
بسم الله الرحمن الرحيم

دانشکده مهندسی معدن، نفت و ژئوفیزیک

گروه اکتشاف

تجزیه طیفی داده‌های لرزه‌ای به کمک معکوس‌سازی با استفاده از روش کمترین مربعات مقید شده

مصطفی خادم‌پیر

استاد راهنما

دکتر علی نجاتی کلاته

استاد مشاور

دکتر امین روشندل کاهو

پایان‌نامه ارشد جهت اخذ درجه کارشناسی‌ارشد

در رشته ژئوفیزیک

چکیده

تجزیه طیفی داده‌های لرزه‌ای با کمک تبدیل‌های زمان-فرکانس، دامنه‌های لرزه‌ای را که تابعی از زمان و مکان هستند به دامنه‌های طیفی که تابع فرکانس، زمان و مکان هستند، تبدیل می‌کنند. این ابزار در زمینه‌های مختلف مانند تعیین ضخامت لایه، نمایش رخساره‌های چینه‌ای، توصیف مشخصات مخزن و اکتشاف مستقیم منابع هیدروکربور کاربرد دارند. کاملاً واضح است که هر چه قدرت تفکیک زمانی و فرکانسی در صفحه زمان – فرکانس بیشتر باشد، رخدادها را می‌توان بهتر جداسازی نمود. تبدیل فوریه زمان کوتاه، تبدیل موجک پیوسته و تجزیه طیفی با روش تعقیب تطابق خطی از جمله تبدیلات زمان-فرکانس بوده که در آنها همبستگی بین سیگنال و خانواده‌ای از توابع زمان و فرکانس محاسبه می‌شود.

در این پایان‌نامه از دو الگوریتم که بر اساس روش وارون‌سازی کمترین مربعات مقید شده می‌باشد، برای محاسبه طیف زمان- فرکانس مقاطع لرزه‌ای استفاده شده است. روش اول تجزیه طیفی کمترین مربعات مقیدشده (CLSSA) نام داشته و روش دوم کمترین مربعات مقید شده با پنجره متغیر (CLSWWFC) نامگذاری شده است. در این روش‌ها ضرایب سری فوریه بعنوان تابعی مستقیم از زمان با وارون نمودن پایه‌های هسته سینوسی کوتاه‌شده برای یک پنجره متحرک محاسبه شده است که در روش اول طول پنجره متحرک ثابت و در روش دوم طول پنجره متغیر با فرکانس می‌باشد. نتایج این روش‌ها در طیف زمان-فرکانس، اثر پنجره را به‌ازای یک طول معین نسبت به تبدیل فوریه گسسته بدون توجه به نوع پنجره به حداقل رسانده است و سبب کاهش هموارشدگی طیفی می‌گردد. بنابراین تعیین بهتر و دقیق‌تر خواص طیفی بازتابگرهای متداخل در داخل یک پنجره کوچک ممکن خواهدشد. درجه قدرت تفکیک زمانی- فرکانسی نسبت به تبدیل فوریه زمان-کوتاه به‌ازای طول پنجره کوچکتر افزایش یافته است. در مقایسه با تبدیل S نیز، روش‌های معرفی-شده در قدرت تفکیک زمانی، به ویژه در فرکانس‌های پایین بسیار بهبود یافته‌اند. همچنین از این روش‌ها برای آشکارسازی سایه‌های فرکانس پایین مربوط به مخازن گازی در یکی از میادین گاز جنوب‌غربی ایران و بخشی

از داده‌های انعکاسی سه بعدی به منظور محاسبه ضخامت کانال مدفون در یکی از میادین جنوب‌غرب ایران، استفاده شده است.

واژه‌های کلیدی: تبدیل زمان- فرکانس، تبدیل فوریه زمان کوتاه، تبدیل S، تجزیه طیفی، سایه فرکانس پایین، وارون‌سازی کمترین مربعات مقید شده.

فهرست مطالب

فصل اول: مقدمه..... ۱

فصل دوم: مفاهیم وارون‌سازی..... ۵

۲-۱ مقدمه ۶

۲-۲ تئوری وارون در ژئوفیزیک..... ۷

۲-۳ توصیف فرایندهای ژئوفیزیکی: مدل‌های ریاضی ۸

۲-۴ گسسته سازی و خطی سازی ۹

۲-۵ مفهوم یک مساله وارون ۱۰

۲-۶ فرمول بندی مسائل وارون ۱۲

۲-۷ عدم یکتایی جواب ۱۲

۲-۸ دسته‌بندی مسائل وارون ۱۴

۲-۸-۱ مسائل فروبرآورد..... ۱۴

۲-۸-۲ مسائل برآورد یکسان..... ۱۵

۲-۸-۳ مسائل فرابرآورد..... ۱۵

۲-۸-۴ مسائل برآورد ترکیبی..... ۱۵

۲-۹ تخمین مدل خطی ۱۵

۲-۱۰ تخمین کمترین مربعات ۱۸

۲-۱۱ تخمین کمینه نرم ۲۰

۲-۱۲ مسائل برآورد ترکیبی ۲۱

۲-۱۳ مساله پایداری برای حل کمترین مربعات ۲۴

۲-۱۴ مساله پایداری برای حل کمینه مربعات ۲۷

۲-۱۵ نیاز برای یک منظم سازی کلی عمومی ۲۹

۲-۱۶ قوانین تبدیل برای ماتریس‌های وزنی ۳۲

۲-۱۷ حل سیستم معادلات خطی ۳۴

فصل سوم: تبدیلات زمان-فرکانس و روش‌های ارائه‌شده ۳۶

۳-۱ مقدمه ۳۷

۳-۲ تبدیل فوریه و تبدیل فوریه زمان کوتاه ۳۸

۳-۳ تبدیل S ۴۴

۳-۳-۱ تبدیل S گسسته ۴۵

۳-۴ تحلیل طیفی چرا؟ ۴۵

۳-۵ روش کمترین مربعات مقید شده (CLSSA) ۴۸

۳-۶ ماتریس قدرت تفکیک داده‌ها ومدل ۵۲

۳-۷ نتایج برای لایه نازک ۵۴

۳-۸ اعمال روش روی سیگنال‌های مصنوعی ۵۶

۳-۹ اثر تغییر در پارامتر منظم سازی α_f ۶۶

۳-۱۰ اثر تغییر در تعداد تکرار N_i ۶۶

۳-۱۱ اعمال به ردلرزه مصنوعی ۶۸

۳-۱۲ الگوریتم کمترین مربعات مقید شده با پنجره متغیر نسبت به فرکانس (CLSWWFC)..... ۷۱

۳-۱۳ اعمال روش بر روی سیگنال مصنوعی ۷۳

فصل چهارم: اعمال بر روی داده‌های مصنوعی..... ۷۶

۴-۱ آشکار سازی سایه‌های فرکانس پایین توسط روش کمترین مربعات مقیدشده CLSSA ۷۷

۴-۲ آشکار سازی سایه‌های فرکانس پایین توسط روش کمترین مربعات مقیدشده با پنجره متغیر با فرکانسCLSWWFC ۸۱

۴-۳ نمایش کانال مدفون توسط روش کمترین مربعات مقیدشده با پنجره متغیر با فرکانس..... ۸۳

فصل پنجم: نتیجه‌گیری ۹۲

مراجع ۹۵

فهرست اشکال

شکل ۲-۱. نمودار روش مستقیم و حل مسائل ژئوفیزیکی..... ۱۱

شکل ۲-۲. نمودار روش وارون و حل مسائل ژئوفیزیکی..... ۱۱

شکل ۲-۳. تفسیر گرافیکی رابطه خط(۲-۱۳)..... ۱۹

شکل ۲-۴. تفسیر گرافیکی رابطه خط(۲-۱۶)..... ۲۱

شکل ۳-۱. مولفه‌های فرکانسی تبدیل فوریه ۳۹

شکل ۳-۲. مقایسه طیف دامنه و طیف فاز یک سیگال چیرپ ۴۰

شکل ۳-۳. توابع پنجره ۴۲

شکل ۳-۴. تحلیل طیفی پنجره‌ای ۴۶

شکل ۳-۵. مقایسه نتایج حاصل از STFT و CLSSA ۵۲

شکل ۳-۶. ماتریس قدرت تفکیک مدل ۵۴

شکل ۳-۷. تحلیل طیفی پنجره‌ای برای یک سری بازتابی با ضرایب بازتاب زوج ۵۵

شکل ۳-۸. شش موج ساخته شده مصنوعی ۵۶

شکل ۳-۹. صفحه زمان-فرکانس مربوط به اعمال روش STFT ۵۹

شکل ۳-۱۰. صفحه زمان-فرکانس مربوط به اعمال روش تبدیل S ۶۱

شکل ۳-۱۱. صفحه زمان-فرکانس مربوط به اعمال روش CLSSA ۶۳

شکل ۳-۱۲. مقایسه طیف دامنه شش موج ساخته شده با روش‌های مختلف ۶۵
شکل ۳-۱۳. اثر تغییرات پارامتر منظم سازی α_f ۶۶
شکل ۳-۱۴. اثر تغییر در تعداد تکرارها N_i ۶۷
شکل ۳-۱۵. اعمال روی سری بازتابی زوج ۶۹
شکل ۳-۱۶. اعمال روی سری بازتابی فرد ۷۰
شکل ۳-۱۷. فلوچارت کمترین مربعات مقیدشده با پنجره متغیر با فرکانس ۷۲
شکل ۳-۱۸. سیگنال مصنوعی مورد استفاده ۷۳
شکل ۳-۱۹. مقایسه صفحه تبدیل زمان-فرکانس روش CLSWWFC با روش STFT و تبدیل S ۷۴
شکل ۴-۱. داده‌های لرزه‌ای واقعی مربوط به یکی از میادین جنوب غربی ایران ۷۸
شکل ۴-۲. طیف دامنه میانگین داده لرزه‌ای شکل ۱-۴ ..... ۷۹
شکل ۴-۳. مقاطع تک فرکانس برای نمایش سایه فرکانس پایین درSTFT و CLSSA ۸۰
شکل ۴-۴. مقایسه مقاطع تک فرکانس در نمایش سایه فرکانس پایین درSTFT، تبدیل S و روش CLSWWFC ۸۲
شکل ۴-۵. مکعب لرزه‌ای داده‌ها ۸۳
شکل ۴-۶. مکعب‌های تک فرکانس ۱۰ هرتز حاصل از روش‌های STFT، تبدیل S و CLSWWFC ۸۵
شکل ۴-۷. مکعب‌های تک فرکانس ۲۰ هرتز حاصل از روش‌های STFT، تبدیل S و CLSWWFC ۸۶

شکل ۴-۸. مکعب‌های تک فرکانس ۳۰ هرتز حاصل از روش‌های STFT، تبدیل S و CLSWWFC ۸۷

شکل ۴-۹. مکعب‌های تک فرکانس ۴۰ هرتز حاصل از روش‌های STFT، تبدیل S و CLSWWFC ۸۸

شکل ۴-۱۰. برش زمانی از مکعب‌های تک فرکانس ۱۰ هرتز حاصل از روش‌های STFT، تبدیل S و CLSWWFC ۹۰

شکل ۴-۱۱. برش زمانی از مکعب‌های تک فرکانس ۲۰ هرتز حاصل از روش‌های STFT، تبدیل S و CLSWWFC ۹۰

شکل ۴-۱۲. برش زمانی از مکعب‌های تک فرکانس ۳۰ هرتز حاصل از روش‌های STFT، تبدیل S و CLSWWFC ۹۱

شکل ۴-۱۳. برش زمانی از مکعب‌های تک فرکانس ۴۰ هرتز حاصل از روش‌های STFT، تبدیل S و CLSWWFC ۹۱

فهرست جداول

جدول ۳-۱. نام، رابطه و مشخصات توابع پنجره متداول ۴۱

فصل اول:

مقدمه

با توجه به اینکه زمین به‌صورت یک فیلتر پایین‌گذر عمل می‌نماید، فرکانس سیگنال‌های لرزه‌ای با زمان در حال تغییر می‌باشد. به‌عبارت دیگر سیگنال‌های لرزه‌ای از نوع سیگنال‌های ناپایا[1] می‌باشند (ایلماز[2]، ۲۰۰۱). مولفه‌های طیفی یک سری زمانی ناپایا، بستگی زیادی به زمان دارند، بنابراین مطلوب است که یک نمایش هم‌زمان زمان-فرکانس وجود داشته باشد. مطالعات بیشماری نشان داده است که تبدیل‌های زمان - فرکانس یک ابزار قدرتمند جهت تجزیه و تحلیل سیگنال‌های ناپایا می‌باشند. این ابزار در زمینه‌های مختلفی مانند تعیین ضخامت لایه (چانگ[3] و لاوتون[4]، ۱۹۹۵)، توصیف مشخصات مخزن (پارتیکا[5] و همکاران، ۱۹۹۹)، اکتشاف مستقیم منابع هیدروکربن (کستگنا[6] و همکاران، ۲۰۰۳)، تضعیف نوفه‌های تصادفی و همدوس (بوآشاش[7]، ۲۰۰۳) و بسیاری موارد دیگر کاربرد دارند.

انواع مختلفی از تبدیل‌های زمان – فرکانس مانند تبدیل فوریه زمان کوتاه[8] (گابور[9]، ۱۹۴۶)، توزیع ویگنر-وایل (ویگنر[10]، ۱۹۳۲؛ وایل[11]، ۱۹۴۸)، تبدیل موجک[12] (مالات[13]، ۱۹۹۹) و تبدیل S (استاکول[14] و همکاران، ۱۹۹۶) معرفی شده‌اند. بعضی از این روش‌ها مبتنی بر همبستگی و بعضی مبتنی بر چگالی انرژی هستند. روش‌های مبتنی بر چگالی انرژی، اغلب قدرت تفکیک زمان - فرکانس بهتری دارند و این امر اهمیت بسیاری در تحلیل‌های زمان- فرکانس از داده‌ها دارد، هرچند اشکالاتی نیز دارند که استفاده از آن‌ها را محدود کرده است.

[1] Non-stionary
[2] Yilmaz
[3] Chang
[4] Lawton
[5] Partyka
[6] Castagna
[7] Boashash
[8] Short Time Fourier Transform
[9] Gabor
[10] Wigner
[11] Vile
[12] Continues Wavelet Transform
[13] Mallat
[14] Stockwell

یکی از تبدیل‌های زمان – فرکانس متداول و پرکاربرد، تبدیل فوریه زمان کوتاه STFT می‌باشد. در این روش، طیف زمان – فرکانس از تبدیل فوریه پنجره‌هایی با مرکزیت زمانی مختلف از داده حاصل می‌شود. فرایند پنجره‌ای کردن باعث ایجاد محدودیت‌هایی در صفحه زمان – فرکانس می‌شود که با اصل عدم قطعیت هایزنبرگ بیان می‌شود. طبق این اصل، قدرت تفکیک زمانی و فرکانسی در صفحه زمان – فرکانس، نمی‌تواند به‌صورت همزمان افزایش یابد (مالات، ۱۹۹۹). بنابراین در روش تبدیل فوریه زمان کوتاه بایستی یک تعادل بین قدرت تفکیک زمانی و فرکانسی برقرار گردد.

روش‌های مختلفی برای افزایش قدرت تفکیک هم‌زمان زمانی و فرکانسی تبدیل فوریه زمان کوتاه معرفی شده‌اند (گریتنز[۱]، ۲۰۰۵؛ پورتنیاگون[۲] و کستگنا، ۲۰۰۴؛ کیانگ[۳] و ونکای[۴]، ۲۰۱۰؛ پوریر[۵] و همکاران، ۲۰۱۲). ۲۰۱۲). تحلیل طیفی بر اساس روش‌های وارون‌سازی ابتدا توسط (ونیشس[۶]، ۱۹۶۹) با محاسبه ضرایب سری سینوس و کسینوس با استفاده از روش تکرار کمترین مربعات آغاز شد. اولدنبرگ[۷] (۱۹۷۶) با بکاربردن قضیه اول دیرکله معکوس خطی گیلبرت -باکوس[۸]، تبدیل فوریه گسسته[۹](DFT) داده‌های میدان پتانسیلی را محاسبه کرد و بدین وسیله اثرات نوفه را کاهش داد. در روشی مشابه با روش ونیشس، ژو[۱۰] و همکاران (۲۰۰۵) الگوریتمی برای کاهش ضعف طیف مکانی با استفاده از حل تکراری و کم کردن بیشترین انرژی مولفه‌های طول موج از سیگنال اصلی، بدست آوردند. پورتنیاگون و کستگنا (۲۰۰۴) به منظور رسیدن به توزیع زمان-فرکانس با قدرت تفکیک زمان - فرکانس بالا از شرط تنک[۱۱] بودن جواب وارون‌سازی استفاده نمودند.

[1] Greitans
[2] Portniaguine
[3] Qiang
[4] Wen-kai
[5] Puryear
[6] Vanicek
[7] Oldenburg
[8] Gilbert and Backus
[9] Discrete Fourier Transform
[10] Xu
[11] Sparse

غلامی و همکاران (۲۰۱۰) یک نسخه دیگر تنک از تبدیل فوریه زمان کوتاه ارائه کردند که با تکیه بر قید تنکی و تمرکز انرژی، قدرت تفکیک بالایی از توزیع زمان- فرکانس بدست آوردند.

دابیشس[۱] و همکاران (۲۰۰۸) الگوریتمی برای یافتن یک پاسخ تنک با روش کمترین مربعات معرفی نمودند. پوریر و همکاران (۲۰۱۲) ضمن استفاده از این الگوریتم برای تنک نمودن پاسخ تبدیل فوریه، تبدیل فوریه زمان کوتاه با قدرت تفکیک بالای زمانی و فرکانسی بدست آوردند. در این پایان‌نامه از روش مذکور با عنوان روش کمترین مربعات مقید شده[۲] CLSSA برای محاسبه طیف زمان – فرکانس استفاده می‌شود، در ادامه این روش را با متغیر کردن طول و پهنای پنجره به فرکانس[۳] CLSWWFC ارتقاء داده شده و به صورت روش جدیدی معرفی و استفاده می‌گردد.

[1] Daubechies
[2] Constrained Least Square Spactral Analysis
[3] Constrained Least Square Window With Frequency Changing

فصل دوم:

مفاهیم وارون سازی

۲-۱ مقدمه

یک جنبه مهم علوم فیزیکی، آگاهی از پارامترهای فیزیکی از طریق اندازه‌گیری می‌باشد. در علم ژئوفیزیک و سایر علوم وابسته به آن، اندازه‌گیری داده‌ها عموماً تحت شرایط کنترل شده‌ای صورت می‌گیرند. برای بدست آوردن وجه مشترک داده‌ها، باید به رابطه میان خصوصیات فیزیکی سیستم تحت بررسی و پاسخ‌های ژئوفیزیکی سیستم پی برده شود (به عنوان مثال، اگر سیستم زمین در نظرگرفته شود، پاسخ آن داده‌های مشاهده‌ای می‌باشند). سیستم معادلاتی که چنین روابطی را شرح می‌دهد، تئوری مستقیم[۱] را می‌سازد. در مقابل استنتاج خصوصیات و پارامترهای فیزیکی سیستم مورد مطالعه از داده‌های مشاهده‌ای با استفاده از اعمال مجموعه‌ای از عملگرها را تئوری وارون[۲] می‌نامند (مژو[۳]، ۱۹۹۴).

در تئوری وارون، هدف بازسازی مدلی از یک سری مشاهدات می‌باشد. برازش یک خط راست بر داده‌ها کاربرد ساده‌ای از روش تئوری وارون است. جواب‌های بدست‌آمده بصورت مقادیر عددی از یک خاصیت خواهند بود که یکی از خواص جهان پیرامون می‌باشد. این خواص را پارامترهای مدل[۴] می‌نامند. روش‌های مشخصی (معمولاً یک تئوری ریاضی) نیز برای ارتباط بین پارامترهای مدل و داده‌ها وجوددارند (اشنایدر[۵]، ۱۹۹۹).

عموماً پارامترهای فیزکی به دو دسته : الف) پارامترهای گسسته (از قبیل جرم زمین یا موقعیت اتم‌ها در یک مولکول) و ب) پارامترها بصورت توابع پیوسته (مانند دمای سطح زمین یا شدت میدان الکتریکی داخل یک خازن) تقسیم‌بندی می‌شوند. تئوری وارون از روش‌های مختلف ریاضیات برای استخراج این پارامترها بهره می‌برد. توسط معادلات ماتریسی، پارامترهای گسسته و توسط معادلات انتگرالی[۶]، توابع پیوسته بدست می‌آیند.

---

[1] Forward Theory
[2] Inverse Theory
[3] Meju
[4] Model Parameter
[5] Snieder
[6] integral equation

تئوری وارون، به عنوان فرایند پیش‌بینی نتایج اندازه‌گیری‌شده براساس برخی اصول یا مدل‌ها و دسته‌ای از شرایط خاص مناسب مسئله که دردسترس است، بیان می‌شود. هردو نوع تئوری وارون پیوسته و معادلات انتگرالی با استفاده از تقریب‌های انتگرالی مانند قاعده جمع ذوزنقه‌ای یا برخی از فرمول‌های مربع‌سازی قابل تبدیل به تئوری وارون گسسته هستند. نمونه‌ای از کاربردهای تئوری وارون در زیر آمده است (منکه[1]، ۱۹۸۴).

الف- برازش منحنی

ب- طراحی فیلترهای دیجیتال واهمامیخت[2] لرزه‌ای

ج- مطالعه ساختارهای زمین‌شناسی و تخمین پارامترهای ذخایر و منابع انرژی با استفاده از داده‌های ژئوفیزیکی

د- مدل‌سازی و تخمین خصوصیات چشمه زلزله‌ها با استفاده از ثبت زمان رسید امواج زلزله

و- زمین دیرینه‌شناسی با استفاده از داده‌های ژئومغناطیس

۲-۲ تئوری وارون در ژئوفیزیک

هدف از ژئوفیزیک اکتشافی مطالعه یا بازسازی ساختارهای زیرسطحی زمین‌شناسی با استفاده از داده‌هایی است که در سطح یا زیر سطح زمین ثبت شده‌اند. داده‌های مشاهده‌ای برداشت شده معمولاً دارای نوفه[3] بوده یا به دلایل عملی و محدودیت‌های ابزاری مناسب نمی‌باشند. بنابراین پردازش داده‌های مشاهده‌ای امری ضروری می‌باشد. روش‌های مدل‌سازی در تئوری وارون ابزارهایی برای درک بهتر روابط میان داده‌ها و پاسخ‌های سیستم و تشخیص برخی پدیده‌های مصنوعی از فیزیک واقعی سیستم‌ها هستند. درنهایت روش‌های مدل-سازی بعنوان وسیله‌ای برای بهبود یافته‌ها از ارتباط بین داده‌های مشاهده‌ای (پاسخ زمین که می‌تواند مصنوعی

[1] Menke
[2] Deconvolution
[3] Noise

یا طبیعی باشد) و تغییرات یا ناپیوستگی‌های خواص فیزیکی زیر سطحی که آنها را تولید کرده است، استفاده می‌شود (مژو، ۱۹۹۴).

۲-۳ توصیف فرآیندهای ژئوفیزیکی: مدل‌های ریاضی

بسیاری از روش‌های ژئوفیزیکی توسط معادله انتگرالی به شکل زیر بیان می‌شوند (مژو، ۱۹۹۴).

$$d_i = \int_0^z K_i(z)p(z)dz \qquad (۱-۲)$$

در رابطه بالا d_iها داده‌های مشاهده‌ای یا پاسخ ژئوفیزیکی یک سیستم و i شماره پاسخ خارجی و $p(z)$ تابع وابسته به برخی از خصوصیات ساختار زمین یا پارامترهای فیزیکی مدل است (به عنوان نمونه مغناطیدگی، چگالی یا سرعت به صورت تابعی از مختصه‌های هندسی مثل عمق). K_i مشخصه داده‌ها یا هسته[1] داده‌ها نامیده می‌شود که رابطه بین داده‌ها و پارامترهای مدل را که در رابطه (۲-۱) به صورت ضمنی بیان می‌شوند، توصیف می‌کند. پارامترهای مدل ممکن است به صورت توابع پیوسته از مکان یا زمان باشند. به عنوان مثال، زمان رسید امواج لرزه‌ای میان گیرنده و چشمه تابعی از طول مسیر L و میدان سرعت $v(x,z)$ است (مژو، ۱۹۹۴).

$$t = \int_L \frac{1}{v(x,z)} dl \qquad (۲-۲)$$

توصیف ریاضی سیستم‌های ژئوفیزیکی نظیر آنچه در بالا بدان اشاره شد، در تئوری مستقیم مورد بررسی قرار می‌گیرد. تئوری مستقیم برای بسیاری از روش‌های ژئوفیزیکی گسترش و بسط یافته است و برای محاسبه و تخمین داده‌ها یا پاسخ‌های فیزیکی سیستم‌های ژئوفیزیکی و ساختارهای تئوری مورد استفاده قرار می‌گیرد.

[1] Kernel

این داده‌ها که با استفاده از تئوری مستقیم و روابط تحلیلی یا عددی وابسته تولید می‌شوند، داده‌های تئوری یا پیش‌بینی شده[1] نامیده می‌شوند (مژو، ۱۹۹۴).

۲-۴ گسسته سازی[2] و خطی سازی[3]

در بسیاری از مسایل ژئوفیزیکی مدل زمین یک مدل پیوسته از عمق یا شعاع زمین درنظرگرفته می‌شود . به عنوان مثال توزیع جرم در داخل زمین به صورت رابطه زیر است (مژو، ۱۹۹۴).

$$Mass = 4\pi \int_0^R r^2 \rho(r) dr \qquad (۳-۲)$$

که R شعاع زمین و $\rho(r)$ تابع توزیع چگالی در داخل زمین است. شکل کلی یک معادله انتگرالی در تئوری وارون به صورت رابطه زیر می‌باشد (مژو، ۱۹۹۴).

$$d_i = \int_0^R k_i(r) \rho(r) dr \qquad (۴-۲)$$

که به فرم عمومی رابطه (۲-۱) است. انتگرال بالا را می‌توان توسط ریاضیات گسسته و با استفاده از رایانه‌های دیجیتال محاسبه نمود. بدین ترتیب که می‌بایست از یک جمع‌بندی به جای انتگرال روی $\rho(r)dr$ و $k_i(r)$ و جایگزین کردن آنها به ترتیب با نماد m_j و G_{ij} استفاده کرد. در این صورت رابطه اساسی که در اغلب مسایل وارون کاربرد دارد، بدست خواهد آمد (مژو، ۱۹۹۴).

$$d_i = \sum G_{ij} m_j \qquad (۵-۲)$$

دراین حالت، مسئله به صورت گسسته درآمده است. به دلیل خواص ذاتی میدان‌ها و محدودیت‌های دستگاهی داده‌های مشاهده‌ای روی فواصل محدود زمانی یا مکانی ثبت می‌شوند. در این صورت برای توصیف

[1] Predicted data
[2] Discretization
[3] Linearization

یک سیستم ژئوفیزیکی اغلب توزیع پیوسته پارامترهای فیزیکی زمین را به صورت یک مجموعه متناهی از پارامترهای گسسته بیان می‌کنند. این امر سبب سهولت در محاسبات رایانه‌ای و عدم امکان ثبت تمامی مشاهدات تجربی برای سیستم فیزیکی به صورت پیوسته می‌شود.

نحوه توزیع، ابعاد و چگونگی انتخاب پارامترهای مدل در یک مساله وارون، پارامترسازی[1] نامیده می‌شود. بسیاری از مهمترین مسائل وارون در علوم فیزیکی (مانند ژئوفیزیک یا ستاره‌شناسی) توسط این معادلات توصیف می‌شوند. در مورد مسائلی که توسط یک سیستم معادلات غیر خطی توصیف می‌شوند، نیز با استفاده از تقریب‌های مختلف نظیر بسط تیلور سعی می‌شود مساله به صورت خطی بازسازی شود (مژو، ۱۹۹۴).

۲-۵ مفهوم یک مسئله وارون

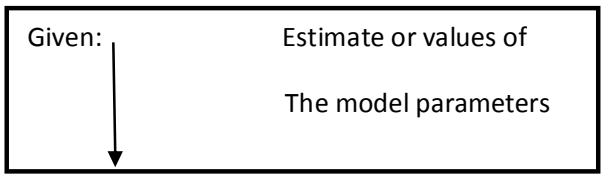
مدل‌سازی مستقیم: پیش‌بینی نتایج حاصل از اندازه‌گیری پارامترهای قابل مشاهده با توجه به قوانین حاکم بر پارامترهای مدل را گویند.

مدل‌سازی وارون: استفاده از نتایج اندازه‌گیری‌های پارامترهای مشاهده‌ای برای آگاهی از مقادیر واقعی پارامترهای مدل را مدل‌سازی وارون نامند (تارانتولا[2]، ۲۰۰۵).

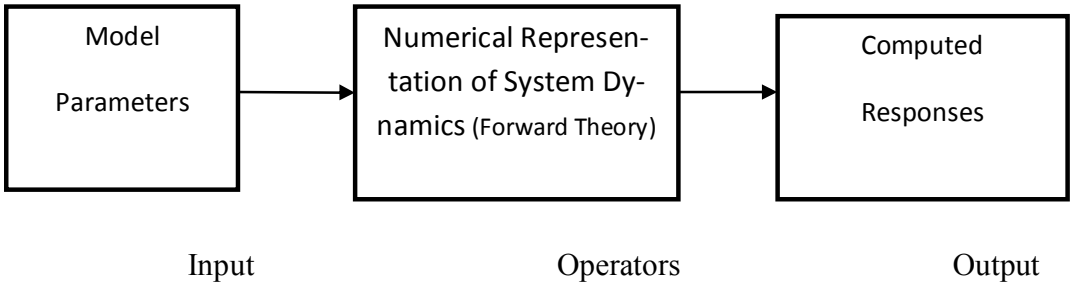
در شکل ۲-۱ و ۲-۲ به ترتیب روند شماتیک دو روش مستقیم و وارون نمایش داده شده است.

[1] Parameterization
[2] Tarantola

Forward Problem

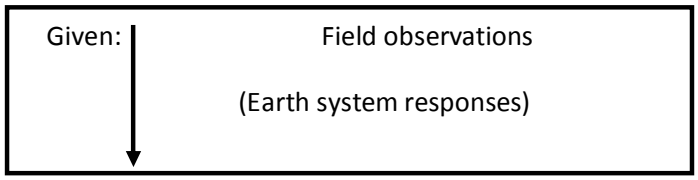


The Forward Process

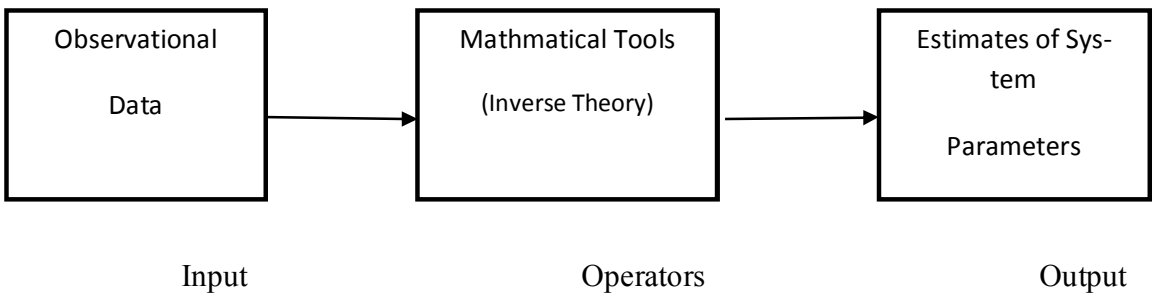


شکل۲-۱: نمودار روش مستقیم در حل مسائل ژئوفیزیکی (مژو، ۱۹۹۴)

Inverse Problem



The Inverse Processs



شکل ۲-۲: نمودار روش وارون در حل مسائل ژئوفیزیکی (مژو، ۱۹۹۴)

۲-۶ فرمول بندی مسائل وارون

نکات اساسی در فرمول بندی مسائل وارون که باید رعایت شود:

- نوع پارامترسازی مساله وارون (گسسته یا پیوسته)
- طبیعت داده‌های ژئوفیزیکی و وجود نوفه در مشاهدات
- روابط ریاضی حاکم بر شرایط فیزیکی مساله وارون
- قیود[1] فیزیک مساله
- نوع پاسخ مساله وارون و دقت مورد نظر
- خطی یا غیر خطی بودن مساله وارون
- نوع مساله وارون (فروبرآورد[2]، فرابرآورد[3] یا برآورد یکسان)
- بهترین روش حل مساله وارون با در نظر گرفتن فیزیک مساله
- دقت حل یا پاسخ موردنظر برای پارامترها

بطورکلی با توجه به نوع مساله وارون، جواب‌ها نیز متفاوت خواهند بود، ولی در هر صورت باز هم با عدم یکتایی جواب در حل مساله وجود دارد (مژو، ۱۹۹۴).

۲-۷ عدم یکتایی جواب

درحالت ایده‌آل توسط تئوری وارون، می‌توان مدل درستی را بازسازی نمود. برای چنین تئوری می‌بایست داده-ها بدون نوفه و تعداد داده‌ها نامحدود باشد. اگر سرعت موج لرزه‌ای در زمین وابسته به عمق در نظر گرفته شود، سرعت را می‌توان دقیقاً از اندازه‌گیری زمان رسید بعنوان تابعی از فاصله امواج لرزه‌ای در تبدیل آبل

[1] Constraint
[2] Underdetermined
[3] Overdetermined

محاسبه کرد (هرگلوتز[1]، ۱۹۰۷؛ ویشرت[2]، ۱۹۰۷). هنگامی که سرعت بطور پیوسته و خطی با عمق افزایش می‌یابد روش هرگلوتز-ویشرت تنها یک جواب یکتا دارد ولی اگر افزایش سرعت با عمق با تغییراتی همراه باشد، آنگاه دیگر جواب یکتا نخواهد بود (گرور[3] و مارکوشویش[4]، ۱۹۶۶).

علیرغم روابط ریاضی بسیار زیاد در زمینه تئوری وارون، این تئوری دارای محدودیت‌هایی می‌باشد. اول اینکه، روش‌های وارون‌سازی دقیق، معمولاً فقط در حالات خیلی ایده‌آل بدست می‌آیند. محدودیت دوم اینست که روش‌های وارون‌سازی دقیق اغلب بسیار ناپایدارند. این ناپایداری بوضوح در حل رابطه مارچنکو توسط (دورن[5] و همکاران، ۱۹۹۴) نشان‌داده شده است، و بالاخره سوم اینکه در بسیاری از مسائل وارون، هدف تعیین مدلی است که تابع پیوسته‌ای از متغیرها باشد. این بدان معناست که مدل تعداد بی‌شمار درجه آزادی (تعداد داده‌ها-تعداد مجهولات) داشته باشد. هرچند، در حالت واقعی تعداد داده‌هایی که برای تعیین مدل بکار می-روند، محدود است. درحقیقت، برای بازسازی مدل تعداد محدودی داده وجود دارد و در این‌صورت نیز جواب مسئله یکتا نخواهد بود. تحت چنین شرایطی مدل‌های بسیاری وجود دارند که برازش خوبی با داده‌ها خواهند داشت. بنابراین، مدلی که از تئوری وارون بدست می‌آید، لزوماً مدل واقعی دلخواه نخواهد بود (اشنایدر و ترامپرت، ۱۹۹۹).

همچنین، بحث در رابطه با عدم یکتایی جواب را برای یک مساله وارون می‌توان به خصوصیات تابع هدف[6] نسبت داد. در صورتی که تابع هدف دارای یک کمینه باشد، می‌توان گفت که پاسخ مساله یکتاست، اما در

[1] Herglotz
[2] Wiechert
[3] Gerver
[4] Markushevitch
[5] Dorren
[6] Cost function

صورتی که مساله دارای کمینه‌هایی با یک مقدار یکسان باشد، پاسخ مساله غیر یکتا خواهد بود (بلکلی[1]،۱۹۹۶).

شرایط فوق سبب خواهدشد که مسئله وارون به سمت شرایط نامناسب[2]رود. روش‌هایی به منظور تخمین صحیح پارامترهای مدل وجود دارد که به عنوان نمونه می‌توان به روش کمترین مربعات میرا[3] با استفاده از تجزیه به مقادیر تکین[4] نام برد. روش‌های دیگری نیز برای منظم سازی[5] و غلبه بر شرایط نامناسب مساله مانند روش منظم سازی تیخونوف[6] بکار برده می‌شود (تیخونوف، ۱۹۷۷).

۲-۸ دسته بندی مسائل وارون از لحاظ پارامترسازی و ابعاد مسائل وارون

مسائل وارون بر اساس خصوصیات ابعادی و چگونگی پارامترسازی رامی‌توان به چهار گروه اصلی زیر تقسیم-بندی کرد (تارانتولاو، ۲۰۰۵).

۲-۸-۱ مسائل فروبرآورد

هنگامی که یک سیستم معادلات، اطلاعات کافی راجع به یکتایی پارامترهای مدل ارائه ندهد، این مساله را به اصطلاح فروبرآورد نامند. از مفاهیم پایه جبر خطی می‌توان گفت که مسائل فروبرآورد وقتی اتفاق می‌افتند که تعداد مجهولات (پارامترهای مدل) از تعداد داده‌ها بیشتر باشند. در ژئوفیزیک، سیستم‌های فروبرآورد به دلیل کمتر بودن داده‌های مشاهده‌ای یا به خاطر روش و طراحی عملیات برداشت به وجود می‌آیند (تارانتولاو، ۲۰۰۵).

[1] Blakely
[2] Ill-condition
[3] Damped Least Square
[4] Singular Value Decomposition
[5] Regularization
[6] Tikhonov

۲-۸-۲ مسائل برآورد یکسان

در اینگونه مسائل اطلاعات (داده‌ها) دقیقاً برابر تعداد پارامترهای مدل است. در این حالت تنها یک جواب برای مساله وجود دارد و مقدار خطای پیش‌بینی شده در صورتی که مساله فروبرآورد ذاتی یا فیزیکی نباشد، برابر صفر می‌باشد (تارانتولاو، ۲۰۰۵).

۲-۸-۳ مسائل فرابرآورد

وقتی اطلاعات بسیار زیادی از سیستم نسبت به مجهولات (پارامترهای مدل) در دست باشد، سیستم فرابرآورد نامیده می‌شود. در اینگونه سیستم‌ها با استفاده از روش‌های خاص ریاضی و آمار، بهترین جواب تقریبی بدست می‌آید. در یک سیستم فرابرآورد، تعداد داده‌ها از پارامترهای مدل بیشتر است. البته مسائلی نیز در ژئوفیزیک وجود دارند که با وجود بیشتر بودن تعداد داده‌ها از پارامترها هنوز فروبرآورد هستند (تارانتولاو،۲۰۰۵).

۲-۸-۴ مسائل برآورد ترکیبی

اغلب مسائل در ژئوفیزیک، مسائلی هستند که در آنها برخی از پارامترهای مدل فرابرآورد و برخی فروبرآورد هستند، چنین مسائلی را مسائل برآورد ترکیبی گویند (تارانتولاو، ۲۰۰۵).

۲-۹ تخمین مدل خطی

برای یک مدل با ابعاد متناهی، اگر پارامترهای مدل بردار $\vec{m}$ و داده‌ها بردار $\vec{d}$ باشند. ماتریس ارتباطی بین داده‌ها و مدل، ماتریس هسته F نامیده می‌شود. این ماتریس شامل همه اطلاعات فیزیکی و ریاضی است که برای مدل درنظرگرفته شده است. اما در عمل مدل نسبت به داده واقعی دارای خطای $\vec{e}$ نیز است، بنابراین رابطه بین داده‌ها و مدل به صورت زیر می‌باشد (اشنایدر و ترامپرت، ۱۹۹۹).

$$\vec{d} = F\vec{m} + \vec{e} \qquad (۶-۲)$$

اما اغلب شرایطی برای پارامترهای مدل اولیه گذاشته می‌شود که سبب تغییر ماتریس هسته F و درنهایت منجر به یکی نبودن جواب نهایی مدل‌های مختلف می‌شود (اشنایدر و ترامپرت، ۱۹۹۹).

برای داده‌های برداشت شده، مدل اولیه‌ای ساخته می‌شود. بدلیل اینکه در عمل تخمین بسیار متفاوت از مدل واقعی است، آن با $\tilde{\vec{m}}$ نشان داده می‌شود. روش‌های بسیاری برای حل رابطه خطی وارون وجود دارند (منکه، ۱۹۹۴؛ تارانتولا، ۱۹۸۷؛ پارکر[1]، ۱۹۹۴).

عمومی‌ترین روش حل یک رابطه خطی به صورت زیر است (اشنایدر و ترامپرت، ۱۹۹۹)

$$\tilde{\vec{m}} = F^{-g}\vec{d} \qquad (۷-۲)$$

عملگر F^{-g} را معکوس ماتریس F گویند. معمولاً تعداد داده‌ها متفاوت از تعداد پارامترها است. به همین دلیل ماتریس F معمولاً مربعی نخواهد شد و نمی‌توان با این روش وارون ماتریس را حساب کرد. ارتباط بین مدل تخمینی $\tilde{\vec{m}}$ و مدل واقعی $\vec{m}$ به صورت زیر بیان می‌شود:

$$\tilde{\vec{m}} = F^{-g}F\vec{m} + F^{-g}\vec{e} \qquad (۸-۲)$$

ماتریس $F^{-g}F$ را ماتریس هسته قدرت تفکیک[2] گویند، این عملگر به شکل زیر معرفی می‌شود:

$$R \equiv F^{-g}F \qquad (۹-۲)$$

رابطه (۲-۸) را می‌توان به شکل زیر بازنویسی کرد:

[1] Parker
[2] Resolution matrix

$$\tilde{\tilde{\vec{m}}} = \vec{m} + \underbrace{(F^{-g}F - I)\vec{m}}_{\text{Limited Resolution}} + \underbrace{F^{-g}\vec{e}}_{\text{Eror Porpagation}} \qquad (۱۰-۲)$$

در حالت ایده‌آل، بردار مدل تخمین‌زده شده معادل بردار مدل واقعی است، به عبارت دیگر $\tilde{\tilde{\vec{m}}} = \vec{m}$. بدین معنی که پارامترهای انتخابی، در $\vec{m}$، بطور مستقل از یکدیگر تخمین زده می‌شوند. دو جمله آخر رابطه (۲-۱۰) شامل جملات نامشخص و جملات مربوط به نوفه‌ها در مدل می‌شوند. جمله $(F^{-g}F - I)\vec{m}$ بیانگر این حقیقت است که مولفه‌های بردار مدل تخمین‌زده شده، ترکیبات خطی از مولفه‌های مختلف مدل واقعی هستند. تنها مقادیر متوسط پارامترها بازیافت می‌شوند و "عدم قطعیت" در مدل وجود دارد و نمی‌توان تمام جزئیات را در مدل نشان داد. در شرایط ایده‌آل این جمله حذف می‌شود و آن هنگامیست که $F^{-g}F$ برابر با ماتریس همانی شود. مطابق رابطه (۲-۹) برای بدست آمدن جواب دقیق پارامترهای مدل، ماتریس قدرت تفکیک باید همان ماتریس همانی باشد (اشنایدر و ترامپرت، ۱۹۹۹).

$$\text{Perfect Resolution: } \boldsymbol{R} = \boldsymbol{I} \qquad (۱۱-۲)$$

همانطور که قبلاً اشاره شد، همواره مقدار مشخصی عدم قطعیت در تعریف پارامترهای مدل وجود دارد. عملگر قدرت تفکیک گستره بازیافت پارامترهای مدل را به صورت مستقل از فرایند تخمین‌زده شده بیان می‌دارد. اگرچه، ماتریس قدرت تفکیک بطورکامل مشخص نمی‌کند که چه ارتباطی بین پارامترهای مدل تخمین‌زده شده و مدل فیزیکی واقعی زیر سطحی وجود دارد، دلیل آن اینست که ماتریس قدرت تفکیک نمی‌تواند وابستگی مدل بدست آمده از روش وارون را به مقادیر پارامترهای انتخابی مدل اولیه مشخص کند.

آخرین جمله در رابطه (۲-۱۰) بیانگر این نکته است که چطور مقدار خطای $\vec{e}$، مدل را تحت تاثیر قرار می‌دهد. این خطاها به طور دقیق مشخص نیستند. یک تحلیل آماری برای شرح خطاها در مدل تخمینی به علت وجود خطاها در داده‌ها نیاز است. بنابراین اگر داده $\vec{d}_j$ ناهمبسته[1] و انحراف استاندارد[1] آن برابر δ_{d_1} باشد،

[1] Uncocorrelated

انحراف استاندارد δ_{m_i} در مدل تخمینی $\tilde{\vec{m}}_i$، در نتیجه خطای داده‌ها با رابطه زیر داده می‌شود (اشنایدر و ترامپرت، ۱۹۹۹).

$$\delta^2_{m_i} = \sum (F_{ij}^{-g} \delta_{d_j})^2 \qquad (۱۲-۲)$$

در بهترین حالت شرایط زیر فراهم می‌شود: داشتن یک قدرت تفکیک کامل و نداشتن خطایی در مدل تخمین زده شده. اما متاسفانه در عمل غیر ممکن است. برای مثال اگر شرایطی باشد که $\boldsymbol{F}^{-g} = 0$ این کار منجر به این خواهد شد که مدل تخمینی به صورت زیر بدست آید، $\tilde{\vec{m}} = 0$ که تحت تاثیر خطایی نیست. اگرچه تحت این شرایط ماتریس قدرت تفکیک به صورت $\boldsymbol{R} = 0$ خواهد شد که نسبت به ماتریس ایده‌آلی که در رابطه (۲-۱۱) آمده است، بسیار متفاوت است. از اینرو در عمل باید به دنبال یک تعادل بین خطای به وجود آمده و محدودیت در قدرت تفکیک بود.

۲-۱۰ تخمین کمترین مربعات

در شرایطی که تعداد داده‌های مستقل نسبت به تعداد مجهولات بیشتر باشد، سیستم همیشه یک جواب یکتا نخواهد داشت، زیرا خطاهای موجود در بردار داده‌ها رابطه را ناپایدار می‌سازد. برای نمونه اگر فرض شود که سیستم معادلات خطی زیر وجود داشته باشد.

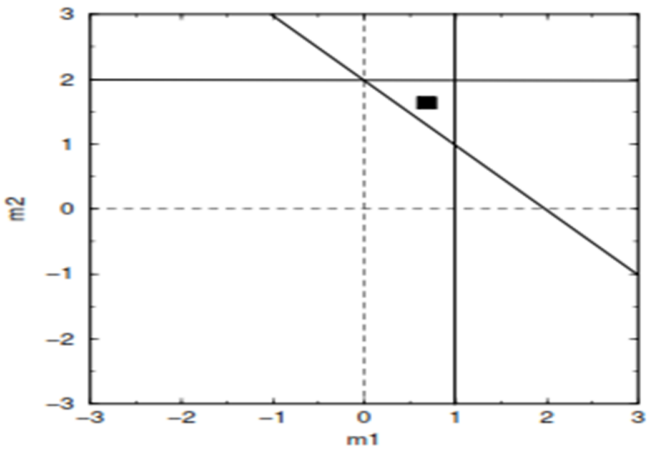
$$\begin{cases} m_1 = 1 \\ m_2 = 2 \\ m_1 + m_2 = 2 \end{cases} \qquad (۱۳-۲)$$

ماتریس ضرایب به صورت زیر خواهد شد:

$$\boldsymbol{F} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \quad , \quad \vec{\boldsymbol{d}} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix} \qquad (۱۴-۲)$$

[1] Standard deviation

کاملاً مشخص است که سیستم معادلات دارای دو جواب یکسان به ازای دو رابطه متفاوت می‌باشد که می‌تواند ناشی از خطا هنگام برداشت داده باشد. این مساله به صورت گرافیکی در شکل ۲-۳ مشخص است.



شکل۲-۳: تفسیر گرافیکی رابطه خطی(۲-۱۳) (اشنایدر و ترامپرت، ۱۹۹۹)

همانطور که در شکل دیده می‌شود سه خط دارای یک نقطه برخورد مشترک نیستند، بنابراین این سیستم معادلات نمی‌تواند یک جواب داشته باشد و معادلات ناپایدار می‌شوند. با حل وارون این سیستم معادلات، می‌بایست جواب‌های معقولی برای این سیستم بدست آیند.

روشی برای برآورد یک مدل، جستجو برای مدل $\tilde{\vec{m}}$ است که بهترین برازش را با داده‌ها داشته باشد. از روش اندازه‌گیری نرم دوم بین بردار داده‌های برداشتی $\vec{d}$ و داده‌های تخمینی $F\tilde{\vec{m}}$ استفاده می‌شود که تا حد امکان باید کوچک باشد. بدین معنی که حل کمترین مربعات برای مدل با حداقل کردن تابع هدف زیر حاصل می‌شود (اشنایدر و ترامپرت، ۱۹۹۹).

$$\vec{S} = \left\| \vec{d} - F\vec{m} \right\|^2 \qquad (۱۵-۲)$$

نحوه محاسبه جواب رابطه بالا در (استرانگ[1]، ۱۹۹۸) آمده که به صورت زیر است (اشنایدر و ترامپرت، ۱۹۹۹).

$$\tilde{\vec{m}} = (F^T F)^{-1} F^T \vec{d} \qquad (۱۶-۲)$$

در مثال بالا حل کمترین مربعات منجر به نقطه‌ای روی نمودار می‌شود که کمترین فاصله با سه خط را دارد. اگر از رابطه (۲-۱۶) استفاده شود با داشتن $\vec{d}$ و F از رابطه (۲-۱۴) جواب‌ها به صورت زیر بدست می‌آیند که در شکل با مربع توپر نمایش داده شده است.

$$\tilde{m}_1 = 2/3, \tilde{m}_2 = 5/3 \qquad (۱۷-۲)$$

۲-۱۱ تخمین کمینه نرم[2]

در برخی مسائل مجهولات بیشتر از تعداد داده‌ها می‌باشد. برای نمونه رابطه زیر مفروض است.

$$m_1 + m_2 = 2 \qquad (۱۸-۲)$$

ماتریس مطابق با این سیستم معادلات بصورت زیر تشکیل می‌شود.

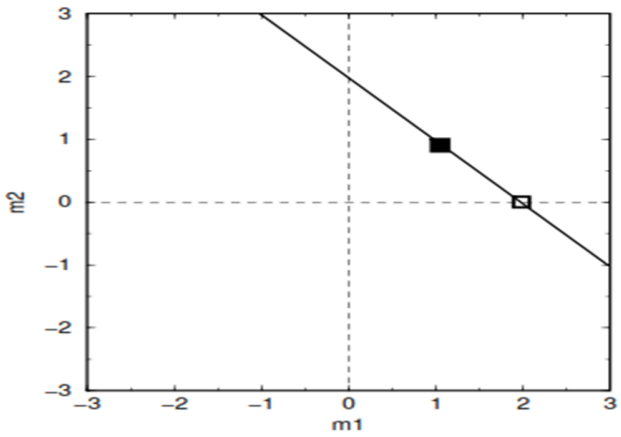
$$\boldsymbol{F} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \end{pmatrix} \quad , \ \vec{\boldsymbol{d}} = (2) \qquad (۱۹-۲)$$

این مساله به صورت گرافیکی در شکل ۲-۴ آمده است. به وضوح مشخص است که بی‌نهایت جواب ممکن است داشته باشد.

برای یک سیستم معادلات فروبرآورد حل کمترین نرم مدل با رابطه $F\vec{m} = \vec{d}$ و حداقل کردن مقدار $\| \vec{m} \|^2$ تعریف می‌شود. جواب بدست آمده از روش کمینه نرم برای یک رابطه فروبرآورد به شکل زیر است:

[1] Strang
[2] Minimum norm

$$\tilde{\vec{m}} = F^T (F^T F)^{-1} \vec{d} \qquad (۲۰-۲)$$



شکل۲-۴: تفسیر هندسی رابطه خطی (۲-۱۵) با دو مجهول (اشنایدر، ۱۹۹۹).

جواب‌ها برای این مسئله از رابطه (۲-۲۰) به صورت زیر بدست می‌آیند (منکه، ۱۹۸۴).

$$\begin{cases} m_1 = 1 \\ m_2 = 1 \end{cases} \qquad (۲۱-۲)$$

۲-۱۲ مسائل برآورد ترکیبی

در تخمین کمترین مربعات، فرض بر این است که اطلاعات کافی برای ارزیابی همه پارامترهای مدل وجود دارد. گرچه به خاطر اندازه‌گیری خطاها خلاف این گفته ممکن است رخ دهد. اما اغلب مسائل به گونه‌ای است که اطلاعات کافی از برخی پارامترها وجود دارد و از برخی دیگر اطلاعات کافی وجود ندارد، در چنین شرایطی، مسئله بدشرط[1] می‌باشد. حتی اگر ماتریس معکوس نیز وجود داشته باشد، معمولاً آنها بدشرط هستند و اگر تغییر بسیار کوچکی در بردار داده‌ها پیش آید، سبب تغییرات گسترده در مدل تخمینی می‌شود. بدین معنی که خطای کوچکی در داده‌ها سبب ایجاد خطای بسیار بزرگتری در مدل تخمینی خواهد شد. بنابراین بایستی

[1] Ill posed

مدلی بدست آید که حساسیت زیادی به تغییرات کوچک در داده‌ها را نداشته باشد. لونبرگ[1](۱۹۴۴)، راه حل کمترین مربعات میرا را معرفی کرد. این روش از نقطه نظر ریاضی به مسائل بدشرط که در نتیجه صفر یا نزدیک صفر شدن مقادیر تکین ماتریس F است، اطلاق می‌شود.

اگر ماتریس M با مقادیر ویژه λ_n و بردار ویژه $\vec{v}_n$ وجود داشته باشد (اشنایدر و ترامپرت، ۱۹۹۹).

$$M\vec{v}_n = \lambda_n \vec{v}_n \qquad (۲۲-۲)$$

بنابراین ماتریس $(M+\gamma I)$ مقادیر ویژه $(\lambda_n + \gamma)$ را دارد (اشنایدر و ترامپرت، ۱۹۹۹).

$$(M+\gamma I)\vec{v}_n = (\lambda_n + \gamma)\vec{v}_n \qquad (۲۳-۲)$$

بدین معنی که ویژه مقادیر یک ماتریس با اضافه کردن یک ماتریس مقیاس مشخص به ماتریس اولیه ارتقا می‌یابد. این خاصیت برای تعریف حل کمترین مربعات میرا استفاده می‌شود (اشنایدر و ترامپرت، ۱۹۹۹).

$$\tilde{\vec{m}} = (F^T F + \gamma I)^{-1} F^T \vec{d} \qquad (۲۴-۲)$$

چون ماتریس $F^T F$ دارای ویژه مقادیر[2] مثبت است، هنگامی که ثابت γ مثبت باشد، مقادیرشان از صفر فاصله می‌گیرد. حل رابطه (۲-۲۴) با حداقل کردن تابع هدف زیر حاصل می‌گردد (اشنایدر و ترامپرت، ۱۹۹۹).

$$\vec{S} = \|d - A\vec{m}\|^2 + \gamma \|\vec{m}\|^2 \qquad (۲۵-۲)$$

این جمله به وضوح نشان می‌دهد که اثر میرایی چگونه است. حداقل کردن اولین جمله رابطه (۲-۲۵) مقادیری را برای پیدا کردن مدلی می‌دهد که بهترین برازش را با داده‌ها داشته باشد. همچنین با حداقل کردن آخرین جمله این رابطه مقادیری برای پیدا کردن مدلی که کمینه نرم را داشته باشد، بدست می‌دهد. معمولاً

[1] Levenberg
[2] Eigen Value

هر دو جمله را همزمان با هم نمی‌توان حداقل کرد، بنابراین باید مدلی پیدا شود که برازش خوب با داده‌ها داشته باشد و همچنین اینکه اندازه مدل زیاد بزرگ نباشد. در واقع پارامتر γ کنترل کننده حالت متعادل بین این اهداف است، یعنی با کمترین انحراف[1] کوچکترین واریانس[2] ممکن بدست آید، بنابراین به آن پارامتر تعادل[3] نیز گویند.

اگر ماتریس مشخصه به صورت زیر تعریف شود (اشنایدر و ترامپرت، ۱۹۹۹).

$$\boldsymbol{A}^{\boldsymbol{T}}\boldsymbol{B}^{-1}\boldsymbol{A}+\boldsymbol{D}^{-1^{-1}}\boldsymbol{A}^{\boldsymbol{T}}\boldsymbol{B}^{-1}=\boldsymbol{D}\boldsymbol{A}^{\boldsymbol{T}}\boldsymbol{B}+\boldsymbol{A}\boldsymbol{D}\boldsymbol{A}^{\boldsymbol{T}^{-1}} \qquad (۲۶-۲)$$

که دراین رابطه **B** و **D** ماتریس‌های مربعی منظم هستند و لازم نیست که **A** مربعی باشد. این عبارت نشان می‌دهد که هنگامی که روش‌های میرایی یا منظم‌سازی بکار گرفته می‌شوند، حل کمترین مربعات و حل کمینه نرم (که هر دو از طریق جمله میرایی بدست می‌آیند) مشابه هستند. برای روشن شدن مطلب $\boldsymbol{B}^{-1}=\boldsymbol{I}$ و $\boldsymbol{D}^{-1}=\gamma\boldsymbol{I}$ مفروض است.

$$(\boldsymbol{A}^{\boldsymbol{T}}\boldsymbol{A}+\gamma\boldsymbol{I})^{-1}\boldsymbol{A}^{\boldsymbol{T}}\boldsymbol{d}=\frac{1}{\gamma}\boldsymbol{A}^{\boldsymbol{T}}(\boldsymbol{I}+\boldsymbol{A}\frac{1}{\gamma}\boldsymbol{A}^{\boldsymbol{T}})^{-1}\boldsymbol{d}=\boldsymbol{A}^{\boldsymbol{T}}(\boldsymbol{A}^{\boldsymbol{T}}\boldsymbol{A}+\gamma\boldsymbol{I})^{-1}\vec{\boldsymbol{d}} \qquad (۲۷-۲)$$

جمله سمت چپ مطابق با حل کمترین مربعات میرا (رابطه (۲-۲۳)) است، درحالیکه جمله سمت راست نسخه میرای حل کمینه نرم (رابطه (۲-۲۰)) می‌باشد. این رابطه اشاره به این دارد که هنگامی که میرایی اعمال می‌گردد، حل کمترین مربعات و حل کمینه نرم مشابه هم هستند.

۲-۱۳ مسئله پایداری برای حل کمترین مربعات

برای بدست آوردن جواب مسائل فرابرآورد از روش حل کمترین مربعات استفاده می‌شود. این روش مشکلاتی نیز در بردارد که در مثال اشاره خواهد شد. معادلات زیر مفروض است.

[1] bias
[2] variance
[3] Trade-off parameter

$$\begin{cases} m_1 = 1 \\ m_2 = 2 \\ m_1 + m_2 = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m_1 = 1 \\ m_2 = 2 \\ 2m_1 + 2m_2 = 4 \end{cases} \qquad (۲۸-۲)$$

دو رابطه فوق معادل هم هستند. ماتریس هسته دو سیستم معادلات به ترتیب به صورت زیر است.

$$\boldsymbol{F} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \quad , \quad \boldsymbol{F}' = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 2 & 2 \end{pmatrix} \qquad (۲۹-۲)$$

و بردار داده‌ها

$$\vec{d} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix} \quad , \quad \vec{d}' = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix} \qquad (۳۰-۲)$$

طبق رابطه (۲-۱۶) جواب‌ها به صورت زیر خواهد شد.

$$\tilde{\vec{m}} = \frac{1}{3}\begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 \\ -1 & 2 & 1 \end{pmatrix}\vec{d} \quad , \quad \tilde{\vec{m}}' = \frac{1}{9}\begin{pmatrix} 5 & -4 & 2 \\ -4 & 5 & 2 \end{pmatrix}\vec{d}' \qquad (۳۱-۲)$$

و با جایگذاری $\vec{d}$ و $\vec{d}'$ می‌توان نوشت.

$$\tilde{\vec{m}} = \begin{pmatrix} \frac{2}{3} \\ \frac{5}{3} \end{pmatrix} \quad , \quad \tilde{\vec{m}}' = \begin{pmatrix} \frac{5}{9} \\ \frac{14}{9} \end{pmatrix} \qquad (۳۲-۲)$$

همانطور که دیده می‌شود، برای دو سیستم معادل رابطه (۲-۲۸) دو جواب مختلف بدست آمده است. این اختلاف جواب بدلیل سیستم اندازه‌گیری در فضای داده‌ها اولیه و فضای داده‌های تغییر شکل یافته است که پس از تبدیل متفاوت خواهد شد یا بعبارت دیگر اینکه فواصل اندازه گرفته شده در روش کمترین مربعات برای

حل دو رابطه فوق متفاوت است. چون حل کمترین مربعات حداقل کردن فاصله‌ها می‌باشد، بنابراین حل در روش کمترین مربعات با تغییر مختصات داده‌ها، تغییر می‌کند. این نتیجه حاکی از این است که روش کمترین مربعات نمی‌تواند ابزار مناسبی برای حل مسئله در نگاه اول باشد، زیرا تبدیلات اختیاری یک سیستم معادلات منجر به جواب‌های مختلف در این روش می‌شود (اشنایدر و ترامپرت، ۱۹۹۹).

توجه شود که در این دو سیستم معادلات رابطه (۲-۲۸) ماتریس قدرت تفکیک برای هر دو سیستم یکسان و برابر ماتریس همانی خواهد شد. از اینرو هر دو سیستم قدرت تفکیک کامل دارند! بنابراین شاید باعث تعجب شود که با این وجود چرا جواب‌ها طبق رابطه (۲-۳۲) متفاوت می‌باشد.

جواب این اختلاف بدلیل وجود جمله توزیع خطا رابطه (۲-۹) $F^{-g}\vec{e}$ می‌باشد. این جمله در بردار مربوط به داده‌های رابطه (۲-۲۸) ظاهر می‌شود که ناشی از ناپایدار بودن معادلات می‌باشد. پس از تغییر مقیاس معادلات جواب‌های متفاوتی حاصل می‌گردد. بنابراین وجود ناپایداری در سیستم معادلات به سبب خطاهای موجود سبب جواب‌های مختلف در روش کمترین مربعات می‌شود که بواسطه تغییر مقیاس معادلات می‌باشد (اشنایدر و ترامپرت، ۱۹۹۹).

اکنون به بررسی خواص جواب روش کمترین مربعات تحت تبدیلات بردار داده‌ها و بردار مدل پرداخته می‌شود. اگر سیستم ابتدایی به صورت زیر باشد.

$$F\vec{m} = \vec{d} \qquad (۲-۳۳)$$

این رابطه صحیح به نظر نمی‌رسد، چون خطای $\vec{e}$ که همیشه وجود دارد، نادیده گرفته شده است. با بررسی تبدیل پارامترهای مدل از طریق ماتریس تبدیل A می‌توان نوشت (اشنایدر و ترامپرت، ۱۹۹۹).

$$\vec{m}' = A\vec{m} \qquad (۲-۳۴)$$

و تبدیل بردار داده‌ها با ماتریس تبدیل Q می‌توان نوشت:

$$\vec{d}' = Q\vec{d} \qquad (۳۵-۲)$$

با فرض معکوس‌پذیر بودن ماتریس $\boldsymbol{A}$ سیستم تبدیل معادلات به صورت زیر تبدیل خواهد شد.

$$QFA^{-1}\vec{m}' = Q\vec{d} = \vec{d}' \qquad (۳۶-۲)$$

و جواب عمومی رابطه (۲-۳۳) از روش کمترین مربعات به صورت زیر به دست می‌آید.

$$\vec{\tilde{m}}^{(1)} = (F^T F)^{-1} F^T \vec{d} \qquad (۳۷-۲)$$

جواب سیستم تبدیل معادلات (۲-۳۶)، با قراردادن $F'=QFA^{-1}$ و با جایگزین کردن $\vec{d}$ با $Q\vec{d}$ از همان رابطه پیروی می‌کند. این جواب بردار مدل تبدیل یافته $\vec{m}'$ می‌باشد. به‌منظور مقایسه این جواب با جواب تخمینی رابطه (۲-۳۳) باید به فضای مدل اولیه با استفاده از تبدیل $\vec{m} = A^{-1}\vec{m}'$ بازگشت. جواب کمترین مربعات $\vec{\tilde{m}}^{(2)}$ از سیستم تبدیل یافته بصورت زیر است (اشنایدر و ترامپرت، ۱۹۹۹).

$$\vec{\tilde{m}}^{(2)} = A^{-1}(A^{T^{-1}} F^T Q^T QFA^{-1})^{-1} A^{T^{-1}} FQ^T Q\vec{d} \qquad (۳۸-۲)$$

با فرض معکوس‌پذیر بودن ماتریس، می‌توان با داشتن $(NM)^{-1} = M^{-1}N^{-1}$ رابطه بالا را باز هم ساده کرد و به صورت زیر نوشت.

$$(A^{T^{-1}} F^T Q^T QFA^{-1})^{-1} = (A^{-1})^{-1}(F^T Q^T QF)^{-1}(A^{T^{-1}})^{-1} = A(F^T Q^T QF)^{-1} A^T \qquad (۳۹-۲)$$

و رابطه (۲-۳۸) بصورت زیر بازنویسی می‌شود.

$$\vec{\tilde{m}}^{(2)} = (F^T Q^T QF)^{-1} F^T Q^T Qd \qquad (۴۰-۲)$$

در رابطه (۲-۳۷)، ثابت می‌شودکه $\tilde{m}^{(1)}$ در مقایسه با رابطه (۲-۴۰) جواب روش کمترین مربعات تحت تبدیلات زیر ناوردا[1] است (اشنایدر و ترامپرت، ۱۹۹۹).

- تبدیلات کل بردار مدل
- تبدیلات بردار داده‌ها $Q^TQ=I$.

برای اولین خاصیت، تابع هدف در روش کمترین مربعات طول مدل را حداقل نمی‌کند، اما سبب عدم انطباق داده‌ها می‌شود. برای خاصیت بعدی، با مقایسه مقادیر مشخص می‌شود که هم سیستم اولیه و هم سیستم تبدیل یافته حداقل شده است. سیستم اولیه بصورت زیر حداقل می‌شود (اشنایدر و ترامپرت، ۱۹۹۹).

$$S = \left\| \vec{d} - F\vec{m} \right\|^2 = ((\vec{d} - F\vec{m}).(\vec{d} - F\vec{m})) \qquad (۴۱-۲)$$

در حالی که حداقل کردن سیستم تغییر شکل یافته

$$S' = \left\| Qd - QFm \right\|^2 = (Q(\vec{d} - F\vec{m}).Q(\vec{d} - F\vec{m})) = (Q^TQ(\vec{d} - F\vec{m}).(\vec{d} - F\vec{m})) \qquad (۴۲-۲)$$

این دو رابطه هنگامی که ماتریس تبدیل Q ، ماتریس واحد باشد ($Q^TQ=I$) مشابه هم خواهند شد. به این دلیل که ماتریس‌های یکه بر روی نرم یک بردار بی تاثیر می‌باشند.

۲-۱۴ پایداری مسئله برای حل کمینه نرم

مسئله پایداری فقط در حل کمترین مربعات مشکل ساز نیست، بلکه در حل کمینه نرم نیز مشابه این مشکل وجود دارد. برای نمونه اگر به سیستم فروبرآورد (۲-۱۸) رجوع شود، حل کمینه نرم برای این سیستم به صورت زیر است.

$$\tilde{m}_1 = 1 \quad , \quad \tilde{m}_2 = 1 \qquad (۴۳-۲)$$

[1] Invarient

اکنون یک تبدیل از بردار مدل $\vec{m}$ به یک بردار مدل جدید $\vec{m}'$ به صورت زیر است.

$$m_1' = m_1 + m_2 \qquad (۴۴-۲)$$
$$m_2' = m_2$$

برای این بردار مدل جدید سیستم معادلات به صورت رابطه زیر خواهد شد.

$$\tilde{m}_1' = d = 2 \qquad (۴۵-۲)$$

توجه شود که این سیستم تبدیل شده جدید، بدلیل اینکه هیچگونه قیدی در آن وجود ندارد، نسبت به سیستم اولیه رابطه (۲-۱۸) با وضوح بیشتر فروبرآورد است. حل کمینه نرم رابطه تبدیل یافته (۲-۴۵) بصورت $\tilde{m}_1' = 2$, $\tilde{m}_2' = 0$ می‌باشد. با تبدیل (۲-۴۴) این حل در فضای مدل تبدیل شده مطابق با حل فضای مدل اولیه است.

$$\tilde{m}_1 = 2 \quad , \quad \tilde{m}_2 = 0 \qquad (۴۶-۲)$$

این راه حل در شکل ۲-۴ با مربع توخالی نشان داده شده است. توجه کنید که راه حل متفاوت از حل کمینه نرم (۲-۴۳) برای سیستم معادلات می‌باشد. دلیلی برای اختلاف مشابه مسئله پایداری در روش کمترین مربعات در بخش ۲-۱۲ است؛ تبدیل رابطه (۲-۴۴) فضای مدل اولیه را عوض کرده است، بنابراین فواصل در فضای مدل اولیه و فضای مدل تبدیل یافته از روش‌های مختلف محاسبه شده است. به این دلیل حل کمینه نرم سیستم اولیه و تبدیل یافته متفاوت است.

بطور مشابه می‌توان یک تحلیل مشابه با بخش ۲-۱۳ برای خواص حل کمینه نرم تحت تبدیلات بردار مدل و بردار داده‌ها همانطوری که برای کمترین مربعات انجام شد، ارائه داد. اگرچه در عمل یک منظم‌سازی به معادلات اعمال می‌گردد. طبق رابطه (۲-۲۷) حل کمترین مربعات میرا و حل کمینه نرم میرا مشابه هم هستند. خواص عمومی تبدیل برای حل کمترین مربعات میرا در بخش بعدی آمده است.

۲-۱۵ نیاز برای یک منظم سازی کلی عمومی

تحلیل جواب تبدیل کمترین مربعات میرا کاملاً مشابه تحلیل جواب کمترین مربعات در بخش ۲-۱۰ است. با نادیده گرفتن خطاها سیستم معادلات خطی طبق رابطه (۲-۳۳) $F\vec{m} = \vec{d}$ است و بردار مدل تغییر یافته و بردار داده‌ها به ترتیب توسط رابطه‌های (۲-۳۴) و (۲-۳۵) داده شده است ($\vec{m}' = A\vec{m}$, $\vec{d}' = Q\vec{d}$). دوباره با فرض معکوس پذیر بودن ماتریس A ، سیستم تبدیل یافته معادلات با رابطه (۲-۳۶) داده می‌شود (اشنایدر و ترامپرت، ۱۹۹۹).

$$QFA^{-1}\vec{m}' = Q\vec{d} = \vec{d}'$$

حل کمترین مربعات میرای عمومی یک سیستم بصورت زیر است.

$$\tilde{\vec{m}}^{(1)} = (F^T F + \gamma I)^{-1} F^T \vec{d} \qquad (۴۷-۲)$$

مشابه با رابطه (۲-۴۰) حل کمترین مربعات میرا معادلات تغییر یافته به شکل زیر می‌باشد.

$$\tilde{\vec{m}}^{(2)} = A^{-1}(A^{T^{-1}} F^T Q^T Q F A^{-1} + \gamma I)^{-1} A^{T^{-1}} F Q^T Q \vec{d} \qquad (۴۸-۲)$$

پارامتر میرایی لزوماً معادل با پارامتر میرایی در روش کمترین مربعات نیست، اما فرق بین آنها مد نظر نیست. رابطه (۲-۴۴) با جایگذاری $\gamma I = \gamma A^{T^{-1}} A^T A A^{-1}$ خواهد شد (اشنایدر و ترامپرت، ۱۹۹۹).

$$\tilde{\vec{m}}^{(2)} = (F^T Q^T Q F + \gamma A^T A)^{-1} F^T Q^T Q \vec{d} \qquad (۴۹-۲)$$

این رابطه اشاره به یک مشکل اساسی دارد: جمله میرایی در فضای مدل $\vec{m}'$ توسط ماتریس همانی γI (رابطه(۲-۴۸)) بیان می‌شود و تبدیل به $\gamma A^T A$ در فضای مدل $\vec{m}$ می‌شود (رابطه(۲-۴۹)) و اشاره به این نکته دارد که جمله میرایی γI در مدل تبدیل شده تغییر کرده است. جمله $Q^T Q$ با تبدیل مختصات بردار داده‌ها بوجود می‌آید. بنابراین حل کمترین مربعات میرا عموماً تحت تبدیل بردار داده‌ها یا بردار مدل تغییر خواهد کرد (اشنایدر و ترامپرت، ۱۹۹۹).

با منظم‌سازی بیشتر فضای مدل و داده‌ها بصورت پایدار تغییر و حل آن مستقل از مختصات می‌شود. چنین منظم‌سازی که از رابطه (۲-۴۹) بدست می‌آید با جایگذاری $Q^TQ=W_d$ و تعریف $A^TA=W_m$ میسر می‌شود. حل کمترین مربعات بصورت زیر است.

$$\tilde{\vec{m}} = (F^TW_dF + \gamma W_m)^{-1}F^TW_d\vec{d} \qquad (۵۰-۲)$$

حداقل کردن جواب بر اساس تابع هدف خواهد شد.

$$S = (\vec{d} - F\vec{m})^TW_d(\vec{d} - F\vec{m}) + \gamma\vec{m}^TW_m\vec{m} \qquad (۵۱-۲)$$

این رابطه نشان می‌دهد که عموماً ماتریس‌های وزنی W_d و W_m می‌توانند هر چیزی باشند (برای کمینه شدن باید S مثبت باشد). به هر صورت γ باید طوری مشخص شود که بین پارامترهای مدل (اندازه و عدم انطباق با داده‌ها) تعادل برقرار کند. هر دو پارامتر مستقل مدل را نمی‌توان بطور همزمان حداقل کرد. از اینرو نیاز به تعادل‌سازی است. اگرچه انتخاب یک γ بهینه، به آسانی امکانپذیر نیست. هنگامی که مسئله با یک حل کمترین مربعات میرای ساده آغاز می‌شود، می‌توان مسئله را به یک منظم‌سازی حل کمترین مربعات در یک سیستم مختصات دیگر و بلعکس انتقال داد.

بنابراین دلیلی وجود ندارد که حل کمترین مربعات میرا را به حل عمومی کمترین مربعات ترجیح داد (۲-۵۰). در حقیقت بیشتر مسائل وارون، یا بدشرط (برخی فروبرآورد و برخی فرابرآورد) و یا دارای شرایط نامناسبند (خطای بسیار کوچک در داده‌ها سبب تغییرات بسیار زیادی در تخمین مدل می‌شود) که این شرایط دست به دست هم داده و سبب ایجاد فضای تهی[1] و در نهایت سبب جواب‌های غیر یکتا می‌شود. بنابراین نیاز به منظم‌سازی است، اما ابهاماتی در این انتخاب وجود دارد (اشنایدر و ترامپرت، ۱۹۹۷). بطور کلی در وارون‌سازی حل سیستم معادلات در مقابل انتخاب روش منظم‌سازی مناسب مشکل بسیار کوچکی است.

[1] Null space

یک دیدگاه، استفاده از روش‌های آماری بیزی[1]، که مسائل وارون را از نگاه آماری در نظر گرفته و می-بایست اطلاعات اولیه‌ای از داده‌ها و پارامترهای مدل در اختیار داشته باشد (تارانتولا و ولت[2]، ۱۹۸۲). در واقع ماتریس‌های وزنی منعکس کننده اطلاعات فیزیکی اولیه (از نگاه آماری) از داده‌ها و مدل هستند که مستقل از برداشت داده‌ها می‌باشند که شامل نوفه مربوط به دستگاه‌ها نیز می‌شود. در روش بیزی ماتریس‌های وزنی بصورت زیر می‌باشند (اشنایدر و ترامپرت، ۱۹۹۹).

$$W_d = C^{-1}{}_d \quad , \quad \gamma \mathrm{W}_m = C^{-1}{}_m \tag{۵۲-۲}$$

که $\boldsymbol{C}^{-1}{}_d$ و $\boldsymbol{C}^{-1}{}_m$ به ترتیب ماتریس کواریانس داده‌ها و مدل هستند (اشنایدر و ترامپرت، ۱۹۹۹).

$$C_d = \left\langle (\vec{d} - \left\langle \vec{d} \right\rangle)(\vec{d} - \left\langle \vec{d} \right\rangle)^T \right\rangle \quad , \quad C_m = \left\langle (\vec{m} - \left\langle \vec{m} \right\rangle)(\vec{m} - \left\langle \vec{m} \right\rangle)^T \right\rangle \tag{۵۳-۲}$$

در رابطه بالا علامت $\langle .... \rangle$ مقدار چشمداشتی[3] را محاسبه می‌کند. در این تفسیر مقدار تخمینی رابطه (۲-۵۰) مطابق با مدل استنتاجی است، هنگامی که توزیع خطاها گوسی باشد. اگرچه انتخاب یک توزیع اولیه از داده‌ها و مدل اغلب بصورت ذهنی صورت می‌گیرد.

یک روش مناسب برای تعریف تابع اختلاف[4]، از طریق روش‌هایی است که برای مدل دلخواه دارای خواص معینی است مانند (کوچک بودن، هموار بودن و...) (پارکر،۱۹۹۴). بعد از انتخاب شرایط اولیه به ازای مقادیر معین، نرم مناسب تعریف و سپس مقدار عدم انطباق داده‌ها و مدل مشخص می‌شود. در این مثال، سپس ماتریس وزنی سبب تعریف یک معیار برای نرم L می‌شود.

۲-۱۶ قوانین تبدیل برای ماتریس‌های وزنی

[1] Bayesian
[2] Volt
[3] Expection value
[4] misfit

یکی از نیازمندی‌های ابتدایی حل یک مسئله وارون باید این باشد که نتایج وارون‌سازی مستقل از مقیاس‌دهی اختیاری به داده‌ها و مدل باشد. در اینجا چگونگی بدست آوردن ماتریس‌های وزنی W_d , $\boldsymbol{W_m}$ تحت چنین تبدیلاتی برای حل کمترین مربعات توضیح داده می‌شود که چطور بدون تغییر باقی بمانند.

ابتدا مقیاس‌گذاری (۲-۳۵) برای بردار مدل به شکل روبرو است ($m' = A\,m$). تحت چنین تبدیلی مدل ایجاد شده از روش کمترین مربعات تبدیل طبق رابطه (۲-۵۱) به دست می‌آید.

$$\vec{m}^T W_m \vec{m} = \vec{m}'^T A^{T^{-1}} W_m A^{-1} \vec{m}' = \vec{m}'^T W_m' \vec{m}' \quad , \quad W' = A^{T^{-1}} W_m A^{-1} \tag{۵۴-۲}$$

با چنین تبدیلاتی، ماتریس وزنی مدل روش کمترین مربعات بدون تغییر باقی می‌ماند، از اینرو حل کمترین مربعات هنگامی که ماتریس وزنی مدل W_m تبدیل می‌یابد، بدون تغییر باقی می‌ماند.

باید به این نکته تاکید کرد که در روش وارون‌سازی بیزی، ماتریس وزنی، وارون ماتریس کواریانس مدل اولیه ($\gamma W_m = C^{-1}{}_m$) است، تبدیل ماتریس کواریانس بصورت زیر است (اشنایدر و ترامپرت، ۱۹۹۹).

$$C'_m = A C_m A^T \tag{۵۵-۲}$$

به‌سادگی از رابطه (۲-۵۳) قاعده تبدیل عملگر کواریانس بررسی می‌شود.

در قدم بعدی به بررسی تبدیل رابطه (۲-۵۵) برای بردار داده‌ها $\vec{d}' = Q\vec{d}$ و تاثیر آن بر تبدیل ماتریس وزنی داده‌ها W_d پرداخته می‌شود. مقیاس ماتریس B تحت تبدیل $B' = QB$ عوض شده است. تحت این تبدیل جمله مربوط به داده‌ها در مقدار کمترین مربعات (۲-۴۷) بصورت زیر تبدیل می‌شود (اشنایدر و ترامپرت، ۱۹۹۹).

$$\begin{aligned}(\vec{d} - B\vec{m})^T W_d (\vec{d} - B\vec{m}) &= (\vec{d}' - B'\vec{m})^T Q^{T^{-1}} W_d Q^{-1} (\vec{d}' - B'\vec{m}) \\ &= (\vec{d}' - B'\vec{m})^T W_d' (\vec{d}' - B'\vec{m})\end{aligned} \tag{۵۶-۲}$$

که

$$W_d' = Q^{T^{-1}} W_d Q^{-1} \qquad (۵۷-۲)$$

در روش معکوس‌سازی بیزی ماتریس وزنی داده‌ها معکوس ماتریس کواریانس داده‌ها می‌باشد ($W_d = C_d^{-1}$). بنابراین در این روش C_d بصورت زیر تبدیل می‌شود.

$$C_d' = Q C_d Q^T \qquad (۵۸-۲)$$

از دیدگاه روش بیزی، W_m, W_d که به ترتیب معکوس ماتریس کواریانس داده‌ها و مدل هستند و بایستی مطمئن شد جواب تحت تبدیلات بردارهای داده‌ها و یا مدل ناوردا باقی می‌ماند.

یک مسئله وارون بدشرط و یا دارای شرایط نامناسب تنها در صورتی می‌تواند جواب داشته باشد که با قراردادن یک جمله منظم‌سازی مناسب، بتوان جواب‌ها را کنترل کرد. عموماً، ماتریس‌های وزنی W_m , W_d یکتا نیستند و می‌توان آنها را به طرق مختلف بدست آورد.

۲-۱۷ حل سیستم معادلات خطی

گسسته‌سازی مسائل وارون منجر به سیستم معادلات خطی می‌شوند که ماتریس هسته آنها مرتبه[1] کاملی ندارد؛ زیرا که مقادیر تکین این ماتریس به تدریج به سمت صفر می‌روند و سبب ایجاد مسائل بدشرط می‌شوند (تیخونوف، ۱۹۷۷). بمنظور حل چنین مسائلی به روش‌های منظم سازی نیاز است.

باید توجه کرد که جواب‌های روش کمترین مربعات همیشه نیازمند حل یک سری روابط جبری هستند. برای نمونه رابطه (۲-۵۰) را بصورت زیر می‌توان نوشت.

$$(F^T W_d F + \gamma W_m)\tilde{\vec{m}} = F^T W_d \vec{d} \qquad (۵۹-۲)$$

که نشان‌دهنده یک سیستم معادلات خطی است که رابطه معمولی آن بصورت $Bx = y$ می‌باشد. برای وارون‌سازی B روش‌های عددی مختلفی وجود دارد که یکی از مفیدترین آنها روش تجزیه مقادیر تکین می‌باشد. از دیگر روش‌ها، می‌توان به روش منظم‌سازی تیخونوف اشاره نمود که در حالت کلی از رابطه زیر حاصل می‌شود (تیخونوف، ۱۹۷۷).

$$\min_x \left\{ \left\| F\vec{m} - \vec{d} \right\|^2 + \alpha \left\| \vec{m} \right\|^2 \right\} \qquad (۶۰-۲)$$

که $\alpha \geq 0$ پارامتر گسسته‌سازی برای مسائل مختلف متفاوت می‌باشد. برای حصول نتیجه بهتر رابطه (۲-۶۰) توسط رابطه (۲-۶۱) جایگزین می‌شود (تیخونوف، ۱۹۷۷).

$$\min_x \left\{ \left\| F\vec{m} - \vec{d} \right\|^2 + \alpha \left\| L\vec{m} \right\|^2 \right\} \qquad (۶۱-۲)$$

که L عملگر مشتق‌گیری گسسته درجه اول یا دوم می‌باشد. حل مساله وارون با درنظر گرفتن رابطه (۲-۶۱) بصورت زیر خواهد شد.

$$(F^T F + \alpha I)\vec{m} = F^T \vec{d} \qquad (۶۲-۲)$$

که **I** ماتریس همانی می‌باشد، بنابراین جواب نهایی از رابطه زیر بدست خواهدآمد (تیخونوف، ۱۹۷۷).

[1] rank

$$\vec{m} = (F^T F + \alpha I)^{-1} F^T \vec{d} \qquad (۶۳-۲)$$

در این پایان‌نامه از روش تیخونوف شرح داده شده برای حل مساله استفاده شده است.

فصل سوم:

تبدیلات زمان– فرکانس

و

روش‌های ارائه‌شده

۳-۱ مقدمه

پردازش و تحلیل زمان-فرکانس سیگنال[1] (TFSAP) به بررسی، پردازش و تحلیل سیگنال‌ها با محتوای فرکانسی متغیر با زمان می‌پردازد. چنین سیگنال‌هایی به خوبی توسط توزیع زمان-فرکانس[2] (TFD) بیان می‌شوند که توزیع انرژی سیگنال را روی فضای زمان و فرکانس نشان می‌دهد. همچنین در پردازش سیگنال، تمرکز انرژی سیگنال را در دو بعد زمان و فرکانس بجای فقط زمان یا فرکانس نمایش می‌دهند (بوآشاش، ۲۰۰۳).

دو نمایش متداول یک سیگنال، نمایش زمانی x(t) و نمایش فرکانسی X(f) می‌باشند. دو نمایش ذکرشده به صورت مستقل از هم رفتار می‌کنند. برای نمایش در هر کدام از فضای زمان یا فرکانس، از فضای دیگر می‌بایست چشم‌پوشی کرد. در نتیجه هر نمایش متداول سیگنال، جایگزیده هم در زمان و هم در فرکانس نمی‌باشد. اصولاً نمایش فرکانسی، متوسط تمام مقادیر نمایش زمانی در تمام زمان‌ها، و نمایش زمانی متوسط تمام مقادیر نمایش فرکانسی در همه فرکانس‌ها می‌باشد (بوآشاش، ۲۰۰۳).

به دلیل طبیعت ناپایای داده‌های لرزه‌ای، محتوی فرکانسی نسبت به زمان تغییر می‌کنند (ایلماز، ۲۰۰۱). از تحلیل زمان-فرکانس به منظور توصیف پاسخ فرکانسی وابسته به زمان زیر سطح استفاده می‌شود. چون نگاشت زمان-فرکانس یک فرایند یکتا نمی‌باشد، روش‌های مختلفی برای آنالیز زمان-فرکانس سیگنال-های ناپایا وجود دارند (کوهن، ۱۹۹۵).

اگرچه تبدیل فوریه یک سری زمانی، شامل تمام اطلاعات در مورد مولفه‌های طیفی دریک سری زمانی می‌باشد، ولی نمی‌تواند توزیع زمانی فرکانس‌های مختلف را مشخص نماید. بنابراین، برای حجم وسیعی از کاربردهای عملی، تبدیل فوریه مناسب نمی‌باشد. در نتیجه، تحلیل‌های زمان-فرکانس معرفی و استفاده شده است. کاربردی‌ترین تبدیل در این زمینه، تبدیل فوریه زمان کوتاه می‌باشد. اما بدلیل ثابت بودن طول پنجره،

[1] Time-frequency signal analysis and processing
[2] Time-frequency distribution

طیف حاصل از این تبدیل نمی‌تواند برای سیگنال‌های ناپایا مفید باشد. از دیگر تبدیل‌ها، تبدیل موجک پیوسته است، که هرچند اطلاعات را در حوزه زمان و فرکانس به خوبی نمایش می‌دهد ولی بسیار حساس به نوفه می-باشد (کوهن، ۱۹۹۵).

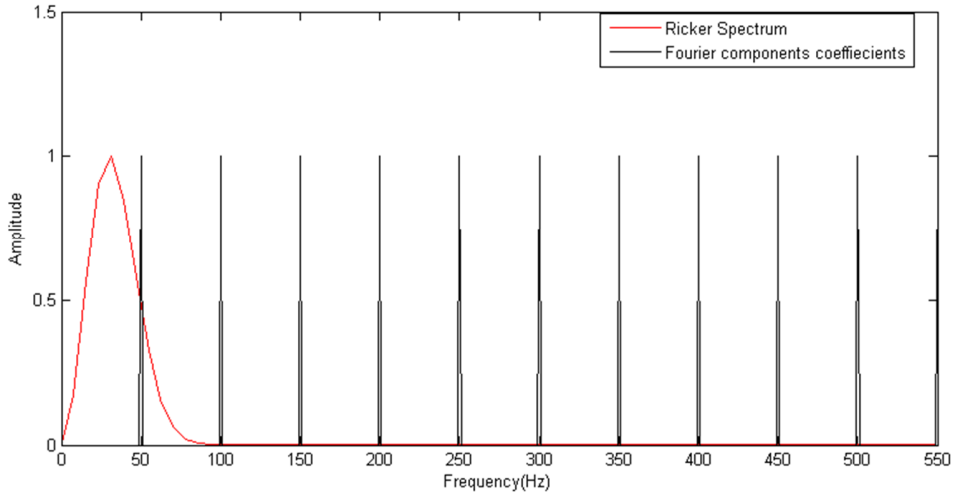
۳-۲ تبدیل فوریه و تبدیل فوریه زمان کوتاه

تبدیل فوریه از پایه ریاضیات روش STFT در تجزیه طیفی استفاده می‌کند. تبدیل فوریه از تعداد نامتناهی پایه‌های سینوسی استفاده می‌کند و بنابراین حل خطای کمترین مربعات، جوابی برای ضرایب سری فوریه می-باشد (پوریر، ۲۰۱۲).

$$G(f) = \int_{-\infty}^{+\infty} g(t) e^{-i\,2\pi ft} dt \qquad (۱-۳)$$

که t زمان ، f فرکانس، g(t) سیگنال زمانی پیوسته و G(f) طیف مختلط پیوسته است. این طرح ساده‌ای است که پایه‌های سینوسی متعامد و نامحدود را در سری زمانی نشان می‌دهد. رابطه (۳-۱)، طیف تبدیل فوریه پیوسته و غیرتناوبی را در زمان و فرکانس نشان می‌دهد (در حد $dt \to 0$ اثر مات‌شدگی فرکانسی به صورت تناوبی به‌وجود می‌آید). اگرچه در کاربردهای دیجیتال، تبدیل فوریه، گسسته فرض می‌شود و نمونه‌برداری به صورت گسسته و تناوبی در فضای زمان و فرکانس می‌باشد.

روش تبدیل فوریه گسسته DFT، تعدیل‌شده تبدیل فوریه در سیگنال‌های گسسته می‌باشد. در محاسبه DFT، توابع پایه سینوسی فقط هنگامی‌که دوره تناوب آنها عدد صحیحی از تناوب فرکانس اصلی سیگنال باشد، متعامد هستند. چنین توابع پایه‌ای متعامد شامل فرکانس‌های DFT است، که در شکل ۳-۱ نشان داده شده است (پوریر، ۲۰۱۲).



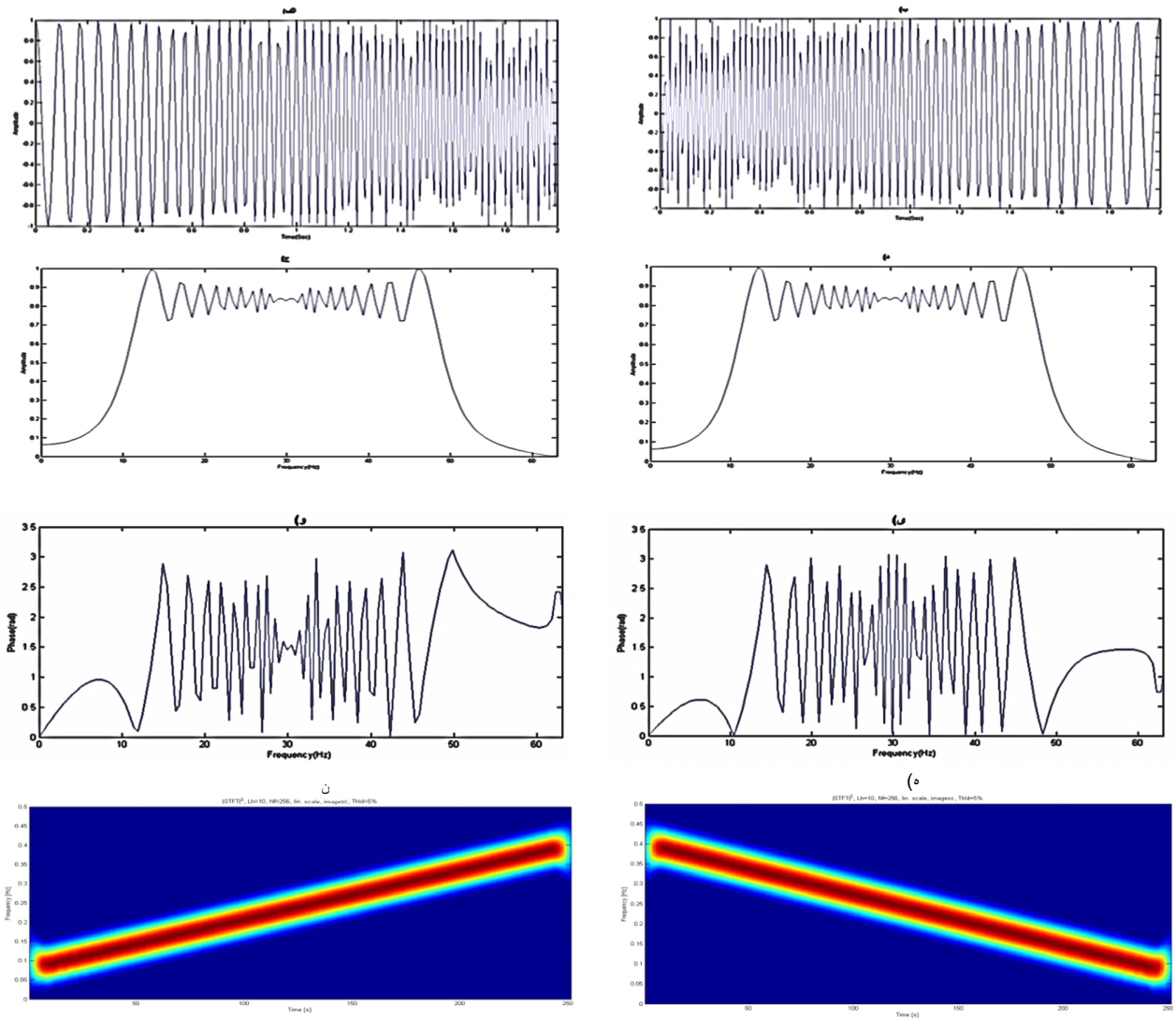
شکل۳-۱: مولفه‌های فرکانسی تبدیل فوریه برای پنجره ۲۰ms به همراه طیف یک موجک ریکر رسم شده است. فرکانس اصلی $df = 1/20 ms = 50$ Hz می‌باشد. با استفاده از روش STFT ، انرژی سیگنال در نهایت بایستی روی مولفه‌های تنک در داخل باند موجک توزیع شود. کاملاً مشخص است قدرت تفکیک فرکانسی برای تولید اطلاعات طیفی جامع در این باند لرزه‌ای، کافی نمی‌باشد. بنابراین، تبدیل توسعه یافته‌ای که محدودیت‌های روش STFT را نداشته باشد، ضروری است.

روش DFT به صورت زیر تعریف می‌گردد.

$$G(k\Delta f) = \sum_{n=0}^{N-1} g(n\Delta t) e^{-\frac{2\pi i}{N} k\Delta f \; n\Delta t}, \quad \text{k=0,...,N-1} \qquad (۲-۳)$$

که N تعداد نمونه‌های سیگنال گسسته، n اندیس نمونه‌های زمانی، Δt فاصله دو نمونه متوالی در راستای زمان، k اندیس نمونه‌های فرکانسی و Δf فاصله دو نمونه متوالی در راستای فرکانس می‌باشند. $g(n\Delta t)$ سیگنال زمانی گسسته و $G(k\Delta f)$ طیف مختلط گسسته می‌باشد. روش DFT تمام اطلاعات سیگنال را با هم تلفیق می‌کند و قادر به نشان دادن تغییرات محتوای فرکانسی به صورت تابعی از زمان نمی‌باشد. ضعف دیگر این تبدیل، اینست که اطلاعات زمانی بسادگی واضح نیستند و در طیف فاز تبدیل فوریه پنهان می‌شوند. برای نشان دادن این ضعف دو تابع چیرپ با ۲۵۱ نمونه زمانی و زمان‌نمونه برداری ۸ ms در شکل ۳-۲ در نظر گرفته شده است. فرکانس سیگنال قسمت الف) بطور خطی با زمان افزایش و قسمت ب) بطور خطی با زمان کاهش می‌یابد. ولی دیده می‌شود که طیف دامنه برای هر دو سیگنال در قسمت‌های ج) و د) یکی است،

بنابراین هیچ اطلاعاتی در مورد فرکانس‌های مختلف در زمان‌های متفاوت وجود ندارد. اطلاعات محلی زمانی نیز در مقدار فاز طیف در شکل‌های و) و ی) پنهان است و بسادگی قابل دستیابی نیستند (استاکول، ۲۰۰۷).



شکل۳-۲: الف) یک سیگنال چیرپ ۲۵۱ نمونه‌ای که فرکانس آن بطور خطی با زمان افزایش می‌یابد. ب) سیگنال چیرپ مشابه با قسمت الف) با این تفاوت که فرکانس آن بطور خطی با زمان کاهش می‌یابد. ج) و د) طیف دامنه‌ها و و) و ی) طیف‌های فاز به‌ترتیب مربوط به سیگنال‌های الف) و ب) و ن) و ه) صفحه زمان-فرکانس مربوط به سیگنال‌های الف) و ب) .

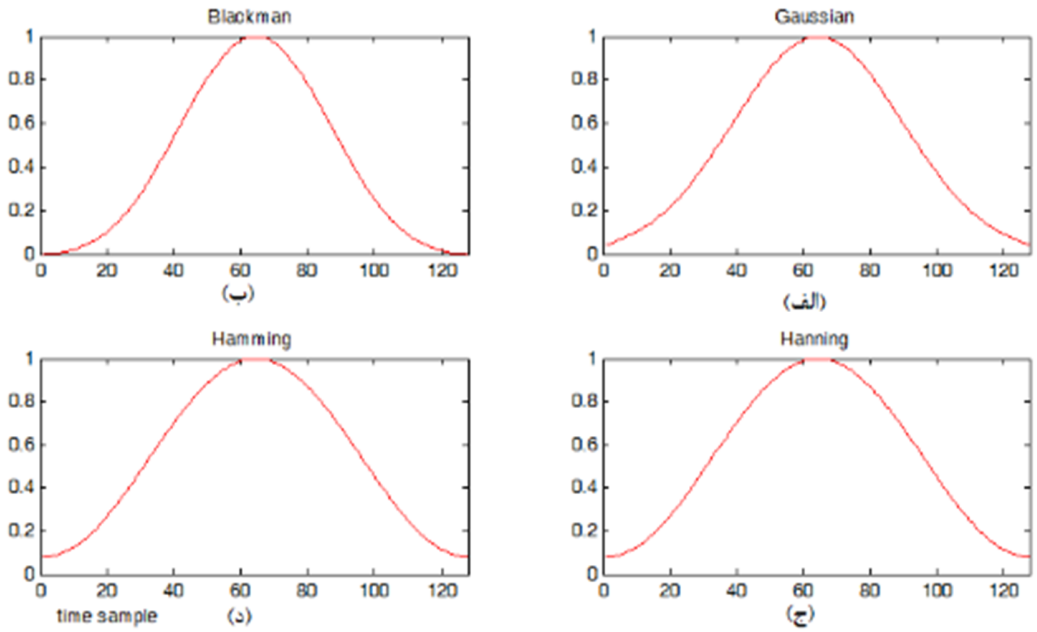
روش STFT، در واقع همان DFT است که از یک پنجره زمانی متغیر (معمولاً به شکل تیپر[1] برای داشتن یک تابع تبدیل دلخواه و معمولاً دارای صفر در دوانتهای پنجره برای کم کردن اثر گیبس) که در طول سیگنال حرکت می‌کند، بهره می‌برد. از همبستگی-عرضی[2] توابع پایه سینوسی متعامد با قسمت پنجره‌شده سیگنال، می‌توان ضرایب سری فوریه را محاسبه نمود.

پدیده گیبس بدلیل رفتار نوسانی طیف فرکانسی سیگنال پنجره‌ای شده رخ می‌دهد. نوع پنجره در شدت این پدیده موثر می‌باشد. برای کاهش این پدیده می‌توان از پنجره‌هایی که در کناره‌ها دارای دامنه کمتری هستند (مانند همینگ[3]،هنینگ[4]،گوسی[5] و بلکمن[6]) استفاده کرد (حسین[7] و همکاران،۲۰۱۱). در جدول ۱-۱ نام، رابطه و مشخصات تعدادی از پنجره‌ها آمده است. شکل این توابع در شکل ۳-۳ برای ۱۲۸ نمونه زمانی نشان داده شده است.

جدول۳-۱: نام، رابطه و مشخصات توابع پنجره متداول (روشندل کاهو،۱۳۸۸)

Name	W(t)	$\Delta\omega$	A	P
Rectangular	1	0.89	-13dB	0
Hamming	$0.54 + 0.46\cos(2\pi t)$	1.36	-43dB	0
Hanning	$\cos^2(\pi t)$	1.44	-55dB	0
Blackman	$0.42 + 0.5\cos(2\pi t) + 0.08\cos(4\pi t)$	1.68	-32dB	2
Gaussian	$e^{(\alpha t^2)}$	1.55	-58dB	2

[1] Taper
[2] Cross-Correlation
[3] Hamming
[4] Hanning
[5] Gaussian
[6] Blackman
[7] Hussain



شکل۳-۳: توابع پنجره (الف) گوسی،(ب) بلکمن، (ج) هنینگ و (د) همینگ (روشندل کاهو،۱۳۸۸)

در روش STFT، ابتدا یک صفحه[1]زمان-زمان، g_w، از قسمت پنجره شده سیگنال خارج می‌گردد، که به عنوان تابعی از موقعیت پنجره و شماره پنجره بیان می‌شود (پوریر، ۲۰۱۲).

$$g_w(n\Delta t, m\Delta t) = w(m\Delta t)\, g((n+m)\Delta t) \qquad (۳-۳)$$
$$n = 0,\ldots,N-1 \quad \text{and} \quad m = -(M-1)/2,\ldots,(M-1)/2$$

که n نمونه زمانی طیف (مرکز پنجره)، m اندیس شماره پنجره، M تعداد نمونه‌ها در هر پنجره می‌باشد، $w(m\Delta t)$ تابع پنجره و صفحه ز مان-زمان $g_w(n\Delta t, m\Delta t)$ می‌باشد.

سپس روش DFT به صفحه زمان-زمان در پنجره انتخابی، اعمال می‌گردد. این نتیجه در صفحه زمان-فرکانس بصورت زیر می‌باشد.

$$G(n\Delta t, k\Delta f) = \sum_{n=-(M-1)/2}^{(M-1)/2} g_w(n\Delta t, m\Delta t)\, e^{-\frac{2\pi i}{M} k\Delta f \; m\Delta t} \qquad (۴-۳)$$

[1] panel

در این روش، DFT اعمالی به قسمت پنجره‌شده سیگنال، تنها شامل پایه‌های سینوسی متناهی می‌باشد که معادل با پایه‌های کوتاه شده در طول پنجره است؛ بنابراین بیشتر هسته‌های سینوسی محاسبه شده متعامد نخواهند بود، به جز آنهایی که طول پنجره انتخابی، عدد صحیحی از دوره تناوب سیگنال داخل پنجره باشد. درنتیجه، DFT پنجره‌ای، طیف داده‌ها را داخل پنجره نمی‌دهد اما طیف سری‌های زمانی پنجره‌شده، شامل داده‌های (احتمالاً تیپر زده شده) داخل پنجره را می‌دهد و در خارج پنجره مقدار طیف صفر می‌باشد. طبق قضیه همامیخت فوریه، درواقع در روش STFT، همامیخت طیف داده‌های واقعی با طیف پنجره وجود دارد. بنابراین، هموارشدگی تحلیل سبب فقدان قدرت تفکیک فرکانسی و افزایش در پهنای باند طیف می‌شود. درنتیجه، در یک سری زمانی واقعی، انحراف استاندارد میانگین فرکانس‌های مثبت طیف داده‌های پنجره‌شده همواره نسبت به انحراف استاندارد فرکانس‌های مثبت داده‌های واقعی بیشتر می‌باشد (پوریر، ۲۰۱۲).

هنگامی‌که داده‌ها پنجره‌ای می‌شوند، مکان توابع سینوسی ناهمبسته با افزایش فرکانسی ($df \geq 1/T$ T) معادل با طول زمانی پنجره) به صورت دوره‌ای مشخص می‌شود. زمانی‌که شرط تعامد برقرار نباشد، DFT بعنوان نشت[1] انرژی بین فرکانس‌ها بیان می‌شود. عموماً عنوان تبدیل فوریه پنجره‌ای مرتبط با نشت طیفی می‌باشد (برکول[2]، ۱۹۸۶).

قدرت تفکیک زمانی و فرکانسی وابسته به پنجره‌ای کردن سیگنال در روش STFT می‌باشد، قدرت تفکیک خوب زمانی، نیازمند یک پنجره زمانی کوتاه و قدرت تفکیک خوب فرکانسی، نیازمند یک پنجره زمانی بلند می باشد که با اصل عدم قطعیت هایزنبرگ بیان می‌شود. اما حالت ایده‌آل بایستی قدرت تفکیک خوبی در دو حوزه زمان و فرکانس داشت که از لحاظ تئوری در روش STFT غیر ممکن می‌باشد (اوگر[3] و همکاران، ۱۹۹۵).

[1] leaking
[2] Bracewell
[3] Auger

اگرچه، کاهش قدرت تفکیک فرکانسی STFT یک محدودیت اساسی در تئوری فوریه نیست، بلکه در نتیجه تعریف روش STFT (استفاده از توابع پایه متعامد داخل یک پنجره زمانی کوتاه) به وجود می‌آید. در مورد پنجره‌های خیلی کوتاه، طیف منتجه، تشابه کمی با طیف داده‌ها دارد. برای محاسبه طیف داده‌ها داخل پنجره، به جای طیف داده‌های پنجره‌شده، می‌بایست معادلات عمومی روش DFT با جملات قطری غیر صفر را وارون و از حل مناسب آن ضرایب سری فوریه محاسبه شود. در این پایان‌نامه از روشی بر مبنای روش کمترین مربعات و استفاده از قیود مناسب برای حل معادلات استفاده شده است که در نتیجه قدرت تفکیک زمانی و فرکانسی بسیار افزایش یافته است.

۳-۳ تبدیل S

تبدیل S (استاکول و همکاران، ۱۹۹۶) یکی از تبدیل های زمان- فرکانس می باشد. امروزه تبدیل استاکول[1] ST به طور گسترده بعنوان یک روش پایه در کاربردهای مختلف استفاده می‌شود. در تبدیل S مانند تبدیل فوریه زمان کوتاه از تبدیل فوریه پنجره‌ای استفاده می شود، با این تفاوت که عرض و دامنه پنجره به فرکانس وابسته است (روشندل کاهو، ۱۳۸۸). تبدیل S طبق رابطه (۳-۵) تعریف می‌شود که S یک تابع پیوسته‌ای از زمان τ و فرکانس f می‌باشد. فرکانس f پهنای پنجره گوسی σ را طبق رابطه (۳-۶) تغییر می‌دهد. روش ST پیوسته، صفحه‌ای است که محورعمودی آن فرکانس و محور افقی آن زمان می‌باشد.

$$S(\tau,f)=\int_{-\infty}^{+\infty} h(t)\left(\frac{|f|}{\sqrt{2\pi}}\exp\left(-\frac{(t-\tau)^2 f^2}{2}\right)\exp(-(i\,2\pi f t))\right)dt \qquad (۵-۳)$$

$$\sigma=\frac{1}{|f|} \qquad (۶-۳)$$

[1] S-Transform

۳-۳-۱ تبدیل S گسسته

اگر سیگنال $g(t)$ را به شکل گسسته به صورت $h(kT)$ در نظر گرفته شود آنگاه $k = 0,1,...,N-1$، که N تعداد نمونه‌ها و T کل نمونه زمانی می‌باشد. تبدیل S یک سری زمانی گسسته (با حد $f \to \frac{n}{NT}$ و $\tau \to kT$) بدست می‌آید (پولابهاتلا[1] ، ۲۰۱۰).

$$S[kT, \frac{n}{NT}] = \sum_{k=0}^{N-1} H\left[\frac{m+n}{NT}\right] e^{\frac{-2\pi^2 m^2}{n^2}} e^{\frac{i\,2\pi mk}{N}} \quad \text{n} \neq 0 \qquad (۳-۷)$$

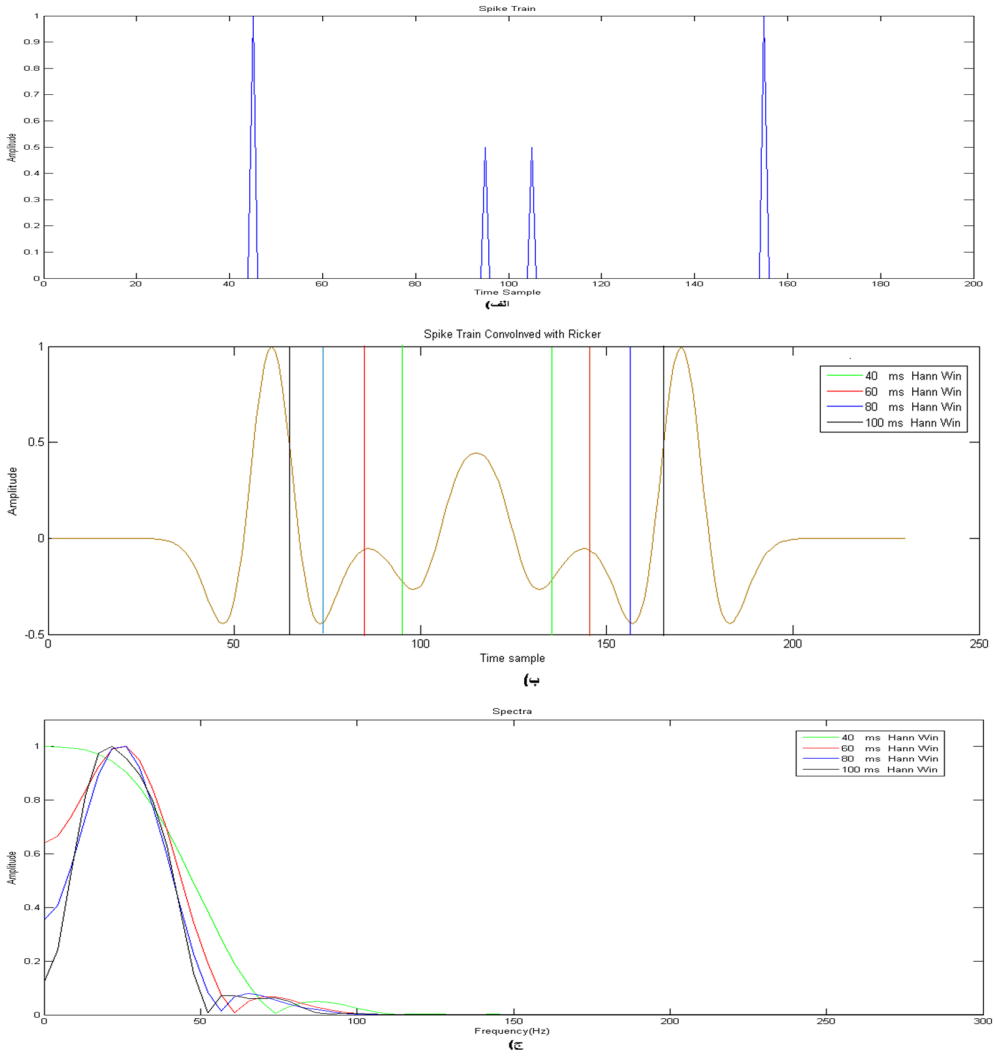
که k و m از 0 تا N-1 متغیرند و $n = 0,1,...,(\frac{N}{2}-1)$ می‌باشد. هر ردیف ماتریس ST، دامنه همه فرکانس‌ها را در یک زمان نشان می‌دهد. هر ستون همان ماتریس نیز، تغییرات دامنه ST با زمان را از 0 تا N-1 نمونه فرکانسی در همان فرکانس نشان می‌دهد (پولابهاتلا، ۲۰۱۰).

۳-۴ تحلیل طیفی چرا ؟

تجزیه طیفی داده‌های لرزه‌ای، سبب شده هر ردلرزه[2] که تابعی از زمان می‌باشد به فضای زمان-فرکانس انتقال یابد که در آن فرکانس بعنوان تابعی از زمان برداشت داده لرزه‌ای نمایش داده می‌شود. بنابراین برخی از پاسخ-های ژئوفیزیکی که در باند خاص فرکانسی ظاهر می‌شوند را می‌توان بررسی نمود (پارتیکا و همکاران، ۱۹۹۹). عموماً در تجزیه طیفی از تبدیل فوریه زمان کوتاه (STFT)، تبدیل موجک (CWT)، تبدیل S و ... استفاده می‌شود. تمام این روش‌ها نیازمند تعادل بین قدرت تفکیک زمانی و فرکانسی می‌باشند که می‌تواند سبب اشتباه در تفسیر نهایی شود (پوریر، ۲۰۱۲).

[1] pullabhatla
[2] Trace

شکل ۳-۴ مشکلی را که در تجزیه طیفی وجوددارد، نشان می‌دهد. یک سری بازتاب تشکیل شده از دو بازتابنده با دامنه کم که نشاندهنده یک لایه نازک است و توسط پنجره‌هایی با طول‌های متفاوت از ضرایب بازتاب با دامنه بزرگتر جدا شده است.



شکل۳-۴: تحلیل طیفی پنجره‌ای برای یک جفت ضریب بازتاب مجاور با دامنه کم که توسط دو ضریب بازتاب با دامنه زیاد احاطه شده‌اند. خطوط افقی پنجره را به ازای طول‌های مختلف برای محاسبه طیف نشان می‌دهد. الف) یک سری بازتاب متشکل از دو دوضریب با دامنه کم و ضخامت ۱۰ms که توسط پنجره‌هایی از نوع هان با طول‌های مختلف که جدا شده است. ب) همامیخت سری بازتاب با یک موجک ریکر ۳۰ هرتز و ج) مقایسه تبدیل فوریه حاصل از اعمال پنجره‌ها با طول‌های متفاوت.

هنگامی‌که سری بازتاب با یک موجک ریکر[1] همامیخت می‌گردد، رخدادهای بازتابی از لایه نازک با هم تداخل می‌کنند. پاسخ طیفی درست لایه نازک باید قطع‌شدگی فرکانس را در ۵۰ هرتز مطابق با اولین انقطاع طیفی جفت بازتابنده‌های کم دامنه نشان دهد. این فرکانس به منظور مشخص کردن ضخامت زمانی لایه کاربرد دارد (پارتیکا، ۱۹۹۹). برای دقت هرچه بیشتر در مشخص کردن فرکانس انقطاع، طول پنجره انتخابی باید آنقدر کوچک باشد که از تداخل با بازتابگر مجاور جلوگیری شود ولی چنان نباشد که اثر پنجره سبب شود مکان انقطاع فرکانس نادرست تفسیر گردد (پارتیکا، ۱۹۹۹).

متاسفانه، همانطور که در شکل ۳-۴ مشخص است درعمل پیداکردن طول بهینه از این روش امکانپذیر نمی‌باشد. با انتخاب پنجره هان به طول ۴۰ms، فرکانس‌های قله‌ها و دره‌ها طیف فوریه حاصل نمی‌تواند بطور مستقیم بیانگر مشخصات لایه باشد. پنجره‌ای با طول بیشتر نیز طیفی را می‌سازد که به سبب تداخل انرژی مخدوش شده است و بنابراین مکان فرکانس انقطاع را اشتباه نشان می‌دهد. درچنین شرایطی، بهتر است که از پنجره کوچکتری در تبدیل فوریه استفاده گردد، هرچند که تفکیک فرکانسی کاهش می‌یابد.

پنجره کوچکتر به منظور جداسازی بخش مشخصی از یک ردلرزه برای بدست‌آوردن طیف و نشانگرهای طیفی (از قبیل فرکانس قله و اندازه دامنه در فرکانس قله)، مطلوب می‌باشد. هرچند که استفاده از پنجره کوچکتر سبب کاهش تفکیک فرکانسی و پوشاندن مشخصات طیفی می‌گردد (برکول، ۱۹۸۶).

یک راه حل برای کاهش اثر پنجره، بدست آوردن ضرایب تبدیل فوریه داخل پنجره بطور مستقیم با حل از طریق روش کمترین مربعات امکان‌پذیر می‌باشد (ونیشس، ۱۹۶۹). درحقیقت نیز تبدیل فوریه تنها زمانی که توابع پایه سینوسی متعامد باشند، حل کمترین مربعات برای ضرایب سری فوریه است. هنگامی که یک ردلرزه پنجره‌ای می‌شود، این تعریف به‌ازای فرکانس‌هایی که عددصحیحی از طول پنجره نیستند، نقض می‌شود. در این حالت با حرکت پنجره روی ردلرزه طیف داده‌ها مخدوش می‌شود. اگرچه، این اثر در نتیجه تعریف تبدیل

[1] Ricker Wave

فوریه است که در آن باید پایه‌های سینوسی ناهمبسته باشند. البته در تحلیل فوریه ناهمبستگی ضروری نمی-باشد.

تبدیل فوریه تنها یکی از بسیار روش‌های ممکن برای محاسبه ضرایب سری فوریه می‌باشد. از دیدگاه تعیین ضرایب سری فوریه، در یک سری زمانی داخل یک پنجره، اثر مات‌شدگی پنجره بدلیل نامتعامدبودن پایه‌های سینوسی رخ می‌دهد. در روش تبدیل فوریه‌زمان-کوتاه، به‌ازای تبدیل فوریه داخل هر پنجره، می‌بایست که پایه‌های سینوسی در طول پنجره متعامد باشند. این نتایج در تبدیل فوریه حاصل طیف داده‌های پنجره‌شده را بجای طیف داده‌ها داخل پنجره مذکور می‌دهد.

تحلیل زمان-فرکانس داده‌های لرزه‌ای با حل مستقیم معادلات عمومی با پایه‌های سینوسی متعامد برای ضرایب سری فوریه حاصل می‌شود ولی هنگامی‌که پایه‌های سینوسی متعامد نباشند، جواب وارون ضرایب یکتا نیست، بنابراین بسیار پیچیده و نیازمند اعمال قیود خاصی می‌باشد. چنین حالتی تا بحال برای تجزیه طیفی داده‌های لرزه‌ای استفاده نشده است.

در این پایان‌نامه ترجیح داده می‌شود با اعمال قیود به جواب‌های عمومی ضرایب سری فوریه از روش تحلیل طیفی کمترین مربعات مقیدشده CLSSA استفاده شود و در ادامه این روش با متغیر شدن طول پنجره ارتقا می‌یابد. انتظار است نتایج روش CLSSA و روش ارتقا یافته CLSWWFC بسیار وابسته به نوع قید اعمال‌شده باشند.

۳-۵ روش کمترین مربعات مقید شده (CLSSA)

تبدیل فوریه سیگنال زمانی $x\left(t\right)$ به‌صورت رابطه (۳-۸) بدست می‌آید (پروکیس[1] و مانولاکیس[2]، ۲۰۰۷).

[1] Proakis
[2] Manolakis

$$X\left(f\right)=\int_{-\infty}^{+\infty}x\left(t\right)e^{-i2\pi ft}dt \qquad (۸-۳)$$

این رابطه را می‌توان برای حالت سیگنال‌های گسسته $x\left(n\Delta t\right)$ می‌توان به‌صورت رابطه (۳-۹) بازنویسی نمود.

$$X\left(k\Delta f\right)=\sum_{n=0}^{N-1}x\left(n\Delta t\right)e^{-\frac{i2\pi}{N}k\Delta fn\Delta t}, \qquad k=0,1,\ldots,N-1 \qquad (۹-۳)$$

که N تعداد نمونه‌های سیگنال گسسته، n اندیس نمونه‌های زمانی، Δt فاصله دو نمونه متوالی در راستای زمان، k اندیس نمونه‌های فرکانسی و Δf فاصله دو نمونه متوالی در راستای فرکانس می‌باشند.

روش STFT را می‌توان مستقیماً از روی DFT بدست آورد. بدین صورت که با حرکت پنجره روی سیگنال و محاسبه DFT داخل هر پنجره طبق رابطه زیر STFT محاسبه می‌شود (پوریر، ۲۰۱۲).

$$G\left(n\Delta t,k\Delta f\right)=\sum_{m=-(M-1)/2}^{(M-1)/2}g_w\left(n\Delta t,m\Delta t\right)e^{-\frac{2\pi i}{M}k\Delta f\ m\Delta t} \qquad (۱۰-۳)$$

که M تعداد نمونه‌های زمانی داخل پنجره انتخابی، پنجره دوبعدی زمانی $g_w\left(n\Delta t,m\Delta t\right)$ که تابعی از موقعیت پنجره ($n\Delta t$) و شماره پنجره ($m\Delta t$) می‌باشد. رابطه (۳-۱۰) را می‌توان به‌صورت ماتریسی مطابق رابطه (۳-۱۱) نوشت.

$$\mathbf{F}\vec{m}=\vec{d} \qquad (۱۱-۳)$$

که $\mathbf{F}$ ماتریس هسته شامل توابع پایه سینوسی مختلط یا حقیقی مطابق رابطه (۳-۱۲)، $\vec{m}$ ضرایب تبدیل فوریه، $\vec{d}$ نمونه‌های سیگنال حقیقی یا سیگنال تحلیلی می‌باشد (پوریر و همکاران، ۲۰۱۲).

$$\mathbf{F}\left(n,k\right)=\cos\left(2\pi k\Delta fn\Delta t\right)+i\sin\left(2\pi k\Delta fn\Delta t\right) \qquad (۱۲-۳)$$

تعداد ستون‌های ماتریس F برابر با تعداد نمونه‌های فرکانسی و تعداد سطرهای ماتریس F برابر با تعداد نمونه‌های زمانی می‌باشد.

برای بدست آوردن ضرایب تبدیل فوریه $\vec{m}$ کافیست رابطه ماتریسی (۳-۱۱) حل شود. چنانچه تعداد مجهولات و معلومات در رابطه ماتریسی (۳-۱۱) با یکدیگر برابر و ماتریس هسته دارای مرتبه کامل باشد، آنگاه رابطه (۳-۱۱) یک پاسخ یکتا خواهد داشت که به صورت حل کمترین مربعات مطابق رابطه (۳-۱۳) بدست می‌آید (مژو، ۱۹۹۴).

$$\vec{m} = \left(\mathbf{F}^{*}\mathbf{F}\right)^{-1}\mathbf{F}^{*}\vec{d} \qquad (۱۳-۳)$$

که * ترانهاده مزدوج مختلط را نشان می‌دهد.

چنانچه تعداد مجهولات بیشتر از تعداد معلومات باشد، مساله بصورت فروبرآورد خواهد شد. در این حالت دیگر رابطه ماتریسی (۳-۱۱) دیگر پاسخ یکتا نخواهد داشت و حل رابطه (۳-۱۳) هموارترین پاسخ ممکن خواهد بود. در این حالت پاسخ‌هایی که تنک باشند، می‌توانند تبدیل فوریه با قدرت تفکیک بالای فرکانسی را تولید نمایند. دابیشس و همکاران (۲۰۰۸) نشان دادند که برای بدست آوردن پاسخ تنک برای رابطه ماتریسی (۳-۱۱) می‌توان یک الگوریتم تکراری را استفاده نمود.

برای مقید نمودن حل رابطه (۳-۱۱) به منظور رسیدن به یک پاسخ تنک، از دو ماتریس قطری $\mathbf{W}_m$ و $\mathbf{W}_d$ که به ترتیب ماتریس‌های وزنی پارامترهای مدل و داده‌ها می‌باشند، مطابق رابطه (۳-۱۴) استفاده می‌گردد.

$$\underbrace{\mathbf{W}_d\underbrace{\mathbf{F}}_{\mathbf{F}_w}\mathbf{W}_m}\ \underbrace{\mathbf{W}_m^{-1}\vec{m}}_{\mathbf{m}_w} = \mathbf{W}_d\vec{d} \Rightarrow \mathbf{F}_w\vec{\mathbf{m}}_w = \mathbf{W}_d\vec{\mathbf{d}} \qquad (۱۴-۳)$$

ماتریس وزنی $\mathbf{W}_d$ در تکرارهای مختلف الگوریتم ثابت بوده و به صورت رابطه (۳-۱۵) تعریف می‌شود.

$$\mathbf{W}_d = diag\left(0.5 + 0.5\cos\left(\frac{2\pi n\Delta t}{N}\right)\right)\left|\vec{d}_0\right| \qquad (۱۵-۳)$$

که $\left|\vec{d}_0\right|$ دامنه سیگنال تحلیلی مربوط به سیگنال $\vec{d}$ در مرکز آن می‌باشد. ماتریس وزنی $\mathbf{W}_m$ در طول تکرارهای الگوریتم تغییر می‌نماید و از رابطه (۳-۱۶) بدست می‌آید.

$$\mathbf{W}_m = diag\left(\left|\vec{\hat{\mathbf{m}}}\right|\right) \qquad (۱۶-۳)$$

که $\vec{\hat{m}}$ حل رابطه (۳-۱۱) در هر تکرار می‌باشد. در اولین تکرار ماتریس $\mathbf{W}_m$ به صورت یک ماتریس همانی در نظر گرفته می‌شود.

با توجه به روابط (۳-۱۵) و (۳-۱۶)، رابطه ماتریسی (۳-۱۴) بدشرط می‌شود و برای حل آن بایستی از روش‌های مختلف منظم‌سازی استفاده نمود. در این پایان‌نامه از روش منظم‌سازی تیخونوف (۱۹۷۷) مطابق رابطه (۳-۱۷) استفاده گردید.

$$\vec{m}_w = \mathbf{F}_w^* \left(\mathbf{F}_w \mathbf{F}_w^* + \alpha \mathbf{I}\right)^{-1} \mathbf{W}_d \vec{d} \qquad (۱۷-۳)$$

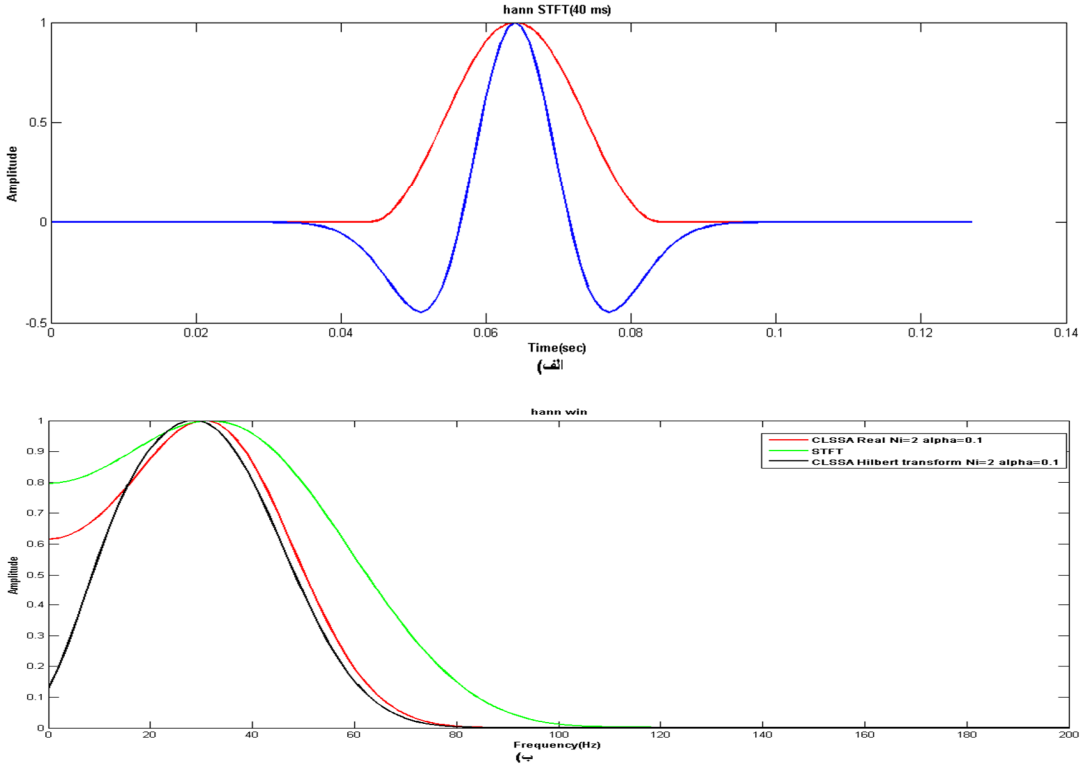
که α پارامتر منظم‌سازی و $\mathbf{I}$ ماتریس همانی است. برآورد ضرایب تبدیل فوریه در هر تکرار از رابطه (۳-۱۸) بدست می‌آید.

$$\vec{\hat{m}} = \mathbf{W}_m \vec{m}_w \qquad (۱۸-۳)$$

حال اگر بجای تبدیل فوریه گسسته در الگوریتم تبدیل فوریه زمان کوتاه، از روش کمترین مربعات مقید شده برای محاسبه ضرایب تبدیل فوریه استفاده شود، می‌توان انتظار داشت که برای یک طول پنجره ثابت، روش معرفی شده از قدرت تفکیک فرکانسی بالاتری نسبت به روش متداول برخوردار باشد. چنانچه طول پنجره به اندازه کافی کوچک گردد، با توجه به مطالب فوق یک تبدیل زمان – فرکانس با قدرت تفکیک بالای همزمان در راستای زمان و فرکانس بدست می‌آید.

شکل ۳-۵ یک موجک ریکر با فاز صفر که پنجره هان به طول ۴۰ms در آن ضرب شده را نشان می‌دهد. دامنه موجک ریکر در فرکانس صفر برابر صفر می‌باشد. هر چند که مقدار میانگین آن داخل پنجره انتخابی دقیقاً برابر صفر نمی‌شود و با زمان متغیر است. در حقیقت، مقدار متوسط دامنه در زمان صفر چندان مشخص نیست. اگر پنجره دیگری نیز به سیگنال اعمال شود، باز هم نمی‌توان مقدار دقیق دامنه را در فرکانس صفر مشخص نمود. بطورکلی با اعمال پنجره کوچکتر، در فرکانس‌های کمتر قدرت تفکیک فرکانسی کمتر خواهد

بود. اگر قبل از استفاده از روش CLSSA از سیگنال تبدیل هیلبرت[1] نیز گرفته شود قدرت تفکیک به مراتب بالاتر خواهد شد که در شکل ۳-۵ مشخص می‌باشد.



شکل۳-۵: مقایسه نتایج حاصل از STFT و CLSSA ($N_i = 2, \alpha = 0.1$)، و روش CLSSA بدون استفاده از تبدیل هیلبرت ($N_i = 2, \alpha = 0.1$) که الف) حاصل از اعمال موجک ریکر (۳۰ هرتز) با پنجره به طول ۴۰ms و ب) مقایسه طیف‌های حاصل از STFT و CLSSA. روش STFT دارای طیف گسترده‌تری نسبت به CLSSA است و CLSSA با تبدیل هیلبرت نسبت به روش‌های دیگر دارای قدرت تفکیک فرکانسی بالاتری است.

۳-۶ ماتریس قدرت تفکیک داده‌ها و مدل

به منظور مطالعه خواص فرمول‌بندی روش معکوس‌سازی، ماتریس قدرت تفکیک مدل در شکل ۳-۶ آمده است. رابطه بین داده‌های مشاهده‌ای و پیش‌بینی شده به صورت زیر می‌باشد (مژو، ۱۹۹۴).

[1] Hilbert Transform

که

$$\vec{d}^{\,pre} = F\vec{m}^{\,est} = F[F^{-g}\vec{d}^{\,obs}] = [FF^{-g}]\vec{d}^{\,obs} = N\vec{d}^{\,obs} \qquad (۱۹-۳)$$

F ماتریس هسته، F^{-g} معکوس ماتریس هسته، d^{obs} داده‌های مشاهده‌ای، d^{pre} داده‌های پیش‌بینی شده و N ماتریس قدرت تفکیک داده‌ها می‌باشد. برای رابطه (۳-۱۷) ماتریس قدرت تفکیک داده‌ها بصورت زیر خواهد بود.

$$N = F_w F_w^{*}(F_w F_w^{*} + \alpha I)^{-1} \qquad (۲۰-۳)$$

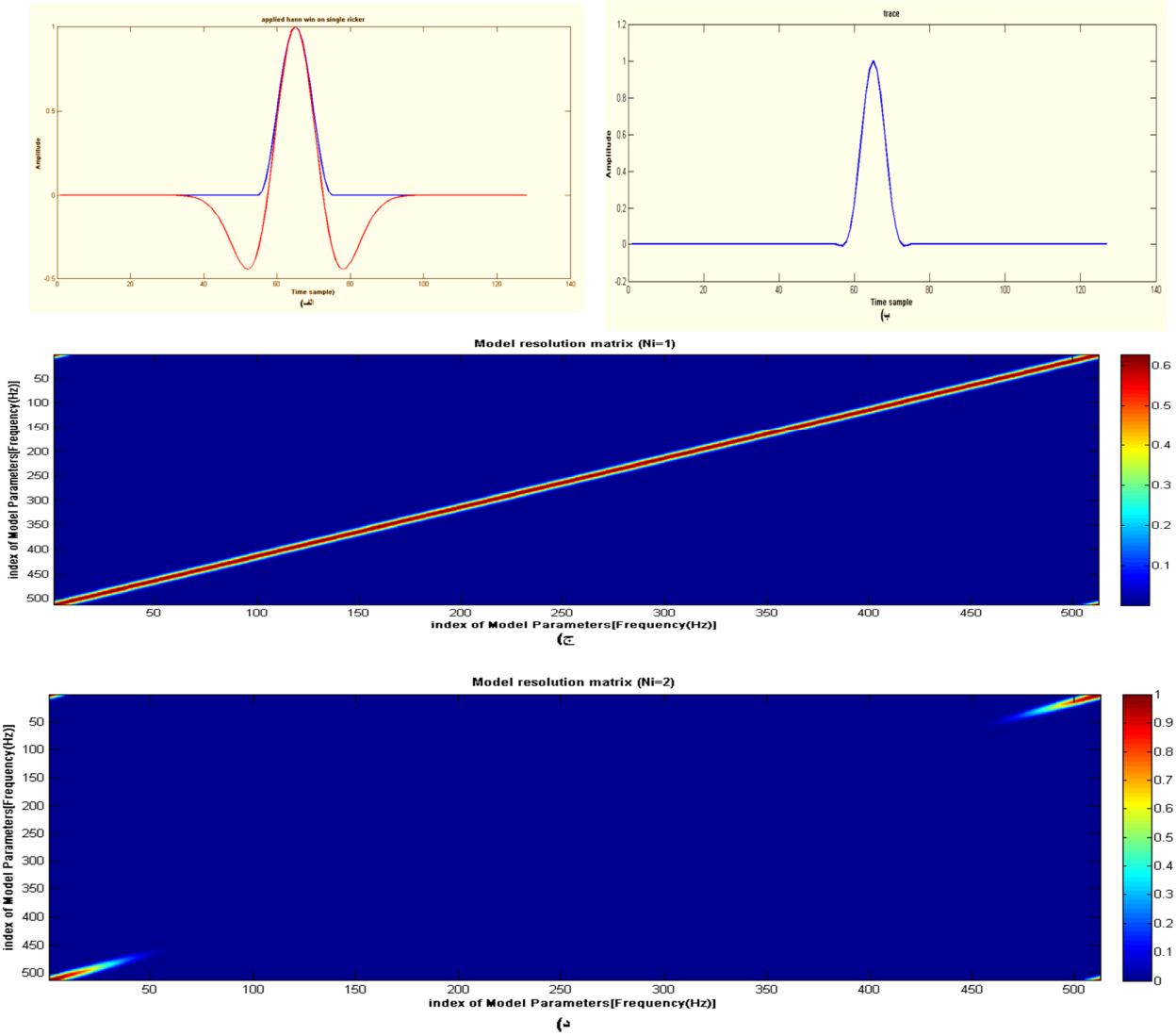
N مستقل از نوع داده ورودی است. رابطه بین بردار پارامترهای مدل تخمینی و واقعی به صورت زیر است.

$$\vec{m}^{\,est} = F^{-g}\vec{d}^{\,obs} = F^{-g}[F\vec{m}^{\,true}] = [F^{-g}F]\vec{m}^{\,true} = R\,\vec{m}^{\,true} \qquad (۲۱-۳)$$

m^{est}, m^{true} به ترتیب بردار پارامترهای مدل واقعی و تخمینی هستند. برای رابطه (۳-۱۷) ، ماتریس قدرت تفکیک مدل به شکل زیر خواهد بود.

$$R = F^{*}_{w}(F_w F^{*}_{w} + \alpha I)^{-1} F_w \qquad (۲۲-۳)$$

شباهت N, R در این است که هر دو مستقل از داده‌های مدل هستند. شکل ۳-۶ ماتریس قدرت تفکیک مدل را برای یک موجک ریکر با فرکانس ۳۰ هرتز و زمان نمونه‌برداری ۱ms به‌ازای پنجره ۲۰ms نشان می‌دهد. همانطور که از شکل مشخص است، در اولین تکرار پارامترها بهتر تجزیه شده و جواب‌های بهتری برای ضرایب فرکانسی نسبت به تکرار چهارم حاصل خواهد شد. این اتفاق بدلیل تنک‌تر شدن ماتریس هسته در تکرار چهارم رخ می‌دهد.

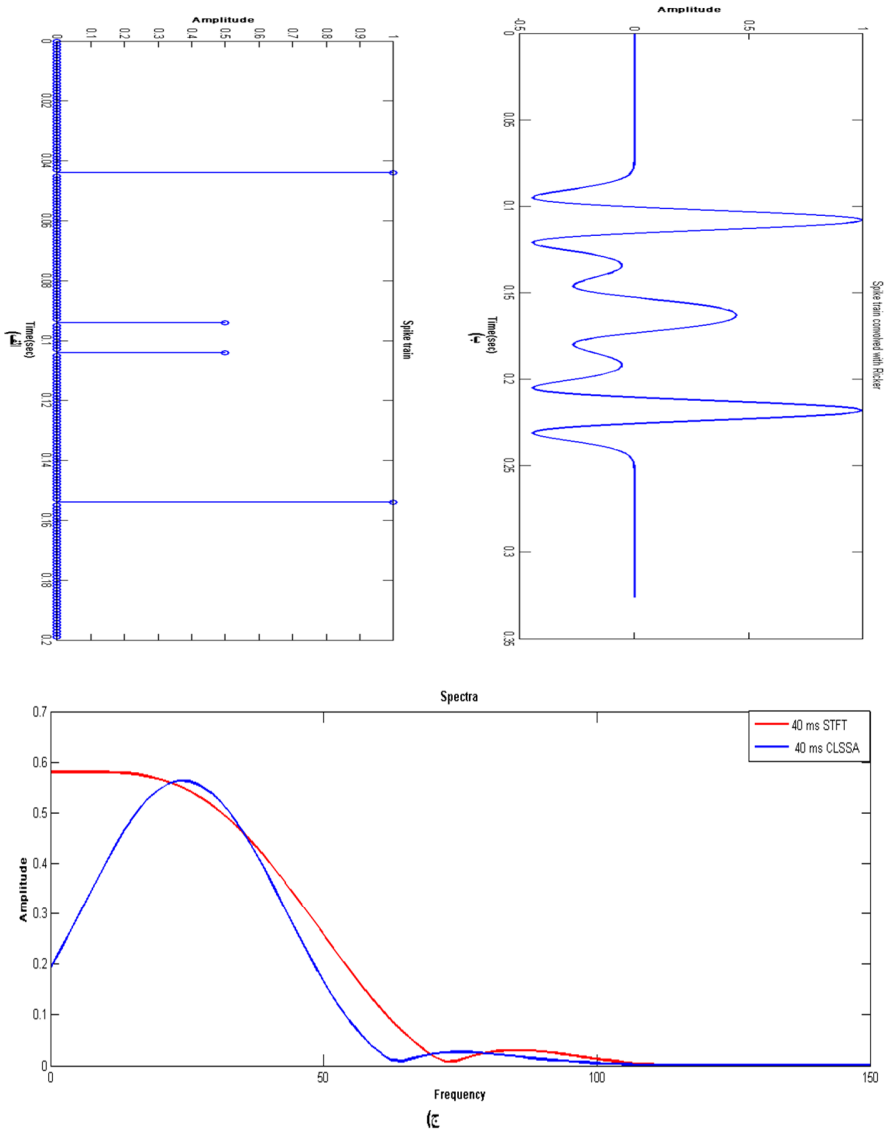


شکل۳-۶: ماتریس قدرت تفکیک مدل الف) موجک ریکر با فرکانس ۲۰ هرتز و پنجره هان به طول ۲۰ms ب) سیگنال ساخته شده حاصل از ضرب پنجره در موجک ج) ماتریس قدرت تفکیک در اولین تکرار د) ماتریس قدرت تفکیک در تکرار چهارم

۳-۷ نتایج برای لایه نازک

شکل ۳-۷ اعمال روش CLSSA را به یک لایه نازک تداخلی نشان می‌دهد. مشاهده می‌شود که پنجره ۴۰ms (بزرگترین طول را بدون اثرات تداخلی دارد)، در CLSSA تقریباً طیف دلخواه را می‌دهد، موقعیت دره‌ها و قله-

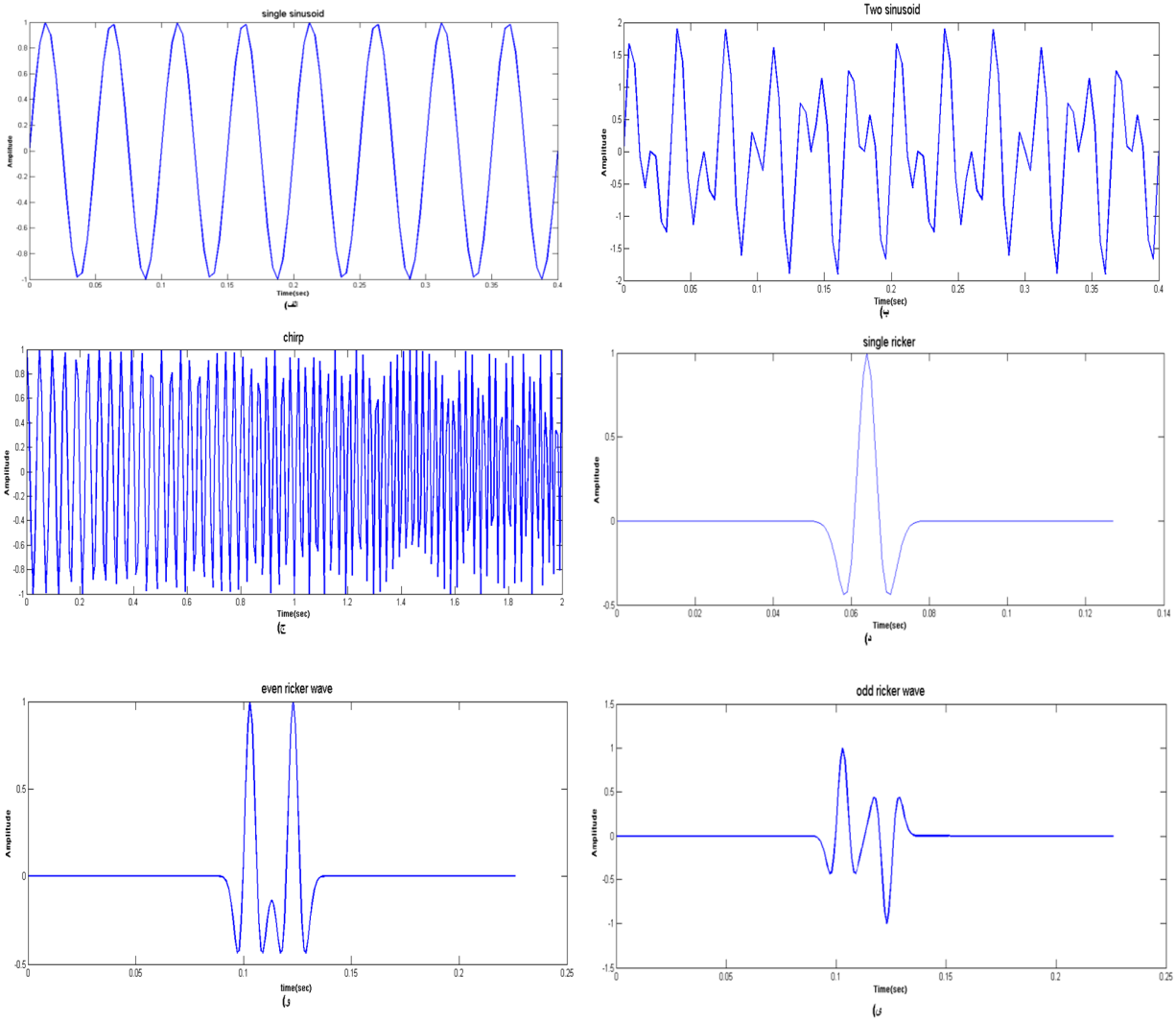
ها فرکانسی را با کمی اختلاف درست نمایش می‌دهد. در تقابل با تبدیل فوریه زمان کوتاه که با چنین طول پنجره‌ای، قله‌ها و دره‌های فرکانسی را به اشتباه نشان می‌دهد.



شکل۳-۷: تحلیل طیفی پنجره‌ای برای یک سری بازتابی با ضرایب بازتاب زوج. شکل الف) سری بازتاب زوج (با ضخامت ۱۰ms) برای دوبازتاب میانی ب) همامیخت سری بازتاب با موجک ریکر ۳۰ هرتز ج) طیف حاصل از اعمال پنجره هان ۴۰ms در روش-های STFT و CLSSA ($N_i = 1, \alpha = 0.1$).

۳-۸ اعمال روی مدل مصنوعی

طیف فرکانسی امواج زیر برای مقایسه روش CLSSA با STFT و تبدیل S استفاده شده است که در (شکل ۳-۸) آمده است.



شکل۳-۸: شش موج ساخته شده مصنوعی (الف) یک موج سینوسی با فرکانس ۲۰ هرتز، (ب) یک جفت موج سینوسی با فرکانس مدوله شده ۳۰ هرتز و ۵۵ هرتز، (ج) یک چیرپ خطی با فرکانس شروع ۲۰ هرتز و پایانی ۵۰ هرتز، (د) یک موجک ریکر ۷۰ هرتز، (و) یک جفت موجک ریکر تداخلی حاصل از همامیخت با یک بازتابنده زوج، هر یک با فرکانس ۷۰ هرتز و (د) یک جفت موجک ریکر تداخلی حاصل از همامیخت با یک بازتابنده فرد، هر یک با فرکانس ۷۰ هرتز.

شکل موج تست شده شامل شش حالت است: الف) یک موج سینوسی با فرکانس ۲۰ هرتز و زمان نمونه برداری ۴ms، ب) یک جفت موج سینوسی با فرکانس مدوله شده ۳۰ هرتز ۵۵ هرتز زمان نمونه‌برداری ۴ms، ج) یک چیرپ[1] خطی با فرکانس شروع ۲۰ هرتز و پایانی ۵۰ هرتز و زمان نمونه برداری ۸ms، د) یک موجک ریکر۷۰ هرتز و زمان نمونه برداری ۱ms، و) یک جفت موجک ریکر تداخلی حاصل از همامیخت با یک بازتابنده زوج، هر یک با فرکانس ۷۰ هرتز و فاصله بین قله‌ها ۱۰ms، و ی) یک جفت موجک ریکر تداخلی حاصل از همامخیت با یک بازتابنده فرد، که هر یک با فرکانس ۷۰ هرتز و فاصله بین قله‌ها ۱۰ms می‌باشد.

شکل۳-۹ صفحه زمان-فرکانس حاصل از کاربرد روش STFT روی امواج شکل ۳-۸ را نشان می‌دهد. در مورد موج سینوسی پنجره هان با طول ۲۰ms درنظر گرفته شده است. در صفحه فرکانسی سینوس، مشاهده می‌شود که فرکانس‌های مستقل به دلیل پدیده ماتشدگی فرکانسی[2] به سختی قابل تفکیک هستند. مات-شدگی به دلیل همامیخت داده‌ها با پنجره متحرک در روش STFT رخ می‌دهد. همچنین روش STFT سبب انقطاع زمانی[3] نیز می‌شود. در شکل۳-۹ بخش الف) این انقطاع زمانی به صورت زیر تعریف می‌شود.

$$T_{\sin} = \frac{1}{(2F_{\sin})} = \frac{1}{(2\times 20Hz)} = 25ms \qquad (۲۳-۳)$$

$F_{\sin}$ فرکانس موج سینوسی و $T_{\sin}$ انقطاع زمانی است که به صورت دوره‌ای تکرار می‌شود. برای یک جفت موج سینوسی شکل۳-۹ قسمت ب)، طول پنجره هان برای محاسبه روش STFT، ۴۰ms منظور گردیده و در این حالت، بدلیل روی هم افتادگی بریدگی‌های زمانی، اثر یکدیگر را خنثی می‌کنند و انقطاعی مشاهده نمی-شود. در مورد چیرپ شکل۳-۹ قسمت ج)، طول پنجره هان بازهم ۴۰ms درنظر گرفته شده و عدم قطعیت در مشخص کردن دقیق فرکانس وجود دارد، هرچند که ماتشدگی فرکانسی و انقطاع زمانی نیز به‌ازای طول پنجره کوچکتر رخ می‌دهد. توجه شود درمورد موجک ریکر با پنجره هان به طول ۴۰ms، ماتشدگی سبب

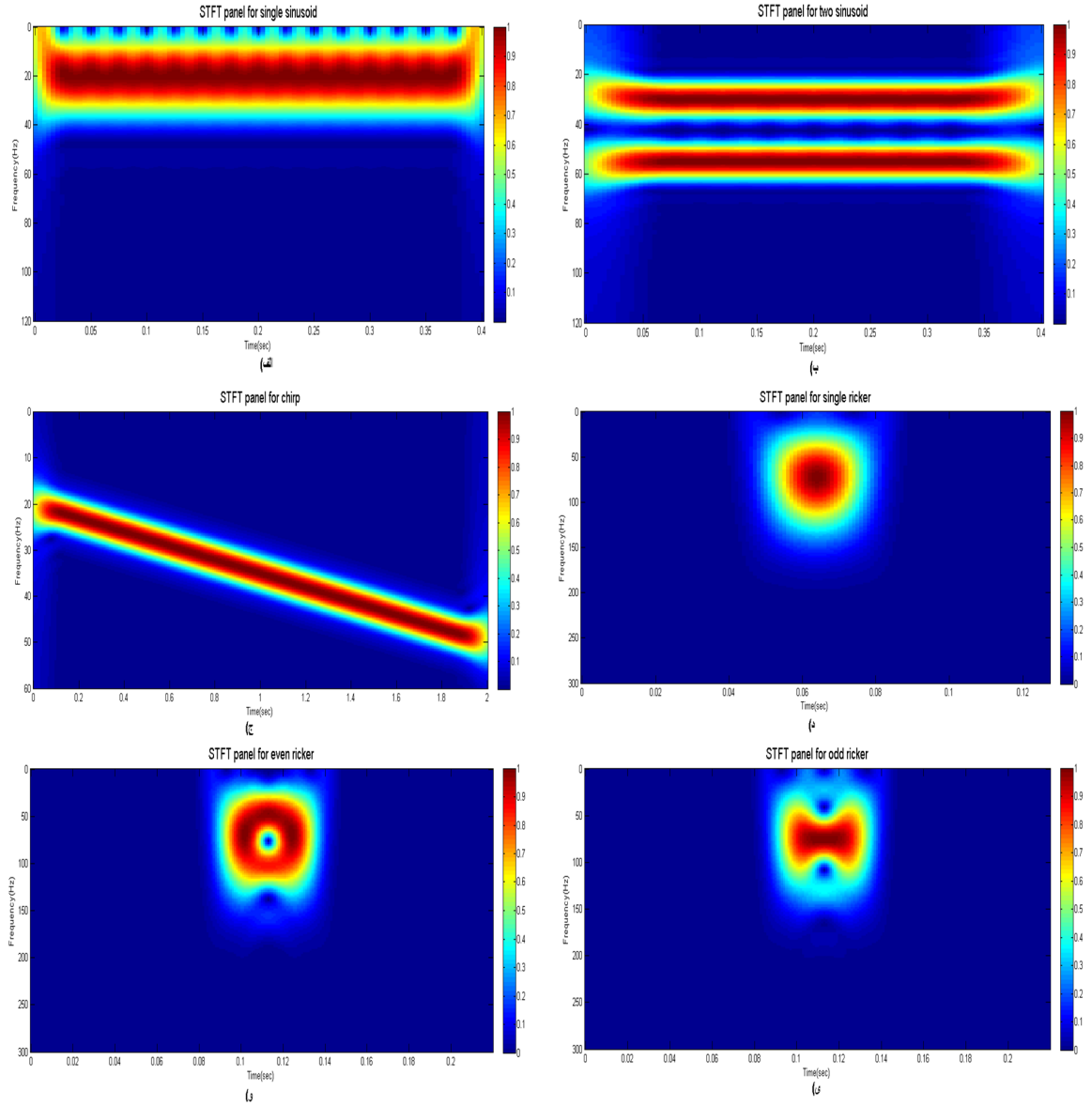
[1] Chirp
[2] Frequency smearing
[3] Time notch

شده تا انرژی کناره‌ها[1] به سمت فرکانس صفر رود. در جفت موجک‌های تداخلی زوج یا فرد نیز انقطاع‌های زمانی متناوب مشخصی در فضای فرکانسی وجود دارند (مارفورت[2] و کریلین[3] ۲۰۰۱، پوریر و کستگنا ۲۰۰۸). اشتباه در مشخص کردن زمان انقطاع سبب اشتباه بزرگتری در تفسیر خواهد شد. فرکانس انقطاع متناوب (F_{bed}) یک جفت موجک تداخلی زوج با ضخامت $T_{bed} = 10ms$ به صورت رابطه زیر است.

$$F_{bed} = \frac{1}{(T_{bed})} = \frac{1}{(.01\ s)} = 100Hz \qquad (۲۴-۳)$$

در طیف یک جفت موجک زوج، یک قله در صفر هرتز و یک دره در $F_{\frac{bed}{2}} = 50$ هرتز دیده می‌شود. درحالی که در صفحه STFT دره در فرکانس ۷۵ هرتز بدلیل پدیده ماتشدگی فرکانسی رخ داده‌است. بنابراین در تحلیل تجزیه طیفی، سبب خطای زیادی در مشخص کردن ضخامت لایه می‌شود. در طیف تحلیلی یک جفت موجک فرد نیز، دره‌هایی در صفر هرتز و ۱۰۰ هرتز وجود دارند، که به‌آسانی به سبب محدودیت پهنای باند موجک قابل مشاهده در این مدل نیستند. عموماً، در تبدیل STFT روی سیگنال‌های لرزه‌ای، این انتظار می‌رود که زمان دره، ماتشدگی فرکانسی و مکان بازتاب‌گرها در نقاطی غیر از مکان‌های اصلی رخ دهد (پوریر و کستگنا، ۲۰۱۲).

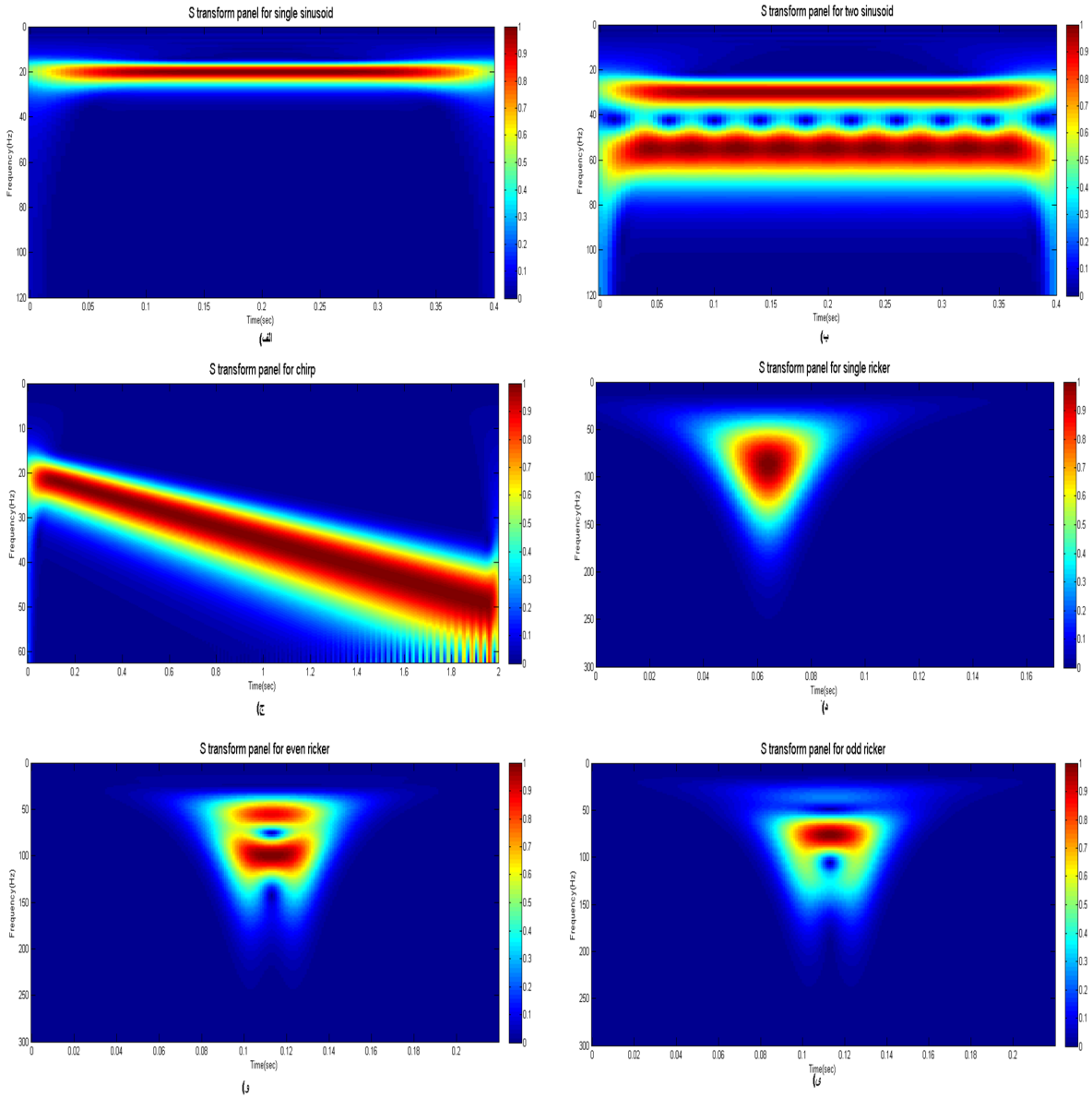
[1] Sidelobes
[2] Marfurt
[3] Kirlin



شکل۳-۹: صفحه زمان-فرکانس مربوط به اعمال روش STFT بر روی شش موج شکل۳-۸ (الف) یک موج سینوسی با فرکانس ۲۰ هرتز، (ب) یک جفت موج سینوسی با فرکانس مدوله شده ۳۰ هرتز و ۵۵ هرتز، (ج) یک چیرپ خطی با فرکانس شروع ۲۰ هرتز و پایانی ۵۰ هرتز، (د) یک موجک ریکر ۷۰ هرتز، (و) یک جفت موجک ریکر تداخلی حاصل از همامیخت با یک بازتابنده زوج، هر یک با فرکانس ۷۰ هرتز و (د) یک جفت موجک ریکر تداخلی حاصل از همامیخت با یک بازتابنده فرد، هر یک با فرکانس ۷۰ هرتز.

شکل۳-۱۰ صفحه زمان- فرکانس تبدیل S را بر روی شش موج شکل۳-۸ را نشان می‌دهد. تبدیل S برخلاف تبدیل موجک که در آن از اتم زمان- فرکانس مورلت استفاده شده از اتم زمان- فرکانس سینوس‌وار فوریه مختلط[1] بهره می‌برد. در صفحه فرکانسی موج سینوسی، در شکل ۳-۱۰ دیده می‌شود که قدرت تفکیک در فرکانس‌های پایین بهتر از تبدیل STFT می‌باشد. علاوه بر این، قدرت تفکیک تبدیل S در فرکانس ۲۰ هرتز از ۵۰ هرتز بیشتر است که در شکل۳-۱۰ قسمت ب) مشخص می‌باشد. در شکل ۳-۱۰ قسمت ج)، با افزایش فرکانس کاهش هموارشدگی در قدرت تفکیک فرکانسی وجود دارد. در صفحه ریکر هموارشدگی زمان در فرکانس‌های پایین می‌باشد؛ این اثر هموارشدگی با افزایش فرکانس کاهش یافته و دقت زمانی آن افزایش می‌یابد. با اعمال تبدیل S بر روی داده واقعی، انتظار می‌رود که قدرت تفکیک زمانی پایین و قدرت تفکیک فرکانسی بالا در فرکانس‌های پایین و قدرت تفکیک زمانی بالا و قدرت تفکیک فرکانسی پایین در فرکانس‌های بالا وجود داشته باشد.

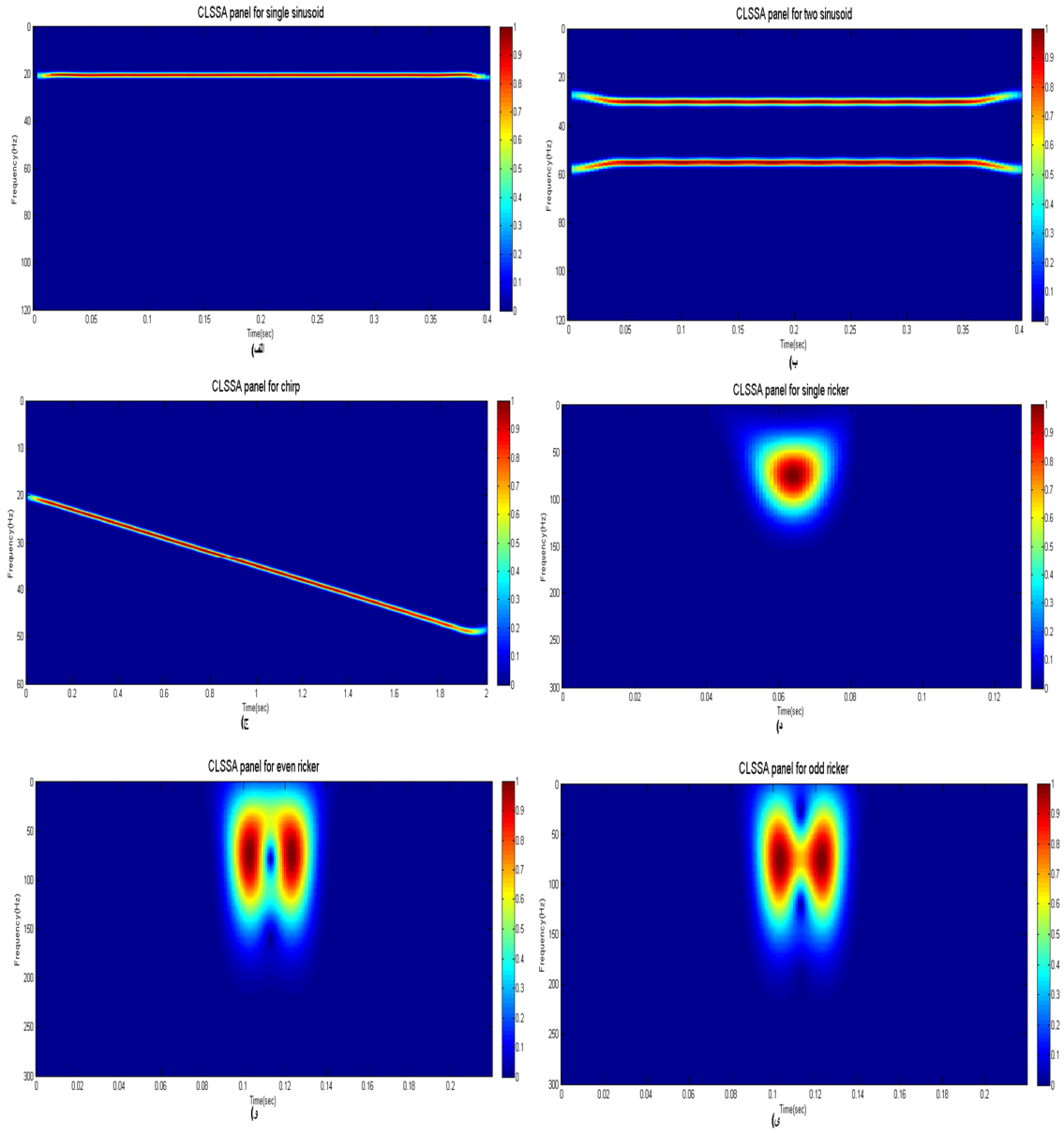
[1] Complex Fourier sinusoid



شکل۳-۱۰: صفحه زمان-فرکانس مربوط به اعمال تبدیل S بر روی شش موج شکل۳-۸ (الف) یک موج سینوسی با فرکانس ۲۰ هرتز، (ب) یک جفت موج سینوسی با فرکانس مدوله شده ۳۰ هرتز و ۵۵ هرتز، (ج) یک چیرپ خطی با فرکانس شروع ۲۰ هرتز و پایانی ۵۰ هرتز، (د) یک موجک ریکر ۷۰ هرتز، (و) یک جفت موجک ریکر تداخلی حاصل از همامیخت با یک بازتابنده زوج، هر یک با فرکانس ۷۰ هرتز و (د) یک جفت موجک ریکر تداخلی حاصل از همامیخت با یک بازتابنده فرد، هر یک با فرکانس ۷۰ هرتز.

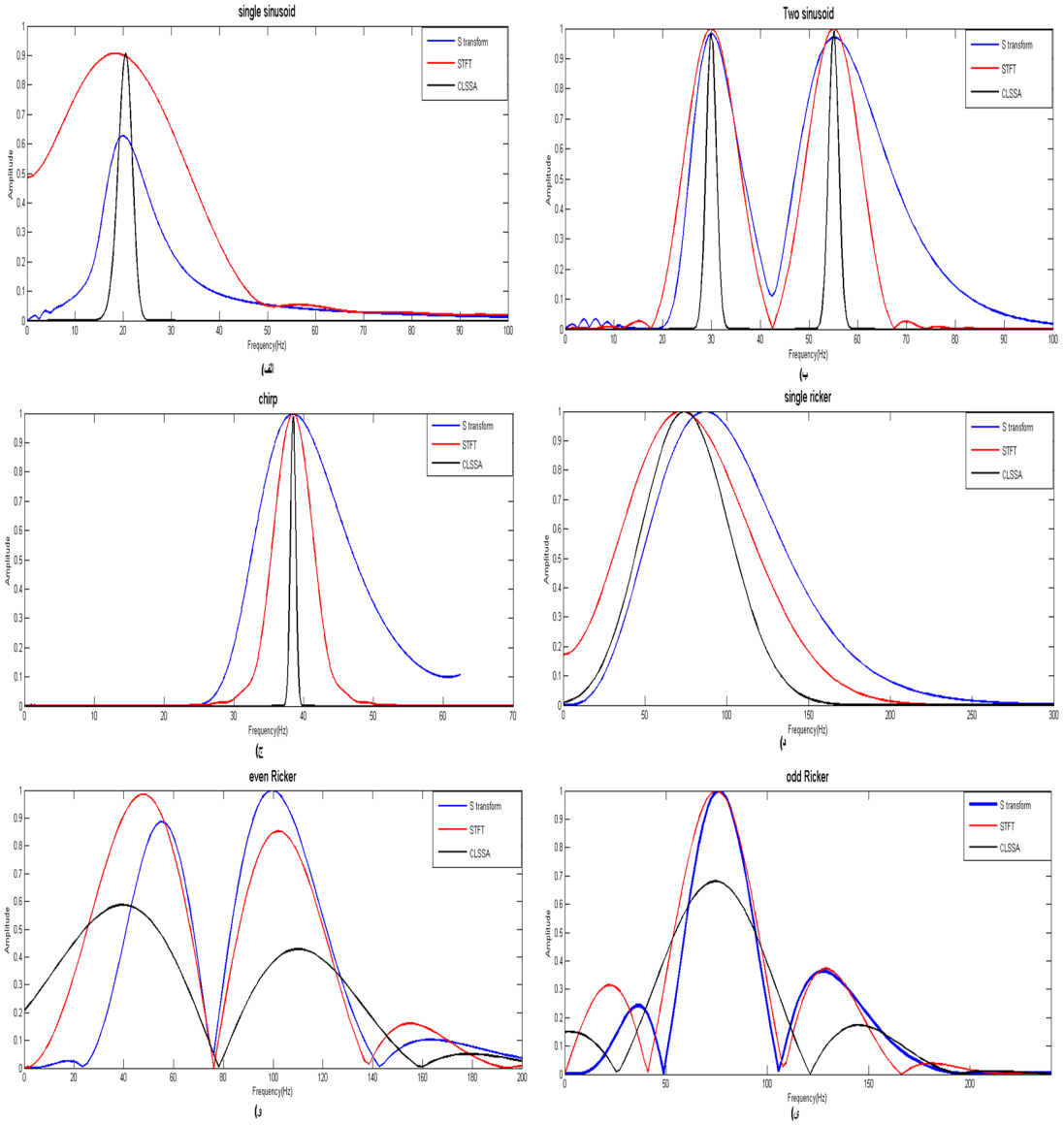
شکل۳-۱۱ نشان‌دهنده صفحه زمان- فرکانس حاصل از اعمال روش CLSSA به شش موج تحلیلی شکل۳-۸ می‌باشد. برای قسمت‌های الف)، ب) و ج) در این شکل، $N_i=8$؛ و برای قسمت‌های د)، و) و ی)، $N_i=1$ می‌باشد.

در صفحه فرکانسی موج سینوسی، مشاهده می‌شود تقریباً قدرت تفکیک کامل فرکانسی وجود دارد. ضرایب فرکانسی مجاور، بواسطه اثر پنجره کمتر دچار مات‌شدگی شده‌اند. در حالی‌که در روش STFT اثر پنجره سبب شده تا ضرایب فرکانسی مجاور هم به‌خوبی قابل تفکیک نباشند. همچنین نتایج حاصل نشان می-دهد که در روش CLSSA قدرت تفکیک زمانی در فرکانس‌های پایین نسبت به تبدیل S و قدرت تفکیک فرکانسی نسبت به روش‌های STFT و تبدیل S بسیار افزایش یافته است. طیف موجک ریکر در این روش فشرده‌تر گردیده زیرا اثر پنجره کاهش یافته و از گسترده شدن طیف جلوگیری شده است. در شکل۳-۱۱ قسمت و)، دره نزدیک موقعیت خودش (۵۰ هرتز) رخ داده است. لذا می‌توان انتظار داشت کاربرد این روش روی داده‌های لرزه‌ای، انتظار بهبود زیادی در قدرت تفکیک فرکانسی در قدرت تفکیک زمان-فرکانس نسبت به روش‌های STFT و تبدیل S وجود داشته باشد.



شکل۳-۱۱: صفحه زمان-فرکانس مربوط به اعمال تبدیل CLSSA بر روی شش موج شکل۳-۹(الف) یک موج سینوسی با فرکانس ۲۰ هرتز، (ب) یک جفت موج سینوسی با فرکانس مدوله شده ۳۰ هرتز و ۵۵ هرتز، (ج) یک چیرپ خطی با فرکانس شروع ۲۰ هرتز و پایانی ۵۰ هرتز، (د) یک موجک ریکر ۷۰ هرتز، (و) یک جفت موجک ریکر تداخلی حاصل از همامیخت با یک بازتابنده زوج، هر یک با فرکانس ۷۰ هرتز و (د) یک جفت موجک ریکر تداخلی حاصل از همامیخت با یک بازتابنده فرد، هر یک با فرکانس ۷۰ هرتز.

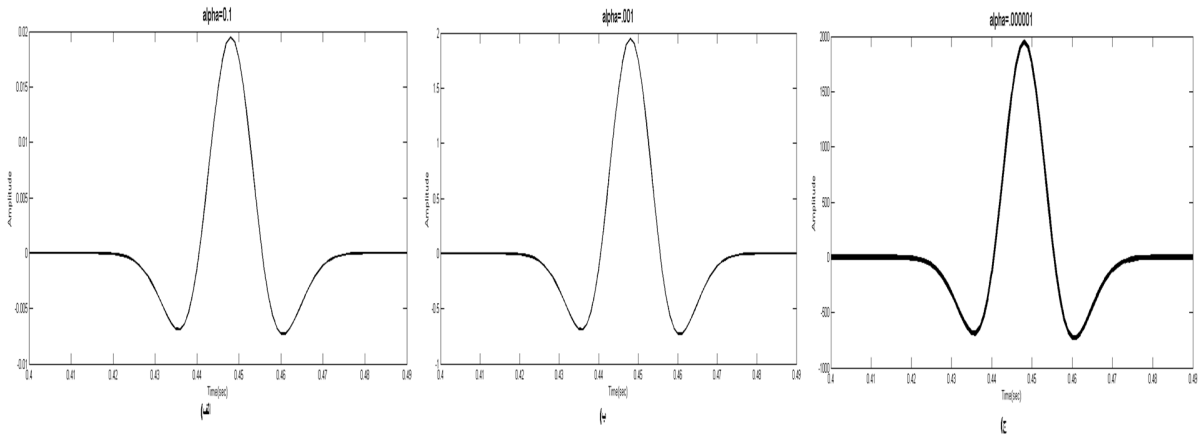
به منظور نشان دادن تفاوت بیشتر بین روش‌های STFT، S و CLSSA، طیف دامنه شش موج درشکل ۳-۱۲ با هم مقایسه شده اند. در شکل ۳-۱۲ قسمت الف)، روش STFT یک مولفه برجسته DC دارد که نشان‌دهنده اثر پنجره هان روی داده‌ها می‌باشد. پهنای طیف دامنه در روش تبدیل S کمتر شده، اگر چه قدرت تفکیک فرکانسی هنوز هم کافی نیست. همانطور که از شکل‌ها مشخص است جواب‌های روش CLSSA بسیار نزدیک به جواب‌های تحلیلی می‌باشد. شکل موج نشان‌داده شده در شکل ۳-۱۲ قسمت ج) جواب تحلیلی ندارد زیرا فرکانس آن بصورت پیوسته با زمان تغییر می‌کند. اگرچه، فرکانس میانگین در داخل مرکز پنجره کمی بیش از ۳۵ هرتز را نشان می‌دهد. با اعمال پنجره ۴۰ms، اثر مات‌شدگی پنجره روی ضرایب فرکانسی سبب شده تا روش STFT برای تحلیل طیفی موثر نباشد. طیف دامنه موجک ریکر در روش CLSSA باریکتر از روش‌های تبدیل فوریه گسسته و S است و نزدیکتر به طیف تحلیلی خود سیگنال می‌باشد. توجه شود که موقعیت صحیح دره در شکل۳-۱۲ قسمت د) مشخص می‌باشد.



شکل۳-۱۲: مقایسه طیف دامنه شش موج شکل۳-۸ در روش‌های STFT، CLSSA و تبدیل S الف) یک موج سینوسی با فرکانس ۲۰ هرتز، ب) یک جفت موج سینوسی با فرکانس مدوله شده ۳۰ هرتز و ۵۵ هرتز، ج) یک چیرپ خطی با فرکانس شروع ۲۰ هرتز و پایانی ۵۰ هرتز، د) یک موجک ریکر ۷۰ هرتز، و) یک جفت موجک ریکر تداخلی حاصل از همامیخت با یک بازتابنده زوج، هر یک با فرکانس ۷۰ هرتز و د) یک جفت موجک ریکر تداخلی حاصل از همامیخت با یک بازتابنده فرد، هر یک با فرکانس ۷۰ هرتز. در قسمت‌های الف) تا ج) $N_i = 8$؛ و (د) تا (ی) $N_i = 1$.

۳-۹ اثر تغییر در پارامتر منظم‌سازی α_f

در روش‌های وارون‌سازی پارامتر α_f مقدار خطا یا همان مقدار نوفه به سیگنالی است که وارد سیستم می‌شود و در واقع تعادلی بین پایدارسازی و بهترین برازش برقرار می‌کند. در یک مساله خطی، افزایش α_f معادل با افزایش انرژی روی قطر اصلی است، بنابراین سبب ثبات مسئله وارون خواهد شد. شکل ۳-۱۳ موجک ریکر بازسازی شده با فرکانس ۳۰ هرتز و زمان نمونه‌برداری ۱ms را نشان می‌دهد. با افزایش اندازه α_f مقدار دامنه موجک بازسازی شده نیز افزایش می‌یابد. در روش معرفی شده، مقدار $\alpha_f = 0.001$ برای این موجک ریکر، جواب‌های بهتری بدست آمده‌اند بدون اینکه دقت بطور چشمگیری تغییر یابد.

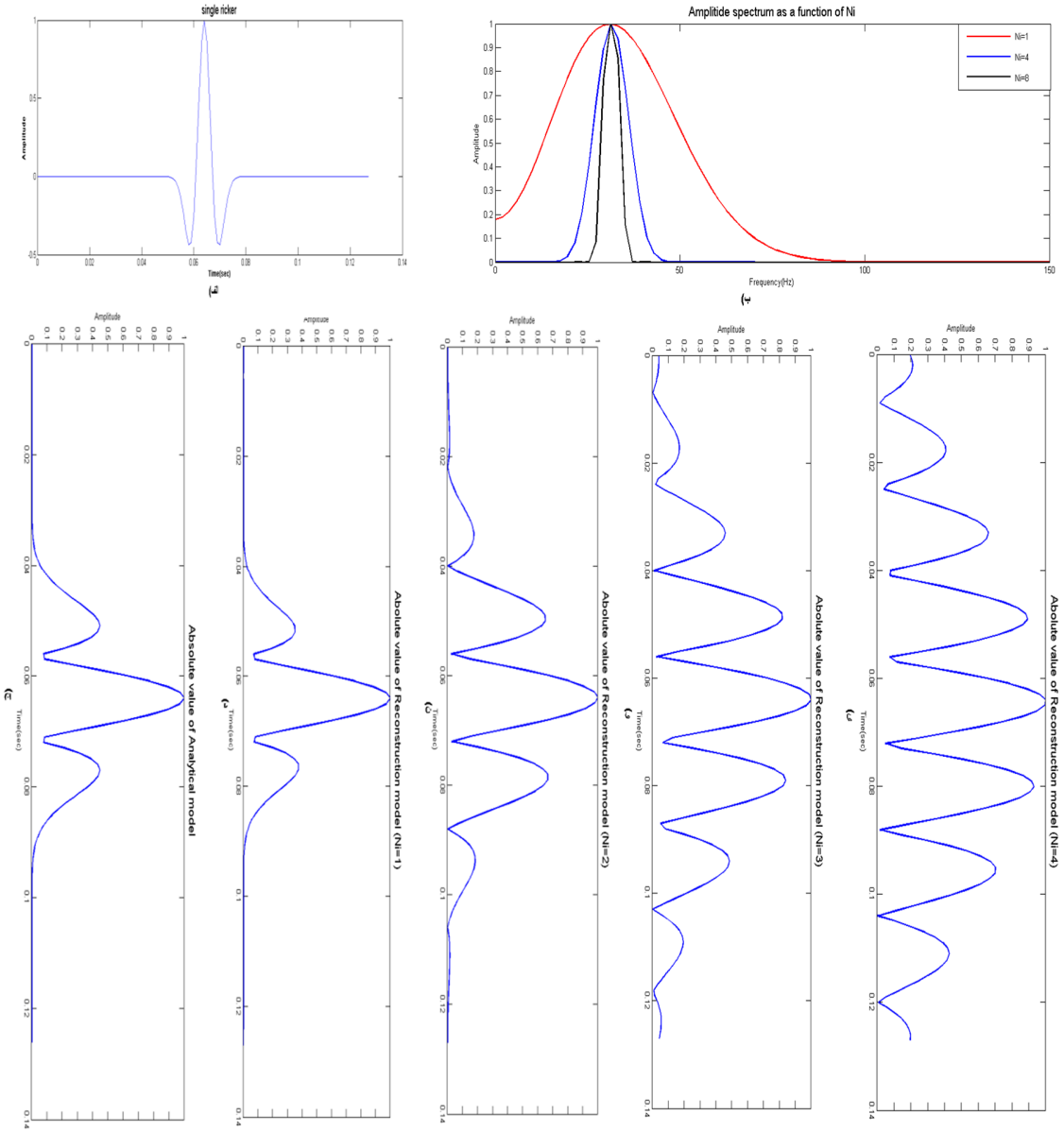


شکل ۳-۱۳: اثر تغییرات پارامتر منظم‌سازی α_f در روش CLSSA روی موجک ریکر با فرکانس ۲۰هرتز الف) $\alpha_f = 0.1$ ب) $\alpha_f = 0.001$ ج) $\alpha_f = 0.000001$. باافزایش α_f هرچند جواب‌ها پایدارتر شده ولی دقت کاهش می‌یابد.

۳-۱۰ اثر تغییر در تعداد تکرار N_i

به منظور نشان دادن اثر تغییرات تعداد تکرارها N_i بر میزان فشرده‌سازی، جواب‌های اعمال روش CLSSA به موجک ریکر با فرکانس غالب ۳۰ هرتز به‌ازای N_i های مختلف در نمودار شکل ۳-۱۴ آمده است. کاملاً واضح است که نتایج برای $N_i = 1$ تقریباً نزدیک به طیف واقعی موجک ریکر است، با افزایش تعداد تکرارها جواب-

های تنک‌تری حاصل می‌شوند. هم‌چنین شکل ۳-۱۴ نمایشگر بازگشت دوباره به حوزه زمان با N_i های مختلف برای موجک ریکر است.



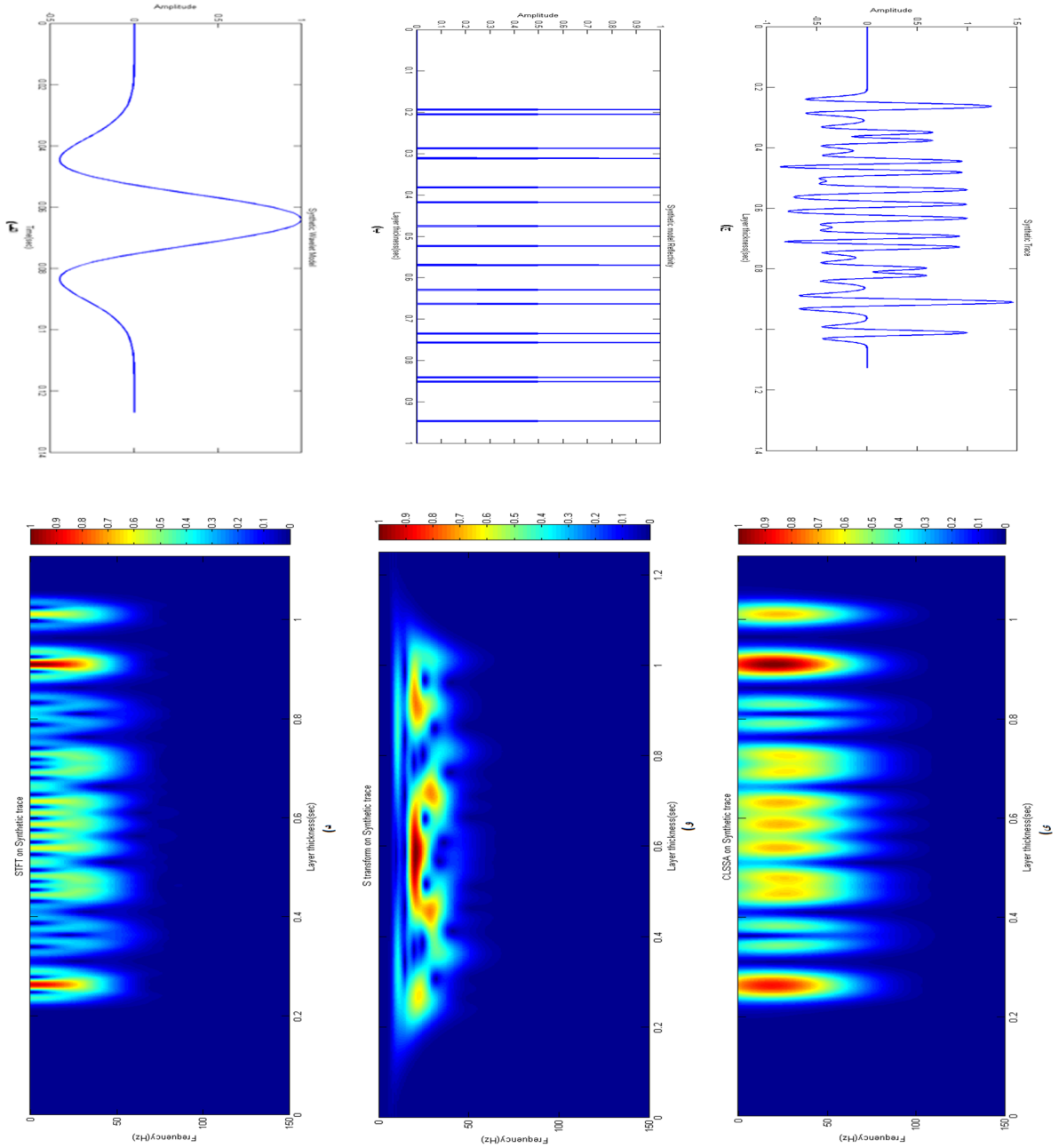
شکل۳-۱۴: اثر تعداد تکرارها N_i در روش CLSSA الف) موجک ریکر با فرکانس ۳۰ هرتز، ب) طیف دامنه موجک ریکر به‌ازای تکرارهای مختلف، ج) نمایش اندازه موجک ریکر، د) نمایش بازسازی شده اندازه موجک ریکر با $N_i=1$، ن) نمایش بازسازی شده اندازه موجک ریکر با $N_i=2$، و) نمایش بازسازی شده اندازه موجک ریکر با $N_i=3$، ی) نمایش بازسازی شده اندازه موجک ریکر با $N_i=4$. دامنه امواج (ج) تا (ی) نرمال به یک شده‌اند.

توجه شود که به‌ازای $N_i = 1$ بهترین نتیجه در برگشت به حوزه زمان نتیجه شده است و با افزایش تعداد تکرارها ($N_i > 1$) جواب‌های فشرده‌تری برای ضرایب فرکانس بدست می‌آیند و انرژی اضافی در خارج از پنجره پخش خواهد شد، زیرا ضرایب ماتریس هسته تغییر و برای محاسبه ضرایب فرکانس از جملات کمتری از بردارهای پایه سینوسی استفاده می‌شود (پوریرو کستگنا، ۲۰۱۲).

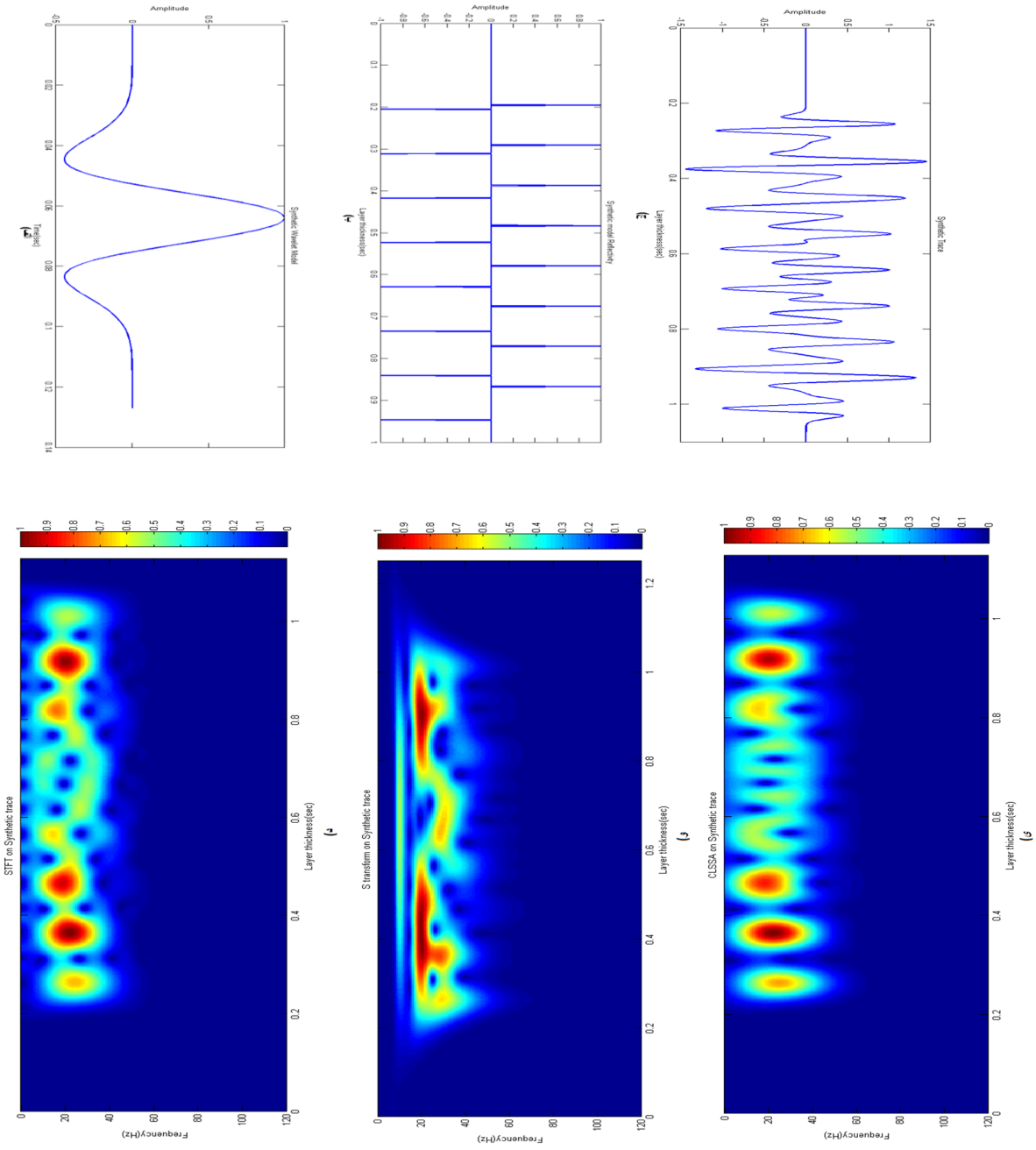
۳-۱۱ اعمال به ردلرزه مصنوعی

دو سری بازتابی مصنوعی با ضرایب بازتاب زوج و فرد در نظر گرفته می‌شود. موجک ریکر، سری‌های بازتابی و نتایج همامیخت سری‌های بازتابی با موجک ریکر در شکل‌های ۳-۱۵ قسمت‌های الف) تا ج) و ۳-۱۶ قسمت-های الف) تا ج) آمده است. نتایج حاصل از اعمال روش‌های STFT، CLSSA ($N_i = 1$) و تبدیل S به سری-های بازتابی زوج و فرد به ترتیب در شکل‌های۳-۱۵ قسمت‌های د) تا ی) و ۳-۱۶ قسمت‌های د) تا ی) نشان داده شده است. طیف STFT رخدادهای مصنوعی بازتابی منظم در فضای فرکانسی به وجود می‌آورد. اشکال تبدیل S اینست که سبب ترکیب اطلاعات از بازتابنده‌های جدا از هم می‌شود، بنابراین نه تنها سبب تداخل بین سطوح مرزی در لایه‌های نازک بلکه منجر به تداخل‌هایی بین لایه‌های مجاور نیز می‌شود که در صفحه زمان- فرکانس بعنوان خطهای مصنوعی فرکانس پایین مشاهده می‌شوند و منتهی به برداشت اشتباه از موقعیت بازتابگرها می‌شود. درمقابل، روش CLSSA، مشکل جابجایی دره‌های مربوط به بازتابگرها را رفع می-کند (کاهش فرکانس دره با افزایش ضخامت آن). این اختلاف در ظاهر قدرت تفکیک به سبب مطابقت کامل سری بازتابی فرد با محدودیت قدرت تفکیک کلاسیک (وایدز[1]، ۱۹۷۳)، درحالی‌که این محدودیت برای سری بازتابی زوج وجود ندارد (پوریر و کستگنا، ۲۰۰۸). همچنین، برای سری بازتابی فرد دره در فرکانس‌های بالاتری نسبت به دره مربوط به سری بازتابی زوج رخ می‌دهد (که می‌تواند خارج از محدوده داده‌ها باشد)، بدین‌گونه سبب ابهام در بیان ضخامت زمانی در فرکانس‌های بالا می‌شود (پوریر وکستگنا، ۲۰۱۲).

[1] Widess



شکل ۳-۱۵: یک سری بازتابی زوج که ضخامت آن با زمان افزایش می‌یابد. الف) موجک ریکر با فرکانس مرکزی ۲۰ هرتز، ب) سری بازتابی مصنوعی، ج) ردلرزه مصنوعی حاصل از همامیخت موجک ریکر با سری مصنوعی، د) طیف حاصل از اعمال روش STFT به ردلرزه با پنجره ۴۰ms، و) طیف حاصل از اعمال تبدیل S به ردلرزه، ی) طیف حاصل از اعمال روش CLSSA به ردلرزه با پنجره ۴۰ms و ($N_i = 1$). بازتابگرهای مجزا در زمان تقریبی ۰.۸s توسط روش CLSSA نسبت به دیگر روش‌ها بهتر قابل تفکیک می‌باشد.



شکل ۳-۱۶: یک سری بازتابی فرد که ضخامت آن با زمان افزایش می‌یابد. الف) موجک ریکر با فرکانس مرکزی ۲۰ هرتز، ب) سری بازتابی مصنوعی، ج) ردلرزه مصنوعی حاصل از هماميخت موجک ریکر با سری مصنوعی، د) طیف حاصل از اعمال روش STFT به ردلرزه با پنجره ۴۰ms، و) طیف حاصل از اعمال تبدیل S به ردلرزه، ی) طیف حاصل از اعمال روش CLSSA به ردلرزه با پنجره ۴۰ms و ($N_i = 1$). بازتابگرهای مجزا در زمان تقریبی ۰.۸s توسط روش CLSSA نسبت به دیگر روش‌ها بهتر قابل تفکیک می‌باشد.

۳-۱۲ الگوریتم روش کمترین مربعات مقید شده با پنجره متغیر نسبت به فرکانس (CLSWWFC)

در تبدیل فوریه زمان کوتاه از پنجره وابسته به زمان استفاده می‌شود و طول پنجره در تمام فرایند تبدیل ثابت است، ولی در روش فوق از یک پنجره گوسی که طول آن وابسته به فرکانس است، به شکل زیر استفاده می-شود (پوریر و کاستاگنا، ۲۰۱۲).

$$g(t,f) = \frac{|f|}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}(\frac{2\alpha t}{N})^2 f^2} \qquad (۳-۲۵)$$

و بنابراین تبدیل فوریه زمان کوتاه به صورت زیر خواهد شد.

$$STFT(\tau,f) = \int_{-\infty}^{+\infty} h(t) \frac{|f|}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{4(\tau-t)^2\alpha^2 f^2}{2}} e^{-i\,2\pi f t}\,dt \qquad (۳-۲۶)$$

که f فرکانس غالب سیگنال در داخل هر پنجره است و مقدار پارامتر α (α=۲.۷۷۸ بطور معکوس متناسب با انحراف استاندارد مقادیر اتفاقی گوسی است) بطور تجربی، انتخاب می‌شود.

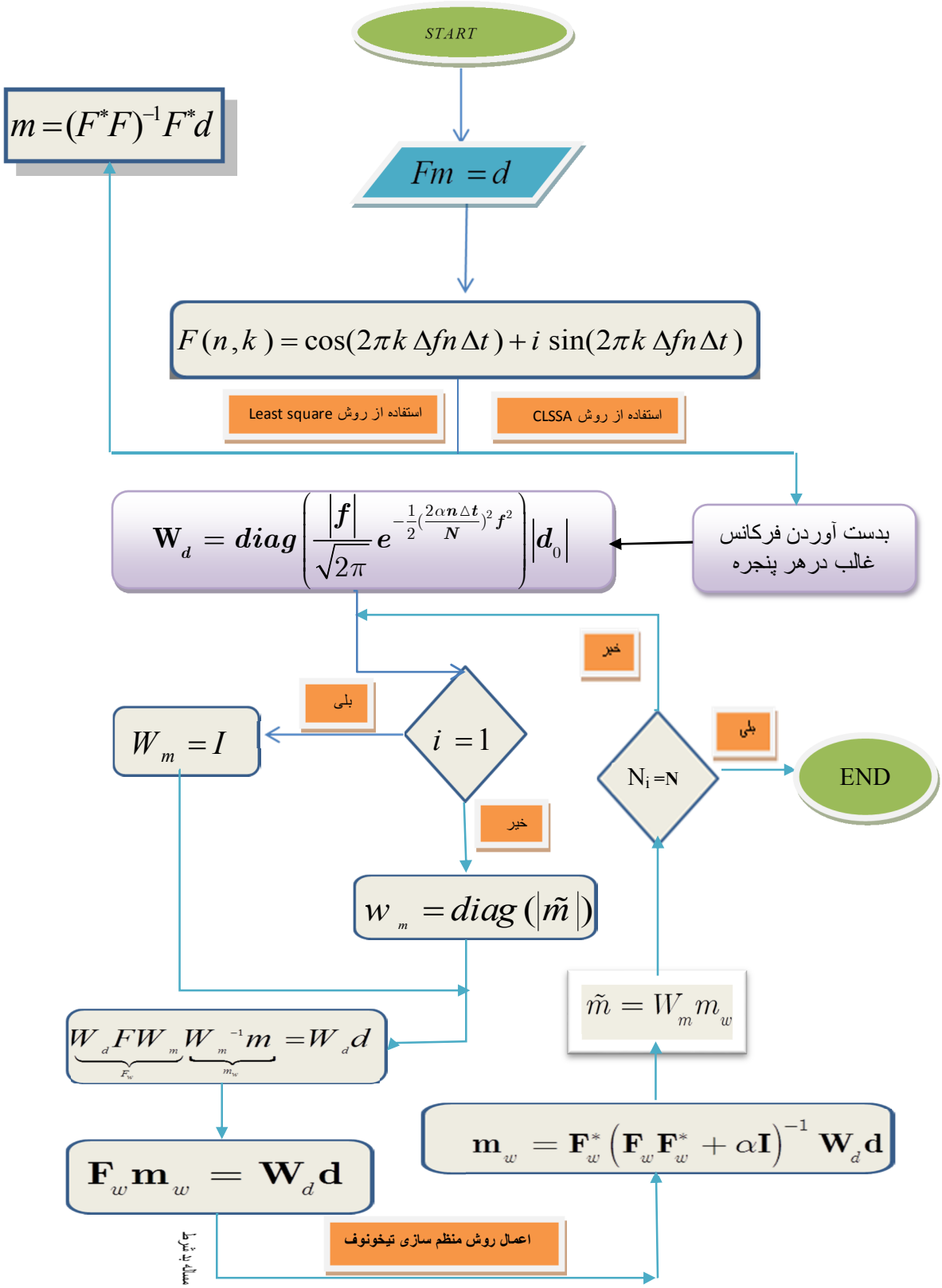
با توجه به اینکه روش STFT را می‌توان بطور مستقیم از تبدیل فوریه گسسته DFT توسط رابطه (۳-۱۰) بدست آورد، در روش کمترین مربعات مقید شده با پنجره متغیر نسبت به فرکانس، طول پنجره رابطه (۳-۱۰) ثابت نیست و تابع فرکانس غالب درون هر پنجره می‌باشد. اکنون رابطه (۳-۱۰) به شکل زیر بازنویسی می‌شود.

$$G(n\Delta t, k\Delta f) = \sum_{m=-(M-1)/2}^{(M-1)/2} g_w(n\Delta t, m(\Delta t, f))\, e^{-\frac{2\pi i}{M} k\Delta f\ m\Delta t} \qquad (۳-۲۷)$$

در این حالت پنجره $g_w(n\Delta t, m(\Delta t, f))$ تابعی از موقعیت پنجره، نوع پنجره و فرکانس غالب است. رابطه (۳-۲۷) را می‌توان به صورت ماتریسی مطابق رابطه زیر نوشت (پوریر، ۲۰۱۲).

$$\mathbf{F}\vec{m} = \vec{d} \qquad (۳-۲۸)$$

ادامه روش کمترین مربعات مقید شده با پنجره متغیر نسبت به فرکانس در فلوچارت زیر آمده است.

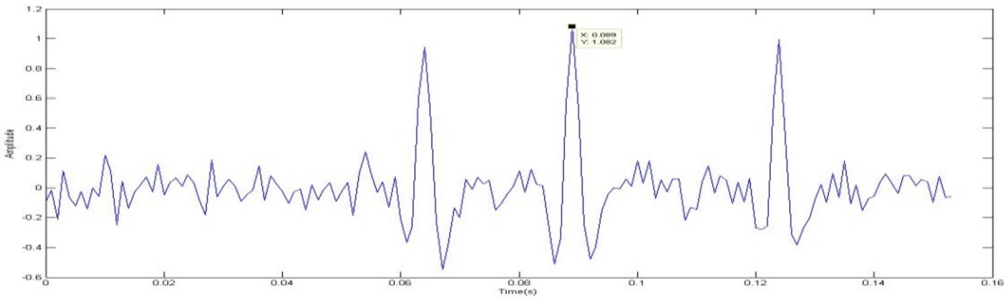


شکل۳-۱۷: فلوچارت روش کمترین مربعات مقید شده با پنجره متغیر نسبت به فرکانس

روش فوق بر مبنای وارون‌سازی و استفاده از پنجره با طول متغیر وابسته به فرکانس برای بدست آوردن تبدیل فوریه زمان کوتاه معرفی شده که برای محاسبه تجزیه طیفی داده‌های لرزه‌ای بکار برده شده است. در این روش تجزیه طیفی با وارون‌سازی تابع پایه هسته سینوسی در یک پنجره کوچک و استفاده از روش منظم-سازی تیخونوف، صورت گرفته است.

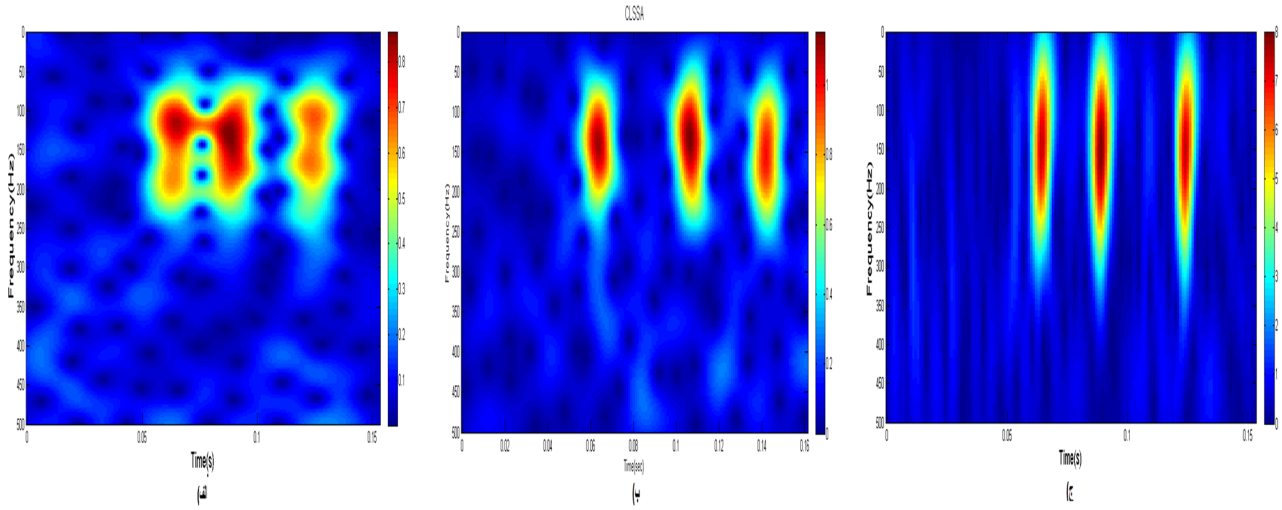
۳-۱۳ اعمال روش CLSWWFC بر روی سیگنال مصنوعی

به منظور بررسی کارآیی روش فوق، الگوریتم بر روی یک سیگنال مصنوعی اعمال و با تبدیل فوریه زمان کوتاه متداول و تبدیل S مقایسه شده است. برای ساخت سیگنال مصنوعی از سه موجک ریکر با فرکانس‌های ۱۳۰ و ۱۳۲ و ۱۳۵ هرتز با زمان نمونه برداری ۱ms با اضافه کردن نوفه سفید گوسی ۲۰ دسی‌بل، استفاده شده که در شکل ۳-۱۸ مشخص است.

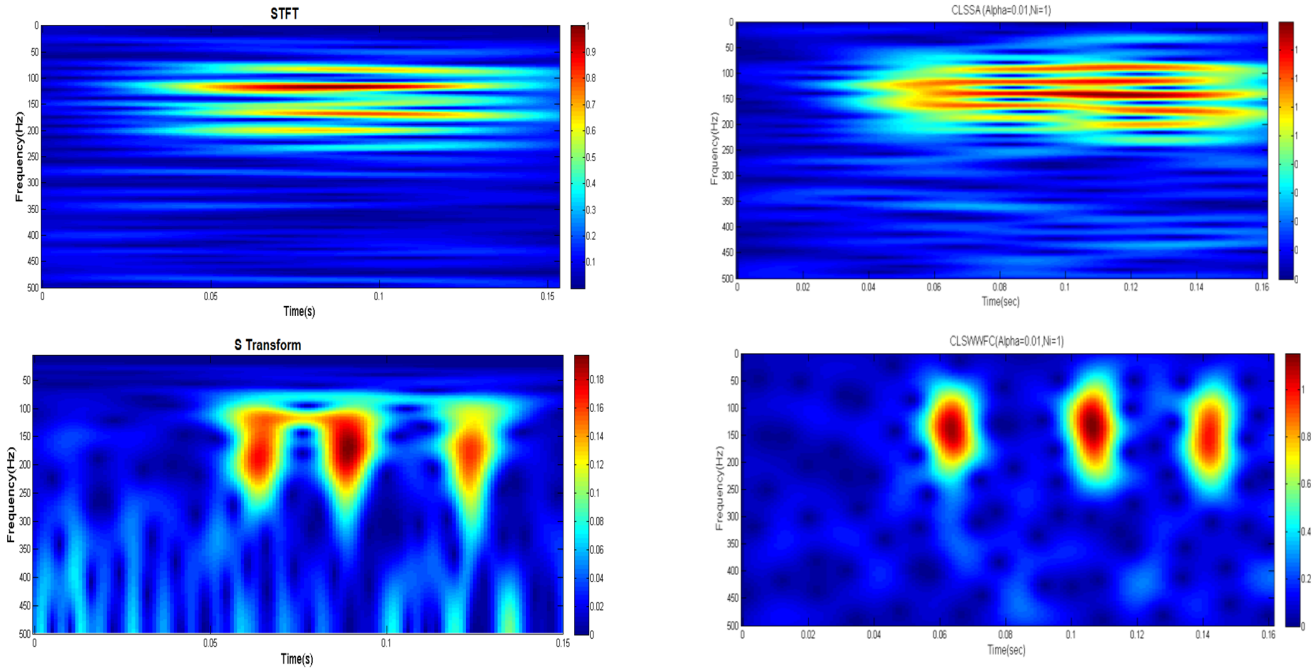


شکل ۳-۱۸: سیگنال مصنوعی مورد استفاده.

در شکل ۳-۱۸ نمایش زمان- فرکانس سیگنال مصنوعی با استفاده از روش‌های تبدیل فوریه زمان کوتاه متداول، تبدیل S و روش معرفی شده نمایش داده شده است. برای حالت‌های الف) و ب) در شکل ۳-۱۹ طول پنجره برابر با ۴۱ نمونه انتخاب می‌شود و برای بقیه حالات این شکل طولی به اندازه طول کل سیگنال (۱۵۴ نمونه زمانی) استفاده شده است. تعداد تکرارها در روش کمترین مربعات مقید شده با پنجره متغیر نسبت به فرکانس (CLSWWFC) سه مرتبه محاسبه شده است.



شـــکل ۳-۱۹: الـــف) تبـــدیل فوریـــه زمـــان کوتـــاه متـــداول ب) روش CLSSA ($N_i = 1$, $\alpha_f = 0.01$) ج) روش CLSWWFC ($N_i = 1$, $\alpha_f = 0.01$) طول پنجره در تمام روش ها ۴۰ms.



شکل۳-۲۰: مقایسه صفحه تبدیل زمان – فرکانس با استفاده از روش CLSWWFC و روش‌های CLSSA و STFT و تبدیل S الف) تبدیل فوریه زمان کوتاه متداول STFT و ب) روش CLSSA ($N_i = 1$, $\alpha_f = 0.01$) ج) تبدیل S و د) روش تبدیل کمترین مربعات مقید شده با پنجره متغیر با فرکانس CLSWWFC ($N_i = 1$, $\alpha_f = 0.01$) طول پنجره در تمام روش‌ها به اندازه طول سیگنال (۱۵۴ نمونه) می‌باشد .

همانطور که مشاهده می‌شود، قدرت تفکیک فرکانسی روش معرفی شده نسبت به روش تبدیل فوریه زمان کوتاه و تبدیل S به‌ازای یک طول پنجره یکسان مخصوصاً به ازای طول برابر با طول سیگنال بسیار افزایش یافته است.

فصل چهارم:

اعمال بر

روی داده‌های واقعی

۴-۱ آشکارسازی سایه‌های فرکانس پایین توسط روش کمترین مربعات مقیدشده (CLSSA)

انرژی فرکانس پایین قوی در زیر مخازن هیدروکربنی، سایه‌های فرکانس پایین لرزه‌ای نام دارند و بعنوان نشانگر مستقیم مخازن گازی بکار می‌روند (تانر[1] و همکاران، ۱۹۷۹). اما از جنبه فیزیکی مشاهده سایه‌های فرکانس پایین کاری مبهم و پیچیده می‌باشد. انتشار امواج لرزه‌ای و پراکندگی آنها در محیط‌های ناهمگن وابسته به تغییرات ناگهانی مقاومت صوتی[2] محیط است. تئوری موثر و مفیدی در محیط‌های متخلخل که بتواند انتشار و پراکندگی امواج لرزه‌ای را شرح دهد، وجود ندارد (وایت[3]، ۱۹۸۳). به هنگام عبور امواج لرزه‌ای از یک مخزن هیدروکربنی، افت انرژی در آن به دلیل میرایی ناشی از سیال درون مخزن رخ می‌دهد. این اثر به عنوان سایه فرکاس پایین شناخته می شود (کستگنا و همکاران، ۲۰۰۳).

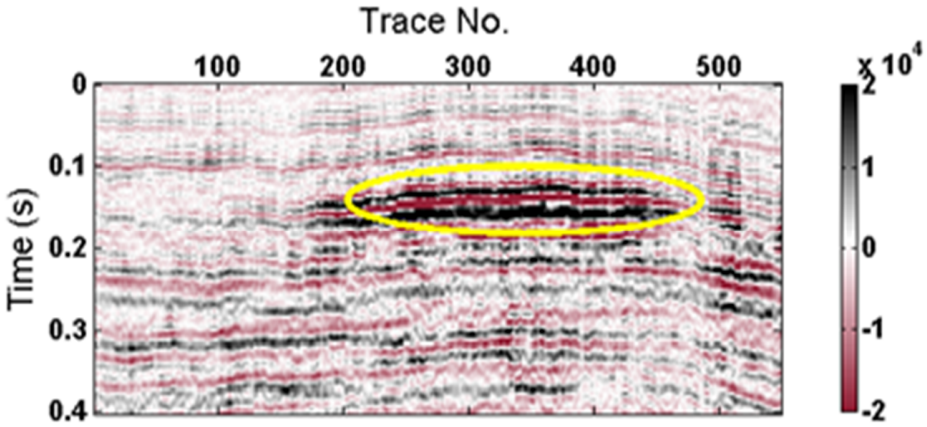
لرزه‌نگاری بازتابی در ماسه سنگ گازدار دارای خصوصیات زیر می‌باشد: الف) ضخامت مقطع به دست آمده مخزن از طریق لرزه‌نگاری نسبت به ضخامت مقطع زمین شناسی ضخیم‌تر است (برون[4]، ۱۹۹۶)؛ ب) بازتاب-های لرزه‌ای از محیط‌های اشباع از گاز و خالی از گاز، پاسخ لرزه‌ای بسیار مشابه دارند (ژو و همکاران[5]، ۲۰۰۰)؛ ج) یک لایه نازک گاز می‌تواند بازتاب لرزه‌ای قوی داشته باشد (هیلترمن[6]، ۲۰۰۱)؛ د) سایه فرکانس پایین اغلب در بازتاب از افق پایین ماسه سنگ گازدار مشاهده می‌شود (تانر، ۱۹۷۶).

تجزیه طیفی ابزاری قدرتمند در پردازش و تفسیر داده‌های لرزه‌ای می‌باشد. به کمک مقاطع تک فرکانس، سایه‌های فرکانس پایین را به عنوان نشانگر مستقیم منابع گازی استخراج می‌گردد. سایه‌های فرکانس

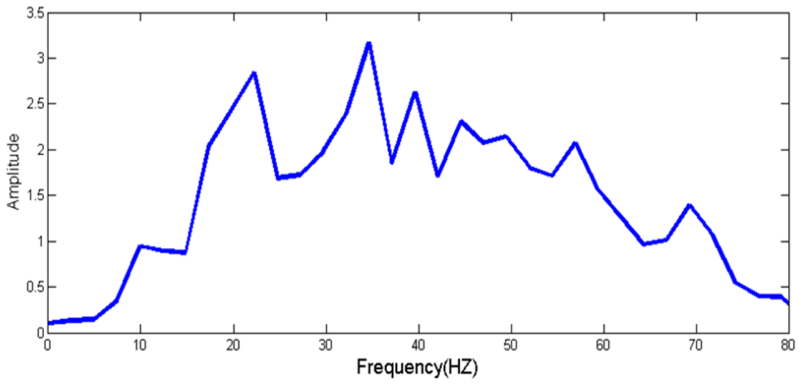
[1] Taner
[2] Acoustic impedence
[3] White
[4] Brown
[5] Zhu
[6] Hilterman

پایین به دلیل تضعیف انرژی فرکانس‌های بالا توسط مخازن هیدروکربن به وجود می‌آیند. اثر سایه فرکانس پایین بصورت ناهنجاری های با دامنه بالایی در فرکانس پایین مشاهده می شود که در فرکانس بالا وجود ندارند (ذبیحی و سیاه‌کوهی، ۱۳۸۳). جابجایی موقعیت فرکانس‌ها در مقاطع فرکانسی به دست آمده از تبدیل فوریه زمان کوتاه و تبدیل موجک و سایر روش‌های متداول وجود دارد که از معایب این روش‌ها می‌باشد. خواص سایه فرکانس پایین لرزه‌ای در مقاطع تک‌فرکانس مشترک مشخص می‌شود. سایه فرکانس پایین نشانگری است که تضعیف مولفه‌های فرکانس بالای داده لرزه‌ای را به سبب جذب درمحیط مخزن هیدروکربن نشان می‌دهد (کستگنا و همکاران، ۲۰۰۳). برای مشخص کردن سایه‌های فرکانس پایین در این پایان‌نامه از مقاطع تک‌فرکانس که از روش‌های STFT، تبدیل S و CLSSA و CLSWWFC استخراج شده، استفاده می‌شود.

به منظور کاربرد روش روی داده‌های واقعی لرزه‌ای، قسمتی از داده‌های لرزه‌ای مربوط یک خط چشمه از یکی از میادین گازی در جنوب غربی کشور مورد استفاده قرارگرفته است. در شکل ۴-۱ این خط چشمه نشان داده شده است. در این شکل بیضی زرد رنگ محل تجمع گاز را بر اساس مطالعات قبلی نشان می‌دهد. زمان نمونه‌برداری ۴ms می‌باشد. شکل ۴-۲ نیز طیف دامنه میانگین مربوط به این داده لرزه‌ای را نشان می‌دهد.

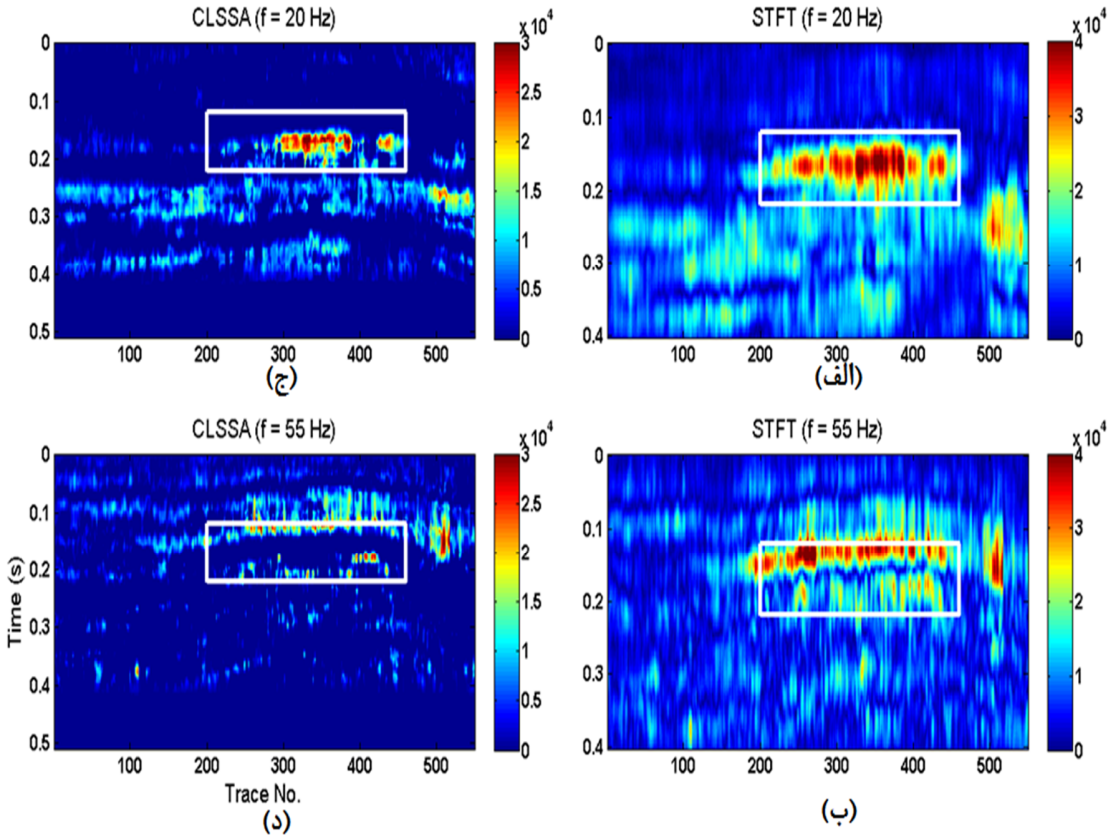


شکل ۴-۱: داده لرزه‌ای واقعی مربوط به یکی از میادین جنوب غربی ایران.



شکل ۴-۲: طیف دامنه میانگین داده لرزه‌ای شکل ۴-۱.

تجزیه طیفی با دو روش تبدیل فوریه زمان کوتاه و روش کمترین مربعات مقید CLSSA ($\alpha_f = 0.01$, $N_i = 1$) روی داده مورد نظر اعمال گردیده است. با توجه به محدوده فرکانسی داده‌ها، دو فرکانس ۲۰ و ۵۵ هرتز برای تهیه مقاطع تک‌فرکانس انتخاب گردید. مقاطع تک‌فرکانس مربوط به هر کدام از روش‌های مذکور در شکل ۴-۳ آمده است. حضور ناهنجاری‌ها با دامنه بالا در فرکانس پایین (۲۰ هرتز) که قابل مشاهده در فرکانس‌های بالا (۵۵ هرتز) نمی‌باشند که به پدیده سایه فرکانس پایین شناخته می‌شود، بیانگر حضور گاز است. محل سایه فرکانس پایین با مستطیل در شکل ۴-۳ مشخص شده است که با محل بیضی زرد رنگ در شکل ۴-۱ همخوانی دارد. همچنین به وضوح قدرت تفکیک بالای روش کمترین مربعات مقید شده در شکل ۴-۳ مشخص است.

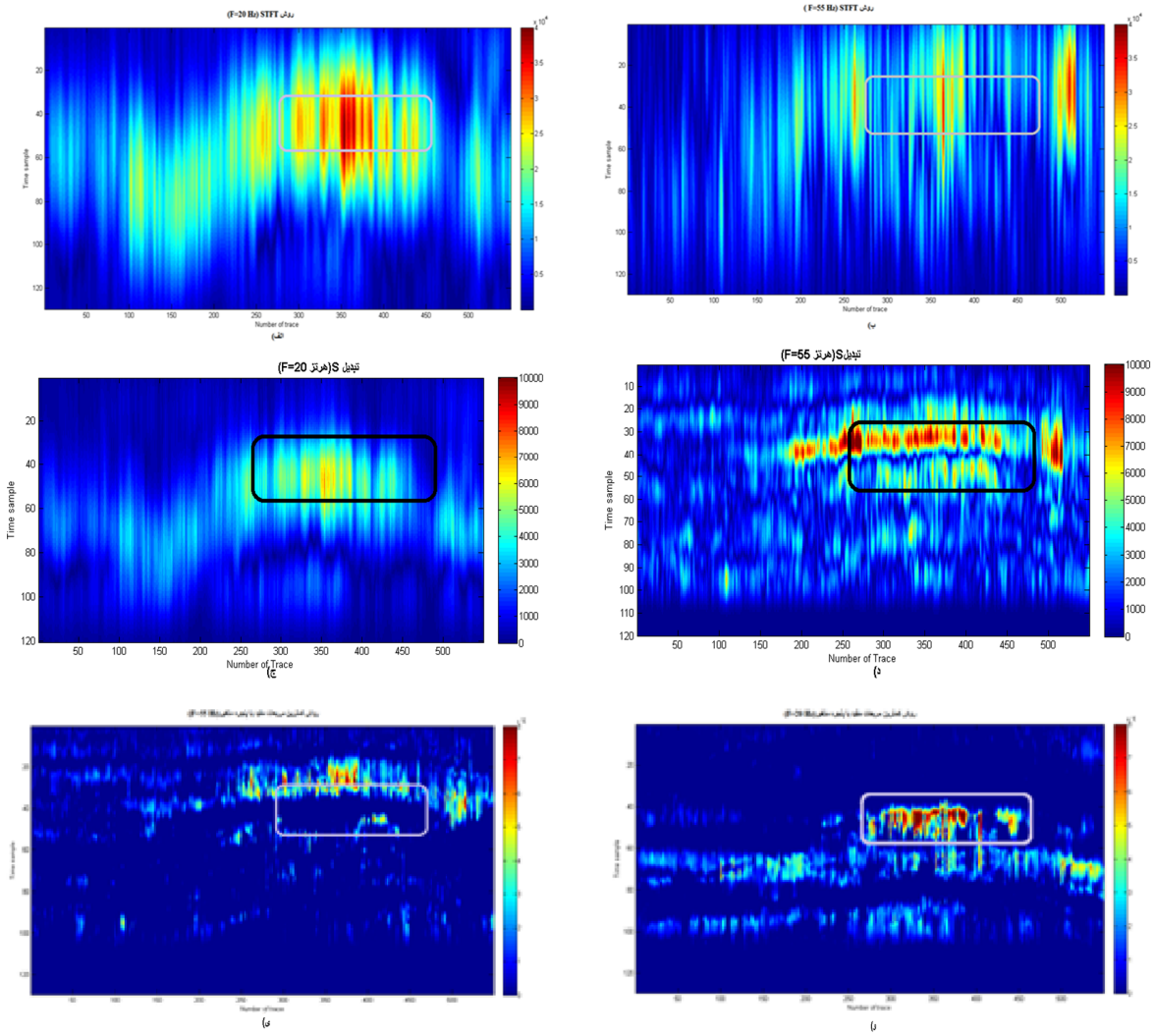


شکل ۴-۳: مقاطع تک‌فرکانس برای نمایش سایه فرکانس پایین در STFT و CLSSA الف) تک‌فرکانس ۲۰ هرتز با روش تبدیل فوریه زمان کوتاه متداول، ب) تک‌فرکانس ۵۵ هرتز با روش تبدیل فوریه زمان کوتاه متداول، ج) تک‌فرکانس ۲۰ هرتز با روش کمترین مربعات مقید و د) تک‌فرکانس ۵۵ هرتز با روش کمترین مربعات مقید.

۴-۲ آشکارسازی سایه‌های فرکانس پایین توسط روش کمترین مربعات مقیدشده با پنجره متغیر نسبت به فرکانس (CLSWWFC)

اگر روش کمترین مربعات مقید شده با پنجره متغیر نسبت به فرکانس را به داده‌های لرزه‌ای فوق اعمال و سپس مقاطع تک‌فرکانس ۲۰ و ۵۵ هرتز از آن اسخراج گردد، نتایج زیر حاصل خواهند شد. شکل ۴-۴ مقاطع تک‌فرکانس حاصل از روش‌های تبدیل فوریه زمان-کوتاه، تبدیل S و روش کمترین مربعات مقیدشده با پنجره متغیر نسبت به فرکانس CLSWWFC ($\alpha_f = 0.01$, $N_i = 1$) را نشان می‌دهد. طول پنجره در تبدیل فوریه زمان-کوتاه و روش معرفی‌شده برابر طول داده لرزه‌ای و تعداد تکرار در روش معرفی‌شده یک مرتبه می-باشد.

محل سایه فرکانس پایین با مستطیل در شکل ۴-۴ مشخص شده است که با محل بیضی زرد رنگ در شکل ۴-۱ همخوانی دارد. همچنین به وضوح قدرت تفکیک بالای روش کمترین مربعات مقید شده با پنجره متغیر نسبت به فرکانس CLSWWFC نسبت به سایر روش‌ها در شکل ۴-۴ مشخص است.

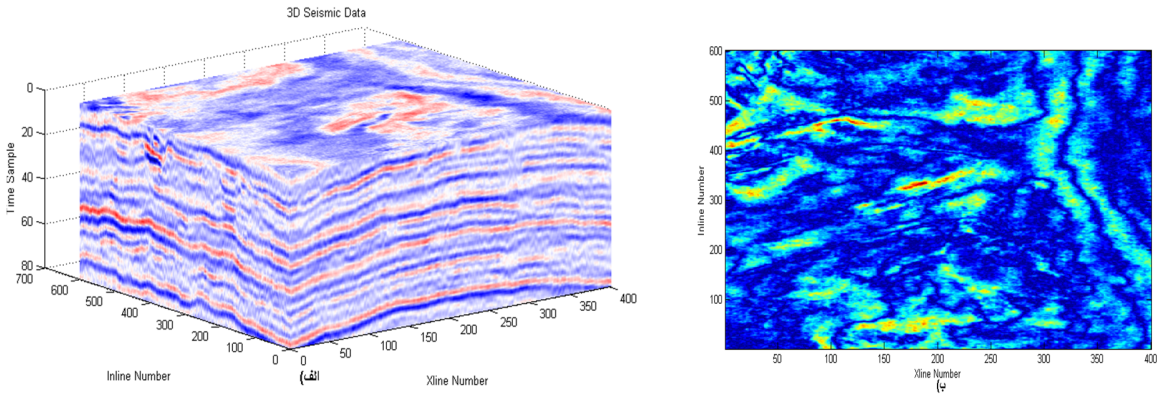


شکل ۴-۴: مقاطع تک‌فرکانس برای نمایش سایه فرکانس پایین در STFT، تبدیل S و روش CLSWWFC (Ni=1) (الف) تک‌فرکانس ۲۰ هرتز با روش تبدیل فوریه زمان کوتاه متداول، (ب) تک‌فرکانس ۵۵ هرتز با روش تبدیل فوریه زمان کوتاه متداول، ج) تک‌فرکانس ۲۰ هرتز با روش تبدیل S، د) تک‌فرکانس ۵۵ هرتز با روش تبدیل S، و) تک‌فرکانس ۲۰ هرتز با روش کمترین مربعات مقید و با پنجره متغیر نسبت به فرکانس CLSWWFC و ی) تک‌فرکانس ۵۵ هرتز با روش کمترین مربعات مقید و با پنجره متغیر نسبت به فرکانس CLSWWFC.

۳-۴ نمایش کانال مدفون با استفاده از روش کمترین مربعات مقیدشده با پنجره متغیر نسبت به فرکانس (CLSWWFC)

امروزه مقاطع لرزه‌ای به طور گسترده برای مشخص کردن منابع هیدروکربنی کاربرد دارند. اما در اغلب موارد مقاطع لرزه‌ای قادر به مشخص کردن جنبه‌های مهم این منابع نیستند. تبدیلات زمان- فرکانس دریچه‌ای نو برای بررسی مقاطع لرزه‌ای فراهم آورده‌اند. مطالعه محتوای فرکانسی مقاطع لرزه‌ای فهم بهتری از ساختارهای زمین‌شناسی و منابع هیدروکربنی ارائه می‌دهد. مقاطع فرکانسی وسیله‌ای قدرتمند برای تصویر سازی منابع زیر سطحی می‌باشند. از این مقاطع می‌توان برخی نشانگرهای لرزه‌ای مانند فرکانس لحظه‌ای، دامنه فرکانسی و ... را استخراج نمود. تغییرات مقاطع تک‌فرکانس با فرکانس، نشاندهنده تغییرات عرض کانال و دارای اطلاعاتی از محتوای کانال می‌باشد (شکرالهی[1]، ۲۰۱۳).

در این پایان‌نامه از بخشی از داده‌های انعکاسی سه بعدی یکی از میادین نفتی جنوب غربی ایران استفاده شده است. در شکل ۴-۵ قسمت الف) مکعب لرزه‌ای داده‌ها را با ۴۰۰ خط چشمه،۶۰۱ خط گیرنده، زمان نمونه‌برداری 4ms که ردلرزه برداشت‌شده دارای۸۰ نمونه زمانی می‌باشد. کانالی مدفون در زمان ۱/۸ ثانیه وجود دارد. در قسمت ب) شکل ۴-۵ برش زمانی مکعب لرزه‌ای در زمان ۱/۸ ثانیه نمایش داده شده است.

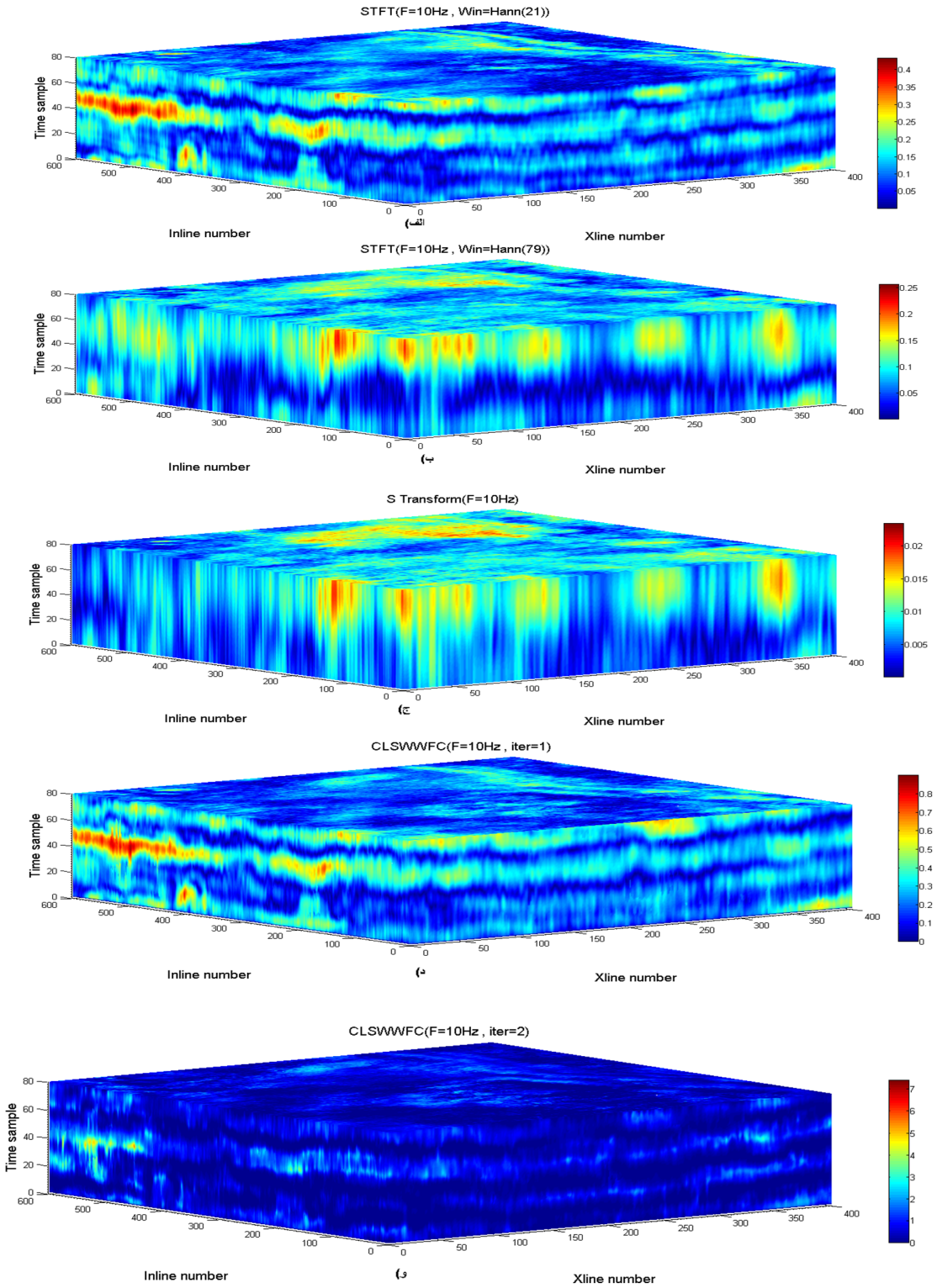


شکل ۴-۵: الف) مکعب لرزه‌ای داده‌ها و ب) برش زمانی از داده‌ها در ۱/۸ ثانیه

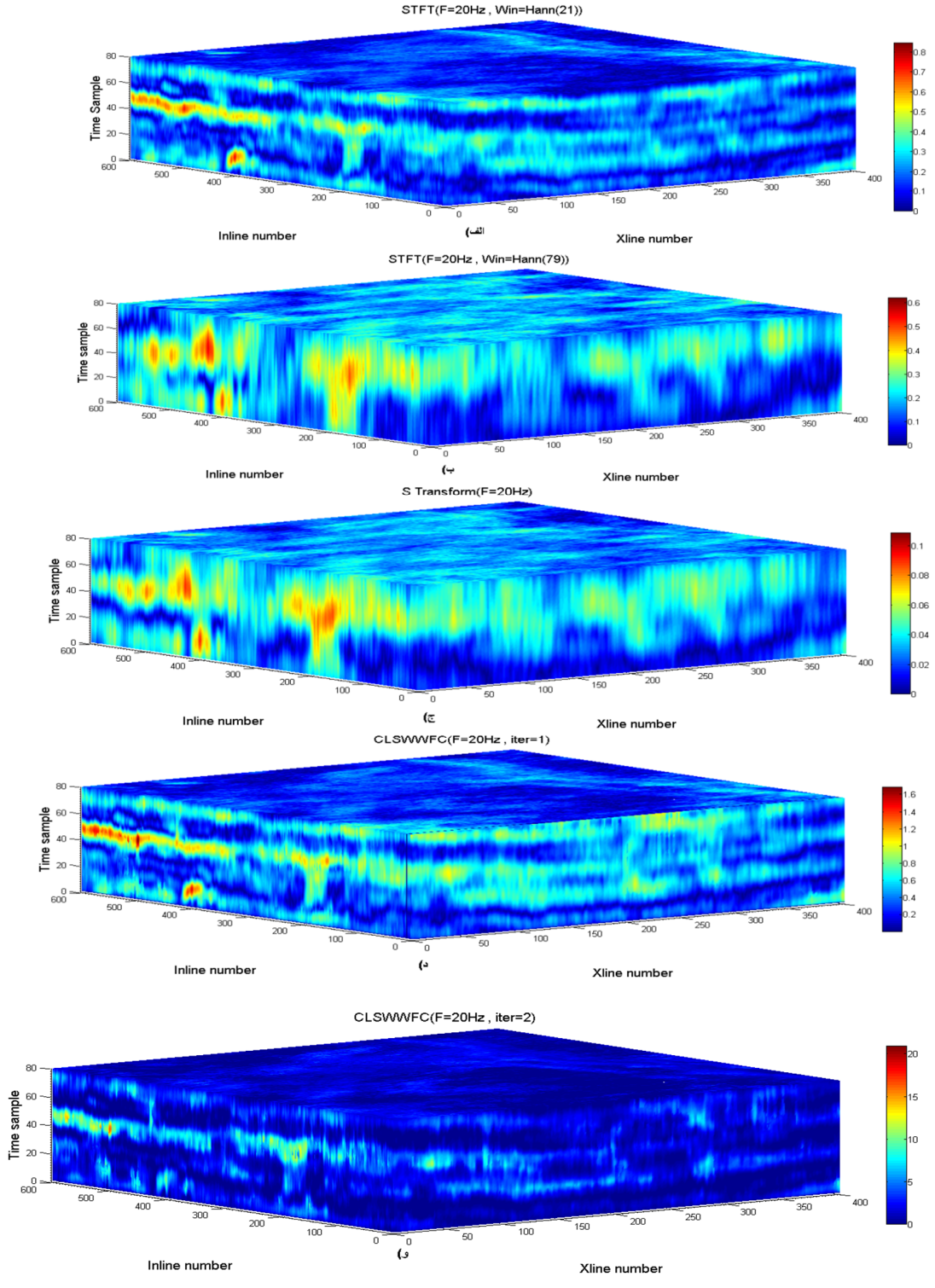
[1] Shokrollahi

برای ساختن مکعب‌های تک‌فرکانس از تبدیل‌های زمان-فرکانس STFT، تبدیل S، روش CLSWWFC استفاده شده است. داده لرزه‌ای سه بعدی دارای ۲۴۰۴۰۰ ردلرزه می‌باشد. ابتدا هر ردلرزه از داده انتخاب می-شود سپس از آن تبدیل زمان- فرکانس انتخابی گرفته می‌شود و بجای خود ردلرزه در مکعب قرار می‌گیرد و در نهایت یک مکعب چهار بعدی به وجود می‌آید که بعد اضافه شده آن فرکانس می‌باشد. به علت حجم بالای داده تولید شده، برای بررسی این داده، مکعب‌های تک‌فرکانس ۱۰، ۲۰، ۳۰ و ۴۰ هرتز از روش‌های STFT، تبدیل S و CLSWWFC استخراج می‌شود. مقاطع استخراج شده از روش CLSWWFC ابتدا با ($N_i = 1$ و $\alpha_f = 0.01$) و سپس با ($N_i = 2$ و $\alpha_f = 0.01$) محاسبه شده است. شکل ۴-۶ مکعب‌های تک‌فرکانس حاصل از روش‌های ذکر شده نشان داده شده است. با توجه به اینکه ردلرزه دارای ۸۰ نمونه زمانی می‌باشد، ابتدا برای محاسبه مکعب‌های تک‌فرکانس در روش STFT از پنجره هان به طول ۲۱ نمونه و در محاسبه بعدی طول پنجره ۷۹ نمونه استفاده شده است. شکل‌های ۴-۶ تا ۴-۹ نشاندهنده اینست که قدرت تفکیک زمانی در روش STFT با طول پنجره کوچکتر در قسمت‌های الف) بسیار بیشتر از قسمت‌های ب) می‌باشد. همچنین با طول پنجره ۲۱، قدرت تفکیک زمانی روش STFT از روش تبدیل S قسمت ج) نیز بیشتر است، در حالیکه با طول پنجره ۷۹ نمونه زمانی قدرت تفکیک نسبت به تبدیل S کاهش می‌یابد. با افزایش فرکانس از شکل‌ها مشخص است که قدرت تفکیک زمانی تبدیل S افزایش می‌یابد که از خواص ذاتی تبدیل S است. مکعب‌های تک‌فرکانس بدست آمده ا ز روش CLSWWFC در شکل‌های ۴-۶، ۴-۷ ، ۴-۸ و ۴-۹ قسمت‌های د) و و) نشان داده شده است. در استفاده از روش مذکور طول پنجره برابر ۷۹ نمونه زمانی انتخاب شده است. در تمام شکل‌ها قسمت د) با تعداد یک مرتبه تکرار و قسمت و) با دو مرتبه تکرار محاسبه شده است.

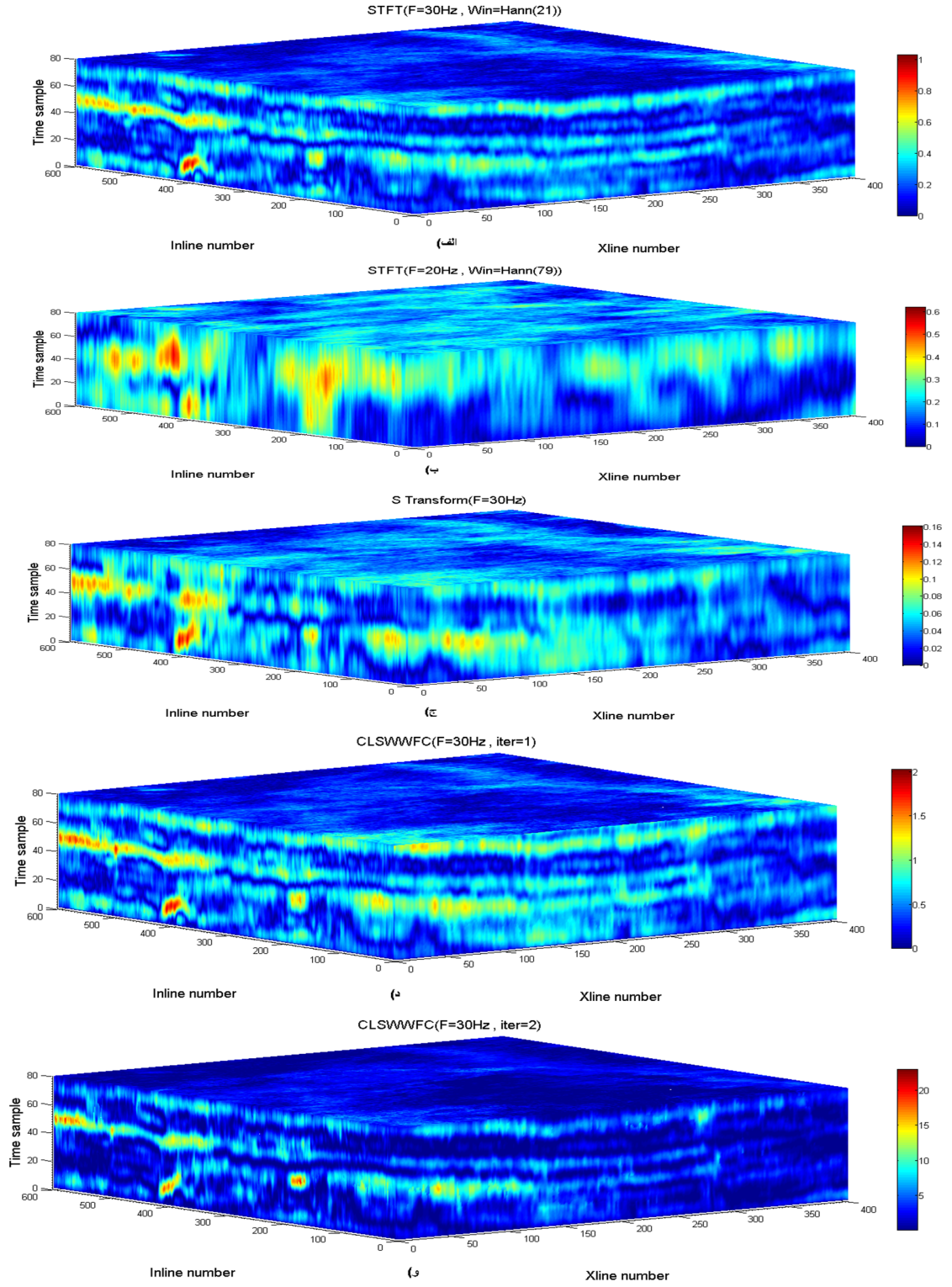
با توجه به شکل‌ها می‌توان گفت که قدرت تفکیک زمانی مکعب‌های تک‌فرکانس بدست آمده از روش CLSWWFC نسبت به دو روش STFT و تبدیل S بسیار بیشتر می‌باشد، بنابراین دقت نتایج تفسیر از این روش هم افزایش خواهد یافت. از بررسی مکعب‌های تک‌فرکانس می‌توان به این نتیجه رسید که ضخامت کانال حدود ۸۰ms است.



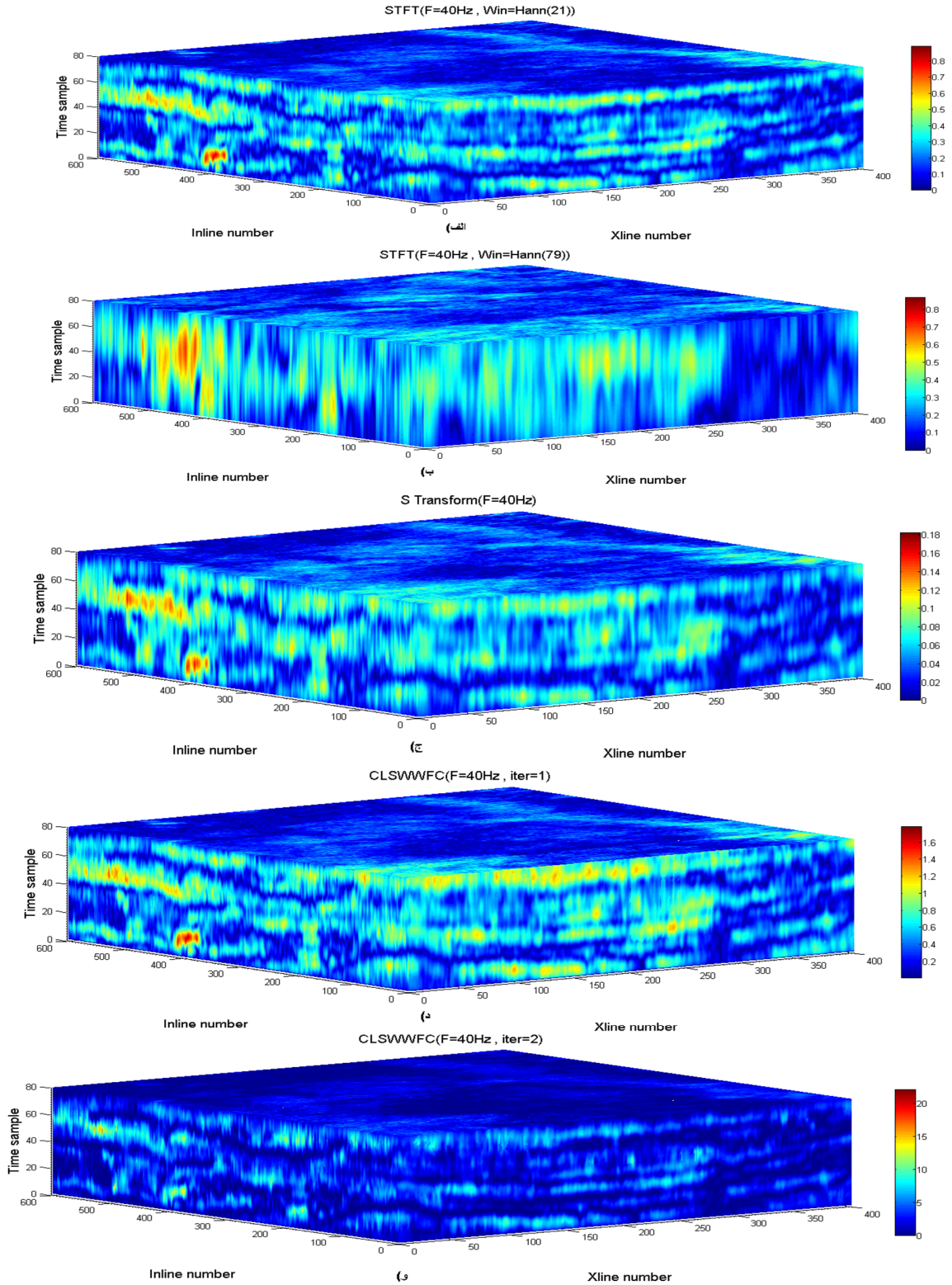
شکل ۴-۶: مکعب‌های تک‌فرکانس ۱۰هرتز. الف) و ب) روش STFT ج) روش تبدیل S د) و و) روش CLSWWFC



شکل ۴-۷: مکعب‌های تک‌فرکانس ۲۰هرتز. الف) و ب) روش STFT ج) روش تبدیل S د) و و) روش CLSWWFC



شکل ٤-٨: مکعب‌های تک‌فرکانس ۳۰هرتز. الف) و ب) روش STFT ج) روش تبدیل S د) و و) روش CLSWWFC



شکل ۴-۹: مکعب‌های تک‌فرکانس ۴۰هرتز. الف) و ب) روش STFT ج) روش تبدیل S د) و و) روش CLSWWFC

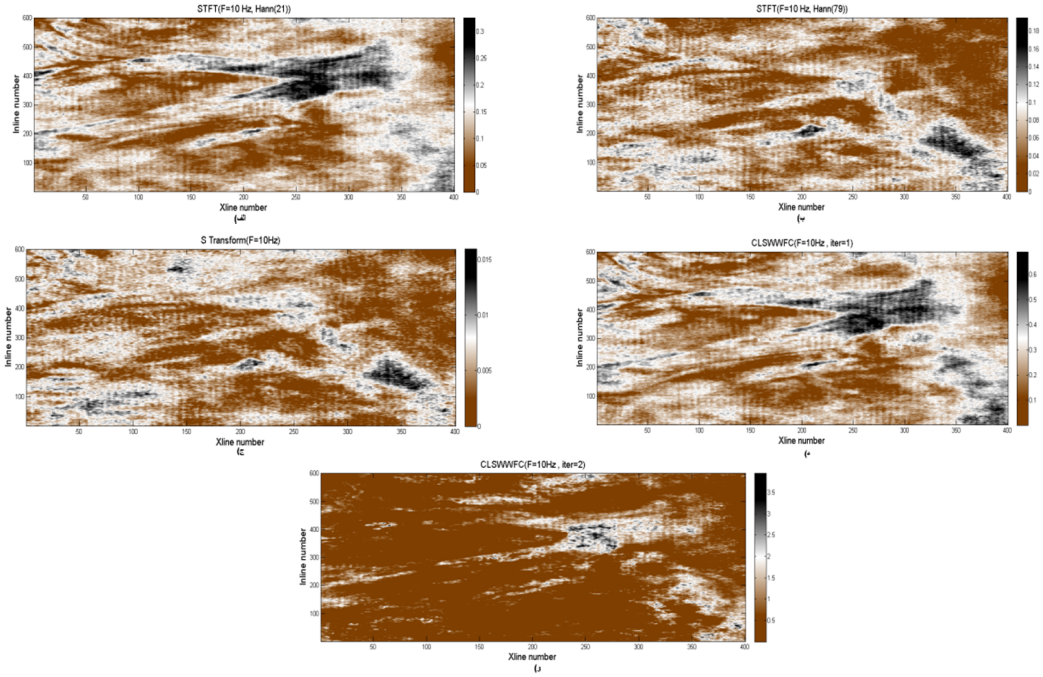
به منظور مشخص کردن بهتر کانال، برش‌های زمانی از مکعب‌های تک‌فرکانس استخراج شده است. نتایج بدست آمده در شکل‌های ۴-۱۰، ۴-۱۱، ۴-۱۲ و ۴-۱۳ مشاهده می‌شود. همانگونه که از شکل‌ها مشخص است، در فرکانس‌های پایین محتوای کانال با دامنه بالایی قابل مشاهده می‌باشد.

با مقایسه نتایج به دست آمده از روش‌های مختلف می‌توان گفت که در فرکانس۱۰هرتز، شکل ۴-۱۰ به ترتیب قدرت تفکیک در نشان دادن کانال، روش (CLSWWFC,N_i=2) قسمت و)، روش((STFT , Hann(21)) قسمت الف)، روش (CLSWWFC , N_i =1) قسمت د)، روش تبدیل S قسمت ج) و روش (, STFT (Hann(79) قسمت ب) می‌باشد.

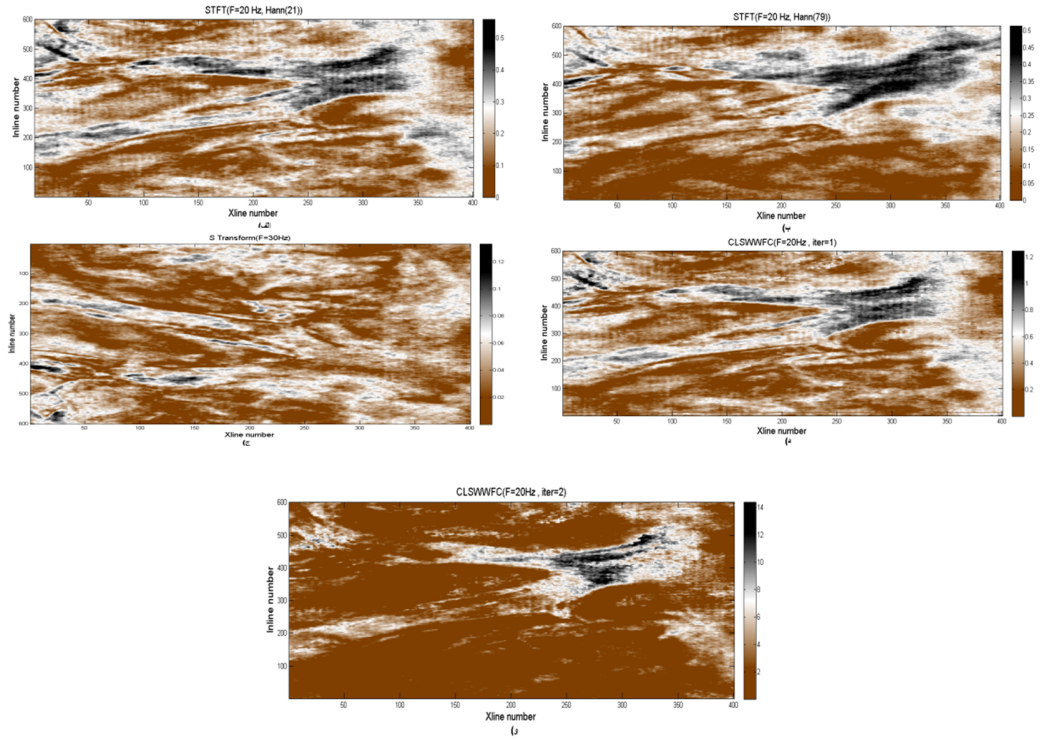
در فرکانس ۲۰ هرتز، شکل ۴-۱۱ قدرت تفکیک در نشان دادن کانال به ترتیب روش (, CLSWWFC (N_i=2 قسمت و)، روش ((STFT , Hann(79)) قسمت ب)، روش (CLSWWFC , N_i =1) قسمت د)، روش ((STFT , Hann(21)) قسمت الف) و روش تبدیل S قسمت می‌باشد. همچنین بیشترین دامنه محتوای کانال در فرکانس ۲۰ هرتز نسبت به دیگر فرکانس‌ها دیده می‌شود. دلیل آن تخلخل بالاتر و فشردگی و سیمان-شدگی پایین‌تر محتوای کانال نسبت به اطراف کانال می‌باشد، بنابراین فرکانس‌های بالاتر جذب کانال شده‌اند.

در فرکانس ۳۰ هرتز، شکل ۴-۱۲ قدرت تفکیک در نشان دادن کانال به ترتیب روش (CLSWWFC , N_i =1) قسمت د)، روش ((STFT , Hann(21)) قسمت الف)، روش (CLSWWFC , N_i =2) قسمت و)، روش تبدیل S قسمت ج) و روش ((STFT , Hann(79)) قسمت ب) می‌باشد.

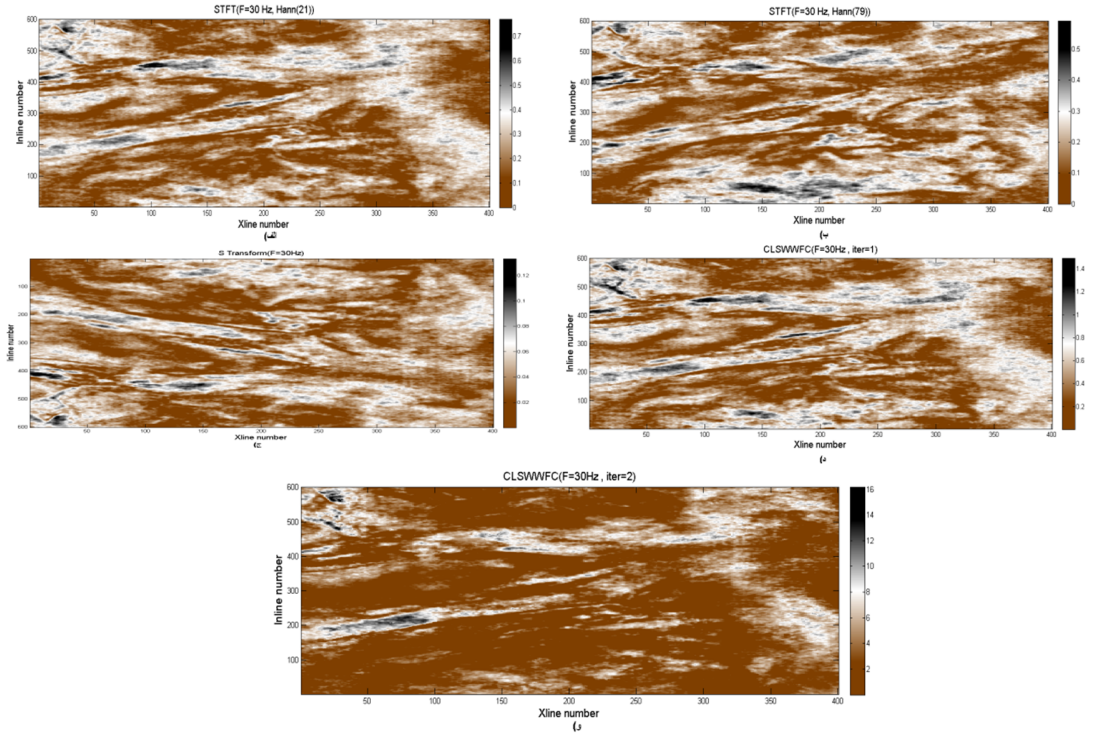
در فرکانس ۴۰ هرتز، شکل ۴-۱۳ قدرت تفکیک در نشان دادن کانال به ترتیب روش (CLSWWFC , N_i =2) قسمت و)، روش (CLSWWFC , N_i =1) قسمت د)، روش ((STFT , Hann(21)) قسمت الف)، روش تبدیل S قسمت ج) و روش ((STFT , Hann(79)) قسمت ب) می‌باشد. در این فرکانس مرز کانال را نسبت به دیگر فرکانس‌ها بهتر می‌توان مشخص نمود. درنهایت می‌توان ادعا کرد که روش CLSWWFC دارای قدرت تفکیک بهتری نسبت به روش‌های STFT و تبدیل S هم در فرکانس‌های پایین و هم در فرکانس‌های بالا می‌باشد.



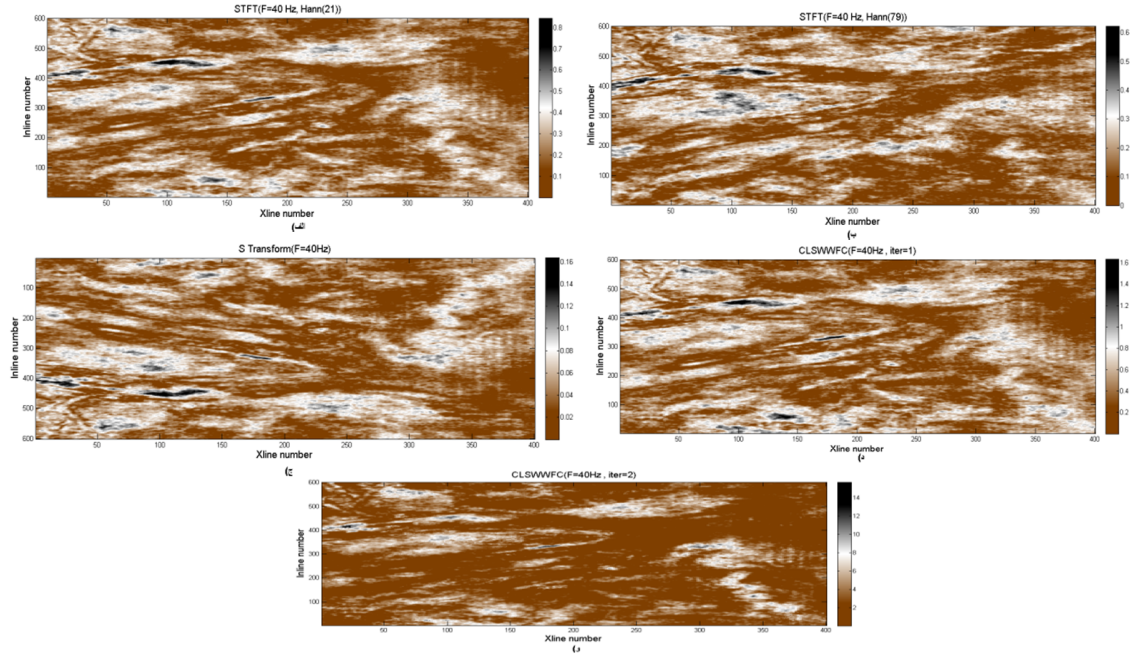
شکل ٤-١٠: برش زمانی از مکعب تک فرکانس ١٠ هرتز. الف) و ب) روش STFT ج) روش تبدیل S د) و و) روش CLSWWFC



شکل ۴-۱۱: برش زمانی از مکعب تک فرکانس ۲۰هرتز. الف) و ب) روش STFT ج) روش تبدیل S د) و و) روش CLSWWFC



شکل ۴-۱۲: برش زمانی از مکعب تک فرکانس ۳۰هرتز. الف) و ب) روش STFT ج) روش تبدیل S د) و و) روش CLSWWFC



شکل ۴-۱۳: برش زمانی از مکعب تک فرکانس ۴۰هرتز. الف) و ب) روش STFT ج) روش تبدیل S د) و و) روش CLSWWFC

فصل پنجم:

نتیجه‌گیری

در این پایان‌نامه از دو روش برای محاسبه تجزیه طیفی داده‌های لرزه‌ای استفاده شده است. هر دو روش بر مبنای وارون‌سازی بوده و از روش کمترین مربعات مقید شده بهره می‌برد. اولین روش، کمترین مربعات مقیدشده CLSSA نامیده شده و در الگوریتم آن طول و پهنای پنجره متحرک ثابت ولی در دومین الگوریتم طول و پهنای پنجره متحرک با فرکانس تغییر می‌کند که به نام CLSWWFC نامگذاری شده است. تجزیه طیفی فوق با وارون‌سازی تابع پایه هسته سینوسی کوتاه‌شده در یک پنجره کوچک انجام می‌شود. هموارشدگی طیفی ذاتی در تحلیل فوریه به دلیل اثر پنجره در روش‌های معرفی‌شده کاهش و یا حذف شده‌اند، بنابراین تحلیل خواص طیفی بازتابگرهای متداخل در داخل پنجره کوچکتر نسبت به سایر روش‌ها بهتر انجام می‌شود. اعتبار سنجی روش CLSSA در فصل سوم آمده است بطوریکه شش موج به عنوان داده مصنوعی تولید شده و طیف آنها از روش‌های STFT، تبدیل S و CLSSA مختلف با هم مقایسه شده است. در مورد تک موج سینوسی و دو موج سینوسی مدوله‌شده و موج چیرپ، قدرت تفکیک طیف زمانی و فرکانسی بدست آمده از روش CLSSA نسبت به دو روش دیگر بالاتر بوده و در آن مات‌شدگی فرکانسی نیز دیده نمی‌شود. طیف موجک ریکر نیز با پنجره کوچکتر دارای قدرت تفکیک بهتری نسبت به روش‌های متداول می‌باشد. در تمام حالات، طیف روش CLSSA نسبت به روش‌های تبدیل فوریه زمان کوتاه و تبدیل S دارای پهنای باند کمتری به‌دلیل کاهش یا عدم وجود پدیده اثر پنجره می‌باشد. همچنین ماتریس قدرت تفکیک، اثر پارامتر منظم‌سازی و اثر تعداد تکرارها در روش CLSSA مورد بررسی قرارگرفته است.

روش‌های CLSSA و CLSWWFC بر روی داده‌های مصنوعی و واقعی اعمال گردیده و نتایج حاصل از آنها با روش STFT و تبدیل S مقایسه شده‌است. به منظور تجزیه طیفی داده‌های لرزه‌ای از داده‌های واقعی در شناسایی مستقیم منابع هیدروکربن با استفاده از نشانگر سایه فرکانس پایین در یکی از میادین گازی جنوب غربی ایران استفاده شده و نتایج آن با روش تبدیل فوریه زمان کوتاه متداول و تبدیل S مقایسه شده است که می‌توان محل سایه‌های فرکانس پایین را با دقت بالایی توسط دو روش ارائه شده مشخص نمود. بطور کلی می-

توان گفت، قدرت تفکیک زمان-فرکانس در دو روش ارائه شده نسبت به روش تبدیل فوریه زمان کوتاه متداول و تبدیل S بسیار بهبود یافته است.

از بخشی از داده‌های لرزه‌ای انعکاسی سه بعدی یکی از میادین جنوب غرب ایران نیز به منظور تجزیه طیفی استفاده شده است. توسط روش‌های STFT، تبدیل S، CLSSA و CLSWWFC مکعب‌های تک‌فرکانس ۱۰ هرتز، ۲۰ هرتز، ۳۰ هرتز و ۴۰ هرتز تولید شده که ضخامت کانال با بررسی مکعب‌ها در حدود ۸۰ms تخمین زده شده است. از شکل‌ها مشخص است که کیفیت مکعب‌های تولیدی توسط روش CLSWWFC نسبت به دیگر روش‌ها بالاتر است. سپس برای بررسی تغیرات جانبی، مقاطع تک‌فرکانس را از مکعب‌ها استخراج شده است. با بررسی مقاطع فرکانس پایین از محتویات کانال و از مقاطع فرکانس بالا از مرزهای کانال اطلاعاتی بدست می‌آید. همانطور که از شکل‌ها مشخص است مقاطع بدست آمده از روش CLSWWFC نسبت به مقاطع بدست آمده از دیگر روش‌ها دارای قدرت تفکیک بسیار بالاتر می‌باشد.

در پایان موارد زیر پیشنهاد می‌شود:

- بهبود الگوریتم‌های وارون‌سازی مورد استفاده در روش CLSSA
- استفاده از ماتریس‌های وزنی دیگر در الگوریتم وارون‌سازی روش CLSSA
- ثابت نبودن پارامتر α_f در طول الگوریتم وراون‌سازی
- کاهش اثر مولفه DC در روش STFT
- استفاده از داده‌های لرزه‌ای و غیر لرزه‌ای برای مقایسه روش‌های ارائه شده با روش‌های متداول

مراجع

- ذبیحی نائینی ا.، سیاه کوهی ح.، ۱۳۸۴، حوزه زمان-فرکانس و کاربرد آن در شناسایی مخازن هیدروکربور: مجله اکتشاف و تولید، شماره ۲۹، ۱۱-۱۴.

- روشندل کاهو ا ، ۱۳۸۸، رساله دکتری، بهبود تبدیل های زمان-فرکانس در مطالعه داده‌های لرزه‌ای، موسسه ژئوفیزیک دانشگاه تهران

- Auger, F., Flandrin, P., Goncalves, P., and Lemoine, O., 1995-1996, Time frequency toolbox for use with MATLAB: CNRS,France .

- Backus, G. E. and F. Gilbert, 1970, Uniqueness in the inversion of inaccurate gross earth data, Philos. Trans. R. Soc. London, Ser. A, 266, 123-192.

- Boashash, B., 2003, Time frequency signal analysis: A comprehensive reference, Elsevier, Oxford, UK.

- Bracewell, R., 1986, The Fourier Transform and its applications:McGraw-Hill Publishing

- Brigham E., 1988, The Fast Fourier Transform And Its Applications: Prentice-Hall.

- Brown, A. R., 1996, 3D seismic data interpretation, SEG publication.

- Castagna, J. P., S. Sun, R. W. Siegfried, 2003, Instantaneous spectral analysis: Detection of low-frequency shadows associated with hydrocarbons: The Leading Edge, 22, 120–127,doi: 10.1190/1.1559038.

- Cohen L., 1995, Time-Frequency Analysis: Prentice-Hall.

- Chung, H., Lowton, D.C., 1995, frequency characteristics of seismic reflection from thin beds, Canadian journal of Exploration Geophysics, 31, 32-37.

- Dorren, H.J.S., E.J. Muyzert, and R.K. Snieder, The stability of one-dimensional inverse scattering, Inverse Problems, 10, 865-880, 1994.

- Daubechies, I., R. DeVore, M. Fornasier, C. S. Güntürk, 2008, Iteratively reweighted least-squares

- Fomel S., 2007, Local Seismic Attributes: Geophysics, Vol. 72, No. 3,P. A29-A33.

- Gabor, D., 1946, Theory of communication: J. IEEE (London), 93(III), 429-457.

- Gholami, A., Amini, N., Siahkoohi, H. R., Edalat, A., 2010, Fast sparse time-frequency decomposition,72nd EAGE Conference and Exhibition, Barcelona, Spain.

- Greitans, M., 2005, Advanced processing of nonuniformly sampled non-stationary signals: ELEKTRONIKA IR ELEKTROTECHNIKA, 59, 42-45.

- Gerver, M.L. and V. Markushevitch, 1966, Determination of a seismic wave velocity from the travel time curve, Geophys. J. Royal astro. Soc., 11 165-173.

- Herglotz, G. U¨ ber das Benndorfsche Problem des Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Erdbebenstrahlen, Zeitschrift fu´r Geophys., 8 145-147, 1907.

- Hilterman, F. J., 2001, Seismic Amplitude Interpretation,2001 SEG/EAGE Distinguished Instructor Short Course.

- Hussain Z., Sadik A., O'Shea P., 2011, Digital Signal Processing: Springer.

- Levenberg, K., 1944, A method for the solution of certain nonlinear problems in least squares, Quart. Appl. Math., 2, 164-168.

- Mallat, S., 1999, A wavelet tour of signal processing, 2nd ed.: Academic Press Inc.

- Marfurt, K. J. and R. L. Kirlin, 2001, Narrow-band spectral analysis and thin-bed tuning:Geophysics, 66, 1274-1283.

- Menke, W., 1984, Geophysical data analysis: discrete inverse theory, Academic Press, San Diego.

- Oldenburg, D. W., 1976, Calculation of Fourier transforms by the Backus- Gilbert method: Geophysical Journal of the Royal Astronomical Society, 44, 413–431, doi: 10.1111/gji.1976.44.issue-2.

- Parker, R.L., 1994, Geophysical Inverse Theory, Princeton University Press, Princeton, New Jersey.

- Partyka, G. A., J. A. Gridley, and J. A. Lopez, 1999, Interpretational aspects of spectral decomposition in reservoir characterization: The Leading Edge, 18, 353–360, doi: 10.1190/1.1438295.

- Portniaguine, O., and J. P. Castagna, 2004, Inverse spectral decomposition: 74th Annual International Meeting, SEG, Expanded Abstracts, 1786–1789.

- Proakis, J. G., and Manolakis, D. G., 2007, Digital signal processing, principles, algorithms, and applications, Pearson Printice Hall, USA.

- Pullabhatla, S., and Chandel, A. K., and Kanasottu, A. N., 2010, Inverse S-Transform Based Decision Tree for Power System Faults Identification: TELKOMINIKA, vol.9, No.1, Aprill 2011, pp.99 ~ 106 ISSN: 1693-6930

- Puryear, C.I., 2006, Modeling and Application of Spectral Inversion for Determination of

Layer Properties: M.S. Thesis, University of Houston.

- Puryear, C. I., Portniaguine, O. N., Cobos, C. M., Castagna, J. P., 2012, Constrained least-squares spectral analysis: Application to seismic data: Geophysics, 77, V143-V167.

- Qiang, Z., and Wen-kai, L., 2010, Spectral decomposition using deconvolutive short time Fourier transform spectrogram: 80th SEG meeting, Denver, Expanded Abstracts, 1581–1585.

- Shokrollahi, E., Zargar, G., Riahi, M.A., 2013, Time Fourier Transform as Spectral Decomposition Methods to Detect of. Stratigraphic Channel in One of the Iranian South-West Oil Fields: International Journal of Science & Emerging Technologies, SET, E-ISSN: 2048 – 8688

- Snieder, R., and Trampert, J., 1999, Inverse Problems in Geophysics. Dept. of Geophysics, Utretch University, P.O. Box 80.021.

- Strang, 1988, Linear algebra and its applications, Harbourt Brace Jovanovisch Publishers, Fort Worth.

- Stockwell, R. G., Mansinha, L., Lowe, R. P., 1996, Localization of the complex spectrum:The S transform: IEEE Trans. Signal Process., 44, 998-1001.

- Taner, M. T., Koehler, F., and Sheriff, R. E., 1979, Complex seismic trace analysis, Geophysics, 44,1041-1063.

- Tarantola, 1987, A., Inverse problem theory, Elsevier, Amsterdam.

- Tikhonov, A. N., Arsenin, V. Y., 1977, Solutions of ill-posed problems: V. H. Winston and Sons.

- Vaníček, P., 1969, Approximate spectral analysis by least-squares fit: Astrophysics and Space Science, 4, 387–391, doi: 10.1007/BF00651344.

- Vile, J., 1948, Theorie et applications de la notion de signal analytique: Cables et transm,2A(1),61-74

- White, J. E., 1983, Underground sound: Application of seismic waves, Elsevier Scientific, New York.

- Widess, M., 1973, How thin is a thin bed: Geophysics, 38, 1176-1180.

- Wiechert, E., U¨ ber Erdbebenwellen. I. 1907, Theoretisches u¨ber die Ausbreitung der Erd-bebenwellen, Nachr. Ges. Wiss. Gottingen, Math.-Phys. Klasse, 415-529.

- Wigner, E. P., 1932, On the quantum correlation for thermodynamic equilibrium: Phys. Rev., 40, 749-759

- Xu, S., Y. Zhang, D. Pham, and G. Lambaré, 2005, Antileakage Fourier transform of seismic data regularization: Geophysics, 70, no. 4, V87–V95, doi: 10.1190/1.1993713.

- Yilmaz, O., 2001, Seismic data analysis, SEG Publication, USA.

- Zhu, F., Gibson, R. L., Watkins, J. S., and Yuh, S. 2000, Distinguishing fizz gas from commercial gas reservoirs using multicomponent seismic data, The Leading Edge, 19, P1238-1245.

Abstract

Due to the non-stationary property of seismic data, spectral decomposition based on Fourier transform cannot reveal the appropriate characteristics of them. Since, spectral components of a non-stationary signal are functions of time, so a simultaneous representation of time and frequency will be very useful for the analysis of such signals. Time-frequency transform upgraded spectral decomposition to a new step and can show time and frequency information simultaneously. Spectral analysis of seismic data using time – frequency transforms, converts the seismic amplitudes which are a function of space and time to spectral values, which are a function of frequency, time and space. Nowadays, the time - frequency transforms have been widely used in the seismic data processing and interpretation. They can be used in estimation of layer thickness, reservoir characterization and exploration, estimation of absorption coefficient, burial channel detection, random and coherent noise attenuation and, etc.

In this paper, we compute the time-frequency representation of a signal using constrained least squares inversion method. The time - frequency resolution of this method is higher than conventional methods. We used the mentioned algorithm to illuminate the low-frequency shadow corresponding to a gas reservoir at one of the gas fields in the South West of Iran. The results of the real data example show that the constrained least squares inversion method has a much better resolution than the conventional spectral decomposition and can potentially be used to detect hydrocarbons from a gas reservoir directly using low frequency shadows.

Keywords: constrained least squares inversion, spectral decomposition, low frequency shadow, time-frequency transform.

Shahrood University of Technology

Faculty of minning, Petroleum and Geophysics Engineering

Inversion based spectral decomposition of seismic data using constrained least-square

Mostafa khadempir

Supervisors

Dr.Ali Nejati Kalateh

Dr.Amin Roshandel Kahoo