

سلام افضل



دانشگاه صنعتی شاهرود  
دانشکده برق و رباتیک

پایان نامه کارشناسی ارشد

عنوان :

طراحی یک سیستم کنترل غیر خطی مقاوم در مقابل عدم  
قطعیت پارامتری به روش کنترل تطبیقی روی یک هلی کوپتر

استاد راهنما : آقای دکتر حداد

استاد مشاور: آقای دکتر فاتح

نگارش: علیرضا نعمتی

تابستان ۱۳۸۶

**تقديم به**

**پدار**

**و**

**ماہر کنیزہ**

## تشکر و قدردانی

شکر و سپاس بی‌پایان به درگاه آفریدگار متعال که لطف و عنایتش در تمام مراحل زندگی شامل حال این حقیر بوده است.

بر خود لازم می‌دانم از زحمات کلیه اساتید محترم گروه کنترل که در مراحل مختلف تحصیل افتخار شاگردی ایشان را داشته‌ام، تشکر و قدردانی کنم. به خصوص از زحمات و راهنمایی‌های استاد ارجمند آقای دکتر حداد که در انجام مراحل مختلف این پایان‌نامه مرا یاری نمودند سپاسگزارم. همچنین مراتب سپاس و تشکر خود را از جناب آقای دکتر فاتح به خاطر راهنمایی‌های ایشان به عنوان استاد مشاور پایان‌نامه ابراز می‌دارم.

## چکیده:

خطی سازی فیدبکی ایده آل برای مواردی که شناخت کاملی از سیستم و پارامترهای آن وجود دارد تعریف شده است. در حالی که با وجود عدم قطعیتها از جمله عدم قطعیت پارامتری دیگر نمی توان از خطی سازی فیدبکی به عنوان یک راهکار ایده آل برای کنترل سیستم های غیر خطی نام برد. خطی سازی فیدبکی تطبیقی برای حذف کردن عدم قطعیت های پارامتری ذاتی سیستم که در حالت خطی سازی فیدبکی ایده آل قابل حذف کردن نبودند، پیشنهاد شده است. الگوریتم تطبیق طوری طراحی شده است که بتوان همزمان از تکنیک خطی سازی فیدبکی و کنترل تطبیقی استفاده کرد. پارامترهای کنترلر در ابتدا نامعلومند ، ولی از قانون تطبیق طوری استفاده شده که پارامترهای کنترلر را طوری تنظیم کند که خطای بین خروجی واقعی و خروجی مطلوب به حداقل مقدار ممکن یعنی صفر نزدیک شود.

کلمات کلیدی: کنترل غیر خطی، خطی سازی فیدبکی، هلی کوپتر، کنترل تطبیقی

فصل اول مقدمه

۲	..... ۱-۱ مقدمه
۵	..... ۲-۱ مروری بر تحقیقات گذشته

فصل دوم آیرودینامیک پرواز هلی کوپتر

۹	..... ۱-۲ مقدمه
۱۱	..... ۲-۲ انواع روتورها
۱۳	..... ۳-۲ چگونگی تولید نیروی بالای پرنده یا برا
۱۵	..... ۴-۲ آیرودینامیک پرواز
۱۶	..... ۵-۲ انواع پرواز
۲۸	..... ۶-۲ اطلاعات بیشتری در مورد روتور اصلی
۳۱	..... ۷-۲ عملکرد کنترل ها
۳۲	..... ۱-۷-۲ دسته گام کلی
۳۳	..... ۲-۷-۲ دسته گاز
۳۴	..... ۳-۷-۲ پدال های ضد گشتاور
۳۷	..... ۴-۷-۲ کنترل گام سیکلی

فصل سوم طراحی سیستمهای کنترل غیر خطی

۴۰	..... ۱-۳ مقدمه
۴۱	..... ۲-۳ خطی سازی فیدبکی
۴۳	..... ۱-۲-۳ خطی سازی ورودی-حالت
۴۵	..... ۲-۲-۳ خطی سازی ورودی-خروجی
۴۹	..... ۳-۳ دیدگاه هندسه دیفرانسیلی
۴۹	..... ۱-۳-۳ ابزارهای هندسه دیفرانسیلی

۵۲	۳-۴ خطی سازی ورودی-حالت در سیستمهای تک ورودی-تک خروجی...
۵۴	۳-۵ خطی سازی پسخوردی سیستمهای چند ورودی-چند خروجی.....

### فصل چهارم تخمین پارامتر

۵۸	۴-۱ مقدمه.....
۵۸	۴-۲ حداقل مربعات و مدل‌های رگرسیون.....
۶۱	۴-۳ محاسبات بازگشتی.....

### فصل پنجم کنترل تطبیقی

۶۶	۵-۱ مقدمه.....
۶۷	۵-۲ تاریخچه.....
۶۸	۵-۳ چرا کنترل تطبیقی؟.....
۶۹	۵-۴ کنترل تطبیقی چیست؟.....
۷۰	۵-۵ جدولبندی بهره.....
۷۱	۵-۶ رگولاتورهای خود تنظیم.....
۷۲	۵-۶-۱ طراحی جایابی قطب.....
۷۴	۵-۶-۲ تعقیب مدل.....
۷۵	۵-۶-۳ رگولاتورهای خود تنظیم غیر مستقیم.....
۷۶	۵-۶-۳-۱ تخمین.....
۷۶	۵-۶-۳-۲ خود تنظیم گر غیر مستقیم.....
۷۷	۵-۶-۳-۳ شبیه سازی خود تنظیم گر غیر مستقیم با حذف صفر فرایند
۷۹	۵-۶-۳-۴ شبیه سازی خود تنظیم گر غیر مستقیم بدون حذف صفر فرایند
۸۰	۵-۷ رگولاتورهای خود تنظیم مستقیم.....
۸۱	۵-۸ کنترل تطبیقی مدل-مرجع.....
۸۲	۵-۸-۱ قاعده <i>MIT</i> .....
۸۳	۵-۸-۱-۱ تنظیم پارامترهای زیاد.....
۸۷	۵-۸-۱-۲ نظریه پایداری.....
۹۱	۵-۸-۲ طراحی MRAC با استفاده از نظریه لیاپانوف.....

## فصل ششم خطی سازی فیدبکی تطبیقی

۹۵	..... ۱-۶ مقدمه
۹۵	..... ۲-۶ دینامیک هلی کوپتر
۹۸	..... ۳-۶ خطی سازی فیدبکی هلی کوپتر
۱۰۲	..... ۴-۶ خطی سازی فیدبکی تطبیقی
۱۰۲	..... ۱-۴-۶ کنترل تطبیقی سیستمهای SISO
۱۰۴	..... ۲-۴-۶ چگونگی تخمین زدن پارامترها
۱۰۷	..... ۳-۴-۶ گسترش به سیستمهای SISO به درجه نسبی بالاتر از یک
۱۰۹	..... ۴-۴-۶ کنترل تطبیقی سیستمهای چند ورودی چند خروجی

## ۱۱۵ ..... فصل هفتم نتیجه گیری و پیشنهادات

۱۱۷	..... منابع
-----	-------------



## فهرست نمودارها و شکل ها

### صفحه

۹	شکل ۱-۲ - طبقه بندی وسایل پرنده
۱۰	شکل ۲-۲ - برخی از انواع هلی کوپتر ها
۱۱	شکل ۳-۲ - قسمت های اصلی هلی کوپتر و اتاق خلبان
۱۳	شکل ۴-۲ - انواع روتورها
۱۵	شکل ۵-۲ - توزیع نیروی برا در امتداد طول یک پره با مقطع موازی و بدون پیچش
۱۵	شکل ۶-۲ - توزیع تیروی برا در امتداد یک پره با پیچش و زاویه دار
۱۶	شکل ۷-۲ - نیروهای اعمال شده بر یک هلی کوپتر
۱۷	شکل ۸-۲ - پرواز ایستا و پرواز عمودی
۱۹	شکل ۹-۲ - نیروهای وارد بر هلی کوپتر در پرواز پیشروی، پسروی، پهلوروی
۲۰	شکل ۱۰-۲ - پرواز شتابدار
۲۱	شکل ۱۱-۲ - روتور دم و عملکرد آن
۲۱	شکل ۱۲-۲ - اصل انحراف ژيروسکپی
۲۲	شکل ۱۳-۲ - روتور چرخان همانند یک ژيروسکپ عمل می کند
۲۳	شکل ۱۴-۲ - پره های پیشرو و عقب رو
۲۳	شکل ۱۵-۲ - کشش سمتی به وسیله چرخش روتور اصلی در جهت مخالف بر طرف می گردد
۲۴	شکل ۱۶-۲ - پیدایش نیروی برای اضافی در هنگام چرخش روتور در نزدیکی سطح زمین یا آب
۲۵	شکل ۱۷-۲ - نمای جریان در حالت خود چرخشی یک هلی کوپتر
۲۷	شکل ۱۸-۲ - سهم بخش های مختلف پره در تولید برا و پسا
۲۸	شکل ۱۹-۲ - زاویه مخروطی
۲۸	شکل ۲۰-۲ - بلند شدن پره ها به سبب نیروی برا
۲۹	شکل ۲۱-۲ - پیدایش نیروهای گریز از مرکز
۳۰	شکل ۲۲-۲ - وضعیت پره ها در حالت دور بیش از حد پائین
۳۰	شکل ۲۳-۲ - بال زدن یک پره حول لولا
۳۱	شکل ۲۴-۲ - کنترل های هلی کوپتر
۳۳	شکل ۲۵-۲ - دسته یا اهرم گام کلی
۳۴	شکل ۲۶-۲ - دسته گاز کنترل اصلی دور است

- شکل ۲-۲۷- حرکت صفحه روتور موجب حرکت چرخشی حول محور طولی و حرکت پیچشی  
 ۳۵ حول محور عرضی می گردد. سیستم پاد گشتاور حرکت حول محور سمتی را کنترل می کند
- شکل ۲-۲۸- کنترل جهت گیری سر هلی کوپتر  
 ۳۷
- شکل ۲-۲۹- رابطه وضعیت اهرم سیکلی و وضعیت صفحه روتور و حرکت هلی کوپتر  
 ۳۸
- شکل ۳-۱- خطی سازی ورودی حالت  
 ۴۳
- شکل ۵-۱- نمودار بلوکی یک رگولاتور خود تنظیم  
 ۷۱
- شکل ۵-۲- یک کنترلگر عمومی با دو درجه آزادی  
 ۷۳
- شکل ۵-۳- خروجی فرایند و سیگنال کنترل  
 ۷۸
- شکل ۵-۴- تخمین پارامتر  
 ۷۸
- شکل ۵-۵- خروجی فرایند و سیگنال کنترل  
 ۷۹
- شکل ۵-۶- تخمین پارامتر  
 ۷۹
- شکل ۵-۷- نمودار بلوکی سیستم تطبیقی مدل مرجع  
 ۸۲
- شکل ۵-۸- نمودار بلوکی کنترلگر مدل-مرجع برای سک فرآیند مرتبه اول  
 ۸۵
- شکل ۵-۹- نتایج شبیه سازی  
 ۸۶
- شکل ۵-۱۰- پارامترهای کنترلگر  
 ۸۶
- شکل ۶-۱- شماتیک سیستم هلی کوپتر  
 ۹۶
- شکل ۶-۲- نمودار خروجی های واقعی و مطلوب  
 ۱۰۱
- شکل ۶-۳- نمودار خطای ردگیری  
 ۱۰۱
- شکل ۶-۴- نمودار حالت های سیستم  
 ۱۰۲
- شکل ۶-۵- نمودار پارامترهای نا معین تخمین زده شده  
 ۱۰۶
- شکل ۶-۶- بلوک دیاگرام شبیه سازی شده سیستم در حضور عدم قطعیت  
 ۱۱۰
- شکل ۶-۷- نمودار خروجی های واقعی و مطلوب  
 ۱۱۰
- شکل ۶-۸- نمودار حالت های سیستم  
 ۱۱۱
- شکل ۶-۹- نمودار خطای ردگیری  
 ۱۱۱
- شکل ۶-۱۰- بلوک دیاگرام شبیه سازی شده سیستم تطبیقی در حضور عدم قطعیت  
 ۱۱۲
- شکل ۶-۱۱- نمودار خروجی های واقعی و مطلوب  
 ۱۱۲
- شکل ۶-۱۲- نمودار حالت های سیستم  
 ۱۱۳
- شکل ۶-۱۳- نمودار خطای ردگیری  
 ۱۱۳

# فصل اول

## مقدمه

## ۱-۱ - مقدمه:

برای نسل انسانها از زمان زندگی غار نشینی تا تمدن کنونی وجه مشترکی وجود داشته که همان آرزوی پرواز می باشد. در زمانی که لئوناردو داوینچی هنر مند مشهور ایتالیایی طرحهایی را برای پرواز انسان ارائه می داد، برای کمتر کسی قابل باور بود که انسان بتواند بر آسمان ها هم تسلط یابد. در قرون اخیر تلاش های محققین و مکتشفین برای تحقق این آرزوی نسل بشر نتیجه داد و ادوات مختلفی از جمله بالون ها، کایت ها، هوا پیما ها و هلی کوپتر ها در پی هم اختراع و تکمیل شدند تا به این آرزوی دیرین بشری صورت وجود ببخشند. تحقیقات برای تکامل این ادوات هم چنان ادامه دارد و روز به روز گونه های کامل تری از این وسایل پرنده ارائه می شود. در این میان هلی کوپتر ها از جایگاه ویژه ای برخوردارند. گذشته از مباحثی که به کاربردهای نظامی و آتش افروزانه این وسیله می پردازد، کاربرد فراوان و مؤثر این وسیله برای امور امدادی و کمک به حادثه دیدگان، در میان سایر وسایل پروازی کاملاً مشهود و واضح است. علاوه بر این هلی کوپتر با پرواز بر مکان های صعب العبور دسترسی به آنها را میسر می سازد و امکان انجام پرواز ایستا<sup>۱</sup> را نیز فراهم می آورد. از هلی کوپتر ها استفاده گسترده ای نیز در عملیات مختلف دیگر می شود. به عنوان مثال، می تواند برای پاشیدن سموم در کشاورزی و باغبانی، تحقیق و عملیات دریایی، نظارت بر پلها و خطوط انتقال نیرو، عملیات آتش نشانی و غیره استفاده شود.

---

<sup>۱</sup> Hover

سیستم هلی کوپتر دارای اجزای مکانیکی و معادلات پیچیده است و به علت ماهیت نا پایدار خود، نیاز به کنترل مداوم و مؤثر دارد. همواره طراحی کنترل پرواز اشیاء پرنده بوسیله تکنیکهای کنترل کلاسیک تحت تأثیر قرار بوده است. در حالی که این نوع کنترلرهای متداول یک سیستم کنترل پرواز را تضمین می کنند در سالهای اخیر ما شاهد رشد موفقیت آمیز کنترل مقاوم، غیر خطی و تطبیقی در کنترل پرواز بوده ایم. این روند توسعه محرک خوبی است تا محقق های جوان را به ارائه دادن راه حل های جدید در این نوع کنترلر ها هدایت کند .

به علت پیچیدگی معادلات دینامیکی مسئله کنترل هلی کوپتر، تبدیل به مسئله ای جذاب برای محققین شده تا با اعمال روشهای مختلف کنترلی سعی بر چابکتر کردن آنها کنند. هدف از چابکتر کردن این است که هلی کوپترها به واسطه گسترش عملکردشان در شرایط مختلف در تغییرات ناگهانی عوامل مختلف از جمله فشار و همچنین در پدیده های آیرودینامیکی غیر خطی بتوانند به خوبی پاسخگو باشند. به علاوه، با وجود استفاده از محرکهای غیر خطی که پیچیدگی سیستم طراحی کنترلی را نیز مشکل تر می کند، مشکلی برای سیستمهای هلی کوپتر و چابکی آن پیش نیاورد. بنابر این ، لزوم استفاده از سیستم کنترل تطبیقی بسیار پیچیده برای هلی کوپترهایی که اطلاعات کمی در باره پارامترهای آن وجود دارد یا همواره در حال تغییر هستند دیده می شود. در هلی کوپترها معمولاً تغییرات به سبب آسیب دیدگی در حین ماموریت یا خرابی قطعات یا تغییرات محیطی و غیره صورت می گیرد که مستلزم استفاده از یک سیستم کنترل آن لاین قابل پیکر بندی مجدد برای دارا بودن یک پرواز پایدار و قابل اطمینان خواهد بود.

در سیستمهای کنترل پرواز سنتی دینامیک هلی کوپتر را در چندین شرایط در سراسر پرواز خطی می کردند و سپس برای هر کدام از آن شرایط یک کنترلر طراحی و به تناسب آن شرایط از یک کنترلر مناسب استفاده می نمودند. این روش جدولبندی بهره به سرعت مورد نا رضایتی بسیاری از طراحان قانون کنترل که از شرایط مختلف پرواز اطلاعات جامعی در دست نداشتند و فقط به اطلاعات

محلی در شرایط مختلف پرواز بسنده کرده بودند قرار گرفت. اگر چه جدولبندی بهره در بسیاری از شرایط مختلف موفقیت آمیز عمل بوده است ولی طراحان آینده روشهایی مثل کنترل تطبیقی و غیر خطی که مسلماً منفعت بیشتری خواهند داشت و برای غیر خطی‌نگیهای ذاتی سیستم پرواز نیز چاره‌ای اندیشیده‌اند بهره خواهند برد.

خطی سازی فید بکی به طور موفقیت آمیزی در حل مسائل کنترل عملی به کار گرفته شده است. این مسائل شامل هلی کوپتر ها، هواپیماهای با عملکرد پیشرفته، روباتهای صنعتی و ابزار زیست پزشکی است. اما چند نقیضه و محدودیت نیز با روش خطی سازی فیدبکی همراه است. یکی از این نقیضه ها، مقاوم نبودن این روش در مقابل عدم قطعیت‌های پارامتری است، بطوری که اگر در سیستم‌های استفاده کننده از این نوع کنترل کننده، تغییرات پارامتر ناشی از عوامل مختلف مانند تغییر ارتفاع هلی کوپتر، تغییر وزن هلی کوپتر، حتی قرار گرفتن در مقابل بادهای خیلی قوی ، و.... وجود داشته باشد ، دیگر قادر به حذف تمام غیر خطی‌نگیهای سیستم نخواهد شد و خطای خروجی سیستم را به سمت صفر هدایت نخواهد کرد. روشی که در این پایان نامه پیشنهاد شده است استفاده از متدهای کنترل تطبیقی برای مقاوم نمودن خطی سازی فیدبکی در مقابل عدم قطعیت‌های پارامتری هلی کوپتر است. کاربرد تکنیکهای تطبیقی برای کنترل سیستم‌های با عدم قطعیت در اکثر موارد جایگزین سیستم‌های کنترل موجود شده است. بدلیل هزینه سنگین در اینگونه فرآیندها، خیلی مطلوب به نظر می رسد که از کنترل تطبیقی برای بالا بردن عملکرد سیستم‌های کنترل موجود استفاده کرد. در این روش سیستم غیر خطی را با دو قسمت توصیف می کنیم، قسمتی که در آن تمام پارامترهای سیستم کاملاً مشخص بوده که کنترل این بخش با روش های مرسوم خطی سازی فیدبکی مقدور می باشد و بخشی که پارامترهای سیستم کاملاً مشخص و ثابت نمی باشد، که برای کنترل این قسمت از روش تطبیقی استفاده می کنیم. البته دقت شود که اطلاعات کاملی در مورد ساختار دینامیکی سیستم وجود دارد و فقط پارامترهای آن نا معلوم می باشد، در صورتی که اساساً از ساختار دینامیکی سیستم هم

اطلاعات جامعی وجود نداشته باشد، روش پیشنهادی جوابگو نخواهد بود. البته هنوز روشی جامع که بتواند این نوع سیستمها را به خوبی تحت کنترل در آورد و بتواند بروی دسته وسیعی از سیستمها اعمال شود، معرفی نشده است و بر طرف کردن این مشکل هنوز از موضوعات مهم تحقیقات جاری است.

در قسمتی از این روش کنترل مجبور به شناسایی کردن پارامترهای غیر قطعی سیستم هستیم که به مشکلات عدیده‌ای برخورد کردیم. از آنجا که روشهایی که برای شناسایی سیستم در کتب و مقالات مختلف در دسترس ارائه شده، بر مبنای استفاده از رگرسیون خطی سیستم می باشد، لذا مشکلاتی را در پیش رو می بینیم و خواهیم دید که به فرم متعارف قادر به شناسایی این نوع سیستم غیر خطی نخواهیم بود، که با پیشنهادی که برای شناسایی این نوع سیستمها آورده شده، این مشکل نیز بر طرف شده است.

## ۱-۲- مروری بر تحقیقات گذشته:

بسیاری از تحقیقات و طراحی کنترلر در زمینه کنترل غیر خطی، در مورد استفاده از تکنیک تبدیلات غیر خطی و همچنین هندسه دیفرانسیلی است [1]. این متد حالت‌های سیستم کنترل غیر خطی را به نحوی تبدیل می کند که گویی حالت‌های دینامیکی یک سیستم خطی است و سپس از ابزار خطی می توان برای مواجهه با این حالتها استفاده کرد و سپس می توان آنها را به وسیله تبدیلات معکوس به مختصات اصلی باز گردانده شوند. به این نوع کلاس از تکنیک، خطی سازی فیدبکی می گویند که Isidori تحقیقات جامعی از این نوع تکنیک انجام داده است [2].

خطی سازی فیدبکی کاربردهای فراوانی در تحقیقات در زمینه کنترل پرواز پیدا کرده است. Meyer و Cicolani از خطی سازی فیدبکی در سیستمهای کنترل پرواز پیشرفته استفاده کرده اند [3,4]. حالت خاصی از کنترل به روش خطی سازی فیدبکی که به دینامیک وارون معروف است در بسیاری از هواپیماها و هلی کوپترهای جنگنده مورد مطالعه قرار گرفته است [5,6,7]. همان طور که

Brinker شرح داده، دینامیک وارون می تواند در تقابل با مدل کردن خطا آسیب پذیر باشد، بنابراین روشهای غیر خطی مقاوم متنوعی برای مواجهه با این مشکل پیشنهاد شده است که این تکنیکها، مقاوم نمودن سیستم را در مقابل انواع عدم قطعیتها مثل دینامیکهای مدل نشده و غیر خطیهای با عدم قطعیت میسر ساخته است [8,9,10].

یکی دیگر از روشها برای مقابله با مشکلات ذکر شده استفاده از تکنیکی معروف به بک استپینگ<sup>۲</sup> است [11]. بک استپینگ نمونه ای از تکنیکهای غیر خطی است که طراح کنترلر آزادی بیشتری برای انتخاب نوع کنترل فیدبکی سیستم دارد [12,13].

همچنین می توان از بسیاری از نتایج بدست آمده در کنترل تطبیقی برای مقابله با عدم قطعیتهای سیستم نیز استفاده کرد [14]. اگر چه کنترل تطبیقی تاریخچه قدیمی دارد ولی تا قبل از سال ۱۹۸۰ جایی که محققان توانستند پایداری حلقه بسته سیستم را تضمین کند هنوز طرفدار پیدا نکرده بود [15]. کنترل تطبیقی پارامتری را می توان به دو روش مستقیم و غیر مستقیم تقسیم کرد. کنترل تطبیقی غیر مستقیم شامل شناسایی لحظه ای پارامترهای سیستم، سپس تنظیم کردن قانون کنترل بر اساس پارامترهای جدید است. در روش مستقیم پارامترهای کنترلر بدون احتیاج به شناسایی پارامترهای سیستم به طور مستقیم به روز می شوند. در سالهای اخیر بسیاری از محققین به کنترل تطبیقی سیستمهای قابل خطی سازی تمرکز کرده اند [16,17]. حساس بودن روش تطبیقی به دینامیکهای مدل نشده بسیاری از محققین را برانگیخته تا به کنترل تطبیقی مقاوم تمرکز کنند، البته از کنترل تطبیقی مقاوم در سیستمهای خطی استفاده می کنند و استفاده از آن در سیستمهای غیر خطی از تحقیقات آتی بشمار می رود.

در این پایان نامه، ابتدا با سیستمهای کنترل پرواز بخصوص هلی کوپتر و چگونگی پرواز آن آشنا خواهیم شد و نگاهی هم به آیرودینامیک پرواز و عملکرد کنترلر ها در هلی کوپتر خواهیم کرد. در فصل

---

<sup>۲</sup> backstepping



سوم با انواع سیستمهای کنترل غیر خطی آشنا می شویم و بدلیل استفاده از خطی سازی فیدبکی در طراحی کنترلر اصلی، این تکنیک را با تمرکز بیشتری دنبال می کنیم. در فصول چهارم و پنجم ضمن تشریح تاریخچه کنترل تطبیقی و انواع روشهای تطبیق و ارائه دلیل استفاده از کنترل تطبیقی، به شبیه سازی برخی از سیستمهای کنترل تطبیقی پرداخته شده است. در فصل ششم ابتدا مدل هلی کوپتر استفاده شده در این پایان نامه معرفی شده است و در ادامه نشان داده شده که با اعمال خطی سازی فیدبکی و همچنین با وجود عدم قطعیت پارامتری رد گیری خروجی سیستم منجر به میل کردن خطا به سمت صفر نخواهد شد. سپس با استفاده از خطی سازی فیدبکی تطبیقی سعی در بر طرف کردن این مشکل خواهیم کرد و در حین اعمال این تکنیک ، روش شناسایی پارامتر پیشنهادی برای برخی از سیستمهای غیر خطی از جمله مدل هلی کوپتر شرح داده شده است . در پایان این فصل نتایج، هم به وسیله آنالیزی و هم به وسیله شبیه سازی سیستم هلی کوپتر و اعمال کنترلر های شرح داده شده، مورد بررسی قرار گرفته شده است. و سرانجام در فصل هفتم ضمن نتیجه گیری ، پیشنهاد هایی برای ادامه کار مطرح می گردد.

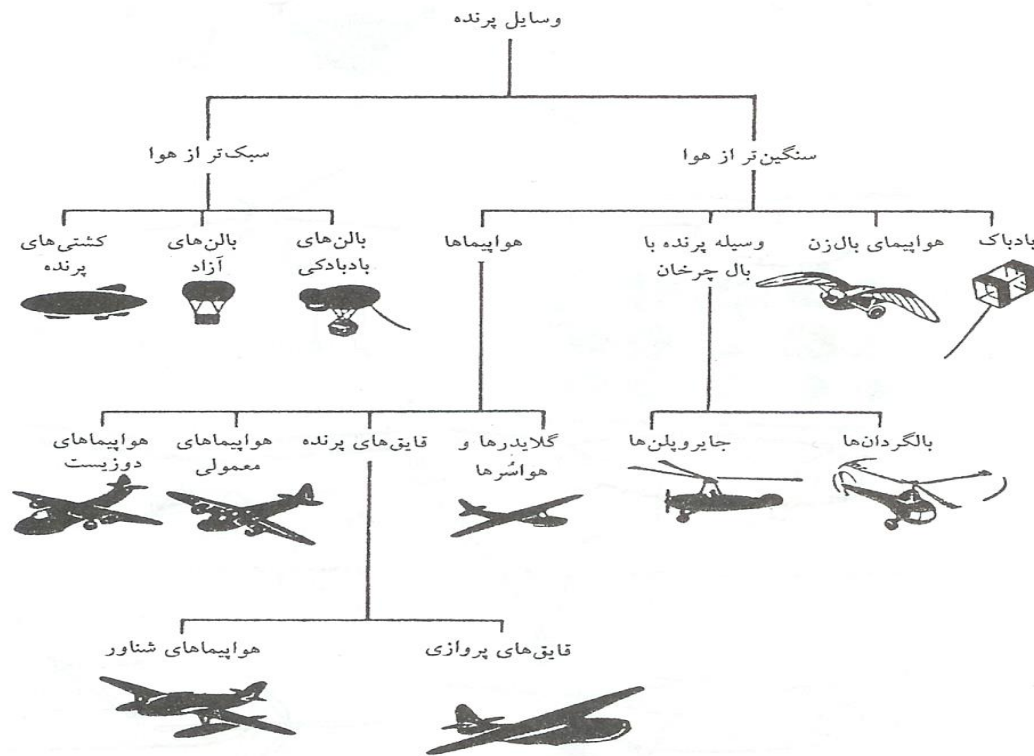
# فصل دوم

## آیرودینامیک پرواز هلی

### کوپتر

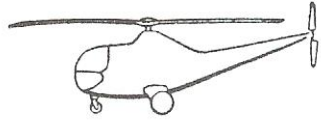
## انواع وسایل پرنده - تعریف هلی کوپتر

وسایل پرنده (aircraft) که شامل وسایل سبکتر از هوا، هواپیماها، جاپروپلین ها و هلی کوپترها می گردد به همراه ارتباط آنها با یکدیگر در شکل نشان داده شده است. یک هلی کوپتر عبارت است از وسیله پرنده سنگین تر از هوایی<sup>۳</sup> که نیروی اصلی برای خود را در پرواز به وسیله روتورهای چرخنده افقی از طریق نیروی محرکه ی موتور تامین می نماید.

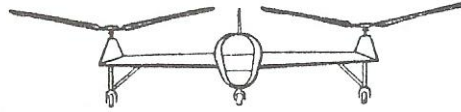


شکل ۱-۲- طبقه بندی وسایل پرنده

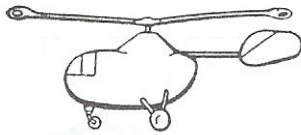
<sup>3</sup> airodyne



بالگردان تک‌روتوره با روتور دم



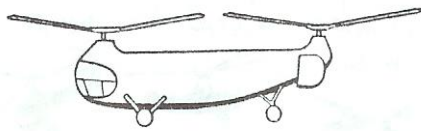
بالگردان دو روتوره غیرتداخلی



بالگردان تک روتوره بدون گشتاور



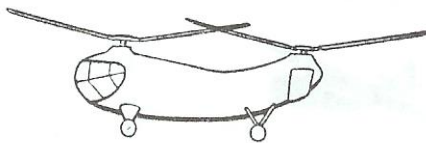
بالگردان با روتورهای تداخلی



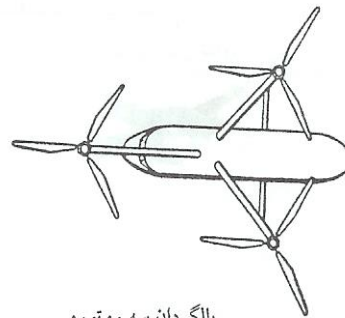
بالگردان با روتورهای پشت سرهم بدون تداخل



بالگردان باروتورهای هم‌محور

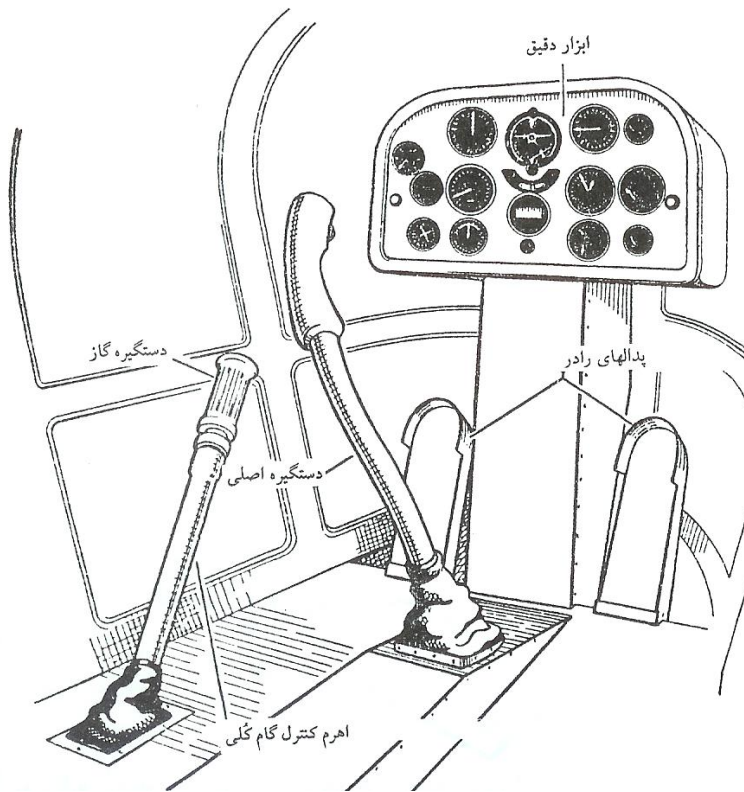
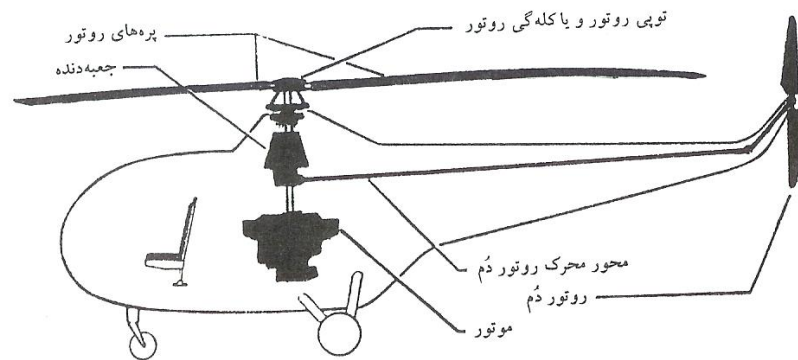


بالگردان باروتورهای پشت‌سرهم با تداخل



بالگردان سه روتوره

شکل ۲-۲- برخی از انواع هلی کوپترها



شکل ۲-۳- قسمت های اصلی هلی کوپتر و اتاق خلبان

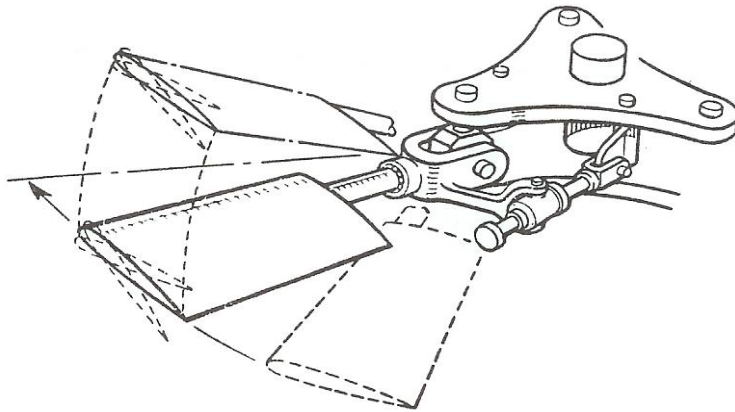
## ۲-۲- انواع روتورها

روتورها یا پره های هلی کوپترها به انواع مختلف تقسیم می شوند :

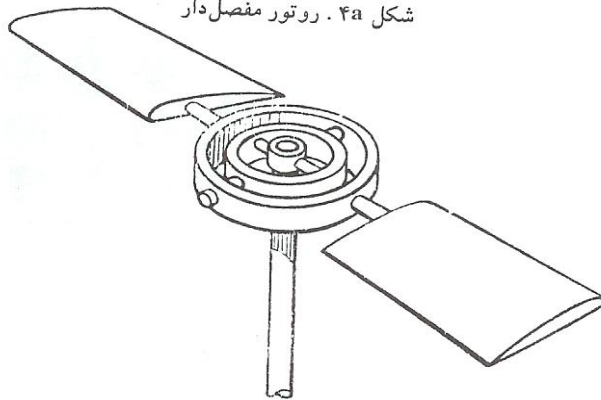
- روتور مفصل دار. (شکل ۴a) نوعی است که در آن تک تک پره ها آزادند که حرکت های سه گانه بال زدن (flapping)، نوسانهای به سمت جلو و عقب حول محور قائم و تغییر گام (pitch) را انجام دهند. این امر با نصب هر یک از پره ها روی لول های حرکت بال زدن و حرکت نوسانی افقی و یاتاقانهای تغییر گام (و یا میله های پیچشی) امکان پذیر است.
- نوع دیگر ملخ ها، نیمه صلب است که در آن پره ها هیچگونه لولای حرکت، بال زدن و نوسان افقی ندارند، ولی حرکت بال زدن پره حول یک محور مرکزی ژيروسکیپی انجام می پذیرد. (شکل ۴b)
- نوع سوم روتورها، به روتور صلب معروف است. (شکل ۴c) که پره های آن یک تکه بوده و نیز مانند نیمه صلب ها لولا نداشته و فقط تغییر گام مسیر است. تعداد پره های روتور می تواند از ۲ تا بیشتر باشد. البته در حال حاضر حداکثر پره هایی که برای هلی کوپتر ها ساخته شده، پنج می باشد، مانند هلی کوپتر MI-17. پره های روتور دارای مقطع ایرفویل بوده که از سازه های فلزی، چوبی و یا مواد مرکب<sup>۴</sup> ساخته می شود.

---

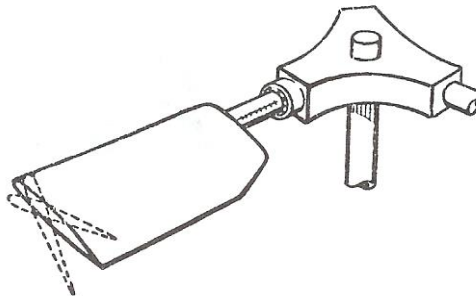
4 . COMPOSITE



شکل ۴a . روتور مفصل دار



شکل ۴b . روتور نیمه صلب



شکل ۴c . روتور صلب

شکل ۲-۴- انواع روتورها

## ۲-۳- چگونگی تولید نیروی بالای پرنده یا برا

جهت برخاستن یک هلی کوپتر از سوی سطح زمین، می بایست نیرویی عمودی به طرف بالا وارد شود. توان اولیه با موتور تأمین شده که ممکن است موتورهای پیستونی و یا موتورهای جت عمدتاً موتور توربوشفت<sup>۵</sup> باشد. مقاطع ایرفویلی پره های روتور که در میان هوا به چرخش درمی آید کاملاً شبیه بال هواپیماست؛ با این تفاوت که آنها به جای حرکت صرفاً رو به جلو در هواپیما، در حال چرخش هستند. پره های یک هلی کوپتر نیز همانند بالهای یک هواپیمای بال ثابت دارای زاویه حمله جهت تولید نیروی برای می باشند. تا زمانیکه خلبان با یکی از فرامین کنترل گام پره ها را تغییر ندهد، (به این حالت گام کلی<sup>۶</sup> گفته می شود، زیرا کلیه پره ها به طور مساوی و در یک جهت تغییر زاویه می دهند) نیروی برای موثر جهت برخاستن هلی کوپتر ایجاد نخواهد شد. در هلی کوپتر های موجود زاویه گام کلی از ۳ تا حدود ۱۴ درجه قابل تغییر است. زمانی که گام کلی پره ها افزایش داده شود و همزمان روتور نیز دارای حرکت چرخشی کافی باشد، هوا به سمت پائین فشار داده شده و پره ها به همراه بدنه هلی کوپتر که به هم متصل هستند، میل به برخاستن خواهند داشت.

### بردار نیروی برا

نیروی برای یک ایرفویل روتور، به سبب اعمال اندازه حرکت<sup>۷</sup> به ذرات هوا به سمت پائین ایجاد می گردد و جریان هوای عبور داده شده روی پره در طول آن متغیر است. (شکل ۲-۵) حالت ایده آل آن است که مقدار جریان عبور داده شده در طول پره ثابت باشد. لذا به منظور حصول به این هدف، پره ها با مقدار پیچش و یا زاویه ساخته می شوند. (شکل ۲-۶)

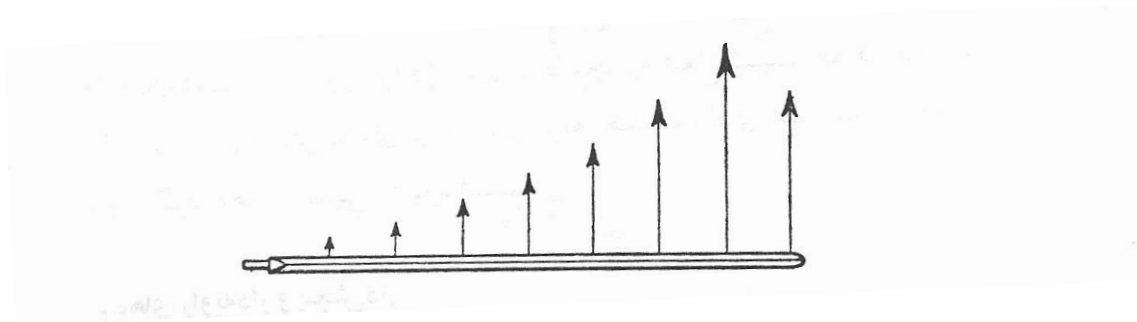
---

<sup>5</sup> . TURBUSHAFT

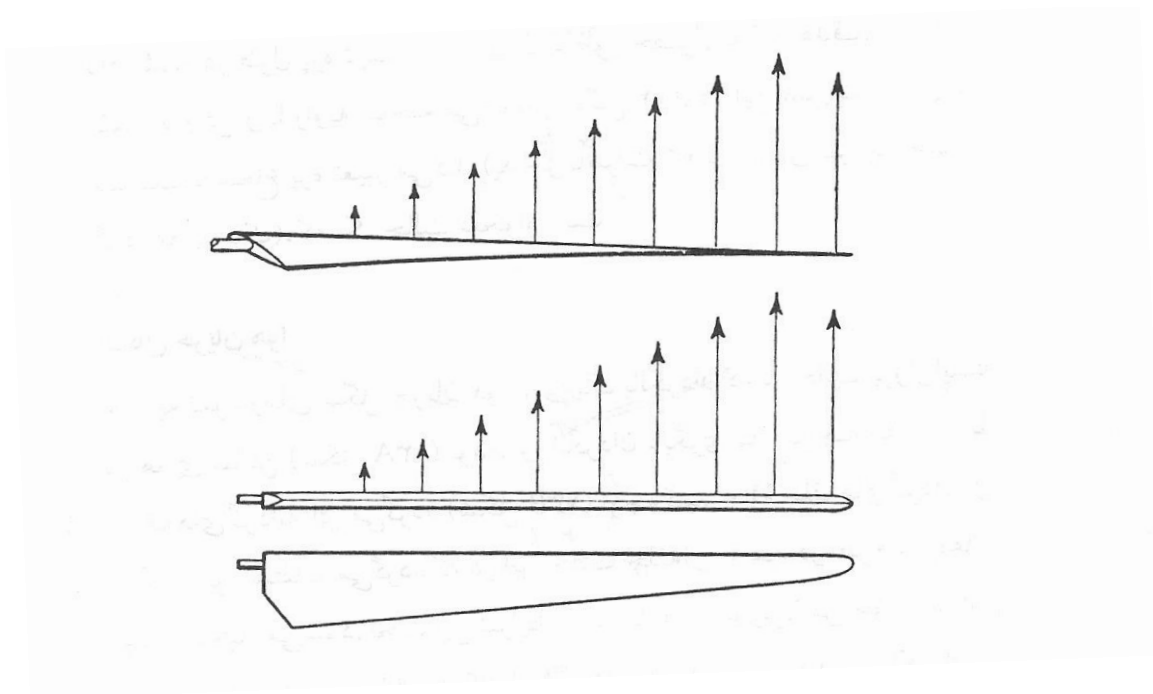
<sup>6</sup> . total pitch

<sup>7</sup> . momentum





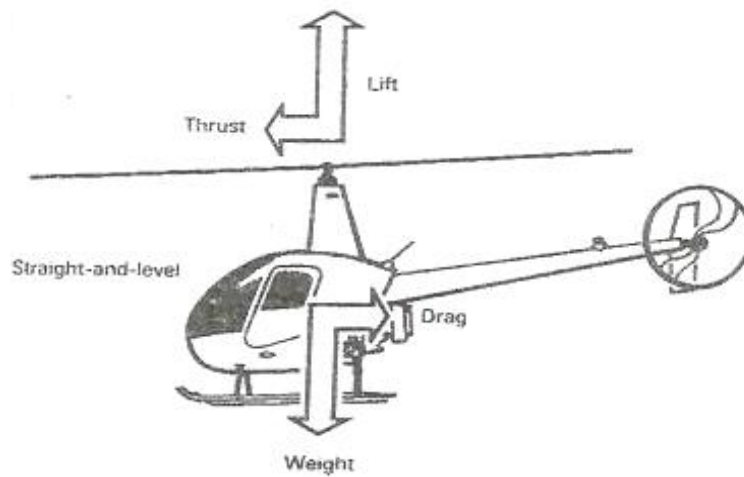
شکل ۲-۵- توزیع نیروی برا در امتداد طول یک پره با مقطع موازی و بدون پیچش



شکل ۲-۶- توزیع نیروی برا در امتداد طول یک پره با پیچش و زاویه دار

## ۲-۴- آیرودینامیک پرواز

در طول هر یک از انواع پرواز مانند پرواز افقی یا عمودی، چهار نیرو بر هلی کوپتر اثر می کنند -  
برای جلو برنده، وزن، و پسا. برای نیرویی است که وزن را تحمل می کند؛ نیروی جلو برنده، نیرویی است  
که بر پسای وارد بر بدنه و قطعات دیگر هلی کوپتر غلبه می کند.



شکل ۲-۷- نیروهای اعمال شده بر یک هلی کوپتر

## ۲-۵- انواع پرواز

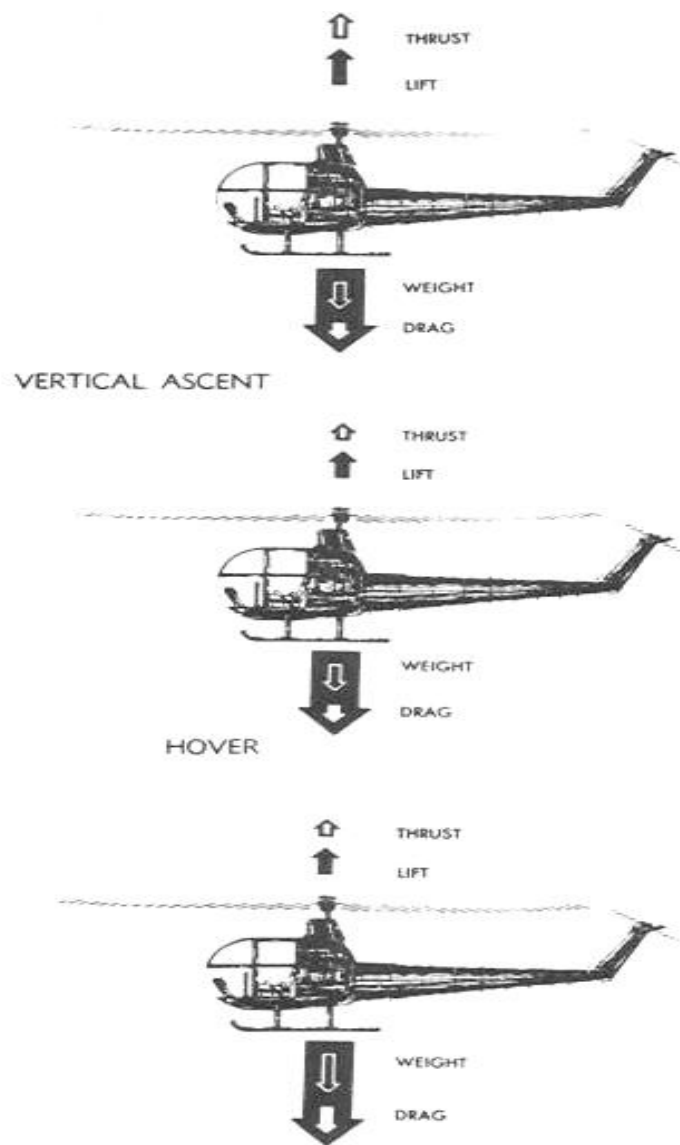
### پرواز ایستا:

در طول پرواز ایستا در شرایط بدون باد، صفحه روتور افقی و موازی با سطح زمین است. (صفحه فرضی که به وسیله ی چرخش نوک پره های روتور پوشش داده می شود، معمولاً به صفحه روتور

معروف است). نیروی برا و جلو برنده به سوی بالا و وزن و پسا به سمت پائین عمل می کنند. برآیند نیروهای برا و جلو برنده می بایست با برآیند وزن و پسا برابر باشد.

### پرواز عمودی:

در طول پرواز عمودی در شرایط بدون باد، نیروهای برا و جلو برنده هر دو به سمت بالا و وزن و پسا هر دو به سمت پائین عمل می کنند. اگر جمع برا و جلو برنده بزرگتر از جمع نیروهای وزن و پسا باشد، هلی کوپتر بطور عمودی بالا می رود؛ در غیر اینصورت اگر جمع برا و جلو برنده کوچکتر باشد، هلی کوپتر بطور عمودی از ارتفاع خود می کاهد.



شکل ۲-۸- پرواز ایستا و پرواز عمودی

### **پرواز پیشروی:**

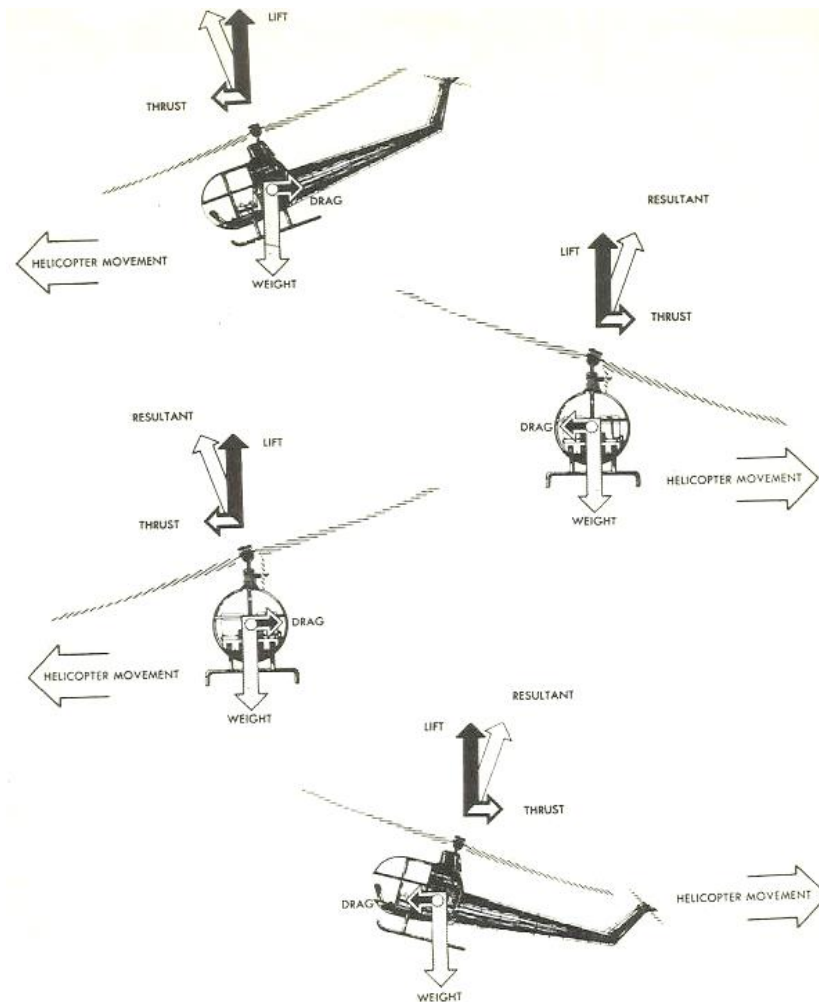
در پرواز پیشروی، صفحه روتور به سمت جلو متمایل گشته و در نتیجه نیروی برآیند برا - جلو برنده را به سمت جلو متمایل می کند. این نیروی برآیند را می توان به دو بخش تقسیم کرد - برا که به طور عمودی اثر می کند و جلو برنده که به طور افقی اثر می کند. علاوه بر این دو نیرو، نیروی وزن یعنی نیروی رو به پائین و نیروی پسا، نیروی رو به عقب نیز بر هلی کوپتر وارد می آیند.

### **پرواز پسروی:**

در این پرواز صفحه روتور به سمت عقب متمایل گشته و در نتیجه بردار نیروی برا - جلو برنده را به سمت عقب متمایل گردانده است. در این حالت نیروی جلو برنده به سمت عقب و پسا در خلاف جهت آن یعنی رو به جلو است؛ درست بر خلاف جهت پیشروی.

### **پرواز پهلو روی:**

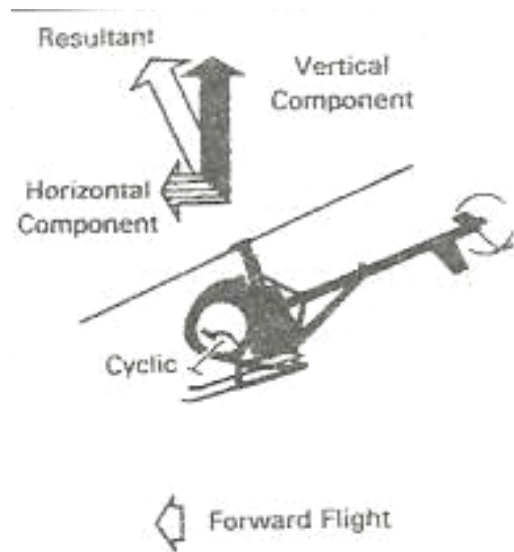
در این پرواز، صفحه روتور به سمت پهلو متمایل می گردد و بنابراین نیروی برآیند برا - جلو برنده را در جهت مطلوب پرواز متمایل می کند. در این حالت مولفه عمودی یعنی برا مستقیماً به سمت بالا و وزن به سمت پائین است، اما نیروی جلو برنده به سمت پهلو و نیروی پسا در خلاف جهت جلو برنده اثر می کند.



شکل ۲-۹- نیروهای وارد بر هلی کوپتر در پرواز پیشروی، پسروی، پهلووری

### پرواز مستقیم و تراز:

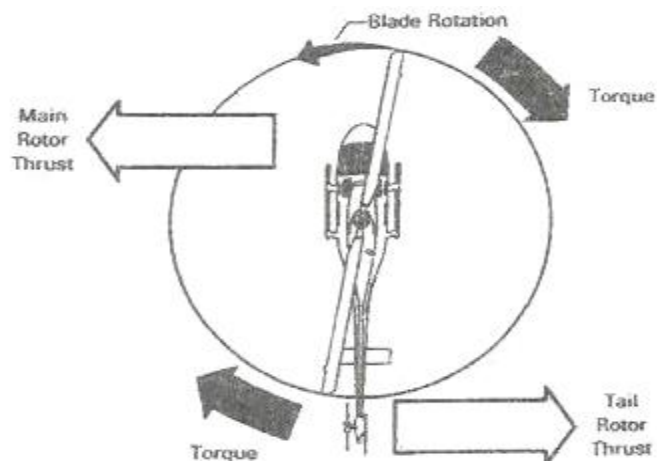
در پرواز مستقیم و تراز و بدون شتاب، برا برابر با وزن و جلو برنده برابر با پسا است. (پرواز مستقیم و تراز، پروازی است که در آن سر هلی کوپتر جهتگیری ثابتی داشته و هلی کوپتر در یک ارتفاع ثابت حرکت می کند). اگر نیروی برا از نیروی وزن افزون گردد، هلی کوپتر بالا می رود (اوج گیری) و اگر نیروی برا کمتر از وزن باشد، هلی کوپتر نزول می کند. در صورتیکه نیروی جلو برنده از پسا بیشتر باشد، هلی کوپتر شتاب رو به جلو گرفته، در صورت کمتر بودن جلو برنده از پسا، هلی کوپتر از سرعت خود می کاهد.



شکل ۲-۱۰- پرواز شتابدار

## روتور کمکی یا روتور دم

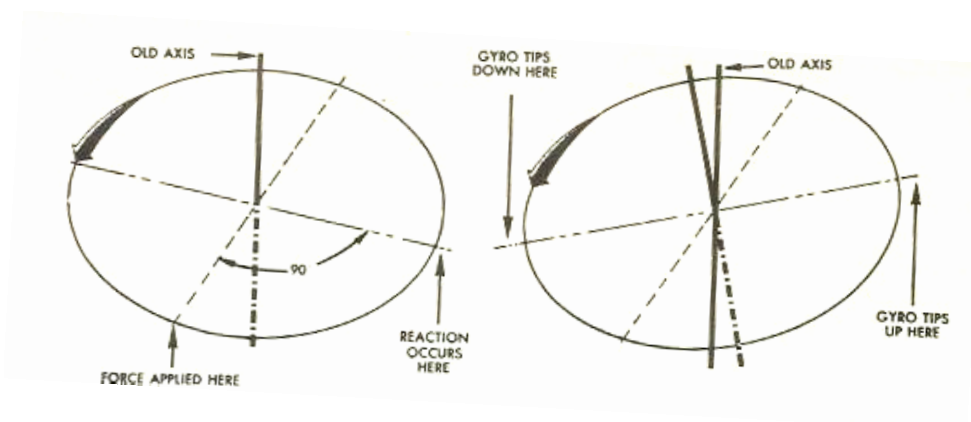
در یک هلی کوپتر، زمانی که موتور، روتور اصلی را می چرخاند، طبق قانون سوم نیوتن یعنی قانون عمل و عکس العمل، بدنه آن تمایل به چرخش در جهت مخالف جهت چرخش پره های روتور را دارد. این گشتاور، گشتاور عکس العملی نامیده می شود. برای جلوگیری از چرخش بدنه هلی کوپتر، باید چاره ای اندیشید؛ یکی از روش های معمول برای تعادل گشتاور ایجاد شده استفاده از روتور کمکی در دم هلی کوپتر است. هنگامی که روتور دم می چرخد، با اعمال یک نیروی جانبی بر بازوی دم، گشتاوری ایجاد می شود که گشتاور روتور اصلی را خنثی کرده و از چرخش بدنه ممانعت می کند. (شکل ۲-۱۱) با توجه به موقعیت نصب روتور روی دم و جهت تولید گشتاور متعادل کننده، روتور دم می تواند هل دهنده و یا کشنده باشد. پدال های پایی در کابین خلبان این امکان را به خلبان می دهد که نیروی روتور دم را کاهش یا افزایش داده و اثر گشتاور روتور اصلی را خنثی نماید.



شکل ۱۱-۲- روتور دم و عملکرد آن

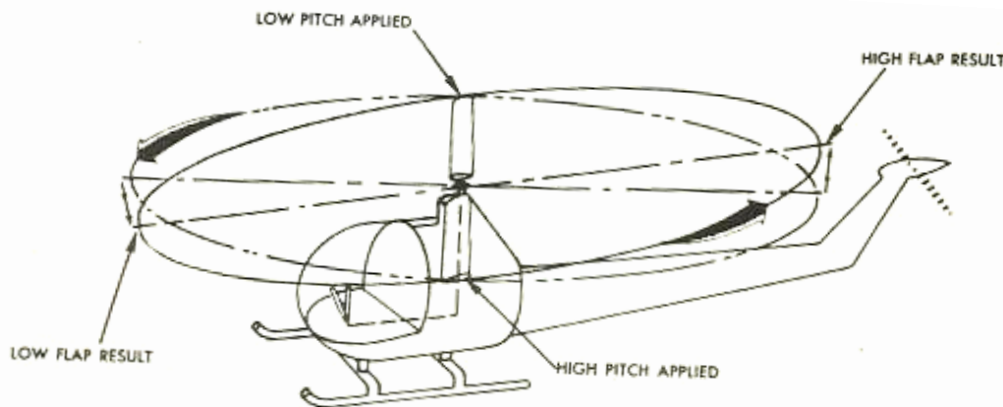
### انحراف مسیر ژيروسکپی

روتور اصلی در هنگام چرخش همانند یک ژيروسکپ عمل می کند و به همین دلیل دارای خواص ژيروسکپی می باشد. یکی از قوانین ژيروسکپ ها این است که زمانی که نیروی دوگانه (گشتاور) به یک ژيروسکپ وارد می گردد، ژيروسکپ به صفحه ای که ۹۰ درجه با صفحه شامل گشتاور زاویه دارد، انحراف مسیر می دهد. (شکل ۱۲-۲)



شکل ۱۲-۲- اصل انحراف ژيروسکپی

با استفاده از این اصل که محور روتور را از حالت افقی منحرف می سازند. با حرکت اهرم گام سیکلی در یک روتور دو پره ای ، زاویه حمله یک پره افزایش و زاویه حمله پره دیگر کاهش می یابد. در نتیجه پره اول تمایل به بالا رفتن (بدلیل افزایش نیروی برای تولیدی آن) و پره دیگر متمایل به پائین رفتن می کند. با این حال، به علت خاصیت انحراف ژيروسکپی پره ها تا ماکسیمم مقدار انحرافشان بالا و پائین نمی روند؛ حداکثر انحراف در نقطه ای به اندازه ۹۰ درجه جلوتر در جهت چرخش رخ می دهد و موجب می شود تا پره های عقب رو به بالا رفته و پره های پیشرو پائین روند و در نهایت محور صفحه روتور به سمت جلو متمایل گردد، (شکل ۲-۱۳) زیرا ماکسیمم انحراف زمانی رخ می دهد که پره ها در عقب و جلو یعنی ۹۰ درجه بعد قرار دارند.

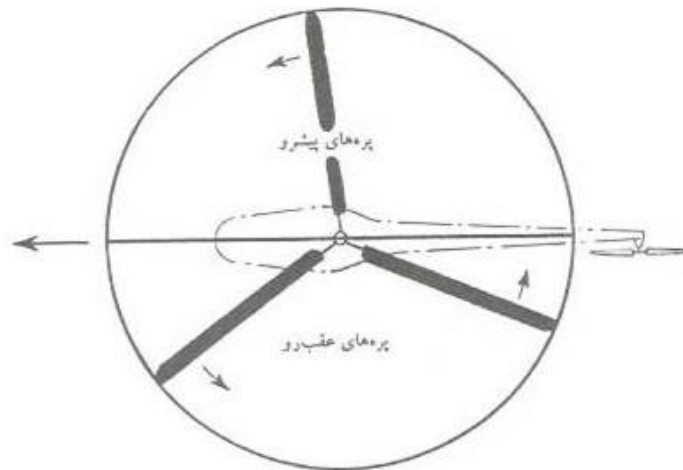


شکل ۲-۱۳- روتور چرخان همانند یک ژيروسکپ عمل می کند

در یک روتور سه پره ای، حرکت اهرم گام سیکلی، زاویه حمله ی هر پره را به یک مقدار متناسب تغییر می دهد به طوری که نتیجه نهایی به جلو منحرف شدن صفحه روتور است. این کار به این صورت انجام می شود که هر پره زمانی که از نقطه ۹۰ درجه در چپ می گذرد ماکسیمم زاویه حمله خود را دارا باشد و درست در نقطه مقابل یعنی ۹۰ (درجه) در راست ماکسیمم کاهش زاویه حمله اتفاق می افتد. در نتیجه طبق اصل انحراف ژيروسکپی نقطه جلوی روتور پائین و عقب آن بالا می رود. توجه شود



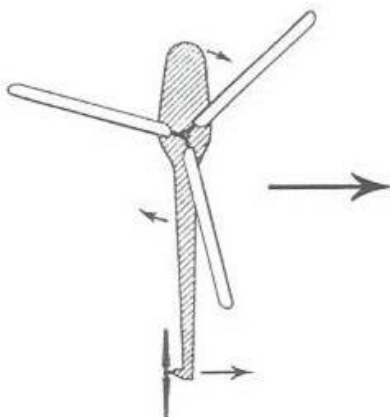
که در پرواز های جا به جایی افقی، پره ای که به سمت جلو و به طرف جریان باد نسبی در حرکت است به نام پره ی پیشرو و پره ای که در جهت مخالف در حال حرکت است به نام پره عقب رو نامیده می شود. (شکل ۲-۱۴)

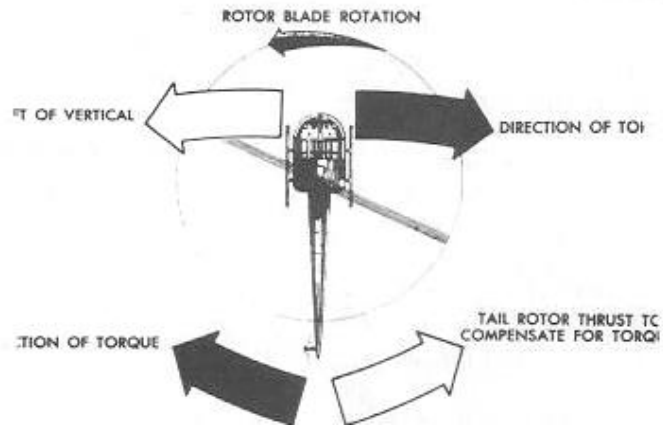


شکل ۲-۱۴- پره های پیشرو و عقب رو

### کشیده شدن به جهات مختلف:

در پرواز ایستا کل هلی کوپتر تمایلی به حرکت در جهت نیروی جلوبرنده روتور دم دارد. برای تصحیح این حرکت، دستگیره کنترل در کابین خلبان در مرکز قرار گرفته و روتور اصلی اندکی به یک طرف متمایل است. این وضعیت را می توان با تنظیم سامانه گام سیکلی و یا بوسیله منحرف کردن اندک محور نیروی محرکه بدست آورد. (شکل ۲-۱۵)

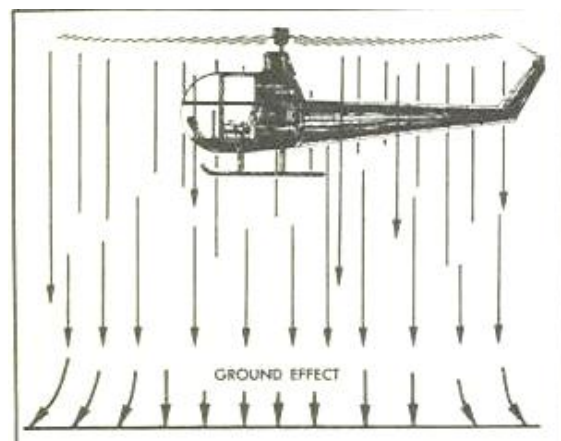




شکل ۲-۱۵- کشش سمتی به وسیله چرخش روتور اصلی در جهت مخالف بر طرف می گردد

## تأثیر زمین

هنگامی که یک هلی کوپتر در حال انجام پرواز ایستا در نزدیکی زمین است، سرعت رانده شدن توده های هوا از زیر صفحه روتور به طرف پائین از سرعت فرار این توده ها از زیر هلی کوپتر بیشتر خواهد بود؛ در نتیجه توده های هوا در زیر بدنه هلی کوپتر فشرده می شود و یک نیروی اضافی به سبب این فشردگی ایجاد می شود. این توده هوای محصور می تواند کمک به سزایی را در مواقع برخاست هلی کوپتر با محموله سنگین و یا در جو دارای چگالی کم (مانند کوهستانها) بنماید. این امر تا زمانی موثر است که در ارتفاع صفحه روتور از سطح زمین برابر با طول یک پرنده باشد.



شکل ۲-۱۶ - پیدایش نیروی برای اضافی در هنگام چرخش روتور در نزدیکی سطح زمین یا آب

### تأثیر تندبادها بر دور موتور

زمانی که یک هلی کوپتر در شرایط یکنواخت در حال پرواز است، یک تند باد بالا رونده باعث افزایش لحظه ای دور موتور می شود. به همین صورت، افزایش در شتاب ثقل در یک چرخش ناگهانی و یا اوجگیری ناگهانی پس از شیرجه اثر مشابه خواهد داشت. یک تند باد به سمت پائین اثر معکوس داشته، دور موتور لحظه ای کاهش می یابد.

### برای جابجایی

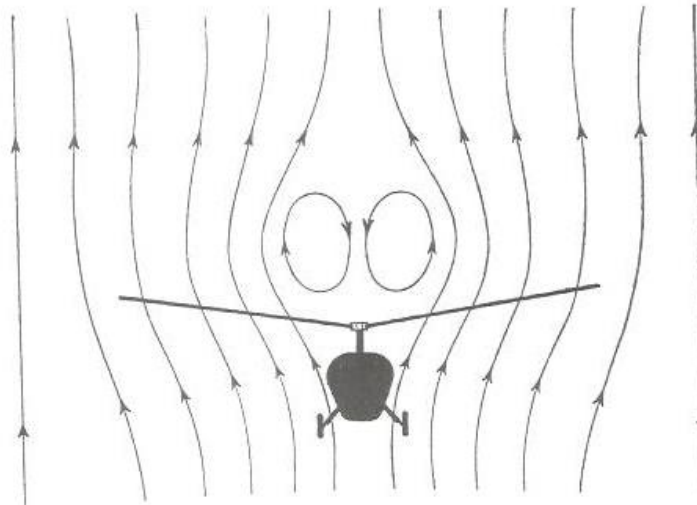
برای جابجایی آن نیروی برای اضافه ای که در ورود به پرواز افقی به دلیل افزایش بازدهی سیستم روتور بدست می آید. سیستم روتور در پرواز پیشروی، نیروی برای بیشتری تولید می کند زیرا هوای ورودی به صفحه روتور دارای سرعت بیشتر و دبی جرمی بیشتری نسبت به پرواز ایستا دارا خواهد بود.

### پدیده ی خود چرخشی<sup>۸</sup>

---

<sup>8</sup> AUTOROTATION

هنگامی که روتور صرفاً به وسیله ی عبور هوا روی پره ها به حرکت درآید، در این حالت، روتور در وضعیت «خود چرخشی» خواهد بود. لذا تعریف خود چرخشی این است که: «فرآیند تولید نیروی برا با ایرفویل های چرخش آزاد بوسیله نیروی آیرودینامیکی حاصله از جریان هوا به سمت بالا» (شکل ۲-۱۷).



شکل ۲-۱۷- نمای جریان در حالت خود چرخشی یک هلی کوپتر

خود چرخشی در هلی کوپتر های تحت یکی از شرایط ذیل به کار گرفته می شود:

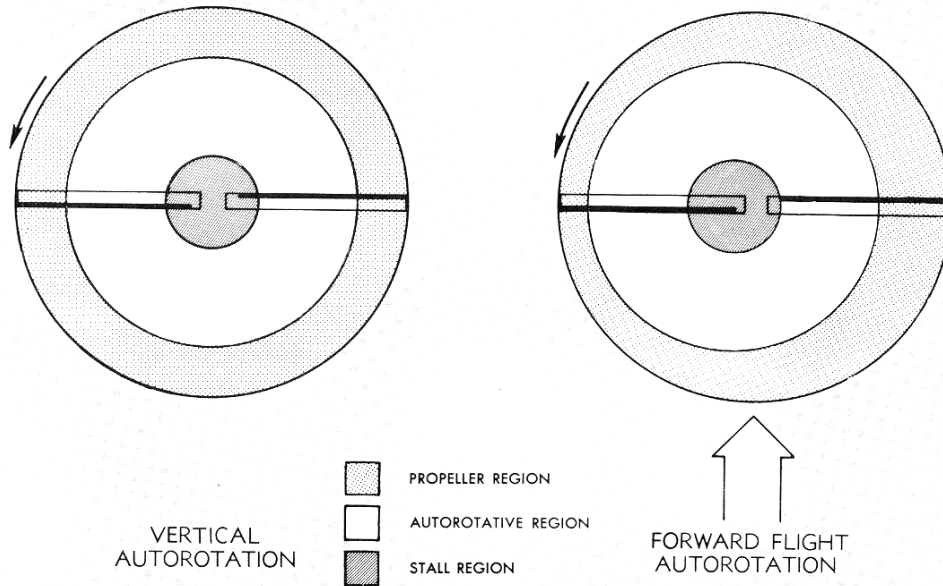
- خلبان تمایل به فرود سریعتر از آنچه با اعمال قدرت به روتور می گردد، دارد.
- خلبان وضعیت فرود خود چرخشی را تمرین می کند.
- موتور از دست رفته و خلبان با استفاده از خاصیت خود چرخشی سعی می کند که فرود ایمنی را انجام دهد.
- روتور دم از دست رفته (به ندرت رخ می دهد) و می بایست یک کاهش ارتفاع و فرود خود چرخشی انجام پذیرد تا اینکه از اثر گشتاور موتور جلوگیری شود.

برای اینکه روتور بدون نیروی موتور به اطراف چرخش کند، هوا می بایست از میان آن به سمت بالا حرکت کند. حال برای اینکه بدون نیاز به موتور، جریان هوا داشته باشیم، وسیله پرنده باید پائین بیاید. یک چرخ آزاد در بین موتور و جعبه دنده نصب گردیده که باعث می شود روتور بدون کاهش سرعت به وسیله یک موتور از کار افتاده به چرخش خود ادامه دهد.

### چگونه خود چرخشی عمل می کند:

اصول خود چرخشی همانند چرخش آزاد پره های یک آسیاب بادی ست که جریان هوا آن را به چرخش در می آورد. با وجود این که چرخش آزاد با زاویه گام منفی پره ها و خود چرخشی با زاویه مثبت انجام می پذیرد، به طور اصولی هر دو از لحاظ جریان باد نسبی و زاویه ی حمله مشابه هستند. قسمتی از پره های روتور که برای چرخش روتور نیرو تولید می کند در حدود ۲۵ تا ۷۰ درصد شعاع پره را تشکیل می دهد. به این بخش نام «ناحیه گرداننده یا خود گردان» اطلاق می گردد. هنگامی که موتور دیگر توانی به روتور ارسال نمی کند، نیروهای آیرودینامیکی در طول این بخش از پره چرخش آن را سرعت می بخشد. بخش ۲۵ درصد داخل پره که به آن «ناحیه واماندگی» اطلاق می گردد، در این حالت بالای زاویه حمله ماکسیمم مجاز عمل می کند؛ بنابراین برای کمی تولید اما پسای قابل توجهی ایجاد می کند. ۳۰ درصد خارجی شعاع پره که به «ناحیه گرداننده شونده» معروف است، در این حالت نیروهای آیرودینامیکی تولید می کند که تمایل به کند کردن نوک پره دارد. این نواحی به صورتی که در بالا شرح داده شد، برای خود چرخشی عمودی صادق است. در طول پرواز خود چرخشی پیشرو، حدود این نواحی همچنان که در شکل نشان داده به طرف چپ حرکت می کند. باید توجه کرد که هنگامی که موتور کار می کند و توان روتور را تامین می کند، جریان هوا از بالا به سمت پائین از صفحه

روتور عبور می کند؛ اما هنگامی که هلی کوپتر در حال خود چرخشی است، جریان از پائین به بالاست. این جریان رو به بالاست که موجب خود چرخشی می گردد.



شکل ۲-۱۸ - سهم بخش های مختلف پره در تولید برا و پسا

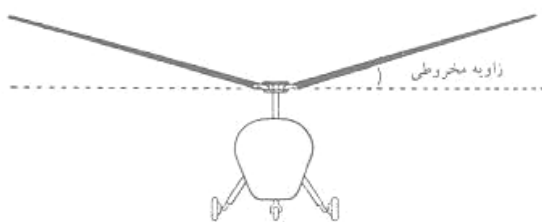
### دور موتور (R.P.M) در هنگام خود چرخشی

دور موتور هنگامی که نیروهای خودگردان (جلو برنده) ناحیه گرداننده و نیروهای ضد خودگردان (پسا) ناحیه گرداننده شونده با هم برابر باشند. زمانی که یک هلی کوپتر از ارتفاعات بالا به طرف پائین می آید، دور موتور در وضعیت خود چرخشی به مراتب بیشتر از هنگامی است که در ارتفاع پائین تری باشد، مگر این که گام کلی پره ها اندکی افزایش داده شود. وسیله هوایی در ارتفاعات به دلیل تراکم کم هوا سریع تر فرود می آید. این بدان معنی است که زاویه حمله ی پره ها بیشتر خواهد بود. در این حالت بردار برآیند باد نسبی بیشتر از حد معمول به سمت جلوی خط عمود تمایل داشته و در این حالت پره ها شتاب خواهند گرفت تا زمانی وضعیت تعادل برقرار گردد.

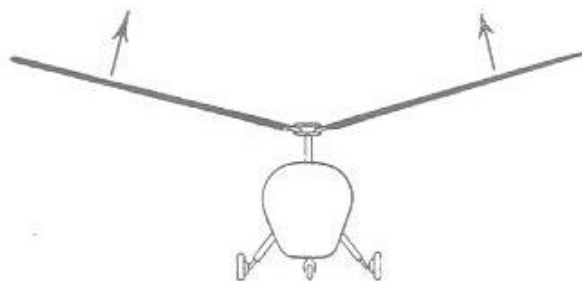
## ۲-۶- اطلاعات بیشتری در مورد روتور اصلی

### حرکت مخروطی

معمولاً هنگامیکه هلی کوپتر در وضعیت پرواز ایستاست به جای اینکه پره های روتور در یک صفحه تخت دایره ای شکل چرخش کنند، در حرکت چرخشی خود یک مخروط نازک را می سازند. زاویه بین یکی از پره ها و صفحه ای که از تویی روتور می گذرد به عنوان «زاویه مخروطی» معروف است. (شکل ۲-۱۹)



شکل ۲-۱۹- زاویه مخروطی



شکل ۲-۲۰- بلند شدن پره ها به سبب نیروی برا

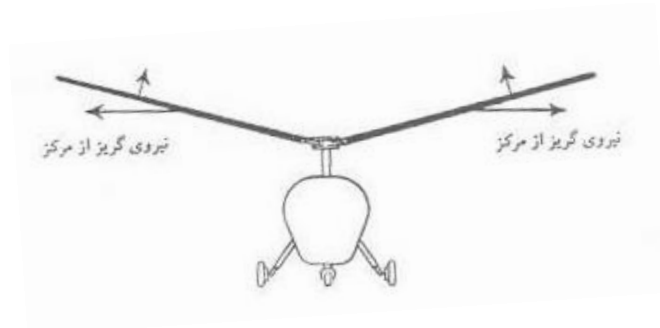
به سه دلیل پره ها بیشتر از حد معین به سمت بالا رانده نمی شود:

۱- نیروی گریز از مرکز

۲- نیروی ثقل اعمال شده بر روی پره ها

۳- صلبیت پره ها (این مورد فقط برای پره های صلب و نیمه صلب صادق است).

مهمترین این موارد، نیروی گریز از مرکز است (شکل ۲-۲۱).



شکل ۲-۲۱- پیدایش نیروهای گریز از مرکز

با اعمال نیروی برا و گریز از مرکز روی یک پره، این پره در وضعیتی قرار می گیرد که تقریباً در جهت برآیند این دو نیروست. در اینجا اهمیت این که خلبان بتواند سرعت روتور را در حداقل نگه دارد، مشخص می شود. چنانچه دور موتور بسیار کم باشد، نیروی گریز از مرکز تا حدی کاهش می یابد که پره ها به حرکت به سمت بالا متمایل می شوند. (شکل ۲-۲۲) در این حالت، با کاهش مساحت صفحه موثر، هلی کوپتر نزول کرده و جریان هوای به سمت بالا از میان روتور باعث بالا کشیدن بیشتر پنجره ها گردیده تا جایی که امکان بازگشت آن میسر نخواهد بود.





شکل ۲-۲۲- وضعیت پره ها در حالت دور بیش از حد پائین

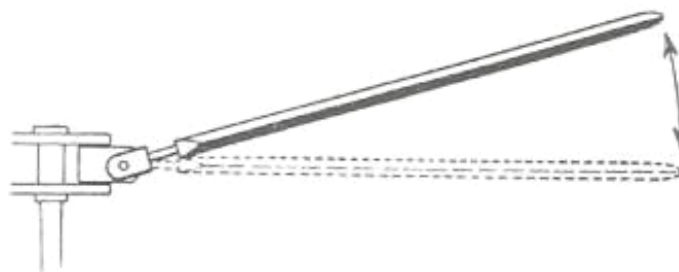
### ازدیاد بیش از حد گام پره

زمانی که گام پره ها از حد معین افزایش یابد، نیروی پسا نیز به مقدار زیادی اضافه شده در حدی که موتور توان لازم را برای ادامه چرخاندن پره ها نخواهد داشت و در این وضعیت روتور سریعاً کاهش سرعت خواهد داد. به منظور اصلاح این حالت، گام پره می بایست سریعاً تقلیل یابد، در صورت درنگ در این کار، هلی کوپتر سریعاً نزول خواهد کرد.

### بال زدن

تعریف بال زدن عبارت است از: حرکت نوسانی زاویه ای یک پره روتور حول یک محور تقریباً افقی. محور یا لولا، معمولاً تحت زاویه ۹۰ درجه نسبت به طول پره قرار داده می شود. در روتورهایی که روی قاب ژيروسکپی نصب می شوند، پره ها بصورت الاکلنگی حول قاب ژيروسکپی حرکت می کنند. (شکل

۲-۲۳)



شکل ۲-۲۳- بال زدن یک پره حول لولا

حرکت بال زدن در نتیجه تغییرات تعادل سیکلی تعادل بین نیروهای برا، گریز از مرکز و اینرسی است. علاوه بر این در زمانی که روتور در یک صفحه ثابت می چرخد، برآیند این نیروها که به هر یک از این پره ها اعمال می شود مساوی خواهد بود. فقط در هنگامی که این برآیند ها به دلیلی مساوی نباشند صفحه روتور تغییر خواهد کرد.

## ۲-۷- عملکرد کنترل ها

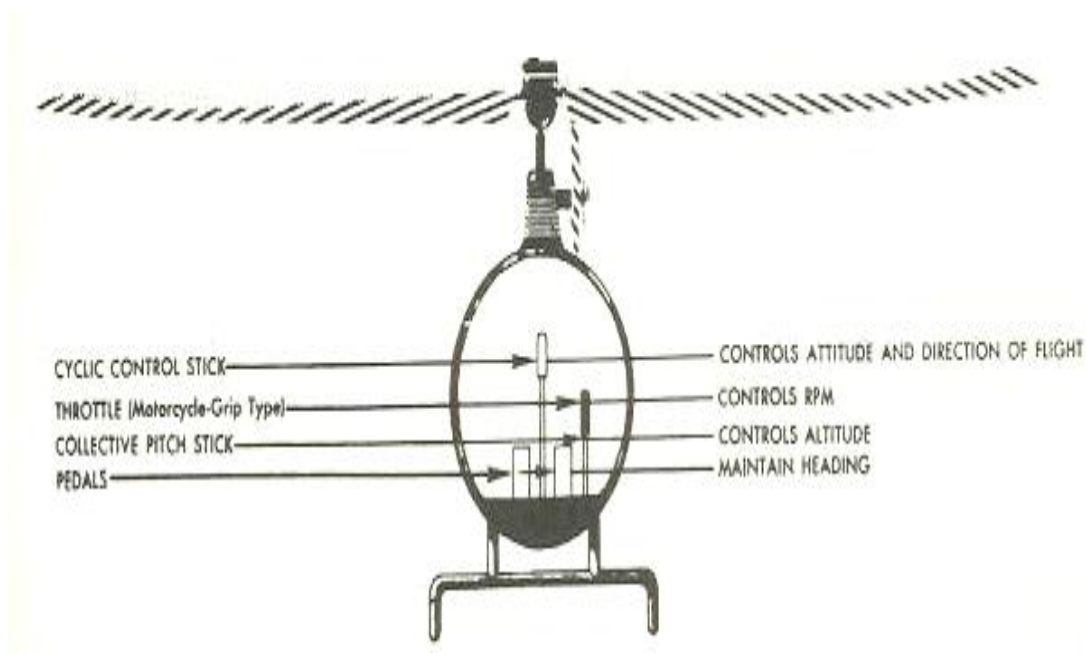
خلبان هلی کوپتر در طول پرواز از ۴ کنترل استفاده می کند که عبارتند از: (شکل ۲-۲۴)

۱. دسته گام کلی

۲. دسته گاز

۳. پدال های ضد گشتاور

۴. دسته گام سیکلی



شکل ۲-۲۴- کنترل های هلی کوپتر

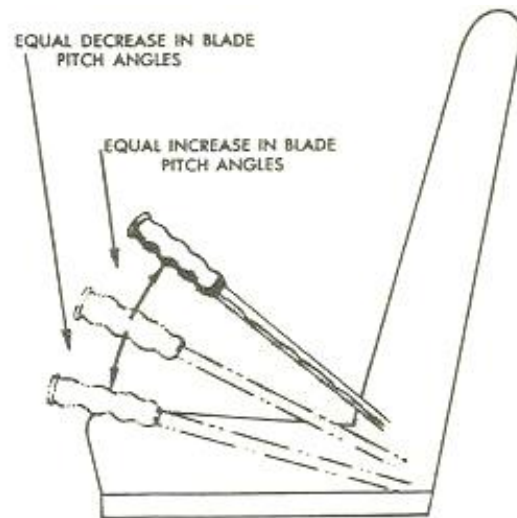
## ۲-۷-۱- دسته گام کلی

دسته یا اهرم گام کلی در طرف چپ صندلی خلبان قرار گرفته و با دست چپ وی حرکت داده می شود حرکات این دسته بصورت بالا و پائین حول قسمت پائینی دسته و بوسیله یک سری رابط های مکانیکی انجام می پذیرد و با این حرکات، زاویه پره ها تغییر می یابد. زمانی که دسته بالا برده می شود، یک افزایش همزمان و برابر در زاویه تمامی پره های روتور اصلی ایجاد می گردد و زمانی که دسته پائین برده می شود یک کاهش همزمان دو برابر در زاویه تمامی پره های روتور حاصل می شود. مقدار جابجایی این دسته، مقدار تغییر زاویه پره ها را تعیین می کند. (شکل ۲۵)

هنگامی که زاویه پره های روتور تغییر می کند، زاویه حمله آنها نیز تغییر می یابد و نتیجتاً پسای وارد بر هر پره تغییر می کند. زمانی که زاویه حمله افزایش می یابد، پسا نیز افزایش می یابد و دور موتور تمایل به کاهش پیدا می کند، و بر عکس هنگامی که زاویه حمله کاهش می یابد، پسا کاهش

یافته و دور موتور تمایل به افزایش دارد؛ بنابراین باید راهی یافت تا توان را به تناسب تغییرات پسا جبران کرد. این کار یعنی متعادل کردن تغییرات توان با تغییر پیچ پره ها توسط یک رابط اهرم گام کلی دسته گاز کنترل می گردد که بطور خودکار در زمان پائین بردن دسته گام کلی، توان را کاهش می دهد و در زمان بالا بردن دسته گام، توان را افزایش می دهد.

اهرم گام کلی، همچنین کنترل مقدماتی برای ارتفاع می باشد. بالا بردن این اهرم سبب افزایش برای روتور و بواسطه رابط دنداندار دسته گاز موجب افزایش توان موتور می گردد. بنابراین اهرم گام کلی، کنترل مقدماتی فشار منیفلد نیز می باشد.

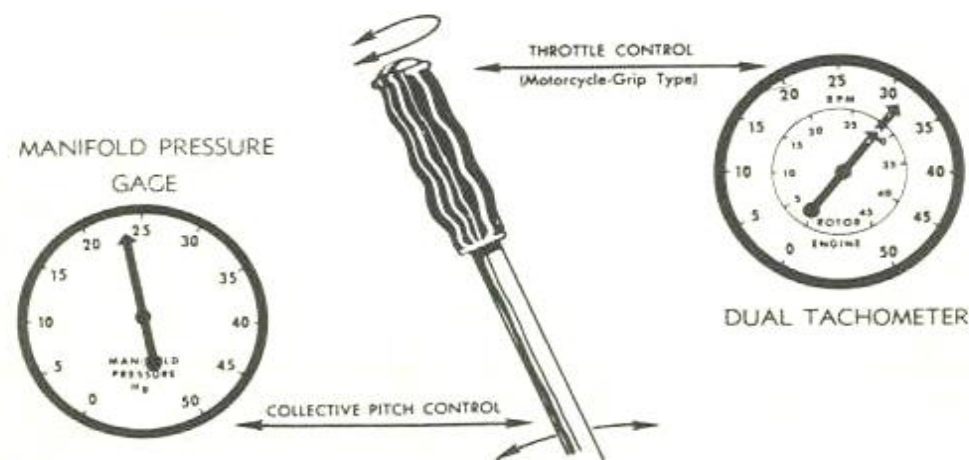


شکل ۲-۲۵- دسته یا اهرم گام کلی

## ۲-۷-۲- دسته گاز

دسته گاز در انتهای جلوی اهرم گام کلی در هیبتی همانند گریپ پیچ موتور قرار دارد. کار آن منظم کردن دور موتور است. اگر واحد همزمان کننده اهرم گام کلی-دسته گاز هنگامی که تغییری در وضعیت دسته گام کلی داده می شود، به طور خودکار یک دور ثابت را برقرار نکند، گاز به طور دستی

توسط گریپ پیچ تغییر می یابد تا بدین ترتیب تنظیم بیشتری در دور موتور حاصل آید. پیچاندن دسته گاز به طرف بیرون سبب افزایش دور و پیچاندن آن به سمت داخل سبب کاهش دور می گردد. دسته گاز می بایست با اهرم گام کلی به نحوی هم آهنگ گردد که یک دور صحیح در روتور برقرار گردد؛ بنابراین دسته گاز کنترل اصلی دور است. (شکل ۲-۲۶)



شکل ۲-۲۶- دسته گاز کنترل اصلی دور است

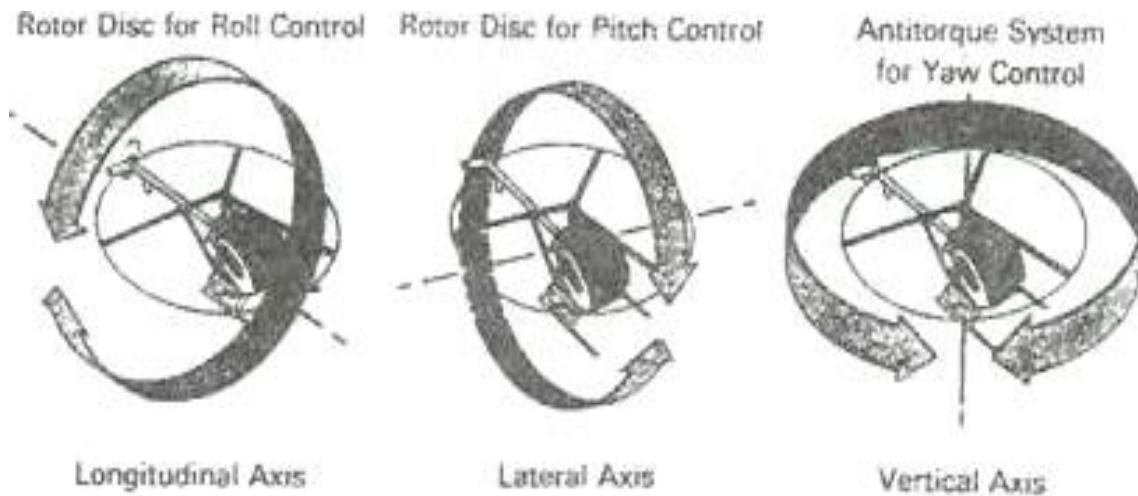
### هماهنگ کردن گام کلی - دسته گاز

گام کلی کنترل مقدماتی فشار منیفلد است و دسته گاز کنترل مقدماتی برای دور؛ از آن جا که اهرم گام کلی دور را نیز تغییر می دهد و دسته گاز فشار منیفلد را، هر یک به عنوان کنترل کمکی دیگری به شمار می آید. بنابراین خلبان باید هم گیج فشار منیفلد را کنترل کند و هم تاکومتر را (نشان دهنده دور) تا تعیین کند کدام کنترل را باید استفاده کند و به چه میزان.

### ۲-۷-۳- پدال های ضد گشتاور

نیروی جلوبرنده تولیدی توسط روتور دم توسط وضعیت پدال های ضد گشتاور کنترل می گردد. آن ها به یک مکانیسم تغییر گام در جعبه دنده روتور دم متصل شده اند تا بدین طریق به خلبان امکان

کاهش یا افزایش گام روتور های دم را بدهند. هدف اصلی روتور دم و کنترل آن خنثی کردن تاثیر گشتاور حاصل از روتور اصلی است



شکل ۲-۲۷- حرکت صفحه روتور موجب حرکت چرخشی حول محور طولی و حرکت پیچشی حول محور عرضی می گردد. سیستم پاد گشتاور حرکت حول محور سمتی را کنترل می کند

### کنترل جهت گیری سر هلی کوپتر

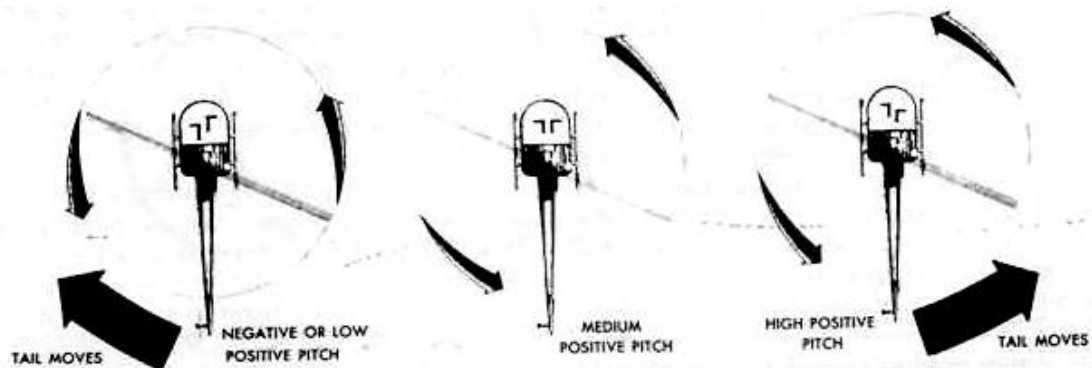
روتور دم و کنترل های آن نه تنها خلبان را قادر می سازند تا بر گشتاور روتور اصلی غلبه کند، بلکه کنترل جهت گیری سر هلی کوپتر را حین پرواز ایستایی و چرخش های ایستایی میسر می سازند. باید توجه گردد که در پرواز پیشروی برای کنترل جهت گیری سر، پدال ها مورد استفاده قرار نمی گیرند (به جز در موارد برخاست و تقرب در شرایط باد جانبی)، در عوض آنها برای جبران گشتاور به منظور نگه داشتن هلی کوپتر در حالت تعادل طولی و بنابراین برقراری پرواز متعادل (یعنی بدون لغزش یا سرش) استفاده می شوند. از کنترل سیکلی نیز برای تغییر جهت گیری سر هلی کوپتر بواسطه ایجاد یک چرخش متعادل در جهت مطلوب استفاده می شود.

نیروی جلوبرنده روتور دم به زاویه گام پره ها و تا حدی به دور موتور بستگی دارد. زاویه گام پره های روتور میزان دبی جرمی هوایی را که از میان پره ها عبور می کند تعیین می کند. روتور دم ممکن است گام مثبت داشته باشد، که سبب می شود توده هوا به سمت راست هل داده شود و در نتیجه دم به سمت راست کشیده شود؛ یا ممکن است گام منفی داشته باشد که در این صورت هوا را به سمت چپ هل داده و موجب کشیده شدن دم به سمت چپ شود؛ یا ممکن است گام صفر داشته باشد که در این حالت هیچ نیروی جلوبرنده ای تولید نمی کند.

چه پدال راست به وضعیت خنثی نزدیک تر باشد، روتور دم زاویه گام مثبت بیشتری خواهد داشت؛ و جایی در وسط روتور گام صفر خواهد داشت. چنانچه پدال چپ از وضعیت خنثی به جلو فشار داده شود، زاویه گام پره ها افزایش یافته تا جایی که به میزان ماکسیمم برسد. با یک زاویه گام منفی، نیروی تولیدی دم در همان جهتی کار می کند که گشتاور تولیدی روتور اصلی؛ با یک گام مثبت کوچک، روتور دم به اندازه کافی جهت غلبه بر گشتاور روتور اصلی نیرو تولید نمی کند؛ بنابراین دماغه هلی کوپتر به سمت راست خواهد چرخید. هنگامی که پدال ها در وضعیت خنثی هستند، روتور دم در یک زاویه میانه مثبت قرار دارند. در این حالت نیروی روتور دم به طور تقریبی برابر با گشتاور روتور اصلی در پرواز کروز است، با این ترتیب هلی کوپتر با جهت گیری سر ثابت پروازی تراز خواهد داشت. با پدال چپ در وضعیت جلو، روتور دم در وضعیت زاویه گام بسیار بالایی است. در این حالت نیروی دم بر گشتاور روتور اصلی افزون خواهد بود، بنابر این دماغه به سمت چپ چرخش خواهد کرد.

توضیحات بالا در مورد سرعت و توان حالت کروز صدق می کند. از آن جایی که میزان گشتاور به میزان توان موتور که به روتور اصلی انتقال می یابد بستگی دارد، وضعیت نسبی پدال ها که برای غلبه بر گشتاور روتور اصلی نیاز است، به میزان توانی که در هر زمان مصرف می شود وابسته است. به طور کلی هر چه توان کم تری استفاده شود، جابجایی پدال راست به سمت جلو بیشتر خواهد بود. هر چه توان بیشتری استفاده شود، جابجایی پدال چپ به سمت جلو بیشتر خواهد بود.

بیشینه زاویه گام مثبت به نوعی از بیشینه زاویه گام منفی در دسترس بزرگتر است. این به آن دلیل است که هدف اصلی از قرار دادن روتور دم غلبه بر گشتاور روتور اصلی است. قابلیت روتور دم در تولید نیروی چپ گرا (زاویه گام منفی) یک امر ضروری است، زیرا در هنگام پرواز خود چرخشی، پسای انتقالی تلاش در چرخاندن دماغه به سمت چپ دارد. (در همان جهت که روتور اصلی میل به گردش دارد).



شکل ۲-۲۸- کنترل جهت گیری سر هلی کوپتر

## ۲-۷-۴- کنترل گام سیکلی

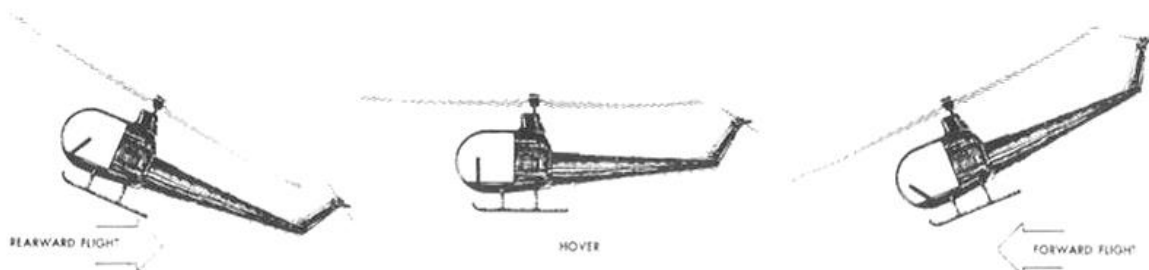
همانطور که می دانیم نیروی کلی برا-جلو برنده بر صفحه روتور اصلی عمود می باشد. هنگامی که این صفحه از حالت افقی خارج می گردد، نیروی برا-جلو برنده به دو مولفه تقسیم می گردد- نیروی افقی، جلو برنده، و نیروی رو به بالا، برا. هدف اهرم گام سیکلی منحرف کردن صفحه روتور از حالت افقی به منظور انجام حرکت افقی هلی کوپتر در جهت دلخواه است. با این کار، مولفه نیروی جلو برنده هلی کوپتر را در جهتی که صفحه روتور خم شده است می کشد. اهرم گام سیکلی هیچ گونه تاثیری بر اندازه نیروی برا-جلو برنده ندارد بلکه جهت آن را تغییر می دهد. صفحه روتور در همان جهت خم می شود که

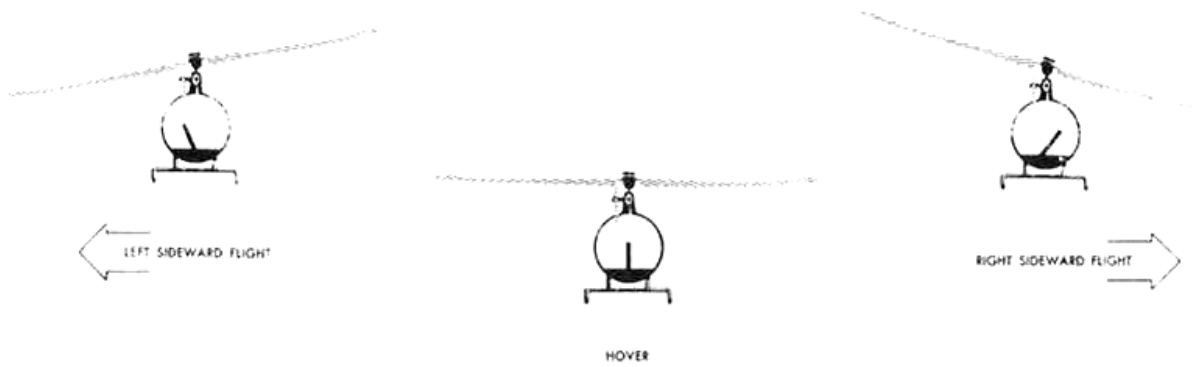


بر اهرم فشار وارد شده است. در صورتیکه دسته سیکلی به جلو برده شود، صفحه روتور به جلو منحرف می شود و در صورتیکه به عقب کشیده شود، صفحه روتور به عقب خم می شود.

بنابر این صفحه روتور همیشه در همان جهتی می چرخد که اهرم سیکلی جابجا شده است. رابط مکانیکی روتور و اهرم سیکلی (بواسطه صفحه سواش) باید به گونه ای عمل کند که بیشترین انحراف رو به پایین پره ها در جهت جابجایی دسته و بیشترین انحراف رو به بالا در جهت مخالف آن صورت پذیرد. در غیر این صورت خلبان خود باید میان جهت جابجایی اهرم گام و جهت انحراف صفحه روتور رابطه ایجاد کند.

همان طور که گفته شد این کار توسط یک مکانیسم رابط انجام می شود که زاویه گام پره را ۹۰ درجه پیش از آن که پره ها به وضعیت خمش اهرم سیکلی برسند کاهش و ۹۰ درجه پس از عبور پره ها از وضعیت خمش اهرم سیکلی افزایش دهد. هر گونه ازدیاد در گام پره ها موجب افزایش برا و زاویه حمله پره ها می گردد و بدین ترتیب خمش صفحه روتور میسر می گردد.





شکل ۲-۲۹- رابطه وضعیت اهرم سیکلی و وضعیت صفحه روتور و حرکت هلی کوپتر

لیست منابعی که در زیر می آید مشتمل بر لیست کتب و مقالات و همچنین چکیده مقالات بررسی شده در زمینه هلی کوپتر و نیز شبیه سازی آن می باشد. [28], [20], [21], [22], [23] [24] [25], [26], [27].

## فصل سوم

طراحی سیستم‌های

کنترل غیر خطی

### ۳-۱- مقدمه:

کنترل کننده های خطی که برای سیستم های غیر خطی ای که دارای تغییرات شدید سیستم در نقاط کار مختلف هستند، کنترل کننده های ایده آلی نمی باشند. به همین دلیل تحقیقات وسیعی بر روی سیستم های کنترل کننده غیر خطی که ماهیت غیر خطی سیستم را نیز در طراحی کنترل کننده در نظر می گیرند، در حال انجام است.

موارد بسیاری در کنترل وجود دارد که مستلزم استفاده از کنترل پسخور می باشد، علاوه بر این بسته به هدف طراحی، فرمولبندیهای مختلفی برای مسائل کنترلی وجود دارد. موارد مختلفی مانند پایدارسازی، ردیابی، حذف/تضعیف اغتشاش موجب پدید آمدن مسائل گوناگونی در کنترل می شود. در هر یک از این مسائل یا با شکلی از پسخور حالت بر می خوریم که به کمک آن می توان همه متغیرهای حالت را اندازه گرفت و یا با شکلی از پسخور خروجی که در آن فقط می توان بردار خروجی ای را اندازه گرفت که ابعاد آن به طور معمول کوچکتر از ابعاد حالت است. علاوه بر این در مسائل کنترل اهداف دیگری نیز برای طراحی مد نظر است که به عنوان نمونه می توان از برآورده ساختن خواسته های ویژه در پاسخ گذرا و یا تأمین قید های خاص بر ورودی نام برد.

ممکن است این خواسته ها در تضاد با هم باشند و لازم باشد طراح مصالحه ای میان آنها به وجود آورد؛ در این صورت بهینه کردن این مصالحه طراحی، مسأله را به فرمولبندیهای مختلفی در کنترل بهینه رهنمون می سازد. چنانچه عدم قطعیت مدل را نیز در نظر بگیریم، مباحث حساسیت و قوام به میان می آید. تلاش برای طراحی کنترل پسخور، که توانایی مقابله با محدوده وسیعی از عدم قطعیت مدل را داشته باشد، موجب بروز فرمولبندیهای خاصی در کنترل مقاوم و کنترل تطبیقی می گردد. در کنترل مقاوم، عدم قطعیت مدل را به عنوان آشفتگی نسبت به مدل نامی در نظر می گیریم، بدین معنا که می توان مدل نامی را به عنوان نقطه ای از فضا و مدل های آشفته را به صورت نقاط گوئی در فضا در

نظر گرفت که آن نقطه را نیز در بر می گیرد، در این صورت کنترل مقاوم در پی آن است که بتواند برای همه مدلهای موجود در گوی عدم قطعیت را برآورده سازد. از سوی دیگر کنترل تطبیقی، عدم قطعیت را به صورت جمله هایی از پارامترهای معین اما مجهول پارامتریزه نموده، تلاش می کند به کمک پسخور این پارامترها را به صورت بیدرنگ یاد بگیرد. در حالت های پیچیده تر کنترل تطبیقی، لازم است کنترلگر به جای یاد گرفتن برخی پارامترهای مجهول، توابع غیر خطی خاص ولی مجهول را یاد بگیرد. علاوه بر این باید اشاره کرد فرمولبندی های ویژه ای نیز وجود دارد که از ترکیب کنترل مقاوم و کنترل تطبیقی بدست می آید. بررسی خود را با روش طراحی خطی سازی پسخور آغاز می کنیم.

### ۲-۳- خطی سازی فیدبکی

همانطور که می دانیم گام اول در طراحی یک سیستم کنترل در یک فرآیند فیزیکی به دست آوردن یک مدل معنی دار از فرآیند است، یعنی مدلی که دینامیک های کلیدی فرآیند را در محدوده عملکرد مطلوب دارا باشد. مدلهای سیستم های فیزیکی، بسته به روش مدلسازی و فرضیه ها، به شکلهای مختلفی است. اما بعضی شکلها خود را به شکل ساده تری به طراحی کنترل کننده متکی می کنند. خطی سازی فیدبکی به روشهای تبدیل مدلهای اصلی سیستم به مدلهای معادل به شکل ساده تری می پردازد.

خطی سازی فیدبکی یک روش طراحی کنترل غیر خطی است که در سالهای اخیر علاقه تعداد زیادی از محققان را به خود جلب کرده است. ایده اصلی این روش این است که دینامیک های سیستم غیر خطی (به طور کامل یا جزئی) به خطی تبدیل شوند، طوری که بتوان از روشهای کنترل خطی استفاده کرد. این روش با روش خطی سازی ژاکوبی کاملاً متفاوت است. ایده ساده کردن شکل دینامیک های سیستم به وسیله نمایش حالت به طور کامل هم نا آشنا نیست، به عنوان مثال، در مکانیک، کاملاً شناخته شده است که شکل و پیچیدگی سیستم به مقدار قابل توجهی به انتخاب چار چوب مرجع یا مختصات سیستم بستگی دارد. روش های خطی سازی فیدبکی را می توان روشی در تبدیل مدلهای

اصلی سیستم به مدل های معادل به شکل ساده تر در نظر گرفت. بنابراین، آنها را می توان در توسعه کنترل کننده های غیر خطی تطبیقی یا مقاوم نیز استفاده کرد.

خطی سازی فید بکی به طور موفقیت آمیزی در حل مسائل کنترل عملی به کار گرفته شده است. این مسائل شامل هلی کوپتر ها، هواپیماهای با عملکرد پیشرفته، رباتهای صنعتی و ابزار زیست پزشکی است. اما چند نقیصه و محدودیت نیز با روش خطی سازی فیدبکی همراه است. این مسائل هنوز از موضوعات مهم تحقیقات جاری است.

البته خطی سازی فیدبکی قادر به اعمال به تمام سیستمها نیست، در سالهای ۱۹۸۰ و ۱۹۸۲، Krener شرط خطی سازی فیدبکی را ارائه کردند. [31] Su و [30] Respondek و Jakubczyk اولین کسانی بودند که روش خطی سازی تقریبی را در کنار Karahan [34], [35], [38], [39], [40] و خطی سازی دقیق مورد مطالعه قرار دادند. در طی دهه های اخیر نیز، تئوری هندسه دیفرانسیلی، ابزار قدرتمندی را برای طراحی سیستماتیک سیستمهای فیدبک غیر خطی فراهم آورده. همچنین تحقیقاتی نیز در مورد قابلیت خطی سازی شدن سیستمهای غیر [29], [36], [37], [41] است. انجام پذیرفته است. Lee [33] و Grizzle [32] خطی گسسته توسط

در این فصل دسته ای از سیستمهای غیر خطی به شکل ذیل را در نظر می گیریم:

$$\dot{x} = f(x) + g(x)u \quad (1-3)$$

$$y = h(x)$$

و این پرسش را مطرح می کنیم که آیا می توان کنترل پسخور حالت زیر :

$$u = \alpha(x) + \beta(x)v \quad (2-3)$$

و نیز تغییر متغیر:

$$z = T(x)$$

را چنان یافت که سیستم را به سیستم خطی معادلی تبدیل کرد ؟

### ۳-۲-۱- خطی سازی ورودی-حالت

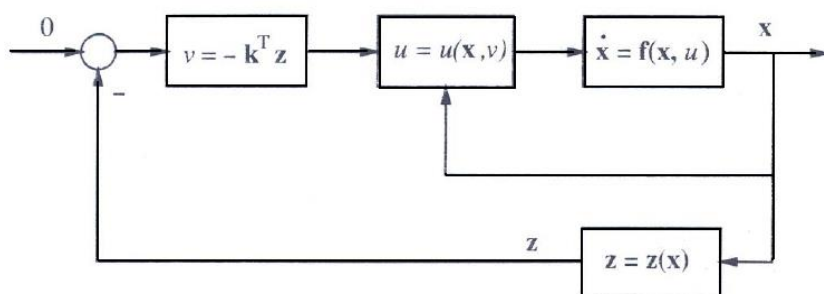
را در یک سیستم غیر خطی به شکل زیر در نظر بگیرید مسئله طراحی ورودی کنترل

$$\dot{x} = f(x, u) \quad (3-3)$$

روش خطی سازی ورودی حالت این مسئله را در دو مرحله حل می کند:

اول، یک تبدیل حالت  $z = z(x)$  و یک تبدیل ورودی  $u = u(x, v)$  چنان پیدا می کنیم که دینامیک های سیستم غیر خطی تبدیل به یک دینامیک خطی نا متغیر با زمان معادل به شکل آشنای  $\dot{z} = Az + bv$  شود.

دوم، از روشهای استاندارد خطی (مانند جایگذاری قطب) در طراحی  $v$  استفاده می کنیم. سیستم حلقه بسته تحت کنترل قانون کنترلی خطی سازی ورودی حالت در نمودار بلوکی شکل (۳-۱) نشان داده شده است. در این سیستم کنترل، می توان دو حلقه را مشاهده کرد، حلقه داخلی که برای دستیابی به خطی سازی رابطه ورودی حالت است و حلقه خارجی که برای رسیدن به پایداری دینامیکهای حلقه بسته است. در حقیقت ورودی کنترل  $u$  ترکیبی از یک قسمت حذف غیر خطی و یک جبران کننده خطی است.



شکل ۳-۱- خطی سازی ورودی حالت

چند نکته را می توان در مورد قانون کنترل فوق متذکر شد:

• خطی سازی ورودی حالت با ترکیبی از یک تبدیل حالت و یک تبدیل ورودی و با به کار گیری پسخور حالت در هر دو بدست می آید. بنابر این، این کار یک خطی سازی توسط پسخور یا خطی سازی پسخوری است. این روش کاملاً متفاوت از روش خطی سازی ژاکوبی است که محدوده کار کوچک که کنترل خطی بر اساس آن است.

• برای پیاده سازی این قانون کنترل، مولفه های حالت جدید  $(z_1, z_2)$  بایستی در دسترس باشد. اگر آنها از نظر فیزیکی معنی دار نباشد یا نتوان آنها را مستقیماً اندازه گیری کرد، حالت اصلی  $x$  بایستی اندازه گیری و به وسیله آن  $z$  را محاسبه کرد.

• بنابراین، در حالت کلی ما هم برای طراحی کنترل کننده و هم در محاسبات  $z$  به مدل سیستم اتکا می کنیم. اگر در مدل عدم قطعیت وجود داشته باشد، این عدم قطعیت باعث ایجاد اشتباه هم در محاسبات حالت جدید  $z$  و هم در ورودی کنترل  $u$  می شود.

• کنترل ردیابی را هم می توان در نظر گرفت. اما، حرکت دلخواه را بایستی برحسب بردار حالت جدید کامل مشخص کرد. ممکن است در تبدیل مختصات حرکت دلخواه (برحسب متغیر های خروجی فیزیکی) به مشخصات بر حسب حالت های جدید، مستلزم محاسبات پیچیده ای باشد.

با توجه به طراحی موفقیت آمیز فوق، جالب است که ایده خطی سازی ورودی حالت را به سیستم

های غیرخطی عمومی گسترش دهیم.

هنگامی که در مورد چنین تعمیمی می اندیشیم، دو سوال پیش می آید:

- چه دسته از سیستم های غیر خطی را می توان به سیستم های خطی تبدیل کرد؟
- چگونه تبدیل مناسب را در آنها که قابل تبدیل هستند، بیا بیم؟



### ۳-۲-۲- خطی سازی ورودی-خروجی

هنگامی که متغیرهای خروجی خاص مد نظر باشد مانند مسائل کنترل ردیابی مدل حالت به شکل معادلات حالت و خروجی بیان می شود. در این حالت شیوه پیش گفته در خطی سازی حالت، الزاماً به خطی سازی معادله خروجی منجر نمی گردد.

اجازه دهید اکنون به بررسی مسئله کنترل ردیابی بپردازیم. سیستم زیر را در نظر بگیرید:

$$\dot{x} = f(x, u) \quad (۴-۳)$$

$$y = h(x) \quad (۵-۳)$$

و فرض کنید که هدف ما وادار نمودن خروجی  $y(t)$  به ردیابی مسیر دلخواه  $y_d(t)$  است در حالی که حالت کامل کراندار حفظ شود، و فرض می شود که  $y_d(t)$  و مشتقات آن تا یک مرتبه نسبتاً کافی معلوم و کراندار است. یک مشکل شهودی این مدل این است که خروجی  $y$  تنها به طور غیر مستقیم، از طریق متغیر حالت  $x$  و معادلات حالت غیر خطی (۵-۳)، با ورودی  $u$  ارتباط دارد. لذا به سادگی نمی توان دید که چگونه ممکن است ورودی  $u$  در کنترل رفتار ردیابی خروجی  $y$  طراحی شود. اما می توان حدس زد که اگر بتوانیم یک رابطه مستقیم و ساده بین خروجی سیستم  $y$  و ورودی کنترل  $u$  بیابیم مشکل طراحی کنترل ردیابی را می توان تقلیل داد. در حقیقت این ایده شالوده پایه شهودی را در به اصطلاح روش خطی سازی ورودی خروجی در طراحی کنترل غیر خطی تشکیل می دهد.

برای مثال سیستم مرتبه سوم زیر را در نظر بگیرید

$$\dot{x}_1 = \sin x_2 + (x_2 + 1)x_2 \quad (۶-۳)$$

$$\dot{x}_2 = x_1^5 + x_3$$

$$\dot{x}_3 = x_1^2 + u$$

$$y=x_1$$

برای ایجاد یک رابطه مستقیم بین خروجی  $y$  و ورودی  $u$  باید از خروجی  $y$  مشتق گرفته تا ورودی  $u$  در آن ظاهر شود

$$\dot{y}=\dot{x}_1=\sin x_2+(x_2+1)x_3 \quad (7-3)$$

$$\ddot{y}=(x_2+1)\dot{u}+f_1(x) \quad (8-3)$$

$$f_1(x)=(x_1^5+x_3)(x_3+\cos x_2)+(x_2+1)x_1^2 \quad (9-3)$$

حال اگر ورودی کنترل را به شکل زیر در نظر بگیریم

$$u=\frac{1}{x_2+1}(v-f_1) \quad (10-3)$$

که در آن  $v$  یک ورودی جدید است که باید تعیین شود عوامل غیر خطی (8-3) حذف شده است و یک رابطه انتگرالگیری دو گانه خطی ساده بین خروجی و ورودی جدید  $v$  بدست می آوریم

$$\ddot{y}=v$$

با در نظر گرفتن خطای ردیابی به صورت  $e=y(t)-y_d(t)$  و انتخاب ورودی جدید  $v$  به شکل زیر:

$$v=\ddot{y}_d-k_1e-k_2\dot{e} \quad (11-3)$$

که در آن  $k_1$  و  $k_2$  ثابتهای مثبت اند، خطای ردیابی سیستم حلقه عبارت است از

$$\ddot{e}+k_2\dot{e}+k_1e=0 \quad (12-3)$$

که بیانگر یک دینامیک خطای پایدار است

البته توجه کنید که

- قانون کنترل در همه جا بجز نقاط تکین مثل  $x_2=-1$  تعریف شده است

- اندازه گیری حالت کامل در پیاده سازی قانون کنترل ضروری است

این روش را می توان در بسیاری از سیستمها اعمال کرد. چنانچه لازم باشد برای ایجاد یک رابطه ظاهر  $u$  بار مشتق می گیریم تا ورودی  $r$  از خروجی یک سیستم  $u$  و ورودی  $y$  صریح بین خروجی دارد.  $r$  شود، در این حالت گفته می شود سیستم مرتبه نسبی

در این لحظه ممکن است چنین احساس کنیم که مسئله طراحی کنترل ردیابی مطرح شده حل تنها قسمتی از دینامیکهای حلقه بسته را به حساب شده است. اما، بایستی بخاطر بیاوریم که (۳-۱۲) آورد، زیرا تنها از مرتبه ۲ است، در حالی که دینامیکهای کامل از مرتبه ۳ است. بنا بر این یک قسمت از دینامیکهای سیستم در خطی سازی ورودی خروجی " مشاهده نا پذیر " شده است. این قسمت دینامیک، دینامیک داخلی نامیده می شود. اگر این دینامیکهای داخلی پایدار باشد، به راستی که مسئله کنترل ردیابی کامل شده است در غیر این صورت، کنترل کننده ردیابی فوق عملاً بی معنی است، چونکه ناپایداری داخلی موجب پدیده های نا مطلوبی مانند سوزاندن فیوزها یا نوسانات شدید اجزای مکانیکی می شود.

بالاخره، تأکید می کنیم که، اگر چه انگیزه خطی سازی ورودی خروجی در مفهوم ردیابی خروجی است؛ آن را می توان به مسائل پایداری سازی نیز اعمال کرد. در این راستا می توان به دو نکته مفید درباره استفاده از خطی سازی ورودی خروجی در طراحی پایداری اشاره کرد: اول، در مسئله پایداری محدود شود به یک کمیت معنا دار فیزیکی.  $y = h(x)$  سازی، دلیلی وجود ندارد که انتخاب خروجی دوم، اینکه انتخابهای مختلف تابع خروجی منجر به دینامیکهای داخلی متفاوتی منجر می شود، پس بایستی تابع خروجی طوری انتخاب شود که دینامیک داخلی آن پایدار باشد.

باید اذعان کنیم، بسیار مشکل است که مستقیماً پایداری دینامیکهای داخلی را تعیین کرد، زیرا این دینامیکها، غیر خطی، نا خود گردان<sup>۹</sup> و متصل به دینامیکهای داخلی حلقه بسته اند. اگر چه یک

---

<sup>9</sup> Non autonomous

تحلیل لیاپانوف یا شبه لیاپانوف ممکن است در سیستم مفید باشد. بنابراین، طبیعتاً می خواهیم راههای ساده تری برای تعیین پایداری دینامیکهای داخلی بیابیم.

### دینامیکهای صفر

چون در سیستمهای خطی پایداری دینامیکهای داخلی به سادگی بوسیله مکان صفرها تعیین می شوند، جالب است که ببینیم آیا این ارتباط قابل گسترش به سیستمهای غیر خطی نیز هست یا خیر؟ بسط اصطلاح صفرها به سیستمهای غیر خطی کار ساده ای نیست. تابع تبدیل را، که صفرهای سیستم خطی بر مبنای آن است، نمی توان در سیستمهای غیر خطی تعریف کرد. به علاوه صفرها از خواص ذاتی سیستمهای خطی اند، در حالی که در سیستمهای غیر خطی پایداری دینامیکهای داخلی ممکن است به ورودی کنترل بخصوصی بستگی داشته باشد.

یک روش برای گام برداشتن به سوی حل این مشکل این است که چیزی که اصطلاحاً دینامیکهای صفر نامیده می شود را در یک سیستم غیر خطی تعریف نماییم. دینامیکهای-صفر، دینامیکهای داخلی سیستم تعریف می شود هنگامی که خروجی سیستم به وسیله ورودی آن صفر نگه داشته می شود.

در سیستمهای خطی چنانچه تمامی صفرها در نیمه سمت چپ صفحه مختلط قرار گرفته باشد، پایداری مجانبی کلی دینامیکهای-صفر تضمین می شود.

دلیل تعریف و بررسی دینامیکهای-صفر این است که می خواهیم راه ساده تری برای تعیین پایداری دینامیکهای داخلی بیابیم. در سیستمهای خطی، پایداری دینامیکهای-صفر پایداری کلی دینامیکهای داخلی را ایجاب می کند. اما در سیستمهای غیر خطی، ارتباط چنین واضح نیست. برای مسئله پایداری، می توان نشان داد که پایداری مجانبی محلی دینامیکهای-صفر برای تضمین پایداری مجانبی محلی دینامیکهای داخلی کافی است. اما بر عکس مورد خطی، هیچ گونه نتیجه ای در پایداری کلی و یا حتی پایداری در محدوده وسیع نمی توان برای دینامیکهای داخلی سیستمهای غیر خطی

بدست آورد، یعنی اینکه، تنها پایداری محلی در دینامیکهای داخلی تضمین می شود، حتی اگر دینامیکهای-صفر پایدار نمائی کلی باشد.

مشابه مورد خطی، یک سیستم غیر خطی را که دینامیکهای-صفر آن پایدار مجانبی باشد، سیستم مینیمم-فاز مجانبی می نامیم.

دو نکته مفید را می توان در مورد دینامیکهای-صفر سیستمهای غیر خطی متذکر شد. اول، اینکه دینامیکهای-صفر یک خاصیت ذاتی سیستم غیر خطی است، که به نوع انتخاب قانون کنترل یا مسیرهای دلخواه بستگی ندارد. دوم، آزمایش پایداری دینامیکهای-صفر بسیار ساده تر از آزمایش پایداری دینامیکهای داخلی است، زیرا که دینامیکهای-صفر تنها به حالت‌های داخلی مربوط می شود در حالی که دینامیکهای داخلی به دینامیکهای بیرونی و مسیرهای خواسته شده بستگی دارد.

### ۳-۳- دیدگاه هندسهٔ دیفرانسیلی

بحث را با اشاره به برخی ابزارهای هندسه دیفرانسیلی آغاز و سپس این ابزار را به خطی سازی ورودی خروجی و خطی سازی ورودی حالت اعمال می کنیم؛ ضمناً به منظور سادگی و وضوح، توجه خود را به سیستمهای تک ورودی- تک خروجی معطوف می نماییم.

### ۳-۳-۱- ابزارهای هندسه دیفرانسیلی

همه توابع مورد استفاده در تعاریف آتی، نسبت به آرگومانهایشان هموار فرض می شوند؛ بدین معنا که مشتقات جزئی پیوسته تا هر مرتبه ای هستند.

۱. میدان برداری: تابع برداری  $f: R^n \rightarrow R^n$  را یک میدان برداری  $R^n$  می نامیم.

۲. دیفرانسیل: فرض کنید داشته باشیم  $h: R^n \rightarrow R$ ، دیفرانسیل  $h$  میدانی هم بردار است

که با رابطه ذیل تعریف می شود.

$$dh = \frac{\partial h}{\partial x} = \left[ \frac{\partial h}{\partial x_1}, \dots, \frac{\partial h}{\partial x_n} \right]$$

، که  $f$  (یا در امتداد  $f$  نسبت به  $h$  باشد، مشتق لی  $f : R^n \rightarrow R^n$ ،  $h : R^n \rightarrow R$  مشتق لی: اگر

نشان داده می شود، عبارت است از:  $L_f h$  با

$$L_f h(x) = \frac{\partial h}{\partial x} f(x)$$

در امتداد  $h$  توجه شود حاصل مشتق لی، یک عبارت اسکالر است. این تعریف مشابه مفهوم مشتق است. علاوه بر این می توان نمادهای جدیدی را برای راحتی که  $\dot{x} = f(x)$  مسیره های حالت سیستم محاسبات مشتق را نسبت به همان میدان برداری یا میدان برداری جدید محاسبه می کنیم، به کار برد؛ برای مثال می توان از نمادهای ذیل استفاده کرد.

$$L_g L_f h(x) = \frac{\partial(L_f h)}{\partial x} g(x)$$

$$L_f^2 h(x) = L_f L_f h(x) = \frac{\partial(L_f h)}{\partial x} f(x)$$

$$L_f^k h(x) = L_f L_f^{k-1} h(x) = \frac{\partial(L_f^{k-1} h)}{\partial x} f(x)$$

$$L_f^0 h(x) = h(x)$$

$[f, g]$  که با  $f, g$  باشند. کروسه لی  $R^n$  دو میدان برداری روی  $f, g$  کروسه لی: فرض کنید

نمایش داده می شود، میدان برداری سومی است که به شکل ذیل تعریف می گردد:

$$[f, g](x) = \frac{\partial g}{\partial x} f(x) - \frac{\partial f}{\partial x} g(x)$$

تکرار کرد؛  $f$  را با  $g$  ماتریس های ژاکوبی هستند. می توان کروسه گرفتن  $[df / \partial x]$  و  $[dg / \partial x]$  که

نمادهای زیر این روند را ساده می کند:

$$ad_f^0 g(x) = g(x)$$

نیز اعدادی حقیقی باشند، در  $r_2, r_1$  میدانهای برداری و  $f_1, f_2, g_1, g_2$  - دو خطی: فرض کنید

این صورت:

$$[r_1 f_1 + r_2 f_2, g] = r_1 [f_1, g_1] + r_2 [f_2, g_1]$$

$$[f_1, r_1 g_1 + r_2 f_2] = r_1 [f_1, g_1] + r_2 [f_1, g_2]$$

- جابجایی چپ :

$$[f, g] = -[g, f]$$

تابعی با مقدار حقیقی باشد، آنگاه:  $h$  میدانهای برداری و  $g$  و  $f$  - اتحاد ژاکوبی: اگر

$$L_{[f, g]} h(x) = L_f L_g h(x) - L_g L_f h(x)$$

، هموارریختی<sup>۱۰</sup> نامیده می شود ، اگر که  $\Omega$  تعریف: یک تابع  $\phi: R^n \rightarrow R^n$ ، تعریف شده در ناحیه

نیز وجود داشته باشد.  $\phi^{-1}$  هموار باشد و معکوس آن

هموارریختی کلی نامیده می شود.  $\phi(x)$  باشد، آنگاه  $R^n$  تمامی صفحه  $\Omega$  اگر ناحیه هموارریختیهای کلی نادرند و لذا ما به دنبال هموارریختیهای موضعی هستیم. با داشتن یک تابع غیر ، و با استفاده از لم زیر، به راحتی کنترل می کنیم که آیا یک تابع هموارریختی موضعی  $\phi(x)$  خطی است یا نه .

$\nabla \phi$  را در نظر بگیرید. اگر ماتریس ژاکوبی  $R^n$  در  $\Omega$  تعریف شده در یک ناحیه  $\phi(x)$  لم: تابع هموار تعریف می  $\Omega$  هموارریختی در یک زیر ناحیه از  $\phi(x)$  ناکینه باشد، آنگاه  $\Omega$  از  $x = x_0$  در یک نقطه کند.

### قضیه فروبینیوس:

قضیه فروبینیوس ابزار مهمی در حل معادلات معمولی خطی سازی پسخوری در سیستمهای غیر ام است. این قضیه شرط لازم و کافی در حل یک طبقه از معادلات دیفرانسیل جزئی را  $n$  خطی مرتبه ارائه می دهد. بدون پرداختن به جزئیات، به بررسی قضیه فروبینیوس در حالت کلی می پردازیم .

<sup>10</sup> diffeomorphism

کاملاً  $R^n$  را بر روی  $\{f_1, f_2, \dots, f_m\}$  **تعریف:** یک مجموعه مستقل خطی از میدانهای برداری طوری وجود داشته  $h_1(x), h_2(x), \dots, h_{n-m}(x)$  تابع اسکالر  $n-m$  انتگرال پذیر گویند، اگر، و تنها اگر، باشند که در معادلات دیفرانسیل جزئی زیر

$$\nabla h_i f_j = 0 \quad (13-3)$$

مستقل خطی اند صدق کند.  $\nabla h_i$  است و گرادینهای  $1 \leq i \leq n-m$  و  $1 \leq j \leq m$  که در آن را غیر پیچشی گویند، اگر  $\{f_1, f_2, \dots, f_m\}$  **تعریف:** یک مجموعه مستقل خطی از میدانهای برداری طوری وجود داشته باشد که  $\alpha_{ijk} : R^n \rightarrow R$  و تنها اگر، توابع اسکالر

$$\forall i, j [f_i, f_j](x) = \sum_{k=1}^m \alpha_{ijk}(x) f_k(x) \quad (14-3)$$

به زبان ساده تر یعنی اگر ما گروه لی هر جفت از میدانهای برداری از مجموعه  $\{f_1, f_2, \dots, f_m\}$  تشکیل دهیم، آنگاه میدان برداری حاصل را می توان به صورت یک ترکیب مستقل از میدانهای برداری اصلی بیان کرد.

توجه نمایید که

• میدانهای برداری ثابت همیشه غیر پیچشی است. در حقیقت، گروه لی دو بردار ثابت

به سادگی بردار صفر است، که می توان به سادگی آن را بر حسب ترکیب خطی میدانهای برداری نوشت.

• یک مجموعه متشکل از یک بردار  $f$  غیر پیچشی است.

یک مجموعه از میدانهای برداری مستقل خطی  $f_1, f_2, \dots, f_m$  قضیه فروبینیوس : فرض کنید که است. این مجموعه کاملاً انتگرال پذیر است، اگر و تنها اگر، غیر پیچشی باشد.



حال با استفاده از ابزارهای هندسه دیفرانسیلی، خطی سازی پسخور را به طور مدون تر بررسی می کنیم.

### ۳-۴ - خطی سازی ورودی-حالت در سیستمهای تک ورودی-تک خروجی:

حال، خطی سازی ورودی-حالت را در سیستمهای تک-ورودی توصیف شده با معادلات حالت زیر بررسی می کنیم:

$$\dot{x} = f(x) + g(x)u \quad (۱۵-۳)$$

#### تعریف خطی سازی ورودی حالت:

به عنوان میدانهای  $g(x)$  و  $f(x)$  تعریف: یک سیستم غیر خطی تک-ورودی به فرم (۱۵-۳)، با هموارریختی  $R^n$  در  $\Omega$ ، قابل خطی سازی ورودی-حالت گویند اگر ناحیه  $R^n$  برداری هموار بر روی  $\Omega$  و یک قانون کنترل پسخوری غیر خطی بصورت  $\phi: \Omega \rightarrow R^n$

$$u = \alpha(x) + \beta(x)v \quad (۱۶-۳)$$

یک رابطه خطی  $v$  و ورودی جدید  $z = \phi(x)$  چنان وجود داشته باشد که متغیرهای جدید حالت تغییر نا پذیر با زمان بصورت زیر را بر آورده کند

$$\dot{z} = Az + bv \quad (۱۷-۳)$$

که در آن

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \dots & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \dots & \cdot \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix}, b = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \cdot \\ \cdot \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

حالت جدید  $z$  حالت خطی سازی و قانون کنترل (۳-۱۶) ، قانون کنترل خطی ساز نامیده می

شود.

شرایط خطی سازی ورودی حالت:

یک سؤال که به طور طبیعی به ذهن متبادر می شود این است که: آیا تمامی معادلات حالت غیر خطی به فرم (۳-۱۵) می توانند خطی سازی ورودی-حالت شوند؟ اگر نه، چه موقع چنین خطی سازی وجود دارد؟ قضیه بعدی یک پاسخ مشخصی را برای این سؤال ارائه داده، و مبنای یکی از مهمترین نتایج اساسی نظریه خطی سازی پسخور را مطرح می کند.

$\Omega$  قضیه: سیستم غیر خطی (۳-۱۵) ، قابل خطی سازی تک-ورودی است اگر، و تنها اگر، ناحیه  $\Omega$  چنان وجود داشته باشد که شرایط زیر برقرار باشد:

- میدانهای برداری  $\{g, ad_f g, \dots, ad_f^{n-1} g\}$  در  $\Omega$  مستقل خطی باشند؛
- مجموعه  $\{g, ad_f g, \dots, ad_f^{n-2} g\}$  در  $\Omega$  غیر پیچشی باشد.

### سیستمهای چند ورودی

مفاهیمی مانند، خطی سازی ورودی حالت، خطی سازی ورودی خروجی، دینامیکهای صفر و غیره، که در سیستمهای تک ورودی- تک خروجی استفاده می شود را می توان به سیستمهای چند ورودی- چند خروجی گسترش داد.

در مورد سیستمهای چند ورودی-چند خروجی، ملاحظه می کنیم که در همسایگی از یک نقطه  $x_0$  ، سیستمهای مربعی ( یعنی، سیستمهایی که تعداد ورودیها و خروجیهای آنها برابرند) به شکل زیر

$$\begin{aligned} \dot{x} &= f(x) + g(x)u \\ y &= h(x) \end{aligned} \quad (۳-۱۸)$$

از بردار  $m \times 1$   $y$ ،  $u_i$  با مولفه های  $m \times 1$  بردار ورودی کنترل  $u$ ،  $n \times 1$  بردار  $x$  که در آن یک است که  $n \times m$  یک ماتریس  $g$  میدانهای برداری هموار، و  $h$  و  $f$ ،  $y_i$  خروجیهای سیستم (با مولفه های آن میدانهای برداری هموارند.  $g_i$  ستونهای

### ۳-۵- خطی سازی پسخوری سیستمهای چند ورودی-چند خروجی

با مشتقگیری از خروجیهای SISO همانند مورد MIMO خطی سازی ورودی-خروجی سیستمهای کوچکترین عدد صحیحی است  $\gamma_j$  تا موقعی که ورودیها ظاهر شوند، بدست می آید. فرض کنید که  $y_i$  ظاهر می شود، آنگاه  $y_j^{(\gamma_j)}$  که اقلای یکی از ورودیها در

$$y_j^{(\gamma_j)} = L_f^{\gamma_j} h_j + \sum_{i=1}^p L_{gi} (L_f^{\gamma_j-1} h_j) u_i \quad (۱۹-۳)$$

است. انجام دستور  $L_{gi} (L_f^{\gamma_j-1} h_j) \neq 0$ ،  $X_0$  از نقطه  $\Omega_i$ ، در همسایگی  $j$  طوری که حداقل در یک به رابطه زیر منجر می شود  $y_i$  کار بالا در هر یک از خروجیهای

$$\begin{bmatrix} y_1^{(\gamma_1)} \\ \vdots \\ y_p^{(\gamma_p)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_f^{\gamma_1} h_1 \\ \vdots \\ L_f^{\gamma_p} h_p \end{bmatrix} + A(x) \begin{bmatrix} u_1 \\ \vdots \\ u_p \end{bmatrix} \quad (۲۰-۳)$$

است که به شکل زیر تعریف می شود  $p \times p$  یک ماتریس  $A(x)$  که در آن

$$A(x) = \begin{bmatrix} L_{g1} (L_f^{\gamma_1-1} h_1) & \cdots & L_{gp} (L_f^{\gamma_1-1} h_1) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ L_{g1} (L_f^{\gamma_1-1} h_p) & \cdots & L_{gp} (L_f^{\gamma_p-1} h_p) \end{bmatrix} \quad (۲۱-۳)$$

تعریف می شود. همچنین اگر مرتبه های نسبی کاملاً تعریف شده  $\Omega_i$  به صورت اشتراک  $\Omega$  در ناحیه  $A(x)$  خواهد بود. مضاف بر این اگر  $X_0$  خود یک همسایگی محدود از  $\Omega$  باشند، آنگاه ، تبدیل ورودی زیر SISO معکوس پذیر باشد، همانند سیستمهای

$$u = -A(x)^{-1} \times \begin{bmatrix} L_f^{\gamma_1} h_1 \\ \vdots \\ L_f^{\gamma_p} h_p \end{bmatrix} + A(x)^{-1} v \quad (22-3)$$

منجر به سیستم خطی زیر می شود

$$\begin{bmatrix} y_1^{(\gamma_1)} \\ \vdots \\ y_p^{(\gamma_p)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_1 \\ \vdots \\ v_p \end{bmatrix} \quad (23-3)$$

اثر می گذارد، (22-3) یک قانون کنترل مجزا کننده نامیده  $y_i$  تنها بر خروجی  $v_i$  چون ورودی یک ماتریس مجزا ساز سیستم می گویند. آنگاه گفته می شود  $A(x)$  شده ، و به ماتریس معکوس پذیر  $\gamma = \gamma_1 + \dots + \gamma_p$  است و اسکالر  $(\gamma_1, \dots, \gamma_p)$  دارای مرتبه نسبی  $X_0$  که سیستم (23-3) در نقطه نامیده می شود.  $X_0$  مرتبه نسبی کل سیستم در نقطه

است. در این مورد  $n$  یک مورد جالب مربوط به حالتی می شود که مرتبه نسبی کل برابر دینامیکهای داخلی وجود ندارد. لذا با داشتن قانون کنترل به فرم (22-3) ، ما یک خطی سازی همانند  $v_i$  ورودی-حالت از سیستم غیر خطی اصلی به دست می آوریم. با طراحی ورودیهای معادل ، آنگاه پایدار سازی و ردیابی هر دو را می توان بدون هیچ دغدغه از پایداری دینامیکهای SISO مورد داخلی در سیستم به دست آورد. توجه کنید شرایط لازم و کافی برای اینکه خطی سازی ورودی-حالت

سیستمهای غیر خطی چند-ورودی قابل دستیابی باشد، همانند و پیچیده تر از همان شرایط در سیستمهای تک ورودی است.

، با محدود کردن خروجیها SISO را می توان مشابه مورد MIMO دینامیکهای صفر یک سیستم به صفر تعریف کرد.

## فصل چهارم

# تخمین پارامتر زمان

## حقیقی

۴-۱ مقدمه:

مشخص کردن بیدرنگ پارامترهای فرایند، نکته ای اساسی در کنترل تطبیقی است. تخمینگر پارامترهای بازگشتی صریحاً به شکل عنصری از رگولاتور خود تنظیم ظاهر می شود. تخمینگر پارامتر به طور ضمنی نیز در رگولاتور خود تنظیم تطبیقی مدل-مرجع دیده می شود.

در کنترل تطبیقی، پارامترهای فرایند، به طور پیوسته تغییر می کنند، بنابراین لازم است روشهایی به دست آورد که به طور بازگشتی، پارامترها را بهنگام کند. روشهای حداقل مربعات<sup>۱۱</sup> شیوه ای اساسی در تخمین پارامتر است. این روش، بخصوص اگر سیستم نسبت به پارامترها خطی باشد، بسیار ساده است. در این حالت تخمین حداقل مربعات، به طور تحلیلی قابل محاسبه است.

#### ۴-۲ حداقل مربعات و مدل‌های رگرسیون<sup>۱۲</sup>

در اواخر قرن هجدهم، کارل فردریک گوس<sup>۱۳</sup> قانون حداقل مربعات را تنظیم و آن را برای مشخص کردن مدارهای سیارات بزرگ و کوچک به کار برد. بر اساس این قاعده، پارامترهای مجهول یک مدل ریاضی، باید چنان تنظیم شوند که مجموع مربعات اختلاف بین مشاهده واقعی و مقادیر محاسبه شده ضرب در اعدادی که درجه دقت را اندازه گیری می کنند، کمینه شود. حداقل مربعات را می توان برای مسائل مختلفی بکار برد. این روش، بخصوص برای مدل ریاضی ذیل، بسیار ساده است:

$$y(i) = \varphi_1(i)\theta_1^0 + \varphi_2(i)\theta_2^0 + \dots + \varphi_n(i)\theta_n^0 = \varphi^T(i)\theta^0 \quad (4-1)$$

که در آن  $y$  متغیر مشاهده است،  $\theta_1^0, \theta_2^0, \dots, \theta_n^0$  پارامترهای مجهول و  $\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_n$  توابع معلومی هستند که ممکن است به متغیرهای معلوم دیگری وابسته باشند.

بردارهای  $\varphi^T(i) = [\varphi_1(i) \ \varphi_2(i) \ \dots \ \varphi_n(i)]$  و  $\theta^0 = [\theta_1^0 \ \theta_2^0 \ \dots \ \theta_n^0]^T$  را در نظر بگیرید. مدل فوق با متغیر  $i$  اندیس گذاری شده که اغلب زمان را مشخص می کند. متغیرهای  $\varphi_i$ ، متغیرهای رگرسیون<sup>۱۴</sup> یا رگرسورها<sup>۱۵</sup> نامیده می شود و مدل معادله (۴-۱) مدل رگرسیون خوانده می

<sup>۱۱</sup> Least Squares

<sup>۱۲</sup> Regression

<sup>۱۳</sup> Karl Friedrich Gauss

<sup>۱۴</sup> Regression Variables

شود. زوج مشاهدات و رگرسورها، یعنی  $\{(y(i), \varphi(i)), i = 1, 2, \dots, t\}$ ، به کمک آزمایش به دست می آیند. مسأله اساسی، تعیین پارامترها به شکلی است که خروجیهای حاصل از معادله (۴-۱)، تا آنجا که ممکن است به متغیرهای اندازه گیری شده  $y(i)$  (با معیار حداقل مربعات) نزدیک باشند. به عبارت دیگر پارامتر  $\theta$  باید به گونه ای انتخاب شود که تابع معیار حداقل مربعات زیر را کمینه کند.

$$V(\theta, t) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^t (y(i) - \varphi^T(i)\theta)^2 \quad (۲-۴)$$

از آنجا که متغیر اندازه گیری شده  $y$  نسبت به پارامترهای  $\theta^0$  خطی و معیار حداقل مربعات از

درجه دوم است، مسأله، دارای پاسخی تحلیلی است. برای این کار نمادهای زیر را در نظر می گیریم:

$$Y(t) = [y(1) \quad y(2) \quad \dots \quad y(t)]^T \quad (۳-۴)$$

$$E(t) = [\varepsilon(1) \quad \varepsilon(2) \quad \dots \quad \varepsilon(t)]^T \quad (۴-۴)$$

$$\phi(t) = \begin{bmatrix} \varphi^T(1) \\ \varphi^T(2) \\ \vdots \\ \varphi^T(t) \end{bmatrix}$$

$$p(t) = (\phi^T(t)\phi(t))^{-1} = \left( \sum_{i=1}^t \varphi(i)\varphi^T(i) \right)^{-1} \quad (۵-۴)$$

که مانده های  $\varepsilon(i)$  بصورت زیر تعریف می شود:

$$\varepsilon(i) = y(i) - \hat{y}(i) = y(i) - \varphi^T(i)\theta$$



خطای حداقل مربعات بدین صورت نوشته می شود:

$$V(\theta, t) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^2 \varepsilon^2(i)$$

$$= \frac{1}{2} E^T E = \frac{1}{2} \|E\|^2$$

که

$$E = Y - \hat{Y} = Y - \phi\theta \quad (6-4)$$

حل مسأله حداقل مربعات به کمک قضیه ذیل ارائه می شود:

**قضیه ۱-۴ تخمین حداقل مربعات:**

تابع معادله (۲-۴) به ازای پارامترهای  $\hat{\theta}$  کمینه است که  $\hat{\theta}$  در معادله زیر صدق می کند:

$$\phi^T \phi \hat{\theta} = \phi^T y \quad (7-4)$$

اگر ماتریس  $\phi^T \phi$  غیر منفرد باشد این مقدار کمینه یکتاست و داریم

$$\hat{\theta} = (\phi^T \phi)^{-1} \phi^T y \quad (8-4)$$

اثبات این قضیه در [42] آمده است.

نکته ۱: معادله (۸-۴)، معادله نرمال<sup>۱۶</sup> نامیده می شود؛

نکته ۲: شرط وارون پذیر بودن ماتریس  $\phi^T \phi$ ، شرط تحریک<sup>۱۷</sup> نامیده می شود:

---

<sup>۱۶</sup> Normal Equation  
<sup>۱۷</sup> Excitation Condition

نکته ۳: معیار حداقل مربعات، همه خطاهای  $\varepsilon(i)$  را بطور یکسان وزن گذاری می کند و این در راستای فرض یکسان بودن دقت همه اندازه گیریها است.

با تغییر دادن تابع معیار (۲-۴) می توان به صورت زیر خطاها را به شکل متفاوتی وزن گذاری کرد.

$$V = \frac{1}{2} E^T W E \quad (9-4)$$

که در آن  $W$  ماتریسی قطری وزن است؛ در نتیجه تخمین حداقل مربعات به کمک تخمین زیر بدست می آید:

$$\hat{\theta} = (\phi^T W \phi)^{-1} \phi^T W Y$$

#### ۳-۴ محاسبات بازگشتی

در کنترلرهای تطبیقی مشاهدات پی در پی در زمان حقیقی بدست می آیند. برای این کار استفاده از محاسبات بازگشتی برای صرفه جویی در زمان محاسبه، امر مطلوبی است. محاسبه تخمین حداقل مربعات را می توان چنان تنظیم کرد که نتایج بدست آمده در زمان  $t-1$ ، برای بدست آوردن تخمینهای زمان  $t$  مورد استفاده واقع شود. حل معادله (۸-۴) برای مسأله حداقل مربعات به بازگشتی نوشته می شود. فرض کنید  $\hat{\theta}(t-1)$  تخمین حداقل مربعات بر اساس اندازه گیری در زمان  $t-1$  باشد. علاوه بر این فرض کنید ماتریس  $\phi^T \phi$  برای تمام مقادیر  $t$ ، غیر منفرد باشد. از تعریف  $p(t)$  در معادله (۵-۴) نتیجه می شود:

$$\begin{aligned}
 p^{-1}(t) &= \phi^T(t)\phi(t) = \sum_{i=1}^t \phi(i)\phi^T(i) & (10-4) \\
 &= \sum_{i=1}^{t-1} \phi(i)\phi^T(i) + \phi(t)\phi^T(t) \\
 &= p^{-1}(t-1) + \phi(t)\phi^T(t)
 \end{aligned}$$

9

$$\begin{aligned}
 \hat{\theta}(t) &= \hat{\theta}(t-1) - p(t)\phi(t)\phi^T(t)\hat{\theta}(t-1) + p(t)\phi(t)y(t) \\
 &= \hat{\theta}(t-1) + p(t)\phi(t)(y(t) - \phi^T(t)\hat{\theta}(t-1)) \\
 &= \hat{\theta}(t-1) + K(t)\varepsilon(t)
 \end{aligned}$$

که:

$$K(t) = p(t)\phi(t)$$

$$\varepsilon(t) = y(t) - \phi^T(t)\hat{\theta}(t-1)$$

مانده  $\varepsilon(t)$  را می توان به عنوان خطای پیش بینی (یک گام به جلو)  $y(t)$  بر اساس تخمین  $\hat{\theta}(t-1)$  تعبیر کرد. برای استفاده از این روش، لازم است بجای محاسبه  $p(t)^{-1}$  از طریق معادله (10-4)، رابطه ای بازگشتی برای  $p(t)$  بدست آوریم.

#### قضیه ۴-۲ تخمین حداقل مربعات بازگشتی (RLS)<sup>۱۸</sup>:

فرض کنید ماتریس  $\phi(t)$  دارای رتبه کامل باشد، این بدان معناست که  $\phi^T\phi$  برای تمام  $t \geq t_0$  غیر منفرد است. با داشتن  $\hat{\theta}(t_0)$  و  $p(t_0) = (\phi^T(t_0)\phi(t_0))^{-1}$  تخمین حداقل مربعات  $\hat{\theta}$ ، معادلات بازگشتی ذیل را بر آورده می سازد:

<sup>۱۸</sup> Recursive Least-Squares

$$\hat{\theta}(t) = \hat{\theta}(t-1) + k(t)(y(t) - \varphi^T(t)\hat{\theta}(t-1)) \quad (11-4)$$

$$k(t) = p(t)\varphi(t) = p(t-1)\varphi(t)(I + \varphi^T(t)p(t-1)\varphi(t))^{-1} \quad (12-4)$$

$$p(t) = p(t-1) - p(t-1)\varphi(t)(I + \varphi^T(t)p(t-1)\varphi(t))^{-1}\varphi(t)p(t-1) \quad (13-4)$$

$$= (I - k(t)\varphi^T(t))p(t-1)$$

معادله (۱۱-۴) دارای جذابیت حسی قوی است، بدین معنا که تخمین  $\hat{\theta}(t)$  با اضافه کردن جمله تصحیحی به مقدار قبلی تخمین  $\hat{\theta}(t-1)$  بدست می آید که جمله تصحیحی با  $y(t) - \varphi^T(t)\hat{\theta}(t-1)$  متناسب است؛ که در آن جمله آخر را می توان به عنوان مقدار  $y$  در زمان  $t$  تعبیر کرد که به کمک مدل معادله (۱-۴) پیش بینی شده است. بنابراین جمله تصحیحی با تفاضل مقدار اندازه گیری شده  $y(t)$  و مقدار پیش بینی شده  $y(t)$  بر اساس تخمینهای قبلی پارامترها متناسب است. مؤلفه های بردار  $k(t)$  ضرایب وزنی هستند که نشان می دهند جمله تصحیحی و تخمین قبلی باید چگونه ترکیب شوند.

تخمین پارامتر بازگشتی که عنصر کلیدی در کنترل تطبیقی است، به طور مختصر مطرح شد که البته تمرکز ما بر روی روش حداقل مربعات بود که شیوه ای ساده و مفید است که در بخش های بعدی چگونگی استفاده از این روش در سیستمهای تطبیقی را ارائه خواهیم کرد. البته شناسایی سیستم مسائل مهم دیگری مانند معتبر بودن مدل و جنبه های محاسباتی را نیز در بر دارد که بیان آنها از حوصله این پایان نامه خارج است.

# فصل پنجم

## کنترل تطبیقی

## ۵-۱- مقدمه:

بسیاری از سیستم‌های دینامیکی که بایستی کنترل شوند پارامترهای نا معلوم دارند که یا ثابت اند یا به آهستگی تغییر می کنند. برای مثال، روبات ها ممکن است اجسام بزرگی را با پارامترهای اینرسی نا معلوم حمل کنند. سیستم‌های قدرت ممکن است با شرایطی مواجه باشند که تغییرات زیادی در بار هاست. صورت پذیرد. کنترل تطبیقی یک روش برای کنترل این چنین سیستم

در زبان روزمره کلمه " تطبیق " به معنای تغییر رفتار برای وفق یافتن با وضع جدید است. به طور حسی کنترل تطبیقی، کنترلگری است که بتواند رفتارش را در پاسخ به تغییر دینامیک فرایند و اغتشاشها، تغییر دهد. از آنجایی که پسخورد معمولی نیز به منظور کاهش اثرات اغتشاشها و عدم قطعیت فرایند معرفی شده، این سؤال مطرح می شود که تفاوت بین کنترل پسخورد و کنترل تطبیقی چیست؟ " سیستم تطبیقی، هر سیستم فیزیکی است که با دیدی تطبیقی طراحی شده باشد ". البته هنوز تعریفی که به طور فراگیر مورد پذیرش قرار گرفته باشد و تعریفی با معنی از کنترل تطبیقی که بتواند به طور قطعی در مورد تطبیقی بودن یا نبودن آن نظر دهد، در دست نیست. به هر حال این توافق وجود دارد که پسخوردی با بهره ثابت، سیستمی تطبیقی محسوب نمی شود.

بهر حال ما از این دید عملی به مسئله نگاه می کنیم که کنترلگر تطبیقی، کنترلگری است با پارامترهای قابل تنظیم، همراه با مکانیزمی برای تنظیم پارامترها، چنین کنترلگری به دلیل وجود مکانیزم تنظیم، غیر خطی است؛ لیکن دارای ساختار ویژه ای است. از آنجا که بررسی سیستمهای غیر خطی در حالت کلی مشکل است، در نظر گرفتن دسته های خاصی از سیستمهای غیر خطی منطقی به

نظر می‌رسد. می‌توان چنین در نظر گرفت که یک سیستم کنترل تطبیقی از دو حلقه تشکیل می‌شود: یک حلقه پسخوردی معمولی شامل فرایند و کنترلگر و دیگری حلقه تنظیم پارامتر است.

## ۵-۲- تاریخچه

در اوایل دهه ۱۹۵۰ تحقیقات وسیعی در زمینه کنترل تطبیقی و در خصوص طراحی اتوپیلوتها برای هواپیماهای با عملکرد بالا انجام گرفت. چنین هواپیمایی، قادر به عمل در محدوده وسیعی از سرعت و ارتفاع هستند. پیش از شروع این تحقیقات، پژوهشگران دریافته بودند که کنترل پسخورد خطی با بهره ثابت می‌تواند در یک نقطه کار کارایی خوبی داشته باشد، اما تغییراتی که در نقطه کار بوجود می‌آید، مشکلاتی را پدید می‌آورد؛ در نتیجه لزوم استفاده از کنترلگر پیچیده تری احساس می‌شد که بتواند در محدوده وسیعی از وضعیتهای کاری، بخوبی کار کند.

در دهه ۱۹۶۰ کارهای زیادی در خصوص نظریه کنترل انجام شد که در توسعه کنترل تطبیقی نقش به‌سزایی داشت: مسئله فضای حالت و نظریه پایداری مطرح شد. همچنین نتایج مهمی در مورد نظریه کنترل فرایندهای اتفاقی به دست آمد. همچنین پیشترفتهای عظیمی در مورد شناسایی سیستم<sup>۱۹</sup> و تخمین پارامتر<sup>۲۰</sup> حاصل شد.

در دهه ۱۹۷۰ با ترکیب انواع مختلف تخمین و روشهای گوناگون طراحی، دوره جدیدی در کنترل تطبیقی به وجود آمد و کاربردهای زیادی از کنترل تطبیقی معرفی شد. در اواخر دهه ۱۹۷۰ و اوایل دهه ۱۹۸۰ برهانهایی، برای پایداری سیستمهای تطبیقی، البته با فرضهای محدود کننده مطرح شد. در اواخر دهه ۱۹۸۰ و اوایل دهه ۱۹۹۰ بینشهای جدیدی در قوام کنترلگرهای تطبیقی پدید آمد. بررسیهای انجام شده روی سیستمهای غیر خطی، درک کنترل تطبیقی را به طور چشمگیری افزایش داد.

---

<sup>19</sup> System Identification

<sup>20</sup> Parameter Estimation

### ۵-۳- چرا کنترل تطبیقی؟

دلیل اولیه مطرح شدن کنترل تطبیقی، رسیدن به کنترلگرهایی بود که بتواند با تغییر دینامیک فرآیند و مشخصه های اغتشاش تطبیق یابد. این حقیقت ثابت شده که روشهای تطبیقی برای تنظیم خودکار کنترلگرها قابل استفاده است.

در عمل ممکن است تغییرات از منابع مختلفی ناشی شده باشد و همواره ترکیبی از عوامل مختلف مؤثر هستند. در بیشتر حالات دلایل اساسی تغییرات، کاملاً قابل فهم نیست. هنگامی که فیزیک فرآیند به طور قابل قبولی معلوم باشد (مانند هواپیماها)، تعیین پارامترهای کنترلگر مناسب، برای شرایط کاری مختلف به کمک خطی سازی مدلها و استفاده از بعضی روشهای طراحی کنترل، ممکن است. این روش معمول برای طراحی اتو پایلوت هواپیماهاست. شناسایی سیستم، روش دیگری در مقابل مدلسازی فیزیکی است.

بیشتر فرایندهای صنعتی بسیار پیچیده هستند و بخوبی قابل فهم نیستند. بررسی منابع تغییرات فرآیند نه ممکن و نه اقتصادی است. در این حالتها کنترلگرهای تطبیقی انتخاب خوبی هستند. در سایر حالتها ممکن است برخی از دینامیکها بخوبی قابل فهم باشد، اما سایر قسمتها، نا معلوم باشد.

به طور کلی، هدف اصلی کنترل تطبیقی این است که عملکرد سیستم در مقابل عدم قطعیت پارامتری و یا تغییرات نا مشخص آنها به طور سازگار حفظ شود. از آنجا که یک چنین عدم قطعیت پارامتری و یا تغییرات آنها می تواند در بسیاری از مسائل کاربردی صورت پذیرد، کنترل تطبیقی در بسیاری از وضعیتهای صنعتی مفید است.

چند مثال:

- جابجا کردن بوسیله روبات: روباتها مجبورند بارهایی را با اندازه، وزن و توزیع وزنه‌های متفاوتی جابجا کنند. اینکه فرض شود پارامترهای اینرسی بارها قبل از اینکه روبات آنها را



برداشته و جابجا کند از قبل کاملاً معلوم است، خیلی محدود کننده است. اگر پارامترهای بار دقیقاً شناخته شده نباشد و از کنترل کننده های با بهره ثابت استفاده شود، ممکن است حرکت روباتها بدون دقت و یا ناپایدار باشد. از سوی دیگر، کنترل تطبیقی این امکان را ایجاد می کند که روباتها بارهایی با پارامترهای نامعلوم را با سرعت و دقت بالا جابجا کنند.

- کنترل فرایند: مدل‌های فرایندهای شیمیایی و متالورژیکی معمولاً پیچیده اند و بدست آوردن آنها کار مشکلی است. پارامترهایی که این فرایندها را مشخص می کنند از یک دسته تا دسته دیگر تغییر می کنند. علاوه بر این، معمولاً شرایط کار نیز تغییر پذیر با زمان است. در حقیقت، کنترل فرایند یکی از مهمترین و فعالترین زمینه های کنترل تطبیقی است.

کنترل تطبیقی در زمینه های دیگری مثل سیستمهای قدرت و مهندسی زیست پزشکی نیز به کار گرفته شده است. در اکثر مواردی که از کنترل تطبیقی استفاده می شود، منظور رسیدگی به تغییرات اجتناب ناپذیر پارامترها یا عدم قطعیت آنهاست. اما در بعضی از کاربردها، بخصوص در کنترل فرایندها، جایی که ممکن است صدها حلقه کنترل در یک سیستم وجود داشته باشد، کنترل تطبیقی می تواند در کاهش تعداد تنظیم کننده های دستی به کار گرفته شده و لذا باعث افزایش توانایی و عملی بودن مهندسی شود.

#### ۵-۴- کنترل تطبیقی چیست؟

یک کنترل کننده تطبیقی با یک کنترل کننده معمولی از این جهت فرق می کند که در آن، پارامترهای کنترل کننده قابل تغییر است، و برای تنظیم بهنگام این پارامترها یک مکانیسم مبتنی بر سیگنالهای سیستم وجود دارد. دو روش اصلی برای ساختن کنترل کننده های تطبیقی موجود است. یکی، روش رگولاتورهای خود تنظیم و دیگری روش کنترل تطبیقی مدل-مرجع. البته بعضی از متخصصین در علم کنترل تطبیقی، جدولبندی بهره و کنترل دوگان را نیز از روشهای کنترل تطبیقی

می دانند ولی از آنجا که هنوز اتفاق نظر بین متخصصین در اینکه جدولبندی بهره و کنترل دوگان آیا در زمره روشهای کنترل تطبیقی لحاظ می شود با خیر، وجود ندارد، ما در اینجا تمرکز اصلی خود را بر رگولاتورهای خود تنظیم و کنترل تطبیقی مدل- مرجع می نهیم و به ذکر خلاصه ای از جدولبندی بهره اکتفا می کنیم.

### ۵-۵- جدولبندی بهره

در بسیاری از حالات، چگونگی تغییرات دینامیک فرایند با تغییر شرایط کار، معلوم است. یکی از عوامل تغییر دهنده دینامیک، غیر خطی بودنهای معلوم در سیستم است. بنابراین، امکان تغییر پارامترهای کنترلگر با مشاهده شرایط کار وجود دارد. این ایده، جدولبندی بهره نامیده می شود، زیرا این روش در اصل فقط بر اساس همراهی با تغییرات بهره فرایند کار می کند. مفهوم جدولبندی بهره با توسعه سیستمهای کنترل پرواز ارتباط تنگاتنگی دارد و خاستگاه اصلی جدولبندی بهره، سیستمهای کنترل پرواز<sup>۲۱</sup> و حالات خاص همانند طراحی اتوپیلوت برای هواپیماهای با عملکرد بالا است. در این نوع کنترل، پارامترهای کنترلگر به عنوان توابعی از متغیرهای جدولبندی بهره نمایش داده می شود. نمونه . در نهایت ای از این متغیرها عبارت است از: فشار دینامیکی<sup>۲۲</sup>، عدد ماخ<sup>۲۳</sup>، ارتفاع<sup>۲۴</sup> و زاویه حمله<sup>۲۵</sup>. کنترلگر جدولبندی بهره در سیستم غیر خطی پیاده می شود.

---

<sup>21</sup> flight control system

<sup>22</sup> Dynamic pressure

<sup>23</sup> Mach number

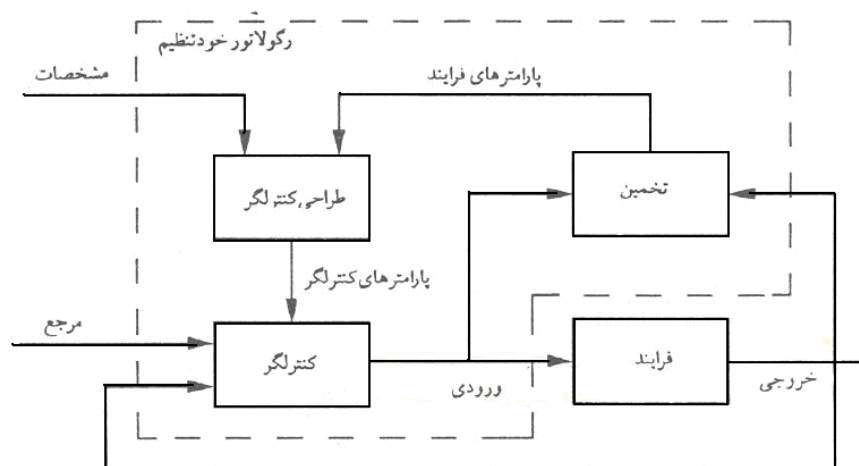
<sup>24</sup> Altitude

<sup>25</sup> Angle of attack

## ۵-۶- رگولاتورهای خود تنظیم

توسعه سیستمهای کنترل، کارهای زیادی مانند مدلسازی، طراحی قانون کنترل، پیاده سازی و تعیین اعتبار را در بر دارد. رگولاتورهای خود تنظیم سعی بر خود کار کردن تعدادی از این کارها دارد. این موضوع در شکل (۵-۱) توضیح داده شده است که نمودار بلوکی یک فرایند را همراه با یک رگولاتور خود تنظیم نشان می دهد. فرض می شود که ساختار مدل فرایند مشخص است. پارامترهای مدل بطور بیدرنگ تخمین زده می شوند، و بلوک دارای بر چسب «تخمین» در شکل (۵-۱) تخمینی از پارامترهای فرایند را می دهد. این بلوک تخمینگری بازگشتی از نوعی است که در فصل پیش توضیح داده شد. بلوک دارای بر چسب «طراحی کنترلر» شامل محاسباتی است که برای طراحی کنترلر با روشی مشخص و تعدادی پارامترهای طراحی لازم است.

نام «رگولاتور خود تنظیم» از یکی از مقالات قدیمی گرفته شده است. دلیل استفاده از کنترلر تطبیقی، تغییرات پیوسته فرایند با محیط اطراف آن است. تحلیل چنین سیستمهایی مشکل است. برای ساده کردن مسئله می توان فرض کرد که فرایند دارای پارامترهای ثابت اما مجهول است. عنوان خود تنظیم بیان این ویژگی است که: پارامترهای کنترلر به کنترلگری همگرا می شود که در حالت معلوم بودن فرایند طراحی شده باشد.



شکل ۵-۱- نمودار بلوکی یک رگولاتور خود تنظیم

کنترلگر نشان داده شده در شکل (۱-۵) یک ساختار بسیار توانمند است. انتخاب ساختار مدل و پارامتریزه کردن آن برای رگولاتورهای خود تنظیم، مسائل مهمی هستند. یک روش سر راست، تخمین پارامترهای تابع انتقال فرایند است. این کار یک الگوریتم تطبیقی غیر مستقیم را سبب می شود که در آن پارامترهای کنترلگر مستقیماً بهنگام نشده، بلکه بطور غیر مستقیم و از طریق تخمین مدل فرایند بهنگام می شود.

هدف این بخش ارائه ایده های اصلی و توضیح برخی از خواص رگولاتورهای خود تنظیم است.

#### ۵-۶-۱- طراحی جایابی قطب

در این قسمت روشی ساده برای طراحی کنترل را ارائه می کنیم. ایده این روش تعیین کنترلگری است که قطبهای حلقه-بسته مطلوب را نتیجه دهد. بعلاوه لازم است که سیستم، سیگنالهای فرمان را به طریق مشخصی تعقیب کند. این موضوع روش ساده ای است که اگر بدرستی پیاده شود، کنترلگر های عملی مفید و همچنین درک خوبی از کنترل تطبیقی به دست می دهد.

ما اغلب با سیستمهای زمان-گسسته سرو کار داریم، از آنجا که روش طراحی، کاملاً جبری است، می توان سیستمهای زمان-پیوسته را با نوشتن معادله زیر در بر گرفت:

$$Ay(t) = B(u(t) + v(t)) \quad (1-5)$$

چند جمله ایهای بر حسب  $B$  و  $A$  اغتشاش است،  $v$  ورودی فرایند، و  $u$  خروجی،  $y$  که در آن

نسبت به هم اول  $B$  و  $A$  است. فرض می شود که  $q$  یا عملگر انتقال پیشرو  $p = \frac{d}{dt}$  عملگر دیفرانسیل

$A$  هستند که این بدان معناست که نمی توانند عامل مشترک داشته باشند. بعلاوه فرض می کنیم که برابر واحد است.  $A$  تکین<sup>۲۶</sup> است، یعنی ضریب بزرگترین توان

شکل عمومی کنترلگرهای خطی به صورت زیر است:

$$Ru(t) = Tu_c(t) - Sy(t) \quad (۲-۵)$$

چند جمله ای هستند. این قانون کنترل، بیانگر پسخوری منفی با عملگر  $T, S, R$  که در آن

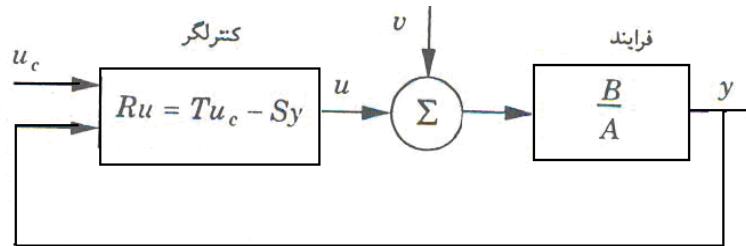
است.  $\frac{T}{R}$  و پسخوردی با عملگر تبدیل  $-\frac{S}{R}$  تبدیل

بین معادلات (۵- $u$  نمودار بلوکی سیستم حلقه-بسته در شکل ۲-۵ نشان داده شده است. با حذف

، معادلات زیر برای سیستم حلقه بسته بدست می آید: (۱) و (۲-۵)

$$y(t) = \frac{BT}{AR + BS} u_c(t) + \frac{BR}{AR + BS} v(t) \quad (۳-۵)$$

$$u(t) = \frac{AT}{AR + BS} u_c(t) - \frac{BS}{AR + BS} v(t)$$



شکل ۲-۵- یک کنترلگر عمومی با دو درجه آزادی

بنابراین چند جمله ای مشخصه حلقه-بسته به صورت زیر است:

<sup>۲۶</sup> monic

$$AR + BS = A_c \quad (۴-۵)$$

است،  $A_c$  ایده کلیدی روش طراحی، مشخص کردن چند جمله ای مشخصه حلقه-بسته مطلوب را می توان از معادله (۴-۵) حل کرد. معادله (۴-۵) که نقش اساسی در  $S$  و  $R$  آنگاه چند جمله ایهای نامیده می شود. این معادله، اتحاد بزو<sup>۲۸</sup> یا معادله آریاهاتا<sup>۲۹</sup> نیز<sup>۲۷</sup> جبر بازی می کند، معادله دیوفانتین معادله دارای جواب عامل مشترک نداشته باشند این  $B$  و  $A$  خوانده می شود، که اگر چند جمله ایهای است.

#### ۵-۶-۲- تعقیب مدل

در  $T$  را تعیین می کند. برای اینکه چند جمله ای  $S$  و  $R$  معادله دیوفانتین تنها چند جمله ایهای کنترلگر (۲-۵) نیز تعیین شود باید شرایط دیگری معرفی گردد. برای این کار لازم است که پاسخ به خروجی توسط معادلات دینامیکی زیر توصیف شود:  $u_c$  سیگنال فرمان

$$A_m y_m(t) = B_m u_c(t) \quad (۵-۵)$$

بنابراین از معادلات (۳-۵) نتیجه می شود که شرایط زیر باید برقرار باشد:

$$\frac{BT}{AR + BS} = \frac{BT}{A_c} = \frac{B_m}{A_m} \quad (۶-۵)$$

<sup>27</sup> Diophantine equation

<sup>28</sup> Bezout Identity

<sup>29</sup> Aryabhata Equation

حال پیامدهای شرط تعقیب مدل بررسی می گردد. معادله (۶-۵) نتیجه می دهد که عاملهای را به صورت ذیل تجزیه می کنیم:  $B$  حذف می شوند. چند جمله ای  $A_c$  و  $BT$  مشترک

$$B = B^+ B^- \quad (۷-۵)$$

چند جمله ای تکینی است که صفرهای آن پایدار بوده و چنان بخوبی میرا می شوند که  $B^+$  که با عوامل ناپایدار یا عواملی که میرایی ضعیفی داشته و قابل  $B^-$  می توانند توسط کنترلگر حذف گردند و باشد. پس:  $B_m$  باید عواملی از  $B^-$  حذف نیستند متناظر است. بنابراین نتیجه می شود که

$$B_m = B^- B'_m \quad (۸-۵)$$

باشد. بنابراین چند جمله ای مشخصه حلقه-بسته  $A_c$  حذف می شود باید عواملی از  $B^+$  از آنجا که به شکل زیر است:

$$A_c = A_0 A_m B^+ \quad (۹-۵)$$

نیز می باشد،  $R$  است، از معادله دیوفانتین نتیجه می شود که عاملی از  $A_c$  و  $B$  عاملی از  $B^+$  چون پس:

$$R = R' B^+ \quad (۱۰-۵)$$

و معادله دیوفانتین به معادله زیر تبدیل می گردد:

$$AR' + B^- S = A_0 A_m = A'_c$$

(۶-۵) خواهیم داشت (۹-۵) در معادله با قرار دادن معادلات (۷-۵)، (۸-۵) و

$$T = A_0 B'_m$$

بنابراین تمام چند جمله ایها در معادله کنترلگر محاسبه شد و می تواند مورد استفاده قرار گیرد.

### رگولاتورهای خود تنظیم غیر مستقیم: ۵-۶-۳-

روشهای تخمین پارامترهای مدل معادله (۵-۱) در فصل چهارم ارائه شد. اینک به منظور دستیابی ترکیب خواهد شد. برای ۵-۵-۱ به یک رگولاتور خود تنظیم ساده این روشها با روش طراحی قسمت در معادله (۵-۱) صفر است. ۷ سادگی فرض می کنیم که اغتشاش

### ۵-۶-۳-۱- تخمین:

می توان از روشهای متعدد تخمین بازگشتی برای تخمین ضرایب چند جمله ای های استفاده کرد. برای این کار از معادلات تخمین حداقل مربعات بازگشتی بهره برده می شود. مدل  $A$  و  $B$  فرایند (۵-۱) را می توان به طور صریح به شکل زیر نوشت:

$$y(t) = -a_1 y(t-1) - \dots - a_n y(t-n) + b_0 u(t-d_0) + \dots + b_m u(t-d_0-m)$$

مدل نسبت به پارامترها خطی و به صورت زیر قابل بیان است

$$y(t) = \varphi^T(t-1)\theta$$

که در آن

$$\theta^T = [a_1 \quad a_2 \quad \dots \quad a_n \quad b_0 \quad \dots \quad b_m]$$

$$\varphi^T(t-1) = [-y(t-1) \quad \dots \quad -y(t-n) \quad u(t-d_0) \quad \dots \quad u(t-d_0-m)]$$

لذا تخمینگر حداقل مربعات با ضریب فراموش نمائی به صورت زیر بدست می آید



$$\hat{\theta}(t) = \hat{\theta}(t-1) + k(t)\varepsilon(t) \quad (11-5)$$

$$\varepsilon(t) = y(t) - \varphi^T(t-1)\hat{\theta}(t-1)$$

$$k(t) = p(t-1)\varphi(t-1)(\lambda + \varphi^T(t-1)p(t-1)\varphi(t-1))^{-1}$$

$$p(t) = (I - k(t)\varphi^T(t-1))p(t-1) / \lambda$$

### ۵-۶-۳-۲- خود تنظیم گر غیر مستقیم:

(۱۱-۵) با روش جایابی قطب برای ( معادله  $RLS$  با ترکیب تخمینگر حداقل مربعات بازگشتی )

طراحی کنترلر داده شده در بخش ۵-۵-۲ رگولاتور خود تنظیم زیر بدست می آید:

و روش جایابی قطب:  $RLS$  الگوریتم رگولاتور خود تنظیم غیر مستقیم با استفاده از

- گام ۱: ضرایب چند جمله ای های  $A$  و  $B$  در معادله (۱-۵) را با استفاده از روش حداقل

مربعات بازگشتی ( $RLS$ ) معادلات (۱۱-۵) تخمین بزنید

- گام ۲: روش جایابی قطب را اعمال کنید تا چند جمله ای های  $R$ ،  $S$  و  $T$  قانون کنترل

بدست آید

- گام ۳: متغیر کنترل را با استفاده از معادله (۲-۵) به صورت زیر محاسبه کنید:

$$Ru(t) = Tu_c(t) - Sy(t)$$

- گام ۴: گامهای ۱، ۲ و ۳ را در هر زمان نمونه برداری تکرار کنید.

### ۵-۶-۳- شبیه سازی خود تنظیم گر غیر مستقیم با حذف صفر فرایند:

سیستم زیر را در نظر بگیرید:

$$H(q) = \frac{B(q)}{A(q)} = \frac{b_0q + b_1}{q^2 + a_1q + a_2} = \frac{0.1005q + 0.0902}{q^2 - 1.6065q + 0.6065} \quad (12-5)$$

است. فرض 0.61 و 1 و قطبی در 0.84- سیستم با داده های نمونه برداری شده دارای صفری در

کنید که سیستم حلقه-بسته مطلوب به صورت زیر باشد:

$$\frac{B_m(q)}{A_m(q)} = \frac{b_{mo}q}{q^2 + a_{m1}q + a_{m2}} = \frac{0.1761q}{q^2 - 1.3205q + 0.4966} \quad (5-13)$$

پارامترهای مدل:

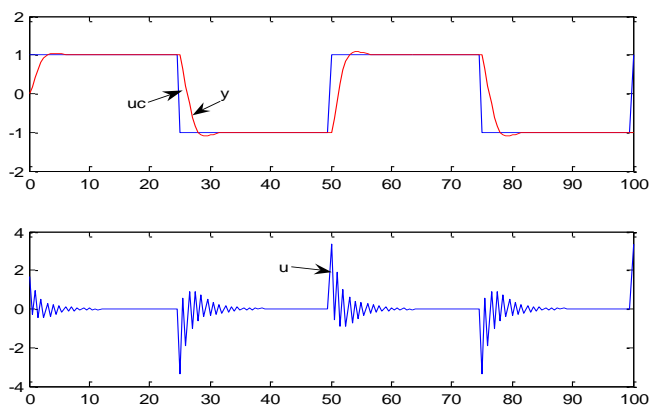
$$y(t) + a_1y(t-1) + a_2y(t-2) = b_0u(t-1) + b_1u(t-2)$$

است، به کمک الگوریتم حداقل مربعات بازگشتی تخمین (5-12) که دارای همان ساختار معادله برای رگولاتور خود تنظیم مورد استفاده قرار می گیرد. با انجام محاسبات این الگوریتم زده می شوند. جایابی قطب، قانون کنترل زیر نتیجه می شود:

$$u(t) + r_1u(t-1) = t_0u_c(t) - s_0y(t) - s_1y(t-1)$$

شکل (5-3) خروجی فرایند و سیگنال کنترل در شبیه سازی فرایند را همراه با خود تنظیم گر،

برای زمانی که سیگنال فرمان یک موج مربعی باشد، نشان می هد:

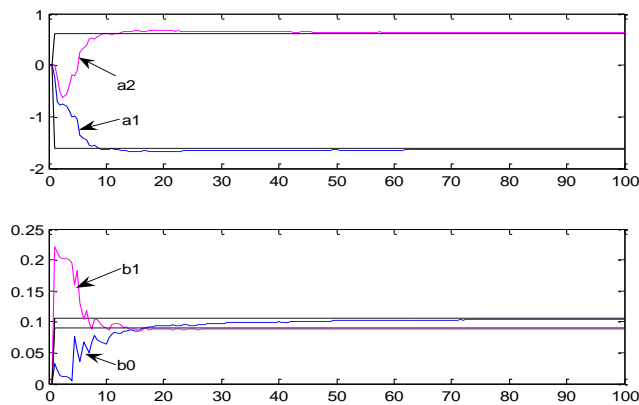


شکل ۵-۳- خروجی فرایند و سیگنال کنترل

خروجی پس از یک حالت گذرای اولیه به خروجی مدل همگرا می شود. سیگنال کنترل دارای

رخ می دهد.  $z = \frac{-b}{b_0} = -0.84$  نوسانهای شدید است. این امر به دلیل حذف صفر فرایند در

تخمین پارامتر در شکل (۴-۵) نشان داده شده است.



شکل ۴-۵- تخمین پارامتر

به مقادیر صحیح نزدیک می شود.  $t = 5$  توجه کنید که تخمینها به سرعت همگرا و در زمان

سیستم فوق صرف نظر از نوسانهای حلقه ای سیگنال کنترل بسیار خوب رفتار می کند. این

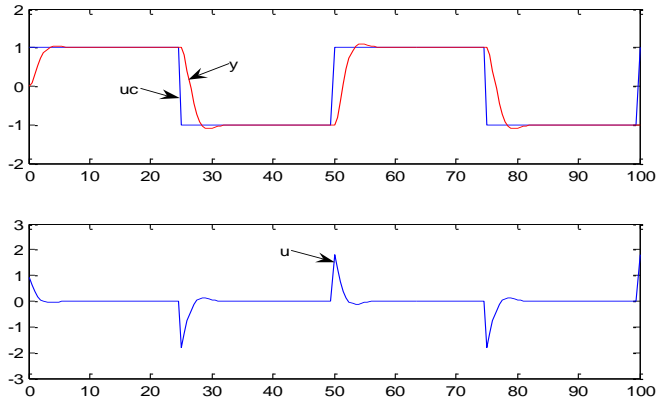
نوسانها با استفاده از یک روش طراحی، که در آن صفر فرایند حذف نمی شود قابل اجتناب است.

۵-۳-۶-۴ شبیه سازی خود تنظیم گر غیر مستقیم بدون حذف صفر فرایند:

همان فرایند شبیه سازی قبل را در نظر بگیرید، اما از روشی در طراحی قطب استفاده می کنیم که

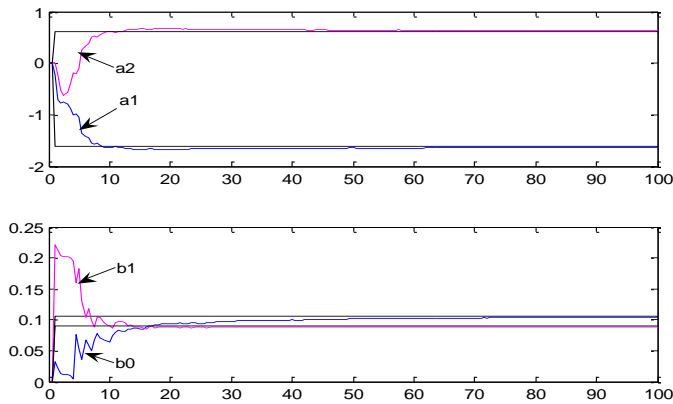
هیچ صفری حذف نشود.

شکل (۵-۵) نتایج شبیه سازی را نشان می دهد.



شکل ۵-۵- خروجی فرایند و سیگنال کنترل

توجه کنید که رفتار خروجی فرایند کاملاً به شکل (۵-۳) شبیه است، اما هیچ نوسان حلقه ای در سیگنال کنترل دیده نمی شود. تخمینهای پارامتر در شکل (۵-۶) نشان داده شده است.



شکل ۵-۶- تخمین پارامتر

از مقایسه شکل‌های (۵-۶) و (۵-۴) دیده می شود در حالی که هیچ صفری حذف نمی شود زمان بسیار بیشتری برای همگرایی تخمینها لازم است. دلیل این امر آن است که تحریک به خوبی زمانی که نوسانهای حلقه ای در سیگنال کنترل وجود دارد نیست.

## ۵-۷ رگولاتورهای خود تنظیم مستقیم:

ممکن است محاسبات طراحی در خود تنظیم گرهای غیر مستقیم زمان گیر بوده و موجب تضعیف شرایط برای برخی از مقادیر پارامتر شود. این امکان وجود دارد که بتوان الگوریتمهای دیگری بدست آورد که در آنها محاسبات طراحی، ساده و یا حتی حذف شده باشد. ایده کار، استفاده از معادلات طراحی برای دوباره پارامتریزه کردن بر حسب پارامترهای کنترلگر است.

در نظر بگیرید:  $v = 0$  فرایند توصیف شده با معادله (۵-۱) را همراه با

$$Ay(t) = Bu(t)$$

و فرض کنید پاسخ مطلوب به کمک معادله (۵-۵) داده شده است:

$$A_m y_m(t) = B_m u_c(t)$$

حال مدل فرایند بر حسب پارامترهای کنترلگر مجدداً پارامتریزه می شود. برای انجام این کار معادله دیوفانتین، یعنی

$$A_0 A_m = AR' + B^- S$$

اعمال کنید، از این کار نتیجه می  $y(t)$  را به عنوان یک اتحاد اپراتوری در نظر بگیرید و آن را بر شود:

$$A_0 A_m y(t) = R' A y(t) + B^- S y(t) = R' B u(t) + B^- S y(t)$$

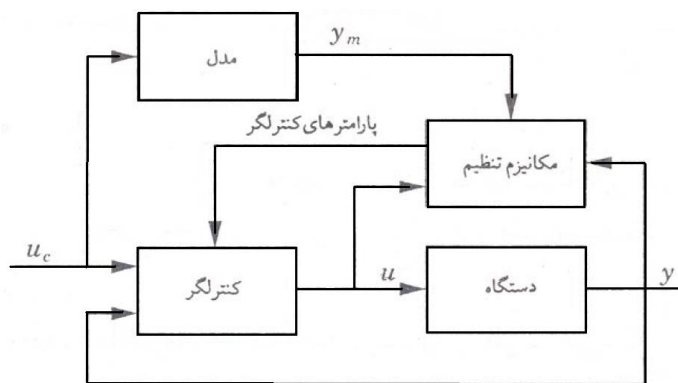
از معادله (۵-۱۰) نتیجه می شود که:

$$A_0 A_m y(t) = B^- (R u(t) + S y(t)) \quad (۵-۱۴)$$

توجه کنید که این معادله را می توان یک مدل فرایند در نظر گرفت که بر حسب ضرایب چند تخمین زده شود، پارامتریزه شده است. اگر پارامترهای مدل معادله (۵-۱۴)  $S$  و  $R$ ، جمله ایهای قانون کنترل به طور مستقیم و بدون محاسبات طراحی بدست می آید.

## ۵-۸- کنترل تطبیقی مدل-مرجع:

سیستم کنترل تطبیقی مدل-مرجع یکی از کنترلگرهای تطبیقی مهم است. این سیستم را می توان بصورت یک سیستم سرو تطبیقی در نظر گرفت، که در آن عملکرد مطلوب بر حسب مدل مرجعی که به سیگنال فرمان پاسخ مطلوب می دهد بیان شده است. این کار روشی مناسب برای ارائه مشخصات یک مسئله سرو است. به طور کلی، یک سیستم کنترل تطبیقی مدل-مرجع را می توان به صورت طرحوار بوسیله شکل ۵-۷ نمایش داد. این سیستم از چهار قسمت تشکیل شده است: دستگاه، شامل پارامترهای نامعلوم است، یک مدل مرجع برای مشخص کردن خروجی دلخواه سیستم کنترل، یک قانون کنترل پسخوردی که قابلیت تنظیم پارامترها را داشته باشد، و یک مکانیزم تنظیم (تطبیق) برای به روز کردن پارامترهای قابل تنظیم. به زبان ساده تر، سیستم دارای یک پسخورد معمولی است، که از فرایند و کنترلگر تشکیل شده و یک حلقه پسخورد دیگر که پارامترهای کنترلگر را تغییر دهد. پارامترها بر اساس پسخورد خطا، که تفاوت بین خروجی سیستم و خروجی مدل مرجع است، تغییر داده می شوند. حلقه پسخورد معمولی، حلقه درونی و حلقه تنظیم پارامتر، حلقه برونی نامیده می شود.



شکل ۵-۷- نمودار بلوکی سیستم تطبیقی مدل مرجع

البته در سیستم کنترل تطبیقی مدل-مرجع، فرض می شود که دستگاه ساختار معلوم داشته باشد، اگر چه پارامترهای آن نا شناخته اند. در دستگاههای خطی، این بدان معنی است که فرض کنیم تعداد قطبها و صفرهای دستگاه معلوم است، ولی محل این قطبها و صفرها معلوم نیست. در دستگاههای غیر خطی، این فرض منتهی می شود به اینکه ساختار معادلات دینامیکی معلوم ولی بعضی از پارامترها نا معلوم است.

مکانیزم تنظیم پارامترها در سیستم کنترل تطبیقی مدل-مرجع از دو روش قابل حصول است: از روش گرادیان و اعمال نظریه پایداری. سیستم کنترل تطبیقی مدل-مرجع در اصل برای سیستمهای زمان-پیوسته قطعی<sup>۳۰</sup> ارائه شده اند.

### ۳۱ MIT-۸-۱-قاعده

روش اصلی کنترل تطبیقی مدل-مرجع است. نام این قاعده بر اساس این واقعیت است **MIT** قاعده مطرح شده است. **MIT** که این روش اولین بار در آزمایشگاه ابزار دقیق در

، یک سیستم حلقه بسته را در نظر می گیریم که در آن کنترلگر دارای یک **MIT** برای ارائه قاعده مشخص می شود.  $y_m$  است. پاسخ حلقه-بسته مطلوب به کمک مدلی با خروجی  $\theta$  پارامتر قابل تنظیم مدل باشد. یک امکان، تنظیم  $y_m$  سیستم حلقه-بسته و خروجی  $y$  خطای بین خروجی  $e$  فرض کنید پارامتر به گونه ای است که تابع تلف زیر کمینه گردد

$$J(\theta) = \frac{1}{2} e^2 \quad (15-5)$$

<sup>30</sup> deterministic

<sup>31</sup> Massachusetts Institute of Technology

تغییر  $J$ ، منطقی به نظر می رسد که پارامترها در جهت گرادیان منفی  $J$  برای کوچک کردن

دهیم، در نتیجه

$$\frac{d\theta}{dt} = -\lambda e \frac{\partial e}{\partial \theta} \quad (16-5)$$

که مشتق حساسیت نامیده می شود  $\frac{\partial e}{\partial \theta}$  است. مشتق جزئی  $MIT$  رابطه فوق همان قاعده معروف

بیانگر نحوه تأثیر پذیری خطا از پارامترهای قابل تنظیم است. اگر فرض شود که پارامترها بسیار آهسته

، قابل محاسبه  $\theta$  تحت شرایط بودن  $\frac{\partial e}{\partial \theta}$  تر از سایر متغیرهای سیستم تغییر می کنند، مشتقات

هستند.

#### ۵-۸-۱-۱- تنظیم پارامترهای زیاد:

$\theta$  معادله (۱۶-۵) برای تنظیم تعداد زیادی پارامتر نیز قابل استفاده است. در چنین مواردی متغیر

به عنوان گرادیان خطا نسبت به پارامترها محاسبه  $\frac{\partial e}{\partial \theta}$  باید به صورت یک بردار، در نظر گرفته شود و

شود.

#### برای یک سیستم مرتبه اول: MRAC مثال: روش

سیستمی را در نظر بگیرید که با مدل زیر مشخص شود:

$$\frac{dy}{dt} = -ay + bu \quad (17-5)$$

خروجی اندازه گیری شده است. فرض کنید می خواهیم سیستم  $y$  متغیر کنترل و  $u$  که در آن

حلقه-بسته مطلوب با این معادله مشخص شود:



$$\frac{dy_m}{dt} = -a_m y_m + b_m u_c$$

ضمناً فرض کنید کنترلگر به صورت زیر باشد:

$$u(t) = \theta_1 u_c(t) - \theta_2 y(t) \quad (18-5)$$

کنترلگر دارای دو پارامتر است. اگر این پارامترها به صورت زیر انتخاب شوند:

$$\theta_1 = \theta_1^0 = \frac{b_m}{b} \quad (19-5)$$

$$\theta_2 = \theta_2^0 = \frac{a_m - a}{b}$$

رابطه ورودی-خروجی سیستم و مدل مانند یکدیگر خواهد بود. این موضوع تعقیب-مدل کامل

نامیده می شود.

، خطای زیر را در نظر بگیرید: **MIT** برای اعمال قاعده

$$e = y - y_m$$

بیانگر سیستم حلقه-بسته است. از معادلات (17-5) و (18-5) خواهیم داشت:  $y$  که

$$y = \frac{b\theta_1}{p+a+b\theta_2} u_c$$

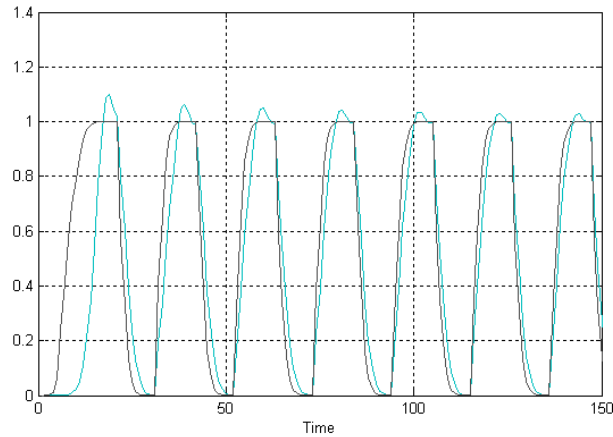
اپراتور دیفرانسیل است. با گرفتن مشتقات جزئی نسبت به پارامترهای  $p$  در این معادلات

( مشتقات حساسیت بدست می آید:  $\theta_1$  و  $\theta_2$  گنترلگر )

$$\frac{\partial e}{\partial \theta_1} = \frac{b}{p+a+b\theta_2} u_c$$

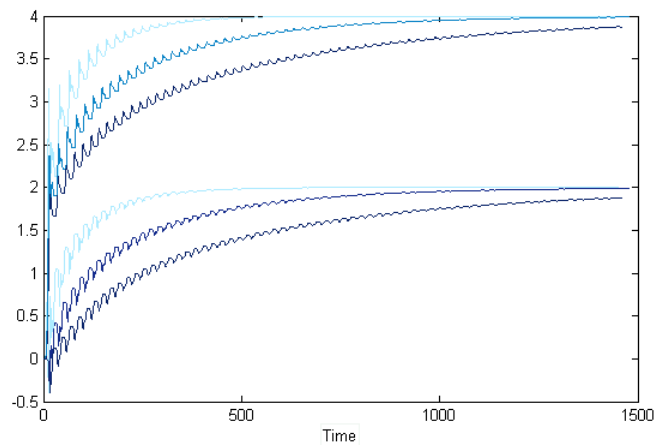
$$\frac{\partial e}{\partial \theta_2} = \frac{-b}{p+a+b\theta_2} y$$





شکل ۹-۵- نتایج شبیه سازی

و  $b = 0.5$  و  $a = 1$  حال رفتار این سیستم را با شبیه سازی خواهیم دید. پارامترها به صورت است.  $\gamma = 1$  انتخاب می شوند. سیگنال ورودی یک موج مربعی با دامنه واحد و  $a_m = b_m = 2$  شکل (۹،۵) نتایج شبیه سازی را نشان می دهد. شکل (۱۰-۵) تخمین پارامترها را برای مقادیر نشان می دهد. همانطور که در شکل (۱۰-۵) مشاهده می شود، نرخ همگرایی با  $\gamma$  مختلف بهره تطبیق افزایش می یابد.  $\gamma$  افزایش



شکل ۱۰-۵- پارامترهای کنترلگر

برای بهره های تطبیق کوچک، مطابق MIT آزمایشها نشان می دهد که سیستمهای حاصل از قاعده انتظار عمل می کند. برای بهره های تطبیق بالا ممکن است رفتار بسیار پیچیده ای حاصل شود. در جهت توسعه درکمان از سیستمهای تطبیقی، نگاهی گذرا به مسأله پایداری و نظریه لیاپانوف خواهیم داشت.

### ۵-۸-۱-۲- نظریه پایداری:

، سیستم حلقه-بسته پایداری MIT تضمینی وجود ندارد که یک کنترلگر تطبیقی بر اساس قاعده نتیجه دهد. واضح است که مایلیم بدانیم آیا روشهای دیگری برای طراحی کنترلگر های تطبیقی وجود دارد که پایداری سیستم را تضمین کند یا خیر. بعنوان گام اول در این جهت نظریه پایداری لیاپانوف را به طور اجمالی بررسی می کنیم.

### نظریه لیاپانوف:

سهم اساسی نظریه پایداری سیستمهای غیر خطی از آن ریاضیدان روسی به نام لیاپانوف (در اواخر قرن نوزدهم) است. لیاپانوف معادله دیفرانسیل غیر خطی زیر را مورد بررسی قرار داد:

$$\dot{x} = f(x) \quad f(0) = 0 \quad (۵-۲۱)$$

است. برای تضمین اینکه یک جواب  $X(t) = 0$  است، معادله دارای جواب  $f(0) = 0$  از آنجا که در  $f(X)$  فرض شود. یک فرض کافی آن است که  $f(x)$  وجود دارد و یکتاست لازم است نکاتی درباره همسایگی مبدأ لپ شیتز محلی<sup>۳۲</sup> باشد. یعنی داشته باشیم:

$$\|f(X) - f(y)\| \leq L \|X - y\| \quad L > 0$$

لیاپانوف علاقه مند بود بداند آیا پاسخ معادله (۵-۲۱) نسبت به آشفتگیها پایدار است یا خیر.

<sup>32</sup> **Locally Lipschitz**

لیاپانوف روشی را برای بررسی پایداری بر اساس پیدا کردن تابعی با ویژگیهای خاص ارائه کرد. برای توضیح این مطلب، ابتدا مفهوم توابع معین مثبت را معرفی می کنیم.

### تعریف ۵-۱: توابع معین مثبت و نیمه معین مثبت

( که شامل مبدأ است) معین مثبت  $U \subset R^n$  در ناحیه  $V: R^n \rightarrow R$  تابع پیوسته مشتق پذیر

نامیده می شود اگر داشته باشیم:

$$V(0) = 0;$$

$$V(X) > 0 \text{ و } X \in U, \forall X \neq 0$$

جایگزین شود، تابع نیمه معین مثبت نامیده می شود.  $V(X) \geq 0$  اگر شرط ۲ با

یک تابع معین مثبت دارای منحنیهای سطحی است که مبدأ را در بر می گیرد. منحنیهایی که مربوط به مقادیر بزرگتر تابع است منحنیهایی را که به مقادیر کوچکتر تابع مربوط می شود را در بر می همواره به سمت داخل منحنیهای  $\frac{dX}{dt} = f(X)$  گیرد. اگر بتوان تابعی یافت که بردار سرعت آن، سطح اشاره کند، آنگاه بطور حسی واضح بنظر می رسد که پاسخی که از داخل یک منحنی سطح شروع شود به هیچ وجه نمی تواند به خارج از همان منحنی سطح عبور کند. حال قضیه ذیل مطرح می شود.

### قضیه ۵-۱: قضیه پایداری لیاپانوف - سیستم های مستقل از زمان:

معین مثبت بوده، مشتق آن بر اساس معادله (۵-۲۱) بصورت زیر  $V: R^n \rightarrow R$  اگر تابع

$$\frac{dV}{dt} = \frac{\partial V^T}{\partial X} \frac{dX}{dt} = \frac{\partial V^T}{\partial X} f(X) = -W \quad (22-5)$$

معین  $\frac{dV}{dt}$  به معادله (21-5) پایدار است. اگر  $X(t) = 0$  نیمه معین منفی باشد، آنگاه پاسخ

(21-5)، معادله برای سیستم  $V$  منفی باشد، آنگاه این پاسخ پایدار مجانبی نیز خواهد بود. تابع

لیاپانوف نامیده می شود؛ بعلاوه اگر:

$$\frac{dV}{dt} < 0$$

$$\lim_{\|x\| \rightarrow \infty} V(x) = \infty$$

آنگاه پاسخ، پایداری مجانبی فراگیر است.

### نظریه لیاپانوف برای سیستم های متغیر با زمان:

معادله دیفرانسیل متغیر با زمان از نوع زیر را در نظر بگیرید:

$$\frac{dX}{dt} = f(X, t) \quad (23-5)$$

باشد، مبدأ یک نقطه تعادل برای معادله  $f(0, t) = 0$  ،  $t \geq 0$  اگر برای تمام مقادیر

، جواب وجود دارد. برای  $t \geq 0$  بگونه ای است که برای تمام مقادیر  $f$  (23) خواهد بود. فرض می شود

در مجاورت  $X$  به طور قطعه ای پیوسته و نسبت به  $t$  روی  $f$  تضمین این مطلب فرض می شود که

را بررسی می کنیم.  $X(t) = 0$  لپ شیتز محلی باشد. حال پایداری پاسخ  $X(t) = 0$

**k**: تعریف 2-5 تابع کلاس :

گفته می شود اگر اکیداً افزایشی بوده و  $K$  متعلق به کلاس  $[0, \infty) \rightarrow [0, a)$ : تابع پیوسته

باشد.  $a(0) = 0$

**قضیه ۵-۲ قضیه پایداری لیاپانوف: سیستمهای متغیر با زمان:**

باشد.  $D = \{X \in R^n \mid \|X\| < r\}$  یک نقطه تعادل معادله (۵-۲۳) و  $X = 0$  فرض کنید

بصورت زیر باشد  $t \geq 0$  تابعی پیوسته، مشتق پذیر و برای تمام مقادیر  $V$  ضمناً فرض کنید که

$$a_1(\|X\|) \leq V(X, t) \leq a_2(\|X\|) \quad (۵-۲۴)$$

$$\frac{dV}{dt} = \frac{\partial V}{\partial t} + \frac{\partial V}{\partial t} f(X, t) \leq -a_3(\|X\|)$$

هستند.  $K$  توابع کلاس  $a_1, a_2$  و  $a_3$  که

پایدار مجانبی یکنواخت است.  $X = 0$  در این صورت

$\frac{dV}{dt}$  هنگام استفاده از نظریه لیاپانوف در مسائل کنترل تطبیقی اغلب به این مسأله می رسیم که

تنها نیم معین منفی است. در نتیجه لازم است یک سری شروط اضافی نیز بر سیستم اعمال شود. لم

زیر نتیجه مفیدی می دهد.

**لم ۵-۱ لم باربالات:**

به  $f$  میل کند، یک حد متناهی داشته باشد و اگر  $t \rightarrow \infty$ ، هنگامی که  $f(t)$  اگر تابع مشتق پذیر

میل می کند.  $f(t) \rightarrow 0$  میل کند،  $t \rightarrow \infty$  صورت یکنواخت پیوسته باشد، آنگاه هنگامی که

**استفاده از لم باربالات در تحلیل پایداری:**

برای بکار بردی لم باربالات در تحلیل سیستمهای دینامیکی، به طور معمول از قضیه فرعی زیر استفاده می شود.

شرایط زیر را برآورده کند  $V(X,t)$  لم ۵-۲ (شبه لیاپانوف): اگر تابع اسکالر

- $V(X,t)$  از پایین کراندار باشد؛

- $\dot{V}(X,t)$  نیم معین منفی باشد؛

- $\dot{V}(X,t)$  بر حسب زمان به صورت یکنواخت پیوسته باشد.

میل می کند.  $\dot{V}(X,t) \rightarrow 0$  میل کند  $t \rightarrow \infty$  آنگاه هنگامی که

$V_\infty \leq V(X(0),0)$  نزدیک می شود، به گونه ای که  $V_\infty$  به یک حد متناهی  $V$  در واقع، آنگاه

باشد. آنگاه لم فوق از لم باربالات نتیجه می شود.

### با استفاده از نظریه لیاپانوف: MRAC-۵-۸-۲- طراحی

حال نشان می دهیم که چگونه نظریه پایداری لیاپانوف برای ساختن الگوریتم هایی برای تنظیم پارامترها در سیستمهای تطبیقی قابل استفاده است. برای این کار ابتدا یک معادله دیفرانسیل برای به دست می آوریم. این معادله دیفرانسیل شامل پارامترهای قابل تنظیم است.  $e = y - y_m$  خطای سپس سعی می کنیم یک تابع لیاپانوف و یک مکانیزم تنظیم به گونه ای پیدا کنیم که خطا به سمت  $\frac{dV}{dt}$  صفر میل کند. هنگام استفاده از نظریه لیاپانوف در سیستمهای تطبیقی در می یابیم که معمولاً فقط نیمه معین منفی است. روند کار، تعیین معادله خطا و یک تابع لیاپانوف با مشتق دوم کراندار است.



### مرتبه اول بر اساس نظریه پایداری: MRAC مثال

مسأله مثال قبل را در نظر بگیرید. پاسخ مطلوب به صورت زیر است:

$$\frac{dy_m}{dt} = -a_m y_m + b_m u_c$$

و سیگنال مرجع، کراندار است. فرایند با معادله زیر توصیف می شود  $a_m > 0$  که

$$\frac{dy}{dt} = -ay + bu$$

کنترلگر نیز بصورت ذیل است:

$$u(t) = \theta_1 u_c(t) - \theta_2 y(t)$$

خطای زیر را در نظر بگیرید:

$$e = y - y_m$$

از آنجا که سعی بر کوچک کردن خطا داریم، طبیعی است که معادله دیفرانسیلی برای خطا به

دست آوریم، داریم:

$$\frac{de}{dt} = -a_m e - (b\theta_2 + a - a_m)y + (b\theta_1 - b_m)u_c$$

توجه کنید که اگر پارامترها با مقادیر داده شده در معادلات (۵-۱۹) برابر باشد، خطا به سمت صفر

را به مقادیر مطلوب  $\theta_1$  و  $\theta_2$  می رود. حال سعی خواهیم کرد مکانیزم تطبیقی بیابیم که پارامترهای

باشد و تابع درجه دوم زیر را تعریف می کنیم:  $b\gamma > 0$  برساند. برای این منظور فرض کنید

$$V(e, \theta_1, \theta_2) = \frac{1}{2} \left( e^2 + \frac{1}{b\gamma} (b\theta_2 + a - a_m)^2 + \frac{1}{b\gamma} (b\theta_1 - b_m)^2 \right)$$

صفر و پارامترهای کنترلگر با مقادیر صحیح برابر باشد، آنگاه این تابع صفر است. برای  $e$  وقتی که منفی باشد. مشتق این تابع به صورت  $\frac{dV}{dt}$  این که این تابع بتواند یک تابع لیاپانوف باشد، باید مشتق زیر است:

$$\begin{aligned}\frac{dV}{dt} &= e \frac{de}{dt} + \frac{1}{\gamma} (b\theta_2 + a - a_m) \frac{d\theta_2}{dt} + \frac{1}{\gamma} (b\theta_1 - b_m) \frac{d\theta_1}{dt} \\ &= -a_m e^2 + \frac{1}{\gamma} (b\theta_2 + a - a_m) \left( \frac{d\theta_2}{dt} - \gamma e \right) + \frac{1}{\gamma} (b\theta_1 - b_m) \left( \frac{d\theta_1}{dt} - \gamma_c e \right)\end{aligned}$$

اگر پارامترها بصورت زیر بهنگام شوند

$$\begin{aligned}\frac{d\theta_1}{dt} &= -\gamma_c e & (25-5) \\ \frac{d\theta_2}{dt} &= -\gamma e\end{aligned}$$

خواهیم داشت:

$$\frac{dV}{dt} = -a_m e^2$$

و بنابراین  $V(t) < V(0)$  نسبت به زمان نیمه معین منفی است. در نتیجه  $V$  بنابراین مشتق تابع را به صورت زیر  $V$  نیز کراندار است. مشتق دوم  $y = e + y_m$  باید کراندار باشند. در نتیجه  $\theta_1$  و  $\theta_2$ ، بدست می آوریم:

$$\frac{d^2V}{dt^2} = -2a_m e \frac{de}{dt} = -2a_m e (-a_m e - (b\theta_2 + a - a_m)y + (b\theta_1 - b_m)u_c)$$

به طور  $\frac{dV}{dt}$  نیز کراندار است؛ بنابراین  $\dot{V}$  کراندار هستند، نتیجه می شود که  $y$  و  $e$ ،  $u_c$  چون

به سمت صفر خواهد رفت.  $e$  یکنواخت پیوسته خواهد بود، پس خطای

معادلات (۲۰-۵) است، با این تفاوت که *MIT* قاعده تطبیق معادلات (۲۵-۵)، مشابه قاعده مشتقهای حساسیت به سیگنالهای دیگری جایگزین شده است.

## فصل ششم

# خطی سازی فیدبکی

## تطبیقی

## ۶-۱- مقدمه:

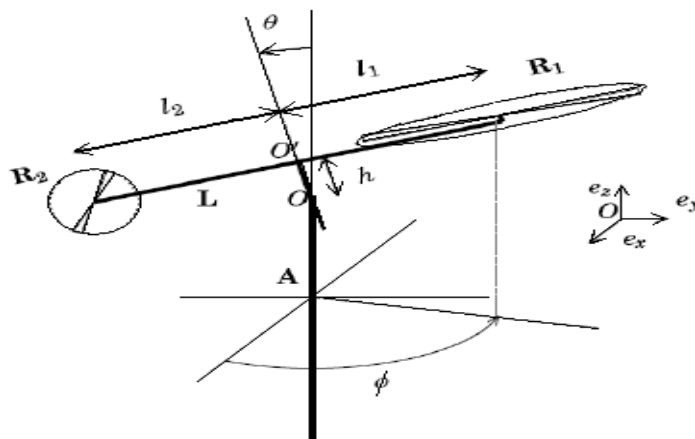
خطی سازی فیدبکی ایده آل برای مواردی که شناخت کاملی از سیستم و پارامترهای آن وجود دارد تعریف شده است. در حالی که با وجود عدم قطعیتها از جمله عدم قطعیت پارامتری دیگر نمی توان از خطی سازی فیدبکی به عنوان یک راهکار ایده آل برای کنترل سیستم های غیر خطی نام برد. خطی سازی فیدبکی تطبیقی برای حذف کردن عدم قطعیت های پارامتری ذاتی سیستم که در حالت خطی سازی فیدبکی ایده آل قابل حذف کردن نبودند، پیشنهاد شده است. الگوریتم تطبیق طوری طراحی شده است که بتوان همزمان از تکنیک خطی سازی فیدبکی و کنترل تطبیقی استفاده کرد. پارامترهای کنترلر در ابتدا نامعلومند، ولی از قانون تطبیق طوری استفاده شده که پارامترهای کنترلر را طوری تنظیم کند که خطای بین خروجی واقعی و خروجی مطلوب به حداقل مقدار ممکن یعنی صفر نزدیک شود.

در این فصل ابتدا مدل هلی کوپتر استفاده شده در شبیه سازی ها معرفی می گردد، سپس برای کنترل هلی کوپتر از خطی سازی فیدبکی استفاده کرده و نشان می دهیم بدون داشتن عدم قطعیت پارامتری این روش به خوبی می تواند مورد استفاده قرار گیرد و خواهیم دید که به وجود عدم قطعیت پارامتری دیگر خطای بین خروجی واقعی و خروجی مطلوب به صفر همگرا نخواهد شد. در قسمت بعد

برای بر طرف کردن این مشکل خطی سازی فیدبکی تطبیقی را روی سیستم هلی کوپتر پیاده سازی کرده و نتایج را هم بوسیله آنالیزی و هم با شبیه سازی خواهیم دید.

## ۲-۶- دینامیک هلی کوپتر:

دینامیکهای هلی کوپتر ETH که در این پایان نامه از آن استفاده شده به روش اوپلر لاگرانژ بدست آمده و از [43] استخراج و در مدل ساده شده نیز از [44] استفاده شده است. شماتیک سیستم هلی کوپتر در شکل (۱-۶) دیده می شود.



شکل ۱-۶- شماتیک سیستم هلی کوپتر

این هلی کوپتر دارای یک محور عمودی (A) می باشد که بر روی آن یک بازوی اهرم (L) (بدنه هلی کوپتر) قرار گرفته است. دوران های هلی کوپتر شامل دوران محور عمودی ( زاویه  $\varphi$  ) نسبت به یک مرجع ثابت و دوران بازوی اهرم ( زاویه  $\theta$  ) نسبت به محور عمودی است. دو روتور  $R_1$  و  $R_2$  که بر بازوی اهرم قرار گرفته اند با ایجاد نیروهای آیرودینامیکی، موجب تولید گشتاور در جهت های  $\varphi$  و  $\theta$  می گردند . ( توجه نمایید که ولتاژهای روتورها، ورودی این پروسه می باشند) . در اینجا فرض شده که توزیع جرم مربوط به بدنه هلی کوپتر به خط مستقیم بین دو روتور ( بازوی اهرم ) محدود می

شود و مرکز جرم بدنه هلی کوپتر در فاصله  $l_c$  از نقطه  $o'$  و در خط واصل بین این نقطه و روتور  $R_1$  واقع شده است. در نوشتن معادلات لاگرانژ هلی کوپتر از متغیرهای تعمیم یافته از نوع حرکت زاویه ای استفاده می کنیم و همچنین گشتاورهای  $\tau_\theta$  و  $\tau_\phi$  در دو راستای  $\phi$  و  $\theta$  بر این سیستم اعمال می شوند که خود تابعی از سرعت زاویه ای روتورها ( $\omega_2$  و  $\omega_1$ ) هستند.

در نهایت معادلات دینامیکی زیر بدست می آید:

$$\frac{d}{dt}\phi = \dot{\phi} \quad (1-6)$$

$$\frac{d}{dt}\dot{\phi} = L_1^{-1}[L_2 + L_3 + L_4] \quad (2-6)$$

$$\frac{d}{dt}\theta = \dot{\theta} \quad (3-6)$$

$$\frac{d}{dt}\dot{\theta} = L_5^{-1}[L_6 + L_7 + L_8] \quad (4-6)$$

$$\frac{d}{dt}\omega_1 = -\frac{1}{T_1}\omega_1 + \frac{1}{k_1 T_1}u_1 \quad (5-6)$$

$$\frac{d}{dt}\omega_2 = -\frac{1}{T_2}\omega_2 + \frac{1}{k_2 T_2}u_2 \quad (6-6)$$

که:

$$L_1 = \cos^2 \theta J_L - 2h \cos \theta m l_c + h^2 \sin^2 \theta m + J_A$$

$$L_2 = 2 \cos \theta \sin \theta \dot{\phi} \dot{\theta} J_L - 2h(\sin^2 \theta - \cos^2 \theta) \dot{\phi} \dot{\theta} m l_c$$

$$L_3 = 2h^2 \sin \theta \cos \theta \dot{\phi} \dot{\theta} m$$

$$L_4 = D_1 \omega_1 |\omega_1| \cos \theta + l_2 \cos \theta C_2 \omega_2 |\omega_2|$$

$$L_5 = J_L h^2 m$$

$$L_6 = -\cos \theta \sin \theta \dot{\phi}^2 J_L - h(-\sin^2 \theta + \cos^2 \theta) \dot{\phi}^2 m l_c$$

$$L_7 = -g \cos \theta m l_c + h^2 \sin \theta \cos \theta \dot{\phi}^2 m$$

$$L_8 = mgh \sin \theta + l_1 C_1 \omega_1 |\omega_1| + D_2 \omega_2 |\omega_2|$$

در روابط فوق  $D_1$  و  $D_2$  ضرایب گشتاورهای آیرودینامیکی؛  $C_1$  و  $C_2$  ضرایب نیروهای پسای آیرودینامیکی روتورها می باشند. در تکمیل معادلات دینامیکی این هلی کوپتر از روابط خطی شده سرعت زاویه‌های روتورها نیز استفاده شده، که در آن  $k_1$  و  $k_2$  ثابتهای روتورها بوده و نیز  $T_1$  و  $T_2$  ثابتهای زمانی روتورها می باشند؛ ضمناً  $u_1$  و  $u_2$  ولتاژهای راه انداز روتورها هستند. مقادیر پارامترهای استفاده شده هم در [43,44] قابل دسترسی است. به علت پیچیدگی شدید در ترم های غیر خطی، خطی سازی فیدبکی معادلات (۶-۱) تا (۶-۶) قابل دستیابی نیست، بنابراین مدل به وسیله صرف نظر کردن از  $h$  ساده سازی شده که ساده سازی معقولی در هلی کوپترها محسوب می شود.

بعد از وارد کردن مقادیر واقعی پارامترهای هلی کوپتر، دینامیک های زیر حاصل می شود:

$$\dot{x}_1 = x_2 \quad (۷-۶)$$

$$\dot{x}_2 = 1.16 \times 10^{-5} x_5^2 \sec(x_3) + 1.1 \times 10^{-4} x_6^2 \sec(x_3) + 2x_2 x_4 \tan(x_3) \quad (۸-۶)$$

$$\dot{x}_3 = x_4 \quad (۹-۶)$$

$$\dot{x}_4 = 1.998 \times 10^{-4} x_5^2 + 7.05 \times 10^{-6} x_6^2 \quad (۱۰-۶)$$

$$-14.98 \cos(x_3) - x_2^2 \cos(x_3) \sin(x_3) \quad (۱۱-۶)$$

$$\dot{x}_5 = -0.9091x_5 + 90.9091u_1 \quad (۱۱-۶)$$

$$\dot{x}_6 = -3.03x_6 + 218u_2 \quad (۱۲-۶)$$

می توان سیستم هلی کوپتر را به دو زیر سیستم تقسیم کرد. زیر سیستم ۱ که شامل معادلات (۶-۶)

(۷) تا (۱۰-۶) و زیرسیستم ۲ شامل معادلات (۱۱-۶) و (۱۲-۶) است.

### ۳-۶- خطی سازی فیدبکی هلی کوپتر:

با کمی دقت در جدا سازی سیستم متوجه خواهیم شد که فقط زیر سیستم ۱ قسمت غیر خطی کل سیستم را تشکیل می دهد، بنا بر این می توانیم خطی سازی فیدبکی را تنها بروی این قسمت اعمال کنیم. با مرتب کردن این معادلات به فرم استاندارد به منظور اعمال خطی سازی فیدبکی خواهیم داشت:

$$f(x) = \begin{bmatrix} x_2 \\ 2x_2x_4 \tan x_3 \\ x_4 \\ -14.98 \cos x_3 - x_2^2 \cos x_3 \sin x_3 \end{bmatrix}$$

$$g(x) = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0.116 \sec x_3 & 1.1 \sec x_3 \\ 0 & 0 \\ 1.998 & 0.0705 \end{bmatrix}$$

$$h(x) = [x_1 \quad x_3]^T$$

و زیر سیستم ۲ که شامل معادلات (۶-۱۱) و (۶-۱۲) می باشد به طور مستقل با اعمال وردیهای  $u_1$  و  $u_2$  قابل حل است.

در ابتدا شرط هایی را که برای خطی سازی فیدبکی مورد نیاز است را بررسی می کنیم. شرط اول بیان می دارد که رتبه ماتریس زیر باید برابر با ۴ باشد:

$$\text{rank}[g \quad ad_f g \quad ad_f^2 g \quad ad_f^3 g]$$

محاسبات برای بدست آوردن جمله بالا انجام شده و نتیجه نشان می دهد که رتبه ماتریس فوق برابر با ۴ است که با درجه زیر سیستم ۱ برابر است. بنابر این شرط اول صادق است. در شرط دوم باید از غیر پیچشی بودن سیستم مطمئن شویم.



$$\{g \quad ad_f g \quad ad_f^2 g\}$$

پس از بررسی متوجه خواهیم شد که مجموعه بالا غیر پیچشی است و سیستم قابلیت اعمال خطی سازی فیدبکی را داراست.

پس از بررسی کردن درجه نسبی سیستم می توان ماتریس های  $A, b$  را تشکیل دهیم.

$$A(x) = \begin{bmatrix} 0.116 \sec(x_3) & 1.1 \sec(x_3) \\ 1.998 & 0.0705 \end{bmatrix} \quad (13-6)$$

$$b(x) = \begin{bmatrix} 2x_2 x_4 \tan(x_3) \\ -14.98 \cos(x_3) - x_2^2 \cos(x_3) \sin(x_3) \end{bmatrix} \quad (14-6)$$

بنابر این:

$$\begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} = A^{-1}(x) \left[ -b(x) + \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \end{bmatrix} \right] \quad (15-6)$$

برای رد گیری خروجی ورودی های کنترل  $v_1$  و  $v_2$  به فرم زیر انتخاب می شوند:

$$\begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \ddot{y}_{d1} - K_{11}\dot{e}_1 - K_{12}e_1 \\ \ddot{y}_{d2} - K_{21}\dot{e}_2 - K_{22}e_2 \end{bmatrix} \quad (16-6)$$

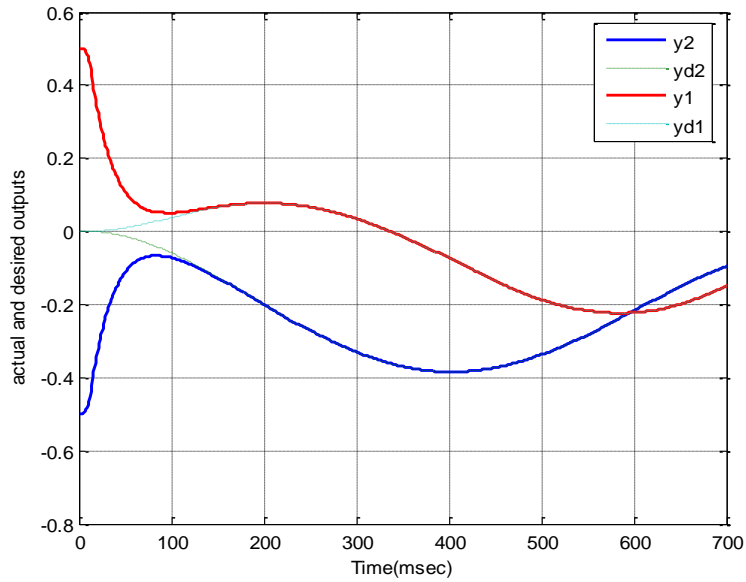
$e_1$  و  $e_2$  متغیر های خطا هستند به نحوی که  $e_1 = y_1 - y_{d1}$  و  $e_2 = y_2 - y_{d2}$  جایی که  $y_{d1}, y_{d2}$  خروجی های مطلوب سیستم است.

از (16-6) می بینیم که دینامیک های خطا به فرم زیر بدست می آید:

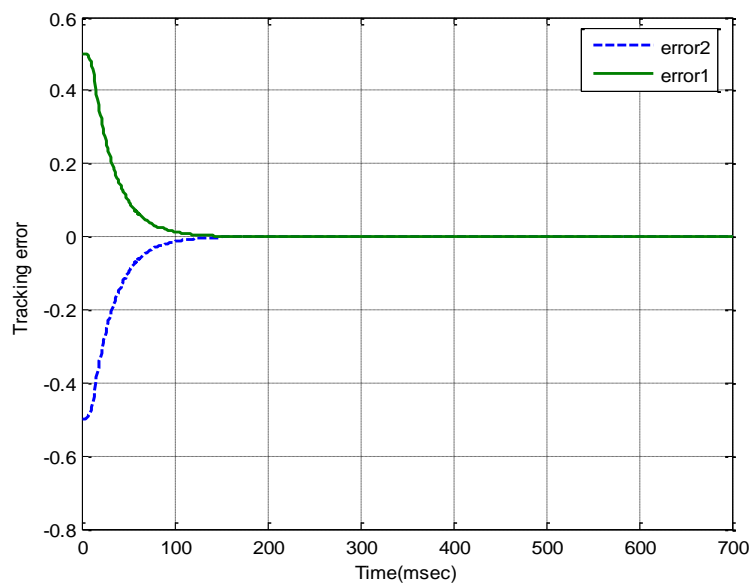
$$\begin{aligned} \ddot{e}_1 + K_{11}\dot{e}_1 + K_{12}e_1 &= 0 \\ \ddot{e}_2 + K_{21}\dot{e}_2 + K_{22}e_2 &= 0 \end{aligned} \quad (17-6)$$

معادله (۶-۱۷) نشان می دهد که اگر هیچگونه عدم قطعیتی در سیستم وجود نداشته باشد خطای خروجی به صفر همگرا خواهد شد . در حالی که با وجود عدم قطعیت در سیستم ، همانطور که دیدیم دیگر شاهد خطای خروجی مطلوب نخواهیم بود.

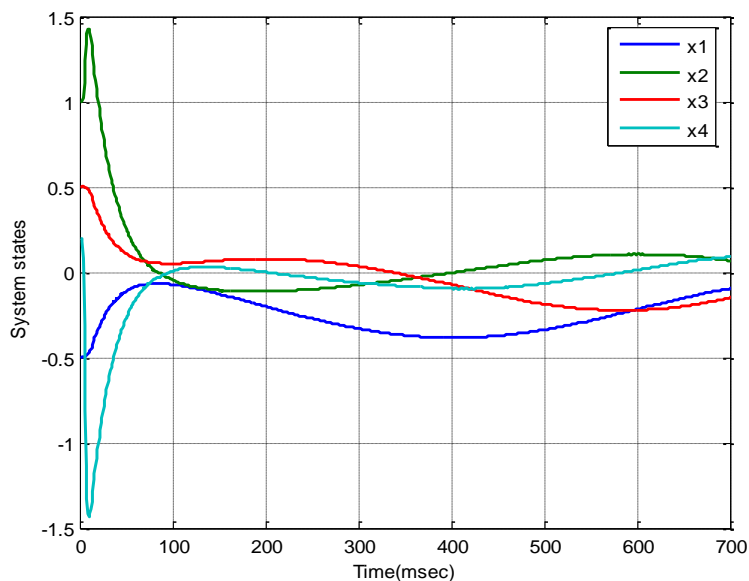
شبیه سازی های زیر به این موضوع اشاره می کند:



شکل ۶-۲- نمودار خروجی های واقعی و مطلوب



شکل ۶-۳- نمودار خطای ردگیری



شکل ۶-۴- نمودار حالت های سیستم

#### ۶-۴- خطی سازی فیدبکی تطبیقی:

صفر شدن خطای رد گیری در هلی کوپتر با استفاده از خطی سازی فیدبکی به صورت تحلیلی و شبیه سازی نشان داده شد ولی همانطور که گفته شد مهمترین عیب خطی سازی فیدبکی این است که طراحی کنترلر بر مبنای حذف کردن دقیق ترم های غیر خطی است و چنانچه اطلاعات نا کافی از این ترمهای غیر خطی وجود داشته باشد این نوع تکنیک منجر به صفر شدن خطای رد گیری نخواهد شد. برای مواجهه شدن با این مشکل از کنترل تطبیقی استفاده می کنیم.

#### ۶-۴-۱- کنترل تطبیقی سیستمهای SISO:

یک سیستم تک ورودی تک خروجی که در آن  $L_g h(x) \neq 0$  باشد را در نظر بگیرید ،  $f(x)$  و  $g(x)$

را به شکل زیر تعریف می کنیم:

$$f(x) = \sum_{i=1}^{n_1} \theta_i^1 f_i(x) \quad (18-6)$$

$$g(x) = \sum_{j=1}^{n_2} \theta_j^2 g_j(x) \quad (19-6)$$

که پارامترهای نامعلوم و  $\theta_i^1, i=1, \dots, n_1; \theta_j^2, j=1, \dots, n_2$  توابع معلوم سیستم اصلی

هستند. حال از خطی سازی فیدبکی استفاده کرده و در نهایت قانون کنترل  $u$  به وسیله

$$u = \frac{1}{\hat{L}_g h} (-\hat{L}_f h + v) \quad (20-6)$$

جایگزین خواهد شد که بجای استفاده از  $L_g h, L_f h$  از تخمینهایشان یعنی  $\hat{L}_g h, \hat{L}_f h$  استفاده شده

است که:

$$\hat{L}_f h = \sum_{i=1}^{n_1} \hat{\theta}_i^1(t) L_{f_i} h \quad (21-6)$$

$$\hat{L}_g h = \sum_{j=1}^{n_2} \hat{\theta}_j^2(t) L_{g_j} h \quad (22-6)$$

در معادلات بالا اگر  $\theta \in R^{n_1+n_2}$  بردار پارامترهای مشخص  $(\theta^{1T}, \theta^{2T})^T$  و  $\hat{\theta} \in R^{n_1+n_2}$  تخمینهای آنها تعریف شود، می توان  $\phi = \theta - \hat{\theta}$  را خطای پارامترها تعریف کرد. سپس با جایگزین کردن  $u$  از (۶-۲۰) در (۶-۱۵) بعد از انجام محاسبات مقدماتی خواهیم داشت:

$$\dot{y} = v + \phi^{1T} w_1 + \phi_{2T} w_2$$

که

$$w_1 \in R^{n_1} := \begin{bmatrix} L_{f_1} h \\ \vdots \\ L_{f_{n_1}} h \end{bmatrix} \quad (۶-۲۳)$$

$$w_2 \in R^{n_2} := \begin{bmatrix} L_{g_1} h \\ \vdots \\ L_{g_{n_2}} h \end{bmatrix} \frac{(-L_f h + v)}{\hat{L}_g h} \quad (۶-۲۴)$$

قانون کنترل استفاده شده برای رد گیری به فرم زیر می باشد:

$$v = \dot{y}_d + K(y_d - y)$$

با استفاده از قانون به روز کننده

$$\dot{\phi} = -ew \quad (۶-۲۵)$$

معادله خطای زیر که به سبب خطای بین پارامترها موجب شده، بوجود می آید:

$$\dot{e} + Ke = \phi^T w \quad (۶-۲۶)$$

۶-۴-۲- چگونگی تخمین زدن پارامترها:

همانطور که قبلاً اشاره شد یکی از راه های تخمین پارامتر، روش حداقل مربعات بازگشتی است. اولین قدم در استفاده از حداقل مربعات بازگشتی، نوشتن رگرسیون خطی سیستم است، سپس با استفاده از روابط بازگشتی می توان از آنها استفاده کرد. از آنجا که نوشتن رگرسیون خطی سیستم های غیر خطی کاری بس دشوار و در اکثر موارد غیر ممکن است، لذا برای شناسایی پارامترهای سیستم های غیر خطی از روشهای دیگری استفاده می کنند. حال اگر به طرقي هر چند غير معمول رگرسیون خطی سیستم غیر خطی را بتوان نوشت، می توانیم از روش حداقل مربعات بازگشتی استفاده کنیم.

فرض می کنیم که تمام پارامترهای سیستم زیر غیر قطعی یا به عبارتی نامعلومند.

$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= A \sec(x_3) u_1 \\ \dot{x}_3 &= x_4 \\ \dot{x}_4 &= B \cos(x_3) + C u_1\end{aligned}$$

و

$$\begin{aligned}y_1 &= x_1 \\ y_2 &= x_3\end{aligned}$$

که  $C = 1.998, B = 14.98, A = .116$  پارامترهای نامعلوم این سیستم هستند.

برای تخمین زدن این پارامترها و در نهایت استفاده همزمان آنها در خطی سازی فیدبکی به روش زیر عمل می کنیم.

$$\begin{aligned}y_1 &= x_1 \\ \dot{y}_1 &= \dot{x}_1 = x_2 \\ \ddot{y}_1 &= \dot{x}_2 \\ \Rightarrow \ddot{y}_1 &= A \sec(x_3) u_1\end{aligned}$$

و

$$\begin{aligned}
 y_2 &= x_3 \\
 \dot{y}_2 &= \dot{x}_3 = x_4 \\
 \ddot{y}_2 &= \dot{x}_4 \\
 \Rightarrow \ddot{y}_2 &= B \cos(x_3) + Cu_1
 \end{aligned}$$

از طرفی

$$\begin{aligned}
 \dot{y} &= y(k+1) - y(k) \\
 \ddot{y} &= y(k+2) - y(k+1) - y(k+1) + y(k) = y(k+2) - 2y(k+1) + y(k)
 \end{aligned}$$

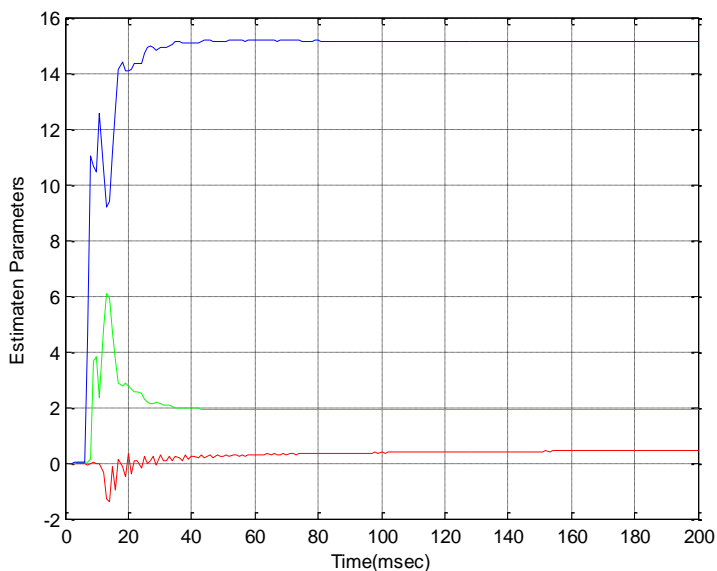
پس:

$$\begin{aligned}
 y_1(k+2) - 2y_1(k+1) + y_1(k) &= A \sec(x_3) u_1 \\
 y_1(k) &= [-1 \quad 2 \quad A] \begin{bmatrix} y_1(k-2) \\ y_1(k-1) \\ \sec x_3(k-2) u(k-2) \end{bmatrix}
 \end{aligned}$$

و

$$\begin{aligned}
 y_2(k+2) - 2y_2(k+1) + y_2(k) &= B \cos(x_3) + Cu_1 \\
 y_2(k) &= [2 \quad -1 \quad B \quad C] \begin{bmatrix} y_2(k-1) \\ y_2(k-2) \\ \cos x_3(k-2) \\ u(k-2) \end{bmatrix}
 \end{aligned}$$

البته دقت شود فقط برای سیستم هایی که معادلات دینامیکی آنها به فرم دینامیکهای هلی کوپتر استفاده شده در این پایان نامه است می توان از این روش برای نوشتن رگرسیون خطی استفاده کرد [48]. حال با در اختیار داشتن این معادلات و مطالب گفته شده در فصل چهارم می توان پارامترهای نا مشخص را تخمین زد. شکل زیر نتایج تخمین این پارامترها در شبیه سازی را نشان می دهد.



شکل ۶-۵- نمودار پارامترهای نامعین تخمین زده شده

### ۶-۴-۳- گسترش به سیستمهای SISO به درجه نسبی بالاتر از یک:

از نتایج بخش قبل برای بررسی سیستمهای با درجه نسبی  $\gamma$  یعنی

$$L_g L_f^{\gamma-1} \neq 0 \text{ و } L_g h = L_g L_f h = \dots = L_g L_f^{\gamma-2} h \equiv 0$$

در اینگونه سیستمها قانون کنترل بدست آمده از خطی سازی فیدبکی در حالت غیر تطبیقی برابر با:

$$u = \frac{1}{L_g L_f^{\gamma-1} h} (-L_f^{\gamma} h + v) \quad (۲۷-۶)$$

می باشد. در حالتی که اطلاعات کافی از  $g, f$  موجود نباشد لازم است که بجای  $L_g L_f^{\gamma-1} h$  و  $L_f^{\gamma} h$

تخمینهایشان استفاده کرد

$$\hat{L}_f^{\gamma} h = L_f^{\gamma} h \quad (۲۸-۶)$$

و

$$\hat{L}_g \hat{L}_f^{\gamma-1} h = L_g L_f^{\gamma-1} h \quad (۲۹-۶)$$



برای  $\lambda \geq 2$ ، (۶-۲۸) و (۶-۲۹) در پارامترهای نا معینشان خطی نیستند. مثلاً

$$L_f^2 h = \sum_{i=1}^{n_1} \sum_{j=1}^{n_2} \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\partial h}{\partial x} f_j \right) f_i \theta_i^1 \theta_j^1 \quad (۶-۳۰)$$

و

$$L_g L_f h = \sum_{i=1}^{n_2} \sum_{j=1}^{n_1} \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\partial h}{\partial x} f_j \right) g_i \theta_i^2 \theta_j^1 \quad (۶-۳۱)$$

حال اگر پارامترهایی را که در هم ضرب شده اند را به عنوان یک پارامتر جدید تعریف کنیم، می توانیم به راحتی تمام مراحل قبل را برای این نوع از سیستمها تکرار کنیم. یعنی  $\Theta \in R^k$  را برداری  $k$  بعدی از پارامترهای  $\theta_i^1, \theta_j^2, \theta_i^1 \theta_j^2, \theta_i^1 \theta_j^1, \dots$  تعریف کنیم. مثلاً برای  $\gamma = 2$ ،  $\Theta$  شامل  $\theta_i^1, \theta_j^2, \theta_i^1 \theta_j^2, \theta_i^1 \theta_j^1, \theta_i^1 \theta_j^2$  است. سپس به منظور رد گیری، قانون کنترل اعمالی به فرم زیر انتخاب می شود:

$$v = y_d^{(\gamma)} + k_1 (y_d^{(\gamma-1)} - y^{(\gamma-1)}) + \dots + k_\gamma (y_d - y)$$

و در حالتی که اطلاعات نا کافی در باره  $L_f^\gamma h$  و  $L_g L_f^{\gamma-1} h$  موجود باشد قانون رد گیری زیر را اعمال می کنیم:

$$\hat{v} = y_d^{(\gamma)} + k_1 \left( y_d^{(\gamma-1)} - y^{\hat{(\gamma-1)}} \right) + \dots + k_\gamma (y_d - y) \quad (۶-۳۲)$$

در نهایت قانون کنترل تطبیقی به فرم زیر خواهد بود:

$$u = \frac{1}{L_g \hat{L}_f^{\gamma-1} h} \left( -\hat{L}_f^\gamma h + \hat{v} \right) \quad (۶-۳۳)$$

و منجر به معادله خطای

$$e^{(\gamma)} + k_1 e^{(\gamma-1)} + \dots + k_\gamma e = \Phi^T W_1 + \Phi^T W_2 \quad (34-6)$$

خواهد شد که  $\Phi = \theta - \hat{\theta}$  است. در این معادله ترم های سمت راست ناشی از اختلاف بین قانون خطی سازی واقعی و قانون خطی سازی ایده آل و همچنین اختلاف بین قانون رد گیری واقعی و ایده آل است.

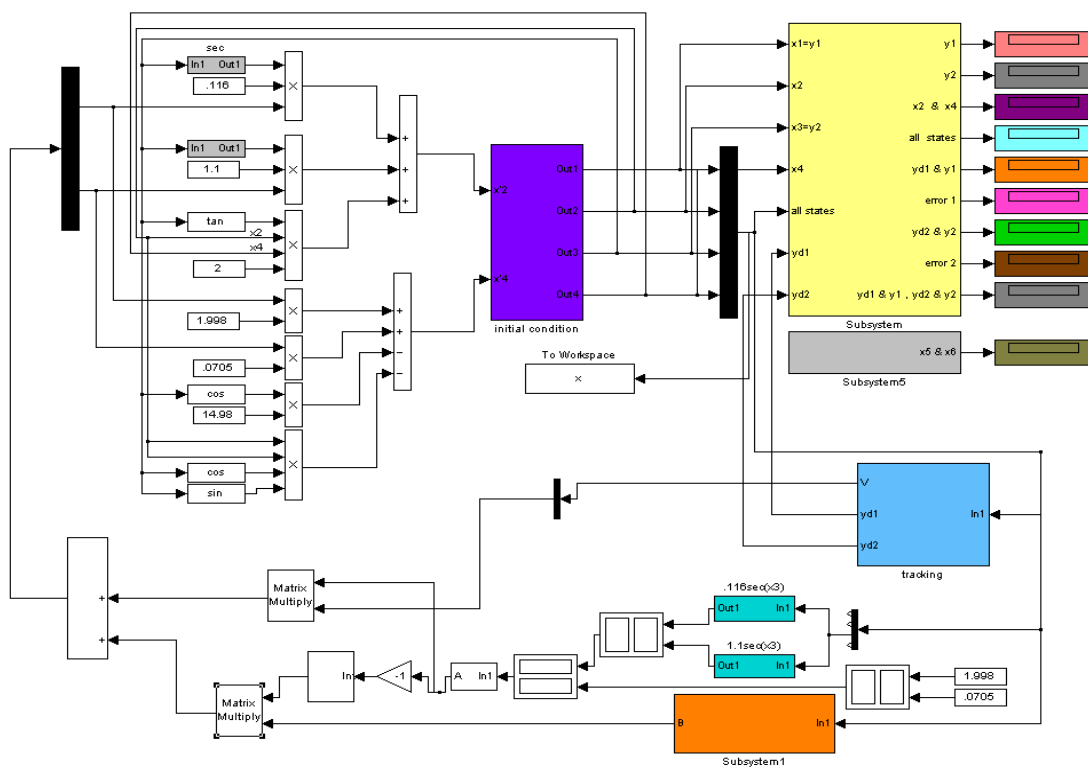
#### ۶-۴-۴- کنترل تطبیقی سیستمهای چند ورودی چند خروجی:

با بررسی های انجام شده در بخش قبل فهمیدن اینکه چگونه قانون کنترل خطی سازی فیدبکی برای سیستمهای چند ورودی چند خروجی مربعی با قانون کنترل خطی سازی فیدبکی زیر جایگزین می شود آسان به نظر می رسد.

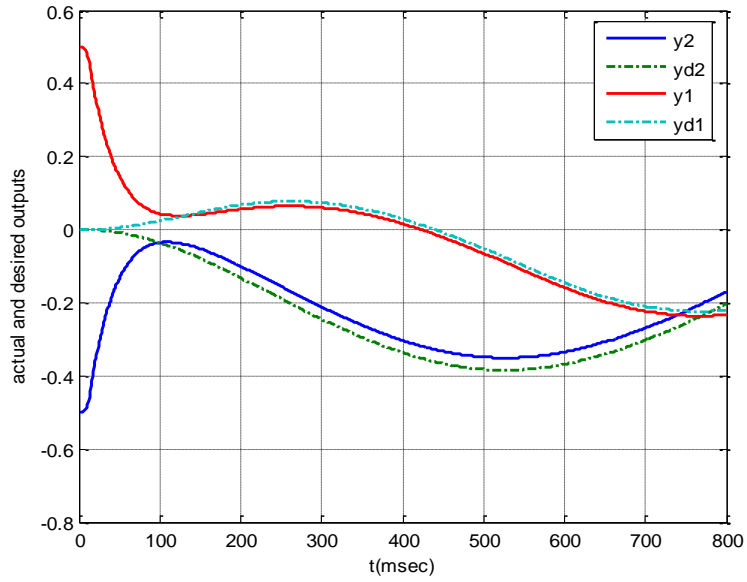
$$u = -\hat{A}^{-1}(x)\hat{b}(x) + \hat{A}(x)^{-1}v \quad (35-6)$$

توجه کنید که اگر ماتریس  $A(x)$  معکوس پذیر باشد، قانون کنترل خطی سازی می تواند به عنوان یک قانون کنترل جدا ساز نیز عمل کند، به طوری که هر کدام از ورودی ها به طور مستقل می تواند اعمال شود. بنابر این اگر  $L_f^{\gamma} h_i$  نسبت به پارامترهای نا مشخص یک رابطه خطی داشته باشد ، تمام روشهای بخش قبل می تواند برای تطبیقی کردن سیستمهای چند ورودی چند خروجی تکرار شود.

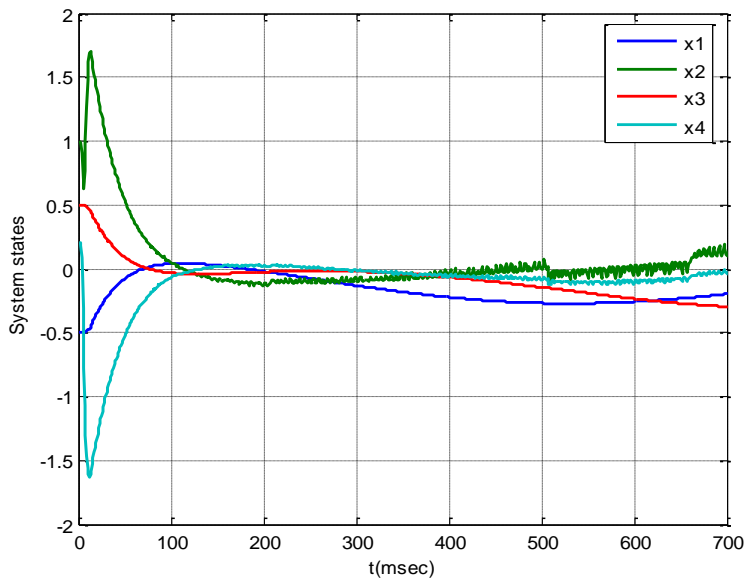
در شبیه سازی ها نشان داده شده که می توان به وسیله تطبیقی کردن خطی سازی فیدبکی، خطای رد گیری را که بر اثر عدم قطعیت در پارامترها وجود داشت را به سمت صفر سوق داد. و همانگونه که در شبیه سازی مشاهده می شود این خطا گر چه قابل قبول است ولی کاملاً صفر نشده و دلیل آن هم تفاوت اندکی است که بین پارامترهای واقعی دارای عدم قطعیت و تخمینهایشان وجود دارد.



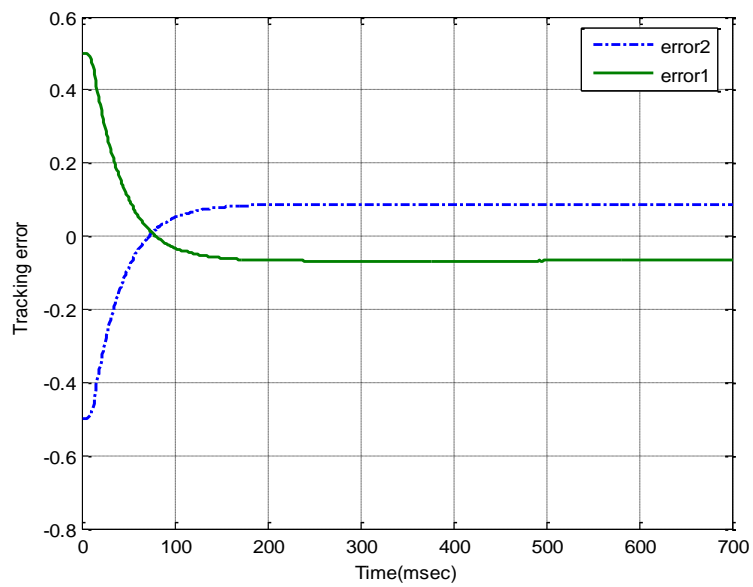
شکل ۶-۶- بلوک دیاگرام شبیه سازی شده سیستم در حضور عدم قطعیت



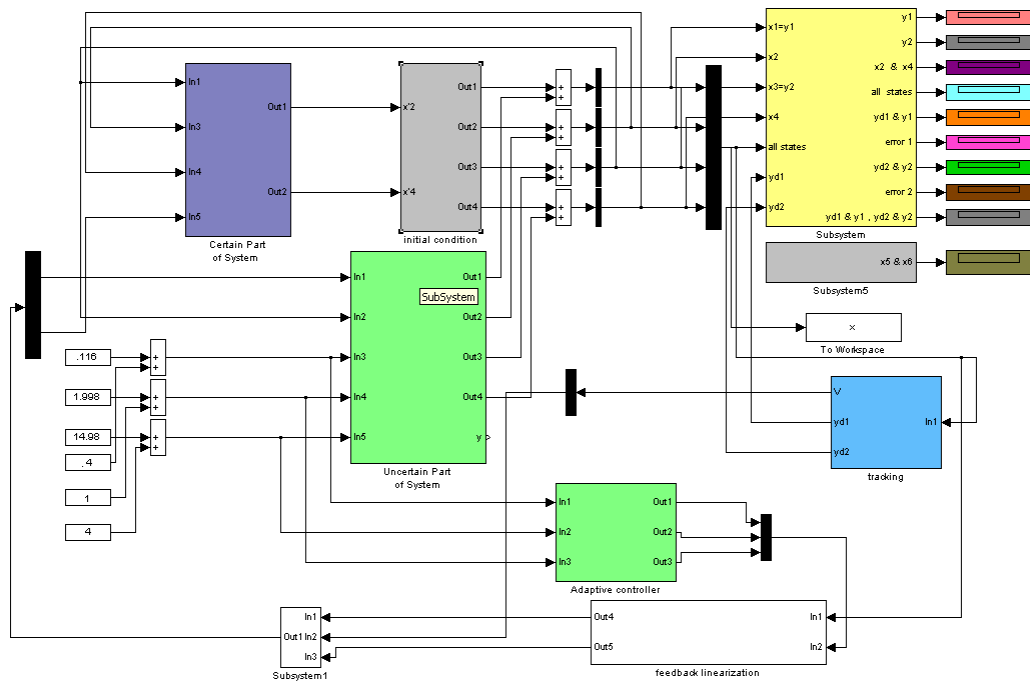
شکل ۶-۷- نمودار خروجی های واقعی و مطلوب



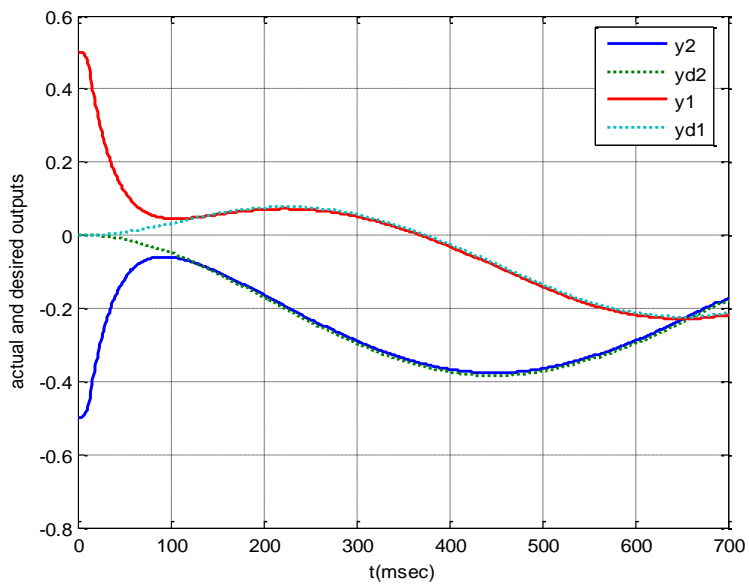
شکل ۶-۸- نمودار حالت های سیستم



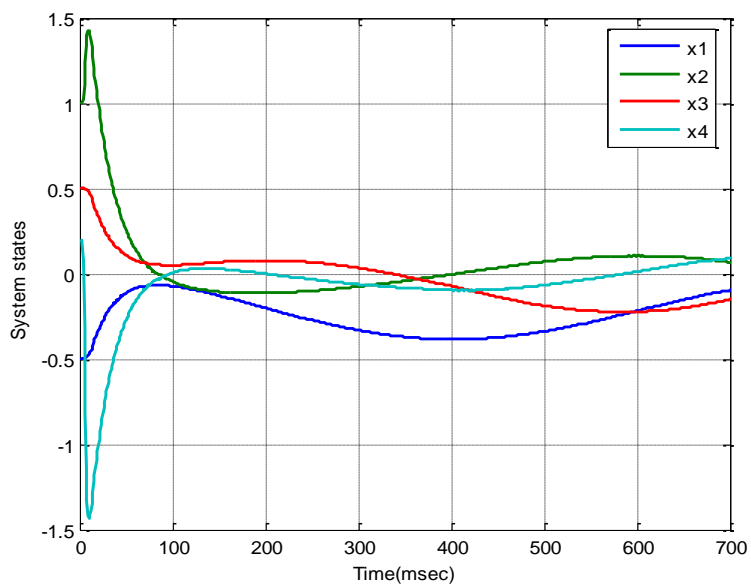
شکل ۶-۹- نمودار خطای ردگیری



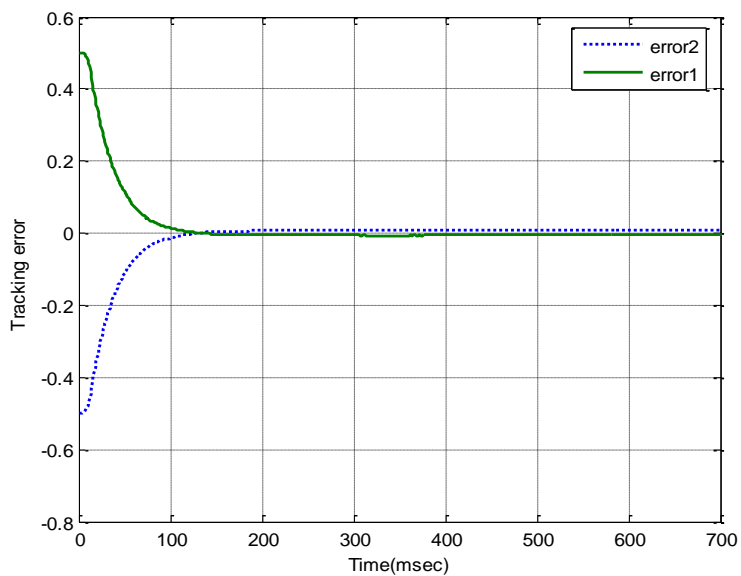
شکل ۶-۱۰- بلوک دیاگرام شبیه سازی شده سیستم تطبیقی در حضور عدم قطعیت



شکل ۶-۱۱- نمودار خروجی های واقعی و مطلوب



شکل ۶-۱۲- نمودار حالت های سیستم



شکل ۶-۱۳- نمودار خطای ردگیری

# فصل هفتم

## نتیجه گیری



## نتیجه گیری:

بطور خلاصه نتایج حاصل از انجام این پایان نامه را می توان به صورت زیر خلاصه کرد:

- در مواجهه با سیستمهای غیر خطی پیچیده همواره برای طراحی کنترل کننده خوب مدل سازی بسیار دقیق لزوماً راه حل مناسبی نیست. بنابر این در مورد استفاده از مدل سیستم پیچیده باید بدقت ساده سازی های معقولی صورت پذیرد که در عین اینکه ویژگیهای سیستم بدرستی نشان داده شده باشد، پارامترهای استفاده شده را بتوان بسادگی توسط آزمایش های فیزیکی اندازه گیری کرد. اینگونه ساده سازی های معقول باعث می شود که کنترل کننده های طراحی شده از پیچیدگی کمتری برخوردار باشند.
- بسیاری از سیستمهای دینامیکی که بایستی کنترل شوند پارامترهای نا معلوم دارند. در صورتیکه پارامترهای آن به آهستگی تغییر کند، می توان با استفاده از کنترل تطبیقی یا ترکیب کنترل تطبیقی با سایر تکنیک های کنترل اثرات این تغییرات را در کنترل سیستم به نحو چشم گیری کاهش دهیم.

پیشنهادات:

جهت ادامه این پایان نامه پیشنهاد های زیر ارائه می گردد:

- از آنجا که سیستم هلی کوپتر دارای نا معینی در پارامترهایی نظیر تغییرات مرکز جرم و تغییرات ضرایب اصطکاک نیز می باشد، پیشنهاد می شود که امکان استفاده از روش های کنترل مقاوم بروی این سیستم مورد بررسی قرار گیرد.
- پیشنهاد می شود که هنگام خطی سازی سیستم، پارامترهای متغیر و نا مشخص در سیستم خطی استفاده شود، بنابراین از طریق روشهای کنترل کننده خطی مقاوم نیز این سیستم ها را می توان کنترل کرد.
- برای کنترل این گونه سیستم ها نیاز به داشتن تمام متغیر های حالت سیستم داریم. پیشنهاد می شود برای سیستم هایی که حالت های آن در دسترس نمی باشد با تلفیق روشهای هوشمند و کلاسیک مثل استفاده از رویت گر های شبکه های عصبی ، حالت های سیستم را برای کنترل آن تخمین زد.
- در این پایان نامه برای تخمین پارامترهای سیستم از روش شناسایی حداقل مربعات بازگشتی استفاده شد. از آنجا که این از این روش نمی توان برای شناسایی انواع سیستم های غیر خطی استفاده کرد، پیشنهاد می شود برای شناسایی پارامترهای اینگونه سیستمها مطالعات بیشتری شود بلکه بتوان از یک سری روشهای جامع تری استفاده کرد.

## *References*

- [1] K.A.Wise and D.J.Broy, "Agile Missile Dynamics and Control," AIAA 96-3912, AIAA. Guidance, Navigation and Control Conference, 1996.
- [2] A.Isidori, Nonlinear Control Systems, Springer-Verlag, Berlin, 1989.22
- [3] G.Meyer and L.Cicolani, "Application of Nonlinear Systems Inverses to Automatic Flight Control Design System Concepts and Flight Evaluations," AGARDograph AG-251 on Theory and Applications of Optimal Control in Aerospace Systems, NATO, pp. 10-1 to 10-29, 1980.
- [4] P.K.A.Menon, G.B.Chatterji and V.H.L.Cheng, "A Two-Time-Scale Autopilot for High Performance Aircraft," Proceedings of the AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference, 1991.
- [5] D.J.Bugajski, D.F.Enns and M.R.Elgersma, "A Dynamic Inversion Based Control Law with Application to the High Angle of Attack Research Vehicle," Proceedings of the AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference, pp. 20-22, 1990.
- [6] S.A.Snell, D.F.Enns and W.L.Garrard, "Nonlinear Inversion Flight Control for a Supermaneuverable Aircraft," AIAA Journal of Guidance, Control, and Dynamics, Vol. 15, No. 4, pp. 976-984, 1992.
- [7] J.M.Buffington, A.G.Sparks and S.S.Banda, "Full Conventional Envelope Longitudinal Axis Flight Control with Thrust Vectoring," Proceedings of the American Control Conference, pp. 415-419, 1993.
- [8] J.S.Brinker and K.A.Wise., "Stability and Flying Qualities Robustness of a Dynamic Inversion Aircraft Control Law," AIAA Journal of Guidance, Control, and Dynamics, Vol. 19, No. 6, pp. 1270-1277, 1996.
- [9] R.J.Adams and S.S.Banda, "An Integrated Approach to Flight Control Design Using Dynamic Inversion and  $\square$ -Synthesis," Proceedings of the American Control Conference, pp. 1385-1389, 1993.

- [10] J.M.Buffington, R.J.Adams and S.S.Banda, "Robust Nonlinear High Angle of Attack Control Design for a Supermaneuverable Vehicle," Proceedings of the AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference, pp. 690-700, 1993.
- [11] M.Krstic, I.Kanellakopoulos and P.V.Kokotovic, Nonlinear and Adaptive Control Design, JohnWiley & Sons, Inc., New York, 1995.
- [12] M.Krstic, J.Sun and P.V.Kokotovic, "Control of Feedback Linearizable Systems with Input Unmodeled Dynamics," Proceedings of the 33<sup>rd</sup> Conference on Decision and Control, pp. 1633- 1638, 1994.
- [13] P.V.Kokotovic, "The Joy of Feedback: Nonlinear and Adaptive," IEEE Control Systems, Vol. 12, No. 3, pp. 7-17, 1992.
- [14] H.Khalil, Nonlinear Systems, Macmillan Publishing Company, New York, 1992.
- [15] Narendra, et-al., IEEE Transactions on Automatic Control, Vol. 25, pp. 433-461, 1980.
- [16] S.S.Sastry and A.Isidori, "Adaptive Control of Linearizable Systems," IEEE Transactions on Automatic Control, Vol. 34, No. 11, pp. 1123-1131, 1989. 23
- [17] I.Kanellakopolous, P.V.Kokotovic and A.S.Morse, "Systematic Design of Adaptive Controllers for Feedback Linearizable Systems," IEEE Transactions on Automatic Control, Vol. 36, No. 11, pp. 1241-1253, 1991.
- [18] B.B.Peterson and K.S.Narendra, "Bounded Error Adaptive Control," IEEE Transactions on Automatic Control, Vol. 27, No. 6, pp. 1162-1168, 1982.
- [19] S.M.Naik, P.R.Kumar and B.E.Ydstie, "Robust Continuous-Time Adaptive Control by Parameter Projection," IEEE Transactions on Automatic Control, Vol. 37, No. 2, pp. 182-197, 1992.
- [20] NASA/CR 166309, 'UH-60A Black Hawk Engineering Simulation Program: Volume I - Mathematical Model', J. J. Howlett,1981

- [21] NASA/CR 177476, Minimum Complexity Helicopter Simulation Math model', Robert K. Heffley, Marc A. Mnych, Contract NAS2-11665, April 1988
- [22] NASA/CR 195479, 'Bell Helicopter Advanced Rotorcraft Transmission (ART) Program', Zachary S. Henry, June 1995
- [23] NASA/CR 199469, 'Efficient Helicopter Aerodynamic and Aeroacoustic Predictions on Parallel Computers', Andrew M. Wissink, Anastasios S. Lyrintzis, Roger C. Strawn, Leonid Olikier, Rupak Biswas, RIACS Technical Report 96.04, January 1996
- [24] NASA/TM 110166, 'The Transition of a Real-Time Single- Rotor Helicopter Simulation Program to a Supercomputer, Debbie Martinez, October 1995.
- [25] Lalit Gupta , 'Helicopter engineering' , Himalayan Books,1996
- [26] G. D. Padfield, 'Helicopter flight dynamics: the theory and application of flying qualities and simulation modeling' , AIAA , 1996
- [27] J. Seddon, 'Basic helicopter aerodynamics: an account of first of first principles in the fluid mechanics and flight dynamics of the single rotor helicopter (2 nd edition)' Blackwell Science. 2002
- [28] A. R. S. Bramwell. 'Bramwell's helicopter dynamics (2nd edition)' Butterworth-Heinemann. 2001
- [29] Alberto Isidori, "Nonlinear Systems,an Introduction",2nd edition, Springer-Verlag,1989.
- [30] R. Su, "On the Linear Equivalentents of nonlinear Systems",System and Control Letters, 1982.
- [31] b.Jakubczyk, W. Respondek, " on the linearization of control systems" , Bulletin de L' Academie Polonomic des Sciences, Series des Science Mathematiques, 28, 1980.

- [32] J. W. Grizzle, "Feedback Linearization of Discrete-time Systems", Lecture Notes in Control and Information Science ,83,1985.
- [33] H. G. LEE, A.Arapostathis, S. I.Marcus, "Linearization of Discrete-time Systems" ,International Journal of Control, 1987.
- [34] A. J.Krener, "Approximate Linearization by State Feedback and Coordinate Change", Systems and Control Letter,5,1984.
- [35] A. J. Krener, S. Karahan, M.Jubbard, R. Frezza, "Higher Order Linear Approximations to non-linear Control Systems", proc of 28th IEEE Conf. On Decision and Control, 1987.
- [36] A. Isidori, A. J. Krener, C. Gorigiori, S. Monaco, "Nonlinear Decoupling via FeedBack: A Differential Geometric Approach", IEEE Trans. On Automatic Control, Vol ac-26,No. 2, 1981.
- [37] P. Rouchon, "Necessary Condition and Genericity of Dynamic FeedBack Linearization", J. of Mathematical Systems Estimation and Control, Vol. 4 , No. 2, 1994.
- [38] S. Karahan. "Higher degree approximation to nonlinear systems". Ph. D.DI'qsertation, University of California, Davis, CA, 1988.
- [39] W. Kang, A. J. Krener. "extended quadratic controller normal form and dynamic state feedback linearization of nonlinear systems". 51.4AI J.
- [40] A. J. Krener. "Normal forms for linear and nonlinear systems. In Differential Geometry, The Interface between Pure and Applied Mathematics", Al. Lukwik, C. Martin and W. Shadwick, eds., Contemporary Mathematics, 1761. 68, American Mathematical Society, Providence, Ri., pages 157-189,1986.
- [41] H. Nijmeijer and A. J. van der shaft. "Nonlinear Dynamical Control Systems". Springer Verlag, Berlin, 1990.
- [42] K.J. Astrom , B. Wittenmark, 'Adaptive Conrol' second edition.

[43] Ghulam Austafa and Naeem Iqbal . “ Controller Design for a Twin Rotor Helicopter Model Via Exact State Feedback Linearization” IEEE 2004

[44] M. Sacki, J. Imura, and Y. Wada; "Flight control design of twin rotor helicopter model by 2 step exact linearization. IEEE Int. Conf. on Control Applications, Vol.1, 146/151, 1999

[45] Magnus Qafvert, "Modeling of the ETH Helicopter Process", Department of Automatic Control Lund Institute of technology, November 2001 .

[46]K. U. Khan, N. Iqbal, “ Modeling and controller design of twin rotor systedhelicopter lab process developed at PIEAS”, NMIC, 2003.

[47] A. Isidori, “Nonlinear Control Systems ”, 3rd ed., Springer-Verlag,

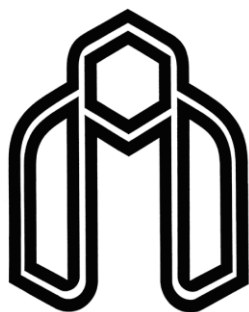
[48] A.R.Nemati, M.Haddad Zarif , M.M. Fateh, “Helicopter Adapive Control With Parameter Estimation Based on Feedback Linearization”

***Abstract:***

Ideal feedback linearization is defined for the case when the system parameters are known. Adaptive feedback linearization is employed to get asymptotically exact cancellation for the inherent uncertainty in the knowledge of the given system parameters. The control algorithm is implemented using the feedback linearization technique and adaptive method. The controller parameters are unknown and an adaptive law that aims to drive them towards their ideal values that would provide perfect model matching between the reference model and the closed-loop plant model. The converged controller parameters would then provide good estimates for the unknown plant parameters. This approach allows the feedback linearization technique to be used in an adaptive way. The results are confirmed both analytically and by simulation.

*Key-Words:* Helicopter, Feedback linearization, Nonlinear control, Adaptive control





**SHAHROOD UNIVERSITY  
OF TECHNOLOGY**

Department of Electrical and Robotic

Thesis submitted in partial fulfillment of the requirement for  
Degree of Master of Science (M.sc) in Control Engineering

Title:

**Design of robust nonlinear system control subject to unknown  
parameter based on adaptive control on a Helicopter**

Supervisor:

Dr. M. Hadad Zarif

Advisor:

Dr. M.M. Fateh

Student:

Ali R. Nemati

September 2007

