بسم الله الرحمن الرحيم

دانشگاه صنعتی شاهرود

دانشکده مهندسی برق و رباتیک

رساله دکتری مهندسی کنترل

کنترل مبتنی بر سری‌تیلور بازوهای رباتیک

نگارنده: سید محمد احمدی

استاد راهنما

دکتر محمد مهدی فاتح

شهریور ۱۳۹۷

شماره : ۱۵۸۹/۲/د.ت.۳
تاریخ : ۹۷/۶/۷
ویرایش : —

باسمه تعالی

مدیریت تحصیلات تکمیلی

فرم شماره ۱۲: صورت جلسه نهایی دفاع از رساله دکتری (Ph.D)

(ویژه دانشجویان ورودی های ۹۴ و ما قبل)

بدینوسیله گواهی می شود آقای/خانم **سید محمد احمــدی** دانشجوی دکتری رشته **برق – کنترل** به شماره دانشجویی **۹۳۰۰۰۷۵** ورودی **مهـر** ماه سال **۱۳۹۳** درتاریخ **۱۳۹۷/۰۶/۰۷** از رسالـه **نظـری** ■ / **عمـلی** □ خود با عنـوان :

کنترل مبتنی بر سری تیـــلور بازوهــای رباتیک

دفاع و با اخذ نمره ۱۹/۸۹۴ به درجه : عالی نائل گردید.

الف) درجه عالی: نمره ۲۰-۱۹ ☑	ب) درجه بسیار خوب: نمره ۱۸/۹۹ – ۱۷ □
ج) درجه خوب: نمره۱۶/۹۹– ۱۵ □	د) غیر قابل قبول و نیاز به دفاع مجدد دارد□
ه) رساله نیاز به اصلاحات دارد□	

ردیف	هیئت داوران	نام و نام خانوادگی	مرتبه علمی	امضاء
	دکتر محمدمهدی فاتح	استاد/ اساتید راهنما	استاد	[signature]
	دکتر —	مشاور/ مشاورین	—	—
	دکتر رجب‌پور؟	استاد مدعو ~~داخلی~~ / خارجی	استاد	[signature]
	دکتر اکبرزاده کلات	استاد مدعو داخلی / ~~خارجی~~	دانشیار	[signature]
	دکتر الفی	استاد مدعو داخلی / ~~خارجی~~	دانشیار	[signature]
	دکتر حمید ظریف	سرپرست (نماینده) تحصیلات تکمیلی دانشکده	دانشیار	[signature]

مدیر محترم تحصیلات تکمیلی دانشگاه:

ضمن تأییـد مراتب فوق مقرر فرمائید اقـدامات لازم در خصـوص انجام مراحـل دانش آموختـگی آقای/ خانم **سید محمد احمــدی** بعمل آید.

نام و نام خانوادگی رئیس دانشکده:

تاریخ و امضاء و مهر دانشکده:

دانشگاه صنعتی شاهرود – دانشکده مهندسی برق و رباتیک – معاونت آموزشی، تحصیلات تکمیلی، پژوهش و فناوری

علی‌رضا الفی

تقدیم به پدر عزیزم:

کوهی استوار و حامی من در تمام طول زندگی

و

تقدیم به مادر عزیزم:

سنگ صبوری که الفبای زندگی به من آموخت

تقدیر و تشکر:

ضمن سپاس بیکران خداوند، لازم می‌دانم از جناب آقای دکتر محمد مهدی فاتح که در این مدت افتخار شاگردی ایشان را داشته‌ام و با راهنمایی‌های مدبرانه، نظارت و سرپرستی این پایان‌نامه را به عهده داشتند، صمیمانه تشکر و قدردانی نمایم.

تعهدنامه

اینجانب سید محمد احمدی دانشجوی دوره دکتری رشته مهندسی برق – گرایش کنترل دانشکده برق و رباتیک دانشگاه صنعتی شاهرود نویسنده پایان نامه" کنترل مبتنی بر سری تیلور بازوهای رباتیک " تحت راهنمائی آقای دکتر محمد مهدی فاتح متعهد می‌شوم :

- تحقیقات در این پایان نامه توسط اینجانب انجام شده است و از صحت و اصالت برخوردار است.
- در استفاده از نتایج پژوهشهای محققان دیگر به مرجع مورد استفاده استناد شده است .
- مطالب مندرج در پایان نامه تاکنون توسط خود یا فرد دیگری برای دریافت هیچ نوع مدرک یا امتیازی در هیچ جا ارائه نشده است .
- کلیه حقوق معنوی این اثر متعلق به دانشگاه صنعتی شاهرود می‌باشد و مقالات مستخرج با نام « دانشگاه صنعتی شاهرود » و یا « Shahrood University of Technology » به چاپ خواهد رسید .
- حقوق معنوی تمام افرادی که در به دست آمدن نتایح اصلی پایان نامه تأثیرگذار بوده‌اند در مقالات مستخرج از پایان نامه رعایت می‌گردد.
- در کلیه مراحل انجام این پایان نامه ، در مواردی که از موجود زنده (یا بافتهای آنها) استفاده شده است ضوابط و اصول اخلاقی رعایت شده است .
- در کلیه مراحل انجام این پایان نامه، در مواردی که به حوزه اطلاعات شخصی افراد دسترسی یافته یا استفاده شده است اصل رازداری ، ضوابط و اصول اخلاق انسانی رعایت شده است .

تاریخ

امضای دانشجو

مالکیت نتایج و حق نشر

- کلیه حقوق معنوی این اثر و محصولات آن (مقالات مستخرج ، کتاب ، برنامه‌های رایانه‌ای ، نرم افزارها و تجهیزات ساخته شده است) متعلق به دانشگاه صنعتی شاهرود می‌باشد . این مطلب باید به نحو مقتضی در تولیدات علمی مربوطه ذکر شود .
- استفاده از اطلاعات و نتایج موجود در پایان نامه بدون ذکر مرجع مجاز نمی‌باشد.

چکیده

سیستم سری تیلور تطبیقی در دو طرح برای کنترل مقاوم بازوی رباتیک استفاده می‌شود. در طرح اول به عنوان تقریب‌گر تابع عدم قطعیت و در طرح دوم به عنوان قانون کنترل مورد استفاده قرار می‌گیرد. قوانین کنترل پیشنهادی منجر به تضمین پایداری محدود نهایی می‌شود. سپس با اضافه کردن جمله مقاوم ساز به قوانین کنترل، علاوه بر تضمین پایداری سیستم حلقه بسته، همگرایی مجانبی خطای ردگیری نیز محقق می‌شود. در این رساله، برای اولین بار سیستم سری تیلور به عنوان تقریب‌گر عمومی معرفی می‌شود. در ادامه با بهره‌گیری از رهیافت کنترل ولتاژ، ساختار کنترل‌کننده تطبیقی غیرمستقیم بدون نیاز به پسخورد متغیر سرعت توسعه می‌یابد. با در نظر گرفتن انعطاف‌پذیری در مفاصل بازوی ربات، طرح کنترل تطبیقی مستقیم با بکارگیری تقریب‌گر سری تیلور به منظور تقریب کنترل‌کننده ایده‌آل و تقریب‌گر فازی به منظور جبران خطای تقریب پیشنهاد می‌شود. از بازوی ربات اسکارای چهار محوره متصل به دیوار به عنوان ربات با مفاصل صلب و همچنین از بازوی رباتیک هنرمند به عنوان سیستم رباتیک با مفاصل انعطاف‌پذیر برای بررسی عملکرد کنترل‌کننده‌های پیشنهادی استفاده می‌شود. نتایج شبیه‌سازی، کارایی مناسب طرح‌های کنترلی پیشنهادی را در مقایسه با روش‌های دیگر از قبیل کنترل‌کننده مود لغزشی ترمینال و کنترل تطبیقی مبتنی بر رگرسور نشان می‌دهد.

کلمات کلیدی: سیستم سری تیلور، بازوی رباتیک، رهیافت کنترل ولتاژ، کنترل تطبیقی مستقیم، کنترل تطبیقی غیرمستقیم، همگرایی مجانبی.

لیست مقالات مستخرج از رساله

الف) مقالات ژورنالی:

[1] Ahmadi, S. M., & Fateh, M. M. (2016). Robust control of electrically driven robots using adaptive uncertainty estimation. *Computers & Electrical Engineering*, *56*, 674-687.

[2] Ahmadi, S. M., & Fateh, M. M. (2018). Task-space control of robots using an adaptive Taylor series uncertainty estimator. *International Journal of Control*, doi: 10.1080/00207179.2018.1429673.

[3] Ahmadi, S. M., & Fateh, M. M. (2018). Task-space asymptotic tracking control of robots using a direct adaptive Taylor series controller. *Journal of Vibration and Contr*ol, doi: 10.1177/1077546318758800.

[4] Ahmadi, S. M., & Fateh, M. M. (2018). On the Taylor series asymptotic tracking control of robots. *Robotica*. (Accepted)

ب) مقاله کنفرانسی:

[1] Ahmadi, S. M., & Fateh, M. M. (2018) Sliding mode control of electrically-driven robot manipulators using an adaptive Taylor series approximator. *26*th Iranian Conference on Electrical Engineering (ICEE2018)

فهرست مطالب

فهرست اشکال

فهرست جداول

فصل ۱. مقدمه و پیشینه تحقیق

۱-۱- مقدمه

در دهه‌های گذشته، بسیاری از تلاش‌های تحقیقاتی روی کنترل مبتنی بر مدل[1] از قبیل کنترل گشتاور محاسباتی[2] [۱] و کنترل پسخورد غیرخطی[3] [۲] معطوف بودند. اما برای پیاده‌سازی روش‌های کنترلی مبتنی بر مدل، طراح باید به مدل دینامیکی دقیق سیستم غیرخطی دسترسی داشته باشد. ولی در عمل، مدل دقیق در دسترس نیست. بعلاوه استفاده از مدل‌های پیچیده به دلیل بار محاسباتی زیاد[4] و پیچیدگی‌های عملی در قوانین کنترل توصیه نمی‌شود. بنابراین طراحان کنترل ترجیح می‌دهند که به جای مدل‌های پیچیده، از مدل ساده‌تری به نام مدل نامی[5] برای طراحی قانون کنترل استفاده کنند [۳]. در نتیجه به دلیل تفاوت مدل واقعی سیستم و مدل نامی، سیستم کنترل با چالشی به نام عدم‌قطعیت[6] مواجه است. به طور کلی عدم‌قطعیت می‌تواند شامل عدم‌قطعیت‌های ساختاری[7](پارامتری) و غیرساختاری[8](دینامیک‌های مدل نشده و اغتشاش خارجی) باشد.

در دهه‌های اخیر، به منظور جبران عدم‌قطعیت‌ها در سیستم‌های رباتیک تلاش‌های تحقیقاتی فراوانی از قبیل کنترل تطبیقی [۴-۵] و کنترل مقاوم [۶-۷] صورت گرفته است. برای سیستم‌هایی که دارای دینامیک‌های معلوم با ضریب‌های ثابت ولی نامعلوم می‌باشند، کنترل تطبیقی بسیار راهگشاست. در روش کنترل تطبیقی، محققان به منظور یادگیری از تجربه‌های سیستم کنترل به دنبال پیدا کردن قانون تطبیقی می‌باشند. باید توجه داشت که روش کنترل تطبیقی را برای سیستم‌های غیرخطی که قابلیت خطی سازی دینامیک‌های آن نسبت به ضریب‌های سیستم را دارا باشند، می‌توان استفاده کرد [۸]. یکی از ضعف‌های روش کنترل تطبیقی در مواجه با عدم‌قطعیت‌های

[1] Model-based control
[2] Computed torque control
[3] Nonlinear Feedback Control
[4] Computational burden
[5] Nominal model
[6] Uncertainty
[7] Structured
[8] Unstructured

غیرساختاری می‌باشد که در این وضعیت این نوع کنترل‌کننده عملکرد مطلوبی از خود نشان نمی‌دهد [۹]. برای رفع این مشکل، کنترل‌کننده‌های مقاوم پیشنهاد شدند.

کنترل‌کننده‌های مقاوم از قبیل مود لغزشی [۱۰]، پسگام [۱۱]، یادگیری تکرار شونده [۱۲] و مرتبه‌کسری [۱۳] به دلیل عملکرد مطلوب در مواجه با انواع عدم‌قطعیت‌های ساختاری و غیرساختاری و همچنین تضمین پایداری سیستم حلقه بسته مورد توجه بسیاری از محققان قرار گرفته‌اند. در ساختار کنترل مود لغزشی، با تعریف سطح لغزش که تابعی از دینامیک‌های خطای سیستم می‌باشد، طراح قصد دارد که خطا به سمت صفر همگرا شود تا هدف کنترلی خود را محقق سازد [۱۴]. یکی از ویژگی‌های منحصربه‌فرد روش کنترل مود لغزشی، علاوه بر جداسازی[1] سیستم حرکتی به مؤلفه‌های مستقل با ابعاد پایین‌تر، تضمین پایداری یا همگرایی مجانبی است [۱۵]. باید توجه داشت که به دلیل وجود تابع کلیدزنی در قانون کنترل مود لغزشی، لرزش سیگنال کنترل و تحریک دینامیک‌های مدل نشده در سیستم کنترل روی می‌دهد. برای رفع این مشکل، طرح‌های غلبه بر لرزش سیگنال کنترل مورد توجه برخی از محققان قرار گرفته‌اند [۱۶]. هرچند بکارگیری این روش‌ها به پایداری محدود نهایی یکنواخت[2] منجر می‌شود. به منظور دستیابی به همگرایی سریع در زمان محدود[3]، کنترل‌کننده‌های مود لغزشی ترمینال[4] [۱۷] پیشنهاد شده‌اند. در کنترل مود لغزشی ترمینال از عبارت غیرخطی در سطح لغزش استفاده می‌شود تا رویه[5] طراحی شده به عنوان جاذب، همگرایی خطای ردگیری در زمان محدود را فراهم کند. جنبه‌های مختلف کنترل مود لغزشی مرسوم از قبیل مشکل تکین بودن و لرزش سیگنال کنترل و نیازمندی به دانش اولیه در مورد دینامیک سیستم تحت کنترل توسط محققان مورد بررسی و تحقیق قرار گرفته اند. به منظور رفع مشکل تکین شدن کنترل‌کننده‌های کلاسیک مود لغزشی ترمینال، روش‌های مختلفی پیشنهاد شده‌اند. در مرجع

---
[1] Decoupling
[2] Uniformly Ultimately boundedness stability
[3] Fast finite-time convergence
[4] Terminal sliding mode control
[5] Manifold

[۱۸]، مود لغزشی ترمینال برای سیستم‌های خطی چند ورودی – چند خروجی پیشنهاد شده است بدین صورت که از طرح غیرمستقیم برای جلوگیری از تکین شدن با کلیدزنی از رویه لغزشی ترمینال به رویه لغزشی خطی استفاده می‌شود. روش جایگزین در مرجع [۱۹] پیشنهاد شده است تا مسیر را بر روی یک ناحیه باز مشخص هدایت کنند که در آن کنترل مود لغزشی ترمینال تکین نشود. تمامی‌کنترل‌کننده‌های ناتکین مود لغزشی ترمینال نیازمند کنترل ناپیوسته برای تضمین همگرایی در زمان محدود می‌باشند. لرزش سیگنال کنترل به علت عملکرد کنترل ناپیوسته بوجود آمده و در بسیاری از کاربردها نامطلوب می‌باشد. به منظور رفع این مشکل، مرجع [۲۰] طرح کنترلی زمان محدود پیوسته برای بازوی رباتیک با بهره‌گیری از شکل جدیدی از لغزش ترمینال پیشنهاد داده است به‌نحوی‌که همگرایی زمان محدود به لایه مرزی در حضور اختلال و اغتشاش خارجی تضمین می‌شود. هرچند باید توجه داشت که کنترل‌کننده‌های فوق به مدل معلوم بازوی رباتیک وابسته هستند و نیازمند محاسبه سنگین ماتریس رگرسور توابع ربات می‌باشند.

کنترل‌کننده پسگام یکی دیگر از روش‌های موثر کنترل مقاوم می‌باشد. ایده اصلی طراحی پسگام این است که توابع مناسب از متغیرهای حالت، به‌صورت بازگشتی به عنوان ورودی‌های مجازی برای زیرسیستم‌هایی با ابعاد پایین‌تر از سیستم نهایی انتخاب می‌شوند [۲۱] تا نه‌تنها سیستم ناپایدار با پسخور گرفتن از حالت‌های سیستم و اعمال آن‌ها به قانون کنترل، پایدار شود، بلکه تابع لیاپانوف سیستم غیرخطی نیز در دسترس طراح قرار گیرد. یکی از چالش‌های روش کنترل پسگام در بسیاری از تحقیقات [۲۲-۲۳]، مشکل تکین شدن[1] برای توابع بهره[2] می‌باشد. در این وضعیت طراحان مجبور هستند که این توابع را ثابت و یا معلوم فرض کنند. اما در بسیاری از کاربردهای عملی این فرضیات نمی‌توانند برقرار باشند. برای رفع این مشکل، مرجع [۲۴] توابع بهره را نامعلوم فرض کرده و ساختار شبکه‌عصبی طوری تنظیم می‌شود که این توابع تقریب زده شوند. هرچند برای جلوگیری از واگرایی

[1] Singularity
[2] Gain functions

وزن‌های شبکه‌عصبی در حین تنظیم برخط[1]، از تصویرسازی‌های ناپیوسته[2] با کران‌های ساختگی[3] در طراحی استفاده می‌شود. در مرجع [۲۵]، توابع بهره نامعلوم فرض شده و طراحی پسگام طوری انجام می‌شود که از روش‌های تطبیقی شبکه‌عصبی بهره می‌برد. هرچند به دلیل معرفی تابع لیاپانوف از نوع انتگرالی، این طرح بسیار پیچیده می‌باشد. در ادامه مرجع [۲۶] روش ساده‌تری را پیشنهاد داده است، اما به دلیل وجود مشتق‌های کنترل‌کننده‌های مجازی در ساختار شبکه‌عصبی، حجم محاسباتی آن زیاد است. روش کنترل تطبیقی پسگام پیشنهادی در مرجع [۲۱] با بهره‌گیری از شبکه‌عصبی تابع پایه شعاعی[4] هم ساختار ساده‌ای داشته و هم مشکل تکین شدن را برطرف کرده است. از دیگر مشکلات طراحی کنترل مقاوم پسگام، وجود پدیده‌ای به نام " انفجار پیچیدگی[5]" می‌باشد که هرچه مرتبه سیستم غیرخطی افزایش یابد، به دلیل مشتق‌گیری از ورودی‌های کنترل مجازی، ساختار کنترل‌کننده بسیار پیچیده خواهد شد [۲۷]. برای رفع مشکل انفجار پیچیدگی، طرح کنترلی پسگام تطبیقی عصبی برای اولین‌بار در مرجع [۲۸] با بهره‌گیری از روش کنترل صفحه دینامیکی[6] برای سیستم‌های غیرخطی نامعلوم یک ورودی – یک خروجی پیشنهاد شد. پس از آن چندین روش کنترل صفحه دینامیکی پسگام فازی تطبیقی [۲۹] و عصبی تطبیقی [۳۰] توسعه و گسترش یافته است.

کنترل یادگیری تکرارشونده[7] به عنوان روش کنترل پیشخورد، از دیگر روش‌های کنترل مقاوم می‌باشد [۳۱]. در این نوع از کنترل‌کننده‌ها، کاهش خطای ردگیری برای بهبود عملکرد سیستم‌هایی که وظایف تکراری انجام می‌دهند به صورت مرحله به مرحله صورت می‌گیرد. به این صورت که ورودی جبرانی در هر تکرار، تخمین زده می‌شود تا خطا در هر مرحله کاهش یابد و نهایتا خطای ردگیری

[1] Online tuning
[2] Discontinuous projections
[3] fictitious bounds
[4] Radial-basis-function neural network
[5] Explosion of complexity
[6] Dynamic surface control
[7] Iterative Learning Control

کمینه شود. یکی از مزیت‌های کنترل یادگیری تکرارشونده، تضمین همگرایی خطا در طول بازه می‌باشد زیرا اطلاعات آزمایش پیشین دینامیک‌های سیستم و خطای ردگیری در هر گام زمانی، در آزمایش بعدی تاثیر می‌گذارد [۳۲]. طراحی مناسب مسیر پیشخورد، باعث کاهش پیچیدگی‌های کنترل‌کننده‌های پسخورد می‌شود. بنابراین، در این روش کنترلی علاوه بر این که کنترل‌کننده پسخورد پایداری سیستم را تضمین می‌کند، کنترل یادگیری تکرارشونده عملکرد سیستم را بهبود می‌بخشد [۳۱]. الگوریتم بروزرسانی کنترل یادگیری مرسوم با استفاده از خطا و ورودی سیکل پیشین به صورت زیر است:

$$u_{k+1}(t) = u_k(t) + f(e_k(t)) \tag{۱-۱}$$

که در آن k، اندیس سیکل، $u_{k+1}(t)$ خروجی کنترل‌کننده سیکل کنونی و $e_k(t)$ خطای ردگیری سیکل پیشین می‌باشد. با طراحی انواع مختلف $f(e_k(t))$، الگوریتم‌های یادگیری متنوعی وجود دارد. برای مثال در مراجع [۳۳] و [۳۴] به‌ترتیب کنترل تناسبی – انتگرالی – مشتقی[1] و کنترل‌کننده یادگیری در حوزه فرکانس لاپلاس طراحی شده است. در [۳۵] از سری‌فوریه برای تقریب مشخصه ورودی و خروجی دینامیک سیستم و الگوریتم کنترلی یادگیری تکرارشونده بر اساس ماتریس نگاشت ورودی – خروجی پیشنهاد شده است. در مرجع [۳۶] کنترل‌کننده یادگیری برای ردگیری بازوی رباتیک پیشنهاد شده است. این طرح از بی- اسپیلاین‌ها[2] برای تقریب تابع شکل‌دهنده ورودی پیشخورد بهره می‌برد. ادعا شده است که این روش از پس سخت‌ترین غیرخطی‌ها برخواهد آمد و نرخ همگرایی الگوریتم پنج تا شش برابر سریعتر از بسیاری از الگوریتم‌های دیگر عمل می‌کند.

باید توجه داشت که اکثر کنترل‌کننده‌های مقاوم طراحی شده در حوزه سیستم‌های غیرخطی و رباتیک کنترل مرتبه صحیح[3] می‌باشند. در دهه‌های اخیر با پیشرفت‌های صورت گرفته در حوزه

---

[1] Proportional-Integral-Derivative
[2] B-splines
[3] Integer order controllers

محاسبات کسری[1]، محققان دریافتند که مشتق‌گیری و انتگرال‌گیری مرتبه‌کسری را می‌توان برای کاربردهای کنترلی به منظور طراحی انعطاف‌پذیر کنترل‌کننده‌های تناسبی – انتگرالی – مشتقی استفاده کرد [۳۷]. یکی از مشکلات سیستم‌های کنترل مرتبه‌کسری، دشواری تحلیل پایداری سیستم حلقه بسته می‌باشد. به این دلیل که معادله سیستم حلقه بسته تابع شبه چندجمله‌ای[2]با توان‌های کسری می‌باشد که طراح نمی‌تواند با روش‌های معمول به تجزیه و تحلیل پایداری سیستم حلقه بسته بپردازد [۳۸]. بنابراین روش‌های‌هندسی از قبیل نایکوئیست[3] برای بررسی پایداری ورودی محدود – خروجی محدود[4] برای اینگونه سیستم‌های کنترل توسعه یافته‌اند. برای سیستم‌های دیفرانسیل مرتبه‌کسری خطی با ابعاد محدود به فرم فضای حالت، پایداری‌های داخلی و خارجی در مرجع [۳۹] مورد مطالعه قرار گرفته است. همچنین در مرجع [۳۸]، پایداری زمان محدود برای کنترل کسری تناسبی – مشتقی بازوهای رباتیک بررسی شده است.

یکی از چالش‌های اساسی پیش روی محققان در طراحی بسیاری از کنترل‌کننده‌های مقاوم مرسوم بازوهای رباتیک، انتخاب صحیح و منطقی ضریب‌های حدود عدم‌قطعیت یا توابع محدودیت به منظور تکمیل قانون کنترل می‌باشد [۴۰]. انتخاب بزرگ حدود عدم‌قطعیت‌ها می‌تواند منجر به افزایش خطای ردگیری و انتخاب کوچک حدود عدم‌قطعیت‌ها می‌تواند سبب اشباع ورودی و لرزش سیگنال در کنترل‌کننده‌های سوئیچ‌زنی شود.

با بهره‌گیری از خاصیت تقریب‌گر عمومی[5]، کنترل‌کننده‌های پیشرفته از قبیل سیستم‌های فازی [۴۱-۴۳] و شبکه‌های عصبی [۴۴-۴۵] که عمدتا به قوانین تطبیقی مجهز هستند، مورد توجه بسیاری از محققین قرار گرفته‌اند. به منظور طراحی کنترل‌کننده تطبیقی غیرمستقیم، توابع نامعلوم غیرخطی با استفاده از سیستم‌های فازی [۴۲-۴۳] و شبکه‌های عصبی [۴۵] تقریب زده می‌شوند تا

---

[1] Fractional calculus
[2] Pseudo-polynomial
[3] Nyquist
[4] Bounded-Input Bounded-Output (BIBO)
[5] Universal approximator

قانون کنترل تکمیل و عملکرد سیستم کنترل در مواجه با عدم‌قطعیت‌های ساختاری و غیرساختاری قابل قبول باشد. از سوی دیگر، سیستم‌های فازی [۴۱] و شبکه‌های عصبی [۴۴] را می‌توان مستقیما به عنوان کنترل‌کننده استفاده کرد به‌نحوی‌که برای دستیابی به کاهش خطای ردگیری، ضریب‌های کنترل‌کننده به صورت تطبیقی تنظیم شوند.

باید توجه داشت که بسیاری از طرح‌های کنترلی پیشنهاد شده برای کنترل بازوهای ربات، بر مبنای راهبرد کنترل گشتاور[۱] توسعه پیدا کرده‌اند. از جمله چالش‌های اساسی پیش روی طراحان کنترل، عدم کنترل مستقیم گشتاورهای مفاصل، مشکل در پیاده‌سازی عملی و صرف‌نظر کردن از دینامیک محرکه‌ها در راهبرد کنترل گشتاور می‌باشد [۴۶]. برخی از محققان به منظور در نظر گرفتن دینامیک محرکه‌ها، سیستم رباتیک تجمیع شده[۲] یا به عبارت ساده‌تر، تمامی دینامیک‌های بازوی رباتیک و محرکه‌ها را در پیشنهاد قانون کنترل مورد توجه قرار داده‌اند [۴۷-۴۸]. به منظور در نظر گرفتن نقش محرکه‌ها، راهبرد کنترل ولتاژ[۳] برای اولین‌بار در مرجع [۴۹] برای کنترل بازوی رباتیک پیشنهاد شده است. نباید فراموش کرد که بازوی رباتیک توسط محرکه‌ها حرکت داده می‌شود. بنابراین، به منظور کنترل بازوی ربات، محرکه‌های آن باید کنترل شوند. موتورهای الکتریکی به وسیله ولتاژهای اعمالی به عنوان ورودی سیستم، کنترل می‌شوند. بر همین اساس راهبرد کنترل ولتاژ برای کنترل بازوهای رباتیک مجهز به موتورهای الکتریکی پیشنهاد گردید. از جمله مزایای راهبرد کنترل ولتاژ می‌توان ، دقت بالا، سرعت محاسبات بالا اشاره نمود [۵۰].

در دهه‌های گذشته، ردگیری مسیر در فضای‌مفصلی[۴] در بسیاری از طراحی‌های کنترل در نظر گرفته شده است [۵۱-۵۲]. در موقعیت‌های مختلف عملی، مجری نهایی[۵] بازوی رباتیک باید مسیر

---

[1] Torque control strategy
[2] Integrated robotic system
[3] Voltage control strategy
[4] Joint-space
[5] End-effector

تعریف شده در مختصات دکارتی[1] را طی کند. به منظور تبدیل فضای مختصات مفصلی به مختصات دکارتی، استفاده از الگوریتم‌های سینماتیکی معکوس یا شبه معکوس[2] اجتناب‌ناپذیر است [۵۳]. از طرفی در اکثر تحقیقات مرتبط با کنترل ربات، سینماتیک دقیق و ماتریس ژاکوبین بازوی رباتیک باید از قبل معلوم باشد. باید توجه داشت که وقتی اشیا یا ابزار با طول‌های متفاوت و جهت‌های نامعلوم توسط مجری نهایی برداشته شوند، سینماتیک کلی تغییر کرده و تعیین دقیق آن بسیار دشوار خواهد بود. برای حل این مشکل، بعضی از محققان توجه خود را به تقریب ماتریس ژاکوبین و سینماتیک جلب کرده‌اند [۵۴-۵۹]. کنترل‌کننده‌های ژاکوبین تطبیقی [۵۴] و [۵۶] به منظور رفع نیاز به دانستن دقیق در مورد سینماتیک و ماتریس ژاکوبین برای کنترل تنظیم نقطه[3]پیشنهاد شده‌اند. برای کنترل ردگیری در فضای‌کار، طرح کنترل تناسبی – مشتقی – انتگرالی مود لغزشی [۵۹] و کنترل پسگام تطبیقی [۵۸] به منظور غلبه بر عدم‌قطعیت‌های بازوی رباتیک طراحی شده‌اند. به منظور در نظر گرفتن عدم‌قطعیت بازوی رباتیک و ضریب‌های موتور، کنترل ژاکوبین تطبیقی [۵۵] مورد مطالعه قرار گرفت. همچنین در مرجع [۵۷]، کنترل‌کننده عصبی تطبیقی برای سیستم رباتیک با سینماتیک و دینامیک نامعلوم پیشنهاد شد. این روش کنترلی برای تقریب دینامیک‌های بازو و عدم‌قطعیت محرکه‌ها، از سه کنترل‌کننده که مجهز به شبکه‌های عصبی سه لایه می‌باشند، استفاده می‌کند. باید توجه داشت که برخلاف مراجع [۶۰] و [۶۱]، در برخی از روش‌های کنترلی ارائه شده در فضای‌کار، استفاده از ماتریس رگرسور در ساختار کنترل‌کننده اجتناب‌ناپذیر است [۶۲-۶۳]. در نتیجه برای روش‌های ارائه شده، حجم محاسباتی بالایی انتظار می‌رود. مقایسه‌ای بین بعضی از روش‌های کنترل ردگیری در فضای‌کار در جدول (۱-۱) آورده شده است.

اخیرا طرح کنترل آزاد از رگرسور برای بازوهای رباتیک و بر اساس تکنیک‌های تقریب تابع بر اساس سری‌فوریه ارائه شده است [۶۴]. معادله ماتریسی ربات به مجموعه ای از معادلات دیفرانسیل

---
[1] Cartesian coordinates
[2] Pseudo-inverse
[3] Set-point

غیرخطی مرتبه دو بازنویسی می‌شود و برای هر زیر سیستم مسیر مطلوب مورد نظر آن توسط سری‌فوریه تخمین رده می‌شود تا گشتاور تولیدی به گشتاور مطلوب نزدیک شود. دوره تناوب اساسی و تعداد فرکانس‌ها ضریب‌های مهمی هستند که در عملکرد کنترل‌کننده تاثیر بسزایی دارند. افزایش تعداد جملات سری‌فوریه خطای‌تقریب را کمتر می‌کند. در حالی که محدودیت‌های سخت‌افزاری از قبیل فضای حافظه اجازه افزایش دلخواه جملات سری‌فوریه را نمی‌دهد. به منظور مصالحه رضایت‌بخش بین محدودیت‌های سخت‌افزاری و دقت، جملات سری‌های فوریه باید به دقت انتخاب شود.

کنترل مقاوم بازوی رباتیک با استفاده از چندجمله‌ای‌های لژاندر برای تخمین عدم‌قطعیت پیشنهاد شده است [۶۵]. در این روش با استفاده از ترکیب وزن‌دار شده چندجمله‌ای‌های لژاندر، کران عدم‌قطعیت به طور تطبیقی تقریب زده می‌شود. به این نحو که کران عدم‌قطعیت معرفی می‌شود و چندجمله‌ای لژاندر برای تقریب آن به کار می‌رود و در نهایت قانون کنترل به فرم مفصل مستقل پیشنهاد می‌شود. باید توجه داشت که تعداد بهینه ضریب‌های لژاندر با سعی و خطا انتخاب می‌شود که یکی از چالش‌های روش پیشنهادی می‌باشد.

دستیابی به عملکرد کنترلی مطلوب برای بازوهای رباتیک با مفاصل انعطاف‌پذیر چالش اساسی برای محققان به شمار می‌رود. به این دلیل که موقعیت محرکه نمی‌تواند به طور مستقیم توسط موقعیت بازو دنبال شود. در واقع به دلیل انعطاف‌پذیری مفاصل، تعداد درجات آزادی دو برابر وضعیتی است که مفاصل ربات صلب در نظر گرفته شوند [۶۶]. بنابراین انعطاف‌پذیری مفاصل باید در مدلسازی و کنترل بازوهای رباتیک در نظر گرفته شود [۶۷]. به دلیل مشکلات جدی از قبیل تزویج، غیرخطی‌ها، عدم‌قطعیت‌های ساختاری و غیرساختاری، انعطاف‌پذیری مفاصل و پیچیده بودن مدل، توجه بسیاری از محققان به کنترل غیرخطی ربات‌ها با مفاصل انعطاف‌پذیر جلب شده است. برای عملکرد تنظیم نقطه، کنترل تنظیم تکرار شونده [۶۸] و کنترل‌کننده تناسبی – مشتقی با بهره‌گیری

از عبارت ثابت جبران گرانش [۶۹] و جبران ساز برخط گرانش [۷۰] طراحی شدند. روش خطی سازی پسخورد غیرخطی [۷۱] برای ردگیری مسیر مطلوب با کاهش بازوی رباتیک با مفاصل انعطاف‌پذیر به مدل استاندارد ربات با مفاصل صلب بگونه‌ای پیشنهاد شده است که سختی مفاصل به سمت بی نهایت همگرا شود. طرح کنترل غیرخطی [۷۲] و کنترل تطبیقی عصبی [۷۳] با استفاده از نظریه آشفتگی تکین[۱] به منظور تجزیه سیستم منعطف با مرتبه کامل به زیرسیستم‌های سریع و کند پیشنهاد شدند. در مراجع [۷۴] و [۷۵]، به‌ترتیب روش کنترلی مود لغزشی تطبیقی بر اساس طراحی مبتنی بر پسگام و روش کنترل همگام‌سازی[۲] مبتنی بر طراحی رهبر – پیرو[۳] برای ربات تک بازو طراحی شده است. برای غلبه بر عدم‌قطعیت‌های ساختاری و اغتشاش خارجی، کنترل‌کننده ردگیری پسخورد خروجی تطبیقی مقاوم [۷۶] پیشنهاد شده است. همچنین با بهره‌گیری از راهبرد کنترل ولتاژ، کنترل مقاوم برای بازوی رباتیک مفصل منعطف پیشنهاد شده است [۷۷]. در جدول (۱-۲) مقایسه‌ای بین بعضی روش‌های کنترل ردگیری برای بازوهای رباتیک با مفاصل انعطاف‌پذیر ارائه شده است.

[1] Singular perturbation theory
[۲]Synchronization control scheme
[3] Master-slave design

جدول ۱-۱ مقایسه بین بعضی از روش‌های کنترل ردگیری در فضای‌کار

روش کنترل	**ورودی کنترل (گشتاور/ ولتاژ)**	**در نظر گرفتن دینامیک محرکه‌ها**	**ژاکوبین / سینماتیک دقیق**	**جبران عدم‌قطعیت غیرساختاری**	**توابع محدودیت**	**ماتریس رگرسور**	**نوع پایداری**
[۵۵]	ولتاژ	در نظر گرفته شده	نیازی ندارد / نیازی ندارد	جبران نمی‌شود	نیازی ندارد	نیاز دارد	همگرایی مجانبی
[۵۷]	ولتاژ	در نظر گرفته شده	نیازی ندارد / نیازی ندارد	جبران می‌شود	نیاز دارد	نیاز دارد	پایداری نهایی یکنواخت
[۶۰]	ولتاژ	در نظر گرفته شده	نیازی ندارد / نیازی ندارد	جبران می‌شود	نیازی ندارد	نیازی ندارد	ورودی محدود – خروجی محدود
[۵۳]	گشتاور	صرف‌نظر شده	نیاز دارد / نیازی ندارد	جبران می‌شود	نیاز دارد	نیازی ندارد	همگرایی زمان محدود
[۵۸]	گشتاور	صرف‌نظر شده	نیازی ندارد / نیاز دارد	جبران می‌شود	نیازی ندارد	نیاز دارد	همگرایی مجانبی
[۶۱]	گشتاور	صرف‌نظر شده	نیاز دارد / نیاز دارد	جبران می‌شود	نیاز دارد	نیازی ندارد	همگرایی مجانبی
[۶۲]	گشتاور	صرف‌نظر شده	نیازی ندارد / نیاز دارد	جبران نمی‌شود	نیازی ندارد	نیاز دارد	همگرایی مجانبی
[۵۹]	گشتاور	صرف‌نظر شده	نیازی ندارد / نیازی ندارد	جبران می‌شود	نیازی ندارد	نیازی ندارد	همگرایی نمایی[1]
[۶۳]	گشتاور	صرف‌نظر شده	نیازی ندارد / نیازی ندارد	جبران نمی‌شود	نیازی ندارد	نیاز دارد	همگرایی مجانبی

[1] Exponential convergence

جدول ۱-۲ مقایسه بین بعضی از روش‌های کنترل ردگیری بازوهای رباتیک با مفاصل انعطاف‌پذیر

روش کنترل	ورودی کنترل (گشتاور/ولتاژ)	در نظر گرفتن دینامیک محرکه‌ها	تنظیم نقطه / ردگیری	عدم‌قطعیت‌های غیر ساختاری	توابع محدودیت	ربات تک بازو / چند بازو	نوع پایداری
[۷۱]	گشتاور	صرف‌نظر شده	ردگیری	جبران نمی‌شود	نیاز دارد	تک بازو	پایداری مجانبی[1]
[۶۹]	گشتاور	صرف‌نظر شده	تنظیم نقطه	جبران نمی‌شود	نیاز ندارد	چند بازو	پایداری مجانبی
[۶۸]	ولتاژ	در نظر گرفته شده	تنظیم نقطه	جبران نمی‌شود	نیازی ندارد	چند بازو	پایداری مجانبی
[۷۴]	گشتاور	صرف‌نظر شده	ردگیری	جبران می‌شود	نیاز ندارد	تک بازو	پایداری نهایی یکنواخت
[۷۰]	گشتاور	صرف‌نظر شده	تنظیم نقطه	جبران نمی‌شود	نیازی ندارد	چند بازو	همگرایی مجانبی
[۷۷]	ولتاژ	در نظر گرفته شده	ردگیری	جبران می‌شود	نیاز دارد	چند بازو	پایداری نهایی یکنواخت
[۷۶]	گشتاور	صرف‌نظر شده	ردگیری	جبران می‌شود	نیاز دارد	چند بازو	پایداری مجانبی
[۷۵]	گشتاور	صرف‌نظر شده	ردگیری	جبران نمی‌شود	نیازی ندارد	تک بازو	پایداری نهایی یکنواخت

[1] Asymptotic stability

۱-۲- اهداف تحقیق

هدف این رساله کنترل مبتنی بر سری‌تیلور بازوهای رباتیک می‌باشد. در این تحقیق برای اولین‌بار سری‌تیلور به عنوان تقریب‌گر عمومی معرفی می‌شود و با بهره‌گیری از ساختار ساده اما در عین حال قدرتمند خود در دو طرح کنترلی و در دو فضای‌مفصلی و فضای‌کار بازوی رباتیک توسعه پیدا می‌کنند:

- استفاده از سری‌تیلور به عنوان تقریب‌گر عدم‌قطعیت.
- استفاده از سیستم سری‌تیلور به عنوان کنترل‌کننده.

هر دو طرح کنترلی از مکانیزم‌های تطبیقی بهره می‌برند که مستقیما از تحلیل پایداری بدست می‌آیند. در این پایان‌نامه طرح‌های کنترلی بر مبنای پایداری محدود نهایی یکنواخت و همگرایی مجانبی پیشنهاد می‌شوند. همچنین عملکرد کنترل‌کننده‌های پیشنهادی بر روی بازوی رباتیک با مفاصل صلب و انعطاف‌پذیر مورد بررسی و تحقیق قرار می‌گیرد.

۱-۳- مروری بر ساختار پایان‌نامه

در ادامه فصل‌های دیگر این پایان‌نامه به‌ترتیب زیر تنظیم شده‌اند:

در فصل دوم علاوه بر نشان دادن خاصیت منحصربه‌فرد سری‌تیلور به عنوان تقریب‌گر عمومی، با در نظر گرفتن سیستم رباتیک با دینامیک‌های تجمیع شده بازوها و موتورها، روش کنترلی مقاوم با بهره‌گیری از تقریب‌گر عدم‌قطعیت تطبیقی سری‌تیلور ارائه می‌شود. در فصل سوم از تقریب‌گر سری‌تیلور به منظور تقریب تابع غیرخطی نامعلوم در ساختار کنترل مود لغزشی استفاده می‌شود. پایداری محدود نهایی یکنواخت خطای ردگیری و مشتق زمانی روش‌های کنترلی فصل‌های اول و دوم تضمین می‌شود. در فصل چهارم، دو طرح کنترلی تطبیقی مستقیم و غیرمستقیم در فضای‌مفصلی

برای ردگیری مجانبی بازوی رباتیک پیشنهاد می‌شود. در فصل پنجم طرح‌های کنترلی فصل سوم در فضای‌کار برای سیستم رباتیک توسعه و گسترش پیدا می‌کنند. در فصل ششم با بهره‌گیری از راهبرد کنترل ولتاژ، طرح تطبیقی غیرمستقیم به منظور کنترل ردگیری مجانبی در فضای‌مفصلی و فضای‌کار بازوهای رباتیک پیشنهاد می‌شود. در این روش از تقریب‌گر سری‌تیلور به منظور تقریب عدم‌قطعیت تجمعی و از تقریب‌گر فازی به منظور تقریب کران بالای خطای مدلسازی استفاده می‌شود. در فصل هفتم کنترل‌کننده سری‌تیلور – فازی به منظور همگرایی مجانبی خطای ردگیری در بازوهای رباتیک با مفاصل انعطاف‌پذیر طراحی می‌شود. در فصل هشتم نتیجه‌گیری نهایی و پیشنهادات ارائه می‌شود.
همچنین در پیوست ۱ پایان‌نامه، مدلسازی سینماتیکی و دینامیکی بازوی رباتیک چهارمحوره اسکارای متصل به دیوار به طور خلاصه آورده شده است. در پیوست ۲ نیز قضیه مرتبط با فصل دوم پایان‌نامه آورده شده است.

فصل ۲. تقریب و جبران تطبیقی عدم‌قطعیت با سیستم سری‌تیلور برای کنترل مقاوم ربات

۲-۱- مقدمه

در این فصل با بهره‌گیری از طراحی تقریب‌گر عدم‌قطعیت تطبیقی سری‌تیلور، کنترل‌کننده مقاوم جدید برای بازوهای رباتیک با در نظر گرفتن دینامیک‌های محرکه طراحی می‌شود. تقریب‌گر، ساختاری ساده و مستقل از مدل دارد که به صورت مفصل مستقل توسعه پیدا می‌کند. در واقع علاوه بر فرآیند تقریب، عدم‌قطعیت به طور موثر در سیستم کنترل جبران‌سازی می‌شود. در مقایسه با بسیاری از روش‌های کنترل مقاوم سنتی، کنترل‌کننده پیشنهادی نیازی به توابع محدودیت برای کامل‌کردن ساختار کنترل‌کننده ندارد. روش کنترل پیشنهادی با بهره‌گیری از تحلیل پایداری، علاوه بر تضمین محدودیت تمام سیگنال‌ها، پایداری محدود نهایی یکنواخت خطای ردگیری و مشتق زمانی آن را نیز تضمین می‌کند. اثربخشی طرح کنترلی پیشنهادی توسط شبیه‌سازی بر روی بازوی رباتیک اسکارا و مقایسه با روش کنترل مقاوم مود لغزشی ترمینال نشان داده می‌شود.

۲-۲- تشریح مسئله

معادلات دینامیکی بازوی رباتیک با در نظر گرفتن موتور جریان مستقیم مغناطیس دائم بدین صورت نمایش داده می‌شود[۷۸]:

$$\boldsymbol{D}(\boldsymbol{q})\ddot{\boldsymbol{q}} + \boldsymbol{C}(\boldsymbol{q},\dot{\boldsymbol{q}})\dot{\boldsymbol{q}} + \boldsymbol{g}(\boldsymbol{q}) = \boldsymbol{\tau}_r - \boldsymbol{\tau}_f(\dot{\boldsymbol{q}}) \qquad (۲\text{-}۱)$$

$$\boldsymbol{J}_m\boldsymbol{r}^{-1}\ddot{\boldsymbol{q}} + \boldsymbol{B}_m\boldsymbol{r}^{-1}\dot{\boldsymbol{q}} + \boldsymbol{r}\boldsymbol{\tau}_r = \boldsymbol{K}_m\boldsymbol{I}_a \qquad (۲\text{-}۲)$$

$$\boldsymbol{R}\boldsymbol{I}_a + \boldsymbol{L}\dot{\boldsymbol{I}}_a + \boldsymbol{K}_b\boldsymbol{r}^{-1}\dot{\boldsymbol{q}} + \boldsymbol{\varphi} = \boldsymbol{v} \qquad (۲\text{-}۳)$$

که در آن $\boldsymbol{q} \in \mathbb{R}^n$ بردار موقعیت‌های مفصلی، $\boldsymbol{D}(\boldsymbol{q}) \in \mathbb{R}^{n\times n}$ ماتریس اینرسی بازوی رباتیک، $\boldsymbol{C}(\boldsymbol{q},\dot{\boldsymbol{q}})\dot{\boldsymbol{q}} \in \mathbb{R}^n$ بردار گشتاورهای کوریولیس و مرکزگرا، $\boldsymbol{g}(\boldsymbol{q}) \in \mathbb{R}^n$ بردار گشتاورهای گرانشی، $\boldsymbol{\tau}_f(\dot{\boldsymbol{q}}) \in \mathbb{R}^n$ بردار گشتاورهای اصطکاک، $\boldsymbol{\tau}_r \in \mathbb{R}^n$ بردار گشتاور مفاصل،

$\boldsymbol{J}_m \in \mathbb{R}^{n\times n}$، $\boldsymbol{B}_m \in \mathbb{R}^{n\times n}$ ، $\boldsymbol{r} \in \mathbb{R}^{n\times n}$ به‌ترتیب ماتریس‌های قطری برای ضریب‌های موتور به نام‌های اینرسی، میرایی و کاهنده چرخ‌دنده می‌باشند. $\boldsymbol{K}_m \in \mathbb{R}^{n\times n}$ ماتریس قطری ثابت‌های گشتاور، $\boldsymbol{I}_a \in \mathbb{R}^{n}$ بردار جریان‌های موتور، $\boldsymbol{v} \in \mathbb{R}^{n}$ بردار ولتاژهای موتور و $\boldsymbol{\varphi} \in \mathbb{R}^{n}$ بردار اغتشاش خارجی می‌باشد. از طرفی $\boldsymbol{R} \in \mathbb{R}^{n\times n}$ ، $\boldsymbol{L} \in \mathbb{R}^{n\times n}$ و $\boldsymbol{K}_b \in \mathbb{R}^{n\times n}$ به‌ترتیب بیانگر ماتریس‌های قطری برای ضریب‌های مقاومت آرمیچر، اندوکتانس و ثابت ضد محرکه می‌باشند. توجه کنید که بردارها و ماتریس‌ها با قلم درشت[1] در تمام پایان‌نامه توصیف می‌شود. با استفاده از معادلات (۲-۱) تا (۲-۳) می‌توان مدل فضای حالت را بدین‌شکل بدست آورد:

$$\dot{\boldsymbol{x}} = \boldsymbol{f}(\boldsymbol{x}) + \boldsymbol{b}(\boldsymbol{v} - \boldsymbol{\varphi}) \tag{۲-۴}$$

که در آن $\boldsymbol{v}$ ورودی‌های سیستم، $\boldsymbol{x}$ بردار متغیرهای سیستم و $\boldsymbol{f}(\boldsymbol{x})$ بیانگر تابع غیرخطی می‌باشد که بدین صورت فرمول‌بندی می‌شود:

$$\boldsymbol{f}(\boldsymbol{x}) = \begin{bmatrix} \boldsymbol{x}_2 \\ \left(\boldsymbol{J}_m\boldsymbol{r}^{-1} + \boldsymbol{r}\boldsymbol{D}(\boldsymbol{x}_1)\right)^{-1}\boldsymbol{H}(\boldsymbol{x}) \\ -\boldsymbol{L}^{-1}(\boldsymbol{K}_b\boldsymbol{r}^{-1}\boldsymbol{x}_2 + \boldsymbol{R}\boldsymbol{x}_2) \end{bmatrix} \tag{۲-۵}$$

$$\begin{aligned} \boldsymbol{H}(\boldsymbol{x}) = \Big(&-\big(\boldsymbol{B}_m\boldsymbol{r}^{-1} + \boldsymbol{r}\boldsymbol{C}(\boldsymbol{x}_1,\boldsymbol{x}_2)\big)\boldsymbol{x}_2 - \boldsymbol{r}\boldsymbol{g}(\boldsymbol{x}_1) + \boldsymbol{K}_m\boldsymbol{x}_3 \\ &- \boldsymbol{r}\boldsymbol{\tau}_f(\boldsymbol{x}_2)\Big) \ \ ,\boldsymbol{b} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \boldsymbol{L}^{-1} \end{bmatrix}, \ \ \boldsymbol{x} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{q} \\ \dot{\boldsymbol{q}} \\ \boldsymbol{I}_a \end{bmatrix} \end{aligned} \tag{۲-۶}$$

معادله فضای حالت (۲-۴) نشان‌دهنده سیستم غیرخطی با تزویج بسیار زیاد و فرم غیرهمراه می‌باشد. با استفاده از تغییر حالت، می‌توان فرم همراه را برای بازوی رباتیک با در نظر گرفتن دینامیک‌های محرکه بدست آورد [۷۸]:

$$\begin{aligned} \mathbf{z}_1 &= \boldsymbol{x}_1 \\ \mathbf{z}_2 &= \boldsymbol{x}_2 \end{aligned} \tag{۲-۷}$$

[1] Bold font (letter)

$$\boldsymbol{z}_3 = \left(\boldsymbol{J}_m\boldsymbol{r}^{-1} + \boldsymbol{r}\boldsymbol{D}(\boldsymbol{x}_1)\right)^{-1}\left(-\left(\boldsymbol{B}_m\boldsymbol{r}^{-1} + \boldsymbol{r}\boldsymbol{C}(\boldsymbol{x}_1, \boldsymbol{x}_2)\right)\boldsymbol{x}_2 - \boldsymbol{r}\boldsymbol{g}(\boldsymbol{x}_1) + \boldsymbol{K}_m\boldsymbol{x}_3 - \boldsymbol{r}\boldsymbol{\tau}_f(\boldsymbol{x}_2)\right)$$

که در آن

$$\dot{\boldsymbol{z}}_1 = \boldsymbol{z}_2$$

$$\dot{\boldsymbol{z}}_2 = \boldsymbol{z}_3$$

$$\dot{\boldsymbol{z}}_3 = \boldsymbol{h}(\boldsymbol{z}_1, \boldsymbol{z}_2, \boldsymbol{z}_3) + \left(\boldsymbol{J}_m\boldsymbol{r}^{-1} + \boldsymbol{r}\boldsymbol{D}(\boldsymbol{z}_1)\right)^{-1}\left(\boldsymbol{K}_m\boldsymbol{L}^{-1}(-\boldsymbol{\varphi} + \boldsymbol{u})\right) \tag{۸-۲}$$

$$\boldsymbol{z} = \begin{bmatrix}\boldsymbol{q}\\ \dot{\boldsymbol{q}}\\ \ddot{\boldsymbol{q}}\end{bmatrix}$$

و تابع غیرخطی $\boldsymbol{h}(\boldsymbol{z}_1, \boldsymbol{z}_2, \boldsymbol{z}_3)$ بدین صورت توصیف می‌شود:

$$\begin{aligned}\boldsymbol{h}(\boldsymbol{z}_1, \boldsymbol{z}_2, \boldsymbol{z}_3) = {} & \left(\frac{d}{dt}\left(\boldsymbol{J}_m\boldsymbol{r}^{-1} + \boldsymbol{r}\boldsymbol{D}(\boldsymbol{z}_1)\right)^{-1}\right)\left(-\left(\boldsymbol{B}_m\boldsymbol{r}^{-1} + \boldsymbol{r}\boldsymbol{C}(\boldsymbol{z}_1, \boldsymbol{z}_2)\right)\boldsymbol{z}_2 - \boldsymbol{r}\boldsymbol{g}(\boldsymbol{z}_1) - \boldsymbol{r}\boldsymbol{\tau}_f(\boldsymbol{z}_2)\right) + \left(\frac{d}{dt}\left(\boldsymbol{J}_m\boldsymbol{r}^{-1} + \boldsymbol{r}\boldsymbol{D}(\boldsymbol{z}_1)\right)^{-1}\right)\\ & \left(\left(\boldsymbol{J}_m\boldsymbol{r}^{-1} + \boldsymbol{r}\boldsymbol{D}(\boldsymbol{z}_1)\right)\boldsymbol{z}_3 + \left(\boldsymbol{B}_m\boldsymbol{r}^{-1} + \boldsymbol{r}\boldsymbol{C}(\boldsymbol{z}_1, \boldsymbol{z}_2)\right)\boldsymbol{z}_2 + \boldsymbol{r}\boldsymbol{g}(\boldsymbol{z}_1) + \boldsymbol{r}\boldsymbol{\tau}_f(\boldsymbol{z}_2)\right)\left(\boldsymbol{J}_m\boldsymbol{r}^{-1} + \boldsymbol{r}\boldsymbol{D}(\boldsymbol{z}_1)\right)^{-1}\\ & \left(-\boldsymbol{r}\boldsymbol{C}(\boldsymbol{z}_1, \boldsymbol{z}_2)\boldsymbol{z}_2 - \left(\boldsymbol{B}_m\boldsymbol{r}^{-1} + \boldsymbol{r}\boldsymbol{C}(\boldsymbol{z}_1, \boldsymbol{z}_2)\right)\boldsymbol{z}_3 - \boldsymbol{r}\boldsymbol{g}(\boldsymbol{z}_1) - \boldsymbol{r}\boldsymbol{\tau}_f(\boldsymbol{z}_2)\right) - \left(\boldsymbol{J}_m\boldsymbol{r}^{-1} + \boldsymbol{r}\boldsymbol{D}(\boldsymbol{z}_1)\right)^{-1}\boldsymbol{L}^{-1}\boldsymbol{R}\\ & \left(\left(\boldsymbol{J}_m\boldsymbol{r}^{-1} + \boldsymbol{r}\boldsymbol{D}(\boldsymbol{z}_1)\right)\boldsymbol{z}_3 + \left(\boldsymbol{B}_m\boldsymbol{r}^{-1} + \boldsymbol{r}\boldsymbol{C}(\boldsymbol{z}_1, \boldsymbol{z}_2)\right)\boldsymbol{z}_2 + \boldsymbol{r}\boldsymbol{g}(\boldsymbol{z}_1) + \boldsymbol{r}\boldsymbol{\tau}_f(\boldsymbol{z}_2)\right) - \left(\boldsymbol{J}_m\boldsymbol{r}^{-1} + \boldsymbol{r}\boldsymbol{D}(\boldsymbol{z}_1)\right)^{-1}\boldsymbol{K}_m\boldsymbol{L}^{-1}\boldsymbol{K}_b\boldsymbol{r}^{-1}\boldsymbol{z}_2\end{aligned} \tag{۹-۲}$$

در نهایت معادلات دینامیکی سیستم بدین صورت بیان می‌شود:

$$\ddot{\boldsymbol{q}} = \boldsymbol{h}(\boldsymbol{q}, \dot{\boldsymbol{q}}, \ddot{\boldsymbol{q}}) + \left(\boldsymbol{J}_m\boldsymbol{r}^{-1} + \boldsymbol{r}\boldsymbol{D}(\boldsymbol{q})\right)^{-1}\left(\boldsymbol{K}_m\boldsymbol{L}^{-1}(\boldsymbol{u} - \boldsymbol{\varphi})\right) \tag{۱۰-۲}$$

که در آن $\boldsymbol{D}(\boldsymbol{q})$، $\boldsymbol{r}$، $\boldsymbol{J}_m$، $\boldsymbol{K}_m$ و $\boldsymbol{L}$ ماتریس‌های مثبت هستند و $\left(\boldsymbol{J}_m\boldsymbol{r}^{-1}+\boldsymbol{r}\boldsymbol{D}(\boldsymbol{q})\right)^{-1} \neq 0$. بنابراین فرم همراه در رابطه (۲-۱۰)، کنترل‌پذیری سیستم رباتیک را نتیجه می‌دهد. از طرفی فرم همراه (۲-۱۰)، نشان‌دهنده چالش جدی برای طراحان کنترل به دلیل مدل بسیار پیچیده سیستم رباتیک با در نظر گرفتن دینامیک محرکه‌ها می‌باشد. در بسیاری از پژوهش‌ها، از دینامیک‌های محرکه در پیشنهاد قانون کنترل صرف‌نظر شده است.

۲-۳- سیستم سری‌تیلور به عنوان تقریب‌گر عمومی

بر طبق قضیه تقریب عمومی [۸۶]، در این بخش می‌توان نشان داد که سری‌تیلور هر تابع غیرخطی پیوسته را با دقت دلخواه تقریب می‌زند. مطابق قضیه تیلور [۸۲]، می‌توان تابع دلخواه $h(x)$ را توسط چندجمله‌ای $P_N(x)$ که در آن $N \in \mathbb{N}$ می‌باشد را بدین‌شکل تقریب زد:

$$\begin{aligned} P_N(x) &= \sum_{j=0}^{N} \frac{h^{(j)}(x_0)}{j!}(x-x_0)^j \\ &= h(x_0) + \frac{h^{(1)}(x_0)}{1!}(x-x_0) + \frac{h^{(2)}(x_0)}{2!}(x-x_0)^2 \\ &+ \cdots + \frac{h^{(N)}(x_0)}{N!}(x-x_0)^N \end{aligned} \tag{۲-۱۱}$$

که در آن h به اندازه کافی در نقطه x_0 مشتق پذیر فرض می‌شود و $j = 0, \dots, N$.

قضیه ۱. فرض کنید که ورودی مجموعه مرجع U، مجموعه بسته در $\mathbb{R}^n$ باشد. آنگاه برای هر تابع حقیقی پیوسته داده شده $g(x)$ در U و مقدار دلخواه $\delta > 0$، سیستم سری‌تیلور به فرم رابطه (۲-۱۱) وجود دارد به‌نحوی‌که

$$sup_{x\in U}\left|\sum_{j=0}^{N}\frac{h^{(j)}(x_0)}{j!}(x-x_0)^j-g(x)\right|<\delta \tag{۱۲-۲}$$

به منظور اثبات رابطه (۲-۱۲)، در این فصل از قضیه استون – ویراشتراس [۸۳] استفاده می‌شود.

قضیه ۲ (قضیه استون – ویراشتراس) فرض کنید Y مجموعه ای از توابع پیوسته حقیقی در مجموعه بسته U باشد. چنانچه:

۱) Y جبر باشد، به این معنا که مجموعه Y تحت عمل جمع، ضرب و ضرب اسکالر بسته باشد.

۲) Y جداکننده نقاط U باشد. بدین معنا که برای هر $x,y\in U$ که $x\neq y$، $h\in Y$ وجود دارد به‌نحوی‌که $h(x)\neq h(y)$.

۳) Y در هیچ نقطه ای از U صفر نشود. بدین معنی که برای هر $x\in U$، $h\in Y$ وجود دارد به‌نحوی‌که $h(x)\neq 0$، آنگاه برای هر تابع پیوسته حقیقی $g(x)$ بر روی U و مقدار دلخواه $\delta>0$، $h\in Y$ وجود دارد به نحوی که $sup_{x\in U}|h(x)-g(x)|<\delta$.

اثبات قضیه ۱. برای اثبات اینکه سیستم سری‌تیلور به فرم (۲-۱۱) تقریب‌گر عمومی است، داریم:

۱- الف) بررسی بسته بودن مجموعه Y تحت عمل جمع

با در نظر گرفتن $h_1,h_2\in Y$، داریم:

$$\begin{aligned}h_1(x)&=\sum_{j=0}^{N}\frac{{h_1}^{(j)}(x_0)}{j!}(x-x_0)^j\\&=h_1(x_0)+\frac{{h_1}^{(1)}(x_0)}{1!}(x-x_0)+\frac{{h_1}^{(2)}(x_0)}{2!}(x-x_0)^2\\&\quad+\cdots+\frac{{h_1}^{(N)}(x_0)}{N!}(x-x_0)^N\end{aligned} \tag{۱۳-۲}$$

$$h_2(x) = \sum_{j=0}^{N} \frac{{h_2}^{(j)}(x_0)}{j!}(x-x_0)^j$$

$$= h_2(x_0) + \frac{{h_2}^{(1)}(x_0)}{1!}(x-x_0) + \frac{{h_2}^{(2)}(x_0)}{2!}(x-x_0)^2 + \cdots + \frac{{h_2}^{(N)}(x_0)}{N!}(x-x_0)^N \quad (۱۴\text{-}۲)$$

بنابراین

$$h_1(x) + h_2(x) = \big(h_1(x_0) + h_2(x_0)\big) + \left(\frac{{h_2}^{(1)}(x_0)}{1!} + \frac{{h_1}^{(1)}(x_0)}{1!}\right)(x-x_0) + \cdots + \left(\frac{{h_1}^{(N)}(x_0)}{N!} + \frac{{h_2}^{(N)}(x_0)}{N!}\right)(x-x_0)^N \quad (۱۵\text{-}۲)$$

از آنجایی که می‌توان عبارت $h_1(x) + h_2(x)$ مطابق رابطه (۲-۱۵) را به شکل (۲-۱۱) نشان داد.

بنابراین $h_1 + h_2 \in Y$.

۱- ب) بررسی بسته بودن مجموعه Y تحت عمل ضرب

$$h_1(x)h_2(x) = \left(\sum_{j=0}^{N} \frac{{h_1}^{(j)}(x_0)}{j!}(x-x_0)^j\right)\left(\sum_{j=0}^{N} \frac{{h_2}^{(j)}(x_0)}{j!}(x-x_0)^j\right)$$

$$= h_1(x_0)h_2(x_0) + \left(h_1(x_0)\frac{{h_2}^{(1)}(x_0)}{1!} + h_2(x_0)\frac{{h_1}^{(1)}(x_0)}{1!}\right)(x-x_0) + \cdots + \left(\frac{{h_1}^{(N)}(x_0){h_2}^{(N)}(x_0)}{N!\,N!}\right)(x-x_0)^{2N} \quad (۱۶\text{-}۲)$$

به دلیل اینکه $h_1(x)h_2(x)$ چندجمله‌ای است به نحوی که $h_1(x)h_2(x) \in Y$، بنابراین Y تحت عمل ضرب بسته است.

۱- ج) بررسی بسته بودن مجموعه Y تحت عمل ضرب اسکالر

در نهایت برای هر $c \in \mathbb{R}$ دلخواه داریم:

$$\begin{aligned} ch_1(x) &= c\left(\sum_{j=0}^{N} \frac{{h_1}^{(j)}(x_0)}{j!}(x-x_0)^j\right) \\ &= ch_1(x_0) + \frac{c{h_1}^{(1)}(x_0)}{1!}(x-x_0) \\ &+ \frac{c{h_1}^{(2)}(x_0)}{2!}(x-x_0)^2 + \cdots + \frac{c{h_1}^{(N)}(x_0)}{N!}(x-x_0)^N \end{aligned} \tag{۱۷-۲}$$

که به شکل رابطه (۲-۱۱) می‌باشد به این معنا که $ch_1(x) \in Y$. در نتیجه Y جبر است.

۲) حال می‌توان نشان داد که Y با ساخت سیستم سری‌تیلور مورد نیاز $h(x)$، جدا کننده نقاط روی U می‌باشد. فرض کنید $x_1 , x_2 \in U$ دو نقطه دلخواه باشند به نحوی که $x_1 \neq x_2$. همچنین تمامی ضریب‌های $h(x)$ در رابطه (۴-۷) بصورت $\frac{h^{(j)}(x_0)}{j!} = 1$ انتخاب می‌شوند. بنابراین سیستم سری‌تیلور بدین صورت بازنویسی می‌شود:

$$\begin{aligned} h(x) &= \sum_{j=0}^{N}(x-x_0)^j \\ &= 1 + (x-x_0) + (x-x_0)^2 + \cdots + (x-x_0)^N \end{aligned} \tag{۱۸-۲}$$

که از آن داریم:

$$\begin{aligned} h(x_1) &= \sum_{j=0}^{N}(x_1-x_0)^j \\ &= 1 + (x_1-x_0) + (x_1-x_0)^2 + \cdots + (x_1-x_0)^N \end{aligned} \tag{۱۹-۲}$$

$$h(x_2) = \sum_{j=0}^{N} (x_2 - x_0)^j \qquad (۲-۲۰)$$

$$= 1 + (x_2 - x_0) + (x_2 - x_0)^2 + \cdots + (x_2 - x_0)^N$$

به‌دلیل‌آنکه $x_1 \neq x_2$ و مطابق روابط (۲-۱۹) و (۲-۲۰)، می‌توان نتیجه گرفت که $h(x_1) \neq h(x_2)$. بنابراین Y جداکننده نقاط روی U می‌باشد.

۳) در نهایت باید نشان داد که Y در هیچ نقطه ای از U صفر نمی‌شود. باید توجه داشت که برای دقت تقریب مورد نیاز ε، رتبه چندجمله‌ای سری‌تیلور N را می‌توان تعیین کرد (برای اطلاعات بیشتر لطفاً به پیوست ۲ در این پایان‌نامه مراجعه کنید). به این معنی که هر چه دقت بیشتری نیاز داشته باشیم، به تعداد بیشتری جمله از سری‌تیلور نیازمند هستیم. بنابراین مطابق سیستم سری‌تیلور (۲-۱۱) و مرتبه آن، می‌توان ضریب‌های چندجمله‌ای را بگونه‌ای انتخاب کرد که $h(x) > 0, \forall\, x \in U$. بنابراین Y در هیچ نقطه ای از U صفر نمی‌شود.

۲-۴- طراحی قانون کنترل و تقریب‌گر تطبیقی عدم‌قطعیت

با جایگذاری روابط (۲-۱) و (۲-۲) در (۲-۳)، می‌توان معادله ولتاژ موتورها را بدین‌شکل نوشت:

$$\boldsymbol{M\ddot{q}} + \boldsymbol{N\dot{q}} + \boldsymbol{H} = \boldsymbol{v} \qquad (۲-۲۱)$$

که در آن $\boldsymbol{M} = \boldsymbol{RK_m}^{-1}\boldsymbol{J_m r}^{-1}$، $\boldsymbol{N} = \left(\boldsymbol{RK_m}^{-1}\boldsymbol{B_m} + \boldsymbol{K_b}\right)\boldsymbol{r}^{-1}$ و

$$\boldsymbol{H} = \boldsymbol{RK_m}^{-1}\boldsymbol{r\tau_r} + \boldsymbol{L\dot{I}_a} + \boldsymbol{\varphi}$$

می‌توان رابطه (۲-۲۱) را بدین صورت بازنویسی کرد:

$$\boldsymbol{\ddot{q}} + \boldsymbol{F} = \boldsymbol{v} \qquad (۲-۲۲)$$

که در آن از $\boldsymbol{F}$ به عدم‌قطعیت تجمعی اطلاق می‌شود و بدین صورت بیان می‌شود:

$$\boldsymbol{F} = (\boldsymbol{M} - \boldsymbol{I})\ddot{\boldsymbol{q}} + \boldsymbol{N}\dot{\boldsymbol{q}} + \boldsymbol{H} \qquad (۲۳-۲)$$

با بازنویسی رابطه (۲-۲۲) بصورت ساختار مفصل مستقل داریم:

$$\ddot{q}_i + F_i = v_i \qquad (۲۴-۲)$$

که در آن $\ddot{q}_i$، F_i و v_i به‌ترتیب i اُمین عنصر از بردار $\ddot{\boldsymbol{q}}$، $\boldsymbol{F}$ و $\boldsymbol{v}$ می‌باشد و $i = 1,2,\dots,n$.
می توان قانون کنترل را بدین صورت پیشنهاد داد:

$$u_i = \ddot{q}_{d_i} + k_d(\dot{q}_{d_i} - \dot{q}_i) + k_p(q_{d_i} - q_i) + \hat{F}_i \qquad (۲۵-۲)$$

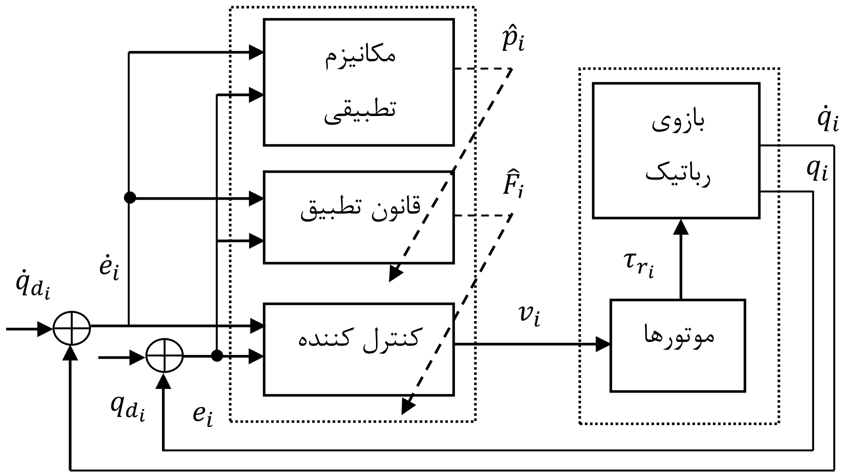
که در آن $\hat{F}_i$ تقریب تابع غیرخطی F_i توسط سیستم سری‌تیلور، q_{d_i} موقعیت مفصلی مطلوب و k_p و k_d ضریب‌های طراحی کنترل می‌باشند. به دلیل آنکه تابع غیرخطی F_i نامعلوم است، نمی‌توان از F_i در قانون کنترل استفاده کرد. از طرفی به عنوان مزیت مهم، قانون کنترل (۲-۲۵)، مستقل از مدل دینامیکی بازوی ربات و محرکه‌ها می‌باشد. برای محافظت از موتور در مقابل اضافه ولتاژ از محدودکننده ولتاژ برای هر موتور استفاده می‌شود. بنابراین می‌توان قانون کنترل در ساختار مفصل مستقل رابطه (۲-۲۵) را بدین صورت بازنویسی کرد:

$$v_i = h(u_i) \qquad (۲۶-۲)$$

$$h(u_i) = \begin{cases} u_i & if\ |u_i| \le v_{max,i} \\ v_{max,i}sgn(u_i) & if\ \ v_{max,i} < |u_i| \end{cases} \qquad (۲۷-۲)$$

$$u_i = \ddot{q}_{d_i} + k_d(\dot{q}_{d_i} - \dot{q}_i) + k_p(q_{d_i} - q_i) + \hat{F}_i \qquad (۲۸-۲)$$

که در آن $sgn(.)$ تابع علامت و $v_{max,i}$ بیشینه ولتاژ مجاز برای هر موتور می‌باشد. دیاگرام بلوکی طرح کنترلی پیشنهادی در شکل ۲-۱ نمایش داده شده است.



شکل ۲-۱ دیاگرام بلوکی روش کنترل تطبیقی سری‌تیلور

با در نظر گرفتن $|u_i| > v_{max,i}$، اعمال قانون کنترل (۲-۲۶) تا (۲-۲۸) به سیستم (۲-۲۴) نتیجه می‌دهد:

$$\ddot{q}_i + F_i = v_{max,i} sgn(u_i) \tag{۲-۲۹}$$

در این وضعیت موتورها به منظور کاهش خطای ردگیری با حداکثر ولتاژ کار می‌کنند. از سوی دیگر در حالت $|u_i| \le v_{max,i}$ ، با اعمال قانون کنترل (۲-۲۶) تا (۲-۲۸) به سیستم (۲-۲۴) داریم:

$$\ddot{q}_i + F_i = \ddot{q}_{d_i} + k_d\left(\dot{q}_{d_i} - \dot{q}_i\right) + k_p\left(q_{d_i} - q_i\right) + \hat{F}_i \tag{۲-۳۰}$$

بنابراین مطابق رابطه (۲-۳۰) سیستم حلقه بسته بدین صورت بدست می‌آید:

$$\ddot{e}_i + k_d\dot{e}_i + k_p e_i = F_i - \hat{F}_i \tag{۲-۳۱}$$

که در آن e_i خطای ردگیری مفصلی می‌باشد که بدین شکل تعریف می‌شود:

$$e_i = q_{d_i} - q_i \tag{۲-۳۲}$$

در این فصل تقریب‌گر سری‌تیلور بدین صورت پیشنهاد می‌شود:

$$\hat{F}_i=\sum_{k_1=0}^{m_1}\frac{\hat{F}_i^{(k_1)}(e_{i_0})}{k_1!}(e_i-e_{i_0})^{k_1}+\sum_{k_2=1}^{m_2}\frac{\hat{F}_i^{(k_2)}(\dot{e}_{i_0})}{k_2!}(\dot{e}_i-\dot{e}_{i_0})^{k_2} \qquad (۳۳\text{-}۲)$$

که در آن $\hat{F}_i$ پاسخ خروجی تقریب‌گر پیشنهادی می‌باشد که بیانگر مجموع تعداد m_1+1 جمله تیلور $\hat{F}_i$ حول e_{i_0} و تعداد m_2 جمله تیلور $\hat{F}_i$ حول $\dot{e}_{i_0}$ می‌باشد. رابطه (۲-۳۳) را می‌توان بصورت زیر بازنویسی کرد:

$$\hat{F}_i=\hat{\boldsymbol{p}}_i^T\boldsymbol{\xi}_i \qquad (۳۴\text{-}۲)$$

که در آن $\hat{\boldsymbol{p}}_i^T$ بردار ضریب‌های سیستم سری‌تیلور پیشنهادی $\hat{F}_i$ و $\boldsymbol{\xi}_i$ بیانگر بردار رگرسور می‌باشد که بدین‌شکل فرمول‌بندی می‌شوند:

$$\boldsymbol{\xi}_i=\left[1,(e_i-e_{i_0})^1,\dots,(e_i-e_{i_0})^{m_1},(\dot{e}_i-\dot{e}_{i_0})^1,\dots,(\dot{e}_i-\dot{e}_{i_0})^{m_2}\right]^T \qquad (۳۵\text{-}۲)$$

$$\hat{\boldsymbol{p}}_i^T=\left[\frac{\hat{F}_i^{(0)}(e_{i_0})}{0!},\frac{\hat{F}_i^{(1)}(e_{i_0})}{1!},\dots,\frac{\hat{F}_i^{(m_1)}(e_{i_0})}{m_1!},\frac{\hat{F}_i^{(1)}(\dot{e}_{i_0})}{1!},\dots,\frac{\hat{F}_i^{(m_2)}(\dot{e}_{i_0})}{m_2!}\right] \qquad (۳۶\text{-}۲)$$

تابع غیرخطی F_i (رابطه (۲-۲۳) به فرم اسکالر) را می توان بدین‌شکل مدلسازی کرد:

$$F_i=\boldsymbol{p}_i^T\boldsymbol{\xi}_i+\varepsilon_i \qquad (۳۷\text{-}۲)$$

که در آن ε_i خطای‌تقریب و $\boldsymbol{p}_i$ بردار ضریب‌های سیستم است که تمام عناصر آن ثابت می‌باشند. بنابراین با بکارگیری رابطه‌های (۲-۳۴) و (۲-۳۷) در (۲-۳۱)، می‌توان دینامیک‌های خطای ردگیری را بدین‌شکل بازنویسی کرد:

$$\ddot{e}_i+k_d\dot{e}_i+k_pe_i=(\boldsymbol{p}_i^T-\hat{\boldsymbol{p}}_i^T)\boldsymbol{\xi}_i+\varepsilon_i \qquad (۳۸\text{-}۲)$$

با توجه به خاصیت تقریب‌گر عمومی سری تیلور که در بخش ۲-۳ این فصل ارائه شد، با تقریب تابع غیرخطی F_i توسط تقریب‌گر سری‌تیلور $\hat{F}_i$ داریم:

$$\left|F_i-\hat{F}_i\right|<\delta_i \qquad (۳۹\text{-}۲)$$

که در آن δ_i اسکالر مثبت می‌باشد. با جایگذاری روابط (۲-۳۴) و (۲-۳۷) در (۲-۳۹) داریم:

$$|(\boldsymbol{p}_i^T - \widehat{\boldsymbol{p}}_i^T)\boldsymbol{\xi}_i + \varepsilon_i| < \delta_i \tag{۲-۴۰}$$

از رابطه (۲-۴۰) می‌توان نتیجه گرفت که

$$|\varepsilon_i| < \rho_i \tag{۲-۴۱}$$

که در آن ρ_i کران بالای خطای تقریب می‌باشد و بدین‌شکل تعریف می‌شود:

$$\rho_i = |\delta_i| + |(\boldsymbol{p}_i^T - \widehat{\boldsymbol{p}}_i^T)\boldsymbol{\xi}_i| \tag{۲-۴۲}$$

با استفاده از معادله دینامیکی خطا در (۲-۳۸)، معادله فضای حالت در فضای خطای ردگیری بدین صورت بدست می‌آید:

$$\dot{\boldsymbol{E}}_i = \boldsymbol{A}_i\boldsymbol{E}_i + \boldsymbol{l}_i w_i \tag{۲-۴۳}$$

که در آن

$$\boldsymbol{A}_i = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -k_p & -k_d \end{bmatrix},\ \ \boldsymbol{l}_i = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix},\ \ \boldsymbol{E}_i = \begin{bmatrix} e_i \\ \dot{e}_i \end{bmatrix},$$
$$w_i = (\boldsymbol{p}_i^T - \widehat{\boldsymbol{p}}_i^T)\boldsymbol{\xi}_i + \varepsilon_i \tag{۲-۴۴}$$

به منظور بدست آوردن مکانیزم تطبیقی برای ضریب‌های تقریب‌گر تیلور و همچنین تحلیل پایداری سیستم حلقه بسته، تابع معین مثبت V_i بدین صورت پیشنهاد می‌شود:

$$V_i = \frac{1}{2}\boldsymbol{E}_i^T\boldsymbol{S}_i\boldsymbol{E}_i + \frac{1}{2\gamma_i}(\boldsymbol{p}_i^T - \widehat{\boldsymbol{p}}_i^T)(\boldsymbol{p}_i - \widehat{\boldsymbol{p}}_i) \tag{۲-۴۵}$$

که در آن γ_i اسکالر مثبت و $\boldsymbol{S}_i$ ماتریس معین مثبت متقارن منحصربه‌فرد است که با استفاده از معادله لیاپانوف (۲-۴۶) بدست می‌آید:

$$\boldsymbol{A}_i^T\boldsymbol{S}_i + \boldsymbol{S}_i\boldsymbol{A}_i = -\boldsymbol{Q}_i \tag{۲-۴۶}$$

که در رابطه (۲-۴۶)، $\boldsymbol{Q}_i$ ماتریس معین مثبت متقارن دلخواه می باشد. با مشتق‌گیری از رابطه (۲-۴۵) داریم:

$$\dot{V}_i = \frac{1}{2}\dot{\boldsymbol{E}}_i^T\boldsymbol{S}_i\boldsymbol{E}_i + \frac{1}{2}\boldsymbol{E}_i^T\boldsymbol{S}_i\dot{\boldsymbol{E}}_i - \frac{1}{\gamma_i}(\boldsymbol{p}_i^T - \widehat{\boldsymbol{p}}_i^T)(\dot{\widehat{\boldsymbol{p}}}_i\ ) \tag{۲-۴۷}$$

با استفاده از روابط (۲-۴۳)، (۲-۴۴) و (۲-۴۶) در (۲-۴۵) و انجام کمی محاسبات، رابطه (۲-۴۷) بدین‌شکل بازنویسی می‌شود:

$$\dot{V}_i = -\frac{1}{2}\boldsymbol{E}_i^T\boldsymbol{Q}_i\boldsymbol{E}_i + (\boldsymbol{p}_i^T - \widehat{\boldsymbol{p}}_i^T)\left(\boldsymbol{E}_i^T\boldsymbol{S}_{2i}\boldsymbol{\xi}_i - \frac{1}{\gamma_i}\dot{\widehat{\boldsymbol{p}}}_i\ \right) + \boldsymbol{E}_i^T\boldsymbol{S}_{2i}\varepsilon_i \tag{۲-۴۸}$$

که در آن $\boldsymbol{S}_{2i}$ ستون دوم ماتریس $\boldsymbol{S}_i$ می‌باشد. با انتخاب قانون تطبیق به صورت زیر:

$$\dot{\widehat{\boldsymbol{p}}}_i\ = \gamma_i\boldsymbol{E}_i^T\boldsymbol{S}_{2i}\boldsymbol{\xi}_i \tag{۲-۴۹}$$

آنگاه رابطه (۲-۴۸) بدین صورت بازنویسی می‌شود:

$$\dot{V}_i = -\frac{1}{2}\boldsymbol{E}_i^T\boldsymbol{Q}_i\boldsymbol{E}_i + \boldsymbol{E}_i^T\boldsymbol{S}_{2i}\varepsilon_i \tag{۲-۵۰}$$

چنانچه $\dot{V}_i < 0$ باشد، خطای ردگیری کاهش می‌یابد. بنابراین همگرایی خطا محقق می‌شود اگر

$$\boldsymbol{E}_i^T\boldsymbol{S}_{2i}\varepsilon_i < \frac{1}{2}\boldsymbol{E}_i^T\boldsymbol{Q}_i\boldsymbol{E}_i \tag{۲-۵۱}$$

با استفاده از نامساوی کوشی – شوارتز[1] و رابطه (۲-۴۱)، می‌توان برای سمت چپ رابطه (۲-۵۱) اینگونه نوشت:

$$\boldsymbol{E}_i^T\boldsymbol{S}_{2i}\varepsilon_i \le \|\boldsymbol{E}_i^T\|\|\boldsymbol{S}_{2i}\||\varepsilon_i| < \rho_i\|\boldsymbol{E}_i^T\|\|\boldsymbol{S}_{2i}\| \tag{۲-۵۲}$$

با در نظر گرفتن رابطه زیر [۷۹]

$$\lambda_{min}(\boldsymbol{Q}_i)\|\boldsymbol{E}_i\|^2 \le \boldsymbol{E}_i^T\boldsymbol{Q}_i\boldsymbol{E}_i \le \lambda_{max}(\boldsymbol{Q}_i)\|\boldsymbol{E}_i\|^2 \tag{۲-۵۳}$$

[1] Cauchy–Schwartz inequality

که در آن $\lambda_{min}(\boldsymbol{Q}_i)$ و $\lambda_{max}(\boldsymbol{Q}_i)$ به‌ترتیب کمینه و بیشینه مقادیر ویژه ماتریس $\boldsymbol{Q}_i$ می‌باشد و به منظور برقراری رابطه (۲-۵۱) کافیست که

$$\rho_i\|\boldsymbol{E}_i^T\|\|\boldsymbol{S}_{2i}\| < \frac{1}{2}\lambda_{min}(\boldsymbol{Q}_i)\|\boldsymbol{E}_i\|^2 \tag{۵۴-۲}$$

یا به بیانی‌دیگر

$$\|\boldsymbol{E}_i\| > \frac{2\rho_i\|\boldsymbol{S}_{2i}\|}{\lambda_{min}(\boldsymbol{Q}_i)} \triangleq \mu_{0i} \tag{۵۵-۲}$$

که در آن μ_{0i} ثابت مثبت می‌باشد. طبق رابطه (۲-۵۵)، $\dot{V}_i < 0$ مادامی‌که $\|\boldsymbol{E}_i\| > \mu_{0i}$ و نیز $\dot{V}_i > 0$ مادامی‌که $\|\boldsymbol{E}_i\| < \mu_{0i}$. بدین معنی که خطای ردگیری و مشتق زمانی آن مادامی‌که در داخل دایره‌ای به شعاع μ_{0i} قرار دارند، افزایش می‌یابند و مادامی‌که در خارج از دایره‌ای به شعاع μ_{0i} قرار دارند کاهش می‌یابند. در نتیجه، چه در وضعیت $\|\boldsymbol{E}_i\| > \mu_{0i}$ و چه در وضعیت $\|\boldsymbol{E}_i\| < \mu_{0i}$، خطای ردگیری و مشتق زمانی آن در نهایت وارد محیط دایره‌ای به شعاع μ_{0i} می‌شوند. باید توجه داشت که اندازه نهایی خطای ردگیری، e_i، و مشتق زمانی آن، $\dot{e}_i$، به کران بالای خطای تقریب، ρ_i، و ضریب‌های طراحی کنترل‌کننده یعنی k_p و k_d بستگی دارند.

۲-۵- تحلیل پایداری

قبل از تحلیل پایداری، فرضیات زیر را در نظر بگیرید:

فرض ۱: مسیر مطلوب حرکت بازوی ربات q_{di} باید هموار باشد، به این معنی که q_{di} و مشتقات آن تا مرتبه مورد نیاز در دسترس و همگی محدود باشند.

فرض ۲: برای طراحی کنترل مقاوم، اغتشاش خارجی باید محدود باشد یعنی $|\varphi_i| \le \varphi_{max,i}$.

با توجه به اثبات پایداری محدود نهایی یکنواخت خطای ردگیری، e_i، و مشتق زمانی آن، $\dot{e}_i$ در بخش ۲-۴ و همچنین فرض ۱، محدود بودن موقعیت مفصل، q_i و سرعت مفصل، $\dot{q}_i$، نتیجه می‌شود. از

طرفی مطابق روابط (۲-۵۵) و (۲-۴۵) محدودیت $\boldsymbol{p}_i - \widehat{\boldsymbol{p}}_i$ تضمین می‌شود. همچنین مطابق رابطه مکانیزم تطبیق (۲-۴۹)، محدود بودن $\widehat{\boldsymbol{p}}_i$ نیز نشان داده می‌شود. با توجه به محدود بودن $\boldsymbol{\xi}_i$ در رابطه (۲-۳۵) و $\widehat{\boldsymbol{p}}_i$، محدودیت تقریب‌گر سری‌تیلور، $\widehat{F}_i$، طبق رابطه (۲-۳۴) اثبات می‌شود. در نتیجه محدودیت سیگنال کنترل، u_i، در رابطه (۲-۲۸) تضمین می‌شود. از رابطه (۲-۳)، می‌توان معادله مفصل مستقل را برای هر موتور بدین صورت نوشت:

$$R_i I_{ai} + L_i \dot{I}_{ai} = v_i - K_{bi} r_i^{-1} \dot{q}_i - \varphi_i \qquad (۵۶-۲)$$

متغیرهای $\dot{q}_i$ ،φ_i و v_i محدود هستند. بنابراین ورودی رابطه (۲-۵۶) محدود است. از طرفی با توجه به معیار راث – هرویتز[1]، معادله دیفرانسیل (۲-۵۶)، سیستم خطی پایدار می‌باشد. بنابراین خروجی I_{ai} نیز محدود باقی می‌ماند. می‌توان نتیجه گرفت که برای هر مفصل، موقعیت مفصل، q_i، سرعت مفصل، $\dot{q}_i$، و جریان آرمیچر، I_{ai}، محدود هستند. بنابراین محدودیت تمامی متغیرهای سیستم $\boldsymbol{q}$، $\dot{\boldsymbol{q}}$ و $\boldsymbol{I}_a$ تضمین می‌شود.

با در نظر گرفتن سمت راست سیستم حلقه بسته (۲-۴)، $\boldsymbol{f}(\boldsymbol{x})$، $\boldsymbol{v}$ و $\boldsymbol{\varphi}$ (مطابق فرض ۲) محدود و بردار $\boldsymbol{b}$ ثابت است. بنابراین بردار $\dot{\boldsymbol{x}}$ محدود باقی می‌ماند و از آن نتیجه می‌شود که شتاب مفصل، $\ddot{\boldsymbol{q}}$، و مشتق زمانی جریان آرمیچر، $\dot{\boldsymbol{I}}_a$، محدود هستند. بیان این نکته ضروری است که کنترل‌کننده پیشنهادی محدودیت عدم‌قطعیت تجمعی، F_i، را تضمین می‌کند. از رابطه (۲-۳۸) محدودیت خطای‌تقریب، ε_i، نتیجه می‌شود.

۲-۶- نتایج شبیه‌سازی

این بخش به منظور تایید عملکرد موثر کنترل‌کننده (۲-۲۶) تا (۲-۲۸)، نتایج شبیه‌سازی مختلفی را ارائه می‌کند. به عنوان مطالعه موردی، از بازوی رباتیک اسکارا مجهز به موتورهای مغناطیس دائم جریان مستقیم استفاده می‌شود. تمامی ضریب‌های مرتبط با دینامیک‌های سیستم رباتیک و محرکه‌ها

[1] Ruth-Hurwitz criterion

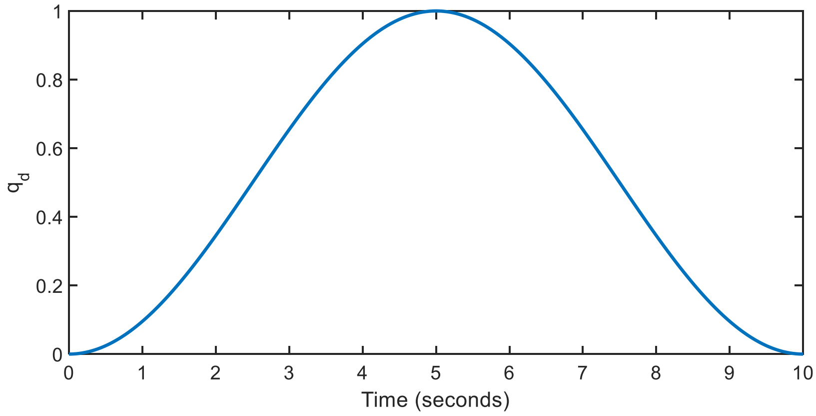
در پیوست ۱ پایان‌نامه معرفی شده‌اند. مسیر مفصلی مطلوب همانطور که در شکل ۲-۲ نشان داده شده است، برای تمامی مفاصل بدین صورت در نظر گرفته می‌شوند:

$$q_d = 0.5\left(1-\cos\left(\frac{\pi t}{5}\right)\right) \quad for \quad 0 \le t \le 10 \tag{۵۷-۲}$$

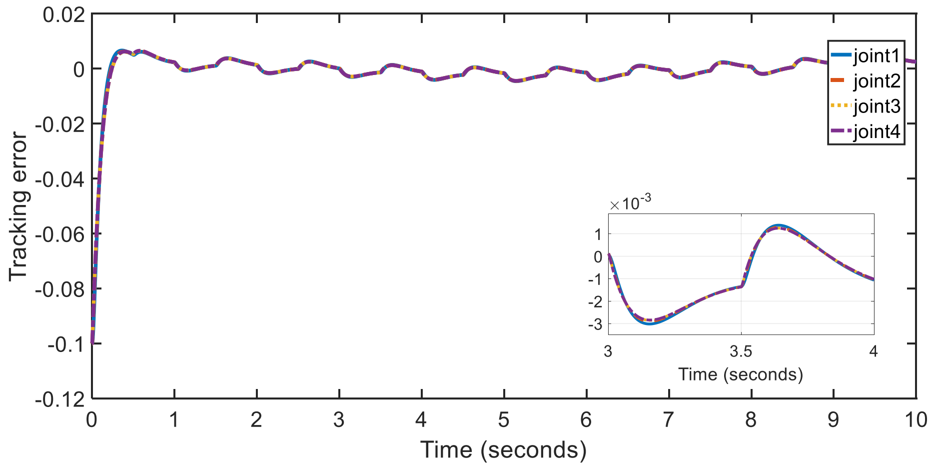
همچنین سیگنال اغتشاش بصورت تابع پالس مستطیلی با دامنه ۲ ولت، دوره ۱ ثانیه، پنهای پالس ۵۰ درصد دوره و تاخیر فاز ۰/۵ ثانیه در نظر گرفته شده است. خطاهای اولیه برای مفاصل اول تا چهارم به‌ترتیب ۰/۱ رادیان، ۰/۱ رادیان، ۰/۱ متر و ۰/۱ رادیان در نظر گرفته می‌شود.

۲-۶-۱ شبیه‌سازی اول

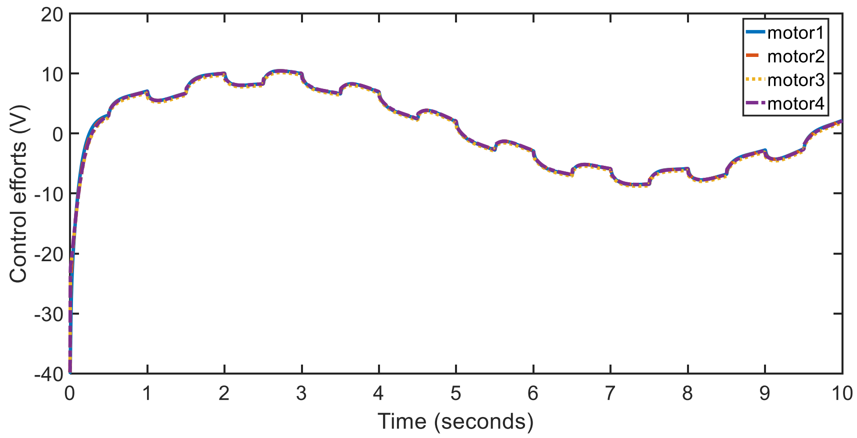
ضریب‌های ساختار کنترل‌کننده بصورت $\gamma_i = 1000$ ، $k_p = 400$، $k_d = 20$ ، $m_1 = 1$، $m_2 = 1$ ، $\boldsymbol{S}_{2i} = [1.25 \quad 0.0875]^T$ ، $e_{i_0} = 0$ و $\dot{e}_{i_0} = 0$ انتخاب می‌شوند. شرایط اولیه ضریب‌های $\hat{\boldsymbol{p}}_i\ (0)$ صفر فرض می‌شوند. شکل ۲-۳، عملکرد رضایت‌بخش کنترل‌کننده پیشنهادی را نشان می‌دهد. خطای ردگیری برای تمامی مفاصل به محدوده $[-8 \quad 6] \times 10^{-3}$ کاهش می‌یابد. تغییرات مجاز ولتاژ موتورها در شکل ۲-۴ نشان داده شده است. به علت وجود خطای اولیه مفاصل، تلاش کنترلی در لحظه شروع زیاد است. بعلاوه جریان سیم پیچ موتورها در شکل ۲-۵ نمایش داده شده است. ضریب‌های سری‌تیلور برای تمامی مفاصل در شکل ۲-۶ نشان داده شده است. همانطور که مشاهده می‌شود اولین ضریب هر تقریب‌گر سری‌تیلور در طول زمان متغیر و دومین و سومین ضریب هر تقریب‌گر سری‌تیلور تقریبا به مقدار ثابت همگرا می‌شود تا تمامی ضریب‌ها، تاثیرات عدم‌قطعیت را مدل نماید. به بیان دیگر، به دلیل اینکه از ساختار کامل سیستم سری تیلور استفاده نشده است، پارامتر اول جمع جملات باقیمانده را که یک تابع است، تقریب می‌زند و به همین دلیل متغیر دیده می‌شود.



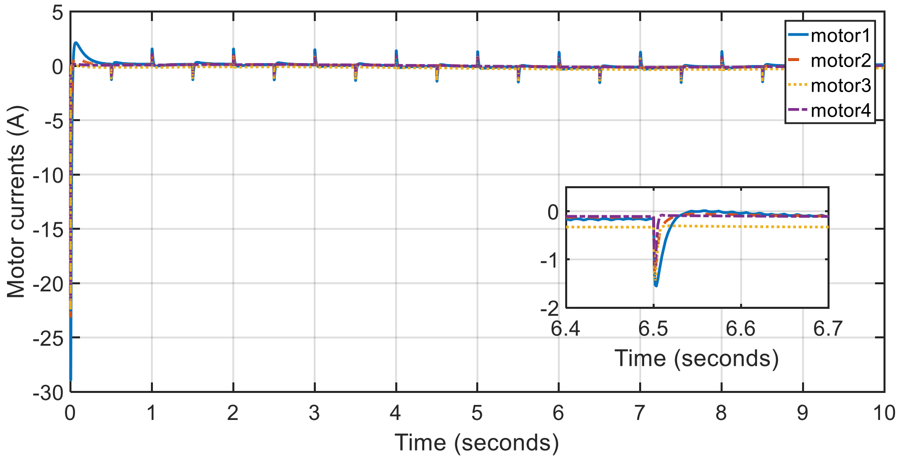
شکل ۲-۲ مسیر مطلوب در فضای‌مفصلی



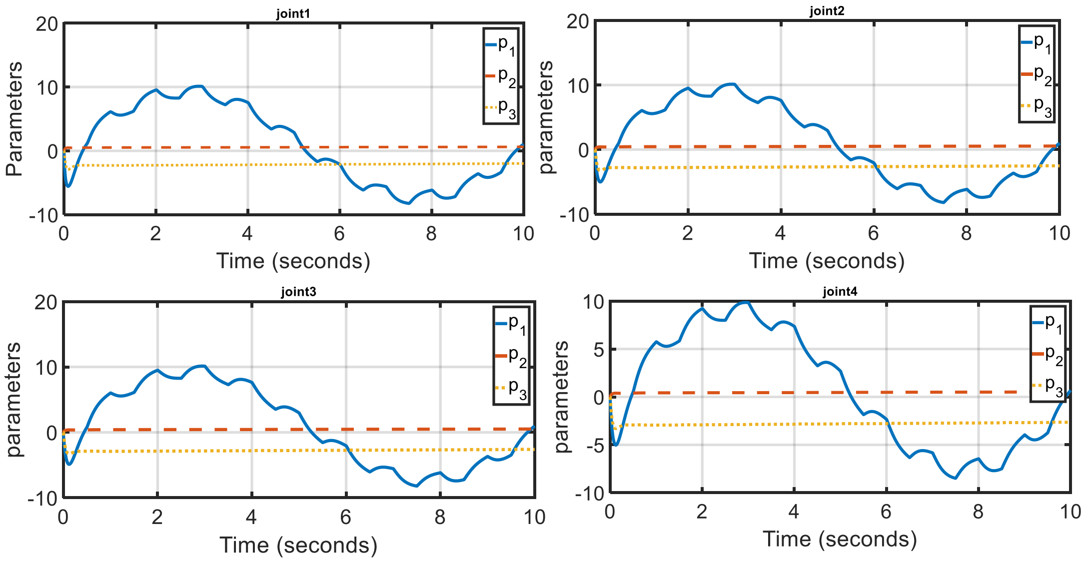
شکل ۲-۳ خطای ردگیری کنترل‌کننده سری‌تیلور



شکل ۲-۴ تلاش کنترلی موتورها



شکل ۲-۵ جریان سیم پیچ موتورها



شکل ۲-۶ تطبیق ضریب‌های تقریب‌گر سری‌تیلور برای هر چهار مفصل ربات. خط توپر ”-“، خط خط‌چین ”--“ خط نقطه‌چین ”:“ به‌ترتیب نشان‌دهنده ضریب اول، دوم و سوم تقریب‌گر می‌باشد.

۲-۶-۲- شبیه‌سازی دوم

در این بخش عملکرد کنترل‌کننده (۲-۲۶) تا (۲-۲۸) با کنترل‌کننده مود لغزشی ترمینال [۱۷] مقایسه می‌شود. کنترل‌کننده ارائه شده در مرجع [۱۷] بدین صورت فرموله می‌شود:

$$u = \hat{f} + KS^r + u_0 \qquad (۲\text{-}۵۸)$$

که در آن $\hat{f} = \widehat{W}^T \emptyset(x)$ بیانگر تقریب تابع غیرخطی f با استفاده از شبکه‌عصبی تابع پایه شعاعی، K اسکالر مثبت، r اسکالر مثبت به نحوی که $0 < r < 1$ و همچنین S سطح لغزش غیرخطی می‌باشد که بدین صورت معرفی می‌شود:

$$S = \dot{e} + \lambda(e) \tag{۵۹-۲}$$

که $\lambda(e) = [\lambda_1(e_1), \lambda_2(e_2), \dots, \lambda_n(e_n)]$ بدین‌شکل تعیین می‌شود:

$$\lambda_i(e_i) = \begin{cases} \Lambda_{ii} e_i^p & if\ S_i = 0\ \ or\ \ S_i \neq 0, |e_i| > e_{si} \\ K_{1i} e_i + K_{2i} e_i^2 & if\ \ S_i \neq 0,\ \ 0 < e_i < e_{si} \\ K_{1i} e_i - K_{2i} e_i^2 & if\ \ S_i \neq 0,\ \ - e_{si} < e_i < 0 \end{cases} \tag{۶۰-۲}$$

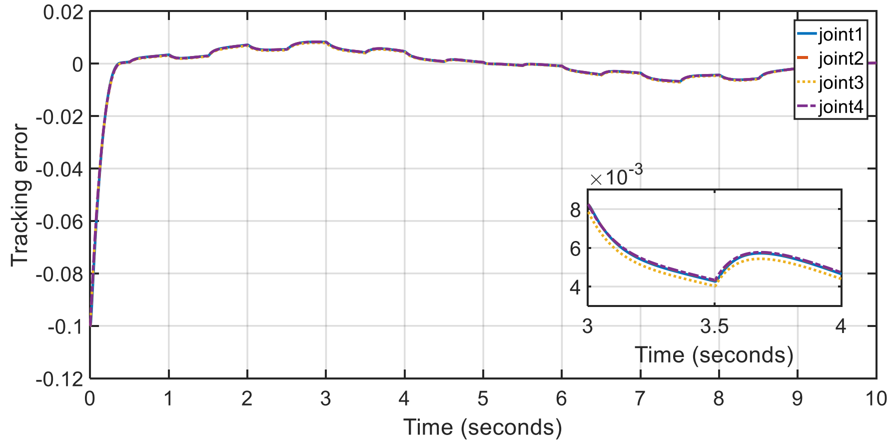
که در آن $K_{1i} = (2-p) e_{si}^{p-1}$ و $K_{2i} = (p-1) e_{si}^{p-2}$. همچنین e_{si} و Λ_{ii} ثابت‌های مثبت می‌باشد. از طرفی $p = p_1/p_2$ تعریف می‌شود که p_1 و p_2 دو عدد فرد مثبت می‌باشند بطوریکه رابطه $p_2 > p_1$ برقرار باشد. همچنین u_0 در قانون کنترل بدین صورت طراحی می‌شود:

$$u_0 = \begin{cases} (\sigma + \sigma_0) S / \|S\| & S \neq 0 \\ 0 & S = 0 \end{cases} \tag{۶۱-۲}$$

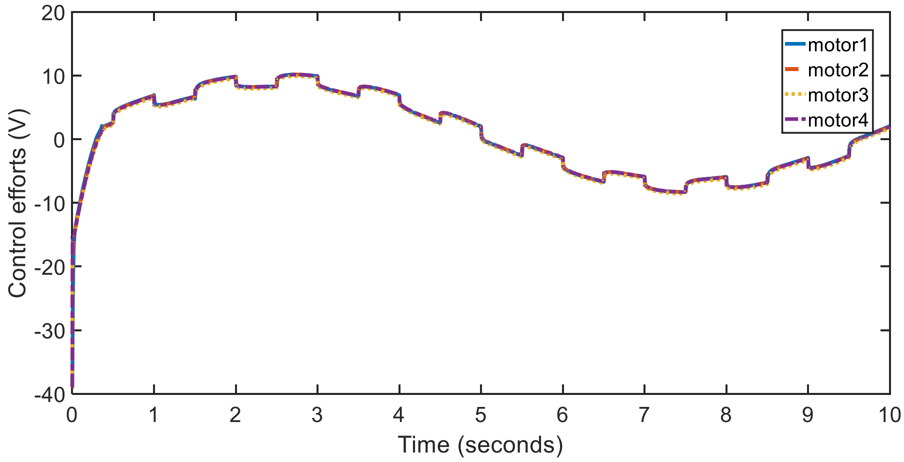
قانون تطبیق وزن‌ها بدین صورت پیشنهاد می‌شود:

$$\dot{\widehat{W}} = \Gamma \emptyset(x) S^T \tag{۶۲-۲}$$

که در آن x ورودی شبکه‌عصبی تابع پایه شعاعی و Γ ثابت مثبت می‌باشد. ضریب‌های ساختار کنترلی بدین صورت انتخاب می‌شوند: $K = 40$، $\sigma = 0.0001$، $\sigma_0 = 0.005$، $\Gamma = 50$ $p = 5/7$، $r = 7/9$، $e_{si} = 1 \times 10^{-6}$ و $\Lambda_{ii} = 5$. خطای اولیه برای تمامی مفصل و اغتشاش خارجی مشابه شبیه‌سازی اول انتخاب می‌شود. عملکرد کنترل‌کننده و تلاش کنترلی تطبیقی عصبی [۱۷] به‌ترتیب در شکل‌های ۲-۷ و ۲-۸ نشان داده شده است. در مقایسه با روش مود لغزشی ترمینال، کنترل کننده پیشنهادی علاوه بر ساختار ساده تر، وزن های تطبیقی کمتری به نسبت شبکه عصبی تابع پایه شعاعی دارد. از طرفی به دلیل تعداد زیاد پارامترهای کنترل کننده مود لغزشی ترمینال، طراح در تنظیم دستی پارامترها با مشکل روبروست.



شکل ۲-۷ خطای ردگیری کنترل‌کننده مود لغزشی ترمینال



شکل ۲-۸ تلاش کنترلی کنترل‌کننده مود لغزشی ترمینال

فصل ۳. طراحی کنترل‌کننده سری‌تیلور – مود لغزشی

۳-۱- مقدمه

در بین طرح‌های کنترلی مقاوم، کنترل مود لغزشی به دلیل مقاوم بودن آن در برابر طیف گسترده‌ای از عدم‌قطعیت‌ها بسیار مورد توجه محققان قرار گرفته است. در این فصل از پایان‌نامه، کنترل مود لغزشی با بهره‌گیری از تقریب‌گر سری‌تیلور تطبیقی برای کنترل بازوی رباتیک با در نظر گرفتن دینامیک محرکه‌ها پیشنهاد می‌شود. تقریب‌گر پیشنهادی، ساختاری‌ساده، مستقل از مدل و به فرم مفصل مستقل[1] توسعه پیدا می‌کند. بر اساس طراحی کنترل مود لغزشی پیشنهادی، عدم‌قطعیت تجمعی توسط تقریب‌گر سری‌تیلور تقریب زده می‌شود و بر اساس تحلیل پایداری، نه‌تنها پایداری محدود نهایی یکنواخت خطای ردگیری و مشتق زمانی آن تضمین می‌شود، بلکه محدودیت تمامی متغیرهای سیستم رباتیک نیز اثبات می‌شود.

۳-۲- پیشنهاد قانون کنترل و تحلیل پایداری

با جایگذاری روابط (۲-۱) و (۲-۲) در (۲-۳)، می‌توان معادله ولتاژ غیرخطی را بدین صورت نمایش داد:

$$\ddot{\boldsymbol{q}} + \boldsymbol{h} = \boldsymbol{v} \qquad (۳\text{-}۱)$$

که در آن $\boldsymbol{h}$ بیانگر عدم قطعیت تجمعی است که بصورت زیر فرمول‌بندی می‌شود:

$$\boldsymbol{h} = [\boldsymbol{R}\boldsymbol{K}_m^{-1}(\boldsymbol{J}_m\boldsymbol{r}^{-1} + \boldsymbol{r}\boldsymbol{D}(\boldsymbol{q})) - \boldsymbol{I}]\ddot{\boldsymbol{q}} + (\boldsymbol{R}\boldsymbol{K}_m^{-1}\boldsymbol{B}_m\boldsymbol{r}^{-1} + \boldsymbol{R}\boldsymbol{K}_m^{-1}\boldsymbol{r}\boldsymbol{C}(\boldsymbol{q},\dot{\boldsymbol{q}}) + \boldsymbol{K}_b\boldsymbol{r}^{-1})\dot{\boldsymbol{q}} + \boldsymbol{R}\boldsymbol{K}_m^{-1}\boldsymbol{r}\big(\boldsymbol{g}(\boldsymbol{q}) + \boldsymbol{\tau}_f(\dot{\boldsymbol{q}})\big) + \boldsymbol{L}\dot{\boldsymbol{I}}_a + \boldsymbol{\varphi} \qquad (۳\text{-}۲)$$

به منظور طراحی کنترل‌کننده مود لغزشی، سطح لغزش، Ψ، در ساختار مفصل مستقل بدین صورت تعریف می‌شود:

[1] Decentrilized structure

$$\Psi = \dot{e} + \lambda_1 e + \lambda_2 \int_0^t e\, d\tau \qquad (۳-۳)$$

که در آن $e = q_d - q$ خطای ردگیری و q_d مسیر مطلوب می‌باشد. می‌توان تابع معین مثبت، y، را بدین‌شکل تعریف کرد:

$$\mathrm{y}(e, \dot{e}) = \frac{1}{2}\Psi^2 \qquad (۴-۳)$$

با مشتق‌گیری از رابطه (۳-۴) داریم:

$$\dot{\mathrm{y}} = \Psi\dot{\Psi} \qquad (۵-۳)$$

به منظور دستیابی به همگرایی صفر برای $\dot{\mathrm{y}}$، کافیست:

$$\Psi\dot{\Psi} = -\gamma|\Psi| \qquad (۶-۳)$$

که در آن $\gamma > 0$. به بیان دیگر

$$\dot{\Psi} sgn(\Psi) = -\gamma \qquad (۷-۳)$$

با در نظر گرفتن رابطه (۳-۱) بصورت مفصل مستقل و رابطه (۳-۳)، می‌توان رابطه (۳-۷) را بدین‌شکل بازنویسی کرد:

$$(\ddot{q}_d - v + h + \lambda_1 \dot{e} + \lambda_2 e) sgn(\Psi) = -\gamma \qquad (۸-۳)$$

بنابراین،

$$v = \ddot{q}_d + h + \lambda_1 \dot{e} + \lambda_2 e + \gamma sgn(\Psi) \qquad (۹-۳)$$

به‌دلیل آنکه تابع غیرخطی h نامعلوم است، کنترل‌کننده (۳-۹) قابل پیاده‌سازی نمی‌باشد. بنابراین برای تقریب تابع غیرخطی در این فصل، تقریب‌گر سری‌تیلور بدین‌شکل پیشنهاد می‌شود:

$$\hat{h} = \sum_{k=0}^{m} \frac{\hat{h}^{(k)}\left(e_{h_0}\right)}{k!}\left(e - e_{h_0}\right)^k \qquad (۱۰-۳)$$

که در آن $\hat{h}$ پاسخ خروجی تقریب‌گر پیشنهادی که بیانگر تعداد $m+1$ جمله تیلور $\hat{h}$ حول e_{h_0} می‌باشد. می‌توان رابطه (۳-۱۰) را بدین صورت بازنویسی کرد:

$$\hat{h} = \widehat{\boldsymbol{\theta}}_h^T \boldsymbol{\xi}_h \tag{۳-۱۱}$$

که در آن $\widehat{\boldsymbol{\theta}}_h$ بیانگر ضریب‌های سری‌تیلور برای $\hat{h}$ و $\boldsymbol{\xi}_h$ بردار رگرسور می‌باشد که بدین صورت تعریف می‌شوند:

$$\boldsymbol{\xi}_h = \left[1, \left(e - e_{h_0}\right), \dots, \left(e - e_{h_0}\right)^m\right]^T \tag{۳-۱۲}$$

$$\widehat{\boldsymbol{\theta}}_h^T = \left[\frac{\hat{h}^{(0)}\left(e_{h_0}\right)}{0!}, \frac{\hat{h}^{(1)}\left(e_{h_0}\right)}{1!}, \dots, \frac{\hat{h}^{(m)}\left(e_{h_0}\right)}{m!}\right] \tag{۳-۱۳}$$

تابع غیرخطی h را بدین صورت مدلسازی کنید:

$$h = \boldsymbol{\theta}_h^T \boldsymbol{\xi}_h + \varepsilon_h \tag{۳-۱۴}$$

که در آن $\boldsymbol{\theta}_h$ بردار ضریب‌های سیستم و ε_h خطای‌تقریب می‌باشد که محدودیت آن بوسیله $|\varepsilon_h| < \eta(t)$ در نظر گرفته می‌شود. در نهایت قانون کنترل در ساختار مفصل مستقل با توجه به این نکته که ولتاژ موتورها باید زیر ولتاژ مجاز v_{max} قرار داشته باشد، بدین صورت پیشنهاد می‌شود:

$$v = l(u) \tag{۳-۱۵}$$

$$l(u) = \begin{cases} u & if\ |u| \le v_{max} \\ v_{max} sgn(u) & if\ |u| > v_{max} \end{cases} \tag{۳-۱۶}$$

$$u = \ddot{q}_d + \hat{h} + \lambda_1 \dot{e} + \lambda_2 e + \gamma sgn(\Psi) \tag{۳-۱۷}$$

در وضعیت $|u| > v_{max}$، تلاش کنترلی در بیشینه مقدار خود قرار دارد تا خطای ردگیری فضای‌مفصلی کاهش یابد. از طرف دیگر در وضعیت $|u| \le v_{max}$، با اعمال رابطه (۳-۱۷) به سیستم (۳-۱) در حالت مفصل مستقل (یعنی $\ddot{q} + h = v$) داریم:

$$\ddot{e}+\lambda_1\dot{e}+\lambda_2 e=h-\hat{h}-\gamma sgn(\Psi) \tag{۱۸-۳}$$

با استفاده از روابط (۳-۱۱) و (۳-۱۴)، دینامیک‌های خطای ردگیری (۳-۱۸) را می‌توان بدین‌شکل بازنویسی کرد:

$$\ddot{e}+\lambda_1\dot{e}+\lambda_2 e=\left(\boldsymbol{\theta}_h^T-\widehat{\boldsymbol{\theta}}_h^T\right)\boldsymbol{\xi}_h+\varepsilon_h-\gamma sgn(\Psi) \tag{۱۹-۳}$$

با در نظر گرفتن (۳-۱۹)، معادله فضای حالت در فضای خطا بدین صورت بدست می‌آید:

$$\dot{\boldsymbol{E}}=\boldsymbol{\Lambda}\boldsymbol{E}+\boldsymbol{b}w \tag{۲۰-۳}$$

که در آن

$$\boldsymbol{\Lambda}=\begin{bmatrix}0 & 1\\ -\lambda_2 & -\lambda_1\end{bmatrix},\ \ \boldsymbol{b}=\begin{bmatrix}0\\1\end{bmatrix},\ \ \boldsymbol{E}=\begin{bmatrix}e\\ \dot{e}\end{bmatrix}, \tag{۲۱-۳}$$

$$w=\left(\boldsymbol{\theta}_h^T-\widehat{\boldsymbol{\theta}}_h^T\right)\boldsymbol{\xi}_h+\varepsilon_h-\gamma sgn(\Psi)$$

تابع معین مثبت را بدین صورت در نظر بگیرید:

$$V(e,\dot{e})=\boldsymbol{E}^T\boldsymbol{P}\boldsymbol{E}+\frac{1}{2\alpha}\left(\boldsymbol{\theta}_h^T-\widehat{\boldsymbol{\theta}}_h^T\right)\left(\boldsymbol{\theta}_h-\widehat{\boldsymbol{\theta}}_h\right) \tag{۲۲-۳}$$

که در آن α ثابت مثبت و ماتریس $\boldsymbol{P}$ ماتریس معین مثبت متقارن است. معادله لیاپانوف زیر را در نظر بگیرید:

$$\boldsymbol{\Lambda}^T\boldsymbol{S}+\boldsymbol{S}\boldsymbol{\Lambda}=-\boldsymbol{Q} \tag{۲۳-۳}$$

که در آن $\boldsymbol{Q}$ ماتریس معین مثبت متقارن دلخواه، $\boldsymbol{\Lambda}$ ماتریس پایدار و $\boldsymbol{S}$ ماتریس معین مثبت متقارن منحصربه‌فرد می‌باشد. با مشتق‌گیری از رابطه (۳-۲۲) نسبت به زمان داریم:

$$\dot{V}=\dot{\boldsymbol{E}}^T\boldsymbol{P}\boldsymbol{E}+\boldsymbol{E}^T\boldsymbol{P}\dot{\boldsymbol{E}}-\frac{1}{\alpha}\left(\boldsymbol{\theta}_h^T-\widehat{\boldsymbol{\theta}}_h^T\right)\dot{\widehat{\boldsymbol{\theta}}}_h \tag{۲۴-۳}$$

با استفاده از روابط (۳-۱۱)، (۳-۱۴)، (۳-۲۰) و (۳-۲۳)، می‌توان $\dot{V}$ را بدین‌شکل بازنویسی کرد:

$$\dot{V}=-\boldsymbol{E}^T\boldsymbol{Q}\boldsymbol{E}+\boldsymbol{E}^T\boldsymbol{S}\boldsymbol{b}\left(\boldsymbol{\theta}_h^T-\widehat{\boldsymbol{\theta}}_h^T\right)\boldsymbol{\xi}_h+\boldsymbol{E}^T\boldsymbol{S}\boldsymbol{b}\varepsilon_h-\boldsymbol{E}^T\boldsymbol{S}\boldsymbol{b}\gamma sgn(\Psi)- \tag{۲۵-۳}$$

$$\frac{1}{\alpha}\left(\boldsymbol{\theta}_h^T - \widehat{\boldsymbol{\theta}}_h^T\right)\dot{\widehat{\boldsymbol{\theta}}}_h$$

با انتخاب قانون تطبیق بصورت زیر

$$\dot{\widehat{\boldsymbol{\theta}}}_h = \alpha \boldsymbol{E}^T \boldsymbol{Sb}\boldsymbol{\xi}_h \quad (۳-۲۶)$$

می‌توان رابطه (۳-۲۵) را بدین صورت توصیف کرد:

$$\dot{V} = -\boldsymbol{E}^T\boldsymbol{QE} + \boldsymbol{E}^T\boldsymbol{Sb}\varepsilon_h - \boldsymbol{E}^T\boldsymbol{Sb}\gamma sgn(\Psi) \quad (۳-۲۷)$$

چنانچه $\dot{V} < 0$ باشد، خطای ردگیری و مشتق زمانی آن کاهش می‌یابند. بنابراین همگرایی $\boldsymbol{E}$ تضمین می‌شود اگر

$$\boldsymbol{E}^T\boldsymbol{QE} > \boldsymbol{E}^T\boldsymbol{Sb}\varepsilon_h - \boldsymbol{E}^T\boldsymbol{Sb}\gamma sgn(\Psi) \quad (۳-۲۸)$$

داریم:

$$\lambda_{min}(\boldsymbol{Q})\|\boldsymbol{E}\|^2 \le \boldsymbol{E}^T\boldsymbol{QE} \le \lambda_{max}(\boldsymbol{Q})\|\boldsymbol{E}\|^2 \quad (۳-۲۹)$$

که در آن $\lambda_{min}(\boldsymbol{Q})$ و $\lambda_{max}(\boldsymbol{Q})$ به‌ترتیب کمینه و بیشینه مقادیر ویژه ماتریس $\boldsymbol{Q}$ می‌باشند. با بکارگیری نامساوی کوشی – شوارتز و در نظر گرفتن کران بالای خطای تقریب بصورت $|\varepsilon_h| < \eta(t)$، سمت راست رابطه (۳-۲۸) بدین صورت بدست می‌آید:

$$\boldsymbol{E}^T\boldsymbol{Sb}\varepsilon_h - \boldsymbol{E}^T\boldsymbol{Sb}\gamma sgn(\Psi) \le \|\boldsymbol{E}\|\|\boldsymbol{Sb}\|(\eta+\gamma) \quad (۳-۳۰)$$

به عبارت دیگر

$$\|\boldsymbol{E}\| > \frac{\|\boldsymbol{Sb}\|(\eta+\gamma)}{\lambda_{min}(\boldsymbol{Q})} \triangleq \delta_0 \quad (۳-۳۱)$$

که در آن δ_0 ثابت مثبت است. بنابراین $\dot{V} < 0$ برقرار است مادامی‌که $\|\boldsymbol{E}\| > \delta_0$. از طرف دیگر $\dot{V} > 0$ است مادامی‌که $\|\boldsymbol{E}\| < \delta_0$. این بدان معناست که خطا خارج از دایره‌ای با شعاع δ_0

اندازه‌اش کاهش می‌یابد و در داخل آن دایره اندازه‌اش افزایش می‌یابد. در نتیجه خطای ردگیری و مشتق زمانی آن محدود باقی می‌مانند و در نهایت وارد محیط دایره‌ای به شعاع δ_0 می‌شوند.

با محدودیت خطای موقعیت ردگیری، e، خطای سرعت $\dot{e}$، محدودیت تقریب‌گر سری‌تیلور $\hat{h}$ تضمین می‌شود. همچنین سیگنال کنترل در رابطه (۳-۱۷) به دلیل محدود بودن سیگنال e، $\dot{e}$ و شتاب مسیر مطلوب $\ddot{q}_d$ و همچنین ثابت بودن ضریب‌های λ_1، λ_2 و γ، محدود می‌باشد. از رابطه (۳-۲۲)، $\boldsymbol{E} = [q_d - q \quad \dot{q}_d - \dot{q}]^T$ محدود است و بعلاوه طبق فرض ۱ می‌توان نتیجه گرفت که موقعیت مفصلی q و سرعت مفصلی $\dot{q}$ نیز محدود باقی می‌مانند.

از طرفی طبق رابطه (۳-۲۲)، $\boldsymbol{\theta}_h - \widehat{\boldsymbol{\theta}}_h$ نیز محدود است و مطابق رابطه (۳-۲۶) نیز به راحتی محدود بودن $\widehat{\boldsymbol{\theta}}_h$ را نتیجه می‌دهد. از رابطه (۳-۲)، می‌توان معادله مفصل مستقل را برای هر موتور بدین صورت نوشت:

$$RI_a + L\dot{I}_a = w \tag{۳۲-۳}$$

$$w = v - K_b r^{-1}\dot{q} - \varphi \tag{۳۳-۳}$$

متغیرهای $\dot{q}$، φ و v محدود هستند. بنابراین ورودی w در (۳-۳۳) محدود است. از طرفی با توجه به معیار راث – هرویتز، معادله دیفرانسیل خطی (۳-۳۲)، سیستم خطی پایدار می‌باشد. به دلیل محدودیت ورودی w، خروجی I_a نیز محدود باقی می‌ماند. بنابراین برای هر مفصل، موقعیت مفصل q، سرعت مفصل $\dot{q}$ و جریان موتور I_a محدود هستند. بنابراین پایداری متغیرهای سیستم $\boldsymbol{q}$، $\dot{\boldsymbol{q}}$ و $\boldsymbol{I}_a$ تضمین می‌شود.

۳-۳- نتایج شبیه‌سازی

در این بخش نتایج شبیه‌سازی مختلفی برای تایید عملکرد موثر روش کنترلی (۳-۱۵) تا (۳-۱۷) ارائه می‌شود. به عنوان مطالعه موردی از بازوی رباتیک اسکارا مجهز به موتورهای مغناطیس دائم جریان

مستقیم استفاده می‌شود. تمامی ضریب‌های مرتبط با دینامیک‌های سیستم رباتیک و محرکه‌ها در پیوست ۱ پایان‌نامه معرفی شده‌اند. مسیر مفصلی مطلوب برای تمامی مفاصل بدین صورت فرمول‌بندی می‌شوند:

$$q_d = 0.5\left(1-\cos\left(\frac{\pi t}{5}\right)\right) \quad for \quad 0 \le t \le 10 \tag{۳-۳۴}$$

همچنین سیگنال اغتشاش مشابه فصل دوم، بصورت تابع پالس مستطیلی با دامنه ۲ ولت به سیستم داده می‌شود. خطاهای اولیه برای مفاصل اول تا چهارم به‌ترتیب ۰/۱ رادیان، ۰/۱ رادیان، ۰/۱ متر و ۰/۱ رادیان در نظر گرفته می‌شود. به منظورکاهش تاثیر سیگنال کنترل ناپیوسته، به جای استفاده از تابع علامت در قانون کنترل (۳-۱۵) تا (۳-۱۷)، می‌توان از لایه مرزی بدین‌شکل استفاده کرد [۸۰]

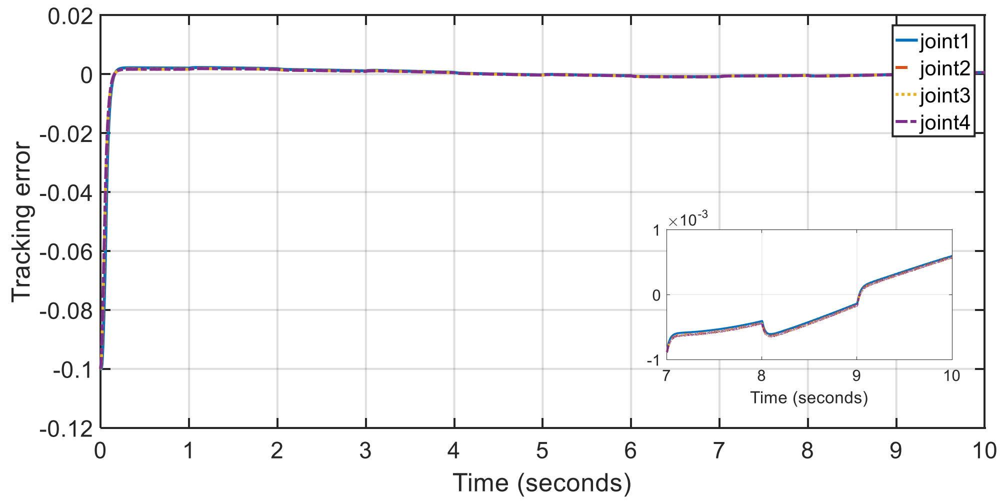
$$sat(\Psi/\beta) = \begin{cases} sgn(\Psi/\beta) & if \ \ |\Psi/\beta| > 1 \\ \Psi/\beta & if \ \ |\Psi/\beta| \le 1 \end{cases} \tag{۳-۳۵}$$

که در آن $\beta > 0$ ضخامت لایه مرزی می‌باشد.

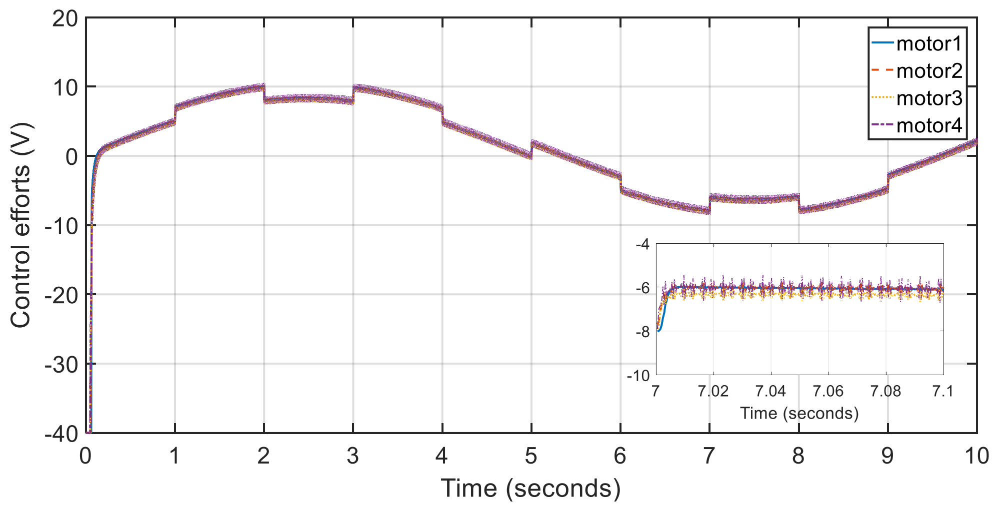
روش کنترلی پیشنهادی که توسط قانون کنترل (۳-۱۵) تا (۳-۱۷) طراحی شده است و از تقریب‌گر سری‌تیلور (۳-۱۱) و قانون تطبیق (۳-۲۶) بهره می‌برد، در این بخش شبیه‌سازی می‌شود. ضریب‌های کنترل‌کننده به صورت $\lambda_1 = 40$، $\lambda_2 = 10$، $\alpha = \gamma = 200$، $m = 1$ و $\boldsymbol{S} = \begin{bmatrix} 201.375 & 5 \\ 5 & 0.1375 \end{bmatrix}$ انتخاب می‌شوند.

شرط اولیه برای $\widehat{\boldsymbol{\theta}}_h(0)$ صفر انتخاب می‌شود. شکل ۳-۱ عملکرد روش کنترل‌کننده تیلور - مود لغزشی را نشان می‌دهند. خطای ردگیری برای تمامی مفاصل و بدون فراجهش کاهش مطلوبی دارد. تغییرات مجاز ولتاژ موتورها در شکل ۳-۲ نشان داده شده است. به علت وجود خطای اولیه مفاصل، ولتاژ موتورها در لحظه شروع زیاد است. ضریب‌های سری‌تیلور برای تمامی مفاصل در شکل ۳-۳ نشان داده شده است. همانطور که مشاهده می‌شود اولین ضریب هر تقریب‌گر سری‌تیلور

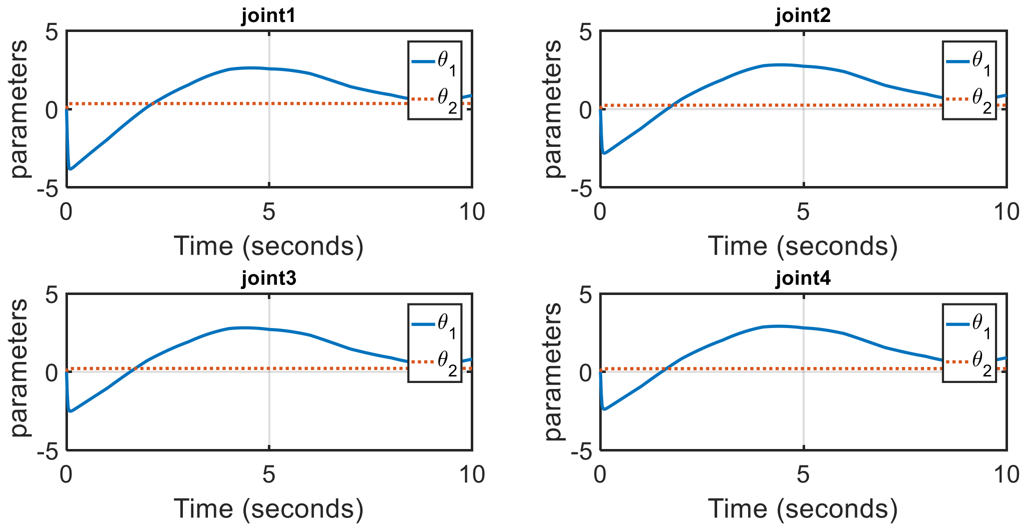
در طول زمان متغیر و دومین ضریب هر تقریب‌گر سری‌تیلور تقریبا به مقدار ثابت همگرا می‌شود تا تاثیرات عدم‌قطعیت را پوشش دهند.



شکل ۳-۱ عملکرد ردگیری کنترل‌کننده سری‌تیلور – مود لغزشی



شکل ۳-۲ تلاش کنترلی کنترل‌کننده



شکل ۳-۳ تطبیق ضریب‌های تقریب‌گر سری‌تیلور در ساختار کنترل مود لغزشی. خط توپر ”-“ و خط نقطه‌چین ”:“ به‌ترتیب نشان‌دهنده ضریب اول و دوم تقریب‌گر سری‌تیلور می‌باشد.

فصل ۴. کنترل سری‌تیلور با تضمین پایداری همگرایی مجانبی خطای ردگیری

۴-۱- مقدمه

دستیابی به کنترل ردگیری مجانبی بازوهای رباتیک با در نظر گرفتن دینامیک‌های محرکه به دلیل وجود خطای‌تقریب به وجود آمده از عدم‌قطعیت‌های ساختاری و غیرساختاری مسئله‌ای چالش‌برانگیز پیش روی طراحان کنترل است. با بهره‌گیری از خاصیت منحصربه‌فرد سری‌تیلور به عنوان تقریب‌گر عمومی، در این فصل از پایان‌نامه دو طرح کنترلی مقاوم با استفاده از سیستم تطبیقی سری‌تیلور برای بازوهای رباتیک با در نظر گرفتن دینامیک‌های محرکه پیشنهاد می‌شود. در طرح کنترلی اول، کنترل‌کننده تطبیقی غیرمستقیم طوری طراحی می‌شود که تا با استفاده از تقریب‌گر سری‌تیلور بتوان به منظور تقریب تابع پیوسته نامعلوم بهره گرفت. از طرف دیگر، طرح کنترلی تطبیقی مستقیم توسعه پیدا می‌کند تا بتوان سیستم سری‌تیلور را به عنوان کنترل‌کننده استفاده کرد. در هر دو طرح کنترلی نه‌تنها کران بالای خطای تقریب، تقریب زده می‌شود تا از آن در ساختار عبارت مقاوم‌ساز استفاده شود، بلکه پایداری سیستم حلقه بسته بعلاوه همگرایی مجانبی خطای ردگیری و مشتق زمانی آن تضمین می‌شود.

۴-۲- تشریح مسئله

هدف پژوهش در این فصل پیشنهاد دو طرح کنترلی مبتنی بر سری‌تیلور می‌باشد به‌نحوی‌که سیگنال مطلوب، q_{mi}، به طور مجانبی توسط موقعیت مفصل، q_i، دنبال شود. معادله ولتاژ غیرخطی برای موتور i اُم را با جایگذاری روابط (۲-۱) و (۲-۲) در (۲-۳) بصورت اسکالر، می‌توان بدین صورت نمایش داد:

$$\begin{gathered}\left(R_i {K_{mi}}^{-1} J_{mi} r_i^{-1}\right)\ddot{q}_i + \left(R_i {K_{mi}}^{-1} r_i\right)\left(\sum_{j=1}^{n} d_{ji}(\boldsymbol{q})\ddot{q}_j\right) + \\ \left(R_i {K_{mi}}^{-1} B_{mi} + K_{bi}\right) r_i^{-1}\dot{q}_i + R_i {K_{mi}}^{-1} r_i\left(\sum_{j=1}^{n}\sum_{k=1}^{n} c_{jki}(\boldsymbol{q})\dot{q}_j\,\dot{q}_k\right) + \\ R_i {K_{mi}}^{-1} r_i g_i(\boldsymbol{q}) + R_i {K_{mi}}^{-1} r_i \tau_{fi} + L_i \dot{I}_{ai} + \varphi_i = v_i\end{gathered} \tag{۴-۱}$$

که در آن $i = 1,2, \dots, n$. می‌توان رابطه (۴-۱) را بدین‌شکل بازنویسی کرد:

$$\ddot{q}_i + f_i = v_i \tag{۴-۲}$$

که در آن f_i بیانگر عدم قطعیت تجمعی می‌باشد

$$\begin{aligned} f_i = {} & \left(R_i {K_{mi}}^{-1} J_{mi} r_i^{-1} - 1\right)\ddot{q}_i + R_i {K_{mi}}^{-1} r_i \left(\sum_{j=1}^{n} d_{ji}(\boldsymbol{q})\ddot{q}_j\right) \\ & + \left(R_i {K_{mi}}^{-1} B_{mi} + K_{bi}\right) r_i^{-1}\dot{q}_i \\ & + R_i {K_{mi}}^{-1} r_i \left(\sum_{j=1}^{n}\sum_{k=1}^{n} c_{jki}(\boldsymbol{q})\dot{q}_j\,\dot{q}_k\right) \\ & + R_i {K_{mi}}^{-1} r_i g_i(\boldsymbol{q}) + R_i {K_{mi}}^{-1} r_i \tau_{fi} + L_i \dot{I}_{ai} + \varphi_i \end{aligned} \tag{۴-۳}$$

خطای ردگیری به طور مفصل مستقل را بدین صورت در نظر بگیرید:

$$e_i = q_{mi} - q_i \tag{۴-۴}$$

به منظور دستیابی به همگرایی مجانبی خطای ردگیری به صفر (یعنی $\lim_{t\to\infty} e_i(t) = 0$)، می‌توان دینامیک‌های خطای ردگیری را بدین‌شکل در نظر گرفت:

$$\ddot{e}_i + \boldsymbol{K}_i \boldsymbol{E}_i = 0 \tag{۴-۵}$$

که در آن $\boldsymbol{E}_i = [e_i, \dot{e}_i\,]^T \in \mathbb{R}^2$ بیانگر بردار خطاها و $\boldsymbol{K}_i = [k_{2i}, k_{1i}] \in \mathbb{R}^2$ نشان‌دهنده بردار بهره‌های پسخورد می‌باشد که به نحوی انتخاب می‌شود که تمامی ریشه‌های $d_i(s) \triangleq s^2 + k_{1i}s + k_{2i}$ در سمت چپ صفحه موهومی قرار بگیرد. با اعمال رابطه (۴-۲) در (۴-۵)، کنترل‌کننده ایده‌آل در ساختار مفصل مستقل بدین صورت بدست می‌آید:

$$u_{ci}^{*} = \ddot{q}_{mi} + f_i + \boldsymbol{K}_i \boldsymbol{E}_i \tag{۴-۶}$$

باید توجه داشت که قانون کنترل (۴-۶) غیرقابل پیاده‌سازی می‌باشد به‌دلیل‌آنکه تابع غیرخطی f_i نامعلوم است. برای رفع این مشکل، دو طرح کنترلی جدید به صورت زیر پیشنهاد می‌شود:

- کنترل‌کننده سری‌تیلور تطبیقی غیرمستقیم
- کنترل‌کننده سری‌تیلور تطبیقی مستقیم

۴-۳- طراحی کنترل‌کننده سری‌تیلور تطبیقی غیرمستقیم و اثبات پایداری

در این فصل به منظور تقریب تابع نامعلوم غیرخطی از تقریب‌گر سری‌تیلور مفصل مستقل بدین‌شکل استفاده می‌شود:

$$\hat{f}_i = \sum_{k_1=0}^{m_1} \frac{\hat{f}_i^{(k_1)}(e_{if_0})}{k_1!}(e_i - e_{if_0})^{k_1} = \frac{\hat{f}_i^{(0)}(e_{if_0})}{0!} + \frac{\hat{f}_i^{(1)}(e_{if_0})}{1!}(e_i - e_{if_0})^1 + \frac{\hat{f}_i^{(2)}(e_{if_0})}{2!}(e_i - e_{if_0})^2 + \cdots + \frac{\hat{f}_i^{(m_1)}(e_{if_0})}{m_1!}(e_i - e_{if_0})^{m_1} \tag{۴-۷}$$

که در آن $i = 1,2,\dots,n$ و $\hat{f}_i$ پاسخ خروجی تقریب‌گر پیشنهادی می‌باشد که بیانگر تعداد $m_1 + 1$ جمله تیلور $\hat{f}_i$ حول e_{if_0} می‌باشد. رابطه (۴-۷) را می‌توان بصورت زیر بازنویسی کرد:

$$\hat{f}_i = \widehat{\boldsymbol{\theta}}_{f_i}^T \boldsymbol{\xi}_{f_i} \tag{۴-۸}$$

که در آن $\widehat{\boldsymbol{\theta}}_{f_i}^T \in \mathbb{R}^{1\times(m_1+1)}$ بردار ضریب‌های سری‌تیلور و $\boldsymbol{\xi}_{f_i} \in \mathbb{R}^{(m_1+1)\times 1}$ بیانگر بردار رگرسور می‌باشد که بدین صورت معرفی می‌شوند:

$$\boldsymbol{\xi}_{f_i} = \left[1, (e_i - e_{if_0})^1, \dots, (e_i - e_{if_0})^{m_1}\right]^T \tag{۴-۹}$$

$$\widehat{\boldsymbol{\theta}}_{f_i}^T = \left[\frac{\hat{f}_i^{(0)}(e_{if_0})}{0!}, \frac{\hat{f}_i^{(1)}(e_{if_0})}{1!}, \dots, \frac{\hat{f}_i^{(m_1)}(e_{if_0})}{m_1!}\right] \tag{۴-۱۰}$$

برای محافظت از موتور در مقابل اضافه ولتاژ، از محدودکننده ولتاژ استفاده می‌شود. بنابراین قانون کنترل در ساختار مفصل مستقل بدین صورت پیشنهاد می‌شود:

$$v_i = h(u_i) \tag{۴-۱۱}$$

$$h(u_i) = \begin{cases} u_i & if\ |u_i| \le v_{max,i} \\ v_{max,i} sgn(u_i) & if\ \ v_{max,i} < |u_i| \end{cases} \tag{۴-۱۲}$$

$$u_i = \ddot{q}_{mi} + \hat{f}_i + \boldsymbol{K}_i \boldsymbol{E}_i + u_{rfi} \tag{۴-۱۳}$$

که در آن $v_{max,i}$ ولتاژ مجاز بیشینه و u_{rfi} عبارت مقاوم‌ساز می‌باشد که در بخش تحلیل پایداری ارائه می‌شود. در وضعیت $v_{max,i} < |u_i|$، با اعمال قانون کنترل (۴-۱۱) تا (۴-۱۳) به سیستم (۲-۴)، می‌توان سیستم حلقه بسته را بدین صورت ارائه کرد:

$$\ddot{q}_i + f_i = v_{max,i} sgn(u_i) \tag{۴-۱۴}$$

با در نظر گرفتن (۴-۱۴)، تلاش کنترلی در بیشینه مقدار خود به منظور کاهش خطای ردگیری قرار دارد. در وضعیت $|u_i| \le v_{max,i}$ و مطابق با روابط (۴-۱۱) تا (۴-۱۳) و (۴-۲) داریم:

$$\ddot{q}_i + f_i = \ddot{q}_{mi} + \hat{f}_i + \boldsymbol{K}_i \boldsymbol{E}_i + u_{rfi} \tag{۴-۱۵}$$

بنابراین با توجه به رابطه (۴-۱۵)، سیستم حلقه بسته بدین صورت بدست می‌آید:

$$\ddot{e}_i + \boldsymbol{K}_i \boldsymbol{E}_i = f_i - \hat{f}_i - u_{rfi} \tag{۴-۱۶}$$

تابع غیرخطی نامعلوم f_i را می‌توان بدین صورت مدلسازی کرد:

$$f_i = \boldsymbol{\theta}_{f_i}^T \boldsymbol{\xi}_{f_i} + \varepsilon_{f_i} \tag{۴-۱۷}$$

که در آن ε_{f_i} خطای‌تقریب می‌باشد. با اعمال روابط (۴-۸) و (۴-۱۷) در (۴-۱۶)، دینامیک‌های خطای ردگیری را می‌توان بدین‌شکل بازنویسی کرد:

$$\ddot{e}_i + \boldsymbol{K}_i \boldsymbol{E}_i = \left(\boldsymbol{\theta}_{f_i}^T - \widehat{\boldsymbol{\theta}}_{f_i}^T\right)\boldsymbol{\xi}_{f_i} + \varepsilon_{f_i} - u_{rfi} \tag{۱۸-۴}$$

با استفاده از (۴-۱۸)، می‌توان معادله فضای حالت را در فضای ردگیری بدین صورت فرمول‌بندی کرد:

$$\dot{\boldsymbol{E}}_i = \boldsymbol{\Lambda}_i \boldsymbol{E}_i + \boldsymbol{b}_i \omega_i \tag{۱۹-۴}$$

که در آن

$$\boldsymbol{\Lambda}_i = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -k_{2i} & -k_{1i} \end{bmatrix}, \ \ \boldsymbol{b}_i = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \ \ \boldsymbol{E}_i = [e_i, \dot{e}_i\,]^T \,, \qquad \omega_i = \left(\boldsymbol{\theta}_{f_i}^T - \widehat{\boldsymbol{\theta}}_{f_i}^T\right)\boldsymbol{\xi}_{f_i} + \varepsilon_{f_i} - u_{rfi} \tag{۲۰-۴}$$

قبل از تحلیل پایداری سیستم حلقه بسته، لم‌های زیر را در این فصل در نظر بگیرید:

لم ۱. (نامساوی مثلثی) فرض کنید که $x, y \in \mathbb{R}$ باشد. سپس نامساوی زیر برقرار است:

$$|x + y| \le |x| + |y| \tag{۲۱-۴}$$

لم ۲. فرض کنید که $a_1 > 0$ و $a_2 > 0$. سپس نامساوی زیر برقرار است:

$$\frac{a_1 a_2}{a_1 + a_2} < a_1 \tag{۲۲-۴}$$

لم ۳. چنانچه $\boldsymbol{\Lambda}_i$ ماتریسی با مقایر ویژه پایدار باشد، ماتریس معین مثبت متقارن منحصربه‌فرد $\boldsymbol{S}_i$ وجود دارد به‌نحوی‌که معادله لیاپانوف زیر برقرار باشد:

$$\boldsymbol{\Lambda}_i{}^T \boldsymbol{S}_i + \boldsymbol{S}_i \boldsymbol{\Lambda}_i = -\boldsymbol{Q}_i \tag{۲۳-۴}$$

که در آن $\boldsymbol{Q}_i$ ماتریس معین مثبت متقارن دلخواه می‌باشد. در ساختار مفصل مستقل، تقریب‌گر سری‌تیلور پیشنهادی $\hat{f}_i$ معرفی‌شده در (۴-۸) می‌تواند عدم‌قطعیت تجمعی f_i در رابطه (۴-۲۴) را با بهره‌گیری از مکانیزم‌های تطبیقی که در تحلیل پایداری بدست می‌آیند، تقریب بزنند. داریم:

$$\left|f_i - \hat{f}_i\right| < \mu_i(t) \qquad (۲۴-۴)$$

که در آن $\mu_i(t) > 0$ کران بالای خطای عدم‌قطعیت می‌باشد. با اعمال روابط (۴-۸) و (۴-۱۷) در (۴-۲۴) داریم:

$$\left|\left(\boldsymbol{\theta}_{f_i} - \widehat{\boldsymbol{\theta}}_{f_i}\right)\boldsymbol{\xi}_{f_i} + \varepsilon_{f_i}\right| < \mu_i(t) \qquad (۲۵-۴)$$

می‌توان رابطه (۴-۲۵) را بدین صورت بازنویسی کرد:

$$-\mu_i(t) - \left(\boldsymbol{\theta}_{f_i} - \widehat{\boldsymbol{\theta}}_{f_i}\right)\boldsymbol{\xi}_{f_i} < \varepsilon_{f_i} < \mu_i(t) - \left(\boldsymbol{\theta}_{f_i} - \widehat{\boldsymbol{\theta}}_{f_i}\right)\boldsymbol{\xi}_{f_i} \qquad (۲۶-۴)$$

با استفاده از (۴-۲۶)، می‌توان کران بالای ε_{f_i} را بدین صورت توصیف کرد:

$$\left|\varepsilon_{f_i}\right| < \left|\mu_i(t) - \left(\boldsymbol{\theta}_{f_i} - \widehat{\boldsymbol{\theta}}_{f_i}\right)\boldsymbol{\xi}_{f_i}\right| \qquad (۲۷-۴)$$

فرض کنید که $x, y \in \mathbb{R}$ ، با در نظر گرفتن نامساوی مثلثی در لم ۱، نامساوی زیر برقرار است:

$$|x - y| \le |x| + |y| \qquad (۲۸-۴)$$

با در نظر گرفتن رابطه (۴-۲۸)، به راحتی می‌توان رابطه (۴-۲۷) را بدین‌شکل توصیف کرد:

$$\left|\varepsilon_{f_i}\right| < \eta_i(t) \qquad (۲۹-۴)$$

که در آن $\eta_i(t)$ کران بالای خطای تقریب می‌باشد که بدین‌شکل معرفی می‌شود:

$$\eta_i(t) = |\mu_i(t)| + \left|\left(\boldsymbol{\theta}_{f_i} - \widehat{\boldsymbol{\theta}}_{f_i}\right)\boldsymbol{\xi}_{f_i}\right| \qquad (۳۰-۴)$$

با توجه به قانون کنترل، عبارت مقاوم‌ساز، u_{rfi}، به ساختار کنترل‌کننده پیشنهادی اضافه شده است تا همگرایی مجانبی خطای ردگیری تضمین شود. از سوی دیگر عبارت مقاوم‌ساز نیازمند تقریب کران بالای خطای تقریب می‌باشد. در این فصل به منظور تقریب $\eta_i(t)$، از تقریب‌گر سری‌تیلور بدین‌شکل استفاده می‌شود:

$$\hat{\eta}_i(t) = \widehat{\boldsymbol{\theta}}_{\eta_i}^T \boldsymbol{\psi}_{\eta_i} \qquad (۴-۳۱)$$

که در آن بردار $\widehat{\boldsymbol{\theta}}_{\eta_i}$ تقریب $\boldsymbol{\theta}_{\eta_i}$ و همچنین $\boldsymbol{\psi}_{\eta_i}$ بردار رگرسور می‌باشد. ساختار کنترلی پیشنهادی در شکل ۴-۱ نشان داده شده است.

قضیه ۳. با جبران سیستم غیرخطی نامعلوم (۴-۱) با بهره‌گیری از قانون کنترل (۴-۱۱) تا (۴-۱۳)، همگرایی مجانبی خطای ردگیری e_i و مشتق زمانی آن $\dot{e}_i$ به سمت صفر تضمین می‌شود و تمامی‌سیگنال‌ها محدود باقی خواهند ماند، اگر قوانین تطبیق و عبارت مقاوم‌ساز بدین صورت انتخاب شوند:

$$\widehat{\boldsymbol{\theta}}_{\eta_i}(t) = \int_0^t \lambda_i |\boldsymbol{E}_i^T \boldsymbol{S}_i \boldsymbol{b}_i| \boldsymbol{\psi}_{\eta_i} d\tau + \widehat{\boldsymbol{\theta}}_{\eta_i}(0) \qquad (۴-۳۲)$$

$$\widehat{\boldsymbol{\theta}}_{f_i}(t) = \int_0^t \gamma_i \boldsymbol{E}_i^T \boldsymbol{S}_i \boldsymbol{b}_i \boldsymbol{\xi}_{f_i} d\tau + \widehat{\boldsymbol{\theta}}_{f_i}(0) \qquad (۴-۳۳)$$

$$u_{rfi} = \frac{\hat{\eta}_i^2(t) \boldsymbol{E}_i^T \boldsymbol{S}_i \boldsymbol{b}_i}{\left|\hat{\eta}_i(t) \boldsymbol{E}_i^T \boldsymbol{S}_i \boldsymbol{b}_i\right| + \delta_i exp(-\sigma_i t)}) \qquad (۴-۳۴)$$

که در آن $\widehat{\boldsymbol{\theta}}_{f_i}(0)$ و $\widehat{\boldsymbol{\theta}}_{\eta_i}(0)$ به‌ترتیب مقادیر اولیه برای $\widehat{\boldsymbol{\theta}}_{f_i}(t)$ و $\widehat{\boldsymbol{\theta}}_{\eta_i}(t)$ هستند.

اثبات قضیه ۳. با در نظر گرفتن لم ۳، تابع معین مثبت بدین‌شکل پیشنهاد می‌شود:

$$\begin{aligned} V = &\frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n} \boldsymbol{E}_i^T\, \boldsymbol{S}_i \boldsymbol{E}_i + \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n} \frac{1}{\gamma_i}\left(\boldsymbol{\theta}_{f_i}^T - \widehat{\boldsymbol{\theta}}_{f_i}^T\right)\left(\boldsymbol{\theta}_{f_i} - \widehat{\boldsymbol{\theta}}_{f_i}\right) \\ &+ \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n} \frac{1}{\lambda_i}\left(\boldsymbol{\theta}_{\eta_i}^T - \widehat{\boldsymbol{\theta}}_{\eta_i}^T\right)\left(\boldsymbol{\theta}_{\eta_i} - \widehat{\boldsymbol{\theta}}_{\eta_i}\right) \end{aligned} \qquad (۴-۳۵)$$

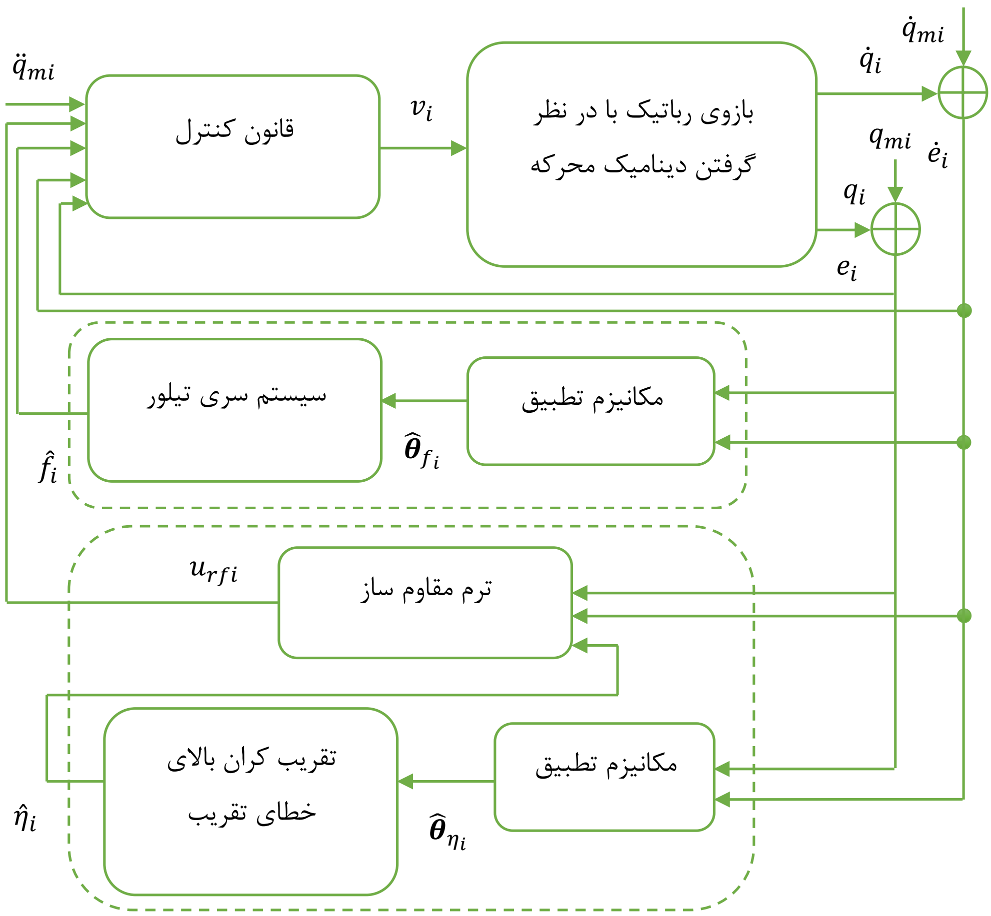
که در آن γ_i و λ_i ثابت‌های مثبت هستند. با مشتق‌گیری از V در رابطه (۴-۳۵) داریم:

$$\dot{V} = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n} \dot{\boldsymbol{E}}_i^T\, \boldsymbol{S}_i \boldsymbol{E}_i + \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n} \boldsymbol{E}_i^T\, \boldsymbol{S}_i \dot{\boldsymbol{E}}_i - \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{\gamma_i}(\boldsymbol{\theta}_{f_i}^T - \widehat{\boldsymbol{\theta}}_{f_i}^T)\dot{\widehat{\boldsymbol{\theta}}}_{f_i} - \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{\lambda_i}(\boldsymbol{\theta}_{\eta_i}^T - \widehat{\boldsymbol{\theta}}_{\eta_i}^T)\dot{\widehat{\boldsymbol{\theta}}}_{\eta_i} \tag{۳۶-۴}$$

با در نظر گرفتن رابطه (۴-۲۳) در لم ۳ و (۴-۱۹) داریم:

$$\dot{V} = -\frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n} \boldsymbol{E}_i^T\, \boldsymbol{Q}_i \boldsymbol{E}_i + \sum_{i=1}^{n} \boldsymbol{E}_i^T\, \boldsymbol{S}_i \boldsymbol{b}_i \omega_i - \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{\gamma_i}(\boldsymbol{\theta}_{f_i}^T - \widehat{\boldsymbol{\theta}}_{f_i}^T)\dot{\widehat{\boldsymbol{\theta}}}_{f_i} - \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{\lambda_i}(\boldsymbol{\theta}_{\eta_i}^T - \widehat{\boldsymbol{\theta}}_{\eta_i}^T)\dot{\widehat{\boldsymbol{\theta}}}_{\eta_i} \tag{۳۷-۴}$$

با استفاده از (۴-۲۰)، می‌توان رابطه (۴-۳۷) را بدین صورت بازنویسی کرد:



شکل ۴-۱ دیاگرام بلوکی روش کنترل تطبیقی غیرمستقیم سری‌تیلور

$$
\dot{V} = -\frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n} \boldsymbol{E}_i^T\, \boldsymbol{Q}_i \boldsymbol{E}_i + \sum_{i=1}^{n} \boldsymbol{E}_i^T\, \boldsymbol{S}_i \boldsymbol{b}_i \left(\boldsymbol{\theta}_{f_i}^T - \widehat{\boldsymbol{\theta}}_{f_i}^T\right)\boldsymbol{\xi}_{f_i} + \sum_{i=1}^{n} \boldsymbol{E}_i^T\, \boldsymbol{S}_i \boldsymbol{b}_i \varepsilon_{f_i}
- \sum_{i=1}^{n} \boldsymbol{E}_i^T\, \boldsymbol{S}_i \boldsymbol{b}_i u_{rfi} - \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{\gamma_i}\left(\boldsymbol{\theta}_{f_i}^T - \widehat{\boldsymbol{\theta}}_{f_i}^T\right)\dot{\widehat{\boldsymbol{\theta}}}_{f_i}
- \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{\lambda_i}\left(\boldsymbol{\theta}_{\eta_i}^T - \widehat{\boldsymbol{\theta}}_{\eta_i}^T\right)\dot{\widehat{\boldsymbol{\theta}}}_{\eta_i} \tag{۳۸-۴}
$$

با جایگذاری کران بالای خطای تقریب (۴-۲۹) در (۴-۳۸)، می‌توان رابطه زیر را بدست آورد:

$$
\dot{V} \le -\frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n} \boldsymbol{E}_i^T\, \boldsymbol{Q}_i \boldsymbol{E}_i + \sum_{i=1}^{n} \boldsymbol{E}_i^T\, \boldsymbol{S}_i \boldsymbol{b}_i \left(\boldsymbol{\theta}_{f_i}^T - \widehat{\boldsymbol{\theta}}_{f_i}^T\right)\boldsymbol{\xi}_{f_i}
+ \sum_{i=1}^{n} \left|\boldsymbol{E}_i^T \boldsymbol{S}_i \boldsymbol{b}_i\right| \eta_i(t) - \sum_{i=1}^{n} \boldsymbol{E}_i^T\, \boldsymbol{S}_i \boldsymbol{b}_i u_{rfi}
- \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{\gamma_i}\left(\boldsymbol{\theta}_{f_i}^T - \widehat{\boldsymbol{\theta}}_{f_i}^T\right)\dot{\widehat{\boldsymbol{\theta}}}_{f_i} - \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{\lambda_i}\left(\boldsymbol{\theta}_{\eta_i}^T - \widehat{\boldsymbol{\theta}}_{\eta_i}^T\right)\dot{\widehat{\boldsymbol{\theta}}}_{\eta_i} \tag{۳۹-۴}
$$

عبارت مقاوم‌ساز u_{rfi} بدین صورت پیشنهاد می‌شود:

$$
u_{rfi} = \frac{\hat{\eta}_i^2(t)\boldsymbol{E}_i^T \boldsymbol{S}_i \boldsymbol{b}_i}{\left|\hat{\eta}_i(t)\boldsymbol{E}_i^T \boldsymbol{S}_i \boldsymbol{b}_i\right| + \delta_i exp(-\sigma_i t)} \tag{۴۰-۴}
$$

که در آن δ_i و σ_i ثابت‌های مثبت هستند. با اعمال (۴-۴۰) در (۴-۴۹) خواهیم داشت:

$$\dot{V} \leq -\frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n} \boldsymbol{E}_i^T\,\boldsymbol{Q}_i\boldsymbol{E}_i + \sum_{i=1}^{n} \boldsymbol{E}_i^T\,\boldsymbol{S}_i\boldsymbol{b}_i\big(\boldsymbol{\theta}_{f_i}^T - \widehat{\boldsymbol{\theta}}_{f_i}^T\big)\boldsymbol{\xi}_{f_i}$$
$$+ \sum_{i=1}^{n} |\boldsymbol{E}_i^T\boldsymbol{S}_i\boldsymbol{b}_i|\eta_i(t)$$
$$- \sum_{i=1}^{n} \frac{\hat{\eta}_i^2(t)(\boldsymbol{E}_i^T\boldsymbol{S}_i\boldsymbol{b}_i)^2}{\left|\hat{\eta}_i(t)\boldsymbol{E}_i^T\boldsymbol{S}_i\boldsymbol{b}_i\right| + \delta_i exp(-\sigma_i t)} \tag{۴۱-۴}$$
$$- \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{\gamma_i}\big(\boldsymbol{\theta}_{f_i}^T - \widehat{\boldsymbol{\theta}}_{f_i}^T\big)\dot{\widehat{\boldsymbol{\theta}}}_{f_i} - \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{\lambda_i}\big(\boldsymbol{\theta}_{\eta_i}^T - \widehat{\boldsymbol{\theta}}_{\eta_i}^T\big)\dot{\widehat{\boldsymbol{\theta}}}_{\eta_i}$$

بنابراین،

$$\dot{V} \leq -\frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n} \boldsymbol{E}_i^T\,\boldsymbol{Q}_i\boldsymbol{E}_i + \sum_{i=1}^{n} \boldsymbol{E}_i^T\,\boldsymbol{S}_i\boldsymbol{b}_i\big(\boldsymbol{\theta}_{f_i}^T - \widehat{\boldsymbol{\theta}}_{f_i}^T\big)\boldsymbol{\xi}_{f_i}$$
$$+ \sum_{i=1}^{n} |\boldsymbol{E}_i^T\boldsymbol{S}_i\boldsymbol{b}_i|\eta_i(t) - \sum_{i=1}^{n} |\boldsymbol{E}_i^T\boldsymbol{S}_i\boldsymbol{b}_i|\hat{\eta}_i(t)$$
$$- \sum_{i=1}^{n} \frac{\hat{\eta}_i^2(t)(\boldsymbol{E}_i^T\boldsymbol{S}_i\boldsymbol{b}_i)^2}{\left|\hat{\eta}_i(t)\boldsymbol{E}_i^T\boldsymbol{S}_i\boldsymbol{b}_i\right| + \delta_i exp(-\sigma_i t)} \tag{۴۲-۴}$$
$$+ \sum_{i=1}^{n} |\boldsymbol{E}_i^T\boldsymbol{S}_i\boldsymbol{b}_i|\hat{\eta}_i(t) - \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{\gamma_i}\big(\boldsymbol{\theta}_{f_i}^T - \widehat{\boldsymbol{\theta}}_{f_i}^T\big)\dot{\widehat{\boldsymbol{\theta}}}_{f_i}$$
$$- \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{\lambda_i}\big(\boldsymbol{\theta}_{\eta_i}^T - \widehat{\boldsymbol{\theta}}_{\eta_i}^T\big)\dot{\widehat{\boldsymbol{\theta}}}_{\eta_i}$$

به عبارت دیگر

$$\dot{V} \le -\frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n} \boldsymbol{E}_i^T\, \boldsymbol{Q}_i \boldsymbol{E}_i + \sum_{i=1}^{n} \boldsymbol{E}_i^T\, \boldsymbol{S}_i \boldsymbol{b}_i \big(\boldsymbol{\theta}_{f_i}^T - \widehat{\boldsymbol{\theta}}_{f_i}^T\big)\boldsymbol{\xi}_{f_i} + \sum_{i=1}^{n} |\boldsymbol{E}_i^T \boldsymbol{S}_i \boldsymbol{b}_i| \big(\boldsymbol{\theta}_{\eta_i}^T - \widehat{\boldsymbol{\theta}}_{\eta_i}^T\big)\boldsymbol{\psi}_{\eta_i} - \sum_{i=1}^{n} \frac{\hat{\eta}_i^2(t)(\boldsymbol{E}_i^T \boldsymbol{S}_i \boldsymbol{b}_i)^2}{\left|\hat{\eta}_i(t)\boldsymbol{E}_i^T \boldsymbol{S}_i \boldsymbol{b}_i\right| + \delta_i exp(-\sigma_i t)} + \sum_{i=1}^{n} |\boldsymbol{E}_i^T \boldsymbol{S}_i \boldsymbol{b}_i| \hat{\eta}_i(t) - \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{\gamma_i}\big(\boldsymbol{\theta}_{f_i}^T - \widehat{\boldsymbol{\theta}}_{f_i}^T\big)\dot{\widehat{\boldsymbol{\theta}}}_{f_i} - \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{\lambda_i}\big(\boldsymbol{\theta}_{\eta_i}^T - \widehat{\boldsymbol{\theta}}_{\eta_i}^T\big)\dot{\widehat{\boldsymbol{\theta}}}_{\eta_i} \tag{۴۳-۴}$$

بنابراین داریم:

$$\dot{V} \le -\frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n} \boldsymbol{E}_i^T\, \boldsymbol{Q}_i \boldsymbol{E}_i + \sum_{i=1}^{n} \boldsymbol{E}_i^T\, \boldsymbol{S}_i \boldsymbol{b}_i \big(\boldsymbol{\theta}_{f_i}^T - \widehat{\boldsymbol{\theta}}_{f_i}^T\big)\boldsymbol{\xi}_{f_i} + \sum_{i=1}^{n} |\boldsymbol{E}_i^T \boldsymbol{S}_i \boldsymbol{b}_i| \big(\boldsymbol{\theta}_{\eta_i}^T - \widehat{\boldsymbol{\theta}}_{\eta_i}^T\big)\boldsymbol{\psi}_{\eta_i} + \sum_{i=1}^{n} \frac{\delta_i exp(-\sigma_i t)|\hat{\eta}_i(t)\boldsymbol{E}_i^T \boldsymbol{S}_i \boldsymbol{b}_i|}{\left|\hat{\eta}_i(t)\boldsymbol{E}_i^T \boldsymbol{S}_i \boldsymbol{b}_i\right| + \delta_i exp(-\sigma_i t)} - \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{\gamma_i}\big(\boldsymbol{\theta}_{f_i}^T - \widehat{\boldsymbol{\theta}}_{f_i}^T\big)\dot{\widehat{\boldsymbol{\theta}}}_{f_i} - \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{\lambda_i}\big(\boldsymbol{\theta}_{\eta_i}^T - \widehat{\boldsymbol{\theta}}_{\eta_i}^T\big)\dot{\widehat{\boldsymbol{\theta}}}_{\eta_i} \tag{۴۴-۴}$$

با انتخاب قوانین تطبیق به صورت زیر

$$\dot{\widehat{\boldsymbol{\theta}}}_{\eta_i} = \lambda_i |\boldsymbol{E}_i^T \boldsymbol{S}_i \boldsymbol{b}_i| \boldsymbol{\psi}_{\eta_i} \tag{۴۵-۴}$$

$$\dot{\widehat{\boldsymbol{\theta}}}_{f_i} = \gamma_i \boldsymbol{E}_i^T \boldsymbol{S}_i \boldsymbol{b}_i \boldsymbol{\xi}_{f_i} \tag{۴۶-۴}$$

می‌توان رابطه (۴-۴۴) را بدین صورت بازنویسی کرد:

$$\dot{V} \leq -\frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n} \boldsymbol{E}_i^T \boldsymbol{Q}_i \boldsymbol{E}_i + \sum_{i=1}^{n} \frac{\delta_i exp(-\sigma_i t)|\hat{\eta}_i(t)\boldsymbol{E}_i^T \boldsymbol{S}_i \boldsymbol{b}_i|}{|\hat{\eta}_i(t)\boldsymbol{E}_i^T \boldsymbol{S}_i \boldsymbol{b}_i| + \delta_i exp(-\sigma_i t)} \tag{۴۷-۴}$$

با بهره‌گیری از لم ۲، می‌توان رابطه (۴-۴۷) را بدین‌شکل نوشت:

$$\dot{V} \leq -\frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n} \boldsymbol{E}_i^T \boldsymbol{Q}_i \boldsymbol{E}_i + \sum_{i=1}^{n} \delta_i exp(-\sigma_i t) \tag{۴۸-۴}$$

خطای ردگیری مفصلی e_i و مشتق زمانی آن $\dot{e}_i$ (به بیان دیگر $\boldsymbol{E}_i = [e_i, \dot{e}_i]^T$) کاهش می‌یابد اگر $\dot{V}_i < 0$ باشد. بنابراین برقراری $\dot{V}_i < 0$ این نتیجه را می‌دهد که

$$-\frac{1}{2}\boldsymbol{E}_i^T \boldsymbol{Q}_i \boldsymbol{E}_i + \delta_i exp(-\sigma_i t) < 0 \tag{۴۹-۴}$$

به‌دلیل‌آنکه $\lambda_{min}(\boldsymbol{Q}_i)\|\boldsymbol{E}_i\|^2 \leq \boldsymbol{E}_i^T \boldsymbol{Q}_i \boldsymbol{E}_i \leq \lambda_{max}(\boldsymbol{Q}_i)\|\boldsymbol{E}_i\|^2$، به منظور برقراری رابطه (۴-۴۹)، کافیست که:

$$\|\boldsymbol{E}_i\| > \sqrt{\frac{2\delta_i exp(-\sigma_i t)}{\lambda_{min}(\boldsymbol{Q}_i)}} \triangleq \chi_i \tag{۵۰-۴}$$

که در آن $\lambda_{min}(\boldsymbol{Q}_i)$ و $\lambda_{max}(\boldsymbol{Q}_i)$ به‌ترتیب مقادیر ویژه کمینه و بیشینه $\boldsymbol{Q}_i$ تعریف می‌شوند. مطابق رابطه (۴-۵۰)، $\dot{V}_i < 0$ مادامی‌که $\|\boldsymbol{E}_i\| > \chi_i$. به عبارت دیگر خطای ردگیری مفصلی، $\boldsymbol{E}_i$، در خارج از دایره‌ای به شعاع χ_i، کاهش می‌یابد. از سوی دیگر $\dot{V}_i > 0$ مادامی‌که $\|\boldsymbol{E}_i\| < \chi_i$ که بدین معناست که خطای ردگیری مفصلی، $\boldsymbol{E}_i$، در داخل دایره‌ای به شعاع χ_i، افزایش می‌یابد. بنابراین در هر لحظه‌زمانی خطای ردگیری مفصلی محدود باقی می‌ماند. بیان این نکته ضروری است که با توجه به رابطه (۴-۵۰)، شعاع χ_i با در نظر گرفتن $t \to \infty$ به صفر میل می‌کند. در نتیجه کنترل‌کننده پیشنهادی طوری طراحی شده است که هم برای وضعیت $\|\boldsymbol{E}_i\| > \chi_i$ و هم $\|\boldsymbol{E}_i\| < \chi_i$، خطای ردگیری به طور مجانبی به سمت صفر میل می‌کند.

با در نظر گرفتن روابط (۴-۴۵) و (۴-۴۶)، می‌توان نتیجه گرفت که $\widehat{\boldsymbol{\theta}}_{\eta_i}$ و $\widehat{\boldsymbol{\theta}}_{f_i}$ محدود هستند. بعلاوه مطابق روابط (۴-۳۱)، (۴-۸) و (۴-۴۰)، به‌ترتیب $\hat{\eta}_i(t)$، $\hat{f}_i$ و u_{rfi} محدود هستند. چنانچه رابطه ولتاژ (۲-۳) به فرم اسکالر را در I_{ai} ضرب کرده و با انجام کمی محاسبات، محدود بودن سرعت مفصل به صورت رابطه $|\dot{q}_i| \leq K_{bi}^{-1} r_i \big(\varphi_{max,i} + v_{max,i}\big)$ قابل اثبات می‌باشد [۷۷].

از رابطه (۲-۳)، می‌توان معادله مفصل مستقل را برای هر موتور بدین صورت نوشت:

$$R_i I_{ai} + L_i \dot{I}_{ai} = \omega_i \tag{۴-۵۱}$$

$$\omega_i = v_i - K_{bi} r_i^{-1} \dot{q}_i - \varphi_i(t) \tag{۴-۵۲}$$

متغیرهای $\dot{q}_i$، $\varphi_i(t)$ و v_i محدود هستند. بنابراین ورودی ω_i در (۴-۵۲) محدود است. از طرفی با توجه به معیار راث – هرویتز، معادله دیفرانسیل خطی (۴-۵۱)، یک سیستم خطی پایدار می‌باشد. به دلیل محدودیت ورودی ω_i، خروجی I_{ai} نیز محدود باقی می‌ماند. بنابراین پایداری تمامی متغیرهای سیستم تضمین می‌شود. با استفاده از روابط (۲-۱) تا (۲-۳)، مدل فضای حالت سیستم را می‌توان بدین‌شکل نوشت:

$$\dot{\mathbf{Z}} = \boldsymbol{h}(\mathbf{Z}) + \boldsymbol{b}\boldsymbol{v} - \boldsymbol{b}\boldsymbol{\varphi}(t) \tag{۴-۵۳}$$

که در آن $\boldsymbol{v}$ ورودی‌های سیستم، $\mathbf{Z}$ بردار حالت سیستم و $\boldsymbol{h}(\mathbf{Z})$ به صورت زیر فرمول‌بندی می‌شود:

$$\boldsymbol{h}(\mathbf{Z}) = \begin{bmatrix} \mathbf{Z}_2 \\ \big(\boldsymbol{J}\boldsymbol{r}^{-1} + \boldsymbol{r}\boldsymbol{D}(\mathbf{Z}_1)\big)^{-1}\Big(-\big(\boldsymbol{B}\boldsymbol{r}^{-1} + \boldsymbol{r}\boldsymbol{C}(\mathbf{Z}_1,\mathbf{Z}_2)\big)\mathbf{Z}_2 - \boldsymbol{r}\boldsymbol{g}(\mathbf{Z}_1) + \boldsymbol{K}_m\mathbf{Z}_3 - \boldsymbol{r}\boldsymbol{\tau}_f(\mathbf{Z}_2)\Big) \\ -\boldsymbol{L}^{-1}(\boldsymbol{K}_b\boldsymbol{r}^{-1}\mathbf{Z}_2 + \boldsymbol{R}\mathbf{Z}_3) \end{bmatrix} \tag{۴-۵۴}$$

$$\boldsymbol{b} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \boldsymbol{L}^{-1} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{Z} = \begin{bmatrix} \mathbf{Z}_1 \\ \mathbf{Z}_2 \\ \mathbf{Z}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{q} \\ \dot{\boldsymbol{q}} \\ \boldsymbol{I}_a \end{bmatrix} \tag{۴-۵۵}$$

در سمت راست معادله سیستم حلقه بسته (۴-۵۳)، $\boldsymbol{h}(\mathbf{Z})$، $\boldsymbol{v}$ و $\boldsymbol{\varphi}(t)$ محدود هستند و $\boldsymbol{b}$ بردار ثابت می‌باشد. بنابراین بردار $\dot{\mathbf{Z}}$ محدود باقی می‌ماند که در نتیجه متغیرهای $\ddot{\boldsymbol{q}}$ و $\dot{\boldsymbol{I}}_a$ محدود باقی

می‌مانند. بنابراین طرح کنترلی پیشنهادی محدودیت عدم‌قطعیت f_i در (۴-۸) را نتیجه می‌دهد. با توجه به اینکه f_i و $\hat{f}_i$ محدود هستند، محدودیت کران بالای خطای عدم‌قطعیت در رابطه (۴-۲۴) نیز مشاهده می‌شود. همچنین محدودیت $\eta_i(t)$ و ε_{f_i} نیز در روابط (۴-۳۰) و (۴-۲۹) تضمین می‌شوند.

۴-۴- طراحی کنترل‌کننده تطبیقی مستقیم سری‌تیلور

این بخش به پیشنهاد کنترل‌کننده تطبیقی مستقیم سری‌تیلور خواهد پرداخت به‌نحوی‌که ضریب‌های کنترل‌کننده برای کاهش خطای‌تقریب به طور مستقیم تنظیم می‌شوند. برای این منظور کنترل‌کننده سری‌تیلور بدین‌شکل پیشنهاد می‌شود:

$$\begin{aligned} u_{ts_i} &= \sum_{k_2=0}^{m_2} \frac{u_{ts_i}^{(k_2)}\left(e_{iu_0}\right)}{k_2!}\left(e_i - e_{iu_0}\right)^{k_2} \\ &= \frac{u_{ts_i}^{(0)}\left(e_{iu_0}\right)}{0!} + \frac{u_{ts_i}^{(1)}\left(e_{iu_0}\right)}{1!}\left(e_i - e_{iu_0}\right)^{1} + \cdots \\ &+ \frac{u_{ts_i}^{(m_2)}\left(e_{iu_0}\right)}{m_2!}\left(e_i - e_{iu_0}\right)^{m_2} \end{aligned} \quad (۴\text{-}۵۶)$$

کنترل‌کننده سری‌تیلور (۴-۵۶) با هدف تقریب کنترل‌کننده ایده‌آل (۴-۶) پیشنهاد می‌شود. هر چند باید توجه داشت که وجود خطای مدلسازی در ساختار سیستم حلقه بسته، طراحان را برای دستیابی به همگرایی مجانبی خطای ردگیری با چالش جدی مواجه خواهد کرد. می‌توان رابطه (۴-۵۶) را بدین صورت نشان داد:

$$u_{ts_i} = \widehat{\boldsymbol{\theta}}_{u_i}^{T} \boldsymbol{\xi}_{u_i} \quad (۴\text{-}۵۷)$$

که در آن $\widehat{\boldsymbol{\theta}}_{u_i}^{T} \in \mathbb{R}^{1\times(m_2+1)}$ بردار ضریب‌ها که توسط قانون تطبیق تنظیم می‌شود و $\boldsymbol{\xi}_{u_i} \in \mathbb{R}^{(m_2+1)\times 1}$ بردار رگرسور می‌باشد که بدین صورت تعریف می‌شوند:

$$\boldsymbol{\xi}_{u_i} = \left[1, \left(e_i - e_{iu_0}\right)^1, \dots, \left(e_i - e_{iu_0}\right)^{m_2}\right]^T \qquad (۵۸-۴)$$

$$\widehat{\boldsymbol{\theta}}_{u_i}^T = \left[\frac{u_{ts_i}^{(0)}\left(e_{iu_0}\right)}{0!}, \frac{u_{ts_i}^{(1)}\left(e_{iu_0}\right)}{1!}, \dots, \frac{u_{ts_i}^{(m_2)}\left(e_{iu_0}\right)}{m_2!}\right] \qquad (۵۹-۴)$$

اکنون می‌توان قانون کنترل تطبیقی مستقیم در ساختار مفصل مستقل را بدین صورت پیشنهاد داد:

$$v_i = h(u_i) \qquad (۶۰-۴)$$

$$h(u_i) = \begin{cases} u_i & if\ |u_i| \le v_{max,i} \\ v_{max,i} sgn(u_i) & if\ \ v_{max,i} < |u_i| \end{cases} \qquad (۶۱-۴)$$

$$u_i = u_{ts_i} + u_{s_i} = \widehat{\boldsymbol{\theta}}_{u_i}^T \boldsymbol{\xi}_{u_i} + u_{s_i} \qquad (۶۲-۴)$$

که در آن u_{s_i} عبارت مقاوم‌ساز است که به منظور جبران خطای مدلسازی به کنترل‌کننده اضافه شده است. با مدلسازی کنترل‌کننده ایده‌آل بصورت زیر داریم:

$$u_i^* = \boldsymbol{\theta}_{u_i}^T \boldsymbol{\xi}_{u_i} + \varepsilon_{u_i} \qquad (۶۳-۴)$$

که در آن ε_{u_i} خطای مدلسازی است. همانطور که در بخش ۴-۳ اشاره شد، در وضعیت $|u_i| > v_{max,i}$ ولتاژها در بیشینه تلاش خود به منظور کاهش خطای ردگیری قرار دارند. با در نظر گرفتن $|u_i| \le v_{max,i}$، سیستم حلقه بسته را می‌توان با اعمال رابطه (۴-۶۳) به سیستم (۴-۲) بدین‌شکل بدست آورد:

$$\ddot{q}_i + f_i = \widehat{\boldsymbol{\theta}}_{u_i}^T \boldsymbol{\xi}_{u_i} + u_{s_i} \qquad (۶۴-۴)$$

بعلاوه با تقریب کنترل‌کننده ایده‌آل (۴-۶) توسط کنترل‌کننده سری‌تیلور پیشنهادی (۴-۶۳) داریم:

$$\ddot{q}_{mi} + f_i + \boldsymbol{K}_i \boldsymbol{E}_i = \boldsymbol{\theta}_{u_i}^T \boldsymbol{\xi}_{u_i} + \varepsilon_{u_i} \qquad (۶۵-۴)$$

دینامیک‌های خطای ردگیری با در نظر گرفتن روابط (۴-۶۴) و (۴-۶۵) را می‌توان بدین صورت بدست آورد:

$$\ddot{e}_i + \boldsymbol{K}_i\boldsymbol{E}_i = \left(\boldsymbol{\theta}_{u_i}^T - \widehat{\boldsymbol{\theta}}_{u_i}^T\right)\boldsymbol{\xi}_{u_i} + \varepsilon_{u_i} - u_{s_i} \tag{۶۶-۴}$$

با نوشتن رابطه (۴-۶۶) بصورت معادله فضای حالت، داریم:

$$\dot{\boldsymbol{E}}_i = \Xi_i\boldsymbol{E}_i + \boldsymbol{b}_i\varpi_i \tag{۶۷-۴}$$

$$\begin{gathered}\Xi_i = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -k'_{2i} & -k'_{1i} \end{bmatrix},\ \ \boldsymbol{b}_i = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix},\ \ \boldsymbol{E}_i = [e_i, \dot{e}_i\,]^T\,, \\ \varpi_i = \left(\boldsymbol{\theta}_{u_i}^T - \widehat{\boldsymbol{\theta}}_{u_i}^T\right)\boldsymbol{\xi}_{u_i} + \varepsilon_{u_i} - u_{s_i}\end{gathered} \tag{۶۸-۴}$$

با در نظر گرفتن کران بالای خطای مدلسازی، $\left|\varepsilon_{u_i}\right| < \vartheta_i(t)$، تقریب‌گر زیر به منظور تقریب $\vartheta_i(t)$ بدین صورت پیشنهاد می‌شود:

$$\hat{\vartheta}_i(t) = \widehat{\boldsymbol{\theta}}_{\vartheta_i}^T\boldsymbol{\Upsilon}_{\vartheta_i} \tag{۶۹-۴}$$

که در آن بردار $\widehat{\boldsymbol{\theta}}_{\vartheta_i}$ تقریب $\boldsymbol{\theta}_{\vartheta_i}$ می‌باشد. باید توجه داشت که روند تحلیل پایداری در این بخش مشابه بخش ۴-۳ می‌باشد. بنابراین از تکرار مجدد تحلیل پایداری در این بخش صرف‌نظر می‌شود. عبارت مقاوم‌ساز مورد نیاز و قوانین تطبیق به منظور تنظیم ضریب‌های کنترل‌کننده و کران بالای خطای مدلسازی مستقیما به شکل زیر محاسبه می‌شود:

$$u_{s_i} = \frac{\hat{\vartheta}_i^2(t)\boldsymbol{E}_i^T\boldsymbol{P}_i\boldsymbol{b}_i}{\left|\hat{\vartheta}_i(t)\boldsymbol{E}_i^T\boldsymbol{P}_i\boldsymbol{b}_i\right| + \delta'_i exp(-\sigma'_i t)} \tag{۷۰-۴}$$

$$\dot{\widehat{\boldsymbol{\theta}}}_{\vartheta_i} = \lambda'_i|\boldsymbol{E}_i^T\boldsymbol{P}_i\boldsymbol{b}_i|\boldsymbol{\Upsilon}_{\vartheta_i} \tag{۷۱-۴}$$

$$\dot{\widehat{\boldsymbol{\theta}}}_{u_i} = \gamma'_i\boldsymbol{E}_i^T\boldsymbol{P}_i\boldsymbol{b}_i\boldsymbol{\xi}_{u_i} \tag{۷۲-۴}$$

که در آن $\boldsymbol{P}_i$ ماتریس معین مثبت متقارن و δ'_i، σ'_i، λ'_i و γ'_i ثابت‌های مثبت هستند.

۴-۵- نتایج شبیه‌سازی

این بخش به منظور تایید عملکرد موثر طرح‌های کنترلی پیشنهاد شده در این فصل، نتایج شبیه‌سازی مختلفی را ارائه می‌کند. به عنوان مطالعه موردی از بازوی رباتیک اسکارا مجهز به موتورهای مغناطیس دائم جریان مستقیم استفاده می‌شود. تمامی ضریب‌های مرتبط با دینامیک‌های سیستم رباتیک و محرکه‌ها در پیوست ۱ پایان‌نامه معرفی شده‌اند. مسیر مفصلی مطلوب همانطور که در شکل ۴-۲ نشان داده شده است، برای تمامی مفاصل بدین صورت فرمول‌بندی می‌شوند:

$$q_{mi} = 0.5\left(1-\cos\left(\frac{\pi t}{5}\right)\right) \quad for \quad 0 \le t \le 10 \tag{۴-۷۳}$$

سیگنال اغتشاش بصورت پالس مستطیلی با دامنه ۲ ولت به سیستم داده می‌شود. خطاهای اولیه برای مفاصل اول تا چهارم به‌ترتیب ۰/۱ رادیان، ۰/۱ رادیان، ۰/۱ متر و ۰/۱ رادیان در نظر گرفته می‌شود.

۴-۵-۱- شبیه‌سازی اول

روش کنترلی تطبیقی غیرمستقیم پیشنهادی که شامل

- قانون کنترل (۴-۱۱) تا (۴-۱۳)
- تقریب‌گر تابع نامعلوم سری‌تیلور (۴-۸)
- تقریب‌گر کران بالای خطای تقریب (۴-۳۱)
- و قوانین تطبیق (۴-۳۲) و (۴-۳۳)

را در نظر می‌گیریم. ضریب‌های کنترل‌کننده بدین صورت انتخاب می‌شوند:

$$\gamma_i = 2000, \lambda_i = 0.01, \sigma_i = 0.1, \ \delta_i = 1, k_{2i} = 100, \ k_{1i} = 10, \tag{۴-۷۴}$$

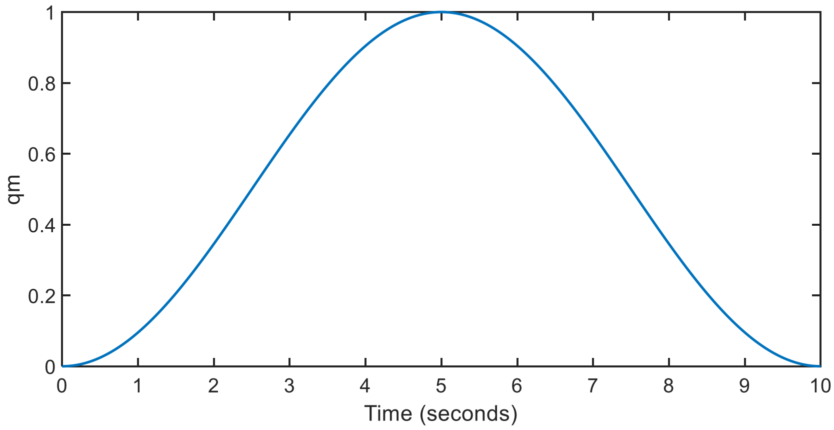
$$m_1 = 1, \boldsymbol{S}_i = \begin{bmatrix} 105 & 5 \\ 5 & 0.55 \end{bmatrix} \tag{۴-۷۵}$$

شرایط اولیه ضریب‌های $\widehat{\boldsymbol{\theta}}_{f_i}(0)$ و $\widehat{\boldsymbol{\theta}}_{\eta_i}(0)$ صفر فرض می‌شوند. شکل ۴-۳ عملکرد رضایت‌بخش کنترل‌کننده تطبیقی غیرمستقیم سری‌تیلور را نشان می‌دهد. خطای ردگیری برای تمامی مفاصل و

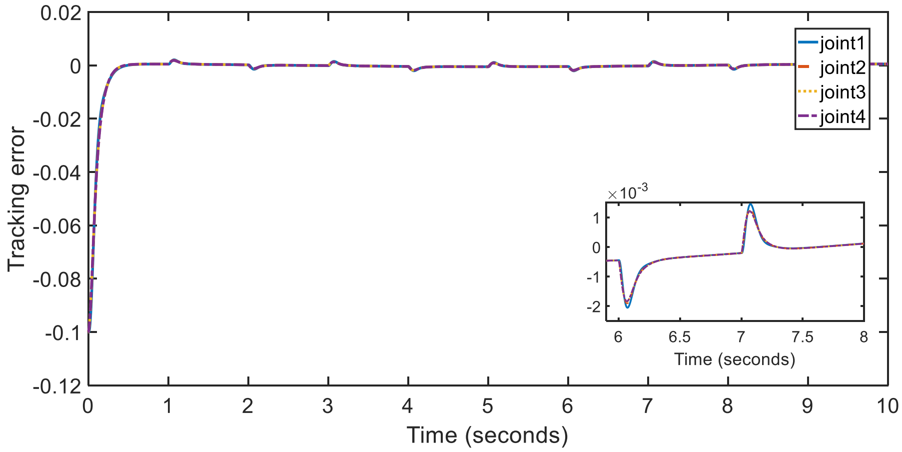
بدون فراجهش به محدوده $[-2.1 \quad 2.1] \times 10^{-3}$ کاهش می‌یابد. تغییرات مجاز ولتاژ موتورها در شکل ۴-۴ نشان داده شده است. به علت وجود خطای اولیه مفاصل، تلاش کنترلی در لحظه شروع زیاد است. ضریب‌های سری‌تیلور برای تمامی مفاصل در شکل ۴-۵ نشان داده شده است. همانطور که مشاهده می‌شود اولین ضریب هر تقریب‌گر سری‌تیلور در طول زمان متغیر و دومین ضریب هر تقریب‌گر سری‌تیلور تقریبا به مقدار ثابت همگرا می‌شود تا تاثیرات عدم‌قطعیت را پوشش دهند. شکل ۴-۶ بیانگر تقریب کران بالای خطای تقریب برای تمامی مفاصل می‌باشد. به منظور ارزیابی عملکرد هر دو طرح کنترلی پیشنهادی، معیارهای عملکرد به نام‌های انتگرال مجذور خطا، انتگرال مقدار قدرمطلق خطا، انتگرال حاصلضرب زمان در مقدار قدرمطلق خطا و انتگرال مجذور ورودی کنترل در نظر گرفته می‌شوند. این معیارهای عملکردی برای هر دو روش کنترلی در جدول ۱-۴ آورده شده‌اند.

جدول ۴-۱ ارزیابی عملکرد دو روش کنترلی تطبیقی مستقیم و غیرمستقیم

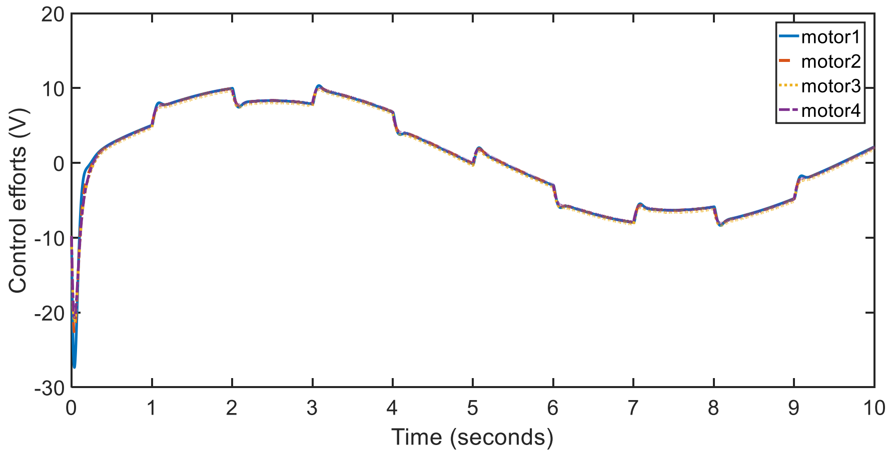
روش کنترلی	مفصل	اندیس عملکردی			
		$\int_0^t e_i(\tau)^2 d\tau$	$\int_0^t \lvert e_i(\tau)\rvert d\tau$	$\int_0^t \tau \lvert e_i(\tau)\rvert d\tau$	$\int_0^t u_i^2(\tau) d\tau$
کنترل تطبیقی غیر مستقیم	مفصل ۱	6.923×10^{-4}	1.494×10^{-2}	2.299×10^{-2}	413.3
	مفصل ۲	6.776×10^{-4}	1.495×10^{-2}	2.288×10^{-2}	403.9
	مفصل ۳	6.749×10^{-4}	1.498×10^{-2}	2.286×10^{-2}	397.6
	مفصل ۴	6.712×10^{-4}	1.496×10^{-2}	2.284×10^{-2}	400.5
کنترل تطبیقی مستقیم	مفصل ۱	7.159×10^{-4}	1.497×10^{-2}	2.335×10^{-2}	426.7
	مفصل ۲	6.952×10^{-4}	1.495×10^{-2}	2.309×10^{-2}	411
	مفصل ۳	6.91×10^{-4}	1.498×10^{-2}	2.307×10^{-2}	403
	مفصل ۴	6.868×10^{-4}	1.495×10^{-2}	2.305×10^{-2}	405.5



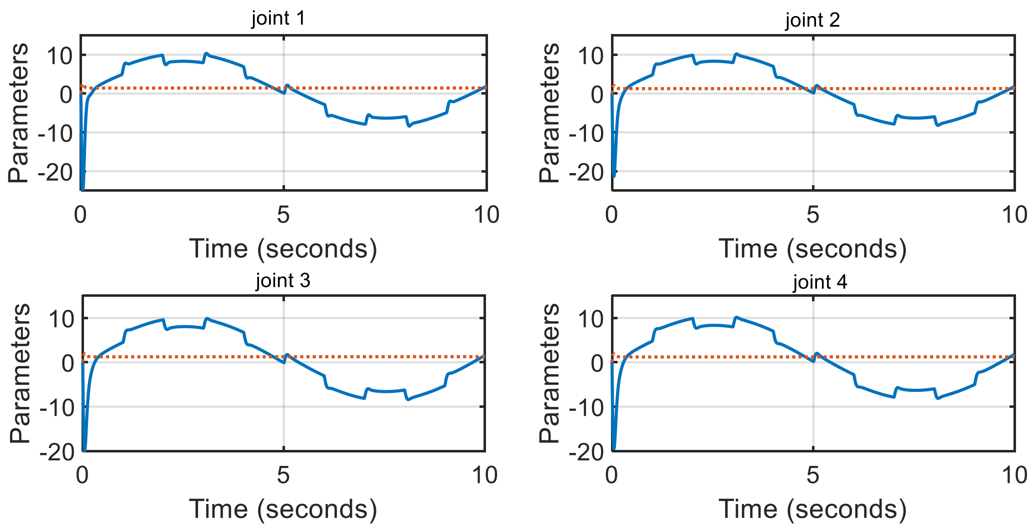
شکل ۴-۲ مسیر مطلوب در فضای‌مفصلی



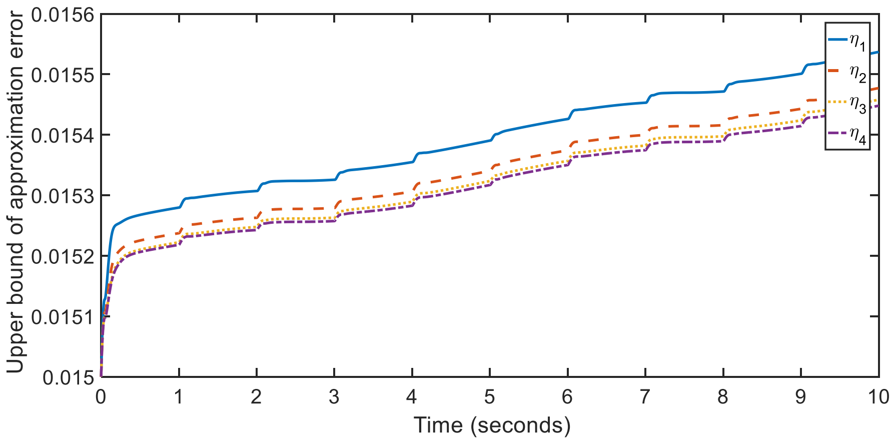
شکل ۴-۳ عملکرد ردگیری کنترل‌کننده سری‌تیلور تطبیقی غیرمستقیم



شکل ۴-۴ تلاش کنترلی موتورها



شکل ۴-۵ تطبیق ضریب‌های تقریب‌گر سری‌تیلور. خط توپر "-" و خط نقطه‌چین ":" به‌ترتیب نشان‌دهنده ضریب اول و دوم تقریب‌گر سری‌تیلور می‌باشد.

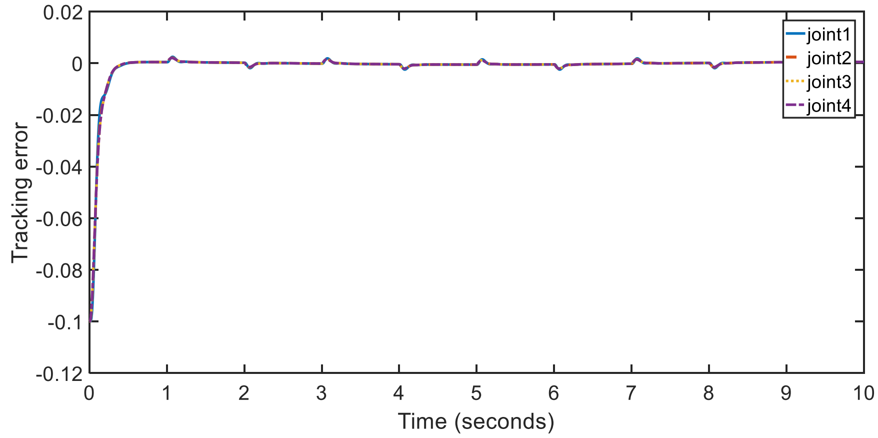


شکل ۴-۶ تقریب کران بالای خطای تقریب، $\hat{\eta}_i(t)$

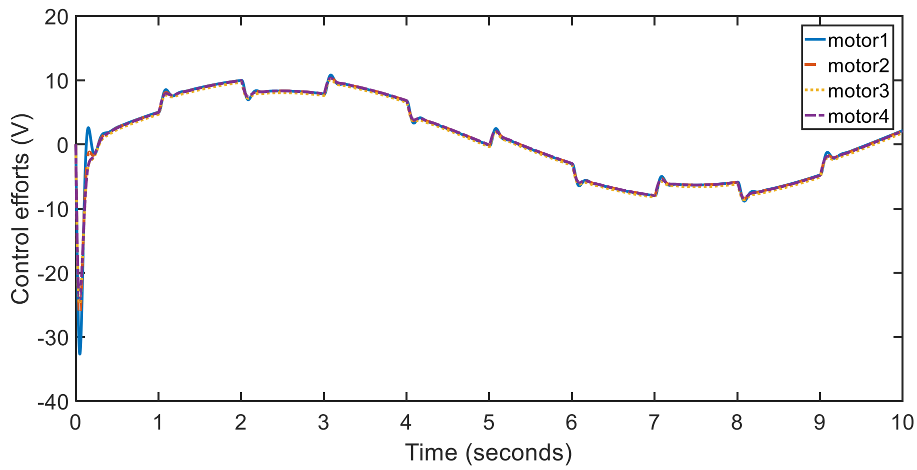
۴-۵-۲- شبیه‌سازی دوم

کنترل‌کننده تطبیقی مستقیم که توسط قانون کنترلی (۴-۶۰) تا (۴-۶۲) فرمول‌بندی شده و مجهز به تقریب‌گرهای سری‌تیلور (۴-۵۷) و (۴-۶۹) و قوانین تطبیق (۴-۷۱) و (۴-۷۲) می‌باشد در این بخش شبیه‌سازی می‌شود. تمامی ضریب‌های کنترل‌کننده و شرایط اولیه در قوانین تطبیق دقیقا مشابه بخش ۴-۵-۱ انتخاب می‌شوند. عملکرد مطلوب کنترل‌کننده پیشنهادی، تلاش کنترلی

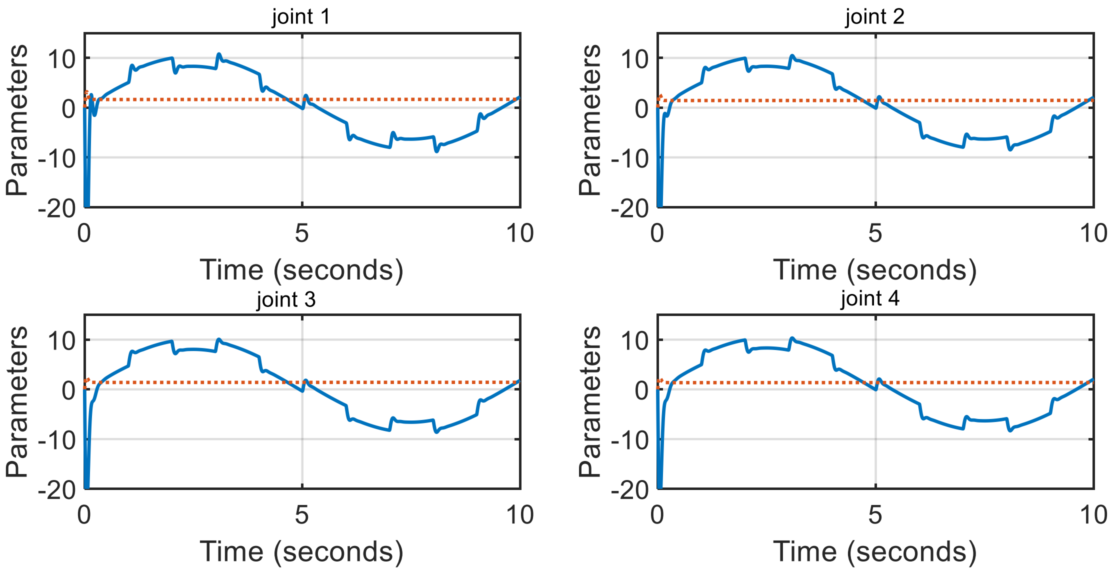
محرکه‌ها، تغییرات ضریب‌های سری‌تیلور برای تمامی مفاصل و تقریب کران بالای خطای مدلسازی به‌ترتیب در شکل‌های ۴-۷، ۴-۸، ۴-۹ و ۴-۱۰ نمایش داده می‌شوند.



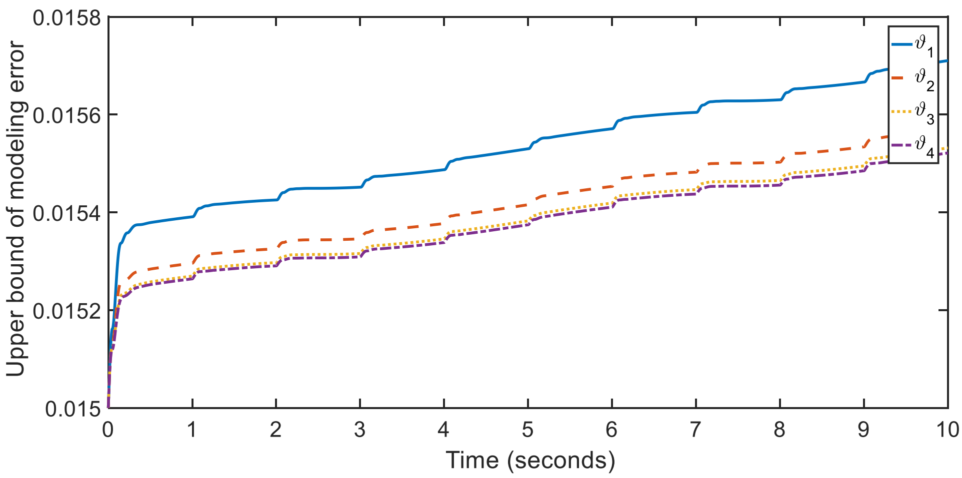
شکل ۴-۷ عملکرد ردگیری کنترل‌کننده سری‌تیلور تطبیقی مستقیم



شکل ۴-۸ تلاش کنترلی روش کنترلی سری‌تیلور تطبیقی مستقیم



شکل ۴-۹ تطبیق ضریب‌های تقریب‌گر سری‌تیلور. خط توپر "-" و خط نقطه‌چین ":" به‌ترتیب نشان‌دهنده ضریب اول و دوم کنترل‌کننده تطبیقی مستقیم سری‌تیلور می‌باشد.



شکل ۴-۱۰ تقریب کران بالای خطای مدلسازی، $\hat{\vartheta}_i(t)$.

۴-۵-۳- شبیه‌سازی سوم

سیستم سری‌تیلور پیشنهادی نیازی به تعداد زیاد ضریب‌های تنظیم ندارد به دلیل اینکه سیستم طراحی شده در فضای خطای ردگیری توسعه پیدا کرده است. به عبارت دیگر به دلیل اندازه کوچک خطای ردگیری در طول زمان که توسط ساختار منحصربه‌فرد کنترل سری‌تیلور فراهم می‌شود،

چندجمله‌ای‌های مرتبه بالاتر سری‌تیلور قابل صرف‌نظر کردن می‌باشند. برای نشان دادن این موضوع از معیار میانگین انتگرال مجذور خطاها[1] بدین‌شکل استفاده می‌شود:

$$MISE = \frac{1}{T}\int_0^T \sum_{i=1}^{4} e_i^2(\tau)d\tau \qquad (۷۶-۴)$$

که در آن T زمان شبیه‌سازی می‌باشد. معیار میانگین انتگرال مجذور خطاها برای هر دو روش کنترلی در جدول ۴-۲ محاسبه و ارائه شده است. همانطور که مشاهده می‌شود با انتخاب تعداد چندجمله‌ای‌های بزرگتر مساوی ۲ (به عبارت دیگر $l = 1, m_l \geq 1$)، معیار میانگین انتگرال مجذور خطاها تغییری نخواهد کرد.

جدول ۴-۲ معیار میانگین انتگرال مجذور خطاها برای تعداد مختلف چندجمله‌ای‌های سری‌تیلور

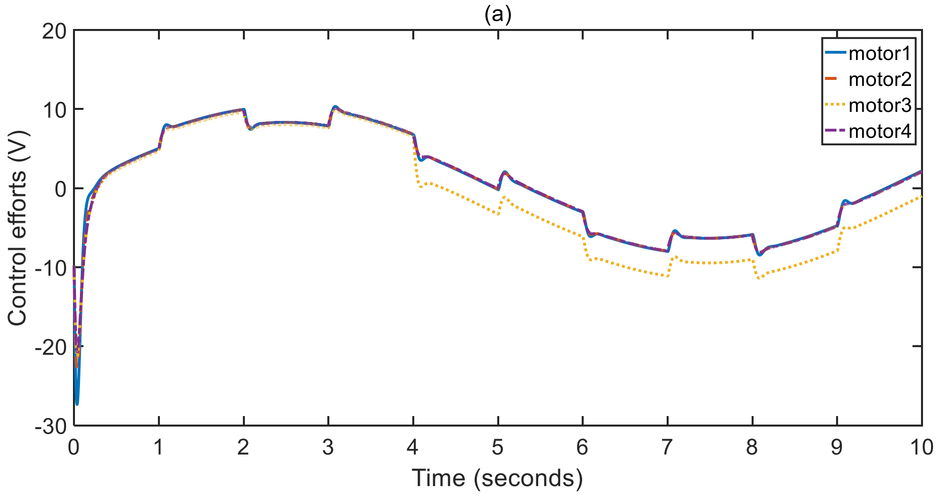
طرح‌های کنترلی	معیار میانگین انتگرال مجذور خطاها				
	$m_l = 0$	$m_l = 1$	$m_l = 2$	$m_l = 3$	$m_l = 4$
کنترل تطبیقی غیرمستقیم $(l = 1)$	2.72×10^{-4}	2.71×10^{-4}	2.71×10^{-4}	2.71×10^{-4}	2.71×10^{-4}
کنترل تطبیقی مستقیم $(l = 2)$	4.21×10^{-4}	4.204×10^{-4}	4.204×10^{-4}	4.204×10^{-4}	4.204×10^{-4}

۴-۵-۴- شبیه‌سازی چهارم

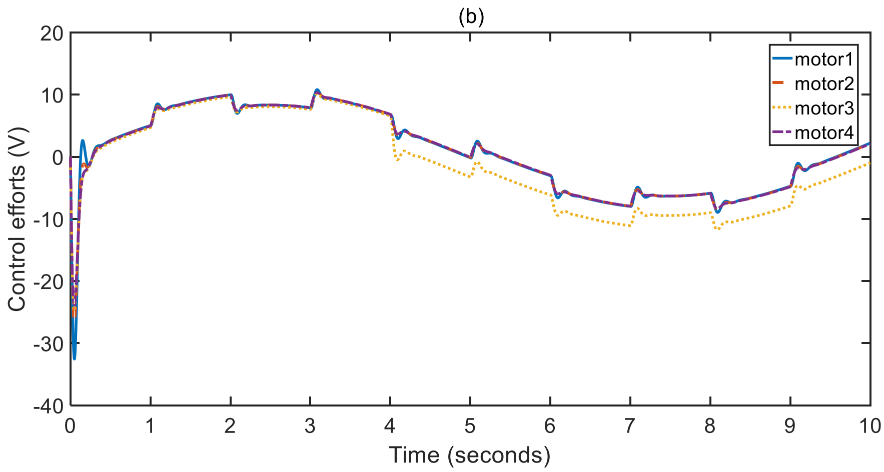
در این شبیه‌سازی می‌خواهیم عملکرد روش‌های کنترلی را در مواجه با بار سنگین اعمالی بر مجری نهایی را ارزیابی کنیم. فرض کنید که بار خارجی ۶ کیلوگرمی در زمان $t = 4\ sec$ بر مجری نهایی اعمال شود. شکل‌های ۴-۱۱ و ۴-۱۲ به ترتیب تلاش‌های کنترلی کنترل‌کننده‌های تطبیقی مستقیم و غیرمستقیم را نمایش می‌دهد. همانطور که مشاهده می‌شود ولتاژ اضافی به موتور سوم اعمال می‌شود تا عدم‌قطعیت مربوط به بار خارجی جبران شود. همچنین عملکرد مطلوب جبران بار خارجی

[1] the Mean of the Integral of Squared Errors (MISE)

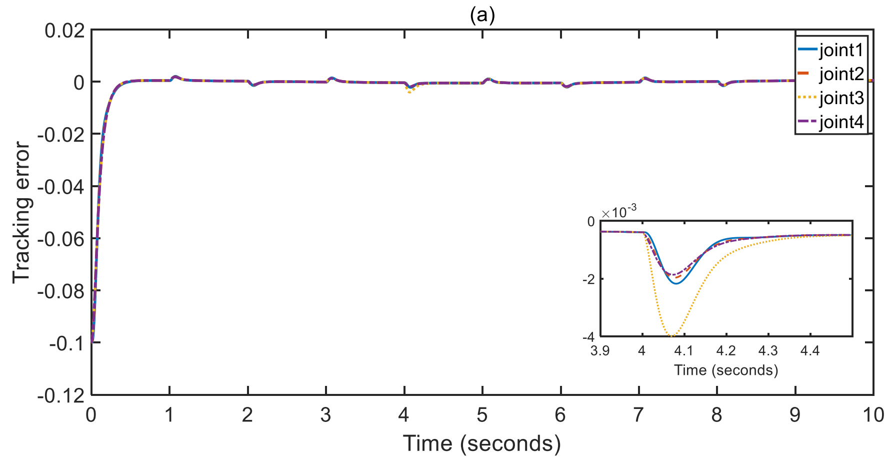
اعمالی در شکل‌های ۴-۱۳ و ۴-۱۴ نشان داده شده است. هر دو روش کنترلی در زمان بسیار کوتاهی توانایی جبران عدم‌قطعیت بار خارجی اعمالی را به طور موثر دارند.



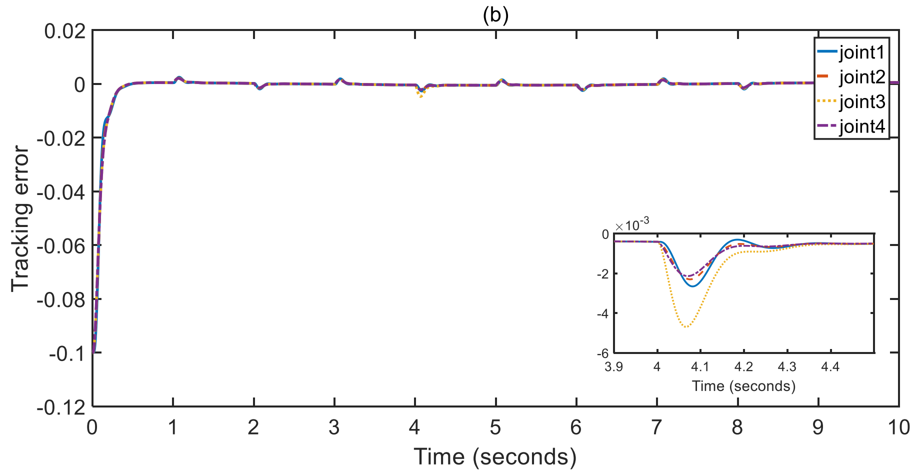
شکل ۴-۱۱ اثر بار سنگین اعمالی بر مجری نهایی در تلاش کنترلی روش کنترلی تطبیقی غیرمستقیم



شکل ۴-۱۲ اثر بار سنگین اعمالی بر مجری نهایی در تلاش کنترلی روش کنترلی تطبیقی مستقیم



شکل ۴-۱۳ اثر بار سنگین اعمالی بر عملکرد روش کنترلی تطبیقی غیرمستقیم



شکل ۴-۱۴ اثر بار سنگین اعمالی بر عملکرد روش کنترلی تطبیقی مستقیم

فصل ۵. کنترل فضای‌کار بازوی رباتیک با استفاده از سیستم سری‌تیلور

۵-۱- مقدمه

در بسیاری از موقعیت‌های صنعتی، مجری نهایی بازوی رباتیک باید مسیر تعیین شده را در مختصات دکارتی دنبال کند. بدین منظور در بسیاری از پژوهش‌ها، توجه به طراحی سیستم کنترل در فضای‌کار منعطف شده است. جبران و تخمین عدم‌قطعیت‌ها می‌تواند در بهبود عملکرد سیستم کنترل نقش بسزایی ایفا کند. در این فصل از پایان‌نامه دو طرح کنترلی در فضای‌کار با بهره‌گیری از سیستم سری‌تیلور تطبیقی برای بازوهای رباتیک طراحی می‌شوند. در طراحی اول عدم‌قطعیت تجمعی توسط تقریب‌گر سری‌تیلور در ساختار غیرمستقیم کنترل‌کننده مقاوم تقریب زده می‌شود و کران بالای خطای تقریب به منظور ایجاد عبارت مقاوم‌ساز نیز تقریب زده می‌شود. در طراحی دوم، از سیستم سری‌تیلور به عنوان کنترل‌کننده استفاده می‌شود. هر دو ساختار کنترلی پیشنهادی علاوه بر اثبات محدودیت تمامی سیگنال‌ها، همگرایی مجانبی خطای ردگیری و مشتق زمانی آن را نیز تضمین می‌کنند.

۵-۲- طراحی کنترل مقاوم

با جایگذاری رابطه (۲-۲) در (۲-۳)، می‌توان معادله ولتاژ غیرخطی را بدین صورت نشان داد:

$$\left(\boldsymbol{R}\boldsymbol{K}_m{}^{-1}\boldsymbol{J}_m\boldsymbol{r}^{-1}\right)\ddot{\boldsymbol{q}} + \left(\boldsymbol{R}\boldsymbol{K}_m{}^{-1}\boldsymbol{B}_m + \boldsymbol{K}_b\right)\boldsymbol{r}^{-1}\dot{\boldsymbol{q}} + \boldsymbol{R}\boldsymbol{K}_m{}^{-1}\boldsymbol{r}\boldsymbol{\tau}_r + \boldsymbol{L}\dot{\boldsymbol{I}}_a + \boldsymbol{\varphi} = \boldsymbol{v} \qquad (۵\text{-}۱)$$

در فضای‌کار، موقعیت یا سرعت به‌ترتیب با $\boldsymbol{X} \in \mathbb{R}^3$ و $\dot{\boldsymbol{X}} \in \mathbb{R}^3$ معرفی می‌شوند. سرعت فضای‌مفصلی $\dot{\boldsymbol{q}}$ و سرعت فضای‌کار $\dot{\boldsymbol{X}}$ با بهره‌گیری از $\boldsymbol{J}(\boldsymbol{q}) \in \mathbb{R}^{3\times n}$ بدین صورت به هم مرتبط می‌شوند.

$$\dot{\boldsymbol{X}} = \boldsymbol{J}(\boldsymbol{q})\dot{\boldsymbol{q}} \qquad (۵\text{-}۲)$$

بنابراین می‌توان معادله ولتاژ (۵-۱) را بدین صورت بازنویسی کرد:

$$\left(\boldsymbol{R}\boldsymbol{K_m}^{-1}\boldsymbol{J}_m\boldsymbol{r}^{-1}\right)\dot{\boldsymbol{J}}_s(\boldsymbol{q})\ddot{\boldsymbol{X}}+\left(\boldsymbol{R}\boldsymbol{K_m}^{-1}\boldsymbol{B}_m+\boldsymbol{K}_b\right)\boldsymbol{r}^{-1}\boldsymbol{J}_s(\boldsymbol{q})\dot{\boldsymbol{X}} + \boldsymbol{R}\boldsymbol{K_m}^{-1}\boldsymbol{r}\boldsymbol{\tau}_r+\boldsymbol{L}\dot{\boldsymbol{I}}_a+\boldsymbol{\varphi}=\boldsymbol{v} \tag{۳-۵}$$

که در آن $\boldsymbol{J}_s(\boldsymbol{q})$ معکوس تعمیم یافته ماتریس ژاکوبین است و بدین‌شکل تعریف می‌شود:

$$\boldsymbol{J}_s(\boldsymbol{q})=\boldsymbol{J}^T(\boldsymbol{q})\left(\boldsymbol{J}(\boldsymbol{q})\boldsymbol{J}^T(\boldsymbol{q})\right)^{-1} \tag{۴-۵}$$

می‌توان رابطه (۵-۳) را بدین‌شکل بازنویسی کرد:

$$\hat{\boldsymbol{J}}_s(\boldsymbol{q})\left(\ddot{\boldsymbol{X}}+\boldsymbol{F}\right)=\boldsymbol{v} \tag{۵-۵}$$

که در آن $\hat{\boldsymbol{J}}_s$ مقدار نامی $\boldsymbol{J}_s$ و $\boldsymbol{F}$ بیانگر عدم‌قطعیت تجمعی است که بدین صورت فرمول‌بندی می‌شود:

$$\boldsymbol{F}=\frac{1}{\hat{\boldsymbol{J}}_s(\boldsymbol{q})}\Big(\left(\boldsymbol{R}\boldsymbol{K_m}^{-1}\boldsymbol{J}_m\boldsymbol{r}^{-1}\dot{\boldsymbol{J}}_s(\boldsymbol{q})-\hat{\boldsymbol{J}}_s(\boldsymbol{q})\right)\ddot{\boldsymbol{X}}+\left(\boldsymbol{R}\boldsymbol{K_m}^{-1}\boldsymbol{B}_m+ \boldsymbol{K}_b\right)\boldsymbol{r}^{-1}\boldsymbol{J}_s(\boldsymbol{q})\dot{\boldsymbol{X}}+\boldsymbol{R}\boldsymbol{K_m}^{-1}\boldsymbol{r}\boldsymbol{\tau}_r+\boldsymbol{L}\dot{\boldsymbol{I}}_a+\boldsymbol{\varphi}\Big) \tag{۶-۵}$$

با بهره‌گیری از محدودکننده ولتاژ به منظور محافظت موتورها در مقابل اضافه ولتاژ، قانون کنترل مقاوم بدین صورت پیشنهاد می‌شود:

$$\boldsymbol{v}=\boldsymbol{h}(\boldsymbol{u}) \tag{۷-۵}$$

$$\boldsymbol{h}(\boldsymbol{u})=\begin{cases}\boldsymbol{u} & if\ \|\boldsymbol{u}\|\le \boldsymbol{v}_{max}\\ \boldsymbol{v}_{max}sgn(\boldsymbol{u}) & if\ \ \boldsymbol{v}_{max}<\|\boldsymbol{u}\|\end{cases} \tag{۸-۵}$$

$$\boldsymbol{u}=\hat{\boldsymbol{J}}_s(\boldsymbol{q})\left(\ddot{\boldsymbol{X}}_d+\boldsymbol{k}_d\left(\dot{\boldsymbol{X}}_d-\dot{\boldsymbol{X}}\right)+\boldsymbol{k}_p(\boldsymbol{X}_d-\boldsymbol{X})+\hat{\boldsymbol{F}}+\boldsymbol{u}_{rf}\right) \tag{۹-۵}$$

که در آن $\hat{\boldsymbol{F}}$ تقریب عدم‌قطعیت تجمعی $\boldsymbol{F}$ با استفاده از تقریب‌گر سری‌تیلور می‌باشد که در بخش ۳-۵ معرفی خواهد شد. همچنین $\boldsymbol{X}_d$ موقعیت فضای‌کار مطلوب، $\boldsymbol{k}_p$ و $\boldsymbol{k}_d$ ماتریس‌های قطری ضریب‌های کنترل و $\boldsymbol{u}_{rf}$ نیز عبارت مقاوم‌ساز می‌باشد. باید توجه داشت که به دلیل نامعلوم بودن، نمی‌توان از $\boldsymbol{F}$ در قانون کنترل استفاده کرد. بنابراین به جای آن از $\hat{\boldsymbol{F}}$ استفاده می‌شود.

۵-۳- تقریب تطبیقی عدم‌قطعیت و تحلیل پایداری

در وضعیت $\|\boldsymbol{u}\| > \boldsymbol{v}_{max}$، با اعمال قانون کنترل (۵-۷) تا (۵-۹) به سیستم (۵-۵) می‌توان سیستم حلقه بسته را بدین صورت بدست آورد:

$$\hat{\boldsymbol{J}}_s(\boldsymbol{q})\left(\ddot{\boldsymbol{X}} + \boldsymbol{F}\right) = \boldsymbol{v}_{max} sgn(\boldsymbol{u}) \tag{۵-۱۰}$$

در این ناحیه، موتورها به منظور کاهش خطای ردگیری در حضور عدم قطعیت‌ها با بیشینه ولتاژ مجاز عمل می‌کند. از سوی دیگر در وضعیت $\|\boldsymbol{u}\| \le \boldsymbol{v}_{max}$، مطابق روابط (۵-۷) تا (۵-۹) و (۵-۵) داریم:

$$\hat{\boldsymbol{J}}_s(\boldsymbol{q})\left(\ddot{\boldsymbol{X}} + \boldsymbol{F}\right) = \hat{\boldsymbol{J}}_s(\boldsymbol{q})\left(\ddot{\boldsymbol{X}}_d + \boldsymbol{k}_d\left(\dot{\boldsymbol{X}}_d - \dot{\boldsymbol{X}}\right) + \boldsymbol{k}_p(\boldsymbol{X}_d - \boldsymbol{X}) + \hat{\boldsymbol{F}} + \boldsymbol{u}_{rf}\right) \tag{۵-۱۱}$$

بنابراین سیستم حلقه بسته بدین صورت بدست می‌آید:

$$\ddot{\tilde{\boldsymbol{X}}} + \boldsymbol{k}_d\dot{\tilde{\boldsymbol{X}}} + \boldsymbol{k}_p\tilde{\boldsymbol{X}} = \boldsymbol{F} - \hat{\boldsymbol{F}} - \boldsymbol{u}_{rf} \tag{۵-۱۲}$$

که در آن $\tilde{\boldsymbol{X}}$ خطای ردگیری فضای‌کار است که بدین‌شکل تعریف می‌شود:

$$\tilde{\boldsymbol{X}}_{3\times 1} = \boldsymbol{X}_d - \boldsymbol{X} \tag{۵-۱۳}$$

در این فصل از پایان‌نامه تقریب‌گر سری‌تیلور برای $\hat{\boldsymbol{F}}$ بدین صورت پیشنهاد می‌شود:

$$\hat{\boldsymbol{F}} = \left[\hat{F}_1\left(\tilde{\boldsymbol{X}}(1)\right), \hat{F}_2\left(\tilde{\boldsymbol{X}}(2)\right), \hat{F}_3\left(\tilde{\boldsymbol{X}}(3)\right)\right]^T \tag{۵-۱۴}$$

که در آن

$$\hat{F}_i\left(\tilde{\boldsymbol{X}}(i)\right) = \sum_{k=0}^{m} \frac{\hat{F}^{(k)}\left(\tilde{\boldsymbol{X}}_0(i)\right)}{k!}\left(\tilde{\boldsymbol{X}}(i) - \tilde{\boldsymbol{X}}_0(i)\right)^k, \qquad i = 1,2,3 \tag{۵-۱۵}$$

که در رابطه (۵-۱۵)، $\widetilde{\boldsymbol{X}}(i) \in \mathbb{R}$ بیانگر i اُمین عنصر $\widetilde{\boldsymbol{X}}$ و $\hat{F}_i\left(\widetilde{\boldsymbol{X}}(i)\right)$ خروجی تقریب‌گر پیشنهادی که بیانگر تعداد $m+1$ جمله تیلور $\hat{F}_i$ حول $\widetilde{\boldsymbol{X}}_0(i)$ می‌باشد. می‌توان رابطه (۵-۱۵) را بدین صورت بازنویسی کرد:

$$\hat{F}_i = \widehat{\boldsymbol{\Lambda}}_i^T \boldsymbol{\xi}_i \qquad (۵\text{-}۱۶)$$

که در آن $\widehat{\boldsymbol{\Lambda}}_i^T$ بیانگر ضریب‌های سری‌تیلور برای $\hat{F}_i$ و $\boldsymbol{\xi}_i$ بردار رگرسور می‌باشد که بدین صورت تعریف می‌شوند:

$$\boldsymbol{\xi}_i = \left[1, \left(\widetilde{\boldsymbol{X}}(i) - \widetilde{\boldsymbol{X}}_0(i)\right), \dots, \left(\widetilde{\boldsymbol{X}}(i) - \widetilde{\boldsymbol{X}}_0(i)\right)^m\right]^T \qquad (۵\text{-}۱۷)$$

$$\widehat{\boldsymbol{\Lambda}}_i^T = \left[\frac{\hat{F}^{(0)}\left(\widetilde{\boldsymbol{X}}_0(i)\right)}{0!}, \frac{\hat{F}^{(1)}\left(\widetilde{\boldsymbol{X}}_0(i)\right)}{1!}, \dots, \frac{\hat{F}^{(m)}\left(\widetilde{\boldsymbol{X}}_0(i)\right)}{m!}\right] \qquad (۵\text{-}۱۸)$$

عدم‌قطعیت تجمعی را بدین صورت مدلسازی کنید:

$$F_i = \boldsymbol{\Lambda}_i^T \boldsymbol{\xi}_i + \varepsilon_i \qquad (۵\text{-}۱۹)$$

که در آن $\boldsymbol{\Lambda}_i$ بردار ضریب‌های سیستم تیلور و ε_i بیانگر خطای‌تقریب می‌باشد. با جایگذاری روابط (۵-۱۶) و (۵-۱۹) در رابطه سیستم حلقه بسته (۵-۱۲) به فرم اسکالر داریم:

$$\ddot{\widetilde{\boldsymbol{X}}}(i) + k_d \dot{\widetilde{\boldsymbol{X}}}(i) + k_p \widetilde{\boldsymbol{X}}(i) = \left(\boldsymbol{\Lambda}_i^T - \widehat{\boldsymbol{\Lambda}}_i^T\right)\boldsymbol{\xi}_i + \varepsilon_i - u_{rf_i}\ , \quad i = 1,2,3 \qquad (۵\text{-}۲۰)$$

تقریب‌گر سری‌تیلور پیشنهادی تعریف شده در رابطه (۵-۱۶) می‌تواند تابع عدم‌قطعیت تجمعی F_i در رابطه (۵-۱۹) را تقریب بزند. داریم:

$$\left|F_i - \hat{F}_i\right| < \mu_i(t) \qquad (۵\text{-}۲۱)$$

که در آن $\mu_i(t) > 0$ کران بالای i اُمین خطای عدم‌قطعیت می‌باشد. با اعمال (۵-۱۶) و (۵-۱۹) در رابطه (۵-۲۱) داریم:

$$\left|\left(\mathbf{\Lambda}_i^T-\widehat{\mathbf{\Lambda}}_i^T\right)\boldsymbol{\xi}_i+\varepsilon_i\right|<\mu_i(t) \tag{۲۲-۵}$$

می‌توان رابطه (۵-۲۲) را با استفاده از خواص قدرمطلق بدین صورت بازنویسی کرد:

$$-\mu_i(t)-\left(\mathbf{\Lambda}_i^T-\widehat{\mathbf{\Lambda}}_i^T\right)\boldsymbol{\xi}_i<\varepsilon_i<\mu_i(t)-\left(\mathbf{\Lambda}_i^T-\widehat{\mathbf{\Lambda}}_i^T\right)\boldsymbol{\xi}_i \tag{۲۳-۵}$$

با استفاده از (۵-۲۳)، می‌توان کران بالای ε_i را بدین صورت توصیف کرد:

$$|\varepsilon_i|<\left|\mu_i(t)-\left(\mathbf{\Lambda}_i^T-\widehat{\mathbf{\Lambda}}_i^T\right)\boldsymbol{\xi}_i\right| \tag{۲۴-۵}$$

فرض کنید که $x,y\in\mathbb{R}$، با در نظر گرفتن نامساوی مثلثی ($|x+y|\le|x|+|y|$)، نامساوی زیر نیز برقرار است:

$$|x-y|\le|x|+|y| \tag{۲۵-۵}$$

با در نظر گرفتن رابطه (۵-۲۵)، به راحتی می‌توان رابطه (۵-۲۴) را بدین‌شکل توصیف کرد:

$$|\varepsilon_i|<\eta_i(t) \tag{۲۶-۵}$$

که در آن $\eta_i(t)$ کران بالای خطای تقریب می‌باشد که بدین‌شکل معرفی می‌شود:

$$\eta_i(t)=|\mu_i(t)|+\left|\left(\mathbf{\Lambda}_i^T-\widehat{\mathbf{\Lambda}}_i^T\right)\boldsymbol{\xi}_i\right| \tag{۲۷-۵}$$

به منظور تقریب $\eta_i(t)$، تقریب‌گر تطبیقی سری‌تیلور بدین صورت پیشنهاد می‌شود:

$$\hat{\eta}_i(t)=\widehat{\boldsymbol{\theta}}_i^T\boldsymbol{\psi}_i \tag{۲۸-۵}$$

که در آن بردار $\widehat{\boldsymbol{\theta}}_i$ تقریب $\boldsymbol{\theta}_i$ و $\boldsymbol{\psi}_i$ بردار رگرسور می‌باشد. باید توجه داشت که $\widehat{\boldsymbol{\theta}}_i$ از قانون تطبیقی در تحلیل پایداری بدست می‌آید. به منظور تحلیل پایداری سیستم حلقه بسته، علاوه بر فرض ۲، فرضیات زیر در این فصل از پایان‌نامه مورد نیاز است:

فرض ۳: مسیر مطلوب مجری نهایی $\boldsymbol{X}_d$ باید هموار باشد، به این معنی که $\boldsymbol{X}_d$ و مشتقات آن تا مرتبه مورد نیاز در دسترس و همگی محدود باشند.

فرض ۴: بازوی رباتیک در ناحیه ای فعالیت کند که $\boldsymbol{J}_s(\boldsymbol{q})$ ناتکین باشد.

قضیه ۴: چنانچه سیستم (۵-۱) توسط قوانین کنترل (۵-۷) تا (۵-۹) جبران‌سازی شود، خطای ردگیری فضای‌کار $\widetilde{\boldsymbol{X}}$ و مشتق زمانی آن $\dot{\widetilde{\boldsymbol{X}}}$ به طور مجانبی به سمت صفر همگرا خواهد شد و تمامی متغیرهای حالت سیستم، محدود باقی می‌مانند.

اثبات قضیه ۴: معادله فضای حالت در فضای ردگیری با استفاده از رابطه (۵-۲۰) را می‌توان بدین صورت نوشت:

$$\dot{\boldsymbol{E}}_i = \boldsymbol{A}_i\boldsymbol{E}_i + \boldsymbol{B}_i w_i \tag{۵-۲۹}$$

که در آن

$$\boldsymbol{A}_i = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -k_p & -k_d \end{bmatrix},\ \ \boldsymbol{B}_i = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix},\ \ \boldsymbol{E}_i = \begin{bmatrix} \widetilde{\boldsymbol{X}}(i) \\ \dot{\widetilde{\boldsymbol{X}}}(i) \end{bmatrix},$$
$$\boldsymbol{w}_i = \left(\boldsymbol{\Lambda}_i^T - \widehat{\boldsymbol{\Lambda}}_i^T\right)\boldsymbol{\xi}_i + \varepsilon_i - u_{rf_i} \tag{۵-۳۰}$$

تابع معین مثبت V بدین‌شکل پیشنهاد می‌شود:

$$V = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{3}\boldsymbol{E}_i{}^T\boldsymbol{S}_i\boldsymbol{E}_i + \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{3}\frac{1}{\gamma_i}\left(\boldsymbol{\Lambda}_i^T - \widehat{\boldsymbol{\Lambda}}_i^T\right)\left(\boldsymbol{\Lambda}_i - \widehat{\boldsymbol{\Lambda}}_i\right)$$
$$+\frac{1}{2}\sum_{i=1}^{3}\frac{1}{\lambda_i}\left(\boldsymbol{\theta}_i^T - \widehat{\boldsymbol{\theta}}_i^T\right)\left(\boldsymbol{\theta}_i - \widehat{\boldsymbol{\theta}}_i\right) \tag{۵-۳۱}$$

که در آن γ_i و λ_i ثابت‌های مثبت هستند و $\boldsymbol{S}_i$ ماتریس معین مثبت متقارن است. با مشتق‌گیری از V در رابطه (۵-۳۱) داریم:

$$\dot{V} = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{3}\dot{\boldsymbol{E}}_i{}^T\boldsymbol{S}_i\boldsymbol{E}_i + \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{3}\boldsymbol{E}_i{}^T\boldsymbol{S}_i\dot{\boldsymbol{E}}_i - \sum_{i=1}^{3}\frac{1}{\gamma_i}\left(\boldsymbol{\Lambda}_i^T - \widehat{\boldsymbol{\Lambda}}_i^T\right)\dot{\widehat{\boldsymbol{\Lambda}}}_i$$
$$-\sum_{i=1}^{3}\frac{1}{\lambda_i}\left(\boldsymbol{\theta}_i^T - \widehat{\boldsymbol{\theta}}_i^T\right)\dot{\widehat{\boldsymbol{\theta}}}_i \tag{۵-۳۲}$$

معادله ماتریس لیاپانوف را در نظر بگیرید:

$$\boldsymbol{A}_i^T\boldsymbol{S}_i + \boldsymbol{S}_i\boldsymbol{A}_i = -\boldsymbol{Q}_i \tag{۳۳-۵}$$

که در آن $\boldsymbol{Q}_i$ ماتریس معین مثبت متقارن است. با استفاده از روابط (۵-۲۹) و (۵-۳۳) در (۵-۳۲) داریم:

$$\begin{aligned}\dot{V} = -\frac{1}{2}\sum_{i=1}^{3}\boldsymbol{E}_i{}^T\boldsymbol{Q}_i\boldsymbol{E}_i + \sum_{i=1}^{3}\boldsymbol{E}_i{}^T\boldsymbol{S}_i\boldsymbol{B}_i\boldsymbol{w}_i - \sum_{i=1}^{3}\frac{1}{\gamma_i}\left(\boldsymbol{\Lambda}_i^T - \widehat{\boldsymbol{\Lambda}}_i^T\right)\dot{\widehat{\boldsymbol{\Lambda}}}_i \\ -\sum_{i=1}^{3}\frac{1}{\lambda_i}\left(\boldsymbol{\theta}_i^T - \widehat{\boldsymbol{\theta}}_i^T\right)\dot{\widehat{\boldsymbol{\theta}}}_i\end{aligned} \tag{۳۴-۵}$$

با استفاده از (۵-۳۰)، می‌توان رابطه (۵-۳۴) را بدین صورت بازنویسی کرد:

$$\begin{aligned}\dot{V} = -\frac{1}{2}\sum_{i=1}^{3}\boldsymbol{E}_i{}^T\boldsymbol{Q}_i\boldsymbol{E}_i + \sum_{i=1}^{3}\boldsymbol{E}_i{}^T\boldsymbol{S}_i\boldsymbol{B}_i\left(\boldsymbol{\Lambda}_i^T - \widehat{\boldsymbol{\Lambda}}_i^T\right)\boldsymbol{\xi}_i + \sum_{i=1}^{3}\boldsymbol{E}_i{}^T\boldsymbol{S}_i\boldsymbol{B}_i\varepsilon_i \\ -\sum_{i=1}^{3}\boldsymbol{E}_i{}^T\boldsymbol{S}_i\boldsymbol{B}_i u_{rf_i} - \sum_{i=1}^{3}\frac{1}{\gamma_i}\left(\boldsymbol{\Lambda}_i^T - \widehat{\boldsymbol{\Lambda}}_i^T\right)\dot{\widehat{\boldsymbol{\Lambda}}}_i \\ -\sum_{i=1}^{3}\frac{1}{\lambda_i}\left(\boldsymbol{\theta}_i^T - \widehat{\boldsymbol{\theta}}_i^T\right)\dot{\widehat{\boldsymbol{\theta}}}_i\end{aligned} \tag{۳۵-۵}$$

با استفاده از کران بالای خطای تقریب (۵-۲۶)، می‌توان رابطه (۵-۳۵) را بدین صورت بازنویسی کرد:

$$\begin{aligned}\dot{V} \le -\frac{1}{2}\sum_{i=1}^{3}\boldsymbol{E}_i{}^T\boldsymbol{Q}_i\boldsymbol{E}_i + \sum_{i=1}^{3}\boldsymbol{E}_i{}^T\boldsymbol{S}_i\boldsymbol{B}_i\left(\boldsymbol{\Lambda}_i^T - \widehat{\boldsymbol{\Lambda}}_i^T\right)\boldsymbol{\xi}_i \\ +\sum_{i=1}^{3}\left|\boldsymbol{E}_i{}^T\boldsymbol{S}_i\boldsymbol{B}_i\right|\eta_i(t) - \sum_{i=1}^{3}\boldsymbol{E}_i{}^T\boldsymbol{S}_i\boldsymbol{B}_i u_{rf_i} \\ -\sum_{i=1}^{3}\frac{1}{\gamma_i}\left(\boldsymbol{\Lambda}_i^T - \widehat{\boldsymbol{\Lambda}}_i^T\right)\dot{\widehat{\boldsymbol{\Lambda}}}_i \ -\sum_{i=1}^{3}\frac{1}{\lambda_i}\left(\boldsymbol{\theta}_i^T - \widehat{\boldsymbol{\theta}}_i^T\right)\dot{\widehat{\boldsymbol{\theta}}}_i\end{aligned} \tag{۳۶-۵}$$

عبارت مقاوم‌ساز u_{rf_i} بدین صورت پیشنهاد می‌شود:

$$u_{rf_i}=\frac{\hat{\eta}_i^2(t)\boldsymbol{E}_i{}^T\boldsymbol{S}_i\boldsymbol{B}_i}{\left|\hat{\eta}(t)\boldsymbol{E}_i{}^T\boldsymbol{S}_i\boldsymbol{B}_i\right|+\delta_i exp(-\sigma_i t)} \tag{۳۷-۵}$$

که در آن δ_i و σ_i ثابت‌های مثبت هستند. با اعمال (۵-۳۷) در (۵-۳۶) داریم:

$$\begin{aligned}\dot{V}\leq-\frac{1}{2}\sum_{i=1}^{3}\boldsymbol{E}_i^T\,\boldsymbol{Q}_i\boldsymbol{E}_i&+\sum_{i=1}^{3}\boldsymbol{E}_i{}^T\boldsymbol{S}_i\boldsymbol{B}_i\left(\boldsymbol{\Lambda}_i^T-\widehat{\boldsymbol{\Lambda}}_i^T\right)\boldsymbol{\xi}_i\\&+\sum_{i=1}^{3}\left|\boldsymbol{E}_i{}^T\boldsymbol{S}_i\boldsymbol{B}_i\right|\eta_i(t)-\sum_{i=1}^{3}\left|\boldsymbol{E}_i{}^T\boldsymbol{S}_i\boldsymbol{B}_i\right|\hat{\eta}_i(t)\\&-\sum_{i=1}^{3}\frac{\hat{\eta}_i^2(t)(\boldsymbol{E}_i^T\boldsymbol{S}_i\boldsymbol{B}_i)^2}{\left|\hat{\eta}_i(t)\boldsymbol{E}_i^T\boldsymbol{S}_i\boldsymbol{B}_i\right|+\delta_i exp(-\sigma_i t)}\\&+\sum_{i=1}^{3}|\boldsymbol{E}_i^T\boldsymbol{S}_i\boldsymbol{B}_i|\hat{\eta}_i(t)-\sum_{i=1}^{3}\frac{1}{\gamma_i}\left(\boldsymbol{\Lambda}_i^T-\widehat{\boldsymbol{\Lambda}}_i^T\right)\dot{\widehat{\boldsymbol{\Lambda}}}_i\\&-\sum_{i=1}^{3}\frac{1}{\lambda_i}\left(\boldsymbol{\theta}_i^T-\widehat{\boldsymbol{\theta}}_i^T\right)\dot{\widehat{\boldsymbol{\theta}}}_i\end{aligned} \tag{۳۸-۵}$$

به عبارت دیگر

$$\begin{aligned}\dot{V}\leq-\frac{1}{2}\sum_{i=1}^{3}\boldsymbol{E}_i^T\,\boldsymbol{Q}_i\boldsymbol{E}_i&+\sum_{i=1}^{3}\boldsymbol{E}_i{}^T\boldsymbol{S}_i\boldsymbol{B}_i\left(\boldsymbol{\Lambda}_i^T-\widehat{\boldsymbol{\Lambda}}_i^T\right)\boldsymbol{\xi}_i\\&+\sum_{i=1}^{3}|\boldsymbol{E}_i^T\boldsymbol{S}_i\boldsymbol{B}_i|\left(\boldsymbol{\theta}_i^T-\widehat{\boldsymbol{\theta}}_i^T\right)\boldsymbol{\psi}_i-\sum_{i=1}^{3}\left|\boldsymbol{E}_i{}^T\boldsymbol{S}_i\boldsymbol{B}_i\right|\hat{\eta}_i(t)\\&-\sum_{i=1}^{3}\frac{\hat{\eta}_i^2(t)(\boldsymbol{E}_i^T\boldsymbol{S}_i\boldsymbol{B}_i)^2}{\left|\hat{\eta}_i(t)\boldsymbol{E}_i^T\boldsymbol{S}_i\boldsymbol{B}_i\right|+\delta_i exp(-\sigma_i t)}\\&+\sum_{i=1}^{3}|\boldsymbol{E}_i^T\boldsymbol{S}_i\boldsymbol{B}_i|\hat{\eta}_i(t)-\sum_{i=1}^{3}\frac{1}{\gamma_i}\left(\boldsymbol{\Lambda}_i^T-\widehat{\boldsymbol{\Lambda}}_i^T\right)\dot{\widehat{\boldsymbol{\Lambda}}}_i\\&-\sum_{i=1}^{3}\frac{1}{\lambda_i}\left(\boldsymbol{\theta}_i^T-\widehat{\boldsymbol{\theta}}_i^T\right)\dot{\widehat{\boldsymbol{\theta}}}_i\end{aligned} \tag{۳۹-۵}$$

بنابراین داریم:

$$\dot{V} \leq -\frac{1}{2}\sum_{i=1}^{3} \boldsymbol{E}_i^T\, \boldsymbol{Q}_i \boldsymbol{E}_i + \sum_{i=1}^{3} \boldsymbol{E}_i{}^T \boldsymbol{S}_i \boldsymbol{B}_i \left(\boldsymbol{\Lambda}_i^T - \widehat{\boldsymbol{\Lambda}}_i^T\right)\boldsymbol{\xi}_i + \sum_{i=1}^{3} |\boldsymbol{E}_i^T \boldsymbol{S}_i \boldsymbol{B}_i| \left(\boldsymbol{\theta}_i^T - \widehat{\boldsymbol{\theta}}_i^T\right)\boldsymbol{\psi}_i + \sum_{i=1}^{3} \frac{\delta_i exp(-\sigma_i t)|\hat{\eta}_i(t)\boldsymbol{E}_i^T \boldsymbol{S}_i \boldsymbol{B}_i|}{\left|\hat{\eta}_i(t)\boldsymbol{E}_i^T \boldsymbol{S}_i \boldsymbol{B}_i\right| + \delta_i exp(-\sigma_i t)} - \sum_{i=1}^{3} \frac{1}{\gamma_i}\left(\boldsymbol{\Lambda}_i^T - \widehat{\boldsymbol{\Lambda}}_i^T\right)\dot{\widehat{\boldsymbol{\Lambda}}}_i \; - \sum_{i=1}^{3} \frac{1}{\lambda_i}\left(\boldsymbol{\theta}_i^T - \widehat{\boldsymbol{\theta}}_i^T\right)\dot{\widehat{\boldsymbol{\theta}}}_i \qquad (۴۰-۵)$$

با انتخاب قوانین تطبیق به صورت زیر

$$\dot{\widehat{\boldsymbol{\theta}}}_i \; = \lambda_i |\boldsymbol{E}_i^T \boldsymbol{S}_i \boldsymbol{B}_i| \boldsymbol{\psi}_i \qquad (۴۱-۵)$$

$$\dot{\widehat{\boldsymbol{\Lambda}}}_i \; = \gamma_i \boldsymbol{E}_i^T \boldsymbol{S}_i \boldsymbol{B}_i \boldsymbol{\xi}_i \qquad (۴۲-۵)$$

می‌توان رابطه (۵-۴۰) را بدین صورت بازنویسی کرد:

$$\dot{V} \leq -\frac{1}{2}\sum_{i=1}^{3} \boldsymbol{E}_i^T\, \boldsymbol{Q}_i \boldsymbol{E}_i + \sum_{i=1}^{3} \frac{\delta_i exp(-\sigma_i t)|\hat{\eta}_i(t)\boldsymbol{E}_i^T \boldsymbol{S}_i \boldsymbol{B}_i|}{\left|\hat{\eta}_i(t)\boldsymbol{E}_i^T \boldsymbol{S}_i \boldsymbol{B}_i\right| + \delta_i exp(-\sigma_i t)} \qquad (۴۳-۵)$$

با فرض اینکه $a_1 > 0$ و $a_2 > 0$، نامساوی $\frac{a_1 a_2}{a_1+a_2} < a_1$ برقرار است. بنابراین می‌توان رابطه (۵-۴۳) را بدین‌شکل نوشت:

$$\dot{V} \leq -\frac{1}{2}\sum_{i=1}^{3} \boldsymbol{E}_i^T\, \boldsymbol{Q}_i \boldsymbol{E}_i + \sum_{i=1}^{3} \delta_i exp(-\sigma_i t) \qquad (۴۴-۵)$$

به‌دلیل‌آنکه $\lambda_{min}(\boldsymbol{Q}_i)\|\boldsymbol{E}_i\|^2 \leq \boldsymbol{E}_i^T \boldsymbol{Q}_i \boldsymbol{E}_i \leq \lambda_{max}(\boldsymbol{Q}_i)\|\boldsymbol{E}_i\|^2$، به منظور برقراری رابطه (۵-۴۴)، کافیست که:

$$\|\boldsymbol{E}_i\| > \sqrt{\frac{2\delta_i exp(-\sigma_i t)}{\lambda_{min}(\boldsymbol{Q}_i)}} \triangleq \chi_i \qquad (۴۵-۵)$$

که در آن $\lambda_{min}(\boldsymbol{Q}_i)$ و $\lambda_{max}(\boldsymbol{Q}_i)$ به‌ترتیب مقادیر ویژه کمینه و بیشینه $\boldsymbol{Q}_i$ تعریف می‌شوند. مطابق رابطه (۵-۴۵)، $\dot{V}_i < 0$ مادامی‌که $\|\boldsymbol{E}_i\| > \chi_i$. به عبارت دیگر خطای ردگیری مفصلی، $\boldsymbol{E}_i$، در خارج از دایره‌ای به شعاع χ_i، کاهش می‌یابد. از سوی دیگر $\dot{V}_i > 0$ مادامی‌که $\|\boldsymbol{E}_i\| < \chi_i$ که بدین معناست که خطای ردگیری مفصلی، $\boldsymbol{E}_i$، در داخل دایره‌ای به شعاع χ_i، افزایش می‌یابد. بنابراین در هر لحظه زمانی خطای ردگیری مفصلی محدود باقی می‌ماند. بیان این نکته ضروری است که با توجه به رابطه (۵-۴۵)، شعاع χ_i با در نظر گرفتن $t \to \infty$ به صفر میل می‌کند. در نتیجه کنترل‌کننده پیشنهادی طوری طراحی شده است که هم برای وضعیت $\|\boldsymbol{E}_i\| > \chi_i$ و هم $\|\boldsymbol{E}_i\| < \chi_i$، خطای ردگیری به طور مجانبی به سمت صفر میل می‌کند.

با در نظر گرفتن روابط (۵-۴۲) و (۵-۴۱)، می‌توان نتیجه گرفت که $\widehat{\boldsymbol{\Lambda}}_i$ و $\widehat{\boldsymbol{\theta}}_i$ محدود هستند. بعلاوه مطابق روابط (۵-۲۸)، (۵-۱۶) و (۵-۳۷)، به‌ترتیب $\hat{\eta}_i(t)$، $\hat{F}_i$ و u_{rfi} محدود هستند. چنانچه رابطه ولتاژ (۲-۳) را در I_{ai} ضرب کرده و با انجام کمی محاسبات، محدود بودن سرعت مفصل به صورت رابطه $|\dot{q}_i| \le K_{bi}^{-1} r_i\left(\varphi_{max,i} + v_{max,i}\right)$ قابل اثبات می‌باشد [۷۷]. از طرفی مطابق رابطه (۲-۳) به صورت مفصل مستقل می‌توان محدود بودن جریان موتور را هم نتیجه گرفت. از رابطه (۵-۲) داریم، $\boldsymbol{q}(t) = \int_0^t \boldsymbol{J}^{-1}(\boldsymbol{q})\dot{\boldsymbol{X}}\, dt + \boldsymbol{q}(0)$، بنابراین در زمان عملکردی محدود، موقعیت مفصلی $\boldsymbol{q}(t)$ نیز محدود است. در نتیجه، پایداری تمامی متغیرهای سیستم تضمین می‌شود.

۵-۴- طراحی کنترل تطبیقی مستقیم سری‌تیلور در فضای‌کار

در این بخش کنترل‌کننده تطبیقی مستقیم سری‌تیلور طوری طراحی می‌شود که ضریب‌های کنترل‌کننده به منظور کاهش خطای ردگیری فضای‌کار، به طور مستقیم توسط مکانیزم تطبیقی تنظیم شود. بدین منظور، کنترل‌کننده سری‌تیلور بدین‌شکل پیشنهاد می‌شود:

$$\boldsymbol{u}_{ts} = \hat{\boldsymbol{J}}_s(\boldsymbol{q})\left[\boldsymbol{u}_{ts1}\left(\widetilde{\boldsymbol{X}}(1)\right), \boldsymbol{u}_{ts2}\left(\widetilde{\boldsymbol{X}}(2)\right), \boldsymbol{u}_{ts3}\left(\widetilde{\boldsymbol{X}}(3)\right)\right]^T \tag{۴۶-۵}$$

که در آن

$$\boldsymbol{u}_{tsi}\left(\widetilde{\boldsymbol{X}}(i)\right) = \sum_{k=0}^{m} \frac{\widetilde{\boldsymbol{X}}_{tsi}^{(k)}\left(\widetilde{\boldsymbol{X}}_{\boldsymbol{u}_0}(i)\right)}{k!}\left(\widetilde{\boldsymbol{X}}(i) - \widetilde{\boldsymbol{X}}_{\boldsymbol{u}_0}(i)\right)^k, \qquad i = 1,2,3 \tag{۴۷-۵}$$

که در رابطه (۵-۴۷)، $\widetilde{\boldsymbol{X}}(i) \in \mathbb{R}$ بیانگر i اُمین عنصر $\widetilde{\boldsymbol{X}}$ و $\boldsymbol{u}_{tsi}\left(\widetilde{\boldsymbol{X}}(i)\right)$ خروجی تقریب‌گر پیشنهادی است که بیانگر تعداد $m+1$ جمله تیلور $\boldsymbol{u}_{tsi}$ حول $\widetilde{\boldsymbol{X}}_{\boldsymbol{u}_0}(i)$ می‌باشد. می‌توان رابطه (۵-۴۶) را بدین صورت بازنویسی کرد:

$$\boldsymbol{u}_{ts} = \hat{\boldsymbol{J}}_s(\boldsymbol{q})\left(\hat{\boldsymbol{\theta}}_u^T \boldsymbol{\xi}_u\right) \tag{۴۸-۵}$$

که در آن $\hat{\boldsymbol{\theta}}_u$ بردار ضریب‌های $\boldsymbol{u}_{ts}$ بوده که توسط قانون تطبیق پیشنهادی در تحلیل پایداری تنظیم می‌شود و $\boldsymbol{\xi}_u$ بردار رگرسور می‌باشد که هر دو بردار بدین‌شکل معرفی می‌شوند:

$$\boldsymbol{\xi}_u = \left[1, \left(\widetilde{\boldsymbol{X}}(i) - \widetilde{\boldsymbol{X}}_{\boldsymbol{u}_0}(1)\right), \dots, \left(\widetilde{\boldsymbol{X}}(i) - \widetilde{\boldsymbol{X}}_{\boldsymbol{u}_0}(1)\right)^m\right]^T \tag{۴۹-۵}$$

$$\hat{\boldsymbol{\theta}}_u^T = \left[\frac{\boldsymbol{u}_{id}^{(0)}\left(\widetilde{\boldsymbol{X}}_{\boldsymbol{u}_0}(i)\right)}{0!}, \frac{\boldsymbol{u}_{id}^{(1)}\left(\widetilde{\boldsymbol{X}}_{\boldsymbol{u}_0}(i)\right)}{1!}, \dots, \frac{\boldsymbol{u}_{id}^{(m)}\left(\widetilde{\boldsymbol{X}}_{\boldsymbol{u}_0}(i)\right)}{m!}\right] \tag{۵۰-۵}$$

با در نظر گرفتن کنترل‌کننده ایده‌آل به صورت زیر

$$\boldsymbol{u}_{id} = \hat{\boldsymbol{J}}_s(\boldsymbol{q})(\boldsymbol{\theta}_u^T \boldsymbol{\xi}_u + \boldsymbol{\varepsilon}_u) \tag{۵۱-۵}$$

که در آن $\boldsymbol{\varepsilon}_u$ خطای مدلسازی می‌باشد، قانون کنترل مقاوم به منظور محافظت در مقابل اضافه ولتاژ بدین صورت پیشنهاد می‌شود:

$$\boldsymbol{v} = h(\boldsymbol{u}) \tag{۵۲-۵}$$

$$h(\boldsymbol{u}) = \begin{cases} \boldsymbol{u} & if\ \|\boldsymbol{u}\| \le v_{max} \\ v_{max} sgn(\boldsymbol{u}) & if\ \ v_{max} < \|\boldsymbol{u}\| \end{cases} \tag{۵۳-۵}$$

$$\boldsymbol{u} = \boldsymbol{u}_{ts} + \boldsymbol{u}_s = \hat{\boldsymbol{J}}_s(\boldsymbol{q})(\hat{\boldsymbol{\theta}}_u^T \boldsymbol{\xi}_u + \boldsymbol{u}_s) \tag{۵۴-۵}$$

که در آن $\boldsymbol{u}_s$ عبارت مقاوم‌ساز است. می‌توان رابطه (۵-۱) را بدین صورت بازنویسی کرد:

$$\hat{\boldsymbol{J}}_s(\boldsymbol{q})\ddot{\boldsymbol{X}} + \boldsymbol{f} = \boldsymbol{v} \tag{۵۵-۵}$$

که در آن عدم‌قطعیت تجمعی $\boldsymbol{f}$ بدین صورت فرمول‌بندی می‌شود:

$$\begin{aligned} \boldsymbol{f} = &\left(\boldsymbol{R}\boldsymbol{K}_m{}^{-1}(\boldsymbol{J}_m\boldsymbol{r}^{-1} + \boldsymbol{r}\boldsymbol{D}(\boldsymbol{q}))\dot{\boldsymbol{J}}_s(\boldsymbol{q}) - \hat{\boldsymbol{J}}_s\right)\ddot{\boldsymbol{X}} \\ &+ \Big(\boldsymbol{R}\boldsymbol{K}_m{}^{-1}\boldsymbol{B}_m\boldsymbol{r}^{-1} + \boldsymbol{K}_b\boldsymbol{r}^{-1} \\ &+ \boldsymbol{R}\boldsymbol{K}_m{}^{-1}\boldsymbol{r}\boldsymbol{C}(\boldsymbol{q},\dot{\boldsymbol{q}})\Big)\boldsymbol{J}_s(\boldsymbol{q})\dot{\boldsymbol{X}} \\ &+ \boldsymbol{R}\boldsymbol{K}_m{}^{-1}\boldsymbol{r}\big(\boldsymbol{g}(\boldsymbol{q}) + \boldsymbol{\tau}_f(\dot{\boldsymbol{q}})\big) + \boldsymbol{L}\dot{\boldsymbol{I}}_a + \boldsymbol{\varphi} \end{aligned} \tag{۵۶-۵}$$

به منظور دستیابی به همگرایی مجانبی خطای ردگیری فضای‌کار، می‌توان قانون کنترل ایده‌آل را بدین‌شکل تعیین کرد:

$$\boldsymbol{u}_c^* = \hat{\boldsymbol{J}}_s\big(\ddot{\boldsymbol{X}}_d + \boldsymbol{K}\boldsymbol{E}\big) + \boldsymbol{f} \tag{۵۷-۵}$$

در حالتی که $v_{max} < \|\boldsymbol{u}\|$، تلاش کنترلی موتورها در بیشینه مقدار خود قرار دارد تا خطای ردگیری کاهش یابد. با در نظر گرفتن $\|\boldsymbol{u}\| \le v_{max}$، با اعمال رابطه (۵-۵۴) در سیستم (۵-۵۵)، سیستم حلقه بسته بدین‌شکل نوشته می‌شود:

$$\hat{\boldsymbol{J}}_s(\boldsymbol{q})\ddot{\boldsymbol{X}} + \boldsymbol{f} = \hat{\boldsymbol{J}}_s(\boldsymbol{q})(\hat{\boldsymbol{\theta}}_u^T \boldsymbol{\xi}_u + \boldsymbol{u}_s) \tag{۵۸-۵}$$

همچنین به منظور تقریب کنترل‌کننده ایده‌آل توسط (۵-۵۱) داریم:

$$\hat{\boldsymbol{J}}_s(\boldsymbol{q})\big(\ddot{\boldsymbol{X}}_d + \boldsymbol{KE}\big) + \boldsymbol{f} = \hat{\boldsymbol{J}}_s(\boldsymbol{q})(\boldsymbol{\theta}_u^T\boldsymbol{\xi}_u + \boldsymbol{\varepsilon}_u) \tag{۵-۵۹}$$

با استفاده از روابط (۵-۵۸) و (۵-۵۹)، دینامیک‌های خطای ردگیری فضای‌کار به صورت اسکالر بدین صورت بدست می‌آیند:

$$\ddot{\widetilde{\boldsymbol{X}}}(i) + \boldsymbol{k}_{1i}\dot{\widetilde{\boldsymbol{X}}}(i) + \boldsymbol{k}_{2i}\widetilde{\boldsymbol{X}}(i) = \big(\boldsymbol{\theta}_{u_i}^T - \widehat{\boldsymbol{\theta}}_{u_i}^T\big)\boldsymbol{\xi}_{ui} + \varepsilon_{u_i} - u_{s_i} \tag{۵-۶۰}$$

که در آن $i = 1,2,3$. با در نظر گرفتن کران بالای خطای مدلسازی، $\left|\varepsilon_{u_i}\right| < \eta_{u_i}(t)$، تقریب‌گر زیر به منظور تقریب $\eta_{u_i}(t)$ بدین صورت پیشنهاد می‌شود:

$$\hat{\eta}_{u_i}(t) = \widehat{\boldsymbol{\theta}}_{\eta_i}^T\boldsymbol{\Upsilon}_{\eta_i} \tag{۵-۶۱}$$

که در آن بردار $\widehat{\boldsymbol{\theta}}_{\eta_i}$ تقریب $\boldsymbol{\theta}_{\eta_i}$ می‌باشد. باید توجه داشت که روند تحلیل پایداری در این بخش مشابه بخش ۵-۳ می‌باشد. بنابراین از تکرار مجدد تحلیل پایداری در این بخش صرف‌نظر می‌شود. عبارت مقاوم‌ساز مورد نیاز و قوانین تطبیق به منظور تنظیم ضریب‌های کنترل‌کننده و کران بالای خطای مدلسازی مستقیما به شکل زیر محاسبه می‌شود:

$$u_{s_i} = \frac{\hat{\eta}_{u_i}^2(t)\boldsymbol{E}_i^T\boldsymbol{P}_i\boldsymbol{b}_i}{\left|\hat{\eta}_{u_i}(t)\boldsymbol{E}_i^T\boldsymbol{P}_i\boldsymbol{b}_i\right| + \delta_i' exp(-\sigma_i' t)} \tag{۵-۶۲}$$

$$\dot{\widehat{\boldsymbol{\theta}}}_{\eta_i} = \lambda_i'|\boldsymbol{E}_i^T\boldsymbol{P}_i\boldsymbol{b}_i|\boldsymbol{\Upsilon}_{\eta_i} \tag{۵-۶۳}$$

$$\dot{\widehat{\boldsymbol{\theta}}}_{u_i} = \gamma_i'\boldsymbol{E}_i^T\boldsymbol{P}_i\boldsymbol{b}_i\boldsymbol{\xi}_{u_i} \tag{۵-۶۴}$$

که در آن $\boldsymbol{P}_i$ ماتریس معین مثبت متقارن و δ_i'، σ_i'، λ_i' و γ_i' ثابت‌های مثبت هستند.

۵-۵- نتایج شبیه‌سازی

در این بخش به عنوان مطالعه موردی از بازوی رباتیک اسکارا مجهز به موتورهای مغناطیس دائم جریان مستقیم به منظور تایید عملکرد موثر روش کنترلی پیشنهاد شده در فضای‌کار استفاده می‌شود. ضریب $\hat{\boldsymbol{J}}_s(\boldsymbol{q})$ در قانون کنترل ۸۰ درصد مقدار واقعی در نظر گرفته می‌شود. بعلاوه برای ارزیابی عملکرد روش کنترلی در مقابل تحمل بار خارجی، بار ۶ کیلوگرمی در ثانیه چهارم بر مجری نهایی اعمال می‌شود. تمامی ضریب‌های مرتبط با دینامیک‌های سیستم رباتیک و محرکه‌ها در فصل دوم معرفی شده‌اند. مسیر فضای‌کار مطلوب برای مجری نهایی بدین صورت فرمول‌بندی می‌شوند:

$$\boldsymbol{X}_d = \left[0.75 - 0.1cos\left(\frac{\pi t}{3}\right) \quad 0.75 - 0.1sin\left(\frac{\pi t}{3}\right) \quad 0\right]^T \qquad (۶۵-۵)$$

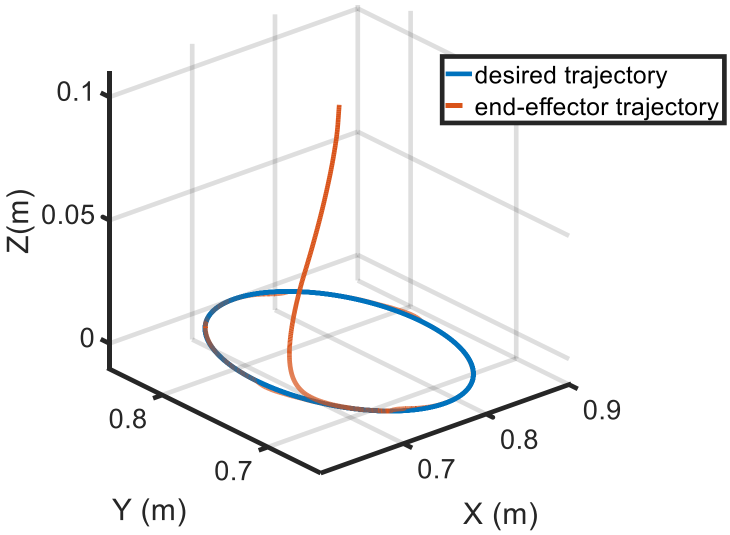
همچنین سیگنال اغتشاش بصورت تابع پالس مستطیلی با دامنه ۲ ولت به سیستم داده می‌شود. خطای اولیه برای مجری نهایی بدین صورت انتخاب می‌شود:

$$\boldsymbol{X}(0) = (x_0, y_0, z_0) = (0.75\ ,0.75\ ,0.1\ ) \qquad (۶۶-۵)$$

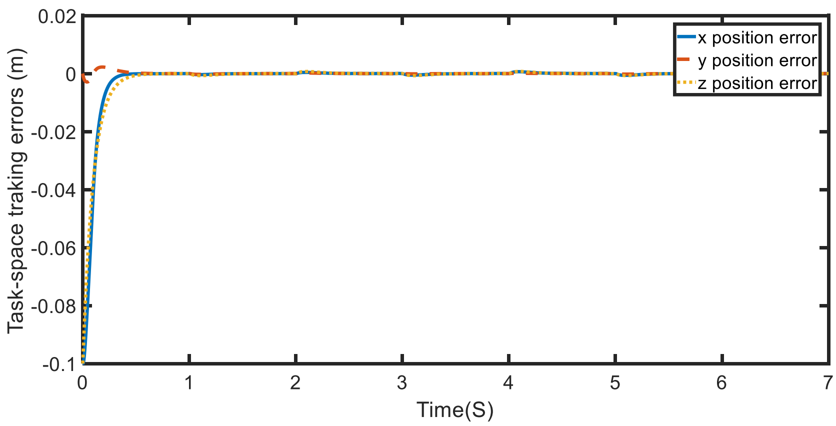
۵-۵-۱- شبیه‌سازی اول

روش کنترلی پیشنهادی در بخش ۵-۲ که توسط قانون کنترل (۵-۷) تا (۵-۹) طراحی شده است و از تقریب‌گر سری‌تیلور (۵-۱۶) و قوانین تطبیق (۵-۴۱) و (۵-۴۲) بهره می‌برد، در این بخش شبیه‌سازی می‌شود. ضریب‌های کنترل‌کننده به صورت $\boldsymbol{k}_p = \begin{bmatrix} 10 & 0 & 0 \\ 0 & 10 & 0 \\ 0 & 0 & 10 \end{bmatrix}$، $\boldsymbol{k}_d = \begin{bmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix}$، $\gamma_i = \lambda_i = 10$، $\delta_i = 1$، $\sigma_i = 0.1$ و $m = 2$ انتخاب می‌شوند. شرایط اولیه برای تمامی ضریب‌های تطبیق صفر در نظر گرفته می‌شود. شکل ۵-۱ عملکرد مطلوب روش کنترل‌کننده پیشنهادی را نشان می‌دهند. مطابق شکل ۵-۲، خطای ردگیری برای مجری نهایی در

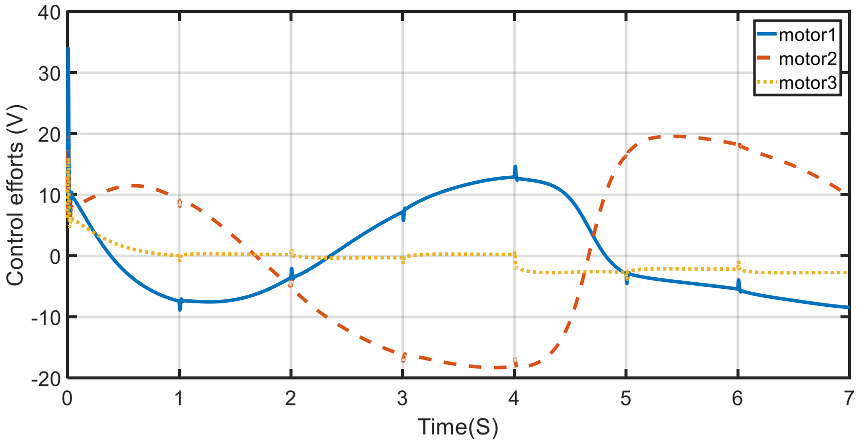
نهایت به زیر $1.5 \times 10^{-4}\ m$ کاهش می‌یابد. از طرفی تغییرات مجاز ولتاژ موتورها در شکل ۵-۳ نشان داده شده است. به علت وجود خطای اولیه مفاصل، ولتاژ موتورها در لحظه شروع زیاد است. تاثیر بار خارجی اعمالی به مجری نهایی در ولتاژ موتور سوم در ثانیه چهارم قابل مشاهده است. تمامی ضریب‌های سری‌تیلور در شکل ۵-۴ نشان داده شده است. همانطور که مشاهده می‌شود اولین ضریب هر تقریب‌گر سری‌تیلور در طول زمان متغیر و دومین و سومین ضریب هر تقریب‌گر سری‌تیلور تقریبا به مقدار ثابت همگرا می‌شود تا تاثیرات عدم‌قطعیت را پوشش دهند.



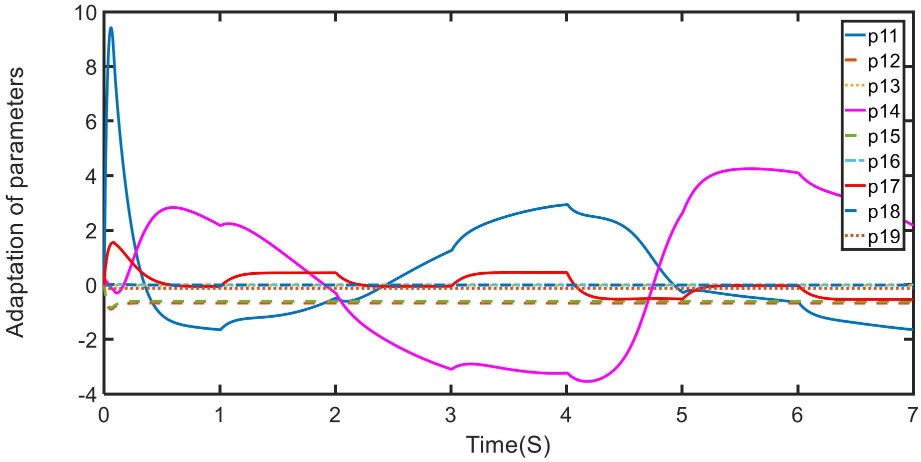
شکل ۵-۱ عملکرد ردگیری تقریب‌گر و جبران‌ساز سری‌تیلور در صفحه xyz



شکل ۵-۲ خطای ردگیری فضای‌کار



شکل ۵-۳ تلاش کنترلی روش کنترلی پیشنهادی

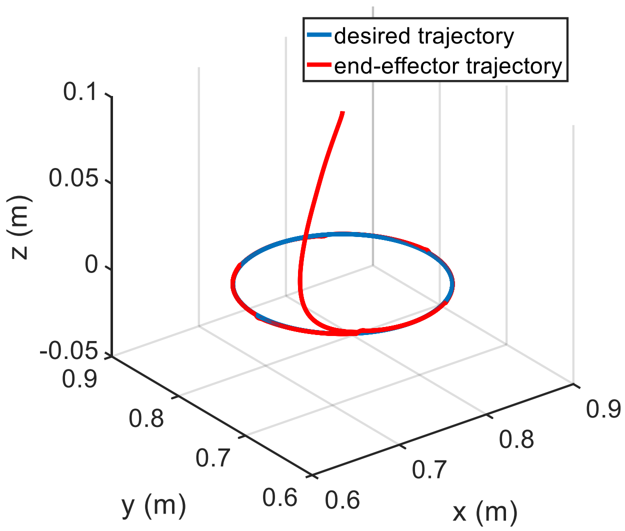


شکل ۵-۴ تطبیق ضریب‌های تقریب‌گر سری‌تیلور

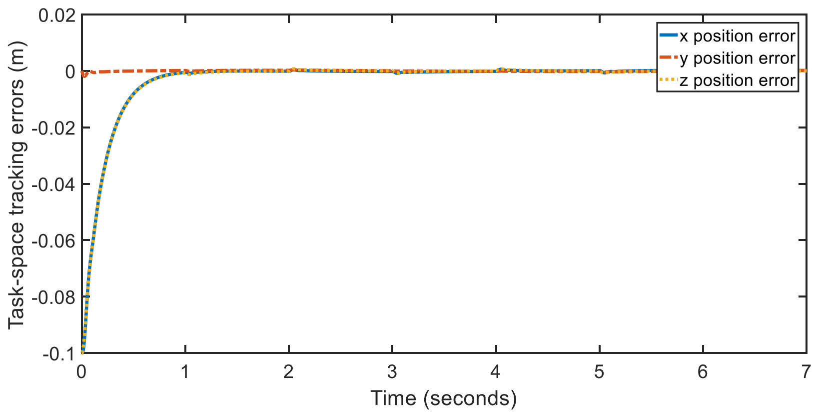
۵-۵-۲- شبیه‌سازی دوم

کنترل‌کننده تطبیقی مستقیم که توسط قانون کنترلی (۵-۵۲) تا (۵-۵۴) فرمول‌بندی شده و مجهز به تقریب‌گرهای سری‌تیلور (۵-۴۸) و (۵-۶۱) و قوانین تطبیق (۵-۶۳) و (۵-۶۴) می‌باشد در این بخش شبیه‌سازی می‌شود. ضریب‌های کنترل‌کننده به صورت $\boldsymbol{k}_p = \begin{bmatrix} 100 & 0 & 0 \\ 0 & 100 & 0 \\ 0 & 0 & 100 \end{bmatrix}$، $\boldsymbol{k}_d = \begin{bmatrix} 5 & 0 & 0 \\ 0 & 5 & 0 \\ 0 & 0 & 5 \end{bmatrix}$، $\lambda_i = 1000$، $\gamma_i = 1$، $\delta_i = 1$، $\sigma_i = 0.1$، $m = 1$ انتخاب می‌شوند. همچنین ماتریس معین مثبت متقارن بصورت $\boldsymbol{S}_i = \begin{bmatrix} 385 & 15 \\ 15 & 1.3 \end{bmatrix}$ انتخاب می‌شود. عملکرد مطلوب

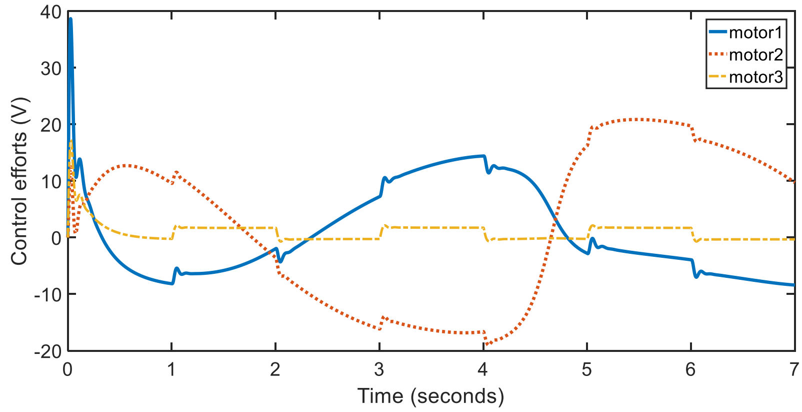
کنترل‌کننده پیشنهادی، خطای ردگیری در فضای‌کار، تلاش کنترلی محرکه‌ها، تغییرات ضریب‌های سری‌تیلور و تقریب کران بالای خطای مدلسازی به‌ترتیب در شکل‌های ۵-۵، ۵-۶، ۵-۷، ۵-۸ و ۵-۹ نمایش داده می‌شوند. حال فرض کنید برای ارزیابی کنترل تطبیقی مستقیم، بار خارجی اعمال شده در شبیه سازی اول در نظر گرفته شود. شکل‌های ۵-۱۰ و ۵-۱۱ عملکرد روش کنترلی و ولتاژ موتورها در این وضعیت را نشان می‌دهند.



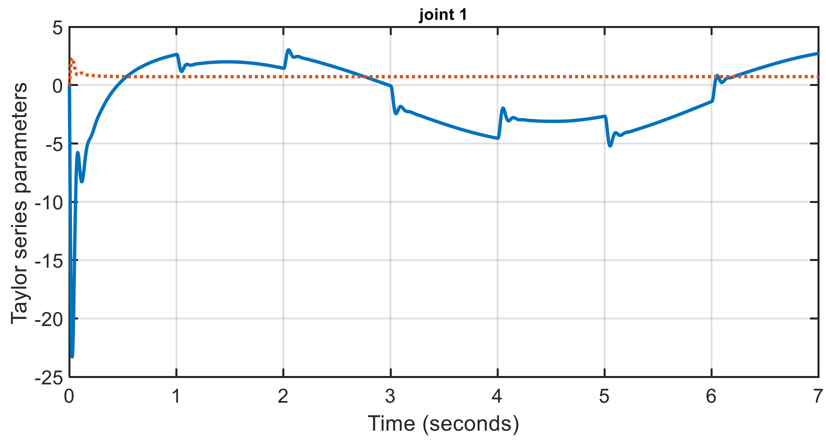
شکل ۵-۵ عملکرد ردگیری کنترل تطبیقی مستقیم سری‌تیلور در فضای‌کار در صفحه xyz

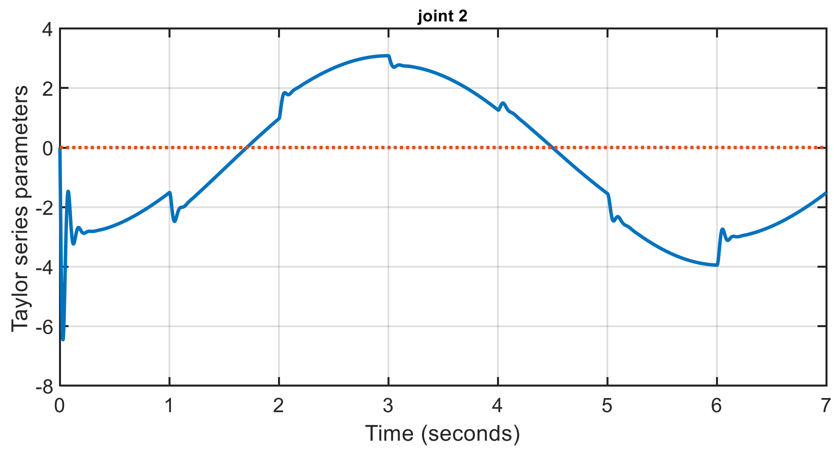


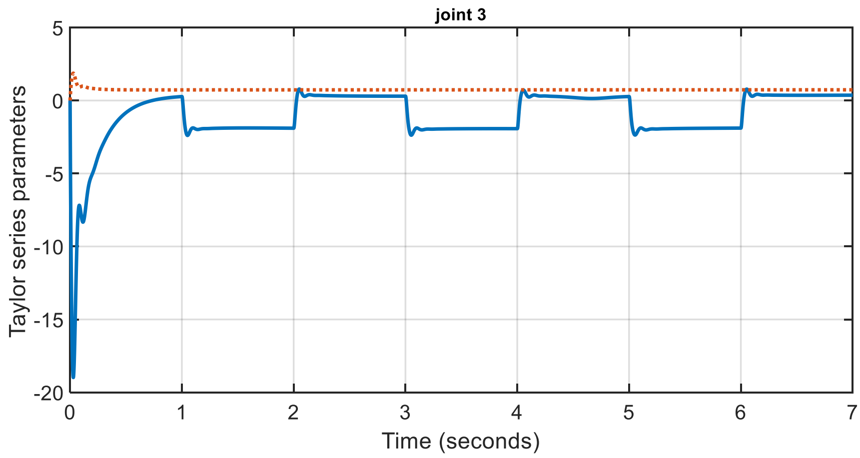
شکل ۵-۶ خطای ردگیری فضای‌کار برای روش کنترلی سری‌تیلور تطبیقی مستقیم



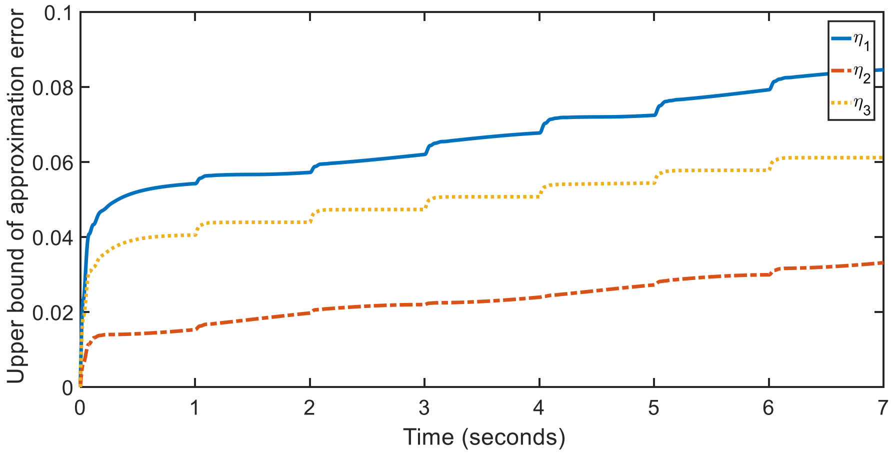
شکل ۵-۷ تلاش کنترلی برای کنترل سری‌تیلور تطبیقی مستقیم



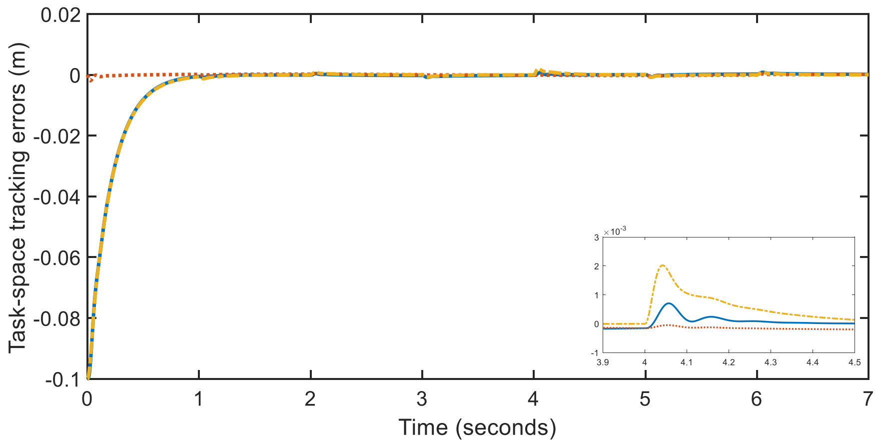




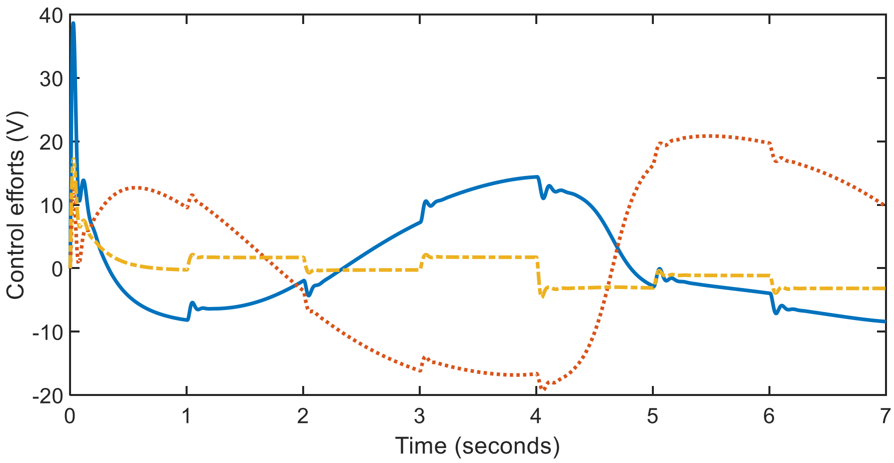
شکل ۵-۸ تطبیق ضریب‌های کنترل‌کننده سری‌تیلور. خط توپر "-" و خط نقطه‌چین ":" به‌ترتیب نشان‌دهنده ضریب اول و دوم کنترل‌کننده تطبیقی مستقیم سری‌تیلور می‌باشد.



شکل ۵-۹ تقریب کران بالای خطای مدلسازی در کنترل تطبیقی مستقیم



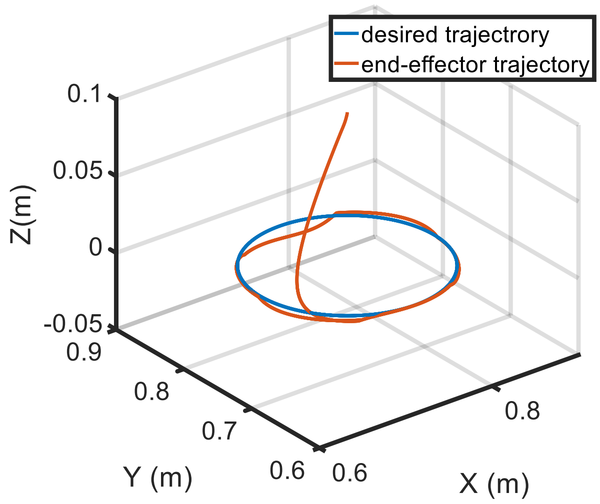
شکل ۵-۱۰ اثر بار سنگین اعمالی بر مجری نهایی در عملکرد روش تطبیقی مستقیم



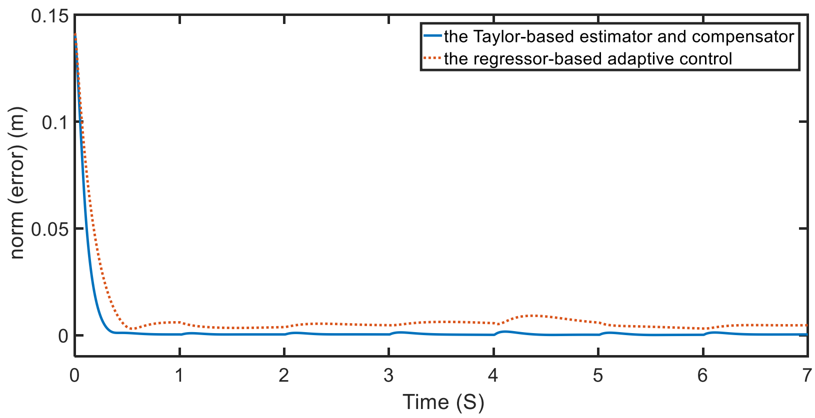
شکل ۵-۱۱ اثر بار سنگین اعمالی بر مجری نهایی در تلاش کنترلی روش تطبیقی مستقیم

۵-۵-۳- شبیه‌سازی سوم

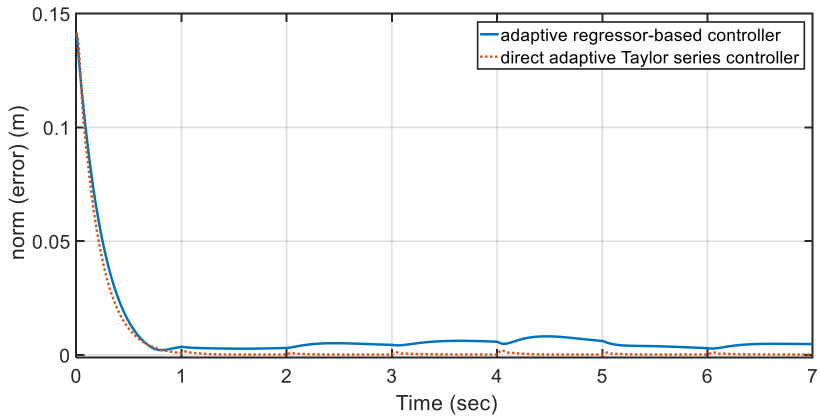
در این بخش به منظور ارزیابی عملکرد روش‌های کنترلی ارائه شده، روش کنترل تطبیقی ارائه شده در مرجع [۶۳] برای کنترل فضای‌کار بازوی رباتیک شبیه‌سازی می‌شود. در ساختار کنترلی ارائه شده در مرجع [۶۳]، از ماتریس رگرسور سینماتیکی استفاده می‌شود. شکل ۵-۱۲ نشان‌دهنده عملکرد کنترل تطبیقی مبتنی بر رگرسور می‌باشد. باید توجه داشت که به دلیل استفاده از ماتریس دینامیکی رگرسور در ساختار کنترلی، روش ارائه شده در مرجع [۶۳] بار محاسباتی بالایی دارد. برای مقایسه عملکرد روش‌های کنترلی ارائه شده در این فصل و کنترل‌کننده مرجع [۶۳]، نُرم خطای ردگیری این روش‌های کنترلی در شکل‌های ۵-۱۳ و ۵-۱۴ نشان داده شده‌اند. همانطور که مشاهده می‌شود عملکرد کنترل‌کننده‌های پیشنهادی در مقابل اغتشاش خارجی و بار سنگین اعمالی بر مجری نهایی مطلوب است.



شکل ۵-۱۲ عملکرد ردگیری کنترل تطبیقی مبتنی بر رگرسور



شکل ۵-۱۳ محاسبه $\|\tilde{X}\|$ برای روش‌های تطبیقی سری‌تیلور غیرمستقیم و مبتنی بر رگرسور



شکل ۵-۱۴ محاسبه $\|\tilde{X}\|$ برای روش‌های تطبیقی سری‌تیلور مستقیم و مبتنی بر رگرسور

فصل ۶. طراحی کنترل‌کننده سری‌تیلور تطبیقی غیرمستقیم با استفاده از راهبرد کنترل ولتاژ

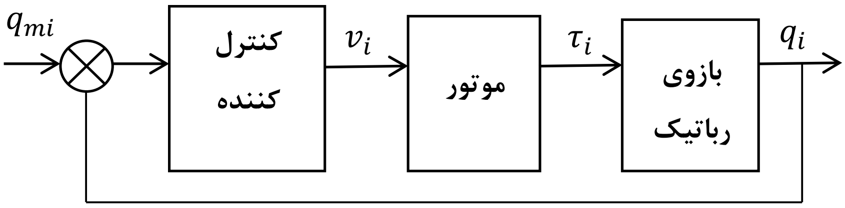
۶-۱- مقدمه

در فصل‌های پیشین سیستم‌های سری‌تیلور تطبیقی به خوبی در کنترل مقاوم بازوهای رباتیک مورد استفاده قرار گرفته است. سوال اساسی است که آیا می‌توان بدون اندازه‌گیری متغیر سرعت مفاصل و یا حتی بدون طراحی رویت‌گر، ساختار سیستم کنترل مبتنی بر سری‌تیلور را توسعه داد؟ در این فصل قصد داریم با استفاده از راهبرد کنترل ولتاژ و با پیشنهاد طرح نوین تطبیقی غیرمستقیم به منظور کنترل ردگیری مجانبی بازوهای رباتیک به این سوال پاسخ دهیم. در راهبرد کنترل ولتاژ، ربات و موتورهای متصل به مفاصل بصورت سیستم واحد بنام سیستم رباتیک در نظر گرفته می‌شود. بدین معنی که کنترل ربات به کنترل مفاصل ربات تبدیل شده و از آن جا که مفاصل ربات توسط موتورهای آن به حرکت در می‌آیند، مسئله کنترل ربات تبدیل به مسئله کنترل موتورهای آن می‌شود. این روش کنترلی پیشنهادی، هم در فضای‌مفصلی و هم در فضای‌کار فرمول‌بندی می‌شود. کنترل‌کننده مجهز به تقریب‌گر سری‌تیلور به منظور تقریب عدم‌قطعیت تجمعی و همچنین تقریب‌گر فازی به منظور تقریب کران بالای خطای مدلسازی استفاده می‌شود. در نتیجه علاوه بر تضمین همگرایی مجانبی خطای ردگیری، محدودیت تمامی سیگنال‌ها توسط تحلیل پایداری اثبات می‌شود.

۶-۲- کنترل تطبیقی غیرمستقیم سری‌تیلور با راهبرد کنترل ولتاژ در فضای‌مفصلی

به دلیل ساده‌تر بودن مدل دینامیکی موتورها در مقایسه با مدل دینامیکی بازوهای رباتیک، طراحی کنترل‌کننده بر مبنای مدل دینامیکی موتور، ساده‌تر می‌باشد. در طرح کنترل ولتاژ، ربات به عنوان بار موتور دیده شده و کنترل موقعیت هر مفصل توسط کنترل زاویه موتور صورت می‌گیرد. یکی از ویژگی‌های منحصربه‌فرد این طرح، تبدیل کنترل سیستم چند متغیره ربات، به کنترل موتورهای متصل به مفاصل آن می‌باشد که سیستم یک ورودی- یک خروجی است و در نتیجه با کنترل جداگانه

هر مفصل می‌توان ربات موردنظر را کنترل نمود. طرح کنترل ولتاژ ربات بر مبنای مدل موتور و آزاد از مدل ربات نخستین بار در مقاله [۴۹] معرفی‌شده است. شکل ۶-۱ دیاگرام کنترل ولتاژ موتور مفصل ربات را نمایش می‌دهد.



شکل ۶-۱ دیاگرام کنترل ولتاژ موتور مفصل ربات بصورت مفصل مستقل (در فضای‌مفصلی)

۶-۲-۱- پیشنهاد قانون کنترل مقاوم

معادله ولتاژ موتور ۲-۳ را به صورت مفصل مستقل در نظر بگیرید:

$$\hat{R}_i I_{ai} + \dot{q}_i + f_i = v_i \tag{۶-۱}$$

که در آن $\hat{R}_i$ مقدار نامی R_i و f_i بیانگر عدم‌قطعیت تجمعی می‌باشد که بصورت زیر فرمول‌بندی می‌شود:

$$f_i = (K_{bi} r_i^{-1} - 1)\dot{q}_i + \left(R_i - \hat{R}_i\right) I_{ai} + L_i \dot{I}_{ai} + \varphi_i(t) \tag{۶-۲}$$

خطای ردگیری را بدین صورت تعریف کنید:

$$e_i = q_{mi} - q_i \tag{۶-۳}$$

که در آن q_{mi} بیانگر مسیر مطلوب و $i = 1,2, \dots , n$. به منظور دستیابی به همگرایی مجانبی خطای ردگیری به صفر (یا به عبارت دیگر $\lim_{t\to\infty} e_i(t) = 0$)، می‌توان دینامیک خطای ردگیری را بدین صورت در نظر گرفت:

$$\dot{e}_i + k_{fi} e_i(t) = 0 \tag{۶-۴}$$

که در آن k_{fi} بهره پسخورد مثبت می‌باشد. با اعمال رابطه (۶-۱) به (۶-۴)، می‌توان قانون کنترل ایده‌آل با ساختار مفصل مستقل را به صورت زیر بدست آورد:

$$u_{ci}^* = \dot{q}_{mi} + k_{fi} e_i(t) + f_i + \hat{R}_i I_{ai} \tag{۶-۵}$$

به‌دلیل‌آنکه عدم‌قطعیت تجمعی f_i نامعلوم است، کنترل‌کننده ایده‌آل (۶-۵) غیرقابل پیاده‌سازی است. برای رفع این مشکل با بهره‌گیری از تقریب‌گر سری‌تیلور، عدم‌قطعیت تجمعی f_i را تقریب زده تا از تابع تقریب زده شده به عنوان تکمیل قانون کنترل استفاده شود.

قبل از ادامه طراحی کنترل‌کننده، علاوه بر فرض های ۱ و ۲، فرض زیر در این فصل به صورت زیر در نظر گرفته می‌شود:

فرض ۵: ولتاژ موتورها محدود باشند یعنی $|v| \le v_{max}$ که در آن v_{max} بیشینه ولتاژ مجاز است.

به منظور تقریب عدم‌قطعیت تجمعی، تقریب سری‌تیلور بدین صورت پیشنهاد می‌شود:

$$\begin{aligned}\hat{f}_i = \sum_{k_1=0}^{m_1} \frac{\hat{f}_i^{(k_1)}(e_{if_0})}{k_1!}\left(e_i - e_{if_0}\right)^{k_1} \\ = \frac{\hat{f}_i^{(0)}(e_{if_0})}{0!} + \frac{\hat{f}_i^{(1)}(e_{if_0})}{1!}\left(e_i - e_{if_0}\right)^{1} \\ + \frac{\hat{f}_i^{(2)}(e_{if_0})}{2!}\left(e_i - e_{if_0}\right)^{2} + \cdots \\ + \frac{\hat{f}_i^{(m_1)}(e_{if_0})}{m_1!}\left(e_i - e_{if_0}\right)^{m_1}\end{aligned} \tag{۶-۶}$$

که در آن $\hat{f}_i$ پاسخ خروجی تقریب‌گر پیشنهادی می‌باشد که بیانگر تعداد $m_1 + 1$ جمله تیلور $\hat{f}_i$ حول e_{if_0} می‌باشد. رابطه (۶-۶) را می‌توان بصورت زیر بازنویسی کرد:

$$\hat{f}_i = \widehat{\boldsymbol{\theta}}_{f_i}^T \boldsymbol{\xi}_{f_i} \tag{۶-۷}$$

که در آن $\widehat{\boldsymbol{\theta}}_{f_i}^T \in \mathbb{R}^{1\times(m_1+1)}$ بردار ضریب‌های سری‌تیلور و $\boldsymbol{\xi}_{f_i} \in \mathbb{R}^{(m_1+1)\times 1}$ بیانگر بردار رگرسور می‌باشد که بدین صورت معرفی می‌شوند:

$$\boldsymbol{\xi}_{f_i} = \left[1, \left(e_i - e_{if_0}\right)^1, \dots, \left(e_i - e_{if_0}\right)^{m_1}\right]^T \tag{۶-۸}$$

$$\widehat{\boldsymbol{\theta}}_{f_i}^T = \left[\frac{\hat{f}_i^{(0)}\left(e_{if_0}\right)}{0!}, \frac{\hat{f}_i^{(1)}\left(e_{if_0}\right)}{1!}, \dots, \frac{\hat{f}_i^{(m_1)}\left(e_{if_0}\right)}{m_1!}\right] \tag{۶-۹}$$

فرض کنید عدم‌قطعیت تجمعی f_i به صورت زیر مدلسازی شود:

$$f_i = \boldsymbol{\theta}_{f_i}^T \boldsymbol{\xi}_{f_i} + \varepsilon_{f_i} \tag{۶-۱۰}$$

ولتاژ موتور باید زیر محدوده مجاز $v_{max,i}$ قرار داشته باشد. بنابراین به منظور محافظت از موتور در مقابل اضافه ولتاژ، از محدودکننده ولتاژ برای هر موتور استفاده می‌شود. بنابراین قانون کنترل در ساختار مفصل مستقل بدین صورت پیشنهاد می‌شود:

$$v_i = h(u_i) \tag{۶-۱۱}$$

$$h(u_i) = \begin{cases} u_i & if\ |u_i| \le v_{max,i} \\ v_{max,i} sgn(u_i) & if\ \ v_{max,i} < |u_i| \end{cases} \tag{۶-۱۲}$$

$$u_i = \dot{q}_{mi} + k_{fi} e_i(t) + \hat{f}_i + \hat{R}_i I_{ai} + u_{rfi} \tag{۶-۱۳}$$

که در آن u_{rfi} عبارت مقاوم‌ساز می‌باشد که در بخش تحلیل پایداری پیشنهاد می‌شود.

مطابق راهبرد کنترل ولتاژ، قانون کنترل (۶-۱۱) تا (۶-۱۳) به منظور پسخورد اثر دینامیک‌های غیرخطی، دارای عبارت جریان موتور I_{ai} می‌باشد. برای درک بهتر این موضوع با جایگذاری معادله (۲-۱) در (۲-۲) داریم:

$$\left(\boldsymbol{K}_m^{-1}\boldsymbol{J}_m\boldsymbol{r}^{-1}+\boldsymbol{K}_m^{-1}\boldsymbol{r}\boldsymbol{D}(\boldsymbol{q})\right)\ddot{\boldsymbol{q}}+\left(\boldsymbol{K}_m^{-1}\boldsymbol{B}_m\boldsymbol{r}^{-1}+\boldsymbol{K}_m^{-1}\boldsymbol{r}\boldsymbol{C}(\boldsymbol{q},\dot{\boldsymbol{q}})\right)\dot{\boldsymbol{q}} + \boldsymbol{K}_m^{-1}\boldsymbol{r}\left(\boldsymbol{g}(\boldsymbol{q})+\boldsymbol{\tau}_f(\dot{\boldsymbol{q}})\right)=\boldsymbol{I}_a \qquad (۱۴\text{-}۶)$$

مطابق رابطه (۶-۱۴)، متغیر جریان موتور تابعی از دینامیک‌های مرتبه بالاتر شامل متغیرهای سرعت $\dot{\boldsymbol{q}}$ و شتاب $\ddot{\boldsymbol{q}}$ می‌باشد. بنابراین یکی از مزیت‌های قابل توجه راهبرد کنترل ولتاژ این است که به طور غیرمستقیم دینامیک‌های بازوی رباتیک در دسترس قرار می‌گیرند.

عدم‌قطعیت رابطه (۶-۲) شامل دینامیک‌های مدل نشده، $(K_{bi}r_i^{-1}-1)\dot{q}_i+L_i\dot{I}_{ai}$، عدم‌قطعیت پارامتری، $\left(R_i-\hat{R}_i\right)I_{ai}$، و اغتشاش خارجی، $\varphi_i(t)$ می‌باشد. ایده اصلی کنترل‌کننده پیشنهادی (۶-۱۱) تا (۶-۱۳) این است که عدم‌قطعیت‌های ساختاری (پارامتری) و غیرساختاری (دینامیک‌های مدل نشده و اغتشاش خارجی) را به نحوی جبران کند تا خطای ردگیری به صفر میل کند مادامی‌که $t\to\infty$. تقریب‌گر سری‌تیلور به عنوان تابع چندجمله‌ای خطای ردگیری تطبیقی به ساختار کنترل‌کننده اضافه شده است تا عدم‌قطعیت تجمعی تقریب زده شود. اما به دلیل اختلاف $\boldsymbol{f}$ و $\hat{\boldsymbol{f}}$ در فرآیند مدلسازی، با خطای تقریب $\boldsymbol{\varepsilon}_f$ مواجه هستیم. وجود خطای تقریب نه‌تنها عملکرد سیستم کنترل را تضعیف می‌کند، بلکه دستیابی به همگرایی مجانبی خطای ردگیری را با مشکل طراحی مواجه می‌سازد. برای حل این مشکل، عبارت مقاوم‌ساز u_{rfi} به قانون کنترل اضافه می‌شود تا علاوه بر بهبود عملکرد سیستم کنترل، همگرایی مجانبی خطای ردگیری تضمین شود.

در وضعیت $v_{max,i}<|u_i|$، با اعمال قانون کنترل (۶-۱۱) تا (۶-۱۳) به سیستم (۶-۱)، سیستم حلقه بسته بدین صورت بیان می‌شود:

$$\hat{R}_iI_{ai}+\dot{q}_i+f_i=v_{max,i}sgn(u_i) \qquad (۱۵\text{-}۶)$$

با در نظر گرفتن (۶-۱۵)، تلاش کنترلی در بیشینه مقدار خود به منظور کاهش خطای ردگیری قرار دارد. در نهایت در وضعیت $|u_i|\le v_{max,i}$ و با در نظر گرفتن روابط (۶-۱۱) تا (۶-۱۳) و (۶-۱) داریم:

$$\hat{R}_i I_{ai} + \dot{q}_i + f_i = \dot{q}_{mi} + k_{fi} e_i(t) + \hat{f}_i + \hat{R}_i I_{ai} + u_{rfi} \qquad (۱۶-۶)$$

بنابراین با استفاده از رابطه (۶-۱۶)، سیستم حلقه بسته بدین صورت بدست می‌آید:

$$\dot{e}_i(t) + k_{fi} e_i(t) = f_i - \hat{f}_i - u_{rfi} \qquad (۱۷-۶)$$

با اعمال روابط (۶-۷) و (۶-۱۰) در (۶-۱۷)، دینامیک‌های خطای ردگیری را می‌توان بدین‌شکل بازنویسی کرد:

$$\dot{e}_i(t) + k_{fi} e_i(t) = w_i \qquad (۱۸-۶)$$

که در آن

$$w_i = \left(\boldsymbol{\theta}_{f_i} - \widehat{\boldsymbol{\theta}}_{f_i}\right)\boldsymbol{\xi}_{f_i} + \varepsilon_{f_i} - u_{rfi} \qquad (۱۹-۶)$$

تخمین‌گر سری‌تیلور پیشنهادی $\hat{f}_i$ معرفی‌شده در (۶-۷) می‌تواند عدم‌قطعیت تجمعی f_i در رابطه (۶-۱۰) را تقریب بزند. داریم:

$$\left|f_i - \hat{f}_i\right| < \mu_i(t) \qquad (۲۰-۶)$$

که در آن $\mu_i(t) > 0$ کران بالای خطای عدم‌قطعیت می‌باشد. با اعمال روابط (۶-۷) و (۶-۱۰) در (۶-۲۰) داریم:

$$\left|\left(\boldsymbol{\theta}_{f_i} - \widehat{\boldsymbol{\theta}}_{f_i}\right)\boldsymbol{\xi}_{f_i} + \varepsilon_{f_i}\right| < \mu_i(t) \qquad (۲۱-۶)$$

می‌توان رابطه (۶-۲۱) را بدین صورت بازنویسی کرد:

$$-\mu_i(t) - \left(\boldsymbol{\theta}_{f_i} - \widehat{\boldsymbol{\theta}}_{f_i}\right)\boldsymbol{\xi}_{f_i} < \varepsilon_{u_i} < \mu_i(t) - \left(\boldsymbol{\theta}_{f_i} - \widehat{\boldsymbol{\theta}}_{f_i}\right)\boldsymbol{\xi}_{f_i} \qquad (۲۲-۶)$$

با استفاده از (۶-۲۲)، می‌توان کران بالای ε_{u_i} را بدین صورت توصیف کرد:

$$\left|\varepsilon_{u_i}\right| < \left|\mu_i(t) - \left(\boldsymbol{\theta}_{f_i} - \widehat{\boldsymbol{\theta}}_{f_i}\right)\boldsymbol{\xi}_{f_i}\right| \qquad (۲۳-۶)$$

فرض کنید که $x,y \in \mathbb{R}$ ، با در نظر گرفتن نامساوی مثلثی (یعنی $|x+y| \leq |x|+|y|$).
نامساوی زیر برقرار است:

$$|x-y| \leq |x|+|y| \tag{۶-۲۴}$$

با در نظر گرفتن رابطه (۶-۲۴)، به راحتی می‌توان رابطه (۶-۲۳) را بدین‌شکل توصیف کرد:

$$\left|\varepsilon_{u_i}\right| < \eta_i(t) \tag{۶-۲۵}$$

که در آن $\eta_i(t)$ کران بالای خطای تقریب می‌باشد که بدین‌شکل معرفی می‌شود:

$$\eta_i(t) = |\mu_i(t)| + \left|\left(\boldsymbol{\theta}_{f_i} - \widehat{\boldsymbol{\theta}}_{f_i}\right)\boldsymbol{\xi}_{f_i}\right| \tag{۶-۲۶}$$

همانطور که قبلا گفته شد، به منظور اطمینان از همگرایی مجانبی خطای ردگیری، عبارت مقاوم‌ساز به ساختار کنترل‌کننده پیشنهادی اضافه شده است. از سوی دیگر عبارت مقاوم‌ساز نیازمند تقریب کران بالای خطای تقریب می‌باشد. در نتیجه در این فصل از سیستم تطبیقی فازی با بهره‌گیری از موتور استنتاج فازی، فازی‌ساز منفرد و غیرفازی‌ساز میانگین مراکز [۸۳] به منظور تقریب $\eta_i(t)$ بدین صورت استفاده می‌شود:

$$\hat{\eta}_i = \sum_{l=1}^{5} \hat{\theta}_{il}\,\psi_{il} = \widehat{\boldsymbol{\theta}}_{\eta_i}^T \boldsymbol{\psi}_{\eta_i} \tag{۶-۲۷}$$

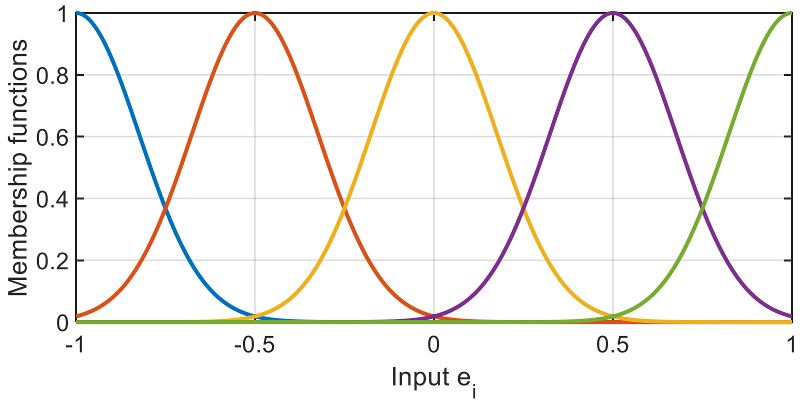
که در آن $\boldsymbol{\psi}_{\eta_i} = [\psi_{i1}, \psi_{i2}, \psi_{i3}, \psi_{i4}, \psi_{i5}]^T$ بردار رگرسور مثبت می‌باشد که بدین‌شکل تعریف می‌شود:

$$\psi_{il} = \frac{\mu_{A_l}(e_i)}{\sum_{l=1}^{5} \mu_{A_l}(e_i)} \tag{۶-۲۸}$$

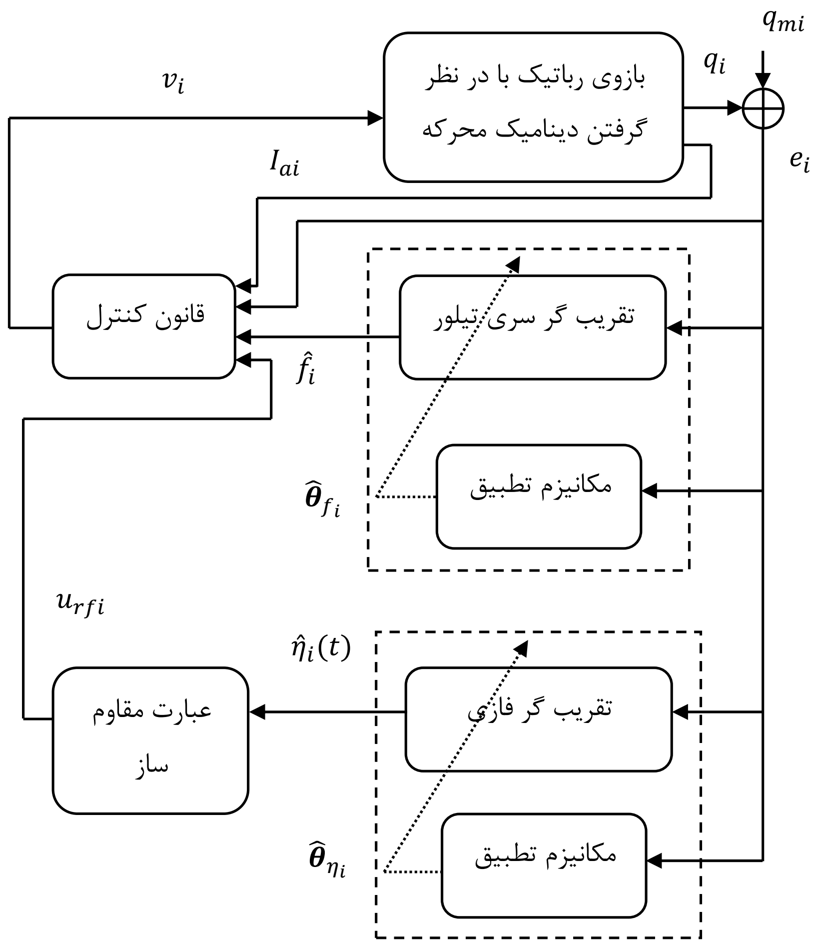
که در آن $\mu_{A_l}(e_i)$ به صورت توابع تعلق گوسین تعریف می‌شوند که به متغیر فازی e_i تعلق دارند (به شکل ۶-۲ مراجعه کنید) و $\widehat{\boldsymbol{\theta}}_{\eta_i}^T$ بردار بهره تطبیقی به فرم زیر معرفی می‌شود:

$$\widehat{\boldsymbol{\theta}}_{\eta_i}^T = [\hat{\theta}_{i1}, \hat{\theta}_{i2}, \hat{\theta}_{i3}, \hat{\theta}_{i4}, \hat{\theta}_{i5}] \qquad (۶-۲۹)$$

که در آن $\widehat{\boldsymbol{\theta}}_{\eta_i}$ با قانون تطبیقی که در تحلیل پایداری پیش‌رو بدست می‌آید؛ محاسبه می‌شود. ساختار روش کنترل پیشنهادی در شکل ۶-۳ نشان داده شده است.



شکل ۶-۲ توابع تعلق سیستم فازی



شکل ۶-۳ دیاگرام بلوکی روش کنترلی پیشنهادی تطبیقی غیرمستقیم

قضیه ۵. چنانچه سیستم (۲-۱) تا (۲-۳) با بهره‌گیری از کنترل‌کننده (۶-۱۱) تا (۶-۱۳) جبران‌سازی شود، خطای ردگیری e_i به طور مجانبی به صفر همگرا می‌شود و تمامی سیگنال‌ها محدود باقی می‌مانند.

اثبات قضیه ۵. تابع معین مثبت بدین صورت پیشنهاد می‌شود:

$$V=\frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n}e_i^2+\frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n}\frac{1}{\gamma_i}\left(\boldsymbol{\theta}_{f_i}^T-\widehat{\boldsymbol{\theta}}_{f_i}^T\right)\left(\boldsymbol{\theta}_{f_i}-\widehat{\boldsymbol{\theta}}_{f_i}\right)+\frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n}\frac{1}{\lambda_i}\left(\boldsymbol{\theta}_{\eta_i}^T-\widehat{\boldsymbol{\theta}}_{\eta_i}^T\right)\left(\boldsymbol{\theta}_{\eta_i}-\widehat{\boldsymbol{\theta}}_{\eta_i}\right) \tag{۶-۳۰}$$

که در آن γ_i و λ_i ضریب‌های ثابت هستند. با مشتق‌گیری از تابع V داریم:

$$\dot{V}=\sum_{i=1}^{n}\dot{e}_i\,e_i-\sum_{i=1}^{n}\frac{1}{\gamma_i}\left(\boldsymbol{\theta}_{f_i}^T-\widehat{\boldsymbol{\theta}}_{f_i}^T\right)\dot{\widehat{\boldsymbol{\theta}}}_{f_i}-\sum_{i=1}^{n}\frac{1}{\lambda_i}\left(\boldsymbol{\theta}_{\eta_i}^T-\widehat{\boldsymbol{\theta}}_{\eta_i}^T\right)\dot{\widehat{\boldsymbol{\theta}}}_{\eta_i} \tag{۶-۳۱}$$

با جایگذاری رابطه (۶-۱۸) در (۶-۳۱) داریم:

$$\dot{V}=-\sum_{i=1}^{n}k_{fi}e_i^2+\sum_{i=1}^{n}e_iw_i-\sum_{i=1}^{n}\frac{1}{\gamma_i}\left(\boldsymbol{\theta}_{f_i}^T-\widehat{\boldsymbol{\theta}}_{f_i}^T\right)\dot{\widehat{\boldsymbol{\theta}}}_{f_i}-\sum_{i=1}^{n}\frac{1}{\lambda_i}\left(\boldsymbol{\theta}_{\eta_i}^T-\widehat{\boldsymbol{\theta}}_{\eta_i}^T\right)\dot{\widehat{\boldsymbol{\theta}}}_{\eta_i} \tag{۶-۳۲}$$

سپس با استفاده از رابطه (۶-۱۹)، می‌توان رابطه (۶-۳۲) را بدین صورت نشان داد:

$$\dot{V}=-\sum_{i=1}^{n}k_{fi}e_i^2+\sum_{i=1}^{n}e_i\left(\boldsymbol{\theta}_{f_i}^T-\widehat{\boldsymbol{\theta}}_{f_i}^T\right)\boldsymbol{\xi}_{f_i}+\sum_{i=1}^{n}e_i\varepsilon_{f_i}-\sum_{i=1}^{n}e_iu_{rfi}-\sum_{i=1}^{n}\frac{1}{\gamma_i}\left(\boldsymbol{\theta}_{f_i}^T-\widehat{\boldsymbol{\theta}}_{f_i}^T\right)\dot{\widehat{\boldsymbol{\theta}}}_{f_i}-\sum_{i=1}^{n}\frac{1}{\lambda_i}\left(\boldsymbol{\theta}_{\eta_i}^T-\widehat{\boldsymbol{\theta}}_{\eta_i}^T\right)\dot{\widehat{\boldsymbol{\theta}}}_{\eta_i} \tag{۶-۳۳}$$

با استفاده از کران بالای خطای تقریب (۶-۲۵)، می‌توان رابطه (۶-۳۳) را بدین صورت نوشت:

$$\dot{V} \leq -\sum_{i=1}^{n} k_{fi} e_i^2 + \sum_{i=1}^{n} e_i \left(\boldsymbol{\theta}_{f_i}^T - \widehat{\boldsymbol{\theta}}_{f_i}^T\right) \boldsymbol{\xi}_{f_i} + \sum_{i=1}^{n} |e_i| \eta_i(t) - \sum_{i=1}^{n} e_i u_{rfi}$$
$$- \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{\gamma_i} \left(\boldsymbol{\theta}_{f_i}^T - \widehat{\boldsymbol{\theta}}_{f_i}^T\right) \dot{\widehat{\boldsymbol{\theta}}}_{f_i} - \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{\lambda_i} \left(\boldsymbol{\theta}_{\eta_i}^T - \widehat{\boldsymbol{\theta}}_{\eta_i}^T\right) \dot{\widehat{\boldsymbol{\theta}}}_{\eta_i} \qquad (۶-۳۴)$$

عبارت مقاوم‌ساز u_{rfi} را بدین صورت انتخاب کنید:

$$u_{rfi} = \frac{\hat{\eta}_i^2(t) e_i}{|\hat{\eta}_i(t) e_i| + \delta_i exp(-\sigma_i t)} \qquad (۶-۳۵)$$

که در آن δ_i و σ_i اسکالرهای مثبت هستند. با اعمال رابطه (۶-۳۵) در (۶-۳۴) داریم:

$$\dot{V} \leq -\sum_{i=1}^{n} k_{fi} e_i^2 + \sum_{i=1}^{n} e_i \left(\boldsymbol{\theta}_{f_i}^T - \widehat{\boldsymbol{\theta}}_{f_i}^T\right) \boldsymbol{\xi}_{f_i} + \sum_{i=1}^{n} |e_i| \eta_i(t)$$
$$- \sum_{i=1}^{n} \frac{\hat{\eta}_i^2(t) e_i^2}{|\hat{\eta}_i(t) e_i| + \delta_i exp(-\sigma_i t)} - \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{\gamma_i} \left(\boldsymbol{\theta}_{f_i}^T - \widehat{\boldsymbol{\theta}}_{f_i}^T\right) \dot{\widehat{\boldsymbol{\theta}}}_{f_i} \qquad (۶-۳۶)$$
$$- \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{\lambda_i} \left(\boldsymbol{\theta}_{\eta_i}^T - \widehat{\boldsymbol{\theta}}_{\eta_i}^T\right) \dot{\widehat{\boldsymbol{\theta}}}_{\eta_i}$$

بنابراین می‌توان رابطه (۶-۳۶) را بدین صورت در نظر گرفت:

$$\dot{V} \leq -\sum_{i=1}^{n} k_{fi} e_i^2 + \sum_{i=1}^{n} e_i \left(\boldsymbol{\theta}_{f_i}^T - \widehat{\boldsymbol{\theta}}_{f_i}^T\right) \boldsymbol{\xi}_{f_i} + \sum_{i=1}^{n} |e_i| \eta_i(t)$$
$$- \sum_{i=1}^{n} |e_i| \hat{\eta}_i(t) - \sum_{i=1}^{n} \frac{\hat{\eta}_i^2(t) e_i^2}{|\hat{\eta}_i(t) e_i| + \delta_i exp(-\sigma_i t)}$$
$$+ \sum_{i=1}^{n} |e_i| \hat{\eta}_i(t) - \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{\gamma_i} \left(\boldsymbol{\theta}_{f_i}^T - \widehat{\boldsymbol{\theta}}_{f_i}^T\right) \dot{\widehat{\boldsymbol{\theta}}}_{f_i} \qquad (۶-۳۷)$$
$$- \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{\lambda_i} \left(\boldsymbol{\theta}_{\eta_i}^T - \widehat{\boldsymbol{\theta}}_{\eta_i}^T\right) \dot{\widehat{\boldsymbol{\theta}}}_{\eta_i}$$

به بیان دیگر

$$\dot{V} \le -\sum_{i=1}^{n} k_{fi} e_i^2 + \sum_{i=1}^{n} e_i \left(\boldsymbol{\theta}_{f_i}^T - \widehat{\boldsymbol{\theta}}_{f_i}^T \right) \boldsymbol{\xi}_{f_i} + \sum_{i=1}^{n} |e_i| \left(\boldsymbol{\theta}_{\eta_i}^T - \widehat{\boldsymbol{\theta}}_{\eta_i}^T \right) \boldsymbol{\psi}_{\boldsymbol{\eta}_i}$$
$$- \sum_{i=1}^{n} \frac{\hat{\eta}_i^2(t) e_i^2}{|\hat{\eta}_i(t) e_i| + \delta_i exp(-\sigma_i t)} + \sum_{i=1}^{n} |e_i| \hat{\eta}_i(t) \qquad (۳۸\text{-}۶)$$
$$- \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{\gamma_i} \left(\boldsymbol{\theta}_{f_i}^T - \widehat{\boldsymbol{\theta}}_{f_i}^T \right) \dot{\widehat{\boldsymbol{\theta}}}_{f_i} - \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{\lambda_i} \left(\boldsymbol{\theta}_{\eta_i}^T - \widehat{\boldsymbol{\theta}}_{\eta_i}^T \right) \dot{\widehat{\boldsymbol{\theta}}}_{\eta_i}$$

بنابراین می‌توان رابطه (۶-۳۸) را بدین صورت بازنویسی کرد:

$$\dot{V} \le -\sum_{i=1}^{n} k_{fi} e_i^2 + \sum_{i=1}^{n} e_i \left(\boldsymbol{\theta}_{f_i}^T - \widehat{\boldsymbol{\theta}}_{f_i}^T \right) \boldsymbol{\xi}_{f_i} + \sum_{i=1}^{n} |e_i| \left(\boldsymbol{\theta}_{\eta_i}^T - \widehat{\boldsymbol{\theta}}_{\eta_i}^T \right) \boldsymbol{\psi}_{\boldsymbol{\eta}_i}$$
$$+ \sum_{i=1}^{n} \frac{\delta_i exp(-\sigma_i t) |\hat{\eta}_i(t) e_i|}{|\hat{\eta}_i(t) e_i| + \delta_i exp(-\sigma_i t)} - \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{\gamma_i} \left(\boldsymbol{\theta}_{f_i}^T - \widehat{\boldsymbol{\theta}}_{f_i}^T \right) \dot{\widehat{\boldsymbol{\theta}}}_{f_i} \qquad (۳۹\text{-}۶)$$
$$- \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{\lambda_i} \left(\boldsymbol{\theta}_{\eta_i}^T - \widehat{\boldsymbol{\theta}}_{\eta_i}^T \right) \dot{\widehat{\boldsymbol{\theta}}}_{\eta_i}$$

با انتخاب قوانین تطبیق به صورت زیر

$$\dot{\widehat{\boldsymbol{\theta}}}_{\eta_i} = \lambda_i |e_i| \boldsymbol{\psi}_{\eta_i} \qquad (۴۰\text{-}۶)$$

$$\dot{\widehat{\boldsymbol{\theta}}}_{f_i} = \gamma_i e_i \boldsymbol{\xi}_{f_i} \qquad (۴۱\text{-}۶)$$

رابطه (۶-۳۹) به شکل زیر تبدیل می‌شود:

$$\dot{V} \le -\sum_{i=1}^{n} k_{fi} e_i^2 + \sum_{i=1}^{n} \frac{\delta_i exp(-\sigma_i t) |\hat{\eta}_i(t) e_i|}{|\hat{\eta}_i(t) e_i| + \delta_i exp(-\sigma_i t)} \qquad (۴۲\text{-}۶)$$

به‌دلیل‌آنکه به ازای $a_1, a_2 > 0$ رابطه $\frac{a_1 a_2}{a_1 + a_2} < a_1$ برقرار است، می‌توان رابطه (۶-۴۲) را بدین صورت نوشت:

$$\dot{V} \le -\sum_{i=1}^{n} k_{fi} e_i^2 + \sum_{i=1}^{n} \delta_i exp(-\sigma_i t) \qquad (۴۳\text{-}۶)$$

خطای ردگیری مفصلی e_i کاهش می‌یابد اگر $\dot{V}_i < 0$ باشد. بنابراین برقراری $\dot{V}_i < 0$ این نتیجه را می‌دهد که

$$-k_{fi}e_i^2 + \delta_i\, exp(-\sigma_i t) < 0 \qquad (۴۴\text{-}۶)$$

به بیان دیگر

$$|e_i| > \sqrt{\frac{\delta_i\, exp(-\sigma_i t)}{k_{fi}}} \triangleq \Xi_i \qquad (۴۵\text{-}۶)$$

مطابق رابطه (۶-۴۵)، $\dot{V}_i < 0$ مادامی‌که $|e_i| > \Xi_i$. به عبارت دیگر، اندازه خطای ردگیری مفصلی e_i در خارج از دایره‌ای به شعاع Ξ_i، کاهش می‌یابد. از سوی دیگر $\dot{V}_i > 0$ مادامی‌که $|e_i| < \Xi_i$ که بدین معناست که اندازه خطای ردگیری مفصلی e_i در داخل دایره‌ای به شعاع Ξ_i، افزایش می‌یابد. بنابراین در هر لحظه زمانی خطای ردگیری مفصلی محدود باقی می‌ماند. بیان این نکته ضروری است که با توجه به رابطه (۶-۴۵)، شعاع Ξ_i با در نظر گرفتن $t \to \infty$ به صفر میل می‌کند. در نتیجه کنترل‌کننده پیشنهادی طوری طراحی شده است که هم برای وضعیت $|e_i| > \Xi_i$ و هم $|e_i| < \Xi_i$، خطای ردگیری به طور مجانبی به سمت صفر میل می‌کند.

با در نظر گرفتن روابط (۶-۴۰) و (۶-۴۱)، می‌توان نتیجه گرفت که $\widehat{\boldsymbol{\theta}}_{f_i}$ و $\widehat{\boldsymbol{\theta}}_{\eta_i}$ محدود هستند. بعلاوه مطابق روابط (۶-۲۷)، (۶-۷) و (۶-۳۵)، به‌ترتیب $\hat{\eta}_i(t)$، $\hat{f}_i$ و u_{rfi} محدود هستند. چنانچه رابطه ولتاژ (۲-۳) در فرم اسکالر را در I_{ai} ضرب کرده و با انجام کمی محاسبات، محدود بودن سرعت مفصل به صورت رابطه $|\dot{q}_i| \le K_{bi}^{-1} r_i(\varphi_{max,i} + v_{max,i})$ قابل اثبات می‌باشد [۷۷].

از رابطه (۲-۳)، می‌توان معادله مفصل مستقل را برای هر موتور بدین صورت نوشت:

$$R_i I_{ai} + L_i \dot{I}_{ai} = \omega_i \qquad (۴۶\text{-}۶)$$

$$\omega_i = v_i - K_{bi} r_i^{-1} \dot{q}_i - \varphi_i(t) \qquad (۴۷\text{-}۶)$$

متغیرهای $\dot{q}_i$، $\varphi_i(t)$ و v_i محدود هستند. بنابراین ورودی ω_i در (۶-۴۷) محدود است. از طرفی با توجه به معیار راث – هرویتز، معادله دیفرانسیل خطی (۶-۴۶)، سیستم خطی پایدار می‌باشد. به دلیل محدودیت ورودی ω_i، خروجی I_{ai} نیز محدود باقی می‌ماند. بنابراین پایداری تمامی متغیرهای سیستم تضمین می‌شود. با استفاده از روابط (۲-۱) تا (۲-۳)، مدل فضای حالت سیستم را می‌توان بدین‌شکل نوشت:

$$\dot{\mathbf{Z}} = \boldsymbol{h}(\mathbf{Z}) + \boldsymbol{b}\boldsymbol{v} - \boldsymbol{b}\boldsymbol{\varphi}(t) \tag{۶-۴۸}$$

که در آن $\boldsymbol{v}$ ورودی‌های سیستم، $\mathbf{Z}$ بردار حالت سیستم و $\boldsymbol{h}(\mathbf{Z})$ به صورت زیر فرمول‌بندی می‌شود:

$$\boldsymbol{h}(\mathbf{Z}) = \begin{bmatrix} \mathbf{Z}_2 \\ \left(\boldsymbol{J}\boldsymbol{r}^{-1} + \boldsymbol{r}\boldsymbol{D}(\mathbf{Z}_1)\right)^{-1}\left(-\left(\boldsymbol{B}\boldsymbol{r}^{-1} + \boldsymbol{r}\boldsymbol{C}(\mathbf{Z}_1,\mathbf{Z}_2)\right)\mathbf{Z}_2 - \boldsymbol{r}\boldsymbol{g}(\mathbf{Z}_1) + \boldsymbol{K}_m\mathbf{Z}_3 - \boldsymbol{r}\boldsymbol{\tau}_f(\mathbf{Z}_2)\right) \\ -\boldsymbol{L}^{-1}(\boldsymbol{K}_b\boldsymbol{r}^{-1}\mathbf{Z}_2 + \boldsymbol{R}\mathbf{Z}_3) \end{bmatrix} \tag{۶-۴۹}$$

$$\boldsymbol{b} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \boldsymbol{L}^{-1} \end{bmatrix},\ \ \mathbf{Z} = \begin{bmatrix} \mathbf{Z}_1 \\ \mathbf{Z}_2 \\ \mathbf{Z}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{q} \\ \dot{\boldsymbol{q}} \\ \boldsymbol{I}_a \end{bmatrix} \tag{۶-۵۰}$$

در سمت راست معادله سیستم حلقه بسته (۶-۴۸)، $\boldsymbol{h}(\mathbf{Z})$، $\boldsymbol{v}$ و $\boldsymbol{\varphi}(t)$ محدود هستند و $\boldsymbol{b}$ بردار ثابت می‌باشد. بنابراین بردار $\dot{\mathbf{Z}}$ محدود باقی می‌ماند که در نتیجه متغیرهای $\ddot{\boldsymbol{q}}$ و $\dot{\boldsymbol{I}}_a$ محدود باقی می‌مانند. بنابراین طرح کنترلی پیشنهادی محدودیت عدم‌قطعیت f_i در (۶-۲) را نتیجه می‌دهد.

۶-۳- طراحی کنترل تطبیقی غیرمستقیم سری‌تیلور با راهبرد کنترل ولتاژ در فضای‌کار

هدف کنترلی این بخش پیشنهاد روش کنترلی تطبیقی غیرمستقیم فازی – سری‌تیلور می‌باشد به‌نحوی‌که موقعیت فضای‌کار $\boldsymbol{X} \in \mathbb{R}^3$، سیگنال مطلوب محدود $\boldsymbol{X}_d \in \mathbb{R}^3$ را دنبال کند. در فضای‌کار، موقعیت و سرعت به‌ترتیب به صورت $\boldsymbol{X} \in \mathbb{R}^3$ و $\dot{\boldsymbol{X}} \in \mathbb{R}^3$ تعریف می‌شوند. بردار سرعت

فضای‌مفصلی $\dot{\boldsymbol{q}}$ توسط ماتریس ژاکوبین $\boldsymbol{J}(\boldsymbol{q}) \in \mathbb{R}^{3\times n}$ به بردار سرعت فضای‌کار $\dot{\boldsymbol{X}}$ به صورت زیر مرتبط می‌شود:

$$\dot{\boldsymbol{X}} = \boldsymbol{J}(\boldsymbol{q})\dot{\boldsymbol{q}} \tag{۵۱-۶}$$

با اعمال رابطه (۶-۵۱) به (۲-۳)، معادله ولتاژ بدین‌شکل بازنویسی می‌شود:

$$\boldsymbol{R}\boldsymbol{I}_a + \boldsymbol{L}\dot{\boldsymbol{I}}_a + \boldsymbol{K}_b\boldsymbol{r}^{-1}\boldsymbol{J}_s(\boldsymbol{q})\dot{\boldsymbol{X}} + \boldsymbol{\varphi}(t) = \boldsymbol{v} \tag{۵۲-۶}$$

که در آن $\boldsymbol{J}_s(\boldsymbol{q})$ معکوس تعمیم یافته ماتریس ژاکوبین می‌باشد و بدین صورت تعریف می‌شود:

$$\boldsymbol{J}_s(\boldsymbol{q}) = \boldsymbol{J}^T(\boldsymbol{q})\big(\boldsymbol{J}(\boldsymbol{q})\boldsymbol{J}^T(\boldsymbol{q})\big)^{-1} \tag{۵۳-۶}$$

بنابراین می‌توان رابطه (۶-۵۲) را بدین‌شکل بیان کرد:

$$\hat{\boldsymbol{J}}_s(\boldsymbol{q})\big(\dot{\boldsymbol{X}} + \hat{\boldsymbol{R}}\boldsymbol{I}_a + \boldsymbol{h}\big) = \boldsymbol{v} \tag{۵۴-۶}$$

که در آن $\hat{\boldsymbol{J}}_s(\boldsymbol{q})$ مقدار نامی $\boldsymbol{J}_s(\boldsymbol{q})$ و $\boldsymbol{h}$ بیانگر عدم‌قطعیت تجمعی می‌باشد و می‌توان آن را بدین صورت فرمول‌بندی کرد:

$$\boldsymbol{h} = \frac{1}{\hat{\boldsymbol{J}}_s}\Big(\big(\boldsymbol{K}_b\boldsymbol{r}^{-1}\boldsymbol{J}_s(\boldsymbol{q}) - \hat{\boldsymbol{J}}_s\big)\dot{\boldsymbol{X}} + \big(\boldsymbol{R} - \hat{\boldsymbol{J}}_s\hat{\boldsymbol{R}}\big)\boldsymbol{I}_a + \boldsymbol{L}\dot{\boldsymbol{I}}_a + \boldsymbol{\varphi}(t)\Big) \tag{۵۵-۶}$$

خطای ردگیری فضای‌کار را بدین صورت تعریف کنید:

$$\tilde{\boldsymbol{X}}_{3\times 1} = \boldsymbol{X}_d - \boldsymbol{X} \tag{۵۶-۶}$$

به منظور دستیابی به همگرایی مجانبی خطای ردگیری فضای‌کار به صفر (یعنی $\lim_{t\to\infty}\tilde{\boldsymbol{X}}(t) = 0$)، دینامیک‌های خطای ردگیری فضای‌کار را می‌توان بدین‌شکل در نظر گرفت:

$$\dot{\tilde{\boldsymbol{X}}} + \boldsymbol{k}_f'\tilde{\boldsymbol{X}}(t) = 0 \tag{۵۷-۶}$$

که در آن $\boldsymbol{k}_f' > 0$ ماتریس قطری بهره پسخورد می‌باشد. با در نظر گرفتن روابط (۶-۵۴) و (۶-۵۷)، می‌توان کنترل‌کننده ایده‌آل را بدین‌شکل پیشنهاد داد:

$$\boldsymbol{u}_c^* = \hat{\boldsymbol{J}}_s\left(\dot{\boldsymbol{X}}_d + \boldsymbol{k}_f'\widetilde{\boldsymbol{X}}(t) + \boldsymbol{h} + \widehat{\boldsymbol{R}}\boldsymbol{I}_a\right) \qquad (۵۸\text{-}۶)$$

با توجه به اینکه عدم‌قطعیت $\boldsymbol{h}$ نامعلوم است، کنترل‌کننده (۶-۵۸) غیرقابل استفاده می‌باشد. بنابراین قانون کنترل مقاوم را می‌توان بدین صورت پیشنهاد داد:

$$\boldsymbol{v} = l(\boldsymbol{u}) \qquad (۵۹\text{-}۶)$$

$$l(\boldsymbol{u}) = \begin{cases} \boldsymbol{u} & if\ \|\boldsymbol{u}\| \le v_{max} \\ v_{max}sgn(\boldsymbol{u}) & if\ \ v_{max} < \|\boldsymbol{u}\| \end{cases} \qquad (۶۰\text{-}۶)$$

$$\boldsymbol{u} = \hat{\boldsymbol{J}}_s\left(\dot{\boldsymbol{X}}_d + \boldsymbol{k}_f'\widetilde{\boldsymbol{X}}(t) + \widehat{\boldsymbol{h}} + \widehat{\boldsymbol{R}}\boldsymbol{I}_a + \boldsymbol{u}_{rf}'\right) \qquad (۶۱\text{-}۶)$$

که در آن $\widehat{\boldsymbol{h}}$ تقریب تابع غیرخطی $\boldsymbol{h}$ با استفاده از تقریب‌گر سری‌تیلور می‌باشد و $\boldsymbol{u}_{rf}'$ عبارت مقاوم‌ساز است. در این فصل تقریب‌گر سری‌تیلور بدین صورت پیشنهاد می‌شود:

$$\widehat{\boldsymbol{h}} = \left[\hat{h}_1\left(\tilde{X}(1)\right), \hat{h}_2\left(\tilde{X}(2)\right), \hat{h}_3\left(\tilde{X}(3)\right)\right]^T \qquad (۶۲\text{-}۶)$$

که در آن

$$\hat{h}_i\left(\tilde{X}(i)\right) = \sum_{k_2=0}^{m_2} \frac{\hat{h}_i^{(k_2)}\left(\tilde{X}_0(i)\right)}{k_2!}\left(\tilde{X}(i) - \tilde{X}_0(i)\right)^{k_2}, \qquad i = 1,2,3 \qquad (۶۳\text{-}۶)$$

که در آن $\tilde{X}(i) \in R$ عنصر i اُم $\widetilde{\boldsymbol{X}}$ و $\hat{h}_i\left(\tilde{X}(i)\right)$ پاسخ خروجی تقریب‌گر می‌باشد که از $m_2 + 1$ جمله تیلور حول $\tilde{X}_0(i)$ تشکیل می‌شود. می‌توان تقریب‌گر سری‌تیلور $\hat{h}_i$ در رابطه (۶-۶۳) را بدین صورت بازنویسی کرد:

$$\hat{h}_i = \widehat{\boldsymbol{\theta}}_{h_i}^T \boldsymbol{\xi}_{h_i} \qquad (۶۴\text{-}۶)$$

که در آن $\widehat{\boldsymbol{\theta}}_{h_i}$ بردار ضریب‌های سری‌تیلور و $\boldsymbol{\xi}_{h_i}$ بردار رگرسور می‌باشند که بدین صورت تعریف می‌شوند:

$$\widehat{\boldsymbol{\theta}}_{h_i}^T = \left[\frac{\hat{h}_i^{(0)}\left(\tilde{X}_0(i)\right)}{0!}, \frac{\hat{h}_i^{(1)}\left(\tilde{X}_0(i)\right)}{1!}, \dots, \frac{\hat{h}_i^{(m_2)}\left(\tilde{X}_0(i)\right)}{m_2!}\right] \qquad (۶۵\text{-}۶)$$

$$\boldsymbol{\xi}_{h_i} = \left[1, \left(\tilde{X}(i) - \tilde{X}_0(i)\right)^1, \dots, \left(\tilde{X}(i) - \tilde{X}_0(i)\right)^{m_2}\right]^T \tag{۶-۶۶}$$

می‌توان تابع غیرخطی نامعلوم h_i را بدین صورت مدلسازی کرد:

$$h_i = \boldsymbol{\theta}_{h_i}^T \boldsymbol{\xi}_{h_i} + \varepsilon_{h_i} \tag{۶-۶۷}$$

در وضعیتی که $\|\boldsymbol{u}\| > v_{max}$، تلاش کنترلی در بیشینه مقدار خود به منظور کاهش خطای ردگیری فضای حالت قرار خواهد داشت. از سوی دیگر در وضعیت $\|\boldsymbol{u}\| \le \boldsymbol{v_{max}}$، می‌توان به منظور بدست آوردن سیستم حلقه بسته، کنترل‌کننده (۶-۵۹) تا (۶-۶۱) را به سیستم (۶-۵۴) اعمال کرد:

$$\hat{\boldsymbol{J}}_s(\boldsymbol{q})\left(\dot{\boldsymbol{X}} + \widehat{\boldsymbol{R}}\boldsymbol{I}_a + \boldsymbol{h}\right) = \hat{\boldsymbol{J}}_s\left(\dot{\boldsymbol{X}}_d + \boldsymbol{k}_f'\widetilde{\boldsymbol{X}}(t) + \widehat{\boldsymbol{h}} + \widehat{\boldsymbol{R}}\boldsymbol{I}_a + \boldsymbol{u}_{rf}'\right) \tag{۶-۶۸}$$

با جایگزینی روابط (۶-۶۴) و (۶-۶۷) در (۶-۶۸)، می‌توان دینامیک‌های خطای ردگیری فضای‌کار را در فرم اسکالر بدین‌شکل بازنویسی کرد:

$$\dot{\tilde{X}}_i + k_{fi}'\tilde{X}_i = \left(\theta_{h_i} - \hat{\theta}_{h_i}\right)\xi_{h_i} + \varepsilon_{h_i} - u_{rfi}' \tag{۶-۶۹}$$

مشابه روش پیشنهادی در بخش ۶-۲-۱، از تقریب‌گر فازی به منظور تقریب کران بالای خطای تقریب،$\left|\varepsilon_{h_i}\right| < \vartheta_i(t)$، بدین صورت استفاده می‌شود:

$$\hat{\vartheta}_i = \widehat{\boldsymbol{\theta}}_{\vartheta_i}^T \boldsymbol{\psi}_{\vartheta_i} \tag{۶-۷۰}$$

که در آن $\widehat{\boldsymbol{\theta}}_{\vartheta_i}$ بردار بهره تطبیقی و $\boldsymbol{\psi}_{\vartheta_i}$ بردار رگرسور فازی می‌باشند.

لازم به ذکر است که روند تحلیل پایداری مشابه بخش ۶-۲-۱ می‌باشد. بنابراین از فرمول‌بندی مجدد تحلیل پایداری در این بخش خودداری می‌شود. عبارت مقاوم‌ساز $\boldsymbol{u}_{rfi}'$، قوانین تطبیق برای تنظیم ضریب‌های تقریب‌گرهای سری‌تیلور و فازی، $\widehat{\boldsymbol{\theta}}_{h_i}$ و $\widehat{\boldsymbol{\theta}}_{\vartheta_i}$ به طور مستقیم بدین‌شکل معرفی می‌شوند:

$$u_{rfi}' = \frac{\hat{\vartheta}_i^2(t)\tilde{X}_i}{\left|\hat{\vartheta}_i(t)\tilde{X}_i\right| + \delta_i' exp(-\sigma_i' t)} \tag{۶-۷۱}$$

$$\dot{\widehat{\boldsymbol{\theta}}}_{\vartheta_i} = \lambda_i'\left|\tilde{X}_i\right|\boldsymbol{\psi}_{\vartheta_i} \tag{۶-۷۲}$$

$$\dot{\hat{\boldsymbol{\theta}}}_{h_i} = \gamma_i' \tilde{X}_i \boldsymbol{\xi}_{h_i} \qquad (۶-۷۳)$$

که در آن $\boldsymbol{\gamma}_i'$، $\boldsymbol{\lambda}_i'$، $\boldsymbol{\delta}_i'$ و $\boldsymbol{\sigma}_i'$ اسکالرهای مثبت می‌باشند.

۶-۴- نتایج شبیه‌سازی

به منظور ارزیابی عملکرد کنترل‌کننده پیشنهادی مبتنی بر راهبرد کنترل ولتاژ که در فضای‌مفصلی و فضای‌کار توسعه یافته‌اند، این ساختار کنترلی در این بخش بر روی بازوی رباتیک اسکارای چهار محوره متصل به دیوار که معادلات دینامیکی آن در پیوست ۱ معرفی شده اند، شبیه‌سازی می‌شود.

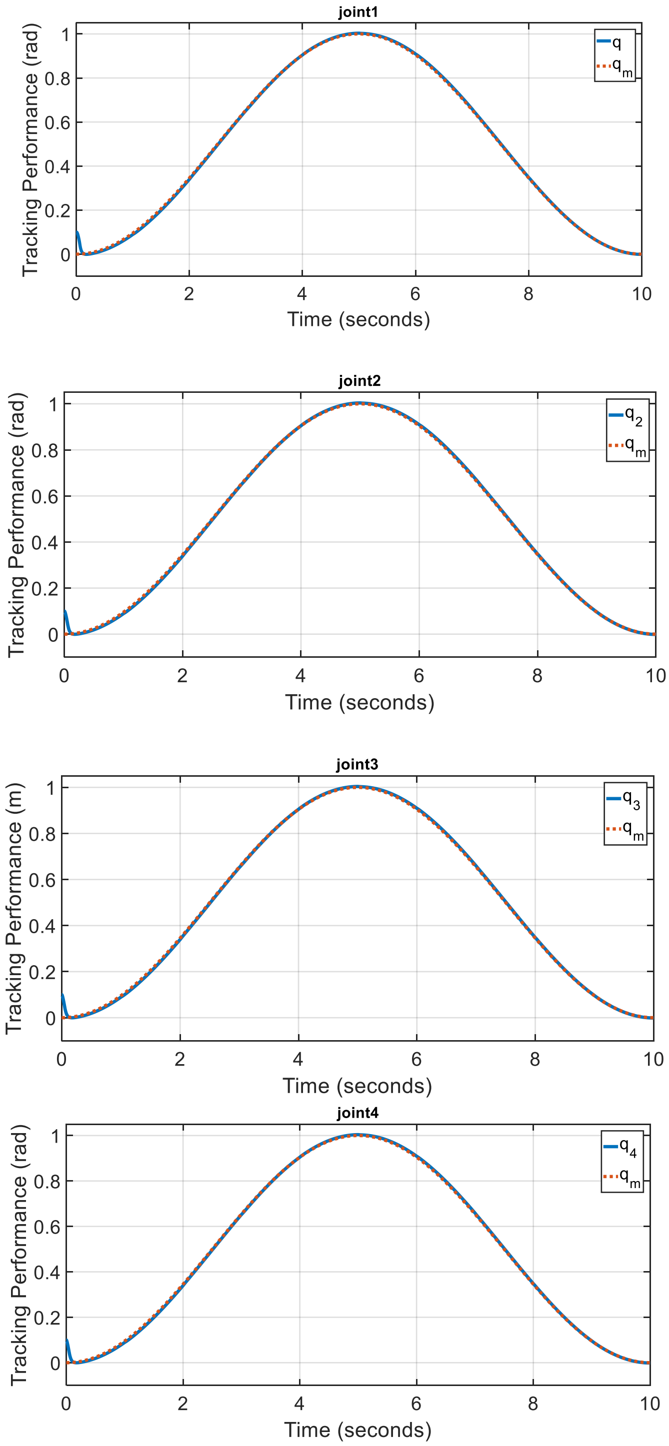
۶-۴-۱- شبیه‌سازی اول

طرح کنترلی تطبیقی غیرمستقیم در فضای‌مفصلی مطابق رابطه (۶-۱۱) تا (۶-۱۳) بر اساس راهبرد کنترل ولتاژ پیشنهاد شده است و از تقریب‌گر عدم‌قطعیت سری‌تیلور (۶-۷) و تقریب‌گر فازی (۶-۲۷) با استفاده از قوانین تطبیق (۶-۴۰) و (۶-۴۱) بهره می‌برد. مسیر مفصلی مطلوب برای تمامی مفاصل بدین صورت فرمول‌بندی می‌شوند:

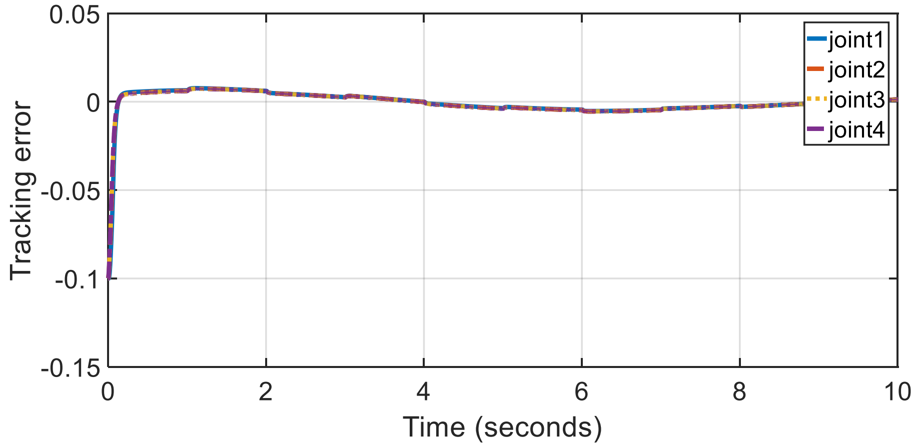
$$q_{mi} = 0.5\left(1 - \cos\left(\frac{\pi t}{5}\right)\right) \quad for \quad 0 \le t \le 10 \qquad (۶-۷۴)$$

خطاهای اولیه برای مفاصل اول تا چهارم به‌ترتیب ۰/۱ رادیان، ۰/۱ رادیان، ۰/۱ متر و ۰/۱ رادیان در نظر گرفته می‌شود. همچنین $\hat{R}$، ۸۰ درصد مقدار واقعی‌اش فرض می‌شود. ضریب‌های کنترل‌کننده بدین صورت انتخاب می‌شوند: $k_{fi} = 750$، $\gamma_i = \lambda_i = 500$، $\sigma_i = 0.1$ و $\delta_i = 0.8$. دو عدد از چندجمله‌ای تیلور در این شبیه‌سازی در نظر گرفته می‌شود (یعنی $m_1 = 1$). شرایط اولیه ضریب‌های $\hat{\boldsymbol{\theta}}_{f_i}(0)$ و $\hat{\boldsymbol{\theta}}_{\eta_i}(0)$ صفر فرض می‌شوند. شکل‌های ۶-۴ و ۶-۵ عملکرد رضایت‌بخش کنترل‌کننده تطبیقی غیرمستقیم در فضای‌مفصلی را نشان می‌دهند. خطای ردگیری برای تمامی مفاصل و بدون فراجهش به محدوده $[-8 \ \ 8] \times 10^{-3}$ کاهش می‌یابد.

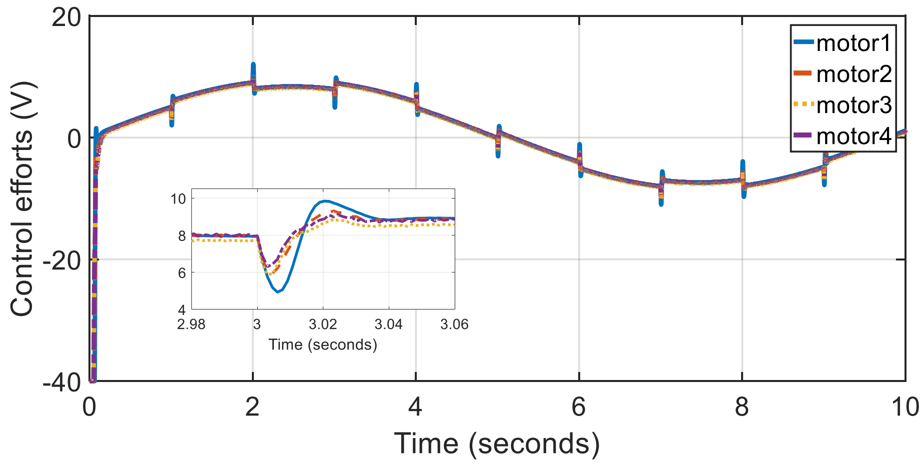
تغییرات مجاز ولتاژ موتورها در شکل ۶-۶ نشان داده شده است. به علت وجود خطای اولیه مفاصل، تلاش کنترلی در لحظه شروع زیاد است. ضریب‌های سری‌تیلور برای تمامی مفاصل در شکل ۶-۷ نشان داده شده است. همانطور که مشاهده می‌شود اولین ضریب هر تقریب‌گر سری‌تیلور در طول زمان متغیر و دومین ضریب هر تقریب‌گر سری‌تیلور تقریبا به مقدار ثابت همگرا می‌شود تا تاثیرات عدم‌قطعیت را پوشش دهند. شکل ۶-۸ بیانگر تغییرات عبارت مقاوم‌ساز در طول زمان می‌باشد. تطبیق پنج ضریب فازی برای اولین مفصل در شکل ۶-۹ نشان داده شده است. همانطور که مشاهده می‌کنید، تمامی پنج ضریب فازی در تقریب کران بالای خطای تقریب نقش ایفا می‌کنند.



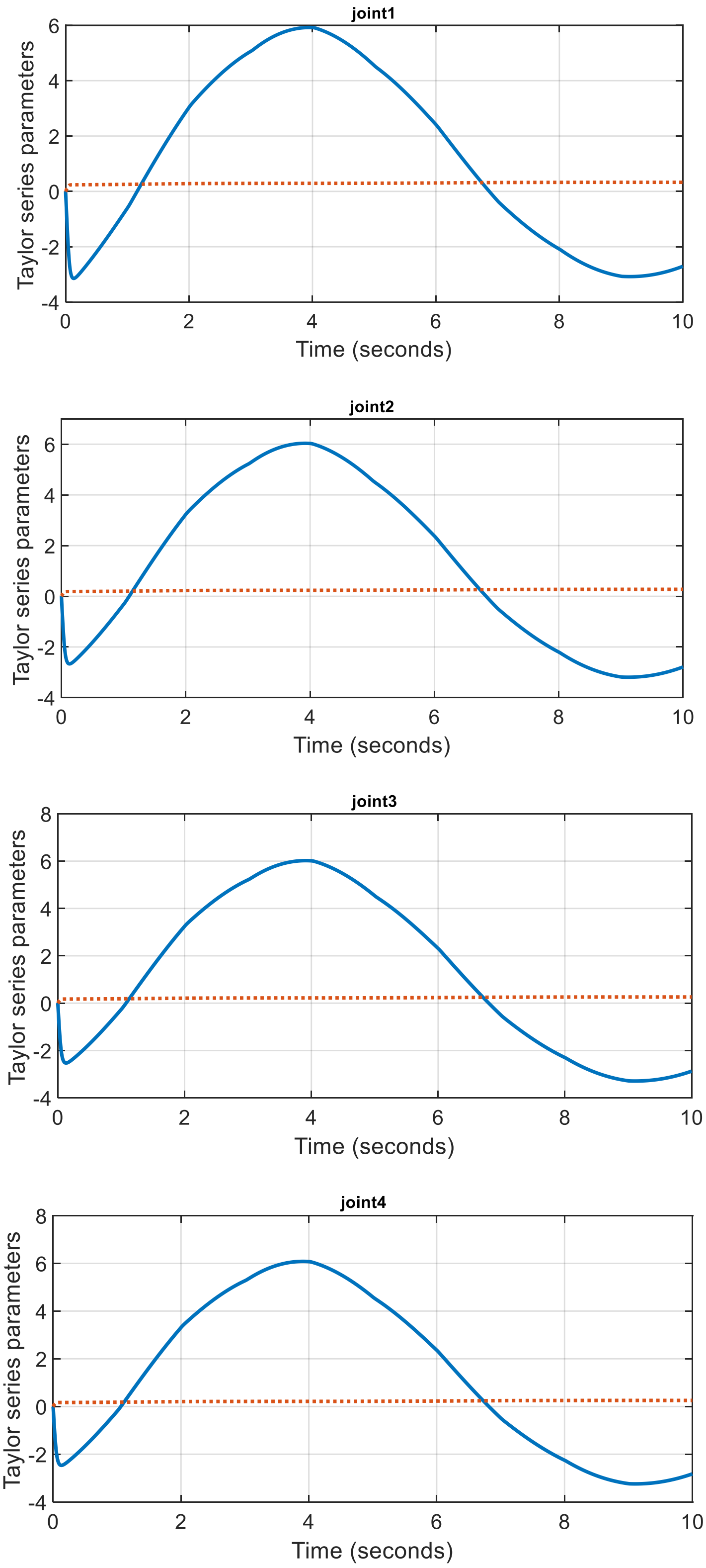
شکل ۶-۴ عملکرد ردگیری طرح کنترلی سری‌تیلور تطبیقی غیرمستقیم در فضای‌مفصلی برای هر چهار مفصل بازوی رباتیک. خط توپر ”-“ و خط نقطه‌چین ”:“ به‌ترتیب نشان‌دهنده مسیر واقعی (q_i) و مسیر مطلوب (q_{mi}) می‌باشند.



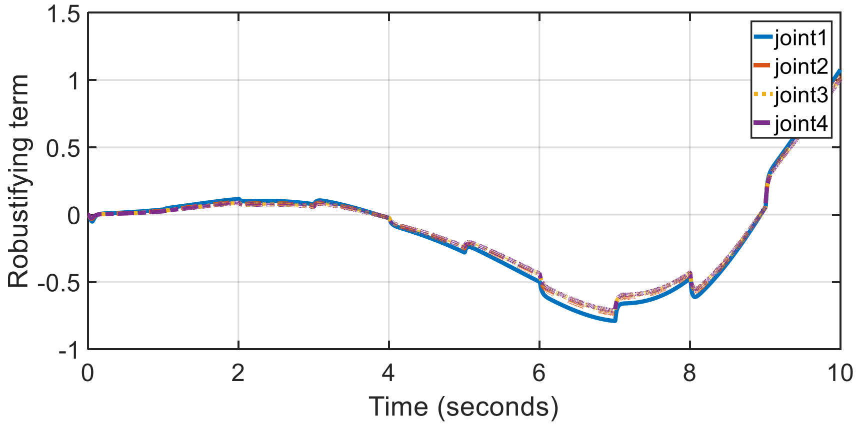
شکل ۶-۵ خطای ردگیری در فضای‌مفصلی



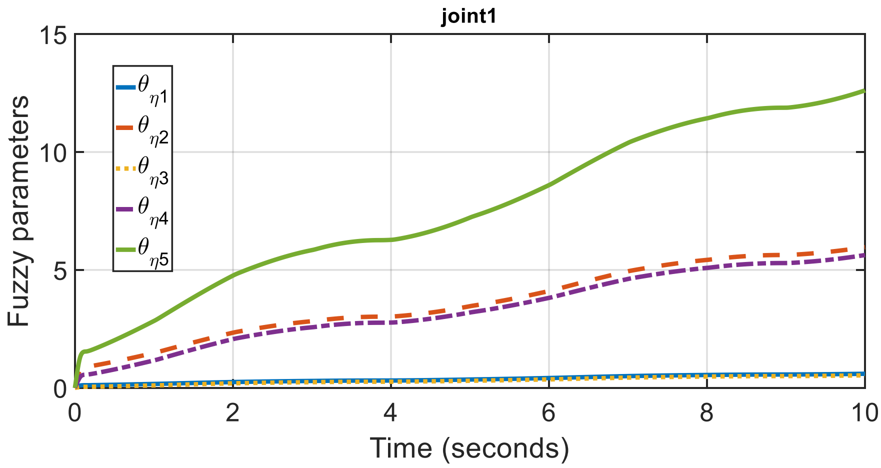
شکل ۶-۶ تلاش کنترلی



شکل ۶-۷ تطبیق ضریب‌های تقریب‌گر سری‌تیلور. خط توپر ”-“ و خط نقطه‌چین ”:“ به‌ترتیب نشان‌دهنده ضریب اول و دوم تقریب‌گر سری‌تیلور می‌باشد.



شکل ۶-۸ عبارت مقاوم‌ساز (u_{rfi})



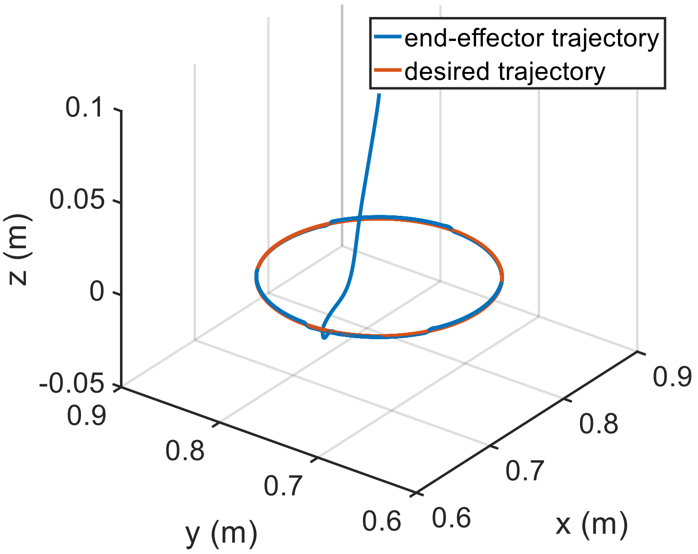
شکل ۶-۹ ضریب‌های تقریب‌گر فازی برای مفصل اول

۶-۴-۲- شبیه‌سازی دوم

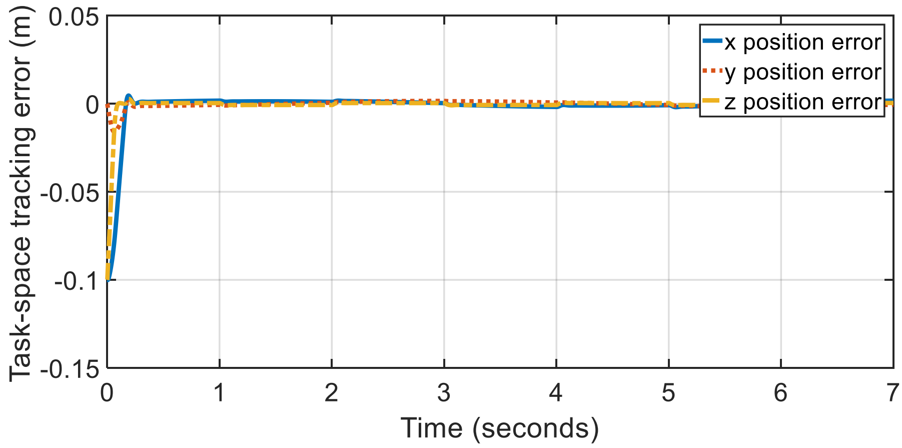
کنترل‌کننده طراحی شده در فضای‌کار که توسط قانون کنترلی (۶-۵۹) تا (۶-۶۱) فرمول‌بندی شده و مجهز به تقریب‌گرهای سری‌تیلور (۶-۶۴) و فازی (۶-۷۰) می‌باشد در این بخش شبیه‌سازی می‌شود. به منظور در نظر گرفتن عدم‌قطعیت پارامتری، $\hat{\boldsymbol{J}}_s(\boldsymbol{q})$ و $\hat{\boldsymbol{R}}$، ۸۰ درصد مقدار واقعی‌شان انتخاب می‌شوند. مسیر فضای‌کار مطلوب برای مجری نهایی بدین صورت فرمول‌بندی می‌شود:

$$\boldsymbol{X}_d = \begin{bmatrix} 0.75 - 0.1cos\left(\frac{\pi t}{3}\right) & 0.75 - 0.1sin\left(\frac{\pi t}{3}\right) & 0 \end{bmatrix}^T \qquad (۶\text{-}۷۵)$$

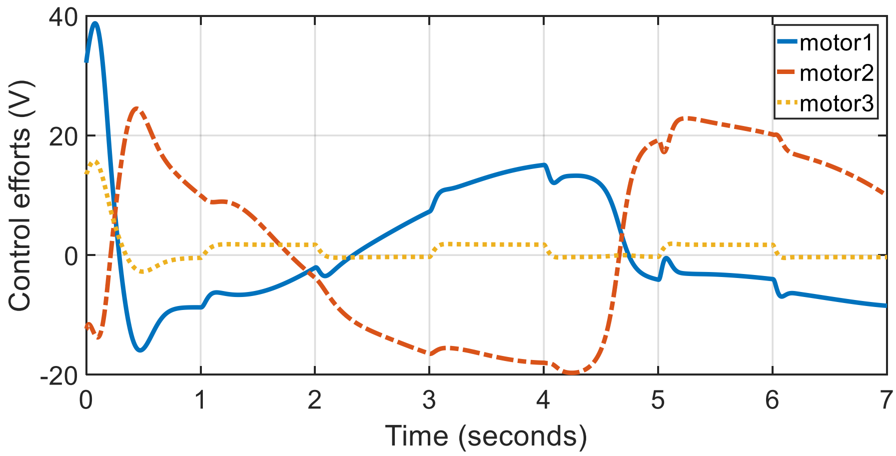
به منظور اجرای قانون کنترل، مفصل چهارم قفل می‌شود [۸۴]. ضریب‌های روش کنترلی بدین صورت انتخاب می‌شوند: $k'_f = diag\{500,500,500\}$ ، $\gamma'_i = \lambda'_i = 1000$ و $\delta'_i = 1$ و $\sigma'_i =$ 0.1. موقعیت اولیه برای مجری نهایی بدین صورت فرض می‌شود: $\boldsymbol{X}(0) = (x_0, y_0, z_0) = (0.75\ m, 0.75\ m, 0.1\ m)$. تعداد چندجمله‌ای‌های سری‌تیلور $\hat{\boldsymbol{h}}$ و شرایط اولیه برای $\hat{\boldsymbol{\theta}}_{h_i}$ و $\hat{\boldsymbol{\theta}}_{\vartheta_i}$ دقیقا مشابه بخش ۶-۴-۱ انتخاب می‌شوند. عملکرد مطلوب کنترل‌کننده پیشنهادی در فضای‌کار در شکل‌های ۶-۱۰ و ۶-۱۱ نمایش داده شده‌اند. همانطور که مشاهده می‌شود، خطای ردگیری مجری نهایی به طور مطلوبی در محدوده $[-2\quad 4.6] \times 10^{-3} m$ کاهش می‌یابد. از طرف دیگر تلاش کنترلی موتورها در شکل ۶-۱۲ نشان داده شده است. با نگاه دقیق‌تر به نتایج بدست آمده می‌توان گفت که به دلیل جبران خطای اولیه مجری نهایی، ولتاژ موتورها در لحظه شروع مقدار بالایی دارند. ضریب‌های تقریب‌گر سری‌تیلور $\hat{\boldsymbol{h}}$ در شکل ۶-۱۳ نشان داده می‌شود. مشابه نتایج بدست آمده در بخش ۶-۴-۱، تغییرات هر دو ضریب سری‌تیلور در فرآیند تقریب نشان داده شده است. از طرفی رفتار عبارت مقاوم‌ساز در ساختار کنترل‌کننده تطبیقی فضای‌کار در شکل ۶-۱۴ نمایش داده شده است.



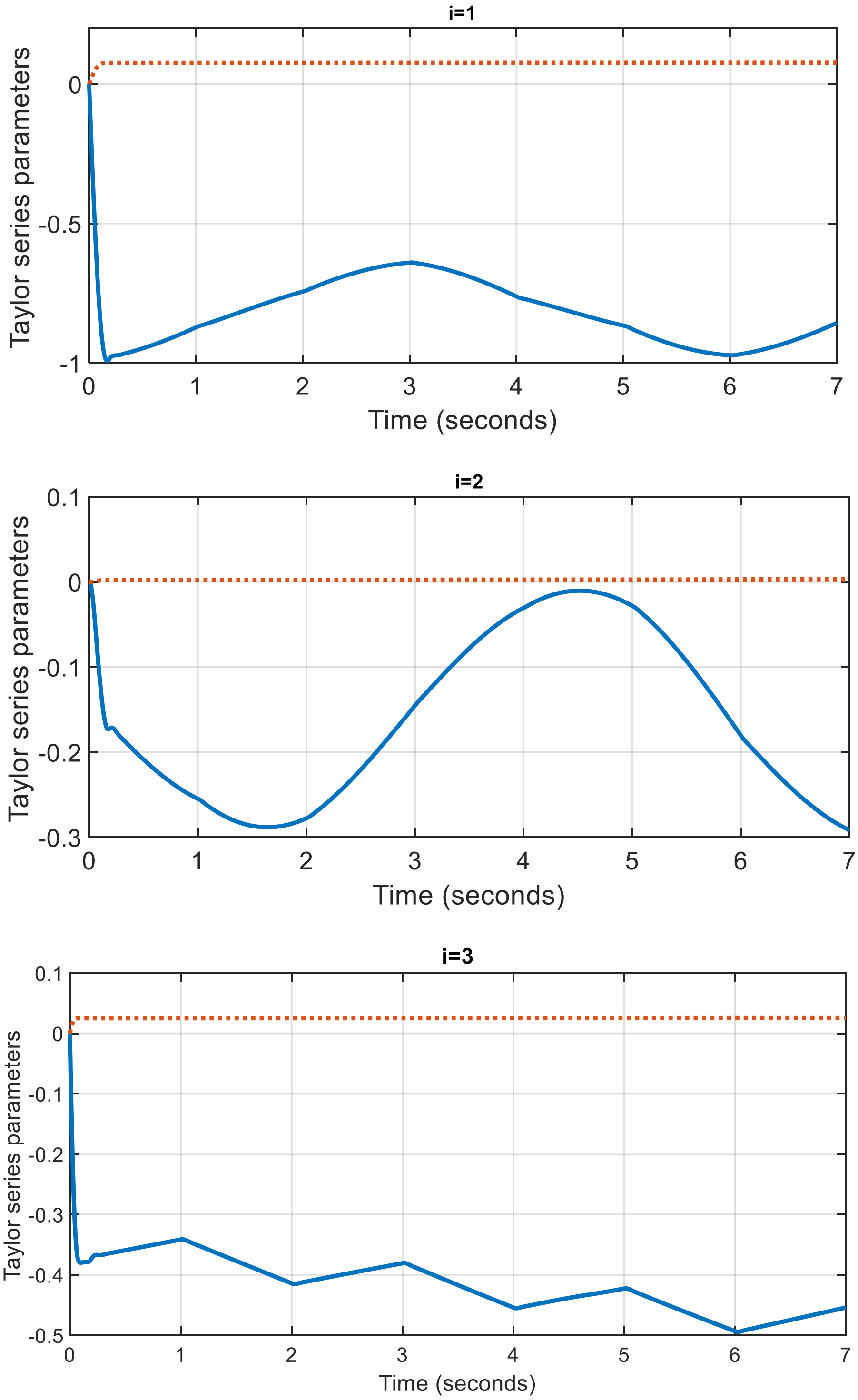
شکل ۶-۱۰ عملکرد ردگیری طرح کنترلی تطبیقی غیرمستقیم در صفحه xyz



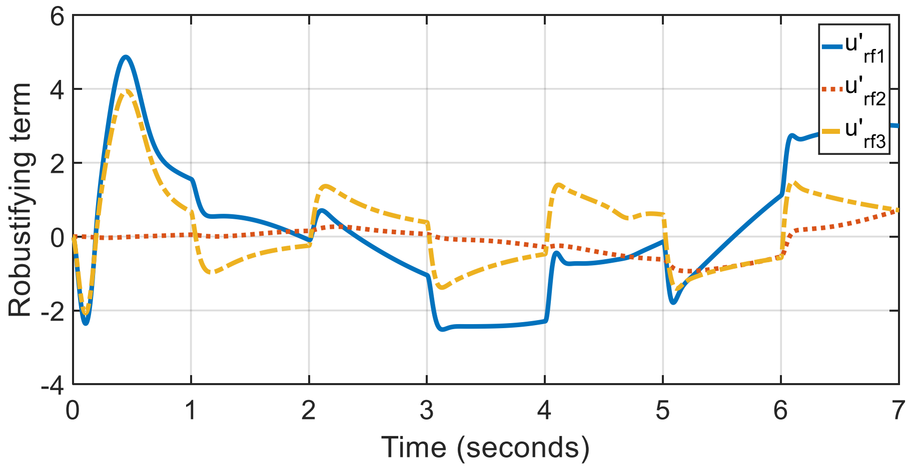
شکل ۶-۱۱ خطای ردگیری فضای‌کار



شکل ۶-۱۲ تلاش کنترلی طرح کنترلی در فضای‌کار



شکل ۶-۱۳ تغییرات ضریب‌های تقریب‌گر سری‌تیلور. خط توپر "-" و خط نقطه‌چین ":" به‌ترتیب نشان‌دهنده ضریب اول و دوم تقریب‌گر سری‌تیلور می‌باشد.



شکل ۶-۱۴ عبارت مقاوم‌ساز (u'_{rfi})

فصل ۷. طراحی طرح کنترلی سری‌تیلور – فازی برای بازوهای رباتیک با مفاصل انعطاف‌پذیر

۷-۱- مقدمه

پیشرفت‌های اخیر در استفاده موفق از کنترل‌کننده‌های مبتنی بر سری‌تیلور برای بازوهای رباتیک با مفاصل صلب باعث می‌شود که استفاده از سیستم سری‌تیلور با بهره‌گیری از دیگر کنترل‌کننده‌های پیشرفته برای سیستم‌های رباتیک با دینامیک‌های پیچیده‌تر بیشتر از قبل مورد توجه قرار گیرد. در این فصل کنترل‌کننده سری‌تیلور – فازی به منظور همگرایی مجانبی خطای ردگیری در بازوهای رباتیک با مفاصل انعطاف‌پذیر مورد مطالعه قرار می‌گیرد. باید توجه داشت که وجود انعطاف‌پذیری در مفاصل بازوی ربات با در نظر گرفتن دینامیک محرکه‌ها باعث می‌شود که تعداد متغیرهای حالت در سیستم غیرخطی از ۳ به ۵ عدد افزایش یابد. این اتفاق سبب می‌شود که کنترل بازوهای رباتیک با مفاصل انعطاف‌پذیر برای بسیاری از محققان چالش‌برانگیز باشد. در طرح کنترل تطبیقی مستقیم پیشنهادی، کنترل‌کننده از دو عبارت به نام‌های تقریب‌گر سری‌تیلور به منظور تقریب کنترل‌کننده ایده‌آل و تقریب‌گر فازی به منظور جبران خطای تقریب بهره می‌برد.

۷-۲- تشریح مسئله

دینامیک بازوی رباتیک با در نظر گرفتن دینامیک محرکه‌ها و انعطاف‌پذیری مفاصل را می‌توان بدین صورت توصیف کرد [۷۷]:

$$\boldsymbol{D}(\boldsymbol{x})\ddot{\boldsymbol{x}} + \boldsymbol{C}(\boldsymbol{x},\dot{\boldsymbol{x}})\dot{\boldsymbol{x}} + \boldsymbol{g}(\boldsymbol{x}) + \boldsymbol{\tau}_f(\dot{\boldsymbol{x}}) = \boldsymbol{K}(\boldsymbol{r}\boldsymbol{x}_m - \boldsymbol{x}) \tag{۱-۷}$$

$$\boldsymbol{J}_m\ddot{\boldsymbol{x}}_m + \boldsymbol{B}_m\dot{\boldsymbol{x}}_m + \boldsymbol{r}\boldsymbol{K}(\boldsymbol{r}\boldsymbol{x}_m - \boldsymbol{x}) = \boldsymbol{K}_m\boldsymbol{I}_a \tag{۲-۷}$$

$$\boldsymbol{R}\boldsymbol{I}_a + \boldsymbol{L}\dot{\boldsymbol{I}}_a + \boldsymbol{K}_b\dot{\boldsymbol{x}}_m + \boldsymbol{\varphi}(t) = \boldsymbol{v} \tag{۳-۷}$$

که در این معادلات هر عبارت بدین صورت تعریف می‌شوند:

- $\boldsymbol{x} \in \mathbb{R}^n$: بردار موقعیت مفاصل

- $\boldsymbol{x}_m \in \mathbb{R}^n$: بردار موقعیت روتور
- $\boldsymbol{D}(\boldsymbol{x}) \in \mathbb{R}^{n\times n}$: ماتریس اینرسی بازوی ربات
- $\boldsymbol{C}(\boldsymbol{x}, \dot{\boldsymbol{x}}) \in \mathbb{R}^{n\times n}$: ماتریس‌های نیروهای کووریولیس و گریز از مرکز
- $\boldsymbol{g}(\boldsymbol{x}) \in \mathbb{R}^n$: بردار گشتاورهای گرانشی
- $\boldsymbol{\tau}_f(\dot{\boldsymbol{x}}) \in \mathbb{R}^n$: بردار گشتاورهای اصطکاک
- $\boldsymbol{J}_m \in \mathbb{R}^{n\times n}$: ماتریس قطری اینرسی محرکه
- $\boldsymbol{B}_m \in \mathbb{R}^{n\times n}$: ماتریس قطری میرایی
- $\boldsymbol{r} \in \mathbb{R}^{n\times n}$: ماتریس قطری چرخدنده کاهنده
- $\boldsymbol{K} \in \mathbb{R}^{n\times n}$: ماتریس انعطاف‌پذیری
- $\boldsymbol{K}_m \in \mathbb{R}^{n\times n}$: ماتریس قطری ثابت‌های گشتاور
- $\boldsymbol{I}_a \in \mathbb{R}^n$: بردار جریان موتورها
- $\boldsymbol{v} \in \mathbb{R}^n$: بردار ولتاژ موتورها
- $\boldsymbol{\varphi}(t) \in \mathbb{R}^n$: بردار اغتشاش خارجی
- $\boldsymbol{R} \in \mathbb{R}^{n\times n}$: ماتریس قطری اندوکتانس آرمیچر
- $\boldsymbol{K}_b \in \mathbb{R}^{n\times n}$: ماتریس قطری ثابت ضد محرکه

با استفاده از معادلات (۷-۱) تا (۷-۳) می‌توان مدل فضای حالت را بدین‌شکل بدست آورد:

$$\dot{\boldsymbol{\chi}} = \boldsymbol{h}(\boldsymbol{\chi}) + \boldsymbol{B}(\boldsymbol{v} - \boldsymbol{\varphi}(t)) \qquad (۴\text{-}۷)$$

که در آن $\boldsymbol{v}$ ورودی‌های سیستم، $\boldsymbol{\chi}$ بردار حالت و $\boldsymbol{h}(\boldsymbol{\chi})$ بدین‌شکل فرمول‌بندی می‌شود:

$$\boldsymbol{h}(\chi) = \begin{bmatrix} \chi_2 \\ \boldsymbol{D}^{-1}(\chi_1)\left(-\boldsymbol{K}\chi_1 - \boldsymbol{C}(\chi_1,\chi_2)\chi_2 - \boldsymbol{g}(\chi_1) + \boldsymbol{Kr}\chi_3 - \boldsymbol{\tau}_f(\chi_2)\right) \\ \chi_4 \\ \boldsymbol{J}_m^{-1}(\boldsymbol{K}_m\chi_5 + \boldsymbol{rK}\chi_1 - \boldsymbol{rKr}\chi_3 - \boldsymbol{B}_m\chi_4) \\ \boldsymbol{L}^{-1}(-\boldsymbol{R}\chi_5 - \boldsymbol{K}_b\chi_4) \end{bmatrix} \qquad (۵\text{-}۷)$$

$$\boldsymbol{B} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \boldsymbol{L}^{-1} \end{bmatrix}, \quad \chi = \begin{bmatrix} \boldsymbol{x} \\ \dot{\boldsymbol{x}} \\ \boldsymbol{x}_m \\ \dot{\boldsymbol{x}}_m \\ \boldsymbol{I}_a \end{bmatrix} \qquad (۶\text{-}۷)$$

معادله فضای حالت غیرخطی (۷-۶) بیانگر پیچیدگی کنترل سیستم رباتیک با مفاصل انعطاف‌پذیر می‌باشد. به منظور حل این مشکل، از روش کنترل تطبیقی مستقیم با استفاده از سری‌تیلور – فازی استفاده می‌کنیم. از رابطه (۷-۱)، بردار سرعت روتور $\dot{\boldsymbol{x}}_m$ را می‌توان بدین‌شکل محاسبه کرد:

$$\begin{aligned} \dot{\boldsymbol{x}}_m = (\boldsymbol{Kr})^{-1}\Big(& (\partial_x \boldsymbol{D}(\boldsymbol{x})\dot{\boldsymbol{x}})\ddot{\boldsymbol{x}} + \boldsymbol{D}(\boldsymbol{x})\dddot{\boldsymbol{x}} + (\partial_x \boldsymbol{C}(\boldsymbol{x},\dot{\boldsymbol{x}})\dot{\boldsymbol{x}})\dot{\boldsymbol{x}} \\ & + (\partial_{\dot{x}} \boldsymbol{C}(\boldsymbol{x},\dot{\boldsymbol{x}})\ddot{\boldsymbol{x}})\dot{\boldsymbol{x}} + \boldsymbol{C}(\boldsymbol{x},\dot{\boldsymbol{x}})\ddot{\boldsymbol{x}} + \partial_x \boldsymbol{g}(\boldsymbol{x})\dot{\boldsymbol{x}} \\ & + \partial_{\dot{x}} \boldsymbol{\tau}_f(\dot{\boldsymbol{x}})\ddot{\boldsymbol{x}} + \boldsymbol{K}\dot{\boldsymbol{x}}\Big) \end{aligned} \qquad (۷\text{-}۷)$$

با اعمال رابطه (۷-۷) به معادله ولتاژ (۷-۳) داریم:

$$\begin{aligned} \boldsymbol{RI}_a + \boldsymbol{L}\dot{\boldsymbol{I}}_a + \boldsymbol{K}_b(\boldsymbol{Kr})^{-1}\Big(& (\partial_x \boldsymbol{D}(\boldsymbol{x})\dot{\boldsymbol{x}})\ddot{\boldsymbol{x}} + \boldsymbol{D}(\boldsymbol{x})\dddot{\boldsymbol{x}} + (\partial_x \boldsymbol{C}(\boldsymbol{x},\dot{\boldsymbol{x}})\dot{\boldsymbol{x}})\dot{\boldsymbol{x}} \\ & + (\partial_{\dot{x}} \boldsymbol{C}(\boldsymbol{x},\dot{\boldsymbol{x}})\ddot{\boldsymbol{x}})\dot{\boldsymbol{x}} + \boldsymbol{C}(\boldsymbol{x},\dot{\boldsymbol{x}})\ddot{\boldsymbol{x}} + \partial_x \boldsymbol{g}(\boldsymbol{x})\dot{\boldsymbol{x}} \\ & + \partial_{\dot{x}} \boldsymbol{\tau}_f(\dot{\boldsymbol{x}})\ddot{\boldsymbol{x}} + \boldsymbol{K}\dot{\boldsymbol{x}}\Big) + \boldsymbol{\varphi}(t) = \boldsymbol{v} \end{aligned} \qquad (۸\text{-}۷)$$

می‌توان رابطه ولتاژ غیرخطی (۷-۸) را بدین‌شکل نوشت:

$$\dddot{\boldsymbol{x}} + \boldsymbol{f} = \boldsymbol{v} \qquad (۹\text{-}۷)$$

که در آن $\boldsymbol{f}$ بیانگر تابع غیرخطی نامعلوم است که بدین صورت توصیف می‌شود:

$$
\begin{aligned}
\boldsymbol{f} = (\boldsymbol{K}_b(\boldsymbol{Kr})^{-1}\boldsymbol{D}(\boldsymbol{x}) - \boldsymbol{I})\dddot{\boldsymbol{x}} \\
&+ \boldsymbol{K}_b(\boldsymbol{Kr})^{-1}\Big((\partial_x \boldsymbol{D}(\boldsymbol{x})\dot{\boldsymbol{x}})\ddot{\boldsymbol{x}} + (\partial_x \boldsymbol{C}(\boldsymbol{x},\dot{\boldsymbol{x}})\dot{\boldsymbol{x}})\dot{\boldsymbol{x}} \\
&+ (\partial_{\dot{x}} \boldsymbol{C}(\boldsymbol{x},\dot{\boldsymbol{x}})\ddot{\boldsymbol{x}})\dot{\boldsymbol{x}} + \boldsymbol{C}(\boldsymbol{x},\dot{\boldsymbol{x}})\ddot{\boldsymbol{x}} + \partial_x \boldsymbol{g}(\boldsymbol{x})\dot{\boldsymbol{x}} \\
&+ \partial_{\dot{x}} \boldsymbol{\tau}_f(\dot{\boldsymbol{x}})\ddot{\boldsymbol{x}} + \boldsymbol{K}\dot{\boldsymbol{x}}\Big) + \boldsymbol{R}\boldsymbol{I}_a + \boldsymbol{L}\dot{\boldsymbol{I}}_a + \boldsymbol{\varphi}(t)
\end{aligned}
\quad (۱۰-۷)
$$

خطای ردگیری مفصلی در ساختار مفصل مستقل بدین صورت تعریف می‌شود:

$$e_i \triangleq x_{di} - x_i \quad (۱۱-۷)$$

که در آن $i = 1,2,\dots,n$ و x_{di} موقعیت مفصلی مطلوب می‌باشد. می‌توان دینامیک خطای ردگیری را به منظور دستیابی به همگرایی مجانبی خطای ردگیری به صفر اینگونه در نظر گرفت:

$$\dddot{e}_i + \boldsymbol{K}_i \mathfrak{E}_i = 0 \quad (۱۲-۷)$$

که در آن $\mathfrak{E}_i = [e_i, \dot{e}_i, \ddot{e}_i]^T \in \mathbb{R}^3$ بردار خطا و $\boldsymbol{K}_i = [k_{3i}, k_{2i}, k_{1i}] \in \mathbb{R}^3$ بردار بهره‌های پسخورد می‌باشد و عناصر آن بگونه‌ای انتخاب می‌شوند که تمام ریشه‌های چندجمله‌ای $o_i(s) \triangleq s^3 + k_{1i}s^2 + k_{2i}s + k_{3i}$ در نیمه سمت چپ صفحه موهومی قرار بگیرند. با جایگذاری رابطه (۷-۹) در (۷-۱۲) می‌توان قانون کنترل ایده‌آل را در ساختار مفصل مستقل بدین صورت تعیین کرد:

$$u_{ci}^* = \dddot{x}_{di} + \boldsymbol{K}_i \mathfrak{E}_i + f_i \quad (۱۳-۷)$$

به‌دلیل‌آنکه تابع غیرخطی f_i نامعلوم است، کنترل‌کننده ایده‌آل (۷-۱۳) غیرقابل استفاده می‌باشد. برای رفع این مشکل، روش کنترل تطبیقی مستقیم با استفاده از سیستم سری‌تیلور – فازی در این فصل استفاده می‌شود.

۷-۳- طراحی کنترل سری‌تیلور – فازی تطبیقی مستقیم

این بخش به طور موثری با طراحی کنترل‌کننده سری‌تیلور تطبیقی مستقیم به همراه تقریب‌گر فازی سروکار دارد. کنترل‌کننده سری‌تیلور بدین صورت پیشنهاد می‌شود:

$$u_{ts_i} = \sum_{k_1=0}^{m_1} \frac{u_{ts_i}^{(k_1)}(e_{iu_0})}{k_1!}(e_i - e_{iu_0})^{k_1} + \sum_{k_2=1}^{m_2} \frac{u_{ts_i}^{(k_2)}(\dot{e}_{iu_0})}{k_2!}(\dot{e}_i - \dot{e}_{iu_0})^{k_2} \qquad (۷\text{-}۱۴)$$

که در آن u_{ts_i} پاسخ خروجی تقریب‌گر پیشنهادی می‌باشد که بیانگر مجموع تعداد $m_1 + 1$ جمله تیلور u_{ts_i} حول e_{iu_0} و تعداد m_2 جمله تیلور u_{ts_i} حول e_{iu_0} می‌باشد. رابطه (۷-۱۴) را می‌توان بصورت زیر بازنویسی کرد:

$$u_{ts_i} = \widehat{\boldsymbol{\theta}}_{u_i}^T \boldsymbol{\xi}_{u_i} \qquad (۷\text{-}۱۵)$$

که در آن $\widehat{\boldsymbol{\theta}}_{u_i}$ بردار ضریب‌های سیستم سری‌تیلور پیشنهادی u_{ts_i} و $\boldsymbol{\xi}_{u_i}$ بیانگر بردار رگرسور می‌باشد که بدین‌شکل فرمول‌بندی می‌شوند:

$$\boldsymbol{\xi}_{u_i} = \left[1, (e_i - e_{iu_0})^1, \dots, (e_i - e_{iu_0})^{m_1}, (\dot{e}_i - \dot{e}_{iu_0})^1, \dots, (\dot{e}_i - \dot{e}_{iu_0})^{m_2}\right]^T \qquad (۷\text{-}۱۶)$$

$$\widehat{\boldsymbol{\theta}}_{u_i}^T = \left[\frac{u_{ts_i}^{(0)}(e_{iu_0})}{0!}, \frac{u_{ts_i}^{(1)}(e_{iu_0})}{1!}, \dots, \frac{u_{ts_i}^{(m_1)}(e_{iu_0})}{m_1!}, \frac{u_{ts_i}^{(1)}(\dot{e}_{iu_0})}{1!}, \dots, \frac{u_{ts_i}^{(m_2)}(\dot{e}_{iu_0})}{m_2!}\right] \qquad (۷\text{-}۱۷)$$

حال می‌توان قانون کنترل تطبیقی مستقیم را در ساختار مفصل مستقیم بدین‌شکل پیشنهاد داد:

$$v_i = h(u_i) \qquad (۷\text{-}۱۸)$$

$$h(u_i) = \begin{cases} u_i & if\ |u_i| \le v_{max,i} \\ v_{max,i} sgn(u_i) & if\ \ v_{max,i} < |u_i| \end{cases} \qquad (۷\text{-}۱۹)$$

$$u_i = u_{ts_i} + u_{s_i} = \widehat{\boldsymbol{\theta}}_{u_i}^T \boldsymbol{\xi}_{u_i} + u_{s_i} \qquad (۷\text{-}۲۰)$$

که در آن به منظور جبران خطای مدلسازی، عبارت u_{s_i} به قانون کنترل اضافه می‌شود. با مدلسازی قانون کنترل ایده‌آل به صورت زیر داریم:

$$u_{dl_i} = \boldsymbol{\theta}_{u_i}^T \boldsymbol{\xi}_{u_i} + \varepsilon_{u_i} \qquad (۲۱-۷)$$

که در آن ε_{u_i} خطای مدلسازی می‌باشد. برای وضعیت $|u_i| > v_{max,i}$، موتورها با بیشینه ظرفیت خود کار می‌کنند تا خطای ردگیری کاهش یابد. از سوی دیگر، در وضعیت $|u_i| \le v_{max,i}$ با جایگذاری روابط (۷-۱۸) تا (۷-۱۹) در فرم اسکالر سیستم (۷-۹) (یعنی $\ddot{x}_i + f_i = v_i$) سیستم حلقه بسته بدین صورت بدست می‌آید:

$$\ddot{x}_i + f_i = \widehat{\boldsymbol{\theta}}_{u_i}^T \boldsymbol{\xi}_{u_i} + u_{s_i} \qquad (۲۲-۷)$$

بعلاوه برای مدلسازی کنترل‌کننده ایده‌آل (۷-۱۳) توسط سیستم سری‌تیلور (۷-۲۱) داریم:

$$\ddot{x}_{di} + \boldsymbol{K}_i \boldsymbol{\mathfrak{E}}_i + f_i = \boldsymbol{\theta}_{u_i}^T \boldsymbol{\xi}_{u_i} + \varepsilon_{u_i} \qquad (۲۳-۷)$$

با تفاضل رابطه (۷-۲۲) از (۷-۲۳)، دینامیک خطای ردگیری مفصلی بدین صورت بدست می‌آید:

$$\ddot{e}_i(t) + \boldsymbol{K}_i \boldsymbol{\mathfrak{E}}_i = w_i \qquad (۲۴-۷)$$

که در آن w_i به صورت زیر توصیف می‌شود:

$$w_i = \left(\boldsymbol{\theta}_{u_i}^T - \widehat{\boldsymbol{\theta}}_{u_i}^T\right) \boldsymbol{\xi}_{u_i} + \varepsilon_{u_i} - u_{s_i} \qquad (۲۵-۷)$$

با استفاده از روابط (۷-۲۴) و (۷-۲۵) می‌توان معادله فضای حالت در فضای خطای ردگیری را بدین‌شکل نوشت:

$$\dot{\boldsymbol{\mathfrak{E}}}_i = \boldsymbol{\Lambda}_i \boldsymbol{\mathfrak{E}}_i + \boldsymbol{b}_i w_i \qquad (۲۶-۷)$$

که در آن

$$\boldsymbol{\Lambda}_i = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -k_{3i} & -k_{2i} & -k_{1i} \end{bmatrix}, \;\; \boldsymbol{b}_i = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \;\; \mathfrak{E}_i = [e_i, \dot{e}_i, \ddot{e}_i]^T, \tag{۲۷-۷}$$

$$w_i = \left(\boldsymbol{\theta}_{u_i}^T - \widehat{\boldsymbol{\theta}}_{u_i}^T\right)\boldsymbol{\xi}_{u_i} + \varepsilon_{u_i} - u_{s_i}$$

معادله لیاپانوف زیر می‌تواند توسط ماتریس معین مثبت متقارن منحصربه‌فرد $\boldsymbol{S}_i$ برقرار باشد به دلیل اینکه $\boldsymbol{\Lambda}_i$ ماتریس پایدار است.

$$\boldsymbol{\Lambda}_i{}^T\boldsymbol{S}_i + \boldsymbol{S}_i\boldsymbol{\Lambda}_i = -\boldsymbol{Q}_i \tag{۲۸-۷}$$

که در آن $\boldsymbol{Q}_i$ ماتریس معین مثبت متقارن دلخواه می‌باشد.

هدف کنترل‌کننده سری‌تیلور پیشنهادی تخمین گر سری‌تیلور پیشنهادی، u_{ts_i}، معرفی‌شده در (۷-۱۵) می‌تواند کنترل‌کننده ایده‌آل، u_{dl_i}، در رابطه (۷-۲۱) را تقریب بزند. داریم:

$$\left|u_{dl_i} - u_{ts_i}\right| < \mu_i(t) \tag{۲۹-۷}$$

که در آن $\mu_i(t) > 0$ کران بالای خطای عدم‌قطعیت است. با اعمال روابط (۷-۱۵) و (۷-۲۱) در (۷-۲۹) داریم:

$$\left|\left(\boldsymbol{\theta}_{u_i}^T - \widehat{\boldsymbol{\theta}}_{u_i}^T\right)\boldsymbol{\xi}_{u_i} + \varepsilon_{u_i}\right| < \mu_i(t) \tag{۳۰-۷}$$

رابطه (۷-۳۰) را می‌توان بدین‌شکل بازنویسی کرد:

$$-\mu_i(t) - \left(\boldsymbol{\theta}_{u_i}^T - \widehat{\boldsymbol{\theta}}_{u_i}^T\right)\boldsymbol{\xi}_{u_i} < \varepsilon_{u_i} < \mu_i(t) - \left(\boldsymbol{\theta}_{u_i}^T - \widehat{\boldsymbol{\theta}}_{u_i}^T\right)\boldsymbol{\xi}_{u_i} \tag{۳۱-۷}$$

با استفاده از (۷-۳۱)، کران بالای ε_{u_i} بدین صورت توصیف می‌شود:

$$\left|\varepsilon_{u_i}\right| < \left|\mu_i(t) - \left(\boldsymbol{\theta}_{u_i}^T - \widehat{\boldsymbol{\theta}}_{u_i}^T\right)\boldsymbol{\xi}_{u_i}\right| \tag{۳۲-۷}$$

فرض کنید که $x, y \in \mathbb{R}$، با در نظر گرفتن نامساوی مثلثی، نامساوی زیر برقرار است:

$$|x-y| \leq |x| + |y| \tag{۳۳-۷}$$

با بهره‌گیری از رابطه (۷-۳۳)، می‌توان رابطه (۷-۳۲) را بصورت زیر بیان کرد:

$$\left|\varepsilon_{u_i}\right| < \eta_i(t) \tag{۳۴-۷}$$

که در آن $\eta_i(t)$ کران بالای خطای مدلسازی است که به شکل زیر بیان می‌شود:

$$\eta_i(t) = |\mu_i(t)| + \left|\left(\boldsymbol{\theta}_{u_i}^T - \widehat{\boldsymbol{\theta}}_{u_i}^T\right)\boldsymbol{\xi}_{u_i}\right| \tag{۳۵-۷}$$

مشابه سیستم سری‌تیلور پیشنهادی رابطه (۷-۱۴)، خطای ردگیری e_i و مشتق زمانی آن $\dot{e}_i$ را به عنوان ورودی سیستم فازی در نظر بگیرید. با اختصاص دادن سه تابع عضویت ورودی به نام‌های مثبت[1]، صفر[2] و منفی[3] به هر ورودی فازی، ۹ قانون فازی تمام فضا را پوشش می‌دهد. قوانین زبانی[4] فازی به شکل ممدانی[5] بدین صورت در نظر گرفته می‌شوند.

(۷-۳۶)　قانون ۱:　اگر ورودی e_i، A_l باشد و ورودی $\dot{e}_i$، B_l باشد، آنگاه خروجی $\hat{\eta}_i$، C_l می‌باشد.

که در آن l بیانگر lاُمین قانون فازی برای $l = 1, \ldots, 9$ و توابع عضویت فازی A_l، B_l و C_l به‌ترتیب متعلق به متغیرهای فازی e_i، $\dot{e}_i$ و $\hat{\eta}_i$ می‌باشند. توابع عضویت برای ورودی e_i در شکل ۷-۱ نشان داده شده‌اند و بصورت زیر محاسبه می‌شوند [۸۵]:

$$\mu_P(e_i) = \begin{cases} 0 & e_i \leq 0 \\ 2e_i^2 & 0 < e_i \leq 0.5 \\ 1 - 2(e_i - 1)^2 & 0.5 < e_i \leq 1 \\ 1 & e_i > 1 \end{cases} \tag{۳۷-۷}$$

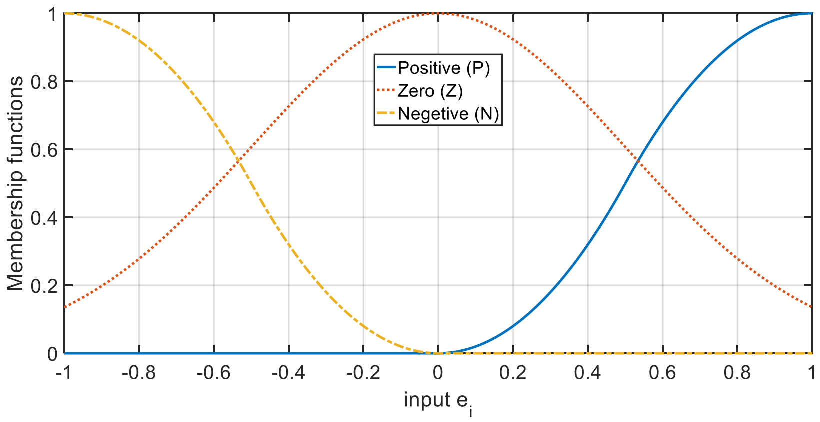
1 Positive (P)
2 Zero (Z)
3 Negative (N)
4 Linguistic rules
5 Mamdani

$$\mu_Z(e_i) = exp(-e_i^2/0.5) \tag{۳۸-۷}$$

$$\mu_N(e_i) = \begin{cases} 1 & e_i \leq -1 \\ 1-2(e_i+1)^2 & -1 < e_i \leq -0.5 \\ 2e_i^2 & -0.5 < e_i \leq 0 \\ 0 & e_i > 0 \end{cases} \tag{۳۹-۷}$$

توابع عضویت برای ورودی $\dot{e}_i$ نیز همانند e_i انتخاب می‌شوند. همچنین ۹ تابع عضویت گوسی[1] برای خروجی $\hat{\eta}_i$ نیز به صورت زیر در نظر گرفته می‌شوند:

$$\mu_{C_l}(\hat{\eta}_i) = exp\left(-\left(\hat{\eta}_i - \hat{\theta}_{il}\right)^2/0.5\right) \tag{۴۰-۷}$$



شکل ۷-۱ توابع تعلق سیستم فازی

که در آن $\hat{\theta}_{il}$ مرکز تابع عضویت فازی C_l می‌باشد. در این فصل برای تنظیم $\hat{\theta}_{il}$ از قانون تطبیقی استفاده می‌شود تا تقریب کران بالای خطای مدلسازی میسر شود. با بهره‌گیری از موتور استنتاج فازی، فازی‌ساز منفرد و غیرفازی‌ساز میانگین مراکز [۸۶] به منظور تقریب η_i داریم:

$$\hat{\eta}_i = \frac{\sum_{l=1}^{9} \mu_{A_l}(e_i)\mu_{B_l}(\dot{e}_i)\hat{\theta}_l}{\sum_{l=1}^{9} \mu_{A_l}(e_i)\mu_{B_l}(\dot{e}_i)} \tag{۴۱-۷}$$

می‌توان رابطه (۷-۴۱) را بدین صورت بازنویسی کرد:

[1] Gaussian membership function

$$\hat{\eta}_i = \sum_{l=1}^{9} \hat{\theta}_{il}\, \psi_{il} = \widehat{\boldsymbol{\theta}}_{\eta_i}^T \boldsymbol{\psi}_{\eta_i} \tag{۴۲-۷}$$

که در آن $\boldsymbol{\psi}_{\eta_i} = [\psi_{i1}, \dots, \psi_{i9}]^T$ بردار رگرسور مثبت است که بدین‌شکل تعریف می‌شود:

$$\psi_{il} = \frac{\mu_{A_l}(e_i)\mu_{B_l}(\dot{e}_i)}{\sum_{l=1}^{9} \mu_{A_l}(e_i)\mu_{B_l}(\dot{e}_i)} \tag{۴۳-۷}$$

و بردار بهره تطبیقی $\widehat{\boldsymbol{\theta}}_{\eta_i}$ بدین صورت بیان می‌شود:

$$\widehat{\boldsymbol{\theta}}_{\eta_i}^T = \left[\hat{\theta}_{i1}, \dots, \hat{\theta}_{i9}\right] \tag{۴۴-۷}$$

برای بررسی پایداری سیستم حلقه بسته، تابع معین مثبت بدین‌شکل پیشنهاد می‌شود:

$$\begin{aligned} V = {} & \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n} \mathfrak{E}_i^T\, \boldsymbol{S}_i \mathfrak{E}_i + \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n} \frac{1}{\gamma_i}\left(\boldsymbol{\theta}_{u_i}^T - \widehat{\boldsymbol{\theta}}_{u_i}^T\right)\left(\boldsymbol{\theta}_{u_i} - \widehat{\boldsymbol{\theta}}_{u_i}\right) \\ & + \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n} \frac{1}{\lambda_i}\left(\boldsymbol{\theta}_{\eta_i}^T - \widehat{\boldsymbol{\theta}}_{\eta_i}^T\right)\left(\boldsymbol{\theta}_{\eta_i} - \widehat{\boldsymbol{\theta}}_{\eta_i}\right) \end{aligned} \tag{۴۵-۷}$$

که در آن γ_i و λ_i ثابت‌های مثبت هستند. با مشتق‌گیری از V در رابطه (۷-۴۵) و سپس استفاده از روابط (۷-۲۶)، (۷-۲۷) و (۷-۲۸)، داریم:

$$\begin{aligned} \dot{V} = {} & -\frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n} \mathfrak{E}_i^T\, \boldsymbol{Q}_i \mathfrak{E}_i + \sum_{i=1}^{n} \mathfrak{E}_i^T\, \boldsymbol{S}_i \boldsymbol{b}_i \left(\boldsymbol{\theta}_{u_i}^T - \widehat{\boldsymbol{\theta}}_{u_i}^T\right)\boldsymbol{\xi}_{u_i} \\ & + \sum_{i=1}^{n} \mathfrak{E}_i^T\, \boldsymbol{S}_i \boldsymbol{b}_i \varepsilon_{u_i} - \sum_{i=1}^{n} \mathfrak{E}_i^T\, \boldsymbol{S}_i \boldsymbol{b}_i u_{s_i} \\ & - \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{\gamma_i}\left(\boldsymbol{\theta}_{u_i}^T - \widehat{\boldsymbol{\theta}}_{u_i}^T\right)\dot{\widehat{\boldsymbol{\theta}}}_{u_i} - \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{\lambda_i}\left(\boldsymbol{\theta}_{\eta_i}^T - \widehat{\boldsymbol{\theta}}_{\eta_i}^T\right)\dot{\widehat{\boldsymbol{\theta}}}_{\eta_i} \end{aligned} \tag{۴۶-۷}$$

عبارت مقاوم‌ساز، u_{s_i}، بدین صورت انتخاب می‌شود:

$$u_{s_i} = \frac{\hat{\eta}_i^2(t)\mathfrak{E}_i^T \boldsymbol{S}_i \boldsymbol{b}_i}{\left|\hat{\eta}_i(t)\mathfrak{E}_i^T \boldsymbol{S}_i \boldsymbol{b}_i\right| + \delta_i exp(-\sigma_i t)} \tag{۴۷-۷}$$

که در آن δ_i و σ_i ثابت‌های مثبت هستند. با استفاده از روابط (۷-۳۷) و (۷-۴۷) در (۷-۴۶) داریم:

$$\begin{aligned}\dot{V} \le &-\frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n} \mathfrak{E}_i^T \boldsymbol{Q}_i \mathfrak{E}_i + \sum_{i=1}^{n} \mathfrak{E}_i^T \boldsymbol{S}_i \boldsymbol{b}_i \left(\boldsymbol{\theta}_{u_i}^T - \widehat{\boldsymbol{\theta}}_{u_i}^T\right)\boldsymbol{\xi}_{u_i} \\ &+ \sum_{i=1}^{n} \left|\mathfrak{E}_i^T \boldsymbol{S}_i \boldsymbol{b}_i\right| \eta_i(t) \\ &- \sum_{i=1}^{n} \frac{\hat{\eta}_i^2(t)\left(\mathfrak{E}_i^T \boldsymbol{S}_i \boldsymbol{b}_i\right)^2}{\left|\hat{\eta}_i(t)\mathfrak{E}_i^T \boldsymbol{S}_i \boldsymbol{b}_i\right| + \delta_i exp(-\sigma_i t)} \\ &- \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{\gamma_i}\left(\boldsymbol{\theta}_{u_i}^T - \widehat{\boldsymbol{\theta}}_{u_i}^T\right)\dot{\widehat{\boldsymbol{\theta}}}_{u_i} - \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{\lambda_i}\left(\boldsymbol{\theta}_{\eta_i}^T - \widehat{\boldsymbol{\theta}}_{\eta_i}^T\right)\dot{\widehat{\boldsymbol{\theta}}}_{\boldsymbol{\eta}_i}\end{aligned} \tag{۴۸-۷}$$

بنابراین،

$$\begin{aligned}\dot{V} \le &-\frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n} \mathfrak{E}_i^T \boldsymbol{Q}_i \mathfrak{E}_i + \sum_{i=1}^{n} \mathfrak{E}_i^T \boldsymbol{S}_i \boldsymbol{b}_i \left(\boldsymbol{\theta}_{u_i}^T - \widehat{\boldsymbol{\theta}}_{u_i}^T\right)\boldsymbol{\xi}_{u_i} \\ &+ \sum_{i=1}^{n} \left|\mathfrak{E}_i^T \boldsymbol{S}_i \boldsymbol{b}_i\right| \eta_i(t) - \sum_{i=1}^{n} \left|\mathfrak{E}_i^T \boldsymbol{S}_i \boldsymbol{b}_i\right| \hat{\eta}_i(t) \\ &- \sum_{i=1}^{n} \frac{\hat{\eta}_i^2(t)\left(\mathfrak{E}_i^T \boldsymbol{S}_i \boldsymbol{b}_i\right)^2}{\left|\hat{\eta}_i(t)\mathfrak{E}_i^T \boldsymbol{S}_i \boldsymbol{b}_i\right| + \delta_i exp(-\sigma_i t)} \\ &+ \sum_{i=1}^{n} \left|\mathfrak{E}_i^T \boldsymbol{S}_i \boldsymbol{b}_i\right| \hat{\eta}_i(t) - \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{\gamma_i}\left(\boldsymbol{\theta}_{u_i}^T - \widehat{\boldsymbol{\theta}}_{u_i}^T\right)\dot{\widehat{\boldsymbol{\theta}}}_{u_i} \\ &- \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{\lambda_i}\left(\boldsymbol{\theta}_{\eta_i}^T - \widehat{\boldsymbol{\theta}}_{\eta_i}^T\right)\dot{\widehat{\boldsymbol{\theta}}}_{\eta_i}\end{aligned} \tag{۴۹-۷}$$

به عبارت دیگر، با در نظر گرفتن $\eta_i(t) = \boldsymbol{\theta}_{\eta_i}^T \boldsymbol{\psi}_{\eta_i}$ ، می‌توان رابطه (۷-۴۹) را بدین صورت بازنویسی کرد:

$$\dot{V} \leq -\frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n} \mathfrak{E}_i^T\, \boldsymbol{Q}_i \mathfrak{E}_i + \sum_{i=1}^{n} \mathfrak{E}_i^T\, \boldsymbol{S}_i \boldsymbol{b}_i \left(\boldsymbol{\theta}_{u_i}^T - \widehat{\boldsymbol{\theta}}_{u_i}^T\right)\boldsymbol{\xi}_{u_i} + \sum_{i=1}^{n} \left|\mathfrak{E}_i^T \boldsymbol{S}_i \boldsymbol{b}_i\right| \left(\boldsymbol{\theta}_{\eta_i}^T - \widehat{\boldsymbol{\theta}}_{\eta_i}^T\right)\boldsymbol{\psi}_{\eta_i} + \sum_{i=1}^{n} \frac{\delta_i exp(-\sigma_i t)\left|\hat{\eta}_i(t)\mathfrak{E}_i^T \boldsymbol{S}_i \boldsymbol{b}_i\right|}{\left|\hat{\eta}_i(t)\mathfrak{E}_i^T \boldsymbol{S}_i \boldsymbol{b}_i\right| + \delta_i exp(-\sigma_i t)} - \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{\gamma_i}\left(\boldsymbol{\theta}_{u_i}^T - \widehat{\boldsymbol{\theta}}_{u_i}^T\right)\dot{\widehat{\boldsymbol{\theta}}}_{u_i} - \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{\lambda_i}\left(\boldsymbol{\theta}_{\eta_i}^T - \widehat{\boldsymbol{\theta}}_{\eta_i}^T\right)\dot{\widehat{\boldsymbol{\theta}}}_{\eta_i} \qquad (۵۰\text{-}۷)$$

بنابراین با انتخاب قوانین تطبیق بصورت:

$$\dot{\widehat{\boldsymbol{\theta}}}_{\boldsymbol{\eta}_i} = \lambda_i \left|\mathfrak{E}_i^T \boldsymbol{S}_i \boldsymbol{b}_i\right| \boldsymbol{\psi}_{\eta_i} \qquad (۵۱\text{-}۷)$$

$$\dot{\widehat{\boldsymbol{\theta}}}_{u_i} = \gamma_i \mathfrak{E}_i^T \boldsymbol{S}_i \boldsymbol{b}_i \boldsymbol{\xi}_{u_i} \qquad (۵۲\text{-}۷)$$

رابطه (۷-۵۰) بدین‌شکل بدست می‌آید:

$$\dot{V} \leq -\frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n} \mathfrak{E}_i^T\, \boldsymbol{Q}_i \mathfrak{E}_i + \sum_{i=1}^{n} \frac{\delta_i exp(-\sigma_i t)\left|\widehat{\boldsymbol{\eta}}_i(t)\mathfrak{E}_i^T \boldsymbol{S}_i \boldsymbol{b}_i\right|}{\left|\hat{\eta}_i(t)\mathfrak{E}_i^T \boldsymbol{S}_i \boldsymbol{b}_i\right| + \delta_i exp(-\sigma_i t)} \qquad (۵۳\text{-}۷)$$

به دلیل اینکه به ازای هر $a_1, a_2 > 0$، داریم: $\frac{a_1 a_2}{a_1 + a_2} < a_1$. می‌توان رابطه (۷-۵۳) را به صورت زیر بازنویسی کرد:

$$\dot{V} \leq -\frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n} \mathfrak{E}_i^T\, \boldsymbol{Q}_i \mathfrak{E}_i + \sum_{i=1}^{n} \delta_i exp(-\sigma_i t) \qquad (۵۴\text{-}۷)$$

خطای ردگیری مفصلی e_i و مشتق‌های زمانی آن $\dot{e}_i$ و $\ddot{e}_i$ (به بیان دیگر $\mathfrak{E}_i = [e_i, \dot{e}_i, \ddot{e}_i]^T$) کاهش می‌یابند اگر $\dot{V}_i < 0$ باشد. بنابراین برقراری $\dot{V}_i < 0$ این نتیجه را می‌دهد که

$$-\frac{1}{2}\mathfrak{E}_i^T \boldsymbol{Q}_i \mathfrak{E}_i + \delta_i\, exp(-\sigma_i t) < 0 \qquad (۵۵\text{-}۷)$$

به‌دلیل‌آنکه $\lambda_{min}(\boldsymbol{Q}_i)\|\boldsymbol{E}_i\|^2 \le \boldsymbol{E}_i^T\boldsymbol{Q}_i\boldsymbol{E}_i \le \lambda_{max}(\boldsymbol{Q}_i)\|\boldsymbol{E}_i\|^2$، به منظور برقراری رابطه (۷-۵۵)، کافیست که:

$$\|\mathfrak{E}_i\| > \sqrt{\frac{2\delta_i\, exp(-\sigma_i t)}{\lambda_{min}(\boldsymbol{Q}_i)}} \triangleq \Xi_i \qquad (۷-۵۶)$$

که در آن $\lambda_{min}(\boldsymbol{Q}_i)$ و $\lambda_{max}(\boldsymbol{Q}_i)$ به‌ترتیب مقادیر ویژه کمینه و بیشینه $\boldsymbol{Q}_i$ تعریف می‌شوند. مطابق رابطه (۷-۵۶)، $\dot{V}_i < 0$ مادامی‌که $\|\boldsymbol{E}_i\| > \chi_i$ و $\dot{V}_i > 0$ مادامی‌که $\|\boldsymbol{E}_i\| < \chi_i$. از طرفی با توجه به رابطه (۷-۵۶) شعاع Ξ_i با در نظر گرفتن $t \to \infty$ به صفر میل می‌کند. در نتیجه خطای ردگیری به طور مجانبی به سمت صفر میل می‌کند.

با در نظر گرفتن روابط (۷-۵۱) و (۷-۵۲)، می‌توان نتیجه گرفت که $\hat{\boldsymbol{\theta}}_{\eta_i}$ و $\hat{\boldsymbol{\theta}}_{u_i}$ محدود هستند. از طرفی محدودیت موقعیت روتور، x_m، با در نظر گرفتن معادله (۷-۱) اثبات می‌شود. بعلاوه مطابق روابط (۷-۴۲)، (۷-۱۵) و (۷-۴۷)، به‌ترتیب $\hat{\eta}_i(t)$، u_{ts_i} و u_{s_i} محدود هستند. چنانچه رابطه ولتاژ (۷-۳) به فرم اسکالر را در I_{ai} ضرب کرده و با انجام کمی محاسبات، محدود بودن سرعت مفصل به صورت رابطه $|\dot{x}_{mi}| \le K_{bi}^{-1}(\varphi_{max,i} + v_{max,i})$ قابل اثبات می‌باشد [۷۷]. از رابطه (۷-۳)، می‌توان معادله مفصل مستقل را برای هر موتور بدین صورت نوشت:

$$R_i I_{ai} + L_i \dot{I}_{ai} = v_i - K_{bi}\dot{x}_{mi} - \varphi_i(t) \qquad (۷-۵۷)$$

متغیرهای $\dot{x}_{mi}$، $\varphi_i(t)$ و v_i محدود هستند. بنابراین ورودی در رابطه (۷-۵۷) محدود است. از طرفی با توجه به معیار راث – هرویتز، معادله دیفرانسیل خطی (۷-۵۷)، سیستم خطی پایدار می‌باشد. در نتیجه خروجی I_{ai} نیز محدود باقی می‌ماند. بنابراین پایداری تمامی متغیرهای سیستم تضمین می‌شود. در سمت راست رابطه (۷-۴)، $h(\chi)$، v و $\varphi(t)$ محدود هستند و $\boldsymbol{B}$ بردار با عناصر ثابت می‌باشد. بنابراین $\dot{\boldsymbol{\chi}}$ نیز محدود است و از آن نتیجه می‌شود که شتاب روتور $\ddot{x}_{mi}$، مشتق زمانی جریان

آرمیچر $\dot{\boldsymbol{I}}_{\boldsymbol{a}}$ و تکانه مفصل $\ddot{\boldsymbol{x}}$ نیز محدود باقی می‌مانند. بنابراین محدودیت $\boldsymbol{f}$ در رابطه (۷-۱۰) نیز تضمین می‌شود.

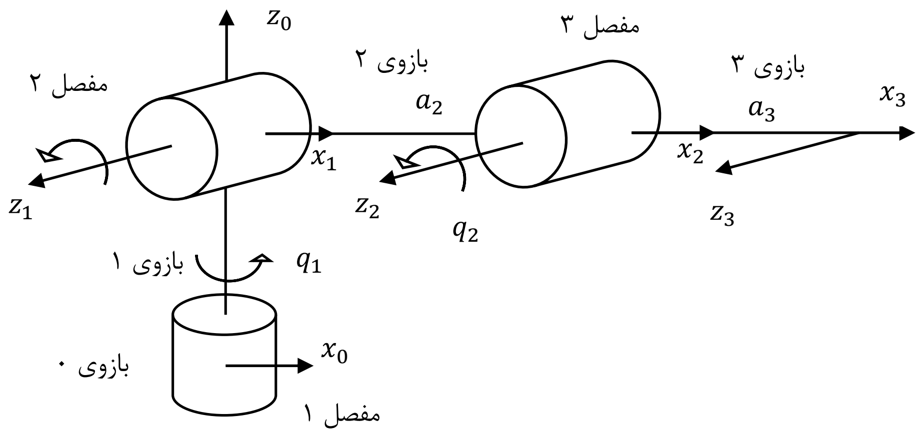
۷-۴- نتایج شبیه‌سازی

به منظور تایید عملکرد مناسب کنترل‌کننده ارائه شده در روابط (۷-۱۸) تا (۷-۲۰)، این ساختار کنترلی در این بخش بر روی بازوی رباتیک هنرمند (که به صورت طرحواره در شکل ۷-۲ نشان داده شده [۷۷]) با مفاصل انعطاف‌پذیر شبیه‌سازی می‌شود. تمامی جزئیات در مورد دینامیک‌های سیستم رباتیک در مرجع [۷۷] آورده شده است. بیشینه ولتاژ بر روی $v_{max,i} = 50\ V$ قرار دارد. اغتشاش خارجی $\varphi_i(t)$ به شکل تابع پالس مستطیلی با دامنه ۲ ولت انتخاب می‌شود.

طرح کنترلی تطبیقی مستقیم پیشنهادی در این فصل که شامل قانون کنترل (۷-۱۸) تا (۷-۲۰)، کنترل‌کننده سری‌تیلور (۷-۱۵)، تقریب‌گر فازی (۷-۴۲)، قوانین تطبیق (۷-۵۱) و (۷-۵۲) و عبارت مقاوم‌ساز (۷-۴۷) شبیه‌سازی می‌شود. مسیر مفصلی مطلوب برای تمامی مفاصل بدین صورت فرمول‌بندی می‌شود:

$$x_{di} = \left(1 - \cos\left(\frac{\pi t}{20}\right)\right) \quad for \quad 0 \le t \le 20 \qquad (۷-۵۸)$$

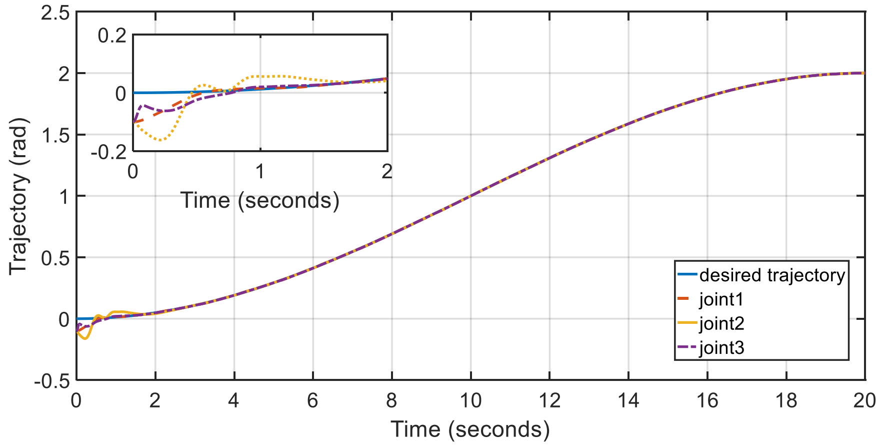
خطاهای اولیه برای هر سه مفصل بازوی رباتیک ۰/۱ رادیان در نظر گرفته می‌شوند. ضریب‌های کنترل کننده به صورت $k_1 = 11.1013$، $k_2 = 51.7639$، $k_3 = 74.0609$، $\delta_i = 2.2365$، $\sigma_i = 0.7564$، $\gamma_i = 684.955$ و $\lambda_i = 3.7919$ انتخاب می‌شوند. مقادیر اولیه برای ضریب‌های $\widehat{\boldsymbol{\theta}}_{u_i}(0)$ و $\widehat{\boldsymbol{\theta}}_{\eta_i}(0)$ صفر در نظر گرفته می‌شوند.



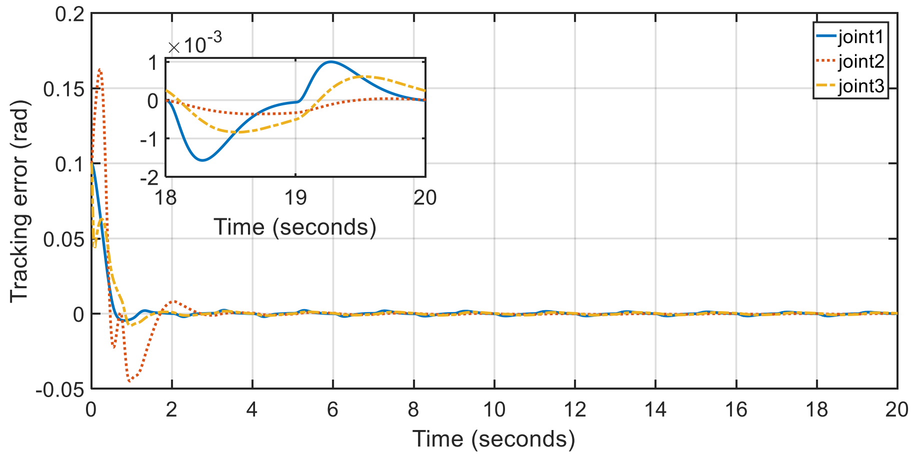
شکل ۷-۲ نمایش نمادین بازوی رباتیک هنرمند

عملکرد رضایت‌بخش کنترل‌کننده تطبیقی مستقیم سری‌تیلور – فازی در شکل‌های ۷-۳ و ۷-۴ نشان داده شده است. خطای ردگیری به خوبی تا محدوده $[-2 \times 10^{-3}, 1.2 \times 10^{-3}]$ رادیان کاهش می‌یابد. همچنین ولتاژ موتورها در شکل ۷-۵ نشان داده شده است. باید توجه داشت که روش کنترلی پیشنهادی از پس دو چالش به نام‌های خطای ردگیری برای هر مفصل و گشتاورهای گرانشی مرتبط با ربات‌هایی با مفاصل انعطاف‌پذیر به خصوص لینک دوم به خوبی برمی‌آید. ضریب‌های سری‌تیلور برای تمامی مفاصل در شکل ۷-۶ نشان داده شده است. همانطور که مشاهده می‌شود اولین ضریب هر تقریب‌گر سری‌تیلور در طول زمان متغیر و دومین و سومین ضریب هر تقریب‌گر سری‌تیلور تقریبا به مقدار ثابت همگرا می‌شود تا این ضریب‌ها تاثیرات عدم‌قطعیت را جبران نماید. در مقایسه با ضریب‌های سری‌تیلور که تعداد ضریب‌ها از اهمیت زیادی برای طراح کنترل برخوردار نیست، عامل اصلی برای رسیدن به عملکرد مناسب کنترل‌کننده، تنظیم ضریب‌های کنترل با سعی و خطا یا استفاده از الگوریتم‌های بهینه‌سازی می‌باشد. تاثیر عبارت‌های مرتبه بالاتر چندجمله‌های تیلور در تقریب عدم‌قطعیت تجمعی، قابل صرف نظر کردن می‌باشد به دلیل اینکه الگوریتم کنترل پیشنهادی همگرایی مجانبی خطای ردگیری و مشتق زمانی آن را به عنوان ورودی

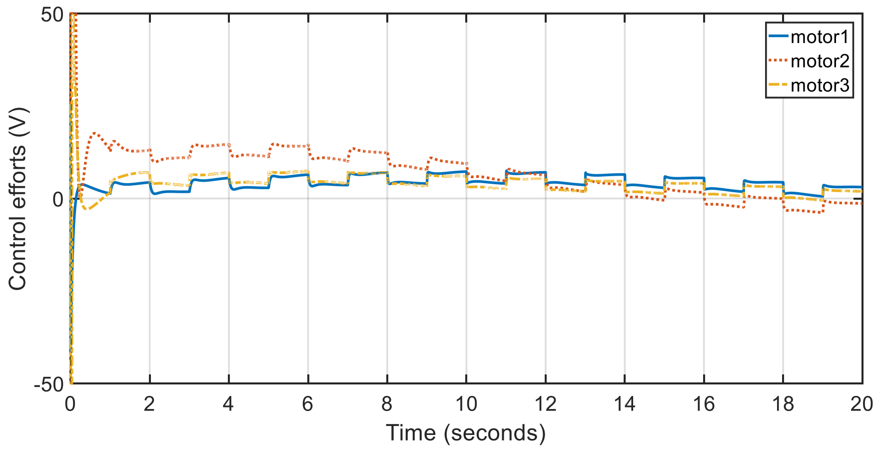
سیستم سری‌تیلور به صفر را تضمین می‌کند. تطبیق هر ۹ ضریب فازی برای هر مفصل در شکل ۷-۷ نشان داده شده است. همانطور که مشاهده می‌کنید، تمامی۲۷ ضریب فازی در تقریب کران بالای خطای مدلسازی نقش ایفا می‌کنند. در نهایت، تقریب کران بالای خطای مدلسازی برای تمامی مفاصل در شکل ۷-۸ نشان داده شده است. به دلیل اینکه شرایط اولیه برای بردار بهره تطبیقی $\widehat{\boldsymbol{\theta}}_{\eta_i}$ صفر در نظر گرفته شده است، تقریب خطای مدلسازی از صفر شروع می‌شود. از طرفی مطابق شکل ۷-۸ و رابطه (۷-۳۵)، اندازه $\hat{\eta}_i$ در طول بازه زمانی مثبت باقی می‌ماند.



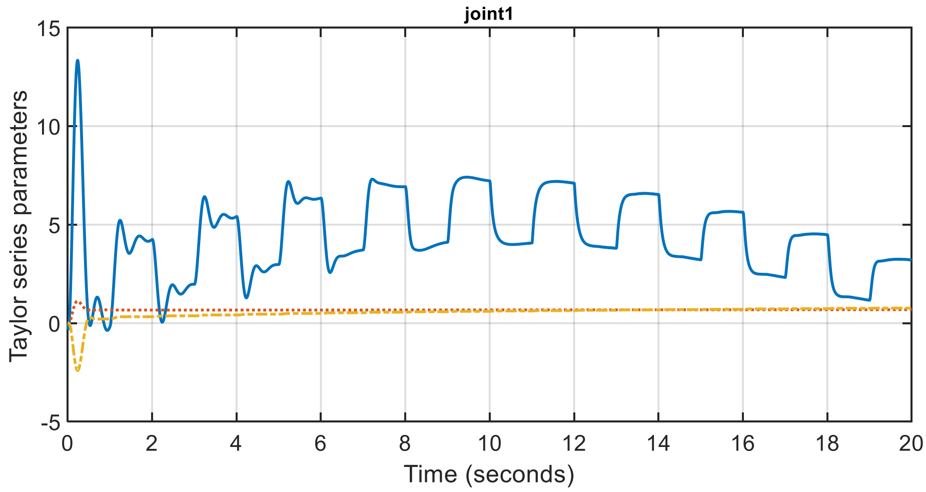
شکل ۷-۳ عملکرد ردگیری کنترل‌کننده پیشنهادی سری‌تیلور - فازی

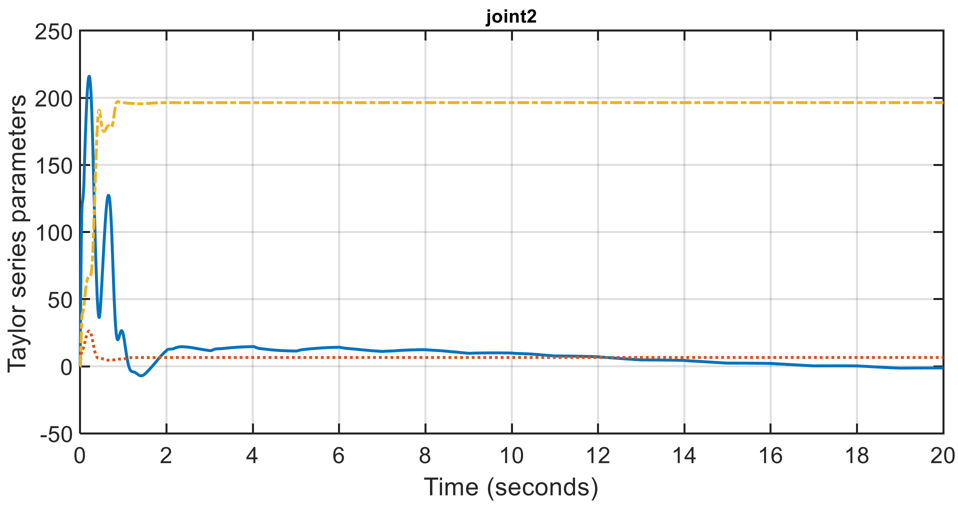


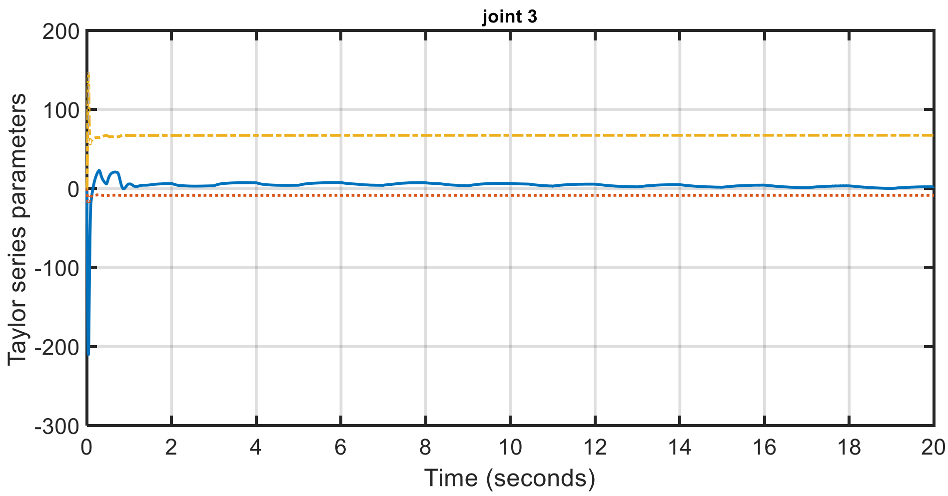
شکل ۷-۴ خطای ردگیری کنترل‌کننده سری‌تیلور - فازی



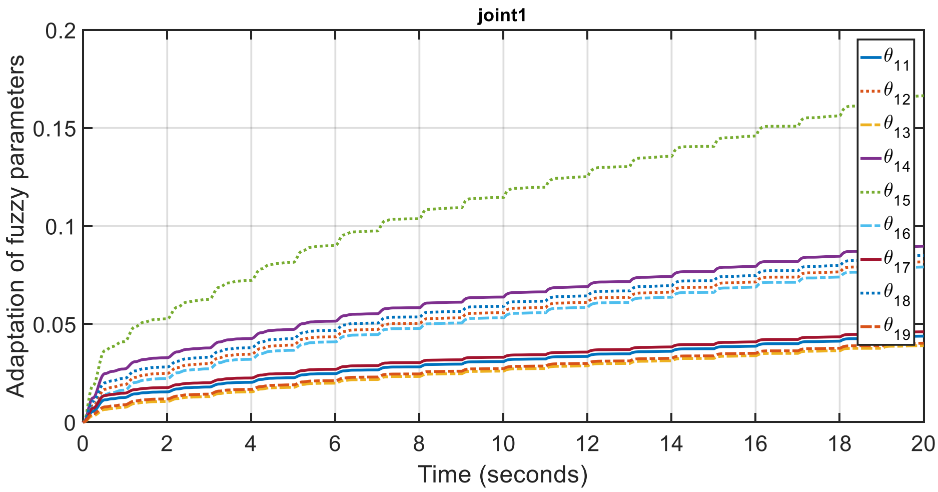
شکل ۷-۵ تلاش کنترلی کنترل‌کننده سری‌تیلور – فازی

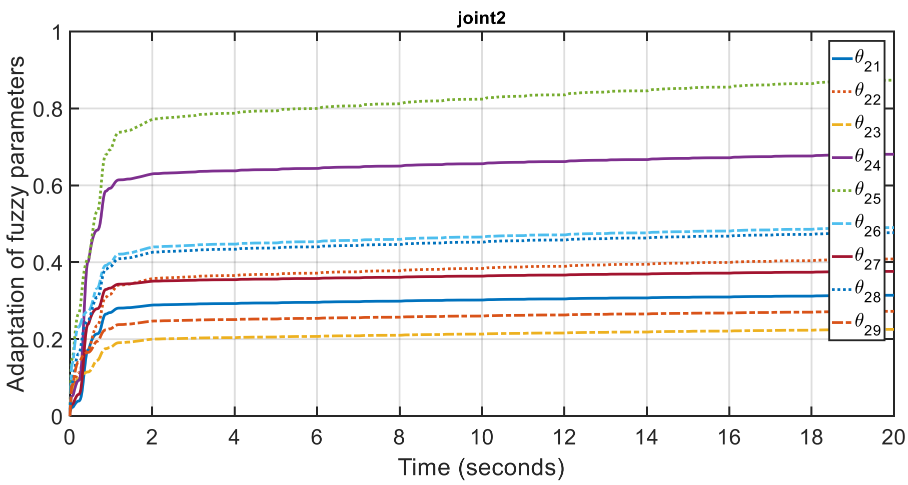


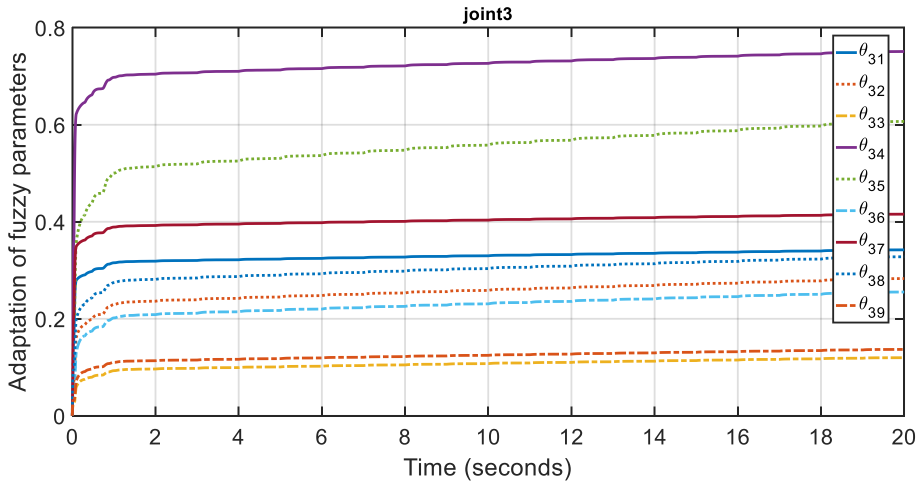




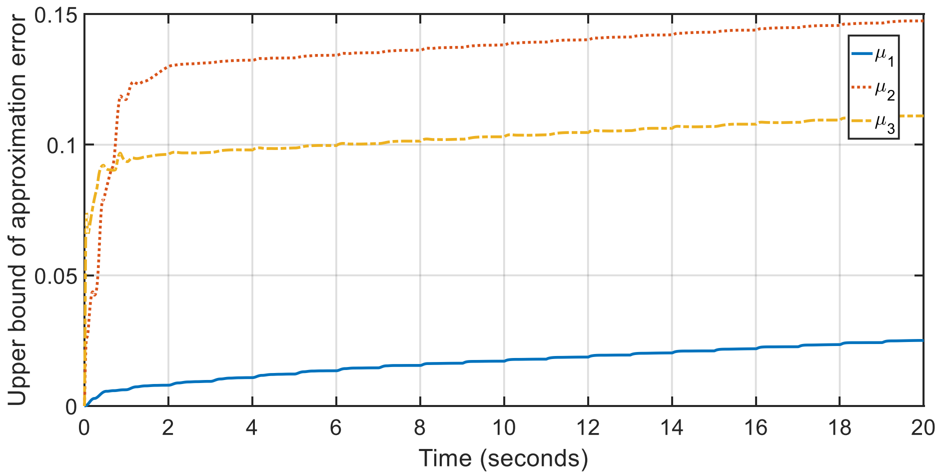
شکل ۷-۶ تطبیق ضریب‌های تقریب‌گر سری‌تیلور. خط توپر "-"، خط نقطه‌چین ":" و خط خط‌چین "--" به‌ترتیب نشان‌دهنده ضریب اول، دوم و سوم تقریب‌گر سری‌تیلور می‌باشد.







شکل ۷-۷ ضریب‌های تقریب‌گر تطبیقی فازی



شکل ۷-۸ تقریب کران بالای خطای مدلسازی

فصل ۸. نتیجه‌گیری و پیشنهادات

۸-۱- نتیجه‌گیری

در این رساله، کنترل‌کننده‌های تطبیقی مبتنی بر سری‌تیلور بازوهای رباتیک طراحی می‌شوند. با بررسی خاصیت منحصربه‌فرد سیستم سری‌تیلور به عنوان تقریب‌گر عمومی، از سری‌تیلور هم به صورت تقریب‌گر عدم‌قطعیت در قانون کنترل و هم به شکل کنترل‌کننده برای بازوهای رباتیک استفاده شده است. در تمامی روش‌های پیشنهادی به استثنای فصل ششم که از راهبرد کنترل ولتاژ استفاده شده است، از دینامیک‌های تجمیع شده بازوی رباتیک و محرکه‌ها برای پیشنهاد قانون کنترل بهره گرفته شده است. کنترل‌کننده‌های پیشنهادی می‌توانند پایداری محدود نهایی یکنواخت خطای ردگیری و مشتق زمانی آن را تضمین می‌کنند. با اضافه کردن عبارت مقاوم‌ساز در قانون کنترل، تضمین همگرایی مجانبی خطای ردگیری مهیا می‌شود. همچنین با در نظر گرفتن انعطاف‌پذیری مفاصل در بازوهای رباتیک، کنترل سری‌تیلور با عملکردی مناسب از پس چالش اینگونه سیستم‌ها به خوبی بر آمده است.

یکی از ویژگیهای منحصربه‌فرد سیستم سری‌تیلور تطبیقی پیشنهادی، مدلسازی آن در فضای خطا می‌باشد که در مقایسه با کنترل‌کننده‌های پیشرفته دیگر، علاوه بر داشتن ساختاری ساده و عدم نیاز به تعداد زیاد ضریب‌های تطبیقی و ورودی‌ها، در مواجه با عدم‌قطعیت تجمعی موفق عمل می‌کند. باید توجه داشت که با در نظر گرفتن انعطاف‌پذیری مفاصل و افزایش پارامترهای کنترل‌کننده، تنظیم این پارامترها به صورت سعی و خطا به آسانی امکان پذیر نخواهد بود. در این وضعیت، استفاده از روش‌های بهینه‌سازی برای رفع این چالش راهگشاست. در جدول ۸-۱، مقایسه ای بین روش های کنترلی پیشنهادی در این رساله انجام شده است.

جدول ۸-۱ مقایسه بین روش‌های پیشنهادی در رساله

روش کنترل	ورودی کنترل (گشتاور/ ولتاژ)	در نظر گرفتن دینامیک محرکه‌ها	فضای مفصلی / فضای کار	جبران عدم‌قطعیت	مفاصل صلب / مفاصل انعطاف پذیر	ماتریس رگرسور	نوع پایداری
فصل دوم	ولتاژ	در نظر گرفته شده	فضای مفصلی	جبران می‌شود	مفاصل صلب	نیازی ندارد	پایداری نهایی یکنواخت
فصل سوم	ولتاژ	در نظر گرفته شده	فضای مفصلی	جبران می‌شود	مفاصل صلب	نیازی ندارد	پایداری نهایی یکنواخت
فصل چهارم	ولتاژ	در نظر گرفته شده	فضای مفصلی	جبران می‌شود	مفاصل صلب	نیازی ندارد	همگرایی مجانبی
فصل پنجم	ولتاژ	در نظر گرفته شده	فضای کار	جبران می‌شود	مفاصل صلب	نیازی ندارد	همگرایی مجانبی
فصل ششم	ولتاژ	در نظر گرفته شده	فضای مفصلی / فضای کار	جبران می‌شود	مفاصل صلب	نیازی ندارد	همگرایی مجانبی
فصل هفتم	ولتاژ	در نظر گرفته شده	فضای مفصلی	جبران می‌شود	مفاصل انعطاف پذیر	نیازی ندارد	همگرایی مجانبی

۸-۲- پیشنهادات

در این بخش برای ارائه راهکارهایی برای پژوهش‌های آینده، پیشنهادات زیر بیان می‌گردد:

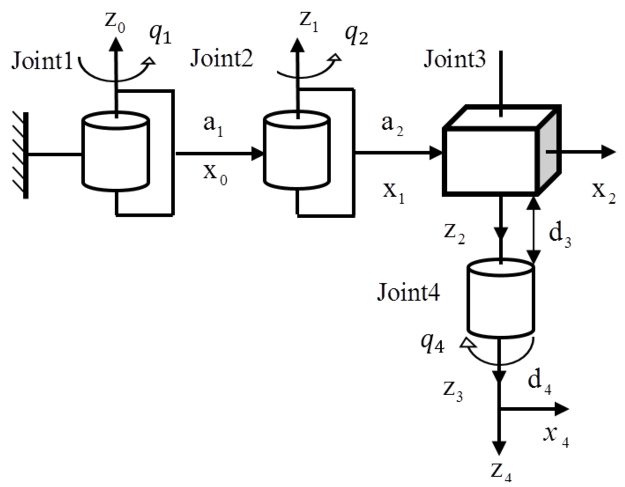
- تضمین پایداری مجانبی یا زمان محدود برای طرح کنترلی مبتنی بر سری‌تیلور بازوهای رباتیک با در نظر گرفتن دینامیک محرکه‌ها.
- توسعه و گسترش کنترل مبتنی بر سری‌تیلور برای کلاس‌های سیستم‌های غیرخطی.
- استفاده از سیستم سری‌تیلور در کنترل‌کننده‌های مقاوم به منظور بهبود عملکرد و تقویت ساختاری این کنترل‌کننده‌ها.

پیوست

پیوست ۱

الف-۱) معادلات سینماتیکی و دینامیکی ربات اسکارای چهارمحوره (متصل به دیوار)

بازوی رباتیک اسکارا دارای سه مفصل لولایی و یک مفصل کشویی است. شکل (الف-۱) دیاگرام مفصلی ربات اسکارا ۴ محوره متصل به دیوار را نشان می‌دهد.



شکل (الف-۱) دیاگرام مفصلی ربات اسکارای چهار محوره (متصل به دیوار)

توجه شود که دستگاه مختصات طبق قوانین دناویت-هارتنبرگ بر روی مفاصل ربات مطابق شکل قرار داده شده‌اند. اصول کار بدین صورت می‌باشد:

در گام اول باید رابط‌ها را نام گذاری کنیم. رابط پایه و ساکن را رابط صفر و سپس رابط بعدی را رابط یک و به همین ترتیب همه رابط‌ها را نام گذاری می‌کنیم. بر روی هر مفصل یک دستگاه مختصات قرار می‌دهیم.

برای تعیین محورهای آن طبق روش دناویت - هارتنبرگ[1] به صورت زیر عمل می‌کنیم:

[1] Denavit–Hartenberg

- محورهای مفاصل را شناسایی می‌کنیم. محور مفصل آن محوری است که مفصل لولایی حول آن می‌چرخد یا مفصل کشویی در راستای محور مفصلی قرار می‌دهیم.
- محور x_0 را بصورت اختیاری انتخاب می‌کنیم.
- محور x_i را بگونه‌ای انتخاب می‌کنیم که محور x_i عمود و متقاطع با z_{i-1} باشد.
- محور y_i را بگونه‌ای انتخاب می‌کنیم که همه دستگاه بصورت راست‌گرد باشند.
- یک جدول از ضریب‌های رابطها (a_i طول، d_i انحراف، α_i پیچش، q_i زاویه) تشکیل می‌دهیم که ضریب a_i بیانگر فاصله از z_{i-1} تا z_i در جهت x_i، ضریب d_i بیانگر فاصله از x_{i-1} تا x_i در جهت z_{i-1}، ضریب α_i بیانگر زاویه از z_{i-1} تا z_i حول x_i و ضریب q_i بیانگر زاویه از x_{i-1} تا x_i حول z_{i-1} می‌باشند.

ضریب‌های متغیر و ثابت ربات در شکل (الف-۱) مشخص می‌باشند. با توجه به دستگاه‌های مختصات، جدول ضریب‌های دناویت - هارتنبرگ ربات اسکارای چهار محوره متصل به دیوار بدین صورت تشکیل می‌گردد:

جدول (الف - ۱) ضریب‌های دناویت - هارتنبرگ ربات

$\alpha_i(rad)$	$a_i(m)$	$d_i(m)$	$q_i(rad)$	شماره بازو
0	$a_1 = 0.33$	0	q_1	۱
$\alpha_2 = \pi$	$a_2 = 0.27$	0	q_2	۲
0	0	d_3	0	۳
0	0	$d_4 = 0.061$	q_4	۴

معادلات دینامیکی ربات با چند درجه آزادی، با محاسبه انرژی پتانسیل و انرژی جنبشی رابطها و مفاصل به دست می‌آید. برای انجام این کار پس از محاسبه مقادیر انرژی‌ها، تابع لاگرانژین سیستم که عبارتست از اختلاف انرژی جنبشی و پتانسیل تشکیل می‌شود. سپس از تابع لاگرانژین نسبت به

متغیرهای مفاصل مشتق می‌گیریم. معادله دینامیکی بازوی ربات در نهایت با این معادلات توصیف می‌شود [۸۰]

$$\boldsymbol{D}(\boldsymbol{q})\ddot{\boldsymbol{q}} + \boldsymbol{C}(\boldsymbol{q},\dot{\boldsymbol{q}})\dot{\boldsymbol{q}} + \boldsymbol{g}(\boldsymbol{q}) = \boldsymbol{\tau}_r - \boldsymbol{\tau}_f(\dot{\boldsymbol{q}}) \qquad \text{(الف - ۱)}$$

که در آن $\boldsymbol{q} \in \mathbb{R}^n$ بردار موقعیت‌های مفصلی، $\boldsymbol{D}(\boldsymbol{q}) \in \mathbb{R}^{n\times n}$ ماتریس اینرسی بازوی رباتیک، $\boldsymbol{C}(\boldsymbol{q},\dot{\boldsymbol{q}})\dot{\boldsymbol{q}} \in \mathbb{R}^n$ بردار گشتاورهای کوریولیس و مرکز گرا، $\boldsymbol{g}(\boldsymbol{q}) \in \mathbb{R}^n$ بردار گشتاورهای گرانشی، $\boldsymbol{\tau}_f(\dot{\boldsymbol{q}}) \in \mathbb{R}^n$ بردار گشتاورهای اصطکاک، $\boldsymbol{\tau}_r \in \mathbb{R}^n$ بردار گشتاور مفاصل می‌باشد. مدل مناسب برای در نظر گرفتن اصطکاک مفاصل به صورت اسکالر بدین‌شکل می‌باشد [۸۰]

$$\tau_f(\dot{q}) = v\dot{q} + csgn(\dot{q}) \qquad \text{(الف - ۲)}$$

که در آن به عبارت $v\dot{q}$ اصطکاک ویسکوز می‌گویند که در آن گشتاور حاصل از اصطکاک با سرعت حرکت مفصل متناسب است و همچنین به عبارت $csgn(\dot{q})$ اصطکاک خشک می‌گویند که مقدار آن ثابت است اما علامت آن به سرعت مفصل بستگی دارد. در رابطه (الف - ۲)، v ثابت اصطکاک ویسکوز و c ثابت اصطکاک خشک می‌باشد.

در نهایت ضریب‌های بازوی رباتیک اسکارای چهار محوره که توسط نرم‌افزار سالید ورکس[1] استخراج شده است در جدول (الف-۲) نشان داده شده‌اند.

[1] Solidworks

جدول (الف - ۲) ضریب‌های ربات اسکارای چهار محوره

i	x_i	y_i	z_i	m_i	I_{xxi}	I_{yyi}	I_{zzi}	I_{xyi}	I_{xzi}	I_{xzi}
۱	-0.257	0	-0.0623	11.94	0.0297	0.1863	0.1899	0	0.001	0
۲	-0.192	0	-0.0854	37.973	0.2564	0.8817	0.7373	-0.0017	0.1015	-0.0016
۳	0	0	-0.205	0.263	0.0037	0.0037	3.1×10^{-5}	0	0	0
۴	0	0	-0.0244	0.321	1.99×10^{-4}	1.97×10^{-4}	1.9×10^{-4}	0	0	0

الف - ۲) دینامیک موتورها

گشتاور لازم برای حرکت مفاصل ربات، توسط محرکه‌ها که در اغلب موارد موتورهای الکتریکی هستند، فراهم می‌شود. بنابراین موتورها یک بخش اصلی از دینامیک سیستم رباتیک را تشکیل می‌دهند. گشتاور مورد نیاز هر مفصل توسط موتورها با رابطه زیر فراهم می‌شود [۸۰]

$$\boldsymbol{J}_m\ddot{\boldsymbol{q}}_m + \boldsymbol{B}_m\dot{\boldsymbol{q}}_m + \boldsymbol{r}\boldsymbol{\tau}_r = \boldsymbol{\tau}_m \qquad \text{(الف - ۳)}$$

که در آن $\boldsymbol{\tau}_m \in \mathbb{R}^n$ بردار گشتاور تولیدی موتورها برای هر مفصل، $\boldsymbol{r} \in \mathbb{R}^{n\times n}$ ماتریس قطری ضریب کاهشی چرخدنده‌ها، $\boldsymbol{q}_m \in \mathbb{R}^n$ بردار زاویه موتورها، $\boldsymbol{J}_m \in \mathbb{R}^{n\times n}$ ماتریس قطری گشتاور اینرسی روتورها و$\boldsymbol{B}_m \in \mathbb{R}^{n\times n}$ ماتریس قطری ضریب اصطکاک روتورها می‌باشد. از طرفی در ربات‌ها با مفاصل صلب، زاویه موتور و مفصل با هم بدین صورت رابطه خطی دارند:

$$\boldsymbol{q} = \boldsymbol{r}\boldsymbol{q}_m \qquad \text{(الف - ۴)}$$

همچنین می‌توان رابطه گشتاور تولیدی موتورها، $\boldsymbol{\tau}_m$، و جریان آرمیچر، $\boldsymbol{I}_a \in \mathbb{R}^n$، را بدین‌شکل نشان داد:

$$K_m I_a = \tau_m \qquad \text{(الف - ۵)}$$

که در آن $K_m \in \mathbb{R}^{n\times n}$ ماتریس قطری ثابت‌های گشتاور می‌باشد. بنابراین با جایگذاری روابط (الف - ۴) و (الف - ۵) در (الف - ۳) داریم:

$$J_m r^{-1}\ddot{q} + B_m r^{-1}\dot{q} + r\tau_r = K_m I_a \qquad \text{(الف - ۵)}$$

برای بدست آوردن معادلات سیستم رباتیک بر اساس ولتاژ موتورها به عنوان ورودی‌های کنترلی، معادله الکتریکی موتورهای مغناطیس دائم جریان مستقیم بدین صورت در نظر گرفته می‌شود:

$$RI_a + L\dot{I}_a + K_b r^{-1}\dot{q} + \varphi = v \qquad \text{(الف - ۶)}$$

که در آن $I_a \in \mathbb{R}^n$ بردار جریان‌های موتور، $v \in \mathbb{R}^n$ بردار ولتاژهای موتور و $\varphi \in \mathbb{R}^n$ بردار اغتشاش خارجی می‌باشد. از طرفی $R \in \mathbb{R}^{n\times n}$ ، $L \in \mathbb{R}^{n\times n}$ و $K_b \in \mathbb{R}^{n\times n}$ به‌ترتیب بیانگر ماتریس‌های قطری برای ضریب‌های مقاومت آرمیچر،اندوکتانس و ثابت ضد محرکه می‌باشند. ضریب‌های موتور مغناطیس دائم جریان مستقیم مطابق جدول (الف - ۳) نمایش داده شده است.

جدول (الف - ۳) ضریب‌های موتور

موتورها	$u_{max}\ (V)$	$R(\Omega)$	$K_b\left(\frac{V.s}{rad}\right)$	$L(H)$	$J_m\left(\frac{Nm.s^2}{rad}\right)$	$B_m\left(\frac{Nm.s}{rad}\right)$	r
1,2,3,4	40	1.26	0.26	0.001	0.0002	0.001	0.01

پیوست ۲

قضیه الف-۱) [۸۲] فرض کنید $I \subset \mathbb{R}$ بازه باشد. با فرض اینکه تابع $f: I \to \mathbb{R}$ به اندازه کافی مشتق پذیر باشد، آنگاه برای تمامی $j \in \mathbb{N}$ و تمامی $x \in I$، ثابت $C > 0$ وجود دارد به‌نحوی‌که

$$\left|f^{(j)}(x)\right| \le C \qquad \text{(الف - ۷)}$$

با در نظرگرفتن $x_0 \in I$، برای تمامی $N \in \mathbb{N}$ و تمامی $x \in I$، داریم:

$$\left|\sum_{j=0}^{N} \frac{h^{(j)}(x_0)}{j!}(x - x_0)^j - g(x)\right| \le \frac{C}{(N+1)!}|x - x_0|^{N+1} \qquad \text{(الف - ۸)}$$

به طور خاص اگر I بازه محدود باشد $N_0 \in \mathbb{N}$ برای $\delta > 0$ دلخواهی وجود دارد به نحوی‌که (برای تمامی $x \in I$ و تمامی $N \ge N_0$)

$$\left|\sum_{j=0}^{N} \frac{h^{(j)}(x_0)}{j!}(x - x_0)^j - g(x)\right| \le \delta \quad for\ all\ x \in I\ and\ all\ N \ge N_0 \qquad \text{(الف - ۹)}$$

اثبات قضیه (الف - ۱) در مرجع [۸۲] آورده شده است. با استفاده از رابطه (الف - ۹) می‌توان تصمیم گرفت که چه تعداد جمله، N، باید در چندجمله‌ای سری‌تیلور در نظر گرفته شود تا به دقت مشخصی، δ، برای تابع داده شده بر روی بازه ثابت برسیم.

مراجع

[1] Luh, J. Y. S. (1983). Conventional controller design for industrial robots—A tutorial. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics*, (3), 298-316.

[2] Freund, E. (1982). Fast nonlinear control with arbitrary pole-placement for industrial robots and manipulators. *The International Journal of Robotics Research*, *1*(1), 65-78.

[3] Nazmara, G., Fateh, M. M., & Ahmadi, S. M. (2018). A model-reference impedance control of robot manipulators using an adaptive fuzzy uncertainty estimator.

[4] Zhang, D., & Wei, B. (2017). *Adaptive Control for Robotic Manipulators*. CRC Press.

[5] Murray, R. M. (2017). *A mathematical introduction to robotic manipulation*. CRC press.

[6] Sharma, K. D., Chatterjee, A., & Rakshit, A. (2018). Experimental Study III: Control of Robot Manipulators. In *Intelligent Control* (pp. 281-293). Springer, Singapore.

[7] Zeinali, M., & Notash, L. (2010). Adaptive sliding mode control with uncertainty estimator for robot manipulators. *Mechanism and Machine Theory*, *45*(1), 80-90.

[8] Bellman, R. E. (2015). *Adaptive control processes: a guided tour* (Vol. 2045). Princeton university press.

[9] Rohrs, C., Valavani, L., Athans, M., & Stein, G. (1985). Robustness of continuous-time adaptive control algorithms in the presence of unmodeled dynamics. *IEEE Transactions on Automatic Control*, *30*(9), 881-889.

[10] Baek, J., Jin, M., & Han, S. (2016). A new adaptive sliding-mode control scheme for application to robot manipulators. *IEEE Transactions on industrial electronics*, *63*(6), 3628-3637.

[11] Hu, Q., Xu, L., & Zhang, A. (2012). Adaptive backstepping trajectory tracking control of robot manipulator. *Journal of the Franklin Institute*, *349*(3), 1087-1105.

[12] He, X., Qin, Z., & Wu, X. (2015). Adaptive Iterative Learning Control of Robot Manipulators in the Presence of Environmental Constraints. In *Frontiers of Intelligent Control and Information Processing* (pp. 133-150).

[13] Monje, C. A., Vinagre, B. M., Feliu, V., & Chen, Y. (2008). Tuning and auto-tuning of fractional order controllers for industry applications. *Control engineering practice*, *16*(7), 798-812.

[14] Islam, S., & Liu, X. P. (2011). Robust sliding mode control for robot manipulators. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, *58*(6), 2444-2453.

[15] Perruquetti, W., & Barbot, J. P. (2002). *Sliding mode control in engineering*. CRC press.

[16] Parra-Vega, V., & Hirzinger, G. (2001). Chattering-free sliding mode control for a class of nonlinear mechanical systems. *International Journal of Robust and Nonlinear Control: IFAC-Affiliated Journal*, *11*(12), 1161-1178.

[17] Wang, L., Chai, T., & Zhai, L. (2009). Neural-network-based terminal sliding-mode control of robotic manipulators including actuator dynamics. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, *56*(9), 3296-3304.

[18] Zhihong, M., & Yu, X. H. (1997). Terminal sliding mode control of MIMO linear systems. *IEEE Transactions on Circuits and Systems I: Fundamental Theory and Applications*, *44*(11), 1065-1070.

[19] Wu, Y., Yu, X., & Man, Z. (1998). Terminal sliding mode control design for uncertain dynamic systems. *Systems & Control Letters*, *34*(5), 281-287.

[20] Yu, S., Yu, X., Shirinzadeh, B., & Man, Z. (2005). Continuous finite-time control for robotic manipulators with terminal sliding mode. *Automatica*, *41*(11), 1957-1964.

[21] Li, Y., Qiang, S., Zhuang, X., & Kaynak, O. (2004). Robust and adaptive backstepping control for nonlinear systems using RBF neural networks. *IEEE Transactions on Neural Networks*, *15*(3), 693-701.

[22] Kwan, C., & Lewis, F. L. (2000). Robust backstepping control of nonlinear systems using neural networks. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics-Part A: Systems and Humans*, *30*(6), 753-766.

[23] Zhang, Y., Peng, P. Y., & Jiang, Z. P. (2000). Stable neural controller design for unknown nonlinear systems using backstepping. *IEEE Transactions on Neural Networks*, *11*(6), 1347-1360.
[24] Gong, J. Q., & Yao, B. (2001). Neural network adaptive robust control of nonlinear systems in semi-strict feedback form. *Automatica*, *37*(8), 1149-1160.
[25] Zhang, T., Ge, S. S., & Hang, C. C. (2000). Adaptive neural network control for strict-feedback nonlinear systems using backstepping design. *Automatica*, *36*(12), 1835-1846.
[26] Ge, S. S., & Wang, C. (2002). Direct adaptive NN control of a class of nonlinear systems. *IEEE Transactions on Neural Networks*, *13*(1), 214-221.
[27] Pan, Y., Wang, H., Li, X., & Yu, H. (2018). Adaptive command-filtered backstepping control of robot arms with compliant actuators. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, *26*(3), 1149-1156.
[28] Wang, D., & Huang, J. (2005). Neural network-based adaptive dynamic surface control for a class of uncertain nonlinear systems in strict-feedback form. *IEEE Transactions on Neural Networks*, *16*(1), 195-202.
[29] Li, T. S., Wang, D., Feng, G., & Tong, S. C. (2010). A DSC approach to robust adaptive NN tracking control for strict-feedback nonlinear systems. *IEEE transactions on systems, man, and cybernetics, part b (cybernetics)*, *40*(3), 915-927.
[30] Li, T. S., Tong, S. C., & Feng, G. (2010). A novel robust adaptive-fuzzy-tracking control for a class of nonlinearmulti-input/multi-output systems. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, *18*(1), 150-160.
[31] Bristow, D. A., Tharayil, M., & Alleyne, A. G. (2006). A survey of iterative learning control. *IEEE Control Systems*, *26*(3), 96-114.
[32] Kuc, T. Y., Nam, K., & Lee, J. S. (1991). An iterative learning control of robot manipulators. *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, *7*(6), 835-842.
[33] Arimoto, S. (1986). Mathematical theory of learning with applications to robot control. In *Adaptive and Learning Systems* (pp. 379-388). Springer, Boston, MA.
[34] Mita, T., & Kato, E. (1985, December). Iterative control and its application to motion control of robot arm-a direct approach to servo-problems. In *Decision and Control, 1985 24th IEEE Conference on* (Vol. 24, pp. 1393-1398). IEEE.
[35] Lee, J. W., Lee, H. S., & Bien, Z. (1993). Iterative learning control with feedback using Fourier series with application to robot trajectory tracking. *Robotica*, *11*(4), 291-298.
[36] Gorinevsky, D., Torfs, D. E., & Goldenberg, A. A. (1997). Learning approximation of feedforward control dependence on the task parameters with application to direct-drive manipulator tracking. *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, *13*(4), 567-581.
[37] Sharma, R., Rana, K. P. S., & Kumar, V. (2014). Performance analysis of fractional order fuzzy PID controllers applied to a robotic manipulator. *Expert systems with applications*, *41*(9), 4274-4289.
[38] Lazarević, M. P. (2006). Finite time stability analysis of PDα fractional control of robotic time-delay systems. *Mechanics research communications*, *33*(2), 269-279.
[39] Matignon, D. (1996, July). Stability results for fractional differential equations with applications to control processing. In *Computational engineering in systems applications* (Vol. 2, pp. 963-968). Lille, France: IMACS, IEEE-SMC.
[40] Fateh, M. M. (2010). Proper uncertainty bound parameter to robust control of electrical manipulators using nominal model. *Nonlinear Dynamics*, *61*(4), 655-666.
[41] Cho, Y. W., Seo, K. S., & Lee, H. J. (2007). A direct adaptive fuzzy control of nonlinear systems with application to robot manipulator tracking control. *International journal of control, Automation, and systems*, *5*(6), 630-642.
[42] Baigzadehnoe, B., Rahmani, Z., Khosravi, A., & Rezaie, B. (2017). On position/force tracking control problem of cooperative robot manipulators using adaptive fuzzy backstepping approach. *ISA transactions*, *70*, 432-446.
[43] Nazmara, G., Fateh, M. M., & Ahmadi, S. M. (2018). A model-reference impedance control of robot manipulators using an adaptive fuzzy uncertainty estimator.

[44] Zeng, W., & Wang, C. (2014). Learning from NN output feedback control of robot manipulators. *Neurocomputing*, *125*, 172-182.
[45] Tang, Z. L., Ge, S. S., Tee, K. P., & He, W. (2016). Adaptive neural control for an uncertain robotic manipulator with joint space constraints. *International Journal of Control*, *89*(7), 1428-1446.
[46] Fateh, M. M. (2009). Robust Control of Electrical Manipulators by Reducing the Effects of Uncertainties. *World Applied Sciences Journal*, *7*, 161-167.
[47] Ahanda, J. J. B. M., Mbede, J. B., Melingui, A., & Essimbi, B. (2018). Robust adaptive control for robot manipulators: Support vector regression-based command filtered adaptive backstepping approach. *Robotica*, *36*(4), 516-534.
[48] Fateh, M. M., Ahmadi, S. M., & Khorashadizadeh, S. (2014). Adaptive RBF network control for robot manipulators. *Journal of AI and Data Mining*, *2*(2), 159-166.
[49] Fateh, M. M. (2008). On the voltage-based control of robot manipulators. *International Journal of Control, Automation, and Systems*, *6*(5), 702-712.
[50] Fateh, M. M., & Khorashadizadeh, S. (2012). Robust control of electrically driven robots by adaptive fuzzy estimation of uncertainty. *Nonlinear Dynamics*, *69*(3), 1465-1477.
[51] Su, Y., & Swevers, J. (2014). Finite-time tracking control for robot manipulators with actuator saturation. *Robotics and Computer-Integrated Manufacturing*, *30*(2), 91-98.
[52] Tang, L., & Liu, Y. J. (2014). Adaptive neural network control of robot manipulator using reinforcement learning. *Journal of Vibration and Control*, *20*(14), 2162-2171.
[53] Galicki, M. (2017). Robust task space finite-time chattering-free control of robotic manipulators. *Journal of Intelligent & Robotic Systems*, *85*(3-4), 471-489.
[54] Cheah, C. C., Hirano, M., Kawamura, S., & Arimoto, S. (2003). Approximate Jacobian control for robots with uncertain kinematics and dynamics. *IEEE transactions on robotics and automation*, *19*(4), 692-702.
[55] Cheah, C. C., Liu, C., & Slotine, J. J. E. (2006). Adaptive Jacobian tracking control of robots with uncertainties in kinematic, dynamic and actuator models. *IEEE transactions on automatic control*, *51*(6), 1024-1029.
[56] Dixon, W. E. (2007). Adaptive regulation of amplitude limited robot manipulators with uncertain kinematics and dynamics. *IEEE Transactions on Automatic Control*, *52*(3), 488-493.
[57] Cheng, L., Hou, Z. G., & Tan, M. (2009). Adaptive neural network tracking control for manipulators with uncertain kinematics, dynamics and actuator model. *Automatica*, *45*(10), 2312-2318.
[58] Hou, Z. G., Zou, A. M., Cheng, L., & Tan, M. (2009). Adaptive control of an electrically driven nonholonomic mobile robot via backstepping and fuzzy approach. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, *17*(4), 803-815.
[59] Garcia-Rodriguez, R., & Parra-Vega, V. (2012). Cartesian sliding PID control schemes for tracking robots with uncertain Jacobian. *Transactions of the Institute of Measurement and Control*, *34*(4), 448-462.
[60] Fateh, M. M., & Azargoshasb, S. (2015). Discrete time robust control of robot manipulators in the task space using adaptive fuzzy estimator. *Journal of AI and Data Mining*, *3*(1), 113-120.
[61] Kumar, N., Panwar, V., Sukavanam, N., Sharma, S. P., & Borm, J. H. (2011). Neural network-based nonlinear tracking control of kinematically redundant robot manipulators. *Mathematical and Computer Modelling*, *53*(9-10), 1889-1901.
[62] Liang, X., Wang, H., Liu, Y. H., Chen, W., Hu, G., & Zhao, J. (2016). Adaptive task-space cooperative tracking control of networked robotic manipulators without task-space velocity measurements. *IEEE transactions on cybernetics*, *46*(10), 2386-2398.
[63] Wang, H. (2017). Adaptive Control of Robot Manipulators With Uncertain Kinematics and Dynamics. *IEEE Trans. Automat. Contr.*, *62*(2), 948-954.
[64] Khorashadizadeh, S., & Fateh, M. M. (2017). Uncertainty estimation in robust tracking control of robot manipulators using the Fourier series expansion. *Robotica*, *35*(2), 310-336.

[65] Khorashadizadeh, S., & Fateh, M. M. (2015). Robust task-space control of robot manipulators using Legendre polynomials for uncertainty estimation. *Nonlinear Dynamics*, *79*(2), 1151-1161.
[66] Fateh, M. M. (2012). Nonlinear control of electrical flexible-joint robots. *Nonlinear Dynamics*, *67*(4), 2549-2559.
[67] Yin, W., Sun, L., Wang, M., & Liu, J. (2018). Nonlinear state feedback position control for flexible joint robot with energy shaping. *Robotics and Autonomous Systems*, *99*, 121-134.
[68] Ailon, A., & Lozano, R. (2000). Iterative regulation of an electrically driven flexible-joint robot with model uncertainty. *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, *16*(6), 863-870.
[69] Tomei, P. (1991). A simple PD controller for robots with elastic joints. *IEEE Transactions on automatic control*, *36*(10), 1208-1213.
[70] De Luca, A., Siciliano, B., & Zollo, L. (2005). PD control with on-line gravity compensation for robots with elastic joints: Theory and experiments. *Automatica*, *41*(10), 1809-1819.
[71] Spong, M. W. (1987). Modeling and control of elastic joint robots. *Journal of dynamic systems, measurement, and control*, *109*(4), 310-318.
[72] Moallem, M., Khorasani, K., & Patel, R. V. (1997). An integral manifold approach for tip-position tracking of flexible multi-link manipulators. *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, *13*(6), 823-837.
[73] Ge, S. S., & Woon, L. C. (1998). Adaptive neural network control of flexible joint manipulators in constrained motion. *Transactions of the Institute of Measurement and Control*, *20*(1), 37-46.
[74] Huang, A. C., & Chen, Y. C. (2004). Adaptive sliding control for single-link flexible-joint robot with mismatched uncertainties. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, *12*(5), 770-775.
[75] Rodriguez-Angeles, A., & Nijmeijer, H. (2004). Synchronizing tracking control for flexible joint robots via estimated state feedback. *Journal of dynamic systems, measurement, and control*, *126*(1), 162-172.
[76] Liu, H., & Huang, Y. (2018). Robust adaptive output feedback tracking control for flexible-joint robot manipulators based on singularly perturbed decoupling. *Robotica*, *36*(6), 822-838.
[77] Fateh, M. M. (2012). Robust control of flexible-joint robots using voltage control strategy. *Nonlinear Dynamics*, *67*(2), 1525-1537.
[78] Fateh, M. M., & Fateh, S. (2012). Decentralized direct adaptive fuzzy control of robots using voltage control strategy. *Nonlinear dynamics*, *70*(3), 1919-1930.
[79] Slotine, J. J. E., & Li, W. (1991). *Applied nonlinear control* (Vol. 199, No. 1). Englewood Cliffs, NJ: Prentice hall.
[80] Spong, M. W., Hutchinson, S., & Vidyasagar, M. (2006). *Robot modeling and control* (Vol. 3, pp. 187-227). New York: Wiley.
[81] Babuška, R. (2012). *Fuzzy modeling for control* (Vol. 12). Springer Science & Business Media.
[82] Christensen, O., & Christensen, K. L. (2004). *Approximation theory: from Taylor polynomials to wavelets*. Springer Science & Business Media.
[83] Rudin, W. (1976). *Principles of mathematical analysis* (Vol. 3, No. 4.2). New York: McGraw-hill.
[84] Fateh, M. M., & Babaghasabha, R. (2013). Impedance control of robots using voltage control strategy. *Nonlinear Dynamics*, *74*(1-2), 277-286.
[85] Fateh, M. M., & Souzanchikashani, M. (2015). Indirect adaptive fuzzy control for flexible-joint robot manipulators using voltage control strategy. *Journal of Intelligent & Fuzzy Systems*, *28*(3), 1451-1459.
[86] Wang, L. X. (1992, March). Fuzzy systems are universal approximators. In *Fuzzy Systems, 1992., IEEE International Conference on* (pp. 1163-1170). IEEE.

Abstract

The Taylor series system is used adaptively for the robust control of a robotic manipulator in two control plans. In the first design, the Taylor series is used as a lumped uncertainty approximator. For the second design, the Taylor series system plays a controller role. It is attempted to design control schemes by adding a robustifying term ensuring the asymptotic convergence of tracking errors instead of uniformly ultimately boundedness stability. In addition, the structure of indirect adaptive controller without the need for velocity measurements using the voltage control strategy is developed. Furthermore, considering the joints flexibility in robot manipulators, a direct adaptive control approach, which uses the Taylor Series approximator to approximate an ideal controller and the fuzzy approximator to compensate for the approximation error is proposed.

The performance of the proposed controllers is simulated and analyzed on the 4-DOF wall-mounted SCARA robot manipulator as a rigid-joint robot and also an articulated robot manipulator as a flexible-joint robotic system in MATLAB software. The simulation results show the effectiveness of the control approaches compared with methods such as a terminal sliding mode control and an adaptive regressor-based controller.

Keywords: Taylor series system; robotic manipulator; voltage control strategy; direct adaptive control; indirect adaptive control; asymptotic convergence.

Shahrood University of Technology

Faculty of Electrical and Robotics Engineering

Ph.D. Thesis in Control Engineering

Taylor series-based control of robotic manipulators

Seyed Mohammad Ahmadi

Supervisor

Dr. Mohammad Mehdi Fateh

August 2018