

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ



دانشکده مهندسی برق و رباتیک

گروه کنترل

رساله دکتری

تحلیل پایداری مقاوم زمان محدود H_∞ برای سیستم کنترل شبکه گسسته با تاخیر
تصادفی

نگارنده: آرزو الهی

استاد راهنما

دکتر علیرضا الفی

بهمن ۹۶

تقدیم به

پدر و مادر عزیز و بزرگوار و همسر مهربانم

که قلم را یارای توصیف زحمات آنها نیست

تقدیر و تشکر

نخستین سپاس و ستایش از آن خداوندی است که بنده کوچکش را در دریای بیکران اندیشه، قطره‌ای ساخت تا وسعت آن را از دریچه اندیشه‌های ناب آموزگارانی بزرگ به تماشا نشیند. لذا اکنون که در سایه‌سار بنده نوازی‌هایش پایان نامه حاضر به انجام رسیده است، بر خود لازم می‌دانم تا مراتب سپاس را از بزرگوارانی به جا آورم که اگر دست یاریگرشان نبود، هرگز این پایان نامه به انجام نمی‌رسید.

سپاس فراوان از زحمات بی‌دریغ استاد محترم جناب آقای دکتر الفی که همواره راه‌گشای کارم بودند و در تمام مراحل این پایان نامه مرا یاری نمودند. از اساتید داور، جناب آقای دکتر فاتح، جناب آقای دکتر قلی زاده، جناب آقای دکتر رنجبر نوعی و نماینده تحصیلات تکمیلی جناب آقای دکتر حداد که ارزیابی این تحقیق را برعهده داشتند، صمیمانه سپاسگزارم.

از تمامی اساتید گروه کنترل دانشگاه صنعتی شاهرود که درطول دوران تحصیل، بنده را یاری نموده‌اند، تشکر و برای ایشان آرزوی موفقیت و بهروزی دارم. همچنین از خانواده عزیزم مخصوصاً پدر و مادر گرانقدرم و همسر صبورم که همواره مایه دلگرمی اینجانب بوده‌اند، کمال قدردانی را دارم.

از دوستان عزیز خانم‌ها لیلا محمدی، صدیقه صدقی، بهشته صادقی، مهرنوش اسدی که اینجانب را یاری کردند نیز کمال تشکر را دارم.

آرزو الهی

بهمن ۹۶

تعهدنامه

اینجانب آرزو الهی دانشجوی دوره دکتری رشته برق کنترل دانشکده برق و رباتیک دانشگاه صنعتی شاهرود، نویسنده تحلیل پایداری مقاوم زمان محدود H_∞ سیستم کنترل شبکه گسسته باتاخیر تصادفی تحت راهنمایی دکتر علیرضا الفی متعهد می‌شوم:

تحقیقات در این پایان‌نامه توسط اینجانب انجام شده است و از صحت و اصالت برخوردار است.

در استفاده از نتایج پژوهش‌های محققان دیگر به مرجع مورد استفاده استناد شده است.

مطالب مندرج در پایان‌نامه تاکنون توسط خود یا فرد دیگری برای دریافت هیچ نوع مدرک یا امتیازی در هیچ جا ارائه نشده است. کلیه حقوق معنوی این اثر متعلق به دانشگاه صنعتی شاهرود می‌باشد و مقالات مستخرج با نام « دانشگاه صنعتی شاهرود » یا «Shahrood University of Technology» به چاپ خواهد رسید.

حقوق معنوی تمام افرادی که در به دست آمدن نتایج اصلی پایان‌نامه تأثیرگذار بوده‌اند در مقالات مستخرج از پایان‌نامه رعایت می‌گردد.

تاریخ: ۱۳۹۶/۱۱/۱۲

امضای دانشجو

مالکیت نتایج و حق نشر

- کلیه حقوق معنوی این اثر و محصولات آن (مقالات مستخرج، کتاب، برنامه‌های رایانه‌ای نرم افزارها و تجهیزات ساخته شده است) متعلق به دانشگاه صنعتی شاهرود می‌باشد. این مطلب باید به نحو مقتضی در تولیدات علمی مربوطه ذکر شود.
- استفاده از اطلاعات و نتایج موجود در پایان‌نامه بدون ذکر مرجع مجاز نمی‌باشد.

چکیده

هدف از این رساله، تحلیل پایداری سیستم کنترل شبکه^۱ گسسته با در نظر گرفتن نامعینی و اغتشاش با استفاده از روش کنترل مقاوم زمان محدود^۲ H_∞ است. در ابتدا پایداری مقاوم زمان محدود H_∞ برای سیستم کنترل شبکه گسسته تنها با تاخیرهای تصادفی مطالعه می‌شود. بدین منظور، کنترل‌کننده پسخورد خروجی برای رسیدن به پایداری زمان محدود و کاهش سطح اغتشاش برای سیستم کنترل شبکه طراحی می‌شود. در این حالت، تاخیرها در کانال کنترل و کانال محرک با توابع توزیع برنولی مستقل از هم مدل می‌شوند. سپس، پایداری مقاوم زمان محدود تصادفی H_∞ سیستم کنترل شبکه با تاخیر متغیربازمان و داده از دست‌رفته^۳ بررسی می‌شود، که داده از دست‌رفته با تابع توزیع برنولی مدل می‌گردد. در این حالت، برای رسیدن به پایداری زمان محدود و کاهش سطح اغتشاش برای سیستم کنترل شبکه، کنترل‌کننده پسخورد حالت طراحی می‌شود. براساس دانش ما این اولین بار است که پایداری مقاوم زمان محدود تصادفی H_∞ سیستم کنترل شبکه با تاخیر متغیربازمان و داده از دست‌رفته برای سیستم گسسته به همراه نامعینی بررسی می‌شود. در نهایت، برای نشان دادن اثربخشی و مزایای روش‌های کنترلی پیشنهادی، مثال‌های عددی برای سیستم کنترل شبکه ارائه می‌شود. نتایج شبیه‌سازی نشان می‌دهند که روش‌های کنترلی پیشنهادی می‌توانند به الزامات عملکردی مورد نیاز دست یابند.

کلمات کلیدی: سیستم کنترل شبکه، کنترل مقاوم زمان محدود، زمان تاخیر، داده از دست‌رفته، پایداری

¹ Networked Control System

² Robust Finite-time Control

³ Packet Dropout

فهرست مطالب

۱-مقدمه.....	۱
۱-۱- سیستم کنترل شبکه.....	۲
۲-۱- کاربردهای سیستم کنترل شبکه.....	۳
۳-۱- مسائل اساسی در سیستم کنترل شبکه.....	۳
۱-۳-۱- تاخیر زمانی.....	۳
۲-۳-۱- از بین رفتن اطلاعات.....	۴
۴-۱- مروری بر کارهای گذشته.....	۶
۱-۴-۱- مدل سازی سیستم کنترل شبکه.....	۷
۲-۴-۱- روش های کنترل شبکه.....	۸
۵-۱- انگیزه تحقیق.....	۱۳
۱-۵-۱- نوآوری رساله.....	۱۵
۶-۱- ساختار کلی رساله.....	۱۶
۲-تعاریف و قضایا	۱۹
۱-۲- مقدمه.....	۲۰
۲-۲- علائم.....	۲۰
۳-۲- قضایا و تعاریف.....	۲۰
۳- بررسی پایداری مقاوم زمان محدود H_∞ سیستم کنترل شبکه زمان گسسته با تاخیر تصادفی.....	۲۳
۱-۳- مقدمه.....	۲۴
۲-۳- سیستم کنترل شبکه.....	۲۴

۲۷	۳-۳- نتایج اصلی.....
۲۷	۳-۳-۱- کراندار بودن زمان محدود تصادفی.....
۳۲	۳-۳-۲- پایداری زمان محدود تصادفی H_{∞}
۳۳	۳-۳-۳- طراحی کنترل کننده پسخورد خروجی.....
۴۰	۳-۴- نتایج شبیه سازی.....
۵۹	۳-۴-۱- نتایج مقایسه.....
۶۱	۳-۵- نتیجه گیری.....
	۴- بررسی پایداری مقاوم زمان محدود H_{∞} سیستم کنترل شبکه زمان گسسته با تاخیر متغیر با زمان و داده از دست رفته.....
۶۳	
۶۴	۴-۱- مقدمه.....
۶۴	۴-۲- سیستم کنترل شبکه با تاخیر متغیر با زمان و داده از دست رفته تصادفی.....
۶۶	۴-۳- نتایج اصلی.....
۶۷	۴-۳-۱- کراندار بودن زمان محدود تصادفی.....
۷۲	۴-۳-۲- پایداری زمان محدود تصادفی H_{∞}
۷۵	۴-۳-۳- طراحی کنترل کننده پسخورد حالت.....
۷۶	۴-۷- نتایج شبیه سازی.....
۸۵	۴-۸- نتیجه گیری.....
۸۷	۵- نتیجه گیری و پیشنهادات.....
۸۸	۵-۱- نتیجه گیری.....
۸۹	۵-۲- پیشنهادات.....
۹۱	۶- پیوست.....

فهرست مقالات مستخرج از رساله

مقالات ژورنالی

- A. Elahi and A. Alfi, "Finite-time H_∞ control of uncertain networked control systems with randomly varying communication delays," *ISA Transactions.*, vol. 69, pp. 65-88, 2017.
- A. Elahi and A. Alfi, "Finite-time H_∞ stability analysis of uncertain networked-based control systems under random packet dropout and varying network delay," *Nonlinear Dynamics.*, vol. 91, pp. 1-19, 2017.

مقالات کنفرانسی

- A. Elahi and A. Alfi, "Finite-time boundedness for a class of networked control systems with random packet dropout and varying network-induced delay," *5th International Conference on Control, Instrumentation, and Automation.*, 2017.
- A. Elahi and A. Alfi, "Finite-time stabilization of networked control systems with randomly varying communication delays," *5th International Conference on Control, Instrumentation, and Automation.*, 2017.

فهرست اشکال

- شکل ۱-۱. سیستم کنترل شبکه..... ۴
- شکل ۲-۱. ساختار کلی سیستم NCS..... ۵
- شکل ۳-۱. نمودار زمانی سیستم NCS..... ۵
- شکل ۴-۱. سیستم فیلترینگ شبکه [۷]..... ۷
- شکل ۵-۱. سیستم کنترل شبکه با کوانتیزر..... ۱۱
- شکل ۶-۱. کنترل پیش‌بین..... ۱۱
- شکل ۱-۳. سیستم کنترل شبکه با تاخیر تصادفی..... ۲۶
- شکل ۲-۳. مسیر حالت متغیرهای حالت سیستم مثال ۱-۳ با $\gamma=1$ ۴۳
- شکل ۳-۳. مسیر حالت متغیرهای حالت کنترل‌کننده مثال ۱-۳ با $\gamma=1$ ۴۳
- شکل ۴-۳. نرم $x_{cl}(k)$ مثال ۱-۳ با $\gamma=1$ ۴۳
- شکل ۵-۳. سیگنال کنترلی مثال ۱-۳ با $\gamma=1$ ۴۴
- شکل ۶-۳. مسیر حالت متغیرهای حالت سیستم مثال ۱-۳ با $\gamma=1.2$ ۴۴
- شکل ۷-۳. مسیر حالت متغیرهای حالت کنترل‌کننده مثال ۱-۳ با $\gamma=1.2$ ۴۴
- شکل ۸-۳. نرم $x_{cl}(k)$ مثال ۱-۳ با $\gamma=1.2$ ۴۵
- شکل ۹-۳. سیگنال کنترلی مثال ۱-۳ با $\gamma=1.2$ ۴۵
- شکل ۱۰-۳. مسیر حالت متغیرهای حالت سیستم مثال ۲-۳ با $\gamma=1$ ۴۷
- شکل ۱۱-۳. مسیر حالت متغیرهای حالت کنترل‌کننده مثال ۲-۳ با $\gamma=1$ ۴۷

- شکل ۳-۱۲. نرم $x_{cl}(k)$ مثال ۳-۲ با $\gamma=1$ ۴۸
- شکل ۳-۱۳. سیگنال کنترلی مثال ۳-۲ با $\gamma=1$ ۴۸
- شکل ۳-۱۴. مسیر حالت متغیرهای حالت سیستم مثال ۳-۲ با $\gamma=1.02$ ۴۸
- شکل ۳-۱۵. مسیر حالت متغیرهای حالت کنترل کننده مثال ۳-۲ با $\gamma=1.02$ ۴۹
- شکل ۳-۱۶. نرم $x_{cl}(k)$ مثال ۳-۲ با $\gamma=1.02$ ۴۹
- شکل ۳-۱۷. سیگنال کنترلی مثال ۳-۲ با $\gamma=1.02$ ۴۹
- شکل ۳-۱۸. مسیر حالت متغیرهای حالت سیستم مثال ۳-۲ با $\bar{\alpha} = \bar{\beta} = 0.7$ و $\gamma=1.02$ ۵۰
- شکل ۳-۱۹. مسیر حالت متغیرهای حالت کنترل کننده مثال ۳-۲ با $\bar{\alpha} = \bar{\beta} = 0.7$ و $\gamma=1.02$ ۵۰
- شکل ۳-۲۰. نرم $x_{cl}(k)$ مثال ۳-۲ با $\bar{\alpha} = \bar{\beta} = 0.7$ و $\gamma=1.02$ ۵۱
- شکل ۳-۲۱. سیگنال کنترلی مثال ۳-۲ با $\bar{\alpha} = \bar{\beta} = 0.7$ و $\gamma=1.02$ ۵۱
- شکل ۳-۲۲. مسیر حالت متغیرهای حالت سیستم مثال ۳-۳ با $\bar{\alpha} = \bar{\beta} = 0.9$ ۵۲
- شکل ۳-۲۳. مسیر حالت متغیرهای حالت کنترل کننده مثال ۳-۳ با $\bar{\alpha} = \bar{\beta} = 0.9$ ۵۲
- شکل ۳-۲۴. نرم $x_{cl}(k)$ مثال ۳-۳ با $\bar{\alpha} = \bar{\beta} = 0.9$ ۵۳
- شکل ۳-۲۵. سیگنال کنترلی مثال ۳-۳ با $\bar{\alpha} = \bar{\beta} = 0.9$ ۵۳
- شکل ۳-۲۶. مسیر حالت متغیرهای حالت سیستم مثال ۳-۳ با $\bar{\alpha} = \bar{\beta} = 0.7$ ۵۴
- شکل ۳-۲۷. مسیر حالت متغیرهای حالت کنترل کننده مثال ۳-۳ با $\bar{\alpha} = \bar{\beta} = 0.7$ ۵۴
- شکل ۳-۲۸. نرم $x_{cl}(k)$ مثال ۳-۳ با $\bar{\alpha} = \bar{\beta} = 0.7$ ۵۵
- شکل ۳-۲۹. سیگنال کنترلی مثال ۳-۳ با $\bar{\alpha} = \bar{\beta} = 0.7$ ۵۵

- شکل ۳-۳۰. مسیر حالت متغیرهای حالت سیستم مثال ۳-۴ با $\bar{\alpha} = \bar{\beta} = 0.9$ ۵۶
- شکل ۳-۳۱. مسیر حالت متغیرهای حالت کنترل کننده مثال ۳-۴ با $\bar{\alpha} = \bar{\beta} = 0.9$ ۵۶
- شکل ۳-۳۲. نرم $x_{cl}(k)$ مثال ۳-۴ با $\bar{\alpha} = \bar{\beta} = 0.9$ ۵۷
- شکل ۳-۳۳. سیگنال کنترلی مثال ۳-۴ با $\bar{\alpha} = \bar{\beta} = 0.9$ ۵۷
- شکل ۳-۳۴. مسیر حالت متغیرهای حالت سیستم مثال ۳-۴ با $\bar{\alpha} = \bar{\beta} = 0.7$ ۵۷
- شکل ۳-۳۵. مسیر حالت متغیرهای حالت کنترل کننده مثال ۳-۴ با $\bar{\alpha} = \bar{\beta} = 0.7$ ۵۸
- شکل ۳-۳۶. نرم $x_{cl}(k)$ مثال ۳-۴ با $\bar{\alpha} = \bar{\beta} = 0.7$ ۵۸
- شکل ۳-۳۷. سیگنال کنترلی مثال ۳-۴ با $\bar{\alpha} = \bar{\beta} = 0.7$ ۵۸
- شکل ۳-۳۸. مسیر حالت متغیرهای حالت سیستم مثال ۳-۱ با $\bar{\alpha} = \bar{\beta} = 0.9$ با استفاده از [۴۶] ۵۹
- شکل ۳-۳۹. مسیر حالت متغیرهای حالت سیستم مثال ۳-۱ با $\bar{\alpha} = \bar{\beta} = 0.7$ با استفاده از [۴۶] ۶۰
- شکل ۳-۴۰. مسیر حالت متغیرهای حالت سیستم مثال ۳-۱ با $\bar{\alpha} = \bar{\beta} = 0.9$ با استفاده از [۴۵] ۶۰
- شکل ۳-۴۱. مسیر حالت متغیرهای حالت سیستم مثال ۳-۱ با $\bar{\alpha} = \bar{\beta} = 0.7$ با استفاده از [۴۵] ۶۰
- شکل ۴-۱. سیستم کنترل شبکه با تاخیر متغیربازمان و داده از دسترفته تصادفی ۶۵
- شکل ۴-۲. احتمال داده از دسترفته با $\bar{\beta} = 0.9$ ۷۹
- شکل ۴-۳. تاخیر زمانی ناشی از شبکه با $1 \leq \tau_k \leq 5$ ۷۹
- شکل ۴-۴. سیگنال کنترلی مثال ۴-۱ برای $1 \leq \tau_k \leq 5$ و $\bar{\beta} = 0.9$ ۷۹
- شکل ۴-۵. مسیر حالت متغیرهای حالت سیستم مثال ۴-۱ برای $1 \leq \tau_k \leq 5$ و $\bar{\beta} = 0.9$ ۸۰
- شکل ۴-۶. مسیر حالت سیستم با استفاده از [۴۶] ۸۰

- شکل ۴-۷. مسیر حالت سیستم با استفاده از [۵۶] ۸۰
- شکل ۴-۸. مسیر حالت سیستم با استفاده از [۴۵] ۸۱
- شکل ۴-۹. مسیر حالت سیستم با استفاده از [۶۰] ۸۱
- شکل ۴-۱۰. نرم $x(k)$ مثال ۴-۱ با $1 \leq \tau_k \leq 5$ و $\bar{\beta} = 0.9$ ۸۱
- شکل ۴-۱۱. اثرات کران بالای تاخیر روی عملکرد H_∞ با استفاده از کنترل کننده پیشنهادی ۸۳
- شکل ۴-۱۲. اثرات داده از دسترفته روی عملکرد H_∞ با استفاده از کنترل کننده پیشنهادی ۸۳
- شکل ۴-۱۳. میانگین مصرف انرژی کنترل کننده پیشنهادی ۸۳
- شکل ۴-۱۴. احتمال داده از دسترفته با $\bar{\beta} = 0.8$ ۸۴
- شکل ۴-۱۵. تاخیر زمانی ناشی از شبکه با $1 \leq \tau_k \leq 10$ ۸۴
- شکل ۴-۱۶. مسیر حالت متغیرهای حالت سیستم مثال ۴-۱ با $1 \leq \tau_k \leq 10$ و $\bar{\beta} = 0.8$ ۸۴
- شکل ۴-۱۷. نرم $x(k)$ مثال ۴-۱ با $1 \leq \tau_k \leq 10$ و $\bar{\beta} = 0.8$ ۸۵
- شکل ۴-۱۸. سیگنال کنترلی مثال ۴-۱ با $1 \leq \tau_k \leq 10$ و $\bar{\beta} = 0.8$ ۸۵

فهرست جداول

جدول ۱-۱. مقایسه کارهای گزارش شده از پایداری زمان محدود..... ۱۴

جدول ۱-۲. سیستم کنترل شبکه با در نظر گرفتن تاخیر مدل شده با تابع توزیع برنولی..... ۱۶

جدول ۴-۱. پارامتر μ برای مقادیر مختلف τ_M ۸۲

جدول ۴-۲. پارامتر μ برای مقادیر مختلف $\bar{\beta}$ ۸۲

فصل اول

مقدمه

۱-۱- سیستم کنترل شبکه

معماری نقطه‌به‌نقطه^۱، ساختار ارتباطی مرسوم برای سیستم‌های کنترل است به‌طوری که سنسور یا محرک توسط یک سیم با کنترل کننده در ارتباط است. در سال‌های اخیر، با توجه به گسترش تنظیم‌های فیزیکی و عملی، معماری نقطه‌به‌نقطه پاسخگوی نیازهای جدید، مانند تشخیص همه‌جانبه، تعمیر و نگهداری آسان، سریع و کم هزینه نیست. این نیازها به ویژه در کنترل سیستم‌های پیچیده و کنترل از راه دور^۲ باید برآورده شوند. برای دستیابی به این نیازها، معماری شبکه شین مشترک^۳ معرفی شده است. استفاده از این معماری مزایای زیادی از جمله افزایش راندمان، انعطاف‌پذیری بالا، قابلیت اطمینان، کاهش هزینه‌های مربوط به تاسیسات و پیکربندی و زمان تعمیرات و نگهداری دارد. در سال‌های اخیر، این معماری، سیستم‌های کنترل مبتنی بر شبکه یا سیستم کنترل شبکه نام گرفت که ترکیبی از دو زمینه کنترل و شبکه کامپیوتری است. سیستم کنترل شبکه در واقع یک نوع سیستم کنترل توزیع شده است که در آن سنسور، محرک و کنترل کننده از طریق شبکه ارتباطی به هم متصل هستند (شکل ۱-۱). سنسور، حالت‌های سیستم را اندازه‌گیری می‌کند و از طریق یک کانال ارتباطی، حالت‌ها را به کنترل کننده انتقال می‌دهد، کنترل کننده این حالت‌ها را دریافت کرده و سیگنال کنترلی مناسب را تعیین می‌کند. سپس از طریق یک شبکه، آن‌ها را به محرک می‌فرستد، محرک سیگنال‌های کنترلی را دریافت کرده و به سیستم اعمال می‌کند. همانطور که در شکل ۱-۱ مشاهده می‌شود، حلقه سیستم کنترل شبکه توسط شبکه ارتباطی کامل می‌شود. وجود شبکه ارتباطی در حلقه کنترلی، بررسی و طراحی سیستم را به مراتب پیچیده‌تر می‌کند. شبکه باعث ایجاد تاخیر و گاهی از بین رفتن اطلاعات و در بعضی از موارد باعث ناپایداری می‌شود. تاخیر ناشی از شبکه معمولاً به این دلیل ایجاد می‌شود که میزان بیت‌هایی که از طریق کانال ارتباطی انتقال می‌یابند، محدود هستند. این رویداد، زمانی اتفاق می‌افتد که هر یک از گره‌ها برای ارسال بسته داده‌ها از طریق یک کانال شلوغ منتظر می‌مانند. کیفیت

¹ Point-to-Point Architecture

³ Common-bus

² Teleoperation

سرویس دهی^۱، می تواند رفتار شبکه زمان حقیقی^۲ را بهبود بخشد، اما هنوز هم، رفتار شبکه به خصوص در رسانه های بی سیم در معرض تداخل و مسیریابی گذرا^۳ است. در حالت کلی، شبکه می تواند پایداری، امنیت و عملکرد هر یک از تجهیزات فیزیکی را تحت تاثیر قرار دهد.

۱-۲- کاربردهای سیستم کنترل شبکه

با توجه به هزینه کم، انعطاف پذیری بالاتر و سیم کشی کمتر، سیستم کنترل شبکه در صنعت مانند ارتباطات از راه دور^۴، کنترل از راه دور، کنترل ارتفاع هواپیما و... به سرعت مورد استفاده قرار گرفت. تکنولوژی شبکه داده، به سرعت در کنترل صنعت و کاربردهای نظامی از جمله، کارخانه های خودروسازی، هواپیماسازی، و کشتی سازی به کار گرفته شد. ارتباط اجزای سیستم کنترل از قبیل سنسورها، کنترل کننده ها و محرک ها از طریق شبکه به طور موثر پیچیدگی سیستم را کاهش داده که منجر به بهینه شدن هزینه ها می گردد. شبکه های مورد استفاده در کاربردهای بیان شده، شبکه های صنعتی خاص مانند CAN^۵ و LAN^۶ می باشد. به هر حال استفاده از شبکه داده عمومی مانند اینترنت^۷ و اینترنت به انعطاف پذیری سیستم و کاهش هزینه ها کمک می کند.

۱-۳- مسائل اساسی در سیستم کنترل شبکه

۱-۳-۱- تاخیر زمانی

مهمترین مساله، تاخیر زمانی ناشی از شبکه شامل تاخیر از سنسور به کنترل کننده و از کنترل کننده به محرک است. این اتفاق زمانی رخ می دهد که تبادل اطلاعات بین سیستم ها از طریق شبکه های ارتباطی صورت می گیرد. این موضوع می تواند عملکرد و پایداری سیستم را تخریب کند. این تاخیر به پارامترهای

¹ Quality-of-Service

² Real time

³ Routing Transients

⁴ Telecommunication

⁵ Controller Area Networked

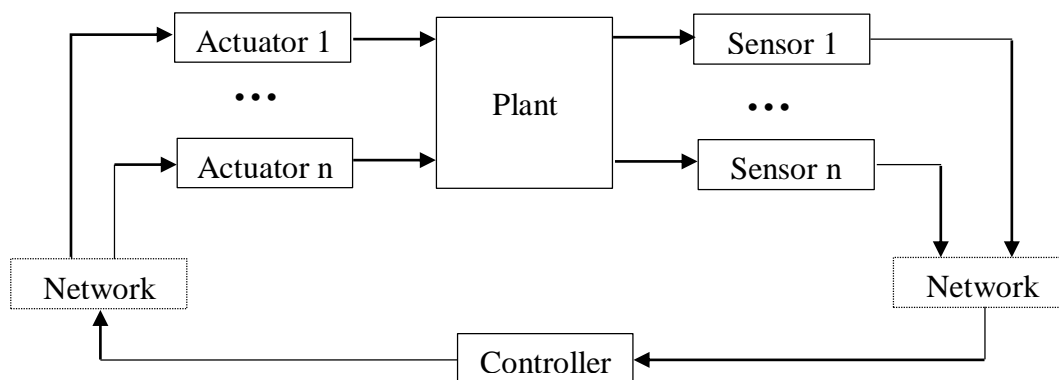
⁶ Local Area Networked

⁷ Ethernet

شبکه مانند بار، وضعیت و برنامه مسیریابی وابسته است. تاخیر می‌تواند ثابت، متغیر با زمان یا حتی تصادفی باشد.

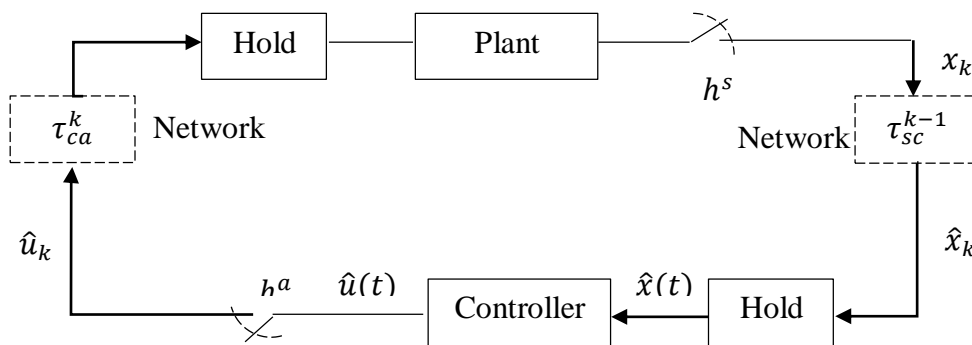
۱-۳-۲- از بین رفتن اطلاعات

از بین رفتن داده‌ها، مساله اساسی دیگری در طراحی سیستم کنترل شبکه است. در چنین سیستم‌هایی، داده‌ها از طریق شبکه به شکل داده انتقال می‌یابند. با توجه به خصوصیات شبکه، سیگنال زمان پیوسته‌ای که از سیستم خارج می‌شود، در ابتدا به منظور انتقال از طریق کانال‌های ارتباطی شبکه باید نمونه برداری شود، اما به دلیل وجود عواملی همچون نویز و نامعینی ممکن است تعدادی از این داده‌ها در طی انتقال از بین بروند؛ در این حالت، میزان تاخیر افزایش می‌یابد. زمانی که چندین داده اطلاعاتی هم‌زمان انتقال می‌یابند، بر حسب زمان مورد محاسبه کنترل‌کننده، دریافت داده‌های اطلاعاتی امری تصادفی می‌شود که این امر آنالیز کنترلی سیستم را پیچیده‌تر می‌سازد. حذف اطلاعات در شبکه گاهی اوقات به دلیل خرابی گره شبکه یا برخورد پیام‌ها با یکدیگر رخ می‌دهد. اگرچه بیشتر پروتکل‌های شبکه به مکانیسم چند بار ارسال مجهز هستند، اما تنها در زمان محدودی می‌توانند برای دومین بار اطلاعات را ارسال کنند. پس از اتمام زمان، داده‌های اطلاعاتی از بین می‌روند. بنابراین، اگر داده‌های کنترل پس‌خورده زمان حقیقی باشند، دور انداختن داده‌های قدیمی می‌تواند سودمند باشد.

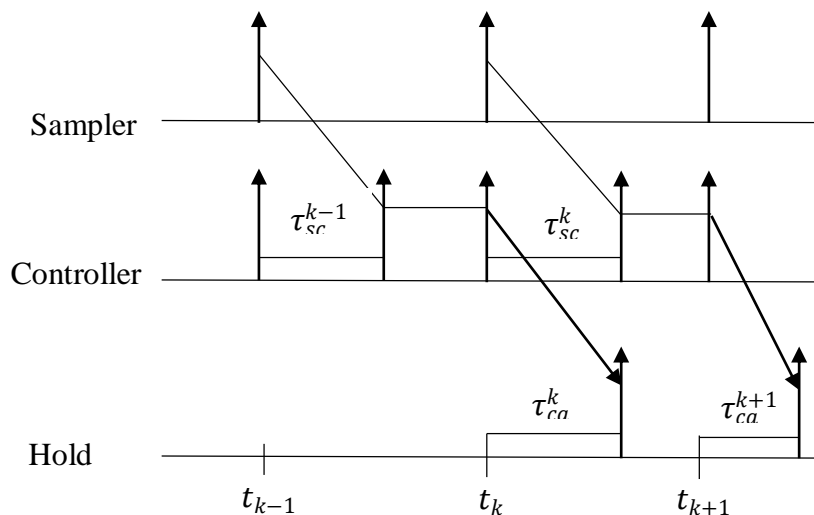


شکل ۱-۱. سیستم کنترل شبکه

به عبارتی دیگر، کنترل کننده داده‌های جدید را برای محاسبات استفاده می‌کند. هرچند سیستم‌های کنترل پسخوردی تنها مقدار معینی از داده‌های از بین‌رفته را می‌توانند تحمل کنند، زیرا ممکن است موجب ناپایداری سیستم شود. بنابراین بایستی محدوده پایین قابل قبول از نرخ انتقال داده‌ها را در نظر گرفت. ساختار کلی سیستم کنترل شبکه در شکل ۲-۱ نشان داده شده است. در این سیستم، سیگنال خروجی پیوسته $x(t)$ توسط نمونه‌بردار ایده آل h^s با نرخ $\frac{1}{T_s}$ نمونه‌برداری می‌شود. سپس سیگنال گسسته از طریق کانال ارتباطی، بعد از متحمل شدن تاخیر ناشی از شبکه τ_{sc}^{k-1} ، انتقال می‌یابد.



شکل ۲-۱. ساختار کلی سیستم NCS



شکل ۳-۱. نمودار زمانی سیستم NCS

با عبور از نگهدارنده مرتبه صفر^۱ به کنترل کننده می‌رسد. کنترل کننده، سیگنال گسسته \hat{u}_k با دوره نمونه‌برداری $\frac{1}{T_s}$ تولید می‌کند و با انتقال از طریق شبکه و متحمل شدن تاخیر τ_{ca}^k و عبور از ZOH به سیستم می‌رسد. شکل ۱-۳، نمودار زمانی عملکرد سیستم کنترل شبکه را نشان می‌دهد. با فرض این که هر یک از داده‌ها در فاصله زمانی یک دوره زمانی $(T_s = t_k - t_{k-1})$ به مقصد برسند، تاخیرهای ناشی از شبکه τ_{ca}^k ، τ_{sc}^{k-1} از T_s کمتر می‌شود. در لحظه t_{k-1} سیگنال خروجی $x(t)$ توسط سنسور اندازه‌گیری می‌شود. سیگنال بعد از نمونه‌برداری و عبور از سیستم در لحظه $t_{k-1} + \tau_{sc}^{k-1}$ به ZOH می‌رسد، در لحظه t_k ، کنترل کننده، سیگنال \hat{u}_k را به کمک نمونه‌بردار h^a تولید می‌کند، سیگنال کنترل به ZOH بعد از زمان τ_{ca}^k می‌رسد و تا زمانی که سیگنال کنترل جدید در فاصله زمانی $t_{k+1} + \tau_{ca}^{k+1}$ از راه برسد، باقی می‌ماند. به عبارت دیگر، سیگنال کنترلی در یک دوره زمانی $[t_k + \tau_{ca}^k, t_{k+1} + \tau_{ca}^{k+1}]$ ثابت باقی می‌ماند. در شبکه‌های واقعی، مقدار تاخیر ناشی از شبکه (تاخیر سنسور به کنترل کننده τ_{sc}^k و کنترل کننده به محرک τ_{ca}^k) به دلیل ساختار پروتکل MAC^۲ زیاد است.

۱-۴- مروری بر کارهای گذشته

در سیستم کنترل شبکه، هدف تضمین پایداری و عملکرد سیستم تحت مطالعه است. برای تضمین پایداری شبکه، روش‌های متعددی با طراحی کنترل کننده‌های پسخورد حالت و خروجی وجود دارند که مبتنی بر مدل‌سازی تاخیر ناشی از شبکه می‌باشند. تلاش‌های بسیاری در قلمرو کنترل عملکرد سیستم کنترل شبکه نیز صورت گرفته است. تجزیه و تحلیل کاهش اغتشاش H_∞ برای یک کلاس از سیستم‌های کنترل شبکه در [۱] و [۲] ارائه شده است. مساله فیلترینگ مقاوم در [۳] مورد بررسی قرار گرفته است. در [۴]، کنترل هزینه تضمین شده^۳ برای سیستم کنترل شبکه پیشنهاد شده است. بررسی عملکرد سیستم، در مقایسه با کارهای گزارش شده برای تحلیل پایداری، کمتر مورد مطالعه قرار گرفته است.

¹ Zero Order Hold

² Medium Access Control

³ Guaranteed Cost Control

۱-۴-۱-مدل سازی سیستم کنترل شبکه

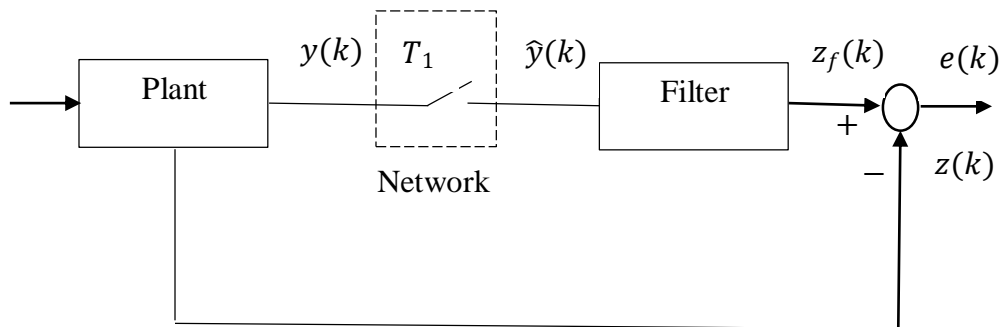
در ابتدا به بررسی سه نوع از مدل سازی سیستم کنترل شبکه می پردازیم. سپس روش های مختلف کنترلی ذکر می گردد.

الف) مدل سازی سیستم با داده از دست رفته

در [۵]، اثر داده از دست رفته روی سیستم خطی زمان گسسته مطالعه شده است. سیستم به همراه اطلاعات از دست رفته به صورت سیستم پرش مارکف^۱ مدل شده و داده از دست رفته تنها در کانال اندازه گیری در نظر گرفته شده است. در [۶]، برای سیستم کنترل شبکه چند ورودی-چند خروجی، پروتکل شبکه جدیدی معرفی شده و تحلیل پایداری نمایی سراسری برای آن مطالعه شده است. در [۷]، مساله فیلترینگ H_∞ برای سیستم کنترل شبکه با داده از دست رفته گزارش شده است. در آن، سیستم حلقه بسته به صورت سیستم کلیدزنی خطی زمان گسسته توصیف شده است، که ساختار کنترلی چنین سیستمی در شکل ۴-۱ نشان داده شده است.

ب) مدل سازی سیستم با تاخیر

پایداری سیستم کنترل شبکه با در نظر گرفتن تاخیر متغیر با زمان در [۸] بررسی شده است. این مقاله برای حذف اثرات تاخیر، از روش گرادیان با الگوریتم برخط^۲ استفاده می کند. سیستم به همراه نامعینی و تاخیر متغیر با زمان اختیاری^۳، بر اساس تابع لیاپانوف کراسوفسکی^۴ در [۹] مدل شده است.



شکل ۴-۱. سیستم فیلترینگ شبکه [۷]

¹ Markovian Jump
² On-Line

³ Arbitrarily Varying Time Delay
⁴ Lyapunov-Krasovskii Functional

مساله کنترل مقاوم H_2 برای سیستم گسسته با تاخیر متغیربازمان در [۱۰] مطالعه شده است. در [۱۱]، از کنترل پیش‌بین برای کنترل اثرات ناشی از تاخیر در سیستم کنترل شبکه با تاخیر ثابت در کانال پیشرو و تاخیر تصادفی در کانال پس‌خورد استفاده شده است. لازم به ذکر است که در سیستم‌های کنترل شبکه تاخیر متغیربازمان می‌تواند کوچکتر یا بزرگتر از یک دوره نمونه‌برداری باشد. مساله پایداری سیستم کنترل شبکه با تاخیر متغیربازمان کوچکتر از یک دوره نمونه‌برداری در [۱۱] با طراحی کنترل‌کننده پس‌خورد حالت گزارش شده است. سیستم حلقه‌بسته به صورت زمان گسسته کلیدزنی مدل شده و از میانگین زمان توقف^۱ برای بررسی پایداری نمایی استفاده شده است. برای بررسی سیستم با تاخیر متغیربازمان بزرگتر از یک دوره نمونه‌برداری می‌توان به [۱۲] اشاره کرد.

پ) مدل‌سازی سیستم به‌همراه تاخیر و داده از دست‌رفته

در [۱۳]، از یک روش مبتنی بر نامساوی ماتریسی خطی (LMI)^۲ برای طراحی کنترل‌کننده سیستم به‌همراه تاخیر تصادفی و داده از دست‌رفته استفاده شده است. سیستم و کنترل‌کننده پس‌خورد حالت به صورت سیستم زمان گسسته کلیدزنی مدل شده‌اند. پایداری سیستم کنترل شبکه زمان گسسته با تاخیر ثابت و داده از دست‌رفته در [۱۴] بررسی شده است که شرایط لازم برای پایداری از حل معادلات ریکاتی به‌دست آمده است و بیشینه مقدار داده از دست‌رفته که با تابع توزیع برنولی مدل گردیده است، نیز محاسبه شده است. پایداری سیستم کنترل شبکه با داده از دست‌رفته و تاخیر طولانی^۳ در حالی که تاخیر به دو تاخیر ثابت و تصادفی تقسیم می‌شود در [۱۵] بررسی شده است.

۱-۴-۲- روش‌های کنترل شبکه

بر اساس پیکربندی شبکه، روش‌های مختلفی برای کنترل شبکه جهت حذف اثرات تاخیر و داده از دست‌رفته پیشنهاد شده است، که در ادامه، تعدادی از این روش‌ها را بیان می‌کنیم.

۱) کنترل‌کننده پس‌خورد خروجی

¹ Average Dwell Time

² Linear Matrix Inequality

³ Long Delay

تعداد زیادی از تحقیقات گزارش شده در رابطه با کنترل سیستم تحت شبکه از کنترل کننده پسخورد خروجی استفاده کرده‌اند. در [۱۶]، از کنترل کننده پسخورد خروجی برای پایداری سازی نمایی سیستم کنترل شبکه زمان پیوسته غیرخطی نیز استفاده شده است، که در آن محدودیت‌های ناشی از شبکه به صورت نامعینی با نرم^۱ محدود مدل شده‌اند. در [۱۷]، برای رسیدن به کنترل H_{∞} با کاهش میزان اغتشاش برای سیستم کنترل شبکه زمان گسسته با داده از دست‌رفته چند نرخ، کنترل کننده پسخورد خروجی طراحی شده است که در آن داده از دست‌رفته چند نرخ در کانال اندازه‌گیری و محرک با تابع توزیع برنولی مدل شده است.

۲) کنترل کننده کوانتیزر^۲

وجود خطا در شبکه در حلقه پسخورد، تجزیه و تحلیل سیستم کنترل شبکه را پیچیده‌تر می‌کند. در سیستم‌های کنترل شبکه، با توجه به محدودیت ظرفیت کانال انتقال شبکه و دیگر عوامل موجود در سیستم حلقه بسته، داده انتقال یافته ابتدا باید کوانتیزه و سپس ارسال شود.

اثرات داده کوانتیزه شده در سیستم، باید برای تضمین عملکرد سیستم، مورد بررسی قرار گیرد. کوانتیزر، در واقع یک رمزنگار است و سیگنال زمان پیوسته را به سیگنال پیوسته تکه‌ای با مقادیر محدود تبدیل می‌کند و معمولاً برای مشاهده و کنترل سیگنال قبل از ارسال از طریق کانال ارتباطی استفاده می‌شود. امروزه، از دو کوانتیزر لگاریتمی^۳ و یکنواخت^۴ استفاده می‌شود. در عمل، در سیستم‌های کنترل شبکه با ظرفیت کانال ارتباطی محدود از سنسور به کنترل کننده و از کنترل کننده به محرک، از دو کوانتیزر در دو کانال استفاده می‌شود (شکل ۱-۵). در سال‌های اخیر، مقالات زیادی به بررسی مسائل کوانتیزر پرداخته‌اند [۱۸] و [۱۹]. به طور معمول، نمونه بردار زمان محور است، کنترل کننده، کوانتیزر و ZOH رویداد محور^۵ هستند. می‌توان پایداری سیستم را در انتقال هر داده با محدود کردن زمان بروزرسانی

¹ Norm

² Quantizer

³ Logarithmic

⁴ Uniform

⁵ Event Driven

تضمین کرد، چون در هنگام انتقال موفقیت‌آمیز داده‌ها، هر داده تنها یکبار با ZOH به‌روز می‌شود. مدل سیستم کنترل شبکه براساس فاصله بروزرسانی از ZOH در [۲۰]–[۲۲] داده شده است. در [۲۳]، کنترل پسخورد کوانتیزه، برای سیستم کنترل شبکه با تاخیر و داده از دست‌رفته و سیگنال کوانتیزه شده طراحی شده است که برای مدل‌سازی سیستم حلقه‌بسته براساس فاصله بروزرسانی از ZOH، از مدل نمونه‌بردار استفاده شده و با استفاده از یک سیستم تاخیردار، پایداری سیستم با یک یا دو کوانتیزر مورد بحث قرار گرفته است.

۳) کنترل‌کننده LQR/LQG^۲

در [۲۴]، کنترل‌کننده LQG برای سیستم کنترل شبکه طراحی شده است؛ در حالی که داده از دست‌رفته در هر دو کانال کنترل و محرک تصادفی در نظر گرفته شده است.

داده‌ها از طریق شبکه TCP^۳ انتقال می‌یابند. از قانون کنترل نگهدار ورودی^۴ برای حالتی که حالت‌های سیستم در دسترس هستند و از قانون کنترل تخمین‌گر برای زمانی که حالت‌های سیستم در دسترس نیستند، استفاده شده است. پایداری سیستم کنترل شبکه آبخاری گسسته با در نظر گرفتن اغتشاش در حلقه داخلی و تاخیرزمانی در حلقه بیرونی در [۲۵] مطالعه شده است، که در آن برای رسیدن به پایداری، کنترل‌کننده LQR پیشنهاد شده است.

۴) کنترل‌کننده فازی

بسیاری از سیستم‌های صنعتی که به شدت غیرخطی هستند، منجر به مشکلات اضافی برای تجزیه و تحلیل و طراحی سیستم‌های کنترل می‌شوند. بدین منظور، کنترل‌کننده پسخورد حالت H_∞ مقاوم برای سیستم کنترل شبکه غیرخطی فازی در [۲۶] و [۲۷] طراحی شده است. با معرفی یک تابع لیاپانوف، مساله کنترل هزینه شبکه و کنترل مقاوم H_∞ بر اساس مدل فازی T-S^۵ در [۲۸] بیان شده است.

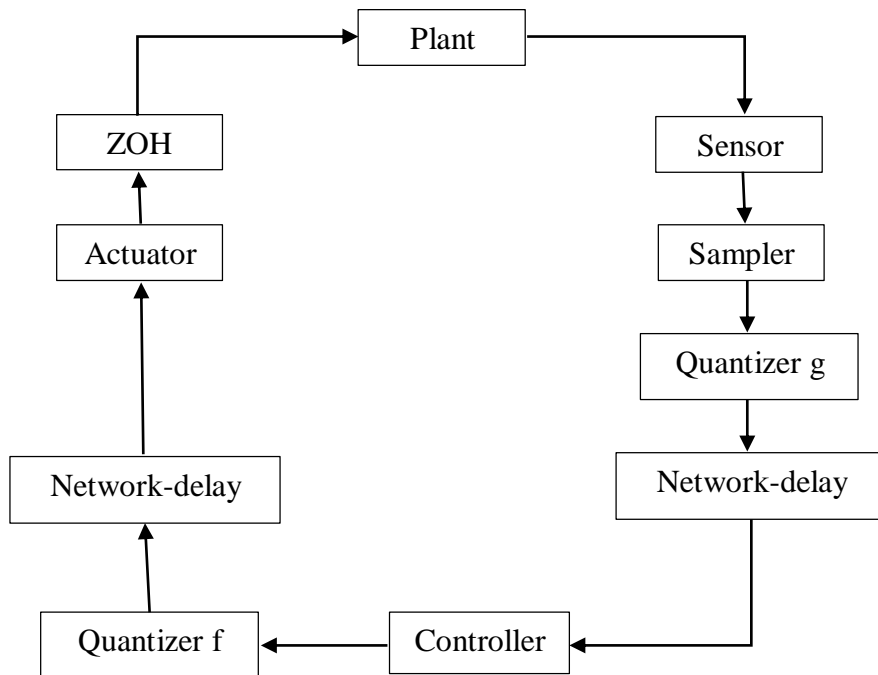
¹ Linear Quadratic Gaussian

² Linear Quadratic Regulator

³ Transmission Control Protocol

⁴ Hold-Input Control

⁵ Takagi-Sugeno

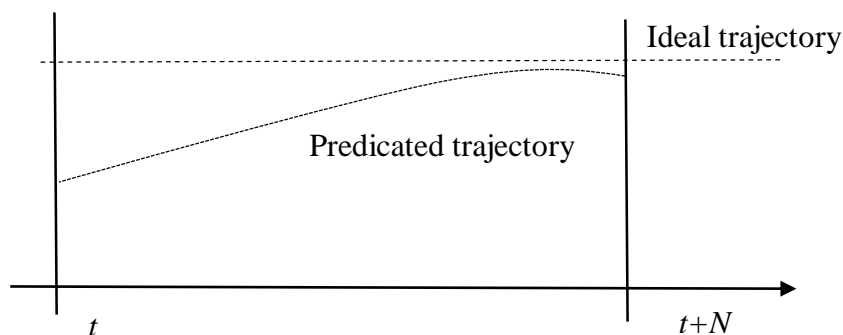


شکل ۱-۵. سیستم کنترل شبکه با کوانتیزر

کنترل کننده فازی برای یک گروه از سیستم‌های کنترل شبکه غیرخطی در [۲۹] با حل مدل T-S شبکه خطی نامعین و در حضور تاخیر و داده از دست‌رفته طراحی شده است.

۵) کنترل کننده پیش‌بین

امروزه، کنترل پیش‌بین در زمینه‌های مختلف از جمله صنایع غذایی، خودروسازی و هوافضا به کار می‌رود، که در هر بازه کنترل، از الگوریتمی برای بهینه‌سازی رفتار آینده یک سیستم از طریق ساخت یک دنباله از عملکرد آینده سیگنال کنترلی استفاده می‌کند [۳۰]. دنباله کنترل به منظور بهینه‌سازی رفتار آینده



شکل ۱-۶. کنترل پیش‌بین

یک سیستم در یک بازه زمانی به نام افق پیش بینی محاسبه می‌شود. عملکرد اولیه کنترل از دنباله تعیین شده به سیستم ارسال می‌شود و در گام بعدی عملکرد کنترل با توجه به داده‌های اندازه‌گیری جدید تنظیم می‌شود. در واقع کنترل پیش‌بین، نوعی کنترل بهینه است که در مدت زمان پیش بینی، خطای ردیابی را حداقل می‌کند؛ برای مدل‌های خطی، مساله بهینه سازی خطی است اگر معیار عملکرد، نرم L_2 باشد. با توجه به اصل کنترل پیش‌بین، در گام t ، ترم اول از دنباله کنترل بهینه پیش‌بین به سیستم ارسال می‌شود و سپس عملکرد کنترل کننده برای گام $t+1$ تعیین می‌شود. شکل ۱-۶، نحوه عملکرد کنترل پیش‌بین را نشان می‌دهد. در [۳۱]، کنترل کننده ردیاب پیش‌بین برای سیستم کنترل شبکه با داده از دست‌رفته تصادفی و عدم قطعیت پیشنهاد شده است، که در آن، خطای ردیابی و متغیرهای حالت با هم ترکیب و بهینه می‌شوند. بر اساس مدل فضای حالت جدید، روش‌های طراحی بیشتری ارائه شده است و عملکرد کنترلی مناسب‌تری به دست آمده است. در [۳۲]، کنترل کننده پیش‌بین فازی برای سیستم کنترل شبکه غیرخطی با داده کوانتیزه و داده از دست‌رفته پیشنهاد شده است، که در آن سیستم کنترل شبکه غیرخطی با مدل T-S نشان داده شده است.

۶) پایداری زمان محدود

بسیاری از مقالات به بررسی پایداری مجانبی سیستم کنترل شبکه پرداخته‌اند. هرچند پایداری مجانبی برای کاربردهای عملی کافی است، اما در موارد خاصی که مقادیر بزرگ حالت سیستم، به عنوان مثال در حضور اشباع قابل قبول نیست، کارایی ندارد. در این شرایط، بررسی حالت‌های سیستم برای مطمئن شدن از مقادیری که حالت‌ها اختیار می‌کنند ضروری است. از این رو پایداری زمان محدود مورد نیاز است. یک سیستم پایدار زمان محدود است اگر حالت‌ها در طی یک فاصله زمانی در یک محدوده مشخص باشند. پایداری زمان محدود در سال ۱۹۶۰ برای اولین بار مطرح شد [۳۳]. به عبارتی دیگر، به محدوده‌ای از مسیر حالت سیستم در فاصله زمانی محدود علاقه‌مند هستیم که حالت‌های سیستم نباید

از محدوده معینی تجاوز کنند. از کاربردهای این روش به سیستم تعلیق فعال خودرو^۱، سیستم مدار چوآ^۲، کنترل درجه حرارت و کنترل ردیابی فضاپیما می‌توان اشاره کرد [۳۴]–[۴۰]. در سال‌های اخیر، نتایج فراوانی برای این نوع از پایداری به دست آمده است (جدول ۱-۱).

۱-۵- انگیزه تحقیق

جدول ۱-۱، نتایج قابل توجهی از پایداری زمان محدود برای سیستم‌های کنترل شبکه پیوسته و گسسته از منظر خطی-غیرخطی بودن و معین-نامعین بودن شبکه، تاخیر ثابت، متغیر با زمان یا تصادفی در کانال‌های شبکه و نوع کنترل کننده طراحی شده را ارائه می‌دهد. در [۴۱]، پایداری زمان محدود برای یک گروه از سیستم‌های کنترل شبکه خطی با تاخیرهای زمانی کوتاه مدت با استفاده از کنترل کننده پس‌خورده حالت مطالعه شد. سیستم حلقه بسته به عنوان سیستم خطی گسسته توصیف می‌شود، که در آن تأثیر تاخیر ناشی از شبکه به صورت نامعینی در نظر گرفته شده است. در [۴۲]، پایداری زمان محدود برای یک گروه از سیستم‌های کنترل آبشاری شبکه با تاخیر زمانی و داده از دست رفته مورد بحث قرار گرفته است. کنترل کننده پس‌خورده حالت برای سیستم کنترل شبکه بدون نامعینی طراحی می‌شود. در [۴۳]، پایداری زمان محدود یک کلاس از سیستم‌های کنترل شبکه خطی زمان گسسته با داده از دست رفته مارکوف با طراحی کنترل کننده پس‌خورده حالت بدون در نظر گرفتن تاخیر زمانی و نامعینی مورد تجزیه و تحلیل قرار گرفته است. همچنین از جدول ۱-۱ استنباط می‌شود، تاکنون پایداری زمان محدود برای سیستم کنترل شبکه زمان گسسته به همراه نامعینی و تاخیر تصادفی مورد بررسی قرار نگرفته است. به همین منظور در این رساله، برای اولین بار مسئله کنترل مقاوم زمان محدود H_∞ برای سیستم زمان گسسته به همراه نامعینی، اغتشاش و تاخیر تصادفی بر اساس کنترل کننده پس‌خورده خروجی مطرح می‌شود. در این حالت، تاخیر در کانال اندازه‌گیری و محرک با تابع‌های توزیع برنولی مدل می‌شود که از این مدل در سایر مقالات از جمله [۴۴]–[۴۷] در جدول ۱-۲ استفاده شده است.

¹ Vehicle Active Suspension System

² Chua's circuit system

جدول ۱-۱. مقایسه کارهای گزارش شده از پایداری زمان محدود

کنترل کننده		داده از دست رفته	مدل تاخیر			حوزه‌ی زمان		مدلسازی				مراجع
پس‌خورد خروجی	پس‌خورد حالت		تصادفی	متغیر با زمان	ثابت	پویسته	گسسته	نامعین	معین	غیر خطی	خطی	
					نامشخص	مشخص						
	■	■					■		■	■		[۴۸]
	■				■		■		■		■	[۴۹]
	■	■					■		■	■		[۵۰]
	■					■	■		■		■	[۵۱]
	■					■	■		■		■	[۵۲]
	■	■					■		■		■	[۵۳]
	■			■			■		■		■	[۴۱]
	■	■			■		■		■		■	[۴۲]
	■	■					■		■		■	[۴۳]
■				■			■	■			■	روش پیشنهادی (۱)
	■	■			■		■	■			■	روش پیشنهادی (۲)

در [۴۴]، کنترل مشاهده گر H_{∞} برای سیستم کنترل شبکه خطی با تاخیر تصادفی مدل شده با توزیع برنولی، طراحی شده است. در [۴۶]، کنترل کننده پس‌خورد خروجی پویا برای پایدارسازی سیستم کنترل شبکه گسسته خطی با تاخیر تصادفی در کانال اندازه‌گیری و محرک بررسی شده است. قابل ذکر است که شرایط تصادفی بیان شده در [۴۴] و [۴۶]، به دلیل مدل‌سازی تاخیر در کانال کنترل کننده و محرک با تابع توزیع برنولی، خودش را از دیگران متمایز می‌کند؛ هرچند، مدل تاخیر بیان شده در [۴۴] و [۴۶]، به دوره نمونه‌برداری وابسته است و تنها برای سیستم کنترل شبکه با تاخیر تصادفی کوچک استفاده می‌شود. کنترل پس‌خورد مشاهده گر در [۴۷]، با این فرض که تاخیر تنها در کانال اندازه‌گیری اتفاق می‌افتد، طراحی شده است. این به وضوح با وضعیت عملی سیستم‌های کنترل شبکه مطابقت ندارد، در حالی که نوع دیگری از تاخیر ناشی از شبکه (یعنی تاخیر در کانال محرک) اغلب در کانال از کنترل کننده به محرک اتفاق می‌افتد. برای حل این مشکل، در [۴۵] مدلی با کاربرد بیشتر معرفی شده

است که تاخیر در هر دو کانال به صورت تصادفی مدل و تحلیل پایداری با طراحی کنترل کننده مبتنی بر رویت گر بدون در نظر گرفتن نامعینی و اغتشاش انجام گردیده است. جدول ۱-۲ نیز جمع بندی از کارهای گزارش شده برای سیستم کنترل شبکه با در نظر گرفتن تاخیر مدل شده با تابع توزیع برنولی را نشان می دهد. بنابراین، براساس جداول ۱-۱ و ۲-۱، هدف اصلی از این رساله، دستیابی به پایداری مقاوم زمان محدود H_{∞} و بهبود عملکرد سیستم کنترل شبکه نامعین با وجود تاخیرهای تصادفی متفاوت در هر دو کانال اندازه گیری و محرک است. سپس، پایداری سیستم کنترل شبکه با تاخیر متغیربازمان و داده از دست رفته بررسی می گردد که داده از دست رفته نیز با تابع توزیع برنولی مدل می شود. قابل ذکر است که تاخیر ناشی از شبکه در شبکه های زمان حقیقی، به طور طبیعی، متغیربازمان هستند.

۱-۵-۱- نوآوری رساله

با اشاره به جداول ۱-۱ و ۲-۱، نوآوری رساله به شرح زیر می باشد:

الف) هنگامی که سیگنال های اغتشاش و نامعینی در مدل سیستم کنترل شبکه وجود دارند، برای تضمین پایداری و عملکرد مناسب همزمان با کاهش سطح اغتشاش به کنترل کننده مناسب نیاز است. براین اساس، شرایط پایداری سیستم کنترل شبکه براساس معیار عملکرد H_{∞} مشخص می شود.

ب) استفاده از شبکه ممکن است باعث ایجاد تاخیر شود. در این رساله، سیستم کنترل شبکه با تاخیرهای تصادفی متفاوت مورد بررسی قرار گرفته است که در کانال های سنسور به کنترل کننده و کنترل کننده به محرک رخ می دهند.

پ) بیشتر آثار مرتبط با پایداری سیستم کنترل شبکه بر روی پایداری مجانبی لیاپانوف تمرکز دارند که برای یک فاصله زمانی نامحدود تعریف شده است. با این حال، در دنیای واقعی، تمرکز اصلی بر رفتار سیستم های دینامیک در طول یک فاصله زمانی ثابت است که یکی دیگر از نوآوری های رساله است.

ث) مطالعات موجود در رابطه با پایداری سیستم کنترل شبکه عمدتاً به بررسی کنترل کننده پسخورد حالت می پردازند که طراحی آن به متغیرهای حالت بستگی دارد.

جدول ۱-۲. سیستم کنترل شبکه با در نظر گرفتن تاخیر مدل شده با تابع توزیع برنولی

مراجع	مدل سیستم	روش کنترلی	کنترل کننده	مدل تاخیر	وجود تاخیر در کانالها	اغتشاش
[۴۴]	خطی زمان گسسته معین	پایداری نمایی کنترل کننده H_{∞}	پسخورد مشاهده گر	$\alpha(k)y(k) + (1 - \alpha(k))y(k-1)$	اندازه گیری و محرک	■
[۴۶]	خطی زمان گسسته معین	پایداری نمایی کنترل کننده H_{∞}	پسخورد خروجی	$\alpha(k)y(k) + (1 - \alpha(k))y(k-1)$	اندازه گیری و محرک	■
[۴۷]	خطی زمان پیوسته معین	پایداری نمایی کنترل کننده H_{∞}	پسخورد مشاهده گر	$\alpha(t)Cx(t) + (1 - \alpha(t))Dx(t - \tau_t)$	اندازه گیری	■
[۴۵]	خطی زمان گسسته معین	پایداری نمایی	پسخورد مشاهده گر	$\alpha(k)y(k) + (1 - \alpha(k))y(k - \tau_k)$	اندازه گیری و محرک	
روش پیشنهادی	خطی زمان گسسته نامعین	پایداری مقاوم زمان محدود H_{∞}	پسخورد خروجی	$\alpha(k)y(k) + (1 - \alpha(k))y(k - \tau_k)$	اندازه گیری و محرک	■

در شرایطی که حالت‌های سیستم به‌طور کامل در دسترس نیستند، استفاده از کنترل کننده پسخورد خروجی می‌تواند مفید باشد. بنابراین در حضور تاخیر تصادفی متفاوت، هدف، طراحی یک کنترل کننده پسخورد خروجی پویا برای دستیابی به پایداری زمان محدود سیستم‌های کنترل شبکه نامعین با کاهش سطح اغتشاش H_{∞} است. براساس دانش ما، این اولین کار تحقیقاتی است که به بررسی پایداری زمان محدود مقاوم H_{∞} سیستم کنترل شبکه نامعین با تاخیر تصادفی می‌پردازد.

۱-۶- ساختار کلی رساله

در فصل دوم، تعاریف و قضایای مورد نیاز بیان می‌شوند. در فصل سوم، به منظور رسیدن به پایداری زمان محدود H_{∞} ، کنترل کننده پسخورد خروجی برای سیستم کنترل شبکه زمان گسسته نامعین به همراه اغتشاش با در نظر گرفتن تاخیر شبکه تصادفی طراحی می‌شود. در فصل چهارم، برای سیستم بیان شده به همراه تاخیر ناشی از شبکه و داده از دست‌رفته، کنترل کننده پسخورد حالت با بررسی پایداری زمان

محدود H_∞ پیشنهاد می شود. شبیه سازی ها به منظور ارزیابی عملکرد کنترل کننده های پیشنهادی صورت می گیرد. نتایج، کارایی روش های کنترلی پیشنهادی را تایید می کنند. در انتها، نتیجه گیری از رساله و پیشنهادات برای ادامه کار در فصل پنجم بیان می شود.

فصل دوم

تعاریف و قضایا

۲-۱- مقدمه

در این فصل، تعاریف، لم‌ها و قضایای مورد استفاده در رساله بیان می‌شود.

۲-۲- علائم

تعدادی علائم در این رساله مورد استفاده قرار گرفته است، که به بیان آن‌ها می‌پردازیم. $\mathbb{R}(\mathbb{R}_+)$ به اعداد حقیقی (مثبت) اشاره دارد، R^n فضای بردارهای n بعدی و $R^{n \times n}$ مجموعه ماتریس‌های حقیقی $n \times n$ بعدی است، \mathbb{N} مجموعه اعداد طبیعی است، \mathbb{N}_* مجموعه اعداد طبیعی شامل صفر می‌باشد، $\mathbb{I}[a, b]$ ، مجموعه تمام اعداد صحیح n است که در رابطه $a \leq n \leq b$ صدق می‌کنند، I و 0 نشان‌دهنده ماتریس‌های ثابت با ابعاد مناسب هستند، $Prob\{x = \alpha\}$ احتمال اینکه متغیر تصادفی x با پارامتر α برابر باشد، را نشان می‌دهد، $\mathbb{E}\{\cdot\}$ بیانگر عملگر امید ریاضی با توجه به احتمال اندازه‌گیری است، بزرگترین و کوچکترین مقادیر ویژه یک ماتریس را به ترتیب با $\lambda_{\max}(\cdot)$ و $\lambda_{\min}(\cdot)$ نشان می‌دهیم، عملگر $*$ در ماتریس برای بخش متقارن به کار می‌رود، $l_2[0, \infty)$ نشان‌دهنده فضای برداری مربع است، $X > 0$ (یا $P < 0$) نشان‌دهنده مثبت معین بودن ماتریس X (یا منفی معین بودن ماتریس P) است، برای نشان دادن بلوک ماتریس‌های قطری از $diag\{\cdot\}$ استفاده می‌شود.

۲-۳- قضایا و تعاریف

تعریف ۲-۱: سیستم با $w(k) = 0$ بر حسب $(\delta_1, \delta_2, \Gamma, N)$ ، پایدار زمان محدود تصادفی^۱ است اگر برای

$0 < \delta_1 < \delta_2$ ، ماتریس مثبت معین متقارن Γ و $N \in \mathbb{N}$ ، رابطه زیر برقرار باشد [۵۴].

$$\mathbb{E}\{x^T(k^*) \Gamma x(k^*)\} \leq \delta_1^2, \forall k^* \in [-\tau_M, 0] \rightarrow \mathbb{E}\{x^T(k) \Gamma x(k)\} < \delta_2^2, \forall k \in \{1, 2, \dots, N\}. \quad (1-2)$$

تعریف ۲-۲: سیستم بر حسب $(\delta_1, \delta_2, \Gamma, N, l)$ ، کراندار زمان محدود تصادفی^۲ است اگر برای $0 < \delta_1 < \delta_2$

، ماتریس مثبت معین متقارن Γ ، $N \in \mathbb{N}$ و $l \geq 0$ ، رابطه زیر برقرار باشد [۵۴].

¹ Stochastic Finite-time Stable

² Stochastic Finite-time Boundedness

$$\mathbb{E}\{x^T(k^*)\Gamma x(k^*)\} \leq \delta_1^2, \forall k^* \in [-\tau_M, 0] \rightarrow \mathbb{E}\{x^T(k)\Gamma x(k)\} < \delta_2^2, \forall k \in \{1, 2, \dots, N\}. \quad (2-2)$$

$$\sum_{k=0}^N w^T(k)w(k) \leq l^2$$

تعریف ۳-۲: سیستم برحسب $(\delta_1, \delta_2, \Gamma, N, l, \mu)$ پایدار زمان محدود تصادفی H_∞ است اگر برای

$0 < \delta_1 < \delta_2$ ، ماتریس مثبت معین متقارن Γ ، $N \in \mathbb{N}$ ، $l \geq 0$ و $\mu > 0$ ، سیستم برحسب $(\delta_1, \delta_2, \Gamma, N, l)$

کراندار زمان محدود تصادفی باشد و تحت شرایط اولیه صفر، خروجی $z(k)$ برای هر اغتشاش غیرصفر

$w(k)$ ، هنگامی که μ یک پارامتر ثابت مثبت است، در رابطه زیر صدق کند [۵۴]:

$$\mathbb{E}\left\{\sum_{k=0}^N z^T(k)z(k)\right\} < \mu^2 \mathbb{E}\left\{\sum_{k=0}^N w^T(k)w(k)\right\}, \quad (3-2)$$

لم ۱-۲: لم مکمل شور^۱:

نامساوی ماتریس خطی $\begin{bmatrix} X_{11} & * \\ X_{21} & X_{22} \end{bmatrix} < 0$ با $X_{22} < 0$ و $X_{11} - X_{21}^T X_{22}^{-1} X_{21} \preceq 0$ مساوی است که در آن

روابط $X_{22} = X_{22}^T$ و $X_{11} = X_{11}^T$ برقرار باشد [۵۵].

لم ۲-۲:

برای ماتریس‌های $Y, X = X^T > 0$ و Z با ابعاد مناسب و توابع ماتریسی متغیربازمان $L(k)$ که در

رابطه $L(k)^T L(k) \leq I$ صدق می‌کنند، رابطه $X + YL(k)Z + [YL(k)Z]^T < 0$ برقرار است اگر و تنها اگر پارامتر

ثابت مثبت ε وجود داشته باشد و در رابطه $X + \varepsilon^{-1}YY^T + \varepsilon Z^T Z < 0$ یا رابطه زیر صدق کند [۵۶].

$$\begin{bmatrix} X & Y & \varepsilon Z^T \\ Y^T & -\varepsilon I & 0 \\ \varepsilon Z & 0 & -\varepsilon I \end{bmatrix} < 0. \quad (4-2)$$

لم ۳-۲: اگر $\alpha(k)$ و $\theta(k)$ دو متغیر تصادفی مستقل از هم با تابع‌های توزیع برنولی باشند، آنگاه

یک متغیر تصادفی با توزیع برنولی است. $\beta(k) = \alpha(k)\theta(k)$

$$Prob\{\beta(k) = 1\} = \mathbb{E}\{\beta(k)\} = \bar{\beta}, \quad (5-2)$$

¹ Schur

$$Prob\{\beta(k)=0\}=1-\mathbb{E}\{\beta(k)\}=1-\bar{\beta}. \quad (6-2)$$

اثبات: از آنجا که $\alpha(k)$ و $\theta(k)$ دو متغیر تصادفی مستقل از هم با تابع‌های توزیع برنولی هستند، داریم،

$$\mathbb{E}\{\beta(k)\}=\mathbb{E}\{\alpha(k)\theta(k)\}=\bar{\alpha}\bar{\theta}=\bar{\beta}, \quad (7-2)$$

$$\mathbb{E}\{(\beta(k)-\bar{\beta})^2\}=\mathbb{E}\{(\alpha(k)\theta(k))^2\}-\bar{\alpha}^2\bar{\theta}^2. \quad (8-2)$$

بنابراین،

$$\mathbb{E}\{(\beta(k)-\bar{\beta})^2\}=\mathbb{E}\{\alpha(k)^2\}\mathbb{E}\{\theta(k)^2\}-\bar{\alpha}^2\bar{\theta}^2=\bar{\alpha}\bar{\theta}-\bar{\alpha}^2\bar{\theta}^2. \quad (9-2)$$

$$\mathbb{E}\{\beta(k)\}=\bar{\beta}, \quad (10-2)$$

$$\mathbb{E}\{(\beta(k)-\bar{\beta})^2\}=\bar{\beta}(1-\bar{\beta}). \quad (11-2)$$

سپس، می‌توان نتیجه گرفت که $\beta(k)$ ، یک متغیر تصادفی با توزیع برنولی است.

□

فصل سوم

بررسی پایداری مقاوم زمان محدود H_∞ سیستم کنترل شبکه زمان

گسسته با تاخیر تصادفی

۳-۱- مقدمه

در این فصل، ابتدا سیستم کنترل شبکه با تاخیر تصادفی معرفی می‌شود. سپس، کنترل‌کننده پسخورد خروجی به منظور پایداری زمان محدود مقاوم تصادفی H_∞ سیستم کنترل شبکه گسسته نامعین با تاخیر تصادفی طراحی می‌گردد. بدین منظور، در قضیه اول، شرایط کرانداربودن زمان محدود تصادفی سیستم بیان و اثبات می‌شود. در قضیه دوم، به مساله پایداری زمان محدود مقاوم تصادفی H_∞ سیستم کنترل شبکه پرداخته می‌شود. سپس، کنترل‌کننده پسخورد خروجی به منظور دستیابی به پایداری و بهبود عملکرد سیستم در حضور تاخیر تصادفی، اغتشاش و نامعینی در قضیه سه طراحی می‌شود. همانطور که قبلاً بیان شد، براساس دانش ما، این اولین تلاش تحقیقاتی است که به بررسی پایداری زمان محدود مقاوم تصادفی H_∞ سیستم کنترل شبکه نامعین با تاخیر تصادفی می‌پردازد.

۳-۲- سیستم کنترل شبکه

مطابق با شکل ۳-۱، سیستم کنترل شبکه گسسته با اغتشاش، نامعینی، و تاخیر تصادفی را می‌توان به صورت زیر در نظر گرفت.

$$\begin{cases} x(k+1) = (A + \Delta A)x(k) + (B_1 + \Delta B_1)w(k) + (B_2 + \Delta B_2)u_c(k), \\ z(k) = (C_1 + \Delta C_1)x(k) + (D_{11} + \Delta D_{11})w(k) + (D_{12} + \Delta D_{12})u_c(k), \end{cases} \quad (۱-۳)$$

که در آن $x(k) \in R^n$ متغیر حالت، $z(k) \in R^r$ خروجی کنترل‌کننده، $u_c(k) \in R^m$ ورودی کنترل‌کننده و $w(k) \in R^q$ ورودی اغتشاش متعلق به $L_2[0, \infty)$ ، و A ، B_1 ، B_2 ، C_1 ، D_{11} و D_{12} ماتریس‌های ثابت حقیقی شناخته شده با ابعاد مناسب هستند. توابع ماتریسی ΔA ، ΔB_1 ، ΔB_2 ، ΔC_1 ، ΔD_{11} و ΔD_{12} ، نامعینی‌های متغیربازمان به شکل زیر هستند [۲].

$$\begin{bmatrix} \Delta A & \Delta B_1 & \Delta B_2 \\ \Delta C_1 & \Delta D_{11} & \Delta D_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E_1 \\ E_2 \end{bmatrix} L(k) [H_1 \ H_2 \ H_3], \quad (۲-۳)$$

در آن E_1 ، E_2 ، H_1 ، H_2 و H_3 ماتریس‌های ثابت حقیقی شناخته شده با ابعاد مناسب هستند، $L(k)$ ماتریس حقیقی ناشناخته متغیربازمان است؛ که در رابطه $L(k)^T L(k) \leq I$ صدق می‌کند. در طول فاصله

زمانی محدود $N \in \mathbb{N}$ ، پارامتر ثابت مثبت l وجود دارد به طوری که ورودی اغتشاش $w(k)$ در رابطه زیر صدق می‌کند.

$$\sum_{k=0}^N w^T(k)w(k) \leq l^2. \quad (3-3)$$

کانال اندازه‌گیری با تاخیر تصادفی به صورت زیر توصیف می‌شود.

$$\begin{cases} y(k) = C_2 x(k), \\ y_c(k) = \alpha(k)y(k) + (1 - \alpha(k))y(k - \tau_k^m). \end{cases} \quad (4-3)$$

که در آن $y_c(k) \in R^p$ بردار خروجی اندازه‌گیری شده، $y(k) \in R^p$ بردار خروجی سیستم، C_2 ماتریس حقیقی شناخته شده با ابعاد مناسب، τ_k^m تاخیر زمانی و $\alpha(k) \in R$ متغیر تصادفی است که با توزیع برنولی مدل می‌شود:

$$Prob\{\alpha(k) = 1\} = \mathbb{E}\{\alpha(k)\} = \bar{\alpha}, \quad (5-3)$$

$$Prob\{\alpha(k) = 0\} = 1 - \mathbb{E}\{\alpha(k)\} = 1 - \bar{\alpha}. \quad (6-3)$$

همانند کانال اندازه‌گیری، تاخیر تصادفی در کانال محرک به صورت زیر بیان می‌شود.

$$u_c(k) = \beta(k)u(k) + (1 - \beta(k))u(k - \tau_k^a). \quad (7-3)$$

τ_k^a تاخیر محرک و $\beta(k) \in R$ متغیر تصادفی مستقل از $\alpha(k)$ با توزیع برنولی به صورت زیر است.

$$Prob\{\beta(k) = 1\} = \mathbb{E}\{\beta(k)\} = \bar{\beta}, \quad (8-3)$$

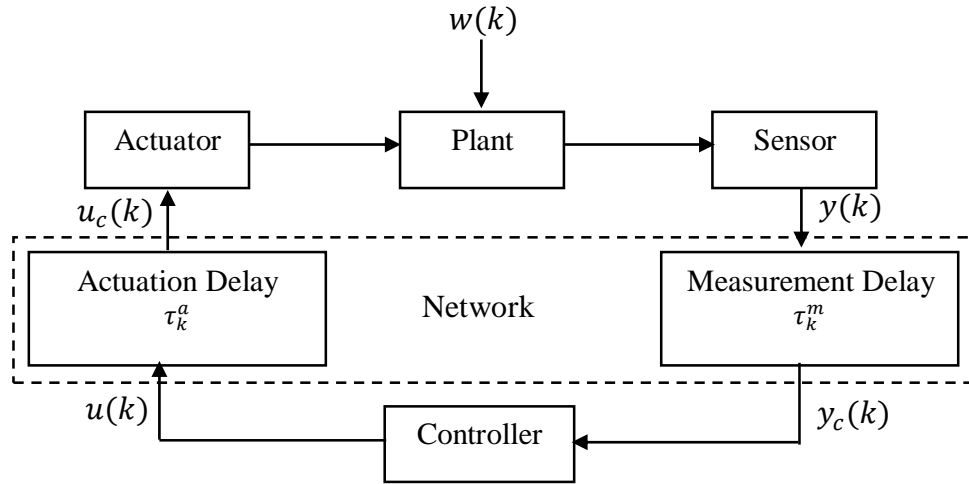
$$Prob\{\beta(k) = 0\} = 1 - \mathbb{E}\{\beta(k)\} = 1 - \bar{\beta}. \quad (9-3)$$

فرض ۱-۳: تنها خروجی سیستم $y_c(k)$ در دسترس است.

فرض ۲-۳: تاخیرهای τ_k^a و τ_k^m در شرایط زیر صدق می‌کنند:

$$\underline{d}_m \leq \tau_k^m \leq \bar{d}_m, \quad \underline{d}_a \leq \tau_k^a \leq \bar{d}_a. \quad (10-3)$$

کنترل کننده پس‌خورده برای سیستم کنترل شبکه (۱-۳) به صورت زیر نوشته می‌شود [۴۶]:



شکل ۱-۳. سیستم کنترل شبکه با تاخیر تصادفی

$$\begin{cases} \hat{x}(k+1) = A_K \hat{x}(k) + B_K y_c(k), \\ u(k) = C_K \hat{x}(k). \end{cases} \quad (11-3)$$

که در آن $\hat{x}(k)$ متغیر حالت از کنترل کننده، A_K ، B_K و C_K پارامترهای کنترل کننده می باشند، که باید تعیین گردند. سیستم حلقه بسته با استفاده از معادلات (۱-۳)، (۳-۴)، (۳-۷) و (۳-۱۱) به فرم زیر است.

$$\begin{cases} x_{cl}(k+1) = A_{cl0} x_{cl}(k) + A_{del10} x_{cl}(k - \tau_k^a) + A_{del20} x_{cl}(k - \tau_k^m) \\ \quad + (\beta(k) - \bar{\beta})(A_{cl2} x_{cl}(k) + A_{del12} x_{cl}(k - \tau_k^a)) \\ \quad + (\alpha(k) - \bar{\alpha})(A_{cl1} x_{cl}(k) + A_{del21} x_{cl}(k - \tau_k^m)) + B_{cl} w(k), \\ z(k) = C_{cl0} x_{cl}(k) + C_{del10} x_{cl}(k - \tau_k^a) + (\beta(k) - \bar{\beta})(C_{cl2} x_{cl}(k) + C_{del2} x_{cl}(k - \tau_k^a)) \\ \quad + D_{cl} w(k), \end{cases} \quad (12-3)$$

که در آن

$$x_{cl}(k) = \begin{bmatrix} x(k) \\ \hat{x}(k) \end{bmatrix}, \quad A_{cl0} = \begin{bmatrix} A + \Delta A & \bar{\beta}(B_2 + \Delta B_2)C_K \\ \bar{\alpha}B_K C_2 & A_K \end{bmatrix},$$

$$A_{cl1} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ B_K C_2 & 0 \end{bmatrix}, \quad A_{cl2} = \begin{bmatrix} 0 & (B_2 + \Delta B_2)C_K \\ 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$A_{del10} = \begin{bmatrix} 0 & (1 - \bar{\beta})(B_2 + \Delta B_2)C_K \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad A_{del20} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ (1 - \bar{\alpha})B_K C_2 & 0 \end{bmatrix},$$

$$A_{dcl12} = \begin{bmatrix} 0 & -(B_2 + \Delta B_2)C_K \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, A_{dcl21} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ -B_K C_2 & 0 \end{bmatrix},$$

$$B_{cl} = \begin{bmatrix} B_1 + \Delta B_1 \\ 0 \end{bmatrix}, C_{cl0} = [C_1 + \Delta C_1 \quad \bar{\beta}(D_{12} + \Delta D_{12})C_K], \quad (13-3)$$

$$C_{cl2} = [0 \quad (D_{12} + \Delta D_{12})C_K], C_{dcl0} = [0 \quad (1 - \bar{\beta})(D_{12} + \Delta D_{12})C_K],$$

$$C_{dcl2} = [0 \quad -(D_{12} + \Delta D_{12})C_K], D_{cl} = D_{11} + \Delta D_{11}.$$

۳-۳- نتایج اصلی

در این بخش، شرایط لازم برای طراحی کنترل کننده پسخورد خروجی ارائه می شود، به طوری که پایداری زمان محدود و عملکرد مطلوب H_∞ به منظور کاهش اثر اغتشاش در خروجی سیستم حلقه بسته (۳-۱۲) تضمین شود. محدود نگه داشتن متغیرهای حالت سیستم در طول یک فاصله زمانی مشخص، به ازای هر شرط اولیه دلخواه، هدف اصلی از مساله پایداری زمان محدود است، که بدین منظور کنترل کننده پسخورد خروجی H_∞ برحسب $(\delta_1, \delta_2, \Gamma, N, l, \mu)$ طراحی می شود.

۳-۳-۱- کرانداربودن زمان محدود تصادفی

قضیه ۳-۱: سیستم حلقه بسته (۳-۱۲) برحسب $(\delta_1, \delta_2, \Gamma, N, l)$ کراندار زمان محدود تصادفی است اگر برای ماتریس های مثبت معین P, Q, Γ و M و پارامترهای ثابت $\gamma \geq 1$ و $\delta_2 > 0$ و $\tau_k \in \mathfrak{S}[\underline{d}, \bar{d}]$ با \underline{d} و \bar{d} متعلق به \mathbb{N}_* ، روابط زیر برقرار باشد.

$$\begin{bmatrix} -\gamma P + dQ & * & * & * & * & * & * \\ 0 & -\gamma Q & * & * & * & * & * \\ 0 & 0 & -\gamma Q & * & * & * & * \\ 0 & 0 & 0 & -M & * & * & * \\ PA_{cl0} & PA_{dcl20} & PA_{dcl10} & PB_{cl} & -P & * & * \\ aPA_{cl1} & aPA_{dcl21} & 0 & 0 & 0 & -aP & * \\ bPA_{cl2} & 0 & bPA_{dcl12} & 0 & 0 & 0 & -bP \end{bmatrix} < 0, \quad (14-3)$$

$$(\lambda_{\max}(\tilde{P})\delta_1^2\gamma^N + \lambda_{\max}(M)\gamma^N l^2) < \delta_2^2 \lambda_{\min}(\tilde{P}), \quad (15-3)$$

که در آن $\tilde{P} = \Gamma^{-\frac{1}{2}} P \Gamma^{-\frac{1}{2}}$ و $b = (1 - \bar{\beta}) \bar{\beta}$ ، $a = (1 - \bar{\alpha}) \bar{\alpha}$ ، $d = 2 + \bar{d}_m - \underline{d}_m + \bar{d}_a - \underline{d}_a$ است.

اثبات: تابع لیاپانوف کراسوفسکی را به صورت زیر در نظر بگیرید.

$$V(k) = \sum_{i=1}^5 V_i(k), \quad (۱۶-۳)$$

که در آن

$$\begin{aligned} V_1(k) &= x_{cl}^T(k) P x_{cl}(k), \quad V_2(k) = \sum_{i=k-\tau_k^m}^{k-1} x_{cl}^T(i) Q x_{cl}(i), \\ V_3(k) &= \sum_{i=k-\tau_k^a}^{k-1} x_{cl}^T(i) Q x_{cl}(i), \quad V_4(k) = \sum_{j=-\bar{d}_m+1}^{-d_m+1} \sum_{i=k+j-1}^{k-1} x_{cl}^T(i) Q x_{cl}(i), \\ V_5(k) &= \sum_{j=-\bar{d}_a+1}^{-d_a+1} \sum_{i=k+j-1}^{k-1} x_{cl}^T(i) Q x_{cl}(i). \end{aligned}$$

فرض می‌شود که رابطه $\mathbb{E}\{x_{cl}^T(0) \Gamma x_{cl}(0)\} \leq \delta_1^2$ و $x_{cl}(k) = 0$ به ازای $k = -1, -2, \dots$ برقرار باشد. اکنون،

نشان می‌دهیم که اگر شرایط (۱۴-۳) و (۱۵-۳) برقرار باشد، آنگاه برای $k = 1, \dots, N$ ، رابطه

$$\mathbb{E}\{x_{cl}^T(k) \Gamma x_{cl}(k)\} < \delta_2^2 \text{ برقرار است. با تفاضل گرفتن از رابطه (۱۶-۳) داریم:}$$

$$\begin{aligned} \mathbb{E}\{V_1(k+1)\} - \gamma \mathbb{E}\{V_1(k)\} &= \mathbb{E}\{x_{cl}^T(k+1) P x_{cl}(k+1)\} - \gamma x_{cl}^T(k) P x_{cl}(k) \\ &= \{A_{cl0} x_{cl}(k) + A_{dcl10} x_{cl}(k - \tau_k^a) + A_{dcl20} x_{cl}(k - \tau_k^m) + B_{cl} w(k)\}^T \\ &\quad P \{A_{cl0} x_{cl}(k) + A_{dcl10} x_{cl}(k - \tau_k^a) + A_{dcl20} x_{cl}(k - \tau_k^m) + B_{cl} w(k)\} \\ &\quad + \mathbb{E}\{(\alpha(k) - \bar{\alpha})^2\} \{A_{cl1} x_{cl}(k) + A_{dcl21} x_{cl}(k - \tau_k^m)\}^T \\ &\quad P \{A_{cl1} x_{cl}(k) + A_{dcl21} x_{cl}(k - \tau_k^m)\} \\ &\quad + \mathbb{E}\{(\beta(k) - \bar{\beta})^2\} \{A_{cl2} x_{cl}(k) + A_{dcl12} x_{cl}(k - \tau_k^a)\}^T \\ &\quad P \{A_{cl2} x_{cl}(k) + A_{dcl12} x_{cl}(k - \tau_k^a)\} - \gamma x_{cl}^T(k) P x_{cl}(k). \end{aligned} \quad (۱۷-۳)$$

با توجه به تعریف متغیرهای تصادفی و روابط $\mathbb{E}\{(\alpha(k) - \bar{\alpha})^2\} = (1 - \bar{\alpha}) \bar{\alpha} = a$

$$\mathbb{E}\{(\beta(k) - \bar{\beta})^2\} = (1 - \bar{\beta}) \bar{\beta} = b$$

معادله (۱۷-۳)، به صورت زیر نوشته می‌شود.

$$\begin{aligned} \mathbb{E}\{V_1(k+1)\} - \gamma \mathbb{E}\{V_1(k)\} &= \{A_{cl0} x_{cl}(k) + A_{dcl10} x_{cl}(k - \tau_k^a) + A_{dcl20} x_{cl}(k - \tau_k^m) + B_{cl} w(k)\}^T \\ &\quad P \{A_{cl0} x_{cl}(k) + A_{dcl10} x_{cl}(k - \tau_k^a) + A_{dcl20} x_{cl}(k - \tau_k^m) + B_{cl} w(k)\} \\ &\quad + a \{A_{cl1} x_{cl}(k) + A_{dcl21} x_{cl}(k - \tau_k^m)\}^T P \{A_{cl1} x_{cl}(k) + A_{dcl21} x_{cl}(k - \tau_k^m)\} \end{aligned}$$

$$+b\{A_{cl2}x_{cl}(k)+A_{dcl12}x_{cl}(k-\tau_k^a)\}^T P\{A_{cl2}x_{cl}(k)+A_{dcl12}x_{cl}(k-\tau_k^a)\}-\gamma x_{cl}^T(k)Px_{cl}(k). \quad (18-3)$$

به طور مشابه،

$$\begin{aligned} \mathbb{E}\{V_2(k+1)\}-\gamma\mathbb{E}\{V_2(k)\} &= x_{cl}^T(k)Qx_{cl}(k)+\sum_{i=k+1-\tau_{k+1}^m}^{k-1}x_{cl}^T(i)Qx_{cl}(i) \\ &\quad -\gamma x_{cl}^T(k-\tau_k^m)Qx_{cl}(k-\tau_k^m)-\gamma\sum_{i=k+1-\tau_k^m}^{k-1}x_{cl}^T(i)Qx_{cl}(i) \quad (19-3) \\ &\leq x_{cl}^T(k)Qx_{cl}(k)-\gamma x_{cl}^T(k-\tau_k^m)Qx_{cl}(k-\tau_k^m)+\sum_{i=k+1-\tau_{k+1}^m}^{k-1}x_{cl}^T(i)Qx_{cl}(i)-\sum_{i=k+1-\tau_k^m}^{k-1}x_{cl}^T(i)Qx_{cl}(i) \\ &\leq x_{cl}^T(k)Qx_{cl}(k)-\gamma x_{cl}^T(k-\tau_k^m)Qx_{cl}(k-\tau_k^m)+\sum_{i=k+1-\bar{d}_m}^{k-\bar{d}_m}x_{cl}^T(i)Qx_{cl}(i). \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \mathbb{E}\{V_3(k+1)\}-\gamma\mathbb{E}\{V_3(k)\} &= x_{cl}^T(k)Qx_{cl}(k)+\sum_{i=k+1-\tau_{k+1}^a}^{k-1}x_{cl}^T(i)Qx_{cl}(i) \\ &\quad -\gamma x_{cl}^T(k-\tau_k^a)Qx_{cl}(k-\tau_k^a)-\gamma\sum_{i=k+1-\tau_k^a}^{k-1}x_{cl}^T(i)Qx_{cl}(i) \\ &\leq x_{cl}^T(k)Qx_{cl}(k)-\gamma x_{cl}^T(k-\tau_k^a)Qx_{cl}(k-\tau_k^a) \quad (20-3) \\ &\quad +\sum_{i=k+1-\tau_{k+1}^a}^{k-1}x_{cl}^T(i)Qx_{cl}(i)-\sum_{i=k+1-\tau_k^a}^{k-1}x_{cl}^T(i)Qx_{cl}(i) \\ &\leq x_{cl}^T(k)Qx_{cl}(k)-\gamma x_{cl}^T(k-\tau_k^a)Qx_{cl}(k-\tau_k^a)+\sum_{i=k+1-\bar{d}_a}^{k-\bar{d}_a}x_{cl}^T(i)Qx_{cl}(i). \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \mathbb{E}\{V_4(k+1)\}-\gamma\mathbb{E}\{V_4(k)\} &= \sum_{j=-\bar{d}_m+2i=k+j}^{-\bar{d}_m+1}x_{cl}^T(i)Qx_{cl}(i)-\gamma\sum_{j=-\bar{d}_m+2i=k+j-1}^{-\bar{d}_m+1}\sum_{i=k-1}x_{cl}^T(i)Qx_{cl}(i) \\ &\leq \sum_{j=-\bar{d}_m+2i=k+j}^{-\bar{d}_m+1}x_{cl}^T(i)Qx_{cl}(i)-\sum_{j=-\bar{d}_m+2i=k+j-1}^{-\bar{d}_m+1}\sum_{i=k-1}x_{cl}^T(i)Qx_{cl}(i) \\ &\leq \sum_{j=-\bar{d}_m+2}^{-\bar{d}_m+1}\{x_{cl}^T(k)Qx_{cl}(k)-x_{cl}^T(k+j-1)Qx_{cl}(k+j-1)\} \quad (21-3) \\ &\leq (\bar{d}_m-\underline{d}_m)x_{cl}^T(k)Qx_{cl}(k)-\sum_{i=k+1-\bar{d}_m}^{k-\bar{d}_m}x_{cl}^T(i)Qx_{cl}(i). \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \mathbb{E}\{V_5(k+1)\}-\gamma\mathbb{E}\{V_5(k)\} &= \sum_{j=-\bar{d}_a+2i=k+j}^{-\bar{d}_a+1}x_{cl}^T(i)Qx_{cl}(i)-\gamma\sum_{j=-\bar{d}_a+2i=k+j-1}^{-\bar{d}_a+1}\sum_{i=k-1}x_{cl}^T(i)Qx_{cl}(i) \\ &\leq \sum_{j=-\bar{d}_a+2i=k+j}^{-\bar{d}_a+1}x_{cl}^T(i)Qx_{cl}(i)-\sum_{j=-\bar{d}_a+2i=k+j-1}^{-\bar{d}_a+1}\sum_{i=k-1}x_{cl}^T(i)Qx_{cl}(i) \\ &\leq \sum_{j=-\bar{d}_a+2}^{-\bar{d}_a+1}\{x_{cl}^T(k)Qx_{cl}(k)-x_{cl}^T(k+j-1)Qx_{cl}(k+j-1)\} \quad (22-3) \\ &\leq (\bar{d}_a-\underline{d}_a)x_{cl}^T(k)Qx_{cl}(k)-\sum_{i=k+1-\bar{d}_a}^{k-\bar{d}_a}x_{cl}^T(i)Qx_{cl}(i). \end{aligned}$$

با استفاده از معادلات فوق و انجام عملیات ریاضی، معادله زیر حاصل می‌شود:

$$\begin{aligned}
\mathbb{E}\{V(k+1) - \gamma V(k)\} &\leq \{A_{cl0}x_{cl}(k) + A_{dcl10}x_{cl}(k - \tau_k^a) + A_{dcl20}x_{cl}(k - \tau_k^m) + B_{cl}w(k)\}^T \\
&\quad P\{A_{cl0}x_{cl}(k) + A_{dcl10}x_{cl}(k - \tau_k^a) + A_{dcl20}x_{cl}(k - \tau_k^m) + B_{cl}w(k)\} \\
&\quad + a\{A_{cl1}x_{cl}(k) + A_{dcl21}x_{cl}(k - \tau_k^m)\}^T P\{A_{cl1}x_{cl}(k) + A_{dcl21}x_{cl}(k - \tau_k^m)\} \\
&\quad + b\{A_{cl2}x_{cl}(k) + A_{dcl12}x_{cl}(k - \tau_k^a)\}^T P\{A_{cl2}x_{cl}(k) + A_{dcl12}x_{cl}(k - \tau_k^a)\} \\
&\quad + x_{cl}^T(k)Qx_{cl}(k) - \gamma x_{cl}^T(k)Px_{cl}(k) - \gamma x_{cl}^T(k - \tau_k^m)Qx_{cl}(k - \tau_k^m) \\
&\quad + x_{cl}^T(k)Qx_{cl}(k) - \gamma x_{cl}^T(k - \tau_k^a)Qx_{cl}(k - \tau_k^a) + (\bar{d}_m - \underline{d}_m)x_{cl}^T(k)Qx_{cl}(k) \\
&\quad + (\bar{d}_a - \underline{d}_a)x_{cl}^T(k)Qx_{cl}(k) \leq \eta^T(k)\xi\eta(k),
\end{aligned} \tag{۲۳-۳}$$

که در آن

$$\eta = \begin{bmatrix} x_{cl}^T(k) & x_{cl}^T(k - \tau_k^m) & x_{cl}^T(k - \tau_k^a) & w^T(k) \end{bmatrix}^T, \tag{۲۴-۳}$$

$$\xi = \begin{bmatrix} \xi_{11} & \xi_{12} & \xi_{13} & \xi_{14} \\ * & \xi_{22} & \xi_{23} & \xi_{24} \\ * & * & \xi_{33} & \xi_{34} \\ * & * & * & \xi_{44} \end{bmatrix}, \tag{۲۵-۳}$$

$$\xi_{11} = A_{cl0}^T P A_{cl0} + A_{cl1}^T a P A_{cl1} + A_{cl2}^T b P A_{cl2} + 2Q - \gamma P + Q(\bar{d}_m - \underline{d}_m) + Q(\bar{d}_a - \underline{d}_a),$$

$$\xi_{12} = A_{cl0}^T P A_{dcl20} + A_{cl1}^T a P A_{dcl21},$$

$$\xi_{13} = A_{cl0}^T P A_{dcl10} + A_{cl2}^T b P A_{dcl12},$$

$$\xi_{14} = A_{cl0}^T P B_{cl},$$

$$\xi_{22} = A_{dcl20}^T P A_{dcl20} + A_{dcl21}^T a P A_{dcl21} - \gamma Q,$$

$$\xi_{23} = A_{dcl20}^T P A_{dcl10},$$

$$\xi_{24} = A_{dcl20}^T P B_{cl},$$

$$\xi_{33} = A_{dcl10}^T P A_{dcl10} + A_{dcl12}^T b P A_{dcl12} - \gamma Q,$$

$$\xi_{34} = A_{dcl10}^T P B_{cl},$$

$$\xi_{44} = B_{cl}^T P B_{cl}.$$

با به کار بردن لم ۱-۲ و نامساوی (۳-۱۴)، $\xi < 0$ نتیجه می دهد. سپس رابطه زیر محقق می شود:

$$\mathbb{E}\{V(k+1) - \gamma V(k)\} \leq \eta^T(k)\xi\eta(k) < 0. \tag{۲۶-۳}$$

از آنجا که M یک ماتریس مثبت معین است،

$$\mathbb{E}\{V(k+1) - \gamma V(k)\} < w^T(k)Mw(k). \tag{۲۷-۳}$$

$$\mathbb{E}(V(k+1)) < \gamma \mathbb{E}(V(k)) + \lambda_{\max}(M)w^T(k)w(k). \tag{۲۸-۳}$$

از (۳-۳)، (۲۸-۳) و $\gamma \geq 1$ داریم:

$$\mathbb{E}\{V(k)\} < \gamma^k \mathbb{E}\{V(0)\} + \lambda_{\max}(M) \sum_{i=0}^{k-1} \mathbb{E}\{\gamma^{k-i-1} w^T(i) w(i)\} \leq \gamma^k \mathbb{E}\{V(0)\} + \lambda_{\max}(M) \gamma^k l^2, \quad (29-3)$$

از طرفی با استفاده از تابع لیاپانوف (3-16)، رابطه (3-30) حاصل می شود.

$$\mathbb{E}\{V_1(0)\} = x_{cl}^T(0) P x_{cl}(0) \leq \lambda_{\max}(\tilde{P}) \mathbb{E}\{x_{cl}^T(0) \Gamma x_{cl}(0)\} \leq \lambda_{\max}(\tilde{P}) \delta_1^2, \quad (30-3)$$

با فرض $x_{cl}(k) = 0, \forall k = -1, -2, \dots$ و روابط (3-31) و (3-32) به دست می آیند.

$$\mathbb{E} \sum_{i=2}^5 V_i(0) = 0, \quad (31-3)$$

$$\mathbb{E}\{V(0)\} = \mathbb{E}\left\{\sum_{i=1}^5 V_i(0)\right\} \leq \lambda_{\max}(\tilde{P}) \delta_1^2, \quad (32-3)$$

با استفاده از (3-29) و (3-32)، با توجه به $\tilde{P} = \Gamma^{-\frac{1}{2}} P \Gamma^{-\frac{1}{2}}$ ، روابط زیر برقرار است.

$$\mathbb{E}\{V(k)\} < \gamma^k \mathbb{E}\{V(0)\} + \lambda_{\max}(M) \gamma^k l^2 < \gamma^k \left\{ \lambda_{\max}(\tilde{P}) \delta_1^2 \right\} + \lambda_{\max}(M) \gamma^k l^2, \quad k = 1, \dots, N. \quad (33-3)$$

$$\mathbb{E}\{V(k)\} = \mathbb{E}\left\{\sum_{i=1}^5 V_i(k)\right\} \geq \mathbb{E}\{V_1(k)\} \geq \lambda_{\min}(\tilde{P}) \mathbb{E}\{x_{cl}^T(k) \Gamma x_{cl}(k)\}, \quad (34-3)$$

با استفاده از معادلات (3-33) و (3-34)، داریم:

$$\mathbb{E}\{x_{cl}^T(k) \Gamma x_{cl}(k)\} \leq \frac{1}{\lambda_{\min}(\tilde{P})} \left(\lambda_{\max}(\tilde{P}) \delta_1^2 \gamma^k + \lambda_{\max}(M) \gamma^k l^2 \right). \quad (35-3)$$

مطابق با رابطه (3-15)، مشاهده می شود که به ازای تمامی $k = 1, \dots, N$ رابطه $\mathbb{E}\{x_{cl}^T(k) \Gamma x_{cl}(k)\} \leq \delta_2^2$ برقرار است. بنابراین، برحسب $(\delta_1, \delta_2, \Gamma, N, l)$ سیستم حلقه بسته (3-12) کراندار زمان محدود است. اثبات این قضیه کامل می شود.

□

در ادامه، شرایط لازم برای پایداری زمان محدود تصادفی H_∞ برای سیستم کنترل شبکه گسسته نامعین با اغتشاش و تاخیر تصادفی را بیان می کنیم.

۳-۳-۲- پایداری زمان محدود تصادفی H_∞

قضیه ۳-۲: سیستم حلقه بسته (۳-۱۲)، بر حسب $(\delta_1, \delta_2, \Gamma, N, l, \mu)$ ، پایدار زمان محدود H_∞ است اگر ماتریس‌های مثبت معین متقارن P, Q و پارامترهای $\mu > 0$ و $\delta_2 > 0$ وجود داشته باشند به گونه‌ای که

$$\begin{bmatrix} -\gamma P + dQ & * & * & * & * & * & * & * & * \\ 0 & -\gamma Q & * & * & * & * & * & * & * \\ 0 & 0 & -\gamma Q & * & * & * & * & * & * \\ 0 & 0 & 0 & -\mu^2 \gamma^{-N} I & * & * & * & * & * \\ PA_{cl0} & PA_{dcl20} & PA_{dcl10} & PB_{cl} & -P & * & * & * & * \\ aPA_{cl1} & aPA_{dcl21} & 0 & 0 & 0 & -aP & * & * & * \\ bPA_{cl2} & 0 & bPA_{dcl12} & 0 & 0 & 0 & -bP & * & * \\ C_{cl0} & 0 & C_{dcl0} & D_{cl} & 0 & 0 & 0 & -I & * \\ bC_{cl2} & 0 & bC_{dcl2} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -bI \end{bmatrix} < 0, \quad (36-3)$$

$$(\lambda_{\max}(\tilde{P})\delta_1^2\gamma^N + \lambda_{\max}(\mu^2 I)l^2) < \delta_2^2 \lambda_{\min}(\tilde{P}), \quad (37-3)$$

اثبات: بنابر قضیه ۳-۱، سیستم حلقه بسته (۳-۱۲) کراندار زمان محدود تصادفی است. بنابراین به منظور بررسی پایداری زمان محدود H_∞ برای هر اغتشاش غیرصفر $w(k)$ ، رابطه زیر را تشکیل می‌دهیم.

$$\begin{aligned} \mathbb{Z}(k) &= \mathbb{E}\{V(k+1)\} - \gamma \mathbb{E}\{V(k)\} + \mathbb{E}\{z^T(k)z(k)\} - \mathbb{E}\{w^T(k)Mw(k)\} \\ &= \eta^T(k)\Xi\eta(k). \end{aligned} \quad (38-3)$$

با فرض $M = \mu^2 \gamma^{-N} I$ داریم:

$$\Xi = \xi + \begin{bmatrix} C_{cl0}^T \\ 0 \\ C_{dcl0}^T \\ D_{cl}^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C_{cl0} & 0 & C_{dcl0} & D_{cl} \end{bmatrix} + b \begin{bmatrix} C_{cl2}^T \\ 0 \\ C_{dcl2}^T \\ 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C_{cl2} & 0 & C_{dcl2} & 0 \end{bmatrix} - \mu^2 \gamma^{-N} \mathbb{E}\{w^T(k)w(k)\}, \quad (39-3)$$

که در آن $\eta(k)$ و $\xi(k)$ در معادله (۳-۲۴) و (۳-۲۵) تعریف شده‌اند. با استفاده از لم ۲-۱ و معادله (۳-۳۶) می‌توان به راحتی نشان داد که $\Xi < 0$ است. بنابراین،

$$\mathbb{E}\{V(k+1)\} < \gamma \mathbb{E}\{V(k)\} - \mathbb{E}\{z^T(k)z(k)\} + \mu^2 \gamma^{-N} \mathbb{E}\{w^T(k)w(k)\}, \quad (40-3)$$

از رابطه فوق، می‌توان نتیجه گرفت،

$$\mathbb{E}\{V(k)\} < \gamma^k \mathbb{E}\{V(0)\} - \sum_{i=0}^{k-1} \gamma^{k-i-1} \mathbb{E}\{z^T(i)z(i)\} + \mu^2 \gamma^{-N} \sum_{i=0}^{k-1} \gamma^{k-i-1} \mathbb{E}\{w^T(i)w(i)\}, \quad (41-3)$$

تحت شرایط اولیه صفر و $\mathbb{E}\{V(k)\} \geq 0$ برای $k \in \{1, 2, \dots, N\}$ داریم:

$$\sum_{i=0}^{k-1} \gamma^{k-i-1} \mathbb{E}\{z^T(i)z(i)\} \leq \mu^2 \gamma^{-N} \sum_{i=0}^{k-1} \gamma^{k-i-1} \mathbb{E}\{w^T(i)w(i)\}, \quad (42-3)$$

با توجه به $\gamma \geq 1$,

$$\sum_{i=0}^N \mathbb{E}\{z^T(i)z(i)\} \leq \sum_{i=0}^N \gamma^{N-i} \mathbb{E}\{z^T(i)z(i)\} \leq \mu^2 \gamma^{-N} \sum_{i=0}^N \gamma^{N-i} \mathbb{E}\{w^T(i)w(i)\} \leq \mu^2 \sum_{i=0}^N \mathbb{E}\{w^T(i)w(i)\}, \quad (43-3)$$

سپس

$$\sum_{i=0}^N \mathbb{E}\{z^T(i)z(i)\} < \mu^2 \sum_{i=0}^N \mathbb{E}\{w^T(i)w(i)\}, \quad (44-3)$$

بنابراین، سیستم حلقه‌بسته (3-12)، پایدار زمان محدود تصادفی H_∞ است و اثبات قضیه دو کامل می‌شود.

□

در ادامه، روش طراحی کنترل کننده پسخورد خروجی را به شکل نامساوی ماتریس خطی برای سیستم کنترل شبکه گسسته نامعین با اغتشاش و تاخیر تصادفی ارائه می‌دهیم.

3-3-3 طراحی کنترل کننده پسخورد خروجی

قضیه 3-3: تحت کنترل کننده پسخورد خروجی پیشنهاد شده در (3-11)، سیستم حلقه‌بسته (3-12)

برحسب $(\delta_1, \delta_2, \Gamma, N, l, \mu)$ پایدار زمان محدود تصادفی H_∞ است اگر ماتریس‌های متقارن مثبت معین

$S, R, \hat{Q}_1, \hat{Q}_3, \hat{Q}_2$ ، ماتریس‌های حقیقی $\hat{A}, \hat{B}, \hat{C}, \hat{Q}_2$ ، پارامترهای $\gamma \geq 1, \mu > 0, \lambda_1, \lambda_2, \delta_2 > 0$ و $\varepsilon > 0$

وجود داشته باشند به طوری که روابط زیر برقرار باشند.

$$\begin{bmatrix} \Sigma_{11} & * & * & * \\ \Sigma_{21} & \Sigma_{22} & * & * \\ 0 & \Sigma_{32} & -\tilde{\varepsilon}I & * \\ \Sigma_{41} & 0 & 0 & -\tilde{\varepsilon}I \end{bmatrix} < 0, \quad (45-3)$$

که در آن

$$\Sigma_{11} = \begin{bmatrix} \hat{Q}_1(d) - \gamma S^{-1} & * & * & * & * & * & * \\ \hat{Q}_2(d) - \gamma S^{-1} & -\gamma R + \hat{Q}_3(d) & * & * & * & * & * \\ 0 & 0 & -\gamma \hat{Q}_1 & * & * & * & * \\ 0 & 0 & -\gamma \hat{Q}_2 & -\gamma \hat{Q}_3 & * & * & * \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\gamma \hat{Q}_1 & * & * \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\gamma \hat{Q}_2 & -\gamma \hat{Q}_3 & * \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\mu^2 \gamma^{-N} I \end{bmatrix}, \quad (46-3)$$

که در آن $d = 2 + \bar{d}_m - \underline{d}_m + \bar{d}_a - \underline{d}_a$ و

$$\Sigma_{21} = \begin{bmatrix} A + \bar{\beta} B_2 \hat{C} & A & 0 & 0 & (1 - \bar{\beta}) B_2 \hat{C} & 0 & B_1 \\ A + \bar{\alpha} \hat{B} C_2 + \bar{\beta} B_2 \hat{C} + \hat{A} & A + \bar{\alpha} \hat{B} C_2 & (1 - \bar{\alpha}) \hat{B} C_2 & (1 - \bar{\alpha}) \hat{B} C_2 & (1 - \bar{\beta}) B_2 \hat{C} & 0 & B_1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ a \hat{B} C_2 & a \hat{B} C_2 & (1 - \bar{\alpha}) \hat{B} C_2 & -a \hat{B} C_2 & 0 & 0 & 0 \\ b B_2 \hat{C} & 0 & 0 & 0 & -b B_2 \hat{C} & 0 & 0 \\ b B_2 \hat{C} & 0 & 0 & 0 & -b B_2 \hat{C} & 0 & 0 \\ C_1 + \bar{\beta} D_{12} \hat{C} & C_1 & 0 & 0 & (1 - \bar{\beta}) D_{12} \hat{C} & 0 & D_{11} \\ b D_{12} \hat{C} & 0 & 0 & 0 & -b D_{12} \hat{C} & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad (47-3)$$

$$\Sigma_{22} = \begin{bmatrix} -S & * & * & * & * & * & * & * \\ -R^{-1} & -R^{-1} & * & * & * & * & * & * \\ 0 & 0 & -aS & * & * & * & * & * \\ 0 & 0 & -aR^{-1} & -aR^{-1} & * & * & * & * \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -bS & * & * & * \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -bR^{-1} & -bR^{-1} & * & * \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -I & * \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -bI \end{bmatrix}, \quad (48-3)$$

$$\Sigma_{32} = \begin{bmatrix} E_1^T & E_1^T & 0 & 0 & 0 & 0 & E_2^T & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & bE_1^T & bE_1^T & 0 & bE_2^T \end{bmatrix}, \quad (49-3)$$

$$\Sigma_{41} = \begin{bmatrix} \tilde{\varepsilon}(H_1 + \bar{\beta} H_3 \hat{C}) & \tilde{\varepsilon} H_1 & 0 & 0 & \tilde{\varepsilon}(1 - \bar{\beta}) H_3 \hat{C} & 0 & \tilde{\varepsilon} H_2 \\ \tilde{\varepsilon} H_3 \hat{C} & 0 & 0 & 0 & -\tilde{\varepsilon} H_3 \hat{C} & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad (50-3)$$

$$\lambda_1 I \leq \tilde{R} \leq \lambda_2 I, \quad (51-3)$$

$$(\lambda_1 \delta_1^2 \gamma^N + \lambda_{\max}(\mu^2 I) l^2) < \delta_2^2 \lambda_2, \quad (52-3)$$

که در آن $\tilde{R} = \Gamma^{-\frac{1}{2}} R \Gamma^{-\frac{1}{2}}$ است. سپس پارامترهای کنترل کننده به صورت زیر محاسبه می شوند.

$$A_K = X_{12}^{-1} R \hat{A} (R^{-1} S^{-1} - I)^{-1} R^{-1} X_{12}, \quad B_K = X_{12}^{-1} R \hat{B}, \quad C_K = \hat{C} (R^{-1} S^{-1} - I)^{-1} R^{-1} X_{12}, \quad (53-3)$$

ماتریس X_{12} از تقسیم‌بندی $I - RS = X_{12}Y_{12}^T < 0$ به دست می‌آید.

اثبات: در ابتدا تعریف می‌کنیم

$$P = \begin{bmatrix} R & X_{12} \\ X_{12}^T & X_{22} \end{bmatrix}, P^{-1} = \begin{bmatrix} S & Y_{12} \\ Y_{12}^T & Y_{22} \end{bmatrix}, Q = \begin{bmatrix} Q_1 & Q_2 \\ Q_2^T & Q_3 \end{bmatrix}, T_1 = \begin{bmatrix} S & I \\ Y_{12}^T & 0 \end{bmatrix}, T_2 = \begin{bmatrix} I & R \\ 0 & X_{12}^T \end{bmatrix}, \quad (54-3)$$

به طوری که

$$PT_1 = T_2, \quad T_1^T PT_1 = T_1^T T_2 = \begin{bmatrix} S & I \\ I & R \end{bmatrix}, \quad (55-3)$$

$$T_1^T Q T_1 = \begin{bmatrix} SQ_1 S + SQ_2 Y_{12}^T + Y_{12} Q_2^T S + Y_{12} Q_3 Y_{12}^T & SQ_1 + Y_{12} Q_2^T \\ Q_1 S + Q_2 Y_{12}^T & Q_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S\hat{Q}_1 S & * \\ \hat{Q}_2 S & \hat{Q}_3 \end{bmatrix}, \quad (56-3)$$

که در آن

$$\begin{aligned} \hat{Q}_1 &= Q_1 + Q_2 Y_{12}^T S^{-1} + S^{-1} Y_{12} Q_2^T + S^{-1} Y_{12} Q_3 Y_{12}^T S^{-1}, \\ \hat{Q}_2 &= Q_1 + Q_2 Y_{12}^T S^{-1}, \\ \hat{Q}_3 &= Q_1. \end{aligned}$$

با پس و پیش ضرب کردن معادله (36-3) در $\text{diag}(T_1, T_1, T_1, I, T_1, T_1, T_1, I, I)$ داریم:

$$\begin{bmatrix} \Theta_{11} & * \\ \Theta_{21} & \Theta_{22} \end{bmatrix} < 0, \quad (57-3)$$

که در آن

$$\Theta_{11} = \begin{bmatrix} -\gamma S + S\hat{Q}_1 S(d) & * & * & * & * & * & * \\ -\gamma + \hat{Q}_2 S(d) & -\gamma R + \hat{Q}_3(d) & * & * & * & * & * \\ 0 & 0 & -\gamma S\hat{Q}_1 S & * & * & * & * \\ 0 & 0 & -\gamma \hat{Q}_2 S & -\gamma \hat{Q}_3 & * & * & * \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\gamma S\hat{Q}_1 S & * & * \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\gamma \hat{Q}_2 S & -\gamma \hat{Q}_3 & * \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\mu^2 \gamma^{-N} I \end{bmatrix}, \quad (58-3)$$

$$\Theta_{21} = \begin{bmatrix} (A + \Delta A)S + \bar{\beta}(B_2 + \Delta B_2)C_K Y_{12}^T & A + \Delta A & 0 \\ \sigma_1 & R(A + \Delta A) + \bar{\alpha}X_{12}B_K C_2 & (1 - \bar{\alpha})X_{12}B_K C_2 S \\ 0 & 0 & 0 \\ aX_{12}B_K C_2 S & aX_{12}B_K C_2 & -aX_{12}B_K C_2 S \\ b(B_2 + \Delta B_2)C_K Y_{12}^T & 0 & 0 \\ bR(B_2 + \Delta B_2)C_K Y_{12}^T & 0 & 0 \\ (C_1 + \Delta C_1)S + \bar{\beta}(D_{12} + \Delta D_{12})C_K Y_{12}^T & C_1 + \Delta C_1 & 0 \\ b(D_{12} + \Delta D_{12})C_K Y_{12}^T & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 0 & (1 - \bar{\beta})(B_2 + \Delta B_2)C_K Y_{12}^T & 0 & B_1 + \Delta B_1 \\ (1 - \bar{\alpha})X_{12}B_K C_2 & (1 - \bar{\beta})R(B_2 + \Delta B_2)C_K Y_{12}^T & 0 & R(B_1 + \Delta B_1) \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -aX_{12}B_K C_2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -b(B_2 + \Delta B_2)C_K Y_{12}^T & 0 & 0 \\ 0 & -bR(B_2 + \Delta B_2)C_K Y_{12}^T & 0 & 0 \\ 0 & (1 - \bar{\beta})(D_{12} + \Delta D_{12})C_K Y_{12}^T & 0 & D_{11} + \Delta D_{11} \\ 0 & -b(D_{12} + \Delta D_{12})C_K Y_{12}^T & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad (59-3)$$

که در آن $\sigma_1 = R(A + \Delta A)S + \bar{\alpha}X_{12}B_K C_2 S + \bar{\beta}R(B_2 + \Delta B_2)C_K Y_{12}^T + X_{12}A_K Y_{12}^T$

$$\Theta_{22} = \begin{bmatrix} -S & * & * & * & * & * & * & * \\ -I & -R & * & * & * & * & * & * \\ 0 & 0 & -aS & * & * & * & * & * \\ 0 & 0 & -aI & -aR & * & * & * & * \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -bS & * & * & * \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -bI & -bR & * & * \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -I & * \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -bI \end{bmatrix}, \quad (60-3)$$

با پس و پیش ضرب کردن معادله (57-3)، در $diag(S^{-1}, I, S^{-1}, I, S^{-1}, I, I, I, R^{-1}, I, R^{-1}, I, R^{-1}, I, I)$ داریم:

$$\Omega = \begin{bmatrix} \Omega_{11} & * \\ \Omega_{21} & \Omega_{22} \end{bmatrix} < 0, \quad (61-3)$$

که در آن

$$\Omega_{11} = \begin{bmatrix} \hat{Q}_1(d) - \gamma S^{-1} & * & * & * & * & * & * & * \\ \hat{Q}_2(d) - \gamma S^{-1} & -\gamma R + \hat{Q}_3(d) & * & * & * & * & * & * \\ 0 & 0 & -\gamma \hat{Q}_1 & * & * & * & * & * \\ 0 & 0 & -\gamma \hat{Q}_2 & -\gamma \hat{Q}_3 & * & * & * & * \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\gamma \hat{Q}_1 & * & * & * \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\gamma \hat{Q}_2 & -\gamma \hat{Q}_3 & * & * \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\mu^2 \gamma^{-N} I \end{bmatrix}, \quad (62-3)$$

$$\Omega_{21} = \begin{bmatrix} (A + \Delta A) + \bar{\beta}(B_2 + \Delta B_2)C_K Y_{12}^T S^{-1} & A + \Delta A & 0 \\ \sigma_{11} & (A + \Delta A) + \bar{\alpha} R^{-1} X_{12} B_K C_2 & (1 - \bar{\alpha}) R^{-1} X_{12} B_K C_2 \\ 0 & 0 & 0 \\ aR^{-1} X_{12} B_K C_2 & aR^{-1} X_{12} B_K C_2 & -aR^{-1} X_{12} B_K C_2 \\ b(B_2 + \Delta B_2)C_K Y_{12}^T S^{-1} & 0 & 0 \\ b(B_2 + \Delta B_2)C_K Y_{12}^T S^{-1} & 0 & 0 \\ (C_1 + \Delta C_1) + \bar{\beta}(D_{12} + \Delta D_{12})C_K Y_{12}^T S^{-1} & C_1 + \Delta C_1 & 0 \\ b(D_{12} + \Delta D_{12})C_K Y_{12}^T S^{-1} & 0 & 0 \\ 0 & (1 - \bar{\beta})(B_2 + \Delta B_2)C_K Y_{12}^T S^{-1} & 0 & B_1 + \Delta B_1 \\ (1 - \bar{\alpha}) R^{-1} X_{12} B_K C_2 & (1 - \bar{\beta})(B_2 + \Delta B_2)C_K Y_{12}^T S^{-1} & 0 & B_1 + \Delta B_1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -aR^{-1} X_{12} B_K C_2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -b(B_2 + \Delta B_2)C_K Y_{12}^T S^{-1} & 0 & 0 \\ 0 & -b(B_2 + \Delta B_2)C_K Y_{12}^T S^{-1} & 0 & 0 \\ 0 & (1 - \bar{\beta})(D_{12} + \Delta D_{12})C_K Y_{12}^T S^{-1} & 0 & D_{11} + \Delta D_{11} \\ 0 & -b(D_{12} + \Delta D_{12})C_K Y_{12}^T S^{-1} & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad (63-3)$$

که در آن $\sigma_{11} = (A + \Delta A) + \bar{\alpha} R^{-1} X_{12} B_K C_2 + \bar{\beta}(B_2 + \Delta B_2)C_K Y_{12}^T S^{-1} + R^{-1} X_{12} A_K Y_{12}^T S^{-1}$ و

$$\Omega_{22} = \begin{bmatrix} -S & * & * & * & * & * & * & * \\ -R^{-1} & -R^{-1} & * & * & * & * & * & * \\ 0 & 0 & -aS & * & * & * & * & * \\ 0 & 0 & -aR^{-1} & -aR^{-1} & * & * & * & * \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -bS & * & * & * \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -bR^{-1} & -bR^{-1} & * & * \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -I & * \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -bI \end{bmatrix}, \quad (64-3)$$

با تعریف $\hat{A} = R^{-1} X_{12} A_K Y_{12}^T S^{-1}$ ، $\hat{B} = R^{-1} X_{12} B_K$ ، $\hat{C} = C_K Y_{12}^T S^{-1}$ ، پارامترهای کنترل کننده به صورت زیر

محاسبه می شوند.

$$A_K = X_{12}^{-1} R \hat{A} S (X_{12} Y_{12}^T)^{-1} X_{12}, \quad B_K = X_{12}^{-1} R \hat{B}, \quad C_K = \hat{C} S (X_{12} Y_{12}^T)^{-1} X_{12}, \quad (65-3)$$

با استفاده از لم ۲-۲، نامساوی (۶۱-۳) به صورت زیر بازنویسی می‌شود.

$$\hat{M} + \sum_{i=1}^2 \hat{H}_i L(k) \hat{E}_i + \sum_{i=1}^2 \hat{E}_i^T L^T(k) \hat{H}_i^T < 0, \quad (۶۶-۳)$$

که در آن

$$\hat{M} = \begin{bmatrix} \Sigma_{11} & * \\ \Sigma_{21} & \Sigma_{22} \end{bmatrix} < 0, \quad (۶۷-۳)$$

Σ_{11} ، Σ_{21} و Σ_{22} در معادلات (۴۶-۳) تا (۴۸-۳) تعریف شده‌اند.

$$\hat{H}_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ E_1 \\ E_1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ E_2 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \hat{H}_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ bE_1 \\ bE_1 \\ 0 \\ bE_2 \end{bmatrix}, \quad (۶۸-۳)$$

$$\hat{E}_1 = [H_1 + \bar{\beta} H_3 C_K Y_{12}^T S^{-1} \quad H_1 \quad 0 \quad 0 \quad (1 - \bar{\beta}) H_3 C_K Y_{12}^T S^{-1} \quad 0 \quad H_2 \quad 0], \quad (۶۹-۳)$$

$$\hat{E}_2 = [H_3 C_K Y_{12}^T S^{-1} \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad -H_3 C_K Y_{12}^T S^{-1} \quad 0 \quad 0 \quad 0], \quad (۷۰-۳)$$

با استفاده از لم ۲-۲، واضح است که معادله (۶۱-۳) برقرار است اگر و تنها اگر پارامتر مثبت $\bar{\varepsilon}$ وجود

دارد به طوری که نامساوی (۴۵-۳) برقرار باشد. از آنجا که P ماتریس مثبت معین است، داریم:

$$T_1^T P T_1 = \begin{bmatrix} S & I \\ I & R \end{bmatrix} > 0, \quad \text{or} \quad SR - I > 0. \quad (۷۱-۳)$$

از معادله (۵۴-۳) و با استفاده از $PP^{-1} = I$ ، رابطه $I - RS = X_{12} Y_{12}^T < 0$ برقرار است و دو ماتریس غیرمنفرد

X_{12} و Y_{12} وجود دارند به طوری که در رابطه $X_{12} Y_{12}^T < 0$ صدق کنند. بدین گونه، اثبات قضیه سه کامل

می‌شود.

□

تذکر ۳-۱: در قضیه ۳-۳، ماتریس X_{22} در معادله (۵۴-۳) به طوری انتخاب می‌شود که بزرگترین و

کوچکترین مقادیر ویژه ماتریس \bar{P} با ماتریس \bar{R} برابر باشد.

تذکر ۳-۲: به منظور طراحی پارامترهای کنترل کننده مستقل از ماتریس X_{12} ، می توان به دو روش عمل کرد:

روش اول: ماتریس X_{12} را با ماتریس R مساوی در نظر گرفت.

روش دوم: از تبدیل همانندی $\bar{x}(k) = RX_{12}\hat{x}(k)$ استفاده کرد.

در هر حال پارامترهای کنترل کننده به صورت زیر تعیین می شوند:

$$A_K = \hat{A}(R^{-1}S^{-1} - I)^{-1}, \quad B_K = \hat{B}, \quad C_K = \hat{C}(R^{-1}S^{-1} - I)^{-1}. \quad (۷۲-۳)$$

تذکر ۳-۳: شرایط به دست آمده در رابطه (۴۵-۳)، به منظور طراحی کنترل کننده مناسب، در واقع یک مساله غیرمحدب است و لذا به طور مستقیم با استفاده از جعبه ابزار LMI متلب حل نمی شود. بنابراین در ادامه، روش مبتنی بر LMI به منظور طراحی پارامترهای کنترل کننده ارائه می شود. ابتدا ماتریس های زیر را تعریف می کنیم.

$$V = S^{-1}, \quad \phi = R^{-1}. \quad (۷۳-۳)$$

رابطه (۴۵-۳) را می توان به فرم زیر نوشت.

$$\begin{bmatrix} \tilde{\Sigma}_{11} & * & * & * \\ \Sigma_{21} & \tilde{\Sigma}_{22} & * & * \\ 0 & \Sigma_{32} & -\tilde{\varepsilon}I & * \\ \Sigma_{41} & 0 & 0 & -\tilde{\varepsilon}I \end{bmatrix} < 0, \quad (۷۴-۳)$$

که در آن

$$\tilde{\Sigma}_{11} = \begin{bmatrix} \hat{Q}_1(d) - \gamma V & * & * & * & * & * & * \\ \hat{Q}_2(d) - \gamma V & -\gamma R + \hat{Q}_3(d) & * & * & * & * & * \\ 0 & 0 & -\gamma \hat{Q}_1 & * & * & * & * \\ 0 & 0 & -\gamma \hat{Q}_2 & -\gamma \hat{Q}_3 & * & * & * \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\gamma \hat{Q}_1 & * & * \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\gamma \hat{Q}_2 & -\gamma \hat{Q}_3 & * \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\mu^2 \gamma^{-N} I \end{bmatrix}, \quad (۷۵-۳)$$

$$\tilde{\Sigma}_{22} = \begin{bmatrix} -S & * & * & * & * & * & * & * \\ -\phi & -\phi & * & * & * & * & * & * \\ 0 & 0 & -aS & * & * & * & * & * \\ 0 & 0 & -a\phi & -a\phi & * & * & * & * \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -bS & * & * & * \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -b\phi & -b\phi & * & * \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -I & * \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -bI \end{bmatrix}, \quad (76-3)$$

مشاهده می‌شود که نامساوی ماتریس غیرخطی (۳-۴۵)، با نامساوی ماتریس خطی (۳-۷۴) برابر است.

بنابراین مسئله غیرمحدب به مسئله بهینه‌سازی زیر به صورت LMI، قابل تبدیل است،

Minimize

$$\text{trace}\{VS + \phi R\}$$

Subject to (۳-۷۴), and

$$V > 0, S > 0, R > 0, \phi > 0, \begin{bmatrix} V & I \\ I & S \end{bmatrix} > 0, \begin{bmatrix} \phi & I \\ I & R \end{bmatrix} > 0. \quad (77-3)$$

سپس، برای حل مسئله بهینه‌سازی فوق از الگوریتم خطی‌سازی تکمیلی مخروطی^۱ استفاده می‌شود. جزئیات کامل این الگوریتم در پیوست آورده شده‌است.

تذکر ۳-۳: پایداری جانبی و پایداری زمان محدود مفاهیم مستقل از هم دارند. بدین معنی که اگر سیستم پایدار زمان محدود باشد، نمی‌توان نتیجه گرفت سیستم پایدار جانبی است و برعکس. در حالت خاصی که $\gamma=1$ است، مفاهیم پایداری زمان محدود و پایداری جانبی یکسان می‌باشد [۵۷].

۳-۴- نتایج شبیه‌سازی

در این قسمت، دو سیستم زمان گسسته نامعین پایدار و دو سیستم ناپایدار برای بررسی موثر بودن روش پیشنهادی شبیه‌سازی می‌شوند.

مثال ۳-۱:

¹ Cone Complementarity Linearization Method

هدف اصلی از یک منبع تغذیه بی وقفه (UPS)^۱، صرف نظر از شرایط شبکه برق، مانند خاموش شدن برق، فراهم کردن نیروی پایدار برای بار است. در این مثال، مسئله کنترل شبکه برای UPS به منظور کنترل اینورتر مدولاسیون عرض پالس^۲ مورد مطالعه قرار گرفته است، به طوری که ولتاژ خروجی AC در حالت مطلوب نگهداری می شود. در این مثال، UPS با مشخصه یک کیلو ولت آمپر با مدل زمان گسسته زیر بررسی می شود. سیستم را با پارامترهای زیر در نظر بگیرید [۵۶].

$$A = \begin{bmatrix} 0.9226 & -0.6330 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}, B_1 = \begin{bmatrix} 0.5 \\ 0 \\ 0.2 \end{bmatrix}, B_2 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix},$$

$$C_1 = [0.1 \ 0 \ 0], C_2 = [23.738 \ 20.287 \ 0], D_{11} = 0.1, D_{12} = 0.2,$$

$$E_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}, E_2 = 0.2, H_1 = [1 \ 0 \ 0], H_2 = 0.2, H_3 = 0.1. \quad (۷۸-۳)$$

پارامترهای اولیه را به صورت $\gamma = 1, \delta_1 = 1, \Gamma = 1, N = 2, l = 1, \bar{\epsilon} = 0, \bar{\alpha} = \bar{\beta} = 0$. از طرفی، تاخیر در کانال اندازه گیری و محرک از 0 تا 3 تغییر می کند. با حل مسئله بهینه سازی شامل شرایط LMI، (۳-۵۱)، (۳-۵۲)، (۳-۷۴) و (۳-۷۷) و با استفاده از جعبه ابزار متلب، مقادیر بهینه پارامترها به صورت $\mu_{min} = 0.98$ و $\delta_{2opt}^2 = 21.1499$ تعیین می شوند. پارامترهای کنترل کننده در رابطه زیر آمده است:

$$A_K = \begin{bmatrix} -0.0512 & 0.0306 & -0.0013 \\ -0.2993 & 0.2269 & -0.0073 \\ -0.4524 & 1.2535 & -0.0053 \end{bmatrix}, B_K = \begin{bmatrix} -0.0008 \\ -0.0043 \\ -0.0033 \end{bmatrix},$$

$$C_K = [-0.0170 \ -0.4930 \ -0.0037]. \quad (۷۹-۳)$$

با توجه به شکل ۳-۲، سیستم کنترل شده دارای پاسخ سریعتر و فراجهدش^۳ کمتری نسبت به سیستم کنترل نشده است. شکل های ۳-۳ و ۳-۴، مسیر حالت متغیرهای حالت کنترل کننده و نرم $x_{cl}(k)$ را

¹ Uninterruptable Power Supply
² Pulse Width-modulated Inverter

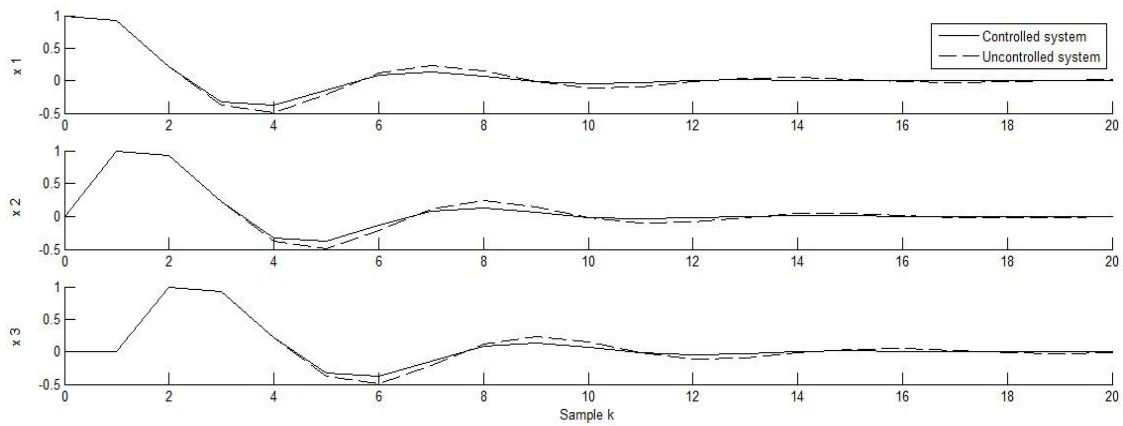
³ Overshoot

نشان می‌دهند. با توجه به شکل‌ها می‌توان نتیجه گرفت که سیستم حلقه‌بسته تحت کنترل‌کننده پیشنهادی به طور مناسبی کراندار است که نشان‌دهنده موثر بودن روش پیشنهادی است. برای $\gamma = 1$ ، مطابق با تذکر ۳-۴، از پایداری زمان محدود می‌توان نتیجه گرفت که سیستم کنترل شبکه پایداری مجانبی نیز هست. این در حالی است که برای $\gamma > 1$ ، از پایداری زمان محدود نمی‌توان پایداری مجانبی را نتیجه گرفت. شکل ۳-۵ سیگنال کنترلی را با $\gamma = 1$ نشان می‌دهد. در ادامه، اثرات تغییر پارامتر γ را بررسی می‌کنیم. فرض می‌شود مقدار پارامتر γ به 1.2 تغییر نماید. با حل مسئله بهینه‌سازی، مقدار پارامترهای بهینه به صورت $\mu_{min} = 1.16$ و $\delta_{2opt}^2 = 21.6225$ تعیین می‌شوند. به ازای $N = 4$ ، پارامترهای کنترل‌کننده عبارتند از:

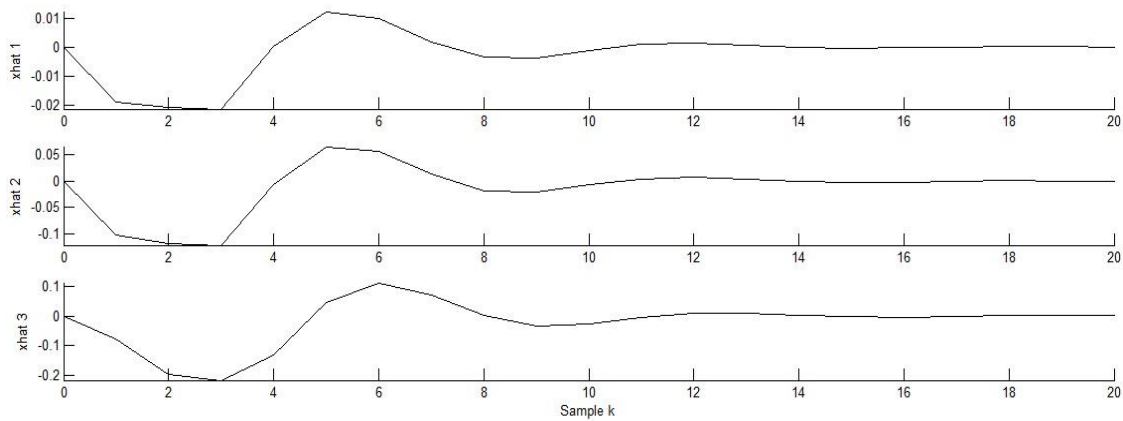
$$A_K = \begin{bmatrix} -0.0653 & 0.0129 & -0.0063 \\ -0.3015 & 0.1848 & -0.0261 \\ -0.4482 & 1.2019 & -0.0153 \end{bmatrix}, \quad B_K = \begin{bmatrix} -0.0009 \\ -0.0039 \\ -0.0027 \end{bmatrix}, \quad (۸۰-۳)$$

$$C_K = [-0.0201 \quad -0.4694 \quad -0.0139]$$

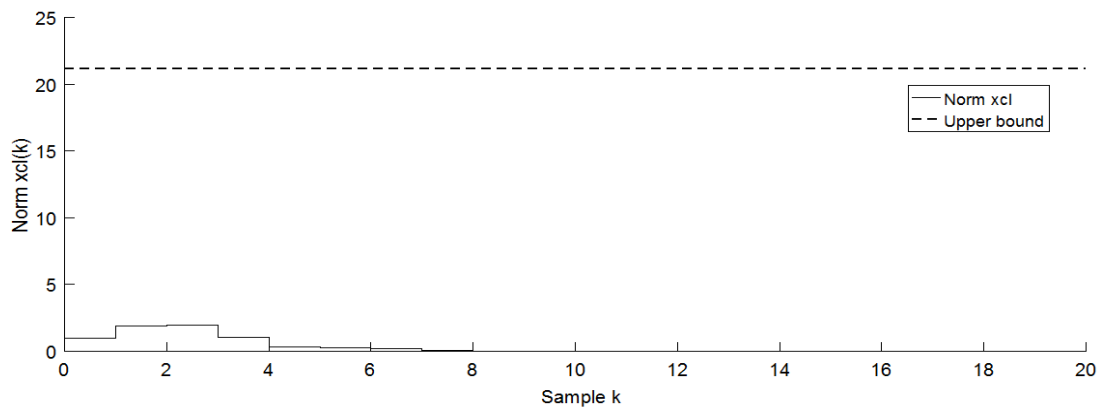
نتایج در شکل‌های ۳-۶ تا ۳-۸ نشان داده شده‌اند. همانطور که مشاهده می‌شود سیستم از عملکرد مناسبی برخوردار است. متغیرهای حالت سیستم و کنترل‌کننده به سمت صفر همگرا می‌شوند و نرم متغیرهای حالت سیستم حلقه بسته توسط پارامتر بهینه $\delta_{2opt}^2 = 21.6225$ کراندار باقی مانده است. شکل ۳-۹ سیگنال کنترلی را برای $\gamma = 1.2$ نشان می‌دهد. واضح است که کنترل‌کننده به خوبی اثرات ناشی از نامعینی، اغتشاش و تاخیر تصادفی را جبران کرده و سطح اغتشاش را کاهش می‌دهد.



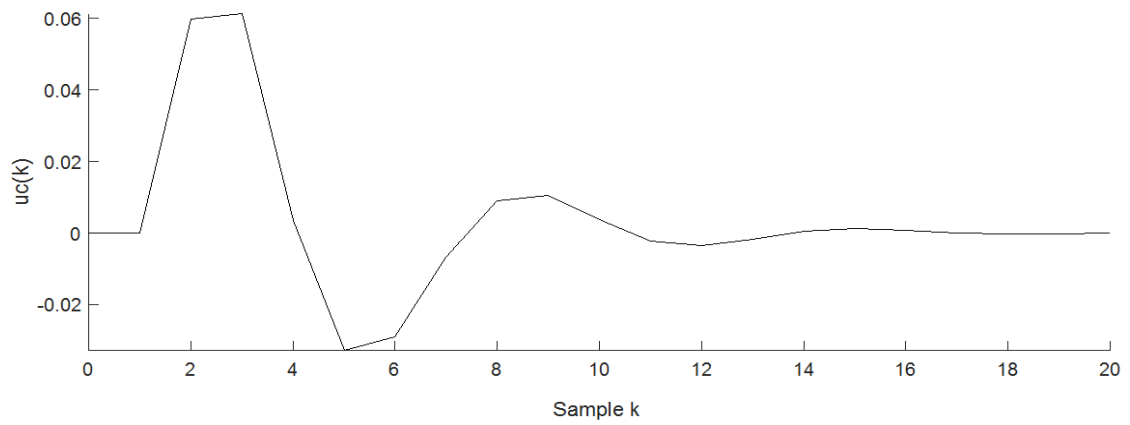
شکل ۲-۳. مسیر حالت متغیرهای حالت سیستم مثال ۱-۳ با $\gamma = 1$



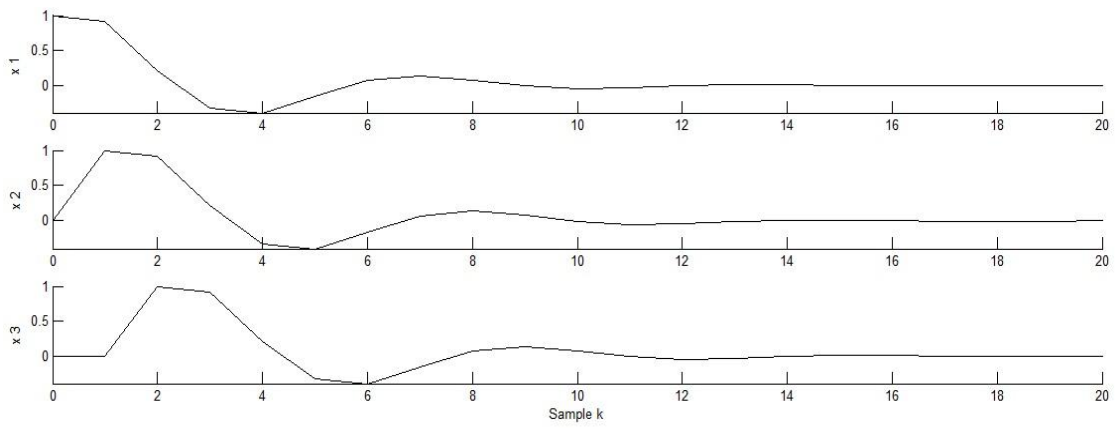
شکل ۳-۳. مسیر حالت متغیرهای حالت کنترل کننده مثال ۱-۳ با $\gamma = 1$



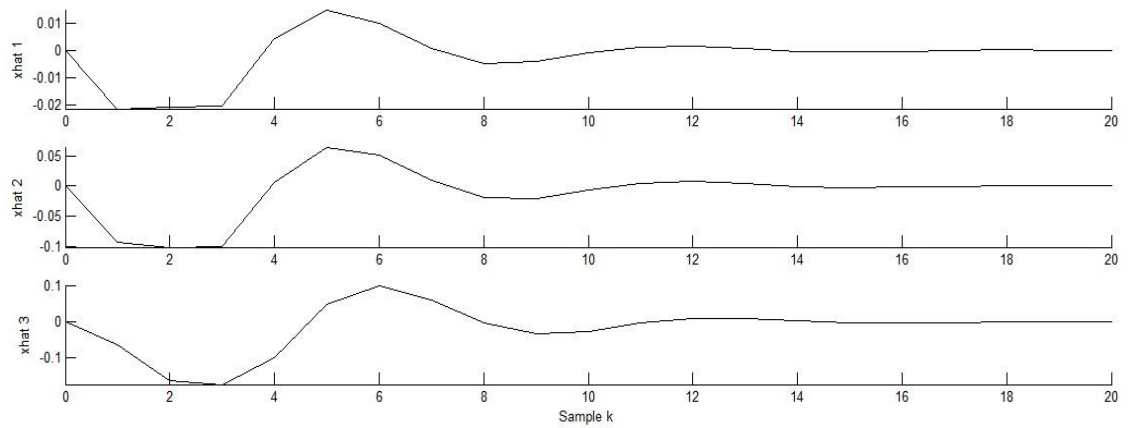
شکل ۴-۳. نرم $x_{cl}(k)$ مثال ۱-۳ با $\gamma = 1$



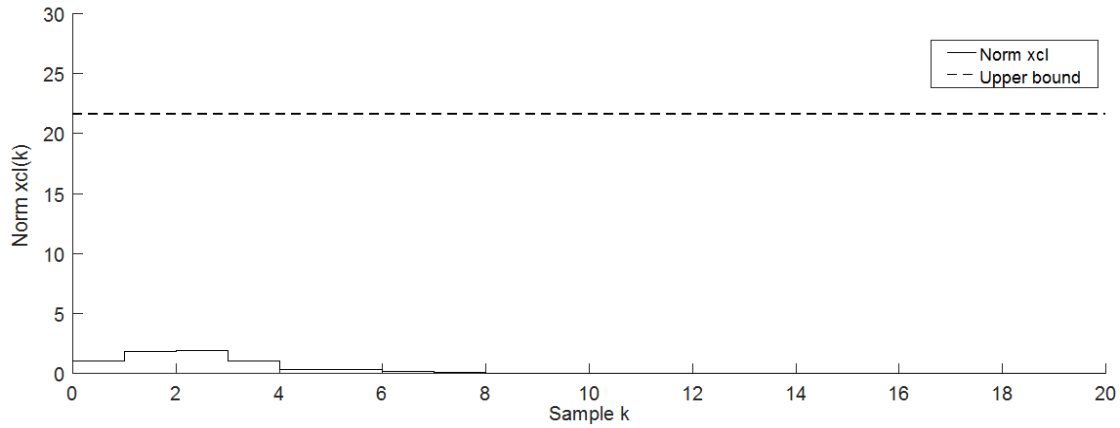
شکل ۳-۵. سیگنال کنترلی مثال ۱-۳ با $\gamma = 1$



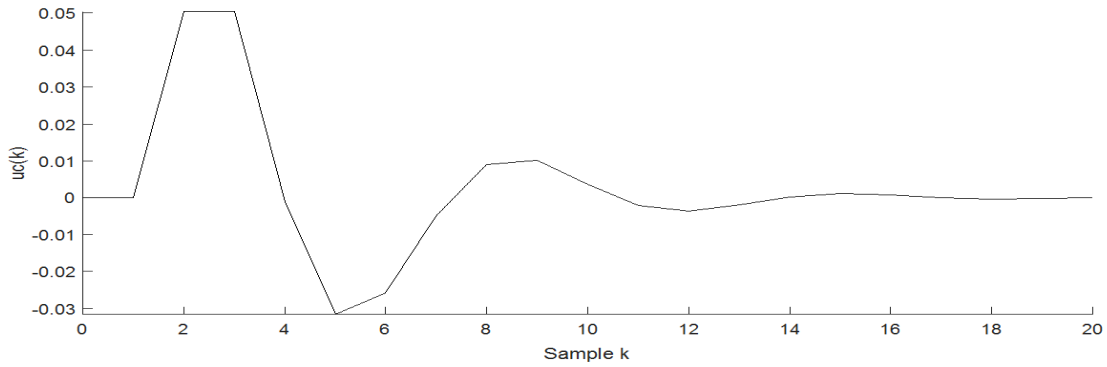
شکل ۳-۶. مسیر حالت متغیرهای حالت سیستم مثال ۱-۳ با $\gamma = 1.2$



شکل ۳-۷. مسیر حالت متغیرهای حالت کنترل کننده مثال ۱-۳ با $\gamma = 1.2$



شکل ۳-۸. نرم $x_{cl}(k)$ مثال ۳-۱ با $\gamma = 1.2$



شکل ۳-۹. سیگنال کنترلی مثال ۳-۱ با $\gamma = 1.2$

مثال ۳-۲: در این مثال، به مطالعه و بررسی سیستم ناپایدار ارائه شده در [۵۸] می پردازیم. پارامترهای

سیستم به صورت زیر هستند:

$$A = \begin{bmatrix} 0.8 & -0.25 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ -0.8 & 0.5 & 0.2 & -1.03 \\ 0 & 0 & 0.5793 & 0 \end{bmatrix}, \quad B_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0.1000 \\ 0 \\ 0.0500 \end{bmatrix}, \quad B_2 = \begin{bmatrix} 0.1 \\ 0.03 \\ 0.04 \\ 0.1 \end{bmatrix},$$

$$C_1 = [0 \ 0.1 \ 0 \ 0], \quad C_2 = [0 \ 0.1 \ 0 \ 0], \quad D_{11} = 0.1, \quad D_{12} = 0.2,$$

(۳-۸)

$$E_1 = \begin{bmatrix} 0.01 \\ 0.09 \\ 0.02 \\ 0.04 \end{bmatrix}, \quad E_2 = 0.01, \quad H_1 = [0.05 \ 0.02 \ 0.03 \ 0.04], \quad H_2 = 0.07, \quad H_3 = 0.04.$$

مقادیر ویژه از ماتریس A عبارتند از -0.2958 ، 0.4749 و $0.4104 \pm 0.9119i$ که نشان دهنده ناپایداری سیستم است. پارامترهای اولیه را به صورت $\gamma=1$ ، $\delta_1=\sqrt{2}$ ، $\Gamma=I$ ، $N=2$ ، $l=1$ ، $\bar{\varepsilon}=0$ ، از طرفی، تاخیر در کانال اندازه‌گیری از 0 تا 5 و محرک از 0 تا 3 تغییر می‌کند. با حل مسئله بهینه‌سازی شامل شرایط LMI، (δ_1-3) ، (δ_2-3) ، (δ_3-3) و (δ_4-3) ، با استفاده از جعبه ابزار متلب، مقادیر بهینه پارامترها به صورت $\mu_{min}=0.2304$ و $\delta_{2opt}^2=12.3904$ تعیین می‌شوند و پارامترهای کنترل کننده حاصل عبارتند از:

$$A_k = \begin{bmatrix} 0.7647 & -0.2702 & -0.0637 & 0.9071 \\ 1.0281 & 0.0197 & -0.0423 & 0.0050 \\ -0.8145 & 0.4983 & 0.1591 & -1.0916 \\ 0.0292 & 0.0201 & 0.5178 & 0.0273 \end{bmatrix}, \quad B_k = \begin{bmatrix} -0.0363 \\ -0.0586 \\ 0.0454 \\ 0.0397 \end{bmatrix}, \quad (82-3)$$

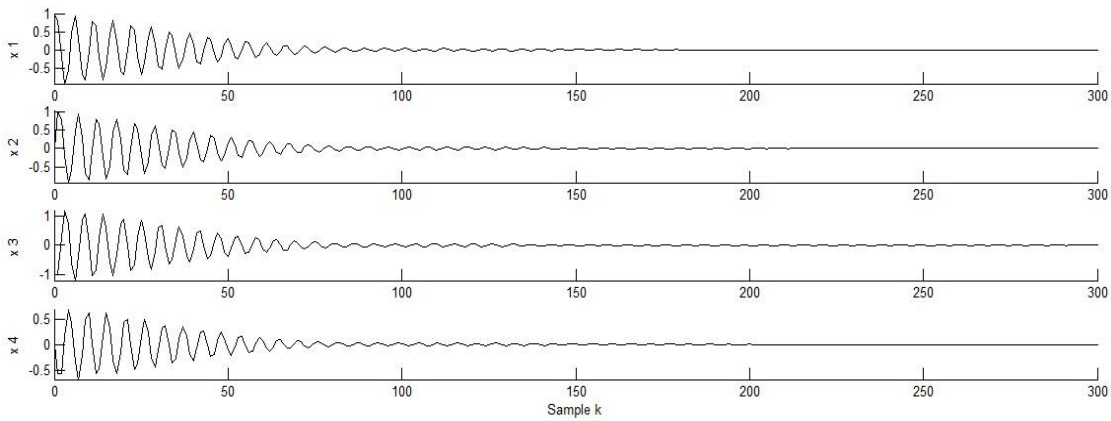
$$C_k = [0.1011 \quad 0.0290 \quad 0.5975 \quad 0.2191].$$

نتایج در شکل‌های ۳-۱۰ تا ۳-۱۲ ارائه شده است که نشان‌دهنده موثر بودن روش پیشنهادی است. مشاهده می‌شود که متغیرهای حالت سیستم به سمت صفر همگرا می‌شوند. نرم متغیرهای حالت سیستم حلقه‌بسته، توسط پارامتر بهینه $\delta_{2opt}^2=12.3904$ محدود باقی مانده‌اند، که بیانگر پایداری زمان محدود تصادفی H_∞ سیستم است. ورودی کنترل کننده به سیستم بعد از عبور از کانال محرک با تاخیر تصادفی و $\gamma=1$ در شکل ۳-۱۳ نشان داده شده است. در ادامه، مقدار پارامتر γ را به 1.02 تغییر می‌دهیم، در حالی که سایر پارامترها همانند حالت قبل هستند. با حل مسئله بهینه‌سازی، مقدار پارامترهای بهینه به صورت $\mu_{min}=0.25$ و $\delta_{2opt}^2=16.4836$ تعیین می‌شود. پارامترهای کنترل کننده نیز عبارتند از:

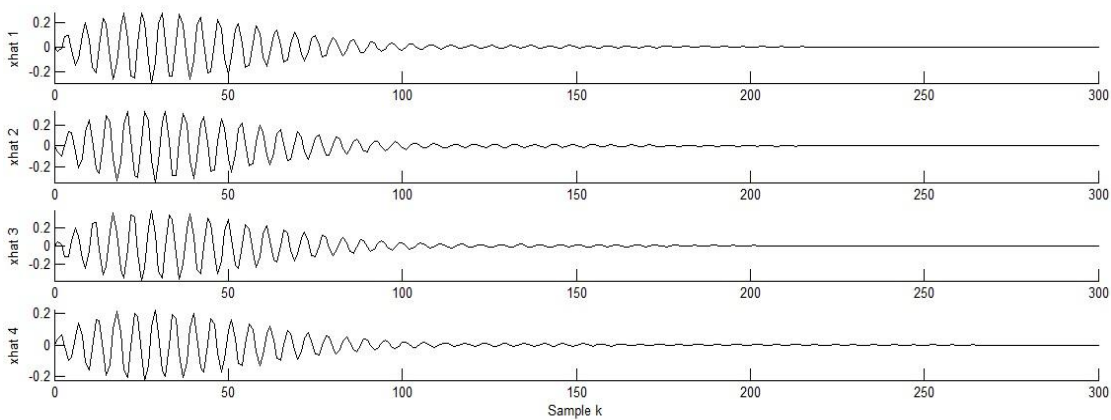
$$A_k = \begin{bmatrix} 0.7804 & -0.2736 & -0.0444 & 0.9432 \\ 0.9938 & 0.0306 & -0.0182 & -0.0059 \\ -0.8143 & 0.4876 & 0.1594 & -1.0782 \\ -0.0041 & 0.0246 & 0.5357 & 0.0117 \end{bmatrix}, \quad B_k = \begin{bmatrix} -0.0338 \\ -0.0734 \\ 0.0359 \\ 0.0178 \end{bmatrix}, \quad (83-3)$$

$$C_k = [0.1192 \quad 0.0334 \quad 0.4237 \quad 0.1373].$$

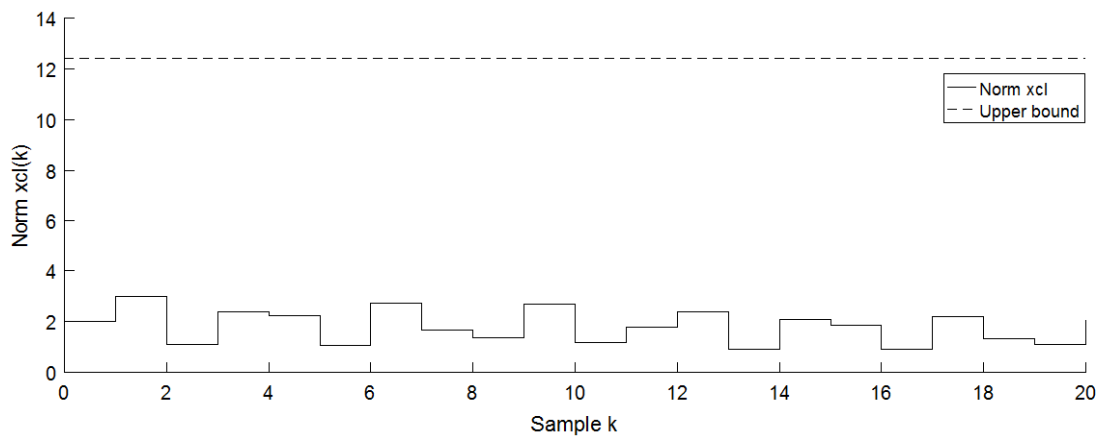
شکل‌های ۱۴-۳ تا ۱۷-۳، نشان‌دهنده کراندار بودن متغیرهای حالت سیستم حلقه‌بسته تحت کنترل‌کننده پیشنهادی است که بازتاب موثر بودن نتایج ارائه شده است. همانطور که مشاهده می‌شود که متغیرهای حالت سیستم به سمت صفر همگرا شده‌اند و نرم متغیرهای حالت سیستم توسط پارامتر بهینه $\delta_{2opt}^2 = 16.4836$ کراندار باقی می‌ماند.



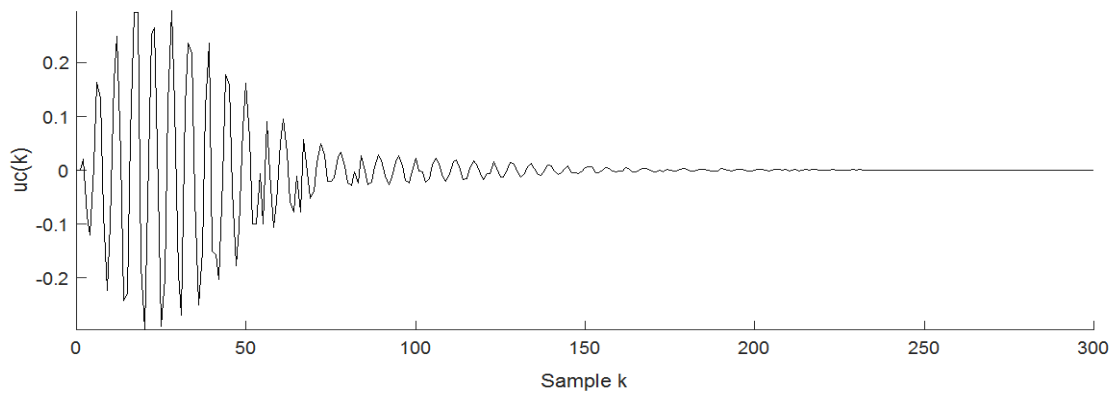
شکل ۳-۱۰. مسیر حالت متغیرهای حالت سیستم مثال ۳-۲ با $\gamma = 1$



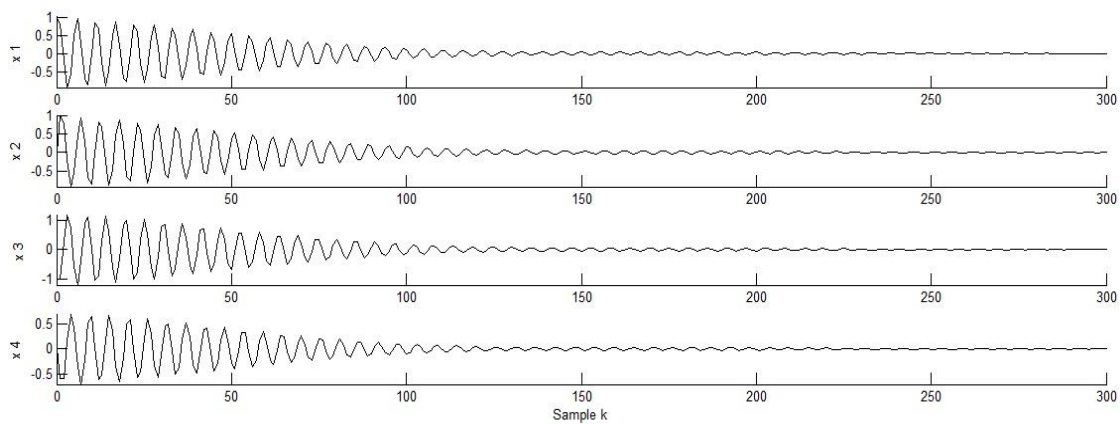
شکل ۳-۱۱. مسیر حالت متغیرهای حالت کنترل‌کننده مثال ۳-۲ با $\gamma = 1$



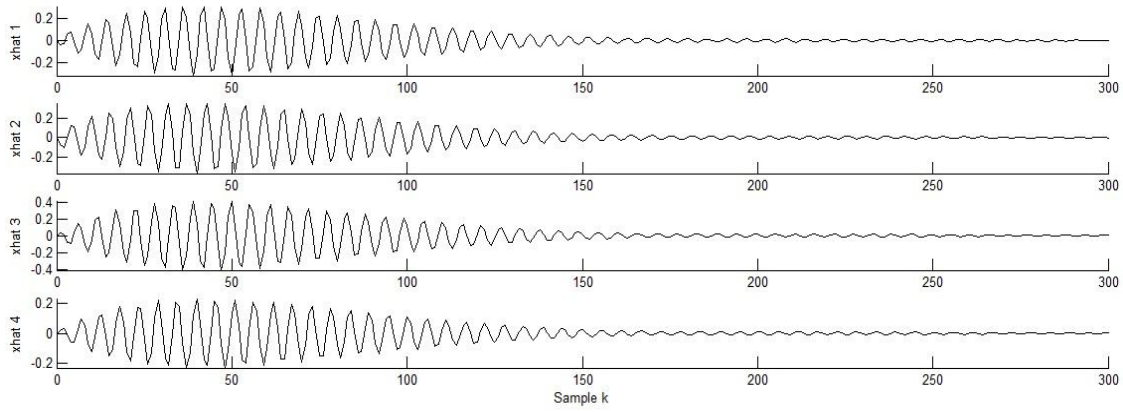
شکل ۱۲-۳. نرم $x_{cl}(k)$ مثال ۲-۳ با $\gamma = 1$



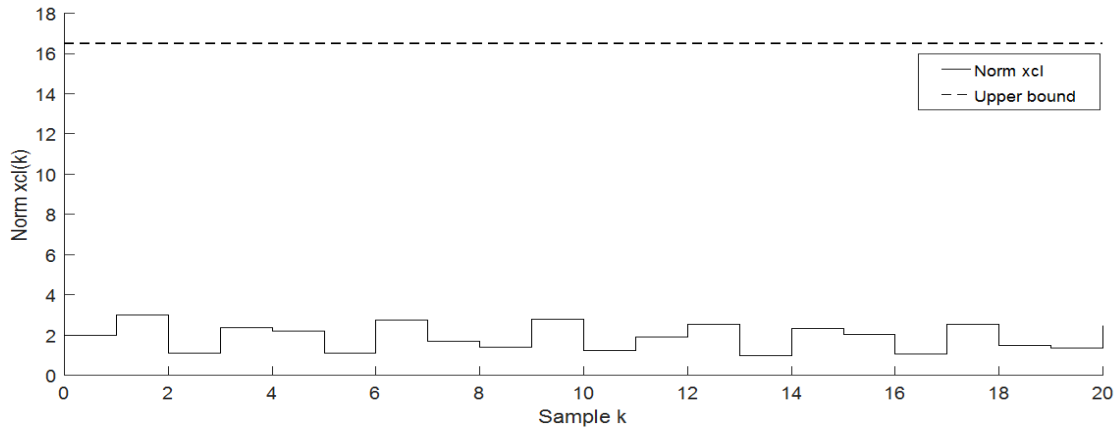
شکل ۱۳-۳. سیگنال کنترلی مثال ۲-۳ با $\gamma = 1$



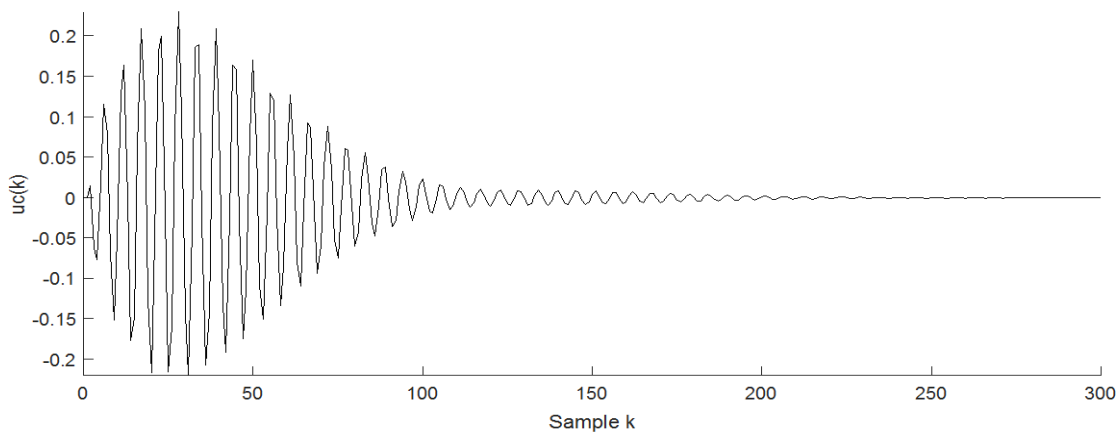
شکل ۱۴-۳. مسیر حالت متغیرهای حالت سیستم مثال ۲-۳ با $\gamma = 1.02$



شکل ۳-۱۵. مسیر حالت متغیرهای حالت کنترل کننده مثال ۳-۲ با $\gamma = 1.02$

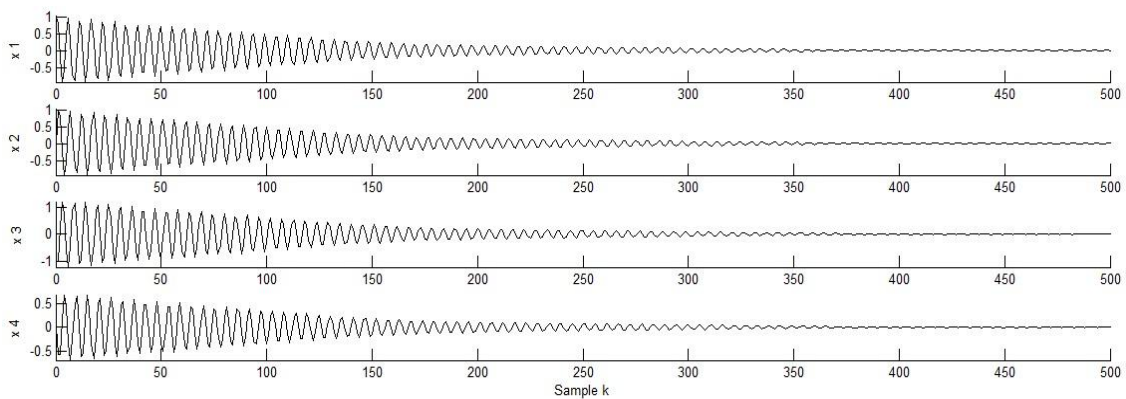


شکل ۳-۱۶. نرم $x_c(k)$ مثال ۳-۲ با $\gamma = 1.02$

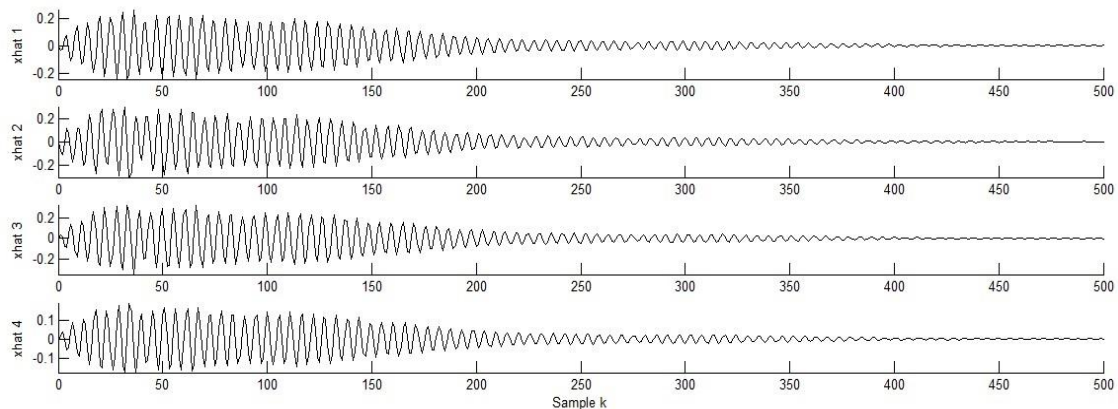


شکل ۳-۱۷. سیگنال کنترلی مثال ۳-۲ با $\gamma = 1.02$

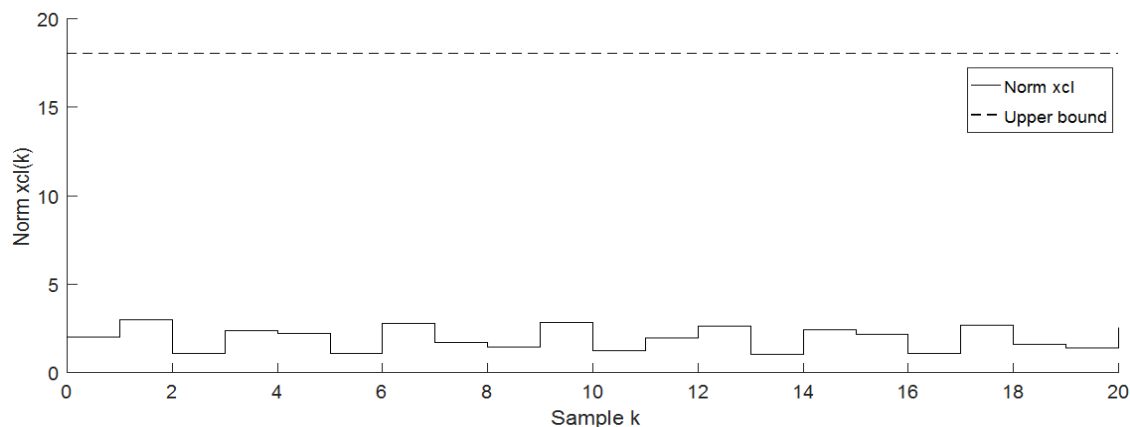
در ادامه، با فرض $\gamma = 1.02$ و $\bar{\alpha} = \bar{\beta} = 0.7$ و در نظر گرفتن سایر پارامترها مشابه حالت قبل، با حل مسئله بهینه‌سازی، $\mu_{min} = 0.2606$ و $\delta_{2opt}^2 = 18.02$ به دست می‌آیند. شکل‌های ۱۸-۳ تا ۲۱-۳، نتایج شبیه‌سازی را نشان می‌دهند. از شکل‌های ۱۸-۳ تا ۲۱-۳، مشاهده می‌شود که کنترل‌کننده به‌ازای پارامتر $\bar{\alpha} = \bar{\beta} = 0.7$ از عملکرد مناسبی برخوردار است، به‌گونه‌ای که سیستم حلقه بسته پایدار و محدود است و از عملکرد مناسبی برخوردار است. با تغییر پارامتر $\bar{\alpha} = \bar{\beta} = 0.7$ ، نوسان سیستم، زمان رسیدن به پایداری و فرجهش افزایش می‌یابد.



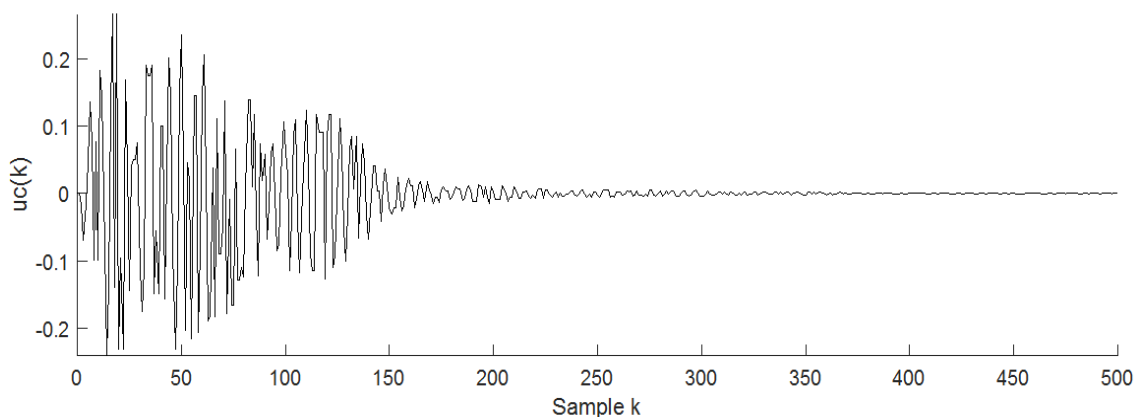
شکل ۱۸-۳. مسیر حالت متغیرهای حالت سیستم مثال ۲-۳ با $\bar{\alpha} = \bar{\beta} = 0.7$ و $\gamma = 1.02$



شکل ۱۹-۳. مسیر حالت متغیرهای حالت کنترل‌کننده مثال ۲-۳ با $\bar{\alpha} = \bar{\beta} = 0.7$ و $\gamma = 1.02$



شکل ۳-۲۰. نرم $x_{cl}(k)$ مثال ۳-۲ با $\bar{\alpha} = \bar{\beta} = 0.7$ و $\gamma = 1.02$



شکل ۳-۲۱. سیگنال کنترلی مثال ۳-۲ با $\bar{\alpha} = \bar{\beta} = 0.7$ و $\gamma = 1.02$

مثال ۳-۳: سیستم زیر را در نظر بگیرید [۲].

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0.8 & -0.3 \end{bmatrix}, B_1 = \begin{bmatrix} 0.51 \\ 0 \end{bmatrix}, B_2 = \begin{bmatrix} 0.05 \\ 0.01 \end{bmatrix},$$

$$C_1 = [0 \quad 0.1], C_2 = [10 \quad -10], E_1 = \begin{bmatrix} 0.01 \\ 0.05 \end{bmatrix}, E_2 = 0.06, \quad (۳-۸۴)$$

$$H_1 = [0.13 \quad 0], H_2 = 0.2, H_3 = 0.03.$$

مقادیر ویژه ماتریس A عبارتند از 0.7569 و -1.0569 که نشان‌دهنده ناپایداری سیستم است.

پارامترهای اولیه را $\gamma = 1.001$, $\delta_1 = \sqrt{2}$, $\Gamma = I$, $N = 10$, $l = 1.2$, $\tilde{\varepsilon} = 0.01$, $\bar{\alpha} = \bar{\beta} = 0.9$, $x_{0p} = [1 \quad -1]^T$,

در نظر می‌گیریم. از طرفی، تاخیر در کانال اندازه‌گیری از 1 تا 5 و در $w(k) = \frac{1}{(k+1)^2}$ و $\hat{x}_0 = [0 \quad 0]^T$

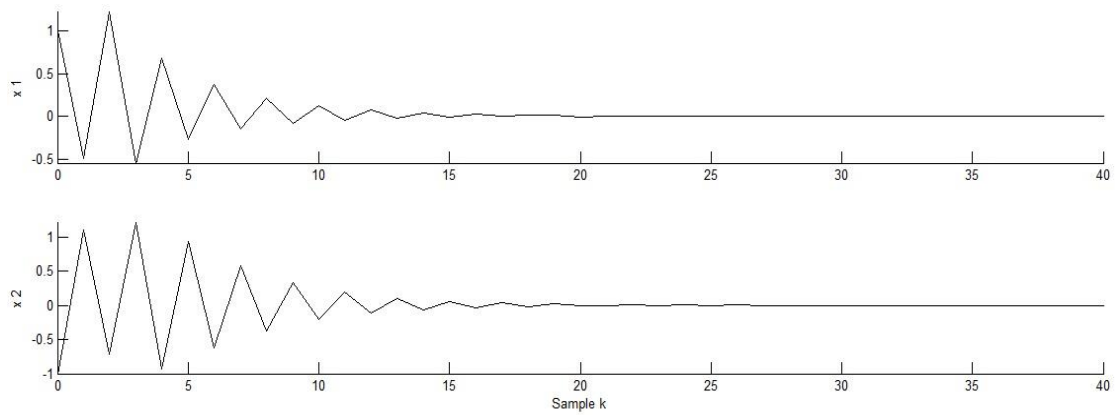
کانال محرک از 1 تا 3 تغییر می‌کند. با حل مسئله بهینه‌سازی شامل شرایط LMI، (۳-۵۱)، (۳-۵۲)،

(۳-۷۴) و (۳-۷۷)، با استفاده از جعبه ابزار متلب، مقادیر بهینه پارامترها $\mu_{min} = 0.39$ و $\delta_{2opt}^2 = 6.12$

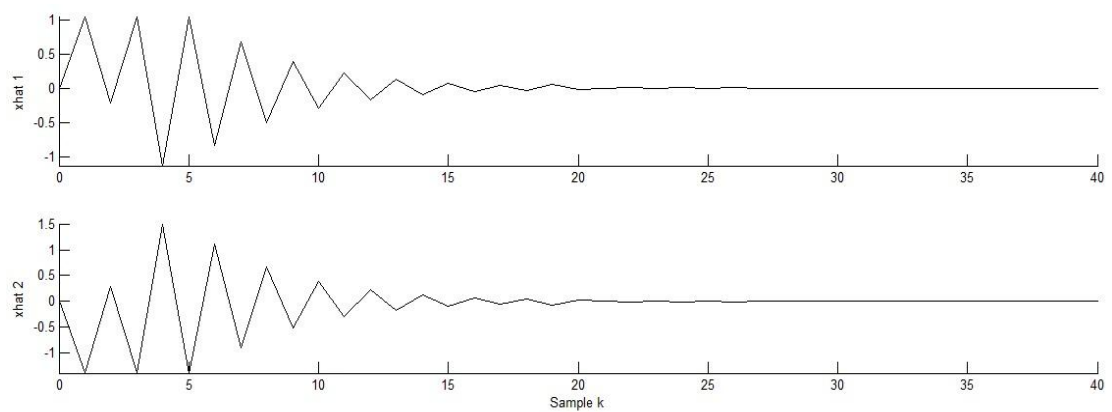
تعیین می‌شوند و پارامترهای کنترل‌کننده برابر هستند با

$$A_K = \begin{bmatrix} 5.0319 & 3.9506 \\ -6.6950 & -5.2529 \end{bmatrix}, \quad B_K = \begin{bmatrix} 0.0522 \\ -0.0692 \end{bmatrix}, \quad (۳-۸۵)$$

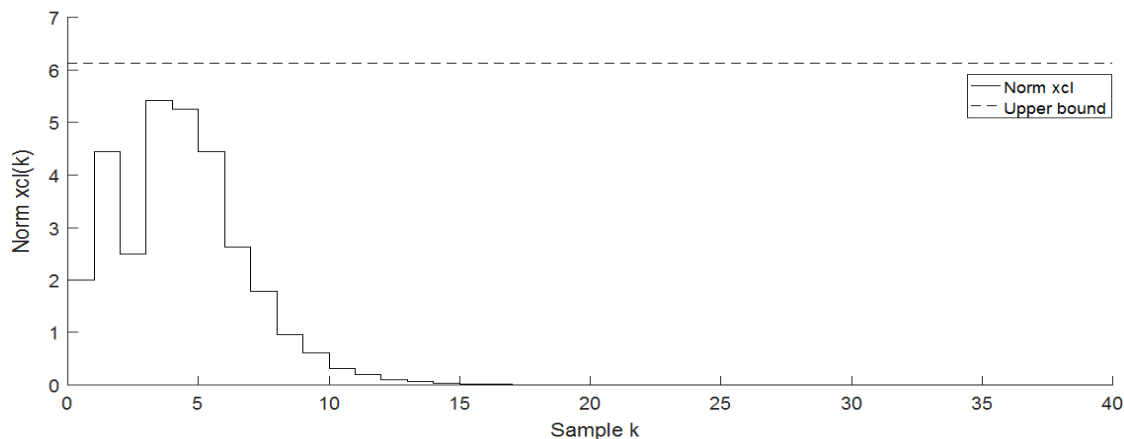
$$C_K = [1.6447 \quad 9.6246].$$



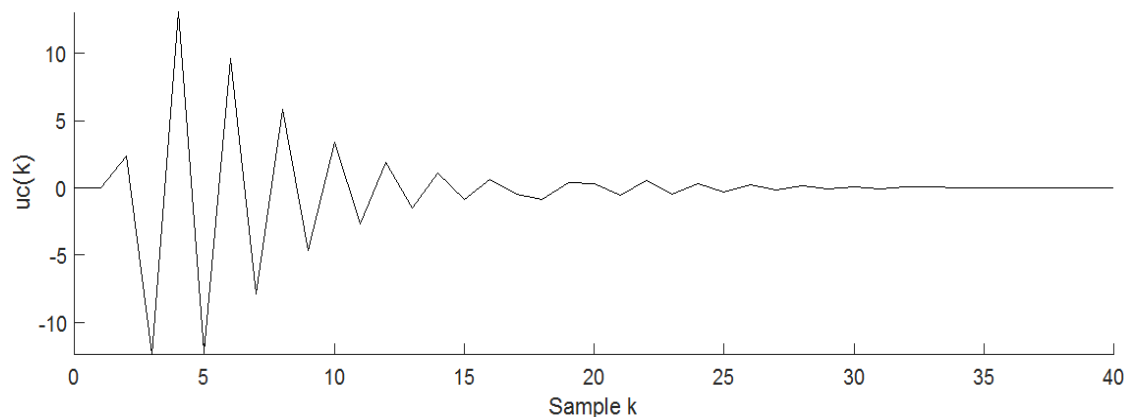
شکل ۳-۲۲. مسیر حالت متغیرهای حالت سیستم مثال ۳-۳ با $\bar{\alpha} = \bar{\beta} = 0.9$



شکل ۳-۲۳. مسیر حالت متغیرهای حالت کنترل‌کننده مثال ۳-۳ با $\bar{\alpha} = \bar{\beta} = 0.9$



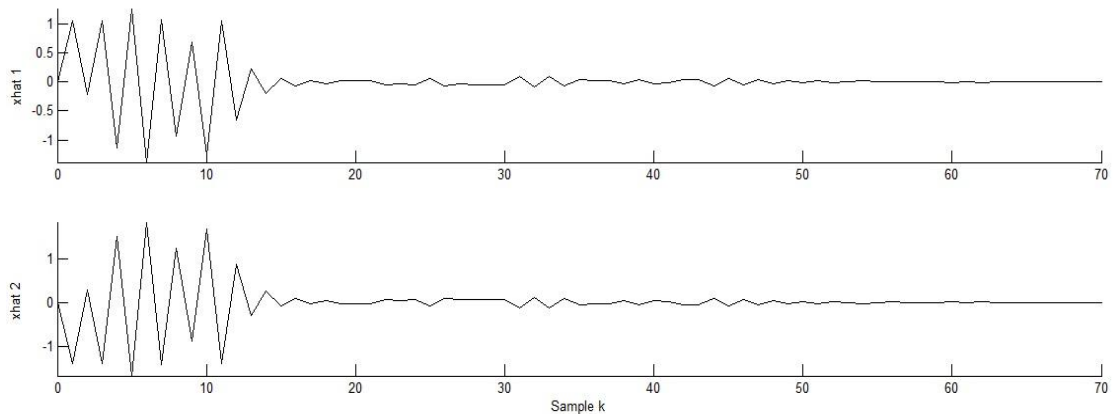
شکل ۳-۲۴. نرم $x_c(k)$ مثال ۳-۳ با $\bar{\alpha} = \bar{\beta} = 0.9$



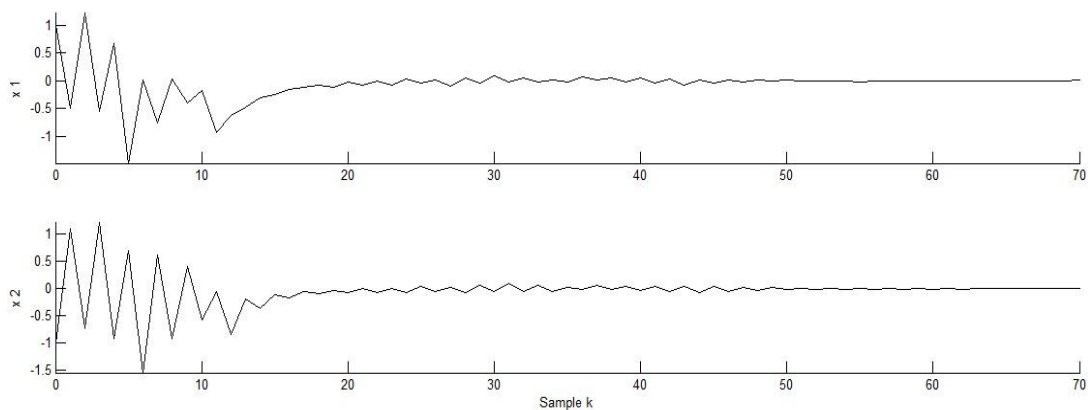
شکل ۳-۲۵. سیگنال کنترلی مثال ۳-۳ با $\bar{\alpha} = \bar{\beta} = 0.9$

نتایج شبیه‌سازی در شکل‌های ۳-۲۲ تا ۳-۲۵ عملکرد مناسب روش پیشنهادی را نشان می‌دهند. همانطور که مشاهده می‌شود تمامی متغیرهای حالت سیستم حلقه‌بسته به سمت صفر همگرا شده‌اند و نرم متغیرهای حالت آن تحت پارامتر بهینه $\delta_{opt}^2 = 6.12$ به خوبی کراندار باقی مانده‌اند، بنابراین، سیستم حلقه‌بسته پایدار تصادفی زمان محدود H_∞ است. شکل ۳-۲۵ سیگنال کنترلی را برای $\bar{\alpha} = \bar{\beta} = 0.9$ نشان می‌دهد. در ادامه به منظور بررسی بیشتر عملکرد روش کنترلی، $\bar{\alpha} = \bar{\beta} = 0.7$ در نظر می‌گیریم. پارامترهای دیگر مشابه حالت قبل انتخاب می‌شوند. با حل مسئله بهینه‌سازی شامل شرایط LMI، $(\mu_{min} = 0.403)$ ، $(\mu_{min} = 0.403)$ ، $(\mu_{min} = 0.403)$ ، $(\mu_{min} = 0.403)$ و $(\mu_{min} = 0.403)$ ، با استفاده از جعبه ابزار متلب، مقادیر بهینه پارامترها $\mu_{min} = 0.403$

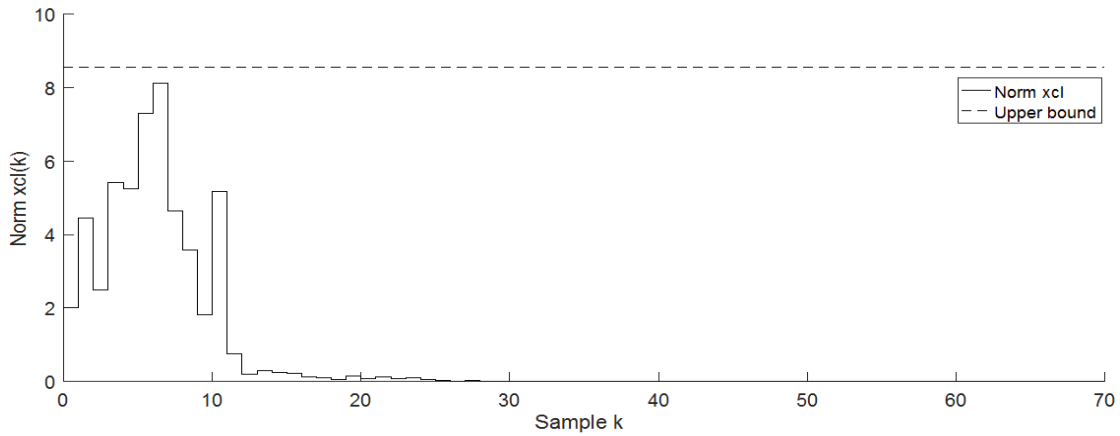
و $\delta_{2opt}^2 = 8.55$ به دست می‌آیند. نتایج شبیه‌سازی در شکل‌های ۳-۲۶ تا ۳-۲۹ ارائه شده است. در مقایسه با حالت اول، هنگامی که تاخیر تصادفی شدیدتر می‌شود، رفتار دینامیکی از سیستم کنترل شبکه، کندتر به سمت صفر همگرا می‌شوند. علاوه بر این، حداقل نرم $x_{cl}(k)$ در حالت دوم، بزرگ‌تر از حالت اول است. همچنین از شکل ۳-۲۹ می‌توان مشاهده کرد که سیگنال کنترلی در این حالت نیز دیرتر به سمت صفر همگرا می‌شود. به‌طور خلاصه می‌توان نتیجه گرفت که عملکرد مطلوب از سیستم با استفاده از کنترل‌کننده پیشنهادی به دست می‌آید که پایداری زمان محدود تصادفی H_∞ را تأیید می‌کند.



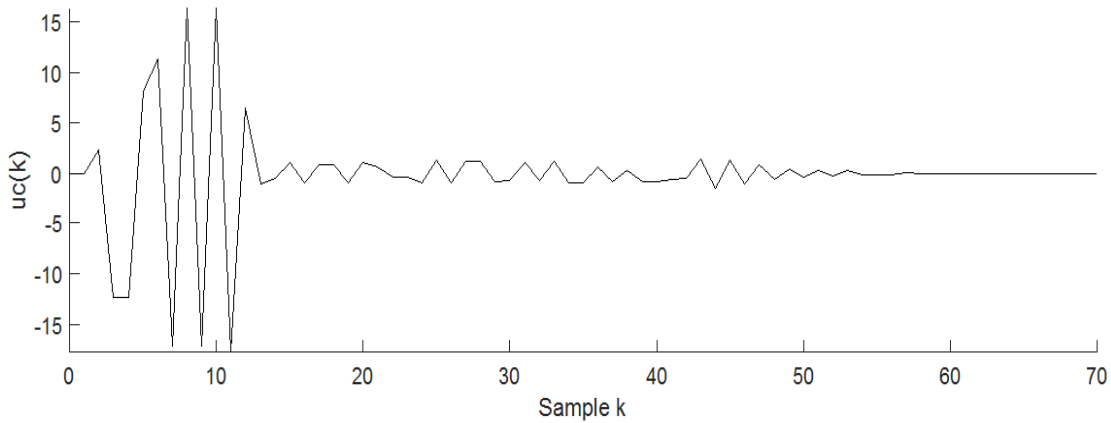
شکل ۳-۲۶. مسیر حالت متغیرهای حالت سیستم مثال ۳-۳ با $\bar{\alpha} = \bar{\beta} = 0.7$



شکل ۳-۲۷. مسیر حالت متغیرهای حالت کنترل‌کننده مثال ۳-۳ با $\bar{\alpha} = \bar{\beta} = 0.7$



شکل ۳-۲۸. نرم $x_{cl}(k)$ مثال ۳-۳ با $\bar{\alpha} = \bar{\beta} = 0.7$



شکل ۳-۲۹. سیگنال کنترلی مثال ۳-۳ با $\bar{\alpha} = \bar{\beta} = 0.7$

مثال ۳-۴: سیستمی با پارامترهای زیر را در نظر بگیرید [۵۹].

$$A = \begin{bmatrix} 0.2802 & -0.0273 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}, \quad B_1 = \begin{bmatrix} 0.02 \\ 0.05 \end{bmatrix}, \quad B_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0.1 \end{bmatrix}, \quad C_1 = [0.8875 \quad -0.1404],$$

$$C_2 = [20 \quad 23], \quad D_{11} = 0.01, \quad D_{12} = 0.5, \quad E_1 = \begin{bmatrix} 0.001 \\ 0.002 \end{bmatrix}, \quad (۳-۸۶)$$

$$E_2 = 0.005, \quad H_1 = [0.005 \quad 0.002], \quad H_2 = 0.004, \quad H_3 = 0.007.$$

پارامترهای اولیه عبارتند از $\gamma = 1.02$, $\delta_1 = 2$, $\Gamma = I$, $N = 5$, $l = 1$, $\tilde{\varepsilon} = 0$, $\bar{\alpha} = \bar{\beta} = 0$.

$\hat{x}_0 = [0 \quad 0]^T$ و $w(k) = e^{-k}$. از طرفی، تاخیر در کانال‌های اندازه‌گیری و محرک از 1 تا

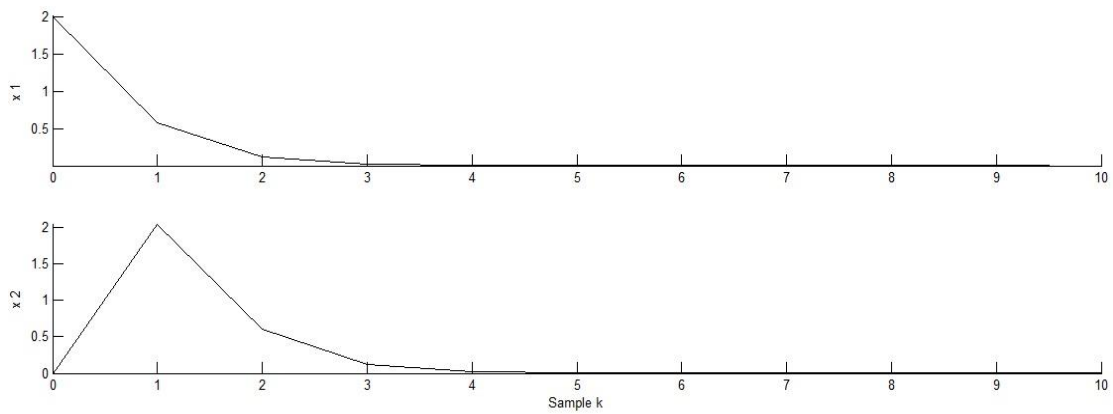
10 تغییر می‌کند. با حل مسئله بهینه‌سازی شامل شرایط LMI، (۳-۵۱)، (۳-۵۲)، (۳-۷۴) و (۳-۷۷)،

با استفاده از جعبه ابزار متلب، مقادیر بهینه پارامترها $\mu_{min} = 0.0803$ و $\delta_{2opt}^2 = 16.0682$ تعیین می‌شوند. پارامترهای کنترل کننده نیز به صورت زیر به دست می‌آیند.

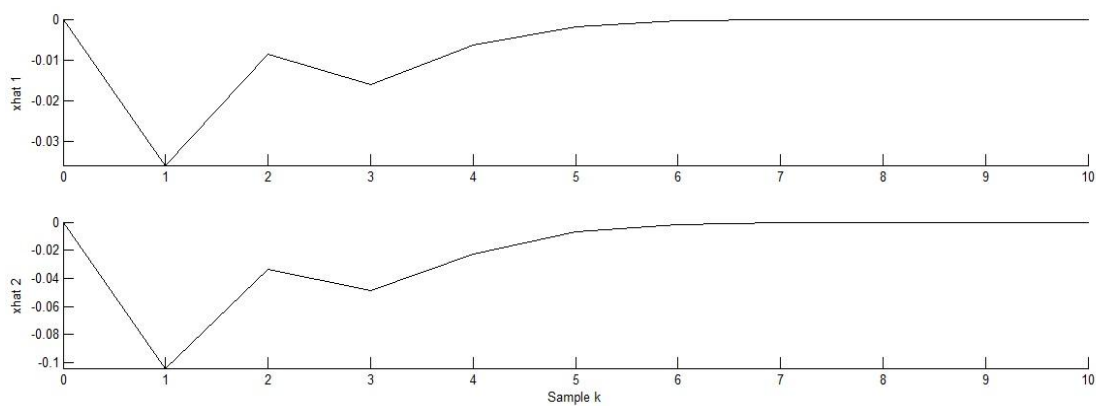
$$A_k = \begin{bmatrix} 0.3723 & -0.0470 \\ 1.1927 & -0.0907 \end{bmatrix}, \quad B_k = \begin{bmatrix} -0.0009 \\ -0.0026 \end{bmatrix},$$

(۸۷-۳)

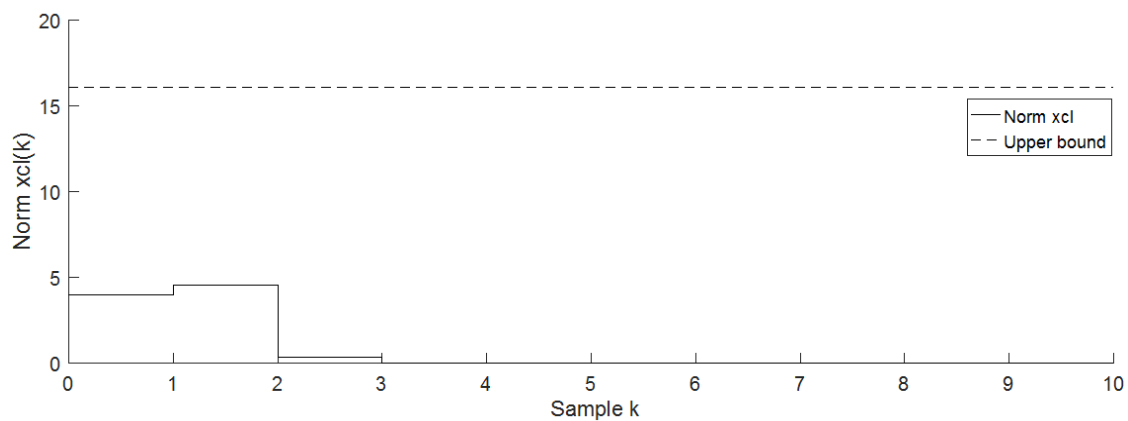
$$C_k = [0.5630 \quad 0.0109].$$



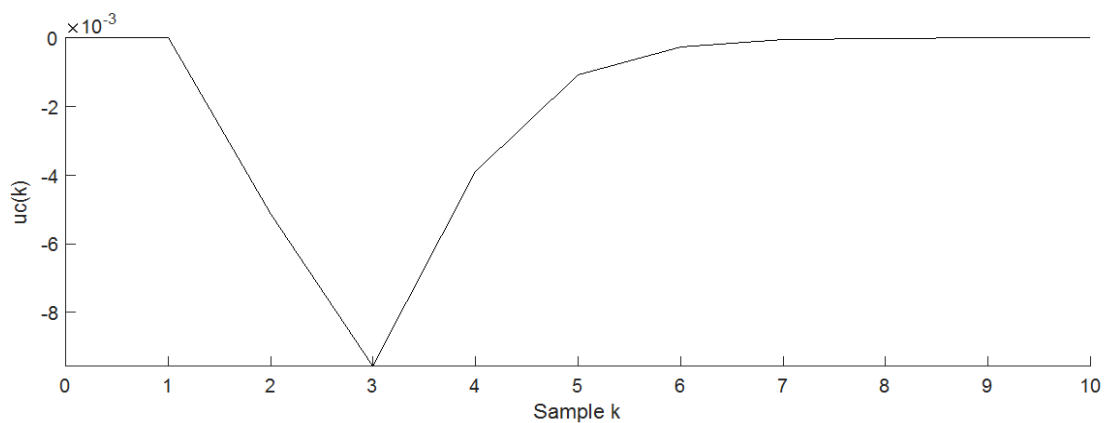
شکل ۳-۳۰. مسیر حالت متغیرهای حالت سیستم مثال ۳-۴ با $\bar{\alpha} = \bar{\beta} = 0.9$



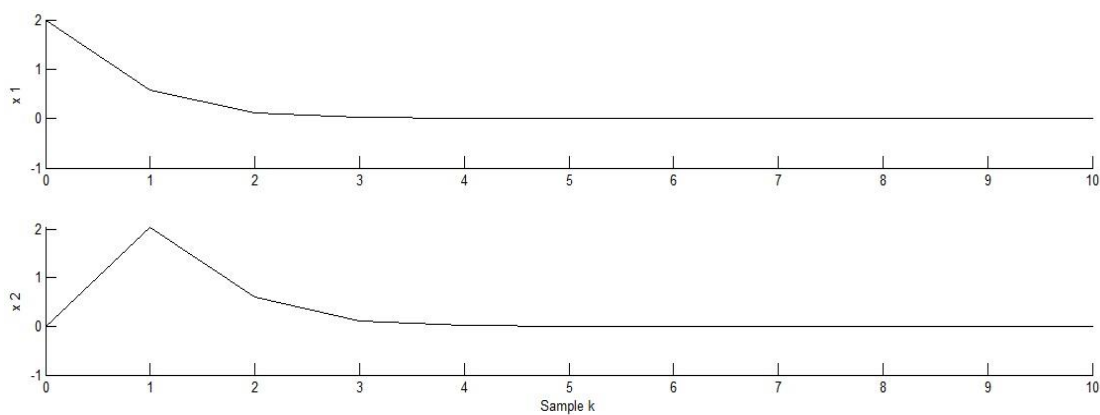
شکل ۳-۳۱. مسیر حالت متغیرهای حالت کنترل کننده مثال ۳-۴ با $\bar{\alpha} = \bar{\beta} = 0.9$



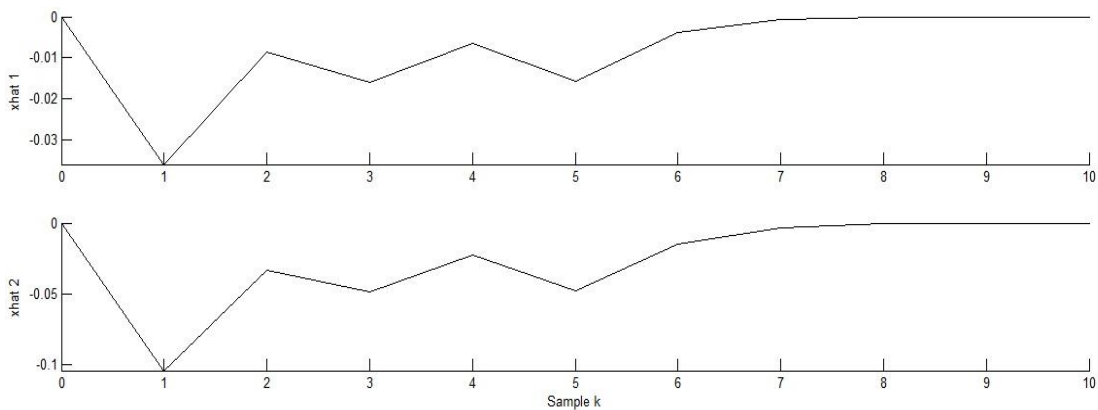
شکل ۳-۳۲. نرم $x_{cl}(k)$ مثال ۳-۴ با $\bar{\alpha} = \bar{\beta} = 0.9$



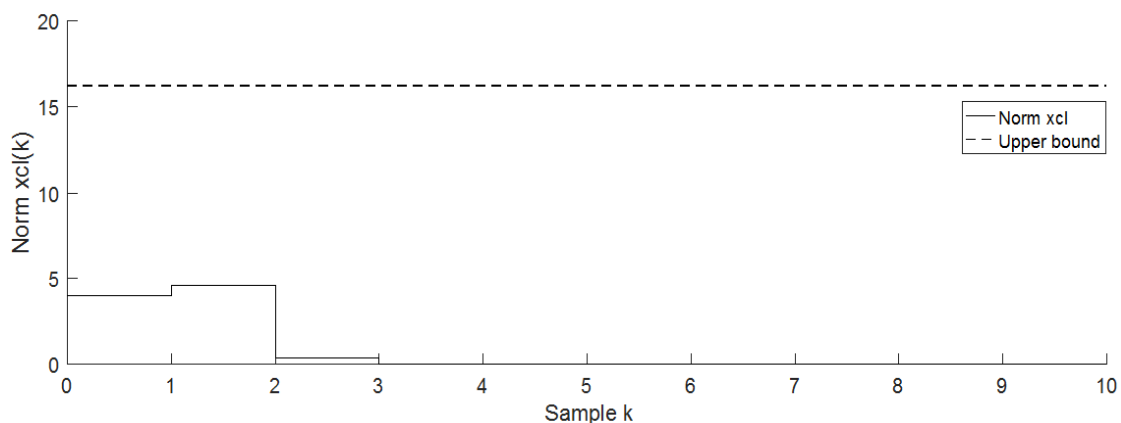
شکل ۳-۳۳. سیگنال کنترلی مثال ۳-۴ با $\bar{\alpha} = \bar{\beta} = 0.9$



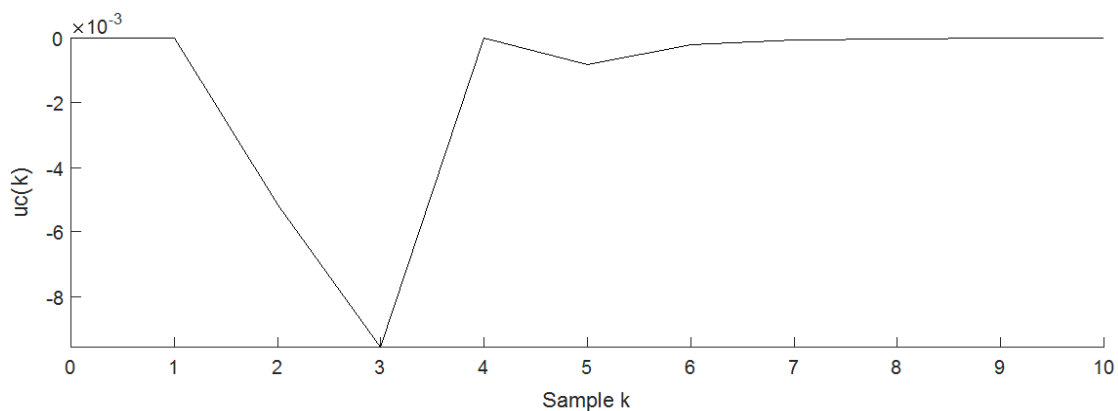
شکل ۳-۳۴. مسیر حالت متغیرهای حالت سیستم مثال ۳-۴ با $\bar{\alpha} = \bar{\beta} = 0.7$



شکل ۳-۳۵. مسیر حالت متغیرهای حالت کنترل کننده مثال ۳-۴ با $\bar{\alpha} = \bar{\beta} = 0.7$



شکل ۳-۳۶. نرم $x_{cl}(k)$ مثال ۳-۴ با $\bar{\alpha} = \bar{\beta} = 0.7$

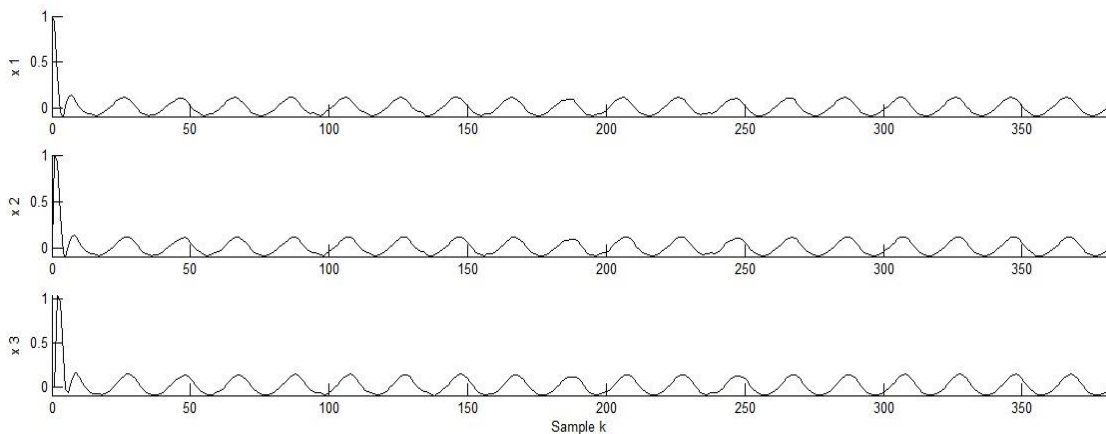


شکل ۳-۳۷. سیگنال کنترلی مثال ۳-۴ با $\bar{\alpha} = \bar{\beta} = 0.7$

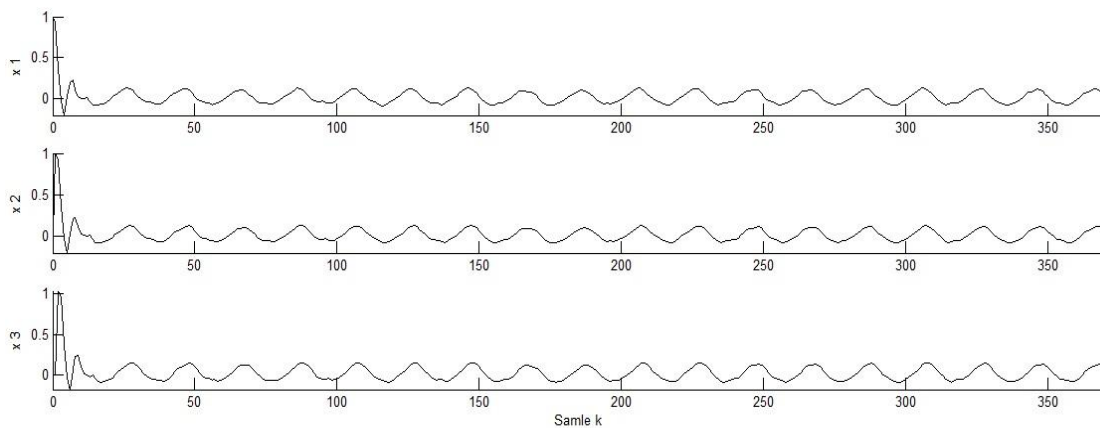
نتایج در شکل‌های ۳-۳۰ تا ۳-۳۳ ارائه می‌شوند. همانطور که مشاهده می‌شود کنترل‌کننده پیشنهادی از عملکرد مناسبی برخوردار است. سپس برای نشان دادن موثر بودن روش کنترلی، $\bar{\alpha} = \bar{\beta} = 0.7$ در نظر می‌گیریم. پارامترهای دیگر مشابه حالت قبل انتخاب می‌شوند. با حل مسئله بهینه‌سازی، مقادیر پارامترهای بهینه $\mu_{min} = 0.0807$ و $\delta_{2opt}^2 = 16.2105$ به دست می‌آیند. مطابق با شکل‌های ۳-۳۴ تا ۳-۳۷، با توجه به اهداف طراحی، می‌توان نتیجه گرفت که کنترل‌کننده به‌طور موفقیت آمیزی برای مسئله کنترل تحت مطالعه مورد استفاده قرار گرفته است.

۳-۴-۱- نتایج مقایسه

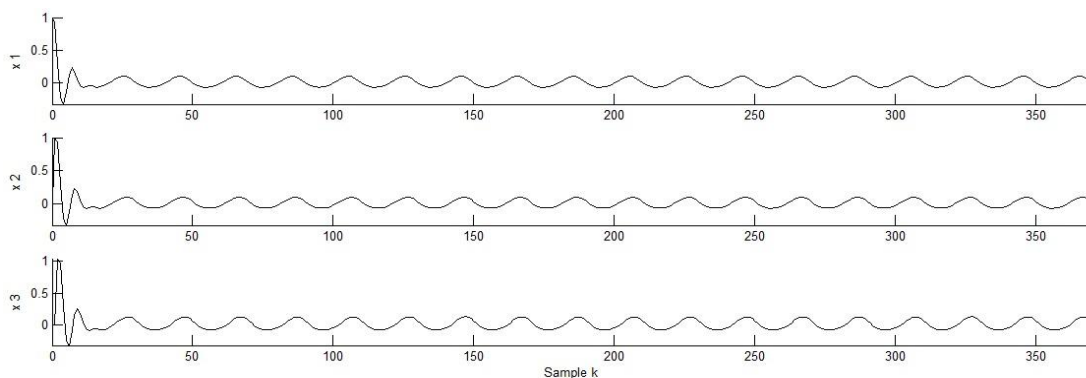
برای ارزیابی بیشتر عملکرد الگوریتم کنترل پیشنهادی، نتایج مربوط به مثال ۳-۱ با روش‌های ارائه شده در [۴۴] و [۴۵] مقایسه می‌شود. شکل‌های ۳-۳۸ تا ۳-۴۱، نتایج مربوط به مقادیر مختلف $\bar{\alpha}$ و $\bar{\beta}$ را در حضور عدم قطعیت و اغتشاش خارجی نشان می‌دهند. با توجه به شکل‌ها، می‌توان نتیجه گرفت که الگوریتم‌های کنترلی ارائه شده در [۴۴] و [۴۵] در حضور عدم قطعیت و اغتشاش خارجی پایدار نیستند.



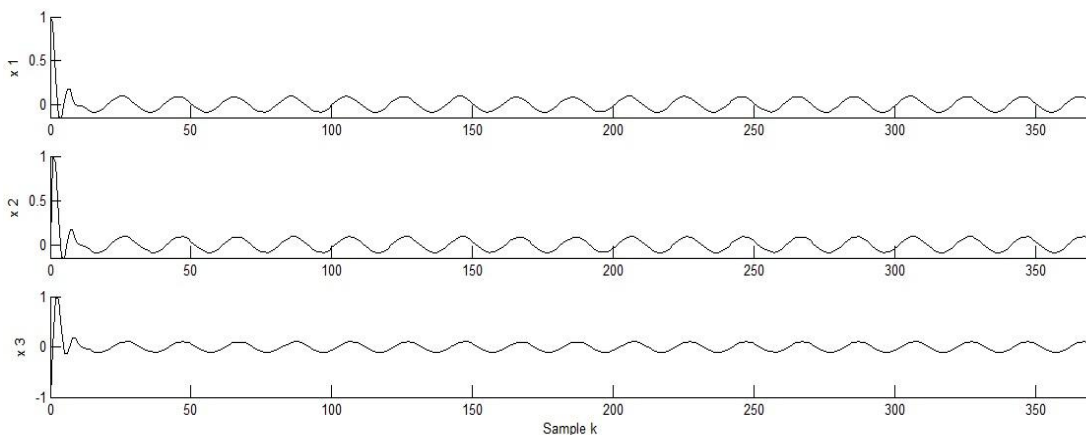
شکل ۳-۳۸. مسیر حالت متغیرهای حالت سیستم مثال ۳-۱ با $\bar{\alpha} = \bar{\beta} = 0.9$ با استفاده از [۴۵]



شکل ۳-۳۹. مسیر حالت متغیرهای حالت سیستم مثال ۳-۱ با $\bar{\alpha} = \bar{\beta} = 0.7$ با استفاده از [۴۵]



شکل ۳-۴۰. مسیر حالت متغیرهای حالت سیستم مثال ۳-۱ با $\bar{\alpha} = \bar{\beta} = 0.9$ با استفاده از [۴۴]



شکل ۳-۴۱. مسیر حالت متغیرهای حالت سیستم مثال ۳-۱ با $\bar{\alpha} = \bar{\beta} = 0.7$ با استفاده از [۴۴]

۳-۵- نتیجه‌گیری

در این فصل، به بررسی پایداری مقاوم زمان محدود تصادفی H_∞ برای سیستم کنترل شبکه زمان‌گسسته نامعین با تاخیر تصادفی پرداختیم. تاخیرهای تصادفی با دو تابع توزیع برنولی مستقل از هم مدل شده‌اند. شرایط کافی برای کراندار بودن زمان محدود، پایداری زمان محدود مقاوم تصادفی H_∞ ، طراحی کنترل‌کننده پسخورد خروجی بر اساس نامساوی ماتریس غیرخطی به‌دست آمد. با استفاده از الگوریتم CCLM شرایط نامساوی ماتریس غیرخطی به نامساوی ماتریس خطی تبدیل شد. در نهایت، با شبیه‌سازی عملکرد مناسب روش پیشنهادی نشان داده شد.

فصل چهارم

بررسی پایداری مقاوم زمان محدود H_{∞} سیستم کنترل شبکه زمان

گسسته با تاخیر متغیر با زمان و داده از دست رفته

۴-۱- مقدمه

در این فصل، ابتدا مدل سیستم کنترل شبکه با تاخیر متغیربازمان و داده از دست‌رفته تصادفی بیان می‌شود. سپس، کنترل‌کننده پسخورد حالت برای پایداریسازی زمان محدود مقاوم تصادفی H_∞ سیستم کنترل شبکه گسسته نامعین با تاخیر متغیربازمان و داده از دست‌رفته تصادفی طراحی می‌گردد. بر این اساس، در قضیه اول، شرایط کرانداربودن زمان محدود تصادفی سیستم را بیان و اثبات می‌شود. در قضیه دوم، پایداری زمان محدود مقاوم تصادفی H_∞ سیستم کنترل شبکه بررسی و اثبات می‌گردد. در انتها، کنترل‌کننده پسخورد حالت را برای دستیابی به پایداری و بهبود عملکرد سیستم با وجود تاخیر متغیربازمان، داده از دست‌رفته تصادفی، اغتشاش و نامعینی در قضیه سه طراحی می‌شود. همانطور که قبلاً بیان شد، براساس دانش ما، این اولین تلاش تحقیقاتی است که به بررسی پایداری زمان محدود مقاوم تصادفی H_∞ سیستم کنترل شبکه نامعین با تاخیر متغیربازمان و داده از دست‌رفته تصادفی می‌پردازد.

۴-۲- سیستم کنترل شبکه با تاخیر متغیربازمان و داده از دست‌رفته تصادفی

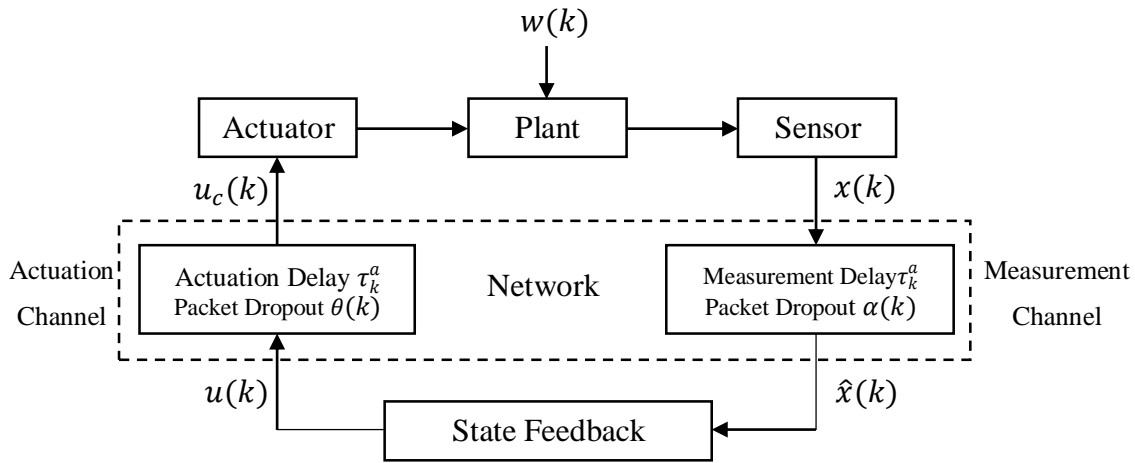
شکل ۴-۱، ساختار سیستم کنترل شبکه مورد مطالعه در این فصل را نشان می‌دهد. در این ساختار کنترلی، کنترل‌کننده از متغیرهای حالت سیستم از طریق کانال اندازه‌گیری با داده از دست‌رفته و تاخیر زمانی ناشی از شبکه در زمان k استفاده می‌کند، سپس سیگنال کنترل از طریق کانال محرک با داده از دست‌رفته و تاخیر زمانی ناشی از شبکه به سیستم انتقال می‌یابد. سیستم زمان گسسته به همراه نامعینی و اغتشاش را به صورت (۳-۱) در نظری می‌گیریم.

فرض ۴-۱: ماتریس مثبت معین W وجود دارد که در رابطه زیر صدق کند.

$$L^T(k) W L(k) \leq W. \quad (1-4)$$

کنترل‌کننده پسخورد حالت را برای سیستم (۳-۱) به صورت زیر در نظر می‌گیریم:

$$u(k) = K\hat{x}(k), \quad (2-4)$$



شکل ۴-۱. سیستم کنترل شبکه با تاخیر متغیربازمان و داده از دست‌رفته تصادفی

که در آن K ، بهره کنترل‌کننده است که باید تعیین شود.

$$\hat{x}(k) = \alpha(k)x(k - \tau_k^m), \quad (3-4)$$

با $\alpha(k) \in R$ تاخیر متغیربازمان در کانال اندازه‌گیری است و داده از دست‌رفته با متغیر تصادفی

توزیع برنولی به صورت زیر مدل می‌شود:

$$Prob\{\alpha(k) = 1\} = \mathbb{E}\{\alpha(k)\} = \bar{\alpha}, \quad (4-4)$$

$$Prob\{\alpha(k) = 0\} = 1 - \mathbb{E}\{\alpha(k)\} = 1 - \bar{\alpha}. \quad (5-4)$$

به طور مشابه، برای کانال محرک داریم:

$$u_c(k) = \theta(k)u(k - \tau_k^a), \quad (6-4)$$

تاخیر متغیربازمان در کانال محرک است و داده از دست‌رفته با متغیر تصادفی $\theta(k) \in R$ که مستقل

از $\alpha(k)$ فرض می‌شود، با توزیع برنولی به صورت زیر مدل می‌شود:

$$Prob\{\theta(k) = 1\} = \mathbb{E}\{\theta(k)\} = \bar{\theta}, \quad (7-4)$$

$$Prob\{\theta(k) = 0\} = 1 - \mathbb{E}\{\theta(k)\} = 1 - \bar{\theta}. \quad (8-4)$$

با ترکیب معادلات (۲-۴)، (۳-۴) و (۶-۴)، رابطه (۹-۴) حاصل می‌شود.

$$u_c(k) = \alpha(k)\theta(k)Kx(k - \tau_k^m - \tau_k^a) = \beta(k)Kx(k - \tau_k). \quad (9-4)$$

بنابراین، ورودی کنترل کننده برابر است با

$$u_c(k) = \beta(k)Kx(k - \tau_k), \quad (10-4)$$

بنابر لم ۲-۳، $\beta(k)$ متغیر تصادفی با توزیع برنولی است، هنگامی که $\beta(k) = 1$ است، تمامی داده‌ها به درستی به سیستم انتقال می‌یابند و $\beta(k) = 0$ نشان‌دهنده داده از دست‌رفته است. با ترکیب معادلات (۱-۳) و (۱۰-۴)، سیستم حلقه‌بسته به فرم زیر نمایش داده می‌شود:

$$\begin{aligned} x(k+1) &= (A + \Delta A)x(k) + (B_1 + \Delta B_1)w(k) + (\beta(k) - \bar{\beta})(B_2 + \Delta B_2)Kx(k - \tau_k) \\ &\quad + \bar{\beta}(B_2 + \Delta B_2)Kx(k - \tau_k), \\ z(k) &= (C_1 + \Delta C_1)x(k) + (D_{11} + \Delta D_{11})w(k) + (\beta(k) - \bar{\beta})(D_{12} + \Delta D_{12})Kx(k - \tau_k) \\ &\quad + \bar{\beta}(D_{12} + \Delta D_{12})Kx(k - \tau_k). \end{aligned} \quad (11-4)$$

فرض ۲-۴: تمامی متغیرهای حالت سیستم در دسترس هستند.

فرض ۳-۴: τ_k^m و τ_k^a متغیربازمان و کراندار هستند، بنابراین $\tau_k = \tau_k^m + \tau_k^a$ متغیربازمان و کراندار طبق رابطه زیر است.

$$0 < \tau_m \leq \tau_k \leq \tau_M. \quad (12-4)$$

۳-۴- نتایج اصلی

هدف از طراحی کنترل کننده پسخورد حالت، پایداری مقاوم زمان محدود تصادفی H_∞ سیستم حلقه‌بسته (۱۱-۴) برحسب $(\delta_1, \delta_2, \Gamma, N, l, \mu)$ است. در ابتدا، شرایط لازم برای کراندار بودن زمان محدود تصادفی و پایداری مقاوم زمان محدود تصادفی H_∞ بیان می‌شوند، سپس کنترل کننده پسخورد حالت پیشنهادی بر اساس LMI طراحی می‌شود.

۴-۳-۱- کراندار بودن زمان محدود تصادفی

قضیه ۴-۱: سیستم حلقه‌بسته (۴-۱۱) بر حسب $(\delta_1, \delta_2, \Gamma, N, l)$ ، کراندار زمان محدود تصادفی است اگر

برای ماتریس‌های متقارن مثبت معین $P, Q_1, Q_2, \Gamma, T, Z \in R^{n \times n}$ و $W_1, W_2, W_3, \rho \in R$ و ماتریس‌های معین

$\bar{L}, M, F \in R^{2n \times n}$ ، $U, S \in R^{2n \times 2n}$ و پارامترهای $\gamma > 1$ و $\delta_2 > 0$ وجود داشته باشند، روابط زیر برقرار باشد.

$$i) \Sigma = \begin{bmatrix} \Sigma_1 & * \\ \Sigma_2 & \Sigma_3 \end{bmatrix} \prec 0, \quad (۴-۱۳)$$

که در آن

$$\Sigma_1 = \begin{bmatrix} \Sigma_{11} & * & * & * & * & * & * & * & * \\ 0 & -W_1 & * & * & * & * & * & * & * \\ \Sigma_{31} & 0 & \Sigma_{33} & * & * & * & * & * & * \\ 0 & 0 & 0 & -W_2 & * & * & * & * & * \\ M_1^T - F_1^T & 0 & M_2^T - F_2^T & 0 & -\gamma^{\tau_m} Q_2 & * & * & * & * \\ -L_1^T & 0 & -L_2^T & 0 & 0 & -\gamma^{\tau_m} Q_1 & * & * & * \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\rho & * & * \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -W_3 & * \end{bmatrix}, \quad (۴-۱۴)$$

$$\Sigma_2 = \begin{bmatrix} A & E_1 & \bar{\beta} B_2 K & \bar{\beta} E_1 & 0 & 0 & B_1 \\ 0 & 0 & b B_2 K & b E_1 & 0 & 0 & 0 \\ (\tau_M - \tau_m)(A - I) & (\tau_M - \tau_m) E_1 & (\tau_M - \tau_m) \bar{\beta} B_2 K & (\tau_M - \tau_m) \bar{\beta} E_1 & 0 & 0 & (\tau_M - \tau_m) B_1 \\ 0 & 0 & (\tau_M - \tau_m) b B_2 K & (\tau_M - \tau_m) b E_1 & 0 & 0 & 0 \\ \tau_m (A - I) & \tau_m E_1 & \tau_m \bar{\beta} B_2 K & \tau_m \bar{\beta} E_1 & 0 & 0 & \tau_m B_1 \\ 0 & 0 & \tau_m b B_2 K & \tau_m b E_1 & 0 & 0 & 0 \\ W_1 H_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & H_3 K & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & W_3 H_2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} E_1 \\ 0 \\ (\tau_M - \tau_m)E_1 \\ 0 \\ \tau_m E_1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad (15-4)$$

$$\Sigma_3 = \text{diag}(-P^{-1}, -bP^{-1}, -(\tau_M - \tau_m)\Gamma^{-1}, -b(\tau_M - \tau_m)\Gamma^{-1}, -\tau_m Z^{-1}, -b\tau_m Z^{-1}, -W_1, -W_2^{-1}, -W_3),$$

$$\Sigma_{11} = -\gamma P + Q_1 + Q_2 + F_1 + F_1^T + \tau_m S_1 + (\tau_M - \tau_m)U_1,$$

$$\Sigma_{31} = L_1^T - M_1^T + F_2 + \tau_m S_2^T + (\tau_M - \tau_m)U_2^T,$$

$$\Sigma_{33} = L_2 + L_2^T - M_2 - M_2^T + \tau_m S_3 + (\tau_M - \tau_m)U_3,$$

$$b = \mathbb{E}\{(\beta(k) - \bar{\beta})^2\} = (1 - \bar{\beta})\bar{\beta},$$

$$\begin{aligned} ii) \quad & \{\lambda_{\max}(\tilde{P}) + \gamma^{\tau_M-1} \tau_M \lambda_{\max}(\tilde{Q}_1) + \gamma^{\tau_m-1} \tau_m \lambda_{\max}(\tilde{Q}_2)\} \delta_1^2 \\ & + \{\gamma^{\tau_M-1} \lambda_{\max}(\tilde{T}) \frac{\tau_M(\tau_M+1) - \tau_m(\tau_m+1)}{2} + \gamma^{\tau_m-1} \lambda_{\max}(\tilde{Z}) \frac{\tau_m(\tau_m+1)}{2}\} \delta_y^2 \\ & + \lambda_{\max}(\rho) l^2 \leq \gamma^{-N} \lambda_{\min}(\tilde{P}) \delta_2^2, \end{aligned} \quad (16-4)$$

$$iii) \quad \Phi_i \succ 0, \quad i=1,2,3 \quad (17-4)$$

که در آن

$$\Phi_1 = \begin{bmatrix} U & \bar{L} \\ * & \lambda^{\tau_m+1} T \end{bmatrix}, \quad \Phi_2 = \begin{bmatrix} U & M \\ * & \lambda^{\tau_m+1} T \end{bmatrix}, \quad \Phi_3 = \begin{bmatrix} S & F \\ * & \lambda Z \end{bmatrix},$$

$$\tilde{P} = \Gamma^{-1/2} P \Gamma^{-1/2}, \quad \tilde{Q}_1 = \Gamma^{-1/2} Q_1 \Gamma^{-1/2}, \quad \tilde{Q}_2 = \Gamma^{-1/2} Q_2 \Gamma^{-1/2}, \quad \tilde{T} = \Gamma^{-1/2} T \Gamma^{-1/2}, \quad \tilde{Z} = \Gamma^{-1/2} Z \Gamma^{-1/2},$$

$$U = \begin{bmatrix} U_1 & U_2 \\ * & U_3 \end{bmatrix}, \quad S = \begin{bmatrix} S_1 & S_2 \\ * & S_3 \end{bmatrix}, \quad \bar{L} = \begin{bmatrix} L_1 \\ L_2 \end{bmatrix}, \quad M = \begin{bmatrix} M_1 \\ M_2 \end{bmatrix}, \quad F = \begin{bmatrix} F_1 \\ F_2 \end{bmatrix}.$$

اثبات: متغیر $y(k) = x(k+1) - x(k)$ را تعریف می‌کنیم، به طوری که در رابطه $y^T(k)y(k) \leq \delta_y^2$ برای

$k \in [-\tau_M, -1]$ صدق کند. تابع لیاپانوف شبه کراسوفسکی زیر را در نظر بگیرید:

$$V(k) = V_1(k) + V_2(k) + V_3(k) \quad (18-4)$$

که در آن

$$V_1(k) = x^T(k) P x(k), \quad (19-4)$$

$$V_2(k) = \sum_{i=k-\tau_M}^{k-1} \gamma^{k-1-i} x^T(i) Q_1 x(i) + \sum_{i=k-\tau_m}^{k-1} \gamma^{k-1-i} x^T(i) Q_2 x(i), \quad (20-4)$$

$$V_3(k) = \sum_{j=-\tau_M}^{-1} \sum_{i=k+j}^{k-1} \gamma^{k-1-i} y^T(i) T y(i) + \sum_{j=-\tau_m}^{-1} \sum_{i=k+j}^{k-1} \gamma^{k-1-i} y^T(i) Z y(i). \quad (21-4)$$

توجه گردد،

$$\xi(k) = \begin{bmatrix} x^T(k) & x^T(k-\tau_k) \end{bmatrix}^T, \quad (22-4)$$

$$\zeta(k) = \begin{bmatrix} x^T(k) & x^T(k-\tau_k) & y^T(s) \end{bmatrix}^T, \quad (23-4)$$

$$\eta(k) = \begin{bmatrix} x^T(k) & x^T(k) H_1^T L^T(k) & x^T(k-\tau_k) & x^T(k-\tau_k) K^T H_3^T L^T(k) & x^T(k-\tau_m) \\ x^T(k-\tau_m) & w^T(k) & w^T(k) H_2^T L^T(k) \end{bmatrix}^T. \quad (24-4)$$

با گرفتن تفاضل از تابع لیاپانوف $V(k)$ و در نظر گرفتن $\lambda > 1$ ، روابط (25-4) و (26-4) بدست می آیند.

$$\mathbb{E}\{V_1(k+1)\} - \gamma \mathbb{E}\{V_1(k)\} = x^T(k+1) P x(k+1) - \gamma x^T(k) P x(k), \quad (25-4)$$

$$\begin{aligned} \mathbb{E}\{V_2(k+1)\} - \gamma \mathbb{E}\{V_2(k)\} &= \sum_{i=k+1-\tau_M}^k \gamma^{k-i} x^T(i) Q_1 x(i) - \sum_{i=k-\tau_M}^{k-1} \gamma^{k-i} x^T(i) Q_1 x(i) \\ &+ \sum_{i=k+1-\tau_m}^k \gamma^{k-i} x^T(i) Q_2 x(i) - \sum_{i=k-\tau_m}^{k-1} \gamma^{k-i} x^T(i) Q_2 x(i), \end{aligned} \quad (26-4)$$

بعد از انجام محاسبات،

$$\begin{aligned} \mathbb{E}\{V_2(k+1)\} - \gamma \mathbb{E}\{V_2(k)\} &= x^T(k) Q_1 x(k) - \gamma^{\tau_M} x^T(k-\tau_M) Q_1 x(k-\tau_M) \\ &+ x^T(k) Q_2 x(k) - \gamma^{\tau_m} x^T(k-\tau_m) Q_2 x(k-\tau_m). \end{aligned} \quad (27-4)$$

به طور مشابه،

$$\begin{aligned} \mathbb{E}\{V_3(k+1)\} - \gamma \mathbb{E}\{V_3(k)\} &= \sum_{j=-\tau_M}^{-1} \sum_{i=k+1+j}^k \gamma^{k-i} y^T(i) T y(i) - \sum_{j=-\tau_M}^{-1} \sum_{i=k+j}^{k-1} \gamma^{k-i} y^T(i) T y(i) \\ &+ \sum_{j=-\tau_m}^{-1} \sum_{i=k+1+j}^k \gamma^{k-i} y^T(i) Z y(i) - \sum_{j=-\tau_m}^{-1} \sum_{i=k+j}^{k-1} \gamma^{k-i} y^T(i) Z y(i), \end{aligned} \quad (28-4)$$

با توجه به $\gamma > 1$ ،

$$\begin{aligned} \mathbb{E}\{V_3(k+1)\} - \gamma \mathbb{E}\{V_3(k)\} &\leq (\tau_M - \tau_m) y^T(k) T y(k) - \gamma^{\tau_M+1} \sum_{j=k-\tau_M}^{k-\tau_M-1} y^T(j) T y(j) \\ &+ \tau_m y^T(k) Z y(k) - \gamma \sum_{j=k-\tau_m}^{k-1} y^T(j) Z y(j). \end{aligned} \quad (29-4)$$

$$\begin{aligned}
\mathbb{E}\{V(k+1)\} - \gamma \mathbb{E}\{V(k)\} &\leq x^T(k+1)Px(k+1) - \gamma x^T(k)Px(k) + x^T(k)Q_1x(k) \\
&\quad - \gamma^{\tau_M} x^T(k-\tau_M)Q_1x(k-\tau_M) + x^T(k)Q_2x(k) - \gamma^{\tau_m} x^T(k-\tau_m)Q_2x(k-\tau_m) \\
&\quad + (\tau_M - \tau_m) y^T(k)Ty(k) - \gamma^{\tau_m+1} \sum_{j=k-\tau_M}^{k-\tau_k-1} y^T(j)Ty(j) \\
&\quad - \gamma^{\tau_m+1} \sum_{j=k-\tau_k}^{k-\tau_m-1} y^T(j)Ty(j) + \tau_m y^T(k)Zy(k) - \gamma \sum_{j=k-\tau_m}^{k-1} y^T(j)Zy(j) \\
&\quad + 2\xi^T(k)\bar{L} \left[x(k-\tau_k) - x(k-\tau_M) - \sum_{j=k-\tau_M}^{k-\tau_k-1} y(j) \right] \\
&\quad + 2\xi^T(k)M \left[x(k-\tau_m) - x(k-\tau_k) - \sum_{j=k-\tau_k}^{k-\tau_m-1} y(j) \right] \\
&\quad + 2\xi^T(k)F \left[x(k) - x(k-\tau_m) - \sum_{j=k-\tau_m}^{k-1} y(j) \right].
\end{aligned} \tag{۳۰-۴}$$

از آنجا که

$$\tau_m \xi^T(k)S\xi(k) - \sum_{j=k-\tau_m}^{k-1} \xi^T(k)S\xi(k) = 0, \tag{۳۱-۴}$$

$$(\tau_M - \tau_m) \xi^T(k)U\xi(k) - \sum_{j=k-\tau_M}^{k-\tau_k-1} \xi^T(k)U\xi(k) - \sum_{j=k-\tau_k}^{k-\tau_m-1} \xi^T(k)U\xi(k) = 0. \tag{۳۲-۴}$$

با اضافه و کم کردن عبارتهای $w^T(k)H_2^T L^T(k)W_3L(k)H_2w(k)$ ، $x^T(k)H_1^T L^T(k)W_1L(k)H_1x(k)$

و $x^T(k-\tau_k)K^T H_3^T L^T(k)W_2L(k)H_3Kx(k-\tau_k)$ و ترکیب معادلات (۳۰-۴)، (۳۱-۴) و (۳۲-۴) معادله زیر

به دست می آید:

$$\begin{aligned}
\mathbb{E}\{V(k+1)\} - \gamma \mathbb{E}\{V(k)\} &< \eta^T(k)\Omega\eta(k) - \sum_{j=k-\tau_M}^{k-\tau_k-1} \zeta^T(k)\Phi_1\zeta(k) \\
&\quad - \sum_{j=k-\tau_k}^{k-\tau_m-1} \zeta^T(k)\Phi_2\zeta(k) - \sum_{j=k-\tau_m}^{k-1} \zeta^T(k)\Phi_3\zeta(k).
\end{aligned} \tag{۳۳-۴}$$

با استفاده از لم ۱-۲، نامساوی (۳۳-۴) و (۱۷-۴)، $\Omega < 0$ و $\Phi_i \geq 0$ برقرار می شوند. بنابراین، رابطه (۳۳-۴)

(۳۴) برقرار است.

$$\mathbb{E}\{V(k+1) - \gamma V(k)\} < 0. \tag{۳۴-۴}$$

از آنجا که $\rho > 0$ ، روابط (۳۵-۴) و (۳۶-۴) محقق می شوند.

$$\mathbb{E}\{V(k+1) - \gamma V(k)\} < w^T(k) \rho w(k). \quad (35-4)$$

$$\mathbb{E}\{V(k+1)\} < \gamma \mathbb{E}\{V(k)\} + \lambda_{\max}(\rho) w^T(k) w(k). \quad (36-4)$$

با بکار بردن معادلات (3-3) و (36-4) و در نظر گرفتن $\gamma > 1$ داریم:

$$\mathbb{E}\{V(k)\} < \gamma^k \mathbb{E}\{V(0)\} + \lambda_{\max}(\rho) \sum_{i=0}^{k-1} \mathbb{E}\{\gamma^{k-i-1} w^T(i) w(i)\} \leq \gamma^k \mathbb{E}\{V(0)\} + \lambda_{\max}(\rho) \gamma^k I^2. \quad (37-4)$$

بعد از انجام محاسبات،

$$\mathbb{E}\{V_1(0)\} = x^T(0) P x(0) \leq \lambda_{\max}(\tilde{P}) \mathbb{E}\{x^T(0) \Gamma x(0)\} \leq \lambda_{\max}(\tilde{P}) \delta_1^2, \quad (38-4)$$

$$\begin{aligned} \mathbb{E}\{V_2(0)\} &= \sum_{i=-\tau_M}^{-1} \gamma^{-1-i} x^T(i) Q_1 x(i) + \sum_{i=-\tau_m}^{-1} \gamma^{-1-i} x^T(i) Q_2 x(i) \\ &\leq \gamma^{\tau_M-1} \lambda_{\max}(\tilde{Q}_1) \sum_{i=-\tau_M}^{-1} x^T(i) \Gamma x(i) + \gamma^{\tau_m-1} \lambda_{\max}(\tilde{Q}_2) \sum_{i=-\tau_m}^{-1} x^T(i) \Gamma x(i), \end{aligned} \quad (39-4)$$

$$\mathbb{E}\{V_3(0)\} \leq \gamma^{\tau_M-1} \lambda_{\max}(\tilde{T}) \sum_{j=-\tau_M}^{-1} \sum_{i=j}^{-1} y^T(i) y(i) + \gamma^{\tau_m-1} \lambda_{\max}(\tilde{Z}) \sum_{j=-\tau_m}^{-1} \sum_{i=j}^{-1} y^T(i) y(i), \quad (40-4)$$

$$\begin{aligned} \mathbb{E}\{V(0)\} &= \mathbb{E}\left\{\sum_{i=1}^3 V_i(0)\right\} \leq \{\lambda_{\max}(\tilde{P}) + \gamma^{\tau_M-1} \tau_M \lambda_{\max}(\tilde{Q}_1) + \gamma^{\tau_m-1} \tau_m \lambda_{\max}(\tilde{Q}_2)\} \delta_1^2 \\ &\quad + \{\gamma^{\tau_M-1} \lambda_{\max}(\tilde{T}) \frac{\tau_M(\tau_M+1) - \tau_m(\tau_m+1)}{2} + \gamma^{\tau_m-1} \lambda_{\max}(\tilde{Z}) \frac{\tau_m(\tau_m+1)}{2}\} \delta_y^2. \end{aligned} \quad (41-4)$$

از معادلات (37-4) و (41-4)، معادله (42-4) بدست می آید.

$$\begin{aligned} \mathbb{E}\{V(k)\} &< \{\lambda_{\max}(\tilde{P}) + \gamma^{\tau_M-1} \tau_M \lambda_{\max}(\tilde{Q}_1) + \gamma^{\tau_m-1} \tau_m \lambda_{\max}(\tilde{Q}_2)\} \gamma^k \delta_1^2 \\ &\quad + \{\gamma^{\tau_M-1} \lambda_{\max}(\tilde{T}) \frac{\tau_M(\tau_M+1) - \tau_m(\tau_m+1)}{2} + \gamma^{\tau_m-1} \lambda_{\max}(\tilde{Z}) \frac{\tau_m(\tau_m+1)}{2}\} \gamma^k \delta_y^2 \\ &\quad + \lambda_{\max}(\rho) \gamma^k I^2, \quad \forall k = 1, \dots, N \end{aligned} \quad (42-4)$$

که در آن

$$\tilde{P} = \Gamma^{-\frac{1}{2}} P \Gamma^{-\frac{1}{2}}, \quad \tilde{Q}_1 = \Gamma^{-\frac{1}{2}} Q_1 \Gamma^{-\frac{1}{2}}, \quad \tilde{Q}_2 = \Gamma^{-\frac{1}{2}} Q_2 \Gamma^{-\frac{1}{2}}, \quad \tilde{T} = \Gamma^{-\frac{1}{2}} T \Gamma^{-\frac{1}{2}}, \quad \tilde{Z} = \Gamma^{-\frac{1}{2}} Z \Gamma^{-\frac{1}{2}}.$$

بنابراین

$$\mathbb{E}\{V(k)\} = \mathbb{E}\left\{\sum_{i=1}^3 V_i(k)\right\} \geq \mathbb{E}\{V_1(k)\} \geq \lambda_{\min}(\tilde{P}) \mathbb{E}\{x^T(k) \Gamma x(k)\}, \quad (43-4)$$

با استفاده از (42-4) و (43-4)، نامساوی (44-4) برقرار است.

$$\mathbb{E}\{x^T(k)\Gamma x(k)\} \leq \gamma^t \frac{\Xi}{\lambda_{\min}(\tilde{P})} \leq \delta_2^2, \quad (4-44)$$

که در آن

$$\begin{aligned} \Xi = & \{\lambda_{\max}(\tilde{P}) + \gamma^{\tau_M-1} \tau_M \lambda_{\max}(\tilde{Q}_1) + \gamma^{\tau_m-1} \tau_m \lambda_{\max}(\tilde{Q}_2)\} \delta_1^2 \\ & + \{\gamma^{\tau_M-1} \lambda_{\max}(\tilde{T}) \frac{\tau_M(\tau_M+1) - \tau_m(\tau_m+1)}{2} + \gamma^{\tau_m-1} \lambda_{\max}(\tilde{Z}) \frac{\tau_m(\tau_m+1)}{2}\} \delta_y^2 \\ & + \lambda_{\max}(\rho) l^2. \end{aligned} \quad (4-45)$$

از معادله (4-16)، مشاهده می‌شود که رابطه $\mathbb{E}\{x^T(k)\Gamma x(k)\} \leq \delta_2^2$ برای $k=1, \dots, N$ برقرار است. بنابراین، سیستم حلقه‌بسته (4-11) برحسب $(\delta_1, \delta_2, \Gamma, N, l)$ کراندار زمان محدود تصادفی است.

□

تذکر 4-1: در اثبات قضیه 4-1، تابع لیاپانوف شبه کراسوفسکی شامل پارامتر γ^{k-1-i} است، در حالی که نیازی به استفاده از رابطه $\Delta V(k) \leq (\gamma-1)V(k)$ نیست. در مقایسه با [60]، که از تابع لیاپانوف کراسوفسکی مرسوم استفاده می‌شود، تابع لیاپانوف V ، توسط رابطه $\Delta V(k) < (\gamma-1)x^T(k)Px(k) = (\gamma-1)V_1(k) < (\gamma-1)V(k)$ توسعه داده شده است. بنابراین، استفاده از این روش، حاوی اطلاعات بیشتری از حالت سیستم است که منجر به محافظه‌کاری کمتر می‌شود. با این حال، اگر شرایط $\sum_{j=k-\tau_m}^{k-1} y^T(j)Zy(j)$ و $-\gamma \sum_{j=k-\tau_m}^{k-1} y^T(j)Zy(j)$ نادیده گرفته شود، محافظه‌کاری افزایش می‌یابد. بنابراین، با استفاده از معادلات (4-31) و (4-32) و همچنین تعریف ماتریس‌های وزنی آزاد U, S, \bar{L}, M و F از این موضوع جلوگیری می‌شود. در ادامه، شرایط کافی برای پایداری زمان محدود تصادفی H_∞ را بیان می‌کنیم.

4-3-2- پایداری زمان محدود تصادفی H_∞

قضیه 4-2: سیستم (4-11) برحسب $(\delta_1, \delta_2, \Gamma, N, l, \mu)$ ، پایداری زمان محدود تصادفی H_∞ است اگر برای ماتریس‌های متقارن مثبت معین $P, Q_1, Q_2, \Gamma, T, Z \in R^{n \times n}$ ، $W_1, W_2, W \in R$ ، ماتریس‌های معین

پارامترهای $\gamma > 1$ و $\delta_2 > 0$ و $\mu > 0$ وجود داشته باشند، روابط زیر برقرار

باشد.

$$i) \Lambda = \begin{bmatrix} \Lambda_1 & * \\ \Lambda_2 & \Lambda_3 \end{bmatrix} < 0, \quad (46-4)$$

که در آن

$$\Lambda_1 = \begin{bmatrix} \Sigma_{11} & * & * & * & * & * & * & * & * \\ 0 & -W_1 & * & * & * & * & * & * & * \\ \Sigma_{31} & 0 & \Sigma_{33} & * & * & * & * & * & * \\ 0 & 0 & 0 & -W_2 & * & * & * & * & * \\ M_1^T - F_1^T & 0 & M_2^T - F_2^T & 0 & -\gamma^{\tau_m} Q_2 & * & * & * & * \\ -L_1^T & 0 & -L_2^T & 0 & 0 & -\gamma^{\tau_m} Q_1 & * & * & * \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\mu^2 \gamma^{-N} I & * & * \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -W_3 \end{bmatrix},$$

$$\Lambda_2 = \begin{bmatrix} A & E_1 & \bar{\beta} B_2 K & \bar{\beta} E_1 & 0 & 0 & B_1 & E_1 \\ 0 & 0 & b B_2 K & b E_1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ (\tau_M - \tau_m)(A - I) & (\tau_M - \tau_m) E_1 & (\tau_M - \tau_m) \bar{\beta} B_2 K & (\tau_M - \tau_m) \bar{\beta} E_1 & 0 & 0 & (\tau_M - \tau_m) B_1 & (\tau_M - \tau_m) E_1 \\ 0 & 0 & (\tau_M - \tau_m) b B_2 K & (\tau_M - \tau_m) b E_1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \tau_m (A - I) & \tau_m E_1 & \tau_m \bar{\beta} B_2 K & \tau_m \bar{\beta} E_1 & 0 & 0 & \tau_m B_1 & \tau_m E_1 \\ 0 & 0 & \tau_m b B_2 K & \tau_m b E_1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ C_1 & E_2 & \bar{\beta} D_{12} K & \bar{\beta} E_2 & 0 & 0 & D_{11} & E_2 \\ 0 & 0 & b D_{12} K & b E_2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ W_1 H_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & H_3 K & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & W_3 H_2 & 0 \end{bmatrix},$$

$$\Lambda_3 = \text{diag}(-P^{-1}, -bP^{-1}, -(\tau_M - \tau_m)T^{-1}, -b(\tau_M - \tau_m)T^{-1}, -\tau_m Z^{-1}, -b\tau_m Z^{-1}, -I, -bI, -W_1, -W_2^{-1}, -W_3),$$

$$ii) \{ \lambda_{\max}(\tilde{P}) + \gamma^{\tau_M - 1} \tau_M \lambda_{\max}(\tilde{Q}_1) + \gamma^{\tau_m - 1} \tau_m \lambda_{\max}(\tilde{Q}_2) \} \delta_1^2 \quad (47-4)$$

$$+ \{ \gamma^{\tau_M - 1} \lambda_{\max}(\tilde{T}) \frac{\tau_M(\tau_M + 1) - \tau_m(\tau_m + 1)}{2} + \gamma^{\tau_m - 1} \lambda_{\max}(\tilde{Z}) \frac{\tau_m(\tau_m + 1)}{2} \} \delta_y^2$$

$$+ \gamma^{-N} \mu^2 l^2 \leq \gamma^{-N} \lambda_{\min}(\tilde{P}) \delta_2^2,$$

$$iii) \Phi_i > 0, \quad i = 1, 2, 3 \quad (48-4)$$

سایر پارامترها مشابه به قضیه ۱-۴ می باشد.

اثبات: مطابق با قضیه ۱-۴، سیستم (۱۱-۴) کراندار زمان محدود تصادفی است. بنابراین به منظور

بررسی پایداری زمان محدود H_∞ برای هر اغتشاش غیرصفر $w(k)$ ، رابطه (۴۹-۴) را تشکیل می دهیم.

$$\begin{aligned} \mathbb{E}\{V(k+1)\} - \gamma \mathbb{E}\{V(k)\} + \mathbb{E}\{z^T(k)z(k)\} - \mathbb{E}\{w^T(k)\rho w(k)\} \\ = \eta^T(k)\Theta\eta(k). \end{aligned} \quad (49-4)$$

پارامتر $\rho = \mu^2 \gamma^{-N} I$ را تعریف می کنیم.

از معادله (۴۶-۴) و لم ۱-۲، منفی معین بودن ماتریس Θ را می توان نتیجه گرفت. لذا داریم:

$$\mathbb{E}\{V(k+1)\} < \gamma \mathbb{E}\{V(k)\} - \mathbb{E}\{z^T(k)z(k)\} + \mu^2 \gamma^{-N} \mathbb{E}\{w^T(k)w(k)\}. \quad (50-4)$$

بنابراین

$$\mathbb{E}\{V(k)\} < \gamma^k \mathbb{E}\{V(0)\} - \sum_{j=0}^{k-1} \gamma^{k-j-1} \mathbb{E}\{z^T(j)z(j)\} + \mu^2 \gamma^{-N} \sum_{j=0}^{k-1} \gamma^{k-j-1} \mathbb{E}\{w^T(j)w(j)\}. \quad (51-4)$$

تحت شرایط اولیه صفر و $\mathbb{E}\{V(k)\} \geq 0$ برای $k \in \{1, 2, \dots, N\}$ رابطه زیر حاصل می شود.

$$\sum_{j=0}^{k-1} \gamma^{k-j-1} \mathbb{E}\{z^T(j)z(j)\} \leq \mu^2 \gamma^{-N} \sum_{j=0}^{k-1} \gamma^{k-j-1} \mathbb{E}\{w^T(j)w(j)\}. \quad (52-4)$$

از معادله (۵۲-۴) و $\gamma > 1$ معادله (۵۳-۴) بدست می آید.

$$\begin{aligned} \sum_{j=0}^N \mathbb{E}\{z^T(j)z(j)\} &\leq \sum_{j=0}^N \gamma^{N-j} \mathbb{E}\{z^T(j)z(j)\} \\ &\leq \mu^2 \gamma^{-N} \sum_{j=0}^N \gamma^{N-j} \mathbb{E}\{w^T(j)w(j)\} \leq \mu^2 \sum_{j=0}^N \mathbb{E}\{w^T(j)w(j)\}. \end{aligned} \quad (53-4)$$

بنابراین

$$\sum_{j=0}^N \mathbb{E}\{z^T(j)z(j)\} \leq \mu^2 \sum_{j=0}^N \mathbb{E}\{w^T(j)w(j)\}. \quad (54-4)$$

در نتیجه، سیستم حلقه بسته (۱۱-۴)، پایدار زمان محدود تصادفی H_∞ است و اثبات قضیه دو کامل

می شود.

□

۳-۳-۴- طراحی کنترل کننده پسخورد حالت

قضیه ۳-۴: سیستم (۱۱-۴) با کنترل کننده پسخورد حالت $u(k) = K\hat{x}(k)$ را در نظر بگیرید. سیستم

برحسب $(\delta_1, \delta_2, \Gamma, N, l, \mu)$ پایدار زمان محدود تصادفی H_∞ است اگر برای ماتریس‌های متقارن مثبت

معین $P, Q_1, Q_2, \Gamma, T, Z, X, R_1, R_2 \in R^{n \times n}$ ، $W_1, W_2, W_3, V \in R$ ماتریس‌های معین $U, S \in R^{2n \times 2n}$

$\bar{L}, M, F \in R^{2n \times n}$ و پارامترهای $\gamma > 1$ ، $\delta_2 > 0$ و $\mu > 0$ وجود داشته باشند، روابط زیر برقرار باشد.

$$i) \quad \Lambda = \begin{bmatrix} \Lambda_1 & * \\ \Lambda_2 & \Lambda_3 \end{bmatrix} \prec 0, \quad (55-4)$$

که در آن

$$\Lambda_1 = \begin{bmatrix} \Sigma_{11} & * & * & * & * & * & * & * \\ 0 & -W_1 & * & * & * & * & * & * \\ \Sigma_{31} & 0 & \Sigma_{33} & * & * & * & * & * \\ 0 & 0 & 0 & -W_2 & * & * & * & * \\ M_1^T - F_1^T & 0 & M_2^T - F_2^T & 0 & -\gamma^{\tau_m} Q_2 & * & * & * \\ -L_1^T & 0 & -L_2^T & 0 & 0 & -\gamma^{\tau_m} Q_1 & * & * \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\mu^2 \gamma^{-N} I & * \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -W_3 \end{bmatrix},$$

$$\Lambda_2 = \begin{bmatrix} A & E_1 & \bar{\beta} B_2 K & \bar{\beta} E_1 & 0 & 0 & B_1 & E_1 \\ 0 & 0 & b B_2 K & b E_1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ (\tau_M - \tau_m)(A - I) & (\tau_M - \tau_m) E_1 & (\tau_M - \tau_m) \bar{\beta} B_2 K & (\tau_M - \tau_m) \bar{\beta} E_1 & 0 & 0 & (\tau_M - \tau_m) B_1 & (\tau_M - \tau_m) E_1 \\ 0 & 0 & (\tau_M - \tau_m) b B_2 K & (\tau_M - \tau_m) b E_1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \tau_m (A - I) & \tau_m E_1 & \tau_m \bar{\beta} B_2 K & \tau_m \bar{\beta} E_1 & 0 & 0 & \tau_m B_1 & \tau_m E_1 \\ 0 & 0 & \tau_m b B_2 K & \tau_m b E_1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ C_1 & E_2 & \bar{\beta} D_{12} K & \bar{\beta} E_2 & 0 & 0 & D_{11} & E_2 \\ 0 & 0 & b D_{12} K & b E_2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ W_1 H_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & H_3 K & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & W_3 H_2 & 0 \end{bmatrix},$$

$$\Lambda_3 = \text{diag}(-X, -bX, -(\tau_M - \tau_m)R_1, -b(\tau_M - \tau_m)R_1, -\tau_m R_2, -b\tau_m R_2, -I, -bI, -W_1, -V, -W_3),$$

$$\begin{aligned}
 \text{ii)} \quad & \{\lambda_{\max}(\tilde{P}) + \gamma^{\tau_M-1} \tau_M \lambda_{\max}(\tilde{Q}_1) + \gamma^{\tau_m-1} \tau_m \lambda_{\max}(\tilde{Q}_2)\} \delta_1^2 \\
 & + \{\gamma^{\tau_M-1} \lambda_{\max}(\tilde{T}) \frac{\tau_M(\tau_M+1) - \tau_m(\tau_m+1)}{2} + \gamma^{\tau_m-1} \lambda_{\max}(\tilde{Z}) \frac{\tau_m(\tau_m+1)}{2}\} \delta_y^2 \\
 & + \gamma^{-N} \mu^2 I^2 \leq \gamma^{-N} \lambda_{\min}(\tilde{P}) \delta_2^2,
 \end{aligned} \tag{۵۶-۴}$$

$$\text{iii)} \quad \Phi_i > 0, \quad i=1,2,3 \tag{۵۷-۴}$$

سایر پارامترها مشابه قضیه ۱-۴ می‌باشد.

اثبات: با استفاده از لم ۱-۲ و قضیه ۲-۴ و تعریف $P^{-1} = X$ ، $T^{-1} = R_1$ ، $Z^{-1} = R_2$ و $W_2^{-1} = V$ ، قضیه اثبات می‌شود.

تذکر ۲-۴: معادله (۵۵-۴) غیرخطی است و با استفاده از جعبه ابزار LMI متلب نمی‌تواند حل شود. یک روش برای حل مسئله، استفاده از الگوریتم CCLM است که در پیوست آورده می‌شود. مسئله غیرمحدب (۵۵-۴) می‌تواند به مسئله بهینه‌سازی از طریق LMI تبدیل گردد.

Minimize trace $(XP + R_1T + R_2Z + VW_2)$

Subject to (۵۵-۴)-(۵۷-۴) and

$$\begin{aligned}
 \begin{bmatrix} X & I \\ I & P \end{bmatrix} & \geq 0, \\
 \begin{bmatrix} R_1 & I \\ I & T \end{bmatrix} & \geq 0, \\
 \begin{bmatrix} R_2 & I \\ I & Z \end{bmatrix} & \geq 0, \\
 \begin{bmatrix} V & I \\ I & W_2 \end{bmatrix} & \geq 0.
 \end{aligned} \tag{۵۸-۴}$$

۴-۴- نتایج شبیه‌سازی

مثال ۱-۴: در این مثال، مشابه با فصل سوم، مسئله کنترل شبکه برای UPS به منظور کنترل اینورتر مدولاسیون عرض پالس برای نگه داشتن ولتاژ AC خروجی در حد مطلوب مورد بررسی قرار می‌گیرد.

هنگامی که سیگنال کنترل از طریق شبکه ارتباطی منتقل می‌شود، تأخیر زمانی ناشی از شبکه و داده از دست‌رفته تصادفی می‌تواند عملکرد سیستم را کاهش دهد، یا حتی موجب ناپایداری سیستم شود. بر این اساس، در حضور پدیده‌های ذاتی، هدف، طراحی کنترل‌کننده پس‌خورد حالت تعریف شده در معادله (۴-۱۰) به منظور دستیابی به پایداری زمان محدود سیستم کنترل شبکه با کاهش سطح اغتشاش H_∞ است. در این مثال، از مدل زمان گسسته نامعین زیر برای UPS استفاده می‌شود [۴۴]، [۴۵]، [۵۶] و [۶۱].

$$A = \begin{bmatrix} 0.9226 & -0.6330 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}, B_1 = \begin{bmatrix} 0.5 \\ 0 \\ 0.2 \end{bmatrix}, B_2 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix},$$

$$C_1 = [0.1 \ 0 \ 0], D_{11} = 0.1, D_{12} = 0.2, \quad (۴-۵۹)$$

$$E_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}, E_2 = 0.2, H_1 = [1 \ 0 \ 0], H_2 = 0.2, H_3 = 0.1.$$

در این شبیه‌سازی، هزینه کنترل و مصرف انرژی کنترل‌کننده نیز برآورد می‌شود که یک معیار مناسب برای اندازه‌گیری هزینه کنترل‌کننده به روش نظری است [۶۲]. مصرف انرژی p به صورت زیر محاسبه می‌شود:

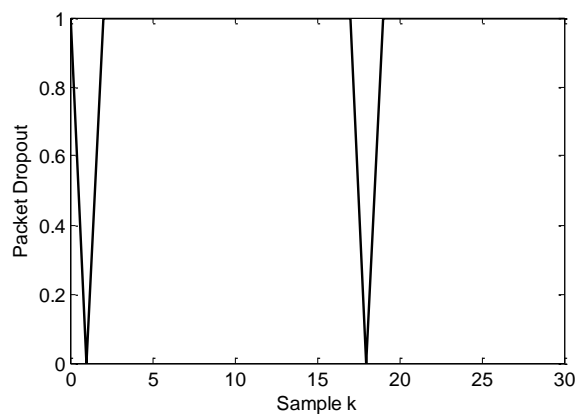
$$p = |VI| = |x_1 x_3|, \quad (۴-۶۰)$$

میانگین مصرف انرژی کنترل‌کننده نیز عبارتست از:

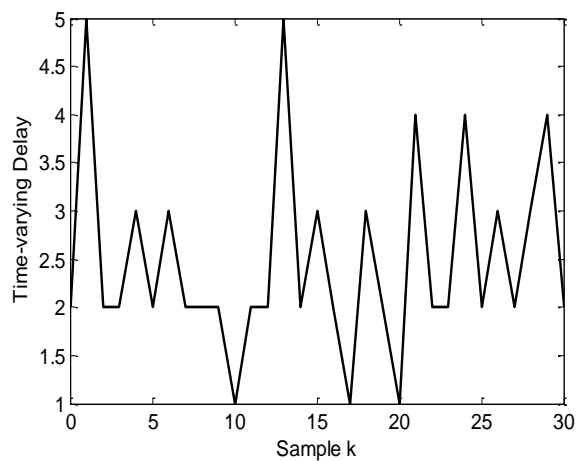
$$\bar{p}_3 = \sum_{i=1}^N p_3(i) / N, \quad (۴-۶۱)$$

که در آن $p_3 = p_2 - p_1$ و p_1 و p_2 به ترتیب توان خروجی سیستم کنترل شبکه بدون کنترل‌کننده و با کنترل‌کننده را نشان می‌دهند. برای ارزیابی عملکرد و مقاوم بودن کنترل‌کننده پیشنهادی، نتایج شبیه‌سازی با روش‌های موجود در [۴۴]، [۴۵]، [۵۶] و [۶۱] مقایسه می‌شوند. پارامترهای اولیه $w(k) = \frac{1}{k^2}$ در نظر می‌گیریم. با $x_0 = [1 \ 0 \ 0]^T$ ، $\bar{\beta} = 0.9$ ، $l = 1$ ، $N = 10$ ، $\Gamma = I$ ، $\delta_1 = 1$ ، $\gamma = 1.001$

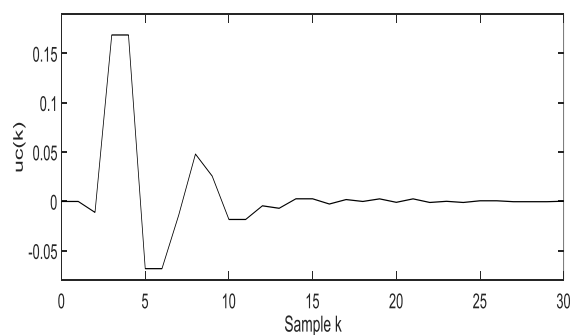
حل مسئله بهینه‌سازی شامل شرایط LMI، $(4-55)$ ، $(4-58)$ و با استفاده از جعبه ابزار متلب، مقادیر بهینه پارامترها $\mu_{min} = 0.685$ و $\delta_{2opt}^2 = 5.674$ تعیین می‌شوند و کنترل‌کننده به صورت $K = [-0.0111 \ 0.179 \ -0.124]$ طراحی می‌شود. کنترل‌کننده‌هایی که در $[44]$ ، $[45]$ و $[56]$ استفاده شده‌اند به ترتیب $[1.1154 \ -0.6931 \ 0.0007]$ ، $[-0.3291 \ 0.2676 \ -0.0210]$ و $[-0.5960 \ 0.5549 \ -0.1587]$ می‌باشند. شکل‌های ۴-۲ و ۴-۳ احتمال داده از دست‌رفته و تاخیر زمانی ناشی از شبکه را نشان می‌دهند. شکل ۴-۴ سیگنال کنترلی را به ازای $1 \leq \tau_k \leq 5$ و $\bar{\beta} = 0.9$ نشان می‌دهد. شکل ۴-۵ مسیر حالت متغیرهای سیستم را نمایش می‌دهد، در حالی که تمام متغیرهای حالت سیستم با استفاده از کنترل‌کننده پیشنهادی به سمت صفر همگرا می‌شوند. نتایج شبیه‌سازی در شکل‌های ۴-۶ تا ۴-۸ نشان می‌دهند که روش‌های کنترلی دیگر نمی‌توانند سیستم را پایدار کنند. با توجه به شکل ۴-۵، مشاهده می‌شود که رفتار دینامیکی سیستم کنترل شبکه با استفاده از روش پیشنهادی عملکرد مناسبی دارد به طوری که از سرعت همگرایی بالا، فراجش کمتر، دقت کنترلی بالاتری برخوردار است. در مقایسه با روش کنترلی $[61]$ ، روش پیشنهادی از رفتار سریعتر، نوسان کمتر و دقت بیشتری برخوردار است (شکل ۴-۹). نرم متغیرهای حالت سیستم با توجه به کنترل پیشنهادی در شکل ۴-۱۰ نشان داده می‌شود. از شکل ۴-۱۰ مشاهده می‌شود که مسیر حالت سیستم، توسط کران بالای تعیین شده، محدود باقی می‌ماند که نشان دهنده پایداری مقاوم زمان محدود تصادفی H_∞ سیستم حلقه‌بسته است. در مقایسه با سایر روش‌ها، نتایج به‌دست آمده، شامل تاخیر زمانی ناشی از شبکه همزمان در هر دو کانال سنسور به کنترل‌کننده و کانال کنترل‌کننده به محرک و داده از دست‌رفته می‌شوند. علاوه‌براین، کنترل‌کننده پیشنهادی در مقابل نامعینی سیستم به خوبی مقاومت می‌کند.



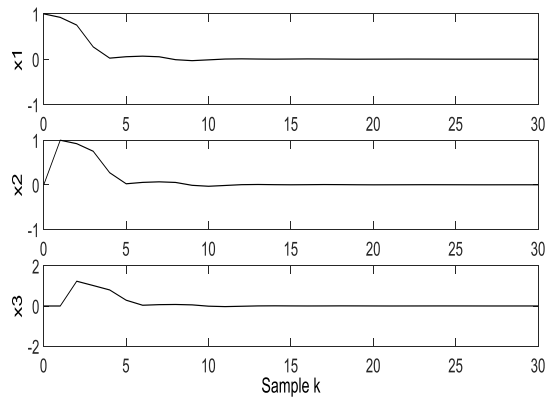
شکل ۲-۴. احتمال داده از دست‌رفته با $\bar{\beta} = 0.9$



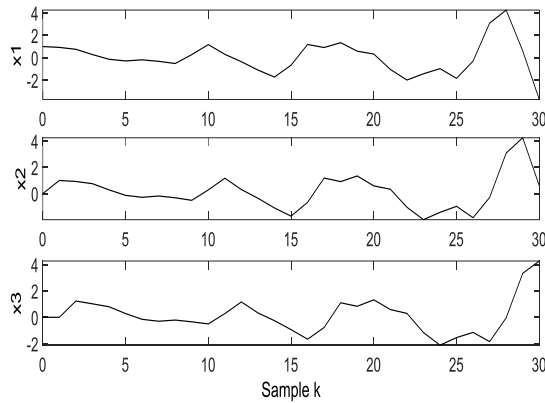
شکل ۳-۴. تاخیر زمانی ناشی از شبکه با $1 \leq \tau_k \leq 5$



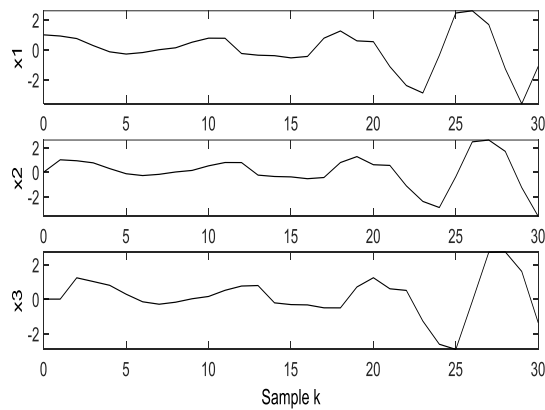
شکل ۴-۴. سیگنال کنترلی مثال ۱-۴ برای $1 \leq \tau_k \leq 5$ و $\bar{\beta} = 0.9$



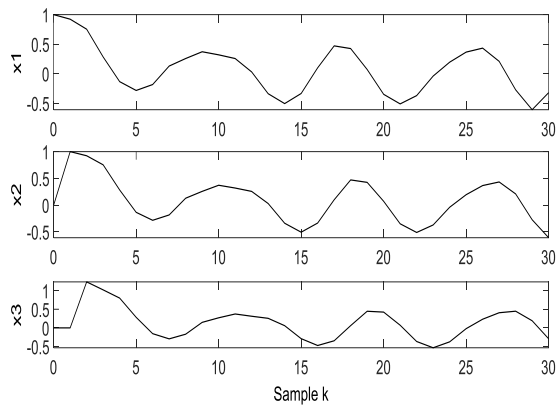
شکل ۴-۵. مسیر حالت متغیرهای حالت سیستم مثال ۴-۱ برای $1 \leq \tau_k \leq 5$ و $\bar{\beta} = 0.9$



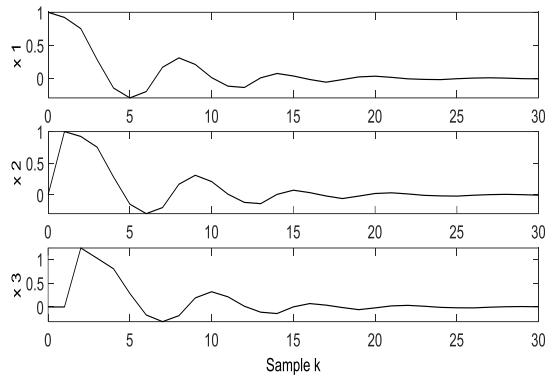
شکل ۴-۶. مسیر حالت سیستم با استفاده از [۴۵]



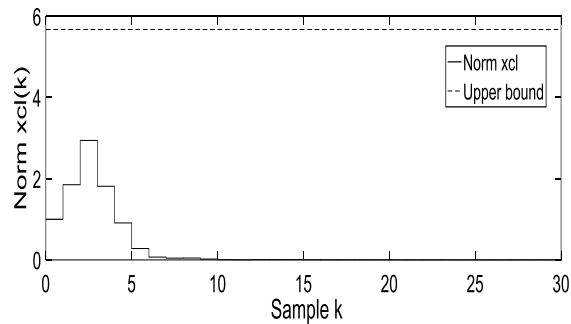
شکل ۴-۷. مسیر حالت سیستم با استفاده از [۵۶]



شکل ۴-۸. مسیر حالت سیستم با استفاده از [۴۴]



شکل ۴-۹. مسیر حالت سیستم با استفاده از [۶۱]



شکل ۴-۱۰. نرم $x(k)$ مثال ۴-۱ با $\tau_k \leq 5$ و $\bar{\beta} = 0.9$

عملکرد کنترل کننده پیشنهادی به ازای مقادیر مختلف τ_M و $\bar{\beta}$ مورد ارزیابی قرار می گیرد. جداول ۴-۱ و ۴-۲ مقادیر مختلف عملکرد H_∞ سیستم کنترل شبکه با استفاده از کنترل کننده پیشنهادی را نشان می دهند. اثرات مقادیر مختلف τ_M و $\bar{\beta}$ بر عملکرد H_∞ در شکل های ۴-۱۱ و ۴-۱۲ نشان داده می شوند.

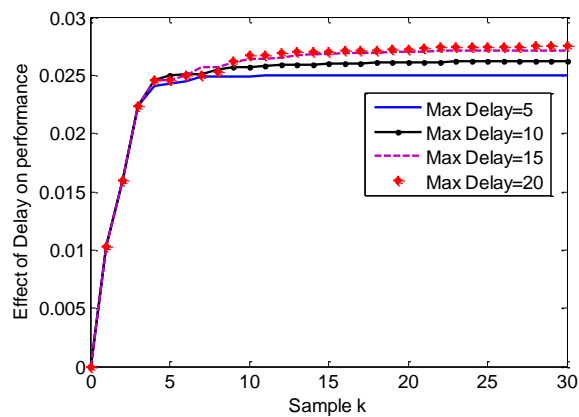
همانطور که مشاهده می‌شود، افزایش کران بالای تاخیر متغیربازمان (افزایش τ_M) و افزایش احتمال از دست رفتن داده‌ها (کاهش $\bar{\beta}$) عملکرد H_∞ را تحت تاثیر قرار می‌دهد. میانگین مصرف انرژی برای کنترل کننده در شکل ۴-۱۳ نشان داده می‌شود. در ادامه، به منظور ارزیابی بیشتر عملکرد کنترل کننده پیشنهادی، شرایط را به صورت $1 \leq \tau_k \leq 10$ و $\bar{\beta} = 0.8$ در نظر می‌گیریم و سایر پارامترها را مانند قبل انتخاب می‌کنیم. با استفاده از روش پیشنهادی، پارامتر بهینه به صورت $\delta_{2opt}^2 = 6.86$ تعیین می‌شود. نتایج شبیه‌سازی در شکل‌های ۴-۱۴ تا ۴-۱۷ ارائه شده است. در مقایسه با حالت قبل، مشاهده می‌شود که زمان استقرار از پاسخ طولانی تر و μ_{min} بزرگ‌تر می‌شود. به طور کلی، نتایج نشان می‌دهند که کنترل پیشنهادی می‌تواند به طور مناسب با تاخیر زمانی ناشی از شبکه و از دست رفتن داده‌ها مقابله کند. شکل ۴-۱۸ سیگنال کنترلی را به ازای $1 \leq \tau_k \leq 10$ و $\bar{\beta} = 0.8$ نشان می‌دهد.

جدول ۴-۱. پارامتر μ برای مقادیر مختلف τ_M

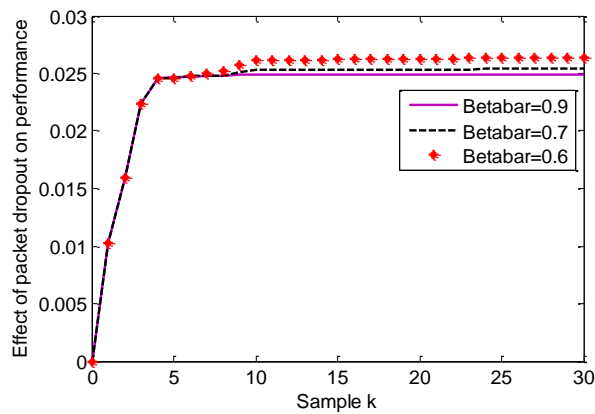
τ_M	۵	۱۰	۱۵	۲۰
μ_{min}	۰,۶۸۵	۰,۷۰۱	۰,۷۰۲	۰,۷۰۷

جدول ۴-۲. پارامتر μ برای مقادیر مختلف $\bar{\beta}$

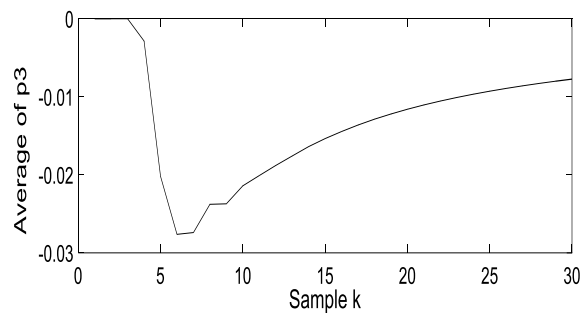
$\bar{\beta}$	۰,۹	۰,۸	۰,۷	۰,۶
μ_{min}	۰,۶۸۵	۰,۶۸۷	۰,۶۹۱	۰,۶۹۶



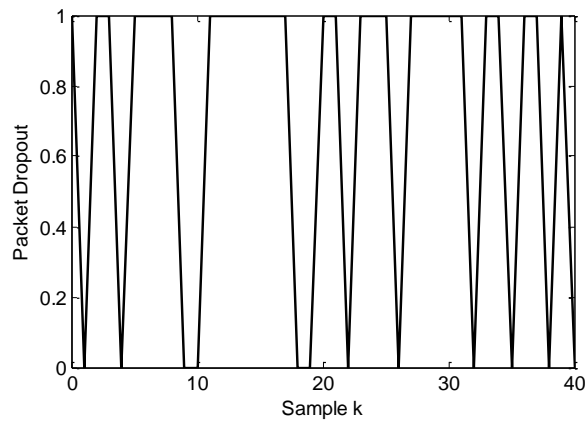
شکل ۴-۱۱. اثرات کران بالای تاخیر روی عملکرد H_∞ با استفاده از کنترل کننده پیشنهادی



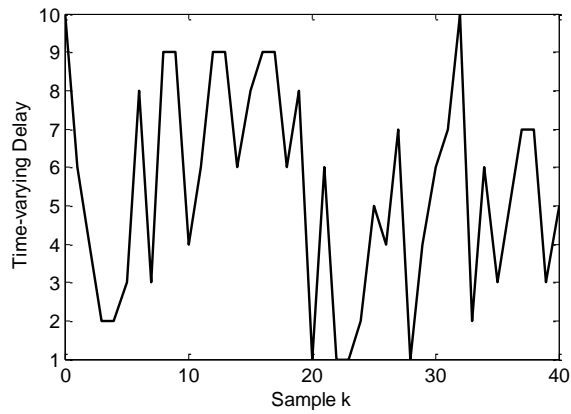
شکل ۴-۱۲. اثرات داده از دست رفته روی عملکرد H_∞ با استفاده از کنترل کننده پیشنهادی



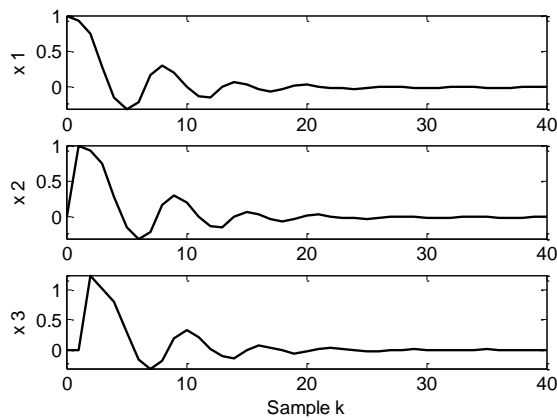
شکل ۴-۱۳. میانگین مصرف انرژی کنترل کننده پیشنهادی



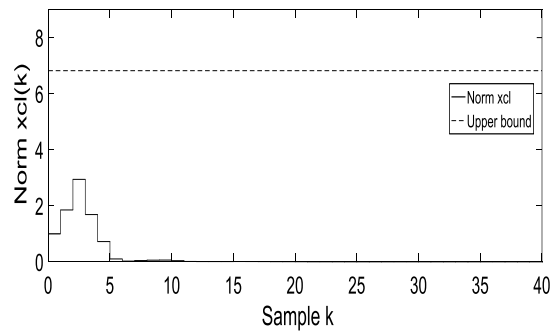
شکل ۴-۱۴. احتمال داده از دست‌رفته با $\bar{\beta} = 0.8$



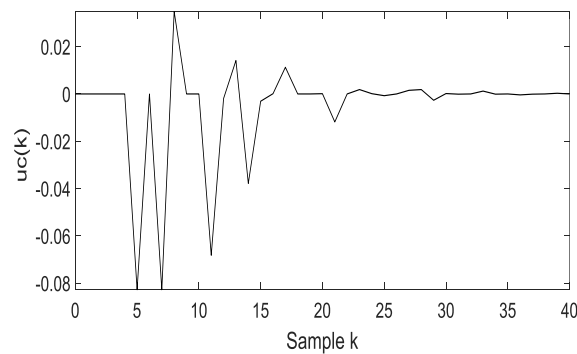
شکل ۴-۱۵. تاخیر زمانی ناشی از شبکه با $1 \leq \tau_k \leq 10$



شکل ۴-۱۶. مسیر حالت متغیرهای حالت سیستم مثال ۴-۱ با $1 \leq \tau_k \leq 10$ و $\bar{\beta} = 0.8$



شکل ۴-۱۷. نرم $x(k)$ مثال ۴-۱ با $1 \leq \tau_k \leq 10$ و $\bar{\beta} = 0.8$



شکل ۴-۱۸. سیگنال کنترلی مثال ۴-۱ با $1 \leq \tau_k \leq 10$ و $\bar{\beta} = 0.8$

۴-۵- نتیجه گیری

هدف از این فصل، بررسی پایداری زمان محدود H_∞ سیستم کنترل شبکه زمان گسسته نامعین با تاخیر ناشی از شبکه و داده از دست رفته است. تاخیر از سنسور به کنترل کننده و از کنترل کننده به محرک، متغیربازمان است و داده از دست رفته تصادفی و با تابع توزیع برنولی مدل می شود. شرایط کافی برای طراحی کنترل کننده پسخورد حالت با کمک LMI به دست می آید. موثر بودن کنترل کننده پیشنهادی با استفاده از مثال عددی نشان داده می شود.

فصل پنجم

نتیجه گیری و پیشنهادات

۵-۱- نتیجه‌گیری

سیستم‌های کنترل شبکه به واسطه کاربردهای آن از اهمیت ویژه‌ای برخوردار می‌باشند. هرچند نتایج مربوط به تجزیه و تحلیل و طراحی سیستم‌های کنترل شبکه با توجه به مزایای آن روبه‌فزونی است، با این حال، وجود شبکه‌های ارتباطی در حلقه‌های کنترلی، مسائل اجتناب‌ناپذیر از جمله تاخیر و داده ازدست رفته را به همراه دارند که تجزیه و تحلیل سیستم و طراحی آن‌ها را پیچیده می‌کند. هرچند، پایداری مجانبی برای کاربردهای عملی کافی است، اما در موارد خاصی که مقادیر بزرگ حالت سیستم، به عنوان مثال در حضور اشباع قابل قبول نیست، کارایی ندارد. در این شرایط، بررسی حالت‌های سیستم برای مطمئن شدن از مقادیری که حالت‌ها اختیار می‌کنند ضروری است. از این رو پایداری زمان محدود مورد نیاز است. بدین منظور، در این رساله پایداری مقاوم زمان محدود H_{∞} سیستم کنترل شبکه گسسته نامعین به همراه اغتشاش در دو بخش بررسی شد. در بخش اول تاخیرهای تصادفی ناشی از شبکه در کانال کنترل و کانال محرک به صورت توابع توزیع برنولی مستقل از هم مدل گردید، و با استفاده از روش لیاپانوف کراسوفسکی وجود کنترل کننده پس‌خورد خروجی مناسب مبتنی بر نامساوی ماتریس غیرخطی نشان داده شد. کارایی روش کنترلی پیشنهادی در مقایسه با روش‌های دیگر با شبیه‌سازی بررسی گردید. در بخش دوم، سیستم کنترل شبکه با تاخیر متغیر با زمان و داده از دست‌رفته تصادفی در کانال‌های کنترل و محرک تحلیل و بررسی گردید، که برای مدل‌سازی داده‌های از دست‌رفته از توابع توزیع برنولی مستقل از هم استفاده شد. برای رسیدن به پایداری و عملکرد مطلوب، کنترل کننده پس‌خورد حالت با استفاده از روش لیاپانوف شبه کراسوفسکی مبتنی بر نامساوی ماتریس غیرخطی طراحی گردید. نتایج شبیه‌سازی نشان داد که روش پیشنهادی می‌تواند به الزامات اجرایی مورد نیاز دست یابد.

۵-۲- پیشنهادات

سیستم‌های کنترل آبشاری، نوع خاصی از ساختارهای کنترلی با دو حلقه داخلی و خارجی هستند. حلقه داخلی، دارای دینامیک‌های سریع است که برای حذف اثرات اغتشاش ورودی بکار می‌رود، در حالی که حلقه بیرونی برای تنظیم خروجی سیستم استفاده می‌شود. کنترل آبشاری تاثیر به‌سزایی در بهبود عملکرد سیستم کنترل دارد به‌ویژه زمانی که در مدل سیستم اغتشاش وجود دارد. با توسعه ساختار کنترل آبشاری، سیستم کنترل شبکه آبشاری به طور گسترده در صنعت مانند وسایل نقلیه زیرآب، سیستم‌های قدرت و سیستم‌های شیمیایی مورد استفاده قرار گرفت. سیستم‌های کنترل آبشاری تحت شبکه را سیستم‌های کنترل شبکه آبشاری می‌نامند. از مزایای ساختار کنترل شبکه آبشاری می‌توان به کیفیت کنترل و قابلیت اطمینان ساختار آن اشاره کرد. با این حال، شبکه در حلقه کنترلی مشکلات اجتناب ناپذیری ایجاد می‌کند، که باعث پیچیدگی تجزیه و تحلیل و طراحی سیستم می‌شود. لذا بررسی و تحلیل پایداری سیستم کنترل شبکه آبشاری از اهمیت فراوانی برخوردار است. در این راستا و به منظور ادامه کار این رساله، موارد زیر پیشنهاد می‌گردد:

- (۱) تحلیل پایداری زمان محدود H_∞ سیستم کنترل شبکه آبشاری
- (۲) بررسی پایداری زمان محدود H_∞ سیستم کنترل شبکه آبشاری با طراحی کنترل کننده خروجی ایستا^۱
- (۳) طراحی کنترل کننده H_2 / H_∞ برای سیستم کنترل شبکه آبشاری

¹ Static Output Control

پیوست

برای ثابت‌های داده شده $\bar{d}_a, \underline{d}_a, \bar{d}_m, \underline{d}_m$ و $\bar{\varepsilon}$ ، کنترل‌کننده توسط روش CCLM به صورت زیر با استفاده از جعبه ابزار متلب طراحی می‌شود.

گام اول) بیشترین تعداد دفعات تکرار \bar{N} و مقادیر ثابت $\delta_1, \delta_2, \Gamma, N, l$ و γ را انتخاب می‌کنیم.

گام دوم) پاسخ مناسب برای ماتریس‌های اولیه S_0, V_0, R_0 و ϕ_0 که در شرایط LMI صدق کنند، می‌یابیم و $S_k = S_0, V_k = V_0, R_k = R_0$ و $\phi_k = \phi_0$ را تعریف می‌کنیم. اگر چنین پاسخی وجود نداشته، $k = 0$ قرار می‌دهیم درحالی‌که الگوریتم به اتمام رسیده است.

گام سوم) ماتریس‌های $S_{k+1}, V_{k+1}, R_{k+1}$ و ϕ_{k+1} را می‌یابیم که در مسئله LMI زیر صدق کنند:

$$\text{Minimize } \text{trace}(VS_k + SV_k + \phi R_k + \phi_k R) + \mu^2$$

Subject to (۵۱-۳), (۵۲-۳), (۷۴-۳) و (۷۷-۳)

که در آن، μ سطح اغتشاش است.

گام چهارم) اگر رابطه $|\text{Trace}(V_{k+1}S_k + V_kS_{k+1} + \phi_{k+1}R_k + \phi_kR_{k+1}) - 4n| < \varepsilon_0$ برقرار باشد، الگوریتم به پایان می‌رسد. در غیر این صورت $k = k+1$ قرار می‌دهیم و به گام دوم می‌رویم.

گام پنجم) اگر $k > \bar{N}$ باشد، الگوریتم پایان می‌پذیرد.

گام ششم) اگر مسئله پاسخ نداشته، مقدار اولیه δ_2 را افزایش می‌دهیم، در غیر این صورت، تا زمانی که حداقل مقدار آن را بیابیم، δ_2 را کاهش می‌دهیم.

فهرست منابع

- [1] Y. Ge, J. Wang, L. Zhang, and C. Li, "Robust H_∞ control of multi-systems with random communication network accessing," *J. Franklin Inst.*, vol. 352, no. 4, pp. 1693–1721, 2015.
- [2] F. Rasool and S. K. Nguang, "Robust H_∞ state feedback control of NCSs with Poisson noise and successive packet dropouts," *Int. J. Control. Autom. Syst.*, vol. 13, no. 1, pp. 45–57, 2015.
- [3] D. Yue, Q. Han, and J. Lam, "Network-based robust H_∞ control of systems with uncertainty," *Automatica*, vol. 41, pp. 999–1007, 2005.
- [4] Y. Liu, Y. Chu, and W. Che, "Guaranteed cost control of networked control systems under limited communication capacity and variable sampling," *J. Cent. South Univ.*, vol. 21, no. 3, pp. 978–986, 2014.
- [5] P. Seiler and R. Sengupta, "Analysis of communication losses in vehicle control problems," *American Control Conference*, 2001, vol. 2, pp. 1491–1496.
- [6] G. C. Walsh, H. Ye, and L. G. Bushnell, "Stability analysis of networked control systems," *Control Syst. Technol. IEEE Trans.*, vol. 10, no. 3, pp. 438–446, 2002.
- [7] S. Yin, L. Yu, and W. A. Zhang, "A switched system approach to networked H_∞ filtering with packet losses," *Circuits, Syst. Signal Process.*, vol. 30, no. 6, pp. 1341–1354, 2011.
- [8] Y. Liu and H. Yu, "Stability of networked control systems based on switched technique.," *42nd IEEE Conference*, 2003, vol. 1, pp. 1110–1113.
- [9] X. J. Jing, D. L. Tan, and Y. C. Wang, "An LMI approach to stability of systems with severe time-delay," *IEEE Trans. Automat. Contr.*, vol. 49, no. 7, pp. 1192–1195, 2004.
- [10] S. Xu and T. Chen, "Robust H_∞ control for uncertain discrete-time systems with time-varying delays via exponential output feedback controllers," *Syst. Control Lett.*, vol. 51, no. 3, pp. 171–183, 2004.
- [11] G. P. Liu, Y. Xia, J. Chen, D. Rees, and W. Hu, "Networked predictive control of systems with random network delays in both forward and feedback channels," *IEEE Trans. Ind. Electron.*, vol. 54, no. 3, pp. 1282–1297, 2007.
- [12] M. S. Branicky, S. M. Phillips, and W. Zhang, "Stability of networked control systems: Explicit analysis of delay," *American Control Conference*, 2000, vol. 4,

pp. 2352–2357.

- [13] K. Halder, S. Das, S. Dasgupta, S. Banerjee, and A. Gupta, “Controller design for networked control systems-An approach based on L2 induced norm,” *Nonlinear Anal. Hybrid Syst.*, vol. 19, pp. 134–145, 2016.
- [14] C. Tan, L. Li, and H. Zhang, “Stabilization of networked control systems with both network-induced delay and packet dropout,” *Automatica*, vol. 59, pp. 194–199, 2015.
- [15] J. Q. Deng, H. B. Li, C. Hao, and Z. Q. Sun, “Research on gain scheduling controller of the networked control system with long delay,” *Int. J. Control. Autom. Syst.*, vol. 13, no. 1, pp. 33–38, 2015.
- [16] H. Beikzadeh and H. J. Marquez, “Multirate output feedback control of nonlinear networked control systems,” *IEEE Trans. Automat. Contr.*, vol. 60, no. 7, pp. 1939–1944, 2015.
- [17] F. Yang and Q. L. Han, “ H_∞ control for networked systems with multiple packet dropouts,” *Inf. Sci. (Ny)*, vol. 252, pp. 106–117, 2013.
- [18] M. Fu and L. Xie, “The sector bound approach to quantized feedback control,” *IEEE Trans. Automat. Contr.*, vol. 50, no. 11, pp. 1698–1711, 2005.
- [19] M. S. Mahmoud, A. Y. Al-Rayyah, and Y. Xia, “Quantized feedback stabilization of interconnected continuous time-delay systems,” *IMA J. Math. Control Inf.*, vol. 28, no. 1, pp. 1–17, 2010.
- [20] H. Gao, T. Chen, and J. Lam, “A new delay system approach to network-based control,” *Automatica*, vol. 44, no. 1, pp. 39–52, 2008.
- [21] H. Gao and T. Chen, “ H_∞ estimation for uncertain systems with limited communication capacity,” *IEEE Trans. Automat. Contr.*, vol. 52, no. 11, pp. 2070–2084, 2007.
- [22] D. Yue and Q. L. Han, “Network-based robust filtering for uncertain linear systems,” *IEEE Trans. Signal Process.*, vol. 54, no. 11, pp. 4293–4301, 2006.
- [23] J. Dai, “A delay system approach to networked control systems with limited communication capacity,” *J. Franklin Inst.*, vol. 347, no. 7, pp. 1334–1352, 2010.
- [24] M. Moayedi, Y. K. Foo, and Y. C. Soh, “Networked LQG control over unreliable channels,” *Int. J. Robust Nonlinear Control*, vol. 23, no. 2, pp. 167–189, 2013.
- [25] R. K. Belapurkar and R. K. Yedavalli, “LQR control design of discrete-time

- networked cascade control systems with time delay,” *Dyn. Syst. Control Conf.*, pp. 299–304, 2011.
- [26] H. Gao, J. Lam, C. Wang, and Y. Wang, “Delay-dependent output-feedback stabilisation of discrete-time systems with time-varying state delay,” *IEE Proceedings-Control Theory Appl.*, vol. 151, no. 6, pp. 691–698, 2004.
- [27] H. Gao and T. Chen, “A new approach to quantized feedback control systems,” *Automatica*, vol. 44, no. 2, pp. 534–542, 2008.
- [28] G. C. Walsh and H. Ye, “Scheduling of networked control systems,” *IEEE Control Syst.*, vol. 21, no. 1, pp. 57–65, 2001.
- [29] H. Zhang, D. Yang, and T. Chai, “Guaranteed cost networked control for T–S fuzzy systems with time delays,” *IEEE Trans. Syst. Man, Cybern. Part C.*, vol. 37, no. 2, pp. 160–172, 2007.
- [30] R. N. Zhuchkov, “Application of predictive control approach in stabilizing control design of networked plants,” *Autom. Remote Control*, vol. 76, no. 9, pp. 1704–1712, 2015.
- [31] R. Lu, Y. Xu, and R. Zhang, “A new design of model predictive tracking control for networked control system under random packet loss and uncertainties,” *IEEE Trans. Ind. Electron.*, vol. 63, no. 11, pp. 6999–7007, 2016.
- [32] J. Yu, L. Nan, X. Tang, and P. Wang, “Model predictive control of non-linear systems over networks with data quantization and packet loss,” *ISA Trans.*, vol. 59, pp. 1–9, 2015.
- [33] L. Weiss, E. F. Infante, “Finite time stability under perturbing on product spaces forces and on production spaces,” *IEEE Trans. Automat. Contr.*, vol. 12, no. 1, pp. 54–59, 1967.
- [34] H. Shen, Z. G. Wu, and J. H. Park, “Finite-time energy-to-peak filtering for Markov jump repeated scalar non-linear systems with packet dropouts,” *IET Control Theory Appl.*, vol. 8, no. 16, pp. 1617–1624, 2014.
- [35] S. Wang, T. Shi, L. Zhang, A. Jasra, and M. Zeng, “Extended finite-time H_∞ control for uncertain switched linear neutral systems with time-varying delays,” *Neurocomputing*, vol. 152, pp. 377–387, 2015.
- [36] J. Yin, S. Khoo, Z. Man, and X. Yu, “Finite-time stability and instability of stochastic nonlinear systems,” *Automatica*, vol. 47, no. 12, pp. 2671–2677, 2011.

- [37] Z. Zuo, H. Li, and Y. Wang, “New criterion for finite-time stability of linear discrete-time systems with time-varying delay,” *J. Franklin Inst.*, vol. 350, no. 9, pp. 2745–2756, 2013.
- [38] H. Liu, X. Zhao, and H. Zhang, “New approaches to finite-time stability and stabilization for nonlinear system,” *Neurocomputing*, vol. 138, pp. 218–228, 2014.
- [39] H. Du, Y. Cheng, Y. He, and R. Jia, “Finite-time output feedback control for a class of second-order nonlinear systems with application to DC–DC buck converters,” *Nonlinear Dyn.*, vol. 78, no. 3, pp. 2021–2030, 2014.
- [40] H. Wang, Z. Han, Q. Xie, and W. Zhang, “Finite-time chaos control of unified chaotic systems with uncertain parameters,” *Nonlinear Dyn.*, vol. 55, no. 4, pp. 323–328, 2009.
- [41] C. C. Hua, S. C. Yu, and X. P. Guan, “Finite-time control for a class of networked control systems with short time-varying delays and sampling jitter,” *Int. J. Autom. Comput.*, vol. 12, no. 4, pp. 448–454, 2015.
- [42] K. M. Ju and H. P. R. Sakthivel, “Finite-time boundedness and dissipativity analysis of networked cascade control systems,” *Nonlinear Dyn.*, vol. 84, no. 4, pp. 2149–2160, 2016.
- [43] Y. G. Sun and G. Li, “Finite-time stability and stabilization of networked control systems with bounded packet dropout,” *Discret. Dyn. Nat. Soc.*, pp. 1–6, 2014.
- [44] F. Yang, Z. Wang, Y. Hung, and M. Gani, “ H_∞ control for networked systems with random communication delays,” *IEEE Trans. Autom. Control.*, vol. 51, no. 3, pp. 511–518, 2006.
- [45] S. W. Gao and G. Y. Tang, “Stabilization of networked control systems with random delays,” *IEEE Trans. Ind. Electron.*, vol. 58, no. 9, pp. 3250–3255, 2011.
- [46] F. Yang and W. Wang, “An iterative LMI approach to H_∞ networked control with random communication delays,” *J. Int. J. Syst. Control Commun.*, vol. 1, no. 3, pp. 325–341, 2009.
- [47] C. Lin, Z. Wang, and F. Yang, “Observer-based networked control for continuous-time systems with random sensor delays,” *Automatica*, vol. 45, no. 2, pp. 578–584, 2009.
- [48] S. Mastellone, C. T. Abdallah, and P. Dorato, “Stability and finite-time stability analysis of discrete-time nonlinear networked control systems,” *Proc. Am. Control*

- Conf. 2005.*, pp. 1239–1244, 2005.
- [49] L. Dritsas, G. Nikolakopoulos, and A. Tzes, “Constrained finite time control of networked systems with uncertain delays,” *14th Mediterr. Conf. Control Autom. MED’06*, pp. 1–6, 2006.
- [50] S. Mastellone, P. Dorato, and C. T. Abdallah, “Finite-time stability for nonlinear networked control systems,” *Syst. Control Found. Appl.*, pp. 535–553, 2006.
- [51] Y. Shang, F. Gao, and F. Yuan, “Finite-time stabilization of networked control systems subject to communication delay,” *Int. J. Adv. Comput. Technol.*, vol. 3, no. 3, pp. 192–198, 2011.
- [52] Y. Sun and J. Xu, “Finite-time boundedness and stabilization of networked control systems with time delay,” *Math. Probl. Eng.*, vol. 2012, pp. 1–20, 2012.
- [53] Y. Sun, “Finite-time boundedness and stabilisation of networked control systems with bounded packet dropout,” *Int. J. Syst. Sci.*, vol. 45, no. 9, pp. 37–41, 2014.
- [54] Y. Zhang, C. Liu, and H. Sun, “Robust finite-time H_∞ control for uncertain discrete jump systems with time delay,” *Appl. Math. Comput.*, vol. 219, no. 5, pp. 2465–2477, 2012.
- [55] S. Boyd, L. El Ghaoui, E. Feron, and V. Balakrishnan, *Linear matrix inequalities in system and control theory*, vol. 15. 1994.
- [56] Z. Wang, S. Member, F. Yang, D. W. C. Ho, and X. Liu, “Robust H_∞ control for networked systems with random packet losses,” *IEEE Trans. Syst. MAN*, vol. 37, no. 4, pp. 916–924, 2007.
- [57] F. Amato and M. Ariola, “Finite-time control of discrete-time linear systems,” *IEEE Trans. Automat. Contr.*, vol. 50, no. 5, pp. 724–729, 2005.
- [58] F. Rasool, S. K. Nguang, and T. Shahzad, “Robust H_∞ dynamic output feedback control of networked control systems with congestion control,” *Innov. Eng. Syst. (ICIES), 2012 First Int. Conf.*, pp. 249–254, 2012.
- [59] S. C. F. Rasool and S. K. N. A. Swain, “Robust mode delay-dependent H_∞ control of discrete-time systems with random communication delays,” *IET Control Theory Appl.*, vol. 4, no. 6, pp. 936–944, 2010.
- [60] S. B. Stojanovic, D. L. Debeljkovic, and N. Dimitrijevic, “Finite-time stability of discrete-time systems with time-varying delay,” *Chem. Ind. Chem. Eng. Quarterly/CICEQ*, vol. 18, no. 4–1, pp. 525–533, 2012.

- [61] X. Li and S. Sun, “ H^∞ control for networked systems with random delays and packet dropouts,” *Int. J. Control. Autom. Syst.*, vol. 10, no. 5, pp. 1023–1031, 2012.
- [62] C. Wang, R. Chu, and J. U. N. Ma, “Controlling a chaotic resonator by means of dynamic track control,” *Complexity*, vol. 21, no. 1, pp. 370–378, 2015.

Abstract: The purpose of this thesis is to address the stability analysis of discrete-time Network Control Systems (NCSs) against uncertainty and disturbance using finite-time H_∞ control. First, the robust finite-time H_∞ stability of NCS is studied only considering the random communication delays. In this case, both measurement and actuation delays are modeled by two independent Bernoulli distributed white sequences. A dynamic output feedback controller is designed to realize the finite time control for this class of NCSs with prescribed H_∞ performance level. Then, the robust finite-time H_∞ stability of NCSs is investigated under varying time delay and random data packet dropout, which is modeled by Bernoulli distributed white sequence technique. Here, a state feedback controller is designed to achieve finite- time stability and attenuate the disturbance. According to our knowledge, this is the first research work to study the robust finite-time time H_∞ stability of uncertain discrete-time NCSs with time varying delay and packet dropout simultaneously. Finally, to illustrate the effectiveness and benefits of the proposed control algorithms, different numerical examples are presented. Simulation results demonstrate that the algorithms can cope with the performance requirements appropriately.

Keyword: Networked control system, Finite-time control, Communication delay, Packet dropout, Stability.



Shahrood University of Technology
Faculty: Electrical and Robotic Engineering

**Robust finite-time H_∞ stability analysis of discrete-time networked
control systems with random delays**

By: Arezou Elahi

Supervisor:
Alireza Alfi

February 2018