

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ



دانشکده مهندسی برق و ریاضیات

رساله دکتری مهندسی برق گرایش کنترل

طراحی کنترل کننده مقاوم با استفاده از مدولاسیون پهنای پالس

نگارنده: حمزه انصاری

استاد راهنما

دکتر علیرضا الفی

۲ مهر ۱۳۹۹

در این صفحه صورت جلسه دفاع را قرار دهید. لازم است پس از صحافی این صفحه مجدداً توسط دانشکده مهر گردد و استاد راهنما با امضای خود اصلاحات پایان نامه را تایید کند.

تقدیم به:

تقدیم به دست های پنهان پدرم که هرچند خود سواد نداشت ولی باتمام وجود برای
باسواد شدن من تا آخرین مدرک تحصیلی تلاش کرد. تقدیم به پشمان مادرم که برای
باسواد شدن من ضعیف شد.

تقدیم به محبت و حمایت های بی دریغشان.

بائشگر و سپاس فراوان از زحمات بی دریغ دکتر علیرضا الفی که بدون

زحمات ایشان این رساله به نتیجه مطلوب نمی رسید.

تعمدنامه

اینجانب حمزه انصاری دانشجوی دوره دکتری رشته مهندسی برق گرایش کنترل دانشکده مهندسی برق و رباتیک دانشگاه صنعتی شاهرود نویسنده پایان نامه طراحی کنترل کننده مقاوم با استفاده از مدولاسیون پهنای پالس تحت راهنمایی دکتر علیرضا الفی متعهد می شوم.

- تحقیقات در این پایان نامه توسط اینجانب انجام شده است و از صحت و اصالت برخوردار است .
- در استفاده از نتایج پژوهشهای محققان دیگر به مرجع مورد استفاده استناد شده است .
- مطالب مندرج در پایان نامه تاکنون توسط خود یا فرد دیگری برای دریافت هیچ نوع مدرک یا امتیازی در هیچ جا ارائه نشده است .
- کلیه حقوق معنوی این اثر متعلق به دانشگاه صنعتی شاهرود می باشد و مقالات مستخرج با نام « دانشگاه صنعتی شاهرود » و یا « Shahrood University of Technology » به چاپ خواهد رسید .
- حقوق معنوی تمام افرادی که در به دست آمدن نتایج اصلی پایان نامه تأثیرگذار بوده اند در مقالات مستخرج از پایان نامه رعایت می گردد.
- در کلیه مراحل انجام این پایان نامه ، در مواردی که از موجود زنده (یا بافتهای آنها) استفاده شده است ضوابط و اصول اخلاقی رعایت شده است .
- در کلیه مراحل انجام این پایان نامه، در مواردی که به حوزه اطلاعات شخصی افراد دسترسی یافته یا استفاده شده است اصل رازداری ، ضوابط و اصول اخلاق انسانی رعایت شده است .

تاریخ

امضای دانشجو

مالکیت نتایج و حق نشر

کلیه حقوق معنوی این اثر و محصولات آن (مقالات مستخرج ، کتاب ، برنامه های رایانه ای ، نرم افزار ها و تجهیزات ساخته شده است) متعلق به دانشگاه صنعتی شاهرود می باشد . این مطلب باید به نحو مقتضی در تولیدات علمی مربوطه ذکر شود . استفاده از اطلاعات و نتایج موجود در پایان نامه بدون ذکر مرجع مجاز نمی باشد.

چکیده

در این رساله کنترل سیستم های غیرخطی غیرآفین مورد مطالعه قرار می گیرد. این سیستم ها به دلیل حضور روابط غیرخطی ورودی سیستم در معادلات دینامیکی، نسبت به سایر سیستم های غیرخطی، معادلات پیچیده تری دارند و یک روش کلی برای کنترل این گونه از سیستم ها تا به اکنون ارائه نشده است. استفاده از مدولاسیون پهنای پالس به عنوان یک ابزار برای تبدیل سیستم غیرآفین به آفین و طراحی کنترل کننده بر مبنای روش میانگین مدلسازی، ایده اصلی این رساله است. تبدیل سیستم غیرآفین با استفاده از این روش با نامعینی همراه است که در طراحی کنترل کننده در نظر گرفته می شود. با توجه به اینکه ورودی اعمالی به سیستم در این روش به صورت دو مقدار ثابت و معین در نظر گرفته می شود، یک ایده جدید برای کنترل سیستم های ورودی محدود نیز پیشنهاد می دهد که علاوه بر سیستم های غیرآفین می تواند برای سیستم های آفین ورودی محدود نیز مورد استفاده قرار گیرد. همچنین کران نامعینی ها در طراحی کنترل کننده تخمین زده می شود. پایداری روش های کنترلی پیشنهادی با استفاده از نظریه لیاپانوف اثبات می شود و نتایج آن با شبیه سازی در نرم افزار متلب تایید ارزیابی می گردد.

کلمات کلیدی: سیستم های غیرآفین، کنترل مقاوم، مدولاسیون پهنای پالس، روش فیلپوف، تخمین کران نامعینی

لیست مقالات مستخرج از پایان نامه

- ۱- کنترل مقاوم سیستم های غیرخطی غیرآفین مرتبه دوم ، دومین سمینار ملی کنترل و بهینه سازی، آبان ماه ۱۳۹۷ دانشگاه صنعتی شاهرود
- ۲- طراحی کنترل کننده مقاوم برای سیستم های غیر خطی غیر آفین با استفاده از تخمینگر عدم قطعیت، بیست و هفتمین کنفرانس ملی برق ایران، اردیبهشت ماه ۱۳۹۸، دانشگاه یزد
3. H Ansari, A Alfi, A robust controller design for uncertain nonlinear nonaffine systems, International Journal of Dynamics and Control, vol. 7, pp. 1443-1452, s2019.
4. H Ansari, A Alfi, Design of adaptive robust controller for second-order non-affine systems with input saturation, Journal of Control, Automation and Electrical Systems, vol. 31, pp. 535-547, 2020.

فهرست مطالب

ج	فهرست جداول
د	فهرست اشکال
و	فهرست علائم
۱	فصل ۱: مقدمه ای بر انواع روش های کنترلی سیستم های غیر آفین
۲	۱-۱ مقدمه
	فصل ۲: معادل سازی سیستم های غیر آفین با سیستم های آفین با استفاده از روش خطی
۹	سازی حول ورودی و با استفاده از مدولاسیون پهنای پالس
۱۰	۱-۲ معرفی مساله
۱۱	۲-۲ استخراج دینامیک آفین با استفاده از خطی سازی حول ورودی
۱۳	۳-۲ استخراج دینامیک آفین با استفاده از روش میانگین فیلپوف
۱۸	۴-۲ بحث درباره کراندار بودن نامعینی سیستم معادل
۱۹	فصل ۳: طراحی کنترل کننده برای سیستم های غیر آفین مرتبه دو ورودی محدود
۲۰	۱-۳ مقدمه و معرفی مدل
۲۱	۲-۳ طراحی کنترل کننده
۲۵	۳-۳ شبیه سازی
۲۵	۱-۳-۳ شبیه سازی مثال اول
۳۰	۲-۳-۳ شبیه سازی مثال دوم
۳۳	۳-۳-۳ بعضی نکات و بحث درباره نتایج

فصل ۴: طراحی کنترل کننده مقاوم برای سیستم های غیرخطی غیرآفین مرتبه n ۳۷

۱-۴ معرفی و بیان مساله ۳۸

۲-۴ طراحی کنترل کننده مقاوم برای دینامیک معادل آفین شده در حضور نامعینی نا مشخص ۳۹

۳-۴ شبیه سازی و اصلاح قانون کنترل ۴۳

۱-۳-۴ شبیه سازی مثال اول ۴۳

۲-۳-۴ شبیه سازی مثال دوم ۴۸

۳-۳-۴ مقایسه و بحث ۴۹

فصل ۵: طراحی کنترل کننده پسگام برای سیستم های غیرخطی غیرآفین مرتبه n ۵۱

۱-۵ بیان مساله، هدف کنترل و استخراج مدل آفین ۵۲

۲-۵ طراحی کنترل کننده پسگام ۵۳

۳-۵ شبیه سازی ۵۹

۱-۳-۵ شبیه سازی یک دینامیک صنعتی غیرآفین با استفاده از کنترل پسگام تطبیقی

مقاوم ۵۹

۲-۳-۵ بعضی نکات و بحث درباره نتایج ۶۲

فصل ۶: نتیجه گیری و پیشنهادات کارهای آینده ۶۵

مراجع ۶۹

فهرست جداول

جدول ۵-۱. پارامترهای استفاده شده در طراحی کنترل کننده برای دو روش معادل سازی خطی سازی
حول ورودی و مدولاسیون پهنای پالس ۶۲

فهرست اشکال

شکل ۱-۲. ورودی میانگین و بیان عرض پالس اعمالی بر سیستم بر مبنای مدولاسیون پهنای پالس	۱۳
شکل ۲-۲. بلوک دیاگرام کنترلی برای استفاده از روش مدولاسیون پهنای پالس	۱۷
شکل ۱-۳. نتیجه تعقیب سیگنال مرجع در حضور تابع تعیین علامت	۲۸
شکل ۲-۳. خطای تعقیب سیگنال مرجع در حضور تابع تعیین علامت	۲۹
شکل ۳-۳. ورودی اعمالی بر سیستم در حضور تابع تعیین علامت	۲۹
شکل ۴-۳. نتیجه تعقیب سیگنال مرجع در حضور تابع اشباع	۳۰
شکل ۵-۳. خطای تعقیب سیگنال مرجع در حضور تابع اشباع	۳۰
شکل ۶-۳. ورودی اعمالی بر سیستم در حضور تابع اشباع	۳۰
شکل ۷-۳. نتیجه تعقیب سیگنال مرجع برای کنترل به روش خطی سازی و PWM	۳۲
شکل ۸-۳. خطای تعقیب سیگنال مرجع برای کنترل به روش خطی سازی و PWM	۳۲
شکل ۹-۳. ورودی اعمالی بر سیستم برای کنترل به روش خطی سازی و PWM	۳۲
شکل ۱۰-۳. ورودی اعمالی بر سیستم برای کنترل به روش خطی سازی و PWM	۳۴
شکل ۱۱-۳. ورودی اعمالی بر سیستم برای کنترل به روش مود لغزشی با کران های متفاوت نامعینی	۳۵
شکل ۱-۴. بلوک دیاگرام کنترل سیستم غیر آفین با تغییر متغیر ورودی و بیان نحوه کنترل سیستم	۳۹
شکل ۲-۴. بلوک دیاگرام کنترل سیستم غیر آفین با تخمین کران نامعینی	۴۳
شکل ۳-۴. منحنی تعقیب مسیر طراحی شده	۴۴
شکل ۴-۴. منحنی خطای تعقیب	۴۴
شکل ۵-۴. ورودی اعمالی بر سیستم	۴۵
شکل ۶-۴. نتیجه تخمین مقدار کران نامعینی	۴۵
شکل ۷-۴. منحنی تعقیب مسیر طراحی شده	۴۷
شکل ۸-۴. منحنی خطای تعقیب	۴۷
شکل ۹-۴. ورودی اعمالی بر سیستم	۴۷
شکل ۱۰-۴. نتیجه تخمین مقدار کران نامعینی	۴۷
شکل ۱۱-۴. منحنی تعقیب مسیر طراحی شده	۴۸
شکل ۱۲-۴. منحنی خطای تعقیب	۴۸

- شکل ۴-۱۳. ورودی اعمالی بر سیستم ۴۸
- شکل ۴-۱۴. نتیجه تخمین مقدار کران نامعینی ۴۸
- شکل ۵-۱. نتیجه تعقیب سیگنال مرجع برای کنترل به روش خطی سازی و PWM ۶۱
- شکل ۵-۲. خطای تعقیب سیگنال مرجع برای کنترل به روش خطی سازی و PWM ۶۱
- شکل ۵-۳. ورودی اعمالی بر سیستم برای کنترل به روش خطی سازی و PWM ۶۱

فهرست علائم

ورودی با دامنه بیشینه	u^+
ورودی با دامنه مینیمم	u^-
یک سیکل زمانی در مدولاسیون پهنای پالس	T
عرض پهنای پالس در مدولاسیون پهنای پالس	μ
تخمین پارامتر D_i	$\hat{D}_i$
خطای تخمین پارامتر D_i	$\tilde{D}_i$
تابع $R(\cdot)$ که متغیرهای ثابت آن مشخص نیست	$R(\cdot)$
مقدار معین و معلوم تابع $g(X, \Delta)$	$g_N(X)$
نامعینی کلی سیستم که فقط تابع متغیر X است	$\Delta(X)$
تابع معین f_N که تابع پارامترهای $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ است	$f_N(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n)$
نامعینی سیستم که تابع متغیر x و t است	$d(x, t)$

فصل ۱ : مقدمه ای بر انواع روش های کنترلی

سیستم های غیر آفین

۱-۱ مقدمه

بزرگترین دسته از سیستم های دینامیک صنعتی، سیستم های خطی هستند . چنان که برای کنترل این دسته بزرگ، کنترل کننده های خطی زیادی تا به امروز پیشنهاد شده است. در واقع سیستم ها در حالت کلی قبل از ورود به ناحیه اشباع یا دینامیک های غیرخطی همگی رفتار خطی دارند. در گذشته مهندسان برای کنترل سیستم ها تمام تلاششان را می کردند که سیستم را در ناحیه خطی مورد استفاده قرار دهند ولی این کار علیرغم آسان سازی فرایند طراحی، منجر به محدودیت هایی در کارکرد سیستم ها می شد. طراحی کنترل کننده در نواحی خطی به طراحان این امکان را می داد که از مزیت های طراحی در فضای فرکانس استفاده کنند [۱، ۲]. در واقع روش های فضای فرکانسی فقط برای سیستم های خطی قابل تعریف هستند. روش های زیادی بر مبنای طراحی در فضای فرکانس مطرح شد که از آن جمله می توان به روش راوث - هورویتز و مکان یابی ریشه ها اشاره کرد [۳-۸].

کنترل کننده های PID به عنوان بزرگترین دسته از کنترل کننده های سیستم های خطی در صنعت نقش ایفا کرده اند. در روند تکامل کنترل کننده های خطی برای مسائلی همچون تاخیر یا مسائل مربوط به طراحی برای افق پیشبینی، کنترل کننده های PID با مرور زمان پیشرفت کردند، [۹-۱۱] و [۱۲، ۱۳]. شبکه های عصبی و منطق فازی نیز به صورت گستره برای انتخاب ضرایب طراحی کنترل کننده به کار رفت [۱۴-۱۷] و [۱۸-۲۰]. ولی همچنان تمام طراحی های در حوزه فرکانس فقط برای نواحی خطی بود و استفاده از نواحی غیرخطی دینامیک ها برای کنترل کننده ها مقدور نبود. علی رغم تمام توانایی های کنترل کننده های PID دسته دیگری از سیستم ها هستند که با این گونه از کنترل کننده ها امکان پایدارسازی ندارند. ربات ها در واقع بزرگترین دسته ای بودند که قضیه جامع کنترل کننده های PID در حالت عام برای آنها امکان پیاده سازی وجود نداشت [21-25]. دلیل آن را باید در رفتار غیر خطی دینامیک سیستم های رباتیک جستجو کرد. نیاز صنعت منجر شد که دسته دیگری از کنترل کننده ها معرفی شوند . این دسته از کنترل کننده ها در واقع رفتارهای غیرخطی

دینامیک ها را نیز پوشش می دادند و محدودیت های کنترل کننده های خطی را دیگر نداشتند. این دسته جدید از کنترل کننده ها در واقع کنترل کننده های غیرخطی بودند [۲۶-۲۸]. پایه طراحی اینگونه از کنترل کننده ها نیز همچنان بر مبنای طراحی کنترل کننده های خطی استوار است، چنان که در روش خطی سازی فیدبک که اصلی ترین روش طراحی کنترل کننده برای سیستم های غیرخطی است، روش کار بدین صورت است که ترم های غیرخطی در قوانین کنترل جدا می شوند و طراحی برای پایدار سازی بر مبنای روش خطی انجام می شود [۲۹-۳۲]. در تکامل طراحی کنترل کننده های غیرخطی گام های زیادی برداشته شده چنان که روش های زیادی بر مبنای روش خطی سازی فیدبک ارائه شده است که از جمله آن می توان به کنترل کننده های پسگام [۳۳-۳۶]، کنترل کننده های مود لغزشی [۳۷-۳۹]، کنترل کننده های بهینه [۴۰، ۴۱] و کنترل کننده های تطبیقی [۴۲-۴۵] اشاره کرد. این کنترل کننده ها همگی روش ها و الگوریتم های قدرتمندی را برای کنترل سیستم های غیرخطی پیشنهاد می دهند. ولی تمام این روش ها که برای سیستم های غیرخطی پیشنهاد داده شده اند همگی معادلات غیرخطی را فقط برای دینامیک های سیستم لحاظ می کردند و اگر برای ورودی سیستم یک معادله غیرخطی پیش می آمد این روش های پیشنهادی، توانایی کنترل سیستم را نداشتند. در تعریف سیستم های غیرخطی اگر ورودی سیستم به صورت خطی در معادلات دینامیک سیستم ظاهر شود آن دینامیک را دینامیک آفین می خوانند و اگر ورودی سیستم با معادلات غیرخطی و عواملی از جنس مشتق ورودی در معادلات دینامیک سیستم ظاهر شود سیستم را غیرآفین می نامند [۴۶-۴۹]. حضور ترم های غیرخطی ورودی در معادلات دینامیک سیستم تمام روند منظم و کلاسیک برای طراحی کنترل کننده های غیرخطی را بر هم می زند. برای حل این دینامیک های پیچیده یک روش منظم و خاصی وجود ندارد چنان که در مقالاتی که کنترل این دسته از سیستم ها را مورد مطالعه قرار داده اند عبارت " برای یک دسته از سیستم های غیرآفین ... " به تکرار دیده می شود [۴۶، ۴۹-۵۴].

اولین ایده ای که برای کنترل سیستم های غیرخطی مطرح می شود خطی سازی سیستم است [۵۵-۵۸]. در خطی سازی سیستم با حذف ترم های مشتق مراتب بالاتر از یک، یک مدل خطی برای سیستم ساخته می شود. این راه حل یک راه حل کلی در مواجهه با معادلات غیرخطی است. در سیستم های غیرآفین از روش خطی سازی می توان برای ساختن یک مدل خطی نسبت به ورودی استفاده کرد چنان که مراجع [۵۹-۶۱] از این روش بهره برده اند، در این رساله نیز این روش به تشریح مورد بحث قرار می گیرد. روش دیگری که می توان از آن به عنوان یک روش کارآمد برای کنترل سیستم های غیرآفین استفاده کرد در واقع روش های هوشمند است. برجسته ترین روش های هوشمند برای کنترل سیستم های غیرآفین شبکه های، عصبی [۶۲-۶۴] و منطق فازی [۶۵-۶۷] هستند. شبکه های عصبی را می توان برای تخمین ضرایب در معادلات و دینامیک های سیستم های غیرآفین مورد استفاده قرار داد و یا اینکه دینامیک غیرآفین را با یک مدل آفین تخمین زد و برای تخمین ضرایب مدل پیشنهادی از شبکه های عصبی استفاده کرد. ایراد عمده روش های مبتنی بر شبکه های عصبی این است که باید شبکه را بر مبنای اطلاعات استخراجی از دینامیک سیستم آموزش داد و استخراج داده ها برای آموزش شبکه عصبی هم زمانبر و هم فرایندی سخت است هرچند که روشهایی برای تصحیح مبتنی بر شبکه های عصبی طراحی شده که به صورت هوشمند شبکه عصبی آموزش داده می شود ولی مساله زمانبر بودن آموزش شبکه عصبی همچنان حل نشده است و به عنوان یک مساله باز برای مهندسين همچنان حل نشده مانده است. از دیگر روش های هوشمند می توان به روش های کنترل فازی اشاره کرد چنان که از روشهای فازی و عصبی فازی به صورت گسترده ای برای کنترل سیستم های غیرآفین بهره برده شده است [۶۸-۷۱]. یکی دیگر از مسائلی که درباره سیستم های غیرخطی به تکرار مورد مطالعه قرار گرفته مساله وجود نامعینی در دینامیک سیستم های غیرخطی است. برای حل این مشکل کنترل کننده های مقاوم همچون روش های مود لغزشی کارنامه خوبی از خود نشان داده اند. اصولاً کنترل مقاوم برای زمانی به کار می رود که کران نامعینی سیستم محدود و معلوم باشد. در مواردی که کران نامعینی های دینامیک سیستم مشخص

نیستند از روشهای شبکه های عصبی [۷۲، ۷۳] و منطق فازی [۷۴-۷۶] یا الگوریتم های تطبیقی برای تخمین کران نامعینی سیستم استفاده می شود. استفاده از تخمینگرها برای تخمین سیگنال در ابتدا با معرفی فیلتر کالمن [۷۷-۷۹] آغاز شد ولی رفته رفته در بسیاری زمینه ها به عنوان یک روش موفق برای تخمین سیگنال های نامشخص به کار رفت. چنان که بعدها نوع غیرخطی آن نیز معرفی شد و به عنوان یک روش عام برای تخمین سیگنال هایی که در دسترس نیستند به کار رفت [۸۰-۸۲].

علی رغم تمام روش هایی که برای کنترل سیستم های نامعین غیرخطی ارایه شده است، چون در سیستم های غیرآفین ورودی به صورت غیر خطی در معادلات ظاهر می شود هیچکدام یک از این روش ها کارگشا نیستند. تنها الگوریتم هایی که امکان به کار بردن دارند در اینجا روش های هوشمند مقاوم همچون الگوریتم های شبکه عصبی مقاوم و روش های فازی مقاوم هستند [۵۳، ۶۲]. در این رساله قصد داریم تا کنترل مقاوم سیستم های غیرآفین را مورد مطالعه قرار دهیم و یک روش تحلیلی و منظم را برای کنترل این دسته از سیستم ها پیشنهاد دهیم. الگوریتم هایی که برای کنترل در اینجا معرفی شده اند بر مبنای روش تحلیل لیاپانوف استوارند و زمانبر بودن فرایند آموزش که در روش های شبکه های عصبی و فازی وجود داشت در اینجا وجود ندارد. همچنین کنترل کننده هایی که در این رساله مطرح می شوند از مزیت مقاوم بودن برخوردارند و عدم قطعیت های موجود در دینامیک سیستم را پوشش داده اند. در این رساله ابتدا با استفاده از خطی سازی حول ورودی، سیستم غیرآفین به یک سیستم آفین معادل تبدیل می شود، این معادل سازی با مقداری تقریب و نامعینی همراه است. علاوه بر نامعینی های ذاتی سیستم، نامعینی های ناشی از تقریب نیز به سیستم اضافه می شوند. کنترل کننده ای که در اینجا پیشنهاد داده می شود باید بتواند تمام این نامعینی ها را جبران کند و سیستم در حضور این نامعینی ها باید پایدار باشد. در مواردی که سیستم توانایی خطی سازی نسبت به ورودی را ندارد یا در مواردی که مشتق سیستم نسبت به ورودی عدد صفر است استفاده از روش خطی سازی حول ورودی امکان پذیر نیست، لذا در اینجا با استفاده از روش میانگین فیلیپوف یک مدل میانگین برای سیستم در نظر گرفته می شود که نسبت به ورودی رفتاری خطی دارد و سیستم

به دست آمده یک سیستم آفین است [۲۶, ۲۷]. در این روش برای سیستم دو ورودی ثابت در نظر گرفته می شود و به ازای هر ورودی ثابت یک معادله دینامیکی از حالت های سیستم ساخته می شود. چون دو ورودی ثابت و دو دینامیک مستقل برای سیستم به وجود می آید می توان با در نظر گرفتن زمان حضور هر یک از این دو معادله دینامیکی، یک ورودی جدید از جنس زمان برای سیستم در نظر گرفت و در واقع درصد در نظر گرفتن این دو دینامیک به عنوان یک ورودی جدید برای سیستم می باشد. زمان حضور معادلات در دینامیک سیستم، برای سیستم یک ورودی جدید می باشد. این ورودی جدید در واقع عرض پالسی است که برای لحاظ کردن هر یک از این معادلات دینامیکی در نظر گرفته می شود. این روش عرض پالس در صنعت تحت عنوان مدولاسیون پهنای پالس شناخته می شود لذا در عنوان این رساله واژه مدولاسیون پهنای پالس لحاظ شده است. هر دو روش های پیشنهادی خطی سازی حول ورودی و مدولاسیون پهنای پالس، روشهایی تقریبی هستند و با خطا همراه می باشند. لذا این خطا به صورت یک نامعینی جدید به سیستم آفین شده اضافه می شود. سیستم آفین جدیدی که به دست آمده است یک نامعینی دارد که رفتار دینامیکی این بخش نامعین به روشنی معلوم نیست لذا در اینجا از دو روش کنترلی تطبیقی مقاوم برای ساختن یک کنترل کننده مقاوم برای این دسته از سیستم ها استفاده می شود که نوآوری جدید برای این رساله است. این دو روش بر مبنای روش کنترل مود لغزشی استوارند که در یکی از آنها دامنه نامعینی سیستم با استفاده از یک روش تطبیقی محاسبه می شود و در مورد دوم خود دینامیک نامعینی با یک الگوریتم تخمین زده می شود. نوآوری دیگری که در این رساله بدان پرداخته شده در واقع کنترل سیستم در حضور ورودی محدود است که به نوبه خود یک دست آورد جدید برای کنترل سیستم های غیرآفین محسوب می شود. معیار پایداری لیاپانوف به عنوان روش نظام مند برای اثبات روابط ریاضی استفاده شده در این رساله مورد استفاده قرار گرفته شده است. همچنین در اینجا برای نشان دادن تاثیر روش پیشنهادی از شبیه سازی در محیط نرم افزار متلب استفاده شده است. در ادامه در فصل دوم با استفاده از خطی سازی حول ورودی یک مدل آفین به دست می آید. برای سیستم هایی که امکان خطی سازی ندارند بر مبنای روش

میانگین فیلیپوف در بخش دوم این فصل یک مدل آفین جایگزین ارائه می شود. الگوریتم تبدیل کردن دینامیک غیرآفین به آفین در این فصل با دو روش مطرح شده است. در فصل سوم برای سیستم های مرتبه دوم غیرآفین که دسته وسیعی از سیستم های دینامیک صنعتی را به خود تخصیص داده اند یک کنترل تطبیقی مقاوم ارائه می شود که کران نامعینی های سیستم را تخمین می زند. در فصل چهارم سیستم های مرتبه n مورد مطالعه قرار گرفته اند که با استفاده از یک دینامیک تخمینی برای بخش نامعین آن، یک کنترل کننده مقاوم طراحی می شود. در فصل پنجم برای سیستم آفین شده مرتبه n بر مبنای روش مود لغزشی و با کمک روش پسگام یک کنترل کننده تطبیقی مقاوم برای سیستم های مرتبه n طراحی می شود که کران نامعینی خود را تخمین می زند و در گام $n - 1$ ام با استفاده از قانون مود لغزشی قانون کنترل را طراحی می کند. و نهایتاً در فصل ششم این رساله نتیجه گیری و پیشنهادات برای کار های آینده مطرح شده است.

فصل ۲ : معادل سازی سیستم های غیر آفین با

سیستم های آفین

۲-۱ معرفی مساله

در این فصل قصد داریم که سیستم غیرآفین را به یک سیستم آفین معادل تبدیل کنیم. در اینجا از دو روش برای این کار استفاده شده است. روش اول که روش خطی سازی نسبت به ورودی است یک روش مرسوم در این زمینه می باشد. روش دوم که روش پیشنهادی این رساله می باشد در ادامه آورده شده است.

سیستم های مورد مطالعه در این رساله سیستم های غیرآفین هستند که در حالت کلی توسط رابطه (۱-۲) نمایش داده می شود.

$$\begin{cases} \dot{x}^{(n)} = F(x, \dot{x}, \ddot{x}, \dots, x^{(n-1)}, u, \Delta) \\ y = x \end{cases} \quad (1-2)$$

در اینجا $u \in R$ ورودی سیستم، $y \in R$ بیانگر خروجی سیستم و $X = [x, \dot{x}, \ddot{x}, \dots, x^{(n-1)}]^T \in R^n$ حالت های سیستم هستند که n بعد سیستم را نمایش می دهد. در این رابطه $F(\cdot)$ یک تابع مشخص و معلومی است که نسبت به ورودی u یک رابطه غیرخطی دارد و اصطلاحاً سیستم غیرآفین می باشد. همچنین سیستم دارای یک نامعینی کراندار Δ است که $\Delta = \Delta(\cdot)$ تابعی از عوامل $x, \dot{x}, \ddot{x}, \dots, x^{(n-1)}$ و t می باشد. برای ساده سازی، با تخصیص نام $x = x_1, \dot{x} = x_2, \dots, x^{(n-1)} = x_n$ بردار حالت و دینامیک سیستم به صورت رابطه (۲-۲) بیان می شود

$$\begin{cases} \dot{x}_1^{(n)} = F(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n, u, \Delta) \\ y = x_1 \end{cases} \quad (2-2)$$

فرض ۱-۲. در این رساله نامعینی Δ می تواند تابع هر عاملی باشد یعنی $\Delta(\cdot)$ ولی یک مقدار کراندار است و کران آن در حالت کلی مشخص نیست.

فرض ۲-۲. در این رساله سیگنال مرجع که خروجی سیستم قصد تعقیب آن را دارد سیگنال y_d است که تا مرتبه n مشتق پذیر است و مشتقش یک مقدار کراندار می باشد. هدف طراحی کنترل کننده در این رساله این است که خروجی y بتواند مسیر طراحی شده y_d را به درستی و بدون خطا

تعقیب کند. در واقع چون در ساختن قوانین کنترل پارامترهای مشتق خطا در معادلات کنترلی ظاهر می شود این فرض انجام شده است.

فرض ۲-۳. در این رساله ورودی سیستم یک مقدار کراندار است و یک کران بالا و پایین دارد که رابطه زیر را ارضا می کند

$$u = \text{sat}(v) = \begin{cases} u_{\max} & u_{\max} < v \\ v & u_{\min} < v < u_{\max} \\ u_{\min} & v < u_{\min} \end{cases} \quad (3-2)$$

در واقعیت هیچ سیستمی با ورودی بی نهایت وجود ندارد و فرض کراندار بودن ورودی سیستم هیچ خللی بر کلیت مساله اعمال نمی کند. استفاده از تابع اشباع فقط برای بیان کراندار بودن ورودی سیستم می باشد.

۲-۲ استخراج دینامیک آفین با استفاده از خطی سازی حول ورودی

به منظور دستیابی به یک دینامیک آفین با استفاده از بسط تیلور حول u_0 دینامیک سیستم را به صورت زیر بسط می دهیم.

$$F(X, u, \Delta) = F(X, u_0, \Delta) + \left. \frac{\partial F(X, u, \Delta)}{\partial u} \right|_{u=u_0} (u - u_0) + R(.) \quad (4-2)$$

که در اینجا

$$R(.) = R(X, u, u_0, \Delta) = \sum_2^{\infty} \Delta F_{u_0}^k (u - u_0)^k \quad (5-2)$$

$$\Delta F_{u_0}^k = \left. \frac{\partial^k F(X, u, \Delta)}{k! \partial u^k} \right|_{u=u_0} \quad (6-2)$$

در اینجا با قرار دادن $u_0 = 0$ و نامگذاری $f(X, \Delta) = F(X, 0, \Delta)$ و $g(X, \Delta) = \frac{\partial F(X, u, \Delta)}{\partial u} \Big|_{u_0} = 0$

و نام گذاری $f(X, \Delta) = f_N(X) + df(X)$ و $g(X, \Delta) = g_N(X) + dg(X)$ می توان دینامیک

سیستم را به صورت (۷-۲) بازنویسی کرد

$$x_1^{(n)} = f_N(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n) + g_N(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n)u + d(.) \quad (۷-۲)$$

در اینجا $f_N(X)$ و $g_N(X)$ به ترتیب بخش های مشخص و معین $f(X, \Delta)$ و $g(X, \Delta)$ می باشند.

همچنین تمام نامعینی های سیستم در عبارت $d(.)$ خلاصه شده است و

$$d(.) = df(X) + dg(X) + R(X, u, u_0, \Delta) \quad (۸-۲)$$

با توجه به اینکه $u = u(X, t)$ و $u_0 = 0$ و $\Delta(X)$ همگی تابع X می باشند لذا داریم که

$$d(.) = d(X, t) \quad (۹-۲)$$

با توجه به اینکه هیچ تضمینی برای کراندار بودن متغیرهای حالت سیستم وجود ندارد در حالت کلی

نمی توان در مورد کراندار بودن $d(X, t)$ نتیجه گیری کرد ولی اگر مساله در مورد سیستم های

فیزیکی مطرح شود یعنی متغیر های حالت سیستم در فضای واقعی مورد بحث قرار گیرند آنها قطعاً

یک مقادیر کراندار خواهند بود و نامعینی کل سیستم قطعاً کراندار خواهد بود و در زمان محدود می

توان به قطعیت درباره کراندار بودن آن ابراز نظر کرد. این بحث در بخش ۲-۴ به تفصیل بحث شده

است.

در دینامیک آفین معادلی که در رابطه (۷-۲) برای سیستم به دست آمد عبارت

$$g(X, \Delta) = g_N(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n) \text{ از محاسبه مشتق دینامیک اصلی نسبت به ورودی } =$$

$$\frac{\partial F(X, u, \Delta)}{\partial u} \Big|_{u_0} = 0 \text{ به دست آمد. حال اگر } \frac{\partial F(X, u, \Delta)}{\partial u} = 0 \text{ یا اینکه سیستم مشتق پذیر نسبت به } u$$

نباشد عملاً تابع $g(X, \Delta)$ توانایی محاسبه شدن ندارد و سیستم کنترل ناپذیر خواهد بود. لذا برای

جبران این موضوع یک روش پیشنهادی جدید در بخش ۲-۳ ارائه شده است.

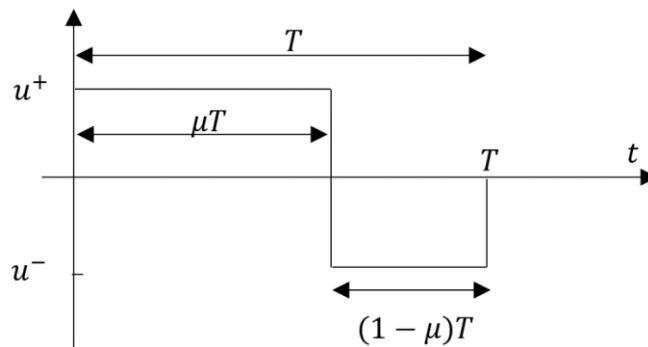
۲-۳ استخراج دینامیک آفین با استفاده از روش میانگین

فیلیپوف

در اینجا برای به دست آوردن یک مدل آفین از دینامیک غیرآفین، مدل میانگین فیلیپوف استفاده می شود [۲۷]. با توجه به اینکه ورودی سیستم کراندار است می توان ورودی در هر لحظه را با استفاده از مدولاسیون پهنای پالس به صورت تابع میانگین زیر بیان کرد.

$$u = \begin{cases} u^+ & KT \leq t < KT + \mu T \\ u^- & KT + \mu T \leq t < (K+1)T \end{cases} \quad (۱۰-۲)$$

این ورودی در شکل ۱-۲ نشان داده شده است.



شکل ۱-۲. ورودی میانگین و بیان عرض پالس اعمالی بر سیستم بر مبنای مدولاسیون پهنای پالس

در اینجا برای جلوگیری از تضاد نمادها، فرض شده است که $u^+ = u_{max}$ و $u^- = u_{min}$ و در نتیجه $u^- \leq u \leq u^+$. در این روش T زمان نمونه برداری در مدولاسیون پهنای پالس، K بیانگر $-K$ امین زمان پردازش می باشد و ضریب μ محاسبه پهنای پالس است که $0 < \mu < 1$. در اینجا ورودی اعمالی بر سیستم یعنی u ، میانگین اعمال u^+ و u^- بر سیستم با ضریب تاثیر $0 < \mu < 1$ می باشد، به عبارت دیگر

$$u = \frac{\mu T u^+ + (1 - \mu) T u^-}{T} = \mu u^+ + (1 - \mu) u^- \quad (۱۱-۲)$$

در اینجا انتخاب T باید به گونه ای باشد که در مقایسه با ثابت زمانی های سیستم یک مقدار خیلی کوچک باشد. انتخاب مقدار $\mu = 0$ منجر می شود که ورودی میانگین بر سیستم که همان ورودی

اصلی سیستم است برابر با u^- شود و انتخاب $\mu = 1$ یعنی اعمال کردن u^+ بر سیستم. در واقع μ یک ورودی نرمالیزه برای سیستم است که بین عدد 0 و 1 تغییر می کند.

اعمال ورودی های u^+ و u^- بر سیستم به ترتیب منجر به دینامیک های $x_1^{(n)} = F^+(X, u^+, \Delta(X, t))$ و $x_1^{(n)} = F^-(X, u^-, \Delta(X, t))$ می شوند. بر مبنای مدل میانگین فلیپوف [۲۷] می توان یک مدل میانگین برای سیستم به صورت زیر پیشنهاد داد.

$$F(X, u, \Delta(X, t)) = \mu F^+(X, u^+, \Delta(X, t)) + (1 - \mu) F^-(X, u^-, \Delta(X, t)) + \Delta'(X, t) \quad (۱۲-۲)$$

در اینجا $\Delta'(X, t)$ به عنوان خطای ناشی از تقریب برای این تبدیل در نظر گرفته شده است که مقدار دقیق آن مشخص نیست ولی در شرایط زمان محدود یک مقدار محدود دارد. در اینجا با مرتب کردن روابط نسبت به μ می توان نوشت

$$F(X, u, \Delta(X, t)) = F^-(X, u^-, \Delta(X, t)) + \mu (F^+(X, u^+, \Delta(X, t)) - F^-(X, u^-, \Delta(X, t))) + \Delta'(X, t) \quad (۱۳-۲)$$

در اینجا با تخصیص نام های f و g به صورت زیر می توان نوشت

$$g(X, \Delta(X, t)) = F^+(X, u^+, \Delta(X, t)) - F^-(X, u^-, \Delta(X, t)) \quad (۱۴-۲)$$

$$f(X, \Delta(X, t)) = F^-(X, u^-, \Delta(X, t))$$

فرض ۲-۳. در این رساله شرط استفاده از این مدل پیشنهادی این است که تابع نسبت به ورودی سیستم یک تابع زوج نباشد یعنی $F^+(X, u^+, \Delta(X, t)) \neq F^-(X, u^-, \Delta(X, t))$ و $g(X, \Delta(X, t)) \neq 0$. این در واقع شرط کنترل پذیری سیستم است.

در اینجا نیز همانند بخش ۲-۲ مقدار نامعینی سیستم به صورت رابطه (۱۵-۲) استخراج می شود.

$$f(X, \Delta(X, t)) = f_N(X) + \Delta f(X, \Delta(X, t)) \quad (۱۵-۲)$$

$$g(X, \Delta(X, t)) = g_N(X) + \Delta g(X, \Delta(X, t))$$

این مدل تقریبی به دست آمده یک مدل آفین است که ورودی اعمالی بر سیستم ضریب پهنای پالس μ می باشد. اگر کران های بالا و پایین ورودی را به یک اندازه و به صورت زیر در نظر بگیریم

$$u^+ = -u^- \quad (۱۶-۲)$$

آنگاه ضریب پهنای پالس در مدولاسیون پهنای پالس به صورت زیر محاسبه می شود

$$\mu = \frac{u + u^+}{2u^+} \quad (۱۷-۲)$$

و $u = (2\mu - 1)u^+$. با توجه به اینکه مقدار ضریب پهنای پالس μ می باشد و یک مقدار کراندار

است لذا می توان آن را به صورت رابطه (۱۸-۲) بیان کرد

$$\mu = \Psi(v) = \begin{cases} 0 & v < 0 \\ v & 0 \leq v \leq 1 \\ 1 & 1 < v \end{cases} \quad (۱۸-۲)$$

در اینجا چون ورودی و ضریب پهنای پالس محدود است می توان نوشت

$$\mu = \Psi(v) = v - \rho(v)(v - \mu_{max}) \quad (۱۹-۲)$$

که

$$\rho(v) = \begin{cases} 1 & |v| > \mu_{max} \\ 0 & |v| \leq \mu_{max} \end{cases} \quad (۲۰-۲)$$

با اعمال این ورودی بر دینامیک سیستم خواهیم داشت

$$\begin{aligned} x_1^{(n)} &= f_N(X) + \Delta f(X, \Delta(X, t)) + (g_N(X) + \Delta g(X, \Delta(X, t)))\Psi(v) + \Delta'(X, t) \quad (۲۱-۲) \\ &= f_N(X) + \Delta f(X, \Delta(X, t)) + (g_N(X) + \Delta g(X, \Delta(X, t))) (v - \rho(v)(v - \mu_{max})) + \Delta'(X, t) \\ &= f_N(X) + g_N(X)v + d'(.) + \Delta'(X, t) \end{aligned}$$

که

$$\begin{aligned} d'(.) &= \Delta f(X, \Delta(X, t)) + \Delta g(X, \Delta(X, t))(v - \rho(v)(v - \mu_{max})) \\ &\quad + g_N(X)(-\rho(v)(v - \mu_{max})) \end{aligned} \quad (۲۲-۲)$$

در اینجا نیز همانند بخش ۲-۲ می توان تمام نامعینی های سیستم را در یک عامل خلاصه کرد و

دینامیک سیستم را به صورت متمرکز به صورت رابطه (۲۳-۲) نوشت

$$x_1^{(n)} = f_N(X) + g_N(X)v + d(X, t) \quad (۲۳-۲)$$

در اینجا $d(X, t)$ بیانگر مجموع تمام نامعینی های سیستم است و به صورت رابطه (۲۴-۲) بیان می

شود

$$d(X, t) = d'(\cdot) + \Delta'(X, t) \quad (24-2)$$

در اینجا $d'(\cdot)$ در واقع تابع X ، t و ورودی $u(t)$ است و در شرایط حقیقی و در فضای مهندسی چون متغیرهای حالت اعدادی همچون موقعیت، سرعت، شتاب، چگالی و ... به صورت پارامترهای واقعی هستند مقادیر آنها در دنیای مهندسی یک مقدار ماکزیمم دارد و می توان گفت متغیرهای حالت سیستم کراندار هستند، لذا مقدار نامعینی سیستم در فضای حقیقی کراندار است ولی کران آن لزوماً مشخص نیست

$$|d(X, t)| < D \quad (25-2)$$

در اینجا نیز کران D یک مقدار محدود ولی نامعلوم است.

در این بخش الگوریتم تبدیل سیستم غیر آفین به آفین آورده شد. کنترل سیستم با این روش بدین صورت است که قانون کنترل فقط وظیفه محاسبه ضریب پهنای پالس μ را دارد و قانون کنترل طبق رابطه محاسبه می شود

$$u = (2\mu - 1)u^+ \quad (26-2)$$

کران ورودی u^+ توسط موتور و کاراندازه های سیستم تحمیل می شود و امکان طراحی ندارد و به عنوان مشخصات ذاتی سیستم می باشد و در فرایند طراحی فقط باید از مقدار آن مطلع بود تا بتوان قانون کنترل رابطه (26-2) را اعمال کرد. درباره انتخاب حداقل مقدار u^+ برای پایداری سیستم الگوریتم زیر مطرح می گردد.

الگوریتم محاسبه u_{min}^+ برای سیستم های غیر آفین:

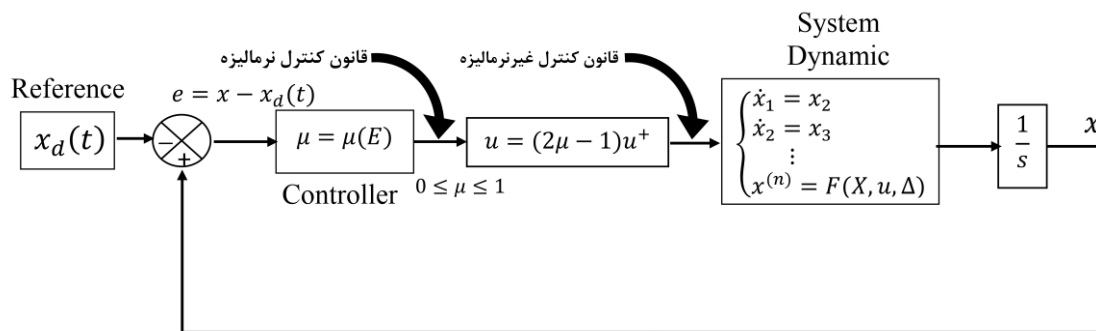
طبق رابطه (23-2) با فرض $u^+ = -u^-$ مقدار $\mu = 0$ هم ارز استفاده از $u = u^-$ و مقدار $\mu = 1$ هم ارز استفاده از $u = u^+$ در دینامیک سیستم خواهد شد. در دینامیک $x^{(n)} = F(X, u^+)$ یا سیستم رفتار واگرا دارد و $\lim_{t \rightarrow \infty} x(t) = \infty$ یا حرکت $x(t)$ به سمت مبدا است و $\lim_{t \rightarrow \infty} x(t) = 0$ یا همچنین در حضور ورودی صفر می توان یک چرخه حدی یا یک نقطه تعادل دیگر را به عنوان مقصد بعدی برای $x(t)$ متصور شد. ولی چون سیستم ورودی دارد و تحت کنترل است از مقدار اولیه باید به $x_d(t)$ برسد.

به منظور یافتن مینیمم مقدار u^+ برای $\lim_{t \rightarrow \infty} x(t) = x_d(t)$ با فرض طراحی درست قانون کنترل μ ، حداقل مقدار u^+ یعنی u_{min}^+ باید تغییر حرکت $x(t)$ از حرکت به سمت بی نهایت یا نقاط تعادلی دیگر را به سمت $x_d(t)$ فراهم کند یا حرکت $x(t)$ به سمت مبدا را به حرکت به سمت $x_d(t)$ تغییر دهد. این تغییر حرکت یعنی مشتق $x^{(n)}$ با لحاظ کردن u_{min}^+ بتواند تغییر علامت دهد یعنی از مثبت به منفی یا از منفی به مثبت تغییر یابد و در لحظه اعمال u_{min}^+ یعنی تغییر روند حرکت و مشتق برابر صفر، یعنی $x^{(n)} = 0$ و

$$x^{(n)} = F(X, u) = F^-(X, -u_{min}^+) + \mu(F^+(X, u_{min}^+) - F^-(X, -u_{min}^+)) = 0 \quad (27-2)$$

در حالت کلی پیدا کردن مقدار u_{min}^+ با استفاده از این مقدار نیاز به حل عددی این معادله غیرخطی دارد ولی در حالتی که مقدار $F^+(X, u_{min}^+) - F^-(X, -u_{min}^+)$ رفتار یکنواخت داشته باشد یعنی صعودی اکید یا نزولی اکید باشد مقدار u_{min}^+ در $\mu = 0$ یا $\mu = 1$ رخ می دهد و حل معادله $F^+(X, u_{min}^+) = 0$ یا $F^-(X, -u_{min}^+) = 0$ مقدار u_{min}^+ را مشخص می کند. □

در ادامه بلوک دیاگرام کنترلی سیستم جهت استفاده از روش مدولاسیون پهنای پالس در شکل ۲-۲ نمایش داده شده است.



شکل ۲-۲. بلوک دیاگرام کنترلی برای استفاده از روش مدولاسیون پهنای پالس

در این فصل با استفاده از دو روش کاملاً مستقل دو مدل آفین برای دینامیک سیستم غیرآفین پیشنهاد داده شد که در هر دو این روش ها، سیستم با یک خطای ناشی از تقریب مواجه بود که دامنه آن و نامعلوم کراندار بود و دینامیک آن در حالت کلی نامشخص بود، لذا چالش اصلی در اینجا طراحی

یک کنترل کننده است که بتواند سیستم را در حضور یک نامعینی کراندار با دامنه نامعلوم به صورت مقاوم کنترل کند. این مساله در فصول بعد به تفصیل مورد بحث قرار می گیرد.

۲-۴ بحث درباره کراندار بودن نامعینی سیستم معادل

در این دو بخش قبلی این فصل فرض شد که نامعینی های ذاتی سیستم و نامعینی ناشی از تقریب به صورت یک مقدار کراندار می باشند ولی در حالت کلی نمی توان اینچنین نتیجه ای گرفت و کراندار بودن نامعینی سیستم به عنوان یک فرض در نظر گرفته شده است که کلیت ندارد و نمی توان همه جا از آن استفاده کرد. هرچند در دنیای حقیقی مقادیر متغیرهای حالت سیستم یک مقدار کراندار دارند و می توان به قطعیت یک مقدار مثبت پیدا کرد که نامعینی سیستم از آن کمتر خواهد بود ولی در اینجا حتی با فرض وجود نداشتن یک مقدار برای کران نامعینی یک الگوریتم برای کنترل مقاوم سیستم در فصل چهار ارائه شده است که از مقدار کران نامعینی سیستم را در آن لحاظ نمی کند. در این رساله مساله هم با کراندار بودن نامعینی مساله حل شده است و هم بدون در نظر گرفتن کران برای نامعینی. از این رو در فصل ۳ و ۵ مساله با فرض آنکه دینامیک معادل یک کران نامعینی دارد ولی و مقدار آن معلوم نیست مساله حل شده و در فصل ۴ تمام نامعینی سیستم بصورت ناشناخته می باشد و توسط یک الگوریتم تخمین، تخمین زده می شود.

برای فصل ۳ و ۵ الزامی بر مشخص بودن مقدار کران D نیست و فقط کراندار بودن آن در فرایند طراحی قانون کنترل مهم است. یعنی در اینجا کنترل کننده باید بدون اطلاع از مقدار D سیستم را پایدار کند و خواسته های مساله را برآورده کند.

فصل ۳ : طراحی کنترل کننده برای سیستم های

غیر آفین مرتبه دو ورودی محدود

۳-۱ مقدمه و معرفی مدل

سیستم های مرتبه دوم چون موقعیت، سرعت و شتاب را مطالعه می کنند در بسیاری دینامیک های صنعتی وجود دارند شاید بیشترین تعداد را در بین سیستم های دینامیکی صنعتی دارا می باشند. برای این سیستم ها کنترل کننده های زیادی تا به اکنون طراحی شده است ولی در بیشتر آنها فقط مسائل مربوط به سیستم های آفین حل شده است و دینامیک های مرتبه دوم غیرآفین آنچنان مورد مطالعه قرار نگرفته اند لذا در این فصل این دسته از سیستم های غیرآفین مورد مطالعه قرار گرفته اند.

در فصل دوم برای سیستم های مرتبه n یک الگوریتم برای تبدیل کردن سیستم های غیرآفین به سیستم های آفین معرفی شد. در این فصل با فرض تبدیل شده سیستم غیرآفین به یک سیستم آفین، برای سیستم مرتبه دوم یک کنترل کننده تطبیقی مقاوم ارائه می شود که هم نسبت به عدم قطعیت سیستم مقاوم باشد و هم کران نامعینی سیستم را به درستی تخمین بزند. دینامیک مورد مطالعه در اینجا دینامیک های مرتبه دوم غیرآفین هستند و در پی طراحی کنترل کننده برای سیستمی به صورت رابطه (۱-۳) می باشیم

$$\ddot{x}_1 = F(X, u, \Delta_1(X, t)) \quad (1-3)$$

که X بردار حالت است $X = [x_1, x_2]^T \in \mathbb{R}^2$ و دینامیک سیستم از مرتبه دو می باشد همچنین u بیانگر سیگنال کنترلی سیستم است و $\Delta(X, t)$ بیانگر نامعینی دینامیک سیستم می باشد. ورودی سیستم رابطه (۲-۳) را ارضا می کند.

$$u = sat(v) = \begin{cases} u_{max} & u_{max} < v \\ u & -u_{max} \leq v \leq u_{max} \\ -u_{max} & v \leq -u_{max} \end{cases} \quad (2-3)$$

لذا دینامیک سیستم را می توان به صورت رابطه (۳-۳) نوشت.

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = F(X, u, \Delta(X, t)) \\ y = x_1 \end{cases} \quad (3-3)$$

که y خروجی سیستم می باشد. با استفاده از روش پیشنهاد شده در فصل دوم، سیستم غیرآفین به یک سیستم آفین معادل تبدیل می شود. جهت جلوگیری از تکرار بحث از روابط مربوط به تبدیل سیستم

غیرآفین به یک سیستم آفین گذر شده است و با فرض سیستم آفین شده ادامه فرایند طراحی کنترل کننده بیان شده است. به عبارتی سیستم آفین شده زیر در ادامه کنترل می شود.

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = f(x_1, x_2) + g(x_1, x_2)v + d(x_1, x_2, t) \\ y = x_1 \end{cases} \quad (4-3)$$

که در اینجا نامعینی و اغتشاش $d(x_1, x_2, t)$ تابع آن به صورت کلی مشخص نیست ولی کراندار است و کران آن مشخص نیست به عبارتی

$$d(x_1, x_2, t) \leq D \quad (5-3)$$

لذا کنترل کننده باید بتواند با ندانستن مقدار D سیستم را به صورت مقاوم کنترل کند.

۳-۲ طراحی کنترل کننده

در بخش قبل مساله تعریف شد. در این بخش برای سیستم غیرآفین مرتبه دومی که با کمک یکی از روش های مدولاسیون پهنای پالس یا خطی سازی حول ورودی به یک سیستم آفین تبدیل شده و کران نامعینی آن مشخص نیست یک کنترل کننده طراحی می شود که بتواند کران نامعینی سیستم را به درستی تخمین بزند و یک رفتار مقاوم داشته باشد. به منظور طراحی کنترل کننده دو سیگنال خطا به صورت رابطه (۶-۳) تعریف می شود

$$\begin{cases} e_1 = x_1 - y_d \\ e_2 = x_2 - \chi \end{cases} \quad (6-3)$$

که در اینجا χ یک پارامتری است که باید به صورت مناسب طراحی شود. به منظور طراحی کنترل کننده مقاوم سطح لغزش در اینجا به صورت رابطه (۷-۳) تعریف می شود

$$s = e_2 + \lambda e_1 \quad (7-3)$$

قضیه ۳-۱.

سیستم نامعین بیان شده در رابطه (۴-۳) را در نظر بگیرید که شرط رابطه (۵-۳) را ارضا می کند. قانون کنترل بیان شده در رابطه (۸-۳) تضمین می کند که سیستم رابطه (۴-۳) پایدار باشد و سیگنال x_1

خروجی طراحی شده y_d را باید به درستی تعقیب کند به گونه ای که $\lim_{t \rightarrow \infty} e_1 \rightarrow 0$.

$$v = \frac{1}{g(X)} [-f(X) + \dot{\chi} - \lambda \dot{e}_1 - e_1 - \eta s - D \operatorname{sgn}(s)] \quad (۸-۳)$$

اثبات:

تابع کاندید لیاپانوف (۹-۳) را در نظر بگیرید

$$V = \frac{1}{2} s^2 + \frac{1}{2} e_1^2 \quad (۹-۳)$$

با مشتق گرفتن از تابع لیاپانوف (۹-۳) داریم که

$$\dot{V} = s\dot{s} + e_1\dot{e}_1 = s[f(X) + g(X)v + d(X, t) - \dot{\chi} + \lambda \dot{e}_1] + e_1\dot{e}_1 \quad (۱۰-۳)$$

با جایگذاری قانون کنترل (۸-۳) در معادله (۹-۳) داریم که

$$\dot{V} = s\dot{s} + e_1\dot{e}_1 = s_i \left[f_i(X_i) \right. \quad (۱۱-۳)$$

$$\left. + g(X) \left\{ \frac{1}{g(X)} [-f(X) + \dot{\chi} - \lambda \dot{e}_1 - e_1 - \eta s - D \operatorname{sgn}(s)] \right\} \right.$$

$$\left. + d(X, t) - \dot{\chi} + \lambda \dot{e}_1 \right] + e_1\dot{e}_1$$

$$= s(-e_1 - \eta s - D \operatorname{sgn}(s) + d(X, t)) + e_1\dot{e}_1$$

$$= s e_1 - \eta s^2 - D|s| + d(X, t)s + e_1\dot{e}_1$$

به منظور منفی کردن $\dot{V}$ مشتق خطای $\dot{e}_1$ به صورت رابطه (۱۲-۳) تعریف می شود.

$$\dot{e}_1 = -K e_1 + e_2 \quad (۱۲-۳)$$

بنابراین

$$\dot{V} \leq -\eta s^2 - K e_1^2 - \lambda e_1^2 - D|s| + D|s| = -\eta s^2 - K e_1^2 - \lambda e_1^2 < 0 \quad (۱۳-۳)$$

که اگر $K > 0$ باشد آنگاه $\dot{V}$ منفی خواهد شد و اثبات تکمیل می شود. $\square$

با توجه به معادله (۶-۳) مقدار χ می تواند به صورت (۱۴-۳) محاسبه شود

$$\chi = -\dot{e}_1 - Ke_1 + x_2 \quad (۱۴-۳)$$

ملاحظه:

آنچنان که دیده می شود قانون کنترل (۸-۳) با فرض داشتن مقدار D طراحی شده است. هرچند که در عمل این مقدار در دسترس نیست لذا این قانون کنترل پیشنهادی امکان اعمال کردن روی سیستم را ندارد و باید اصلاح شود. لذا در قانون کنترل مقدار D با $\hat{D}$ جایگزین می شود که $\hat{D}$ تخمین مقدار D می باشد. در ادامه قانون کنترل اصلاح می شود به نحوی که قانون کنترل بر مبنای مقدار تخمینی $\hat{D}$ طراحی شود.

قضیه ۲-۳.

سیستم نامعین (۴-۳) را در نظر بگیرید که شرط (۵-۳) را ارضا می کند. قانون کنترل (۱۵-۳) با قانون تطبیق (۱۶-۳) تضمین می کند که سیستم حلقه بسته به صورت مقاوم پایدار باشد و x_1 خروجی طراحی شده y_d را به درستی تعقیب کند به گونه ای که $\lim_{t \rightarrow \infty} e_1 \rightarrow 0$.

$$v_i = \frac{1}{g(X)} [-f(X) + \dot{\chi} - \lambda \dot{e}_1 - e_1 - \eta s - \hat{D} \operatorname{sgn}(s)] \quad (۱۵-۳)$$

$$\dot{D} = \gamma |s| \quad (۱۶-۳)$$

که γ در اینجا یک ضریب مثبت است که سرعت تخمین پارامتر D را تعیین می کند.

اثبات:

به منظور تحلیل پایداری سیستم تابع لیاپانوف پیشنهادی را به صورت رابطه (۱۷-۳) اصلاح می کنیم.

$$V_i = \frac{1}{2} s^2 + \frac{1}{2} e_1^2 + \frac{1}{2\gamma} \tilde{D}^2 \quad (۱۷-۳)$$

که

$$\tilde{D} = D - \hat{D} \quad (۱۸-۳)$$

از آنجا که کران بالایی مقدار نامعینی یک عدد ثابت است و $\dot{D} = 0$ است از این رو

$$\dot{\tilde{D}} = \dot{D} - \dot{\hat{D}} = -\dot{\hat{D}} \quad (۱۹-۳)$$

با مشتق گرفتن از تابع لیپانوف داریم که

$$\begin{aligned} \dot{V} &= s\dot{s} + e_1\dot{e}_1 + \frac{1}{\gamma}\tilde{D}\dot{\tilde{D}} = \\ &= s[f(X) + g(X)v + d(X, t) - \dot{\chi} + \lambda\dot{e}_1] + e_1\dot{e}_1 - \frac{1}{\gamma_i}\tilde{D}\dot{\tilde{D}} \end{aligned} \quad (۲۰-۳)$$

با جایگزینی قانون کنترل (۱۵-۳) داریم که

$$\begin{aligned} \dot{V} &= s\dot{s} + e_1\dot{e}_1 + \frac{1}{\gamma}\tilde{D}\dot{\tilde{D}} \\ &= s(-e_1 - \eta s - \hat{D}\text{sgn}(s) + d(X, t)) + e_1\dot{e}_1 + \frac{1}{\gamma}\tilde{D}\dot{\tilde{D}} \\ &= -se_1 - \eta s^2 - \hat{D}|s| + d(X, t)s + e_1\dot{e}_1 + \frac{1}{\gamma}\tilde{D}\dot{\tilde{D}} \\ &\leq -se_1 - \eta s^2 - \hat{D}|s| + D|s| + e_1\dot{e}_1 + \frac{1}{\gamma}\tilde{D}\dot{\tilde{D}} \end{aligned} \quad (۲۱-۳)$$

که $\dot{e}_1$ در اینجا نیز همانند قضیه ۳-۱ بر مبنای رابطه (۱۲-۳) طراحی می شود لذا

$$\dot{V} \leq -\eta s^2 - Ke_1^2 - \lambda e_1^2 - \tilde{D}|s| + \frac{1}{\gamma}\tilde{D}\dot{\tilde{D}} \quad (۲۲-۳)$$

اگر ما قانون تطبیق (۱۶-۳) را بپذیریم آنگاه

$$\tilde{D}|s| - \frac{1}{\gamma}\tilde{D}\dot{\tilde{D}} = 0 \quad (۲۳-۳)$$

و در نتیجه

$$\dot{V} \leq -\eta s^2 - Ke_1^2 - \lambda e_1^2 \quad (۲۴-۳)$$

با این نتیجه اثبات کامل است و برای تخمین نامعینی D با استفاده از قانون تطبیق (۱۶-۳) ضریب $\hat{D}$

به صورت زیر محاسبه می شود

$$\hat{D} = \hat{D}_0 + \int_0^t \gamma|s|dt \quad (۲۵-۳)$$

که $\hat{D}_0 > 0$ یک مقدار مثبت مناسب است.

۳-۳ شبیه سازی

به منظور ارزیابی کارایی قانون کنترل پیشنهادی در اینجا از شبیه سازی در نرم افزار متلب استفاده می شود. در این قسمت از دو مثال برای نشان دادن تاثیر روش پیشنهادی استفاده شده است.

۳-۳-۱ شبیه سازی مثال اول

در مثال اول سیستم انتخابی دو زیر سیستم غیرآفین دارد که برای نشان دادن تاثیر کنترل کننده پیشنهادی از آنها استفاده شده است.

$$\begin{cases} \ddot{x}_1 = (\sin x_1 + x_1(2\cos u_1 + u_1^3))(1 \pm 0.05) \\ \ddot{x}_2 = (x_2 + \dot{x}_2 + x_2(u_2 + \tanh(u_2)))(1 \pm 0.05) \end{cases} \quad (۲۶-۳)$$

نامعینی ای که برای هر دو سیستم در نظر گرفته شده برابر $d_i(X_i, u_i^+, u_i^-) = 0.05 \times f_i(X_i, u_i)$ است و باید با استفاده از قانون تطبیق مناسب، کران نامعینی ذاتی سیستم و نامعینی های ناشی از تقریب به درستی تخمین زده شود. برای زیر سیستم اول با استفاده از روش خطی سازی حول ورودی که در فصل ۲ بیان شد معادله دینامیک سیستم به صورت زیر در می آید.

$$\begin{aligned} F_1(x_1, \dot{x}_1, u_1, d_1(x_1, \dot{x}_1, t)) \\ = F_1(x_1, \dot{x}_1, u_{1,0}, d_1(x_1, \dot{x}_1, t)) \\ + \left. \frac{\partial F_1(x_1, \dot{x}_1, u_1, d_1(x_1, \dot{x}_1, t))}{\partial u_1} \right|_{u_1=u_{1,0}} (u_1 - u_{1,0}) + R_1(.) \end{aligned} \quad (۲۷-۳)$$

در اینجا پارامتر $u_{1,0}$ عدد صفر می باشد و مدل آفین شده به صورت زیر بیان می شود

$$\begin{aligned} \ddot{x}_1 &= \sin x_1 + 2x_1 + [2\sin u_1 + 3u_1^2]|_{u_1=0}(u_1 - 0) + R_1(.) \\ &= \sin x_1 + 2x_1 + 0(u_1 - 0) + R_1(.) \end{aligned} \quad (۲۸-۳)$$

به روشنی دیده می شود که استفاده از این روش به این منجر می شود که ضریب اعمال ورودی در دینامیک سیستم، عدد صفر می شود و لذا ورودی با استفاده از این روش بر سیستم اعمال نمی شود و

سیستم کنترل ناپذیر خواهد بود. از اینجا می توان نتیجه گرفت که روش خطی سازی حول ورودی برای این سیستم قابل پیاده سازی نیست. حال از تکنیک مدولاسیون پهنای پالس برای ساختن دینامیک آفین معادل استفاده می کنیم. انتخاب مقدار u_1^- و u_1^+ برای استفاده از روش مدولاسیون پهنای پالس یکی از مهمترین بخش های حل مساله است.

این اعداد کران هایی هستند که توسط کارانداز و موتورهای سیستم اعمال می شوند و در فرایند طراحی قانون کنترل قرار نمی گیرند. اگر امکان انتخاب اکچویتور و موتور وجود داشته باشد این انتخاب یک مساله کنترل بهینه است که در فصل دوم مطرح شده است. در اینجا چون این امکان وجود دارد انتخاب u_1^- و u_1^+ در اینجا به صورت $u_1^+ = -u_1^-$ انتخاب می شود. به منظور یافتن کمترین مقدار u_1^+ از الگوریتم ارائه شده در فصل دوم استفاده می کنیم، از این رو رفتار سیستم را در $x_1 = 0$ و $x_1 = \infty$ مطالعه می کنیم و $u_{1,min}^+$ را برای این دو نقطه محاسبه می کنیم. $u_{1,min}^+$ باید شرط $\ddot{x}_1 = 0$ را ارضا کند لذا داریم که

$$\ddot{x}_1 = (\sin x_1 + x_1(2\cos u_1 + u_1^3)) = 0 \quad (3-29)$$

به ازای $x_1 = 0$ مقدار عبارت $2\cos u_1 + u_1^3 = -1$ که حل آن با استفاده از نرم افزار متلب به صورت زیر می باشد

```
syms u
solve('2*cos(u)+u^3+1',u)
ans =
-1.1994686985916141210887699564428
```

به ازای $x_1 = \infty$ مقدار عبارت $2\cos u_1 + u_1^3 = 0$ که حل آن با استفاده از نرم افزار متلب به صورت زیر می باشد

```
syms u
solve('2*cos(u)+u^3',u)
ans =
-1.0169933220407256352581486054913
```

با توجه به اینکه هر یک از u_1^+ و u_1^- می توانند در این معادله مشتق صفر حضور داشته باشند و $u_1^+ = -u_1^-$ لذا $u_{1,min}^+ = \max(|-1.1994|, |-1.01699|) < u_1^+$ باشد که در اینجا عدد $+1.5$ برای u_1^+ و $u_1^- = -1.5$ در نظر گرفته شده است. در قسمت ۳-۳-۳ شبیه سازی برای مقادیر دیگر نیز آورده شده که بحث درباره مقادیر آن در آنجا انجام شده است. در نتیجه سیستم آفین معادل برای این زیر سیستم به صورت رابطه (۳۰-۳) خواهد شد

$$\begin{cases} f_1(x_1, \dot{x}_1, u_1^-) = F_1^-(x_1, \dot{x}_1, u_1^-) = \sin x_1 + x_1(2 \cos(u_1^-) + (u_1^-)^3) \\ g_1(x_1, \dot{x}_1, u_1^-) = F_1^+(x_1, \dot{x}_1, u_1^+) - F_1^-(x_1, \dot{x}_1, u_1^-) = x_1(u_1^+)^3 - x_1(u_1^-)^3 = 2x_1(u_1^+)^3 \end{cases} \quad (30-3)$$

برای زیرسیستم دوم تکنیک خطی سازی حول ورودی به صورت مشابه به کار می رود. مدل آفین معادل به صورت رابطه (۳۱-۳) به دست می آید.

$$\begin{aligned} F_2(x_2, \dot{x}_2, u_2, d_2(x_2, \dot{x}_2, t)) \\ = F_2(x_2, \dot{x}_2, u_{2,0}, d_2(x_2, \dot{x}_2, t)) \\ + \left. \frac{\partial F_2(x_2, \dot{x}_2, u_2, d_2(x_2, \dot{x}_2, t))}{\partial u_2} \right|_{u_2=u_{2,0}} (u_2 - u_{2,0}) + R_2(.) \end{aligned} \quad (31-3)$$

با در نظر گرفتن $u_{2,0} = 0$ مدل آفین شده زیر سیستم دوم به صورت رابطه (۳۲-۳) به دست می آید.

$$\begin{aligned} \ddot{x}_2 &= \left[(x_2 + \dot{x}_2) + x_2 \left(1 + (1 - \tanh^2(u_{2,0})) \right) \right] \Big|_{u_{2,0}=0} (u_2 - 0) + R_2(.) \\ &= (x_2 + \dot{x}_2) + 2x_2u_2 + R_2(.) \end{aligned} \quad (32-3)$$

از این رو مدل آفین معادل آن به صورت زیر بیان می شود

$$\begin{cases} f_2(x_2, \dot{x}_2, u_2) = (x_2 + \dot{x}_2) \\ g_2(x_2, \dot{x}_2, u_2) = 2x_2 \end{cases} \quad (33-3)$$

لذا مدل آفین شده برای هر دو زیر سیستم به صورت کلی در رابطه (۳۴-۳) می باشد.

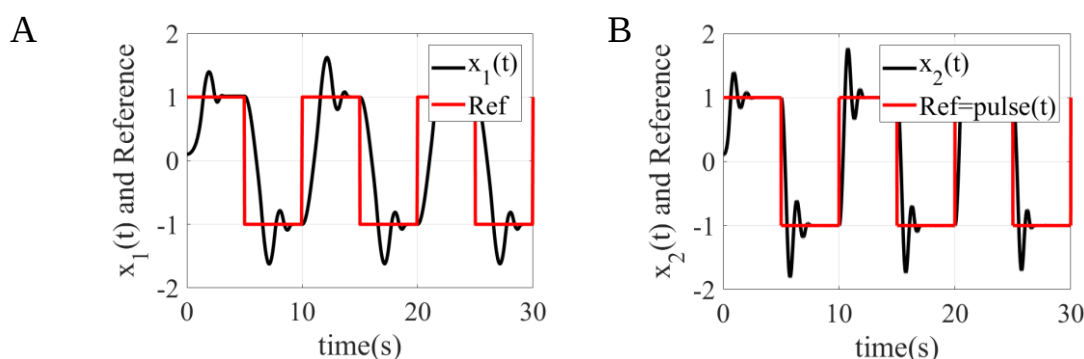
$$\begin{cases} \ddot{x}_1 = \sin x_1 + x_1(2 \cos(u_1^-) + (u_1^-)^3) + 2x_1(u_1^+)^3u_1 + R_1(.) \\ \ddot{x}_2 = x_2 + \dot{x}_2 + 2x_2u_2 + R_2(.) \end{cases} \quad (34-3)$$

باید یادآوری کرد که در طول پروسه تبدیل دو زیر سیستم غیرآفین به آفین، ترم های $R_1(.)$ و $R_2(.)$ نامعینی های سیستم را نشان می دهند که مجموع نامعینی های ذاتی سیستم و نامعینی های ناشی از تقریب معادل سازی می باشند و می توان آنها را به صورت رابطه (۳۵-۳) بیان کرد.

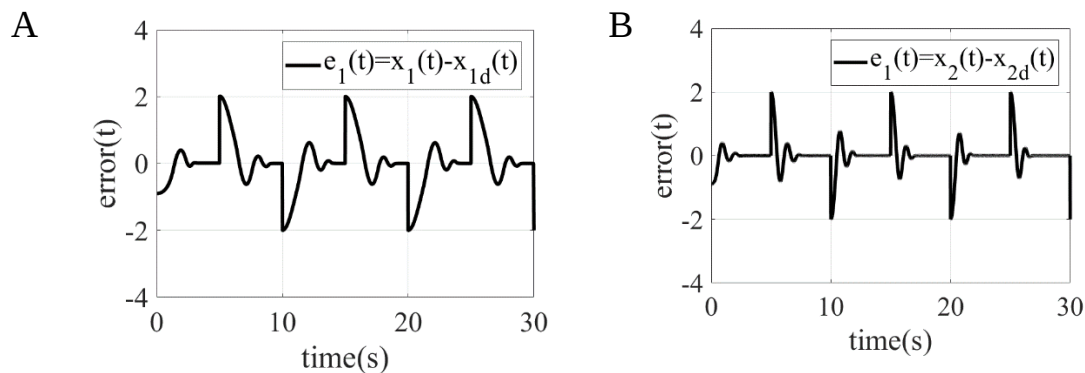
$$\begin{cases} d_1(x_1, \dot{x}_1, u_1) = R_1(.) + (\pm 0.05) \times F_1(x_1, \dot{x}_1, u_1) \\ d_2(x_2, \dot{x}_2, u_2) = R_2(.) + (\pm 0.05) \times F_2(x_2, \dot{x}_2, u_2) \end{cases} \quad (3-35)$$

که در اینجا مقادیر $d_1(x_1, \dot{x}_1, u_1)$ و $d_2(x_2, \dot{x}_2, u_2)$ مشخص نیستند ولی قطعاً کراندارند و کران آنها نامعین است. کنترل کننده در اینجا بر مبنای قانون کنترل رابطه (3-15) طراحی شده است و قانون تطبیق رابطه (3-16) برای تخمین کران نامعینی به کار رفته است. برای ساختن $\hat{x}$ نیز از رابطه (3-14) بهره برده شده است. پارامتر K برای هر دو زیر سیستم عدد $K = 10$ در نظر گرفته شده است. برای طراحی کنترل کننده هر دو زیر سیستم، پارامترهای $\lambda = 10$ ، $\eta = 0.5$ و $\gamma = 0.5$ در نظر گرفته شده اند. درباره انتخاب پارامترها باید گفت که پارامتر λ باید به گونه ای باشد که معادله سطح لغزش یک عبارت هورویتز باشد. η و γ هر دو باید مثبت باشند ولی انتخاب η بزرگ باعث می شود که تلاش کنترلی سیستم زیاد شود و انتخاب کوچک آن بالازدگی سیستم را زیاد می کند که انتخاب دقیق آن به صورت یک مساله کنترل بهینه قابل مطرح شدن است. پارامتر γ نیز سرعت تخمین پارامتر D را تعیین می کند.

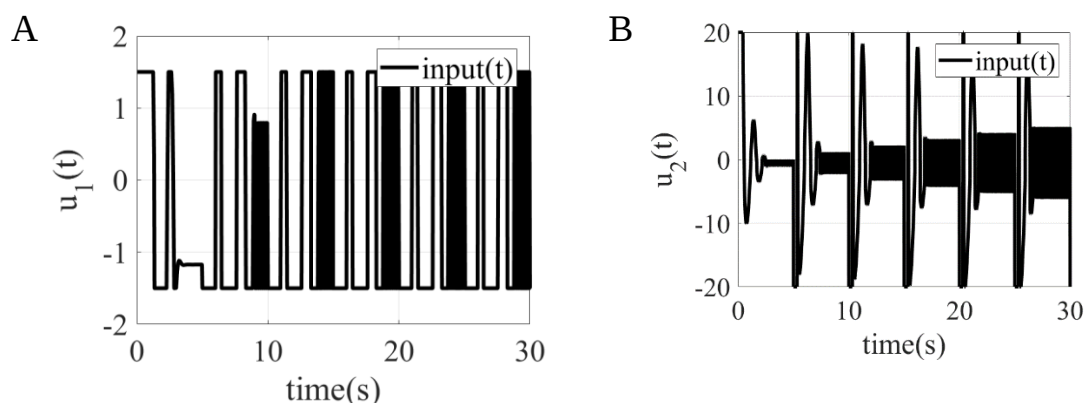
نتیجه شبیه سازی برای این دو زیر سیستم در شکل های ۱ تا ۳ نشان داده شده اند. که اندیس A و B برای دو زیر سیستم ۱ و ۲ در نظر گرفته شده است. نمودار تعقیب سیگنال مرجع و خطای آن در شکل ۱ بخش A و B، خطای تعقیب سیگنال در شکل ۲ و ورودی اعمالی بر سیستم در شکل ۳ نشان داده شده است.



شکل ۳-۱. نتیجه تعقیب سیگنال مرجع در حضور تابع تعیین علامت



شکل ۳-۲. خطای تعقیب سیگنال مرجع در حضور تابع تعیین علامت



شکل ۳-۳. ورودی اعمالی بر سیستم در حضور تابع تعیین علامت

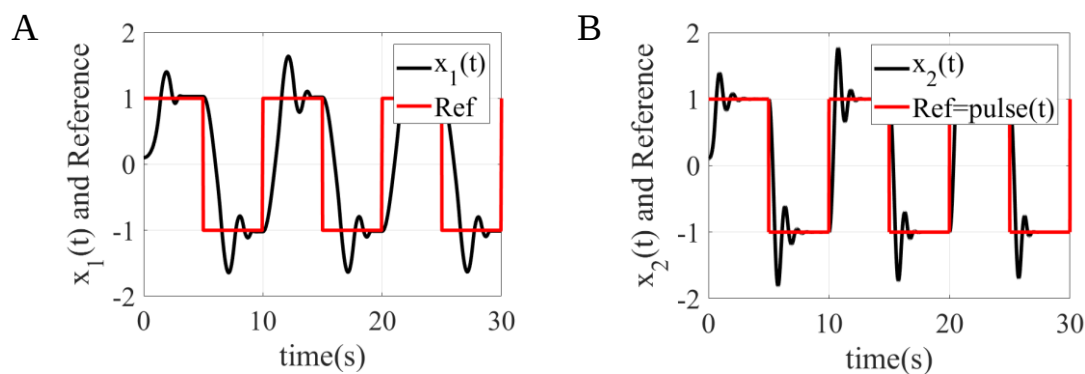
آنچنان که دیده می شود مساله چترینگ در ورودی اعمالی بر سیستم یک عامل مزاحم است و امکان پیاده سازی عملی این کنترل کننده با این حجم از تغییر وجود ندارد. تحقیقات زیادی برای حل مساله چترینگ در ورودی سیستم ها انجام شده است ولی ساده ترین راه مواجهه با چترینگ استفاده از تابع اشباع $sat(s_i)$ بجای تابع تعیین علامت $sign(s_i)$ می باشد

$$sat(s_i) = \begin{cases} -1 & s_i < -1 \\ s_i & -1 \leq s_i \leq 1 \\ 1 & 1 < s_i \end{cases} \quad (3-36)$$

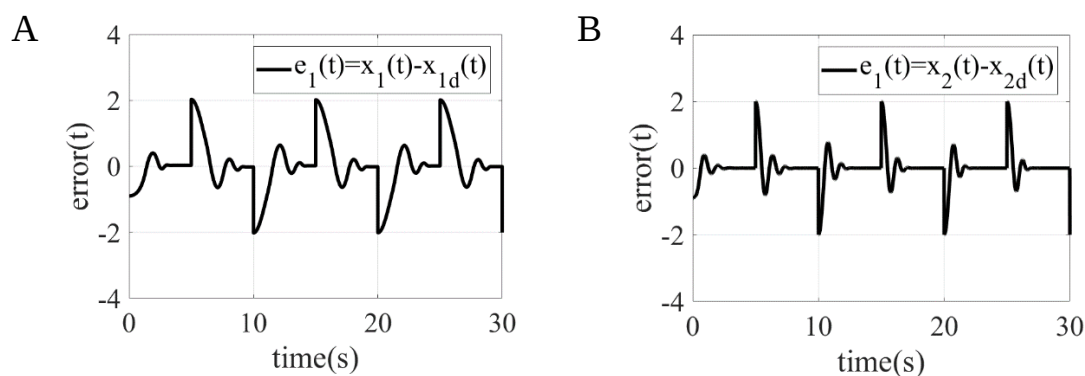
از این رو قانون کنترل (۳-۱۵) را می توان به صورت زیر بیان کرد

$$\dot{v}_i = \frac{1}{g_i(X_i)} [-f_i(X_i) + \dot{x}_i - \lambda_i \dot{e}_{i,1} - e_{i,1} - \eta_i s_i - \hat{D}_i sat(s_i)] \quad (3-37)$$

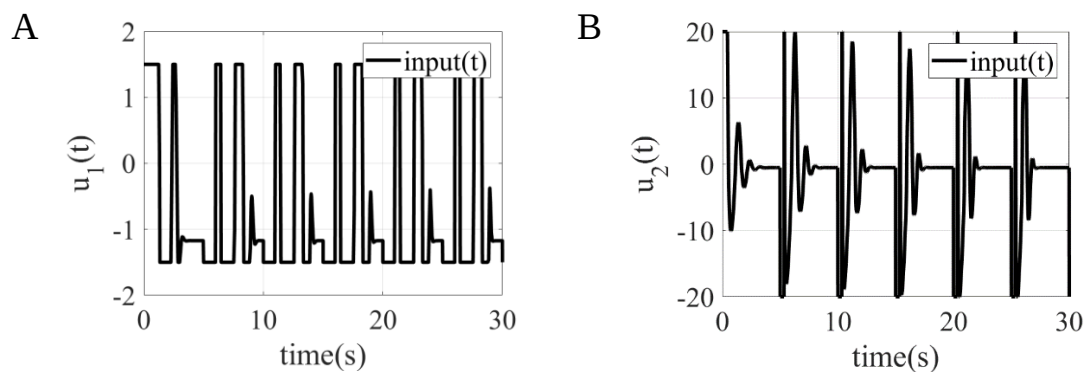
نتایج اعمال این قانون کنترل بر سیستم های ۱ و ۲ در شکل ۴ تا ۶ نشان داده شده است. آنچنان که دیده می شود با حفظ کیفیت تعقیب سیگنال و خطای تعقیب، چترینگ اعمالی بر ورودی سیستم کاسته شده است.



شکل ۳-۴. نتیجه تعقیب سیگنال مرجع در حضور تابع اشباع



شکل ۳-۵. خطای تعقیب سیگنال مرجع در حضور تابع اشباع



شکل ۳-۶. ورودی اعمالی بر سیستم در حضور تابع اشباع

۳-۳-۲ شبیه سازی مثال دوم

برای نشان دادن اثر روش پیشنهادی این بار از یک نمونه صنعتی استفاده شده که در مرجع [۸۳] بیان

شده است. مدل مکانیکی سیستم در حضور نامعینی به صورت زیر می باشد

$$\begin{bmatrix} \dot{\theta} \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -25 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 80 \end{bmatrix} u + \begin{bmatrix} 0 \\ f_2(\theta, \dot{\theta}, u) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ d_2(t) \end{bmatrix} v_i \quad (38-3)$$

که در اینجا $\dot{\theta}$ سرعت زاویه ای، θ موقعیت زاویه ای و ورودی اعمالی بر سیستم است. در این رابطه

$$f_2(\theta, \dot{\theta}, u) = 32(\theta + \dot{\theta} + \arctan(u))$$

$$\begin{bmatrix} \theta \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} \text{ با تعریف } d_2(t) = 32\cos(2\pi t)$$

دینامیک سیستم را می توان با استفاده از تکنیک خطی سازی حول ورودی به صورت دینامیک آفین

زیر بیان کرد.

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = f_1(x_1, x_2) + g_1(x_1, x_2)u + \delta_1(x_1, x_2, t) \end{cases} \quad (39-3)$$

که

$$\begin{cases} f_1(x_1, x_2) = F(x_1, x_2, u)|_{u=0} = 32x_1 + 7x_2 \\ g_1(x_1, x_2) = \frac{\partial F(x_1, x_2, u)}{\partial u} \Big|_{u=0} = 80 + 32 \frac{1}{1+u^2} \Big|_{u=0} = 80 + 32 = 112 \end{cases} \quad (40-3)$$

و

$$\delta_1(x_1, x_2, t) = d_2(t) + H.O.T = 32\cos(2\pi t) + H.O.T \quad (41-3)$$

در ادامه به منظور مقایسه تکنیک PWM و روش خطی سازی حول ورودی، ماکزیمم توان تولیدی

موتورها عدد ۵ است لذا روش PWM را در اینجا برای موتور هایی با دامنه ای پایین تر از عدد ۵ باید

انتخاب کنیم که در اینجا $u^+ = 2$ و $u^- = -2$ برای سیستم انتخاب شده اند، لذا:

$$\begin{cases} F_1^+(x_1, x_2, u^+) = -25x_2 + 80u^+ + 32(x_1 + x_2 + \arctan(u^+)) + 32\cos(2\pi t) \\ \quad = 32x_1 + 7x_2 + 32\arctan(2) + 32\cos(2\pi t) \\ F_1^-(x_1, x_2, u^-) = -25x_2 + 80u^- + 32(x_1 + x_2 + \arctan(u^-)) + 32\cos(2\pi t) \\ \quad = 32x_1 + 7x_2 - 32\arctan(2) + 32\cos(2\pi t) \end{cases} \quad (42-3)$$

و

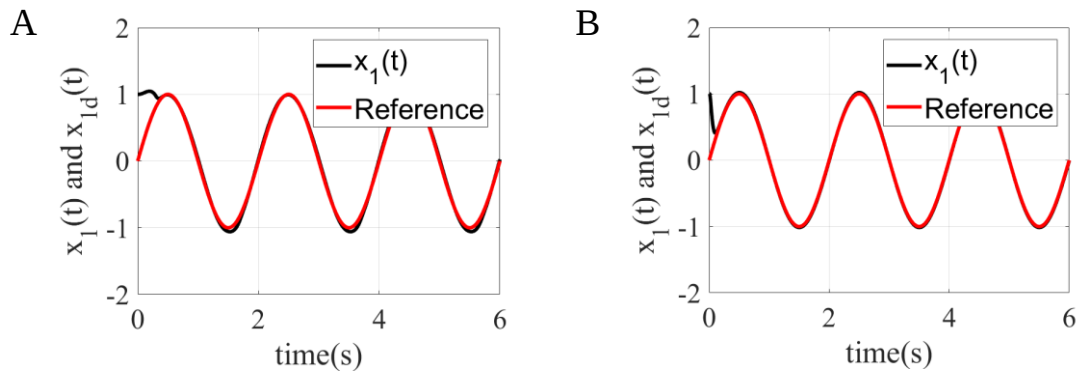
$$\begin{cases} f_1(x_1, \dot{x}_1, u^-) = F_1^-(x_1, \dot{x}_1, u^-) = 32x_1 + 7x_2 + 32\arctan(2) + 32\cos(2\pi t) \\ g_1(x_1, \dot{x}_1) = F_1^+(x_1, \dot{x}_1, u^+) - F_1^-(x_1, \dot{x}_1, u^-) = (32x_1 + 7x_2 + 32\arctan(2) + 32\cos(2\pi t)) \\ \quad - (32x_1 + 7x_2 - 32\arctan(2) + 32\cos(2\pi t)) \\ \quad = 320 + 64\arctan(2) \end{cases} \quad (43-3)$$

ورودی اعمالی بر سیستم بر اساس قانون کنترل (۱۵-۳) ساخته می شود سایر پارامترها نیز همانند

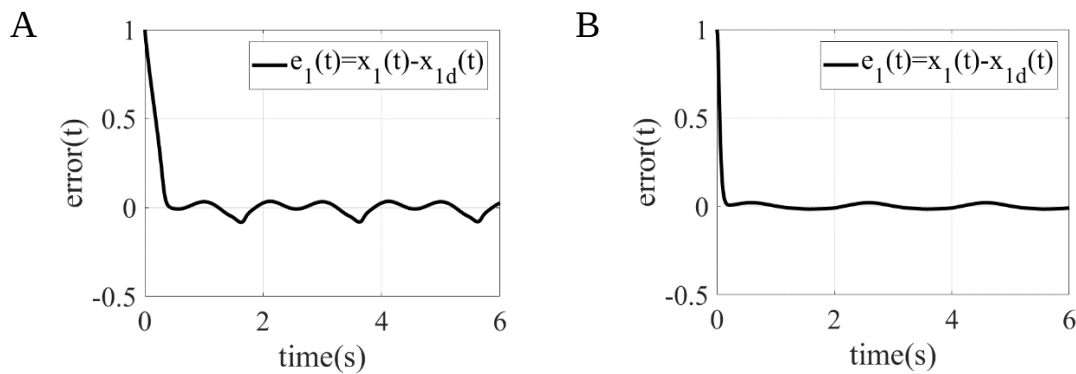
مثال قبل به صورت یکسان در نظر گرفته می شوند. در شکل های ۷ تا ۹ نتایج استفاده از دو روش

مستقل خطی سازی و مدولاسیون پهنای پالس برای این دو سیستم نشان داده شده است. اندیس A

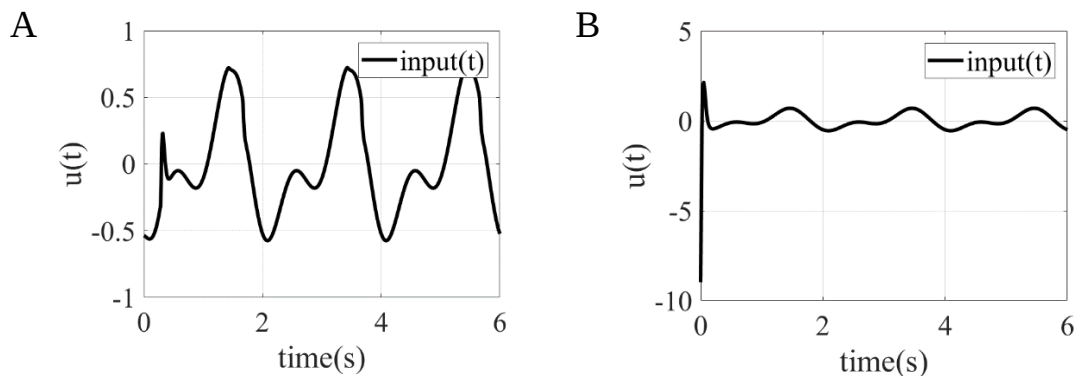
برای روش خطی سازی و B برای روش تبدیل مدولاسیون پهنای پالس به کار می رود.



شکل ۳-۷. نتیجه تعقیب سیگنال مرجع برای کنترل به روش خطی سازی و PWM



شکل ۳-۸. خطای تعقیب سیگنال مرجع برای کنترل به روش خطی سازی و PWM



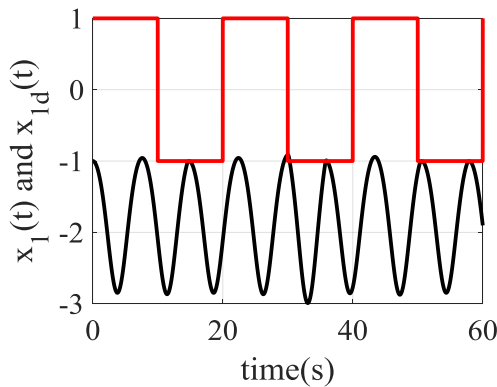
شکل ۳-۹. ورودی اعمالی بر سیستم برای کنترل به روش خطی سازی و PWM

۳-۳-۳ بعضی نکات و بحث درباره نتایج

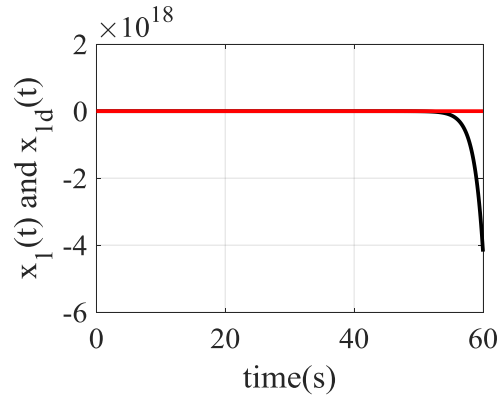
در اینجا بحث درباره انتخاب مقدار u_{min}^+ مطرح می گردد. در فصل دوم یک الگوریتم برای محاسبه مقدار u_{min}^+ مطرح گردید که برای شبیه سازی مثال اول این فصل از این الگوریتم استفاده شد که حل آن در معادله (۲۹-۳) مطرح گردید و مقدار مینیمم $u_{1,min}^+$ به صورت رابطه (۴۴-۳) به دست آمد

$$u_{1,min}^+ = \max(|-1.1994|, |-1.01699|) < u_1^+ \quad (۴۴-۳)$$

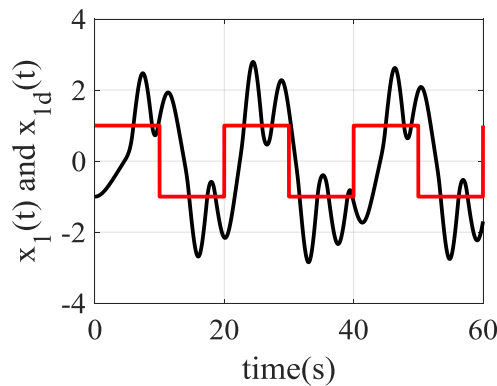
در اینجا جهت بحث درباره صحت مقدار به دست آمده می باشد که عدد $u_{1,min}^+ = 1.1994$ برای آن به دست آمد. در اینجا شبیه سازی برای $u_1^+ = 0.9$ به ازای اعداد $u_1^+ = 1.1$ ، $u_1^+ = 1.15$ ، $u_1^+ = 1.2$ ، $u_1^+ = 1.3$ و $u_1^+ = 1.8$ انجام می شود و نتایج با یکدیگر مقایسه می گردند.



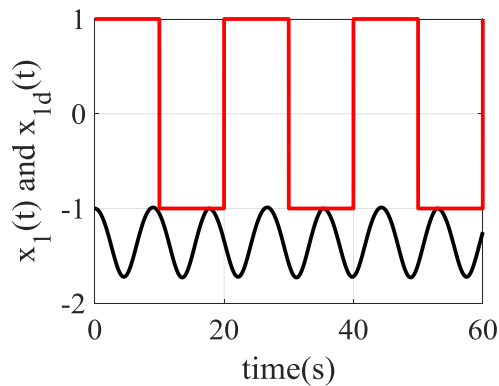
شبیه سازی مثال ۱ با مقدار $u_1^+ = 1.1$



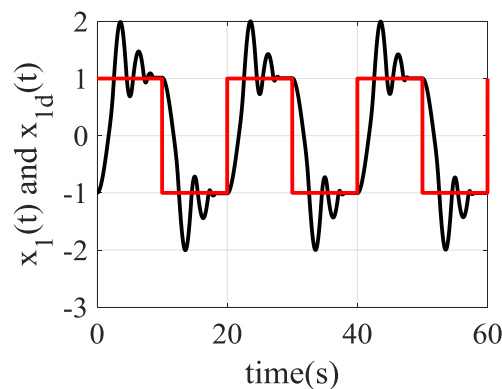
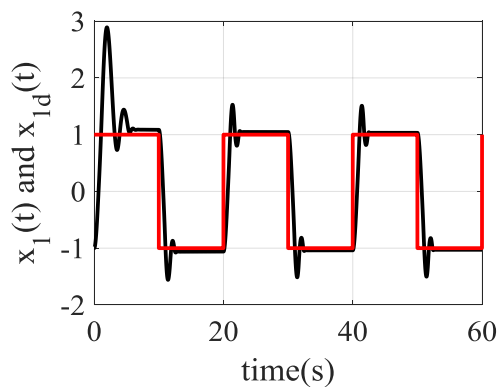
شبیه سازی مثال ۱ با مقدار $u_1^+ = 0.9$



شبیه سازی مثال ۱ با مقدار $u_1^+ = 1.2$



شبیه سازی مثال ۱ با مقدار $u_1^+ = 1.15$



شبیه سازی مثال ۱ با مقدار $u_1^+ = 1.8$

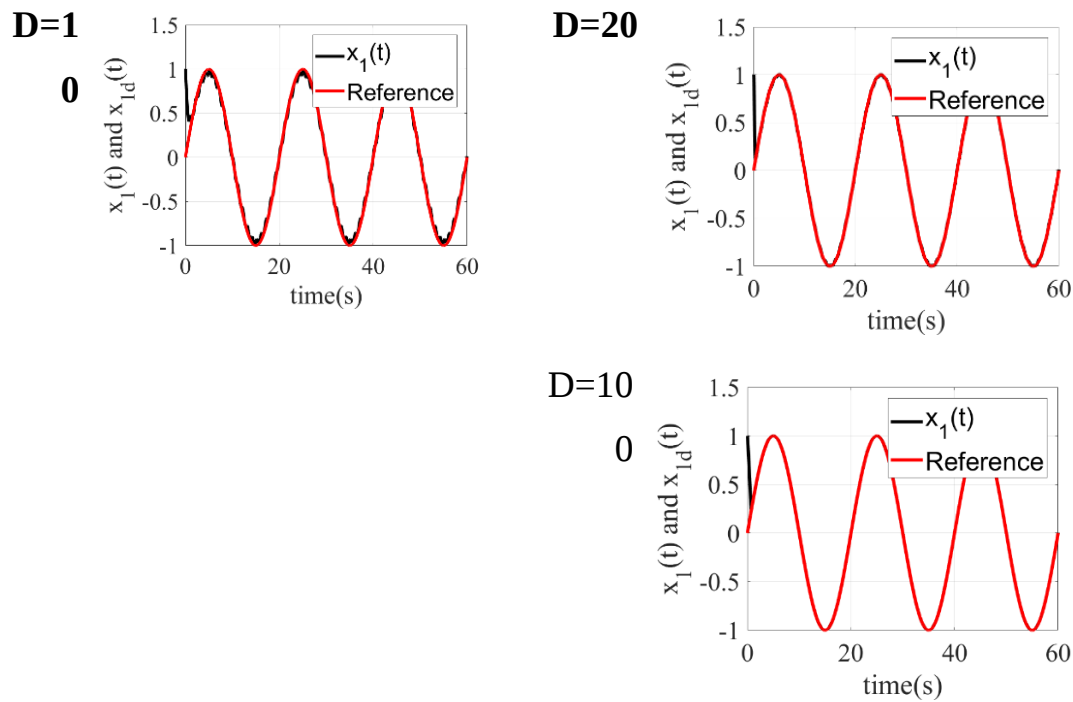
شبیه سازی مثال ۱ با مقدار $u_1^+ = 1.3$

شکل ۳-۱۰. ورودی اعمالی بر سیستم برای کنترل به روش خطی سازی و PWM

آنچنان که در برای شبیه سازی برای مقادیر مجاور $u_{1,min}^+ = 1.1994$ دیده می شود عدد 1.1994 به عنوان کمترین مقدار $u_{1,min}^+$ برای پایداری سیستم یک مقدار درست است و شرط بزرگتر از این مقدار به عنوان یک معیار کافی برای انتخاب $u_{1,min}^+$ یک شرط درست می باشد. □

در این فصل، روش پیشنهادی برای سیستم های مرتبه دوم پیشنهاد داده شده است ولی باید یادآوری کرد که بسیاری از سیستم های پیچیده قابل ساده سازی به سیستم های مرتبه پایین و سیستم های مرتبه دوم را دارند، هرچند که سیستم های مرتبه دوم در آنها سیگنال های موقعیت، سرعت و شتاب در آنها به کار می رود و عملاً سیگنال هایی با درجه بالاتر از این در بسیاری از سیستم های دینامیکی چندان به کار نمی رود مگر در موقعیت های خاص و شرایط های خاص. به منظور مقایسه با روش کنترل مقاوم سطح لغزشی (SMC) در اینجا کارایی این الگوریتم پیشنهادی با شبیه سازی قانون کنترل SMC برای مثال دوم انجام شده است. باید توجه داشت که کنترل کننده SMC فقط قابلیت اعمال بر سیستم های آفین را دارد و امکان به کار بردن برای سیستم های غیرآفین برای آنها محیا نیست. ولی در اینجا چون سیستم یک قسمت آفین دارد تمام بخش غیرآفین را به عنوان یک نامعینی برای سیستم در نظر گرفته ایم تا بتوان از قانون کنترل SMC استفاده کرد. همچنین باید یادآور شویم که در کنترل SMC در قانون کنترل ما به کران بالایی میزان نامعینی نیازمندیم که در اینجا شبیه

سازی برای $D = 10$ ، $D = 20$ و $D = 100$ انجام شده است و نتایج آن در شکل ۱۱ نشان داده شده است. کاملاً روشن است که استفاده از کنترل کننده پیشنهادی در این فصل بسیار قوی تر از کنترل کننده SMC است. همچنین در زمان هایی که دینامیک سیستم هیچ قسمت آفینی نداشته باشد که به صورت خطی با ورودی در ارتباط باشد آنگاه کنترل کننده SMC اصلاً امکان پیاده سازی ندارد.



شکل ۱۱-۳. ورودی اعمالی بر سیستم برای کنترل به روش مود لغزشی با کران های متفاوت نامعینی

فصل ۴ : طراحی کنترل کننده مقاوم برای سیستم

های غیر خطی غیر آفین مرتبه n

۴-۱ معرفی و بیان مساله

در فصل دوم برای سیستم های غیرآفین مرتبه n دو الگوریتم برای تبدیل سیستم غیرآفین به یک سیستم معادل آفین مطرح شد. نامعینی و عدم قطعیتی که در این دو روش وجود داشت به صورت یک پارامتر کران دار در نظر گرفته شد و این در عمل وجود ندارد یعنی نمی توان به قطعیت در مورد کراندار بودن نامعینی سیستم ابراز نظر کرد لذا در این فصل قصد داریم تا یک روش کنترلی مقاوم جدید را ارائه دهیم که فرض کران دار بودن نامعینی سیستم برای آن وجود نداشته باشد. در این بخش سیستم غیرآفین به کمک یکی از روش های مطرح شده در فصل دوم به یک سیستم معادل آفین تبدیل می شود. نامعینی ناشی از تقریب به همراه سایر نامعینی های ذاتی سیستم در اینجا به صورت یک ترم نامعینی در نظر گرفته می شوند که اطلاعی از کران آن نداریم و کنترل کننده بدون اطلاع از کران نامعینی باید سیستم را پایدار کند. دینامیک در نظر گرفته شده در اینجا برای سیستم غیرآفین مرتبه n به صورت زیر بیان می شود

$$\dot{x}^{(n)} = f(X, u, \Delta(X, t)) \quad (1-4)$$

در اینجا با تخصیص $\dot{x} = x_2$ ، $x = x_1$ و ... بردار حالت برای دینامیک به صورت $X = [x_1, \dots, x_n]^T \in R$ به دست می آید. همچنین u و $\Delta(X, t)$ به ترتیب ورودی و نامعینی های دینامیک سیستم می باشند.

به کمک یکی از روش های مدولاسیون پهنای پالس یا خطی سازی نسبت به ورودی، سیستم غیرآفین به یک سیستم آفین معادل در رابطه (۲-۴) تبدیل می شود

$$\dot{x}_1 = x_2 \quad (2-4)$$

$$\dot{x}_2 = x_3$$

⋮

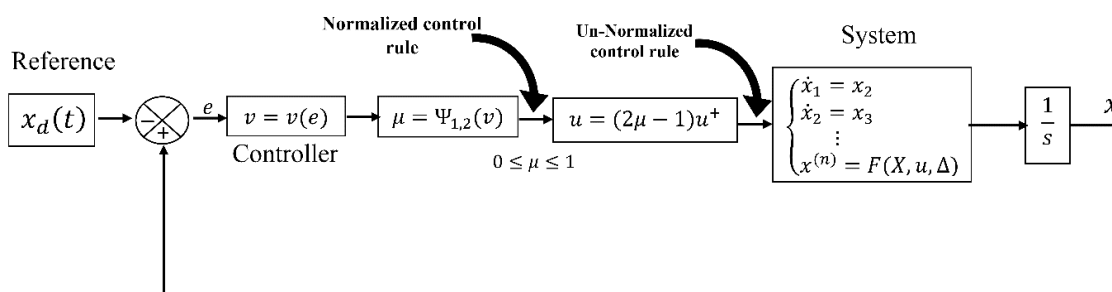
$$\dot{x}_n = f(x_1, x_2, \dots, x_n) + g(x_1, x_2, \dots, x_n)v + d(x_1, x_2, \dots, x_n)$$

که در اینجا v ورودی تعریف شده جدید برای سیستم می باشد که توسط یکی از روشهای مدولاسیون

پهنای پالس یا خطی سازی نسبت به ورودی به دست آمده است همچنین تمام نامعینی و اغتشاشات سیستم در ترم $d(x_1, x_2, \dots, x_n)$ خلاصه شده اند و

$$d(x_1, x_2, \dots, x_n) = \Delta_{new}(x_1, x_2, \dots, x_n) + \Delta g(x_1, x_2, \dots, x_n)v \quad (3-4)$$

در واقع فرایند کنترل سیستم در اینجا با یک تغییر متغیر انجام می شود و ورودی v یک ورودی جدید نیست بلکه یک تعریف است که برای بیان ورودی u مورد استفاده قرار می گیرد. اگر از روش مدولاسیون پهنای پالس برای ساختن دینامیک آفین معادل استفاده کنیم بلوک دیاگرام کنترل سیستم به صورت زیر می باشد.



شکل ۴-۱. بلوک دیاگرام کنترل سیستم غیر آفین با تغییر متغیر ورودی و بیان نحوه کنترل سیستم

در ادامه در این فصل در بخش بعد یک کنترل کننده مقاوم برای این دینامیک معادل آفین جدید طراحی می شود.

۴-۲ طراحی کنترل کننده مقاوم برای دینامیک معادل آفین

شده در حضور نامعینی نا مشخص

پس از تبدیل سیستم غیر آفین به معادل آفین شده آن برای دینامیک بیان شده در رابطه (۴-۱) قصد داریم تا یک کنترل کننده مقاوم ارائه دهیم که بتواند علی رغم عدم اطلاع از نامعینی های سیستم،

سیستم را به درستی کنترل کند. هدف طراحی در اینجا این است که برای هر سیگنال مرجع پیوسته و مشتقپذیر سیگنال مرجع را به درستی تعقیب نماید و خطای e را باید صفر کند که خطای e به صورت زیر بیان می شود.

$$e = x - x_d \quad (۴-۴)$$

برای سیستم آفین معادل بیان شده در رابطه (۴-۲) قانون کنترل رابطه (۴-۵) پیشنهاد داده می شود

$$v = \frac{1}{g(X)} \left(-f(X) + \left(x_{1d}^{(n)} + \lambda_{n-1} (x_{1d}^{(n-1)} - x_1^{(n-1)}) + \dots + \lambda_0 (x_{1d} - x_1) \right) + \tau \right) \quad (۵-۴)$$

که در این رابطه τ یک عبارت کنترلی است که باید به درستی طراحی شود. اعمال این قانون کنترل بر سیستم معادله خطای زیر را به وجود می آورد

$$\left(x_1^{(n)} - x_{1d}^{(n)} \right) + \lambda_{n-1} \left(x_1^{(n-1)} - x_{1d}^{(n-1)} \right) + \dots + \lambda_0 (x_1 - x_{1d}) = +\tau + d(.) \quad (۶-۴)$$

که با لحاظ کردن $e_1 = x_1 - x_{1d}$ ، $e_2 = \dot{e}_1 = \dot{x}_1 - \dot{x}_{1d}$ و $e_n = e_1^{(n-1)} = x_d - x_{1d}$ و با تعریف بردار خطای $[e_1, \dots, e_n]^T$ می توان نوشت

$$\begin{bmatrix} \dot{e}_1 \\ \vdots \\ \dot{e}_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & 0 & 1 \\ -\lambda_0 & -\lambda_1 & \dots & -\lambda_{n-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_1 \\ \vdots \\ e_n \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} (\tau + d(.)) \quad (۷-۴)$$

با تعریف بردار خطای $\alpha = [e_1, \dots, e_n]^T$ و تخصیص نامهای $b = [0, \dots, 0, 1]^T$ ، $\pi = \tau + d(.)$ و

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & 0 & 1 \\ -\lambda_0 & -\lambda_1 & \dots & -\lambda_{n-1} \end{bmatrix} \quad \text{می توان نوشت}$$

$$\dot{\alpha} = A\alpha + b\pi \quad (۸-۴)$$

از آنجا که ما در اینجا کران نامعینی $d(.)$ را نداریم فرض می کنیم که نامعینی ما از یک مقدار D کوچکتر باشد ولی مقدار D در دسترس نیست. به منظور طراحی قانون کنترل ما از تخمین این مقدار در طراحی قانون کنترل استفاده می کنیم. اگر پارامتر $\hat{D}$ را به تخمین D تخصیص دهیم خطای تخمین کران نامعینی را $\tilde{D}$ می نامیم و داریم که:

$$\tilde{D} = D - \hat{D} \quad (۹-۴)$$

به منظور تکمیل قانون کنترل تابع لیاپانوف V را به صورت زیر پیشنهاد می دهیم

$$V = \alpha^T P \alpha + \frac{1}{2\gamma} \tilde{D}^2 \quad (۱۰-۴)$$

که P یک ماتریس مثبت معین است و باید به درستی طراحی شود. با مشتق گرفتن از تابع لیاپانوف می توان نوشت

$$\dot{V} = \dot{\alpha}^T P \alpha + \alpha^T P \dot{\alpha} + \frac{1}{\gamma} \dot{\tilde{D}} \tilde{D} \quad (۱۱-۴)$$

$$= (\alpha^T A^T + \pi b^T) P \alpha + \alpha^T P (A \alpha + b \pi) + \frac{1}{\gamma} \dot{\tilde{D}} \tilde{D}$$

$$= \alpha^T (A^T P + P A) \alpha + 2 \alpha^T P b \pi + \frac{1}{\gamma} \dot{\tilde{D}} \tilde{D}$$

از آنجا که کران بالایی نامعینی سیستم یعنی D یک مقدار عددی است و ثابت است لذا مشتق این عبارت نسبت به زمان صفر خواهد شد و داریم

$$\dot{\tilde{D}} = \dot{D} - \dot{\hat{D}} = -\dot{\hat{D}} \quad (۱۲-۴)$$

در اینجا ماتریس مثبت معین Q را اگر به صورت زیر پیشنهاد دهیم

$$-Q = A^T P + P A \quad (۱۳-۴)$$

آنگاه مشتق تابع لیاپانوف V به صورت زیر بیان خواهد شد

$$\dot{V} = \dot{\alpha}^T P \alpha + \alpha^T P \dot{\alpha} + \frac{1}{\gamma} \dot{\tilde{D}} \tilde{D} \quad (۱۴-۴)$$

$$= (\alpha^T A^T + \pi b^T) P \alpha + \alpha^T P (A \alpha + b \pi) + \frac{1}{\gamma} \dot{\tilde{D}} \tilde{D}$$

$$= -\alpha^T Q \alpha + 2 \alpha^T P b (\pi) - \frac{1}{\gamma} \dot{\tilde{D}} \tilde{D}$$

از آنجا که Q یک تابع مثبت معین است لذا $-\alpha^T Q \alpha$ قطعا منفی معین خواهد شد و اگر عبارت $2 \alpha^T P b (\pi) - \frac{1}{\gamma} \dot{\tilde{D}} \tilde{D}$ کوچکتر از صفر یا صفر شود اثبات تکمیل می گردد. از این رو برای تکمیل طراحی قانون کنترل از نامساوی زیر استفاده می کنیم.

$$\alpha^T Pb(\tau + d(.)) - \frac{1}{2\gamma} \dot{\hat{D}} \tilde{D} \quad (۱۵-۴)$$

$$\leq 0 \xrightarrow{\times \frac{1}{|\alpha^T Pb|}} (\tau + d(.)) \text{sign}(\alpha^T Pb) - \frac{1}{2\gamma |\alpha^T Pb|} \dot{\hat{D}} \tilde{D} \leq 0$$

اگر در این رابطه τ را به صورت زیر تعریف کنیم

$$\tau = -\hat{D} \text{sign}(\alpha^T Pb) \leq 0 \quad (۱۶-۴)$$

آنگاه

$$\left(-\hat{D} \text{sign}(\alpha^T Pb) + d(.) \right) \text{sign}(\alpha^T Pb) - \frac{1}{2\gamma |\alpha^T Pb|} \dot{\hat{D}} \tilde{D} \leq 0 \quad (۱۷-۴)$$

$$\rightarrow -\hat{D} + d(.) \text{sign}(\alpha^T Pb) - \frac{1}{2\gamma |\alpha^T Pb|} \dot{\hat{D}} \tilde{D} \leq 0$$

با توجه به اینکه همواره $d(.) \text{sign}(\alpha^T Pb) < D$ لذا فرض

$$-\hat{D} + D - \frac{1}{2\gamma |\alpha^T Pb|} \dot{\hat{D}} \tilde{D} \leq 0 \quad (۱۸-۴)$$

تضمین می کند که همواره $-\hat{D} + d(.) \text{sign}(\alpha^T Pb) - \frac{1}{2\gamma |\alpha^T Pb|} \dot{\hat{D}} \tilde{D} < 0$ باشد پس می توان نوشت

$$\tilde{D} - \frac{1}{2\gamma |\alpha^T Pb|} \dot{\hat{D}} \tilde{D} \leq 0 \quad (۱۹-۴)$$

اگر از عبارت $\tilde{D}$ فاکتور گرفته شود مقدار $\dot{\hat{D}}$ را می توان به صورت زیر محاسبه کرد

$$\dot{\hat{D}} = +2\gamma |\alpha^T Pb| \quad (۲۰-۴)$$

که با لحاظ کردن این عبارت می توان نوشت:

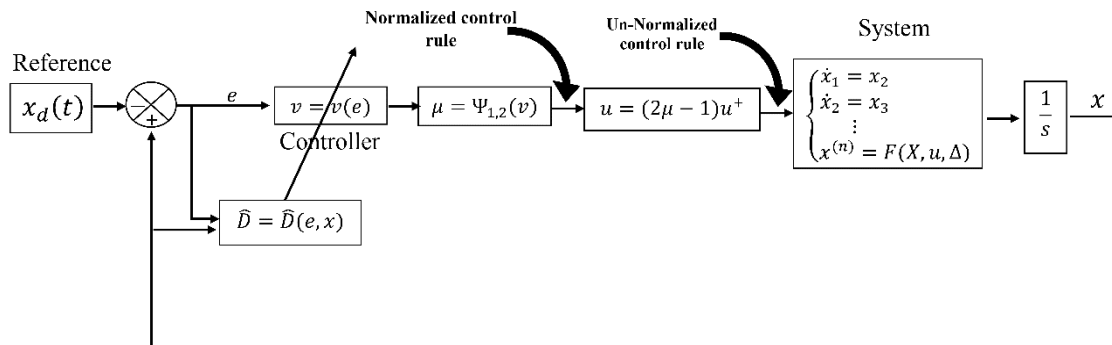
$$\hat{D} = \hat{D}_0 + \int_{t_0}^t 2\gamma |\alpha^T Pb| dt \quad (۲۱-۴)$$

و قانون کنترل نیز به صورت زیر خواهد بود

$$v = \frac{1}{g(X)} \left(-f(X) \right. \quad (۲۲-۴)$$

$$\left. + \left(x_{1d}^{(n)} + \lambda_{n-1} \left(x_{1d}^{(n-1)} - x_1^{(n-1)} \right) + \dots + \lambda_0 (x_{1d} - x_1) \right) \right. \\ \left. - \hat{D} \text{sign}(\alpha^T Pb) \right)$$

از این رو بلوک دیاگرام کنترل سیستم به صورت زیر اصلاح می شود



شکل ۴-۲. بلوک دیاگرام کنترل سیستم غیر آفین با تخمین کران نامعینی

نتیجه استفاده از این قانون کنترلی در کنار این قانون تطبیق در شبیه سازی بخش دوم این فصل نمایش داده شده است.

۴-۳ شبیه سازی و اصلاح قانون کنترل

در این بخش برای قوانین کنترل و قوانین تطبیق بیان شده در بخش ۴-۲ یک شبیه سازی انجام می شود و قانون کنترل به دلایلی که در اینجا مطرح می شود اصلاح می گردد.

۴-۳-۱ شبیه سازی مثال اول

سیستم غیر آفین در نظر گرفته شده برای شبیه سازی در این بخش یک سیستم غیر آفین مرتبه دوم است که به صورت رابطه (۴-۲۳) بیان می شود

$$\ddot{x} = [\sin x + x(2\cos(u) + u^3)] \times (1 \pm 0.05) \quad (4-23)$$

این سیستم دارای یک نامعینی به اندازه ۵ درصد دینامیک خود می باشد. برای تبدیل کردن این سیستم به یک سیستم غیر آفین از روش مدولاسیون پهنای پالس استفاده شده است که با اعمال $u^- = -1.2$ و $u^+ = +1.2$ می توان نوشت

$$f(x, \dot{x}) = F^-(X, u^-) = \sin x + x(2 \cos(u^-) + (u^-)^3) \quad (۲۴-۴)$$

$$g(x, \dot{x}) = F^+(X, u^+) - F^-(X, u^-) = x(u^+)^3 - x(u^-)^3 = 2x(u^+)^3$$

بنابراین مدل آفین معادل به صورت زیر می باشد

$$\ddot{x} = \sin x + x(2 \cos(u^-) + (u^-)^3) + 2x(u^+)^3 u + d(x) \quad (۲۵-۴)$$

که نامعینی $d(x)$ یک مقدار کراندار است ولی کران آن مشخص نیست. اعمال قانون کنترل و قانون

تطبیق بیان شده در رابطه (۲۱-۴) و (۲۲-۴) به صورت نتایج نشان داده شده در شکل های ۳ تا ۷ می

باشند. شرایط اولیه در اینجا $x_0 = 2$, $\dot{x}_0 = 0$ و $\hat{D}_0 = -1$ انتخاب شده اند و ماتریس A به صورت

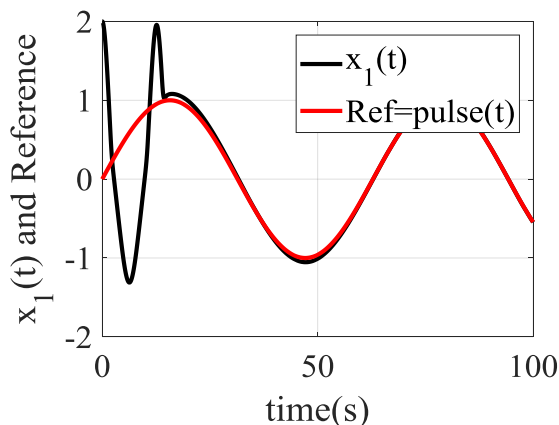
$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\lambda_0 & -\lambda_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -5 & -1 \end{bmatrix}$$

انتخاب می شود. ماتریس های $b = [0, 1]^T$ و $Q = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$ با

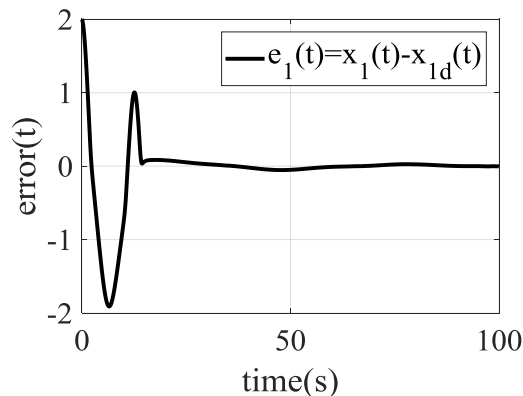
حل معادله ریکاتی $-Q = A^T P + PA$ ماتریس $P = \begin{bmatrix} -0.7 & 0.5 \\ 0.5 & 3 \end{bmatrix}$ را منتج خواهد کرد. ضریب سرعت

تطبیق γ در اینجا به صورت $\gamma = 0.01$ انتخاب شده است. نتایج شبیه سازی برای این مثال در تصاویر

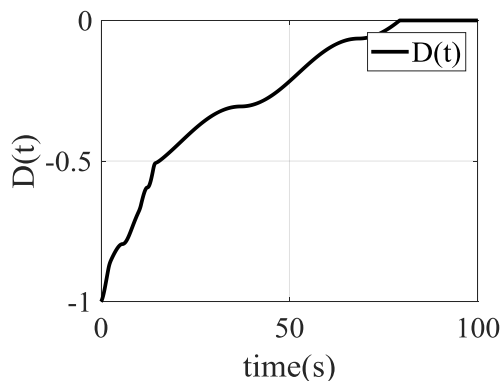
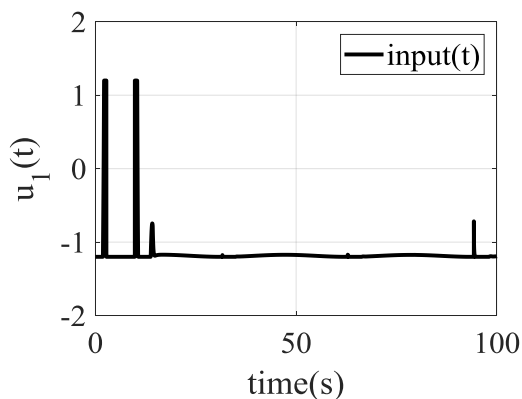
نشان داده شده اند.



شکل ۳-۴. منحنی تعقیب مسیر طراحی شده



شکل ۴-۴. منحنی خطای تعقیب



آنچنان که دیده می شود فرایند تعقیب سیگنال طراحی شده به درستی انجام می شود کارنامه روش پیشنهادی به ظاهر مثبت است و مشکلی ندارد ولی واقعیت این است که انتخاب مقدار اولیه $\hat{D}_0 = -1$ بر مبنای قانون تطبیق رابطه (۴-۲۱) یک رابطه صعودی اکید دارد و اگر این قانون کنترل در اینجا لحاظ شود در $t = \infty$ سیستم به سمت ناپایداری خواهد رفت. در واقع در این شبیه سازی از یک شرط مرزی برای حل مساله استفاده شده است. در اینجا برای محدود کردن رشد کران تخمینی $\hat{D}$ از شرط رابطه (۴-۲۶) استفاده شده است.

$$\begin{cases} \hat{D} = \hat{D}_0 - \int_{t_0}^t 2\gamma |\alpha^T P b| dt & \text{if } \hat{D} \leq 0 \\ \hat{D} = 0 & \text{if } \hat{D} > 0 \end{cases} \quad (۴-۲۶)$$

استفاده از این شرط محدود کننده در حالت کلی و برای زمان بی نهایت مقدور نیست لذا قانون کنترل باید اصلاح شود که این اصلاح قانون کنترل به صورت رابطه (۴-۲۷) انجام می شود.

$$v = \frac{1}{g(X)} \left(-f(X) + \left(x_{1d}^{(n)} + \lambda_{n-1} (x_{1d}^{(n-1)} - x_1^{(n-1)}) + \dots + \lambda_0 (x_{1d} - x_1) \right) - \eta (\alpha^T P b) - \hat{d} \right) \quad (۴-۲۷)$$

قانون تطبیق نیز به صورت (۴-۲۸) اصلاح می شود

$$\dot{\hat{d}} = 2\gamma \alpha^T P b \quad (۴-۲۸)$$

برای اثبات پایداری قانون کنترل پیشنهادی در اینجا تابع لیاپانوف به صورت زیر پیشنهاد داده می شود

$$V = \alpha^T P \alpha + \frac{1}{2\gamma} \hat{d}^2 \quad (۴-۲۹)$$

که در اینجا نیز ماتریس P و بردارهای α^T و b همانند قبل تعریف می شوند. اعمال قانون کنترل (۴-۲۷) روی دینامیک آفین معادل به صورت زیر خواهد شد

$$x^{(n)} = f(X) + g(X) \left(\frac{1}{g(X)} (-f(X) + (x_{1d}^{(n)} + \lambda_{n-1}(x_{1d}^{(n-1)} - x_1^{(n-1)}) + \dots + \lambda_0(x_{1d} - x_1)) - \eta(\alpha^T P b) - \hat{d}) \right) + d \quad (30-4)$$

همانند بخش قبل با تعریف $e_1 = x_1 - x_{1d}$ ، $e_2 = \dot{e}_1 = \dot{x}_1 - \dot{x}_{1d}$ و $e_n = e_1^{(n-1)} = x^{(n)} -$

$x_d^{(n)}$ و بردار خطای $\alpha = [e_1, \dots, e_n]^T$ معادله خطا به صورت زیر در خواهد آمد

$$\begin{bmatrix} \dot{e}_1 \\ \vdots \\ \dot{e}_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & 0 & 1 \\ -\lambda_0 & -\lambda_1 & \dots & -\lambda_{n-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_1 \\ \vdots \\ e_n \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} (-\eta(\alpha^T P b) - \hat{d} + d) \quad (31-4)$$

$$= A\alpha + b(\theta)$$

که $\theta = -\eta(\alpha^T P b) + \tilde{d}$ خواهد شد و مشتق تابع لیاپانوف در اینجا به صورت زیر بیان خواهد شد

$$\begin{aligned} \dot{V} &= \dot{\alpha}^T P \alpha + \alpha^T P \dot{\alpha} + \frac{1}{\gamma} \dot{\tilde{d}} \tilde{d} = (\alpha^T A^T + \theta b^T) P \alpha + \alpha^T P (A\alpha + b\theta) + \frac{1}{\gamma} \dot{\tilde{d}} \tilde{d} \quad (32-4) \\ &= \alpha^T (A^T P + P A) \alpha + 2\alpha^T P b \theta + \frac{1}{\gamma} \dot{\tilde{d}} \tilde{d} \\ &= \alpha^T (A^T P + P A) \alpha + 2\alpha^T P b (-\eta(\alpha^T P b) + \tilde{d}) + \frac{1}{\gamma} \dot{\tilde{d}} \tilde{d} \\ &= \alpha^T (A^T P + P A) \alpha - 2\eta(\alpha^T P b)^2 + 2\alpha^T P b (\tilde{d}) + \frac{1}{\gamma} \dot{\tilde{d}} \tilde{d} \end{aligned}$$

اگر در این رابطه همانند بخش قبل $Q = -(A^T P + P A)$ به صورت Q تعریف شود و $\dot{\tilde{d}} \ll \tilde{d}$ باشد آنگاه

$$\dot{\tilde{d}} = -\dot{\hat{d}} = -2\gamma \alpha^T P b \quad (33-4)$$

و

$$\dot{V} = -\alpha^T (Q) \alpha - 2\eta(\alpha^T P b)^2 < 0 \quad (34-4)$$

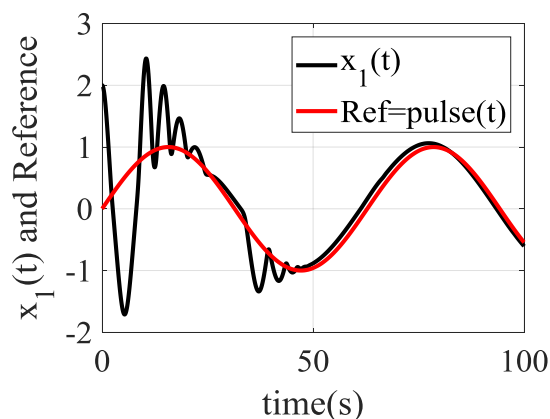
و اثبات تکمیل می شود. این قانون کنترل برخلاف قانون کنترل قبلی خود نامعینی سیستم را تخمین

می زند و هیچگونه عامل $sign$ یا تابع اشباعی در خود ندارد و هیچ قیدی برای مثبت یا منفی شدن

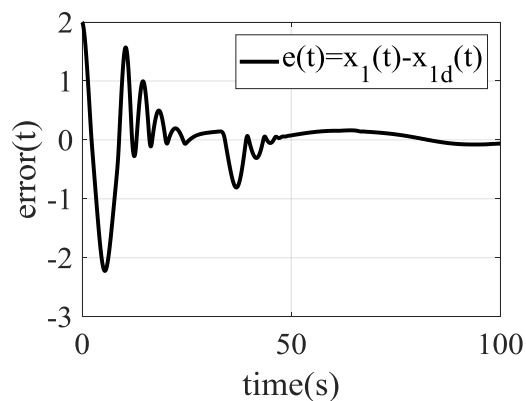
مشتق $\dot{\tilde{d}}$ اعمال نمی کند همچنین علاوه بر نامعینی های ثابت، توانایی جبران اثرات مربوط به اغتشاشات

و عوامل متغیر با زمان را نیز دارد. تنها محدودیتی که این قانون کنترل دارد این است که $\dot{d} \ll \dot{d}$ و می توان به عنوان مثال نسبت ۱۰ را برای آن برگزید و $\dot{d} = 10 \dot{d}$. این یعنی سرعت تخمین پارامتر نامعینی $\dot{d}$ باید ۱۰ برابر سرعت تغییر آن باشد.

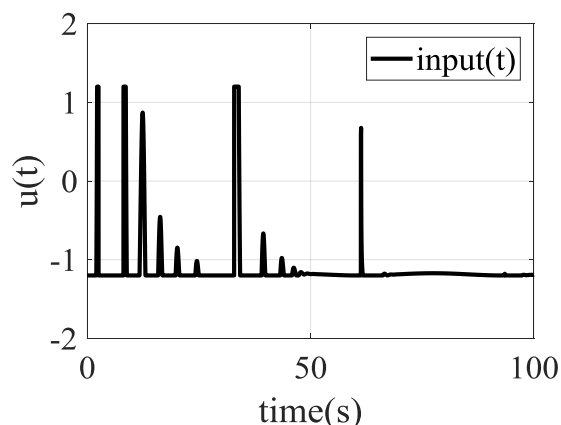
نتیجه شبیه سازی این روش پیشنهادی برای مثال قبل در شکل های ۷ تا ۱۰ نمایش داده شده است.



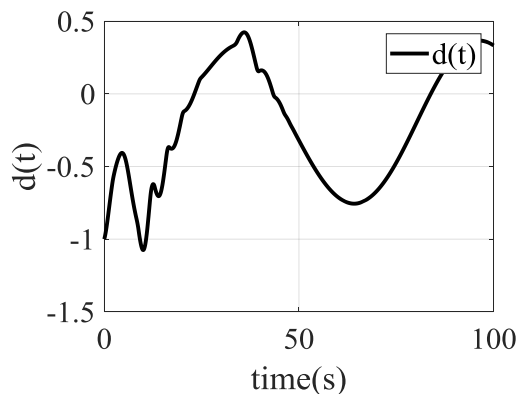
شکل ۷-۴. منحنی تعقیب مسیر طراحی شده



شکل ۸-۴. منحنی خطای تعقیب



شکل ۹-۴. ورودی اعمالی بر سیستم



شکل ۱۰-۴. نتیجه تخمین مقدار کران نامعینی

آنچنان که دیده می شود تخمین خود نامعینی یا به عبارتی رویت کردن خود نامعینی از لحاظ سرعت همگرایی سرعتش نسبت به لحظه ای که شرط عبور از صفر را برای آن تعیین کرده بودیم سرعتش کمتر است ولی اینکه نامعینی تخمینی سیستم می تواند هر مقداری را اتخاذ کند نسبت به قانون کنترل قبل بهتر است. در ادامه برای نشان دادن تاثیر این روش پیشنهادی از این قانون کنترل برای پایدار سازی یک دینامیک غیرآفین دیگر استفاده می کنیم.

۴-۳-۲ شبیه سازی مثال دوم

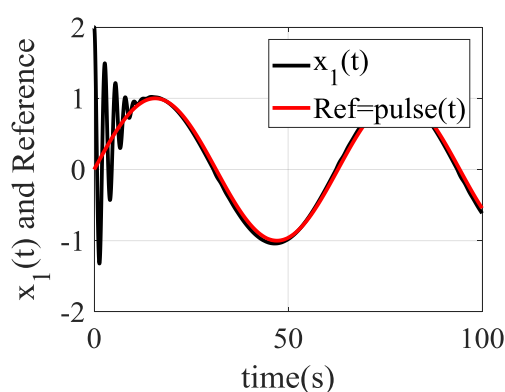
مثال دومی که در اینجا برای شبیه سازی استفاده شده است یک سیستم غیرآفین است که دینامیک آن در رابطه (۴-۳۵) بیان شده است.

$$\ddot{x} = [x + \dot{x} + x(u + \tanh(u))] \times (1 \pm 0.05) \quad (4-35)$$

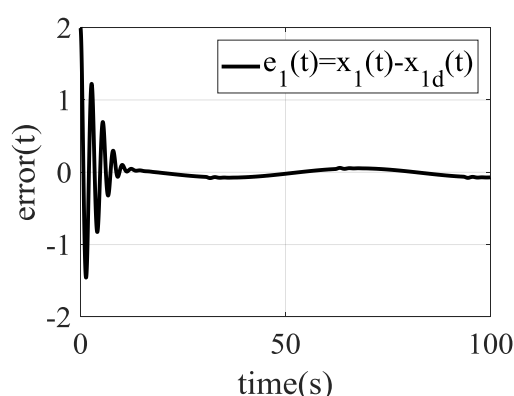
برای ساختن یک دینامیک آفین معادل از خطی سازی دینامیک سیستم حول ورودی استفاده می کنیم.

$$\begin{aligned} \ddot{x} &= [x + \dot{x} + x(u + \tanh(u))]_{u=0} + \frac{\partial [x + \dot{x} + x(u + \tanh(u))]}{\partial u} \bigg|_{u=0} u \\ &= x + \dot{x} + x(1 + (1 - \tanh^2(u))_{u=0})u = x + \dot{x} + 2xu \end{aligned} \quad (4-36)$$

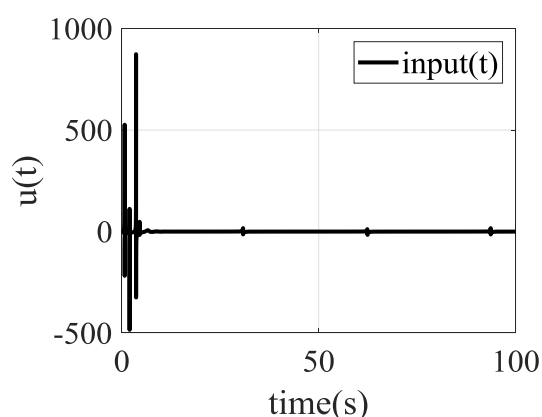
به کار بردن قانون کنترل پیشنهادی رابطه (۴-۲۷) و قانون تطبیق (۴-۲۸) با ضرایب مشابه مثال اول به نتایج ارائه شده در شکل ۱۱ تا ۱۴ منجر می شود.



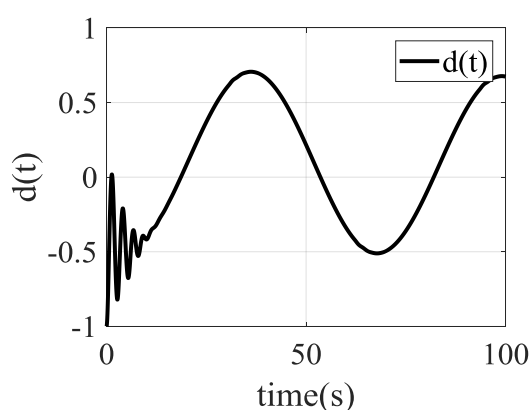
شکل ۴-۱۱. منحنی تعقیب مسیر طراحی شده



شکل ۴-۱۲. منحنی خطای تعقیب



شکل ۴-۱۳. ورودی اعمالی بر سیستم



شکل ۴-۱۴. نتیجه تخمین مقدار کران نامعینی

۴-۳-۳ مقایسه و بحث

در این فصل برای سیستم های مرتبه n غیر آفین، از تکنیک های خطی سازی حول ورودی و روش مدولاسیون پهنای پالس برای ساختن یک دینامیک آفین معادل استفاده شد. تکنیک پایدار سازی در اینجا از یک روش تخمین کران نامعینی برای تخمین دامنه نامعینی سیستم آفین معادل استفاده می کرد ولی به دلیل یکنواخت بودن رشد تخمینگر کران نامعینی سیستم، قانون کنترل به دست آمده به ناپایداری میل می کرد که از یک تکنیک مهار کردن دامنه نامعینی برای حل این مشکل استفاده کردیم ولی در بخش دوم با اصلاح قانون کنترل، تقریب خود تابع نامعینی در قالب یک رویتگر خطی برای تخمین نامعینی سیستم مورد استفاده قرار گرفت. نتیجه استفاده از این روش این بود که قانون کنترل به دست آمده بر خلاف روش کنترل مقاوم مود لغزشی هیچگونه قیدی روی دامنه نامعینی سیستم اعمال نمی کرد و تمام عبارت های تعیین علامت و اشباع $sign$ و sat در آنها به صورت کامل حذف شد که این نسبت به قوانین کنترلی حال حاضر دارای یک نوآوری و ابتکار است.

فصل ۵ : طراحی کنترل کننده پسگام برای سیستم

های غیر خطی غیر آفین مرتبه n

۵-۱ بیان مساله، هدف کنترل و استخراج مدل آفین

سیستم مورد مطالعه در این فصل یک سیستم غیرآفین است که توسط رابطه (۵-۱) نمایش داده شده است.

$$\begin{cases} \dot{x}^{(n)} = F(x, \dot{x}, \ddot{x}, \dots, x^{(n-1)}, u, \Delta) \\ y = x \end{cases} \quad (۵-۱)$$

در اینجا $u \in R$ ورودی سیستم، $y \in R$ بیانگر خروجی سیستم است و $X = [x, \dot{x}, \ddot{x}, \dots, x^{(n-1)}]^T \in R^n$ حالت های سیستم هستند که n بیانگر بعد سیستم است. در این رابطه $F(\cdot)$ یک تابع مشخص و معلومی است که نسبت به ورودی u یک رابطه غیرخطی دارد و اصطلاحاً سیستم غیرآفین می باشد. دینامیک سیستم همچنین دارای یک نامعینی Δ کراندار است که $\Delta = \Delta(x, \dot{x}, \ddot{x}, \dots, x^{(n-1)}) \leq D$ برای ساده سازی، باتخصیص نام $x = x_1$ ، $\dot{x} = x_2$ و $x^{(n-1)} = x_n$ بردار حالت و دینامیک سیستم به صورت زیر بیان می شود

$$\begin{cases} \dot{x}_1^{(n)} = F(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n, u, \Delta) \\ y = x_1 \end{cases} \quad (۲-۵)$$

هدف طراحی کنترل کننده در این رساله این است که خروجی y مسیر طراحی شده y_d را به درستی و بدون خطا تعقیب کند. در اینجا با استفاده از یکی از روش های پیشنهادی در فصل دوم سیستم غیر آفین به یک سیستم آفین معادل تبدیل می شود که یک نامعینی کراندار دارد. سیستم آفین معادلی که با استفاده از روابط فصل ۲ برای آن محاسبه شده است به صورت زیر می باشد

$$\begin{cases} \dot{x}_1^{(n)} = f(X) + g(X)v + d(\cdot) \\ y = x_1 \end{cases} \quad (۳-۵)$$

همچنین نامعینی $d(\cdot)$ که برای سیستم معادل محاسبه شده کراندار است ولی کران آن معلوم نیست

$$d(\cdot) \leq D \quad (۴-۵)$$

چالش اصلی در اینجا طراحی یک کنترل کننده است که بتواند سیستم را در حضور یک نامعینی کراندار با دامنه نامعلوم به صورت مقاوم کنترل کند که در اینجا کنترل کننده پسگام تطبیقی مقاوم به عنوان یک راهکار مطرح شده است.

۵-۲ طراحی کنترل کننده پسگام

طراحی کنترل کننده پسگام از یک پروسه گام به گام تشکیل شده است که در هر مرحله، ورودی مجازی برای مرحله بعد محاسبه می شود. برای انجام کار خطای مرحله i - ام به صورت زیر تعریف می شود.

$$e_i = x_i - \delta_i \quad (5-5)$$

که در این رابطه δ_i ورودی مجازی مرحله i - ام خوانده می شود و در گام بعد یعنی $i + 1$ محاسبه می شود تا بردار $z = [e_1, e_2, \dots, e_i]^T$ که خطای حالت ها تا مرتبه i - ام است به نقطه تعادل $[0, 0, \dots, 0]^T$ برسد و نیز در هر گام از تابع لیاپانوف برای تعیین δ_i استفاده می شود. آخرین ورودی مجازی δ_n بخشی از ورودی $v(t)$ است که مستقیماً بر دینامیک سیستم اثر می گذارد. در ادامه گام های طراحی قانون کنترل را بررسی می کنیم.

گام ۱- برای سیگنال مرجع y_d ، خطای تعقیب $e_1 = y - y_d$ را در نظر می گیریم. در اینجا با توجه

به تخصیص نام $y = x_1$ دینامیک خطا و سیگنال ورودی مجازی δ_1 به صورت زیر معرفی می شود

$$\dot{e}_1 = \dot{y} - \dot{y}_d = \dot{x}_1 - \dot{y}_d = \delta_1 + e_2 - \dot{y}_d \quad (6-5)$$

$$\delta_1 = -\alpha_1 e_1 - \dot{y}_d \quad (7-5)$$

با این انتخاب برای δ_1 داریم

$$\dot{e}_1 = -\alpha_1 e_1 + e_2 \quad (۸-۵)$$

در اینجا α_1 یک پارامتر طراحی است و بسته به سرعت همگرایی و دینامیک سیستم تغییر می کند. در ادامه تابع لیاپانوف زیر برای گام اول طراحی به صورت زیر پیشنهاد داده می شود.

$$V_1 = \frac{1}{2} e_1^2 \quad (۹-۵)$$

که مشتق V_1 به صورت زیر می باشد

$$\dot{V}_1 = e_1 \dot{e}_1 = -\alpha_1 e_1^2 + e_1 e_2 \quad (۱۰-۵)$$

که ترم $e_1 e_2$ باید در گام های بعد طراحی حذف شود

$$\dot{V}_1 = -\alpha_1 e_1^2 \leq 0 \quad (۱۱-۵)$$

که با حذف $e_1 e_2$ مشتق تابع لیاپانوف منفی و سیستم پایدار خواهد شد.

گام ۲- در گام دوم ورودی مجازی δ_2 به صورت زیر طراحی می شود

$$\delta_2 = -\alpha_2 e_2 - e_1 + \dot{\delta}_1 \quad (۱۲-۵)$$

دینامیک خطا در گام دوم به صورت (۱۳-۵) محاسبه می شود

$$\dot{e}_2 = \dot{x}_2 - \dot{\delta}_1 = x_3 - \dot{\delta}_1 = e_3 - \alpha_2 e_2 - e_1 \quad (۱۳-۵)$$

تابع لیاپانوف برای گام دوم به صورت (۱۴-۵) پیشنهاد داده می شود

$$V_2 = \frac{1}{2} e_1^2 + \frac{1}{2} e_2^2 \quad (۱۴-۵)$$

مشتق زمانی تابع لیاپانوف دوم به صورت (۱۵-۵) محاسبه می شود

$$\begin{aligned} \dot{V}_2 &= \dot{V}_1 + e_2 \dot{e}_2 = -\alpha_1 e_1^2 + e_1 e_2 + e_2 (-\alpha_2 e_2 - e_1 + e_3) \\ &= -\alpha_1 e_1^2 - \alpha_2 e_2^2 + e_2 e_3 \end{aligned} \quad (۱۵-۵)$$

همچنین ترم $e_2 e_3$ در گام بعد حذف می شود پس داریم

$$\dot{V}_2 = -\alpha_1 e_1^2 - \alpha_2 e_2^2 \leq 0 \quad (۱۶-۵)$$

با این انتخاب، دینامیک سیستم دوم نیز پایدار می شود. با این روال برای گام $i - 1$ - ام محاسبات به صورت زیر ادامه می یابد.

گام i - در گام $i - 1$ - ام برای گام های $i = (3, \dots, n - 1)$ ورودی مجازی δ_i به صورت زیر طراحی می شود

$$\delta_i = -\alpha_i e_i - e_{i-1} + \dot{\delta}_{i-1}, \quad k_i > 0 \quad (17-5)$$

و دینامیک خطا در این گام به صورت (18-5) خواهد بود

$$\dot{e}_i = \dot{x}_i - \dot{\delta}_{i-1} = x_{i+1} - \dot{\delta}_{i-1} = e_{i+1} - \alpha_i e_i - e_{i-1} \quad (18-5)$$

با انتخاب تابع لیاپانوف

$$V_i = \sum_{j=1}^{i-1} \frac{1}{2} e_{j-1}^2 + \frac{1}{2} e_i^2 \quad (19-5)$$

مشتق آن به صورت رابطه (20-5) محاسبه می شود.

$$\begin{aligned} \dot{V}_i &= - \sum_{j=1}^{i-1} \alpha_j e_j^2 + e_{i-1} e_i + e_i \dot{e}_i \quad (20-5) \\ &= - \sum_{j=1}^{i-1} \alpha_j e_j^2 + e_{i-1} e_i + e_i (-\alpha_i e_i - e_{i-1} + e_{i+1}) \\ &= - \sum_{j=1}^{i-1} \alpha_j e_j^2 + e_i e_{i+1} \end{aligned}$$

که $e_i e_{i+1}$ در گام بعد باید حذف شود، لذا

$$\dot{V}_i = - \sum_{j=1}^{i-1} \alpha_j e_j^2 \leq 0 \quad (21-5)$$

و با این حساب مشتق تابع لیاپانوف در گام $i - 1$ - ام منفی و سیستم پایدار خواهد بود. با ادامه برای گام

$n - 1$ ام توالی طراحی به صورت زیر خواهد شد

$$s = c e_{n-1} + e_n, \quad c > 0 \quad (22-5)$$

که مشتق زمانی از سطح لغزش s به صورت زیر محاسبه می شود

$$\dot{s} = c\dot{e}_{n-1} + \dot{e}_n \quad (23-5)$$

$$= c(-\alpha_{n-1}e_{n-1} - e_{n-2} + e_n) + g(x)u + f(x) + d(x, t) - \dot{\delta}_{n-1}$$

برای ادامه فرایند طراحی کران ماکزیمم سیگنال اغتشاش که مجهول است را یک مقدار ثابت در نظر می گیریم و داریم که

$$d(x, t) < D \quad (24-5)$$

در اینجا مقدار D مشخص نیست و مجهول است. برای حل مساله، قانون کنترل به صورت زیر پیشنهاد داده می شود.

$$u = \frac{1}{g(x)} [-c(-\alpha_{n-1}e_{n-1} - e_{n-2} + e_n) - e_{n-1} - f(x) + \dot{\delta}_{n-1} - hs - Dsgn(s)] \quad (25-5)$$

برای اثبات پایداری سیستم تابع لیپانوف به صورت رابطه (26-5) پیشنهاد داده می شود.

$$V = \sum_{i=1}^{n-1} \frac{1}{2} e_i^2 + \frac{1}{2} s^2 \quad (26-5)$$

محاسبه مشتق زمانی تابع لیپانوف V نسبت به زمان به صورت (27-5) می باشد.

$$\dot{V} = \sum_{i=1}^{n-1} e_i \dot{e}_i + s \dot{s} \quad (27-5)$$

$$\begin{aligned} &= - \sum_{i=1}^{n-1} \alpha_i e_i^2 + e_n e_{n-1} \\ &+ s[c(-\alpha_{n-1}e_{n-1} - e_{n-2} + e_n) + g(x)u + f(x) + d(x, t) - \dot{\delta}_{n-1}] \end{aligned}$$

با قرار دادن قانون کنترل در معادله (27-5) داریم

$$\dot{V} = - \sum_{i=1}^{n-1} \alpha_i e_i^2 + e_{n-1}(s - ce_{n-1}) \quad (28-5)$$

$$+ s(-e_{n-1} - hs - D \text{sign}(s) + d) \\ = - \sum_{i=1}^{n-1} \alpha_i e_i^2 - ce_{n-1}^2 - hs^2 - D|s| + ds$$

با توجه به اینکه مقدار ماکزیمم اغتشاش $d(x, t) < D$ لذا مقدار $-D|s| + ds$ حتما منفی خواهد

بود و داریم

$$\dot{V} \leq - \sum_{i=1}^{n-1} \alpha_i e_i^2 - ce_{n-1}^2 - hs^2 \quad (29-5)$$

با انتخاب $h > 0$ مشتق تابع لیاپانوف به طور قطع منفی خواهد بود لذا مبدا در صفحه لغزش

$s = ce_{n-1} + e_n$ پایدار است و به صورت مجانبی به صفر میل می کند. در قانون کنترل رابطه

(25-5) فرض بر آن گرفته شده که مقدار D در دسترس است که عملاً اینچنین نیست لذا باید قانون

کنترل اصلاح شود. در اینجا با استفاده از مقدار تخمینی پارامتر D قانون کنترل به صورت (30-5)

اصلاح می شود

$$u = \frac{1}{g(x)} [-c(-\alpha_{n-1}e_{n-1} - e_{n-2} + e_n) - e_{n-1} - f(x) + \dot{\delta}_{n-1} \\ - hs - \hat{D} \text{sgn}(s)] \quad (30-5)$$

در این رابطه $\hat{D}$ تخمین پارامتر D است. در ادامه با تعریف خطای تخمین $\tilde{D}$ داریم که

$$\tilde{D} = D - \hat{D} \quad (31-5)$$

برای حل مساله مقدار $\hat{D}$ توسط قانون (32-5) تخمین زده می شود

$$\dot{\hat{D}} = \gamma |s|, \quad \gamma > 0 \quad (32-5)$$

با توجه به ثابت بودن مقدار D ، داریم که $\dot{D} = 0$ و در نتیجه

$$\dot{\tilde{D}} = \dot{D} - \dot{\hat{D}} = -\dot{\hat{D}} \quad (33-5)$$

برای اثبات پایداری توسط قانون کنترل ارائه شده، تابع لیپانوف به صورت (۳۴-۵) پیشنهاد داده می شود

$$V = \sum_{i=1}^{n-1} \frac{1}{2} e_i^2 + \frac{1}{2} s^2 + \frac{1}{2\gamma} \tilde{D}^2 \quad (34-5)$$

مشتق زمانی تابع لیپانوف V با توجه به رابطه (۳۳-۵) برابر است با

$$\begin{aligned} \dot{V} &= \sum_{i=1}^{n-1} e_i \dot{e}_i + s \dot{s} - \frac{1}{\gamma} \tilde{D} \dot{\tilde{D}} \quad (35-5) \\ &= - \sum_{i=1}^{n-1} \alpha_i e_i^2 + e_n e_{n-1} \\ &\quad + s [c(-\alpha_{n-1} e_{n-1} - e_{n-2} + e_n) + g(x)u + f(x) \\ &\quad - \delta_{n-1} + d(x, t)] - \frac{1}{\gamma} \tilde{D} \dot{\tilde{D}} \end{aligned}$$

با اعمال قانون تخمین (۳۲-۵) در رابطه (۳۵-۵) داریم

$$\begin{aligned} \dot{V} &= - \sum_{i=1}^{n-1} \alpha_i e_i^2 + e_{n-1}(s - c e_{n-1}) + s(-e_{n-1} - \hat{D} \operatorname{sgn}(s) + d) \quad (36-5) \\ &\quad - \frac{1}{\gamma} \tilde{D} \dot{\tilde{D}} \\ &= - \sum_{i=1}^{n-1} \alpha_i e_i^2 + c e_{n-1}(s - c e_{n-1}) \\ &\quad + s(-e_{n-1} - \hat{D} \operatorname{sgn}(s) + d) - \frac{1}{\gamma} \tilde{D} \dot{\tilde{D}} \end{aligned}$$

در نتیجه می توان نوشت

$$\dot{V} \leq - \sum_{i=1}^{n-1} \alpha_i e_i^2 - c e_n^2 - h s^2 \quad (37-5)$$

با انتخاب یک مقدار مثبت برای پارامترهای h و c منفی بودن مشتق تابع لیپانوف اثبات و پایداری

مجانبی سیستم تضمین می شود.

۵-۳ شبیه سازی

۵-۳-۱ شبیه سازی یک دینامیک صنعتی غیرآفین با استفاده از کنترل پسگام تطبیقی مقاوم

در اینجا برای نشان دادن اعتبارسنجی روش پیشنهادی از شبیه سازی در نرم افزار متلب استفاده شده است. دینامیک مطرح شده در فصل ۳ برای شبیه سازی استفاده شده است که یک دینامیک صنعتی است و در مرجع [83] بیان شده است. در اینجا با دو روش خطی سازی حول ورودی و مدولاسیون پهنای پالس این سیستم به یک دینامیک آفین معادل تبدیل می شود و در هر روش نتیجه اعمال قانون کنترل پیشنهادی این فصل روی آن اجرا می شود. دینامیک استفاده شده در اینجا یک نمونه صنعتی می باشد که برای یک سرومکانیک است و اغتشاش اعمالی بر سیستم غیرآفین است و بر ورودی آن اثر می گذارد. دینامیک سیستم به صورت رابطه (۵-۳۸) می باشد.

$$\begin{bmatrix} \dot{\theta} \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -25 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 80 \end{bmatrix} u + \begin{bmatrix} 0 \\ f_2(\theta, \dot{\theta}, u) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ d_2(t) \end{bmatrix} \quad (۵-۳۸)$$

در این معادله پارامتر θ موقعیت زاویه و $\dot{\theta}$ سرعت زاویه ای است و u ورودی سیستم است همچنین $f_2(\theta, \dot{\theta}, u)$ یک اغتشاش غیرآفین است که به صورت زیر بیان می شود

$$f_2(\theta, \dot{\theta}, u) = 32(\theta + \dot{\theta} + \arctan(u)) \quad (۵-۳۹)$$

دینامیک سیستم همچنین یک اغتشاش خارجی $d_2(t) = 32\cos(2\pi t)$ دارد. بردار حالت در اینجا

$$X = \begin{bmatrix} x_1 & x_2 \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} \theta & \dot{\theta} \end{bmatrix}^T$$

$$\dot{x} = F(x, \dot{x}, \Delta) = -25\dot{x} + 80u + 32(x + \dot{x} + \arctan(u)) + 32\cos(2\pi t) \quad (۵-۴۰)$$

برای ساختن دینامیک آفین هم از روش خطی سازی حول ورودی و هم از مدولاسیون پهنای پالس

برای ساختن دینامیک آفین استفاده می کنیم. دینامیک سیستم به صورت زیر بیان می شود

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_2 \\ -25x_2 + 80u + 32(x_1 + x_2 + \arctan(u)) + 32 \cos(2\pi t) \end{bmatrix} \quad (۴۱-۵)$$

برای ساختن دینامیک آفین معادل با استفاده از روش خطی سازی حول ورودی داریم که

$$\ddot{x} = f(x_1, x_2) + g(x_1, x_2) + d(x_1, x_2, t) \quad (۴۲-۵)$$

$$f(x_1, x_2) = F(x_1, x_2, u)|_{u=0} = -25x_2 + 32(x_1 + x_2) \quad (۴۳-۵)$$

$$g(x_1, x_2) = \frac{\partial F(x_1, x_2, u)}{\partial u}|_{u=0} = 80 + 32\left(\frac{1}{1+u^2}\right)|_{u=0} = 112$$

اغتشاش و نامعینی کلی سیستم نیز به صورت متمرکز در عبارت $d(x_1, x_2, t)$ به صورت زیر بیان می شود.

$$d(x_1, x_2, t) = 32 \cos(2\pi t) + H.O.T \quad (۴۴-۵)$$

که عبارت $H.O.T$ تقریب های مرتبه بالاتر مشتق است که از خطی سازی و نادیده گرفتن مشتق های مرتبه بالاتر ناشی می شوند. هدف کنترلی در اینجا تعقیب سیگنال $\theta_d(t) = \sin(0.1\pi t)$ است که پارامترهای طراحی کنترل کننده به صورت ضرایب بیان شده در جدول ۵-۱ می باشند.

در ادامه به منظور مقایسه تکنیک PWM و روش خطی سازی حول ورودی، روش PWM را در اینجا با ضرایب $u^+ = 2$ و $u^- = -2$ محاسبه می کنیم لذا:

$$\begin{cases} F^+(x_1, x_2, u^+) = -25x_2 + 80u^+ + 32(x_1 + x_2 + \arctan(u^+)) + 32 \cos(2\pi t) \\ \quad = 32x_1 + 7x_2 + 32 \arctan(2) + 32 \cos(2\pi t) \\ F^-(x_1, x_2, u^-) = -25x_2 + 80u^- + 32(x_1 + x_2 + \arctan(u^-)) + 32 \cos(2\pi t) \\ \quad = 32x_1 + 7x_2 - 32 \arctan(2) + 32 \cos(2\pi t) \end{cases} \quad (۴۵-۵)$$

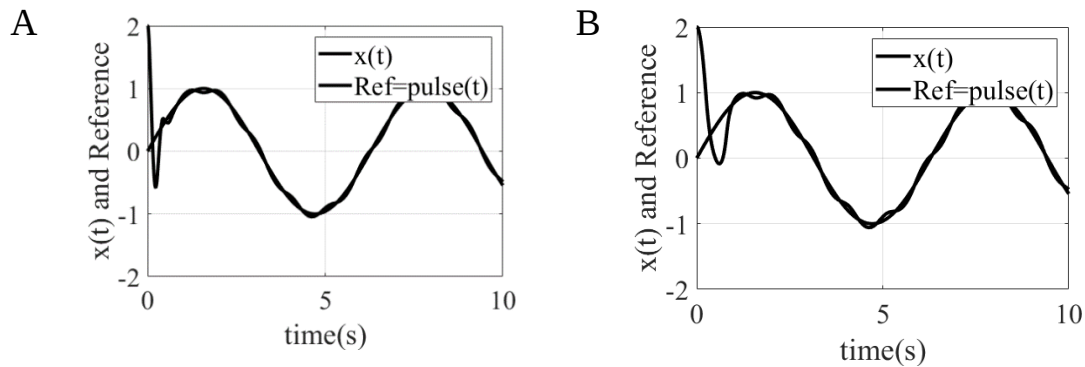
9

$$\begin{cases} f_1(x_1, \dot{x}_1, u^-) = F^-(x_1, \dot{x}_1, u^-) = 32x_1 + 7x_2 + 32 \arctan(2) + 32 \cos(2\pi t) \\ g_1(x_1, \dot{x}_1, u^-) = F^+(x_1, \dot{x}_1, u^+) - F^-(x_1, \dot{x}_1, u^-) = (32x_1 + 7x_2 + 32 \arctan(2) + 32 \cos(2\pi t) \\ \quad - (32x_1 + 7x_2 - 32 \arctan(2) + 32 \cos(2\pi t))) \\ \quad = 320 + 64 \arctan(2) \end{cases} \quad (۴۶-۵)$$

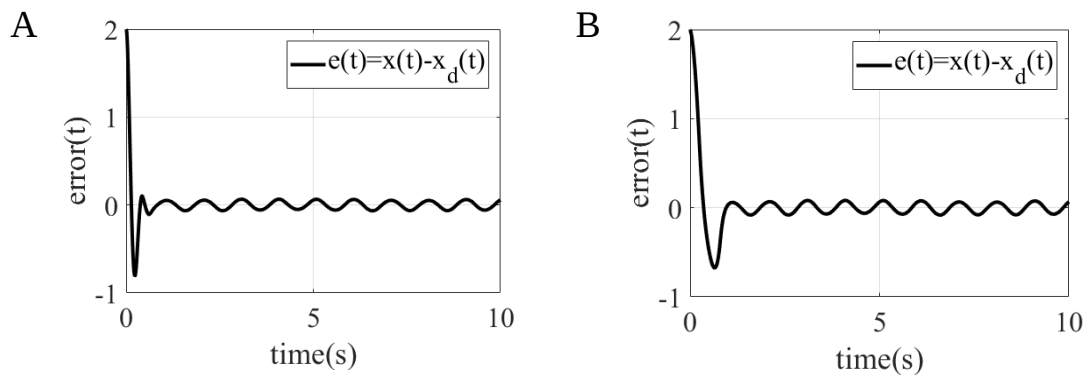
ورودی اعمالی بر سیستم بر اساس قانون کنترل (۵-۳۰) ساخته می شود. پارامترهای طراحی کنترل

کننده برای هر دو مدل آفین شده بر مبنای ضرایب جدول ۵-۱ انتخاب می شوند. در شکل های ۱ تا

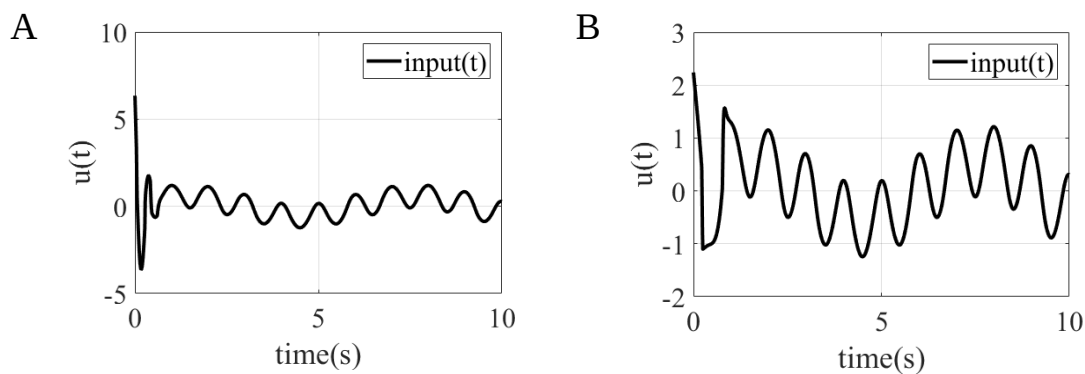
۳ نتایج استفاده از این دو روش مستقل برای تبدیل سیستم غیرآفین به سیستم آفین را در کنار استفاده از کنترل پسگام تطبیقی نشان می دهد. اندیس A برای روش خطی سازی و اندیس B برای روش تبدیل مدولاسیون پهنای پالس به کار رفته است.



شکل ۵-۱. نتیجه تعقیب سیگنال مرجع برای کنترل به روش خطی سازی و PWM



شکل ۵-۲. خطای تعقیب سیگنال مرجع برای کنترل به روش خطی سازی و PWM



شکل ۵-۳. ورودی اعمالی بر سیستم برای کنترل به روش خطی سازی و PWM

جدول ۵-۱. پارامتر های استفاده شده در طراحی کنترل کننده برای دو روش معادل سازی خطی سازی حول ورودی و

مدولاسیون پهنای پالس

	u^+	γ	α	c	h
روش خطی سازی	-	0.5	10	10	0.5
روش مدولاسیون پهنای پالس	2	0.5	10	10	0.5

۵-۳-۲ بعضی نکات و بحث درباره نتایج

در این فصل برای یک سیستم غیرخطی غیرآفین مرتبه n که کران نامعینی آنها به صورت نامشخص است یک کنترل کننده پسگام مقاوم پیشنهاد شده است. ابتدا با استفاده از روش خطی سازی دینامیک سیستم، حول ورودی یک دینامیک آفین معادل به دست آمد. برای نقاطی که خطی سازی امکان ندارد یا نتیجه مشتق نسبت به ورودی صفر است یک روش جایگزین پیشنهاد داده شد که از مدل میانگین فیلپوف برای ساختن دینامیک آفین معادل استفاده می کند. مدل سازی با استفاده از هر کدام یک از روش های مطرح شده به یک خطای اغتشاش منتج می شود که کران آن در حالت کلی نامعین می باشد. برای طراحی کنترل کننده پسگام در هر گام الگوریتم، از یک ورودی مجازی استفاده شده است و تابع لیاپونوف برای پایدارسازی در هر گام به کار می رود. ترم های اضافه در هر بخش توسط ورودی مجازی گام بعد حذف می گردند، در نهایت در گام آخر برای تکمیل فرایند طراحی با انتخاب قانون مود لغزشی فرایند طراحی اتمام می شود. در اینجا چون ماکزیمم مقدار اغتشاش در دسترس نیست از یک الگوریتم تطبیقی برای تخمین کران بالایی اغتشاش استفاده شده است. علی رغم استفاده از یک کنترل کننده برای هر دو روش در اینجا با نتایج متفاوتی برای کنترل سیستم مواجه هستیم دلیل این امر را می توان به دقت مدل آفین معادل پیشنهادی نسبت داد. و این نتیجه برای دینامیک های متفاوت می تواند نتیجه متفاوتی داشته باشد ولی آنچه محرز است این است که

استفاده از روش خطی سازی حول ورودی در کنار روش مدولاسیون پهنای پالس طیف وسیعی از سیستم های دینامیکی را می توان با استفاده از این روش به صورت یک دینامیک آفین معادل سازی کرد و استفاده از الگوریتم کنترل پسگام تطبیقی مقاوم برای تخمین کران نامعینی سیستم را یک روش موثر برای بسیاری سیستم های غیرآفین معرفی کرد.

فصل ۶ : نتیجه گیری و پیشنهادات کارهای آینده

این رساله کنترل سیستم های غیرخطی غیرآفین را مورد مطالعه قرار داده و یک روش تحلیلی را برای کنترل این دسته از سیستم های غیرخطی ارائه می دهد. در اینجا ابتدا با استفاده از خطی سازی حول ورودی، سیستم غیرآفین به یک سیستم آفین معادل تبدیل شد، این معادل سازی با مقداری تقریب و نامعینی همراه است. علاوه بر نامعینی های ذاتی سیستم، نامعینی های ناشی از تقریب نیز در دینامیک سیستم لحاظ می شود. کنترل کننده ای که در اینجا پیشنهاد داده شده نامعینی ها را جبران می کند و سیستم در حضور این نامعینی ها باید پایدار باشد. در مواردی که سیستم توانایی خطی سازی نسبت به ورودی را ندارد یا در مواردی که مشتق سیستم نسبت به ورودی عدد صفر می شود استفاده از روش خطی سازی حول ورودی امکان پذیر نیست، لذا در اینجا با استفاده از روش میانگین فیلپوف یک مدل میانگین جدید برای سیستم در نظر گرفته می شود که نسبت به ورودی سیستم رفتاری خطی بسازد و سیستم به دست آمده یک سیستم آفین است. در این روش برای سیستم دو ورودی ثابت در نظر گرفته می شود و به ازای هر ورودی ثابت یک دینامیک از حالت های سیستم ساخته می شود. چون دو ورودی برای سیستم در نظر گرفته می شود، درصد در نظر گرفتن این دو دینامیک به عنوان یک ورودی جدید قابل اعمال کردن است. حجم حضور هر کدام یک از این معادلات در دینامیک اصلی سیستم در مقطع زمانی به عنوان یک ورودی جدید برای سیستم در نظر گرفته می شود. در واقع در این روش در یک دوره زمانی ثابت، عرض پالسی که برای لحاظ کردن هر کدام یک از این دینامیک ها در نظر گرفته می شود ورودی جدید سیستم می باشد. این روش عرض پالس در صنعت تحت عنوان مدولاسیون پهنای پالس شناخته می شود لذا در عنوان این رساله واژه مدولاسیون پهنای پالس دیده می شود. هر دوی روش های پیشنهادی خطی سازی حول ورودی و مدولاسیون پهنای پالس، روشهایی تقریبی هستند و با خطا همراه می باشند. لذا این خطا به صورت یک نامعینی جدید به سیستم آفین شده اضافه می شود. سیستم آفین جدیدی که به دست آید یک نامعینی دارد که رفتار دینامیکی این بخش نامعین به روشنی معلوم نیست لذا در اینجا از سه روش کنترل تطبیقی مقاوم برای ساختن یک کنترل کننده استفاده شده است. دو روش از این سه روش بر مبنای روش کنترل مود لغزشی استوارند که در یکی از آنها دامنه

نامعینی سیستم با استفاده از یک روش تطبیقی محاسبه می شود و در مورد دوم خود دینامیک نامعینی تخمین زده می شود. در روش سوم که در فصل چهارم این رساله ارائه شده، یک روش کاملاً جدید ارائه شده که نوآوری اصلی این رساله می باشد. در این روش هم عوامل مربوط به چترینگ حذف شده و هم فرض کران داشتن نامعینی سیستم حذف می شود و کنترل کننده بدون فرض کران داشتن نامعینی سیستم، سیستم های غیرخطی و غیر آفین را به درستی کنترل می کند. نوآوری دیگری که در این رساله بدان پرداخته شده در واقع کنترل سیستم در حضور ورودی محدود است که به نوبه خود یک دست آورد جدید برای کنترل سیستم های غیر آفین محسوب می شود. در تمام فرایند طراحی که در این رساله استفاده شده، تحلیل لیاپانوف برای اثبات پایداری سیستم به کار رفته است. روش های قدیمی که برای کنترل سیستم های غیر آفین مطرح شده بود روش های مبتنی بر شبکه های عصبی و منطق فازی بودند. در اینجا زمانبر بودن فرایند آموزش که در روش های شبکه های عصبی و فازی وجود داشت در کنترل کننده های پیشنهادی در این رساله وجود ندارد. همچنین کنترل کننده هایی که در این رساله مطرح شده اند از مزیت مقاوم بودن برخوردارند و تمام عدم قطعیت های موجود در دینامیک سیستم را پوشش داده اند. در اینجا از شبیه سازی در محیط نرم افزار متلب برای نشان دادن تاثیر روش پیشنهادی استفاده شده است. توسعه روش تبدیل سیستم غیر آفین به آفین که در اینجا مطرح شد می تواند به عنوان یک ایده جدید برای مطالعات آینده باشد. توسعه کنترل بدون چترینگ برای ربات ها و سایر دینامیک های غیرخطی دیگر ایده ای است که می تواند به عنوان یک موضوع جدید تحقیقاتی مطرح شود.

مقدار و جنس ورودی در هر سیستم بستگی به فیزیک و دینامیک مساله دارد چنان که در یک سیستم ورودی سیستم می تواند از جنس گشتاور و در یک سیستم از جنس جریان الکتریکی باشد. میزان خطای اولیه سیستم و زمان رسیدن به حالت پایدار، از دیگر پارامترهایی است که ماکزیمم دامنه ورودی اعمالی بر سیستم (u^+) را تعیین می کنند. انتخاب بهینه مقدار u^+ نیز خود می تواند به عنوان یک مساله باز در این زمینه مطرح شود که بسته به شرایط مساله باید تابع هزینه ای شامل تلاش کنترلی،

زمان رسیدن به هدف، قیود دینامیکی و ... در آن لحاظ شود و این مساله به عنوان یک پیشنهاد دیگر
برای محققان آینده مطرح می شود.

مراجع

- [1] Campo, P. and M. Morari, *Robust control of processes subject to saturation nonlinearities*. Computers & Chemical Engineering, 1990. **14**(4-5): p. 343-358
- [2] d'Azzo, J.J. and C.D. Houpis, *Linear control system analysis and design: conventional and modern* : ١٩٩٥ .McGraw-Hill Higher Education.
- [3] Hassan, A.I., *Controller Design for Active Suspension System for car with Unknown Mass by Using Routh-Hurwitz Criterion*.
- [4] Sambariya, D. and A. Rajawat. *Model order reduction of LTI system using Routh stability array method*. in *2016 International Conference on Computing, Communication and Automation (ICCCA)*. 2016. IEEE.
- [5] Gawthrop, P.J. and E. Ronco, *Predictive pole-placement control with linear models*. Automatica, 2002. **38**(3): p. 421-432.
- [6] Hong, K.-S., et al , *A new model and an optimal pole-placement control of the Macpherson suspension system*. SAE transactions, 1999: p. 2452-2461
- [7] Freund, E., *Fast nonlinear control with arbitrary pole-placement for industrial robots and manipulators*. The International Journal of Robotics Research, 1982. **1**(1): p. 65-78.
- [8] Guo, Y., et al., *Pole-placement control of voltage-regulated PWM rectifiers through real-time multiprocessing*. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 1994. **41**(2): p. 224-230.
- [9] Silva, G.J., A. Datta, and S.P. Bhattacharyya, *PID controllers for time-delay systems*. 2007: Springer Science & Business Media.
- [10] Hamamci, S.E., *An algorithm for stabilization of fractional-order time delay systems using fractional-order PID controllers*. IEEE Transactions on Automatic Control, 2007. **52**(10): p. 1964-1969.
- [11] Lee, Y., J. Lee, and S. Park, *PID controller tuning for integrating and unstable processes with time delay*. Chemical engineering science, 2000. **55**(17): p. 3481-3493.
- [12] Soeterboek, R.A., et al., *A predictive controller for the Mach number in a transonic wind tunnel*. IEEE Control Systems Magazine, 1991. **11**(1): p. 63-72.
- [13] Chen, W.-H., et al., *Nonlinear PID predictive controller*. IEE Proceedings-Control Theory and Applications, 1999. **146**(6): p. 603-61
- [14] Liu, W., et al. *Experimental modeling of magneto-rheological damper and PID neural network controller design*. in *2010 Sixth International Conference on Natural Computation*. 2010. IEEE.
- [15] Yongquan, Y., H. Ying, and Z. Bi. *A PID neural network controller*. in *Proceedings of the International Joint Conference on Neural Networks*, 2003. 2003. IEEE
- [16] Zribi, A., M. Chtourou, and M. Djemel, *A new PID neural network controller design for nonlinear processes*. Journal of Circuits, Systems and Computers, 2 : (٠٤)٢٧ .٠١٨p. 1850065.

- [17] Kang, J., et al., *An adaptive PID neural network for complex nonlinear system control*. Neurocomputing, 2014. **135**: p. 79-85.
- [18] Carvajal, J., G. Chen, and H. Ogmen, *Fuzzy PID controller: Design, performance evaluation, and stability analysis*. Information sciences, 2000. **123**(3-4): p. 249-270.
- [19] Bai, Y. and D. Wang, *Fundamentals of fuzzy logic control—fuzzy sets, fuzzy rules and defuzzifications*, in *Advanced Fuzzy Logic Technologies in Industrial Applications*. 2006, Springer .p. 17-36
- [20] Huang, Y. and S. Yasunobu. *A general practical design method for fuzzy PID control from conventional PID control*. in *Ninth IEEE International Conference on Fuzzy Systems. FUZZ-IEEE 2000 (Cat. No. 00CH37063)*. 2000. IEEE.
- [21] Tarn, T., A. Bejczy, and X. Yun, *New nonlinear control algorithms for multiple robot arms*. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 1988. **24**(5): p. 571-583.
- [22] Westervelt, E.R., et al., *Feedback control of dynamic bipedal robot locomotion*. 2018: CRC press.
- [23] Sirouspour, M.R. and S.E. Salcudean, *Nonlinear control of hydraulic robots*. IEEE Transactions on Robotics and Automation, 2001. **17**(2): p. 173-182.
- [24] Dixon, W.E., et al., *Nonlinear control of wheeled mobile robots*. Vol. 175. 2001: Springer.
- [25] Asada ,H. and J.-J. Slotine, *Robot analysis and control*. 1986: John Wiley & Sons
- [26] Khalil, H.K. and J.W. Grizzle, *Nonlinear systems*. Vol. 3. 2002: Prentice hall Upper Saddle River, NJ.
- [27] Slotine, J.-J.E. and W. Li, *Applied nonlinear control*. Vol. 199. 199 : Prentice hall Englewood Cliffs, NJ.
- [28] Sastry, S., *Nonlinear systems: analysis, stability, and control*. Vol. 10. 2013: Springer Science & Business Media.
- [29] Vossoughi, G. and M. Donath, *Dynamic feedback linearization for electrohydraulically actuated control systems*. 1995.
- [30] Lee, D., H.J. Kim, and S. Sastry, *Feedback linearization vs. adaptive sliding mode control for a quadrotor helicopter*. International Journal of control, Automation and systems, 2009. **7**(3): p. 419-428.
- [31] Piltan, F., et al., *Design robust backstepping on-line tuning feedback linearization control applied to ic engine*. 2012.
- [32] Spong, M.W. *Partial feedback linearization of underactuated mechanical systems*. in *Proceedings of IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS'94)*. 1994. IEEE
- [33] Lin, S., et al., *Robust Backstepping Control with Active Damping Strategy for Separating-Metering Electro-Hydraulic System*. Applied Sciences, 2020. **10**(1): p. 277.
- [34] Madani, T. and A. Benallegue. *Backstepping control for a quadrotor helicopter*. in *2006 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*. 2006. IEEE.
- [35] Ahmadijokani, M., et al., *A Back-Stepping Control Method for Modular Multilevel Converters*. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2020.

- [36] Luo, S., et al., *Adaptive backstepping optimal control of a fractional-order chaotic magnetic-field electromechanical transducer*. Nonlinear Dynamics, 2020: p. 1-18.
- [37] Azar, A.T. and F.E. Serrano, *Stabilization of port Hamiltonian chaotic systems with hidden attractors by adaptive terminal sliding mode control*. Entropy, 2020. **22**(1): p. 122.
- [38] Sun, T., et al., *Semiglobal exponential control of Euler–Lagrange systems using a sliding-mode disturbance observer*. Automatica, 2020. **112**: p. 10
- [39] Vieira, H.S., et al., *Unified Backstepping Sliding Mode Framework for Airship Control Design*. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 2020
- [40] Shirazian, M. and S. Effati, *A novel successive approximation method for solving a class of optimal control problems*. Caspian Journal of Mathematical Sciences (CJMS), 2020. **9**(1): p. 124-136.
- [41] Moon, J. and T.E. Duncan, *A Simple Proof of Indefinite Linear-Quadratic Stochastic Optimal Control with Random Coefficients*. IEEE Transactions on Automatic Control, 2020.
- [42] Niu, B., et al., *Global adaptive control of switched uncertain nonlinear systems: An improved MDADT method*. Automatica, 2020. **115**: p. 108872.
- [43] Song, Z., et al., *Adaptive tracking control for switched uncertain nonlinear systems with input saturation and unmodeled dynamics*. IEEE Transactions on Circuits and Systems II: Express Briefs, 2020.
- [44] Wang, S. and J. Na, *Parameter Estimation and Adaptive Control for Servo Mechanisms With Friction Compensation*. IEEE Transactions on Industrial Informatics, 2020
- [45] Ma, H., et al., *Adaptive event-triggered control for a class of nonlinear systems with periodic disturbances*. Information Sciences, 2020. **63**(150212): p. 1-150212.
- [46] Tombul, G.S., S.P. Banks, and N. Akturk, *Sliding mode control for a class of non-affine nonlinear systems*. Nonlinear Analysis: Theory, Methods & Applications, 2009. **71**(12): p. e1589-e1597.
- [47] Chen, Z., C. Shan, and H. Zhu, *Adaptive fuzzy sliding mode control algorithm for a non-affine nonlinear system*. IEEE Transactions on Industrial Informatics, 2007. **3**(4): p. 302-311.
- [48] Padhi, R., N. Unnikrishnan, and S. Balakrishnan, *Model-following neuro-adaptive control design for non-square, non-affine nonlinear systems*. IET Control Theory & Applications, 2007. **1**(6) : (p. 1650-1661.
- [49] Du, H., S. Ge, and J. Liu, *Adaptive neural network output feedback control for a class of non-affine non-linear systems with unmodelled dynamics*. IET control theory & applications, 2011. **5**(3): p. 465-477.
- [50] Nekoo, S.R. and B. Geranmehr, *Nonlinear observer-based optimal control using the state-dependent Riccati equation for a class of non-affine control systems*. Journal of Control Engineering and Applied Informatics, 2014. **16**(2): p. 5-13.
- [51] Ge, S.S., J. Zhang, and T.H. Lee, *Adaptive MNN control for a class of non-affine NARMAX systems with disturbances*. Systems & control letters, 2004. **53**(1): p. 1-12

- [52] Bogkovic, J., L. Chen, and R.K. Mehra. *Adaptive tracking control of a class of non-affine plants using dynamic feedback*. in *Proceedings of the 2001 American Control Conference*.(Cat. No. 01CH37148). 2001. IEEE.
- [53] Shi, C., et al., *Robust adaptive neural control for a class of non-affine nonlinear systems*. *Neurocomputing*, 2017. **223**: p. 118-128
- [54] Liu, Y.-J., S. Tong, and Y. Li, *Adaptive neural network tracking control for a class of non-linear systems*. *International Journal of Systems Science*, 2010. **41**(2): p. 143-158.
- [55] Baumann, W. and W. Rugh, *Feedback control of nonlinear systems by extended linearization*. *IEEE transactions on automatic control*, 1986. **31**(1): p. 40-46.
- [56] Marino, R. and P. Tomei, *Global adaptive output-feedback control of nonlinear systems. I. Linear parameterization*. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1993. **38**(1): p. 17-32.
- [57] Beaman, J.J. and J.K. Hedrick, *Improved statistical linearization for analysis and control of nonlinear stochastic systems: Part I: An extended statistical linearization technique*. 1981.
- [58] Ghanadan, R. and G. Blankenship, *Adaptive control of nonlinear systems via approximate linearization*. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1996. **41**(4): p. 618-625.
- [59] Boukezzoula, R., S. Galichet, and L. Foulloy. *Fuzzy adaptive linearizing control for non-affine systems*. in *The 12th IEEE International Conference on Fuzzy Systems, 2003. FUZZ'03*. 2003. IEEE.
- [60] Narang, A., *Analysis and control of non-affine, non-standard, singularly perturbed systems*. 2012.
- [61] Xia, X. and C. Moog. *Input output linearization of nonlinear systems by output feedback*. in *Proceedings of 35th IEEE Conference on Decision and Control*. 1996. IEEE.
- [62] Arefi, M.M., J. Zarei, and H.R. Karimi, *Adaptive output feedback neural network control of uncertain non-affine systems with unknown control direction*. *Journal of the Franklin Institute*, 2014. **351**(8): p. 4302-4316
- [63] Ge, S.S. and B. Ren. *Neural network control for non-affine nonlinear systems*. in *2007 European Control Conference (ECC)*. 2007. IEEE.
- [64] Zerari, N., M. Chemachema, and N. Essounbouli, *Adaptive neural network control for a class of MIMO non-affine uncertain systems with input dead-zone nonlinearity and external disturbance*. *International Journal of Systems, Control and Communications*, 2020. **11**(2): p. 142-160.
- [65] Palma, L.B., et al. *Mamdani Type Sliding Mode Fuzzy Control of Non-Affine Nonlinear Systems* .in *IECON 2019-45th Annual Conference of the IEEE Industrial Electronics Society*. 2019. IEEE.
- [66] Ghavidel, H.F., *A modeling error-based adaptive fuzzy observer approach with input saturation analysis for robust control of affine and non-affine systems*. *Soft Computing*, 2020. **24**(3): p. 1717-1735.
- [67] Li, X. and G. Li, *Novel fuzzy approximation control scheme for flexible air-breathing hypersonic vehicles with non-affine dynamics and amplitude and rate constraints*. *IEEE Access*, 2019. **7**: p. 73602-73616.

- [68] Lee, C.-H. and B.-R. Chung, *Adaptive backstepping controller design for nonlinear uncertain systems using fuzzy neural systems*. International Journal of Systems Science, 2012. **43**(10): p. 1855-1869.
- [69] Boulkroune, A., M. M'saad, and M. Farza, *Fuzzy approximation-based indirect adaptive controller for multi-input multi-output non-affine systems with unknown control direction*. IET Control Theory & Applications, 2012. **6**(17): p. 2619-2629.
- [70] Li, I.-H. and L.-W. Lee, *Interval type 2 hierarchical FNN with the H-infinity condition for MIMO non-affine systems*. Applied Soft Computing, 2012. **12**(8): p. 1996-2011.
- [71] Zhao, S. and X. Gao, *Robust adaptive control for a class of uncertain non-affine nonlinear systems using affine-type neural networks*. International Journal of Systems Science, 2016. **47**(11): p. 2691-2699.
- [72] Shokoohinia, M.R., M.M. Fateh, and R. Gholipour, *Design of an adaptive dynamic sliding mode control approach for robotic systems via uncertainty estimators with exponential convergence rate*. SN Applied Sciences, 2020. **2**(2): p. 1-11
- [73] Roy, S., S. Baldi, and L.M. Fridman, *On adaptive sliding mode control without a priori bounded uncertainty*. Automatica, 2020. **111**: p. 108650.
- [74] Anh, H.P.H., et al., *New approach of sliding mode control for nonlinear uncertain pneumatic artificial muscle manipulator enhanced with adaptive fuzzy estimator*. International Journal of Advanced Robotic Systems, 2018. **15**(3): p. 1729881418773204.
- [75] Patre, B., et al., *Disturbance estimator based non-singular fast fuzzy terminal sliding mode control of an autonomous underwater vehicle*. Ocean Engineering, 2018. **159**: p. 372-387.
- [76] Yoshimura, T., *Design of an adaptive fuzzy sliding mode control for uncertain discrete-time nonlinear systems based on noisy measurements*. International Journal of Systems Science, 2016. **47**(3): p. 617-630.
- [77] Wan, E.A. and R. Van Der Merwe. *The unscented Kalman filter for nonlinear estimation*. in *Proceedings of the IEEE 2000 Adaptive Systems for Signal Processing, Communications, and Control Symposium (Cat. No. 00EX373)*. 2000. Ieee.
- [78] Chan, Y., A. Hu, and J. Plant, *A Kalman filter based tracking scheme with input estimation*. IEEE transactions on Aerospace and Electronic Systems, 1979(2): p. 237-244.
- [79] Kandepu, R., B. Foss, and L. Imsland, *Applying the unscented Kalman filter for nonlinear state estimation*. Journal of process control, 2008. **18**(7-8): p. 753-768.
- [80] Rigatos, G.G., *Nonlinear Kalman filters and particle filters for integrated navigation of unmanned aerial vehicles*. Robotics and Autonomous Systems, 2012. **60**(7): p. 978-995.
- [81] Antoniou, C., M. Ben-Akiva, and H.N. Koutsopoulos, *Nonlinear Kalman filtering algorithms for on-line calibration of dynamic traffic assignment models*. IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems, 2007. **8**(4): p. 661-670.
- [82] Lefebvre, T., H. Bruyninckx, and J. Schutter, *Nonlinear Kalman filtering for force-controlled robot tasks*. Vol. 19. 2005: Springer.

- [83] Ren, B., Q.-C. Zhong, and J. Chen, *Robust control for a class of nonaffine nonlinear systems based on the uncertainty and disturbance estimator*. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2015. **62**(9): p. 5881-5888.
- [84] Lee, H. and V.I. Utkin, *Chattering suppression methods in sliding mode control systems*. Annual reviews in control, 2007. **31**(1): p. 179-188
- [85] Feng, Y., F. Han, and X. Yu, *Chattering free full-order sliding-mode control*. Automatica, 2014. **50**(4): p. 1310-1314.
- [86] Boiko, I. and L. Fridman, *Analysis of chattering in continuous sliding-mode controllers*. IEEE transactions on automatic control, 2005. **50**(9): p. 1442-1446.
- [87] Roopaei, M. and M.Z. Jahromi, *Chattering-free fuzzy sliding mode control in MIMO uncertain systems*. Nonlinear Analysis: Theory, Methods & Applications, 2009. **71**(10): p. 4430-4437.

Abstract

In this thesis, the control of nonlinear non-affine systems is studied. These systems have more complex equations than other nonlinear systems due to nonlinear relationship of inputs in the dynamical equations of the system, and a general method for controlling this type of systems has not yet been proposed. The use of pulse width modulation as a tool to convert a non-affine to affine system and the design of a controller based on the Filippov technique are the main idea of this thesis. The non-affine conversion system using this method is associated with uncertainty, which is considered in the controller design. Since the input applied to the system in this method is considered as two fixed values, a new idea for controlling non-affine systems is proposed that can also be applied for affine systems with input limitation. The upper bound of uncertainty is also estimated in the controller design. The stability of the proposed control methods is performed using the Lyapunov theory and its results are simulated in MATLAB software.

Keywords: Non-affine, robust control, pulse width modulation, Filippov method, Bound of uncertainty estimation.



Shahrood University of
Technology

Faculty of electrical and robotic engineering
Ph.D.Thesis in control engineering

Design of robust controller using pulse width modulation

By: Hamzeh Ansari

Supervisor:
Dr. Alireza Alfi

July 2020