



دانشگاه صنعتی شاهرود

دانشکده مهندسی معدن و ژئوفیزیک

سمینار کارشناسی ارشد مهندسی اکتشاف معدن

کاربرد هندسه فرکتال در کارهای اکتشافی

محقق:

حمید سرخیل

استاد راهنما:

دکتر رضا کاکائی

(زمستان ۱۳۸۳)

تقدیم به استاد ارجمندم جناب آقای دکتر رضا کاکایی

چکیده

همانگونه که می دانید هندسه بر دو نوع است هندسه منظم و هندسه نامنظم. هندسه منظم همان هندسه اقلیدسی است که تنها به بررسی اشکال کلاسیک موجود در طبیعت می پردازد. در گذشته در این هندسه اشکال و توابع ناهموار، آشفته و غیر کلاسیک به بهانه اینکه مهار ناپذیرند جایی نداشتند. تا اینکه در سال ۱۹۷۰ ((مندلبروت))، ریاضیدان لهستانی، پایه گذار هندسه جدیدی شد که بدان هندسه بدون اندازه یا هندسه فرکتالی گفته می شد. واژه فرکتال به معنای سنگی است که به شکل نامنظم شکسته شده باشد.

اشکال فرکتالی چنان با زندگی ما گره خورده اند که با کمی دقت به اطراف خودتان می توانید بسیاری از این اشکال را ببینید. شکل کوهها، ابرها، دانه های برف، ریشه، تنه و برگ درختان و بالاخره شکل سرخس ها، سیاهرگ و شش انسان همه به نوعی اشکال فرکتالی می باشند. در این هندسه جدید دیگر، کوهها مخروطی نبوده، ابرها کروی نیستند و سواحل دریاها نیز دایره ای شکل نمی باشند.

هندسه فرکتال در تمامی علوم گسترش قابل توجهی پیدا نموده است، به طوریکه بسیاری از نظریه های جدید علمی و پزشکی دنیا بر پایه خواص فرکتالی بنا نهاده شده اند، در زمینه اکتشاف مواد معدنی نیز هندسه فرکتال نقش به سزایی پیدا نموده است، هدف از این تحقیق نشان دادن گوشه ای از کاربرد های هندسه فرکتال در کارهای اکتشافی می باشد.

فهرست مطالب

صفحه	عنوان
۱	فصل اول
۲	مقدمه
۶	فصل دوم
۷	آشنایی با هندسه فرکتال
۷	۱-۲- خواص اشکال فرکتالی
۸	۲-۲- هندسه فرکتال
۱۲	۳-۲- ابعاد فرکتالی
۱۴	۴-۲- فرکتال های خود متشابه و روش های محاسبه بعد فرکتالی
۱۸	۵-۲- فرکتال های خود مانا و فرکتال های خود متناسب
۱۸	۲-۵-۱- فرکتال های خود مانا
۲۱	۲-۵-۲- فرکتال های خود متناسب
۲۳	۶-۲- توزیع فرکتالی
۲۴	۲-۶-۱- توزیع فرکتالی و خردایش
۲۸	۲-۶-۲- توزیع فرکتالی برای عیار و تناژ ماده معدنی
۳۰	۲-۶-۳- توزیع فرکتالی برای زلزله
۳۳	۲-۷- پدیده های بحرانی خود نظم دهنده
۳۴	۲-۷-۱- مدل جعبه شنی
۳۶	۲-۷-۲- مدل آتش سوزی جنگل

فهرست مطالب

صفحه	عنوان
۳۹	فصل سوم
۴۰	کاربرد فرکتال در شناسایی گسل ها
۴۰	۱-۳- سیستم گسلی نهیندان
۴۰	۳-۱-۱- مقدمه
۴۳	۳-۱-۲- سیستم گسلی
۴۵	۳-۱-۳- تحلیل فرکتالی
۵۲	۲-۳- سیستم های گسلی ژاپن
۵۲	۳-۲-۱- مقدمه
۵۳	۳-۲-۲- داده ها
۵۴	۳-۲-۳- ابعاد فرکتالی
۶۱	۳-۲-۴- تحلیل فرکتالی
۶۳	فصل چهارم
۶۴	کاربرد فرکتال در ژئوفیزیک
۶۴	۴-۱- مقدمه
۶۶	۴-۲- تعیین بعد فرکتالی
۶۷	۴-۳- محاسبه بعد فرکتالی تریس های لرزه ای

فهرست مطالب

صفحه	عنوان
۷۱	فصل پنجم
۷۲	کاربرد فرکتال در ژئوشیمی
۷۲	۱-۵- مقدمه
۷۴	۲-۵- مدل های مولتی فرکتالی و فرکتالی ژئوشیمیایی
۷۵	۳-۵- تعیین حد آستانه به روش فرکتالی
۸۱	فصل ششم
۸۲	کاربرد فرکتال در سایر علوم
۸۲	۱-۶- مدل سازی رابطه بعد فرکتال و مکانیسم تشکیل رگه های معدنی
۸۲	۱-۱-۶- مقدمه
۸۲	۲-۱-۶- مدل سازی بعد فرکتالی رگه های معدنی
۸۴	۳-۱-۶- بعد فرکتالی رگه ها و مکانیسم رشد آنها
۸۷	۲-۶- مدل سازی فرکتالی پدیده های طبیعی (زلزله و شبکه زهکش)
۸۷	۱-۲-۶- مقدمه
۸۷	۲-۲-۶- تحلیل فرکتالی موقعیت مکانی زلزله ها
۹۰	۳-۲-۶- تحلیل فرکتالی شبکه های زهکش
۹۲	فهرست منابع

فصل اول

مقدمه

فصل اول

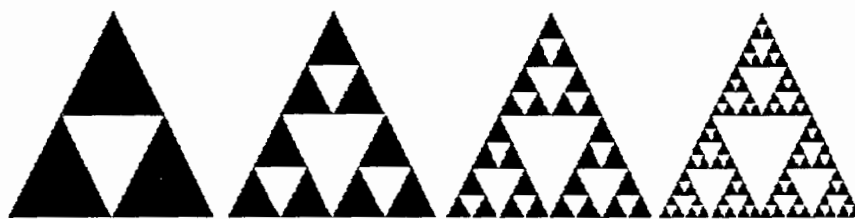
مقدمه

همه شما حتی اگر از هندسه نیز چیزی ندانید بارها نام آن را شنیده اید و حتماً می دانید که «جبر، حساب و هندسه» سه شاخه مهم از ریاضیات است، همین سه عنوان در ریاضیات پایه گذار پیشرفت در تمام علوم محسوب می شوند. شاید حس مسنولیتی که ریاضیات به تمام بخش های علوم دارد آن را بسیار جدی و در نظر بسیاری، علمی خشک و در عین حال سخت جلوه داده است. در این میان هندسه نقش بسیار مهمی را حتی در شاخه های ریاضی برعهده دارد.

هندسه، که می توان به آن علم بازی با اشکال لقب داد، خود پایه گذار دیگر شاخه های ریاضی است. زیرا تمام قسمت های دیگر ریاضیات و دیگر علوم تا به صورت شهودی قابل بررسی نباشد جای پیشرفت چشمگیر برای آنها نمی توان در نظر گرفت. با این اوصاف، شایسته است به هندسه لقب «مادر بزرگ علوم» دهید. عموم تحصیل کردگان با هندسه اقلیدسی آشنا هستند. زیرا دست کم در طول دوران تحصیل خود به اجبار هم که بوده در کتاب های درسی با این هندسه که اصول آن بر مبنای اندازه گیری است آشنا شده اند. اما هندسه اقلیدسی تنها به بررسی اشکال کلاسیک موجود در طبیعت می پردازد. در این هندسه اشکال و توابع ناهموار، آشفته و غیر کلاسیک به بهانه اینکه مهار ناپذیرند، جایی نداشتند.

بالاخره در سال ۱۹۷۰، طلسم یکی از تئوری های ریاضی که از سال ۱۹۱۷، عنوان شده بود، شکست و «مندلبروت» ریاضیدان لهستانی، پایه گذار هندسه جدیدی شد که به آن هندسه بدون اندازه یا هندسه فرکتالی گویند. هندسه بدون اندازه یکی از شاخه های جدید ریاضیات است که در برابر تفسیر و شبیه سازی اشکال مختلف طبیعت از خود انعطاف و قابلیت بی نظیر نشان داده است. با به کارگیری هندسه فرکتالی، افق روشنی پیش روی ریاضیدانان و محققان در زمینه بازگو کردن رفتار توابع و مجموعه های به ظاهر ناهموار و پر آشوب قرار گرفته است.

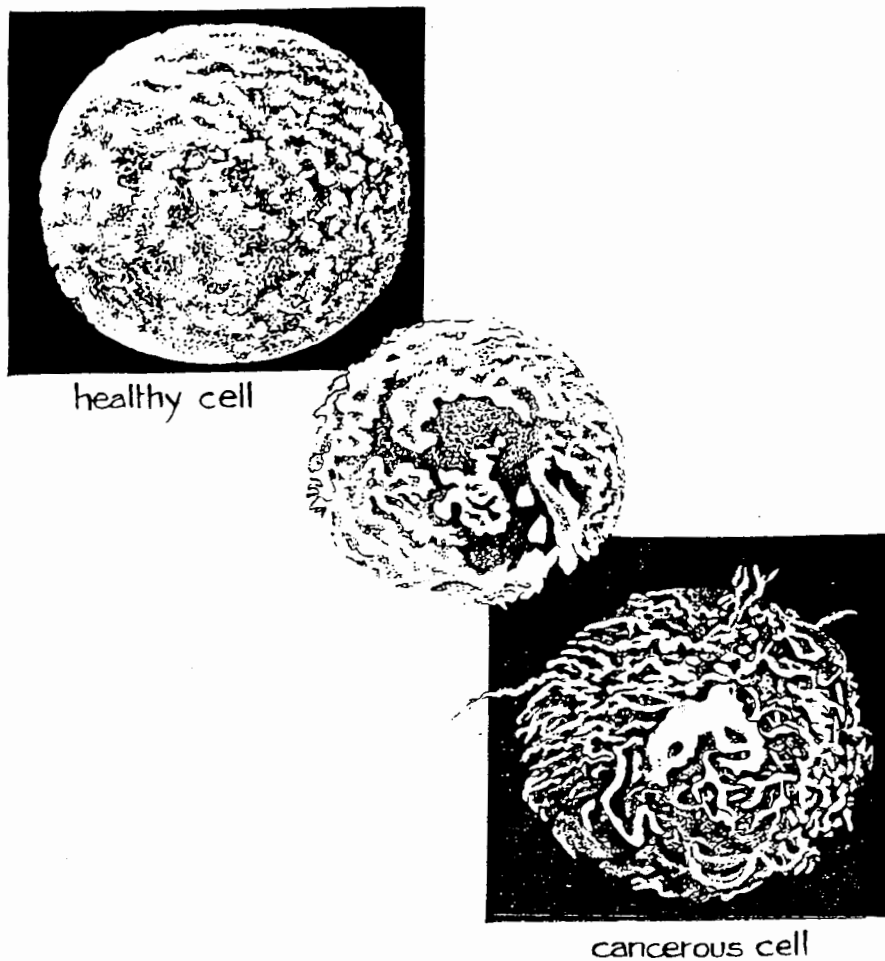
واژه فرکتال به معنای سنگی است که به شکل نامنظم شکسته شده باشد. در این هندسه اشکالی مورد بررسی قرار می‌گیرند که بسیار نامنظم به نظر می‌رسند. اما اگر با دقت به شکل نگاه نماییم، متوجه می‌شویم که تکه‌های کوچک آن کم و بیش شبیه به کل شکل هستند به عبارتی جزء در این اشکال، نماینده‌ای از کل است. به چنین اشکالی نام « خود متشابه » نیز می‌دهند. اشکال فرکتالی چنان با زندگی روزمره ما گره خورده که با کمی دقت به اطراف خودتان، می‌توانید بسیاری از این اشکال را بیابید. از گل فرش زیر پای شما و گل کلم درون مغازه‌های میوه فروشی گرفته تا شکل کوه‌ها، ابرها، دانه برف و باران، شکل ریشه، تنه و برگ درختان و بالاخره شکل سرخس‌ها، سیاه‌رگ و شش و... همه اینها نمونه‌هایی از اشکال فرکتالی می‌باشند. اشکال شاخصی نیز در هندسه فرکتال وجود دارند که می‌توان به « مثلث سیر پینسکی » و « خم کخ » اشاره نمود، به عنوان نمونه برای رسیدن به مثلث سیر پینسکی، مثلث متساوی الاضلاعی را در نظر بگیرید. وسط اضلاع آن را به هم وصل کنید تا مثلث دیگری در دل آن ساخته شود. پس از آن در سه مثلث به وجود آمده در گوشه‌های مثلث بزرگ تر همین کار را تکرار کنید و به همین ترتیب تا به مثلث سیر پینسکی برسید (شکل ۱-۱).



شکل (۱-۱): مثلث سیر پینسکی

و یا خم کخ که با سه قسمت کردن پاره خطی فرضی و حذف قسمت میانی آن و جایگزین کردن مثلثی متساوی الاضلاع در قسمت میانی و تکرار آن به وجود می‌آید. هندسه بدون اندازه کاربردهای فراوانی در علوم مختلف و به خصوص پزشکی دارد. به طوریکه در شناسایی ویروس ایدز و کشف سرطان‌های مختلف می‌تواند بکار آید. همانگونه که می‌دانید ویروس ایدز در بدن انسان

یک دوره بههنگی دارد که شناسایی این ویروس در دوره بههنگی آن دشوار و تقریباً غیر ممکن است و با حمله کامل ویروس به بدن بیمار، بیماری در بدن آشکار می شود. همچنانکه سیستم مصون سازی بدن شروع به تریل می کند، ویروس ایدز شروع به رفتار نامنظم از خود می نماید، با استفاده از هندسه فرکتال می توان حرکات ویروس ایدز را در بدن انسان مدلسازی نمود و به تشریح آن پرداخت. علاوه بر آن در مورد کشف سرطان، می بایست خاطر نشان نمود که سطح خارجی سلول های سرطانی معمولاً چین دار بوده و از ساختاری پیچیده بر خوردار می باشند، که این ساختار های پیچ در پیچ، خواص فرکتالی را نمایان می سازند، هندسه فرکتال در کشف دقیق حضور سلول های سرطانی در بدن و همچنین در تشخیص بدخیم و یا خوش خیم بودن سلول ها با بهره گیری از کامپیوتر و تصاویر ریاضی بسیار کارآمد می باشد شکل (۱-۲).



شکل (۱-۲): سلول های سالم و سرطانی [۱] .

با استفاده از فرکتال‌ها به راحتی می‌توان نوار قلب بیماران را تفسیر کرد و حتی احتمال بروز حمله قلبی در آنها را حدس زد و از آن جلوگیری نمود. ممکن است روزی فرکتال‌ها در فهمیدن چگونگی کار مغز یا ارکانیسم بدن بسیار کارا و مؤثر واقع شوند. پیدا کردن پیوندهای بین علم و زندگی، آن رویی از سکه است. در صورتی که پیدا کردن و بیان این پیوندها می‌تواند تاثیرات بسیاری بر پیشرفت علوم و عمومی کردن آن داشته باشد. همچنین به وسیله آن می‌توان ساختار ابرها، کوه‌ها یا گسل‌های زمین را به راحتی توصیف و شبیه‌سازی نمود، درست همانگونه که یک معمار ساختار نقشه ساختمان خود را به طور دقیق شرح می‌دهد.

امروزه از فرکتال و قوانین حاکم بر آن در اکتشاف، استخراج، فراوری مواد معدنی، ژئوفیزیک و حتی ژئوشیمی استفاده‌های بسیاری شده است به طوری‌که جداسازی آنومالیهای گرانی، مغناطیس و ژئوشیمیایی با تحلیل‌های فرکتالی به سادگی صورت می‌پذیرد.

فصل دوم

آشنایی با هندسه فرکتال

خود برگ، خاصیت خود متشابهی صدق نمی کند. تفاوت دیگر فرکتال های طبیعی در این است که آنها در اکثر موارد دارای یک جزء اتفاقی می باشند و فقط بطور امارتی در مقیاس های متفاوت با هم خود متشابه هستند، این موضوع را حتی در مورد برگ آلك هم می توان مشاهده کرد. ساختار برگ در مقیاس های متفاوت فقط تقریباً کپی از ساختار برگ در مقیاس دیگر است | ۲ |.



شکل (۲-۲): برگ آلك

۲-۲- هندسه فرکتال

هندسه فرکتالی وسیله و مفهومی نوین است که امکان توصیف اشکال طبیعی را میسر کرده است. اشکال هندسی طبیعی نظیر کرات سماوی و درخت کاج را به آسانی می توان با کره و مخروط توصیف کرد ولی بسیاری دیگر از اشکال طبیعی بقدری پیچیده هستند که حتی با ترکیبی از اشکال اقلیدسی قابل توصیف دقیق نیستند. شکل گل کلم، توپوگرافی کوه ها، سطح یک فلز در مقیاس های میکروسکوپی نمونه هایی از شکل های طبیعی هستند که توصیف آنها فقط توسط هندسه فرکتالی ممکن است.

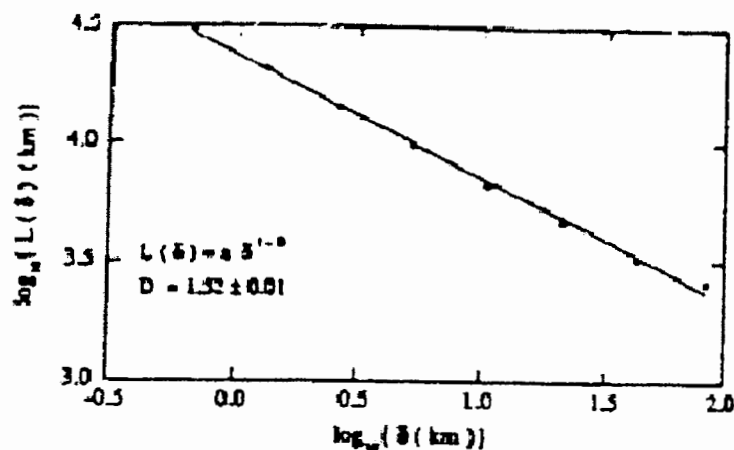
کشف مفاهیم فرکتالی ابزاری قدرتمند در اختیار دانشمندان جهت مقایسه پدیده های پیچیده طبیعی قرار داده است. به عنوان مثال با استفاده از مفاهیم فرکتالی می توان شکل رودخانه های ساسله جبال البرز را با شکل رودخانه های کوه های زاگرس مقایسه کرد و یا می توان تغییرات

فعالیت های لکه های خورشیدی در زمان را توصیف و یا تغییرات درجه حرارت اتمسفری زمین مقایسه کرد. به طور یقین مقایسه طول رودخانه های البرز با زاگرس توصیف دقیقی نخواهد بود زیرا فقط یک جنبه از هندسه پیچیده رودخانه های مذکور را مورد مقایسه قرار می دهد مقایسه همخوانی فرکانس های سازنده تغییرات تعداد لکه های خورشیدی در زمان با تغییرات درجه حرارت اتمسفر در زمان می تواند ارتباط این دو پدیده مذکور را تا حدی معین کند ولی نمی تواند معیاری واحد که ارتباط بین فرکانس های سازنده این دو پدیده را معین می کند ارائه دهد.

اصطلاح فرکتال نخستین بار توسط مندل بروت در سال ۱۹۷۵ ابداع گردید. در گسترده ترین تعریفی که از آن ارائه شده فرکتال درباره اشکال یا فرآیند هایی بحث می کند که دارای خواص مقیاس پذیر باشند.

شکل های فرکتال دارای این خاصیت می باشند که اگر مقیاس را در مورد آنها تغییر دهیم شکلی مشابه حاصل خواهد شد. نمونه های طبیعی و واقعی از فرکتال ها مانند شش های انسان، درختان، ابرها، کوه ها، یا برگ برخی از درختان مانند برگ درخت سرخس و ... می توان ارائه کرد. تعریف دیگری از فرکتال بر حسب بعد فرکتال می باشد. بر این اساس فرکتال شکلی است که دارای بعد غیر صحیح است، یعنی ممکن است شکلی داشته باشیم که بعد آن عددی ما بین اعداد صحیح باشد. در واقع به خاطر پیچیدگی هایی که خط دارد ممکن است که قسمتی از سطح را هم در بر گیرد. چنین خطوطی طول نامحدود دارند، مثلاً برخی از خطوط ساحلی از جمله خطوط ساحلی نروژ و انگلستان بخاطر بریدگی های بیشماری که دارند دارای چنین خصلتی می باشند، یعنی فرکتالی هستند. به عنوان نمونه خط ساحلی کشور نروژ را در قسمت جنوبی آن در نظر بگیرید شکل (۲-۴). آنچه در نقشه مشاهده می شود منحنی بسیار پیچیده ای است که خلیج های متعدد کوتاه و عمیق را به همراه جزایر پر تعداد ساحلی نشان می دهد. چنانچه هدف تعیین طول خط ساحلی باشد یک روش آن است که از یک انتهای ساحل شروع کرده و توسط پیمایشگری با طول معین خط ساحلی را پیموده تا به انتهای ساحل دیگر برسیم. طبیعی است که به علت شکل پیچیده

مسیر بسیاری از بیج و ... های آن نادیده گرفته می شود و بدیهی است که با کوچک شدن طول پیمایشگر تعداد فواصل اندازه گیری افزایش یافته و بهبود نسبی در اندازه گیری حاصل می شود. چنانچه طول پیمایشگر را δ بگیریم طول اندازه گیری شده $\delta = N(\delta) \cdot l(\delta)$ ، که N تعداد گام های پیموده شده می باشد. اگر خطوط ساحلی طول معینی مانند $1.N$ داشته باشند انتظار بر این است که با کوچک تر شدن مقیاس و اندازه گام ها به طول واقعی مسیر نزدیک شویم و در حد وقتی طول گام ها به اندازه ی کافی کوچک اختیار شوند به طول واقعی مسیر نائل می گردیم، ولی این انتظار برآورده نمی گردد و در واقع طول مسبر به صورت نامحدودی افزایش می یابد. چنانچه $l(\delta)$ را بر حسب δ در مقیاس لگاریتمی رسم کنیم (شکل ۲-۳) خط راستی حاصل می گردد که می توان معادله، $l(\delta) = a \delta^{-D}$ را برای آن نوشت. مطابق شکل مقدار D برابر 1.52 ارزیابی می شود. که در آن a تعداد گام ها می باشد.

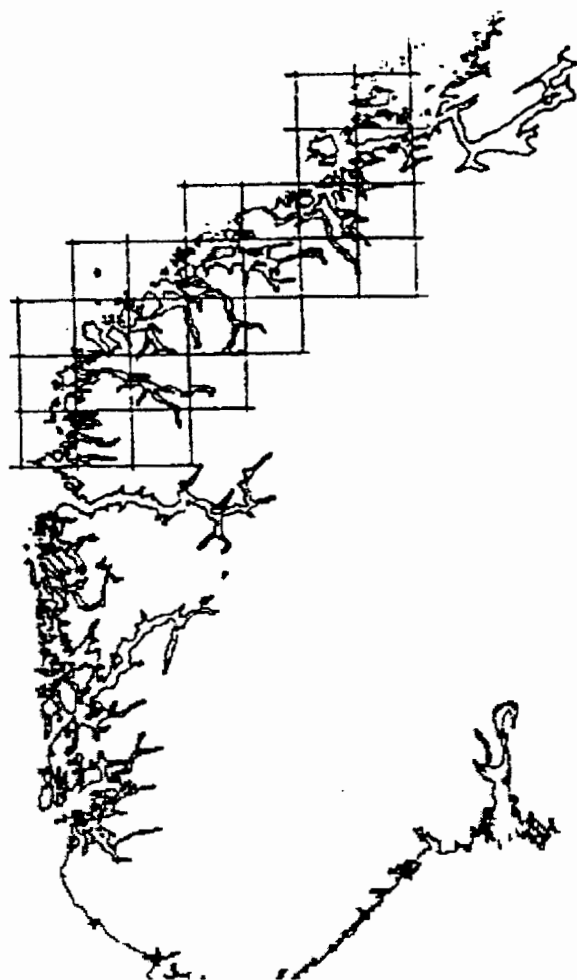


شکل (۲-۳): طول بر حسب مقیاس برای خط ساحلی نروژ

در حقیقت خلیج نروژ را می توان به عنوان یک فرکتال با بعد فرکتالی $D=1.52$ در نظر گرفت. مدل بروت نظیر چنین ارزیابی هایی را در مورد خطوط ساحلی برخی کشورها، از قبیل انگلستان، افریقای جنوبی، پر تغال، ... انجام داد و در همه موارد خطوط راستی حاصل شد که دارای مقدار بعدی بین ۱ و ۲ بودند. چنانچه این اندازه گیری در مورد یک منحنی معمولی مانند یک دایره صورت

پذیرد مقدار بعد برابر بدست می آید که این نتیجه ای است که در مورد تمامی منحنی های معمولی انتظار می رود [۳].

اصولاً تعریف ریاضی فرکتال متمرکز بر مفهوم بعد فرکتالی یا کسری است. اشکال فرکتالی بسیاری بصورت مصنوعی ساخته شده اند که برخی از آنها مدلی برای مقایسه پدیده های طبیعی بوده اند. این اشکال عمدتاً دارای دو ویژگی مشخص می باشند: اول اینکه در مقیاسهای مختلف شبیه به یکدیگرند و دیگر اینکه هر شکل دارای بعد فرکتالی یا کسری است. برای ساختن فرکتال باید دو نکته اساسی را مد نظر قرار داشت این دو نکته عبارتند از تعریف یک قانون و تکرار همان قانون بر روی شکل های قبلی [۳].



شکل (۲-۴): نقشه ساحل جنوبی خلیج نروژ

۲-۳-ابعاد فرکتالی

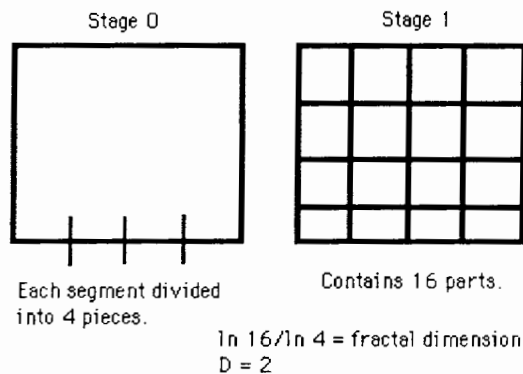
همه اجسام موجود در طبیعت دارای بعد می باشند، برخی از آنها یک بعدی هستند، بعضی دو بعدی بوده و تعدادی نیز سه بعدی می باشند. یک بعدی ها آنهایی هستند که همانند یک خط راست یا یک نقطه فضایی نمی باشند شکل (۵-۲).



Each segment divided into 2 pieces
 Shape contains 2 parts
 $\ln 2 / \ln 2 = D$ (fractal Dimension)
 $D = 1$

شکل (۵-۲): یک بعدی

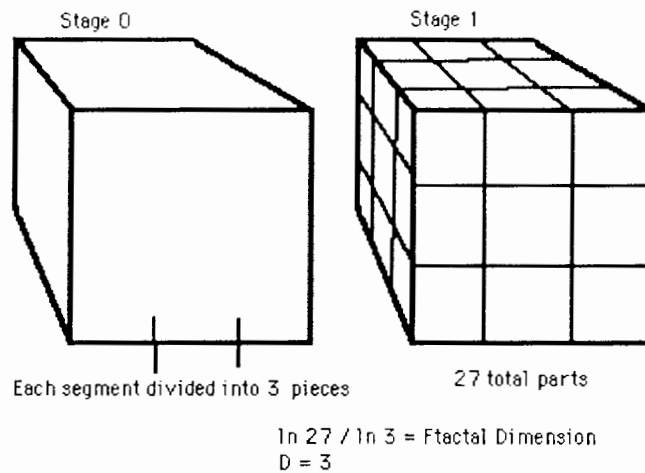
دو بعدی ها آنهایی هستند که دارای سطح می باشند شکل (۶-۲)، در هندسه اقلیدسی ما با دو بعدی هایی مثل مثلث، مربع، مستطیل و دایره سرو کار داریم.



شکل (۶-۲): دو بعدی

در صورتیکه شما فیلم های تخیلی مشاهده کرده باشید، حتماً در مورد چهار بعدی ها چیز هایی شنیده اید، فضای چهار بعدی مکانی است که با زندگی بشر کاملاً ناسازگار بوده و در تضاد می باشند و هیچ گونه شباهتی با سطح و عمق ندارند.

سه بعدی ها در نظر ما به روشنی قابل استنباط هستند. سه بعدی ها نه تنها طول و عرض دارند بلکه دارای عمق نیز می باشند. و به زبان ساده تر دارای حجم می باشند. بطوریکه می دانید زندگی بشر در یک فضای سه بعدی است شکل (۷-۲).



شکل (۷-۲): سه بعدی

اما ابعادی نیز بین اعداد صحیح وجود دارد، فلیکس هاسدورف^۱، ریاضیدان آلمانی، پیشنهاد وجود فرکتال ها در ابعادی بین اعداد صحیح را مطرح ساخت. او نظریه ابعاد فرکتالی را که در تجسم تصاویر فرکتالی مورد استفاده قرار میگیرد پذیرفت. در واقع ابعاد فرکتالی نشان دهنده پیچیدگی فرکتال ها می باشند. بطوریکه هر چه بعد فرکتالی بزرگتر باشد، پیچیدگی بیشتر می گردد. بعد فرکتالی را می توان به سادگی با استفاده از یک معادله ریاضی بدست آورد. این معادله دارای سه بخش است:

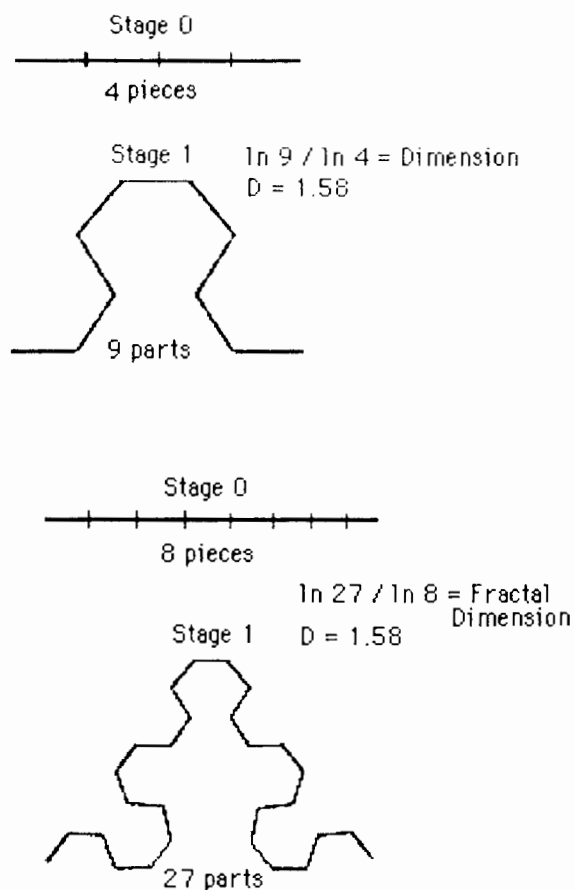
- ۱- نرخ تنزیل $(R)^2$
 - ۲- تعداد تاشدگی ها $(r)^3$
 - ۳- بعد فرکتالی (d)
- معادله به فرم (۱) می باشد [۴]:

$$d = \ln r / \ln R \quad (1)$$

۱- Felix Hausdorff
 ۲ - Reduction Ratio
 ۳- Number of Replication

شکل (۸-۲) مثال هایی را راجع به معادله (۱) نشان می دهد. همانطور که مشاهده می شود

ابعاد این فرکتال ها بین یک و دو می باشند | ۴ |.



شکل (۸-۲): محاسبه بعد فرکتالی

۴-۲- فرکتال های خود متشابه و روش های محاسبه بعد فرکتالی

بر خلاف فرکتال های ریاضی، در بسیاری از موارد قانون حاکم بر ساخته شدن فرکتال های طبیعی برای ما مشخص نیست لذا نمی توان به سادگی فرکتال های ریاضی، بعد فرکتالی آنها را معین نمود. از روش های مر سوم برای تعیین بعد فرکتالی فرکتالهای خود متشابه روش خط کش و روش شمارش جعبه ها است که در ذیل به تفصیل بیان شده است.

۲-۴-۱- محاسبه بعد فرکتالی با استفاده از روش خط کش

روش خط کش یکی از معروفترین و ابتدائی ترین روشهایی است که برای تعیین بعد فرکتالی اشکال طبیعی بکار برده می شود با اندازه گیری طول ساحل در چندین مقیاس می توان به سادگی بعد فرکتالی را بدست آورد شکل (۲-۷). بدین صورت که در دستگاه مختصات تمام لگاریتمی طول خط کش را نسبت به طول ساحل اندازه گیری شده رسم نموده و شیب منحنی بدست آمده مطابق رابطه (۲) معرف بعد فرکتالی خط ساحلی می باشد.

$$a = D-1 \quad (2)$$

همانطور که می دانید طول ساحل با کاهش طول خط کش افزایش می یابد. همچنین شیب منحنی لگاریتمی طول خط کش به تعداد خط کش های مورد نیاز مستقیماً بعد فرکتالی را می دهد [۳].



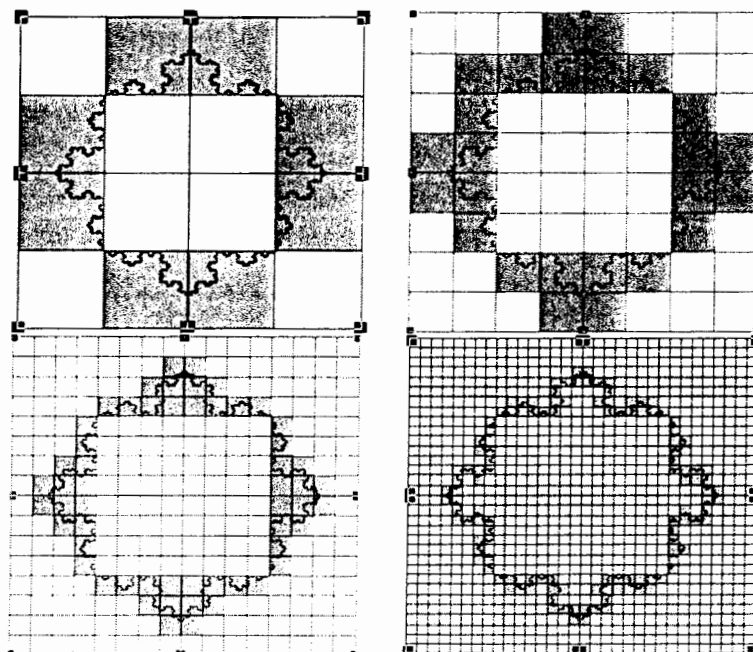
شکل (۲-۷): اندازه گیری بعد فرکتالی یک ساحل با استفاده از روش خط کش

۲-۴-۲- محاسبه بعد فرکتالی با استفاده از روش شمارش جعبه ها

یکی از معروفترین روشهای محاسبه فرکتالی اشکال طبیعی روش شمارش جعبه هاست. در این روش مساحت یک شکل فرکتالی دو بعدی با استفاده از مربع هایی با اندازه های متفاوت تقسیم بندی می شود. برای اجسام سه بعدی یک شکل فرکتالی با استفاده از مکعب هایی با اندازه های متفاوت بدست می آید.

روش کار بدین ترتیب است که شکل فرکتالی را توسط یک جعبه محاط می‌کنیم، سپس جعبه را به جعبه‌های کوچکتر محاط می‌کنیم و تعداد جعبه‌هایی که قسمتی از شکل فرکتال در آن قرار دارد را شمارش کرده بعد از این که مراحل بالا را برای چندین مرتبه تکرار نموده و نمودار تمام لگاریتمی اندازه ضلع یک جعبه، 2 ، را به تعداد جعبه‌هایی که شامل شکل فرکتالی هستند، رسم نموده، شیب منحنی مذکور معرف بعد فرکتالی شکل مورد مطالعه می‌باشد. جهت نشان دادن چگونگی کار این روش و صحت آن با استفاده از روش شمارش جعبه‌ها بعد فرکتالی فرکتال کوچک را بدست می‌آوریم.

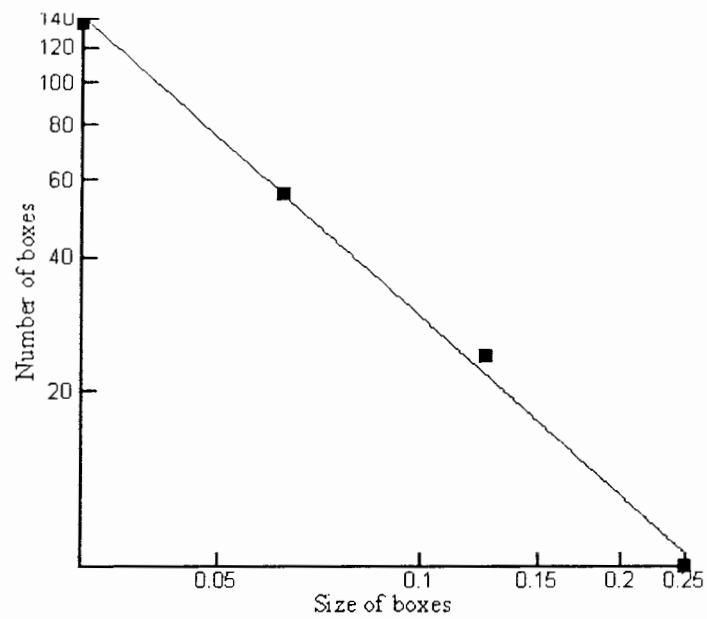
شکل (۲-۸) چهارمرحله از روش شمارش جعبه‌ها بر روی شکل فرکتال کوچک را نشان می‌دهد، جدول (۲-۱) برای اندازه‌های متفاوت، تعداد جعبه‌هایی که شکل فرکتال کوچک از آنها می‌گذرد نشان می‌دهد، همانطور که ملا حظه می‌شود با کاهش اندازه جعبه‌ها تعداد جعبه‌ها بطور قابل ملاحظه‌ای افزایش می‌یابد، شکل (۲-۹) نمودار تمام لگاریتمی اندازه ضلع جعبه بکار برده شده را بر حسب جعبه‌هایی که شکل فرکتالی از آن می‌گذرد، نشان می‌دهد. همانگونه که مشاهده می‌شود شیب خط برابر با 1.345 است [۳].



شکل (۲-۸): چهار مرحله از روش شمارش جعبه جهت اندازه‌گیری بعد فرکتالی شکل فرکتال کوچک

تعداد جعبه ها	طول ضلع مربع
۸	۱۲۵
۲۴	۱۱۲۵
۵۶	۱۶۲۵
۱۳۶	۳۱۲۵

جدول (۱-۲): تعداد جعبه ها بر حسب اندازه ضلع جعبه های بکار برده شده در محاسبه بعد فرکتالی

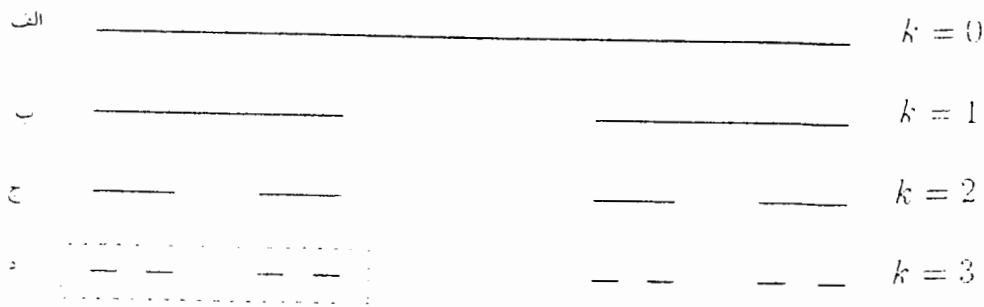


شکل (۹-۲): نمودار تمام لگاریتمی اندازه ضلع به تعداد جعبه هایی که شکل فرکتال کوچ از آن می گذرد.

۲-۵ - خود مانایی و فرکتال های خود متناسب

۲-۵-۱ - فرکتال های خود مانا

خود مانا^۱ از قسمت هایی تشکیل شده که هر قسمت شبیه کل مجموعه است. مجموعه کانتور^۲ از ساده ترین مثال هایی است که خاصیت خود مانایی دارد. همانگونه که در شکل (۲-۱۰) ملاحظه می شود، این مجموعه دارای ساختار های تکراری است.



شکل (۲-۱۰): ساختار مجموعه کانتور

در این ساختار فاصله واحد (۱ و ۰) را به سه قسمت مساوی تقسیم کرده و قسمت وسطی را حذف می کنیم. حاصل تقسیم فرکتالی را رسم نموده، دو قسمت باقی مانده را نیز به سه قسمت مساوی تقسیم کرده و مجدداً قسمت های وسطی را حذف نموده در صورتیکه این عمل به طور مداوم تکرار شود به قانون کانتور منجر خواهد شد. با بالا بردن مقدار k می توان روند تکرار را ادامه داد.

در صورتیکه در این شکل قسمت خط چین شده ۳ برابر شود یعنی $k=3$ ، قسمت شماره ۲، k برابر ۲ بدست می آید. در مجموعه کانتور، قسمت های بزرگ شده دقیقاً همانند شکل اصلی هستند. به جسمی با خاصیت خود مانایی، فرکتال معین گفته می شود.

۱- Self_Similar

۲- Contour

بسیاری از فرایندهای طبیعی تصادفی هستند. برخی پدیده‌های طبیعی نیز خاصیت خود مانایی دارند. خط ساحلی قاره‌ها مثال کلاسیکی از این مسئله است. نقشه‌های با بزرگ‌نمایی مختلف شبیه هم به نظر می‌رسند. اگر در زمینه بررسی خطوط ساحلی تخصصی نداشته باشید، هیچ راهی برای تشخیص این دو نقشه از یکدیگر نخواهید یافت. در حقیقت هیچگاه نمی‌توان تعیین کرد که کدام نقشه بزرگ‌نمایی بیشتری دارد. در حالت فرکتال معین، ممکن است دو نقشه با بزرگ‌نمایی متفاوت که انطباقی با هم ندارند. نیز وجود داشته باشد که دارای صفات آماری یکسانی می‌باشند.

سوژه‌هایی را که همیشه حالت تصادفی داشته و تنها در موارد آماری شباهت دارند، فراکتال‌های تصادفی یا فرکتال‌های آماری می‌نامند.

به منظور توصیف کمی یک سیستم خود مانا، بعضی از تعاریف ارائه شده اند. بعد ماندگار d_F ، کوچکترین بعد اقلیدسی فضایی است، که می‌تواند یک شیء را احاطه کند.

برای تصمیم‌گیری در باره فرکتال یک جسم، می‌بایست بعد هوسدورف^۱ آن را اندازه‌گیری کرد. حجم $v(l)$ از یک جسم دلخواه را که به وسیله یک سری توپ پر می‌شود در نظر می‌گیریم. اگر قطر توپ‌ها، l ، حجم آنها l^{d_E} ، و تعداد توپ‌های استفاده شده $N(l)$ باشد، $v(l)$ از رابطه (۳) بدست می‌آید.

$$v(l) = N(l) \cdot l^{d_E} \quad (3)$$

با نگاهی به رابطه (۳) می‌توان دریافت که در صورتی که حجم جسم مقدار ثابتی باشد، $N(l) \sim l^{-d_E}$ خواهد بود، که این رابطه مستقل از تغییرات واحد طول است (l متغییر). در حالت کلی برای فرکتال‌ها رابطه (۴) را می‌توان ارائه نمود.

$$N(l) \sim l^{-d_E} \quad (4)$$

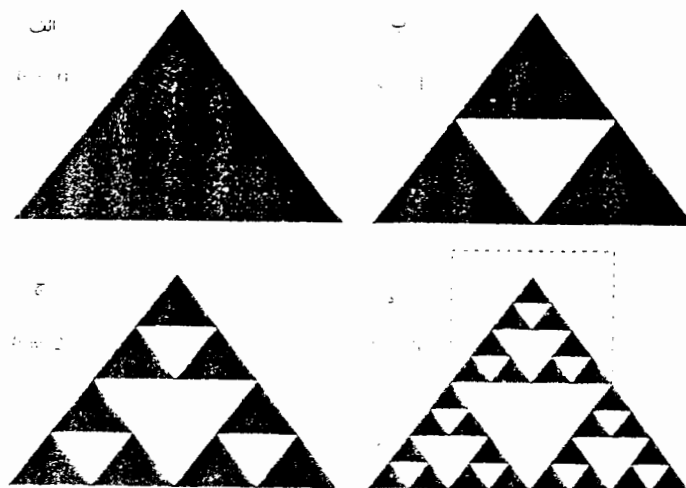
۱- Housdorff

اجسامی که در آنها $df < dE$ است، فرکتال نامیده می شوند. df بعد فرکتالی است و از رابطه (۵) بدست می آید.

$$df = \lim_{l \rightarrow 0} \frac{\ln N(l)}{\ln(1/l)} \quad (۵)$$

برای مجموعه کانتور، واحد طبیعی اندازه گیری طول دستگاه در وضعیت k ، برابر طول کوچکترین قطعه $l_k = (1/3)^k$ است. تعداد قطعات با طول l_k در مرحله k برابر با $N(l_k) = 2^k$ خواهد بود.

بنابراین با استفاده از رابطه فوق بعد فرکتال برابر $df = \ln N(2) / \ln(3) = 0.639$ به دست می آید. تا زمانی که $df < dE$ است ($dE=1$)، مجموعه کانتور یک فرکتال محسوب خواهد شد. مثلث سیر پینسکی تعمیم دو بعدی مجموعه کانتور است شکل (۱۱-۲). برای مشاهده خاصیت خود مانایی در مثلث مورد نظر، قسمت نقطه چین شکل (۱۱-۲-د) را دو برابر کنید. شکل جدید همان است که در شکل (۱۱-۲-ج) نشان داده شده است. طبق روابط بالا، بعد فرکتال مثلث سیر پینسکی به صورت زیر محاسبه می شود:



شکل (۱۱-۲): مثلث سیر پینسکی

(الف) از یک زمینه مثلثی شروع شده است.

(ب) از وسط مثلث وارونه حذف شده است.

(ج) در گام بعدی برای سه مثلث با قیمانده این کار تکرار شده است.

(د) این فرایند می تواند بطور نامحدود ادامه یابد.

$$N(l) = 3^l$$

$$l = (1/2)^l$$

$$df = \ln N(3) / \ln(2) = 1.585$$

در اینجا ملاحظه می شود که مقدار df از مقدار اقلیدسی بعد ($df=2$)، کوچکتر است. از رابطه محاسبه بعد می توان برای اندازه گیری بعد یک فراکتال اتفاقی نیز استفاده کرد. به طور مثال اگر محیط خط ساحلی $N(l) = 1^{-df}$ برابر l باشد، با کوچکتر شدن واحد اندازه گیری l ، محیط خط ساحلی افزایش می یابد. با رسم نمودار $N(l)$ و $1/l$ ، در کاغذ لگاریتمی، خط راستی بدست می آید که شیب آن بعد فراکتال را به دست می دهد.

به طور کلی روش های فراوانی برای یافتن بعد فراکتال در مجموعه فراکتال تصادفی وجود دارد. بهترین روش های شناخته شده روش کنتور شمارش که در ابتدای این بخش توصیف گردیده و دیگری روش اندازه گیری تابع وابستگی می باشد. انتخاب بهترین روش، اغلب به وسیله آزمایشات خاص یا شبیه سازی های عددی و یا به وسیله موقعیت و وضعیت داده ها انجام می شود. یک محقق هوشمند می بایست از چندین روش برای دستیابی به یک جواب معتبر استفاده کند [۵] .

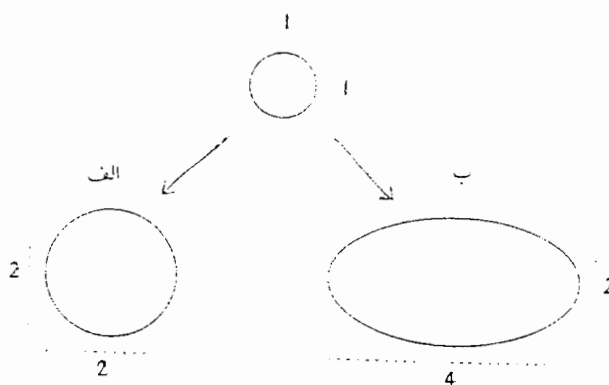
۲-۵-۲- فرکتال های خود متناسب^۱

تبدیل مقیاسی که در حالت خود مانایی شرح داده شد، حالت همگن داشت. مفهوم آن حالت این بود که افزایش اندازه سیستم در هر راستا یکسان است (سیستم به طور یکنواخت افزایش اندازه پیدا می کند). سوژه های فرکتالی که باید مورد بازسنجی قرار گیرند، از تبدیل همگن بر خوردار می باشند. این سوژه ها، فرکتال های خود متناسب نام دارند. مفهوم یک باز سنجی ناهمگن در شکل (۱-۱۲) نشان داده شده و ساختار یک فرکتال خود متناسب معین در شکل (۱-۱۳) مشخص شده است.

۱- Self_Affine

قسمت خط چین شکل (۱-۱۳ - ج) به صورت کاملاً همگن بزرگ شده است. ملاحظه می شود که با شکل (۱-۱۳ - ب) مطابقت ندارد. این در حالی است که اگر باز سنجی ناهمگن می بود. این تطابق کاملاً قابل مشاهده بود.

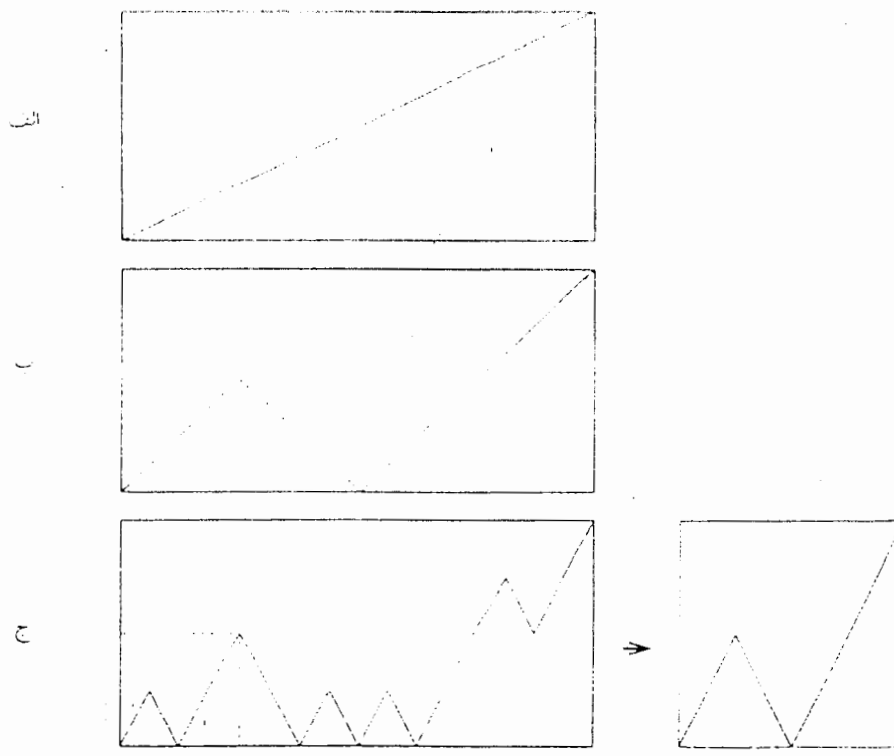
سنجش، به منظور تعریف سطوح نا منظم، به یکی از ابعاد خاص فراکتال های ناهمگن پرداخته می شود. این فراکتال ها با توابع تک ارزشی که خود متناسب نام دارند توضیح داده می شوند | ۵ |.



شکل (۱-۱۳): (الف) تمام وجوه به طور همگن با ضرائب (۲) بزرگنمایی شده اند.

(ب) در حالت باز سنجی ناهمگن، وجه شرقی - غربی با فاکتور (۲) بزرگ شده در حالیکه وجه شمالی - جنوبی

با ضریب (۱) بزرگ شده است. سوژه های خود مانا تحت تبدیل همگن ثابت باقی می مانند.



شکل (۱۳-۱): ساختار یک جسم معین خود متناسب.

خط مورب در (الف) به چهار قسمت مساوی و افقی تقسیم شده و با ساختار نشان داده شده در (ب) جایگزین شده است. در مرحله بعد روند مشابهی ادانه یافته است. یعنی هر قسمت افقی مجدداً به چهار قسمت تبدیل شده تا به ساختار (ج) برسد. اگر قسمت نقطه چین را باز سنجی کنیم، شکل بدست آمده با شکل قبلی کاملاً متفاوت خواهد بود.

۲-۶- توزیع فرکتالی

در صورتی که تعداد N_i شیء با بعد خطی r_i رابطه زیر را بر آورده سازد یک توزیع فرکتالی با بعد فرکتالی D و C به عنوان ثابت، مطابق رابطه (۶) تعریف شده است.

$$N_i = C / r_i^D \quad (۶)$$

مفاهیم فرکتالی می توانند برای مشخص سازی توزیع فرکتالی آماری اشیاء بکار آیند. در صورتیکه تعداد اشیاء N باشد و بعد فرکتالی مشخصه بزرگتر از r باشد رابطه (۷) خود بیانگر تعریف توزیع فرکتالی است.

فرمول های ریاضی فوق می توانند در یک محدوده وسیع بکار آیند، هر چند که برخی از کاربری های فیزیکی در محدوده های بالاتر و پایین تر از توزیع فرکتالی قابلیت اجرا می یابند. از ویژگی های توزیع فرکتالی می توان به مقیاس های غیر قابل تغییر در آن اشاره کرد، که با استفاده از آن می توان به توصیفی سودمند برای توزیع آماری دست یافت. بعد فرکتالی D اندازه ای برای نشان دادن اهمیت نسبی اشیاء کوچک در برابر اشیاء بزرگ می باشد. می توان با استفاده از روابط فوق دیگر تعاریف توزیع فرکتالی را استنباط کرد، هر چند که در برخی از کاربردها از یک تعریف بنیادی استفاده می شود.

به عنوان مثال روابط تجربی کورکاک^۱ برای تعداد جزایر با مساحت بزرگتر از یک مقدار، مطابق با رابطه (۷) بیان شده و دارای بعد $D=1.30$ می باشد [۶].

۲-۶-۱- توزیع فرکتالی و خردایش

مواد می توانند توسط روشهای مختلف خرد شوند، سنگ ها بوسیله هوازدگی خرد می شوند. توسط مواد منفجره نیز می توان خرده سنگ تولید کرد. توزیع اندازه شکستگی ها وابسته به توزیع درزه ها و ضعف های موجود در سنگ دارد. خرده های سنگ بر اثر برخورد یا تصادم نیز تولید می شوند. خردایش در سنگ ها در راه رسیدن به قانونی برتر برای توجیه روابط بین فرکانس - اندازه با بازی با سنگ های آسمانی و خرده های سیارات است. در این باره دو نوع توزیع آماری به عناوین توزیع لاگ نرمال و قانون توانی به گونه ای وسیع مورد استفاده قرار می گیرند.

تورکات^۲ به سال ۱۹۸۶ نشان داد که توزیع قانون توانی معادل با تنوعی از اشکال است که توزیع فرکتالی مطابق رابطه (۷) دارند، که در آن D بعد فرکتالی است.

۱- Korkac

۲- Torcotte

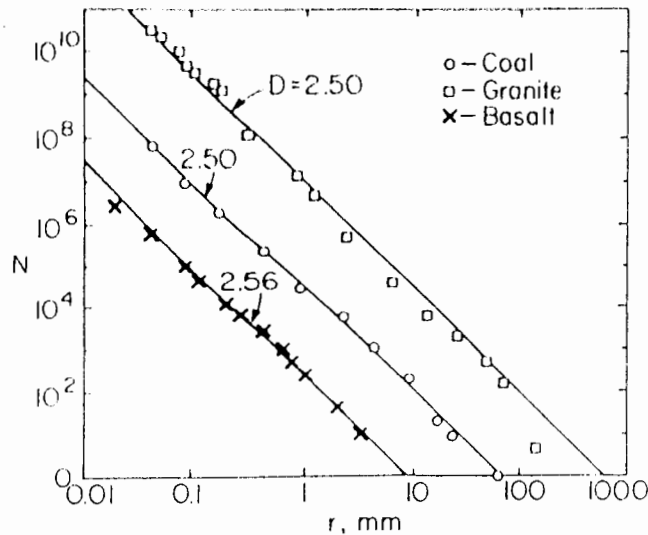
چندین سال راجع به خردایش تحت قانون توانی در شکل (۲-۱۴) آورده شده است. یک مطالعه کلاسیک در مورد توزیع فرکانس - اندازه در زغال های شکسته شده توسط بنت^۱ به سال ۱۹۳۶ صورت پذیرفته است. اسچوتنز^۲ به سال ۱۹۷۹ با انفجار هسته ای، توزیع فرکانس - اندازه برای کوره های تکه سنگی موجود بر روی رودخانه پیلد^۳ را ارائه کرد. که این انفجار در عمق ۴۵۷ متری و در سنگ گرانیت با شدت ۶۱ کیلو تسلا صورت پذیرفت.

فوجیوارا^۴ و همکارانش در سال ۱۹۷۷ با اصابت دادن یک موشک با سرعت بالا به سنگ بازالت توزیع فرکانس - اندازه را در آن مشخص نمودند، به طوری که در هر مثال بعد فرکتالی برای توزیع مفروض نزدیک به $D=2.5$ می باشد.

مثال های بیشتری از توزیع قانون توانی برای خردشدگی در جدول (۲-۲) نشان داده شده است. همانگونه که مشاهده می شود فرایندهای خردایش متنوعی را می توان مورد تعبیر و تفسیر قرار داد. در این مطالعه در شکستگی های جابجا شده نیز توزیع فرکانس - اندازه فرکتالی وجود دارد [۶].

مقادیر بعد فرکتالی در مثال های موجود محدوده ای بین $2 < D < 3$ را در بر می گیرد. در صورتیکه بعد فرکتالی کمتر از ۳ باشد، حجم انتگرالی آن برای اندازه های بزرگ از هم دور می شوند ($V \rightarrow \infty$)، که حجم اجزاء کوچک جزئی را در بر می گیرد. در بعد فرکتالی بیشتر از ۲ واگرایی انتگرالی سطحی بر روی اجزاء کوچک داریم ($V \rightarrow 0$)، که مساحت ناحیه با اجزاء کوچک را در بر می گیرد.

۱- Bennett
۲- Shoutens
۳- Piled
۴- Fujiwara



شکل (۱-۱۵): تعداد خرد شدگی ها، N ، با بعد خطی مشخصه بزرگتر از $r = V^{1/3}$ همچون تابعی از r می باشد که برای زغال شکسته شده، گرانیت خرد شده حاصل از انفجار هسته ای زیر زمینی با شدت 61 kT ، موشک اصابت کرده با سرعت 2.6 Km/s به روی سنگ بازالت، نشان داده شده است.

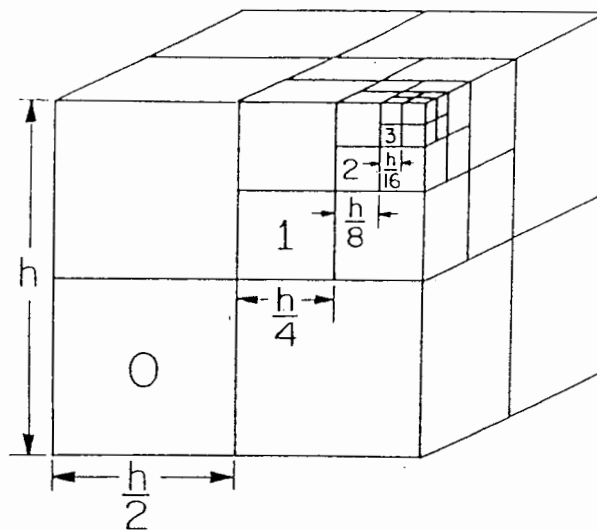
Object	Reference	Fractal Dimension D
Projectile fragmentation of gabbro with lead	LANGE <i>et al.</i> (1984)	1.44
Projectile fragmentation of gabbro with steel	LANGE <i>et al.</i> (1984)	1.71
Meteorites (Prairie Network)	MCCROSKY (1968)	1.86
Artificially crushed quartz	HARTMANN (1969)	1.89
Disaggregated gneiss	HARTMANN (1969)	2.13
Disaggregated granite	HARTMANN (1969)	2.22
FLAT TOP I (chemical explosion, 0.2 kT)	SCHOUTENS (1979)	2.42
PILEDRIIVER (nuclear explosion, 62 kT)	SCHOUTENS (1979)	2.50
Broken coal	BENNETT (1936)	2.50
Interstellar grains	MATHIS (1979)	2.50
Projectile fragmentation of quartzite	CURRAN <i>et al.</i> (1977)	2.55
Projectile fragmentation of basalt	FUJIWARA (1977)	2.56
Sandy clays	HARTMANN (1969)	2.61
Terrace sands and gravels	HARTMANN (1969)	2.82
Glacial till	HARTMANN (1969)	2.88
Stony meteorites	HAWKINS (1960)	3.00
Asteroids	DONNISON and SUGDEN (1984)	3.05
Ash and pumice	HARTMANN (1969)	3.54

جدول (۲-۲): ابعاد فرکتالی برای تنوعی از اشیاء خردشده

بنابر این می توان قبول کرد که با افزایش چگالی انرژی موجود برای خردایش، بعد فرکتالی نیز افزایش خواهد یافت. و این انتظار می رود که یک حد بالا و پایین برای اعتبار بخشی به توزیع فرکتال و روابط قانون توانی برای خردایش وجود داشته باشد.

حد بالایی با اندازه اشیا، یا ناحیه ای که خرد شده است کنترل می شود و حد پایینی مشابه کنترل بوسیله مقیاس، به اندازه ذرات و دانه ها پاسجی نا متناجس خواهد داشت.

با یک مدل ساده می توان نشان داد که چگونه خردایش می تواند با توزیع فرکتالی توصیف شود. این مدل در شکل (۱ - ۱۶) نشان داده شده است. مکعبی با بعد خطی h هانند یک سلول در نظر گرفته شده است و این سلول به هشت المان مکعبی با بعد $h/2$ تقسیم شده است. احتمال اینکه یک سلول به هشت المان خرد شود برابر f می باشد. هر کدام از المان های خرد شده با بعد خطی $h/2$ از سلول مرتبه یک گرفته شده اند و هر کدام از این سلول ها به هشت المان مکعبی با بعد $h/4$ تقسیم شده اند که در شکل (۱ - ۱۶) نشان داده شده است.



شکل (۲-۱۶): مدل ایده آلی برای خردشدگی فرکتالی

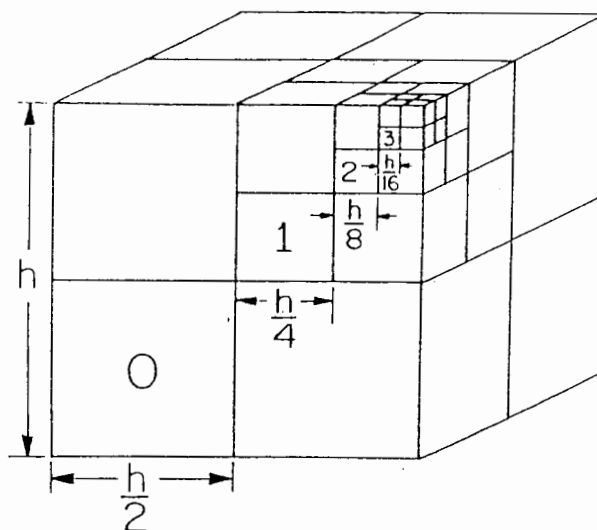
احتمال اینکه یک سلول مرتبه یک به هشت سلول تبدیل شود را می توان از f بدست آورد. این فرایند را برای دستیابی به مرتبه های بالاتر به گونه ای موفقیت آمیز می توان تکرار نمود.

حجم سلول مرتبه n ام، V_n است که از رابطه (۸) بدست می آید.

$$V_n = (1/8^n) \cdot V_0 \quad (۸)$$

حد بالایی با اندازه اشیا، یا ناحیه ای که خرد شده است کنترل می شود و حد پایینی مشابه کنترل بوسیله مقیاس، به اندازه ذرات و دانه ها باسختی نا متناجس خواهد داشت.

با یک مدل ساده می توان نشان داد که چگونه خردایش می تواند با توزیع فرکتالی توصیف شود. این مدل در شکل (۱ - ۱۶) نشان داده شده است. مکعبی با بعد خطی h هانند یک سلول در نظر گرفته شده است و این سلول به هشت المان مکعبی با بعد $h/2$ تقسیم شده است. احتمال اینکه یک سلول به هشت المان خرد شود برابر f می باشد. هر کدام از المان های خرد شده با بعد خطی $h/2$ از سلول مرتبه یک گرفته شده اند و هر کدام از این سلول ها به هشت المان مکعبی با بعد $h/4$ تقسیم شده اند که در شکل (۱ - ۱۶) نشان داده شده است.



شکل (۲-۱۶): مدل ایده آلی برای خردشدگی فرکتالی

احتمال اینکه یک سلول مرتبه یک به هشت سلول تبدیل شود را می توان از f بدست آورد. این فرایند را برای دستیابی به مرتبه های بالاتر به گونه ای موفقیت آمیز می توان تکرار نمود.

حجم سلول مرتبه n ام، V_n است که از رابطه (۸) بدست می آید.

$$V_n = (1/8^n) \cdot V_0 \quad (۸)$$

که در آن V_0 حجم سلول مرتبه صفر می باشد. بعد از خردایش تعداد سلول های مرتبه صفر برابر N_{0a} خواهد بود.

$$N_{0a} = (1-f) N_0 \quad (9)$$

که در آن N_0 تعداد مرتبه صفر های قبل از خردشدگی است. بعد از خرد شدگی تعداد سلول های مرتبه n ام، N_n می باشد که از رابطه زیر بدست می آید.

$$N_n = (8f)^n \cdot (1-f) N_0 \quad (10)$$

که می توان سه رابطه قبل را با هم ترکیب کرده و به صورت های زیر نوشت:

$$\ln [V_n / V_0] = - n \ln 8 \quad (11)$$

$$\ln [N_n / N_{0a}] = n \ln (8f) \quad (12)$$

با حذف n از دو رابطه (11) و (12) رابطه (13) بدست می آید.

$$N_n / N_{0a} = [V_n / V_0]^{-\ln(8f) / \ln 8} \quad (13)$$

که در مقایسه با رابطه $N_i = C / r_i^D$ نشان می دهد که بعد فرکتالی با بعد (14) مشخص می شود:

$$D = 3 (\ln (8f) / \ln 8) \quad (14)$$

هرچند که مدل مفروض به صورت ایده آل و غیر واحد می باشد، اما با استفاده از توزیع فرکتالی می توان اهداف بنیادی را بر روی خرد شدگی در مقیاس های ثابت مشخص نمود.

۲-۶-۲- توزیع فرکتالی برای عیار و تناژ ماده معدنی

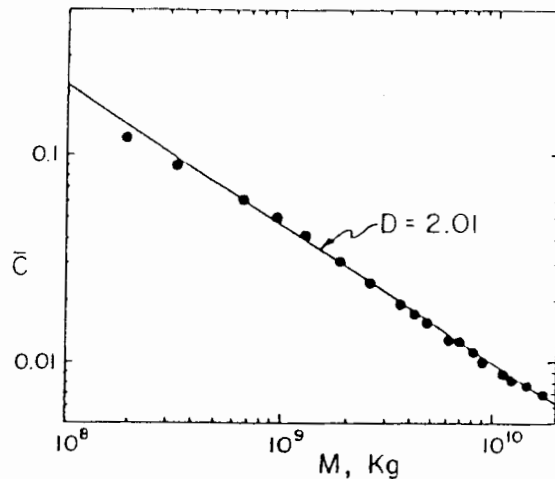
روابط آماری برای تناژ ماده معدنی با یک عیار مشخص به عنوان بنیادی برای تخمین ذخایر

معدنی بکار می آیند.

هریس به سال ۱۹۸۲ به مرتب سازی داده های موجود با روابط لاگ نرمال و قانون توانی، پرداخت. تورکات^۱ به سال ۱۹۸۶ نشان داد که روابط قانون توانی معادل با توزیع فرکتالی است. در صورتیکه M تناژ ماده معدنی با عیار متوسط باشد، توزیع فرکتالی را خواهیم داشت که رابطه (۱۵) را به ما می دهد.

$$C \sim M^{-D/3} \quad (15)$$

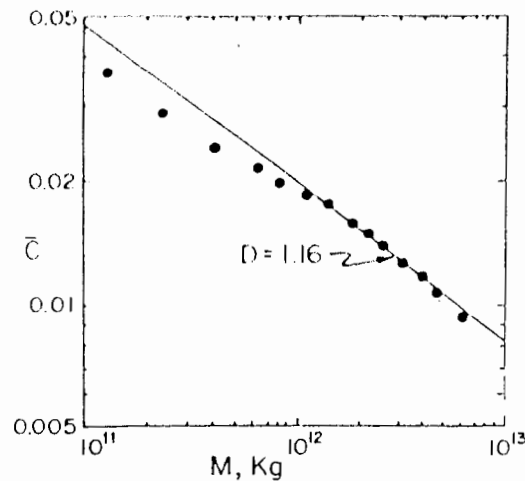
که رابطه فوق توسط داده های موجود مورد ارزیابی فرار گرفته است. تناژ مجموع جیوه استخراجی در ایالات متحده پیشتر با در نظر گرفتن تناژ مجموع ماده معدنی توسط کارگیل^۲ و همکارانش به سال ۱۹۸۰ به منظور رسیدن به عیار متوسط مجموع طبقه بندی شده بود. نتایج بررسی آنها در شکل (۱ - ۱۷) به فواصل زمانی ۵ سال، آورده شده است.



شکل (۲-۱۷): وابستگی عیار ماده معدنی به تناژ برای تولید جیوه در ایالات متحده [۶].

هانگونه که ملاحظه می شود در یک شرایط همبستگی مناسب با رابطه $C \sim M^{-D/3}$ ، بعد $D=2.01$ بدست آمده است. که یک همبستگی ساده تر برای مس توسط کارگیل و همکارانش به سال ۱۹۸۱ در شکل (۲-۱۸) مشخص شده است که بوسیله رابطه $C \sim M^{-D/3}$ بعدی برابر $D=1.16$ بدست آمده است.

- ۱- Harris
- ۲- Turcotte
- ۳- Cargill



شکل (۲- ۱۸): وابستگی عیار ماده معدنی به تناژ برای تولید مس در ایالات متحده

داده های بدست آمده در سال ۱۹۲۰ در مقایسه با همبستگی های فرکتالی به صورت سیستماتیک با نزول مواجه بوده است. هر چند که این انحراف می تواند نشانی بر فرایند استخراج بکار گرفته شده در زمان فعلی باشد.

مدل ساده ای که در شکل (۲- ۱۶) برای خردایش بکار گرفته شده است می تواند به منظور حل معضلات مربوط به غلظت (عیار) ماده معدنی به کار آید.

با استفاده از f می توان احتمال خردایش حاصل از نرخ غلظت یک المان غلظت در یک سلول را بدست آورد [۶].

۲-۶-۳- توزیع فرکتالی برای زلزله

بین تعداد زلزله ها N و بزرگی آنها m ، در شرایط مختلف محیطی رابطه تجربی (۱۶) وجود دارد.

$$\text{Log } N = -bm + a \quad (16)$$

که در آن a و b ضرایبی ثابت می باشند. بحث اصلی بر روی بزرگی امواج سطحی متمرکز می باشد. و این روابط به گونه ای عملی بر بنیان های ناحیه ای و حتی بر یک ناحیه وسیع قابل استنباط می باشد.

اکی^۱ به سال ۱۹۸۱ نشان داد که رابطه فوق معادل با تعریف توزیع فرکتالی است. مومنت یک زلزله با رابطه (۱۷) نشان داده شده است به طوریکه در آن μ مدول برشی، A سطح شکستگی گسلی و δ میانگین جابجایی بر سطح گسلی است.

$$M = \mu \delta A \quad (17)$$

می توان مومنت زلزله را با رابطه (۱۸) مورد ارزیابی قرارداد.

$$\text{Log } N = cm + d \quad (18)$$

که در آن c و d ضرایب ثابت می باشند، کاناموری^۲ و آندرسون^۳ به سال ۱۹۷۵ یک تئوری بنیادی برای دستیابی به $C=1.5$ بنا نهادند و نشان دادند که رابطه زیر تقریب مناسبی می باشد.

$$M = \alpha r^3 \quad (19)$$

در حالیکه $r = A^{1/2}$ ، بعد خطی شکست، گسلی می باشد، با ترکیب سه رابطه فوق می توان به رابطه (۲۰) رسید.

$$\text{Log } N = -2b \text{Log } r + \beta \quad (20)$$

و با در نظر گرفتن رابطه زیر

$$\beta = [bd/1.5] + [a] - [b/1.5 \text{Log } \alpha]$$

می توان نوشت :

$$N = \beta r^{-2b}$$

که در مقایسه با تعریف توزیع فرکتالی می توان نوشت :

$$D = 2b$$

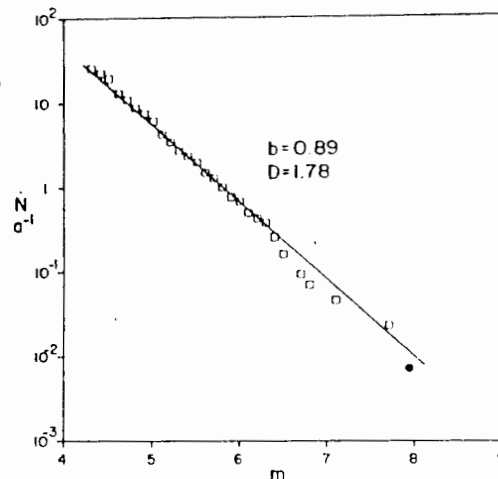
۱- Aki

۲- Kanomori

۳- Anderson

بنابراین بعد فرکتالی امواج ناحیه ای با مناطق وسیع به گونه ای ساده شده ۲ برابر مقدار b می باشد. بر اساس داده های حاصل از تعداد زلزله های بوقوع پیوسته بین سال های ۱۹۳۲ تا ۱۹۷۲، در سال N ، با بزرگی بیشتر از m ریشتر، در شکل (۲-۱۹) ارائه شده است.

در زلزله های با بزرگی بین $4.25 < m < 6.5$ رابطه $\text{Log } N = -bm + a$ به خوبی تایید شده و با استفاده از آن $b = 0.89$ و $D = 1.78$ محاسبه شده است.



شکل (۲-۱۹): تعداد زلزله های رخ داده در سال N با یک موج سطحی بزرگتر از m همانند تابعی بر حسب m نشان داده شده است، مربع های خالی داده هایی از کالیفرنیا جنوبی و در بین سال های ۱۹۳۲ تا ۱۹۷۲ می باشند [۶].

انتظار می رود که برای داده های با بزرگی $m < 4.25$ و دامنه کوچکتر، این روابط مناسب باشند اما در مناطق با وسعت زیاد، پوشش مشخص شده نا کافی می باشد. در بزرگی های $m > 6.5$ داده ها از توزیع فرکتالی انحراف می یابند. که دو توصیف برای این انحراف وجود دارد:

۱. تعداد زلزله های با بزرگی بیشتر از $6/5$ ریشتر خیلی کم است بنابر این از لحاظ آماری نمی توان به عنوان شاخص بکار برده شوند.

۲. هندسه خود همانندی برای زلزله هایی با زون عملکرد بیشتر از ۱۲ کیلومتر قابلیت کاربری نداشته چون زلزله های بزرگتر شکستگی های گسلی نامتقارنی را به همراه دارند [۶].

۲-۷- پدیده‌های بحرانی خودنظم دهنده

پدیده بحرانی که تحت هر شرایطی در نزدیکی نقطه بحرانی باقی بماند به اصطلاح پدیده بحرانی خودنظم نامیده می‌شود. برطبق این مفهوم یک پدیده طبیعی همواره در حالت پایداری حاشیه‌ای است. هرگاه سیستم بطریقی (اعمال نیروهای خارجی) از حالت پایداری حاشیه‌ای خارج گردد، سیستم توانایی برگشت به حالت اولیه را دارد و با زمان به حالت پایداری حاشیه‌ای برخواهدگشت. وقتی یک سیستم به سمت حالت بحرانی خودنظم دهنده حرکت می‌کند طول کورالاسیون زیاد و زیادتر می‌شود و بالاخره در نقطه بحرانی خودنظم دهنده طول کورالاسیون بی‌نهایت می‌شود و یا به اصطلاح سیستم بدون طول می‌شود.

درچنین حالتی تنها می‌توان با آمار فرکتالی رفتار سیستم را مورد مطالعه قرار داد. سیستم‌های بحرانی نظیر تغییر فاز یک ماده مغناطیسی یک پدیده بحرانی خودنظم‌دهنده نیستند. اضافه کردن یا کم کردن درجه حرارت یک مجموعه اسپین که در شرایط بحرانی قرار دارند باعث می‌گردد که سیستم کاملاً از حالت بحرانی دورگردد و به ترتیب به حالت کاملاً غیر مغناطیسی و مغناطیسی تبدیل شود. یک مثال معروف برای یک پدیده بحرانی خودنظم دهنده مدل تپه شنی است. یک تپه شنی که بر روی یک میز گرد قرار گرفته را در نظر بگیرید که ما بطور اتفاقی دانه های شنی بعدی را بر روی آن می‌ریزیم.

شیب یک تپه شنی تعادل دو نیروی متضاد است، نیروی گرانش و نیروی چسبندگی بین ذرات، در نظر اول این‌طور به نظر می‌رسد که با افزودن دانه‌های شنی بالاخره به زاویه حدی تپه شنی خواهیم رسید و بعد از آن دانه‌های بعدی به پائین تپه غل می‌خورند. هرچند که این چیزی نیست که در طبیعت واقعاً اتفاق می‌افتد. چیزی که اتفاق می‌افتد اینست که شیب تپه هرگز به مقدار حدی آن که از طریق تئوری بدست آمده نمی‌رسد. در عوض وقتی شیب تپه به مقدار تئوری آن نزدیک می‌شود دانه‌های شنی که بعداً اضافه می‌شوند باعث ایجاد لغزش‌های گروهی دانه‌های

ماسه با اندازه‌های متفاوت می‌شوند. نمودار فراوانی اندازه بزرگی لغزش‌ها فراکتال می‌باشد. در این حالت می‌گوئیم تپه شنی در حالت بحرانی خودنظم‌دهنده فرار گرفته است.

تعداد دانه‌هایی که بطور تصادفی روی تپه ریخته می‌شود تقریباً برابر تعداد دانه‌هایی است که از کناره میز به بیرون ریخته می‌شود. برای درک بهتر مفاهیم سیستم‌های بحرانی خودنظم‌دهنده، مدل جعبه شنی و آتش سوزی جنگل را در زیر تشریح می‌کنیم.

۲-۷-۱- مدل جعبه شنی

هدف ما در این شبیه سازی این است که یک پدیده بحرانی خودنظم‌دهنده را شبیه سازی کنیم تا بتوانیم خصوصیات ناشی از پدیده بحرانی خودنظم‌دهنده را مطالعه کنیم. یک پدیده بحرانی در صورتی بوجود می‌آید که دو عامل متضاد در سیستم وجود داشته باشند. در مدل جعبه شنی ما بطور اتفاقی ذرات شن را به درون یک جعبه می‌ریزیم. ارتفاع ذرات شن تابعی از عوامل چسبندگی ذرات شن و نیروی گرانش می‌باشد. نیروی چسبندگی ذرات متضاد نیروی گرانش است. از آنجا که تجمع ذرات ماسه در نقاط متفاوت میز یکسان نیست بعد از مدتی لغزش‌ها شروع می‌شود.

این باور وجود دارد که منحنی فراوانی بزرگی لغزش‌ها فراکتال است و قصد ما بر این است که با استفاده از مدلی ساده این مسئله را بررسی کنیم. مدل سلولار یک مدل غیرپیوسته است که کاربرد زیادی در شبیه سازی پدیده‌های فیزیکی دارد. در این نوع شبیه‌سازی جزئیات مربوط به تعادل و مقدار نیروهای درگیر کاملاً فراموش می‌شود و اعتقاد بر این است که تکرار یک سری قوانین ساده می‌تواند رفتار فیزیکی مورد نظر را منجر گردد.

در این روش ابتدا جعبه موردنظر به یک توری n در n تقسیم می‌گردد. هر یک از سلولهای درون توری چهار همسایه نزدیک شمالی، جنوبی، شرقی و غربی دارد. سلولهای کناری هر یک سه

همسایه و سلول های همسایه هر یک دو همسایه نزدیک دارند. ذرات شن بر طبق قوانین زیر به نوری اضافه می‌شوند یک ذره به یکی از سلول های توری که بطور اتفاقی انتخاب شده اضافه می‌گردد. طریقه انتخاب اتفاقی یک سلول به این ترتیب است که هر سلول توسط شماره سطر A و ستون Z مشخص می‌شود. جهت انتخاب اتفاقی یک سلول دو عدد تصادفی لازم داریم که شماره اتفاقی سطر و ستون یک سلول را بدهد. وقتی که یک سلول از جعبه دارای چهار ذره می‌شود فرض بر این است که یک وضعیت ناپایدار بوجود آمده است. لذا تمامی ذرات آنها به همسایه‌های نزدیک منتقل می‌گردد.

ناپایداری سلول های مرزی و سلول های گوشه جعبه باعث می‌شود بترتیب یک و دو دانه ماسه به خارج از جعبه منتقل گردد. توضیح اینکه این همان قانون ساده سولار است که در آن ناپایداری ذرات شن منظور شده است اما بدون انجام هیچ گونه محاسبه‌ای. انتقال ذرات از یک سلول ناپایدار به سلول های مجاور ممکن است سلول های مجاور را ناپایدار کند.

در این مرحله تمام سلول های ناپایدار مشخص شده و ذرات آن به سلول های مجاور منتقل می‌شود. این مرحله آنقدر تکرار می‌گردد تا تمام سلول ها درحالت پایدار قرارگیرند. مراحل یک الی ۳ آنقدر تکرار می‌گردد که تعداد ذرات خارج شده از سیستم تقریباً برابر با ذرات ورودی گردد. به این حالت اصطلاحاً می‌گوئیم سیستم به حالت پایداری حاشیه‌ای رسیده باشد. رفتار چنین سیستمی را می‌توان به دو طریق مورد مطالعه قرارداد. طریقه اول این است که فراوانی بزرگی ریزش را تعداد سلول های ناپایدار در هر مرحله از اضافه کردن یک دانه شن تعریف کنیم. طریقه دیگر اندازه‌گیری تعداد دانه‌های شنی است که در هر مرحله از جعبه خارج می‌شوند.

درابتدا وقتی ذرات دانه به جعبه اضافه می‌شوند هیچ نوع ناپایداری به غیر از جرم انتقال دانه‌های شن بوقوع نمی‌پیوندد. ولی با مرور زمان و پرشدن سلولهای شبکه، ناپایداری‌ها پدیدار می‌شوند. درآغاز ناپایداری‌ها پراکنده بوده و سلولهای کمی را دربرمی‌گیرد ولی به مرور زمان وقایع بزرگتر ریزش دانه‌ها که سلولهای بیشتری را فرا می‌گیرد اتفاق می‌افتد.

در نهایت فراوانی بزرگی وقایع ریزش دانه‌ها از یک پراکنندگی فراکتال طبیعت می‌کند. رفتار مدل جعبه‌شنی تشابه قابل توجهی با پدیده زلزله دارد.

اضافه کردن یک دانه شن بمانند اضافه کردن فشار در طول یک کسل و یا عمود بر یک کسل دارد. اضافه‌شدن فشار در طول یک کسل و یا در امتداد عمود بر آن به پارامترهای بسیار متنوعی وابسته است و آنرا می‌توان بصورت یک پدیده کاملاً اتفاقی مبدل کرد. پخش دانه‌های شنی به همسایه‌های مجاور و تکرار آن مشابه وقوع زلزله است که طی آن انرژی ذخیره شده بطور ناگهانی آزاد می‌شود. و بالاخره فراوانی بزرگی وقایع ریزش دانه‌های شن تشابه زیادی با نمودار فراوانی بزرگی زلزله‌ها که از آمار گونبرگ ریشتر پیروی می‌کند دارد | ۱ |.

۲-۷-۲- مدل آتش سوزی جنگل

جنگل یک پدیده بحرانی خودنظم‌دهنده است که تغییرات وسعت آن از آمار فرکتالی تبعیت می‌کند. وسعت جنگل تابعی از سرعت رشد و تخریب آن دارد. سرعت رشد جنگل تابعی از عوامل متفاوتی نظیر مساعد بودن خاک و شرایط مساعد آب و هوا دارد. تخریب طبیعی جنگل در اثر آتش‌سوزی است. جهت بررسی تغییرات وسعت یک جنگل ما از یک مدل ساده سلولار استفاده می‌کنیم. در این مدل فرض شده است که شرایط مساعد خاک و آب و هوایی در همه جای مدل بطور یکسان وجود دارد و سرعت تولید مثل درختان و حوادث رعد و برق با زمان یکسان فرض گردیده است. در این مدل، سطح جنگل به یک شبکه که دارای آژسטר و ستون است تقسیم شده و سپس مراحل زیر انجام می‌گیرد.

(۱) بطور اتفاقی تعداد M عدد درخت کاشته می‌شود.

(۲) بعد از کاشتن M عدد درخت یک جرقه یا صاعقه بطور اتفاقی روی سلول از شبکه فرود می‌آورد. اگر آن سلول خالی بود هیچ اتفاقی نمی‌افتد و اگر با درخت پر بود درخت و تمام همسایه‌های نزدیک آن و تمام همسایه‌های نزدیک همسایه‌های سوخته شده، می‌سوزند.

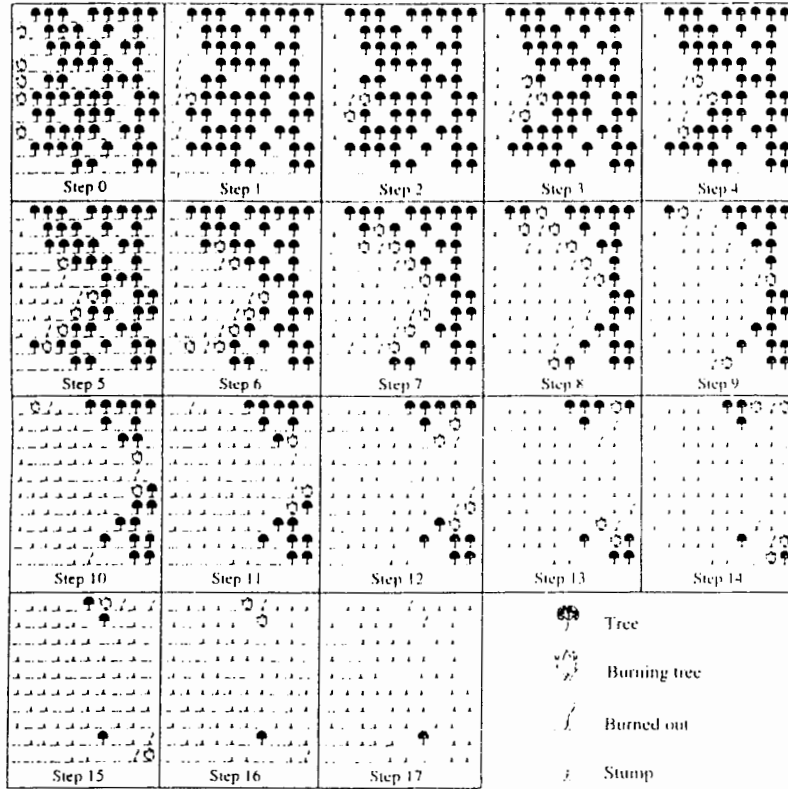
۳) تکرار مراحل یک و دو تا مرحدای ۸۱ وسعت جنگل تقریباً به یک مقدار پایدار برسد.

حال یک کشتزار پر از درخت (منطقه جنگلی) را که درختان با فاصله ای مشخص از یکدیگر قرار دارند، در یک روز خشک و گرم تصور کنید. هنگامیکه دما بالا می رود، برگ ها و شاخه های کوچک مشتعل می شوند، و به تدریج تمامی درختان در آتش فرو می روند. این یک فرایند کاملاً تصادفی می باشد که مشتمل بر فاکتورهایی فراتر از پیش بینی می باشد، اما یکباره یک درخت در آتش قرار می گیرد. و آتش به سادگی در بین درختان مجاور نفوذ کرده و گسترش می یابد. و این فرایند را می توان امروزه با استفاده از روشهای تکرار پذیر مدلسازی کرده و مورد تجزیه و تحلیل قرار داد.

ما نمی توانیم هیچگونه ابراز نظری در مورد محل که نخستین بار آتش از آنجا شروع می شود، بکنیم. اما می توانیم بگوئیم که چطور آتش شروع می شود. آتش یقیناً دارای مرزهای فرکتالی^۱ است.

یک قاعده کلی که برای آتش سوزی درختان جنگلی بکار می رود از ایده های گسترش بیماری و پلاریزاسیون مغناطیسی در علوم دیگر گرفته شده و به همان صورت می باشد. همانگونه که در شکل (۲-۲۰) می توان دید درختان سالم، درختان آتش گرفته و درختان سوخته، کنده درخت با اشکال مشخصی نمایان می باشند، با بررسی دقیق آنها می توان به جابجا شدگی مرحله ای آتش سوزی و درختان دچار حریق و در نهایت مسیر و جهت گسترش آتش پی برد و آنرا مورد تجزیه و تحلیل فرکتالی قرار داد [۱].

۱- Fractal Boundary



شکل (۲-۲۰): جابجاشدگی مرحله ای آتش

فصل سوم

کاربرد فرکتال در شناسایی کسل ها

فصل سوم

کاربرد فرکتال در شناسایی گسل ها

۳-۱- سیستم گسلی نهبندان

فرکتال و روش شمارش جعبه ها به تفصیل در فصول قبل مورد توصیف قرار گرفته اند، در این فصل به یکی از کاربردهای هندسه فرکتال در تحلیل سیستم های گسلی اشاره می شود، بدین منظور سیستم گسلی نهبندان به عنوان نمونه مورد تجزیه و تحلیل قرار می گیرد.

۳-۱-۱- مقدمه

سیستم گسل راستلغز راستبر نهبندان در شرق ایران، مرز استان ساختاری سیستان با پهنه لوت می باشد. روند کلی این سیستم شمالی - جنوبی بوده و موجب فرآیند های پیچیده زمین ساختی در این منطقه شده است.

شکل کلی آن به صورت دوگانه هلال^۱ با عرض پهنه ی برشی متغییر و جا بجا شدگی چند ده کیلو متری می باشد. داشتن جنبش های متعدد در کواترنر، اریب های چند گانه در پایانه از جمله ویژگی های آشکار آن می باشد.

تحلیل فرکتالی به روش مربع شمار و ترسیم نمودار لگاریتمی - لگاریتمی فراوانی مربع های شبکه بر حسب عکس طول مربع بر روی طرح کلی این گسل نشان می دهد که در بخش مرکزی بعد فرکتالی ۱/۰۶ در اریب سهل آباد ۱/۴۰۲ در اریب بیر جند ۱/۴۵۰ و برای کل پهنه گسلی بعد فرکتالی ۱/۶۴۵ می باشد.

وقتی که ابعاد مربع های شبکه در طول کوتاهترین گسل در «قیاس نقشه کمتر باشد توزیع نقاط غیر خطی شده بعد فرکتالی نیز افزایش می یابد که نشانه پیچیدگی ساختاری در پهنه برشی این گسل می باشد. افزایش بعد فرکتالی در هر کدام از ارباب های پایانه ای نشانه گسترده بودن میدان تنش و کاهش کرنش در پایانه گسل است.

سیستم گسل راستا لغز نهبندان در شرق ایران یکی از گسل های کهن در پوسته ایران محسوب می شود. این سیستم گسلی موجب فرآیند های زمین ساختی کهن و جدید در منطقه پهناوری از شرق کشور گردیده و یک گسل فعال نیز محسوب می شود. بریده شدن رسوب های کواترنری، چین خوردگی رسوب های نئوژن در پهنه برشی این گسل، کانی زائی در پهنه گسلی، جایگزین شدن قطعات آمیزه افیولیتی در کناره آن، رخداد زمین لرزه های مختلف بر روی قطعات این گسل از جمله فرآیند های مهم زمین ساختی این پهنه گسلی می باشند.

روند کلی این سیستم گسلی، شمالی جنوبی است که در بخش شمالی به سمت غرب و در بخش جنوب به سمت شرق متمایل شده و به طور کلی این سیستم گسلی به صورت هلال دو گانه می باشد (شکل ۳-۱).

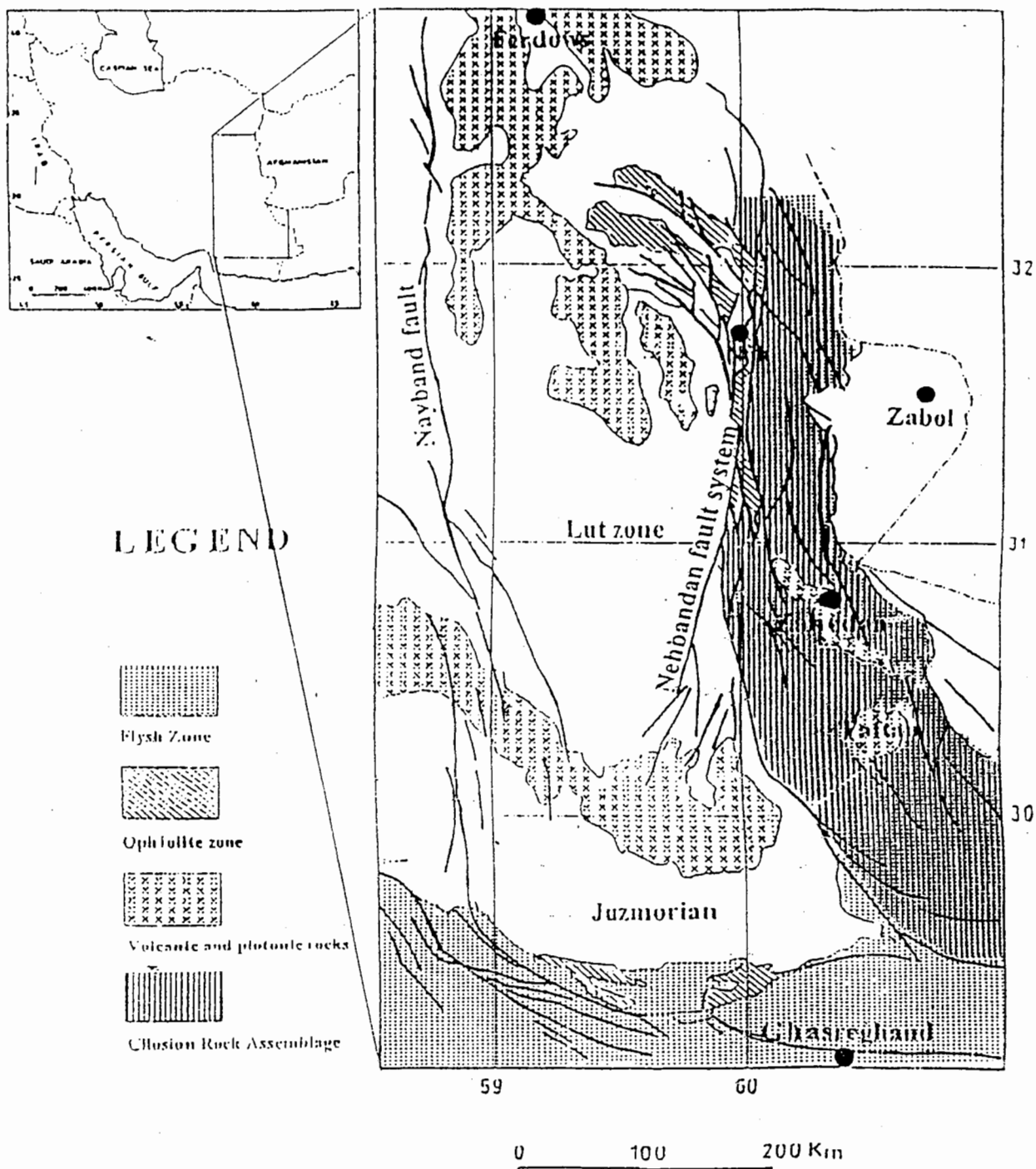
سیستم گسل نهبندان را شاخص زمین درز بین سیستان با لوت می داند، از یک دید گاه زمین درز سیستان و مجموعه سنگی زمین ساختی بر خوردی ناشی از تصادم خرد قاره لوت و بلوک افغان است که در نتیجه آن پوسته اقیانوسی بین این دو خرد قاره در طی دوره مزوزوئیک در بین دو بلوک از پایان کر تاسه تا فرو رانش به زیر بلوک افغان شروع به بسته شدن می نماید.

بربریان ۱۳۶۸ پیدایش کوه های شرق ایران را حاصل بر خورد کهرگه لوت و افغان می داند، که در نتیجه آن پوسته اقیانوسی بین این دو برگه قاره ای با فرورانشی دو گانه، در خاور به زیر بلوک افغان و در باختر به زیر بلوک لوت رفته و با ناپدید شدن پوسته اقیانوسی و بر خورد دو بلوک افغان مجموعه سنگی زمین ساختی شامل قطعات پوسته اقیانوسی، فلیش ها، سنگ های آذرآواری، رخساره های کربناته، سنگ های تبخیری و مارنی نئوژن و کوه های خاوری ایران یا زمین درز

سیستان را تشکیل می دهند. گرفتار شدن این منطقه در یک بهنه فشاری - برشی موجب فرایند

های پیچیده زمین ساختی گردیده است [۷]

TECTONIC MAP EAST OF IRAN



شکل (۱-۳): موقعیت سیستم گسل نهبندان که در حد فاصل زمین درز سیستان و لوت قرار گرفته است [۷]

۳-۱-۲ - سیستم گسلی

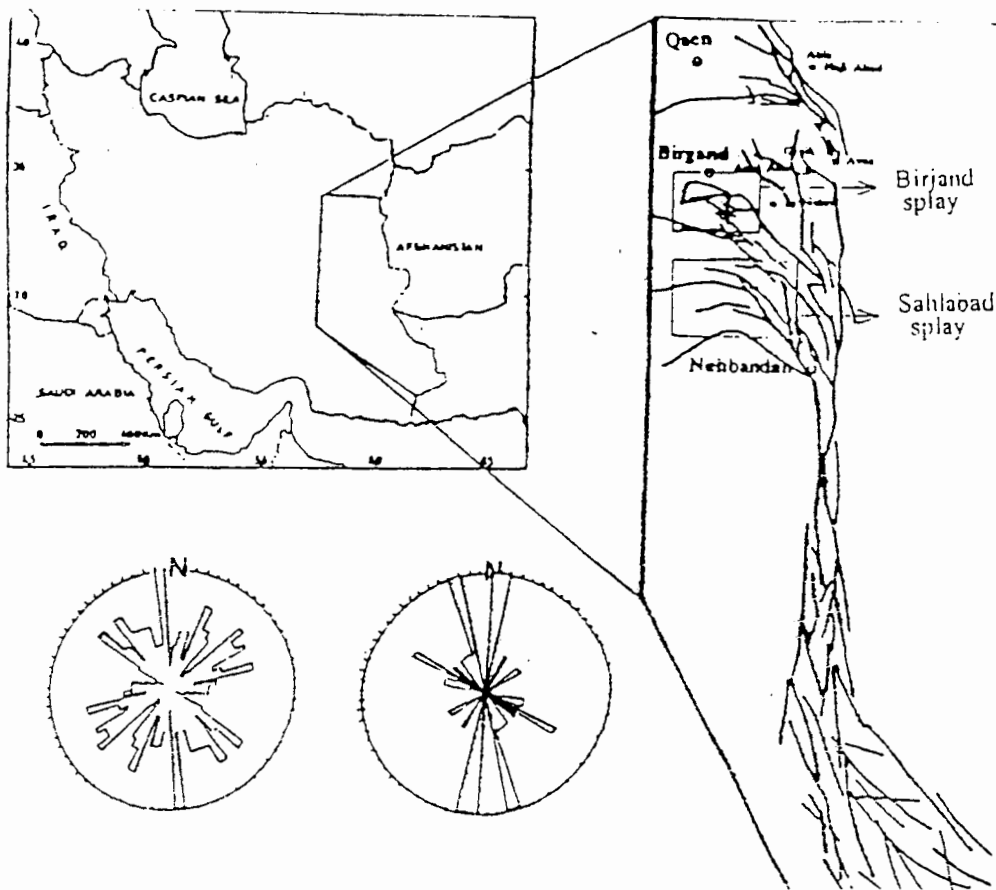
سیستم گسلی نهبندان با درازای حدود ۷۰۰ کیلو متر و پهنای ۸۰ تا ۱۰ کیلومتر از عرض جغرافیائی ۲۶،۴۵ تا حدود ۳۴،۰۰ و از طول جغرافیائی ۵۸،۵۰ تا حدود ۶۳،۰۰ را در بر می گیرد. این سیستم گسلی در واقع یک پهنه برشی است که در برخی از مناطق تمامی ایالت ساختاری سیستان (زمین درز سیستان) را در بر می گیرد. ساز و کار اصلی این سیستم گسلی، راستا لغز راستبر بوده و در برخی نقاط مو لفه فشاری یا معکوس نیز به جنبش آن افزوده می شود. عناصر ساختاری که در این پهنه برشی بوجود آمده نشان دهنده ساز و کار برش ساده در پیدایش سیستم گسلی نهبندان می باشد. این سیستم گسلی از تعداد زیادی برگه گسلی تشکیل شده که در پهنه برشی محدوده یاد شده دیده می شود. روند کلی این سیستم شمالی - جنوبی است ولی در درون پهنه برشی، گسلهای فرعی با راستای شمال خاوری - جنوب باختری، شمال باختری - جنوب خاوری و حتی خاوری - باختری نیز وجود دارند.

در بخش شمالی این سیستم گسلی، به سمت باختر مایل شده و شاخه های چند گانه ای که در مراحل مختلف فعالیت گسل تشکیل شده اند موجب پایان یافتن گسل در درون پهنه لوت می گردند. در بخش جنوبی نیز این سیستم گسلی به سمت خاور مایل شده و با شاخه های تقریباً خاوری - باختری در کشور پاکستان پایان می یابد. اما در پایانه بخش جنوبی، سیستم گسلی نهبندان توسط سیستم گسلی راستالغز بشاگرد با روند خاوری - باختری بریده می شود. طرح کلی سیستم گسل نهبندان شکل هلال دو گانه است (شکل ۳-۲).

گسل نهبندان را نبوی^۱ (۱۳۵۵) به پرکامبیزین نسبت می دهد و آنرا از شکستگی های بنیادی پوسته ی ایران زمین می داند لکن چین های نردبانی در فلیش های السوسن، ائوسن و رسوب های نئوژن که در مراحل مختلف فعالیت پهنه برشی گسل نهبندان بوجود آمده اند.

کابی سازی در فضاهای کششی پهنه برشی بیشترین آثار فعالیت این گسل را در زمان ترسیری نشان می دهد. بریده شدن رسوب های کواترنر توسط این گسل قرار گرفتن کانون شماری زمین لرزه در سده اخیر بر روی آن پرتگاه های گسلی ننوژن وکواترنر در راستای این گسل از شواهد آشکار برای ارزیابی توان جنبندگی سیستم گسلی نهبندان می باشد.

از ویژگی های این سیستم گسلی قطعه - قطعه بودن آن به ویژه بر روی شاخه های پایانه ای می باشد. در ازای هر کدام از قطعات تابع شرایط زمین شناسی و هندسه سطح گسل بوده و به طور کلی متغییر است. عرض پهنه برشی سیستم گسلی نهبندان در بخش مرکزی ۲۵ - ۱۰ کیلومتر است، در حالیکه در دو انتها به حدود ۸۰ کیلو متر می رسد (۲-۳). این ویژگی ناشی از تغییرات پایانه ای گسل در هر مرحله از فعالیت آن می باشد [۷].



شکل (۲-۳): روند کلی سیستم گسلی نهبندان با طرح هلال دو گانه

۳-۱-۳ - تحلیل فرکتالی

یکی از روش های بررسی توزیع ناحیه ای گسل ها تحلیل فرکتالی آنها می باشد. الگو های زمین ساختی برای توزیع فرکتالی گسل ها توسط ترکات^۱ به سال ۱۹۹۲ ارائه شده است. در این الگوها با استفاده از تکنیک مربع شمار^۲، ابعاد فرکتالی را در جهت توجیه توزیع صفحات شکستگی در مناطق گسلیده محاسبه می کنند.

اصول این روش ترسیم نمودار های لگاریتمی - لگاریتمی می باشد که در آن تعداد مربع های حاوی گسل N_s بر حسب طول منحنی های بدست آمده بین ۱ و ۲ خواهد بود. برای هر کدام از منحنی های فرکتالی رابطه (۲۱) صادق است.

$$\log N_s = a + k \log (1/S) \quad (21)$$

که در آن k شیب خط و نشاندهنده بعد فرکتالی سیستم گسلی می باشد. در این تحقیق کوشش شده است تا پیدایش سیستم گسلی نهپندان با بررسی توزیع ابعاد فرکتالی در بخش های مختلف آن مورد تجزیه و تحلیل قرار گیرد.

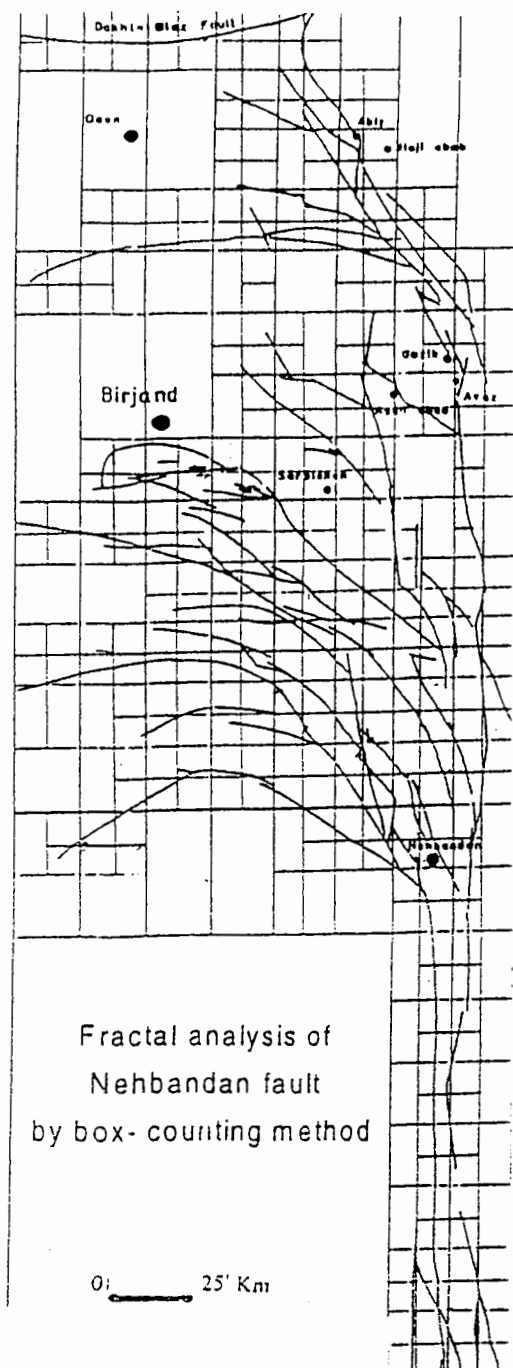
برای تحلیل ابعاد فرکتالی گسل نهپندان از عکس های ماهواره ای با مقیاس ۱ : ۱۰۰۰۰۰۰ : ۱ به کمک تصحیحات زمینی نقشه ای از سیستم گسلی تهیه و رقم شمار شده است (شکل ۳-۳).

۱-Turcotte

۲- Box-counting

در نخستین گام این مرحله، شمارش ساختار در مربع ها به صورت زیر انجام گردید.

۱. دو مربع با ضلع ۲۰۰ کیلومتر
۲. چهار مربع با ضلع ۱۵۰ کیلومتر
۳. پنج مربع با ضلع ۱۲۰ کیلومتر
۴. هفت مربع با ضلع ۱۰۰ کیلومتر
۵. ده مربع با ضلع ۸۰ کیلومتر
۶. دوازده مربع با ضلع ۷۰ کیلومتر
۷. شانزده مربع با ضلع ۶۰ کیلومتر
۸. بیست و یک مربع با ضلع ۵۰ کیلومتر
۹. سی و یک مربع با ضلع ۴۰ کیلومتر
۱۰. پنجاه مربع با ضلع ۳۰ کیلومتر
۱۱. نود و شش مربع با ضلع ۲۰ کیلومتر
۱۲. دویست و نود و هشت مربع با ضلع ۱۰ کیلومتر



برای بخش شمالی گسل نهبندان نمودار

خطی با رابطه (۲۲) را می توان بدست آورد:

$$\log N_s = 4.12 + 1.640 \log(1/S) \quad (22)$$

بعدفرکتالی با استفاده از (شکل ۳-۴)

برابر ۱/۶۴۰ بدست می آید.

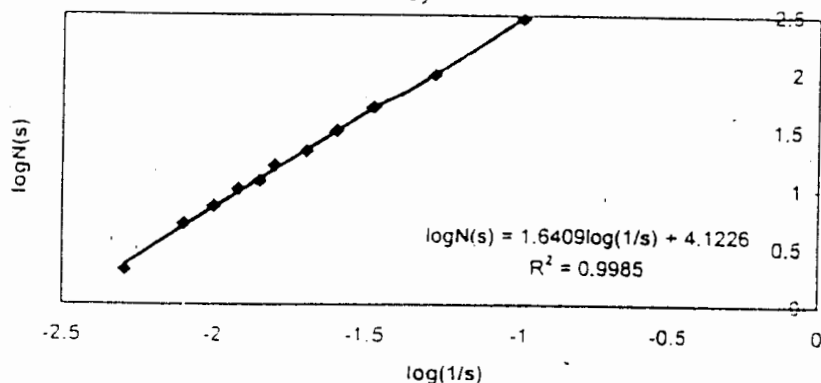
شکل (۳-۳): تحلیل فرکتالی سیستم گسل نهبندان به روش مربع شمار [۷].

همین رابطه با منحنی نوان بصورت رابطه (۲۳) حاصل می شود (شکل ۳-۵).

$$\text{Log } N_s = 1338 \log(1/S)^{1.643} \quad (23)$$

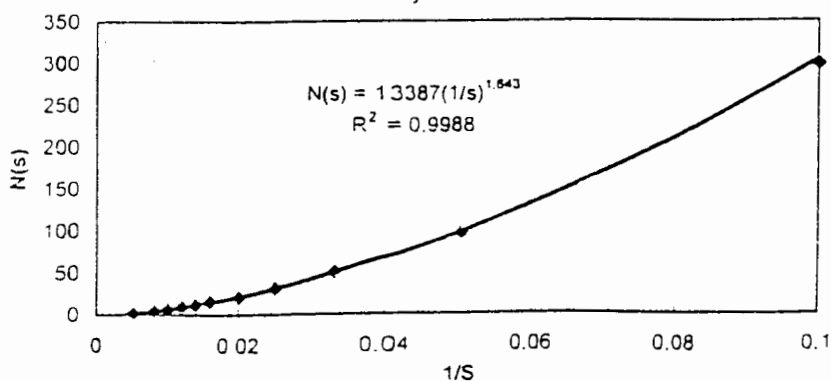
در اینجا نیز بعد فرکتالی برابر ۱/۶۴۳ با ضریب همبستگی بسیار بالا ۰/۹۹۸۵ حاصل می شود.

Fractal analysis of Northern-part of Nehbandan fault System



شکل (۳-۴): محاسبه بعد فرکتالی سیستم گسل نهبندان با استفاده از نمودار خطی

Fractal analysis of Northern-part of Nehbandan fault System



شکل (۳-۵): محاسبه بعد فرکتالی سیستم گسل نهبندان با استفاده از منحنی توان

با کاهش اندازه مربع های شبکه تعداد مربع های ساختاری به صورت نمایی افزایش می یابد اما نکته جالب توجه این که این افزایش بیشتر در بخشهای انتهایی گسل ، در پایانه های شمالی و جنوبی دیده می شود در حالی که در بخش میانی افزایش تعداد مربع های محدوده ساختار به صورت خطی بوده و بطور محسوسی نیز بعد فرکتالی آن به سمت یک میل می کند .

از آنجا که در سیستم گسلی نهبندان درازای قطعات گسلی متغیر است و بزرگترین قطعه در حدود ۱۳۰ کیلومتر و کوچکترین آن در حدود ۱۰ کیلومتر (در مقیاس ۱:۱۰۰۰۰۰۰۰۰) درازا

دارد، با توجه به گزینش کوچکترین مربع های قابل کاربرد در شبکه می توان ابعاد فرکتالی را برای بخش شمالی گسل نهبندان مورد بررسی قرار داد.

در تحلیل کامپیوتری، دو نقطه دیگر، به نمودار خطی اضافه می شود ولی در کلیات آن تغییری حاصل نمی گردد. با تکرار این روش و اصلاح منحنی ها برای ۱۳ نقطه می توان آنرا در دو بخش جدا مورد بررسی قرار داد.

در این حالت بعد فرکتالی برابر $1/76$ با همان ضریب همبستگی $0/99$ است اما منحنی از همه نقاط خصوصاً نقاط انتهایی نمی گذرد. این پدیده بدلیل کاهش ابعاد مربع های شبکه با مقیاسی کمتر از طول کوچکترین گسل های قابل اندازه گیری در مقیاس نقشه رخداده است (شکل ۳-۶).

مقیاسه منحنی های شماره ۴ و ۶ نشان می دهد که با کاهش ابعاد مربع های شبکه، بعد فرکتالی در محدوده گسل نهبندان افزایش می یابد ولی همه نقاط بر روی خط قرار نمی گیرند بطوری که پراکندگی نقاط، افزایش و ضریب همبستگی، کاهش می یابد. این مسئله ناشی از پیچیدگی شکل ساختاری این پهنه گسلی است که هنگام رسیدن به پایانه بر روی شاخه های فرعی پخش شده و سطح وسیع تری را زیرتاثیر قرار می دهد.

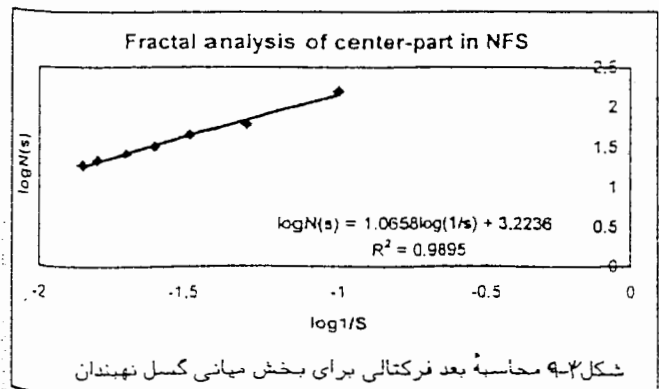
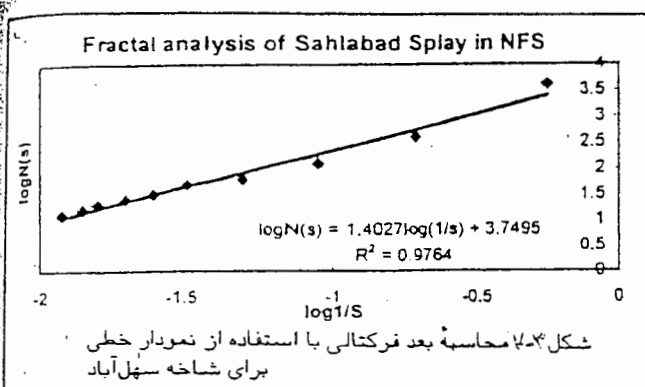
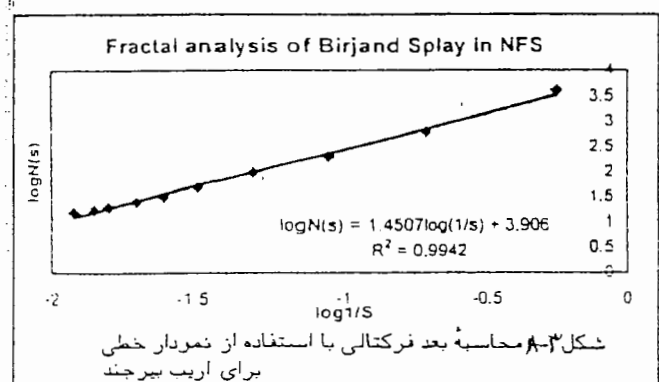
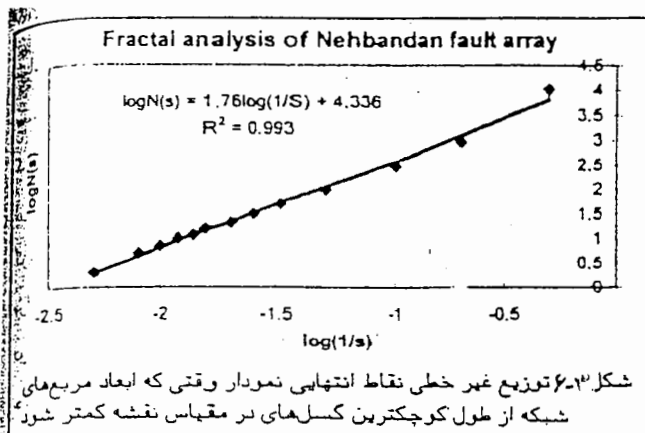
برای روشن تر شدن موضوع در سه نمودار جداگانه تحلیل فرکتالی بر روی شاخه های سهل آباد و بیر جند و همچنین بخش مرکزی از سیستم گسل نهبندان صورت گرفت (شکل ۳-۷، ۳-۸ و ۳-۹). بر روی هر سه منطقه ابعاد مربع های شبکه، یک در نظر گرفته شدند در حالی که فرکتالی با هم متفاوت هستند.

در بخش مرکزی بعد فرکتالی $1/658$ در شاخه سهل آباد $1/4027$ و در شاخه بیر جند $1/4507$ بدست آمده است.

در بخش مرکزی سیستم گسل نهبندان فاصله جنوب سفیدابه تا نهبندان که عرض پهنه برشی به کمترین میزان خود می رسد بعد فرکتالی نیز به سمت یک میل کرده و توزیع اثر گسل به صورت خطی در می آید.

اما به طرف پایانه های گسل ابعاد فرکتالی نیز افزایش می یابد که نشان دهنده هندسه پیچیده پایانه گسل های راستلغز است.

در هر کدام از پایانه های شمالی، بعد فرکتالی افزایش می یابد که نشان می دهد پایانه های جوانتر، فضای سطحی بیشتری را اشغال می کنند. این پدیده در اثر افزایش شعاع خمش شاخه های پایانه ای رخ می دهد [۷].



تحلیل فرکتالی به روش مربع شمار از سیستم نهبندان در خاور ایران به کمک رسم منحنی های لکاریتمی نشان می دهد که بعد فرکتالی برای تمامی پهنه این گسل یکسان نبوده و بیانگر تغییر در هندسه سیستم گسلی نهبندان می باشد.

با توجه به شکل کلی پهنه گسلی نهبندان که به صورت طرح هلال دوگانه است انتظار می رود ابعاد فرکتالی در بخش های پایانه ای آن افزایش می یابد.

در یک سیستم گسلی، بعد فرکتالی متغیر است ولی وقتی که بخشی از پهنه گسلی بحد نهایی دگر شکلی برسد در آن کرنش نیز افزایش می یابد و سیستم گسلی به حد بلوغ خواهد رسید. در اینجا طرح گستره سیستم گسلی محدود شده و بعد فرکتالی کاهش می یابد اما بر عکس با کاهش نسبت کرنش (نزدیک به پایانه گسل) گستره سطحی طرح سیستم گسلی افزایش یافته و بعد فرکتالی نیز افزایش می یابد. در پهنه گسلی نهبندان نیز در بخش مرکزی بعد فرکتالی به سمت یک میل می کند و کاهش چشمگیری دارد.

در اینجا نیز عرض پهنه برشی این سیستم گسلی نیز حداقل است ولی به طرف پایانه ها (در پایانه های سهل آباد و بیر جند) بعد فرکتالی افزایش می یابد و در محل این پایانه ها عرض پهنه برشی نیز از افزایش چشمگیری برخوردار می باشد.

افزایش بعد فرکتالی به طرف شمال در پهنه گسلی نهبندان نشان می دهد که میدان اثر کرنش در سطح وسیع تری گسترش یافته و از تراکم سطوح شکستگی کاسته می شود از این رو می توان نتیجه گرفت که هر کدام از شاخه های پایانه ای سیستم گسل نهبندان که دارای بعد فرکتالی بیشتر باشند جوانتر است.

همچنین افزایش بعد فرکتالی نشاندهنده افزایش فضای گسلیده در پوسته شکننده زمین است که نتیجه آن توزیع میدان تنش به صورت پراکنده در پایانه سیستم گسلی می باشند.

افزایش فاصله مسیرهای تنش^۱ در سطح، موجب افت مقدار تنش به صورت نقطه ای و خطی می شود و این پدیده شرایط را برای کاهش مولفه های تنش چنانکه نتوانند بر مقاومت پوسته چیره شوند فراهم می آورد.

از مفاهیم شایان بحث در این روش این است که با کاهش ابعاد مربع های شمارش شبکه تا کمتر از طول کوتاهترین گسل ها در مقیاس نقشه، توزیع خطی آنها مختل شده و تنها برروی نمودار توان از همبستگی خوبی برخوردار می باشند.

اما این پدیده در بخش مرکزی گسل نهبنندان محسوس نیست زیرا بعد فرکتالی به سمت یک میل می کند ولی در بخش های پابانه ای گسل موجب پراکندگی نقاط بر روی نمودار می شوند که باید به دلیل پیچیدگی ساختاری و تغییرات هندسی در پابانه باشد.

شاید اگر بررسی ابعاد فرکتالی سیستم گسلی که در این پژوهش در دو بعدو به شکل صفحه ای صورت گرفت، در سه بعد فرکتالی اجرا شود حقایق بهتری از رفتار پیچیده سیستم شکستگی های برشی و شیوه پیدایش آنها بدست آید.

ولی بررسی در بعد سوم نیاز به کاوش های دقیق ژئوفیزیکی و حفر ترانشه دارد [۷].

۲-۲- سیستم های گسلی ژاپن

می توان هندسه شکستگی سنگ ها را خود - همانند در نظر گرفت و با استفاده از نقشه های گسلی، الگوریتم شمارش جعبه هاو روش آماری خود همانند سازی در مقیاسی در حدود ۲ تا ۲۰ کیلومتر به تحلیل ساختار فرکتالی در هندسه شکستگی سنگ برای مقیاس های مختلف پرداخت. ابعاد فرکتالی در ژاپن از ۱/۰۵ تا ۱/۶۰ متغیر بوده، و بعد فرکتالی در بخش مرکزی هلال ژاپن در حدود ۱/۵ تا ۱/۶ می باشد که با فاصله گرفتن از مرکز کاهش می یابد. در یک مقیاس کوچک، ساختار فرکتالی به خوبی در هندسه شکستگی سنگ ها حفظ می شود.

بعد فرکتالی هندسه شکستگی سنگ در مقیاس ۱/۱۰ و ۱/۱۰۰ به ترتیب در حدود ۱/۴۹ تا ۶۱/۱ بوده و محدوده بالا در بعد فرکتالی ۱/۶۱ می باشد، که از تخمین بعد فرکتالی بر هندسه شکستگی سنگ ها به گونه ای واقعی تعیین می شود، و این مقدار ممکن است یک قید برای مدلسازی گسل ها و فرایند شکستگی سنگ ها ایجاد نماید. در قسمت های بعدی این بخش به تحلیل موارد ذکر شده پرداخته می شود [۶].

۳-۲-۱ مقدمه

خود همانندی تصادفی در فرایند شکست سنگها به تازگی شناخته شده است. فرایند لرزه نگاری یک ساختار فرکتالی را در یک مقیاس وسیع در طول زمان، فضا و ابعاد بزرگ در بر می گیرد (از اندازه شکستگی به بزرگی $M = 1/5$ تا بزرگترین زمین لرزه ها، در توزیع فضای مربوط به یک منطقه تا محدوده گسترده جهانی)، گوتنبرگ^۱ روابط بین بزرگی ریشر و فرکانس را مشخص نموده که بیانگر وجود یک ساختار فرکتالی در توزیع اندازه شکستگی ها در زلزله است. این خود همانندی تعمیم یافته از مقیاس های ریز آزمایشگاهی است.

۱-Gutenberg

در این تحقیق فرض بر این نهاده شده است که هندسه سیستم گسلی خود همانند می باشد. کینگ^۱ در سال ۱۹۸۳ به بحث و تبادل نظر در خصوص حاستگاه های اصلی هندسی و تفسیر تغییر شکل و ساختمان لیتوسفر بر اثر حرکت های گسلی در یک سیستم گسلی خود همانند پرداخت. مطالعات او بر روی هندسه گسلی بر پایه داده های واقعی بنا نهاده نشده بود ولی بر اساس روابط بین بزرگی و فرکانس امواج لرزه ای زمین استوار بود. در این مطالعه ابعاد فرکتالی بر روی خط اصلی گسل سن آندریاس مورد بررسی و محاسبه قرار گرفت. مفهوم فرکتالی به عنوان ابزاری برای مشخص سازی ابعاد فرکتالی هندسه خط گسلی مورد استفاده قرار گرفته است. خود همانندی در هندسه شکستگی سنگ به گونه ای کامل مورد بحث و تبادل نظر قرار گرفته است.

آیا یک سیستم گسلی به درستی یک ساختار خود همانند دارد؟ در این مطالعه نقشه های گسلی واقعی با استفاده از روش شمارش جعبه ها مورد بررسی قرار گرفته و برای دستیابی به صحت خود همانند بودن سیستم های گسلی تلاش شده است. پس از مشخص سازی هندسه سیستم گسلی بر پایه ابعاد فرکتالی در مورد ابعاد فرکتالی بحث و تبادل نظر شده است.

۳-۲-۲- داده ها

داده های گسلهای فعال استفاده شده در این مطالعه از نقشه های گسل های فعال ژاپن گرفته شده است. که این نقشه ها توسط گروهی محقق در سال ۱۹۸۰ تهیه شده و این تحقیقات انجام شده بر روی گسل ها فعال ژاپن از سال ۱۹۷۶ تا ۱۹۷۹ با همکاری چهل و چهار تن محقق در زمینه های زمین - ریخت شناسی، زمین شناسی و ژئو فیزیک بوده است. این گروه محقق به هر گسلی که در دوره ی کواترنری جابجاشدگی داشته و یا به هر نحوی به عنوان گسل فعال مطرح بوده و احتمال جابجایی آنها در آینده مطرح بوده توجه داشته اند.

۱-King

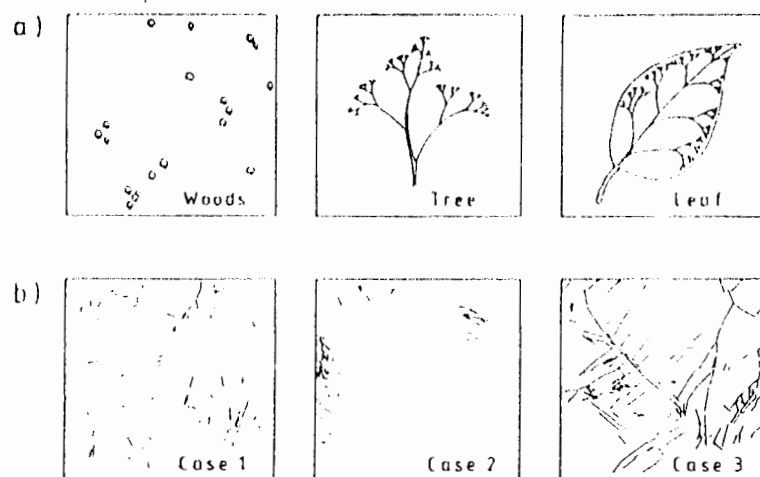
گسل های فعال مقدماً بوسیله تعبیر و تفسیر دقیق عکس های هوایی با مقیاس ۱/۴۰۰۰۰۰ که به وسیله نقشه های زمین شناسی و مطالعات تفصیلی تکمیل شده بودند با تعبیر و تفسیر های ژئوفیزیکی بر روی عکس های هوایی همراه بودند، مشخص شده اند. داده ها توسط ۲ یا تعداد بیشتری از محققان مورد تعبیر و تفسیر قرار گرفت تا از ورود هرگونه خطای فردی جلوگیری بعمل آید.

گسل های فعال ژاپن به سه دسته طبقه بندی شده اند، که این طبقه بندی بر اساس عواملی از قبیل سطح ژئومورفیکی (مثل سطح تریس، شیب، فرسایش و ساییدگی سطحی) و خط ژئومورفیکی (مثل برآمدگی، زه کش، لبه تراس) و بر اساس مقدار جابجایی در طول گسل تعیین شده است. مدل I یقیناً یک گسل فعال در دوره کواترنری می باشد. مدل II گسلی است که در مورد فعال بودن آن مطمئن نبوده ولی می توان به وجود جابجائی در آن تاکید داشت.

مدل III گسلی است که تنها نشان ویژه ای از فعالیت در دوره کواترنری دارا می باشد و در این مطالعه همانگونه که در فوق بدان اشاره شد گسل ها با درجه اطمینان I و II و III مورد ارزیابی قرار گرفته اند. و در این ارزیابی از گسل های موجود در دریا به دلیل عدم یکنواختی داده های آنها نسبت به داده های حاصل از گسل های خشکی استفاده نشده است [۶].

۳-۲-۳- ابعاد فرکتالی

همانگونه که می دانیم مندلبروت به سال ۱۹۸۳ یک مفهوم اصلی برای فرکتال به نام خود همانندی ارائه کرده است که به عنوان ابزاری توانمند برای مشخص سازی هندسه با ساختار خود همانند می باشد. بسیاری از اشیاء موجود در طبیعت مثل ابرها، کوهستانها، خطوط ساحلی دریاها و درختان دارای اشکال پیچیده ای هستند که ما را در بیان خصوصیات کمی آنها دچار سر در گمی می سازد (شکل ۳-۱۰-۳). (a)



شکل (۳-۱۰): نقشه های طبیعی که بیانگر خود همانندی فرکتالی می باشند.

از دیدگاه فرکتالی نمی توان به وجود یک ساختار خود همانند در آنها پی برده و اشکال آنها را بوسیله ابعاد فرکتالی مشخص نمود.

خود همانندی را می توان با یک رابطه توانی مشاهده نمود. یک سیستم گسلی که توسط مربعی به طول R_0 در بر گرفته شده است (شکل ۳-۱۱-a). را در نظر بگیرید. به طوریکه ناحیه مربعی به جعبه های مربعی (R_0/r^2) با طول r تقسیم شده باشد، $N(r)$ تعداد جعبه هایی است که خط گسلی را در بر می گیرد، در صورتیکه یک سیستم گسلی ساختاری خود همانند داشته باشد، رابطه (۲۴) را برای آن خواهیم داشت.

$$N(r) \sim r^{-D} \quad (24)$$

که در آن D بعد فرکتالی می باشد، (به گونه ای جامعتر می توان گفت که آن یک بعد ظرفیتی است). به گونه ای عملی $N(r)$ بر r بر یک مقیاس لگاریتمی لگاریتمی رسم شده است. گراف بدست آمده اغلب خطی و با شیب $-D$ می باشد که را بطه (۲۴) به خوبی آنرا ارضاء می کند، به راحتی می توان بعد فرکتالی را از شیب این گراف بدست آورد.

در این مطالعه، روش شمارش جعبه ها برای دستیابی به بعد فرکتالی در سیستم گسلی به کار گرفته شده است. استفاده از روش بعد فرکتال در صورتیکه به دقت مورد ارزیابی قرار گیرد یک

روش بسیار کارآمد می باشد. به عنوان مثال در بررسی یک درخت مطابق شکل (۳-۱۰-۱) که یک شیء مشهور فرکتالی طبیعی می باشد، با استفاده از روش شمارش جعبه ها می توان هندسه شاخه های درخت را بوسیله بعد فرکتالی مورد تجزیه و تحلیل قرار داد. همچنین می توان شکل رگه های موجود در برگ درختان را نیز از دیدگاه بعد فرکتالی مورد بررسی قرار داد.

شکل (۳-۱۰-۲) نقشه های گسلی را با نام گسل های فعال ژاپن نشان می دهد. با استفاده از الگوریتم شمارش جعبه ها می توان به محاسبه بعد فرکتالی برای نقشه های گسلی مورد I، II و III پرداخت، اما اندازه گیری بعد گسلی برای آنها متفاوت است. برای نقشه گسلی I، بعد فرکتالی اندازه گیری شده بر طبق توزیع فضائی گسل ها می باشد، برای نقشه گسلی III، بعد فرکتالی اندازه هندسی از سیستم گسلی است (هندسه شاخه ها)، برای نقشه گسلی II، مفهوم بعد فرکتالی ممکن است پیچیدگی بیشتری داشته باشد (شاید بازتابی از هر دو توزیع فضائی و هندسی سیستم گسلی باشد). در این مطالعه، ما نقشه های گسلی را به دو نوع تقسیم کردیم: نقشه گسلی نوع I، نقشه ای است که گسل های بزرگی رادر بر می گیرد. (طول گسل $R_0 / 2 = 37.4 \text{ Km}$) نقشه گسلی نوع II، نقشه ای است که گسل های اصلی بزرگ را در بر ندارد، نقشه گسلی نوع I در شکل (۳-۱۰-۲) مورد سوم بوده. و نقشه گسلی نوع II در شکل مزبور موارد ۱ و ۲ را شامل می شود. برای نمونه در نقشه گسلی نوع I بعد فرکتالی را با استفاده از روش شمارش جعبه ها محاسبه شده است. (ناحیه مربعی به طول $R_0 = 74.8 \text{ km}$).

با تغییر طول r برای هر جعبه از 2.34 km ($R_0 / 2^5 =$) به 7.4 Km ($R_0 / 2 =$).

تعداد جعبه هایی که خط گسلی را در بر می گیرند $N(r)$ شمارش کرده، نمودار $\text{Log } N(r)$ بر $\text{Log } r$ در شکل (۳-۱۱-۲) آورده شده است، گراف حاصل تقریباً بین $r = 2.34 \text{ Km}$ و $r = 18.7 \text{ Km}$ خطی می باشد که نشان دهنده یک ساختار خود همانند در یک محدوده مقیاسی در سیستم گسلی است. در این نمونه با استفاده از روش کو چکترین مربعات بعد فرکتالی محاسبه شده که برابر $D = 1.60$ با انحراف معیار 0.10 همرا است.

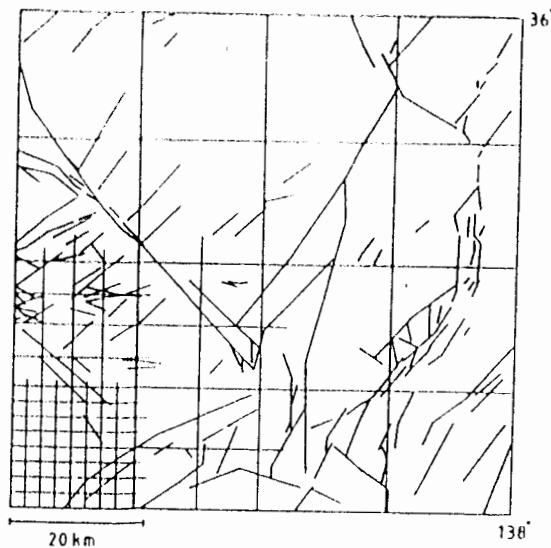


Fig. 2(a).

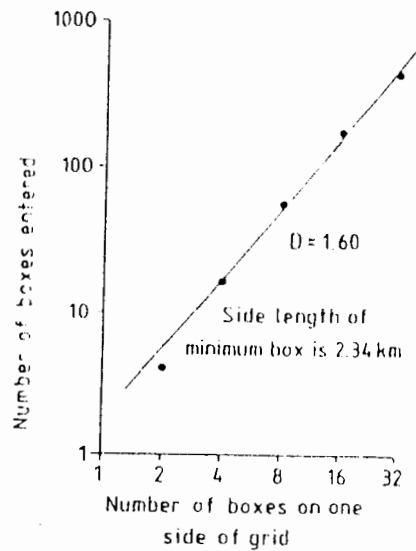


Fig. 2(b).

شکل (۳-۱۱): تغییرات ناحیه ای بعد فرکتالی برای نقشه گسلی نوع I

شکل (۳ - ۱۱) نشان دهنده تغییرات ناحیه ای بعد فرکتالی برای نقشه گسلی نوع I می باشد (تنها نواحی را شامل می شود که انحراف معیار کمتر از 0.2 باشد). بعد فرکتالی بدست آمده از 1.05 تا 1.06 متنوع می باشد و این بعد در بخش مرکزی هلال ژاپن 1.5 تا 1.6 بوده و با فاصله از مرکز افزایش می یابد. بعد فرکتالی در نقشه گسلی نوع I به گونه ای نا هموارتر بر طبق چگالی گسل ها در ژاپن، به نظر می رسد (بیشترین در مرکز ژاپن). معمولاً، بعد D باید به چگالی وابسته باشد. که خود نمایانگر یک معضل نمونه گیری می باشد. هرچند که تمام نقشه های گسلی نوع I که در این مطالعات استفاده شده اند دارای چگالی بالایی می باشند. بعلاوه بعد فرکتالی بدست آمده در محدوده مقیاسی ۲/۳۴ تا ۱۸/۴ کیلو متر، بعد فرکتالی هندسه شاخه هایی است که در بخش اصلی گسل قرار دارند، بنابراین نمونه ها بر نقشه های گسلی نوع I تاثیر قابل ملاحظه ای نداشته اند. ابعاد فرکتالی برای نقشه های گسلی نوع II نیز محاسبه شده اند، شکل (۳-۱۲) توزیع ابعاد فرکتالی را در نواحی با انحراف معیار کمتر از 0.12 نشان می دهد هنگامیکه یک گسل همانند یک خط راست به نظر آید ابعاد توپولوژیکی برای آن گسل یعنی D_T برابر با ۱ می شود هر چند که در

تعریف بعد فرکتالی بسیار به بر قراری شرط $D_1 = D_0$ می باشد. لازم به ذکر است که ابعاد فرکتالی نقشه های کسلی نوع II بدون وابستگی به هندسه سیستم کسلی بلکه با توجه به توزیع فضایی کسل تمرکز یافته اند.

به عنوان مثال، در این مطالعه شکل (۳-۱۲-۱) نقشه کسلی با کوچکترین بعد را نشان می دهد ($D = 0.72 \pm 0.01$). کسل همانند یک خط شکسته با مقیاس طولی R_0 در نظر گرفته شده است (در موارد بینهایت می توان کسل را همانند یک نقطه با $D_T = 0$ در نظر گرفت).

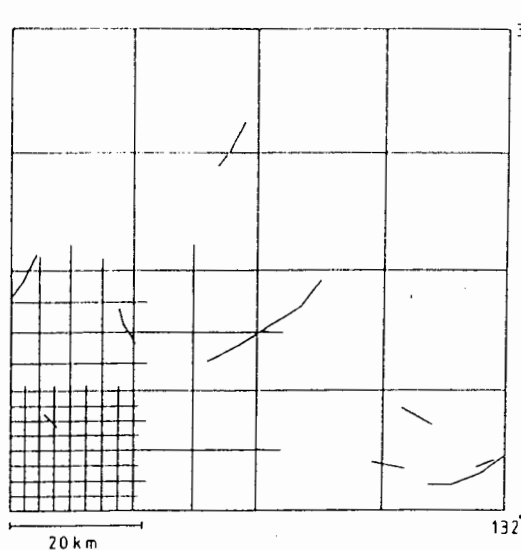


Fig. 5(a).

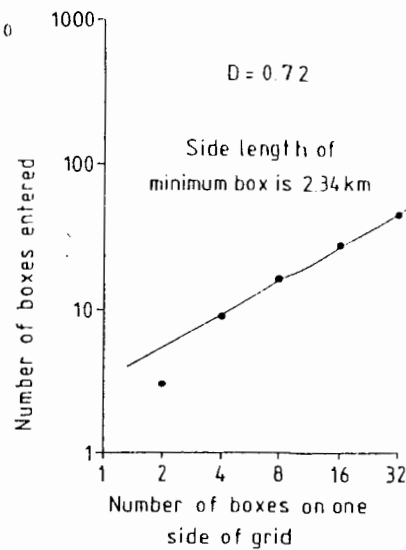


Fig. 5(b).

شکل (۳-۱۲): نقشه کسلی

در برخی از موارد، بعد فرکتالی بوسیله توزیع فضایی کسل ها کنترل می شود، ارائه توصیفی برای بعد فرکتالی نقشه کسلی نوع II بدلیل اینکه طول محدود دارد ($D_T = 1$) با یک مشکل روبرو است. در این حالت عملکرد کسل همانند یک نقطه است ($D_T = 0$)، که بدان مجموعه فرکتالی باریک گفته می شود. در صورتیکه هدف دستیابی به تخمین دقیق بعد فرکتال بر پایه توزیع فضایی کسلها باشد، باید توزیع کسل ها را همانند یک توزیع چاق در نظر بگیریم.

این بعد فرکتالی دارای ویژگی های جالب توجهی می باشد هرچند که به خاطر مطرح شدن کیفیت داده ها کار کمی دشوار شده (نیاز به نقشه های کسلی در مقیاس های $1/10$ می باشد) و

علاوه بر آن بحث بر روی هندسه شکستگی ها در سنگ ها ضعیف و سحو خواهد شد. در مقیاس - های کوچکتر می توان به بحث در مورد هندسه سیستم شکستگی های موجود در نقشه کسلی نوع II پرداخت که بدین منظور گسل های موجود در منطقه ایزو مورد بررسی قرار گرفته است (شکل ۳-۱۳- a). حرکت بر روی این گسل ها به گونه ای افزایشی چپ کرا بوده است.

با توجه به داده های صحرایی بدست آمده، ماکزیمم جابجایی در گسل تانا^۱ که به طول ۷ کیلو متر بوده در حدود ۳/۵ متر، دربخش مرکزی گسل اوکی هاشی^۲ که به طول ۴ کیلو متری باشد در حدود ۱/۵ متر، در میان گسل اواونو^۳ که به طول ۲/۵ کیلو متر می باشد در حدود ۱/۵ متر، در میان گسل کادونو^۴ که به طول ۱/۵ کیلو متری باشد در حدود ۲ متر، می باشد و میانگین این جابجا شدگی در میان مجموع طول ها به مقدار ۲/۹ متر تخمین زده شده است.

بعد فرکتالی سیستم گسلی، گسل های فوق الذکر را می توان از گراف $\text{Log } N(r)$ بر $\text{Log } r$ مطابق (شکل ۳-۱۳- b) بدست آورد.

بعد فرکتالی D در حدود 0.08 ± 1.49 می باشد که در مقیاس ۰/۶۲۵ تا ۱۰ کیلومتر محاسبه شده است. متأسفانه بدلیل عدم موجود بودن نقشه های گسلی کامل و مطلوب تخمین بعد فرکتالی در این مقیاس برای تمامی کشور ژاپن غیر ممکن می باشد و این امر به عنوان معضلی برای آینده محسوب می شود.

-
- ۱- Tanna Fault
 - ۲- Ukihashi Fault
 - ۳- Oono Fault
 - ۴- Kadono Fault

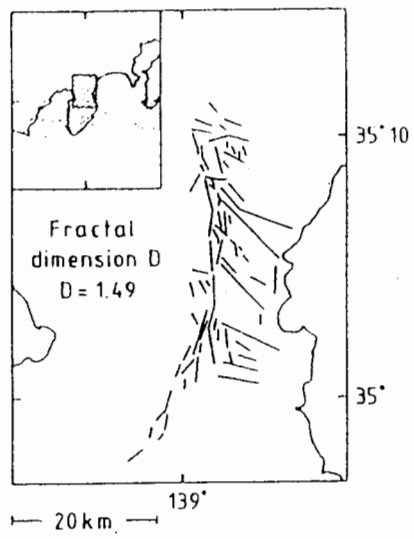


Fig. 6(a).

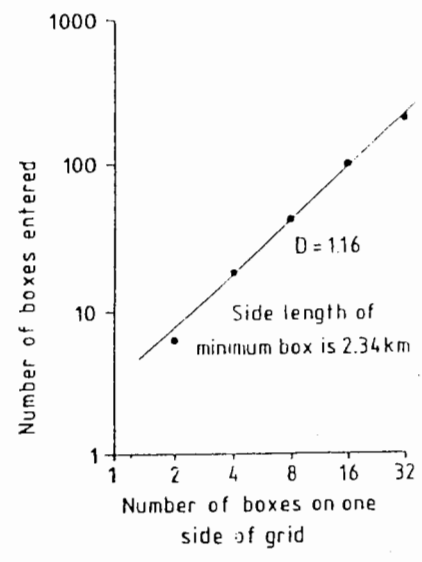


Fig. 6(b).

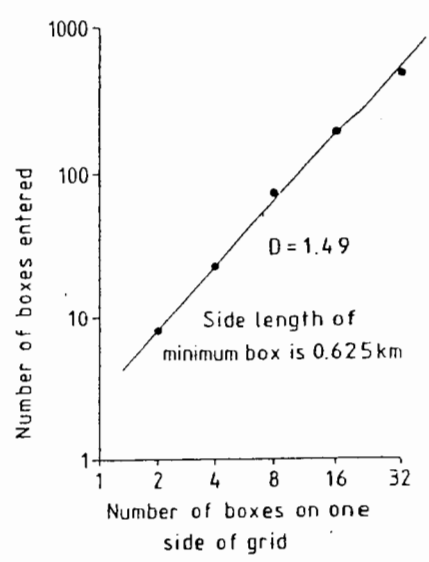


Fig. 6(c).

(شکل ۳-۱۳): گسل های موجود در منطقه ایزو

۳-۲-۴- تحلیل فرکتالی

بعد فرکتالی در سیستم های گسلی در ژاپن بین ۱/۶۰ تا ۱/۰۵ و در بخش مرکزی هلال ژاپن در حدود ۱/۶ تا ۱/۵ می باشد. با فاصله گرفتن از مرکز بعد فرکتالی کاهش می یابد. بعد فرکتالی بدست آمده در این مطالعه بعد فرکتالی برای هندسه گسل شاخه ای مورد نظر می باشد. که بازتابی از نرخ شاخه شاخه بودن یک مادر گسل به یک دختر گسل و دختر گسل به دختر گسل و دختر گسل بزرگ و دختر گسل بزرگ به دختر گسل بزرگتر و... می باشد. جدول (۱-۳) نشان دهنده مقادیر بعد فرکتالی برای هندسه شکستگی ها در مقیاس های مختلف می باشد.

Fractal dimension of the fracture geometry of rocks

Fault systems in Japan	$1.05 \leq D \leq 1.60$
San Andreas fault (SCHOLZ and AVILES, 1986)	$1.1 \leq D \leq 1.5$
North Izu fault group (branching geometry)	$D = 1.49$
*Fracture networks at Yucca Mountain (10 ⁰ meter order, BARTON and LARSEN, 1985)	$1.12 \leq D \leq 1.16$
10 ⁻¹ meter order fracture geometry (fracture map by WATANABE, 1985)	$1.4 \leq D \leq 1.6$
Topography of natural rock surface (BROWN and SCHOLZ, 1985)	$1 \leq D \leq 1.68$

*BARTON and CAMERON (1986) recently reported that the fractal dimension of fracture networks at Yucca Mountain ranged from 1.492 to 1.910 (at the same scale range of BARTON and LARSEN, 1985). Their joint and fault networks that were composed of many generations of fractures were composites. The very high value of the fractal dimension may be caused by this composites structure of fracture networks.

جدول (۱-۳): مقادیر بعد فرکتالی برای مقیاس های مختلف

تحلیل دیگری در مورد شکستگی سنگ ها وجود دارد که از مفهوم تعادلی انرژی گریفیث و از روابط (۲۵) و (۲۶) پیروی می کند:

$$U = (-W_L + U_E) + U_S \quad (25)$$

$$dU/dc=0 \quad (26)$$

که در آن c طول شکستگی، W_L مقدار کار انجام شده برای مقابله با نیروی خارجی، U_E انرژی پتانسیل کششی ذخیره شده در بدنه سنگ با خاصیت الاستیک و U_S انرژی صرف شده از انرژی سطحی آزاد برای ایجاد یک شکستگی جدید می باشد.

در صوتیکه $1/1$ تقریباً در طی گسترش سطحی ثابت بوده و انرژی سطحی در واحد سطح (U_s) برای ناحیه ای ثابت باقی بماند، مفهوم تعادلی انرژی کریفیث وجود تناسب بین مساحت کل شکستگی های حاصل از انبساط شکستگی ها و W_1 را می رساند.

در صورتی که یک ناحیه مربعی به طول R_0 را با بعد فرکتالی D ، با سطح هایی مربعی به طول $R_0/2^n$ پوشش داده شوند. سطح کلی شکستگی ها برابر $R_0^2 2^{(D-1)n}$ خواهد بود.

در بعد فرکتالی مقاطع D_{21} و D_{31} بعد فرکتالی ۳ بعدی مد نظر است. جدول (۳-۲) نشان دهنده مساحت کلی شکستگی ها و بعد فرکتالی آنها می باشد.

به عنوان مثال، اگر شکستگی خود همانندی با طول $R_0/32$ موجود باشد، سطح شکستگی با $D=3$ ، ۴ بار بیشتر از $D=2.6$ می باشد (که برحد بالای بعد فرکتالی در هندسه شکستگی گسلی با بعد $1/6$ مطابقت دارد). یک شکستگی با بعد فرکتالی بالا نیاز مند به انرژی خارجی بیشتری برای شکسته شدن دارد. در صورتیکه سطح شکستگی تحت حداقل انرژی ایجاد شود، بعد فرکتالی آن برابر ۲ خواهد بود.

مسیر های شکستگی در مواقع برخورد به موانع وابسته به مقاومت نسبی، اندازه و توزیع موانع دارد. احتمالاً سختی یا وجود موانع در سنگ، بعد فرکتالی را کنترل می کند [۶].

Difference in the total area of fracture surface according to fractal dimension D

	$D = 3.0$	$D = 2.6$	$D = 2.4$	$D = 2.0$
R_0	1	1	1	1
$R_0/2$	2	1.5157	1.3195	1
$R_0/4$	4	2.2974	1.7411	1
$R_0/8$	8	3.4822	2.2974	1
$R_0/16$	16	5.2780	3.0314	1
$R_0/32$	32	8	4	1
$R_0/64$	64	12.1257	5.2780	1

* The amount of the areas are normalized by the unit area R_0^2 .

جدول (۳-۲): مساحت کلی شکستگی ها و بعد فرکتالی آنها

فصل چهارم

کاربرد فرکتال در ژئوفیزیک

فصل چهارم

کاربرد فرکتال در ژئوفیزیک

۱-۴- مقدمه

همانگونه که می دانید استفاده از هندسه فرکتال در علم ژئوفیزیک اکتشافی نیز کاربرد گسترده ای پیدا نموده به طوریکه تحلیل های فرکتالی مبنای بسیاری از تئوری های جدید در اکتشاف مواد معدنی شده است. در این تحقیق به عنوان نمونه به یکی از کاربردهای این هندسه در تشخیص اولین رسید در تریس لرزه ای اشاره شده است.

در این تحقیق سعی بر آن است که با الگو گیری از این توانائی طبیعی، جایگزینی ریاضی برای آن پیدا شود. یا به بیان دیگر سعی شده است روشی کامپیوتری برای شبیه سازی عملکرد چشم انسان در تشخیص زمان اولین رسید در تریس های لرزه ای ارائه شود. فرکتال ها مدل های ریاضی هستند که می توانند این تغییرات را درک کنند. از میان روشهای فرکتالی موجود برای آنالیز بعد فرکتالی، روش پرگار برای رسیدن به اهداف فوق انتخاب شد.

در اکثر کارهای لرزه ای تعیین زمان اولین رسید از اهمیت ویژه ای برخوردار است، با مشاهده تفاوت در روند تغییرات دامنه ثبت شده در تریس های لرزه ای، زمان اولین رسید در آنها مشخص می شود.

تعیین ساختار سرعتی منطقه در روش های شکست مرزی و درون چاهی، تعیین مقدار تصحیح استاتیک در روش بازتابی و تعیین موقعیت مرکز سطحی زمین لرزه، از جمله کاربردهای زمان اولین رسیده ها می باشد.

مشکل اساسی در تعیین زمان اولین رسید در تریس ثبت شده توسط ژئوفون. مشکل قدیمی بین نویز و سیگنال است. تا کنون کاربردهای متعددی با استفاده از روش های ردیابی و یا شناسایی موجک ها یا سیگنال ها در رکوردهای لرزه ای معرفی شده اند که تعیین زمان اولین رسید نیز بخشی از آنها را تشکیل می دهد.

این روش‌ها شامل روش‌های همدوسی و روش‌های کراس کورلیشن و خواص همدوسی سیگنالها می‌باشد. در اکثر این روش‌ها فرض بر این است که شکل پالس از تریسی به تریس دیگر تغییر چندانی نمی‌کند. بدون شک در مورد اولین رسیده‌ها چنین فرضی نادرست است. روشی که در این فصل ارائه می‌شود از نظر تشخیص اتوماتیک زمان اولین رسید با سایر روش‌های به کار گرفته شده متفاوت است، از این جهت که هیچ بستگی به شکل سیگنال ندارد و تنها به کمک بررسی تغییرات موجود در ناهمواری مربوط به نویز و سیگنال در تریس موفق به تعیین زمان اولین رسید می‌شود. این تشخیص بر اساس مقایسه بعد فرکتالی نویز و سیگنال در تریس می‌باشد.

استقلال از مقیاس در پدیده‌های زمین شناختی یک مفهوم شناخته شده است. در مطالعات زمین شناسی وقتی از یک پدیده عکس می‌گیرند، شیئی را که بتوان مبین مقیاس باشد، مثل سکه یا چکش در عکس قرار می‌دهند. تعریف توزیع فرکتالی این است که تعداد اشیا بزرگتر از اندازه معینی، وابستگی توانی با آن اندازه داشته باشد. فرکتال یک شکل پیچیده هندسی است که از بینهایت قطعه کوچکتر و مشابه شکل اصلی تشکیل شده است.

در واقع از تکرار یک قانون ساده بر روی شکل اولیه حاصل می‌شود. یک منحنی در صورتی فرکتال است که طول بدست آمده برای منحنی به یکای بکار رفته در اندازه گیری بستگی داشته باشد. یعنی اگر N_i تعداد یکای گنجانده روی طول مورد نظر باشد، داشته باشیم:

$$N_i = (1/r_i)^D$$

که در آن r_i یکای بکار رفته در اندازه گیری است. در این رابطه D به عنوان بعد فرکتال تعریف

می‌شود [۸].

۲-۴- تعیین بعد فرکتالی

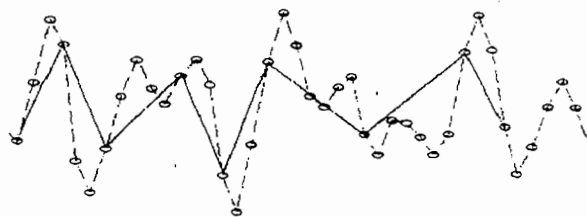
تا کنون روشهای زیادی برای تعیین بعد فرکتالی اشکال معرفی شده اند ولی تمامی آنها محدودیت های تئوری و عملی خود را دارند. در بکار گیری روشهای متعدد همواره باید دو مشکل را مد نظر قرار داد، اول آنکه آیا روش به صورت مناسبی مورد استفاده قرار گرفته است؟ دومین مشکل به ابزاراماری برمی گردد که در محاسبه بعد فرکتال استفاده می شود.

اغلب برای محاسبه بعد به تعیین یک شیب نیاز است. اگر برای تعیین شیب منحنی از برازش به روش کمترین میانگین مربعات استفاده شده باشد باید ملاحظات آماری به دقت در نظر گرفته شوند، در غیر این صورت ضرائب بدست آمده مطمئن نخواهند بود. در تمام روشها با یک مشکل اساسی روبرو هستیم. اینکه بعد فرکتالی محاسبه شده برای پدیده هایی که با نمونه برداری به صورت توابع گسسته در آمده اند با بعدی که از لحاظ تئوری مورد انتظار می باشد، متفاوت است. هر چه فاصله نمونه برداریها بیشتر باشد، تفاوت هم بیشتر می شود. مناسبترین روش تعیین بعد اشکال خطی، روش پرگار می باشد.

معمول ترین راه برای تعیین طول منحنی در این روش ((قدم زدن)) پرگار در طول منحنی و ثبت تعداد قدم هایی است که برای پوشاندن منحنی لازم است.

با افزایش قانونمند اندازه پرگار و تکرار فرآیند گام برداری رابطه بین اندازه قدم ها و طول بین

اندازه قدم ها و طول خط در بازه معینی تعیین می شود. با به دست آمدن این رابطه که همان رابطه $P_i = C/\Gamma_i^{D-1}$ است می توان بعد فرکتال را تعیین کرد شکل (۴-۱ و ۴-۲).



شکل (۴-۱): یک مرحله از پیمودن منحنی با اندازه قدم مشخص. در این مرحله طول منحنی هشت برابر طول

قدم شده است.



شکل (۲-۴): مرحله بعدی با طول قدم بلند تر، در این مرحله طول منحنی سه برابر طول قدم شده است.

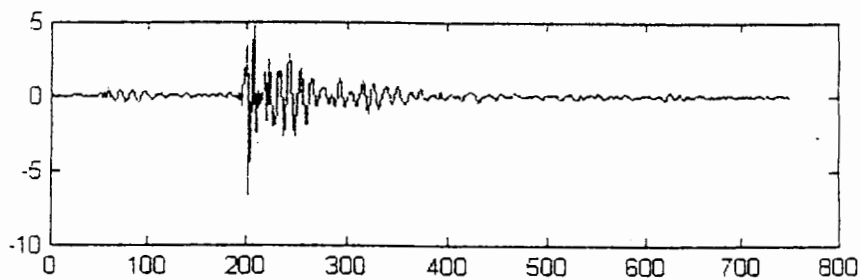
بعد فرکتالی منحنی از شیب نمودار لگاریتم طول منحنی بر حسب طول پرگار به کمک رابطه

$$P_i = C / r_i^{D-1}$$

بدست می آید .

۳-۴- محاسبه بعد فرکتالی تریس های لرزه ای

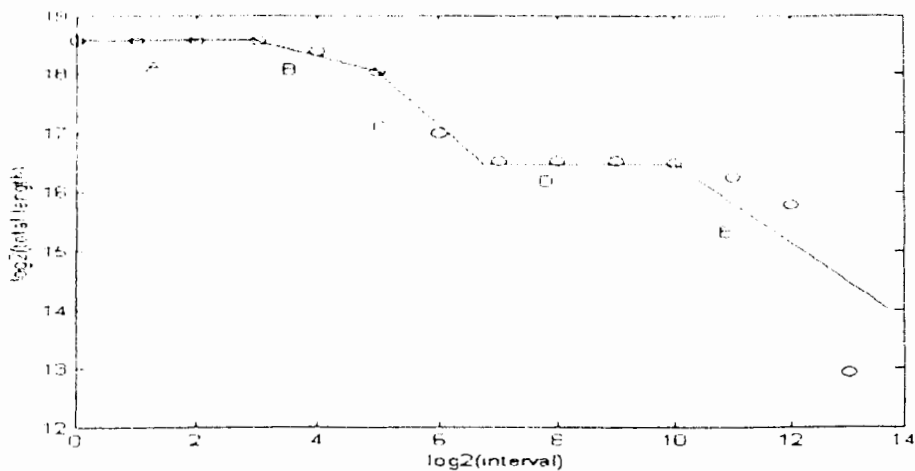
یک تریس لرزه ای به صورت زیر را در نظر بگیرید :



شکل (۳-۴): تریس واقعی

اگر با استفاده از روش پرگار طول این تریس بر اساس اندازه پرگار تعیین شود و منحنی این

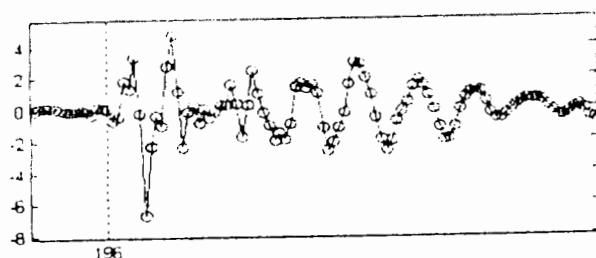
طولها رسم گردد، نموداری به صورت شکل (۴-۴) ظاهر خواهد شد.



شکل (۴-۴): نمودار طول پروفیل بر حسب طول قدم برای پروفیلی شامل نویز و سیگنال

در این نمودار قسمت های B و C بسته به پروفیل یا تریس، یکی رفتار فرکتالی نویز و دیگری رفتار فرکتالی سیگنال را نشان می دهد.

در حالات پیچیده تر موضوع مشکل تر خواهد شد و نیاز به تجربه و دقت زیاد دارد. در این قسمت واقعاً جای تحقیق زیادی است که لازم است توازنی بین انتخاب خودکار پارامترها و تعیین خودکار شیب و زمان مورد نیاز برای اجرای الگوریتم برقرار شود. انجام کار در دو مرحله صورت پذیرد، ابتدا محدوده رفتار فرکتالی انتخاب شود سپس اطلاعات این قسمت به الگوریتم داده شود، ایده کلی به این صورت می باشد که اگر یک پنجره متحرک را بر روی پروفیل مورد نظر حرکت دهیم و در هر بار از روی نمودار به دست آمده رفتار تکه B را بررسی کنیم، در صورت تغییر در رفتار این تکه می توان نتیجه گرفت رفتار فرکتالی پروفیل در این ناحیه تغییر کرده است و این می تواند حاکی از محل رسیدن سیگنال باشد. برای آنکه بدانیم دقیقاً کدام نمونه محل شروع سیگنال می باشد، لازم است که محل شروع سیگنال با دقت بیشتری مشاهده شود [۸].



شکل (۴-۵): بزرگ نمایی محل آغاز سیگنال

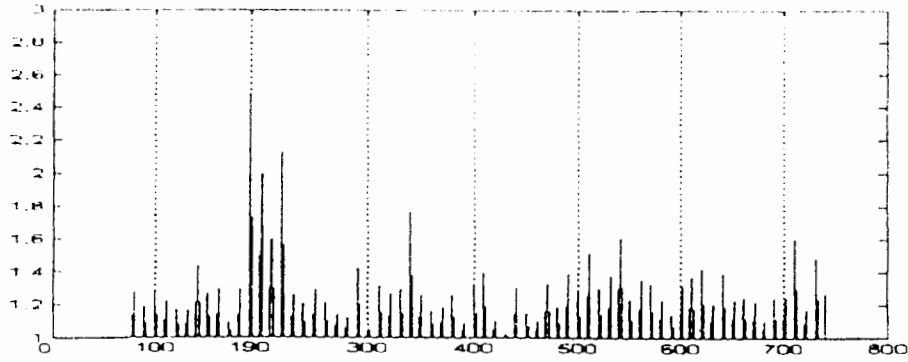
با بررسی بیشتر نمودار شکل (۴-۴) می توان فهمید که ناحیه A ناحیه ای است که هنوز پرکارها ناهمواری مشاهده نمی کنند و با هر بار افزایش در اندازه پرگار باز هم منحنی قبلی را مشاهده می کنند. ناحیه B ناحیه ای است که گامها می توانند ناهمواری های کوچکتر را مشاهده کنند. این ناهمواری ها مربوط به نویز می باشد، ولی هنوز قدم ها قادر به مشاهده دامنه های بزرگتر مربوط به سیگنال نمی باشند.

ناحیه C ناحیه ای است که سیگنال را هم می بینند. شیب ناحیه B کمتر است، یا در واقع (I-D) برای ناحیه B کوچکتر از مقدار آن برای ناحیه C است.

این یعنی آنکه بعد فرکتالی نویز کوچکتر از بعد فرکتالی سیگنال است و این دقیقاً همان چیزی است که انتظار می رود. همچنین می توان بازه های فرکتالی نویز و سیگنال را نیز استخراج کرد. همیشه برای آنکه جواب دقیق تری از الگوریتم بگیرید، بهتر است که تکه میانی این بازه ها را منطقه رفتار فرکتالی در نظر بگیرید.

هر چه این بازه وسیعتر در نظر گرفته شود احتمال خطا بیشتر می شود. در عین حال باید در نظر داشت که بازه آنقدر کوچک نباشد که برای محاسبه شیب قادر به کسب داده کافی نبود.

در این مرحله پنجره متحرک را در ابتدای تریس قرار داده و در هر بار حرکت بعد قسمت داخلی پنجره با استفاده از شیب ناحیه B تعیین می شود. نمودار بدست آمده در این مرحله مطابق شکل (۴-۶) می باشد.



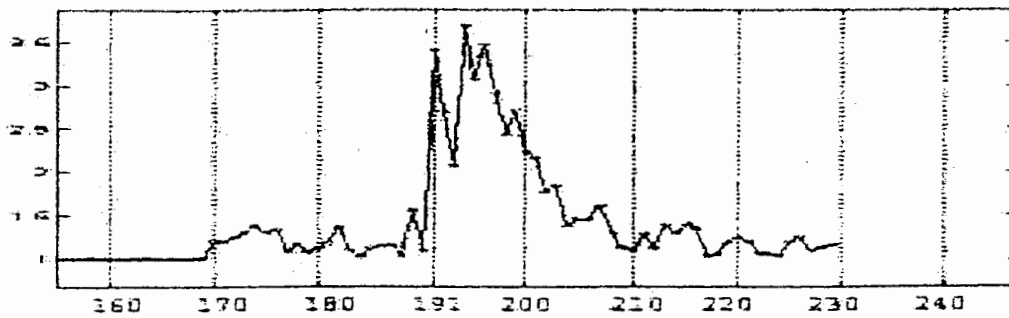
شکل (۴-۶): بعد فرکانسی درون پنجره متحرک

با دقت ۱۰ نمونه می توان نقطه آغاز سیگنال را نمونه ۱۹۰ ام در نظر گرفت، که با توجه به

شکل (۴-۵) مقدار قابل قبولی می باشد.

برای بررسی دقیق تر مقدار جابجایی پنجره بر روی تریس به یک نمونه کاهش یافت. ابعای

فرکانسی محاسبه شده به صورت شکل (۴-۷) می باشد [۸].



شکل (۴-۷): بعد فرکانسی داخل پنجره متحرک وقتی که حرکت پنجره فقط یک نمونه باشد.

فصل پنجم

کاربرد فرکتال در ژئوشیمی

فصل پنجم

کاربرد فرکتال در ژئوشیمی

۵-۱- مقدمه

تشخیص آنومالی از زمینه مسئله پایه ای در اکتشافات ژئوشیمیایی می باشد. توزیع فضائی اغلب عناصر در محیط ژئوشیمیایی - زمین شناسی، نتیجه نهایی مجموعه ای از فرایندهای زمین شناسی از قبیل فعالیت های آتشفشانی یا توده های نفوذی، فرایندهای رسوبی، تکتونیک، فرآیند دگرگونی و کانی سازی می باشد.

در طول این فرآیندها یا رخدادها بعضی از عناصر غنی شده، احتمالاً تشکیل موادی در حد عیار معدنی می دهند و برخی عناصر دیگر پراکنده و تهی می شوند. مشخصه های فضائی توسط بعضی از عناصر مرتبط با کانسارها ارائه می شود که خطوط و مسیرهای راهنما را برای اکتشاف کانسار فراهم می کنند.

الگوی توزیع های ژئوشیمیایی، احتمالاً با پدیده های مستقل از مقیاس مرتبط می باشد. چرا که پدیده های زمین شناسی به وجود آورنده این الگوها در طول زمان زمین شناسی در هر ساعتی و در هر مقیاسی، از اندازه میکروسکوپی تا ابعاد قاره ای عمل کرده اند. در جدول (۵-۱) نمونه هایی از این پدیده ها آورده شده است. بعلاوه حجم زیادی از داده های تجربی نشان می دهد که الگوی توزیع ژئوشیمیایی مهم در بازه گسترده ای از مقیاس ها وجود دارند. طبقه بندی چنین الگوهایی در جدول (۶-۲) آورده شده است [۹].

جدول (۱-۵): مثال هایی از فرآیندهای موجود آورنده الگوهای پراکندگی ژئوشیمیایی در مقیاس های مختلف.

(مترهائی از فرایندها در چند مقیاس روی مری هستند.

مقیاس خطی (m)	مثالیایی از فرآیندها
$< 10^{-6}$	واکنشهای شیمیایی، ذوب، نفوذ، انحلال
$10^{-6} - 10^{-2}$	رشد کریستالی، هوا زدگی، رشد گیاه، تبخیر، تشکیل غبار، ته نشست
$10^{-2} - 10^2$	حرکت آب زیرزمینی، تشکیل خاک، فرسایش، فعالیت نفوذی فورانهای آتشفشانی، کوهزایی، حرکت در سطح آب، جابجایی های یخبجالی
$10^2 - 10^7$	جدایش کف دریا
$> 10^7$	حرکت قاره ای، جریانهای اقیانوسی، انتقال بوسیله آب رودخانه

جدول (۲-۵): مثال هایی از عوارض ژئوشیمیایی (الگوهای پراکندگی ژئوشیمیایی) در مقیاس های مختلف.

مقیاس خطی (m)	مثالیایی از الگوهای پراکندگی
$< 10^{-6}$	توزیع عناصر کمیاب در کانیها
$10^{-6} - 10^{-2}$	توزیع کانیها در مقاطع نازک
$10^{-2} - 10^2$	توزیع محتوی عناصر اصلی و فرعی در مغزه های حفاری
	توزیع عناصر اصلی و فرعی در مقیاسهای محلی تا ناحیه ای در نمونه های زمین شناسی
	$10^2 - 10^6$
$> 10^6$	ایالت های ژئوشیمیایی و متالورژی در مقیاسهای کشوری تا قاره ای

پیروی الگوی توزیع ژئوشیمیایی از ساختارهای زمین‌شناسی امری شناخته شده است. به خصوص در روند مهاجرت عناصر پیروی الگوی توزیع آنها از سطوح ضعف، سرز شبکه بلوری، گسل‌های کوچک و نهایتاً گسل‌های بزرگ به اثبات رسیده است. که این ساختارها تماماً دارای ماهیتی خود متشابه هستند که ویژگی اصلی فرکتال‌ها می‌باشد، و منجر به ایجاد الگوی فرکتالی در مورد داده‌های ژئوشیمی می‌شود.

اینکه آیا الگوهای توزیع ژئوشیمیایی عناصری معین در محیط‌های مختلف را می‌توان به طور مفیدی با بعد فرکتالی توصیف کرد یا نه، باید با آزمون داده‌های تجربی تایید نمود. باید متذکر شد که در برخی از زمینه‌های پیشرفت‌هایی حاصل شده و اکنون از فرکتال در انتخاب حد آستانه به صورت عملی استفاده می‌شود و نیز وجود ماهیت فرکتالی در توزیع کانسارها در برخی موارد به اثبات رسیده است. گرچه با درک روابط فرکتالی و از طرف دیگر شناخت پدیده‌های عملگر در ژئوشیمی می‌توان استفاده‌های دیگر را نیز یافت [۹].

۵-۲- مدل‌های مولتی فرکتالی و فرکتالی ژئوشیمیایی

توزیع فضائی اغلب عناصر در یک محیط زمین‌شناسی همچون زمین‌شناسی - ژئوشیمیایی مفروض محصول نهایی حوادث زمین‌شناسی همچون فعالیت‌های نفوذی و آتشفشانی، فرآیندهای رسوب‌گذاری، تکتونیک. کانی‌سازی است. با توجه به اینکه جوامع کانی‌سازی شده از فرآیندهایی متفاوت از فرآیندهای موجود آورنده جامعه زمینه، منشأ گرفته است می‌توان انتظار داشت که این جوامع دارای مشخصات توزیع مکانی و ساختار شکلی متفاوتی از هم باشند. حال اگر در عوارض ژئوشیمیایی پدیده استقلال از مقیاس در یک بازه معین وجود داشته باشد و یا در این بازه در تمام مقیاس‌ها تشابه وجود داشته باشد این عوارض ساختارهایی خود متشابه خواهند بود و ماهیت فرکتالی دارند. بنابراین مطالب فوق می‌توان انتظار داشت که ما در یک نقشه ژئوشیمیایی با فرکتالهایی متصل بهم روبرو هستیم، که گروهی معرف زمینه و گروهی دیگر معرف جامعه آنومالی هستند. در

روش مولتی فرکتال برای جدایش آنومالی سعی بر آن است غلظتی که در آن روند فرکتالی تغییر پیدا می کند ، به عنوان حد آستانه معرفی گردد. استفاده همزمان از توزیع فروانی عنصر و شکل هندسی آنومالی در روش های تشخیص حد آستانه می تواند به بهبود نتایج شود .

مدل های مولتی فرکتالی عموماً منتج به روابط نمایی بین متغیر ها مورد توجه می گردند. چنین روابطی به صورت خطی مستقیم بر روی نمودار تمام لگاریتمی به نمایش در می آیند. نمودارهای غلظت - مساحت نتیجه شده از یک مدل مولتی فرکتالی در بیشتر موارد به دو رابطه نمایی تقسیم می شوند که ظاهری دو فرکتالی را به نمایش می گذارند. اگر غلظت عنصر با مساحت رابطه ای مولتی فرکتالی داشته باشد آنگاه نمودار تمام لگاریتمی غلظت - مساحت دارای بخش هایی مجزا با شیب هایی که معرف بعد فرکتالی آنهاست خواهد بود. البته نحوه آماده سازی داده ها برای بدست آوردن حد آستانه به روش غلظت - مساحت در بخش های بعدی توضیح داده خواهد شد [۱۰] .

۵-۳- تعیین حد آستانه به روش فراکتالی

در ژئوشیمی اکتشافی حد آستانه مقدار یا مشخصه ای است که نمونه های آنومال یا مساحت های وابسته به آنومالی را از زمینه جدا می کند. از دید زمین شناسی آنومالی تغییری است از آنچه انتظار می رود، یعنی حد آستانه نسبت به مقدار مورد انتظاری که عموماً به عنوان زمینه خوانده می شود، معرفی می گردد. در حالت کلی تر حدود آستانه به منظور جداسازی داده ها به زیر جامعه هایی که به علت های متفاوت یا در پاسخ به فرآیندهای متفاوت بوجود می آیند به کار می آیند. در نتیجه حد آستانه معیاری است که به ما اجازه گروه بندی داده ها را می دهد.

روش های متعددی برای انتخاب حد آستانه وجود دارد ولی در مجموع روشی مناسب تر است که خصوصیات زیر را دارا باشد:

- بایستی قادر باشد منطقه بندی چند عنصری را مشخص سازد.
- شکلی نسبتاً دقیق و منطبق بر ساختار های کنترل کننده کانی سازی از انومالی ارائه دهد.
- دارای پایه های نظری قوی و قابل درک باشد.
- کاربری آسانی داشته باشد.
- قابلیت بدست آوردن جواب های یکسان توسط افراد مختلف را دارا باشد.

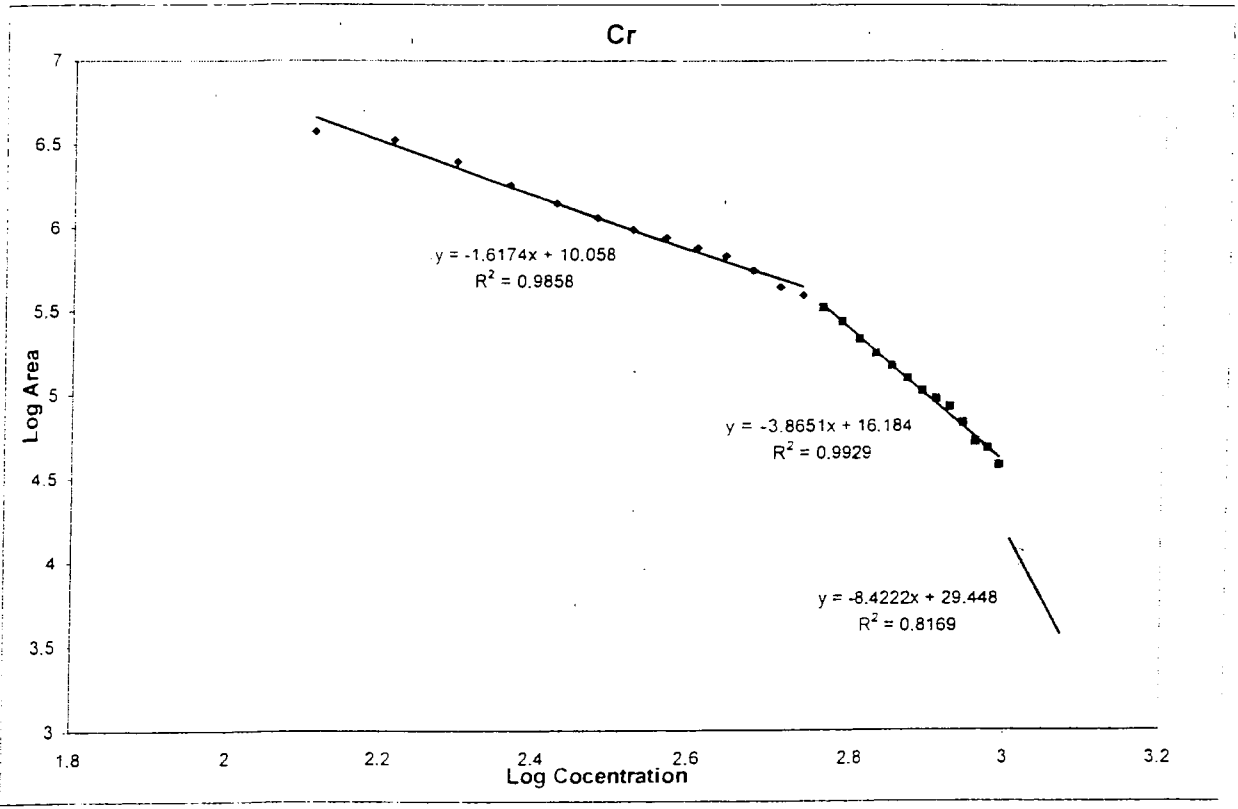
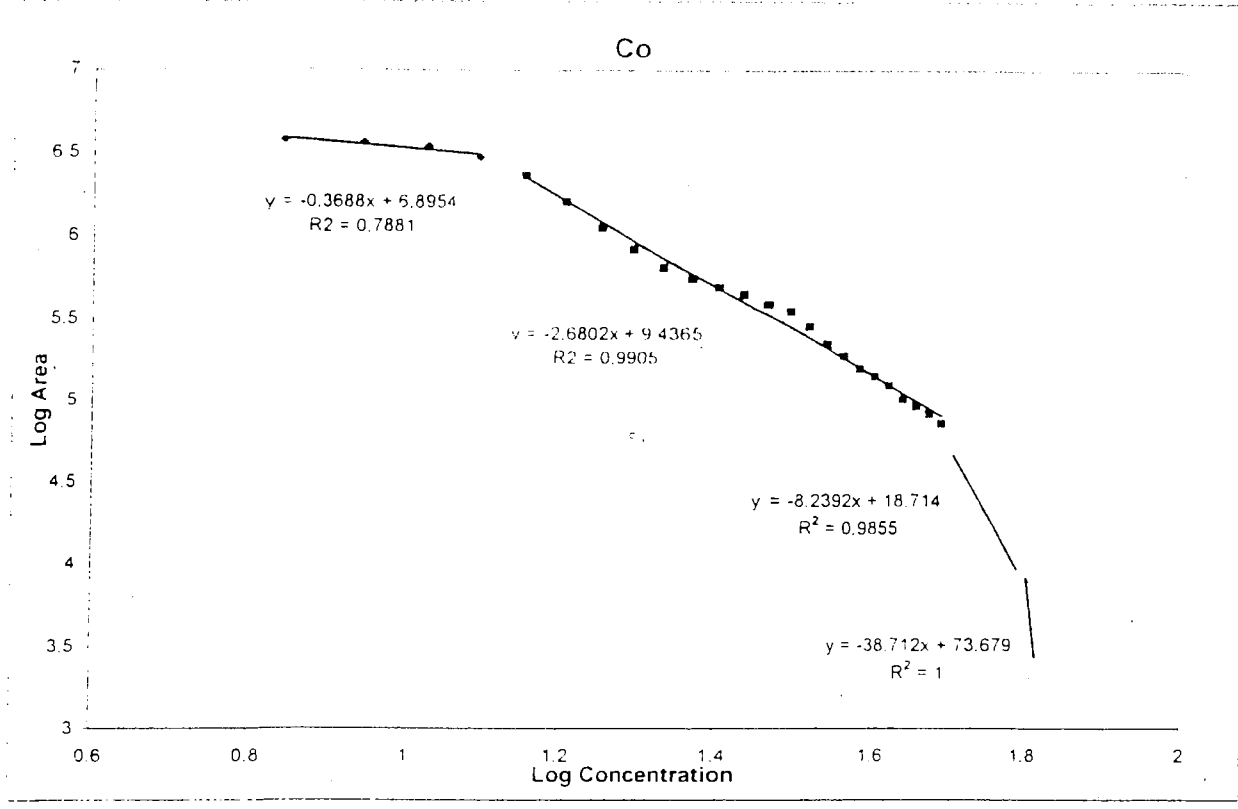
روش های متعددی برای تعیین حد آستانه وجود دارد، که روش فرکتالی غلظت - مساحت یکی از این روش ها می باشد. یکی از ویژگی های این روش در نظر گرفتن موقعیت فضایی نمونه در تعیین حد جوامع می باشد که این موضوع در آمار کلاسیک در نظر گرفته نمی شود. برای این منظور با استفاده از روش تخمین شبکه ای توسعه یافته، غلظت عناصر را تخمین زده و داده های حاصل از تخمین را کلاس بندی نموده و نمودار تمام لگاریتمی غلظت - مساحت را برای تمام متغیر ها رسم می نماییم. با توجه به اینکه از طریق هندسه فراکتال می توان جوامع مختلف را با در نظر گرفتن اختلاف در بعد رشد آنها از یکدیگر جدا کرد با رسم این نمودارها می توان بعد های مختلف موجود در محیط که همان جوامع مختلف می باشد را از یکدیگر جدا نمود.

روش کار خیلی نزدیک به روش تعیین بعد جعبه ای می باشد به این صورت که سلول هایی که دارای مقدار غلظت خاصی هستند شمارش می شوند و نمودار تعداد این سلولها در مقابل مقدار غلظت خاص آنها رسم می شود، وجود شکستگی و تغییر شیب خط برازش شده بر این نقاط نشان از تغییر جامعه می باشد که این خود حاکی از تغییر نوع فرایند تاثیر گذار بر محیط دارد.

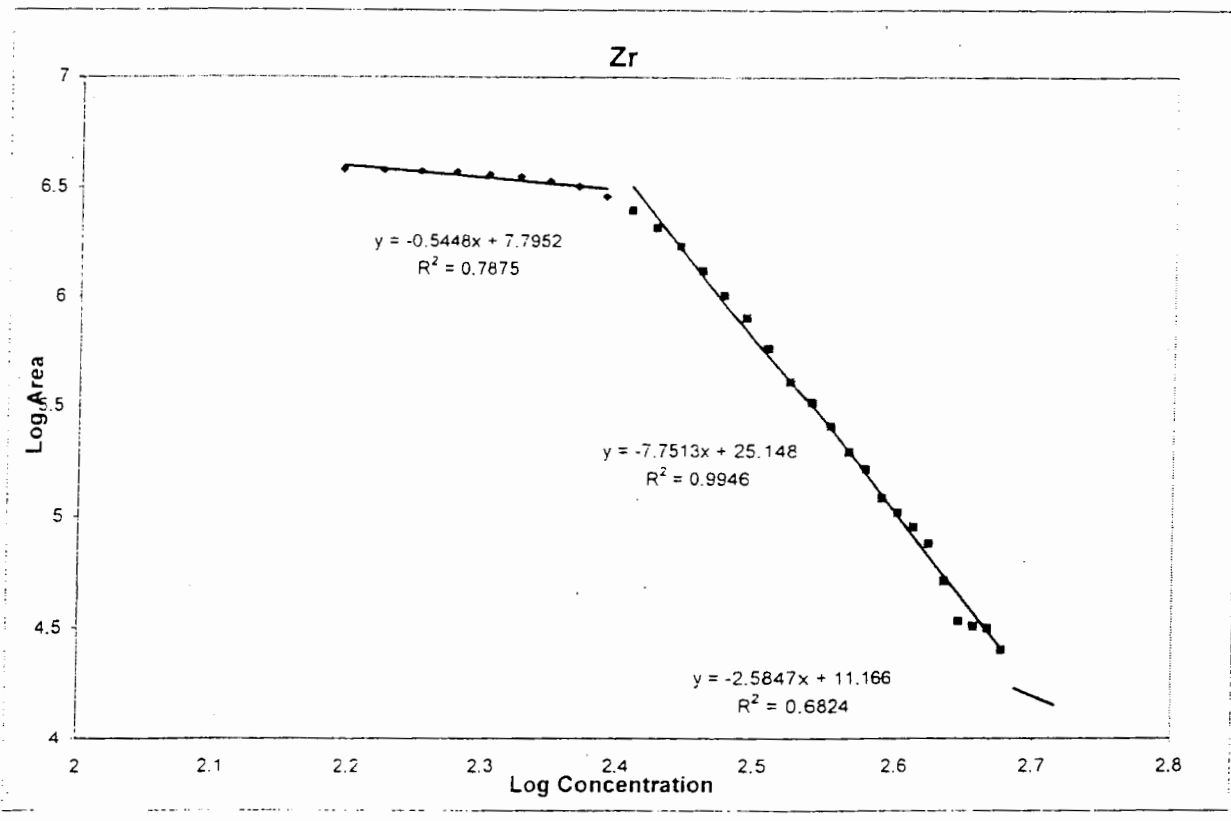
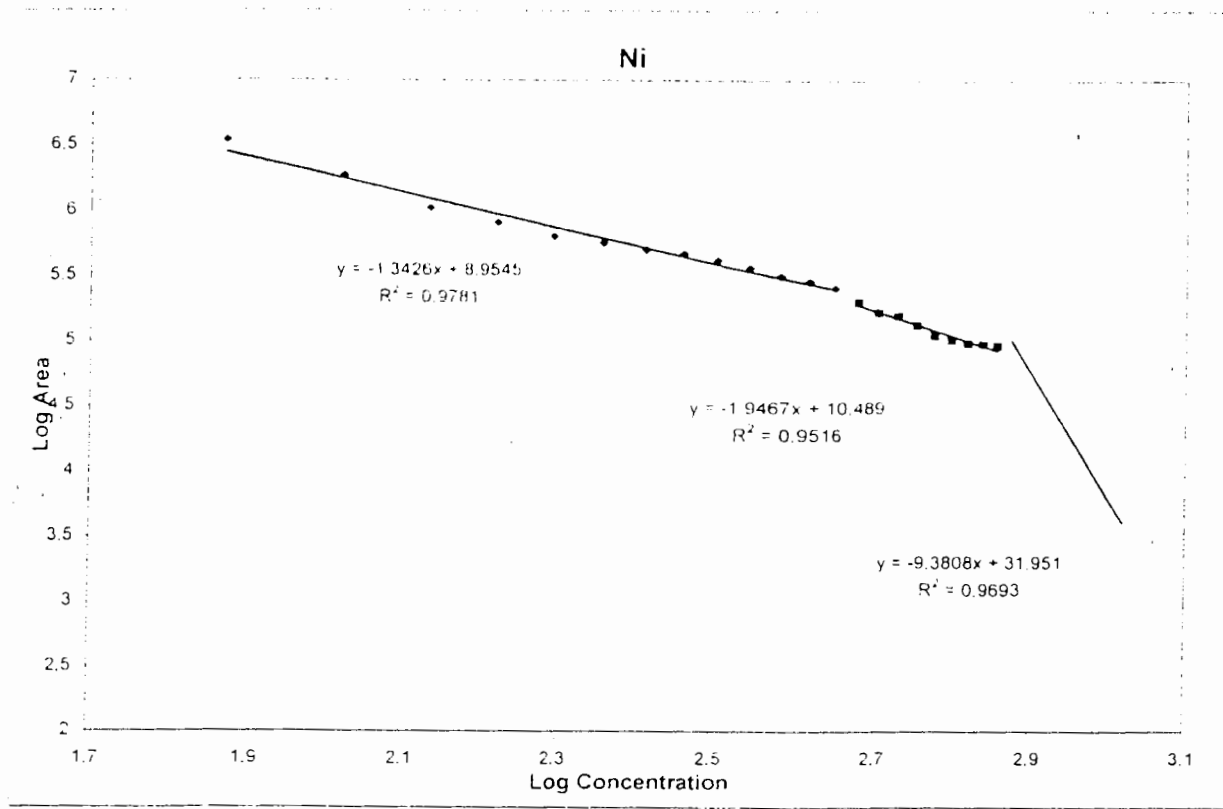
شکل (۵-۱) نمودار غلظت - مساحت مربوط به داده های عناصر کبالت و کروم را نشان می دهد در نمودار مربوط به عنصر کبالت همانطور که روی تصویر مشخص شده است چهار جامعه تفکیک شده داریم که می توان دو جامعه سمت چپ نمودار را به ترتیب به عنوان جامعه زمینه ناحیه ای و زمینه محلی در نظر گرفت و دو جامعه سمت راست تصویر را دو جامعه آنومال، که دو فرآیند مختلف آنها را ایجاد کرده اند در نظر گرفت و دو جامعه سمت راست تصویر را دو جامعه آنومال، که دو فرآیند مختلف آنها را ایجاد نموده اند در نظر گرفت. در ضمن همانطور که در شکل دیده می شود با افزایش غلظت، مساحت کم می شود که این خود نشاندهنده کاهش مساحت از سمت زمینه به سمت مناطق آنومال می باشد. در تصویر مربوط به عنصر کروم سه جامعه تفکیک شده داریم که جامعه سمت راست به عنوان جامعه آنومال در نظر گرفته می شود [۱۱].

شکل (۶-۲) نمودار غلظت - مساحت مربوط به داده های عناصر نیکل و زیرکنیم می باشد. در شکل مربوط به فلز نیکل همانطور که مشاهده می شود برای داده های خام مربوط به فلز نیکل سه جامعه جداگانه می توان در نظر گرفت که هر کدام نتیجه فرآیند های جداگانه می باشد. از طریق نقطه برخورد خطوط برازش شده حد آستانه جوامع مختلف برای همه عناصر تعیین شده است. همچنین برای عنصر زیرکنیم سه جامعه جداگانه دیده می شود که با نمودارهای مشابه برای تمام عناصر ترسیم شده و چند مورد مشخص از آنها که به روش فراکتال قابل محاسبه بوده اند آورده شده اند.

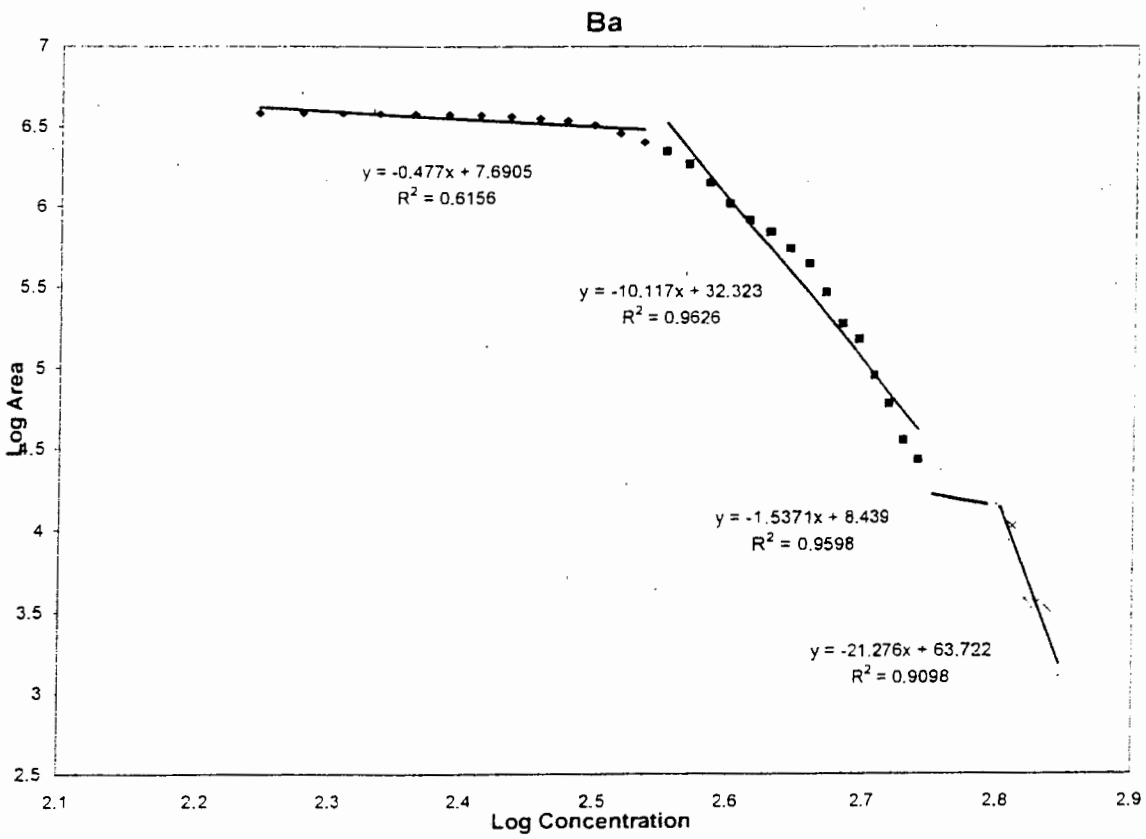
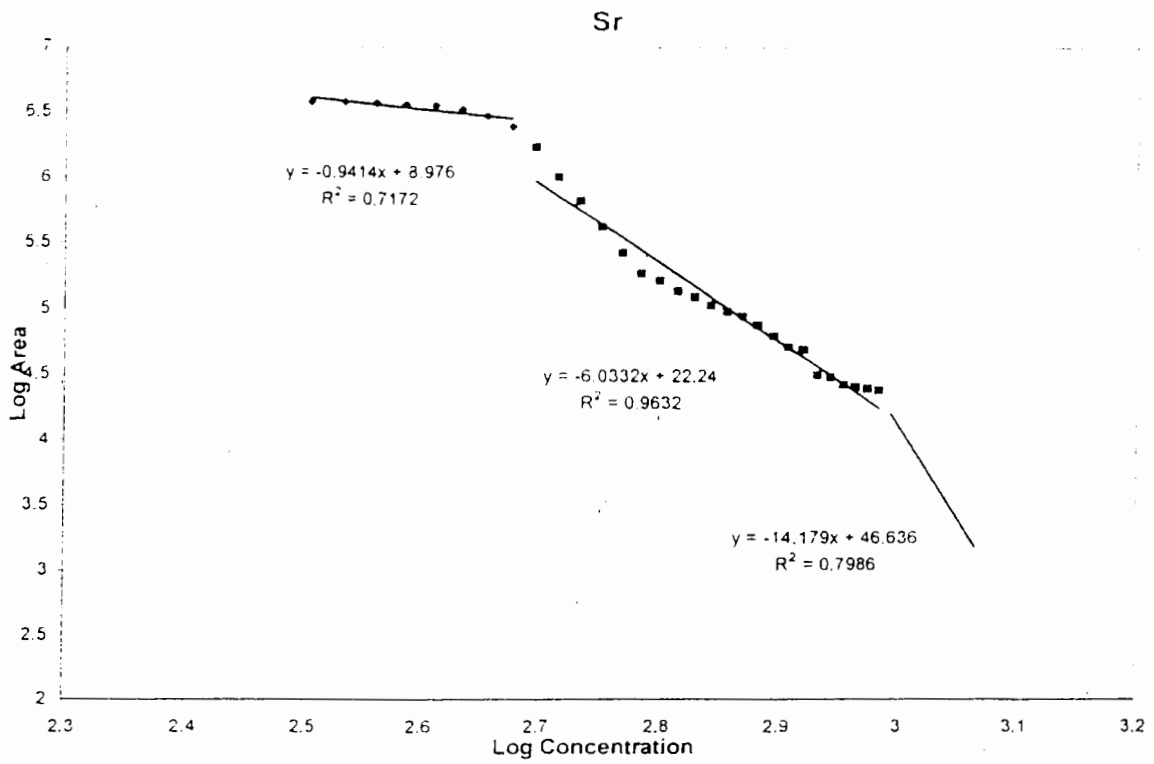
شکل (۶-۳) در نمودار غلظت - مساحت، داده های عنصر باریوم چهار جامعه متفاوت دیده می شود. وجود این جوامع می تواند معرف جامعه های زمینه ناحیه ای و زمینه محلی و همچنین دو جامعه آنومالی با دو نوع کانی سازی مختلف باشد. با توجه به سنگ های موجود در منطقه و بررسی زمین شناسی منطقه می توان احتمال وجود دو تیپ کانی سازی را مورد بررسی قرار داد.



شکل (۱-۵): نمودار غلظت - مساحت داده های خام عناصر کبالت - کروم [۱۱] .



شکل (۲-۵): نمودار غلظت - مساحت داده های خام عناصر نیکل - زیرکونیم [۱۱] .



شکل (۳-۵): نمودار غلظت - مساحت داده های خام عناصر استرانسیم - باریم [۱۱].

فصل ششم

کاربرد فرکتال در سایر علوم

فصل ششم

کاربرد فرکتال در سایر علوم

۶-۱- مدل سازی رابطه بعد فرکتال و مکانیسم تشکیل رگه های معدنی

۶-۱-۱- مقدمه

در پروژه های اکتشافی، بسیاری از برداشت های ساختمانی بر اساس این اصل صورت می - پذیرد که وجود ساختارهای کوچک دلالت بر وجود ساختارهای بزرگ مشابه آنها را دارد. البته استفاده از هندسه ساختار های ریز در تخمین ساختارهای بزرگ حتی در بهترین حالت ممکن روشی تقریبی می باشد. ثبات هندسه ساختارها نسبت به تغییر مقیاس برداشت ها در محدوده ای از مقیاس ها واقعیتی انکار ناپذیر می باشد.

استفاده از آمارهای فرکتالی روشی مناسب برای چنین تخمینی می باشد. کمیت هایی که برای هرگسل اندازه گیری می شود مانند طول و عرض زون خردشدگی و یا مقدار جابجایی آن توزیع توانی داشته و از این خصوصیت می توان برای تخمین خواص مقیاس های کوچکتر استفاده نمود، البته مشروط به اینکه داده های مقیاس بزرگتر در دسترس باشند.

رگه ها نیز دارای روابط مشابهی هستند و بین طول و ضخامت آنها روابط نمایی بر قرار است. بعلاوه رگه ها بوسیله موادی پر می شوند که اطلاعاتی را در مورد نحوه رشد ساختارهای بسیار ریز ارائه می دهند.

۶-۱-۲- مدل سازی بعد فرکتالی رگه های معدنی

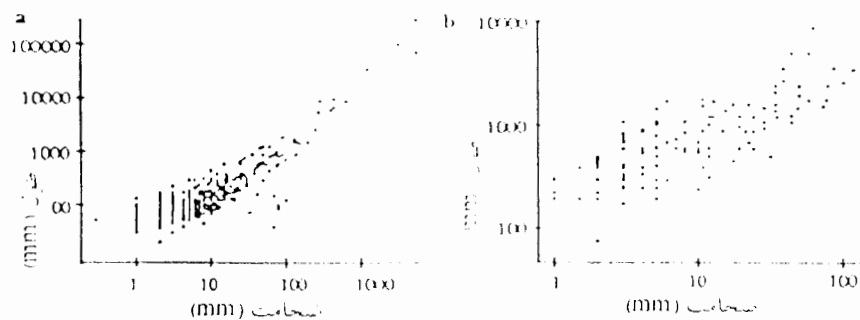
برای مدل سازی بین بعد فرکتالی و مکانیسم تشکیل رگه های معدنی لازم است ابتدا یک بانک اطلاعاتی شامل مجموعه ای از داده ها که نماینده تمام محیط و شرایط تشکیل رگه ها می باشد به گونه ای جامع فراهم گردد تا مدل حاصل از اعتبار و جامعیت بر خوردار گردد. بدین منظور پنج

منطقه با شرایط ساختمانی (راستگرد، چپ گرد، کشش و تراست) و سنک درونگیر متفاوت انتخاب کردید. این نواحی لازم است رخنمون های گسترده داشته باشند تا امکان برداشت های سحرایی کامل فراهم باشد.

اغلب رگه های بررسی شده ارایشی موازی داشته و در بعضی از سری ها همپوشانی به نحوی است که مجموعه آنها معرف یک پهنه برشی است. نسبت طول به عرض رگه ها (نسبت محوری) و فاصله آنها در مقاطعی موازی با جهت کشش، هم در صفحه موازی رگه ها هم در مقاطع عمود بر رگه ها اندازه گیری شده است. همبستگی بین داده های طول و ضخامت متقابل می باشد. از این رو نمی توان در مورد مستقل بودن و تابع بودن متغیر ها ابراز نظر نمود. در رگرسیون معمولی فرض بر این است که متغیری وابسته و متغیری مستقل وجود دارد، درحالیکه این امر در داده های تجربی مربوط به رگه ها نامشخص می باشد. از دید تحلیل اکتشافی اگر خطای اندازه گیری متغیری بزرگتر از متغیر دیگر باشد آنگاه ممکن است به صورت یک متغیر وابسته بآن برخورد شود. اندازه گیری طول و ضخامت رگه ها خطای مشابهی دارد بنابراین نمی توان میزان تابع بودن ضخامت به طول و یا بر عکس آنرا معین نمود. خلاصه این بررسی در جدول (۶-۱) و نمودارهای اصل در شکل (۶-۱) آمده است [۱۲].

منطقه	نوع مقطع	رابطه حاصل	درصد پراش	تعداد رگه ها
کروگ پاتریک	عمود بر زون برشی	$L = 25 T^{0.83}$	٪۹۳	۴۳۱
	موازی زون برشی	$L = 172 T^{0.68}$	٪۹۰	۴۳۱
لاشینی	عمود بر زون برشی	$L = 33 T^{0.93}$	٪۷۸	۱۸۰
	موازی لایه بندی	$L = 57 T^{1.01}$		۱۵۸
بریجز	موازی لایه بندی	$L = 149 T^{0.83}$	٪۹۱	۳۰۰
	عمود بر لایه بندی	$L = 76 T^{1.05}$	٪۷۵	۹۶
اسکل پوناگ	به موازات جهت کشش	$L = 57 T^{0.87}$	٪۸۳	۹۶
میس هد	به موازات جهت کشش	$L = 1231 T^{0.68}$	٪۹۱	۱۶

جدول (۶-۱): نتایج بررسی های انجام شده بر روی سیستم های رگه ای مختلف



شکل (۶-۱): نمودارهای پراکندگی داده های به کار رفته در تحلیل فرکتالی

(a) داده های کروگ پاتریک مقطع عمود بر زون برشی

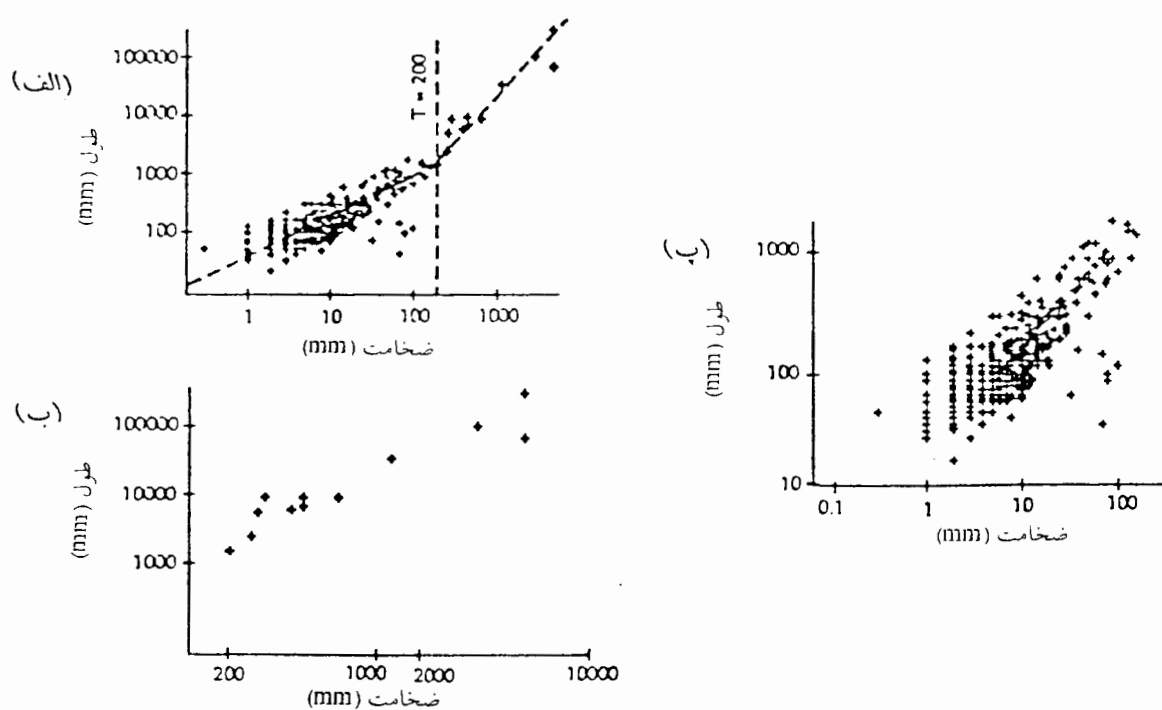
(b) داده های کروگ پاتریک موازی زون برشی

۶-۱-۳- بعد فرکتالی رگه ها و مکانیسم رشد آنها

با استفاده از داده های جمع آوری شده می توان برخی روابط تجربی را برای سیستم های رگه ای استنتاج نمود. رگه ها در ظاهر نسبت های محوری تقریباً ثابتی را در مقاطع موازی نشان می دهند. این امر به تخمین یک شکل بیضی گون برای آنها منجر می شود. در حالت کلی برای رگه های کوچک رابطه $L = KT^a$ صادق است که در آن، L طول رگه، T ضخامت رگه و K ثابتی است بین ۲۰ تا ۲۰۰ (وابسته به محیط تشکیل رگه). مقدار a معمولاً بین ۰/۶ تا ۱ متغیر می باشد. مقادیر مشابهی نیز برای عرض گسل ها و مقدار جابه جایی آنها و همچنین برای مناطق برشی وجود دارد. در صورتیکه a کمتر از یک باشد ضخامت رگه بیشتر از طول آن رشد نموده است. این بدان معنی است که هرچه رگه بزرگتر شود نسبت ضخامت به طول آن افزایش می یابد. هندسه چنین اشکالی به صورت نمایی به عنوان تابعی از مقیاس تغییر کرده و خود تشابهی محض ندارند. در چنین مواردی هندسه رگه خود متمایل نامیده می شود. در صورتیکه a برابر یک باشد، آنگاه نسبت های

محوری رگه مستقل از مقیاس بوده و ثابت می‌سازد. در این صورت رگه‌ها خود نشانه محض خواهند شد.

در منطقه کروک پاتریک رگه‌ها در بازه مقیاسی 10^1 برابر وجود دارند. هرچند که به داده‌ها می‌توان یک توزیع توانی نه چندان دقیق برازش نمود ولی با کمی دقت می‌توان مشاهده نمود که در ضخامت تقریباً ۲۰۰ میلی‌متری چرخشی قابل توجه در توزیع داده‌ها بوجود آمده است. در صورتیکه داده‌ها را بر طبق این نقطه شکستگی منحنی به دو قسمت تقسیم کنیم، برای رگه‌هایی با ضخامت کمتر از ۲۰۰ میلی‌متر، شیب اولین مولفه اصلی ۰/۷ می‌شود. این محور ۸۹٪ پراش را توجیه می‌کند. به دیگر سخن بزرگ‌ترین رگه‌ها بین ضخامت و طول خود تابع خطی برقرار می‌کنند. این بدان معنا است که داده‌های رگه‌های بزرگ ماهیتی خود تشابه دارند (شکل ۶-۲).

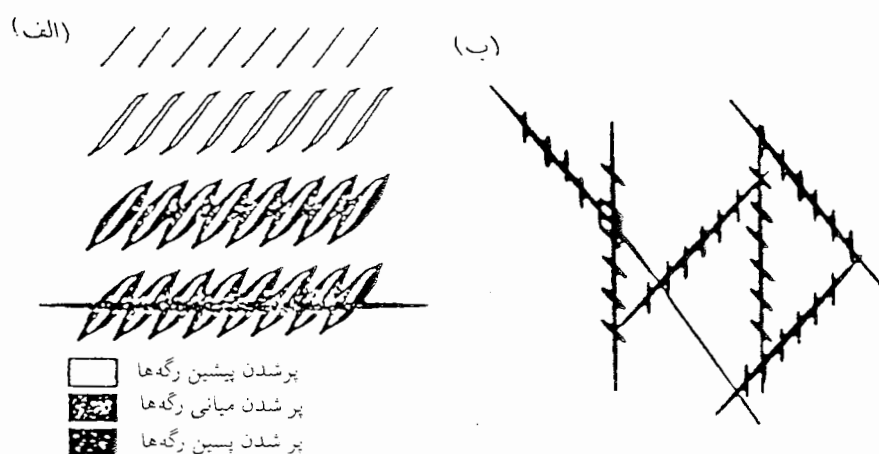


شکل (۶-۲): داده‌های کروک پاتریک (الف) داده‌ها را می‌توان به دو زیر مجموعه تقسیم کرد. (ب) مجموعه رگه

های با ضخامت T بزرگتر از ۲۰۰ میلی‌متر، (پ) مجموعه رگه‌های با ضخامت کمتر از ۲۰۰ میلی‌متر.

شکستگی‌های اولیه با ۱۰۱؛ گسترش پیدا نموده سپس در یک چکالی بجرانی شکستگی‌ها به هم می‌پیوندند و شکستگی‌های بزرگ محوری را ایجاد می‌کنند. مقیاس‌هایی که در این چنین پیوندهایی رخ می‌دهد تابع ضخامت سنگ درونگیر می‌باشد. این تغییر فیزیکی با تغییر در رابطه نمایی و فراوانی تجمعی بزرگی طول و ضخامت همراه است. نکته قابل توجه این که رشد ضخامت در مراحل اولیه تشکیل رگه در یک میدان برشی با ظاهر شدن اشکال اولیه آغاز می‌شود. همانگونه که در شکل (۶-۳-الف) می‌توان مشاهده نمود در خلال رشد رگه، ضخیم شدن آنها همراه با ته نشست مواد پرکننده رگه و افزایش فشار عمودی بر دیواره آن است که باعث می‌شود رشد ضخامتی رگه از رشد طولی آن بیشتر شود. از بهم پیوستن رگه‌های مزبور رگه‌های محوری ظاهر می‌شوند

شکل (۶-۳-ب) [۱۲]



شکل (۶-۳): مدلی از نحوه رشد رگه‌ها

۶-۲- مدل سازی فرکتالی پدیده های طبیعی (زلزله و شبکه زهکش)

۶-۲-۱- مقدمه

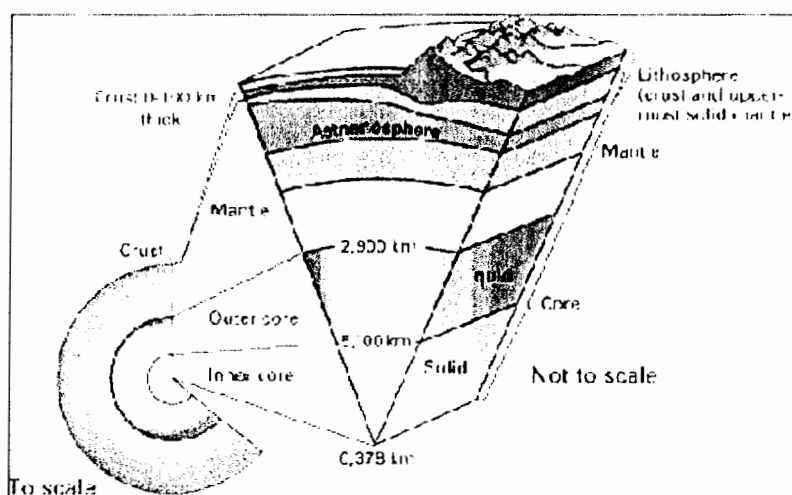
همانگونه که میدانید فیزیک بسیاری از پدیده‌های طبیعی غیر خطی بوده و این ویژگی پدیده‌های طبیعی منجر به بروز رفتارهای فراکتالی می‌گردد. این بخش به بررسی پدیده‌های طبیعی غیر خطی همانند زلزله و شبکه زهکش که دارای خواص فراکتالی هستند اشاره دارد.

۶-۲-۲- تحلیل فرکتالی موقعیت مکانی زلزله ها

همانگونه که در شکل (۶-۴) مشاهده می‌کنید زمین از سه لایه لیتوسفر، جبه و کره تشکیل شده است. وجود اختلاف حرارت فوق‌العاده (تقریباً ۵۰۰۰ درجه‌ای) بین سطح زمین و قسمت بیرونی کره بیرونی در عمق ۲۹۰۰ کیلومتری باعث می‌گردد که یک جریان همرفتی در درون جبه ایجاد گردد. سرعت حرکت مواد در درون جبه حتی ممکن است به مقادیر بالای ۱۰۰ کیلومتر در میلیون سال نیز برسد. حرکت بطئی مواد جبه با اعمال نیروهای افقی و عمودی به لایه شکننده لیتوسفر باعث شکسته شدن ناگهانی آن و در نتیجه ایجاد زلزله می‌گردد. لیتوسفر خود از لایه‌هایی با خاصیت های الاستیکی متفاوت تشکیل شده که ضخامت آنها در زیر اقیانوس ها، قاره ها و رشته کوه ها بطور قابل ملاحظه‌ای تغییر می‌کند. حتی به فرض اینکه نیروهای وارده به لیتوسفر از نظر زمانی و مکانی یکنواخت باشد شکستن و لرزه‌خیزی این لایه نامتناجس بسیار پیچیده خواهد بود.

وقتی سنگ های پوسته خارجی زمین تحت فشار بیش از حد قرار می‌گیرند بطور ناگهانی می‌شکنند و فشار وارده به خود را بصورت امواج زلزله آزاد می‌کنند. شکستن پوسته در طول یک صفحه معمولاً موج دار بنام گسل انجام می‌گیرد. بعد از وقوع زلزله دو قطعه مجاور یک گسل هنوز هم بهم نیرو وارد می‌کنند ولی بعلت شکل نامنظم سطح گسل آن دو قطعه به هم می‌چسبند. مدت زیادی لازم است تا فشار لازم جهت فائق آمدن بر نیروی اصطحکاک موجود بین دو قطعه فراهم آید و دوباره زلزله اتفاق بیافتد. اکثر قریب به اتفاق زلزله‌ها در حاشیه قاره ها و حاشیه اقیانوس ها و

اساساً در حاشیه صفحات نکتونیکی اتفاق می‌افتند. پوسته زمین از چندین صفحه تشکیل شده است که نسبت به یکدیگر حرکت می‌کنند. این حرکات باعث ایجاد زلزله در حاشیه این صفحات می‌گردد. منحنی پراکندگی بزرگی زلزله‌ها و پراکندگی مکانی زلزله‌ها از امار فرکتالی طبیعت می‌کند.



شکل (۶-۴): لایه های زمین

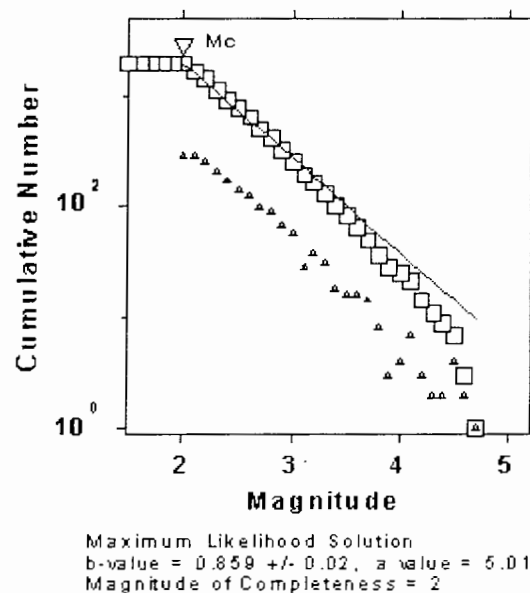
پوسته زمین یک لایه آسیب دیده متشکل از قطعات با اندازه و خواص مکانیکی متفاوت است که تشکیل یک سیستم پیچیده و جفت شده را می‌دهد. حرکت آهسته جبه فوقانی بطور بطئی به پوسته نیرو وارد می‌سازد. نیروی وارده در مرز بین قطعات تشکیل دهنده پوسته تجمع پیدا می‌کند. زمانی که نیروی وارده به قطعات بیشتر از نیروی اصطکاک و چسبندگی بین آنها باشد حرکات شدید و ناگهانی صورت می‌پذیرد و نیروی تجمع یافته بصورت امواج زلزله آزاد می‌گردد. رفتار سیستم پوسته در برابر نیروهای وارده کاملاً غیر خطی بوده و پیش بینی مکانی و زمانی زلزله امری بسیار مشکل می‌باشد.

غیر خطی بودن زلزله مترادف با تصادفی بودن آن نیست. رابطه معروف گوتنبرگ-ریکتر معرف یک نظم در اندازه بزرگی زلزله‌هاست. این رابطه بطور ساده بیانگر این است که تعداد زلزله‌های

کوچک بیشتر از زلزله های بزرگ است و سرعت افزایش لگاریتم تعداد زلزله ها با کاهش بررگی زلزله ها تقریباً ثابت است.

شکل (۶-۵) نمودار کوتنبرگ-ریکتر را برای منطقه تهران (طول جغرافیایی ۴۷/۵-۵۵ درجه و عرض جغرافیایی ۳۲/۵-۳۸ درجه) که با استفاده از داده های سال های ۱۹۹۶-۲۰۰۱ شبکه رقومی لرزه نگاری موسسه ژئوفیزیک دانشگاه تهران تهیه شده، نشان می دهد. همانگونه که مشاهده می شود خط سیاه بهترین خطی است که نمودار فراوانی را توصیف می کند. با اختراع مفهوم فراکتال، زلزله یک پدیده فراکتال در مکان و بزرگی شناخته شد و ثابت شد که علاوه بر بزرگی زلزله موقعیت مکانی وقوع زلزله ها هم یک پدیده تصادفی نیست.

منظور از فراکتال بودن موقعیت مکانی زلزله ها اینست که سرعت افزایش تعداد زلزله ها با افزایش وسعت منطقه در نمودار لاگ-لاگ برای یک منطقه با خصوصیات زلزله خیزی معین تقریباً ثابت است [۲].

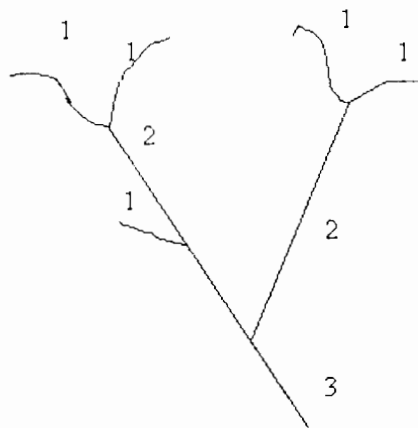


شکل (۶-۵): نمودار تجمعی فراوانی تعداد زلزله های بزرگتر از یک بزرگی معین (مثلث ها تعداد زلزله ها برای یک بزرگی خاص را نشان می دهند).

۶-۲-۳- تحلیل فرکتالی شبکه های زهکش

یکی از پدیده‌های موجود بر روی سطح زمین، شبکه‌های زهکش می‌باشد که توسط مفاهیم فرکتالی می‌توان آنها را توصیف کرد.

سطحی که آبهای سطحی را به درون یک رودخانه منتقل می‌کند یک حوضه آبخیز را تشکیل می‌دهد و همانگونه که می‌دانید شبکه‌های زهکش در اثر فرسایش سطح زمین بوجود می‌آیند (شکل ۶-۶).



شکل (۶-۶): شبکه زهکش

همانگونه که در شکل (۶-۶) مشاهده می‌شود شاخه‌هایی که هیچ شاخه بالادستی ندارند شاخه دسته‌اولی ($i=1$) نامیده می‌شوند. جایی که دو شاخه دسته اولی با هم تلاقی می‌کنند یک شاخه دسته دومی ($i=2$) تشکیل می‌شود و جایی که دو شاخه دسته دومی با هم تلاقی می‌کنند یک شاخه دسته سومی ($i=3$) تشکیل می‌شود. جایی که یک شاخه دسته اولی با یک شاخه دسته دومی تلاقی می‌کند باز یک شاخه دسته دومی ($i=2$) تشکیل می‌شود و به شاخه دسته اولی اصطلاحاً شاخه‌های کناری گفته می‌شود.

جهت مقایسه شاخه‌های رهکش رودخانه‌های متفاوت از سرریز اشباع Rb که توسط هورتون^۱ به سال ۱۹۴۵ ارائه شده است برای یک محدوده از Ni که در زیر تعریف شده است استفاده می‌شود.

$$R_b = \frac{N_i}{N_{i+1}} \quad (۲۷)$$

که در آن Ni نشانگر تعداد شاخه‌های دسته i می‌باشد. درحقیقت Rb نسبت تعداد شاخه‌های دسته i با دسته بعدی i+1 می‌باشد. هورتون مشاهده کرد Rb برای یک محدوده از i تقریباً یکسان است. هورتون همچنین یک نسبت طولی شاخه‌ها به نام Rr مطابق ذیل معرفی نمود.

$$R_r = \frac{r_{i+1}}{r_i} \quad (۲۸)$$

که در آن ri طول متوسط شاخه‌های دسته i می‌باشد. هورتون بطور تجربی مشاهده کرد که Rr و Rb هر دو برای یک محدوده خاص از i تقریباً ثابت هستند. این مشاهدات بنام قوانین هورتون شناخته شده‌اند.

با استفاده از تعریف بعد فرکتالی و معادله زیر می‌توان براحتی D را بدست آورد [۲].

$$D = \frac{\ln(N_i / N_{i+1})}{\ln(r_{i+1} / r_i)} = \ln \frac{R_b}{R_r} \quad (۲۹)$$

فهرست منابع

- 1-Nigel Lesmorre Gordon, Will Rood & Ralph Edney,(2001), *Introducing Fractal Geometry*.
- 2- [http:// www.iasbs.ac.ir](http://www.iasbs.ac.ir)
- ۳- صدقی پور، محمد رضا، ۱۳۷۹، کاربرد هندسه فرکتال در تعیین خصوصیات مخزن، پایان نامه کارشناسی ارشد، دانشکده فنی دانشگاه تهران.
- 4- [http:// davis.wpi.edu/](http://davis.wpi.edu/)
- ۵- تخم چی، بهزاد و افشارنیا، عصمت، ۱۳۸۲، مفاهیم فرکتالی در رشد سطوح، دانشگاه صنعتی شاهرود.
- 6-Christopher H.Scholz & Benoit B.Mandelbrot,(1989), *Fractal in Geophysics*. Brikhauser. 313.p.
- ۷- شهرپاری، سهراب و خطیب، محمد مهدی، ۱۳۷۶، تحلیل فرکتالی سیستم گسل زهبدان، نشریه علوم زمین. شماره ۲۳-۲۴، ۳۲-۳۹.
- ۸- پورجم علویجه، ع، ۱۳۸۱، تشخیص اتوماتیک زمان اولین رسید در تریس با استفاده از بعد فرکتالی تریس، پایان نامه کارشناسی ارشد، موسسه ژئوفیزیک، دانشگاه تهران.
- 9- Kramar . U, (1995), *Application of limited fuzzey clusters to anomaly recognition complex geological environments*. *Journal of Exploration Geochemical*.
- 10- Changjiang Li, Tuhua Ma, junfashi, (2002), *Application of a fractal method for relating concentrations and distances for separation of Geochemical anomalies from background*. . *Journal of Exploration Geochemical*.77,167-175.
- ۱۱- ارفعی آرش، ۱۳۸۲، جداسازی جوامع آنومال شیمیایی از زمینه در برگه ۱۰۰۰۰۰:۱. آگزیک با استفاده از روش های هندسه فرکتال و منطق فازی، پایان نامه کارشناسی ارشد، دانشگاه صنعتی شاهرود.

۱۲- حسینی پاک، علی اصغر و شرف الدین، محمد، ۱۳۸۰، تحلیل داده های اکتشافی، دانشگاه تهران.

13- Goncalves, M.A, Vairinho, M and Oliveria, V. (1998), study of geochemical anomalies in MOMBÉJA area using a multifractal methodology and geostatistics, 590-595.