

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ



دانشکده مهندسی معدن، نفت و ژئوفیزیک  
پایان نامه کارشناسی ارشد مغناطیس‌سنجی

## کاربرد منظم‌سازی به روش اعتبارسنجی متقاطع تعمیم‌یافته برای مدل‌سازی هموار داده‌های پتانسیل، مطالعه موردی: منطقه MT-Miligan کانادا

نگارنده

میثم مقدسی

استاد راهنما

دکتر علی نجاتی کلاته

استاد مشاور

دکتر محمد رضایی

شهریور ۹۷

تقدیم به

مقدس ترین واژه‌ها در لغت نامه دلم...

پدر و مادر مهربانم، که زندگی ام را در یون مبرو و عطف آن‌ها می‌دانم

برادر و خواهر، برادران همگی و پشتوانه‌های زندگی ام

و هر کسائی که دوستان دارم...

## تقدیر و تشکر

اکنون که یاری خداوند موفق به دفاع از پایان نامه‌ی خویش شدم بر خود لازم می‌دانم از زحمات بی‌نست و خالصانه‌ی اساتید گران قدر جناب آقای دکتر علی نجفی کلاته که راهنمایی این جانب را بر عهده

دانشه‌اند و اساتید شایسته جناب آقای دکتر محمد رضایی، کمال تشکر را بنمایم. همچنین از پدر و مادر و تمامی اساتید و دوستانی که با الطاف صمیمانه‌ی خود طی این مسیر را بر من هموار کردند تشکر می‌نمایم. از زحمات داوران

محترم آقای دکتر حمید آقاجانی و آقای دکتر ابوالقاسم کاکار روحانی که زحمات داورانی این پایان نامه را بر عهده گرفتند و لگب به هر چه بهتر شدن این کار کردند، تشکر می‌کنم.

## تعهد نامه

این جانب میثم مقدسی دانشجوی دوره کارشناسی ارشد رشته ژئوفیزیک - ژئومغناطیس دانشکده مهندسی معدن، نفت و ژئوفیزیک دانشگاه صنعتی شاهرود نویسنده پایان نامه کاربرد منظم سازی به روش اعتبارسنجی متقاطع تعمیم یافته برای مدل سازی هموار داده های پتانسیل، مطالعه موردی: منطقه MT-Miligan کانادا تحت راهنمایی آقای دکتر علی نجاتی کلاته متعهد می شوم:

- تحقیقات در این پایان نامه توسط این جانب انجام شده است و از صحت و اصالت برخوردار است.
- در استفاده از نتایج پژوهش های محققان دیگر به مرجع مورد استفاده استناد شده است.
- مطالب مندرج در پایان نامه تاکنون توسط خود یا فرد دیگری برای دریافت هیچ نوع مدرک یا امتیازی در هیچ جا ارائه نشده است.
- کلیه حقوق معنوی این اثر متعلق به دانشگاه شاهرود می باشد و مقالات مستخرج با نام « دانشگاه صنعتی شاهرود » و یا « Shahrood University of Technology » به چاپ خواهد رسید.
- حقوق معنوی تمام افرادی که در به دست آمدن نتایج اصلی پایان نامه تأثیرگذار بوده اند در مقالات مستخرج از پایان نامه رعایت می گردد.
- در کلیه مراحل انجام این پایان نامه ، در مواردی که از موجود زنده ( یا بافت های آنها ) استفاده شده است ضوابط و اصول اخلاقی رعایت شده است.
- در کلیه مراحل انجام این پایان نامه، در مواردی که به حوزه اطلاعات شخصی افراد دسترسی یافته یا استفاده شده است اصل رازداری ، ضوابط و اصول اخلاق انسانی رعایت شده است.

### تاریخ

### امضای دانشجو

### مالکیت نتایج و حق نشر

- کلیه حقوق معنوی این اثر و محصولات آن ( مقالات مستخرج، کتاب، برنامه های رایانه ای، نرم افزار ها و تجهیزات ساخته شده است) متعلق به دانشگاه صنعتی شاهرود می باشد. این مطلب باید به نحو مقتضی در تولیدات علمی مربوطه ذکر شود.
- استفاده از اطلاعات و نتایج موجود در پایان نامه بدون ذکر مرجع مجاز نمی باشد.

## چکیده:

برای تعیین موقعیت منابع مولد بی‌هنجاری‌های میدان پتانسیل نیاز به پردازش و تفسیر دقیق نقشه‌های بی‌هنجاری حاصل از برداشت داده‌های میدان پتانسیل است. تفسیر بی‌هنجاری‌های میدان پتانسیل به‌خاطر وجود ابهام ذاتی در مسائل ژئوفیزیکی با استفاده از روش‌های مختلفی انجام می‌گیرد. یکی از این روش‌ها مدل‌سازی وارون داده‌ها است. مدل‌سازی وارون به منظور تعیین پارامترهای مدل از داده‌ها به‌کار می‌رود. از این‌رو، وارون‌سازی داده‌های میدان پتانسیل از اهمیت زیادی در تفسیر داده‌های اکتشافی برخوردار است. محاسبه پارامترهای مدل در روش گرانی‌سنجی به تخمین توزیع چگالی در مدل زیرسطحی می‌پردازد. همچنین در روش مغناطیس‌سنجی به محاسبه و برآورد خودپذیری مغناطیسی توده‌های زیرسطحی پرداخته می‌شود. روش‌های متعددی بر پایه‌ی روابط محاسباتی در وارون‌سازی داده‌های ژئوفیزیکی وجود دارد. از این‌رو یکی از مسائل مهم در وارون‌سازی داده‌های ژئوفیزیکی افزایش سرعت و کاهش فضای مورد استفاده در رایانه برای حل یک مسئله وارون در موضوعات تحقیقاتی است. یکی دیگر از مسائل مهم و مورد بحث در موضوعات تحقیقاتی، انتخاب پارامتر منظم‌سازی در فرآیند حل یک مسئله وارون است. در این تحقیق هدف این است که با ارائه یک الگوریتم سرعت و دقت مدل‌سازی وارون هموار برای داده‌های میدان پتانسیل را بهبود یابد. بدین منظور کدهای لازم برای حل مستقیم و وارون هموار داده‌های میدان پتانسیل به روش دو قطری سازی لنگزوس با استفاده از روش اعتبارسنجی متقاطع تعمیم‌یافته (GCV) و روش متعادل‌سازی قید فعال (ACB) برای انتخاب پارامتر منظم‌سازی در محیط برنامه‌نویسی متلب تهیه شده است. در نهایت الگوریتم پیشنهادی بر روی داده‌های حاصل از مدل‌های مصنوعی سه‌بعدی و داده‌های واقعی اعمال گردید و نتایج آن با سایر نتایج اکتشافی (حفاری و اطلاعات زمین‌شناسی) مورد مقایسه قرار گرفت. نتایج به‌دست آمده نشان داد که روش متعادل‌سازی قید فعال برای انتخاب پارامتر منظم‌سازی در مقایسه با روش اعتبارسنجی متقاطع تعمیم‌یافته در وارون‌سازی هموار داده‌های میدان پتانسیل به روش دو قطری سازی

لنکروس تخمین بهتری از پارامترهای فیزیکی (چگالی و خودپذیری مغناطیسی) مدل ارائه می‌کند.

**کلمات کلیدی:** مدل‌سازی وارون، پارامتر منظم‌سازی، اعتبارسنجی متقاطع تعمیم‌یافته، متعادل -

سازی قید فعال، داده‌های میدان پتانسیل.

## لیست مقالات مستخرج از پایان نامه

**علمی پژوهشی:** مقدسی، م.، نجاتی کلاته، ع.، رضایی، م.، (۱۳۹۷)، "مدل سازی وارون سه بعدی

داده های گرانی سنجی به روش گرادیان مختلط، با استفاده از روش اعتبارسنجی متقاطع تعمیم یافته

برای انتخاب پارامتر منظم سازی"، نشریه مهندسی معدن ایران (IJME). (در حال داوری).

**علمی پژوهشی:** مقدسی، م.، نجاتی کلاته، ع.، رضایی، م.، (۱۳۹۶)، "برآورد پارامتر منظم سازی

به روش متعادل سازی قید فعال در وارون سازی دو بعدی داده های گرانی سنجی"، نشریه فیزیک زمین

وفضا، دانشگاه تهران. (چاپ شده)



## فهرست مطالب

- ۱- فصل اول: کلیات ..... ۱
- ۱-۱- مقدمه ..... ۲
- ۱-۲- روش‌های میدان پتانسیل ..... ۳
- ۱-۲-۱- روش گرانی سنجی ..... ۴
- ۱-۲-۲- روش مغناطیس‌سنجی ..... ۵
- ۱-۳- مدل‌سازی داده‌های میدان پتانسیل ..... ۶
- ۱-۴- مروری بر مطالعات انجام‌شده ..... ۷
- ۱-۵- اهمیت و ضرورت تحقیق ..... ۸
- ۱-۶- اهداف پایان‌نامه و روش تحقیق ..... ۹
- ۱-۷- ساختار پایان‌نامه ..... ۹
- ۲- فصل دوم: مبانی حل مسائل وارون ..... ۱۱
- ۲-۱- مقدمه ..... ۱۲
- ۲-۲- فرمول‌بندی مسائل پیشرو و وارون ژئوفیزیکی ..... ۱۲
- ۲-۳- میدان گرانی ..... ۱۵
- ۲-۴- میدان مغناطیسی ..... ۱۷
- ۲-۵- روش‌های حل مسائل وارون ..... ۱۸
- ۲-۵-۱- حل مسائل فرورآورد ..... ۱۹

- ۲-۵-۲- حل مسائل فرابرآورد ..... ۲۱
- ۲-۶- نظریه وارون سازی داده‌ها ..... ۲۳
- ۲-۶-۱- پارامتر منظم‌سازی ..... ۲۳
- ۲-۶-۲- روش اعتبارسنجی متقاطع تعمیم‌یافته ..... ۲۴
- ۲-۶-۳- روش متعادل‌سازی قید فعال ..... ۲۶
- ۳- فصل سوم: تئوری روش وارون‌سازی داده‌های میدان پتانسیل ..... ۲۹
- ۳-۱- مقدمه ..... ۳۰
- ۳-۲- مدل‌سازی وارون هموار سه بعدی داده‌های میدان پتانسیل ..... ۳۰
- ۳-۲-۱- روش دو قطری سازی لنگزوس ..... ۳۳
- ۴- فصل چهارم: ارزیابی و مقایسه روش‌های محاسبه پارامتر منظم‌سازی با استفاده از داده‌های مدل‌های مصنوعی ..... ۳۷
- ۴-۱- مقدمه ..... ۳۸
- ۴-۲- مدل‌سازی وارون داده‌های مصنوعی گرانی‌سنجی ..... ۳۸
- ۴-۳- مدل‌سازی وارون داده‌های مصنوعی مغناطیس‌سنجی ..... ۴۳
- ۴-۴- جمع بندی ..... ۴۸
- ۵- فصل پنجم: وارون‌سازی داده‌های صحرائی جهت ارزیابی و مقایسه در تخمین پارامتر منظم-سازی ..... ۴۹
- ۵-۱- مقدمه ..... ۵۰
- ۵-۲- مدل‌سازی وارون داده‌های گرانی ذخایر کرومیت کاماگی ..... ۵۰

- ۵۵-۳- مدلسازی وارون داده‌های مغناطیس در معدن مونت میلیگان ..... ۵۵
- ۶۰-۴- جمع‌بندی ..... ۶۰
- ۶۱-۶- فصل ششم: نتیجه‌گیری و پیشنهادات ..... ۶۱
- ۶۲-۶-۱- نتایج ..... ۶۲
- ۶۲-۶-۲- پیشنهادات ..... ۶۲
- ۶۵- منابع و مأخذ ..... ۶۵

## فهرست اشکال

- شکل ۱-۲ توزیع چگالی در سه بعد با شکل دلخواه و نقطه مشاهده‌ای P ..... ۱۶
- شکل ۲-۲ فلوجارت مدل سازی وارون هموار سه بعدی داده‌های میدان پتانسیل ..... ۳۵
- شکل ۱-۴ نمایی سه بعدی از مدل‌های مصنوعی گرانی سنجی ..... ۳۹
- شکل ۲-۴ داده‌های گرانی سنجی ناشی از مدل‌های مصنوعی به همراه ۵ درصد نوفه تصادفی ..... ۳۹
- شکل ۳-۴ تصویر برش‌های افقی در اعماق مختلف. وارون سازی با استفاده از روش اعتبارسنجی متقاطع تعمیم- یافته (الف). روش متعادل سازی قید فعال (ب). ..... ۴۱
- شکل ۴-۴ تصویر برش‌های قائم در فاصله ۴۰۰ متری به سمت شمال. وارون سازی با استفاده از روش اعتبارسنجی متقاطع تعمیم یافته (الف). روش متعادل سازی قید فعال (ب). ..... ۴۲
- شکل ۵-۴ نمایی سه بعدی از مدل‌های مصنوعی مغناطیس سنجی ..... ۴۴
- شکل ۶-۴ داده‌های مغناطیس سنجی ناشی از مدل‌های مصنوعی به همراه ۵ درصد نوفه تصادفی ..... ۴۴
- شکل ۷-۴: تصویر برش‌های افقی در اعماق مختلف. وارون سازی با استفاده از روش اعتبارسنجی متقاطع تعمیم- یافته (الف). روش متعادل سازی قید فعال (ب). ..... ۴۶
- شکل ۸-۴: تصویر برش‌های قائم در فاصله ۴۵۰ متری به سمت شمال. وارون سازی با استفاده از روش اعتبارسنجی متقاطع تعمیم یافته (الف). روش متعادل سازی قید فعال (ب). ..... ۴۷
- شکل ۱-۵: توزیع و گسترش ذخایر اوفیولیتی در کشور کوبا. ..... ۵۱
- شکل ۲-۵: نقشه آنومالی بوگه ذخیره کرومیت کاماگی ..... ۵۱
- شکل ۳-۵: تصویر برش‌های افقی با استفاده از داده‌های واقعی گرانی سنجی در اعماق مختلف. وارون سازی با استفاده از روش اعتبارسنجی متقاطع تعمیم یافته (الف). روش متعادل سازی قید فعال (ب). ..... ۵۳
- شکل ۴-۵: تصویر برش‌های قائم در فاصله ۹۵ متری به سمت شمال. وارون سازی با استفاده از روش اعتبارسنجی متقاطع تعمیم یافته (الف). روش متعادل سازی قید فعال (ب). محدوده‌هایی که گمانه‌ها ماده معدنی را قطع می‌کنند با خطوط مشکی نشان داده شده است. .... ۵۴

شکل ۵-۵: موقعیت و راه‌های دسترسی به معدن میلیگان در ایالت بریتیش کلمبیا، کانادا. .... ۵۵

شکل ۵-۶: نقشه زمین‌شناسی از منطقه میلیگان، بریتیش کلمبیا، کانادا ..... ۵۶

شکل ۵-۷: نقشه بی‌هنجاری باقیمانده مغناطیس ذخیره میلیگان..... ۵۷

شکل ۵-۸: تصویر برش‌های افقی با استفاده از داده‌های واقعی مغناطیس‌سنجی در اعماق مختلف . وارون‌سازی

با استفاده از روش اعتبارسنجی متقاطع تعمیم‌یافته(الف). روش متعادل‌سازی قید فعال(ب) ..... ۵۸

شکل ۵-۹: تصویر برش‌های قائم در فاصله ۴۵۰ متری به سمت شمال. وارون‌سازی با استفاده از روش

اعتبارسنجی متقاطع تعمیم‌یافته(الف). روش متعادل‌سازی قید فعال(ب)..... ۵۹

## فهرست جداول

- جدول ۴-۱: مشخصات هندسی مدل‌های مصنوعی گرانی ارائه شده. .... ۴۰
- جدول ۴-۲: مدت زمان، تعداد تکرار، حجم حافظه‌ی یارانه‌ای و مقدار عدم برازش در هریک از روش‌های محاسبه پارامتر منظم‌سازی در مدل‌سازی وارون داده‌های حاصل از مدل مصنوعی گرانی. .... ۴۳
- جدول ۴-۳: مشخصات هندسی مدل‌های مصنوعی مغناطیسی ارائه شده. .... ۴۵
- جدول ۴-۴: مدت زمان، تعداد تکرار، حجم حافظه‌ی یارانه‌ای و مقدار عدم برازش در هریک از روش‌های محاسبه پارامتر منظم‌سازی در مدل‌سازی وارون داده‌های حاصل از مدل مصنوعی مغناطیس. .... ۴۸
- جدول ۵-۱: مدت زمان، تعداد تکرار، حجم حافظه‌ی یارانه‌ای و مقدار عدم برازش در هریک از روش‌های محاسبه پارامتر منظم‌سازی در مدل‌سازی وارون داده‌های گرانی در ذخیره کرومیت کاماگی. .... ۵۲
- جدول ۵-۲: مدت زمان، تعداد تکرار، حجم حافظه‌ی یارانه‌ای و مقدار عدم برازش در هریک از روش‌های محاسبه پارامتر منظم‌سازی در مدل‌سازی وارون داده‌های مغناطیسی در ذخیره طلا و مس مونت میلیگان. .... ۶۰

۱- فصل اول:

کلیات

داده‌های میدان پتانسیل معمولاً با به‌کارگیری تبدیلات خطی، روش‌های طیفی، روش‌های وارون‌سازی و روش‌های سیگنال تحلیلی، مورد تحلیل و بررسی و تفسیر قرار می‌گیرند. روش‌های وارون به تعیین پارامترهای مدل ناشی از پاسخ دریافتی از داده‌های مشاهده شده می‌پردازد. معمولاً در روش‌های مدل‌سازی خصوصیات فیزیکی مانند چگالی یا خودپذیری مغناطیسی و خصوصیات هندسی مانند عمق مربوط به ساختار به‌عنوان پارامترهای مدل و اندازه‌گیری‌های ژئوفیزیکی به‌عنوان مفروضات (داده‌ها)، تلقی می‌گردند. مدل‌سازی وارون<sup>۱</sup>، یکی از کارآمدترین ابزارهای عددی به‌منظور به دست آوردن تصاویر دوبعدی و سه‌بعدی از ساختارهای زمین‌شناسی است. مسئله غیرمنحصر به‌فرد بودن در وارون‌سازی داده‌های میدان پتانسیل یکی از مشکلات برجسته است. یعنی با توجه به قضیه گاوس، اگر میدان تنها بر روی یک سطح محدود شناخته شده باشد، در این صورت می‌توان بی‌نهایت توزیع منبع را منشاء میدان در داخل سطح در نظر گرفت. مسائل ژئوفیزیکی بیشتر حالت فرورآورد (under determined) هستند و باعث می‌شود مسائل وارون‌سازی بدخیم (ill-posed) شوند و منجر به مسائل بد وضع (ill-condition) می‌شوند که جواب آن نیاز به استراتژی منظم‌سازی<sup>۲</sup> دارد. یکی از راه‌های معمول برای برطرف کردن این مسئله اضافه کردن اطلاعات اولیه برای مقید کردن حل مسئله است. در حقیقت روش‌های وارون به محدود کردن عدم تطابق بین داده‌های واقعی و داده‌های مصنوعی تولیدشده توسط یک مدل می‌پردازد. این معیار توقف زمانی که مسئله‌ی وارون میدان پتانسیل به‌صورت فرو برآورد باشد اغلب راه‌حل رضایت بخشی ارائه نمی‌دهد. در چنین مواردی تابع تغییرات پارامترها به‌عنوان یک جایگزین ارائه‌شده است. این تابع با استفاده از پارامترها در تکرار پی‌درپی محاسبه می‌شود. برای رسیدن به یک جواب پایدار، به مقدار بهینه یک پارامتر که آن را

---

<sup>۱</sup> Inverse modeling

<sup>۲</sup> Regularization



پارامتر منظم‌سازی می‌نامند نیاز است. یکی از روش‌های حل دستگاه‌های معادلات بد وضع، استفاده از روش منظم‌سازی تیخونوف بوده که معمول‌ترین روش در منظم‌سازی مسائل وارون‌سازی محسوب می‌گردد. این روش زمانی به کار می‌رود که اطلاعات یا فرض اولیه‌ای از مجهولات در اختیار باشد. در روش تیخونوف<sup>۱</sup> همچون روش کمترین مربعات، فرض بر تصادفی بودن خطای مشاهدات و نرمال بودن تابع توزیع احتمال خطاها است. مسائل وارون‌سازی، زمانی که به‌عنوان یک مسئله بهینه‌سازی غیر مقید فرمولیزه شده باشند، شامل کمینه کردن یک تابع هدف می‌شود. پارامتر منظم‌سازی ( $\beta$ ) در حقیقت با داشتن یک مقدار صحیح به دنبال رسیدن به یک سطح درست از عدم تطابق داده‌ها می‌باشد. بنابراین برآورد پارامتر منظم‌سازی ( $\beta$ ) معادل برآورد نویز داده‌ها می‌باشد. در این مطالعه از مدل‌سازی وارون خطی داده‌های گرانی و مغناطیس جهت مدل‌سازی توده‌های زیرسطحی استفاده می‌شود. در مدل‌سازی‌های خطی پارامترهای هندسی مدل را ثابت در نظر گرفته و پارامترهای فیزیکی (چگالی<sup>۲</sup>، خودپذیری<sup>۳</sup> و...) مدل را متغیر در نظر می‌گیریم. در این فرآیند مدل‌سازی توده زیرسطحی عموماً به‌وسیله یک سری از بلوک‌های راست‌گوشه کنار هم چیده شده، مدل شده و سپس چگالی و خودپذیری آن‌ها محاسبه می‌شود.

## ۱-۲- روش‌های میدان پتانسیل

روش‌های گرانی‌سنجی و مغناطیس‌سنجی در حالت کلی روش‌های میدان پتانسیل نامیده می‌شوند. در این روش‌ها داده‌های ژئوفیزیکی اندازه‌گیری شده تابعی از پتانسیل میدان (گرانی یا مغناطیس) نیروی مورد اندازه‌گیری هستند. روش‌های میدان پتانسیل در مقیاس‌های مختلف در علوم زمین به کار گرفته شده‌اند. زیرا در مقایسه با سایر روش‌های ژئوفیزیکی برداشت داده در این روش‌ها سریع و کم هزینه بوده و پردازش

---

<sup>۱</sup> Tikhonov

<sup>۲</sup> Density

<sup>۳</sup> Susceptibility

و تفسیر داده‌های حاصل از این روش‌ها به نسبت ساده است.

### ۱-۳- روش گرانی سنجی

در روش گرانی‌سنجی تغییرات کوچک میدان گرانشی زمین<sup>۱</sup> که ناشی از تغییرات جانبی چگالی سنگ‌ها و توده‌های زیرسطحی است اندازه‌گیری می‌شود. مقدار دقیق گرانی این امکان را فراهم می‌کند تا بتوان تفسیر مناسبی از توزیع چگالی در زیر سطح زمین به دست آورد. روش گرانی سنجی از مهم‌ترین روش‌ها در اکتشاف نفت و گاز، مطالعات زمین‌شناسی و تکتونیک، مطالعات مربوط به پایش سطح آب زیرزمینی و اکتشاف مواد معدنی است [Paterson and Reeves, 1985].

عوامل مختلفی در تعیین مقدار نهایی بی‌هنجاری گرانی موثر است. مقدار گرانی به عواملی نظیر عرض جغرافیایی نقطه مشاهده‌ای که در محاسبه مقدار نرمال گرانی در فرمول در نظر گرفته می‌شود. ارتفاع  $h$ ، فاصله‌ی قائم بین سطح آب‌های آزاد و نقطه مشاهده‌ای، که دامنه‌ی تغییرات آن از نقطه مشاهده‌ای تا مرکز زمین می‌باشد و توزیع جرم زیرسطحی بستگی دارد. عوامل دیگری از جمله ارتفاع ایستگاه، عرض جغرافیایی، توپوگرافی منطقه و... در تعیین مقدار گرانی وجود دارند که بایستی اثرات این عوامل را با اعمال تصحیحات مختلف بر روی داده‌ها حذف نمود، و یا به حداقل ممکن کاهش داد [Blakely, 1996].

داده‌های ناشی از اکتشاف به‌روش گرانی‌سنجی دارای دو بخش ناحیه‌ای<sup>۲</sup> و محلی<sup>۳</sup> می‌باشد و هدف نهایی از اکتشاف به روش گرانی‌سنجی تفکیک مقدار اثر تغییرات چگالی ناحیه‌ای از توده‌های محلی می‌باشد. به همین منظور اندازه‌گیری مقادیر عددی در هریک از نقاط شبکه در سطح زمین انجام می‌شود. با اعمال تصحیحات لازم بر روی داده‌ها می‌توان نقشه مقادیر بی‌هنجاری بوگه را به صورت مقادیر کنتوری رسم کرد.

---

<sup>۱</sup> Earth

<sup>۲</sup> Regional anomaly

<sup>۳</sup> Local anomaly

مقادیر گرانی نشان داده شده در نقشه‌ها تغییرات زمین‌شناسی منطقه را نشان می‌دهد، که شامل بی-هنجاری‌های ناحیه‌ای و محلی (باقیمانده<sup>۱</sup>) می‌باشند. با حذف اثرات ناحیه‌ای از روی محدوده‌ی اندازه‌گیری گرانی می‌توان اثرات باقیمانده را بر روی نقشه کنتوری نمایش داد. مقادیر غیرعادی گرانی بر روی نقشه کنتوری، گرانی باقیمانده را که ناشی از اجسام عامل بی‌هنجاری است را نشان می‌دهد [آقاجانی، ۱۳۸۸].

#### ۱-۴-روش مغناطیس‌سنجی

مغناطیس‌سنجی، یکی از قدیمی‌ترین شاخه‌های ژئوفیزیک می‌باشد و عملاً سرآغازی بر ژئوفیزیک کاربردی است. اندازه‌گیری‌های صحرایی این روش در مقایسه با اغلب روش‌های ژئوفیزیکی راحت‌تر، سریع‌تر و ارزان‌تر می‌باشد. روش مغناطیس‌سنجی در اکتشاف مواد معدنی، مطالعات تکتونیکی، شناسایی خطوط لوله، مطالعات باستان‌شناسایی و اکتشاف نفت کاربرد فراوانی دارد [Reynolds, 1997; Nabighian, 2005].

در مطالعات مغناطیس‌سنجی، همانند روش گرانی‌سنجی بر روی داده‌های خام با اعمال تصحیحات نقشه‌های نهایی بگونه‌ای تهیه می‌شوند که نشان‌دهنده‌ی پدیده‌های زیرسطحی در منطقه برداشت داده‌ها باشند. هدف از اصلاح داده‌های مغناطیس‌سنجی حذف اثرات اضافه میدان مغناطیسی وابسته به مکان و زمان می‌باشد. عواملی نظیر ارتفاع، پدیده‌های سطحی، منابع سیاره‌ای و زمین‌شناسی و ویژگی‌های دستگاه اندازه‌گیری در مقدار میدان مغناطیسی اندازه‌گیری شده اثر گذار است. اصلاحات مورد نیاز در داده‌های مغناطیس‌سنجی شامل حذف اثر میدان اصلی مغناطیسی زمین (میدان ناشی از هسته زمین) و تصحیح روزانه<sup>۲</sup> داده‌ها می‌باشد. میدان مغناطیسی زمین در هر نقطه را با استفاده از رابطه ریاضی میدان مرجع

---

<sup>۱</sup> Residual anomaly

<sup>۲</sup> Diurnal correction

مغناطیسی بین‌المللی زمین<sup>۱</sup> (IGRF) می‌توان محاسبه نمود و با کسر این میدان از داده‌ها، اثر میدان اصلی زمین حذف می‌شود. تغییرات میدان مغناطیسی اندازه‌گیری شده در سطح زمین در کوتاه مدت معمولاً منشاء خارجی دارد مانند: جریان‌های الکتریکی موجود در یونسفر<sup>۲</sup> و یا طوفان‌های مغناطیسی خارج از جو زمین. با انجام تصحیح روزانه بر روی داده‌ها می‌توان اثر تغییرات این میدان مغناطیسی را حذف نمود [Blakely,1996].

### ۱-۵- مدل‌سازی داده‌های میدان پتانسیل

مدل‌سازی داده‌های میدان پتانسیل یکی از مهمترین مراحل در تفسیر میدان ناشی از این داده‌ها می‌باشد. روش‌های مدل‌سازی داده‌های میدان پتانسیل به دو دسته مدل‌سازی مستقیم<sup>۳</sup> (یا مدل‌سازی پیشرو) و مدل‌سازی وارون<sup>۴</sup> تقسیم‌بندی می‌شود [Blakely,1996]. در مدل‌سازی مستقیم با در نظر گرفتن یک مدل اولیه به عنوان چشمه، منطبق بر واقعیت‌های زمین‌شناسی وجود یک بی‌هنجاری در نظر گرفته می‌شود. بی‌هنجاری ناشی از مدل، محاسبه شده و با داده‌های مشاهده‌ای مقایسه می‌شود. در نهایت پارامترهای مدل (خصوصیات فیزیکی توده‌های زیرسطحی) را به گونه‌ای تغییر می‌دهیم که بی‌هنجاری حاصل از داده‌های محاسبه شده از مدل اولیه با داده‌های واقعی بهترین برازش را داشته باشد [Blakely,1996]. اما در مدل‌سازی وارون پارامترهای مدل در سیستم مورد مطالعه از داده‌های مشاهده‌ای با استفاده از مجموعه‌ای از عملگرها محاسبه می‌شود. خصوصیات فیزیکی در سیستم مورد مطالعه مستقیماً با آنالیز داده‌های مشاهده‌ای و برازش مدل ریاضی و بهینه‌سازی پارامترهای مدل در روند وارون‌سازی به دست می‌آید [Meju,1994].

---

<sup>۱</sup> International Geomagnetic Reference Field (IGRF)

<sup>۲</sup> Ionosphere

<sup>۳</sup> Forward modeling

<sup>۴</sup> Inverse modeling

## ۱-۶- مروری بر مطالعات انجام شده

باتاچاریا<sup>۱</sup> (۱۹۶۴) تحقیقات خود را بر روی روش‌های پارامتری در مدل‌سازی وارون انجام داد. لی و اولدنبرگ<sup>۲</sup> (۱۹۹۶) با مطالعه و بررسی روش‌های کاربردی در مدل‌سازی وارون به وارون‌سازی داده‌های مغناطیسی با استفاده از الگوریتم کمینه‌سازی یک تابع هدف سراسری پرداختند و یک روش تعمیم‌یافته برای وارون‌سازی هموار داده‌های مغناطیسی بر اساس منظم‌سازی تیخونوف و آرسنین ارائه کردند. ژادونوف و پورنایتگوتن<sup>۳</sup> (۱۹۹۹) به گسترش و توسعه روش وارون‌سازی منظم‌سازی شده در مقایسه با تصاویر تمرکز یافته بر اساس تئوری تیخونوف<sup>۴</sup> پرداختند. در این روش مشابه روش لی و الدنبرگ (۱۹۹۶) یک تابع هدف از دو قسمت تشکیل شده کمینه می‌شود. قسمت اول این تابع هدف بیانگر عدم برازش داده‌ها محاسبه‌ای و مشاهده‌ای و قسمت دوم شامل یک تابع پایدار کننده و است که قید فشردگی را بر مدل اعمال می‌نماید.

الدنبرگ و لی (۲۰۰۵) از روش‌های منحنی  $L$ ، اصل اختلاف و اعتبارسنجی متقاطع تعمیم‌یافته<sup>۵</sup> (GCV) برای تعیین پارامتر منظم‌سازی در وارون‌سازی هموار داده‌های میدان پتانسیل استفاده کردند. آن‌ها دریافتند که با استفاده از روش (GCV) می‌توان به مقدار پارامتر منظم‌سازی مناسب نزدیک شد و تا حدودی سطح نوفه موجود در داده‌ها را تخمین زد و در نهایت با استفاده از روش اصل اختلاف به پارامتر منظم‌سازی مناسب رسید. وطنخواه و همکاران<sup>۶</sup> (۲۰۱۴) به مطالعه و برآورد پارامتر منظم‌سازی در مسائل فرو برآورد با توجه به اصل  $\chi^2$  و کاربرد آن در وارون‌سازی دوبعدی داده‌های میدان گرانی پرداختند. فورنیه<sup>۷</sup> (۲۰۱۵)

---

<sup>۱</sup> Bhattacharyya

<sup>۲</sup> Li and Oldenburg

<sup>۳</sup> Zhdanov and Portniaguine

<sup>۴</sup> Tikhonov theory

<sup>۵</sup> Generalized cross validation

<sup>۶</sup> Vatankhah et al.

<sup>۷</sup> Fournier

الگوریتمی را برای وارون‌سازی سه‌بعدی داده‌های مغناطیس پیشنهاد نمود از نرم ترکیبی<sup>۱</sup> استفاده می‌کند. در این روش برخی از محدوده‌های مدل با روش نرم ۲ مدل‌سازی شده و برخی مناطق دیگر با روش نرم ۱ مدل‌سازی می‌شود. وطنخواه و همکاران (۲۰۱۵) به کاربرد روش اصل اختلاف و روش تخمینگر ناریب ریسک احتمالی در تخمین پارامتر منظم‌سازی در وارون‌سازی متمرکز سه‌بعدی داده‌های گرانی پرداختند. رضایی و همکاران (۲۰۱۶) روش وارون‌سازی در فضای داده با قید پراکندگی را برای وارون‌سازی سه‌بعدی داده‌های گرانی همراه با قید کران بالا و پایین پارامترهای فیزیکی مدل توسعه دادند. رضایی و معظم (۲۰۱۷) با در نظر گرفتن یک تابع مجازات برای اعمال قید کران از روش گاوس نیوتن و استفاده از روش منظم‌سازی تطبیقی برای انتخاب پارامتر منظم‌سازی به مدل‌سازی سه‌بعدی داده‌های مغناطیس پرداختند.

در این پژوهش روش‌های اعتبارسنجی متقاطع تعمیم‌یافته (GCV) و متعادل‌سازی قید فعال<sup>۲</sup> (ACB) در محاسبه و تخمین پارامتر منظم‌سازی در وارون‌سازی سه‌بعدی هموار داده‌های گرانی و مغناطیس مورد بررسی قرار گرفته است.

## ۱-۷- اهمیت و ضرورت تحقیق

در وارون‌سازی داده‌های میدان پتانسیل دوشکل عدم یکتایی<sup>۳</sup> جواب و پایدارسازی آن چالش‌برانگیز است. وقتی تعداد پارامترهای مدل بیشتر از تعداد داده‌ها باشد، در اصطلاح گفته می‌شود که مسئله فروبر آورد<sup>۴</sup> است؛ بنابراین از لحاظ جبری بی‌نهایت جواب می‌توان به دست آورد. علاوه بر عدم یکتایی شدید، باید عدم

---

<sup>۱</sup> Mixed norm

<sup>۲</sup> Active constraint balancing

<sup>۳</sup> non-uniqueness

<sup>۴</sup> under determined

پایداری جواب را نیز در نظر گرفت که ناشی از بد وضع<sup>۱</sup> بودن ماتریس کرنل و وجود نوفه در داده‌ها است؛ بنابراین حاصل شدن جوابی که از دیدگاه زمین‌شناسی قابل قبول باشد و هم‌زمان به نوفه موجود در داده‌ها حساسیت بسیار کمی داشته باشد، نیازمند منظم‌سازی<sup>۲</sup> جواب است. در این حالت تابع هدفی مرکب از دو عبارت عدم انطباق داده‌ها<sup>۳</sup> و عبارت تنظیم<sup>۴</sup> جایگزین مسئله اولیه شده و جواب از کمینه کردن این تابع هدف حاصل می‌شود.

### ۱-۸-اهداف پایان‌نامه و روش تحقیق

هدف از این مطالعه ساخت چند برنامه رایانه‌ای در محیط نرم‌افزار MATLAB جهت انجام وارون‌سازی هموار سه‌بعدی داده‌های گرانی‌سنجی و مغناطیس‌سنجی و بهبود روش‌های محاسبه و تخمین پارامتر منظم‌سازی می‌باشد. به منظور رسیدن به اهداف بیان شده، کدهای لازم برای حل مسئله مستقیم و مسئله وارون تهیه شده‌است. برای تعیین بهترین روش انتخاب پارامتر منظم‌سازی، روش‌های رایج انتخاب پارامتر منظم‌سازی در مدل‌سازی هموار داده‌های میدان پتانسیل حاصل از داده‌های مصنوعی به کار گرفته شده و دقت و سرعت به دست آمده از مدل‌سازی با هر یک از روش‌های انتخاب پارامتر منظم‌سازی مقایسه می‌شود. برای ارزیابی میزان کارآمد بودن الگوریتم و برنامه‌های رایانه‌ای ارائه‌شده از این روش برای مدل‌سازی داده‌های مصنوعی بدون نوفه و همراه با نوفه استفاده شده است. در نهایت الگوریتم نوشته شده بر روی داده‌های واقعی اعمال شده و نتایج با داده‌های زمین‌شناسی مقایسه می‌شود.

### ۱-۹-ساختار پایان‌نامه

این پایان‌نامه شامل شش فصل می‌باشد. در فصل اول همان‌طور که ملاحظه شد کلیاتی در مورد

---

<sup>۱</sup> ill-condition

<sup>۲</sup> regularization

<sup>۳</sup> data misfit

<sup>۴</sup> regularization term

جایگاه روش‌های میدان پتانسیل و اهداف پایان‌نامه شرح داده شده است. در فصل دوم اصول و فرمول‌بندی مسائل وارون مطرح شده است. در فصل سوم الگوریتم و زیر برنامه‌های نگاشته شده معرفی شده‌اند. به منظور نشان دادن کارایی الگوریتم و برنامه‌های رایانه‌ای ارائه شده که قسمت اصلی این تحقیق است وارون‌سازی داده‌های مصنوعی انجام شده است. در فصل پنجم وارون‌سازی داده‌های واقعی صورت گرفته است. در فصل ششم که فصل انتهایی این پایان‌نامه است نتیجه‌گیری و پیشنهادهایی از این تحقیق به‌طور خلاصه ارائه شده است.



۲- فصل دوم:

مبانی حل مسائل وارون

روش‌های گرانی‌سنجی و مغناطیس‌سنجی که در ژئوفیزیک معمولاً روش‌های میدان پتانسیل نامیده می‌شوند از مهمترین روش‌های ژئوفیزیکی در اکتشاف مواد معدنی می‌باشند. مقادیر مشاهده‌ای مربوط به هر یک از این میدان‌ها بستگی به ویژگی‌های فیزیکی سنگ‌های دربرگیرنده منطقه مورد مطالعه دارد. هدف نهایی از برداشت ژئوفیزیکی شناسایی ساختارهای زیرسطحی با استفاده از این داده‌ها است. بر این پایه، مدل‌سازی عددی داده‌های ژئوفیزیکی به ازای پارامترهای یک مدل زمینی آزمون اصطلاحاً مسئله پیشرو<sup>۱</sup> نامیده می‌شود. بنابراین حل یک مسئله پیشرو امکان پیش‌بینی داده‌های ژئوفیزیکی را با دانستن ساختارهای زمین‌شناسی معلوم، فراهم می‌سازد. دستیابی به این امر به خاطر پیچیدگی ساختارهای درون زمین بسیار مشکل می‌نماید. در این راستا، روش معمول شامل تقریب ساختار زمین‌شناسی مربوطه با مدل‌های ریاضی ساده و سعی در تعیین پارامترهای این مدل فرضی از روی داده‌های حاصل شده است، به این‌گونه مسائل اصطلاحاً مسائل وارون<sup>۲</sup> اطلاق می‌گردد. در این روش، موفقیت تفسیر ژئوفیزیکی به‌دست‌آمده به توانایی در تقریب ساختارهای زمین‌شناسی با مدل‌های منطقی و نیز راهکار مؤثر ارائه‌شده برای حل مسئله وارون موردنظر، بستگی دارد.

در این فصل به فرمول‌بندی مسائل پیشرو، مسائل وارون و انواع روش‌های حل آن‌ها پرداخته می‌شود.

## ۲-۲- فرمول‌بندی مسائل پیشرو و وارون ژئوفیزیکی

اغلب روندهای پردازش و تفسیر داده‌ها در ژئوفیزیک را می‌توان توسط عملگرهای ریاضی توصیف کرد.

تعاریف عمومی این مسائل را می‌توان توسط نمودارهای زیر بیان کرد:

---

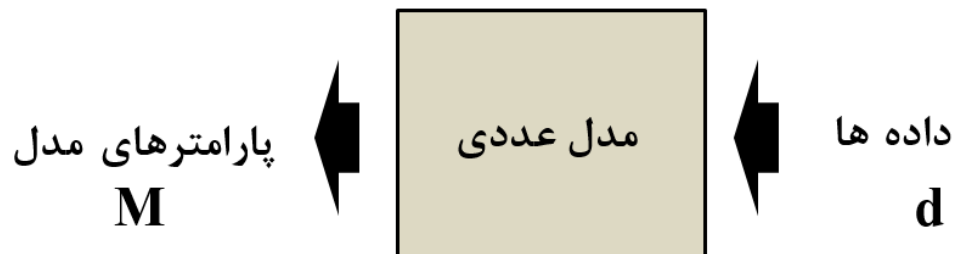
<sup>۱</sup> Forward problem

<sup>۲</sup> Inverse problem

در مسائل پیشرو:



در مسائل وارون:



به‌طور کلی هر رابطه ژئوفیزیکی را می‌توان به شکل ماتریسی زیر نوشت [Oldenburg, 1998]

$$d = Gm \quad (1-2)$$

که در رابطه (1-2)  $d$  بردار داده‌ها<sup>۱</sup> است،  $m$  بردار پارامترهای مدل<sup>۲</sup> بوده که شامل خواص فیزیکی زمین است، و  $G$  ماتریس کرنل<sup>۳</sup> یا ماتریس حساسیت نامیده می‌شود که رابطه هندسی بین بردار داده‌ها و بردار پارامترهای مدل را بیان می‌کند [Li and Oldenburg, 1998]. در اغلب مسائل وارون ژئوفیزیکی توصیفی از داده‌های به‌عنوان اولین گام برای فرمول‌بندی مسئله محسوب می‌شود. داده‌ها مجموعه‌ای از مقادیر عددی هستند که به‌صورت یک بردار به طول  $N$  (تعداد داده‌ها) نمایش داده می‌شود. به‌صورت مشابه

---

<sup>۱</sup> Data

<sup>۲</sup> Model parameters

<sup>۳</sup> Kernel matrix

پارامترهای مدل هم به صورت یک بردار به طول  $M$  (تعداد پارامترهای مدل) نمایش داده می شود [Menke, 1989].

$$d = [d_1 \ d_2 \ d_3 \ \dots \ d_N]^T \quad (2-2)$$

$$m = [m_1 \ m_2 \ m_3 \ \dots \ m_M]^T \quad (3-2)$$

نماد  $T$  بیانگر بردار یا ماتریس ترانپو<sup>۱</sup> است. به طور کلی یک مسئله وارون رابطه هندسی میان داده‌ها و پارامترهای مدل است، این رابطه همان مدل یا ماتریس کرنل نامیده می شود. معمولاً مدل یک یا چند فرمول است که انتظار داریم داده‌ها و پارامترهای مدل از آن پیروی کنند. در مورد بسیاری از مسائل واقعی داده‌ها و پارامترهای مدل توسط روابط پیچیده‌ای به یکدیگر مرتبط هستند [Menke, 1989].

به طور کلی مسائل وارون به دودسته مسائل وارون خطی<sup>۲</sup> و وارون غیرخطی<sup>۳</sup> و مسائل تقسیم‌بندی می شوند.

در مسائل وارون خطی هدف مدل کردن پارامترهای فیزیکی مدل می باشد که رابطه بین پارامترهای فیزیکی مدل و داده‌ها یک رابطه خطی بوده و این گونه مدل سازی‌ها، مدل سازی وارون خطی نامیده شده‌اند. در مسائل وارون غیرخطی هدف مدل کردن پارامترهای هندسی مدل می باشد که رابطه بین پارامترهای هندسی مدل و داده‌ها یک رابطه غیرخطی بوده، بنابراین این گونه مدل سازی‌ها را مدل سازی وارون غیرخطی نامیده‌اند.

---

<sup>۱</sup> Transpose

<sup>۲</sup> Linear inverse problems

<sup>۳</sup> Non-linear inverse problems

### ۳-۲- میدان گرانی

نیروی گرانی زمین که با قانون نیوتون بیان می‌شود، مبانی اکتشاف گرانی سنجی می‌باشد. این نیرو به صورت زیر نشان داده می‌شود [Blakely, 1996].

$$\vec{F} = -\gamma \frac{m_1 m_2}{r^2} \vec{r}_1 \quad (۴-۲)$$

که در رابطه (۴-۲)  $\vec{F}$  نیروی وارد بر  $m_1$ ،  $\vec{r}_1$  بردار واحد در راستای  $m_1$  به  $m_2$ ،  $r$  فاصله‌ی بین  $m_1$  و  $m_2$  و  $\gamma$  ثابت جهانی گرانش می‌باشد. اما آنچه به وسیله دستگاه‌های گرانی سنجی اندازه‌گیری می‌شود، شتاب گرانی زمین می‌باشد [Blakely, 1996].

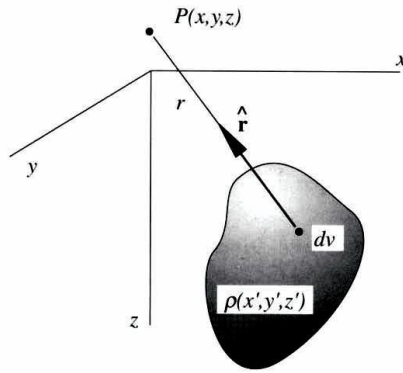
$$\vec{g} = \frac{\vec{F}}{m_2} = -\gamma \frac{M_e}{R_e^2} \vec{r}_1 \quad (۵-۲)$$

که  $M_e$  و  $R_e$  به ترتیب جرم و شعاع زمین می‌باشد. واحد شتاب گرانی  $cm/sec^2$  می‌باشد که به افتخار گالیه، گال (gal) نامیده می‌شود.

با استفاده از شکل (۱-۲) پتانسیل گرانی ( $U(P)$ ) و میدان وابسته به آن ( $g(P)$ ) در نقطه مربوط به توزیع چگالی ( $\rho$ ) از رابطه زیر به دست می‌آید [Blakely, 1996].

$$U(P) = \gamma \int_R \frac{\rho}{r} dv \quad (۶-۲)$$

$$g(P) = \nabla U = -\gamma \int_R \frac{\rho}{r^2} dv \quad (۷-۲)$$



شکل ۱-۲ توزیع چگالی در سه بعد با شکل دلخواه و نقطه مشاهده‌ای P [Blakely, 1996].

دستگاه مختصات استفاده شده به طور معمول سیستم مختصات راست گرد<sup>۱</sup> است و محور z به سمت پایین مثبت انتخاب شده است. گرانی سنج‌ها مؤلفه عمودی شتاب را اندازه‌گیری می‌کنند [Blakely, 1996].

$$g(x, y, z) = \frac{\partial U}{\partial z} = -\gamma \int_{x'} \int_{y'} \int_{z'} \rho(x', y', z') \frac{(z-z')}{r^3} dx' dy' dz' \quad (۸-۲)$$

که در رابطه بالا است  $r = \sqrt{(x-x')^2 + (y-y')^2 + (z-z')^2}$  و رابطه (۸-۲) را در حالت کلی

می‌توان به صورت زیر نوشت.

$$g(x, y, z) = \int_{x'} \int_{y'} \int_{z'} \rho(x', y', z') \Psi(x-x', y-y', z-z') dx' dy' dz' \quad (۹-۲)$$

که در آن

$$\Psi = -\gamma \frac{z}{(x^2 + y^2 + z^2)^{3/2}} \quad (۱۰-۲)$$

که بنا به مفاهیم تئوری پتانسیل تابع گرین<sup>۲</sup> نامیده می‌شود. در حل مسئله مستقیم بی‌هنجاری گرانی

را می‌توان با استفاده از رابطه (۸-۲) محاسبه کرد.

<sup>۱</sup> Right-hand system

<sup>۲</sup> Green function

## ۴-۲- میدان مغناطیسی

یکی دیگر از روش‌های ژئوفیزیکی یعنی مطالعات مغناطیسی، بر پایه اندازه‌گیری میدان مغناطیسی بی‌هنجار که با تغییرات مغناطیدگی زمین در رابطه بوده، بنا نهاده شده است. خواص مغناطیسی سنگ‌ها دارای محدوده تغییرات وسیعی است. بی‌هنجاری میدان کل مغناطیسی ناشی از یک توده مغناطیسی را میتوان با استفاده از رابطه زیر محاسبه نمود [Blakely, 1996]:

$$\Delta T = -C_m \hat{F} \cdot \nabla \int_R M \cdot \nabla \frac{1}{r} dv \quad (11-2)$$

در رابطه بالا  $C_m$  یک مقدار ثابت است که به سیستم واحد مورد استفاده بستگی دارد.  $\hat{F}$  بردار یکه در جهت میدان مغناطیسی ناحیه‌ای است و  $R$  بیانگر مرز توده مغناطیسی است.  $M$  در رابطه بالا مغناطیدگی<sup>۱</sup> و  $r$  فاصله نقطه مشاهده‌ای  $P$  تا مرکز جزء  $dv$  از توده می‌باشد.

در مدل‌سازی داده‌های مغناطیسی ابتدا زیرسطح زمین به سلول‌های مکعب مستطیلی با ابعاد یکسان تقسیم می‌شود (شکل ۲-۲). اگر اضلاع هر سلول به موازات محورهای  $x$ ,  $y$ ,  $z$  باشد، مقدار مغناطیدگی هر بلوک به صورت زیر بیان می‌شود:

$$\vec{M} = M(\hat{i}\hat{M}_x + \hat{j}\hat{M}_y + \hat{k}\hat{M}_z) \quad (12-2)$$

همچنین اگر بی‌هنجاری ناشی از این سلول‌ها در میدان مغناطیسی زمین به موازات:

$$\hat{F} = (\hat{F}_x, \hat{F}_y, \hat{F}_z) \quad (13-2)$$

ایجاد شود، آنگاه میدان مغناطیسی کل ناشی از این سلول در مبداء مختصات با استفاده از رابطه زیر قابل

<sup>۱</sup> Magnetization

محاسبه است [Blakely, 1996]:

$$\Delta T = C_m M \left[ \frac{a_{23}}{2} \log \left( \frac{r-x'}{r+x'} \right) + \frac{a_{13}}{2} \log \left( \frac{r-y'}{r+y'} \right) - a_{12} \log(r+z_1) - \widehat{M}_x \widehat{F}_x \tanh^{-1} \left( \frac{x'y'}{x'^2+r z_1+z_1^2} \right) - \widehat{M}_y \widehat{F}_y \tanh^{-1} \left( \frac{x'y'}{r^2+r z_1+x'^2} \right) + \widehat{M}_z \widehat{F}_z \tanh^{-1} \left( \frac{x'y'}{r z_1} \right) \right] \Big|_{x'=x_1}^{x'=x_2} \Big|_{y'=y_1}^{y'=y_2} \quad (14-2)$$

که در آن

$$a_{12} = \widehat{M}_x \widehat{F}_y + \widehat{M}_y \widehat{F}_x,$$

$$a_{13} = \widehat{M}_x \widehat{F}_z + \widehat{M}_z \widehat{F}_x, \quad (15-2)$$

$$a_{23} = \widehat{M}_y \widehat{F}_z + \widehat{M}_z \widehat{F}_y,$$

$$r^2 = x'^2 + y'^2 + z_1^2,$$

برای محاسبه داده مغناطیسی ناشی از هر سلول یک بار  $z_1$  عمق بالایی سلول در نظر گرفته و با رابطه (14-2) مقدار میانی میدان مغناطیسی ناشی از این منشور را محاسبه می کنیم. دوباره  $z_1$  را عمق زیرین سلول در نظر گرفته و مقدار میدان مغناطیسی منشور دوم را نیز با استفاده رابطه (14-2) محاسبه می کنیم. سپس مقادیر میدان مغناطیسی حاصله را از یکدیگر کسر می کنیم. مقدار باقیمانده برابر با داده مغناطیسی سلول زیرسطحی است. در نهایت برای ماتریس حساسیت مشابه روش گرانی سنجی عمل میکند.

## ۲-۵- روش های حل مسائل وارون

در این قسمت به بیان هدف اصلی در حل مسائل وارون می پردازیم. هدف اصلی در محل مسائل وارون، محاسبه بردار پارامترهای مدل (m) با استفاده از بردار داده های مشاهده ای ( $d^{obs}$ ) با توجه به رابطه (1-2) است.



همچنین سیستم معادله (۱-۲) فرورآورد<sup>۱</sup> نامیده می‌شود اگر  $M > N$  یعنی در این حالت تعداد داده‌ها (N)، از تعداد پارامترهای مجهول (M)، کمتر است. این سیستم فرارآورد<sup>۲</sup> محسوب می‌گردد اگر تعداد داده‌ها از تعداد پارامترهای مدل بیشتر باشد (یعنی  $M < N$ ) در بسیاری از مسائل ژئوفیزیکی خصوصاً در این مطالعه مسائل وارون فرورآورد بوده زیرا در آن‌ها تعداد مجهولات متجاوز از مشاهدات است.

## ۲-۵-۱- حل مسائل فرورآورد

اگر فرض شود که معادله خطی ذیل:

$$d = Gm \quad (۱۶-۲)$$

یک مسئله کاملاً فرورآورد باشد. بر این اساس می‌توان بیش از یک دسته از پارامترهای مدل را یافت که با داده‌های مشاهده‌ای تطابق داشته باشند. بنابراین، سعی می‌شود که جوابی از فضای پارامترهای مدل انتخاب گردد که تا حد امکان ساده‌تر بوده و برای مثال دارای طول بردار کمینه باشد یعنی [Meju, 1994]:

$$l(m) = \|m\|^2 = m^T m = Min \quad (۱۷-۲)$$

با این اوصاف، چنین راه‌کاری در پی آن است که پارامترهای مدلی ( $m^{est}$ ) را بیابد که تابع  $l(m)$  را کمینه نموده و در شرط ذیل صدق نماید [Meju, 1994].

$$d - Gm = 0 \quad (۱۸-۲)$$

این مسئله کمینه‌سازی مشروط می‌تواند با استفاده از روش ضرایب لاگرانژ<sup>۳</sup> حل شود، در این صورت

---

<sup>۱</sup> Under determined

<sup>۲</sup> Over determined

<sup>۳</sup> Lagrange multiplier

بایستی تابع ذیل کمینه‌سازی گردد [Meju, 1994]:

$$\Phi(m) = m^T m + \lambda(d - Gm)^T \quad (19-2)$$

که در این معادله،  $\lambda$  یک ماتریس قطری شامل ضرایب لاگرانژ است.

با محاسبه تغییرات درجه اول تابع  $\phi(m)$ : [Meju, 1994]

$$\delta\Phi(m) = 2\delta m^T m - \delta m^T G^T \lambda = \delta m^T (2m - G^T \lambda) \quad (20-2)$$

شرط لازم برای کمینه‌سازی  $\phi(m)$  آن است که [Meju, 1994]:

$$\delta\Phi(m) = \delta m^T (2m - G^T \lambda) = 0 \quad (21-2)$$

به ازای هر  $\delta m$  دلخواه. بنابراین عبارت ذیل را می‌توان برای تخمین  $m^{est}$  در این مسائل به دست آورد

[Meju, 1994]:

$$m^{est} = \frac{1}{2} G^T \lambda \quad (22-2)$$

از طرفی این حل بایستی معادله (2-17) را نیز ارضا نماید یعنی [Meju, 1994]:

$$d = \frac{1}{2} G G^T \lambda \quad (23-2)$$

در این معادله ماتریس  $GG^T$  ماتریسی مربع با ابعاد  $N \times N$  است که اگر صفر نباشد می‌تواند توسط

رابطه ذیل معکوس گردد [Meju, 1994]:

$$\lambda = 2(G G^T)^{-1} d \quad (24-2)$$

و با جایگذاری این معادله در رابطه (2-24)

$$m^{est} = G^T (G G^T)^{-1} d \quad (25-2)$$

## ۲-۵-۲- حل مسائل فرابراورد

دیدیم که یک مسئله وارون خطی به شکل  $d = Gm$  مطرح می‌شود. منظور از وارون‌سازی حل این معادله برای  $M = [m_1 \ m_2 \ m_3 \ \dots \ m_M]^T$  می‌باشد. در عمل بین داده‌های مشاهده‌ای (d) و داده‌های پیش‌بینی شده ( $d^{Pre} = Gm$ ) ناشی از پارامترهای مدل تخمینی، اختلاف وجود دارد. چنانچه این اختلاف با بردار خطای e نمایش داده شود می‌توان نوشت:

$$e = d - d^{Pre} = d - Gm \quad (۲۶-۲)$$

واضح است که بایستی پارامترهای مدلی را به دست آورد که به ازای آن‌ها بردار خطای e کمینه شود به این منظور تابع خطای<sup>۱</sup> q که عبارت است از مجموع مربعات باقیمانده تعریف می‌شود [Meju, 1994]:

$$q = e^T e = \sum_{i=1}^N (d_i - \sum_{j=1}^M G_{ij} M_j)^2 \quad (۲۷-۲)$$

هدف در اینجا پیدا کردن برداری از پارامترهای مدل است به طوری که تابع خطای q کمینه شود. به این منظور از این تابع نسبت به هر کدام از پارامترهای مدل  $m_j$  مشتق‌گیری نموده و نتیجه برابر با صفر قرار داده می‌شود. بازنویسی رابطه (۲۷-۲) منجر می‌شود به [Meju, 1994]:

$$q = e^T e = (d - Gm)^T (d - Gm) \quad (۲۸-۲)$$

بنابراین می‌توان نوشت [Meju, 1994]:

$$\frac{\partial q}{\partial m_j} = \frac{\partial [d^T d - d^T Gm - d^T G^T d + m^T G^T Gm]}{\partial m_j} = 0 \quad (۲۹-۲)$$

و به دست می‌دهد [Meju, 1994]:

---

<sup>۱</sup> Misfit function

$$m = [G^T G]^{-1} G^T d \quad (30-2)$$

رابطه (30-2) عبارت است از جواب کمترین مربعات برای معادله  $d = Gm$ . عبارت  $[G^T G]^{-1} G^T$  وارون تعمیم یافته کمترین مربعات نامیده می شود که با عمل کردن روی داده ها، پارامترهای مدل حاصل می شود.

سه عامل مهم در مسائل وارون بحث وجود جواب<sup>۱</sup>، یکتایی جواب<sup>۲</sup> و ناپایداری در روند حل<sup>۳</sup> مسئله است [Aster et al, 2013].

۱- وجود جواب : از آنجایی که روابط ریاضی که ویژگی های فیزیکی سیستم را توضیح می دهد تقریبی بوده و یا اینکه ممکن است داده ها دارای نوفه باشند، ممکن است مدلی که دقیقاً بر داده ها منطبق گردد وجود نداشته باشد.

۲- یکتایی جواب : در حل مسائل وارون ممکن است جواب دقیق ( $m_{true}$ ) وجود داشته باشد که یکتا نباشد. به عبارت دیگر در کنار جواب دقیق  $m_{true}$  ممکن است جواب های دیگری وجود داشته باشد که جواب آنها در رابطه  $Gm = d_{true}$  صدق کند.

۳- ناپایداری روند حل : روند حل ممکن است در شرایطی بسیار ناپایدار باشد. بطوریکه تغییرات کوچک در روند داده ها می تواند منجر به تغییرات شدید در مدل محاسبه شده شود.

اگر در حل مسائل وارون یکی از سه عامل فوق وجود نداشته باشد، مسئله وارون، یک مسئله بدحالت<sup>۴</sup>

---

<sup>۱</sup> Solution existence

<sup>۲</sup> Solution uniqueness

<sup>۳</sup> Instability of the solution process

<sup>۴</sup> Ill-conditioned

ویا بد وضع<sup>۱</sup> نامیده می‌شود [Hansen,2010].

## ۲-۶- نظریه وارون سازی داده‌ها

یکی از روش‌های پرکاربرد برای حل مسائل وارون، روش منظم‌سازی تیخونوف<sup>۲</sup> است. در این روش برای حل مسائل وارون‌سازی خطی می‌توان یک تابع هدف<sup>۳</sup> را کمینه<sup>۴</sup> کرد که این تابع هدف وابسته به داده‌های مشاهده‌ای و داده‌های پیش‌بینی شده می‌باشد و به صورت رابطه (۲-۳۱) تعریف می‌شود [Oldenburg, 2005].

$$\phi(m) = \phi_d + \beta \phi_m \quad (۲-۳۱)$$

عبارت  $\phi_d$  را میتوان تابع عدم برازش بین داده‌های مشاهده‌ای و داده‌های محاسبه‌ای در نظر گرفت.

$$\phi_d = \|Gm - d^{obs}\|_2 \quad (۲-۳۲)$$

همچنین عبارت  $\phi_m$  در رابطه (۲-۳۱) عبارت منظم‌ساز<sup>۵</sup> نامیده می‌شود و همچنین پارامتر  $\beta$  را پارامتر منظم‌سازی<sup>۶</sup> نامیده می‌شود. رابطه (۲-۳۱) را می‌توان به شکل زیر نشان داد [Aster et al, 2013]:

$$\min \|Gm - d^{obs}\|_2^2 + \beta \|m\|_2^2 \quad (۲-۳۳)$$

## ۲-۶-۱- پارامتر منظم‌سازی

پارامتر منظم‌سازی وزن نسبی بین تابع عدم برازش و عبارت منظم‌ساز در رابطه (۲-۳۳) را کنترل می‌کند. اگر پارامتر منظم‌سازی صفر انتخاب گردد تابعی که کمینه می‌گردد فقط شامل عدم برازش خواهد

---

<sup>۱</sup> Ill-posed

<sup>۲</sup> Tikhonov Regularization

<sup>۳</sup> Objective function

<sup>۴</sup> Minimum

<sup>۵</sup> Regularized function

<sup>۶</sup> Regularization parameter

بود. در نتیجه مدل حاصل بدون توجه به ساختارهای کاذب ایجاد شده است و به بهترین شکل بر داده‌ها برازش پیدا می‌کند. اما اگر پارامتر منظم‌سازی مقدار بزرگی انتخاب شود، آنگاه تابع پایدارکننده تا حد ممکن کوچک شده ولی مقدار عدم برازش بزرگ خواهد بود [Li and Oldenburg, 2005]. روش‌های متعددی برای تعیین پارامتر منظم‌سازی در مسائل وارون‌سازی خطی داده‌های وجود دارد که هر کدام از این روش‌ها تحت شرایط خاصی پارامتر منظم‌سازی را به خوبی تعیین می‌کنند ولی تحت شرایطی دیگر نمی‌توانند پارامتر منظم‌سازی را به خوبی تعیین کنند. روش‌هایی نظیر روش اصل اختلاف<sup>۱</sup>، روش منحنی L<sup>۲</sup>، روش تخمینگر ناریب ریسک احتمالی<sup>۳</sup>، روش نمودار تناوب تجمعی نرمال شده<sup>۴</sup>، روش اعتبارسنجی متقاطع تعمیم یافته<sup>۵</sup> و روش متعادل‌سازی قید فعال<sup>۶</sup> برای تعیین مقدار پارامتر منظم‌سازی استفاده می‌شود. در ادامه دو روش اعتبارسنجی متقاطع تعمیم‌یافته و روش متعادل‌سازی قید فعال به عنوان روش‌های انتخاب پارامتر منظم‌سازی بیان می‌شود.

## ۲-۶-۲- روش اعتبارسنجی متقاطع تعمیم‌یافته

یکی از روش‌های رایج در انتخاب پارامتر منظم‌سازی روش اعتبارسنجی متقاطع تعمیم‌یافته (GCV) است [Wahba, 1990; Golub et al., 1979; Golub and Von Matt, 1997]. در این روش فرض بر این است که جواب مناسب برای یک مسئله وارون‌سازی، جوابی است که بی‌جهت به هیچ داده‌ای حساس نیست. یعنی با استفاده از مدل حاصل از حل مسئله وارون می‌توان یک داده را تخمین زد حتی اگر آن داده برای محاسبه مدل به کار گرفته نشده باشد. به همین دلیل از نام اعتبارسنجی برای این روش استفاده می‌شود.

---

<sup>۱</sup> Discrepancy principle (DP)

<sup>۲</sup> L-cruve (LC)

<sup>۳</sup> Unbiased Predictive Risk Estimator (UPRE)

<sup>۴</sup> Normalized Cumulative Periodogram (NCP)

<sup>۵</sup> Genelarized cross validation (GCV)

<sup>۶</sup> Active Constraine Balancing (ACB)

در روش اعتبارسنجی متقاطع تعمیم‌یافته مقدار پارامتر منظم‌سازی ( $\beta$ )، مقداری است که بتوان تمام داده‌ها را با استفاده از مدل حاصل از حل مسئله وارون با مقدار بهینه پارامتر منظم‌سازی به بهترین شکل تخمین زد.

در این روش برای انجام محاسبات ابتدا یک مقدار برای  $\beta$  فرض می‌شود. سپس  $N$  امین داده دلخواه از داده‌ها حذف می‌شود و بردار داده‌ها به شکل  $d_n^{obs}$  بازنویسی می‌شود. وارون‌سازی بردار داده‌های جدید با کمینه کردن تابع هدف در رابطه (۳۱-۲) انجام می‌شود. اگر بردار  $\rho_n^\beta$  جواب مسئله وارون باشد، مقدار داده حذف شده ( $d_n^{pred}$ )، با استفاده از مدل ایجاد شده تخمین زده می‌شود. اختلاف بین داده تخمین زده شده و داده اندازه‌گیری شده در تابع اعتبارسنجی ( $CV(\beta)$ ) انباشته می‌شود. اگر فرآیند ذکر شده برای تمام مقادیر  $n=1, \dots, N$  انجام شود، می‌توان نوشت:

$$CV(\beta) = \sum_{n=1}^N (d_n^{pred} - d_n^{obs})^2 \quad (۳۴-۲)$$

با تکرار فرآیند فوق برای مقادیر  $\beta$  دیگر، منحنی اعتبارسنجی به‌عنوان تابعی از  $\beta$  محاسبه می‌شود. نقطه کمینه تابع اعتبارسنجی، مقدار بهینه پارامتر منظم‌سازی  $\beta$  محسوب می‌شود. اگر روش اعتبارسنجی را به‌گونه‌ای بیان کنیم که برای حذف هر داده نیازی به حل صریح مسئله وارون نباشد، در این صورت به آن روش اعتبارسنجی متقاطع تعمیم‌یافته (GCV) گفته می‌شود [Golub et al., 1979]. اخیراً این تابع بصورت زیر بیان شده است [Golub and Von Matt, 1997]:

$$GCV(\beta) = \frac{\|G\rho - d^{obs}\|^2}{\{N - \text{trace}(C_\beta)\}^2} \quad (۳۵-۲)$$

در رابطه (۳۵-۲)، مقدار  $C_\beta$  از رابطه زیر به‌دست می‌آید:

$$C_\beta = G(G^T G + \beta L^T L)^{-1} G^T \quad (۳۶-۲)$$

در صورت زیاد بودن تعداد پارامترهای مدل، محاسبه جمع قطر اصلی ماتریس  $C_\beta$  (رد ماتریس  $C_\beta$ ) در رابطه (۳۶-۲) به‌صورت مستقیم دشوار است. بنابراین می‌توان از روش تخمین گر تصادفی رد هاجینسون

برای محاسبه رد ماتریس  $C_\beta$  استفاده کرد [Hutchinson, 1990]. در این روش رد ماتریس  $C_\beta$  از رابطه زیر قابل محاسبه است:

$$\text{trace}(C(\beta)) = u^T C_\beta u \quad (37-2)$$

که در آن  $u \in R^{N \times 1}$  یک بردار تصادفی که از اعداد ۱ و -۱ تشکیل شده است و احتمال وقوع هر یک از آن ۰/۵ است. بنابراین در صورتی که تعداد پارامترهای مدل زیاد باشد، تابع اعتبارسنجی متقاطع تعمیم یافته (GCV) بصورت زیر قابل محاسبه است:

$$GCV(\beta) = \frac{\|G\rho - a^{obs}\|^2}{\{N - (u^T C_\beta u)\}^2} \quad (38-2)$$

داده‌های حاصل از مدل به دست آمده با پارامتر منظم‌سازی انتخاب شده از روش اعتبارسنجی متقاطع تعمیم یافته گاهی اوقات بر داده‌های مشاهده‌ای بیش برآزش دارد. همچنین در برخی مواقع تابع اعتبارسنجی متقاطع تعمیم یافته، مقدار کمینه مطلق ندارد. در نتیجه دو یا چند مقدار به عنوان پارامتر منظم‌سازی بهینه انتخاب می‌شود. به هر حال در بیشتر اوقات این روش خوب عمل می‌کند. این روش یک روش آماری است و اگر تعداد داده‌ها بیشتر شود خوب عمل می‌کند و در کل بهتر است تعداد داده‌ها ۳۰ عدد یا بیشتر باشد [Li and Oldenburg, 2005].

### ۲-۶-۳- روش متعادل سازی قید فعال

تعیین مقدار بهینه پارامتر منظم‌سازی (ضرایب لاگرانژ)، در حالتی که تعادل بین تابع عدم برآزش و تابع منظم‌ساز تیخونوف را حفظ کند، از اهمیت بالایی برخوردار است. در مدل سازی معکوس سعی می‌شود برآورد خوبی از ضرایب لاگرانژ داشته باشیم. اما پیدا کردن بهترین ضریب، کار ساده‌ای نیست. به لحاظ نظری، مقادیر بزرگ برای ضریب لاگرانژ، قیده‌های بیشتری را به جواب اعمال می‌کند و تفکیک پذیری ضعیف‌تری از پارامترها را به دست می‌دهد. از سوی دیگر مقادیر کم ضریب لاگرانژ بر پایداری و ارون اثر منفی



دارد . یک مقدار بینابینی برای ضریب لاگرانژ به منظور دستیابی به تفکیک پذیری و پایداری لازم است . این رهیافت این حقیقت را نادیده میگیرد که همه پارامترها، تفکیک پذیری یکسانی ندارند . برای یک پارامتر غیرقابل تفکیک، در صورتی که ضریب لاگرانژ داده شده خیلی کوچک باشد، باعث تولید جوابهای پایدار پر خطا خواهد شد . برای پارامترهای با تفکیک پذیری زیاد، تفکیک پذیری کاهش یافته و اطلاعات زمین قابل بازیابی نخواهد بود . بنابراین تغییر ضریب لاگرانژ در حین همگرایی معکوس سازی برای دستیابی به تفکیک پذیری بیشتر و پایداری ترجیح داده میشود [Nemeth & Qin, 1997]. لذا این روش در مقایسه با حالتی که یک مقدار ثابت برای ضریب لاگرانژ در وارون به کار میرود دقیق تر است. یک رهیافت به منظور استفاده از ضریب لاگرانژ متغیر با تکرار در فرایند وارون، استفاده از ضریب لاگرانژ متغیر با مکان است [Saski, 1989]. که این روش با آزمون و خطا قابل حصول است. برای مشخص کردن تفکیک پذیری از تابع توزیع باکوس-گیلبرت که به منظور ارزیابی توزیع مکانی بردارهای سطری ماتریس کیفیت به کار می رود، استفاده میشود [Menke, 1989]. یک مقدار بزرگ تابع توزیع برای یک پارامتر مشخص بیانگر از بین رفتن تفکیک پذیری آن پارامتر و یا برعکس است. این تابع توزیع برای  $\hat{I}$  آمین پارامتر به صورت زیر نوشته می شود:

$$SP_i = \sum_{j=1}^N (w_{ij}(1 - s_{ij})R_{ij})^2 \quad (39-2)$$

که در آن  $N$  تعداد پارامترها و  $w_{ij}$  ضریب وزنی قابل محاسبه از فاصله مکانی بین دو پارامتر  $i$  و  $j$  است. در اینجا  $s_{ij}$  ماتریس مورد استفاده برای هموارسازی در فرایند وارون است (برای مثال تاثیر قیدهای هموارکننده ویا میرایی).  $R$  ماتریس حساسیت است که حاصلضرب ماتریس کرنل ( $G$ ) در ماتریس شبه وارون کرنل ( $G^+$ ) می باشد :

$$R = G^+G \quad (40-2)$$

در متعادل سازی فعال، ابتدا تابع توزیع ماتریس تفکیک را از راه روابط (39-2) با یک مقدار کوچک

برای ضریب لاگرانژ (برای مثال ۰/۰۰۵) پیدا میکنیم . سپس تابع توزیع را به ضرایب لاگرانژ متغیر با مکان محدود شده با مقادیر از پیش تعیین شده تبدیل می کنیم . اگر تابع توزیع پارامتر بزرگ باشد (که نشان دهنده تفکیک پذیری کم است)، متعادل سازی فعال مقدار بزرگی را برای ضریب لاگرانژ به آن پارامتر اختصاص می دهد و برعکس . بر طبق توابع توزیع، ضرایب لاگرانژ به صورت خطی در فضای لگاریتمی بین محدوده از پیش انتخاب شده پایین و بالا اختصاص داده می شوند . فضای لگاریتمی از آن جهت انتخاب می شود که تابع توزیع به صورت لگاریتمی بنا به موقعیت پارامترهای مدل تغییر می کند و میزان تفکیک پذیری به صورت معکوس با نسبت لگاریتم تابع توزیع ارتباط دارد . تابع زیر ضریب لاگرانژ را براساس تابع توزیع تخصیص می دهد [Yi et al, 2003]:

$$\log(\lambda_i) = \log(\lambda_{min}) + \frac{\log(\lambda_{max}) - \log(\lambda_{min})}{\log(SP_{max}) - \log(SP_{min})} \times \{\log(SP_i) - \log(SP_{min})\} \quad (2-41)$$

که در آن،  $\lambda_i$  ضریب لاگرانژ برای پارامتر  $i$  و  $SP_i$  تابع توزیع پارامتر  $i$  است.  $\lambda_{min}$  و  $\lambda_{max}$  به ترتیب مقادیر کم و زیاد برای ضریب لاگرانژ هستند  $SP_{min}$  و  $SP_{max}$  به ترتیب مقادیر کم و زیاد برای تابع توزیع هستند. باید دقت شود که تابع توزیع برای یک پارامتر خاص باید بین مقادیر  $SP_{min}$  و  $SP_{max}$  قرار گیرد. در انتخاب مقادیر زیاد و کم برای تابع توزیع و ضریب لاگرانژ، ضروری است که ضریب لاگرانژ و تابع توزیع به دقت بررسی شود . تابع توزیع می باید بین دو حد بیشینه و کمینه تعیین شده برای تابع توزیع باشد . برای مقادیر زیاد و کم ضریب لاگرانژ نیز دو مقدار کمینه و بیشینه در نظر می گیریم. به عبارت دیگر ، در روش متعادل سازی قید فعال، کاربر می تواند با انتخاب دو مقدار بیشینه و کمینه بازه تغییرات پارامتر منظم سازی را تعیین کند. ب مقادیر تخصیص داده شده برای حدود بالا و پایین تابع توزیع و ضریب لاگرانژ می توان توزیع ضریب لاگرانژ را به صورت خودکار در فضای یک، دو و سه بعدی عملی ساخت رهیافت متعادل سازی فعال قادر است ویژگی های مدل و داده را در فرایند وارون نشان دهد . این ویژگی ها به آسانی قابل درک هستند زیرا تابع توزیع از کرنلی بهره میگیرد که وابسته به ویژگی های پارامترهای مدل و داده است.

### ۳- فصل سوم:

تئوری روش وارون سازی سه بعدی داده های میدان

پتانسیل

روش‌های میدان پتانسیل به‌عنوان روش‌های پرکاربرد و کم‌هزینه در اکتشاف مواد معدنی، بر اساس ویژگی‌های میدان‌های پتانسیل توزیع چگالی و خودپذیری مغناطیسی سنگ‌ها را محاسبه می‌کند. به‌دست آوردن پارامترهای مدل از طریق داده‌ها و مدل‌سازی وارون داده‌های میدان پتانسیل از نظر عددی مشکل بوده جواب منحصر به‌فرد نیست [Li and Oldenburg, 1996; Zhdanov, 2002]. به عبارت دیگر ممکن است بی‌نهایت مدل وجود داشته باشد که داده‌های میدان پتانسیل را بخوبی توجیه نماید. انتخاب مدلی که با قیده‌های زمین‌شناسی موجود در منطقه همخوانی داشته باشد، یک راه‌حل مناسب برای رفع این مشکل محسوب می‌شود. روش وارون‌سازی هموار و مدل کوچک<sup>۱</sup> [Li and Oldenburg, 1996] برای انتخاب یک مدل مناسب به‌عنوان یک روش پرکاربرد شناخته شده‌است. در ادامه این فصل، وارون‌سازی داده‌های میدان پتانسیل به روش هموار مورد بررسی قرار می‌گیرد.

### ۳-۲- مدل‌سازی وارون هموار سه بعدی داده‌های میدان پتانسیل

در مدل‌سازی وارون هموار داده‌های میدان پتانسیل می‌توان سیستم معادلات را به شکل  $Gm = d^{obs}$  نوشت که  $G$  ماتریس حساسیت است.  $d^{obs} \in R^N$  بردار داده‌های مشاهده‌ای و  $m \in R^M$  بردار پارامترهای مدل است. از طرفی حل یک مسئله وارون با استفاده از رابطه فوق امکان‌پذیر نیست و همان‌طور که در فصل قبل گفته شد برای حل یک مسئله وارون باید یک تابع هدف را کمینه شود. تابع هدفی که برای وارون‌سازی داده‌های میدان پتانسیل در نظر گرفته می‌شود [Li and Oldenburg, 1996]:

$$\phi(m) = \phi_d + \beta \phi_m \quad (۱-۳)$$

<sup>۱</sup> Smooth and small model inversion

که در آن  $\Phi(m)$  تابع هدف بوده و  $\phi_m$  تابع منظم‌ساز و  $\phi_d$  تابع عدم برازش است:

$$\phi(d) = \sum_{i=1}^N \left( \frac{(Gm)_i - d_i^{obs}}{\sigma_i} \right)^2 = \|W_d(Gm - d^{obs})\|_2^2 \quad (2-3)$$

در رابطه بالا،  $\sigma_i$  مقدار انحراف معیار  $i$  امین داده است و همینطور بیانگر مقدار نوفه موجود در داده  $i$  ام است. همچنین  $W_d$  یک ماتریس قطری است که  $i$  امین درایه آن روی قطر اصلی  $\frac{1}{\sigma_i}$  است. این ماتریس به عنوان ماتریس وزنی مقدار نوفه بر روی داده‌ها اعمال می‌شود. بطور معمول مقدار نوفه موجود در داده‌ها به صورت توزیع گوسی<sup>۱</sup> با انحراف معیار مشخص در نظر گرفته می‌شود [Li and Oldenburg, 2005]. اگر مقدار عدم برازش تقریباً برابر با تعداد داده‌ها شود می‌توان مقدار عدم برازش بین داده‌های حاصل از مدل و داده‌های مشاهده‌ای را مناسب در نظر گرفت [Li and Oldenburg, 1996].

$$\phi(d) \cong d \quad (3-3)$$

با توجه به مطالب فوق تابع عدم برازش را می‌توان به شکل زیر نوشت:

$$\phi(d) = \|\tilde{G}m - \tilde{d}^{obs}\|_2^2 \quad (4-3)$$

در رابطه فوق،  $\tilde{G} = W_d G$  و  $\tilde{d}^{obs} = W_d d^{obs}$  است. در رابطه (۳-۱) پارامتر منظم‌سازی است که می‌توان مقدار آن را با استفاده از یکی روش‌های انتخاب پارامتر منظم‌سازی که در فصل قبل شرح داده شد، به دست آورد.  $\Phi(s)$  تابع پایدارکننده است که برای مدل‌سازی وارون هموار سه بعدی داده‌های میدان پتانسیل به صورت زیر تعریف می‌شود [Li and Oldenburg, 1996]:

$$\phi(s) = (W_z m)^T (L_x^T L_x + L_y^T L_y + L_z^T L_z) (W_z m) \quad (5-3)$$

---

<sup>۱</sup> Gaussian

که در آن  $L_x$  و  $L_y$  و  $L_z$  ماتریس‌های عملگر مشتق در جهت محورهای  $x$  و  $y$  و  $z$  هستند و  $W_z$  ماتریس وزنی عمقی است. در وارون‌سازی داده‌های میدان پتانسیل، مقادیر درایه‌های نزدیک به سطح زمین به سمت عمق در ماتریس حساسیت کاهش می‌یابد. این مسئله باعث تمرکز قرارگیری پارامترهای فیزیکی مدل حاصل از وارون‌سازی در سطح زمین می‌شود. برای برطرف کردن این مشکل که به خاطر هندسه مسئله در روش‌های میدان پتانسیل ایجاد می‌شود، ماتریس وزنی عمقی را باید وارد روند حل مسئله وارون کرد. ماتریس وزنی عمقی به شکل زیر قابل محاسبه است [Li and Oldenburg, 1996]:

$$W_z = \text{diag}((z + z_0)^{-\frac{\gamma}{2}}) \quad (6-3)$$

ضریب  $\gamma$  برای وارون‌سازی داده‌های گرانی برابر ۲ و برای داده‌های مغناطیس برابر ۳ در نظر گرفته می‌شود [Li and Oldenburg, 1996]. در رابطه (۶-۳)،  $z$  عمق مرکز هر سلول زیر سطحی است و  $z_0$  ارتفاع برداشت داده‌ها از سطح زمین است. در نهایت تابع پایدارکننده را برای مدل‌سازی وارون هموار داده‌های میدان پتانسیل می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$\phi(s) = \|L_m W_z m\|_2^2 = \|W_m\|_2^2 \quad (7-3)$$

در رابطه (۷-۳)  $W_m = L_x + L_y + L_z$  و  $W_m = L_m W_z$  است. بردار پارامترهای مدل ( $\mathbf{m}$ ) حاصل از وارون‌سازی هموار داده‌های میدان پتانسیل را می‌توان از طریق حل معادله زیر به دست آورد:

$$(\tilde{G}^T \tilde{G} + \beta W_m^T W_m) \mathbf{m} = \tilde{G}^T \tilde{d}^{obs} \quad (8-3)$$

با توجه به رابطه (۹-۳) برای به دست آوردن بردار پارامترهای مدل باید مسئله حداقل مربعات<sup>۱</sup> زیر حل

---

<sup>۱</sup> Least square problem

شود:

$$\min \left\| \begin{bmatrix} \tilde{G} \\ \sqrt{\beta} W_m \end{bmatrix} m - \begin{bmatrix} \tilde{d}^{obs} \\ 0 \end{bmatrix} \right\|_2^2 \quad (9-3)$$

رابطه (۹-۳) را می‌توان با روش‌های تکرار<sup>۱</sup> مختلفی حل نمود. روش‌های تکرار، روش‌هایی هستند که چون ذخیره نمودن همه اعضا یک ماتریس بزرگ در رایانه نیاز به حافظه زیادی دارند، در این موارد از این روش‌ها استفاده می‌شود [Aster et al., 2013]. از روش‌های تکرار می‌توان نظیر روش گرادیان مزدوج<sup>۲</sup>، روش دوقطری سازی لنگزوس<sup>۳</sup>، روش گرادیان تعدیل شده نیوتن<sup>۴</sup> نام برد. در این مطالعه برای حل رابطه (۹-۳) از روش دوقطری سازی لنگزوس استفاده شده است که در ادامه شرح داده شده است.

### ۳-۲-۱- روش دوقطری سازی لنگزوس

این روش به‌عنوان یک روش تکرار بر مبنای ایجاد بردارهای پایه متعامد برای زیرفضای کرلیف  $\kappa_k$  عمل می‌کند که با نام روش دوقطری سازی لنگزوس نیز شناخته می‌شود [Piage and Saunders, 1989]. در این روش سیستم معادلات اصلی با یک سیستم معادلات با ابعاد کمتر جایگزین می‌شود. این امر باعث می‌شود سرعت حل مسئله با دقت بالا افزایش یابد [Abedi et al., 2013]. با استفاده از این روش می‌توان رابطه (۸-۳) را به شکل زیر نوشت:

$$\mathbf{m} = (\tilde{G}^T \mathbf{G} + \beta W_m^T W_m)^{-1} \mathbf{G}^T \mathbf{d}^{obs} \quad (10-3)$$

این روش با ایجاد یک ماتریس دوقطری و پراکنده با استفاده از بردارهای پایه متعامد و جایگذاری آن

<sup>۱</sup> Iterative methods

<sup>۲</sup> Conjugate gradient

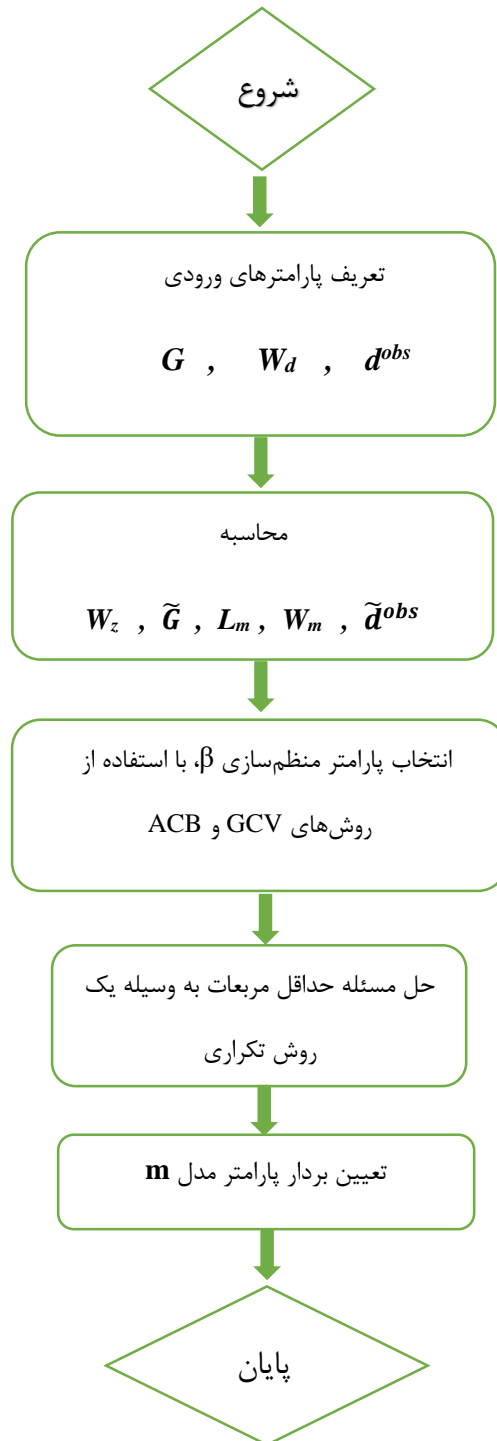
<sup>۳</sup> Lanczos bidiagonalization

<sup>۴</sup> Gradient projection reduced Newton

ماتریس به جای ماتریس حساسیت  $G$  باعث می‌شود حجم کمتری از فضا در حافظه رایانه اشغال شود و همچنین زمان اجرای برنامه را سریع‌تر می‌کند.

با توجه به توضیحات بالا برای حل مسئله حداقل مربعات در رابطه (۳-۹) از روش دوقطری سازی لنگزوس استفاده شده است که این امر سرعت انجام مدل‌سازی وارون هموار داده‌های میدان پتانسیل را افزایش داده است به گونه‌ای که به حجم حافظه رایانه‌ای کمتری نیاز باشد. مراحل مدل‌سازی وارون هموار برای داده‌های میدان پتانسیل در شکل (۳-۱) نمایش داده شده است.





شکل ۳-۱: فلوچارت مدل‌سازی وارون هموار سه‌بعدی داده‌های میدان پتانسیل



#### ۴- فصل چهارم:

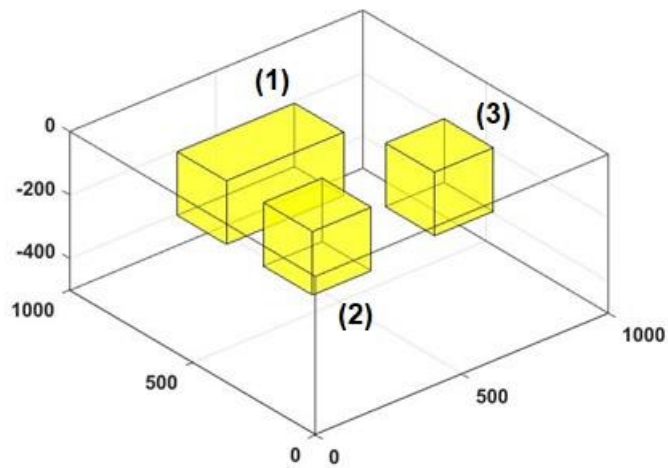
مقایسه روش‌های محاسبه پارامتر منظم‌سازی با استفاده از

داده‌های مدل‌های مصنوعی

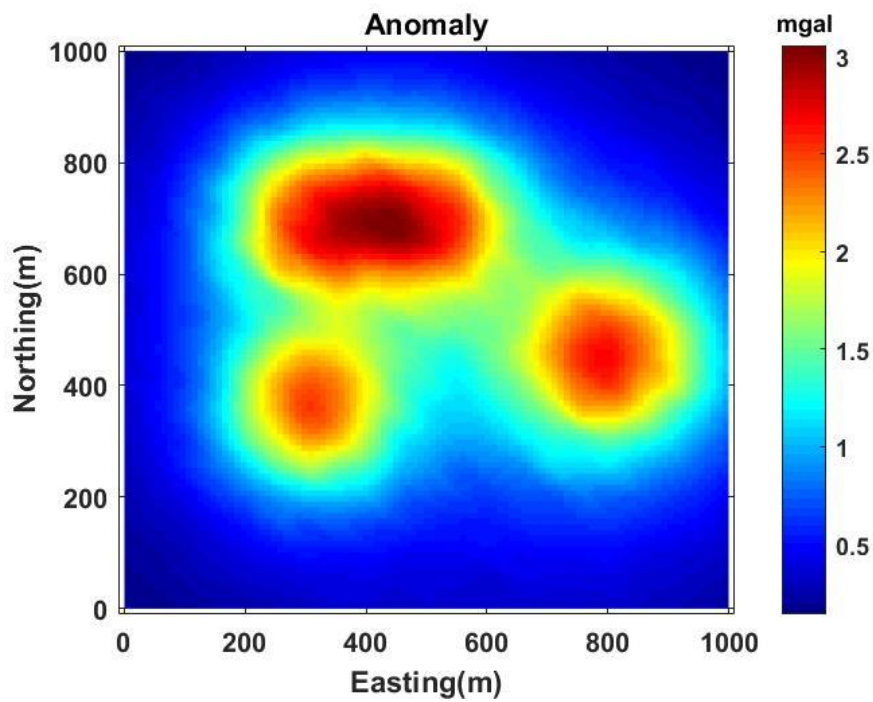
همان‌گونه که در فصل‌های قبل توضیح داده شد هدف اصلی در این پژوهش مقایسه روش‌های محاسبه پارامتر منظم‌سازی برای مدل‌سازی وارون هموار سه‌بعدی داده‌های میدان پتانسیل می‌باشد. در این راستا به مقایسه و ارزیابی دو روش کارآمد در محاسبه پارامتر منظم‌سازی که نقش بسیار مهمی در فرآیند مدل‌سازی وارون دارد، پرداخته شده است. در این فصل به مدل‌سازی وارون داده‌های مصنوعی گرانی‌سنجی و مغناطیس‌سنجی پرداخته شده است. تمام مراحل وارون‌سازی به صورت خودکار با برنامه نویسی در نرم‌افزار MATLAB اجرا می‌شود. به منظور نشان دادن کارایی روش، درک چگونگی کارایی روش و جزئیات مربوط به آن، به مدل‌سازی وارون داده‌های مصنوعی بدون نوفه و داده‌های مصنوعی نوفه دار گرانی‌سنجی و مغناطیس‌سنجی پرداخته شده است که نتایج مربوط به مدل‌سازی در ادامه خواهد آمد.

#### ۴-۲- مدل‌سازی وارون داده‌های مصنوعی گرانی‌سنجی

برای بررسی و مقایسه روش‌های محاسبه پارامتر منظم‌سازی در مدل‌سازی وارون هموار سه بعدی داده‌های گرانی‌سنجی از یک مدل مصنوعی شامل سه بلوک با ابعاد مختلف استفاده شده است. در مدل مصنوعی مقدار چگالی زمینه برابر صفر در نظر گرفته شده و اختلاف چگالی بین دو بلوک و محیط اطراف ۱ گرم بر سانتیمتر مکعب و یک بلوک دیگر دارای اختلاف چگالی ۲ گرم بر سانتیمتر مکعب با محیط اطراف خود می‌باشد (شکل ۴-۱). تمامی بلوک‌ها در اعماق متفاوتی نسبت به یکدیگر قرار گرفته‌اند. داده‌های حاصل از این مدل بر روی سطح زمین با فواصل  $50 \times 50$  متر محاسبه می‌شود و همچنین ۵ درصد نوفه با توزیع تصادفی به داده‌ها اضافه می‌گردد. تعداد داده‌ها در این مثال برابر ۴۴۱ است (شکل ۴-۲).



شکل ۴-۱: نمایی سه‌بعدی از مدل‌های مصنوعی گرانی‌سنجی



شکل ۴-۲: داده‌های گرانی‌سنجی ناشی از مدل‌های مصنوعی به همراه ۵ درصد نوفه تصادفی

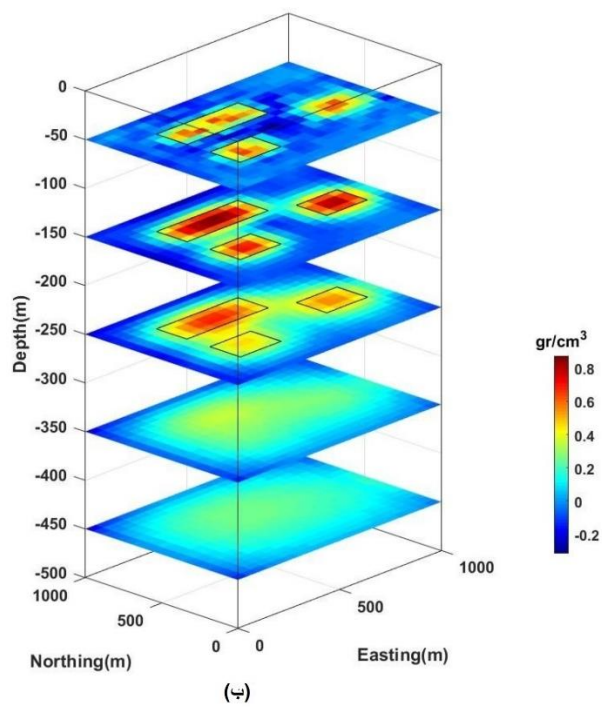
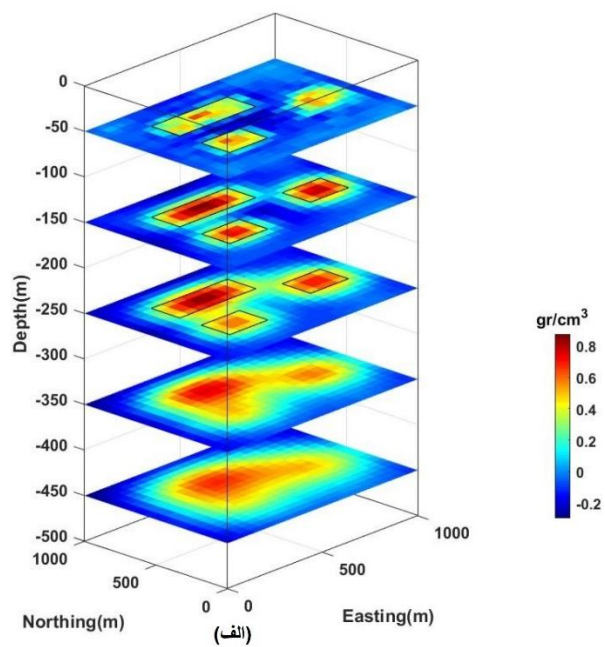
در مدل‌سازی وارون هموار با استفاده از روش دوقطری‌سازی لنگزوس و روش‌های تخمین پارامتر منظم‌سازی اعتبارسنجی متقاطع تعمیم‌یافته و متعادل‌سازی قید فعال انجام شده است. بدین منظور در ابتدا زیر سطح

زمین به سلول‌هایی با ابعاد  $50 \times 50 \times 50$  متر تقسیم‌بندی می‌شود. در این مدل مصنوعی تعداد پارامترهای مدل برابر با  $20 \times 20 \times 10 = 4000$  است. ابعاد هر یک از مدل‌های مصنوعی در جدول (۱-۴) آورده شده است.

جدول (۱-۴): مشخصات هندسی مدل‌های مصنوعی گرانی ارائه شده.

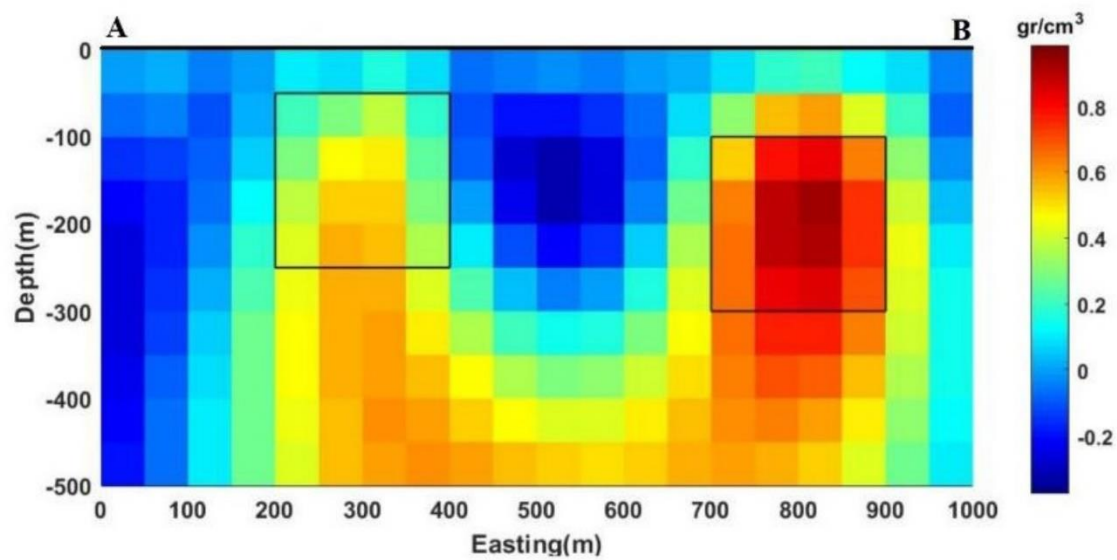
شماره مدل	ابعاد مدل $x \times y \times z$	عمق بالای مدل	چگالی ( $\text{gr/cm}^3$ )
(۱)	$400 \times 200 \times 200$	-۵۰	۱
(۲)	$200 \times 200 \times 200$	-۵۰	۱
(۳)	$200 \times 200 \times 200$	-۱۰۰	۲

نتایج حاصل از مدل‌سازی وارون هموار بر روی مدل‌های مصنوعی و مقایسه عملکرد روش‌های اعتبارسنجی متقاطع تعمیم‌یافته و متعادل‌سازی قید فعال در شکل (۳-۴) نشان داده شده است. با توجه به شکل (۳-۴) موقعیت بلوک‌ها به خوبی نمایش می‌دهد. با توجه به موقعیت واقعی هر بلوک که در شکل (۱-۴) نمایش داده شده است نتایج به دست آمده در فرآیند وارون‌سازی موقعیت واقعی هر بلوک را در شکل (۳-۴) با خط‌های سیاه رنگ نمایش داده است که جواب‌ها قابل قبول است. زمان، حجم حافظه رایانه‌ای لازم، تعداد تکرارها و مقدار عدم برازش برای داده‌های صحرایی گرانی در هریک از روش‌های محاسبه‌ی پارامتر منظم‌سازی در جدول (۲-۴) نمایش داده شده است. در شکل (۴-۴) با استفاده از مقایسه برش قائم در فاصله ۴۰۰ متری به طرف شمال به خوبی مشاهده می‌شود که روش متعادل‌سازی قید فعال در مقایسه با روش اعتبارسنجی متقاطع تعمیم‌یافته کارایی بهتری در تخمین عمق زیرین مدل ارائه می‌کند.

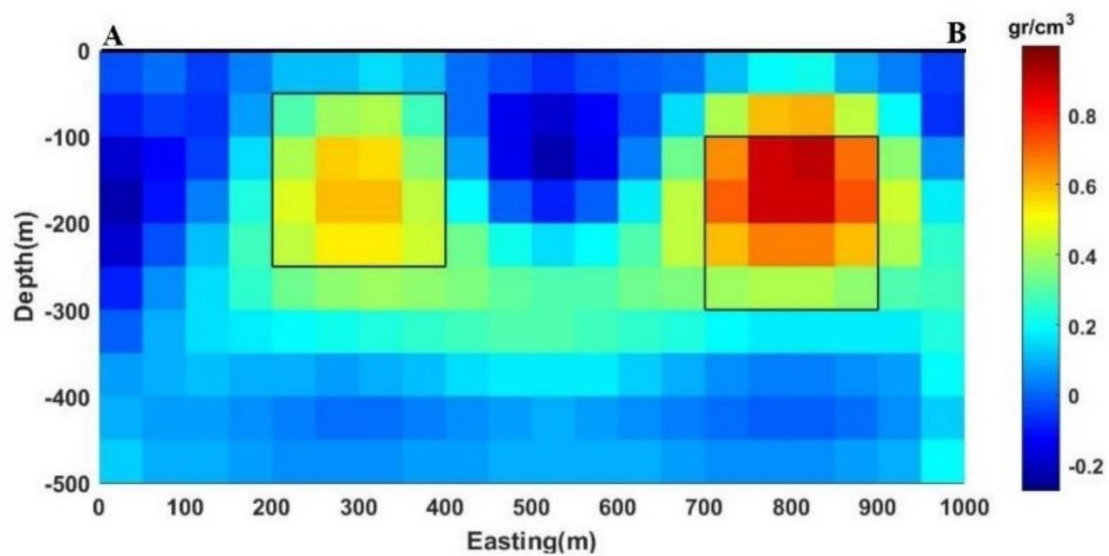


شکل ۴-۳: تصویر برش‌های افقی در اعماق مختلف. وارون‌سازی با استفاده از روش اعتبارسنجی متقاطع تعمیم-

یافته (الف). روش متعادل‌سازی قید فعال (ب).



(الف)



(ب)

شکل ۴-۴: تصویر برش‌های عرضی در فاصله ۴۰۰ متری به سمت شمال. وارون‌سازی با استفاده از روش اعتبارسنجی

مقاطع تعمیم‌یافته (الف). روش متعادل‌سازی قید فعال (ب).



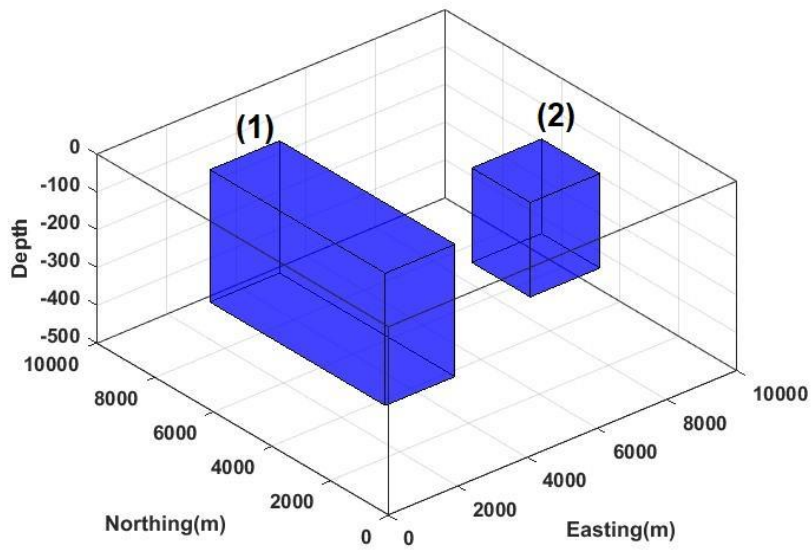
جدول (۴-۲): مدت زمان، تعداد تکرار، حجم حافظه‌ی رایانه‌ای و مقدار عدم برازش در هریک از روش‌های محاسبه

پارامتر منظم‌سازی در مدل‌سازی وارون داده‌های حاصل از مدل مصنوعی گرانی.

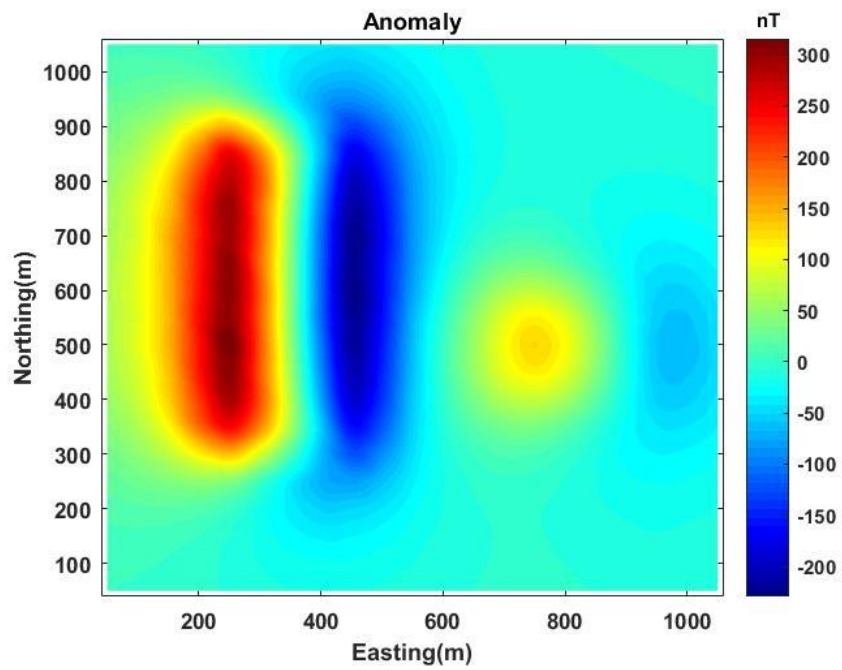
روش منظم‌سازی	زمان اجرا الگوریتم (S)	تعداد تکرارها	حافظه مورد استفاده رایانه	عدم تطابق داده‌ها
روش (GCV)	۴/۲۱	۲۰	٪۴۵	۱/۶۶
روش (ACB)	۳/۷۸	۲۵	٪۴۸/۷	۱/۵۹

#### ۴-۳-مدل‌سازی وارون داده‌های مصنوعی مغناطیس‌سنجی

برای بررسی روش‌های پیشنهادی در مدل‌سازی وارون هموار سه‌بعدی داده‌های مغناطیس از یک مدل مصنوعی شامل دو بلوک در ابعاد و اختلاف خودپذیری‌های مغناطیسی مختلف می‌باشد (شکل ۴-۵). مقدار خودپذیری مغناطیسی زمینه صفر در نظر گرفته می‌شود. همچنین دو بلوک در دو عمق متفاوتی نسبت به یکدیگر قرار گرفته‌اند. داده‌های حاصل از این مدل بر روی سطح زمین با فواصل  $50 \times 50$  متر محاسبه می‌شود و همچنین ۵ درصد نوفه با توزیع تصادفی به داده‌ها اضافه می‌گردد (شکل ۴-۶). تعداد داده‌ها در این مثال برابر ۴۴۱ است. مقدار زاویه میل و انحراف میدان مغناطیسی  $45^\circ$  و مقدار میدان مغناطیسی کل (nT)  $48000$  می‌باشد.



شکل ۴-۵: نمایی سه‌بعدی از مدل‌های مصنوعی مغناطیس‌سنجی



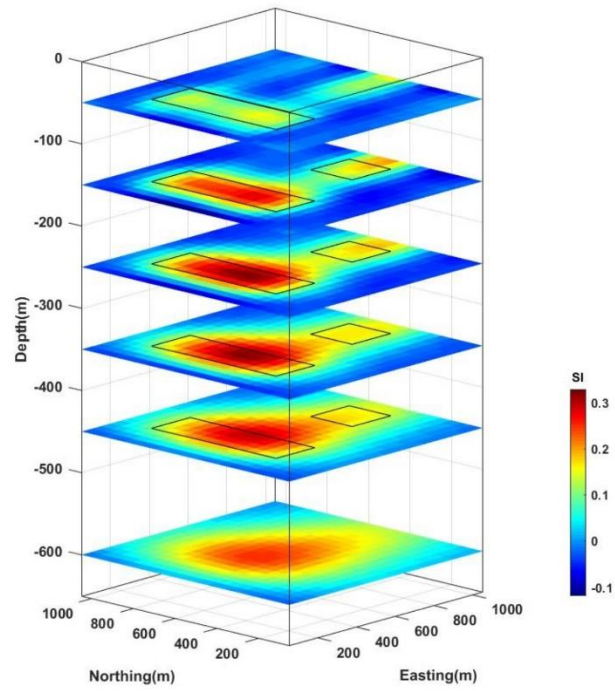
شکل ۴-۶: داده‌های مغناطیس‌سنجی ناشی از مدل‌های مصنوعی به همراه ۵ درصد نوفه تصادفی

در مدل‌سازی وارون هموار با استفاده از روش دوقطری‌سازی لنگزوس و روش‌های تخمین پارامتر منظم‌سازی اعتبارسنجی متقاطع تعمیم‌یافته و متعادل‌سازی قید فعال انجام شده است. بدین منظور در ابتدا زیر سطح زمین به سلول‌هایی با ابعاد  $50 \times 50 \times 50$  متر تقسیم‌بندی می‌شود. در این مدل مصنوعی تعداد پارامترهای مدل برابر با  $20 \times 20 \times 13 = 5200$  است. ابعاد هر یک از مدل‌های مصنوعی در جدول (۳-۴) آورده شده است.

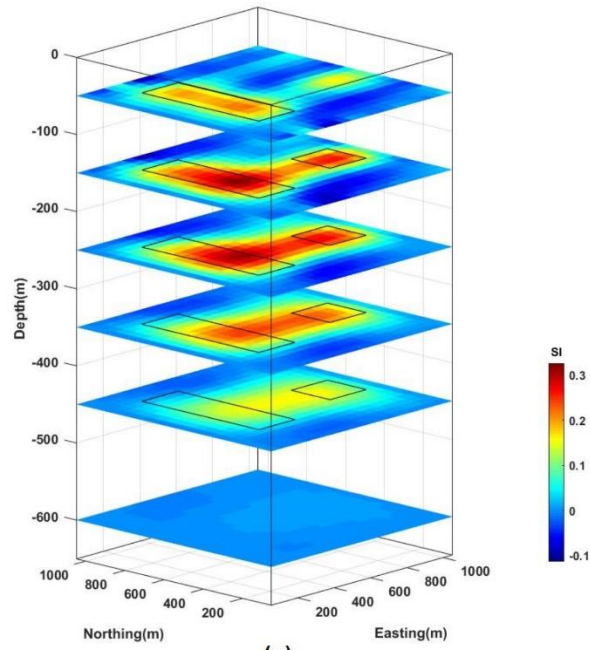
جدول (۳-۴): مشخصات هندسی مدل‌های مصنوعی مغناطیسی ارائه شده.

شماره مدل	ابعاد مدل $x \times y \times z$	عمق بالای مدل	خودپذیری مغناطیسی (SI)
(۱)	$600 \times 200 \times 250$	-۵۰	۰/۰۸
(۲)	$200 \times 200 \times 250$	-۱۰۰	۰/۰۶

نتایج حاصل از مدل‌سازی وارون هموار بر روی مدل‌های مصنوعی و مقایسه عملکرد روش‌های اعتبارسنجی متقاطع تعمیم‌یافته و متعادل‌سازی قید فعال در شکل (۷-۴) نشان داده شده است. با توجه به شکل (۷-۴) موقعیت بلوک‌ها را به خوبی نمایش می‌دهد. با توجه به موقعیت واقعی هر بلوک که در شکل (۵-۴) نمایش داده شده است نتایج به دست‌آمده در فرآیند وارون‌سازی موقعیت واقعی هر بلوک را در شکل (۷-۴) با خط‌های سیاه رنگ نمایش داده است که جواب‌ها قابل قبول است. زمان، حجم حافظه رایانه‌ای لازم، تعداد تکرارها و مقدار عدم برازش برای داده‌های صحرایی گرانی در هریک از روش‌های محاسبه‌ی پارامتر منظم‌سازی در جدول (۴-۴) نمایش داده شده است. در شکل (۸-۴) با استفاده از مقایسه برش قائم در فاصله ۴۵۰ متری به طرف شمال به خوبی مشاهده می‌شود که روش متعادل‌سازی قید فعال در مقایسه با روش اعتبارسنجی متقاطع تعمیم‌یافته کارایی بهتری در تخمین عمق زیرین مدل ارائه می‌کند.



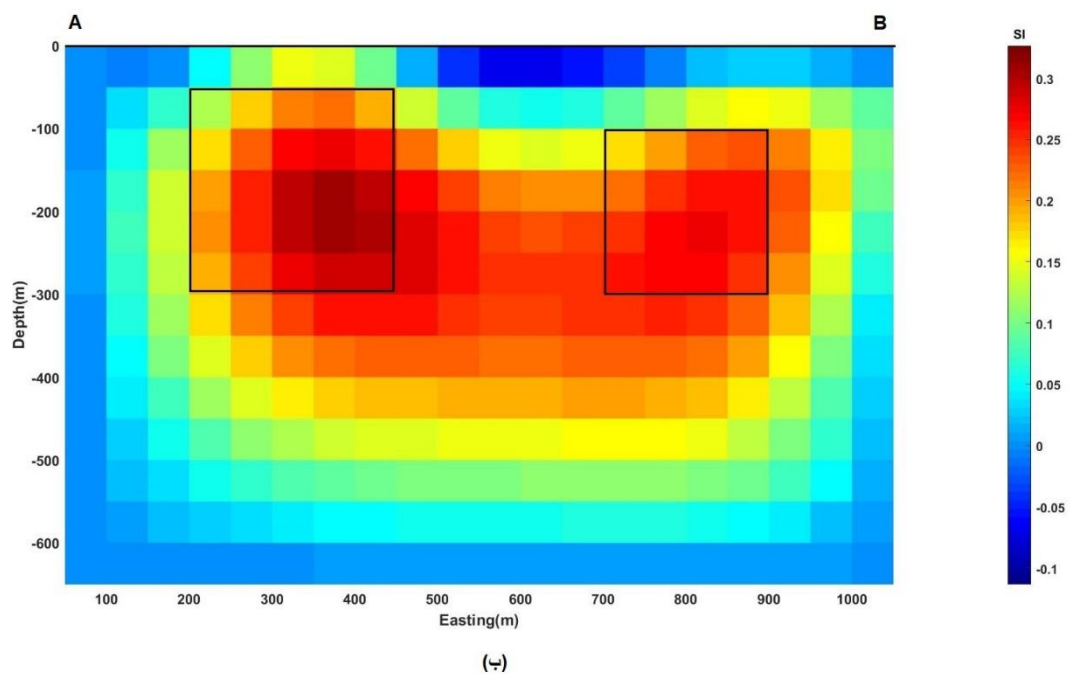
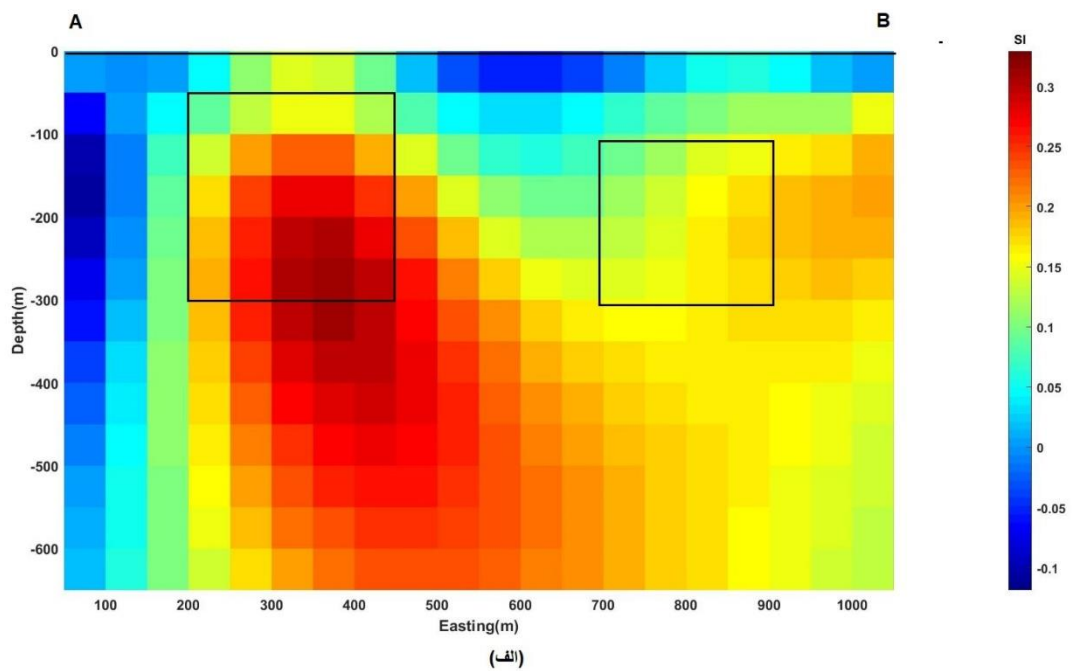
(الف)



(ب)

شکل ۴-۷: تصویر برش‌های افقی در اعماق مختلف. وارون‌سازی با استفاده از روش اعتبارسنجی متقاطع تعمیم-

یافته (الف). روش متعادل‌سازی قید فعال (ب).



شکل ۴-۸: تصویر برش‌های قائم در فاصله ۴۵۰ متری به سمت شمال. وارون‌سازی با استفاده از روش اعتبارسنجی متقاطع تعمیم‌یافته (الف). روش متعادل‌سازی قید فعال (ب).

جدول (۴-۲): مدت زمان، تعداد تکرار، حجم حافظه‌ی رایانه‌ای و مقدار عدم برازش در هریک از روش‌های محاسبه

پارامتر منظم‌سازی در مدل‌سازی وارون داده‌های حاصل از مدل مصنوعی مغناطیس.

روش منظم‌سازی	زمان اجرا الگوریتم (S)	تعداد تکرارها	حافظه مورد استفاده رایانه	عدم تطابق داده‌ها
روش (GCV)	۷/۰۱	۹	٪۵۳	۳۶۷
روش (ACB)	۳/۳۲	۷	٪۴۸/۷	۳۷۰

#### ۴-۴- جمع بندی

در این فصل ابتدا مدل‌سازی وارون هموار بر روی داده‌های حاصل از مدل‌های مصنوعی با استفاده از روش‌های مرحله‌ای دو قطری سازی لنکروس اعمال گردید. سپس روش‌های اعتبارسنجی متقاطع تعمیم-یافته و متعادل‌سازی قید فعال به‌منظور انتخاب پارامتر منظم‌سازی در فرآیند حل مسئله وارون هموار داده‌های میدان پتانسیل به کار گرفته شد. نتایج نشان داد که روش دو قطری سازی لنکروس به همراه روش متعادل‌سازی قید فعال عملکرد بهتری در وارون‌سازی هموار داده‌های میدان پتانسیل دارد. با مقایسه بین مدل‌های به‌دست آمده در فرآیند وارون‌سازی مشاهده می‌شود روش متعادل‌سازی قید فعال در تخمین عمق زیرین مدل، بر اساس فرض‌های اولیه نسبت به روش اعتبارسنجی متقاطع تعمیم‌یافته بهتر عمل می‌کند. در فصل بعد از روش‌های فوق در مدل‌سازی وارون داده‌های صحرائی استفاده می‌شود.

## ۵- فصل پنجم:

وارون سازی داده‌های واقعی جهت ارزیابی و مقایسه در تخمین

پارامتر منظم سازی

کارایی دو الگوریتم ACB و GCV در محاسبه پارامتر منظم‌سازی و وارون‌سازی سه‌بعدی داده‌های میدان پتانسیل در فصل قبل، با استفاده از داده‌های حاصل از مدل‌های مصنوعی مورد مقایسه واقع گردید. در این فصل توانایی این الگوریتم برای مدل‌سازی وارون داده‌های صحرایی مورد ارزیابی قرار می‌گیرد و نتایج آن با اطلاعات زمین‌شناسی مورد مقایسه قرار می‌گیرد. بدین منظور از داده‌های گرانی ذخایر کرومیت کاماگی<sup>۱</sup> در کشور کوبا استفاده می‌شود. همچنین از داده‌های مغناطیس معدن مونت میلیگان<sup>۲</sup> در کشور کانادا نیز استفاده می‌شود.

## ۵-۲- مدل‌سازی وارون داده‌های گرانی ذخایر کرومیت کاماگی

داده‌های واقعی مورد استفاده در این تحقیق مربوط به توده‌ی معدنی کرومیت در ایالت کاماگی در کشور کوبا است. ذخایر کرومیت در کشور کوبا بصورت دونیت و پریدوتیت‌های سرپانتینی شده در تماس با سنگ‌های فلدسپاتیک مانند گابرو و تروکتولیت و یا سنگ‌هایی با منشاء ولکانیکی می‌باشند (شکل ۵-۱) [Filint et al., 1984]. کاربرد موثر روش گرانی در اکتشاف ذخایر کرومیت در کاماگی وابسته به تباین چگالی بین کرومیت و سنگ‌های پیرامون آن دارد. اختلاف چگالی بین کرومیت و سنگ‌های در برگیرنده‌ی آن که دونیت و پریدوتیت‌های سرپانتینی شده هستند، حدود ۱/۵ گرم بر سانتیمتر مکعب می‌باشد [Filint et al., 1984]. داده‌های مورد استفاده در این پژوهش از نقشه‌ی بی‌هنجاری باقیمانده با بازه‌ی ۰/۲ میلی‌گال از مقاله دیویس<sup>۳</sup> و همکاران (۱۹۵۷) رقومی شده‌است (شکل ۵-۲). نمونه‌برداری داده‌ها در فاصله ۶×۶ متر از نقشه‌ی رقومی شده انجام شده که تعداد داده‌ها ۷۰۲ عدد است. فضای زیر سطح زمین برای

---

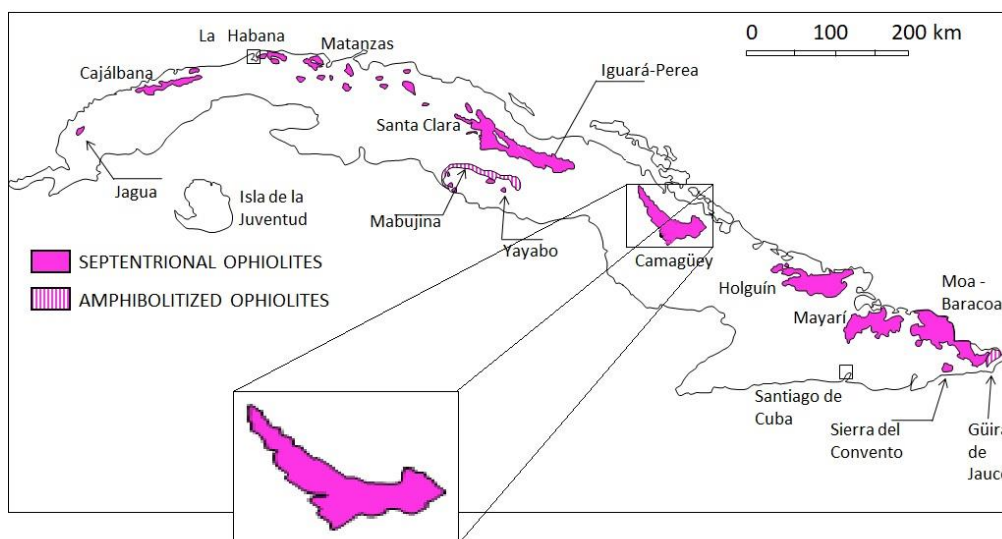
<sup>۱</sup> Camaguey

<sup>۲</sup> Mt. Milligan

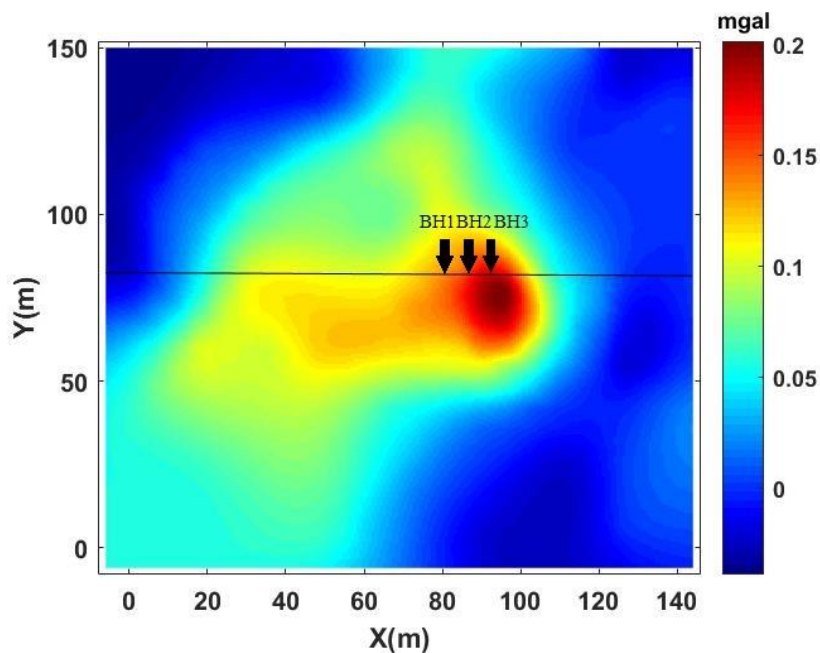
<sup>۳</sup> Davis



وارون سازی سه بعدی داده‌ها به سلول‌های  $26 \times 25 \times 10 = 6500$  در راستای X و Y و تقسیم بندی شده است.



شکل ۵-۱: توزیع و گسترش ذخایر اوفیولیتی در کشور کوبا



شکل ۵-۲: نقشه آنومالی بوگه ذخیره کرومیت کاماگی

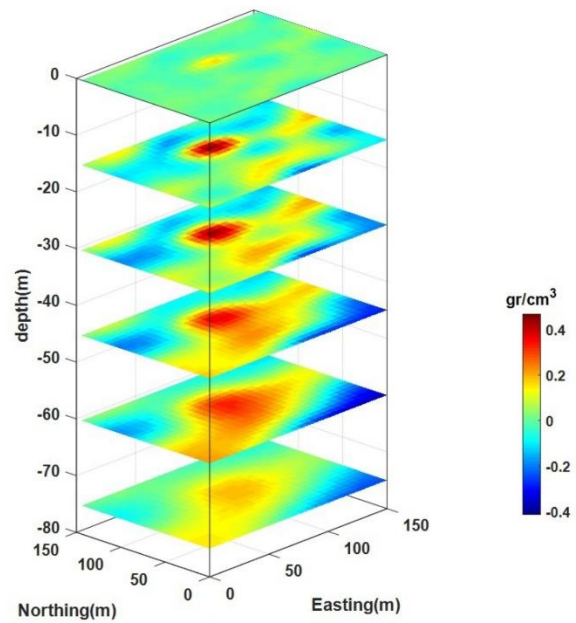
مدل سازی وارون هموار سه بعدی با استفاده از الگوریتم دو قطری سازی لنگروس و همچنین محاسبه پارامتر

منظم‌سازی با استفاده از روش‌های اعتبارسنجی متقاطع تعمیم یافته و متعادل‌سازی قید فعال بر روی داده‌های گرانی انجام شد. در شکل ۳-۵ مقاطع افقی در مدل‌های بدست آمده با استفاده از روش اعتبارسنجی متقاطع تعمیم‌یافته و روش متعادل‌سازی قید فعال به منظور محاسبه پارامتر منظم‌سازی نمایش داده شده است. همچنین در شکل ۴-۵ مقاطع قائم حاصل از وارون‌سازی سه‌بعدی در فاصله‌ی ۹۵ متری در راستای شمال نمایش داده شده است که با توجه به حفاری‌های انجام شده نتایج مدل‌سازی قابل تایید است.

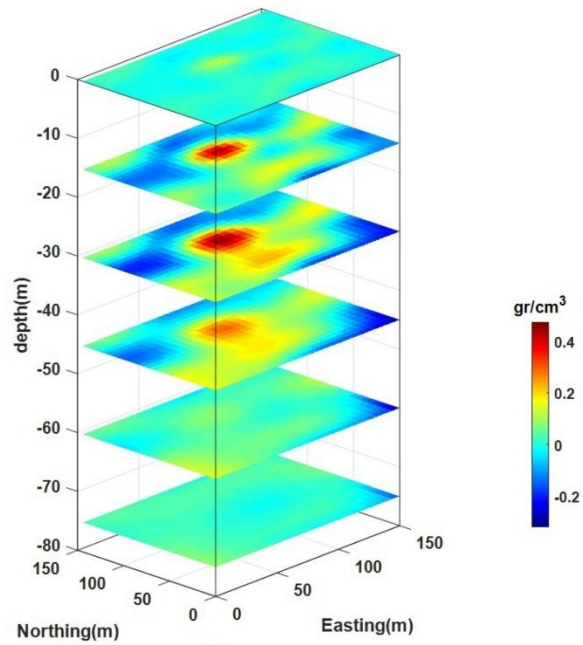
با مقایسه نتایج به‌دست آمده در شکل‌های (۳-۵) و (۴-۵) با حفاری‌های انجام شده، می‌توان مشاهده کرد که مدل‌سازی وارون هموار با استفاده از روش متعادل‌سازی قید فعال نتایج بهتری در تخمین و برآورد عمق زیرین ماده معدنی دارد در صورتی که روش اعتبارسنجی متقاطع تعمیم‌یافته در تخمین و محاسبه عمق زیرین ماده معدنی تقریب مناسبی را ارائه نکرده است. زمان، حجم حافظه رایانه‌ای لازم، تعداد تکرارها و مقدار عدم برازش برای داده‌های صحرایی گرانی در هریک از روش‌های محاسبه‌ی پارامتر منظم‌سازی در جدول (۵-۱) نمایش داده شده است.

جدول (۵-۱): مدت زمان، تعداد تکرار، حجم حافظه‌ی رایانه‌ای و مقدار عدم برازش در هریک از روش‌های محاسبه پارامتر منظم‌سازی در مدل‌سازی وارون داده‌های گرانی در ذخیره کرومیت کاماگی.

روش منظم‌سازی	زمان اجرا الگوریتم (S)	تعداد تکرارها	حافظه مورد استفاده رایانه	عدم تطابق داده‌ها
روش (GCV)	۸/۷	۷	٪ ۳۹/۴	۱۷/۸
روش (ACB)	۷/۹۱	۹	٪ ۶۸/۱	۱۱/۸



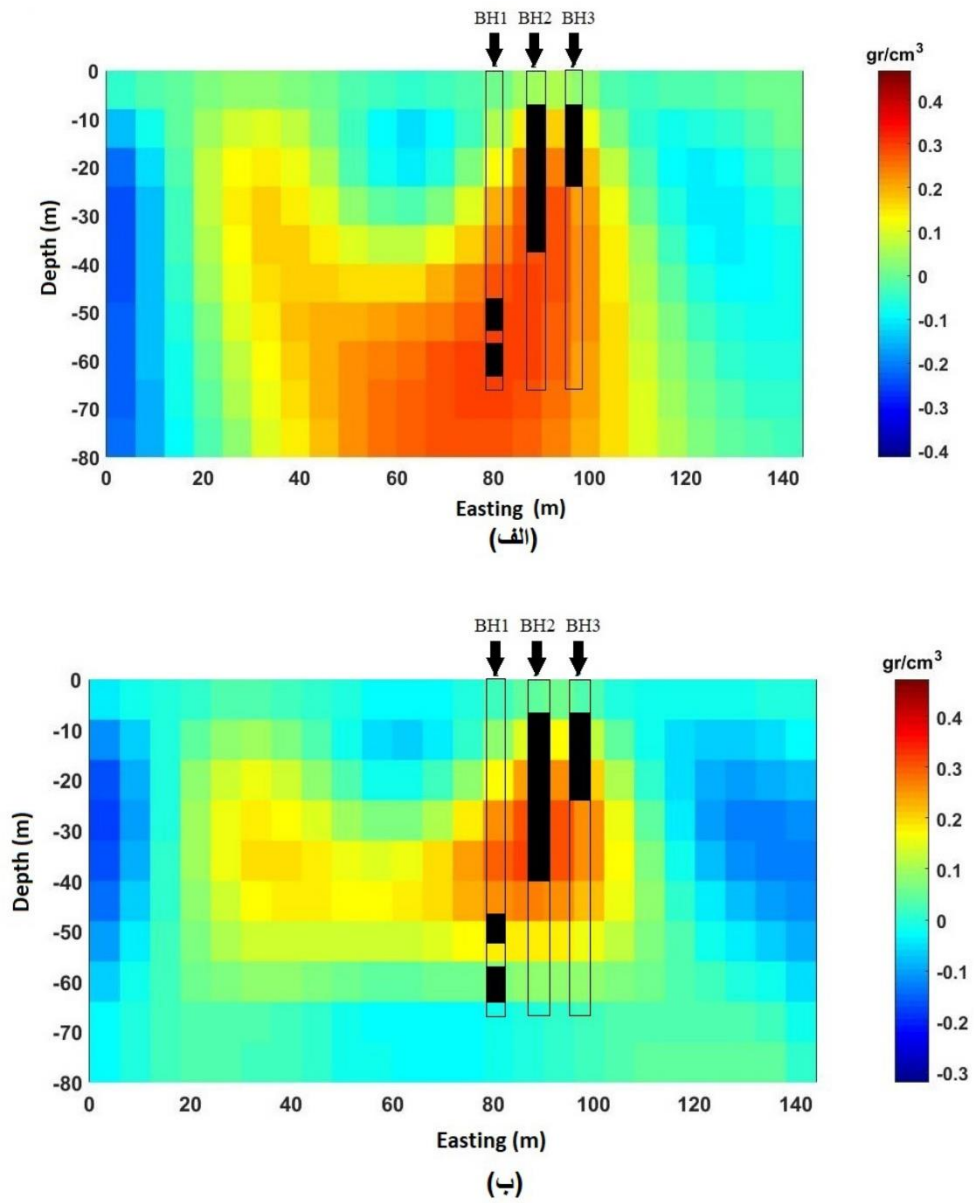
(الف)



(ب)

شکل ۵-۳: تصویر برش‌های افقی با استفاده از داده‌های واقعی گرانی‌سنجی در اعماق مختلف. وارون‌سازی با استفاده

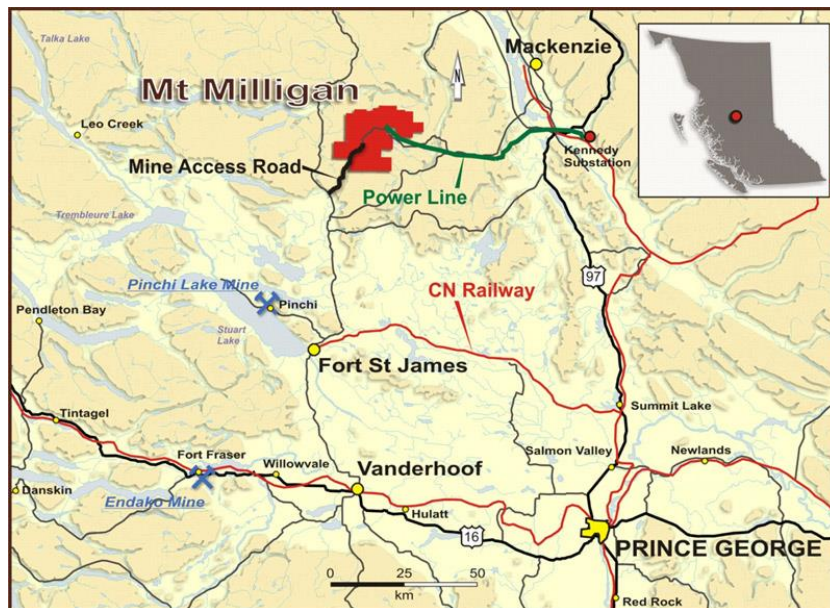
از روش اعتبارسنجی متقاطع تعمیم‌یافته (الف). روش متعادل‌سازی قید فعال (ب).



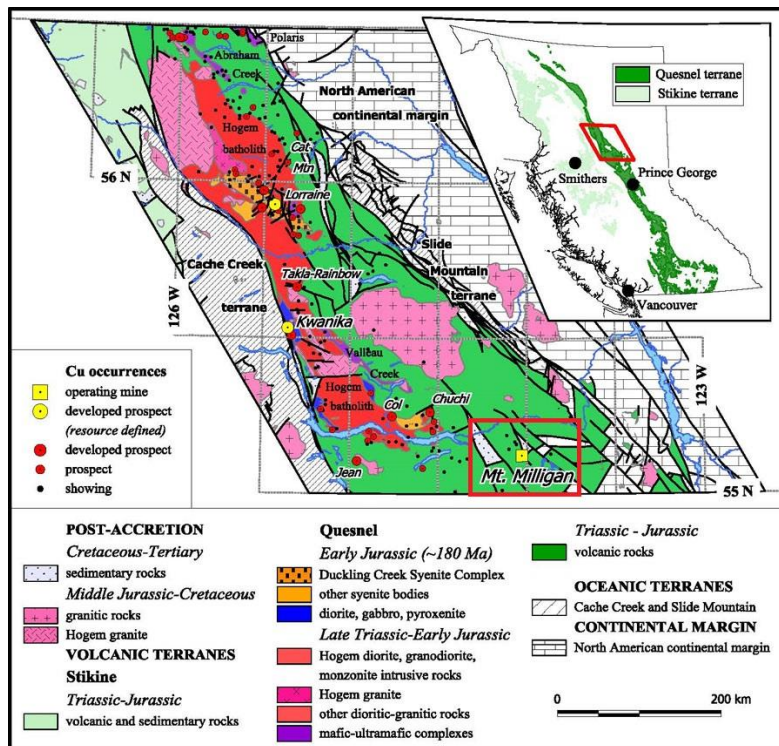
شکل ۴-۵: تصویر برش‌های قائم در فاصله ۹۵ متری به سمت شمال. وارون‌سازی با استفاده از روش اعتبارسنجی متقاطع تعمیم‌یافته (الف). روش متعادل‌سازی قید فعال (ب). محدوده‌هایی که گمانه‌ها ماده معدنی را قطع کرده‌اند با خطوط مشکی نشان داده شده است.

### ۵-۳- مدل سازی وارون داده‌های مغناطیس در معدن مونت میلیگان

معدن مونت میلیگان در ۱۰۰ کیلومتری غرب و جنوب غرب شهر مکنزی و ۱۶۰ کیلومتری شمال غرب شهر پرنس جرج در مرکز ایالت بریتیش کلمبیا در کشور کانادا واقع شده است (شکل ۵-۵). ذخیره معدن مونت میلیگان از طلا و مس پورفیری مربوط به دوره مزوزوئیک پسین که در مجاورت و میزبانی مونزونیت-های پروفیریتیک و سنگهای آتشفشانی گروه تاکلا می باشد. مدل اولیه ذخیره شامل یک ذخیره مونزونیتی است که درون یک میزبان آتشفشانی نفوذ کرده است. وجود دگرسانی‌های شدید در منطقه و در اطراف واحدهای تراکیتی مشاهده شده است (شکل ۵-۶). مک میلان (۱۹۹۱) یک مدل کلی برای سیستم‌های پورفیری که دگرسانی‌های پتاسیک و پروپیلیتیک را می توان از آن انتظار داشت ارائه کرد. دگرسانی پتاسیک به تولید کانی‌های کالکوپیریت، بورنیت و مگنتیت در منطقه پرداخته است. همچنین با توجه به دگرسانی پروپیلیتیک، پیریت و مقدار کمی مگنتیت در منطقه وجود دارد [Oldenburg and Li, 1997].



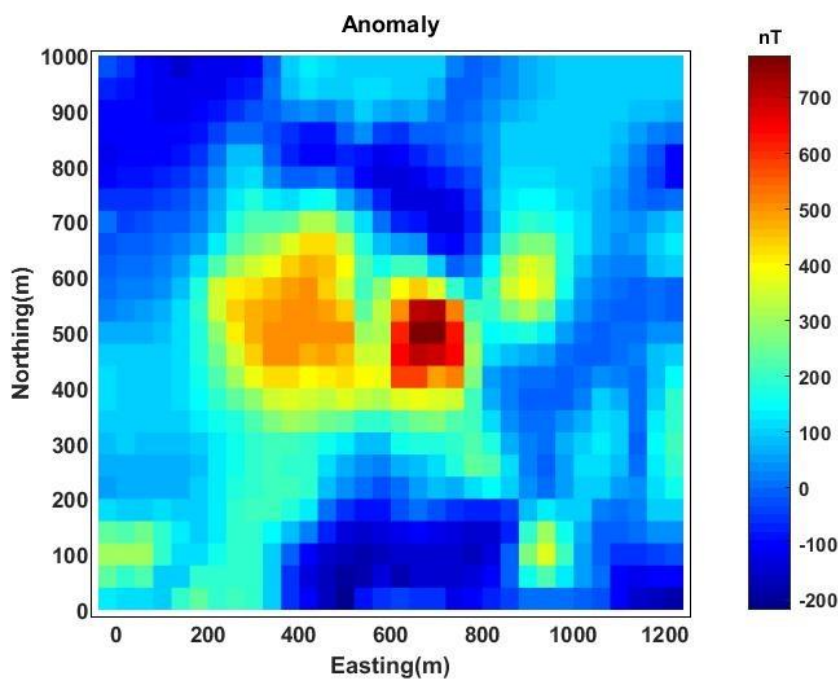
شکل ۵-۵: موقعیت و راه‌های دسترسی به معدن مونت میلیگان در ایالت بریتیش کلمبیا، کانادا.



شکل ۵-۶: نقشه زمین‌شناسی از منطقه میلیگان، بریتیش کلمبیا، کانادا

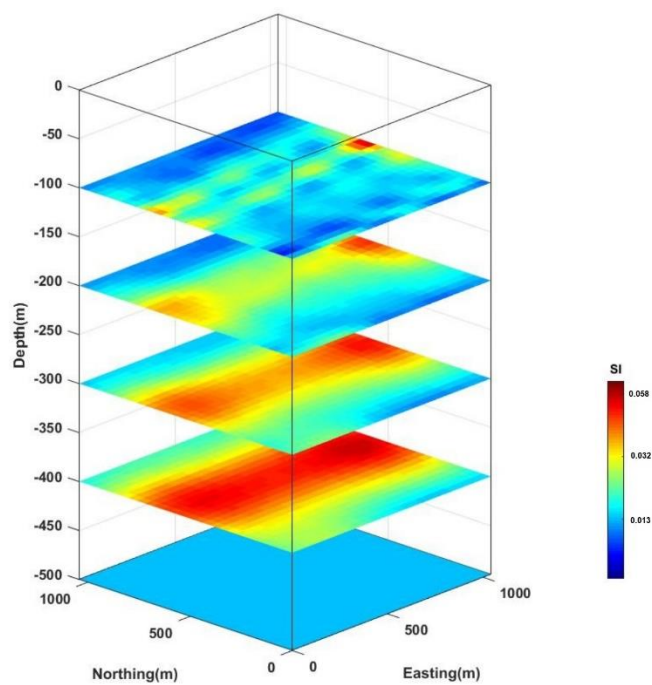
الدنبرگ و همکاران (۱۹۹۷) با مطالعه بر روی این منطقه به مدل‌سازی وارون داده‌های مغناطیسی، مقاومت ویژه و قطبش القایی پرداختند و نتایج به‌دست آمده از وارون‌سازی داده‌های مغناطیسی، عمق زیرین توده‌ی زیرسطحی را در حدود ۳۰۰ متر تخمین زده است. در این تحقیق به منظور مدل‌سازی وارون سه‌بعدی داده‌های مغناطیسی ابتدا زیر سطح زمین را به سلول‌هایی با ابعاد  $40 \times 40 \times 50$  تقسیم شده است. تعداد سلول‌ها یا همان پارامترهای مدل برابر  $10 \times 26 \times 33 = 8580$  است. همچنین تعداد داده‌ها ۸۵۸ عدد است (شکل ۵-۷).



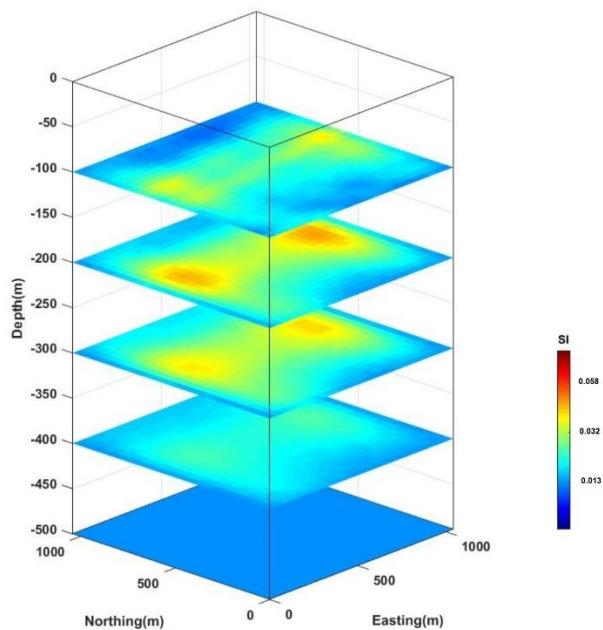


شکل ۵-۷: نقشه بی‌هنجاری باقیمانده مغناطیس ذخیره میلیگان.

مدل‌سازی وارون هموار سه‌بعدی با استفاده از روش دوقطری سازی لنگزوس و روش اعتبارسنجی متقاطع تعمیم‌یافته و روش متعادل‌سازی قید فعال به‌منظور انتخاب پارامتر منظم‌سازی بر روی این داده‌ها اعمال گردیده است. مقاطع افقی و قائم حاصل از وارون‌سازی سه‌بعدی در شکل‌های (۵-۸) و (۵-۹) نشان داده شده است.



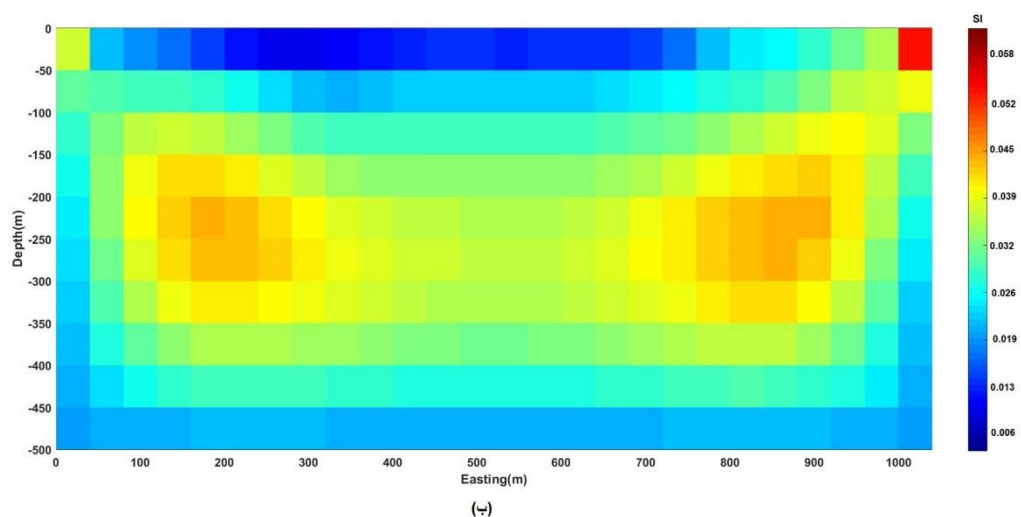
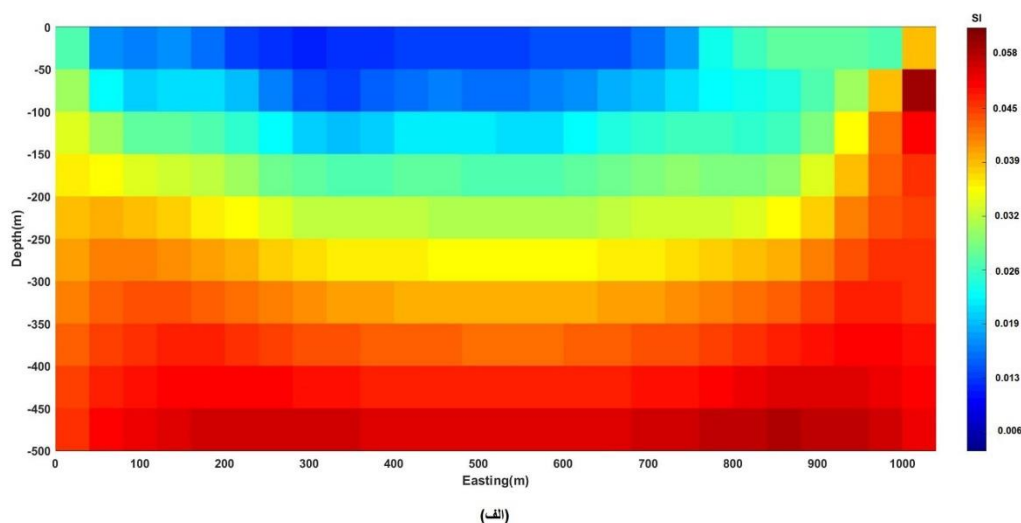
(الف)



(ب)

شکل ۵-۸: تصویر برش‌های افقی با استفاده از داده‌های واقعی مغناطیس‌سنجی در اعماق مختلف. وارون‌سازی با استفاده از روش اعتبارسنجی متقاطع تعمیم‌یافته (الف). روش متعادل‌سازی قید فعال (ب).





شکل ۵-۹: تصویر برش‌های قائم در فاصله ۴۵۰ متری به سمت شمال. وارون‌سازی با استفاده از روش اعتبارسنجی

مقاطع تعمیم‌یافته (الف). روش متعادل‌سازی قید فعال (ب).

با توجه به شکل‌های (۵-۸) و (۵-۹) مشاهده می‌شود که روش متعادل‌سازی قید فعال در فرآیند وارون‌سازی توانسته است که نتایج بهتری را در مقایسه با روش اعتبارسنجی قید فعال به دست آورد. زمان، حجم حافظه رایانه‌ای لازم، تعداد تکرارها و مقدار عدم برآزش برای داده‌های صحرایی مغناطیسی در هر یک از روش‌های محاسبه‌ی پارامتر منظم‌سازی در جدول (۵-۲) نمایش داده شده است.

جدول (۵-۲): مدت زمان، تعداد تکرار، حجم حافظه‌ی رایانه‌ای و مقدار عدم برازش در هریک از روش‌های محاسبه پارامتر

منظم‌سازی در مدل‌سازی وارون داده‌های مغناطیسی در ذخیره طلا و مس میلیگان.

روش منظم‌سازی	زمان اجرا الگوریتم (S)	تعداد تکرارها	حافظه مورد استفاده رایانه	عدم تطابق داده‌ها
روش (GCV)	۱۹/۷۷	۲۱	%۵۹	۴۲۱
روش (ACB)	۱۹/۲۵	۱۶	%۴۵/۵	۸۱/۴

#### ۵-۴- جمع‌بندی

در این فصل با استفاده از الگوریتم دو قطری‌سازی لنگزوس به مدل‌سازی وارون هموار سه‌بعدی داده‌های میدان پتانسیل و مقایسه روش اعتبارسنجی متقاطع تعمیم‌یافته و روش متعادل‌سازی قید فعال به منظور انتخاب پارامتر منظم‌سازی پرداخته شد. با توجه به نتایج به‌دست آمده روش متعادل‌سازی قید فعال نسبت به روش اعتبارسنجی متقاطع تعمیم‌یافته کارایی بهتری در انتخاب پارامتر منظم‌سازی دارد. یکی از محدودیت‌های روش اعتبارسنجی متقاطع تعمیم‌یافته تخمین عمق زیرین در توده‌های زیر سطحی است که در روش متعادل‌سازی قید فعال این محدودیت وجود ندارد.

## ۶- فصل ششم:

### نتیجه‌گیری و پیشنهادات

## ۶-۱- نتایج

روش‌های محاسبه و انتخاب صحیح پارامتر منظم‌سازی نقش بسیار مهمی در سرعت و دقت انجام وارون‌سازی داده‌های میدان پتانسیل دارد. از طرف دیگر انتخاب مقدار بهینه پارامتر منظم‌سازی در الگوریتم‌های وارون‌سازی موجود، زمان محاسبات و حجم حافظه مورد نیاز را تا حد زیادی کاهش می‌دهد. در این تحقیق با تهیه یک الگوریتم وارون‌سازی و مقایسه دو روش برای انتخاب پارامتر منظم‌سازی، روشی مناسب برای مدل‌سازی وارون خطی داده‌های میدان پتانسیل ارائه شد.

در این تحقیق از روش دوقطری سازی لنکروس برای وارون‌سازی هموار سه بعدی داده‌های میدان پتانسیل و روش اعتبارسنجی متقاطع تعمیم‌یافته و روش متعادل‌سازی قید فعال برای انتخاب پارامتر منظم‌سازی استفاده شده است. همچنین ارزیابی و عملکرد این روش‌ها با استفاده از مجموعه‌ای از داده‌های مصنوعی و میدانی مورد سنجش قرار گرفته است. نتایج به‌دست آمده در این تحقیق نشان می‌دهد که روش متعادل‌سازی قید فعال نسبت به روش اعتبارسنجی متقاطع تعمیم‌یافته کارایی بهتری در تخمین هندسه مدل و همچنین بازتولید خواص فیزیکی مدل دارد. به‌عبارت دیگر در روش متعادل‌سازی قید فعال با محاسبه ماتریس تفکیک می‌توان در اعماق بیشتر تخمین دقیق‌تری از مقادیر پارامترهای مدل به‌دست آورد. روش متعادل‌سازی قید فعال می‌تواند یکی از معایب اساسی در وارون‌سازی داده‌های میدان پتانسیل که به پایین کشیده شدن مدل و عدم تخمین مناسب از عمق پایینی است را برطرف کند.

## ۶-۲- پیشنهادات

❖ در ادامه این تحقیق پیشنهاد می‌شود از روش‌های وارون‌سازی مقید برای رسیدن به جواب‌های واقعی‌تر استفاده شود.

❖ از آنجایی که روش متعادل‌سازی قید فعال تاکنون بر روی داده‌های میدان پتانسیل اعمال نشده است پیشنهاد می‌شود از سایر روش‌های وارون‌سازی جهت اعتبارسنجی و ارزیابی این

روش استفاده شود.

❖ پیشنهاد می‌شود از روش دوقطری‌سازی لنگزوس به همراه روش متعادل‌سازی قید فعال در

وارون‌سازی غیرخطی داده‌های میدان پتانسیل استفاده شود.



## منابع و مأخذ

آقاجانی ح، (۱۳۸۸)، رساله دکتری، " بررسی قابلیت روش گرادیان کل نرمال داده‌های گرانی در تعیین پتانسیل هیدروکربوری تله های نفتی"، دانشکده مهندسی معدن، نفت و ژئوفیزیک، دانشگاه صنعتی شاهرود.

Abedi, M., Gholami, A., Norouzi, G.-H., and Fathianpour, N., (2013), "Fast inversion of magnetic data using Lanczos bidiagonalization method" , *J. Appl. Geophys*, 90, pp.126.

Aster, R. C., Borchers, B., and Thurber, C. H., (2013), "**Parameter estimation and inverse problems**" , second edition, Academic Press, US, pp.360.

Bhattacharyya, B.K., (1964), "Magnetic anomalies due to prism-shaped bodies with arbitrary polarization" , *Geophysics*, 29, pp.517.

Blakely, R. J., (1996), "**Potential theory in gravity and magnetic applications**" , Vol 1, Cambridge University Press, UK, pp.441.

Davis, Willard Eugene, Wayne H. Jackson, and Donald Herman Richter., (1957), "Gravity prospecting for chromite deposits in Camaguey province, Cuba." *Geophysics* 22.4: 848-869.

Flint, D. E., Francisco de Albear, J., and Guild, P. W., (1948), "Geology and chromite deposits of the Camaguey district, Camaguey Province, Cuba": *U. S. Geol. Survey Bull.* 954-B, p. 61-62.

Fournier, D., (2015), MSc thesis, "A Cooperative Magnetic Inversion Method with  $L_p$  norm Regularization" , Geophysics department, University of British Columbia.

Golub, G. H., Heath, M., and Wahba, G., (1979), "Generalized cross-validation as a method for choosing a good ridge parameter" , *Technometrics*, 21, 2, pp.215.

Golub, G. H., and Von Matt, U., (1997), "Generalized cross-validation for large-scale problems" . *J. Comp. Graph. Stat.*, 6, 1, pp.1.

Hansen, P. C., (2010), "**Discrete inverse problems: insight and algorithms**" , Vol 7, SIAM, US, pp.213.

Hutchinson, M.F., (1990), "A stochastic estimator of the trace of the influence matrix for Laplacian smoothing splines" , *Commun. Stat. Simul. Comput.*, 19, pp.443.



Li, Y., and Oldenburg, D. W., (1996), “3-D inversion of magnetic data” , *Geophysics*, 61, 2, pp.394

Li, Y., and Oldenburg, D. W., (1998), “3-D inversion of gravity data” , *Geophysics*, 63, 1, pp.109.

McMillan, W. J., (1991), “Porphyry deposits in the Canadian Cordillera, in Ore Deposits, Tectonics, and Metallogeny in the Canadian Cordillera”, Mines and Petroleum Resources, Province of British Columbia, 253–276.

Meju, M. A. (1994), “**Geophysical data analysis: Understanding inverse problem theory and practice**” , Vol 6, Society of Exploration Geophysicists, Tulsa, US, pp.296.

Nabighian, M. N., V. J. S. Grauch, R. O. Hansen, T. R. LaFehr, Y. Li, J. W. Peirce, J. D. Phillips, and M. E. Ruder, (2005), “The historical development of the magnetic method in exploration” , *Geophysics*, 70, 6, pp.33ND.

Nemeth, T., Normark, E., and Qin, F., (1997), “Dynamic smoothing in crosswell travelttime tomography”: *Geophysics*, 62, 168–176.

Oldenburg, Douglas W., Yaoguo Li, and Robert G. Ellis.,(1997) , "Inversion of geophysical data over a copper gold porphyry deposit: a case history for Mt. Milligan." *Geophysics* 62.5: 1419-1431.

Oldenburg, D. W., and Li, Y. (2005). “Inversion for applied geophysics: A tutorial,” pp89-150, in: “**Near-surface geophysics**” , Butler, D. K., SEG, Investigations in Geophysics, US.

Paige, C. C., & Saunders, M. A., (1989). “LSQR: An algorithm for sparse linear equations and sparse least squares”. *ACM Transactions on Mathematical Software (TOMS)*, 8(1), 43–71.

Paterson, N. R., and Reeves, C.V., (1985), “Applications of gravity and magnetic surveys: the state-of-the-art in 1985”. *Geophysics*, 50, pp.2558.

Portniaguine, O., and Zhdanov, M. S., (1999), “Focusing geophysical inversion images” , *Geophysics*, 64, pp.874.

Reynolds, J. M., (1997). “**An introduction to applied and environmental geophysics**”, Vol 1, first edition, John Wiley & Sons, UK. Pp.750.

Rezaie, M., & Moazam, S. (2017).” A new method for 3-D magnetic data inversion with physical bound”. *Journal of Mining and Environment*, 8(3), 501-510.

Rezaie, M., Moradzadeh, A., & Nejati Kalate, A. (2017). “3D gravity data-space inversion with sparseness and bound constraints”. *Journal of Mining and Environment*, 8(2), 227-235.

Sasaki, Y., (1989), “Two-dimensional joint inversion of magnetotelluric and dipole-dipole resistivity data”: *Geophysics*, 54, 254–262.

Vatankhah, S., Renaut, R. A., and Ardestani, V. E., (2014), “Regularization parameter estimation for underdetermined problems by the  $\chi^2$  principle with application to 2D focusing gravity inversion” , *Inverse Prob.*, 30, 8, pp.85002.

Vatankhah, S., Ardestani, V. E., and Renaut, R. A., (2015), “Application of the  $\chi^2$  principle and unbiased predictive risk estimator for determining the regularization parameter in 3-D focusing gravity inversion” , *Geophys. J. Int.*, 200, 1, pp.265.

Wahba, G., (1990), “**Spline models for observational data**” , Vol 59, Siam, US, pp.167.

Yi, M.-J., Kim, J.-H., Chung, S.-H., (2003). “Enhancing the resolving power of least-squares inversion with active constraint balancing”. *Geophysics* 68, 931–941.

Zhdanov, M. S., (2002), “**Geophysical Inverse Theory and Regularization Problems**” Vol 36, Elsevier, Amsterdam, pp.610.

## **Abstract**

In order to determine the location of the anomaly resources for potential field, require the processing and accurate interpretation of the anomaly maps derived from the capture of potential field data. The interpretation of potential field anomalies is due to the inherent ambiguity in geophysical problems using different methods. One of these methods is data inverse modeling. The inverse modeling is used to determine the model parameters of the data. Hence, the inversion of gravity data is of great importance in the interpretation of exploratory data.

Calculation of model parameters in the gravity method is used to estimate the density distribution in the subsurface model. Also, in the magnetic method, we calculate and estimate the magnetic susceptibility of subsurface masses. There are several methods based on Computational equations in inversion of geophysical data. Hence, one of the important issues in inversion of geophysical data is the increase of speed and reduction of space used in computers to solve an inverse problem in research topics. Another important issue discussed in research topics is the choice of the regularization parameters in the process of solving an inverse problem.

The purpose of this research is to provide a fast and accurate algorithm to improve the inverse modeling for potential field data. For this purpose, the necessary codes for solving the forward and inverse problems of potential field data using Lanczos bidiagonalization method using Generalized cross validation(GCV) method, and Active constraint balancing(ACB) method for choosing the regularization parameters Created in MATLAB programming environment.

Finally, the proposed algorithm was applied to the data obtained from three-dimensional synthetic models and field data and its results were compared with other exploratory results. The results of this study showed that the active constraint balancing method for the estimation of the regularization parameter compared with the generalized cross-validation method for the smooth inversion of field data by Lanczos bidiagonalization method was better than the parameters Physical (density and magnetic susceptibility) model provides.

**Keywords:** Inverse modeling, Regularization parameter, generalized cross validation, Active constraint balancing, Potential field data.



Shahrood University of Technology  
Faculty of mining, Petroleum & Geophysics engineering

**MSc Thesis in magnetics**

**Application of generalized cross validation Regularization for  
smooth modeling of magnetic data, case study: MT. Milligan\_  
Canada**

Meysam Moghadasi

Supervisor

**Dr Ali Nejati Kalateh**

Advisor

**Dr Mohammad Rezaie**

September 2018