





دانشگاه صنعتی شاهرود

دانشکده برق و رباتیک

گروه کنترل

کنترل غیر خطی مقاوم ردگیری موقعیت بازوی ماهر رباتیک در فضای کار با

حضور عدم قطعیت

دانشجو : محمد رضا سلطانیپور

استاد راهنما :

دکتر محمد مهدی فاتح

استاد مشاور :

دکتر علی رضا احمدی فرد

رساله دکتری جهت اخذ درجه دکتری

اسفند ماه سال ۱۳۸۷

تقدیر و تشکر

اینک که با عنایت ایزد منان، تحقیق و تدوین این رساله به پایان رسیده است. بر خود لازم می‌دانم از زحمات بی‌دریغ اساتید راهنما و مشاور آقایان **دکتر محمد مهدی فاتح** و **دکتر علیرضا احمدی فرد**، تشکر و قدردانی نمایم. بی‌شک راهنمائیهای این بزرگواران، راهگشای بسیاری از مسائلی بود که در این رساله به آنها پرداخته شد. همچنین از زحمات اساتید گروه کنترل دانشگاه صنعتی شاهرود آقایان **دکتر حداد ظریف**، **دکتر محمد علی صدرنیا** و **دکتر حیدر طوسی‌ان شاندیز** و دوستان گرامی آقایان **دکتر مهدی سیاهی**، **مهندس علیرضا سحاب**، **مهندس احمد حاجی پور** و تمامی کسانی که در انجام این رساله مرا یاری نموده‌اند، بسیار سپاسگذارم. در پایان از آقای **یونس‌یان** مسئول تحصیلات تکمیلی دانشکده و آقای **لطفی** مسئول آموزش دانشکده برق نهایت تشکر را دارم. امیدوارم مباحث این تحقیق برای رهروان علم مفید واقع گردد.

چکیده

با صنعتی شدن عصر حاضر، پیشرفتهای چشمگیری در زمینه‌ی کنترل ردگیری موقعیت بازوی ربات در فضای مفصلی پدید آمده است. اما در شرایط وجود عدم قطعیت، بدلیل استفاده از سینماتیک ربات، ردگیری دقیق ربات در فضای مفصلی نمی‌تواند ردگیری دقیق فضای کار را تضمین نماید. در حالیکه هدف از کنترل ردگیری بازوی ربات، انجام دقیق کار در فضای کار است. بنابراین، هنوز کنترل موقعیت ربات در فضای کار با حضور عدم قطعیت موضوع مهمی بوده و از مسائل تحقیقاتی روز محسوب می‌شود.

مدل دینامیکی و سینماتیکی بازوی ربات دارای عدم قطعیت‌های ساختاری و غیرساختاری هستند. بنابراین، در این رساله، ابتدا با فرض در دسترس بودن ماتریس ژاکوبین ربات، از روشهای توانمند کنترل مقاوم غیرخطی و کنترل تطبیقی، برای غلبه بر عدم قطعیت‌های مدل دینامیکی استفاده شده است. از آنجاکه بخشی از دینامیک‌های غیرخطی بازوی ربات معلوم می‌باشند، با روش خطی‌سازی فیدبکی، تاثیر این دینامیک‌ها حذف می‌گردند. سپس برای غلبه بر عدم قطعیت‌های باقیمانده، کنترل‌کننده‌های جدیدی نظیر کنترل مقاوم غیرخطی، مقاوم تطبیقی و تطبیقی مقاوم طراحی می‌شوند. در طراحی این کنترل‌کننده‌ها، از ویژگی‌های فیزیکی دینامیک‌های بازوی ربات استفاده می‌گردد و محدودیت‌هایی نظیر دسترسی یا عدم دسترسی به کران عدم قطعیت‌ها، محدودیت در انتخاب محرک‌ها و نهایتاً هزینه‌های اقتصادی ساخت بازوی ربات، لحاظ شده است.

از آنجاکه شرط وجود عدم قطعیت، فرض دقیق بودن ماتریس ژاکوبین را منتفی می‌نماید، بنابراین در مرحله‌ی بعد، برای غلبه بر عدم قطعیت‌های دینامیکی و سینماتیکی در کنترل مقاوم بازوی ربات در فضای کار، کنترل-کننده‌های مقاوم غیرخطی ارائه می‌گردند. در طراحی این کنترل‌کننده‌ها از روشهای کنترل مدلغزشی، تاخیر زمانی دینامیک‌ها و روش پسگام مقاوم استفاده شده است. در این مرحله بر سادگی، قابلیت پیاده‌سازی، حل محدودیت در انتخاب مسیر، نحوه‌ی دریافت اطلاعات و عملکرد مطلوب کنترل‌کننده‌های پیشنهادی، تاکید می‌شود.

در این رساله برای بررسی عملکرد کنترل کننده‌های پیشنهادی، مطالعه‌ی موردی بر روی بازوی ربات دو-رابط لولایی انجام می‌شود. اثبات ریاضی و نتایج شبیه‌سازیها، عملکرد مطلوب این کنترل کننده‌ها را نشان می‌دهند.

کلمات کلیدی:

بازوی ربات، فضای کار، عدم قطعیت‌های دینامیکی، عدم قطعیت‌های سینماتیکی، کنترل مقاوم غیرخطی، کنترل تطبیقی، کنترل مدل‌گزشی، تاخیر زمانی دینامیک‌ها، روش پسگام مقاوم

لیست مقالاتی که از این رساله استخراج گردید:

- [1] . M. M. Fateh and M. R. Soltanpour (2009), " *Robust task-space control of robot manipulators under imperfect transformation of control spacer,*" To be published in International Journal of Innovative Computing, Information and Control, Vol. 5, No. 12.
- [2] . M. R. Soltanpour and M. M. Fateh (2009), " *Adaptive robust control of robot manipulators in the task space under uncertainties,*" Accepted for the Australian journal of basic and applied sciences.
- [3] M. R. Soltanpour, M. M. Fateh and A. R. Ahmadifard (2008), " *Nonlinear tracking control on a robot manipulator in the task space with uncertain dynamics,*" Journal of Applied Sciences, Vol. 8, No. 23, pp. 4397-4403.
- [4] M. R. Soltanpour and M. M. Fateh (2009), " *Sliding mode robust control of robot manipulators in the task space by support of feedback linearization and backstepping control,*" World Applied Sciences Journal, Vol. 6, No. 1, PP. 70-76.

فهرست مطالب

۱	فصل اول: مقدمه
۲	۲-۱- کنترل موقعیت بازوی ربات در فضای مفصلی
۲	۱-۲-۱- کنترل کننده‌های کلاسیک
۴	۲-۲-۱- کنترل کننده‌های پیشرفته
۶	۳-۱- کنترل موقعیت بازوی ربات در فضای کار
۱۱	۱-۳-۱- کنترل مجزای موقعیت بازوی ربات در فضای کار
۱۱	۲-۳-۱- کنترل نیرو- موقعیت بازوی ربات در فضای کار
۱۳	۴-۱- مروری بر رساله
۱۶	فصل دوم: معادلات دینامیکی بازوی رباتیک
۱۶	۱-۲- مقدمه
۱۶	۲-۲- روش اویلر- لاگرانژ
۱۷	۳-۲- بازوی ربات صلب
۱۸	۴-۲- ربات‌های با انعطاف پذیری مفاصل
۱۹	۵-۲- دینامیک‌های محرکه
۲۰	۶-۲- دینامیک‌های مدل نشده
۲۱	۷-۲- ویژگی‌های دینامیک‌های ربات
۲۴	۸-۲- محدودیت و تابع محدودیت

۲۸	۹-۲- معادلات دینامیکی بازوی ربات در فضای کار
۳۰	۱۰-۲- مطالعه موردی بازوی ربات دو- رباط لولایی
۳۲	۱۱-۲- نتیجه‌گیری
۳۳	فصل سوم: کنترل ردگیری مقاوم غیرخطی بازوی ربات در فضای کار
۳۳	۱-۳- مقدمه
۳۴	۲-۳- کنترل کننده مقاوم غیرخطی بازوی ربات در فضای کار بر اساس ماتریس ژاکوبین دقیق
۳۷	۱-۲-۳- تعیین ماکزیمم سائز عدم قطعیت‌ها
۳۷	۲-۲-۳- طراحی کنترل مقاوم
۳۸	۳-۲-۳- لم
۳۸	۴-۲-۳- اثبات پایداری سیستم حلقه بسته
۴۱	۵-۲-۳- شبیه‌سازی
۴۶	۶-۲-۳- بحث
۴۷	۳-۳- کنترل ردگیری مقاوم غیرخطی موقعیت بازوی ربات در فضای مفصلی
۴۸	۱-۳-۳- اثبات پایداری سیستم حلقه بسته
۴۹	۴-۳- طراحی کنترل مقاوم غیرخطی در فضای کار بر اساس معکوس ماتریس ژاکوبین غیردقیق
۵۱	۵-۳- بحث و نتیجه‌گیری
۵۳	فصل چهارم: کنترل تطبیقی مقاوم و کنترل مقاوم تطبیقی ردگیری بازوی ربات در فضای کار
۵۳	۱-۴- مقدمه

۵۵	۲-۴- کنترل تطبیقی مقاوم ردگیری موقعیت بازوی ربات در فضای کار
۵۷	۱-۲-۴- اثبات پایداری سیستم حلقه بسته
۵۹	۲-۲-۴- شبیه‌سازی
۶۵	۳-۲-۴- بحث
۶۶	۳-۴- کنترل مقاوم تطبیقی ردگیری موقعیت بازوی ربات در فضای کار
۶۶	۱-۳-۴- کنترل مقاوم غیرخطی در فضای کار
۶۷	۲-۳-۴- اثبات پایداری سیستم حلقه بسته
۶۹	۳-۳-۴- اثبات پایداری نمایی سیستم حلقه بسته
۷۱	۴-۳-۴- طراحی کنترل مقاوم تطبیقی
۷۱	۱-۴-۳-۴- اثبات پایداری سیستم حلقه بسته
۷۳	۵-۳-۴- شبیه‌سازی
۸۱	۴-۴- نتیجه‌گیری
۸۳	فصل پنجم: کنترل سویچینگ ردگیری موقعیت بازوی ربات در فضای کار
۸۳	۱-۵- مقدمه
۸۴	۲-۵- طراحی کنترل مود لغزشی ردگیری موقعیت بازوی ربات در فضای کار با استفاده از روش اسپانگ
۸۶	۱-۲-۵- اثبات پایداری سیستم حلقه بسته
۸۷	۳-۵- طراحی کنترل مود لغزشی ردگیری موقعیت بازوی ربات در فضای کار با استفاده از روش اسلوتین
۸۷	۱-۳-۵- اثبات پایداری سیستم حلقه بسته

۸۸	۴-۵- شبیه سازی
	۵-۵- کنترل سویچینگ ردگیری موقعیت بازوی ربات در فضای کار با استفاده از تخمین آخرین مقدار ۹۶
۹۸	۱-۵-۵- روش پسگام
۹۹	۲-۵-۵- انتخاب سطح لغزش
۱۰۰	۳-۵-۵- اثبات پایداری سیستم حلقه بسته
	۶-۵- طراحی کنترل سویچینگ ردگیری موقعیت بازوی ربات در فضای کار با وجود دینامیک محرکه‌ها و عدم قطعیت‌های دینامیکی و سینماتیکی
۱۰۱	
۱۰۳	۱-۶-۵- انتخاب سطح لغزش
۱۰۴	۲-۶-۵- اصلاح کنترل کننده
۱۰۵	۳-۶-۵- شبیه سازی
۱۱۱	۷-۵- نتیجه گیری
۱۱۲	فصل ششم: طراحی کنترل موقعیت بازوی ربات در فضای کار بر اساس کنترل مقاوم پسگام
۱۱۲	۱-۶- مقدمه
۱۱۴	۲-۶- روش پسگام
۱۱۷	۱-۲-۶- لم
۱۱۷	۳-۶- روش پسگام مقاوم
۱۱۹	۱-۳-۶- لم
۱۱۹	۴-۶- طراحی کنترل پسگام مقاوم برای بازوی ربات در فضای مفصلی

۱۲۲	۱-۴-۶- اثبات پایداری سیستم حلقه بسته
۱۲۳	۵-۶- طراحی کنترل پسگام مقاوم برای بازوی ربات در فضای کار
۱۲۴	۱-۵-۶- اصلاح کنترل پیشنهادی
۱۲۶	۶-۶- شبیه سازی
۱۳۰	۷-۶- نتیجه گیری
۱۳۲	فصل هفتم: نتیجه گیری
۱۳۲	۱-۷- نتیجه گیری
۱۳۴	۲-۷- پیشنهادات
۱۳۵	مراجع

فهرست اشکال و جداول

۳۱	شکل (۱-۲). بازوی ربات دو-رابط لولایی
۴۱	شکل (۱-۳). بلوک دیاگرام کنترل کننده‌ی مقاوم غیرخطی جامع در فضای کار
۴۲	جدول (۱-۳). پارامترهای ربات دو-رابط لولایی
۴۳	شکل (۲-۳). مسیر مطلوب X_{d1} در فضای کار
۴۳	شکل (۳-۳). مسیر مطلوب X_{d2} در فضای کار
۴۴	شکل (۴-۳). خطای X_{d1} در فضای کار

- ۴۴ شکل (۳-۵). خطای X_{d_2} در فضای کار
- ۴۵ شکل (۳-۶). ورودی کنترل مفصل ۱
- ۴۵ شکل (۳-۷). ورودی کنترل مفصل ۲
- ۶۰ جدول (۴-۱). پارامترهای ربات دو-رابط لولایی
- ۶۰ جدول (۴-۲). پارامترهای کنترل کننده
- ۶۰ جدول (۴-۳). ماتریس رگرسیون
- ۶۱ شکل (۴-۱). مسیر مطلوب X_{d1} در فضای کار
- ۶۱ شکل (۴-۲). مسیر مطلوب X_{d2} در فضای کار
- ۶۲ شکل (۴-۳). خطای ردگیری X_{d1} در فضای کار
- ۶۲ شکل (۴-۴). خطای ردگیری X_{d2} در فضای کار
- ۶۳ شکل (۴-۵). گشتاور ورودی مفصل ۱
- ۶۳ شکل (۴-۶). گشتاور ورودی مفصل ۲
- ۶۴ شکل (۴-۷). تخمین پارامترهای کنترل کننده‌ی تطبیقی
- ۶۴ شکل (۴-۸). تخمین پارامترهای کنترل کننده‌ی تطبیقی
- ۷۳ جدول (۴-۴). پارامترهای ربات دو-رابط لولایی
- ۷۴ جدول (۴-۵). پارامترهای کنترل کننده
- ۷۴ جدول (۴-۶). ماتریس رگرسیون
- ۷۴ جدول (۴-۷). مسیر مطلوب و شرایط اولیه در فضای کار

- ۷۵ شکل (۹-۴). خطای ردگیری X_d در فضای کار با اعمال کنترل (۵۰-۴)
- ۷۵ شکل (۱۰-۴). خطای ردگیری Y_d در فضای کار با اعمال کنترل (۵۰-۴)
- ۷۶ شکل (۱۱-۴). مسیر مجری‌نهایی در فضای کار با اعمال کنترل (۵۰-۴)
- ۷۶ شکل (۱۲-۴). ورودی کنترل مفصل ۱ با اعمال کنترل (۵۰-۴)
- ۷۷ شکل (۱۳-۴). ورودی کنترل مفصل ۲ با اعمال کنترل (۵۰-۴)
- ۷۸ شکل (۱۴-۴). خطای ردگیری X_d در فضای کار با اعمال کنترل (۶۰-۴)
- ۷۸ شکل (۱۵-۴). خطای ردگیری Y_d در فضای کار با اعمال کنترل (۶۰-۴)
- ۷۹ شکل (۱۶-۴). ورودی کنترل مفصل ۱ با اعمال کنترل (۶۰-۴)
- ۷۹ شکل (۱۷-۴). ورودی کنترل مفصل ۲ با اعمال کنترل (۶۰-۴)
- ۸۰ شکل (۱۸-۴). مسیر مجری‌نهایی در فضای کار با اعمال کنترل (۶۰-۴)
- ۸۰ شکل (۱۹-۴). تخمین عدم قطعیت غیرساختاری با اعمال کنترل (۶۰-۴)
- ۸۹ جدول (۱-۵). پارامترهای ربات دو-رابط لولایی
- ۸۹ جدول (۲-۵). پارامترهای کنترل‌کننده‌های (۲۲-۵) و (۲۳-۵)
- ۸۹ جدول (۳-۵). مسیر مطلوب و شرایط اولیه در فضای کار
- ۹۰ شکل (۱-۵). ردگیری مسیر مطلوب در فضای کار با اعمال کنترل‌کننده‌ی (۲۲-۵)
- ۹۰ شکل (۲-۵). گشتاورهای ورودی مفاصل ۱ و ۲ با اعمال کنترل‌کننده‌ی (۲۲-۵)
- ۹۱ شکل (۳-۵). نرم خطا در فضای کار با اعمال کنترل‌کننده‌ی (۲۳-۵)
- ۹۱ شکل (۴-۵). گشتاورهای ورودی مفاصل ۱ و ۲ با اعمال کنترل‌کننده‌ی (۲۳-۵)

- ۹۲ شکل (۵-۵). کاهش نرم خطا در فضای کار با افزایش ضریب C در کنترل کننده‌ی (۲۳-۵)
- ۹۳ شکل (۶-۵). ردگیری مسیر مطلوب در فضای کار با اعمال کنترل کننده‌ی (۳۰-۵)
- ۹۳ شکل (۷-۵). گشتاورهای ورودی مفاصل ۱ و ۲ با اعمال کنترل کننده‌ی (۳۰-۵)
- ۹۴ شکل (۸-۵). نرم خطا در فضای کار با اعمال کنترل کننده‌ی (۳۱-۵)
- ۹۴ شکل (۹-۵). گشتاورهای ورودی مفاصل ۱ و ۲ با اعمال کنترل کننده‌ی (۳۱-۵)
- ۹۴ شکل (۱۰-۵). کاهش نرم خطا در فضای کار با افزایش ضرایب C و K در کنترل کننده‌ی (۳۱-۵)
- ۱۰۶ جدول (۳-۵). پارامترهای بازوی ربات دو-رابط لولایی
- ۱۰۶ جدول (۴-۵). پارامترهای موتورهای DC مغناطیس دایم
- ۱۰۶ شکل (۱۱-۵). ردگیری مسیر مطلوب در فضای کار با اعمال کنترل کننده‌ی (۷۶-۵)
- ۱۰۷ شکل (۱۲-۵). ورودیهای کنترل با اعمال کنترل کننده‌ی (۷۶-۵)
- ۱۰۷ شکل (۱۳-۵). نرم خطای ردگیری در فضای کار با اعمال کنترل (۷۶-۵)
- ۱۰۸ شکل (۱۴-۵). کاهش خطای ردگیری با افزایش ρ و اعمال کنترل (۷۶-۵)
- ۱۰۹ شکل (۱۵-۵). مقایسه‌ی عملکرد کنترل کننده‌های (۷۶-۵) و (۷۷-۵)
- ۱۰۹ شکل (۱۶-۵). کاهش خطای ردگیری با افزایش ρ و با اعمال کنترل (۷۷-۵)
- ۱۱۰ شکل (۱۷-۵). ردگیری مسیر مطلوب با وجود نقطه‌ی تکین و اعمال کنترل (۷۷-۵)
- ۱۱۶ شکل (۱-۶). مفهوم پسگام
- ۱۲۶ جدول (۱-۶). پارامترهای بازوی ربات دو-رابط لولایی
- ۱۲۷ شکل (۲-۶). ردگیری مسیر دایروی با اعمال کنترل مقاوم (۵۱-۶)

۱۲۷ شکل (۳-۶). نرم خطای ردگیری در فضای کار با اعمال کنترل مقاوم (۵۱-۶)

۱۲۸ شکل (۴-۶). ورودیهای کنترل با اعمال کنترل مقاوم (۵۱-۶)

۱۲۹ شکل (۵-۶). نرم خطای ردگیری در فضای کار با اعمال کنترل مقاوم (۵۲-۶) و $\gamma = 40$

شکل (۶-۶). کاهش نرم خطای ردگیری در فضای کار با اعمال کنترل مقاوم (۵۲-۶) و افزایش ضرایب μ و

۱۲۹

γ

فصل اول

مقدمه

۱-۱- مقدمه

امروزه، با پیشرفت علوم و تکنولوژی و با صنعتی شدن جوامع، بازوهای ربات نقش بسیار بزرگی را در صنعت بر عهده دارند. از آنجاکه سرعت و دقت در کارهای صنعتی از اهمیت بالایی برخوردار است، لذا صاحبان صنایع در جستجوی بازوهایی هستند، که بتوانند این فاکتورها را تضمین نمایند. به همین دلیل کنترل بازوهای ربات میدان تحقیقاتی وسیعی را فراهم و نظر بسیاری از محققین را به خود جلب نموده است. از اینرو در سالهای اخیر، تلاشهای مستمری در این زمینه انجام پذیرفته و خوشبختانه به نتایج درخشانی نیز منتهی شده است. در مسیر این تحقیقات، برای کاربردهای متفاوت بازوی ربات، کنترل کننده‌های بسیاری پیشنهاد گردیده است. در این میان کنترل موقعیت بازوی ربات، بدلیل داشتن کاربردهای فراوان صنعتی، از جایگاه ویژه‌ای برخوردار است.

بسیاری از محققین، برای بهبود عملکرد کنترل موقعیت بازوی ربات از کنترل کننده‌های کلاسیک استفاده نموده‌اند و بسیاری دیگر، کنترل کننده‌های پیشرفته‌ای نظیر تطبیقی، مقاوم و تطبیقی مقاوم^۱ برای غلبه بر عدم قطعیت‌های^۲ موجود در دینامیک‌های بازوی ربات، ارائه نموده‌اند. از دیدگاه تئوریک، تمامی کنترل کننده‌های پیشنهادی را می‌توان به دو دسته تقسیم نمود:

- کنترل موقعیت در فضای مفصلی^۳

- کنترل موقعیت در فضای کار^۴

در این فصل، خلاصه‌ای از تحقیقاتی که تا کنون در زمینه‌ی کنترل موقعیت بازوی ربات ارائه شده است، مورد بررسی قرار می‌گیرد و مراجع مفیدی در ارتباط با این تحقیقات معرفی می‌شود.

۱-۲- کنترل موقعیت بازوی ربات در فضای مفصلی

^۱ . Robust Adaptive Control

^۲ . Uncertainties

^۳ . Joint Space

^۴ . Task Space

بازوهای ربات برنامه ریزی و کنترل می‌شوند، تا بتوانند مسیری را در فضای کار ردگیری نمایند. برای طراحی کنترل در فضای مفصلی، در ابتدا باید این مسیر از فضای کار به فضای مفصلی انتقال داده شود که این نگاشت از طریق سینماتیک وارون^۵ انجام می‌پذیرد. کنترل کننده‌ی موقعیت در فضای مفصلی با دریافت اطلاعات لازم از فضای مفصلی، مسیر مطلوب در فضای مفصلی را ردگیری می‌نماید و بدین ترتیب ردگیری در فضای کار محقق می‌شود. زیرا مسیر مطلوب در فضای مفصلی با استفاده از سینماتیک مستقیم^۶ به فضای کار منتقل می‌شود.

کنترل در فضای مفصلی بسادگی قابل پیاده‌سازی است. زیرا در این روش، خروجی کنترل کننده‌ها به محرکه‌ها^۷ اعمال می‌شود و محرکه‌ها مفاصل را به حرکت در می‌آورند و فیدبک‌های سیستم کنترل از مفاصل یا محرکه‌ها فراهم می‌گردد. کنترل موقعیت در فضای مفصلی را می‌توان به دو دسته تقسیم کرد:

- کنترل کننده‌های کلاسیک
- کنترل کننده‌های پیشرفته

۱-۲-۱- کنترل کننده‌های کلاسیک

یکی از متونی که برای بررسی کنترل کننده‌های کلاسیک در فضای مفصلی مورد استفاده قرار می‌گیرد مرجع [۱] است. در این مرجع، طراحی ساده، تحلیل و پیاده‌سازی کنترل تک ورودی - تک خروجی PID کلاسیک بیان گردیده است. در این روش نیازی به محاسبات پیچیده دینامیکی و سینماتیکی بازوی ربات نیست. با توسعه‌ی تحقیقات در زمینه‌ی کنترل کلاسیک فضای مفصلی، محققین اثبات کردند که کنترل کننده‌ی PID نه تنها ساده و قابل پیاده‌سازی است، بلکه در برابر عدم قطعیت‌های بازوی ربات در حالت تنظیم پایدار و مقاوم نیز می‌باشد [۲]. پس از آن، با استفاده از استراتژی مفصل مستقل^۸، این روش و روشهای ساده‌ی کنترل

^۵ . Inverse Kinematics

^۶ . Forward Kinematics

^۷ . Actuators

^۸ . Independent Joint

تناسبی - مشتقی PD با جبران گشتاور گرانشی^۹ به عنوان روشهای مرسوم در کنترل تنظیم نقطه^{۱۰} موقعیت بازوی ربات، مورد استفاده قرار گرفتند [۳-۵]. بر همین اساس بعضی از کارهای صنعتی نظیر جوشکاری نقطه‌ای، جابجایی اجسام، مونتاژکاری و رنگ کاری را می‌توان با استفاده از این کنترل کننده‌ها انجام داد [۲].

سیستم رباتیک، سیستمی چند ورودی - چند خروجی است و دینامیک‌های آن بشدت غیرخطی هستند. به همین دلیل برای انجام سریع و دقیق کارها، نمی‌توان از تاثیر دینامیک‌های غیرخطی و تاثیر متقابل رابطها بر همدیگر در تعامل ورودیها - خروجیها صرفنظر نمود. بنابراین، برای اینکه کنترل کننده، عملکردی مطلوب داشته باشد باید تاثیر این عوامل لحاظ گردد. بدین منظور با استفاده از مسیر پیشرو در حلقه‌ی داخلی^{۱۱}، بخش اصلی دینامیک‌های غیرخطی را می‌توان حذف کرد و در حلقه‌ی خارجی از کنترل کننده‌ی PD یا PID به منظور پایداری و کاهش خطای ردگیری استفاده نمود [۶].

در این روش، در حلقه‌ی فیدبک مستقیم داخلی، برای حذف دینامیک‌های غیرخطی، روشهای خطی‌سازی فیدبکی^{۱۲} و کنترل گشتاور محاسباتی^{۱۳} پیشنهاد گردید [۷-۸]. ولی برای اینکه این روشها دارای عملکردی مطلوب باشند باید مدل دینامیکی دقیقی از سیستم رباتیک در دسترس باشد. این روشها را مبتنی بر مدل^{۱۴} می‌نامند.

در روش آموزش ربات، ابتدا انجام کار توسط ربات و با حرکت ابزار توسط کارگر ماهر انجام می‌گیرد و موقعیت مفاصل ثبت می‌گردد. سپس، ربات برای انجام کار به تعقیب همان نقاط در فضای مفصلی می‌پردازد. هر چند با روش حرکت نقطه به نقطه، بسیاری از کارهای صنعتی را می‌توان انجام داد ولی کارهای صنعتی مختلفی وجود دارد که بر اساس ردگیری انجام می‌شود. از طرفی هزینه ساخت ربات با کیفیت بالا را نیز باید در نظر گرفت. اگر بخواهیم از کیفیت ساخت بکاهیم در این صورت عدم قطعیت‌هایی نظیر خلاصی در چرخ

9 . Torque Gravity

10 . Setpoint Tracking

11 . Feedforward

12 . Feedback Linearization

13 . Computed Torque Control

14 . Model Based

دنده ها و انعطاف در مفاصل^{۱۵} و رابطها خود را نشان خواهند داد. عدم قطعیت‌هایی مانند تغییرات بار، اینرسی و اصطکاک نیز وجود دارند. در اینجا مسئله کنترل، غلبه بر عدم قطعیت‌های ساختاری^{۱۶} و غیر ساختاری^{۱۷} است که در وضعیت ردگیری مطرح می‌شوند در حالی که در وضعیت تنظیم نقطه، تاثیر گذار نیستند. در چنین شرایطی، روش مرسوم کنترل PID و روشهای مبتنی بر مدل برای انجام ردگیری کارآمد نمی‌باشد [۹-۱۱].

۱-۲-۲- کنترل کننده‌های پیشرفته

با طرح مسئله‌ی کنترل موقعیت بازوی ربات با وجود عدم قطعیت، دانشمندان کنترل کننده‌های پیشرفته‌ای برای ردگیری موقعیت بازوی ربات در فضای مفصلی ارائه نمودند. از میان کنترل کننده‌های پیشنهادی، کنترل تطبیقی و کنترل مقاوم با اقبال زیادی مواجه شدند. اگر چه این کنترل کننده‌ها نیز دارای مزایا و معایبی نیز می‌باشند.

در کنترل تطبیقی یک سیستم غیرخطی، معمولا از حذف مستقیم دینامیک‌های غیرخطی استفاده می‌شود و نهایتا برای بروز کردن عدم قطعیت‌های پارامتری، یک قانون تطبیقی^{۱۸} در طول فرایند کنترل بدست می‌آید [۱۲]. بعبارتی می‌توان گفت که کنترل تطبیقی با این قانون تطبیقی، توانایی یادگیری از تجربیات کنترل سیستم را، بدست می‌آورد. اگر کنترل تطبیقی بصورت مناسبی طراحی شود، سیستم حلقه بسته پایدار می‌گردد و پارامترهای کنترل کننده می‌توانند به سمت مقادیر واقعی خود همگرا شوند.

در مقایسه با کنترل مقاوم، کنترل تطبیقی را تنها برای کنترل سیستم‌های غیرخطی می‌توان بکار گرفت، که دینامیک‌های آن نسبت به پارامترهای سیستم، خطی است. حساس بودن کنترل تطبیقی به عدم قطعیت‌های

15 . Joint Flexibility

16 . Structure Uncertainties

17 . Unstructured Uncertainties

18 . Adaptive Law

غیرساختاری نظیر اصطکاک، اغتشاش^{۱۹} و دینامیک‌های مدل نشده^{۲۰}، محدودیت دیگری است که باعث می‌شود کنترل تطبیقی در کنترل اینگونه سیستم‌ها دارای نمایشی ضعیف باشد [۱۳].

با اعمال تکنیک‌های ساختار متغیر^{۲۱}، توانایی کنترل مقاوم برای کنترل سیستم‌هایی که دارای عدم قطعیت‌های پارامتری و غیرساختاری اما با کرانهایی معلوم هستند، آشکار شد. کنترل مقاوم در دفع اغتشاش و دینامیک‌های مدل نشده عملکردی درخشان دارد و پایداری سیستم حلقه بسته را با وجود این عوامل تضمین می‌نماید. از مزایای دیگر کنترل مقاوم می‌توان به این نکته اشاره کرد که، با این کنترل کننده می‌توان نرخ همگرایی خطا را تخمین زد. بنابراین پاسخ حالت گذرا را می‌توان با تنظیم پارامترهای کنترل کننده بهبود بخشید [۱۴]. برای طراحی کنترل کننده مقاوم، باید اطلاعاتی از کران عدم قطعیت‌ها در دسترس باشد. بنابراین در این روش، طراحان باید احتیاط‌های لازم را بعمل آورند تا پایداری سیستم حلقه بسته تضمین شود.

محدودیت دیگری که کنترل کننده‌های مقاوم مرسوم با آن مواجه هستند، در ناپیوستگی ورودی کنترل همراه با نوسانات شدید نهفته است که بدلیل ساختار کنترل در غلبه بر عدم قطعیت‌ها، بوجود می‌آید. این پدیده را لرزش کنترل^{۲۲} می‌نامند. تحریک دینامیک‌های مدل نشده از آثار نامطلوب لرزش کنترل است. بنابراین با وجود لرزش کنترل، پیاده‌سازی عملی این کنترل کننده‌ها با مشکل مواجه می‌شود. اگرچه برای حذف و یا کاهش لرزش کنترل، راهکارهای مفیدی ارائه شده است اما سیستم حلقه بسته با اعمال این راهکارها، دارای پایداری محدود یکنواخت^{۲۳} می‌شود [۶]. با وجود این، هنوز هم کنترل مقاوم در کنترل سیستم‌هایی که دارای عدم قطعیت‌های غیرساختاری هستند، یکی از ابزارهای مناسب محسوب می‌شود.

19 . Disturbance

20 . Un-model Dynamics

21 . Variable Structure

22 . Chattering

23 . Uniform Ultimate Boundedness Stability

با معرفی توانایی کنترل تطبیقی در کنترل موقعیت بازوی ربات صلب، تحقیقات وسیعی برای بهبود عملکرد این کنترل کننده در فضای مفصلی ارائه گردید که پایداری مجانبی سراسری^{۲۴} بازوی ربات را در حضور عدم قطعیت‌های پارامتری تضمین می‌نمایند [۱۹-۱۵]. در مرجع [۱۶]، در مورد کنترل تطبیقی بازوی ربات در فضای مفصلی و چگونگی تکامل آن بررسی خوبی انجام شده است.

وجود عدم قطعیت‌های غیرساختاری در دینامیک‌های بازوی ربات موجب شد، تا کنترل مقاوم مورد توجه قرار بگیرد. از این کنترل کننده، برای کنترل موقعیت تنظیم نقطه و ردگیری بازوی ربات در فضای مفصلی استفاده شد و نتایج درخشان این انتخاب نمایان گردید [۲۲-۲۰]. ترکیب کنترل تطبیقی و مقاوم توانست از مزایای هر دو نوع کنترل کننده برخوردار باشد و احتیاط‌های لازم در زمینه‌ی طراحی کنترل مقاوم را کاهش دهد و عملکرد گذرای پاسخ سیستم را نیز بهبود بخشد [۲۵-۲۳]. در مرجع [۲۶]، بررسی جامعی درباره‌ی کنترل تطبیقی مقاوم ارائه شده است.

۳-۱- کنترل موقعیت بازوی ربات در فضای کار

با وجود پیشرفتهای چشمگیری که در زمینه‌ی کنترل موقعیت بازوی ربات در فضای مفصلی پدید آمده است، هنوز هم ردگیری دقیق ربات در فضای مفصلی نمی‌تواند ردگیری دقیق در فضای کار را تضمین نماید. زیرا همانطور که گفته شد، در روش کنترل ربات در فضای مفصلی، برای تعیین موقعیت و جهت مجری نهایی^{۲۵} از مدل سینماتیکی ربات استفاده می‌شود. در شرایط وجود عدم قطعیت این مدل دقیق نبوده و در نتیجه، خطای حاصل بدلیل نبودن فیدبک از موقعیت مجری نهایی، مشاهده و جبران نمی‌گردد. در حالی که هدف از کنترل ردگیری، انجام صحیح کار درخواستی از ربات در فضای کار است. بنابراین، کنترل ربات در فضای کار همچنان به عنوان یک مسئله جدید مطرح است.

²⁴ . Global Asymptotic Stability

²⁵ . End-effector

با توجه به بخش ۲-۲، روشهای کنترل تطبیقی و مقاوم ردگیری ربات در فضای مفصلی، نشان داده‌اند که ردگیری مناسب در فضای مفصلی قابل تحقق است. بنابراین محققین با استفاده از مزایا و توانمندیهای این الگوها و با در نظر گرفتن شرایط جدید، نشان دادند که می‌توان این الگوریتمها را برای ردگیری در فضای کار و با حضور عدم قطعیتها تعمیم داد. این شرایط جدید شامل عدم قطعیتها در فضای کار، فیدبکهای لازم برای سیستم کنترل، نوع کار، نوع ربات و محیط کار می‌شود و باید به آنها توجه گردد. شرایط مذکور در مواردی متفاوت با فضای مفصلی بوده و در نتیجه طراحی سیستم کنترل مقاوم موقعیت در فضای کار را با چالشهای زیر مواجه می‌نماید.

- عدم قطعیت مدل سینماتیکی ربات مسئله سیستم کنترل است زیرا مدل سینماتیکی در روشهای مفصلی، دقیق در نظر گرفته می‌شود که ضعف روشهای مفصلی در ردگیری مجری نهایی محسوب می‌گردد و این موضوع، تفاوت اساسی روش کنترل در فضای مفصلی را با روش کنترل در فضای کار نشان می‌دهد. بنابراین، در روش کنترل در فضای کار برای دستیابی به موقعیت مجری نهایی باید آن را مستقیماً اندازه گرفت تا نتایج از خطای مدل سینماتیک ربات محفوظ بماند. استفاده از روشهای اندازه گیری موقعیت و سرعت مجری نهایی در محیط کار نظیر بینایی ربات^{۲۶} در تهیه فیدبکهای لازم برای سیستم کنترل کارآمد هستند [۲۷-۳۱].
- تبدیل فضا در سیستم کنترل ضروری است. زیرا محرکه‌ها در فضای مفصلی عمل می‌کنند ولی کنترل کننده‌ها در فضای کار فرموله می‌گردند و باید خروجی کنترل کننده به فضای مفصلی منتقل گردد. چنانچه کنترل کننده‌ها در فضای مفصلی فرموله گردند باید فیدبکها از فضای کار به فضای مفصلی منتقل گردند. در نتیجه، تبدیل فضا اجتناب ناپذیر است و به عنوان مسئله کنترل باید حل شود. برای تبدیل فضا از ماتریس ژاکوبین^{۲۷} ربات استفاده می‌گردد. ولی این تبدیل با مشکل عدم قطعیت در ماتریس ژاکوبین مواجه است. طراحی قانون کنترل مقاوم با در

²⁶ . Robot Vision

²⁷ . Jacobian Matrix

نظر گرفتن عدم قطعیت ماتریس ژاکوبین در فضای کار، فضای تحقیقاتی جدیدی را باز نموده است [۳۲-۳۸].

- طراحی مسیر در فضای کار، متفاوت با فضای مفصلی است. طراحی مسیر با در نظر گرفتن مدل سینماتیکی و دینامیکی ربات، برای اجرای کاری مشخص انجام می‌گردد. لازم است که مسیر مرجع هموار باشد و از نقاط تکین^{۲۸} عبور نکند. از آنجا که کنترل ربات در نقاط تکین از دست می‌رود، بررسی وضعیت تکین نیز یک مسئله کنترل است [۶]. این بررسی متکی به اطلاعات ماتریس ژاکوبین می‌باشد و در نتیجه عدم قطعیت ماتریس ژاکوبین، یک مبحث جدید را در تعیین وضعیت تکین باز می‌کند.

- شناسایی روی خط^{۲۹} یا خارج خط^{۳۰} مدل سینماتیکی و ژاکوبین ربات و کاربرد آنها در سیستم کنترل نیز مطرح شده‌اند [۴۰، ۳۹]. ماتریس ژاکوبین در طراحی مسیر هموار، تعیین حالت تکین و تبدیل فضا بکار می‌رود و از مدل سینماتیکی در تعیین موقعیت مجری نهایی استفاده می‌شود. بنابراین، تحقیق در مورد تعیین مدل مناسب سینماتیکی ربات و ماتریس ژاکوبین حائز اهمیت است. با وجود این، روشهای کنترل مقاوم، با حضور عدم قطعیت در مدل سینماتیکی و ماتریس ژاکوبین بدون انجام شناسایی نتایج مناسبی را ارائه می‌دهند [۳۵-۳۸].

- در روشهای مفصلی با استراتژی مفصل مستقل می‌توان کنترل کننده را به صورت مجزا برای هر مفصل طراحی نمود. در این استراتژی، موقعیت و سرعت مفصل برای کنترل کننده، فیدبک می‌شود و سپس قانون کنترل به همان مفصل اعمال می‌گردد [۶]. از مزایای این روش، مجزا سازی سیستم، طراحی آسان، محاسبات کم و پیاده سازی ساده سیستم کنترل است. با وجود این، به دلیل تعامل سنگین بین رابطها و مفاصل ربات، مجزا سازی سیستم موجب بروز عدم-

²⁸ . Singularity

²⁹ . Online

³⁰ . Offline

قطعیت‌های الحاقی می‌گردد. در این روش با تکیه بر روش کنترل مقاوم می‌توان بر عدم قطعیت- های ناشی از مجزا سازی نیز غلبه نمود. در مقایسه با استراتژی مفصل مستقل، کنترل کننده در فضای کار، چند متغیره و از نوع چند ورودی-چند خروجی خواهد بود. زیرا ورودی کنترل کننده دارای ابعاد فضای کار و خروجی آن نیز دارای ابعاد فضای مفصلی است. سیستم کنترل چند متغیره حاصل، پیچیده، دارای تقابلهای سنگین و رفتار غیرخطی فوق العاده، با حضور عدم قطعیت خواهد بود. بنابراین، برای اجرای سیستم کنترل به محدودیت‌های حافظه و زمان محاسبه باید توجه نمود. از این رو می‌توان روش فضای کار را با روش فضای مفصلی از نظر عملیاتی با یکدیگر مقایسه نمود. برای مجزا سازی در فضای کار از روش خطی سازی فیدبکی می‌توان استفاده نمود و سپس به کنترل مستقل هر کدام از مولفه های فضای کار پرداخت. در تحقیقات اخیر به خطی سازی فیدبکی در طراحی سیستم کنترل برای ربات‌های صنعتی توجه شایانی شده است [۴۱-۴۳].

- اعمال محدودیتها در سیستم کنترل و ملاحظات فنی در هر روش کنترلی یک مسئله کنترل است. برای تعیین این محدودیتها و ملاحظات فنی به عواملی نظیر دقت، تکرارپذیری^{۳۱}، درجه تشخیص^{۳۲}، فضای کاری، بار نامی، دینامیک محرکه ها و اشباع^{۳۳} آنها، نوع حسگرها^{۳۴} و توانمندیهای آنها، دینامیک مدارهای فرمان و راه انداز، شرایط محیطی، وجود نویز و اغتشاش و کار درخواستی از ربات توجه می‌شود. در سالهای اخیر، توجه به دینامیک‌های محرکه‌ها بسیار مورد توجه بوده است. زیرا بی‌توجهی به دینامیک محرکه‌ها و عدم قطعیت‌های پارامتری و غیرساختاری موجود در آن، باعث ایجاد خطا در ردگیری مسیر مطلوب می‌شود و حتی در مواردی نیز می‌تواند باعث ناپایداری سیستم حلقه بسته شود [۳۴].

³¹ . Repeatability

³² . Resolution

³³ . Saturation

³⁴ . Sensors

- بررسی پایداری نقطه تعادل از مهمترین جنبه های طراحی سیستم کنترل است. برای کنترل ردگیری، سیستم کنترل حلقه بسته با حضور عدم قطعیت در فضای خطا فرموله می گردد. در این صورت، نقطه تعادل، همان مبدا دستگاه مختصات خطا، بدون در نظر گرفتن عدم قطعیت است. تضمین پایداری با حضور عدم قطعیت، خطا را محدود می نماید [۴۴]. اثر عدم قطعیت ها در سیستم کنترل به عنوان اغتشاش محسوب می گردد و ردگیری مقاوم با پایداری نقطه تعادل و دفع اغتشاش فراهم می گردد [۴۴]. پایداری مجانبی یا پایداری نمایی^{۳۵}، کاهش خطای ردگیری و ناچیز شدن آن در بازه زمانی محدود و در محدوده کاری با وجود عدم قطعیت را تضمین می نماید [۴۴].

بطور کلی کنترل موقعیت بازوی ربات در فضای کار را می توان به دو دسته تقسیم بندی نمود:

- کنترل مجزای موقعیت بازوی ربات در فضای کار
- کنترل نیرو- موقعیت بازوی ربات در فضای کار

۱-۳-۱- کنترل مجزای موقعیت بازوی ربات در فضای کار

در بازوهای صنعتی برای کنترل موقعیت و نیرو، از دو نوع کنترل کننده ی مجزای موقعیت و نیرو استفاده می شود. زمانیکه بازوی ربات در فضای آزاد است، کنترل موقعیت فعال است و زمانیکه با محیط کار درگیر می شود، کنترل نیرو نیز فعال می شود. بدلیل مجزا بودن این کنترل کننده ها، حوزه ی فعالیت های تحقیقاتی در طراحی کنترل کننده نیز مجزا گردیده است. در بخش ۳، با بیان چالش های کنترل موقعیت در فضای کار، به بسیاری از تحقیقات، در زمینه ی کنترل مجزای موقعیت بازوی ربات در فضای کار اشاره شده است. بنابراین در این بخش از بیان مجدد آن پرهیز می نمایم.

۱-۳-۲- کنترل نیرو- موقعیت بازوی ربات در فضای کار

³⁵ . Exponential Stability

در بعضی از کارهای صنعتی نظیر مونتاژکاری، سنباده کاری و رنگ پاشی بازوی ربات با محیط کار درگیر است. بنابراین در این بازوها، علاوه بر کنترل موقعیت، همزمان کنترل نیرو نیز انجام می‌گردد. کنترل ترکیبی نیرو-موقعیت و کنترل امپدانس^{۳۶} از پرطرفدارترین راهکارهایی هستند که در کنترل ربات‌های درگیر با محیط، مورد استفاده قرار می‌گیرند [۴۵-۴۶]. کنترل ترکیبی برای اولین بار توسط رایبرت^{۳۷} و کریج^{۳۸} ارائه گردید. در این روش، با استفاده از ماتریس انتخاب S، فضای کار به دو زیر فضای مجزای موقعیت و نیرو تقسیم می‌شود که در زیر فضای موقعیت، کنترل موقعیت و در زیر فضای نیرو، کنترل نیرو انجام می‌پذیرد. در کنترل ترکیبی، به نحوی تشخیص و تفکیک کنترل موقعیت از کنترل نیرو اهمیت داده شده است ولی در این روش امپدانس مطلوب بازوی ربات و کنترل رفتار دینامیکی نیروی وارده از طرف محیط کار جایگاهی ندارد.

کنترل امپدانس روشی را ارائه کرد که در آن علاوه بر کنترل موقعیت، می‌توان با تنظیم پارامترهای امپدانس مطلوب بازوی ربات، نیروی متقابل محیط کار را که در مسیر حرکت مجری نهایی است به طور همزمان کنترل کرد و دیگر نیازی به ماتریس انتخاب S نیست [۴۶].

اندرسون^{۳۹} و اسپانگ^{۴۰} کنترل امپدانس ترکیبی، بر اساس مفاهیم کنترل حلقه‌ی داخلی و خارجی ارائه کردند که در آن با استفاده از مدل دقیق دینامیک‌های سیستم، کنترل موقعیت و کنترل نیرو به صورت همزمان انجام می‌شود [۴۷]. اما فرض وجود مدل دینامیکی کاملاً دقیق و شناخته شده درست نیست زیرا بعلت وجود عدم قطعیت‌های ساختاری و غیرساختاری نظیر تغییر بار، اصطکاک، اغتشاش و دینامیک‌های مدل نشده، وجود یک مدل کاملاً دقیق رد می‌شود و از طرف دیگر وجود این عدم قطعیت‌ها باعث ایجاد محدودیت‌هایی در تکنیک‌های اندازه‌گیری می‌شود. نتیجتاً این عدم قطعیت‌ها بر عملکرد این کنترل‌کنندها و پایداری سیستم حلقه بسته بسیار تاثیرگذار بوده و در بسیاری از موارد باعث ناپایداری سیستم حلقه بسته می‌شود.

³⁶. Impedance Control

³⁷. Raibert

³⁸. Craig

³⁹. Anderson

⁴⁰. Spong

با فرض وجود عدم قطعیت‌های پارامتری در مدل دینامیکی بازوی ربات، از کنترل تطبیقی برای غلبه بر این عدم قطعیت‌ها، و رسیدن به امیدانس مطلوب استفاده شده است [۴۹،۴۸]. با توجه به نتایج این تحقیقات مشاهده می‌شود که کنترل تطبیقی در برابر عدم قطعیت‌های پارامتری عملکرد مطلوبی دارد اما این عدم قطعیت‌ها تنها بخشی از عدم قطعیت‌های موجود در سیستم واقعی هستند.

روش کنترل مدل‌غزشی^{۴۱}، راهکار دیگری است، که برای غلبه بر عدم قطعیت‌های ساختاری و غیرساختاری در کنترل امیدانس بازوی ربات پیشنهاد شده است [۵۰]. در این مقاله طراحی قانون کنترلی به گونه‌ای است که وقتی ربات در محیط آزاد است کنترل موقعیت انجام می‌شود و وقتی ربات با محیط کار درگیر است کنترل نیرو محقق می‌شود. این قانون کنترلی بسیار ساده است اما در اثبات پایداری سیستم حلقه بسته برای پرهیز از گسستگی ورودی کنترل، پایداری محدود یکنواخت حاصل گردیده است. در [۵۱] علاوه بر استفاده از کنترل مدل‌غزشی، امیدانس مرسوم بازوی ربات تعمیم داده شده است و کنترل امیدانس مطلوب بر پایه‌ی ارتباط بین خطای ردگیری موقعیت و خطای ردگیری نیرو حاصل می‌شود. اثبات پایداری نشان می‌دهد که سیستم حلقه بسته با این کنترل کننده دارای پایداری محدود یکنواخت است. علاوه بر تحقیقات فوق، کارهای موثری در زمینه‌ی کنترل امیدانس مقاوم انجام شده است [۵۶-۵۲].

۱-۴- مروری بر رساله

موضوع این رساله، کنترل غیرخطی مقاوم ردگیری موقعیت بازوی ماهر رباتیک در فضای کار با حضور عدم قطعیت است. بنابراین فصل دوم این پایان‌نامه، به بیان دینامیک‌های بازوی رباتیک و عدم قطعیت‌های موجود در آن و ویژگی‌های فیزیکی این دینامیک‌ها، اختصاص دارد. از آنجاکه از کنترل مقاوم غیرخطی و کنترل

⁴¹ . Sliding Mode

تطبیقی، در طراحی سیستم کنترل استفاده می‌نماییم، در ادامه‌ی فصل دوم، به تعیین کران عدم قطعیت‌ها، تعیین توابع محدودیت و بیان فرضیات مورد نیاز برای طراحی سیستم کنترل می‌پردازیم.

فصل سوم این پایان‌نامه، به طراحی کنترل ردگیری مقاوم غیرخطی بازوی ربات در فضای کار اختصاص دارد. در این فصل، ابتدا کنترل مقاوم غیرخطی برای ردگیری بازوی ربات در فضای کار طراحی می‌شود، که در غلبه بر عدم قطعیت‌های دینامیکی بسیار توانا است. اما بدلیل وابستگی به ماتریس ژاکوبین دقیق، این کنترل‌کننده در برابر عدم قطعیت‌های سینماتیکی نمی‌تواند مقاوم باشد. در ادامه، کنترل مقاوم غیرخطی پیشنهاد می‌گردد که، ضعف‌های کنترل‌کننده‌ی قبلی را پوشش داده و در غلبه بر عدم قطعیت‌های دینامیکی و سینماتیکی بازوی ربات بسیار تواناست. تحلیل ریاضی، عملکرد مطلوب کنترل پیشنهادی را نشان می‌دهد.

در فصل چهارم با توجه به مزایای کنترل تطبیقی و کنترل مقاوم غیرخطی، در ابتدا کنترل تطبیقی مقاومی برای ردگیری بازوی ربات در فضای کار طراحی می‌گردد که در آن، از کنترل تطبیقی برای غلبه بر عدم قطعیت‌های پارامتری و از کنترل مقاوم غیرخطی برای غلبه بر عدم قطعیت‌های غیرساختاری استفاده شده است. در ادامه بدلیل معلوم بودن دینامیک‌های عدم قطعیت‌های غیر ساختاری بازوی ربات، کنترل مقاوم تطبیقی برای ردگیری بازوی ربات در فضای کار پیشنهاد می‌گردد که در آن، در کنار کنترل مقاوم غیرخطی، از کنترل تطبیقی برای تخمین پارامترهای دینامیک‌های عدم قطعیت‌های غیرساختاری استفاده می‌شود. در این فصل مزایا و عملکرد کنترل‌کننده‌های پیشنهادی با تحلیل ریاضی و شبیه‌سازی مورد بررسی قرار می‌گیرند. فصل پنجم، در ارتباط با کنترل کلیدزنی^{۴۲} ردگیری بازوی ربات در فضای کار است. در ابتدای این فصل، روش طراحی کنترل ردگیری مدلغزشی بازوی ربات با روش اسپانگ^{۴۳}[۶] و اسلوتین^{۴۴}[۸۳] مقایسه می‌گردد. از آنجا که این روش‌های کنترلی، متکی به دینامیک‌های معلوم بازوی ربات هستند. در ادامه، طراحی روش کنترل کلیدزنی ارائه می‌گردد که در آن، نیاز به دسترسی به دینامیک‌های معلوم تا حدود زیادی کمرنگ می‌شود. در

42 . Switching Control

43 . Spong

44 . Slotin

این فصل، برای پیاده‌سازی کنترل پیشنهادی، راهکارهایی ارائه می‌گردد و با اصلاح شیوه‌ی طراحی این کنترل‌کننده، عملکرد آن مطلوب‌تر می‌شود.

فصل ششم به طراحی کنترل پسگام⁴⁵ مقاوم اختصاص دارد. در این فصل پس از بیان شیوه‌ی طراحی کنترل پسگام مقاوم برای سیستم‌های دارای عدم قطعیت، از این روش برای طراحی کنترل ردگیری بازوی ربات در فضای مفصلی استفاده می‌شود. در ادامه با توجه به مزایای کنترل ردگیری در فضای کار، این کنترل‌کننده به فضای کار تعمیم داده می‌شود. تحلیل ریاضی و شبیه‌سازی، عملکرد مطلوب کنترل ردگیری پسگام مقاوم بازوی ربات در فضای کار را تصدیق می‌نماید.

در فصل هفتم کنترل‌کننده‌های پیشنهادی مورد مقایسه قرار می‌گیرند. در این فصل پس از بیان مزایا و معایب کنترل‌های پیشنهادی، راهکارهایی برای ادامه‌ی تحقیقات ارائه می‌شود.

فصل دوم

⁴⁵ . Backstepping Method

معادلات دینامیکی بازوی رباتیک

۲-۱- مقدمه

در این فصل، ما در مورد دینامیک‌های سیستم‌های رباتیک که شامل بازوی ربات صلب با مفاصل انعطاف‌پذیر^{۴۶} و دینامیک محرکه‌ها است، بحث می‌نمائیم. در این فصل ویژگی‌های مفید دینامیک‌های ربات و توابع محدودیت^{۴۷} مربوط به دینامیک‌های نامعلوم، که در طراحی کنترل‌کننده‌ها مورد استفاده قرار می‌گیرند، بیان می‌گردد. موضوع اصلی این رساله درباره‌ی طراحی کنترل‌کننده‌ی مقاوم ردگیری موقعیت بازوی ربات است. بنابراین در ارائه این فصل، فرض بر آن است که خواننده با روش اویلر-لاگرانژ^{۴۸} در تحلیل مکانیکی بازوی ربات آشنا است. همچنین دینامیک‌های محرک‌ها بدون بیان جزئیات تئوری موتورهای الکتریکی مورد بررسی قرار گرفته است. به همین دلیل مراجع مناسبی، برای مطالعه‌ی بیشتر خوانندگان، در زمینه‌ی مدلسازی بازوی ربات و ماشین‌های الکتریکی ارائه شده است. بطور کلی در این فصل، از بیان مسایل مقدماتی بازوی ربات نظیر سینماتیک مستقیم^{۴۹} و سینماتیک وارون^{۵۰} خوداری شده است و ارائه مسایل فقط در ارتباط با کنترل بازوی ربات می‌باشد. در فصول بعدی این رساله، برای بیان عملکرد کارایی کنترل‌کننده‌های پیشنهادی، مطالعه‌ی موردی بر روی بازوی ربات دو-رابط لولائی ارائه می‌گردد و معادلات دینامیکی آن در انتهای این فصل آورده شده است.

۲-۲- روش اویلر-لاگرانژ

⁴⁶ . Flexible Joints

⁴⁷ . Bounding Functions

⁴⁸ . Euler-Lagrange Method

⁴⁹ . Forward Kinematics

⁵⁰ . Inverse Kinematics

برای بررسی کنترل ردگیری بازوی ربات، در ابتدا معادلات دینامیکی سیستم‌های رباتیک بیان می‌گردد. برای بازوی ربات صلب، معادلات دینامیکی را می‌توان با روش اولیبر- لاکرانژ به صورت زیر نشان داد [۵۷]:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}} \right) - \frac{\partial L}{\partial q} = \tau - F_d(t)\dot{q} - F_s(\dot{q}) - T_d \quad (1-2)$$

که $q \in R^n$ بردار موقعیت مفاصل، $\dot{q} \in R^n$ بردار سرعت مفاصل و L لاکرانژین سیستم است که به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$L(q, \dot{q}) = K(q, \dot{q}) - P(q) \quad , \quad K(q, \dot{q}) = \frac{1}{2} \dot{q}^T M(q) \dot{q} \quad (2-2)$$

که $K(q, \dot{q}) \in R$ انرژی جنبشی، $M(q) \in R^{n \times n}$ ماتریس اینرسی، $P(q) \in R$ انرژی پتانسیل، $\tau \in R^n$ بردار گشتاور ورودی، $F_d \in R^{n \times n}$ ماتریسی قطری از اصطکاک ویسکوز^{۵۱} و یا ضرایب اصطکاک دینامیکی، $F_s(\dot{q}) \in R^n$ برداری از اصطکاک استاتیکی^{۵۲} و $T_d \in R^n$ برداری شامل اغتشاش^{۵۳} یا دینامیک‌های مدل-نشده^{۵۴} است. معادله (۱-۲)، بیانگر معادلات حرکت بازوی ربات است. در این پایان نامه فرض صلب بودن رابط‌های بازوی ربات صادق است. بنابراین، برای بیان معادلات حرکت بازو، از این معادلات استفاده می‌شود.

۳-۲- بازوی ربات صلب

معادلات دینامیکی بازوی ربات صلب، غیرخطی و چند ورودی - چند خروجی، به صورت یک معادله‌ی درجه‌ی دوم به صورت زیر از (۱-۲) بدست می‌آید [۵۷]:

$$M(q)\ddot{q} + V_m(q, \dot{q})\dot{q} + G(q) + F_d\dot{q} + F_s(\dot{q}) + T_d = \tau \quad (3-2)$$

⁵¹ . Viscose Friction

⁵² . Static Friction

⁵³ . Disturbance

⁵⁴ . Un-model Dynamics

که $M(q) \in R^{n \times n}$ ماتریس اینرسی، $V_m(q, \dot{q}) \in R^{n \times n}$ ماتریسی شامل بخش‌های مربوط به نیروهای کوریولیس^{۵۵} و جانب مرکز، $G(q) \in R^n$ بردار گشتاور جاذبه^{۵۶} و $q(t) \in R^n$ بردار متغیرهای مفاصل است. رابطه‌ی بین $V_m(q, \dot{q})$ و $G(q)$ در معادله‌ی (۳-۲) و ماتریس اینرسی $M(q)$ و انرژی پتانسیل $P(q)$ در معادله‌ی (۲-۲)، در بخش (۷-۲) آمده است. برای ساده‌تر کردن معادله‌ی (۳-۲)، معادله‌ی زیر تعریف می‌گردد:

$$H(q, \dot{q}) = V_m(q, \dot{q})\dot{q} + G(q) + F_d\dot{q} + F_s(\dot{q}) + T_d \quad (۴-۲)$$

معادلات (۴-۲)، جمع تمامی بخشهای غیرخطی است. پس با جایگذاری (۴-۲) در (۳-۲) داریم:

$$M(q)\ddot{q} + H(q, \dot{q}) = \tau \quad (۵-۲)$$

معادلات (۵-۲)، تنها معادلات حرکت بازوی رباتیک را نشان می‌دهد. اگر ربات دارای حرکتی آهسته باشد دینامیک‌های بخش مکانیکی در این حرکت غالب هستند و می‌توان از تاثیر بقیه‌ی دینامیک‌ها صرف‌نظر کرد. اما در ربات‌های مدرن امروزی که دارای سرعتی بالا هستند، برای اینکه ردگیری دقیقی داشته باشیم باید دینامیک بخش‌های دیگری نظیر انعطاف‌پذیری مفاصل، دینامیک محرک‌ها، اغتشاشات، دینامیک‌های مدل-نشده، دینامیک سنسورها و تقویت‌کننده‌ها را در نظر گرفت. اگرچه این دینامیک‌ها، مدل دقیق را بسیار دشوار می‌کنند. اما با مدل‌های تقریبی، از طریق کنترل مقاوم می‌توان بر خطاهای مدل‌سازی غلبه کرد. در بخش‌های بعدی ما به معرفی این دینامیک‌ها و فرضیات موجود در مدل‌سازی آنها می‌پردازیم.

۲-۴- ربات‌های با انعطاف‌پذیری مفاصل

در سالهای اخیر، کنترل ربات‌های دارای مفاصل با انعطاف، بسیار مورد توجه بوده است [۵۸-۶۱]. برای اینکه این ربات‌ها دارای ردگیری دقیقی باشند، باید این انعطاف‌پذیری، در مدل‌سازی و در طراحی کنترل‌کننده لحاظ گردد. دو عامل اصلی در بوجود آمدن این پدیده، قابلیت ارتجاعی چرخ‌دنده‌ها^{۵۷} و

⁵⁵. Coriolis

⁵⁶. Gravity Torque

⁵⁷. Gear Elasticity

تأثیرات محورهای محرکه‌ها^{۵۸} است. معادلات دینامیکی بازوی ربات با مفاصل انعطاف‌پذیر بصورت زیر است [۶]:

$$\begin{aligned} 0 &= M(q_1)\ddot{q}_1 + H(q_1, \dot{q}_1) + K_s(q_1 - q_2) \\ J\ddot{q}_2 &= K_s(q_1 - q_2) - D\dot{q}_2 + \tau + T_f(q_2, \dot{q}_2) \\ H(q_1, \dot{q}_1) &= V_m(q_1, \dot{q}_1)\dot{q}_1 + G(q_1) + F_d\dot{q}_1 + F_s(\dot{q}_1) + T_d \end{aligned} \quad (۶-۲)$$

که $q_1 \in R^n$ بردار موقعیت مفاصل و τ ، $M(q_1)$ ، $V_m(q_1, \dot{q}_1)$ ، $G(q_1)$ ، F_d ، $F_s(\dot{q}_1)$ و T_d دارای همان تعاریفی هستند که در معادله‌ی (۳-۲) بیان شده است. $q_2 \in R^n$ بردار زوایای موتور، $K_s \in R^{n \times n}$ ماتریس قطری از ضرایب سختی مفاصل^{۵۹}، $J \in R^{n \times n}$ ماتریسی قطری شامل اینرسی موتور، $D \in R^{n \times n}$ ماتریسی قطری شامل ضرایب میرایی پیچشی^{۶۰} و $T_f(q_2, \dot{q}_2)$ برداری شامل اغتشاشات و دینامیک‌های مدل نشده است. بدلیل اینکه هر مفصل با استفاده از یک محرکه، تحریک می‌گردد، پس معادلات (۶-۲)، برای هر مفصل مجزا است.

۲-۵- دینامیک‌های محرکه

در این بخش دینامیک‌های محرکه که گشتاور ورودی در معادلات (۳-۲) و (۶-۲) را فراهم می‌نماید، بررسی می‌شود. یک بازوی ربات، ممکن است دارای چند نوع محرکه نظیر محرکه‌های الکتریکی، پنوماتیکی^{۶۱} یا هیدرولیکی باشد. در ربات‌های با سرعت بالا معمولاً از محرکه‌های الکتریکی نظیر محرکه‌های DC با جاروبک، محرکه‌های القایی و محرکه‌های DC بدون جاروبک^{۶۲} استفاده می‌گردد. محرکه‌های مختلف دارای دینامیک‌های مختلفی نیز هستند. اگرچه ساده‌سازیهایی زیادی در مدل دینامیکی محرکه‌ها انجام می‌گردد، اما باز هم مدل

⁵⁸ . Shaft Windup

⁵⁹ . Joint Stiffness

⁶⁰ . Torsional Damping Coefficients

⁶¹ . Pneumatic

⁶² . Brushless Dc Motors

دینامیکی باقی مانده غیرخطی است [۶۲] و استفاده از یک روش کنترلی پیشرفته در این محرکه‌ها، از زمینه‌های تحقیقاتی روز بوده و در حال پیشرفت است.

در این بخش، به معرفی محرکه‌های DC مغناطیس دایم می‌پردازیم. زیرا این محرکه‌ها، به خاطر مدل دینامیکی خطی و ساده، در بازوهای ربات استفاده‌های بسیاری دارند. اگر چه امروزه به دلیل وجود پردازشگرهای سرعت بالا، استفاده از سایر محرکه‌های AC در بازوهای ربات نیز، به آسانی استفاده از محرکه‌های DC مغناطیس دایم است. دینامیک‌های محرکه‌ی DC مغناطیس دایم با معادلات زیر بیان می‌گردد:

$$\begin{aligned} \tau &= K_{\tau} i \\ L_m \frac{di}{dt} &= -R_m i - K_m \dot{q}_2 + V + T_e(q_2, \dot{q}_2) \end{aligned} \quad (۷-۲)$$

که q_2 بردار موقعیت محرکه، R_m مقاومت آرمیچر، L_m اندکتانس آرمیچر، K_{τ} و K_m که به شار میدان وابسته‌اند، بترتیب ثابت گشتاور^{۶۳} و ثابت نیروی ضد محرکه^{۶۴} هستند و i جریان آرمیچر، V ولتاژ آرمیچر و $T_e(q_2, \dot{q}_2)$ برداری شامل اغتشاشات و دینامیک‌های مدل نشده است.

۲-۶- دینامیک‌های مدل نشده

علاوه بر دینامیک‌هایی که در بخش‌های قبلی بیان گردید، بازوی رباتیک دارای دینامیک‌های دیگری نظیر دینامیک‌های تقویت کننده‌های توان در محرکه‌ها و دینامیک‌های سنسورها نیز است. در طراحی کنترل کننده برای بازوی ربات، این دینامیک‌ها را معمولاً در نظر نمی‌گیرند و آنها را در دسته‌ی دینامیک‌های مدل نشده قرار می‌دهند. برای دستیابی به یک سیستم کنترل مقاوم و دقیق، باید تاثیر این دینامیک‌های مدل نشده در طراحی کنترل کننده لحاظ شود. دینامیک‌های مدل نشده با یک ماتریس تابع انتقال خطی و قطری مانند معادله‌ی زیر توصیف می‌گردد [۵۷]:

$$u = [I_n + \Delta H(S)] \hat{u} \quad (۸-۲)$$

⁶³ . Torque Parameter

⁶⁴ . Back emf Parameter

که $I_n \in R^{n \times n}$ ماتریس واحد، $\Delta H(S)$ ماتریس تابع انتقال نامعلوم، u بردار کنترلی که باید طراحی شود و \hat{u} ورودی کنترلی واقعی است که به سیستم وارد می‌شود. بردار کنترلی u می‌تواند به صورت گشتاور ورودی بازوی ربات یا به صورت ولتاژ ورودی محرکه‌ها طراحی شود. حداقل دینامیک‌هایی که می‌توانند بین u و \hat{u} قرار گیرند، نگهدارنده‌ی مرتبه‌ی صفر^{۶۵} و تقویت کننده‌های خطی توان هستند.

۲-۷- ویژگیهای دینامیک‌های ربات

در این بخش ویژگیهای مفید دینامیک‌های ربات بررسی می‌شوند. این ویژگیها نقش بسیار مهمی را در تحلیل پایداری سیستم حلقه بسته ایفا می‌کنند. در محاسبه‌ی کنترل کننده‌های ساده‌ای نظیر کنترل کننده‌های تناسبی، مشتقی (PD) و کنترل کننده‌های تناسبی، مشتقی و انتگرالی (PID) تاثیر این ویژگیهای دینامیکی به راحتی قابل مشاهده است.

برای بررسی ویژگیهای دینامیکی بازوی ربات، معادلات (۲-۵) و (۲-۲) در (۲-۱) جایگذاری می‌گردد:

$$\tau - F_d(t)\dot{q} - F_s(\dot{q}) - T_d = \dot{M}(q)\dot{q} + M(q)\ddot{q} - \frac{1}{2}\dot{q}^T \left(\frac{\partial}{\partial q} M(q) \right) \dot{q} + \frac{\partial}{\partial q} P(q) \quad (۹-۲)$$

با مقایسه‌ی (۲-۹) و (۲-۳) نتیجه می‌شود:

$$V_m(q, \dot{q})\dot{q} = \dot{M}(q)\dot{q} - \frac{1}{2}\dot{q}^T \left(\frac{\partial}{\partial q} M(q) \right) \dot{q} \quad (۱۰-۲)$$

$$G(q) = \frac{\partial}{\partial q} P(q)$$

با توجه به محاسبات فوق، می‌توان ویژگیهای زیر را بیان کرد [۵۷]:

ویژگی ۱

⁶⁵ . Zero-order Hold

ماتریس اینرسی $M(q)$ برای هر $q \in R^n$ ، ماتریسی متقارن و مثبت معین^{۶۶} است.

ویژگی ۲

تفاضل مشتق ماتریس اینرسی $M(q)$ و دو برابر ماتریس کوریولیس و جانب مرکز $V_m(q, \dot{q})$ ، ماتریسی پادمتقارن^{۶۷} است. یعنی:

$$y^T \dot{M}(q)y = 2y^T V_m(q, \dot{q})y, \quad \forall y, q, \dot{q} \in R^n \quad (۱۱-۲)$$

ویژگی ۳

ماتریس کوریولیس و جانب مرکز $V_m(q, \dot{q})$ ، نسبت به \dot{q} خطی است و وابستگی آن به q شبیه به ماتریس اینرسی $M(q)$ است. یعنی:

$$V_m(q, z)y = V_m(q, y)z, \quad \forall y, z \in R^n \quad (۱۲-۲)$$

ویژگی ۴

برای نیروهای اصطکاک، می توان گفت که:

$$y^T [F_d(t)y + F_s(y)] \geq y^T F_d(t)y \geq K_f(t)\|y\|^2, \quad K_f(t) > 0, \quad \forall y \in R^n \quad (۱۳-۲)$$

^{۶۶} . Positive Definite

^{۶۷} . Skew Symmetric Matrix

ویژگی ۵

در معادله‌ی (۲-۳)، ماتریس‌های $M(q)$ ، $V_m(q, \dot{q})$ و بردار گشتاور $G(q)$ نسبت به پارامترهای فیزیکی $P = [P_1 \ P_2 \ \dots \ P_m]^T$ خطی هستند. یعنی:

$$M(q)\ddot{q} + V_m(q, \dot{q})\dot{q} + G(q) = W(q, \dot{q}, \ddot{q})P \quad (۲-۱۴)$$

که P بردار $m \times 1$ پارامترهای بازوی ربات و $W(q, \dot{q}, \ddot{q})$ ماتریس $n \times m$ شامل توابع معلومی از موقعیت، سرعت و شتاب مفاصل است که آنرا ماتریس رگرسیون^{۶۸} نیز می‌نامند.

در طراحی کنترل‌کننده، ویژگی ۱ بسیار مهم و اساسی است و همیشه مورد استفاده قرار می‌گیرد. مثبت معین بودن ماتریس اینرسی از این حقیقت ناشی می‌شود که در بیشتر سیستم‌های در حال حرکت، همیشه انرژی جنبشی مثبت است. البته اگر بازوی ربات دارای مفاصل کشویی^{۶۹} باشد، آنگاه ماتریس اینرسی، مثبت نیمه معین خواهد بود، مگر اینکه مفاصل کشویی بسته باشند یعنی $q_i = 0$ باشد. در اینصورت نیز ماتریس اینرسی مثبت معین است.

ویژگیهای ۲ و ۳ که از (۲-۱۰) بدست می‌آیند، در بازوهای صلبی برقرار هستند، که بتوان معادلات دینامیکی این بازوها را با استفاده از روش اویلر- لاگرانژ بدست آورد. بوسیله‌ی معادله‌ی لاگرانژ (۲-۲) که در روش اویلر- لاگرانژ استفاده می‌شود، دینامیک‌ها، نسبت به q مربع هستند و ویژگی ۳ بر همین اساس بدست می‌آید. این ویژگی در بسط و گسترش توابع محدودیت در معادلات دینامیکی ربات، بسیار مفید است.

ویژگی ۲، در طراحی کنترل‌کننده‌های غیرخطی موثر نیست. اما از این ویژگی، برای کاهش پیچیدگی و احتیاط و افزایش کارایی سیستم کنترل، در روش طراحی کنترل‌کننده‌های مقاوم استفاده می‌شود. در اثبات پایداری سراسری سیستم حلقه بسته با استفاده از قوانین کنترلی ساده، این ویژگی نقش بسیار مهمی را ایفا می‌کند.

⁶⁸ . Regression Matrix

⁶⁹ . Prismatic Joint

ویژگی ۴ در اثبات پایداری سیستم کنترلی تنظیم نقطه^{۷۰} بسیار مهم است. اما در سایر موارد موثر نبوده و تنها در کم کردن احتیاط در طراحی سیستم کنترلی موثر است. در طراحی کنترل ردگیری، نیروهای اصطکاک باید جبران شوند. بنابراین ویژگی ۴، در تخمین تاثیرات نیروهای اصطکاک می تواند مفید باشد.

ویژگی ۵، یکی از ویژگی های بسیار مهم و موثر در معادلات دینامیکی بازوی ربات است و در طراحی کنترل تطبیقی و تطبیقی مقاوم برای بازوی ربات، ابزاری کارآمد محسوب می گردد.

۲-۸- محدودیت و تابع محدودیت

به دلیل وجود عدم قطعیت ها، دینامیک های (۲-۳)، کاملاً معلوم نیستند. بنابراین می توان گفت که عدم قطعیت های نظیر پارامترهای نامعلوم، اصطکاکها، تغییرات بار، دینامیک های مدل نشده و اغتشاشات، دینامیک های (۲-۳) را به دو قسمت تقسیم می کنند:

$$\begin{aligned} M(q) &= M_k(q) + M_u(q) \quad , \quad H(q, \dot{q}) = H_k(q, \dot{q}) + H_u(q, \dot{q}) \\ H_k(q, \dot{q}) &= V_{m_k}(q, \dot{q})\dot{q} + G_k(q) + F_{d_k}\dot{q} \\ H_u(q, \dot{q}) &= V_{m_u}(q, \dot{q})\dot{q} + G_u(q) + F_{d_u}\dot{q} + F_s(\dot{q}) + T_d \end{aligned} \quad (2-15)$$

که $M_k(q)$ ، $H_k(q, \dot{q})$ ، $V_{m_k}(q, \dot{q})$ و $G_k(q)$ و بخش های معلوم و $M_u(q)$ ، $H_u(q, \dot{q})$ ، $V_{m_u}(q, \dot{q})$ ، F_{d_k} و F_{d_u} بخش های نامعلوم هستند. اگر هیچگونه اطلاعاتی از بخش های معلوم در دسترس نباشد می توان برای سادگی از $M_k(q) = I_n$ و $H_k(q, \dot{q}) = 0$ استفاده نمود.

دینامیک های بازوی ربات، غیر خطی و دارای عدم قطعیت های زیادی است. وجود این عدم قطعیت ها، باعث شده است که کنترل ردگیری بازوی ربات با چالشهای زیادی مواجه باشد. از اینرو استفاده از نظریه ی کنترل مقاوم اجتناب ناپذیر است.

اگر تمامی عدم قطعیت‌ها پارامتری باشند، کنترل تطبیقی راهکار مناسبی برای غلبه بر این عدم قطعیت‌ها است. در مواردی که تنها، ماکزیمم اندازه‌ی عدم قطعیت‌ها قابل پیش بینی است، نظریه‌ی کنترل مقاوم گزینه‌ی مناسبی محسوب می‌شود. نظریه کنترل مقاوم برای تخمین ماکزیمم اندازه‌ی عدم قطعیت‌ها از فرضیاتی استفاده می‌نماید. در بیشتر موارد در طراحی سیستم کنترل، دینامیک‌های غیرخطی معلوم، با روش فیدبک مستقیم پایدار می‌شوند و تنها دینامیک‌های نامعلوم را از طریق کنترل مقاوم، جبران می‌نمایند. بنابراین، این فرضیات مربوط به بخش‌های نامعلومی از قبیل $F_{d,u}$ و $G_u(q)$ ، $V_{m_u}(q, \dot{q})$ ، $M_u(q)$ است.

در بخش بعد برای بیان فرضیات طراحی کنترل مقاوم، دایما از نرم اقلیدسی بردار، با نماد $\|\cdot\|$ استفاده می‌گردد. برای بیان نرم اقلیدسی ماتریس، از $\|R\| = [\lambda_{\max}(R^T R)]^{\frac{1}{2}}$ استفاده می‌شود که در آن $\lambda_{\max}(\cdot)$ ، بزرگترین مقدار ویژه‌ی ماتریس است. اولین فرضیه، مربوط به محدودیت‌های ماتریس اینرسی است. این فرضیه، بر پایه‌ی ویژگی‌های ۱ و ۴ استوار است [۵۷].

فرض ۱

ماتریس اینرسی $M(q)$ بگونه‌ای است که

$$\mu_1 I_n \leq M(q) \leq \mu_2 I_n, \quad \forall q \in R^n \quad (۱۶-۲)$$

که μ_1 و μ_2 ثابت‌هایی مثبت و معلوم و $I_n \in R^{n \times n}$ ماتریس واحد است.

فرض ۲

ماتریس کوریولیس و جانب مرکز $V_m(q, \dot{q})$ نسبت به \dot{q} خطی است. بنابراین می‌توان گفت که:

$$\|V_m(q, \dot{q})\| \leq \xi_c(q) \|\dot{q}\|, \quad \forall q, \dot{q} \in R^n \quad (۱۷-۲)$$

که $\xi_c(q)$ معلوم و تابع مثبت معینی از q است. بقیه‌ی فرضیه‌های زیر، در مورد تابع محدودیت سایر دینامیک‌های بازوی ربات است.

فرض ۳

۳-۱. نیروهای اصطکاک به صورت زیر محدود می‌شوند:

$$\|F_d y + F_s(y)\| \leq \xi_{f_0} + \xi_{f_1} \|y\|, \quad \forall y \in R^n \quad (18-2)$$

۳-۲. گشتاور جاذبه، در رابطه‌ی زیر صدق می‌نماید:

$$\|G(y)\| \leq \xi_g(y), \quad \forall y \in R^n \quad (19-2)$$

۳-۳. مجموعه‌ی عدم قطعیت T_d ، به صورت زیر محدود است:

$$\|T_d\| \leq \xi_t \quad (20-2)$$

در فرضیات فوق ξ_{f_0} ، ξ_{f_1} و ξ_t ثابت‌هایی مثبت و $\xi_g(y)$ تابعی معلوم و مثبت معین است. اگرچه تا کنون مدل‌های بسیاری برای بیان نیروهای اصطکاک ارائه گردیده است. اما باید گفت که بیان تاثیرات نیروهای اصطکاک، بسیار مشکل و پیچیده است و مدل‌های موجود، مدل‌هایی تقریبی هستند. نیروهای اصطکاک با توجه به ویژگی ۴، پسو^{۷۱} هستند. بنابراین در کنترل ردگیری، اصطکاک دینامیکی و در کنترل تنظیم نقطه، اصطکاک استاتیکی باید جبران شود. از آنجاکه اطلاعات دقیقی از اصطکاک، اغتشاشات و دینامیک‌های مدل نشده در دسترس نیست، بنابراین در کنترل مقاوم فرض بر این است که این عوامل محدود هستند. تغییرات گشتاور جاذبه، تا حدودی ناشی از تغییرات بار است. بنابراین در طراحی کنترل کننده، می‌توان ماکزیمم اندازه‌ی بار را در نظر گرفت. لازم بذکر است که می‌توان، T_d را به صورت تابع محدودیتی از متغیرهای حالت سیستم هم، بیان نمود.

برای بازوهای رباتی که تنها دارای مفاصل لولایی^{۷۲} هستند، ماتریس $M(q)$ نه تنها مثبت معین است، بلکه از طریق توابع پریودیک سینوسی، به q وابسته است. بنابراین، واضح است که در اینگونه بازوها می‌توان

⁷¹ . Passive

⁷² . Revolute Joints

کشویی باشد، آنگاه $\xi_c(q)$ و $\xi_g(q)$ ثابت نخواهند بود. اما اگر بازوی ربات دارای مفاصل $\xi_c(q) = \xi_c$ و $\xi_g(q) = \xi_g$ قرار داد که ξ_c و ξ_g ثابتهای مثبتی هستند. اما اگر بازوی ربات دارای مفاصل کشویی باشد، آنگاه $\xi_c(q)$ و $\xi_g(q)$ ثابت نخواهند بود.

بحث توابع محدودیت را می‌توان، در مورد سایر دینامیک‌های بازوی ربات نظیر دینامیک‌های مربوط به مفاصل انعطاف‌پذیر و محرکه‌ها تعمیم داد. بدین منظور، در ابتدا هر پارامتر را می‌توان به دو بخش معلوم و نامعلوم تقسیم کرد. آنگاه محدوده‌ی دامنه‌ی بخشهای نامعلوم را، با استفاده از اطلاعاتی که از عملکرد بازوی ربات در دسترس است، تخمین زد. فرضیه‌های زیر برای این دینامیک‌ها بیان گردیده است.

فرض ۴

در بازوهایی که دارای مفاصل انعطاف‌پذیر هستند، برای پارامترهای موجود در ماتریسهای K_s ، J و D فرض براین است که:

$$0 < \underline{K}_s \leq K_s \leq \overline{K}_s, \quad 0 < \underline{J} \leq J \leq \overline{J}, \quad 0 < \underline{D} \leq D \leq \overline{D} \quad (2-21)$$

فرض ۵

برای دینامیک‌های مربوط به محرکه‌ها، داریم:

$$\begin{aligned} \underline{K}_\tau \leq K_\tau \leq \overline{K}_\tau, \quad \underline{L}_m \leq L_m \leq \overline{L}_m \\ \underline{R}_m \leq R_m \leq \overline{R}_m, \quad \underline{K}_m \leq K_m \leq \overline{K}_m \end{aligned} \quad (2-22)$$

یعنی با توجه به کاری که ربات باید انجام دهد، حد بالا و پایین ماتریسها معلوم است. بحث توابع محدودیت، در طراحی کنترل مقاوم بسیار مهم و کلیدی است. وجود این توابع محدودیت به خاطر ویژگیهای ذاتی سیستم‌های رباتیک تضمین شده است. بنابراین با توجه به مباحث فوق الذکر برای هر رباتی با توجه به عملیاتی که انجام می‌دهد، می‌توان این توابع محدودیت را پیدا کرد. البته پیدا کردن ضرایب موجود در این توابع،

وابسته به اطلاعاتی درباره‌ی عدم قطعیت‌هایی نظیر ماکزیمم تغییرات بار، محدوده‌ی تغییرات پارامترها و اندازه-ی اغتشاشات است. در بیشتر کاربردهای ربات این اطلاعات در دسترس است. اما اگر در مواردی، بدلیل عدم دسترسی به اطلاعات، این ضرایب تعیین نگردید، باز هم می‌توان با استفاده از بعضی از تکنیک‌های کنترل مقاوم، کنترل‌کننده‌ای را برای بازوی ربات طراحی کرد. پس شرط لازم و کافی در طراحی کنترل مقاوم بازوهای ربات، وجود توابع محدودیت معلوم است.

۲-۹- معادلات دینامیکی بازوی ربات در فضای کار

در طراحی بعضی از کنترل‌کننده‌های مقاوم در فضای کار، از معادلات دینامیکی بازوی ربات در فضای کار استفاده می‌شود. به این منظور معادله‌ی (۲-۵) بصورت زیر ساده می‌گردد:

$$\ddot{q} = M^{-1}(q)(\tau(t) - H(q, \dot{q})) \quad (2-23)$$

برای بدست آوردن سرعت مجری نهایی^{۷۳} در فضای کار از معادله‌ی زیر استفاده می‌شود [۶]:

$$\dot{X} = J(q)\dot{q} \quad (2-24)$$

$J(q)$ ماتریس $n \times n$ ماتریس ژاکوبین^{۷۴}، $\dot{q}(t)$ بردار $n \times 1$ سرعت مفاصل و $\dot{X}(t)$ بردار $n \times 1$ سرعت در فضای کار است. از معادله‌ی (۲-۲۴) مشتق گرفته می‌شود:

$$\ddot{X} = J(q)\ddot{q} + \dot{J}(q)\dot{q} \quad (2-25)$$

شرط وجود $\dot{J}(q)$ آن است که مسیر، هموار باشد. با فرض اینکه مسیر فضای کار عاری از نقاط تکین^{۷۵} است، معادله‌ی (۲-۲۳) در (۲-۲۵) جایگذاری می‌گردد:

$$\ddot{X} = J(q)M^{-1}(q)(\tau(t) - H(q, \dot{q})) + \dot{J}(q)\dot{q} \quad (2-26)$$

⁷³ . End-effector

⁷⁴ . Jacobian Matrix

⁷⁵ . Singularity

معادله‌ی (۲۶-۲)، بصورت زیر مرتب می‌شود:

$$M(q)J^{-1}(q)\ddot{X} + H(q, \dot{q}) - M(q)J^{-1}(q)J(q)\dot{q} = \tau(t) \quad (27-2)$$

$J^{-1}(q)$ معکوس ماتریس ژاکوبین^{۷۶} است. ماتریس ژاکوبین در صورتی معکوس پذیر است که، بازوی ربات در ناحیه‌ی محدودی در فضای کار حرکت کند و مسیر فضای کار به گونه‌ای طراحی شود که هموار بوده و از نقاط تکین عبور نکند. در این صورت معکوس ماتریس ژاکوبین مشتق پذیر و دارای مرتبه‌ی کامل خواهد بود. برای انتقال فضای گشتاور به فضای نیرو از معادله‌ی زیر می‌توان استفاده نمود [۶]:

$$\tau(t) = J^T(q)f(t) \quad (28-2)$$

$J^T(q)$ ترانپوذهی ماتریس ژاکوبین^{۷۷} و $f(t)$ بردار $n \times 1$ نیروی ورودی به بازوی ربات است. (۲۸-۲) در معادله‌ی (۲۷-۲) جایگذاری و مرتب می‌شود:

$$J^{-T}(q)M(q)J^{-1}(q)\ddot{X} + J^{-T}(q)H(q, \dot{q}) - J^{-T}(q)M(q)J^{-1}(q)J(q)\dot{q} = f(t) \quad (29-2)$$

برای ساده کردن (۲۹-۲)، معادلات زیر تعریف می‌گردد:

$$A(q) = J^{-T}(q)M(q)J^{-1}(q) \quad (30-2)$$

$$N(q, \dot{q}) = J^{-T}(q)H(q, \dot{q}) - J^{-T}(q)M(q)J^{-1}(q)J(q)\dot{q} \quad (31-2)$$

با جایگذاری (۳۰-۲) و (۳۱-۲) در (۲۹-۲)، معادلات دینامیکی بازوی ربات در فضای کار بصورت زیر بدست می‌آید:

$$A(q)\ddot{X} + N(q, \dot{q}) = f(t) \quad (32-2)$$

در معادله‌ی (۳۲-۲)، بدلیل اینکه $M(q)$ و $H(q, \dot{q})$ به دو قسمت معلوم و نامعلوم تقسیم می‌شوند، می‌توان همین تقسیم بندی را در مورد $A(q)$ و $N(q, \dot{q})$ نیز اعمال کرد:

$$A(q) = A_k(q) + A_u(q), \quad N(q, \dot{q}) = N_k(q, \dot{q}) + N_u(q, \dot{q}) \quad (33-2)$$

⁷⁶ . Inverse Jacobian Matrix

⁷⁷ . Transpose Jacobian Matrix

$N_u(q, \dot{q})$ ، $A_u(q)$ و $N_k(q, \dot{q})$ ، $A_k(q)$ بترتیب قسمت های معلوم و نامعلوم $A(q)$ و $N(q, \dot{q})$ هستند.

۲-۱۰- مطالعه‌ی موردی بازوی ربات دو-رابط لولایی

در این پایان نامه، مطالعه‌ی موردی بر روی بازوی ربات دو-رابط لولایی شکل (۲-۱) انجام می‌شود. معادلات دینامیکی این ربات به صورت زیر است [۵۷]:

$$M(q)\ddot{q} + V_m(q, \dot{q})\dot{q} + G(q) + F_d\dot{q} + F_s + T_d = \tau \quad (۲-۳۴)$$

$$M_{11} = m_1 l_{c_1}^2 + m_2(l_1^2 + l_{c_2}^2 + 2l_1 l_{c_2} \cos(q_2)) + I_1 + I_2 \quad (۲-۳۵)$$

$$M_{12} = M_{21} = m_2(l_{c_2}^2 + l_1 l_{c_2} \cos(q_2)) + I_2 \quad (۲-۳۶)$$

$$M_{22} = m_2 l_{c_2}^2 + I_2 \quad (۲-۳۷)$$

$$V(q, \dot{q}) = \begin{bmatrix} -m_2 l_1 l_{c_2} \dot{q}_2 \sin(q_2) & -m_2 l_1 l_{c_2} (\dot{q}_1 + \dot{q}_2) \sin(q_2) \\ m_2 l_1 l_{c_2} \dot{q}_1 \sin(q_2) & 0 \end{bmatrix} \quad (۲-۳۸)$$

$$G(q) = \begin{bmatrix} (m_1 l_{c_1} + m_2 l_1)g \cos(q_1) + m_2 l_{c_2} g \cos(q_1 + q_2) \\ m_2 l_{c_2} g \cos(q_1 + q_2) \end{bmatrix}$$

$$F_d = \begin{bmatrix} F_{d_1} & 0 \\ 0 & F_{d_2} \end{bmatrix}$$

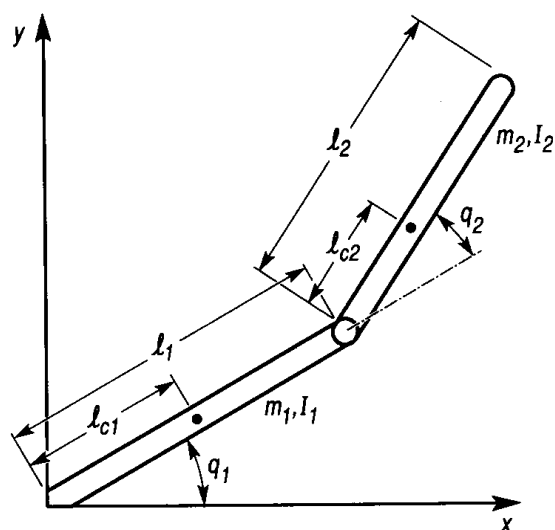
$$F_s = \begin{bmatrix} F_{s_1} \\ F_{s_2} \end{bmatrix}$$

$$T_d = \begin{bmatrix} T_{d_1} \sin(t) \\ T_{d_2} \end{bmatrix}$$

که l_1 طول رابط اول، l_2 طول رابط دوم، l_{c_1} و l_{c_2} فاصله بین مراکز جرم رابط اول و دوم از مفاصل اول و دوم، m_1 جرم رابط اول، m_2 جرم رابط دوم، I_1 و I_2 ممان اینرسی رابط‌های اول و دوم در دستگاه متصل به مرکز جرم، g شتاب جاذبه زمین، F_d اصطکاک دینامیکی، F_s اصطکاک ایستایی، T_d اغتشاش و دینامیک

مدل نشده و τ گشتاور ورودی مفاصل می باشد. ماتریس ژاکوبینی که در این شبیه‌سازیها استفاده می‌شود، بصورت زیر است:

$$J(q) = \begin{bmatrix} -l_1 \sin(q_1) - l_2 \sin(q_1 + q_2) & -l_2 \sin(q_1 + q_2) \\ l_1 \cos(q_1) + l_2 \cos(q_1 + q_2) & l_2 \cos(q_1 + q_2) \end{bmatrix} \quad (۴۳-۲)$$



شکل (۱-۲). بازوی ربات دو-رابط لولایی

۱۱-۲- نتیجه‌گیری

در این فصل ویژگیهای فیزیکی و دینامیکهای بازوی رباتیک مورد بررسی قرار گرفتند. ویژگیهای فیزیکی بازوی رباتیک، در طراحی کنترلکنندهها نقش بسیار مهمی را ایفا می نمایند. زیرا با استفاده از آنها می توان پیچیدگیهای طراحی کنترلکنندهها را کاهش داد و نهایتاً به ورودیهای کنترلی نسبتاً ساده تری رسید.

به دلیل وجود عدم قطعیت‌هایی نظیر پارامترهای نامعلوم، اصطکاک‌ها، تغییرات بار و دینامیک‌های مدل نشده، دینامیک‌های بازوی رباتیک را می توان به دو بخش معلوم و نامعلوم تقسیم بندی نمود. دینامیک‌های غیرخطی معلوم، از طریق فیدبک مستقیم پایدار می شوند. اما برای جبران دینامیک‌های نامعلوم، بر اساس فرضیاتی که بیان گردید، توابع محدودیتی برای ماتریس اینرسی، ماتریس کوریولیس، اصطکاک‌ها، گشتاور جاذبه و دینامیک‌های مدل نشده تعریف شدند. این توابع محدودیت، اطلاعات ارزشمندی از کران دینامیک‌های نامعلوم را فراهم می نمایند. با دقت در انتخاب توابع محدودیت، کران عدم قطعیت‌ها مشخص می شوند و در نتیجه دامنه‌ی ورودی کنترل کاهش می یابد. بنابراین با صرف هزینه‌ای کمتر، می توان محرکه‌های مورد نیاز را فراهم نمود. در صورت عدم دسترسی به کران دینامیک‌های نامعلوم، برای پایداری سیستم حلقه بسته، ضرایب کنترلکنندهها بزرگ انتخاب می شوند. بنابراین ورودیهای بزرگ، محرکه‌ها را به حالت اشباع می برند و محدوده‌ی پایداری را کاهش می دهند.

فصل سوم

کنترل ردگیری مقاوم غیرخطی بازوی ربات در فضای کار

۳-۱- مقدمه

هدف از طراحی کنترل‌کننده‌های، خطی یا غیرخطی، جبران دینامیک‌های سیستم است. بطوریکه سیستم حلقه بسته‌ی تحت کنترل، دارای عملکرد مطلوبی باشد. برای جبران دینامیک‌های سیستم، با انتخاب یک روش کنترلی مناسب، بخش‌های عمده‌ی دینامیک‌های سیستم را حذف می‌کنند. حذف دقیق دینامیک‌های سیستم، در صورتی عملی است که این دینامیک‌ها کاملاً معلوم باشند. در شرایطی که دینامیک‌های سیستم، دارای عدم قطعیت هستند، این حذف بصورت تقریبی انجام می‌پذیرد. بعنوان مثال اگر دینامیک‌های بازوی ربات کاملاً معلوم باشند، می‌توان با استفاده از روش خطی‌سازی فیدبکی^{۷۸} به یک سیستم حلقه بسته‌ی کاملاً خطی رسید [۶،۴۱].

حذف تقریبی دینامیک‌های سیستم زمانی اتفاق می‌افتد که، از یک کنترل‌کننده‌ی خطی برای کنترل سیستم-های غیرخطی استفاده شود. در اینصورت در کنار این کنترل خطی، باید از کنترل مقاومی که بر اساس توابع محدودیت سیستم و اندازه‌ی عدم قطعیت‌ها طراحی شده است، برای مواجهه با عدم قطعیت‌های موجود استفاده نمود [۵۷]. بازوهای ربات دارای دینامیک‌های غیرخطی هستند، بنابراین در این بازوها برای رسیدن به جبرانی بهتر و کارایی بالاتر، استفاده از کنترل‌کننده‌های غیرخطی بجای کنترل‌کننده‌های خطی، امری طبیعی است.

⁷⁸ . Feedback Linearization

در بازوهای ربات از کنترل کننده‌های رایجی نظیر کنترل گشتاور محاسباتی^{۷۹}، کنترل PD و کنترل PID برای غلبه بر دینامیک‌های غیرخطی استفاده شده است و نشان داده می‌شود که این کنترل کننده‌ها در برابر عدم قطعیت‌ها، مقاوم هستند [۶-۲]. اما این مقاوم بودن در صورتی قابل دسترسی است که ضرایب این کنترل کننده‌های خطی بسیار بزرگ انتخاب شوند، در اینصورت ورودی کنترل بزرگ می‌شود و از لحاظ فیزیکی این امر باعث اشباع^{۸۰} محرکه‌ها و ایجاد بالازدگی در حالات سیستم می‌شود. از طرف دیگر انتخاب بزرگ ضرایب کنترل خطی، باعث کوچک شدن ناحیه‌ی پایداری محلی^{۸۱} با شرایط اولیه‌ی غیرصفر می‌شود.

در مقایسه با کنترل کننده‌های خطی، طراحی کنترل کننده‌های غیرخطی دارای مزایای بسیاری است. یکی از مهمترین مزایای کنترل غیرخطی، تضمین پایداری سراسری^{۸۲} سیستم حلقه بسته است. در حالیکه با کنترل خطی، تنها باید به پایداری محلی قانع بود [۷۰-۶۳]. با استفاده از کنترل غیرخطی می‌توان با صرف انرژی کمی به کارایی بهتری رسید. بعنوان مثال در بازوهای که دارای تغییرات بار هستند، با کنترل غیرخطی می‌توان به پایداری نمایی^{۸۳} رسید در حالیکه استفاده از کنترل خطی نهایتاً منجر به پایداری محدود یکنواخت^{۸۴} می‌شود [۷۲-۷۱]. از مزایای دیگر استفاده از کنترل غیرخطی این است که اصول طراحی آن در بازوهای دارای مفاصل لولایی یا کشویی یکسان است.

در این فصل بدنبال ارائه‌ی کنترل ردگیری مقاوم غیرخطی در فضای کار هستیم که بتواند بر عدم قطعیت‌های دینامیکی و سینماتیکی موجود غلبه نماید. بدین منظور با استفاده از ویژگی‌های فیزیکی بازوی ربات، روشهایی پیشنهاد می‌گردد. در ادامه با بیان محدودیت‌های این روشها و با اصلاح کنترل کننده‌های پیشنهادی، کنترل ردگیری مقاوم غیرخطی در فضای کار ارائه می‌شود که علاوه بر اینکه ویژگی‌های فوق را داراست، بلکه می‌تواند از نقاط تکین بازوی ربات نیز عبور نماید.

79 . Computed Torque Control

80 . Saturation

81 . Local Stability

82 . Global Stability

83 . Exponential Stability

84 . Uniform Ultimate Boundedness Stability

۳-۲- کنترل کننده‌ی مقاوم غیرخطی بازوی ربات در فضای کار بر اساس ماتریس ژاکوبین دقیق [۱۰۱]

طراحی یک کنترل کننده‌ی موفق، برای سیستم‌های غیرخطی، یکی از چالش‌هایی است که امروزه تئوری کنترل با آن مواجه است. اگر از روش مسقیم لیاپانف برای طراحی کنترل غیرخطی استفاده شود، اصلیتین مسئله، پیدا کردن یک تابع لیاپانف مناسب است. برای سیستم‌های رباتیک، با توجه به ویژگی‌های فیزیکی بازوی ربات، تابع لیاپانف موجود است. بنابراین، با استفاده از این روش و تحلیل‌های غیرخطی، می‌توان کنترل غیرخطی مناسبی برای بازوی ربات طراحی کرد. در حقیقت در بازوهای ربات، طراحی کنترل غیرخطی نسبت به طراحی کنترل خطی، دارای تحلیلی ساده‌تر و انعطاف‌پذیری بیشتری است [۵۷].

با توجه به معادلات (۲-۳۰)، (۲-۳۱) و (۲-۳۲) معادلات بازوی ربات در فضای کار بصورت زیر است:

$$\begin{aligned} A(q)\ddot{X} + N(q, \dot{q}) &= f(t) \\ A(q) &= J^{-T}(q)M(q)J^{-1}(q) \\ N(q, \dot{q}) &= J^{-T}(q)H(q, \dot{q}) - J^{-T}(q)M(q)J^{-1}(q)\dot{J}(q)\dot{q} \end{aligned} \quad (۱-۳)$$

همانطور که در فصل دوم بیان گردید، بدلیل اینکه $M(q)$ و $H(q, \dot{q})$ به دو قسمت معلوم و نامعلوم تقسیم می‌شوند، می‌توان همین تقسیم بندی را در مورد $A(q)$ و $N(q, \dot{q})$ نیز اعمال کرد:

$$\begin{aligned} A(q) &= A_k(q) + A_u(q) \\ N(q, \dot{q}) &= N_k(q, \dot{q}) + N_u(q, \dot{q}) \end{aligned} \quad (۲-۳)$$

$A_k(q)$ ، $N_k(q, \dot{q})$ و $A_u(q)$ ، $N_u(q, \dot{q})$ بترتیب قسمت های معلوم و نامعلوم $A(q)$ و $N(q, \dot{q})$ هستند. خطای موقعیت فضای کار بصورت $X_d(t) - X(t) = e(t)$ تعریف می‌شود که در آن مسیر مطلوب فضای کار و $X(t)$ موقعیت و جهت مجری نهایی است. در معادله‌ی (۱-۳) ورودی $f(t)$ بصورت زیر انتخاب می‌شود:

$$f(t) = A_k(q)\ddot{X}_d + N_k(q, \dot{q}) + \alpha A_k(q)\dot{e}(t) + K A_k(q)e(t) + \alpha A_k(q)(\alpha e(t) + \dot{e}(t)) + \dot{u}_r(t) \quad (۳-۳)$$

که α و K ضرایبی مثبت و ورودی کنترل مقاوم جدید است. در شرایطی که $A_k(q)$ و $N_k(q, \dot{q})$ کاملاً مشخص نباشند و یا برای کم کردن حجم محاسبات کنترل کننده، می توان در معادله‌ی (۳-۳) $A_k(q)$ و $N_k(q, \dot{q})$ را بصورت $A_k(q) = I_n$ و $N_k(q, \dot{q}) = 0$ در نظر گرفت. (۳-۳) در معادله‌ی (۱-۳) جایگذاری و با تعریف $r(t) = \alpha e(t) + \dot{e}(t)$ ، معادله‌ی مرتب شده‌ی زیر نتیجه می شود:

$$A(q)\ddot{X} = A_k(q)\ddot{X}_d + N_k(q, \dot{q}) + \alpha A_k(q)\dot{e}(t) + K A_k(q)e(t) + \alpha A_k(q)r(t) - N(q, \dot{q}) + u_r(t) \quad (۴-۳)$$

(۲-۳) در (۴-۳) جایگذاری، و به آن $A(q)\ddot{X}_d$ اضافه و کم می گردد:

$$A(q)\ddot{X} = A(q)\ddot{X}_d - A(q)\ddot{X}_d + A_k(q)\ddot{X}_d + \alpha A_k(q)\dot{e}(t) + K A_k(q)e(t) + \alpha A_k(q)r(t) - N_u(q, \dot{q}) + u_r(t) \quad (۵-۳)$$

(۵-۳) بصورت زیر مرتب می شود:

$$-A(q)\ddot{e}(t) = -A_u(q)\ddot{X}_d + \alpha A_k(q)\dot{e}(t) + K A_k(q)e(t) + \alpha A_k(q)r(t) - N_u(q, \dot{q}) + u_r(t) \quad (۶-۳)$$

در (۶-۳)، از رابطه‌ی $A_k(q) = A(q) - A_u(q)$ استفاده می شود و نهایتاً بصورت زیر مرتب می گردد:

$$\ddot{e}(t) = A^{-1}(q) \left\{ \begin{array}{l} A_u(q)\ddot{X}_d + \alpha A_u(q)\dot{e}(t) + K A_u(q)e(t) + \alpha A_u(q)r(t) \\ -\alpha A(q)\dot{e}(t) - K A(q)e(t) - \alpha A(q)r(t) + N_u(q, \dot{q}) - u_r(t) \end{array} \right\} \quad (۷-۳)$$

برای ساده کردن (۷-۳)، معادله‌ی زیر بیان می گردد:

$$\Delta A = A_u(q)\ddot{X}_d + \alpha A_u(q)\dot{e}(t) + K A_u(q)e(t) + \alpha A_u(q)r(t) + N_u(q, \dot{q}) \quad (۸-۳)$$

(۸-۳) در (۷-۳) جایگذاری می شود:

$$\ddot{e}(t) = A^{-1}(q) \{ \Delta A - \alpha A(q)\dot{e}(t) - K A(q)e(t) - \alpha A(q)r(t) - u_r(t) \} \quad (۹-۳)$$

با تعریف $e(t) = Z_1(t)$ و $\dot{e}(t) = Z_2(t)$ ، معادله‌ی زیر حاصل می گردد:

$$\begin{aligned} \dot{Z} &= DZ + B[\Delta A - \alpha A(q)\dot{e}(t) - K A(q)e(t) - \alpha A(q)r(t) - u_r(t)] \\ Z &= \begin{bmatrix} Z_1 \\ Z_2 \end{bmatrix}, \quad D = \begin{bmatrix} 0 & I_n \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ A^{-1}(q) \end{bmatrix} \\ r(t) &= [\alpha I_n \quad I_n]Z \end{aligned} \quad (۱۰-۳)$$

در معادله‌ی (۳-۱۰)، بیشتر عدم قطعیت‌ها در بخش ΔA و ماتریس B قرار دارند. برای طراحی کنترل مقاوم باید ماکزیمم اندازه‌ی این عدم قطعیت‌ها مشخص باشند. در بخش بعد، این محدوده‌ها مشخص می‌شود.

۳-۲-۱- تعیین ماکزیمم اندازه‌ی عدم قطعیت‌ها

معادله‌ی (۳-۸) را با توجه به فرضیات بخش (۲-۸)، می‌توان بصورت زیر بیان کرد:

$$\|\Delta A\| \leq \bar{A}_u(q) \sup_{t \geq 0} \|\ddot{X}_d\| + \alpha \bar{A}_u(q) \|\dot{e}(t)\| + K \bar{A}_u(q) \|e(t)\| + \alpha \bar{A}_u(q) \|r(t)\| + \xi_c(q) \|\dot{q}\|^2 + \xi_g(q) + \xi_{f_0} + \xi_{f_1} \|\dot{q}\| + \xi_t \quad (11-3)$$

با توجه به معادله‌ی (۳-۱۱)، معادله‌ی زیر تعریف می‌گردد:

$$\rho(Z, t) = \bar{A}_u(q) \sup_{t \geq 0} \|\ddot{X}_d\| + \alpha \bar{A}_u(q) \|\dot{e}(t)\| + K \bar{A}_u(q) \|e(t)\| + \alpha \bar{A}_u(q) \|r(t)\| + \xi_c(q) \|\dot{q}\|^2 + \xi_g(q) + \xi_{f_0} + \xi_{f_1} \|\dot{q}\| + \xi_t \quad (12-3)$$

که $\bar{A}_u(q)$ ماکزیمم مقدار $A_u(q)$ است. از (۳-۱۱) و (۳-۱۲) نتیجه می‌شود:

$$\|\Delta A\| \leq \rho(Z, t) \quad (13-3)$$

۳-۲-۲- طراحی کنترل مقاوم

برای اثبات پایداری سیستم حلقه بسته‌ی (۳-۱۰)، تابع منتخب لیاپانفی بصورت زیر پیشنهاد می‌شود:

$$V(Z) = \frac{1}{2} K Z_1^T Z_1 + \frac{1}{2} r^T r \quad (14-3)$$

که K ثابتی مثبت است. از (۳-۱۴) نسبت به زمان مشتق می‌گیریم:

$$\dot{V}(Z) = K \dot{Z}_1^T Z_1 + \dot{r}^T r \quad (15-3)$$

با استفاده از (۳-۹) و (۳-۱۰)، معادله‌ی (۳-۱۵) ساده می‌گردد:

$$\dot{V}(Z) = -\alpha (K \|Z_1\|^2 + \|r\|^2) + r^T A^{-1}(q) \{\Delta A - u_r(t)\} \quad (16-3)$$

در (۱۶-۳) اگر ΔA کاملاً معلوم باشد، آنگاه با انتخاب $u_r(t) = \Delta A$ می توان سیستم حلقه بسته‌ی (۱۰-۳) را پایدار کرد. اما اگر ΔA معلوم نباشد، آنگاه $u_r(t)$ باید طوری انتخاب شود که $\dot{V}(Z) \leq 0$ شود.

۳-۲-۳- لم

اگر $V(Z)$ تابع منتخب لیاپانف یک سیستم زمان پیوسته باشد و اگر مشتق آن در طول مسیر فضای حالت سیستم به صورت زیر باشد:

$$\begin{aligned} \dot{V}(Z) &\leq -\lambda_v \bar{\lambda}(Z) \|Z\|^2 + \varepsilon \phi(t), \forall Z \in R^n \\ 0 < \phi(t) < \infty, \int_{t_0}^{\infty} \phi(s) ds &= C_\phi < \infty, \forall t_0 \end{aligned} \quad (۱۷-۳)$$

اگر برای همه‌ی Z ها، $\bar{\lambda}(Z) \geq \underline{\lambda} > 0$ و λ_v ثابت‌های مثبتی باشند. آنگاه آن سیستم دارای پایداری مجانبی سراسری^{۸۵} است.

۳-۲-۴- اثبات پایداری سیستم حلقه بسته

اگر داشته باشیم:

$$\dot{V}(Z) \leq -\lambda_v V(Z) + \varepsilon \phi(t) \quad (۱۸-۳)$$

متغیر جدیدی بصورت زیر تعریف می‌شود:

$$\omega(t) = \dot{V}(Z) + \lambda_v V(Z) - \varepsilon \phi(t) \quad (۱۹-۳)$$

(۱۹-۳) یک معادله‌ی دیفرانسیل مرتبه‌ی اول تغییرناپذیر با زمان اسکالر است. واضح است که $\omega(t) \leq 0$

بنابراین با حل معادله دیفرانسیل (۱۹-۳) برای $t \geq t_0$ داریم:

⁸⁵ . Global Asymptotic Stability

$$\begin{aligned}
V(Z) &= V(Z(t_0))e^{-\lambda_v(t-t_0)} + \int_{t_0}^t e^{-\lambda_v(t-s)}(\varepsilon\phi(s) + \omega(s))ds \\
&\leq V(Z(t_0))e^{-\lambda_v(t-t_0)} + \varepsilon \int_{t_0}^t e^{-\lambda_v(t-s)}\phi(s)ds \\
&= V(Z(t_0))e^{-\lambda_v(t-t_0)} + \varepsilon \int_{t_0}^{\frac{t}{2}} e^{-\lambda_v(t-s)}\phi(s)ds + \varepsilon \int_{\frac{t}{2}}^t e^{-\lambda_v(t-s)}\phi(s)ds
\end{aligned} \tag{۲۰-۳}$$

واضح است که:

$$0 \leq \int_{t_0}^{\frac{t}{2}} e^{-\lambda_v(t-s)}\phi(s)ds \leq e^{-\lambda_v\frac{t}{2}} \int_{t_0}^{\frac{t}{2}} \phi(s)ds \leq e^{-\lambda_v\frac{t}{2}} C_\phi \tag{۲۱-۳}$$

که بر این امر دلالت می‌کند که

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \int_{t_0}^{\frac{t}{2}} e^{-\lambda_v(t-s)}\phi(s)ds = 0 \tag{۲۲-۳}$$

بطور مشابه، $s^* \in \left[\frac{t}{2}, t\right]$ وجود دارد که

$$\int_{\frac{t}{2}}^t e^{-\lambda_v(t-s)}\phi(s)ds \leq \phi(t^*) \int_{\frac{t}{2}}^t e^{-\lambda_v(t-s)}ds \leq \frac{1}{\lambda_v} \phi(t^*) \tag{۲۳-۳}$$

که بر این امر دلالت می‌کند که

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \int_{\frac{t}{2}}^t e^{-\lambda_v(t-s)}\phi(s)ds = 0 \tag{۲۴-۳}$$

زیرا اگر $t \rightarrow \infty$ بنابراین $t^* \rightarrow \infty$ ، پس با توجه به ویژگیهای $\phi(t)$ در معادله‌ی (۱۷-۳)، $\lim_{t \rightarrow \infty} \phi(t) = 0$ است.

بنابراین حالت $\|Z\|$ با هر شرایط اولیه‌ای بصورت مجانبی به سمت صفر همگرا می‌شود.

با توجه به لم فوق واضح است، برای اینکه سیستم حلقه بسته‌ی (۱۰-۳) دارای پایداری مجانبی سراسری باشد، باید در (۱۶-۳)، معادله‌ی زیر برقرار باشد:

$$r^T A^{-1}(q)\Delta A - r^T A^{-1}(q)u_r \leq \varepsilon\phi(t) \tag{۲۵-۳}$$

$\phi(t)$ باید دارای شرایط معادله‌ی (۱۷-۳) بوده و $\varepsilon > 0$ باشد. (۲۵-۳) باید در بدترین شرایط برقرار باشد

یعنی:

$$\|r\|\bar{A}^{-1}(q)\rho(Z,t)-r^T A^{-1}(q)u_r \leq \varepsilon\phi(t) \quad (26-3)$$

که $\bar{A}^{-1}(q)$ و $\rho(Z,t)$ به ترتیب ماکزیمم مقادیر ΔA و $A^{-1}(q)$ هستند. برای تضمین (26-3)، ورودی مقاوم u_r بصورت زیر انتخاب می شود:

$$u_r = \frac{\gamma(Z,t)\rho(Z,t)\bar{A}^{-1}(q)}{\underline{A}^{-1}(q)(\|\gamma(Z,t)\| + \varepsilon\phi(t))} \quad (27-3)$$

$$\gamma(Z,t) = r\bar{A}^{-1}(q)\rho(Z,t)$$

که $\underline{A}^{-1}(q)$ و $\bar{A}^{-1}(q)$ به ترتیب ماکزیمم و مینیمم $A^{-1}(q)$ هستند. با جایگذاری (27-3) در سمت چپ معادله‌ی (26-3) نتیجه می شود:

$$= \|r\|\bar{A}^{-1}(q)\rho(Z,t) - r^T A^{-1}(q) \left(\frac{\gamma(Z,t)\rho(Z,t)\bar{A}^{-1}(q)}{\underline{A}^{-1}(q)(\|\gamma(Z,t)\| + \varepsilon\phi(t))} \right) \quad (28-3)$$

$$= \|r\|\bar{A}^{-1}(q)\rho(Z,t) - A^{-1}(q) \left(\frac{\gamma^T(Z,t)\gamma(Z,t)}{\underline{A}^{-1}(q)(\|\gamma(Z,t)\| + \varepsilon\phi(t))} \right) \quad (29-3)$$

$$= \|\gamma(Z,t)\| - A^{-1}(q) \left(\frac{\|\gamma(Z,t)\|^2}{\underline{A}^{-1}(q)(\|\gamma(Z,t)\| + \varepsilon\phi(t))} \right) \quad (30-3)$$

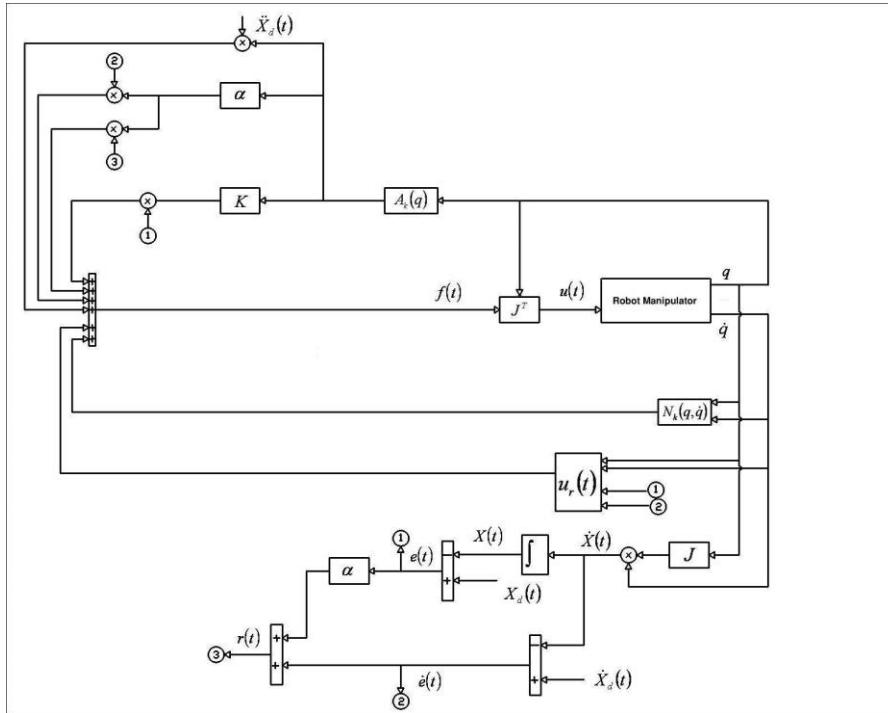
با دقت در (30-3)، واضح است که معادله‌ی زیر برقرار است:

$$\leq \|\gamma(Z,t)\| - \frac{\|\gamma(Z,t)\|^2}{\|\gamma(Z,t)\| + \varepsilon\phi(t)} \quad (31-3)$$

معادله‌ی (31-3) ساده می گردد:

$$\leq \frac{\|\gamma(Z,t)\|\varepsilon\phi(t)}{\|\gamma(Z,t)\| + \varepsilon\phi(t)} \leq \varepsilon\phi(t) \quad (32-3)$$

از (32-3) نتیجه می شود که با انتخاب ورودی کنترل مقاوم (27-3)، معادله‌ی (25-3) برقرار می شود. بنابراین، سیستم حلقه بسته‌ی (3-10)، با کنترل پیشنهادی دارای پایداری جانبی سراسری است. نمای بلوکی کنترل کننده‌ی مقاوم غیرخطی جامع، در شکل (3-1) آمده است.



شکل (۱-۳). بلوک دیاگرام کنترل کننده‌ی مقاوم غیرخطی جامع در فضای کار.

۳-۲-۵- شبیه‌سازی

کنترل کننده‌ی پیشنهادی زیر بر روی بازوی ربات دو-رابط لولایی بخش (۲-۱۰) پیاده‌سازی گردید.

$$f(t) = A_k(q)\ddot{X}_d + N_k(q, \dot{q}) + \alpha A_k(q)\dot{e}(t) + K A_k(q)e(t) + \alpha A_k(q)(\alpha e(t) + \dot{e}(t)) + u_r(t)$$

$$u_r = \frac{\gamma(Z, t)\rho(Z, t)\bar{A}^{-1}(q)}{\underline{A}^{-1}(q)(\|\gamma(Z, t)\| + \varepsilon\phi(t))}$$

$$\gamma(Z, t) = r\bar{A}^{-1}(q)\rho(Z, t)$$

مقادیر پارامترهای ربات که در این شبیه‌سازی مورد استفاده قرار گرفته است، در جدول (۱-۳) آمده است.

جدول (۱-۳). پارامترهای ربات دو-رابط لولایی

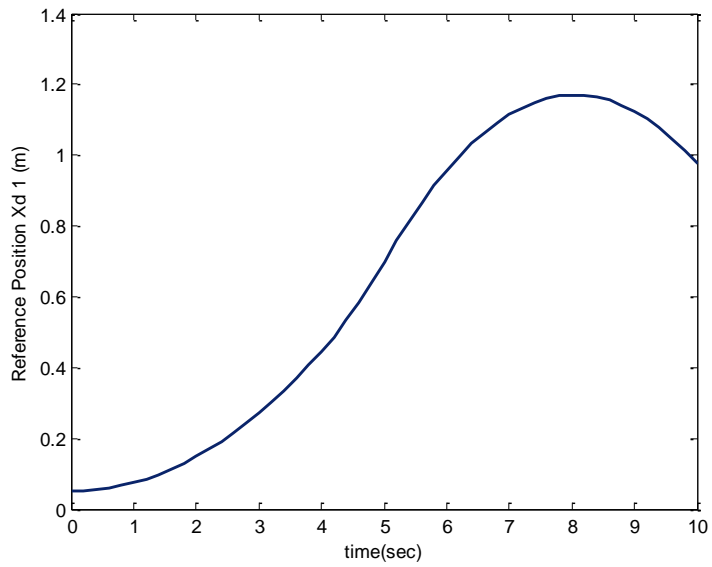
$l_1 = 1 \text{ m}$	$l_2 = 1 \text{ m}$
$m_1 = 10 \text{ kg}$	$m_2 = 5 \text{ kg}$
$g = 9.8$	$F_{d_1} = F_{d_2} = 2$
$F_{s_1}(\dot{q}_1) = F_{s_2}(\dot{q}_2) = 1$	$T_{d_1} = T_{d_2} = 5$

در کنترل کننده برای تخمین پارامترهای رابطه‌ها، مقادیر حقیقی جدول ۱ در بهره‌ی ۰/۹ ضرب شده است و کنترل کننده با مقادیر $\varepsilon = 30$ ، $\alpha = 0.3$ ، $K = 1$ و $\phi(t) = e^{-0.2t}$ تنظیم شده است. به دلیل اینکه فواصل این بازوی ربات لولایی هستند بنابراین $\xi_c(q)$ و $\xi_g(q)$ را نیز مانند ξ_{f_0} ، ξ_{f_1} و ξ_t به صورت ثابت‌های مثبتی در نظر گرفته شده‌اند. در معادله‌ی (۳-۱۲) این ثابت‌های مثبت بگونه‌ای انتخاب شده‌اند که $\rho(Z, t)$ به صورت زیر بدست می‌آید:

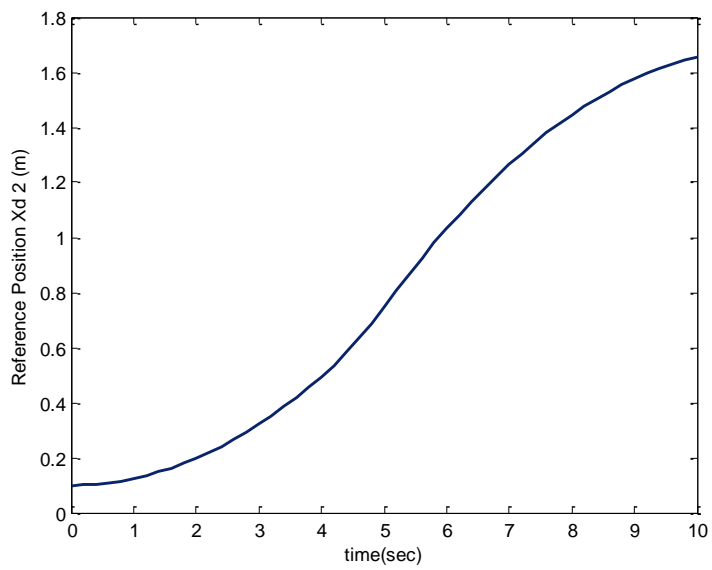
$$\rho(Z, t) = 60 + 45(\|Z\|_1 + \|Z\|_2)$$

مسیرهای مطلوب بازوی ربات در فضای کار مطابق شکل‌های (۳-۲) و (۳-۳) هستند. با توجه به مسیرهای مطلوب و از معادله‌ی (۲-۳۰) نتیجه می‌شود که $6 \leq \|A(q)\| \leq 13$ است و شرایط اولیه‌ی شبیه‌سازی برابر $(0.95, 0.75)$ می‌باشد.

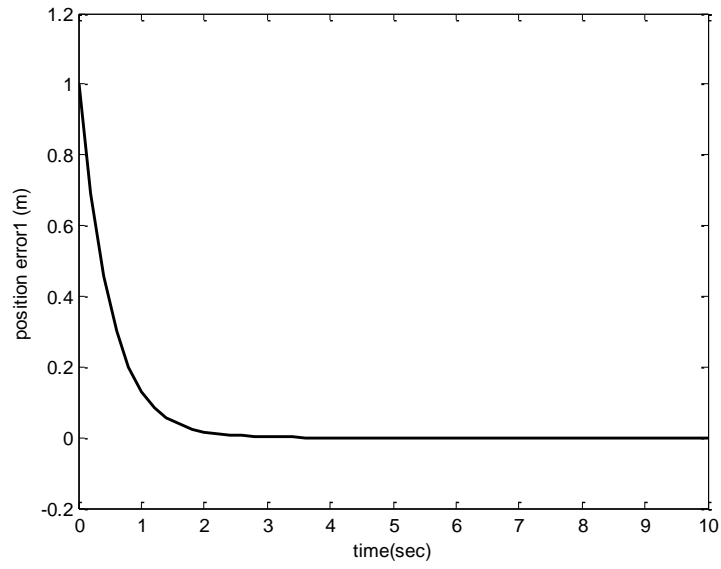
پس از اعمال کنترل کننده‌ی پیشنهادی، با توجه به شکل‌های (۳-۴) و (۳-۵) می‌بینیم که با وجود عدم قطعیت‌های ساختاری و غیرساختاری، کنترل کننده‌ی پیشنهادی بخوبی عمل می‌کند و خطای ردگیری موقعیت X_{d_1} با مقدار ۰/۹ میلی‌متر و در ۲ ثانیه و خطای ردگیری موقعیت X_{d_2} با مقدار ۰/۶۵ میلی‌متر در کمتر از ۱ ثانیه به سمت صفر همگرا می‌شوند. مطابق شکل‌های (۳-۶) و (۳-۷) ورودیهای کنترلی مفصل ۱ و ۲ پیوسته هستند و حداکثر گشتاور ورودی مفاصل برابر با ۱۰۰ و ۸۰ نیوتن متر است. با توجه به مقادیر پارامترهای بازوی ربات این ورودیهای کنترل در محدوده‌ی مجازی قرار دارند.



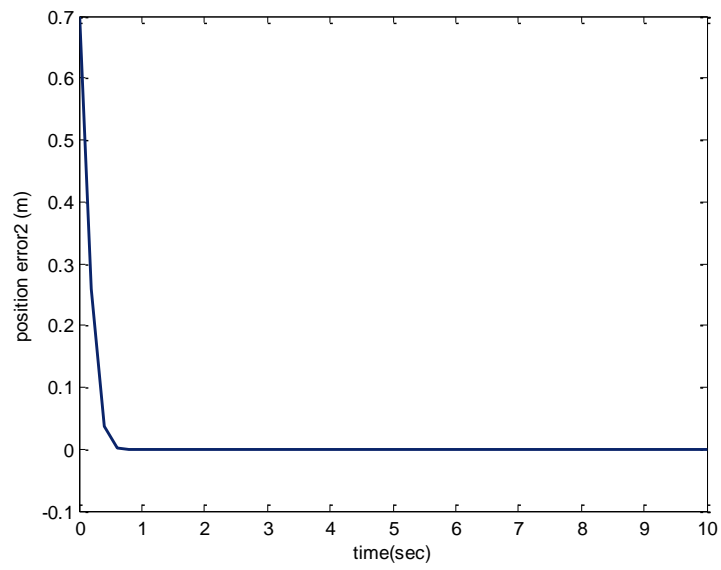
شکل (۲-۳). مسیر مطلوب X_{d1} در فضای کار.



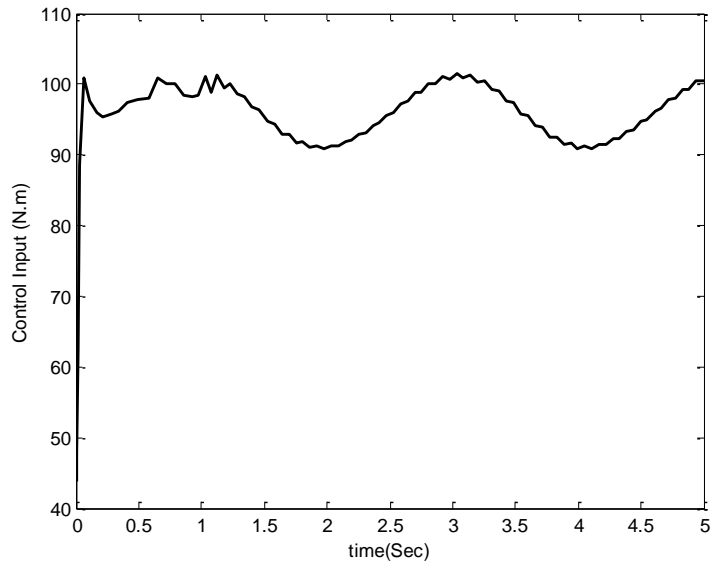
شکل (۳-۳). مسیر مطلوب X_{d2} در فضای کار.



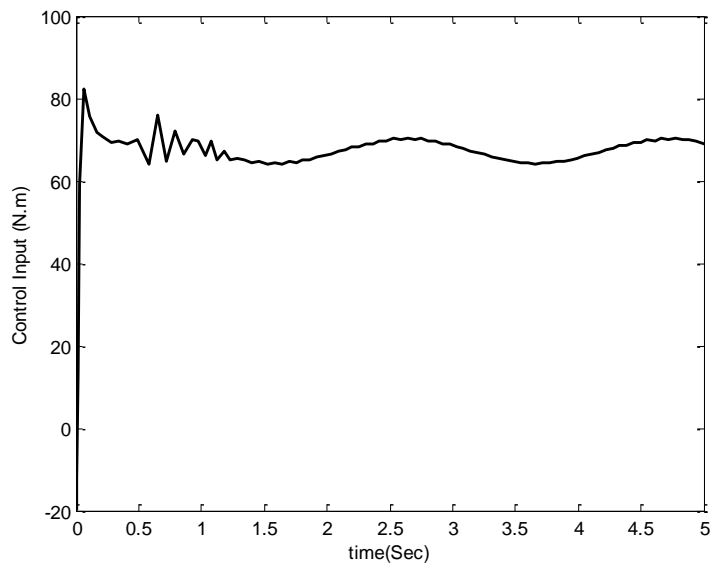
شکل (۳-۴). خطای X_{d1} در فضای کار.



شکل (۳-۵). خطای X_{d2} در فضای کار.



شکل (۳-۶). ورودی کنترل مفصل ۱.



شکل (۳-۷). ورودی کنترل مفصل ۲.

در بخشهای فوق، کنترل کننده‌ی مقاوم غیرخطی برای ردگیری موقعیت بازوی ربات در فضای کار پیشنهاد گردید که بتواند بر عدم قطعیت‌های ساختاری و غیرساختاری موجود در مدل دینامیکی بازوی ربات غلبه کند. در روش طراحی کنترل کننده، برای کم کردن تاثیر عوامل غیرخطی از روش حذف دینامیک‌های معلوم استفاده گردید. و سرانجام برای غلبه بر عدم قطعیت‌های باقیمانده، با روش مستقیم لیاپانف و تعیین ماکزیمم کران عدم قطعیت‌ها، کنترل کننده‌ی مقاومی طراحی گردید که بتواند در بدترین شرایط، بهترین عملکرد را داشته باشد. اثبات ریاضی نشان می‌دهد که با اعمال کنترل کننده‌ی پیشنهادی، سیستم حلقه بسته دارای پایداری مجانبی سراسری است. نتایج شبیه‌سازی بیانگر اینست که کنترل کننده‌ی طراحی شده به خوبی عمل می‌کند و با وجود تمامی عدم قطعیت‌ها، خطای ردگیری در زمانی کوتاه بسمت صفر همگرا می‌شود. برای کم شدن حجم محاسبات کنترل کننده، می‌توان در ورودی کنترل، دینامیک‌های کمتری را حذف کرد و بجای آن در تعیین کران عدم قطعیت‌ها دقت بیشتری اعمال کرد.

در طراحی کنترل پیشنهادی، فرض بر این است که ماتریس ژاکوبین دقیق بازوی ربات در دسترس است. اما در رباتهایی که دارای عدم قطعیت هستند، فرض دقیق بودن ماتریس ژاکوبین نمی‌تواند برقرار باشد. بنابراین در بخش بعد، کنترل مقاوم غیرخطی برای ردگیری موقعیت بازوی ربات در فضای مفصلی ارائه می‌گردد و در ادامه این روش کنترلی به فضای کار تعمیم داده می‌شود. در طراحی این کنترل مقاوم غیرخطی در فضای کار، از ماتریس ژاکوبین غیر دقیق استفاده می‌شود. بنابراین محدودیتی که در روش کنترلی قبل وجود دارد، در این روش مرتفع می‌گردد.

۳-۳- کنترل ردگیری مقاوم غیرخطی موقعیت بازوی ربات در فضای مفصلی [۱۰۲]

همانطور که در بخش (۳-۲) بیان گردید، معادلات دینامیکی بازوی ربات در فضای مفصلی بصورت زیر است [۵۷]:

$$M(q)\ddot{q} + V_m(q, \dot{q})\dot{q} + G(q) + F_d\dot{q} + F_s(\dot{q}) + T_d = \tau(t) \quad (۳۳-۳)$$

برای طراحی این کنترل کننده، سطح لغزشی^{۸۶} در فضای مفصلی بصورت زیر تعریف می شود:

$$S_q = \alpha(q_d - q) + (\dot{q}_d - \dot{q}) \quad (۳۴-۳)$$

که S_q سطح لغزش، α ثابتی مثبت و $q_d \in R^n$ بردار مسیر مطلوب در فضای مفصلی است. در ادامه، بردار $\dot{q}_p \in R^n$ نیز بصورت زیر معرفی می گردد:

$$\dot{q}_p = \alpha(q_d - q) + \dot{q}_d \quad (۳۵-۳)$$

از (۳۴-۳) و (۳۵-۳) نتیجه می شود:

$$S_q = \dot{q}_p - \dot{q} \quad (۳۶-۳)$$

و با مشتق از (۳۵-۳) داریم:

$$\ddot{q}_p = \alpha(\dot{q}_d - \dot{q}) + \ddot{q}_d \quad (۳۷-۳)$$

بر اساس مدل اسمی^{۸۷} بازوی ربات، ورودی کنترلی زیر پیشنهاد می گردد:

$$\tau(t) = M_k(q)\ddot{q}_p + V_{m_k}(q, \dot{q})\dot{q}_p + G_k(q) + \gamma M_k(q)S_q + u_r \quad (۳۸-۳)$$

که $M_k(q)$ ، $V_{m_k}(q, \dot{q})$ و $G_k(q)$ بترتیب بخشهای معلوم $M(q)$ ، $V_m(q, \dot{q})$ و $G(q)$ ، γ ثابتی مثبت و u_r ورودی کنترلی است که برای غلبه بر عدم قطعیت های پارامتری و غیرساختاری طراحی می شود. (۳۶-۳)، (۳۷-۳) و (۳۸-۳) را در (۳۳-۳) قرار داده و $\Delta A = F_d\dot{q} + F_s(\dot{q}) + T_d$ منظور می شود:

$$M_k(q)\dot{S}_q + V_{m_k}(q, \dot{q})S_q = (M(q) - M_k(q))\ddot{q} + (V_m(q, \dot{q}) - V_{m_k}(q, \dot{q}))\dot{q} + (G(q) - G_k(q)) - \gamma M_k(q)S_q + \Delta A - u_r \quad (۳۹-۳)$$

⁸⁶ . Sliding Surface

⁸⁷ . Nominal Model

با استفاده از ویژگی‌های فیزیکی بخش (۷-۲)، داریم:

$$(M(q) - M_k(q))\ddot{q} + (V_m(q, \dot{q}) - V_{m_k}(q, \dot{q}))\dot{q} + (G(q) - G_k(q)) = W(q, \dot{q}, \ddot{q})\tilde{P} \quad (۴۰-۳)$$

که \tilde{P} بردار خطای پارامتری، بصورت $\tilde{P} = P - \hat{P}$ تعریف می‌شود و \hat{P} تخمینی از P است. (۴۰-۳) در (۳۹-۳) جایگذاری می‌شود:

$$M_k(q)\dot{S}_q + V_{m_k}(q, \dot{q})S_q = W(q, \dot{q}, \ddot{q})\tilde{P} - \gamma M_k(q)S_q + \Delta A - u_r \quad (۴۱-۳)$$

۳-۳-۱- اثبات پایداری سیستم حلقه بسته

برای اثبات پایداری سیستم حلقه بسته (۴۱-۳)، تابع منتخب لیاپانف زیر پیشنهاد می‌گردد:

$$V_1(t) = \frac{1}{2} S_q^T M_k(q) S_q \quad (۴۲-۳)$$

از آنجا که $M_k(q)$ ماتریسی متقارن و مثبت است، بنابراین $V_1(t)$ تابعی اسکالر و مثبت معین است. از (۴۲-۳) نسبت به زمان مشتق گرفته می‌شود:

$$\dot{V}_1(t) = S_q^T M_k(q) \dot{S}_q + \frac{1}{2} S_q^T \dot{M}_k(q) S_q \quad (۴۳-۳)$$

(۴۱-۳) در (۴۳-۳) جایگذاری می‌گردد:

$$\dot{V}_1(t) = S_q^T \left(\frac{1}{2} \dot{M}_k(q) - V_{m_k}(q, \dot{q}) \right) S_q - \gamma S_q^T M_k(q) S_q + S_q^T (W(q, \dot{q}, \ddot{q})\tilde{P} + \Delta A - u_r) \quad (۴۴-۳)$$

بخش اول معادله (۴۴-۳)، با توجه به ویژگی فیزیکی ۲ بخش (۷-۲)، برابر صفر است. با جایگذاری (۴۲-۳) در (۴۴-۳) داریم:

$$\dot{V}_1(t) + 2\gamma V_1(t) = S_q^T (W(q, \dot{q}, \ddot{q})\tilde{P} + \Delta A - u_r) \quad (۴۵-۳)$$

تابع اسکالر $\varphi(t)$ به گونه‌ای انتخاب می‌شود که در معادله (۱۷-۳) صدق نماید و $S_q^T (W(q, \dot{q}, \ddot{q})\tilde{P} + \Delta A - u_r) \leq \varphi(t)$ باشد. بنابراین داریم:

$$\dot{V}_1(t) + 2\gamma V_1(t) \leq \varphi(t) \quad (46-3)$$

با توجه به بخش (3-2-4)، اثبات می‌شود که سیستم حلقه بسته با ورودی کنترل زیر دارای پایداری مجانبی سراسری است:

$$u_r = \frac{S_q}{(\|S_q\| + \varphi(t))} \eta(t) \quad (47-3)$$

که تابع محدودیت $\eta(t)$ از معادله‌ی زیر محاسبه می‌شود:

$$\|W(q, \dot{q}, \ddot{q})\| \cdot \|\tilde{P}\| + \|\Delta A\| \leq \eta(t) \quad (48-3)$$

بنابراین کنترل مقاوم غیرخطی جامع در فضای مفصلی بصورت زیر است:

$$\tau(t) = M_k(q)\ddot{q}_p + V_{m_k}(q, \dot{q})\dot{q}_p + G_k(q) + \gamma M_k(q)S_q + \frac{S_q}{(\|S_q\| + \varphi(t))} \eta(t) \quad (49-3)$$

در کنترل (3-2-4)، علاوه بر موقعیت، سرعت و شتاب مطلوب q_d ، \dot{q}_d و \ddot{q}_d در فضای مفصلی، اطلاعات موقعیت و سرعت مفاصل q و \dot{q} نیز باید در دسترس باشند. کنترل پیشنهادی (3-2-4) در فضای مفصلی است، بنابراین با توجه به مطالبی که در مقدمه‌ی این پایان نامه ذکر گردید، بدلیل وجود عدم قطعیت سینماتیکی، با هیچ کنترل کننده‌ای در فضای مفصلی، نمی‌توان به ردگیری دقیقی رسید. پس برای اینکه این مشکل مرتفع گردد، در بخش بعد، از اصول طراحی این کنترل کننده در فضای کار استفاده می‌شود.

3-4- طراحی کنترل مقاوم غیرخطی در فضای کار بر اساس معکوس ماتریس ژاکوبین غیر دقیق [103]

در این بخش، برای طراحی کنترل در فضای کار، یک سطح لغزش ترکیبی بصورت زیر معرفی می‌گردد:

$$S_X = \beta \hat{J}^{-1}(\hat{q}_d)(X_d - X) + \hat{J}^{-1}(\hat{q}_d)\dot{X}_d - \dot{q} \quad (50-3)$$

که β ثابتی مثبت، $\hat{J}^{-1}(\hat{q}_d)$ معکوس ماتریس ژاکوبین تقریبی، $X_d \in R^n$ بردار مسیر مطلوب در فضای کار و $\hat{q}_d \in R^n$ بردار مسیر مطلوب انتقال یافته به فضای مفصلی است که از طریق محاسبه و با استفاده از یک انتقال تقریبی، بصورت زیر بدست می‌آید [۶]:

$$\hat{q}_d = \text{inv} \hat{h}(X_d) \quad (51-3)$$

که $\text{inv} \hat{h}$ سینماتیک وارون تقریبی است. از معادله (۲-۲۴) داریم:

$$\dot{\hat{q}}_d = \hat{J}^{-1}(\hat{q}_d) \dot{X}_d \quad (52-3)$$

از (۳-۵۰) نتیجه می‌شود که با صفر شدن سطح لغزش S_X ، خطای ردگیری به سمت صفر همگرا می‌شود. زیرا موقعیت مجری نهایی X به سمت مسیر مطلوب میل خواهد نمود. حال بردار $\dot{\hat{q}}_p \in R^n$ در فضای مفصلی بصورت زیر تعریف می‌شود:

$$\dot{\hat{q}}_p = \hat{J}^{-1}(\hat{q}_d) (\beta(X_d - X) + \dot{X}_d) \quad (53-3)$$

از (۳-۵۰) و (۳-۵۳) داریم:

$$S_{X=\dot{\hat{q}}_p} - \dot{q} \quad (54-3)$$

از (۳-۵۳) نسبت به زمان مشتق می‌گیریم:

$$\ddot{\hat{q}}_p = \hat{J}^{-1}(\hat{q}_d) (\beta(\dot{X}_d - \dot{X}) + \ddot{X}_d) + \hat{J}^{-1}(\hat{q}_d) (\beta(\dot{X}_d - \dot{X}) + \ddot{X}_d) \quad (55-3)$$

مشتق (۳-۵۴) برابر است با:

$$\dot{S}_{X=\ddot{\hat{q}}_p} - \ddot{q} \quad (56-3)$$

با توجه به مدل اسمی بازوی ربات، قانون کنترل مقاوم فضای کار زیر پیشنهاد می‌شود:

$$\tau(t) = M_k(q) \ddot{\hat{q}}_p + V_{m_k}(q, \dot{q}) \dot{\hat{q}}_p + G_k(q) + \lambda M_k(q) S_X + u \quad (57-3)$$

که λ ثابتی مثبت و u ورودی کنترلی است، که برای غلبه بر عدم قطعیت‌های پارامتری و غیرساختاری موجود در مدل دینامیکی و سینماتیکی باید طراحی شود. با توجه به بخشهای (۳-۳) و (۳-۳-۱) اثبات می‌شود که سیستم حلقه بسته با ورودی کنترل زیر دارای پایداری مجانبی سراسری است:

$$u = \frac{S_X}{(\|S_X + \varphi(t)\|)} \eta(t) \quad (58-3)$$

که تابع محدودیت $\eta(t)$ از معادله‌ی (۳-۴۸) محاسبه می‌شود. بنابراین کنترل مقاوم غیرخطی جامع در فضای کار بصورت زیر است:

$$\tau(t) = M_k(q)\ddot{q}_p + V_{m_k}(q, \dot{q})\dot{q}_p + G_k(q) + \lambda M_k(q) S_X + \frac{S_X}{(\|S_X + \varphi(t)\|)} \eta(t) \quad (59-3)$$

برای پیاده سازی ورودی کنترل (۳-۵۹) باید علاوه بر $X_d, \dot{X}_d, \ddot{X}_d, \hat{q}_d$ و $\hat{J}^{-1}(\hat{q}_d)$ اطلاعات مربوط به X, \dot{X} و \dot{q} باید در دسترس باشند.

۳-۵- بحث و نتیجه‌گیری

در ابتدای این فصل، کنترل‌کننده‌ی مقاوم غیرخطی پیشنهاد گردید، که در طراحی آن از ماتریس ژاکوبین دقیق استفاده می‌شود. برای پیاده‌سازی این کنترل‌کننده، باید اطلاعات فضای مفصلی در دسترس باشند. از آنجاکه کنترل بازوی ربات در فضای مفصلی با تکنولوژی پیشرفته‌ای همراه است، بنابراین تهیه‌ی سنسورهای دقیق و مناسب، برای ارسال اطلاعات فضای مفصلی بسیار آسان است [۶].

در این کنترل‌کننده، برای دسترسی به موقعیت و سرعت مجری‌نهایی از معادلات سینماتیکی استفاده می‌شود. از آنجاکه این معادلات، وابسته به ماتریس ژاکوبین می‌باشند، بنابراین فرض داشتن ماتریس ژاکوبین دقیق باید برقرار باشد. در صورت وجود عدم قطعیت، شرط ماتریس ژاکوبین دقیق تضمین نمی‌گردد. بنابراین اطلاعات مربوط به موقعیت و سرعت مجری‌نهایی، با خطا همراه می‌شود. در اینصورت پایداری مجانبی سراسری سیستم حلقه بسته تضمین نمی‌گردد. در این شرایط اگر سیستم حلقه بسته ناپایدار نگردد، نهایتاً دارای پایداری

محدود یکنواخت می‌شود، که خطای ردگیری آنرا از طریق انتخاب ضرایب کنترل‌کننده نیز، نمی‌توان کاهش داد. از طرف دیگر، در شیوه‌ی طراحی این کنترل‌کننده از معکوس ماتریس ژاکوبین استفاده شده است. بنابراین بازوی ربات با این کنترل‌کننده، نمی‌تواند از نقاط تکین بازوی ربات عبور نماید.

در ادامه برای رفع این محدودیت کنترل ردگیری مقاوم غیرخطی ارائه گردید، که در طراحی آن عدم‌قطعیت‌های سینماتیکی نیز لحاظ می‌شود. این کنترل‌کننده در برابر عدم‌قطعیت‌های دینامیکی و سینماتیکی مقاوم است، اما بدلیل استفاده از معکوس ماتریس ژاکوبین، با محدودیت در طراحی مسیر مطلوب در فضای کار مواجه است. اما می‌توان با اصلاح این کنترل‌کننده و استفاده از ترانهاده‌ی ماتریس ژاکوبین، این محدودیت را نیز مرتفع نمود [۱۰۳]. بنابراین کنترل پیشنهادی نهایی، نه تنها در برابر عدم‌قطعیت‌های دینامیکی و سینماتیکی بازوی ربات مقاوم است، بلکه با استفاده از آن می‌توان از نقاط تکین بازوی ربات نیز، عبور نمود. این کنترل‌کننده دارای طراحی نسبتاً ساده‌تری است، اما در مرحله‌ی پیاده‌سازی با مشکل دسترسی به سرعت مجری‌نهایی مواجه است. در صورت استفاده از معادلات سینماتیکی، خطاهای ردگیری را می‌توان با تنظیم ضرایب این کنترل‌کننده کاهش داد [۱۰۳].

فصل چهارم

کنترل تطبیقی مقاوم و کنترل مقاوم تطبیقی

ردگیری بازوی ربات در فضای کار

۴-۱- مقدمه

کنترل تطبیقی، که نظریه‌ای بسیار قدرتمند و پرطرفدار است، برای کنترل سیستم‌هایی مورد استفاده قرار می‌گیرد که دارای پارامترهایی ثابت، اما نامعلوم هستند [۱۲]. ایده‌ی اصلی کنترل تطبیقی بر این فرض استوار است که سیستم تحت کنترل دارای دینامیک‌هایی معلوم اما با پارامترهایی نامعلوم است. بنابراین می‌توان با طراحی یک قانون تطبیقی در زمان واقعی^{۸۸}، این پارامترها را تخمین زد. پس هدف اصلی کنترل تطبیقی، پیدا کردن یک الگوریتم تخمین‌زن است، که به این الگوریتم، قانون تطبیقی گفته می‌شود. این قانون، پایداری سیستم حلقه بسته را تضمین می‌نماید.

امروزه در کارهای صنعتی ابزارهای مختلفی جابجا می‌شوند، و در این جابجایی، از بازوهای ربات استفاده‌های زیادی می‌شود. از آنجا که این ابزار و وسایل دارای ابعاد و اشکال مختلفی هستند، بنابراین در کنترل بازوی ربات، برای غلبه بر این عدم قطعیت‌ها، باید از روشهای پیشرفته‌ی کنترلی استفاده نمود. در بازوهای که وظیفه‌ی انتقال و جابجایی بارهای مختلفی را بر عهده دارند، باید این تغییر بار در طراحی سیستم کنترل مد نظر قرار گیرد. زیرا بی‌توجهی به این امر ممکن است سیستم حلقه بسته را ناپایدار نماید.

با ارائه نظریه‌ی کنترل تطبیقی مبتنی بر مدل^{۸۹} و کشف ویژگیهای فیزیکی بازوی ربات، تحقیقات وسیعی در مورد کنترل موقعیت بازوی ربات در فضای مفصلی انجام گردید [۱۸-۱۳]. در تمامی این مقالات، سیستم حلقه بسته با کنترل‌کننده‌ی پیشنهادی دارای پایداری مجانبی سراسری است. علاوه بر این تحقیقات، محققین

⁸⁸ . Online Adaptive Law

⁸⁹ . Model Base Adaptive Control

توانستند با استفاده از روش کنترل تطبیقی مبتنی بر مدل و با تغییر الگوریتمهای تخمین‌زن، به پایداری نمایی سراسری نیز دست یابند [۷۲،۷۱]. کنترل تطبیقی و چگونگی استفاده از این تکنیک، برای کنترل ردگیری بازوی ربات در فضای مفصلی، در [۱۶] آمده است. با آشکار شدن مزایای کنترل موقعیت بازوی ربات در فضای کار، از نظریه‌ی کنترل تطبیقی، برای کنترل ردگیری موقعیت بازوی ربات در فضای کار استفاده گردید و به نتایج درخشانی منجر شد [۳۶،۳۴].

برای استفاده از روش کنترل تطبیقی مبتنی بر مدل، در طراحی ردگیری موقعیت در فضای مفصلی یا فضای کار، فرض بر این است که بازوی ربات فقط دارای عدم قطعیت‌های پارامتری است. بنابراین در معادلات دینامیکی (۲-۳) کلیه‌ی اصطکاکها، اغتشاشات و دینامیک‌های مدل نشده را برابر صفر قرار می‌دهند. آنگاه با استفاده از ویژگی فیزیکی ۵ بخش (۲-۷)، به طراحی کنترل تطبیقی می‌پردازند. استفاده از این تکنیک برای کنترل موقعیت بازوهای صنعتی کارآمد، اما بسیار پرهزینه است. زیرا در ساخت این بازوها، از رابطهای بسیار محکمی استفاده می‌شود و تا جایکه مقدور است، لقی‌های موجود در بازو را کاهش می‌دهند. در صورت مهیا نشدن شرایط فوق، عدم قطعیت‌هایی نظیر اصطکاک، اغتشاشات و دینامیک‌های مدل نشده، در دینامیک‌های بازوی ربات ظاهر می‌گردد. از آنجاکه در طراحی کنترل تطبیقی، عدم قطعیت‌های غیرساختاری جایگاهی ندارند [۷۵،۷۴]، این کنترل‌کننده نمی‌تواند پایداری سیستم حلقه بسته را، با وجود این عدم قطعیت‌ها تضمین نماید.

در این فصل برای کم کردن هزینه‌های ساخت بازوی ربات و برای غلبه بر عدم قطعیت‌های غیرساختاری، علاوه بر کنترل تطبیقی از نظریه‌های پیشرفته‌ی کنترل مقاوم استفاده می‌شود. برای نیل به این هدف، در ادامه‌ی فصل، طراحی کنترل تطبیقی مقاوم^{۹۰} و مقاوم تطبیقی^{۹۱} ردگیری موقعیت بازوی ربات در فضای کار ارائه می‌گردد.

^{۹۰} . Robust Adaptive Control

^{۹۱} . Adaptive Robust Control

۴-۲- کنترل تطبیقی مقاوم ردگیری موقعیت بازوی ربات در فضای کار

با توجه به معادله‌ی (۲-۳)، می‌دانیم معادلات دینامیکی بازوی ربات با n درجه آزادی از مرتبه‌ی دوم و غیرخطی است:

$$M(q)\ddot{q} + V_m(q, \dot{q})\dot{q} + G(q) + F_d\dot{q} + F_s(\dot{q}) + T_d = \tau(t) \quad (۱-۴)$$

بدلیل وجود عدم قطعیت‌هایی نظیر پارامترهای نامعلوم، اصطکاک، تغییرات بار، دینامیک‌های مدل نشده و اغتشاشات، دینامیک‌های (۱-۴) به دو گروه معلوم و نامعلوم تقسیم بندی می‌شوند.

$$\begin{aligned} M(q) &= M_k(q) + M_u(q) \\ V_m(q, \dot{q}) &= V_{m,k}(q, \dot{q}) + V_{m,u}(q, \dot{q}) \\ G(q) &= G_k(q) + G_u(q) \end{aligned} \quad (۲-۴)$$

که $M_k(q)$ ، $V_{m,k}(q, \dot{q})$ ، $G_k(q)$ و $M_u(q)$ ، $V_{m,u}(q, \dot{q})$ و $G_u(q)$ بترتیب بخش‌های معلوم و نامعلوم $M(q)$ ، $V_m(q, \dot{q})$ و $G(q)$ هستند. برای طراحی کنترل تطبیقی مقاوم، باید فرضیات بخش (۲-۸) برقرار باشند. برای طراحی کنترل کننده، در ابتدا \dot{X}_p به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\dot{X}_p = \alpha(X_d - X) + \dot{X}_d \quad (۳-۴)$$

$\alpha \in R^n$ ، $\dot{X}_p \in R^n$ ثابتی مثبت، بردار مسیر مطلوب در فضای کار، $X_d \in R^n$ بردار سرعت مطلوب در فضای کار و $X \in R^n$ بردار موقعیت فضای کار است که از طریق دوربین یا سنسورهای موقعیت روئیت می‌شود [۲۸-۳۰]. سطح لغزش Z_x در فضای کار به صورت زیر بیان می‌گردد:

$$Z_x = \dot{X}_p - \dot{X} = \alpha(X_d - X) + \dot{X}_d - \dot{X} \quad (۴-۴)$$

با تعریف خطای موقعیت $X_d - X = e(t)$ و خطای سرعت $\dot{X}_d - \dot{X} = \dot{e}(t)$ در فضای کار، معادله‌ی (۴-۴) به صورت زیر ساده می‌شود:

$$Z_x = \alpha e(t) + \dot{e}(t) \quad (5-4)$$

با توجه به معادله (۲-۲۴)، نتیجه می‌شود:

$$\dot{q}_p = J^{-1}(q)\dot{X}_p \quad (6-4)$$

$J^{-1}(q) \in R^{n \times n}$ معکوس ماتریس ژاکوبین است. در طراحی این کنترل‌کننده فرض بر این است که بازوی ربات در ناحیه‌ی محدودی در فضای کار حرکت می‌کند و مسیر فضای کار به گونه‌ای طراحی شده است که هموار بوده و از نقاط تکین عبور نمی‌کند. در این صورت معکوس ماتریس ژاکوبین مشتق پذیر و دارای مرتبه‌ی کامل خواهد بود. از (۶-۴) نسبت به زمان مشتق گرفته می‌شود:

$$\ddot{q}_p = J^{-1}(q)\ddot{X}_p + \dot{J}^{-1}(q)\dot{X}_p \quad (7-4)$$

سطح لغزش Z_q در فضای مفصلی، به صورت زیر تعریف می‌گردد:

$$Z_q = \dot{q}_p - \dot{q} \quad (8-4)$$

اگر ماتریس ژاکوبین در (۸-۴) ضرب شود، نتیجه می‌شود:

$$J(q)Z_q = J(q)\dot{q}_p - J(q)\dot{q} = \dot{X}_p - \dot{X} = Z_x \quad (9-4)$$

با استفاده از معادلات (۲-۴)، (۶-۴)، (۷-۴) و (۸-۴)، بردار کنترل تطبیقی مقاوم بصورت زیر پیشنهاد می‌گردد:

$$\tau(t) = M_k(q)\ddot{q}_p + V_{m,k}(q, \dot{q})\dot{q}_p + G_k(q) + K Z_q + J^T(q)e(t) + u_a + u_r \quad (10-4)$$

K ثابتی مثبت، $J^T(q) \in R^{n \times n}$ ترانزپوز ماتریس ژاکوبین، $u_a \in R^n$ بردار کنترل تطبیقی و $u_r \in R^n$ بردار کنترل مقاوم است. با جایگذاری (۱۰-۴) در (۱-۴) نتیجه می‌شود:

$$M(q)\ddot{q} + V_m(q, \dot{q})\dot{q} + G(q) + F_d\dot{q} + F_s(\dot{q}) + T_d = M_k(q)\ddot{q}_p + V_{m,k}(q, \dot{q})\dot{q}_p + G_k(q) + K Z_q + J^T(q)e(t) + u_a + u_r \quad (11-4)$$

(۲-۴) در (۱۱-۴) جایگذاری و ساده می‌گردد:

$$M_u(q)\ddot{q} + V_{m,u}(q, \dot{q})\dot{q} + G_u(q) + F_d\dot{q} + F_s(\dot{q}) + T_d = M_k(q)(\ddot{q}_p - \ddot{q}) + V_{m,k}(q, \dot{q})(\dot{q}_p - \dot{q}) + K Z_q + J^T(q)e(t) + u_a + u_r \quad (12-4)$$

از (۸-۴) نتیجه می‌شود:

$$\dot{q} = \dot{q}_p - Z_q \quad , \quad \ddot{q} = \ddot{q}_p - \dot{Z}_p \quad (۱۳-۴)$$

با هدف ساده سازی، معادله‌ی زیر تعریف می‌شود:

$$\Delta A = F_d \dot{q} + F_s(\dot{q}) + T_d \quad (۱۴-۴)$$

از (۱۴-۴) نتیجه می‌شود که ΔA شامل عدم قطعیت‌های غیرساختاری است. (۸-۴)، (۱۳-۴) و (۱۴-۴) در

(۱۲-۴) جایگذاری و ساده می‌شود:

$$M_k(q)\dot{Z}_q + V_{m_k}(q, \dot{q})Z_q + K Z_q + J^T(q)e(t) = M_u(q)\ddot{q} + V_{m,u}(q, \dot{q})\dot{q} + G_u(q) + \Delta A - u_a - u_r \quad (۱۵-۴)$$

از ویژگی ۵ بخش (۷-۲)، نتیجه می‌گردد:

$$M_u(q)\ddot{q} + V_{m,u}(q, \dot{q})\dot{q} + G_u(q) = W(q, \dot{q}, \ddot{q})P \quad (۱۶-۴)$$

بردار کنترل تطبیقی u_a بصورت زیر انتخاب می‌شود:

$$u_a = W(q, \dot{q}, \ddot{q})\hat{P} \quad (۱۷-۴)$$

که \hat{P} بردار $l \times 1$ تخمین P است. با تعریف خطای تخمین پارامتر $P - \hat{P} = \tilde{P}$ و با جایگذاری (۱۶-۴) و (۴-

۱۷) در (۱۵-۴)، معادله‌ی زیر نتیجه می‌شود:

$$M_k(q)\dot{Z}_q + V_{m_k}(q, \dot{q})Z_q + K Z_q + J^T(q)e(t) = W(q, \dot{q}, \ddot{q})\tilde{P} + \Delta A - u_r \quad (۱۸-۴)$$

۴-۲-۱- اثبات پایداری سیستم حلقه بسته

برای اثبات پایداری سیستم حلقه بسته‌ی (۱۸-۴)، تابع منتخب لیپانف زیر معرفی می‌گردد:

$$V = \frac{1}{2} e^T e + \frac{1}{2} Z_q^T M_k(q) Z_q + \frac{1}{2} \tilde{P}^T \tilde{P} \quad (۱۹-۴)$$

از تابع منتخب لیپانف نسبت به زمان مشتق گرفته می‌شود:

$$\dot{V} = e^T \dot{e} + \frac{1}{2} Z_q^T \dot{M}_k(q) Z_q + Z_q^T M_k(q) \dot{Z}_q - \tilde{P}^T \dot{\hat{P}} \quad (20-4)$$

(18-4) در (20-4) جایگذاری و با استفاده از ویژگی دوم بخش (7-2)، ساده می‌گردد:

$$\dot{V} = e^T \dot{e} - K \|Z_q\|^2 - (J(q) Z_q)^T e(t) + Z_q^T W \tilde{P} + Z_q^T (\Delta A - u_r) - \tilde{P}^T \dot{\hat{P}} \quad (21-4)$$

(5-4) و (9-4) در (21-4) جایگذاری و نتیجه می‌شود:

$$\dot{V} = -\alpha \|e(t)\|^2 - K \|Z_q\|^2 + Z_q^T W \tilde{P} + Z_q^T (\Delta A - u_r) - \tilde{P}^T \dot{\hat{P}} \quad (22-4)$$

از فرضیات بخش (2-8)، می‌توان به معادله‌ی زیر رسید:

$$\|\Delta A\| \leq \xi_{f_0} + \xi_{f_1} \|\dot{q}\| + \xi_t \quad (23-4)$$

معادله‌ی زیر را تعریف می‌نماییم:

$$\rho = \xi_{f_0} + \xi_{f_1} \|\dot{q}\| + \xi_t \quad (24-4)$$

از (23-4) و (24-4) نتیجه می‌شود:

$$\Delta A \leq \rho \quad (25-4)$$

از (22-4)، (23-4)، (24-4) و (25-4) داریم:

$$\dot{V} \leq -\alpha \|e(t)\|^2 - K \|Z_q\|^2 + Z_q^T W \tilde{P} + \|Z_q\| \rho - Z_q^T u_r - \tilde{P}^T \dot{\hat{P}} \quad (26-4)$$

با توجه به (26-4)، u_r و $\dot{\hat{P}}$ به صورت زیر انتخاب می‌شوند:

$$u_r = \begin{cases} \frac{Z_q \rho}{\|Z_q\|} & \|Z_q\| \neq 0 \\ 0 & \|Z_q\| = 0 \end{cases} \quad (27-4)$$

$$\dot{\hat{P}} = W^T(q, \dot{q}, \ddot{q}) Z_q$$

با جایگذاری (27-4) در (26-4) نتیجه می‌شود که $\dot{V} \leq -\alpha \|e(t)\|^2 - K \|Z_q\|^2$ است. بنابراین تابع لیاپانف

V به سمت صفر میل می‌کند و در نتیجه خطا ردگیری به سمت صفر همگرا خواهد شد. پس سیستم حلقه

بسته با کنترل پیشنهادی، دارای پایداری مجانبی سراسری است. برای جلوگیری از ناپیوستگی ورودی کنترل و کاهش پدیده‌ی لرزش کنترل، ورودی کنترل در فضای کار بصورت زیر اصلاح می‌گردد:

$$\begin{aligned}
 u(t) &= M_k(q)\ddot{q}_p + V_{m,k}(q, \dot{q})\dot{q}_p + G_k(q) + KZ_q + J^T e(t) + u_a + u_r \\
 u_a &= W(q, \dot{q}, \ddot{q})\hat{P} \\
 \hat{P} &= W^T(q, \dot{q}, \ddot{q})Z_q \\
 u_r &= \begin{cases} \frac{Z_q \rho}{\|Z_q\|} & \text{for } \|Z_q\| > \sigma \\ \frac{Z_q \rho}{\sigma} & \text{for } \|Z_q\| < \sigma \end{cases} \quad (28-4) \\
 Z_X &= J(q)Z_q, \quad Z_X = \alpha e(t) + \dot{e}(t)
 \end{aligned}$$

که σ ثابتی مثبت است.

۲-۲-۴- شبیه‌سازی

کنترل‌کننده‌ی پیشنهادی (۲۸-۴)، بر روی بازوی ربات دو-رابط لولایی بخش (۲-۱۰) اعمال گردید. مقادیر پارامترهای ربات که در این شبیه‌سازی مورد استفاده قرار گرفته است در جدول (۴-۱) و پارامترهای کنترل-کننده در جدول (۴-۲) آمده است. در طراحی کنترل‌کننده‌ی تطبیقی، بردار پارامترهای فیزیکی به صورت زیر انتخاب شده است:

$$\hat{P} = [l_{u_2}^2 m_{u_2} \quad l_{u_1} l_{u_2} m_{u_2} \quad l_{u_1}^2 (m_{u_1} + m_{u_2}) \quad m_{u_2} l_{u_2} g_u \quad (m_{u_1} + m_{u_2}) l_{u_1} g_u]^T$$

ماتریس رگرسیون در جدول (۴-۳) نشان داده شده است. از جداول (۴-۱) و (۴-۲)، می‌توان بردار پارامترهای فیزیکی را بصورت زیر محاسبه کرد:

$$\hat{P} = [0.005 \quad 0.005 \quad 0.006 \quad 0.04 \quad 0.048]^T$$

جدول (۴-۱). پارامترهای ربات دو-رابط لولایی

$l_1 = 1 \text{ m}$	$l_2 = 1 \text{ m}$
$m_1 = 1 \text{ kg}$	$m_2 = 1 \text{ kg}$
$g = 9.8$	$T_{d_1} = T_{d_2} = 5$
$F_{d_1} = F_{d_2} = 2$	$F_{s_1}(\dot{q}_1) = F_{s_2}(\dot{q}_2) = 1$

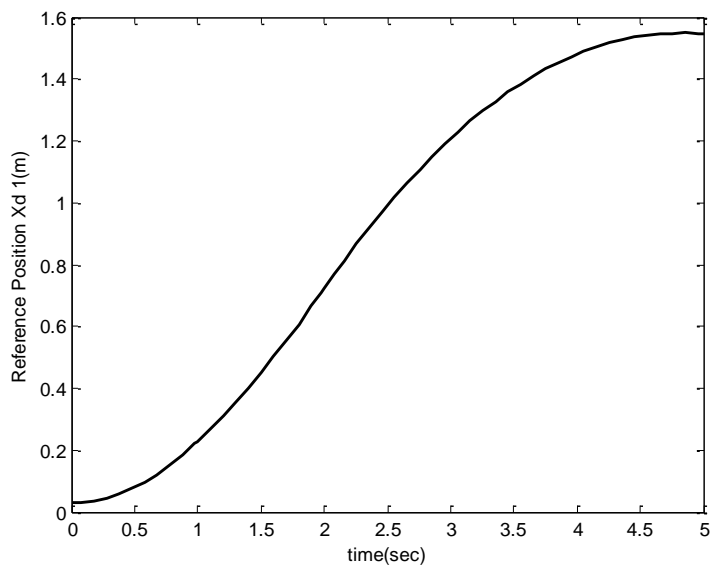
جدول (۴-۲). پارامترهای کنترل کننده

$l_{k_1} = 0.9 \text{ m}$	$l_{k_2} = 0.9 \text{ m}$
$m_{k_1} = 0.9 \text{ kg}$	$m_{k_2} = 0.5 \text{ kg}$
$g_k = 9$	$\alpha = 0.4$
$k = 100$	$\sigma = 0.01$

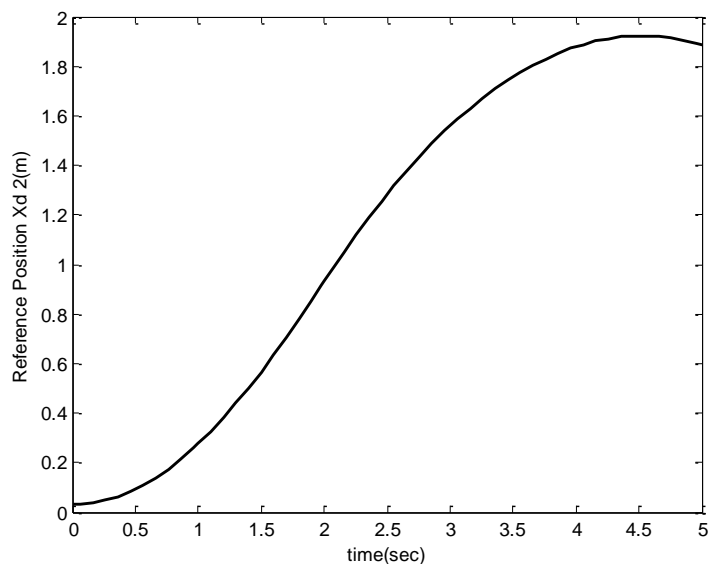
جدول (۴-۳). ماتریس رگرسیون

$W_{11} = \ddot{q}_1 + \ddot{q}_2$	$W_{12} = 2 \cos(q_2)\ddot{q}_1 + \cos(q_2)\ddot{q}_2 - \sin(q_2)\dot{q}_2 - 2 \sin(q_2)\dot{q}_1$
$W_{13} = \ddot{q}_1$	$W_{14} = \cos(q_1 + q_2)$
$W_{15} = \cos(q_1)$	$W_{21} = \ddot{q}_1 + \ddot{q}_2$
$W_{22} = \cos(q_2)\ddot{q}_1 + \sin(q_2)\dot{q}_1$	$W_{23} = 0$
$W_{24} = \cos(q_1 + q_2)$	$W_{25} = 0$

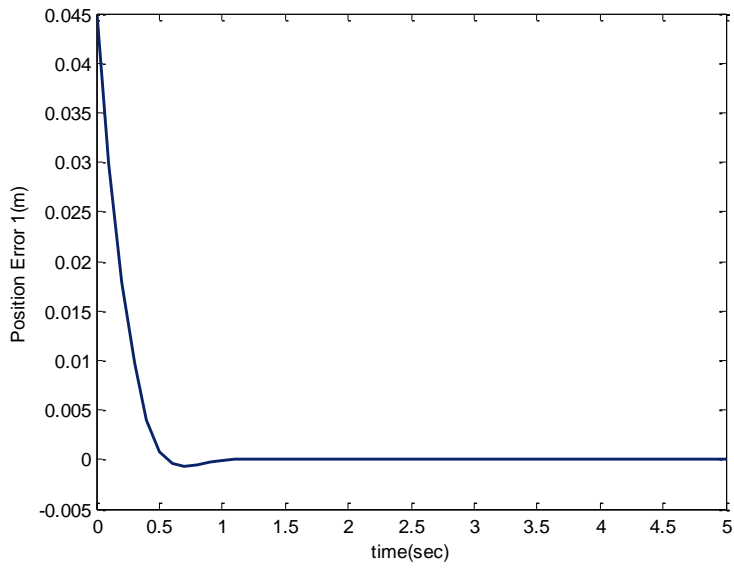
مطابق معادله‌ی (۴-۲۴)، ξ_{f_0} ، ξ_{f_1} و ξ_t بگونه‌ای انتخاب شده‌اند که $\rho = 25 + 5\|\dot{q}\|$ است. مسیرهای مطلوب بازوی ربات در فضای کار در شکل‌های (۴-۱) و (۴-۲) نشان داده شده است و شرایط اولیه‌ی شبیه‌سازی برابر (0.045, 0.025) می‌باشد.



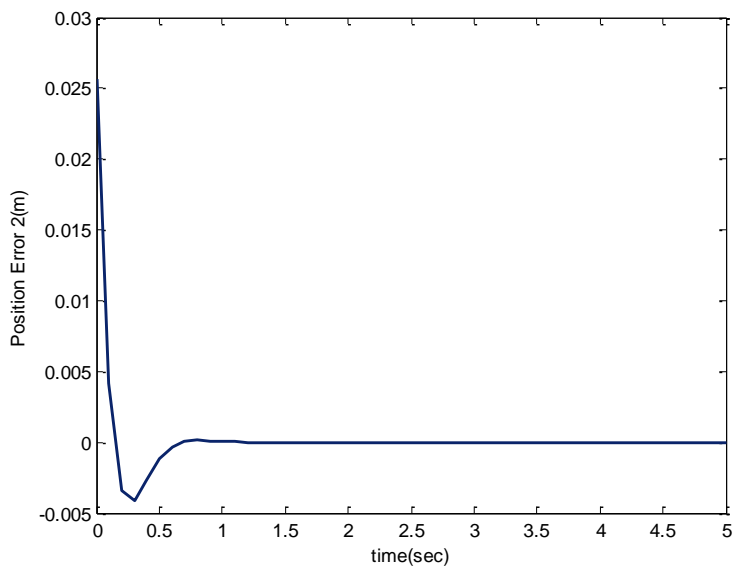
شکل (۴-۱). مسیر مطلوب X_{d1} در فضای کار



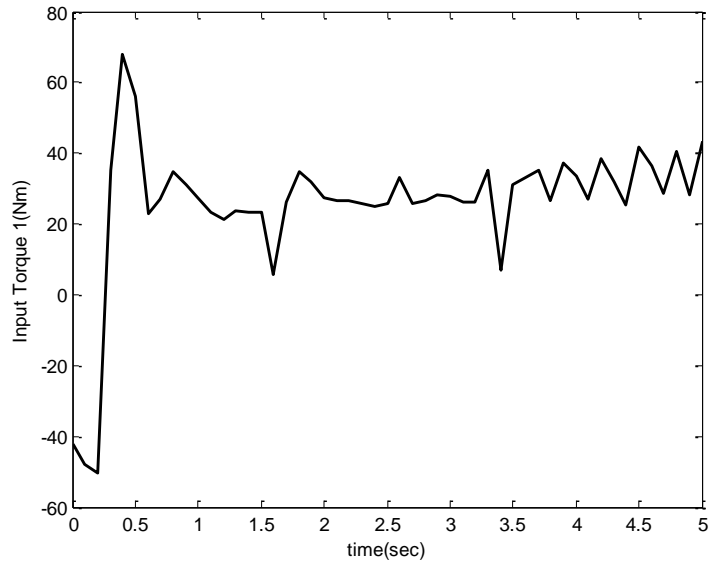
شکل (۴-۲). مسیر مطلوب X_{d2} در فضای کار



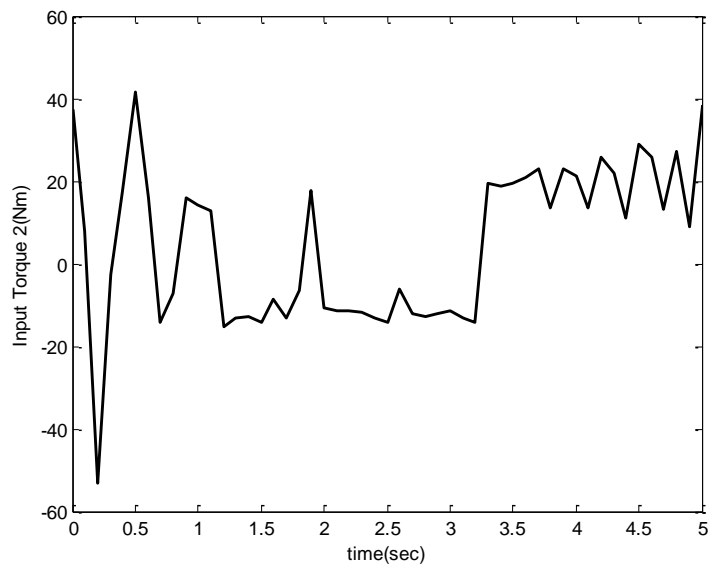
شکل (۳-۴). خطای ردگیری X_{d1} در فضای کار



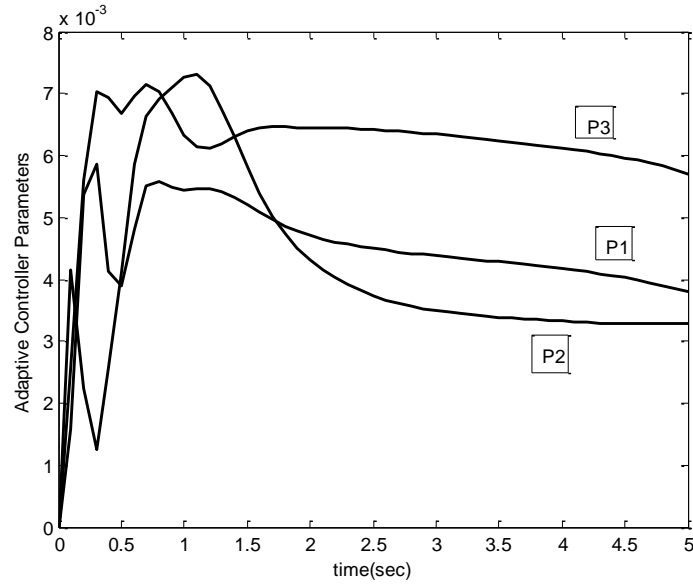
شکل (۴-۴). خطای ردگیری X_{d2} در فضای کار



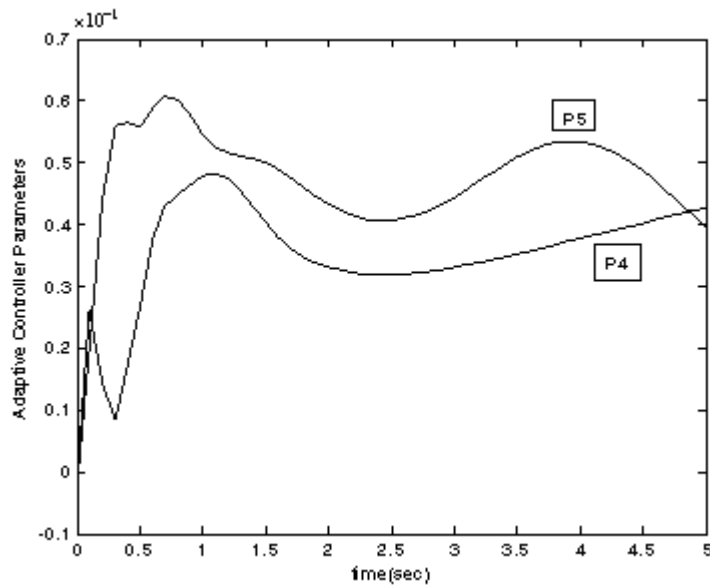
شکل (۴-۵). گشتاور ورودی مفصل ۱



شکل (۴-۶). گشتاور ورودی مفصل ۲



شکل (۴-۷). تخمین پارامترهای کنترل کننده‌ی تطبیقی



شکل (۴-۸). تخمین پارامترهای کنترل کننده‌ی تطبیقی

پس از اعمال کنترل کننده‌ی پیشنهادی، با توجه به شکل‌های (۴-۳) و (۴-۴) مشاهده می‌شود که حداکثر خطاهای ردگیری X_{d1} و X_{d2} بترتیب برابر با ۴۵ و ۲۵ میلی‌متر هستند، که در زمانی کمتر از ۱ ثانیه این خطاها به سمت صفر همگرا می‌شوند. از شکل‌های (۴-۵) و (۴-۶) نتیجه می‌شود که ورودیهای کنترلی ناپیوسته نیستند. ماکزیمم گشتاورهای ورودی مفاصل اول و دوم بترتیب برابر با ۷۰ و ۴۵ نیوتن‌متر می‌باشند. با توجه به مقادیر پارامترهای بازوی ربات، این ورودیها در محدوده‌ی مجازی هستند. مطابق با شکل‌های (۴-۴)

(۷) و (۴-۸) مشاهده می‌شود که با وجود عدم قطعیت‌های ساختاری و غیرساختاری، پارامترهای کنترل تطبیقی در زمانی برابر با $1/5$ ثانیه به سمت مقادیر واقعی همگرا می‌شوند.

۴-۲-۳- بحث

با توجه به ویژگی کنترل کننده‌ی تطبیقی در غلبه بر عدم قطعیت‌های پارامتری، بعلاوه این که معادلات دینامیکی بازوی ربات غیرخطی، و دارای عدم قطعیت‌های ساختاری و غیرساختاری است. این کنترل کننده به تنهایی در ردگیری بازوی ربات نمی‌تواند عملکرد مطلوبی داشته باشد. زیرا بی‌توجهی به عدم قطعیت‌های غیرساختاری نظیر اصطکاک، اغتشاش و دینامیک‌های مدل نشده می‌تواند سیستم حلقه بسته را ناپایدار نماید. بنابراین در بخش قبل، کنترل کننده‌ی تطبیقی مقاومی برای ردگیری موقعیت بازوی ربات در فضای کار ارائه گردید که در طراحی آن عدم قطعیت‌های غیرساختاری لحاظ شده است. در این روش برخلاف کنترل کننده‌های فضای مفصلی، برای نگاشت فضای کار به فضای مفصلی، از سینماتیک وارون استفاده نشده است و خطای موقعیت مجری نهایی مستقیماً به کنترل کننده فیدبک می‌شود. بنابراین کنترل کننده در حضور تمامی عدم قطعیت‌ها، با مشاهده‌ی خطای ردگیری، می‌تواند عملکرد مطلوبی داشته باشد. اثبات ریاضی نشان می‌دهد که با اعمال کنترل کننده‌ی پیشنهادی، سیستم حلقه بسته دارای پایداری مجانبی سراسری است. نتایج شبیه‌سازی بیانگر اینست که، کنترل کننده‌ی طراحی شده به خوبی عمل می‌کند و با وجود تمامی عدم قطعیت‌ها، خطای ردگیری را به سمت صفر همگرا می‌نماید. برای کم کردن حجم محاسبات می‌توان در ورودی کنترل کننده، دینامیک‌های کمتری را حذف کرد و به جای آن در تعیین محدوده‌ی عدم قطعیت‌ها، دقت بیشتری اعمال کرد. یا به عبارت دیگر، نقش کنترل کننده‌ی تطبیقی را کمتر و نقش کنترل کننده‌ی غیرخطی مقاوم را بیشتر نمود.

۴-۳- کنترل مقاوم تطبیقی ردگیری موقعیت بازوی ربات در فضای کار [۱۰۲]

در طراحی کنترل تطبیقی مقاومی که در بخش قبل ارائه گردید، تعیین کران عدم قطعیت‌ها نقش بسزایی داشت. اما در بعضی از کاربردهای بازوی ربات، ممکن است اطلاعاتی از کران عدم قطعیت‌ها در دسترس نباشد. در این شرایط برای استفاده از کنترل تطبیقی مقاوم، باید کران عدم قطعیت‌ها را بزرگ در نظر گرفت. در اینصورت ورودی کنترل بزرگ می‌شود و محرکه‌ها را به حالت اشباع می‌برد. با توجه به نکات فوق، آیا می‌توان روشی را ارائه نمود، که در آن تخمینی از کران عدم قطعیت‌ها فراهم شود؟

در بخش بعد، بدنبال پاسخ سوال فوق، در ابتدا کنترل غیرخطی مقاومی طراحی می‌گردد، که در طراحی آن، تعیین کران عدم قطعیت‌ها بسیار مهم است. در ادامه برای غلبه بر این محدودیت، در کنار کنترل مقاوم از کنترل تطبیقی استفاده می‌شود.

۴-۳-۱- کنترل مقاوم غیرخطی در فضای کار

در بیشتر تحقیقاتی که در زمینه‌ی کنترل موقعیت بازوی ربات در فضای کار انجام می‌پذیرد برای انتقال بردار کنترلی از فضای کار به فضای مفصلی از دو روش استفاده می‌شود. در روش اول، این انتقال به صورت زیر است [۶]:

$$\tau(t) = J^T(q)f(t) \quad (۴-۲۹)$$

بردار $\tau(t) \in R^n$ بردار گشتاور در فضای مفصلی، $J^T(q) \in R^{n \times n}$ ترانزپوز ماتریس ژاکوبین و $f(t) \in R^n$ بردار نیرو در فضای کار است. در روش دوم به طریق زیر عمل می‌شود [۳۵]:

$$\tau(t) = J^{-1}(q)f(t) \quad (۴-۳۰)$$

در این بخش، برای طراحی کنترل مقاوم غیرخطی از معادله‌ی (۴-۳۰) استفاده می‌شود. با توجه به معادلات (۴-۲) تا (۴-۹)، بردار کنترلی به صورت زیر ارائه می‌گردد:

$$\tau(t) = M_k(q)\ddot{q}_p + V_{m_k}(q, \dot{q})\dot{q}_p + G_k(q) + \gamma M_k(q)J^{-1}(q)Z_X + u + u_r \quad (۴-۳۱)$$

$M_k(q)$ ، $V_{m_k}(q, \dot{q})$ و $G_k(q)$ به ترتیب بخشهای معلوم $M(q)$ ، $V_m(q, \dot{q})$ و $G(q)$ ، γ ثابتی مثبت، u و u_r بردارهای کنترلی جدید هستند. از آنجاکه سطح لغزش Z_q با معادله‌ی (۴-۹)، به سطح لغزش Z_X مرتبط می‌شود، بنابراین معادله‌ی (۴-۳۱) را می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$\tau(t) = M_k(q)\ddot{q}_p + V_{m_k}(q, \dot{q})\dot{q}_p + G_k(q) + \gamma M_k(q)Z_q + u + u_r \quad (۴-۳۲)$$

(۴-۳۲) را در (۴-۱) قرار داده و $\Delta A = F_d\dot{q} + F_s(q) + T_d$ منظور می‌شود.

$$M(q)\ddot{q} + V_m(q, \dot{q})\dot{q} + G(q) + \Delta A = M_k(q)\ddot{q}_p + V_{m_k}(q, \dot{q})\dot{q}_p + G_k(q) + \gamma M_k(q)Z_q + u + u_r \quad (۴-۳۳)$$

از (۴-۸) و (۴-۳۳) داریم:

$$M(q)\ddot{q} + V_m(q, \dot{q})\dot{q} + G(q) + \Delta A = M_k(q)(\dot{Z}_q + \ddot{q}) + V_{m_k}(q, \dot{q})(Z_q + \dot{q}) + G_k(q) + \gamma M_k(q)Z_q + u + u_r \quad (۴-۳۴)$$

(۴-۳۴) ساده می‌گردد:

$$M_k(q)\dot{Z}_q + V_{m_k}(q, \dot{q})Z_q = (M(q) - M_k(q))\ddot{q} + (V_m(q, \dot{q}) - V_{m_k}(q, \dot{q}))\dot{q} + (G(q) - G_k(q)) - \gamma M_k(q)Z_q + (\Delta A - u_r) - u \quad (۴-۳۵)$$

از ویژگی ۵ بخش (۲-۷)، نتیجه می‌گردد:

$$M_k(q)\dot{Z}_q + V_{m_k}(q, \dot{q})Z_q = W(q, \dot{q}, \ddot{q})(P - \hat{P}) - \gamma M_k(q)Z_q + (\Delta A - u_r) - u \quad (۴-۳۶)$$

با تعریف خطای پارامتری $P - \hat{P} = \tilde{P}$ ، معادله‌ی (۴-۳۶) ساده می‌شود:

$$M_k(q)\dot{Z}_q + V_{m_k}(q, \dot{q})Z_q = W(q, \dot{q}, \ddot{q})\tilde{P} - \gamma M_k(q)Z_q + (\Delta A - u_r) - u \quad (۴-۳۷)$$

۴-۳-۲- اثبات پایداری سیستم حلقه بسته

برای اثبات پایداری سیستم حلقه بسته‌ی (۴-۳۷)، تابع منتخب لیاپانف زیر معرفی می‌گردد:

$$V(t) = \frac{1}{2} Z_q^T M_k(q) Z_q \quad (۴-۳۸)$$

از (۴-۳۸) نسبت به زمان مشتق گرفته می‌شود:

$$\dot{V}(t) = Z_q^T M_k(q) \dot{Z}_q + \frac{1}{2} Z_q^T \dot{M}_k(q) Z_q \quad (39-4)$$

در (37-4) جایگذاری می‌شود:

$$\begin{aligned} \dot{V}(t) = & Z_q^T (-V_{m_k}(q, \dot{q}) Z_q + W(q, \dot{q}, \ddot{q}) \tilde{P} - \gamma M_k(q) Z_q + (\Delta A - u_r) - u) \\ & + \frac{1}{2} Z_q^T \dot{M}_k(q) Z_q \end{aligned} \quad (40-4)$$

با توجه به ویژگیهای فیزیکی دینامیکهای بازوی ربات در بخش (7-2)، معادله (40-4) ساده می‌گردد:

$$\dot{V}(t) = -2\gamma V + Z_q^T W(q, \dot{q}, \ddot{q}) \tilde{P} + Z_q^T (\Delta A - u_r) - Z_q^T u \quad (41-4)$$

با فرض $\|\tilde{P}\| \leq \eta$ و با توجه به معادلات (23-4)، (24-4) و (25-4)، می‌توان بردارهای کنترلی u و u_r را به

صورت زیر تعریف نمود:

$$u = \begin{cases} \frac{WW^T Z_q \eta^2}{\|Z_q^T W\| \eta + \varepsilon \|Z_q\| e^{-\beta(t-t_0)}} & \|Z_q\| \neq 0 \\ 0 & \|Z_q\| = 0 \end{cases} \quad (42-4)$$

$$u_r = \begin{cases} \frac{S\rho}{(\|S\| + \lambda e^{-\beta(t-t_0)})} \\ S = \rho Z_q \end{cases}$$

که ε ، λ و β ثابت‌های مثبتی هستند. با جایگذاری (42-4) در (41-4) و ساده‌سازی، نتیجه می‌شود:

$$\dot{V}(t) \leq -2\gamma V + \frac{\|S\| \lambda e^{-\beta(t-t_0)}}{\|S\| + \lambda e^{-\beta(t-t_0)}} + \frac{\varepsilon \|Z_q\| \|Z_q^T W\| \eta e^{-\beta(t-t_0)}}{\|Z_q^T W\| \eta + \varepsilon \|Z_q\| e^{-\beta(t-t_0)}} \quad (43-4)$$

از آنجاکه:

$$0 \leq \frac{XY}{X+Y} \leq Y, \quad \forall X, Y > 0 \quad (44-4)$$

از (43-4) و (44-4) نتیجه می‌شود:

$$\dot{V}(t) \leq -2\gamma V + (\lambda + \varepsilon \|Z_q\|) e^{-\beta(t-t_0)} \quad (45-4)$$

در معادله‌ی (۴-۴۵)، وقتی زمان به سمت بی‌نهایت میل می‌کند بخش نمایی به سمت صفر همگرا می‌شود، در نتیجه $\dot{V}(t) \leq 0$ خواهد شد. در این صورت Z_q و طبق معادله‌ی (۴-۹)، Z_X به سمت صفر همگرا می‌شود. پس سیستم حلقه بسته با کنترل‌کننده‌های پیشنهادی، دارای پایداری مجانبی سراسری است.

۴-۳-۳- اثبات پایداری نمایی سیستم حلقه بسته

برای اثبات پایداری نمایی سراسری، تابع اسکالر $\varphi(t)$ به صورت زیر تعریف می‌گردد:

$$\varphi(t) = \dot{V}(t) + 2\gamma V(t) - (\lambda + \varepsilon \|Z_q\|) e^{-\beta(t-t_0)} \quad (۴۶-۴)$$

از معادله‌ی (۴۶-۴)، تابع لیپانف $V(t)$ به صورت زیر بدست می‌آید:

$$V(t) = V(t_0) e^{-2\gamma(t-t_0)} + \int_{t_0}^t e^{-2\gamma(t-Q)} \left[(\lambda + \varepsilon \|Z_q\|) e^{-\beta(Q-t_0)} + \varphi(Q) \right] dQ \quad (۴۷-۴)$$

از (۴۵-۴) و (۴۶-۴) نتیجه می‌شود که $\varphi(t) \leq 0$ است، بنابراین:

$$V(t) \leq V(t_0) e^{-2\gamma(t-t_0)} + (\lambda + \varepsilon \|Z_q\|) \int_{t_0}^t e^{-2\gamma(t-Q)} e^{-\beta(Q-t_0)} dQ \quad (۴۸-۴)$$

(۴۸-۴) ساده می‌گردد:

$$V(t) \leq V(t_0) e^{-2\gamma(t-t_0)} + \frac{(\lambda + \varepsilon \|Z_q\|)}{2\gamma - \beta} (e^{-\beta(t-t_0)} - e^{-2\gamma(t-t_0)}) \quad (۴۹-۴)$$

از معادله‌ی (۴۹-۴) و پیوستگی $\dot{V}(t)$ نتیجه می‌شود که، سیستم حلقه بسته با کنترل‌کننده‌های پیشنهادی، با هر شرایط اولیه‌ای و در هر زمان اولیه‌ای دارای پایداری نمایی سراسری است. برای جلوگیری از ناپیوستگی ورودی کنترل و کاهش پدیده‌ی لرزش کنترل، ورودی کنترل در فضای کار بصورت زیر اصلاح می‌گردد:

$$\tau(t) = M_k(q)\ddot{q}_p + V_{mk}(q, \dot{q})\dot{q}_p + G_k(q) + \gamma M_k(q)J^{-1}(q)Z_X + u + u_r$$

$$u = \begin{cases} \frac{WW^T Z_q \eta^2}{\|Z_q^T W\| \eta + \varepsilon \|Z_q\| e^{-\beta(t-t_0)}} & \text{for } \|Z_q\| > \sigma \\ \frac{WW^T Z_q \eta^2}{\sigma} & \text{for } \|Z_q\| < \sigma \end{cases} \quad (50-4)$$

$$u_r = \begin{cases} \frac{S \rho}{(\|S\| + \lambda e^{-\beta(t-t_0)})} \\ S = \rho Z_q \end{cases}$$

همانطور که در بخشهای فوق نشان داده شد، ساختار طراحی کنترل مقاوم غیرخطی، بر اساس تعیین توابع محدودیت استوار است. بنابراین در طراحی این کنترل کننده باید کران این عدم قطعیتها مشخص باشند. در بیشتر کاربردهای ربات، کران عدم قطعیتهای پارامتری نظیر تغییرات بار معلوم است، اما در صورت مشخص نبودن کاربرد ربات، تشخیص اندازهی عدم قطعیتهای غیرساختاری بسیار مشکل است. در صورت اشتباه، در تشخیص کران عدم قطعیتهای غیرساختاری و انتخاب بزرگ آنها، ضرایب کنترل کننده باید بزرگ انتخاب شوند و در نتیجه ورودی کنترل مقاوم بزرگ می شود. در این صورت محرکههایی انتخاب می شوند، که با این ورودی کنترل به حالت اشباع نمی روند. پس این امر منجر به صرف هزینههای زیادی می شود. از آنجاکه با توجه به فرضیات بخش (۲-۸)، ساختار عدم قطعیتهای غیرساختاری تقریباً مشخص است و تنها پارامترهای آنها نامعلوم هستند. بنابراین با اضافه نمودن یک کنترل کنندهی تطبیقی به کنترل مقاوم بخش قبل، می توان این مشکل را مرتفع کرد. زیرا کنترل کنندهی تطبیقی در هر لحظه کران این عدم قطعیتها را تخمین می زند، بنابراین اندازهی ورودی کنترل مقاوم تطبیقی براساس این کران تقریبی تعیین می گردد. پس با مشخص شدن اندازهی عدم قطعیتهای غیرساختاری، می توان محرکههای مورد نیاز را انتخاب نمود.

۴-۳-۴ - طراحی کنترل مقاوم تطبیقی

با توجه به فرضیات بخش (۲-۸)، از معادلهی (۴-۲۴) نتیجه می شود:

$$\rho = W_1^T(\dot{q})\phi \quad (51-4)$$

$W_1^T(\dot{q})$ بردار $1 \times l$ شامل توابع معلوم و ϕ بردار $l \times 1$ شامل پارامترهای نامعلوم است. در اینصورت با اضافه کردن کنترل تطبیقی، به کنترل مقاوم بخش قبل می توان این پارامترها را تخمین زد. بدین منظور معادلات (۳۲-۴) و (۴۲-۴) به صورت زیر تغییر می نمایند:

$$\tau(t) = M_k(q)\ddot{q}_p + V_{mk}(q, \dot{q})\dot{q}_p + G_k(q) + \gamma M_k(q)J^{-1}(q)Z_X + u + u_r$$

$$u = \begin{cases} \frac{WW^T Z_q \eta^2}{\|Z_q^T W\| \eta + \varepsilon \|Z_q\| e^{-\beta(t-t_0)}} & \|Z_q\| \neq 0 \\ 0 & \|Z_q\| = 0 \end{cases} \quad (52-4)$$

$$u_r = \begin{cases} \frac{\hat{S} \hat{\rho}}{\left(\|\hat{S}\| + \lambda e^{-\beta(t-t_0)}\right)} \\ \hat{S} = \hat{\rho} Z_q \end{cases}$$

که \hat{S} و $\hat{\rho}$ به ترتیب تخمین های S و ρ هستند.

۴-۳-۱-۴- اثبات پایداری سیستم حلقه بسته

با تعریف خطای تخمین پارامترهای عدم قطعیت های غیرساختاری $\tilde{\phi} = \phi - \hat{\phi}$ ، برای اثبات پایداری سیستم حلقه بسته، تابع منتخب لیاپانف زیر معرفی می گردد:

$$V(t) = \frac{1}{2} Z_q^T M_k(q) Z_q + \frac{1}{2} \tilde{\phi}^T \tilde{\phi} \quad (53-4)$$

از (۵۳-۴) نسبت به زمان مشتق گرفته می شود:

$$\dot{V}(t) = Z_q^T M_k(q) \dot{Z}_q + \frac{1}{2} Z_q^T \dot{M}_k(q) Z_q - \tilde{\phi}^T \dot{\tilde{\phi}} \quad (54-4)$$

(۳۷-۴) در (۵۴-۴) جایگذاری و ساده می شود:

$$\dot{V}(t) = -\gamma Z_q^T M_k(q) Z_q + Z_q^T W(q, \dot{q}, \ddot{q}) \tilde{P} + Z_q^T (\Delta A - u_r) - Z_q^T u - \tilde{\phi}^T \dot{\tilde{\phi}} \quad (55-4)$$

از فرضیات بخش (۸-۲)، معادلات (۲۳-۴)، (۲۴-۴)، (۲۵-۴)، (۵۲-۴) و (۵۵-۴) نتیجه می شود:

$$\dot{V}(t) \leq -\gamma Z_q^T M_k(q) Z_q + \|Z_q^T W(q, \dot{q}, \ddot{q})\| \eta + (\|S\| - \|\hat{S}\|) + \|\hat{S}\| - Z_q^T u_r - Z_q^T u - \tilde{\phi}^T \dot{\hat{\phi}} \quad (56-4)$$

از u_r و u معادله‌ی (52-4) در (56-4) قرار داده و ساده می‌گردد:

$$\begin{aligned} \dot{V}(t) \leq & -\gamma Z_q^T M_k(q) Z_q + \frac{\|S\| \lambda e^{-\beta(t-t_0)}}{\|S\| + \lambda e^{-\beta(t-t_0)}} + \frac{\varepsilon \|Z_q\| \|Z_q^T W\| \eta e^{-\beta(t-t_0)}}{\|Z_q^T W\| \eta + \varepsilon \|Z_q\| e^{-\beta(t-t_0)}} \\ & + \|Z_q\| W_1^T \tilde{\phi} - \tilde{\phi}^T \dot{\hat{\phi}} \end{aligned} \quad (57-4)$$

از (44-4) و (57-4) نتیجه می‌شود:

$$\dot{V}(t) \leq -\gamma Z_q^T M_k(q) Z_q + (\lambda + \varepsilon \|Z_q\|) e^{-\beta(t-t_0)} + \|Z_q\| W_1^T \tilde{\phi} - \tilde{\phi}^T \dot{\hat{\phi}} \quad (58-4)$$

بخش دوم سمت راست معادله‌ی (58-4) نمایشی است و به سمت صفر میل می‌کند. برای اینکه $\dot{V}(t) \leq 0$ باشد، بخش سوم و چهارم سمت راست (58-4) برابر قرار داده می‌شود. در این صورت داریم:

$$\dot{\hat{\phi}} = W_1 \|Z_q\| \quad (59-4)$$

از (58-4) و (59-4) نتیجه می‌شود $\dot{V}(t) \leq 0$ است، در این صورت Z_q و طبق معادله‌ی (9-4)، Z_X به سمت صفر همگرا می‌شود. پس سیستم حلقه بسته با کنترل‌کننده‌های پیشنهادی، دارای پایداری مجانبی سراسری است. برای جلوگیری از ناپیوستگی ورودی کنترل و کاهش پدیده‌ی لرزش کنترل، ورودی کنترل در فضای کار بصورت زیر اصلاح می‌گردد:

$$\begin{aligned} \tau(t) &= M_k(q) \ddot{q}_p + V_{m_k}(q, \dot{q}) \dot{q}_p + G_k(q) + \gamma M_k(q) J^{-1}(q) Z_X + u + u_r \\ u &= \begin{cases} \frac{WW^T Z_q \eta^2}{\|Z_q^T W\| \eta + \varepsilon \|Z_q\| e^{-\beta(t-t_0)}} & \text{for } \|Z_q\| > \sigma \\ \frac{WW^T Z_q \eta^2}{\sigma} & \text{for } \|Z_q\| < \sigma \end{cases} \\ u_r &= \begin{cases} \frac{\hat{S} \hat{\rho}}{(\|\hat{S}\| + \lambda e^{-\beta(t-t_0)})} \\ \hat{S} = \hat{\rho} Z_q \end{cases} \\ \hat{\rho} &= W_1^T \dot{\hat{\phi}} \quad , \quad \dot{\hat{\phi}} = W_1 \|Z_q\| \end{aligned} \quad (60-4)$$

۴-۳-۵- شبیه‌سازی

کنترل‌کننده‌های پیشنهادی (۴-۵) و (۴-۶) بر روی بازوی ربات دو-رابط لولایی بخش (۲-۱۰) اعمال گردید. مقادیر پارامترهای ربات که در این شبیه‌سازی مورد استفاده قرار گرفته است در جدول (۴-۴) و پارامترهای کنترل‌کننده در جدول (۴-۵) آمده است. در طراحی کنترل‌کننده‌ی تطبیقی، بردار پارامترهای فیزیکی به صورت زیر انتخاب شده است:

$$\hat{P} = \begin{bmatrix} l_{2k}^2 m_{2k} & l_{1k} l_{2k} m_{2k} & l_{1k}^2 (m_{1k} + m_{2k}) & m_{2k} l_{2k} g_k & (m_{1k} + m_{2k}) l_{1k} g_k \end{bmatrix}^T$$

جدول (۴-۴). پارامترهای ربات دو-رابط لولایی

$l_1 = 0.38 \quad m$	$l_2 = 0.29 \quad m$
$m_1 = 1.4 \quad kg$	$m_2 = 0.8 \quad kg$
$g = 9.8$	$T_{d_1} = T_{d_2} = 0.5$
$F_{d_1} = F_{d_2} = 0.5$	$F_{s_1}(\dot{q}_1) = F_{s_2}(\dot{q}_2) = 0.5$

جدول (۴-۵). پارامترهای کنترل‌کننده

$l_{1k} = 0.48$	$l_{2k} = 0.4$
$m_{1k} = 1.5$	$m_{2k} = 0.9$
$\beta = 0.01$	$\gamma = 100$
$\varepsilon = 0.5$	$\alpha = 250$
$g_k = 9$	$\eta = 0.1$
$\sigma = 0.01$	$\lambda = 15$

و ماتریس رگرسیون در جدول (۶-۴) نشان داده شده است. مطابق معادله‌ی (۴-۲۴)، ξ_{f_0} ، ξ_{f_1} و ξ_t بگونه ای انتخاب شده‌اند که $\rho = 1.5 + 0.5\|\dot{q}\|$ و $W_1(\dot{q}) = [1 \ \dot{q}]^T$ می‌باشند.

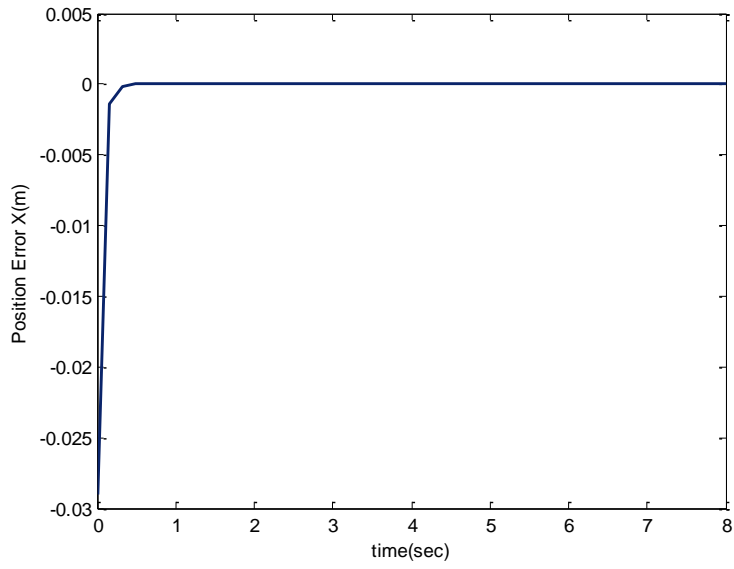
جدول (۶-۴). ماتریس رگرسیون

$W_{11} = \ddot{q}_1 + \ddot{q}_2$	$W_{12} = 2 \cos(q_2)\ddot{q}_1 + \cos(q_2)\ddot{q}_2 - \sin(q_2)\dot{q}_2 - 2 \sin(q_2)\dot{q}_1$
$W_{13} = \ddot{q}_1$	$W_{14} = \cos(q_1 + q_2)$
$W_{15} = \cos(q_1)$	$W_{21} = \ddot{q}_1 + \ddot{q}_2$
$W_{22} = \cos(q_2)\ddot{q}_1 + \sin(q_2)\dot{q}_1$	$W_{23} = 0$
$W_{24} = \cos(q_1 + q_2)$	$W_{25} = 0$

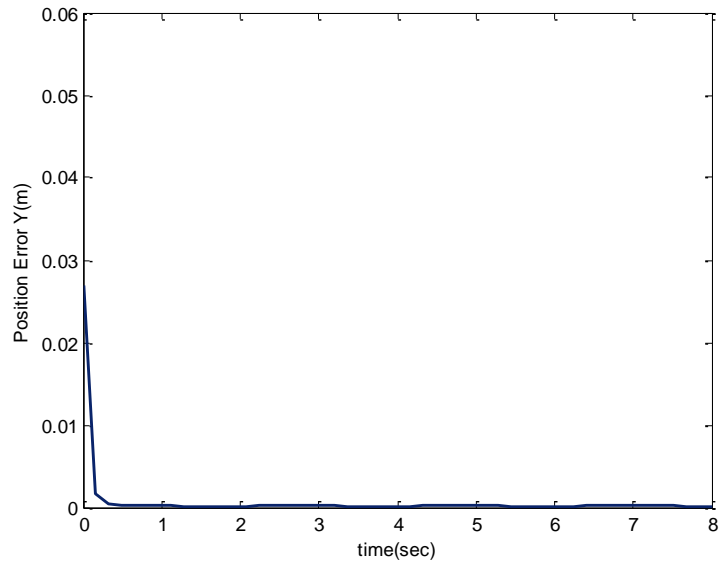
مسیر مطلوب در فضای کار و شرایط اولیه در جدول (۷-۴) آمده است.

جدول (۷-۴). مسیر مطلوب و شرایط اولیه در فضای کار

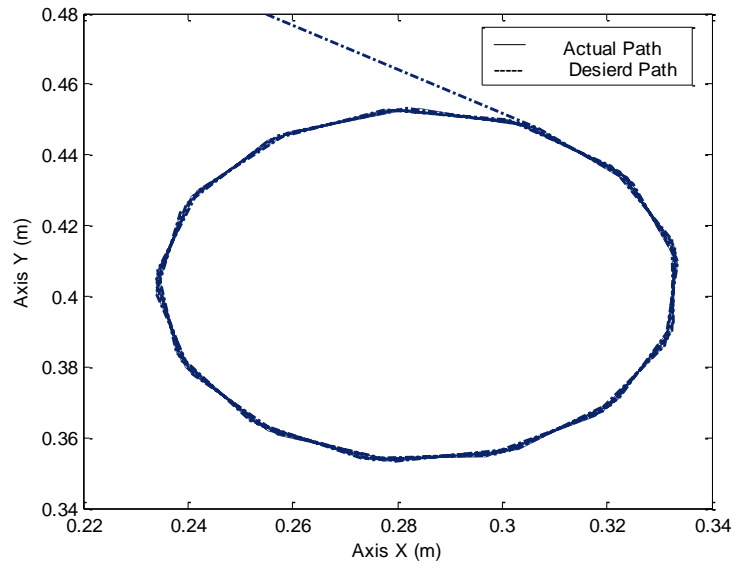
$X_d = 0.284 + 0.05 \sin(3t)$	$Y_d = 0.403 + 0.05 \cos(3t)$
$X(0) = 0.255$	$Y(0) = 0.48$



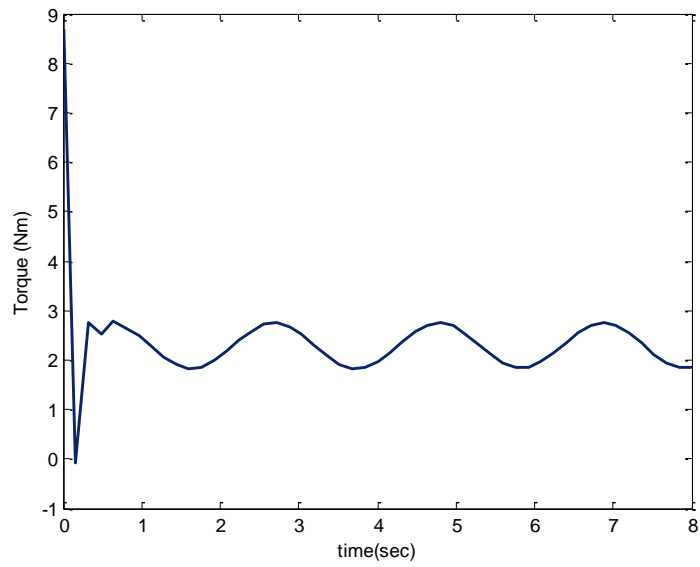
شکل (۹-۴). خطای ردگیری X_d در فضای کار با اعمال کنترل (۴-۵۰)



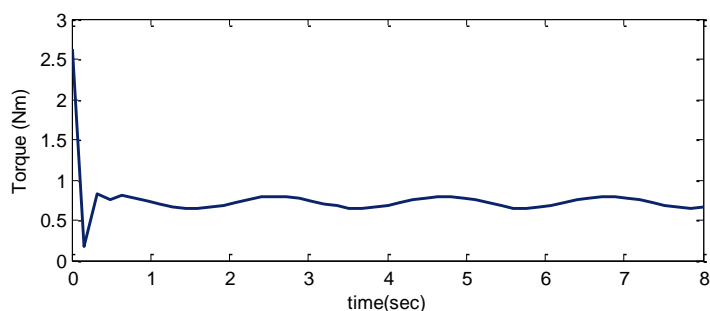
شکل (۱۰-۴). خطای ردگیری Y_d در فضای کار با اعمال کنترل (۴-۵۰)



شکل (۴-۱۱). مسیر مجری نهایی در فضای کار با اعمال کنترل (۴-۵۰)

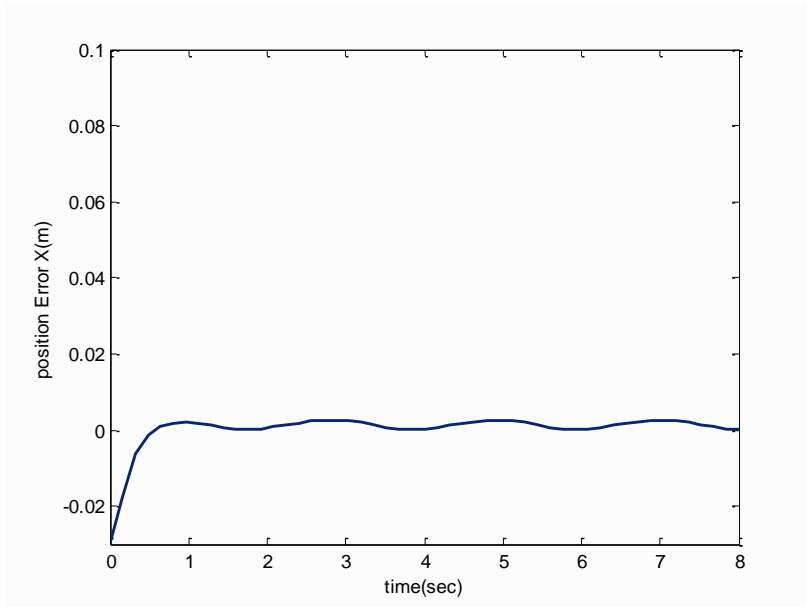


شکل (۴-۱۲). ورودی کنترل مفصل ۱ با اعمال کنترل (۴-۵۰)

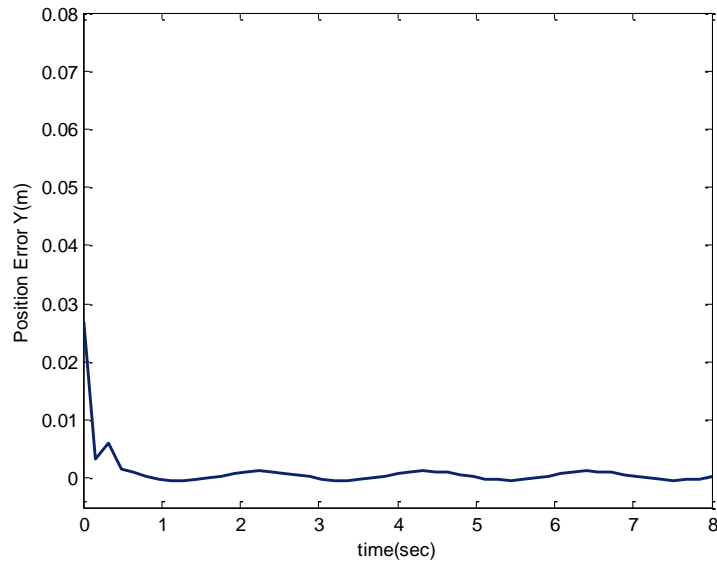


شکل(۴-۱۳). ورودی کنترل مفصل ۲ با اعمال کنترل (۴-۵۰)

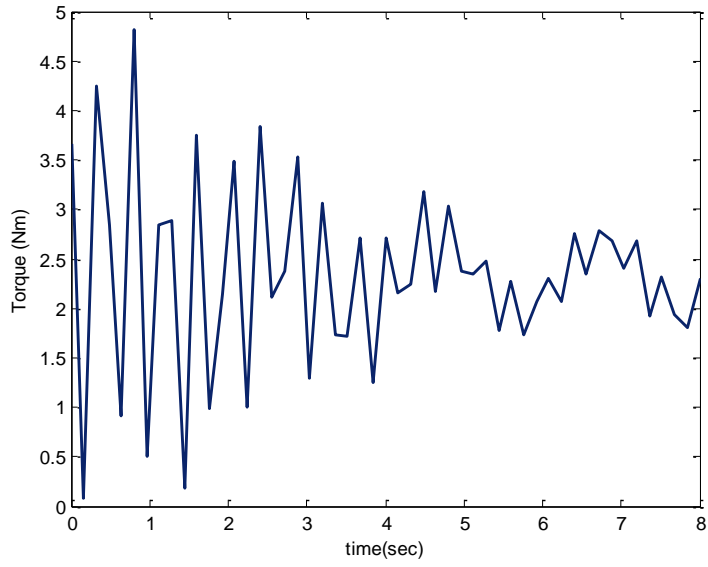
در مرحله‌ی اول شبیه‌سازی، کنترل پیشنهادی (۴-۵۰) به این بازوی دو-رابط اعمال گردید. مطابق شکل‌های (۴-۹) و (۴-۱۰) مشاهده می‌گردد که حداکثر خطاهای ردگیری X_d و Y_d بترتیب برابر با ۳۰ و ۲۸ میلی‌متر می‌باشند، که در زمانی کمتر از ۱ ثانیه این خطاها به سمت صفر همگرا می‌شوند. لازم بذکر است که، به دلیل اصلاحاتی که برای پیوستگی کنترل پیشنهادی (۴-۵۰) اعمال گردید، مطابق شکل (۴-۱۰) خطای ردگیری Y_d کاملاً صفر نمی‌شود. اما این خطا بسیار ناچیز است و می‌توان از آن صرف‌نظر کرد. در شکل (۴-۱۱) مسیر مطلوب و مسیر واقعی مجری‌نهایی نشان داده شده است. چند ضلعی بودن این شکل به واسطه‌ی خطایی است که در توضیح شکل (۴-۱۱) بیان گردید. شکل‌های (۴-۱۲) و (۴-۱۳) به ترتیب شامل ورودی‌های کنترلی مفاصل ۱ و ۲ هستند. این ورودی‌های کنترلی کاملاً پیوسته می‌باشند و ماکزیمم اندازه‌ی این ورودیها بترتیب برابر ۳ و ۰/۹ نیوتن‌متر هستند. با توجه به مقادیر پارامترهای ربات، این ورودیها در محدوده‌ی مجازی قرار دارند.



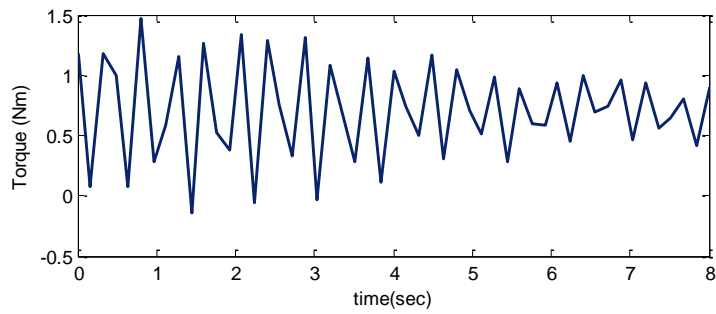
شکل (۴-۱۴). خطای ردگیری X_d در فضای کار با اعمال کنترل (۴-۶۰)



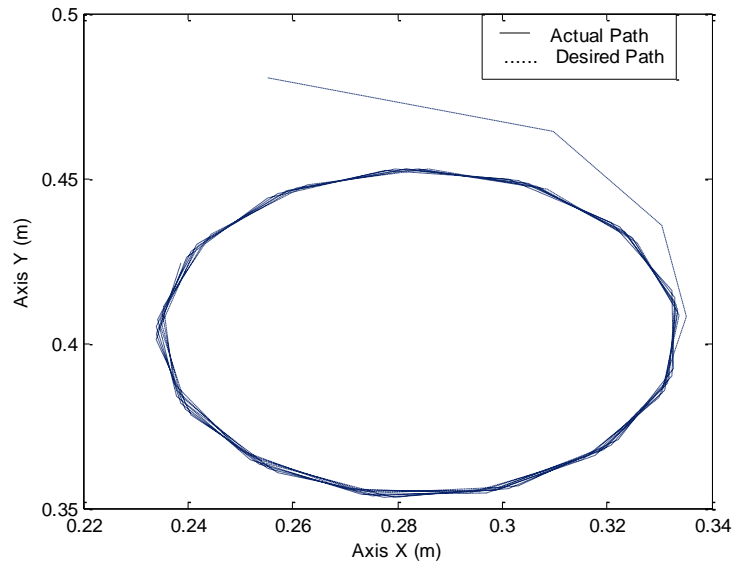
شکل (۴-۱۵). خطای ردگیری Y_d در فضای کار با اعمال کنترل (۴-۶۰)



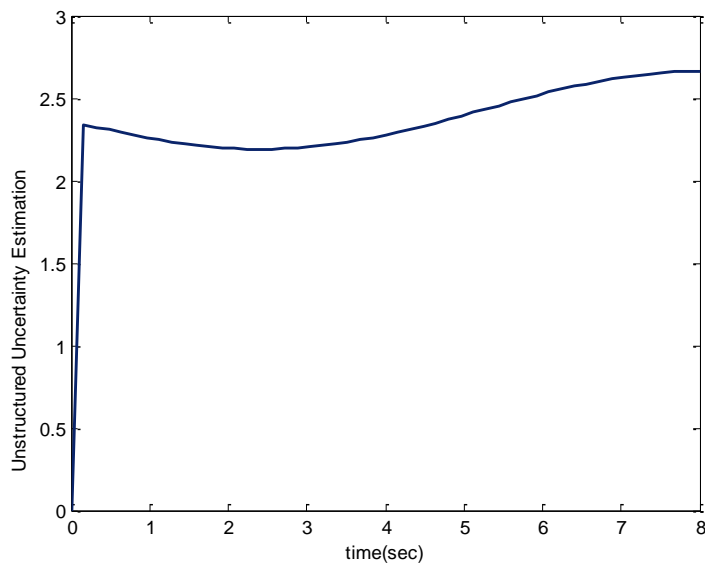
شکل(۴-۱۶). ورودی کنترل مفصل ۱ با اعمال کنترل (۴-۶۰)



شکل(۴-۱۷). ورودی کنترل مفصل ۲ با اعمال کنترل (۴-۶۰)



شکل (۴-۱۸). مسیر مجری نهایی در فضای کار با اعمال کنترل (۴-۶۰)



شکل (۴-۱۹). تخمین عدم قطعیت غیرساختاری با اعمال کنترل (۴-۶۰)

در مرحله‌ی بعد، کنترل‌کننده‌ی مقاوم تطبیقی (۴-۶۰) به این بازوی ربات اعمال گردید. مطابق شکل‌های (۴-۱۴) و (۴-۱۵)، ماکزیمم خطاهای ردگیری X_d و Y_d بترتیب برابر با ۳۰ و ۲۸ میلی‌متر است که در زمانی کمتر از ۱ ثانیه، این خطاها به صفر نزدیک می‌شوند. علت وجود این خطاها در مرحله‌ی اول شبیه‌سازی بیان گردید. در شکل‌های (۴-۱۶) و (۴-۱۷) به ترتیب ورودی‌های کنترلی مفاصل ۱ و ۲ نشان داده شده است. در این شکل‌ها ناپیوستگی‌هایی مشاهده می‌شود، اما ماکزیمم اندازه‌ی ورودیها که برابر ۵ و ۱/۵ نیوتن‌متر است، در محدوده‌ی مجازی قرار دارند. شکل (۴-۱۸) شامل مسیر مطلوب و مسیر واقعی مجری‌نهایی در فضای کار است، مطابق این شکل، خطای ردگیری قابل صرف‌نظر است. و سرانجام شکل (۴-۱۹)، نمایانگر تخمین اندازه‌ی عدم‌قطعیت‌های غیرساختاری موجود در معادلات دینامیکی این بازوی ربات دو-رابط لولایی است. مطابق این شکل مشاهده می‌شود که دامنه‌ی این عدم‌قطعیت‌ها به سمت ۲/۵ همگرا می‌شود.

۴-۴- نتیجه‌گیری

در این فصل تلاش بر این بود که از روش توانمند کنترل تطبیقی، برای کنترل ردگیری موقعیت بازوی ربات در فضای کار استفاده شود. می‌دانیم که توانمندی کنترل تطبیقی، در غلبه بر عدم‌قطعیت‌های پارامتری است اما دینامیک‌های بازوی ربات علاوه بر عدم‌قطعیت‌های پارامتری دارای عدم‌قطعیت‌های غیرساختاری نظیر اصطکاک، اغتشاشات و دینامیک‌های مدل نشده نیز است. بنابراین کنترل تطبیقی، به تنهایی نمی‌تواند به ردگیری دقیقی منجر شود. پس در ابتدای این فصل، در کنار کنترل تطبیقی از روش کنترل مقاوم غیرخطی برای غلبه بر عدم‌قطعیت‌های غیرساختاری استفاده گردید. اثبات ریاضی و نتایج شبیه‌سازی کارایی کنترل تطبیقی مقاوم پیشنهادی را نشان می‌دهد. در ادامه بدلیل وابستگی این کنترل‌کننده به تعیین کران عدم‌قطعیت‌ها و محدودیت آن در انتخاب محرکه‌ها، با فرض معلوم بودن دینامیک عدم‌قطعیت‌های غیرساختاری، کنترل مقاوم تطبیقی ارائه شد که در آن با استفاده از کنترل تطبیقی، کران عدم‌قطعیت‌های غیرساختاری در هر لحظه تخمین زده می‌شود. بنابراین با توجه به این تخمین می‌توان محرکه‌های لازم را تهیه نمود. بعبارت

دیگر کنترل مقاوم تطبیقی می‌تواند هزینه‌های ساخت کنترل بازوی ربات را اقتصادی نموده و احتیاط در طراحی کنترل‌کننده را نیز کاهش دهد.

فصل پنجم

کنترل کلیدزنی ردگیری موقعیت بازوی ربات در فضای کار

۵-۱- مقدمه

کنترل کلیدزنی^{۹۲} برای اولین بار در متون مربوط به سیستم‌های ساختار متغیر و در غالب کنترل مدلغزشی^{۹۳} بیان گردید [۷۶]. پس از آن، این نظریه‌ی کنترلی بسیار مورد توجه قرار گرفت و در متون تئوریک و کاربردی

^{۹۲} . Switching Control

^{۹۳} . Sliding Mode Control

سیستم‌های ساختار متغیر^{۹۴} از زوایای مختلف مورد بحث و بررسی قرار گرفت [۷۷]. بدلیل حساسیت پایین کنترل مدلغزشی در برابر اغتشاشات و تغییر پارامترهای سیستم تحت کنترل، کنترل مدلغزشی بعنوان ابزاری قدرتمند برای کنترل سیستم‌های با درجه‌ی بالا و پیچیده، که دارای عدم قطعیت‌های ساختاری و غیرساختاری هستند مورد استفاده قرار گرفت.

با پیشرفت علوم و تکنولوژی و ابداع بازوهای ربات برای انجام کار در محیط‌های خطرناکی نظیر زیر آب و فضا با توجه به ویژگی‌های منحصر بفرد کنترل مدلغزشی، در کنترل سیستم‌های دارای عدم قطعیت، توجه محققین به استفاده از کنترل مدلغزشی برای کنترل بازوهای ربات جلب شد. بزودی تحقیقات زیادی در مورد استفاده از کنترل مدلغزشی برای کنترل ردگیری موقعیت بازوی ربات در فضای مفصلی انجام پذیرفت [۸۰-۷۸]. با آشکار شدن نتایج درخشان این روش کنترلی، دانشمندان از کنترل کلیدزنی در کنار نظریه‌هایی نظیر فازی، عصبی و فازی عصبی استفاده نمودند [۸۱، ۸۲].

امروزه کنترل مدلغزشی از حالت یک بحث تئوریک خارج شده است و از آن برای کنترل بازوهای صنعتی استفاده می‌گردد. بنابراین با توجه به ویژگی‌های کنترل موقعیت بازوی ربات در فضای کار، در ابتدای این فصل از نظریه‌ی کنترل مدلغزشی که توسط دو دانشمند برجسته‌ی سیستم‌های غیرخطی پرفسور اسپانگ^{۹۵} و پرفسور اسلوتین^{۹۶} ارائه شده است، برای کنترل ردگیری موقعیت بازوی ربات در فضای کار استفاده نموده و نتایج ناشی از اعمال این کنترل‌کننده‌ها با هم مقایسه گردیده است [۸۳، ۶]. در ادامه با استفاده از مفاهیم کنترل مدلغزشی، یک روش کنترل کلیدزنی برای غلبه بر عدم قطعیت‌های دینامیکی و سینماتیکی موجود در کنترل ردگیری موقعیت بازوی ربات در فضای کار، ارائه شده است.

^{۹۴} . Variable Structure

^{۹۵} . Spong

^{۹۶} . Slotin

۵-۲- طراحی کنترل مد لغزشی ردگیری موقعیت بازوی ربات در فضای کار با استفاده از روش اسپانگ [۱۰۴]

با توجه به معادلات (۲-۳۰)، (۲-۳۱) و (۲-۳۲)، معادلات دینامیکی بازوی ربات در فضای کار بصورت زیر است:

$$A(q)\ddot{X} + N(q, \dot{q}) = f(t)$$

$$A(q) = J^{-T}(q)M(q)J^{-1}(q) \quad (۱-۵)$$

$$N(q, \dot{q}) = J^{-T}(q)H(q, \dot{q}) - J^{-T}(q)M(q)J^{-1}(q)\dot{J}(q)\dot{q}$$

در معادله (۱-۵)، بدلیل اینکه $M(q)$ و $H(q, \dot{q})$ به دو قسمت معلوم و نامعلوم تقسیم می‌شوند، می‌توان همین تقسیم بندی را در مورد $A(q)$ و $N(q, \dot{q})$ نیز اعمال کرد:

$$A(q) = A_k(q) + A_u(q), \quad N(q, \dot{q}) = N_k(q, \dot{q}) + N_u(q, \dot{q}) \quad (۲-۵)$$

توجه به (۲-۵)، می‌توان (۱-۵) را بصورت زیر نوشت:

$$(A_k(q) + A_u(q))\ddot{X} + (N_k(q, \dot{q}) + N_u(q, \dot{q})) = f(t) \quad (۳-۵)$$

با توجه به مدل اسمی بازوی ربات، بردار کنترلی به صورت زیر انتخاب می‌شود:

$$f(t) = A_k(q)\ddot{X}_d + N_k(q, \dot{q}) + A_k(q)u_r \quad (۴-۵)$$

که $\ddot{X}_d(t) \in R^n$ بردارهای شتاب مطلوب در فضای کار و $u_r \in R^n$ بردار کنترل مقاوم است که باید طراحی شود. (۴-۵) در (۳-۵) جایگذاری و ساده می‌گردد:

$$A_k(q)(\ddot{X}_d - \ddot{X}) = A_u(q)\ddot{X} + N_u(q, \dot{q}) - A_k(q)u_r \quad (۵-۵)$$

با تعریف $e(t) = X_d - X$ و $\dot{e}(t) = \dot{X}_d - \dot{X}$ خطای موقعیت و سرعت در فضای کار، (۵-۵) بصورت زیر ساده می‌گردد:

$$\ddot{e}(t) = A_k^{-1}(q)(A_u(q)\ddot{X} + N_u(q, \dot{q})) - u_r \quad (۶-۵)$$

برای ساده‌تر کردن معادله‌ی (۶-۵)، معادله‌ی زیر تعریف می‌گردد:

$$\Delta A = A_k^{-1}(q)(A_u(q)\ddot{X} + N_u(q, \dot{q})) \quad (۷-۵)$$

در (۷-۵)، ΔA مجموع تمام عدم‌قطعیت‌های ساختاری و غیرساختاری است. بدلیل اینکه تمامی مفاصل ربات لولایی هستند و با توجه به فرضیات بخش (۸-۲) داریم:

$$\|\Delta A\| \leq \mu_1^{-1}(\mu_2 \|\ddot{X}_d\| + \xi_g + \xi_{f_0} + \xi_{f_1} \|\dot{q}\| + \xi_t) \quad (۸-۵)$$

(۸-۵) را می‌توان بصورت ساده‌تری بیان کرد:

$$\|\Delta A\| \leq \mu_1^{-1} \mu_2 \|\ddot{X}_d\| + \alpha \|\dot{q}\| + \beta \quad (۹-۵)$$

که β و α ثابت‌های مثبتی هستند. در (۷-۵) در (۶-۵) جایگذاری می‌گردد:

$$\ddot{e}(t) = \Delta A - u_r \quad (۱۰-۵)$$

سطح لغزش S بصورت زیر پیشنهاد می‌شود:

$$S = \dot{e}(t) + c e(t) \quad (۱۱-۵)$$

که c ثابتی مثبت است. حال بردار کنترل معادل به گونه‌ای طراحی می‌گردد که اگر حالات سیستم بر روی سطح لغزش قرار گیرند، از آن جدا نشوند. بدین منظور، مشتق (۱۱-۵) برابر صفر قرار داده می‌شود:

$$\dot{S} = \ddot{e}(t) + c \dot{e}(t) = 0 \quad (۱۲-۵)$$

(۱۰-۵) در (۱۲-۵) جایگذاری می‌شود:

$$\Delta A - u_{eq} + c \dot{e}(t) = 0 \quad (۱۳-۵)$$

با توجه به (۱۳-۵)، بردار کنترل معادل برابر است با:

$$u_{eq} = \Delta A + c \dot{e}(t) \quad (۱۴-۵)$$

با توجه به (۱۴-۵) داریم:

$$\|u_{eq}\| = \|\Delta A + c \dot{e}(t)\| \leq \|\Delta A\| + \|c \dot{e}(t)\| \quad (۱۵-۵)$$

بردار کنترل مقاوم بصورت زیر پیشنهاد می‌شود:

$$u_r = \lambda \|u_{eq}\| \text{Sgn}(S) \quad (16-5)$$

که λ ثابتی مثبت و $\text{Sgn}(\circ)$ تابع علامت^{۹۷} است.

۵-۲-۱- اثبات پایداری سیستم حلقه بسته

برای اثبات پایداری سیستم حلقه بسته (۵-۱۰)، تابع منتخب لیاپانف بصورت زیر انتخاب می‌گردد:

$$V(S) = \frac{1}{2} S^T S \quad (17-5)$$

از (۵-۱۷) نسبت به زمان مشتق گرفته می‌شود:

$$\dot{V}(S) = \dot{S}^T S \quad (18-5)$$

(۵-۱۱) در (۵-۱۸) جایگذاری می‌گردد:

$$\dot{V}(S) = (\ddot{e}(t) + c\dot{e}(t))^T S \quad (19-5)$$

از جایگذاری (۵-۱۰) و (۵-۱۶) در (۵-۱۹) داریم:

$$\dot{V}(S) = (\Delta A - \lambda \|u_{eq}\| \text{Sgn}(s) + c\dot{e}(t))^T S \quad (20-5)$$

از (۵-۱۵) و (۵-۲۰) نتیجه می‌شود:

$$\dot{V}(S) \leq \Delta A^T S - \lambda \|\Delta A\| \|S\| - \lambda \|c\dot{e}(t)\| \|S\| + (c\dot{e}(t))^T S \quad (21-5)$$

با توجه به (۵-۲۱)، کاملاً مشخص است که $\dot{V}(S) \leq 0$ است. بنابراین سطح لغزش S به سمت صفر همگرا می‌شود و در نتیجه خطای فضای کار $e(t)$ نیز به سمت صفر میل خواهد نمود. پس با کنترل پیشنهادی، سیستم حلقه بسته دارای پایداری مجانبی سراسری است. با توجه به موارد فوق، کنترل کننده‌ی مدل‌گزشی جامع، بر اساس روش اسپانگ به قرار زیر است:

⁹⁷ . Sign Function

$$f(t) = A_k(q)\ddot{X}_d + N_k(q, \dot{q}) + A_k(q) \lambda \|u_{eq}\| \text{Sgn}(S) \quad (22-5)$$

$$\|u_{eq}\| = \mu_1^{-1} \mu_2 \|\ddot{X}_d\| + \alpha \|\dot{q}\| + \beta + \|c\dot{e}(t)\|$$

برای جلوگیری از پدیده لرزش کنترل^{۹۸}، (۲۲-۵) بصورت زیر اصلاح می‌گردد:

$$f(t) = A_k(q)\ddot{X}_d + N_k(q, \dot{q}) + A_k(q) \lambda \|u_{eq}\| \text{Sat}(S) \quad (23-5)$$

$$\|u_{eq}\| = \mu_1^{-1} \mu_2 \|\ddot{X}_d\| + \alpha \|\dot{q}\| + \beta + \|c\dot{e}(t)\|$$

که $\text{Sat}(\circ)$ تابع اشباع^{۹۹} است. با کنترل اصلاح شده (۲۳-۵) اگرچه لرزش کنترل از بین می‌رود، اما سیستم حلقه بسته دارای پایداری محدود یکنواخت خواهد بود.

۵-۳- طراحی کنترل مد لغزشی ردگیری موقعیت بازوی ربات در فضای کار با استفاده از روش اسلوتین [۱۰۴]

طراحی کنترل مد لغزشی برای ردگیری موقعیت بازوی ربات در فضای کار به روش اسلوتین تا معادله (۵-۱۴) با روش اسپانگ مشترک است. تنها در روش اسلوتین بردار کنترل مقاوم بصورت زیر است:

$$u_r = \mu_1^{-1} \mu_2 \ddot{X}_d + \alpha \dot{q} + \beta + c\dot{e}(t) + K \text{Sgn}(S) \quad (24-5)$$

که مطابق روش اسپانگ α, β و K ثابتهای مثبتی هستند.

۵-۳-۱- اثبات پایداری سیستم حلقه بسته

مطابق بخش قبل، برای اثبات پایداری سیستم حلقه بسته (۵-۱۰)، تابع منتخب لیاپانف زیر پیشنهاد می‌گردد:

$$V(S) = \frac{1}{2} S^T S \quad (25-5)$$

از (۲۵-۵) نسبت به زمان مشتق گرفته می‌شود:

⁹⁸ . Chattering

⁹⁹ . Saturation Function

$$\dot{V}(S) = \dot{S}^T S \quad (26-5)$$

(11-5) در (26-5) جایگذاری می‌گردد:

$$\dot{V}(S) = (\ddot{e}(t) + c\dot{e}(t))^T S \quad (27-5)$$

(10-5) و (24-5) در (27-5) جایگذاری و از (9-5) نتیجه می‌گردد:

$$\dot{V}(S) \leq (\Delta A - (\mu_1^{-1} \mu_2 \ddot{X}_d + \alpha \dot{q} + \beta) - c\dot{e}(t) - K \text{Sgn}(S) + c\dot{e}(t))^T S \quad (28-5)$$

(28-5) ساده می‌شود:

$$\dot{V}(S) \leq (\Delta A - (\mu_1^{-1} \mu_2 \ddot{X}_d + \alpha \dot{q} + \beta))^T S - K \|S\| \quad (29-5)$$

از (9-5) و (29-5) نتیجه می‌شود $\dot{V}(S) \leq 0$ است. بنابراین سیستم حلقه بسته دارای پایداری مجانبی سراسری است. پس کنترل جامع به قرار زیر است:

$$f(t) = A_k(q) \ddot{X}_d + N_k(q, \dot{q}) + A_k(q) u_r \quad (30-5)$$

$$u_r = \mu_1^{-1} \mu_2 \ddot{X}_d + \alpha \dot{q} + \beta + c\dot{e}(t) + K \text{Sgn}(S)$$

مانند روش اسپانگ برای جلوگیری از لرزش کنترل، (30-5) بصورت زیر اصلاح می‌شود:

$$f(t) = A_k(q) \ddot{X}_d + N_k(q, \dot{q}) + A_k(q) u_r \quad (31-5)$$

$$u_r = \mu_1^{-1} \mu_2 \ddot{X}_d + \alpha \dot{q} + \beta + c\dot{e}(t) + K \text{Sat}(S)$$

۵-۴- شبیه‌سازی

برای بررسی و مقایسه‌ی عملکرد کنترل‌کننده‌های پیشنهادی، این کنترل‌کننده‌ها بر روی بازوی ربات دو-رابط لولایی بخش (2-10) پیاده‌سازی گردیدند. مقادیر پارامترهای ربات که در این شبیه‌سازی مورد استفاده قرار گرفته، در جدول (5-1) آمده است.

جدول (۱-۵). پارامترهای ربات دو-رابط لولایی

$l_1 = 1 \text{ m}$	$l_2 = 2 \text{ m}$
$l_{c_1} = 0.5 \text{ m}$	$l_{c_2} = 0.5 \text{ m}$
$m_1 = 15 \text{ kg}$	$m_2 = 6 \text{ kg}$
$I_1 = 5$	$I_2 = 2$
$F_{d_1} = F_{d_2} = 1$	$F_{s_1} = F_{s_2} = 1$
$g = 9.8$	$T_{d_1} = T_{d_2} = 10$

در کنترل کننده برای تخمین پارامترهای رابطها، مقادیر حقیقی جدول ۱ در بهره‌ی ۰/۹ ضرب شده است و کنترل کننده‌های (۲۲-۵) و (۲۳-۵) با پارامترهای جدول (۲-۵) تنظیم شده‌اند. تابع محدودیت $\|\Delta A\|$ بر اساس معادله‌ی (۹-۵) و با مقادیر جدول (۲-۵) محاسبه شده است.

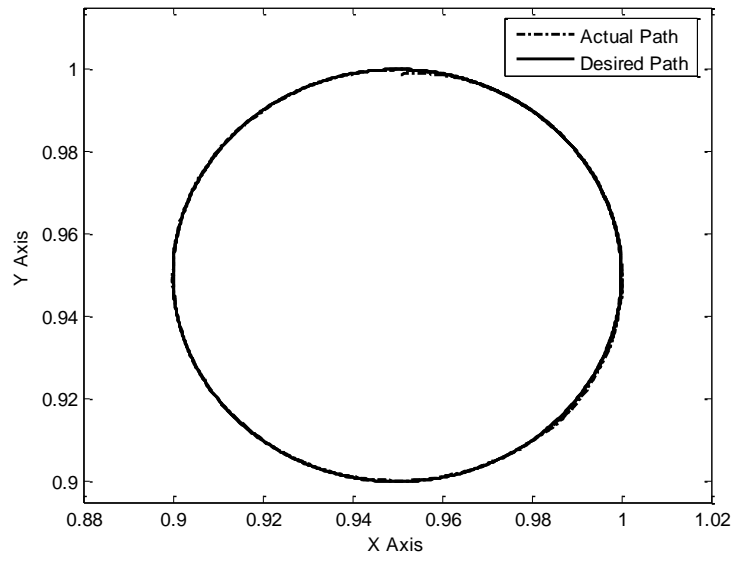
جدول (۲-۵). پارامترهای کنترل کننده‌های (۲۲-۵) و (۲۳-۵)

$c = 10$	$\alpha = 20$
$\mu_1 = 4.5$	$\beta = 40$
$\mu_2 = 9$	$\lambda = 1$

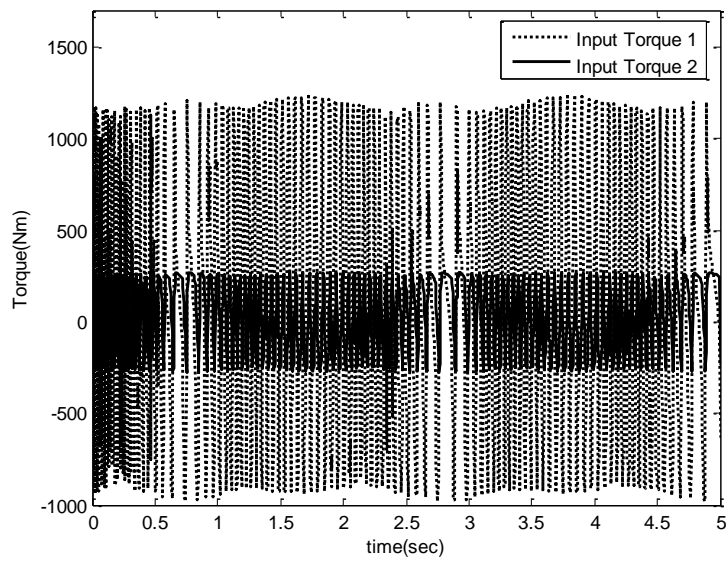
مسیر مطلوب در فضای کار و شرایط اولیه در جدول (۳-۵) آمده است:

جدول (۳-۵). مسیر مطلوب و شرایط اولیه در فضای کار

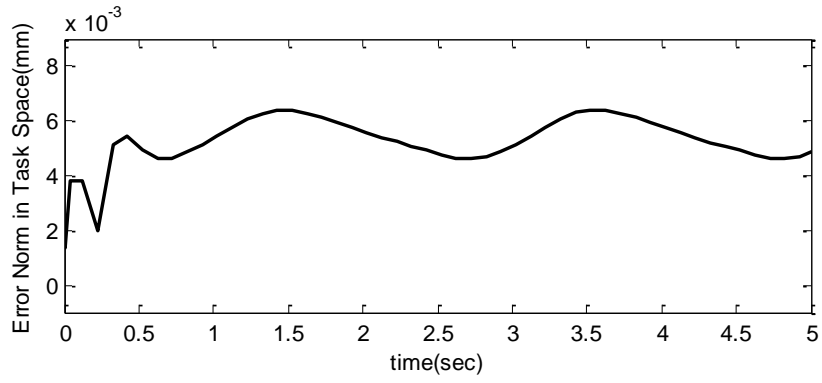
$X_d = 0.95 + 0.05 \sin(3t)$	$Y_d = 0.95 + 0.05 \cos(3t)$
$X(0) = 1$	$Y(0) = 1$



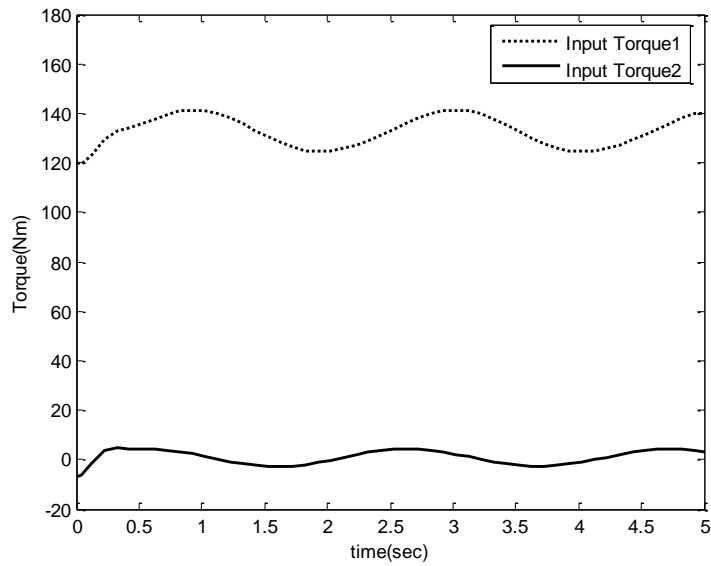
شکل (۵-۱). ردگیری مسیر مطلوب در فضای کار با اعمال کنترل کننده‌ی (۵-۲۲)



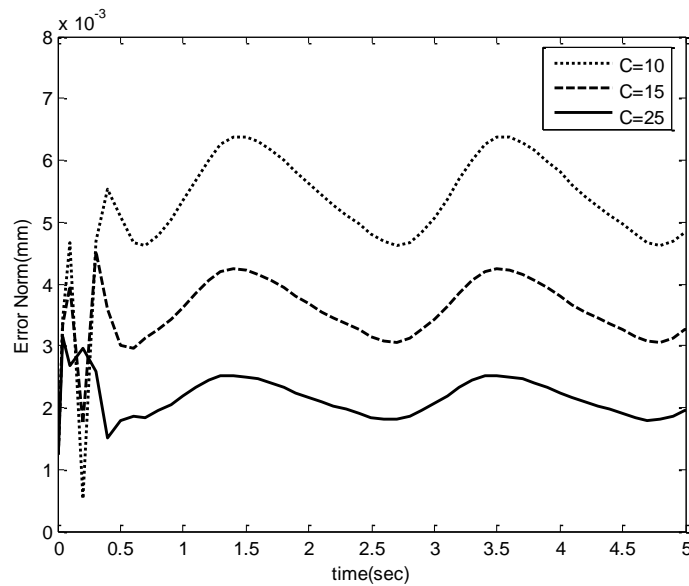
شکل (۵-۲). گشتاورهای ورودی مفاصل ۱ و ۲ با اعمال کنترل کننده‌ی (۵-۲۲)



شکل (۳-۵). نرم خطا در فضای کار با اعمال کنترل کننده‌ی (۲۳-۵)



شکل (۴-۵). گشتاورهای ورودی مفاصل ۱ و ۲ با اعمال کنترل کننده‌ی (۲۳-۵)

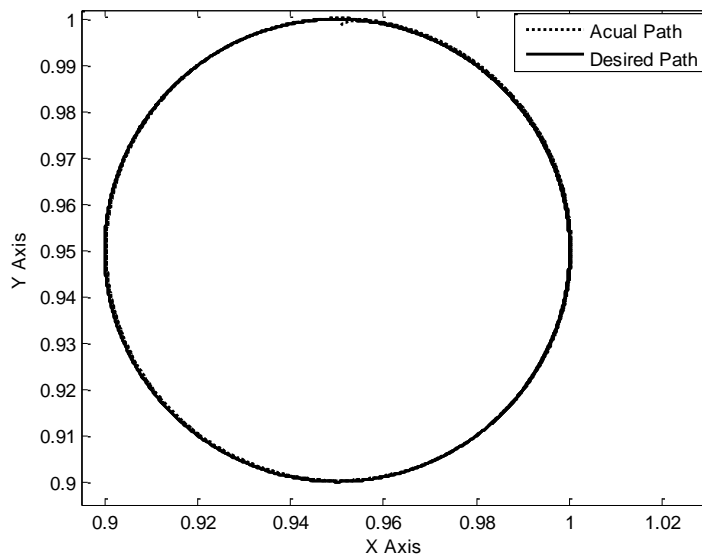


شکل (۵-۵). کاهش نرم خطا در فضای کار با افزایش ضریب C در کنترل کننده‌ی (۵-۲۳)

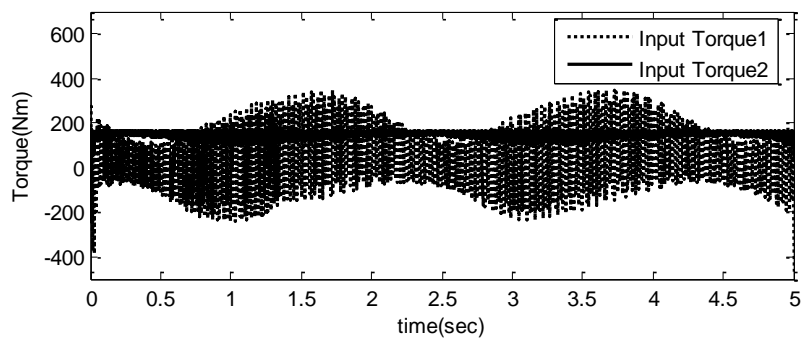
با اعمال کنترل کننده‌ی (۵-۲۲)، مطابق شکل (۵-۱)، مشاهده می‌شود که مسیر مطلوب در فضای کار بدون خطا دنبال می‌گردد. اما مطابق شکل (۵-۲)، این ردگیری دقیق با حداکثر دامنه‌ی ورودی ۱۲۰۰ نیوتن متر همراه است. این ورودیها بزرگ محسوب می‌شوند و این ردگیری دقیق با لرزش کنترلی بسیار زیادی همراه است. این عوامل باعث می‌شوند که پیاده سازی عملی این کنترل کننده با مشکل مواجه شود. بنابراین برای رفع این مشکل از کنترل کننده‌ی اصلاح شده‌ی (۵-۲۳) استفاده می‌شود. با اعمال کنترل (۵-۲۳)، مطابق شکل (۵-۳)، حداکثر نرم خطا در فضای کار برابر ۶.۵ میلی‌متر است. اما مطابق شکل (۵-۴) ورودیهای کنترل دارای هیچگونه لرزش کنترلی نیستند و حداکثر دامنه‌ی این ورودیها برابر با ۱۴۰ نیوتن متر است.

با مقایسه‌ی شکل‌های (۵-۲)، (۵-۳) و (۵-۴) مشاهده می‌شود که عملکرد کنترل کننده‌ی (۵-۲۳) با خطای ردگیری همراه است اما در عوض قابل پیاده‌سازی است. برای افزایش دقت در ردگیری مسیر مطلوب می‌توان با افزایش ضریب C کنترل کننده، نرم خطا در فضای کار را کاهش داد. این امر در شکل (۵-۵) بخوبی قابل مشاهده است. در این شکل، ضریب C کنترل کننده از ۱۰ به ۲۵ افزایش پیدا می‌کند. در نتیجه نرم خطای

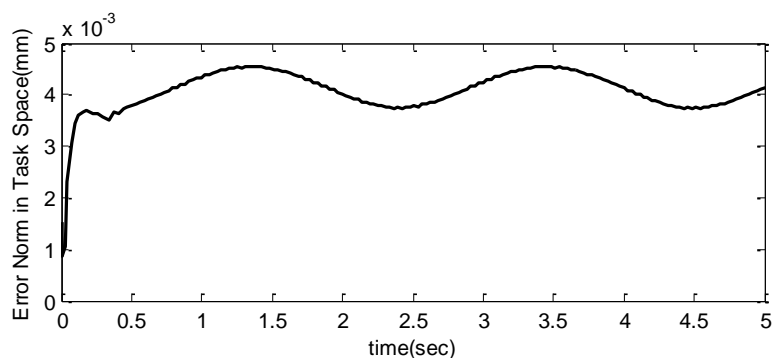
ردگیری از ۷ میلیمتر به ۲ میلیمتر کاهش پیدا می‌نماید. بنابراین برای پیاده‌سازی کنترل پیشنهادی (۵-۲۲)، باید آنرا بصورت (۵-۲۳) اصلاح نمود و در عوض، مقداری خطای ردگیری را پذیرا شد.



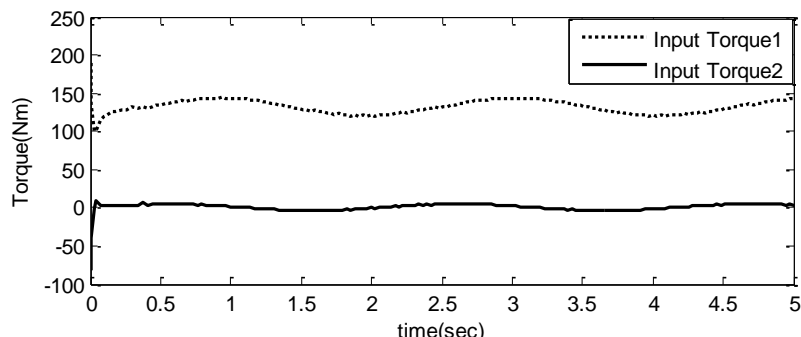
شکل (۵-۶). ردگیری مسیر مطلوب در فضای کار با اعمال کنترل کننده‌ی (۵-۳۰)



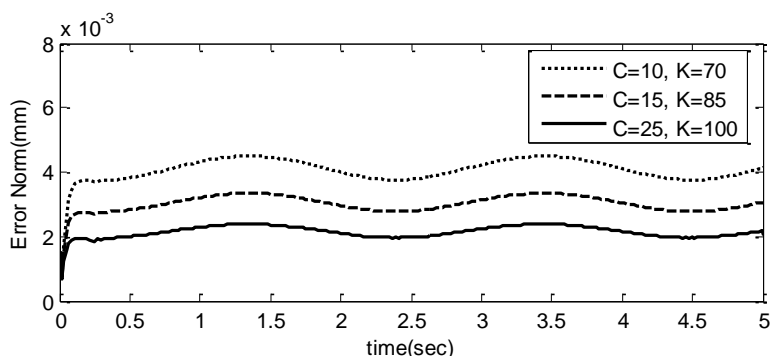
شکل (۵-۷). گشتاورهای ورودی مفاصل ۱ و ۲ با اعمال کنترل کننده‌ی (۵-۳۰)



شکل (۵-۸). نرم خطا در فضای کار با اعمال کنترل کننده‌ی (۵-۳۱)



شکل (۵-۹). گشتاورهای ورودی مفاصل ۱ و ۲ با اعمال کنترل کننده‌ی (۵-۳۱)



شکل (۵-۱۰). کاهش نرم خطا در فضای کار با افزایش ضرایب C و K در کنترل کننده‌ی (۵-۳۱)

در مرحله‌ی دوم شبیه‌سازی، کنترل (۵-۳۰) با پارامترهای جدول (۵-۲) تنظیم و با انتخاب $K = 70$ ، به بازوی ربات اعمال گردید. همانطور که انتظار می‌رود با اعمال کنترل (۵-۳۰)، مطابق شکل (۵-۶)، ردگیری مسیر مطلوب با دقت بسیاری انجام می‌شود. اما ورودیهای کنترلی شکل (۵-۷) با حداکثر دامنه‌ی ۴۰۰ نیوتن‌متر، دارای لرزش کنترلی زیادی هستند. اما مطابق شکل‌های (۵-۸) و (۵-۹)، این لرزش کنترلی با اعمال کنترل (۵-۳۱)، با حداکثر نرم خطای ۴ میلی‌متر از بین می‌رود. حداکثر دامنه‌ی ورودیهای کنترل برابر ۱۴۰ نیوتن‌متر است که با توجه به پارامترهای این بازوی دو-رابط، در محدوده‌ی مجازی قرار دارد. کنترل (۵-۳۱) نیز می‌توان با افزایش ضرایب C و K نرم خطا را کاهش و دقت ردگیری را افزایش داد. این

امر در شکل (۵-۱۰) قابل مشاهده است. در این شکل با افزایش ضرایب کنترل کننده، نرم خطا از ۴ میلیمتر به ۲ میلیمتر کاهش پیدا می کند.

مزیت روش طراحی اسلوتین نسبت به روش اسپانگ در تاثیر ضریب K است. افزایش این ضریب مانند افزایش ضریب C ، باعث کاهش نرم خطا می شود و سرعت همگرا شدن حالات سیستم حلقه بسته به سمت سطح لغزش را نیز افزایش می دهد. بدلیل اینکه در کنترل ردگیری موقعیت بازوی ربات در فضای کار، خطا و مشتق آن، حالات سیستم حلقه بسته هستند، بنابراین در روش اسلوتین و از طریق ضریب K می توان سرعت همگرا شدن خطا به سمت صفر را کنترل نمود. در حالیکه در روش اسپانگ این عامل کنترلی وجود ندارد. این مزیت از طریق مقایسه ی شکل های (۵-۵) و (۵-۱۰) قابل مشاهده است. با مقایسه ی شکل های (۵-۲)، (۵-۳)، (۵-۷) و (۵-۸) می توان نتیجه گرفت که حداکثر نرم خطای ردگیری و ماکزیمم دامنه ی ورودیهای کنترل در روش اسلوتین کوچکتر از روش اسپانگ است. پس بطور کلی می توان گفت که طراحی به روش اسلوتین، عملیتر و در مقایسه با روش اسپانگ، از آزادی عمل بیشتری برخوردار است.

در بخشهای فوق، روشهای طراحی کنترل مدلغزشی برای کنترل ردگیری موقعیت بازوی ربات در فضای کار به روش اسپانگ و اسلوتین بیان گردید و توانمندی آنها مورد مقایسه قرار گرفت. می توان گفت در هر دو روش، اساس طراحی کنترل مدلغزشی که یکی از روشهای کنترل کلیدزنی محسوب می شود بر شناخت، قسمتی از دینامیک های بازوی ربات استوار است. در مواردی که شناخت کافی از دینامیک های بازوی ربات در دسترس نیست، باز هم می توان از این روشهای کنترلی استفاده کرد. اما در این شرایط باید دامنه ی عدم قطعیت ΔA بزرگ انتخاب شود. با بزرگ شدن ΔA ، دامنه ی کنترل معادل u_{eq} بزرگ می شود، بنابراین ممکن است که باعث اشباع محرکه ها شود. در ادامه ی این فصل، کنترل کلیدزنی برای ردگیری موقعیت بازوی ربات در فضای کار ارائه می گردد که در طراحی آن، تا حدودی نقش دینامیک های معلوم بازوی ربات، کم رنگتر می گردد.

۵-۵- کنترل کلیدزنی ردگیری موقعیت بازوی ربات در فضای کار با استفاده از تخمین آخرین مقدار

در معادله‌ی (۳-۲)، برای ساده شدن معادلات دینامیکی بازوی ربات، معادله‌ی زیر معرفی می‌گردد:

$$h(q, \dot{q}) = V_m(q, \dot{q})\dot{q} + G(q) + F_d\dot{q} + F_s(\dot{q}) + T_d \quad (۳۲-۵)$$

با تعریف فوق، معادلات دینامیکی بازوی ربات در فضای مفصلی بصورت زیر است:

$$M(q)\ddot{q} + h(q, \dot{q}) = \tau(t) \quad (۳۳-۵)$$

به معادله‌ی (۳۳-۵)، $\hat{M}(q)\ddot{q}$ اضافه و کم می‌گردد.

$$M(q)\ddot{q} + h(q, \dot{q}) + \hat{M}(q)\ddot{q} - \hat{M}(q)\ddot{q} = \tau(t) \quad (۳۴-۵)$$

با توجه به وجود عدم قطعیت‌ها، $\hat{M}(q)$ تخمین $M(q)$ است. با تعریف $M(q) - \hat{M}(q) = \Delta M(q)$ ، (۳۴-۵) به صورت زیر ساده می‌شود:

$$\hat{M}(q)\ddot{q} + h(q, \dot{q}) + \Delta M(q)\ddot{q} = \tau(t) \quad (۳۵-۵)$$

با تعریف $h(q, \dot{q}) + \Delta M(q)\ddot{q} = \tilde{h}(t)$ ، می‌توان (۳۵-۵) را بصورت زیر بیان نمود:

$$\hat{M}(q)\ddot{q} + \tilde{h}(t) = \tau(t) \quad (۳۶-۵)$$

ورودی کنترل بصورت زیر انتخاب می‌گردد:

$$\tau(t) = \hat{M}(q)J^{-1}(q)v + \hat{h}(t) \quad (۳۷-۵)$$

که $\hat{h}(t)$ تخمین $\tilde{h}(t)$ ، $J^{-1}(q)$ معکوس ماتریس ژاکوبین و v ورودی کنترل جدید است. سیستم کنترل باید در مسیرهای عاری از نقاط تکین حرکت نماید. زیرا از $J^{-1}(q)$ در قانون کنترل استفاده شده است. مقدار $\hat{M}(q)$ در معادله‌ی (۳۷-۵) معلوم است، اما به دلیل وجود عدم قطعیت‌ها، $\hat{h}(t)$ معلوم نیست. بنابراین، می‌توان بجای $\hat{h}(t)$ از آخرین مقدار $\tilde{h}(t)$ استفاده کرد.

$$\hat{h}(t) = \tilde{h}(t - \lambda) = \tau(t - \lambda) - \hat{M}(q)\ddot{q}(t - \lambda) \cong \tilde{h}(t) \quad (۳۸-۵)$$

البته معادله‌ی (۳۸-۵) در صورتی صادق است که، تغییرات $\tilde{h}(t)$ در طول زمان تاخیر λ زیاد نباشد. یا به عبارت دیگر، زمان تاخیر به اندازه‌ای انتخاب شود که، میزان تغییرات $\tilde{h}(t)$ را بسیار اندک نماید. با پیشرفت تکنولوژی و دستیابی به پردازشگرهای سرعت بالا می‌توان زمان تاخیر را به اندازه‌ای کاهش داد که معادله‌ی (۳۸-۵)، برای ربات‌های درگیر با محیط کار نیز برقرار باشد. از (۳۷-۵) و (۳۸-۵) نتیجه می‌شود:

$$\tau(t) = \hat{M}(q)J^{-1}(q)v + \tau(t-\lambda) - \hat{M}(q)\ddot{q}(t-\lambda) \quad (۳۹-۵)$$

با تعریف $\tau(t-\lambda) - \hat{M}(q)\ddot{q}(t-\lambda) - \tilde{h}(t) = \Delta h$ و جایگذاری (۳۹-۵) در (۳۶-۵) داریم:

$$\ddot{q} = J^{-1}(q)v + \hat{M}^{-1}(q)\Delta h \quad (۴۰-۵)$$

از ضرب دو طرف (۴۰-۵) در $J(q)$ نتیجه می‌شود:

$$J(q)\ddot{q} = v + J(q)\hat{M}^{-1}(q)\Delta h \quad (۴۱-۵)$$

از سینماتیک ربات بدست می‌آید [۶]:

$$\dot{X} = J(q)\dot{q} \quad (۴۲-۵)$$

که \dot{q} سرعت در فضای مفصلی و \dot{X} سرعت در فضای کار است. از (۴۲-۵) نسبت به زمان مشتق گرفته می‌شود:

$$\ddot{X} = J(q)\ddot{q} + \dot{J}(q)\dot{q} \quad (۴۳-۵)$$

که \ddot{X} شتاب مجری نهایی در فضای کار است. با انتخاب $v = w - \dot{J}(q)\dot{q}$ و با توجه به معادله‌ی (۴۳-۵)، معادله‌ی (۴۱-۵) به فضای کار منتقل می‌شود:

$$\ddot{X} = w + J(q)\hat{M}^{-1}(q)\Delta h \quad (۴۴-۵)$$

ورودی کنترل w بصورت زیر انتخاب می‌گردد:

$$w = \Delta w + \ddot{X}_d \quad (۴۵-۵)$$

که \ddot{X}_d شتاب مطلوب در فضای کار و Δw ورودی است که باید طراحی شود. با تعریف خطای موقعیت $e = X - X_d$ ، خطای شتاب $\ddot{e} = \ddot{X} - \ddot{X}_d$ و عدم قطعیت‌های ساختاری و غیرساختاری $\eta = J(q)\hat{M}^{-1}(q)\Delta h$ ، معادله (۴۴-۵) بصورت زیر ساده می‌شود:

$$\ddot{e}(t) = \Delta w + \eta \quad (۴۶-۵)$$

با انتخاب $X_1 = e(t)$ و $X_2 = \dot{e}(t)$ ، معادله‌ی (۴۶-۵) بصورت زیر بیان می‌گردد:

$$\begin{cases} \dot{X}_1(t) = X_2(t) \\ \dot{X}_2(t) = \Delta w + \eta \end{cases} \quad (۴۷-۵)$$

۵-۱-۵- روش پسگام

با توجه به فرم معادله‌ی (۴۷-۵)، می‌توان از روش طراحی کنترل پسگام^{۱۰۰} برای پایداری سیستم حلقه بسته‌ی (۴۷-۵) استفاده کرد [۸۴]. بنابراین $X_2(t)$ را به عنوان ورودی کنترل، طوری طراحی می‌کنیم تا $X_1(t)$ را که خطای موقعیت در فضای کار است به سمت صفر همگرا نماید. پس $X_2(t)$ بصورت زیر بیان می‌شود:

$$X_2(t) = -\mu X_1(t), \quad \forall \mu > 0 \quad (۴۸-۵)$$

برای اثبات پایداری سیستم حلقه بسته‌ی (۴۷-۵)، تابع منتخب لیاپانف زیر پیشنهاد می‌گردد:

$$V(X_1) = \frac{1}{2} X_1^T(t) X_1(t) \quad (۴۹-۵)$$

از (۴۹-۵) نسبت به زمان مشتق گرفته می‌شود:

$$\dot{V}(X_1) = \dot{X}_1^T(t) X_1(t) \quad (۵۰-۵)$$

با توجه به (۴۷-۵)، (۴۸-۵) و (۵۰-۵) داریم:

$$\dot{V}(X_1) = -\mu X_1^T(t) X_1(t) \leq 0 \quad (۵۱-۵)$$

از (۵۱-۵) نتیجه می‌شود که با انتخاب (۴۸-۵)، $X_1(t)$ به سمت صفر همگرا می‌شود.

¹⁰⁰. Backstepping Method

۵-۵-۲- انتخاب سطح لغزش

برای اینکه معادله‌ی (۴۸-۵) مهیا گردد، سطح لغزش زیر معرفی می‌شود:

$$Z = X_2(t) + \mu X_1(t) \quad (۵۲-۵)$$

با توجه به (۵۲-۵) می‌توان نتیجه گرفت که اگر سطح لغزش Z به سمت صفر همگرا شود، آنگاه معادله‌ی (۴۸-۵) نیز برقرار می‌گردد. بنابراین با برقراری (۴۸-۵)، سیستم حلقه بسته‌ی (۴۷-۵) پایدار می‌گردد. بدین منظور از (۵۲-۵) نسبت به زمان مشتق گرفته می‌شود:

$$\dot{Z} = \dot{X}_2(t) + \mu \dot{X}_1(t) \quad (۵۳-۵)$$

(۴۷-۵) در (۵۳-۵) جایگذاری می‌گردد:

$$\dot{Z} = \Delta w + \eta + \mu \dot{X}_1(t) \quad (۵۴-۵)$$

ورودی کنترل Δw بصورت زیر پیشنهاد می‌شود:

$$\Delta w = \gamma - \mu \dot{X}_1(t) \quad (۵۵-۵)$$

γ ورودی کنترل مقاوم جدیدی است که برای غلبه بر عدم قطعیت‌ها، باید طراحی گردد. (۵۵-۵) در (۵۴-۵) جایگذاری می‌گردد:

$$\dot{Z} = \gamma + \eta \quad (۵۶-۵)$$

معادله‌ی $\eta = J(q)\hat{M}^{-1}(q)\Delta h$ شامل تمامی عدم قطعیت‌های موجود است. با توجه به ویژگی‌های فیزیکی بازوی ربات که در بخش (۷-۲) بیان گردید و توجه به این امر که ماتریس ژاکوبین تابعی سینوسی از موقعیت مفاصل است، می‌توان نتیجه گرفت که زمان تاخیر λ را می‌توان به گونه‌ای انتخاب کرد، که فرض زیر برقرار گردد:

$$\|\eta\| \leq \rho \quad (۵۷-۵)$$

که ρ ثابتی مثبت است.

۵-۵-۳- اثبات پایداری سیستم حلقه بسته

برای اثبات پایداری سیستم حلقه بسته (۴۷-۵)، تابع منتخب لیاپانف زیر پیشنهاد می‌گردد:

$$V(Z) = \frac{1}{2} Z^T Z \quad (۵۸-۵)$$

از (۵۸-۵) نسبت به زمان مشتق گرفته می‌شود:

$$\dot{V}(Z) = Z^T \dot{Z} \quad (۵۹-۵)$$

با جایگذاری (۵۶-۵) در (۵۹-۵) داریم:

$$\dot{V}(Z) = Z^T \gamma + Z^T \eta \quad (۶۰-۵)$$

برای اینکه $\dot{V}(Z) \leq 0$ شود، کنترل مقاوم زیر پیشنهاد می‌گردد:

$$\gamma = \frac{-Z \rho}{\|Z\|} \quad (۶۱-۵)$$

با جایگذاری (۶۱-۵) در (۶۰-۵)، $\dot{V}(Z) \leq 0$ می‌شود، بنابراین سطح لغزش Z به سمت صفر همگرا می‌شود

و در نتیجه معادله (۴۸-۵) برقرار می‌گردد. پس با توجه به بخش (۵-۱)، سیستم حلقه بسته (۴۷-۵) با

کنترل پیشنهادی دارای پایداری مجانبی سراسری می‌باشد. کنترل پیشنهادی جامع بصورت زیر است:

$$\begin{aligned} \tau(t) &= \hat{M}(q)J^{-1}(q)v + \{\tau(t-\lambda) - \hat{M}(q)\ddot{q}(t-\lambda)\} \\ v &= (\gamma - \mu \dot{e}(t) + \ddot{X}_d) - \dot{J}(q)\dot{q} \\ Z &= \dot{e}(t) + \mu e(t) \end{aligned} \quad (۶۲-۵)$$

$$\gamma = \begin{cases} \frac{-Z \rho}{\|Z\|} & \text{for } \|Z\| > 0 \\ 0 & \text{for } \|Z\| = 0 \end{cases}$$

از مراحل طراحی کنترل کننده‌ی فوق، نتیجه می‌شود که فرضیات طراحی آن در مقایسه با کنترل کننده‌های

پیشین، کاهش یافته و نقش دینامیک‌های معلوم تا حدودی کم رنگتر شده است. اما با وجود این مزایا، کنترل

پیشنهادی در فضای گشتاور است و در مراحل طراحی آن، دینامیک محرک‌ها در نظر گرفته نشده است و فرض ماتریس ژاکوبین کاملاً دقیق، باید برقرار باشد. در حالیکه با دقت در معادلات ماتریس ژاکوبین، آشکار است که با تغییرات بار، ماتریس ژاکوبین دچار تغییر می‌گردد، بنابراین فرض دقیق بودن ماتریس ژاکوبین در عمل نقض می‌شود. پس در ردگیری موقعیت بازوی ربات در فضای کار خطا ایجاد می‌گردد و اگر این خطا در مراحل طراحی لحاظ نشود، ممکن است سیستم حلقه بسته را ناپایدار نماید. در بخش بعد، با بازنگری در روش طراحی کنترل پیشنهادی، معایب فوق‌الذکر برطرف می‌شود تا بردار کنترل نهایی عملی گردد.

۵-۶- طراحی کنترل کلیدزنی ردگیری موقعیت بازوی ربات در فضای کار با وجود دینامیک محرک‌ها و عدم قطعیت‌های دینامیکی و سینماتیکی

در بیشتر بازوهای صنعتی از موتورهای مغناطیس دائم بعنوان محرکه استفاده می‌شود [۶]. بنابراین برای اینکه تاثیر دینامیک این محرکه‌ها در طراحی کنترل لحاظ شود، (۲-۳) را می‌توان بصورت زیر تغییر داد [۶]:

$$(J_m r^{-2} + M(q))\ddot{q} + (B_m r^{-2} + R^{-1} K_m^2 r^{-2} + V_m(q, \dot{q}))\dot{q} + G(q) + F_d \dot{q} + F_s(\dot{q}) + T_d = R^{-1} K_m r^{-1} u(t) \quad (۶۳-۵)$$

که $u(t) \in R^n$ بردار ولتاژ ورودی موتورها، R ، K_m ، J_m ، B_m و $r \in R^{n \times n}$ بترتیب ماتریسهای ثابت قطری از ثابت گشتاور، مقاومت آرمیچر، اینرسی، میرایی و ضریب چرخنده‌ها هستند. معادله‌ی (۶۳-۵) را می‌توان بصورت زیر بیان کرد:

$$D(q)\ddot{q} + h(q, \dot{q}) = u(t) \quad (۶۴-۵)$$

$$D(q) = R K_m^{-1} r (J_m r^{-2} + M(q))$$

$$h(q, \dot{q}) = R K_m^{-1} r \left((B_m r^{-2} + R^{-1} K_m^2 r^{-2} + V_m) \dot{q} + G(q) + F_d \dot{q} + F_s(\dot{q}) + T_d \right)$$

اگر مراحل طراحی بخش (۵-۵)، از معادله‌ی (۵-۳) تا (۵-۳۶) تکرار و تعریف $h(q, \dot{q}) + \Delta D(q)\ddot{q} = \tilde{h}(t)$ منظور شود، داریم:

$$\hat{D}(q)\ddot{q} + \tilde{h}(t) = u(t) \quad (۶۵-۵)$$

مطابق بخش (۵-۵)، بردار کنترلی بصورت زیر بیان می‌گردد:

$$u(t) = \hat{D}(q)\hat{J}^{-1}(q)v + u(t-\lambda) - \hat{D}(q)\ddot{q}(t-\lambda) \quad (66-5)$$

که $\hat{D}(q)$ و $\hat{J}^{-1}(q)$ بترتیب تخمین‌هایی از $D(q)$ و $J^{-1}(q)$ هستند. v بردار کنترلی جدید و λ زمان تاخیر است. با تعریف $u(t-\lambda) - \hat{D}(q)\ddot{q}(t-\lambda) - \tilde{h}(t) = \Delta h$ ، در (66-5) جایگذاری و ساده می‌شود:

$$\ddot{q} = \hat{J}^{-1}(q)v + \hat{D}^{-1}(q)\Delta h \quad (67-5)$$

$\hat{J}(q)$ در دو طرف (67-5) ضرب می‌گردد:

$$\hat{J}(q)\ddot{q} = v + \hat{J}(q)\hat{D}^{-1}(q)\Delta h \quad (68-5)$$

مطابق معادله (68-5)، ماتریس ژاکوبین، سرعت در فضای مفصلی را به فضای کار منتقل می‌نماید. در شرایط وجود عدم قطعیت، ماتریس ژاکوبین نیز دارای عدم قطعیت خواهد بود. بنابراین، مشتق معادله (68-5) را بصورت زیر می‌توان بیان کرد:

$$\ddot{\hat{X}} = \hat{J}(q)\ddot{q} + \dot{\hat{J}}(q)\dot{q} \quad (69-5)$$

بدلیل وجود عدم قطعیت در ماتریس ژاکوبین، $\ddot{\hat{X}}$ تخمینی از شتاب در فضای کار است. با تعریف بردار کنترل $v = w - \dot{\hat{J}}(q)\dot{q}$ و با توجه به معادله (69-5)، معادله (68-5) بصورت زیر مرتب می‌شود:

$$\ddot{\hat{X}} = w + \hat{J}(q)\hat{D}^{-1}(q)\Delta h \quad (70-5)$$

بردار کنترل w بصورت زیر انتخاب می‌گردد:

$$w = \Delta w + \ddot{\hat{X}}_d \quad (71-5)$$

که Δw بردار کنترلی جدید است. معادله (71-5) در (70-5) جایگذاری می‌شود. با تعریف $\hat{e} = \hat{X} - X_d$ ، $\eta = \hat{J}(q)\hat{D}^{-1}(q)\Delta h$ خطای ردگیری در فضای کار و $\ddot{\hat{e}} = \ddot{\hat{X}} - \ddot{X}_d$ خطای شتاب در فضای کار، معادله نهایی به فضای حالت منتقل می‌شود:

$$\begin{cases} \dot{\hat{X}}_1(t) = \hat{X}_2(t) \\ \dot{\hat{X}}_2(t) = \Delta w + \eta \end{cases} \quad (72-5)$$

که $\hat{X}_1(t) = \hat{e}(t)$ و $\hat{X}_2(t) = \dot{\hat{e}}(t)$ است.

۵-۶-۱- انتخاب سطح لغزش

سطح لغزش Z بصورت زیر بیان می‌گردد:

$$Z = \hat{X}_2(t) + \mu X_1(t) \quad (۷۳-۵)$$

که $X_1(t) = X - X_d$ خطای واقعی موقعیت در فضای کار و $\hat{X}_2(t) = \hat{X} - \dot{X}_d$ خطای سرعت در فضای کار است. در (۷۳-۵)، $X_1(t)$ از طریق سنسور یا تکنیک‌های بینایی دریافت می‌شود. اما $\hat{X}_2(t)$ از طریق محاسبه استخراج می‌گردد. از (۷۳-۵) نسبت به زمان مشتق می‌گیریم:

$$\dot{Z} = \dot{\hat{X}}_2(t) + \mu \dot{X}_1(t) \quad (۷۴-۵)$$

معادله‌ی (۷۲-۵) در (۷۴-۵) جایگذاری می‌شود:

$$\dot{Z} = \Delta w + \eta + \mu \dot{X}_1(t) \quad (۷۵-۵)$$

اگر مراحل طراحی این کنترل‌کننده را مطابق بخش‌های (۱-۵-۵) تا (۳-۵-۵) ادامه دهیم، بردار کنترل نهایی اصلاح شده، بصورت زیر خواهد شد:

$$\begin{aligned} u(t) &= \hat{D}(q)\hat{J}^{-1}(q)v + \{u(t-\lambda) - \hat{D}(q)\ddot{q}(t-\lambda)\} \\ v &= (\gamma - \mu(\hat{J}\dot{q} - \dot{X}_d) + \ddot{X}_d) - \hat{J}(q)\dot{q} \\ Z &= (\hat{J}\dot{q} - \dot{X}_d) + \mu e(t) \end{aligned} \quad (۷۶-۵)$$

$$\gamma = \begin{cases} \frac{-\rho Z}{\|Z\|} & \|Z\| > \sigma \\ \frac{-\rho Z}{\sigma} & \|Z\| < \sigma \end{cases}$$

که σ ثابتی مثبت است.

۵-۶-۲- اصلاح کنترل‌کننده

برای پیاده‌سازی (۷۶-۵) باید q موقعیت مفاصل، \dot{q} سرعت مفاصل، \ddot{q} شتاب مفاصل و X موقعیت در فضای کار در دسترس باشند. برای دریافت موقعیت مفاصل معمولاً از کدکننده‌های نوری^{۱۰۱} استفاده می‌گردد و برای دریافت سرعت مفاصل، از موقعیت مفاصل مشتق می‌گیرند. اما در کاربردهای بازوی ربات با وجود شتاب سنج‌های پیزوالکتریک^{۱۰۲} بندرت شتاب مفاصل قابل دریافت است. از طرف دیگر با استفاده از تکنیک‌های بینایی می‌توان با دقت زیادی X موقعیت مجری نهایی را دریافت نمود و اطلاعات \dot{X} سرعت مجری نهایی را از طریق محاسبه استخراج کرد. بنابراین برای اینکه قانون کنترلی (۷۶-۵) قابل پیاده‌سازی باشد، باید آنرا طوری اصلاح کرد که نیازی به اطلاعات \ddot{q} شتاب مفاصل نداشته باشد. بدین منظور در (۷۶-۵) می‌توان بجای $\ddot{q}(t-\lambda)$ از $\ddot{q}_d(t-\lambda)$ استفاده کرد. در کنترل (۷۶-۵) از معکوس ماتریس ژاکوبین استفاده می‌شود. با کنترل‌کننده‌هایی که بر اساس معکوس ماتریس ژاکوبین طراحی می‌شوند نمی‌توان، از نقاط تکین بازوی ربات عبور نمود. بنابراین استفاده از این کنترل‌کننده‌ها، فقط در ناحیه‌های محدودی در فضای کار مقدور است. از طرف دیگر، محاسبه‌ی معکوس ماتریس ژاکوبین بسیار طولانی‌تر از محاسبه‌ی ترانهاده‌ی ماتریس ژاکوبین می‌باشد [۷۳]. پس با توجه به نکات فوق، در انتقال فضای ورودی کنترل، ترانهاده‌ی ماتریس ژاکوبین ترجیح داده می‌شود. برای استفاده از ترانهاده‌ی ماتریس ژاکوبین، کافیست در معادله‌ی (۷۶-۵) بجای معکوس ماتریس ژاکوبین از ترانهاده‌ی آن استفاده شود. یعنی:

$$\begin{aligned}
 u(t) &= \hat{D}(q)\hat{J}^T(q)v + \{u(t-\lambda) - \hat{D}(q)\ddot{q}_d(t-\lambda)\} \\
 v &= (\gamma - \mu(\hat{J}\dot{q} - \dot{X}_d) + \ddot{X}_d) - \hat{J}(q)\dot{q} \\
 Z &= (\hat{J}\dot{q} - \dot{X}_d) + \mu e(t) \\
 \gamma &= \begin{cases} \frac{-\rho Z}{\|Z\|} & \|Z\| > \sigma \\ \frac{-\rho Z}{\sigma} & \|Z\| < \sigma \end{cases} \quad (77-5)
 \end{aligned}$$

¹⁰¹ . Optical Encoder

¹⁰² . Piezoelectric Accelerometers

۵-۶-۳- شبیه‌سازی

کنترل پیشنهادی بر روی بازوی ربات دو- رباط لولایی بخش (۲-۱۰) پیاده‌سازی گردید. این بازوی ربات توسط دو موتور DC مغناطیس دایم تحریک می‌شود. پارامترهای موتورهای ربات در جدول (۵-۱) و مسیر مطلوب با شرایط اولیه‌ی شبیه‌سازی در جدول (۵-۲) نشان داده شده‌اند.

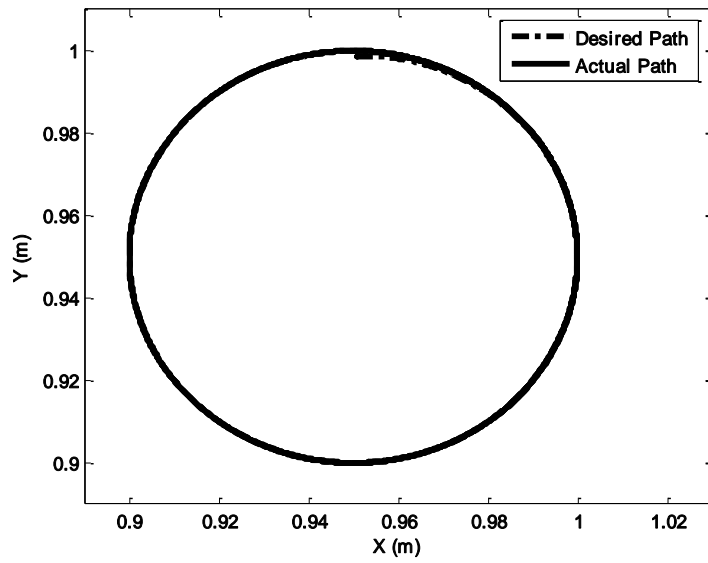
جدول (۵-۳). پارامترهای بازوی ربات دو- رباط لولایی

$l_1 = 1$	$l_2 = 1$	$l_{c_1} = 0.5$
$l_{c_2} = 0.5$	$m_1 = 15$	$m_2 = 6$
$I_1 = 5$	$I_2 = 2$	$F_{d_1} = F_{d_2} = 1$
$F_{s_1} = F_{s_2} = 1$	$T_{d_1} = T_{d_2} = 10$	$g = 9.8$
$J_{m_1} = J_{m_2} = 0.0001$	$r_1 = r_2 = 0.01$	$R_1 = R_2 = 1$
$B_{m_1} = B_{m_2} = 0.01$	$K_{m_1} = K_{m_2} = 0.01$	$\rho = 5$

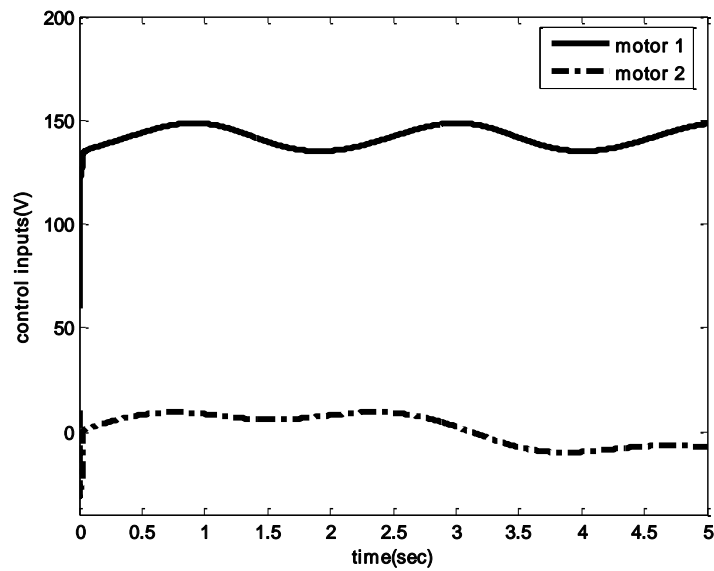
جدول (۵-۴). پارامترهای موتورهای DC مغناطیس دایم

$X_d = 0.95 + 0.05 \sin(3t)$	$Y_d = 0.95 + 0.05 \cos(3t)$
$X_d(0) = 0.95$	$Y_d(0) = 1$

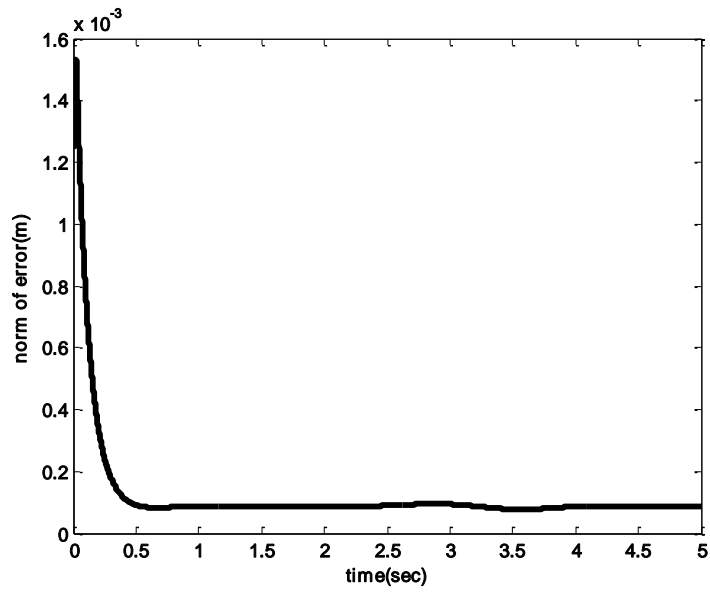
این موتورها ۴۰ و ۱۶۰ ولت هستند. برای در نظر گرفتن عدم قطعیت‌های پارامتری، مقادیر واقعی این پارامترها در ۰/۹ ضرب شده است. پارامترهای کنترل کننده با مقادیر $\mu = 10$ ، $\sigma = 0.1$ و $\lambda = 0.001$ تنظیم گردیده است. انتخاب مسیر مطلوب بگونه‌ای است که از نقاط تکین بازوی ربات عبور نمی‌نماید.



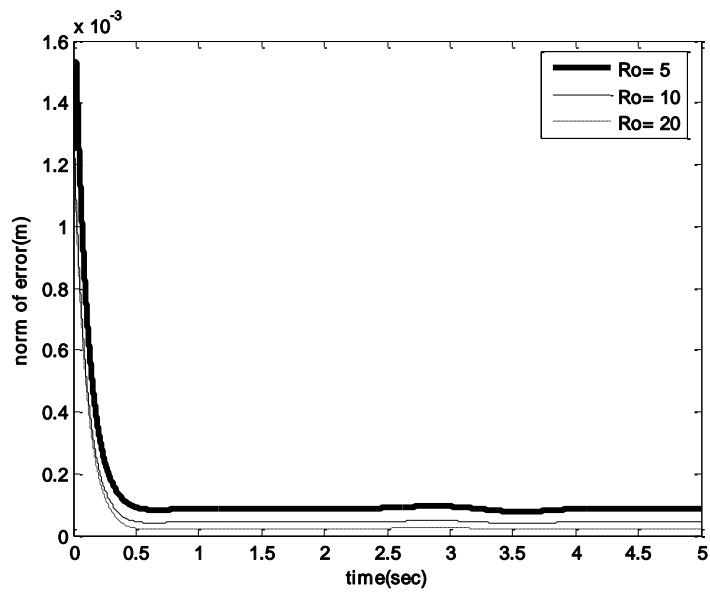
شکل (۵-۱۱). ردگیری مسیر مطلوب در فضای کار با اعمال کنترل کننده‌ی (۵-۷۶)



شکل (۵-۱۲). ورودیهای کنترل با اعمال کنترل کننده‌ی (۵-۷۶)



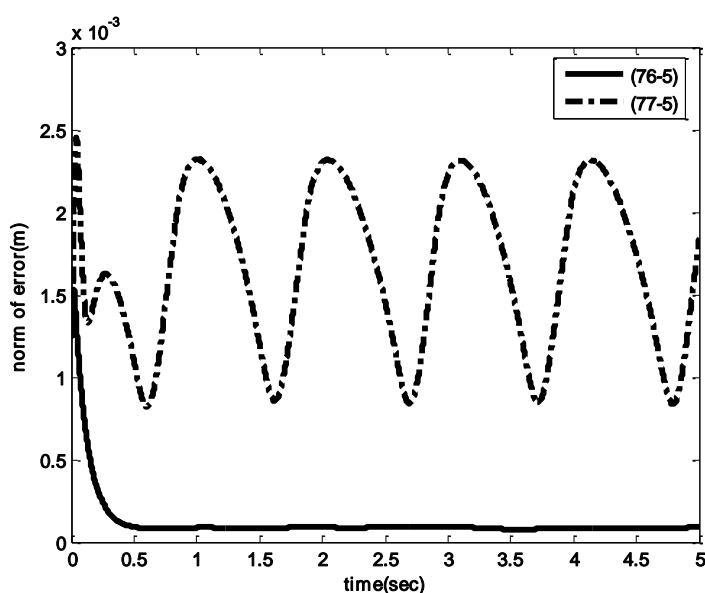
شکل(۵-۱۳). نرم خطای ردگیری در فضای کار با اعمال کنترل (۵-۷۶)



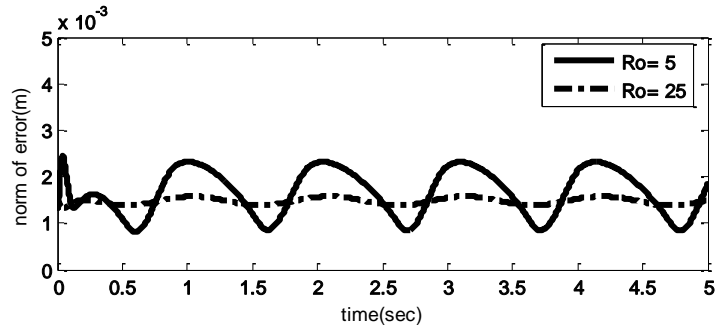
شکل(۵-۱۴). کاهش خطای ردگیری با افزایش ρ و اعمال کنترل (۵-۷۶)

در مرحله‌ی اول شبیه‌سازی، از قانون کنترلی (۵-۷۶) با $\rho=5$ استفاده شده است. با توجه به شکل (۵-۱۱) ردگیری با دقت زیادی انجام شده است و اختلافی بین مسیر مطلوب و مسیر واقعی مشاهده نمی‌شود.

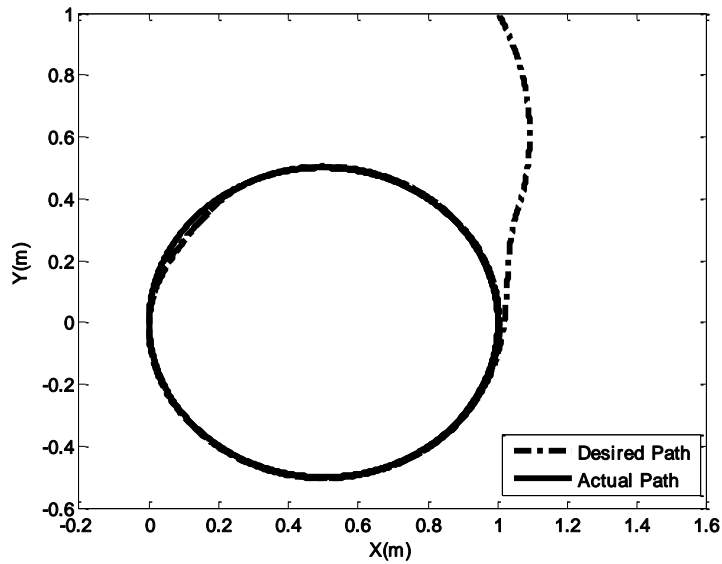
در شکل (۱۲-۵) ورودی موتورها نشان داده شده است. مطابق این شکل، ورودیها پیوسته هستند و در محدوده‌ی ۲۰ و ۱۵۰ ولت قرار دارند. پس این ورودیها در محدوده‌ی مجازی قرار دارند. در شکل (۱۳-۵) مشاهده می‌شود که، ماکزیمم نرم خطا در فضای کار برابر ۱/۶ میلی‌متر است. این خطا در زمانی کمتر از ۱ ثانیه کاهش می‌یابد و نهایتاً به ۰/۱ میلی‌متر می‌رسد. دقت در ردگیری و کارایی کنترل‌کننده را با افزایش ρ می‌توان زیاد کرد. مطابق شکل (۱۴-۵)، اگر مقادیر ۵، ۱۰ و ۲۰ برای ρ انتخاب شوند، نرم خطا در فضای کار بترتیب برابر ۰/۱، ۰/۰۵ و ۰/۰۲۵ میلی‌متر خواهد بود. از این شبیه‌سازی نتیجه می‌شود که، کنترل (۷۶-۵) با حضور عدم قطعیت‌های دینامیکی و سینماتیکی دارای عملکردی مطلوب است و خطای ردگیری به اندازه‌ای ناچیز است که می‌توان از آن صرف‌نظر نمود.



شکل (۱۵-۵). مقایسه‌ی عملکرد کنترل‌کننده‌های (۷۶-۵) و (۷۷-۵)



شکل (۵-۱۶). کاهش خطای ردگیری با افزایش ρ و با اعمال کنترل (۵-۷۷)



شکل (۵-۱۷). ردگیری مسیر مطلوب با وجود نقطه‌ی تکین و اعمال کنترل (۵-۷۷)

در مرحله‌ی دوم شبیه‌سازی، عملکرد کنترل‌کننده‌ی اصلاح‌شده‌ی (۵-۷۷) با کنترل (۵-۷۶) مقایسه می‌گردد. در این مرحله، شرایط شبیه‌سازی دقیقاً مطابق مرحله‌ی اول است و کنترل‌کننده‌ها با $\rho = 5$ تنظیم شده‌اند. مطابق شکل (۵-۱۵)، مشاهده می‌شود که نرم خطای ناشی از اعمال کنترل (۵-۷۷) برابر $2/5$ میلیمتر است، در حالیکه نرم خطای کنترل (۵-۷۶) برابر $0/1$ میلیمتر است. بنابراین نتیجه می‌شود که عملکرد کنترل (۵-۷۶) در مقایسه با کنترل (۵-۷۷) مطلوبتر است و ردگیری دقیقتری را تضمین می‌نماید. در شکل (۵-۱۶)، مشاهده می‌شود که با اعمال کنترل (۵-۷۷) و با افزایش ρ از ۵ به ۲۵، نرم خطای ردگیری از $2/5$ میلیمتر به ۱ میلیمتر کاهش می‌یابد. یکی از ویژگیهای کنترل

(۷۷-۵) این است که، با این کنترل کننده می توان از نقاط تکین بازوی ربات عبور نمود. بدین منظور دایره ای با شعاع $0.5/0$ متر و مرکز $(0.5,0)$ بعنوان مسیر مطلوب انتخاب می شود. این مسیر مطلوب از نقطه ی تکین $(0,0)$ عبور می نماید. در این نقطه دترمینان ماتریس ژاکوبین برابر صفر است. مطابق شکل (۵-۱۷)، کنترل کننده ی (۷۷-۵) بخوبی عمل می کند و مسیر مطلوب با خطای ناچیزی ردگیری می شود. در حالیکه برای ردگیری این مسیر، نمی توان از کنترل کننده ی (۵-۷۶) استفاده نمود. اگرچه کنترل (۵-۷۶) در مقایسه با کنترل (۵-۷۷) دارای عملکرد دقیقتری است. اما استفاده از کنترل (۵-۷۷) توصیه می شود. زیرا با این کنترل کننده، می توان از نقاط تکین بازوی ربات عبور نمود.

۵-۷- نتیجه گیری

در این فصل، طراحی کنترل مدلغزشی ردگیری موقعیت بازوی ربات در فضای کار با روش اسپانگ و اسلوتین بررسی و مقایسه گردید. اساس طراحی کنترل مدلغزشی که یکی از روشهای کنترل کلیدزنی محسوب می شود، بر شناخت قسمتی از دینامیک های بازوی ربات استوار است. در مواردی که شناخت کافی از دینامیک های بازوی ربات در دسترس نیست، باز هم می توان از این روشهای کنترلی استفاده کرد. اما در این شرایط باید دامنه ی عدم قطعیت ها بزرگ انتخاب شود. بنابراین دامنه ی کنترل معادل نیز بزرگ می شود و این امر باعث اشباع محرکه ها می گردد.

در ادامه روش کنترل کلیدزنی، برای غلبه بر عدم قطعیت های دینامیکی در کنترل ردگیری موقعیت بازوی ربات در فضای کار ارائه شد. در روش پیشنهادی نقش دینامیک های معلوم بازوی ربات، تا حدود زیادی کم رنگ می گردد، اما فرض ماتریس ژاکوبین دقیق برقرار است. در شرایط وجود عدم قطعیت، شرط ماتریس ژاکوبین دقیق تضمین نمی شود. بنابراین در ادامه، از این روش برای کنترل ردگیری موقعیت بازوی ربات در فضای کار با وجود دینامیک های محرکه و عدم قطعیت های دینامیکی و سینماتیکی استفاده گردید. بدلیل استفاده از معکوس ماتریس ژاکوبین در کنترل پیشنهادی، ناحیه ی عملکرد این کنترل کننده در فضای کار

محدود می‌شود. برای غلبه بر محدودیت فوق، استفاده از ترانهاده‌ی ماتریس ژاکوبین پیشنهاد گردید. اثبات ریاضی و نتایج شبیه‌سازی عملکرد کنترل‌کننده‌های پیشنهادی را نشان می‌دهند.

فصل هشتم

طراحی کنترل موقعیت بازوی ربات در فضای کار بر اساس کنترل مقاوم پسگام

۶-۱- مقدمه

روش لیاپانف، که در اصل به عنوان ابزار تحلیل معرفی شد، می‌تواند ابزار سودمندی در طراحی قانون کنترل نیز باشد. در بسیاری از روشهای طراحی، قانون کنترل چنان طرح می‌شود که بر اساس آن، تابع لیاپانف و یا به طور مشخص مشتق تابع لیاپانف دارای ویژگیهای خاصی باشد تا کرانمندی مسیرهای حالت و نیز همگرایی

آنها را به سمت یک نقطه‌ی تعادل و یا یک مجموعه‌ی تعادل تضمین کند. در این فصل یکی از این روشها را بیان می‌کنیم. بحث را در بخش ۲ با روش پسگام^{۱۰۳} آغاز می‌نماییم. در این روش انتخاب تابع لیاپانوف و طراحی کنترل پسخور در هم تنیده شده است و بر خلاف روش باز طراحی لیاپانوف^{۱۰۴} در این روش می‌توان از شرایط توافق^{۱۰۵} صرف‌نظر کرد. این روش، مساله‌ی طراحی کنترل برای سیستم کامل را به رشته‌ای از مسائل طراحی با مرتبه‌ی پایین‌تر می‌شکند؛ لذا روش پسگام، با استفاده از انعطاف بیشتر سیستمهای با مرتبه‌ی پایین‌تر اغلب می‌تواند مسائل پایدارسازی، ردیابی و کنترل مقاوم را تحت شرایطی با محدودیت کمتر حل کند.

پسگام یک روش بازگشتی^{۱۰۶} است که می‌تواند به ما در دستیابی به تابع لیاپانوف کمک کند. در روش پسگام، با پسخور گرفتن از حالات سیستم و اعمال آنها به ورودی کنترل، سیستم ناپایدار را پایدار نموده و تابع لیاپانوف سیستم نیز بدست می‌آید. در واقع پسگام گسترش روش طراحی کنترل‌کننده پسخور حالت از سیستمهای خطی به سیستمهای غیرخطی می‌باشد که در این راستا از تئوریهای لیاپانوف استفاده شده است. انعطاف‌پذیری این روش، اجازه استفاده بیشتر از آن را در بسیاری از مسائل علمی، نسبت به روشهای مشابه، فراهم می‌کند.

مبدا پیدایش تئوری پسگام دقیقاً مشخص نبوده و تجربه‌های همزمانی در این مورد انجام گرفته است و تقریباً می‌توان آغاز دستیابی به آن را در چندین مقاله همزمان در دهه ۱۹۸۰ دانست. اگرچه منصفانه‌تر اینست که بگوییم تحقیقات پروفیسور کوکوتویچ^{۱۰۷} و همکارانش باعث بوجود آمدن این تئوری بطور محض و غیرکاربردی گردید [۸۵].

¹⁰³. Backstepping Method

¹⁰⁴. Lyapunov redesign

¹⁰⁵. Matching Conditions

¹⁰⁶. Recursive

¹⁰⁷. Kokotovic

در سال ۱۹۹۱ مقاله کوکوتوویچ در این مورد منتشر شد [۸۶]؛ مجموعه پیشرفتهای روش پسگام و سایر ابزارهای کنترل غیرخطی در دهه ۱۹۹۰ توسط کوکوتوویچ در سال ۱۹۹۹ در کنگره جهانی IFAC ارائه شد [۸۷].

با طرح این تئوری در مجامع بین‌المللی تا سال ۱۹۹۵ بیشتر تحقیقات در مورد تئوری و فواید آن انجام گرفت و کمتر وارد مسائل کنترلی شدند. از معدود مقالاتی که در این سالها در مورد کاربرد روش پسگام در کنترل منتشر شد، مقاله‌ای در مورد بدست آوردن یک روش ریاضی بر پایه تئوری پسگام جهت طراحی کنترل‌کننده سیستمهای غیرخطی است [۸۸]. اما از سال ۱۹۹۵ به بعد، کاربرد این روش در مسائل کنترلی بیشتر شد، تا آنجا که برای کنترل بسیاری از سیستمهای خطی و غیرخطی از این روش استفاده شده است [۸۹-۹۶].

با پیاده‌سازی روش پسگام، محققین برای کنترل موقعیت بازوی ربات در فضای مفصلی، این روش را با روشهای کنترلی دیگر درآمیختن و به نتایج درخشانی نیز دست یافتند [۹۷-۱۰۰]. با توجه به اصول طراحی این روش در کنترل مقاوم سیستمهای غیرخطی، می‌توان از این روش، به تنهایی برای کنترل ردگیری بازوی ربات استفاده کرد. در این فصل، پس از بیان اصول طراحی روش پسگام مقاوم برای کنترل سیستمهای غیرخطی، از این شیوهی کنترلی توانمند، برای ردگیری مقاوم بازوی ربات در فضای مفصلی استفاده می‌شود. در ادامه بدلیل ضعف کنترل فضای مفصلی در غلبه بر عدم قطعیت‌های سینماتیکی، از کنترل پسگام مقاوم برای ردگیری موقعیت بازوی ربات در فضای کار استفاده می‌گردد. در پایان این فصل، برای بیان عملکرد کنترل‌کننده‌های طراحی شده از شبیه‌سازی استفاده می‌شود.

۶-۲- روش پسگام

بحث را با حالت خاص پسگام انتگرالی آغاز می‌کنیم [۸۴]. سیستم زیر را در نظر بگیرید:

$$\dot{\eta} = f(\eta) + g(\eta)\xi \quad (۱-۶)$$

$$\dot{\xi} = u \quad (2-6)$$

که $[\eta^T, \xi]^T \in R^{n+1}$ حالت و $u \in R$ نیز ورودی کنترل است. توابع $f: D \rightarrow R^n$ و $g: D \rightarrow R^n$ در قلمرو $D \subset R^n$ هموار و شامل مبدأهای $\eta=0$ و $f(0)=0$ هستند. می‌خواهیم کنترل پسخور حالت را چنان طرح کنیم که مبدأ $(\xi=0, \eta=0)$ پایدار گردد. فرض می‌شود f و g معلوم باشند. چنین سیستمی را می‌توان به صورت اتصال دو بخش مجزا، مشابه شکل (1-6). الف در نظر گرفت که بخش اول آن سیستم (1-6) با ورودی ξ و بخش دوم آن نیز انتگرالگیر (2-6) است. فرض کنید بتوان سیستم (1-6) را به کمک کنترل پسخور حالت و هموار $\xi = \phi(\eta)$ و با شرط $\phi(0)=0$ پایدار نمود، بدین معنا که مبدأ سیستم:

$$\dot{\eta} = f(\eta) + g(\eta)\phi(\eta) \quad (3-6)$$

پایدار مجانبی باشد، علاوه بر این، فرض نماییم تابع لیپانف (هموار و مثبت معین) $V(\eta)$ را چنان بشناسیم که در نامعادله‌ی زیر صدق کند:

$$\frac{\partial V}{\partial \eta} [f(\eta) + g(\eta)\phi(\eta)] \leq -W(\eta), \quad \forall \eta \in D \quad (4-6)$$

که تابع $W(\eta)$ مثبت معین می‌باشد. با افزودن و کاستن $g(\eta)\phi(\eta)$ به سمت راست معادله‌ی (1-6)، به نمایش هم ارز زیر دست می‌یابیم:

$$\begin{aligned} \dot{\eta} &= [f(\eta) + g(\eta)\phi(\eta)] + g(\eta)[\xi - \phi(\eta)] \\ \dot{\xi} &= u \end{aligned} \quad (5-6)$$

که در شکل (1-6). ب نشان داده شده است. تغییر متغیر $z = \xi - \phi(\eta)$ ، سیستم زیر را نتیجه می‌دهد:

$$\begin{aligned} \dot{\eta} &= [f(\eta) + g(\eta)\phi(\eta)] + g(\eta)z \\ \dot{z} &= u - \dot{\phi} \end{aligned} \quad (6-6)$$

که در شکل (1-6). ج آورده شده است. می‌توان حرکت از شکل (1-6). ب به (1-6). ج را به عنوان بازگشت به عقب $\phi(\eta)$ از میان انتگرالگیر تعبیر کرد. چون f ، g و ϕ معلومند. می‌توان مشتق $\dot{\phi}$ را به کمک معادله‌ی زیر محاسبه کرد:

$$\dot{\phi} = \frac{\partial \phi}{\partial \eta} [f(\eta) + g(\eta) \xi] \quad (7-6)$$

انتخاب $\dot{\phi} = u - v$ ، سیستم را به شکل اتصال زیر در می‌آورد:

$$\begin{aligned} \dot{\eta} &= [f(\eta) + g(\eta) \phi(\eta)] + g(\eta) z \\ \dot{z} &= v \end{aligned} \quad (8-6)$$

که مشابه سیستم ابتدای بحث است جز آنکه بخش اول آن دارای مبدأ پایدار مجانبی در حالت ورودی صفر می‌باشد. از این ساختار می‌توان برای طراحی v به منظور پایدار سازی کل سیستم استفاده کرد، با استفاده از:

$$V_a(\eta, \xi) = V(\eta) + \frac{1}{2} z^2 \quad (9-6)$$

به عنوان تابع منتخب لیاپانف داریم:

$$\dot{V}_a = \frac{\partial V}{\partial \eta} [f(\eta) + g(\eta) \phi(\eta)] + \frac{\partial V}{\partial \eta} g(\eta) z + z v \leq -W(\eta) + \frac{\partial V}{\partial \eta} g(\eta) z + z v \quad (10-6)$$

بنابراین از انتخاب:

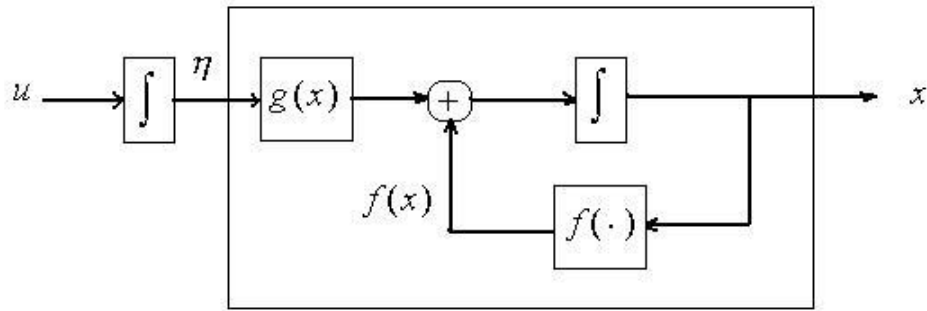
$$v = -\frac{\partial V}{\partial \eta} g(\eta) - K z, \quad K > 0 \quad (11-6)$$

نتیجه می‌شود:

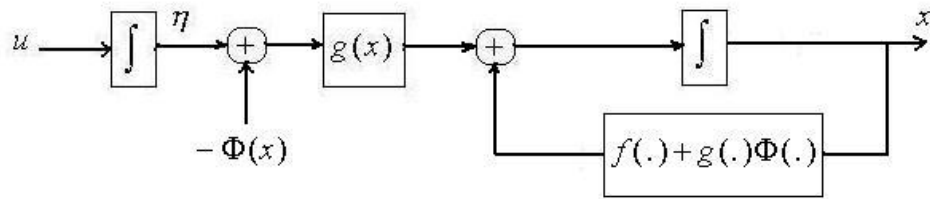
$$\dot{V}_a \leq -W(\eta) - K z^2 \quad (12-6)$$

که نشان می‌دهد مبدأ $(\eta=0, z=0)$ ، پایدار مجانبی است. چون $\phi(0)=0$ می‌باشد مبدأ $(\eta=0, z=0)$ ، پایدار مجانبی است. با جایگزینی v ، z و $\dot{\phi}$ ، به قانون کنترل پسخور حالت زیر می‌رسیم:

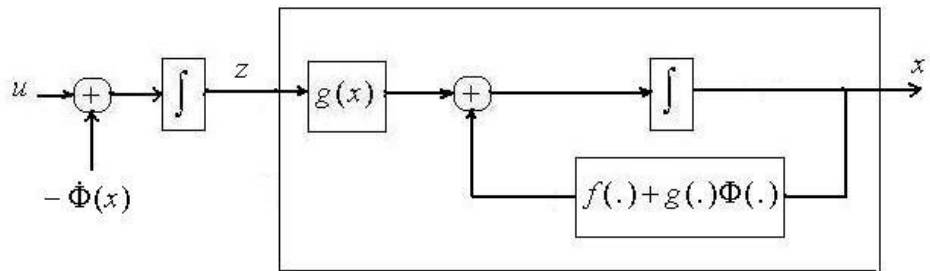
$$u = \frac{\partial \phi}{\partial \eta} [f(\eta) + g(\eta) \xi] - \frac{\partial V}{\partial \eta} g(\eta) - K [\xi - \phi(\eta)] \quad (13-6)$$



الف. نمودار بلوکی سیستم (۱-۶)



ب. معرفی $\phi(x)$



پ. پسگام $-\phi(x)$ از میان انتگرالگیر

شکل (۱-۶). مفهوم پسگام

چنانچه فرضیات به طور جامع برقرار و $V(\eta)$ نیز کراندار شعاعی باشد، می توان نتیجه گرفت مبدأ پایدار مجانبی سراسری است. نتایج این مبحث را در لم زیر خلاصه می کنیم.

۶-۲-۱- لم

سیستم (۱-۶) و (۲-۶) را در نظر بگیرید. فرض کنید $\phi(\eta)$ با شرط $\phi(0) = 0$ ، کنترل پسخور حالت پایدار ساز برای معادله (۱-۶) و $V(\eta)$ نیز تابع لیاپانفی باشد که به همراه تابع مثبت معین $W(\eta)$ در معادله (۴-۶) صدق می کند، در این صورت قانون کنترل پسخور حالت (۱۳-۶) همراه با تابع لیاپانف

$V(\eta) + \frac{1}{2}[\xi - \phi(\eta)]^2$ مبدأ سیستم (۱-۶) و (۲-۶) را پایدار می‌سازد. علاوه بر این اگر همه‌ی فرضیات به طور جامع برآورده شوند و $V(\eta)$ نیز بیکران شعاعی باشد، مبدأ پایدار مجانبی سراسری خواهد بود.

۳-۶- روش پسگام مقاوم

همانطور که در [۸۴] بیان گردیده است، اگر عدم قطعیت در شرط توافق صدق کند آنگاه می‌توان از روش باز طراحی لیاپانف برای پایدار سازی مقاوم سیستم همراه با عدم قطعیت استفاده نمود. به کمک روش پسگام می‌توان فرض شرط توافق را کمی تعدیل کرد. برای روشنتر شدن این موضوع، سیستم تک ورودی زیر را در نظر بگیرید:

$$\dot{\eta} = f(\eta) + g(\eta)\xi + \delta_{\eta}(\eta, \xi) \quad (۱۴-۶)$$

$$\dot{\xi} = f_a(\eta, \xi) + g_a(\eta, \xi)u + \delta_{\xi}(\eta, \xi) \quad (۱۵-۶)$$

که در قلمرو $D \subset R^{n+1}$ ، شامل مبدأ ($\eta = 0, z = 0$) تعریف شده است. فرض کنید $g_a(\eta, \xi)$ مخالف صفر و سایر توابع نیز به ازای جمیع مقادیر $(\eta, \xi) \in D$ هموار باشند. ضمناً فرض نمایید f, g, f_a و g_a معلوم و δ_{η} و δ_{ξ} نیز جملات عدم قطعیت باشند. فرض می‌کنیم f و f_a در مبدأ صفر شوند و جملات عدم قطعیت نیز به ازای جمیع مقادیر $(\eta, \xi) \in D$ در نامساویهای زیر صدق نمایند:

$$\|\delta_{\eta}(\eta, \xi)\|_2 \leq \alpha_1 \|\eta\|_2 \quad (۱۶-۶)$$

$$\|\delta_{\xi}(\eta, \xi)\|_2 \leq \alpha_2 \|\eta\|_2 + \alpha_3 \|\xi\|_2 \quad (۱۷-۶)$$

نامساوی (۱۶-۶) دسته‌ی عدم قطعیت‌ها را محدود می‌کند زیرا طبق آن باید کران بالای $\delta_{\eta}(\eta, \xi)$ فقط به η وابسته باشد. صرفنظر از این نکته، شرط فوق کمتر از شرط توافق، که طبق آن باید δ_{η} برابر با صفر باشد، محدود کننده است. اکنون با آغاز از سیستم (۱۴-۶)، به دنبال یافتن قانون کنترل پسخور حالت پایدار ساز به شکل $\xi = \phi(\eta)$ و با شرط $\phi(0) = 0$ و نیز تابع لیاپانف $V(\eta)$ هستیم به طوری که به ازای $\forall (\eta, \xi) \in D$ و ثابت مثبت c داشته باشیم:

$$\frac{\partial V}{\partial \eta} [f(\eta) + g(\eta)\phi(\eta) + \delta_\eta(\eta, \xi)] \leq -c\|\eta\|_2^2 \quad (18-6)$$

نامساوی (۱۸-۶) نشان می‌دهد، $\eta = 0$ نقطه‌ی تعادل پایدار مجانبی سیستم زیر است:

$$\dot{\eta} = f(\eta) + g(\eta)\phi(\eta) + \delta_\eta(\eta, \xi) \quad (19-6)$$

حال فرض کنید $\phi(\eta)$ روی D در نامعادلات زیر صدق کند:

$$\|\phi(\eta)\|_2 \leq \alpha_4 \|\eta\|_2, \quad \left\| \frac{\partial \phi}{\partial \eta} \right\|_2 \leq \alpha_5 \quad (20-6)$$

تابع منتخب لیاپانف بصورت زیر انتخاب می‌گردد:

$$V_a(\eta, \xi) = V(\eta) + \frac{1}{2}[\xi - \phi(\eta)]^2 \quad (21-6)$$

در این صورت مشتق V_a در امتداد مسیرهای حالت (۱۴-۶) و (۱۵-۶) عبارت است از:

$$\begin{aligned} \dot{V}_a &= \frac{\partial V}{\partial \eta} (f(\eta) + g(\eta)\phi(\eta) + \delta_\eta(\eta, \xi)) + \frac{\partial V}{\partial \eta} g(\eta)(\xi - \phi(\eta)) \\ &+ (\xi - \phi(\eta))[f_a(\eta, \xi) + g_a(\eta, \xi)u + \delta_\xi(\eta, \xi)] - \frac{\partial \phi(\eta)}{\partial \eta} (f + g(\eta)\xi + \delta_\eta(\eta, \xi)) \end{aligned} \quad (22-6)$$

با انتخاب:

$$u = \frac{1}{g_a(\eta, \xi)} \left[\frac{\partial \phi(\eta)}{\partial \eta} (f(\eta) + g(\eta)\xi) - \frac{\partial V}{\partial \eta} g(\eta) - f_a(\eta, \xi) - K(\xi - \phi(\eta)) \right], \quad K > 0 \quad (23-6)$$

و استفاده از (۱۸-۶) نتیجه می‌شود:

$$\dot{V}_a \leq -c\|\eta\|_2^2 + (\xi - \phi(\eta))[\delta_\xi(\eta, \xi) - \frac{\partial \phi(\eta)}{\partial \eta} \delta_\eta(\eta, \xi)] - K(\xi - \phi(\eta))^2 \quad (24-6)$$

به کمک روابط (۱۶-۶)، (۱۷-۶) و (۲۰-۶) می‌توان نشان داد:

$$\dot{V}_a \leq -c\|\eta\|_2^2 + 2\alpha_6 \|\eta\|_2 \|\xi - \phi(\eta)\|_2 - (K - \alpha_3)(\xi - \phi(\eta))^2 \quad (25-6)$$

که α_6 مقداری غیر منفی است. بنابراین برای اینکه $\dot{V}_a \leq 0$ شود، باید ضریب کنترل کننده‌ی K به اندازه‌ی

کافی بزرگ انتخاب شود. بدین ترتیب برهان لم زیر کامل شده است.

۶-۳-۱- لم

سیستم (۱۴-۶) و (۱۵-۶) را در نظر بگیرید و فرض کنید عدم قطعیت در نامساویهای (۱۶-۶) و (۱۷-۶) صدق می‌کند، ضمناً فرض نمایید $\phi(\eta)$ کنترل پسخور حالت پایدار ساز برای (۱۴-۶) و $V(\eta)$ نیز تابع لیاپانفی باشد که در معادله‌ی (۲۱-۶) صدق کند، در این صورت کنترل پسخور حالت (۲۳-۶) با این شرط که K به اندازه‌ی کافی بزرگ است، مبدأ سیستم (۱۴-۶) و (۱۵-۶) را پایدار می‌سازد. علاوه بر این اگر همه‌ی فرضیات به طور جامع برآورده شوند و $V(\eta)$ نیز بیکران شعاعی باشد آنگاه مبدأ پایدار مجانبی سراسری خواهد بود.

۶-۴- طراحی کنترل پسگام مقاوم برای بازوی ربات در فضای مفصلی

طبق معادلات (۳-۲) و (۴-۲)، معادلات دینامیکی بازوی ربات در فضای مفصلی غیرخطی و بصورت زیر است:

$$M(q)\ddot{q} + H(q, \dot{q}) = \tau(t) \quad (۲۶-۶)$$

$$H(q, \dot{q}) = V_m(q, \dot{q})\dot{q} + G(q) + F_d\dot{q} + F_s(\dot{q}) + T_d$$

و همانطور که در بخش (۸-۲) توضیح داده شد، بدلیل وجود عدم قطعیت‌هایی نظیر پارامترهای نامعلوم، اصطکاک‌ها، تغییرات بار و دینامیک‌های مدل نشده، تمامی دینامیک‌های معادله‌ی (۲۶-۶) مشخص و معلوم نیست. بنابراین می‌توان $M(q)$ و $H(q, \dot{q})$ را به دو قسمت تقسیم کرد:

$$M(q) = M_k(q) + M_u(q) \quad (۲۷-۶)$$

$$H(q, \dot{q}) = H_k(q, \dot{q}) + H_u(q, \dot{q})$$

که $M_k(q)$ ، $H_k(q, \dot{q})$ و $M_u(q)$ ، $H_u(q, \dot{q})$ به ترتیب بخش‌های معلوم و نامعلوم $M(q)$ و $H(q, \dot{q})$ هستند. در بخش ۸ فصل دوم، بخش‌های معلوم و نامعلوم $M(q)$ و $H(q, \dot{q})$ مورد بحث و بررسی قرار گرفته‌اند.

با جایگذاری (۲۶-۶) در (۲۷-۶) نتیجه می‌شود:

$$(M_k(q) + M_u(q))\ddot{q} + (H_k(q, \dot{q}) + H_u(q, \dot{q})) = \tau(t) \quad (۲۸-۶)$$

با توجه به (۲۸-۶)، و تعریف $e(t) = q_d - q$ و $\dot{e}(t) = \dot{q}_d - \dot{q}$ خطای موقعیت و سرعت در فضای مفصلی، بردار کنترل به صورت زیر انتخاب می‌شود:

$$\tau(t) = M_k(q)\ddot{q}_d + H_k(q, \dot{q}) - \alpha e(t) - k \dot{e}(t) + u_r \quad (۲۹-۶)$$

که $q_d(t)$ ، $\dot{q}_d(t)$ و $\ddot{q}_d(t)$ بردارهای $n \times 1$ موقعیت، سرعت و شتاب مطلوب در فضای مفصلی، α و k ثابت‌هایی مثبت و u_r بردار کنترل مقاوم است که باید طراحی شود. (۲۹-۶) در (۲۸-۶) جایگذاری و ساده می‌گردد:

$$M_k(q)(\ddot{q}_d - \ddot{q}) = M_u(q)\ddot{q} + H_u(q, \dot{q}) + \alpha e(t) + k \dot{e}(t) - u_r \quad (۳۰-۶)$$

(۳۰-۶) ساده می‌گردد:

$$\ddot{e}(t) = M_k^{-1}(q)(M_u(q)\ddot{q} + H_u(q, \dot{q}) + \alpha e(t) + k \dot{e}(t) - u_r) \quad (۳۱-۶)$$

برای ساده‌تر کردن معادله‌ی (۳۱-۶)، معادله‌ی زیر تعریف می‌شود:

$$\Delta A = M_u(q)\ddot{q} + H_u(q, \dot{q}) + \alpha e(t) + k \dot{e}(t) \quad (۳۲-۶)$$

در (۳۲-۶)، ΔA مجموع تمام عدم قطعیت‌های ساختاری و غیرساختاری است. بدلیل اینکه تمامی مفاصل ربات لولایی هستند و با توجه به فرضیات بخش (۲-۸) داریم:

$$\|\Delta A\| \leq \|\bar{m}\| \|\ddot{q}_d\| + \xi_c \|\dot{q}\|^2 + \xi_g + \xi_{f_0} + \xi_{f_1} \|\dot{q}\| + \xi_t + \alpha \|e(t)\| + k \|\dot{e}(t)\| \quad (۳۳-۶)$$

(۳۳-۶) را می‌توان بصورت ساده‌تری بیان کرد:

$$\|\Delta A\| \leq \beta + \alpha \|e(t)\| + k \|\dot{e}(t)\| \quad (۳۴-۶)$$

که β ثابتی مثبت است. با تعریف $e(t) = X_1(t)$ و $\dot{e}(t) = X_2(t)$ ، (۳۱-۶) بصورت زیر بیان می‌گردد

$$\begin{cases} \dot{X}_1(t) = X_2(t) \\ \dot{X}_2(t) = M_k^{-1}(q)(\Delta A - u_r) \end{cases} \quad (۳۵-۶)$$

با توجه به معادلات (۶-۱۴) و (۶-۱۵)، در طراحی کنترل مقاوم برای سیستم (۶-۳۵)، می توان از روش پسگام مقاوم استفاده کرد. بدین منظور $X_2(t)$ را به صورت بردار کنترلی در نظر می گیریم که با انتخاب مناسب آن، بتوان $X_1(t)$ را به سمت صفر همگرا کرد. برای اینکار $X_2(t)$ بصورت زیر انتخاب می شود:

$$X_2(t) = -\mu X_1(t) \quad (۶-۳۶)$$

که μ ثابتی مثبت است. برای اثبات پایداری، تابع منتخب لیاپانف زیر معرفی می گردد:

$$V_1(X_1) = \frac{1}{2} X_1^T(t) X_1(t) \quad (۶-۳۷)$$

از (۶-۳۷) نسبت به زمان مشتق می گیریم:

$$\dot{V}_1(X_1) = \dot{X}_1^T(t) X_1(t) \quad (۶-۳۸)$$

(۶-۳۵) و (۶-۳۶) در (۶-۳۸) جایگذاری می گردد

$$\dot{V}_1(X_1) = -\mu X_1^T(t) X_1(t) \quad (۶-۳۹)$$

با توجه به (۶-۳۹)، نتیجه می شود که $\dot{V}_1(X_1) \leq 0$ است. بنابراین $X_1(t)$ به سمت صفر همگرا می شود.

۶-۴-۱- اثبات پایداری سیستم حلقه بسته

برای اثبات پایداری سیستم حلقه بسته (۶-۳۵)، تابع منتخب لیاپانف زیر معرفی می گردد:

$$V_2(X_1, X_2) = \frac{1}{2} X_1^T(t) X_1(t) + \frac{1}{2} (X_2(t) + \mu X_1(t))^T (X_2(t) + \mu X_1(t)) \quad (۶-۴۰)$$

از (۶-۴۰) نسبت به زمان مشتق می گیریم:

$$\dot{V}_2(X_1, X_2) = \dot{X}_1^T(t) X_1(t) + (\dot{X}_2(t) + \mu \dot{X}_1(t))^T (X_2(t) + \mu X_1(t)) \quad (۶-۴۱)$$

(۶-۳۵) و (۶-۳۶) در (۶-۴۱) جایگذاری می گردد:

$$\dot{V}_2(X_1, X_2) = -\mu X_1^T(t)X_1(t) + (M_k^{-1}(q)(\Delta A - u_r) + \mu X_2(t))^T (X_2(t) + \mu X_1(t)) \quad (42-6)$$

(42-6) ساده تر می گردد

$$\dot{V}_2(X_1, X_2) = -\mu \|X_1(t)\|^2 + (M_k^{-1}(q)\Delta A)^T (X_2(t) + \mu X_1(t)) + (\mu X_2(t) - M_k^{-1}(q)u_r)^T (X_2(t) + \mu X_1(t)) \quad (43-6)$$

با توجه به فرضیات بیان شده در بخش (2-8)، از (43-6) نتیجه می شود:

$$\dot{V}_2(X_1, X_2) \leq -\mu \|X_1(t)\|^2 + \left\| m_-^{-1} \right\| \left\| \Delta A \right\| \|X_2(t) + \mu X_1(t)\| + (\mu X_2(t) - M_k^{-1}(q)u_r)^T (X_2(t) + \mu X_1(t)) \quad (44-6)$$

با توجه به معادله ی (44-6)، کنترل مقاوم u_r را بصورت زیر انتخاب می نمایم:

$$u_r = M_k(q) \mu X_2(t) + \gamma M_k(q) (X_2(t) + \mu X_1(t)) \quad (45-6)$$

که γ ثابتی مثبت است. (45-6) در (44-6) جایگذاری می گردد:

$$\dot{V}_2(X_1, X_2) \leq -\mu \|X_1(t)\|^2 + \left\| m_-^{-1} \right\| \left\| \Delta A \right\| \|X_2(t) + \mu X_1(t)\| - \gamma \|X_2(t) + \mu X_1(t)\|^2 \quad (46-6)$$

از (46-6)، (36-6) و (46-6) نتیجه می شود:

$$\dot{V}_2(X_1, X_2) \leq -\mu \|X_1(t)\|^2 + \left\| m_-^{-1} \right\| \varepsilon \|X_1(t)\| + \left\| m_-^{-1} \right\| \lambda \|X_1(t)\|^2 - \gamma \|X_2(t) + \mu X_1(t)\|^2 \quad (47-6)$$

که ε و λ ثابت های مثبتی هستند. با توجه به (45-6) و (47-6)، می توان μ و γ را که از ضرایب کنترل کننده هستند به اندازه ای بزرگ انتخاب کرد که $\dot{V}_2(X_1, X_2) \leq 0$ شود. بنابراین با انتخاب مناسب ضرایب کنترل کننده، می توان سیستم حلقه بسته را پایدار مجانبی سراسری نمود. کنترل کننده ی جامع به قرار زیر است:

$$\begin{aligned} \tau(t) &= M_k(q)\ddot{q}_d + H_k(q, \dot{q}) - \alpha e(t) - k \dot{e}(t) + u_r \\ u_r &= M_k(q) \mu \dot{e}(t) + \gamma M_k(q) (\dot{e}(t) + \mu e(t)) \end{aligned} \quad (48-6)$$

6-5- طراحی کنترل پسگام مقاوم برای بازوی ربات در فضای کار

در بخش قبل، طراحی کنترل پسگام مقاوم بازوی ربات در فضای مفصلی بیان گردید. با تحلیل ریاضی اثبات شد که سیستم حلقه بسته با این کنترل مقاوم، دارای پایداری جانبی سراسری است. اما با توجه به مباحثی که در مقدمه‌ی این پایان نامه بیان گردید، بازوی ربات، با این کنترل کننده، نمی‌تواند به ردگیری دقیقی برسد. بنابراین با توجه به توانایی کنترل پسگام مقاوم در غلبه بر عدم قطعیت‌های موجود، در این بخش، این روش کنترلی از فضای مفصلی به فضای کار تعمیم داده می‌شود.

با توجه به معادلات (۲-۳۰)، (۲-۳۱) و (۲-۳۲)، معادلات دینامیکی بازوی ربات در فضای کار بصورت زیر است:

$$A(q)\ddot{X} + N(q, \dot{q}) = f(t)$$

$$A(q) = J^{-T}(q)M(q)J^{-1}(q) \quad (۴۹-۶)$$

$$N(q, \dot{q}) = J^{-T}(q)H(q, \dot{q}) - J^{-T}(q)M(q)J^{-1}(q)\dot{J}(q)\dot{q}$$

با توجه به معادله‌ی (۶-۲۷)، به دلیل اینکه می‌توان $M(q)$ و $H(q, \dot{q})$ را به دو بخش معلوم و نامعلوم تقسیم نمود، بنابراین این تقسیم بندی را نیز می‌توان در مورد $A(q)$ و $N(q, \dot{q})$ بصورت زیر اعمال نمود:

$$A(q) = A_k(q) + A_u(q)$$

$$A_k(q) = J^{-T}(q)M_k(q)J^{-1}(q) \quad (۵۰-۶)$$

$$N(q, \dot{q}) = N_k(q, \dot{q}) + N_u(q, \dot{q})$$

$$N_k(q, \dot{q}) = J^{-T}(q)H_k(q, \dot{q}) - J^{-T}(q)M_k(q)J^{-1}(q)\dot{J}(q)\dot{q}$$

که $A_k(q)$ و $N_k(q, \dot{q})$ بخشهای معلوم و $A_u(q)$ و $N_u(q, \dot{q})$ بخشهای نامعلوم $A(q)$ و $N(q, \dot{q})$ هستند. با توجه به اصول طراحی کنترل پسگام مقاوم بازوی ربات در فضای مفصلی که با جزییات در بخشهای ۴ و (۴-۱) بیان گردید و با پیشنهاد توابع منتخب لیاپانف (۶-۳۷) و (۶-۴۰) به راحتی می‌توان اثبات کرد که بازوی ربات با کنترل پسگام مقاوم در فضای کار زیر، دارای پایداری جانبی سراسری است.

$$f(t) = A_k(q)\ddot{X}_d + N_k(q, \dot{q}) - \alpha e(t) - k \dot{e}(t) + u_r$$

$$u_r = A_k(q)\mu \dot{e}(t) + \gamma A_k(q)(\dot{e}(t) + \mu e(t)) \quad (۵۱-۶)$$

$$e(t) = X_d - X \quad , \quad \dot{e}(t) = \dot{X}_d - \dot{X}$$

که α ، k ، μ و γ ضرایب کنترل کننده، $e(t)$ و $\dot{e}(t)$ خطای موقعیت و سرعت مجری نهایی می‌باشند.

۶-۵-۱- اصلاح کنترل پیشنهادی

بنظر می‌رسد که با طراحی کنترل مقاوم ردگیری بازوی ربات در فضای کار تمامی مشکلات موجود در طراحی کنترل مقاوم ردگیری در فضای مفصلی پایان یافته است. اما با دقت در طراحی کنترل‌کننده‌ی (۶-۵۱)، مشاهده می‌شود که برای پیاده‌سازی این سیستم کنترلی باید اطلاعات موقعیت و سرعت مجری نهایی در دسترس باشد. برای دریافت موقعیت مجری نهایی و انتقال آن به این کنترل‌کننده، می‌توان از سنسور یا دوربین استفاده کرد که امروزه با امکانات موجود این دریافت با دقت بسیار زیادی انجام می‌گردد [۲۸-۳۰].

در حال حاضر با وجود پیشرفت تکنولوژی، هنوز دریافت سرعت مجری نهایی، برای انتقال به کنترل‌کننده‌ها، با مشکل روبرو است. برای رفع این مشکل، سرعت مجری نهایی از طریق معادله‌ی (۲-۲۴)، محاسبه و به سیستم کنترل‌کننده اعمال می‌گردد. در این محاسبه ماتریس ژاکوبین اهمیت بسزایی دارد. در صورت وجود عدم قطعیت در دینامیک‌های بازوی ربات، این عدم قطعیت در ماتریس ژاکوبین نیز نمودار می‌شود. برای کنترل خطای ناشی از وجود عدم قطعیت در ماتریس ژاکوبین، کنترل (۶-۵۱) بصورت زیر اصلاح می‌گردد:

$$\begin{aligned} f(t) &= A_k(q)\ddot{X}_d + N_k(q, \dot{q}) - \alpha e(t) - k\dot{e}(t) + u_r \\ u_r &= A_k(q)\mu\dot{e}(t) + \gamma A_k(q)(\dot{e}(t) + \mu e(t)) \\ e(t) &= X_d - X \quad , \quad \dot{e}(t) = \dot{X}_d - \hat{J}(q)\dot{q} \end{aligned} \quad (۶-۵۲)$$

$$A_k(q) = \hat{J}^{-T}(q)M_k(q)\hat{J}^{-1}(q)$$

$$N_k(q, \dot{q}) = \hat{J}^{-T}(q)H_k(q, \dot{q}) - \hat{J}^{-T}(q)M_k(q)\hat{J}^{-1}(q)\hat{J}(q)\dot{q}$$

که $\hat{J}(q)$ تخمینی از ماتریس ژاکوبین $J(q)$ است. وجود خطا در ماتریس ژاکوبین باعث ایجاد خطا در معادلات دینامیکی بازوی ربات در فضای کار و دریافت سرعت مجری نهایی می‌شود. بدلیل اینکه در ساختار طراحی کنترل‌کننده‌ی (۶-۵۲)، عدم قطعیت‌ها یا بطور کلی خطاهای موجود در معادلات دینامیکی بازوی ربات در فضای کار در نظر گرفته شده است، بنابراین خطای ناشی از ماتریس ژاکوبین تقریبی، نمی‌تواند در سیستم کنترلی (۶-۵۲) اختلالی ایجاد نماید. اما وجود خطا در دریافت سرعت مجری نهایی باعث می‌شود که

سیستم حلقه بسته با کنترل (۶-۵۲) بجای اینکه دارای پایداری مجانبی سراسری باشد، نهایتاً دارای پایداری محدود یکنواخت می‌شود.

در بخش قبل اشاره گردید که، ردگیری بازوی ربات با کنترل در فضای مفصلی دارای خطا است. برای مرتفع کردن این خطا، کنترل در فضای کار پیشنهاد گردید. ولی با توجه به مطالب فوق نتیجه می‌شود که بدلیل وجود ماتریس ژاکوبین تقریبی در کنترل مقاوم ردگیری بازوی ربات، در فضای کار نیز با پایداری محدود یکنواخت یعنی وجود خطا در ردگیری مسیر مطلوب مواجه هستیم. پس می‌توان نتیجه گرفت که با پیشنهاد تغییر فضای کنترل، عملاً کار مفیدی انجام نگرفته است. اما باید به این نکته اشاره کرد که در فضای مفصلی خطای ردگیری، قابل رویت و تصحیح نیست. یا به عبارت دیگر در فضای مفصلی هیچگونه کنترلی بر خطای ناشی از استفاده از سینماتیک وارون اعمال نمی‌گردد. بنابراین وجود عدم قطعیت‌های غیرساختاری ممکن است باعث ناپایداری سیستم حلقه بسته شود. اما در فضای کار خطای ردگیری نه تنها قابل رویت است بلکه با انتخاب مناسب ضرایب کنترل کننده‌ی (۶-۵۲) می‌توان این خطا را به حداقل رساند. بنابراین با تغییر فضای طراحی کنترل، می‌توان خطای ردگیری را مشاهده و کنترل نمود.

۶-۶- شبیه‌سازی

در این بخش برای نمایش عملکرد کنترل کننده‌های پیشنهادی (۶-۵۱) و (۶-۵۲)، این کنترل کننده‌ها بر روی بازوی ربات دو-رابط لولایی بخش (۲-۱۰) پیاده‌سازی می‌گردد. مقادیر پارامترهای ربات که در این شبیه سازی مورد استفاده قرار گرفته است در جدول (۶-۱) آمده است.

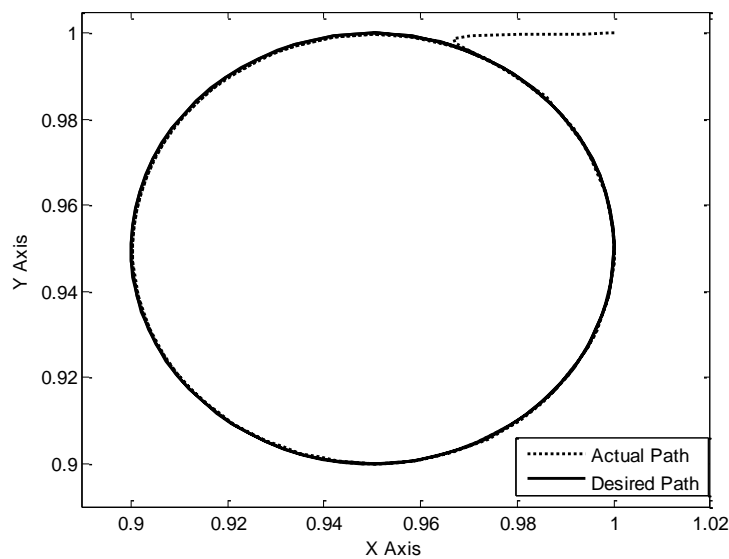
جدول (۶-۱). پارامترهای بازوی ربات دو-رابط لولایی

رابط	L	L_C	M	I	F_s	F_d
۱	۱	۰/۵	۱۵	۵	۱	۱
۲	۱	۰/۵	۶	۲	۱	۱

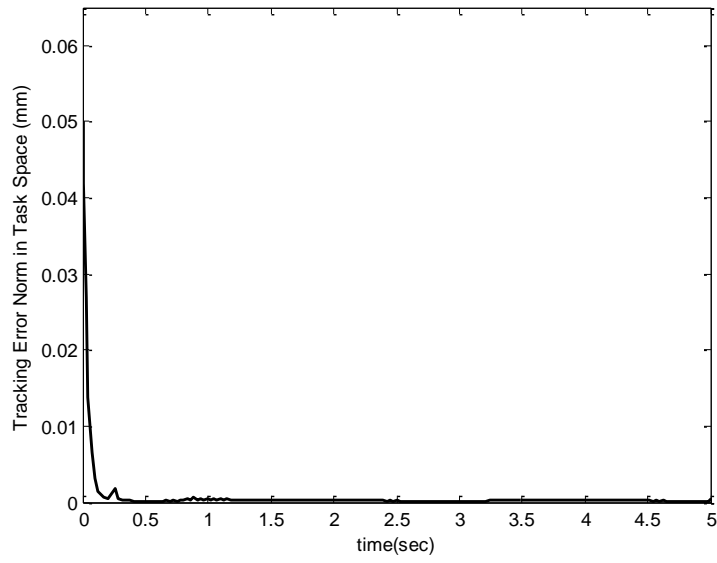
در کنترل‌کننده‌ها برای تخمین پارامترهای رابطه‌ها، مقادیر حقیقی جدول (۶-۱) در بهره‌ی ۰/۹ ضرب شده است. برای محاسبه‌ی تابع محدودیت ΔA ، معادله‌ی (۶-۳۴) با مقادیر $k=1, \alpha=1$ و $\beta=20$ و کنترل-کننده‌ها با $\mu=20$ تنظیم شده‌اند. مسیر مطلوب در فضای کار بصورت دایره‌ای با مرکز (0.95,0.95) و شعاع نیم متر در نظر گرفته شده است. شرایط اولیه شبیه‌سازی، نقطه‌ی (1,1) است. اغتشاشات و دینامیک‌های مدل نشده بصورت زیر تعریف شده است:

$$T_{d_1} = 50 \sin(t)$$

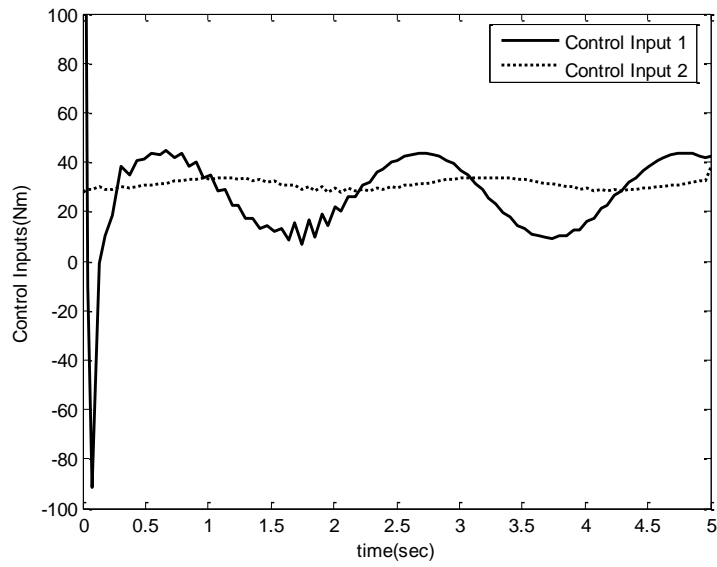
$$T_{d_2} = 10$$



شکل (۶-۲). ردگیری مسیر دایروی با اعمال کنترل مقاوم (۶-۵۱)

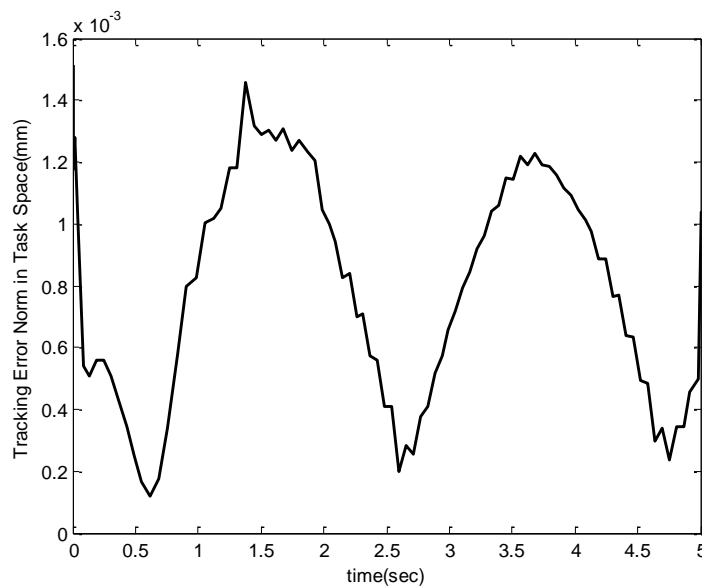


شکل (۳-۶). نرم خطای ردگیری در فضای کار با اعمال کنترل مقاوم (۶-۵۱)

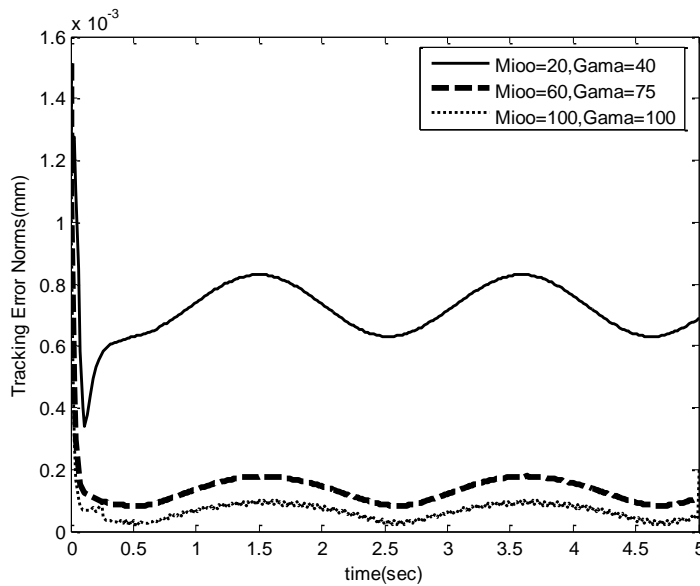


شکل (۴-۶). ورودیهای کنترل با اعمال کنترل مقاوم (۶-۵۱)

در مرحله‌ی اول شبیه‌سازی، کنترل مقاوم (۶-۵) با $\gamma = 40$ به بازوی ربات اعمال گردید. مطابق شکل (۶-۶)، عملکرد این کنترل‌کننده بسیار خوب است و اختلافی بین مسیر واقعی و مطلوب در فضای کار مشاهده نمی‌شود. مطابق شکل (۶-۳)، حداکثر نرم خطای ردگیری برابر ۴۰ میلی‌متر است که در زمانی کمتر از ۰/۵ ثانیه، به سمت صفر همگرا می‌شود. در شکل (۶-۴) ورودیهای کنترلی به مفاصل ۱ و ۲، پیوسته هستند و حداکثر دامنه‌ی آنها برابر ۴۰ نیوتن‌متر است. با توجه به مقادیر پارامترهای بازوی ربات این ورودیها در محدوده‌ی مجازی قرار دارند.



شکل (۶-۵). نرم خطای ردگیری در فضای کار با اعمال کنترل مقاوم (۶-۵) و $\gamma = 40$



شکل (۶-۶). کاهش نرم خطای ردگیری در فضای کار با اعمال کنترل مقاوم (۶-۵۲) و افزایش ضرایب μ و γ

در مرحله‌ی دوم شبیه‌سازی، کنترل مقاوم (۶-۵۲) با $\gamma = 40$ به بازوی ربات اعمال شد. مطابق شکل (۶-۵)، بدلیل استفاده از ماتریس ژاکوبین تقریبی، نرم خطا به سمت صفر همگرا نمی‌شود و حداکثر نرم خطا برابر $1/5$ میلیمتر است. در شکل (۶-۶) مشاهده می‌شود که حداکثر نرم خطا با افزایش ضرایب μ و γ کاهش می‌یابد. حداکثر نرم خطا برای $\mu = 60$ و $\gamma = 75$ برابر $0/2$ میلیمتر و برای $\mu = 100$ و $\gamma = 100$ برابر $0/1$ میلیمتر می‌باشد. بنابراین با افزایش ضرایب کنترل‌کننده‌ی (۶-۵۲) و استفاده از یک ماتریس ژاکوبین تقریبی خوب، می‌توان به نرم خطای ردگیری بسیار کوچکی رسید. ولی در عوض با قبول این خطای ناچیز، کنترل‌کننده از لحاظ عملی قابل پیاده‌سازی است.

۶-۷- نتیجه‌گیری

در این فصل، پس از بیان اصول طراحی کنترل پسگام مقاوم برای سیستم‌های دارای عدم قطعیت، از این شیوه‌ی کنترلی، برای کنترل ردگیری مقاوم بازوی ربات در فضای مفصلی استفاده شد. تحلیل ریاضی نشان

می‌دهد که سیستم حلقه بسته با کنترل پیشنهادی و با فرضیات بخش (۲-۸)، دارای پایداری مجانبی سراسری است. بنابراین می‌توان نتیجه گرفت که این کنترل‌کننده در غلبه بر عدم قطعیت‌های دینامیکی بازوی ربات، بسیار توانا است. در ادامه بدلیل ضعف کنترل‌کننده‌های فضای مفصلی در غلبه بر عدم قطعیت‌های سینماتیکی، از کنترل پسگام مقاوم برای ردگیری بازوی ربات در فضای کار استفاده گردید. تحلیل ریاضی نشان می‌دهد که کنترل پیشنهادی در فضای کار دارای عملکرد مطلوبی است و می‌تواند سیستم حلقه بسته را با حضور عدم قطعیت‌های دینامیکی و سینماتیکی، پایدار مجانبی سراسری نماید. برای اصلاح و پیاده‌سازی کنترل‌کننده، استفاده از معادلات سینماتیکی بازوی ربات پیشنهاد گردید. اما عدم قطعیت‌های سینماتیکی بازوی ربات، باعث بروز خطا در دریافت سرعت مجری‌نهایی می‌شوند. ولی این خطا نتنها قابل مشاهده است بلکه با تنظیم ضرایب کنترل‌کننده، قابل کنترل نیز می‌باشد. شبیه‌سازی نشان می‌دهد، کنترل اصلاح شده در غلبه بر عدم قطعیت‌های دینامیکی و سینماتیکی عملکرد مطلوبی دارد.

فصل هفتم

نتیجه‌گیری

۷-۱ نتیجه‌گیری

در این رساله، کنترل غیرخطی مقاوم ردگیری موقعیت بازوی ماهر رباتیک در فضای کار و با حضور عدم قطعیت، مورد بررسی قرار گرفته است. در این تحقیق بر اساس ویژگی‌های فیزیکی بازوی ربات، فرضیاتی برای ماتریس اینرسی، ماتریس کوریولیس، اصطکاک‌ها، دینامیک‌های مدل نشده و دینامیک‌های محرک‌ها تعریف شد و بر پایه‌ی این فرضیات، توابع محدودیتی نیز بیان گردید. در ادامه با توجه به این توابع، به چگونگی غلبه بر عدم قطعیت‌های ساختاری و غیرساختاری موجود در مدل دینامیکی و سینماتیکی بازوی رباتیک پرداخته شد. در این تحقیق سعی بر آن است که، برای حل مشکلات موجود در کنترل موقعیت بازوی ربات، راهکارهایی جدید و مناسب ارائه شود. اثبات ریاضی و نتایج شبیه‌سازی‌ها، عملکرد مطلوب کنترل‌های پیشنهادی را نشان می‌دهد. مزایا و معایب روشهای پیشنهادی، بطور مفصل در بخش نتیجه‌گیری فصل‌های سوم، چهارم، پنجم و ششم بیان شده است. اهم این نتایج در زیر آمده است:

- در شرایط وجود عدم قطعیت، ردگیری دقیق موقعیت در فضای مفصلی نمی‌تواند ردگیری دقیق فضای کار را تضمین نماید.
- با تحقیق در مورد عملیاتی که انجام آن به بازوی ربات محول شده است، می‌توان به توابع محدودیت نسبتاً دقیقی دست یافت. در اینصورت روش توانمند کنترل مقاوم غیرخطی، می‌تواند ردگیری دقیق در فضای کار را، تضمین نماید. در طراحی کنترل مقاوم غیرخطی، علاوه بر عدم قطعیت‌های دینامیکی باید به عدم قطعیت‌های سینماتیکی نیز توجه گردد. زیرا در شرایط وجود عدم قطعیت، شرط وجود ماتریس ژاکوبین دقیق تضمین نمی‌شود. بنابراین خطای واقعی ردگیری به کنترل‌کننده فیدبک نمی‌گردد و در این شرایط، ممکن است سیستم حلقه بسته ناپایدار شود.

- با ترکیب روشهای کنترل مقاوم و کنترل تطبیقی می توان راهکارهای مناسبی برای کنترل ردگیری موقعیت بازوی ربات در فضای کار ارائه داد. در شرایطی که اطلاعات لازم از دینامیک های غیرساختاری در دسترس نیستند، کنترل تطبیقی مقاوم راهکار مناسبی برای کنترل موقعیت بازوی ربات در فضای کار محسوب می شود. در صورتیکه دینامیک های عدم قطعیت های غیرساختاری در دسترس هستند، استفاده از کنترل مقاوم تطبیقی توصیه می گردد. اما کنترل مقاوم تطبیقی و تطبیقی مقاوم بدلیل استفاده از قوانین تطبیقی زمان واقعی، دارای حجم محاسبات بالایی هستند. بنابراین در مرحله پیاده سازی این کنترل کننده ها، استفاده از میکروپروسسورهای سرعت بالا الزامی است. در حالیکه کنترل مقاوم غیرخطی، با ورودیهای نسبتاً ساده تری، می تواند ردگیری دقیق موقعیت فضای کار را تضمین نماید.

- در صورت دسترسی به توابع محدودیت، طراحی کنترل مد لغزشی ردگیری موقعیت بازوی ربات در فضای کار به روش اسپانگ و اسلوتین، بسیار ساده تر از روشهای کنترل مقاوم غیرخطی است. در طراحی کنترل مد لغزشی، روش اسلوتین توصیه می گردد. زیرا در این روش با تنظیم مناسب ضرایب کنترل کننده، می توان حالت گذرای خطای ردگیری را نیز کنترل نمود.

- از روش پسگام مقاوم، به تنهایی می توان برای طراحی کنترل ردگیری مقاوم موقعیت بازوی ربات در فضای کار استفاده نمود. روش پسگام مقاوم دارای توانمندی های بسیاری است و شیوهی طراحی ساده ای دارد. بهمین دلیل در صورت دسترسی به توابع محدودیت، در مقایسه با روشهای کنترل غیرخطی، استفاده از روش پسگام مقاوم توصیه می شود. در ساختار طراحی کنترل پسگام مقاوم، لرزش کنترل جایگاهی ندارد، به همین دلیل پیاده سازی عملی این روش، ساده تر از کنترل مد لغزشی است.

- روشهای کنترل غیرخطی مقاوم، کنترل مد لغزشی، کنترل تطبیقی مقاوم، کنترل مقاوم تطبیقی و کنترل پسگام مقاوم در صورتی ردگیری دقیق موقعیت در فضای کار را تضمین می نمایند که، توابع محدودیت نسبتاً دقیقی در دسترس باشند. در غیر اینصورت برای تضمین پایداری، باید ضرایب

کنترل کننده بزرگ انتخاب شوند و در اینصورت محرک‌ها به اشباع می‌روند. در شرایط عدم دسترسی به توابع محدودیت روش کلیدزنی با استفاده از تخمین آخرین مقدار، گزینه‌ی مناسبی محسوب می‌شود. با این روش و از طریق میکروپروسسورهای سرعت بالا می‌توان خلا ناشی از توابع محدودیت را جبران نمود.

۷-۲- پیشنهادات

در این بخش برای بهتر شدن نتایج و به منظور ارائه راهکار برای محققین بعدی، پیشنهادات زیر بیان می‌گردد.

- تحقیق و بررسی مدل‌های اصطکاک و استفاده از این مدل‌ها در طراحی کنترل موقعیت بازوی ربات در فضای کار.
- استفاده از موتورهای AC و بررسی نتایج استفاده از آن در کنترل موقعیت بازوی ربات.
- استفاده از نظریه‌های کنترل مقاوم غیرخطی و کنترل تطبیقی در کنترل نیروی بازوی ربات.
- تعمیم نتایج حاصل از این رساله، برای کنترل امپدانس بازوی ربات.
- روش‌های کنترل مقاوم هوشمند، به دلیل سادگی در طراحی، در دهه‌ی اخیر مورد توجه بوده‌اند ولی ابزار تحلیل آنان کاملاً در دست نیست. تعمیم روش تحلیل غیرخطی برای تحلیل آنان در اثبات پایداری، مقاوم بودن و توصیف عملکرد می‌تواند سودمند باشد.

مراجع

- [5] R.P.Paul (1981), " Robot manipulators, mathematics, programming, and control," MIT Press.
- [6] S. Arimoto and F. Miyazaki (1984), " Stability and robustness of PID feedback control for robot manipulators of sensory capability," In Robotics Research. MIT Press, pp. 783-799.
- [7] P . Tomei (1991), " A simple PD controller for robots with elastic joints,". IEEE Transactions on Automatic Control, Vol. 36, pp. 1208-1213.

- [8] A. Ailon and R. Ortega (1993), “ *An observed-based set- point controller for robot manipulators with flexible joints*”, Systems Control Letter. Vol. 21, pp. 329-335.
- [9] A. De Luca, B. Siciliano and L. Zollo (2005), “ *PD control with on-line gravity compensation for robots with elastic joints: Theory and experiments*,”. IEEE Transactions on Automatic Control, Vol. 41, pp. 1809-1819.
- [10] M.W. Spong, S. Hutchinson and M. Vidyasagar (2006), “ *Robot Modeling And Control*,” John Wiley and Sons, Inc.
- [11] J. Y. S. Luh, M. W. Walker and R. P. C. Paul (1980), “ *Resolved-acceleration control of mechanical manipulators*,” IEEE Trans. Auto. Control., AC-25, pp. 468-478.
- [12] E. Gilbert and I. Ha (1984), “ *An approach to nonlinear feedback control with applications to robotics*,” , IEEE Trans. Syst. Man and Cybern., Vol. 14, no.6, pp. 1628-1631.
- [13] S. Kawamura, F. Miyazaki, and S. Arimoto (1988), “ *Is a local linear PD feedback control law effective for trajectory tracking of robot motion ?*,” in Proceedings of the IEEE Conference on Robotics and Automation, pp. 1335-40.
- [14] X. Wang and L. K. Chen (1989), “ *Proving the uniform boundedness of some commonly used control schemes for robots*,” in Proceedings of the IEEE Conference on Robotics and Automation, pp. 1491-96.
- [15] D. E. Koditschek (1987), “ *Quadratic Lyapunov functions for mechanical systems*,” in Proceedings of the IEEE Conference on Robotics and Automation, pp. 1-6.
- [16] K. S. Narendra and A. M. Annaswamy (1989), “ *Stable Adaptive Systems*,” Prentice Hall, Englewood Cliffs, NJ.
- [17] W. S. Lee, B. D. O. Anderson, R. L. Kosut and I. M. Y. Mareels (1993), “ *A new approach to adaptive robust control*,” International Journal of Adaptive and Signal Processing, Vol. 7, pp. 183-211.
- [18] Y. H. Chen (1986), “ *On the deterministic Performance of uncertain dynamic system*,” International Journal of Control, Vol. 43, No. 5, pp. 1557-79.
- [19] J. J. E. Slotine and W. Li (1986), “ *On the adaptive control of robot manipulators*”, Proceedings of winter annual meeting of the American society of mechanical engineers, Anaheim, CA, USA.
- [20] R. Ortega and M. W. Spong (1989), “ *Adaptive motion control of rigid robots: A tutorial*”, Automatica, Vol.25, No.6, pp. 877-888.
- [21] L. L. Whitcomb, A. A. Rizzi and D. E. Koditschek (1993), “ *Comparative experiments with a new adaptive controller for robot arms*”, IEEE Transactions on Robotics and Automation, Vol. 9, No.1, pp. 59-70.
- [22] H. Berghuis, R. Ortega and H. Nijmeijer (1993), “ *A robust adaptive robot controller*”, IEEE Transactions on Robotics and Automation, Vol. 9, No.6, pp. 825–830.
- [23] F. Alonge, F. D’Ippolito and F. Raimondi (1999), “ *An adaptive control law for robotic manipulator without velocity feedback*”, Proceedings of 14th IFAC Triennial world congress, Beijing, P.R. China, Vol. b, pp. 239–244.
- [24] L. Cai and G. Song (1993), “ *A smooth robust nonlinear controller of robot manipulator with joint stick-slip friction*”, Proceedings of IEEE International Conference on Robotics and Automation, pp. 449-454.
- [25] L. Cai and A. Abdalla (1993), “ *A smooth tracking controllers for uncertain robot manipulator*”, Proceedings of IEEE International Conference on Robotics and Automation, pp. 83-88.
- [26] L. Cai and G. Song (1994), “ *Joint stick-slip friction compensation of robot manipulators by using smooth robust controllers*”, Journal of Robotic Systems, Vol. 11, No. 6, pp. 451-470.
- [27] D. M. Dawson, Z. Qu and F. L. Lewis (1992), “ *Hybrid adaptive-robust control for a robot manipulator*”, International Journal Adaptive Control and Signal Processing, Vol. 6, pp. 537-545.
- [28] G. Song, L. Cai and A. Abdalla (1994), “ *Interactive adaptive-robust tracking control of robot manipulators*”, Proceedings of IEEE Regional NY/NJ Control Conference, pp. 5-9.
- [29] G. Song, Y. Wang, L. Cai and R. W. Longman (1994), “ *Smooth adaptive robust friction compensation*”, Proceedings of IEEE Regional NY/NJ Control Conference, pp. 126-131.

- [30] P. A. Ioannou and J. Sun (1995), *“ Robust adaptive control”*, Prentice Hall, New Jersey.
- [31] J. H. Park and Y. J. Lee (2003), *“ Robust visual servoing for motion control of the ball on a plat,”* Mechatronics, Vol.2, No. 13, pp. 723- 738.
- [32] G. D. Hager and P. I. Corke (1996), *“ A tutorial on visual servo control,”* IEEE Transaction on Robotics and Automation, Vol. 12, pp. 651- 70.
- [33] R. Kelly (1996), *“ Robust asymptotically stable visual servoing of planar robots,”* IEEE Transaction on Robotics and Automation, Vol.2, No.3, pp. 759- 66.
- [34] W. Yu and M. A. Moreno-Armendariz (2005), *“ Robust Visual Servoing of Robot Manipulators With Neuro Compensation,”* Journal of the Franklin Institute, Vol. 342, pp. 824-838.
- [35] A. J. Koivo and N. Houshangi (1992), *“ Real time version feedback for servoing robotic manipulator with self- tuning controller,”* IEEE Transaction, Systems, Man Cybernet, Vol. 21, No.1, pp. 134- 141.
- [36] C. C. Cheah, K. Lee, S. Kawamura and S. Arimoto (2001), *“ Asympototic stability of robot control with approximate jacobian matrix and its application to visual servoing,”* 40th Conference on Decision and Control, Orlando, USA.
- [37] C. C. Cheah, S. Kawamura, S. Arimoto, *“ Feedback control for robotic manipulators with an uncertain jacobian matrix,”* Journal of Robotic System, Vol. 12, No. 2, pp. 119-134, 1999.
- [38] C. C. Cheah, C. Liu and J. J. E. Slotine (2006), *“ Adaptive Jacobian Tracking Control of Robots With Uncertainties in Kinnematic, Dynamic and Actuator Models,”* IEEE Transactions on Atuomatic Control, Vol. 51, No. 6, pp. 56-62.
- [39] C. C. Cheah and H. C. Liaw (2005), *“ Inverse Jacobian Regulator With Gravity Compensation: Stability and Experiment,”* IEEE Transactions on Robotics. Vol. 21. No. 4, pp. 45-52.
- [40] H. Yazarel and C. C. Cheah (2002), *“ Task-Space Adaptive Control of Robotic Manipulators With Uncertainties in Gravity Regressor Matrix and Kinematics,”* IEEE Transactions on Atuomatic Control, Vol. 47, No. 9, pp. 185-193.
- [41] M. Galicki (2002), *“ Motion control of robotic manipulators in task-space,”* Proceedings of the IEEE Conference on Intelligent Robots and Systems, Switzerland, October .
- [42] C. C. Cheah, K. Li and S. Arimoto (2001), *“ Approximate Jacobian Feedback Control of Robots With Kinematic Uncertainty and its Application to Visual Servoing,”* Proceedings of the IEEE International Conference on Robotics and Automation, Seoul, Korea.
- [43] Z. Alexei and H. Sandor (2001), *“ Parameter Identification of a Robot Arm Using Genetic Algorithms,”* Perioddica Polytechnic Ser.El.Eng., Vol. 45, No.3, pp. 34, pp. 195- 209.
- [44] H. Mayeda, K. Osuka and A. Kangawa (1984), *“ New identification method for serial manipulator arms,”* Proc. Of the IFAC World Congress, pp. 74- 79.
- [45] A. Schlotter and F. Pfeiffer (1998), *“ Application of the Feedback Linearization Control to a New Industrial Tele Robot,”* Proceedings of the IEEE Conference on Intelligent Robots and Systems, Victoria , Canada, October.
- [46] M. H. Korayem, F. Davarpanah and H. Ghariblu (2006), *“ Load carrying capacity of flexible joint manipulators with feedback linearization,”* International Advance Manufacture Technology, Vol. 29, pp. 389- 397.
- [47] A. Arisoy, M. Gokasan and O. S. Bogosyan (2005), *“ Partial Feedback Linearization Control of A Single Flexible Link Robot Manipulator,”* Proceedings of 2nd International IEEE.
- [48] A. Randy and P. V. Kokotovic (1996), *“ Robust Nonlinear Control Design, State-Space and Lyapunov Techniques,”* Birkhauser.
- [49] M. H. Raibert and J. J. Craig (1981), *“Hybrid position/force control of manipulators,”* ASME Journal of Dynamic System, Measurement and Control, Vol. 102, pp. 126-133.
- [50] N. H. Hogan (1985), *“ Impedance control: An approach to manipulation: Part I- Theory, Part II – Implementation, Part III – Application,”* ASME Journal of Dynamic System, Measurement and Control, Vol. 107, pp. 1-24.
- [51] R. Anderson and M. W. Spong (1988), *“ Hybrid impedance control of robotic manipulators,”* IEEE Journal on robotic and Automation, Vol. 4, No. 5, pp. 1073-1080.

- [52]R. Kelly, R. Carelli, M. Amestegui and R. Ortega (1989), “ *Adaptive impedance control of robot manipulators,*” International Journal on robotic and Automation, Vol. 4, No. 3, pp. 134-141.
- [53]S. Jung and T. C. Hsia (1999), “ *Stability and convergence analysis of robust adaptive force tracking impedance control of robot manipulators,*” Proceedings of IEEE International Conference on Intelligent Robots and Systems, pp. 635-640.
- [54]A. Haze, K. Jezernik and S. Uran (1998), “ *Robust impedance control,*” Proceedings of IEEE International Conference on Control Applications, pp. 583-587.
- [55]S. P. Chan (1999), “ *Implementation of generalized impedance control for robot manipulators,*” Proceedings of IEEE International Conference on Control Applications, pp. 418-423.
- [56]S. Jung, T. C. Hsia and R. G. Bonitz (2004), “ *Force tracking impedance control of robot manipulators under unknown environment,*” IEEE Transactions on Control Systems Technology, Vol. 12, No. 3, pp. 474-483.
- [57]M. Dohring and W. S. Newman (2003), “ *The passivity of natural admittance control implementations,*” Proceedings of IEEE ICRA, Vol. 3, pp. 3710-3715.
- [58]H. Wang, K. H. Low and M. Y. Wang (2006), “ *Combined impedance/direct control of robot manipulators,*” Proceedings of IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems, pp. 3605-3610.
- [59]V. Lippiello, B. Siciliano and L. Villani (2007), “*A Position-Based Visual Impedance Control for Robot Manipulators,*” IEEE International Conference on Robotics and Automation, pp. 2068-2073.
- [60]E. Lee, J. Park, K. A. Loparo, C. B. Schrader and P. H. Chang (2003), “*Bang-Bang Impact Control Using Hybrid Impedance/Time-Delay Control,*” IEEE/ASME Transactions on Mechatronics, Vol. 8, No. 2, pp. 272-277.
- [61]Z. Qu and D. Dawson (1996), “*Robust Tracking Control of Robot Manipulators,*” 1st Edition, IEEE Press.
- [62]W. Chatlatanagulchai and P. H. Meckl (2006), “ *Command shaping applied to a flexible robot with configuration-dependent resonance,*” Proceedings of the American Control Conference, Minneapolis, MN, pp. 1766-1771.
- [63]A. C. Huang and Y. C. Chen (2004), “ *Adaptive sliding control for single-link flexible-joint robot with mismatched uncertainties,*” IEEE Transactions on Control Systems Technology, Vol. 12, No. 5, pp. 770-775.
- [64]H. C. Nho (2004) , “ *An experimental and theoretical study of various control approaches to flexible-joint robot manipulator undergoing payload changes,*” Ph.D. Dissertation, Department of Mechanical Engineering, Purdue University, West Lafayette, Indiana.
- [65]C. W. Park (2004) , “ *Robust stable fuzzy control via fuzzy modeling and feedback linearization with its applications to controlling uncertain single-link flexible joint manipulators,*” Journal of Intelligent and Robotic Systems, Vol. 39, pp. 131-147.
- [66]P. C. Krause (1986) , “ *Analysis of electric machinery,*” McGraw-Hill, New York.
- [67]G. Leitmann (1981), “ *On the Efficacy of Nonlinear Control in Uncertain Linear Systems,*” Transaction, ASME, J of Dynamic Systems and Control., Vol. 102, pp. 95-102.
- [68]M. J. Corless and G. Leitmann (1981), “ *Continuous state feedback guaranteeing uniform ultimate boundedness for uncertain dynamic systems,*” IEEE Transactions on Automatic Control, Vol. 26, pp. 1139- 44.
- [69]R. Morgan and U. Ozgunner (1985) “ *A decentralized variable structure control algorithm for robotic manipulators,*” IEEE Journal of Robotics and Automation, vol. 1, pp. 57-65.
- [70]J. S. Yueng and Y. P. Chen (1988), “ *A new robust controller design for manipulators using the theory of variable structure systems,*” IEEE Transactions on Automatic Control, Vol. 33, pp. 200-206.
- [71]K. K. D. Young (1978), “ *Controller design for a manipulator using theory of variable structure systems,*” IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, Vol. 8, pp. 210-18.

- [72]S. Gutman (1979), “ *Uncertain dynamical systems- A Lyapunov min- max approach,*” IEEE Transactions on Automatic Control, Vol. . 24, pp. 437- 43.
- [73]C. Canudas de Wit, N. Fixot, and K. Astrom (1992), “ *Trajectory tracking in robot manipulators via nonlinear estimated state feedback,*” IEEE Transactions on Robotics and Automation, Vol. 8, pp. 138- 44.
- [74]Z. Qu (1995) ,“*Input-output robust tracking control design for flexible joint robots*”, IEEE Transactions on Automatic Control, vol. 40, pp.78-83.
- [75]Z. Qu, D. M. Dawson and J. F. Dorsey (1992) ,“ *Exponential stable trajectory following of robotic manipulators under a class of adaptive controls*”, Automatica, Journal of IFAC, Vol. 28, pp. 579-586.
- [76]N. Sadegh and R. Horowitz (1990) ,“ *An exponentially stable adaptive control law for robot manipulators*”, IEEE Transactions on Robotics and Automation, Vol.6, No.4, p. 491-496.
- [77]M. M. Fateh and H. Farhangfard (2008) ,“ *On the transforming of control space by manipulator Jacobian*”, International Journal of Control, Automation, and Systems, Vol.6, No.1, pp. 101–108.
- [78]K. J. Astrom (1984) ,“ *Interaction between excitation and unmodelled dynamics in adaptive control*”, IEEE conference on decision and control, Las Vegas, NV.
- [79]C. E. Rohrs, L. S. Valavani, M. Athans and G. Stein (1985) ,“ *Robustness of continuous time adaptive control algorithms in the presence of unmodelled dynamics*”, IEEE Transactions on Automatic Control, Vol.30, No. 9, pp. 881–889.
- [80]V. I. Utkin (1977) ,“ *Variable structure systems with sliding modes*”, IEEE Transactions, Automatic Control, Vol. AC-22, No. 2, pp. 212-222.
- [81]V. I. Utkin (1987) ,“ *Sliding modes and their application in variable structured system.*”, Moscow, Soviet Union: MIR Publishers.
- [82]J. J. Slotin and S. S. Sastry (1983), “ *Tracking control of nonlinear systems using sliding surfaces with applications to robot manipulators,*” International Journal of Control, Vol. 38, pp. 465-92.
- [83]Y. P. Chen, T. Mita, and S. Wakui (1990), “ *A new and simple algorithm for sliding mode trajectory control of the robot arm,*” IEEE Transactions on Automatic Control, Vol. 35, pp. 828-29.
- [84]K. Yeung and Y. Chen (1988) , “ *A new controller design for manipulators using the theory of variable structure systems*”, IEEE Transaction Automatic Control, Vol. AC-33, No. 2, pp. 200-205.
- [85]J. Lo and Y. H. Kuo (1998), “*Decoupled Fuzzy sliding-mode control,*” IEEE Trans. on Fuzzy system, Vol. 6, pp. 426-435.
- [86]C. S. Chen (2008), “*Self-organizing adaptive neural fuzzy control for electrically driven robot manipulators,*” Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part I: Journal of Systems and Control Engineering, Vol. 222, No.4, pp.231-246.
- [87]J. J. E. Slotine, and W. Li (1991), “*Applied Nonlinear Control,*” Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall.
- [88]K. H. Khalil (2001), “ *Nonlinear Systems* ,” Prentice Hall Inc, New York, USA
- [89]O. Harkegard (2001) , “ *Flight Control Design Using Backstepping,*” Linkoping Studies in Science and Technology. Thesis No.875.
- [90]P. V. Kokotovic (1992) , “ *The joy of Feedback : Nonlinear and Adaptive* ,” IEEE Control Systems Magazine, Vol. 12, No. 3, pp. 7-17.
- [91]P. V. Kokotovic (1999) , “ *Constructive Nonlinear Control : Progress in the 90’s* ,” In IFAC Proceedings, P. 49-77.
- [92]I. Kanellakopoulos, P. V. Kokotovic and A. S. Morse (1992) , “ *A Toolkit for Nonlinear Feedback Design. System,*” Control Letters, Vol. 18, No. 2, pp. 83-92.
- [93]J. S. Lin and I. Kanellakopoulos (1997) , “ *Nonlinear Design of Active,*” IEEE Control Systems Magazine, Vol. 17, pp.45-49.
- [94]M. D. Queiroz and D. M. Dawson (1996) , “ *Nonlinear Control of Active Magnetic Bearings : A Backstepping Approach,*” IEEE Transactions on Control Systems Technology, Vol. 4, No. 5, pp. 545-552.

- [95] C. Baicu, C. Rahn and D. Dawson (1998) , “ *Backstepping Boundary Control of Flexible Link Electrically Driven Gantry Robots,*” IEEE/ASME Transactions on Mechatronics, Vol. 3, No.1, pp. 60-66.
- [96] T. I. Fossen And A. Grovlen (1998) , “ *Nonlinear Output Feedback Control of Dynamically Positioned Ships Using Vectorial Observer Backstepping,*” IEEE Transactions on Control Systems Technology, Vol.6, pp.121-128.
- [97] A. Robertsson and R. Johansson (1998) , “ *Comments on Nonlinear Output Feedback Control of Dynamically Positioned Ships Using Vectorial Observer Backstepping,*” IEEE Transactions on Control Systems Technology, Vol. 3, No.6, pp.439-444.
- [98] J. M. Godhavn, T. I. Fossen And S. P. Berge (1998) , “ *Nonlinear and Adaptive Backstepping Design for Tracking Control of Ships,*” International Journal of Adaptive Control and Signal Processing, Vol. 12, No.8, pp. 649-670.
- [99] A. R. Benaskeur, L. N. Paquin and A. Desbiens (2000) , “ *Toward Industrial Process Control Application of the Backstepping,*” In Proceeding of Process Control and Instrumentation. Glasgow.
- [100] G. J. Toussaint, T. Basar and E. Bullo (2000) , “ *Tracking for Nonlinear Underactuated Surface Vessels with Generalized Forces,*” In Proceedings of the IEEE International Conference on Control Applications Anchorage, Alaska.
- [101] W. Chatlatanagulchai and P. H. Meckl (2005), “ *Intelligent control of two-link flexible-joint robot, using backstepping, RBF networks and direct method,*” Proceedings of the LASTED International Conference on Robotics and Applications, USA, pp. 152-157.
- [102] W. Chatlatanagulchai and P. H. Meckl (2005), “ *Backstepping high-order differential neural network control of flexible-joint manipulator,*” Proceeding of the American Control Conference, Portland, pp.1377-1382.
- [103] F. Calugi, A. Robertsson and R. Johansson (2002), “ *Output feedback adaptive control of robot manipulators using observer backstepping,*” IEEE International Conference on Intelligent Robots and Systems, pp. 2091-2096.
- [104] F. Chen and J. Lin (2004), “ *Nonlinear Backstepping Design of Robot Manipulators with Velocity Estimation Feedback,*” 5th Asian Control Conference, pp. 351-356.
- [105] M. R. Soltanpour, M. M. Fateh and A. R. Ahmadifard (2008), “ *Nonlinear tracking control on a robot manipulator in the task space with uncertain dynamics,*” Journal of Applied Sciences, Vol. 8, No. 23, pp. 4397-4403.
- [106] M. R. Soltanpour and M. M. Fateh (2008), “ *Adaptive robust control of robot manipulators in the task space under uncertainties,*” Accepted for the Australian journal of basic and applied sciences.
- [107] M. M. Fateh and M. R. Soltanpour (2009), “ *Robust task-space control of robot manipulators under imperfect transformation of control spacer,*” To be published in International Journal of Innovative Computing, Information and Control, Vol. 5, No. 12.
- [108] M. R. Soltanpour and M. M. Fateh (2009), “ *Sliding mode robust control of robot manipulators in the task space by support of feedback linearization and backstepping control,*” World Applied Sciences Journal, Vol. 6, No. 1, PP. 70-76.

Abstract

So far, the control of robot manipulators in the joint-space has been extensively developed. However, the perfect tracking of robot manipulators in joint space cannot guarantee the perfect tracking of the end-effector in workspace under uncertainties while the aim of control is the desired tracking performance in task-space. Therefore, the robot control in task space under uncertainties is an important subject in the field of robotic research.

The model of robot includes both structured and unstructured uncertainties. Thus, in this thesis with an assumption that the Jacobian of robot manipulator is available, the nonlinear control and adaptive control together were used to overcome the model uncertainties. Since some parts of nonlinear dynamics of robot manipulator are known, these terms can be canceled by feedback linearization. Then, the new controllers such as nonlinear robust controllers, robust adaptive controllers, and adaptive robust controllers are designed to overcome the residual uncertainties. The control design considers some important issues such as the properties of robot dynamics, the bounds of uncertainties, the actuator limits, the constructing cost of robot, and the type of task.

Since the Jacobian of manipulator cannot be accurate under uncertainties, the robust nonlinear controls are proposed to control robot with uncertain kinematics and uncertain dynamics. The control approaches are designed based on the sliding mode control, backstepping approach and disturbance observer. We have a challenge with problems such as planning the desired trajectory in the restricted workspace, the limitation of processing time in real time control, and providing the desired performance in implementing stage.

In this thesis, the control of two-link elbow manipulator is the case study. The analytical proofs and simulations, confirm the desired performance of controllers.

Keyword:

Robot Manipulator, Task Space, Uncertain Dynamics, Uncertain Kinematics, Robust Nonlinear Control, Adaptive Control, Sliding Mode Control, Disturbance Observer, Backstepping Approach