

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ  
مَوْلَانَا مُحَمَّدٌ صَلَّى اللَّهُ عَلَيْهِ وَسَلَّمَ



دانشکده مهندسی معدن، نفت و ژئوفزیک  
گروه نفت و ژئوفزیک

پایان نامه کارشناسی ارشد

**تفسیر آنومالی‌های گرانی با استفاده از تانسورهای گرادیان گرانی**

**متین خالدزاده**

استاد راهنما:

**دکتر حمید آقاجانی**

شهریور ۱۳۹۴



ماحصل آموخته‌هایم را تقدیم می‌کنم به آنان که مهر آسمانی‌شان آرام بخش آلام زمینی ام است

به استوارترین تکیه‌گاهم، دستان پر مهر پدرم

به سبزترین نگاه زندگیم، چشمان سبز مادرم

به خواهران عزیزم و همسر مهربانم

که هرچه آموختم در مکتب عشق شما آموختم و هرچه بگو شتم قطره‌ای از دریای بی‌کران مهربانیتان را پاس توانم بگویم .

امروز، مستی ام به امید شماست و فردا کلید باغ بهشتم رضای شما

ره آوردی کران سنگ ترا این ارزان نداشتم تا به خاک پایتان نثار کنم، باشد که حاصل تلاشم نیم کوزه غبار حسرتگیتان را بزوداید .

بوسه بردستان پر مهرتان



## مشکر و قدردانی

بدون شک جایگاه و منزلت معلم، اجل از آن است که در مقام قدردانی از زحمات بی‌شائبه‌ی او، با زبان قاصر و دست ناتوان، چیزی بنگاریم. اما از آنجایی که تجلیل از معلم، پاس از انسانی است که هدف و غایت آفرینش را تا این می‌کند و سلامت امانت‌هایی را که به دستش سپرده اند، تضمین؛ بر حسب وظیفه و از باب " من لم یشکر المنعم من المخلوقین لم یشکر الله عز و جل: " از استاد گرامیم جناب آقای دکتر حمید آقا جانی که، همواره بر کوتاهی و درستی من، قلم عفو کشیده و کریمانه از کنار غفلت‌هایم گذشته اند و در تمام عرصه‌های زندگی علمی یار و یاور بی‌چشم داشت برای من بوده اند و در کمال سه‌صدر، با حسن خلق و فروتنی، از هیچ‌کلی در این عرصه بر من دریغ ننمودند و زحمت راه‌پیمایی این پایان نامه را بر عهده گرفتند؛ کمال مشکر و قدردانی را دارم، باشد که این خردترین، بخشی از زحمات ایشان را پاس گوید.

پسین از جناب آقای مهندس محمد رضایی به خاطر راه‌پیمایی‌های ارزنده و نیز در اختیار قرار دادن که تبدیل فوریه که در به شمر رسیدن این پایان نامه نقش بسزایی داشتند کمال مشکر و قدردانی را دارم.

متین خالدزاده

شهریور ۹۴

## تعهد نامه

اینجانب متین خالدزاده دانشجوی دوره کارشناسی ارشد رشته ژئوفیزیک گرایش گرانی‌سنجی از دانشکده مهندسی معدن، نفت و ژئوفیزیک دانشگاه شاهرود نویسنده پایان نامه کارشناسی ارشد تحت عنوان: تفسیر آنومالی‌های گرانی با استفاده از تانسورهای گرادیان گرانی تحت راهنمایی آقای دکتر حمید آقاجانی

متعهد می‌شوم :

- تحقیقات در این پایان نامه توسط اینجانب انجام شده است و از صحت و اصالت برخوردار است.
- در استفاده از نتایج پژوهش‌های محققان دیگر به مرجع مورد استفاده استناد شده است.
- مطالب مندرج در پایان نامه تاکنون توسط خود یا فرد دیگری برای دریافت هیچ نوع مدرک یا امتیازی در هیچ جا ارائه نشده است.
- کلیه حقوق معنوی این اثر متعلق به دانشگاه شاهرود می‌باشد و مقالات مستخرج با نام «دانشگاه شاهرود» و یا «Shahrood University» به چاپ خواهد رسید.
- حقوق معنوی تمام افرادی که در به دست آمدن نتایج اصلی پایان نامه تاثیرگذار بوده‌اند، در مقالات مستخرج از این پایان نامه رعایت می‌گردد.
- در کلیه مراحل انجام این پایان نامه، در مواردی که از موجود زنده (یا بافت‌های آنها) استفاده شده است، ضوابط و اصول اخلاقی رعایت شده است.
- در کلیه مراحل انجام این پایان نامه، در مواردی که به حوزه اطلاعات شخصی افراد دسترسی یافته یا استفاده شده است، اصل رازداری، ضوابط و اصول اخلاقی انسانی رعایت شده است.

تاریخ

امضای دانشجو

### مالکیت نتایج و حق نشر

- کلیه حقوق این اثر و محصولات آن (مقالات مستخرج، کتاب، برنامه‌های رایانه‌ای، نرم افزارها و تجهیزات ساخته شده) مربوط به دانشگاه شاهرود می‌باشد. این مطلب باید به نحو مقتضی در تولیدات علمی مربوطه ذکر شود.
- استفاده از اطلاعات و نتایج موجود در پایان نامه بدون ذکر مرجع مجاز نمی‌باشد.

## چکیده

داده‌های میدان پتانسیل مانند گرانی به طور گسترده در اکتشاف منابع زیرزمینی و مطالعات مهندسی و باستان-شناسی بکار می‌رود. به منظور آشکارسازی و بارز نمودن اهداف زیرسطحی با داده‌های میدان پتانسیل، روش‌های گوناگونی ابداع و استفاده می‌شود تا بتوان از داده‌ها ویژگی‌های مربوط به ساختارها را استخراج کرد. استفاده از مولفه‌های تانسور گرادیان گرانی به جای مولفه‌ی قائم گرانی در تفسیر بی‌هنجاری‌های زیرسطحی سبب افزایش دقت در تفسیر می‌شود. به این دلیل پژوهشگران زیادی از مقادیر گرادیان گرانی در تفسیر بی‌هنجاری‌های گرانی، به ویژه در شناسایی مرز بی‌هنجاری‌ها استفاده کرده‌اند. در این تحقیق از گرادیان‌های قائم و افقی به صورت مولفه‌های تانسور گرادیان گرانی در تفسیر بی‌هنجاری‌های حاصل از توده‌های زیرسطحی استفاده شده است. همچنین مزایای بکارگیری تانسورهای گرادیان گرانی برای آشکارسازی بی‌هنجاری‌های زیرسطحی حاصل از داده‌های مصنوعی و واقعی بررسی شده است. به این منظور، برنامه‌ای در محیط نرم‌افزار MATLAB نگاشته شد که مولفه‌های تانسور گرادیان گرانی را با روش تبدیل فوریه و تبدیل کسینوس محاسبه می‌نماید. بررسی‌ها نشان می‌دهد که مولفه‌های تانسور گرادیان گرانی به دست آمده از دو تبدیل مناسب هستند ولی استفاده از روش تبدیل کسینوس به جهت پایداری بیش‌تر در برابر نوفه مناسب‌تر است. سپس با نوشتن کدی در محیط متلب، از مقادیر ویژه‌ی تانسورها و فیلترهای مشتق‌های زاویه‌ی تمایل در تفکیک و بارزسازی داده‌های گرانی حاصل از مدل‌های مصنوعی و داده‌های واقعی استفاده شد.

نتایج نشان می‌دهد که مقادیر ویژه‌ی تانسورها نسبت به وضعیت تباین چگالی حساس بوده و هر یک به تنهایی قادر به آشکارسازی همه توده‌ها نیستند. کنتورهای صفرِ مقادیر ویژه بزرگ‌تر موقعیت افقی لبه‌های توده‌های دارای تباین چگالی مثبت و کنتورهای صفرِ مقادیر ویژه کوچک‌تر موقعیت افقی لبه‌های توده‌های دارای تباین چگالی منفی را مشخص می‌کنند. به منظور دستیابی به یک روش مشخص که توانایی شناسایی را داشته باشد از مقادیر ویژه بهبود یافته‌ی تانسور گرادیان افقی گرانی استفاده شد. نتایج این بررسی نشان می‌دهد که مقادیر ویژه بهبود یافته‌ی تانسور گرادیان گرانی نسبت به مقادیر ویژه متداول این تانسور در آشکارسازی لبه‌های توده‌های بی‌هنجار عملکرد مناسب‌تری دارد و توانمندی بارزسازی موقعیت افقی لبه‌های تمامی توده‌های دارای تباین چگالی مثبت و منفی را دارد.

نتایج حاصل از اعمال فیلترهای مشتقات تیلت (تمایل) بر روی داده‌های مصنوعی و واقعی نشان داده است که ترکیب فیلتر زاویه تمایل با مولفه‌های تانسور گرادیان گرانی نتایج بسیار خوبی در تعیین لبه‌های بی‌هنجاری‌های گرانی به دست می‌دهند. فیلترهای  $\theta_x$  و  $\theta_y$  به ترتیب دارای جفت‌های کمینه-بیشینه بر روی لبه‌هایی هستند که در راستای عمود بر X و Y قرار دارند، همچنین فیلترهای  $\theta_z$  و  $\theta_{MHC}$  نیز به ترتیب دارای مقادیر صفر و بیشینه بر روی لبه‌های توده‌ی بی‌هنجار هستند.

**کلمات کلیدی:** تانسور گرادیان گرانی، تبدیلات فوریه و کسینوس، مقادیر ویژه، مشتقات زاویه‌ی تمایل، تعیین لبه

## مقالات استخراج شده از پایان نامه:

خالدزاده، م.، آقاجانی، ح.، (۱۳۹۴) " تعیین لبه‌ی ساختارهای زیرسطحی با استفاده از مشتقات زاویه تمایل تانسور گرادیان گرانی " هفتمین همایش انجمن زمین‌شناسی اقتصادی ایران، شهریور ۱۳۹۴، دامغان.

خالدزاده، م.، آقاجانی، ح.، (۱۳۹۴) " تعیین موقعیت بی‌هنجاری‌های گرانی با استفاده از مقادیر ویژه بهبود یافته تانسور گرادیان گرانی به کمک تبدیل فوریه " نشریه مهندسی منابع معدنی و هیدروکربنی دانشگاه بین المللی امام خمینی (ره). (در دست داوری)

## فهرست مطالب

### فصل اول: کلیات

- ۱-۱ مقدمه..... ۲
- ۲-۱ سابقه‌ی مطالعات در زمینه‌ی تانسورهای گرادیان گرانی..... ۴
- ۳-۱ طرح مسئله و ضرورت انجام تحقیق..... ۶
- ۴-۱ اهداف مطالعه و روش تحقیق..... ۷
- ۵-۱ ساختار پایان نامه..... ۸

### فصل دوم: اصول و مبانی روش گرانی سنجی

- ۱-۲ مقدمه..... ۱۰
- ۲-۲ شتاب گرانی..... ۱۱
- ۲-۳-۱ تصحیح داده‌های گرانی..... ۱۳
- ۲-۳-۲ تصحیح رانه‌ی دستگاه..... ۱۳
- ۲-۳-۲ تصحیح هوای آزاد..... ۱۳
- ۲-۳-۳ تصحیح بوگه..... ۱۴
- ۲-۳-۴ تصحیح عرض جغرافیایی..... ۱۵
- ۲-۳-۵ تصحیح توپوگرافی..... ۱۶
- ۲-۳-۵-۱ روش زون بندی..... ۱۶

### فصل سوم: تانسور گرادیان در حوزه‌ی تبدیلات فوریه و کسینوس

- ۱-۳ مقدمه..... ۲۲
- ۲-۳ معرفی تانسور گرادیان گرانی..... ۲۳

- ۳-۳ آنالیز فوریه..... ۲۶
- ۳-۳-۱ سری فوریه..... ۲۵
- ۳-۳-۲ تبدیل فوریه..... ۲۵
- ۳-۳-۲-۱ تبدیل فوریه‌ی گسسته‌ی یک بعدی..... ۲۷
- ۳-۳-۲-۲ تبدیل فوریه‌ی گسسته‌ی دو بعدی..... ۲۹
- ۳-۳-۲-۳ تبدیل فوریه‌ی سریع..... ۲۹
- ۳-۳-۳ مشتق در حوزه‌ی فوریه..... ۲۸
- ۳-۴ تانسور گرادیان گرانی در حوزه‌ی فوریه..... ۳۰
- ۳-۵ تبدیل کسینوس..... ۳۱
- ۳-۵-۱ تبدیل کسینوس گسسته‌ی یک بعدی..... ۳۲
- ۳-۵-۲ تبدیل کسینوس گسسته‌ی دو بعدی..... ۳۲
- ۳-۵-۳ مشتق در حوزه‌ی کسینوس..... ۳۲
- ۳-۶ تانسور گرادیان گرانی در حوزه‌ی کسینوس..... ۳۴

### فصل چهارم: فیلترهای آشکارساز لبه‌ی حاصل از تانسور گرادیان گرانی

- ۴-۱ مقدمه..... ۳۸
- ۴-۲ فیلترهای مقادیر ویژه‌ی تانسور گرادیان گرانی..... ۳۸
- ۴-۳ فیلترهای مشتقات تیلت (تمایل) تانسور گرادیان گرانی و اندازه‌ی مولفه‌های افقی..... ۴۱

### فصل پنجم: مطالعه‌ی داده‌های مصنوعی و واقعی

- ۵-۱ مقدمه..... ۴۶
- ۵-۲ اعمال فیلترها روی مدل‌های مصنوعی..... ۴۲

- ۴۶.....۱-۲-۵ مدل مصنوعی ۱
- ۵۹.....۱-۱-۲-۵ نسبت سیگنال به نوفه در تبدیلات فوریه و کسینوس
- ۵۶.....۲-۲-۵ مدل مصنوعی ۲
- ۵۹.....۳-۲-۵ مدل مصنوعی ۳
- ۶۸.....۳-۵ اعمال فیلترها روی داده‌های واقعی
- ۶۸.....۱-۳-۵ اعمال فیلترها روی داده‌های گرانی حوزه‌ی نفتی البرز قم
- ۸۴.....۲-۳-۵ اعمال فیلترها روی داده‌های گرانی محدوده‌ی اکتشافی تخت سلیمان (تکاب)
- ۹۳.....۳-۳-۵ اعمال فیلترها روی داده‌های مغناطیسی اُجت آباد سمنان

#### فصل ششم: نتیجه گیری و پیشنهادات

- ۱۱۲.....۱-۶ نتیجه گیری
- ۱۱۴.....۲-۶ پیشنهادات

#### پیوست‌ها

- ۱۱۵.....پیوست الف
- ۱۱۷.....پیوست ب

#### منابع

- ۱۱۹.....منابع فارسی
- ۱۲۰.....منابع انگلیسی

## فهرست شکل‌ها

- شکل ۱-۲: یک جسم سه بعدی با چگالی  $\rho(x', y', z')$  و نقطه‌ی مشاهده‌ای دلخواه..... ۱۲
- شکل ۲-۲: تصحیح هوای آزاد..... ۱۴
- شکل ۳-۲: تصحیح بوگه..... ۱۴
- شکل ۴-۲: شماتیک نیروی گریز از مرکز در عرض‌های جغرافیایی متفاوت بر روی زمین..... ۱۵
- شکل ۵-۲: نمایش اثر توپوگرافی بر روی داده‌های برداشتی [Reynolds, 1997]..... ۱۶
- شکل ۶-۲: زون بندی ناحیه‌ی مورد مطالعه برای محاسبه‌ی اثر توپوگرافی..... ۱۶
- شکل ۷-۲: هرم مورد استفاده در زون نزدیک..... ۱۷
- شکل ۸-۲: مکعب‌های مورد استفاده در زون میانه..... ۱۸
- شکل ۹-۲: نمایش زون دور..... ۱۹
- شکل ۱-۴: شماتیک مولفه‌های بردار میدان گرانی، مولفه‌های تانسور گرادیان گرانی و مشتقات..... ۴۳
- شکل ۱-۵: بی‌هنجاری قائم گرانی مدل مصنوعی ۱..... ۴۴
- شکل ۲-۵: مولفه‌های تانسور گرادیان گرانی مدل مصنوعی ۱، حاصل از روابط تحلیلی..... ۴۵
- شکل ۳-۵: مولفه‌های افقی میدان گرانی، الف)  $g_x$  و ب)  $g_y$ ..... ۴۶
- شکل ۴-۵: محاسبه و نمایش مولفه‌های  $g_{xx}$  و  $g_{yy}$  تانسور گرادیان گرانی روی مدل مصنوعی ۱..... ۴۹
- شکل ۵-۵: محاسبه و نمایش مولفه‌های  $g_{xz}$ ،  $g_{yz}$  و  $g_{xy}$  تانسور گرادیان گرانی..... ۵۰
- شکل ۶-۵: محاسبه و نمایش مولفه‌ی  $g_{zz}$  تانسور گرادیان گرانی روی مدل مصنوعی ۱..... ۵۱
- شکل ۷-۵: محاسبه و نمایش مولفه‌ی  $g_{xx}$  تانسور گرادیان گرانی روی مدل مصنوعی ۱..... ۵۱
- شکل ۸-۵: محاسبه و نمایش مولفه‌های  $g_{yy}$ ،  $g_{xz}$  و  $g_{yz}$  تانسور گرادیان گرانی..... ۵۲
- شکل ۹-۵: محاسبه و نمایش مولفه‌های  $g_{xy}$  و  $g_{zz}$  تانسور گرادیان گرانی روی مدل مصنوعی ۱..... ۵۳
- شکل ۱۰-۵: مقایسه‌ی دامنه‌های به دست آمده از روش پیشرو، تبدیل فوریه و تبدیل کسینوس..... ۵۵
- شکل ۱۱-۵: بی‌هنجاری گرانی حاصل از مدل مصنوعی ۲..... ۶۳
- شکل ۱۲-۵: نتیجه‌ی حاصل از اعمال فیلترهای مقدار ویژه بر روی مدل مصنوعی ۲، الف)  $\lambda_1$ ، ب)  $\lambda_2$ ..... ۶۴
- شکل ۱۳-۵: نتیجه‌ی حاصل از اعمال فیلتر ویژه مقدار بهبود یافته (IE) به بر روی مدل مصنوعی..... ۶۵
- شکل ۱۴-۵: نتیجه‌ی حاصل از اعمال فیلتر ویژه مقدار بهبود یافته (IE) بر روی مدل مصنوعی ۲..... ۶۶
- شکل ۱۵-۵: بی‌هنجاری گرانی حاصل از مدل مصنوعی ۳..... ۶۷
- شکل ۱۶-۵: نتایج حاصل از اعمال فیلترهای  $\theta_x$ ،  $\theta_y$ ،  $\theta_z$  و  $\theta_{MHC}$  روی مدل مصنوعی ۳..... ۶۸



- شکل ۵-۱۷: نتایج حاصل از اعمال فیلترهای  $\theta_x$ ،  $\theta_y$ ،  $\theta_z$  و  $\theta_{MHC}$  روی مدل مصنوعی ۳ در حضور.....۶۸
- شکل ۵-۱۸: نقشه‌ی زمین‌شناسی حوضه نفتی البرز- سراج، نیمه شرقی برگرفته از نقشه.....۷۰
- شکل ۵-۱۹: نقشه بی‌هنجاری باقی‌مانده به روش روند سطحی مرتبه‌ی ۳ حوضه‌ی نفتی البرز قم.....۷۱
- شکل ۵-۲۰: مولفه‌ی گرادیانی  $g_{xx}$  حوضه‌ی نفتی البرز قم حاصل از تبدیلات.....۷۳
- شکل ۵-۲۱: مولفه‌ی گرادیانی  $g_{yy}$  حوضه‌ی نفتی البرز قم حاصل از تبدیلات.....۷۴
- شکل ۵-۲۲: مولفه‌ی گرادیانی  $g_{xz}$  حوضه‌ی نفتی البرز قم حاصل از تبدیلات.....۷۵
- شکل ۵-۲۳: مولفه‌ی گرادیانی  $g_{yz}$  حوضه‌ی نفتی البرز قم حاصل از تبدیلات.....۷۶
- شکل ۵-۲۴: مولفه‌ی گرادیانی  $g_{xy}$  حوضه‌ی نفتی البرز قم حاصل از تبدیلات.....۷۷
- شکل ۵-۲۵: مولفه‌ی گرادیانی  $g_{zz}$  حوضه‌ی نفتی البرز قم حاصل از تبدیلات.....۷۸
- شکل ۵-۲۶: نتیجه‌ی حاصل از اعمال فیلتر  $\theta_x$  روی داده‌های گرانی حوضه‌ی نفتی البرز قم.....۷۹
- شکل ۵-۲۷: نتیجه‌ی حاصل از اعمال فیلتر  $\theta_y$  روی داده‌های گرانی حوضه‌ی نفتی البرز قم.....۸۰
- شکل ۵-۲۸: نتیجه‌ی حاصل از اعمال فیلتر  $\theta_z$  روی داده‌های گرانی حوضه‌ی نفتی البرز قم.....۸۲
- شکل ۵-۲۹: نتیجه‌ی حاصل از اعمال فیلتر  $\theta_{MHC}$  روی داده‌های گرانی حوضه‌ی نفتی البرز قم.....۸۳
- شکل ۵-۳۰: نقشه زمین‌شناسی محدوده اکتشافی تخت سلیمان (تکاب).....۸۵
- شکل ۵-۳۱: نقشه بی‌هنجاری بوگه بر روی نقشه زمین‌شناسی محدوده تخت سلیمان.....۸۷
- شکل ۵-۳۲: نقشه بی‌هنجاری باقی‌مانده به روش روند سطحی مرتبه دوم در محدوده تخت سلیمان.....۸۸
- شکل ۵-۳۳: نقشه بی‌هنجاری باقی‌مانده به روش روند سطحی مرتبه سوم در محدوده تخت سلیمان.....۸۹
- شکل ۵-۳۴: مولفه‌ی گرادیانی  $g_{xx}$  محدوده اکتشافی تخت سلیمان (تکاب) حاصل از تبدیلات.....۹۰
- شکل ۵-۳۵: مولفه‌ی گرادیانی  $g_{yy}$  محدوده اکتشافی تخت سلیمان (تکاب) حاصل از تبدیلات.....۹۱
- شکل ۵-۳۶: مولفه‌ی گرادیانی  $g_{xz}$  محدوده اکتشافی تخت سلیمان (تکاب) حاصل از تبدیلات.....۹۲
- شکل ۵-۳۷: مولفه‌ی گرادیانی  $g_{yz}$  محدوده اکتشافی تخت سلیمان (تکاب) حاصل از تبدیلات.....۹۳
- شکل ۵-۳۸: مولفه‌ی گرادیانی  $g_{xy}$  محدوده اکتشافی تخت سلیمان (تکاب) حاصل از تبدیلات.....۹۴
- شکل ۵-۳۹: مولفه‌ی گرادیانی  $g_{zz}$  محدوده اکتشافی تخت سلیمان (تکاب) حاصل از تبدیلات.....۹۵
- شکل ۵-۴۰: نتیجه‌ی حاصل از اعمال فیلتر مقدار ویژه‌ی بهبود یافته روی داده‌های گرانی.....۹۷
- شکل ۵-۴۱: نقشه زمین‌شناسی منطقه مورد مطالعه (بخشی از نقشه ۱:۱۰۰،۰۰۰: ۱ جام.....۹۹
- شکل ۵-۴۲: نقشه بی‌هنجاری باقی‌مانده‌ی مغناطیسی حاصل از روش روند سطحی درجه ۷.....۱۰۰
- شکل ۵-۴۳: مولفه‌ی گرادیانی  $g_{xx}$  کانسار آهن اُجت آباد حاصل از تبدیلات.....۱۰۱
- شکل ۵-۴۴: مولفه‌ی گرادیانی  $g_{yy}$  کانسار آهن اُجت آباد حاصل از تبدیلات.....۱۰۲

- شکل ۵-۴۵: مولفه‌ی گرادیانی  $g_{xz}$  کانسار آهن أجت آباد حاصل از تبدیلات.....۱۰۳
- شکل ۵-۴۶: مولفه‌ی گرادیانی  $g_{yz}$  کانسار آهن أجت آباد حاصل از تبدیلات.....۱۰۴
- شکل ۵-۴۷: مولفه‌ی گرادیانی  $g_{xy}$  کانسار آهن أجت آباد حاصل از تبدیلات.....۱۰۵
- شکل ۵-۴۸: مولفه‌ی گرادیانی  $g_{zz}$  کانسار آهن أجت آباد حاصل از تبدیلات.....۱۰۶
- شکل ۵-۴۹: نتیجه‌ی حاصل از اعمال فیلتر  $\theta_z$  روی داده‌های مغناطیس کانسار آهن.....۱۰۷
- شکل ۵-۵۰: نتیجه‌ی حاصل از اعمال فیلتر  $\theta_{MHC}$  روی داده‌های مغناطیس کانسار آهن.....۱۰۸

### فهرست جدول‌ها

- جدول ۵-۱: مشخصات مدل مصنوعی ۲.....۶۲
- جدول ۵-۲: مشخصات مدل مصنوعی ۳.....۶۶
- جدول ۵-۳: واحدهای سنگی محدوده‌ی تکاب، اقتباس از نقشه یکصد هزار تخت سلیمان.....۸۶

فصل اول

کلیات

ژئوفیزیک علمی است که با فیزیک زمین سر و کار دارد و زمین را از مگنتوسفر تا لایه‌های داخل آن مورد بررسی قرار می‌دهد. این علم از اندازه‌گیری میدان‌های نیرو و پردازش آنها برای تعیین خصوصیات زیرسطحی زمین استفاده می‌کند [Hinze et al, 2013].

تاریخ پیدایش ژئوفیزیک با کشف گیلبرت در رابطه با خاصیت مغناطیس زمین، مرتبط است، با این کشف قدم ابتدایی در ایجاد علم ژئوفیزیک برداشته شد. قدم نخست در کاربرد علم ژئوفیزیک با هدف اکتشاف مواد معدنی در سال ۱۸۴۳ برداشته شد، زمانی که فون‌رده<sup>۱</sup> بیان داشت که از تئودولیت مغناطیسی استفاده شده توسط لامونت<sup>۲</sup> برای اندازه‌گیری تغییرات میدان مغناطیسی زمین، می‌توان برای اکتشاف کانه‌های مغناطیسی نیز استفاده کرد [Telford et al, 1991]. پس از آن تقاضای روز افزون بازار به فلزات و افزایش بی‌سابقه‌ی استفاده از نفت، گاز و مشتقات آنها در ابتدای قرن بیستم منجر به توسعه‌ی بسیاری از روش‌های ژئوفیزیکی شد.

امروزه اندازه‌گیری‌های ژئوفیزیکی کاربرد و گستره‌ای بسیار وسیع یافته‌اند، با استفاده از این روش‌ها، اطلاعاتی از ساختارهای مدفون زمین‌شناسی به دست می‌آید که می‌توان از آنها به صورت مستقیم یا غیر مستقیم در اکتشاف مواد معدنی، هیدروکربورها، آب‌های زیرزمینی، بررسی‌های مهندسی، زیست محیطی، باستان‌شناسی و... استفاده نمود، زیرا روش‌های ژئوفیزیکی قادرند ناپیوستگی‌ها و بی‌هنجاری‌های خواص فیزیکی زمین را تشخیص دهند. کار ژئوفیزیکدانان مطالعه‌ی این بی‌هنجاری‌ها و تجزیه و تحلیل آثار آنها می‌باشد. ژئوفیزیک اکتشافی شامل روش‌هایی چون؛ گرانی‌سنجی، مغناطیس‌سنجی، لرزه‌شناسی، ژئوالکتریک، الکترومغناطیس، رادیواکتیو و چاه‌نگاری و ... است که در اکتشافات زیرسطحی کاربرد فراوانی دارند. انتخاب هر کدام از این روش‌ها به اهداف اکتشاف بستگی دارد.

به جزء حفاری، برداشت‌های ژئوفیزیکی تنها راهی است که می‌توان به کمک آن موقعیت قرارگیری توده‌های بی‌هنجار واقع در اعماق زیاد و در زیر سطح زمین را تعیین کرد. به کمک آنها می‌توان مناطق وسیعی را در زمان کم پوشش داد، در حالی که هزینه‌ی آنها نسبت به حفاری بسیار کمتر است. علاوه بر مشخص کردن مشخصات ساختارهای عمیق و کم عمق، ژئوفیزیک می‌تواند به سوالات

<sup>۱</sup> Von Wrede

<sup>۲</sup> Lamont

مهم دیگر از قبیل شیب و عمق توده‌ها، چگونگی دگرشکلی ساختارها، ناپیوستگی لایه‌ها و ... پاسخ دهد.

ژئوفیزیک عمدتاً نشانگر ویژگی‌های زمین‌شناسی ساختارهای مدفون همراه با ذخایر معدنی، نفت، گاز و ... است و انتخاب نوع روش یا روش‌های ژئوفیزیکی در عمل به منظور موقعیت‌یابی یک ذخیره‌ی معدنی معین وابسته به طبیعت (خواص فیزیکی) ماده‌ی معدنی مربوطه و نشان دهنده‌ی مستقیم حضور ماده‌ی معدنی مورد مطالعه می‌باشد. مثل روش مغناطیس‌سنجی که برای اکتشاف کانه‌های آهن یا نیکل کاربرد دارد. در دیگر اوقات روش ژئوفیزیکی ممکن است نشانگر آن باشد که آیا شرایط برای تشکیل ماده‌ی معدنی مطلوب مساعد است یا خیر؟ به عنوان مثال بهره‌گیری از روش مغناطیس-سنجی در اکتشاف نفت، به عنوان ابزار تعیین ضخامت رسوبات تا سنگ بستر است و مشخص می‌نماید که آیا رسوبات به اندازه‌ی کافی ضخیم هستند که قابلیت نگهداری ذخیره‌ی قابل توجه هیدروکربور را در خود دارا باشند یا خیر؟ [1991] Telford et al.

روش گرانی‌سنجی بر این اصل استوار است که گرانی در همه جا یکنواخت نیست. وجود سنگ‌های مختلف با وزن مخصوص متفاوت بر گرانی تاثیر می‌گذارد. چگالی سنگ‌ها به تخلخل، چگالی سیالات پرکننده خلل و فرج و کانی‌های تشکیل دهنده سنگ بستگی دارد. پس سنگ‌هایی که چگالی بیشتری دارند بر گرانی بیشتر تاثیر می‌گذارند. به کمک این روش می‌توان ساختارهای زیر سطحی را به نقشه در آورد، گسل‌ها و توده‌های نفوذی زیرسطحی را مشخص کرد و همچنین ضخامت رسوبات در حوزه‌های رسوبی را تعیین کرد.

برداشت‌های ژئوفیزیکی منطقه‌ای در تعیین لبه‌های توده‌های زیرسطحی، اطلاعات ارزشمندی را از زمین‌شناسی زیرسطحی فراهم می‌آورد، نظیر تغییرات لیتولوژیک، نوع ساختارها و مدل دگرشکلی آنها، علاوه بر اینها استفاده‌ی جامع از اطلاعات حاصله راجع به موقعیت لبه‌های توده‌ها و محتویات زمین‌شناسی می‌تواند تفسیر داده‌ها را در مقایسه با حالتی که تنها از داده‌های میدانی استفاده می‌شود، اطمینان بخش‌تر کند. همچنین می‌تواند اطلاعات زیر سطحی بیشتری را برای مقید کردن مدل‌سازی‌های دو بعدی و سه بعدی در پروژه‌های بزرگ مهندسی فراهم آورد. بنابراین تحقیق در زمینه‌ی شناسایی موقعیت قرارگیری مرزهای توده‌های بی‌هنجار گرانی و مغناطیس همواره برای ژئوفیزیکدانان جذاب بوده است [Jiang and Gao,] 2012. معمولاً بر اساس مشتق‌های بی‌هنجاری‌های میدان پتانسیل و با استفاده از مقادیر بیشینه و کمینه، مقادیر صفر یا سایر مقادیر منحصر به فرد مشتق‌های قائم و افقی و ترکیبات آنها، لبه‌های توده‌ها شناسایی می‌شوند.

داده‌های گرادیان گرانی به صورت گسترده‌ای در تفسیر بی‌هنجاری‌های گرانی، به خصوص بی-هنجاری‌های دارای طول موج کوتاه ناشی از منابع کم‌عمق، مورد استفاده قرار می‌گیرند. برای مثال گرادیان‌های قائم اول و دوم مولفه‌ی قائم گرانی، اغلب برای تفکیک بی‌هنجاری‌های مجاور هم، تفکیک بی‌هنجاری‌های محلی از زمینه و تعیین اندازه و موقعیت قرارگیری توده‌های بی‌هنجار مورد استفاده قرار می‌گیرند. گرادیان‌های افقی نیز برای آشکارسازی موقعیت لبه‌های بی‌هنجاری به کار می‌روند [Cordell, 1979; Cordell and Grauch, 1985; Fedi and Florio, 2001; Cooper and Cowan, 2003; Wang et al, 2009-2010].

هدف از غنی کردن داده‌ها تقویت بی‌هنجاری‌هایی است که تحت اثر بی‌هنجاری‌های حاوی دامنه‌های بزرگ‌تر، پوشیده شده‌اند، از آنجایی که تانسور گرادیان گرانی<sup>۱</sup> نشان دهنده‌ی نرخ تغییرات مولفه‌های میدان گرانی برداری در نُه جهت است، تفسیر آن تصویری با قدرت تفکیک‌پذیری بالاتر و دقیق‌تر از منابع زیر سطح زمین ارائه می‌دهد [Oruc and Keskinsezer, 2008]، در نتیجه می‌توان از آن برای تقویت توده‌هایی که اثرشان تحت اثر توده‌های بزرگ‌تر پوشیده شده است، استفاده کرد. مولفه‌های تانسور گرادیان گرانی، اطلاعاتی راجع به خصوصیات زیرسطحی منابع ارائه می‌دهند که از روی مولفه‌ی قائم گرانی قابل استنباط نیست [Oruc et al, 2013].

## ۱-۲ سابقه‌ی مطالعات در زمینه‌ی تانسورهای گرادیان گرانی

گان (۱۹۷۵) برای اولین بار از تبدیل فوریه<sup>۲</sup> برای محاسبه‌ی مولفه‌های گرادیان گرانی استفاده کرد و نحوه‌ی محاسبه‌ی گرادیان‌های افقی و قائم مولفه‌ی قائم گرانی را نشان داد. واسکو (۱۹۸۹) و واسکو و تیلور (۱۹۹۱) داده‌های تانسور گرادیان گرانی را -که توسط نیروی هوایی ایالات متحده و با استفاده از سیستم برداشت گرادیان گرانی در جنوب‌غربی ایالت اوکلاهامای ایالات متحده برداشت شده بود- برای تعیین ساختارهای چگال زیرسطحی به صورت سه بعدی وارون‌سازی کردند. تحلیل‌های آن‌ها نشان داد که مولفه‌های گرادیان گرانی تفکیک بهتری را نسبت به گرانی قائم به منظور تعیین عمق یک حوضه، فراهم می‌آورند.

پدرسون و راسموسن (۱۹۹۰) نشان دادند که بزرگ‌ترین مقدار ویژه<sup>۳</sup> تانسور گرادیان گرانی و بردار ویژه<sup>۴</sup> مربوط به آن، به مرکز جرم منبع نقطه‌ای ساده مربوط هستند. تحلیل دیگر توسط مونتانا و

---

<sup>۱</sup> Gravity Gradient Tensors

<sup>۲</sup> Fourier Transform

<sup>۳</sup> Eigenvalue

<sup>۴</sup> Eigenvector

**همکاران (۱۹۹۲)** انجام شد، که در آن تفاوت الگوهای آنومالی را برای هر مولفه‌ی تانسوری مربوط به یک منشور مدفون نشان داده‌اند. **پراتسون و همکاران (۱۹۹۸)** نشان دادند که داده‌های گرادیان گرانی، تعیین ساختارهای نمکی مدفون در خلیج مکزیک را بهبود می‌بخشند. **ژانگ و همکاران (۲۰۰۰)** نشان دادند که مولفه‌های تانسور گرادیان گرانی می‌تواند برای بهبود روش اویلر دیکانوولوشن استفاده شود.

**میکوس و هینوجوسا (۲۰۰۱)** برای محاسبه‌ی تانسور گرادیان گرانی کامل از روی مولفه‌های قائم گرانی روش تبدیل فوریه را پیشنهاد کردند و تانسور گرادیان گرانی حوضه آنادارکور در اوکلاهامای آمریکا را محاسبه کردند. **فاز (۲۰۰۱)** ثابت‌های تانسور گرانی را برای مدلی پیچیده از پی‌سنگ که دارای گسل‌های افقی و قائم بود، محاسبه کرد. **مورفی (۲۰۰۴)** از مولفه‌های افقی تانسور گرادیان گرانی برای تعیین موقعیت کنتاکت‌های زمین‌شناسی استفاده کرد. **هنسن و دیرایدر (۲۰۰۶)** روشی را شرح دادند که خصوصیات خطی ساختارهای زیرسطحی را با استفاده از مقدرهای ویژه‌ی ماتریس گرادیان گرانی مشاهده‌ای -یا محاسبه‌ای از روی داده‌های مغناطیسی- به دست می‌آورد. آنها نشان دادند که مثبت‌ترین مقدار ویژه می‌تواند برای تحلیل خصوصیات خطی و منفی‌ترین مقدار ویژه می‌تواند برای تخمین عمق منابع بی‌هنجار استفاده شود.

**ژانگ و همکاران (۲۰۰۶)** برای افزایش دقت محاسبات مربوط به مشتقات میدان گرانی روش تبدیل کسینوس<sup>۱</sup> را پیشنهاد کردند و رابطه‌ی مشتقات مولفه‌های مختلف میدان گرانی را به ازای درجات متفاوت به دست آوردند. **مورفی (۲۰۰۷)** با ثابت‌های به‌دست آمده از مولفه‌های افقی گرادیان گرانی به تعیین موقعیت ساختارهای زمین‌شناسی زیرسطحی پرداخت. همچنین با همکاری **بروستر (۲۰۰۷)** روش کار با گرادیان‌های گرانی را شرح داد. **بیکی و پدرسون (۲۰۱۰)** نشان دادند که راستای کشیدگی اجسام شبه دویعدی را می‌توان از روی بردارهای ویژه مربوط به کوچکترین مقدار ویژه تانسور گرادیان کل، تخمین زد. **مورفی و دیکینسون (۲۰۱۰)** با ترکیب مولفه‌های خاصی از تانسور گرادیان با ثابت‌های این تانسور، به تعیین شکل توده‌ها و کنتاکت‌های زمین‌شناسی زیرسطحی پرداختند. **جیانگ و همکاران (۲۰۱۲)** نتایج تفکیک بی‌هنجاری‌ها با استفاده از تبدیل فوریه و تبدیل کسینوس را با یکدیگر مقایسه کردند. **اوروچ و همکاران (۲۰۱۳)** با استفاده از مقدرهای ویژه اول و

---

<sup>۱</sup> Cosine Transform

دوم و دترمینان<sup>۱</sup> تانسور گرادیان گرانی افقی به تعیین موقعیت قرارگیری بی‌هنجاری‌های گرانی پرداختند.

### ۱-۳ طرح مسئله و ضرورت انجام تحقیق

در بررسی ناهمگنی جانبی توده‌های زیرسطحی، به ویژه موقعیت لبه‌ی آن‌ها، داده‌های میدان پتانسیل مزایای منحصر به فردی دارند. تعیین موقعیت لبه‌های توده‌ی بی‌هنجار از مهم‌ترین پارامترهایی است که در تفسیر داده‌های میدان پتانسیل مورد توجه قرار می‌گیرد. فیلترهای متعددی برای شناسایی مرزهای افقی توده‌های بی‌هنجار وجود دارد. این فیلترها می‌توانند مرز بین واحدهای زمین‌شناسی را با وضوح بیش‌تری مشخص کنند و ساختمان‌های سطحی و عمیق را برجسته نمایند و یا عوارض را از زوایای مختلف نمایش دهند. از جمله‌ی این فیلترها می‌توان مشتق قائم، مشتق‌های افقی، مشتق افقی کل، سیگنال تحلیلی<sup>۲</sup> و فیلترهای فاز محلی<sup>۳</sup> ... را نام برد. این روش‌ها بر اساس مکان نقاط ماکزیمم و یا صفر حاصل از به کارگیری این فیلترها عمل می‌کنند. گرچه روش‌های مذکور به طور گسترده‌ای در شناسایی لبه‌های منابع و تعیین موقعیت آن‌ها مورد استفاده قرار می‌گیرند، هر کدام محدودیت‌هایی دارند [Salem et al, 2008; Cameron and Goussev, 2010; Al-Garni, 2010; Beamish and White, 2011; Beamish, 2012]، در نتیجه بین لبه‌های به دست آمده و لبه‌های واقعی تفاوت‌هایی به وجود می‌آید.

پیشرفت در سیستم برداشت داده‌های گرادیان گرانی، منجر به بهبود گرادیان‌سنجی<sup>۴</sup> و استفاده از آن در تعیین موقعیت توده‌های نفوذی نمکی و اکتشافات هیدروکربنی شده است [Bell et al, 1997; Bell, 1998; Pratson et al, 1998]. تانسورهای گرادیان گرانی نسبت به سیگنال‌هایی از میدان گرانی زمین که دارای طول موج‌های کوتاه‌تری هستند، حساس‌ترند و ساختارهای میدان گرانی را با جزئیات بیش‌تر و بهتری در مقایسه با بی‌هنجاری گرانی قائم نشان می‌دهند، زیرا که تانسور گرادیان گرانی انحنای سطوح هم‌پتانسیل و خمش خطوط نیرو را بهتر نشان می‌دهد [Jiang and Gao, 2012]، در نتیجه دقت تفسیر داده‌های ژئوفیزیکی را افزایش می‌دهند، همچنین دارای کاربردی مفید در تفسیرهای زمین‌شناسی هستند.

---

<sup>۲</sup> Determinant

<sup>۳</sup> Analytic Signal

<sup>۱</sup> Local Phase Filters

<sup>۴</sup> Gradiometry



به علت گران قیمت بودن دستگاه‌های مورد استفاده در سیستم گرادیان‌سنجی، این نوع از سیستم برداشت داده‌های میدان پتانسیل در دسترس نیست، همچنین داده‌های حاصل از آن نیز دارای حق نشر<sup>۱</sup> است و شرکت‌های مربوط داده‌ها را در دسترس عموم قرار نمی‌دهند. این عوامل، استفاده از فناوری گرادیان‌سنجی را محدود کرده است. با توجه به این موارد، تحقیق در زمینه‌ی استفاده از ابزارهای ریاضیاتی مانند تبدیل فوریه‌ی گسسته (DFT)<sup>۲</sup> و تبدیل کسینوس گسسته (DCT)<sup>۳</sup> برای تولید داده‌های گرادیان گرانی ضروری می‌نماید، زیرا این نوع داده‌ها در صورت تولید توسط این ابزارها می‌توانند تا حدودی جایگزین برداشت داده‌های گرادیان گرانی باشند.

#### ۱-۴ اهداف مطالعه و روش تحقیق

هدف این تحقیق بررسی روش‌های مبتنی بر ریاضی برای به کارگیری آنها در تفسیر داده‌های میدان پتانسیل می‌باشد، بدین سبب روش‌هایی نظیر تبدیل فوریه و تبدیل کسینوس مورد مطالعه و بررسی قرار می‌گیرند تا با استفاده از آنها و مفهوم گرادیان‌های میدان در حوزه‌ی این تبدیلات، بتوان مولفه‌های تانسور گرادیان گرانی را که ابزاری کارآمد در تحلیل و تفسیر داده‌های گرانی است، به دست آورد. این روش می‌تواند جایگزین مناسبی برای برداشت‌های گرادیان سنجی باشد، زیرا در صورت دست یافتن به این هدف، نیاز به برداشت‌های پرهزینه‌ی گرادیان‌سنجی بر طرف خواهد شد، در نتیجه باعث کاهش هزینه‌های مطالعاتی مناطق تحت بررسی می‌گردد.

در این نوشتار نخست خواص و ویژگی‌های تبدیلات فوریه و کسینوس و فیلترهای آشکارساز لبه‌ای<sup>۴</sup> که از مولفه‌های تانسور گرادیان گرانی برای تعیین موقعیت مرز بی‌هنجاری‌ها استفاده می‌کنند، بررسی شده است. سپس با طراحی مدل مصنوعی و محاسبه‌ی اثر گرانی آن با استفاده از نرم افزار MATLAB، مولفه‌های گرادیان این مدل تهیه شده و به بررسی الگوهای بی‌هنجاری هر مولفه پرداخته شده است. سپس فیلترهای آشکارساز لبه روی بی‌هنجاری حاصل از مدل مصنوعی اعمال شده و به بررسی عملکرد فیلترهای مذکور پرداخته شده است. پس از آن مولفه‌های گرادیان بی‌هنجاری‌های گرانی مناطق مورد مطالعه در حوزه‌ی تبدیلات فوریه و کسینوس محاسبه شد، همچنین فیلترهای آشکارساز لبه به صورت جداگانه در حوزه‌ی تبدیلات فوریه و کسینوس روی بی‌هنجاری‌های

---

<sup>۳</sup> Copyright

<sup>۴</sup> Discrete Fourier Transform

<sup>۵</sup> Discrete Cosine Transform

<sup>۱</sup> Edge Detection

گرانی مناطق اعمال شد و نتایج حاصل از اعمال فیلترها در دو حوزه‌ی فوریه و کسینوس مورد مقایسه و بررسی قرار گرفت و به کمک آنها لبه‌های بی‌هنجاری‌ها تعیین گردید.

## ۱-۵ ساختار پایان‌نامه

این پایان‌نامه در شش فصل تهیه شده است، به طوری که در فصل نخست کلیات تحقیق نظیر کاربرد گرادیان‌های گرانی در تفسیرهای ژئوفیزیکی، تاریخچه‌ی مطالعه‌ی تانسورهای گرادیان گرانی و استفاده از تبدیلات فوریه و کسینوس در مطالعات تانسوری ارائه می‌گردد. همچنین ضرورت، اهداف و روش‌های مورد استفاده در تحقیق حاضر شرح داده شده است. در فصل دوم مختصری از اصول و مبانی روش گرانی سنجی ارائه می‌گردد. در فصل سوم روابط و خواص تانسور گرادیان گرانی معرفی شده است، همچنین تبدیلات فوریه و کسینوس، روابط مربوط به آنها و رابطه‌ی گرادیان‌های مختلف در دو حوزه فوریه و کسینوس معرفی می‌گردد. در فصل چهارم چند مورد از فیلترهای آشکارساز لبه که از مولفه‌های تانسور گرادیان گرانی برای تعیین موقعیت قرارگیری مرزهای بی‌هنجاری استفاده می‌کنند معرفی شده و مورد بحث قرار می‌گیرند. در فصل پنجم با استفاده از نرم افزار MATLAB تعدادی مدل مصنوعی ساخته شده و اثر گرانی هر یک محاسبه شده است. با استفاده از اثر گرانی و خواص تانسورهای گرادیان کارایی فیلترهای مورد استفاده در شناسایی مرزها مورد ارزیابی قرار گرفته است. سپس این فیلترها بر روی داده‌های گرانی حوزه‌ی نفتی البرز-قم، داده‌های گرانی محدوده‌ی اکتشافی تخت سلیمان (تکاب) در استان آذربایجان غربی و داده‌های مغناطیس کانسار آهن اُجت آباد استان سمنان استفاده شده است. در نهایت در فصل ششم نتایج و پیشنهادات پژوهشی برای تحقیقات آتی ارائه شده است.

# فصل دوم

## اصول و مبانی روش کرائی سنجی

گرانی‌سنجی یکی از روش‌های ژئوفیزیکی است که در آن یکی از میدان‌های طبیعی کره‌ی زمین، یعنی میدان گرانش زمین اندازه‌گیری می‌شود. هدف این شاخه بررسی و به دست آوردن شتاب جاذبه زمین و بحث درباره‌ی شکل میدان جاذبه زمین در نقاط مختلف آن است. در کاوش به روش گرانی-سنجی تغییرات بسیار جزئی جاذبه‌ی ناشی از سنگ‌ها و کانی‌ها اندازه‌گیری می‌شود. اساس روش گرانی‌سنجی قانون جاذبه‌ی نیوتن است. طبق این قانون هر جسمی به جرم  $M$  می‌تواند به هر جرم دیگری که از آن فاصله معینی دارد نیرویی به نام نیروی جاذبه یا گرانی اعمال کند. روشن است سیاره‌ی زمین نیز مشابه یک جرم بزرگ می‌تواند به هر جسم دیگری که روی سطح آن است و یا در فاصله‌ای از آن قرار دارد نیروی جاذبه یا گرانی اعمال کند. هر چه جرم جسم بزرگ‌تر و یا چگالی آن بیشتر باشد مقدار این نیرو نیز بیشتر است. به بیان دیگر سنگ‌ها و کانی‌هایی که چگالی بیشتری دارند میزان کشش گرانی بر روی آنها زیادتر است در حالی که بر روی توده سنگ‌هایی که چگالی کم‌تری دارند میزان کشش گرانی کم‌تر است. تغییرات میدان گرانی زمین در اثر وجود بی‌هنجاری‌های محیطی را آنومالی یا بی‌هنجاری گرانی می‌نامند.

با توجه به اینکه میدان جاذبه بستگی به جنس لایه‌ها دارد با این روش می‌توان به تحلیل و بررسی مسائل زمین‌ساختی مثل تاقدیس‌های زیرزمینی، گنبد‌های نمکی، گسل‌ها و توده‌های نفوذی پرداخت. این روش در مطالعات مهندسی جهت تعیین محل حفره‌ها و غارهای انحلالی داخل سنگ‌های آهکی و در اکتشافات هیدروکربوری به همراه روش مغناطیس‌سنجی به عنوان ابزاری برای شناسایی به کار می‌رود. از قابلیت‌های روش گرانی‌سنجی در تعیین مشخصات توده‌های معدنی نیز می‌توان به تعیین محل و گسترش توده، شناخت عمق قرارگیری، شیب، عمق روباره، ضخامت ماده‌ی معدنی و... اشاره کرد.

شیوه‌ی انجام برداشت‌های گرانی به هدف برداشت و دقت آن بستگی دارد. برداشت‌های بزرگ مقیاس (به وسعت صدها کیلومتر مربع) برای آشکارسازی ساختارهای زیر زمینی عمده بوده و توسط برداشت‌های هوایی صورت می‌گیرد، برداشت‌ها معمولاً بر روی یک شبکه قرار گرفته و فاصله‌ی ایستگاه‌ها ۵۰۰ تا ۱۰۰۰ متر است. در حالی که جهت آشکارسازی توده‌های کوچک مقیاس، از روش پیمایش انفرادی با استفاده از دستگاه‌های قابل حمل استفاده می‌شود و فاصله‌ی ایستگاه‌ها بعضاً کمتر از ۱۰۰ متر می‌باشد. از آنجایی که موقعیت و ارتفاع ایستگاه‌ها می‌بایست دقیقاً معلوم باشد؛ نیاز به

نقشه برداری توپوگرافی اولیه است. علاوه بر آن برخی مطالعات زمین‌شناسی و جمع آوری نمونه سنگ‌های غیر هوازده نیز باید در منطقه انجام گیرد.

## ۲-۲ شتاب گرانی

نیروی گرانش با قانون نیوتن بیان می‌شود که مبنای کارهای گرانی‌سنجی است. طبق این قانون نیروی موجود بین دو ذره به جرم‌های  $m_1$  و  $m_2$  با حاصل ضرب جرم آنها نسبت مستقیم و با مجذور فاصله‌ی آنها نسبت عکس دارد [Telford et al, 1991]:

$$F = G \frac{m_1 m_2}{r^2} \quad (۱-۲)$$

که در آن  $G$  ثابت عمومی جاذبه نامیده می‌شود و مقدار آن برابر است با:

$$G = 6.67 \times 10^{-11} \text{ m}^3 / \text{kg} \cdot \text{s}^2 \quad (۲-۲)$$

طبق قانون دوم حرکت نیوتن شتاب جرم  $m_2$  ناشی از حضور جرم  $m_1$  از تقسیم  $F$  بر  $m_2$  به دست می‌آید. در حالت خاص اگر  $m_1$  برابر با  $M_e$  یعنی جرم زمین در نظر گرفته شود، با توجه به معادله‌ی (۱-۲) شتاب جاذبه در سطح زمین برابر است با [Telford et al, 1991]:

$$g = \frac{F}{m_2} = G \frac{M_e}{R_e} \quad (۳-۲)$$

واحد اندازه‌گیری شتاب جاذبه گال ( $1 \text{ gal} = 1 \text{ cm/s}^2$ ) است اما در عمل معمولاً از واحدهای کوچک‌تری به نام میلی‌گال ( $1 \text{ mgal} = 10^{-3} \text{ gal}$ ) استفاده می‌شود. جهت برداشت داده‌های گرانی از گرانی‌سنج استفاده می‌شود که می‌توان آنها را به دو گروه پایدار و ناپایدار تقسیم‌بندی کرد. گرانی-سنج‌های امروزی که تغییرات بسیار کوچک شتاب گرانی را اندازه می‌گیرند، دقتی در حدود  $0.001$  میلی‌گال دارند [اردستانی، ۱۳۸۹].

شتاب گرانی میدانی پایسته<sup>۱</sup> است که می‌توان آنرا به صورت گرادیان یک پتانسیل اسکالر نمایش داد. برای محاسبه‌ی مقدار پتانسیل گرانی،  $U$ ، و شتاب گرانی،  $g$ ، یک جسم از یک نقطه‌ی مشخص  $P$  می‌توان نوشت [Blakely, 1995; Telford et al, 1991]:

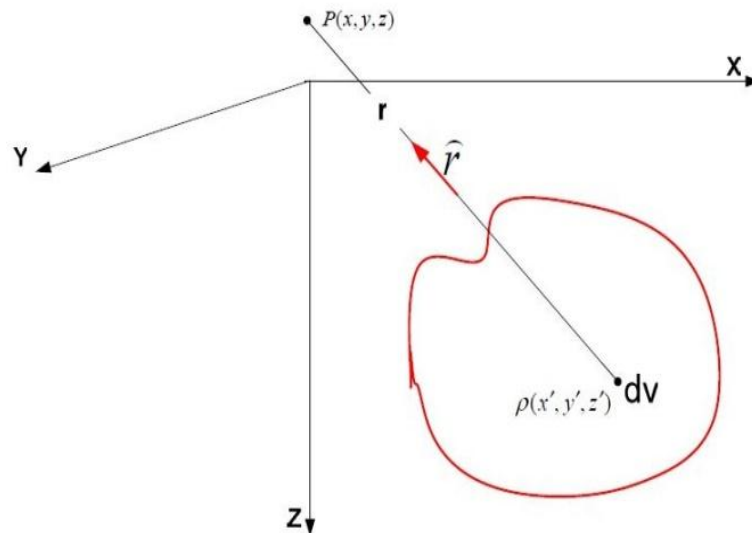
$$U(P) = G \int \frac{\rho}{r} dv \quad (۴-۲)$$

$$g(P) = -\nabla U(P) = -G \int \frac{\rho \cdot \hat{r}}{r^2} dv \quad (۵-۲)$$

که در آن چگالی توده و  $r$  فاصله‌ی نقطه‌ی  $P$  تا یک المان کوچک از توده به حجم  $dv$  است، همچنین  $\hat{r}$  بردار واحد از یک المان کوچک توده تا نقطه‌ی  $P$  بوده که فاصله‌ی آن به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$r = \sqrt{(x - x')^2 + (y - y')^2 + (z - z')^2} \quad (۶-۲)$$

جهت مثبت محور  $Z$  را به طرف پایین و قائم و محورهای  $X$  و  $Y$  به صورت شکل (۱-۲) در نظر گرفته می‌شود.



شکل ۱-۲: یک جسم سه بعدی با چگالی  $\rho(x', y', z')$  و نقطه‌ی مشاهده‌ای دلخواه با مختصات  $P(x, y, z)$  [آقاجانی، ۱۳۸۸]

<sup>۱</sup> Conservative

## ۳-۲ تصحیح<sup>۱</sup> داده‌های گرانی

اگر زمین به صورت کره کامل بود و هیچ گونه حرکتی نمی‌کرد، پستی و بلندی نمی‌داشت، سنگ‌ها گسترش همگنی داشتند و جذر و مد نیز اتفاق نمی‌افتاد؛ مقادیر اندازه‌گیری شده‌ی گرانی در تمام سطح زمین باید یکسان می‌بودند. مقادیر قرائت شده، برآیند شتاب جاذبه‌ی زمین و وجود توده‌های مدفون می‌باشد.

از آنجایی که اهداف مورد نظر در اکتشافات گرانی‌سنجی نظیر حفرات و کانسارهای سبک و سنگین دارای چگالی متفاوتی با زمینه هستند بنابراین تعیین این تغییرات چگالی در پوسته هدف اصلی ماست. به عبارت دیگر سهم هر اثر دیگری غیر از تغییر چگالی باید از داده‌ها حذف شود [اردستانی، ۱۳۸۹]. با انجام تصحیح‌های مختلف گرانی می‌توان اثر تمام عوامل به جز تغییر جنس سنگ‌ها را از قرائت‌ها حذف نمود.

## ۱-۳-۲ تصحیح رانه‌ی<sup>۲</sup> دستگاه

جابجایی دستگاه گرانی‌سنج، جاذبه‌ی ماه و خورشید و... بر مقدار اندازه‌گیری میدان گرانی اثر می‌گذارد. برای تصحیح این عوامل ایستگاهی را به عنوان ایستگاه مبنا در نظر می‌گیرند و بعد از گذشت مدت زمان مشخصی (مثلاً ۲ ساعت)، مجدداً به ایستگاه مبنا بازگشته و مقدار گرانی آن را اندازه‌گیری می‌کنند تا از این طریق نرخ رانه‌ی<sup>۳</sup> دستگاه را به ازای مدت برداشت محاسبه کنند. مقدار تصحیح رانه‌ی دستگاه به ازای هر نقطه‌ی برداشت از رابطه‌ی (۷-۲) به دست می‌آید.

$$g_{dr} = \left( \frac{g_{Base\ 2} - g_{Base\ 1}}{t_{Base\ 2} - t_{Base\ 1}} \right) \times (t_{obs} - t_{Base\ 1}) \quad (7-2)$$

پرانتر اول در سمت راست رابطه‌ی (۷-۲) را نرخ رانه می‌نامند که برای یک سیکل برداشت مقدار ثابتی است. در این رابطه منظور از  $g_{Base\ 1}$  اولین برداشت ایستگاه مبنا،  $g_{Base\ 2}$  دومین برداشت ایستگاه مبنا و  $t_{Base\ 1}$  و  $t_{Base\ 2}$  به ترتیب زمان این برداشت‌ها می‌باشند.  $t_{obs}$  نیز زمان برداشت به ازای هر ایستگاه است.

---

<sup>۱</sup> Correction

<sup>۱</sup> Drift Correction

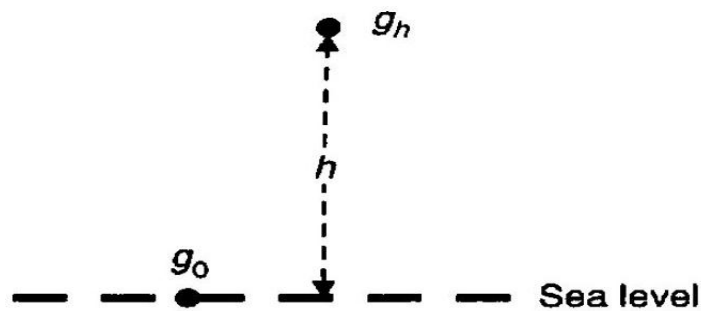
<sup>۲</sup> Drift Rate

### ۲-۳-۲ تصحیح هوای آزاد<sup>۱</sup>

چون مقدار گرانی اندازه‌گیری شده در نقاط مختلف شبکه‌ی برداشت با عکس مربع فاصله از مرکز جرم زمین تغییر می‌کند، بنابراین لازم است که مقدار آن به علت تغییرات ارتفاعی میان ایستگاه‌های برداشت داده تصحیح شود، به طوری که تمام داده‌ها به یک سطح مبنا برگردانده شود. چون مواد بین ایستگاه و سطح مبنا در این تصحیح در نظر گرفته نمی‌شود، این تصحیح به نام تصحیح هوای آزاد معروف است. مقدار این تصحیح از رابطه‌ی (۸-۲) محاسبه می‌شود [Blakely, 1995]:

$$g_{fa} = 0.3086 h \quad (۸-۲)$$

که در آن  $h$  ارتفاع از سطح مبنا بر حسب متر و  $g_{fa}$  مقدار این تصحیح بر حسب میلی‌گال است. برای نقاط مشاهده‌ای در بالای سطح مبنا، علامت این تصحیح مثبت و برای نقاط مشاهده‌ای واقع در زیر سطح مبنا علامت آن منفی در نظر گرفته می‌شود.



شکل ۲-۲: تصحیح هوای آزاد [Reynolds, 1997].

### ۲-۳-۳ تصحیح بوگه<sup>۲</sup>

در تصحیح هوای آزاد، جرم میان ایستگاه و سطح مبنا در نظر گرفته نمی‌شود، برای حذف اثر این جرم از تصحیح بوگه استفاده می‌شود. اگر ایستگاه اندازه‌گیری پایین‌تر از سطح مبنا قرار گرفته باشد، این مقدار به شتاب گرانی نقطه‌ی مورد نظر اضافه و در صورت بالاتر بودن از سطح مبنا، از آن کم می‌شود. تصحیح بوگه همواره دارای علامتی مخالف با تصحیح هوای آزاد است و طبق رابطه‌ی (۹-۲) اعمال می‌شود [Blakely, 1995]:

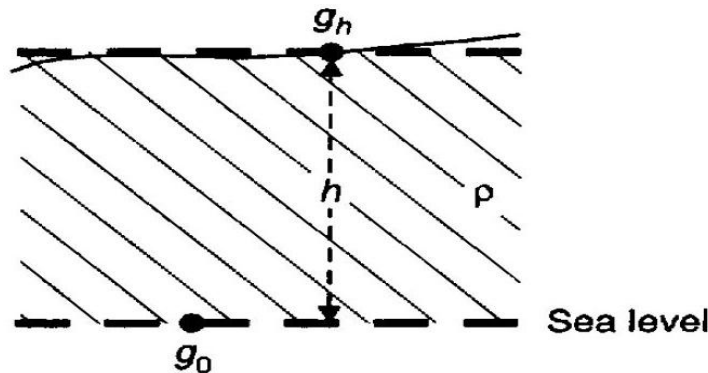
$$g_B = 0.0419 \rho h \quad (۹-۲)$$

<sup>۲</sup> Free Air Correction

<sup>۱</sup> Bouguer Correction



که در آن  $h$  فاصله‌ی ایستگاه برداشت داده از سطح مبنا بر حسب متر و  $\rho$  متوسط چگالی سنگ-های بین ایستگاه برداشت و سطح مبنا بر حسب گرم بر سانتی‌متر مکعب می‌باشد. با قرار دادن این کمیت‌ها بر حسب واحدهای مذکور مقدار تصحیح بوگه بر حسب میلی‌گال به دست می‌آید.



شکل ۲-۳: تصحیح بوگه [Reynolds, 1997]

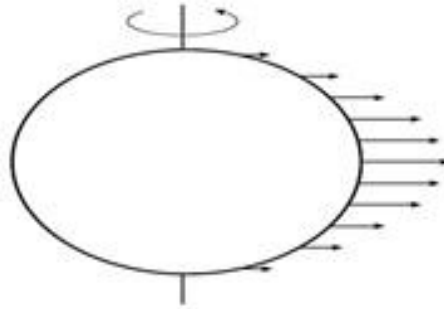
#### ۲-۳-۴ تصحیح عرض جغرافیایی<sup>۱</sup>

دوران زمین باعث ایجاد شتاب گریز از مرکز در جهت خلاف میدان گرانی زمین می‌شود. این پدیده باعث تخت‌شدگی زمین در قطبین و برآمدگی آن در استوا و در نتیجه تغییر در شدت میدان گرانی آن می‌شود. شکل (۲-۴) تغییرات شدت نیروی گریز از مرکز را با عرض جغرافیایی نشان می‌دهد، همان گونه که می‌بینیم با افزایش عرض جغرافیایی از شدت این نیرو کاسته می‌شود، طوری که در قطبین مقدار آن صفر می‌گردد و با کاهش عرض جغرافیایی، شدت آن افزایش می‌یابد، طوری که در استوا دارای مقدار بیشینه است. بنابراین در یک شبکه‌ی برداشت با افزایش عرض جغرافیایی نقاط اندازه‌گیری گرانی نسبت به خط مبنای محلی، مقدار این تصحیح از داده‌ها کسر شده و با کاهش عرض جغرافیایی نقاط اندازه‌گیری نسبت به خط مبنا مقدار این تصحیح به داده‌های برداشت شده افزوده می‌شود. تصحیح عرض جغرافیایی از رابطه‌ی (۲-۱۰) به دست می‌آید [Parasnis, 1986]:

$$g_{\varphi} = 0.812 \times \sin(2\varphi) \times \Delta y \quad (۲-۱۰)$$

که در آن  $\varphi$  نشان دهنده‌ی عرض جغرافیایی نقاط اندازه‌گیری و  $\Delta y$  فاصله‌ی نقطه‌ی مشاهده‌ای از خط مبنای محلی بر حسب کیلومتر می‌باشد.

<sup>۱</sup> Latitude Correction

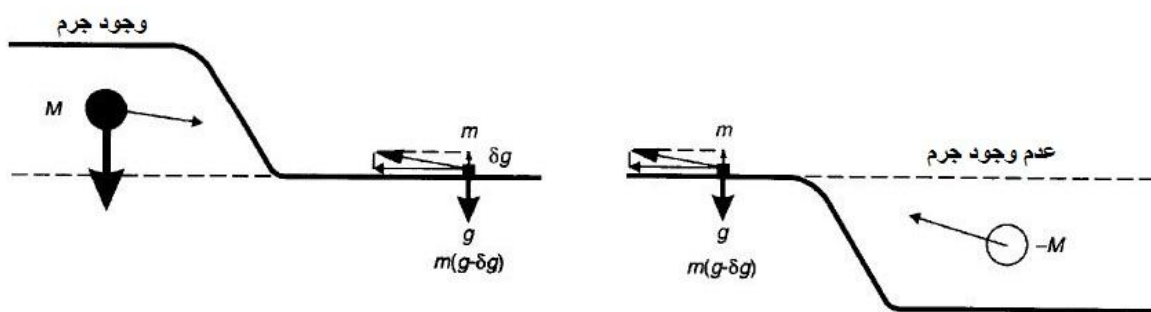


شکل ۲-۴: شماتیک نیروی گریز از مرکز در عرض‌های جغرافیایی متفاوت بر روی زمین [Fowles and Cassiday, 2004].

### ۲-۳-۵ تصحیح توپوگرافی<sup>۱</sup>

پس از اعمال تصحیح بوگه، برای حذف اثر پستی و بلندی‌های باقی‌مانده از تصحیح توپوگرافی که نقش مهمی در تصحیح بی‌هنجاری‌های گرانی دارد استفاده می‌شود. همان طور که در شکل (۲-۵) دیده می‌شود، وجود جاذبه‌ی رو به بالا (ناشی از تپه) و نبود جاذبه‌ی رو به پایین (ناشی از دره)، هر دو باعث کاهش اندازه‌گیری شدت گرانی در نقطه‌ی مورد نظر می‌شوند. بنابراین باید اثر ناشی از وجود و یا عدم وجود جرم‌های اطراف نقاط مشاهده‌ای را محاسبه کرد. تصحیح توپوگرافی همواره مثبت بوده و به مقدار داده‌های اندازه‌گیری شده اضافه می‌شود [Reynolds, 1997].

روش‌های مختلفی برای اعمال این تصحیح وجود دارد، از قبیل روش هامر، روش زون‌بندی و... در همه‌ی این روش‌ها دسترسی به فایل ارتفاعی DEM<sup>۲</sup> ناحیه‌ی اطراف شبکه‌ی برداشت گرانی ضروری است.



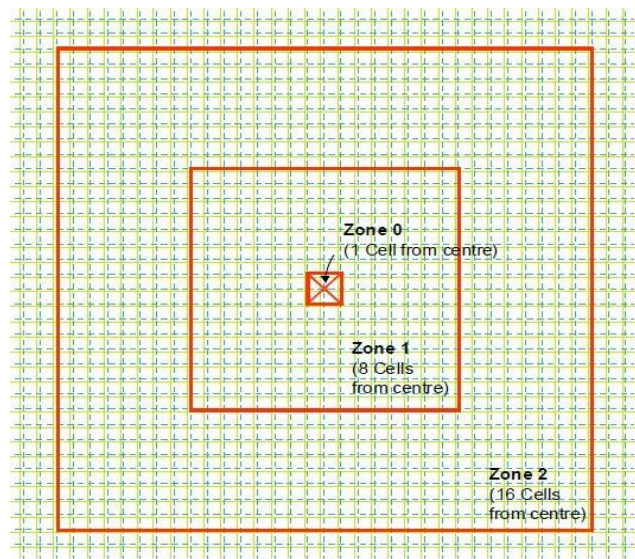
شکل ۲-۵: نمایش اثر توپوگرافی بر روی داده‌های برداشتی [Reynolds, 1997].

<sup>۱</sup> Terrain Correction

<sup>۲</sup> Digital Elevation Model

### ۲-۳-۵-۱ روش زون بندی

در این روش ناحیه‌ی در نظر گرفته شده برای تصحیح توپوگرافی اطراف نقطه‌ی قرائت گرانی به زون نزدیک، شماره‌ی صفر در شکل (۲-۶)، زون میانه، شماره‌ی یک در شکل (۲-۶)، و زون دور، شماره‌ی دو در شکل (۲-۶)، تقسیم بندی می‌شوند. هر کدام از سلول‌های کوچک نشان داده شده در شکل (۲-۶) دارای ابعاد ۱×۱ کیلومتر مربع هستند، بنابراین زون نزدیک دارای ابعاد ۲×۲ کیلومتر مربع بوده و نقطه‌ی برداشت گرانی در مرکز آن قرار می‌گیرد، قسمت بیرونی زون میانی و زون دور به ترتیب از چهار طرف دارای فاصله‌ی ۸ و ۱۶ کیلومتر از نقطه‌ی برداشت گرانی می‌باشند.

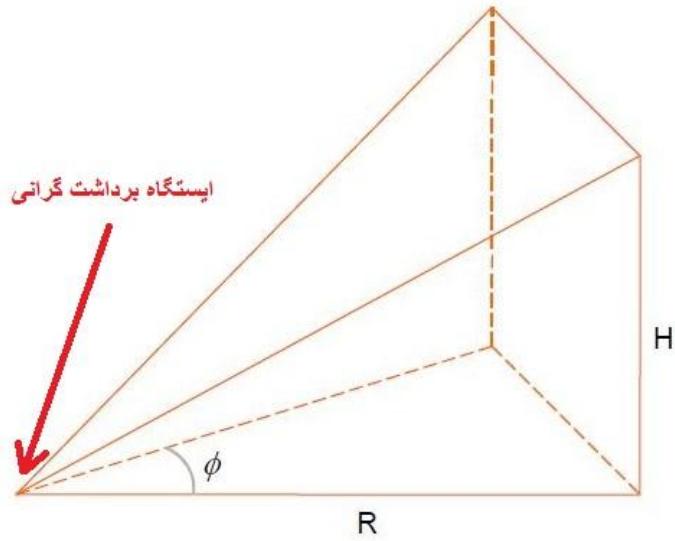


شکل ۲-۶: زون بندی ناحیه‌ی مورد مطالعه برای محاسبه‌ی اثر توپوگرافی [Kane, 1962]

از زون نزدیک، مدل هرم شکل (۲-۷) با سطح فوقانی شیبدار در نظر گرفته می‌شود و اثر گرانی این هرم‌ها محاسبه شده، با یکدیگر جمع می‌شوند و در مجموع اثر زون نزدیک را تشکیل می‌دهند. اثر گرانی این هرم طبق رابطه‌ی (۲-۱۱) محاسبه می‌شود [Kane, 1962]:

$$g_{near\ zone} = G\rho\phi \left( R - \sqrt{R^2 + H^2} + \frac{H^2}{\sqrt{R^2 + H^2}} \right) \quad (۲-۱۱)$$

که در این رابطه  $\rho$  تباین چگالی است. پارامترهای  $R$ ،  $\phi$  و  $H$  نیز در شکل (۲-۷) نشان داده شده‌اند.



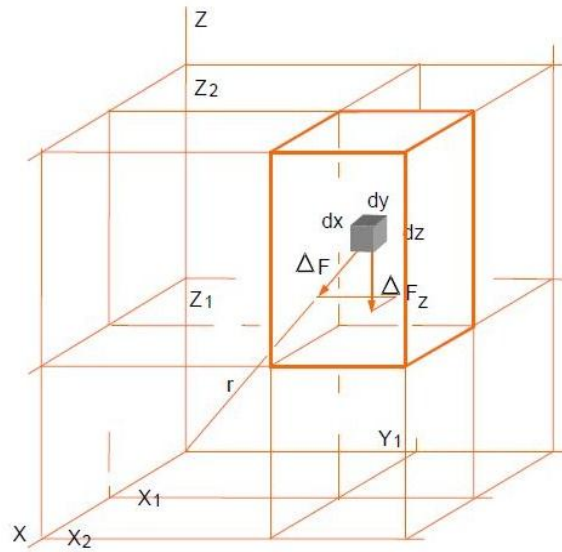
شکل ۲-۷: هرم مورد استفاده در زون نزدیک [Kane, 1962]

در زون میانه، اثر گرانی تمام مکعب‌های نشان داده شده در شکل (۲-۸) باید با یکدیگر جمع شوند، اثر هر یک از این مکعب‌ها از رابطه‌ی (۲-۱۲) و اثر کل زون میانه از رابطه‌ی (۲-۱۳) به دست می‌آید [Nagy, 1996]:

$$\Delta g_i = -G\rho \left| \begin{array}{ccc} z_2 & y_2 & x_2 \\ z_1 & y_1 & x_1 \end{array} \right| x \cdot \ln(y + R) + y \cdot \ln(x + R) + Z \arctan\left(\frac{Z \cdot R}{x \cdot y}\right) \quad (2) \quad (12)$$

$$\Delta g_{middle\ zone} = \sum_i \Delta g_i \quad (2) \quad (13)$$

که در آن  $x$ ،  $y$  و  $Z$  مختصات گوشه‌های مکعب هستند.



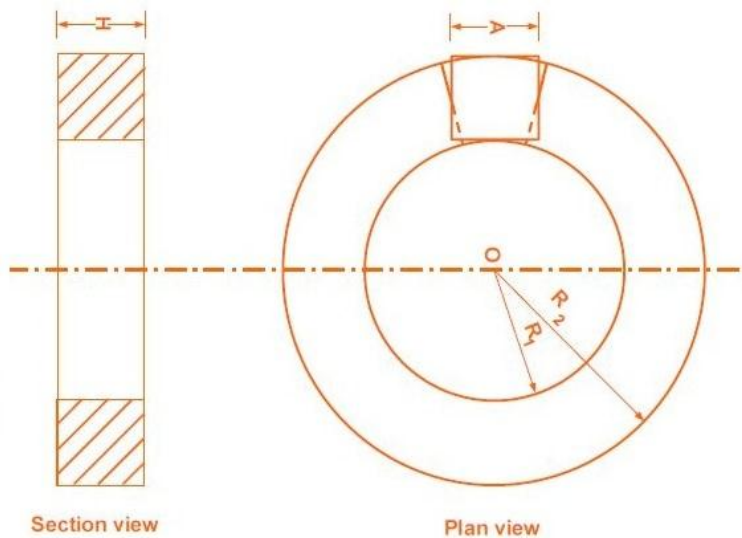
شکل ۲-۸: مکعب‌های مورد استفاده در زون میانه [Nagy, 1966]

اثر هر مکعب زون دور از رابطه‌ی (۲-۱۴) محاسبه می‌شود [Kane, 1962]:

$$g_{far\ zone} = 2G\rho A^2 \frac{(R_2 - R_1) \sqrt{R_1^2 + H^2} - \sqrt{R_2^2 + H^2}}{(R_2^2 - R_1^2)} \quad (۲)$$

(۱۴)

که در آن  $A$  و  $H$  طول افقی و ارتفاع مکعب مورد نظر و  $R_1$  و  $R_2$  به ترتیب شعاع داخلی و خارجی حلقه هستند.



شکل ۲-۹: نمایش زون دور [Kane, 1962]

علاوه بر تصحیحات ذکر شده، برای به دست آوردن تغییرات گرانی ناشی از توده‌های زیرسطحی باید اثر گرانی نرمال نیز از روی داده‌های برداشتی حذف شود. لازم به ذکر است که گرانی نرمال به اثر گرانی بیضوی مرجع اطلاق می‌شود. [رابطه‌ی \(۱۵-۲\)](#) گرانی نرمال معرفی شده توسط اتحادیه‌ی بین المللی ژئودزی و ژئوفیزیک<sup>۱</sup> (۱۹۷۹) را بیان می‌کند:

$$\gamma_{\varphi} = 9780327 [1 + 0.0053024 \sin^2(\varphi) - 0.000005 \sin^2(2\varphi)] \quad (15-2)$$

در [رابطه‌ی \(۱۵-۲\)](#)،  $\varphi$  عرض جغرافیایی نقطه‌ی برداشت گرانی است و مقدار گرانی نرمال طبق این رابطه بر حسب میلی گال به دست می‌آید.

---

<sup>۱</sup> International Union of Geodesy and Geophysics

## فصل سوم

تانسور کرا دیان گرانی در حوزه می تبدیلات فوریه و کسینوس

گرادیان سنجی گرانی از نظر تاریخی به سال ۱۸۸۷ باز می‌گردد، زمانی که بارون ون اتووش<sup>۱</sup> دانشمند بزرگ مجارستانی، اختراعش را در این زمینه نمایان ساخت و انقلابی در صنعت نفت ایجاد کرد [Bell and Hansen, 1998]. در سال‌های دهه‌ی سی، ه‌گیری‌های گرانی‌سنجی جایگزین گرادیان‌سنجی شد، زیرا که در آن دوران برداشت، پردازش و تفسیر داده‌های گرانی‌سنجی نسبت به داده‌های گرادیان سنجی ارزان‌تر، سریع‌تر و راحت‌تر بودند [Mikhailov et al, 2007]. در دهه‌ی هفتاد میلادی گرادیان‌سنجی‌ها توسعه‌ی بسیاری پیدا کردند، تا آنجا که می‌توانستند همه‌ی مولفه‌های تانسور گرادیان گرانی را مستقیماً اندازه‌گیری کنند [Bell et al, 1997]. پیشرفت در سیستم برداشت داده‌های گرادیان گرانی منجر به بهبود گرادیان‌سنجی و استفاده از آن در اکتشافات هیدروکربنی شد [Bell et al., 1997; Bell, 1998; Pratson et al., 1998]. در سال‌های اخیر کاربرد داده‌های تانسور گرادیان گرانی در اکتشافات معدنی، هیدروکربنی و زمین‌شناسی ساختاری افزایش قابل ملاحظه‌ای پیدا کرده است [Fedi et al, 2005].

داده‌های تانسور گرادیان گرانی را می‌توان روی سکوه‌های متحرک زمینی، هوایی و دریایی اندازه‌گیری کرد [Beiki and Pedersen., 2010]. از طرف دیگر بسیاری از روش‌های عددی می‌توانند با تقریب خوبی مولفه‌های تانسور گرادیان گرانی را تولید کنند، بدین منظور علاوه بر استفاده از داده‌های گرادیان‌سنجی، می‌توان این تانسور را از داده‌های قائم گرانی به وسیله‌ی روش‌های ریاضی از قبیل تبدیل فوریه و تبدیل کسینوس، با دقت خوبی به دست آورد [Jiang et al, 2012].

هدف این فصل معرفی تکنیک‌های تولید مولفه‌های تانسور گرادیان گرانی در حوزه‌ی تبدیلات فوریه و کسینوس است، الگوهای بی‌هنجاری تولیدی توسط این روش‌ها و خصوصیات آن‌ها در فصل‌های آتی مورد بحث قرار می‌گیرند.

---

<sup>۱</sup> Von Eötvös



### ۲-۳ معرفی تانسور گرادیان گرانی

تانسور گرادیان گرانی از مشتقات درجه‌ی دوم پتانسیل گرانشی و همچنین از مشتقات درجه‌ی اول مولفه‌های میدان گرانی ساخته می‌شود [Mickus and Hinojosa, 2001]:

$$\Gamma = \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} & \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} & \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial z} \\ \frac{\partial^2 u}{\partial y \partial x} & \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} & \frac{\partial^2 u}{\partial y \partial z} \\ \frac{\partial^2 u}{\partial z \partial x} & \frac{\partial^2 u}{\partial z \partial y} & \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial g_x}{\partial x} & \frac{\partial g_x}{\partial y} & \frac{\partial g_x}{\partial z} \\ \frac{\partial g_y}{\partial x} & \frac{\partial g_y}{\partial y} & \frac{\partial g_y}{\partial z} \\ \frac{\partial g_z}{\partial x} & \frac{\partial g_z}{\partial y} & \frac{\partial g_z}{\partial z} \end{bmatrix} \quad (1-3)$$

$$= \begin{bmatrix} g_{xx} & g_{xy} & g_{xz} \\ g_{yx} & g_{yy} & g_{yz} \\ g_{zx} & g_{zy} & g_{zz} \end{bmatrix}$$

رابطه‌ی (۱-۳) حالت‌های مختلف نمایش تانسور گرادیان گرانی را نشان می‌دهد، در این رابطه  $g = (g_x, g_y, g_z)$  بردار میدان گرانی و  $u$  پتانسیل گرانشی است.

با توجه به اینکه ایستگاه‌های برداشت گرانی خارج از توده‌ی بی‌هنجار است و همچنین پتانسیل گرانشی در خارج از توده‌ی بی‌هنجار در معادله‌ی لاپلاس صدق می‌کند، می‌توان نتیجه گرفت که رد<sup>۱</sup> (مجموع مولفه‌های قطر اصلی) تانسور گرادیان گرانی برابر مقدار صفر است [Mickus and Hinojosa, 2001]:

$$\nabla^2 u = 0 \Rightarrow \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} = 0 \quad (2-3)$$

که در آن  $u$  پتانسیل گرانشی،  $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = g_{xx}$ ،  $\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = g_{yy}$  و  $\frac{\partial^2 u}{\partial z^2} = g_{zz}$  است.

رابطه‌ی (۲-۳) را می‌توان به صورت زیر بازنویسی کرد:

$$g_{xx} + g_{yy} + g_{zz} = 0 \quad (3-3)$$

<sup>۱</sup> Trace

$$g_{zz} = -(g_{xx} + g_{yy}) \quad (۴-۳)$$

یعنی مولفه‌ی  $g_{zz}$  را می‌توان با استفاده از مولفه‌های  $g_{xx}$  و  $g_{yy}$  به دست آورد، این بدین معناست که مولفه‌ی  $g_{zz}$  مستقل نیست.

از دیگر خواص تانسور گرادیان گرانی تقارن آن نسبت به قطر اصلی خود است، زیرا میدان گرانی زمین میدانی پایستار است و کرل<sup>۱</sup> میداین پایستار برابر صفر است [Fowles and Cassiday, 2004]، در نتیجه داریم:

$$\vec{\nabla} \times \vec{g} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ g_x & g_y & g_z \end{vmatrix} = 0 \quad (۵-۳)$$

$$\hat{i} \left( \frac{\partial g_z}{\partial y} - \frac{\partial g_y}{\partial z} \right) + \hat{j} \left( \frac{\partial g_x}{\partial z} - \frac{\partial g_z}{\partial x} \right) + \hat{k} \left( \frac{\partial g_y}{\partial x} - \frac{\partial g_x}{\partial y} \right) = 0 \quad (۶-۳)$$

رابطه‌ی (۶-۳) بیانگر برقراری روابط (۷-۳) است.

$$\frac{\partial g_z}{\partial y} - \frac{\partial g_y}{\partial z} = 0 \Rightarrow \frac{\partial g_z}{\partial y} = \frac{\partial g_y}{\partial z} \Rightarrow g_{zy} = g_{yz} \quad (الف-۷-۳)$$

$$\frac{\partial g_x}{\partial z} - \frac{\partial g_z}{\partial x} = 0 \Rightarrow \frac{\partial g_x}{\partial z} = \frac{\partial g_z}{\partial x} \Rightarrow g_{xz} = g_{zx} \quad (ب-۷-۳)$$

$$\frac{\partial g_y}{\partial x} - \frac{\partial g_x}{\partial y} = 0 \Rightarrow \frac{\partial g_y}{\partial x} = \frac{\partial g_x}{\partial y} \Rightarrow g_{yx} = g_{xy} \quad (ج-۷-۳)$$

بنابراین تنها پنج مولفه‌ی تانسور گرادیان گرانی مستقل هستند.

---

<sup>۱</sup> Curl

ردیف اول و ستون اول تانسور گرادیان گرانی کل، مشابه هم هستند و مولفه‌های آنها با محاسبه‌ی مشتق  $g_x$  به ترتیب در راستای محورهای  $x$ ،  $y$  و  $z$  به دست می‌آیند. ردیف دوم و ستون دوم تانسور گرادیان گرانی کل نیز مشابه هم هستند و مولفه‌های آنها با محاسبه‌ی مشتق  $g_y$  به ترتیب در راستای محورهای  $x$ ،  $y$  و  $z$  به دست می‌آیند. ردیف سوم و ستون سوم تانسور گرادیان گرانی کل نیز مشابه یکدیگرند و مولفه‌های آنها با محاسبه‌ی مشتق  $g_z$  به ترتیب در راستای محورهای  $x$ ،  $y$  و  $z$  به دست می‌آیند.

محاسبه‌ی مشتقات بی‌هنجاری‌های گرانی در پردازش داده‌های ژئوفیزیک اکتشافی بسیار مهم است، زیرا که مشتقات محاسبه شده در جهت‌های مختلف مزیت منحصر به فردی در تفکیک بی‌هنجاری‌های متفاوت و تعیین خصوصیات توده‌های زیر سطحی دارند. آنها می‌توانند توده‌های زیر سطحی کوچک را بارزتر کنند، همچنین اثر توده‌های بزرگ‌تر و عمیق‌تر را کاهش دهند. همچنین می‌توانند اثر بی‌هنجاری‌هایی را که دارای اندازه و عمق‌های متفاوتی هستند و بر روی هم قرار دارند را از یکدیگر جدا کنند. اگر درجه‌ی مناسبی از مشتقات انتخاب شود، قدرت تفکیک توده‌های زیر سطحی افزایش خواهد یافت [Zhang et al, 2006].

مشتقات میدان گرانی اغلب در حوزه‌ی مکان یا حوزه‌ی عدد موج (فرکانس مکانی) محاسبه می‌شوند. تئوری پایه‌ی حوزه‌ی مکان، قضیه‌ی دیفرانسیلی توابع است که توسط روش‌هایی نظیر؛ حداقل مربعات<sup>۱</sup>، درونیابی لاگرانژ<sup>۲</sup> و درونیابی توابع اسپلاین<sup>۳</sup> انجام می‌پذیرد. دقت تمامی این روش‌ها به شرایط معینی محدود است. محاسبه‌ی مشتقات بی‌هنجاری گرانی با استفاده از تبدیل فوریه در حوزه-ی عدد موج صورت می‌پذیرد [Zhang et al, 2006]. قبل از معرفی روابط تانسور گرادیان گرانی در حوزه‌ی تبدیلات فوریه و کسینوس لازم است با ماهیت این تبدیلات و روابط محاسبه‌ی مشتق در حوزه‌ی این تبدیلات آشنا شویم، زیرا مولفه‌های تانسور گرادیان گرانی در واقع مشتقات درجه‌ی دوم پتانسیل گرانی و همچنین مشتقات مرتبه‌ی اول مولفه‌های میدان گرانی‌اند.

---

<sup>۱</sup> Least Square

<sup>۲</sup> Lagrange Interpolation

<sup>۳</sup> Spline Function Interpolation

### ۳-۳ آنالیز فوریه

در یک نگاه کلی، هدف از اعمال یک تبدیل ریاضی بر یک سیگنال، به دست آوردن اطلاعات اضافه‌ای است که در یک سیگنال خام اولیه قابل دسترس نمی‌باشد. اکثر فریب به اتفاق سیگنال‌های مورد استفاده در عمل، در حوزه‌ی مکان و یا زمان رسم می‌گردند. طبیعتاً این نحوه‌ی نمایش، بهترین شکل برای توصیف یک سیگنال نخواهد بود. در اکثر موارد اطلاعات سودمند سیگنال در محتوای فرکانسی آنها نهفته‌اند، که اصطلاحاً به آن طیف سیگنال<sup>۱</sup> گفته می‌شود. به بیان ساده، طیف یک سیگنال نشان دهنده‌ی فرکانس‌های موجود در آن سیگنال است، می‌توان گفت که مفهوم فرکانس در حقیقت نشان دهنده‌ی نرخ تغییرات متغیر متناظر با آن است. با توجه به مفهوم فرکانس می‌بایست ابزاری برای سنجش محتوای فرکانسی یک سیگنال داشت. این ابزار همان تبدیل فوریه است که در ادامه به شرح آن می‌پردازیم.

### ۳-۳-۱ سری فوریه

سری فوریه یک سیگنال را به مجموعه‌ای از توابع سینوسی و کسینوسی در فرکانس‌های مختلف تجزیه می‌کند. نمایش سری فوریه یک تابع  $p(t)$  دوره‌ای با مقادیر حقیقی  $[p(t) = p(t + T)]$  به صورت زیر است [Oppenheim et al, 1997]:

$$p(t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} a_k e^{-jk\omega_0 t} \quad (۸-۳)$$

$$a_k = \frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} p(t) e^{-jk\omega_0 t} dt \quad (۹-۳)$$

که در آن  $a_k$  ضرایب فوریه و دوره تناوب  $T = \frac{2\pi}{\omega_0}$  با فرکانس اساسی  $\omega_0$  است.

---

<sup>۱</sup> Signal Spectrum

### ۳-۳-۲ تبدیل فوریه

برای بسط سری فوریه به تبدیل فوریه، با استفاده از روابط (۳-۸) و (۳-۹) می‌توان نوشت  
[Oppenheim et al, 1997]:

$$p(t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \left[ \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} p(t') e^{-jk\omega_0 t'} dt' \right] e^{jk\omega_0 t} \quad (۳-۱۰)$$

$$p(t) = \frac{1}{2\pi} \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \omega_0 \left[ \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} p(t') e^{-jk\omega_0 t'} dt' \right] e^{jk\omega_0 t} \quad (۳-۱۱)$$

تبدیل فوریه بسط و توسعه‌ای از سری فوریه است، زیرا اجازه می‌دهد که دوره تناوب  $T$  یک تابع دوره‌ای به بی‌نهایت میل کند، در صورتی که دوره‌ی تناوب  $T$  به سمت بی‌نهایت میل کند،  $\omega_0$  با  $d\omega$  و  $k\omega_0$  با  $\omega$  جایگزین می‌شوند و جمع در رابطه (۳-۱۱) به انتگرال تبدیل می‌شود:

$$p(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \left[ \int_{-\infty}^{+\infty} p(t') e^{-j\omega t'} dt' \right] e^{j\omega t} d\omega \quad (۳-۱۲)$$

اگر انتگرال داخل براکت با تابع  $\hat{p}(\omega)$  بیان شود:

$$\hat{p}(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} p(t') e^{-j\omega t'} dt' \quad (۳-۱۳)$$

$$p(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \hat{p}(\omega) e^{j\omega t} d\omega \quad (۳-۱۴)$$

روابط (۳-۱۳) و (۳-۱۴) نشان دهنده‌ی تبدیل فوریه و تبدیل معکوس فوریه می‌باشند. روابط تبدیل فوریه و معکوس آن در حوزه‌ی مکان نیز به صورت مشابه با حوزه زمان به دست می‌آیند.

در پردازش داده‌های میدان پتانسیل نیز مانند سایر روش‌های ژئوفیزیکی، فیلترها در حوزه‌ی فرکانس (عدد موج) اعمال می‌گردند، بدین خاطر ابتدا داده‌های موجود در حوزه‌ی مکان با استفاده از تبدیلات به حوزه‌ی عدد موج انتقال داده می‌شوند، سپس فیلترها در حوزه‌ی مورد نظر روی داده‌ها اعمال می‌شوند، پس از آن لازم است که مقادیر حاصله در حوزه‌ی عدد موج به حوزه‌ی مکان انتقال

یابند تا بدین طریق قابلیت تفسیر داشته باشند [Zhang et al, 2006]. لازم به ذکر است که مراحل توضیح داده شده برای تمامی تبدیلات اعم از فوریه، کسینوس و... صادق هستند. چون داده‌های میدان پتانسیل به صورت گسسته برداشت می‌شوند، تبدیلات مورد استفاده در پردازش این نوع داده‌ها نیز شکل گسسته‌ی تبدیلات مورد نظر هستند.

### ۳-۲-۱ تبدیل فوریه‌ی گسسته‌ی یک بعدی

تبدیل فوریه‌ی گسسته‌ی یک بعدی و معکوس آن به ترتیب از روابط (۳-۱۵) و (۳-۱۶) به دست می‌آیند [Proakis and Manolakis, 1996]:

$$X(k) = \sum_{n=0}^{N-1} x(n) e^{-\frac{i2\pi nk}{N}}, \quad k = 0, 1, 2, \dots, N-1 \quad (3-15)$$

که در آن  $N$  تعداد کل داده‌ها،  $x(n)$  داده‌های ورودی و  $X(k)$  تبدیل فوریه‌ی گسسته‌ی داده‌های ورودی می‌باشند. جمله‌ی نمایی تابع پایه‌ی متناظر با هر نقطه  $X(k)$  در فضای فوریه است.

$$x(n) = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} X(k) e^{\frac{i2\pi nk}{N}}, \quad n = 0, 1, 2, \dots, N-1 \quad (3-16)$$

### ۳-۲-۲ تبدیل فوریه‌ی گسسته‌ی دو بعدی

تبدیل فوریه دو بعدی ابزاری مهم در پردازش تصاویر است که برای تجزیه یک تصویر به اجزای سینوسی و کسینوسی استفاده می‌شود. خروجی این تبدیل، تصویر را در حوزه فرکانسی نشان می‌دهد. در حالی که تصویر ورودی در حوزه مکان است. هر نقطه در تصویر حوزه فوریه، نشان دهنده‌ی فرکانس مشخصی در تصویر حوزه مکان است. این تبدیل در زمینه‌های بسیاری چون، تحلیل تصاویر، فیلترینگ تصویر، بازسازی و فشرده‌سازی تصاویر استفاده می‌شود. چون داده‌ها در روش‌های میدان پتانسیل به صورت شبکه‌ای (دو بعدی) برداشت می‌شوند، به طبع باید از تبدیل فوریه‌ی دو بعدی در پردازش آنها استفاده شود، این تبدیل طبق رابطه‌ی (۳-۱۷) بیان می‌شود [Proakis and Manolakis, 1996]:

$$X(p, q) = \sum_{l=0}^{L-1} \sum_{m=0}^{M-1} x(l, m) e^{-i2\pi\left(\frac{pl}{N} + \frac{qm}{M}\right)} \quad (17-3)$$

که در آن  $x(l, m)$  داده‌های ورودی در حوزه‌ی مکان،  $X(p, q)$  تبدیل فوریه‌ی داده‌های ورودی و جمله‌ی نمایی تابع پایه‌ی متناظر با هر نقطه  $X(p, q)$  در فضای فوریه است. همچنین داریم:

$$\begin{cases} p = 0, 1, 2, \dots, L-1, \\ q = 0, 1, 2, \dots, M-1, \end{cases} \quad (18-3)$$

که در آنها  $L$  و  $M$  به ترتیب تعداد نقاط در راستای  $l$  و  $m$  می‌باشند.

تبدیل فوریه‌ی معکوس دو بعدی نیز از رابطه‌ی (۱۹-۳) به دست می‌آید [Proakis and Manolakis, 1996]:

$$x(l, m) = \frac{1}{LM} \sum_{p=0}^{L-1} \sum_{q=0}^{M-1} X(p, q) e^{i2\pi\left(\frac{pl}{N} + \frac{qm}{M}\right)} \quad (19-3)$$

### ۳-۲-۳- تبدیل فوریه‌ی سریع (FFT)<sup>۱</sup>

تبدیل فوریه در عمل بسیار کند است، تبدیل فوریه‌ی سریع الگوریتمی کارآمد برای انجام تبدیلات مستقیم و معکوس گسسته‌ی فوریه با سرعتی بالا می‌باشد. نتایج تبدیل فوریه‌ی سریع برابر نتایج تبدیل فوریه‌ی گسسته است و تنها تفاوت آن در تعداد محاسبات انجام شده است. محاسبه‌ی تبدیل فوریه گسسته برای  $n$  نقطه با استفاده از تعریف، به  $O(n^2)$  عملیات ریاضی نیاز دارد در حالی که تبدیل فوریه‌ی سریع می‌تواند همان نتایج را با  $O(n \log_2 n)$  تعداد عملیات محاسبه نماید. الگوریتم-های زیادی برای تبدیل فوریه‌ی سریع وجود دارند که محدوده‌ی عظیمی از ریاضیات، از نظریه اعداد تا اعداد مختلط را در بر می‌گیرند، رایج‌ترین الگوریتم تبدیل فوریه‌ی سریع، الگوریتم کولی-توکی<sup>۲</sup> می‌باشد، که یک الگوریتم تقسیم و حل است که به صورت بازگشتی یک مسئله‌ی تبدیل فوریه‌ی گسسته با سایز مرکب  $N = N_1 N_2$  را می‌شکند و به مسئله‌ی تبدیل فوریه گسسته با اندازه‌های  $N_1$  و  $N_2$  تبدیل می‌کند. این الگوریتم در هر مرحله مسئله را به دو قسمت با اندازه‌ی  $N/2$  تقسیم می‌کند و بنابراین به اندازه‌ی توانی از ۲ محدود است [Proakis and Manolakis, 1996].

<sup>۱</sup> Fast Fourier Transform  
<sup>۲</sup> Cooley Tukey

### ۳-۳-۳ مشتق در حوزه‌ی فوریه

مشتق یک تابع در حوزه‌ی فوریه برابر است با حاصلضرب توانی از عدد موج در تبدیل فوریه‌ی تابع، بنابراین مشتق‌های مرتبه‌ی  $n$  ام در راستای  $x$ ،  $y$  و  $z$  در حوزه‌ی تبدیل فوریه به ترتیب از روابط زیر به دست می‌آیند [Blakely, 1995]:

$$F \left[ \frac{\partial^n}{\partial x^n} f(x, y) \right] = (ik_x)^n F[f(x, y)] \quad (۲۰-۳)$$

$$F \left[ \frac{\partial^n}{\partial y^n} f(x, y) \right] = (ik_y)^n F[f(x, y)] \quad (۲۱-۳)$$

$$F \left[ \frac{\partial^n}{\partial z^n} f(x, y) \right] = (|K|)^n F[f(x, y)] \quad (۲۲-۳)$$

در روابط (۲۰-۳) و (۲۱-۳)  $k_x$  و  $k_y$  به ترتیب اعداد موج در راستای  $x$  و  $y$  شبکه‌ی برداشت هستند و از روابط (۲۳-۳) به دست می‌آیند [Blakely, 1995]:

$$k_x = \frac{2\pi x}{\Delta x (N - 1)} \quad (الف-۲۳-۳)$$

$$k_y = \frac{2\pi y}{\Delta y (M - 1)} \quad (ب-۲۳-۳)$$

$$|\mathbf{k}| = \sqrt{k_x^2 + k_y^2}, \quad |\mathbf{k}| \neq 0$$

$\Delta x$  و  $\Delta y$  به ترتیب فاصله‌ی بین دو نقطه‌ی متوالی شبکه‌ی برداشت در راستای  $x$  و  $y$  می‌باشند.

### ۳-۴ تانسور گرادیان گرانی در حوزه‌ی فوریه

با استفاده از تبدیل فوریه و روابط مشتقات در حوزه‌ی فوریه، مولفه‌های تانسور گرادیان گرانی از روابط زیر به دست خواهند آمد [Mickus and Hinojosa, 2001]:

$$\Gamma_{ij} = F^{-1} \{ [K(\mathbf{k})] G_z(\mathbf{k}) \}, \quad i, j = x, y, z \quad (۲۴-۳)$$



$$[K(\mathbf{k})] = \begin{bmatrix} \frac{-k_x^2}{|\mathbf{k}|} & \frac{-k_x k_y}{|\mathbf{k}|} & ik_x \\ \frac{-k_x k_y}{|\mathbf{k}|} & \frac{-k_y^2}{|\mathbf{k}|} & ik_y \\ ik_x & ik_y & |\mathbf{k}| \end{bmatrix} \quad (25-3)$$

در رابطه‌ی (۲۴-۳)،  $G_Z(\mathbf{k})$  تبدیل فوریه‌ی مولفه‌ی قائم گرانی (مولفه‌ی برداشت شده) و  $F^{-1}$  بیانگر تبدیل فوریه‌ی معکوس عبارت داخل آکولاد است.

تئوری تبدیل فوریه نتایج خوب و قابل قبولی به دست می‌دهد ولی اثر غیرتناوبی توابع و قطع سری مربوط به آن به ازای تعداد جمله‌ای خاص، کاربرد آن را محدود می‌کند و دقت محاسبات آن را پایین می‌آورد. برای بهبود دقت محاسبه‌ی مشتق بی‌هنجاری‌های گرانی و بازتاب خصوصیات توده‌های زیر سطحی، ژانگ و همکاران (۲۰۰۶) روش تبدیل کسینوس گسسته را پیشنهاد کردند. آنها نشان دادند، مشتقاتی که با استفاده از تبدیل کسینوس محاسبه می‌شوند، نسبت به حالتی که با استفاده از تکنیک تبدیل فوریه محاسبه می‌شوند نتایج بهتری را بدست می‌دهند.

### ۳-۵ تبدیل کسینوس

تبدیل کسینوس تبدیلی خطی و وارون‌پذیر است که کرنل آن توسط مجموعه‌ای از توابع پایه‌ی کسینوسی گسسته، متعامد و کامل تعریف می‌شود. این تبدیل اغلب در پردازش سیگنال‌های دیجیتال، پردازش تصویر و به ویژه در فشرده سازی تصویر و فیلم کاربرد دارد [Britanak, 2001]. ورودی و خروجی این تبدیل مقادیر حقیقی هستند و بر خلاف تبدیل فوریه برای توابع مختلط یا موهومی قابل استفاده نیستند. این تبدیل ورودی‌ها را از حوزه‌ی مکان یا زمان به حوزه‌ی عدد موج یا فرکانس انتقال می‌دهد تا انجام مراحل پردازشی بر روی آنها با سهولت بیشتری انجام پذیرد. تبدیل کسینوس نخست توسط احمد و همکاران (۱۹۷۴) معرفی شد و بعدها توسط جین<sup>۱</sup> (۱۹۷۹) توسعه یافت.

<sup>۱</sup> Jain

### ۳-۵-۱ تبدیل کسینوس گسسته‌ی یک بعدی

تبدیل کسینوس گسسته یک بعدی توسط احمد و همکاران (۱۹۷۴) به صورت رابطه‌ی (۳-۱۹) تعریف شده است:

$$X_c(k) = \sqrt{\frac{2}{N}} c(k) \sum_{n=0}^{N-1} x(n) \cos \left[ \frac{(2n+1)k\pi}{2N} \right], \quad k = 0, 1, 2, \dots, N-1 \quad (۳-۲۶)$$

$$c(k) = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{2}} & , \quad k = 0 \\ 1 & , \quad k \neq 0 \end{cases} \quad (۳-۲۷)$$

در رابطه‌ی (۳-۲۶)،  $x(n)$  داده‌های ورودی،  $X_c(k)$  تبدیل کسینوس داده‌های ورودی و  $N$  تعداد کل این داده‌ها می‌باشند.

تبدیل کسینوس معکوس نیز به صورت رابطه‌ی (۳-۲۸) تعریف می‌شود [Ahmed et al, 1974]:

$$x(n) = \sqrt{\frac{2}{N}} \sum_{k=0}^{N-1} c(k) X_c(k) \cos \left[ \frac{(2n+1)k\pi}{2N} \right] \quad (۳-۲۸)$$

رابطه‌ی (۳-۲۷) برای تبدیل معکوس یک بعدی نیز برقرار است.

### ۳-۵-۲ تبدیل کسینوس گسسته دو بعدی

مشابه با تبدیل کسینوس یک بعدی، تبدیل کسینوس دو بعدی به صورت زیر تعریف می‌شود [Zhang et al, 2006]:

$$G(u, v) = \frac{2}{\sqrt{NM}} c(u, v) \left\{ \sum_{x=0}^{N-1} \sum_{y=0}^{M-1} g(x, y) \cos \left[ \frac{(2x+1)u\pi}{2N} \right] \cos \left[ \frac{(2y+1)v\pi}{2M} \right] \right\} \quad (۳-۳۰)$$

$$\begin{cases} u = 0, 1, 2, \dots, N-1, \\ v = 0, 1, 2, \dots, M-1, \end{cases} \quad (31-3)$$

$M$  و  $N$  به ترتیب تعداد نقاط مشاهده‌ای در راستای  $x$  و  $y$  شبکه‌ی برداشت هستند. همچنین داریم:

$$c(u, v) = \begin{cases} \frac{1}{2}, & u = 0, \quad v = 0 \\ \frac{1}{\sqrt{2}}, & u = 0, v \neq 0 \quad \text{یا} \quad u \neq 0, v = 0 \\ 1, & \text{سایر حالات} \end{cases} \quad (32)$$

معکوس تبدیل کسینوس دو بعدی از رابطه‌ی (33-3) به دست می‌آید [Zhang et al, 2006]:

$$g(x, y) = \frac{2}{\sqrt{NM}} \left\{ \sum_{u=0}^{N-1} \sum_{v=0}^{M-1} c(u, v) G(u, v) \cos \left[ \frac{(2x+1)u\pi}{2N} \right] \cos \left[ \frac{(2y+1)v\pi}{2M} \right] \right\} \quad (33)$$

(33)

رابطه‌ی (33-3) برای تبدیل کسینوس معکوس دو بعدی نیز برقرار است.

### ۳-۵-۳ مشتق در حوزه‌ی کسینوس

مشتق‌های مرتبه‌ی  $n$  ام در راستای  $x$ ،  $y$  و  $z$  در حوزه‌ی تبدیل کسینوس به ترتیب از روابط (33-3)

(34)، (35-3) و (36-3) به دست می‌آیند [Zhang et al, 2006]:

$$C \left( \frac{\partial^n}{\partial x^n} f(x, y) \right) = \begin{cases} (-1)^{\frac{n-1}{2}} (k_x)^n C_{\frac{\pi}{2}}[f(x, y)], & n = 1, 3, 5, \dots \\ (-1)^{\frac{n}{2}} (k_x)^n C[f(x, y)], & n = 2, 4, 6, \dots \end{cases} \quad (34-3)$$

(الف)

(ب-34-3)

$$C \left( \frac{\partial^n}{\partial y^n} f(x, y) \right) = \begin{cases} (-1)^{\frac{n-1}{2}} (k_y)^n C_{\frac{\pi}{2}}[f(x, y)], & n = 1, 3, 5, \dots \\ (-1)^{\frac{n}{2}} (k_y)^n C[f(x, y)], & n = 2, 4, 6, \dots \end{cases} \quad (35-3)$$

(الف)

(۳-۳۵-ب)

$$C\left(\frac{\partial^n}{\partial z^n} f(x, y)\right) = (|K|)^n C[f(x, y)] \quad (۳-۳۶)$$

در روابط (۳-۳۴)، (۳-۳۵) و (۳-۳۶)  $n$  مرتبه‌ی مشتق،  $f(x, y)$  داده‌های ورودی،  $C[f(x, y)]$  تبدیل کسینوس داده‌های ورودی است.  $C_{\frac{\pi}{2}}[g(x, y)]$  نیز تبدیل کسینوسی از داده‌های ورودی است که در آن کرنل تبدیل به اندازه‌ی  $\frac{\pi}{2}$  شیفت پیدا کرده است.

### ۳-۶ تانسور گرادیان گرانی در حوزه‌ی تبدیل کسینوس

با استفاده از روابط مشتقات در حوزه‌ی تبدیل کسینوس و روابط بیان شده توسط فانمینگ و همکاران (۲۰۱۴) برای تولید مولفه‌های تانسور گرادیان مغناطیسی در حوزه‌ی کسینوس، این تانسور را می‌توان با استفاده از روابط (۳-۳۷) و (۳-۳۸) تولید کرد:

$$G_{ij}(u, v) = K_c G_z(u, v), \quad i, j = x, y, z \quad (۳-۳۷)$$

$$K_c = \begin{bmatrix} \frac{-k_x^2}{|k|} & \frac{k_x k_y}{|k|} & -k_x \\ \frac{k_x k_y}{|k|} & \frac{-k_y^2}{|k|} & -k_y \\ -k_x & -k_y & |k| \end{bmatrix} \quad (۳-۳۸)$$

در رابطه‌ی (۳-۳۸)،  $k_x$  و  $k_y$  به ترتیب اعداد موج در راستای  $x$  و  $y$  شبکه‌ی برداشت،  $G_z(u, v)$  تبدیل کسینوس مولفه‌ی قائم (برداشت شده) گرانی و  $G_{ij}(u, v)$  مولفه‌های تانسور گرادیان گرانی در حوزه‌ی کسینوس هستند.

روابط اخیر تانسور گرادیان گرانی را در حوزه‌ی عدد موج (تبدیل کسینوس) نشان می‌دهند، برای انتقال این تانسور از حوزه‌ی عدد موج به مکان از روابط زیر استفاده می‌کنیم [Fanming et al, 2014]:

$$g_{ij}(x, y) = \begin{bmatrix} C^{-1}[G_{xx}(u, v)] & C_{xy_{\pi/2}}^{-1}[G_{xy}(u, v)] & C_{xz_{\pi/2}}^{-1}[G_{xz}(u, v)] \\ C_{xy_{\pi/2}}^{-1}[G_{xy}(u, v)] & C^{-1}[G_{yy}(u, v)] & C_{yz_{\pi/2}}^{-1}[G_{yz}(u, v)] \\ C_{yz_{\pi/2}}^{-1}[G_{yz}(u, v)] & C_{xz_{\pi/2}}^{-1}[G_{xz}(u, v)] & C^{-1}[G_{zz}(u, v)] \end{bmatrix} \quad \begin{matrix} -3) \\ (39) \end{matrix}$$

که در آن  $g_{ij}(x, y)$  بیانگر مولفه‌های تانسور گرادیان گرانی در حوزه‌ی مکان و  $C^{-1}$  نشان دهنده‌ی تبدیل کسینوس معکوس است.

برای محاسبه‌ی مولفه‌های  $g_{xy}$ ,  $g_{xz}$  و  $g_{yz}$  به جای تبدیل کسینوس معکوس عادی، باید از شکل شیفت یافته‌ی آن استفاده کرد که به ترتیب از روابط (۴۰-۳)، (۴۱-۳) و (۴۲-۳) به دست می‌آیند [Fanming et al, 2013]:

$$C_{xy_{\pi/2}}^{-1}[G_{xy}(u, v)] = \sum_{u=0}^{N-1} \sum_{v=0}^{M-1} \alpha_u \alpha_v G_{xy}(u, v) \cos\left(\frac{\pi}{2} - \frac{(2x+1)u\pi}{2N}\right) \cos\left[\frac{\pi}{2} - \frac{(2y+1)v\pi}{2M}\right] \quad (40-3)$$

$$C_{xz_{\pi/2}}^{-1}[G_{xz}(u, v)] = \sum_{u=0}^{N-1} \sum_{v=0}^{M-1} \alpha_u \alpha_v G_{xz}(u, v) \cos\left(\frac{\pi}{2} - \frac{(2x+1)u\pi}{2N}\right) \cos\left[\frac{(2y+1)v\pi}{2M}\right] \quad (41-3)$$

$$C_{yz_{\pi/2}}^{-1}[G_{yz}(u, v)] = \sum_{u=0}^{N-1} \sum_{v=0}^{M-1} \alpha_u \alpha_v G_{yz}(u, v) \cos\left(\frac{(2x+1)u\pi}{2N}\right) \cos\left[\frac{\pi}{2} - \frac{(2y+1)v\pi}{2M}\right] \quad (42-3)$$

در روابط (۴۰-۳)، (۴۱-۳) و (۴۲-۳)  $\alpha_u$  و  $\alpha_v$  از روابط (۴۳-۳) و (۴۴-۳) به دست می‌آیند [Fanming et al, 2013]:

$$\alpha_u = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{N}}, & u = 0 \\ \sqrt{2/N}, & u = 1, 2, \dots, N - 1 \end{cases} \quad (43-3)$$

$$\alpha_v = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{M}}, & v = 0 \\ \sqrt{2/M}, & v = 1, 2, \dots, M - 1 \end{cases} \quad (44-3)$$

## فصل چهارم

فیلترهای آشکار ساز به سی حاصل از تانوسور کرا دیان کرانی

یکی از اهداف مهم در تفسیر داده‌های گرانی، تقویت داده‌ها برای تعیین خصوصیات مهم آنهاست. پی-جویی‌های گرانی تغییرات جانبی در چگالی را مشخص می‌کنند، همچنین علاوه بر اطلاعاتی که راجع به سنگ‌شناسی منطقه فراهم می‌آورند، روند ساختارها را نیز مشخص می‌کنند. تحلیل گرادیان‌های گرانی موقعیت جانبی و قائم لبه‌های ساختارها و توده‌های زمین‌شناسی زیر سطحی را مشخص می‌کند. در این فصل هدف معرفی و بررسی فیلترهای به دست آمده از تانسور گرادیان گرانی با هدف تعیین موقعیت قرارگیری توده‌های بی‌هنجار است.

#### ۴-۲ فیلترهای مقادیر ویژه‌ی تانسور گرادیان گرانی

تانسور انحنای گرادیان گرانی (CGGT)<sup>۱</sup> به صورت زیر تعریف می‌شود [Hansen and deRidder, 2006]:

$$\Gamma = CGGT = \begin{bmatrix} \frac{\partial g_x}{\partial x} & \frac{\partial g_x}{\partial y} \\ \frac{\partial g_y}{\partial x} & \frac{\partial g_y}{\partial y} \end{bmatrix} \quad (1-4)$$

که در آن  $g_x$  مولفه‌ی افقی بردار میدان گرانی در راستای  $x$  و  $g_y$  مولفه‌ی افقی بردار میدان گرانی در راستای  $y$  است.

همان‌طور که قبلاً نیز ذکر شد، ماتریس CGGT، ماتریسی متقارن است و عناصر واقع در خارج از قطر اصلی آن غیر مستقل هستند، یعنی؛

$$\frac{\partial g_x}{\partial y} = \frac{\partial g_y}{\partial x}, \quad \Rightarrow \quad g_{xy} = g_{yx} \quad (2-4)$$

زمانی که سیستم مختصات ما دوران یافته باشد، عناصر تانسور در شکل یک ماتریس قطری از ویژه بردارها در می‌آیند و دارای خاصیت زیر خواهند بود [Boring, 1998]:

- اگر تانسوری در یکی از بردارهای ویژه‌اش ضرب داخلی شود، حاصل برابر برداری است که از ضرب یک مقدار اسکالر در همان بردار ویژه مورد نظر به دست می‌آید. این مقدار اسکالر مقدار ویژه تانسور به ازای آن بردار ویژه نامیده شده و با  $\Lambda$  نشان داده می‌شود.

<sup>۱</sup> Curvature Gravity Gradient Tensor



$$\Gamma \mathbf{x} = \Lambda \mathbf{x} \quad (3-4)$$

$$\Lambda = \begin{bmatrix} \lambda_1 & 0 \\ 0 & \lambda_2 \end{bmatrix} \quad (4-4)$$

$\Lambda$  و  $\mathbf{x}$  به ترتیب بردار ویژه و مقادیر ویژه ماتریس  $\Gamma$  هستند. با توجه به رابطه بالا خواهی‌م داشت:

$$\Gamma \mathbf{x} = \Lambda \mathbf{x} \Rightarrow \Gamma \mathbf{x} - \Lambda \mathbf{x} = 0 \Rightarrow \Gamma \mathbf{x} - \Lambda \mathbf{x} = 0 \Rightarrow (\Gamma - \Lambda) \mathbf{x} = 0 \quad (5-4)$$

از رابطه‌ی (5-4) نتیجه گرفته می‌شود که دترمینان ماتریس  $(\Gamma - \Lambda)$  صفر است. در نتیجه می‌توان نوشت:

$$\det(\Gamma - \Lambda) = \begin{vmatrix} \frac{\partial g_x}{\partial x} - \lambda & \frac{\partial g_x}{\partial y} \\ \frac{\partial g_y}{\partial x} & \frac{\partial g_y}{\partial y} - \lambda \end{vmatrix} = 0 \quad (6-4)$$

از حل معادله‌ی (6-4)،  $\lambda_1$  و  $\lambda_2$  که مقادیر ویژه‌ی CGGT هستند به صورت زیر به دست می‌آیند [Oruç et al, 2013]:

$$\lambda_1 = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial g_x}{\partial x} + \frac{\partial g_y}{\partial y} + \sqrt{\left( \frac{\partial g_x}{\partial x} - \frac{\partial g_y}{\partial y} \right)^2 + 4 \left( \frac{\partial g_x}{\partial y} \right)^2} \right) \quad (7-4)$$

$$\lambda_2 = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial g_x}{\partial x} + \frac{\partial g_y}{\partial y} - \sqrt{\left( \frac{\partial g_x}{\partial x} - \frac{\partial g_y}{\partial y} \right)^2 + 4 \left( \frac{\partial g_x}{\partial y} \right)^2} \right) \quad (8-4)$$

واحد کمیت‌های  $\lambda_1$  و  $\lambda_2$  برابر میلی گال بر کیلومتر است.

منحنی‌های میزان<sup>۱</sup> صفر بزرگ‌ترین مقدار ویژه ( $\lambda_1$ )، موقعیت فضایی لبه‌های بی‌هنجاری‌های دارای تباين چگالی مثبت با محیط اطراف را مشخص می‌کنند، در حالی که منحنی‌های میزان صفر مقدار ویژه کوچک‌تر ( $\lambda_2$ )، موقعیت فضایی لبه‌های بی‌هنجاری‌های دارای تباين چگالی منفی با محیط اطراف را مشخص می‌کنند. اشکال عمده در استفاده از مقادير ویژه  $\lambda_1$  و  $\lambda_2$  این است که هر یک در شناسایی یک نوع از تباين چگالی (مثبت یا منفی) کارایی دارند، در حالی که در حالت واقعی زمین مورد مطالعه به طور هم‌زمان دارای توده‌هایی با تباين چگالی مثبت و منفی است. در نتیجه برای استفاده از این فیلترها باید یک بار از  $\lambda_1$  برای شناسایی توده‌های دارای چگالی مثبت و بار دیگر از  $\lambda_2$  برای شناسایی توده‌های دارای تباين چگالی منفی استفاده کرد و در نهایت نتایج آن‌ها را با هم جمع زد که این خود باعث ایجاد خطا در شناسایی محل دقیق توده‌ها خواهد شد [Zhou et al, 2013].

جمله‌ی  $\sqrt{(g_{xx} - g_{yy})^2 + 4(g_{xy})^2}$  به علت اینکه همواره دارای مقداری مثبت است حساسیتی نسبت به نوع تباين چگالی توده‌ها ندارد و به ازای هر دو نوع چگالی مثبت و منفی رفتار یکسانی را نشان می‌دهد. جمله‌ی حساس به چگالی در روابط مربوط به مقادير ویژه‌ی تانسور گرادیان گرانی، عبارت ( $g_{xx} + g_{yy}$ ) است، پس باید تاثیر چگالی را بر روی این عبارت از بین برد. برای غلبه بر این مشکل ژو و همکاران (۲۰۱۳) پیشنهاد کردند که بی‌هنجاری گرانی برداشتی در مولفه‌های این عبارت ضرب شود و برای اینکه رابطه به لحاظ ابعادی مشکلی نداشته باشد، این کمیت در سایر مولفه‌های گرادیانی موجود در رابطه‌ی مربوط به مقدار ویژه بزرگ‌تر  $\lambda_1$  نیز ضرب شود [Zhou et al, 2013].

$$IE = \frac{1}{2} \left( g_{xx}g_z + g_{yy}g_z + \sqrt{(g_{xx}g_z - g_{yy}g_z)^2 + 4(g_{xy}g_z)^2} \right) \quad (9-4)$$

رابطه‌ی (۹-۴) را مقدار ویژه‌ی بهبود یافته یا به اختصار  $IE^2$  می‌نامند.

این فیلتر دارای مقادير صفر بر روی لبه‌های تمامی توده‌های بی‌هنجار دارای تباين چگالی مثبت و منفی است و به راحتی می‌توان با استفاده از آن به تعیین موقعیت افقی قرارگیری توده‌ها پرداخت.

<sup>۱</sup> Contour

<sup>۱</sup> Improved Eigenvalue

#### ۳-۴ فیلترهای مشتقات تیل<sup>۱</sup> (تمایل) تانسور گرادیان گرانی و اندازه‌ی مولفه‌های افقی<sup>۲</sup>

زاویه‌ی تمایل میدان پتانسیل توسط **میلر و سینگ (۱۹۹۴)** معرفی شد، آن‌ها نشان دادند که تصویر به دست آمده از زاویه تمایل می‌تواند در شناسایی موقعیت افقی و کشیدگی منابع زیرسطحی استفاده شود.

$$Tilt = \tan^{-1} \left( \frac{\frac{\partial f}{\partial z}}{\sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)^2}} \right) \quad (۱۰-۴)$$

چون زاویه تمایل نسبتی بدون بعد است، منابع عمیق و کم‌عمق را به یک میزان تقویت می‌کند، همچنین منابعی را که در عمق یکسانی قرار دارند را نیز صرف‌نظر از بزرگی دامنه‌ی هر یک، به یک اندازه تقویت می‌کند. دامنه‌ی تغییرات مشتق زاویه‌ی تمایل از  $-\frac{\pi}{2}$  تا  $\frac{\pi}{2}$  است و بر روی بی‌هنجاری مثبت، خارج از آن منفی و بر روی لبه‌های بی‌هنجاری صفر می‌باشد در نتیجه به آسانی می‌توان داده‌های میدان پتانسیل را با استفاده از آن تفسیر کرد.

روش مورد استفاده در این پایان نامه ترکیب تانسور گرادیان گرانی و مشتقات زاویه‌ی تمایل با هدف تصویر کردن ساختارهای کشیده است. فیلترهای زاویه تمایل کاربردهای بی‌شماری در تفسیر داده‌های میدان پتانسیل دارند. **وردوزکو و همکاران (۲۰۰۴)** برای تعیین موقعیت پی‌سنگ‌های کم-عمق و همچنین برای اکتشافات معدنی، مشتق افقی کل زاویه تمایل را معرفی کردند. **سالم و همکاران (۲۰۰۷)** با استفاده از زاویه تمایل به تخمین عمق منابع مغناطیسی پرداختند. **انصاری و علمدار (۲۰۱۱)** با استفاده از ترکیب زاویه تمایل و سیگنال تحلیلی به تفکیک بی‌هنجاری گرانی و مغناطیسی پرداختند، آن‌ها نشان دادند که ترکیب این دو روش نتایج بهتری را در مقایسه با استفاده-ی هر یک از این روش‌ها به دست می‌دهد.

مشتقات تیل<sup>۱</sup> تانسور گرادیان گرانی طبق روابط زیر تعریف می‌شوند [ **Oruç and Keskinsezer, 2008** ]:

<sup>۱</sup> Tilt Angle

<sup>۲</sup> Magnitude of Horizontal Components

$$\theta_x = \tan^{-1} \left( \frac{g_{xz}}{\sqrt{(g_{xx})^2 + (g_{xy})^2}} \right) \quad (11-4)$$

$$\theta_y = \tan^{-1} \left( \frac{g_{yz}}{\sqrt{(g_{yx})^2 + (g_{yy})^2}} \right) \quad (12-4)$$

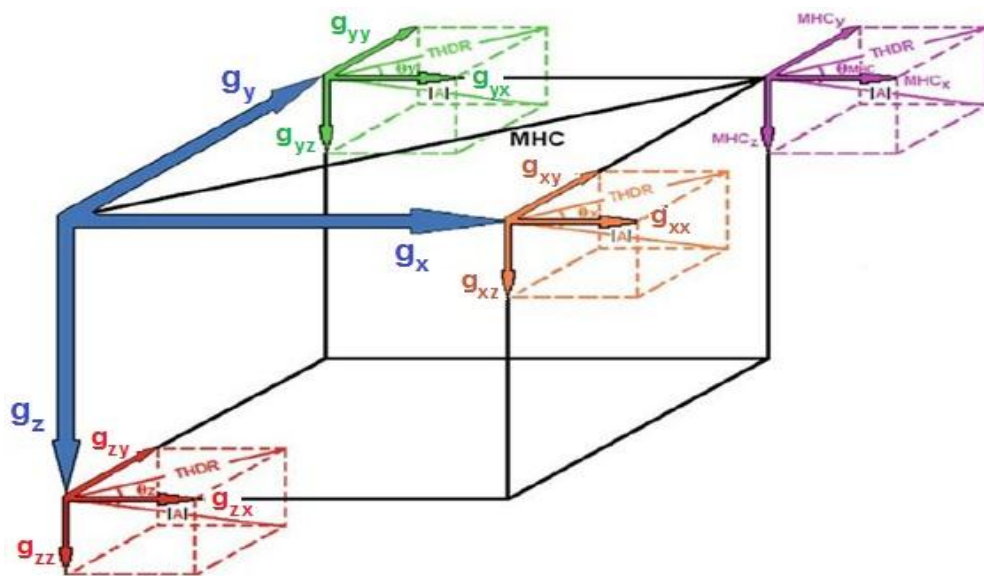
$$\theta_z = \tan^{-1} \left( \frac{g_{zz}}{\sqrt{(g_{zx})^2 + (g_{zy})^2}} \right) \quad (13-4)$$

$$MHC = \sqrt{(g_x)^2 + (g_y)^2} \quad (14-4)$$

$$\theta_{MHC} = \tan^{-1} \left( \frac{MHC_z}{\sqrt{(MHC_x)^2 + (MHC_y)^2}} \right) \quad (15-4)$$

در روابط اخیر  $g_x$  و  $g_y$  به ترتیب مولفه‌های افقی میدان گرانی در راستای  $x$  و  $y$ ،  $g_z$  مولفه‌ی قائم میدان گرانی و  $MHC$  اندازه‌ی مولفه‌های افقی میدان گرانی هستند.  $g_{xx}$ ،  $g_{xy}$  و  $g_{xz}$  به ترتیب مشتق  $g_x$  در راستای  $x$ ،  $y$  و  $z$  و نیز  $g_{zy}$  و  $g_{zz}$  به ترتیب مشتق  $g_z$  در راستای  $y$  و  $z$  هستند.  $MHC_x$ ،  $MHC_y$  و  $MHC_z$  به ترتیب مشتق  $MHC$  در راستای  $x$ ،  $y$  و  $z$  هستند (شکل ۴-۱).

مشتق زاویه‌ی تمایل را می‌توان تصویر تانژانت زاویه‌ی بین مولفه‌های قائم و افقی تانسور گرادیان گرانی در نظر گرفت. تعریف مشابهی را نیز می‌توان برای بزرگی مولفه‌های افقی  $MHC$  در نظر گرفت.



شکل ۴-۱: شماتیک مولفه‌های بردار میدان گرانی، مولفه‌های تانسور گرادیان گرانی و مشتقات تیلت (تمایل) [Oruç and Keskinsezer, 2008]



## فصل پنجم

مطالعه‌ی داده‌های مصنوعی و واقعی

## ۵-۱ مقدمه

در فصل‌های گذشته الگوریتم‌های لازم برای تولید مولفه‌های تانسور گرادیان گرانی در دو حوزه‌ی تبدیل فوری و تبدیل کسینوس معرفی شدند. چنانچه قبلاً نیز ذکر شده بود یکی از اهداف اصلی در تفسیر داده‌های میدان پتانسیل در ژئوفیزیک اکتشافی، تعیین موقعیت افقی قرارگیری توده‌های بی-هنجار زیر سطحی است، بنابراین فیلترهایی را برای شناسایی موقعیت افقی توده‌های بی-هنجار که از مولفه‌های تانسور گرادیان گرانی برای تقویت و بارزسازی لبه‌های این نوع توده‌ها استفاده می‌کنند مورد بحث و بررسی قرار گرفت.

در این فصل هدف بررسی کارایی این الگوریتم‌ها و تبدیلات در حیطه‌ی کاربرد روی داده‌های مصنوعی و واقعی است. به این دلیل نخست با استفاده از یک مدل مصنوعی ساده مولفه‌های تانسور گرادیان گرانی تولید شده و الگوهای بی‌هنجاری هر مولفه و خصوصیات آنها بررسی می‌شود، زیرا یکی از مهم‌ترین مراحل در هنگام کار با تانسور گرادیان گرانی با هدف تعیین موقعیت و لبه‌های بی-هنجاری، شناخت کامل و دانستن رفتار هر مولفه است. سپس با استفاده از مدل مصنوعی مذکور و داده‌های ناشی از آن مولفه‌های تانسوری را با استفاده از روش تبدیل فوری و تبدیل کسینوس تولید کرده و با مولفه‌های تانسوری به دست آمده از رابطه‌ی مستقیم آنها مقایسه کرده و مزایا و معایب این روش‌ها مورد نقد و بررسی قرار می‌گیرد. همچنین برای تفکیک بهتر بی‌هنجاری‌ها با استفاده از مولفه‌های تانسوری تولید شده به وسیله الگوریتم‌های مذکور، فیلترهای مورد بحث در فصول قبل مورد ارزیابی قرار می‌گیرد. سپس از این الگوریتم در پردازش و تفسیر داده‌های واقعی گرانی استفاده می‌شود تا میزان عملکرد آنها در داده‌های واقعی مشخص شود.

## ۵-۲ اعمال فیلترها روی مدل‌های مصنوعی

### ۵-۲-۱ مدل مصنوعی ۱

برای بررسی رفتار الگوهای گرادیانی به ازای یک بی‌هنجاری مدلی مصنوعی به شکل منشور مکعبی با ابعاد  $10 \times 10 \times 10$  کیلومتر مکعب و تباین چگالی یک گرم بر سانتی‌متر مکعب طراحی شده است



که سطح بالای آن در عمق ۵۰۰ متری سطح زمین قرار دارد. ابعاد شبکه‌ی برداشت  $30 \times 30$  کیلومتر مربع و فاصله‌ی نمونه برداری در هر دو راستای  $x$  و  $y$ ، برابر ۳۰۰ متر می‌باشد.

مولفه‌ی قائم میدان گرانی ناشی از یک منشور مکعبی از رابطه‌ی (۱-۵) به دست می‌آید [Gerkena, 1998]:

$$g_z = -G_c \Delta \rho \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^2 \sum_{k=1}^2 \mu_{ijk} \left[ x_i \ln(y_j + r_{ijk}) + y_j \ln(x_i + r_{ijk}) - z_k \arctan \frac{x_i y_j}{z_k r_{ijk}} \right] \quad (1-5)$$

که در آنها  $\Delta \rho$  تباین چگالی توده بر حسب گرم بر سانتی‌متر مکعب،  $G_c$  ثابت جهانی گرانش است و پارامترهای  $r_{ijk}$  و  $\mu_{ijk}$  به صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$r_{ijk} = \sqrt{x_i^2 + y_j^2 + z_k^2}$$

$$\mu_{ijk} = (-1)^i (-1)^j (-1)^k$$

روابط تحلیلی برای مولفه‌های افقی میدان گرانی ناشی از مکعب نیز طبق روابط (۲-۵) و (۳-۵) تعریف می‌شوند [Li and Chouteau, 1998]:

$$g_x = -G_c \Delta \rho \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^2 \sum_{k=1}^2 \mu_{ijk} \left[ y_j \ln(z_k + r_{ijk}) + z_k \ln(y_j + r_{ijk}) - x_i \arctan \frac{y_j z_k}{x_i r_{ijk}} \right] \quad (2-5)$$

$$g_y = -G_c \Delta \rho \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^2 \sum_{k=1}^2 \mu_{ijk} \left[ z_k \ln(x_i + r_{ijk}) + x_i \ln(z_k + r_{ijk}) - y_j \arctan \frac{x_i z_k}{y_j r_{ijk}} \right] \quad (3-5)$$

مولفه‌های تانسور گرادیان گرانی برای یک منشور مکعبی نیز از روابط تحلیلی (۴-۵) به دست می‌آیند [Forsberg, 1984]:

$$g_{xx} = G_c \Delta \rho \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^2 \sum_{k=1}^2 \mu_{ijk} \arctan \left( \frac{y_j z_k}{x_i r_{ijk}} \right) \quad (\text{الف-۴-۵})$$

$$g_{yy} = G_c \Delta \rho \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^2 \sum_{k=1}^2 \mu_{ijk} \arctan \left( \frac{x_i z_k}{y_j r_{ijk}} \right) \quad (\text{ب-۴-۵})$$

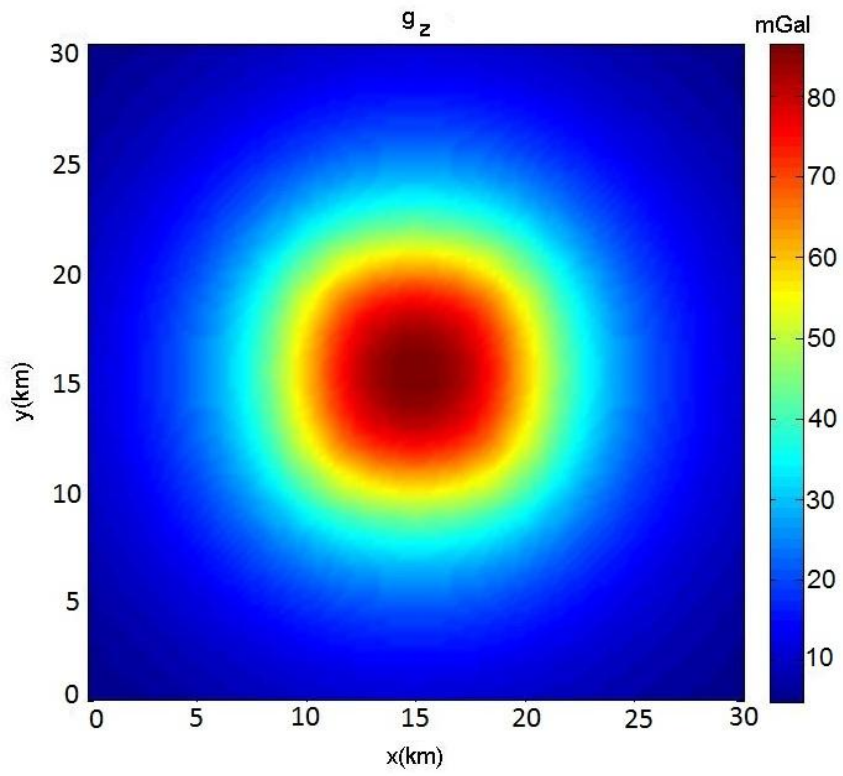
$$g_{zz} = G_c \Delta \rho \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^2 \sum_{k=1}^2 \mu_{ijk} \arctan \left( \frac{x_i y_j}{z_k r_{ijk}} \right) \quad (\text{ج-۴-۵})$$

$$g_{xy} = -G_c \Delta \rho \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^2 \sum_{k=1}^2 \mu_{ijk} \ln(z_k + r_{ijk}) \quad (\text{د-۴-۵})$$

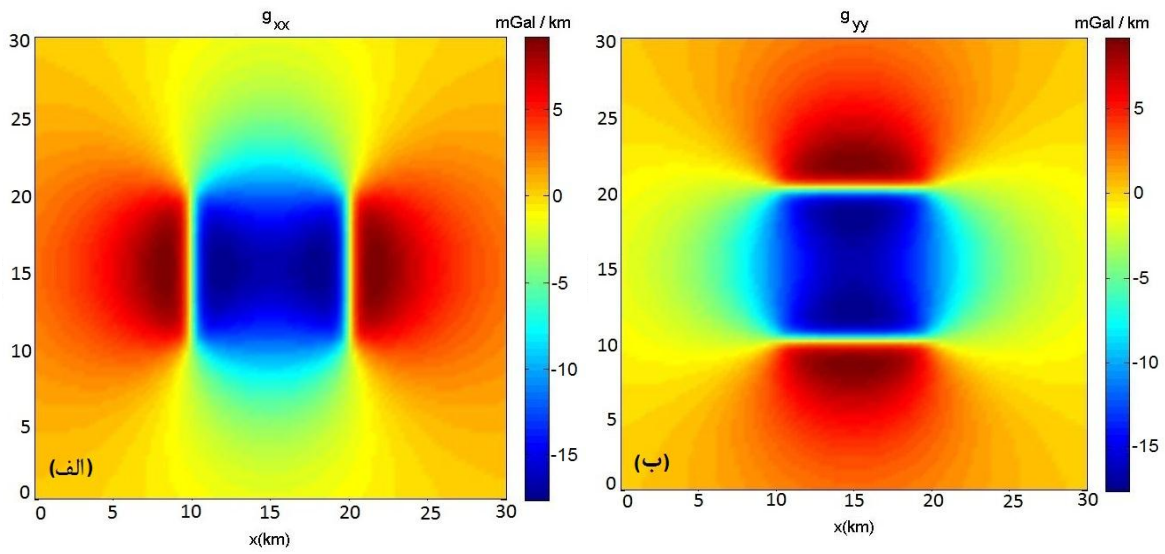
$$g_{xz} = -G_c \Delta \rho \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^2 \sum_{k=1}^2 \mu_{ijk} \ln(y_j + r_{ijk}) \quad (\text{ه-۴-۵})$$

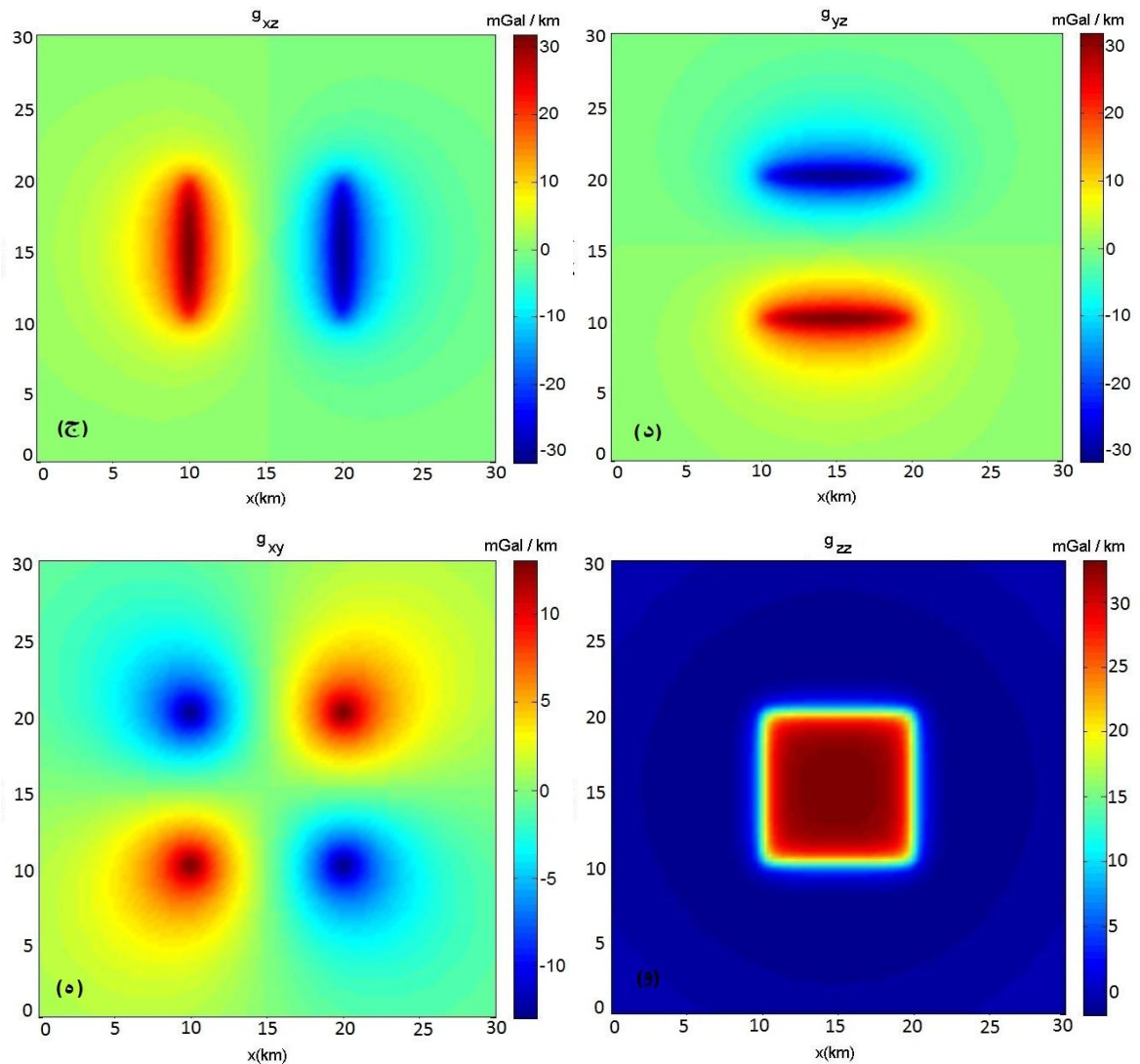
$$g_{yz} = -G_c \Delta \rho \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^2 \sum_{k=1}^2 \mu_{ijk} \ln(x_i + r_{ijk}) \quad (\text{و-۴-۵})$$

الگوهای بی‌هنجاری قائم گرانی و مولفه‌های تانسور گرادیان گرانی مربوط به مدل مصنوعی ۱ به ترتیب در شکل‌های (۱-۵) و (۲-۵-الف) تا (۲-۵-و) نشان داده شده است.



شکل ۵-۱: بی‌هنجاری قائم گرانی مدل مصنوعی ۱





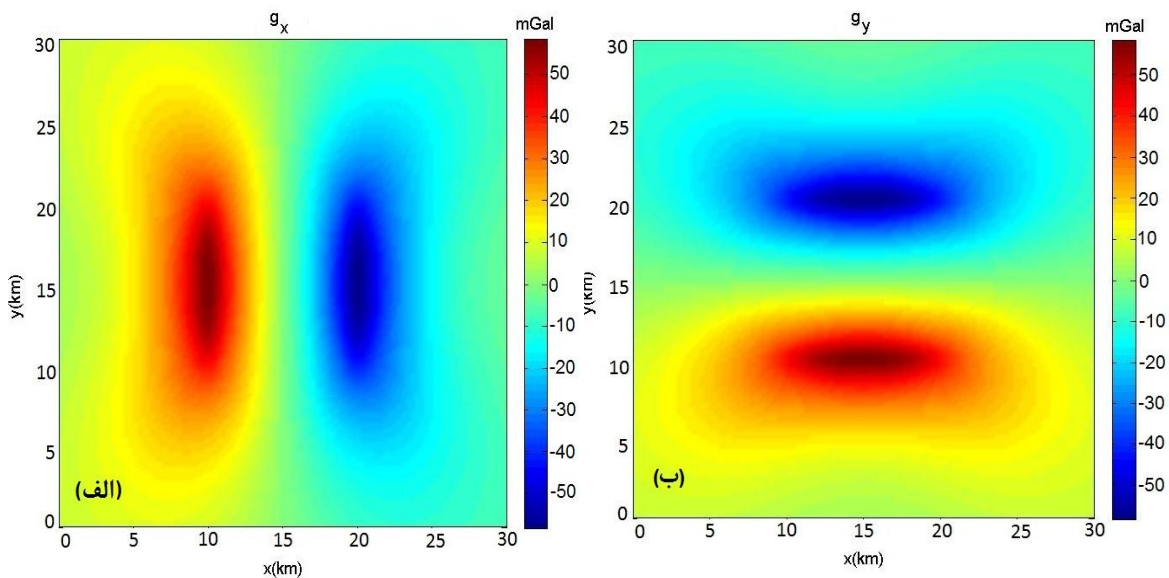
شکل ۵-۲: مولفه‌های تانسور گرادیان گرانی مدل مصنوعی ۱، حاصل از روابط تحلیلی

قبل از نمایش مولفه‌های تانسور گرادیان گرانی به دست آمده به وسیله‌ی تبدیل‌های فوریه و کسینوس برای مدل مصنوعی ۱ و مقایسه‌ی نتایج حاصل از آنها با یکدیگر و با نتایج روابط تحلیلی، خصوصیات و رفتارهای تک تک این مولفه‌ها مورد بررسی قرار می‌گیرد.

در مورد مدل‌های مورد مطالعه، صرف نظر از سادگی آن، گرادیان‌های گرانی اغلب الگوهای پیچیده‌ای (مانند: تک‌تایی، دوتایی، سه‌تایی و چهارتایی) در مقایسه با بی‌هنجاری گرانی معمول تک-تایی ( $g_{zz}$ ) تولید می‌کنند. ذکر این نکته جالب است که بر خلاف سادگی ظاهری بی‌هنجاری‌های پتانسیل، این بی‌هنجاری‌ها حاوی تمامی اطلاعاتی هستند که جزئیات را در رابطه با مولفه‌های گرانی

و گرادیانی بیان می‌کنند، زیرا این مولفه‌ها به ترتیب مشتق‌های مرتبه‌ی اول و دوم پتانسیل گرانی هستند [Saad, 2006].

مشتق‌های افقی مرتبه‌ی اول پتانسیل در راستای  $X$  و  $Y$ ، یک زوج مثبت-منفی (بی‌هنجاری‌های دوتایی) به ترتیب در راستای عمود بر محورهای  $X$  و  $Y$  تولید می‌کنند، این کمیت‌ها معادل مولفه‌های افقی میدان گرانی یعنی  $g_x$  و  $g_y$  هستند. قسمت‌های الف و ب شکل (۳-۵) مولفه‌های افقی میدان گرانی مدل مصنوعی ۱ را نشان می‌دهند.



شکل ۳-۵: مولفه‌های افقی میدان گرانی، الف)  $g_x$  و ب)  $g_y$

عملگر مشتق افقی یک فیلتر فازی است که موقعیت بی‌هنجاری‌ها را جابجا می‌کند و یا بی‌هنجاری‌ها را در راستای عمود بر راستای محاسبه‌ی مشتق، به جفت‌های مثبت-منفی تقسیم می‌کند، یعنی در راستای عمود بر راستای محاسبه‌ی مشتق افقی، خصوصیات توده‌های زیرسطحی بارزسازی می‌شوند. مثلاً اگر مشتق افقی در راستای  $x$  محاسبه شود، لبه‌هایی که به موازات راستای محور  $y$  قرار گرفته‌اند بارزتر می‌شوند.

پاسخ فرکانسی مشتق افقی مرتبه‌ی اول در راستای محورهای  $x$  و  $y$ ، به ترتیب برابر  $ik_x$  و  $ik_y$  است که در آن  $i$  عدد موهومی و  $k_x$  و  $k_y$  اعداد موج در راستای محورهای  $x$  و  $y$  هستند. از این رو مشتق افقی مرتبه‌ی اول شامل یک تبدیل فاز است، همچنین فرکانس‌های (اعداد موج) بالاتر را نسبت به فرکانس‌های پایین‌تر بیشتر تقویت می‌کند.

تبدیل فاز در رابطه با اجسام عریض، یعنی توده‌هایی که عرض‌های آنها در مقایسه با عمق آنها بزرگ‌تر هستند، عموماً بیشینه‌ای را تقریباً در بالای لبه‌های توده تولید می‌کند [Saad, 2006]. تقویت فرکانس‌های بالا، این بیشینه‌ها را تیزتر و مشخص‌تر می‌کند، بدین صورت لبه‌های جسم بهتر تعیین می‌شوند، از آنجایی که توده‌های سطحی‌تر در مقایسه با توده‌های عمیق‌تر حاوی فرکانس‌های بالاتری هستند مشتق‌ها همواره بر تقویت توده‌های سطحی‌تر تاکید بیش‌تری دارند.

پاسخ فرکانسی مشتق قائم مرتبه‌ی اول برابر  $|K|$  است، بنابراین فیلتری با فاز صفر است، از این رو موقعیت بیشینه‌های بی‌هنجاری را تحت تاثیر قرار نمی‌دهد، اما بی‌هنجاری پتانسیل را تیزتر می‌کند و بر تقویت فرکانس‌های بالای ناشی از منابع سطحی‌تر، نسبت به توده‌های عمیق‌تر تاکید دارد. در حالت کلی پاسخ فرکانسی همه‌ی مشتق‌های مرتبه‌ی اول متناسب با عدد موج است، از این رو انتظار می‌رود که این مشتقات فرکانس‌های بالای ناشی از توده‌های سطحی‌تر را در مقایسه با بی‌هنجاری‌های عمیق‌تر بیش‌تر تقویت کنند.

مولفه‌ی گرادیان گرانی  $g_{xx}$ ، با محاسبه‌ی مشتق افقی در راستای محور  $x$  از مولفه‌ی  $g_x$  میدان گرانی به دست می‌آید. این مولفه از تبدیل فاز استفاده می‌کند بنابراین فرکانس‌های بالای  $g_x$  را تقویت کرده و در نتیجه قسمت منفی بی‌هنجاری دوتایی  $g_x$ ، به جفت منفی-مثبت و قسمت مثبت این بی‌هنجاری به جفت مثبت-منفی تقسیم می‌شود. حاصل کار بی‌هنجاری سه‌تایی "مثبت-منفی-مثبت" در راستای محور  $x$  است. کنتورهای صفر مولفه‌ی  $g_{xx}$  تقریباً لبه‌هایی از توده‌ی بی‌هنجار که به موازات محور  $y$  قرار دارند را مشخص می‌کنند و مقدار آنها بر بالای توده مخالف علامت بی‌هنجاری و در خارج از توده موافق علامت آن است. مولفه‌ی  $g_{yy}$  نیز با محاسبه‌ی مشتق افقی در راستای محور  $y$  از مولفه‌ی  $g_y$  میدان گرانی به دست می‌آید و کنتورهای صفر این مولفه تقریباً لبه‌هایی از توده‌ی بی‌هنجار را که به موازات محور  $x$  قرار دارند مشخص می‌کنند و مقدار آنها نیز مشابه با مولفه‌ی  $g_{xx}$  بر بالای توده مخالف علامت بی‌هنجاری و در خارج از توده موافق علامت آن است. این مولفه دارای الگوی بی‌هنجاری سه‌تایی "مثبت-منفی-مثبت" در راستای محور  $y$  است.

مولفه‌ی گرادیانی  $g_{xy}$  با محاسبه‌ی مشتق افقی مولفه‌ی  $g_y$  در راستای محور  $x$  یا محاسبه‌ی مشتق افقی مولفه‌ی  $g_x$  در راستای محور  $y$  به دست می‌آید. این مولفه نیز از تبدیل فاز استفاده می‌کند، بنابراین فرکانس‌های بالای مولفه‌ی گرانی  $g_x$  یا  $g_y$  را تقویت می‌کند. مولفه‌ی  $g_{xy}$  دارای دو جفت بی‌هنجاری مثبت و منفی (بیشینه و کمینه) در گوشه‌های توده بی‌هنجار است. به هنگام محاسبه‌ی

مشتق افقی  $g_x$  در راستای  $y$ ، قسمت منفی از بی‌هنجاری دوتایی  $g_x$  به جفت منفی-مثبت و قسمت مثبت از این بی‌هنجاری به جفت مثبت-منفی تقسیم می‌شود، در نتیجه بی‌هنجاری گرادیانی  $g_{xy}$  به شکل چهارتایی "مثبت-منفی-مثبت-منفی" در می‌آید و دارای دو جفت بی‌هنجاری مثبت-منفی (بیشینه و کمینه) در گوشه‌های توده‌ی بی‌هنجار است.

مولفه‌های گرادیانی  $g_{yz}$ ،  $g_{xz}$  و  $g_{zz}$  به ترتیب با محاسبه‌ی گرادیان مولفه‌های گرانی  $g_x$ ،  $g_y$  و  $g_z$  در راستای محور  $Z$  حاصل می‌شوند. این عمل تنها باعث تیزتر شدن نقشه‌ی بی‌هنجاری‌های مربوط و تقویت فرکانس‌های بالای مولفه‌های  $g_x$ ،  $g_y$  و  $g_z$ ، بدون ایجاد هیچ تغییری در موقعیت یا شکل بی‌هنجاری مورد مطالعه می‌شود، زیرا چنانچه قبلاً نیز ذکر شد مشتق قائم از تبدیل فاز استفاده نمی‌کند. همچنین می‌توان گفت که مولفه‌های گرادیانی مذکور مشتق‌های مولفه‌ی قائم گرانی به ترتیب در راستای  $x$ ،  $y$  و  $Z$  هستند. مولفه‌های  $g_{yz}$  و  $g_{xz}$  به ترتیب دارای مقادیر بیشینه و کمینه بر روی لبه‌هایی هستند که در راستای عمود بر محورهای  $x$  و  $y$  قرار گرفته‌اند. هر دوی این مولفه‌ها بر بالای توده‌ها (مخصوصاً نزدیک به مرکز جرم توده‌ها) دارای مقادیر صفر هستند.

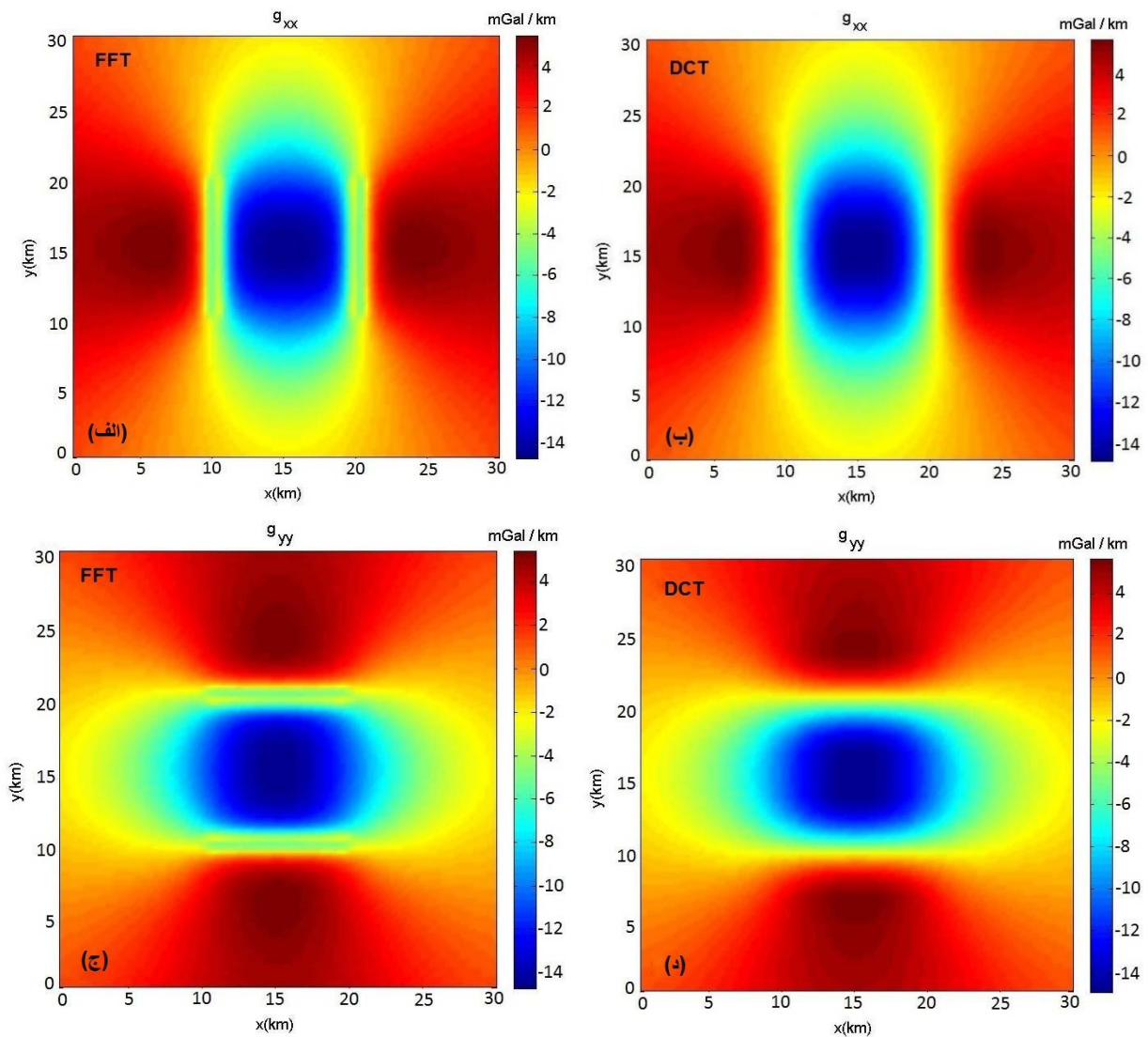
برای توده‌ای با تباین چگالی مثبت، علامت مولفه‌ی  $g_{zz}$  در بالای توده مثبت، بر روی لبه‌های آن صفر و در خارج از محدوده‌ی توده منفی خواهد بود. از این مولفه می‌توان برای تعیین موقعیت مرکز بی‌هنجاری استفاده کرد. در اغلب موارد شکلی که الگوی بی‌هنجاری مولفه‌ی  $g_{zz}$  تشکیل می‌دهد نمودی از شکل خود منبع است و علامت این مولفه بازتاب دهنده‌ی علامت تباین چگالی توده است. این مورد در رابطه با مولفه‌های  $g_{xx}$  و  $g_{yy}$  صدق نمی‌کند، زیرا این مولفه‌ها اساساً به تغییرات مولفه‌ی  $g_x$  و  $g_y$  میدان گرانی به ترتیب در راستای  $x$  و  $y$  مربوط هستند و علامت آنها در بالای توده مخالف علامت  $g_{zz}$  است. مقادیر صفر مولفه‌های  $g_{xx}$ ،  $g_{yy}$  و  $g_{zz}$  بر روی لبه‌های بی‌هنجاری نشان دهنده‌ی خصوصیات منطقه‌ی گرادیانی است. بدین طریق لبه‌ی قرار گرفته در جهات مختلف از توده-ی بی‌هنجار شناسایی و تقویت می‌شوند.

باید تاکید کرد که منابع کم عرض ( $w \leq d$ ) مثل جرم نقطه‌ای الگوهای هندسی مشابهی با حالت قبل تولید می‌کنند ولی به هر حال خصوصیات ذکر شده در حالت قبل در این مورد صدق نمی‌کند. موقعیت کنتورهای صفر، بیشینه، کمینه و اندازه‌ی بی‌هنجاری به صورت کلی به جای  $\left(\frac{w}{d}\right)$  به عمق توده‌ی مولد بی‌هنجاری ( $d$ ) وابسته خواهد بود. در کل برای توده‌های سه بعدی، پتانسیل، بی-



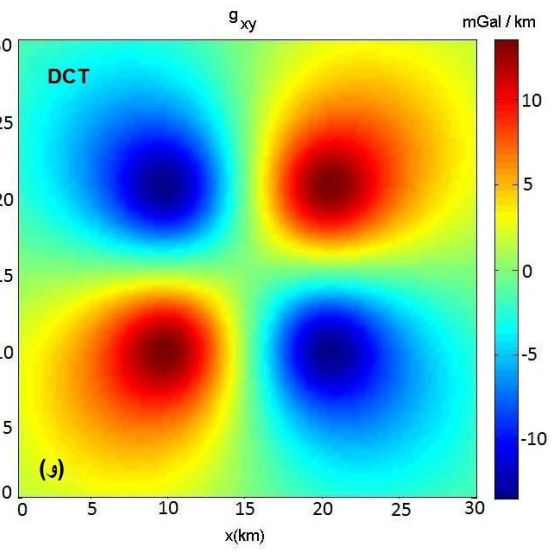
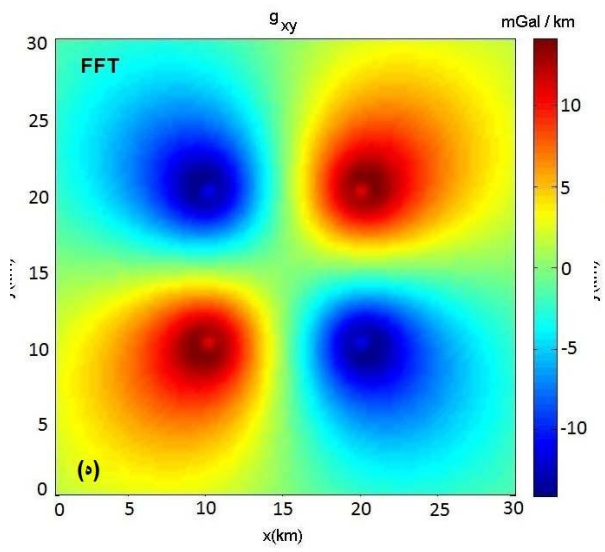
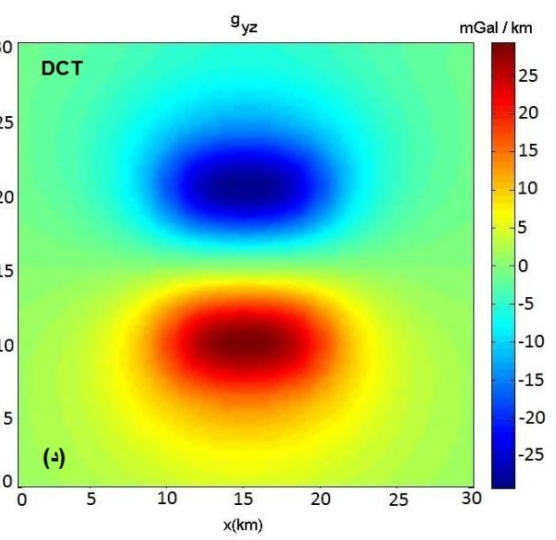
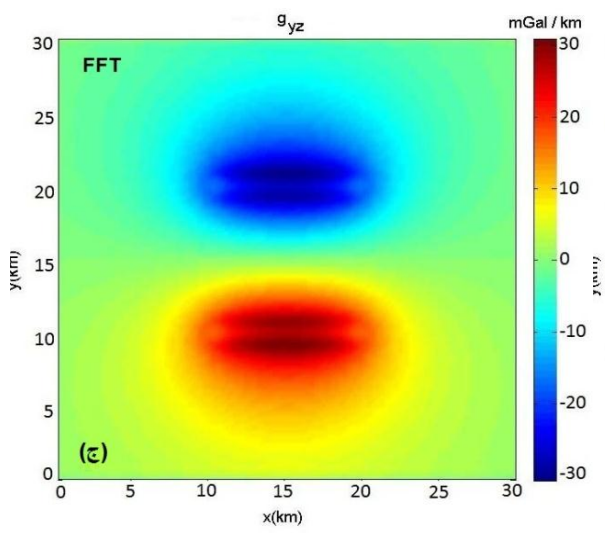
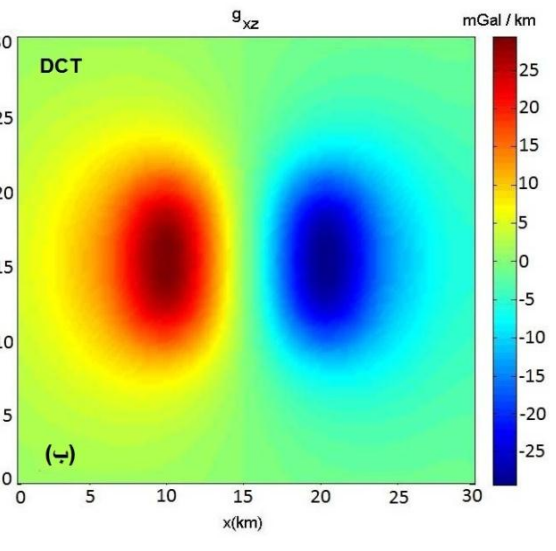
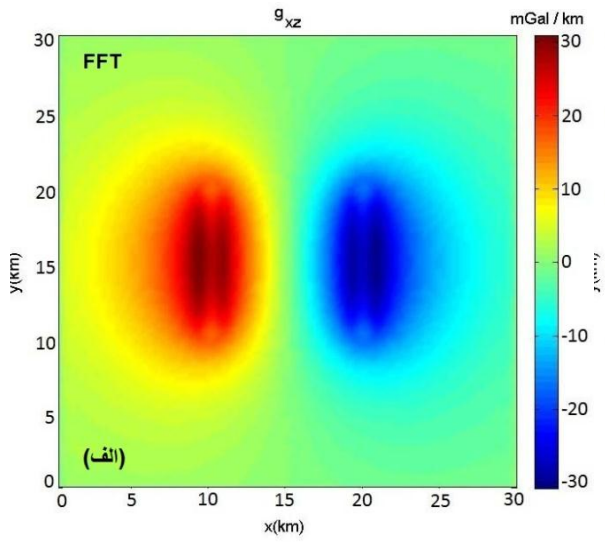
هنجاری گرانی قائم و  $g_{zz}$  دارای الگوی بی‌هنجاری تک‌تایی،  $g_{xz}$  و  $g_{yz}$  دارای الگوی بی‌هنجاری دوتایی،  $g_{xx}$  و  $g_{yy}$  دارای الگوی سه‌تایی و  $g_{xy}$  دارای الگوی چهارتایی هستند.

در شکل‌های (۴-۵)، (۵-۵) و (۶-۵) مولفه‌های تانسور گرادیان گرانی به دست آمده توسط روش‌های تبدیل فوریه و تبدیل کسینوس برای مدل مصنوعی ۱ نشان داده شده‌است.

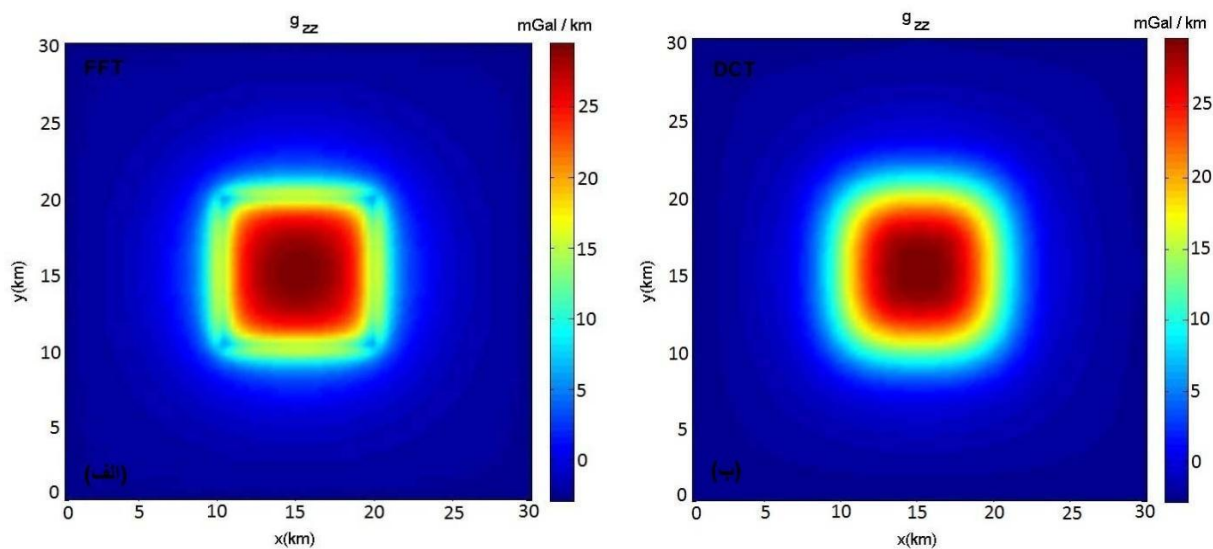


شکل ۴-۵: محاسبه و نمایش مولفه‌های  $g_{yy}$  و  $g_{xx}$  تانسور گرادیان گرانی روی مدل مصنوعی ۱ حاصل از تبدیلات، (الف و ج) فوریه، (ب و د) کسینوس





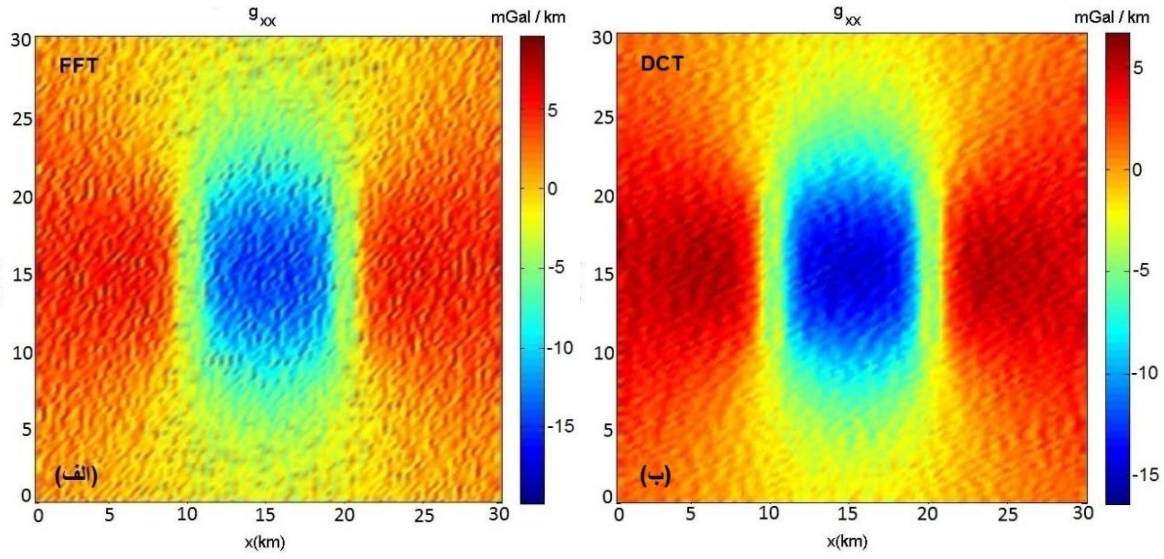
شکل ۵-۵: محاسبه و نمایش مولفه‌های  $g_{xz}$ ،  $g_{yz}$  و  $g_{xy}$  تانسور گرادیان گرانی روی مدل مصنوعی ۱ حاصل از تبدیلات، (الف، ج و ه) فوریه، (ب، د، و) کسینوس



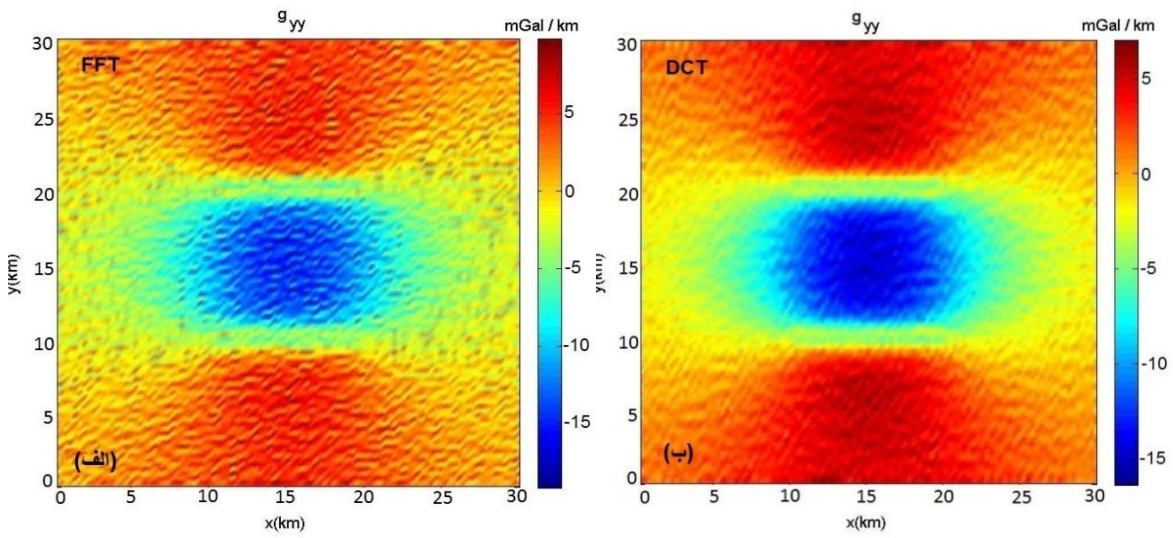
شکل ۵-۶: محاسبه و نمایش مولفه‌ی  $g_{zz}$  تانسور گرادیان گرانی روی مدل مصنوعی ۱ حاصل از تبدیلات، (الف) فوریه، (ب) کسینوس

شکل‌های (۴-۵)، (۵-۵) و (۶-۵) نشان می‌دهند که نتایج حاصل از روش تبدیل کسینوس به مراتب بهتر از نتایج تبدیل فوریه است.

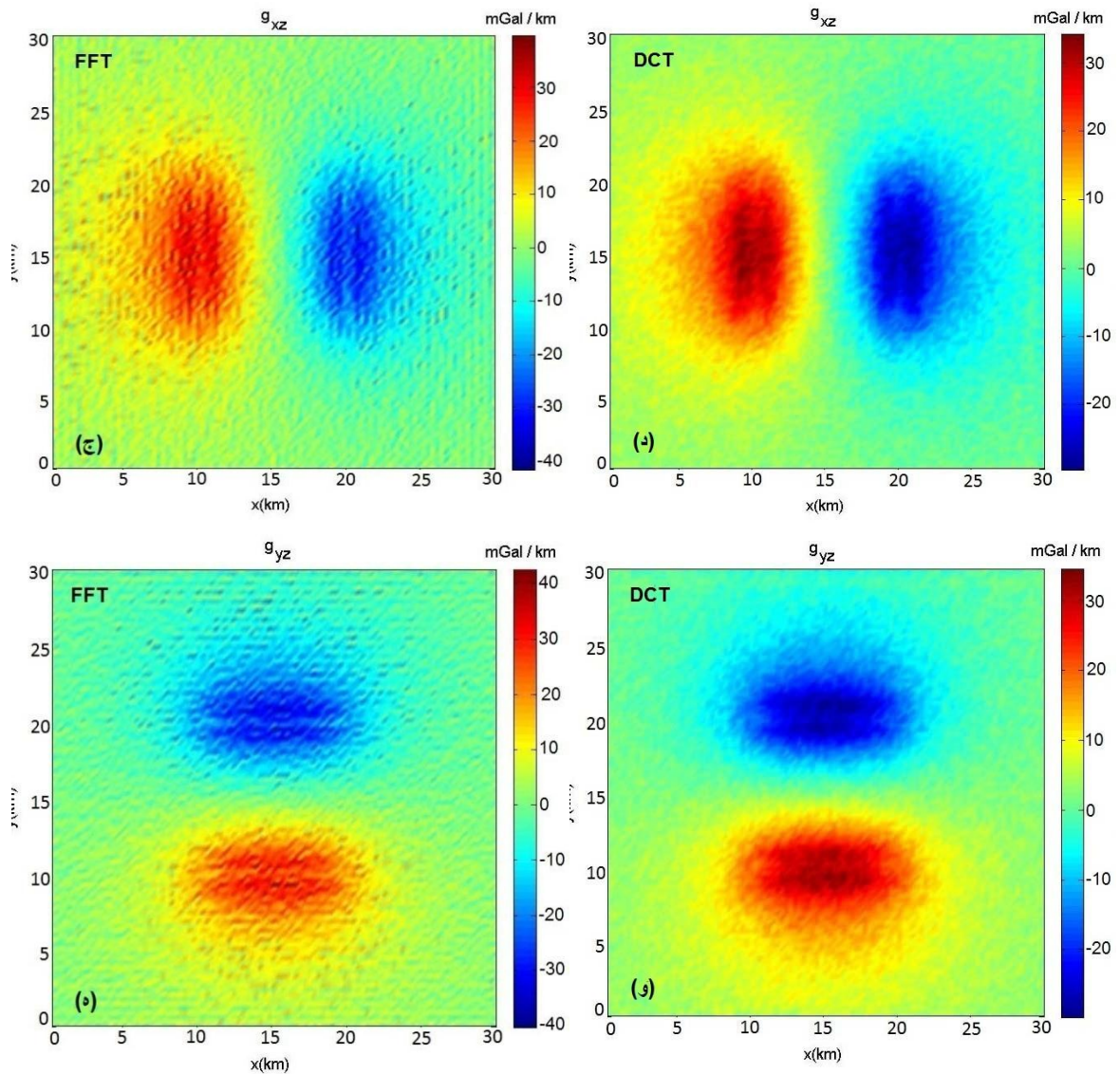
جهت بررسی کارایی تبدیلات مورد استفاده با وجود نوفه به مدل مصنوعی ۱ نوفه‌ی تصادفی با بزرگی ۰.۵٪ مقدار میانگین بی‌هنجاری اضافه شد. نتایج در شکل‌های (۷-۵)، (۸-۵) و (۹-۵) نشان داده شده است.



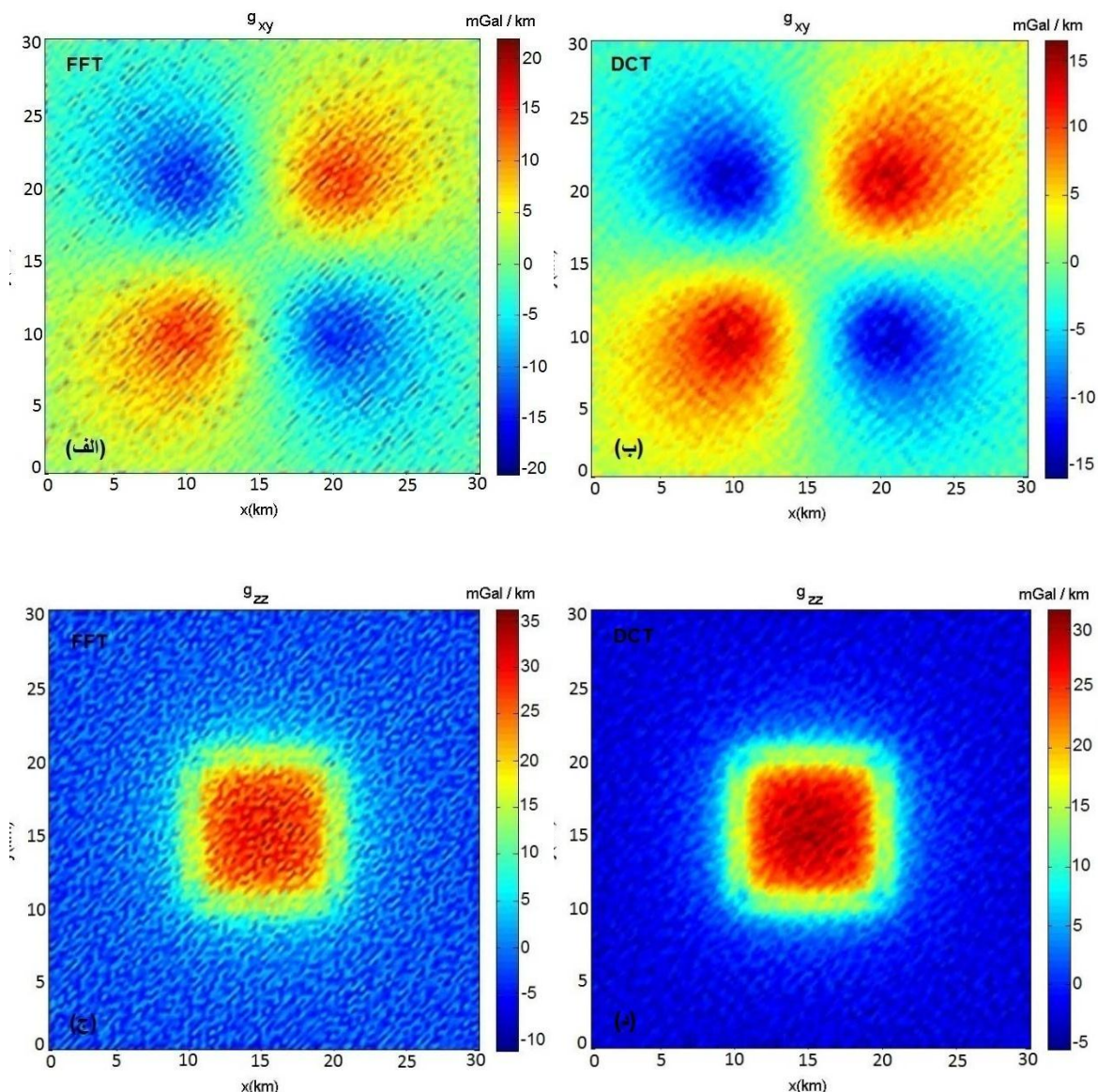
شکل ۵-۷: محاسبه و نمایش مولفه‌ی  $g_{xx}$  تانسور گرادیان گرانی روی مدل مصنوعی ۱ دارای نوفه‌ی تصادفی با بزرگی ۰.۵٪ مقدار میانگین بی‌هنجاری، حاصل از تبدیلات، (الف) فوریه، (ب) کسینوس







شکل ۵-۸: محاسبه و نمایش مولفه‌های  $g_{xz}$  و  $g_{yz}$  تانسور گرادیان گرانی روی مدل مصنوعی ۱ دارای نوفه‌ی تصادفی با بزرگی ۰.۵٪ مقدار میانگین بی‌هنجاری، حاصل از تبدیلات، (الف، ج و ه) فوریه، (ب، د، و) کسینوس



شکل ۵-۹: محاسبه و نمایش مولفه‌های  $g_{zz}$  و  $g_{xy}$  تانسور گرادیان گرانی روی مدل مصنوعی ۱ دارای نوفه‌ی تصادفی با بزرگی ۰.۵٪ مقدار میانگین بی‌هنجاری، حاصل از تبدیلات، (الف و ج) فوریه، (ب و د) کسینوس

### ۵-۲-۱-۱ نسبت سیگنال به نوفه در تبدیلات فوریه و کسینوس

برداشت‌های ژئوفیزیکی همواره دارای نوفه‌های تصادفی هستند و بی‌هنجاری برداشت شده همواره مجموعه‌ای از سیگنال‌های مفید  $g(x)$  و نوفه  $n(x)$  می‌باشد که در آن راستای برداشت داده-هاست.

$$V_z(x) = g(x) + n(x), \quad x \in (-\infty, +\infty) \quad (5-5)$$

با محاسبه‌ی تبدیل فوریه و تبدیل کسینوس رابطه‌ی (۵-۵) به روابط (۵-۶-الف) و (۵-۶-ب) تبدیل می‌شود:

$$F[V_z(x)] = F[g(x)] + F[n(x)] \quad (۵-۶-الف)$$

$$C[V_z(x)] = C[g(x)] + C[n(x)] \quad (۵-۶-ب)$$

که در آن  $g(x)$  سیگنال مفید و  $V_z(x)$  مشتق قائم تابع پتانسیل  $V(x, y, z)$  است.

از طرفی با توجه به روابط بین تبدیل فوریه و تبدیل کسینوس می‌توان نوشت:

$$F[g(x)] = C[g(x)] + i S[g(x)] \quad (۷-۵)$$

قسمت موهومی رابطه‌ی (۷-۵)  $S[g(x)]$  که نشان دهنده‌ی تبدیل سینوس سیگنال مفید است برابر صفر می‌باشد (پیوست الف و ب)، بنابراین می‌توان رابطه‌ی (۵-۶-الف) را به صورت رابطه‌ی (۵-۸) نوشت:

$$F[V_z(x)] = C[g(x)] + C[n(x)] + i S[n(x)] \quad (۸-۵)$$

بنابراین نسبت سیگنال به نوفه<sup>۱</sup> تبدیل فوریه و تبدیل کسینوس از روابط (۵-۹) و (۵-۱۰) به دست می‌آید:

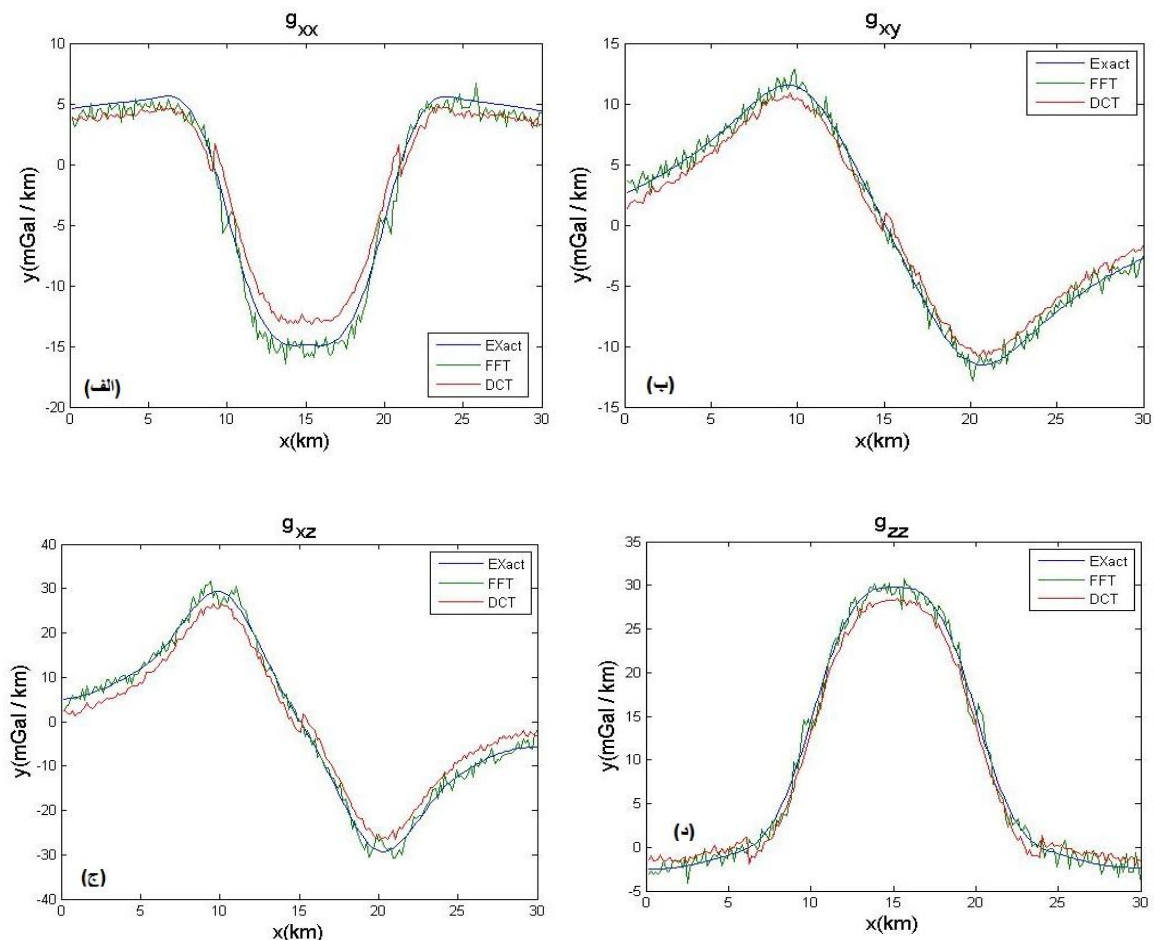
$$SNR_{DFT} = \frac{E_g}{E_n} = \frac{\{C[g(x)]\}^2}{\{C[n(x)]\}^2 + \{S[n(x)]\}^2} \quad (۹-۵)$$

$$SNR_{DCT} = \frac{E_g}{E_n} = \frac{\{C[g(x)]\}^2}{\{C[n(x)]\}^2} \quad (۱۰-۵)$$

واضح است که  $SNR_{DCT}$  بزرگتر از  $SNR_{DFT}$  است، در نتیجه تبدیل کسینوس در محاسبه‌ی مولفه‌های مختلف تانسور گرادیان گرانی دقت بیشتری خواهد داشت [Jiang et al, 2012].

<sup>۱</sup> Signal to Noise Ratio

شکل (۵-۱۰) مقایسه‌ی بین دامنه‌های به دست آمده از روش پیشرو و تبدیلات فوریه و کسینوس را به ازای یک پروفیل برای مولفه‌های  $g_{xx}$ ,  $g_{xy}$ ,  $g_{xz}$  و  $g_{zz}$  مدل مصنوعی ۱ که آلوده به نوفه‌ی تصادفی به بزرگی ۰.۵٪ مقدار میانگین بی‌هنجاری هستند را نشان می‌دهد.



شکل ۵-۱۰: مقایسه‌ی دامنه‌های به دست آمده از روش پیشرو، تبدیل فوریه و تبدیل کسینوس

از مقایسه‌ی مولفه‌های نظیر به نظیر تانسور گرادیان گرانی مدل مصنوعی ۱، حاصل از دو روش تبدیل فوریه و کسینوس، با وجود یا عدم وجود نوفه، همچنین مطابق شکل (۵-۱۰)، می‌توان دریافت که دامنه‌ی به دست آمده با تبدیل فوریه در مقایسه با تبدیل کسینوس با دامنه‌ی به دست آمده از روی الگوریتم پیشرو تطابق بهتری دارد، زیرا در طول محاسبات تبدیل کسینوس قسمت‌های موهومی حذف می‌شوند و این امر باعث کاهش دامنه‌ی محاسبه شده با این روش می‌شود. از طرفی به دلیل حذف قسمت‌های موهومی در روش تبدیل کسینوس، نتایج این روش کمتر تحت تاثیر نوفه‌ها قرار می‌گیرند و هموارتر هستند، زیرا نوفه‌ها در قسمت‌های موهومی ظاهر می‌شوند، در نتیجه چون در



روش تبدیل فوریه قسمت‌های موهومی نیز در محاسبات دخیل هستند، بنابراین بیش‌تر تحت تاثیر نوفه‌ها قرار می‌گیرند.

در این نوشتار به الگوهای گرادیانی اشاره شد، در ادامه با استفاده از فیلترهای معرفی شده در فصل ۴ و تهیه‌ی مدل مصنوعی توانمندی فیلترها در شناسایی لبه‌های توده‌های بی‌هنجار مورد ارزیابی قرار می‌گیرد. بدین منظور متناسب با اهداف تحقیقی، مدل‌های مصنوعی مختلفی طراحی و اثر گرانی و تانسورهای گرادیان آنها محاسبه شده است.

#### ۵-۲-۲ مدل مصنوعی ۲

برای بررسی کارایی فیلترهای ویژه مقادیر تانسور گرادیان گرانی در شناسایی مرزهای توده‌های بی-هنجار، مدل مصنوعی ۲ به گونه‌ای طراحی شده است که هر دو نوع تباین چگالی مثبت و منفی را دارا باشد، زیرا همانطور که قبلاً نیز ذکر شد، این نوع فیلترها به نوع تباین چگالی حساس بوده و هر کدام قابلیت آشکارسازی یک نوع از تباین چگالی را دارند. مشخصات مدل مصنوعی مورد نظر در **جدول (۵-۱)** آمده است. شبکه در نظر گرفته شده دارای ابعاد  $50 \times 50$  کیلومتر مربع است. فواصل برداشت داده در هر دو راستای X و Y، ۱۰۰ متر می‌باشد.

لازم به ذکر است که هدف در این قسمت مقایسه‌ی نتایج حاصل از فیلترها در دو حوزه‌ی فوریه و کسینوس نمی‌باشد، بلکه فقط نمایش ضعف فیلترهای مقادیر ویژه در شناسایی تباین‌های متفاوت چگالی به لحاظ علامت و توانایی فیلتر ویژه مقدار بهبود یافته در شناسایی توده‌های با تباین‌های چگالی مختلف علامت می‌باشد. در قسمت مطالعه‌ی داده‌های واقعی نتایج حاصل از ویژه مقادیر بهبود یافته در دو حوزه‌ی مذکور مقایسه می‌شوند.

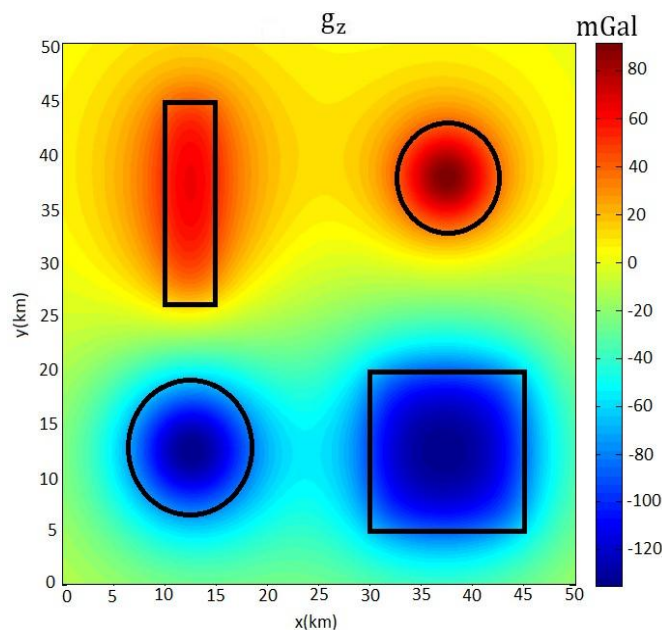
جدول ۵-۱: مشخصات مدل مصنوعی ۲

توده‌ی بی‌هنجار	تباین - چگالی gr/ (cm <sup>3</sup> )	عمق بالا (km)	عمق کف (km)	ضخامت - در راستای x (km)	ضخامت - در راستای y (km)	شعاع (km)	عمق - مرکز (km)	$x_0$ (km)	$y_0$ (km)
منشور مستطیلی	۱	۰,۵	۱۰	۵	۱۹	-	-	-	-
منشور مستطیلی	-۱	۰,۵	۱۰	۱۵	۱۵	-	-	-	-
کره	۱	-	-	-	-	۵	۶	۳۷,۵	۳۷,۵
کره	-۱	-	-	-	-	۷	۸,۵	۱۲,۵	۱۲,۵

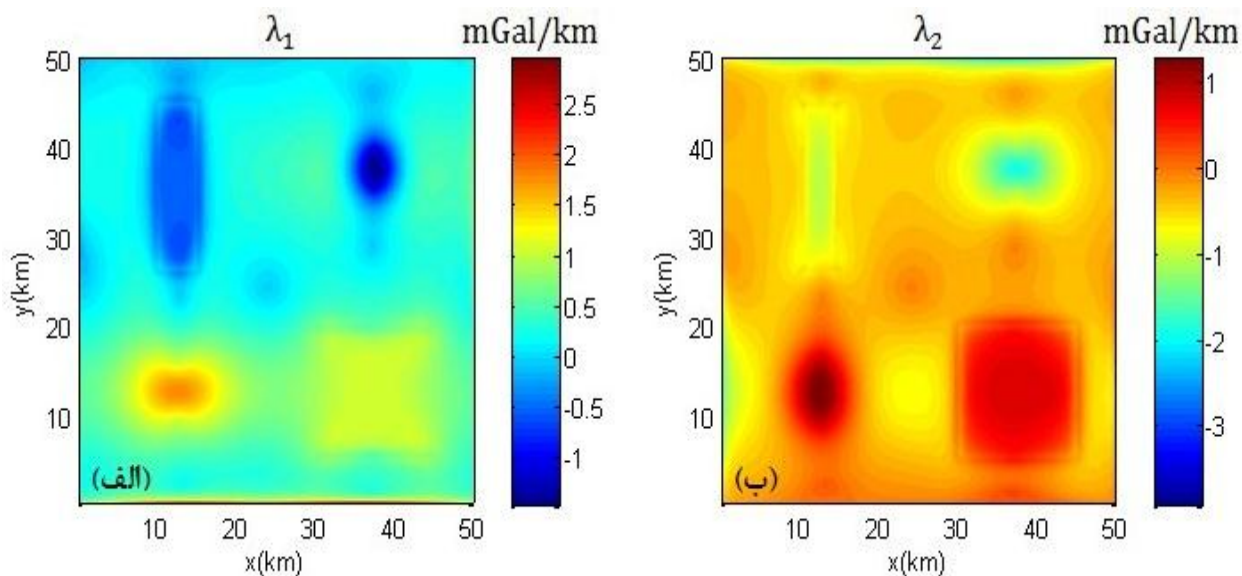


شکل (۱۱-۵) نشان دهنده‌ی بی‌هنجاری گرانی حاصل از مدل مصنوعی ۲ است، خطوط مشکی در این شکل نشان دهنده‌ی موقعیت افقی قرارگیری توده‌ها می‌باشد. نتایج مربوط به اعمال فیلترهای  $\lambda_1$ ،  $\lambda_2$  و IE در حوزه‌ی فوریه به ترتیب در در شکل‌های (۱۲-۵) و (۱۳-۵) آمده است.

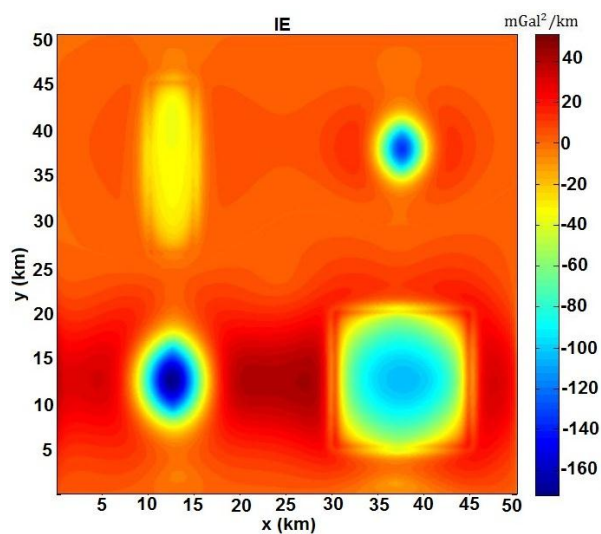
مطابق به شکل‌های (۱۲-۵) و (۱۳-۵) مشاهده می‌شود که کنتورهای دارای مقدار صفر فیلتر  $\lambda_1$  فقط لبه‌های توده‌های دارای تباین چگالی مثبت را مشخص کرده است و کنتورهای دارای مقدار صفر فیلتر  $\lambda_2$  فقط لبه‌های توده‌های دارای تباین چگالی منفی را مشخص کرده اما کنتورهای دارای مقدار صفر فیلتر IE به خوبی توانسته است موقعیت افقی لبه‌های تمامی توده‌ها را مشخص کنند. با توجه به شکل (۱۲-۵) می‌توان گفت که استفاده از فیلترهای  $\lambda_1$  و  $\lambda_2$  تفسیر داده‌های میدان پتانسیل، به خصوص در نواحی دارای ساختارهای زمین‌شناسی پیچیده را دچار خطا خواهد کرد، در نتیجه نباید از آن‌ها به تنهایی در تفسیر داده‌ها استفاده کرد.



شکل ۱۱-۵: بی‌هنجاری گرانی حاصل از مدل مصنوعی ۲

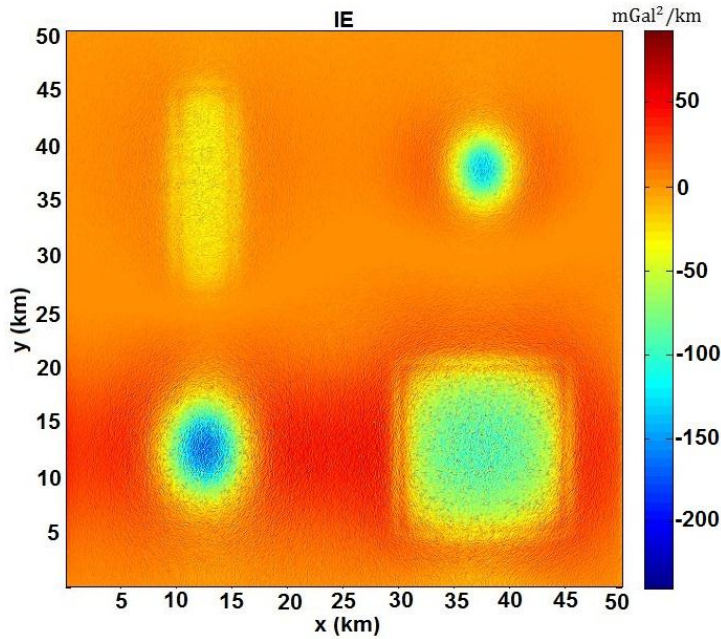


شکل ۵-۱۲: نتیجه‌ی حاصل از اعمال فیلترهای مقدار ویژه بر روی مدل مصنوعی ۲، الف)  $\lambda_1$  ، ب)  $\lambda_2$



شکل ۵-۱۳: نتیجه‌ی حاصل از اعمال فیلتر ویژه مقدار بهبود یافته (IE) به بر روی مدل مصنوعی ۲

به منظور بررسی حساسیت فیلتر IE نسبت به نوفه، به مدل مصنوعی ۲، نوفه‌ی تصادفی با بزرگی ۰.۳٪ مقدار میانگین بی‌هنجاری حاصل از این مدل افزوده شد. شکل (۵-۱۴) بیانگر نتیجه‌ی مربوط به اعمال فیلترهای IE بر روی مدل مصنوعی دارای نوفه تصادفی است.



شکل ۵-۱۴: نتیجه‌ی حاصل از اعمال فیلتر ویژه مقدار بهبود یافته (IE) بر روی مدل مصنوعی ۲، دارای نوفه‌ی تصادفی

شکل (۵-۱۴) بیانگر این مطلب است که فیلتر IE در حضور نوفه کارایی خود را حفظ می‌کند و پایداری قابل قبولی از خود نشان می‌دهند.

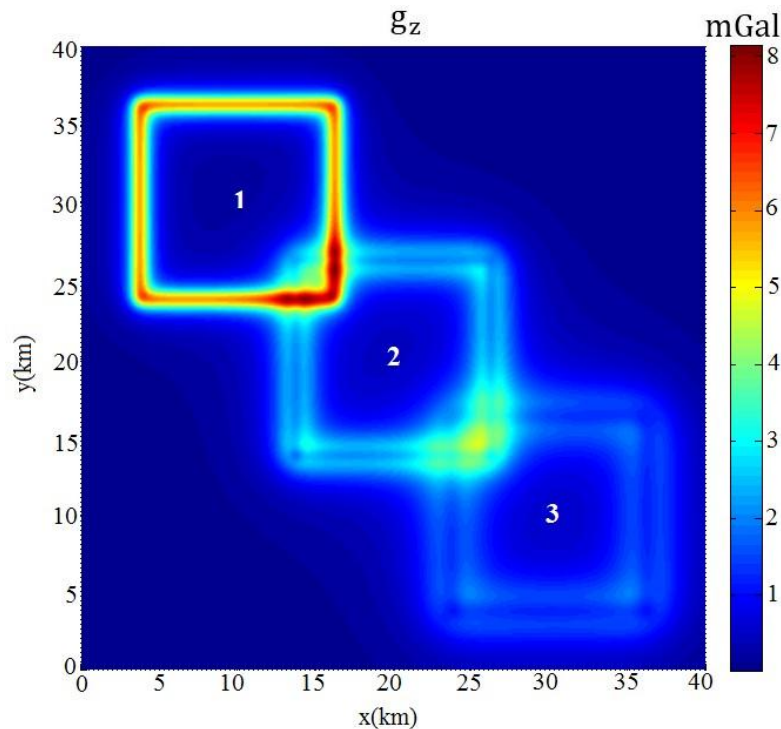
### ۵-۲-۳ مدل مصنوعی ۳

به منظور بررسی کارایی فیلترهای مشتقات تیلت (تماایل) مدل مصنوعی دیگری طراحی و تهیه شد. مشخصات مدل مصنوعی ۳ در جدول (۵-۲) و بی‌هنجاری گرانی ناشی از آن در شکل (۵-۱۵) آمده است. ابعاد شبکه‌ی برداشت  $40 \times 40$  کیلومتر مربع و فاصله نمونه برداری در هر دو راستای  $x$  و  $y$  برابر ۱۰۰ متر می‌باشد، همچنین از شمال غرب به سمت جنوب شرق عمق توده‌ها افزایش پیدا می‌کند.

نتایج حاصل از اعمال فیلترهای  $\theta_x$ ،  $\theta_y$ ،  $\theta_z$  و  $\theta_{MHC}$  در حوزه‌ی تبدیل کسینوس در شکل (۵-۱۶) نشان داده شده است.

جدول ۵-۲: مشخصات مدل مصنوعی ۳

شکل	عمق بالا (m)	عمق پایین (m)	تباين چگالی ( $gr/cm^3$ )
۱	۱۰۰	۶۰۰	۱
۲	۶۰۰	۱۱۰۰	۱
۳	۱۱۰۰	۱۶۰۰	۱

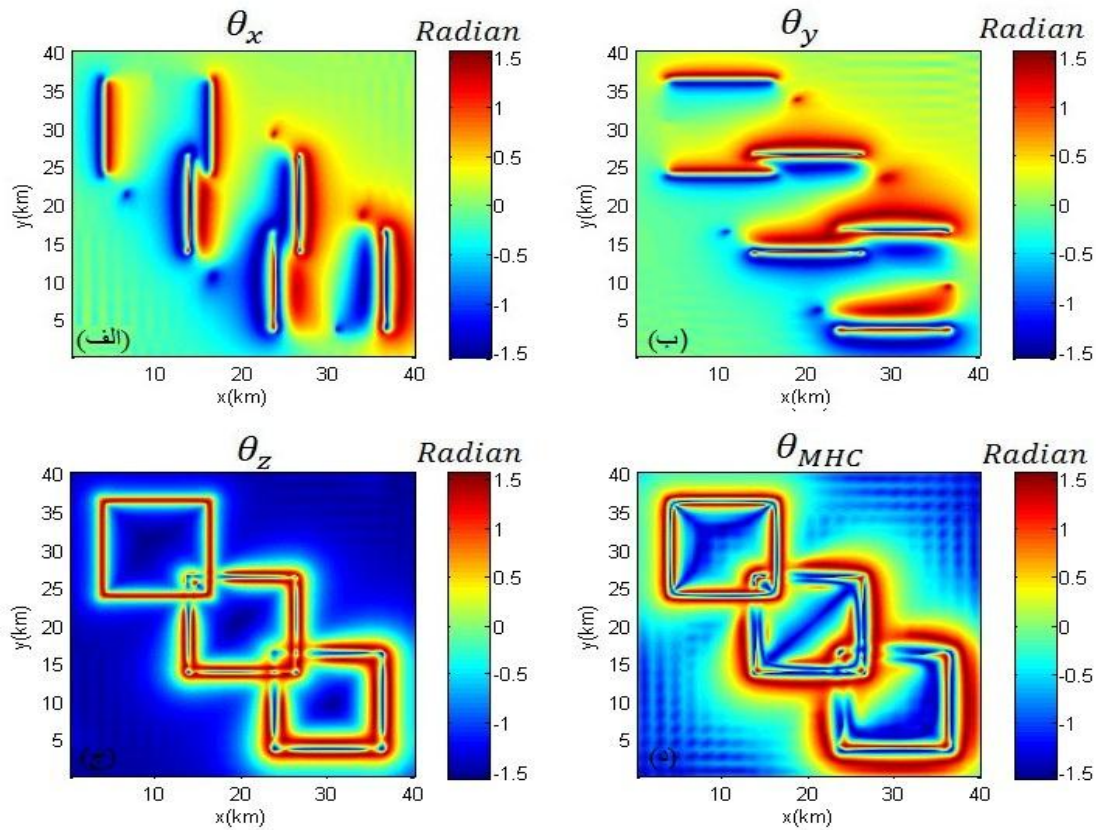


شکل ۵-۱۵: بی‌هنجاری گرانی حاصل از مدل مصنوعی ۳

بررسی شکل (۵-۱۶) نشان می‌دهد که، فیلترهای  $\theta_x$  و  $\theta_y$  به ترتیب دارای جفت‌های کمینه-بیشینه بر روی لبه‌هایی هستند که در راستای عمود بر  $x$  و  $y$  قرار دارند، همچنین فیلترهای  $\theta_z$  و  $\theta_{MHC}$  نیز به ترتیب دارای مقادیر صفر و بیشینه بر روی لبه‌های توده‌ی بی‌هنجار هستند، در نتیجه کنتورهای صفر  $\theta_z$  و مقدار بیشینه‌ی  $\theta_{MHC}$  موقعیت مکانی لبه‌های توده‌های بی‌هنجار را مشخص می‌کنند.

تمامی فیلترهای مورد بحث نسبت به افزایش عمق توده‌ها حساس بوده و همان گونه که مشاهده می‌شود با افزایش عمق قرارگیری توده‌ها از شمال غرب به سمت جنوب شرق از قدرت تفکیک همگی

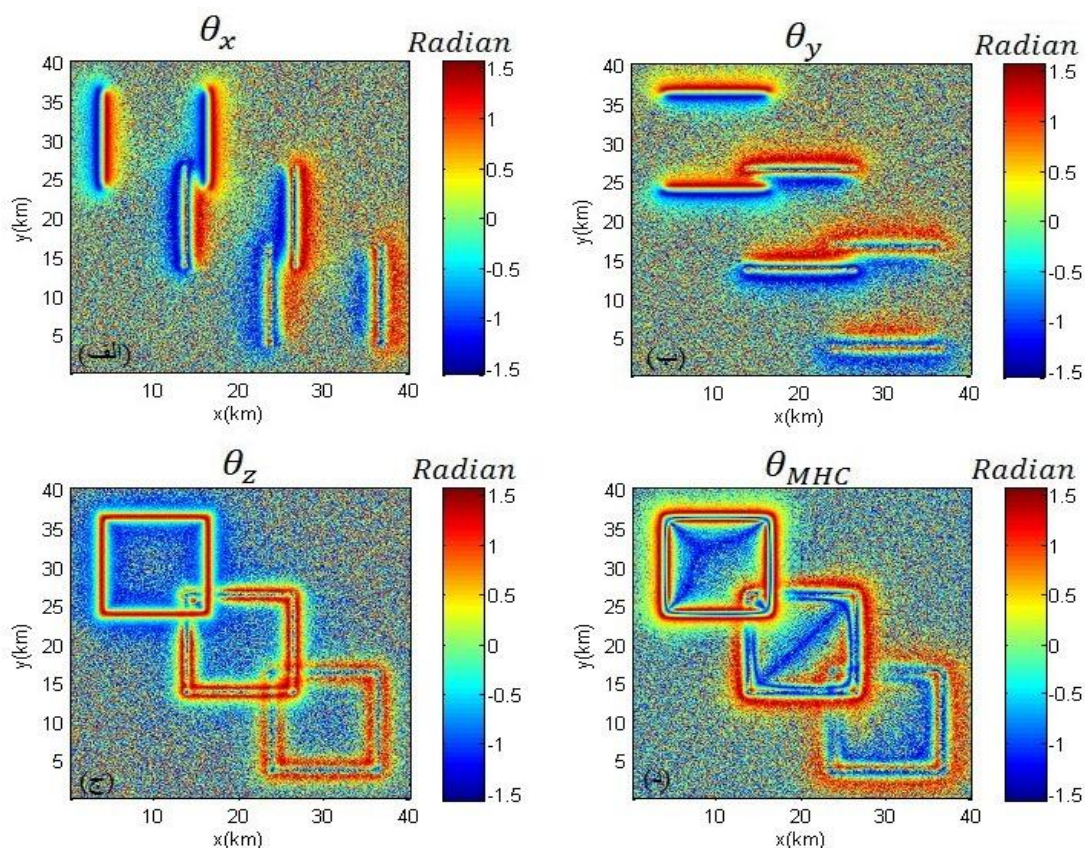
این فیلترها کاسته می‌شود. اما با این وجود حاصل تشخیص و تفکیک اجسام و بی‌هنجاری‌ها بهتر از خود اثر گرانی بوده است.



شکل ۵-۱۶: نتایج حاصل از اعمال فیلترهای  $\theta_x$ ,  $\theta_y$ ,  $\theta_z$  و  $\theta_{MHC}$  روی مدل مصنوعی ۳

جهت بررسی کارایی این فیلترها با وجود نوفه، به مدل مصنوعی ۳، نوفه تصادفی با بزرگی ۳٪ مقدار میانگین بی‌هنجاری این مدل اضافه شد، نتایج حاصل از اعمال فیلترها روی مدل مصنوعی حاوی نوفه در شکل (۵-۱۷) ارائه شده است، که نشان می‌دهد هر چند این فیلترها به نوفه حساس هستند، اما با این حال هنوز وضعیت توده‌ی بی‌هنجار در این تصاویر قابل بررسی و مشاهده است.





شکل ۵-۱۷: نتایج حاصل از اعمال فیلترهای  $\theta_x$ ,  $\theta_y$ ,  $\theta_z$  و  $\theta_{MHC}$  روی مدل مصنوعی ۳ در حضور نوفه‌ی تصادفی با بزرگی ۳٪ مقدار میانگین بی‌هنجاری

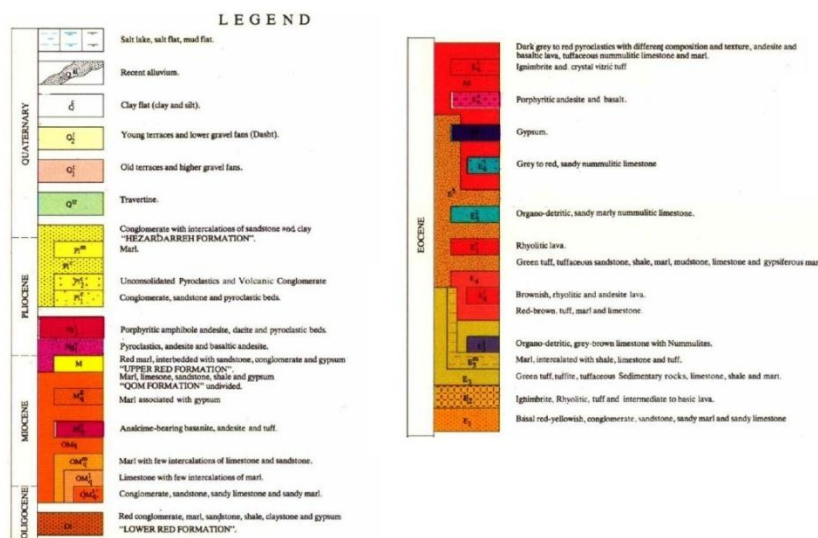
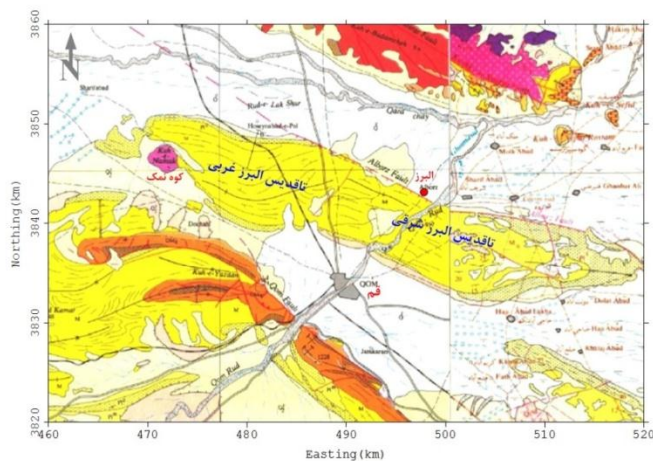
### ۵-۳ اعمال فیلترها روی داده‌های واقعی

#### ۵-۳-۱ اعمال فیلترها روی داده‌های گرانی حوزه‌ی نفتی البرز قم

حوضه نفتی البرز قم در شمال غربی، شمال و شرق شهر قم در محدوده‌های به عرض جغرافیایی  $34^{\circ}35'$  تا  $34^{\circ}50'$  شمالی و طول جغرافیایی  $49^{\circ}55'$  تا  $51^{\circ}15'$  شرقی با روند شمال غربی- جنوب شرقی واقع شده است. نقشه‌ی زمین شناسی منطقه‌ی مورد مطالعه در شکل (۵-۱۸) نشان داده شده است.

منطقه مورد مطالعه بخش کوچکی از حوضه وسیع قم است که پی‌سنگ آن را سنگ‌های آتشفشانی و یا آتشفشانی- رسوبی ائوسن و بخشی از الیگوسن تشکیل می‌دهد. محصول رسوب گذاری در حوضه قم تشکیل دو سازند قرمز زیرین و قم است که در

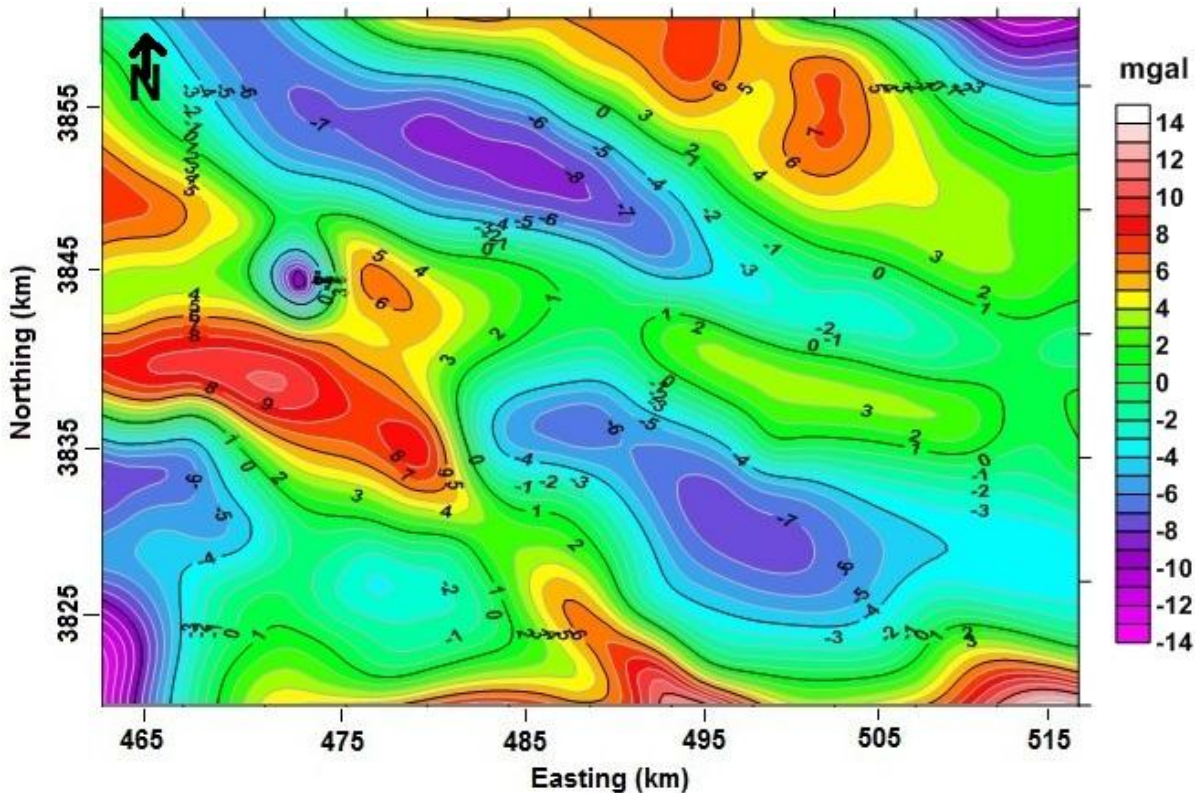
یک محیط دریایی کم عمق تا خشکی نهشته شده‌اند. سازند قرمز بالایی دو سازند مزبور را می‌پوشاند، سن آن‌ها از الیگوسن بالایی تا کواترنر برآورد شده است. سازندهای رسوبی و سنگ‌های آتشفشانی همراه آن‌ها در ناحیه قم ضخامتی در حدود ۵۰۰۰ متر را تشکیل می‌دهند [امیدی، ۱۳۶۹]. برونزدهای متعلق به رسوبات حوضه قم را در مناطق مختلف اطراف قم می‌توان مشاهده نمود، واحدهای سنگی که در سطح زمین در ساختمان البرز رخنمون دارند شامل سازند قرمز بالایی و کنگومرای نئوژن پایانی هستند که در برخی نقاط توسط رسوبات جوان دوره چهارم پوشیده می‌شوند، ولی واحدهایی که در روند تشکیل ساختمان چین خورده البرز و دگرشکلی ناحیه‌ای درگیر بوده‌اند، به جز واحدهای مزبور باید از سازندهای قم و قرمز زیرین در عمق نام برد که بر روی پی‌سنگ آتشفشانی و یا آتشفشانی-رسوبی ائوسن قرار گرفته‌اند [امیدی، ۱۳۶۹]. سازند قم دارای لایه‌های سنگ آهکی-مارنی و شیل می‌باشد که سنگ‌های آهکی توانسته است سنگ مخزن باشد و تصور می‌رود که لایه‌های مارنی و شیلی سنگ مادر بوده‌اند [پارسی، ۱۹۷۴].



**شکل ۵-۱۸:** نقشه‌ی زمین‌شناسی حوضه نفتی البرز - سراج، نیمه شرقی برگرفته از نقشه ۱/۲۵۰۰۰۰ آران (امامی، ۱۳۷۱) و نیمه غربی آن از نقشه ۱/۲۵۰۰۰۰ قم می‌باشد (امامی و حاجیان، ۱۹۸۱) [آقاجانی، ۱۳۸۸].

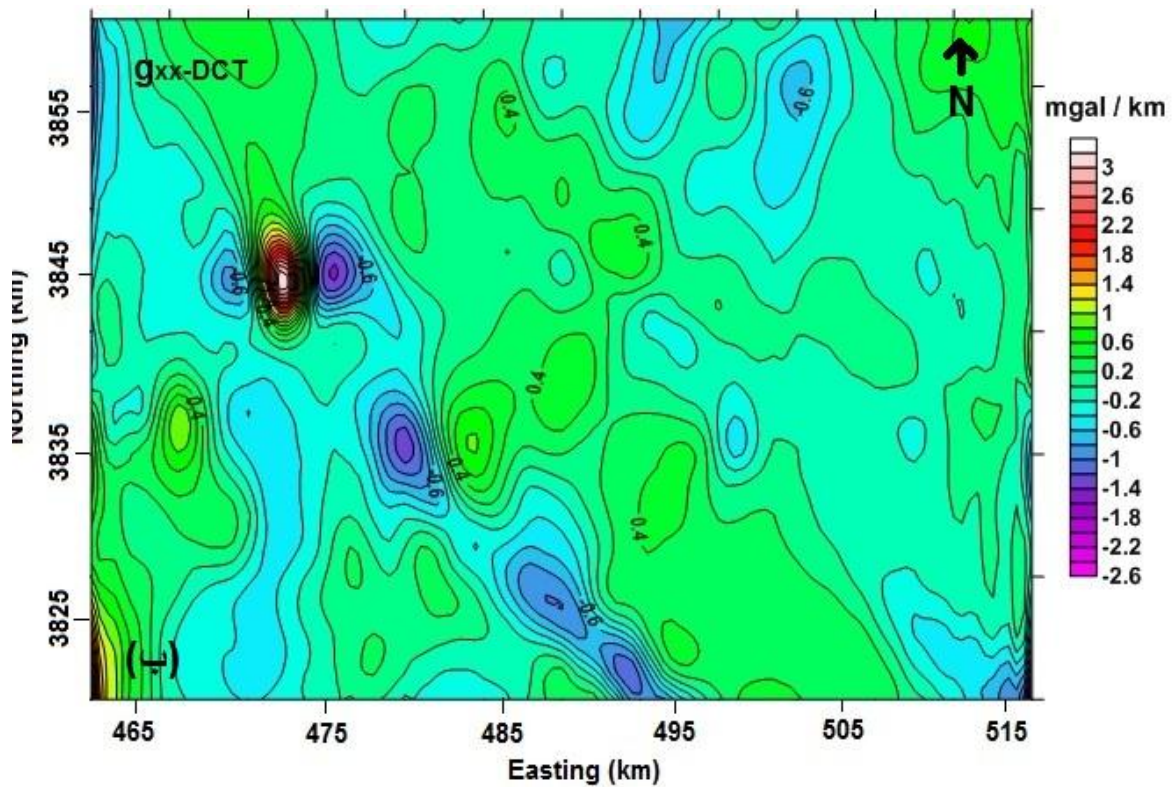
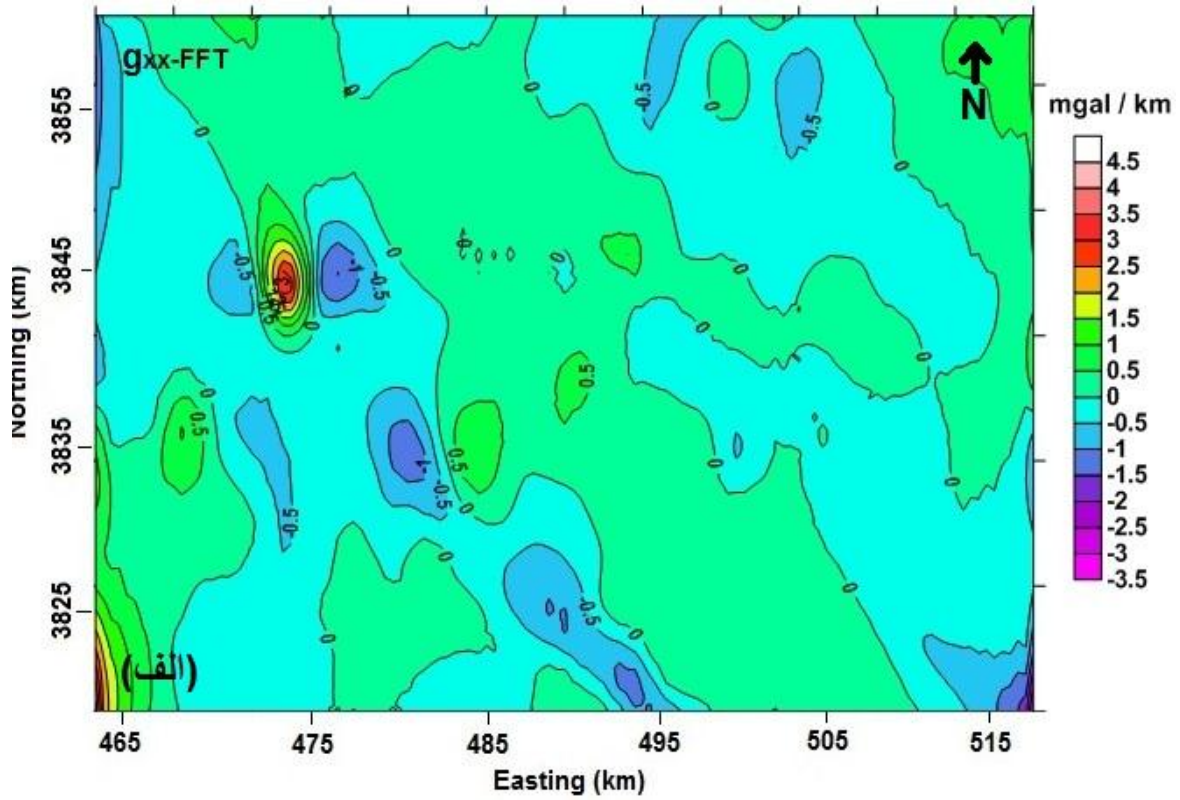
داده‌های گرانی مورد استفاده در محدوده ای به ابعاد ۵۴×۳۹ کیلومتر مربع روی نقاطی به فاصله ۵۰۰ متری بر روی ۵۵ پروفیل به فاصله ۱۰۰۰ متری برداشت شده است. براساس روش روند سطحی، نقشه‌ی بی‌هنجاری‌های باقی‌مانده گرانی در ناحیه قم تهیه شد که بی‌هنجاری ناحیه‌ای در این منطقه از مرتبه سه روند سطحی تبعیت می‌کند. مطابق شکل (۵-۱۹) روند و امتداد بی‌هنجاری‌های گرانی به طور کلی امتداد شمال‌غرب- جنوب‌شرق بوده ولی در مرکز ناحیه حدود غرب شهر قم و گنبد نمکی این روند کمی دستخوش تغییر شده است.





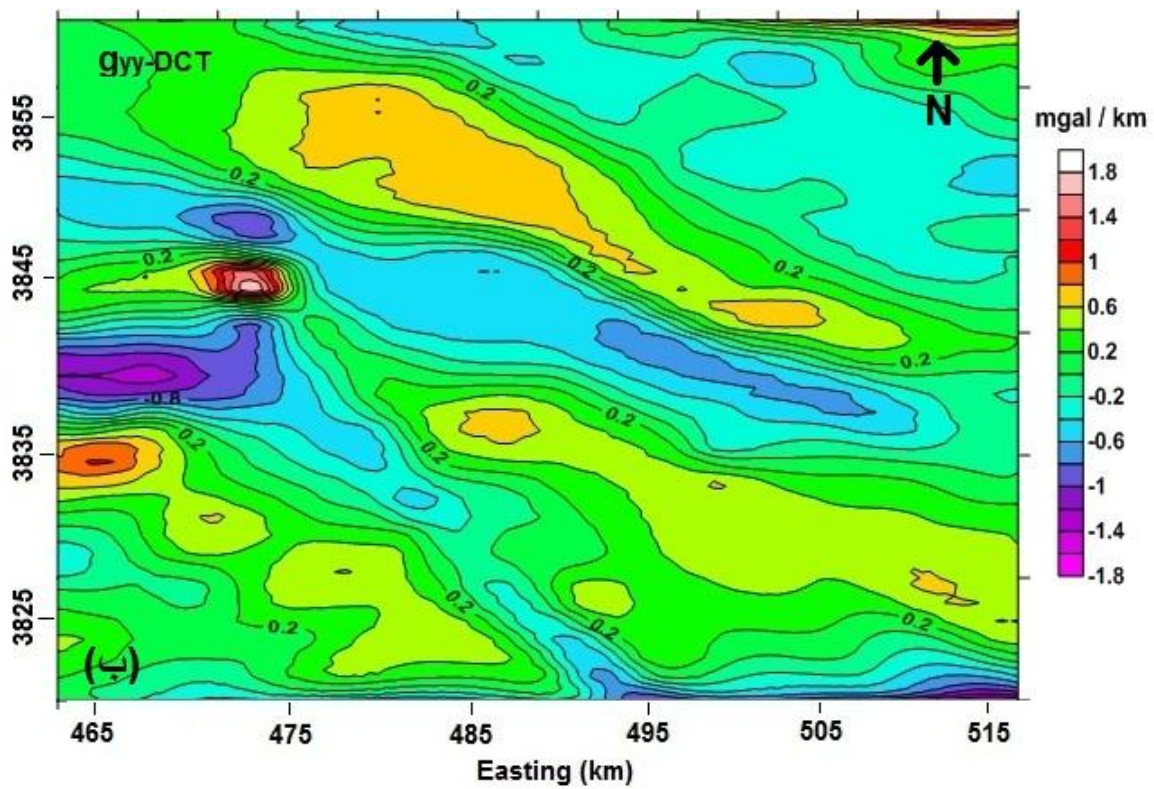
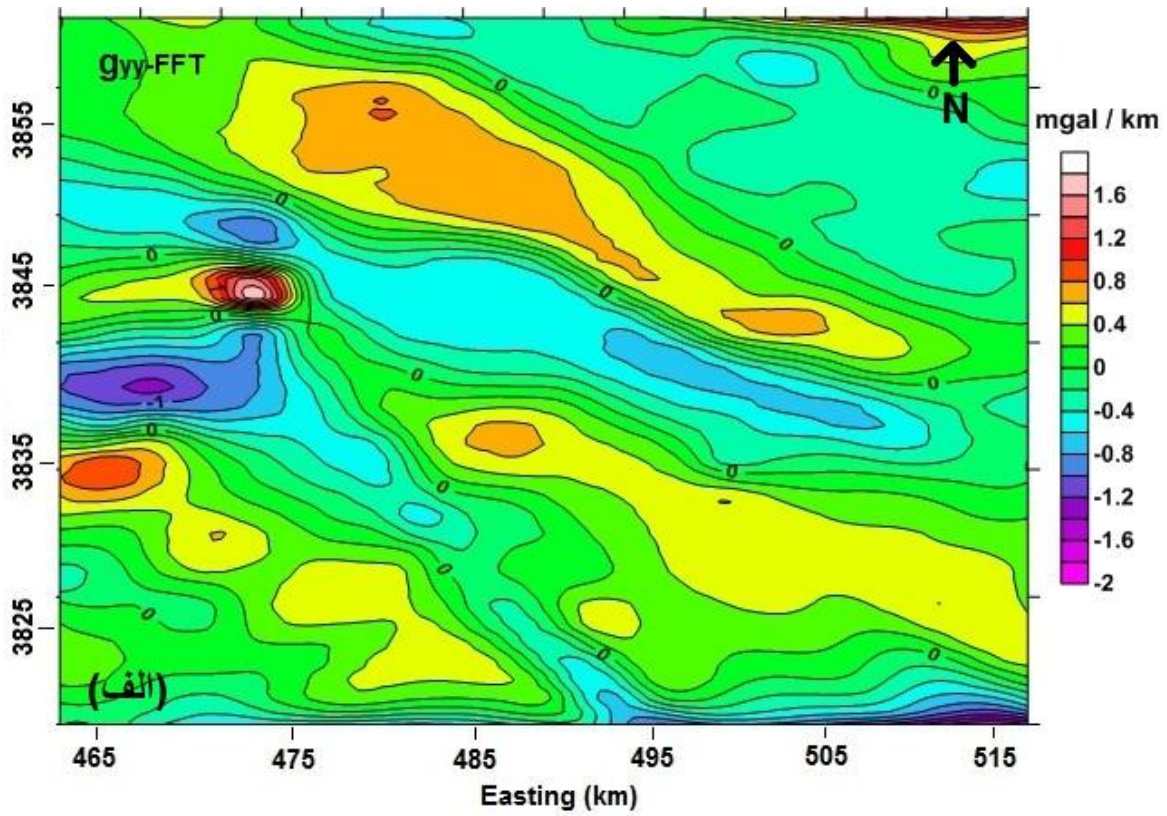
شکل ۵-۱۹: نقشه بی‌هنجاری باقی‌مانده به روش روند سطحی مرتبه‌ی ۳ حوزه‌ی نفتی البرز قم

مولفه‌های گرادیانی حوزه‌ی نفتی البرز قم به وسیله‌ی تبدیلات فوریه و کسینوس تهیه و در شکل‌های (۲۰-۵) تا (۲۵-۵) ارائه شده است. با دقت در مولفه‌های تانسوری می‌توان تا حدودی به شکل کلی ساختارهای منطقه و راستای کشیدگی آنها پی برد ولی نمی‌توان مرزهای ساختارهای زیرسطحی را با دقتی قابل قبول تعیین کرد. برای شناسایی دقیق‌تر موقعیت افقی مرزهای بی‌هنجاری لازم است از فیلترهای مخصوصی استفاده شود، بدین جهت فیلترهای مشتقات تیلت (تمایل) با استفاده از داده‌های تانسوری در دو حوزه‌ی فوریه و کسینوس بر روی بی‌هنجاری گرانی باقی‌مانده از مرتبه سوم روند سطحی حوزه‌ی نفتی البرز قم اعمال شد، شکل‌های (۲۶-۵) تا (۲۹-۵). علت انتخاب این نوع فیلترها برای داده‌ی مورد بحث، کشیده بودن ساختارهای زیرسطحی منطقه می‌باشد، زیرا چنانچه قبلاً نیز ذکر شد فیلترهای مشتقات تیلت برای شناسایی مرزهایی از توده‌های زیر سطحی که دارای کشیدگی باشند مناسب‌تر هستند.



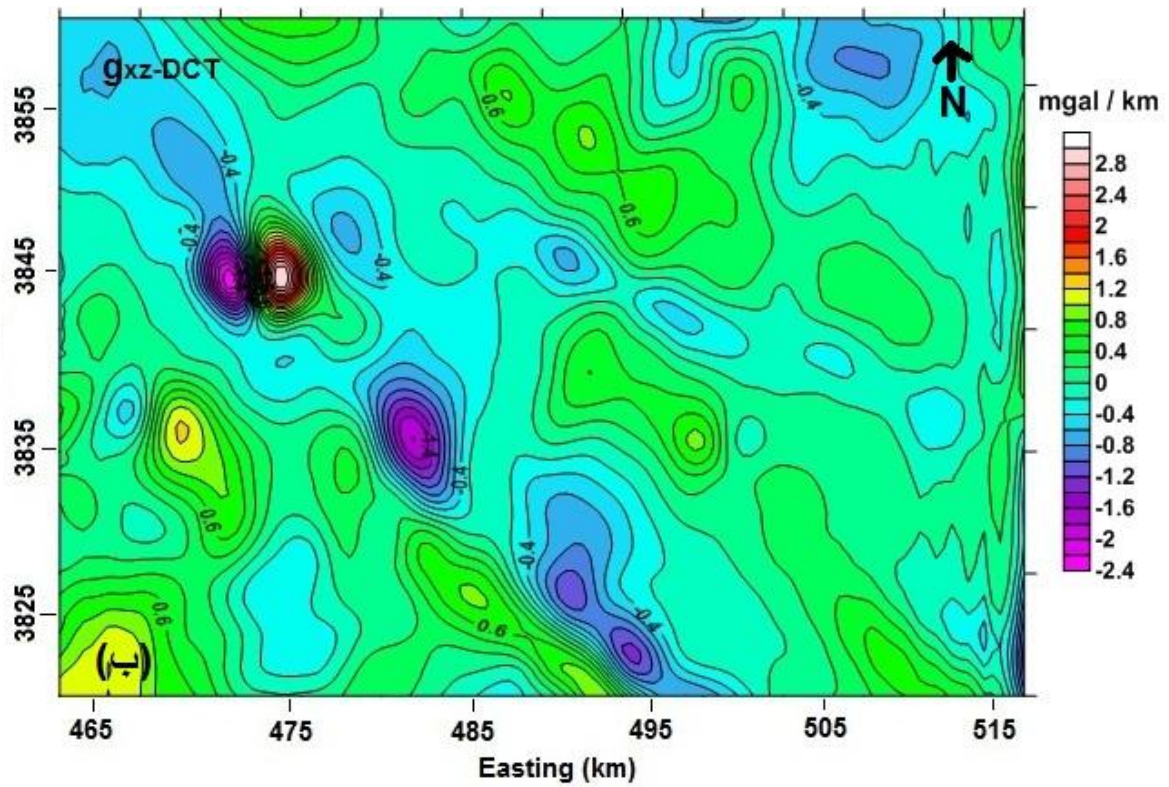
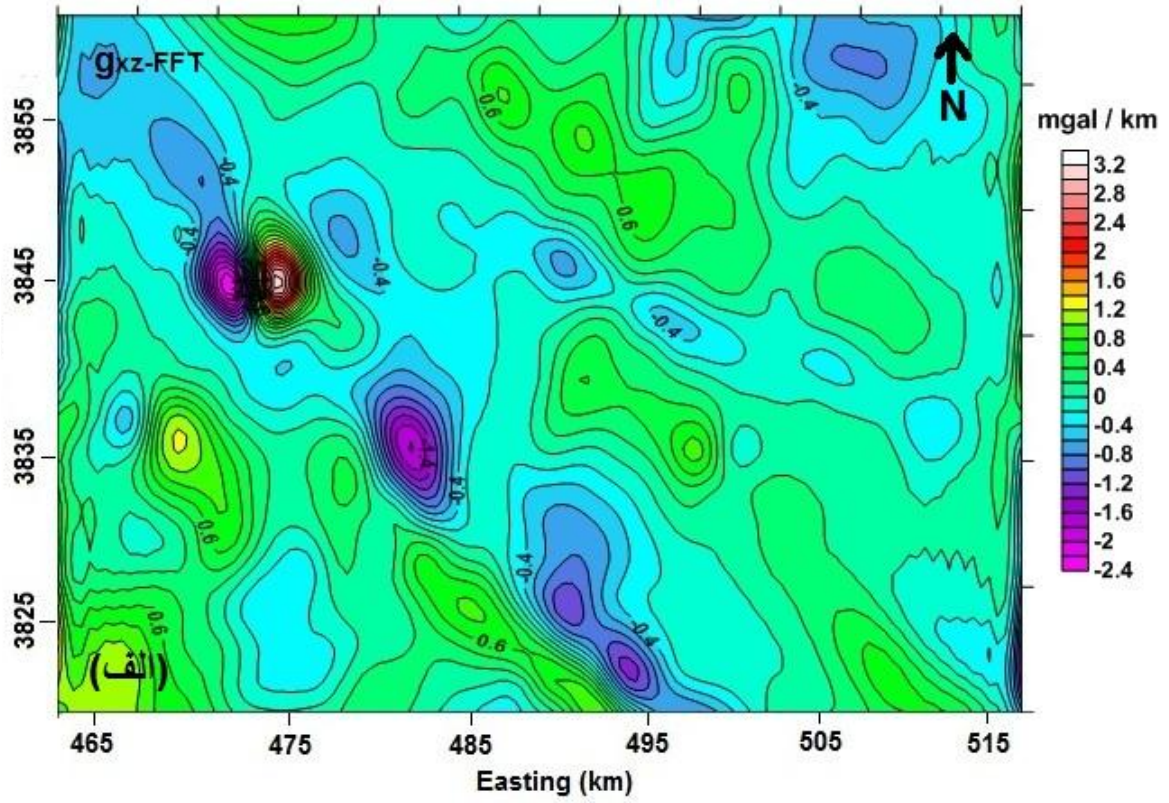
شکل ۵-۲۰: مولفه‌ی گرادیانی  $g_{xx}$  حوزه‌ی نفتی البرز قم حاصل از تبدیلات (الف) فوریه، (ب) کسینوس





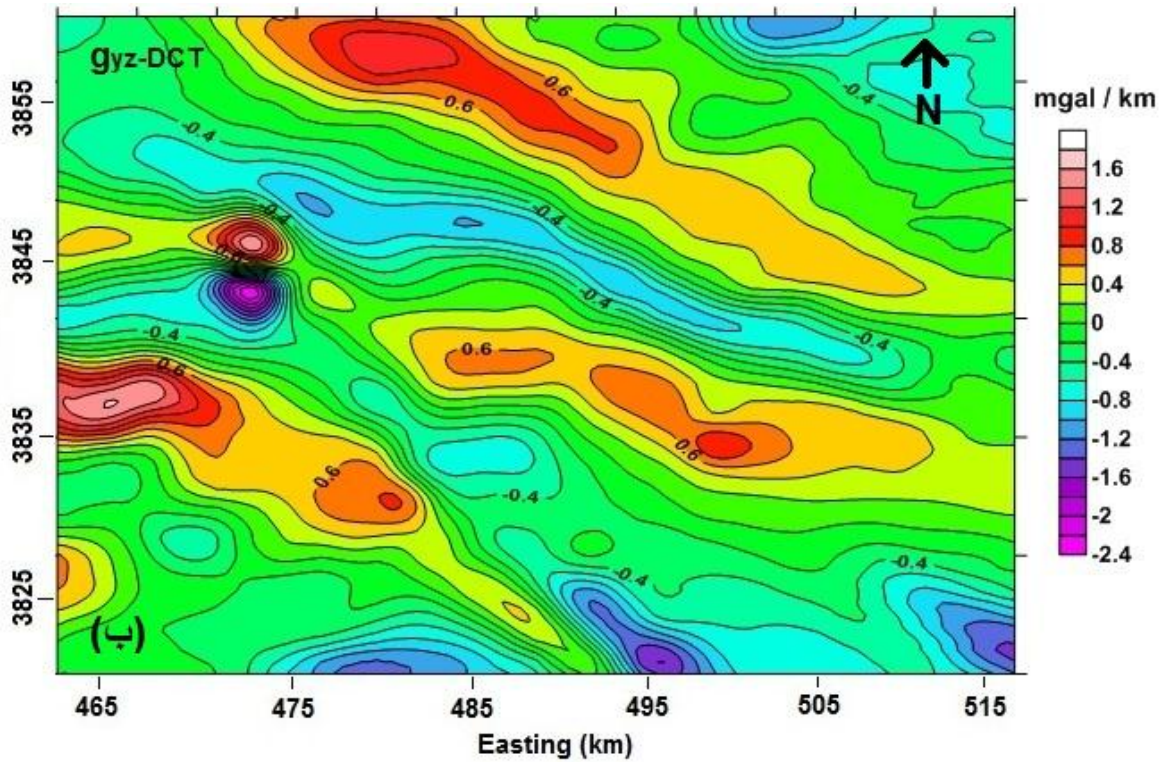
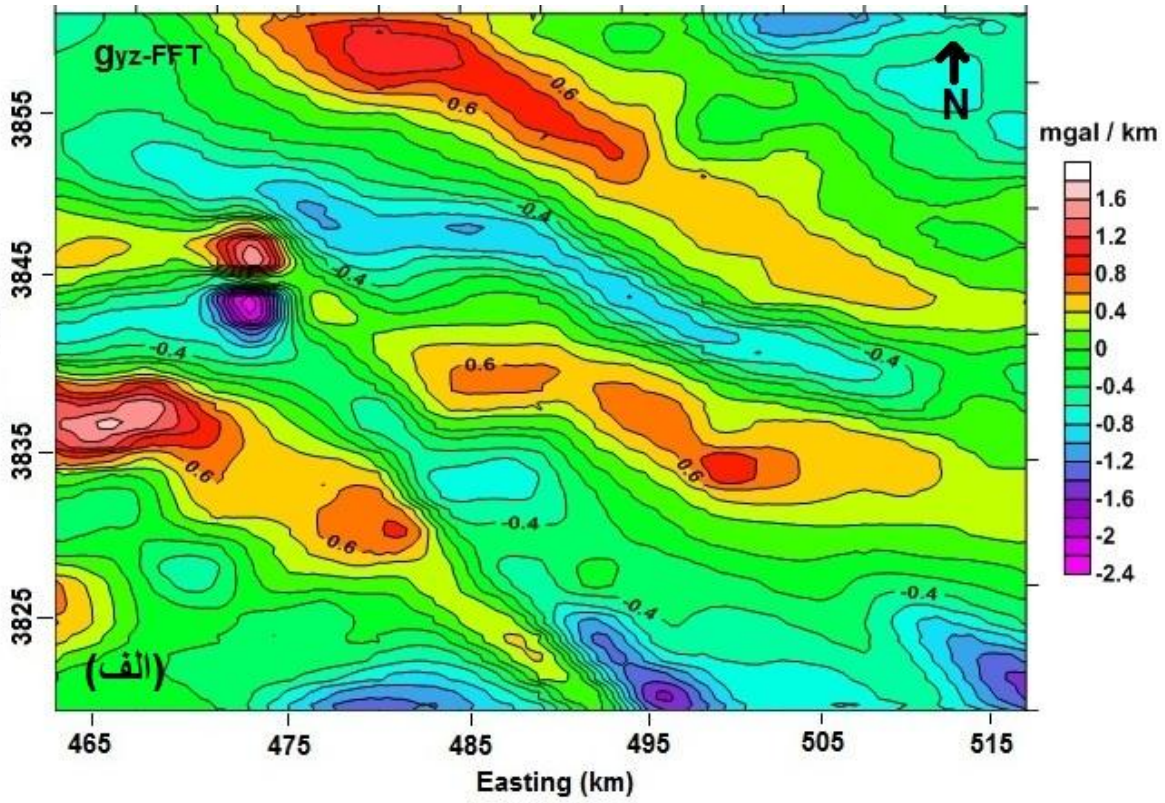
شکل ۵-۲۱: مولفه‌ی گرادیانی  $g_{yy}$  حوزه‌ی نفتی البرز قم حاصل از تبدیلات (الف) فوریه، (ب) کسینوس





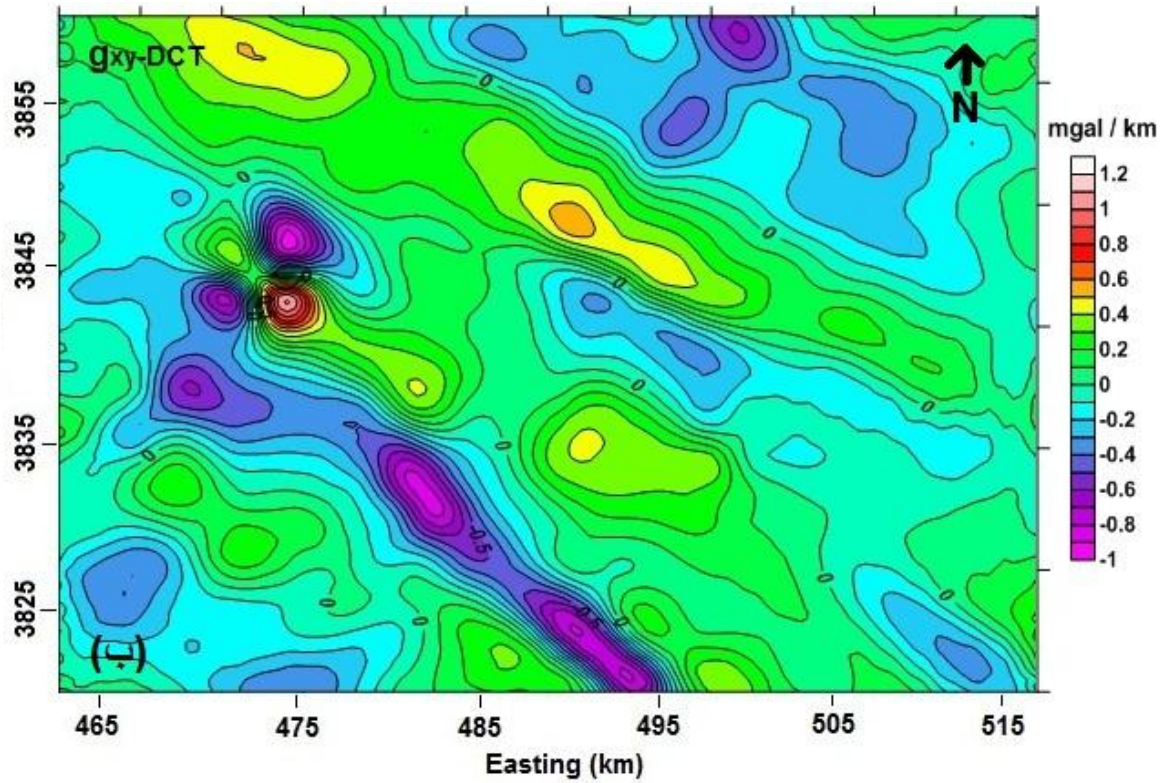
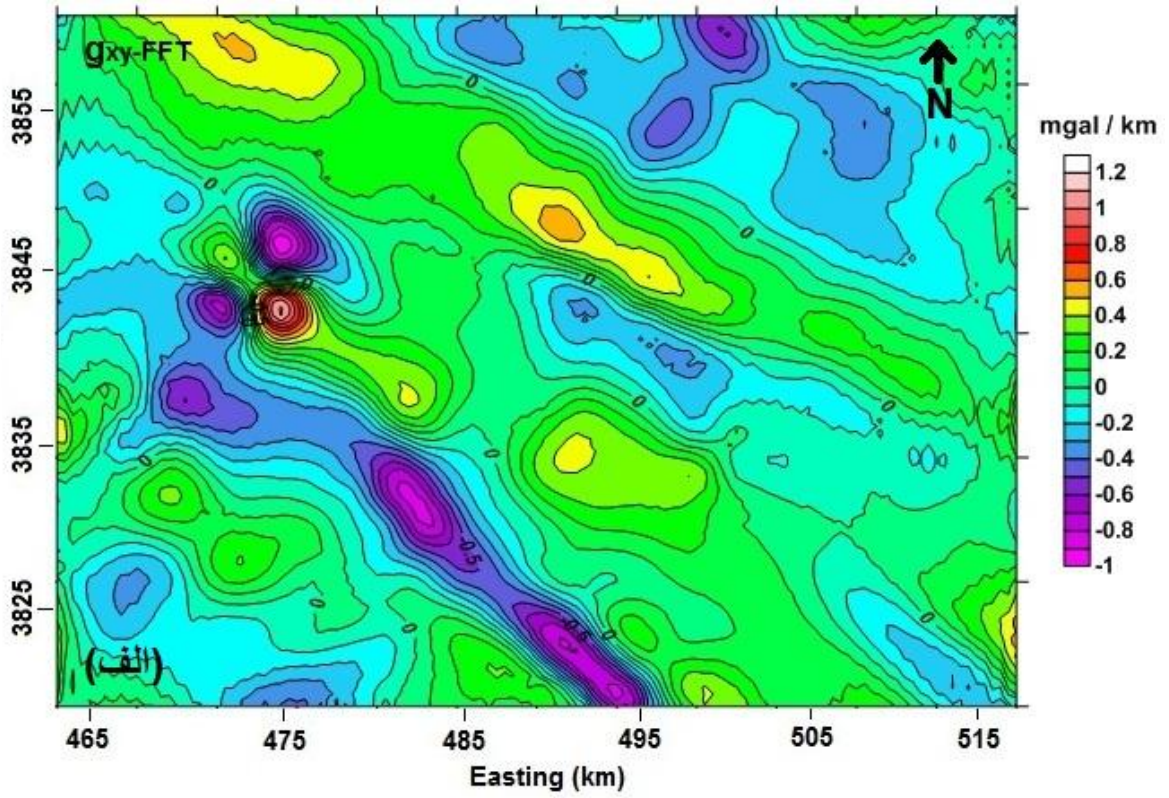
شکل ۵-۲۲: مولفه‌ی گرادیانی  $g_{xz}$  حوزه‌ی نفتی البرز قم حاصل از تبدیلات (الف) فوریه، (ب) کسینوس



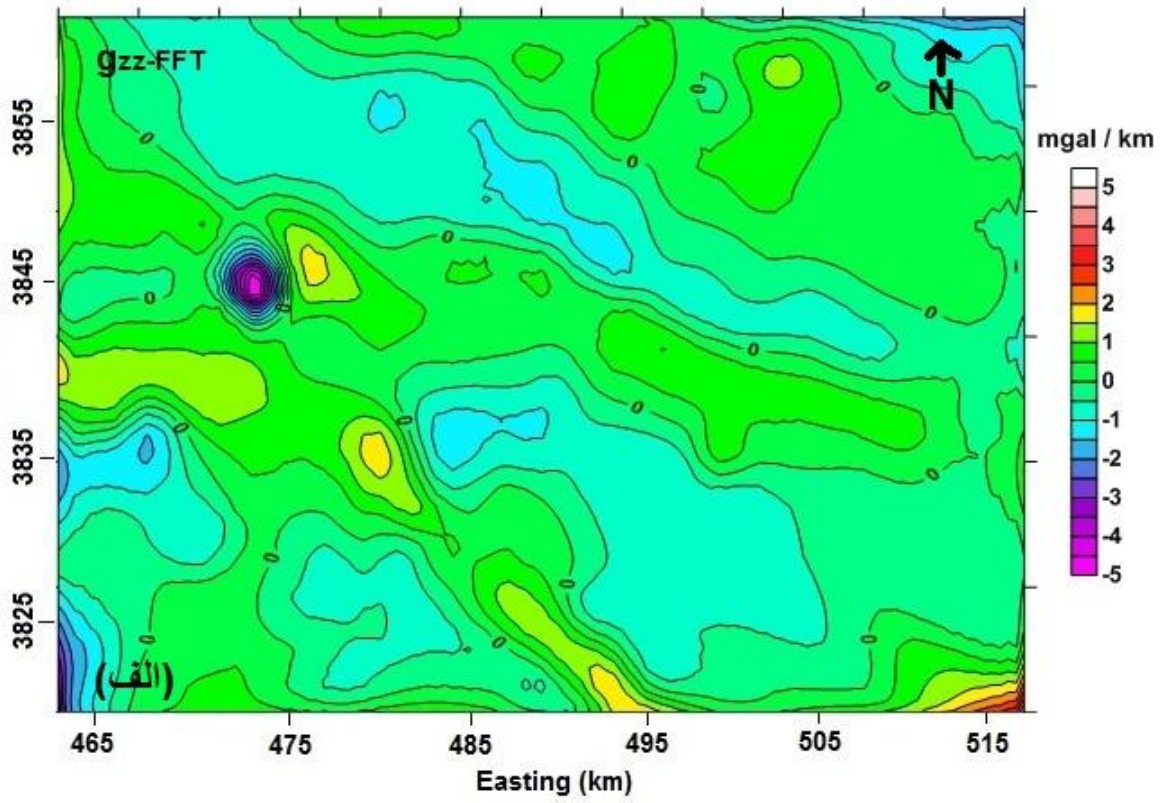


شکل ۵-۲۳: مولفه‌ی گرادیانی  $g_{yz}$  حوزه‌ی نفتی البرز قم حاصل از تبدیلات (الف) فوریه، (ب) کسینوس

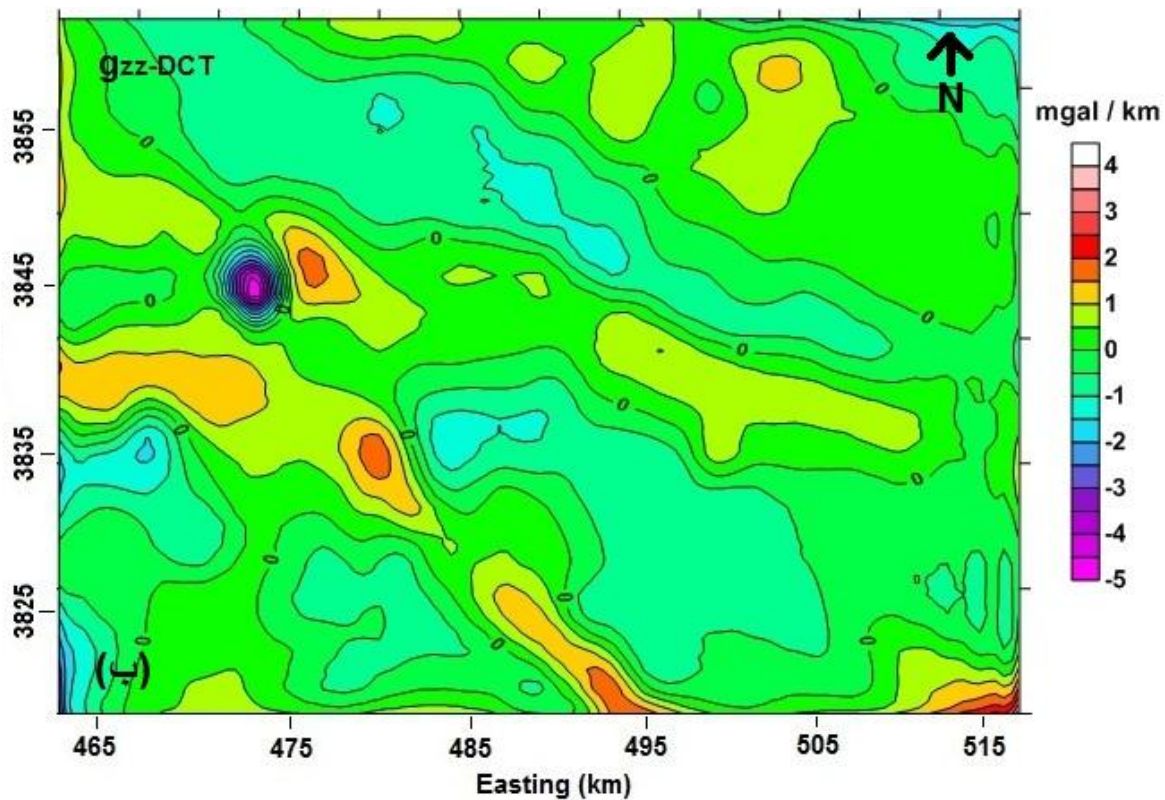




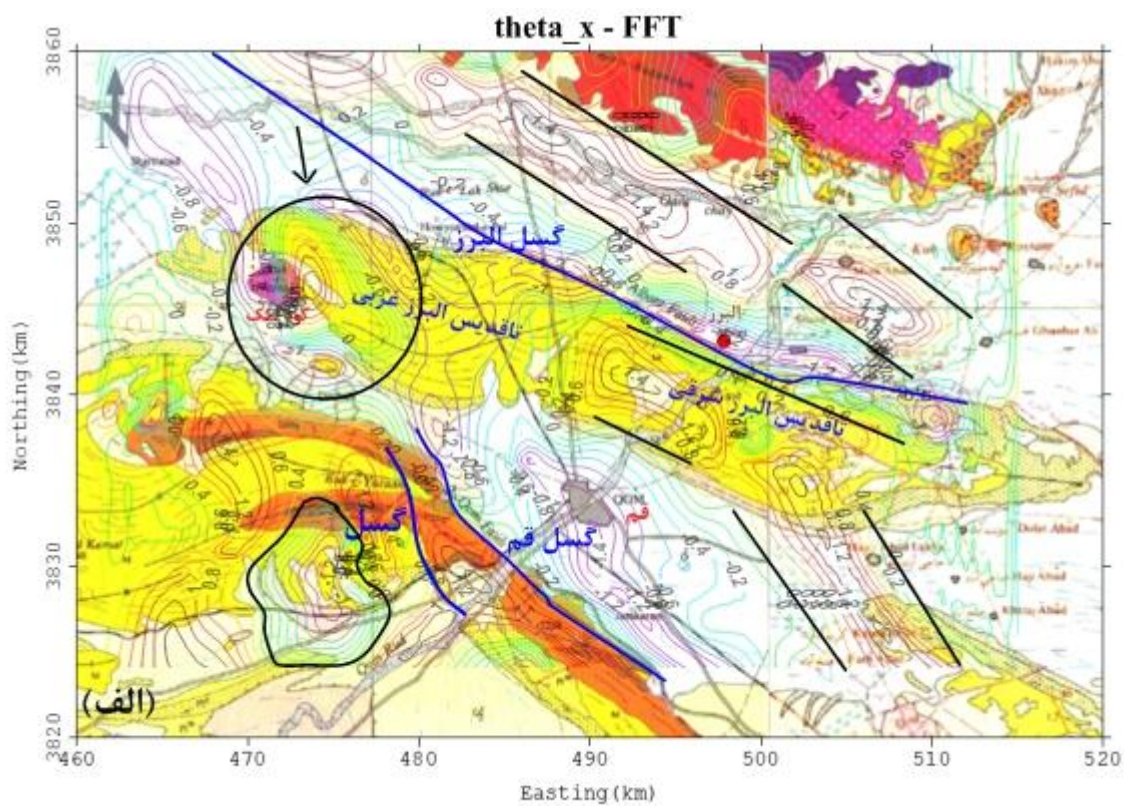
شکل ۵-۲۴: مولفه‌ی گرادیانی  $g_{xy}$  حوزه‌ی نفتی البرز قم حاصل از تبدیلات (الف) فوریه، (ب) کسینوس



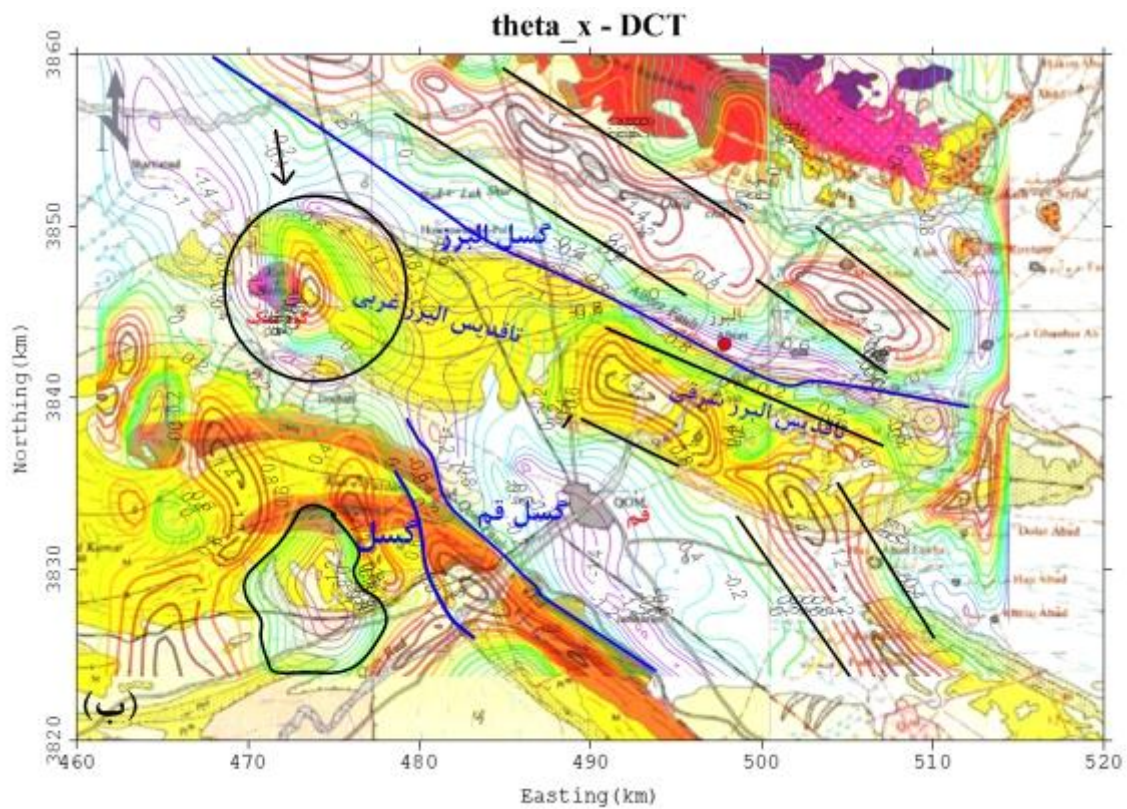




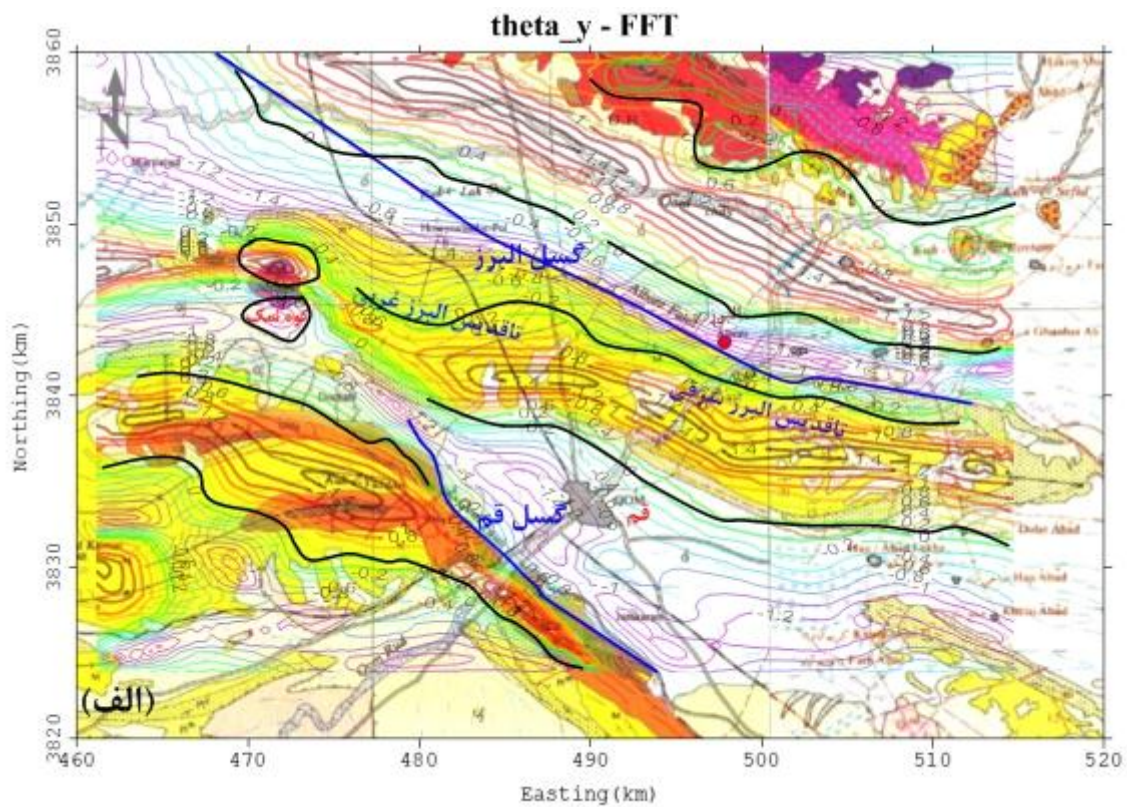
شکل ۵-۲۵: مولفه‌ی گرادیانی  $g_{zz}$  حوزه‌ی نفتی البرز قم حاصل از تبدیلات (الف) فوریه، (ب) کسینوس

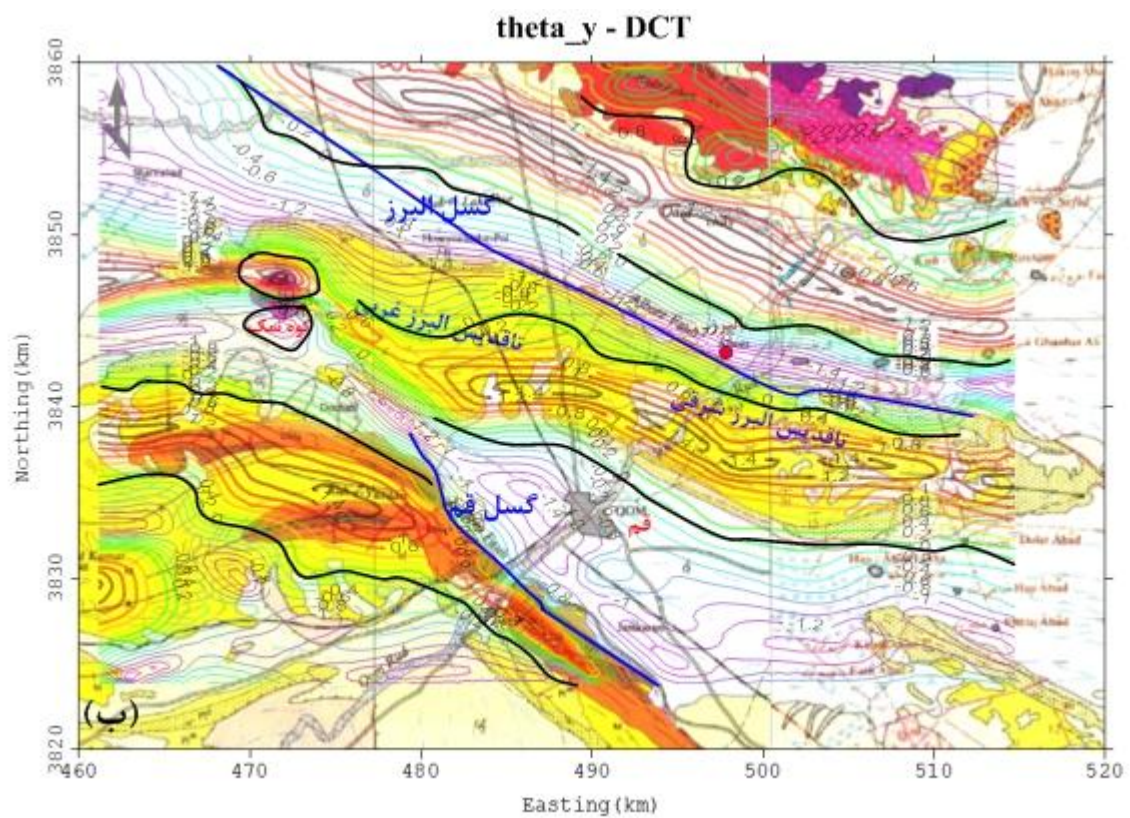






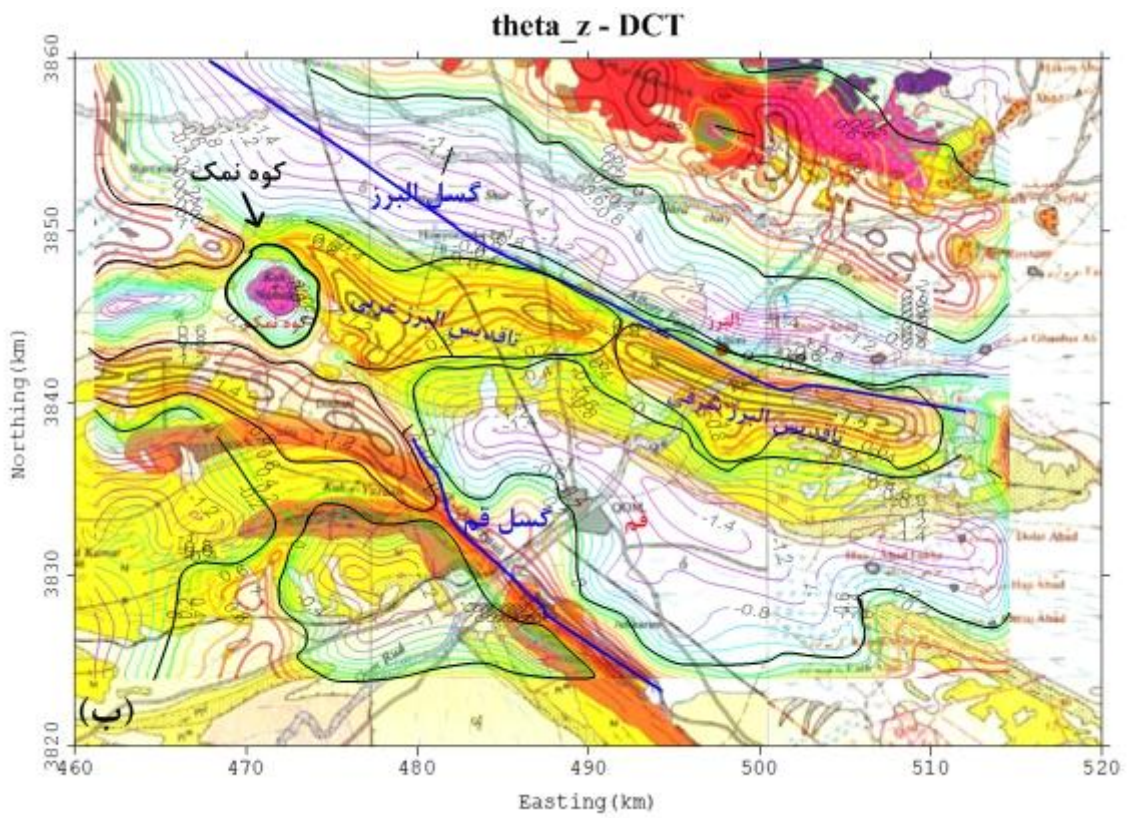
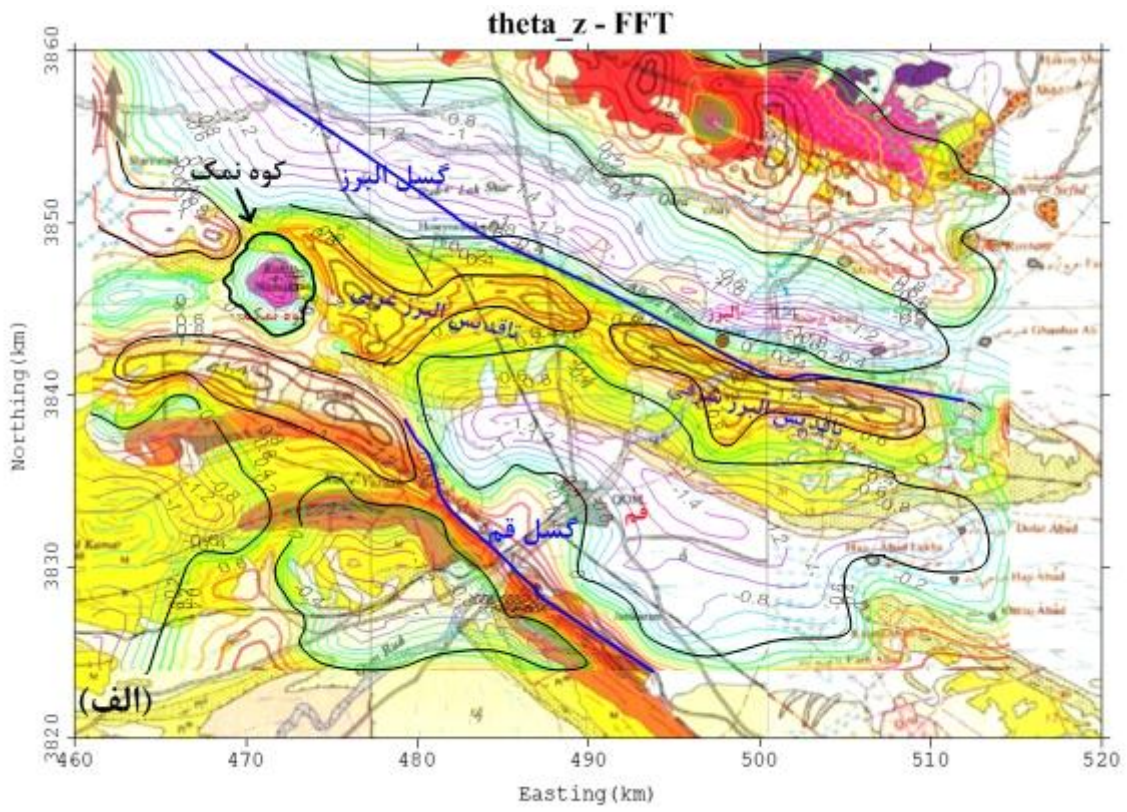
شکل ۵-۲۶: نتیجه‌ی حاصل از اعمال فیلتر  $\theta_x$  روی داده‌های گرانی حوزه‌ی نفتی البرز قم حاصل از تبدیلات (الف) فوریه، (ب) کسینوس



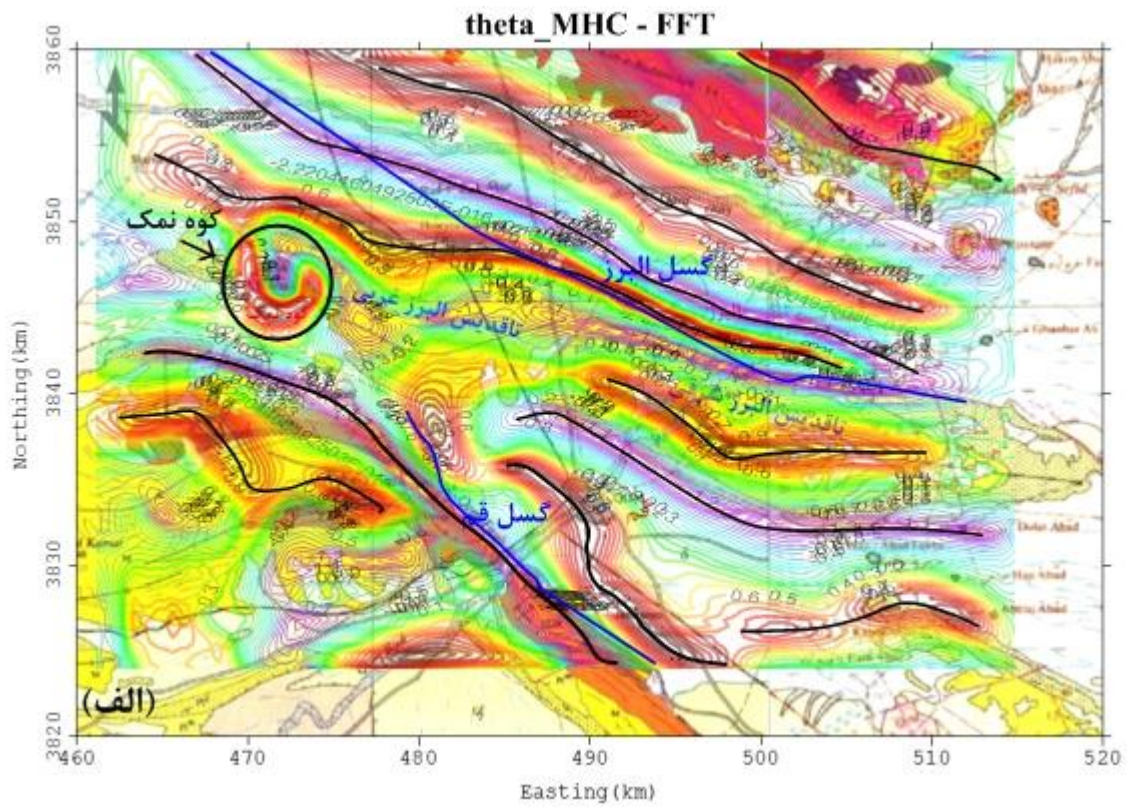


شکل ۵-۲۷: نتیجه‌ی حاصل از اعمال فیلتر  $\theta_y$  روی داده‌های گرانی حوزه‌ی نفتی البرز قم حاصل از تبدیلات (الف) فوریه، (ب) کسینوس

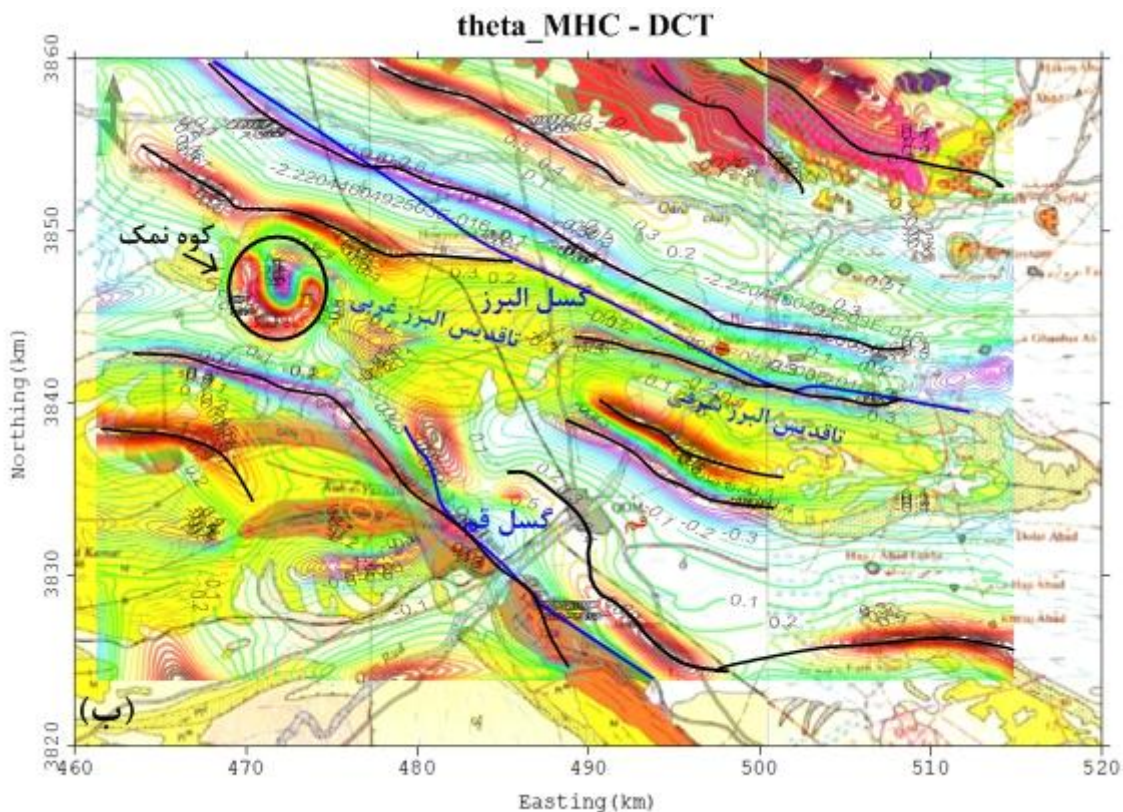




شکل ۵-۲۸: نتیجه‌ی حاصل از اعمال فیلتر  $\theta_z$  روی داده‌های گرانی حوزه‌ی نفتی البرز قم حاصل از تبدیلات (الف) فوریه، (ب) کسینوس







شکل ۵-۲۹: نتیجه‌ی حاصل از اعمال فیلتر  $\theta_{MHC}$  روی داده‌های گرانی حوزه‌ی نفتی البرز قم حاصل از تبدیلات (الف) فوریه، (ب) کسینوس

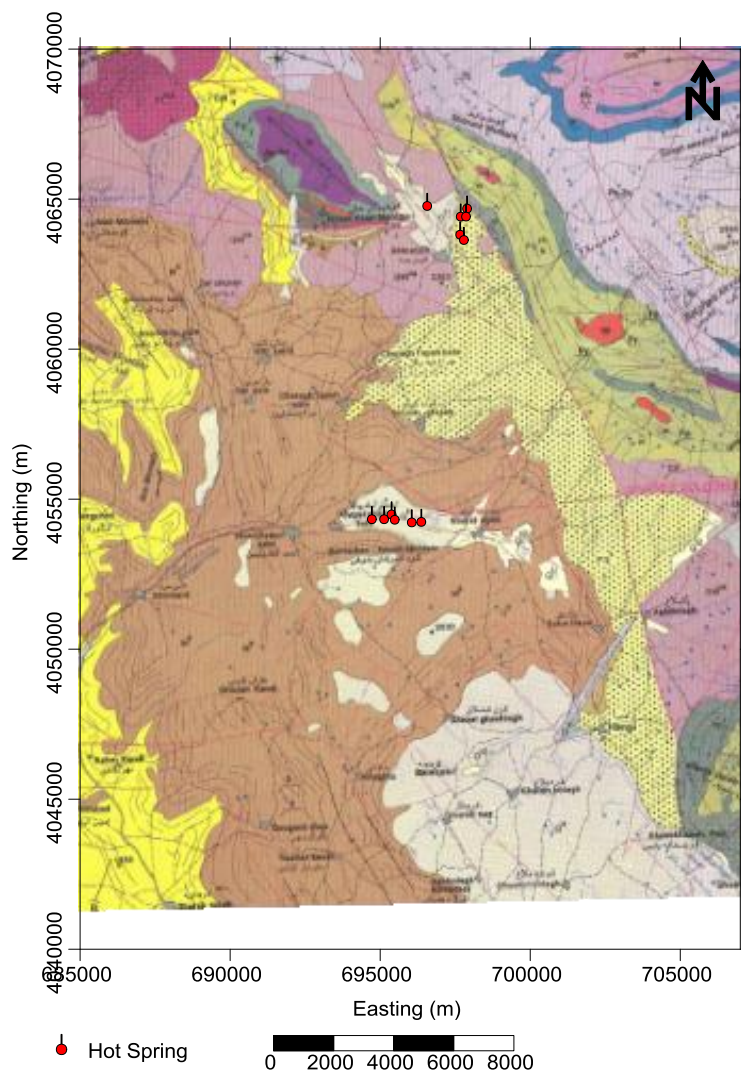
مطابق شکل‌های (۵-۲۶) تا (۵-۲۹) نتایج به دست آمده از اعمال فیلترهای مشتقات تیلت در هر دو حوزه‌ی فوریه و کسینوس تقریباً مشابه با یکدیگرند و به خوبی توانسته‌اند روند ساختارهای منطقه را نشان دهند. فیلترهای  $\theta_x$  و  $\theta_y$  با ایجاد جفت‌های مثبت-منفی بر روی لبه‌های آنومالی و فیلترهای  $\theta_z$  و  $\theta_{MHC}$  به ترتیب با ایجاد مقادیر صفر و بیشینه بر روی لبه‌های بی‌هنجاری، سعی در تعیین هرچه دقیق‌تر موقعیت افقی مرزهای بی‌هنجاری و کمربندهای گرادانی دارند، در این بین فیلتر  $\theta_{MHC}$  نسبت به فیلترهای  $\theta_x$ ،  $\theta_y$  و  $\theta_z$  موفق‌تر عمل کرده و توانسته است تفکیک بهتری از مرزهای بی‌هنجاری ارائه کند. همچنین از مقایسه‌ی نتیجه‌ی فیلتر  $\theta_{MHC}$  در دو حوزه‌ی فوریه و کسینوس می‌توان گفت که این فیلتر در حوزه‌ی فوریه عملکرد بهتری داشته است و موقعیت مرزهای ساختار زیر سطحی مورد مطالعه را با دقت بیش‌تری نشان داده است.

باتوجه به شکل (۵-۲۶) فیلتر  $\theta_x$  نتوانسته است راستای کشیدگی تاق‌دیس‌ها و ناودیس‌های موجود در منطقه و همچنین گسل البرز را به خوبی شناسایی کند، زیرا این فیلتر لبه‌هایی از توده‌های بی-هنجار که در راستای عمود بر محور X (راستای شمال-جنوب) قرار دارند را آشکارسازی می‌کند، در

حالیکه راستای کشیدگی تاقدیس‌ها و ناودیس‌ها از سمت شمال غرب به سمت جنوب شرق و متمایل به راستای شرق-غرب است، بدین علت فیلتر  $\theta_y$  به خوبی توانسته است لبه‌های این ساختارها را شناسایی کند، شکل (۵-۲۷)، زیرا این فیلتر لبه‌هایی از توده‌های بی‌هنجار که در راستای عمود بر محور  $y$  (راستای شرق-غرب) قرار دارند را آشکارسازی می‌کند. همچنین فیلتر  $\theta_x$  توانسته است گسل قم و گسل واقع در غرب گسل قم را آشکارسازی کند شکل (۵-۲۶)، این در حالی است که سایر فیلترهای مشتقات تیلت فقط توانسته اند گسل قم و البرز را شناسایی کنند. علاوه بر اینها فیلتر  $\theta_x$  دگرشکلی حاصل از برخورد تاقدیس البرز غربی با کوه نمک را نشان داده است. فیلتر  $\theta_z$  با استفاده از کنتورهای صفر محدوده‌ی قرارگیری افقی کوه نمک را با دقتی بسیار خوب تعیین کرده است، شکل (۵-۲۹)، ولی سایر فیلترهای مشتقات تیلت نتوانسته‌اند برآورد دقیقی از محدوده‌ی کوه نمک ارائه دهند.  $\theta_{MHC}$  مرز تاقدیس‌ها، ناودیس‌ها و گسل‌ها را با دقت بیش‌تری نسبت به فیلتر  $\theta_z$  مشخص کرده است ولی محدوده‌ی کوه نمک را نتوانسته است به خوبی فیلتر مذکور نمایان کند، شکل (۵-۲۹). نتایج حاصل از اعمال این فیلتر در حوزه‌ی تبدیل فوریه در مقایسه با حوزه تبدیل کسینوس بهتر بوده است و کشیدگی ساختارها را بهتر نشان داده‌است. شکل‌های (۵-۲۶) تا (۵-۲۹) بیانگر این مطلب هستند که فیلترهای مشتقات تیلت دقت بسیار مناسبی در شناسایی مرزهای توده‌های بی-هنجار دارند در نتیجه می‌توان از آنها در مناطقی که دارای ساختارها و توده‌های پنهان هستند، به همراه سایر فیلترهای آشکارساز لبه، با هدف تعیین محدوده‌ی بی‌هنجاری استفاده کرد.

### ۵-۳-۲ اعمال فیلترها روی داده‌های گرانی محدوده‌ی اکتشافی تخت سلیمان (تکاب)

محدوده اکتشافی تکاب در نیمه میانی تا جنوبی ورقه یکصد هزار تخت سلیمان واقع است. اطلاعات زمین‌شناسی این منطقه زمین‌گرمایی از نقشه یکصد هزار تخت سلیمان (سازمان زمین شناسی کشور) اقتباس شده است. بخش وسیعی از این محدوده را واحدهای رسوبی دوره‌های مختلف به ویژه الیگومیوسن با لایه‌های ضخیمی به جنس سنگ آهک و تناوبی از مارن‌های گچدار با ماسه سنگ و کنگلومرا و همچنین تناوبی از مارن و ماسه سنگ قرمز دوره میوسن و به مقدار کمتری واحدهای سنگی چشمه آهکی (تراورتن) تشکیل داده‌اند، که دارای ضخامت نسبتاً زیادی است. در این دوره علاوه بر واحدهای رسوبی مقادیر قابل توجهی گدازه‌های آندزیتی، داسیتی، بازالتی و توف برش‌ها و پومیس نیز دیده می‌شود (جدول ۵-۳).



شکل ۵-۳۰: نقشه زمین‌شناسی محدوده اکتشافی تخت سلیمان (تکاب) [آقاجانی، ۱۳۹۲].

جدول ۳-۵: واحدهای سنگی محدوده تکاب اقتباس از نقشه زمین شناسی یکصد هزار تخت سلیمان

(سازمان زمین شناسی و اکتشافات معدنی کشور، باباخانی و قلمقاش).

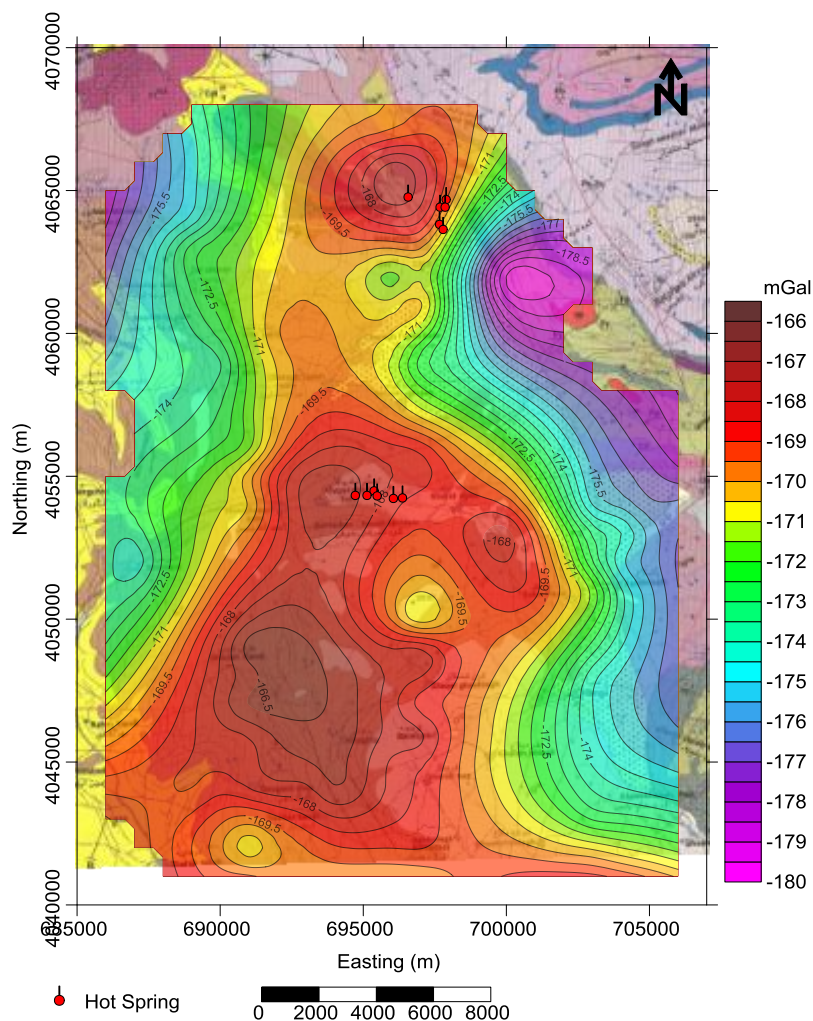
ردیف	علامت اختصاری	شرح لیتولوژی	سن
۱	$Q^{t2}$	رسوبات پادگانه آبروفتی جوان و مخروط افکنه	
۲	$Q^{tr}$	رسوبات چشمه های آهکی-تراورتن	کواترنری
۳	$PQ^C$	کنگلومرای پلی ژنتیک سست با سیمان رسی	کواترنری
۴	$P_l^{md}$	توده های نیمه عمیق میکرودیوریت و میکرو مونزونیت	پلیوسن
۵	$M^s$	آلتراسیون مارن قرمز و ماسه سنگ	میوسن
۶	$OM_q^{l2}$	سنگ آهک ضخیم لایه تا توده ای با میان لایه مارنی	الیگو- میوسن
۷	$OM^{va}, OM^{vd}, OM^{vb}$	گدازه های آندزیتی، داسیتی و بازالتی	الیگو- میوسن
۸	$OM^{tr}$	توف برشهای پومیس	الیگو- میوسن
۹	$OM_q^m$	تناوب مارن سبز گچدار، ماسه، مارن همراه با توف (سازند قم)	الیگو- میوسن
۱۰	gd	گرانودیوریت	ژوراسیک
۱۱	$\varepsilon_1^{shd}, \varepsilon_1^s, \varepsilon_1^m, \varepsilon_1^q, \varepsilon_s^d$	مجموعه واحدهای دولومیت، آهک، ماسه سنگ قرمز، کوارتزیت	کامبرین
۱۲	Mtgn	تناوب گنایس، مرمر و آمفیبولیت	پالئوزوئیک
۱۳	Sr	گدازه های الترامافیک - سرپانتین	پره کامبرین
۱۴	$P\varepsilon_j^l, P\varepsilon_k^{sh}$	دولومیت بلورین، سنگ آهک دولومیتی سازند کهر: تناوب میکاشیست، کوارتزیت	پره کامبرین

مطابق اطلاعات نقشه‌ی زمین‌شناسی، بخش دیگری از این محدوده به وسیله رسوبات پلیوسن با جنس کنگلومرایی با سیمان رس دیده می‌شود که در راستای تقریبی شمالی- جنوبی قرار دارد که در راستای گسل رورانده واقع شده است. این واحد با کنتاکت گسلی با واحدهای سنگی دگرگونی مانند



دولومیت بلورین، سنگ آهک دولومیتی و نیز تناوبی از میکاشیست و کوارتزیت هم‌مرز است. هرچند در ورقه یکصد هزار تخت سلیمان واحدهای آذرین زیادی به ویژه در شرق دیده می‌شود ولی در محدوده مورد بررسی توده‌های کوچکی از گرانودیوریت (ژوارسیک) و نیمه عمیق میکرودیوریت و میکرومونزونیت (الیگومیوسن) دیده می‌شود (شکل ۵-۳۰).

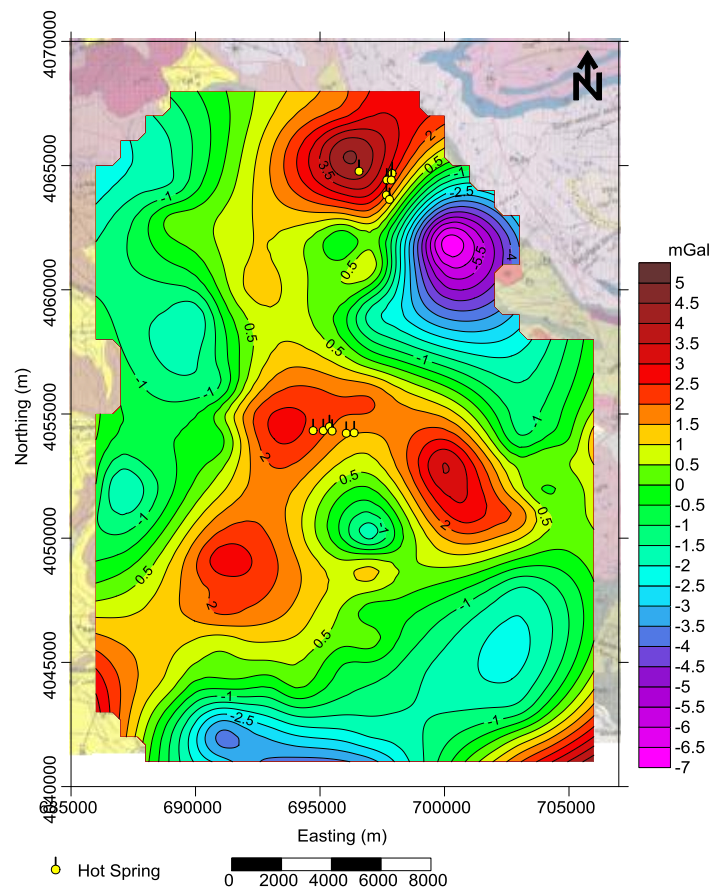
براساس بررسی نقشه بی‌هنجاری بوگه و تلفیق آن با اطلاعات زمین‌شناسی (شکل ۵-۳۰) مشخص گردید که در بخش اصلی و میانی محدوده دارای آنومالی مثبت بوده و قسمت‌های شرقی و غربی آن دارای آنومالی منفی است که به علت داده‌های گرانی کم در این نقاط، نمی‌توان اظهار نظر قوی و محکمی ارائه نمود. وجود آنومالی مثبت قوی در بخش میانی محدوده که به وسیله واحدهای سنگی رسوبی و با گسترش سطحی زیادی هم به همراه است احتمالاً ناشی از وجود واحدهای آذرین در این بخش‌ها است.



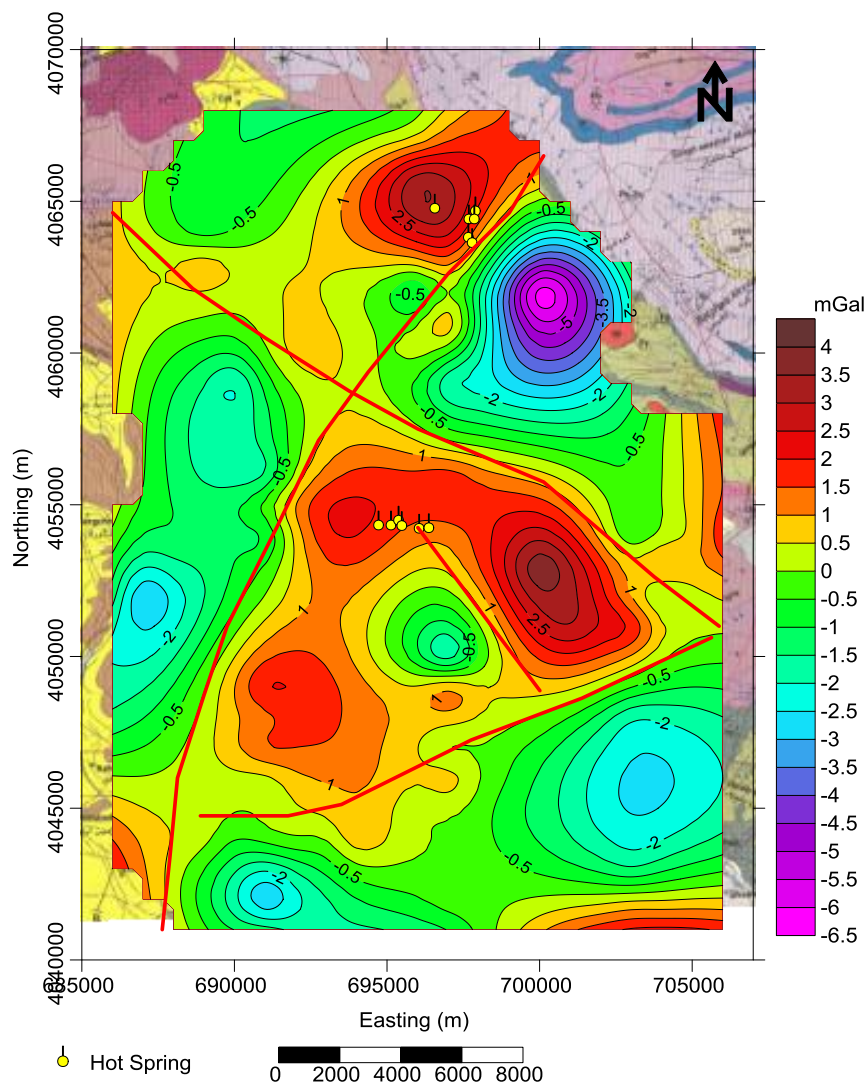
شکل ۵-۳۱: نقشه بی‌هنجاری بوگه بر روی نقشه زمین‌شناسی محدوده تخت سلیمان

براساس بررسی نقشه بی‌هنجاری بوگه (شکل ۵-۳۱) و تلفیق آن با اطلاعات زمین‌شناسی (شکل ۵-۳۰) مشخص گردید که بخش اصلی و میانی محدوده دارای آنومالی مثبت بوده و قسمت‌های شرقی و غربی آن دارای آنومالی منفی است که به علت داده‌های گرانی کم در این نقاط، نمی‌توان اظهار نظر قوی و محکمی ارائه نمود. وجود آنومالی مثبت قوی در بخش میانی محدوده که به وسیله واحدهای سنگی رسوبی و با گسترش سطحی زیادی هم به همراه است احتمالاً ناشی از وجود واحدهای آذرین در این بخش‌ها است.

مطابق شکل‌های (۵-۳۲) و (۵-۳۳) که نقشه‌های آنومالی باقی‌مانده گرانی با استفاده از روش تحلیل روند سطحی مرتبه دوم و سوم به دست آمده است، می‌توان سه خطواره (گسل) اصلی در محدوده مشاهده می‌شود که در راستای شمال شرقی-جنوب غربی (در بالا و پایین محدوده) و شمال غربی-جنوبی شرقی سبب گسل خوردگی هوست-گرانی شده است. روی این دو نقشه چهار آنومالی گرانی مثبت که دارای روند مشخصی بوده و پنج آنومالی منفی که عمدتاً در حاشیه‌های محدوده است دیده می‌شود.

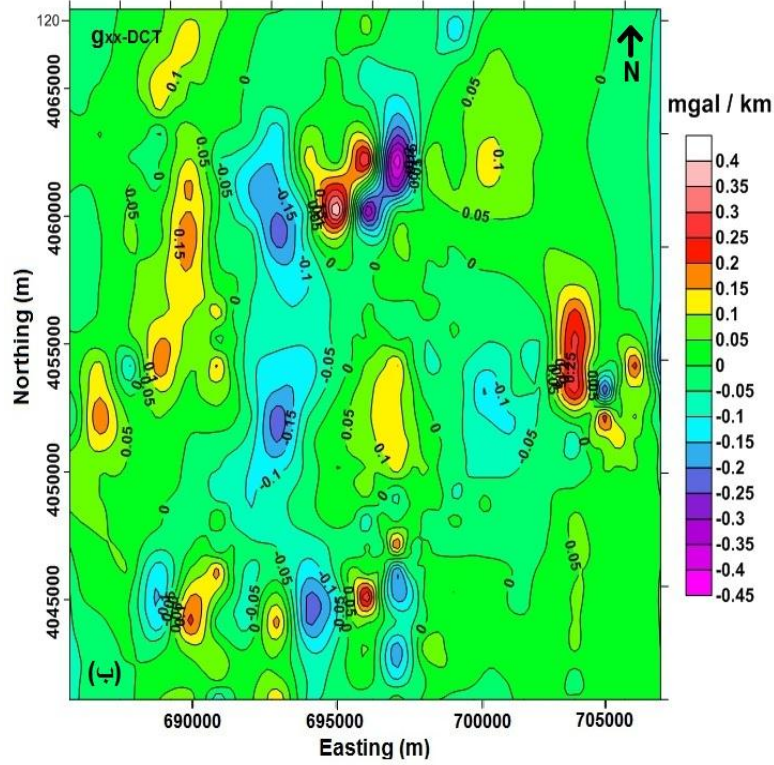
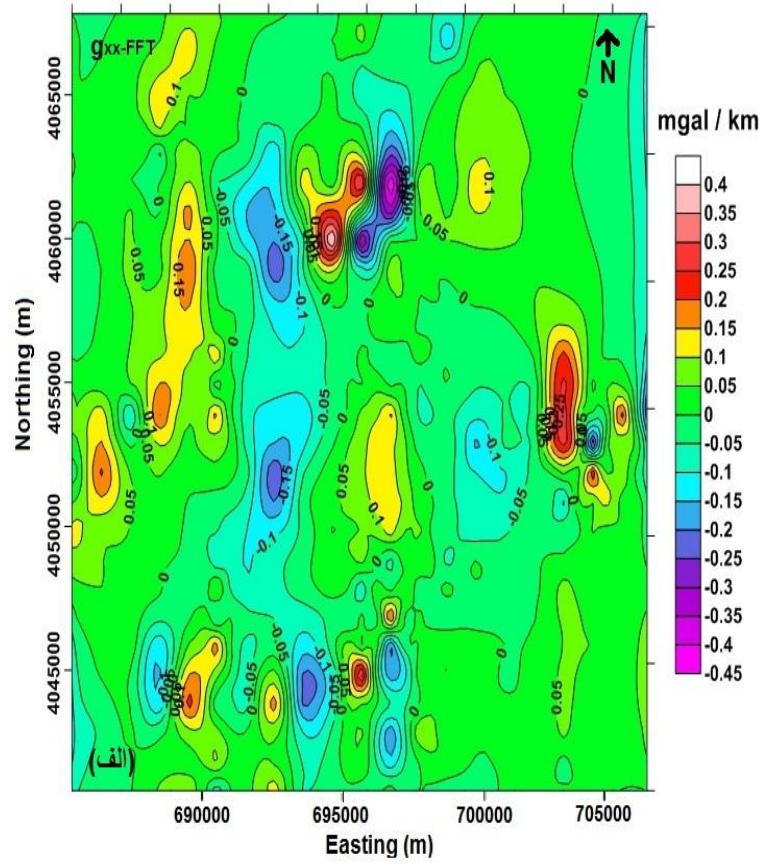


شکل ۵-۳۲: نقشه بی‌هنجاری باقی‌مانده به روش روند سطحی مرتبه دوم در محدوده تخت سلیمان (تکاب)



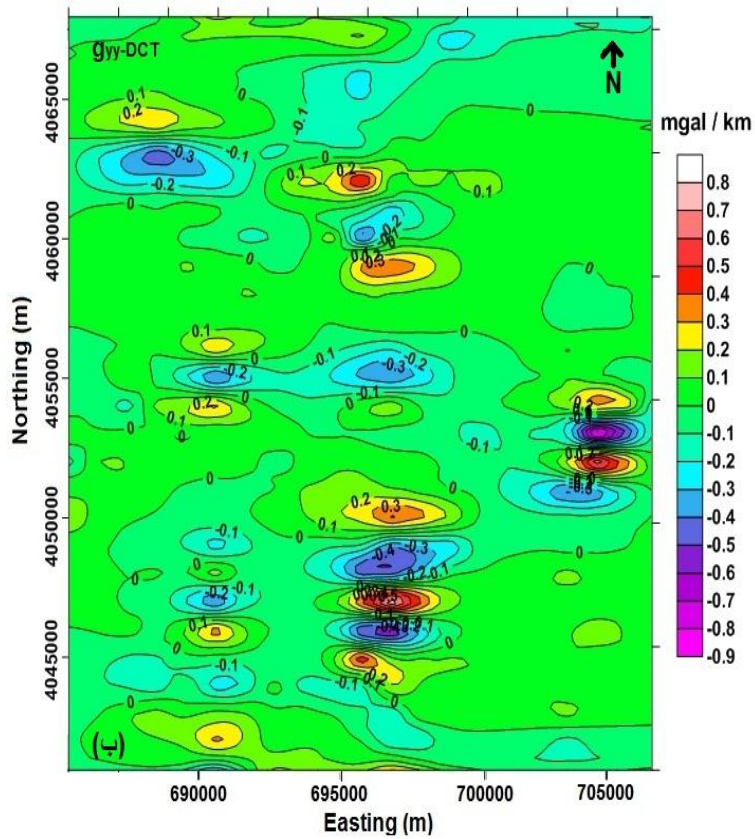
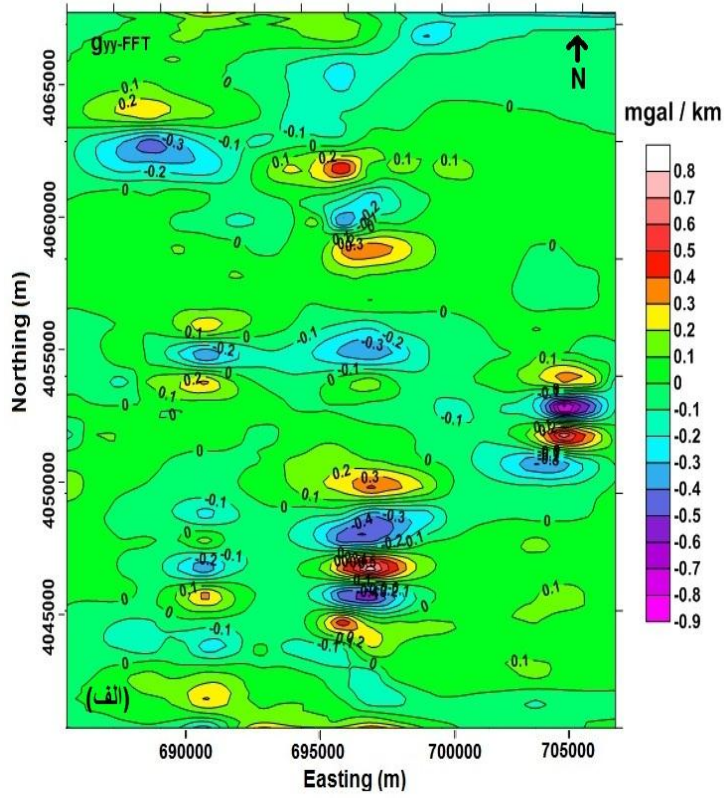
شکل ۵-۳۳: نقشه بی‌هنجاری باقی‌مانده به روش روند سطحی مرتبه سوم در محدوده تخت سلیمان (تکاب)

به منظور بررسی وضعیت بی‌هنجاری‌های موجود در منطقه، مولفه‌های گرادیانی با استفاده از بی-هنجاری باقی‌مانده به روش روند سطحی مرتبه سوم تهیه شده است، (شکل‌های ۵-۳۴ تا ۵-۳۹).



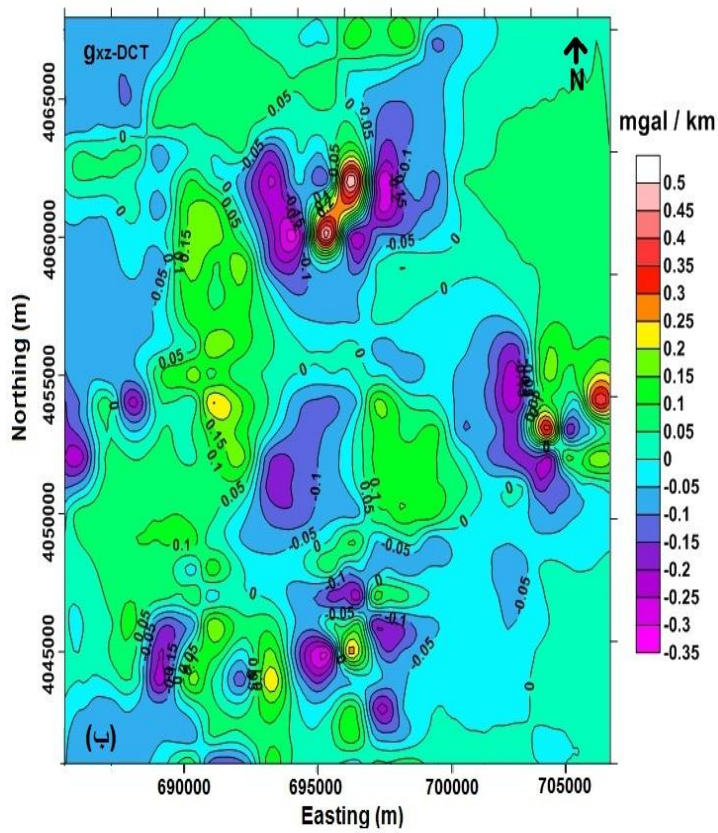
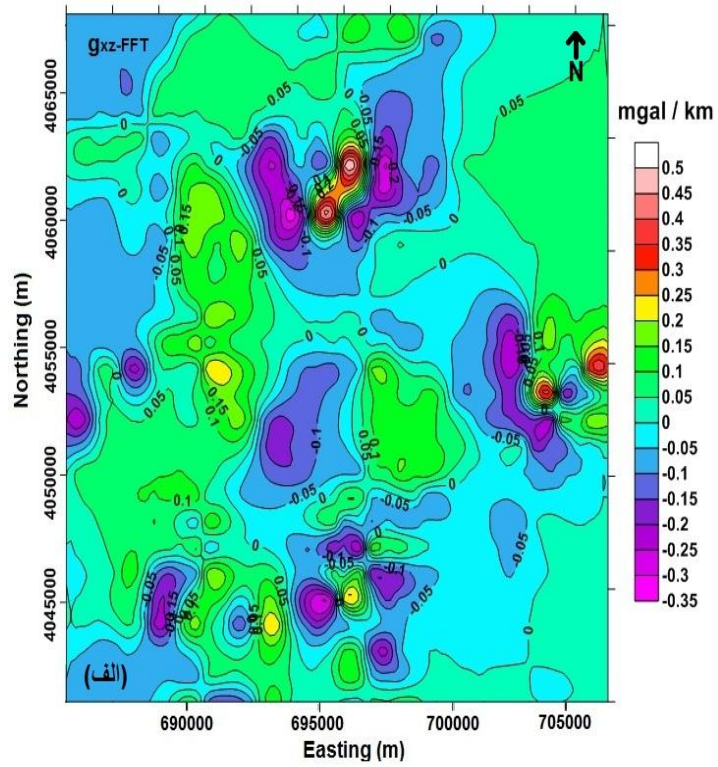
شکل ۵-۳۴: مولفه‌ی گرادیانی  $g_{xx}$  محدوده‌ی اکتشافی تخت سلیمان (تکاب) حاصل از تبدیلات (الف) فوریه، (ب) کسینوس





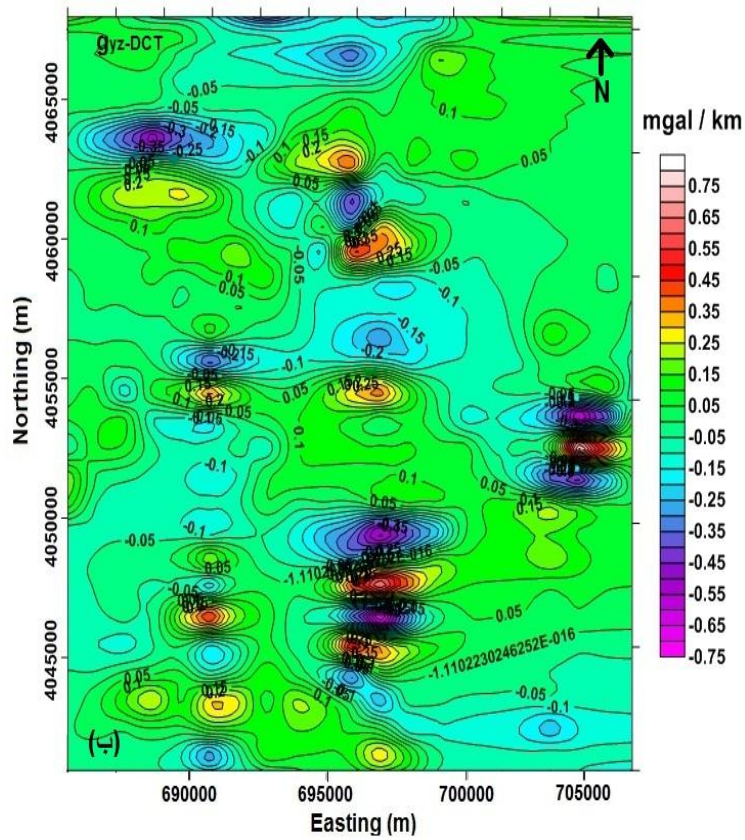
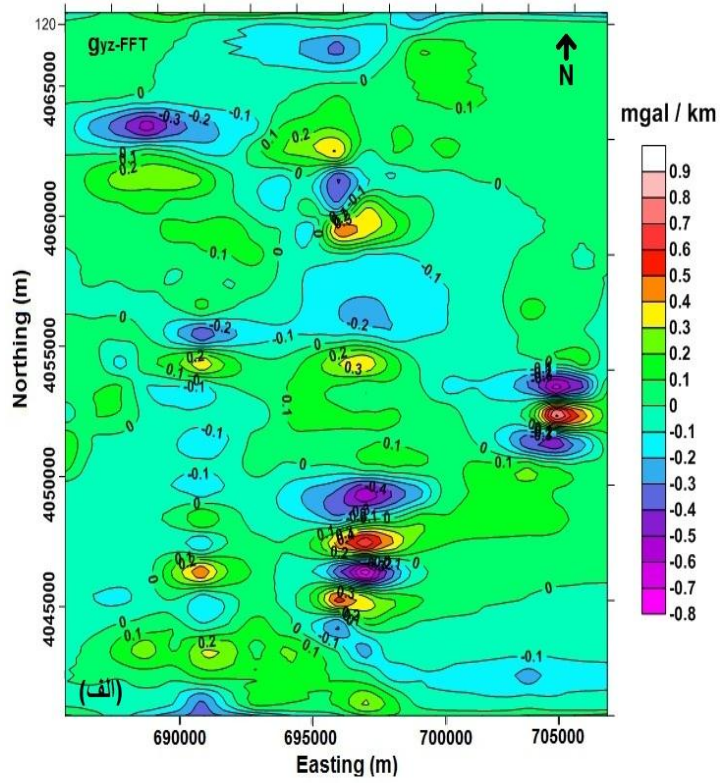
شکل ۵-۳۵: مولفه‌ی گرادیانی  $g_{yy}$  محدوده‌ی اکتشافی تخت سلیمان (تکاب) حاصل از تبدیلات (الف) فوریه، (ب)

کسینوس



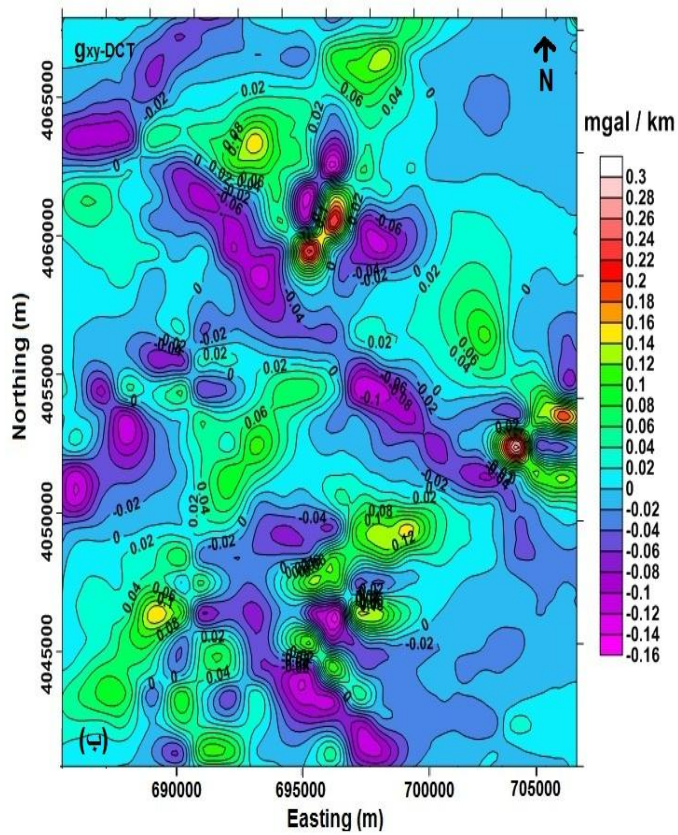
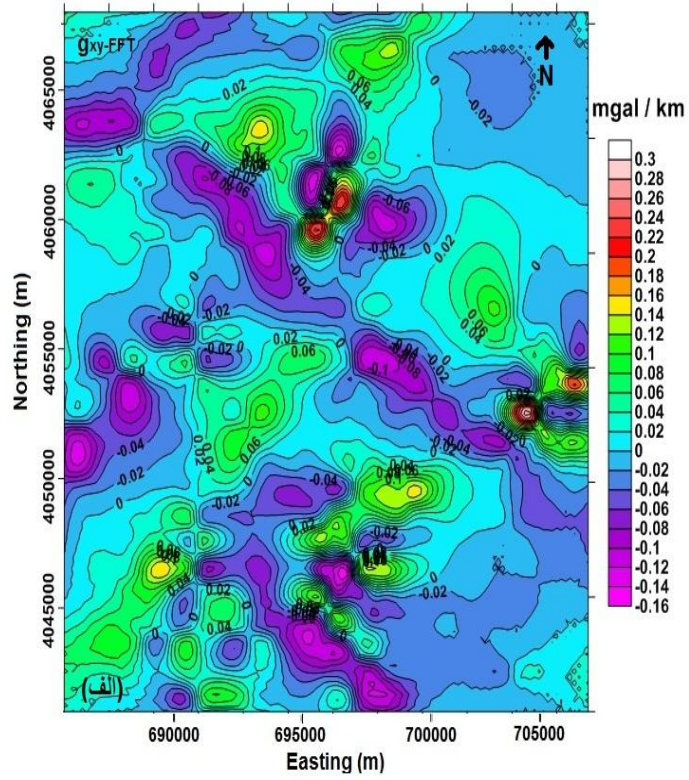
شکل ۵-۳۶: مولفهی گرادیانی  $g_{xz}$  محدوده‌ی اکتشافی تخت سلیمان (تکاب) حاصل از تبدیلات (الف) فوریه، (ب) کسینوس



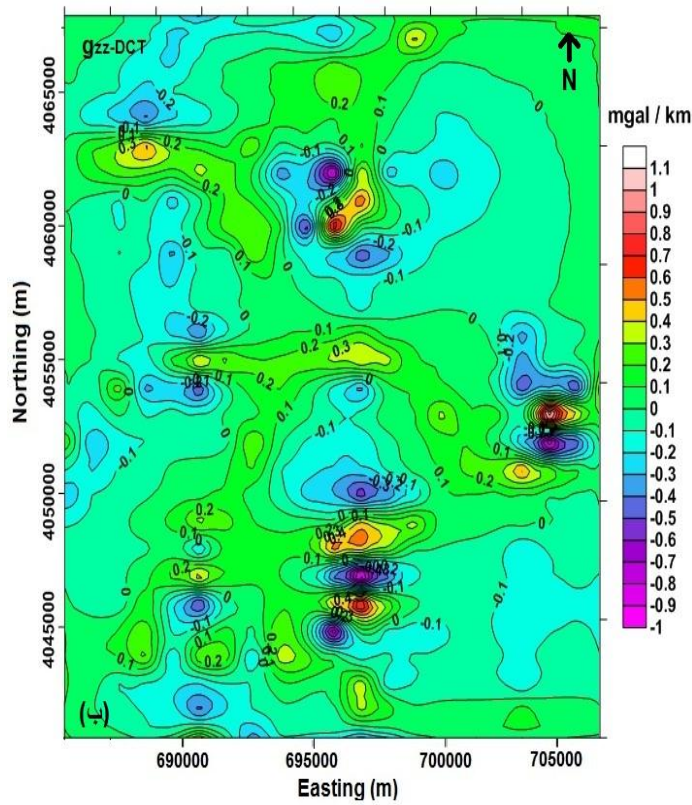
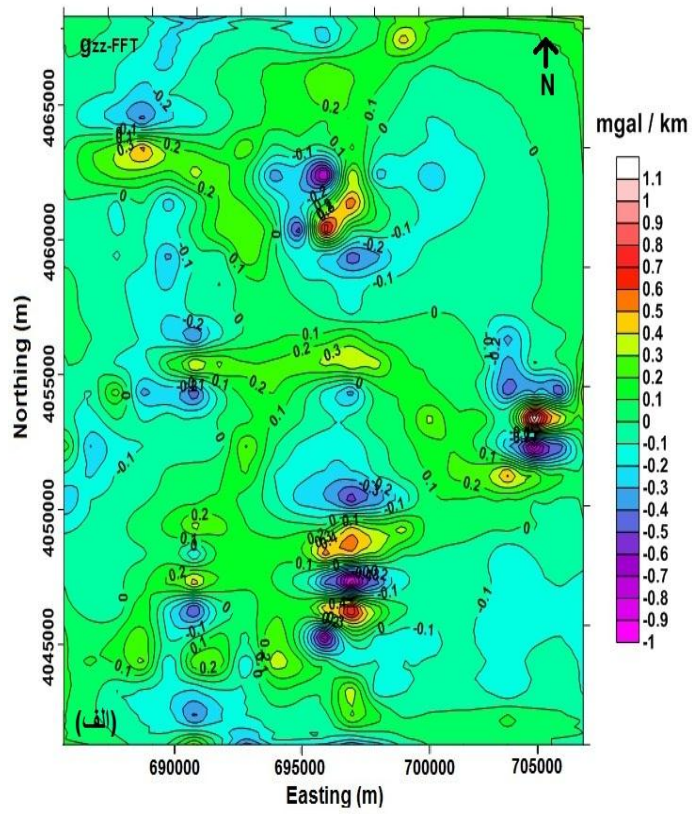


شکل ۵-۳۷: مولفه‌ی گرادیانی  $G_{yz}$  محدوده‌ی اکتشافی تخت سلیمان (تکاب) حاصل از تبدیلات (الف) فوریه، (ب) کسینوس





شکل ۵-۳۸: مولفه‌ی گرادیانی  $g_{xy}$  محدوده‌ی اکتشافی تخت سلیمان (تکاب) حاصل از تبدیلات (الف) فوریه، (ب) کسینوس

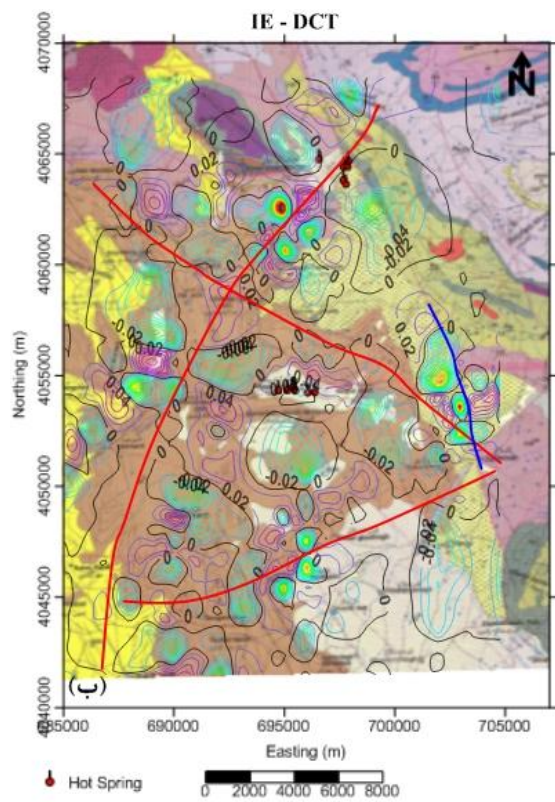
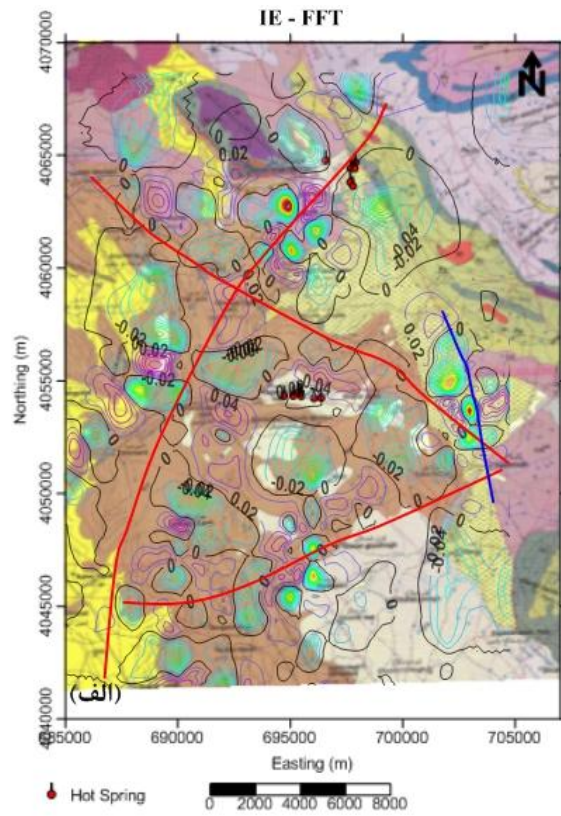


شکل ۵-۳۹: مولفه‌ی گرادیانی  $g_{zz}$  محدوده‌ی اکتشافی تخت سلیمان (تکاب) حاصل از تبدیلات (الف) فوریه، (ب) کسینوس

مطابق شکل‌های (۳۴-۵) تا (۳۹-۵) مولفه‌های گرادینانی تهیه شده در هر دو حوزه‌ی فوریه و کسینوس مکان تقریبی تمامی بی‌هنجاری‌های مثبت و منفی موجود در منطقه را مشخص کرده است ولی نتوانسته است مرزهای توده‌های زیرسطحی را با دقت بالایی مشخص نماید. نتایج حاصل بیانگر این مطلب هستند که استفاده از مولفه‌های گرادینانی به تنهایی نمی‌تواند برای تعیین محدوده‌ی بی‌هنجاری‌ها مورد استفاده قرار گیرد. هر کدام از این مولفه‌ها تنها می‌توانند حالت‌های خاصی از توده‌های بی‌هنجار را آشکارسازی کنند، به طور مثال مولفه‌ی  $G_{xx}$  تنها می‌تواند مرزهایی را آشکارسازی کند که در راستای عمود بر محور X قرار گرفته‌اند، در نتیجه سایر مرزها پنهان می‌مانند، پس باید از این مولفه‌ها به گونه‌ای بهره برد که بتوان تمامی مرزهای توده‌های بی‌هنجار را آشکارسازی کرد، بدین منظور در این بخش از فیلتر مقدار ویژه‌ی بهبود یافته - که از مولفه‌های گرادینانی برای آشکارسازی موقعیت افقی توده‌های بی‌هنجار استفاده می‌کند - استفاده شده است.

کنتورهای صفر فیلتر مقدار ویژه‌ی بهبود یافته مرز بی‌هنجاری‌های موجود در منطقه را به خوبی مشخص کرده است شکل (۴۰-۵)، این فیلتر همان گونه که قبلاً نیز ذکر شد نسبت به نوع تباین چگالی توده‌ها حساس نیست و توانسته است مرز تمامی مولفه‌های مثبت و منفی موجود در منطقه را با دقت خوبی شناسایی کند، همچنین نتایج حاصل از اعمال این فیلتر تطابق خوبی با گسترش گسل‌های منطقه مورد مطالعه دارد. با توجه به اینکه منطقه مذکور دارای ساختارهای پنهان است و هیچ گونه برونزدی از توده‌های بی‌هنجار در این منطقه وجود ندارد و همچنین هیچ حفاری در منطقه صورت نگرفته است، از نتایج فیلتر مقدار ویژه‌ی بهبود یافته می‌توان به عنوان اطلاعات اولیه در مدل‌سازی‌های ژئوفیزیکی استفاده کرد، زیرا در مدلسازی به اطلاعات اولیه نظیر گستردگی سطحی بی‌هنجاری نیازمندیم، در نتیجه اعمال فیلتر مقدار ویژه‌ی بهبود یافته در کنار سایر روش‌های مورد استفاده در تفسیر بی‌هنجاری‌های میدان پتانسیل مانند فیلترهای فاز محلی و روش ادامه فراسو و فرسو ... می‌تواند دقت تفسیر را افزایش دهد.





شکل ۴-۵: نتیجه‌ی حاصل از اعمال فیلتر مقدار ویژه‌ی بهبود یافته روی داده‌های گرانی محدوده‌ی اکتشافی تخت سلیمان (تکاب) حاصل از تبدیلات (الف) فوریه، (ب) کسینوس

### ۵-۳-۳ اعمال فیلترها روی داده‌های مغناطیسی اُجت آباد استان سمنان

کانسار آهن اُجت آباد در ۶۳ کیلومتری شمال شرق سمنان، جنوب شرق روستای اُجت آباد و بین عرض جغرافیایی شمالی "۳۵°۴۲'۴۴" تا "۳۵°۴۳'۱" و طول جغرافیایی "۵۳°۴۸'۲۳" تا "۵۳°۴۸'۴۶" شرقی در بخش جنوبی جاده سمنان - دامغان قرار دارد. بخش مورد مطالعه در داخل نقشه زمین‌شناسی ۱/۱۰۰۰۰۰ جام واقع بوده و محدوده‌ای به وسعت ۳۶ هکتار را شامل می‌شود (شکل ۵-۴۱). از نظر زمین‌شناسی منطقه کانی‌سازی شده از ماسه سنگها و آهک‌های دونین تشکیل شده و در اطراف آن سنگ‌های سازند کرج شامل توف و آندزیت و سایر سنگهای آتشفشانی و رسوبی‌های وابسته به ائوسن رخنمون دارند. علاوه بر آن در بخش‌های غربی و جنوبی ناحیه مورد بررسی، گنگلومرا و آهک کنگلومرایی مربوط به سازند فجن با سن ائوسن زیرین دیده می‌شوند. همچنین سنگ‌های نفوذی میکرودیوریت مربوط به ترشیری با وسعت کم در بخش جنوبی منطقه برونزد دارند. عمده کانی‌سازی آهن در این منطقه از جنس هماتیت و درصد کمتری مگنتیت می‌باشد که احتمالاً در اثر فعالیت‌های گرمائی ناشی از نفوذ سنگهای آندزیت - داسیت به داخل رسوبات آهکی و کنگلومرایی و همچنین سیلیس‌های با سن ائوسن شکل گرفته باشد [امرادزاده و دولتی، ۱۳۸۵].

کانی‌سازی آهن در این منطقه عموماً از جنس مگنتیت و هماتیت می‌باشد که احتمالاً می‌تواند در اثر فعالیت‌های گرمائی ناشی از نفوذ سنگ‌های آندزیت - داسیت به داخل رسوبات آهکی، کنگلومرایی و همچنین سیلیس‌های با سن ائوسن باشد. از کانی‌های فرعی همراه ماده معدنی می‌توان به سیلیس و باریت اشاره نمود. توده‌های آهن‌دار عموماً به صورت رگه و دایک می‌باشند [امرادزاده و دولتی، ۱۳۸۵].

در مطالعه حاضر برداشت مغناطیس‌سنجی جمعاً در طول ۲۳ پروفیل شرقی غربی و ۳ پروفیل شمالی جنوبی در ۱۲۰۰ نقطه در یک شبکه منظم ۵۰۰×۶۰۰ متری با مگنتومتر پرتون صورت گرفته و پس از آن تصحیحات اولیه روی داده‌های شدت میدان صورت گرفته است. از آنجایی که زاویه میل و انحراف میدان مغناطیسی زمین تابعی از موقعیت جغرافیایی نقاط اندازه‌گیری است، به همین دلیل شکل یک ناهنجاری مغناطیسی، علاوه بر شکل و خودپذیری مغناطیسی ساختمان‌های زیر سطحی، به جهت القاء شوندگی مغناطیسی زمین نیز وابسته است. برای حذف این نامتقارنی‌های ایجادشده، از فیلتر برگردان به قطب<sup>۱</sup> استفاده می‌شود. با اعمال این فیلتر آنومالی‌ها به مرکز توده‌های مولد آنها انتقال می‌یابند [امرادزاده و دولتی، ۱۳۸۵].

<sup>۱</sup> Reduction to the pole

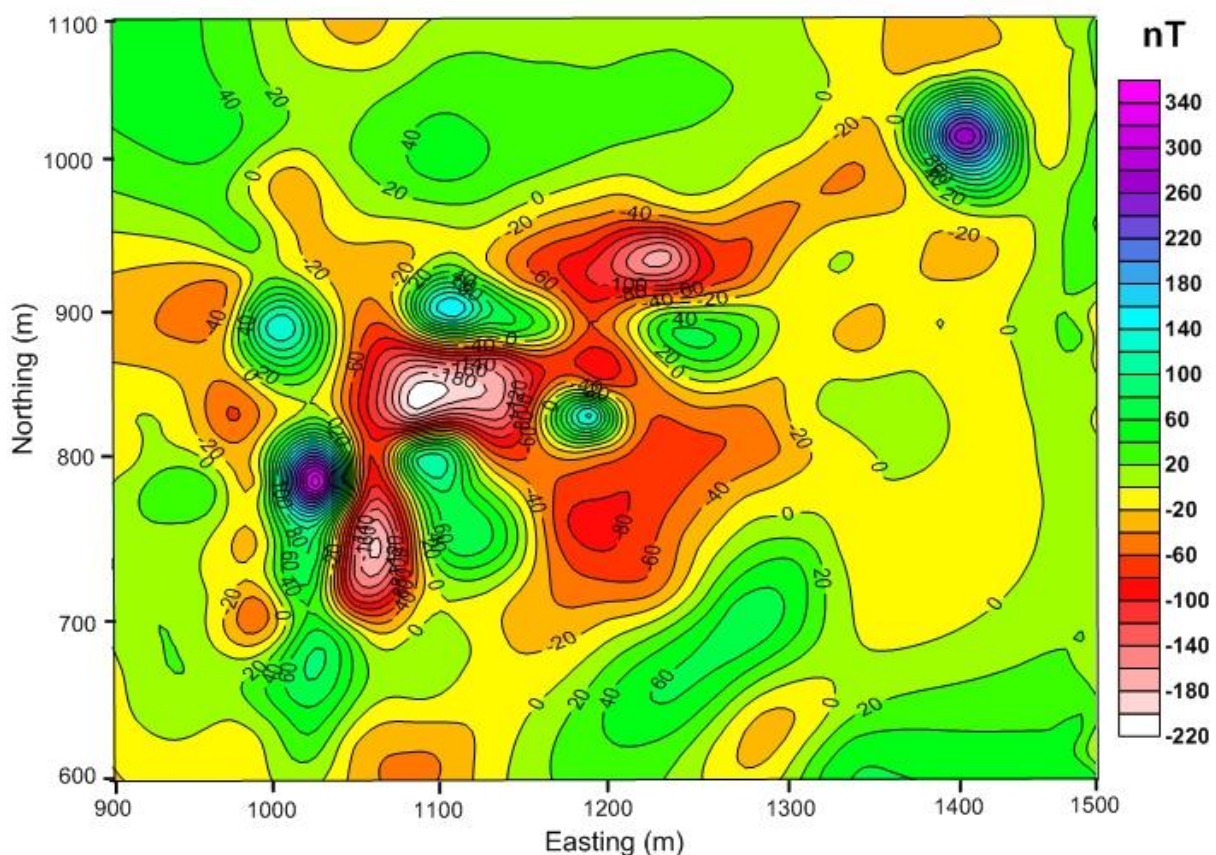




پس از اعمال فیلتر برگردان به قطب روی داده‌های مغناطیسی، با این نوع داده‌ها می‌توان مانند داده‌های گرانی رفتار کرد، به این خاطر در این قسمت از تحقیق سعی بر آن است که مولفه‌های تانسور گرادیان مغناطیسی با استفاده از روش مشروح برای تانسور گرادیان گرانی تهیه شود و به مطالعه‌ی خصوصیات بی‌هنجاری مغناطیسی ناشی از آن پرداخته شود.

شکل (۵-۴۲) بی‌هنجاری مغناطیسی حاصل از داده‌های برداشتی را پس از اعمال تصحیحات لازم

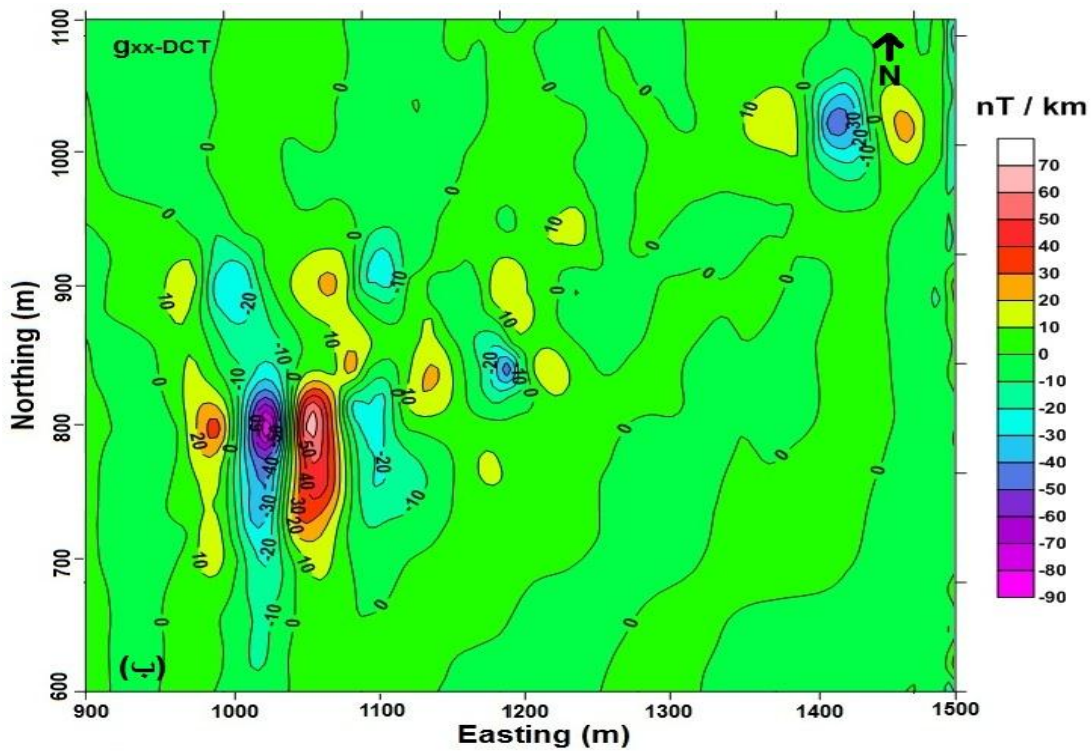
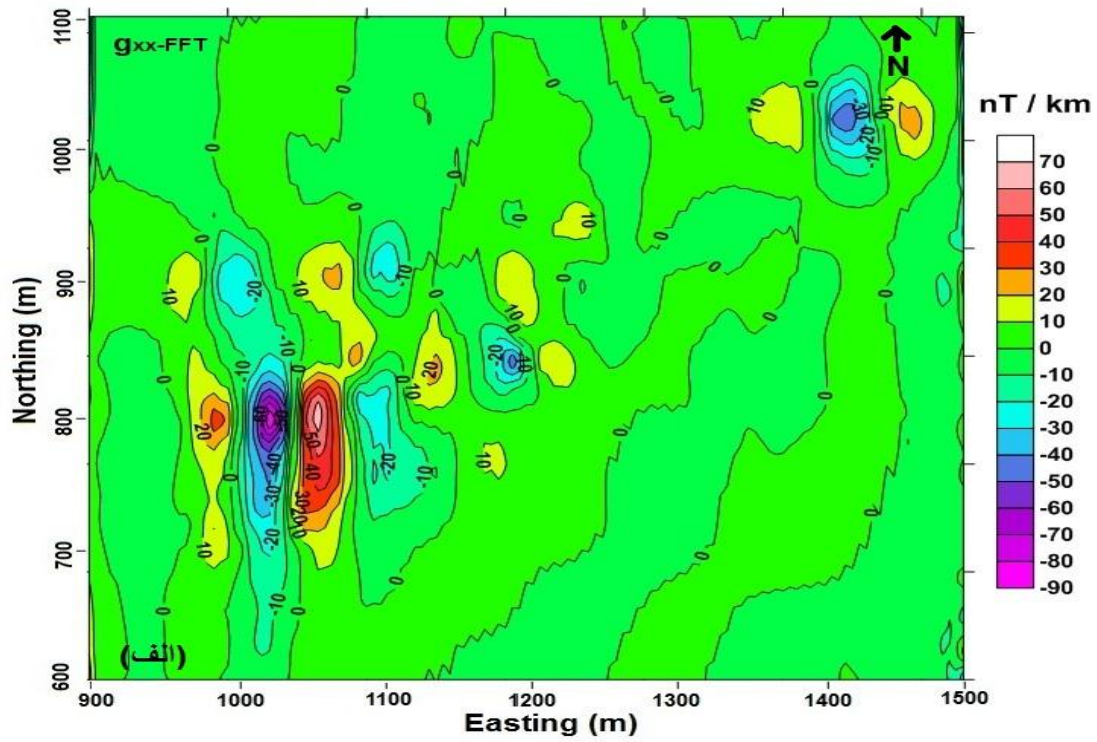
نشان می‌دهد.



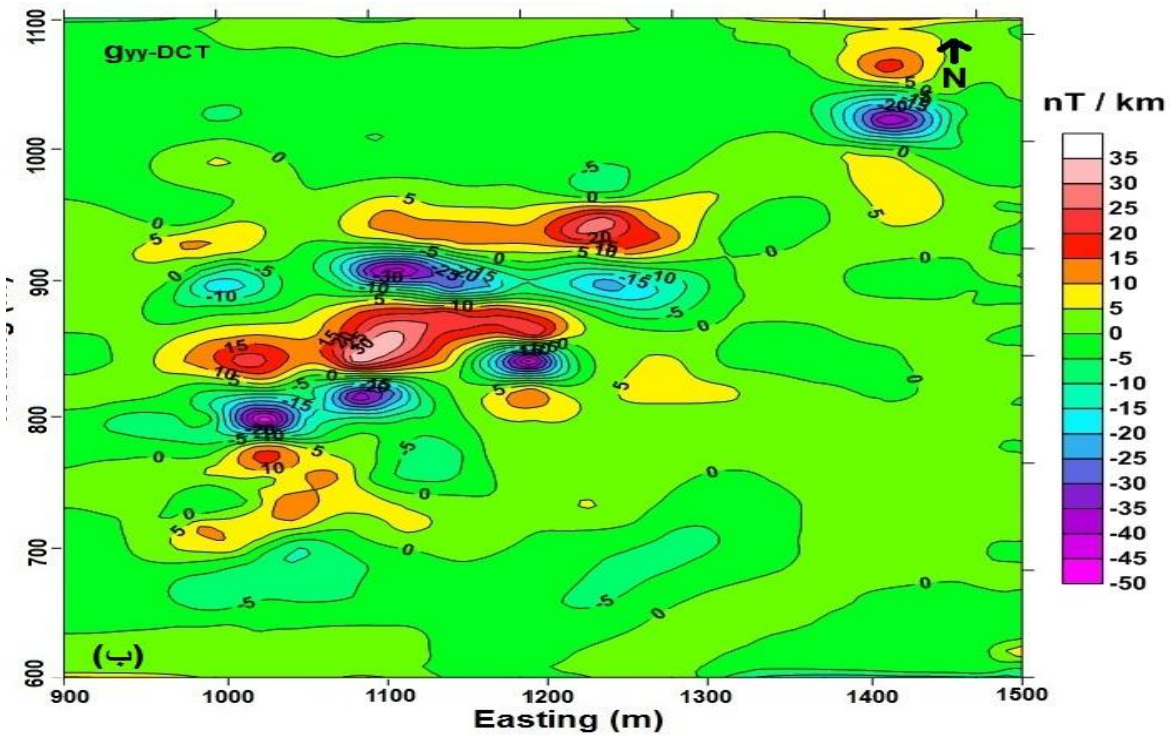
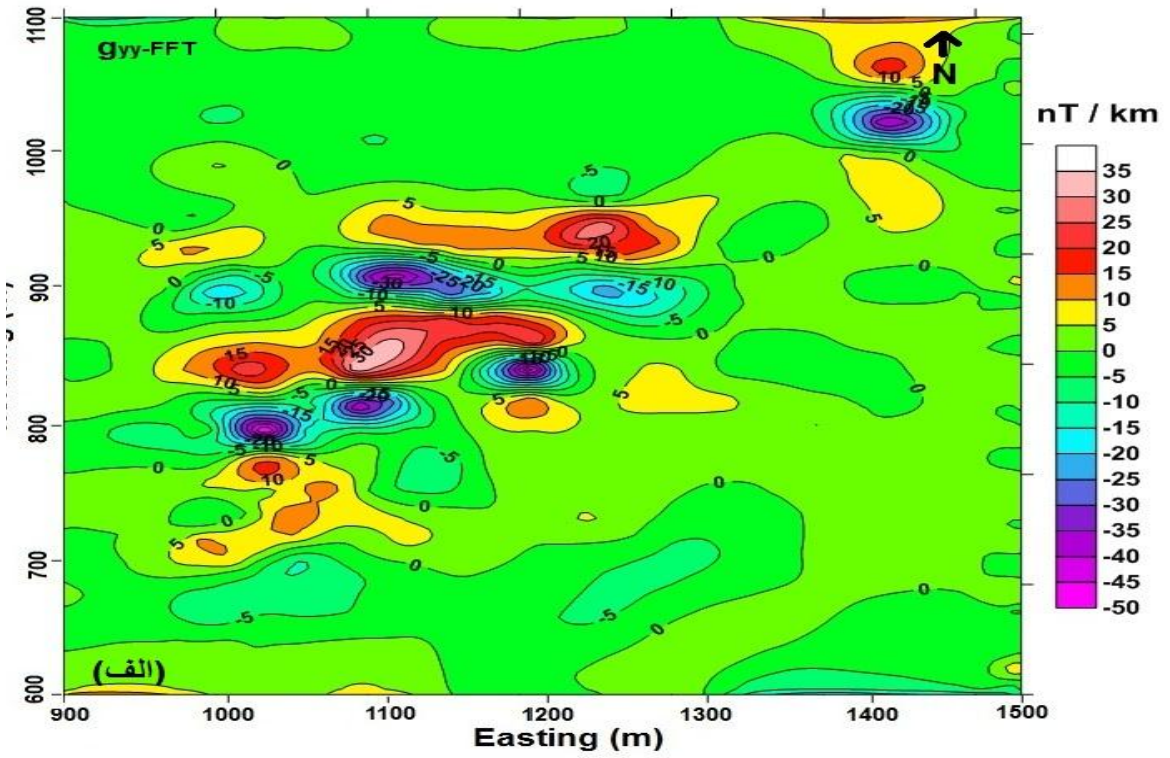
شکل ۵-۴۲: نقشه بی‌هنجاری باقی‌مانده‌ی مغناطیسی حاصل از روش روند سطحی درجه ۷

پس از محاسبه مولفه‌های تانسور گرادیان مغناطیسی اُجت آباد در حوزه تبدیلات فوریه و کسینوس، نقشه‌ی حاصل تهیه و در شکل‌های (۵-۴۳) تا (۵-۴۸) ارائه شده است.



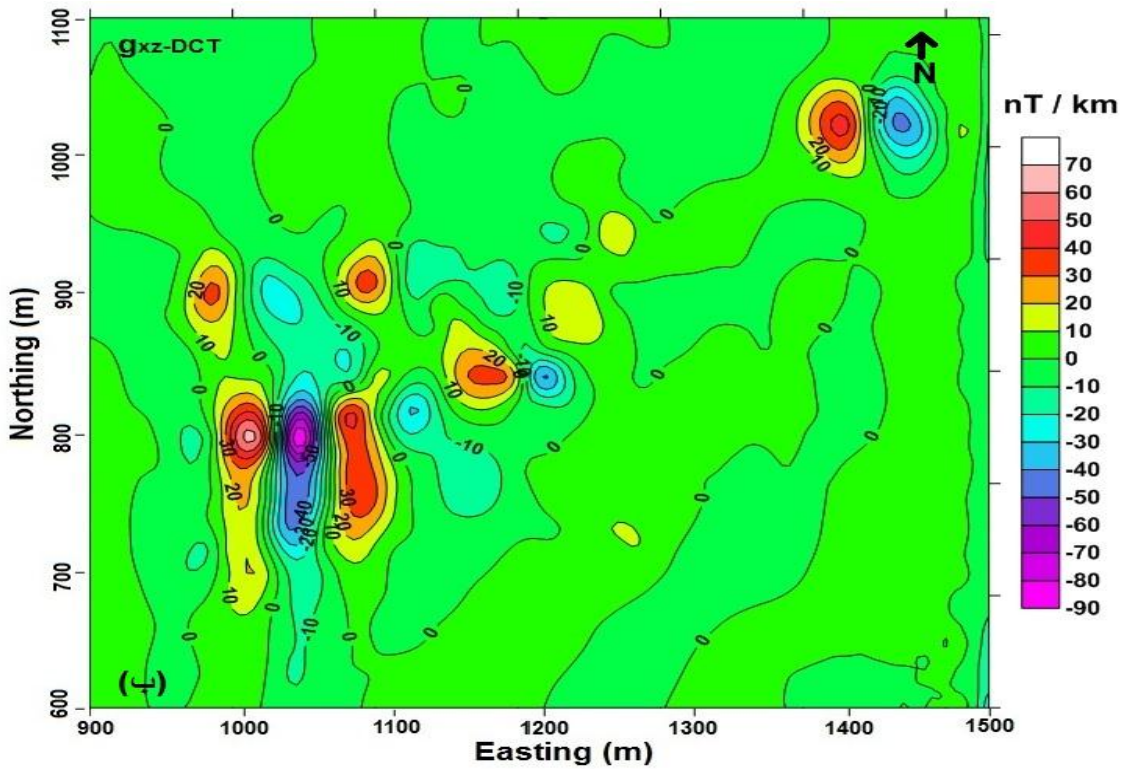
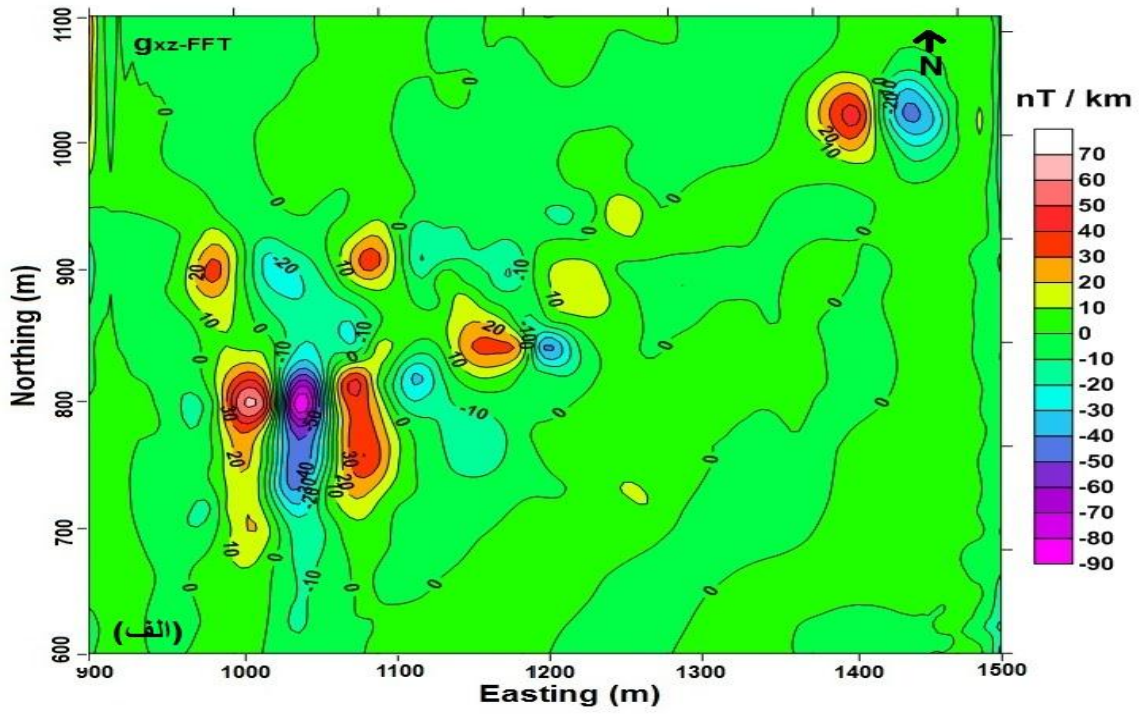


شکل ۴۳-۵: مولفه‌ی گرادیانی  $g_{xx}$  کانسار آهن أجت آباد حاصل از تبدیلات (الف) فوریه، (ب) کسینوس

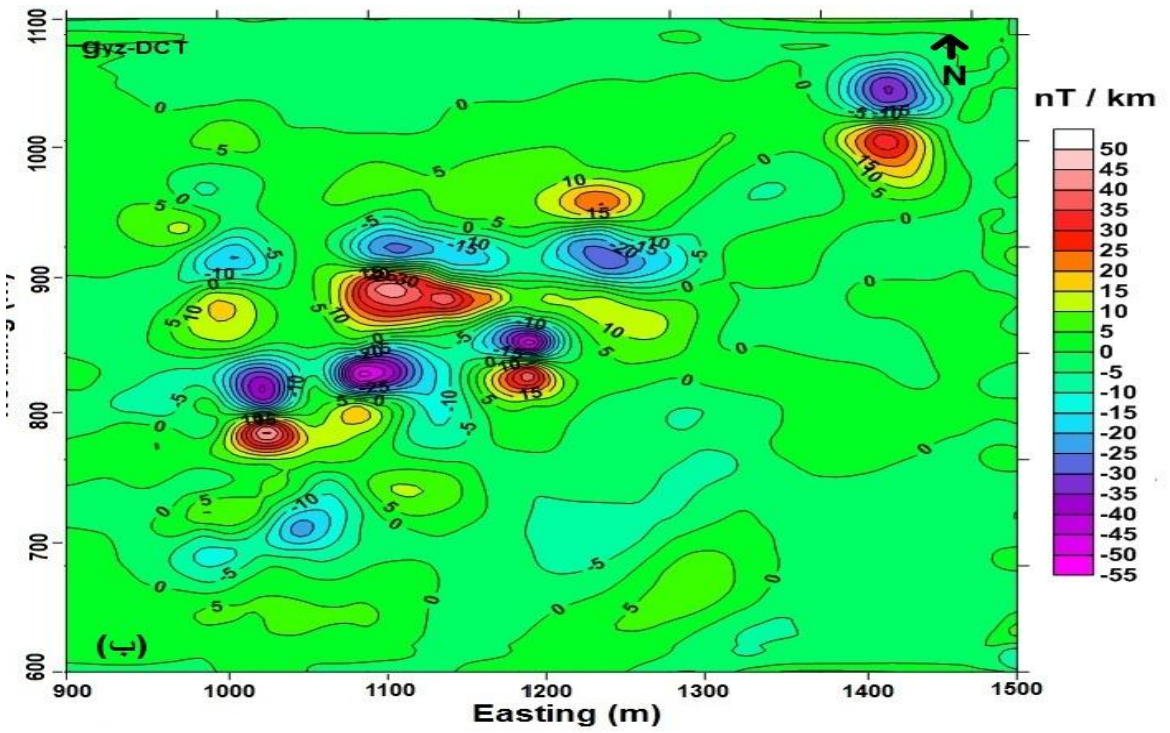
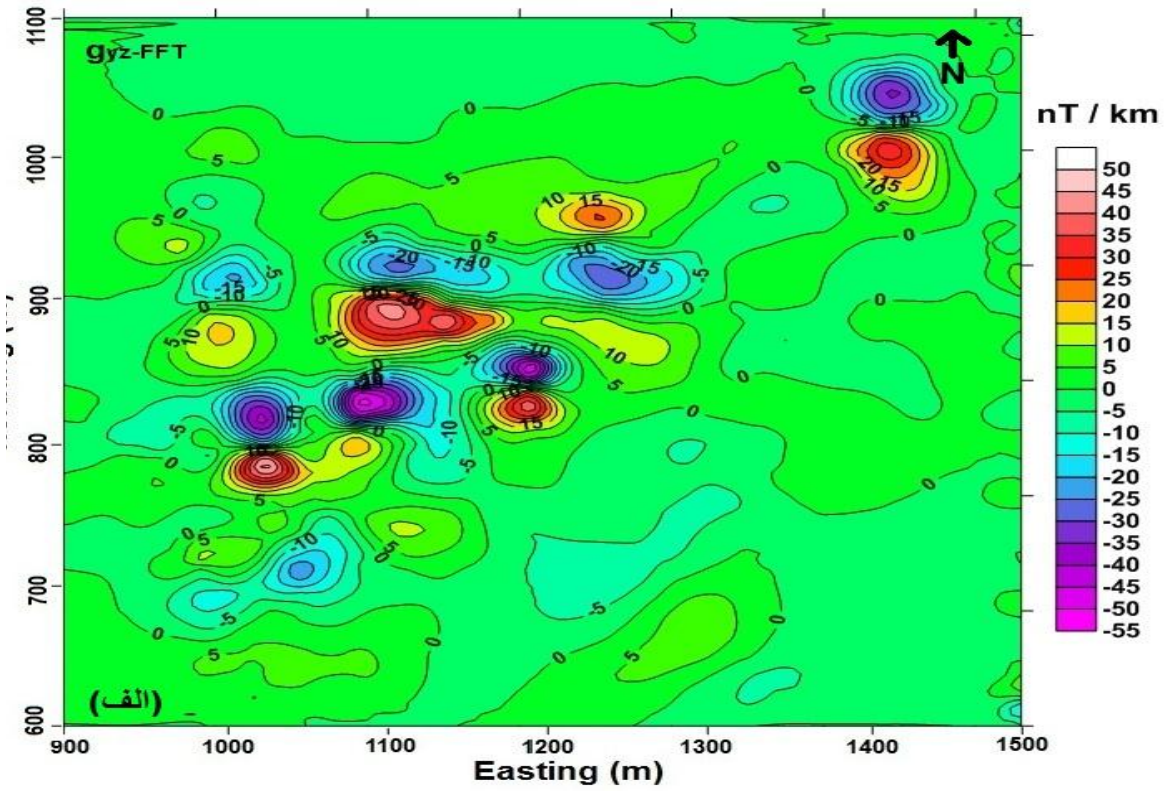


شکل ۵-۴۴: مولفه‌ی گرادیانی  $g_{yy}$  کانسار آهن أجت آباد حاصل از تبدیلات (الف) فوریه، (ب) کسینوس



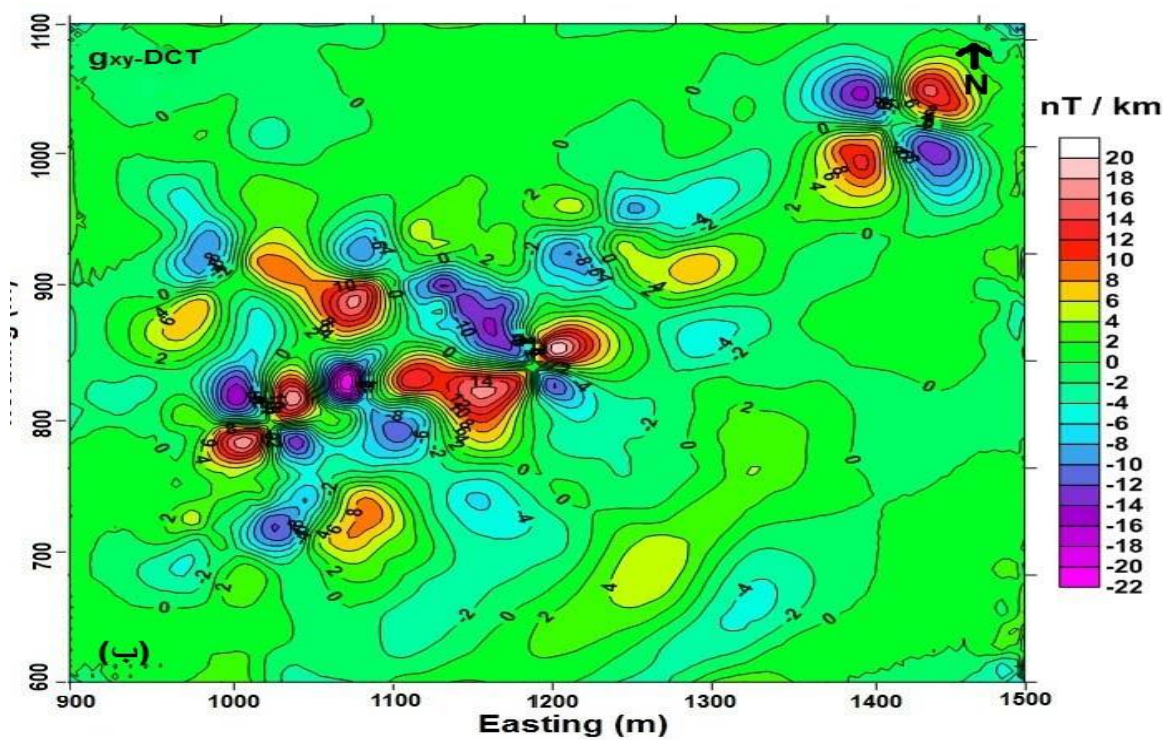
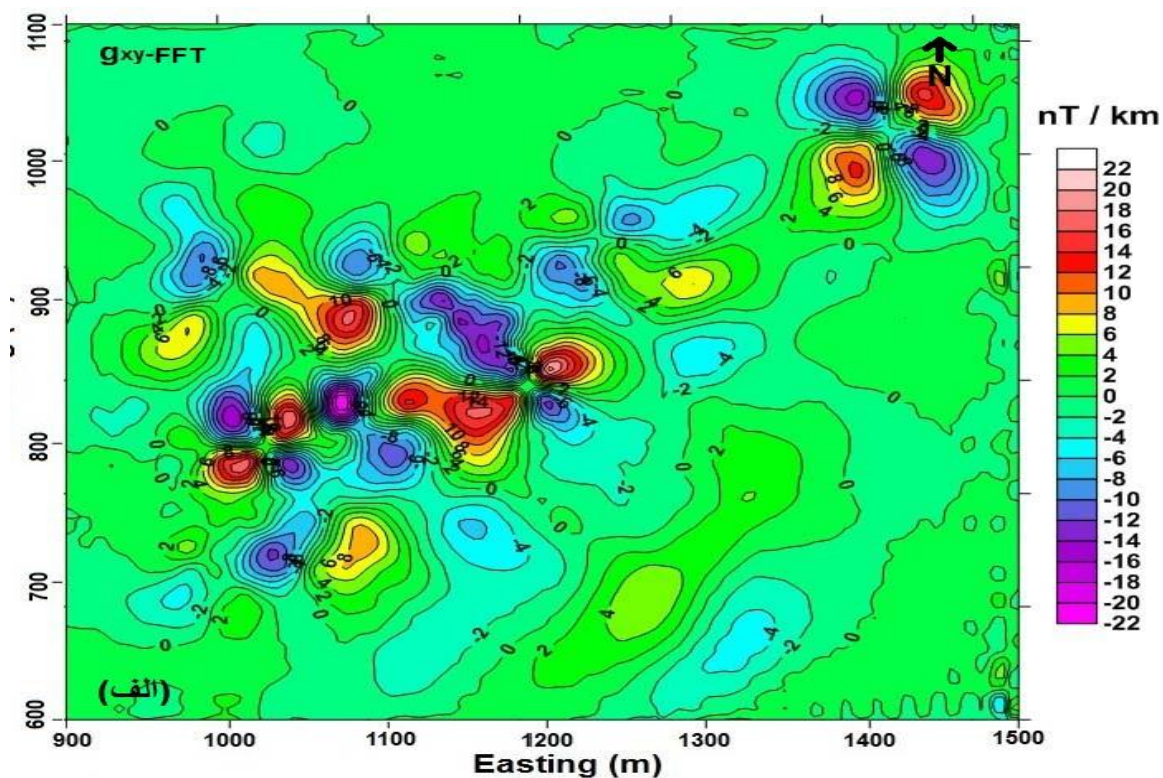


شکل ۵-۴: مولفه‌ی گرادیانی  $g_{xz}$  کانسار آهن آجت آباد حاصل از تبدیلات (الف) فوریه، (ب) کسینوس

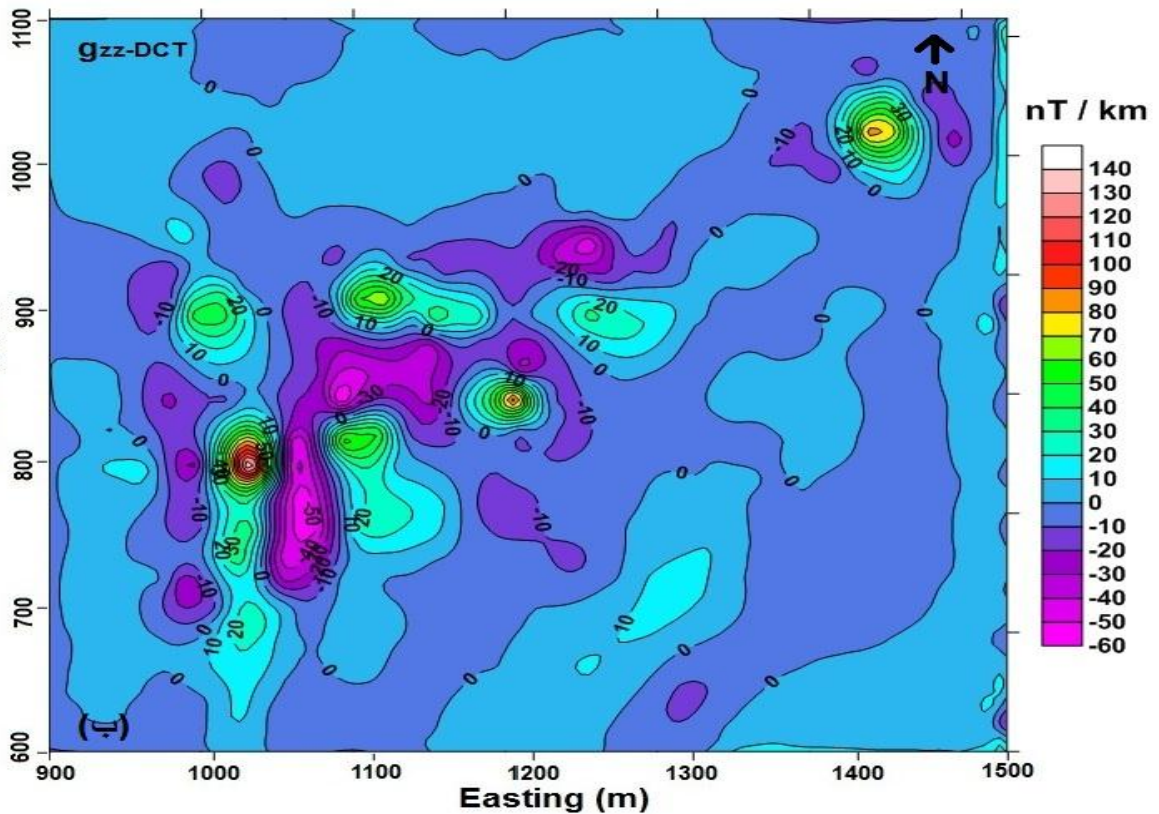
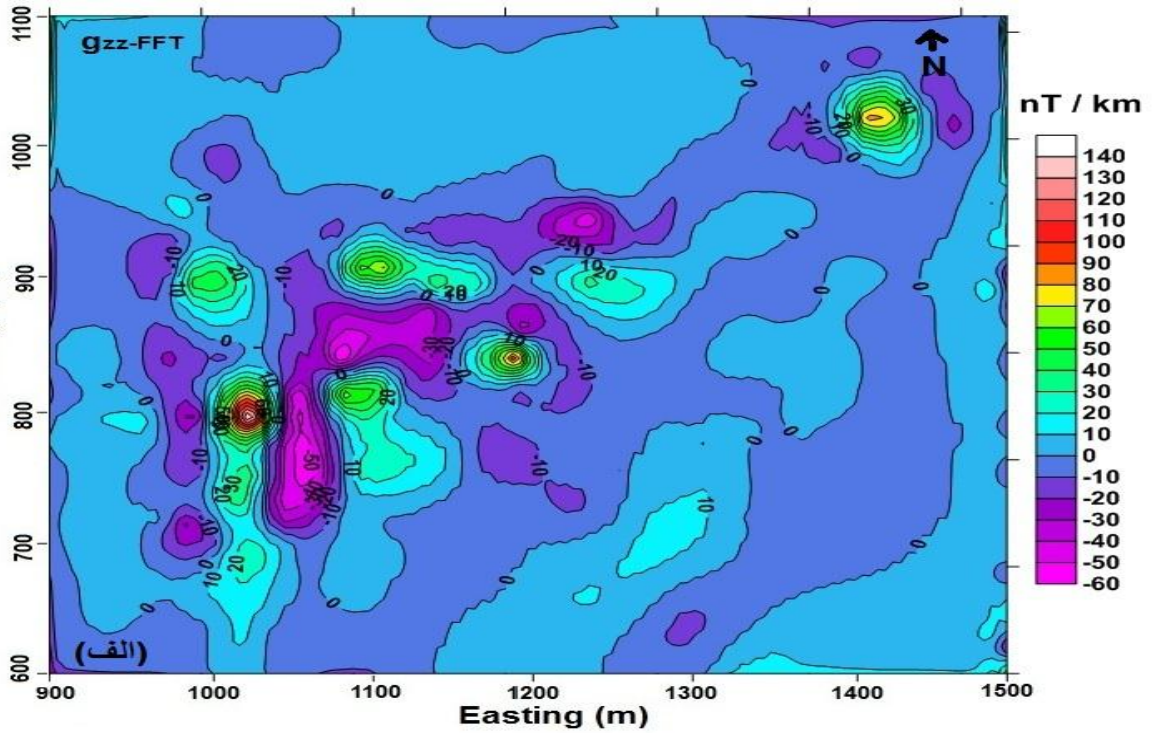


شکل ۵-۴۶: مولفه‌ی گرادیانی  $g_{yz}$  کانسار آهن آجت آباد حاصل از تبدیلات (الف) فوریه، (ب) کسینوس





شکل ۵-۴۷: مولفه‌ی گرادیانی  $g_{xy}$  کانسار آهن آجت آباد حاصل از تبدیلات (الف) فوریه، (ب) کسینوس

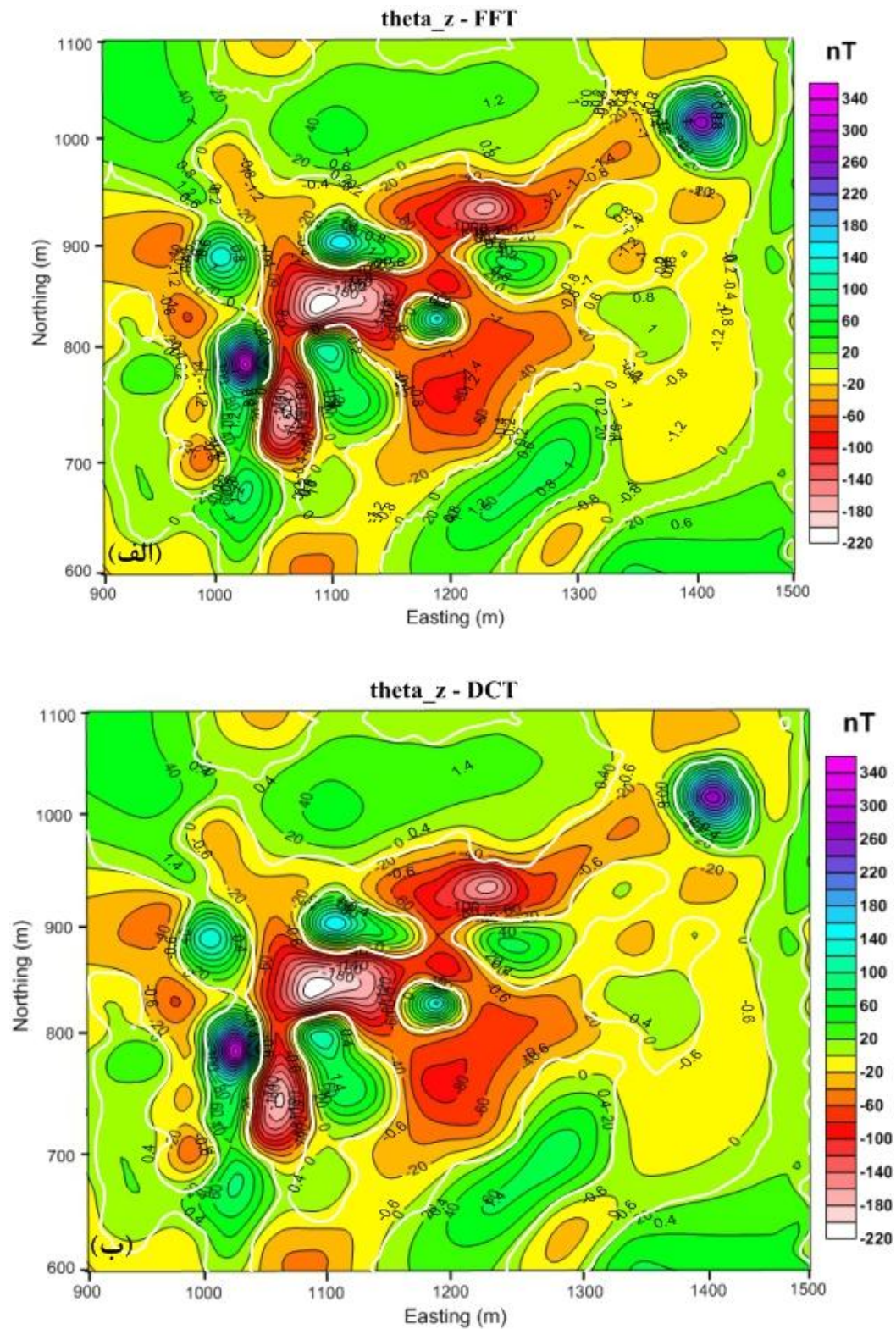


شکل ۵-۴۸: مولفه‌ی گرادیانی  $g_{zz}$  کانسار آهن أجت آباد حاصل از تبدیلات (الف) فوریه، (ب) کسینوس

چنانکه قبلا نیز ذکر شد مولفه‌های گرادیانی فقط برآوردی کلی از محل قرارگیری توده‌های بی‌هنجار ارائه می‌دهند و باید برای تعیین دقیق‌تر محدوده‌ی بی‌هنجاری از فیلترهای آشکارساز لبه استفاده

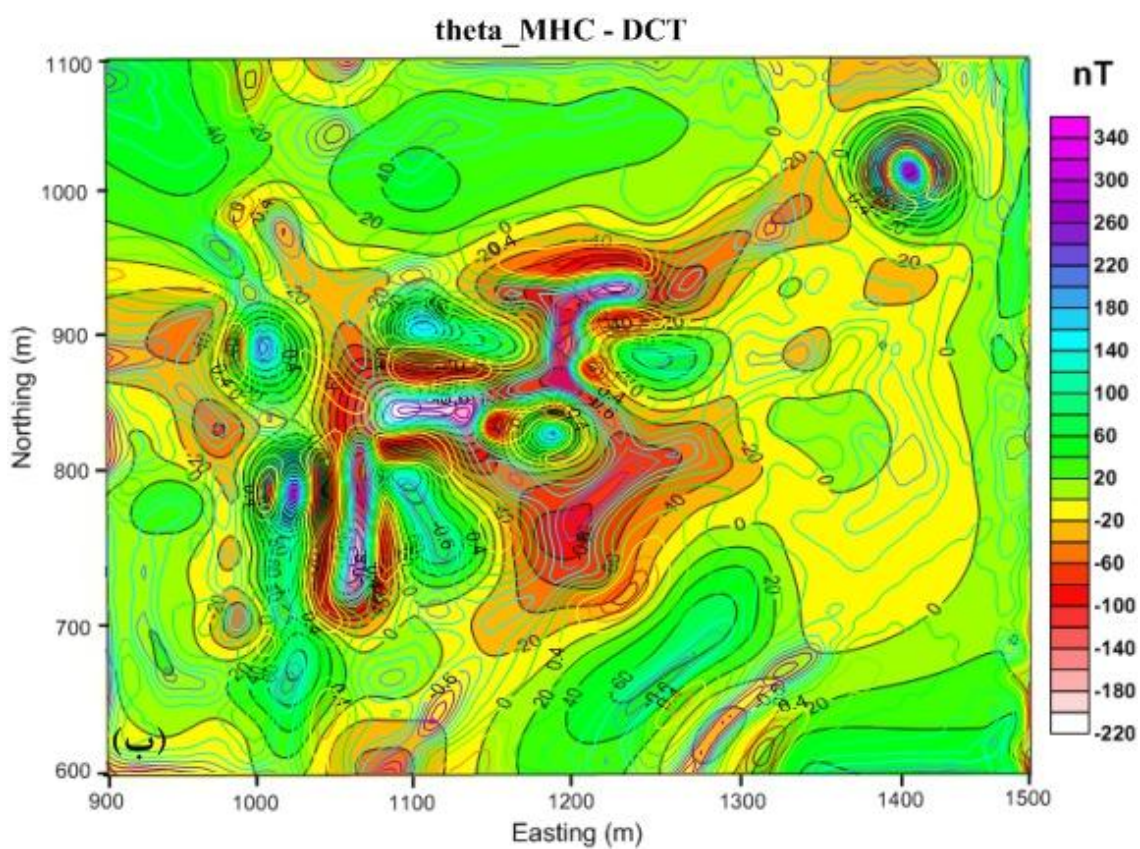
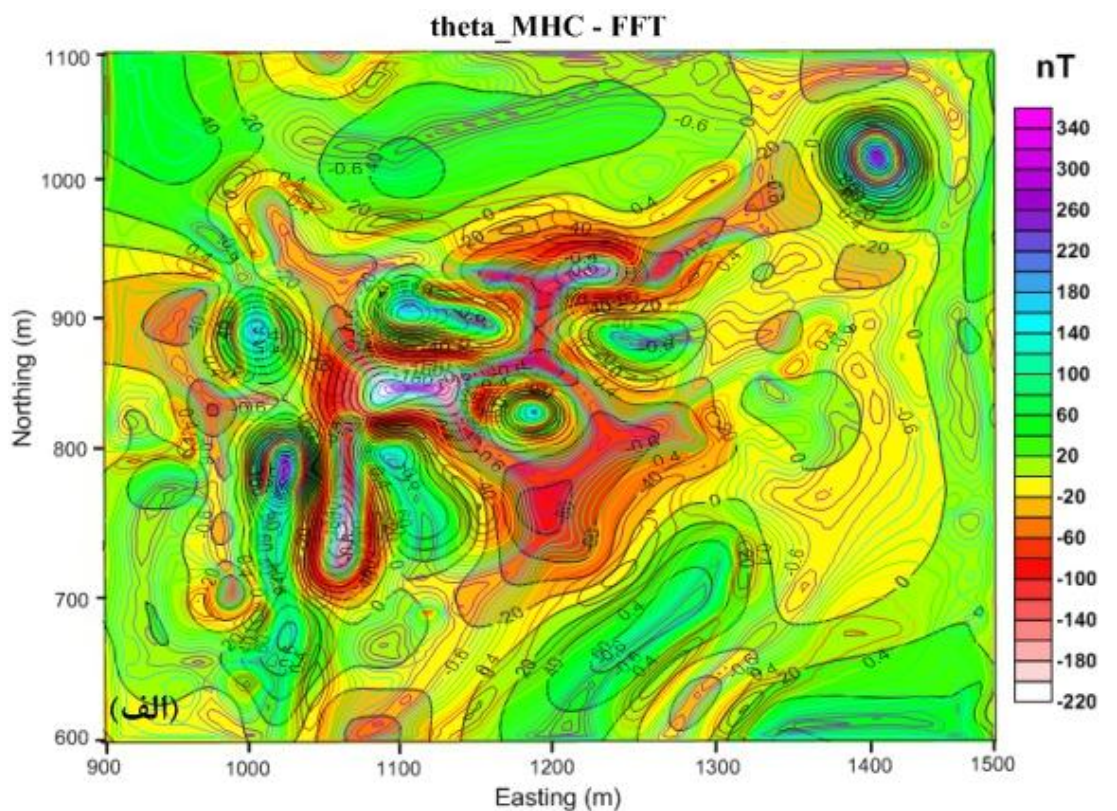


کرد. در این بخش برای تعیین محدوده‌ی توده‌های مغناطیسی موجود در منطقه از فیلترهای  $\theta_z$  و  $\theta_{MHC}$  استفاده شده است.



شکل ۴۹-۵: نتیجه‌ی حاصل از اعمال فیلتر  $\theta_z$  روی داده‌های مغناطیس کانسار آهن اجت آباد سمنان حاصل از تبدیلات (الف) فوریه، (ب) کسینوس، بر روی نقشه‌ی بی‌هنجاری مغناطیسی





شکل ۵-۵: نتیجه‌ی حاصل از اعمال فیلتر  $\theta_{MHC}$  روی داده‌های مغناطیس کانسار آهن اجت آباد سمنان حاصل از تبدیلات (الف) فوریه، (ب) کسینوس، بر روی نقشه‌ی بی‌هنجاری مغناطیسی

مطابق شکل (۴۹-۵) فیلتر  $\theta_z$  به خوبی لبه‌های توده‌های بی‌هنجار را به وسیله‌ی کنتورهای صفر (خطوط سفید) تعیین کرده است. نتیجه‌ی این فیلتر در حوزه تبدیلات فوریه و کسینوس تفاوت چندانی با یکدیگر ندارند، اما مطابق شکل (۵۰-۵) فیلتر  $\theta_{MHC}$  در حوزه‌ی کسینوس عملکرد بهتری داشته و توانسته است محدوده‌ی بی‌هنجاری‌ها را با دقت بیشتری مشخص کند. از مقایسه‌ی شکل-های (۴۹-۵) و (۵۰-۵) مشخص می‌شود که تعیین محدوده‌ی توده‌های بی‌هنجار به وسیله‌ی فیلتر  $\theta_z$  در مقایسه با فیلتر  $\theta_{MHC}$  به مراتب دقیق‌تر بوده است. مطابق با شکل‌های (۴۳-۵) تا (۵۰-۵) می‌توان گفت که روش استفاده شده در این تحقیق روی داده‌های مغناطیسی کانسار آهن اُجت آباد کارکرد مناسبی داشته است و می‌توان از آن در تحلیل و تفسیر بی‌هنجاری‌های مغناطیسی نیز استفاده کرد.



# فصل هشتم

## نتیجہ گیری و پیشنهادات



## ۶-۱ نتیجه گیری

استفاده از مولفه‌های مختلف تانسور گرادیان گرانی در تفسیر بی‌هنجاری‌های میدان‌های پتانسیل، به جای مولفه‌ی قائم میدان گرانی، دید وسیع و دقیق‌تری از ویژگی‌های منابع زیر سطحی، ناپیوستگی‌های چگالی، هندسه و ساختار آنها در اختیار مفسر قرار می‌دهد. همچنین این مولفه‌ها برای تخمین شکل تقریبی توده‌های بی‌هنجار غالب در یک محدوده اکتشافی بسیار مفید هستند. با توجه به امکان برداشت مشکل داده‌های گرادیان میدان پتانسیل و عدم دسترسی به فناوری گرادیان‌سنجی، محاسبه مولفه‌های تانسور گرادیان گرانی از روی داده‌های مولفه‌ی قائم گرانی با استفاده از روش‌های تحلیلی ریاضی مانند تبدیل‌های فوریه و کسینوس می‌تواند تا حدودی نبود چنین داده‌هایی را جبران نماید. در این تحقیق با استفاده از این تبدیل‌ها، مقادیر مولفه‌های مختلف تانسور گرادیان روی گرانی حاصل از مدل‌های مصنوعی و داده‌های واقعی محاسبه و از آنها برای شناسایی ساختارها استفاده شده است.

نتایج بررسی‌ها روی داده‌های گرانی ناشی از مدل مصنوعی نشان می‌دهد که دامنه‌ی مولفه‌های تانسور گرادیان گرانی به روش تبدیل فوریه نسبت به دامنه محاسبه‌ای به روش تبدیل کسینوس هماهنگی بهتری با مقادیر حاصل از رابطه‌ی مستقیم مولفه‌ها دارد. این موضوع به دلیل حذف بخش موهومی تابع در حین محاسبات تبدیل کسینوس است که سبب کاهش دامنه‌ی محاسبه‌ای به روش تبدیل کسینوس می‌شود. هرچند این عمل سبب کاهش دامنه می‌شود ولی باعث همواری نتایج حاصل از روش تبدیل کسینوس شده و کمتر تحت تاثیر نوفه قرار می‌گیرند. بنابراین سبب افزایش و بهبود دقت محاسبات و افزایش دقت تفسیرهای ژئوفیزیکی را به دنبال خواهد داشت.

با توجه به هدف تحقیق به منظور تفکیک و آشکارسازی ساختارهای زیرسطحی مدل‌های مصنوعی تهیه و اثر گرانی آن‌ها محاسبه گردید. نقشه کنتوری (پربندی) مولفه‌های مختلف تانسورهای گرادیان گرانی که به دو روش تبدیل فوریه و کسینوس محاسبه شده است، ترسیم شد. بررسی روی نقشه‌ها نشان می‌دهد که منحنی‌های میزان صفر برای مولفه‌ی  $g_{xx}$  لبه‌های اجسامی که در راستای عمود بر محور X قرار دارند و منحنی‌های میزان صفر برای مولفه‌ی  $g_{yy}$  لبه‌های اجسام قرار گرفته در راستای عمود بر محور Y را به خوبی بارز می‌کنند. همچنین مولفه‌های  $g_{xz}$  و  $g_{yz}$  به ترتیب بر روی لبه‌هایی که در راستای عمود بر محور X و Y قرار دارند، دارای مقادیر بیشینه و کمینه است و تقریباً در بالای مرکز بی‌هنجاری دارای مقدار صفر هستند. مقدار مولفه‌ی  $g_{zz}$  مرکز توده‌ها را مشخص می‌کند، همچنین برآوردی از شکل کلی توده‌ی بی‌هنجار زیرسطحی به دست می‌دهد، این مولفه ترکیبی از مولفه‌های  $g_{xx}$  و  $g_{yy}$  است. هرچند بر روی نقشه پربندی، مولفه‌ی  $g_{zz}$  موقعیت توده‌ی بی‌هنجار را

به درستی نشان می‌دهد ولی مرز و لبه‌های توده به خوبی و با دقت مناسبی قابل تشخیص نیست. بر روی نقشه مولفه‌ی  $g_{xy}$  منحنی‌های میزان بسته با مقادیر بیشینه و کمینه‌ای وجود دارد که مرکز - آن‌ها روی گوشه‌های بی‌هنجاری قرار می‌گیرند.

نتایج حاصل از اعمال فیلترهای  $\lambda_1$ ،  $\lambda_2$  و IE روی داده‌های مصنوعی و واقعی نشان می‌دهد که، منحنی‌های میزان با مقادیر صفر فیلتر  $\lambda_1$ ، لبه‌های توده‌های بی‌هنجار دارای تباین چگالی مثبت با محیط اطراف را بارز می‌کند، در حالی که منحنی‌های میزان با مقادیر صفر  $\lambda_2$ ، لبه‌های توده‌های بی-هنجار دارای تباین چگالی منفی با محیط اطراف را مشخص می‌کنند. بنابراین هیچ یک از این دو فیلتر به تنهایی برای تفسیر داده‌های گرانی واقعی که مجموعی از اجسام آنومال مثبت و منفی را دارند مناسب نیستند. این مشکل با استفاده از فیلتر تلفیقی این دو یعنی IE برطرف شده و توانمندی شناسایی تمامی توده‌های زیر سطحی با تباین چگالی مثبت و منفی را دارد. به این ترتیب علاوه بر انجام محاسبات سریعتر، میزان خطای محاسبات نیز کاهش می‌یابد.

همچنین نتایج بررسی روی داده‌های مصنوعی و واقعی نشان داد که مشتق‌های زاویه‌ی تمایل تانسور گرادین گرانی برای تصویرسازی ساختارهای زمین‌شناسی به ویژه اجسام دوبعدی و آشکارسازی لبه‌ها بسیار مناسب هستند. این روش‌ها در شناسایی موقعیت لبه‌ی توده‌های بی‌هنجار بسیار حساس هستند. فیلترهای  $\theta_x$  و  $\theta_y$  به ترتیب دارای جفت‌های کمینه-بیشینه بر روی لبه‌هایی هستند که در راستای عمود بر محور X و Y قرار دارند. فیلترهای  $\theta_z$  و  $\theta_{MHC}$  به ترتیب دارای مقادیر صفر و بیشینه بر روی لبه‌های توده‌ی بی‌هنجار هستند. فیلتر  $\theta_{MHC}$  در مقایسه با سه تای دیگر تصویر واضح‌تری از موقعیت لبه‌های بی‌هنجاری ارائه داده و نسبت به نوفه هم کمتر حساس است. فیلترهای مشتق زاویه تمایل تمامی توده‌های دارای تباین چگالی مثبت و منفی را به خوبی از یکدیگر تفکیک می‌کنند. همچنین بررسی‌های انجام شده روی مدل‌های مصنوعی نشان می‌دهد این فیلترها توانایی شناسایی توده‌های مختلف با عمق‌های متفاوت را دارند هرچند نسبت به افزایش عمق حساس بوده و توده‌های سطحی‌تر را با وضوح بهتری نمایش می‌دهند.

## ۶-۲ پیشنهادات

با بررسیهای انجام شده در این تحقیق، موارد زیر برای ادامه بحث پیشنهاد می‌شود:

در محاسبه مولفه‌ی تانسور گرادیان گرانی از تبدیل موجک پیوسته استفاده شود و فیلترهای مورد نظر در این حوزه نیز مورد بررسی قرار گیرد.

از تانسور گرادیان گرانی به همراه سایر روشها در تخمین عمق توده‌ها استفاده شود. برای رسیدن به این هدف می‌توان از ثابت‌های تانسور گرادیان و یا ترکیب این تانسور با روش‌هایی نظیر واهمامیخت اوپلر و گرادیان کل نرمال، استفاده کرد.

با توجه به این که روش واهمامیخت تانسور در تخمین عمق بر روی داده‌ی گرادیانی که به صورت مستقیم برداشت شده‌اند اعمال شده و نتایج قابل قبولی به دست آمده است، پیشنهاد می‌شود که این روش‌ها در حوزه‌ی تبدیلاتی مانند فوریه، کسینوس و موجک اعمال شده و به بررسی کارایی آنها پرداخته شود.

جهت تعیین لبه‌ی بی‌هنجاری‌ها و آشکارسازی اجسام توصیه می‌شود از تلفیق تانسور گرادیان با سیگنال تحلیلی و مولفه‌های سیگنال تحلیلی استفاده شود.

## پیوست الف - رابطه‌ی تبدیلات فوریه و کسینوس در هم‌میخت دو تابع

قضیه: فرض کنید تابع  $f(t)$  و  $g(t)$  در شرایط دیریکله صدق کنند و انتگرال‌پذیر باشند، همچنین هر دوی آن‌ها تابعی زوج باشند و یا یکی از آن‌ها تابعی با مقدار ثابت و دیگری تابعی زوج باشد، در این حالت تبدیل فوریه‌ی هم‌میخت آن‌ها به صورت زیر بیان می‌شود:

$$F[f(t) * g(t)] = C[f(t)] C[g(t)] \quad (\text{الف-۱})$$

در رابطه‌ی (الف-۱)  $F$  بیانگر تبدیل فوریه و  $C$  بیانگر تبدیل کسینوس است.

### اثبات

$$\begin{aligned} F[f(t) * g(t)] &= \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} f(\tau) g(t - \tau) e^{-i\omega t} dt d\tau \\ &= \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} f(\tau) g(t - \tau) [\cos(\omega t) - i \sin(\omega t)] dt d\tau \end{aligned}$$

(الف-۲)

اگر از تغییر متغیر  $t' = t - \tau$  استفاده کنیم خواهیم داشت:

$$t' = t - \tau \quad \Rightarrow \quad dt = dt'$$

$$\begin{aligned} F[f(t) * g(t)] &= \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} f(\tau) g(t') \{ \cos[\omega(t' + \tau)] \\ &\quad - i \sin[\omega(t' + \tau)] \} dt dt' \\ &= \int_{-\infty}^{+\infty} f(\tau) \cos(\omega\tau) d\tau \int_{-\infty}^{+\infty} g(t') \cos(\omega t') dt' \\ &\quad - \int_{-\infty}^{+\infty} f(\tau) \sin(\omega\tau) d\tau \int_{-\infty}^{+\infty} g(t') \sin(\omega t') dt' \\ &\quad - i \int_{-\infty}^{+\infty} f(\tau) \cos(\omega\tau) d\tau \int_{-\infty}^{+\infty} g(t') \sin(\omega t') dt' \\ &\quad - i \int_{-\infty}^{+\infty} f(\tau) \sin(\omega\tau) d\tau \int_{-\infty}^{+\infty} g(t') \cos(\omega t') dt' \end{aligned}$$

(الف-۳)

سه جمله‌ی آخر رابطه‌ی انتگرالی (الف-۳) برابر صفر خواهد بود، زیرا بازه‌ی انتگرالی متقارن و انتگرالده تابعی فرد است. در نتیجه خواهیم داشت:

$$F[f(t) * g(t)] \\ = \int_{-\infty}^{+\infty} f(\tau) \cos(\omega\tau) d\tau \int_{-\infty}^{+\infty} g(t') \cos(\omega t') dt'$$

$$F[f(t) * g(t)] = C[f(t)] C[g(t)] \quad (\text{الف-۴})$$



## پیوست ب - تبدیلات فوریه و کسینوس پتانسیل گرانشی

فرض  $V(x, y, z)$  بیانگر پتانسیل گرانشی در مختصات کارتزین باشد و جهت مثبت  $Z$  را به سمت پایین در نظر می‌گیریم:

$$V(x, y, z) = G \int \rho(\varepsilon, \eta, \zeta) \frac{d\varepsilon d\eta d\zeta}{[(\varepsilon - x)^2 + (\eta - y)^2 + (\zeta - z)^2]^{\frac{1}{2}}} \quad (1-ب)$$

که در آن  $(\varepsilon, \eta, \zeta)$  مختصات محل توزیع جرم و  $(x, y, z)$  مختصات نقطه‌ی مشاهده‌ای و  $\rho(\varepsilon, \eta, \zeta)$  تابع توزیع چگالی است. همچنین لازم به ذکر است که انتگرال بالا در خارج از توزیع جرم محاسبه می‌شود.

اگر  $\rho(\varepsilon, \eta, \zeta)$  را در سه بعد تعریف کنیم و فرض کنیم که مقدارش در خارج از توزیع جرم برابر صفر باشد، خواهیم داشت:

$$V(x, y, z) = \rho(x, y, z) * R(x, y, z) \quad (2-ب)$$

با این فرض که  $R(x, y, z)$  یک تابع زوج است و به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$R(x, y, z) = G/(x^2 + y^2 + z^2)^{\frac{1}{2}} \quad (3-ب)$$

اگر  $\rho$  تابعی ثابت یا زوج باشد، مطابق قضیه‌ی اثبات شده در پیوست الف خواهیم داشت:

$$\begin{aligned} F[V(x, y, z)] &= F[\rho(x, y, z) * R(x, y, z)] \\ &= C[\rho(x, y, z)] C[R(x, y, z)] \end{aligned} \quad (4-ب)$$

از طرفی طبق رابطه‌ی بین تبدیل فوریه و تبدیل کسینوس داریم [Jiang et al., 2012]:

$$F[V(x, y, z)] = C[V(x, y, z)] + i S[V(x, y, z)] \quad (5-ب)$$

$S$  نشان دهنده‌ی تبدیل سینوس تابع است.

با توجه به روابط (4-ب) و (5-ب) می‌توان نتیجه گرفت که قسمت موهومی تبدیل فوریه‌ی تابع پتانسیل برابر صفر است و در نتیجه تبدیل فوریه برای این تابع برابر تبدیل کسینوس آن خواهد بود. این شرایط برای مشتق قائم تابع پتانسیل نیز صادق است.



## فهرست منابع

### منابع فارسی

آقاجانی، ح.، (۱۳۸۸)، رساله‌ی دکتری: "بررسی قابلیت روش گرادیان کل نرمال داده‌های گرانی در تعیین پتانسیل هیدروکربوری تله‌های نفتی"، دانشکده‌ی مهندسی معدن، نفت و ژئوفیزیک، دانشگاه صنعتی شاهرود.

آقاجانی، ح.، (۱۳۹۲)، طرح پژوهشی "انجام عملیات گراویمتری به حجم ۵۵۰ نقطه ایستگاهی در استان آذربایجان غربی به منظور شناسایی نقاط امیدبخش انرژی ژئوترمال"، دانشگاه شاهرود.

ابراهیم زاده اردستانی، و.، (۱۳۸۹) "گرانیسنجی کاربردی" چاپ اول، انتشارات دانشگاه تهران، تهران، ۲۳۰ صفحه.

امامی، م.ه.، (۱۳۷۱)، نقشه زمین شناسی ۱/۲۵۰۰۰۰ آران، سازمان زمین شناسی و اکتشافات معدنی کشور

امامی، م.ه. و حاجیان، ج.، (۱۹۸۱)، نقشه زمین شناسی ۱/۲۵۰۰۰۰ قم، سازمان زمین شناسی و اکتشافات معدنی کشور

امیدی، پ.، (۱۳۶۹)، پایان‌نامه ارشد: "تحلیل خمیدگی ساختاری تاقدیس البرز-شمال قم"، دانشکده علوم، دانشگاه تربیت مدرس تهران.

پارسی، م.، (۱۹۷۴)، گزارش داخلی: "یادداشت زمین‌شناسی وضع ذخایر نفتی تاقدیس‌های البرز غربی و البرز شرقی"، مدیریت اکتشاف شرکت ملی نفت ایران.

علوی نائینی، م.، (۱۳۸۴)، نقشه زمین شناسی ۱/۱۰۰۰۰۰ جام، سازمان زمین شناسی و اکتشافات معدنی کشور.

مرادزاده، ع.، دولتی ارده‌جانی، ف.، (۱۳۸۵)، طرح پژوهشی: "اکتشاف و مدل‌سازی مغناطیسی کانسار آهن اجت آباد سمنان"، دانشگاه صنعتی شاهرود، ۸۱ صفحه.

ولدی، ک.، (۱۳۹۱)، پایان‌نامه ارشد: "تحلیل ساختاری چین‌خوردگی و گسلش در ناحیه چهل دختر (شمال خاوری شاهرود)"، دانشکده‌ی مهندسی معدن، نفت و ژئوفیزیک، دانشگاه صنعتی شاهرود.

- Ahmed, N., Natarjan, T., and Rao, K. R. (1974) "Discrete cosine transform" IEEE Trans Compute, Vol. 23, No. 1, pp 90 – 93.
- Al-Garni, M. A., (2010) "Magnetic survey for delineating subsurface structures and estimating magnetic sources depth, Wadi Fatima, KSA" Journal of King Saud University (Science), Vol. 22, pp 87–96.
- Ansari, A. H., and Alamdar, K., (2011) "A new edge detection method based on the analytic signal of tilt angle (ASTA) for magnetic and gravity anomalies, Iranian Journal of Science & Technology, A2: pp 81-88.
- Beamish, D., (2012) "The application of spatial derivatives to non-potential field data interpretation" Geophysical Prospecting, Vol. 60, pp 337–360.
- Beamish, D., and J. C. White, (2011) "Aeromagnetic data in the UK: A study of the information content of baseline and modern surveys across Anglesey, North Wales" Geophysical Journal International, Vol. 184, pp 171–190.
- Beiki, M., and Pedersen, L. B, (2010) "Eigenvector analysis of gravity gradient tensor to locate geologic bodies", Geophysics, Vol. 75, pp I37–I49.
- Bell, R., (1998) "Gravity gradiometry", Scientific American, Vol. 278, No. 6, pp 74–79,1998.
- Bell, R., Anderson, R., and Pratson, L, (1997) "Gravity gradiometry resurfaces", The Leading Edge, Vol. 16, No. 1, pp 55 –60.
- Bell, R., and Hansen, R. O., (1998) "The rise and fall of early oil field technology", The torsion balance gradiometer" The Leading Edge, Vol. 17, pp 81–83.
- Blakely, J.R., (1995) "Potential theory in gravity and magnetic applications" Cambridge University Press, 441 p.
- Boring, E., (1998) "Visualization of Tensor Fields" Master's thesis, University of California, Santa Cruz, USA.
- Britanak, V., (2001) "Discrete Cosine and Sine Transforms" The Transform and Data Compression Handbook Ed. K. R. Rao et al. Boca Raton, CRC Press LLC.
- Cameron, B., and S. Goussev, (2010) "3D Goussev filter-A signal separation and edge detection filter applied to aeromagnetic data in the Great Australian Bight" The Leading Edge, Vol. 29, pp 902–905.

- Cooper, G. R. J., and Cowan, D. R., (2003) "The meter reader-Sunshading geophysical data using fractional order horizontal gradients" *The Leading Edge*, Vol. 22, No. 3, pp 204–205.
- Cordell, L., (1979) "Gravimetric expression of graben faulting in Santa Fe country and the Espanola Basin, New Mexico" *New Mexico Geol. Soc. Guidebook*, 30<sup>th</sup> Field Conf, pp 59-64.
- Cordell, L., Grauch, V.J.S., (1985) "Mapping basement magnetization zones from aeromagnetic data in the San Juan Basin, New Mexico" In: Hinze, W.J. (Ed.), *The utility of regional gravity and magnetic anomaly maps: Soc. Explor. Geophys*, pp 181-197.
- Dobrin, M.B. and Savit, C.H. (1988) "Introduction to geophysical prospecting" 4th edition, McGraw-Hill (New York), 867 p.
- Fanming, L., Yingfa, Z., Dong, Q., Jianqi, Y., (2014) "Full Tensor Geomagnetic Gradient Reference Map Building and Its Integrated Navigation Algorithm" (in Chinese), *Acta Geodaetica et Cartographica Sinica*, Vol. 43, No.3, pp 322-328.
- Fanming, L., Yingfa, Z., Xin, J., Yan, L., (2013) "Gravity Gradient parker's Fprward method and Application using Cosine Transform" (in Chinese), *Acta Geodaetica et Cartographica Sinica*, Vol 42, No 2, pp 177-183.
- Fedi, M., Ferranti, L., Florio, G., Giori, I., and Italiano, F., (2005) "Understanding the structural setting in the Southern Apennines (Italy): insight from Gravity Gradient Tensor" *Tectonophysics*, Vol. 397, pp 21-36.
- Fedi, M., and Florio, G, (2001) "Detection of potential fields source boundaries by enhanced horizontal derivative method ", *Geophysical Prospecting*, Vol. 49, No. 1, pp 40-58.
- Forsberg, R., (1984) "A study of terrain corrections, density anomalies, and geophysical inversion" methods in gravity field modeling, Report 355, Department of Geodetic Science and Surveying, Ohio State University.
- Foss, C. A., (2001) "Mapping basement relief with airborne gravity gradiometri " ASEG 15<sup>th</sup> Geophysical Conference and Exhibition, Brisbane.
- Fowles, G. R., and Cassiday, G. L., (2004) "Analytical mechanics" 7th edition, Thompson Brookse/Cole press, 574 p.
- Gerkens, J.C. (1989) "Foundation of exploration geophysics" Elsevier science publishers, 667 p.
- Gunn, P. J, (1975) "Linear transformations of gravity and magnetic fields" *Geophysical Prospecting*, Vol. 23, pp 300-312.



- Hansen, R. O., and deRidder, E., (2006) "Linear feature analysis for aeromagnetic data" *Geophysics*, Vol. 71, L61-L67.
- Hinze, W. J., Von Frese, R. B., Saad, A., (2013), "Gravity and Magnetic Exploration: Principles, Practices, and Application", Cambridge University Press, 525 p.
- Jiang, F. Y. and Gao L. K., (2012), "Edge enhancement of gravity anomalies and gravity gradient tensors using an improved small sub-domain filtering method", *Applied Geophysics*, Vol. 9, No. 2, pp 119-130.
- Jiang, F. Y., Huang, Y., & Yan, K. (2012) "Full gravity gradient tensors from vertical gravity by cosine transform" *Applied Geophysics*, Vol. 9, No. 3, pp 247–260.
- Kane, M. F., (1962) "A comprehensive system of terrain corrections using a digital computer", *Geophysics*, vol. 27, No. 4, pp. 455-462.
- Li, X. and Chouteau, M., (1998) "Three-Dimensional gravity modeling in all space", *Surveys in Geophysics*, vol. 19, no 4, pp 339-368.
- Mickus, K. L., and Hinojosa, J. H, (2001) "The complete gravity gradient tensor derived from vertical component of gravity: a Fourier transform technique", *Journal of Applied Geophysics*, Vol. 46, pp 159-174.
- Mikhailov, V., Pajot, G., Diament, M., and Price, A., (2007) "Tensor deconvolution: A method to locate equivalent sources from full tensor gravity data", *Geophysics*, Vol. 72, No. 5, I61-I69.
- Miller, H. and Singh, V., (1994) "Potential field tilt-A new concept for location of potential field sources" *Journal of Applied Geophysics*, Vol. 32, pp 213-217.
- Montana, C. J., Mickus, K. L., and Peeples, W. J., (1992) "Program to calculate the gravitational field and gravity gradient tensor resulting from a system of right rectangular prisms" *Computers & Geosciences*, Vol. 18, No. 5, pp 587-602.
- Murphy, C. A., (2004) "The Air-FTG airborne gravity gradiometer system" In: Lane, R.J.L. (Ed.), *Airborne Gravity 2004-Abstracts from the ASEG-PESA Airborne Gravity 2004 Workshop*, Geoscience Australian Record, No. 18, pp 7–14.
- Murphy, C. A., (2007) "Interpreting FTG Gravity data using horizontal Tensor components" *EGM 2007 International Workshop-Innovation. EM, Grav. and Mag. Methods, New Perspective for Exploration*.
- Murphy, C. A., and Brewster, J., (2007) "Target delineation using full tensor gravity gradiometry data" *ASEG, Extended abstract*.
- Murphy, C. A., and Dickinson, J. L., (2010) "Geological mapping and targeting using invariant tensor analysis on full tensor" *EGM 2010 International Workshop, Adding new value to electromagnetic, gravity and magnetic methods for exploration*.

- Nagy, D. (1966) "The gravitational attraction of a right rectangular prism", *Geophysics*, vol. 31, No 2.
- Oppenheim, A. V., Willsky, A. S. and Nawab, S. H., (1997) "Signals and Systems", 2nd edition, Prentice-Hall Inc, 957 p.
- Oruç, B. and Keskinsezer, A., (2008) "Detection of causative bodies by normalized full gradient of aeromagnetic anomalies from east Marmara region, NW Turkey" *Journal of Applied Geophysics* 65, pp. 39-49.
- Oruç, B., and Keskinsezer, A., (2008) "Structural setting of the Northeastern Biga Peninsula (Turkey) from tilt derivatives of gravity gradient tensors and magnitude of horizontal gravity components" *Pure Appl. Geophys*, Vol. 165, pp 1913-1927.
- Oruç, B., Sertcelik, I., Kafadar, O., and Selim, H. H., (2013) "Structural interpretation of the Erzurum Basin, eastern Turkey, using curvature gravity gradient tensor and gravity inversion of basement relief " *J. Appl. Geophys*, Vol. 88, pp 105-113.
- Parasnis, D. S., (1986) "Principles of Applied Geophysics", 4th edition ,Chapman and Hall press, 412 p.
- Pedersen, L. B., and Rasmussen, T. M., (1990) "The gradient tensor of potential field anomalies: some implication on data collection and processing of maps" *Geophysics*, Vol. 55, pp 1558-1566.
- Pratson, L. F. et al., (1998) "Results from a high-resolution, 3-D marine gravity gradiometry survey over a salt structure, Mississippi Canyon area, Gulf of Mexico. In: Gibson, R., Millegan, P. ŽEds., *Geological Applications of Gravity and Magnetics: Case Histories*", American Association of Petroleum Geologists, Tulsa, OK, pp 139-148.
- Proakis, J. G. and Manolakis, D. G., (1996) "Digital Signal Processing, Principles, Algorithms and Applications", third edition, Prentice-Hall Inc, 1032 p.
- Reynolds, J.M. (1997) "An introduction to applied and environmental geophysics" John Wiley & Sons, 796 p.
- Saad, A., (2006) " Understanding gravity gradients-a tutorial", *The Leading Edge*, Vol. 25, No. 8, pp 942-949.
- Salem, A., Williams, S., Fairhead, J. D., Ravat, D., and Smith, R., (2007) "Tilt-depth method: A simple depth estimation method using first-order magnetic derivatives" *The Leading Edge*, pp 1502-1505.
- Salem, A., S. Williams, D. Fairhead, R. Smith, and D. Ravat, (2008) "Interpretation of magnetic data using tilt-angle derivatives" *Geophysics*, 73, No. 1, L1-L10.

- Telford, W.M. Geldart, L.P. and Sheriff, R.C. (1991) "Applied geophysics" 2nd edition, Cambridge University Press, 770 p.
- Vasco, D. W., (1989) "Resolution and variance operators of gravity and gravity gradiometry", *Geophysics*, Vol. 54, No. 7, pp 889–899.
- Vasco, D. W., and Taylor, C., (1991) "Inversion of airborne gravity gradient data, southwestern Oklahoma" *Geophysics*, Vol. 54, pp 90–101.
- Verduzco B. J. D., Fairhead C. M., Green C. and MacKenzie., (2004) "new insights into magnetic derivatives for structural mapping" *The Leading Edge*, Vol. 23, pp 116-119.
- Wang, W. Y., Zhang, G. C., and Liang, J. S., (2010) "Spatial variation law of vertical derivative zero points for potential field data" *Applied Geophysics*, Vol. 7, No. 3, pp 197-209.
- Zhang, C., Mushayandebvu, M. F., Reid, A. B., Fairhead, J. D., and Odegard, M. E., (2000) "Euler deconvolution of gravity tensor gradient data", *Geophysics*, Vol. 65, No. 2, pp 512–520.
- Zhang, F. X., Meng, L. S., M., Zhang, F. Q., Liu, C., Wu, Y. G., and Du, X. J., (2006) "A new method for spectral analysis of the potential field and conversation of derivatives of gravity anomalies: Cosine transform" *Chinese Journal of Geophysics*, Vol. 49, No. 1, pp 196–202.
- Zhou, W., Du, X., and Li, J., (2013) "The limitation of curvature gravity gradient tensor for edge detection and a method for overcoming it " *Journal of Applied Geophysics*, Vol. 98, pp 237-242.

## Abstract

Potential field data such as gravity are widely used in the exploration of natural resources, engineering works and archeology. In order to detect and enhance the subsurface targets with potential field data, the variety methods created and used to extract the features of the structure. Usage of gravity gradient tensor (GGT) components rather than the vertical component of the gravity anomalies is more suitable to detect subsurface structures and increases the accuracy of the interpretation. For this reason, many researchers have used the gravity gradient tensors to interpret gravity anomalies, especially for detecting the border of anomalies. In this study, we used gradient tensor components despite of vertical and horizontal gradients of gravity data for interpretation of gravity anomalies due to subsurface bodies. Also, the benefits of using the gravity gradient tensors to detect subsurface anomalies in both synthetic and real data are investigated. For this purpose, a program has been written in MATLAB environment, that calculates the gradient tensor components of gravity data by the Fourier and cosine transforms. The results shows, the components of the gravity gradient tensor are derived from two transforms are suitable, but the cosine transform method is more suitable for the stability against noise. Then another code has written in MATLAB software, which uses the eigenvalues of tensors and tilt derivatives for separating and detecting of gravity anomalies derived from artificial models and real data. In the other hands, this study describes an edge enhancement technique based on the eigenvalues and tilt derivatives obtained from the gravity gradient tensor.

The obtained results have shown that the eigenvalues of tensors respect are sensitive to density contrast and they could not detect all of the anomalies alone, so that the zero contours of the small Eigenvalues of GGT only can be delineate edges of bodies have negative density contrast and location of the edges of the anomalous sources. Unlike, the zero contours of the large eigenvalues of gravity gradient tensor only can be delineate edges of bodies have positive density contrast. However, in real geological structures and anomalies at the same time exist both kind of density contrast and this method cannot be used in delineation of edges of causative bodies. To overcome this problem, here have been used improved eigenvalue (IE) of GGT. The improved method can be utilized to outline edges of causative sources in any case.

The results from the Applying the tilt derivatives filters on synthetic and real data have shown that the combination of gravity gradient tensor components with tilt angle provide excellent results in determining the edges of anomalous bodies. The  $\theta_x$  and  $\theta_y$  have maximum-minimum pair along the edges that are perpendicular to x and y axis direction, respectively. The filters  $\theta_z$  and  $\theta_{MHC}$  have zero and maximum value on edges of the anomalous bodies, respectively. Both tilt derivatives and IE filters has agreed closely in detecting the horizontal locations of geological features in the subsurface with good precision.

**Keywords:** Gravity Gradient Tensor, Fourier and Cosine Transform, Eigenvalue, Tilt Derivatives, Edge detection.



**University of Shahrood**

**Faculty Of Mining, Petroleum and Geophysics**

**Petroleum and Geophysics Department**

**Interpretation of gravity anomalies using gravity  
gradient tensors.**

**Matin Khaledzadeh**

**Supervisor:**

**Dr. Hamid Aghajani**

**September 2015**