بسم الله الرحمن الرحیم

دانشکده مهندسی معدن، نفت و ژئوفیزیک

گروه اکتشاف

# شناسایی مخازن کربناته با استفاده از تبدیل‌های زمان- فرکانس

**میثم زارعی**

**اساتید راهنما**

دکتر امین روشندل کاهو

دکتر حمیدرضا سیاه‌کوهی

**پایان نامه جهت اخذ درجه کارشناسی ارشد**

**در رشته ژئوفیزیک گرایش لرزه شناسی**

**شهریور ۱۳۹۱**

دانشگاه صنعتی شاهرود

مدیریت تحصیلات تکمیلی

**فرم شماره (۶)**

**بسمه تعالی**

شماره :

تاریخ :

ویرایش :

## فرم صورتجلسه دفاع از پایان نامه تحصیلی دوره کارشناسی ارشد

با تأییدات خداوند متعال و با استعانت از حضرت ولی عصر (عج) ارزیابی جلسه دفاع از پایان نامه کارشناسی ارشد آقای **میثم زارعی** رشته **ژئوفیزیک** گرایش **لرزه شناسی**

تحت عنوان **شناسایی مخازن هیدروکربن با استفاده از تبدیل‌های زمان- فرکانس**

که در تاریخ ۱۳۹۱/۰۶/۳۰ با حضور هیأت محترم داوران در دانشگاه صنعتی شاهرود برگزار گردید به شرح ذیل اعلام می گردد:

قبول ( با درجه : عالی امتیاز ۱۹٫۲۵ ) ☑ دفاع مجدد ☐ مردود ☐

۱ـ عالی (۲۰ ـ ۱۹) ۲ـ بسیار خوب ( ۱۸/۹۹ ـ ۱۸ )

۳ـ خوب (۱۷/۹۹ ـ ۱۶) ۴ـ قابل قبول ( ۱۵/۹۹ ـ ۱۴ )

۵- نمره کمتر از ۱۴ غیر قابل قبول

| عضو هیأت داوران | نام ونام خانوادگی | مرتبهٔ علمی | امضاء |
|---|---|---|---|
| ۱ـ استادراهنمای اول | دکتر امین روشندل | استادیار | |
| ۲ـ استاد راهنمای دوم | دکتر حمیدرضا سیاه‌کوهی | دانشیار | |
| ۳ـ نماینده شورای تحصیلات تکمیلی | دکتر حمید آقاجانی | استادیار | |
| ۴ـ استاد ممتحن | دکتر ایرج پیروز | استادیار | ایرج پیروز |
| ۵ ـ استاد ممتحن | دکتر ابوالقاسم کامکار روحانی | دانشیار | |

رئیس دانشکده :

دانشکده معدن و ژئوفیزیک دانشگاه صنعتی شاهرود

تقدیم به:

# پدر و مادر عزیزم

که در تمام مراحل زندگی حامی و پشتیبانم هستند....

# تعهد نامه

اینجانب **میثم زارعی** دانشجوی دوره کارشناسی ارشد رشته **ژئوفیزیک- لرزه‌شناسی** دانشکده **مهندسی معدن، نفت و ژئوفیزیک** دانشگاه صنعتی شاهرود نویسنده پایان نامه **شناسایی مخازن هیدروکربن با استفاده از تبدیل‌های زمان- فرکانس** تحت راهنمائی **دکتر روشندل و دکتر سیاه‌کوهی** متعهد می شوم .

۱. تحقیقات در این پایان نامه توسط اینجانب انجام شده است و از صحت و اصالت برخوردار است .

۲. در استفاده از نتایج پژوهشهای محققان دیگر به مرجع مورد استفاده استناد شده است .

۳. مطالب مندرج در پایان نامه تاکنون توسط خود یا فرد دیگری برای دریافت هیچ نوع مدرک یا امتیازی در هیچ جا ارائه نشده است .

۴. کلیه حقوق معنوی این اثر متعلق به دانشگاه صنعتی شاهرود می باشد و مقالات مستخرج با نام « دانشگاه صنعتی شاهرود » و یا « **Shahrood University of Technology** » به چاپ خواهد رسید .

۵. حقوق معنوی تمام افرادی که در به دست آمدن نتایج اصلی پایان نامه تأثیرگذار بوده اند در مقالات مستخرج از پایان نامه رعایت می گردد.

۶. در کلیه مراحل انجام این پایان نامه ، در مواردی که از موجود زنده ( یا بافتهای آنها ) استفاده شده است ضوابط و اصول اخلاقی رعایت شده است .

**۱.** در کلیه مراحل انجام این پایان نامه، در مواردی که به حوزه اطلاعات شخصی افراد دسترسی یافته یا استفاده شده است اصل رازداری ، ضوابط و اصول اخلاق انسانی رعایت شده است .

**تاریخ**

**امضای دانشجو**

---

**مالکیت نتایج و حق نشر**

۱. کلیه حقوق معنوی این اثر و محصولات آن (مقالات مستخرج ، کتاب ، برنامه های رایانه ای ، نرم افزار ها و تجهیزات ساخته شده است ) متعلق به دانشگاه صنعتی شاهرود می باشد . این مطلب باید به نحو مقتضی در تولیدات علمی مربوطه ذکر شود .

۲. استفاده از اطلاعات و نتایج موجود در پایان نامه بدون ذکر مرجع مجاز نمی باشد.

# چکیده

از آنجایی که سیگنال‌های لرزه‌ای سیگنال‌هایی ناپایا می‌باشند تجزیه طیفی به عنوان یک ابزار قوی در تجزیه و تحلیل این سیگنال‌ها به گستردگی مورد استفاده قرار می‌گیرد. تجزیه طیفی داده‌های لرزه‌ای، دامنه‌های لرزه‌ای را که تابعی از زمان و مکان هستند به دامنه‌های طیفی که تابع فرکانس، زمان و مکان هستند، تبدیل می‌کنند. این ابزار در زمینه‌های مختلفی مانند تعیین ضخامت لایه، نمایش رخساره‌های چینه‌ای، توصیف مشخصات مخزن و اکتشاف مستقیم هیدروکربن بکار برده می‌شوند. تبدیل فوریه زمان کوتاه، تبدیل موجک پیوسته و تجزیه طیفی با روش تعقیب تطابق خطی بوده و همبستگی بین سیگنال و خانواده‌ای از توابع زمان و فرکانس را محاسبه می‌کنند. بنابراین این روش‌ها نمی‌توانند به قدرت تفکیک خوب و همزمان از اطلاعات در زمان و فرکانس دست یابند.

اما علاوه بر روش‌های مبتنی بر همبستگی، نوع دیگری از نمایش زمان - فرکانس وجود دارد که بر مبنای چگالی انرژی است. این روشها اغلب قدرت تفکیک زمان - فرکانس بهتری دارند و این امر اهمیت بسیاری در تحلیل‌های زمان- فرکانس از داده‌ها دارد. توزیع ویگنر- وایل نمونه بارزی از این دسته از نمایش‌های زمان- فرکانس می‌باشد. وجود جملات تداخلی در این توزیع، کاربرد آن را در زمینه‌های مختلف محدود کرده است. روش‌های مختلفی برای رفع مشکل مذکور در توزیع ویگنر – وایل ارائه شده‌اند که جملات تداخلی موجود را براساس خواص نوسانی آن‌ها تضعیف می‌کنند. اما در مقابل قدرت تفکیک را کاهش می‌دهند و در واقع مزیت توزیع ویگنر- وایل از بین می‌رود.

در این تحقیق از روش جدیدی برای حل مشکل جملات تداخلی استفاده می‌شود. در این روش، قدرت تفکیک بالای توزیع ویگنر- وایل حفظ می‌شود. این روش بر مبنای واهمامیخت دوبعدی پایه‌گذاری شده است و با حذف اثر توزیع ویگنر- وایل پنجره مورد استفاده در تبدیل فوریه زمان کوتاه از تبدیل فوریه

زمان کوتاه سیگنال، توزیع ویگنر- وایل بهبود یافته سیگنال بدست می‌آید. این توزیع را تبدیل فوریه زمان کوتاه واهمامیختی می‌نامند.

در این تحقیق با بکارگیری نشانگرهایی که در حوزه زمان- فرکانس از نتایج تبدیل فوریه زمان کوتاه واهمامیختی استخراج می‌شوند، در شناسایی مخازن هیدروکربنی استفاده می‌شود. نشانگرهای ضریب جذب، ضریب جذب نسبی و سایه‌های فرکانس پایین برای شناسایی مخازن گازی، بر روی داده‌های دو بعدی دریای خزر، مورد استفاده قرار می‌گیرید و سپس از نشانگرهای فرکانس بیشینه و دامنه متناظر با آن برای شناسایی کانال‌های مدفون، بر روی مکعب داده‌های برانبارش شده یکی از میادین نفتی جنوب ایران، به عنوان کاندیدایی برای مخازن هیدروکربنی مورد استفاده قرار می‌گیرد. نتایج بدست آمده حاکی از کارآیی بالای این تبدیل و نشانگرهای مورد استفاده در شناسایی مخازن هیدروکربن می‌باشد.

**واژه‌های کلیدی:** تبدیل‌های زمان- فرکانس، توزیع ویگنر- وایل، تبدیل فوریه زمان کوتاه واهمامیختی، نشانگرهای لرزه‌ای

# لیست مقالات مستخرج از پایان نامه

- **حساسیت تبدیل فوریه زمان کوتاه واهمامیختی و توزیع با تداخل کاهش یافته به ضخامت لایه،** پانزدهمین کنفرانس ژئوفیزیک ایران.

- **شناسایی سایه‌های فرکانس پایین با استفاده از توزیع با تداخل کاهش یافته،** پانزدهمین کنفرانس ژئوفیزیک ایران.

- **شناسایی کانال مدفون با استفاده از تبدیل فوریه زمان کوتاه واهمامیختی،** مجله ژئوفیزیک ایران.

- **Gas detection using deconvolutive short time Fourier transform,** international geophysical conference and oil & gas exhibition.

# فهرست مطالب

# فهرست اشکال

# فهرست جداول

# علائم و اختصارات

**STFT:** short time Fourier transform

**WVD:** wigner-ville distribution

**WT:** wavelet transform

**CWT:** continuous wavelets transform

**DSTFT:** deconvolutive short time Fourier transform

**TFR:** time-frequency transform

**TFD:** time-frequency distribution

**PWVD:** pseudo wigner-ville distribution

**SPWVD:** smooth pseudo wigner-ville distribution

**SPEC:** spectrogram

**TWT:** two way traveltime

# فصل اول:

## مقدمه

روش‌های شناسایی مخازن به دو دسته مستقیم و غیرمستقیم تقسیم می‌شوند، که در بین روش‌های غیرمستقیم استفاده از انتشار امواج لرزه‌ای در داخل زمین و ثبت امواج بازتابی ناشی از ساختارهای زیرسطحی و تجزیه و تحلیل آن در کنار اطلاعات زمین‌شناسی منطقه از مهمترین و پرکاربردترین روش‌های موجود می‌باشد.

روش‌های لرزه‌ای را می‌توان با توجه به عمق مطالعه به سه نوع تقسیم‌بندی کرد [ایلماز[1]، ۲۰۰۱]:

۱- توصیف زمین‌شناسی عمق‌های کم در مطالعات مهندسی با هدف اکتشاف زغال و کانی‌ها در عمق کمتر از 1Km. این روش لرزه‌ای که در مطالعات عمق‌های کم کاربرد دارد به نام لرزه‌نگاری مهندسی[2] یا انکساری[3] شناخته می‌شود.

۲- اکتشاف هیدروکربن که به عمق‌های بالای 10Km مربوط می‌شود. این روش لرزه‌ای که در اکتشاف و توسعه میادین نفت وگاز کاربرد دارد با نام لرزه‌نگاری اکتشافی[4] یا بازتابی[5] شناخته می‌شود.

۳- تخمین ساختارهای پوسته زمین در عمق‌های بیشتر از 100Km. این روش لرزه‌ای که در مطالعه زمین‌لرزه‌ها، پوسته و جزئیات زمین تا مرکز آن کاربرد دارد به نام لرزه‌شناسی زلزله[6] شناخته می‌شود.

نتیجه حاصل از پردازش مرسوم بر روی داده‌های لرزه‌نگاری بازتابی به صورت یک عکس از زمین می‌باشد که بوسیله مقاطع لرزه‌ای در مقیاس زمان نشان داده می شود و در آن ساختارهای زیرسطحی قابل تشخیص می‌باشد. در پردازش و تفسیر داده‌های لرزه‌ای، نمایش سیگنال‌ها و اطلاعات همراه آن‌ها بسیار مهم و حیاتی می‌باشد. نمایش سیگنال‌های لرزه‌ای، همان نمایش ردلرزه‌ها می‌باشد که اغلب اطلاعات

[1] Yilmaz
[2] engineering seismology
[3] refraction seismology
[4] exploration seismology
[5] reflection seismology
[6] earthquake seismology

ساختاری را مشخص می‌کند. نمایش فرکانسی داده‌های لرزه‌ای نیز فقط اطلاعات بصورت غیرمتمرکز در زمان را مشخص می‌کند. برای نمایش فرکانسی سیگنال‌های لرزه‌ای، تبدیل فوریه[۱] مورد استفاده قرار می‌گیرد. تبدیل فوریه پایه و اساس کلیه روش‌های پردازش سیگنال‌های دیجیتالی است که بر روی داده‌های لرزه‌ای اعمال می‌شود.

نمایش زمانی[۲] و فرکانسی[۳] سیگنال‌های لرزه‌ای به تنهایی بیانگر تمام خصوصیات آن‌ها نیست. زمین به عنوان یک فیلتر پایین‌گذر عمل می‌کند و محتوای فرکانسی امواج لرزه‌ای را با زمان و زیاد شدن عمق تغییر می‌دهد. به همین دلیل نیاز به تبدیل‌هایی که بتواند به طور همزمان و با قدرت تفکیک خوب اطلاعات زمانی و فرکانسی سیگنال‌ها را از امواج ثبت شده استخراج کنند، احساس شد.

تجزیه طیفی[۴] داده‌های لرزه‌ای، دامنه‌های لرزه‌ای را که تابعی از زمان و مکان هستند به دامنه‌های طیفی که تابع فرکانس، زمان و مکان هستند، تبدیل می‌کنند. این ابزار در زمینه‌های مختلفی مانند تعیین ضخامت لایه، نمایش رخساره‌های چینه‌ای، توصیف مشخصات مخزن و اکتشاف مستقیم هیدروکربن بکار برده می‌شوند [لی[۵] و ژنگ[۶]، ۲۰۰۸].

برای تجزیه طیفی داده‌های لرزه‌ای انواع مختلفی از تبدیل‌های زمان- فرکانس[۷] مانند تبدیل فوریه زمان کوتاه[۸] [گابور[۹]، ۱۹۴۶]، توزیع ویگنر- وایل[۱۰] [ویگنر[۱۱]، ۱۹۳۲؛ وایل[۱۲]، ۱۹۴۸]، تبدیل موجک[۱۳]

---

[1] Fourier transform
[2] time representation
[3] frequency representation
[4] spectral decomposition
[5] Li
[6] Zheng
[7] time-frequency transform
[8] short time Fourier transform (STFT)
[9] Gabor
[10] Wigner-Ville Distribution (WVD)
[11] Wigner
[12] Ville
[13] wavelet transform (WT)

[مالات[1]، ۱۹۹۹]، تبدیل S[2] [استاک‌ول[3] و همکاران، ۱۹۹۶]، تبدیل پیوسته موجک[4] [مالات، ۱۹۹۹] و تعقیب تطابق[5] [وانگ[6]، ۲۰۰۷] ارائه شدند.

تبدیل فوریه زمان کوتاه، تبدیل موجک پیوسته و تجزیه طیفی با روش تعقیب تطابق خطی بوده و همبستگی بین سیگنال و خانواده‌ای از توابع زمان و فرکانس را محاسبه می‌کنند. بنابراین این روش‌ها به دلیل محدودیت ذاتی که از طریق پنجره‌ای بودن این تبدیل‌ها اعمال می‌شود، نمی‌توانند به قدرت تفکیک خوب و همزمان از اطلاعات در زمان و فرکانس دست یابند. اما علاوه بر روش‌های مبتنی بر همبستگی، نوع دیگری از نمایش زمان - فرکانس وجود دارد که بر مبنای چگالی انرژی است. این روشها اغلب قدرت تفکیک زمان - فرکانس بهتری دارند و این امر اهمیت بسیاری در تحلیل‌های زمان- فرکانس از داده‌ها دارد. توزیع ویگنر – وایل نمونه بارزی از این دسته از نمایش‌های زمان – فرکانس می‌باشد [لی و ژنگ، ۲۰۰۸].

وجود جملات تداخلی در توزیع ویگنر- وایل، کاربرد آن را در زمینه‌های مختلف محدود کرده است. روش‌های مختلفی برای رفع مشکل مذکور در این توزیع ارائه شده‌اند که جملات تداخلی موجود را بر اساس خواص نوسانی آن‌ها تضعیف می‌کنند. اما در مقابل قدرت تفکیک را کاهش می‌دهند و در واقع مزیت توزیع ویگنر – وایل از بین می‌رود [لی و ژنگ، ۲۰۰۸].

در این رساله از روش جدیدی برای حل مشکل جملات تداخلی استفاده می‌شود. در این روش علاوه بر تضعیف جملات تداخلی، قدرت تفکیک بالای توزیع ویگنر – وایل حفظ می‌شود. این روش بر

1 Mallat
2 S-transform
3 Stockwell
4 continuous wavelet transform (CWT)
5 matching pursuit
6 Wang

مبنای واهمامیخت[1] دو بعدی پایه‌گذاری شده است و با حذف اثر توزیع ویگنر – وایل پنجره مورد استفاده در تبدیل فوریه زمان کوتاه از طیف‌نگار[2] تبدیل فوریه زمان کوتاه سیگنال، توزیع ویگنر – وایل بهبود یافته سیگنال بدست می‌آید [ون- کای[3] و کیانگ[4]، ۲۰۱۰]. این توزیع را، تبدیل فوریه زمان کوتاه واهمامیختی[5] می‌نامند.

در ابتدای فصل دوم این رساله به معرفی تبدیل‌های زمان- فرکانس مرسوم و بیان مزایا و معایب هر کدام می‌پردازیم و در ادامه تبدیل فوریه زمان کوتاه واهمامیختی را معرفی می‌کنیم که با حفظ مزایا، معایب روش‌های پیشین را مرتفع می‌کند. در فصل سوم تبدیل فوریه زمان کوتاه واهمامیختی را بر روی داده‌های واقعی اعمال کرده و با استفاده از نشانگرها در حوزه زمان – فرکانس، مطالعه خود را به شناسایی مخازن و محل‌هایی که کاندیدای حضور هیدروکربن هستند، در مقاطع لرزه‌ای محدود می‌کنیم. در فصل چهارم به نتیجه‌گیری خواهیم پرداخت.

---
[1] deconvolution
[2] spectrogram
[3] Wen-kai
[4] Qiang
[5] Deconvolutive Short Time Fourier Transform (DSTFT)

# فصل دوم:

# تبدیل‌های زمان- فرکانس

## ۲-۱ مقدمه

هر سیگنال زمانی را می‌توان بطور معمول به عنوان تابعی از زمان توصیف کرد که آن را بصورت $s(t)$ نمایش می‌دهند. این نمایش سریعا باعث بوجود آمدن مفهومی به نام چگالی انرژی توان لحظه‌ای[۱] می‌شود که آن را بصورت $\left|s(t)\right|^2$ نمایش می‌دهند و بیانگر چگونگی توزیع انرژی سیگنال با زمان می‌باشد. انرژی کل یک سیگنال با استفاده از رابطه (۲-۱) بیان می‌شود [بوآشاش[۲]، ۲۰۰۳]:

$$E = \int_{-\infty}^{+\infty} \left|s(t)\right|^2 dt \tag{۲-۱}$$

نوع دیگرتوصیف سیگنال، توصیف آن به عنوان تابعی از فرکانس می‌باشد که با استفاده از تبدیل فوریه سیگنال می‌توان به این نمایش رسید. انتگرال تبدیل فوریه بصورت رابطه (۲-۲) تعریف می‌شود [بریقام[۳]، ۱۹۸۸]:

$$S(f) = \int_{-\infty}^{+\infty} s(t) e^{-j2\pi ft} dt \tag{۲-۲}$$

اگر انتگرال فوق برای تمام مقادیر $f$ وجود داشته باشد، آنگاه $S(f)$ تبدیل فوریه $s(t)$ است. بصورت معمول $s(t)$ تابعی از متغیر $t$ و $S(f)$ تابعی از متغیر $f$ می‌باشد. درحالت عمومی تبدیل فوریه یک کمیت مختلط می‌باشد و بنابراین می‌توان حاصل تبدیل فوریه را بصورت قطبی نمایش داد [بریقام، ۱۹۸۸].

$$S(f) = R(f) + iI(f) = \left|S(f)\right| e^{i\varphi(f)} \tag{۲-۳}$$

[1] instantaneous power
[2] Boashash
[3] Brigham

که در آن، $R(f)$ قسمت حقیقی تبدیل فوریه، $I(f)$ قسمت موهومی تبدیل فوریه، $\left|S(f)\right|$ طیف دامنه و $\varphi(f)$ زاویه فاز یا طیف فاز می‌باشد. طیف دامنه و طیف فاز بصورت روابط (۲-۴) و (۲-۵) بدست می‌آیند [بریقام، ۱۹۸۸].

$$| S(f) |= \sqrt{R^2(f) + I^2(f)} \qquad (۲-۴)$$

$$\varphi(f) = \tan^{-1}(\frac{I(f)}{R(f)}) \qquad (۲-۵)$$

معکوس تبدیل فوریه از رابطه (۲-۶) بدست می‌آید [بریقام، ۱۹۸۸]:

$$s(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} S(f) e^{i2\pi ft} df \qquad (۲-۶)$$

اگر توابع $s(t)$ و $S(f)$ بصورت رابطه (۲-۲) و (۲-۶) با هم رابطه داشته باشند، آنگاه این دو تابع تبدیل فوریه یکدیگرند.

می‌توان چهار دلیل برای آنالیز طیفی یا آنالیز فرکانسی سیگنال‌ها و امواج ارائه داد [کوهن[1]، ۱۹۹۵]:

- بوسیله آنالیز طیفی می‌توان اطلاعاتی را در مورد منبع مولد موج بدست آورد.
- انتشار امواج در محیط‌های مختلف عموما به فرکانس منبع تولیدکننده آن وابسته می‌باشد.
- تجزیه طیفی فهم و درک مناسب‌تر و آسان‌تر را از امواج میسر می‌کند.
- آنالیز فوریه یک ابزار قدرتمند ریاضی برای حل معادلات دیفرانسیل جزئی و معمولی است.

[1] Cohen

نمایش‌های مرسوم در حوزه زمان یا فرکانس در رابطه با سیگنال‌هایی که محتوای فرکانسی آن‌ها با زمان تغییر می‌کند، کافی نیست. راه حلی که در این مواقع ارائه می‌شود، نمایش سیگنال‌ها به عنوان یک تابع یا توزیع دو متغیره است که این فضای دو بعدی فضای زمان – فرکانس می‌باشد. در مقطع زمان–فرکانس یک سیگنال، در یک زمان ثابت می‌توان فرکانس یا فرکانس‌های حاضر در آن زمان را مشاهده کرد و در یک فرکانس ثابت می‌توان زمان یا زمان‌هایی را که آن فرکانس در سیگنال وجود دارد، بررسی کرد. این نوع از نمایش سیگنال نمایش زمان- فرکانس[۱](TFR) یا توزیع زمان- فرکانس[۲] (TFD) نامیده می‌شود. نمایش‌های زمان- فرکانس نه تنها شروع و پایان زمان و بازه تغییرات فرکانس را نشان می‌دهند بلکه به طور کامل تغییرات فرکانس با زمان را نشان می‌دهند. این تغییرات را بصورت تابع $f_i(t)$ نمایش می‌دهند که فرکانس لحظه‌ای[۳] نامیده می‌شود [بوآشاش، ۲۰۰۳].

تبدیل‌های زمان- فرکانس خطی همبستگی سیگنال را با خانواده‌ای از شکل‌موج‌ها[۴] که در زمان و فرکانس خاصی کاملا جایگزیده[۵] هستند، محاسبه می‌کنند که به این شکل‌موج‌ها، اتم زمان- فرکانس[۶] می‌گویند. اگر یک خانواده از اتم‌های زمان- فرکانس بصورت $\{\phi_\gamma\}$ تعریف شود که $\left\|\phi_\gamma\right\| = 1$ و $\gamma$ ممکن است یک پارامتر چند اندیسی باشد، آنگاه تبدیل خطی زمان- فرکانس برای یک سیگنال مانند $x(t)$ بصورت رابطه (۲-۷) نوشته می‌شود [مالات، ۱۹۹۹]:

$$TFR_{x(t)}(\gamma) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t)\phi_\gamma^*(t)dt = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty} x(\omega)\Phi_\gamma^*(\omega)d\omega = < x \bullet \phi_\gamma > \qquad (۲-۷)$$

که در آن، * نشان دهنده مزدوج مختلط و $< \bullet >$ نشان‌دهنده ضرب داخلی می‌باشد.

[1] Time-FrequencyRrepresentation (TFR)
[2] Time-Frequency Distribution (TFD)
[3] instantaneous frequency
[4] waveform
[5] localized
[6] time-frequency atoms

برای مثال اتم فوریه پنجره‌ای که از پنجره $g(t)$ با انتقال به اندازه $u$ و مدوله شده بوسیله فرکانس $\omega$ تشکیل شده است، بصورت رابطه (۲-۸) نشان داده می‌شود [مالات، ۱۹۹۹]:

$$\phi_{\gamma}(t) = g_{\omega,u}(t) = e^{i\omega t} g(t-u) \quad (۲\text{-}۸)$$

و یک اتم موجک بوسلیه انتقال $u$ و اتساع $s$ بر روی موجک مادر $\psi$ بوجود می‌آید و بوسیله رابطه (۲-۹) نمایش داده می‌شود [مالات، ۱۹۹۹]:

$$\phi_{\gamma}(t) = \psi_{s,u}(t) = \frac{1}{\sqrt{s}} \psi(\frac{t-u}{s}) \quad (۲\text{-}۹)$$

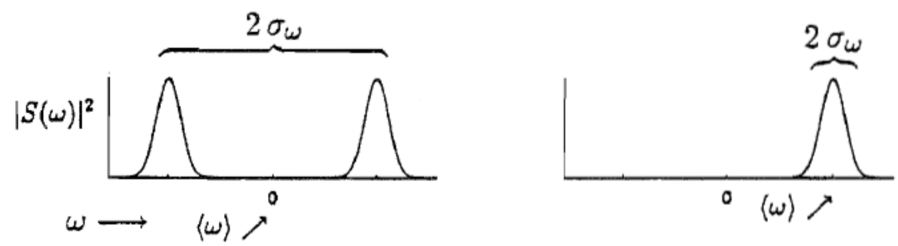
انرژی تابع فوریه پنجره‌ای و موجک بصورت خوبی در زمان جایگزیده می‌باشند، در حالی که تبدیل فوریه بیشتر در یک بازه فرکانسی تمرکز دارد [مالات، ۱۹۹۹].

## ۲-۲ سیگنال تحلیلی

اولین و مهمترین دلیل برای تولید سیگنال مختلط این است که برای سیگنال حقیقی $S(-\omega) = S^*(\omega)$ و بنابراین طیف چگالی انرژی $|S(\omega)|^2$ نسبت به مبدا متقارن است و بدلیل تقارن معمولا فرکانس میانگین صفر می‌شود، ولی در سیگنال مختلط طیف چگالی انرژی برای فرکانس‌های منفی صفر است و می‌توان فرکانس میانگین را مستقیما از روی سیگنال محاسبه کرد. شکل ۲-۱ به طور شماتیک این موضوع را نمایش می‌دهد [کوهن، ۱۹۹۵].

دومین دلیل اهمیت سیگنال‌های مختلط ارائه تعاریف دقیق از دامنه و فاز در این نوع از سیگنال‌ها و بدست آوردن یک رابطه تحلیلی برای فاز لحظه‌ای است. اگر سیگنال $s(t)$ با طیف $S(\omega)$ فرض شود،

سیگنال مختلط $z(t)$ که طیف آن تنها فرکانس‌های مثبت $S(\omega)$ را شامل می‌شود، بوسیله تبدیل معکوس $S(\omega)$ و انتگرال‌گیری روی مقادیر مثبت فرکانس بصورت رابطه (۲-۱۰) تعریف می‌شود [کوهن، ۱۹۹۵]:




شکل ۲-۱. طیف چگالی انرژی برای سیگنال حقیقی (سمت چپ) و سیگنال مختلط (سمت راست) [کوهن، ۱۹۹۵].

$$z(t) = 2\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{0}^{+\infty} S(\omega)e^{i\omega t}dt \qquad (۲\text{-}۱۰)$$

رابطه (۲-۱۰) را بعد از انجام عملیات ساده ریاضی می‌توان بصورت رابطه (۲-۱۱) نوشت:

$$z(t) = s(t) + \frac{i}{\pi}\int \frac{S(t')}{t-t'}dt' \qquad (۲\text{-}۱۱)$$

که در آن، $z(t)$ بیانگر سیگنال تحلیلی بدست آمده از $s(t)$ و قسمت دوم تبدیل هیلبرت سیگنال مورد نظر است. تبدیل هیلبرت هر تابع دلخواه $s(t)$ بصورت رابطه (۲-۱۲) تعریف می‌شود [کوهن، ۱۹۹۵]:

$$H(s(t)) = \widehat{s}(t) = \frac{1}{\pi}\int \frac{S(t')}{t-t'}dt' \qquad (۲\text{-}۱۲)$$

چون پافشاری برای اینکه قسمت حقیقی سیگنال مختلط همان سیگنال اصلی باشد وجود دارد، بنابراین سیستم بهنجار[1] نیست. در نتیجه برای سیگنال اصلی $\left|S(\omega)\right| = \left|S(-\omega)\right|$ می‌باشد و بنابراین انرژی سیگنال اصلی را می‌توان بصورت رابطه (۲-۱۳) نوشت [کوهن، ۱۹۹۵]:

$$E_s = \int_{-\infty}^{+\infty} |\, S(\omega)\,|^2 \; d\omega = 2\int_{0}^{+\infty} |\, S(\omega)\,|^2 \; d\omega = \frac{1}{2}\int_{0}^{+\infty} |\, 2S(\omega)\,|^2 \; d\omega = \frac{1}{2}E_z \quad (۲\text{-}۱۳)$$

رابطه (۲-۱۳) نشان می‌دهد انرژی سیگنال مختلط دو برابر سیگنال اصلی است و انرژی قسمت حقیقی سیگنال با انرژی قسمت موهومی سیگنال با هم برابر هستند.

اگر $f(t)$ سیگنال لرزه‌ای و تابعی از زمان باشد، ردلرزه[2] مختلط را بصورت رابطه (۲-۱۴) نمایش می‌دهند [فومل[3]، ۲۰۰۷]:

$$c(t) = f(t) + ih(t) \qquad (۲\text{-}۱۴)$$

که در آن، $h(t)$ تبدیل هیلبرت ردلرزه حقیقی $f(t)$ می‌باشد. راه دیگر نمایش ردلرزه مختلط بصورت پوش ردلرزه $A(t)$ و فاز لحظه‌ای[4] $\varphi(t)$ می‌باشد، که بصورت رابطه (۲-۱۵) نمایش داده می‌شود [فومل، ۲۰۰۷]:

$$c(t) = A(t)e^{i\varphi(t)} \qquad (۲\text{-}۱۵)$$

با این تعریف فرکانس لحظه‌ای مشتق زمانی فاز لحظه‌ای می‌شود [تانر[5] و همکاران، ۱۹۷۹]:

[1] normalized
[2] trace
[3] Fomel
[4] instantaneous phase
[5] Taner

$$\omega(t)=\varphi'(t)=\mathrm{Im}\left(\frac{c'(t)}{c(t)}\right)=\frac{f(t)h'(t)-f'(t)h(t)}{f^2(t)+h^2(t)} \qquad (۱۶-۲)$$

## ۲-۳ تبدیل فوریه زمان کوتاه

تبدیل فوریه زمان کوتاه [گابور، ۱۹۴۶] روشی است که به گستردگی در مطالعه سیگنال‌های غیرپایا استفاده می‌شود و مفهوم آن بسیار ساده و قدرتمند است. اساس این تبدیل بر پایه استفاده از یک پنجره زمانی است که در یک بازه مورد علاقه کاربر مقدار دارد و در بقیه زمان‌ها صفر است. با استفاده از این تابع پنجره، سیگنال اصلی کوتاه می‌شود و بررسی به بخش کوتاه شده سیگنال معطوف می‌گردد. حال برای مطالعه خواص سیگنال در زمان $t$، سیگنال در آن زمان وزن‌دار شده و در بقیه زمان‌ها تضعیف می‌شود. این کار با ضرب تابع پنجره $h(t)$ که مرکز آن در $t$ قرار دارد، انجام می‌شود. سیگنال کوتاه شده یا تعدیل یافته حاصل بصورت رابطه (۲-۱۷) نمایش داده می‌شود [کوهن، ۱۹۹۵]:

$$s_t(\tau)=s(\tau)h(\tau-t) \qquad (۱۷-۲)$$

سیگنال تعدیل یافته تابعی از دو زمان می‌باشد، زمان متغیر $\tau$ و زمان ثابت $t$ که مورد علاقه کاربر است. اگر تابع پنجره انتخاب شده مربعی[1] باشد، قسمتی از سیگنال را که در همسایگی $t$ قرار دارد، بدون کوچکترین تغییری جدا می‌کند و سیگنال را در بقیه زمان‌ها تضعیف می‌کند و در عین حال باعث بوجود آمدن پدیده گیبس[2] در طیف فرکانسی سیگنال می‌شود، به عبارت دیگر می‌توان نوشت [کوهن، ۱۹۹۵]:

$$s_t(\tau)=\begin{cases} s(\tau) & \text{for } \tau \text{ near t} \\ 0 & \text{for } \tau \text{ far away from t} \end{cases} \qquad (۱۸-۲)$$

---

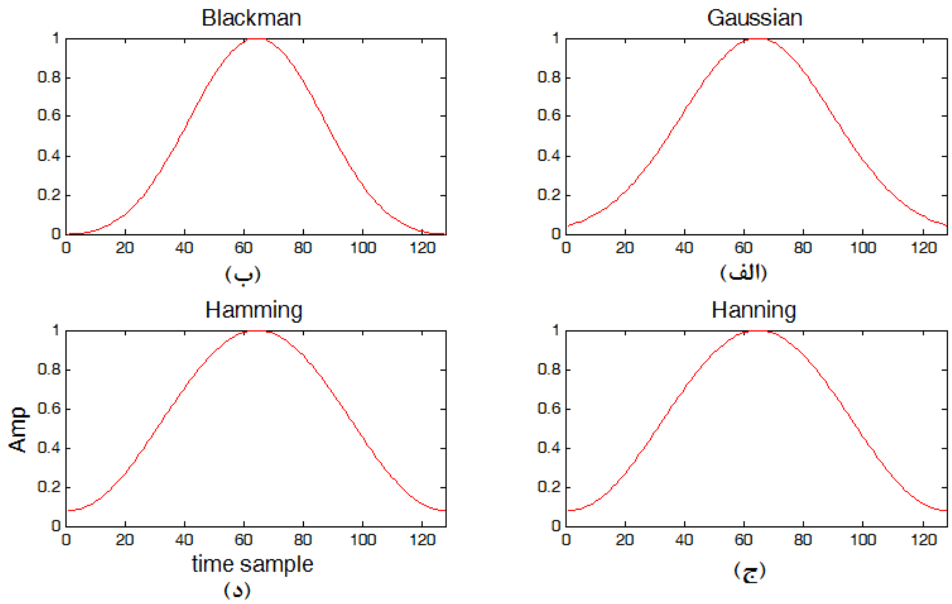
[1] rectangular
[2] Gibbs phenomena

پدیده گیبس وابسته به رفتار نوسانی پاسخ طیف فرکانسی یک سیگنال بریده‌شده می‌باشد. شدت و ضعف این پدیده به نوع پنجره استفاده شده در بریدن سیگنال وابسته است. برای کاهش این پدیده می‌توان از پنجره‌هایی که در کناره‌ها دارای دامنه کمتری هستند، مانند همینگ[1]، هنینگ[2]، گوسی[3] و بلکمن[4] استفاده کرد [حسین[5] و همکاران، ۲۰۱۱]. در جدول ۲-۱ نام، رابطه و مشخصات تعدادی از توابع پنجره که کاربرد بیشتری دارند، آورده شده است. شکل این توابع نیز در شکل ۲-۲ در ۱۲۸ نمونه زمانی نشان داده شده است.

جدول ۲-۱. نام، رابطه و مشخصات توابع پنجره متداول [مالات، ۱۹۹۹].

| Name | W(t) | $\Delta\omega$ | A | P |
|---|---|---|---|---|
| Rectangular | 1 | 0.89 | -13dB | 0 |
| Hamming | $0.54+0.46\cos(2\pi t)$ | 1.36 | -43dB | 0 |
| Hanning | $\cos^2(\pi t)$ | 1.44 | -55dB | 0 |
| Blackman | $0.42+0.5\cos(2\pi t)+0.08\cos(4\pi t)$ | 1.68 | -32dB | 2 |
| Gaussian | $e^{(-18t^2)}$ | 1.55 | -58dB | 2 |

[1] Hamming
[2] Hanning
[3] Gaussian
[4] Blackman
[5] Hussain




شکل ۲-۲. شکل توابع پنجره (الف) گوسی، (ب) بلکمن، (ج) هنینگ و (د) همینگ مطابق روابط جدول ۲-۱.

اگر از سیگنال تعدیل شده که در اطراف $t$ بدون تغییر باقی مانده است، تبدیل فوریه گرفته شود، توزیع فرکانس حول زمان $t$ را بدست می‌دهد [کوهن، ۱۹۹۵]:

$$\begin{aligned} S_t(\omega) &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-i\omega\tau} s_t(\tau) d\tau \\ &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-i\omega\tau} s(\tau) h(\tau - t) d\tau \end{aligned} \quad (۱۹-۲)$$

بنابراین، طیف توزیع انرژی در زمان $t$ بصورت رابطه (۲-۲۰) خواهد بود [کوهن، ۱۹۹۵]:

$$P_{sp}(t,\omega) = \left|S_t(\omega)\right|^2 = \left|\frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-i\omega\tau} s(\tau) h(\tau - t) d\tau\right|^2 \quad (۲۰-۲)$$

که در آن، $P_{sp}$ طیف چگالی انرژی است.

برای هر زمان $t$ طیف جداگانه‌ای بدست می‌آید و کل این طیف‌ها توزیع زمان- فرکانس سیگنال را می‌سازند. از آن‌جایی که هدف مطالعه سیگنال حول زمان $t$ است، احتمالا تابع پنجره در اطراف $t$ بیشینه است. سیگنال تعدیل شده را سیگنال کوتاه و تبدیل فوریه آن را تبدیل فوریه زمان کوتاه (STFT) می‌نامند. وقتی هدف مطالعه ویژگی‌های زمانی یک فرکانس است، دیگر از زمان‌های کوتاه شده استفاده نمی‌شود، بلکه از زمان‌های بلند استفاده می‌شود که در این حالت به آن تبدیل زمان فرکانس کوتاه[۱] می‌گویند و بصورت رابطه (۲-۲۱) نمایش داده می‌شود [کوهن، ۱۹۹۵]:

$$s_{\omega}(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{i\omega' t} S(\omega') H(\omega - \omega') d\omega' \qquad (۲-۲۱)$$

که در آن، $H(\omega)$ تابع پنجره فرکانسی می‌باشد و بصورت رابطه (۲-۲۲) با تابع پنجره زمانی $h(t)$ در ارتباط هستند:

$$H(\omega) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} h(t) e^{-i\omega t} dt \qquad (۲-۲۲)$$

بنابراین، می توان نوشت:

$$S_{t}(\omega) = e^{-i\omega t} s_{\omega}(t) \qquad (۲-۲۳)$$

قدرت تفکیک زمانی STFT را می‌توان با قرار دادن فرضی $s(t)$ با تابع دلتای دیراک[۲] بدست آورد [اوگر[۳] و همکاران، ۱۹۹۵-۱۹۹۶].

$$s(t) = \delta(t - t_{0}) \Rightarrow S(\omega) = e^{-i\omega t_{0}} h(t - t_{0}) \qquad (۲-۲۴)$$

[1] short- frequency time transform
[2] Dirac delta function
[3] Auger

بنابراین قدرت تفکیک زمانی STFT به طول زمانی پنجره تحلیل وابسته می‌باشد. بصورت مشابه می‌توان نشان داد که قدرت تفکیک فرکانسی به پهنای باند تابع پنجره وابسته است.

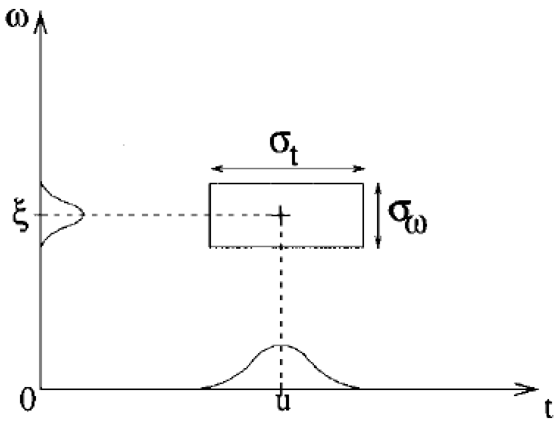
$$s(t) = e^{i\omega_0 t} \Rightarrow S(\omega) = e^{-i\omega_0 t} H(\omega - \omega_0) \qquad (۲۵-۲)$$

بنابراین برای STFT باید یک تعادل میان قدرت تفکیک زمانی و فرکانسی وجود داشته باشد به بیان دیگر یک قدرت تفکیک خوب زمانی، نیازمند یک پنجره زمانی کوتاه و قدرت تفکیک خوب فرکانسی، نیازمند یک پنجره زمانی بلند می‌باشد. اما حالت ایده‌آل داشتن قدرت تفکیک خوب و همزمان در هر دو حوزه زمان و فرکانس می‌باشد که از لحاظ تئوری در تبدیل STFT غیرممکن است. از آنجایی که با افزایش طول پنجره زمانی از قدرت تفکیک زمانی کاسته شده و با کاهش طول پنجره، افزایش می‌یابد و عکس این اتفاق برای برای قدرت تفکیک فرکانسی می‌افتد. یک رابطه تنگاتنگ میان قدرت تفکیک زمانی و فرکانسی وجود دارد، به نحوی که افزایش یکی با کاهش دیگری همراه است و بالعکس [اوگر و همکاران، ۱۹۹۵-۱۹۹۶].

قدرت تفکیک تبدیل‌های زمان- فرکانس در صفحه زمان- فرکانس $(t,\omega)$ با جعبه هایزنبرگ[1] نمایش داده می‌شود که مرکز آن در $(u_\gamma,\omega_\gamma)$ قرار دارد و طول آن در راستای زمان، $\sigma_t(\gamma)$ و در راستای فرکانس، $\sigma_\omega(\gamma)$ می‌باشد (شکل۳-۲). می‌توان با استفاده از اصل عدم قطعیت هایزنبرگ[2] نشان داد که مساحت جعبه هایزنبرگ حداقل برابر $1/2$ می‌باشد [مالات،۱۹۹۹]:

$$\sigma_t \sigma_\omega \geq \frac{1}{2} \qquad (۲۶-۲)$$

[1] Heisenberg box
[2] Heisenberg uncertainty theorem




شکل ۳-۲. جعبه هایزنبرگ برای اتم زمان- فرکانس $\phi_\gamma$ [مالات، ۱۹۹۹].

این محدودیت ذاتی حاصل تلفیق دو حوزه زمان و فرکانس می‌باشد. صفحه زمان- فرکانس را باید با دقت بسیار بالایی درست کرد، چون نقطه $(t_0,\omega_0)$ کاملا مشخص نیست. بنابراین نمی‌توان هیچ تابعی را پیدا کرد که در زمان $t_0$ و فرکانس $\omega_0$ جایگزیده باشد. تنها مستطیلی با مساحت حداقل $1/2$ با اتم زمان- فرکانس مطابقت دارد [مالات، ۱۹۹۹]. از آنجایی که تابع $h(t)$ یک تابع زوج می‌باشد، مرکز $h_{u,\omega}(t)=e^{-j\omega t}h(t-u)$ در $u$ قرار دارد و گسترش زمانی حول $u$ مستقل از $u$ و $\omega$ می‌باشد:

$$\sigma_t^{\,2}=\int_{-\infty}^{+\infty}(t-u)^2\,|\,h_{u,\omega}(t)\,|^2\;dt=\int_{-\infty}^{+\infty}t^2\,|\,h(t)\,|^2\;dt \qquad (۲-۲۷)$$

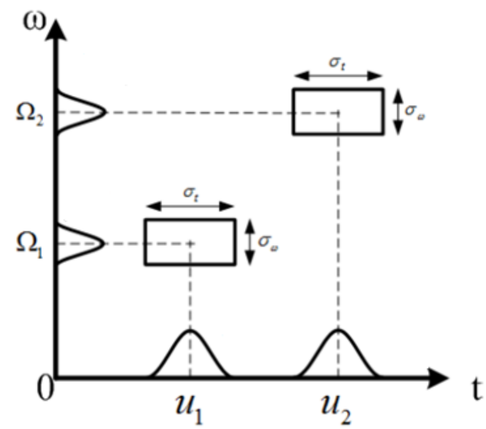
از آن‌جایی که خود $h(t)$ حقیقی و متقارن است، تبدیل فوریه $h(t)$ حقیقی و متقارن است. تبدیل فوریه $h(t)$ بصورت رابطه (۲-۲۸) نوشته می‌شود:

$$H_{u,\omega}(\omega)=H(\omega-\omega_0)e^{-iu(\omega-\omega_0)} \qquad (۲-۲۸)$$

که تابع پنجره $H(\omega)$ به اندازه $\omega_0$ انتقال پیدا کرده است و فرکانس مرکزی آن، $\omega_0$ شده است. گسترش فرکانس حول $\omega_0$ بصورت رابطه (۲-۲۹) خواهد بود:

$$\sigma_\omega^2 = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty} (\omega-\omega_0)^2 \mid H_{u,\omega_0}(\omega) \mid d\omega = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty} \omega^2 \mid H(\omega) \mid d\omega \qquad (۲-۲۹)$$

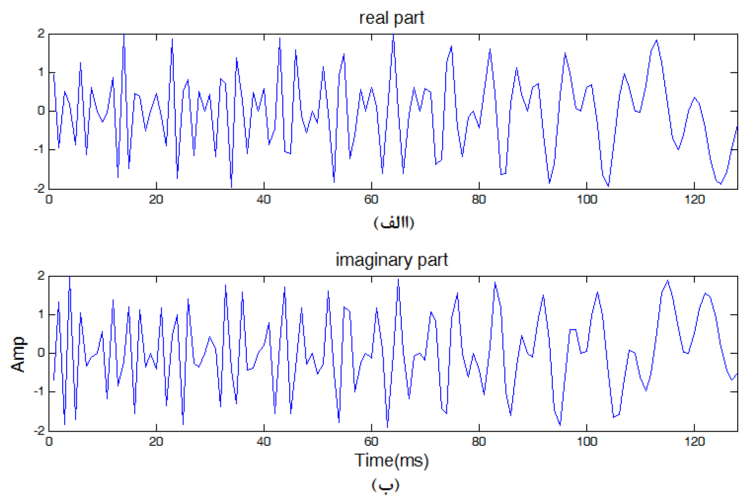
که مستقل از $u$ و $\omega$ می‌باشد. جعبه هایزنبرگ $h_{u,\omega}$ با مساحت $\sigma_t\sigma_\omega$ و مرکز $(u,\omega_0)$ در شکل ۲-۴ نشان داده شده است. چون طول پنجره زمانی در تبدیل فوریه زمان کوتاه ثابت است و ابعاد جعبه هایزنبرگ مستقل از مقادیر $u$ و $\omega$ می‌باشد، بنابراین قدرت تفکیک تبدیل فوریه زمان کوتاه در سرتاسر صفحه زمان- فرکانس یکسان و ثابت است [مالات، ۱۹۹۹].




شکل ۲-۴. جعبه هایزنبرگ برای تبدیل فوریه زمان کوتاه [مالات، ۱۹۹۹].

با ارائه یک مثال نحوه تاثیر طول و انواع پنجره تحلیل را بر روی قدرت تفکیک در صفحه زمان- فرکانس مورد بررسی قرار می‌دهیم. یک سیگنال با طول زمانی ۱۲۸ میلی‌ثانیه وشامل دو کریپ مختلط

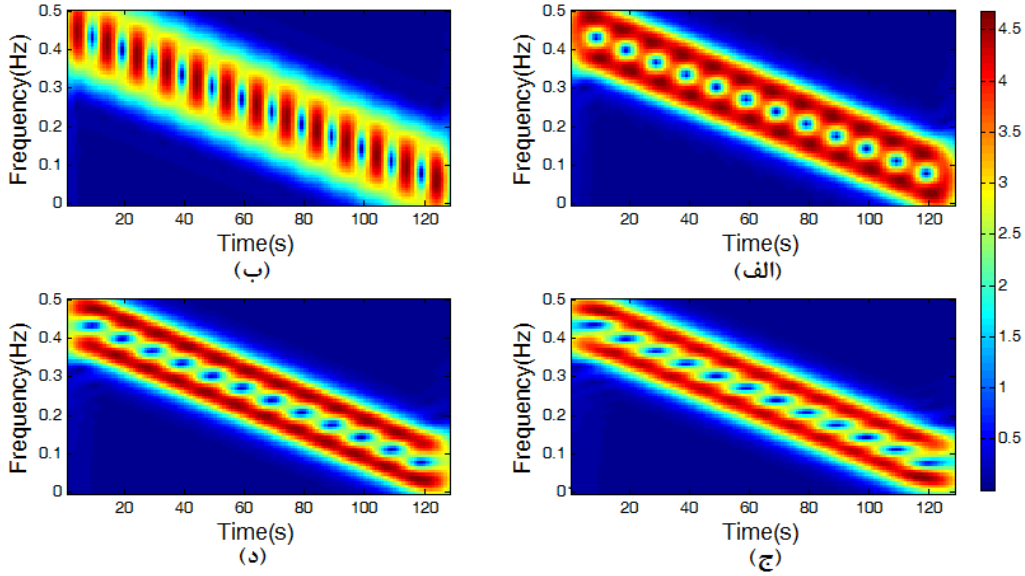
کاهشی[1] با فرکانس نرمال‌شده[2] یکی بین صفر و ۰/۴ و دیگری بین ۰/۱ و ۰/۵ می‌باشد، در نظر می‌گیریم. قسمت حقیقی و موهومی این سیگنال در شکل ۲-۵ نشان داده است.



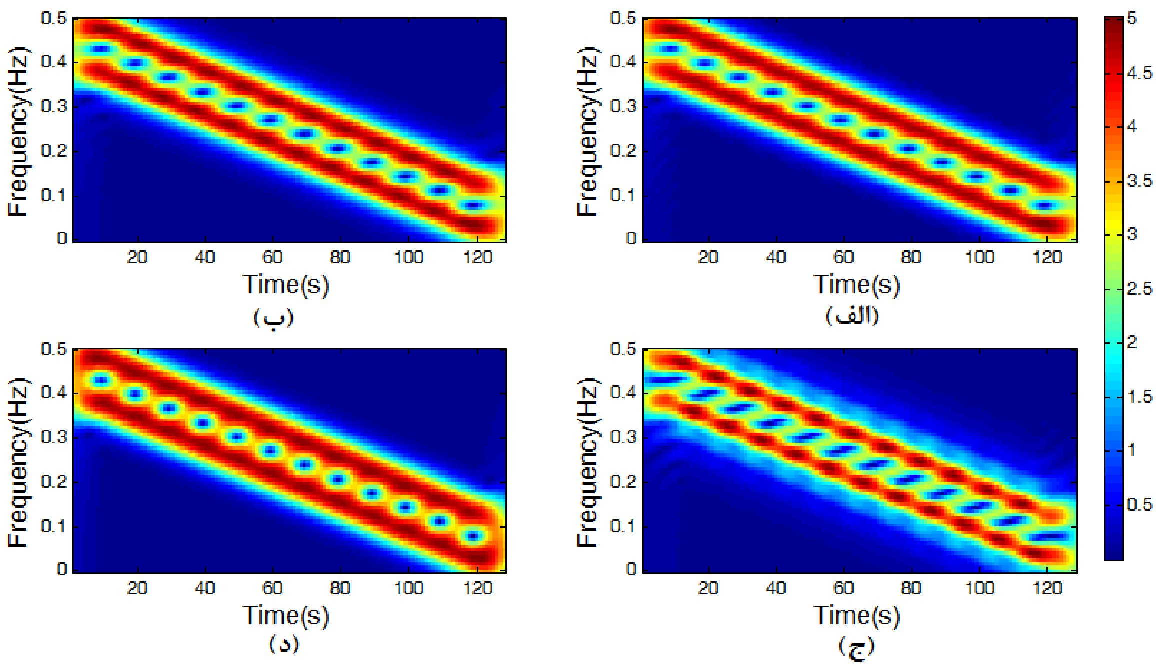

شکل۲-۵. (الف) قسمت حقیقی سیگنال و (ب) قسمت موهومی سیگنال.

در شکل ۲-۶ نمایش زمان- فرکانس این سیگنال را با استفاده از تبدیل فوریه زمان کوتاه با طول پنجره‌های متفاوت نشان داده شده است. همانگونه که در شکل ۲-۶ مشاهده می‌شود قدرت تفکیک زمانی با افزایش طول پنجره کاهش و قدرت تفکیک فرکانسی افزایش می‌یابد. در شکل ۲-۷ نیز نمایش زمان-فرکانس شکل ۲-۵ با استفاده از تبدیل فوریه زمان کوتاه با طول پنجره ۳۳ نمونه و توابع پنجره متفاوت نشان داده شده است. در شکل ۲-۷ می‌توان تاثیر پنجره‌های متفاوت را بر قدرت تفکیک مشاهده کرد. شایان ذکر است رنگ‌ها در دو شکل ۲-۶ و ۲-۷ نشانگر ضرایب تبدیل در بسط تبدیل فوریه می‌باشند.

[1] descending complex chirp
[2] normalized frequency




شکل ۲-۶. نمایش زمان- فرکانس سیگنال شکل ۲-۴ با استفاده از تبدیل فوریه زمان کوتاه و پنجره هنینگ با طول‌های (الف) ۱۳ نمونه، (ب) ۲۳ نمونه، (ج) ۳۳ نمونه و (د) ۴۳ نمونه.




شکل ۲-۷. نمایش زمان- فرکانس سیگنال شکل ۲-۴ با استفاده از تبدیل فوریه زمان کوتاه با طول پنجره زمانی ۳۳ نمونه و توابع پنجره‌ای (الف) همینگ، (ب) هنینگ، (ج) توکی‌وین و (د) بلکمن.

## ۲-۴ تبدیل موجک

از اواسط دهه ۱۹۸۰ ابزار دیگری تحت عنوان تبدیل موجک برای نمایش زمان- فرکانس سیگنال‌ها معرفی شد. البته این تبدیل بطور مستقیم نمایش زمان- فرکانس تولید نمی‌کند، بلکه نمایش سیگنال در حوزه زمان- مقیاس را تولید می‌کند که مقیاس و فرکانس ارتباطی معکوس با یکدیگر دارند. در تبدیل فوریه زمان کوتاه، ابعاد جعبه هایزنبرگ مستقل از زمان و فرکانس می‌باشد. بعبارت دیگر طول اتم زمان- فرکانس ثابت است و یا به بیانی دیگر قدرت تفکیک زمانی و فرکانسی در صفحه زمان- فرکانس ثابت است [روشندل‌کاهو، ۱۳۸۸]. برای تحلیل و بررسی ساختار سیگنال‌ها با ابعاد مختلف، استفاده از اتم‌های زمان- فرکانس که زمان‌های مختلف را پوشش بدهند، ضروری به نظر می‌رسد. تبدیل موجک سیگنال‌ها را به تعداد زیادی موجک‌های انتقال و اتساع یافته تجزیه می‌کند. یک موجک تابعی مانند $\psi \in R$ می‌باشد که میانگین آن صفر است، همچنین این تابع به عدد ۱ نرمال می‌باشد، یعنی اندازه آن برابر ۱ است و در همسایگی $t=0$ جایگزیده است.

یک خانواده از اتم‌های زمان- فرکانس را که موجک مادر آن را با $s$ مقیاس کرده‌اند و به اندازه $u$ انتقال داده‌اند بصورت رابطه (۲-۳۰) می‌توان بدست آورد [مالات، ۱۹۹۹]:

$$\psi_{u,s}(t) = \frac{1}{\sqrt{s}}\psi(\frac{t-u}{s}) \qquad (۲-۳۰)$$

این اتم‌های زمان- فرکانس جدید کماکان نرمال به ۱ باقی می‌مانند. بنابراین تبدیل موجک یک سیگنال مانند $x(t)$ را در زمان $u$ و مقیاس $s$ می‌توان بصورت رابطه (۲-۳۱) نوشت [مالات، ۱۹۹۹]:

$$WT_x(u,s) = < x, \psi_{u,s} > = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t)\frac{1}{\sqrt{s}}\psi^*(\frac{t-u}{s})dt \qquad (۲-۳۱)$$

تبدیل موجک را می‌توان به صورت یک ضرب همامیختی بصورت رابطه (۲-۳۲) نوشت [مالات، ۱۹۹۹]:

$$WT(x(u,s)) = x * \bar{\psi}_s(u) \qquad (۳۲-۲)$$

که در آن، * نشان دهنده عملگر هماميخت و $\bar{\psi}_s = 1\big/\sqrt{s}\,\psi^*(\frac{-t}{s})$ می‌باشد. تبدیل فوریه $\bar{\psi}_s(t)$ را بصورت رابطه (۲-۳۳) می‌توان نشان داد [مالات، ۱۹۹۹]:

$$\bar{\Psi}_s(\omega) = \sqrt{s}\Psi^*(s\omega) \qquad (۳۳-۲)$$

همانند تبدیل فوریه زمان کوتاه، تبدیل موجک هم می‌تواند برای ارزیابی زمانی تغییرات فرکانس مورد استفاده قرار گیرد. این کار بوسیله استفاده از یک موجک تحلیلی مختلط که می‌تواند مولفه‌های دامنه و فاز را از هم جدا کند، انجام می‌شود. اگر به جای موجک مختلط از موجک حقیقی استفاده شود، می‌توان تغییرات ناگهانی فرکانس را آشکارسازی کرد [مالات، ۱۹۹۹]. در زیر هر دو حالت توضیح داده می‌شود.

### ۲-۴-۱ موجک حقیقی[1]

اگر موجک حقیقی $\psi$ با میانگین صفر در نظر گرفته شود، انتگرال رابطه (۲-۳۱) تغییرات $x$ را در همسایگی $u$ اندازه می‌گیرد، در حالیکه بزرگی آن به مقدار $s$ وابسته است. می‌توان نشان داد چنانچه مقدار $s$ در رابطه تبدیل موجک صفر شود، کاهش ضرایب تبدیل موجک نشان دهنده وجود یک نظم در $x$ در همسایگی $u$ می‌باشد که از این ویژگی در مطالعه فراکتال‌ها[2] و آشکارسازی تغییرات ناگهانی

[1] real wavelet
[2] fractal

استفاده می‌شود. تبدیل موجک حقیقی یک تبدیل کامل می‌باشد و پایستگی انرژی را تا زمانی که موجک در شرط قابلیت[1] (رابطه (۲-۳۴)) ضعیف صدق کند، برقرار نگاه می‌دارد [مالات، ۱۹۹۹].

$$C_{\psi} = \int_{0}^{+\infty} \frac{|\Psi(\omega)|^2}{\omega} d\omega < +\infty \qquad (۲\text{-}۳۴)$$

که در آن $\Psi(\omega)$ تبدیل فوریه $\psi(t)$ و $\omega$ فرکانس زاویه‌ای است. بنابراین معکوس تبدیل موجک برای هر سیگنال $x \in R$ را می‌توان نوشت [مالات، ۱۹۹۹]:

$$x(t) = \frac{1}{C_{\psi}} \int_{0}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} WT(x(u,s)) \frac{1}{\sqrt{s}} \psi(\frac{t-u}{s}) du \frac{ds}{s^2} \qquad (۲\text{-}۳۵)$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} |x(t)|^2 \, dt = \frac{1}{C_{\psi}} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} |WT(x(u,s))|^2 \, du \frac{ds}{s^2} \qquad (۲\text{-}۳۶)$$

که رابطه (۲-۳۵) فرمول بازسازی سیگنال بوسیله تبدیل موجک می‌باشد. برای اطمینان از همگرا شدن انتگرال $C_{\psi}$ باید $\Psi(0) = 0$ باشد که نشان می‌دهد که چرا از ابتدا فرض شد که میانگین موجک باید صفر باشد. این شرط، شرط لازم است ولی کافی نیست. اگر $\Psi(0) = 0$ و $\Psi(\omega)$ به طور پیوسته مشتق‌پذیر باشد، انتگرال $C_{\psi}$ همواره همگرا و موجود می‌باشد. می‌توان نشان داد $\Psi(\omega)$ به طور پیوسته مشتق‌پذیر است، اگر و تنها اگر بتوان نوشت [مالات، ۱۹۹۹]:

$$\int_{-\infty}^{\infty} (1+|t|)\,|\psi(t)|\, dt < +\infty \qquad (۲\text{-}۳۷)$$

اگر تبدیل موجک فقط برای مقادیر $s < s_0$ وجود داشته باشد، برای بازسازی سیگنال، به اطلاعات بیشتری در بازه $s > s_0$ برای تبدیل موجک نیاز است که این اطلاعات اضافی بوسیله یک تابع مقیاس $\varphi$

[1] admissibility condition

که مجموعه‌ای از موجک‌ها در مقیاس‌های بزرگتر از ۱ است، تامین می‌شود. اندازه تبدیل فوریه این تابع بصورت رابطه (۲-۳۸) نشان داده می شود [مالات، ۱۹۹۹]:

$$|\phi(\omega)|^2 = \int_1^{+\infty} |\phi(s\omega)|^2 \frac{ds}{s} = \int_\omega^{+\infty} \frac{|\phi(\varepsilon)|}{\varepsilon} d\varepsilon \qquad (۲-۳۸)$$

که فاز مختلط $\phi(\omega)$ را می‌توان بصورت اختیاری انتخاب کرد. براحتی می‌توان نشان داد که $\|\phi\| = 1$ و با استفاده از اصل قابلیت می‌توان نشان داد که $\lim_{\omega \to 0} |\phi(\omega)|^2 = C_\varphi$. بنابراین تابع مقیاس را می‌توان به عنوان جواب تابع ضربه برای یک فیلتر پایین‌گذر تفسیر کرد و بنابراین رابطه (۲-۳۹) صادق خواهد بود [مالات، ۱۹۹۹]:

$$\varphi_s(t) = \frac{1}{\sqrt{s}} \varphi(\frac{t}{s}) \quad \text{and} \quad \overline{\varphi}_s(t) = \varphi_s^*(-t) \qquad (۲-۳۹)$$

تقریب فرکانس پایین برای سیگنال $x$ در مقیاس $s$ بصورت رابطه (۲-۴۰) خواهد بود:

$$Lx(u,s) = \langle x(t), \frac{1}{\sqrt{s}} \varphi(\frac{t-u}{s}) \rangle = x * \varphi_s^*(-t) \qquad (۲-۴۰)$$

که در آن، $\langle , \rangle$ عملگر ضرب داخلی می‌باشد و بنابراین رابطه بازسازی سیگنال بصورت رابطه (۲-۴۱) خواهد بود:

$$x(t) = \frac{1}{C_\psi} \int_{-\infty}^{+\infty} WT(x(.,s)) * \psi_s(t) \frac{ds}{s^2} + \frac{1}{C_\psi s_0} Lx(.,s_0) * \varphi_{s_0}(t) \qquad (۲-۴۱)$$

که در آن $WT$ تبدیل موجک سیگنال، $L$ نشان دهنده تقریب فرکانس پایین و $*$ عملگر همامیخت می‌باشد [مالات، ۱۹۹۹].

### ۲-۴-۲ موجک تحلیلی[۱]

همانگونه که قبلا ذکر شد، تبدیل موجک با استفاده از موجک تحلیلی برای جداسازی اطلاعات دامنه و فاز سیگنال انجام می‌شود. تابعی مانند $f_a \in R$ را تحلیلی می‌گویند، هرگاه تبدیل فوریه آن برای فرکانس‌های منفی صفر باشد ($F_a(\omega) = 0 \quad \text{if} \quad \omega<0$). تابع تحلیلی الزاما مختلط می‌باشد ولی با استفاده از قسمت حقیقی سیگنال می‌توان آن را توصیف کرد. تبدیل فوریه قسمت حقیقی ($f = Real[f_a]$) بصورت رابطه (۲-۴۲) نوشته می‌شود [مالات، ۱۹۹۹]:

$$F(\omega) = \frac{F_a(\omega) + F_a^*(-\omega)}{2} \quad \Rightarrow \quad F_a(\omega) = \begin{cases} 2F(\omega) & \text{if} \quad \omega \geq 0 \\ 0 & \text{if} \quad \omega < 0 \end{cases} \qquad (۴۲-۲)$$

قسمت مختلط $f_a(t)$ یک سیگنال مانند $f(t)$ می‌باشد که معکوس تبدیل فوریه $F_a(\omega)$ بصورت رابطه (۲-۴۲) تعریف می‌شود. قسمت مختلط ($f_a(n)$) برای یک سیگنال گسسته ($f(n)$) با $N$ نمونه نیز با قرار دادن مولفه منفی فرکانس برابر صفر، در تبدیل فوریه گسسته بدست می‌آید. مقادیر تبدیل فوریه باید در $k = 0$ و $k = N/2$ بدقت محاسبه شود. تبدیل فوریه این سیگنال گسسته در رابطه (۲-۴۳) آمده است [مالات، ۱۹۹۹]:

$$F_a(k) = \begin{cases} F(k) & \text{if} \quad k = 0\ ,\ \dfrac{N}{2} \\ 2F(k) & \text{if} \quad 0 < k < \dfrac{N}{2} \\ 0 & \text{if} \quad \dfrac{N}{2} < k < N \end{cases} \qquad (۴۳-۲)$$

در نهایت تبدیل موجک تحلیلی که برای یک سیگنال محاسبه شده است، در رابطه (۲-۴۴) آورده شده است [مالات، ۱۹۹۹]:

[1] analytic wavelet

$$WT(f(u,s)) = \langle f, \psi_{u,s} \rangle = \int_{-\infty}^{+\infty} f(t) \frac{1}{\sqrt{s}} \psi^*(\frac{t-u}{s}) dt \quad (۲-۴۴)$$

قدرت تفکیک در حوزه زمان- فرکانس به گسترش اتم موجک $\psi_{u,s}$ در صفحه زمان- فرکانس وابسته است. اگر مرکز $\psi$ در صفر قرار داشته باشد، موید این است که مرکز $\psi_{u,s}$ در $t = u$ قرار دارد. با تغییر متغیر $v = (t-u)/s$ می‌توان نشان داد که:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} (t-u)^2 \mid \psi_{u,s} \mid^2 dt = s^2 \sigma_t^{\,2} \quad (۲-۴۵)$$

که در آن، $\sigma_t^{\,2} = \int_{-\infty}^{+\infty} t^2 \mid \psi(t) \mid^2 dt$. چون $\Psi(\omega)$ برای فرکانس‌های منفی، صفر است، فرکانس مرکزی $\eta$ برای $\Psi$ بصورت رابطه (۲-۴۶) بدست می‌آید:

$$\eta = \frac{1}{2\pi} \int_0^{+\infty} \omega \mid \Psi(\omega) \mid^2 d\omega \quad (۲-۴۶)$$

تبدیل فوریه $\psi_{u,s}$ نسبت به $\Psi$ به اندازه $\frac{1}{s}$ تاخیر دارد:

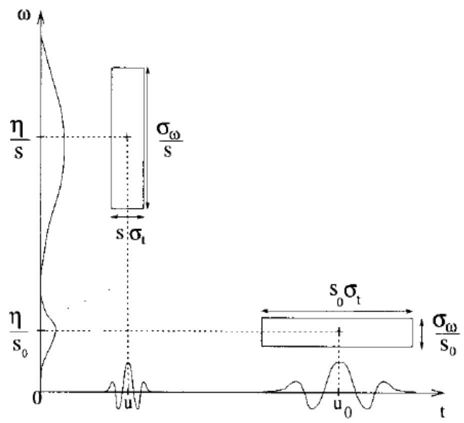
$$\Psi_{u,s}(\omega) = \sqrt{s} \Psi(s\omega) e^{-i\omega u} \quad (۲-۴۷)$$

بنابراین فرکانس مرکزی برابر $\frac{\eta}{s}$ می‌شود و در نتیجه گسترش انرژی $\Psi_{u,s}$ حول $\frac{\eta}{s}$ بصورت رابطه (۲-۴۸) بدست می‌آید:

$$\frac{1}{2\pi} \int_0^{+\infty} (\omega - \frac{\eta}{s})^2 \mid \Psi_{u,s}(\omega) \mid^2 d\omega = \frac{\sigma_\omega^{\,2}}{s^2} \quad (۲-۴۸)$$

که در آن، $\sigma_\omega^{\,2} = \frac{1}{2\pi} \int_0^{+\infty} (\omega - \eta)^2 \mid \Psi(\omega) \mid^2 d\omega$.

گسترش انرژی یک اتم زمان- فرکانس موجک $\psi_{u,s}$ با یک جعبه هایزنبرگ با مرکزی در $(u,\eta/s)$ و ابعاد $s\sigma_t$ در طول محور زمان و $\sigma_\omega/s$ در طول محور فرکانس تطابق دارد. مساحت جعبه هایزنبرگ برابر $\sigma_t\sigma_\omega$ و برای تمام مقادیر مقیاس ثابت باقی می‌ماند، اما قدرت تفکیک در زمان و فرکانس به $s$ وابسته است. جعبه هایزنبرگ برای تبدیل موجک در شکل ۲-۸ نشان داده شده است [مالات، ۱۹۹۹].




شکل ۲-۸. جعبه هایزنبرگ برای تبدیل موجک [مالات، ۱۹۹۹].

کامل‌بودن[1] برای تبدیل موجک تحلیلی به این صورت بیان می‌شود که تبدیل موجک تحلیلی سیگنال تنها به قسمت مختلط سیگنال وابسته است و بنابراین برای هر $f \in R$ می‌توان نوشت:

$$WT(f(u,s)) = \frac{1}{2}WT(f_a(u,s)) \qquad (۲-۴۹)$$

اگر $C_\psi = \int_0^{+\infty} \omega^{-1} \mid \Psi(\omega) \mid^2 d\omega < +\infty$ (که اصل قابلیت برای سیگنال تحلیلی است) و $f$ حقیقی باشد، آنگاه:

[1] completeness

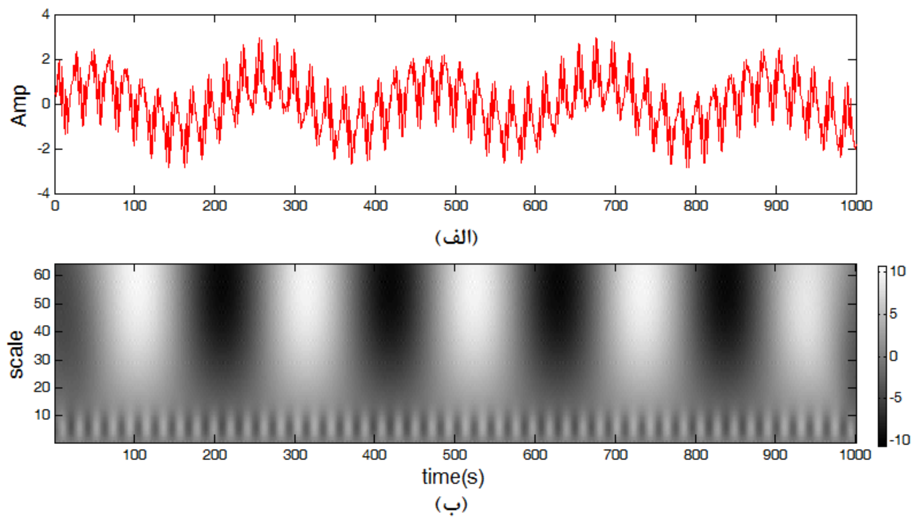
$$f(t)=\frac{2}{C_{\psi}}\mathrm{Real}\left[\int_{0}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty}WT(f(u,s))\psi_{s}(t-u)du\frac{ds}{s^{2}}\right] \qquad (۵۰-۲)$$

و

$$\| f\left(t\right)\|^{2}=\frac{2}{C_{\psi}}\int\int|WT(f(u,s))|^{2}\ du\frac{ds}{s^{2}} \qquad (۵۱-۲)$$

در ذیل دو مثال برای تبدیل موجک حقیقی و دیگری برای تبدیل موجک تحلیلی نشان داده شده است. در مثال اول سیگنالی با رابطه (۲-۵۲) تولید و با استفاده از موجک گوسی[1] تبدیل موجک حقیقی آن محاسبه شده است. در شکل ۲-۹ سیگنال و ضرایب تبدیل موجک نشان داده شده است.

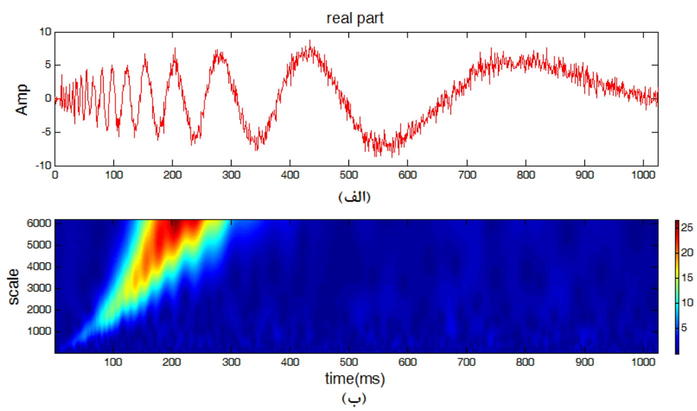
$$y\left(t\right)=\sin(3t)+\sin(0.3t)+\sin(0.03t) \qquad (۵۲-۲)$$




شکل ۲-۹. (الف) سیگنال رابطه (۲-۵۲) و (ب) ضرایب تبدیل موجک حقیقی آن با استفاده از موجک گوسی.

[1] gaussian wavelet

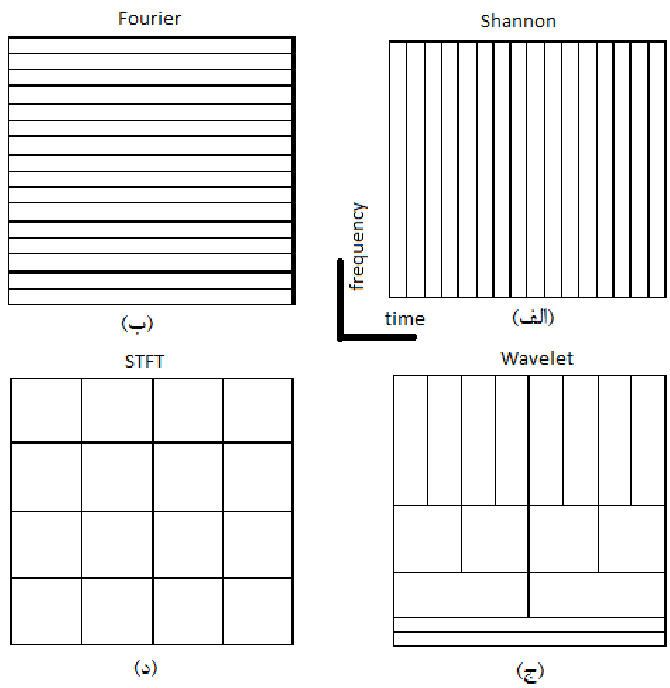
در مثال دوم سیگنال شامل کریپ کاهشی همراه با نوفه می‌باشد. در شکل ۲-۱۰ نیز این سیگنال و توزیع زمان – مقیاس این سیگنال با استفاده از تبدیل موجک تحلیلی که توسط موجک گوسی مختلط محاسبه شده است، نشان داده شده است.




شکل ۲-۱۰. (الف) سیگنال شامل دو مولفه با مدولاسیون سینوسی و (ب) دامنه تبدیل موجک تحلیلی با استفاده موجک گوسی مختلط.

حال جهت مقایسه، نحوه تقسیم صفحه زمان- فرکانس در نمایش زمانی (یا شانون[1])، نمایش فرکانسی (یا فوریه)، تبدیل موجک و تبدیل فوریه زمان کوتاه، به طور شماتیک در شکل ۲-۱۱ نشان داده شده است. همانگونه که در شکل ۲-۱۱ پیداست، تقسیم‌بندی صفحه زمان- فرکانس در تبدیل فوریه زمان کوتاه به صورت اتم‌های زمان- فرکانس مساوی است و حالت میانگینی از نمایش زمانی و فرکانسی را دارا می‌باشد و به نوعی نشان‌دهنده پنجره‌ای بودن این تبدیل می‌باشد، ولی قدرت تفکیک آن بدلیل مساوی بودن اتم زمان- فرکانس برای تمام محتوای سیگنال محدود است. تقسیم‌بندی صفحه زمان-فرکانس در تبدیل موجک باز هم پنجره‌ای بودن آن را نشان می‌دهد با این تفاوت که نقص تبدیل فوریه زمان کوتاه را که برای تمام محتوای سیگنال از یک اتم زمان-فرکانس استفاده می‌کرد را برطرف نموده است.

[1] Shannaon




شکل ۲-۱۱. تقسیم‌بندی شماتیک صفحه زمان-فرکانس در (الف) نمایش زمانی، (ب) نمایش فرکانسی، (ج) تبدیل موجک و (د) تبدیل فوریه زمان کوتاه [بوآشاش، ۲۰۰۳].

## ۲-۵ تبدیل S

تبدیل S [استاکول و همکاران، ۱۹۹۶] یکی از تبدیل‌های زمان- فرکانس می‌باشد که دارای شباهت‌هایی با تبدیل فوریه زمان کوتاه و تبدیل موجک می‌باشد. در تبدیل S مانند تبدیل فوریه زمان کوتاه از تبدیل فوریه پنجره‌ای استفاده می‌شود، با این تفاوت که مانند تبدیل موجک عرض و دامنه پنجره به فرکانس وابسته است [روشندل‌کاهو، ۱۳۸۸].

چندین روش برای رسیدن به تبدیل S وجود دارد که یکی از آن‌ها نمایش تبدیل S بوسیله تصحیح فاز تبدیل پیوسته موجک می‌باشد. تبدیل پیوسته موجک (CWT) برای یک تابع مانند $h(t)$ بصورت رابطه (۲-۵۳) نشان داده می‌شود [استاکول و همکاران، ۱۹۹۶].

$$CWT(\tau,d)=\int_{-\infty}^{+\infty}h(t)w(t-\tau,d)dt \qquad (۵۳-۲)$$

که در آن، $w(t,d)$ نمونه مقیاس شده موجک مادر اصلی می‌باشد. تاخیر $d$ بوسیله پهنای موجک $w(t,d)$ مشخص می‌شود و بنابراین قدرت تفکیک کنترل می‌شود. میانگین موجک $w(t,d)$ باید صفر باشد. تبدیل S یک تابع مانند $h(t)$ بصورت تبدیل پیوسته موجک با موجک مادر مشخص که در یک فاز ضرب شده است، مانند رابطه (۲-۵۴) بدست می‌آید [استاکول و همکاران، ۱۹۹۶].

$$S(\tau,f)=e^{i2\pi f\tau}CWT(\tau,d) \qquad (۵۴-۲)$$

که موجک مادر در رابطه (۲-۵۴) بصورت رابطه (۲-۵۵) تعریف می‌شود.

$$w(t,f)=\frac{|f|}{\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{t^2f^2}{2}}e^{-i2\pi ft} \qquad (۵۵-۲)$$

باید به این نکته توجه کرد که موجک رابطه (۲-۵۵) دارای میانگین صفر نیست و فاکتور تاخیر $d$ عکس فرکانس $f$ می‌باشد. بنابراین تبدیل S را کاملا صریح می‌توان بصورت رابطه (۲-۵۶) نوشت.

$$S(\tau,f)=\int_{-\infty}^{+\infty}h(t)\frac{|f|}{\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{(\tau-t)^2f^2}{2}}e^{-i2\pi ft}dt \qquad (۵۶-۲)$$

از آنجایی که تبدیل S یک نمایش محلی از طیف سیگنال است، با میانگین‌گیری بر روی کل زمان‌ها می‌توان به کل طیف سیگنال یا طیف فوریه سیگنال رسید که به سادگی توسط رابطه (۲-۵۷) نشان داده شده است.

$$\int_{-\infty}^{+\infty}S(\tau,f)d\tau=H(f) \qquad (۵۷-۲)$$

که در آن، $H(f)$ تبدیل فوریه $h(t)$ می‌باشد. این ویژگی اجازه می‌دهد که $h(t)$ را با استفاده از $S(\tau,f)$ بازسازی کرد و به نوعی معکوس تبدیل S را بصورت رابطه (۲-۵۸) نوشت که به راحتی از مفهوم تبدیل موجک پیوسته قابل استخراج می‌باشد [استاک‌ول و همکاران، ۱۹۹۶].

$$h(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} \left( \int_{-\infty}^{+\infty} S(\tau,f)d\tau \right) \; e^{i2\pi ft}df \qquad (۲-۵۸)$$

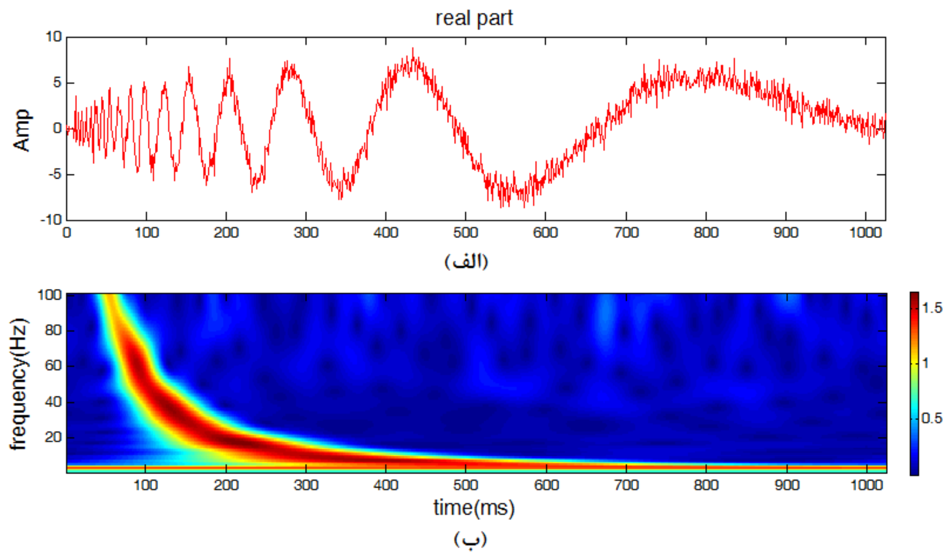
تبدیل S را می‌توان با اعمال یک عملگر روی طیف فوریه $H(f)$ با $h(t)$ بصورت رابطه (۲-۵۹) نوشت [استاک‌ول و همکاران، ۱۹۹۶].

$$S(\tau,f) = \int_{-\infty}^{+\infty} H(\alpha+f) \; e^{-\frac{2\pi^2\alpha^2}{f^2}} \; e^{i2\pi\alpha\tau}d\alpha \quad , \;\; f \neq 0 \qquad (۲-۵۹)$$

با توجه به مزایای قابل توجه تبدیل فوریه سریع[1](FFT) و تئوری همامیخت[2] از رابطه (۲-۵۹) برای محاسبه تبدیل S گسسته استفاده می‌شود.

در شکل ۲-۱۲ نمایش زمان- فرکانس حاصل از تبدیل S برای سیگنال نمایش داده در شکل۲-۱۰ (الف) نشان داده شده است. این نمایش با توجه به رابطه عکس مقیاس و فرکانس، عکس نمایش زمان- مقیاس در شکل ۲-۱۰ (ب) می‌باشد.

[1] fast Fourier transform
[2] convolution




شکل ۲-۱۲. (الف) سیگنال نمایش داده شده در شکل ۲-۱۰ (الف) و (ب) نمایش زمان – فرکانس آن با استفاده از تبدیل S.

## ۲-۶ توزیع ویگنر- وایل

تبدیل فوریه زمان کوتاه و تبدیل موجک، همبستگی سیگنال با خانواده‌ای از اتم‌های زمان-فرکانس را محاسبه می‌کنند. قدرت تفکیک زمانی و فرکانسی این تبدیل‌ها بوسیله قدرت تفکیک زمان-فرکانسی اتم‌های زمان- فرکانس محدود می‌شود. در حالت ایده‌آل نیاز به تعریف یک چگالی انرژی در صفحه زمان- فرکانس برای داشتن قدرت تفکیک مناسب وجود دارد. توزیع چگالی انرژی در صفحه زمان-فرکانس از همبستگی سیگنال $x(t)$ با نسخه انتقالی زمانی و فرکانسی خود سیگنال بدست می‌آید [مالات، ۱۹۹۹].

درنتیجه مطالعات ویگنر [۱۹۳۲] و وایل [۱۹۴۸]، توزیع ویگنر- وایل برای سیگنال $x(t)$ به صورت تبدیل فوریه تابع خودهمبستگی وابسته به زمان که به اندازه $\tau$ اختلاف زمانی دارند به صورت رابطه (۲-۶۰) بیان می‌شود [اوگر و همکاران، ۱۹۹۵ و ۱۹۹۶].

$$WVD_x(t,\nu)=\int_{-\infty}^{+\infty} x(t+\frac{\tau}{2})x^*(t-\frac{\tau}{2})e^{-i2\pi\nu\tau}d\tau \qquad (۲-۶۰)$$

یا

$$WVD_x(t,\nu)=\int_{-\infty}^{+\infty} X(\nu+\frac{\xi}{2})X^*(\nu-\frac{\xi}{2})e^{i2\pi\xi t}d\xi \qquad (۲-۶۱)$$

که در آن، $R(\tau)=x(t+\tau/2)x^*(t-\tau/2)$ تابع خودهمبستگی وابسته به زمان و $x^*$ مزدوج مختلط[1] می‌باشد. علی‌رغم استفاده از مزدوج مختلط سیگنال در محاسبات، توزیع ویگنر- وایل حقیقی می‌باشد، چون تبدیل فوریه $x(t+\tau/2)x^*(t-\tau/2)$ (یا WVD) در زمان $\tau$ متقارن هرمیتی[2] است و تبدیل فوریه توابع متقارن هرمیتی حقیقی می‌باشد.

توزیع ویگنر- وایل به دلیل این که در آن از تابع پنجره استفاده نشده است، دارای قدرت تفکیک بالایی در حوزه زمان- فرکانس می‌باشد. ولی چون این توزیع یک توزیع درجه ۲ می‌باشد، باعث ایجاد جملات متقاطع[3] یا تداخلی در صفحه زمان- فرکانس می‌شود که باعث ایجاد مشکل و اشتباه در تفسیر طیف زمان- فرکانس مربوط به سیگنال‌های چند مولفه‌ای می‌شود. برای سیگنال $x(t)=x_1(t)+x_2(t)$ توزیع ویگنر- وایل به صورت رابطه (۲-۶۲) است.

$$WVD_x(t,f)=WVD_{x1}(t,f)+WVD_{x2}(t,f)+2\,\mathrm{Re}(WVD_{x1x2}(t,f)) \qquad (۲-۶۲)$$

که در آن $WVD_{x_1,x_2}(t,\nu)$ جمله تداخلی می‌باشد که بصورت رابطه (۲-۶۳) تعریف می‌شود [اوگر و همکاران، ۱۹۹۵ و ۱۹۹۶].

1 complex conjugate
2 Hermitian symmetry
3 cross term

$$WVD_{x_1,x_2}(t,\nu) = \int_{-\infty}^{+\infty} x_1(t+\frac{\tau}{2})x_2^*(t-\frac{\tau}{2})e^{-i2\pi\nu\tau}d\tau \qquad (۶۳-۲)$$

در رابطه (۲-۶۲) مشاهده می‌شود که علاوه بر جملات خودهمبستگی[1]، جمله تداخلی نیز وجود دارد که به دلیل همپوشانی[2] این جملات در صفحه زمان – فرکانس، تفسیر مقطع حاصل از توزیع ویگنر-وایل سخت می‌شود. جملات تداخلی دارای سه ویژگی می‌باشند [بوآشاش، ۲۰۰۳].

- جملات تداخلی میان دو مولفه اصلی قرار می‌گیرند.
- جملات تداخلی دارای خاصیت نوسانی متناسب با فاصله میان مولفه های اصلی می‌باشند.
- راستای نوسانات عمود بر خط متصل کننده مولفه‌های اصلی می‌باشد.

در شکل ۲-۱۳سیگنال دوپلر[3] و توزیع ویگنر- وایل برای آن نشان داده شده است. همانگونه که در شکل ۲-۱۳ پیداست وجود جملات تداخلی قدرت تفکیک بالای توزیع ویگنر- وایل را تحت الشعاع قرار داده است و مانع تفسیر درست از مقطع زمان- فرکانس شده است.

از آنجایی که جملات تداخلی دارای خواص نوسانی هستند، می‌توان با استفاده از یک پنجره هموار کننده اثرات تداخلی را کاهش داد. در این حالت، در رابطه (۲-۶۰) به جای استفاده از خود سیگنال از سیگنال پنجره‌ای استفاده می‌شود و توزیع ویگنر- وایل به توزیع شبه ویگنر- وایل[4](PWVD) تبدیل می‌شود. استفاده از عملگر پنجره‌ای $h(\tau)$، معادل هموارسازی در راستای فرکانس در توزیع ویگنر- وایل می‌باشد و آن را با استفاده از رابطه (۲-۶۴) نشان می‌دهند [اوگر و همکاران، ۱۹۹۵ و ۱۹۹۶].

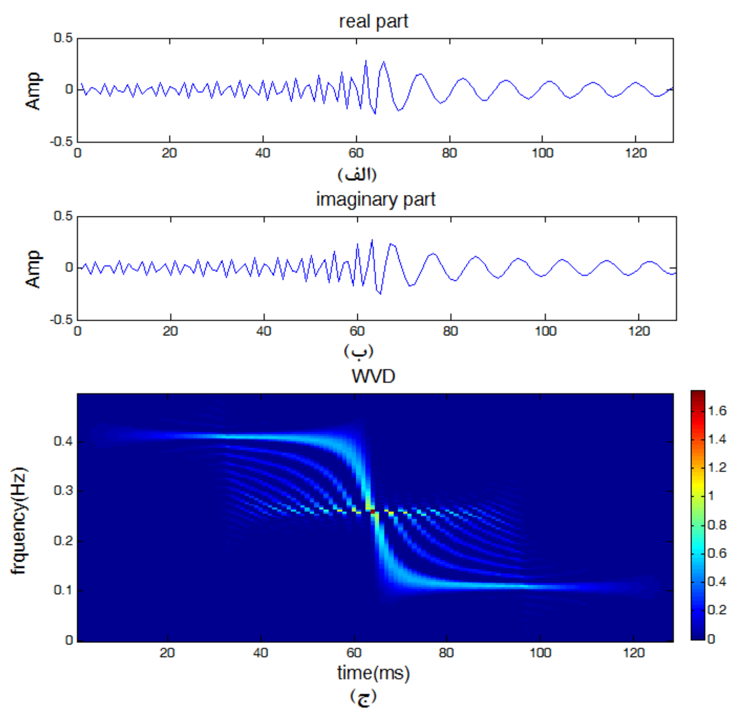
$$PWVD(t,f) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty} h(\tau)x(t+\tau/2)x^*(t-\tau/2)e^{-i2\pi f\tau}d\tau \qquad (۶۴-۲)$$

[1] autocorrelation term
[2] overlap
[3] doppler

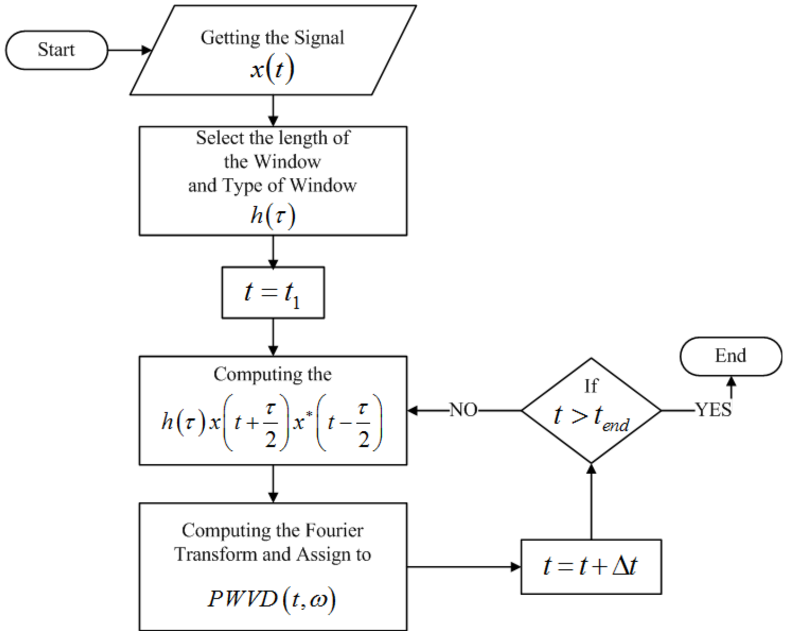
[4] pseudo Wigner-Ville distribution (PWVD)

که در آن $h(\tau)$ تابع هموارسازی می‌باشد.

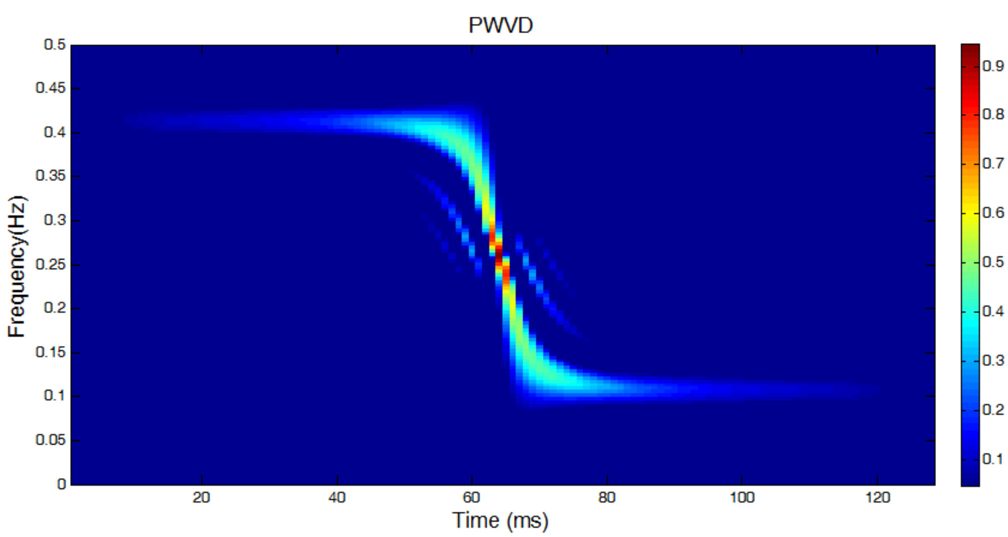
در این روش آن دسته از جملات تداخلی که دارای نوسان در راستای محور زمان می‌باشند، باقی خواهند ماند. در شکل ۲-۱۴، فلوچارت توزیع شبه ویگنر- وایل نشان داده شده است. شکل ۲-۱۵ توزیع شبه ویگنر- وایل سیگنال دوپلر را نشان می‌دهد. همانگونه که در شکل پیداست در نتیجه استفاده از تابع هموارسازی فرکانسی قسمتی از جملات تداخلی که دارای نوسان در راستای محور فرکانس بوده‌اند، حذف شده و بقیه جملات تداخلی باقی مانده‌اند و در عین حال کاهش قدرت تفکیک در راستای زمان را باعث شده است.




شکل ۲-۱۳. سیگنال دوپلر، (الف) قسمت حقیقی سیگنال، (ب) قسمت موهومی سیگنال و (ج) توزیع ویگنر- وایل سیگنال.




شکل ۲-۱۴. فلوچارت توزیع شبه ویگنر – وایل توزیع [روشندل‌کاهو، ۱۳۸۸].



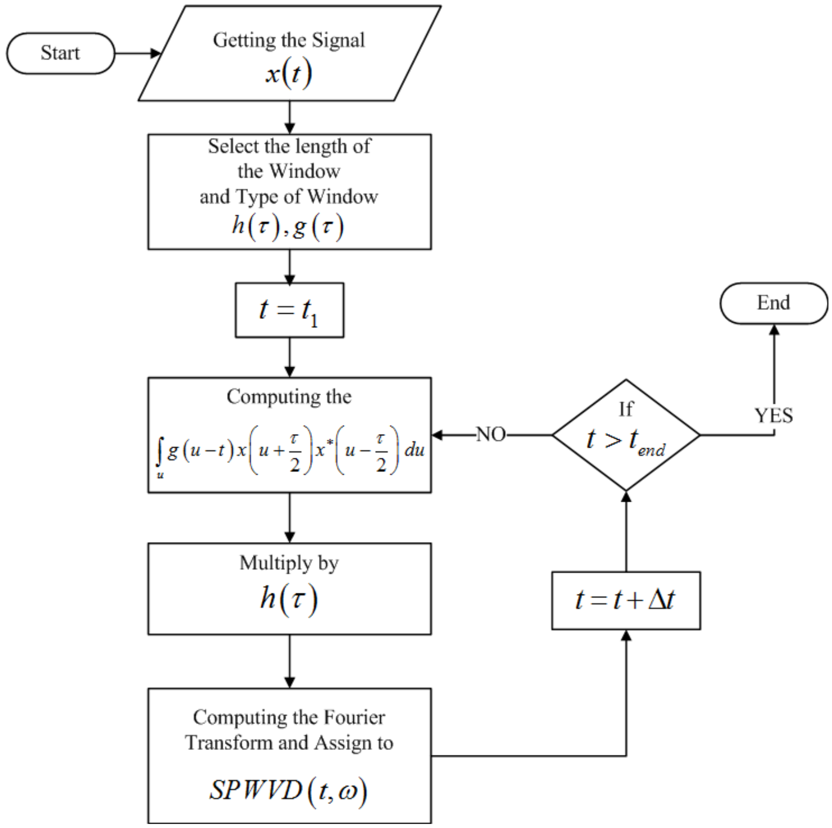

شکل ۲-۱۵. توزیع شبه ویگنر- وایل سیگنال دوپلر.

چون جملات تداخلی با فرکانس بالایی نوسان می‌کنند، ساده‌ترین راه برای تضعیف این جملات، کاربرد یک فیلتر دو بعدی پایین‌گذر[1] می‌باشد. در این روش تمامی جملات تداخلی تضعیف می‌شوند. ولی با اعمال این فیلتر علاوه بر تضعیف جملات تداخلی به طور همزمان از قدرت تفکیک توزیع ویگنر-وایل نیز کاسته می‌شود. این فیلتر دو بعدی پایین‌گذر از یک تابع هموارساز دو بعدی زمانی و فرکانسی، $\varphi(u,\tau)$، استفاده می‌کند و توزیع ویگنر-وایل سیگنال $x(t)$، بنام توزیع شبه ویگنر-وایل هموار شده[2](SPWVD) خوانده می‌شود و به صورت رابطه (۲-۶۵) نشان داده می‌شود [اوگر و همکاران، ۱۹۹۵ و ۱۹۹۶].

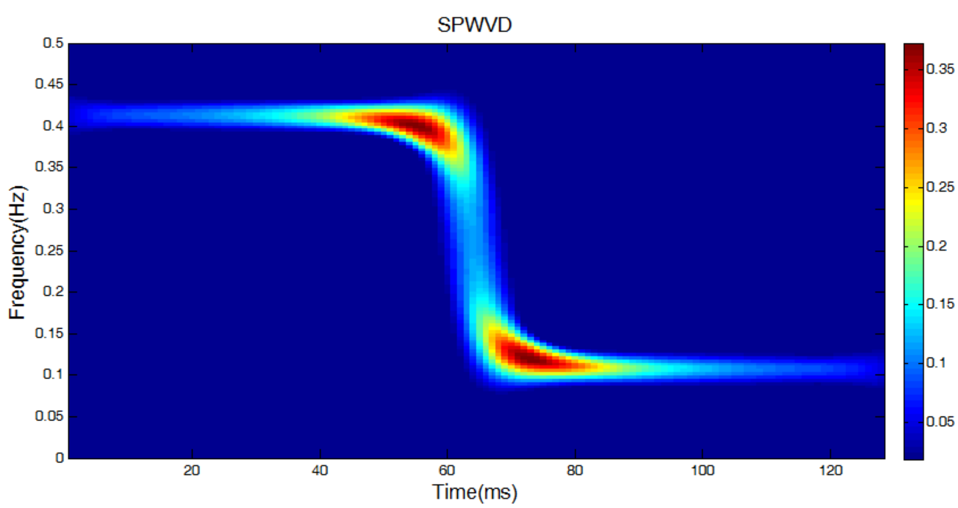
$$SPWVD_x(t,f) = \int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty} h(\tau)g(\tau)WVD(t-u,f-\tau)dud\tau \qquad (۶۵\text{-}۲)$$

با کاربرد تابع هموارسازی مناسب، توزیع شبه ویگنر-وایل هموار شده یک تعادل را بین قدرت تفکیک و شدت هموارسازی جملات تداخلی می‌توان ایجاد کرد. بعبارت دیگر هر چه شدت هموارسازی بیشتر باشد، قدرت تفکیک بیشتر کاهش می‌یابد. فلوچارت توزیع شبه ویگنر-وایل هموار شده در شکل ۲-۱۶ نشان داده شده است. توزیع شبه ویگنر-وایل هموار شده برای سیگنال دوپلر در شکل ۲-۱۷ نشان داده شده است. همانگونه که در شکل ۲-۱۷ دیده می‌شود با اعمال تابع هموار کننده دو بعدی جملات تداخلی با نوسانات در هر دو راستای زمان و فرکانس نیز کاهش پیدا کرده‌اند، ولی در مقابل قدرت تفکیک زمانی و فرکانسی نیز کاهش یافته است.

---
1 2D low pass filter
2 Smooth Pseudo Wigner-Ville Distribution (SPWVD)




شکل ۲-۱۶. فلوچارت توزیع شبه ویگنر- وایل هموار شده [روشندل‌کاهو، ۱۳۸۸].




شکل ۲-۱۷. توزیع شبه ویگنر- وایل هموارشده برای سیگنال دوپلر.

## ۲-۷ تبدیل فوریه زمان کوتاه واهمامیختی

در تبدیل فوریه زمان کوتاه به دلیل پنجره‌ای کردن سیگنال مورد مطالعه یک تعادل بین قدرت تفکیک در حوزه زمان و فرکانس که ناشی از اصل عدم قطعیت می‌باشد، وجود دارد. تابع پنجره با طول زمانی کم باعث افزایش قدرت تفکیک در حوزه زمان و کاهش قدرت تفکیک در حوزه فرکانس می‌شود. طیف‌نگار[1] تبدیل فوریه زمان کوتاه بصورت مربع اندازه تبدیل فوریه زمان کوتاه تعریف می‌شود و نشان دهنده چگالی طیف انرژی می‌باشد که مطابق رابطه (۲-۶۶) نوشته می‌شود [کیانگ و ون-کای، ۲۰۰۹].

$$SPEC_x(t,f) = \left| \int_{-\infty}^{+\infty} x(u)h^*(u-t)e^{-i2\pi fu}du \right|^2 \qquad (۲\text{-}۶۶)$$

همانطور که بیان شد، یکی از روش‌های کاهش جملات تداخلی در توزیع ویگنر – وایل استفاده از یک تابع هموار کننده دو بعدی برای هموارسازی توزیع ویگنر – وایل می‌باشد. می‌توان فیلتر پایین‌گذر را بصورت یک تابع گاوسی دو بعدی جدایی‌پذیر مانند رابطه (۲-۶۷) تعریف نمود.

$$\varphi(u,\tau) = e^{-\alpha u^2 - \beta\tau^2} \qquad (۲\text{-}۶۷)$$

که در آن، $\alpha\beta = 1$ است. در این صورت توزیع شبه ویگنر-وایل هموار شده سیگنال $x(t)$ همان طیف‌نگار تبدیل فوریه زمان کوتاه می‌باشد. بنابراین می‌توان طیف‌نگار تبدیل فوریه زمان کوتاه را برای یک سیگنال مانند $x(t)$، بصورت یک همامیخت دو بعدی مطابق رابطه (۲-۶۸) نوشت [کیانگ و ون-کای، ۲۰۰۹].

$$SPEC_x(t,f) = \left|STFT_x(t,f)\right|^2 = \int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty} WVD_g(\tau,u)WVD_x(t-\tau,f-u)\,d\tau du \qquad (۲\text{-}۶۸)$$

[1] spectrogram

که در آن، $WVD_{g}\left(t,f\right)$ توزیع ویگنر – وایل پنجره گاوسی، $WVD_{x}\left(t,f\right)$ توزیع ویگنر – وایل سیگنال و $STFT_{x}\left(t,f\right)$ تبدیل فوریه زمان کوتاه سیگنال می‌باشند. تبدیل فوریه زمان کوتاه سیگنال $x(t)=x_1(t)+x_2(t)$ را می‌توان بصورت رابطه (۲-۶۹) نوشت.

$$STFT_x(t,f)=STFT_{x_1}(t,f)+STFT_{x_2}(t,f) \tag{۲-۶۹}$$

بنابراین، طیف‌نگار تبدیل فوریه زمان کوتاه را می‌توان به صورت رابطه (۲-۷۰) نوشت.

$$\begin{aligned} SPEC_x(t,f) &= | STFT_{x_1}(t,f)+STFT_{x_2}(t,f) |^2 \\ &= SPEC_{x_1}(t,f)+SPEC_{x_2}(t,f)+2\operatorname{Re}[STFT_{x_1}(t,f)STFT^{*}_{x_2}(t,f)] \end{aligned} \tag{۲-۷۰}$$

که در آن، $STFT^{*}_{x_2}(t,f)$ مزدوج مختلط $STFT_{x_2}(t,f)$ می‌باشد. هر عدد مختلط را می‌توان بصورت اندازه ضربدر فاکتور فاز نوشت، بنابراین رابطه (۲-۷۰) را می‌توان بصورت رابطه (۲-۷۱) بازنویسی کرد.

$$\begin{aligned} SPEC_x(t,f) &= SPEC_{x_1}(t,f)+SPEC_{x_2}(t,f) \\ &\quad +\ 2\,| STFT_{x_1}(t,f) || STFT_{x_2}(t,f) | \times \cos(\varphi_{x_1}(t,f)-\varphi_{x_2}(t,f)) \end{aligned} \tag{۲-۷۱}$$

که در آن، دوجمله اول جملات خودهمبستگی و جمله آخر جمله تداخلی می‌باشد. به نظر می‌رسد که اگر تبدیل فوریه زمان کوتاه $x_1$ و $x_2$ در صفحه زمان- فرکانس هیچ همپوشانی نداشته باشند، جمله تداخلی در طیف‌نگار تبدیل فوریه زمان کوتاه صفر می‌شود. همچنین جملات تداخلی در طیف‌نگار تبدیل فوریه زمان کوتاه در فصل مشترک جملات خودهمبستگی و در توزیع ویگنر- وایل در میانه زمانی[1] و فرکانسی[2] قرار دارد. اگر جملات تداخلی در طیف‌نگار تبدیل فوریه زمان کوتاه وجود داشته باشد، چون با جملات خودهمبستگی همپوشانی می‌کنند، نمی‌توان آن‌ها را در طیف‌نگار تبدیل فوریه زمان کوتاه مشاهده کرد.

---
[1] mid-time
[2] mid-frequency

رابطه (۲-۶۸) را می‌توان بصورت رابطه (۲-۷۲) بازنویسی نمود.

$$SPEC_x = WVD_h ** WVD_x \quad (۷۲-۲)$$

که در آن، ** نشاندهنده همامیخت دو بعدی می‌باشد. طیف‌نگار تبدیل فوریه زمان کوتاه شامل جملات تداخلی نمی‌باشد (یا خیلی کم شامل این جملات می‌باشد) ولی در مقابل قدرت تفکیک آن در راستای زمان و فرکانس پایین است. بنابراین با اعمال یک عملگر واهمامیخت دو بعدی بر اساس رابطه (۲-۷۲) بر روی طیف‌نگار تبدیل فوریه زمان کوتاه می‌توان توزیع ویگنر – وایل سیگنال را بدون جملات تداخلی و با قدرت تفکیک بالا بدست آورد.

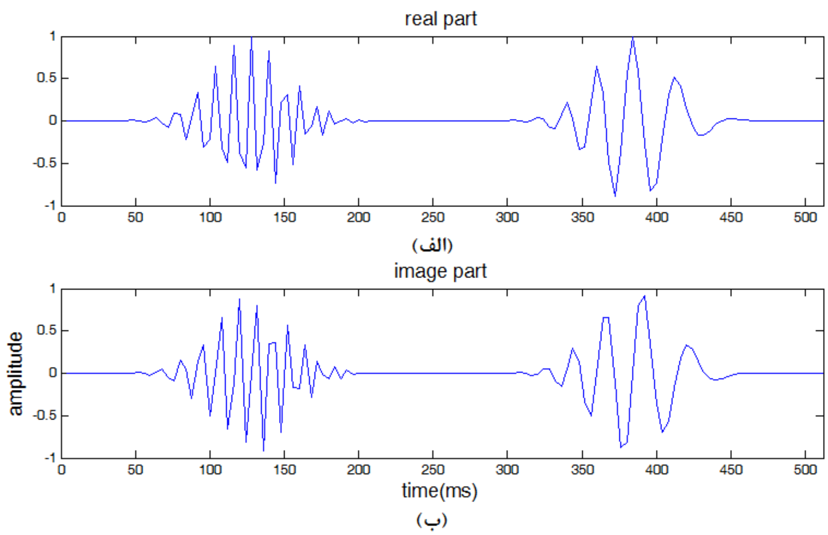
الگوریتم‌های واهمامیخت دوبعدی متفاوتی برای واهمامیخت رابطه (۲-۷۲) وجود دارد که می‌توان از هر کدام برای این منظور استفاده کرد. این الگوریتم‌های عبارتند از:

- واهمامیخت لوسی – ریچاردسون[1]: که براساس الگوریتم بیشینه شباهت کار می‌کند.
- واهمامیخت کور[2]: که براساس الگوریتم بیشینه شباهت کار می‌کند.
- واهمامیخت منظم[3] : که براساس الگوریتم فیلتر منظم شده کار می‌کند.
- واهمامیخت وینر[4]: که براساس الگوریتم فیلتر وینر کار می‌کند.

برای مقایسه این روش‌ها از یک سیگنال که شامل دو کریپ کاهشی (f=[0.3,0]) و افزایشی (f=[0.2,0.5]) که در یک تابع مدوله کننده[1] دامنه گوسی به اندازه طول سیگنال ضرب شده‌اند، استفاده

[1] Lucy-Richardson deconvolution
[2] blind deconvolution
[3] regular deconvolution
[4] Wiener deconvolution

می‌شود. سیگنال و تبدیل فوریه زمان کوتاه واهمامیختی که از الگوریتم‌های متفاوت واهمامیخت استفاده می‌کند به ترتیب در شکل ۲-۱۸ و ۲-۱۹ نشان داده شده است.



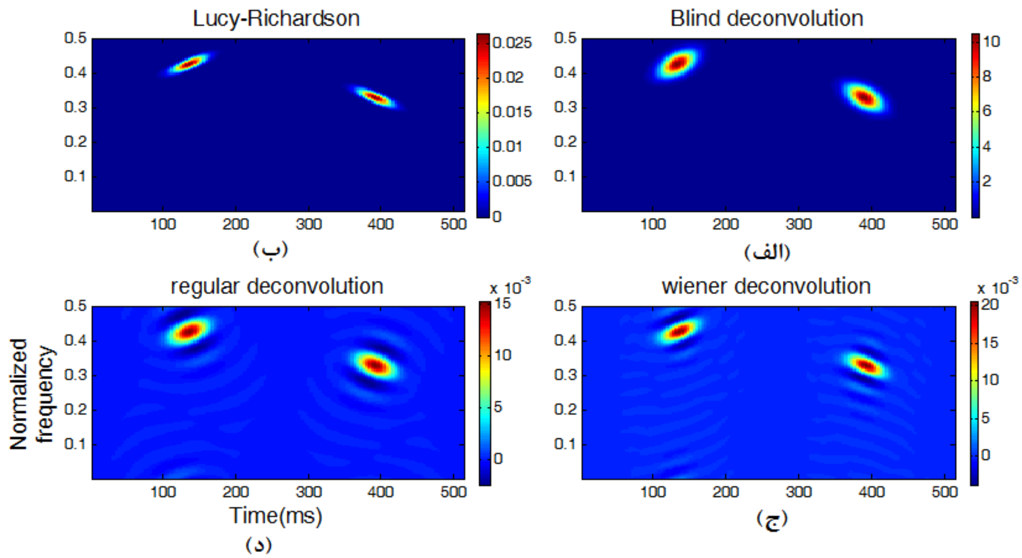

شکل ۲-۱۸. سیگنال شامل دو کریپ کاهشی و افزایشی (الف) قسمت حقیقی و (ب) قسمت موهومی سیگنال.

همانگونه که در شکل ۲-۱۹ مشاهده می‌شود، الگوریتم لوسی – ریچاردسون [ریچاردسون[2]، ۱۹۷۲؛ لوسی[3]، ۱۹۷۴] به بهترین نتیجه منجر می‌شود. بنابراین برای انجام واهمامیخت دو بعدی از الگوریتم تکراری لوسی – ریچاردسون استفاده می‌گردد که بصورت رابطه (۲-۷۳) نوشته می‌شود.

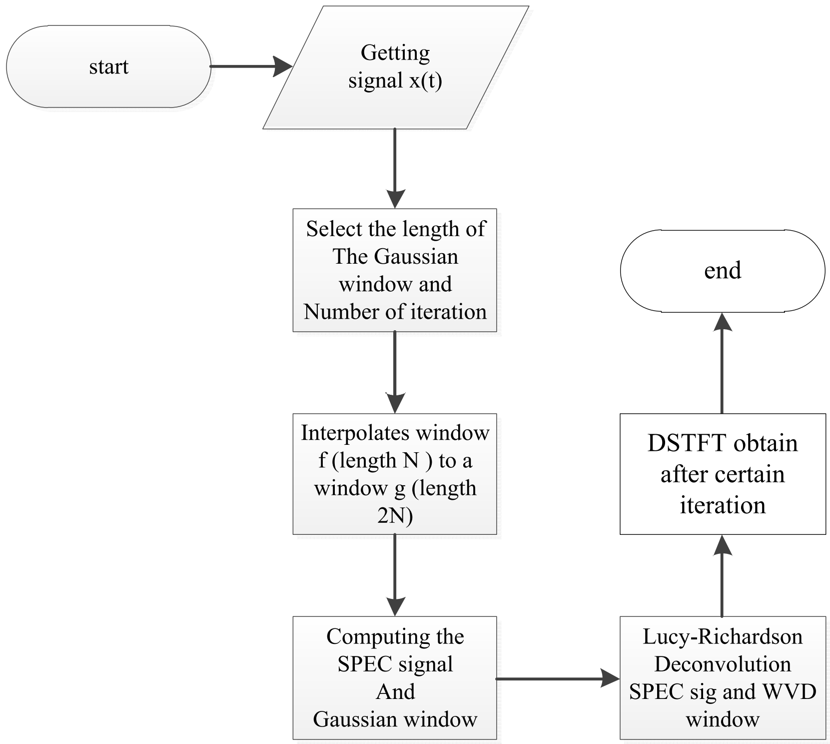
$$WVD_x^{k+1} = WVD_x^k \left( WVD_g ** \frac{SPEC_x}{WVD_g ** WVD_x^k} \right) \qquad (۷۳-۲)$$

[1] amplitude modulation
[2] Richardson
[3] Lucy

که در آن، $k+1$ شمارنده تکرار و $WVD_x^0 = SPEC_x$ می‌باشد. طیف‌نگار بدست آمده بعد از انجام تعداد معین تکرار بنام تبدیل فوریه زمان کوتاه واهمامیختی نامیده می‌شود [کیانگ و ون-کای، ۲۰۱۰]. در شکل۲-۲۰ فلوچارت تبدیل فوریه زمان کوتاه واهمامیختی نشان داده شده است.




شکل ۲-۱۹. تبدیل فوریه زمان کوتاه برای سیگنال شکل ۲-۱۸ با استفاده از الگوریتم‌های مختلف واهمامیخت دوبعدی (الف) واهمامیخت کور، (ب) واهمامیخت لوسی - ریچاردسون، (ج) واهمامیخت وینر و (د) واهمامیخت منظم.




شکل ۲-۲۰. فلوچارت تبدیل فوریه زمان کوتاه واهمامیختی.

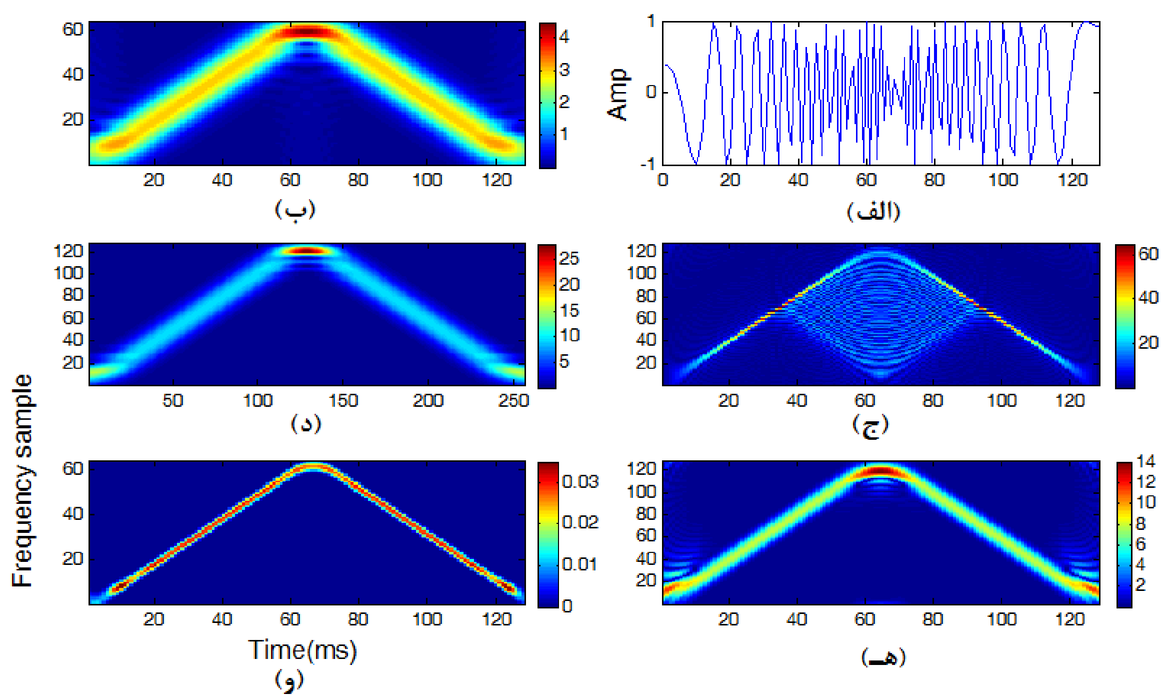
در شکل ۲-۲۱ (الف) سیگنالی متشکل از دو رویداد با فرکانس‌های متغیر نشان داده شده است که یک رویداد دارای روند افزایشی[1] فرکانس با زمان و دیگری دارای روند کاهشی فرکانس با زمان می‌باشد. تبدیل فوریه زمان کوتاه، توزیع ویگنر- وایل، توزیع شبه ویگنر- وایل، توزیع شبه ویگنر- وایل هموار شده و تبدیل فوریه زمان کوتاه واهمامیختی آن نیز در شکل ۲-۲۱ نشان داده شده است.

همانطور که در شکل ۲-۲۱ پیداست، وجود جملات تداخلی در توزیع ویگنر- وایل مانع از تفسیر مناسب از مقطع زمان- فرکانس می‌شود، در حالی که این مشکل تا حدودی در توزیع شبه ویگنر-وایل و توزیع شبه ویگنر-وایل هموار شده برطرف شده است، اما در مقابل قدرت تفکیک نیز کاهش یافته است.

[1] ascending chirp

نکته قابل ذکر قدرت تفکیک بیشتر توزیع ویگنر- وایل از تبدیل فوریه زمان کوتاه می‌باشد، این در حالی است که تبدیل فوریه زمان کوتاه واهمامیختی فاقد هر گونه جمله تداخلی می‌باشد و قدرت تفکیک بالاتری را نسبت به تبدیل‌های فوق ارائه داده است.

با توجه به خواص بسیار ویژه تبدیل فوریه زمان کوتاه واهمامیختی در تجزیه طیفی سیگنال‌ها انتظار می‌رود که این تبدیل در کاربردهای ژئوفیزیکی بالاخص پردازش و تفسیر داده‌های لرزه‌ای کارآیی بسیار بالایی نسبت به دیگر روش‌های خطی و غیرخطی تجزیه طیفی داشته باشد و بتوان از آن در استخراج نشانگرهای لرزه‌ای در حوزه زمان- فرکانس استفاده کرد.




شکل ۲-۲۱.  (الف) سیگنال، (ب) تبدیل فوریه زمان کوتاه، (ج) توزیع ویگنر- وایل، (د) طیف‌نگار تبدیل فوریه زمان کوتاه، (هـ) توزیع شبه ویگنر- وایل هموارشده  و (و) تبدیل فوریه زمان کوتاه واهمامیختی مربوط به سیگنال.

# فصل سوم:

# کاربرد تبدیل فوریه زمان کوتاه واهمامیختی

# در شناسایی مخازن

## ۳-۱ محاسبه ضریب جذب[1] با استفاده از تبدیل‌های زمان- فرکانس

میرایی[2] به کاهش انرژی موج رونده[3] بدلیل انتشار در یک محیط اطلاق می‌شود. میرایی (کاهش انرژی موج با فاصله) به سه دلیل اصلی رخ می‌دهد [رابینسون[4] و تریتل[5]،۲۰۰۸]:

- کاهش گذار[6] انرژی در مرزها[7] بدلیل بازتاب، پراش، تغییر حالت موج[8] و پراکندگی [بومن[9]،۱۹۹۵]،

- اثر واگرایی هندسی جبهه موج در اثر دور شدن از منبع،

- جذب که تبدیل انرژی جنبشی موج به گرما بوسیله اصطکاک می‌باشد.

کاهش گذار، به کاهش انرژی موج در اثر عبوری از یک مرز رخ می‌دهد، در این حالت، کاهش انرژی بدلیل سفر موج در زمین مورد نظر است. باید توجه کرد که هیچ قسمتی از انرژی جنبشی موج از بین نمی‌رود، بلکه تنها در جهت‌های مختلف پراکنده و منتشر می‌شود. برای مثال هنگامی که یک موج به فصل مشترک دو محیط می‌رسد، مقداری از موج به سمت عقب بازتاب می‌شود و تنها قسمتی از آن، از مرز عبور می‌کند. تغییر حالت موج نیز در اثر تبدیل انرژی موج S به موج P یا بالعکس رخ می‌دهد. تغییر حالت، انرژی یک موج فرودی را به کل امواج بعد اندرکنش با مرز تقسیم می‌کند و باعث کاهش انرژی می‌شود.

---

[1] absorption coefficient
[2] attenuation
[3] travelling wave
[4] Robinson
[5] Treitel
[6] transmission loss
[7] interface
[8] mode conversion
[9] Bowman

انرژی موج در یک محیط همگن با دامنه موج به توان دو متناسب است. منبع نقطه‌ای، یک موج کروی تولید می‌کند که به صورت شعاعی منتشر می‌شود. انرژی موج روی سطح یک کره توزیع شده است که این سطح با مربع شعاع کره افزایش می‌یابد،  بنابراین انرژی موج با نسبت عکس مجذور فاصله از منبع کاهش می‌یابد. دامنه موج با مجذور مربع انرژی بر واحد سطح متناسب است، بنابراین دامنه موج با مسافت انتشار موج به صورت معکوس متناسب است.

سومین حالت کاهش انرژی بدلیل جذب می‌باشد. جذب، اتلاف انرژی موج در اثر اصطکاک و تبدیل آن به گرما می‌باشد. جذب بطور تقریبی بصورت نمایی با فاصله تغییر می‌کند. گسترش هندسی و جذب را می‌توان بصورت رابطه (۳-۱) فرمول‌بندی کرد [رابینسون[1] و تریتل[2]، ۲۰۰۸].

$$A = A_0 \frac{x_0}{x} e^{-\alpha x} \qquad (۳-۱)$$

که در آن، $A$ دامنه موج در فاصله $x$ از منبع، $A_0$ دامنه موج در فاصله صفر از منبع و $\alpha$ ضریب جذب می‌باشد. دامنه امواج لرزه‌ای براساس گسترش کروی با فاصله $x$ از منبع کاهش پیدا می‌کند. در رابطه (۳-۱)، $x_0/x$ نشان‌دهنده گسترش کروی است، درحالی که ثابت $\alpha$ نشان‌دهنده جذب است.

مقدار جذب در محیط‌های کشسان معمولا بوسیله کمیت بدون بعد فاکتور کیفیت[3] اندازه‌گیری می‌شود. اندازه‌گیری‌های میدانی و آزمایشگاهی نشان داده‌اند که فاکتور کیفیت با بعضی از عوامل نظیر ویژگی‌های سنگ (مدول‌های الاسیسیته)، نوع سیال و درصد اشباع شدگی رابطه دارد. بنابراین فاکتور کیفیت به عنوان یک ابزار تشخیصی در مطالعه ویژگی‌های مخزن و آشکارسازی هیدروکربن کارایی دارد

[1] Robinson
[2] Treitel
[3] quality factor

[تاک‌سوز[1] و جانسون[2]، ۱۹۷۹]. همچنین فاکتور کیفیت نقش موثری در تفسیر اثرات دورافت برحسب دامنه[3] و افزایش قدرت تفکیک در تصویرکردن مقاطع لرزه‌ای[4] دارد.

سنگ‌ها را می‌توان براساس فاکتور کیفیت دسته‌بندی کرد. فاکتور کیفیت برای ماسه‌سنگ و آهک بالا، برای شیل[5] پایین و برای ماسه‌سنگ‌های گازی[6] پایین‌ترین مقدار را دارا است [شریف[7] و گلدارت[8]، ۱۹۹۵]. بنابراین فاکتور کیفیت یا عکس آن، میرایی، دارای پتانسیل بالقوه‌ای در شناسایی محتویات سیال[9] درون حفرات و توصیف سنگ‌شناسی[10] می‌باشد [کلایمنتوس[11]، ۱۹۹۵؛ پارا[12] و هکرت[13]، ۲۰۰۲]. تضعیف امواج لرزه‌ای با فرکانس افزایش می‌یابد، بنابراین فرکانس‌های بالا نسبت به فرکانس‌های پایین در هنگام انتشار موج سریع‌تر جذب می‌شوند.

اندازه‌گیری‌های وسیع آزمایشگاهی بر روی سنگ‌های خشک نشان داده‌اند که ضریب جذب $\alpha$ با توان اول فرکانس $f$ متناسب است. این رابطه نشان می‌دهد که مکانسیم جذب، اصطکاک اجسام می‌باشد که با حرکت ذرات بواسطه موج مطابقت دارد.

کاهش لگاریتمی[14] $\delta$، بصورت نسبت لگاریتمی دامنه هر چرخه که از میرایی سلسه‌ای موج پیروی می‌کند، تعریف می‌شود. فاکتور کیفیت $Q$ با $\delta$ بصورت $Q = \pi/\delta$ رابطه دارد. ضریب جذب با کاهش

[1] Toksöz
[2] Johnston
[3] amplitude versus offset
[4] seismic imaging
[5] shale
[6] gas sandstone
[7] Sheriff
[8] Geldart
[9] fluid content
[10] lithology
[11] Klimentos
[12] Parra
[13] Hackert
[14] logarithmic decrement

لگاریتمی $\delta$ بصورت $\alpha = \delta f/V$ رابطه دارد که $V$ سرعت موج $P$ می‌باشد. در نتیجه فاکتور کیفیت با ضریب جذب بصورت رابطه (۳-۲) با هم در ارتباط هستند [رابینسون و تریتل، ۲۰۰۸].

$$\alpha = \frac{\pi f}{QV} \tag{۳-۲}$$

هر دو پارامتر $Q$ و $\delta$ برای توصیف خواص جذبی در سنگ‌ها استفاده می‌شوند. از رابطه (۳-۲) می‌توان دید که امواج با فرکانس بالاتر سریع تر از امواج با فرکانس پایین‌تر جذب می‌شوند. این ویژگی باعث ایجاد یک روند کاهش فرکانس ظاهری امواج در حال انتشار می‌شود، بعلاوه امواج با سرعت بالاتر زودتر از امواج با سرعت پایین‌تر جذب می‌شوند. همچنین وابستگی شدیدی به خواص سنگ در این معادله دیده می‌شود، به نحوی که علاوه بر متفاوت بودن ضریب جذب برای سنگ‌های مختلف، دیده می‌شود که حتی برای سنگ‌های از یک جنس با میزان سیمان شدگی و فشردگی متفاوت نیز می‌توان ضریب جذب مختلف را مشاهده کرد.

یک موج سینوسی که در جهت مثبت محور $x$ها در حال انتشار است بصورت $\sin\left[2\pi\left(ft - kx\right)\right]$ نشان داده می‌شود که $f$، $t$، $k$ و $x$ بترتیب فرکانس زمانی، زمان، فرکانس فضایی (یا عدد موج) و فاصله می‌باشد. دوره تناوب و طول موج بترتیب بصورت روابط $T = 1/f$ و $\lambda = 1/k$ بدست می‌آیند. در مدت یک دوره تناوب، موج به اندازه یک طول موج انتشار می‌یابد، بنابراین سرعت موج برابر طول موج تقسیم بر دوره تناوب می‌باشد. سرعت موج را می‌توان بصورت هر یک از روابط (۳-۳) نشان داد.

$$V = \frac{f}{k} \quad \text{or} \quad V = \frac{\lambda}{T} \quad \text{or} \quad \frac{1}{\lambda} = \frac{f}{V}\ . \tag{۳-۳}$$

جذب یک فرآیند برگشت‌ناپذیر تبدیل انرژی الاستیک به گرما می‌باشد. جذب دامنه موج سینوسی را در هنگام انتشار کاهش می‌دهد. فاکتور کیفیت $Q$ را می‌توان بصورت رابطه (۳-۴) نشان داد [رابینسون و تریتل، ۲۰۰۸].

$$Q = \frac{\pi f}{\alpha V} = \frac{\pi}{\alpha \lambda} \tag{۳-۴}$$

مکانیسم مورد قبول عمومی برای جذب بصورت یک مدل خطی بصورت رابطه (۳-۱) است. اگر از کاهش انرژی بدلیل گسترس هندسی صرف‌نظر شود و دامنه اولیه موج $A_0$ برابر واحد فرض شود آنگاه رابطه (۳-۱) به رابطه (۳-۵) تبدیل می‌شود [رابینسون و تریتل، ۲۰۰۸].

$$A = \exp\left[-\alpha x\right] = \exp\left[-\frac{\pi f x}{QV}\right] = \exp\left[-\frac{\pi x}{Q\lambda}\right]. \tag{۳-۵}$$

رابطه (۳-۵) نشان می‌دهد که کاهش دامنه بدلیل جذب اتفاق می‌افتد. بعلاوه جذب تابعی از کمیت $x/\lambda$ می‌باشد. این کمیت فاصله انتشار موج تقسیم بر طول موج می‌باشد. برای یک زمان مشخص کاهش بیشتر برای طول موج‌های بزرگ‌تر رخ داده است. می‌توان زمان انتشار موج را به صورت $t = x/V$ نشان داد، بنابراین کاهش دامنه بدلیل جذب را می‌توان بصورت رابطه (۳-۶) بازنویسی کرد [رابینسون و تریتل، ۲۰۰۸].

$$A = \exp\left[-\frac{\pi x}{Q\lambda}\right] = \exp\left[-\frac{\pi f x}{QV}\right] = \exp\left[-\frac{\pi f t}{Q}\right]. \tag{۳-۶}$$

رابطه (۳-۶) را می‌توان بصورت رابطه (۳-۷) بازنویسی کرد.

$$A = \exp\left[-bf\right] \quad \text{with} \quad b = \frac{\pi}{Q}\frac{x}{V}. \tag{۳-۷}$$

$A$ که تابعی از فرکانس می‌باشد، نشان‌دهنده طیف دامنه فیلترجذبی زمین می‌باشد. چنانچه از دو طرف رابطه (۳-۷) لگاریتم گرفته شود، آنگاه می‌توان نوشت:

$$\log A = -bf \quad \text{with} \quad b = -\frac{\pi x}{QV}. \qquad (۳-۸)$$

همانگونه که در رابطه (۳-۸) مشاهده می‌شود، لگاریتم طیف دامنه یک خط راست با شیب $b$ می‌باشد.

روش‌های متفاوتی برای تخمین فاکتورکیفیت یا عکس آن میرایی در سه حوزه زمان، فرکانس و زمان- فرکانس ارائه شده است. در حوزه زمان فاکتور کیفیت معمولا با استفاده از کاهش دامنه موجک لرزه‌ای [بروزوسکی[۱] و مک‌مچان[۲]، ۱۹۹۲]، افزایش طول زمانی موجک [جارتانسون[۳]، ۱۹۷۹] و پهن شدن موجک [رایت[۴] و هولی[۵]، ۱۹۸۱] محاسبه می‌گردد که در همه این روش‌ها از اطلاعات دامنه موجک استفاده می‌شود.

در حوزه فرکانس روش تخمین فاکتور کیفیت شامل نسبت لگاریتمی طیف[۶] [هاگ[۷]، ۱۹۸۱؛ ریکز[۸] و وایت[۹]، ۱۹۸۴]، شیفت مرکز ثقل فرکانس[۱۰] [کوان[۱۱] و هریس[۱۲]، ۱۹۹۷] و روش شیفت قله فرکانسی[۱۳] [ژانگ[۱۴] و اولریچ[۱۵]، ۲۰۰۲] که در همه این روش‌ها نیاز به محاسبه تبدیل فوریه سیگنال ثبت شده است.

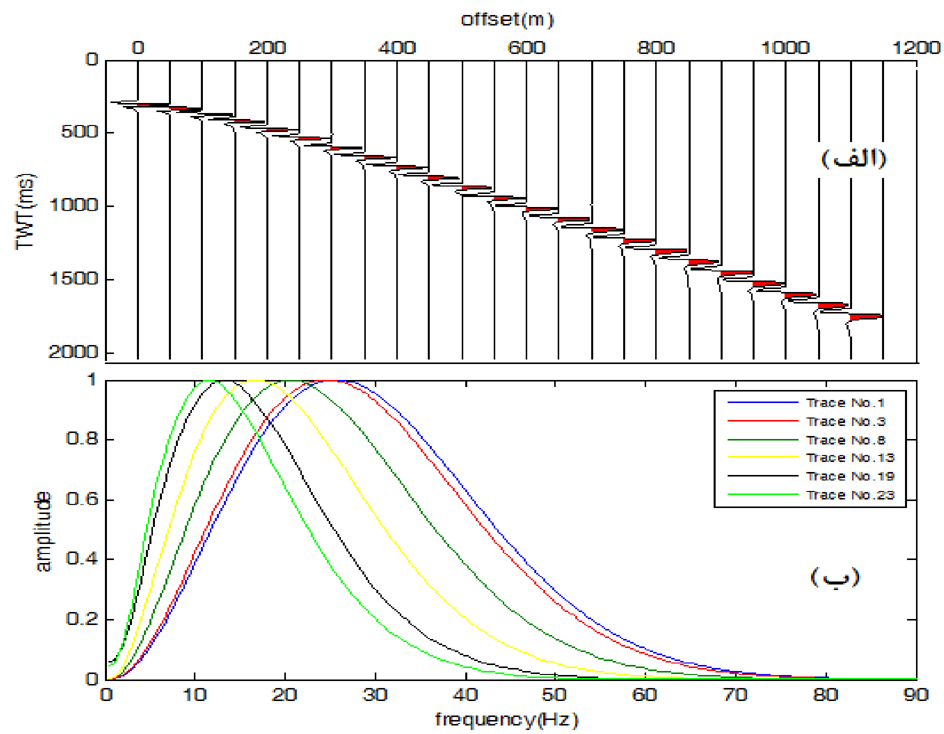
---
1 Brzostowski
2 McMechan
3 Kjartansson
4 Wright
5 Hoy
6 logarithm spectral ratio (LSR)
7 Hauge
8 Raikes
9 White
10 centroid frequency
11 Quan
12 Harris
13 peak frequency
14 Zhang
15 Ulrych

در حوزه زمان- فرکانس لی[1] و همکاران [۲۰۰۶] پیشنهاد کردند از تغییرات قله مقیاس[2] در حوزه موجک[3] برای تخمین فاکتور کیفیت استفاده شود. یان‌دونگ[4] و ژیاودونگ[5] [۲۰۰۷] از توزیع ویگنر- وایل برای تخمین ضریب جذب استفاده کردند.

از آنجایی که تبدیل‌های خطی زمان- فرکانس، تبدیل‌های پنجره‌ای هستند، با طول پنجره زمانی کوچک قدرت تفکیک زمانی بالا و قدرت تفکیک فرکانسی پایین است و با طول پنجره زمانی بزرگ، قدرت تفکیک زمانی پایین و قدرت تفکیک فرکانسی بالاست. در تبدیل‌های زمان- فرکانس غیرخطی که مهمترین آن‌ها توزیع ویگنر- وایل است، هیچ تابع پنجره‌ای وجود ندارد. بنابراین قدرت تفکیک بالایی در هر دو حوزه زمان و فرکانس بطور همزمان ارائه می‌دهند.

پایه تخمین ضریب جذب با استفاده ازتبدیل فوریه زمان کوتاه واهمامیختی براساس نتایج ژانگ و اولریچ [۲۰۰۲] می‌باشد. همانگونه که در شکل ۳-۱ مشاهده می‌شود، بخاطر منظور کردن اثر جذب (Q=20) در یک برداشت نقطه میانی مشترک[6] که با موجک ریکر[7] ۳۰ هرتز و فاصله نمونه برداری ۴ میلی‌ثانیه ساخته شده است، فرکانس قله در طیف دامنه به سمت فرکانس‌های پایین انتقال می‌یابد.

[1] Li
[2] peak scale
[3] wavelet domain
[4] Yandong
[5] Xiaodong
[6] common mid-point (CMP)
[7] ricker




شکل ۳-۱. (الف) برداشت نقطه میانی مشترک با موجک ریکر ۳۰ هرتز، فاصله زمانی نمونه‌برداری‌برداری ۴ میلی‌ثانیه و فاکتور کیفیت ۲۰ (هر ردلرزه به مقدار بیشینه خود نرمال شده است) و (ب) طیف دامنه تعدادی از ردلرزه‌های شکل (الف) بعد از نرمال شدن.

همچنین با توجه به دامنه فرکانس‌های بعد از فرکانس قله، می‌توان مشاهده کرد که اثر جذب بر روی فرکانس‌ها بالاتر بسیار چشمگیرتر از اثر آن بر روی فرکانس‌های پایین‌تر می‌باشد. بنابراین از نرخ کاهش دامنه بین فرکانس قله و نصف فرکانس نایکوئیست[1] می‌توان برای بررسی میرایی امواج لرزه‌ای با زمان استفاده کرد.

در فصل قبل تبدیل فوریه زمان کوتاه واهمامیختی را معرفی کرده و نشان دادیم که در بین تبدیل‌های زمان- فرکانس موجود از قدرت تفکیک همزمان زمانی و فرکانسی بالاتری برخوردار است. به همین دلیل از این تبدیل برای تخمین ضریب جذب استفاده می‌کنیم.

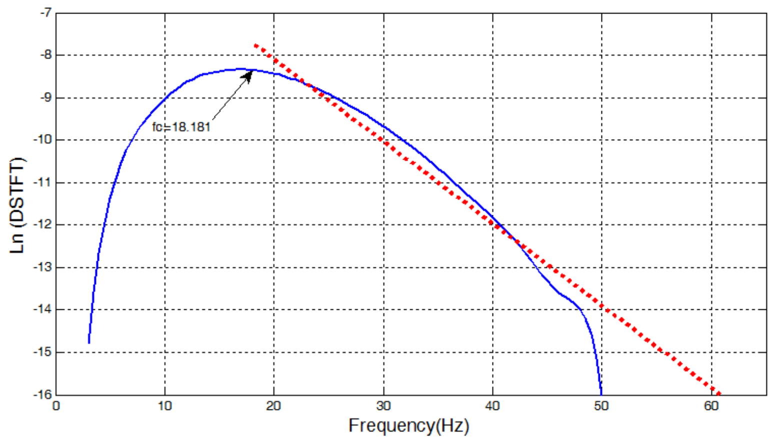
[1] Nyquist frequency

در شکل ۳-۲ لگاریتم طیف تبدیل فوریه زمان کوتاه واهمامیختی برای ردلرزه شماره ۱۳ در زمان ۱۰۲۰ میلی‌ثانیه نشان داده شده است. همانطور که مشاهده می‌شود از فرکانس قله تا حدود نصف فرکانس نایکوئیست اندازه دامنه دارای یک رفتار خطی می‌باشد، بعبارت دیگر می‌توان در این بازه یک خط را بر این داده‌ها برازش داد. شیب خط حاصل از برازش نشان دهنده نرخ تغییرات دامنه با فرکانس می‌باشد که در این مورد نرخ تغییرات کاهشی می‌باشد. با توجه به رابطه (۳-۸) مشاهده می‌شود که شیب خط با ضریب جذب یا میرایی نسبت مستقیم و با فاکتور کیفیت نسبت عکس دارد.

بمنظور پایداری روش در برابر نوفه، بجای فرکانس قله از مرکز ثقل فرکانس که با رابطه (۳-۹) نشان داده می‌شود، برای تعیین حد پایین محدوده فرکانسی برای برازش استفاده می‌گردد. این فرکانس در شکل با استفاده از یک پیکان بر روی خط آبی رنگ  مشخص شده است.

$$f_c = \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} f.DSTFT_x(t_0, f)df}{\int_{-\infty}^{+\infty} DSTFT_x(t_0, f)df}. \qquad (۳-۹)$$

که در آن، $f_c$ مرکز ثقل فرکانس می‌باشد. برای حد بالایی در برازش از نصف فرکانس نایکوئیست استفاده می‌شود. در شکل ۳-۲ خط برازش داده شده برای ردلرزه شماره ۱۳ در زمان ۱۰۲۰ میلی‌ثانیه به صورت خط‌چین قرمز رنگ نشان داده شده است.




شکل ۳-۲. لگاریتم طیف تبدیل فوریه زمان کوتاه واهمامیختی برای ردلرزه شماره ۱۳ در زمان ۱۰۲۰ میلی‌ثانیه و خط برازش داده شده بر آن در محدوده مرکز ثقل فرکانس و نصف فرکانس نایکوئیست.

با در نظر گرفتن شیب خط برازش داده شده به عنوان میرایی، می‌توان رابطه بین ضریب جذب و فرکانس را در بازه انتخاب شده بصورت رابطه (۳-۱۰) نوشت و به نوعی رابطه (۳-۵) را بازنویسی کرد [یان‌دونگ و ژیاودونگ، ۲۰۰۷].

$$DSTFT(t_0, f) = A_{f_c} e^{-\alpha f} \qquad (۳-۱۰)$$

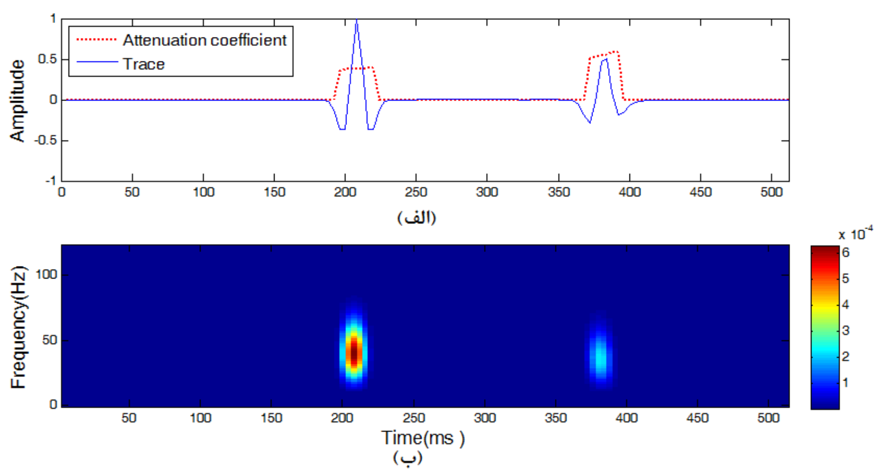
که در آن $A_{f_c}$ دامنه مرکز ثقل فرکانس در زمان $t_0$ و $\alpha$ ضریب جذب می‌باشد.

ابتدا کارایی این روش را بر روی یک ردلرزه مصنوعی شامل دو رویداد که سه محیط با ضرایب جذب مختلف را از هم جدا کرده، یک بار بدون نوفه و یک بار همراه نوفه بررسی می‌کنیم. محیط منتهی به رویداد[1] در زمان کمتر دارای جذب کمتر و محیط بین دو رویداد دارای جذب بیشتر می‌باشد.

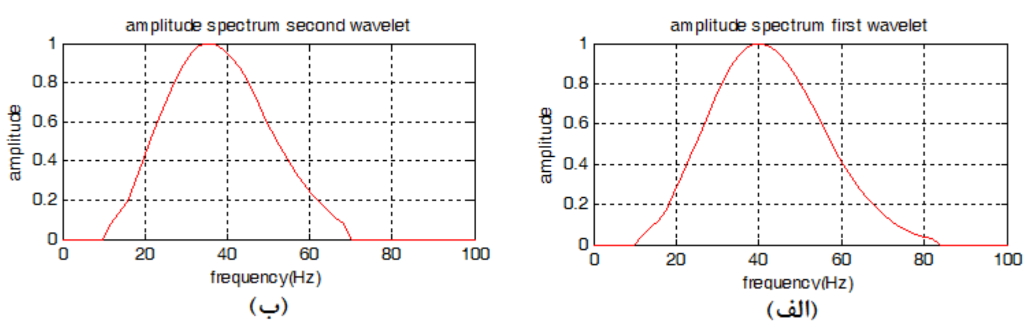
در شکل ۳-۳ (الف) و (ب) ردلرزه با رنگ آبی و تبدیل فوریه زمان کوتاه واهمامیختی برای آن نشان داده شده است. نتایج حاصل از اعمال روش بر روی ردلرزه در شکل ۳-۳ (ب) بصورت خطچین

[1] reflector

قرمز رنگ در شکل ۳-۳ (الف) نشان داده شده است. پس از اعمال روش نتیجه بدست آمده برای جذب در محیط اول به طور میانگین کمتر از ضریب جذب برای محیط بین دو رویداد بود. در شکل ۳-۴ نیز طیف دامنه برای این دو رویداد نشان داده شده است، همانگونه که دیده می‌شود اثر جذب بالاتر در رویداد دوم با انتقال قله طیف به سمت فرکانس‌های کمتر قابل مشاهده می‌باشد.

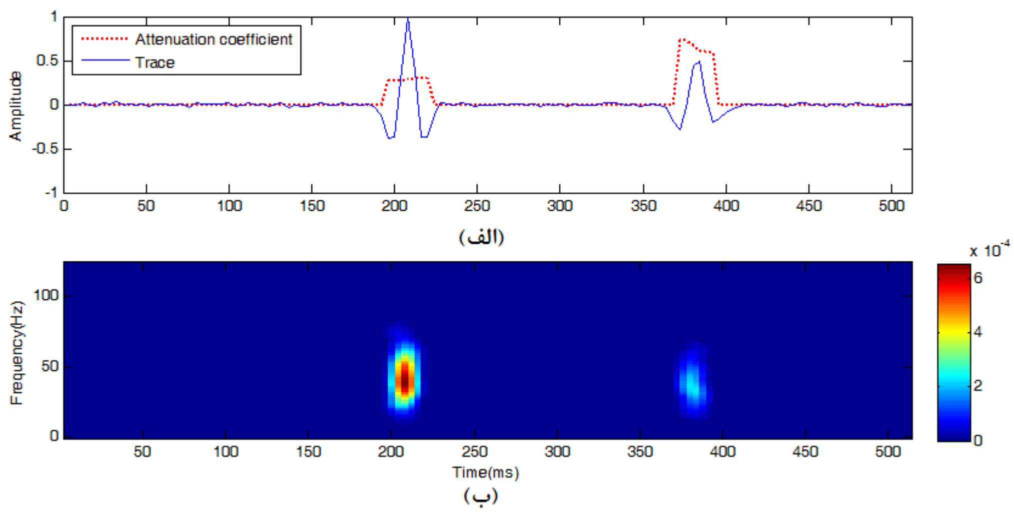



شکل ۳-۳. (الف) ردلرزه شامل دو رویداد (خط آبی رنگ) و ضریب جذب محاسبه شده برای آن (خطچین قرمز رنگ) و (ب) تبدیل فوریه زمان کوتاه واهمامیختی ردلرزه نشان داده شده در قسمت (الف).




شکل ۳-۴. طیف دامنه مربوط به رویدادهای شکل ۳-۳ (الف) در محل (الف) رویداد در زمان کمتر و (ب) رویداد در زمان بیشتر.

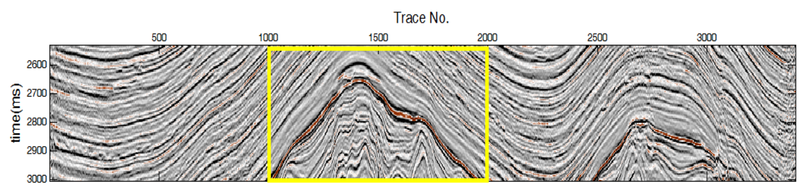
در شکل ۳-۵ نتایج برای ردلرزه حاوی نوفه نشان داده شده است. در شکل ۳-۵ (الف) ردلرزه حاوی نوفه (خط آبی رنگ) به همراه ضریب جذب محاسبه شده (خطچین قرمز رنگ) و ۳-۵ (ب) تبدیل فوریه زمان کوتاه واهمامیختی برای آن نشان داده شده است. ضریب جذب برای رویداد در زمان کمتر به طور میانگین کمتر از ضریب جذب برای رویداد در زمان بیشتر بدست آمده است. همانگونه که مشاهده می‌شود، این روش در حضور نوفه نیز توانست ضریب جذب را بخوبی تخمین بزند.



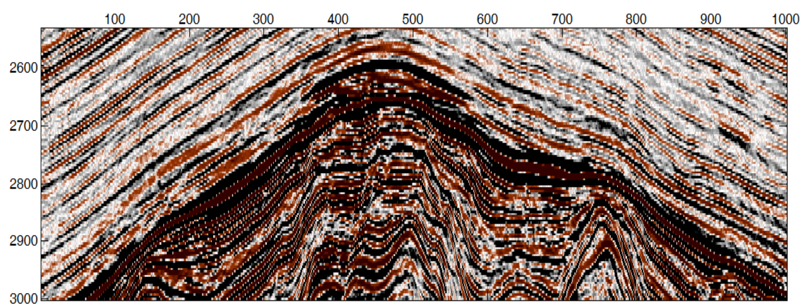

شکل ۳-۵. (الف) ردلرزه حاوی نوفه شامل دو رویداد (خط آبی رنگ) و ضریب جذب محاسبه شده برای آن (خطچین قرمز رنگ) و (ب) تبدیل فوریه زمان کوتاه واهمامیختی برای ردلرزه قسمت (الف).

این روش می‌تواند ابزار مناسبی برای شناسایی مناطقی که از ضریب جذب بالایی برخوردارند مانند محیط‌هایی حاوی سنگ‌های خردشده و مخازن هیدروکربنی مورد استفاده قرار گیرد. چون در این محیط‌ها ضریب جذب نسبت به مناطق اطراف آن مقدار بیشتری را دارا می‌باشد، می‌توان آن‌ها را در مقاطع لرزه‌ای شناسایی نمود. بمنظور بررسی کارایی الگوریتم بر روی داده واقعی، این روش را بر روی

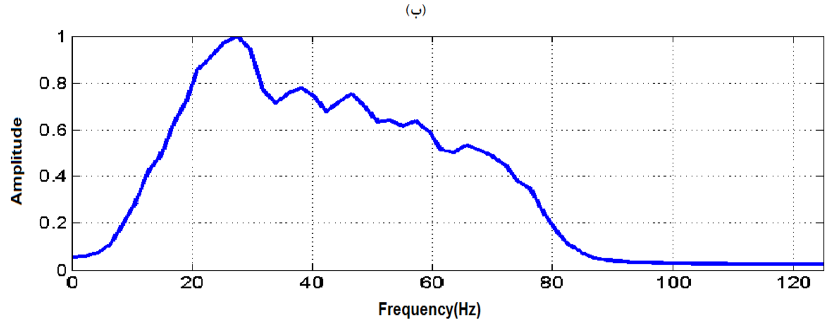
خط گیرنده[1] ۴۱۰ از داده‌های سه‌بعدی برداشت شده بر روی یکی از میادین گازی دریای خزر در محدوده زمانی ۲۵۳۰ میلی‌ثانیه و ۳۰۰۲ میلی‌ثانیه، انجام دادیم. داده‌ها کوچ داده شده زمانی پس از برانبارش[2] می‌باشند. داده‌های اصلی و قسمت جدا شده آن در شکل ۳-۶ نشان داده شده است. داده‌ها با فاصله زمانی نمونه‌برداری‌برداری ۴ میلی‌ثانیه برداشت شده‌اند. همانگونه که در شکل ۳-۶ (ج) مشاهده می‌شود، محدوده فرکانسی داده‌ها بین ۱۰ تا ۸۰ هرتز می‌باشد.




(الف)




(ب)

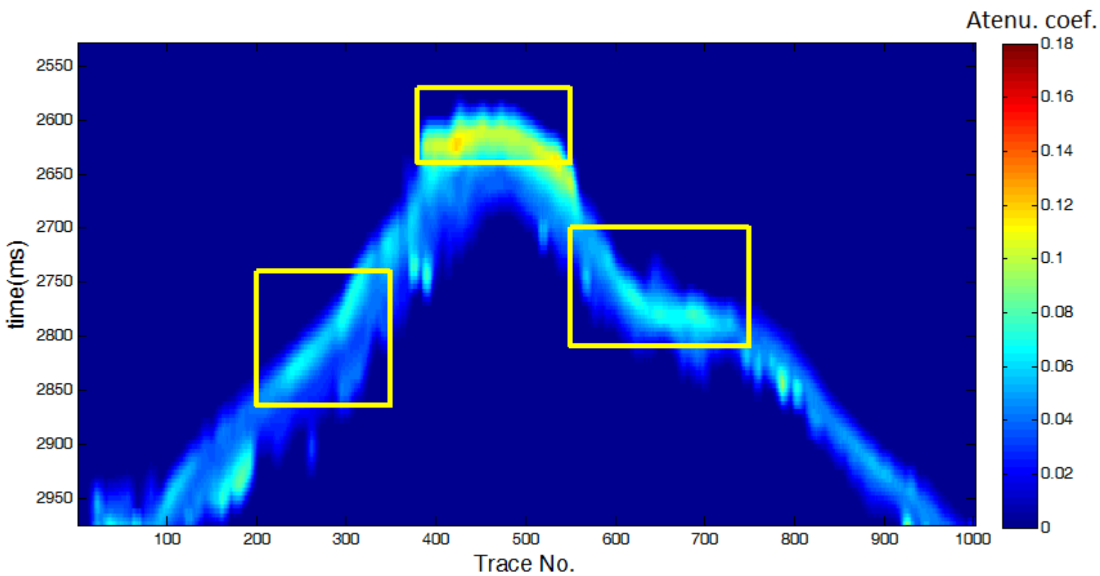



(ج)

شکل ۳-۶. (الف) مقطع لرزه‌ای حاصل از خط گیرنده ۴۱۰، (ب) مقطع مورد استفاده برای محاسبه ضریب جذب و (ج) طیف دامنه میانگین قسمت (ب).

---
[1] inline
[2] post stack time migration (PSTM)

محاسبه ضریب جذب را با استفاده از تبدیل فوریه زمان کوتاه واهمامیختی برای مقطع نشان داده شده در شکل ۳-۶ (ب) در اطراف لایه مخزنی انجام دادیم. نتایج حاصل در شکل ۳-۷ نشان داده شده است. مناطقی که در شکل ۳-۷ با مربع زرد رنگ مشخص شده‌اند، مناطقی با ضریب جذب بالا را نشان می‌دهند. با توجه به این که حضور گاز می‌تواند ضریب جذب را به مقدار قابل توجهی افزایش دهد، لذا این محیط‌ها که نسبت به مناطق اطراف از ضریب جذب بالاتری برخوردار هستند، کاندیدای حضور گاز می‌باشند.




شکل ۳-۷. نتایج بدست آمده حاصل از اعمال روش برای بدست آوردن ضریب جذب بر روی مقطع شکل ۳-۶ (ب).

## ۲-۳ محاسبه ضریب جذب نسبی با استفاده از تبدیل فوریه زمان کوتاه واهمامیختی

پایه محاسبه ضریب جذب نسبی با استفاده از نتایج گو[1] و استیوارت[2] [۲۰۰۶] می‌باشد. برای موج فرودی با طیف دامنه $S(f)$ و پاسخ محیط $G(f)H(f)$، می‌توان طیف دامنه بازتابی $R(f)$ حاصل را بصورت رابطه (۳-۱۱) نوشت [گو و استیوارت، ۲۰۰۶].

$$R(f) = G(f)H(f)S(f) \tag{۳-۱۱}$$

که در آن، $G(f)$ شامل گسترش هندسی، پاسخ وسایل[3]، جفت‌شدگی[4] گیرنده و منبع، ضریب عبور، ضریب بازتاب و تغییرات فاز بدلیل انتشار می‌باشد. $H(f)$ اثرات جذب در دامنه را نشان می‌دهد. جذب معمولا به فرکانس متناسب است بنابراین می‌توان $H(f)$ را بصورت رابطه (۳-۱۲) نوشت [گو و استیوارت، ۲۰۰۶].

$$H(f) = \exp\left(-f\int_l \alpha_0 dl\right) \tag{۳-۱۲}$$

که در آن، $\alpha_0$ ضریب جذب و انتگرال بر روی مسیر انتشار پرتو گرفته می‌شود.

چنانچه طیف دامنه منبع بصورت توزیع گوسی باشد، آنگاه برای طیف دامنه موج دریافتی می‌توان نوشت [گو و استیوارت، ۲۰۰۶]:

$$S(f) = \exp\left[-\frac{\left(f-f_s\right)^2}{2\sigma_s^2}\right], \tag{۳-۱۳}$$

---
[1] Gu
[2] Stewart
[3] instrument response
[4] coupling

$$R(f)=A\exp\left[-\frac{\left(f-f_R\right)^2}{2\sigma_s^2}\right], \qquad (۱۴-۳)$$

$$f_R=f_s-\sigma_s^2\int_l \alpha_0 dl, \qquad (۱۵-۳)$$

$$f_d=2f_s\sigma_s^2\int_l \alpha_0 dl-\left(\sigma_s^2\int_l \alpha_0 dl\right)^2, \qquad (۱۶-۳)$$

$$A=G\exp\left[-\frac{f_d}{2\sigma_s^2}\right]. \qquad (۱۷-۳)$$

که در آن، $f_s$ مرکز ثقل فرکانس و $\sigma_s^2$ واریانس[1] طیف دامنه موج فرودی و $f_R$ مرکز ثقل فرکانس در طیف دامنه بازتابی می‌باشد. رابطه (۳-۱۵) نشان می‌دهد که مرکز ثقل فرکانس در حین انتشار به سمت فرکانس‌های پایین‌تر حرکت می‌کند.

اگر اختلاف طیف دامنه بازتابی دو فرکانس مختلف با ضریب جذب رابطه داشته باشد، آنگاه از رابطه (۳-۱۳) می‌توان مشاهده کرد که تغییرات طیف دامنه بدلیل جذب طیف دامنه موج فرودی را شامل نمی‌شود، بنابراین اختلاف طیف دامنه برای دو فرکانس مختلف موج فرودی باید صفر باشد و تنها اختلاف طیف دامنه موج فرودی برای فرکانس‌هایی که بطور متقارن نسبت به مرکز ثقل فرکانس قرار دارند، صفر می‌شود. بنابراین اختلاف طیف دامنه بازتابی دو فرکانس مختلف که درطیف دامنه موج فرودی نسبت به مرکز ثقل فرکانس بصورت متقارن قرار دارند را می‌توان با تغییرات طیف دامنه بازتابی بدلیل ضریب جذب متناسب دانست [گو و استیوارت، ۲۰۰۶].

[1] variance

چنانچه $\Delta f$ اختلاف بین یک فرکانس و مرکز ثقل فرکانس باشد، آنگاه براساس رابطه (۳-۱۴)، $\Delta R\left(\Delta f\right)$ رامی‌توان بصورت رابطه (۳-۱۸) نوشت.

$$\begin{aligned} \Delta R\left(\Delta f\right) &= R(f_s - \Delta f) - R(f_s - \Delta f) \\ &= A\exp\left[-\frac{\left(f_s - \Delta f - f_R\right)^2}{2\sigma_s^2}\right] - A\exp\left[-\frac{\left(f_s + \Delta f - f_R\right)^2}{2\sigma_s^2}\right] \end{aligned} \quad (۱۸-۳)$$

اگر مسافت انتشار موج $L$ و ضریب جذب در این مسافت ثابت باشد، آنگاه رابطه (۳-۱۵) را می‌توان بصورت رابطه (۳-۱۹) بازنویسی کرد.

$$f_R = f_s - \sigma_s^2 L\alpha_0 \quad (۱۹-۳)$$

آنگاه با استفاده از رابطه (۳-۱۸) و (۳-۱۹) می‌توان $\Delta R\left(\Delta f\right)$ را بصورت رابطه (۳-۲۰) بازنویسی کرد [گو و استیوارت، ۲۰۰۶].

$$\Delta R\left(\Delta f\right) = A\exp\left[-\frac{\left(\alpha_0 L\sigma_s^2 - \Delta f\right)^2}{2\sigma_s^2}\right]\left[1 - \exp\left(-2L\alpha_0\Delta f\right)\right]. \quad (۲۰-۳)$$

ضریب جذب معمولا از مرتبه $10^{-5}$ می‌باشد و ضخامت لایه هدف معمولا کم است، بنابراین می‌توان از $\alpha_0 L\sigma_s^2$ در مقابل $\Delta f$ صرفنظر کرد و مقدار $2L\alpha_0\Delta f << 1$ می‌شود، بنابراین رابطه (۳-۲۰) به رابطه (۳-۲۱) کاهش می‌یابد.

$$\Delta R\left(\Delta f\right) \approx 2AL\alpha_0\Delta f\exp\left[-\frac{\Delta f^2}{2\sigma_s^2}\right] \quad (۲۱-۳)$$

اگر از توان‌های بالای $\alpha_0$ صرفنظر شود، رابطه (۳-۱۶) را می‌توان بصورت رابطه (۳-۲۲) ساده‌سازی کرد.

$$f_d = 2f_s\sigma_s^2 L\alpha_0 \tag{۳-۲۲}$$

با قرار دادن رابطه (۳-۲۲) در رابطه (۳-۱۷) می‌توان نوشت:

$$A = G\exp\left(-f_s L\alpha_0\right) \approx G\left(1 - f_s L\alpha_0\right) \tag{۳-۲۳}$$

با قرار دادن رابطه (۳-۲۳) در رابطه (۳-۲۱) و صرفنظر از توان‌های بالای $\alpha_0$ می‌توان اختلاف طیف دامنه بازتابی و ضریب جذب روابط (۳-۲۴) و (۳-۲۵) را نوشت.

$$\Delta R\left(\Delta f\right) \approx 2GL\Delta f\alpha_0 \exp\left[-\frac{\Delta f^2}{2\sigma_s^2}\right] \tag{۳-۲۴}$$

و

$$\alpha_0 \approx \frac{\Delta R\left(\Delta f\right)}{2GL\Delta f}\exp\left[\frac{\Delta f^2}{2\sigma_s^2}\right] \tag{۳-۲۵}$$

رابطه (۳-۲۵) نشان می‌دهد که اختلاف طیف دامنه بازتابی برای فرکانس‌هایی که نسبت به مرکز ثقل فرکانس در طیف دامنه فرودی قرار دارند را می‌توان برای محاسبه ضریب جذب استفاده کرد. در رابطه (۳-۲۵)، $\Delta f$ بهینه را برای اینکه اختلاف طیف دامنه بازتابی برای فرکانس‌های $f - \Delta f$ و $f + \Delta f$ بیشینه شود، با مشتق‌گیری از رابطه (۳-۲۵) برحسب $\Delta f$ می‌توان محاسبه کرد. بنابراین می‌توان نوشت [گو و استیوارت، ۲۰۰۶]:

$$\frac{\partial}{\partial \Delta f}\left[\Delta R\left(\Delta f\right)\right] = \frac{\partial}{\partial \Delta f}\left\{A\exp\left[-\frac{\left(\alpha_0 L\sigma_s^2 - \Delta f\right)^2}{2\sigma_s^2}\right]\left[1 - \exp\left(-2L\alpha_0\Delta f\right)\right]\right\} = 0 \tag{۳-۲۶}$$

بنابراین باید رابطه (۳-۲۷) برقرار باشد.

$$\left[1-\exp\left(-2\alpha_0 L\Delta f\right)\right]\left(\alpha_0 L-\frac{\Delta f}{\sigma_s^2}\right)+2\alpha_0 L\exp\left(-2\alpha_0 L\Delta f\right)=0 \qquad (۲۷-۳)$$

چون کمیت $2L\alpha_0\Delta f << 1$ می‌باشد، می‌توان رابطه (۳-۲۷) را ساده کرد و رابطه تصحیح شده را بصورت (۳-۲۸) نوشت و آنگاه $\Delta f$ بصورت رابطه (۳-۲۹) بدست می‌آید [گو و استیوارت، ۲۰۰۶].

$$\Delta f^2+\alpha_0 L\sigma_s^2\Delta f-\sigma_s^2=0 \qquad (۲۸-۳)$$

$$\Delta f=-\alpha_0 L\sigma_s^2/2+\sigma_s\sqrt{1+L^2\alpha^2/4}\approx\sigma_s \qquad (۲۹-۳)$$

رابطه (۳-۲۵) و (۳-۲۹) نشان می‌دهند که اختلاف طیف دامنه بازتابی دو فرکانس که نسبت به مرکز ثقل فرکانس بطور متقارن قرار دارند، تطابق دارد و جدایی آن‌ها از هم نیز دو برابر انحراف معیار امواج فرودی است. بنابراین برای ضریب جذب رابطه (۳-۳۰) را می‌توان نوشت.

$$\alpha_0\approx\frac{R\left(f_s-\sigma_s\right)-R\left(f_s+\sigma_s\right)}{2GL\sigma_s\exp\left(-0.5\right)} \qquad (۳۰-۳)$$

مخرج کسر در رابطه (۳-۳۰) را با تقریب خوبی در لایه مورد مطالعه می‌توان ثابت فرض کرد، بنابراین از اختلاف طیف دامنه بازتابی حاصل دو فرکانس می‌توان برای محاسبه ضریب جذب نسبی استفاده کرد.

در مطالعات لرزه‌ای امواج فرودی را معمولا بصورت موجک ریکر فرض می‌کنند و در مرحله پردازش داده‌های لرزه‌ای حاصل از عملیات صحرایی، واهمامیخت با فاز صفر یا فاز مینیمم بر روی داده‌ها انجام می‌شود. بنابراین موجک لرزه‌ای شبیه موجک ریکر می‌باشد. در جدول ۳-۱ برای موجک ریکر با فرکانس‌های مختلف، مرکز ثقل فرکانس و انحراف از معیار حاصل موجک ریکر که دامنه آن با استفاده از

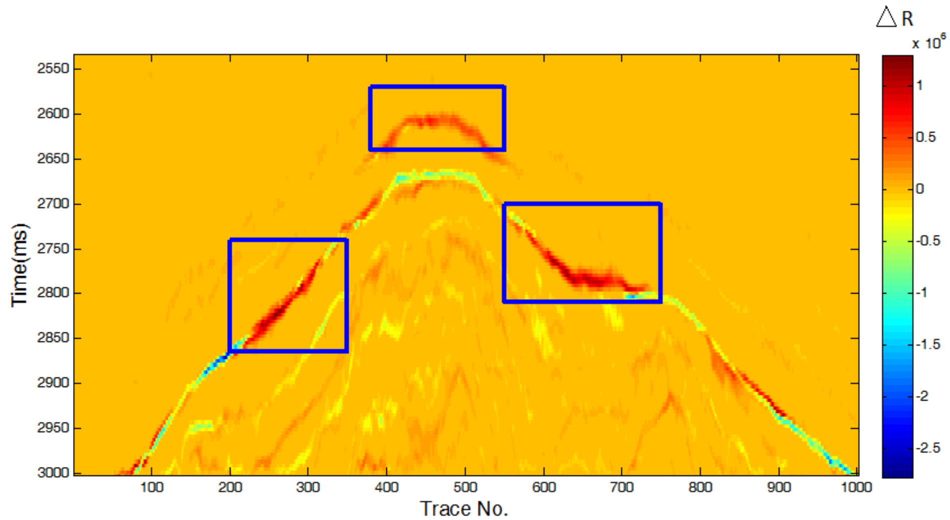
یک توزیع گوسی مدوله شده، آورده شده است. مرکز ثقل فرکانس به فرکانس غالب نزدیک می‌باشد که نشان دهنده این است که حالت طیف دامنه شبیه حالت گوسی می‌باشد و می‌توان بدون کم شدن از عمومیت از آن برای محاسبه ضریب جذب استفاده کرد.

جهت بررسی کارآیی روش بر روی داده واقعی از مقطع نشان داده شده در شکل ۳-۶ استفاده کردیم. با توجه به شکل ۳-۶ می‌بینیم که دامنه غالب مربوط به فرکانس ۲۷/۳۵ هرتز می‌باشد. مرکز ثقل فرکانس و انحراف معیار برای موجک ریکر با فرکانس ۲۷/۳۵ هرتز بترتیب برابر ۳۰/۷۵ هرتز و ۱۰/۲۷ هرتز می‌باشد.

جدول۳-۱. فرکانس غالب موجک ریکر، مرکز ثقل فرکانس و انحراف از معیار آن برای وقتی که دامنه موجک ریکر با توزیع گوسی مدوله شده باشد [گو و استیوارت، ۲۰۰۶].

| No. | Dominant frequency | Centroid frequency | Standard deviation |
|---|---|---|---|
| 1 | 25 | 26.2 | 11.7 |
| 2 | 30 | 31.2 | 14.3 |
| 3 | 35 | 36.5 | 16.5 |
| 4 | 40 | 41.7 | 19.1 |

اختلاف طیف دامنه بازتابی برای دو فرکانس ۴۱ هرتز و ۲۰ هرتز بیان کننده میزان جذب در محیط می‌باشد. شکل ۳-۸ نتایج اختلاف طیف دامنه بازتابی حاصل از اعمال تبدیل فوریه زمان کوتاه واهمامیختی برای دو فرکانس ذکر شده، نشان داده شده است. مکان‌هایی که در شکل با استفاده از کادر مستطیل شکل مشخص شده است، نشان دهنده محل‌های آنومالی می‌باشد. این محل‌ها با نتایج حاصل از محاسبه ضریب جذب در شکل ۳-۷ همخوانی بالایی دارد و درستی نتایج بدست آمده را تایید می‌کند.




شکل ۳-۸. اختلاف طیف دامنه بازتابی حاصل از فرکانس‌های ۴۱ هرتز و ۲۰ هرتز، مستطیل قرمز رنگ محل‌های با جذب نسبی بالا را نشان می‌دهد.

## ۳-۳ آشکارسازی سایه‌های فرکانس پایین[1] با استفاده از تبدیل فوریه زمان کوتاه واهمامیختی

تجزیه طیفی به عنوان یک ابزار قدرتمند در پردازش و تفسیر داده‌های لرزه‌ای مورد استفاده قرار می‌گیرد. نشانگرهای متفاوتی که از روش تجزیه طیفی استخراج می‌شوند، در تفسیر مقاطع لرزه‌ای کاربرد وسیعی دارند. یکی از این نشانگرها که در اکتشاف منابع هیدروکربن بخصوص منابع گازی استفاده می‌شود، مقاطع تک‌فرکانس می‌باشد که به وسیله آن می‌توان سایه‌های فرکانس پایین را که به عنوان نشانگر مستقیم منابع گازی شناخته می‌شود، استخراج کرد. سایه‌های فرکانس پایین به دلیل تضعیف انرژی فرکانس‌های بالا توسط مخازن هیدروکربن رخ می‌دهد. تبدیل‌های زمان-فرکانس متفاوتی از قبیل

[1] low frequency shadows

تبدیل فوریه زمان کوتاه (STFT)، توزیع ویگنر-وایل، تبدیل S و ... برای این منظور قابل استفاده می‌باشد. در این رساله ما از تبدیل فوریه زمان کوتاه واهمامیختی برای نیل به این هدف استفاده می‌کنیم.

تضعیف امواج لرزه‌ای که از داخل مخازن نفتی و گازی عبور می‌کنند، تابعی از خصوصیات سنگ مخزن است. این تضعیف بصورت کاهش انرژی فرکانس‌های بالا مشاهده می‌شود و این آنومالی‌های تضعیف می‌توانند شاخص مهم هیدروکربن باشند. هنگامی که امواج لرزه‌ای از مخزن هیدروکربنی عبور می‌کند، در اثر میرایی ناشی از سیالات مخزنی دچار افت انرژی می‌شود. این اثر با عنوان سایه فرکانس پایین شناخته می‌شود [کستگنا[1] و همکاران، ۲۰۰۳]. این اثر در شناسایی منابع گازی از اهمیت بسیار بالایی برخوردار است. مقایسه مقاطع لرزه‌ای تک‌فرکانس متفاوت (فرکانس بالا و پایین) می‌تواند برای آشکارسازی سایه‌های فرکانس پایین که توسط مخازن هیدروکربن ایجاد شده‌اند، بکار رود. اثر سایه فرکانس پایین بصورت ناهنجاری‌های با دامنه بالایی در فرکانس پایین مشاهده می‌شود که در فرکانس بالا وجود ندارند [ذبیحی و سیاه‌کوهی، ۱۳۸۴].

سایه‌های فرکانس پایین معمولا در محل مخازن گاز طبیعی مشاهده می‌شوند. عبارت سایه بدلیل کم شدن فرکانس امواج لرزه‌ای بلافاصله در زیر افق[2] مخزن می‌باشد و احتمالا بدلیل تضعیف انرژی در فرکانس‌های بالا در مخزن گازی می‌باشد. انرژی که از میان مخزن عبور می‌کند به فرکانس‌های پایین منتقل می‌شود، بنابراین بازتاب در زیر مخزن یک رفتار غیرعادی را در فرکانس‌های پایین از خود نشان می‌دهد. بنابراین سایه‌های فرکانس پایین را می‌توان به نوعی نشانگر مستقیمی از مخازن عیدروکربن دانست.

---

[1] Castagna
[2] horizon

لی [۲۰۰۶] روشی را با استفاده از تبدیل موجک پیوسته برای آشکارسازی مخازن گاز با ضخامت زیاد ارائه کرد. تا کنون دلیل اثبات شده‌ای برای پدیده سایه‌های فرکانس پایین ارائه نشده است. تعداد زیادی از محققان از مفهوم جذب برای توضیح سایه‌های فرکانس پایین استفاده کرده‌اند، چون تضعیف رفتاری شبیه یک فیلتر پایین‌گذر دارد [تای[1] و همکاران، ۲۰۰۹].

تضعیف فرکانس‌های بالا نسبت به فرکانس‌های پایین در مخازن نفت و گاز بیشتر است. با این حال باز هم توضیح شرح سایه‌های مشاهده شده در مخازن گاز با ضخامت کم مشکل است، زیرا مسیر انتشار موج در این مخازن به اندازه‌ای نیست تا بتوان انتقال طیف انرژی را از فرکانس‌های بالا به فرکانس‌های پایین توضیح داد. علاوه بر تضعیف ذاتی می‌توان دیگر دلایل را بصورت زیر بیان کرد که می‌توانند باعث ایجاد سایه‌های فرکانس پایین شوند [کستگنا و همکاران، ۲۰۰۳]:

- برانبارش[2] در امواج عرضی تبدیل شده[3] و بازتاب‌های چندگانه[4] از نوع گام مورچه[5]
- کشیدگی[6] حاصل از تصحیح برون راند نرمال[7] در دورافت‌های دور
- تصحیح برون راند غیر صحیح و ناکافی بودن فرکانس‌های بالا در برانبارش
- واهمامیخت متغیر با زمان.

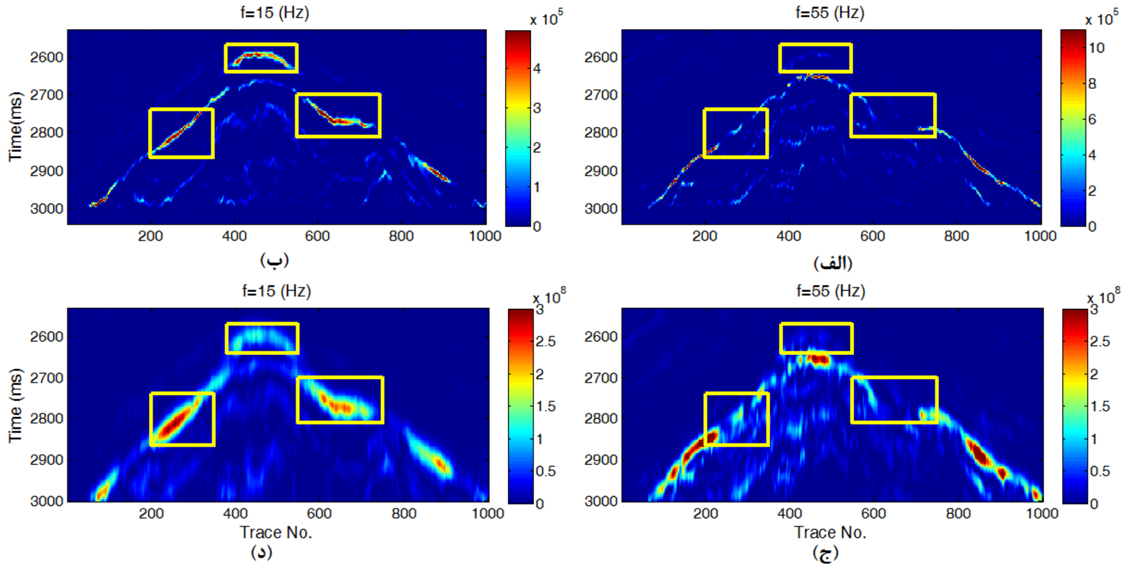
اگر سایه‌های فرکانس پایین تنها بدلیل جذب در مخازن فرض شود، می‌توان با جبران مولفه‌های فرکانس بالا با استفاده از فیلتر معکوس فاکتور کیفیت[8] آن را جبران کرد. ولی وانگ [۲۰۰۷] نشان داد که

---

[1] Tai
[2] stacking
[3] converted shear wave
[4] multiple
[5] peg-leg
[6] stretching
[7] normal move out (NMO)
[8] inverse Q-filtering

بعد اعمال فیلتر معکوس فاکتور کیفیت باز هم سایه‌های فرکانس پایین در محل مورد نظر وجود دارد [تای و همکاران، ۲۰۰۹].

بمنظور بررسی کاربرد روش بر روی داده‌های واقعی قسمتی از داده‌های لرزه‌ای دریای خزر که در شکل ۳-۶ نشان داده شده است را استفاده کردیم. تجزیه طیفی با دو روش تبدیل فوریه زمان کوتاه و تبدیل فوریه زمان کوتاه واهمامیختی بر روی داده لرزه‌ای مورد نظر اعمال گردید. با توجه به محدوده فرکانسی داده‌ها (بین ۱۰ تا ۸۰ هرتز) دو فرکانس ۱۵ و ۵۵ هرتز برای تهیه مقاطع تک فرکانس انتخاب گردیدند [لی و ژنگ، ۲۰۰۸]. سپس مقاطع تک فرکانس در آن فرکانس‌ها از نتایج تجزیه طیفی بدست آمده استخراج گردید که در شکل ۳-۹ نشان داده شده است. حضور ناهنجاری‌های فرکانس پایین (۱۵ هرتز) با دامنه بالا و تضعیف آن در فرکانس بالا (۵۵ هرتز) که به پدیده سایه فرکانس پایین شناخته می‌شود، بیانگر حضور گاز می‌باشد. محل پدیده سایه فرکانس پایین با مستطیل زرد رنگ در شکل ۳-۹ نشان داده شده‌اند. از طرفی بوضوح قدرت تفکیک بالای تبدیل فوریه زمان کوتاه واهمامیختی کاملا در شکل ۳-۹ مشهود می‌باشد.




شکل ۳-۹. مقاطع تک فرکانس از مقطع شکل۳-۶، مقاطع تک فرکانس (الف) ۵۵ هرتز و (ب) ۱۵ هرتز با استفاده از تبدیل فوریه زمان کوتاه واهمامیختی و (ج) ۵۵ هرتز و (د) ۱۵ هرتز با استفاده ازتبدیل فوریه زمان کوتاه. مستطیل زرد رنگ محل پدیده سایه فرکانس پایین را نشان می‌دهد.

## ۳-۴ شناسایی کانال مدفون[۱] با استفاده از تبدیل فوریه زمان کوتاه واهمامیختی

در طی چند دهه اخیر اهداف اکتشافی به سمت مخازن موجود درلایه‌های نازک و لیتولوژیکال[۲] حرکت کرده است. به صورت متداول تعدادی از روش‌های لرزه‌ای مانند معکوس‌سازی[۳]، آنالیز چند نشانگری، مدل‌سازی ساختاری سه‌بعدی و نمایش[۴] سه‌بعدی را برای توصیف توزیع مخازن، سنگ‌شناسی ویژگی‌های فیزیکی و نوع سیال می‌توان مورد استفاده قرار داد. ضخامت یکی از کلیدی‌ترین مشخصات در مطالعه مخازن می‌باشد. وایدز[۵] [۱۹۷۳] مطالعه وسیعی را بر روی لایه‌های نازک و اثرات این لایه‌ها در

[1] burial channel
[2] lithological
[3] inversion
[4] visualization
[5] Widess

بازتاب امواج لرزه‌ای انجام داد و به این نتیجه رسید که حد قدرت تفکیک قائم برای مطالعات لرزه‌ای ۰/۲۵ طول موج می‌باشد.

در ادامه دو نشانگر فرکانس بیشینه[1] و دامنه متناظر[2] [مارفورت[3] و کرلین[4]، ۲۰۰۱] را برای مطالعه لایه‌های نازک پیشنهاد می‌کنیم. نشانگر فرکانس بیشینه مستقیما با ضخامت لایه نازک رابطه دارد و دامنه فرکانس بیشینه، پاسخ موج نسبت به لایه نازک می‌باشد.

کانال‌ها ساختارهایی هستند که در مقطع قائم حالت v شکل و u شکل از خود نشان می‌دهند و بصورت میان‌برهایی[5] در لایه‌هایی که از قبل تشکیل شده‌اند قرار می‌گیرند. کانال‌ها بوسیله رسوبات پر می‌شوند که عمدتا بصورت جریانی[6] می‌باشند ولی در بعضی از حالات این پرشدن با حرکت رسوبات[7] نیز اتفاق می‌افتد. کانال‌ها ممکن است بوسیله رسوباتی که از لایه‌های متفاوت هستند، پر شوند. کانال‌هایی که در روی سطح زمین دارای رخنمون[8] هستند، ابعاد عمقی و عرضی از چند سانتیمتر تا چندین متر را دارا می‌باشند. کانال‌ها در اغلب موارد در رسوبات رودخانه‌ای[9]، توربیدایتی[10] و جزرومدی[11] دیده می‌شوند. کانال‌ها به عنوان ساختارهایی که ممکن است بر روی تراوایی[12] و تخلخل[13] مخازن هیدروکربن اثر گذار باشند، یکی از مهم‌ترین اکتشافات چینه‌شناسی را تشکیل می‌دهند [بوگز[14]، ۲۰۰۶] .

---

1 peak frequency
2 peak amplitude
3 Marfurt
4 Kirlin
5 cut across
6 current
7 mass movement
8 outcrop
9 fluvial sediment
10 turbidite sediment
11 tidal sediment
12 permeabillity
13 porosity
14 Boggs

یکی از کاربردهای مهم تبدیل‌های زمان- فرکانس در مطالعات لرزه‌شناسی اکتشافی، بررسی لایه‌های نازک و شناسایی آن‌ها می‌باشد. در ادامه، از تبدیل فوریه زمان کوتاه واهمامیختی و خواص تداخلی امواج در لایه‌های نازک در شناسایی کانال‌های مدفون استفاده کرده‌ایم.

می‌توان کانال را مانند یک لایه نازک فرض کرد، در نتیجه پاسخ کانال را نسبت به امواج لرزه‌ای به صورت رابطه (۳-۳۱) می‌توان نوشت [هان[1] و همکاران، ۲۰۱۱].

$$y(t) = r_1 f(t) + t_1 r_2 f(t+\tau) \qquad (۳\text{-}۳۱)$$

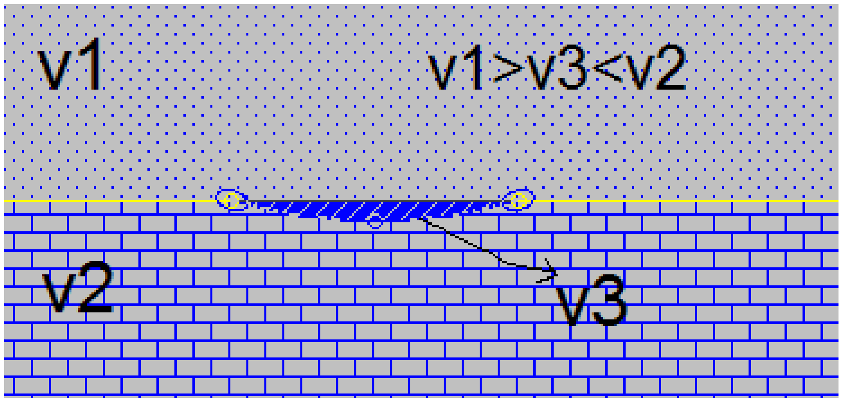
که در آن، $f(t)$ موجک لرزه‌ای است که به کانال می‌رسد، $r_1$ ضریب بازتاب از سطح کانال، $t_1$ ضریب عبور از سطح کانال، $r_2$ ضریب بازتاب از کف کانال و $\tau$ ضخامت کانال می‌باشد. طیف بازتابی از کانال به صورت رابطه (۳-۳۲) می‌باشد.

$$Y(i\omega) = (r_1 + t_1 r_2 e^{-i\omega\tau}) F(i\omega) \qquad (۳\text{-}۳۲)$$

که در آن، $F(i\omega)$ تبدیل فوریه $f(t)$ می‌باشد. در حقیقت لایه نازک یا همان کانال برای موج فرودی به کانال نقش یک فیلتر را بازی می‌کند. اگر $r_1 = -r_2 = 1$ و ضریب عبور نزدیک به ۱ باشد به عبارت دیگر مطابق شکل ۳-۱۰ سرعت در داخل کانال نسبت به لایه‌های بالایی و پایینی کمتر باشد، آنگاه تابع تبدیل و طیف دامنه پاسخ ضربه واحد فیلتر مذکور را می‌توان بصورت رابطه (۳-۳۳) نوشت [هان و همکاران، ۲۰۱۱]:

$$k(i\omega) = \frac{Y(i\omega)}{F(i\omega)} = (1 - e^{-i\omega\tau}) \quad \text{and} \quad |k(i\omega)| = [2 - 2\cos(\omega\tau)]^{1/2} \qquad (۳\text{-}۳۳)$$

[1] Han



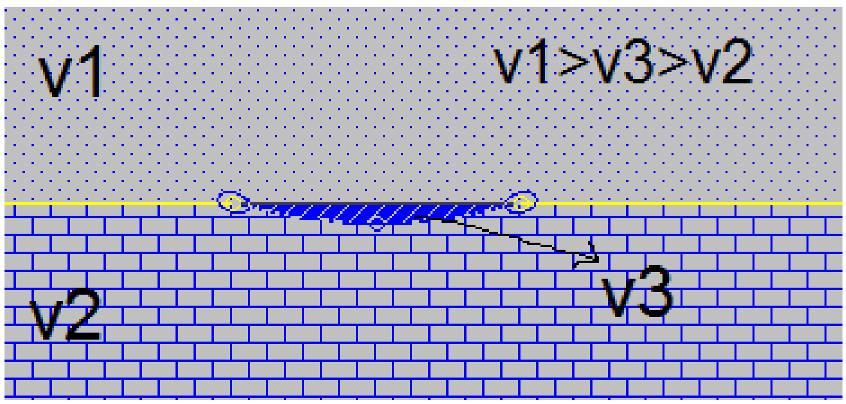

شکل ۳-۱۰. مدل زمین‌شناسی مربوط به حالت $r_1 = r_2 = -1$.

از رابطه (۳-۳۳) می‌توان نشان داد که بیشینه دامنه در فرکانس‌های $\omega = 2\pi(n+0.5)\,/\,\tau$ و اولین بیشینه در $\pi\,/\,\tau$ رخ می‌دهد. در نتیجه می‌توان از اولین بیشینه فرکانس برای تخمین ضخامت لایه نازک استفاده کرد. در این حالت چون دو موجکی که به گیرنده‌ها می‌رسند دارای اختلاف فاز ۱۸۰ درجه می‌باشند، در لبه‌های کانال تداخل ویرانگر رخ می‌دهد و حداقل دامنه را می‌توان انتظار داشت. با حرکت به سمت مرکز کانال بدلیل دور شدن از حالت تداخل ویرانگر، دامنه افزایش می‌یابد که این افزایش دامنه با ضخامت کانال ارتباط مستقیم دارد. در حالت خاص چنانچه در مرکز کانال اختلاف فاز مضرب صحیحی از طول موج باشد (دو موجک هم‌فاز باشند) تداخل سازنده رخ می‌دهد و بیشینه دامنه را در مرکز کانال خواهیم داشت. با این وجود بدلیل افزایش طول زمانی موجک در اثر تداخل، فرکانس غالب با حرکت از لبه به سمت مرکز کانال کاهش می‌یابد.

حال اگر $r_1 = r_2 = 1$ و ضریب عبور نزدیک به ۱ باشد، به عبارت دیگر مطابق شکل ۳-۱۱ سرعت در داخل کانال نسبت به لایه بالایی بیشتر و نسبت به لایه پایینی کمتر باشد، آنگاه تابع تبدیل و طیف دامنه پاسخ ضربه واحد عملکرد فیلترگونه کانال را می‌توان بصورت رابطه (۳-۳۴) نوشت.

$$k(i\omega)=\frac{Y(i\omega)}{F(i\omega)}=(1+e^{-i\omega\tau}) \quad \text{and} \quad |k(i\omega)|=[2+2\cos(\omega\tau)]^{1/2} \quad (۳۴-۳)$$

با استفاده از رابطه (۳-۳۴) می‌توان نشان داد که کمینه‌های دامنه در فرکانس‌های $\omega=(2n+1)\pi/\tau$ و اولین کمینه در $\pi/\tau$ رخ می‌دهد. در این حالت نیز می‌توان از اولین کمینه برای تخمین ضخامت لایه نازک بهره برد.



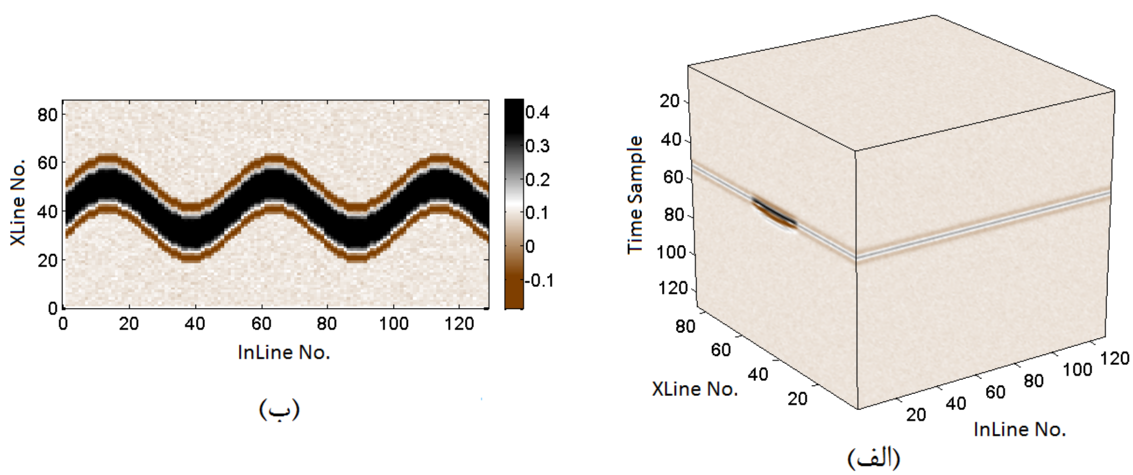

شکل ۳-۱۱. مدل زمین‌شناسی مربوط به حالت $r_1=r_2=1$.

در این حالت چون دو موجکی که از لبه‌های کانال به گیرنده‌ها می‌رسند هم فاز هستند تداخل سازنده رخ می‌دهد و در لبه‌های کانال بیشینه دامنه ایجاد می‌گردد و با حرکت به سمت مرکز کانال اختلاف فاز بین دو موجک ایجاد شده و دامنه کاهش پیدا می‌کند. این کاهش با ضخامت کانال ارتباط مستقیم دارد و در حالت خاص چنانچه ضخامت کانال مضرب فردی از نصف طول موج باشد، اختلاف فاز به ۱۸۰ درجه می‌رسد و در مرکز کانال حداقل دامنه بوجود می‌آید. با این وجود در این حالت نیز فرکانس غالب با حرکت از لبه به سمت مرکز کانال کاهش می‌یابد.

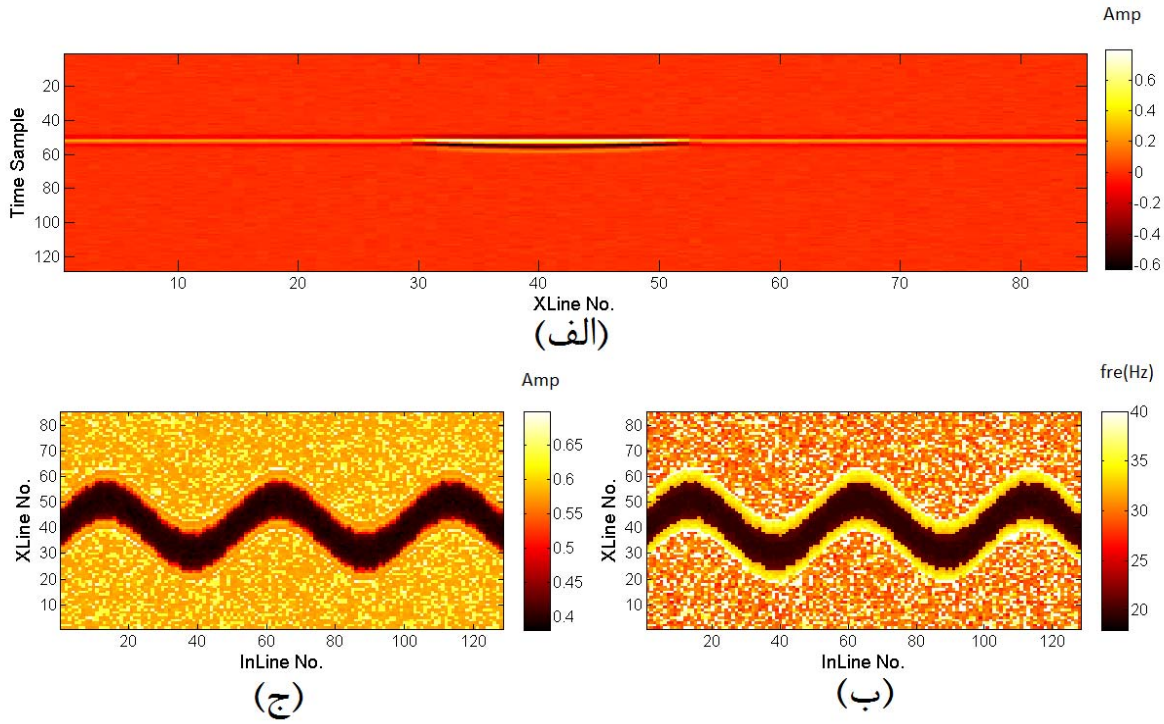
در نتیجه می‌توان از نحوه تغییرات فرکانس غالب لحظه‌ای برای شناسایی کانال‌های مدفون استفاده نمود و با توجه به تغییر رفتار دامنه فرکانس غالب لحظه‌ای امواج لرزه‌ای در کانال درباره سرعت رسوبات پرکننده کانال نسبت به لایه‌های بالایی و پایینی اظهار نظر کرد.

### ۳-۴-۱ کاربرد بر روی داده مصنوعی و واقعی لرزه‌ای

بمنظور بررسی میزان کارآیی روش معرفی شده در شناسایی کانال‌های مدفون، یک مکعب مصنوعی از داده‌های لرزه‌ای سه بعدی که در آن یک کانال با شرایط $r_1 = r_2 = 1$ وجود دارد، ایجاد کردیم. موجک استفاده شده در ساخت مکعب از نوع ریکر و فرکانس غالب آن ۴۰ هرتز می‌باشد. در شکل ۳-۱۲ مکعب داده لرزه‌ای مصنوعی و برش افقی در نمونه زمانی ۵۳ نشان داده شده است. دو نشانگر فرکانس بیشینه و دامنه متناظر آن برای این داده‌ها استخراج شد. در شکل ۳-۱۳ برش قائم در خط گیرنده یک و دو نشانگر مذکور نشان داده شده است. همانطور که در شکل ۳-۱۳ مشاهده می‌شود، فرکانس بیشینه و دامنه متناظر با آن به هنگام حرکت از لبه به سمت مرکز کانال بدلیل تداخل امواج در کانال کاهش می‌یابد.

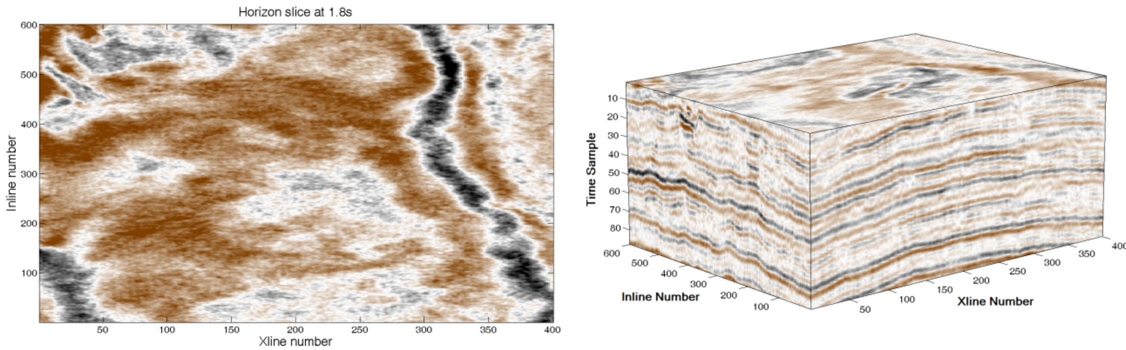



شکل۳-۱۲. (الف) مکعب داده لرزه‌ای مصنوعی و (ب) برش افقی در نمونه ۵۳.




شکل ۳-۱۳. (الف) مقطع دو بعدی از کانال در خط گیرنده یک، (ب) فرکانس بیشینه و (ج) دامنه فرکانس بیشینه.

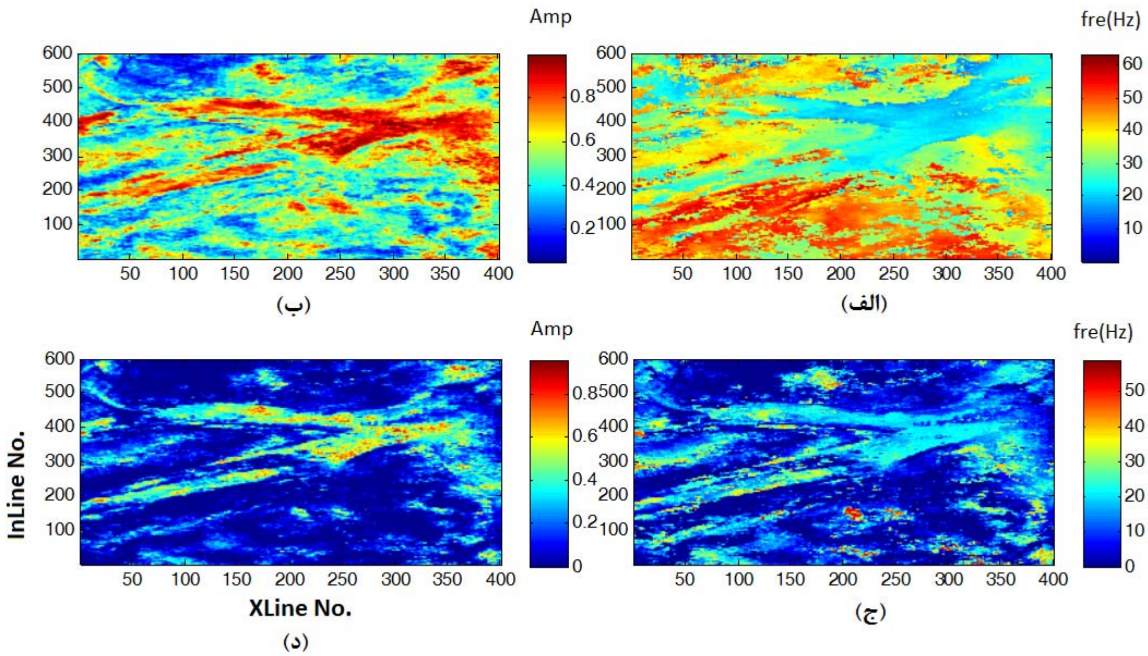
بمنظور بررسی میزان کارآیی روش معرفی شده در شناسایی کانال‌های مدفون، الگوریتم مذکور را بر روی داده لرزه‌ای بازتابی سه بعدی مربوط به یکی از میادین نفتی ایران اعمال کردیم. این داده دارای ۴۰۰ خط چشمه و ۶۰۰ خط گیرنده می‌باشد. فاصله زمانی نمونه‌برداری‌برداری این داده‌ها ۴ میلی‌ثانیه است. طبق گزارشات و مقالات موجود د رمورد این منطقه یک کانال مدفون در حدود زمان ۱/۸ ثانیه (معادل نمونه زمانی دهم) قرار دارد. در شکل ۳-۱۴ مکعب داده لرزه‌ای و برش زمانی ۱/۸ ثانیه آن نشان داده شده است. نشانگرهای فرکانس بیشینه و دامنه متناظر با آن برای داده مذکور، حاصل از تبدیل فوریه زمان کوتاه واهمامیختی و تبدیل فوریه زمان کوتاه محاسبه و در شکل ۳-۱۵ نشان داده شده است.




(الف) (ب)

شکل ۳-۱۴. (الف) مکعب داده لرزه ای مربوط به یکی از میادین نفتی ایران و (ب) برش زمانی ۱/۸ ثانیه از آن.

همانطور که در شکل ۳-۱۵ دیده می‌شود کانال دارای دو شاخه اصلی می‌باشد. محدوده کانال‌ها در نتایج حاصل از تبدیل فوریه زمان کوتاه واهمامیختی با قدرت تفکیک بالاتری نسبت به نتایج حاصل از تبدیل فوریه زمان کوتاه مشخص شده است. در داخل کانال به علت تداخل امواج لرزه‌ای فرکانس غالب کاهش و دامنه متناظر با آن افزایش پیدا کرده است و این یعنی امپدانس صوتی در سطح و کف کانال علامتی مخالف هم دارند و در نتیجه تداخل در لبه‌های کانال ویرانگر است و با حرکت به داخل کانال از حالت تداخل ویرانگر خارج شده و منجر به افزایش دامنه می‌شود. در نتیجه می‌توان در مورد رسوباتی که کانال را پر کرده‌اند به این نتیجه رسید که نسبت به لایه بالایی و پایینی از سرعت کمتری برخوردار است.




شکل ۳-۱۵. (الف) فرکانس بیشینه بدست آمده از تبدیل فوریه زمان کوتاه، (ب) دامنه فرکانس بیشینه بدست آمده از تبدیل فوریه زمان، (ج) فرکانس بیشینه بدست آمده از تبدیل فوریه زمان کوتاه واهمامیختی ، (د) دامنه فرکانس بیشینه بدست آمده از تبدیل فوریه زمان کوتاه واهمامیختی.

# فصل چهارم:

# نتیجه‌گیری و پیشنهادات

## نتیجه‌گیری

در این رساله ابتدا به معرفی تبدیل‌های زمان- فرکانس مرسوم پرداختیم، سپس تبدیل فوریه زمان کوتاه واهمامیختی را معرفی نموده و با تبدیل‌های زمان- فرکانس مرسوم مقایسه کردیم. این تبدیل نقاط ضعف تبدیل‌های پنجره‌ای و تبدیل‌های غیرخطی یعنی وابستگی قدرت تفکیک به طول پنجره و اثرات ناشی از جمع درجه دوم را به خوبی مرتفع کرد. در این تبدیل تمرکز انرژی در حوزه زمان- فرکانس نسبت به تبدیل‌های مرسوم افزایش قابل ملاحظه‌ای یافته است. از آنجایی که این تبدیل برمبنای واهمامیخت دوبعدی پایه‌گذاری شده روش‌های متفاوت واهمامیخت دو بعدی برای بدست آوردن این تبدیل را مورد استفاده قرار دادیم که بهترین نتیجه از واهمامیخت دو بعدی بوسیله الگوریتم لوسی- ریچاردسون بدست آمد.

از نتایج تبدیل فوریه زمان کوتاه واهمامیختی برای استخراج نشانگرهای متفاوت در حوزه زمان- فرکانس و شناسایی مخازن هیدروکربن استفاده کردیم که در زیر به آن اشاره می‌شود.

در شناسایی مخازن هیدروکربن در سنگ‌های کربناته از نشانگرهای ضریب جذب و ضریب جذب نسبی استفاده کردیم، نتایج حاصل از محاسبه ضریب جذب نشان دهنده ضریب جذب بالاتر در محل‌های کاندیدای حضور هیدروکربن نسبت به نقاط مجاور بودند، در مقابل همین محل‌ها در نتایج حاصل از محاسبه ضریب جذب نسبی دارای مقدار بیشتری از ضریب جذب نسبی نسبت به محیط اطراف بودند. نتایج حاصل از هر دو روش بخوبی تایید کننده حضور گاز در مناطق مشخص شده بود. با توجه به قدرت تفکیک بالای تبدیل فوریه زمان کوتاه واهمامیختی استفاده از این تبدیل باعث تخمین بهتری در محاسبه ضریب جذب و مشخص کردن محل دقیق‌تری برای ناهنجاری‌های موجود در مقاطع لرزه‌ای شد.

سپس نشانگر سایه‌های فرکانس پایین را از نتایج حاصل تبدیل فوریه زمان کوتاه واهمامیختی استخراج کردیم که با دقت بسیار بالایی محل مخزن را مشخص می‌کرد و نتایج حاصل از دو نشانگر بالا تطابق بسیار خوبی را نشان می‌داد.

سپس از دو نشانگر فرکانس بیشینه و دامنه متناظر با آن که در حوزه زمان - فرکانس با استفاده از نتایج تبدیل فوریه زمان کوتاه واهمامیختی استخراج می‌شود، برای شناسایی کانال‌های مدفون استفاده کردیم. نتایج بدست آمده نشان دهنده کارآیی این نشانگرها و تبدیل فوق در شناسایی این کانال‌ها و لایه‌های نازک بود. همچنین نشان دادیم که می‌توان با توجه به رفتار دامنه امواج لرزه‌ای در داخل کانال و محتوای فرکانسی داده‌ها نسبت به رسوباتی که کانال را پر کرده‌اند، اظهار نظر کرد و الگویی برای تغییر سرعت امواج لرزه‌ای در محدوده کانال با استفاده از فرکانس غالب و دامنه آن ارائه داد. در مورد رسوباتی که کانال را پر کرده‌اند به این نتیجه رسیدیم که محتویات کانال نسبت به لایه پایینی و بالایی از سرعت کمتری برخوردار است.

**پیشنهادات**

- با توجه به قدرت تفکیک زمانی و فرکانسی بالای تبدیل فوریه زمان کوتاه واهمامیختی می‌توان از آن برای تضعیف نوفه در مقاطع لرزهای استفاده کرد.
- نشانگرهای دیگری را از نتایج این تبدیل برای مقاصد تفسیری می توان استخراج کرد.
- استفاده از تبدیل فوریه زمان کوتاه واهمامیختی در تحلیل دامنه بر اساس دورافت در حوزه زمان-فرکانس.
- استفاده از تبدیل فوریه زمان کوتاه واهمامیختی و EMD در مطالعه داده های لرزه ای بازتابی.

# مراجع

- ذبیحی نائینی ا.، سیاه‌کوهی ح.، ۱۳۸۴، **حوزه زمان- فرکانس و کاربرد آن در شناسایی مخازن هیدروکربور**: مجله اکتشاف و تولید، شماره **۲۹**، ۱۱-۱۴.

- روشندل‌کاهو ا ،۱۳۸۸، رساله دکتری، بهبود تبدیل‌های زمان- فرکانس در مطالعه داده‌های لرزه‌ای، موسسه ژئوفیزیک، دانشگاه تهران.

- Auger, F., Flandrin, P., Goncalves, P., and Lemoine, O., 1995-1996, *Time-frequency toolbox for use with MATLAB*: CNRS, France.

- Boashash, B., 2003, *Time frequency signal analysis: A comprehensive reference*, Elsevier, Oxford, UK.

- Boggs S., 2006, *principles of sedimentology and stratigraphy*,4th edition: pearson education.

- Bowman, R., 1955, *Scattering of seismic waves by small inhomogeneities*: Ph.D. thesis, Department of Geology and Geophysics, MIT.

- Brigham E., 1988, *The Fast Fourier Transform And Its Applications*: Prentice-Hall.

- Brzostowski, M., and G. McMechan, 1992, *3-D tomographic imaging of near-surface seismic velocity and attenuation*: Geophysics, **57**, 396–403.

- Castagna, J. P., Sun, S. and Siegfried, R. W., 2003, *Instantaneous spectral analysis: Detection of low-frequency shadows associated with hydrocarbons*: The Leading Edge, **22**, 120-127.

- Cohen L., 1995, *Time-Frequency Analysis*: Prentice-Hall.

- Fomel S., 2007, *Local Seismic Attributes*: Geophysics, Vol. **72**, No. **3**,P. A29–A33.

- Gabor, D., 1946, Theory of communication: J. IEEE (London), **93**(III), 429-457.

- Gu H. and Stewart R., 2006, *Calculation of relative seismic attenuation from the reflection time-frequency differences in a carbonate reservoir*: CREWES Research Report, Vol.18.

- Han R.D., Wan Z.H., Chen M.S., & Zhang H.Y., 2011, *Application of Time-frequency Attributes Basedon Generalized S-transform for Thin Bed Indication*: 73rd EAGE Conference & Exhibition incorporating SPE EUROPEC, Vienna, Austria.

- Hauge, P. S., 1981, *Measurements of* attenuation *from vertical seismic profiles*: Geophysics, **46**, 1548–1558.

- Hussain Z., Sadik A., O'Shea P., 2011, *Digital Signal Processing*: Springer.

- Kjartansson, E., 1979, *Constant Q-wave propagation and attenuation*: Journal of Geophysical Research, **84**, 4737–4748.

- Klimentos, T., 1995, *Attenuation of P- and S-waves as a method of distinguishing gas and condensate from oil and water*: Geophysics, **60**, 447–458.

- Li Y., and Zheng X., 2007, *Wigner-Ville distribution and its application in seismic attenuation estimation*: Applied geophysics, **4**, 245-254.

- Li Y., And Zheng X., 2008, *Spectral Decomposition Using Wigner-Ville Distribution with Applications to Carbonate Reservoir Characterization:* The Leading Edge, **27**, p.1050-1057.

- Li, H. B., W. Z. Zhao, H. Cao, F. C. Yao, and L. Y. Shao, 2006, *Measures of scale based on the wavelet scalogram withapplications to seismic attenuation:* Geophysics, **71**, no. 5, V111–V118.

- Lucy L. B., 1974, *An iterative technique for the rectification of observed distributions*: Astron. J., vol. 79, no. 6.

- Mallat, S., 1999, *A wavelet tour of signal processing*: 2nd edition, Elsevier, USA.

- Marfurt K. J, and Kirlin R. L., 2001, *Narrow-band spectral analysis and thin-bed tuning*: Geophysics,66(4): 1274-1283.

- Parra, J. O., and C. Hackert, 2002,*Wave attenuation attributes as flow unit indicators*: The Leading Edge, **21**, 564–572.

- Qiang, Z., and Wen-kai, L., 2010, *Spectral decomposition using deconvolutive short time Fourier transform spectrogram*: 80th SEG meeting, Denver, Expanded Abstracts, 1581–1585.

- Quan, Y., and J. M. Harris, 1997, *Seismic attenuation tomography using the frequency shift method*: Geophysics, **62**, 895–905.

- Raikes, S. A., and R. E. White, 1984, *Measurements of earth attenuation from downhole and surface seismic recordings*: Geophysical Prospecting, **32**, 892–919.

- Richardson W. H., 1972, *Bayesian-based iterative method of image restoration*: J. Opt. Soci. America, vol. 62, no. 1.

- Robinson .E, and Treitel S., 2008, *Digital Imaging and Deconvolution: The ABCs of Seismic Exploration and Processing*: Geophysical References Series No. 15, SEG.

- Sheriff, R. E., and Geldart, L. P., 1995, *Exploration seismology*: 2nd edition, CAMBRIDGEUNIVERSITY PRESS, Cambridge, United Kingdom.

- Sinha, S., Routh, P. S., Anno, P. D., and Castagna, J. P., 2005, *Spectral decomposition of seismicdata with continuous-wavelet transform*: Geophysics, **70**, P19-P25.

- Stockwell, R. G., Mansinha, L., and Lowe, R. P., 1996, *Localization of the complex spectrum: The S transform*: IEEETrans. Signal Process, **44**, 998–1001.

- Tai Sh., Puryear C., Castagna J., 2009, *Local frequency as a direct hydrocarbon indicator:* SEG,p.2160-2164.

- Taner, M.T., Koehler, F., and Sheriff, R.E., 1979, *Complex seismic trace analysis*: Geophysics,**44**, 1041-1063.

- Toksöz, M. N., and D. H. Johnston, 1981, *Seismic waves attenuation*: SEG.

- Ville, J., 1948, *Theorie et applications de la notion de signal analytique: Cables et Transm*, **2A(1)**, 61-74.

- Wang, Y., 2007, *Seismic time-frequency spectral decomposition by matching pursuit:* Geophysics, **72**, no. 1, V13–V20.

- Wen-kai, L. and Qiang, Z., 2009, *Deconvolutive short-time Fourier transform spectrogram*: IEEE SIGNAL PROCESSING LETTERS, **16**, 576-579.

- Widess, M. B., 1973, *How thin is a thin bed*: Geophysics, v. 38, p. 1176-1180.

- Wigner, E. P., 1932, *On the quantum correlation for thermodynamic equilibrium*: Phys. Rev., **40**,749-759.

- Wright, C., and D. Hoy, 1981, A note on pulse broadening and anelastic attenuation in near-surface rocks: Physics of the Earthand Planetary Interiors, **25**, P1–P8.

- Yandong L. and Xiaodong ZH., 2007, *Wigner-Ville distribution and its application in seismic attenuation estimation*: APPLIED GEOPHYSICS, Vol. 4 No.4, P. 245 – 254.

- Yilmaz O., 2001, *Seismic Data Analysis ,Processing, Inversion, And Interpretation Of Seismic Data*: Vol.1,second edition, SEG.

- Zhang, C. J., and Ulrych, T. J., 2002, *Estimation of quality factor from CMP records*: Geophysics, **67**, 1542-1547.

## Abstract

Due to the non-stationary property of seismic data, time-frequency transform has to be used to analyze them. During the last decade, spectral decomposition technique has proven to be an excellent tool to describe thin beds associated with channel sands, alluvial fans, and the like. However, the traditional spectral decomposition method based on the short time Fourier transform, is difficult to acquire the accurate time-frequency spectrum for non-stationary seismic signals.

Popular time-frequency methods have disadvantages. A good time resolution requires a short window and a good frequency resolution require a narrow-band filter, i.e. a long window, but unfortunately, these two cannot be simultaneously granted. The Wigner-Ville distribution (WVD) of a signal is the Fourier transform of the signals time-dependent auto-correlation function, which is a quadratic expression that is bilinear in the signal. As a result, cross-terms appear in locations of the resulting time-frequency spectra that either interferes with the interpretation of auto-terms or for which we can provide no physical interpretation. Due to the existence of cross-terms, WVD is little used. Reduction of the cross-terms is achieved by manipulating the ambiguity function as a mask that reduces the cross-terms while preserving the time and frequency resolution of the WVD.

In this thesis, we propose a Deconvolutive Short-Time Fourier Transform (DSTFT) spectrogram method, which improves the time-frequency resolution and reduces the cross-terms simultaneously by applying a 2-D deconvolution operation on the STFT spectrogram. Compared to the STFT spectrogram, the spectrogram obtained by the proposed method shows a significant improvement in the time-frequency resolution. we extracted time-frequency attributes, based on the deconvolutive short time Fourier transform for identification of hydrocarbon reservoir. Results of this study on the synthetic and real seismic data examples illustrate the good performance of the DSTFT spectrogram compared with other traditional time frequency representations.



**keyword:** time-frequency transform, wigner-ville distribution, deconvolutive short time Fourier transform, time-frequency attributes.

Shahrood University of Technology

Faculty of minning, Petroleum and Geophysics Engineering

# Identification of Hydrocarbon Reservoir Using Time-Frequency Transforms

Meysam Zarei

**Supervisors**

Dr.Amin Roshandel Kahoo

Dr.Hamid Reza Siahkoohi

September 2012