

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ



دانشکده مهندسی برق و رباتیک

پایان نامه کارشناسی ارشد مهندسی کنترل

طراحی کنترل کننده مقاوم بهینه شده برای هواپیمای نشست و برخاست عمودی کوتاه
(STOVL) معلق

نگارنده:

مجتبی طاهری

استاد راهنما:

دکتر علیرضا الفی

تیر ۱۳۹۷

شماره ۱۵۸۶، ۱۰۰
تاریخ: ۸۷، ۶، ۴

باسمه تعالی



مدیریت تحصیلات تکمیلی

فرم شماره (۳) صورتجلسه نهایی دفاع از پایان نامه دوره کارشناسی ارشد

با نام و یاد خداوند متعال، ارزیابی جلسه دفاع از پایان نامه کارشناسی ارشد خانم / آقای مجتبی طاهری با شماره دانشجویی ۹۵۱۶۵۸۴ رشته مهندسی برق- کنترل گرایش کنترل تحت عنوان: طراحی کنترل کننده مقاوم بهینه شده برای هواپیمای نشست و برخاست عمودی / کوتاه (STOVL) معلق که در تاریخ ۱۳۹۷/۰۶/۰۴ با حضور هیأت محترم داوران در دانشگاه صنعتی شاهرود برگزار گردید به شرح ذیل اعلام می گردد:

<input checked="" type="checkbox"/> قبول (با درجه: <u>خیلی خوب</u>)	<input type="checkbox"/> مردود
<input type="checkbox"/> عملی	<input checked="" type="checkbox"/> نظری

عضو هیأت داوران	نام و نام خانوادگی	مرتبه علمی	امضاء
۱- استاد راهنمای اول	عرفیه العلی	دانشیار	
۲- استاد راهنمای دوم	_____	_____	_____
۳- استاد مشاور	_____	_____	_____
۴- نماینده تحصیلات تکمیلی	عمار ابراهیمی	استاد	
۵- استاد ممتحن اول	محمد علی صدرنیا	دانشیار	
۶- استاد ممتحن دوم	محمد مهرداد ظریف	دانشیار	

نام و نام خانوادگی رئیس دانشکده: عبدالله باقر
تاریخ و امضاء و مهر دانشکده:

توضیح: در صورتی که کسی مردود شود حداکثر یکبار دیگر (در مدت مجاز تحصیل) می تواند از پایان نامه خود دفاع نماید (دفاع مجدد نباید زودتر از ۴ ماه برگزار شود).

به پاس تعبیر عظیم و انسانی‌شان از کلمه ایثار

به پاس عاطفه سرشار و گرمای امیدبخش وجودشان

به پاس قلب‌های بزرگشان که فریاد رس است

و به پاس محبت‌های بی‌دریغشان که هرگز فروکش نمی‌کند

این مجموعه را تقدیم می‌کنم به

مادر و پدر عزیزم

شکر خدا که هر چه طلب کردم از خدا بر منتهای همت خود کامران شدم
و به مصداق «من لم یشکر المخلوق لم یشکر الخالق» بسی شایسته است

از استاد فرهیخته‌ام دکتر علیرضا الفی برای زحمات گرانقدر و

راهنمایی‌های کارسازشان بی‌نهایت سپاسگذار باشم

از اساتید دانشکده مهندسی برق و رباتیک

از تمام اساتید و دوستان عزیزى که علمشان را بی‌منت می‌بخشند

و...

بهترین‌های زندگیم

مادر و پدر فداکار و خواهر و برادران دلسوزم

از صمیم قلب سپاسگزارم

تعهد نامه

اینجانب **مجتبی طاهری** دانشجوی دوره کارشناسی ارشد رشته **مهندسی برق (کنترل)** دانشکده **مهندسی برق و رباتیک** دانشگاه صنعتی شاهرود نویسنده پایان نامه **طراحی کنترل کننده مقاوم بهینه شده برای هواپیمای نشست و برخاست عمودی کوتاه (STOVL)** معلق تحت راهنمایی **دکتر علیرضا الفی** متعهد می‌شوم.

- تحقیقات در این پایان نامه توسط اینجانب انجام شده است و از صحت و اصالت برخوردار است.
- در استفاده از نتایج پژوهشهای محققان دیگر به مرجع مورد استفاده استناد شده است.
- مطالب مندرج در پایان نامه تاکنون توسط خود یا فرد دیگری برای دریافت هیچ نوع مدرک یا امتیازی در هیچ جا ارائه نشده است.
- کلیه حقوق معنوی این اثر متعلق به دانشگاه صنعتی شاهرود می باشد و مقالات مستخرج با نام « دانشگاه صنعتی شاهرود » و یا « Shahrood University of Technology » به چاپ خواهد رسید.
- حقوق معنوی تمام افرادی که در به دست آمدن نتایج اصلی پایان نامه تأثیرگذار بوده اند در مقالات مستخرج از پایان نامه رعایت می گردد.
- در کلیه مراحل انجام این پایان نامه ، در مواردی که از موجود زنده (یا بافتهای آنها) استفاده شده است ضوابط و اصول اخلاقی رعایت شده است.
- در کلیه مراحل انجام این پایان نامه، در مواردی که به حوزه اطلاعات شخصی افراد دسترسی یافته یا استفاده شده است اصل رازداری ، ضوابط و اصول اخلاق انسانی رعایت شده است.

تاریخ

مالکیت نتایج و حق نشر

- کلیه حقوق معنوی این اثر و محصولات آن (مقالات مستخرج، کتاب، برنامه های رایانه ای، نرم افزار ها و تجهیزات ساخته شده است) متعلق به دانشگاه صنعتی شاهرود می باشد. این مطلب باید به نحو مقتضی در تولیدات علمی مربوطه ذکر شود.
- استفاده از اطلاعات و نتایج موجود در پایان نامه بدون ذکر مرجع مجاز نمی باشد.

چکیده

یکی از مهم‌ترین موضوعات در بخش کنترل معلق^۱ برای هواپیماهای نشست و برخاست عمودی کوتاه (STOVL)^۲، بهترین عملکرد این هواپیماها در حضور عدم قطعیت است. اکثر کارهای گزارش شده در حوزه کنترل معلق هواپیمای STOVL مبتنی بر روش کنترل خطی است. در این پایان‌نامه از روش کنترل بهینه غیرخطی برای حل مساله کنترل مقاوم سیستم معلق هواپیمای STOVL استفاده می‌شود. ابتدا معادلات دینامیکی برای هواپیمای STOVL به فرم معادلات حالت بیان شده، سپس کنترل‌کننده مقاوم با در نظر گرفتن تزویج بین ممان چرخشی و نیروی عرضی هواپیما طراحی می‌گردد. در انتها برای نشان دادن قابلیت روش کنترلی پیشنهادی، شبیه‌سازی با/بدون استفاده از الگوریتم PSO^۳ ارائه می‌گردد.

کلمات کلیدی

کنترل مقاوم، کنترل بهینه، تنظیم کننده درجه دوم خطی، الگوریتم ابتکاری، نامعینی

¹ Hovering Control

² short take-off and vertical landing

³ Particle Swarm Optimization

فهرست مطالب

۱	فصل ۱ مقدمه
۲	۱ - ۱ - مقدمه
۴	۱ - ۲ - مروری بر کارهای انجام شده
۷	۱ - ۳ - اهداف تحقیق
۷	۱ - ۴ - ساختار پایان نامه
۹	فصل ۲ کنترل مقاوم سیستم‌های غیر خطی
۱۰	۲ - ۱ - عدم قطعیت سازگار
۱۱	۲ - ۲ - کنترل بهینه (LQR)
۱۴	۲ - ۳ - عدم قطعیت ناسازگار
۱۵	۲ - ۴ - کنترل بهینه (LQR)
۱۹	فصل ۳ کنترل مقاوم هواپیمای STOVL
۲۰	۳ - ۱ - مدل سازی و فرمول بندی مساله
۲۳	۳ - ۲ - کنترل معلق هواپیما
۲۴	۳ - ۳ - طراحی کنترل برای معلق جت گونه
۲۹	۳ - ۴ - کنترل بهینه (LQR)
۳۷	فصل ۴ شبیه سازی سیستم
۳۸	۴ - ۱ - شبیه سازی سیستم
۴۴	۴ - ۲ - بهینه سازی سیستم
۵۰	۴ - ۳ - مقایسه شبیه سازی ها

۵۵ فصل ۵ نتیجه‌گیری و پیشنهاد
۵۶ ۴ - ۱ - نتیجه‌گیری
۵۶ ۴ - ۲ - پیشنهاد
۵۷ منابع و مراجع

فهرست شکل‌ها

- شکل ۳-۱: نمونه هواپیمای PVTOL ۲۰
- شکل ۴-۱: شبیه‌سازی X-Y برای $\varepsilon_0=0.01$ با استفاده از MATLAB ۳۹
- شکل ۴-۲: شبیه‌سازی زاویه و رانش برای $\varepsilon_0=0.01$ با استفاده از MATLAB ۴۰
- شکل ۴-۳: شبیه‌سازی X-Y برای $\varepsilon_0=0.02$ با استفاده از MATLAB ۴۰
- شکل ۴-۴: شبیه‌سازی زاویه و رانش برای $\varepsilon_0=0.02$ با استفاده از MATLAB ۴۱
- شکل ۴-۵: شبیه‌سازی X-Y برای $\varepsilon_0=0.05$ با استفاده از MATLAB ۴۱
- شکل ۴-۶: شبیه‌سازی زاویه و رانش برای $\varepsilon_0=0.05$ با استفاده از MATLAB ۴۲
- شکل ۴-۷: شبیه‌سازی X-Y برای $\varepsilon_0=0.1$ با استفاده از MATLAB ۴۲
- شکل ۴-۸: شبیه‌سازی زاویه و رانش برای $\varepsilon_0=0.1$ با استفاده از MATLAB ۴۳
- شکل ۴-۹: تغییرات تابع هزینه بر حسب تعداد تکرار ۴۴
- شکل ۴-۱۰: شبیه‌سازی X-Y برای $\varepsilon_0=0.01$ با استفاده از MATLAB ۴۵
- شکل ۴-۱۱: شبیه‌سازی زاویه و رانش برای $\varepsilon_0=0.01$ با استفاده از MATLAB ۴۶
- شکل ۴-۱۲: شبیه‌سازی X-Y برای $\varepsilon_0=0.02$ با استفاده از MATLAB ۴۶
- شکل ۴-۱۳: شبیه‌سازی زاویه و رانش برای $\varepsilon_0=0.02$ با استفاده از MATLAB ۴۷
- شکل ۴-۱۴: شبیه‌سازی X-Y برای $\varepsilon_0=0.05$ با استفاده از MATLAB ۴۷
- شکل ۴-۱۵: شبیه‌سازی زاویه و رانش برای $\varepsilon_0=0.05$ با استفاده از MATLAB ۴۸
- شکل ۴-۱۶: شبیه‌سازی X-Y برای $\varepsilon_0=0.1$ با استفاده از MATLAB ۴۸

- شکل ۴-۱۷: شبیه‌سازی زاویه و رانش برای $\varepsilon_0=0.1$ با استفاده از MATLAB ۴۹
- شکل ۴-۱۸: شبیه‌سازی X-Y برای $\varepsilon_0=0.01$ با استفاده از MATLAB ۵۰
- شکل ۴-۱۹: شبیه‌سازی زاویه و رانش برای $\varepsilon_0=0.01$ با استفاده از MATLAB ۵۱
- شکل ۴-۲۰: شبیه‌سازی X-Y برای $\varepsilon_0=0.02$ با استفاده از MATLAB ۵۱
- شکل ۴-۲۱: شبیه‌سازی زاویه و رانش برای $\varepsilon_0=0.02$ با استفاده از MATLAB ۵۲
- شکل ۴-۲۲: شبیه‌سازی X-Y برای $\varepsilon_0=0.05$ با استفاده از MATLAB ۵۲
- شکل ۴-۲۳: شبیه‌سازی زاویه و رانش برای $\varepsilon_0=0.05$ با استفاده از MATLAB ۵۳
- شکل ۴-۲۴: شبیه‌سازی X-Y برای $\varepsilon_0=0.1$ با استفاده از MATLAB ۵۳
- شکل ۴-۲۵: شبیه‌سازی زاویه و رانش برای $\varepsilon_0=0.1$ با استفاده از MATLAB ۵۴

فصل ۱

مقدمه

تولید جنگنده‌های عمود پرواز یکی از مهم‌ترین اتفاقات دنیای هوانوردی و تکنولوژی است. این نوع جنگنده‌ها بدون نیاز به باندهای معمول توان برخاستن از زمین را داشته و به همان آسانی نیز فرود می‌آیند. در هواپیماهای عمود پرواز نیروی مورد نیاز مستقیماً توسط موتور فراهم می‌شود. شیوه متداول در هواپیماها برای برخاستن از روی باند بدین ترتیب است که هواپیما پس از رها شدن ترمز با بیشینه توان حرکت کرده تا به سرعت مشخصی که نیروی مورد نیاز برای جدا شدن از سطح زمین را فراهم می‌کند، برسد. این نوع هواپیماها برای تغییر جهت نیروی رانش موتور مجهز به سیستم کنترل بردار پیشرانده‌ای^۱ هستند [۱، ۲، ۳].

هواپیمای نشست و برخاست عمودی/کوتاه (STOVL)^۲ مانند هریر^۳ (YAV-8B) که توسط داگلاس مک دونل^۴ تولید شده، یک هواپیمای جت با قدرت مانور بالا است. این هواپیما می‌تواند در نزدیکی زمین برای ایجاد یک حرکت عرضی معلق بماند. برخاست کوتاه و نشست عمودی ویژگی است که هواگرد با بال ثابت دارنده آن قادر به برخاستن از روی باند کوتاه و فرود عمودی است. یک هواگرد برخاست کوتاه و نشست عمودی هواگردی است با بال ثابت که قادر است با پیمودن حداکثر ۴۵۰ متر در آغاز برخاستن، از روی ۱۵ متر مانع بدون برخورد بگذرد، و قادر است عمودی بنشیند [۴]. زمان زیادی از اختراع و پرواز نخستین هواپیما نمی‌گذشت که ایده استفاده از آن در زمینه‌های نظامی مطرح شد. هواپیماها برای گشت‌زنی و رصد تغییرات در یک منطقه، بعدها برای بمباران و در نهایت نبردهای هوایی با یکدیگر طراحی می‌شدند. با گسترش این نبردها و با ساخت ناوهای هواپیمابر، لزوم بهره‌گیری از هواپیماهایی با قابلیت نشست و برخاست در فواصل کوتاه، به‌خصوص ناوها، بیشتر خود را نشان داد. ارائه سیستم‌هایی برای کمک به پرواز هواپیما در یک باند کوتاه و تغییرات اساسی در نیروی

¹ Thrust vectoring

² short take-off and vertical landing

³ Harrier

⁴ McDonnell Douglas

پیشران و طراحی آیرودینامیکی آنها، این امکان را می‌داد تا هواپیماها را قادر سازد در فاصله بسیار کوتاه‌تری سرعت و قابلیت پرواز را پیدا کنند. STOVL یا همان قابلیت نشست و برخاست عمودی، چیزی بود که بخش نظامی برای گسترش فعالیت خود در محیط‌های با باند پرواز کوتاه یا روی ناوها به آن نیاز داشت. در راستای این هدف، هواپیماهای نظامی بسیاری در طول تاریخ هوانوردی معرفی شدند که قابلیت نشست و برخاست عمودی را داشتند. یعنی می‌توانستند با استفاده از برخی فناوری‌ها به صورت عمودی از زمین بلند شوند و مانند یک هواپیمای معمولی به مسیر خود ادامه دهند [۵،۶].

توان هریر با یک موتور توربوفن^۱ با چهار نازل^۲ آگروز فراهم می‌شود که رانش قابل ملاحظه‌ای برای هواپیما ایجاد می‌کند. این نازل‌ها (۲ عدد در هر طرف بدنه هواپیما) به طریق مکانیکی فرمان می‌گیرند که بایستی با هم بچرخند. این نازل‌ها برای ایجاد پرواز جت و ترمز نازل می‌توانند تقریباً به اندازه ۱۰۰ درجه از انتهای هواپیما رو به جلو حرکت کنند. بنابراین، هریر دارای ۲ حالت عملکردی زیر علاوه بر تغییر گذرا بین این دو حالت است.

۱ - پرواز رو به جلوی باله‌ای^۳ مانند یک هواپیمای جت با بال ثابت: در این حالت پرواز، تمام ۴ نازل در موقعیت عقب هواپیما قرار دارند. کنترل توسط سطوح کنترلی آیرودینامیکی مرسوم اعمال می‌شوند: شهپر^۴، پایدارکننده (بالابر- پایدارساز)^۵ و باله^۶ به ترتیب برای حرکات چرخشی، عمودی و عرضی.

۲ - مانور جت‌گونه^۷ (معلق): در این حالت همه ۴ نازل در موقعیت جلو قرار دارند و باعث می‌شوند رانش به شکل عمودی هدایت شود. علاوه بر کنترل شیر سوخت و نازل، هریر از مجموعه دیگری از

¹ Turbo-Fan

² Nozzle

³ Wing-Borne Forward

⁴ Aileron

⁵ Stabilizer (Stabilizer-Elevator)

⁶ Rudder

⁷ Jet-Borne Maneuvering

کنترل‌ها با استفاده از شیرهای کنترل عکس‌العمل^۱ برای ایجاد تولید گشتاور بهره می‌برد. شیرهای کنترل عکس‌العمل (یا پف‌کننده^۲) در دماغه، دم و نوک بال‌ها از هوای فشرده حاصل از کمپرسور فشار قوی موتور برای تولید رانش در این نقاط و در نتیجه گشتاورها (و نیروها) در مرکز جرم هواپیما استفاده می‌کنند. کنترل حرکت عرضی از طریق کنترل حالت دورانی (گشتاور چرخشی) حاصل می‌شود. در این پایان نامه بر روی این حالت پرواز متمرکز می‌شویم [۴].

۱-۲ - مروری بر کارهای انجام شده

در [۴]، کنترل مقاوم پرواز هواپیمای نشست و برخاست عمودی کوتاه مورد بررسی قرار گرفته است. برای کنترل پرواز یک مدل هواپیمای نشست و برخاست عمودی صفحه‌ای (PVTOL) در نظر گرفته شده است که از یک روش کنترل بهینه برای طراحی کنترل مقاوم پرواز استفاده شده است.

طراحی کنترل پایدار سراسری برای هواپیمای نشست و برخاست عمودی [۷]. که این روش مبتنی بر استفاده از ترکیبات غیرخطی توابع اشباع می‌باشد که نیروی ورودی را به محدودیت اشباع دلخواه محدود می‌کند. الگوریتم ساده است و همگرایی سراسری از حالت به مبدأ را فراهم می‌کند.

در [۸، ۹]، یک کنترل‌کننده غیرخطی به منظور ردیابی خروجی برای هواپیمای نشست و برخاست عمودی (VTOL) غیرحداقل فاز بدون اندازه‌گیری سرعت اولیه مورد بررسی قرار گرفته شده است. با توجه به حضور اغتشاش ورودی‌های کنترل کمکی به منظور کاهش اثرات اغتشاش معرفی شده است. با تجزیه سیستم اصلی به یک سیستم حداقل فاز و یک زیرسیستم غیرحداقل فاز، قوانین کنترل مربوطه طراحی شده است. پس از طراحی کنترل، نه تنها باعث می‌شود تا هواپیمای VTOL مسیرهای دلخواه را به طور صحیح ردیابی می‌کند بلکه دینامیک‌های داخلی ناپایدار را نیز پایدار می‌کند. در [۱۰]، طراحی کنترل‌کننده تحمل‌پذیر خطا^۳ را برای یک هواپیمای نشست و برخاست

¹ Reaction Control Valve

² Puffer

³ Fault Tolerant Control

عمودی (VTOL) در معرض اغتشاش‌های خارجی و خطاهای محرک^۱ (عملگر) مورد بررسی قرار می‌دهد. هدف از ارائه یک کنترل‌کننده تحمل‌پذیر خطا جهت ردیابی مسیر برای سیستم غیرخطی توسط مدل تاکاگی-سوگنو^۲ می‌باشد. به منظور طراحی قانون کنترل تحمل‌پذیر خطا یک رویکرد انتگرالی تناسبی^۳ (PIO) به کار می‌رود که خطاهای حالت سیستم را تخمین بزند. بر اساس نظریه لیاپانوف و بهینه‌سازی L_2 عملکرد ردیابی مسیر و پایداری سیستم حلقه بسته تحلیل شده است. شرایط کافی از روابط نابرابری‌های ماتریس خطی^۴ (LMI) بدست می‌آید. نتایج شبیه‌سازی نشان می‌دهد که کنترل‌کننده پیشنهادی با توجه به عدم قطعیت پارامترهای مکانیکی، مدل را تعیین می‌کند و همگرایی سراسری نیز تضمین می‌شود.

در [۱۱، ۱۲]، یک کنترل‌کننده ردیابی تحمل‌پذیر خطا برای پرواز هواپیمای VTOL در شرایط نامعلوم ارائه شده است. سیستم در نظر گرفته شده دارای ساختار عدم اطمینان که بر پارامترهای مکانیکی تأثیر می‌گذارد. یک قانون کنترل کارآمد برای اطمینان و از طرف دیگر یک قانون کنترل برای ردیابی بین سیستم نامشخص معیوب و یک مدل مرجع سالم و همگرایی پایدار سیستم حلقه بسته طراحی شده است. با استفاده از لیاپانوف نتایج به دست آمده در شبیه‌سازی نشان می‌دهد که رویکرد پیشنهادی در بروز خطاهای محرک در طول حرکت قادر به کنترل هواپیما در جهت جانبی عمودی است.

طراحی سیستم کنترل یکپارچه پرواز/مانع در [۱۳] کاربردپذیری تکنیک‌های کنترلی H_∞ را برای سیستم‌های پیچیده از قبیل هواپیمای STOVL نشان می‌دهد. توانایی نشان دادن عملکرد حلقه بسته، مقاوم بودن و راه‌اندازی کنترل در چارچوب فرمول مسئله کنترل H_∞ در این مقاله بررسی شده است.

¹ Actuator

² Takagi-Sugeno

³ Proportional Integral Observer

⁴ Linear Matrix Inequalities

در [۱۴]، کنترل‌کننده فازی- H_∞ برای هواپیمای STOVL طراحی شده است که معیارهای پایداری سراسری را نشان می‌دهد. یک روش بهینه‌سازی مبتنی بر منطق فازی است. شبیه‌سازی نشان می‌دهد که کنترل‌کننده فازی طراحی شده برای مقاومت در برابر اغتشاش‌های بیرونی مناسب‌تر و در برابر اغتشاش‌های پارامتر نیز مقاوم است.

در [۱۵]، طراحی کنترل ردیابی مسیر برای هواپیمای نشست و برخاست عمودی (PVTOL) با استفاده از نظریه جبر خطی پیشنهاد شده است. قانون کنترل به راحتی اجرا شده است و از آنجا که حل معادله پیچیده نیست. خطاهای ردیابی به صفر همگرا شده است و نتایج شبیه‌سازی عملکرد خوب کنترل‌کننده پیشنهادی را نشان می‌دهد.

در [۱۶]، یک کنترل‌کننده غیرخطی به منظور ردیابی مسیر برای یک هواپیمای بدون سرنشین (VTOL) بدون سنسور سرعت با تاخیرهای اندازه‌گیری ایجاد می‌کند. با استفاده از تکنیک تقریبی پاده^۱، سیستم اصلی کنترل شده به یک سیستم بدون هیچ تأخیر زمانی تبدیل شده است. پس از طراحی رویترگر مرتبه بالا، مساله ردیابی سیستم به مساله پایداری دو زیرسیستم غیرحداقل فاز و حداقل فاز تبدیل شده است. این کنترل نه تنها باعث می‌شود تا هواپیمای VTOL مسیرهای مورد نظر را به طور صحیح ردیابی کند، بلکه باعث می‌شود که دینامیک داخلی ناپایدار نیز پایدار گردد.

در [۱۷]، یک روش کنترل غیرخطی مبتنی بر پیش‌بین برای پایداری هواپیمای PVTOL طراحی شده است. ورودی‌های کنترلی این سیستم نسبت به درجه آزادی آن کمتر می‌باشد. همچنین سیستم مذکور دارای دینامیک‌های صفر ناپایدار است. روش کنترلی پیشنهادی مبتنی بر فیدبک^۲ خطی‌سازی شده جزئی است که اجازه می‌دهد تا حالت‌های سیستم و دینامیک‌های داخلی به طور کامل خطی-

¹ Padé approximation

² Feedback

سازی شوند. سپس مسیر بهینه برای متغیرهای خطی پیشنهاد شده است به طوری که هدف بهینه-سازی بهبود رفتار و پایداری دینامیک‌های داخلی است.

در [۱۸]، کنترل‌کننده فیدبک برای تنظیم هواپیمای نشست و برخاست عمودی (PVTOL) بررسی شده است. در این روش، دو کنترل‌کننده به‌طور همزمان به گونه‌ای طراحی شده‌اند که یک کنترل‌کننده عهده‌دار پایداری متغیر عمودی بر اساس روش ساده خطی‌سازی فیدبک در ترکیب با تابع اشباع و دیگری بر مبنای ترکیب کنترل‌کننده PD و کنترل‌کننده مود لغزشی است که وظیفه پایداری هر دو متغیر افقی و زاویه را به موقعیت مطلوب دارد.

۱-۳- اهداف تحقیق

با توجه به اینکه هدف از انجام این رساله کنترل معلق هواپیما می‌باشد، یک نمونه اولیه از هواپیمای نشست و برخاست عمودی صفحه‌ای (PVTOL) مدنظر قرار می‌گیرد. این سیستم یک محدودیت طبیعی هواپیمای STOVL برای مانور جت‌گونه در صفحه عمودی-عرضی است. یکی از مهم‌ترین موضوعات در بخش کنترل معلق هواپیما، عملکرد این هواپیماها در حضور عدم قطعیت است و با توجه به کاربرد وسیعی که این نوع هواپیماها در حوزه نظامی دارند، طراحی کنترل‌کننده‌ای که هواپیما در حضور عدم قطعیت شاخص‌های عملکردی مناسبی داشته باشد، ضروری است. در این پایان به منظور دستیابی به هدف مورد نظر از روش کنترل بهینه برای حل مساله کنترل مقاوم سیستم معلق هواپیمای STOVL استفاده می‌شود.

۱-۴- ساختار پایان‌نامه

در فصل دوم، روش کنترل مقاوم مبتنی بر کنترل بهینه توضیح داده شده است. در فصل سوم به کنترل مقاوم هواپیمای STOVL پرداخته می‌شود. فصل چهارم به شبیه‌سازی سیستم مورد نظر اختصاص دارد و در نهایت در فصل پنجم نتیجه‌گیری و پیشنهادات بیان می‌شود.

فصل ۲

کنترل مقاوم سیستم‌های غیر خطی

به طور کلی کنترل مقاوم را می‌توان به سه روش اصلی دسته‌بندی کرد. اولین مورد کنترل مقاوم مبتنی بر روش کنترل بهینه می‌باشد. در این روش، مساله کنترل مقاوم به یک مساله کنترل بهینه تبدیل می‌شود. دومین روش خاریتانوف است که پایداری مقاوم سیستم خطی تغییرناپذیر با زمان را با توجه به چند جمله‌ای مشخصه آن بررسی می‌کند. در این روش، عدم قطعیت سیستم به صورت پارامتری در معادله مشخصه بیان می‌شود. سومین روش به H_∞ / H_2 اشاره می‌کند که هدف یافتن کنترل‌کننده‌ای است که نرم H_∞ / H_2 سیستم تحت کنترل را حداقل کند به قسمی که محدوده عدم قطعیت قابل تحمل را بتواند پیشینه کند.

روش کنترل مقاوم مبتنی بر کنترل بهینه را می‌توان به دو دسته خطی و غیرخطی تقسیم کرد. در این پایان‌نامه کنترل مقاوم مبتنی بر کنترل بهینه غیرخطی مورد بررسی قرار می‌گیرد. نظریه سیستم‌های غیرخطی را به نحوی مشابه با نظریه سیستم‌های خطی توسعه یافته است. که در آن عدم قطعیت سازگار بررسی و نشان داده می‌شود تا زمانی که جواب مساله کنترل بهینه متناظر وجود دارد، این جواب همان جواب مساله کنترل مقاوم است. در ادامه، عدم قطعیت ناسازگار بررسی می‌شود. در این حالت، عدم قطعیت به دو بخش‌های سازگار و ناسازگار تجزیه می‌شود و کنترل الحاقی برای عدم قطعیت ناسازگار معرفی می‌گردد. برای اطمینان از این که جواب مساله کنترل بهینه متناظر، جواب مساله کنترل مقاوم است، یک شرط کافی قابل محاسبه نیز بیان می‌شود.

۲-۱ - عدم قطعیت سازگار [۱۹]

سیستم غیرخطی زیر را در نظر بگیرید:

$$\dot{x} = A(x) + B(x)u + B(x)f(x) \quad (۱ - ۲)$$

که در آن $B(x)f(x)$ عدم قطعیت در دینامیک‌های سیستم را مدل می‌کند.

از آنجا که عدم قطعیت در فضای برد $B(x)$ است، شرط سازگاری برقرار است. فرضیات زیر را در

نظر می‌گیریم:

فرض ۱-۲

$A(0) = 0$ و $f(0) = 0$ به طوری که $x = 0$ نقطه تعادل است (اگر مساله کنترل مقاوم حل پذیر

باشد، $x = 0$ تنها نقطه تعادل خواهد بود).

فرض ۲-۲

عدم قطعیت $f(x)$ محدود است: یعنی تابع غیرمنفی $f_{\max}(x)$ وجود دارد به قسمی که

$$\|f(x)\| \leq f_{\max}(x) \quad (۲-۲)$$

هدف، حل مساله کنترل مقاوم زیر برای پایدارسازی سیستم با عدم قطعیت می‌باشد.

مساله تحت بررسی به شرح ادامه است؛

قانون کنترل پس‌خورد $u = u_0(x)$ را باید به گونه‌ای یافت که سیستم حلقه بسته

$$\dot{x} = A(x) + B(x)u_0(x) + B(x)f(x) \quad (۳-۲)$$

برای هر عدم قطعیت $f(x)$ که در $\|f(x)\| \leq f_{\max}(x)$ صدق می‌کند، پایدار مجانبی فراگیر^۱

باشد [۲۰، ۲۱]. مساله کنترل مقاوم مطرح شده را به طور غیرمستقیم با تبدیل آن به مساله کنترل

بهینه زیر حل می‌کنیم.

۲-۲ - کنترل بهینه (LQR) [۲۲]

برای سیستم نامی

¹ Globally Asymptotically Stable

$$\dot{x} = A(x) + B(x)u \quad (۴ - ۲)$$

قانون کنترل پسخورده $u = u_0(x)$ را چنان بیابید که تابعی هزینه زیر

$$\int_0^{\infty} (f_{\max}(x)^2 + x^T x + u^T u) dt \quad (۵ - ۲)$$

حداقل گردد. رابطه بین مساله کنترل مقاوم و مساله کنترل بهینه را می توان در قضیه زیر بیان

نمود.

قضیه [۲۳]

اگر جواب مساله کنترل بهینه ۲ - ۲ وجود داشته باشد، این جواب، جواب مساله کنترل مقاوم

مورد نظر نیز می باشد.

اثبات: $u = u_0(x)$ را جواب مساله کنترل بهینه ۲ - ۴ در نظر بگیرید. نشان می دهیم

$$\dot{x} = A(x) + B(x)u_0(x) + B(x)f(x) \quad (۶ - ۲)$$

برای هر عدم قطعیت $f(x)$ که در $\|f(x)\| \leq f_{\max}(x)$ صدق می کند، پایدار مجانبی فراگیر است.

بدین منظور تعریف می کنیم:

$$V(x) = \min_{u \in R^m} \int_0^{\infty} (f_{\max}(x)^2 + x^T x + u^T u) dt \quad (۷ - ۲)$$

که حداقل هزینه کنترل بهینه سیستم نامی از حالت اولیه x_0 می باشد. نشان می دهیم $V(x)$ یک

تابع لیاپانوف برای سیستم (۶ - ۲) می باشد. طبق تعریف، بایستی $V(x)$ در معادله همیلتن - جاکوبی

- بلمن صدق کند که به صورت زیر تبدیل می شود:

$$\min_{u \in R^m} (f_{\max}(x)^2 + x^T x + u^T u + V_x^T (A(x) + B(x)u)) = 0 \quad (۸ - ۲)$$

از آنجا که $u = u_0(x)$ کنترل بهینه است، باید در معادله اخیر صدق کند؛ یعنی

$$f_{\max}(x)^2 + x^T x + u_0(x)^T u_0(x) + V_x^T (A(x) + B(x)u_0(x)) = 0 \quad (9-2)$$

$$2u_0(x)^T + V_x^T B(x) = 0 \quad (10-2)$$

با استفاده از روابط (9-2) و (10-2)، نشان می‌دهیم $V(x)$ یک تابع لیاپانوف برای سیستم (2-6)

است. بدیهی است

$$V(x) < 0 \quad x \neq 0 \quad (11-2)$$

$$V(x) = 0 \quad x = 0$$

برای نشان دادن $\dot{V}(x) < 0$ به ازای تمام $x \neq 0$ ، ابتدا از روابط (2-6) تا (2-10) استفاده می‌کنیم.

$$\begin{aligned} \dot{V}(x) &= V_x^T \dot{x} \\ &= V_x^T (A(x) + B(x)u_0(x) + B(x)f(x)) \\ &= V_x^T (A(x) + B(x)u_0(x)) + V_x^T B(x)f(x) \\ &= -f_{\max}(x)^2 - x^T x - u_0(x)^T u_0(x) + V_x^T B(x)f(x) \quad (12-2) \\ &= -f_{\max}(x)^2 - x^T x - u_0(x)^T u_0(x) - 2u_0(x)^T f(x) \\ &= -f_{\max}(x)^2 + f(x)^T f(x) - x^T x - u_0(x)^T u_0(x) - 2u_0(x)^T f(x) - f(x)^T f(x) \\ &= -f_{\max}(x)^2 + f(x)^T f(x) - x^T x - (u_0(x) + f(x))^T (u_0(x) + f(x)) \\ &\leq -f_{\max}(x)^2 + f(x)^T f(x) - x^T x \end{aligned}$$

از رابطه (2-4)، $f(x)^T f(x) \leq f_{\max}(x)^2$. در نتیجه

$$\dot{V}(x) \leq -x^T x \quad (13-2)$$

به بیان دیگر

$$\dot{V}(x) < 0 \quad x \neq 0 \quad (14-2)$$

$$\dot{V}(x) = 0 \quad x = 0$$

بنابراین، شرایط قضیه پایداری لیاپانوف برقرار است. لذا برای $c > 0$ یک همسایگی به مرکز

$N = \{x : \|x\| < c\}$ وجود دارد به قسمی که اگر $x(t)$ وارد N شود، برای $t \rightarrow \infty$ ، $x(t) \rightarrow 0$

خواهد بود، اما $x(t)$ نمی‌تواند همیشه خارج N باقی بماند. در غیر این صورت، برای تمام $t > 0$ ،

$$\|x(t)\| \geq c$$

و

$$\begin{aligned} V(x(t)) - V(x(0)) &= \int_0^t \dot{V}(x(\tau)) d\tau \\ &\leq \int_0^t (-x^T x) d\tau \quad (۲-۱۵) \\ &\leq \int_0^t -c^2 d\tau \\ &\leq -c^2 t \end{aligned}$$

برای $t \rightarrow \infty$ داریم:

$$V(x(t)) - V(x(0)) - c^2 t \rightarrow -\infty \quad (۲-۱۶)$$

که با $V(x(t)) > 0$ برای هر $x(t)$ در تناقض است. بنابراین برای $t \rightarrow \infty$ ، $x(t) \rightarrow 0$ خواهد بود. توجه کنید مهم نیست مسیر از کجا آغاز شود. یعنی، سیستم (۲-۶) برای تمام عدم قطعیت‌های مجاز پایدار جانبی فراگیر است. به عبارت دیگر $u = u_0(x)$ جواب مساله کنترل مقاوم می‌باشد.

۲-۳ - عدم قطعیت ناسازگار [۲۳]

حال فرض کنید عدم قطعیت در فضای برد $B(x)$ نباشد. سیستم غیرخطی زیر را در نظر بگیرید:

$$\dot{x} = A(x) + B(x)u + C(x)f(x) \quad (۲-۱۷)$$

که در آن $f(x)$ عدم قطعیت در دینامیک‌های سیستم را مدل می‌کند و $C(x)$ ماتریسی دلخواه

است.

فرض ۲-۳

$A(0) = 0$ و $f(0) = 0$ به طوری که $x=0$ نقطه تعادل است.

فرض ۲-۴

عدم قطعیت $f(x)$ محدود است.

مساله کنترل مقاوم زیر را حل می‌کنیم.

قانون کنترل پس‌خورد $u = u_0(x)$ را چنان بیابید که سیستم حلقه بسته

$$\dot{x} = A(x) + B(x)u_0(x) + C(x)f(x) \quad (۲-۱۸)$$

برای هر عدم قطعیت $f(x)$ پایدار مجانبی فراگیر باشد.

مساله کنترل مقاوم مطرح شده را به‌طور غیرمستقیم با تبدیل آن به مساله کنترل بهینه زیر حل

می‌کنیم.

۲-۴ - کنترل بهینه (LQR) [۲۴]

برای سیستم کمکی

$$\dot{x} = A(x) + B(x)u + \alpha(I - B(x)B(x)^+)C(x)v \quad (۲-۱۹)$$

قانون کنترل پس‌خورد $(u_0(x), v_0(x))$ را باید به گونه‌ای یافت که تابعی هزینه زیر حداقل گردد:

$$\int_0^{\infty} (f_{\max}(x)^2 + \rho^2 g_{\max}(x)^2 + \beta^2 \|x\|^2 + \|u\|^2 + \rho^2 \|v\|^2) dt \quad (۲-۲۰)$$

که در آن $\alpha, \beta, \rho \geq 0$ پارامترهای طراحی و $f_{\max}(x)$ و $g_{\max}(x)$ توابعی نامنفی هستند به

قسمی که

$$\|B(x)^+ C(x)f(x)\| \leq f_{\max}(x) \quad (۲-۲۱)$$

$$\|\alpha^{-1} f(x)\| \leq g_{\max}(x) \quad (۲-۲۲)$$

رابطه بین مساله کنترل مقاوم و مساله کنترل بهینه در قضیه زیر نشان داده می‌شود.

قضیه [۲۴]

اگر بتوان α ، β و ρ را چنان انتخاب کرد که جواب مساله کنترل بهینه (۲-۱۹)،

$(u_0(x), v_0(x))$ وجود داشته باشد و شرط

$$2\rho^2 \|v_0(x)\|^2 \leq \beta^2 \|x\|^2 \quad \forall x \in R^n \quad (23-2)$$

برای β' که $|\beta'| < |\beta|$ برقرار باشد، جزء u جواب مساله کنترل بهینه (۲-۱۹)، $u_0(x)$ ، جواب

مساله کنترل مقاوم (۲-۱۸) است.

اثبات: $u_0(x)$ و $v_0(x)$ را جواب مساله کنترل بهینه (۲-۱۹) در نظر بگیرید. نشان می‌دهیم

$$\dot{x} = A(x) + B(x)u_0(x) + C(x)f(x) \quad (24-2)$$

برای تمام عدم قطعیت‌های $f(x)$ پایدار مجانبی فراگیر است.

برای اثبات تعریف می‌کنیم:

$$V(x_0) = \min_{u,v} \int_0^\infty (f_{\max}(x)^2 + \rho^2 g_{\max}(x)^2 + \beta^2 \|x\|^2 + \|u\|^2 + \rho^2 \|v\|^2) dt \quad (25-2)$$

که حداقل هزینه کنترل بهینه سیستم کمکی از حالت اولیه x_0 می‌باشد. نشان می‌دهیم $V(x)$

یک تابع لیاپانوف برای سیستم (۲-۲۴) می‌باشد. طبق تعریف، $V(x)$ باید در معادله همیلتن-

جاکوبی- بلمن صدق کند، که به صورت زیر تبدیل می‌شود:

$$\min_{u,v} (f_{\max}(x)^2 + \rho^2 g_{\max}(x)^2 + \beta^2 \|x\|^2 + \|u\|^2 + \rho^2 \|v\|^2 + V_x^T (A(x) + B(x)u + \alpha(I - B(x)B(x)^+)C(x)v)) = 0 \quad (26-2)$$

از آنجا که $u_0(x)$ و $v_0(x)$ کنترل بهینه هستند، بایستی روابط زیر برقرار باشند؛ یعنی

$$f_{\max}(x)^2 + \rho^2 g_{\max}(x)^2 + \beta^2 \|x\|^2 + \|u_0(x)\|^2 + \rho^2 \|v_0(x)\|^2 + V_x^T(A(x) + B(x)u_0 + \alpha(I - B(x)B(x)^+)C(x)v_0(x)) = 0 \quad (27-2)$$

$$2u_0(x)^T + V_x^T B(x) = 0 \quad (28-2)$$

$$2\rho^2 v_0(x)^T + V_x^T \alpha(I - B(x)B(x)^+)C(x) = 0 \quad (29-2)$$

با استفاده از روابط (27-2)، (28-2) و (29-2)، نشان می‌دهیم $V(x)$ یک تابع لیاپانوف برای

سیستم (24-2) است. بدیهی است

$$V(x) < 0 \quad x \neq 0 \quad (30-2)$$

$$V(x) = 0 \quad x = 0$$

برای نشان دادن $\dot{V}(x) < 0$ به ازای تمام $x \neq 0$ از روابط (24-2) تا (29-2) استفاده می‌کنیم.

$$\begin{aligned} \dot{V}(x) &= V_x^T \dot{x} \\ &= V_x^T (A(x) + B(x)u_0(x) + C(x)f(x)) \\ &= V_x^T (A(x) + B(x)u_0(x) + \alpha(I - B(x)B(x)^+)C(x)v_0(x) \\ &\quad - V_x^T \alpha(I - B(x)B(x)^+)C(x)v_0(x) + V_x^T C(x)f(x)) \\ &= V_x^T (A(x) + B(x)u_0(x) + \alpha(I - B(x)B(x)^+)C(x)v_0(x)) \\ &\quad - V_x^T \alpha(I - B(x)B(x)^+)C(x)v_0(x) + V_x^T B(x)B(x)^+ C(x)f(x) \\ &\quad + V_x^T (I - B(x)B(x)^+)C(x)f(x)) \\ &= -f_{\max}(x)^2 - \rho^2 g_{\max}(x)^2 - \beta^2 \|x\|^2 - \|u_0(x)\|^2 - \rho^2 \|v_0(x)\|^2 \\ &\quad + 2\rho^2 v_0(x) - 2u_0(x)^T B(x)^+ C(x)f(x) - 2\alpha^{-1} \rho^2 v_0(x)^T f(x) \\ &= -f_{\max}(x)^2 - \rho^2 g_{\max}(x)^2 - \beta^2 \|x\|^2 - \|u_0(x)\|^2 + \rho^2 \|v_0(x)\|^2 \\ &\quad - 2u_0(x)^T B(x)^+ C(x)f(x) - 2\alpha^{-1} \rho^2 v_0(x)^T f(x) \end{aligned} \quad (31-2)$$

از سوی دیگر

$$\begin{aligned} -\|u_0(x)\|^2 - 2u_0(x)^T B(x)^+ C(x)f(x) &\leq \|B(x)^+ C(x)f(x)\|^2 \\ &\leq f_{\max}(x)^2 - 2\alpha^{-1} \rho^2 v_0(x)^T f(x) \\ &\leq \rho^2 \|v_0(x)\|^2 + \rho^2 \|\alpha^{-1} f(x)\|^2 \\ &\leq \rho^2 \|v_0(x)\|^2 + \rho^2 g_{\max}(x)^2 \end{aligned} \quad (32-2)$$

در نتیجه، اگر شرط $\rho^2 \|v_0(x)\|^2 \leq \beta^2 \|x\|^2, \forall x \in R^n$ برقرار باشد، داریم:

$$\begin{aligned} \dot{V}(x) &\leq -\beta^2 \|x\|^2 + 2\rho^2 \|v_0(x)\|^2 \\ &= 2\rho^2 \|v_0(x)\|^2 - \beta^2 \|x\|^2 - (\beta^2 - \beta'^2) \|x\|^2 \\ &\leq -(\beta^2 - \beta'^2) \|x\|^2 \end{aligned} \quad (۳۳ - ۲)$$

به عبارت دیگر

$$\begin{aligned} \dot{V}(x) &< 0 & x \neq 0 \\ \dot{V}(x) &= 0 & x = 0 \end{aligned} \quad (۳۳ - ۲)$$

بنابراین، شرایط قضیه پایداری لیاپانوف برقرار است. لذا برای $c > 0$ یک همسایگی به مرکز صفر $N = \{x : \|x\| < c\}$ وجود دارد به قسمی که اگر $x(t)$ وارد N شود، برای $t \rightarrow \infty$ ، $x(t) \rightarrow 0$ خواهد بود اما $x(t)$ نمی‌تواند همیشه خارج از N باقی بماند. در غیر این صورت برای تمام $t > 0$ ، $\|x(t)\| \geq c$ که نشان می‌دهد

$$\begin{aligned} V(x(t)) - V(x(0)) &= \int_0^t \dot{V}(x(\tau)) d\tau \\ &\leq \int_0^t -(\beta^2 - \beta'^2) \|x\|^2 d\tau \\ &\leq -\int_0^t (\beta^2 - \beta'^2) c^2 d\tau \\ &\leq -(\beta^2 - \beta'^2) c^2 t \end{aligned} \quad (۳۴ - ۲)$$

برای $t \rightarrow \infty$ ، داریم:

$$V(x(t)) \leq V(x(0)) - (\beta^2 - \beta'^2) c^2 t \rightarrow -\infty \quad (۳۵ - ۲)$$

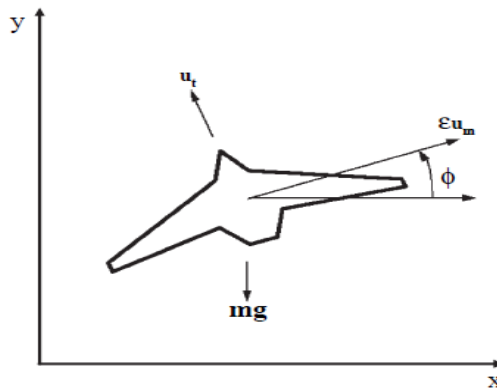
که با $V(x(t)) > 0$ برای هر $x(t)$ در تناقض است. بنابراین $t \rightarrow \infty$ ، $x(t) \rightarrow 0$ خواهد بود. توجه کنید مهم نیست مسیر از کجا آغاز شود. این موضوع اثبات می‌کند که $u_0(x)$ جواب مساله کنترل مقاوم (۲-۱۸) می‌باشد.

فصل ۳

کنترل مقاوم هواپیمای STOVL

۳-۱ - مدل سازی و فرمول بندی مساله [۲۳]

نمونه اولیه از هواپیمای PVTOL، همان طور که در شکل ۳-۱ نشان داده شده، دارای حداقل تعداد حالات و ورودی‌ها است. اما بسیاری از ویژگی‌هایی که را بایستی در طراحی قوانین کنترلی یک هواپیمای واقعی مانند هریر در نظر گرفت، دارا است. به سادگی حالت‌های هواپیما عبارتند از x و y موقعیت‌ها نسبت به مرکز جرم هواپیما، θ زاویه چرخش هواپیما، \dot{x} ، \dot{y} و $\dot{\theta}$ سرعت‌های متناظر، U_m و U_t به ترتیب ورودی‌های کنترلی مربوط به رانش (هدایت شده از انتهای هواپیما) و گشتاور چرخشی حول مرکز جرم هواپیما می‌باشند.



شکل ۳-۱: نمونه هواپیمای PVTOL [۴]

در هواپیمای هریر، گشتاور چرخشی ناشی از جت در نوک بال‌ها نیرویی ایجاد می‌کند که به محور بدنه x عمود نیست. لذا تولید یک گشتاور چرخشی مثبت (به سمت چپ خلبان)، شتاب کوچکی در سمت راست هواپیما ایجاد خواهد کرد. همانطور که خواهیم دید، این پدیده سبب می‌شود که هواپیما غیرحداقل فاز باشد. $\epsilon_0 > 0$ را ضریب کوچکی برای توصیف تزویج بین گشتاور چرخشی و نیروی عرضی هواپیما در نظر می‌گیریم؛ یعنی نیروی عرضی به صورت $\epsilon_0 U_m$ بیان می‌شود. توجه کنید $\epsilon_0 > 0$ یعنی اعمال گشتاور (مثبت) برای چرخش دوران به سمت چپ خلبان که شتاب $\epsilon_0 U_m$ را در سمت راست ایجاد می‌کند.

در مدل هواپیمای PVTOL، از هرگونه اثر خمیدگی در بال‌های هواپیما یا بدنه صرف‌نظر کرده و هواپیما را به صورت یک جسم صلب در نظر می‌گیریم. از شکل ۳-۱، معادلات دینامیکی زیر را برای هواپیمای PVTOL بدست می‌آوریم.

$$\begin{aligned} m \ddot{x} &= -U_t \sin \theta + \varepsilon_0 U_m \cos \theta \\ m \ddot{y} &= U_t \cos \theta + \varepsilon_0 U_m \sin \theta - mg \\ J \ddot{\theta} &= U_m \end{aligned} \quad (1-3)$$

که در آن mg بیانگر نیروی گرانش اعمالی به مرکز جرم هواپیما و J ممان اینرسی جرم حول محور مرکز جرم هواپیما و در امتداد بدنه است. برای سادگی، مدل را با تقسیم دو معادله اول بر mg و معادله سوم بر J مقیاس می‌کنیم.

$$\begin{aligned} \frac{d^2}{dt^2} \begin{bmatrix} \frac{\tilde{x}}{g} \\ \frac{\tilde{y}}{g} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} -\sin \theta & \cos \theta \\ \cos \theta & \sin \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{U_t}{mg} \\ \frac{\varepsilon_0 J U_m}{mg J} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \end{bmatrix} \\ \frac{d^2 \theta}{dt^2} &= \frac{U_m}{J} \end{aligned} \quad (2-3)$$

سپس، متغیرهای زیر را تعریف می‌کنیم:

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} \frac{\tilde{x}}{g} \\ \frac{\tilde{y}}{g} \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} U_t \\ U_m \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} \frac{U_t}{mg} \\ \frac{U_m}{J} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (3-3)$$

علاوه بر این، در ادامه $\frac{\varepsilon_0 J}{mg}$ را با ε جایگزین می‌کنیم. لذا دینامیک‌های جدید زیر را بدست می‌-

آوریم.

$$\begin{bmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\sin \theta & \varepsilon \cos \theta \\ \cos \theta & \varepsilon \sin \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_t \\ U_m \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \end{bmatrix} \quad (3-4)$$

$$\ddot{\theta} = U_m$$

بدیهی است که در حالت ماندگار $\theta = 0$ و $U_t = 1$ می‌باشند. یعنی برای ثابت نگه‌داشتن هواپیما، رانش باید توانایی نگاه داشتن وزن هواپیما را داشته باشد. سپس پایداری داخلی سیستم (3-4) را با در نظر گرفتن دینامیک‌های صفر آن بررسی می‌کنیم. دینامیک‌های صفر یک سیستم غیر خطی همان دینامیک‌های داخلی سیستم هستند، با این محدودیت که خروجی‌ها (و در نتیجه تمام مشتقات خروجی‌ها) برای تمام زمان‌ها صفر شوند. برای سیستم PVTOL مدنظر، x و y خروجی‌های موقعیت مرکز جرم هواپیما و θ و مشتق آن $\dot{\theta}$ حالت‌های داخلی زاویه چرخش است.

در سیستم (3-4)، ماتریس عمل‌کننده بر روی کنترل‌ها غیرمنفرد است (دترمینان آن برابر ε

است). بنابراین برای $\varepsilon > 0$ ، محدود کردن خروجی x و y و مشتقات آنها به صفر داریم:

$$\begin{bmatrix} -\sin \theta & \varepsilon \cos \theta \\ \cos \theta & \varepsilon \sin \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_t \\ U_m \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3-5)$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} U_t \\ U_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\sin \theta & \varepsilon \cos \theta \\ \cos \theta & \varepsilon \sin \theta \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta \\ \frac{\sin \theta}{\varepsilon} \end{bmatrix}$$

بنابراین دینامیک‌های صفر سیستم (3-4) برابر است با

$$\ddot{\theta} = U_m = \frac{\sin \theta}{\varepsilon} \quad (3-6)$$

این معادله دینامیک‌های یک سیستم نامیرا را توصیف می‌کند که دارای دو نقطه تعادل، یکی ناپایدار و دیگری پایدار، اما پایدار مجانبی نیست. که به این نوع سیستم‌های غیرخطی، با دینامیک‌های صفری که پایدار مجانبی نیستند، غیرحداقل فاز گفته می‌شود.

بر این اساس می‌توان نشان داد که کنترل ردیاب طراحی شده با خطی‌سازی دقیق ورودی-خروجی سیستم PVTOL یعنی رابطه (۳-۴) می‌تواند نتایج مطلوب تولید کند (حرکت به عقب و جلو به طور متناوب و قانون کنترل غیرقابل قبول). منبع این مشکلات اینجاست که تلاش می‌کنیم بیشتر از این که سیستم را به شکلی که طراحی شده کنترل کنیم، حالت‌های کاری سیستم را با استفاده از ورودی‌هایی که به طور ضعیف به هم کوپل شده‌اند، کنترل کنیم.

برای هواپیمای PVTOL، باید شتاب خطی را با خط مسیر بردار نیروی عمودی (با استفاده از گشتاور چرخشی U_m برای کنترل خط مسیر و با استفاده از محفظه سوخت U_t برای تنظیم دامنه نیرو) کنترل کنیم. بنابراین، مساله کنترل مقاوم را به صورت زیر فرمول‌بندی می‌نماییم.

۳-۲ - کنترل معلق مقاوم [۴]

برای سیستم (۳-۴)

$$\begin{bmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\sin \theta & \varepsilon \cos \theta \\ \cos \theta & \varepsilon \sin \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_t \\ U_m \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \end{bmatrix} \quad (۳-۷)$$

$$\ddot{\theta} = U_m$$

قانون کنترل پس‌خورد U_t و U_m را چنان بیابید که سبب حرکت عرضی جت‌گونه (معلق) شود، مثلاً از $x=1$ یا $x=-1$ به $x=0$ برود. این قانون کنترل بایستی نسبت به تغییرات پارامتر تزویج ε_0 مقاوم باشد. از دیدگاه عملی، هر طراحی کنترل قابل قبول بایستی شرایط زیر را داشته باشد.

شرط ۳-۱

ارتفاع هواپیمای PVTOL، $y(t)$ ، در حالت معلق باید انحراف بسیار کوچکی از ارتفاع از پیش تعیین شده $y=0$ داشته باشد. هواپیمای پرواز و نشست به گونه‌ای طراحی می‌شود تا در نزدیکی زمین مانور دهد. از اینرو مطلوب یافتن قانون کنترلی است که در صورت امکان ردیابی دقیق ارتفاع فراهم گردد.

شرط ۳-۲

زیرا $U_t = mg u_t$ رانش عمودی اعمالی به انتهای هواپیما است. خط سیر رانش عمودی از طریق ممان چرخشی U_m حاصل می‌شود.

شرط ۳-۳

بزرگ θ ، دارای "نسبت رانش به وزن" به اندازه کافی بزرگ نیستند. $|\theta| \ll \frac{\pi}{2}$ یا 90° درجه، زیرا اکثر هواپیماهای STOVL برای حفظ سطح پرواز با زاویه چرخش

شرط ۳-۴

ورودی‌های کنترلی بزرگ قابل قبول نیستند، زیرا بر روی حداکثر رانش و ممان چرخشی ایجاد شده با هوای فشرده ناشی از کمپرسور فشار قوی موتور، محدودیت‌هایی وجود دارد. هر قانون کنترل که یکی از چهار شرط فوق را نقض کند، قابل قبول نیست.

در ادامه، به دنبال طراحی کنترل مقاومی هستیم که با روش کنترل بهینه شرایط فوق را دارا باشد.

۳-۳ - طراحی کنترل برای معلق جت گونه [۴]

در اولین گام به منظور طراحی کنترل مقاوم برای معلق جت‌گونه هواپیمای PVTOL، کنترل زیر را جایگزین می‌کنیم که یک‌به‌یک نیز می‌باشد.

$$\begin{bmatrix} U_t \\ U_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -\varepsilon \tan \theta \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1+u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} \quad (۸-۳)$$

با جایگذاری رابطه (۸-۳) در رابطه (۳-۴)، داریم:

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} -\sin \theta & \varepsilon \cos \theta \\ \cos \theta & \varepsilon \sin \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & -\varepsilon \tan \theta \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1+u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} -\sin \theta & \frac{\varepsilon}{\cos \theta} \\ \cos \theta & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1+u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (۹-۳)$$

$$= \begin{bmatrix} -\sin \theta \\ \cos \theta \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -\sin \theta & 0 \\ \cos \theta & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{\varepsilon}{\cos \theta} \\ 0 \end{bmatrix} u_2$$

$$\ddot{\theta} = u_2 \quad (۱۰-۳)$$

هدف از جایگذاری کنترلی فوق به دو منظور است: ۱- ایجاد ارتفاع هواپیما $y(t)$ مستقل از ε و در نتیجه مستقل از نیروی عرضی تولید شده توسط ممان چرخشی u_2 (نیاز است که ارتفاع هواپیما y انحراف بسیار کوچکی از ارتفاع مطلوب داشته باشد. با این جایگذاری، y دیگر مستقیماً تحت تاثیر ε قرار نمی‌گیرد)، ۲- ایجاد حالت ماندگار صفر در بردار سرعت \dot{x} ، \dot{y} ، $\dot{\theta}$ ، بردار شتاب \ddot{x} ، \ddot{y} ، $\ddot{\theta}$ و کنترل جدید u_1 و u_2 .

برای راحتی بردار حالت را به صورت زیر توصیف می‌کنیم.

$$z = \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \end{bmatrix} \quad (۱۱-۳)$$

که در آن

$$z_2 = \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} \quad \text{و} \quad z_1 = \begin{bmatrix} x \\ y \\ \theta \end{bmatrix} \quad (۱۲-۳)$$

همچنین، ماتریس‌های زیر را تعریف می‌کنیم:

$$A(\theta) = \begin{bmatrix} -\sin \theta \\ \cos \theta - 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$B(\theta) = \begin{bmatrix} -\sin \theta & 0 \\ \cos \theta & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (۱۳-۳)$$

$$C(\theta) = \begin{bmatrix} 1/\cos \theta \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

آنگاه معادلات (۳-۹) و (۳-۱۰) به صورت

$$\ddot{z}_1 = A(\theta) + B(\theta) \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} + C(\theta) \varepsilon u_2 \quad (۱۴-۳)$$

یا به طور معادل

$$\begin{bmatrix} \dot{z}_1 \\ \dot{z}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} z_2 \\ A(\theta) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ B(\theta) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ C(\theta) \end{bmatrix} \varepsilon u_2 \quad (۱۵-۳)$$

نوشته می‌شوند. اکنون با استفاده از نتایج فصل ۲ مساله کنترل مقاوم (۳-۴) را حل می‌کنیم.

$f(z) = \varepsilon u_2(z)$ را عدم قطعیت در نظر می‌گیریم و $\|f(z)\| \leq k \|z\|, k > 0$ را تخمین می‌زنیم که

در ادامه تعیین می‌شود. یعنی، $\|f(z)\| \leq k \|z\| = g_{\max}(z)$ ، (که صحت این فرض

بررسی می‌شود).

برای بدست آوردن قانون کنترل بهینه متناظر تعریف می‌کنیم:

$$\begin{aligned}\tilde{A}(z) &= \begin{bmatrix} z_2 \\ A(\theta) \end{bmatrix} \\ \tilde{B}(z) &= \begin{bmatrix} 0 \\ B(\theta) \end{bmatrix} \\ \tilde{C}(z) &= \begin{bmatrix} 0 \\ C(\theta) \end{bmatrix}\end{aligned}\tag{۳-۱۶}$$

سپس معادله (۳-۱۵) به صورت زیر بدست می‌آید.

$$\dot{z} = \tilde{A}(z)z + \tilde{B}(z)u + \tilde{C}(z)f(z)\tag{۳-۱۷}$$

که در آن

$$u = \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix}\tag{۳-۱۸}$$

از آنجا که

$$\tilde{B}(z)^T \tilde{B}(z) = B(\theta)^T B(\theta) = I_{2 \times 2}\tag{۳-۱۹}$$

در می‌یابیم که

$$\begin{aligned}\tilde{B}(z)^+ &= (\tilde{B}(z)^T \tilde{B}(z))^{-1} \tilde{B}(z)^T = B(z)^T \\ B(\theta)^+ &= (B(\theta)^T B(\theta))^{-1} B(\theta)^T = B(\theta)^T\end{aligned}\tag{۳-۲۰}$$

بنابراین

$$\begin{aligned}(I_{6 \times 6} - \tilde{B}(z) \tilde{B}(z)^+) \tilde{C}(z) &= (I_{6 \times 6} - \tilde{B}(z) \tilde{B}(z)^T) \tilde{C}(z) \\ &= (I_{6 \times 6} - \begin{bmatrix} 0 \\ B(\theta) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & B(\theta)^T \end{bmatrix}) \begin{bmatrix} 0 \\ C(\theta) \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} I_{3 \times 3} & 0 \\ 0 & I_{3 \times 3} - B(\theta)B(\theta)^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ C(\theta) \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 0 \\ (I_{3 \times 3} - B(\theta)B(\theta)^T)C(\theta) \end{bmatrix}\end{aligned}\tag{۳-۲۱}$$

که در آن

$$(I_{3 \times 3} - B(\theta)B(\theta)^T)C(\theta) = \begin{bmatrix} \cos \theta \\ \sin \theta \\ 0 \end{bmatrix} \quad (22-3)$$

لذا دینامیک‌های مساله کنترل بهینه

$$\dot{z} = \tilde{A}(z) + \tilde{B}(z)u + (I_{6 \times 6} - \tilde{B}(z)\tilde{B}(z)^+) \tilde{C}(z)v \quad (23-3)$$

برابر است با

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \dot{z}_1 \\ \dot{z}_2 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} z_2 \\ A(\theta) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ B(\theta) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ (I_{3 \times 3} - B(\theta)B(\theta)^T)C(\theta) \end{bmatrix} v \\ &= \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{\theta} \\ -\sin \theta \\ \cos \theta - 1 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ -\sin \theta & \cos \theta & 0 \\ \cos \theta & \sin \theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ v \\ u_2 \end{bmatrix} \quad (24-3) \end{aligned}$$

تعریف می‌کنیم؛

$$T(\theta) = \begin{bmatrix} -\sin \theta & \cos \theta & 0 \\ \cos \theta & \sin \theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (25-3)$$

و دینامیک‌های مساله کنترل بهینه را به صورت زیر بازنویسی می‌نماییم.

$$\begin{bmatrix} \dot{z}_1 \\ \dot{z}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} z_2 \\ A(\theta) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ T(\theta) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ v \\ u_2 \end{bmatrix} \quad (26-3)$$

برای بدست آوردن تابع هزینه مساله کنترل بهینه، کران زیر را تخمین می‌زنیم:

$$\begin{aligned}
\|\tilde{B}(z)^+ \tilde{C}(z) f(z)\| &\leq \|\tilde{B}(z)^+ \tilde{C}(z)\| \times \|f(z)\| = \|B(\theta)^T C(\theta)\| \times \|f(z)\| \\
&= \left\| \begin{bmatrix} -\sin \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1/\cos \theta \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \right\| \times \|f(z)\| \\
&= \left\| \begin{bmatrix} -\tan \theta \\ 0 \end{bmatrix} \right\| \times \|f(z)\| \\
&\leq k \|\tan \theta\| \times \|z\|
\end{aligned} \tag{۲۷-۳}$$

از شرط ۳-۳ ($|\theta| < \frac{\pi}{2}$)، θ_0 که $0 < \theta_0 < \frac{\pi}{2}$ وجود دارد به قسمی که $|\theta| < \theta_0$ بنابراین

$$\|\tilde{B}(z)^+ \tilde{C}(z) f(z)\| \leq k \|\tan \theta_0\| \times \|z\| = f_{\max}(z) \tag{۲۸-۳}$$

بنابراین مساله کنترل بهینه زیر را حل می‌کنیم.

۳-۴ - کنترل بهینه (LQR) [۲۴]

برای سیستم

$$\dot{z} = \tilde{A}(z) + \tilde{B}(z)u + \alpha(I_{6 \times 6} - \tilde{B}(z)\tilde{B}(z)^+) \tilde{C}(z)v \tag{۲۹-۳}$$

یا

$$\begin{bmatrix} \dot{z}_1 \\ \dot{z}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} z_2 \\ A(\theta) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ T(\theta) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ v \\ u_2 \end{bmatrix} \tag{۳۰-۳}$$

باید کنترل فیدبک $u_1(z)$ ، $u_2(z)$ و $v(z)$ را چنان بیابیم که تابعی هزینه زیر حداقل گردد.

$$\int_0^{\infty} (f_{\max}(z)^2 + \rho^2 g_{\max}(z)^2 + \beta^2 \|z\|^2 + \|u\|^2 + \rho^2 \|v\|^2) dt \tag{۳۱-۳}$$

که در اینجا با انتخاب $\alpha, \rho = 1$ به منظور حل صریح معادله همیلتن - جاکوبی - بلمن β را به

عنوان پارامتر طراحی در نظر می‌گیریم که قرار است مقدار آن تعیین شود.

برای بررسی پایداری مقاوم سیستم حلقه بسته با کنترل $u_0(z)$ و $v_0(z)$ داده شده از حل مساله کنترل بهینه (۳-۲۹)، $V(z_0)$ را حداقل هزینه کنترل بهینه سیستم حالت اولیه z_0 در نظر می-گیریم.

حال بررسی می‌کنیم که $V(z)$ یک تابع لیاپانوف برای سیستم $\dot{z} = \tilde{A}(z) + \tilde{B}(z)u + \tilde{C}(z)f(z)$ می‌باشد. بدیهی است که

$$\begin{aligned} V(z) &> 0 & z &\neq 0 \\ V(z) &= 0 & z &= 0 \end{aligned} \quad (3-32)$$

از آنجا که $u_0(z)$ و $v_0(z)$ حل مساله کنترل بهینه سیستم (۳-۲۹) و تابعی هزینه (۳-۳۱) هستند، بایستی معادله همیلتن - جاکوبی - بلمن زیر برقرار باشد:

$$\begin{aligned} \min_{u,v} (f_{\max}(z)^2 + g_{\max}(z)^2 + \beta^2 \|z\|^2 + \|u\|^2 + \|v\|^2 + V_z^T (\tilde{A}(z) + \tilde{B}(z)u \\ + (I - \tilde{B}(z)\tilde{B}(z)^+) \tilde{C}(z)v)) = 0 \end{aligned} \quad (3-33)$$

به عبارت دیگر، بایستی $u_0(z)$ ، $v_0(z)$ در روابط

$$\begin{aligned} f_{\max}(z)^2 + g_{\max}(z)^2 + \beta^2 \|z\|^2 + \|u_0\|^2 + \|v_0\|^2 + V_z^T (\tilde{A}(z) + \tilde{B}(z)u_0 \\ + (I - \tilde{B}(z)\tilde{B}(z)^+) \tilde{C}(z)v_0) = 0 \end{aligned} \quad (3-34)$$

$$2u_0(z)^T + V_z^T \tilde{B}(z) = 0 \quad (3-35)$$

$$2v_0(z)^T + V_z^T (I - \tilde{B}(z)\tilde{B}(z)^+) \tilde{C}(z) = 0 \quad (3-36)$$

صدق کنند. اکنون داریم:

$$\begin{aligned}
\dot{V}(z) &= V_z^T \dot{z} \\
&= V_z^T (\tilde{A}(z) + \tilde{B}(z)u_0 + \tilde{C}(z)f(z)) \\
&= V_z^T (\tilde{A}(z) + \tilde{B}(z)u_0 + (I - \tilde{B}(z)\tilde{B}(z)^+) \tilde{C}(z)v_0 \\
&\quad - V_z^T (I - \tilde{B}(z)\tilde{B}(z)^+) \tilde{C}(z)v_0 + V_z^T \tilde{C}(z)f(z)) \\
&= V_z^T (\tilde{A}(z) + \tilde{B}(z)u_0 + (I - \tilde{B}(z)\tilde{B}(z)^+) \tilde{C}(z)v_0 \\
&\quad - V_z^T (I - \tilde{B}(z)\tilde{B}(z)^+) \tilde{C}(z)v_0 + V_z^T \tilde{B}(z)\tilde{B}(z)^+ \tilde{C}(z)f(z) \\
&\quad + V_z^T (I - \tilde{B}(z)\tilde{B}(z)^+) \tilde{C}(z)f(z)) \\
&= -f_{\max}(z)^2 - g_{\max}(z)^2 - \beta^2 \|z\|^2 - \|u_0\|^2 - \|v_0\|^2 \\
&\quad - 2u_0(z)^T \tilde{B}(z)^+ \tilde{C}(z)f(z) - 2v_0(z)^T f(z) + 2v_0(z)^T v_0
\end{aligned} \tag{۳۷-۳}$$

همچنین

$$\begin{aligned}
-\|u_0\|^2 - 2u_0(z)^T \tilde{B}(z)^+ \tilde{C}(z)f(z) &\leq \|\tilde{B}(z)^+ \tilde{C}(z)f(z)\|^2 \\
&\leq f_{\max}(z)^2 - 2v_0(z)^T f(z) \\
&\leq \|v_0(z)\|^2 + \|f(z)\|^2 \\
&\leq \|v_0\|^2 + g_{\max}(z)^2
\end{aligned} \tag{۳۸-۳}$$

با جایگذاری در رابطه (۳۷-۳) بدست می‌آوریم

$$\begin{aligned}
\dot{V}(z) &\leq -f_{\max}(z)^2 - g_{\max}(z)^2 - \beta^2 \|z\|^2 - \|v_0\|^2 \\
&\quad + f_{\max}(z)^2 + \|v_0\|^2 + g_{\max}(z)^2 + 2\|v_0\|^2 = -\beta^2 \|z\|^2 + 2\|v_0\|^2
\end{aligned} \tag{۳۹-۳}$$

بنابراین، برای آنکه $V(z)$ برای سیستم معادله (۳-۱۷) یک تابع لیاپانوف باشد بایستی

$$2\|v_0\|^2 \leq \beta^2 \|z\|^2 \tag{۴۰-۳}$$

تضمین گردد. چون فرض کرده‌ایم $\|f(z)\| \leq k \|z\| = g_{\max}(z)$ بایستی در نامساوی زیر صدق

کند.

$$\|\varepsilon u_2(z)\|^2 = \|f(z)\|^2 \leq k^2 \|z\|^2 \tag{۴۱-۳}$$

از آنجایی که مساله کنترل بهینه معادله (۳-۹) برای یک سیستم غیرخطی می باشد، نمی توان حل استاندارد را به مساله LQR اعمال کرد. با این حال با کمی تقریب، می توانیم این مساله کنترل بهینه غیرخطی را حل کنیم [۲۵، ۲۶]. که حل آن به صورت زیر ارائه می شود.

ابتدا باید سه پارامتر θ_0 ، k و β تعیین شوند. روشی که در اینجا اتخاذ شده بدین صورت می باشد که ابتدا مقادیری برای θ_0 ، k و β انتخاب می کنیم. حل را یافته و سپس برقراری شرایط کافی را بررسی می نماییم. بنابراین، ابتدا $f_{\max}(z)$ و $g_{\max}(z)$ را در تابعی هزینه (۳-۳۱) جایگذاری می کنیم.

$$\begin{aligned} & \int_0^{\infty} (f_{\max}(z)^2 + g_{\max}(z)^2 + \beta^2 \|z\|^2 + \|u_1\|^2 + \|v\|^2 + \|u_2\|^2) dt \\ &= \int_0^{\infty} (k^2 \|\tan \theta_0\|^2 \|z\|^2 + k^2 \|z\|^2 + \beta^2 \|z\|^2 + \|u_1\|^2 + \|v\|^2 + \|u_2\|^2) dt \\ &= \int_0^{\infty} ((k^2 \|\tan \theta_0\|^2 + k^2 + \beta^2) \|z\|^2 + \|u_1\|^2 + \|v\|^2 + \|u_2\|^2) dt \quad (۴۲-۳) \\ &= \int_0^{\infty} (w^2 \|z\|^2 + \|u_1\|^2 + \|v\|^2 + \|u_2\|^2) dt \end{aligned}$$

که در آن $w^2 = k^2 \|\tan \theta_0\|^2 + k^2 + \beta^2$ است.

تابع هزینه بهینه $V(z)$ بایستی در معادله همیلتن - جاکوبی - بلمن زیر صدق کند:

$$\min_{u_1, v, u_2} \left(w^2 \|z\|^2 + \|u_1\|^2 + \|v\|^2 + \|u_2\|^2 + V_z^T \left(\begin{bmatrix} z_2 \\ A(\theta) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ T(\theta) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ v \\ u_2 \end{bmatrix} \right) \right) = 0 \quad (۴۳-۳)$$

یا

$$\min_{u_1, v, u_2} \left(w^2 \|z\|^2 + \left\| \begin{bmatrix} u_1 \\ v \\ u_2 \end{bmatrix} \right\|^2 + V_z^T \left(\begin{bmatrix} z_2 \\ A(\theta) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ T(\theta) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ v \\ u_2 \end{bmatrix} \right) \right) = 0 \quad (۴۳-۳)$$

به طور خاص، اگر u_{10} ، u_{20} و v_0 کنترل بهینه باشند

$$w^2 \|z\|^2 + \left\| \begin{bmatrix} u_{10} \\ v_0 \\ u_{20} \end{bmatrix} \right\|^2 + V_z^T \left(\begin{bmatrix} z_2 \\ A(\theta) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ T(\theta) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_{10} \\ v_0 \\ u_{20} \end{bmatrix} \right) = 0 \quad (44-3)$$

و

$$2 \begin{bmatrix} u_{10} \\ v_0 \\ u_{20} \end{bmatrix}^T + V_z^T \begin{bmatrix} 0 \\ T(\theta) \end{bmatrix} = 0 \quad (45-3)$$

از تعریف $T(\theta)$ ، نشان دادن برابری ترانهاده و معکوس آن با خودش ساده است.

$$T(\theta) = T(\theta)^T = T(\theta)^{-1} = \begin{bmatrix} -\sin \theta & \cos \theta & 0 \\ \cos \theta & \sin \theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (46-3)$$

بنابراین، از معادله (45-3)

$$\begin{bmatrix} u_{10} \\ v_0 \\ u_{20} \end{bmatrix} = -\frac{1}{2} [0 \quad T(\theta)] V_z \quad (47-3)$$

و با جایگذاری رابطه (47-3) در رابطه (44-3) داریم:

$$w^2 (\|z_1\|^2 + \|z_2\|^2) - \frac{1}{4} V_z^T \begin{bmatrix} 0 \\ T(\theta) \end{bmatrix} [0 \quad T(\theta)] V_z + V_z^T \begin{bmatrix} z_2 \\ A(\theta) \end{bmatrix} = 0 \quad (48-3)$$

از آنجا که نیاز داریم θ در همسایگی کوچک صفر، $|\theta| \ll \frac{\pi}{2}$ ، تغییر کند، می‌توانیم $A(\theta)$ را حول

صفر به صورت زیر خطی کنیم:

$$A(\theta) = \begin{bmatrix} -\sin \theta \\ \cos \theta - 1 \\ 0 \end{bmatrix} \approx \begin{bmatrix} -\theta \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ \theta \end{bmatrix} = A_0 z_1 \quad (49-3)$$

$$\text{که در آن } A_0 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \text{ می باشد و همچنین } \begin{bmatrix} 0 & T(\theta) \\ 0 & I_{3 \times 3} \end{bmatrix} \text{ بنا بر این،}$$

معادله (۳-۴۸) به صورت زیر در می آید:

$$w^2 \begin{bmatrix} z_1 & z_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \end{bmatrix} - \frac{1}{4} V_z^T \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & I_{3 \times 3} \end{bmatrix} V_z + V_z^T \begin{bmatrix} 0 & I_{3 \times 3} \\ A_0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \end{bmatrix} = 0 \quad (۳-۵۰)$$

برای حل V از معادله فوق، V را مربعی فرض می کنیم: $V = z^T S z$ که در آن S ماتریس 6×6

6 مثبت معین (مقارن) می باشد که مشتق آن برابر است با $V_z = 2S z$ اکنون رابطه (۳-۵۰) به

صورت زیر نوشته می شود:

$$w^2 z^T z - z^T S \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & I_{3 \times 3} \end{bmatrix} S z + z^T S \begin{bmatrix} 0 & I_{3 \times 3} \\ A_0 & 0 \end{bmatrix} z + z^T \begin{bmatrix} 0 & I_{3 \times 3} \\ A_0 & 0 \end{bmatrix}^T S z = 0 \quad (۳-۵۱)$$

با فرض $Q = w^2 I_{6 \times 6}$ ، معادله ریکاتی زیر را بدست می آوریم:

$$S \begin{bmatrix} 0 & I_{3 \times 3} \\ A_0 & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & I_{3 \times 3} \\ A_0 & 0 \end{bmatrix}^T S + Q - S \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & I_{3 \times 3} \end{bmatrix} S = 0 \quad (۳-۵۲)$$

حل مثبت معین معادله فوق وجود داشته و منحصر به فرد است. حل مساله LQR بر حسب

استاتیگ برابر است با

$$\begin{bmatrix} u_{10} \\ v_0 \\ u_{20} \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & -\sin \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cos \theta & \sin \theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} S z \quad (۳-۵۳)$$

از معادله فوق می توان دید در حالی که u_{10} و v_0 توابعی غیرخطی از حالت z و u_{20} در حقیقت

تابعی خطی از z است و بنابراین خطی محدود است، همانطور که فرض کردیم

می باشد. با انتخاب $\beta = 4.2426$ ، $k = 3$ و $\theta_0 = 45^\circ$ داریم:

$$w^2 = k^2 \|\tan \theta_0\|^2 + k^2 + \beta^2 = 36$$

با استفاده از نرم افزار MATLAB، معادله ریکاتی (۳-۵۲) را که حل کنیم منجر به ماتریس زیر

می شود:

$$S = \begin{bmatrix} 41.5670 & 0 & -0.4356 & 6 & 0 & -0.0004 \\ 0 & 41.5692 & 0 & 0 & 6 & 0 \\ -0.4356 & 0 & 42.2129 & -0.9996 & 0 & 6.0828 \\ 6 & 0 & -0.9996 & 6.9278 & 0 & -0.0721 \\ 0 & 6 & 0 & 0 & 6.9282 & 0 \\ -0.0004 & 0 & 6.0828 & -0.0721 & 0 & 6.9398 \end{bmatrix}$$

که با جایگذاری در معادله (۳-۵۳) قانون کنترل برابر خواهد شد با:

$$u_{10} = (6x - 0.9996\theta) \sin \theta - 6y \cos \theta + (6.9278 \dot{x} - 0.0721 \dot{\theta}) \sin \theta - 6.9278 \dot{y} \cos \theta \quad (۳-۵۴)$$

$$u_{20} = 0.0004x - 6.0828\theta + 0.0721 \dot{x} - 6.9398 \dot{\theta} \quad (۳-۵۵)$$

$$v_0 = -(6x - 0.9996\theta) \cos \theta - 6y \sin \theta - (6.9278 \dot{x} - 0.0721 \dot{\theta}) \cos \theta - 6.9278 \dot{y} \sin \theta \quad (۳-۵۶)$$

چون تمام ضرایب در معادله فوق کمتر از $\frac{\beta^2}{2} = 9$ است بدیهی است

$$2 \|v_0\|^2 \leq \beta^2 \|z\|^2 \quad (۳-۵۷)$$

برقرار است. به طور مشابه، $\| \epsilon u_2(z) \|^2 \leq k^2 \|z\|^2$ برای $|\epsilon| \leq 1$ برقرار است. (مقدار نوعی ϵ برابر

0.01 است).

فصل ۴

شبیه‌سازی سیستم

۴-۱ - شبیه‌سازی سیستم

به منظور مشاهده عملکرد قانون کنترلی بیان شده، شبیه‌سازی‌ها با استفاده از نرم‌افزار متلب انجام

شده است. برای این کار، ابتدا کنترل را برحسب U_t و U_m بدست می‌آوریم.

$$\begin{bmatrix} U_t \\ U_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} mgu_t \\ Ju_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} mg(1+u_{10}-u_{20}\varepsilon \tan \theta) \\ Ju_{20} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} mg(1+u_{10})-u_{20}\varepsilon_0 J \tan \theta \\ Ju_{20} \end{bmatrix} \quad (1-4)$$

دینامیک‌های هواپیمای PVTOL به صورت زیر هستند:

$$\begin{aligned} \ddot{m}x &= -U_t \sin \theta + \varepsilon_0 U_m \cos \theta \\ \ddot{m}y &= U_t \cos \theta + \varepsilon_0 U_m \sin \theta - mg \end{aligned} \quad (2-4)$$

$$J\ddot{\theta} = U_m$$

از آنجا که $x = \frac{\tilde{x}}{g}$ و $y = \frac{\tilde{y}}{g}$ کنترل بر حسب \tilde{x} و \tilde{y} به صورت زیر خواهد بود:

$$u_{10} = \left(6\frac{\tilde{x}}{g} - 0.9996\theta\right) \sin \theta - 6\frac{\tilde{y}}{g} \cos \theta + \left(6.9278\frac{\tilde{x}}{g} - 0.0721\dot{\theta}\right) \sin \theta - 6.9278\frac{\tilde{y}}{g} \cos \theta \quad (3-4)$$

$$u_{20} = 0.0004\frac{\tilde{x}}{g} - 6.0828\theta + 0.0721\frac{\tilde{x}}{g} - 6.9398\dot{\theta} \quad (4-4)$$

در شبیه‌سازی مقادیر پارامترها به صورت زیر در نظر گرفته شده‌اند [۴].

$$m = 50000kg$$

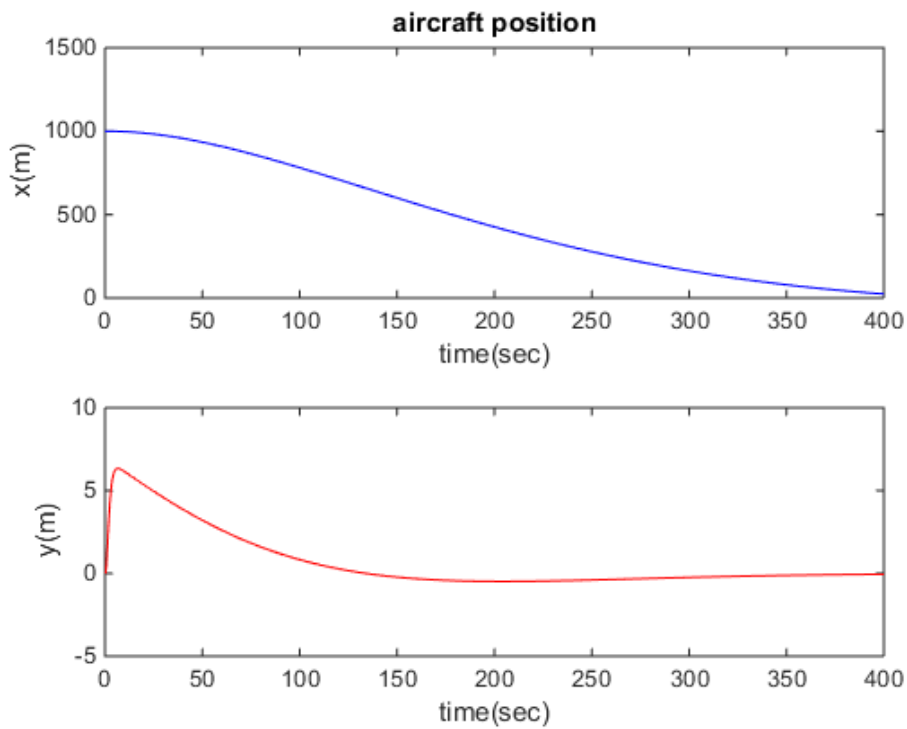
$$J = 200000kgm^2$$

$$g = 9.8m/s^2$$

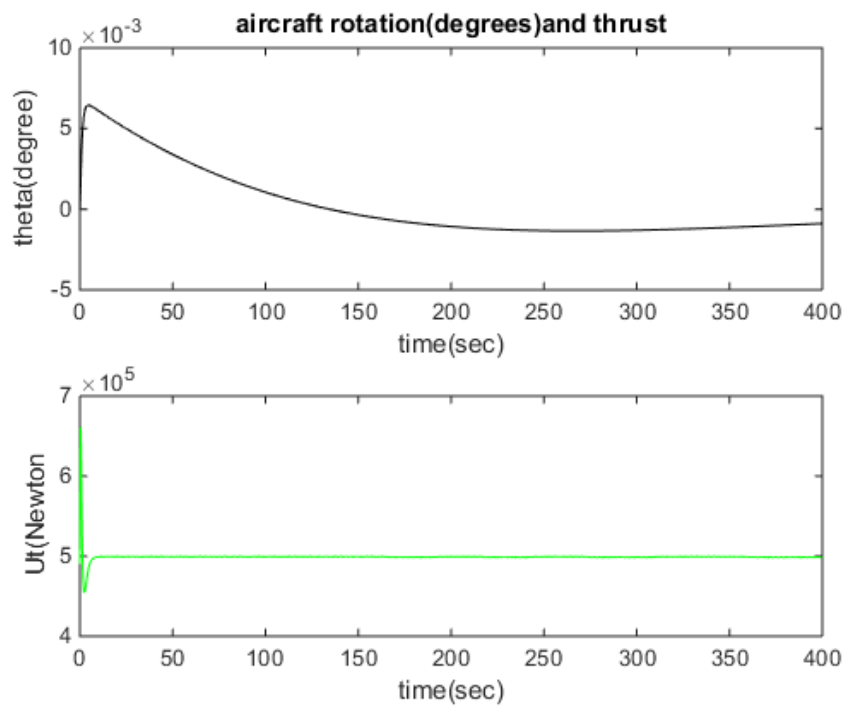
همچنین به منظور بررسی عملکرد کنترل بدست آمده، پاسخ‌های واقعی هواپیما را برای مقادیر

مختلف ε_0 شبیه‌سازی نموده و در تمام شبیه‌سازی‌ها، از شرایط اولیه زیر استفاده شده است [۴].

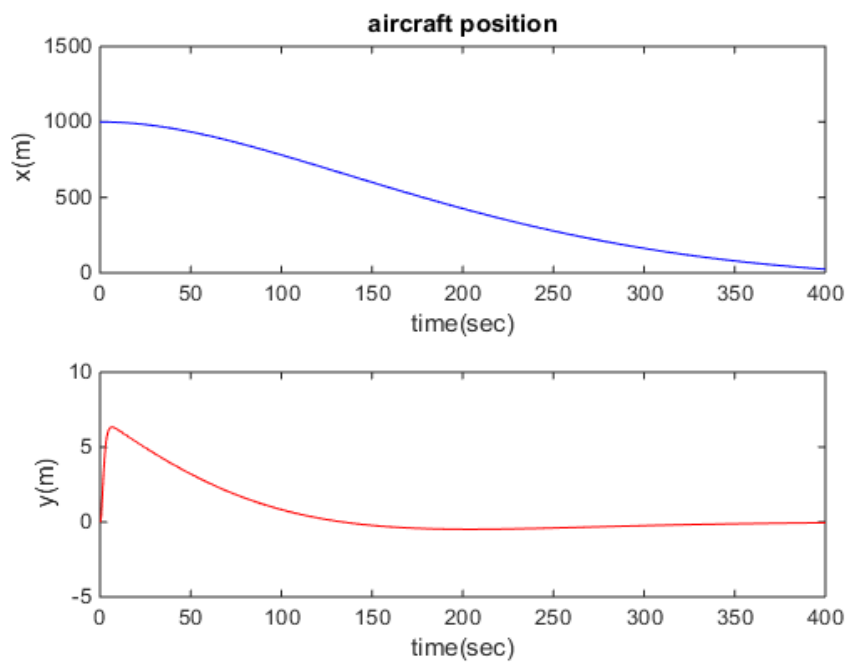
$$\begin{aligned} \bar{x}(0) &= 1000m & \dot{\bar{x}}(0) &= 0 \\ \bar{y}(0) &= 0m & \dot{\bar{y}}(0) &= 0 \\ \theta(0) &= 0^\circ & \dot{\theta}(0) &= 0 \end{aligned}$$



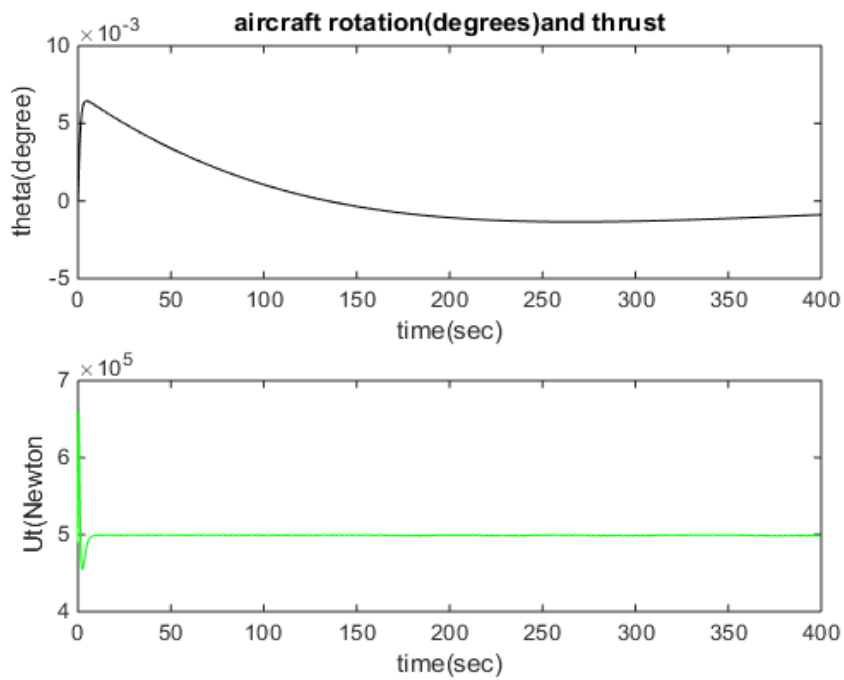
شکل ۴ - ۱ : شبیه‌سازی X-Y برای $\varepsilon_0=0.01$ با استفاده از MATLAB



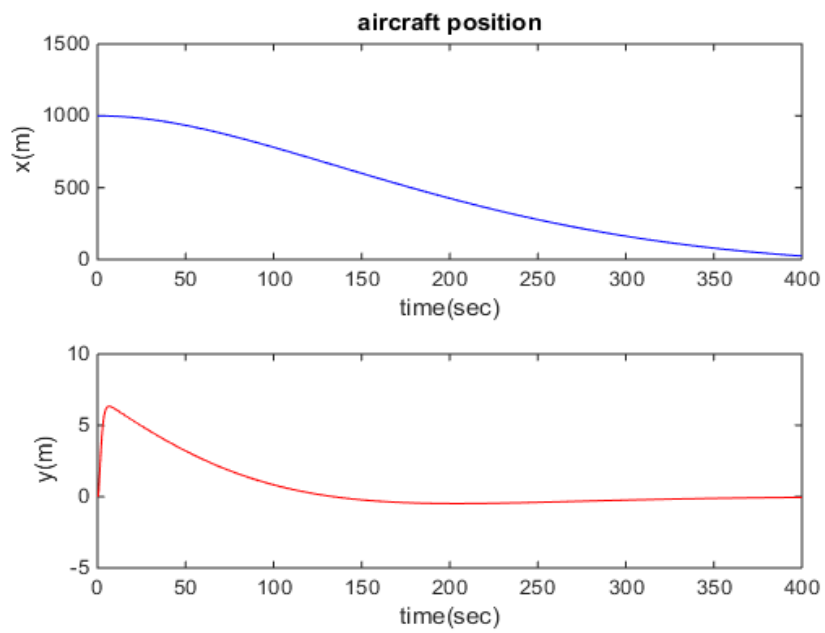
شکل ۴ - ۲ : شبیه‌سازی زاویه و رانش برای $\varepsilon_0=0.01$ با استفاده از MATLAB



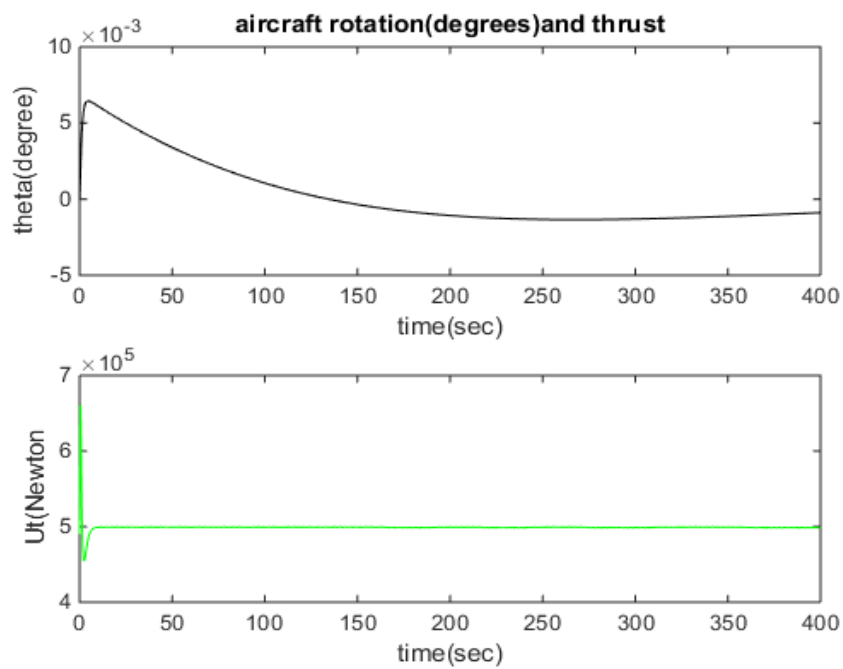
شکل ۴ - ۳ : شبیه‌سازی X-Y برای $\varepsilon_0=0.02$ با استفاده از MATLAB



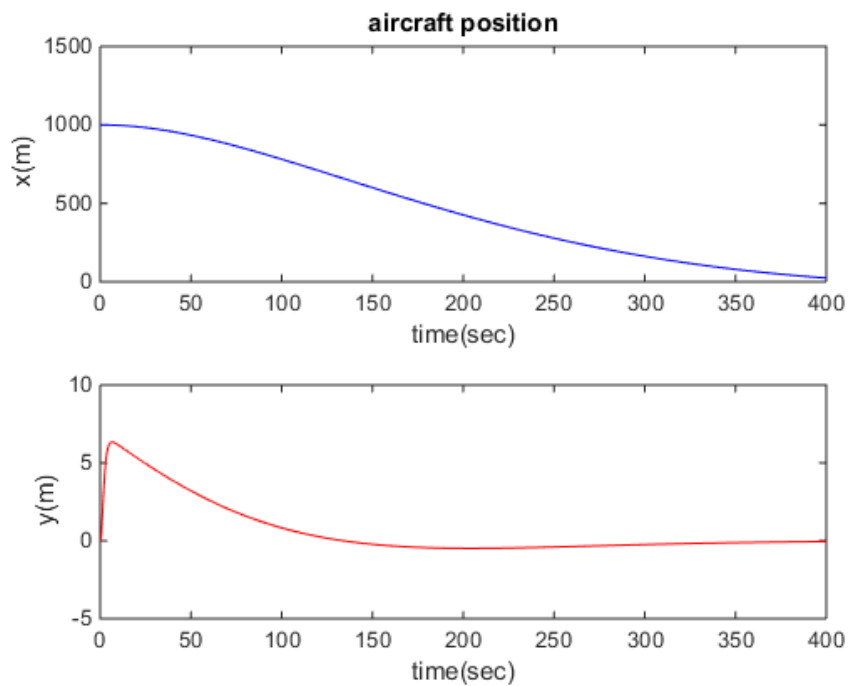
شکل ۴ - ۴ : شبیه‌سازی زاویه و رانش برای $\varepsilon_0=0.02$ با استفاده از MATLAB



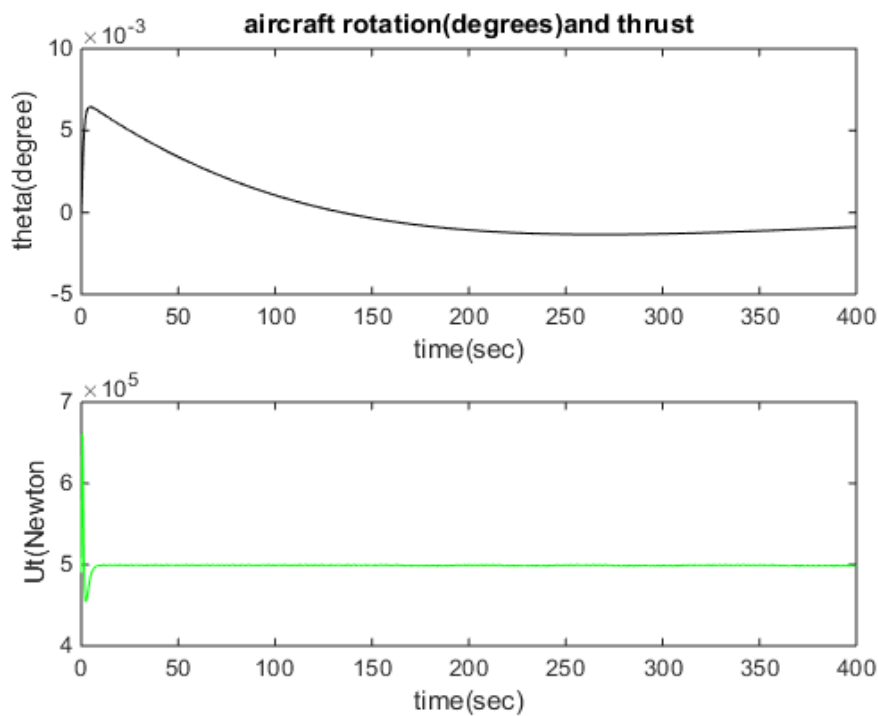
شکل ۴ - ۵ : شبیه‌سازی X-Y برای $\varepsilon_0=0.05$ با استفاده از MATLAB



شکل ۴ - ۶ : شبیه‌سازی زاویه و رانش برای $\varepsilon_0=0.05$ با استفاده از MATLAB



شکل ۴ - ۷ : شبیه‌سازی X-Y برای $\varepsilon_0=0.1$ با استفاده از MATLAB



شکل ۴ - ۸ : شبیه‌سازی زاویه و رانش برای $\varepsilon_0=0.1$ با استفاده از MATLAB

شکل‌های (۴-۱) تا (۴-۸) برای مقادیر مختلف $\varepsilon_0 \in [0.01, 0.1]$ بدست آمده‌اند. همانطور که از شکل‌ها مشاهده می‌شود مسیرهای سیستم کنترل شده بسیار شبیه به یکدیگر بوده که مقاوم بودن کنترل را بیان می‌کند. همچنین شرایط ۱-۴ نیز برقرار می‌باشد یعنی؛ ۱- ارتفاع هواپیمای PVTOL، $y(t)$ ، در حالت معلق باید انحراف بسیار کوچکی از ارتفاع از پیش تعیین شده $y = 0$ داشته باشد. در واقع، y فقط ۶ متر از صفر منحرف می‌شود، در حالی که x از ۱۰۰۰ متر به صفر تغییر می‌کند، ۲- $U_i > 0$. در واقع، U_i همواره مثبت است، ۳- $|\theta| < 90^\circ$. از شبیه‌سازی θ کمتر از یک درجه می‌باشد، ۴- ورودی‌های کنترلی بزرگ قابل قبول نیستند.

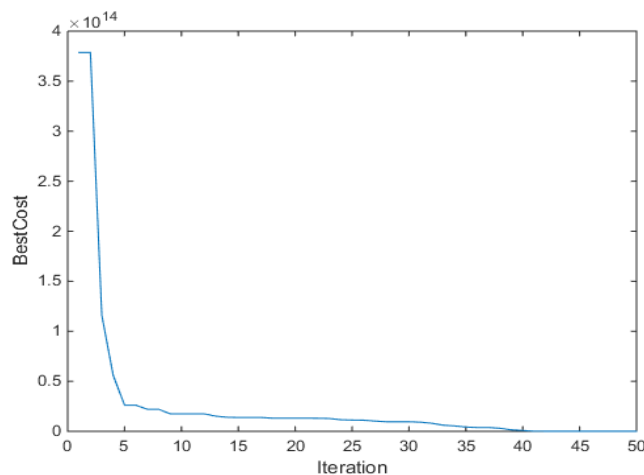
۴-۲ - بهینه‌سازی سیستم

در بخش قبل قانون کنترل با توجه به پارامترهای طراحی که بر اساس سعی و خطا بدست آمده بودند، طراحی شد و نتایج شبیه‌سازی آن نیز حاکی از مقاوم بودن قانون کنترل می‌باشد. حال در این بخش از پایان‌نامه به دنبال بهینه‌سازی پارامترهای طراحی سیستم مورد نظر می‌باشیم.

برای دستیابی به این هدف از الگوریتم PSO استفاده شده است. به منظور حداقل کردن تابع هزینه
$$\int_0^{\infty} (f_{\max}(z)^2 + \rho^2 g_{\max}(z)^2 + \beta^2 \|z\|^2 + \|u\|^2 + \rho^2 \|v\|^2) dt$$
 برای الگوریتم PSO برای بهینه کردن پارامترهای α ، β و ρ با در نظر گرفتن ۵۰ تکرار و ۱۰ مرتبه اجرا کردن برنامه استفاده شده است که مقادیر بهینه به صورت زیر حاصل گردید.

$$\alpha = 1.65$$
$$\beta = 3.665$$
$$\rho = 2.185$$

شکل (۴-۹) تغییرات تابع هزینه بر حسب تعداد تکرار الگوریتم بدست آمده است.



شکل ۴-۹: تغییرات تابع هزینه بر حسب تعداد تکرار

اکنون همانند بخش قبل با توجه به مقادیر بهینه پارامترها بدست آمده قانون‌های کنترل را می‌-

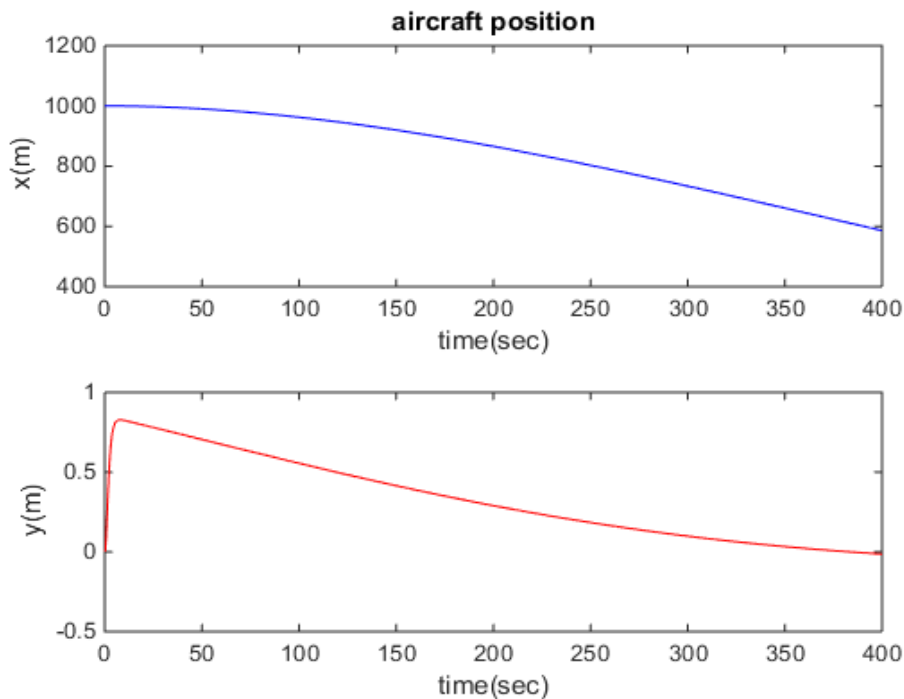
توان بدست آورد که به شرح زیر می‌باشد.

$$u_{10} = \left(12 \frac{\dot{x}}{g} - 0.9999\theta\right) \sin \theta - 12 \frac{\dot{y}}{g} \cos \theta + \left(12.961 \frac{\dot{x}}{g} - 0.0386\theta\right) \sin \theta - 12.961 \frac{\dot{y}}{g} \cos \theta \quad (5-4)$$

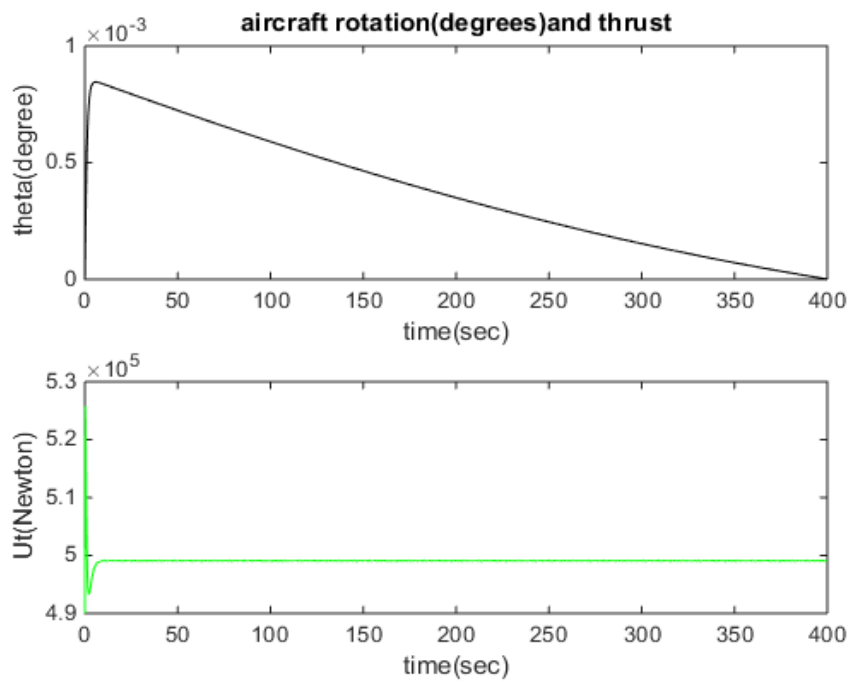
$$u_{20} = 0.0001 \frac{\dot{x}}{g} - 12.042\theta + 0.0386 \frac{\dot{x}}{g} - 12.965\theta \quad (6-4)$$

با جایگذاری قانون کنترل فوق در (4-1) و استفاده از مقادیر پارامترها و شرایط اولیه بخش قبل،

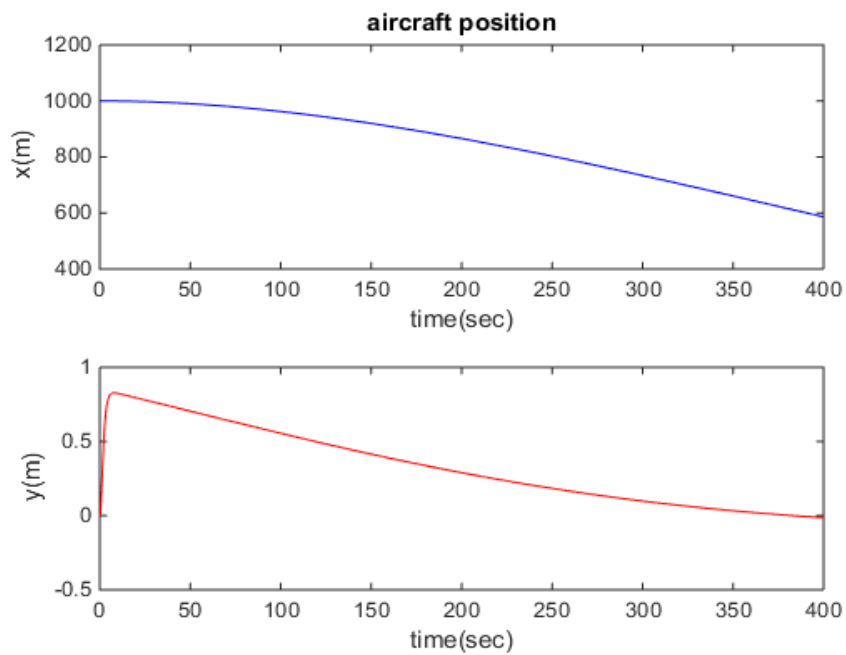
نتایج شبیه‌سازی متلب به صورت شکل‌های (4-10) تا (4-17) می‌باشند.



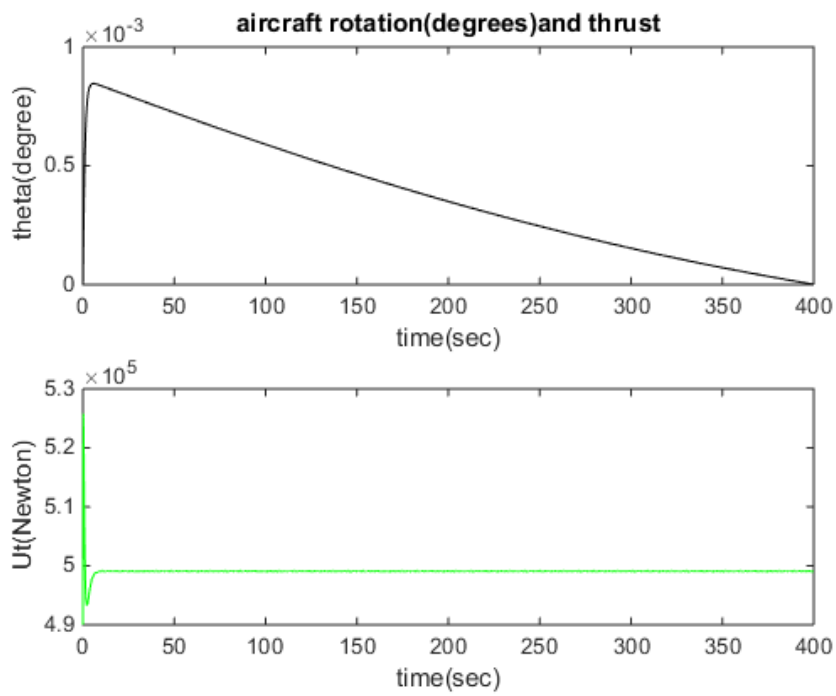
شکل ۴-۱۰: شبیه‌سازی X-Y برای $\varepsilon_0=0.01$ با استفاده از MATLAB



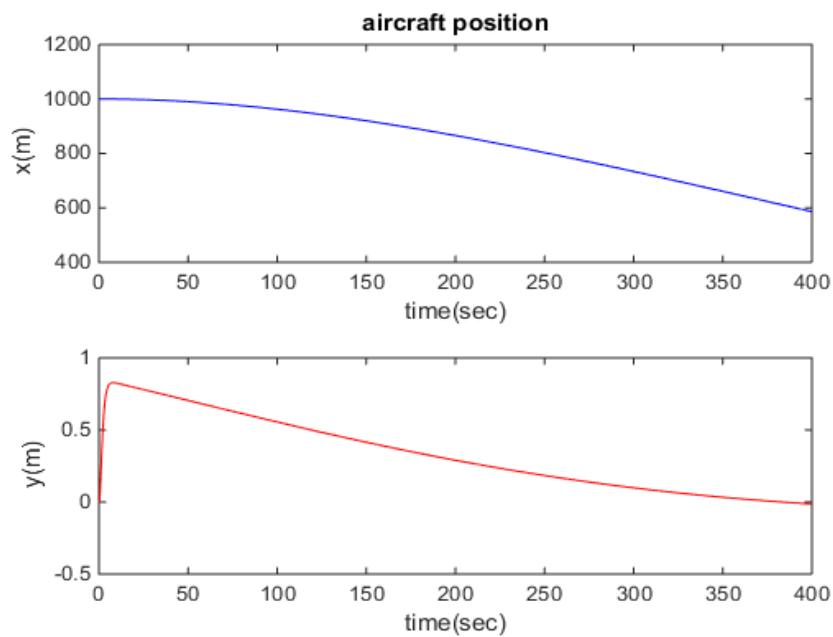
شکل ۴ - ۱۱ : شبیه‌سازی زاویه و رانش برای $\epsilon_0=0.01$ با استفاده از MATLAB



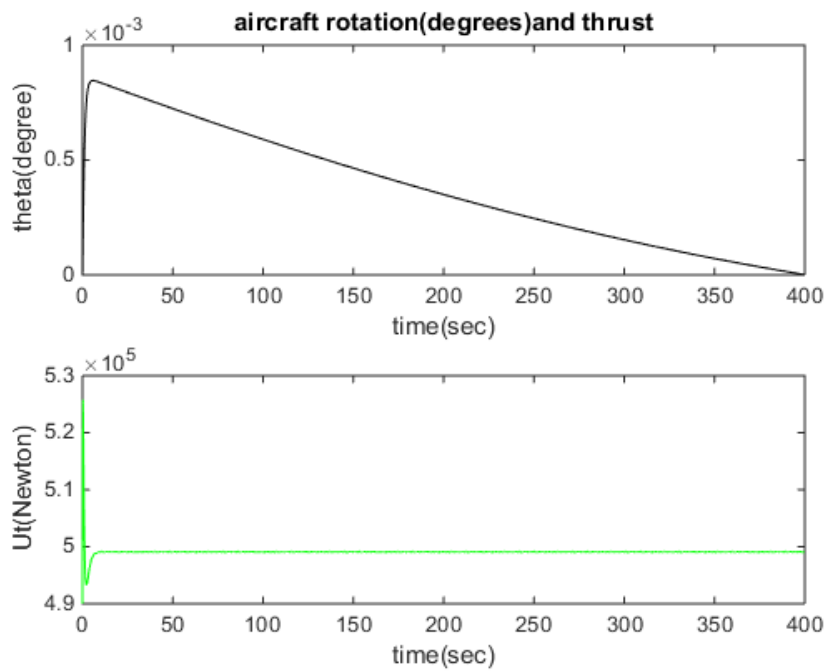
شکل ۴ - ۱۲ : شبیه‌سازی X-Y برای $\epsilon_0=0.02$ با استفاده از MATLAB



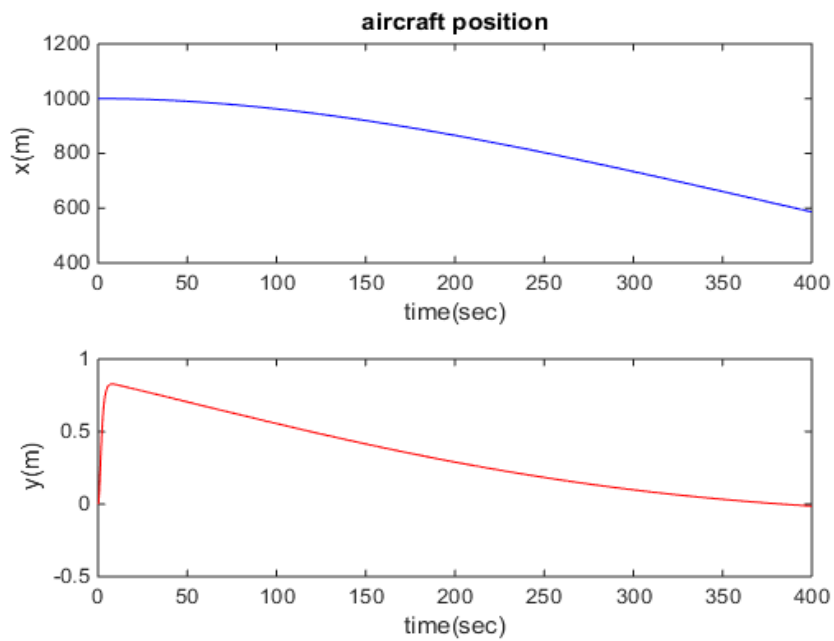
شکل ۴ - ۱۳ : شبیه‌سازی زاویه و رانش برای $\epsilon_0=0.02$ با استفاده از MATLAB



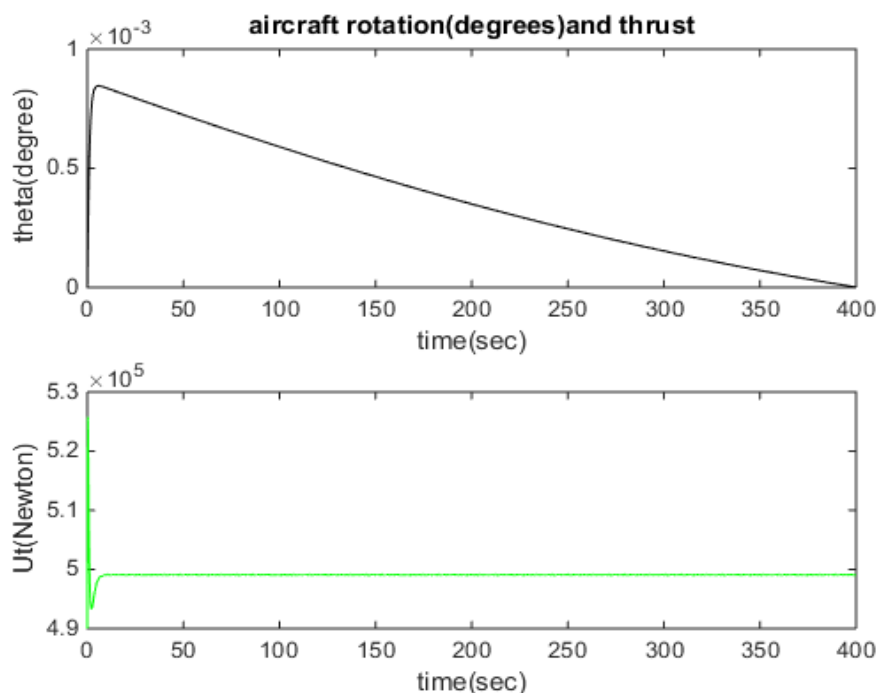
شکل ۴ - ۱۴ : شبیه‌سازی X-Y برای $\epsilon_0=0.05$ با استفاده از MATLAB



شکل ۴ - ۱۵ : شبیه‌سازی زاویه و رانش برای $\epsilon_0=0.05$ با استفاده از MATLAB



شکل ۴ - ۱۶ : شبیه‌سازی X-Y برای $\epsilon_0=0.1$ با استفاده از MATLAB

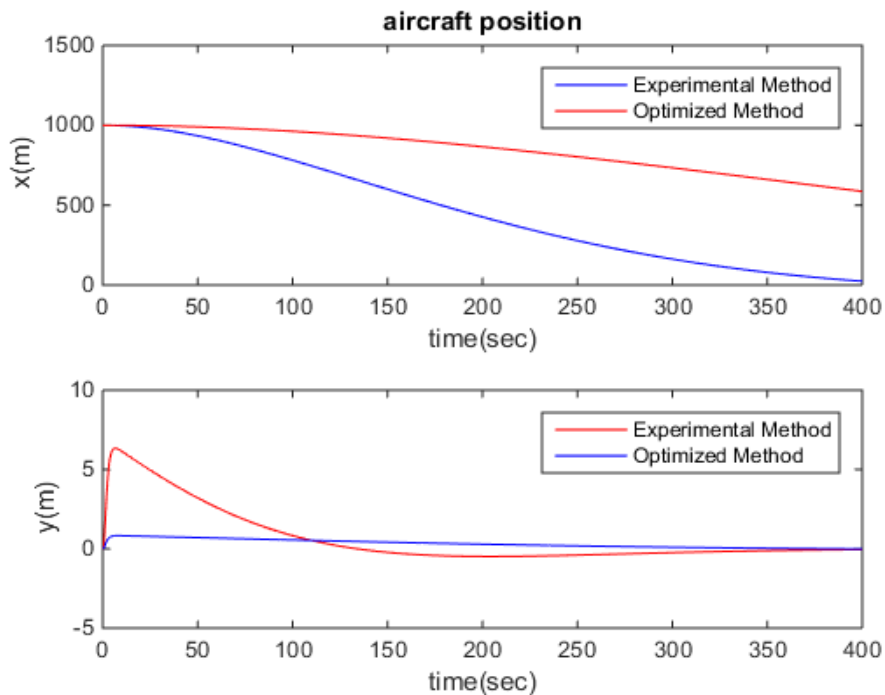


شکل ۴ - ۱۷ : شبیه‌سازی زاویه و رانش برای $\varepsilon_0=0.1$ با استفاده از MATLAB

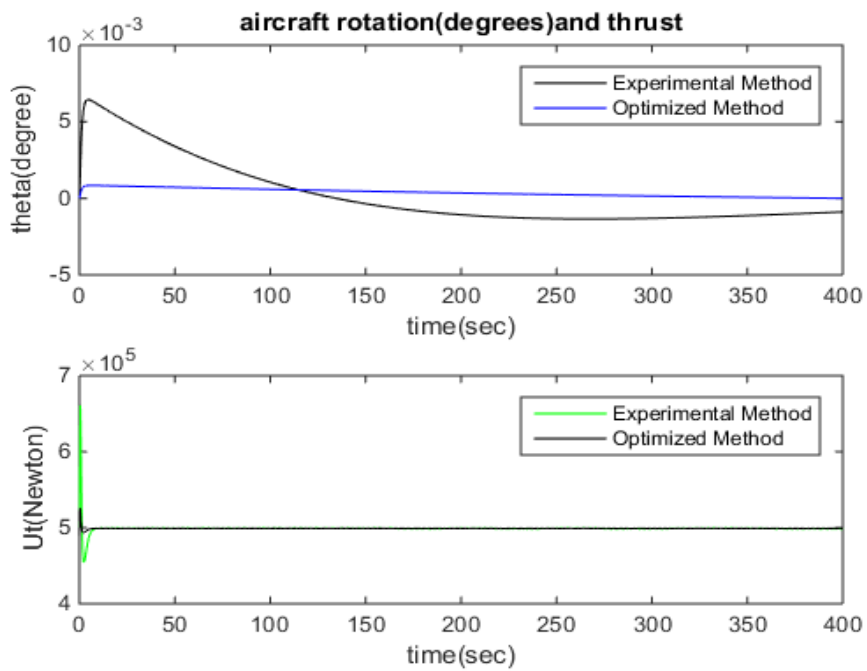
شکل‌های (۴-۱۰) تا (۴-۱۷) برای مقادیر مختلف $\varepsilon_0 \in [0.01, 0.1]$ بدست آمده‌اند. همانطور که از شکل‌ها مشاهده می‌شود مسیرهای سیستم کنترل شده بسیار شبیه به یکدیگر بوده که مقاوم بودن کنترل را بیان می‌کند. همچنین شرایط ۱-۴ نیز برقرار می‌باشد یعنی؛ ۱- ارتفاع هواپیمای PVTOL، $y(t)$ ، در حالت معلق باید انحراف بسیار کوچکی از ارتفاع از پیش تعیین شده $y=0$ داشته باشد. در واقع، y فقط $0/8$ متر از صفر منحرف می‌شود، در حالی که x از 1000 متر به صفر تغییر می‌کند، ۲- $U_t > 0$. در واقع، U_t همواره مثبت است، ۳- $|\theta| \ll 90^\circ$. از شبیه‌سازی θ کمتر از یک درجه می‌باشد، ۴- ورودی‌های کنترلی بزرگ قابل قبول نیستند.

۴-۳ - مقایسه شبیه‌سازی‌ها

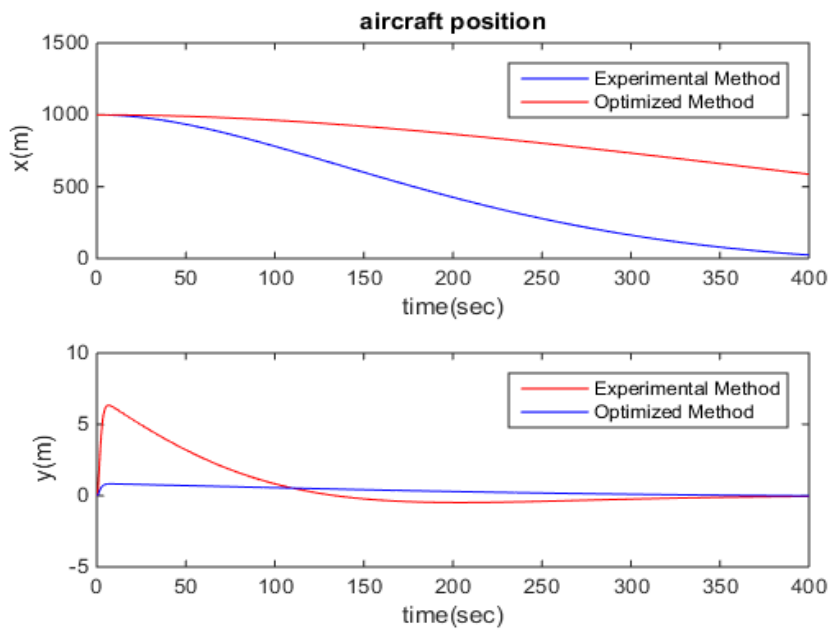
در این بخش نتایج شبیه‌سازی سیستم، قبل و بعد از بهینه‌سازی پارامترهای طراحی در یک خروجی نشان داده شده است. شکل‌های (۴-۱۸) تا (۴-۲۵) برای مقادیر مختلف ε_0 $\varepsilon_0 \in [0.01, 0.1]$ بدست آمده‌اند. همانطور که از شکل‌ها مشاهده می‌شود مسیرهای سیستم کنترل شده بسیار شبیه به یکدیگر بوده که مقاوم بودن کنترل را بیان می‌کند. می‌توان تغییرات دیگری از جمله کم‌تر شدن انحراف $y(t)$ ، زمانی که x از ۱۰۰۰ به صفر می‌رسد که در اینجا سرعت رسیدن مقدار x نیز کمتر شده است را مشاهده نمود. همچنین زاویه و رانش هواپیما به وضوح کمتر از زمانی است که پارامترهای سیستم بهینه نشده است.



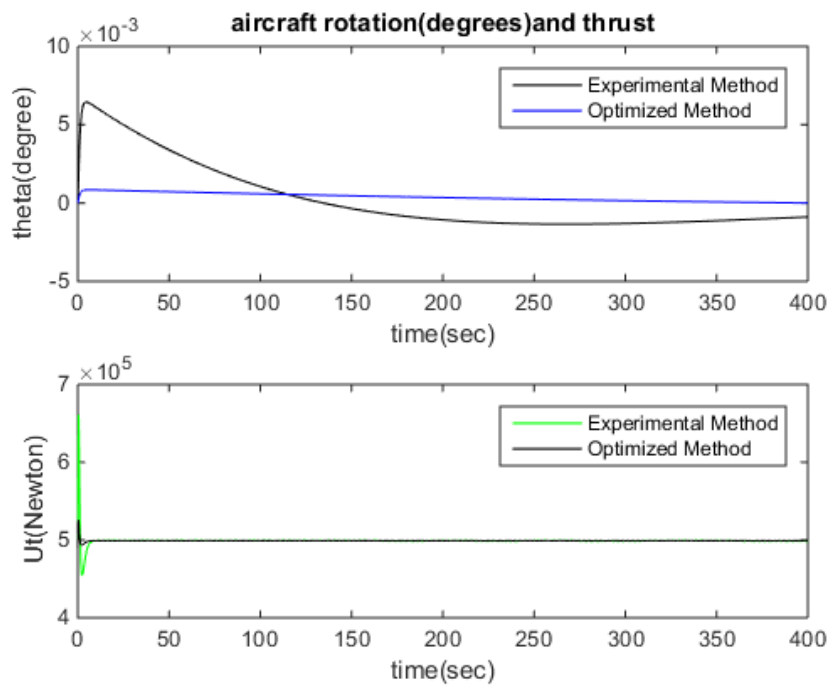
شکل ۴-۱۸ : شبیه‌سازی X-Y برای $\varepsilon_0=0.01$ با استفاده از MATLAB



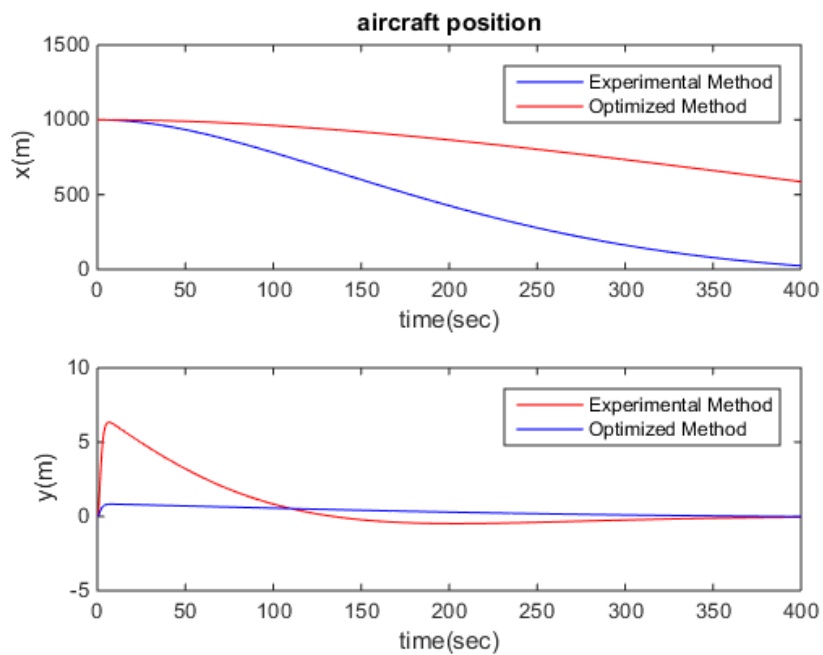
شکل ۴ - ۱۹ : شبیه‌سازی زاویه و رانش برای $\epsilon_0=0.01$ با استفاده از MATLAB



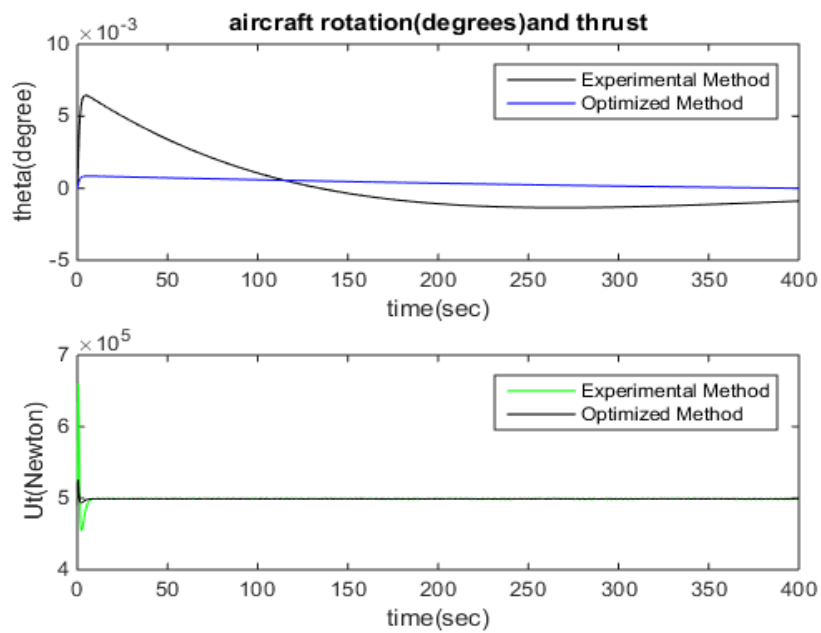
شکل ۴ - ۲۰ : شبیه‌سازی X-Y برای $\epsilon_0=0.02$ با استفاده از MATLAB



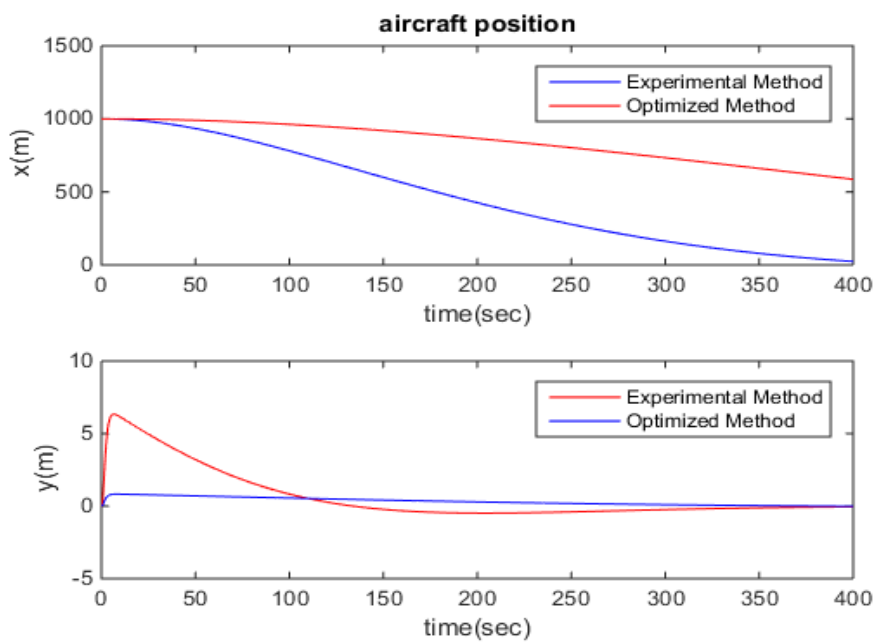
شکل ۴ - ۲۱ : شبیه‌سازی زاویه و رانش برای $\epsilon_0=0.02$ با استفاده از MATLAB



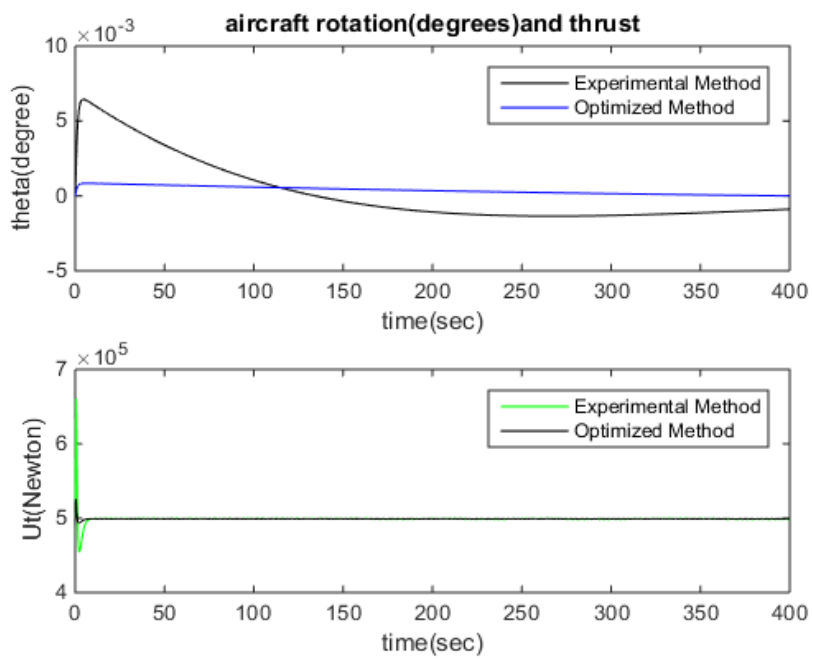
شکل ۴ - ۲۲ : شبیه‌سازی X-Y برای $\epsilon_0=0.05$ با استفاده از MATLAB



شکل ۴ - ۲۳ : شبیه‌سازی زاویه و رانش برای $\epsilon_0=0.05$ با استفاده از MATLAB



شکل ۴ - ۲۴ : شبیه‌سازی X-Y برای $\epsilon_0=0.1$ با استفاده از MATLAB



شکل ۴ - ۲۵ : شبیه‌سازی زاویه و رانش برای $\varepsilon_0=0.1$ با استفاده از MATLAB

فصل ۵

نتیجه‌گیری و پیشنهادات

۵-۱ - نتیجه‌گیری

با توجه به اینکه اکثر کارهای انجام شده روی کنترل معلق هواپیمای STOVL از کنترل خطی استفاده می‌کنند، که محدودکننده است. در این پایان‌نامه از روش کنترل بهینه غیرخطی برای حل مساله کنترل مقاوم سیستم معلق هواپیمای STOVL استفاده گردید. بدین صورت که ابتدا معادلات دینامیکی برای هواپیمای STOVL به فرم معادلات حالت بیان شد، سپس کنترل مقاوم با در نظر گرفتن تزویج بین ممان چرخشی و نیروی عرضی هواپیما (که همان عدم قطعیت سیستم است) طراحی گردید. در ادامه حل تحلیلی مساله کنترل بهینه غیرخطی با بدست آوردن قانون کنترل مقاوم انجام شد. سیستم حلقه بسته را با استفاده از قانون کنترل مقاوم غیرخطی که در آن پارامترهای طراحی سیستم هم به صورت تجربی و هم بهینه‌سازی شده با الگوریتم PSO شبیه‌سازی گردید. نتایج نشان داد که عملکرد قانون کنترلی در حالت بهینه‌سازی شده به مراتب بهتر از حالت تجربی می‌باشد. همچنین با توجه به نتایج بدست آمده از شبیه‌سازی‌ها می‌توان مشاهده نمود که مسیرهای سیستم کنترل شده برای مقادیر مختلف $\varepsilon_0 \in [0.01, 0.1]$ بسیار شبیه به یکدیگر بوده که این موضوع بیانگر مقاوم بودن کنترل می‌باشد.

۵-۲ - پیشنهاد

برای ادامه کار می‌توان موارد زیر را پیشنهاد داد:

- ۱- استفاده از سایر الگوریتم‌های تکاملی برای حل مساله بهینه‌سازی
- ۲- در نظر گرفتن مساله به صورت یک مساله بهینه‌سازی چند هدفه

- [1] Laskowitz, I. (2006). Vertical Take-Off And Landing (VTOL) Rotorless Aircraft With Inherent Stability. *Annals of the New York Academy of Sciences*, 93(1), pp.3-24.
- [2] Recent progress on development trend and key technologies of vertical take-off vertical landing reusable launch vehicle. (2016). *Chinese Science Bulletin*.
- [3] Erbil, M., Prior, S. and Keane, A. (2013). Design Optimisation of a Reconfigurable Perching Element for Vertical Take-Off and Landing Unmanned Aerial Vehicles. *International Journal of Micro Air Vehicles*, 5(3), pp.207-228.
- [4] Feng Lin, Zhang, W. and Brandt, R. (1999). Robust hovering control of a PVTOL aircraft. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 7(3), pp.343-351.
- [5] Yu-Chan, C., Bao-Li, M. and Wen-Jing, X. (2016). Robust Stabilization of Nonlinear PVTOL Aircraft with Parameter Uncertainties. *Asian Journal of Control*, 19(3), pp.1239-1249.
- [6] J. Roltgen and C. I. Byrnes, "Hover control of a PVTOL using nonlinear regulator theory," in *Proc. 1991 Amer. Contr. Conf.*, 1991, pp. 1126–1130.
- [7] Zavala-Río, A., Fantoni, I. and Lozano, R. (2003). Global stabilization of a PVTOL aircraft model with bounded inputs. *International Journal of Control*, 76(18), pp.1833-1844.
- [8] Su, S. and Lin, Y. (2011). Robust output tracking control of VTOL aircraft without velocity measurements. *IFAC Proceedings Volumes*, 44(1), pp.13846-13851.
- [9] Su, S. and Lin, Y. (2012). Robust output tracking control for a velocity-sensorless vertical take-off and landing aircraft with input disturbances and unmatched uncertainties. *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, 23(11), pp.1198-1213.
- [10] Chadli, M., Aouaouda, S., Karimi, H. and Shi, P. (2013). Robust fault tolerant tracking controller design for a VTOL aircraft. *Journal of the Franklin Institute*, 350(9), pp.2627-2645.
- [11] Chadli, M., Aouaouda, S., Karimi, H. and Shi, P. (2013). Robust fault tolerant tracking controller design for a VTOL aircraft. *Journal of the Franklin Institute*, 350(9), pp.2627- 2645.

[12] Ossmann, D. and Joos, H. (2017). Multiobjective optimization-based fault-tolerant flight control system design. *International Journal of Robust and Nonlinear Control*.

[13] Garg, S. (1993). Robust integrated flight/propulsion control design for a STOVL aircraft using H-infinity control design techniques. *Automatica*, 29(1), pp.129-145.

[14] Fan, Y., Meng, X., Yang, X., Liu, K. and Zhu, J. (2011). Control allocation for a V/STOL aircraft based on robust fuzzy control. *Science China Information Sciences*, 54(6), pp.1321-1326.

[15] Gandolfo, D., Rosales, C., Patiño, D., Scaglia, G. and Jordan, M. (2013). Trajectory Tracking Control of a PVTOL Aircraft Based on Linear Algebra Theory. *Asian Journal of Control*, 16(6), pp.1849-1858.

[16] Zhu, B., Wang, X. and Cai, K. (2010). Approximate trajectory tracking of input-disturbed PVTOL aircraft with delayed attitude measurements. *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, 20(14), pp.1610-1621.

[17] Aguilar-Ibañez, C. (2016). Stabilization of the PVTOL aircraft based on a sliding and a saturation function. *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, 27(5), pp.843-859.

[18] Gruszka, A., Malisoff, M. and Mazenc, F. (2011). Tracking control and robustness analysis for planar vertical takeoff and landing aircraft under bounded feedbacks. *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, 22(17), pp.1899-1920.

[19] Tsay, S. (1990). Robust control for linear uncertain systems via linear quadratic state feedback. *Systems & Control Letters*, 15(3), pp.199-205.

[20] Xie, L. and Soh, Y. (1997). Robust LQG control of uncertain linear systems via simultaneous H_2 and H_∞ approach. *Optimal Control Applications and Methods*, 18(1), pp.49-58.

[21] F. Lin, *Robust Control Design: An Optimal Control Approach*. Available: www.ece.eng.wayne.edu/~flin.

[22] F. Lin and A. W. Olbrot, "An LQR approach to robust control of linear systems with uncertain parameters," in *Proc. 35th IEEE Conf. Decision Contr.*, 1996, pp. 4158–4163.

[23] Hauser, J., Sastry, S. and Meyer, G. (1992). Nonlinear control design for slightly non-minimum phase systems: Application to V/STOL aircraft. *Automatica*, 28(4), pp.665-679.

[24] LIN, F., BRANDT, R. and SUN, J. (1992). Robust control of nonlinear systems: compensating for uncertainty. *International Journal of Control*, 56(6), pp.1453-1459.

[25] F. Lin and R. D. Brandt, "An optimal control approach to robust control of robot manipulators," in *Proc. 1996 IEEE Conf. Contr. Applicat.*, 1996, pp. 31–35.

[26] F. Lin and R. D. Brandt, "An optimal control approach to robust control of robot manipulators," *IEEE Trans. Robot. Automat.*, vol. 14, pp. 69–77, 1998.

Abstract

One of the most important issues in the hovering control unit for STOVL is to achieve the best performance in the presence of uncertainties. Most of the works reported in the literature is based on linear control. In this thesis, a nonlinear optimal control method is adopted to solve the hovering STOVL airplane robust problem. First, the dynamic equations of the STOVL aircraft are expressed in the form of state-space representation. Then, the robust controller is designed considering the coupling between the rotating moment and the transverse force of the aircraft. Finally, to show the feasibility of the proposed control method, numerical simulations are reported with/without PSO algorithm.

Keywords

Robust control, Optimal control, Linear quadratic regulator, Heuristic Algorithm, Uncertainty



Faculty of Electrical Engineering and Robotic

M.Sc. Thesis in Control Engineering

**Design of an optimized robust controller for a hovering STOVL
aircraft**

By:

Mojtaba Taheri

Supervisor:

Dr.A.Alfi

August 2018