

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ



دانشکده مهندسی معدن، نفت و ژئوفیزیک

مدل‌سازی وارون غیرخطی سه بعدی داده‌های گرانی سنجی به منظور مطالعهٔ توپوگرافی سنگ بستر

دانشجو:

مجتبی توکلی

استاد راهنما:

دکتر علی نجاتی کلاته

استاد مشاور:

دکتر شهاب قمی

پایان‌نامه کارشناسی ارشد جهت دریافت درجه کارشناسی ارشد

۱۳۹۲



مدیریت تحصیلات تکمیلی

فرم شماره (۶)

بسمه تعالی

شماره :

تاریخ :

ویرایش :

فرم صورتجلسه دفاع پایان نامه تحصیلی دوره کارشناسی ارشد

با تأییدات خداوند متعال و با استعانت از حضرت ولی عصر (عج) جلسه دفاع از پایان نامه کارشناسی ارشد آقای مجتبی توکلی رشته ژئوفیزیک گرایش گرانی سنجی تحت عنوان مدل سازی وارون غیرخطی سه بعدی داده های گرانی سنجی به منظور مطالعه توپوگرافی سنگ بستر که در تاریخ ۹۲/۰۶/۱۹ با حضور هیأت محترم داوران در دانشگاه صنعتی شاهرود برگزار گردید به شرح زیر است :

قبول (با درجه : امتیاز)	<input type="checkbox"/>	دفاع مجدد	<input type="checkbox"/>	مردود	<input type="checkbox"/>
---------------------------------------	--------------------------	-----------	--------------------------	-------	--------------------------

۲- بسیار خوب (۱۸ - ۱۸/۹۹)

۱- عالی (۱۹ - ۲۰)

۴- قابل قبول (۱۴ - ۱۵/۹۹)

۳- خوب (۱۶ - ۱۷/۹۹)

۵- نمره کمتر از ۱۴ غیر قابل قبول

امضاء	مرتبه علمی	نام و نام خانوادگی	a عضو هیأت داوران
		دکتر علی نجاتی کلاته	۱- استاد راهنما
		دکتر شهاب قمی	۲- استاد مشاور
		دکتر امین روشندل کاهو	۳- نماینده شورای تحصیلات تکمیلی
		دکتر حمید آقاجانی	۴- استاد ممتحن
		دکتر رضا قوامی ربابی	۵- استاد ممتحن

تأیید رئیس دانشکده :

این پایان نامه تحت حمایت مدیریت اکتشاف شرکت ملی نفت
ایران تهیه شده است.

تقدیم به

پدر و مادر مهربانم

و تقدیم به

ریحانه

عزیزتر از جانم

تقدیر و تشکر:

خداوند منان را شاکرم که توفیق نگارش این پایان نامه را به من عطا فرمود. وظیفه خود می دانم مراتب سپاسگذاری خود را از استاد گرانقدر دکتر علی نجاتی به عنوان استاد راهنما و جناب آقای دکتر شهاب قمی به عنوان استاد مشاور به خاطر تجارب ارزشمندشان و کمک به این جانب در نگارش این پایان نامه اعلام نمایم. همچنین از مجموعه شرکت ملی نفت ایران و به طور خاص مدیریت اکتشاف شرکت ملی نفت ایران به دلیل در اختیار قرار دادن داده ها و حمایت های همه جانبه کمال تشکر را دارم. از زحمات اساتید گرانقدر خود در طول دوره تحصیلی فوق لیسانس دکتر پیروز، دکتر کامکار روحانی، دکتر آقاجانی، دکتر عرب امیری و دکتر دولتی که با مساعدت های علمی خود به اینجانب لطف شایانی داشتند، قدردانی می کنم. در پایان از همسر عزیزم که علاوه بر مساعدت های روحی در کار ویرایش و تایپ این پایان نامه نیز کمک شایانی به اینجانب نمودند تشکر می کنم.

در ادامه از جناب آقایان دکتر حمید آقاجانی و دکتر رضا قوامی ریایی، به عنوان اساتید داور، که نقش به سزایی در به سرانجام رساندن این پایان نامه داشته اند کمال تشکر و قدردانی را دارم.

چکیده:

هدف نهایی در روش‌های ژئوفیزیک تفسیر و تعیین خصوصیات ساختارهای زمین‌شناسی از روی داده‌های اندازه‌گیری شده است، اما در حالت کلی تقریب ساختارهای زمین‌شناسی با مدل‌های فیزیکی بسیار مشکل است. معمولاً در روش‌های مدل‌سازی خصوصیات فیزیکی مانند چگالی یا خودپذیری مغناطیسی و خصوصیات هندسی مانند عمق مربوط به ساختار به عنوان پارامترهای مدل و اندازه‌گیری‌های ژئوفیزیکی به عنوان مفروضات (داده‌ها)، تلقی می‌گردند. با توجه به وجود ساختارهای رسوبی فراوان در ایران که اغلب از اهمیت اقتصادی بالایی برخوردارند (مانند تله‌های نفتی)، مدل‌سازی سنگ بستر در تفسیرهای تکمیلی از داده‌های گرانی‌سنجی و مغناطیس‌سنجی، می‌تواند اطلاعات ارزشمندی در اختیار مفسر قرار دهد.

مدل‌سازی وارون، یکی از جالب‌ترین ابزارهای عددی به‌منظور به‌دست آوردن تصاویر دوبعدی و سه‌بعدی از ساختارهای زمین‌شناسی است. در این مطالعه از مدل‌سازی وارون غیرخطی داده‌های گرانی‌سنجی و مغناطیس جهت تعیین توپوگرافی سنگ بستر استفاده می‌شود. در این فرآیند مدل‌سازی، یک سنگ بستر عموماً بوسیله یک سری از بلوک‌های راست‌گوشه کنارهم چیده شده، مدل شده و سپس ضخامت آنها محاسبه می‌شود. در ابتدا با استفاده از ابزار ریاضی سری تیلور مسأله غیر خطی به یک مسأله خطی در نزدیکی مدل اولیه تبدیل می‌شود. الگوریتم تهیه شده بر مبنای روش مارکوارت-لونبرگ، طی تکرارهای مختلف با مقایسه داده‌های واقعی و داده‌های مدل تعدیل یافته، مدل اولیه را بهبود می‌دهد.

به منظور نشان دادن کارایی برنامه‌های رایانه‌ای ارائه شده، ابتدا مدل‌سازی وارون برای داده‌های مصنوعی بدون نوفه و حاوی نوفه صورت گرفت. در پایان مدل‌سازی روی قسمتی از داده‌های گرانی‌سنجی و مغناطیس ابردژ در جنوب ورامین انجام شد که نتایج به دست آمده با دیگر مطالعات و زمین‌شناسی منطقه هم‌خوانی دارد.

تعهد نامه

اینجانب مجتبی توکلی دانشجوی دوره کارشناسی ارشد رشته ژئوفیزیک دانشکده معدن، نفت و ژئوفیزیک دانشگاه صنعتی شاهرود نویسنده پایان نامه مدل سازی وارون غیرخطی سه بعدی داده های گرانی سنجی به منظور مطالعه توپوگرافی سنگ بستر تحت راهنمایی جناب آقای دکتر علی نجاتی کلاته متعهد می شوم .

- تحقیقات در این پایان نامه توسط اینجانب انجام شده است و از صحت و اصالت برخوردار است .
- در استفاده از نتایج پژوهشهای محققان دیگر به مرجع مورد استفاده استناد شده است .
- مطالب مندرج در پایان نامه تاکنون توسط خود یا فرد دیگری برای دریافت هیچ نوع مدرک یا امتیازی در هیچ جا ارائه نشده است .
- کلیه حقوق معنوی این اثر متعلق به دانشگاه صنعتی شاهرود می باشد و مقالات مستخرج با نام « دانشگاه صنعتی شاهرود » و یا « Shahrood University of Technology » به چاپ خواهد رسید .
- حقوق معنوی تمام افرادی که در به دست آمدن نتایج اصلی پایان نامه تأثیرگذار بوده اند در مقالات مستخرج از پایان نامه رعایت می گردد.
- در کلیه مراحل انجام این پایان نامه، در مواردی که به حوزه اطلاعات شخصی افراد دسترسی یافته یا استفاده شده است اصل رازداری ، ضوابط و اصول اخلاق انسانی رعایت شده است .

تاریخ

امضای دانشجو

مالکیت نتایج و حق نشر

- کلیه حقوق معنوی این اثر و محصولات آن (مقالات مستخرج ، کتاب ، برنامه های رایانه ای ، نرم افزار ها و تجهیزات ساخته شده است) متعلق به دانشگاه صنعتی شاهرود می باشد . این مطلب باید به نحو مقتضی در تولیدات علمی مربوطه ذکر شود .
- استفاده از اطلاعات و نتایج موجود در پایان نامه بدون ذکر مرجع مجاز نمی باشد.

فهرست مطالب

فصل اول.....	۱
کلیات.....	۱
۱-۱- مقدمه.....	۲
۲-۱- جایگاه روشهای گرانی سنجی و مغناطیس سنجی در اکتشاف ذخایر هیدروکربوری.....	۳
۱-۲-۱- جایگاه گرانی سنجی.....	۳
۲-۲-۱- جایگاه مغناطیس سنجی.....	۴
۳-۱- چگالی و خودپذیری مغناطیسی در سنگها و کانیها.....	۴
۱-۳-۱- چگالی.....	۴
۲-۳-۱- خودپذیری مغناطیسی.....	۶
۴-۱- سابقه مطالعات انجام شده.....	۸
۵-۱- ضرورت انجام پایان نامه.....	۹
۶-۱- هدف از انجام پایان نامه.....	۱۰
۷-۱- ساختار پایان نامه.....	۱۰
فصل دوم.....	۱۲
معرفی و فرمول بندی مسائل وارون.....	۱۲
۱-۲- مقدمه ای بر مسائل وارون.....	۱۳
۲-۲- فرمول بندی مسائل پیشرو و وارون در ژئوفیزیک.....	۱۵
۱-۲-۲- میدان گرانی.....	۱۸
۲-۲-۲- میدان مغناطیسی.....	۲۱

۲۳ مسائل وارون خطی
۲۳ مسائل وارون گسسته خطی
۲۵ حل مسائل وارون خطی فرابراورد
۲۶ حل مسائل وارون خطی فروبرآورد
۲۸ تحلیل داده‌ها و پارامترها در مسائل وارون
۲۸ ۱-۷-۲ ماتریس تحلیل داده‌ها
۳۰ ۲-۷-۲ ماتریس تحلیل پارامترهای مدل
۳۱ ۸-۲ روش حداقل مربعات وزن داده شده
۳۳ ۹-۲ مسائل وارون غیرخطی
۳۷ ۱۰-۲ روشهای تکرار
۴۱ ۱۱-۲ خطی سازی مسائل غیرخطی
۴۵ فصل سوم
۴۵ تئوری روش وارون سازی، الگوریتم و زیربرنامه‌های رایانه‌ای
۴۶ ۱-۳ مقدمه
۴۶ ۲-۳ مدل سازی وارون سه بعدی داده‌های گرانی سنجی
۵۲ ۳-۳ مدل سازی وارون سه بعدی داده‌های مغناطیسی
۵۸ فصل چهارم
۵۸ وارون سازی داده‌های مصنوعی و کارایی برنامه‌های رایانه‌ای
۵۹ ۱-۴ مقدمه
۵۹ ۲-۴ مدل مصنوعی بدون نوفه گرانی سنجی
۶۲ ۳-۴ مدل مصنوعی به همراه نوفه گرانی سنجی
۶۲ ۱-۳-۴ مدل مصنوعی گرانی سنجی به همراه چهار درصد نوفه

۶۴ مدل مصنوعی گرانیتی سنجی به همراه هفت درصد نوفه
۶۷ مدل مصنوعی بدون نوفه مغناطیسی
۷۰ مدل مصنوعی به همراه نوفه مغناطیسی
۷۰ مدل مصنوعی مغناطیسی به همراه چهار درصد نوفه
۷۳ مدل مصنوعی مغناطیسی به همراه هفت درصد نوفه
۷۶ فصل پنجم
۷۶ وارون سازی داده های واقعی
۷۷ ۱-۵ مقدمه
۷۷ ۲-۵ موقعیت جغرافیایی و زمین شناسی منطقه
۷۹ ۳-۵ مدل سازی سه بعدی داده های واقعی گرانیتی سنجی
۸۳ ۴-۵ مدل سازی سه بعدی داده های واقعی مغناطیس سنجی
۸۸ فصل ششم
۸۸ نتیجه گیری و پیشنهادها
۸۹ ۱-۶ نتیجه گیری و پیشنهادها
۹۱ منابع

فهرست اشکال

- شکل ۱-۱. مقایسه چگالی در سنگ‌های مختلف..... ۶
- شکل ۱-۲. مقایسه خودپذیری مغناطیسی در سنگ‌های مختلف..... ۸
- شکل ۱-۲. میدان گرانی بی‌هنجار روی یک کانسار معدنی با چگالی بالا (ژادونوف ۲۰۰۲)..... ۲۱
- شکل ۲-۲. میدان مغناطیسی بی‌هنجار روی یک توده با خودپذیری مغناطیسی بالا (تلفورد، ۱۹۹۰)..... ۲۲
- شکل ۳-۲. رسم ردیفهای ماتریس N که بیانگر معیاری از تطابق داده‌های پیشبینی شده توسط مدل و داده‌های واقعی است. بیشینه‌های تیز در نزدیکی قطر اصلی N نشانگر این است که وارون‌سازی به درستی انجام شده است. (منکه، ۱۹۸۹)..... ۲۹
- شکل ۴-۲. رسم ردیفهای ماتریس R به عنوان معیاری از تطابق پارامترهای واقعی مدل و پارامترهای تخمینی توسط وارون‌سازی، بیشینه‌های تیز در نزدیک قطر اصلی R نشانگر صحت عملیات وارون‌سازی است. (منکه، ۱۹۸۹)..... ۳۱
- شکل ۵-۲. مقطع یک حوضه رسوبی که به وسیله بلوک‌های مستطیل شکل از یک سو نامتناهی مدل‌سازی شده است. (بلکلی، ۱۹۹۶)..... ۳۸
- شکل ۶-۲. مدل سه بعدی استفاده شده در روش کوردل و هریسن (بلکلی، ۱۹۹۶)..... ۳۹
- شکل ۷-۲. تقسیم گرانی بازمند به دو مولفه، مولفه ایجاد شده ناشی از تغییرات چگالی در داخل پی‌سنگ و مولفه ایجاد شده ناشی از پر شدن حوضه رسوبی. خط چین، اندازه‌گیریهای انجام شده در روی رخنمون پی‌سنگ و دایره‌ها اندازه‌گیریهای انجام شده در روی پوشش رسوبی را نشان میدهد. (بلکلی، ۱۹۹۶)..... ۴۱
- شکل ۱-۳. نمایش مدل حوضه رسوبی توسط مجموعه‌ای از بلوک‌های راست گوشه..... ۴۷
- شکل ۲-۳. نمایش یک بلوک راست گوشه که جهت انجام مدل‌سازی استفاده می‌شود..... ۴۸
- شکل ۳-۳. الگوریتم برنامه وارون‌سازی داده‌های گرانی‌سنجی..... ۵۱

- شکل ۳-۴. الگوریتم برنامه وارون سازی داده‌های مغناطیسی ۵۶
- شکل ۴-۲. میزان خطای RMS در هر تکرار برای مدل مصنوعی بدون نوفه ۶۱
- شکل ۴-۳. ماتریس تحلیل داده‌ها و ماتریس تحلیل پارامترهای مدل برای مدل مصنوعی بدون نوفه، به قطری و نواری بودن ماتریس‌ها که نشانگر دقت مدل سازی است توجه شود. ۶۱
- شکل ۴-۵. میزان خطای RMS در هر تکرار برای مدل مصنوعی با چهار درصد نوفه ۶۴
- شکل ۴-۶. ماتریس تحلیل داده‌ها و ماتریس تحلیل پارامترهای مدل برای مدل مصنوعی با چهار درصد نوفه، به قطری و نواری بودن ماتریس‌ها که نشانگر دقت مدل سازی است توجه شود. ۶۴
- شکل ۴-۷. الف) مدل مصنوعی و بی‌هنجاری گرانی ناشی از آن باضافه هفت درصد نوفه، ب) نتیجه مدل سازی وارون برای مدل مصنوعی با هفت درصد نوفه ۶۵
- شکل ۴-۸) میزان خطای RMS در هر تکرار برای مدل مصنوعی با هفت درصد نوفه ۶۶
- شکل ۴-۹) ماتریس تحلیل داده‌ها و ماتریس تحلیل پارامترهای مدل برای مدل مصنوعی با هفت درصد نوفه، به قطری و نواری بودن ماتریس‌ها که نشانگر دقت مدل سازی است توجه شود. ۶۶
- شکل ۴-۱۰. الف) مدل مصنوعی بدون نوفه یک حوضه رسوبی و بی‌هنجاری مغناطیسی ناشی از آن، ب) نتیجه مدل سازی وارون برای مدل مصنوعی بدون نوفه و بی‌هنجاری مغناطیسی پیش‌بینی شده ۶۸
- شکل ۴-۱۱. میزان خطای RMS در هر تکرار برای مدل مصنوعی بدون نوفه مغناطیسی ۶۹
- شکل ۴-۱۲. ماتریس تحلیل داده‌ها و ماتریس تحلیل پارامترهای مدل برای مدل مصنوعی بدون نوفه، به قطری و نواری بودن ماتریس‌ها که نشانگر دقت مدل سازی است توجه شود. ۶۹
- شکل ۴-۱۳. الف) مدل مصنوعی و بی‌هنجاری مغناطیسی ناشی از آن باضافه چهار درصد نوفه، ب) نتیجه مدل سازی وارون برای مدل مصنوعی با چهار درصد نوفه ۷۱
- شکل ۴-۱۴. میزان خطای RMS در هر تکرار برای مدل مصنوعی مغناطیسی با چهار درصد نوفه ۷۲
- شکل ۴-۱۵. ماتریس تحلیل داده‌ها و ماتریس تحلیل پارامترهای مدل برای مدل مصنوعی مغناطیسی با چهار درصد نوفه ۷۲

- شکل ۴-۱۶. الف) مدل مصنوعی و بی‌هنجاری مغناطیسی ناشی از آن باضافه هفت درصد نوفه، ب) نتیجه مدلسازی وارون برای مدل مصنوعی مغناطیسی با هفت درصد نوفه..... ۷۳
- شکل ۴-۱۷) میزان خطای RMS در هر تکرار برای مدل مصنوعی مغناطیسی با هفت درصد نوفه..... ۷۴
- شکل ۴-۱۸) ماتریس تحلیل دادهها و ماتریس تحلیل پارامترهای مدل برای مدل مصنوعی مغناطیسی با هفت درصد نوفه..... ۷۴
- شکل ۵-۱. محدوده انتخاب شده جهت انجام وارونسازی بر روی نقشه زمینشناسی سطحی منطقه (سازمان زمینشناسی و اکتشافات معدنی ایران)..... ۷۹
- شکل ۵-۲. نقشه گرانی بوگه مربوط به محدوده انتخاب شده جهت انجام وارونسازی..... ۸۰
- شکل ۵-۳. الف) دادههای واقعی گرانیسنجی، ب) نتیجه مدلسازی وارون روی دادههای واقعی..... ۸۱
- شکل ۵-۴. میزان خطای RMS در هر تکرار در وارونسازی دادههای واقعی گرانیسنجی..... ۸۲
- شکل ۵-۵. الف) ماتریس تحلیل دادهها، ب) ماتریس تحلیل پارامترهای مدل برای مدل سازی دادههای واقعی گرانیسنجی. به قطری بودن ماتریسها که نشانگر دقت مدلسازی است توجه شود..... ۸۳
- شکل ۵-۶. نقشه بیهنجاری مغناطیسی مربوط به محدوده انتخاب شده جهت انجام وارونسازی..... ۸۳
- شکل ۵-۹. الف) دادههای واقعی مغناطیسیسنجی، ب) نتیجه مدلسازی وارون روی دادههای واقعی..... ۸۶
- شکل ۵-۱۰. میزان خطای RMS در هر تکرار در وارونسازی دادههای واقعی مغناطیس..... ۸۶
- شکل ۵-۱۱. الف) ماتریس تحلیل دادهها، ب) ماتریس تحلیل پارامترهای مدل برای مدل سازی دادههای واقعی مغناطیسیسنجی. به قطری بودن ماتریسها که نشانگر دقت مدلسازی است توجه شود..... ۸۷

فصل اول

کلیات

به طور کلی ژئوفیزیک به مطالعه خصوصیات فیزیکی زمین و محیط اطراف آن می‌پردازد. تقاضای مداوم و فزاینده بهره‌برداری از فلزات و کانی‌ها و افزایش شدید مصرف هیدروکربورها، در طول سال‌های گذشته موجب توسعه بسیاری از روش‌های ژئوفیزیکی با دقت‌های زیاد برای آشکارسازی نهشته‌ها و ساختارهای غیرقابل رویت شده است. در امر اکتشاف نفت ژئوفیزیک دو وظیفه دارد که یکی پیشنهاد حفر چاه در مناطقی که وجود نفت‌گیر در آن به ثبت رسیده و دیگری جلوگیری از اقدام به حفر چاه در مناطقی که علی‌الظاهر مناسب به نظر می‌رسد، می‌باشد. به این ترتیب ملاحظه می‌شود که اقدام به انجام مطالعات ژئوفیزیکی صرف نظر از نوع نتایج حاصله از نظر اقتصادی کاملاً قابل توجیه است.

روش متداول در تحلیل داده‌های ژئوفیزیکی مشتمل بر ساخت مدل‌های زمین‌شناسی مصنوعی مختلف و مقایسه داده‌های نظری به دست آمده از این مدل‌ها با داده‌های اندازه‌گیری شده است. بر این اساس، مدل‌سازی عددی داده‌های ژئوفیزیکی به ازای پارامترهای یک مدل فرضی اصطلاحاً مسئله پیشرو^۱ نامیده می‌شود. بنابراین حل یک مسئله پیشرو امکان پیش‌بینی داده‌های ژئوفیزیکی را با دانستن ساختارهای زمین‌شناسی مفروض، فراهم می‌سازد. هدف نهایی روش‌های مختلف ژئوفیزیکی تعیین خصوصیات ساختارهای زمین‌شناسی از روی داده‌های بدست آمده است. دستیابی به این امر به خاطر پیچیدگی ساختارهای درون زمین بسیار مشکل می‌نماید. در این راستا، روش معمول شامل تقریب ساختار زمین‌شناسی مربوطه با مدل‌های ریاضی ساده و سعی در تعیین پارامترهای این مدل فرضی از روی داده‌های حاصل شده است، به این گونه مسائل اصطلاحاً مسائل وارون^۲ اطلاق می‌گردد. در این روش، موفقیت تفسیر ژئوفیزیکی بدست آمده به توانایی در تقریب ساختارهای زمین‌شناسی با مدل‌های منطقی و نیز راه‌کار موثر ارائه شده برای حل مسئله وارون مورد نظر، بستگی دارد.

¹ forward

² Inverse problem

۱-۲- جایگاه روش‌های گرانی‌سنجی و مغناطیس‌سنجی در اکتشاف ذخایر

هیدروکربوری

۱-۲-۱- جایگاه گرانی‌سنجی

روش گرانی‌سنجی در ابتدا برای مکان‌یابی گنبد‌های نمکی در آمریکا و مکزیک و بعدها برای یافتن ساختارهای زمین‌شناسی زیرسطحی از جمله طاقدیس‌ها در جنوب‌غرب آمریکا به کار می‌رفته است. امروزه نیز روش گرانی‌سنجی در شناسایی انواع مختلفی از ساختارهای زیرسطحی که سهمی در تله انداختن مواد هیدروکربوری دارند به نحو مؤثری به کار برده می‌شود. اختلاف زیاد چگالی بین این ساختارهای زیرسطحی و تشکیلات اطراف منجر به شناسایی آنها به وسیله روش گرانی‌سنجی می‌شود. به طوری که در بعضی موارد تنها به وسیله این روش می‌توان محل حفاری‌ها را معین نمود (دوبرین و ساویت، ۱۹۸۸).

در اکتشاف نفت در یک منطقه اکتشاف نشده که هیچ نوع اطلاعات زمین‌شناسی از آن موجود نمی‌باشد، اولین سؤالی که مطرح می‌باشد این است که آیا حوضه رسوبی به اندازه کافی بزرگ و ضخیم است یا نه؟ اگر شرایط زمین‌شناسی مناسب باشد به وسیله روش گرانی‌سنجی با سرعت نسبتاً زیاد و هزینه کم می‌توان اطلاعات مفیدی را در این مورد به دست آورد. دانسیته غالب سنگ‌های رسوبی کمتر از پی‌سنگ می‌باشد. بنابراین به کمک روش گرانی‌سنجی می‌توان مرز بین آنها و در نتیجه ضخامت کل سنگ‌های رسوبی را مشخص کرد. روش گرانی‌سنجی را معمولاً می‌توان در کنار روش‌های لرزه‌ای با هزینه‌ای جزئی انجام داد. ترکیب اطلاعات حاصله از کارهای لرزه‌ای و گرانی‌سنجی می‌تواند در تعیین وضعیت و موقعیت ساختارهای زمین‌شناسی مور نظر بسیار مفید واقع شود (دوبرین و ساویت، ۱۹۸۸).

۱-۲-۲ جایگاه مغناطیس‌سنجی

مغناطیس‌سنجی قدیمی‌ترین شاخه ژئوفیزیک و عملاً سرآغازی بر ژئوفیزیک کاربردی است. در مقایسه با اغلب روش‌های ژئوفیزیکی اندازه‌گیریهای صحرایی این روش راحت و ارزان بوده و در مقیاس اکتشافی نیاز به اعمال تصحیح در داده‌ها نیست. در اکتشاف نفت و گاز در مناطقی که کارهای اکتشافی قبلی در آن صورت نگرفته بوسیله روش مغناطیس‌سنجی می‌توان عمق سنگ بستر و وسعت حوضه رسوبی را تعیین کرد. به عبارت دیگر یک برنامه اکتشاف هیدروکربوری بدون کاربرد روش مغناطیسی در آن، حداقل در مرحله شناسایی، به سختی قابل قبول است.

۱-۳-۳ چگالی^۱ و خودپذیری مغناطیسی^۲ در سنگ‌ها و کانی‌ها

روش‌های ژئوفیزیکی براساس مطالعه خصوصیات میدان‌های فیزیکی قابل انتشار در داخل زمین بنیان نهاده شده‌اند که مهمترین این میدان‌ها عبارتند از گرانی، مغناطیسی، الکترومغناطیسی و میدان‌های امواج لرزه‌ای. مقادیر مشاهده‌ای مربوط به هر یک از این میدان‌ها بستگی به ویژگی‌های فیزیکی سنگ-های دربرگیرنده منطقه مورد مطالعه دارد. در روش‌های گرانی‌سنجی و مغناطیسی این خصوصیات به ترتیب عبارتند از چگالی و خودپذیری مغناطیسی. بنابراین شایسته است که مروری بر مقدار و اندازه این کمیت‌ها در سنگ‌ها و کانی‌های مختلف شود.

۱-۳-۱ چگالی

سنگ‌های رسوبی به طور متوسط دارای چگالی‌های کمتر از سنگ‌های آذرین و دگرگونی هستند. در میان سنگ‌های رسوبی کمترین چگالی را کنگلومرا و ماسه‌سنگ دارند و پس از آنها به ترتیب شیل، سنگ‌آهک و دولومیت قرار دارند. دولومیت و شیل از لحاظ چگالی، یکنواخت‌ترین انواع سنگ‌ها می-

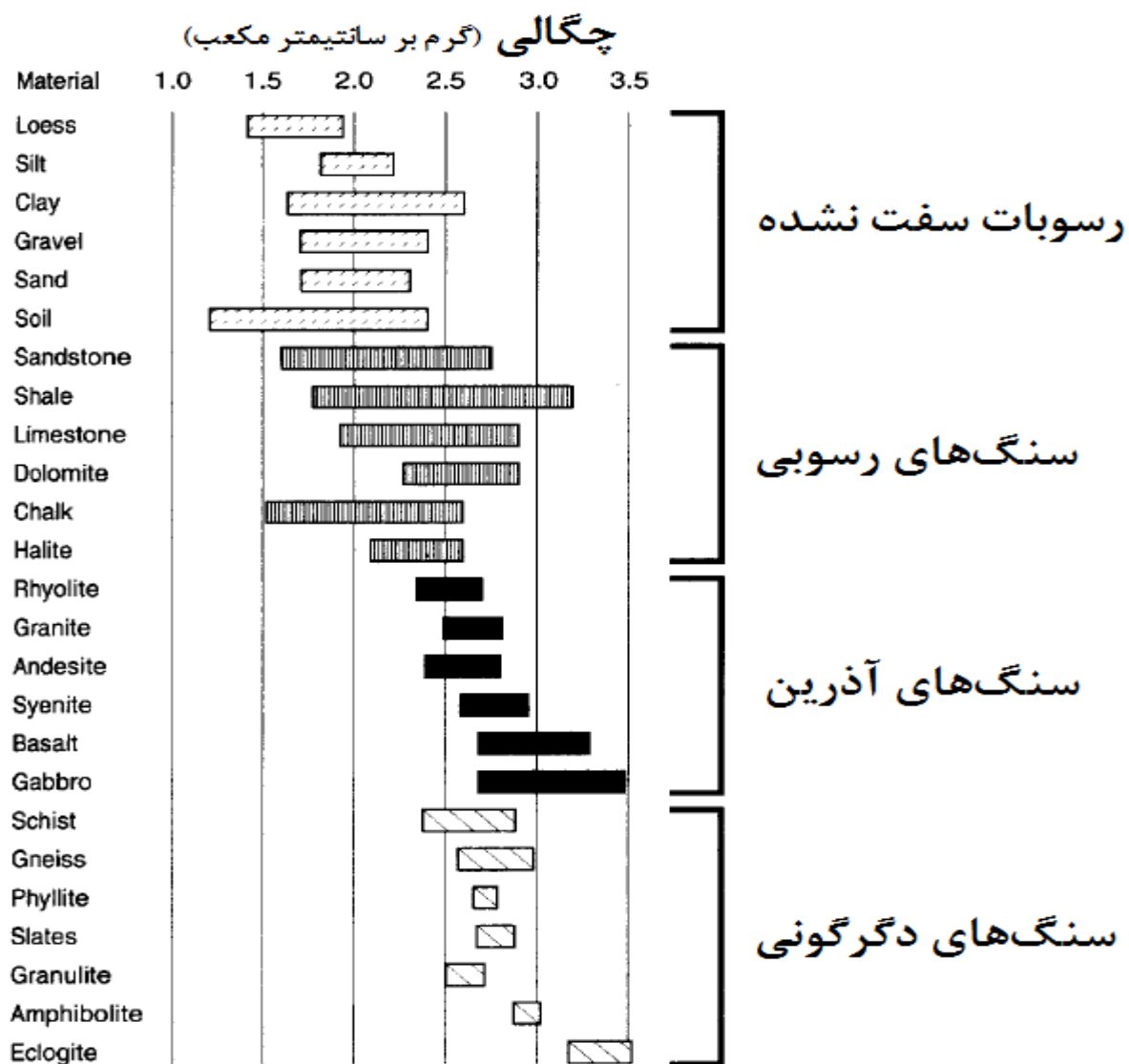
¹ density

² magnetic susceptibility

باشند. در سنگ‌های رسوبی گستره‌ی چگالی تقریباً بین ۱,۵ تا ۳,۰ گرم بر سانتیمتر مکعب است که این عموماً به دلیل تغییرات تخلخل در این نوع سنگ‌ها می‌باشد.

سنگ‌های آذرین به طور متوسط چگالتر از سنگ‌های رسوبی هستند. در میان سنگ‌های آتشفشانی، گدازه چگالی به نسبت کمی دارد در حالی که سنگ‌های نفوذی چگالی بیشتری دارند. عموماً سنگ‌های آذرین بازی از انواع اسیدی چگالتر هستند. تخلخل که در تعیین چگالی سنگ‌های رسوبی بسیار مؤثر است، اهمیت چندانی در سنگ‌های آذرین و دگرگونی ندارد.

در مورد سنگ‌های دگرگونی یک قانون کلی وجود دارد. به طور معمول چگالی با درجه‌ی دگرگونی رابطه مستقیم دارد و با افزایش درجه‌ی دگرگونی، چگالی نیز افزایش می‌یابد، زیرا این فرآیند باعث پر شدن فضاهای خالی و تبلور مجدد سنگ به نوع چگال‌تر می‌شود. نظیر سنگ‌های آذرین، معمولاً چگالی انواع سنگ‌های دگرگونی با کم شدن خاصیت اسیدی افزایش می‌یابد. در نمودار زیر مقایسه‌ای بین مقادیر چگالی در سنگ‌های مختلف آمده است (رینولدز، ۱۹۹۷):



شکل ۱-۱. مقایسه چگالی در سنگ‌های مختلف

۱-۳-۲ خودپذیری مغناطیسی

آن دسته از کانی‌ها که دارای خودپذیری منفی هستند دیامغناطیس^۱ و آنهایی که دارای خودپذیری مثبت هستند پارامغناطیس^۲ نامیده می‌شوند. به عبارت دیگر، در کانی‌های دیامغناطیس میدان

^۱ diamagnetic

^۲ paramagnetic

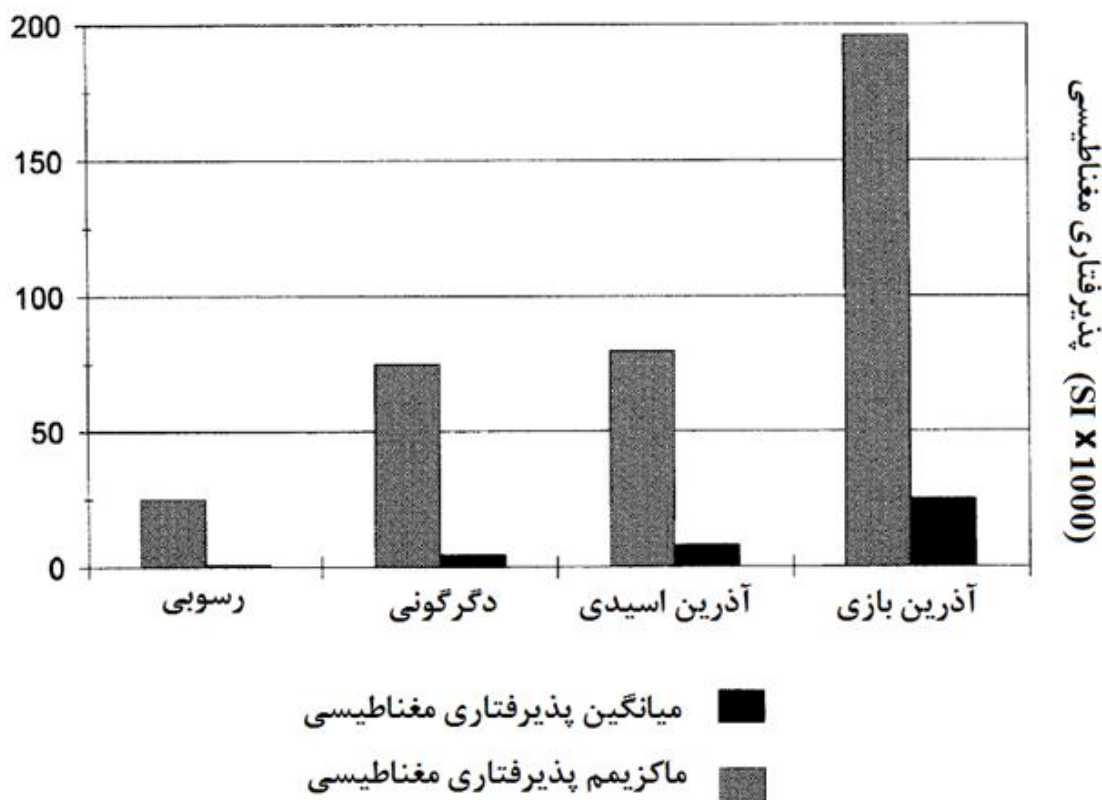
مغناطیسی القائی^۱ باعث کاهش میدان اعمالی خارجی شده در کانی‌های پارامغناطیس این میدان باعث افزایش برآیند دو میدان می‌گردد. بیشتر کانی‌های موجود در طبیعت رفتاری شبیه به دیامغناطیس و پارامغناطیس‌ها دارند، این رفتارها تا حدود زیادی بستگی به وضعیت چرخش الکترون‌های درون اتم-های مختلف دارد که باعث قرارگیری آنها در جهت و یا خلاف جهت میدان مغناطیسی خارجی اعمال شده می‌گردد و این میدان می‌تواند میدان مغناطیسی زمین باشد. تعداد کمی از کانی‌های موجود در طبیعت فرومغناطیس^۲ هستند که این کانی‌ها دارای یک قطبش مغناطیسی چگال بوده و این رفتار زمانی واقع می‌شود که گروه‌های بزرگی از اتم‌ها که حوضه‌های مغناطیسی را تشکیل می‌دهند در یک جهت ذاتی قرار گرفته باشند و باعث افزایش میدان مغناطیسی خارجی گردند. مهمترین این کانی‌ها، مگنتیت^۳ بوده و معمولاً در بیشتر موارد خودپذیری مغناطیسی سنگ‌ها با محتوای مگنتیت آنها سنجیده می‌شود. خودپذیری کانی‌های فرومغناطیسی می‌تواند به بزرگی 10^5 نیز برسد، براین اساس، این کانی‌ها میدان مغناطیسی را بسیار افزایش می‌دهند و وجود آنها در طبیعت اکثراً با کانسارهای معدنی در رابطه است و به همین دلیل، بی‌هنجاری‌های مغناطیسی نشانگرهای خوبی برای ذخایر معدنی می‌باشند.

به طور کلی سنگ‌های آذرین نسبت به سنگ‌های رسوبی دارای خودپذیری مغناطیسی بالاتری بوده و چنانچه در یک منطقه رسوبات را بر روی یک بستر آذرین داشته باشیم روش مغناطیس جهت تفسیر و مدل‌سازی به خوبی جواب‌گو خواهد بود. در زیر نموداری جهت مقایسه مقادیر مختلف از خودپذیری مغناطیسی سنگ‌ها آمده است (رینولدز، ۱۹۹۷):

¹ induced magnetic

² ferromagnetic

³ magnetite



شکل ۱-۲. مقایسه خودپذیری مغناطیسی در سنگ‌های مختلف

۴-۱- سابقه مطالعات انجام شده

مطالعه توپوگرافی سنگ بستر یک گام اساسی در تحلیل حوضه‌های رسوبی است. از آنجا که در حوضه‌های رسوبی ضخامت رسوبات و فشار حاصل از آنها در کنار عوامل دیگر مانند دما می‌تواند محیط مناسبی برای تجمع هیدروکربورها باشد از این رو در مطالعات ژئوفیزیکی از اهمیت ویژه‌ای برخوردارند. پرکاربردترین مدل‌های هندسی ریاضی برای مدل‌سازی دوبعدی سنگ بستر عبارتند از مدل جمع منشوری دو بعدی (بات، ۱۹۶۰) و مدل دو بعدی نامنظم تالوانی (تالوانی و همکاران، ۱۹۵۹) و مدل‌های هندسی ریاضی برای مدل‌سازی سه بعدی سنگ بستر عبارتند از مدل سه بعدی نامنظم تالوانی (تالوانی و اوینگ، ۱۹۶۰)، و مدل جمع منشوری سه بعدی (پلاف، ۱۹۷۶). در روش سه بعدی تالوانی

یک ساختار سه بعدی توسط مجموعه‌ای از کنتورهای عمقی نمایش داده می‌شود به طوری که هر کدام از کنتورها یک مقطع افقی از ساختار سه بعدی را نمایش می‌دهند. آنومالی گرانی ناشی از این ساختار با جایگزین کردن هر کدام از کنتورهای عمقی با یک چندضلعی بدست می‌آید. در حین فرآیند وارون-سازی با ثابت ماندن عمق چندضلعی‌ها، مختصات افقی رئوس چند ضلعی‌ها بدست می‌آید و به این ترتیب ساختار به صورت سه بعدی مدل می‌شود. ثابت ماندن مختصه عمق رئوس چند ضلعی‌ها در حین فرآیند مدل‌سازی بطور موثری روی مقادیر مختصات افقی آنها تأثیر دارد. با مدل جمع منشوری سه بعدی نه تنها وارون‌سازی آنومالی‌های گرانی سریعتر بوده بلکه عاری از مشکلات مربوط به مدل تالوانی خواهد بود (رائو و همکاران، ۱۹۹۹). لی و الدنبرگ (۱۹۹۸) دو روش به منظور وارون‌سازی سه بعدی داده‌های گرانی‌سنجی ارائه کردند. در روش اول، ابتدا با استفاده از رابطه پواسون داده‌های گرانی تبدیل به داده‌های شبه مغناطیسی شده و سپس از یک الگوریتم وارون‌سازی داده‌های مغناطیسی استفاده می‌شود. در روش دوم، مستقیماً از الگوریتم وارون‌سازی داده‌های گرانی‌سنجی استفاده می‌شود. البته در هر دو الگوریتم زمین توسط تعداد زیادی از بلوک‌های راست‌گوشه با چگالی ثابت مدل می‌شود. در مورد ترکیب داده‌های گرانی با دیگر داده‌های ژئوفیزیکی، گالاردو و همکاران (۲۰۰۳) الگوریتمی به منظور وارون‌سازی همزمان داده‌های گرانی‌سنجی و مغناطیسی ارائه کردند. ایشان نیز از بلوک‌های راست‌گوشه در سه بعد به منظور مدل‌سازی استفاده کردند. پلکینگتن و کراسلی (۱۹۸۶) آنومالی‌های مغناطیسی را برای تخمین پستی و بلندی سنگ کف وارون نمود.

۱-۵- ضرورت انجام پایان نامه

مدل‌سازی وارون به عنوان یکی از جالب‌ترین ابزارهای ژئوفیزیکی در به دست آوردن ساختارهای واقعی زمین‌شناسی است. در این میان مدل‌سازی سه‌بعدی، در مقایسه با مدل‌سازی دوبعدی و دو و نیم بعدی، به واقعیت نزدیک‌تر بوده و دارای ارزش بیشتری است. با توجه به این که در منطقه مورد مطالعه

تا به حال مدل‌سازی سه بعدی انجام نشده بود و همچنین مقاطع لرزه‌ای در اعماق بالا واضح نیستند، لذا انجام مدل‌سازی سه بعدی داده‌های گرانی و مغناطیسی حائز اهمیت است.

۱-۶ هدف از انجام پایان نامه

هدف از این مطالعه، ساخت چند برنامه رایانه‌ای در محیط نرم افزار مطلب جهت انجام وارون‌سازی سه بعدی داده‌های گرانی و مغناطیسی و ارائه راه‌کاری جدید مرتبط با کاوش‌های نفتی جهت تعیین عمق بستر می‌باشد. برای انجام این کار ابتدا زیر برنامه‌های مختلف نگاشته شد.

در برنامه‌های وارون‌سازی محدوده‌ی مورد مطالعه، با توجه به نوع وارون‌سازی، به شبکه‌ای منظم از توده‌های منشوری سه‌بعدی تقسیم شده و با استفاده از یک مدل اولیه و با یک فرآیند تکراری، عمق هر یک از منشورها به دست می‌آید و توزیع هندسی مجموعه‌ی این منشورها شکل سنگ بستر را تعیین می‌نماید. برای ارزیابی میزان کارآمد بودن الگوریتم و برنامه‌های رایانه‌ای ارائه شده، از این روش برای مدل‌سازی داده‌های مصنوعی همراه با نوفه استفاده شده است.

۱-۷ ساختار پایان نامه

این پایان‌نامه شامل شش فصل می‌باشد. در فصل اول، همان‌طور که ملاحظه شد، کلیاتی در مورد جایگاه روش‌های میدان پتانسیل و اهداف پایان‌نامه شرح داده شده است. در فصل دوم اصول و فرمول‌بندی مسائل وارون مطرح شده است. در فصل سوم الگوریتم و زیربرنامه‌های نگاشته شده، معرفی شده‌اند. به منظور نشان دادن کارایی الگوریتم و برنامه‌های رایانه‌ای ارائه شده، که قسمت اصلی این تحقیق است، وارون‌سازی داده‌های مصنوعی انجام شده است. در فصل پنجم وارون‌سازی داده‌های واقعی

صورت گرفته است. در فصل ششم که فصل انتهایی این پایان نامه می باشد، نتیجه گیری و پیشنهاداتی از این تحقیق به طور خلاصه ارائه شده است.

فصل دوم

معرفی و فرمول بندی مسائل وارون

۲-۱ مقدمه‌ای بر مسائل وارون

تئوری وارون دسته‌ای سازماندهی شده از تکنیک‌های ریاضی جهت به دست آوردن اطلاعات مفید درباره فیزیک جهان بر اساس استنتاجات به دست آمده از مشاهدات است. منظور از مشاهدات، تا آن جا که مد نظر ماست، مجموعه‌ی اندازه‌گیری‌ها یا داده‌ها خواهد بود. و منظور از اطلاعات مفید که در تئوری وارون به دنبال پیدا کردن آن هستیم پارامترهایی است که به صورت مقادیر عددی یا آماری‌اند و پارامترهای مدل نامیده می‌شود. روشهای گوناگونی برای ارتباط دادن پارامترهای مدل به داده‌ها وجود دارد مخصوصاً مدل یا تئوری‌های ریاضی‌ای وجود دارد که مورد بحث قرار می‌گیرند.

عبارت تئوری وارون یا معکوس در مقابل تئوری پیشرو یا مستقیم به کار می‌رود. تئوری پیشرو عبارت است از پیش‌بینی نتایج اندازه‌گیری‌ها (پیش‌بینی داده‌ها) بر اساس یک مدل در نظر گرفته شده و پارامترهای آن مدل. مسئله وارون با استفاده از مجموعه‌ای از داده‌ها و یک مدل بر اساس اصول منطقی پذیرفته شده به تخمینی از پارامترهای مدل می‌پردازد که به طور خلاصه می‌توان گفت (منکه ۱۹۸۹):

تئوری پیشرو: $\text{پیش‌بینی پارامترهای مدل} \leftarrow \text{مدل} \leftarrow \text{پیش‌بینی داده‌ها}$

تئوری وارون: $\text{داده‌ها} \leftarrow \text{مدل} \leftarrow \text{تخمین پارامترهای مدل}$

مقایسه‌ای از مسئله پیشرو و وارون با پدیده تغییرات دمایی مثل تابعی از عمق در زیر سطح زمین فراهم می‌شود. فرض کنیم که دما به صورت خطی با عمق در زمین افزایش می‌یابد. این که دمای T با عمق Z با رابطه $T(z) = aZ + b$ ارتباط دارد که a و b ثابت عددی هستند. چنانچه مقادیر فرضی $a=0.1$ و $b=25$ را به عنوان پارامترهای مدل بدانیم می‌توان مسئله پیشرو را برای هر عمقی حل نمود. در حالی که در مسئله وارون بر اساس دسته‌ای از اندازه‌گیری‌های دما بر حسب عمق، a و b را به دست می‌آوریم.

توجه شود که تئوری وارون اطلاعاتی را درباره پارامترهای عددی مجهول که در مدل وارد می‌شوند فراهم می‌کند نه تعریف خود مدل. به عبارت دیگر هدف اصلی تئوری وارون بدست آوردن تخمین‌های صحیح از پارامترهای مدلی است که از پیش تعیین شده است.

در مثال بالا دما که به طور پیوسته با عمق تغییر می‌کند مثالی از توابع پیوسته است. در اینجا تنها با مسائل وارون گسسته سروکار داریم که پارامترهای مدل بیان شده مثل دسته‌ای از اعداد محدود از مقادیر عددی است. در عمل محدود کردن مطالعه توابع پیوسته از این روست که آنها می‌توانند معمولاً با تعداد محدودی از پارامترهای گسسته تقریباً مساوی باشند. دما برای مثال ممکن است با مقادیری از تعداد محدودی از فضای نقاط نزدیک یا با دسته‌ای نوار باریک با تعداد محدودی از ضریب‌ها بیان شود. بنابراین تئوری وارون گسسته محل شروع خوبی برای مطالعه تئوری وارون در حالت کلی است.

مسائل وارون در بسیاری شاخه‌های علوم کاربرد دارند که می‌توان به لیست زیر اشاره کرد (منکه ۱۹۸۹):

۱. پرتونگاری پزشکی
۲. بهینه‌سازی تصویر
۳. برازش منحنی
۴. محل زلزله
۵. آنالیزهای فاکتور
۶. تعیین ساختارهای زمین‌شناسی از داده‌های ژئوفیزیکی
۷. مکان‌یابی و هدایت ماهواره
۸. آنالیز ساختارهای ملکولی با پراش^۱ اشعه X

نظریه وارون توسط دانشمندان و ریاضی‌دان‌هایی که دارای پیش‌زمینه‌ها و هدف‌های مختلفی بودند، توسعه داده شده است. بنابراین اگرچه نتایج و روش‌ها دارای تشابهات بنیادی‌اند، اما ممکن است به صورت صوری متفاوت باشند.

¹ diffraction

۲-۲ فرمول بندی مسائل پیشرو و وارون در ژئوفیزیک

در این بخش سعی بر آن خواهد شد که ذهنیتی از فرمول بندی های ریاضی مربوط به مسائل پیشرو و وارون، خاصه در مورد روش های ژئوفیزیکی ایجاد گردد. تعاریف عمومی این مسائل، با در نظر گرفتن تعاریف صفحه ۱۳ (منکه ۱۹۸۹)، به طور الگووار می تواند توسط نمودار ذیل بیان شود:

در مسائل پیشرو: مدل {پارامترهای مدل (m) } ← داده ها (d)

در مسائل وارون: داده ها (d) ← مدل {پارامترهای مدل (m) }

در مطالعه روش های ژئوفیزیکی همچنین بایستی این فرض را نیز منظور نمود که میدان اندازه گیری شده می تواند به وسیله تعدادی منشأ ایجاد شده باشد، بر این اساس نمودار فوق بایستی به صورت زیر تصحیح گردد:

در مسائل پیشرو: مدل {پارامترهای فیزیکی مدل (m) ، منشأ (s) } ← داده ها (d)

و یا:

$$d = A_s(m) \quad (1-2)$$

که در آن عملگر مسأله پیشروی مربوطه نامیده می شود که بستگی به منشأ s دارد.

در مسائل وارون: داده ها (d) ، منشأ (s) ← مدل {پارامترهای فیزیکی مدل (m) }

$$m = A_s^{-1}(d) \quad (2-2)$$

و یا:

{داده ها (d) } ← مدل و منشأ {منشأ (s) ، پارامترهای فیزیکی مدل (m) }

$$(m, s) = A^{-1}(d) \quad (3-2)$$

که در روابط اخیر A^{-1}_s و A^{-1} عملگرهای مسأله وارون هستند.

در بعضی از کاربردهای ژئوفیزیکی، مسائل وارون تنها بر اساس منشأهای میدان مشاهده‌ای فرمول‌بندی می‌گردند، یعنی در آنها می‌توان نوشت:

$$s = A^{-1}(d) \quad (۴-۲)$$

این گونه مسائل اغلب با نام مسائل وارون منشاء عنوان می‌گردند که در این موارد پارامترهای مدل (خصوصیات فیزیکی محیط) دانسته فرض می‌شود. مسائل گرانی‌سنجی و مغناطیس‌سنجی، جایی که هدف پیدا کردن ابعاد هندسی منشأ باشد، مثال‌های بارزی از این گونه‌ها هستند که در مثال اول هدف یافتن توزیع چگالی سنگ موردنظر به عنوان منشاء بی‌هنجاری در میدان گرانی و در مورد دوم هدف یافتن توزیع خودپذیری مغناطیسی سنگ موردنظر بعنوان منشاء بی‌هنجاری در میدان مغناطیسی می‌باشد.

در اغلب مسائل وارون ژئوفیزیکی، توصیفی از داده‌ها به عنوان اولین گام برای فرمول‌بندی مسأله محسوب می‌شود. داده‌ها معمولاً مجموعه‌ای از مقادیر عددی به صورت عناصر یک بردار هستند. به عنوان مثال N اندازه‌گیری به عنوان داده با یک بردار مانند d با طول N مشخص می‌شود. به صورت مشابه پارامترهای مدل نیز مؤلفه‌های بردار m با طول M هستند. منکه (۱۹۸۹):

$$\text{Data: } d = [d_1 d_2 d_3 \dots d_N]^T, \quad (۵-۲)$$

$$\text{Model Parameters: } m = [m_1 m_2 m_3 \dots m_M]^T, \quad (۶-۲)$$

نماد T بیانگر بردار یا ماتریس ترانپوز^۱ است. مفهوم بنیادی یک مسئله‌ی وارون رابطه‌ی میان داده‌ها و پارامترهای مدل است، این رابطه همان مدل نامیده می‌شود. معمولاً مدل یک یا چند فرمول است که انتظار داریم داده‌ها و پارامترهای مدل از آن پیروی کنند. به عنوان مثال فرض کنید که هدف به دست

^۱ transpose

آوردن چگالی یک جسم با استفاده از جرم و حجم آن باشد. در اینجا داده‌ها جرم و حجم هستند که به ترتیب با d_1, d_2 و پارامتر مدل یعنی چگالی با m_1 نشان داده می‌شود. مدل در اینجا همان رابطه خطی میان حجم و جرم است که می‌توان آن را به صورت رابطه‌ی ساده زیر نمایش داد:

$$d_2 m = d_1, \quad (7-2)$$

در مورد بسیاری از مسائل واقعی داده‌ها و پارامترهای مدل توسط روابط پیچیده‌ای به یکدیگر مربوط اند. در حالت کلی داده‌ها و پارامترهای مدل توسط یک یا چند رابطه مانند زیر به هم مربوط هستند (منکه ۱۹۸۹):

$$\begin{aligned} f_1(d, m) &= 0 \\ f_2(d, m) &= 0 \\ &\cdot \\ &\cdot \\ &\cdot \\ f_L(d, m) &= 0 \end{aligned} \quad (8-2)$$

که L بیانگر تعداد معادلات است. در مورد مثال بالا یعنی اندازه‌گیری چگالی بوسیله‌ی حجم و جرم، $L=1$ و $d_2 m = d_1$ مبین یکی از معادلات بالا با فرم $f_1(d, m) = 0$ است. معادلات بالا را می‌توان به صورت خلاصه با معادله‌ی برداری $f(d, m) = 0$ نشان داد.

هدف تئوری وارون حل این معادلات برای پارامترهای مدل، یا بدست آوردن انواع جواب‌های ممکن و مطلوب با توجه به شرایط یک مسأله خاص است. در حالت کلی $f(d, m) = 0$ می‌تواند شامل توابع پیچیده و غیرخطی از داده‌ها و پارامترهای مدل باشد.

به طور کلی مسائل وارون به دو دسته‌ی مسائل وارون خطی^۱ و مسائل وارون غیرخطی^۲ قابل تقسیم-بندی هستند، در مسائل وارون خطی ارتباط بین پارامترهای مدل و داده‌ها خطی است در حالی که در مسائل غیرخطی این ارتباط خطی نبوده اما قابل تبدیل به مسائل خطی با استفاده از روش‌هایی مانند بسط تیلور، گرادیان و... هستند.

۲-۲-۱ میدان گرانی

مبانی اکتشاف گرانی سنجی، نیروی گرانی زمین می‌باشد که با قانون نیوتن بیان می‌شود. این نیرو به صورت زیر نشان داده می‌شود (بلیکلی ۱۹۹۶):

$$\vec{F} = -\gamma \frac{m_1 m_2}{r^2} \vec{r}_1 \quad (9-2)$$

که در آن \vec{F} نیروی وارد بر m_1 ، بردار واحد در راستای m_1 به m_2 ، r فاصله‌ی بین m_1 و m_2 و γ ثابت جهانی گرانش می‌باشد. اما آنچه که بوسیله دستگاه‌های گرانی سنجی اندازه‌گیری می‌شود، شتاب گرانی زمین است، یعنی (بلیکلی ۱۹۹۶):

$$\vec{g} = \frac{\vec{F}}{m_2} = -\gamma \frac{M_e}{R_e^2} \vec{r}_1 \quad (10-2)$$

که M_e و R_e به ترتیب جرم و شعاع زمین می‌باشند. واحد شتاب گرانی cm/sec^2 می‌باشد که به افتخار گالیه، گال (gal) نامیده می‌شود. بر اساس قانون نیوتن میدان گرانی $g(r)$ برای یک پخش جرمی سه‌بعدی با چگالی $\rho(r)$ روابط زیر را ارضا می‌کند (بلیکلی ۱۹۹۶):

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{g} = -4\pi\gamma\rho \quad \text{و} \quad \vec{\nabla} \times \vec{g} = 0 \quad (11-2)$$

همچنین می‌توان آن را توسط پتانسیل گرانی U به صورت زیر نوشت (بلیکلی ۱۹۹۶):

¹ Linear inverse problems

² Non-linear inverse problems

$$\vec{g} = \vec{\nabla}U \quad (12-2)$$

که در معادله پواسون^۱ به صورت زیر صدق می‌کند (بلیکلی ۱۹۹۶):

$$\nabla^2 U = -4\pi\gamma\rho \quad (13-2)$$

با توجه به این معادله، میدان پتانسیل گرانی ناشی از یک توزیع جرم در خارج از آن در معادله لاپلاس^۲ صدق می‌کند (بلیکلی ۱۹۹۶):

$$\nabla^2 U = 0 \quad (14-2)$$

همچنین می‌شود حل معادله پواسون را به شکل انتگرال حجمی زیر معرفی نمود (بلیکلی ۱۹۹۶):

$$U(r') = \gamma \iiint_D \frac{\rho(r)}{|r-r'|} dv \quad (15-2)$$

و در آن D محدوده تمرکز جرمی می‌باشد. با توجه به اینکه:

$$\nabla' \frac{1}{|r-r'|} = \frac{r-r'}{|r-r'|^3}$$

می‌توان عبارت مربوط به میدان گرانی ناشی از هر توزیع جرمی در محدوده حجمی D در نقطه r' به صورت زیر به دست آورد (بلیکلی ۱۹۹۶):

$$g(r') = A^g(\rho) = \gamma \iiint_D \rho(r) \frac{r-r'}{|r-r'|^3} dv \quad (16-2)$$

که در این رابطه $A^g(\rho)$ عملگر پیشرو در مسائل گرانی نام دارد. به طور جزئی‌تر، برای مولفه قائم میدان گرانی می‌توان نوشت (بلیکلی ۱۹۹۶):

¹ Poisson's equation

² Laplace equation

$$g_z(r') = \gamma \iiint_D \rho(r) \frac{z - z'}{|r - r'|^3} dv \quad (17-2)$$

کاوش‌های گرانی بر پایه مطالعه میدان‌های گرانی بی‌هنجار که توسط توزیع‌های چگالی غیر یکنواخت در درون زمین بوجود می‌آیند، بنا نهاده شده است. چگالی بی‌هنجار $\Delta\rho$ ، زمانی نمایان می‌گردد که بین چگالی واقعی $\rho(r)$ و چگالی زمینه ρ_b اختلاف وجود داشته باشد. این چگالی بی‌هنجار می‌تواند باعث بوجود آمدن یک گرانی بی‌هنجار Δg گردد که توسط معادله‌ی (۲-۱۶) بیان می‌شود (بلیکلی ۱۹۹۶):

$$\Delta g(r') = A^g(\Delta\rho) = \gamma \iiint_D \Delta\rho(r) \frac{r - r'}{|r - r'|^3} dv \quad (18-2)$$

بنابراین، مسأله پیشرو برای میدان گرانی شامل محاسبه انتگرال (۲-۱۸) روی محدوده D بوده که توسط جرم منشأ بی‌هنجاری پر شده است. بنابراین:

$$\Delta g(r') = A^g(\Delta\rho) \quad (19-2)$$

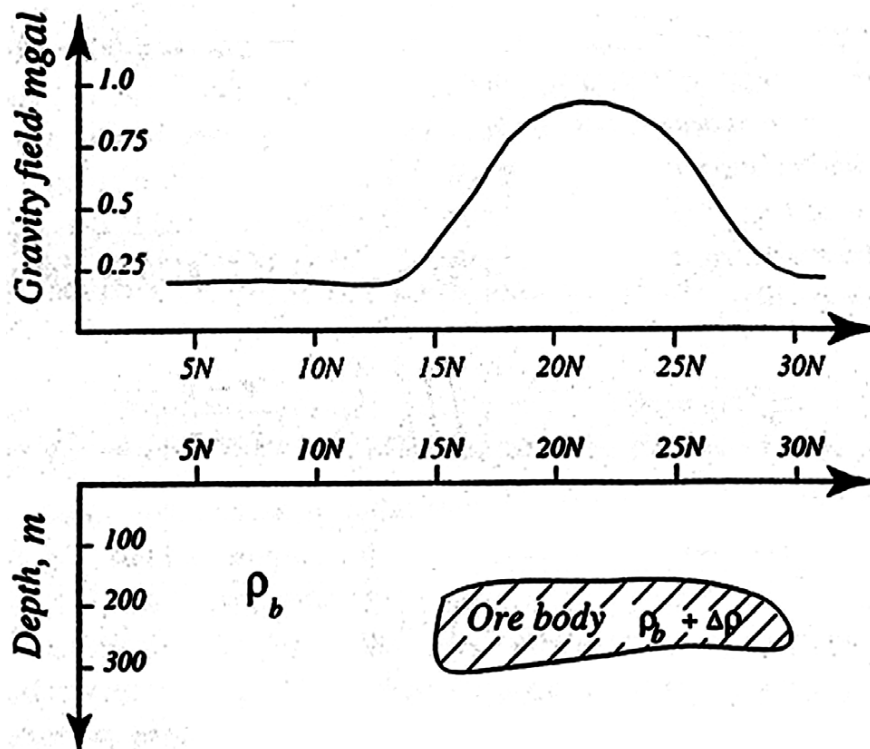
اما هدف نهایی در جستجوهای گرانی بازسازی پخش چگالی بی‌هنجار $\Delta\rho$ در داخل زمین از روی داده‌های مربوطه Δg که در روی سطح زمین اندازه‌گیری شده، است. یعنی:

$$\Delta\rho = (A^g)^{-1} \Delta g \quad (20-2)$$

که در این معادله نماد $(A^g)^{-1}$ به عنوان عملگر مسأله وارون در گرانی نامیده می‌شود.

توزیع چگالی می‌تواند اطلاعات یکتایی در مورد ساختارهای زمین‌شناسی عمیق فراهم آورد که به طور شاخص در مراحل مطالعه زمین‌شناسی ناحیه‌ای پوسته زمین مورد استفاده قرار می‌گیرد. با این وجود، اندازه‌گیری‌های گرانی با دقت بالا می‌تواند در کاوش نفت و گاز و همچنین کاربردهای معدنی

جهت به تصویر کشیدن موقعیت و وضعیت ذخایر معدنی مورد استفاده قرار گیرد. شکل (۱-۲) یک بی هنجاری گرانی را بر روی یک ذخیره معدنی شاخص نشان می دهد.



شکل ۱-۲. میدان گرانی بی هنجاری روی یک کانسار معدنی با چگالی بالا (ژادونوف ۲۰۰۲)

۲-۲-۲ میدان مغناطیسی

شیوه دیگر در روش های ژئوفیزیکی یعنی کاوش های مغناطیسی، بر پایه اندازه گیری میدان مغناطیسی بی هنجاری که با تغییرات مغناطیدگی زمین در رابطه بوده، بنا شده است. خواص مغناطیسی سنگ ها دارای محدوده تغییرات وسیعی است. کانی های مغناطیسی به وسیله برداری موسوم به M (شدت مغناطیدگی)^۱ معرفی می گردند که با میدان مغناطیسی خارجی H در ارتباط است (بلیکلی ۱۹۹۶):

$$M = \chi_m H \quad (2-21)$$

¹ Magnetic intensity

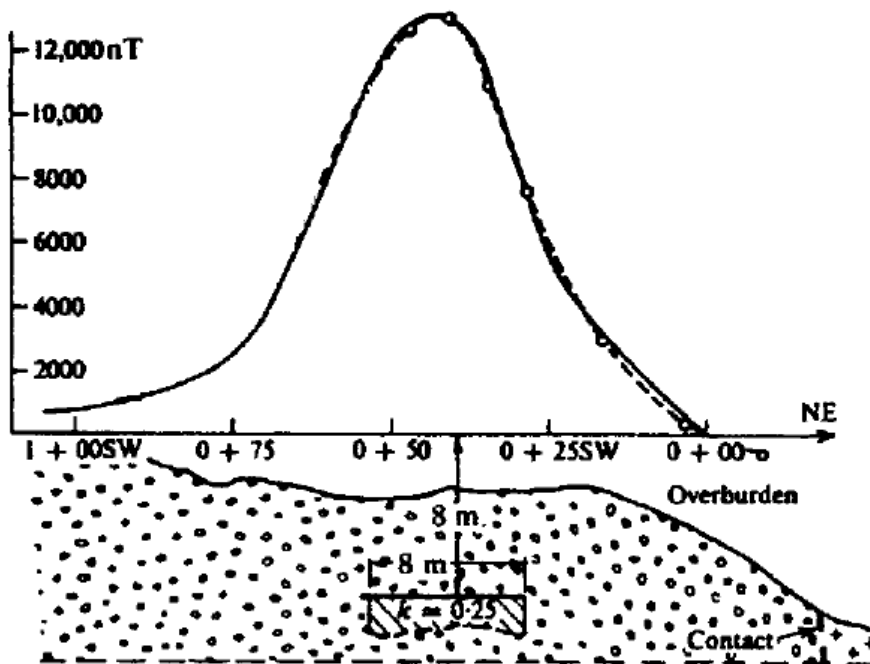
که در این معادله χ_m خودپذیری مغناطیسی است.

چنانچه حجم D از یک جرم مغناطیسی با شدت مغناطیدگی $M(r)$ پر شده باشد، آنگاه میدان مغناطیسی حاصل از این جسم ($H(r')$) توسط رابطه زیر بیان می‌شود (بلیکلی ۱۹۹۶):

$$H(r') = A^H(M) = \nabla' \iiint_D M(r) \cdot \nabla' \frac{1}{|r-r'|} dv \quad (22-2)$$

که در آن، $A^H(M)$ عملگر پیشرو در یک مسأله مغناطیسی خوانده می‌شود. مسأله وارون در اینجا می‌تواند به عنوان تعیین شدت مغناطیدگی جسم داخل زمین ($M(r)$) از روی داده‌های مغناطیسی برداشت شده در روی زمین به صورت زیر معرفی گردد (بلیکلی ۱۹۹۶):

$$M = (A^H)^{-1} H \quad (23-2)$$



شکل ۲-۲. میدان مغناطیسی بی‌هنجار روی یک توده با خودپذیری مغناطیسی بالا (تلفورد، ۱۹۹۰)

۲-۳ مسائل وارون خطی

همانطور که قبلاً اشاره شد، در مسائل وارون خطی ارتباط بین پارامترهای مدل و داده‌ها خطی است. در ادامه ابتدا به تعریف مسائل وارون گسسته خطی، روش‌های حل آنها و سپس معرفی ماتریس‌های تحلیل بخش داده‌ها و پارامترها در این گونه مسائل پرداخته و در بخش‌های بعدی بر مسائل وارون غیرخطی مروری خواهد شد. داده‌های گسسته به طور شاخص در بسیاری از کاربردهای علمی به خوبی مورد استفاده قرار می‌گیرند. در ارتباط با داده‌های گسسته ابتدا به شرح روش کمترین مربعات سنتی^۱ پرداخته می‌شود و سپس موضوع مطالعه داده‌ها و پارامترهای مدل با استفاده از تعریف ماتریس‌های مربوطه مطرح می‌گردد.

۲-۴ مسائل وارون گسسته خطی^۲

همانطور که قبلاً نیز اشاره شد، صورت کلی یک مسأله وارون ژئوفیزیکی می‌تواند همانند ذیل بیان گردد:

$$d = A(m) \quad (2-24)$$

که در این رابطه m معرف پارامترهای مدل و d بیانگر داده‌های اندازه‌گیری شده است. همچنین فرض می‌گردد که N اندازه‌گیری ژئوفیزیکی در مسأله مورد نظر وجود داشته باشد و بتوان با آنها مانند اعضای بردار N مؤلفه‌ای d رفتار کرد (آنها را می‌توان به عنوان مؤلفه‌های بردار N عضوی d به حساب آورد). به طور مشابه، پارامترهای مدل نیز می‌توانند به صورت اعضای یک بردار مانند m با ابعاد M محسوب شوند یعنی:

$$d = [d_1 d_2 d_3 \dots d_N]^T$$

¹ Traditional Least Squares

² Linear discrete invers problems

$$m = [m_1 m_2 m_3 \dots m_M]^T$$

که در این روابط اندیس بالایی T ترانپو^۱ هر کدام از این دو بردار می‌باشد.

در مواردی که A عملگری خطی است (یعنی با مسائل وارون خطی سروکار داریم)، معادله (۲-۲۴) به شکل ماتریسی زیر نوشته می‌شود:

$$d = Am \quad (2-25)$$

که در آن A ماتریسی $N \times M$ برای عملگر خطی A در معادله‌ی (۲-۲۴) است.

رابطه‌ی (۲-۲۵) معرف سیستمی از N معادله خطی نسبت به M پارامتر مجهول $m_1, m_2, m_3, \dots, m_M$ است:

$$d_i = \sum_{j=1}^M A_{ij} m_j \quad (2-26)$$

بنابراین حل مسأله وارون (۲-۲۵) معادل با حل دسته‌ای از روابط خطی (معادله‌ی (۲-۲۶)) نسبت به پارامترهای مجهول $m_1, m_2, m_3, \dots, m_M$ می‌باشد. همچنین سیستم معادله (۲-۲۶) فرورآورد^۲ نامیده می‌شود اگر $N < M$ یعنی در این حالت تعداد داده‌ها از تعداد پارامترهای مجهول کمتر است. این سیستم فرابراورد^۳ محسوب می‌گردد اگر تعداد داده‌ها از تعداد پارامترهای مدل بیشتر باشد (یعنی $M < N$). در بسیاری از مسائل ژئوفیزیکی خصوصاً در این مطالعه مسائل وارون فرابراورد بوده زیرا در آنها تعداد مشاهدات متجاوز از مجهولات است.

¹ Transpose

² Underdetermined

³ Overdetermined

۲-۵ حل مسائل وارون خطی فرابرا آورد

دیدیم که یک مسأله وارون خطی به شکل $d = Am$ (رابطه (۲-۲۵)) مطرح می‌شود. منظور از وارون-سازی حل این معادله برای $m = [m_1 m_2 m_3 \dots m_M]^T$ می‌باشد. در عمل بین داده‌های مشاهده‌ای (d) و داده‌های پیش‌بینی شده ($d^{pre} = Am$) ناشی از پارامترهای مدل تخمینی، اختلاف وجود دارد. چنانچه این اختلاف با بردار خطای e نمایش داده شود، می‌توان نوشت (میو ۱۹۹۴):

$$e = d - d^{pre} = d - Am \quad (27-2)$$

واضح است که بایستی پارامترهای مدلی را به دست آورد که به ازای آنها بردار خطای e کمینه شود. به این منظور تابع خطای^۱ q که عبارت است از مجموع مربعات باقی‌مانده (فاصله اقلیدسی)، تعریف می‌شود (میو ۱۹۹۴):

$$q = e^T e = \sum_{i=1}^N (d_i - \sum_{j=1}^M A_{ij} m_j)^2 \quad (28-2)$$

هدف در اینجا پیدا کردن برداری از پارامترهای مدل، m ، است به طوری که تابع خطای q کمینه شود. به این منظور از این تابع نسبت به هر کدام از پارامترهای مدل m_j ، مشتق‌گیری نموده و نتیجه برابر با صفر قرار داده می‌شود. بازنویسی رابط (۲-۲۸) منجر می‌شود به (میو ۱۹۹۴):

$$q = e^T e = (d - Am)^T (d - Am) \quad (29-2)$$

بنابراین می‌توان نوشت (میو ۱۹۹۴):

$$\frac{\partial q}{\partial m_j} = \frac{\partial [d^T d - d^T A m - m^T A^T d + m^T G^T G m]}{\partial m_j} = 0 \quad (30-2)$$

¹ Misfit function

و به دست می‌دهد (میو ۱۹۹۴):

$$m = [A^T A]^{-1} A^T d \quad (31-2)$$

رابطه (۳۱-۲) عبارت است از جواب کمترین مربعات برای معادله $d = Am$. عبارت $[A^T A]^{-1} A^T$ ، وارون تعمیم یافته کمترین مربعات نامیده می‌شود که با عمل کردن روی d (داده‌ها)، m (پارامترهای مدل) حاصل می‌شود.

۲-۶ حل مسائل وارون خطی فرورآورد

اگر فرض شود که معادله خطی ($d = Am$) یک مسأله فرورآورد باشد (یعنی $N < M$). بر این اساس می‌توان بیش از یک دسته از پارامترهای مدل را یافت که با داده‌های مشاهده‌ای تطابق داشته باشند. بنابراین، سعی می‌شود که جوابی از فضای پارامترهای مدل انتخاب گردد که تا حد امکان ساده‌تر بوده و برای مثال دارای طول بردار کمینه باشد (میو ۱۹۹۴):

$$L(m) = \|m\|^2 = m^T m = \text{Min} \quad (32-2)$$

با این اوصاف، چنین راهکاری در پی آن است که پارامترهای مدلی (m^{est}) را بیابد که تابع $L(m)$ را کمینه نموده و همچنین تا حد ممکن در شرایط ذیل صدق نماید (میو ۱۹۹۴):

$$d - Am = 0 \quad (33-2)$$

این مسأله کمینه سازی مشروط می‌تواند با استفاده از روش ضرایب لاگرانژ^۱ حل شود، در این صورت بایستی تابع زیر کمینه‌سازی گردد (میو ۱۹۹۴):

¹ Lagrange Multiplier

$$\phi(m) = m^T m + \lambda(d - Am)^T \quad (34-2)$$

که در این معادله، λ یک ماتریس قطری شامل ضرایب لاگرانژ است. با محاسبه تغییرات درجه اول تابع $\phi(m)$ ، (میو ۱۹۹۴):

$$\delta\phi(m) = 2\delta m^T m - \delta m^T A^T \lambda = \delta m^T (2m - A^T \lambda) \quad (35-2)$$

شرط لازم برای کمینه سازی $\phi(m)$ آن است که (میو ۱۹۹۴):

$$\delta\phi(m) = \delta m^T (2m - A^T \lambda) = 0 \quad (36-2)$$

به ازای هر $\delta(m)$ دلخواه، بنابراین عبارت ذیل را می توان برای تخمین پارامترهای مدل، m^{est} ، در این مسأله بدست آورد (میو ۱۹۹۴):

$$m^{est} = \frac{1}{2} A^T \lambda \quad (37-2)$$

و از طرفی این حل بایستی در معادله (۳۳-۲) نیز صدق نماید، یعنی (میو ۱۹۹۴):

$$d = \frac{1}{2} AA^T \lambda \quad (38-2)$$

در این معادله ماتریس AA^T ماتریس مربعی با ابعاد $N \times M$ است که می تواند به وسیله رابطه ذیل وارون گردد (میو ۱۹۹۴):

$$\lambda = 2(AA^T)^{-1} d \quad (39-2)$$

و با جایگزینی این معادله در رابطه (۳۷-۲)، رابطه زیر حاصل می شود (میو ۱۹۹۴):

$$m^{est} = A^T (AA^T)^{-1} d \quad (40-2)$$

که در این رابطه حلی با حداقل طول برداری برای پارامترهای مدل در مسائل فرورآورد بدست خواهد داد. همچنین در رابطه آخر، ماتریس $A^T(AA^T)^{-1}$ می‌تواند به عنوان ماتریس وارون تعمیم یافته در این گونه مسائل لقب گیرد یعنی:

$$m^{est} = A^{-g} d, \quad A^{-g} = A^T(AA^T)^{-1}d \quad (41-2)$$

۷-۲ تحلیل داده‌ها و پارامترها در مسائل وارون

در روش‌های وارون ماتریس‌هایی معرفی می‌گردند که به واسطه‌ی آنها می‌توان به تحلیل وضعیت مسأله، چگونگی پارامترهای مدل بدست آمده، میزان تطابق داده‌های پیش‌بینی شده و مشاهده‌ای و ... پرداخت. تعدادی از این ماتریس‌ها در ذیل آورده می‌شوند.

۱-۷-۲ ماتریس تحلیل داده‌ها^۱

فرض کنید که ماتریس تعمیم یافته A^{-g} که معادلات $d = Am$ را برای بدست آوردن پارامترهای مدل حل می‌کند، در دست باشد. در این صورت برای پارامترهای مدل داریم (منکه ۱۹۸۹):

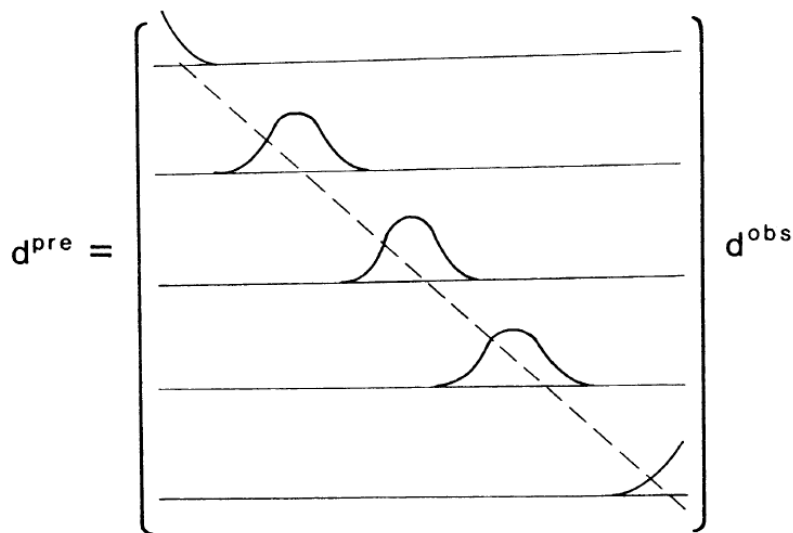
$$m^{est} = A^{-g} d \quad (42-2)$$

با توجه به مطالبی که گفته شد این سوال پیش می‌آید که تا چه اندازه داده‌های پیش‌بینی شده با داده‌های مشاهده‌ای برآزش دارند؟ با قرار دادن پارامترهای مدل تخمینی در سیستم معادلات $d = Am$ داریم (منکه ۱۹۸۹):

$$d^{pre} = Am^{est} = A(A^{-g}d^{obs}) = (AA^{-g})d^{obs} = Nd^{obs} \quad (43-2)$$

¹ Data Resolution Matrix

که نمادهای obs ، pre و est به ترتیب به معنی $observed$ ، $predicted$ و $estimated$ است. ماتریس مربعی $N = AA^{-g}$ با ابعاد $N \times N$ ماتریس تحلیل داده‌ها نامیده می‌شود. این ماتریس بیان می‌کند که تا چه اندازه داده‌های پیش‌بینی شده با داده‌های واقعی منطبق است. اگر $N=I$ (که I ماتریس همانی است) در این صورت $d^{pre} = d^{obs}$ و خطای پیش‌بینی برابر صفر است. در عمل، ماتریس تحلیل داده‌ها یک ماتریس همانی نیست و خطای پیش‌بینی برابر صفر نخواهد بود. ماتریس N تفسیر بسیار ساده‌ای دارد، هر چه ماتریس N از ماتریس همانی دور باشد، وارون سازی ضعیف‌تر انجام شده است. یک نکته‌ی بسیار مهم در مورد ماتریس N وجود دارد و آن این است که ماتریس N تابع داده‌های مشاهده‌ای نبوده و فقط به ماتریس کرنل داده‌ها^۱ (A) بستگی دارد. بنابراین می‌توان قبل از برداشت داده‌های صحرائی با طراحی مدل و بدست آوردن ماتریس مشخصه‌ی مدل، ماتریس تحلیل داده‌ها را تشکیل داد و با تغییر طراحی در مدل N را تا حد امکان به ماتریس I نزدیک کرد (منکه ۱۹۸۹).



شکل ۲-۳. رسم ردیف‌های ماتریس N که بیانگر معیاری از تطابق داده‌های پیش‌بینی توسط مدل و داده‌های واقعی است. پیشینه‌های تیز در نزدیکی قطر اصلی N نشانگر این است که وارون‌سازی به درستی انجام شده است.

(منکه، ۱۹۸۹)

¹ Data Kernel Matrix

۲-۷-۲ ماتریس تحلیل پارامترهای مدل^۱

سؤالی که در مورد داده‌ها منجر به بدست آوردن ماتریس تحلیل داده‌ها شد را می‌توان در مورد پارامترهای مدل نیز مطرح کرد، به این صورت که پارامترهای تخمینی مدل چقدر با پارامترهای واقعی مدل تطابق دارند. برای بررسی این پرسش تصور کنید که m^{true} مجموعه‌ای از پارامترهای واقعی مدل است که در سیستم معادلات $d^{obs} = Am^{true}$ صدق می‌کند. با حل سیستم معادلات $d = Am$ می‌توان پارامترهای تخمینی مدل را مطابق آنچه تا کنون گفته شد توسط ماتریس معکوس تعمیم یافته A^{-g} به صورت زیر نوشت (منکه ۱۹۸۹):

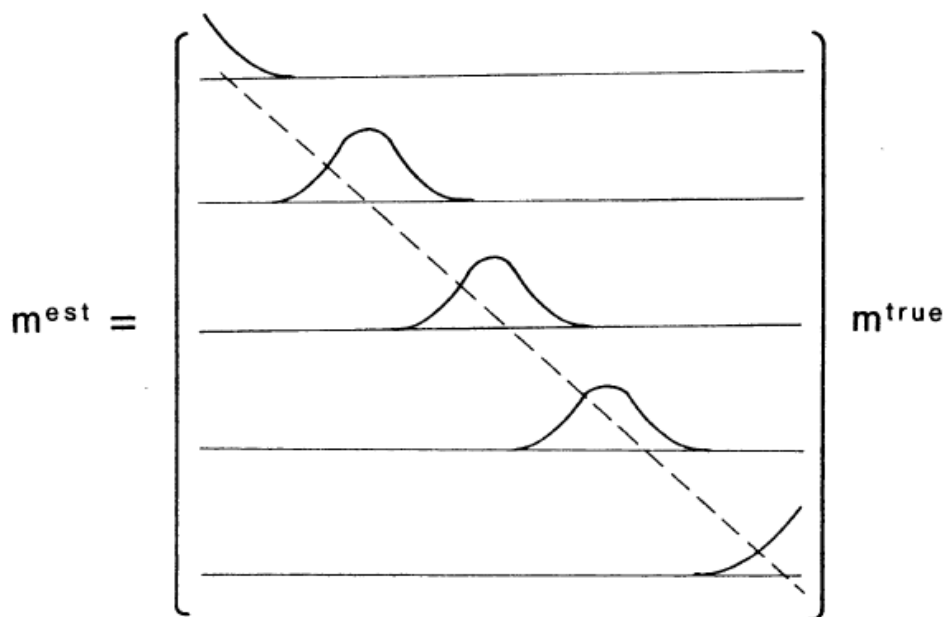
$$m^{est} = A^{-g} d^{obs} \quad (۴۴-۲)$$

با استفاده از دو رابطه اخیر (منکه ۱۹۸۹):

$$m^{est} = A^{-g} d^{obs} = A^{-g} [Am^{true}] = [A^{-g} A] m^{true} = R m^{true} \quad (۴۵-۲)$$

ماتریس R یک ماتریس $N \times N$ است و ماتریس تحلیل مدل نامیده می‌شود. اگر $R=I$ باشد در این صورت پارامترهای مدل یکتا هستند. اگر R یک ماتریس همانی نباشد در این صورت پارامترهای مدل به صورت میانگین وزنی‌ای از پارامترهای واقعی مدل هستند. همانند ماتریس تحلیل داده‌ها، این ماتریس نیز، تنها تابع کرنل داده‌هاست. بنابراین می‌توان قبل از برداشت داده‌ها ماتریس تحلیل پارامترهای مدل را محاسبه کرد و بررسی کرد تا چه حد پارامترهای مدل درست تعیین شده‌اند و نحوه‌ی برداشت داده‌ها و آرایش نقاط برداشت را طوری تعیین کرد که تا حد امکان ماتریس R به I نزدیک باشد.

¹ Parameter Resolution Matrix



شکل ۲-۴. رسم ردیف‌های ماتریس R به عنوان معیاری از تطابق پارامترهای واقعی مدل و پارامترهای تخمینی توسط وارون‌سازی، بیشینه‌های تیز در نزدیک قطر اصلی R نشانگر صحت عملیات وارون‌سازی است. (منکه، ۱۹۸۹)

۲-۸ روش حداقل مربعات وزن داده شده^۱

در این بحث به معرفی برخی از ضرایب وزنی^۲ برای تخمین خطاها پرداخته می‌شود که دلیل استفاده از این ضرایب این است که برخی از اندازه‌گیری‌ها در عمل ممکن است که با دقت بالاتری از سایرین برداشت گردند در این موارد منطقی به نظر می‌رسد که مشاهدات دقیق‌تر دارای ضریب وزنی بیشتری در پیش‌بینی خطاها ($r_i = d_i^{pre} - d_i$) باشند. برای منظور کردن این ضرایب در روند وارون‌سازی تابعی موسوم به تابع خطای وزن داده شده^۳ به صورت ذیل معرفی می‌گردد (میو ۱۹۹۴):

$$f_w(m_1, m_2, \dots, m_M) = \|r\|_w^2 = \sum_{i=1}^N (w_i r_i)^2 = \text{Min} \quad (۴۶-۲)$$

^۱ Weighted least squares method

^۲ Weighting factors

^۳ Weighted misfit function

بر همین اساس می‌توان عملگری را به عنوان عملگر وزنی^۱ (W) معرفی نمود که خطی بوده و در فضای داده‌ها (D) توسط ماتریس قطری W عمل می‌کند به طوری که:

$$W = [\text{diag}(w_i)] \quad (47-2)$$

و بنابراین معادله (۴۶-۲) به طریق زیر قابل بازنویسی است:

$$\begin{aligned} f_w(m) &= \|Wd^{pre} - Wd\|^2 = \|WAm - Wd\|^2 \\ &= (WAm - Wd)^T (WAm - Wd) = \text{Min} \end{aligned} \quad (48-2)$$

که مسأله‌ی کمینه‌سازی تابع خطا در این روش می‌تواند با محاسبه‌ی تغییرات درجه‌ی اول آن نسبت به m و مساوی قرار دادن حاصل برابر با صفر بدست می‌آید:

$$\delta f_w(m) = 2(\delta WAm)^T (WAm - Wd) = 2(\delta m)^T (WA)^T (WAm - Wd) = 0 \quad (49-2)$$

در نتیجه (میو ۱۹۹۴):

$$(WA)^T WAm = (WA)^T Wd \Rightarrow A^T W^2 A m = A^T W^2 d \quad (50-2)$$

و با فرض غیر صفر بودن ماتریس $A^T W^2 A$ خواهیم داشت (میو ۱۹۹۴):

$$m^{est} = (A^T W^2 A)^{-1} A^T W^2 d \quad (51-2)$$

بنابراین، حل مسائل حداقل مربعات وزن داده شده از طریق معادله (۵۱-۲) به دست می‌آید. کمیت:

$$A^{-w} = (A^T W^2 A)^{-1} A^T W^2$$

به عنوان ماتریس وارون تعمیم‌یافته وزن داده شده نام‌گذاری می‌گردد.

¹ Weighted operator

۲-۹ مسائل وارون غیر خطی

در تئوری پتانسیل معادلات انتگرالی ای بین میدان و منشأهای ایجاد کننده وجود دارد. به عنوان نمونه، اگر D حجم اشغال شده توسط منشأ، P نقطه‌ی مشاهده‌ای به مختصات (x, y, z) ، Q نقطه‌ی انتگرال‌گیری به مختصات (x', y', z') در داخل D و \vec{r} برداری باشد که Q را به P وصل می‌نماید، در این صورت روابط ذیل برقرارند:

برای مؤلفه قائم گرانی از رابطه (۲-۱۷) داریم:

$$g(P) = -\gamma \int_D \rho(Q) \frac{z - z'}{r^3} dV \quad (۲-۵۲)$$

و برای مؤلفه کل میدان مغناطیسی، طبق رابطه (۲-۲۲) داریم:

$$\Delta T = -C_m \hat{F} \cdot \nabla_P \int_D \vec{M}(Q) \cdot \nabla_Q \frac{1}{r} dV = C_m \int_D \frac{\vec{M}(Q)}{r^3} \cdot [3(\hat{F} \cdot r)r - \hat{F}] dV \quad (۲-۵۳)$$

که در این معادلات، $\rho(Q)$ و $M(Q)$ همان معانی چگالی و مغناطیدگی را دارا هستند. بردار واحد \hat{F} در جهت میدان کل و غیرمتغیر است. ضرایب γ و C_m به ترتیب ثابت جهانی گرانش و ضریب خاص میدان‌های مغناطیسی می‌باشد (بلکلی، ۱۹۹۶).

در بحث مدل سازی میدان مغناطیسی در اکثر مواقع فرض بر این است که تمام مغناطیدگی منشأ ناشی از القای میدان خارجی در آن است که اصطلاحاً مغناطیدگی القایی^۲ نامیده می‌شود (این تئوری با توجه به ناچیز بودن مغناطیدگی بازمانده^۳ در برابر القائی به طور تقریبی صحیح جلوه می‌نماید)، و در این صورت بردار مغناطیدگی تقریباً تک جهتی بوده، اگر فرض گردد که خودپذیری مغناطیسی همسانگرد^۴ و منطقه مورد مطالعه بسیار بزرگ نباشد. در این موارد می‌توان گفت که

و بردار یکه داخل براکت در معادله (۵۳-۲) می‌تواند جابه‌جا گردد. با این

تفسیر، هر دو معادله (۵۲-۲) و (۵۳-۲) در تئوری پتانسیل را می‌توان به فرم کلی زیر نوشت:

$$f(P) = \int_D s(Q)\psi(P, Q)dv \quad (۵۴-۲)$$

که در این معادله $f(P)$ میدان پتانسیل در P بوده و $s(Q)$ معرف کمیت‌های فیزیکی مربوطه (چگالی یا مغناطیدگی) در Q و $\psi(P, Q)$ نیز تابعی است که به مکان هندسی نقطه‌ی مشاهده‌ای P و نقطه‌ی Q از منشأ بستگی دارد. تابع $\psi(P, Q)$ به عنوان تابع گرین نیز معرفی می‌شود.

رابطه‌ی (۵۴-۲) مولد مناسبی برای ارتباط میان روش‌های وارون و پیشرو تلقی می‌گردد. بر این اساس، محاسبه‌ی پیشرو شامل تعیین $f(P)$ از توابع معلوم $s(Q)$ ، $\psi(P, Q)$ و D است که در این حالت محاسبه مذکور دارای حلی یکتا می‌باشد. به عبارت دیگر مدل‌سازی پیشرو شامل انتخاب مقادیر مختلف، محاسبه و مقایسه آن با داده‌های اندازه‌گیری شده است تا زمانی که، انطباق شایسته‌ای با این داده‌ها پدید آید. اگرچه، محاسبه‌ی پیشرو از لحاظ ریاضی یکتا است اما با این وجود، مدل گرانی و یا مغناطیسی حاصله یکتا نمی‌باشد. روش مدل‌سازی وارون به طور مستقیم داده‌ها را در طرف چپ معادله (۵۴-۲) قرار داده و برای بعضی مقادیر $s(Q)$ یا D رابطه‌ی مفروض را حل می‌نماید. در این روش، محاسبه $s(Q)$ به عنوان یک مسأله‌ی خطی مطرح است در حالی که تعیین پارامترهای حجم D در محدوده مسائل غیرخطی قرار می‌گیرد.

برای معادله مفروض (۵۴-۲) می‌توان رابطه‌ی ماتریسی معادل آن را به صورت ذیل معرفی نمود، یعنی:

$$f_i = \sum_{j=1}^M s_j \psi_{ij} \quad i = 1, 2, 3, \dots, N \quad (۵۵-۲)$$

که در این رابطه اگر $M(N)$ ، (مسأله فرابآورد باشد) آنگاه می‌شود از روش کمترین مربعات برای یافتن M پارامتر مربوط به s_i استفاده کرد. مسئله مذکور چنانچه برمی‌آید ساده نیست. حتی اگر $f(P)$ با دقت بالایی دانسته شده باشد، نمی‌توان قادر به تعیین حل وارون غیر یکتای برای $s(Q)$ بود.

پرسش این است که هنگام برخورد با محدودیت‌های عدم یکتایی جواب‌ها چه می‌توان کرد؟ برای پاسخ به این سؤال دو راهکار عمده وجود دارد که یکی منظور کردن فرض‌های ساده برای منشأ به وجود آورنده بی‌هنجاری است که در آن به عنوان نمونه مغناطیدگی را برای کل جسم یکسان و یا جسم را در یک بعد بی‌نهایت در نظر می‌گیرند. این چنین مفروضاتی تعداد جواب‌های ممکنه را کاهش داده ولی جواب‌ها هنوز غیریکتایند و منشأ مربوطه نسبت به واقعیت بسیار ساده‌تر شده است. با این اوصاف مفروضات فوق در مطالعات روش مدل‌سازی وارون لحاظ می‌گردند. شیوه‌ی دوم در این قضیه، یافتن مشخصاتی از منشأ است که در تمام جواب‌های ممکنه، مشترک جلوه می‌نماید. برای مثال می‌شود اطلاعاتی در مورد بیشینه‌ی عمق دفن منشأ واقعی بدست آورد. در واقع با پرداختن به این موضوع سعی می‌شود که استفاده از اطلاعات ژئوفیزیکی و زمین‌شناسی مستقل برای کاهش محدوده‌ی جواب‌ها مورد توجه قرار گیرد.

ابهام دوم در حل مسائل وارون در پتانسیل، عدم پایداری^۱ جواب‌ها است. با توجه به رابطه‌ی (۲-۵۴) میدان پتانسیل در یک نقطه بستگی به توزیع کل منشأ دارد. در واقع، میدان پتانسیل، در هر نقطه میانگین وزن داده شده‌ای از تمام قسمت‌های منشأ بوده که این تابع وزنی همان $\psi(P, Q)$ می‌باشد. در زبان تحلیل سیستم‌های خطی $f(P)$ تابع خطی از $s(Q)$ است و به ازای تمام نقاط $P \neq Q$ به آرامی تغییر می‌نماید. بنابراین $f(P)$ همیشه هموارتر از $s(Q)$ می‌باشد، مخصوصاً زمانی که خارج از منشأ مورد نظر باشد. بر همین اساس، مسأله وارون مربوط به یافتن $s(Q)$ از معادله (۲-۵۴) باعث تغییرات ناآرام در تابع $f(P)$ خواهد شد. به عبارت دیگر، تغییرات کوچکی در $f(P)$ باعث ایجاد تغییرات بزرگ

¹ instability

و غیرواقعی در $s(Q)$ شده و حل بدست آمده در این حالت ناپایدار نامیده می‌شود. راه‌هایی برای کاستن این ابهام وجود دارد ولی انجام آنها با از دست دادن جزئیاتی در مورد پارامترهای منشأ همراه خواهد بود.

مسئله سوم ساخت مدل^۱ مورد نظر است. به عنوان نمونه ممکن است فرض شود که منشأ مورد نظر اجتماعی از اجزای ساده (مثل دو قطبی‌های مغناطیسی^۲، منشأهای خطی^۳ و یا بلوک‌های راست-گوشه^۴) باشد. البته بایستی در اینجا متذکر گردید که ساختارهای زمین‌شناسی به این سادگی نیستند و نتایج بدست آمده اغلب با خطاهایی همراه است.

میدان پتانسیل در سمت چپ معادله (۲-۵۴) رابطه‌ای خطی از توزیع جرم ماده‌ی مغناطیده است. در این معادله دو برابر شدن شدت مغناطیدگی باعث دو برابر شدگی دامنه‌ی بی‌هنجاری کلی میدان خواهد شد و به طور مشابه سه برابر کردن آن منجر به افزایش سه برابری بی‌هنجاری مغناطیسی مربوطه می‌گردد. به طور کلی می‌توان گفت یک سیستم مفروض خطی است اگر $f_1(P)$ میدان ایجاد شده توسط توزیع منشأ $s_1(Q)$ و $f_2(P)$ میدان حاصله از پخش منشأ دیگری مثل $s_2(Q)$ باشند آنگاه میدان حاصل شده از $as_1(Q) + bs_2(Q)$ برابر باشد با $af_1(Q) + bf_2(Q)$ که در آن a و b ضرایب ثابتی هستند.

بایستی دانست که آزمایش فوق برای پارامترهای دیگر معرف منشأ، صادق نمی‌باشد. برای مثال، میدان پتانسیل تابعی خطی از عمق، ضخامت و شکل منشأ نیست. همه‌ی این پارامترهایی که ذکر گردید، شامل تابع $\psi(P, Q)$ بوده و در حدهای انتگرالی مربوطه به حجم D گنجانده شده‌اند. راه‌کارهای وارونی که سعی در تخمین این پارامترها دارند، روش‌های غیرخطی نامیده می‌شوند. البته بیشتر شیوه‌های غیرخطی نیز مشتمل بر فرض‌های ساده‌ای‌اند که باعث تبدیل شدن آنها به مسائل خطی می‌گردند.

¹ Model construction

² Magnetic dipoles

³ Line sources

⁴ Rectangular prisms

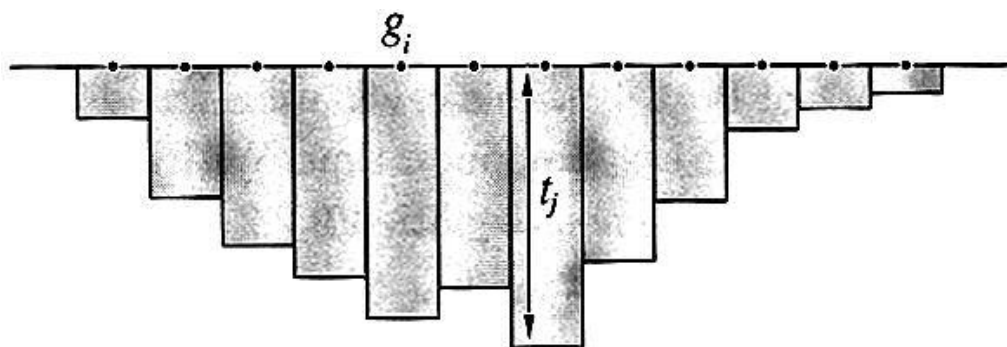
۲-۱۰ روش‌های تکرار^۱

مدل‌سازی پیشرو در یک روند سه مرحله‌ای انجام می‌شود، به این ترتیب که ابتدا بی‌هنجاری مدل مفروض محاسبه گردیده، سپس با داده‌های واقعی مقایسه شده و پارامترهای مدل جهت بهتر کردن اختلاف موجود تعدیل می‌گردند و این پروسه تا زمانی که نتایج راضی کننده باشند، ادامه می‌یابد. تعدادی از الگوریتم‌های کامپیوتری نیز از همین روند منطقی استفاده کرده، با این تفاوت که می‌توان آنها را جزء روش‌های وارون دانست زیرا پارامترهای مدل در این الگوریتم‌ها به طور خودکار تغییر می‌یابند و کنترل شخصی در آنها حداقل است.

حال به مثالی در تخمین شکل مقطع حوضه‌های رسوبی پرداخته می‌شود. در این شیوه حوضه‌ی رسوبی مورد نظر در جهت عمود بر پروفیل اندازه‌گیری به طور نامتناهی گسترش یافته (تقریب دو بعدی) و در محدوده سنگ‌های دربرگیرنده دارای اختلاف چگالی $\Delta\rho$ می‌باشد. حوضه‌ی رسوبی مربوطه به N بلوک مستطیل شکل با اعماق t_j ، $j = 1, 2, 3, \dots, N$ ، که در جهت عمود بر پروفیل به صورت نامتناهی بسط یافته‌اند، همانند شکل ۲-۵ نشان داده شده و تنها میدان در N نقطه مفروض g_i ، $i = 1, 2, 3, \dots, N$ در امتداد پروفیلی عمود بر روند حوضه در مرکز هر کدام از بلوک‌ها اندازه‌گیری گردیده است. به سادگی می‌توان ضخامت یک بلوک را بر اساس گرانی تک نقطه‌ای به صورت ذیل ارائه داد که (بلیکلی، ۱۹۹۶):

$$t_j^{(1)} = \frac{g_j}{2\pi\gamma\Delta\rho} \quad , \quad j = 1, 2, 3, \dots, N$$

¹ Iterative methods



شکل ۲-۵. مقطع یک حوضه‌ی رسوبی که به وسیله بلوک‌های مستطیل شکل از یک سو نامتناهی مدل‌سازی شده است. (بلکلی، ۱۹۹۶)

در این رابطه، اندیس بالایی بیان‌کننده‌ی تعداد تکرار بوده که در این حالت برابر با یک است. سپس یک روند سه مرحله‌ای برای تغییرات مکرر ضخامت بلوک‌ها می‌تواند به جریان افتد که این مراحل شامل موارد زیرند (k معرف تعداد دفعات تکرار فرآیند است):

۱. در هر تکرار میدان $g_j^{(k)}$ در هر کدام از نقاط مشاهده‌ای، حاصل از تمام بلوک‌ها با فرض ضخامت‌های مربوط به تکرار قبل، محاسبه می‌شود.
۲. باقیمانده‌ی $g_j - g_j^k$ در هر کدام از نقاط مشاهده‌ای تعیین می‌گردد.
۳. تقریب تخته نامتناهی^۱ جهت تعیین دسته‌ای از ضخامت‌های جدید دوباره مورد استفاده قرار می‌گیرد. مقدار تصحیح بلوک بر اساس این فرض که بلوک‌ها به عنوان تخته‌های ضخیم نامتناهی ملزم به سازگاری با باقیمانده‌ی بدست آمده هستند، تخمین زده می‌شود. بنابراین با این توضیحات ضخامت جدید برای تکرار $(k+1)$ ام برابر خواهد بود با:

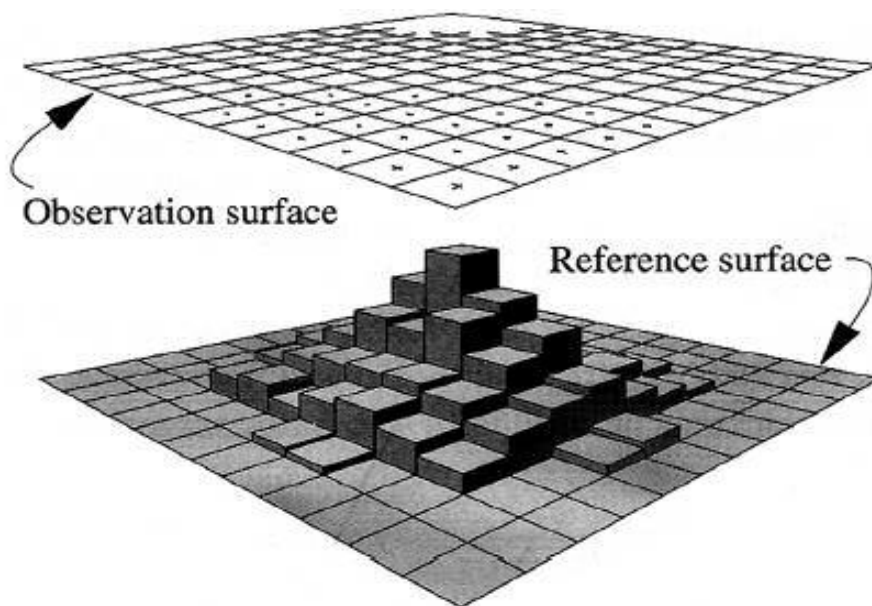
$$t_j^{(k+1)} = \frac{(g_j - g_j^{(k)})}{2\pi\gamma\Delta\rho} + t_j^k$$

این سه مرحله تا زمانی که به همگرایی موردنظر برسیم، ادامه می‌یابد.

در یک روش دیگر داده‌های اندازه‌گیری شده در شبکه‌هایی مربعی شکل درون یابی می‌شوند به طوری که، منشأ مفروض می‌تواند در مقیاس سه بعدی مورد مطالعه قرار گیرد. در این حالت، منشأ مفروض

¹ Infinit slab approximation

توسط بلوک‌های مکعب مستطیل مدل سازی می‌شود که به ازای هر بلوک یک داده‌ی گرانی وجود دارد (شکل ۲-۶). در این روش ضخامت بلوک‌ها t_j ، $j = 1, 2, 3, \dots, N$ ، نسبت به سطح مرجعی تعریف می‌شدند که می‌توانست برای مثال معرف بخش بالایی و یا پایینی آنها باشد. همانند روش پیشین در اینجا نیز ضخامت بلوک‌های اولیه با فرض این که هر کدام از آنها یک تخته‌ی نامتناهی است تخمین زده می‌شود. و پروسه محاسباتی سه مرحله‌ای صورت گرفته و تعدیل مدل به طور خودکار در هر دوره‌ی تکرار صورت می‌پذیرد.



شکل ۲-۶ مدل سه بعدی استفاده شده در روش کوردل و هریسن (بلکلی، ۱۹۹۶)

روش تا حدودی متفاوت نیز توسط جکنز و مورینگ (۱۹۹۰) بیان شده که مانند دو راه‌کار قبلی، در تخمین شکل حوضه‌های رسوبی کم چگال کاربرد دارد، با این تفاوت که شیوه آنها احتمال متغیر بودن چگالی سنگ‌های دربرگیرنده حوضه‌ی رسوبی (سنگ بستر) را نیز به حساب می‌آورد. این راه‌کار بر اساس جداسازی داده‌های گرانی اندازه‌گیری شده به دو مؤلفه که یکی مربوط به میدان گرانی ایجاد شده توسط خود حوضه‌های رسوبی و دیگری در رابطه با تغییرات چگالی سنگ‌های دربرگیرنده^۱ آنها بوده، بنیان نهاده شده است. به عبارت دیگر، اگر فرض شود که g معرف داده‌های گرانی اندازه‌گیری

¹ Underlying basement rocks

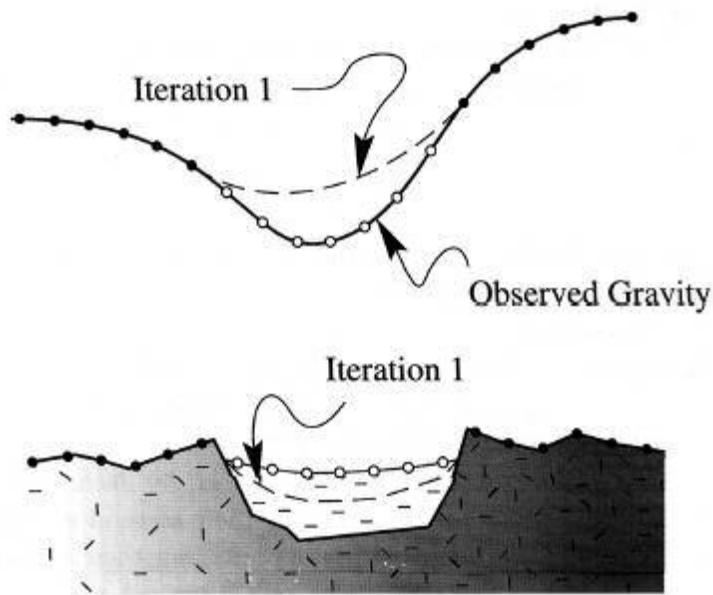
شده بعد از حذف اثر ناحیه‌ای باشد (که در آن اثر باقیمانده‌ی ایزوستازی می‌تواند نقطه شروع مطلوب باشد)، آنگاه g را می‌توان به صورت $g = g_b + g_d$ نوشت که در آن g_b بی‌هنجاری مربوط به سنگ کف زیر حوضه و g_d بی‌هنجاری ایجاد شده به واسطه ذخایر رسوبی کم‌چگال است. در این روش مراحل زیر برای نیل به هدف باید صورت پذیرند (بلیکلی، ۱۹۹۶):

۱. در اولین تکرار فرض می‌شود که g_b تنها توسط ایستگاه‌های واقع بر رخنمون سنگ بستر و یک سطح صاف عبوری از این داده‌ها (همانطور که در شکل ۲-۷ با خط چین نشان داده شده است)، تعریف شده باشد. این مرحله شامل تقریب اول g_b^1 نسبت به میدان زیر لایه g_b است، اما این تقریب تنها تخمینی ابتدایی است، زیرا داده‌های اندازه‌گیری شده هنوز اثرات حوضه‌های مجاور را در بر دارد که این اثرات می‌تواند در تکرارهای بعدی حذف گردد.

۲. تقریب اول g_d به واسطه کم کردن g_b^1 از داده‌های مشاهده‌ای گرانی g به دست می‌آید که این مقدار جدید باقیمانده g_d^1 ، جهت یافتن اولین تقریب عمق حوضه رسوبی در روش تقریب تخته نامتناهی استفاده می‌شود.

۳. اثر گرانی حوضه‌های مجاور سپس می‌تواند توسط روش‌های مختلفی محاسبه گردد. به طور مثال جکنز و مورینگ (۱۹۹۰) از روش پارکر (۱۹۷۲) برای این امر استفاده کردند. نتیجه‌ی به دست آمده، اثر گرانی حوضه‌های مجاور، از داده‌های مربوط به ایستگاه‌های گرانی واقع بر رخنمون سنگ بستر کم می‌شود تا تخمین بعدی یعنی g_b^2 برای میدان گرانی سنگ بستر، حاصل شود.

سه مرحله مذکور تا زمانی که جواب مسئله مربوط به مقادیر رضایت بخشی برسد، ادامه می‌یابد. بعد از انجام مراحل فوق دو نتیجه حاصل می‌شود که یکی شکل حوضه‌ی رسوبی کم‌چگال و دیگری جاذبه‌ی گرانی آن بدون در نظر گرفتن تأثیرات حوضه‌های دیگر است.



شکل ۲-۷ تقسیم گرانی بازماند به دو مولفه، مولفه ایجاد شده ناشی از تغییرات چگالی در داخل پی سنگ و مولفه ایجاد شده ناشی از پر شدن حوضه رسوبی. خط چین، اندازه گیری های انجام شده در روی رخنمون پی سنگ و دایره ها اندازه گیری های انجام شده در روی پوشش رسوبی را نشان می دهد. (بلکلی، ۱۹۹۶)

۲-۱۱ خطی سازی مسائل غیر خطی

در این مطالعه، همانطور که در فصول آینده خواهد آمد، تمامی وارون سازی ها غیر خطی می باشند. بنابراین در این بخش به حل مسائل غیر خطی پرداخته خواهد شد. روش کلی در ارتباط با این مسائل خطی کردن آنها و استفاده از روش های حل مسائل خطی در تکرارهای مختلف می باشد. اگرچه میدان های پتانسیل نسبت به پارامترهای خاصی از منشأ وابستگی غیر خطی دارند اما این وابستگی نسبت به مقادیر تغییرات کوچک آنها می تواند خطی فرض گردد. به عنوان مثال، میدان های پتانسیل مربوط به یک منشور چندضلعی با مختصات گوشه های آن با توابع آرک تانژانت و لگاریتمی مرتبط است و این یعنی میدان پتانسیل تابعی غیر خطی از مختصات گوشه های چندضلعی بوده است. با این وجود، این چنین روابط غیر خطی ای می توانند با فرض تغییرات خیلی کوچک در پارامترهای مدل خطی فرض

شوند. برای نمونه، میدان مغناطیسی و یا گرانی مربوط به گروهی از منشورهای چندضلعی می‌توانند به صورت سری تیلور بر اساس تغییرات مکان‌های مختصات چندضلعی‌ها بسط یابد. اگر میزان تغییر در این مختصات کوچک باشد، سری مذکور می‌تواند قطع گردیده و بستگی تابعی در این تغییرات خطی گردد، آنگاه الگوریتمی جهت محاسبه‌ی بهترین دسته از بلوک‌ها برای بی‌هنجاری مفروض بدست می‌آید که در آن پارامترهای اشکال مقطعی به میزان مقادیر کوچک از طریق تکنیک‌های کمترین مربعات تغییر داده می‌شوند.

گفتیم که صورت کلی یک مسأله وارون ژئوفیزیکی می‌تواند همانند ذیل بیان گردد:

$$d = A(m) \quad (56-2)$$

که در این رابطه m معرف پارامترهای مدل، d بیانگر داده‌های اندازه‌گیری شده و $A(m)$ تابعی غیرخطی از پارامترهای مدل است. به منظور خطی کردن $A(m)$ ، بسط تیلور آن را حول یک حدس اولیه از پارامترهای مدل یعنی m^0 نوشته می‌شود. m^0 که مدل اولیه¹ نامیده می‌شود ممکن است بر اساس یک سری از اطلاعات جانبی به دست آمده باشد یا تنها یک حدس هوش‌مندانه باشد.

$$A_i(m) = A_i(m^0) + \sum_{j=1}^M \frac{\partial A_i}{\partial m_j} (m_j - m_j^0) \quad i=1,2,\dots,N \quad (57-2)$$

طبق رابطه (27-2) خواهیم داشت:

$$e_i = d_i^{obs} - d_i^{pre} = d_i^{obs} - A_i(m) \quad i=1,2,\dots,N \quad (58-2)$$

که در آن d_i^{obs} داده مشاهده‌ای و d_i^{pre} داده پیش‌بینی شده است. با توجه به روابط (28-2) و (29-2) و قراردادن $y_i = d_i^{obs} - A_i(m^0)$ ، خواهیم داشت:

$$e = y - G\delta \quad (59-2)$$

¹ Initial model

که G ماتریس مشتقات جزئی مرتبه اول (Jacobain matrix) و δ تغییر در پارامترهای مدل به فرم ماتریسی در زیر آمده‌اند:

$$G = \begin{pmatrix} \frac{\partial A_1}{\partial m_1} & \cdots & \frac{\partial A_1}{\partial m_M} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial A_n}{\partial m_1} & \cdots & \frac{\partial A_n}{\partial m_M} \end{pmatrix}_{N \times M} \quad \text{و} \quad \delta = [\delta m_1 \cdots \delta m_M]_{1 \times M}^T$$

δ ای مد نظر است که تابع هدف زیر را کمینه کند.

$$\begin{aligned} q = e^T e &= \sum_{i=1}^N e_i^2 = (y^T - \delta^T G^T)(y - G\delta) \\ &= y^T y - 2y^T G\delta + \delta^T G^T \delta G \end{aligned} \quad (60-2)$$

با محاسبه مشتق q نسبت به δ و برابر با صفر قرار دادن آن جواب کمترین مربعات عادی به دست می‌آید:

$$\delta = (G^T G)^{-1} G^T y \quad (61-2)$$

معادله (61-2) جواب روش کمترین مربعات است. یک مشکل این روش آن است که چنانچه ویژه-مقادیر ماتریس $G^T G$ کوچک باشند، تغییر در پارامترهای مدل، δ ، بزرگ شده و فرض خطی بودن در استفاده از بسط تیلور صحیح نیست. بمنظور جلوگیری از این مشکل لونبرگ (۱۹۴۴) روش کمترین مربعات میرا را پیشنهاد کرد. به این صورت که وزن‌های مثبت و مساوی به قطر اصلی ماتریس $G^T G$ اضافه شود. در واقع روش مارکوارت-لونبرگ هر دو کمیت اختلاف داده‌های مشاهده‌ای و پاسخ مدل، e ، و میزان تغییر در پارامترهای مدل، δ ، را همزمان کمینه می‌کند. به این ترتیب براساس آنچه گفته شد رابطه اساسی روش مارکوارت-لونبرگ به صورت زیر قابل بیان است:

$$\delta = (G^T G + \beta I)^{-1} G^T y \quad (62-2)$$

ضریب میرایی β به همه درایه‌های قطر اصلی ماتریس $G^T G$ اضافه می‌شود.

روش معمول در تعیین ضریب میرایی این است که در ابتدای وارون‌سازی (در تکرارهای ابتدایی) ضریب میرایی یک مقدار بزرگ خواهد داشت و در نتیجه از امتیاز همگرایی خوب استفاده می‌شود. در ادامه و در تکرارهای بعد، ضریب میرایی در یک فاکتور کوچکتر از یک ضرب می‌شود و در نتیجه روش کمترین مربعات غالب می‌شود.

فصل سوم

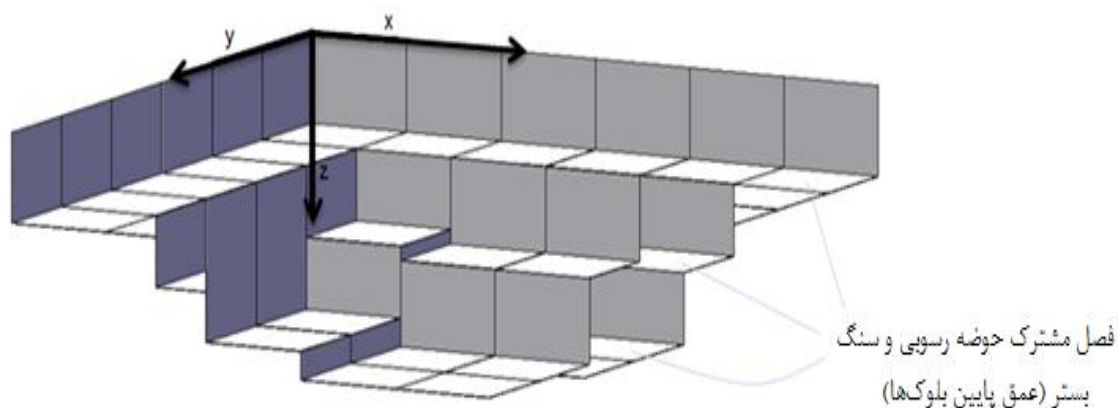
تئوری روش وارون سازی، الگوریتم و زیربرنامه‌های رایانه‌ای

۱-۳ مقدمه

منظور از مدل‌سازی در این مطالعه این است که رسوبات روی یک بستر مدل می‌شود. این رسوبات به وسیله مجموعه‌ای از بلوک‌های (منشورهای) سه بعدی مدل شده، به ترتیبی که ضخامت بلوک‌ها عمق تا سنگ بستر را نشان می‌دهد. بنابراین آنومالی ناشی از این ساختار (رسوبات مدل شده توسط بلوک‌ها) در هر نقطه، عبارت است از مجموع اثرات همه بلوک‌ها در آن نقطه. در نتیجه مسأله وارون تعیین توپوگرافی سنگ بستر به مسأله وارون تعیین ضخامت بلوک‌ها به عنوان پارامترهای مدل تبدیل می‌شود. همانطور که در ادامه دیده می‌شود تمامی وارون‌سازی‌ها غیرخطی‌اند و جهت انجام وارون‌سازی از رابطه اساسی روش مارکوارت-لونبرگ (رابطه (۲-۶۲)) استفاده می‌شود.

۲-۳ مدل‌سازی وارون سه بعدی داده‌های گرانی‌سنجی

یکی از پرکاربردترین مدل‌های هندسی ریاضی برای مدل‌سازی سه بعدی سنگ بستر مدل جمع منشوری سه بعدی (پلاف، ۱۹۷۶) می‌باشد. در اینجا نیز در انجام مدل‌سازی سه بعدی داده‌های گرانی-سنجی از این مدل استفاده شده است به طوری که، ضخامت بلوک‌ها عمق تا سنگ بستر است. یعنی عمق پایین هر بلوک روی فصل مشترک حوضه رسوبی و سنگ بستر می‌باشد. بنا به اصل برهم نهش بی‌هنجاری گرانی در هر نقطه را می‌توان به صورت مجموع اثر بلوک‌های راست‌گوشه در نظر گرفت. مدل سه بعدی حوضه رسوبی در شکل (۳-۱) آمده است. با توجه به این شکل به منظور تشکیل ساختار مورد نظر بلوک‌های راست‌گوشه در یک سیستم مختصات کارتزین با محور Z رو به پایین مشخص می‌شوند. ابعاد افقی بلوک‌های مکعبی برابر با ابعاد شبکه‌بندی است به طوری که در زیر هر یک از نقاط مشاهده آنومالی یک بلوک قرار دارد. عمق پایین بلوک‌ها منطبق با فصل مشترک سنگ بستر و رسوبات روی آن می‌باشد. برنامه وارون‌سازی در این تحقیق عمق پایین هر کدام از بلوک‌ها را محاسبه می‌کند.

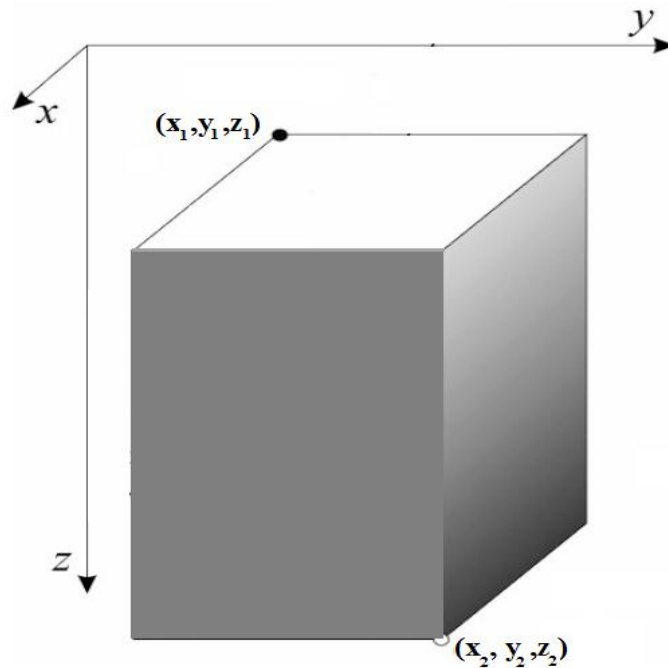


شکل ۳-۱. نمایش مدل حوضه رسوبی توسط مجموعه‌ای از بلوک‌های راست گوشه

در شکل (۳-۲) یک بلوک سه بعدی راست گوشه برای نمونه آورده شده است. مولفه قائم جاذبه گرانش ، آنچه که گرانی سنج اندازه می‌گیرد ، ناشی از بلوک سه بعدی راست گوشه با ابعاد x_1 تا x_2 ، y_1 تا y_2 ، و z_1 تا z_2 در مبدأ مختصات به صورت زیر تعریف می‌شود (پلوف، ۱۹۷۶):

$$g = \gamma \rho \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^2 \sum_{k=1}^2 \mu_{ijk} \left\{ z_k \arctan \frac{x_i y_j}{z_k R_{ijk}} - x_i \log(R_{ijk} + y_j) - y_j \log(R_{ijk} + x_i) \right\} \quad (1-3)$$

که γ ثابت جهانی گرانش، ρ چگالی بلوک، و $R_{ijk} = \sqrt{x_i^2 + y_j^2 + z_k^2}$ و $\mu_{ijk} = (-1)^{i+j+k}$.



شکل ۳-۲. نمایش یک بلوک راست گوشه که جهت انجام مدل سازی استفاده می شود.

با توجه به رابطه (۳-۱) میدان گرانی ناشی از یک بلوک راست گوشه بستگی غیرخطی به ضخامت آن دارد، از طرفی پارامترهای مدل در اینجا ضخامت بلوکها می باشد، بنابراین مسأله پیش رو غیرخطی می باشد و با استفاده از الگوریتم وارون سازی مارکوارت- لونیبرگ حل می شود. همان طور که در فصل دوم اشاره گردید جهت انجام وارون سازی غیرخطی بایستی مشتق گیری نسبت به پارامترهای مدل انجام شود. با توجه به این که پارامترهای مدل در اینجا عمق یا ضخامت بلوکها می باشد، مشتق گیری از رابطه (۳-۱) نسبت به z_k نتیجه می دهد:

$$\frac{\delta g}{\delta z_k} = \gamma \rho \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^2 \mu_{ijk} \left\{ \arctan \frac{x_i y_j}{z_k R_{ijk}} - \frac{x_i y_j z_k (R_{ijk}^2 + z_k^2)}{R_{ijk} [(z_k R_{ijk})^2 + (x_i y_j)^2]} - \frac{x_i z_k}{R_{ijk} (R_{ijk} + y_j)} - \frac{y_j z_k}{R_{ijk} (R_{ijk} + x_i)} \right\} \quad (3-3)$$

جهت انجام مدل سازی، برنامه ای وارون سازی تهیه شد که از روابط بالا بر اساسی که توضیح داده می شود، استفاده می کند. ورودی برنامه وارون سازی شامل مختصات نقاط مشاهده ای روی یک شبکه منظم برداشت، بی هنجاری گرانی در این نقاط (داده ها)، عمق اولیه بلوکها (مدل اولیه) و تباین چگالی بلوکها با سنگ بستر می باشد. ساختار حوضه رسوبی در زیر شبکه برداشت با یک سری بلوکهای

راست گوشه کنار هم چیده شده مدل سازی می شود، به طوری که ابعاد افقی بلوک ها برابر بوده و هر کدام از آن ها زیر یک نقطه بی هنجاری قرار دارد. برنامه وارون سازی از دو زیر برنامه اصلی تشکیل شده است و در یک روند تکراری عمق پایینی بلوک ها که عبارت از فصل مشترک سنگ بستر و رسوبات روی آن می باشد را به دست می دهد. در اینجا پارامترهای مدل عبارت اند از عمق پایینی بلوک ها و با توجه به اینکه در روی هر بلوک یک نقطه مشاهده داریم، تعداد داده ها و پارامترهای مدل برابرند، $N=M$. چنانچه m^0 مدل اولیه و m^k مدل اولیه تعدیل یافته بعد از k تکرار باشند، فرمول الگوریتم تکرار شونده با توجه به رابطه مارکوارت-لونبرگ (معادله (۲-۶۲)) به صورت زیر ارائه می گردد (میو، ۱۹۹۴):

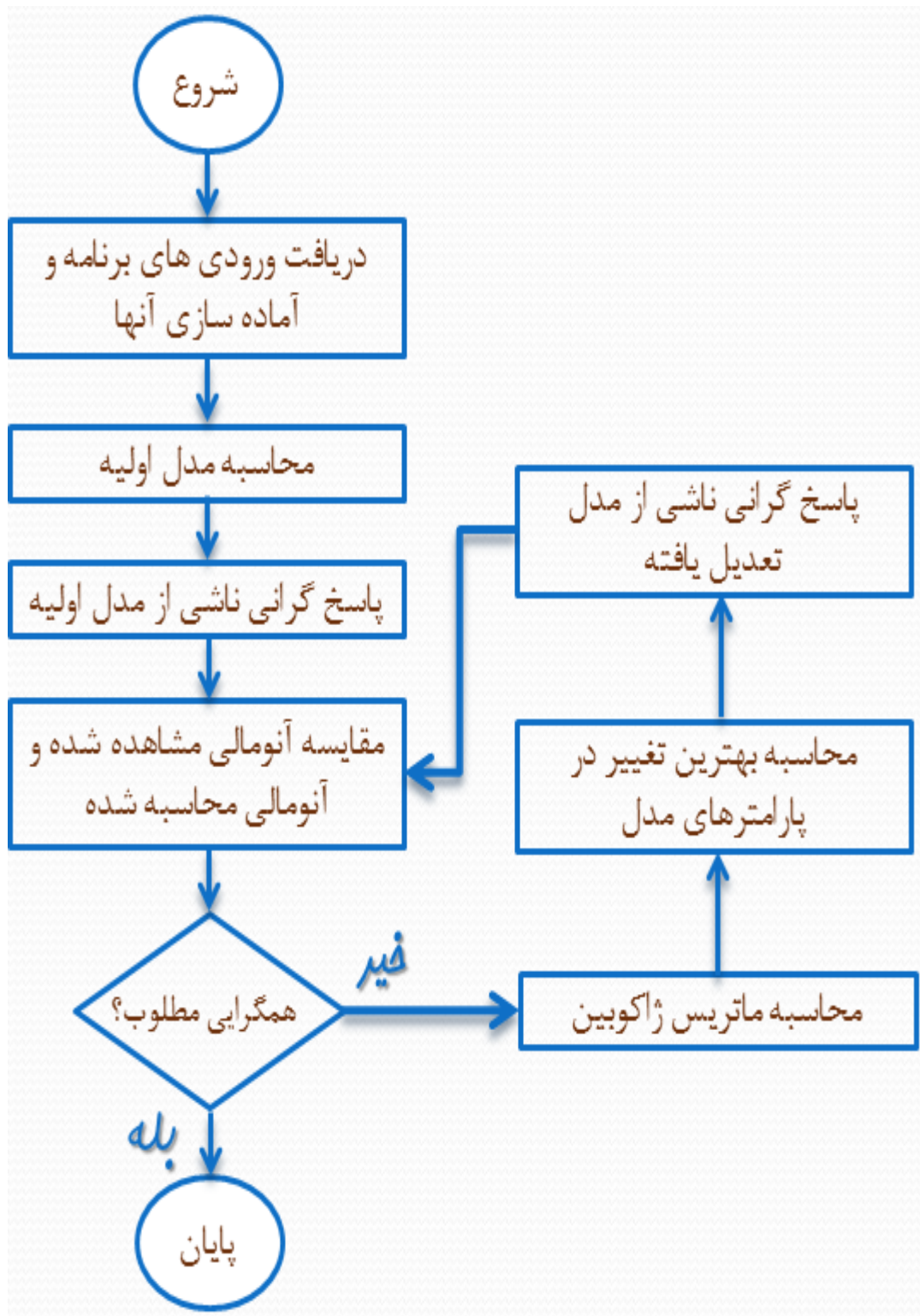
$$m^{k+1} = m^k + [G^T G + \beta I]^{-1} G^T y \quad (3-3)$$

که $m^k = m^0 + \delta^1 + \delta^2 + \dots + \delta^{k-1} + \delta^k$ ، G ماتریس مشتقات جزئی و δ^k تغییر در پارامترهای مدل در تکرار k ام می باشند. الگوریتم برنامه: اول زیر برنامه FORGRAV3D.m پاسخ گرانی ناشی از مدل اولیه را با استفاده از رابطه (۳-۱) محاسبه می کند و از آنجا بردار y یعنی اختلاف بین داده های مشاهده ای و پاسخ گرانی ناشی از مدل اولیه بدست می آید. دوم زیر برنامه JACOBIANGRAV3D.m با استفاده از رابطه (۳-۲) ماتریس مشتقات جزئی را محاسبه می کند. سوم با استفاده از رابطه مارکوارت-لونبرگ (معادله (۲-۶۲)) بهترین تغییر در پارامترهای مدل، δ ، بدست آمده و مطابق رابطه (۳-۳) با پارامترهای مدل اولیه جمع جبری می شود. حال مدل تعدیل یافته به عنوان مدل اولیه در مرحله اول قرار داده شده و بقیه مراحل تا رسیدن به یک همگرایی قابل قبول دنبال می شود. الگوریتم وارون سازی روش ذکر شده در شکل (۳-۳) نشان داده شده است.

همگرایی مطلوب زمانی رخ می دهد که خطای RMS ناشی از اختلاف بین داده های مشاهده ای و داده های گرانی ناشی از مدل تعدیل یافته با نظر مفسر از حد معینی کمتر باشد. خطای RMS بصورت زیر تعریف می شود:

$$\text{RMS} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (d_i^{obs} - d_i^{pre})^2}{N}}, \quad (4-3)$$

که N تعداد داده‌ها، d_i^{obs} داده‌های مشاهده‌ای و d_i^{pre} داده‌های پیش‌بینی شده می‌باشد. علاوه بر خطای RMS برای تعیین دقت و کیفیت جواب‌های حاصل، ماتریس تحلیل داده‌ها و ماتریس تحلیل پارامترهای مدل محاسبه شوند. در محاسبه این ماتریس‌ها از $A^{-g} = [G^T G + \beta I]^{-1} G^T$ به عنوان وارون تعمیم یافته استفاده می‌شود.



شکل ۳-۳. الگوریتم برنامه وارون سازی داده های گرانی سنجی

برنامه کامپیوتری به نحوی نوشته شده است که کمترین اطلاعات اولیه را بخواهد و همانطور که در بالا گفته شد، ورودی تنها شامل تباین چگالی و یک عمق اولیه می‌باشد. در شروع اجرای برنامه، تباین چگالی و یک عمق تخمینی اولیه توسط برنامه از کاربر خواسته می‌شود. عمق اولیه، با توجه به نوع روش به کار رفته که شامل تقریب رسوبات روی سنگ بستر با یک سری بلوک‌های کنار هم چیده شده است، می‌تواند از اطلاعات زمین‌شناسی، لرزه‌ای و یا با نظر مفسر انتخاب شود. البته نتایج وارون‌سازی با عمق‌های اولیه متفاوت نشان داد که انتخاب مدل اولیه در فرآیند وارون‌سازی تأثیر چندانی ندارد. که این خود نشان دهنده پایداری بالای برنامه ارائه شده است. در این مطالعه برای انتخاب مدل اولیه از فرمول تخته بوگه استفاده می‌شود، با این فرض ضمنی که بی‌هنجاری گرانی در هر ایستگاه در تناسب مستقیم با ضخامت بلوک راست‌گوشه زیر آن است (رائو و همکاران، ۱۹۹۹). خروجی برنامه وارون‌سازی شامل سه شکل می‌باشد. در شکل اول مدل مصنوعی به کار رفته شده به همراه بی‌هنجاری گرانی ناشی از آن و در ادامه نتیجه برنامه وارون‌سازی یعنی مدل تخمین زده شده و داده‌های پیش‌بینی شده می‌آید. در شکل دوم یک نمودار ستونی از مقادیر خطای RMS بین بی‌هنجاری مشاهده‌ای و محاسبه‌ای در هر تکرار آورده می‌شود. در شکل سوم ماتریس تحلیل پارامترهای مدل و ماتریس تحلیل داده‌ها می‌آیند.

۳-۳ مدل‌سازی وارون سه بعدی داده‌های مغناطیسی

در این قسمت نیز جهت انجام مدل‌سازی سه‌بعدی داده‌های مغناطیسی از مدل جمع منشوری سه بعدی (پلاف، ۱۹۷۶) استفاده شده است به طوری که، ضخامت بلوک‌ها عمق تا سنگ بستر است. یعنی عمق پایین هر بلوک روی فصل مشترک حوضه رسوبی و سنگ بستر می‌باشد. بنا به اصل برهم نهش بی‌هنجاری مغناطیسی در هر نقطه را می‌توان به صورت مجموع اثر بلوک‌های مغناطیسی راست‌گوشه

در نظر گرفت. ساختار مدل سه بعدی حوضه رسوبی دقیقاً شبیه مدل سه بعدی گرانی سنجی، شکل (۱-۳)، است.

یک بلوک سه بعدی راست گوشه موازی با محورهای مختصات، با مغناطش^۱ $\vec{M} = M(\hat{i}\hat{M}_x + \hat{j}\hat{M}_y + \hat{k}\hat{M}_z)$ و ابعاد $x_1 \leq x \leq x_2$ ، $y_1 \leq y \leq y_2$ و $z_1 \leq z \leq \infty$ را در نظر گرفته می شود. چنانچه این بلوک در یک میدان ناحیه ای در جهت $\hat{F} = (\hat{F}_x, \hat{F}_y, \hat{F}_z)$ قرار داشته باشد، آنومالی میدان کل در مبدأ مختصات به صورت زیر به دست می آید (بلیکلی، ۱۹۹۶):

$$\begin{aligned} \Delta T = & M \left[\frac{\alpha_{23}}{2} \log\left(\frac{r-x'}{r+x'}\right) + \frac{\alpha_{13}}{2} \log\left(\frac{r-y'}{r+y'}\right) - \alpha_{12} \log(r+z_1) \right. \\ & - \hat{M}_x \hat{F}_x \arctan\left(\frac{x'y'}{x'^2 + rz_1 + z_1^2}\right) - \hat{M}_y \hat{F}_y \arctan\left(\frac{x'y'}{r^2 + rz_1 - x'^2}\right) \\ & \left. + \hat{M}_z \hat{F}_z \arctan\left(\frac{x'y'}{rz_1}\right) \right] \Big|_{x'=x_1}^{x'=x_2} \Big|_{y'=y_1}^{y'=y_2} \end{aligned} \quad (5-3)$$

که

$$\begin{aligned} \alpha_{12} &= \hat{M}_x \hat{F}_x + \hat{M}_y \hat{F}_y \\ \alpha_{13} &= \hat{M}_x \hat{F}_z + \hat{M}_z \hat{F}_x \\ \alpha_{23} &= \hat{M}_y \hat{F}_z + \hat{M}_z \hat{F}_y \\ r^2 &= x'^2 + y'^2 + z'^2 \end{aligned}$$

معادله (۵-۳) میدان مغناطیسی ناشی از یک بلوک با عمق بالا در z_1 و عمق پایین در بی نهایت را به دست می دهد. چنانچه این معادله، یک بار به ازای $z_1 = z_t$ ، $M = M_0$ و یک بار به ازای $z_1 = z_b$ ، $M = -M_0$ محاسبه شود بر اساس اصل برهم نهی مجموع این دو محاسبه میدان مغناطیسی ناشی از یک بلوک با مغناطش $M = M_0$ ، عمق بالا در z_t و عمق پایین در z_b را به دست می دهد. با توجه به رابطه (۵-۳) میدان مغناطیسی ناشی از یک بلوک راست گوشه بستگی غیرخطی به ضخامت آن دارد، از طرفی پارامترهای مدل در اینجا ضخامت بلوکها می باشد، بنابراین مسأله پیش رو غیرخطی

¹ Magnetization

می‌باشد و با استفاده از الگوریتم وارون‌سازی مارکوارت-لونبرگ حل می‌شود. گفتیم که جهت انجام وارون‌سازی غیرخطی بایستی مشتق‌گیری نسبت به پارامترهای مدل انجام شود. با توجه به این که پارامترهای مدل در اینجا عمق یا ضخامت بلوک‌ها می‌باشد، مشتق‌گیری از رابطه (۳-۵) نسبت به z_1 نتیجه می‌دهد:

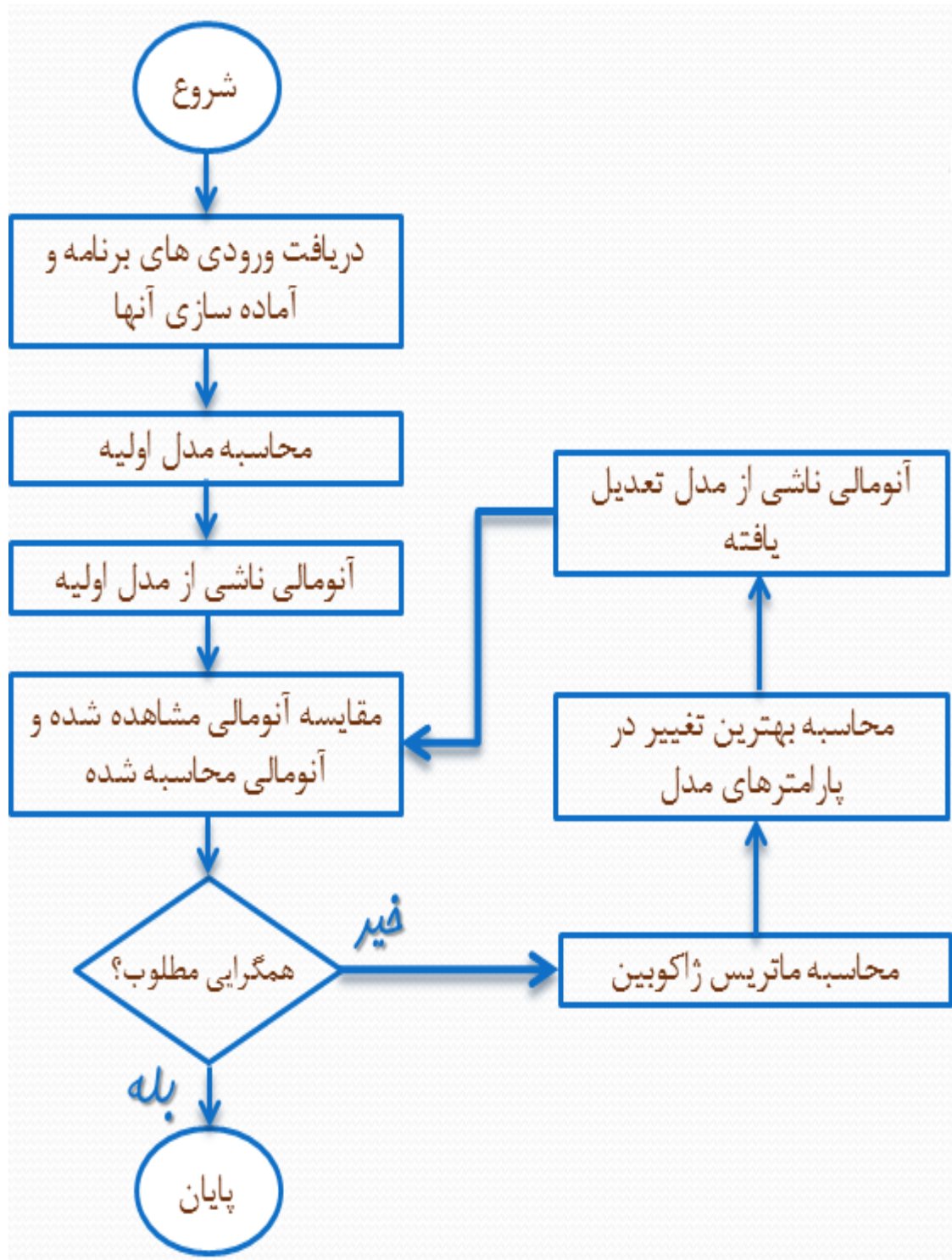
$$\frac{\partial \Delta T}{\partial z_1} = M \left\{ \begin{array}{l} \alpha_{23} \left(\frac{x' z_1}{r(y'^2 + z_1^2)} \right) + \alpha_{13} \left(\frac{y' z_1}{r(x'^2 + z_1^2)} \right) - \alpha_{12} / r + \hat{M}_x \hat{F}_x \left[\frac{x' y' (2z_1 + r + \frac{z_1^2}{r})}{x'^2 y'^2 + (x'^2 + r z_1 + z_1^2)^2} \right] \\ + \hat{M}_y \hat{F}_y \left[\frac{x' y' (2z_1 + r + \frac{z_1^2}{r})}{x'^2 y'^2 + (y'^2 + r z_1 + z_1^2)^2} \right] - \hat{M}_z \hat{F}_z \left(\frac{x' y' (r^2 + z_1^2)}{(r^2 z_1^2 + x'^2 y'^2) r} \right) \Big|_{x'=x_1}^{x'=x_2} \Big|_{y'=y_1}^{y'=y_2} \end{array} \right\} \quad (۳-۶)$$

جهت انجام مدل‌سازی، برنامه‌ای وارون‌سازی تهیه شد که از روابط بالا بر اساسی که توضیح داده می‌شود، استفاده می‌کند. ورودی برنامه وارون‌سازی شامل مختصات نقاط مشاهده‌ای روی یک شبکه منظم برداشت، بی‌هنجاری مغناطیسی در این نقاط (داده‌ها)، عمق اولیه بلوک‌ها (مدل اولیه) و تباین خودپذیری مغناطیسی بلوک‌ها با سنگ بستر می‌باشد. ساختار حوضه رسوبی در زیر شبکه برداشت با یک سری بلوک‌های راست‌گوشه کنار هم چیده شده مدل‌سازی می‌شود، به طوری که ابعاد افقی بلوک‌ها برابر بوده و هر کدام از آن‌ها زیر یک نقطه بی‌هنجاری قرار دارد. برنامه وارون‌سازی از دو زیر برنامه اصلی تشکیل شده است و در یک روند تکراری عمق پایینی بلوک‌ها که عبارت از فصل مشترک سنگ بستر و رسوبات روی آن می‌باشد را بدست می‌دهد. در اینجا پارامترهای مدل عبارت اند از عمق پایینی بلوک‌ها و با توجه به اینکه در روی هر بلوک یک نقطه مشاهده داریم، تعداد داده‌ها و پارامترهای مدل برابرند، $N=M$. چنانچه m^0 مدل اولیه و m^k مدل اولیه تعدیل یافته بعد از k تکرار باشند، فرمول الگوریتم تکرار شونده با توجه به رابطه مارکوارت-لونبرگ (معادله (۲-۶۲)) همانند رابطه (۳-۳) است.

الگوریتم برنامه: اول زیربرنامه FORMAG3D.m پاسخ بی‌هنجاری مغناطیسی ناشی از مدل اولیه را با استفاده از رابطه (۳-۵) محاسبه می‌کند و از آنجا بردار Δ یعنی اختلاف بین داده‌های مشاهده‌ای و پاسخ بی‌هنجاری مغناطیسی ناشی از مدل اولیه بدست می‌آید. دوم زیربرنامه JACOBIANMAG3D.m با استفاده از رابطه (۳-۶) ماتریس مشتقات جزئی را محاسبه می‌کند. سوم با استفاده از رابطه مارکوارت-لونبرگ (معادله (۲-۶۲)) بهترین تغییر در پارامترهای مدل، δ ، بدست آمده و مطابق رابطه (۳-۳) با پارامترهای مدل اولیه جمع جبری می‌شود. حال مدل تعدیل یافته به عنوان مدل اولیه در مرحله اول قرار داده شده و بقیه مراحل تا رسیدن به یک همگرایی قابل قبول دنبال می‌شود. الگوریتم وارون‌سازی روش ذکر شده در شکل ۳ نشان داده شده است. همگرایی مطلوب زمانی رخ می‌دهد که خطای RMS ناشی از اختلاف بین داده‌های مشاهده‌ای و داده‌های گرانی ناشی از مدل تعدیل یافته با نظر مفسر از حد معینی کمتر باشد. خطای RMS همانند رابطه (۳-۴) تعریف می‌شود. علاوه بر خطای RMS برای تعیین دقت و کیفیت جواب‌های حاصل، ماتریس تحلیل داده‌ها و ماتریس تحلیل پارامترهای مدل محاسبه شوند. در محاسبه این ماتریس‌ها از

$$A^{-g} = [G^T G + \beta I]^{-1} G^T$$

به عنوان وارون تعمیم یافته استفاده می‌شود.



شکل ۳-۴. الگوریتم برنامه وارون سازی داده های مغناطیسی

برنامه رایانه‌ای به نحوی نوشته شده است که کمترین اطلاعات اولیه را بخواهد، به طوری که ورودی تنها شامل تباین خودپذیری مغناطیسی و یک عمق اولیه می‌باشد. در شروع اجرای برنامه، تباین خودپذیری مغناطیسی و یک عمق اولیه توسط برنامه از کاربر خواسته می‌شود. عمق اولیه، با توجه به نوع روش به کار رفته که شامل تقریب رسوبات روی سنگ بستر با یک سری بلوک‌های کنار هم چیده شده است، می‌تواند از اطلاعات زمین‌شناسی، لرزه‌ای و یا با نظر مفسر انتخاب شود. البته نتایج وارون‌سازی با عمق‌های اولیه متفاوت نشان داد که انتخاب مدل اولیه در فرآیند وارون‌سازی تأثیر چندانی ندارد. که این خود نشان دهنده پایداری بالای برنامه ارائه شده است. خروجی برنامه وارون‌سازی شامل سه شکل می‌باشد. در شکل اول مدل مصنوعی به کار رفته شده به همراه بی‌هنجاری مغناطیسی ناشی از آن و در ادامه نتیجه برنامه وارون‌سازی یعنی مدل تخمین زده شده و داده‌های پیش‌بینی شده می‌آید. در شکل دوم یک نمودار ستونی از مقادیر خطای RMS بین بی‌هنجاری مشاهده‌ای و محاسبه‌ای در هر تکرار آورده می‌شود. در شکل سوم ماتریس تحلیل پارامترهای مدل و ماتریس تحلیل داده‌ها می‌آیند.

فصل چهارم

وارون‌سازی داده‌های مصنوعی و کارایی برنامه‌های رایانه‌ای

۴-۱ مقدمه

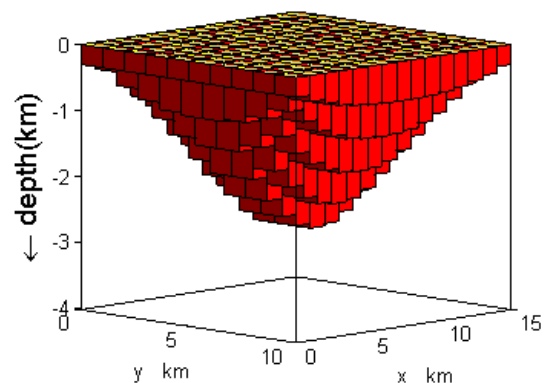
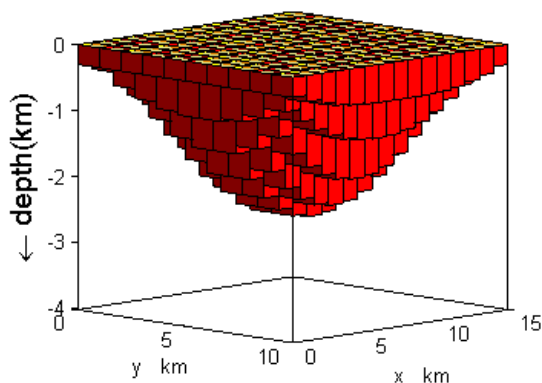
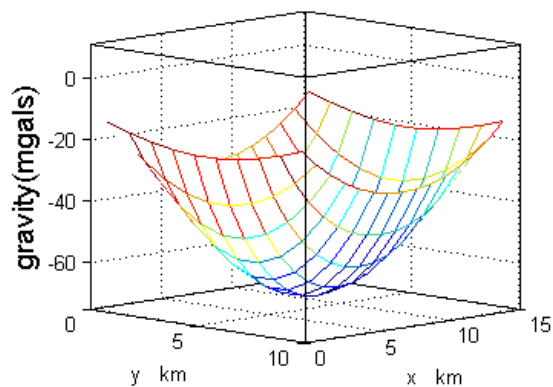
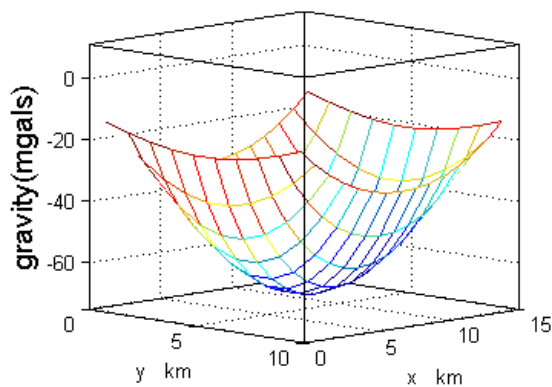
در این فصل به وارون‌سازی داده‌های مصنوعی گرانی‌سنجی و مغناطیس می‌پردازیم. همانطور که در فصول قبل اشاره شد تمامی وارون‌سازی‌ها به صورت خودکار و توسط برنامه‌های نگاشته شده در نرم-افزار MATLAB انجام می‌شود. جهت بررسی صحت و کارایی الگوریتم و برنامه‌های رایانه‌ای نگاشته شده، وارون‌سازی داده‌های مصنوعی بدون نوفه و داده‌های مصنوعی حاوی نوفه صورت گرفت که نتایج در ادامه خواهد آمد.

۴-۲ مدل مصنوعی بدون نوفه گرانی‌سنجی

به منظور نشان دادن کارایی برنامه‌های وارون‌سازی گرانی‌سنجی، سه مثال مصنوعی آمده است. در هر سه مثال از یک شبکه $15 \times 10 \text{ km}^2$ از داده‌ها برای مدل‌سازی استفاده شده است. تباین چگالی بین رسوبات و سنگ بستر $1,0 \text{ g/cm}^3$ - در نظر گرفته شده است. فرض شده است که داده‌های گرانی‌سنجی به فواصل ۱ کیلومتر در یک شبکه مستطیلی قرار دارند، گفتیم که در زیر هر نقطه برداشت یک بلوک قرار دارد، بنابراین بلوک‌ها با ابعاد افقی $1 \times 1 \text{ km}^2$ در یک شبکه $15 \times 10 \text{ km}^2$ گسترده شده‌اند. ضمناً در ادامه هر کدام از وارون‌سازی‌ها کیفیت و دقت نتایج بدست آمده با ارائه خطای RMS، ماتریس تحلیل داده‌ها و ماتریس تحلیل پارامترهای مدل بررسی شد.

مدل مصنوعی بدون نوفه و بی‌هنجاری گرانی ناشی از این مدل در شکل ۴-۱-الف آمده است. ابتدا با استفاده از برنامه پیشرو FORGRAV3D بی‌هنجاری گرانی ناشی از این مدل به عنوان داده‌های مصنوعی به دست آمد. سپس با استفاده از برنامه وارون‌سازی از این داده‌های مصنوعی به مدل سنگ بستر رسیدیم. ورودی برنامه وارون‌سازی داده‌های مصنوعی، تباین چگالی بین رسوبات و سنگ بستر و مدل اولیه می‌باشد. برنامه پس از ۱۵ تکرار به همگرایی بالایی رسید، $\text{RMS} = 0.21 \text{ mGals}$. نتیجه

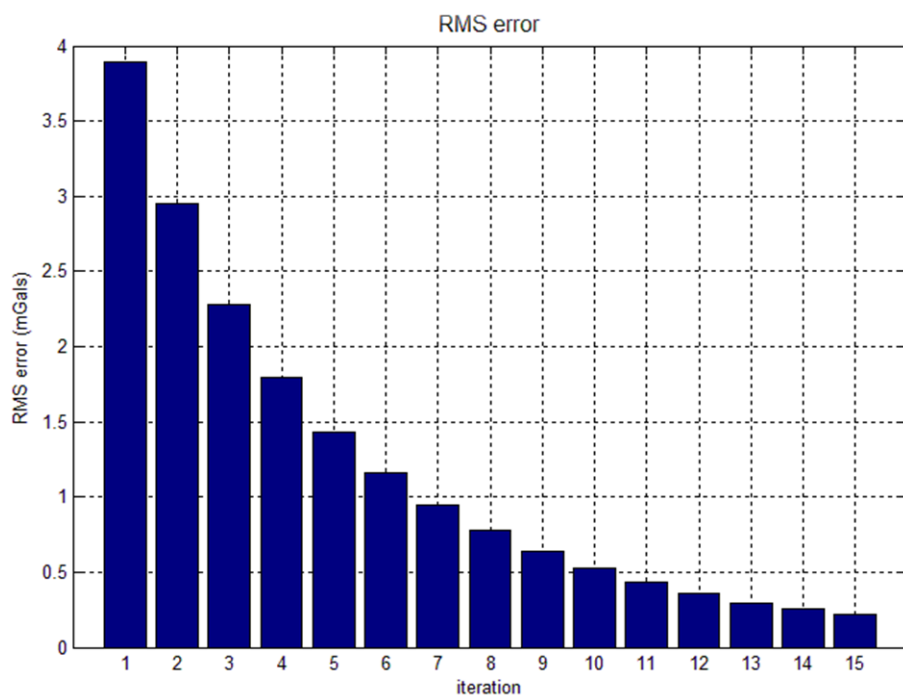
مدل سازی وارون یعنی مدل تخمینی و داده‌های پیش‌بینی شده در شکل ۴-۱-ب آمده است. انطباق کامل اولاً بین داده‌های مصنوعی و داده‌های پیش‌بینی شده ثانیاً بین مدل مصنوعی و مدل تخمین زده شده، نشان دهنده صحت و کارایی برنامه وارون‌سازی است. در شکل ۴-۲ مقادیر خطای RMS بین بی‌هنجاری مشاهده‌ای و محاسبه‌ای در هر تکرار و در شکل ۴-۳ ماتریس تحلیل پارامترهای مدل و ماتریس تحلیل داده‌ها آورده شده‌اند.



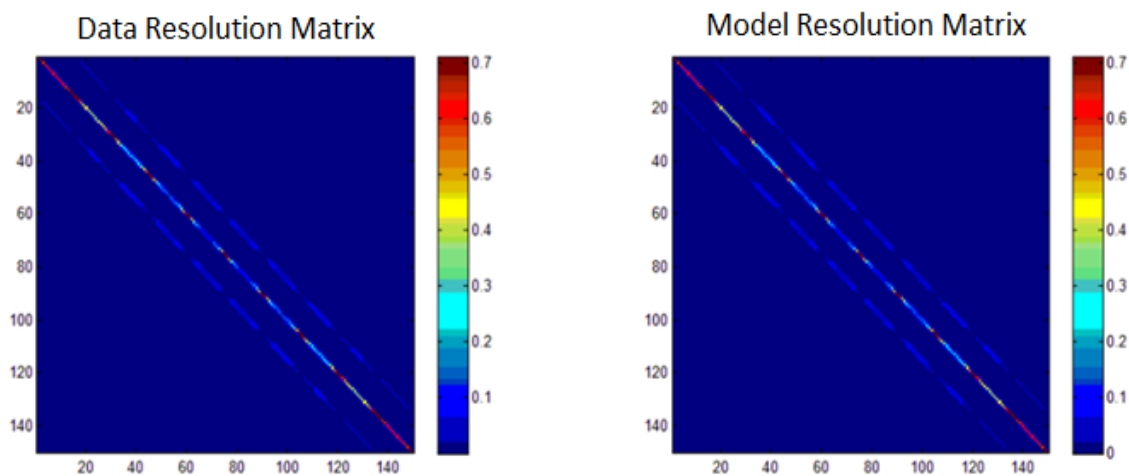
ب

الف

شکل ۴-۱. الف) مدل مصنوعی بدون نوفه یک حوضه رسوبی و بی‌هنجاری گرانی ناشی از آن، ب) نتیجه مدل‌سازی وارون برای مدل مصنوعی بدون نوفه و بی‌هنجاری گرانی پیش‌بینی شده.



شکل ۴-۲. میزان خطای RMS در هر تکرار برای مدل مصنوعی بدون نوفه



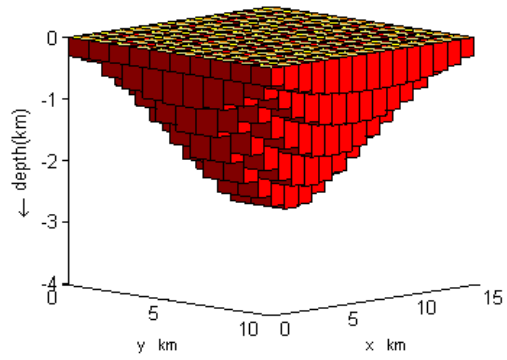
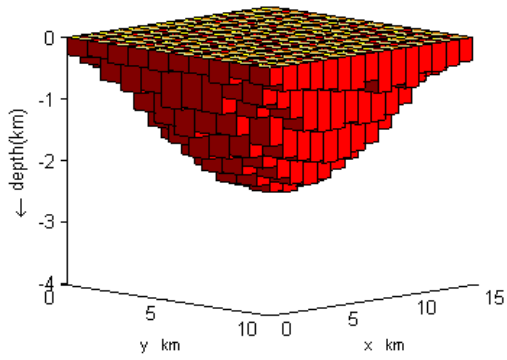
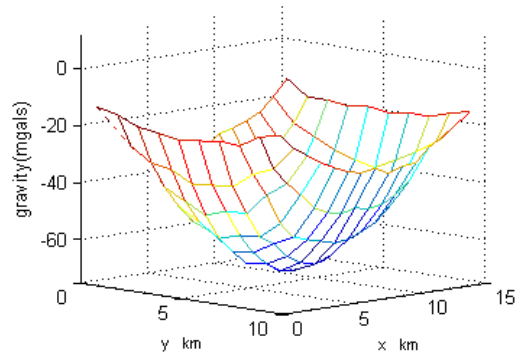
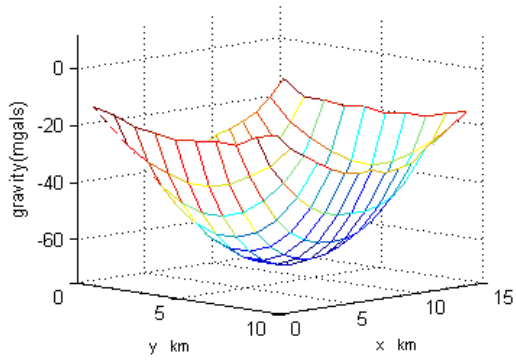
شکل ۴-۳. ماتریس تحلیل داده‌ها و ماتریس تحلیل پارامترهای مدل برای مدل مصنوعی بدون نوفه، به قطری و نواری بودن ماتریس‌ها که نشانگر دقت مدل‌سازی است توجه شود.

۳-۴ مدل مصنوعی به همراه نوفه گرانی سنجی

هر قدر هم که داده‌ها دقیق باشند، در عمل داده‌ها همراه با نوفه خواهند بود. که این نوفه می‌تواند به علت عوامل طبیعی یا غیر طبیعی باشد. بنابراین بایستی الگوریتم و برنامه وارون‌سازی در برابر داده‌های نوفه‌دار نیز آزموده شود. به این منظور به داده‌های مصنوعی حاصل از مدل مصنوعی، ابتدا یک نوفه تصادفی اضافه کرده و سپس آن‌ها را وارد مراحل وارون‌سازی می‌کنیم. در ادامه نتیجه وارون‌سازی برای دو مدل مصنوعی با نوفه‌های ۴ و ۷ درصد بررسی می‌شود. روش کار به این ترتیب است که ابتدا با استفاده از برنامه پیشرو FORGRAV3D اثر گرانی ناشی از مدل مصنوعی به دست آمده و سپس به آن نوفه اضافه می‌شود. ملاک توقف برنامه میزان خطای RMS می‌باشد، به این ترتیب که هر زمان خطای RMS ناشی از اختلاف داده‌های مشاهده‌ای و پاسخ مدل تعدیل‌یافته از خطای RMS نوفه اضافه شده کمتر باشد، برنامه متوقف می‌شود.

۱-۳-۴ مدل مصنوعی گرانی سنجی به همراه چهار درصد نوفه

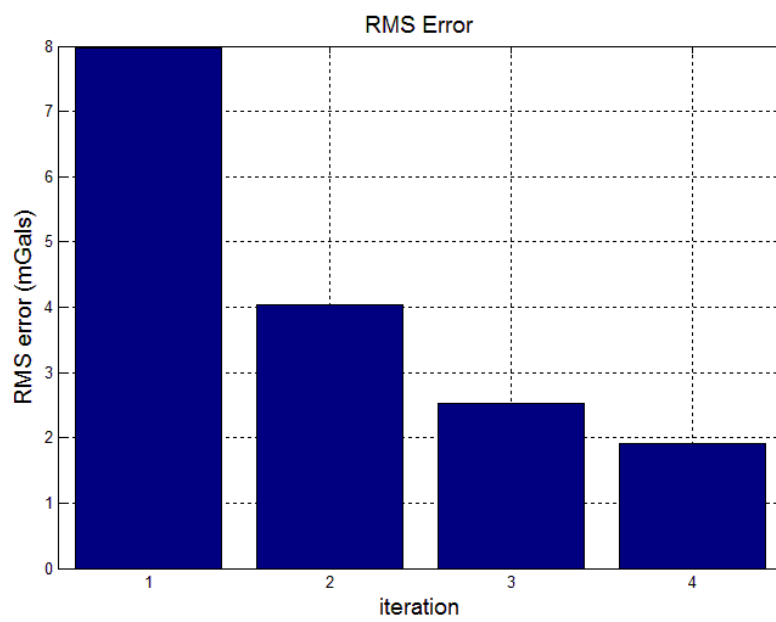
مدل مصنوعی حاوی چهار درصد نوفه و نتایج کامل برنامه وارون‌سازی روی آن در شکل‌های ۴-۴، ۴-۴ و ۵-۴ آمده است.



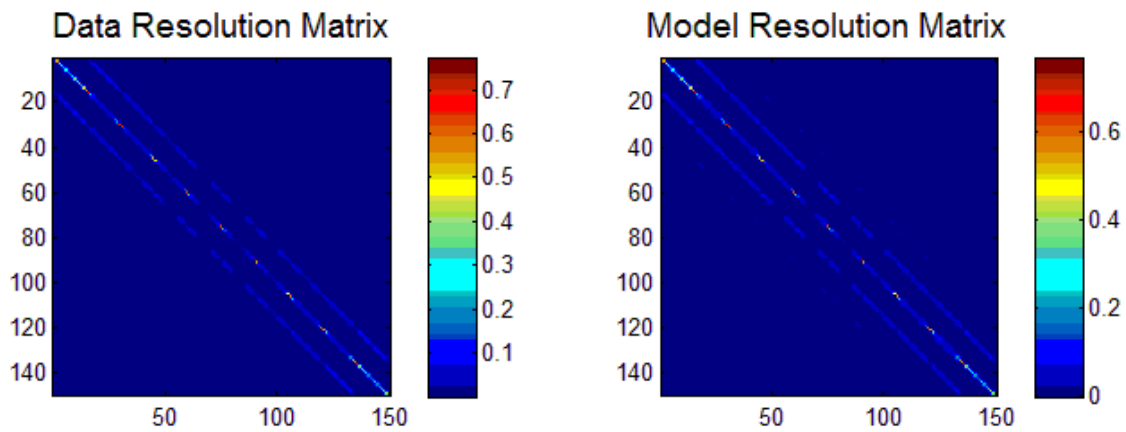
ب

الف

شکل ۴-۴. الف) مدل مصنوعی و بی‌هنجاری گرانی ناشی از آن با اضافه چهار درصد نوفه، ب) نتیجه مدل‌سازی وارون برای مدل مصنوعی با چهار درصد نوفه



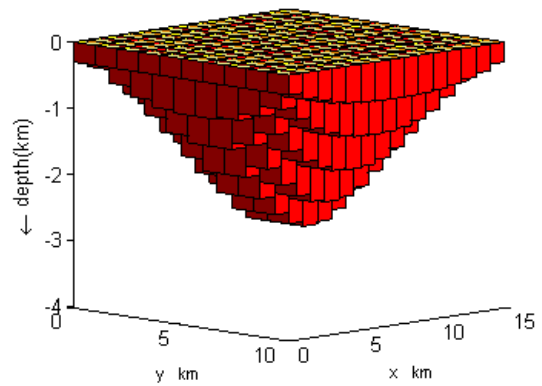
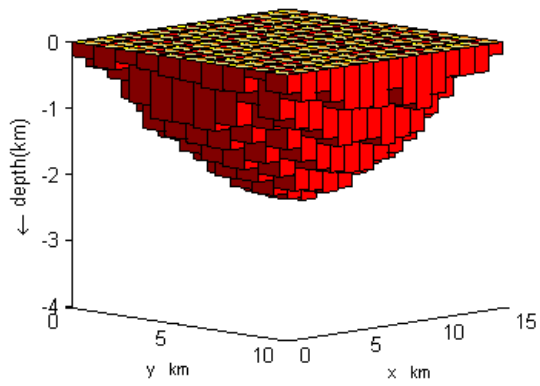
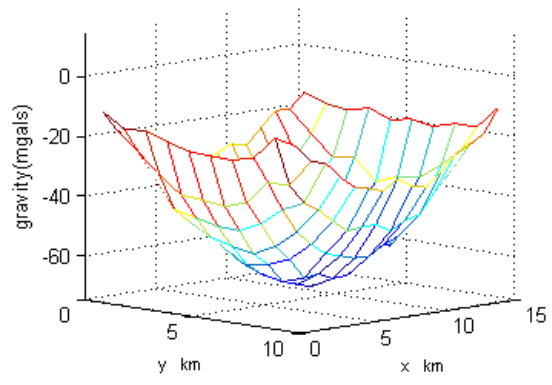
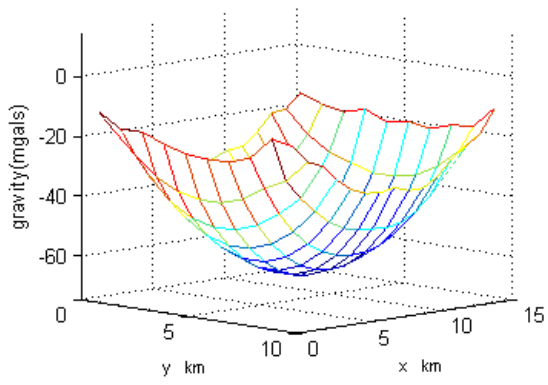
شکل ۴-۵. میزان خطای RMS در هر تکرار برای مدل مصنوعی با چهار درصد نوفه



شکل ۴-۶. ماتریس تحلیل داده‌ها و ماتریس تحلیل پارامترهای مدل برای مدل مصنوعی با چهار درصد نوفه، به قطری و نواری بودن ماتریس‌ها که نشانگر دقت مدل‌سازی است توجه شود.

۴-۳-۲ مدل مصنوعی گرانی‌سنجی به همراه هفت درصد نوفه

مدل مصنوعی حاوی هفت درصد نوفه و نتایج کامل برنامه‌وارون‌سازی روی آن در شکل‌های ۴-۷، ۴-۸ و ۴-۹ آمده است.

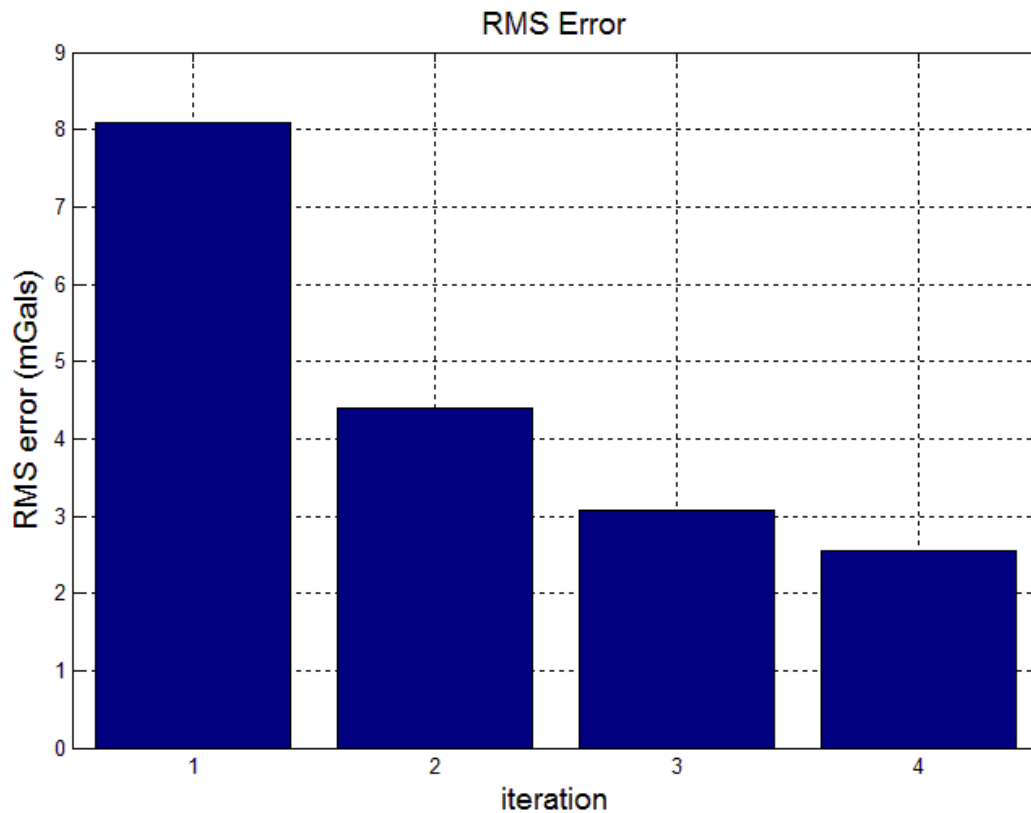


ب

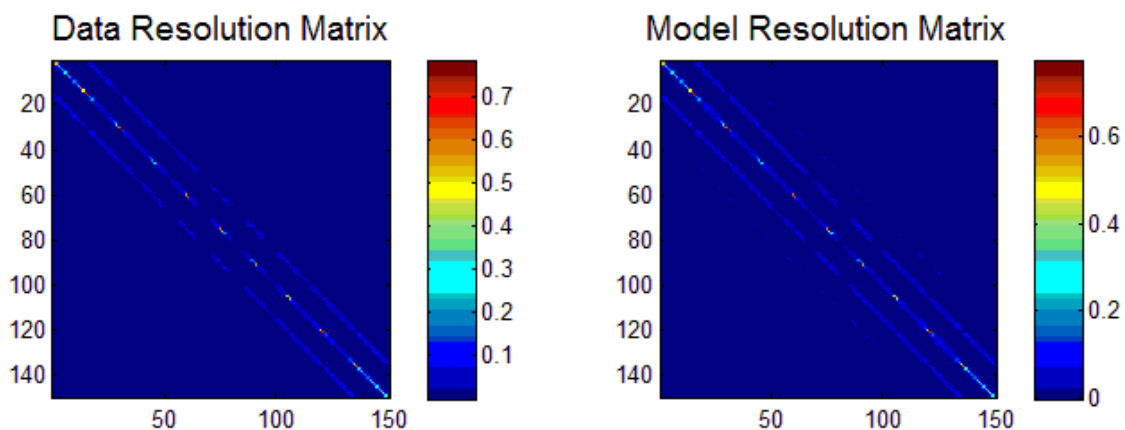
الف

شکل ۴-۷. الف) مدل مصنوعی و بی‌هنجاری گرانی ناشی از آن با اضافه هفت درصد نوفه، ب) نتیجه مدل‌سازی وارون

برای مدل مصنوعی با هفت درصد نوفه



شکل ۴-۸) میزان خطای RMS در هر تکرار برای مدل مصنوعی با هفت درصد نوفه



شکل ۴-۹) ماتریس تحلیل داده‌ها و ماتریس تحلیل پارامترهای مدل برای مدل مصنوعی با هفت درصد نوفه، به قطری و نواری بودن ماتریس‌ها که نشانگر دقت مدل‌سازی است توجه شود.

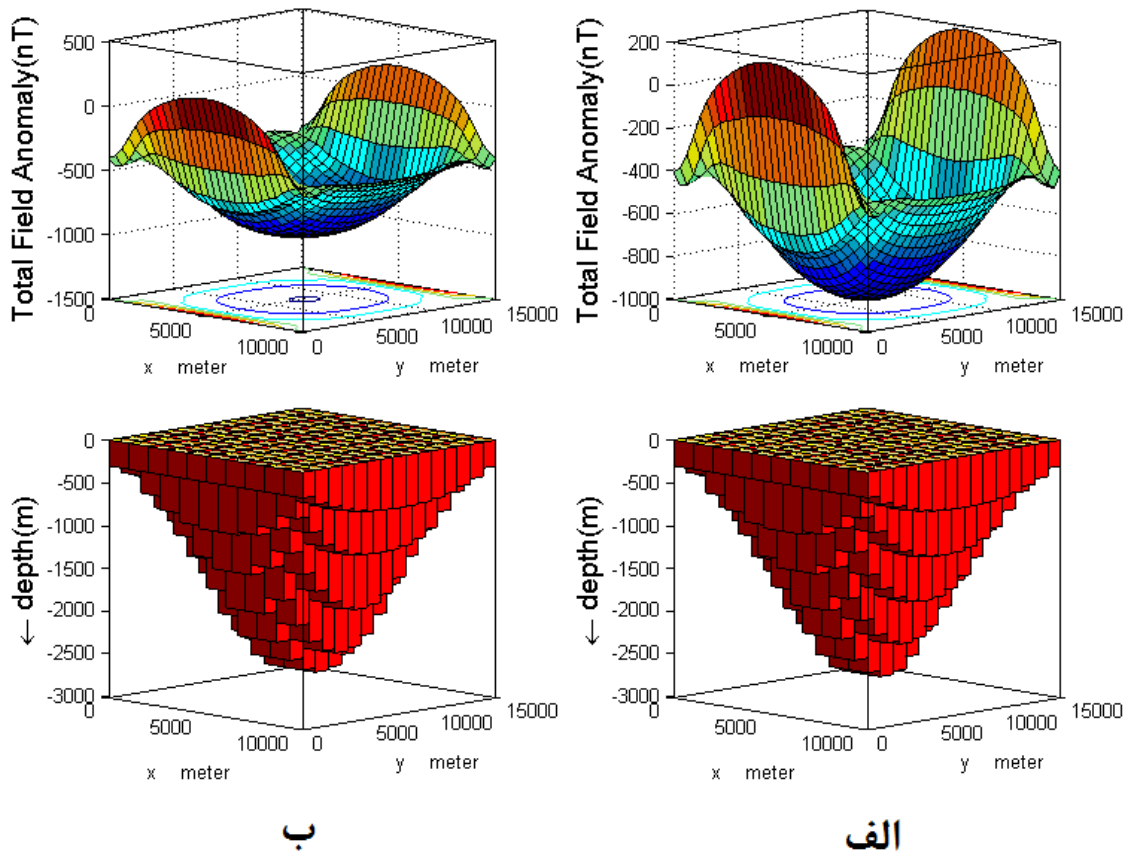
نتایج بدست آمده برای مدل‌های مصنوعی بدون نوفه و حاوی نوفه تأیید کننده صحت و کارایی الگوریتم و برنامه‌های رایانه‌ای ارائه شده است.

۴-۴ مدل مصنوعی بدون نوفه مغناطیسی

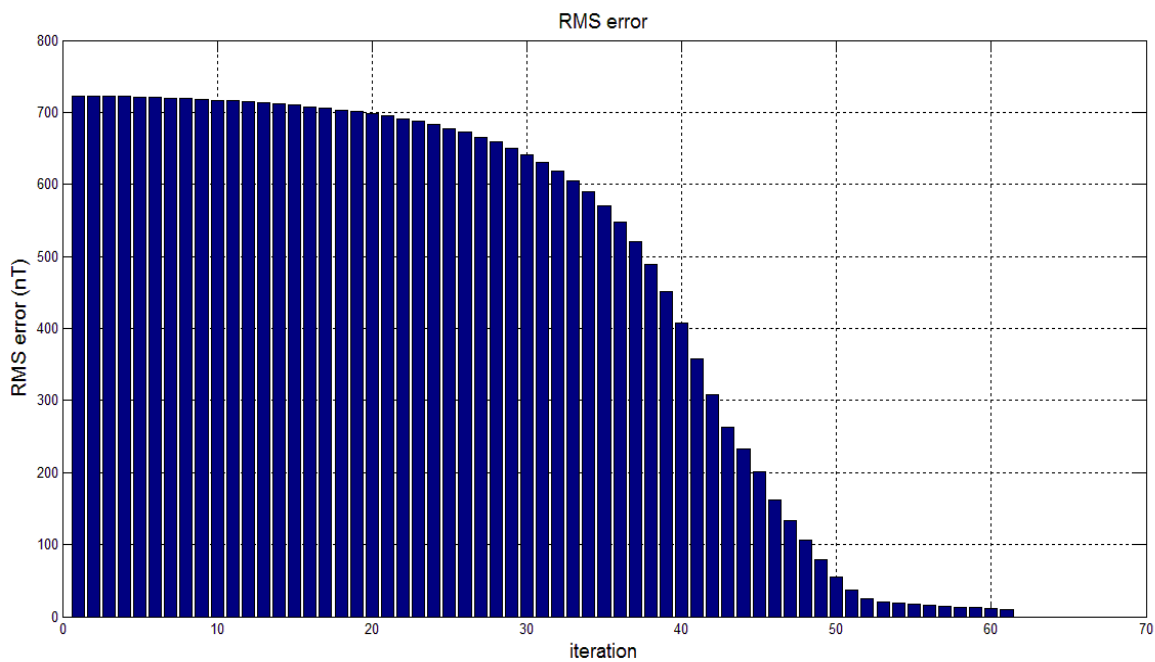
به منظور نشان دادن کارایی برنامه‌های وارون‌سازی داده‌های مغناطیسی، سه مثال مصنوعی آمده است. در هر سه مثال از یک شبکه $10 \times 15 \text{ km}^2$ از داده‌ها برای مدل‌سازی استفاده شده است. اختلاف خودپذیری مغناطیسی بین رسوبات و سنگ بستر $0,007 \text{ SI}$ در نظر گرفته شده است. فرض شده است که داده‌های مغناطیسی به فواصل 1 کیلومتر در یک شبکه مستطیلی قرار دارند، گفتیم که در زیر هر نقطه برداشت یک بلوک مغناطیسی قرار دارد، بنابراین بلوک‌ها با ابعاد افقی $1 \times 1 \text{ km}^2$ در یک شبکه $10 \times 15 \text{ km}^2$ گسترده شده‌اند. ضمناً در ادامه هر کدام از وارون‌سازی‌ها کیفیت و دقت نتایج بدست آمده با ارائه خطای RMS، ماتریس تحلیل داده‌ها و ماتریس تحلیل پارامترهای مدل بررسی شد.

مدل مصنوعی بدون نوفه و بی‌هنجاری مغناطیسی ناشی از این مدل در شکل ۴-۱۰-الف آمده است. ابتدا با استفاده از برنامه پیشرو FORMAG3D بی‌هنجاری مغناطیسی ناشی از این مدل به عنوان داده‌های مصنوعی به دست آمد. سپس با استفاده از برنامه وارون‌سازی از این داده‌های مصنوعی به مدل سنگ بستر رسیدیم. ورودی برنامه وارون‌سازی داده‌های مصنوعی، اختلاف خودپذیری مغناطیسی بین رسوبات و سنگ بستر و مدل اولیه می‌باشد. برنامه پس از 15 تکرار به همگرایی بالایی رسید، nT $RMS = 2.8$. نتیجه مدل سازی وارون یعنی مدل تخمین زده شده و داده‌های پیش‌بینی شده در شکل ۴-۱۰-ب آمده است. انطباق اولاً بین داده‌های مصنوعی و داده‌های پیش‌بینی شده ثانیاً بین مدل مصنوعی و مدل تخمین زده شده، نشان دهنده صحت و کارایی برنامه وارون‌سازی است. در شکل ۴-

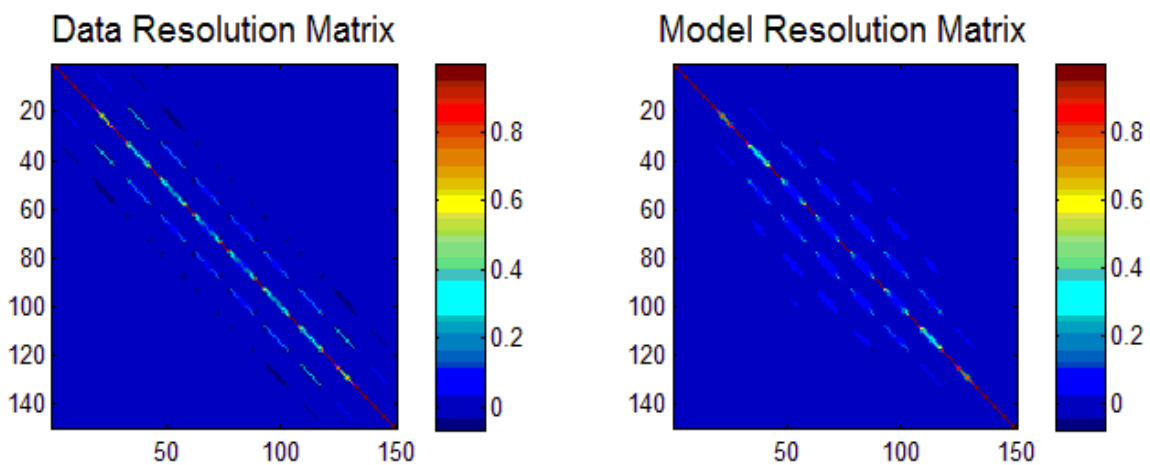
۱۱ مقادیر خطای RMS بین بی‌هنجاری مشاهده‌ای و محاسبه‌ای در هر تکرار و در شکل ۴-۱۲ ماتریس تحلیل پارامترهای مدل و ماتریس تحلیل داده‌ها آورده شده‌اند.



شکل ۴-۱۰. الف) مدل مصنوعی بدون نوفه یک حوضه رسوبی و بی‌هنجاری مغناطیسی ناشی از آن، ب) نتیجه مدل - سازی وارون برای مدل مصنوعی بدون نوفه و بی‌هنجاری مغناطیسی پیش‌بینی شده.



شکل ۴-۱۱. میزان خطای RMS در هر تکرار برای مدل مصنوعی بدون نوفه مغناطیسی



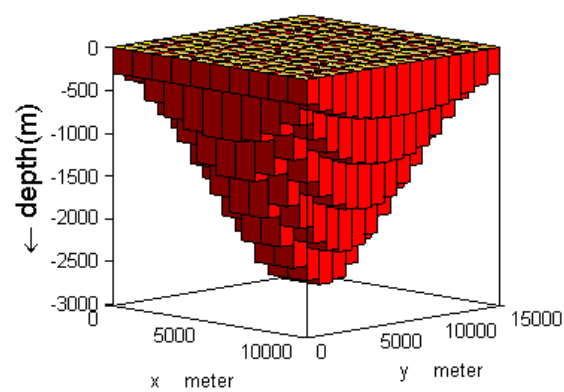
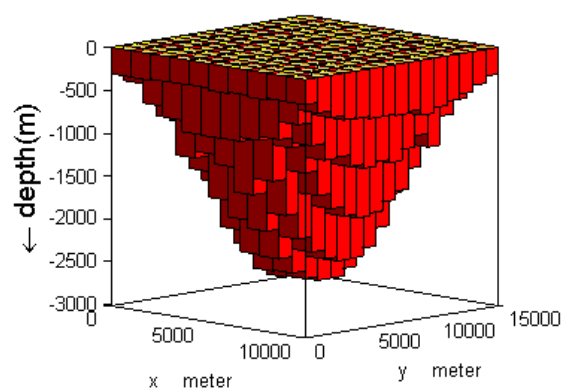
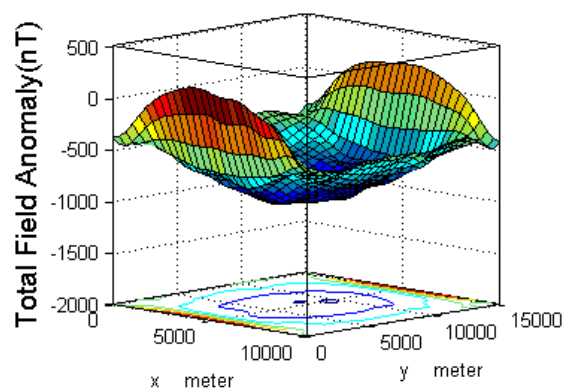
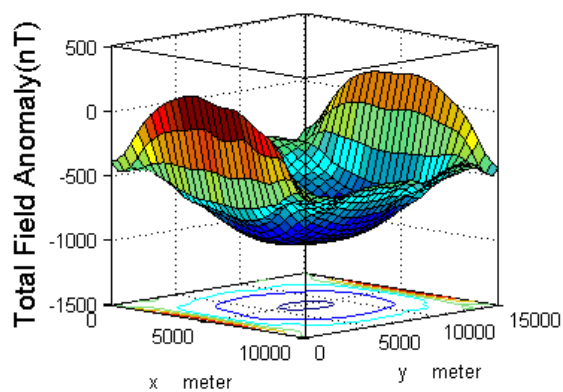
شکل ۴-۱۲. ماتریس تحلیل داده‌ها و ماتریس تحلیل پارامترهای مدل برای مدل مصنوعی بدون نوفه، به قطری و نواری بودن ماتریس‌ها که نشانگر دقت مدل‌سازی است توجه شود.

۴-۵ مدل مصنوعی به همراه نوفه مغناطیسی

هر قدر هم که در برداشت و پردازش داده‌ها دقت شود، در عمل داده‌ها همراه با نوفه خواهند بود. که این نوفه می‌تواند به علت عوامل طبیعی یا غیر طبیعی باشد. بنابراین بایستی الگوریتم و برنامه وارون-سازی در برابر داده‌های نوفه‌دار نیز آزموده شود. به این منظور به داده‌های مصنوعی حاصل از مدل مصنوعی، ابتدا یک نوفه تصادفی اضافه کرده و سپس آن‌ها را وارد مراحل وارون‌سازی می‌کنیم. در ادامه نتیجه وارون‌سازی برای دو مدل مصنوعی با نوفه‌های چهار و هفت درصد بررسی می‌شود. روش کار به این ترتیب است که ابتدا با استفاده از برنامه پیشرو FORMAG3D اثر گرانی ناشی از مدل مصنوعی به دست آمده و سپس به آن نوفه اضافه می‌شود. ملاک توقف برنامه میزان خطای RMS می‌باشد، به این ترتیب که هر زمان خطای RMS ناشی از اختلاف داده‌های مشاهده‌ای و پاسخ مدل تعدیل یافته از خطای RMS نوفه اضافه شده کمتر باشد، برنامه متوقف می‌شود.

۴-۵-۱ مدل مصنوعی مغناطیسی به همراه چهار درصد نوفه

مدل مصنوعی مغناطیسی حاوی چهار درصد نوفه و نتایج کامل برنامه وارون‌سازی روی آن در شکل-های ۴-۱۳، ۴-۱۴ و ۴-۱۵ آمده است.

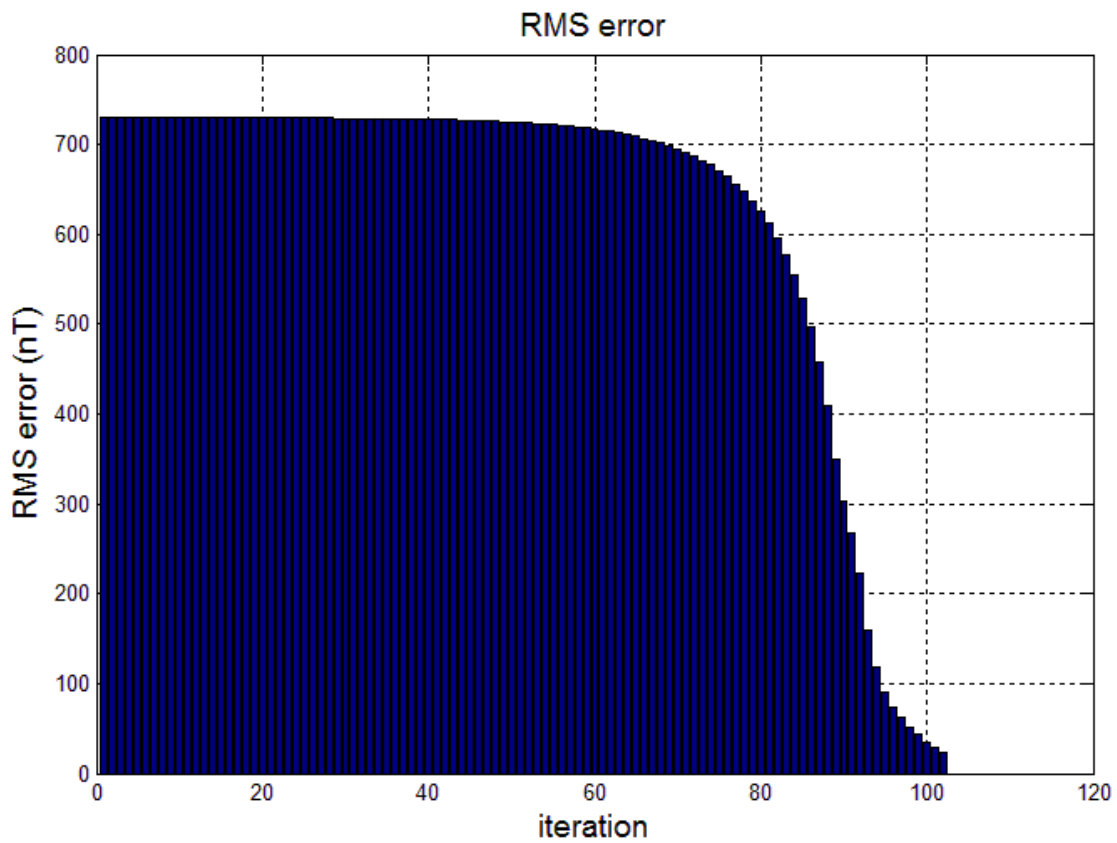


ب

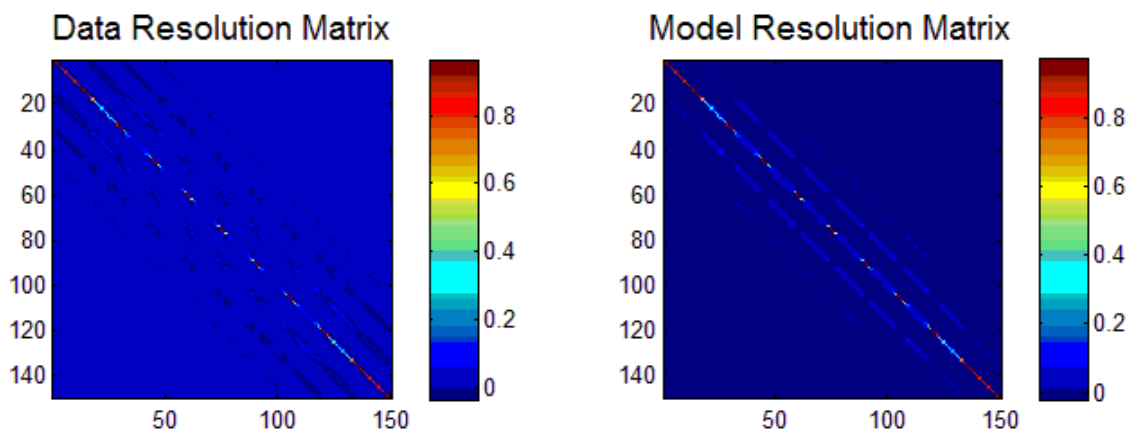
الف

شکل ۴-۱۳. الف) مدل مصنوعی و بی‌هنجاری مغناطیسی ناشی از آن با اضافه چهار درصد نوفه، ب) نتیجه مدل‌سازی

وارون برای مدل مصنوعی با چهار درصد نوفه



شکل ۴-۱۴. میزان خطای RMS در هر تکرار برای مدل مصنوعی مغناطیسی با چهار درصد نوفه

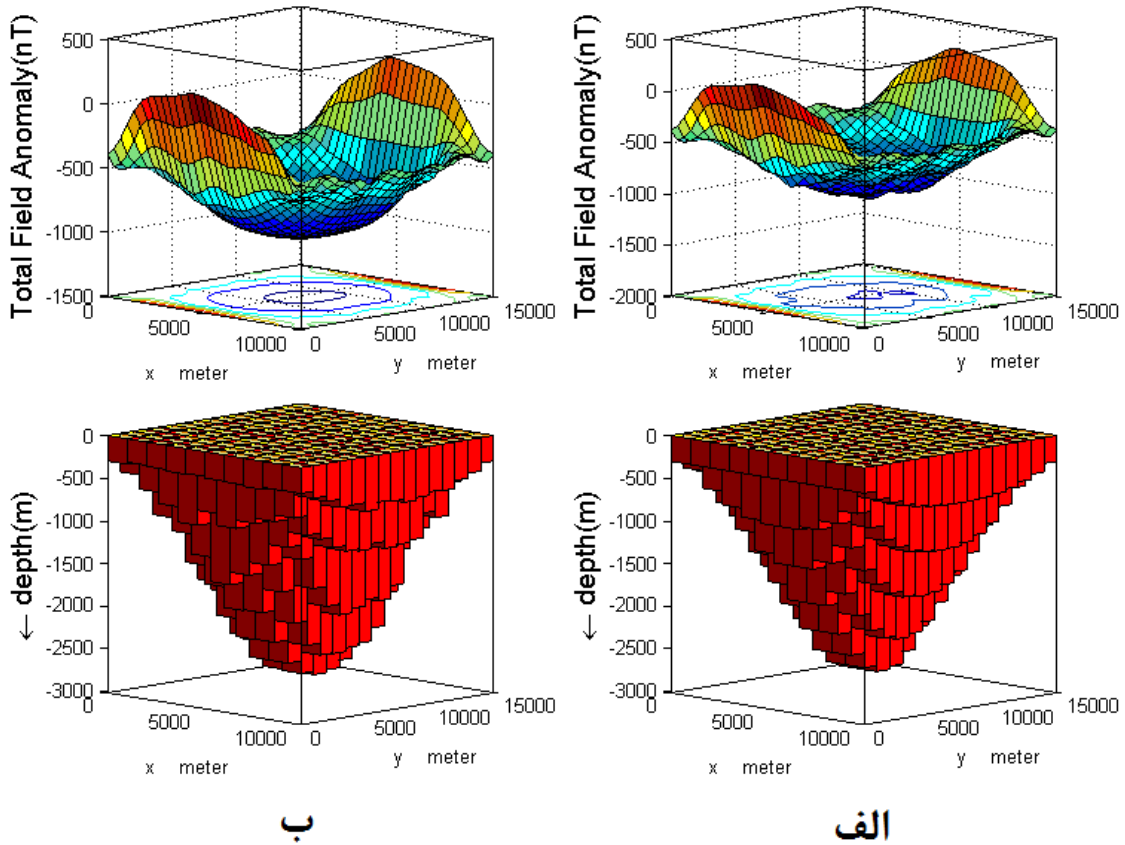


شکل ۴-۱۵. ماتریس تحلیل داده‌ها و ماتریس تحلیل پارامترهای مدل برای مدل مصنوعی مغناطیسی با چهار درصد

نوفه

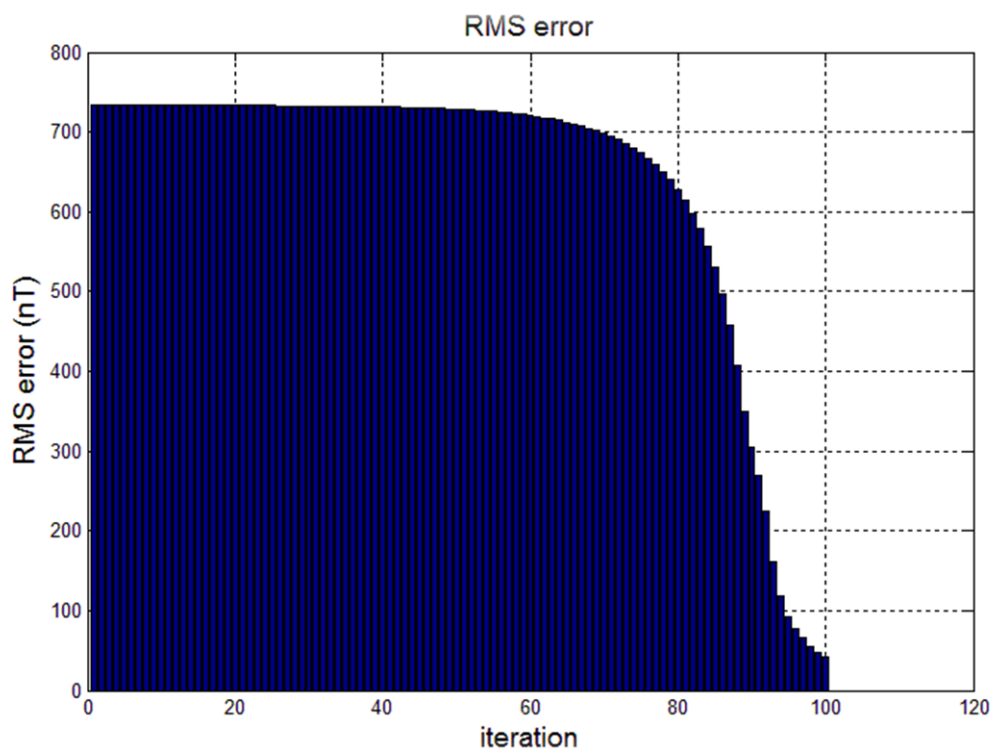
۴-۵-۲ مدل مصنوعی مغناطیسی به همراه هفت درصد نوفه

مدل مصنوعی مغناطیسی حاوی هفت درصد نوفه و نتایج کامل برنامه وارون‌سازی روی آن در شکل-های ۴-۱۶، ۴-۱۷ و ۴-۱۸ آمده است.

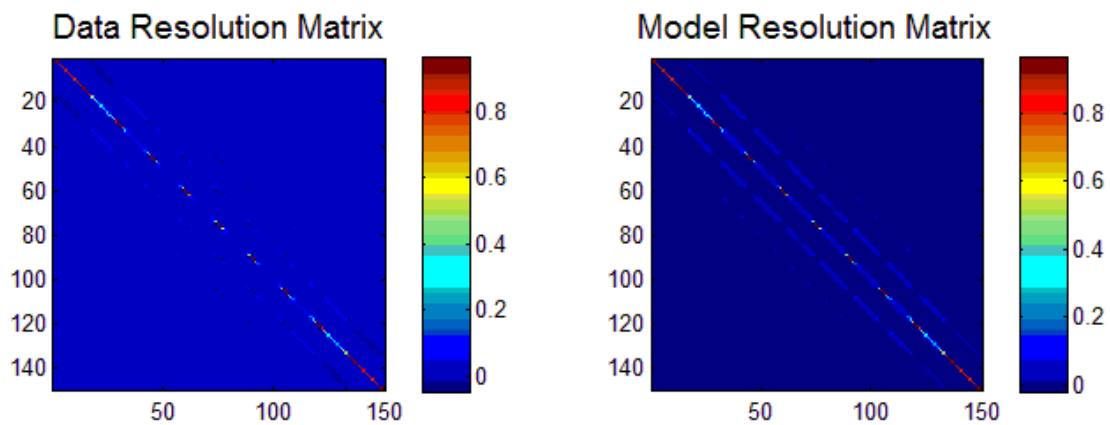


شکل ۴-۱۶. الف) مدل مصنوعی و بی‌هنجاری مغناطیسی ناشی از آن با اضافه هفت درصد نوفه، ب) نتیجه مدل‌سازی

وارون برای مدل مصنوعی مغناطیسی با هفت درصد نوفه



شکل ۴-۱۷) میزان خطای RMS در هر تکرار برای مدل مصنوعی مغناطیسی با هفت درصد نوفه



شکل ۴-۱۸) ماتریس تحلیل داده‌ها و ماتریس تحلیل پارامترهای مدل برای مدل مصنوعی مغناطیسی با هفت درصد

نوفه

نتایج بدست آمده برای مدل‌های مصنوعی بدون نوفه و حاوی نوفه تأیید کننده صحت و کارایی الگوریتم و برنامه‌های رایانه‌ای مغناطیسی ارائه شده است.

فصل پنجم

وارون‌سازی داده‌های واقعی

۵-۱ مقدمه

در این فصل، برنامه و الگوریتم کامپیوتری تهیه شده را جهت داده‌های واقعی گرانی‌سنجی و مغناطیسی به کار می‌بریم. بر همین اساس، بی‌هنجاری‌های گرانی و مغناطیسی مربوط به ناحیه ایران مرکزی در منطقه ابردژ بین گرمسار و ورامین انتخاب گردیده است.

۵-۲ موقعیت جغرافیایی و زمین‌شناسی منطقه

حوضه رسوبی ایران مرکزی در بخش میانی کشورمان ایران، در میان رشته کوه‌های البرز و زاگرس قرار دارد. این حوضه یکی از حوضه‌های مهم در تولید ذخایر هیدروکربوری محسوب می‌شود. اکتشاف میدان نفت و گاز اولین بار در دهه ۱۹۶۰ میلادی، این حوضه را از ارزش بالایی برخوردار نموده است. وجود تنوع رسوبات از کربنات‌ها و تبخیری‌ها تا تخریبی‌ها در مجاورت انواع مختلف سنگ‌های آذرین وضعیت خاصی را برای این حوضه به وجود می‌آورد که بر پیچیدگی‌های ساختمانی موجود در آن می‌افزاید. منطقه ابردژ در حاشیه رشته کوه البرز و در بالاترین بخش حوضه ایران مرکزی قرار دارد و بیشتر خصوصیات سازندهای مربوط به آن منطبق با بخش مرکزی این حوضه است (فرمانی، ۱۳۷۶).

عمومیت لایه‌های زمین‌شناسی در منطقه به این صورت است که در بالا رسوبات کواترنری را داریم، سپس سازند قرمز فوقانی^۱، سازند قم و سازند قرمز تحتانی^۲ را داریم. سازند قرمز فوقانی از سه ممبر تشکیل شده است و جنس آن عبارت از شیل، ماسه‌سنگ و گل‌سنگ می‌باشد. از منظر اکتشافات هیدروکربوری، مهمترین لایه منطقه سازند قم می‌باشد. سازند قم از ژئوپس، شیل، سنگ آهک و در بعضی موارد توف تشکیل شده است. با توجه به گستردگی این سازند در منطقه مورد مطالعه و نیز ضخامت آن و همچنین وجود تخلخل و شکستگی سنگ‌های کربناته، می‌توان سازند مذکور را به عنوان

¹ Upper Red Formation

² Lower Red Formation

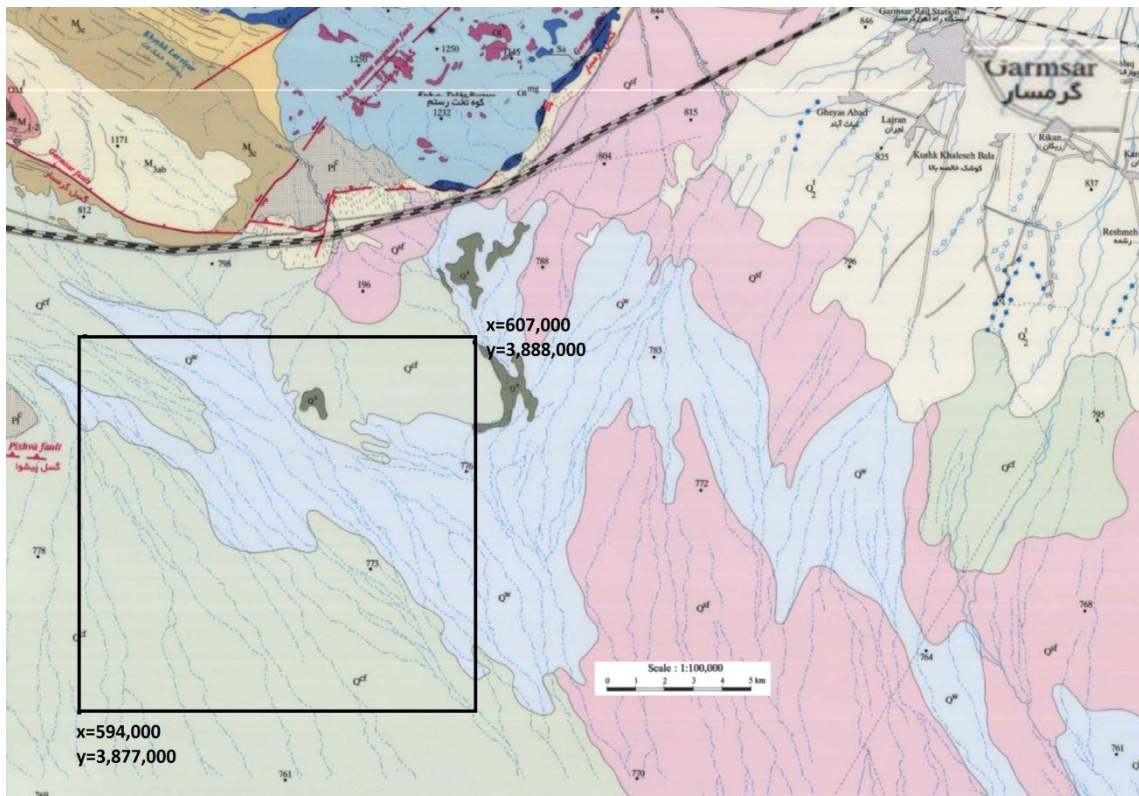
سنگ مخزن^۱ در ناحیه معرفی نمود. عامل دیگر در تأیید این نظریه حضور سازند قرمز فوقانی بر روی این سازند به عنوان یک پوش سنگ^۲ می باشد. (فرمانی، ۱۳۷۶).

وجود یک توده آذرین در منطقه اثبات شده است که البته در مقاطع لرزه نگاری قابل نمایش نیست. و با توجه به این که از منظر اکتشافات هیدروکربوری سازند قم به عنوان مخزن حائز اهمیت است چنانچه این توده آذرین در عمق کمی باشد، احتمال وجود منابع هیدروکربوری پایین است. بنابراین مدل کردن این توده حائز اهمیت است (فرمانی، ۱۳۷۶).

شکل ۵-۱ قسمتی از نقشه زمین شناسی ۱:۱۰۰۰۰۰ مربوط به ورقه گرمسار را نشان می دهد. محدوده انتخاب شده جهت انجام وارون سازی، در شکل ۵-۱ با خطوط مشکی رنگ مشخص شده است. محدوده انتخاب شده با وسعت ۱۴۳ کیلومتر مربع بین مختصات عرضی ۳۸۷۷۰۰۰ متر تا ۳۸۸۰۰۰۰ متر و بین مختصات طولی ۵۹۴۰۰۰ متر تا ۶۰۷۰۰۰ متر قرار دارد (مختصات در سیستم UTM و بر اساس بیضوی مرجع WGS 84 آورده شده اند). توجه شود که از منظر زمین شناسی سطحی، منطقه مورد مطالعه تنها از رسوبات کواترنری پوشیده شده است و با توجه به اینکه هدف در اینجا مدل کردن عمق زمین می باشد به زمین شناسی سطحی پرداخته نمی شود. همانطور که در ادامه در نقشه های بی-هنجاری مغناطیسی و بی-هنجاری گرانی خواهیم دید، در محدوده آنومالی مشخص شده علاوه بر بی-هنجاری بالای مغناطیسی بی-هنجاری بالای گرانی نیز دیده می شود. یکی از اهداف این فصل بررسی این منطقه از نظر عمق احتمالی توده آذرین می باشد.

¹ Reservoir rock

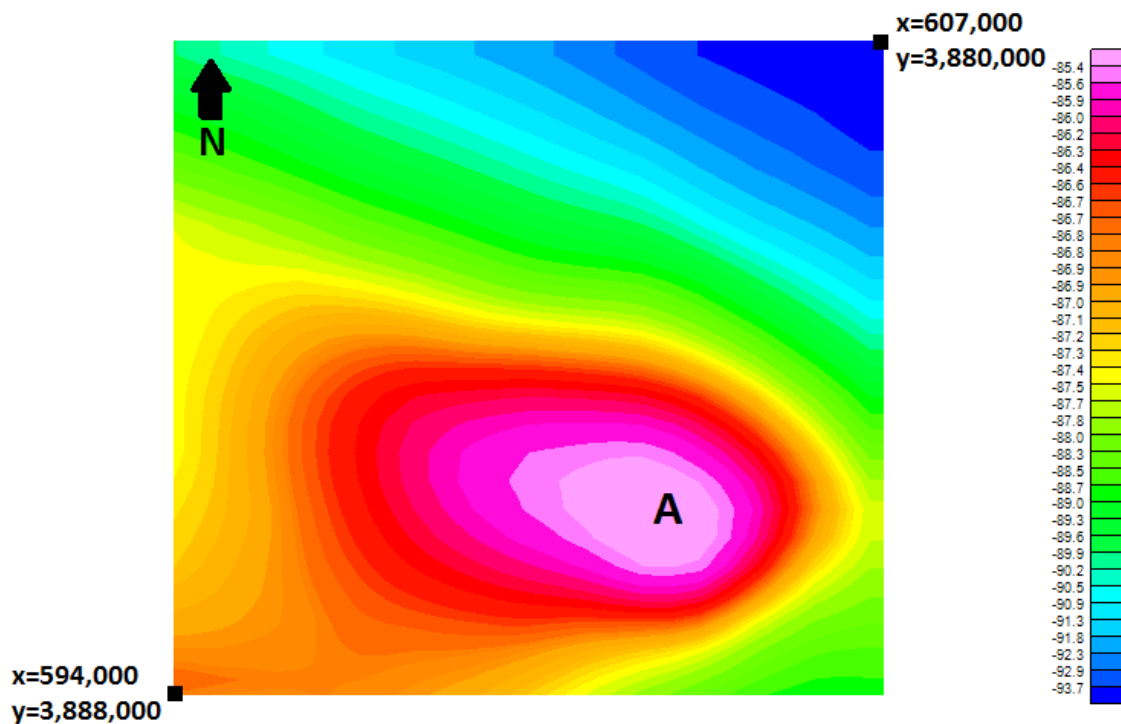
² Cap rock



شکل ۵-۱. محدوده انتخاب شده جهت انجام وارون‌سازی بر روی نقشه زمین‌شناسی سطحی منطقه (سازمان زمین‌شناسی و اکتشافات معدنی ایران)

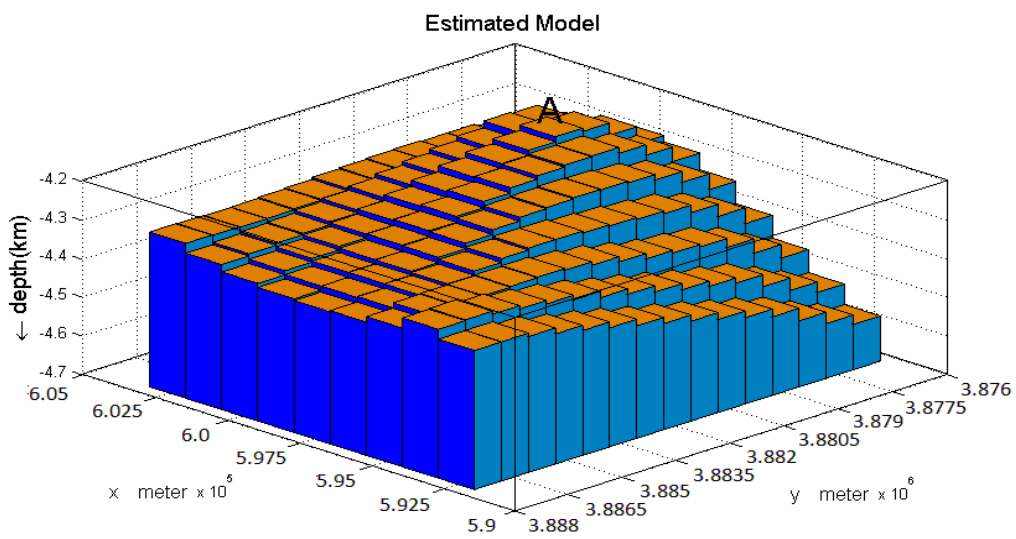
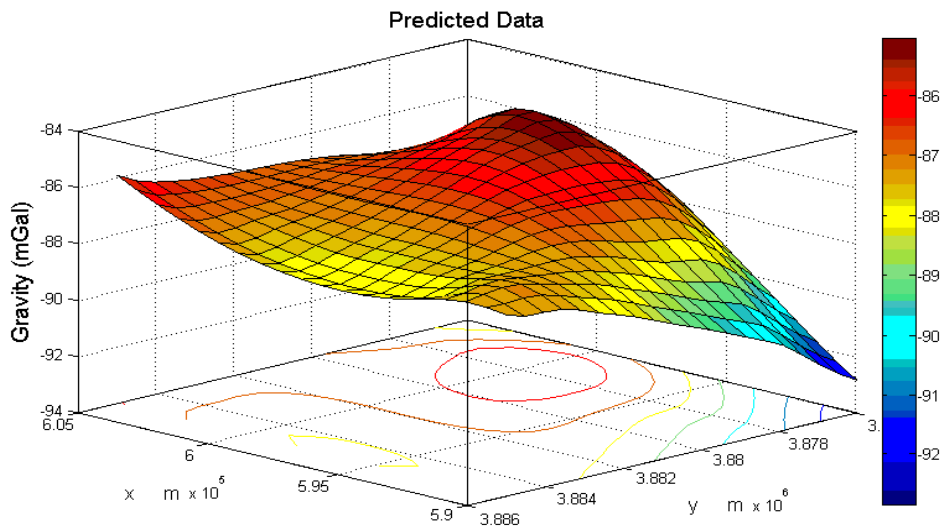
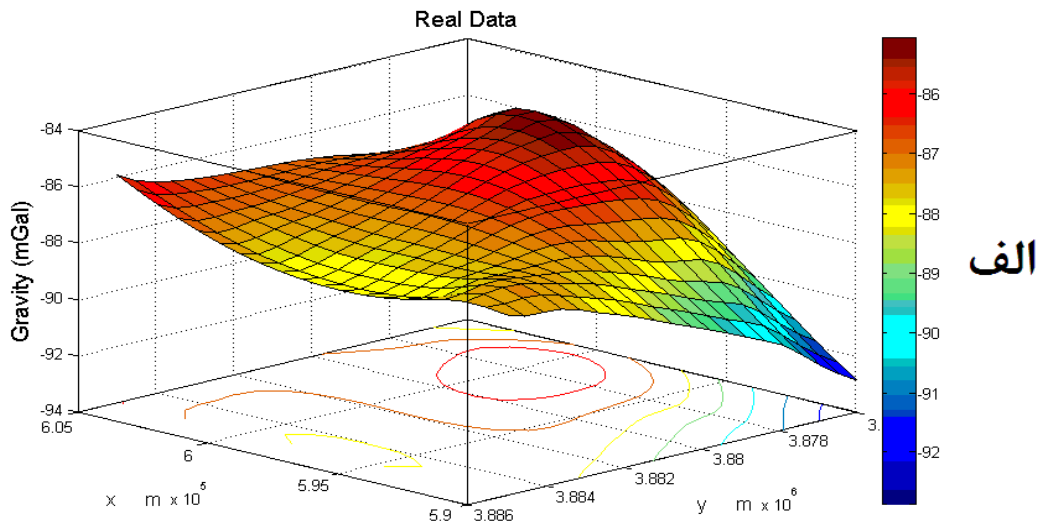
۵-۳ مدل‌سازی سه بعدی داده‌های واقعی گرانی‌سنجی

داده‌های استفاده شده در این مطالعه، داده‌های تصحیح شده بوگه در محل ایستگاه‌های برداشت بودند. از طرفی ورودی برنامه وارون‌سازی داده‌های گرانی‌سنجی در روی یک شبکه منظم می‌باشد، بنابراین قبل از انجام وارون‌سازی، داده‌ها بر روی یک شبکه مستطیلی منظم به فواصل ۱ در ۱ کیلومتر درون-یابی شدند. از آنجا که در زیر هر نقطه برداشت یک بلوک قرار دارد، بنابراین بلوک‌ها با ابعاد افقی $1 \times 1 \text{ km}^2$ گسترده شده‌اند. در شکل ۵-۲ نقشه گرانی بوگه مربوط به محدوده انتخاب شده جهت انجام وارون‌سازی آمده است.

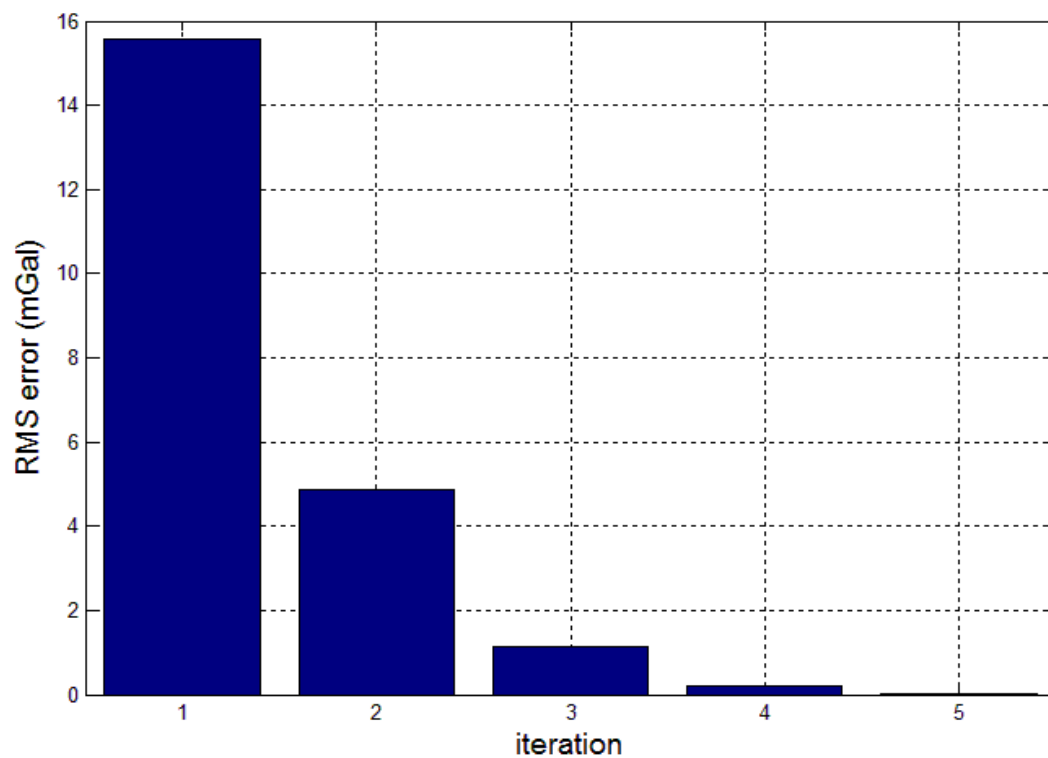


شکل ۵-۲. نقشه گرانی بوگه مربوط به محدوده انتخاب شده جهت انجام وارون سازی

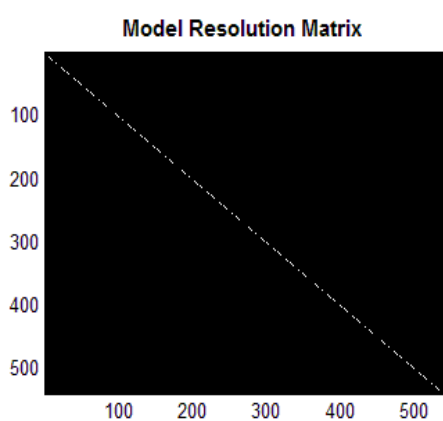
نتیجه وارون سازی روی این داده ها در شکل ۵-۳ آمده است. عمق به دست آمده در زیر آنومالی A حدود ۴,۲ کیلومتر به دست آمد. برنامه پس از ۵ تکرار به همگرایی بالایی رسید، $RMS=0.02mGals$. میزان خطای RMS در هر تکرار ناشی از وارون سازی داده های گرانی سنجی - در شکل ۵-۴ و ماتریس های تحلیل در شکل ۵-۵ آمده است.



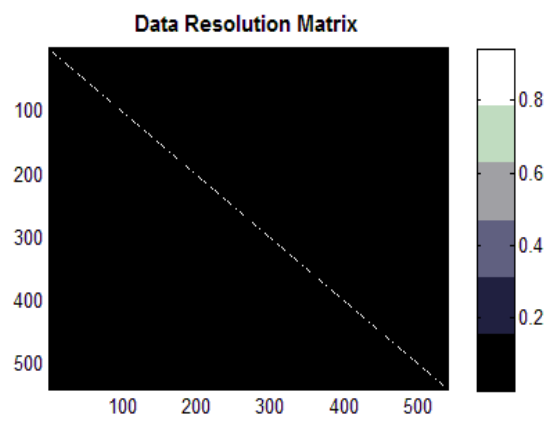
شکل ۳-۵. الف) داده‌های واقعی گرانی سنجی، ب) نتیجه مدل‌سازی وارون روی داده‌های واقعی.



شکل ۴-۵. میزان خطای RMS در هر تکرار در وارون‌سازی داده‌های واقعی گرانی‌سنجی



ب.

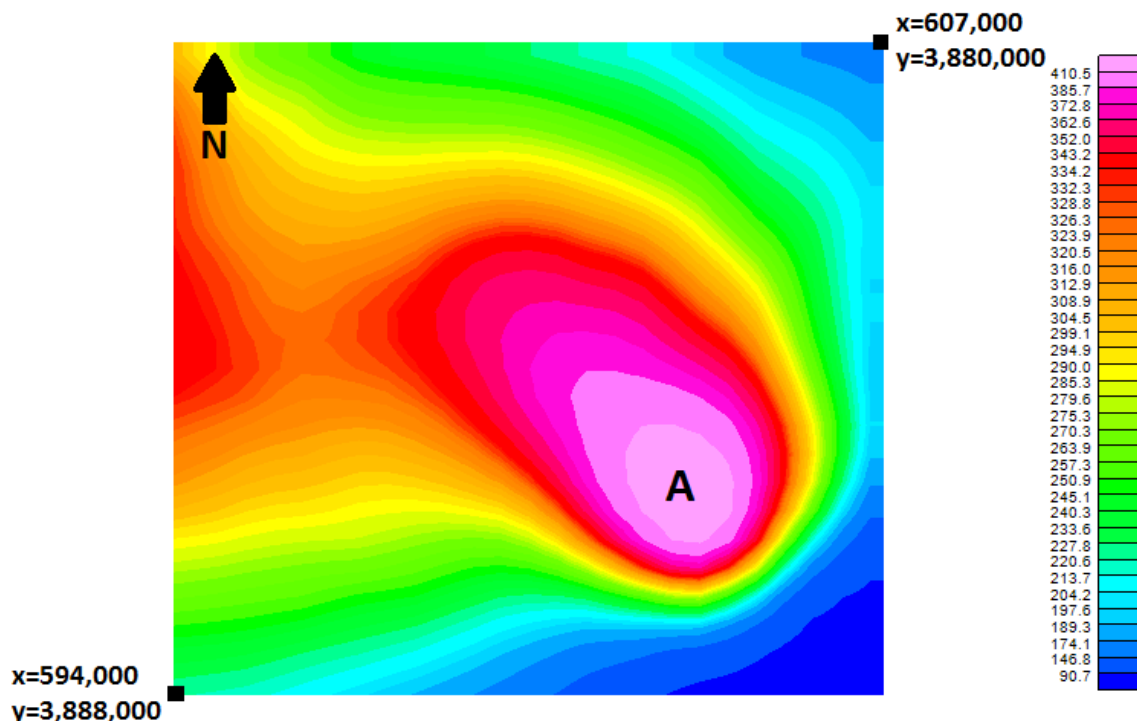


الف

شکل ۵-۵. الف) ماتریس تحلیل داده‌ها، ب) ماتریس تحلیل پارامترهای مدل برای مدل سازی داده‌های واقعی گرانی-سنجی. به قطری بودن ماتریس‌ها که نشانگر دقت مدل‌سازی است توجه شود.

۴-۵ مدل سازی سه بعدی داده‌های واقعی مغناطیس‌سنجی

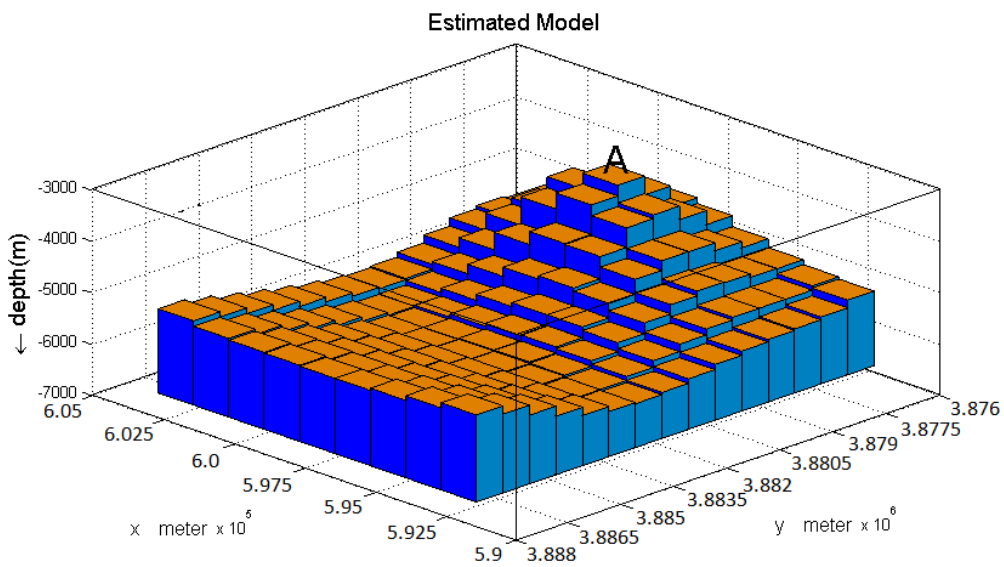
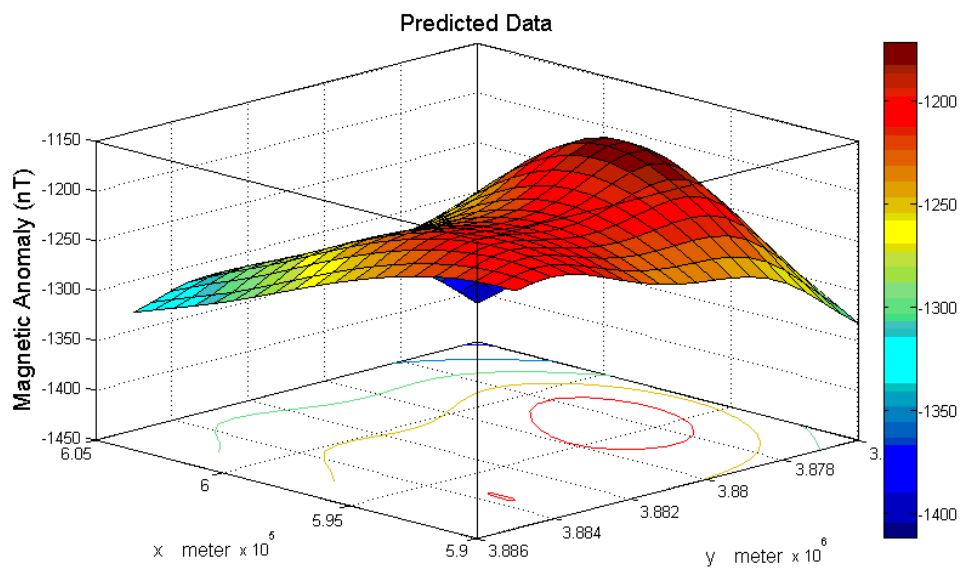
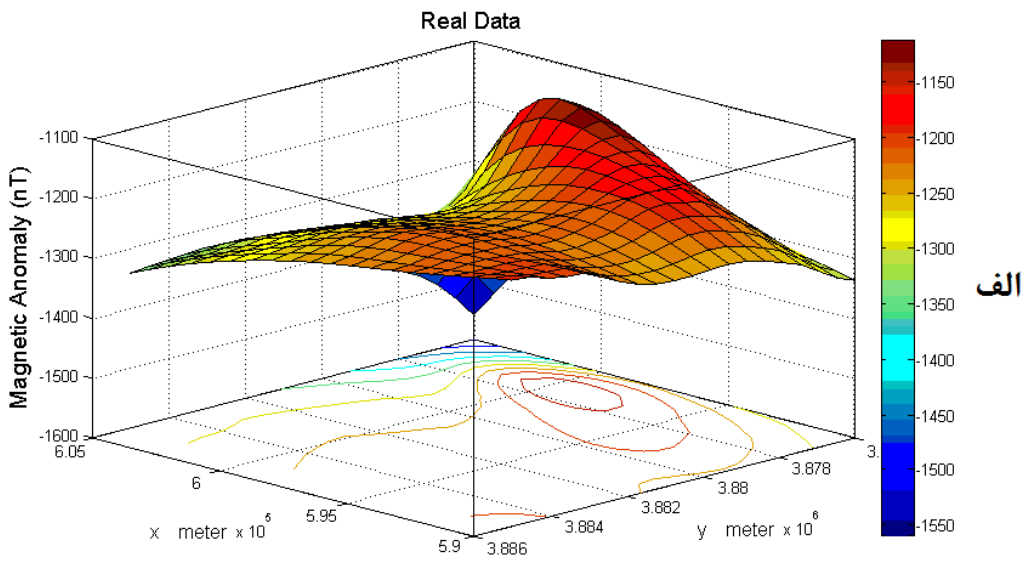
داده‌های استفاده شده در این مطالعه، داده‌های تصحیح شده در محل ایستگاه‌های برداشت بودند. ابتدا فیلتر تبدیل به قطب^۱ را به داده‌ها اعمال کردیم. سپس چون ورودی برنامه وارون‌سازی داده‌های مغناطیس‌سنجی در روی یک شبکه منظم می‌باشد، بنابراین قبل از انجام وارون‌سازی داده‌ها بر روی یک شبکه مستطیلی منظم به فواصل ۱ در ۱ کیلومتر درون‌یابی شدند. از آنجا که در زیر هر نقطه برداشت یک بلوک قرار دارد، بنابراین بلوک‌ها با ابعاد افقی $1 \times 1 \text{ km}^2$ گسترده شده‌اند. در شکل ۵-۶ نقشه بی‌هنجاری مغناطیسی، مربوط به محدوده انتخاب شده جهت انجام وارون‌سازی، آمده است.



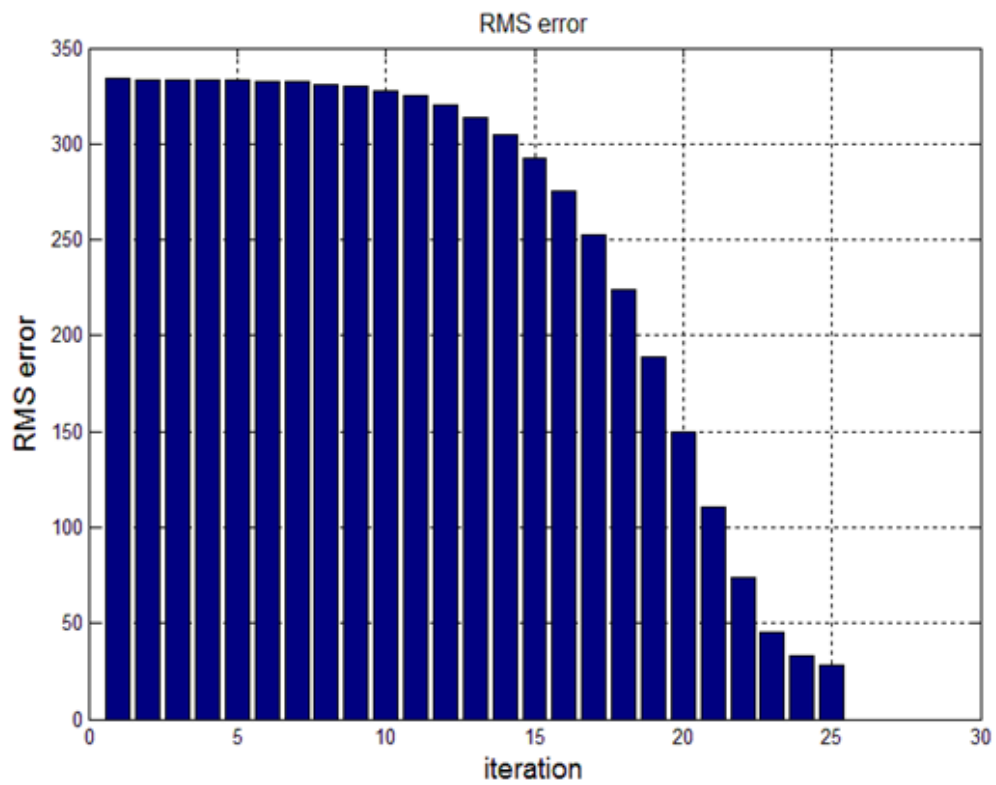
شکل ۵-۶. نقشه بی‌هنجاری مغناطیسی مربوط به محدوده انتخاب شده جهت انجام وارون‌سازی

¹ Reduction To Pole

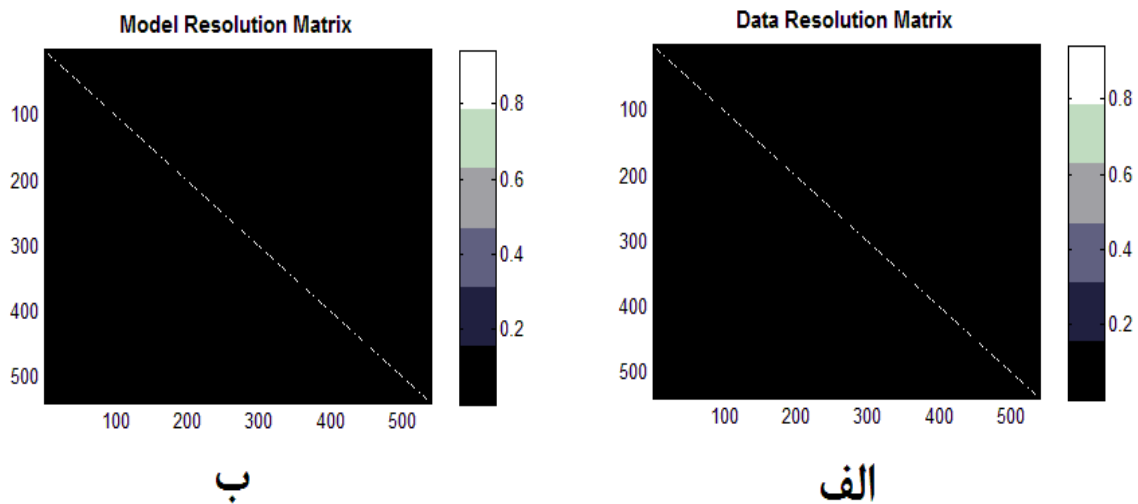
نتیجه وارون‌سازی روی این داده‌ها در شکل ۵-۷ آمده است. عمق به دست آمده در زیر آنومالی A حدود ۴,۱ کیلومتر به دست آمد. برنامه پس از ۲۵ تکرار به همگرایی بالایی رسید، nT $RMS=28.13$. میزان خطای RMS در هر تکرار ناشی از وارون‌سازی داده‌های مغناطیس‌سنجی در شکل ۵-۸ و ماتریس‌های تحلیل در شکل ۵-۹ آمده است.



شکل ۵-۹. الف) داده‌های واقعی مغناطیس‌سنجی، ب) نتیجه مدل‌سازی وارون روی داده‌های واقعی.



شکل ۵-۱۰. میزان خطای RMS در هر تکرار در وارون‌سازی داده‌های واقعی مغناطیس‌سنجی



شکل ۵-۱۱. الف) ماتریس تحلیل داده‌ها، ب) ماتریس تحلیل پارامترهای مدل برای مدل سازی داده‌های واقعی مغناطیس‌سنجی. به قطری بودن ماتریس‌ها که نشانگر دقت مدل‌سازی است توجه شود.

فصل ششم

نتیجه‌گیری و پیشنهادها

۶-۱ نتیجه‌گیری و پیشنهادها

تعیین هندسه سنگ بستر و در کنار آن تعیین مرز لایه‌های با تباین چگالی یا خودپذیری، در اعماق مختلف، امروزه جزو اهداف حیاتی در بسیاری از پروژه‌های اکتشاف هیدروکربوری است و طرح راه-کارهای مناسب، کم هزینه، آسان و دقیق از اهداف دانشمندان علوم زمین می‌باشد.

از آنجا که بین سنگ بستر که عموماً آذرین است و لایه‌های بالایی که عموماً رسوبی‌اند، تباین چگالی و تباین خودپذیری وجود دارد، در نتیجه روش‌های گرانی‌سنجی و مغناطیس می‌توانند کمک شایانی در تعیین مرز بین لایه‌ها نمایند. زیرا همانطور که واضح است هر نوع تباین چگالی یا خودپذیری در مرز بین لایه‌ها خود را به صورت یک بی‌هنجاری گرانی یا مغناطیس نشان می‌دهد.

در سالیان متمادی دانشمندان علوم زمین در این زمینه فعالیت‌هایی داشته و همواره در تلاش برای تعیین مرز لایه‌های زمین‌شناسی بوده‌اند. یکی از روش‌های ریاضی مورد استفاده مدل‌سازی وارون می‌باشد که خود به طرق مختلف انجام می‌گیرد. در این مطالعه نویسنده از یک روش سه بعدی تعیین هندسه سنگ بستر با استفاده از داده‌های گرانی‌سنجی و مغناطیسی استفاده نموده است. در این روش شبیه‌سازی سه‌بعدی توسط مجموعه‌ای از بلوک‌های راست‌گوشه کنار هم چیده شده، که در یک فرآیند وارون‌سازی غیر خطی در طی تکرارهای مختلف عمق سنگ بستر را به دست می‌دهد، انجام شده است. کلیه برنامه‌های کامپیوتری لازم جهت انجام وارون‌سازی شامل برنامه‌های پیشرو و مشتق‌گیری‌ها به صورت زیربرنامه‌هایی در کنار برنامه اصلی وارون‌سازی توسط نویسنده نوشته شده است.

الگوریتم و برنامه‌های کامپیوتری ابتدا روی داده‌های مصنوعی بدون نوفه و داده‌های مصنوعی حاوی نوفه آزمایش شد و همانطور که دیدیم، جواب‌های حاصل صحت و کارایی برنامه‌ها را تأیید کردند. در مورد داده‌های واقعی علاوه بر توابع ریاضی از قبیل خطای RMS و ماتریس‌های تحلیل، شواهد زمین‌شناسی نیز تا حدودی تأیید کننده نتایج بودند.

در این مطالعه مدل‌سازی وارون داده‌های گرانی و مغناطیس در دو الگوریتم و توسط دو گروه از برنامه‌های رایانه‌ای به صورت مجزا انجام شد. پیشنهاد می‌شود وارون‌سازی همزمان^۱ داده‌های گرانی و مغناطیسی که معمولاً ابزاری قدرتمند است، نیز انجام شود. از دیگر مواردی که می‌توان در این زمینه ادامه داد این است که چنانچه داده‌های اولیه^۲ بیشتری به عنوان مثال چند نقطه عمقی از بستر را داشته باشیم، با انجام وارون‌سازی مقید^۲ به جواب‌های واقعی‌تری برسیم. مورد دیگر اینکه استفاده از روش‌های وارون‌سازی‌ای که احتیاج به داده‌های اولیه^۲ بیشتری دارند نیز توصیه می‌شود.

امید است که این راه ادامه یابد.

منابع

۱. فرمانی ف.، "گزارش زمین‌شناسی شماره ۱۸۸۸: مطالعه سنگ‌شناسی و محیط‌های رسوبی سازند قم در مقاطع کمرکوه و ابردژ"، (۱۳۷۶)، شرکت ملی نفت ایران، مدیریت اکتشاف.
۲. میثمی ف.، "وارون سازی دو بعدی غیر خطی داده های میدان کل مغناطیسی با استفاده از روش تجزیه مقادیر تکین"، (۱۳۹۰)، دانشکده معدن، نفت و ژئوفیزیک، دانشگاه صنعتی شاهرود.

۳. نقشه های زمین شناسی در مقیاس ۱:۱۰۰۰۰۰۰ برای منطقه مورد مطالعه، سازمان زمین‌شناسی و اکتشافات معدنی کشور.

4. Blakely, R. J., (1996), "Potential theory in gravity and magnetic application", Cambridge university press.
5. Bott, M. H. P., (1960), "The use of rapid digital computing methods for direct gravity interpretation of sedimentary basins", *Geophysical Journal of the Royal Astronomical Society*, 3, 63 – 67.
6. Dobrin, M. B. and Savit, C. H., (1988), "Introduction geophysical prospecting", McGraw-Hill, 867.
7. Gallardo-Delgado, L. A., Perez-Flores, M. A., and Gomez-Trevino E., (2003), "A versatile algorithm for joint 3D inversion of gravity and magnetic data", *Geophysics*, 68(3), 949–959.
8. Jachens, R. C, and Moring, B. C, (1990), "Maps of Thickness of Cenozoic Deposits and the Isostatic Residual Gravity over Basement for Nevada", Open-File Report 90-404, U.S. Geological Survey.
9. Levenberg, K., (1944), "A method for the solution of certain non-linear problems in least squares", *Quarterly of Applied Mathematics*, 2, 164–168.
10. Li, Y., and Oldenburg, D. W., (1998), "3-D inversion of gravity data", *Geophysics*, 63(1), 109–119.
11. Meju, M.A. (1994), "Geophysical Data Analysis: Understanding Inverse Problem Theory and Practice", Society of Exploration Geophysics.
12. Menke, W., (1989), "Geophysical Data Analysis Discrete Inverse Theory", Academic Press, Inc.
13. Parker, R. L., (1972), "The rapid calculation of potential anomalies", *Geophysical Journal of the Royal Astronomical Society* 31,447-55.
14. Pilkington, M. And Crossley, D. J., (1986), "Determination of crustal interface topography from potential field", *Geophysics*, 51, 1277-1284.
15. Plouff, D., (1976), "Gravity and magnetic fields of polygonal prisms and application to magnetic terrain corrections", *Geophysics*, 41, 727-741.
16. Rao, P. R., Swamy, K. V., Murthy, R. I. V., (1999), "Inversion of gravity anomalies of three-dimensional density interfaces", *Computers & Geosciences*, 25, 887–896

17. Reynolds, J. M., (1997), "An introduction to applied and environmental geophysics", John Wiley & Sons, 796.
18. Talwani, M., and Ewing, M., (1960), "Rapid computation of gravitational attraction of three-dimensional bodies of arbitrary shape", *Geophysics*, 25, 203-225.
19. Talwani, M., Worzel, J. and Ladisman, M., (1959), "Rapid gravity computations for two dimensional bodies with application to the Mendocino submarine fracture zone", *Journal of Geophysical Research*, 64 (1), 49-59.
20. Telford, W. M., Geldart, L. P., and Sheriff, R. E., (1990), "Applied Geophysics", Cambridge University Press.
21. Zhdanov, M. S., 2002, *Geophysical inverse theory and regularization problems*, Elsevier press.

Abstract

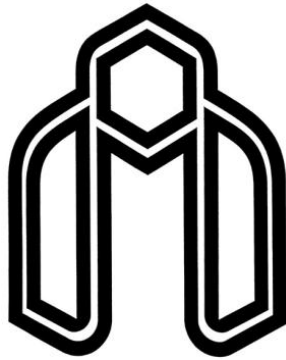
Through being a lot of sedimentary structures in Iran such as oil traps which are economically important, study and modeling of basement topography might be deliver valuable information. To goal a thorough interpretation of basement topography modeling might be used. In this study, 3D non-linear inverse modeling of gravity and magnetic data is used to determine topography of basement. Two most useful models for modeling a three-dimensional basement are juxtaposing rectangular prisms (Plouff, 1976) and the polygon (Talwani and Ewing, 1960). With the model of juxtaposing rectangular prisms, inversion become not only faster, also will be avoid of the difficulties associated with the model of Talwani and Ewing (Rao et al, 1999). In this study, a three-dimensional basement is modeled by equating it to a series of juxtaposing rectangular prisms and calculating their thicknesses. By a mathematical tool named Taylor series non-linear problem changes to a linear problem near to initial model.

Prepared algorithms here is based on Levenberg-Marquardt method which by an iterative method comparing model response with actual data, will modify initial model. In this study, a sedimentary basin structure is equated to a series of juxtaposing rectangular prisms, whose horizontal dimensions are equal to the dimensions of the observation points grid and their density contrast is the constant density contrast between sediments and basement. The bottoms of the prisms coincide with the sediments and basement interface. There is one prism below each of the internal anomaly points. The inversion scheme calculates depths to bottom of each of these prisms iteratively using Levenberg-Marquardt method.

Algorithm to invert gravity data : 1st, a function subprogram named "FORGRAV3D.m" calculates the gravity anomalies of initial model. 2nd, gravity anomalies of the initial model are calculated and compared with those observed. 3rd, a function subprogram named "JACOBIANGRAV3D.m" calculates the derivatives of gravity effects with respect to bottom depths of prisms. 4th, the difference between the observed and calculated anomalies are used to refine the thicknesses of the prisms. Modified model sets into step one as initial model to go into another iteration.

Algorithm to invert magnetic data : 1st, a function subprogram named “FORMAG3D.m” calculates the magnetic anomalies of initial model. 2nd, magnetic anomalies of the initial model are calculated and compared with those observed. 3rd, a function subprogram named “JACOBIANMAG3D.m” calculates the derivatives of magnetic effects with respect to bottom depths of prisms. 4th, the difference between the observed and calculated anomalies are used to refine the thicknesses of the prisms. Modified model sets into step one as initial model to go into another iteration.

The efficiency of the method and subprograms has been shown by inverse modeling of free noise and noise contaminated synthetic data both gravity and magnetic. Finally, we inverted gravity and magnetic field data from Abardezh area in central Iran that conclusion was acceptable.



Shahrood University of Technology
Faculty of Mining, Petroleum and Geophysics

**Determination of basement topography using 3D non-linear inversion of gravity
data**

By:

Mojtaba Tavakoli

Under Supervision of:

Dr. Ali Nejati Kalateh

Advisor:
Dr. Shahab Ghomi

A thesis for the degree of M.Sc. in Geophysics (Gravity)

2013