بسم الله الرحمن الرحيم

دانشگاه صنعتی شاهرود

دانشکده مهندسی برق و رباتیک

پایان‌نامه کارشناسی ارشد مهندسی کنترل

بهبود شناسایی و کنترل سرعت موتور DC با مدل مرتبه کسری

نگارنده

سینا مهدی پور پیربازاری

استاد راهنما

دکتر محمد حداد ظریف

استاد مشاور

دکتر علیرضا الفی

پایان نامه ارشد جهت اخذ درجه کارشناسی ارشد

زمستان ۱۳۹۶

شماره: ۱۵۴۰/پ/ت/۲۰
تاریخ: ۹۶/۱۱/۱۱

باسمه‌تعالی

دانشگاه صنعتی شاهرود
مدیریت تحصیلات تکمیلی

فرم شماره (۳) صورتجلسه نهایی دفاع از پایان نامه دوره کارشناسی ارشد

با نام و یاد خداوند متعال، ارزیابی جلسه دفاع از پایان نامه کارشناسی ارشد خانم / آقای **سینامهدی پور پیربازاری** با شماره دانشجویی ۹۴۱۷۳۳۴ رشته مهندسی برق- کنترل گرایش کنترل تحت عنوان : **بهبود شناسایی و کنترل سرعت موتور DC با مدل مرتبه کسری** که درتاریخ ۱۳۹۶/۱۱/۱۱ با حضور هیأت محترم داوران در دانشگاه صنعتی شاهرود برگزار گردید به شرح ذیل اعلام می گردد:

قبول (با درجه: خیلی خوب) ☑ مردود ☐
نوع تحقیق: نظری ■ عملی ☐

عضو هیأت داوران	نام ونام خانوادگی	مرتبه علمی	امضاء
۱ـ استادراهنمای اول	محمد حداد ظریف	دانشیار	[امضا]
۲- استادراهنمای دوم	—	—	—
۳- استاد مشاور	علیرضا الفی	دانشیار	[امضا]
۴- نماینده تحصیلات تکمیلی	محمدعلی صدرنیا	دانشیار	[امضا]
۵- استاد ممتحن اول	احمد دارابی	استاد	[امضا]
۶ـ استاد ممتحن دوم	حسین قلی زاده نرم	دانشیار	[امضا]

نام و نام خانوادگی رئیس دانشکده:

تاریخ و امضاء و مهر دانشکده:

(مهر: وزارت علوم، تحقیقات و فناوری - دانشکده مهندسی برق و رباتیک)

تبصره: در صورتی که کسی مردود شود حداکثر یکبار دیگر (در مدت مجاز تحصیل) می تواند از پایان نامه خود دفاع نماید (دفاع مجدد نباید زودتر از ۴ ماه برگزار شود).

تقدیم به

پدر و مادر عزیز و مهربانم

که در سختی‌ها و دشواری‌های زندگی همواره یاوری دلسوز و فداکار

و پشتیبانی محکم و مطمئن برایم بوده‌اند

و همچنین برادرم که همواره در طول تحصیل متحمل زحماتم بود و تکیه گاه من در مواجهه با مشکلات، و وجودش مایه دلگرمی من می باشد

تقدیر و تشکر

از استاد با کمالات و شایسته، جناب آقای دکتر محمد حداد ظریف که در کمال سعه صدر، با حسن خلق و فروتنی، از هیچ کمکی در این عرصه بر من دریغ ننمودند و زحمت راهنمایی این پایان نامه را بر عهده گرفتند.

همچنین از استاد صبور و با تقوا ، جناب آقای دکتر علیرضا الفی ، مدیریت محترم کرسی گروه، که زحمت مشاوره این پایان نامه را در حالی متقبل شدند که بدون مساعدت ایشان، این پایان نامه به نتیجه مطلوب نمی رسید.

باشد که این خردترین ، بخشی از زحمات آنان را سپاس گوید.

تعهد نامه

این‌جانب **سینا مهدی‌پور پیربازاری** دانشجوی دوره کارشناسی ارشد رشته **مهندسی برق-کنترل** دانشکده مهندسی برق و رباتیک دانشگاه صنعتی شاهرود نویسنده پایان‌نامه **بهبود شناسایی و کنترل سرعت موتور DC با مدل مرتبه کسری** تحت راهنمایی **دکتر محمد حداد ظریف** متعهد می‌شوم.

- تحقیقات در این پایان‌نامه توسط این‌جانب انجام‌شده است و از صحت و اصالت برخوردار است.
- در استفاده از نتایج پژوهش‌های محققان دیگر به مرجع مورداستفاده استناد شده است.
- مطالب مندرج در پایان‌نامه تاکنون توسط خود یا فرد دیگری برای دریافت هیچ نوع مدرک یا امتیازی در هیچ جا ارائه نشده است.
- کلیه حقوق معنوی این اثر متعلق به دانشگاه صنعتی شاهرود می‌باشد و مقالات مستخرج با نام « دانشگاه صنعتی شاهرود و یا « Shahrood University of Technology» به چاپ خواهد رسید.
- حقوق معنوی تمام افرادی که در به دست آمدن نتایج اصلی پایان‌نامه تأثیرگذار بوده‌اند در مقالات مستخرج از پایان‌نامه رعایت می‌گردد.
- در کلیه مراحل انجام این پایان‌نامه، در مواردی که از موجود زنده (یا بافت‌های آن‌ها) استفاده شده است ضوابط و اصول اخلاقی رعایت شده است.
- در کلیه مراحل انجام این پایان‌نامه، در مواردی که به حوزه اطلاعات شخصی افراد دسترسی یافته یا استفاده شده است اصل رازداری ، ضوابط و اصول اخلاق انسانی رعایت شده است.

تاریخ

امضای دانشجو

مالکیت نتایج و حق نشر

- کلیه حقوق معنوی این اثر و محصولات آن (مقالات مستخرج، کتاب، برنامه های رایانه ای، نرم افزار ها و تجهیزات ساخته شده است) متعلق به دانشگاه صنعتی شاهرود می باشد. این مطلب باید به نحو مقتضی در تولیدات علمی مربوطه ذکر شود.
- استفاده از اطلاعات و نتایج موجود در پایان نامه بدون ذکر مرجع مجاز نمی باشد.

* متن این صفحه نیز باید در ابتدای نسخه‌های تکثیر شده پایان‌نامه وجود داشته باش

چکیده

در این پایان‌نامه ابتدا مدل‌سازی و تخمین پارامترهای موتور جریان مستقیم مدل ۶۰۱۱۲-۴۷۱۳ C ساخت شرکت بوهلر به دو صورت مرتبه صحیح و کسری انجام شده و نتایج آن‌ها با نتایج حاصل از داده‌های واقعی گرفته شده از رمزگذار موتور مورد نظر مقایسه می‌گردد. سپس دو جبرانساز پیش فاز مرتبه صحیح و کسری برای کنترل سرعت به منظور دست‌یابی به اهداف کنترلی مطلوب، برای مدل مرتبه کسری طراحی می‌شود. نتایج مدل‌سازی نشان می‌دهد که مدل مرتبه کسری تفاوت چندانی با مدل مرتبه صحیح ندارد. از سوی دیگر استفاده از کنترل کننده مرتبه کسری باعث بهبود عملکرد و همچنین مقاوم‌تر شدن آن در مقابل تغییرات بهره گشته است.

کلمات کلیدی: مرتبه کسری، شناسایی سیستم، شناسایی سیستم های مرتبه کسری، جبران ساز پیش‌فاز مرتبه کسری، موتور جریان مستقیم (DC)

فهرست مطالب

فصل اول: مقدمات و مفاهیم پایه ریاضی.. ۱

۱-۱ مقدمه.. ۲

۱-۲ تاریخچه حسابان کسری.. ۲

۱-۳ تعاریف و اصول حسابان مرتبه کسری.. ۳

۱-۳-۱ تابع گاما.. ۴

۱-۳-۲ تابع بتا.. ۴

۱-۴ تعاریف متداول مشتق مرتبه کسری.. ۵

۱-۴-۱ مشتق مرتبه کسری ریمان-لیوول.. ۵

۱-۴-۲ مشتق مرتبه کسری با تعریف کپوتو... ۵

۱-۴-۳ مشتق مرتبه کسری با تعریف گرانولد-لتنیکوف.. ۶

۱-۵ تبدیل لاپلاس... ۶

۱-۶ معادلات دیفرانسیل مرتبه کسری.. ۷

۱-۶-۱ سیستم‌های متناسب... ۸

۱-۶-۲ سیستم مرتبه گویا.. ۸

۱-۷ تابع تبدیل مرتبه کسری... ۸

۱-۸ نحوه بررسی پایداری سیستم های خطی نامتغیر با زمان مرتبه کسری.. ۹

۱-۹ تابع میتگ-لفلر.. ۱۰

۱-۹-۱ تعریف تابع متیگ-لفلر.. ۱۱

۱-۹-۲ ویژگی‌های تابع متیگ-لفلر.. ۱۱

۱-۱۰ تقریب.. ۱۲

۱-۱۰-۱ تقریب کرون... ۱۲

۱-۱۰-۲ تقریب آستالوپ............ ۱۲
۱-۱۱ کنترل کننده تناسبی-انتگرالی-مشتقی مرتبه کسری............ ۱۳
۱-۱۱-۱ روش فاز تخت............ ۱۴
۱-۱۱-۲ الگوریتم افمیگو............ ۱۵
۱-۱۲ جمع بندی ۱۶
فصل دوم: مقدمه‌ای بر موتورهای الکتریکی و آردینو............ ۱۷
۲-۱ مقدمه............ ۱۸
۲-۲ موتور الکتریکی............ ۱۸
۲-۲-۱ موتور الکتریکی جریان مستقیم............ ۱۸
۲-۲-۲ موتور بدون جاروبک............ ۱۹
۲-۲-۳ موتور الکتریکی یونیورسال............ ۱۹
۲-۲-۴ موتور الکتریکی پله ای............ ۱۹
۲-۲-۵ موتور الکتریکی سرو............ ۲۰
۲-۳ آردوینو............ ۲۰
۲-۳-۱ دلیل استفاده از آردوینو............ ۲۰
۲-۳-۲ مزیت‌های برد آردوینو............ ۲۰
۲-۳-۳ انواع بردهای آردوینو............ ۲۱
۲-۳-۳-۱ آردوینو یونو............ ۲۲
۲-۳-۳-۲ آردوینو مگا............ ۲۲
۲-۴ اتصال آردواینو به موتور الکتریکی............ ۲۳
۲-۴-۱ درایور موتور الکتریکی............ ۲۳
۲-۴-۱-۱ ماژول L298N.. .... ۲٤
۲-۵ رمز گذار............ ۲٤

۲-۵-۱ تقسیم بندی انواع رمزگذارها ۲۵
۲-۵-۲ کاربرد انکدر...... ۲۵
۲-۶ شمای کلی داده‌گیری از موتور الکتریکی...... ۲۶
۲-۶-۱ نحوه داده گیری از موتور الکتریکی...... ۲۶
۲-۷ نتیجه گیری...... ۲۶
فصل سوم: مدل سازی و شناسایی مرتبه کسری موتور الکتریکی جریان مستقیم...... ۲۷
۳-۱ مقدمه...... ۲۸
۳-۲ مدل سازی ریاضی موتور جریان مستقیم...... ۲۸
۳-۳ شناسایی سیستم با روش حداقل مربعات...... ۳۰
۳-۴ مدل سازی مرتبه کسری...... ۳۵
۳-۴-۱ مدل کسری موتور جریان مستقیم...... ۳۶
۳-۵ شناسایی مرتبه کسری موتور الکتریکی جریان مستقیم...... ۳۷
۵-۱-۳ ماتریسهای عملگرتعمیم یافته از توابع بلوک پالس...... ۳۷
۵-۶ شناسایی موتور جریان مستقیم با مدل مرتبه کسری با استفاده از روش پیشنهادی...... ۳۸
فصل چهارم : طراحی کنترل کننده مرتبه کسری...... ۴۵
۴-۱ مقدمه...... ۴۶
۴-۲ جبران سازها...... ۴۶
۴-۲-۱ انواع جبران‌سازها...... ۴۶
۴-۳ طراحی جبران‌ساز پیش فاز مرتبه صحیح...... ۴۷
۴-۴ طراحی جبران‌ساز پیش فاز مرتبه کسری...... ۵۰
۴-۵ مقایسه جبران‌ساز مرتبه صحیح و کسری...... ۵۴
۴-۶ نتیجه گیری...... ۵۶
فصل پنجم: نتیجه گیری و پیشنهادها...... ۵۷

۱-۵ نتیجه‌گیری..۵۸
پیشنهادها..۵۸
پیوست‌ها..۵۹
پیوست الف..۶۰
پیوست ب ۶۳

فهرست اشکال

شکل ۱-۱ نواحی پایدار و ناپایدار در سیستم مرتبه کسری ۱۰

شکل ۱-۲ مقایسه گستردگی کنترل کننده مرتبه صحیح با مرتبه کسری ۱۴

شکل ۲-۱ برد آردینو یونو ۲۲

شکل ۲-۲ مدلاسیون عرض پالس ۲۳

شکل ۲-۳ ماژول L298N ۲۴

شکل ۲-۴ رمزگذار افزایشی ۲۵

شکل ۲-۵ شمای کلی داده‌گیری ۲۶

شکل ۳-۱ طرح مداری موتور الکتریکی ۲۸

شکل ۳-۲ ورودی و خروجی موتور جریان مستقیم ۳۲

شکل ۳-۳ پاسخ پله برای ولتاژ ورودی ۷/۱ ولت ۳۳

شکل ۳-۴ پاسخ پله برای ولتاژ ورودی ۱۰/۲ ولت ۳۴

شکل ۳-۵ پاسخ پله برای ولتاژ ورودی ۱۶/۶ ولت ۳۴

شکل ۳-۷ شمای کلی شناسایی پارامترهای موتور دارای مدل مرتبه کسری ۴۰

شکل ۳-۸ پاسخ پله برای ولتاژ ۷/۱ ولت ۴۱

شکل ۳-۹ پاسخ پله برای ولتاژ ۱۰/۲ ۴۲

شکل ۳-۱۰ پاسخ پله برای ولتاژ ۱۶/۶ ۴۲

شکل ۴-۱ نمودار بود جبران‌ساز پیش‌فاز مرتبه صحیح ۴۹

شکل ۴-۲ نمودار بود موتور الکتریکی با جبران‌ساز پیش‌فاز مرتبه صحیح ۵۰

شکل ۴-۳ نمودار بود جبران‌ساز پیش‌فاز مرتبه کسری ۵۳

شکل ۴-۴ نمودار بود موتور الکتریکی با جبران‌ساز پیش‌فاز مرتبه کسری ۵۳

شکل ۴-۵ نمودار بود جبران‌سازهای پیش‌فاز مرتبه صحیح و کسری.. ۵۴
شکل ۴-۶ نمودار بود موتور الکتریکی با جبران‌سازهای مرتبه صحیح و کسری.. ۵۵
شکل ب-۱ نمودار گردشی الگوریتم‌های ژنتیکی.. ۶۷

فهرست جداول

جدول ۳-۱ پارامترهای مدل موتور جریان مستقیم..۲۹

جدول ۴-۱ مقایسه زاویه فاز (ϕ) و حد فاز (φ_m) سیستم جبران شده با جبران ساز پیش فازمرتبه صحیح و کسری..۵۶

فصل اول

مقدمات و مفاهیم پایه ریاضی

۱-۱ مقدمه

انتگرال و مشتق کلاسیک از جمله مهم‌ترین عملگرهای ریاضی برای درک بهتر سیستم های طبیعی و مصنوعی می‌باشند. حسابان کسری،که یکی از شاخه های علم ریاضیات به شمار می‌آید. به نوعی از تعاریف انتگرال و مشتق کلاسیک استخراج می شود. در واقع توان مرتبه کسری بسط توان با مقادیر صحیح خواهد بود. توان با مقادیر صحیح به سادگی و با اطلاعات ریاضی بسیار کم نیز به صورت فیزیکی ملموس است. درحالی که این مفهوم در توان های با مرتبه کسری پیچیده‌تر می‌شود. و همچنین، به طور مشابه انتگرال و مشتق کلاسیک نیز به سادگی با مفاهیم و پدیده های فیزیکی قابل توصیف می‌باشند. در صورتی که مرتبه مشتق، عدد صحیح نباشد تعاریف دچار مشکل می‌شوند. شروع طرح این مشکل و تعاریف مشتق و انتگرال مرتبه کسری در این فصل بررسی می‌شود.

۲-۱ تاریخچه حسابان کسری

بسیاری بر این عقیده‌اند که سی‌ام سپتامبر سال ۱۹۶۵ میلادی را باید زمان تولد حسابان کسری قلمداد کرد که در این تاریخ هوپیتال نامه‌ای به گوتفرید لایبنیتز[۱]نوشته و این سوال را مطرح کرد که چنانچه $n=0.5$ در رابطه $\frac{d^n f(x)}{dx^n}$ در نظر گرفته شود آنگاه این رابطه به چه معناست[۱]. پس از این اتفاق حسابان کسری توسط افراد بسیاری ادامه یافت و تعاریف زیادی برای مشتق و انتگرال مرتبه کسری بیان گردید و مهم‌ترین این تعاریف که به صورت پرکاربردی مورد استفاده قرار گرفتند تعاریف ریمان-لیوویل[۲]و گرانوالد-لتنیکوف[۳]می‌باشند.

[۱] Gottfried Leibniz
[۲] Riemman Liouville
[۳] Grunwald Letnikov

اکثر قضایای ریاضی مربوط به حسابان کسری تا قبل از قرن بیستم مورد بررسی واقع شد و در ۱۰۰ سال اخیر توجه اکثر محققین به ارتباط بین ریاضیات و علوم مهندسی جلب شد تا آنجایی که برخی از مباحث ریاضیات به منظور تطابق با واقعیات فیزیکی دستخوش تغییر گردید که نتیجه آن وارد شدن حسابان کسری در کنترل بود.

ابزار حسابان کسری بعد از تکامل به دو طریق عمده باعث بهبود کارایی حلقه های کنترلی شده است: ۱. ارتقا کیفیت مدل سازی ۲. ارتقا کارایی کنترل کننده‌ها. این ابزار با فراهم آوردن بستری وسیع‌تر برای مدل‌های دینامیکی به مدل سازی دقیق‌تر فرایند ها کمک شایانی نمودند. بدیهی است که با در دست داشتن مدل دقیق‌تری از یک فرایند، می‌توان کنترل کننده ای مناسب‌تر برای کنترل آن فرایند طراحی نمود.

البته ذکر این نکته ضروری است که واژه حسابان کسری واژه دقیقی نبوده و استفاده از کلمه غیر صحیح می‌تواند با دقت بیشتری این شاخه از علم را توصیف نماید اما با توجه به این که واژه کسری به عنوان غلط مصطلح در پژوهش‌های امروزی به عبارتی شناخته شده تبدیل گردیده و در مقالات و کتب مورد استفاده قرار می‌گیرد. تقریبا در تمام مراجع با همین نام به کار می‌رود[۲].

حسابان کسری در حال حاضر در زمینه‌های مختلفی همچون ریاضیات، فیزیک، مهندسی، شیمی، علوم کامپیوتری، مکانیک، علم مواد و عصب شناسی مورد استفاده قرار می‌گیرد[۳]. شاید در آینده نه چندان دور، حسابان مرتبه صحیح رایج و متداول امروزی با حسابان مرتبه کسری به دلیل قابلیت گسترش دادن کنترل کننده مرتبه صحیح به کنترل کننده‌هایی از مرتبه کسری با عملکرد مطلوب‌تر و قابلیت‌های بیشتر جایگزین گردد[۴].

۱-۳ تعاریف و اصول حسابان مرتبه کسری

با توجه به تفاوت های ساختاری و بنیادین که در حسابان کسری در مقابل حسابان صحیح وجود دارد نیاز

است که برای درک بهتر و آشنایی با محاسبات توابع اصلی که در حسابان کسری مورد استفاده قرار می گیرند، معرفی شوند. برای بررسی و مطالعه بیشتر مطالب مراجع معرفی شده در این فصل راهگشا خواهند بود.

۱-۳-۱ تابع گاما[۵]

تمامی تعاریف مربوط به مشتق و انتگرال کسری وابسته به تابع گاما می‌باشد.که به صورت رابطه (۱-۱) تعریف می‌شود که در آن n مقادیر مثبت و حقیقی دارد.

$$\Gamma(n) = \int_0^{\infty} e^{-t} t^{n-1} dt \qquad (۱-۱)$$

چند خواص مهم تابع گاما در ادامه آورده شده است.

$$\Gamma(n+1) = n\Gamma(n) \qquad (۱-۲)$$

حال اگر n عددی طبیعی باشد، تابع گاما را می‌توان به صورت فاکتوریل تعریف کرد و خواهیم داشت،

$$\Gamma(n+1) = n! \qquad n \in N \qquad (۱-۳)$$

$$\Gamma(\frac{1}{2}) = \sqrt{\pi} \qquad (۱-۴)$$

کاربرد تابع گاما در محاسبه تبدیل لاپلاس یک طرفه t^{α} به صورت رابطه (۱-۵) می‌باشد.

$$L\left\{t^{\alpha}\right\} = \frac{\Gamma(\alpha+1)}{s^{\alpha+1}} \qquad \alpha \in R^{+} \cup \left\{0\right\} \qquad (۱-۵)$$

با در نظر گرفتن تساوی $\Gamma(n+1) = n!$ رابطه (۱-۵) به صورت رابطه (۱-۶) باز نویسی می‌شود.

$$L\left\{t^{n}\right\} = \frac{n!}{s^{n+1}}, \qquad n \in N \cup \left\{0\right\} \qquad (۱-۶)$$

۱-۳-۲ تابع بتا[۵]

تابع بتا یکی دیگر از توابع ویژه در حوزه حسابان کسری است که به کمک آن می توان حاصل ضرب های مشخصی از توابع گاما را به صورت ساده‌تر نمایش داد این تابع دو متغیره به صورت رابطه (۱-۷) تعریف می شود.

$$\beta(z,\omega)=\int_0^1 \Gamma^{z-1}(1-\tau)^{\omega-1}d\tau \qquad \mathrm{Re}(z)>0,\mathrm{Re}(\omega)>0 \tag{۱-۷}$$

ارتباط بین تابع گاما و بتا به صورت رابطه (۱-۸) قابل بیان است.

$$\beta(z,\omega)=\frac{\Gamma(z)\Gamma(\omega)}{\Gamma(z+\omega)} \tag{۱-۸}$$

از رابطه (۱-۸) متقارن بودن تابع $\beta(z,\omega)$ نسبت به متغیرهای z و ω نتیجه می‌شود.

$$\beta(z,\omega)=\beta(\omega,z) \tag{۱-۹}$$

۱-۴ تعاریف متداول مشتق مرتبه کسری

تعاریف زیادی برای مشتق مرتبه کسری وجود دارد اما در ادامه به سه تعریف مهم و رایج اشاره خواهد شد.

۱-۴-۱ مشتق مرتبه کسری ریمان-لیوول[۵]

برای مشتق گیری ریمان لیوویل از مرتبه آلفا ابتدا انتگرال کسری از مرتبه‌ی $m-\alpha$ از تابع گرفته شده و سپس مشتق مرتبه صحیح از مرتبه m اعمال می‌شود. انتگرال ریمان لیوویل به صورت رابطه (۱-۱۰) می‌باشد.

$${}_aI_t^{\alpha} f(t)=\frac{1}{\Gamma(\alpha)}\int_a^t (t-\tau)^{\alpha-1} f(\tau)d\tau \qquad \alpha\in R^+,\quad t>a \tag{۱-۱۰}$$

که در آن a باند پایین انتگرال، t باند بالای انتگرال، $\alpha\geq 0$ مرتبه انتگرال می‌باشند.

ریمان- لیوویل مشتق از مرتبه آلفا را به صورت رابطه (۱-۱۱) ارائه کرده است.

$$ {}_{a}^{RL}D_{t}^{\alpha} f(t) = \frac{d^{m}}{dt^{m}}\left[{}_{a}\mathrm{I}_{t}^{m-\alpha}\ f(t)\right] \quad \alpha \in R^{+}, \quad m-1<\alpha<m \qquad (۱-۱۱) $$

۱-۲-۴ مشتق مرتبه کسری با تعریف کپوتو[۵]

تعریف کپوتو از جمله تعاریف پر کاربرد در مهندسی می باشد در این تعریف نیز مانند تعریف ریمان-لیوویل بر اساس مفهوم انتگرال مرتبه کسری توسعه پیدا می کند.

در مشتق مرتبه کسری کپوتو بر عکس مشتق کسری ریمان-لیوول ابتدا مشتق مرتبه صحیح از تابع گرفته شده و سپس انتگرال گیری مرتبه کسری انجام می شود.

$$ {}_{a}^{c}D_{t}^{\alpha} f(t) = {}_{a}\mathrm{I}_{t}^{m-\alpha}\left[f^{(m)}(t)\right] \quad \alpha \in R^{+} \qquad (۱-۱۲) $$

بر خلاف مشتق مرتبه کسری ریمان-لیوویل، مشتق مرتبه کسری کپوتو برای یک عدد ثابت برابر صفر است یعنی اگر k عددی ثابت باشد آنگاه رابطه (۱-۱۳) برقرار است.

$$ {}_{a}^{c}D_{t}^{\alpha} k = 0 \qquad (۱-۱۳) $$

همان گونه که در رابطه دیده می‌شود، پر واضح است که حاصل مشتق با استفاده از تعریف ریمان با حاصل مشتق همان تابع با استفاده از تعریف کپوتو یکسان نیست.

$$ {}_{a}^{L}D_{t}^{\alpha} f(t) = D^{m} I^{m-\alpha} f(t) \neq I^{m-\alpha} D^{m} f(t) = {}_{a}^{c}D_{t}^{\alpha} f(t) \qquad (۱-۱۴) $$

۱-۳-۴ مشتق مرتبه کسری با تعریف گرانولد-لتنیکوف [۵]

مشتق مرتبه کسری با تعریف گرانوالد-لتنیکوف در واقع یک تعریف مبتنی بر تعریف حدی مشتق است که به صورت رابطه (۱-۱۵) ارائه می گردد.

$$ {}_{a}^{c}D_{t}^{\alpha} f(t) = \lim_{\substack{x \to 0 \\ Nh=t-a}} \frac{\sum_{r=0}^{N} (-1)^{r} \binom{\alpha}{r} f(t-rh)}{h^{\alpha}} \qquad (۱۵-۱) $$

که در آن

$$ \binom{n}{r} = \frac{n!}{r!(n-r)!} = \frac{n!}{r!\Gamma(n-r+1)} \qquad (۱۶-۱) $$

با توجه به ماهیت تعریف مشتق کسری گرانوالد-لتنیکوف از این تعریف در روش های عددی محاسبه مشتقات مرتبه کسری استفاده فراوانی شده است.

۱-۵ تبدیل لاپلاس [۵]

یکی دیگر از ابزار توصیف سیستم‌های مرتبه کسری استفاده از تبدیل لاپلاس می‌باشد. تبدیل لاپلاس مشتق مرتبه کسری ریمان-لیوویل به صورت رابطه (۱-۱۷) توصیف می‌شود.

$$ L\left\{ {}_{0}D_{t}^{\alpha} f(t) \right\} = s^{\alpha} F(s) - \sum_{k=0}^{n-1} s^{k} [{}_{0}D_{t}^{\alpha-k-1} f(t)]_{t=0} \qquad (۱۷-۱) $$

در صورت صفر بودن شرایط اولیه رابطه (۱-۱۷) به صورت رابطه (۱-۱۸) بدست خواهد آمد.

$$ L\left\{ {}_{0}D_{t}^{\alpha} f(t) \right\} = s^{\alpha} F(s) \qquad (۱۸-۱) $$

تبدیل لاپلاس انتگرال مرتبه کسری ریمان-لیوویل در صورت صفر بودن شرایط اولیه برابر است با:

$$ L\left\{ {}_{0}D_{t}^{\alpha} f(t) \right\} = \frac{1}{s^{\alpha}} F(s) \qquad (۱۹-۱) $$

۱-۶ معادلات دیفرانسیل مرتبه کسری[۵]

معادلات برای یک سیستم با دینامیک زمان پیوسته کسری به صورت رابطه (۱-۲۰) نوشته می‌شود.

$$H(D^{\alpha_0\alpha_1\ldots\alpha_m})(y_1,y_2,\ldots,y_1)=G(D^{\beta_0\beta_1\ldots\beta_n})(u_1,u_2,\ldots,u_k) \qquad (۱-۲۰)$$

که y_1 و u_1 توابعی بر حسب زمان و H، G ترکیبی از مشتق گیرهای مرتبه کسری می‌باشند که برای یک سیستم تک ورودی و تک خروجی رابطه را به صورت روابط (۱-۲۱) و (۱-۲۲) نوشته به طوری که شرط اشاره شده در رابطه (۱-۲۳) برقرار باشد.

$$H(D^{\alpha_0\alpha_1\ldots\alpha_m})=\sum_{k=0}^{n}a_kD^{\alpha_k} \quad , \quad G(D^{\beta_0\beta_1\ldots\beta_n})=\sum_{k=0}^{m}b_kD^{\beta_k} \qquad (۱-۲۱)$$

$$a_nD^{\alpha_n}y(t)+a_{n-1}D^{\alpha_{n-1}}y(t)+\ldots+a_0D^{\alpha_0}y(t)=b_mD^{\beta_{m-1}}u(t)+\ldots+b_0D^{\beta_0}u(t) \qquad (۱-۲۲)$$

$$a_k,b_k\in R \qquad (۱-۲۳)$$

۱-۶-۱ سیستم‌های متناسب[1] [۶]

اگر در رابطه (۱-۲۲) تمام توان‌های مشتق‌گیر مضرب صحیحی از یک مقدار پایه آلفا باشد، به طوری که شرط اشاره شده در رابطه (۱-۲۵) برقرار باشد، سیستم متناسب خواهد بود.

$$\alpha_k,\beta_k=k\alpha \qquad \alpha\in R^+ \qquad (۱-۲۵)$$

$$\sum_{k=0}^{n}a_kD^{k\alpha}y(t)=\sum_{k=0}^{m}b_kD^{k\alpha}u(t) \qquad (۱-۲۶)$$

رابطه (۱-۲۶) یک سیستم متناسب را نشان می‌دهد.

۱-۶-۲ سیستم مرتبه گویا[۶]

[1] Commensurate

در یک سیستم متناسب اگر مقدار پایه‌ی آلفا برابر $\frac{1}{q}$ که در آن q جزء اعداد صحیح می‌باشد، در این صورت سیستم مرتبه گویا خواهد بود.

۱-۷ تابع تبدیل مرتبه کسری[۷]

در مدل‌های پیوسته، یک سیستم مرتبه کسری با تابع تبدیلی به فرم رابطه (۲۷-۱) توصیف می‌شود.

$$G(s)=\frac{Y(s)}{U(s)}=\frac{b_m s^{\beta_m}+b_{m-1}s^{\beta_{m-1}}+....+b_0 s^{\beta_0}}{a_n s^{a_n}+a_{n-1}s^{a_{n-1}}+....+a_0 s^{a_0}} \qquad (۲۷-۱)$$

همان‌گونه که دیده می‌شود سیستم‌های با مرتبه صحیح حالت خاصی از سیستم‌های مرتبه کسری می‌باشند. رابطه (۱-۲۸) تابع تبدیل زمان پیوسته در سیستم‌های مرتبه کسری متناسب را نشان می‌دهد.

$$G(s)=\frac{\sum_{k=0}^{m} b_k (s^{\alpha})^k}{\sum_{k=0}^{n} a^k (s^{\alpha})^k} \qquad (۲۸-۱)$$

همچنین می‌توان تابع شبه گویا $H(\lambda)$ را با جایگزینی $\lambda = s^{\alpha}$ بدست آورد.

$$H(\lambda)=\frac{\sum_{k=0}^{m} b_k \lambda^k}{\sum_{k=0}^{a} a_k \lambda^k} \qquad (۲۹-۱)$$

۱-۸ نحوه بررسی پایداری سیستم های خطی نامتغیر با زمان مرتبه کسری[۸]

در حالت کلی برای بررسی پایداری سیستم‌های مرتبه کسری می‌توان پاسخ‌های معادلات دیفرانسیل توصیف کننده آن‌ها را بررسی کرد، یا با بررسی معادله مشخصه سیستم محدوده پایداری را به دست آورد.

$$\Delta(s)=a_n s^{\alpha_n}+a_{n-1}s^{\alpha_n -1}+...+a_n s^{\alpha_0} \qquad (۳۰-۱)$$

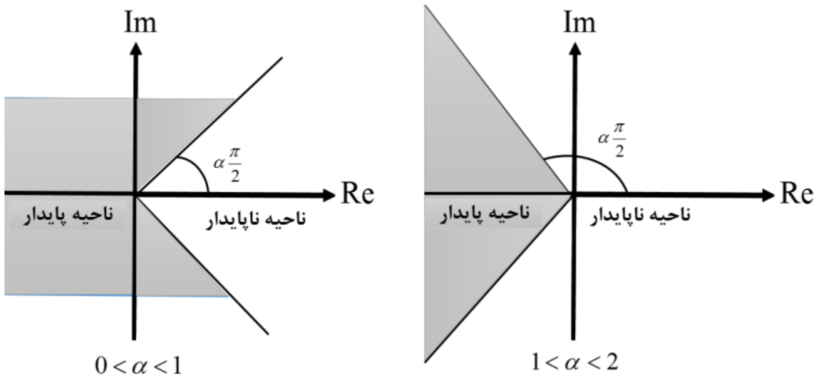
با توجه به اینکه این معادله مشخصه بی‌نهایت ریشه دارد، تنها ریشه‌های منتهی که بر روی صفحه اصلی ریمان قرار دارند در اینجا دینامیک‌های مختلف موثر بوده و سایر ریشه‌هایی که در صفحات ریمانی غیر از صفحه اصلی ریمان هستند به پاسخ‌هایی مربوط می‌باشند که به صورت یکنواخت کاهشی و با گذشت زمان $(t \to \infty)$ بدون نوسان به سمت صفر حرکت می‌کنند، در اینجا دینامیک‌های سیستم نقشی ندارند.

برای سیستم‌های مرتبه کسری متناسب معیار پایداری ورودی محدود خروجی محدود به صورت رابطه (۱-۳۱) تعریف می‌گردد.

$$|\arg(\lambda_i)| > \alpha \frac{\pi}{2} \qquad (۱-۳۱)$$

که در رابطه فوق، λ_i ها ریشه‌های معادله مشخصه‌ای می‌باشند که بر حسب λ باز نویسی شده‌اند، یعنی ($\lambda = s^{\alpha}$)

پر واضح است که به ازای مقدار پایه‌ی $\alpha = 1$ شرط پایداری، قرار گرفتن ریشه‌های معادله مشخصه در سمت چپ صفحه‌ی s خواهد بود، که تاکنون در سیستم‌های مرتبه صحیح بررسی می‌شدند. در سیستم‌های مرتبه کسری صرفا وجود ریشه در سمت راست دلیل بر ناپایداری سیستم نخواهد بود. در شکل ۱-۱ ناحیه پایدار و ناپایدار در صفحه s دیده می‌شود، که در آن مرتبه کسری برابر α در نظر گرفته شده است[۹].



شکل ۱-۱ نواحی پایدار و ناپایدار در سیستم مرتبه کسری

در ارتباط با تشخیص پایداری سیستم های مرتبه کسری هنوز فنون چندجمله‌ای مانند معیار راث در سیستم‌های پیوسته و جوری در سیستم‌های گسسته وجود ندارد.

۱-۹ تابع میتگ-لفلر[۱]

تابع نمایی نقش مهمی در تئوری معادلات دیفرانسیل خطی نامتغیر با زمان مرتبه صحیح ایفا می‌کند. در این بخش تعمیم تابع نمایی تحت عنوان تابع میتگ-لفلر که تابعی پرکاربرد در حوزه معادلات دیفرانسیل کسری است معرفی می‌گردد. همچنین برخی از ویژگی‌های این تابع مورد بررسی قرار می‌گیرد.

۱-۹-۱ تعریف تابع متیگ-لفلر

تابع متیگ-لفلر تک پارامتری[۱] اولین بار در سال ۱۹۰۳ میلادی توسط یک ریاضیدان سوئدی به نام میتگ-لفلر به صورت زیر معرفی گردید[۱].

$$E_{\alpha}(z)=\sum_{k=0}^{\infty}\frac{z^k}{\Gamma(\alpha k+1)},\quad \alpha>0 \tag{۱-۳۳}$$

تابع میتگ-لفلر تک پارامتری بعدها به تابع میتگ-لفلر دو پارامتری[۲] تعمیم داده شد که امروزه این تابع نقش مهمی در حل معادلات دیفرانسیل کسری ایفا می‌کند. تابع متیگ-لفلر دوپارامتری به صورت رابطه (۱-۳۴) تعریف می‌شود.

$$E_{\alpha,\beta}(z)=\sum_{k=0}^{\infty}\frac{z^k}{\Gamma(\alpha k+\beta)},\quad \alpha>0,\beta>0 \tag{۱-۳۴}$$

۱-۹-۲ ویژگی‌های تابع متیگ-لفلر

$$E_{\alpha,\beta}(z)=zE_{\alpha,\alpha+\beta}(z)+\frac{1}{\Gamma(\beta)} \tag{۱-۳۵}$$

---

[۱] One-parameter Mittag-Leffler function
[۲] Two-Parameter Mittag-Leffler function

$$E_{\alpha,\beta}(z) = \beta E_{\alpha,\beta+1}(z) + \alpha z \frac{d}{dz} E_{\alpha,\beta+1}(z) \quad (۱-۳۶)$$

$$\int_0^z E_{\alpha,\beta}(\lambda t^{\alpha}) t^{\beta-1} dt = z^{\beta} E_{\alpha,\beta+1}(\lambda z^{\alpha}), \quad \beta > 0 \quad (۱-۳۷)$$

$$\frac{d^m}{dz^m}\left\{ z^{\beta-1} E_{\alpha,\beta}(z^{\alpha}) \right\} = z^{\beta-m-1} E_{\alpha,\beta-m}(z^{\alpha}), \quad m \in N \cup \{0\} \quad (۱-۳۸)$$

۱-۱۰ تقریب

این امکان وجود دارد تا رفتار دینامیکی تابع تبدیل مرتبه کسری را با استفاده از یک تابع تبدیل مرتبه صحیح تقریب زد. این امکان از این جهت حائز اهمیت بوده که روش‌های حل عددی معادلات دیفرانسیل مرتبه صحیح به مراتب شناخته شده‌تر و در دسترس‌تر می‌باشند و این روش‌ها در اکثر نرم‌افزارهای رایج یافت می‌شود[۱۰]. روش‌های متعددی برای تقریب توابع کسری با توابع مرتبه صحیح وجود دارد، که به دو نمونه از مهم‌ترین آن‌ها در ادامه اشاره شده است.

۱-۱۰-۱ تقریب کرون[۱۱]

این تقریب به صورت گسترده‌تری نسبت به سایر روش‌ها مورد استفاده قرار گرفته است. به عنوان نمونه المان کسری s^{α} با N قطب و صفر حقیقی در درون بازه فرکانسی $[\omega_l, \omega_h]$ تقریب زده می‌شود.

$$s^{\alpha} \approx C \prod_{m=1}^{N} \frac{1+\frac{s}{\omega_{z,m}}}{1+\frac{s}{s_{p,m}}} \quad (۱-۳۹)$$

$$\omega_{z,m} = \omega_1 \left(\frac{\omega_h}{\omega_l}\right)^{\frac{(2m-1-\alpha)}{2N}} \quad , \quad \omega_{p,m} = \omega_l \left(\frac{\omega_h}{\omega_1}\right)^{\frac{(2m-1+\alpha)}{2N}} \quad (۱-۴۰)$$

۱-۱۰-۲ تقریب آستالوپ[1] [۱۱]

در این روش محل صفرها و قطب‌های تابع تبدیل تقریبی به گونه‌ای انتخاب می‌شود که این تابع تبدیل از نظر پاسخ فرکانسی در محدوده فرکانسی دلخواه $\left[\omega_l,\omega_h\right]$ شبیه عملگر مرتبه کسری s^{α} که $0<\alpha<1$ است عمل کند. در این روش تعداد صفرها و قطب‌ها (N) در ابتدا تعیین شده که هر چه تعداد صفر و قطب افزایش یابد دقت تقریب‌گر هم بیشتر خواهد شد.

$$s^{\alpha} \approx K\prod_{m=1}^{N}\frac{1+\dfrac{s}{\omega_{z,n}}}{1+\dfrac{s}{\omega_{p,n}}} \qquad \omega_{p,n}=\mu\omega_{z,n} \quad , \quad \omega_{z,n+1}=\eta\omega_{p,n} \qquad n=1,\dots,N \tag{۱-۴۱}$$

با فرض

$$\omega_{z,1}=\sqrt{n}\omega_l$$
$$\eta=\left(\frac{\omega_h}{\omega_l}\right)^{(1-\alpha)/N} \qquad , \qquad \mu=\left(\frac{\omega_h}{\omega_l}\right)^{\alpha/N} \tag{۱-۴۲}$$

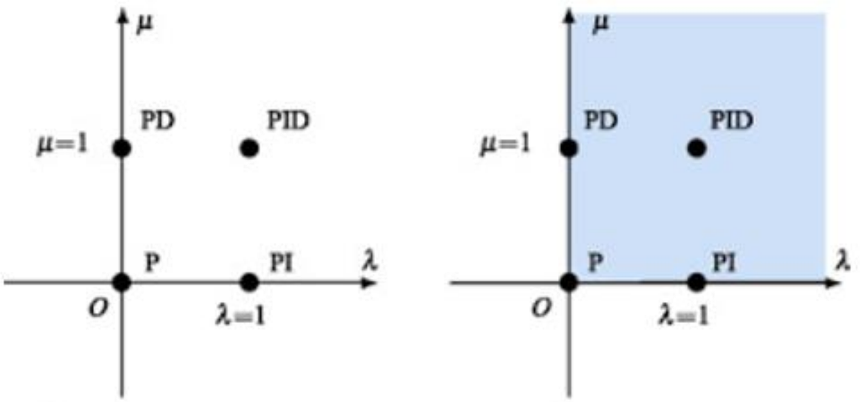
۱-۱۱ کنترل کننده تناسبی-انتگرالی-مشتقی مرتبه کسری[۶]

کنترل کننده‌های کسری، کنترل کننده‌هایی می‌باشند که از مشتقات و انتگرال‌های مرتبه کسری به جای مرتبه صحیح استفاده می‌کنند. با توجه به عملکرد مقاوم و مطلوب‌تر کنترل‌کننده‌های کسری نسبت به کنترل‌کننده‌های مرتبه صحیح و متداول، در چندسال اخیر مورد توجه ویژه‌ای قرار گرفته‌اند. مواردی از کاربردهای مهم کنترل کسری تعلیق فعال و کنترل ربات‌های انعطاف‌پذیر می‌باشد. کنترل کننده تناسبی-انتگرالی-مشتق‌گیر(PID) مرتبه کسری که ابتدا در سال ۱۹۹۹ توسط پادلوبنی[2]پیشنهاد گردید، در واقع توسعه یافته کنترل‌کننده‌های تناسبی-انتگرالی-مشتق‌گیر رایج بر مبنای حسابان کسری بود. شکل کلی تابع تبدیل این کنترل کننده در رابطه (۱-۴۳) اشاره شده است.

$$C(s)=K_P+K_I s^{-\lambda}+K_D s^{\mu} \tag{۱-۴۳}$$

[1] Oustaloup
[2] Podlubny

انتخاب بهینه ۵ متغیر $\lambda, \mu, K_I, K_D, K_p$، طراحی کنترل کننده تناسبی-انتگرالی-مشتق‌گیر کسری را نسبت به طراحی کنترل کننده تناسبی-انتگرالی-مشتق‌گیر متداول، انعطاف پذیرتر خواهد کرد[۱۲]. کنترل کننده تناسبی-انتگرالی-مشتق‌گیر کسری با گسترش اعداد صحیحی به اعداد غیر صحیح بدست می-آید[۱۳]. همانطور که در شکل ۱-۲ دیده می‌شود، گستردگی انتخاب کنترل کننده‌های مرتبه کسری بی‌شمار است در حالی که انتخاب کنترل کننده مرتبه صحیح با توجه به نوع کنترل کننده محدود است. کنترل کننده مرتبه کسری امکان انتخاب گسترده و وسیعی از حالات را در اختیار طراح قرار می‌دهد.



شکل ۱-۲ مقایسه گستردگی کنترل کننده مرتبه صحیح با مرتبه کسری[۶]

همان‌طور که در سمت راست شکل ۱-۲ نشان دهنده یک کنترل کننده مرتبه کسری است که تمام نیمه بالایی سمت راست صفحه را شامل می‌شود. و در شکل سمت چپ شکل ۱-۲ که معرف کنترل کننده مرتبه صحیح است. تنها ۴ نوع و حالت از کنترل کننده‌ها قابل ایجاد است. روش های متعددی در طول چند دهه گذشته جهت تنظیم ضرایب کنترل کننده تناسبی-انتگرالی-مشتق‌گیر کسری پیشنهاد و ارائه گردیده است. در ادامه به بررسی دو روش پرداخته می‌شود.

۱-۱۱-۱ روش فاز تخت[۱] [۶]

در این حالت هدف این می‌باشد که منحنی فاز تابع تبدیل حلقه باز حول فرکانس قطع بهره ثابت بماند. در نتیجه سیستم عملکرد مقاوم نسبت به تغییرات بهره از خود نشان می‌دهد و با تغییرات بهره به دلیل ثابت

[۱] Flat Phase

بودن فاز در محدوده فرکانسی مشخص، ویژگی‌های سیسنم از قبیل فراجهش و میرایی که ارتباط نزدیک با مقدار حاشیه فاز دارد، دچار تغییر نخواهد شد و مقاوم می‌گردد. شرط اصلی در این روش در رابطه (۱-۴۴) نشان داده شده است.

$$F(s)=C(s)G(s), \qquad \left.\frac{d\arg(F(s))}{d\omega}\right|_{\omega=\omega_g}=0 \tag{۴۴-۱}$$

۱-۱۱-۲ الگوریتم افمیگو[1] [۶]

کنترل کننده تناسبی- انتگرالی با استفاده از الگوریتم افمیگو قابل طراحی است. در این روش بیشترین مقدار برای تابع حساسیت و تابع مکمل حساسیت اعمال می‌شود. در رابطه (۱-۴۵) اندازه تابع حساسیت (M_s) و مکمل حساسیت(M_p) به ترتیب از چپ به راست نشان داده شده است.

$$M_s=\max_\omega\left|\frac{1}{1+C(j\omega)G(j\omega)}\right| \quad , \quad M_p=\max_\omega\left|\frac{C(j\omega)G(j\omega)}{1+C(j\omega)G(j\omega)}\right| \tag{۴۵-۱}$$

علاوه بر این منحنی نایکوئست تابع تبدیل حلقه باز نباید وارد دایره‌ای به مرکز C و شعاع R گردد. مرکز و شعاع دایره در رابطه (۱-۴۶) آورده شده است.

$$C=\frac{M_S-M_SM_P-2M_SM_P^2+M_P^2-1}{2M_S(M_P^2-1)}, \quad R=\frac{M_S+M_P-1}{2M_S(M_P^2-1)} \tag{۴۶-۱}$$

مراحل اگوریتم به شرح ذیل است.

الف) انتخاب و تعیین مقادیر مطلوب برای اندازه تابع حساسیت و تابع مکمل حساسیت (در رابطه (۱-۴۶) بازه معمول آورده شده است.)

$$M_S\in[1.3,2], \quad M_P\in[1,1.5] \tag{۴۶-۱}$$

ب) انتخاب مقدار دلخواه برای λ (مرتبه انتگرال گیر)

---

[1] Fractional . M_s . Constrained Integral Gain Optimization(F-MIGO)

پ) حل معادله معرفی شده در رابطه (۱-۴۷) بر حسب فرکانس زاویه‌ای

$$2R\left(\left\{C\frac{\mathrm{Im}[G(j\omega)]}{|G(j\omega)|}+R\right\}\left\{\frac{d|G(j\omega)|/d\omega}{|G(j\omega)|}-\frac{\lambda}{\omega}\right\}-C\frac{\mathrm{Im}\left[G(j\omega)\right]/|G(j\omega)|}{|G(j\omega)|}\right)=0 \qquad (۱-۴۷)$$

ت) بدست آوردن مقدار ثابت تناسبی و انتگرالی با استفاده از معادلات تعریف شده در روابط (۱-۴۸) و (۱-۴۹)

$$P=R\frac{\cos{\pi\lambda}/2}{\sin{\pi\lambda}/2}+C\frac{\mathrm{Im}[G(j\omega)]\cos{\pi\lambda}/2}{|G(j\omega)|^{2}\sin{\pi\lambda}/2}-C\frac{R\left[G(j\omega)\right]}{|G(j\omega)|^{2}} \qquad (۱-۴۸)$$

$$I=-R\frac{\omega^{\lambda}}{|G(j\omega)|\sin{\pi\lambda}/2}-C\frac{\mathrm{Im}[G(j\omega)]\omega^{\lambda}}{|G(j\omega)|^{2}\sin{\pi\lambda}/2} \qquad (۱-۴۹)$$

توجه گردد که که در صورت محاسبه مقادیر منفی برای ثابت تناسبی و انتگرالی باید دوباره به مرحله(ب) بازگشت و با انتخاب مقدار جدید برای لاندا مراحل را از ابتدا انجام داد.

د) بررسی پایدار بودن تابع تبدیل حلقه بسته و برآورده شدن اندازه تابع حساسیت و مکمل حساسیت بررسی گردد. در صورت برقراری همه شروط کنترل کننده- تناسبی انتگرالی از مرتبه کسری تنظیم شده است.

۱-۱۲ جمع بندی

در این فصل در ابتدا در مورد تاریخچه حسابان کسری و سپس به معرفی تعاریف مهم حسابان کسری، اصول طراحی و تنظیم متغیرهای کنترل‌کننده تناسبی-انتگرالی-مشتق‌گیر مرتبه کسری پرداخته شد. همچنین این نتیجه حاصل گشت که کنترل‌کننده تناسبی-انتگرالی-مشتق‌گیر مرتبه کسری نسبت به کنترل کننده مرتبه صحیح به دلیل گستردگی و وجود انتخاب‌های بیشتری که در اختیار طراح قرار می‌دهد دارای عملکرد بهتری خواهد بود. و در انتها دو روش تنظیم کنترل کننده تناسبی-انتگرالی-مشتق‌گیر مرتبه کسری مطرح شد.

فصل دوم

مقدمه‌ای بر موتورهای الکتریکی و آردینو

۲-۱ مقدمه

در این فصل در ابتدا به تعریف مختصری از انواع موتورهای الکتریکی پرداخته و در مورد موتور الکتریکی جریان مستقیم که در این پایان نامه استفاده شده است، توضیحات بیشتری داده خواهد شد. در ادامه در مورد برد آردواینو و خصوصیات آن و همچنین رمزگذار و راه انداز موتور الکتریکی توضیحات لازم ذکر خواهد شد. در انتها شمای کلی پیاده سازی و نحوه داده گیری از موتور مورد نظر بیان می‌شود.

۲-۲ موتور الکتریکی

یک موتور الکتریکی، انرژی الکتریکی را به انرژی مکانیکی تبدیل می‌کند. اکثر موتورهای الکتریکی توسط الکترومغناطیس کار می‌کنند، اما موتورهایی که براساس پدیده‌های دیگری نظیر نیروی الکترواستاتیک و اثر-پیزوالکتریک کار می‌کنند، هم وجود دارند[۱۴]. در یک موتور الکتریکی دوار بخش متحرک روتور و بخش ثابت استاتور نامیده می شود. موتورهای الکتریکی به انواع مختلفی تقسیم می‌شوند نظیر موتور جریان مستقیم[۱]، موتور بدون جاروبک،[۲]موتور یونیورسال[۳]، موتور پله‌ای[۴]، موتور سرو[5]و غیره که در ادامه برای آشنایی به معرفی برخی از مهم‌ترین آنها خواهیم پرداخت.

۲-۲-۱ موتور الکتریکی جریان مستقیم [۱۵]

موتور جریان مستقیم دارای رتوری تحریک شونده است، یک سوییچ گردشی به نام کموتاتور جهت جریان الکتریکی را در هر سیکل دوبار برعکس می‌کند تا در آرمیچر جریان یابد و آهنربای الکتریکی، آهنربای دائم را در بیرون موتور جذب و دفع کند. سرعت موتور جریان مستقیم به مجموعه ای از ولتاژ و جریان عبوری از سیم‌پیچهای موتور و بار موتور یا گشتاور ترمزی، بستگی دارد.

سرعت موتور جریان مستقیم معمولا توسط ولتاژ متغیر و با استفاده از تپها (نوعی کلید تغییر دهنده وضعیت سیم‌پیچ) درسیم پیچی موتور و یا با داشتن یک منبع ولتاژ متغیر، کنترل می‌شود. همچنین موتور الکتریکی

---

[۱] Direct Current Electrical Motor
[۲] Brushless Motor
[۳] universal Motor
[۴] Stepper Motor
[۵] Servo Motor

جریان مستقیم دارای ساختار ساده و گشتاور بالا می‌باشد به همین دلیل در صنایع مختلف از قبیل آسانسورها، وسایل نقلیه، و در ابعاد کوچک در ابزار آلات، ربات‌ها و اسباب بازی‌ها از آن استفاده می‌شود.

۲-۲-۲ موتور بدون جاروبک[۱۶]

موتورهای بدون جاروبک نوعی از موتورهای سنکرون می‌باشند. این موضوع به این معنی است که میدان مغناطیسی در روتور و استاتور با یک فرکانس ایجاد می‌شوند. انواع موتور بدون جاروبک دارای لغزش به آن مفهومی که در موتورهای القای وجود دارد نمی‌باشد. موتورهای بدون جاروبک در انواع تکفاز، دو فاز و سه فاز وجود دارند. مطابق نوع آن، استاتور دارای همان تعداد سیم پیچ می‌باشد. از این موتورها در سیستم‌های رباتیک، هاردیسک کامپیوتر، خنک کننده‌های کوچک، ابزار برقی سیار، لوازم خانگی و بسیاری از کاربردهای دیگر استفاده می‌شود.

۳-۲-۲ موتور الکتریکی یونیورسال[۱۷]

اسم این موتور از این واقعیت گرفته شده است که هم با جریان مستقیم و هم جریان متناوب کار می‌کند. برای این که موتور جریان مستقیم بتواند به طور موثری با تغذیه جریان متناوب کار کند باید قطب‌های میدان و قاب استاتور آن کاملا لایه لایه باشد در غیر این صورت تلفات هسته بسیار زیاد خواهد بود. از این موتورها در جاهایی که گشتاور بالا نیاز است استفاده می‌شود. مانند جاروبرقی، مته، لوازم آشپزخانه و غیره. بهترین راه کنترل سرعت موتور یونیورسال تغییر مقدار موثر ولتاژ ورودی آن می‌باشد.

۴-۲-۲ موتور الکتریکی پله ای[۱۵]

این موتور عموما دارای چهار قطب می‌باشد که سیم پیچ‌ها بر روی این چهار قطب قرار می گیرند و با ارسال بیت‌های ۰ و ۱ به این سیم پیچها، در واقع میدان مغناطیسی ایجاد شود که این میدان باعث حرکت روتورمغناطیسی موجود در داخل موتور پله ای خواهد شد. البته می‌بایست این سیم پیچها را به توالی ۰ و ۱ کرد و در غیراین‌صورت موتور مطابق میل نخواهد چرخید. از موتور پله‌ای در چاپگرها، رسام‌های گراف، ماشین‌های فاکس به کار گرفته می‌شود.

۲-۲-۵ موتور الکتریکی سرو[۱۵]

موتور الکتریکی سرو دارای فیدبک بوده که محور خروجی آن با تغییر دادن مدلاسیون عرض پالس[۱]در موقعیت مطلوب قرار می‌گیرد. این موتور الکتریکی دارای دو نوع جریان مستقیم و جریان متناوب می‌باشد و در صنعت بیشتر نوع جریان متناوب آن کاربرد دارد این موتورها دارای دقت بالا، سرعت و عکس العمل سریع، گشتاور متغیر و بالا می‌باشند. از سرو در ماشین آلاتCNC[۲]، بسته بندی، دوخت، و انواع رباتها و چاپگرها استفاده می‌شود.

۲-۳ آردوینو[۳] [۱۸]

آردینو نام مجموعه ای از بردها دارای نرم افزار منبع آزاد می‌باشد که بر روی این بردها یک میکرو کنترلر به عنوان هسته مرکزی قرار داده شده است و در کنار آن دیگر المان‌های مورد نیاز برای راه اندازی و استفاده ایده‌آل از میکروکنترلر مورد نظر قرار دارد. آردوینو در سال ۲۰۰۵ به منظور ایجاد راهی ارزان و ساده برای برنامه نویسی میکروکنترلرها به وجود آمد.

۲-۳-۱ دلیل استفاده از آردوینو

یک برد آردوینو تمامی سخت افزارهای مورد نیاز برای شروع نمونه سازی را در خود دارد و تنها است آن را از طریق پورت USB به کامپیوتر متصل گردد و به راحتی برنامه مورد نظر به آن انتقال داده می‌شود. به زبان C و C++ قابل برنامه نویسی بوده. سالیان زیادی است که بردهای آردوینو مغز اصلی بسیاری از پروژه‌های ساده تا پروژه‌های پیچیده و تجهیزات علمی می‌باشند. مزیت‌های برد آردوینو در ادامه آورده شده است[۱۹].

۲-۳-۲ مزیت‌های برد آردوینو

- قیمت بسیار پایین

---

۱ Pulse Width Modulation

۲ Computer Numerical Control

۳ Arduino

- قابل نصب بر روی ویندوز، لینوکس و مکینتاژ
- محیط برنامه نویسی ساده، واضح و قدرتمند و وجود هزاران کتابخانه آماده
- دارا بودن نرم افزار متن باز، قابل تغییر و گسترش
- سخت افزار متن باز قابل تغییر و گسترش

۲-۳-۳ انواع بردهای آردوینو[۱۹]

بردهای آردوینو به طور کلی به چهار دسته تقسیم می‌شوند.

سطح شروع[۱]: مناسب برای افرادی که به تازگی می‌خواهند پا به دنیای میکروکنترلرها بگذارند. این دسته از بردها دارای توان پردازشی و پایه‌های ورودی و خروجی کمتری نسبت به بردهای دسته دوم می‌باشند. این دسته از بردها برای کارهای کوچک بسیار ایده‌آل بوده. برای نمونه می‌توان به بردهای UNO که یکی از پرفروش‌ترین بردهای آردوینو می‌باشد اشاره کرد.

ویژگی پیشرفته[۲]: از این بردها برای پیاده‌سازی مدارات پیشرفته تر استفاده می‌شود و نسبت به بردهای دسته اول دارای رم، حافظه فلش بیشتر، سرعت پردازش بالاتر و تعداد پایه‌های ورودی و خروجی بیشتر می‌باشند. به عنوان نمونه برد Mega از این دسته می‌باشد.

اینترنت اشیاء[۳] : این بردها بر روی خود دارای چیپ وای فای بوده و قابلیت اتصال به اینترنت را دارند و برای ساخت پروژه‌های اینترت اشیا مناسب می‌باشند. برد MKR از بردهایی است که در این دسته قرا می‌گیرد.

پوشیدنی[۴]: این دسته از بردها به دلیل شکل و اندازه کوچکشان برای نصب و دوخته شدن بر روی لباس طراحی شده‌اند تا با استفاده از آن بتوان لباس هوشمند طراحی کرد. بردهای آردوینو Lilypad و Gemma از این دست می‌باشند.

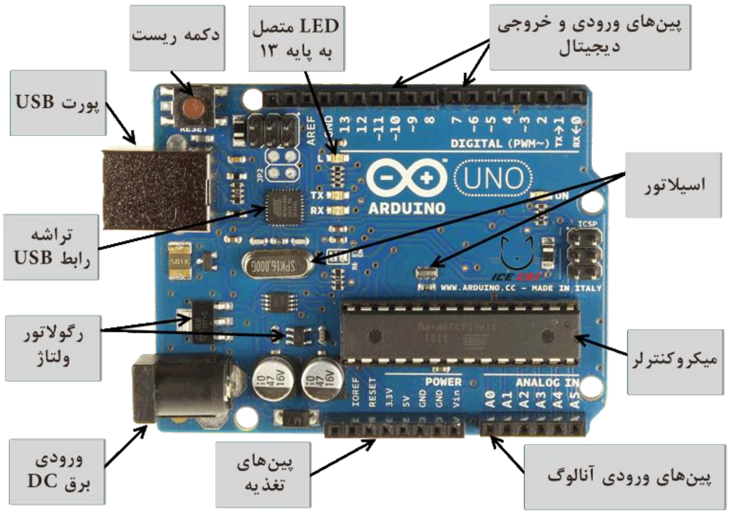
از آنجایی که آردوینو یونو و مگا دو آردواینو بسیار پرکاربرد و پرطرفدار می‌باشند در ادامه مشخصات این دو برد توزیع داده می‌شود.

---

[۱] Entry level
[۲] Enhanced Feature
[۳] Internet of things
[۴] Wearable

۲-۳-۳-۱ آردوینو UNO [۲۰]

این برد بر اساس میکرو کنترلر اتمگا[۱]ساخته شده است، و دارای ۱۴ ورودی و خروجی می‌باشد که ۶ پایه آن را می‌توان به عنوان پایه مدلاسیون عرض پالس مورد استفاده قرار داد. در مقابل پایه های مدلاسیون عرض پالس علامت ~ همچنین دارای ۶ ورودی آنالوگ، کریستال ۱۶ مگاهرتز، ولتاژ عملکرد ۵ ولت، پورت USB، ورودی منبع تغذیه و دکمه شروع مجدد می‌باشد. در این پایان نامه از آردوینو اونو برای ایجاد سیگنال مدلاسیون عرض پالس و ذخیره سازی داده استفاده می شود.



شکل ۲-۱ برد آردینو یونو[۱۹]

۲-۳-۳-۲ آردوینو Mega [۱۸]

این برد بر اساس میکروکنترلر اتمگا طراحی و ساخته شده است، این برد قابلیت بیشتری نسبت به برد یونو می‌باشد و دارای ۵۴ عدد ورودی و خروجی می‌باشد که از ۱۵ پایه آن می‌توان به عنوان پایه‌های مدلاسیون عرض پالس قابل استفاده می‌باشد. هچنین دارای ۱۶ ورودی آنالوگ،۴ پورتURT، پورت USB، ورودی آداپتور و کریستال ۱۶ مگاهرتز برای آن تعبیه شده است.

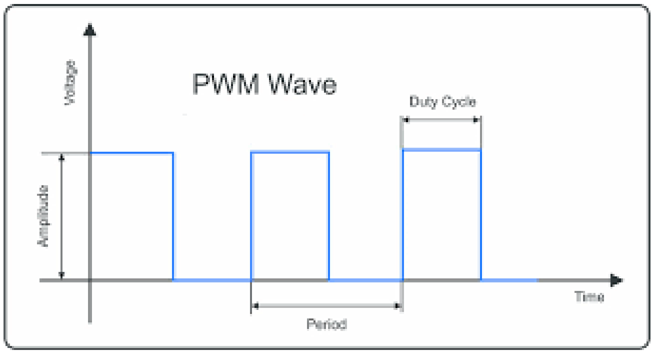
---
۱ Atmega

۲-۴ اتصال آردواینو به موتور الکتریکی

برای آن که بتوان یک موتور الکتریکی را به یک برد آردوینو متصل کرد نیاز به یک واسط می‌باشد که جریان و ولتاژ لازمه برای راه اندازی و عملکرد بهینه موتور الکتریکی را مهیا کند. این واسط الکتریکی یک درایور موتور می‌باشد. در ادامه در مورد درایور موتور توضیحات بیشتری داده خواهد شد.

۲-۴-۱ درایور موتور الکتریکی[۲۱]

یکی از روش‌های پرکاربرد کنترل سرعت و موقعیت موتورهای الکتریکی جریان مستقیم استفاده از روش مدولاسیون عرض پالس می‌باشد. در این روش از پالس‌های ولتاژ مربعی برای تغذیه موتور استفاده می شود، که مقدار توان در آن به مدت زمان یک بودن به مدت زمان کل دوره[۱] در هر دوره موج می‌باشد. به عبارت دیگر هر چه مدت یک بودن در یک دوره بیشتر باشد سرعت موتور بیشتر خواهد بود. در شکل ۲-۲ مفهوم مدلاسیون عرض پالس نشان داده شده است. از طرفی معمولا مدلاسیون عرض پالس توسط میکروکنترلرها تولید می‌شوند، و با توجه به این که خروجی میکروکنترلرها معمولا داری ولتاژ ۵ ولت می‌باشد و جریان در حد میلی آمپر می‌باشند، لذا قادر به تامین توان لازم برای راه اندازی موتور نمی‌باشد. در این صورت از درایور راه انداز موتور برای فراهم کردن ولتاژ و جریان لازمه استفاده می‌شود که در پایان نامه برای راه‌اندازی و داده‌گیری از موتور از ماژول درایور L298N استفاده شده و در ادامه ویژگی‌های این ماژول ذکر شده است.



شکل ۲-۲ مدلاسیون عرض پالس(PWM)

---
۱ Period

۲-۴-۱-۱ ماژول L298N [۲۱]

در این ماژول از یک راه‌انداز L298N استفاده شده که هماهنگ با استاندارد TTL[۱] است و عموما در راه اندازی موتورهای الکتریکی جریان مستقیم و پله‌ای استفاده می‌شود. ماژول L298N که در شکل ۲-۳ نشان داده شده است. دارای دوکانال می باشد که هر کانال برای چپ گرد و راست گرد کردن یک موتور الکتریکی جریان مستقیم کافی می‌باشد. هر کانال دارای یک پایه فعال ساز می‌باشد که با استفاده از آن می‌توان ولتاژ و جریان کانال مربوطه را قطع و وصل کرد. از دیگر ویژگی‌های این ماژول می‌توان به مقاوم بودن در برابر افزایش دما، ولتاژ اشباع پایین و ولتاژ تغذیه کاری تا ۴۶ ولت اشاره کرد.

شکل ۲-۳ ماژول L298N

۲-۵ رمز گذار[۲] [۲۲]

رمزگذار در واقع یک تجهیز الکترومکانیکی است که حرکت یک جسم را به یک کد دیجیتال یا آنالوگ تبدیل می‌کند و این کد در تجهیز دیگری به نام رمزگشا[۳]بنا به نیاز به تعداد دوران با سرعت زاویه ای و یا مسافت تبدیل می‌شود. پایه علمی طراحی و ساخت رمزگذارها بهره‌گیری از تکنولوژی‌های نوری و مغناطیسی است.

---
۱ Transistor-transistor logic
۲ Encoder
۳ Decoder

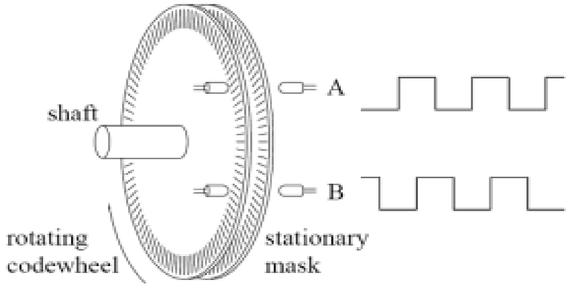
رمزگذارها تغییرات مکان و جهت را به سیگنال‌های الکتریکی ترجمه می‌کنند. رمزگذار حسگری است که به محور چرخ، چرخ دنده، و یا موتور وصل می‌شود و می‌تواند میزان چرخش را اندازه‌گیری کند. با اندازه‌گیری میزان چرخش می‌توان جابه‌جایی، سرعت، شتاب یا زاویه چرخشی را تعیین کرد.

۲-۵-۱ تقسیم بندی انواع رمزگذارها

۱- از لحاظ ساختمان به دو مدل خطی و دورانی تقسیم می‌شوند.
۲- از لحاظ عملکرد و ساختمان داخلی به سه دسته نوری، مغناطیسی و خازنی تقسیم می‌شوند
۳- از لحاظ نوع خروجی به دو دسته مطلق و افزایشی تقسیم می‌شوند.

۲-۵-۲ کاربرد رمزگذارها

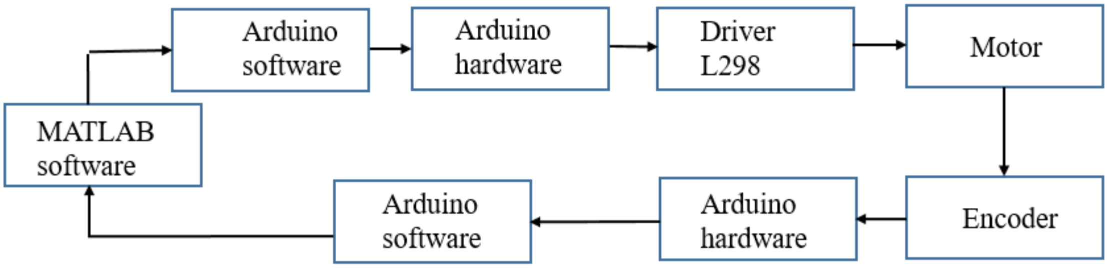
رمزگذار در سیستم‌های صنعتی و برای اندازه گیری سرعت، موقعیت و جهت چرخش شفت مورد استفاده قرار می‌گیرند و این داده‌ها به سیستم کنترلی داده خواهد شد تا بتواند سیستم مورد نظر را کنترل کند.به عنوان مثال برای تنظیم سرعت موتور الکتریکی در یک مقدار مشخص نیاز به ابزاری است که سرعت موتور را در هر لحظه اندازه بگیرد و به کنترل کننده ارسال کند که این عمل توسط رمزگذار انجام می‌گیرد. همچنین از رمزگذار در ماشین آلات بسته‌بندی و پرکن‌های صنعتی، رباتیک، آسانسور، ماشین چاپ، در برداشتن و جابه جا کردن اجسام و موارد مشابه مورد استفاده قرار می‌گیرد[۲۳]. در این پایان نامه از رمزگذار چرخشی افزایشی مدل HEDS-9140 برای اندازه گیری سرعت چرخش موتور استفاده شده است. که در ادامه نحوه کارکرد آن بیان شده است. در این نوع رمزگذارها یک دیسک شیشه ای شفاف شامل قسمت‌های تیره و دو دیود ساطع کننده نور وجود دارد. وقتی دستگاه روشن است، نور ساطع شده از دیود از شیارها یا قسمت‌های شفاف عبور کرده و توسط یک حسگر نوری آشکار می‌شود. هنگامی که دیسک حرکت می‌کند اشعه نور به طور متناوب قطع و وصل می‌شود. بنابراین یک خروجی پالس از حسگر نوری تولید خواهد شد. تعداد این پالس‌ها متناسب با زاویه چرخش دیسک و تعداد شیارها می‌باشد.



شکل ۲-۴ رمزگذار افزایشی[۲۲]

۲-۶ شمای کلی داده‌گیری از موتور الکتریکی

در این پایان‌نامه هدف آن است که پارامترهای تابع تبدیل سرعت به ولتاژ ورودی موتور تخمین زده و سپس برای آن کنترل کننده طراحی شود. برای این که بتوان ضرایب تابع تبدیل را تخمین زد نیاز است بدانیم به ازای ورودی‌های مختلف خروجی به چه صورت پاسخ می‌دهد. شمای کلی نحوه داده گیری از موتور توسط برد آردینو در شکل ۲-۵ نشان داده شده است.



شکل ۲-۵ شمای کلی داده‌گیری

۲-۶-۱ نحوه داده گیری از موتور الکتریکی

به کمک متلب سیگنال پله با دامنه مختلف ایجاد کرده و سپس از طریق پورت سریال این دستور به آردینو منتقل شده و سپس سیگنال مدلاسیون عرض پالس متناسب با دامنه پله توسط آردواینو تولید شده و به درایور موتور ارسال می‌شود و در گام بعد توسط رمزگذار تعدادی پالس ایجاد شده و سپس پالسها از طریق پرت سریال به آردوینو ارسال می‌شود. سپس از طریق کتابخانه مربوط به رمزگذار سرعت موتور اندازه گیری خواهد شد. در پایان زمان و ولتاژهای ورودی و سرعت موتور از طریق پورت سریال به متلب منتقل شده و ذخیره می‌گردد.

۲-۷ نتیجه گیری

در ابتدای این فصل انواع موتورهای الکتریکی پرکاربرد مورد بررسی قرار گرفت . در بخش بعد به معرفی برد آردینو و ابزار دیگر مانند ماژول راه‌انداز L298N و رمزگذار برای راه اندازی موتور الکتریکی جریان مستقیم و اندازه گیری سرعت آن مورد بحث قرار گرفت. و در پایان این فصل به نحوه اتصال اجزاء و ثبت سرعت به ازای ورودی‌های مختلف پرداخته شد.

فصل سوم

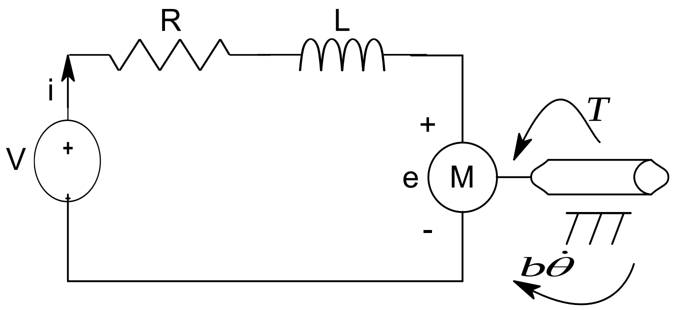
مدل سازی و شناسایی مرتبه کسری موتور الکتریکی جریان مستقیم

۳-۱ مقدمه

مدل سازی سیستم مورد بررسی اولین گام در شناسایی و کنترل سامانه های مختلف می‌باشد. در این فصل ابتدا موتور الکتریکی جریان مستقیم مدل C 4713-60112 ساخت شرکت بوهلر[۱] به صورت مرتبه صحیح مدل گشته و به روش حداقل مربعات[۲] پارامترهای تخمین زده می‌شود. در گام بعد موتور به صورت کسری مدل گشته و با یک روش پیشنهادی و با استفاده از الگوریتم ژنتیک پارامترهای سیستم دارای مدل رمتبه کسری تخمین زده می‌شود و در پایان نتایج حاصل از دو روش با داده های واقعی مقایسه خواهد شد.

۳-۲ مدل سازی ریاضی موتور جریان مستقیم

برای بدست آوردن مدل ریاضی موتور جریان مستقیم ابتدا طرح مداری آن را مطابق با شکل ۳-۱ در نظر گرفته می‌شود. موتور الکتریکی جریان مستقیم دارای دو بخش مکانیکی و الکتریکی می‌باشد[۱۴]. علاوه بر این هرگاه یک رسانا در یک میدان مغناطیسی حرکت می‌کند، یک ولتاژ e بین دو سر آن تولید می‌شود که با سرعت رسانا در میدان متناسب است. این ولتاژ که نیروی محرکه معکوس[۳]نامیده می‌شود، با جریان درون رسانا مخالفت می‌کند. همچنین اگر استاتور یک شار مغناطیسی شعاعی φ تولید کند و جریان درون روتور (که آرمیچر نامیده می‌شود) i باشد، آنگاه یک گشتاور وجود خواهد داشت که بر روتور تاثیر گذاشته و باعث چرخش آن می‌گردد[۲۴].



---
۱ Buhler
۲ Least Square
۳ Back emf

شکل ۳-۱ طرح مداری موتور الکتریکی

پارامترهای موتور جریان مستقیم درجدول ۳-۱ نشان داده شده است.

واحد پارامتر	اسم پارامتر	نماد پارامتر
kg / m^2	اینرسی دورانی	J
$\frac{N.m}{rad/\sec}$	اصطکاک دورانی	b
$\frac{V}{rad/\sec}$	ثابت نیروی ضد محرکه	k_e
$N.m/A$	ثابت گشتاور	k_t
Ω	مقاومت آرمیچر	R
H	اندوکتانس آرمیچر	L

جدول ۳-۱ پارامترهای مدل موتور جریان مستقیم

$$T = k_t i(t) \quad (۳-۱)$$

$$e = k_e \dot{\theta}(t) = k_e \omega(t) \quad (۳-۲)$$

که در روابط فوق T گشتاور تولیدی، e مقدار نیروی ضد محرکه، $\dot{\theta} = \omega$ سرعت زاویه ای می‌باشند.

با اعمال قانون حلقه در بخش الکتریکی شکل ۱-۳ رابطه (۳-۳) بدست خواهد آمد.

$$L\frac{di(t)}{dt} = -Ri(t) - K_e \omega(t) + V \quad (۳-۳)$$

و با اعمال قانون نیوتن برای گشتاورهای ایجاد شده در قسمت مکانیکی رابطه (۳-۴) حاصل می‌شود.

$$J\frac{d\omega(t)}{dt} + b\omega(t) = k_t i(t) \quad (۳-۴)$$

طبق روابط (۳-۳) و (۳-۴) معادله فضای حالت برای موتور الکتریکی جریان مستقیم به صورت (۵-۳) و (۳-۶) بدست خواهد آمد.

$$\begin{bmatrix} \dot{I} \\ \dot{\omega} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{-R}{L} & \frac{-K_e}{L} \\ \frac{K_t}{J} & \frac{-b}{J} \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} I(t) \\ \omega(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{L} \\ 0 \end{bmatrix} . V \qquad (۵-۳)$$

$$y = [0 \quad 1] . \begin{bmatrix} i(t) \\ \omega(t) \end{bmatrix} \qquad (۶-۳)$$

با توجه به معادلات فضای حالت (۳-۵)، تابع تبدیل سرعت به ولتاژ به صورت رابطه (۳-۷) است.

$$G(s) = \frac{\omega(s)}{V(s)} = \frac{k_t}{(Ls+R)(Js+b)+k_t.k_e} \qquad (۷-۳)$$

۳-۳ شناسایی سیستم با روش حداقل مربعات[۲۵]

شناسایی سیستم ها یک بخش مهم و ضروری از مهندسی کنترل می باشد که در آن از روش های مختلفی برای پیدا کردن یک رابطه بین ورودی و خروجی به کار گرفته می‌شود. که این ارتباط بین ورودی و خروجی می‌تواند هم در حوزه فرکانس و هم در حوزه زمان باشد[۲۶].

یکی از اصلی‌ترین و محوری‌ترین روش‌های شناسایی موسوم به روش حداقل مربعات است. در روش حداقل مربعات، این واقعیت در نظر گرفته می‌شود که هر گونه اندازه‌گیری از اطلاعات، همراه با خطا و نویز همراه می‌باشد. علاوه بر خطای اندازه گیری خطای مدل سازی هم می‌تواند وجود داشته باشد. اگر مجموع و برآیند این دو نوع خطا با سیگنال e_t نشان شود، در روش حداقل مربعات هدف این است که، پارامترها طوری تخمین زده شوند که مجموع مربعات خطا($\sum e_t^2$) حداقل گردد. برای انجام روش حداقل مربعات، گام‌های زیر باید انجام شود[۲۷].

گام اول : انجام آزمایش روی سیستم و جمع‌آوری اطلاعات

در اولین قدم یک ورودی مناسب به سیستم اعمال می‌شود. یعنی ورودی که تمامی حالت‌های سیستم را تحریک کند. به عبارت دیگر ورودی به اندازه کافی تحریک کننده باشد تا تمام حالت‌ها خودشان را در خروجی سیستم نشان دهند.

گام دوم: تعریف ساختار و بدست آوردن معادله رگرسیون خطی

دومین قدم در روش حداقل مربعات خطی، نوشتن ساختار رگرسیون خطی می‌باشد. که بیان کننده ارتباط بین ورودی و خروجی سیستم مورد بررسی است. در این ساختار که در رابطه (۳-۸) نشان داده شده است y_t خروجی سیستم در لحظه t و $\underline{u}_t$ برداری متشکل از یک سری اطلاعات معلوم از سیستم در زمان t و ماقبل می‌باشد. همچنین $\underline{\theta}$ بردار پارامترهای مجهول مدل سیستم و e_t مقدار سیگنال خطا در لحظه t می‌باشد.

$$y_t = \underline{u}_t^T . \underline{\theta} + e_t \qquad (۳-۸)$$

گام سوم: محاسبه $\hat{\underline{\theta}}$ (تخمین $\underline{\theta}$)

در این گام مجموع مربعات خطا را بر حسب ورودی و خروجی نوشته و سعی در کمینه کردن آن داریم.

$$\left.\begin{aligned} S = \sum_{t=1}^{N} e_t^2 = e_1^2 + e_2^2 + \ldots + e_N^2 = \underline{e}^T . \underline{e} \\ \underline{y} = U . \underline{\theta} + \underline{e} \end{aligned}\right\} \Rightarrow \qquad (۳-۹)$$

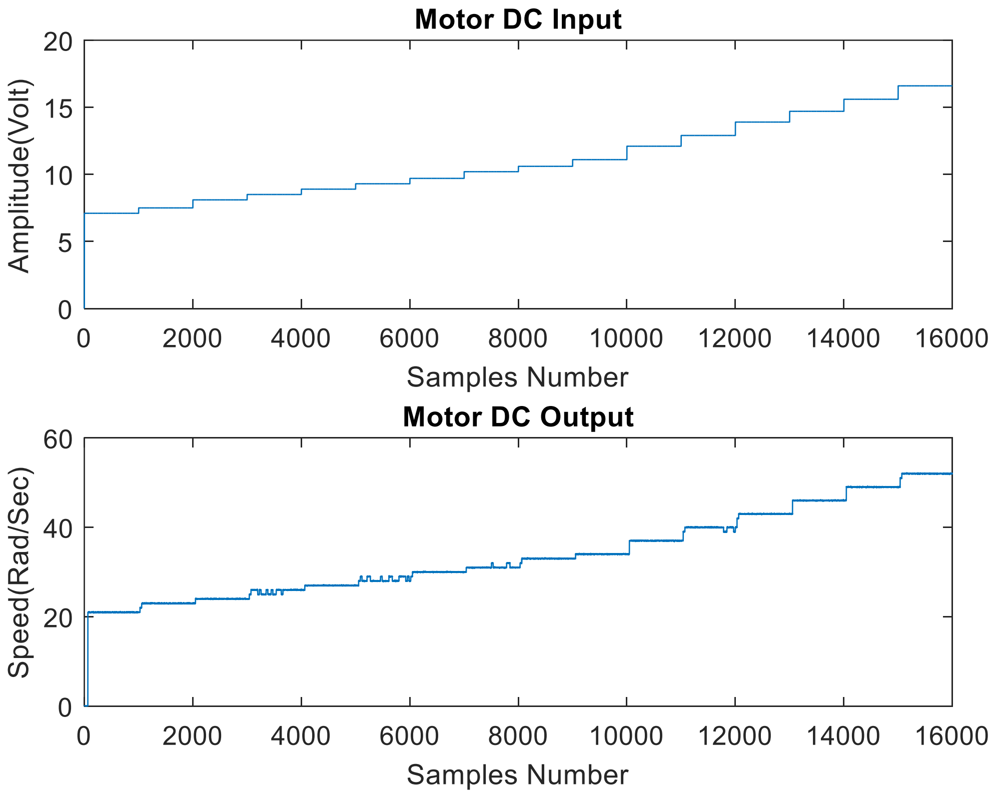
$$S = \underline{y}^T \underline{y} - \underline{\theta}^T U^T \underline{y} - \underline{y}^T U \underline{\theta} + \underline{\theta}^T U^T U \underline{\theta}$$

برای محاسبه $\hat{\underline{\theta}}$ کافی است که از S نسبت به θ مشتق گرفته و مساوی با صفر قرار داده شود. داریم:

$$\frac{\partial S}{\partial \underline{\theta}} = -2U^T \underline{y} + 2U^T U \underline{\hat{\theta}} = 0$$
$$\Rightarrow U^T U \underline{\hat{\theta}} = U^T \underline{y} \Rightarrow \underline{\hat{\theta}}_{LS} = (U^T U)^{-1}.U^T \underline{y} \tag{۳-۱۰}$$

طبق مطالب ذکر شده پارامترهای موتور جریان مستقیم در ادامه تخمین زده می‌شود.

گام اول: توسط برد آردوینو یک سیگنال مدلاسیون عرض پالس شامل چندین پله با دامنه‌های مختلف از ۷ ولت تا ۱۶,۶ ولت به موتور معرفی شده اعمال گشت و سرعت آن از طریق رمزگذار و برد آردوینو اندازه‌گیری می‌شود. نتیاج حاصل از آن در شکل ۳-۲ مشاهده می‌شود.



شکل ۳-۲ ورودی و خروجی موتور جریان مستقیم

گام دوم: طبق مدل سازی انجام شده و شناخت از رفتار سیستم معادله رگرسیون خطی به صورت رابطه (۳-۱۱) در نظر گرفته می‌شود.

$$\omega_t = \begin{bmatrix} -\omega_{t-1} & -\omega_{t-2} & v_t \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_0 \\ a_1 \\ b_0 \end{bmatrix} + e_t \qquad (۱۱\text{-}۳)$$

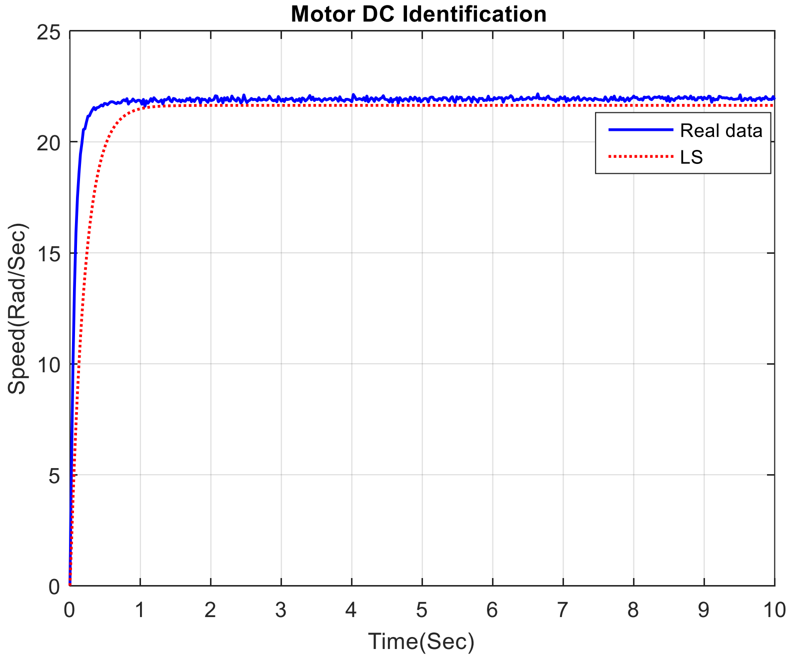
گام سوم: با استفاده از رابطه (۳-۱۰) مقادیر پارامترهای a_0, a_1, b_0 محاسبه شده و نتایج حاصله در حوزه گسسته و پیوسته به صورت روابط (۱۲-۳) و (۳-۱۳) می‌باشند.

$$G(z) = \frac{\omega(z)}{V(z)} = \frac{0.2435}{z^2 - 0.9218z + 0.0000674} \qquad (۱۲\text{-}۳)$$

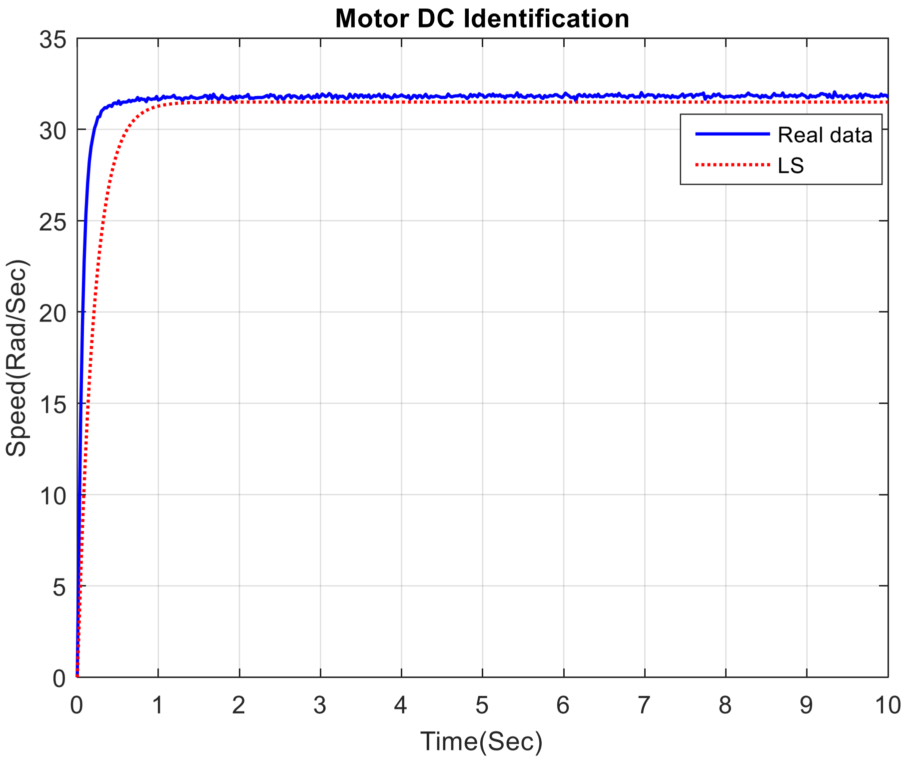
T_s یا زمان نمونه برداری محاسبه شده در آردوینو برابر ۰/۰۲۰۰۹۱ ثانیه می‌باشد. با پیوسته سازی تابع تبدیل (۳-۱۲) تابع تبدیل موتور جریان مستقیم در حوزه لاپلاس (۱۳-۳) بدست خواهد آمد.

$$G(s) = \frac{\omega(s)}{V(s)} = \frac{4539}{s^2 + 363.5s + 1470} \qquad (۱۳\text{-}۳)$$

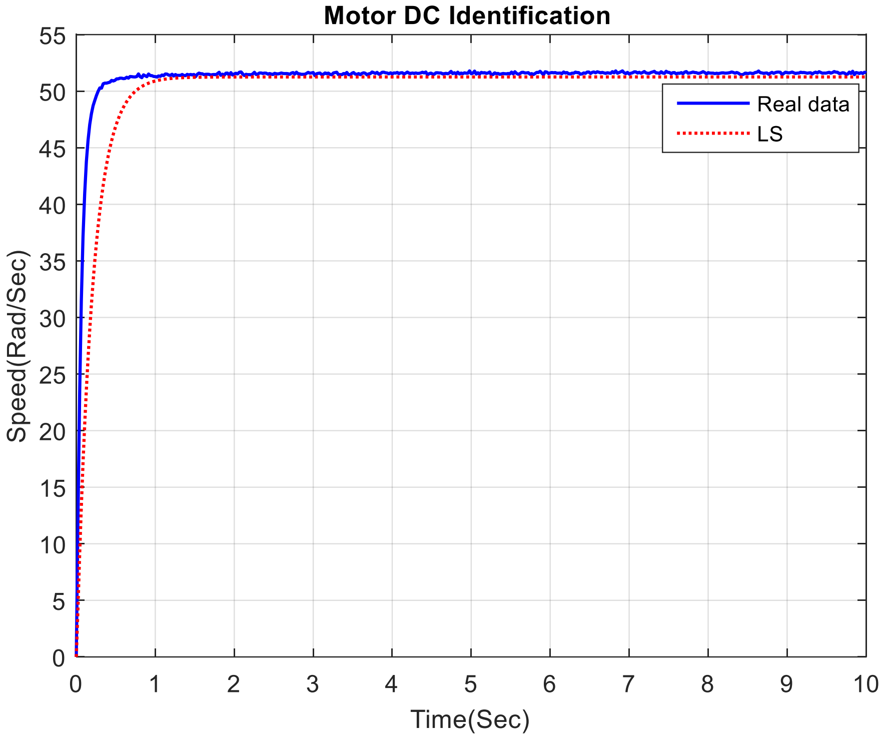
برای بررسی صحت تخمین زده شده پاسخ پله را به ازای سه ولتاژ مختلف برای آن ترسیم کرده و با پاسخ پله حاصل از داده های واقعی موتور جریان مستقیم مدل C 4713-60112 ساخت شرکت بوهلر مقایسه می‌شود. نتایج حاصل به ترتیب در شکل‌های ۳-۳ تا ۳-۵ نشان داده شده است.



شکل ۳-۳ پاسخ پله برای ولتاژ ورودی ۷/۱ ولت



شکل ۳-۴ پاسخ پله برای ولتاژ ورودی ۱۰/۲ ولت



شکل ۳-۵ پاسخ پله برای ولتاژ ورودی ۱۶/۶ ولت

همانطور که در شکل‌های ۳-۳ تا ۳-۵ مشاهده می‌شود پاسخ حالت ماندگار به خوبی تخمین زده شده است. در بخش بعد مدل سازی و شناسایی مرتبه کسری برای موتور جریان مستقیم انجام خواهد شد.

۳-۴ مدل سازی مرتبه کسری

در مطالعات پیشین، پژوهشگران و مهندسین تقریبا در اکثر موارد مدل انتگرالی و مرتبه صحیح را برای موتور های الکتریکی در نظر می‌گرفتند در صورتی که سلف و خازن به صورت ذاتی از مرتبه غیر صحیح یا کسری می‌باشند[۲۸]. برای مثال وسترلاند[۱]نشان داد که سلف ذاتا یک عنصر مرتبه کسری است. همچنین مرتبه کسری بودن سلف با هسته هوایی را ۰/۹۷ اندازه گیری نمود. وسترلاند و همکاران به صورت آزمایشی مرتبه کسری بودن خازن‌ها را تحت دی‌الکتریک‌های مختلف به دست آوردند که برای مثال ۰/۹۷۷۶ برای پلی وینیلیدن فلوراید[۲]یا ۰/۹۸۲۱ برای ورق متالیزه[۳]بدست آمده است[۲۹]. در واقع مواد دی‌الکتریک از خود خاصیت کسری نشان می‌دهند و همین مسئله سبب ایجاد امپدانس کسری می‌شود.

---
۱ Westerlund
۲ Poly Vinylidene Fluoride
۳ Metalized Paper

$$z = \frac{1}{(C\omega j)^{\alpha}} \quad , \quad \alpha \in R^{+} \tag{۱۴-۳}$$

علاوه بر سلف‌ها و خازن‌ها بسیاری از مدارهای دینامیکی با استفاده از مدل‌های مرتبه کسری بهتر توصیف می‌شوند[۳۰]. ذکر این نکته ضروری است که همه دستگاه‌ها ذاتا رفتاری کسری دارند اما خیلی از آن‌ها دارای خاصیت کسری کمی می‌باشند، به همین دلیل بسیاری از مدل‌های صحیح موجود توانایی پاسخ به نیاز طراح را دارند.

۳-۴-۱ مدل کسری موتور جریان مستقیم[۳۱]

مدل الکتریکی و مکانیکی مشابه مدل سازی مرتبه صحیح بوده با این تفاوت که مرتبه مشتق گیر غیرصحیح و برابر α_2, α_1 فرض شده که در نتیجه

$$L.\frac{d^{\alpha_1} i(t)}{d^{\alpha_1} t} = R.i(t) + K_e.\omega(t) + V \tag{۱۵-۳}$$

با اعمال قانون نیوتون برای گشتاورهای ایجاد شده در قسمت مکانیکی داریم:

$$J.\frac{d^{\alpha_2} \omega(t)}{d^{\alpha_2} t} + b.\omega(t) = k_t.i(t) \tag{۱۶-۳}$$

در نتیجه معادلات فضای حالت به صورت (۱۷-۳) و (۳-۱۸) خواهد بود.

$$\begin{bmatrix} D^{\alpha_1} I \\ D^{\alpha_2} \omega \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{-R}{L} & \frac{-K_e}{L} \\ \frac{K_t}{J} & \frac{-b}{J} \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} I(t) \\ \omega(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{L} \\ 0 \end{bmatrix} .V \tag{۱۷-۳}$$

$$y = [0 \quad 1]. \begin{bmatrix} i(t) \\ \omega(t) \end{bmatrix} \tag{۱۸-۳}$$

با توجه به معادله فضای حالت (۳-۱۷) و (۳-۱۸) و با فرض $\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha$ ، تابع تبدیل سرعت به ولتاژ به صورت رابطه (۳-۱۹) بدست خواهد آمد.

$$G(s) = \frac{\omega(s)}{V(s)} = \frac{k_t}{(L\,s^{\alpha} + R\,)(Js^{\alpha} + b) + k_t.k_e} \qquad (۱۹\text{-}۳)$$

۳-۵ شناسایی مرتبه کسری موتور الکتریکی جریان مستقیم

شناسایی سیستم ها با مدل مرتبه کسری به این دلیل حائز اهمیت است که به کمک آن سیستم های مرتبه بالا را می توان با سیستم مرتبه کسری با همان خصوصیات ولی دارای مرتبه بسیار کمتر تخمین زد و از طرف دیگر خیلی از سیستم ها با مرتبه صحیح به خوبی مدل نمی‌شوند. دلایل ذکر شده از مهمترین دلایل استفاده از شناسایی مرتبه کسری می‌باشند[۳۲]. قبل از ورود به بخش شناسایی به روش پیشنهادی نیاز است که ماتریس‌های عملگر تعمیم یافته از توابع بلوک پالس[۱]معرفی شود.

۳-۵-۱ ماتریسهای عملگرتعمیم یافته از توابع بلوک پالس[۷]

توابع بلاک پالس $\Psi_i(t)$ زیر مجموعه‌ای از توابع متعامد می‌باشند که در بازه زمانی $\left[0,T\right]$ به صورت معادله (۳-۲۰) تعریف می‌شوند.

$$\Psi_i(t) = \begin{cases} 1 & \frac{i-1}{M}T \le t < \frac{i}{M}T \\ \\ 0 & elsewhere \end{cases} \qquad (۲۰\text{-}۳)$$

که در آن i=1,2,…,M و M که نشان دهنده تعداد توابع اولیه استفاده شده می باشد.

هر تابع انتگرالی در بازه $\left[0,T\right]$ امکان بسط آن توسط تابع بلاک پالس به صورت بیان شده در ادامه می‌باشد.

[۱] Generalized operational matrices of block pulse functions

$$f(t) \cong f^T \Psi_{(M)}(t) = \sum_{i=1}^{M} f_i \Psi_i(t)$$ (۳-۲۱)

که در آن $f^T = [\, f_1 \quad f_2 \quad \dots \quad f_M \,]$ و

$$f_i = \frac{M}{T} \int_0^T f(t) \psi_i(t) dt = \frac{M}{T} \int_{(i-1)T/M}^{iT/M} f(t) \psi_i(t) dt$$ (۳-۲۲)

$$\Psi^T_{(M)}(t) = [\psi_1(t), \psi_2(t), \dots, \psi_M(t)]$$ (۳-۲۳)

با توجه به تعریف انتگرال گیر کسری ریمان- لیوویل(۳-۲۴)، توابع اولیه بلاک پالس به صورت زیر محاسبه خواهند شد.

$$(I_a^{\alpha} f)(t) = \frac{1}{\Gamma(\alpha)} \int_a^t \frac{f(\tau)}{(t-\tau)^{1-\alpha}} d\tau \qquad t > a$$ (۳-۲۴)

$$(I_0^{\alpha} \Psi_{(M)})(t) = \frac{1}{\Gamma(\alpha)} \int_0^t (t-\tau)^{\alpha-1} \Psi_{(M)}(\tau) d\tau = \frac{1}{\Gamma(\alpha)} t^{\alpha-1} * \Psi_{(M)}(\tau)$$ (۳-۲۵)

رابطه (۳-۲۵) را طبق مرجع [۷] می‌توان به صورت ماتریسی زیر نوشت:

$$(I_0^{\alpha} \Psi_{(M)})(t) \cong F_a \Psi_{(M)}(t)$$ (۳-۲۶)

که در آن

$$F_{\alpha} = (\frac{T}{M})^{\alpha} \frac{1}{\Gamma(\alpha+2)} \begin{pmatrix} f_1 & f_2 & f_3 & \cdots & f_M \\ 0 & f_1 & f_2 & \cdots & f_{M-1} \\ \vdots & \ddots & f_1 & \cdots & f_{M-2} \\ \vdots & & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & \cdots & \cdots & f_1 \end{pmatrix}$$ (۳-۲۷)

$$f_1 = 1,\ f_p = p^{\alpha+1} - 2(p-1)^{\alpha+1} + (p-2)^{\alpha+1}$$

در نتیجه داریم:

$$(I_0^{\alpha} f)(t) \cong f^T F_a \Psi_{(M)}(t) \qquad (۳-۲۸)$$

اثبات رابطه (۳-۲۷) در پیوست الف آمده است.

۵-۶ شناسایی موتور جریان مستقیم با مدل مرتبه کسری با استفاده از روش پیشنهادی

در این روش مدل مرتبه کسری موتور جریان مستقیم با استفاده از ماتریس‌های عملگر تعمیم یافته از توابع بلوک پالس به معادلات جبری تبدیل می‌شوند. با این روش خروجی سیستم مرتبه کسری که باید شناسایی گردد تبدیل به یک معادله جبری می شود و در نتیجه مسئله شناسایی به یک مسئله بهینه سازی چند وجهی تبدیل می‌گردد که هدف آن کمینه کردن خطا بین خروجی سیستم و خروجی تخمین زده شده می‌باشد. گام‌های شناسایی موتور جریان مستقیم به شرح زیر می‌باشد.

گام اول : نوشتن مدل مرتبه کسری موتور جریان مستقیم

با ساده سازی مدل تابع تبدیل سرعت به ولتاژ ورودی داریم :

$$G(s)=\frac{\omega(s)}{V(s)}=\frac{k_t}{(L\,s^{\alpha}+R)(Js^{\alpha}+b)+k_t.k_e}=\frac{\frac{k_t}{LJ}}{s^{2\alpha}+\frac{Lb+RJ}{LJ}s^{\alpha}+\frac{Rb+k_tk_e}{LJ}} \qquad (۳-۲۹)$$

با فرض $a_1=\frac{Lb+RJ}{LJ}, a_2=\frac{Rb+k_tk_e}{LJ}, b_0=\frac{k_t}{LJ}$ فرض کرده درنتیجه رابطه (۳-۳۰) بدست خواهد آمد.

$$G(s)=\frac{\omega(s)}{V(s)}=\frac{b_0}{s^{2\alpha}+a_1s^{\alpha}+a_2} \qquad (۳-۳۰)$$

گام دوم : با تقسیم صورت و مخرج بر $s^{2\alpha}$ داریم:

$$G(s)=\frac{\omega(s)}{V(s)}=\frac{b_0s^{-2\alpha}}{1+a_1s^{-\alpha}+a_2s^{-2\alpha}} \qquad (۳-۳۱)$$

با استفاده از رابطه (۳-۲۸) برای ورودی و خروجی های به ترتیب روابط (۳۲-۳) و (۳۳-۳) حاصل خواهد شد.

$$(I_0^{\alpha}v)(t) \cong V^T F_a \Psi_{(M)}(t) \qquad (۳۲\text{-}۳)$$

$$(I_0^{\alpha}\omega)(t) \cong W^T F_a \Psi_{(M)}(t) \qquad (۳۳\text{-}۳)$$

که در آن $W^T = [\omega_1, \omega_2, ..., \omega_M], V^T = [v_1, v_2, ..., v_M]$.

سپس رابطه (۳-۳۱) به صورت زیر بیان خواهد شد.

$$W^T D \Psi_{(M)}(t) = V^T N \Psi_{(M)}(t) \qquad (۳۴\text{-}۳)$$

که در آن $D = (I + a_1 F_{\alpha} + a_2 F_{2\alpha}), \quad N = (b_0 F_{2\alpha})$.

با توجه به معادله (۳-۳۴)، بردار W^T را می توان به صورت (۳۵-۳) نوشت.

$$W^T = V^T N D^{-1} \qquad (۳۵\text{-}۳)$$

و از طرف دیگر

$$\omega(t) = W^T \Psi_{(M)}(t) \qquad (۳۶\text{-}۳)$$

گام سوم: تخمین پارامترها

با جایگذاری معادله (۳-۳۵) در معادله (۳-۳۶)، خروجی را به صورت زیرخواهیم داشت.

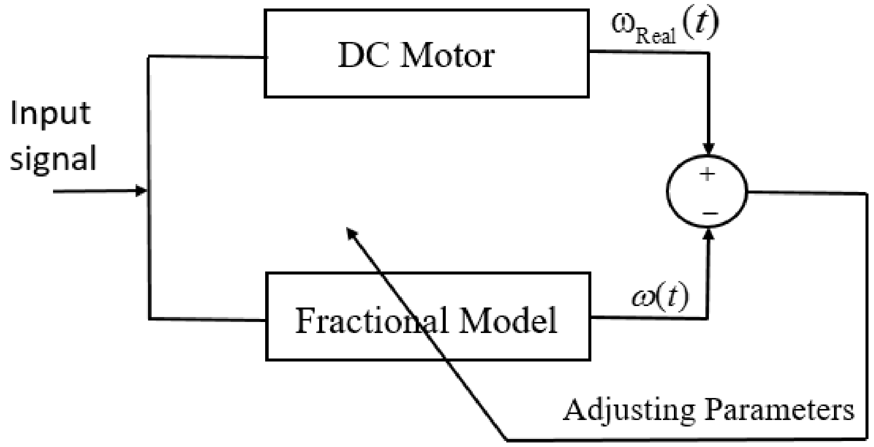
$$\omega(t) = V^T N D^{-1} \Psi_{(M)}(t) \qquad (۳۷\text{-}۳)$$

که در آن N, D به ترتیب شامل پارامترهای مخرج و صورت می‌باشند. مقدار بهینه پارامترها توسط کمینه کردن تابع هدف در رابطه (۳-۳۸)، به دست خواهد آمد. که در این پایان‌نامه برای کمینه کردن تابع هدف(J) در رابطه (۳-۳۸) از الگوریتم ژنتیک استفاده شده است و همچنین برای اجتناب از کمینه محلی و امکان شناسایی درست سیستم از مقادیر بدست آمده در روش حداقل مربعات برای مقادیر اولیه استفاده می‌شود.

توضیحات مربوط به الگوریتم ژنتیک در پیوست ب آمده است.

$$J=\min\frac{1}{L}\sum_{t=1}^{L}[\omega_{\mathrm{Real}}(t)-\omega(t)]^2 \qquad (۳-۳۸)$$

L در رابطه (۳-۳۸) برابر تعداد داده‌های نمونه برداری شده می‌باشد.



شکل ۳-۷ شمای کلی شناسایی پارامترهای موتور دارای مدل مرتبه کسری

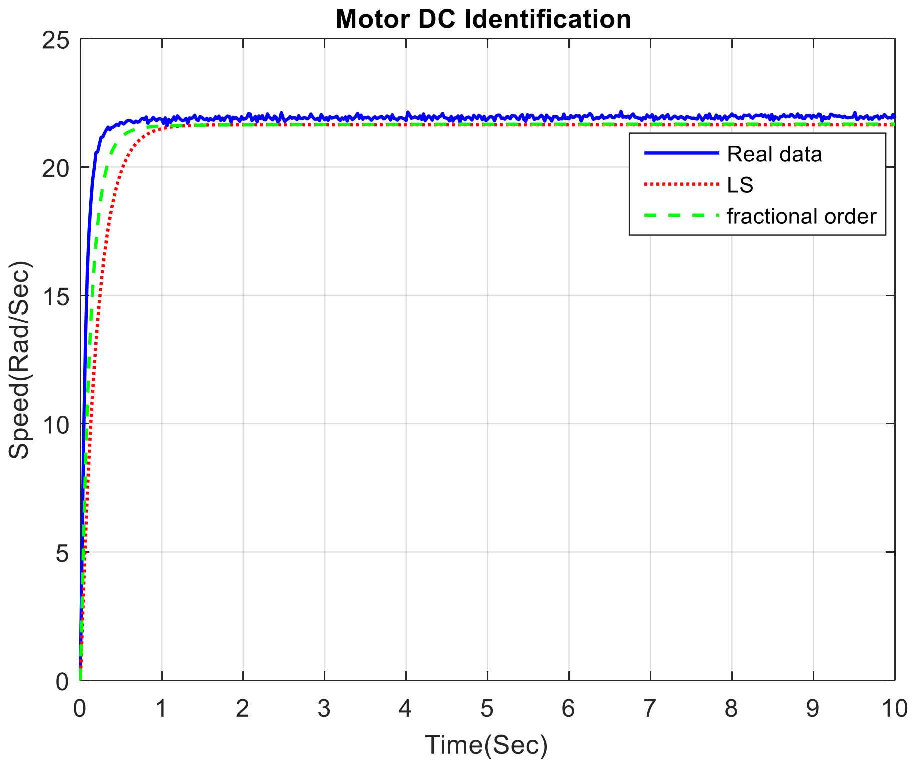
پارامترهای سیستم (۳-۳۰) به صورت $a_1=217.0013, a_2=1525.1146, b_0=4716.0248,$ $\alpha=0.9742$ تخمین زده شد.

در نتیجه تابع تبدیل سرعت به ولتاژ ورودی عبارتست از

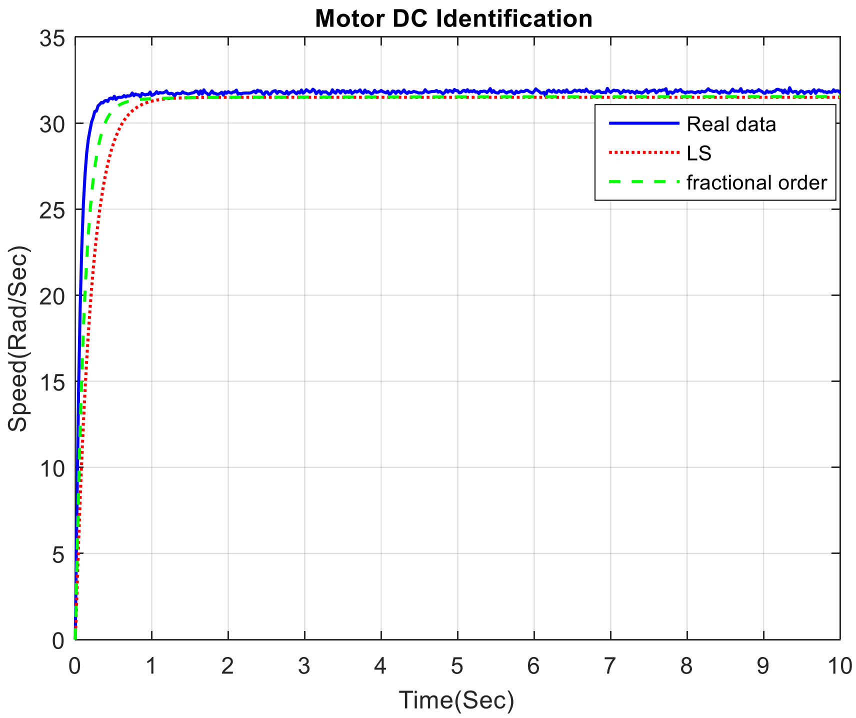
.

$$G(s)=\frac{\omega(s)}{V(s)}=\frac{4716.0248}{s^{1.9484}+217.0013s^{0.9742}+1525.1146} \qquad (۳-۳۹)$$

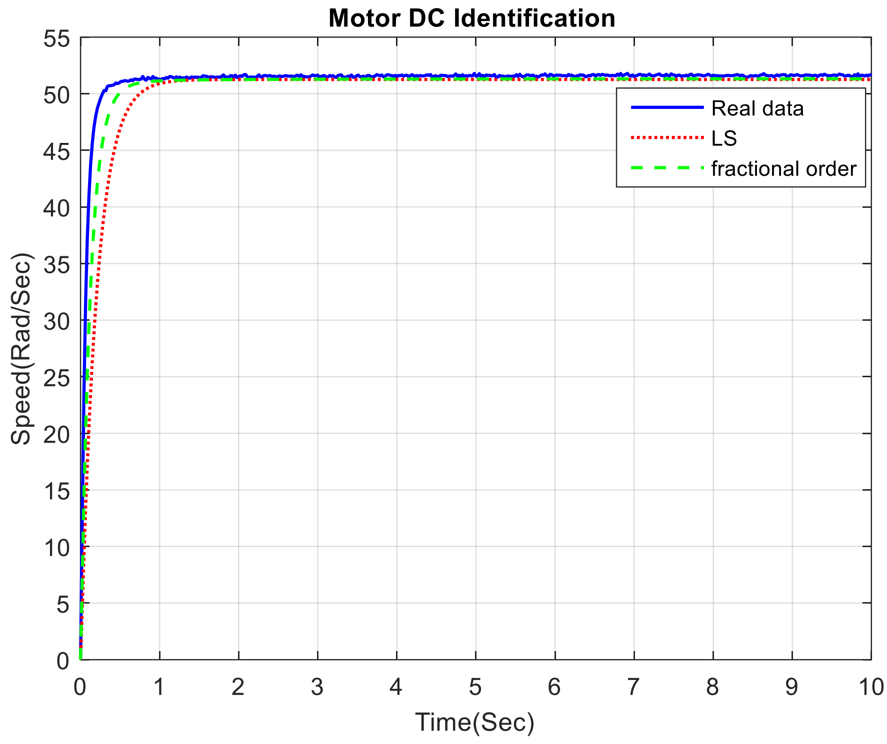
برای بررسی صحت تخمین زده شده پاسخ پله را به ازای چند ورودی مختلف برای آن ترسیم شده و با پاسخ پله حاصل از داده های واقعی و همچنین داده‌های حاصل از تابع تبدیل مرتبه صحیح مقایسه می‌گردد. نتایج به ترتیب در شکل‌های ۳-۸ تا ۳-۱۰ نشان داده شده است.



شکل ۳-۸ پاسخ پله برای ولتاژ۷/۱ ولت



شکل ۳-۹ پاسخ پله برای ولتاژ ۱۰/۲



شکل ۳-۱۰ پاسخ پله برای ولتاژ ۱۶/۶

همانطور که در شکل‌های ۳-۸ تا ۳-۱۰ مشاهده می‌شود. تابع تبدیل مرتبه کسری دارای تطبیق بیشتری بوده اما تفاوت چندانی با تابع تبدیل مرتبه صحیح ندارد که نشان دهنده آن است دستگاه شناسایی شده با دقت خیلی بالایی به صورت مرتبه صحیح کار می‌کند.

۳-۷ جمع بندی

در این فصل ابتدا مدل فضای حالت و تابع تبدیل از مرتبه صحیح برای موتور جریان مستقیم استخراج شد و در ادامه به روش حداقل مربعات پارامترهای تابع تبدیل آن تخمین زده شد. در قسمت دوم این فصل مدل فضای حالت و تابع تبدیل مرتبه کسری برای موتور جریان مستقیم استخراج و با یک روش پیشنهادی پارامترهای آن تخمین زده شد. در پایان نتایج حاصل از تخمین مرتبه صحیح و کسری با نتایج حاصل از داده‌های واقعی بدست آمده از موتور بوهلر مدل C 4713-60112 مقایسه گردید. و همانگونه که انتظار می‌رفت مدل مرتبه کسری دارای تطبیق بیشتری بوده اما با مدل مرتبه صحیح تفاوت ملموسی ندارد.

فصل چهارم

طراحی کنترل کننده مرتبه کسری

۴-۱ مقدمه

موتور های جریان مستقیم به دلیل انعطاف پذیری بالا و هزینه پایین در صنعت کاربردهای فراوانی دارند. از این رو چگونگی کنترل آنها از اهمیت بالایی برخوردار است. روش‌های مختلفی برای کنترل سرعت آن در صنعت وجود دارد. در این پایان نامه برای کنترل سرعت و بهبود عملکرد و دستیابی به پاسخ گذرای پایدارتر و سریعتر از دو جبران جبران ساز پیش‌فاز[۱] مرتبه صحیح و کسری برای دستگاه مدلسازی شده به صورت مرتبه کسری استفاده می‌شود.

۴-۲ جبران سازها

تغییر یا تنظیم سیستم کنترل برای دستیابی به عملکرد مناسب جبرانسازی نامیده می‌شود و جزئی که به سیستم افزوده می‌شود تا کمبودها و نواقص سیستم اصلی را جبران کند جبران‌ساز نام دارد. به عبارت دیگر منظور از جبران‌ساز تغییر مشخصات دینامیکی سیستم برای برآورده شدن مشخصات داده شده است[۳۳].

روش‌های مختلفی برای طراحی جبران‌سازها وجود دارد. یکی از متداولترین این روش‌ها روش پاسخ فرکانسی می‌باشد. در این روش باید سیستم را به نحوی تغییر داده که پاسخ فرکانسی سیستم جبران شده خواسته‌ها را برآورده کند. چون اثر یک تابع تبدیل سری را به سادگی می‌توان روی نمودار بودی با جمع کردن جبران‌ساز سیستم تعیین کرد معمولا در روش پاسخ فرکانسی از نمودار بودی استفاده می‌شود.

۴-۲-۱ انواع جبران‌سازها

جبران‌ساز پیش‌فاز: در جبران‌ساز پیش‌فاز صفر نسبت به قطب به محور موهومی نزدیک‌تر است بنابراین زاویه مثبت (پیشفازی) ایجاد می‌کند که فرم کلی آن به صورت رابطه (۴-۱) می‌باشد.

$$C(s) = k_c \frac{s+\frac{1}{T}}{s+\frac{1}{\alpha T}} \qquad 0<\alpha<1 \tag{۴-۱}$$

جبران‌ساز پس‌فاز: در جبران‌ساز پس‌فاز قطب نسبت به صفر از محور موهومی دورتر است. بنابراین زاویه منفی(پسفازی) روی محور موهومی ایجاد می‌کند و فرم کلی آن به صورت رابطه (۴-۲) می‌باشد.

---
[۱] Lead

$$C(s) = k_c \frac{s+\frac{1}{T}}{s+\frac{1}{\beta T}} \qquad \beta > 0$$ (۲-۴)

جبران‌ساز پیش‌فاز-پس‌فاز: این جبران‌سازها ترکیب متوالی دو جبران‌ساز بوده و مزایای هر دو جبرانساز را دارا می‌باشد.

$$C(s) = k_c \left(\frac{s+\frac{1}{T}}{s+\frac{1}{\alpha T}} \right) \left(\frac{s+\frac{1}{T}}{s+\frac{1}{\beta T}} \right) \qquad 0<\alpha<1, \quad \beta>1$$ (۳-۴)

۳-۴ طراحی جبران‌ساز پیش‌فاز مرتبه صحیح

در این بخش به طراحی جبران‌ساز پیش‌فاز برای بهبود عملکرد سیستم با استفاده از روش بیان شده در مقاله[۳۴] پرداخته می‌شود.

فرم کلی جبران‌ساز به صورت رابطه (۴-۱) می‌باشد که در آن به ازای $\alpha > 1$ جبران‌ساز پیش‌فاز و به ازای $\alpha < 1$ جبران‌ساز پس‌فاز بدست خواهد آمد. مراحل طراحی جبران ساز به شرح کفته شده در ادامه می‌باشد.

$$G_c(s) = \frac{1+\alpha\tau s}{1+\tau s}$$ (۴-۴)

گام اول: تعیین مقادیر فرکانس گذر بهره مطلوب (ω_c)، اندازه دامنه جبران‌ساز در فرکانس گذر بهره بر حسب دسیبل (M) و فاز جبران‌ساز در فرکانس گذر بهره (p)

$$|G_c(j\omega_c)| = 10^{M/20} \equiv c, \qquad \angle G_c(j\omega_c) = p, \quad \delta = \tan(p)$$ (۵-۴)

که $\frac{-\pi}{2} \le p \le \frac{\pi}{2}$ می‌باشد.

گام دوم: برای این که امکان طراحی جبران‌ساز با خصوصیات فرض شده وجود داشته باشد، باید رابطه (۴-۶) برای جبران‌ساز پیش‌فاز برقرار باشد.

$$c > \sqrt{1+\delta^2}\,, \qquad 0 < p \le \frac{\pi}{2} \tag{۶-۴}$$

برای جبران ساز پس‌فاز باید رابطه (۷-۴) برقرار باشد.

$$c < \sqrt{1+\delta^2}\,, \qquad \frac{-\pi}{2} \le p < 0 \tag{۷-۴}$$

گام سوم: در صورت برقراری شروط بیان شده در گام دوم، مقادیر α و τ به کمک روابط (۴-۸) و (۴-۹) محاسبه می‌شود.

$$\alpha = \frac{c(c\sqrt{1+\delta^2}-1)}{c-\sqrt{1+\delta^2}} \tag{۸-۴}$$

$$\tau = \frac{c-\sqrt{1+\delta^2}}{c\delta\omega_c} \tag{۹-۴}$$

گام چهارم: جایگذاری مقادیر بدست آمده در رابطه (۴-۴) و بررسی عملکرد سیستم با وجود جبران‌ساز مرتبه پیش فاز مرتبه صحیح.

اثرات این جبران ساز عبارتند از، افزودن میرایی بیشتر به سیستم حلقه بسته و کاهش زمان‌های نشست و خیز سیستم، افزایش فاز تابع تبدیل مسیر پیشرو در همسایگی فرکانس عبور بهره و در نتیجه بهبود حاشیه فاز سیستم حلقه بسته، کاهش شیب منحنی اندازه بود تابع تبدیل مسیر پیشرو در فرکانس عبور بهره و در نتیجه بهبود پایداری نسبی در فرم حاشیه فاز و حاشیه بهره و همچنین افزایش پهنای باند سیستم حلقه بسته .

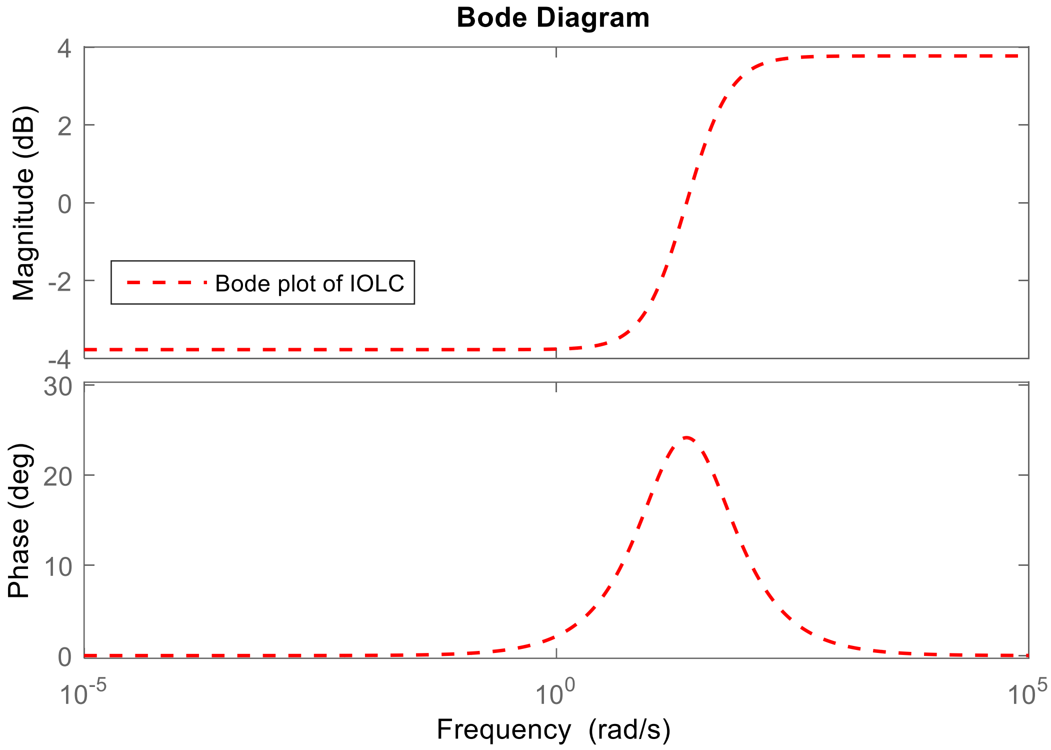
حال به روش گفته شده برای تابع تبدیل مرتبه کسری بدست آمده برای موتور (۴-۱۱) جبران ساز پیش‌فاز مرتبه صحیح طراحی می‌شود.

$$G(s) = \frac{\omega(s)}{V(s)} = \frac{4716.0248}{s^{1.9484}+217.0013s^{0.9742}+1525.1146} \tag{۱۰-۴}$$

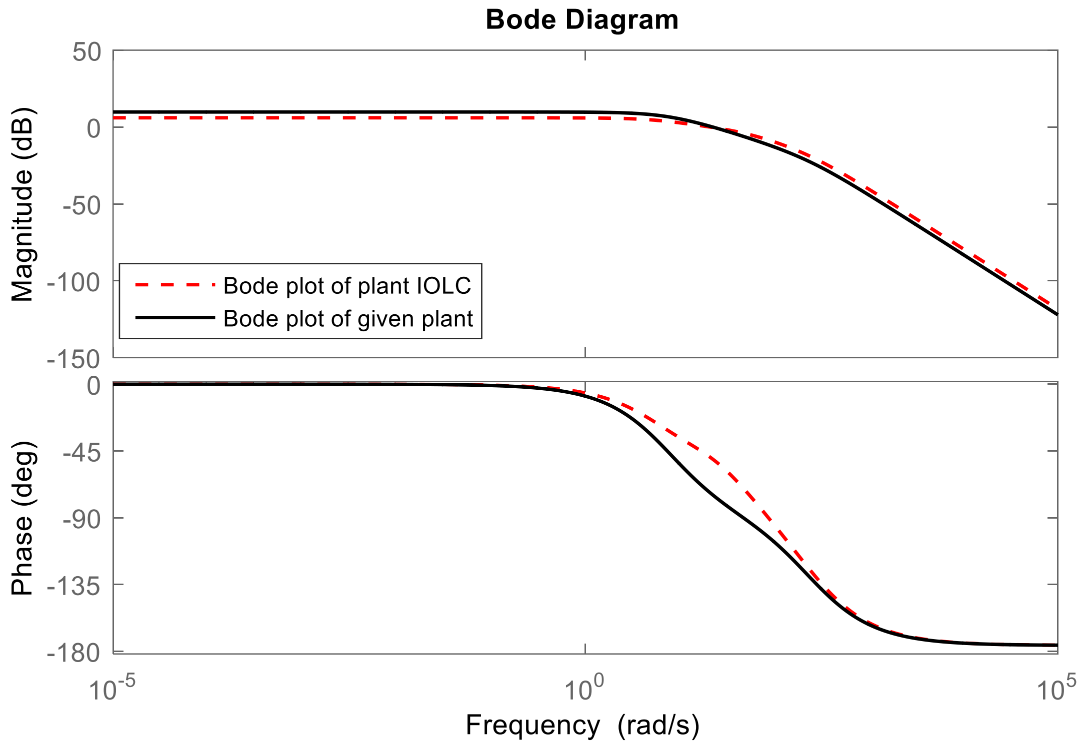
تابع تبدیل معرفی شده (۴-۱۱)، دارای فرکانس گذر بهره ($\omega_c = 22.5139 \quad rad/\sec$)، حد فاز ($\varphi_m = 105.7183 \quad \deg$) و دارای مقدار نهایی ($k_{ss} = 3.09$) می‌باشد. هدف از طراحی دستیابی به فرکانس گذر بهره ($\omega_c = 20 \quad rad/\sec$) حد فاز ($\varphi_m = 130 \quad \deg$) و مقدار نهایی ($k_{ss} = 2$) می‌باشد. طبق

گام‌های گفته شده در ابتدای این بخش، جبران‌ساز مرتبه صحیحی که اهداف تعیین شده را برآورده کند به صورت (۴-۱۱) می‌باشد. نتایج حاصل از جبران ساز مرتبه صحیح طراحی شده در شکل‌های ۴-۱ و ۴-۲ نشان داده شده است.

$$C_1(s) = 0.6472\left(\frac{0.064823s+1}{0.02718s+1}\right) \qquad (۴\text{-}۱۱)$$



شکل ۴-۱ نمودار بود جبران‌ساز پیش‌فاز مرتبه صحیح



شکل ۴-۲ نمودار بود موتور الکتریکی با جبران‌ساز پیش‌فاز مرتبه صحیح

۴-۴ طراحی جبران‌ساز پیش فاز مرتبه کسری[۱]

ساختار کلی جبران‌ساز پیش فاز مرتبه کسری استفاده شده در این پایان نامه به فرم رابطه (۴-۱۲) می‌باشد[۲].

$$C(s) = k'\left(\frac{\lambda s^{\alpha}+1}{x\lambda s^{\alpha}+1}\right) \qquad 0<x<1 \quad , \quad 0\le\alpha\le 2 \qquad (۱۲-۴)$$

مراحل محاسبه پارامترهای جبران‌ساز به شرح گفته شده در ادامه می‌باشد.

گام اول: تعیین مقادیر مطلوب ثابت خطای استاتیکی(k_{ss})، فرکانس گذر بهره مطلوب سیستم جبران شده(ω_c) و همچنین حد فاز مطلوب سیستم جبران شده(φ_m)

[۱] Fractional-order Lead Compensator(FOLC)

گام دوم: محاسبه بهره جبران(k') مطابق رابطه (۴-۱۳) که در آن k ثابت خطای استاتیکی اولیه می-باشد.

$$k' = k_c x = \frac{k_{ss}}{k} \tag{۱۳-۴}$$

گام سوم: محاسبه مقادیر a,b با استفاده از رابطه (۴-۱۴)

$$a + jb = \frac{e^{j(-\pi+\varphi_m)}}{k'G(j\omega_c)} \tag{۱۴-۴}$$

گام چهارم: تعیین کوچکترین مقدار ممکن برای α و جاگذاری آن در داخل روابطه (۴-۱۵) و در نهایت محاسبه مقادیر T,V

$$\begin{aligned} &T\omega_c^{\alpha}\cos(\alpha\pi/2) + TV\omega_c^{2\alpha} + V\omega_c^{\alpha}\cos(\alpha\pi/2)(1-2a) - aV^2\omega_c^{2\alpha} + 1 - a = 0 \\ &T\omega_c^{\alpha}\sin(\alpha\pi/2) - V\omega_c^{\alpha}\sin(\alpha\pi/2) - 2bV\ \omega_c^{\alpha}\cos(\alpha\pi/2) - bV^2\omega_c^{2\alpha} - b = 0 \end{aligned} \tag{۱۵-۴}$$

گام پنجم: تعیین مقدار x با استفاده از V,T حاصل از گام چهارم و روابط $V=\lambda x$ و $T=\lambda$

گام ششم: چک کردن شرط $0<x<1$. اگر برقرار بود از الگوریتم خارج گشته، در غیر این صورت مقدار α را افزایش داده و به گام چهارم برگشته و دوباره مقادیر V,T محاسبه می گردد. تا زمان برقراری شرط x مراحل فوق تکرار می‌شوند.

گام هفتم: پارامترهای بدست آمده از گام های قبل را در ساختار ارائه شده برای جبران‌ساز (۴-۱۲) قرار داده و سپس تاثیر آن را بر روی عملکرد سیستم بررسی می‌شود.

تابع تبدیل مرتبه کسری بدست آمده برای موتور جریان مستقیم که در فصل قبل بدست آمده به صورت رابطه (۴-۱۶) می‌باشد.

$$G(s) = \frac{\omega(s)}{V(s)} = \frac{4716.0248}{s^{1.9484} + 217.0013s^{0.9742} + 1525.1146} \tag{۱۶-۴}$$

تابع تبدیل معرفی شده دارای فرکانس گذر بهره ($\omega_c = 22.5139 \quad rad/\sec$)، حد فاز ($\varphi_m = 105.7183 \quad \deg$) و دارای مقدار نهایی ($k_{ss} = 3.09$) می‌باشد. هدف از طراحی رسیدن به فرکانس گذر بهره ($\omega_c = 20 \quad rad/\sec$) حد فاز ($\varphi_m = 130 \quad \deg$) و مقدار نهایی ($k_{ss} = 2$) می‌باشد. مراحل طراحی جبران‌ساز مرتبه کسری برای سیسستم معرفی شده به شرح گفته شده در ادامه می‌باشد.

گام اول : تعیین ساختار جبران‌ساز مرتبه کسری که به فرم رابطه (۴-۱۲) می‌باشد.

گام دوم: محاسبه مقدار (k') که به کمک رابطه (۴-۱۳) محاسبه می‌شود.

$$k' = \frac{k_v}{k} = \frac{2}{3.09} = .64 \tag{۴-۱۷}$$

گام سوم: از رابطه (۴-۱۴) مقدار a,b را محاسبه می‌کنیم.

$$a + jb = \frac{e^{j(-\pi+\varphi_m)}}{k'G(j\omega_c)} = 1.3022 + j0.5301 \tag{۴-۱۸}$$

حال داریم:

$$a = 1.3022, b = 0.5301 \tag{۴-۱۹}$$

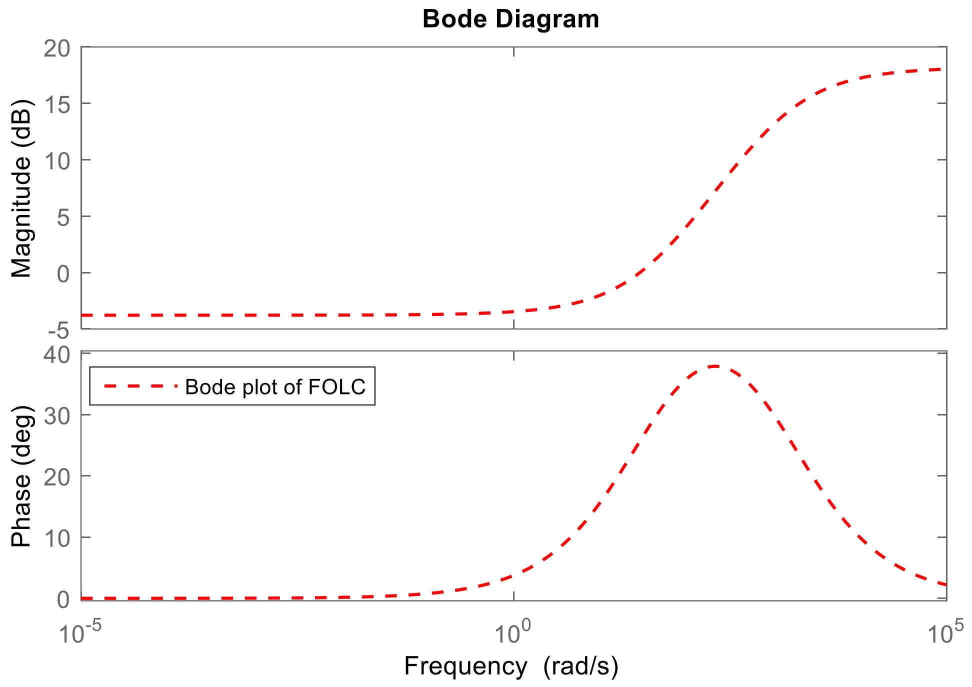
گام چهارم: با فرض $\alpha = .7$ و جایگذاری مقادیر a,b بدست آمده در رابطه (۴-۱۵) مقادیر V,T محاسبه می‌شوند.

$$T = 0.0835, \qquad V = 0.0066 \tag{۴-۲۰}$$

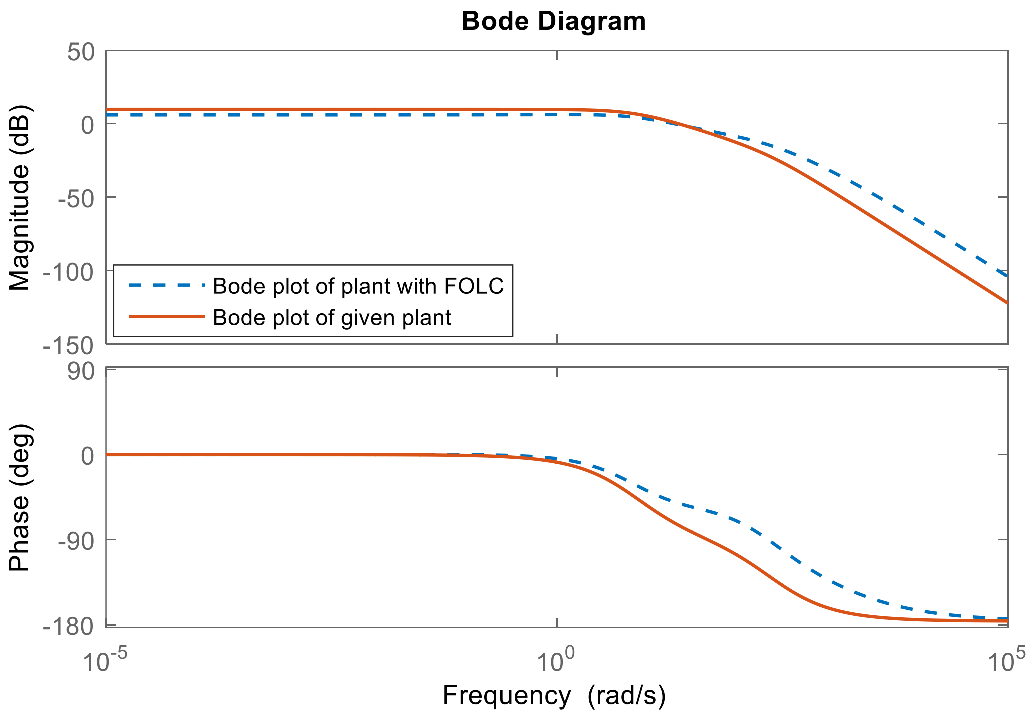
و از طریق رابطه $V = \lambda x, T = \lambda$ مقدار $x = 0.0795, \lambda = 0.0835$ بدست خواهد آمد.

گام پنجم: جایگذاری مقادیر بدست آمده در ساختار جبران‌ساز مرتبه کسری معرفی شده در رابطه (۱۲-۴) و در نتیجه رابطه (۴-۲۱) حاصل خواهد شد. نمودار بود جبران ساز مرتبه کسری طراحی شده و نتایج حاصل از آن در شکل‌های ۴-۳ و ۴-۴ نشان داده شده است.

$$C_2(s) = 0.6472\left(\frac{0.083502s^{0.7} + 1}{0.006637s^{0.7} + 1}\right) \tag{۴-۲۱}$$



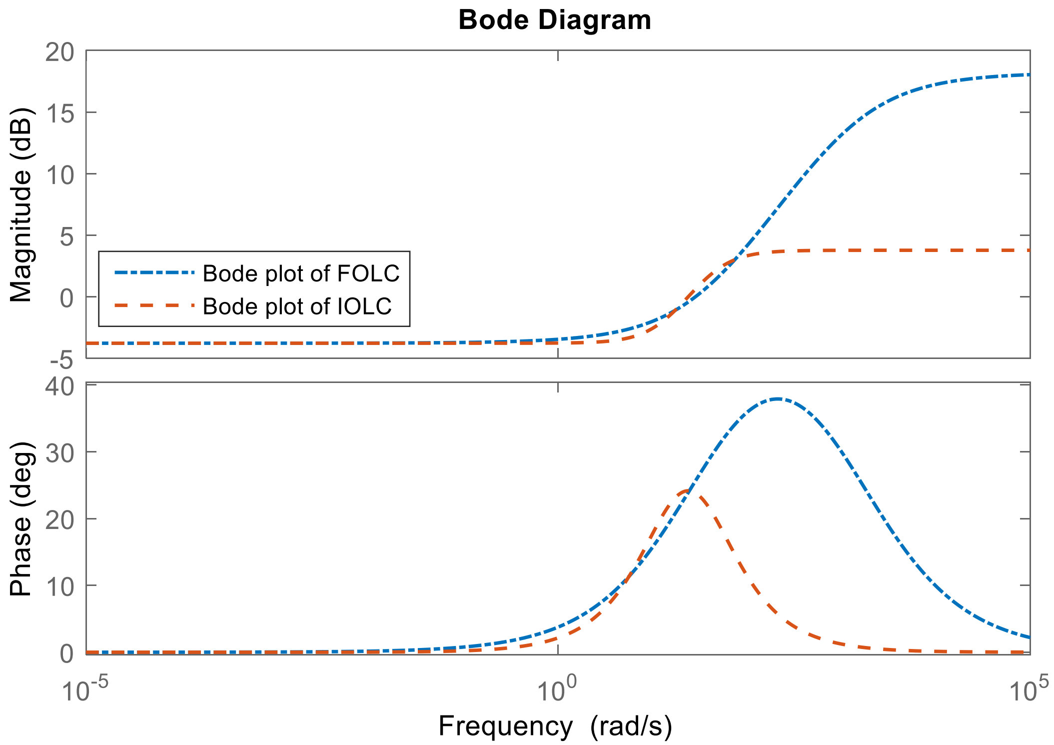
شکل ۴-۳ نمودار بود جبران‌ساز پیش‌فاز مرتبه کسری



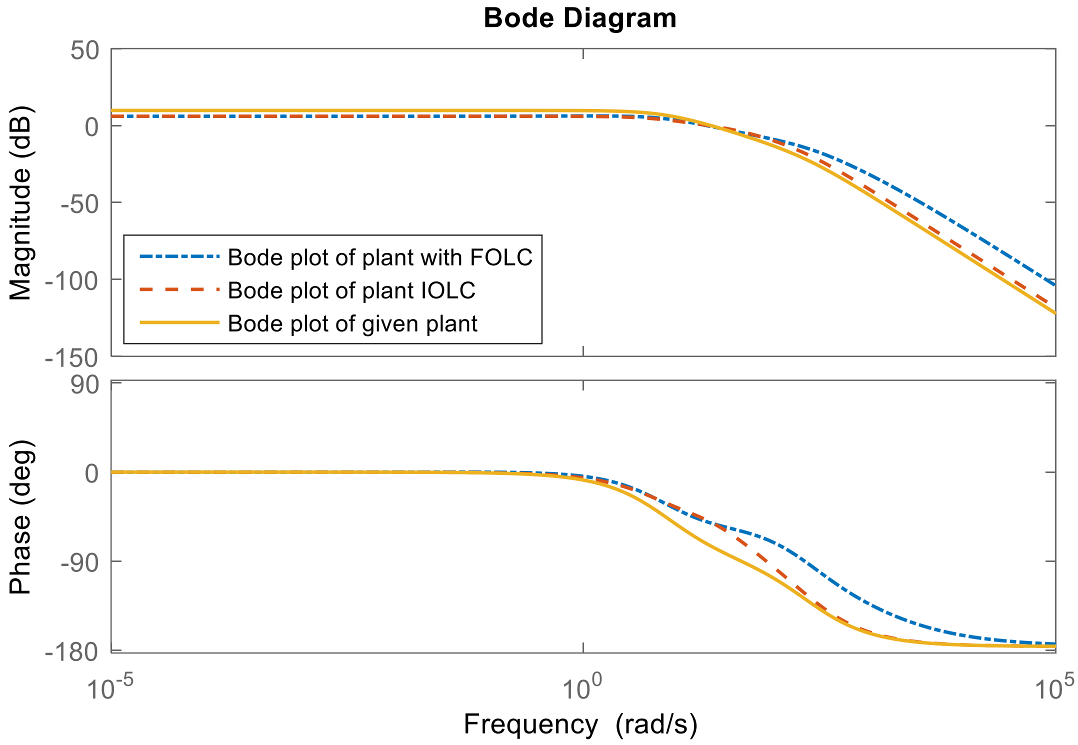
شکل ۴-۴ نمودار بود موتور الکتریکی با جبران‌ساز پیش‌فاز مرتبه کسری

۴-۵ مقایسه جبران‌ساز مرتبه صحیح و کسری

در این بخش به مقایسه جبران‌ساز پیش‌فاز مرتبه صحیح و مرتبه کسری و تاثیر این دو بر پاسخ فرکانسی سیستم پرداخته خواهد شد. دیاگرام بود جبران‌ساز پیش‌فاز مرتبه صحیح (رابطه (۴-۱۱) $C_1(s)$) و جبران‌ساز پیش‌فاز مرتبه کسری (رابطه (۴-۲۱) $C_2(s)$) در شکل ۴-۵ نشان داده شده است. در شکل ۴-۶ سیستم جبران شده به وسیله $C_1(s),C_2(s)$ را نشان می دهد که شرایط مطلوب فرض شده را برآورده می‌کنند. ولی منحنی فاز در سیستم جبران شده با جبران‌ساز پیش‌فاز مرتبه کسری مسطح‌تر می‌باشد که در نتیجه باعث مقاوم شدن سیستم به تغییرات بهره می‌شود. به عبارت دیگر، با تغییر بهره فرکانس گذر تغییر می‌کند اما به دلیل ثابت بودن فاز در محدوده مورد نظر تغییری در حاشیه فاز و در نتیجه فراجهش ایجاد نمی‌گردد.



شکل ۴-۵ نمودار بود جبران‌سازهای پیش‌فاز مرتبه صحیح و کسری



شکل ۴-۶ نمودار بود موتور الکتریکی با جبران‌سازهای مرتبه صحیح و کسری

در جدول ۴-۱ تغییرات حد فاز و زاویه فاز سیستم برای دو جبران ساز پیش‌فاز مرتبه صحیح و کسری در فرکانس‌های نزدیک فرکانس گذر بهره آورده شده است. همانطور که مشاهده می‌شود تغییرات حد فاز برای سیستم جبران شده با جبران ساز مرتبه کسری دارای تغییرات خیلی کمتری می‌باشد که نتیجه آن بهبود عملکرد مقاوم سیستم می‌باشد.

فرکانس	سیستم با جبران ساز $C_1(s)$		سیستم با جبران ساز $C_2(s)$	
	ϕ	φ_m	ϕ	φ_m
۱۵	-۴۵/۷۱	۱۳۴/۲۹	-۴۳/۰۷	۱۳۶/۳
۳۰	-۵۵/۱۱	۱۲۴/۸۹	-۵۸	۱۲۲
۴۵	-۵۹/۲۶	۱۲۰/۷۴	-۶۹/۱	۱۱۰,۹
۶۰	-۶۲/۴۹	۱۱۷/۵۱	-۷۷/۸۲	۱۰۲,۱۸
۷۵	-۶۵/۶۹	۱۱۴/۳۱	-۸۵/۴	۹۴,۶
۹۰	-۶۸/۷	۱۱۱/۳	-۹۱/۶	۸۸,۴
۱۰۰	-۷۰/۳۹	۱۰۹/۶۱	-۹۴/۷۴	۸۵,۲۶
۱۰۵	-۷۱/۲۸	۱۰۸/۷۲	-۹۶/۳۲	۸۳,۶۸
۱۲۰	-۷۴/۱۵	۱۰۵/۸۵	-۱۰۱/۱	۷۸,۹
۱۳۵	-۷۶/۷۶	۱۰۳/۲۴	-۱۰۵/۱	۷۴,۹

جدول ۴-۱ مقایسه زاویه فاز (ϕ) و حد فاز (φ_m) سیستم جبران شده با جبران ساز پیش فازمرتبه صحیح و کسری

۴-۶ نتیجه گیری

در این فصل، در ابتدا انواع جبران‌سازها معرفی گردید. سپس برای تابع تبدیل مرتبه کسری بدست آمده برای موتور جریان مستقیم بیان شده در فصل سوم، دو جبران ساز پیش‌فاز مرتبه صحیح و کسری طراحی گردید و نتایج حاصل از آن‌ها با یکدیگر مقایسه شد. نتیجه حاصل از این مقایسه، مسطح‌تر بودن فاز سیستم جبران شده با جبران ساز مرتبه کسری بوده که سبب افزایش پهنای باند سیستم حلقه بسته و بهبود پایداری نسبی در فرم حاشیه فاز و حاشیه بهره می‌شود.

فصل پنجم

نتیجه گیری و پیشنهادها

۵-۱ نتیجه‌گیری

نتایج حاصل در این پایان نامه، به شرح ذیل می‌باشد:

- موتور جریان مستقیم از عناصر با خاصیت کسری کم و ناچیز تشکیل شده است به دلیل این‌که مدل مرتبه کسری تفاوت چندانی با مدل مرتبه صحیح ندارد.

- کنترل کننده مرتبه کسری در مقابل تغییرات بهره مقاوم‌تر می‌باشد به دلیل این که نمودار تغییرات فاز در فرکانس‌های نزدیک فرکانس گذره بهره مسطح‌تر می‌باشد که از مزیت‌های جبران ساز پیش فاز مرتبه کسری نسبت به مرتبه صحیح آن می‌باشد.

- کنترل‌کننده مرتبه کسری نسبت به مرتبه صحیح دارای فضای عملکرد وسیع‌تری می‌باشد.

پیشنهادها

موارد زیر می‌تواند در کارهای آتی مد نظر قرار گیرد:

- گسترش روش ارائه شده برای مدل سازی سیستم‌هایی با خاصیت کسری بیشتر به عبارت دیگر از این روش برای مدل‌سازی سیستم هایی استفاده شود که مدل مرتبه صحیح نیازهای مورد نظر را پاسخ نداده مانند مدل سازی سیستم‌های زیستی، سیستم‌های رفتاری، رفتار الکتریکی باتری‌ها و غیره

- استفاده از مدل خطی و تاخیردار.

- پیاده سازی آنالوگ جبران ساز پیش فاز مرتبه صحیح و کسری و مقایسه عملکرد آن‌ها.

- پیاده سازی جبران ساز پیش فاز مرتبه صحیح و کسری با آردینو و مقایسه عملکرد آنها.

پیوست

پیوست الف

الف-۱ ماتریسهای عملگرتعمیم یافته از توابع بلوک پالس

با توجه به رابطه (۳-۲۵) و انتگرال مرتبه کسری، بردار تابع $\Psi_{(M)}$ به صورت رابطه (الف-۱) است.

$$I_0{}^{a}\psi_{(M)}(t)=\frac{1}{\Gamma(\alpha)}t^{\tau-1}*\Psi_i(t) \tag{الف-۱}$$

همانطور که مشاهده می‌شود رابطه (الف-۱) کانولوشن دو تابع می باشد. برای ساده‌تر شدن محاسبات رابطه (الف-۱) لاپلاس گرفته می‌شود. در نتیجه داریم:

$$L\left[(I_0{}^{\alpha}\Psi_i)(t)\right]=F_1(s).F_2(s) \tag{الف-۲}$$

که در آن

$$F_1(s)=L\left[\frac{1}{\Gamma(\alpha)}t^{\alpha-1}\right]=\frac{1}{s^{\alpha}} \tag{الف-۳}$$

$$F_2(s)=L[\psi_i(i)]=\frac{1}{s}\left[e^{(((i-1)/M)T)s}-e^{-((i/M)T)s}\right] \tag{الف-۴}$$

بنابراین رابطه (الف-۴) حاصل می‌شود.

$$(I_0{}^{\alpha}\Psi_i)(t)=\frac{1}{\Gamma(\alpha+1)}\left[\left(t-\frac{i-1}{M}T\right)^{\alpha}U\left(t-\frac{i-1}{M}T\right)-\left(t-\frac{i}{M}\right)^{\alpha}U\left(t-\frac{i}{M}T\right)\right] \tag{الف-۵}$$

در رابطه (الف-۵)، عملگر U تابع پله واحد می‌باشد. در گام بعد $(I_0{}^{\alpha}\Psi_i)(t)$ را برحسب تابع بلوک پالس بست می‌دهیم.

$$\phi_1 = \frac{1}{\Gamma(\alpha+1)}\left(t-\frac{i-1}{M}T\right)^{\alpha} U\left(t-\frac{i-1}{M}T\right)$$

(الف-۶)

$$\phi_2 = \frac{1}{\Gamma(\alpha+1)}\left(t-\frac{i}{M}T\right)^{\alpha} U\left(t-\frac{i}{M}T\right)$$

با بسط ϕ_1 به تابع بلوک پالس رابطه (الف-۷) حاصل می‌شود.

$$\phi_1 = \sum_{j=1}^{M} c_j \Psi_j(t), \quad c_j = \frac{M}{T}\int_0^T \phi_1(t)\Psi_j(t)dt \qquad \text{(الف-۷)}$$

با توجه به مطالب فوق، رابطه (الف-۷) را می‌توان به صورت رابطه (الف-۸) تعریف کرد.

$$c_j = \begin{cases} 0 & j<i \\ \frac{M}{T}\frac{1}{\Gamma(\alpha+1)}\int_{((j-1/M)T}^{\left(j/M\right)}\left(t-\frac{i-1}{M}T\right)^{\alpha} & j \ge i \end{cases} \qquad \text{(الف-۸)}$$

با ساده سازی رابطه (الف-۸)، رابطه (الف-۹) را خواهیم داشت.

$$c_j = \begin{cases} 0 & j<i \\ \frac{M}{T}\frac{1}{\Gamma(\alpha+2)}\left[(i-j+1)^{\alpha+1}-(j-1)^{\alpha+1}\right] & j \ge i \end{cases} \qquad \text{(الف-۹)}$$

$$K_p = \left(\frac{T}{M}\right)^{\alpha}\frac{1}{\Gamma(\alpha+2)}\left[p^{\alpha+1}-(p-1)^{\alpha+1}\right], \quad p=1,2,...,M \qquad \text{(الف-۱۰)}$$

$$\left[c_1 \quad c_2 \quad .... \quad c_M\right] = \left[0,0,...,0,k_1,k_2,...,k_{M-i+1}\right] \qquad \text{(الف-۱۱)}$$

در رابطه (الف-۱۱)، تعداد صفرها برابر i-1 می‌باشد.

به صورت مشابه $\phi_2(t)$ به وسیله تابع بلوک پالس بسط داده می‌شود.

$$\phi_2(t)=\sum_{j=1}^{M} d_j \psi_j(t) \qquad \text{(الف-۱۲)}$$

در رابطه (الف-۱۲)، مقدار d_j به صورت رابطه (الف-۱۳) محاسبه می‌شود.

$$d_j=\begin{cases} 0 & j<i \\ \dfrac{M}{T}\dfrac{1}{\Gamma(a+1)}\int_{((j-1/M)T}^{\left(j/M\right)}\left(t-\dfrac{i-1}{M}T\right)^{a} & j\geq i \end{cases} \qquad \text{(الف-۱۳)}$$

با نوشتن d_j به صورت بردار

$$\begin{bmatrix} d_1 & d_2 & .... & d_M \end{bmatrix}=\left[0,0,...,0,k_1,k_2,...,k_{M-i+1}\right] \qquad \text{(الف-۱۴)}$$

مطابق رابطه (الف-۱۵) خواهیم داشت.

$$(I_0^{\alpha}\Psi_i)(t)=\phi_1(t)-\phi_2(t)=\sum_{j=1}^{M}(c_j-d_j)\psi_j(t) \qquad \text{(الف-۱۵)}$$

با بازنویسی رابطه (الف-۱۴) به صورت بردار، رابطه (الف-۱۵) حاصل می‌شود.

$$(I_0^{\alpha}\Psi_i)(t)=\left[0,0,...,0,k_1,k_2-k_1,...,k_{M-i+1}-k_{M-i}\right]\psi_{(M)}(t) \qquad \text{(الف-۱۶)}$$

در رابطه (الف-۱۶)، مقدار k_l-k_{l-1} به صورت رابطه (الف-۱۷) محاسبه می‌شود.

$$k_l-k_{l-1}=\left(\frac{T}{M}\right)^{a}\frac{1}{\Gamma(a+2)}\left[l^{a+1}-2(l-1)^{a+1}+(l-2)^{a+1}\right] \qquad \text{(الف-۱۷)}$$

$$l=2,3,...,M \qquad and \qquad k_1=\left(\frac{T}{M}\right)^{a}\frac{1}{\Gamma(a+2)}$$

در نتیجه خواهیم داشت:

$$(I_0{}^{\alpha}\Psi_i)(t)=\left(\frac{T}{M}\right)^a \frac{1}{\Gamma(a+2)}\left[0,0,...,0,\ f_1,\ f_2,...,\ f_{M-i+1}\right]\psi_{(M)}(t) \qquad \text{(الف-۱۸)}$$

در رابطه (الف-۱۸)، پارامترها از طریق رابطه (الف-۱۹) محاسبه می‌شوند.

$$\begin{aligned} &f_1=1,\ f_p=p^{a+1}-2(p-1)^{a+1}+(p-1)^{a+1} \\ &p=2,3,...,M-i+1 \end{aligned} \qquad \text{(الف-۱۹)}$$

در نتیجه انتگرال تابع بلوک پالس به صورت زیر محاسبه می‌گردد.

$$F_\alpha=(\frac{T}{M})^\alpha \frac{1}{\Gamma(\alpha+2)}\begin{pmatrix} f_1 & f_2 & f_3 & \cdots & f_M \\ 0 & f_1 & f_2 & \cdots & f_{M-1} \\ \vdots & \ddots & f_1 & \cdots & f_{M-2} \\ \vdots & & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & \cdots & \cdots & f_1 \end{pmatrix} \qquad \text{(الف-۲۰)}$$

پیوست ب

ب-۱ الگوریتم ژنتیک[۳۵]

الگوریتم ژنتیک، الهامی از علم ژنتیک و نظریهٔ تکامل داروین است و بر اساس بقای برترین‌ها یا انتخاب طبیعی استوار است. و یک روش بهینه‌سازی تصادفی جهت‌دار می‌باشد که به تدریج به سمت نقطه بهینه حرکت می‌کند. در مورد ویژگی‌های الگوریتم ژنتیک در مقایسه با دیگر روش‌های بهینه سازی می‌توان گفت که الگوریتمی است که بدون داشتن هیچ گونه اطلاعی از مسئله و هیچ گونه محدودیتی بر نوع متغیرهای آن برای هر گونه مسئله ای قابل اعمال است و دارای کارآیی اثبات شده‌ای در یافتن بهینه کلی[۱]می‌باشد. توانایی این روش در حل مسائل پیچیده بهینه‌سازی, است که روش‌های کلاسیک یا قابل اعمال نبوده و یا دریافتن بهینه کلی قابل اطمینان نمی‌باشند.

ب-۲ ساختار الگوریتم‌های ژنتیکی

به طور کلی, الگوریتم‌های ژنتیکی از اجزاء زیر تشکیل می‌شوند.

کروموزوم[۲]

در الگوریتم‌های ژنتیکی, هر کروموزوم نشان دهنده یک نقطه در فضای جستجو و یک راه‌حل ممکن برای مسئله مورد نظر است. خود کروموزوم‌ها (راه حل‌ها) از تعداد ثابتی ژن[۳](متغیر) تشکیل می‌شوند. برای نمایش کروموزوم‌ها, معمولاً از کدگذاری‌های دودویی (رشته‌های بیتی) استفاده می‌شود.

جمعیت[۴]

مجموعه‌ای از کروموزوم‌ها یک جمعیت را تشکیل می‌دهند. با تاثیر عملگرهای ژنتیکی بر روی هر جمعیت, جمعیت جدیدی با همان تعداد کروموزوم تشکیل می‌شود.

---

[۱] Global Optimal [۲] Chromosome [۳] Gene [۴] Population

تابع برازندگی[1]

به منظور حل هر مسئله با استفاده از الگوریتم‌های ژنتیکی, ابتدا باید یک تابع برازندگی برای آن مسئله ابداع شود. برای هر کروموزوم, این تابع عددی غیر منفی را برمی‌گرداند که نشان دهنده شایستگی یا توانایی فردی آن کروموزوم است.

عملگرهای ژنتیکی

در الگوریتم‌های ژنتیکی, در طی مرحله تولیدمثل[2]ازعملگرهای ژنتیکی استفاده می‌شود. با تاثیر این عملگرها بر روی یک جمعیت, نسل بعدی آن جمعیت تولید[3]می‌شود. عملگرهای انتخاب[4], آمیزش[5]و جهش[6]معمولاً بیشترین کاربرد را در الگوریتم‌های ژنتیکی دارند. در ادامه هر یک از الگوریتم‌های ذکر شده به صورت جداگانه معرفی می‌شوند.

عملگر انتخاب

این عملگر از بین کروموزوم‌های موجود در یک جمعیت, تعدادی کروموزوم را برای تولید مثل انتخاب می‌کند. کروموزوم‌های برازنده‌تر شانس بیشتری دارند تا برای تولید مثل انتخاب شوند.

عملگر آمیزش

عملگر آمیزش بر روی یک زوج کروموزوم از نسل مولد عمل کرده و یک زوج کروموزوم جدید تولید می‌کند. عملگرهای آمیزش متعددی از قبیل, آمیزش تک نقطه‌ای[7]و آمیزش دو نقطه‌ای[8]وجود دارد.

در آمیزش تک نقطه‌ای, یک موقعیت تصادفی بین دو ژن در نظر گرفته می‌شود. سپس تمامی ژن‌های طرف راست یا طرف چپ این موقعیت در کروموزوم‌های والد با یکدیگر جابجا می‌شوند تا کروموزوم‌های جدید بدست آیند.

---

[1] Fitness Function
[2] Reproduction
[3] Generation
[4] Selection
[5] Crossover
[6] Mutation
[7] One-point Crossover
[8] Two-point Crossover

در آمیزش دو نقطه‌ای، دو موقعیت به صورت تصادفی انتخاب می‌شود و تمامی ژن‌های بین این دو موقعیت در کروموزوم‌های والد با یکدیگر جابجا می‌شوند.

لازم به ذکر است که آمیزش معمولاً بر روی همه زوج کروموزوم‌های انتخاب شده برای جفت‌گیری به کار برده نمی‌شود. معمولاً احتمال آمیزش برای هر زوج کروموزوم بین ۰/۶ تا ۰/۹۵ در نظر گرفته می‌شود که به این عدد نرخ آمیزش[1]یا احتمال آمیزش[2]گفته می‌شود و با p_c نمایش داده می‌شود. در صورتی که بر روی یک زوج کروموزوم عمل آمیزش صورت نگیرد، فرزندان با تکرار نمودن والدین تولید می‌شوند.

عملگر جهش

پس از اتمام عمل آمیزش، عملگر جهش بر روی کروموزوم‌ها اثر داده می‌شود. این عملگر یک ژن از یک کروموزوم را به طور تصادفی انتخاب نموده و سپس محتوای آن ژن را تغییر می‌دهد. اگر ژن از جنس اعداد دودویی باشد، آن را به وارونش تبدیل می‌کند و چنانچه متعلق به یک مجموعه باشد، مقدار یا عنصر دیگری از آن مجموعه را به جای آن ژن قرار می‌دهد. در شکل ۲ چگونگی جهش یافتن پنجمین ژن یک کروموزوم نشان داده شده است.

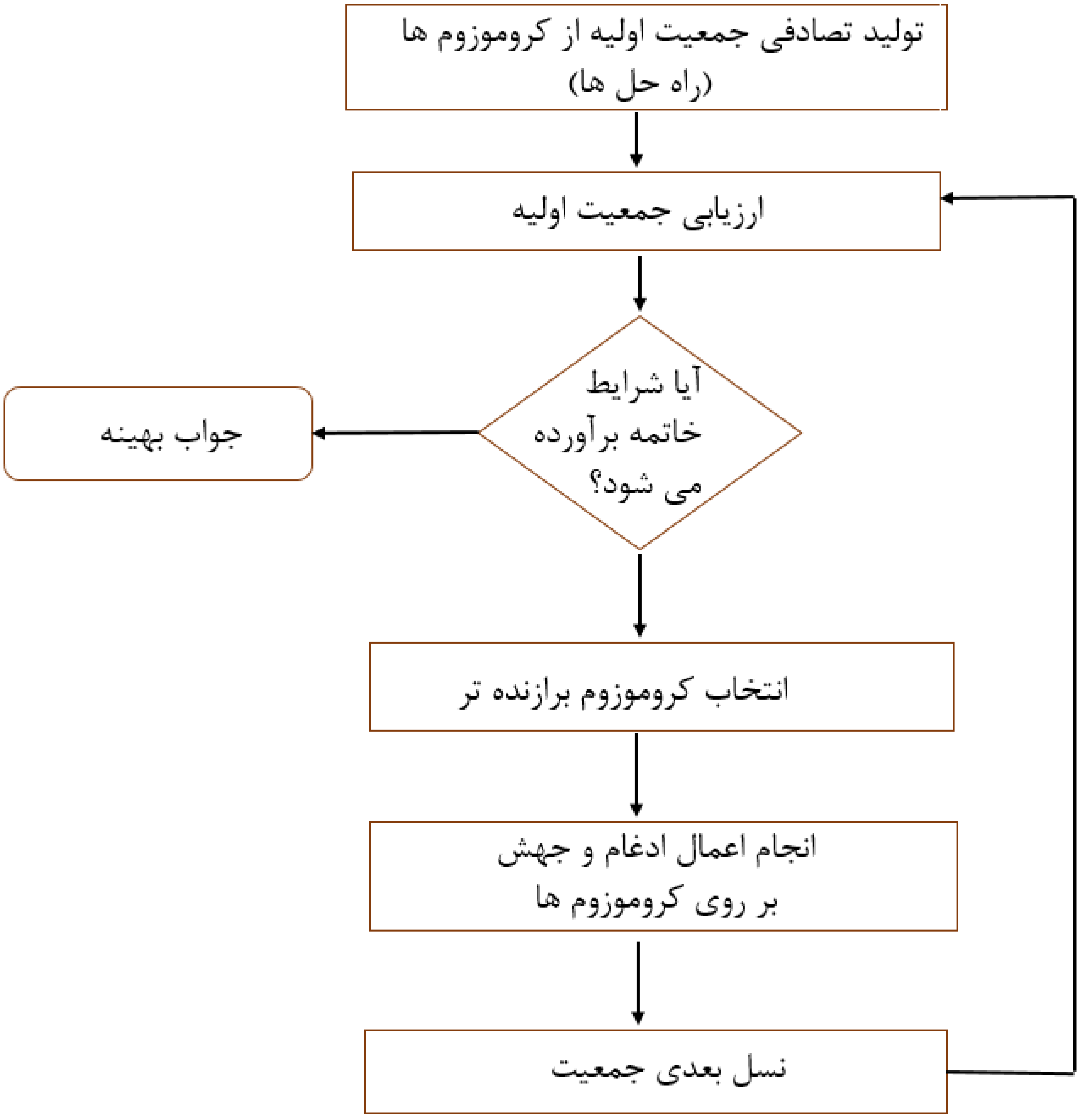
احتمال انجام عمل جهش بر روی هر کروموزوم را نرخ جهش[3]یا احتمال جهش[4] می‌گویند و با p_m نمایش می‌دهند. معمولاً این عدد را بسیار کوچک (مثلاً ۰/۰۰۱) در نظر می‌گیرند.

پس از اتمام عمل جهش، کروموزوم‌های تولید شده به عنوان نسل جدید شناخته شده و برای دور بعد اجرای الگوریتم ارسال می‌شوند.

شکل ب-۱نمودار گردشی الگوریتم‌های ژنتیکی نشان داده شده است. در حالت کلی قبل از این که یک الگوریتم ژنتیکی بتواند اجرا شود، ابتدا باید کدگذاری (یا نمایش) مناسبی برای مسئله مورد نظر پیدا شود. همچنین یک تابع برازندگی نیز باید ابداع شود تا به هر راه حل کدگذاری شده ارزشی را نسبت دهد. در

[1] Crossover Rate
[2] Crossover Probability
[3] Mutation Rate
[4] Mutation Probability

طی اجرا, والدین برای تولید مثل انتخاب می‌شوند و با استفاده از عملگرهای آمیزش و جهش با هم ترکیب می‌شوند تا فرزندان جدیدی تولید کنند. این فرآیند چندین بار تکرار می‌شود تا نسل بعدی جمعیت تولید شود. سپس این جمعیت بررسی می‌شود و در صورتی که ضوابط همگرایی برآورده شوند, فرآیند فوق خاتمه می‌یابد.



شکل ب-۱ نمودار گردشی الگوریتم‌های ژنتیکی

مراجع

[۱] محمد صالح تواضعی, مهسان توکلی کاخکی, سیستمهای کنترل کننده مرتبه کسری. تهران: انتشارات دانشگاه صنعتی خواجه نصیر الدین طوسی, ۱۳۹۴.

[۲] S. P. Jadhav and S. T. Hamde, "A simple method to design robust fractional-order lead compensator," *Int. J. Control. Autom. Syst.*, pp. 1–13, 2017.

[۳] Barbosa, Ramiro S., JA Tenreiro Machado, and Isabel S. Jesus. "Effect of fractional orders in the velocity control of a servo system." *Computers & Mathematics with Applications*" 1679-1686. 2010.

[٤] S. M. A. Pahnehkolaei, A. Alfi, and J. A. T. Machado, "Chaos suppression in fractional systems using adaptive fractional state feedback control," *Chaos, Solitons & Fractals*, vol.103, pp. 488-503,2017.

[٥] K. Diethelm, The analysis of fractional differential equations: An application-oriented exposition using differential operators of Caputo type. Springer, 2010.

[۶] ع. م. موحد, "طراحی کنترل کسری توربین بادی محور افقی یک کیلووات از نوع استال کنترل" دانشگاه صنعتی شاهرود, ۱۳۹۵.

[۷] Y. Tang, H. Liu, W. Wang, Q. Lian, and X. Guan, "Parameter identification of fractional order systems using block pulse functions," Signal Processing, vol. 107, pp. 272–281, 2015.

[۸] C. A. Monje, Y. Chen, B. M. Vinagre, D. Xue, and V. Feliu-Batlle, *Fractional-order systems and controls: fundamentals and applications*. Springer Science & Business Media, 2010.

[۹] I. Petráš, Fractional-order nonlinear systems: modeling, analysis and simulation. Springer Science & Business Media, 2011.

[۱۰] A. Tepljakov, E. Petlenkov, J. Belikov, and J. Finajev, "Fractional-order controller design and digital implementation using FOMCON toolbox for MATLAB," in Computer Aided Control System Design (CACSD), 2013 IEEE Conference on, 2013, pp. 340–345.

[۱۱] B. M. Vinagre, I. Podlubny, A. Hernandez, and V. Feliu, "Some approximations of fractional order operators used in control theory and applications," Fract. Calc. Appl. Anal, vol. 3, no. 3, pp. 231–248, 2000.

[۱۲] T. Verma and A. K. Mishra, "Comparative Study of PID and FOPID Controller Response for Automatic Voltage Regulation," IOSR J. Eng., vol. 4, no. 9, pp. 41–48, 2014.

[۱۳] J. A. Romero, R. Sanchis, and E. Arrebola, "Experimental study of event based PID controllers with different sampling strategies. Application to brushless DC motor

networked control system," in Information, Communication and Automation Technologies (ICAT), 2015 XXV International Conference on, 2015, pp. 1–6.

[١٤] A. A. A. Emhemed and R. Bin Mamat, "Modelling and simulation for Industrial DC Motor using Intelligent control," *Procedia Eng.*, vol. 41, pp. 420–425, Jan. 2012.

[١٥] J. F. Gieras, *Permanent magnet motor technology: design and applications*. CRC press, 2002.

[١٦] Shao, Jianwen. "An improved microcontroller-based sensorless brushless DC (BLDC) motor drive for automotive applications." *IEEE Transactions on industry applications* 42.5 (2006): 1216-1221.

[١٧] Ferreira, Hendrik C., et al. *Power line communication*. John Wiley & Sons, Inc., 2010.

[١٨] M. Margolis, *Arduino Cookbook: Recipes to Begin, Expand, and Enhance Your Projects*. " O'Reilly Media, Inc.," 2011.

[١٩] Baraka, Kim, et al. "Low cost arduino/android-based energy-efficient home automation system with smart task scheduling." Computational Intelligence, Communication Systems and Networks (CICSyN), 2013 Fifth International Conference on. IEEE, 2013

[٢٠] J. Oxer and H. Blemings, *Practical Arduino: cool projects for open source hardware*. Apress, 2011.

[٢١] S. U. N. Xu-cai, "The Application of L298N in DC Motor PWM Speed Regulation System [J]," *J. Weifang Univ.*, vol. 4, p. 8, 2009.

[٢٢] Hagiwara, Nobumi, Yoshihisa Suzuki, and Hideaki Murase. "A method of improving the resolution and accuracy of rotary encoders using a code compensation technique." *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement* 41.1 (1992): 98-101.

[٢٣] Calinon, Sylvain, and Aude Billard. "Active teaching in robot programming by demonstration." Robot and Human Interactive Communication, 2007. RO-MAN 2007. The 16th IEEE International Symposium on. IEEE, 2007.

[٢٤] W. Wu, "DC motor parameter identification using speed step responses," *Model. Simul. Eng.*, vol. 2012, p. 30, 2012.

[٢٥] L. Ljung, "System identification," in *Signal analysis and prediction*, Springer, 1998, pp. 163–173.

[۲۶] علی اکبر جلالی، محمدرضا رحمانی، مهدی قاسمی نراقی، کاربرد حسابان کسری در کنترل مقاوم.انتشارات دانشگاه علم صنعت، ۱۳۹۴.

[۲۷] م. کراری, *شناسایی سیستم*. انتشارات دانشگاه صنعنی امیر کبیر, ۱۳۹۲.

[٢٨] A. K. Jonscher, "Dielectric relaxation in solids," *J. Phys. D. Appl. Phys.*, vol. 32, no.

14, p. R57, 1999.

[٢٩] F. Mainardi, *Fractional calculus and waves in linear viscoelasticity: an introduction to mathematical models*. World Scientific, 2010.

[٣٠] I. Podlubny, "Geometric and physical interpretation of fractional integration and fractional differentiation," *arXiv Prepr. math/0110241*, 2001.

[٣١] R. Cipin, C. Ondrusek, and R. Huzlík, "Fractional-order model of dc motor," in *Mechatronics 2013*, Springer, 2014, pp. 363–370.

[٣٢] P. Nazarian, M. Haeri, and M. S. Tavazoei, "Identifiability of fractional order systems using input output frequency contents," *ISA Trans.*, vol. 49, no. 2, pp. 207–214, 2010.

[٣٣] G. C. Goodwin, S. F. Graebe, and M. E. Salgado, "Control system design," *Up. Saddle River*, 2001.

[٣٤] F.-Y. Wang, "The exact and unique solution for phase-lead and phase-lag compensation," *IEEE Trans. Educ.*, vol. 46, no. 2, pp. 258–262, 2003.

[٣٥] M. Mitchell, *An introduction to genetic algorithms*. MIT press, 1998.

Abstract

In this thesis first dc motor parameters have been modeled and estimated then their results compared with real data which obtained from motor encoder. Furthermore, a fractional and an integer order phase-lead compensators applied to the fractional order model to achieve the desired control objectives. Finally, the performance of two compensators, will compare with each other. Results will show that there is no significant difference between fractional and integer model. on the other hand, simulation results will prove that fractional order lead compensator ensures minimum variation around the specified value of the phase margin as compared to its integer-order counterpart. The phase curve of the fractional-order lead compensator is flatter than integer order match. This phase variation is very small if the plant has fractional-order dynamics. The performance of fractional-order lead compensator is more robust than integer-order one, and also improves the stability.

Keywords: fractional-order controller, fractional-order identification, DC Motor, fractional-order Lead Compensator.

Shahrood University of Technology

Faculty of Electrical and Robotic Engineering

M. Sc. Thesis

Identification and Speed Control Improvement for Fractional Order Model of DC Motor

Sina Mehdipoor Pirbazari

Supervisor

Dr. Mohammad Haddad Zarif

Advisor

Dr. Alireza Alfi

January 2018