

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ



دانشکده مهندسی برق و رباتیک

پایان نامه کارشناسی ارشد مهندسی کنترل

طراحی بهینه برای ره‌گیری هدف با استفاده از اندازه‌گیری سمت و فرکانس

نگارنده

سید حامد هاشمی

استاد راهنما

دکتر علیرضا الفی

شهریور ۱۳۹۶

شماره ۱۵۰۲، ۱۳۰۱
تاریخ: ۱۲، ۶، ۹۲

باسمه تعالی



مدیریت تحصیلات تکمیلی

فرم شماره (۳) صورتجلسه نهایی دفاع از پایان نامه دوره کارشناسی ارشد

با نام و یاد خداوند متعال، ارزیابی جلسه دفاع از پایان نامه کارشناسی ارشد خانم / آقای سیدحامد هاشمی سنگتراشانی با شماره دانشجویی ۹۴۱۸۸۸۴ رشته مهندسی برق کنترل گرایش کنترل تحت عنوان: طراحی بهینه برای ره گیری هدف با استفاده از اندازه گیری سمت و فرکانس که در تاریخ ۱۳۹۶/۰۶/۱۲ با حضور هیأت محترم داوران در دانشگاه صنعتی شاهرود برگزار گردید به شرح ذیل اعلام می گردد:

قبول (با درجه:)	<input checked="" type="checkbox"/>
مردود	<input type="checkbox"/>
نوع تحقیق:	<input checked="" type="checkbox"/> نظری <input type="checkbox"/> عملی

عضو هیأت داوران	نام و نام خانوادگی	مرتبه علمی	امضاء
۱- استاد راهنمای اول	علیرضا الفی	د.ا.س	
۲- استاد راهنمای دوم	_____	_____	_____
۳- استاد مشاور	_____	_____	_____
۴- نماینده تحصیلات تکمیلی	محمد علی مهدی نیا	د.ا.س	
۵- استاد ممتحن اول	محمد رضا زعفرانی	د.ا.س	
۶- استاد ممتحن دوم	علی اکبر زارده کلا	استاد	

نام و نام خانوادگی رئیس دانشکده:

تاریخ و امضاء و مهر دانشکده:

تبصره: در صورتی که کسی مردود شود حناکثر یکبار دیگر (در مدت مجاز تحصیل) می تواند از پایان نامه خود دفاع نماید (دفاع مجدد نباید زودتر از ۴ ماه برگزار شود).

تقدیم به بهترین و مهربان ترین فرشتگان زندگی ام

به پدر و مادرم

که در لحظات سخت ناامیدی، دستانم را گرفتند و شور و شوق زندگی، محبت کردن و جسارت

خواستن را به من آموختند

هر آنچه دارم از حضور سبز آنهاست

و همه‌ی آنچه دارم را تقدیمشان می‌کنم.

تقدیر و شکر

امام علی (ع)

زَكَاةُ الْعِلْمِ بَدَلُهُ لِمُسْتَحِقِّهِ وَإِجْهَادُ النَّفْسِ فِي الْعَمَلِ بِهِ؛

زکات دانش، آموزش به کسانی که شایسته آن اند و کوشش در عمل به آن است.

به راستی که در تعلیم علم وجود یک استاد دلسوز و ماهر ضروری است تا بارانمایی خود مسیر درست را نشان دهد و از بی‌راهه رفتن‌ها جلوگیری کند لذا این فرصت را غنیمت می‌دانم تا از استاد دلسوز و مهربان خود جناب آقای دکتر علیرضا الفی کمال تقدیر و تشکر را داشته باشم که بارانمایی‌های ارزشمندشان این حقیر را در انجام این پایان‌نامه کمک شایان‌ذکری کردند.

تعهد نامه

این جانب **سید حامد هاشمی سنگتراشانی** دانشجوی دوره کارشناسی ارشد رشته **مهندسی برق-کنترل** دانشکده مهندسی برق و رباتیک دانشگاه صنعتی شاهرود نویسنده پایان نامه **طراحی بهینه برای ره گیری هدف با استفاده از اندازه گیری سمت و فرکانس تحت راهنمایی دکتر علیرضا الفی** متعهد می شوم.

- تحقیقات در این پایان نامه توسط این جانب انجام شده است و از صحت و اصالت برخوردار است.
- در استفاده از نتایج پژوهش های محققان دیگر به مرجع مورداستفاده استناد شده است.
- مطالب مندرج در پایان نامه تاکنون توسط خود یا فرد دیگری برای دریافت هیچ نوع مدرک یا امتیازی در هیچ جا ارائه نشده است.
- کلیه حقوق معنوی این اثر متعلق به دانشگاه صنعتی شاهرود می باشد و مقالات مستخرج با نام « دانشگاه صنعتی شاهرود و یا « Shahrood University of Technology» به چاپ خواهد رسید.
- حقوق معنوی تمام افرادی که در به دست آمدن نتایج اصلی پایان نامه تأثیرگذار بوده اند در مقالات مستخرج از پایان نامه رعایت می گردد.
- در کلیه مراحل انجام این پایان نامه، در مواردی که از موجود زنده (با بافت های آن ها) استفاده شده است ضوابط و اصول اخلاقی رعایت شده است.
- در کلیه مراحل انجام این پایان نامه، در مواردی که به حوزه اطلاعات شخصی افراد دسترسی یافته یا استفاده شده است اصل رازداری ، ضوابط و اصول اخلاق انسانی رعایت شده است.

تاریخ

امضای دانشجو

مالکیت نتایج و حق نشر

- کلیه حقوق معنوی این اثر و محصولات آن (مقالات مستخرج، کتاب، برنامه های رایانه ای، نرم افزار ها و تجهیزات ساخته شده است) متعلق به دانشگاه صنعتی شاهرود می باشد. این مطلب باید به نحو مقتضی در تولیدات علمی مربوطه ذکر شود.
- استفاده از اطلاعات و نتایج موجود در پایان نامه بدون ذکر مرجع مجاز نمی باشد.

چکیده

در این پایان‌نامه مسئله ره‌گیری با اندازه‌گیری سمت و فرکانس که یکی از روش‌های ره‌گیری غیرفعال است مورد بررسی قرار می‌گیرد. اهمیت بررسی مسئله ره‌گیری غیرفعال مخفی ماندن رویتگر است و اهمیت ره‌گیری با اندازه‌گیری سمت و فرکانس رؤیت پذیر بودن مسئله و به تبع آن عدم نیاز به تعریف مانور حرکتی برای رویتگر است. باین‌حال مشکلی که در این روش وجود دارد این است که معادلات اندازه‌گیری در آن غیرخطی هستند لذا یافتن یک روش مناسب برای حل این مسئله دشوار است. بنابراین با توجه به اهمیت این مسئله، در این پایان‌نامه ابتدا با بررسی همه روش‌های ارائه‌شده در این زمینه، الگوریتمی که طبق ملاک‌های تعریف‌شده دارای عملکرد بهتری است، به‌عنوان بهترین روش برای حل این مسئله انتخاب می‌گردد. فیلترکالمن مطابق ملاک‌هایی نظیر حجم کم محاسبات، سادگی معادلات، زمان کم در تخمین پارامترها، بهترین روش برای حل این مسئله انتخاب شد، سپس با تحلیل فیلترکالمن مشکلات و نقایص آن بررسی و روش‌های جدیدی برای حل مشکلات آن ارائه می‌شود تا فیلتر در حالت بهینه به تخمین پارامترها بپردازد.

کلید واژه: ره‌گیری هدف، اثر داپلر، فیلترکالمن، روش‌های تطبیقی

فهرست مقالات مستخرج از پایان نامه

۱. هاشمی سید حامد، الفی علیرضا، رهگیری هدف با اندازه گیری سمت و فرکانس با استفاده از فیلتر کالمن توسعه یافته فازی، چهارمین کنفرانس ملی و دومین کنفرانس بین المللی پژوهش های کاربردی در برق، مکانیک، مکاترونیک، بهمن ۹۵.

۲. هاشمی سید حامد، الفی علیرضا، رهگیری با اندازه گیری سمت و فرکانس با استفاده از فیلتر کالمن توسعه یافته تطبیقی اصلاح شده، مجله کنترل. (Revised)

3. Hashemi S. H. and Alfi A. Doppler and Bearing Tracking using fuzzy adaptive unscented Kalman filter. Transaction of institute of measurement and control. (Submitted)

۱	فصل اول
۱	طرح موضوع
۲	۱-۱- مقدمه
۳	۲-۱- ضرورت انجام تحقیق
۴	۳-۱- هدف از انجام کار
۵	فصل دوم
۵	ره‌گیری با استفاده از اندازه‌گیری سمت و فرکانس
۶	۱-۲- اثر داپلر چیست؟
۷	۲-۲- تعریف مسئله
۹	۳-۲- بررسی رؤیت پذیری
۱۰	۴-۲- پژوهش‌های انجام‌شده
۱۱	۲-۴-۱- روش‌های حل با استفاده از الگوریتم‌های بازگشتی
۱۹	۲-۴-۲- روش‌های حل با استفاده از الگوریتم‌های انباشته
۲۷	فصل سوم
۲۷	فیلترکالمن
۲۸	۱-۳- تعریف فیلترکالمن
۲۹	۲-۳- ریاضیات فیلترکالمن
۳۵	۳-۳- فیلترکالمن توسعه‌یافته
۳۶	۴-۳- فیلترکالمن نمونه‌بردار
۳۹	فصل چهارم
۳۹	روش‌های تنظیم فیلترکالمن
۴۰	۱-۴- استفاده از منطق فازی
۴۳	۱-۴- استفاده از ضریب تطبیق

فصل پنجم ۴۷

نوآوری‌های ارائه‌شده در این پایان‌نامه ۴۷

۵-۱- ارائه ضریب تطبیق جدید برای تنظیم ماتریس کوواریانس نویز اندازه‌گیری ۴۸

۵-۲- ارائه ضریب تطبیق جدید برای تنظیم ماتریس کوواریانس نویز سیستم ۵۰

۵-۳- معرفی فیلتر کالمن توسعه‌یافته اصلاح‌شده ۵۱

۵-۴- مختصری از الگوریتم ژنتیک ۵۴

۵-۵- استفاده از فیلتر کالمن اضافی و الگوریتم ژنتیک برای یافتن شرایط اولیه فیلتر ۵۵

۵-۶- تشکیل ماتریس اندازه‌گیری این مسئله برای استفاده از فیلتر کالمن ۵۸

فصل ششم ۶۱

شبیه‌سازی ۶۱

۶-۱- شبیه‌سازی ۶۲

۶-۲- نتیجه‌گیری ۷۷

۶-۳- پیشنهادهایی برای آینده ۷۷

منابع ۷۸

فهرست جدول‌ها

- جدول ۱-۶ : مقادیر الگوریتم ژنتیک ۶۲
- جدول ۲-۶ : مقادیر پارامترهای سناریوی اول ۶۳
- جدول ۳-۶ : نتایج خطای حاصل از شبیه‌سازی سناریوی اول ۶۶
- جدول ۴-۶ : مقادیر پارامترهای سناریوی دوم ۶۷
- جدول ۵-۶ : نتایج خطای حاصل از شبیه‌سازی سناریوی دوم ۶۹
- جدول ۶-۶ : مقادیر پارامترهای سناریوی سوم ۷۰
- جدول ۷-۶ : نتایج خطای حاصل از شبیه‌سازی سناریوی سوم ۷۳
- جدول ۸-۶ : میانگین خطای سه سناریو ۷۳

فهرست شکل‌ها

- شکل ۱-۲ : نمایش اثر داپلر..... ۶
- شکل ۲-۲ : نمایش ریاضی مسیر حرکت هدف..... ۷
- شکل ۱-۴ : بلوک دیاگرام تنظیم ماتریس کوواریانس نویز توسط سیستم فازی..... ۴۲
- شکل ۲-۴ : بلوک دیاگرام تنظیم ماتریس کوواریانس نویز سیستم با سیستم فازی..... ۴۳
- شکل ۳-۴ : بلوک دیاگرام فیلترکالمن تطبیقی..... ۴۴
- شکل ۱-۵ : بلوک دیاگرام ضریب تطبیق جدید برای تنظیم ماتریس کوواریانس نویز سیستم..... ۴۹
- شکل ۲-۵ : بلوک دیاگرام ساختار استفاده از الگوریتم ژنتیک..... ۵۶
- شکل ۳-۵ : بلوک دیاگرام فیلترکالمن تطبیقی جدید..... ۵۷
- شکل ۱-۶ : مسیر حرکت هدف، روی‌تگر، تخمین فیلتر برای سناریوی اول..... ۶۴
- شکل ۲-۶ : خطای مکان هدف برای سناریوی اول..... ۶۴
- شکل ۳-۶ : خطای تخمین سمت، خطای تخمین فرکانس برای سناریوی اول..... ۶۵
- شکل ۴-۶ : خطای تخمین کورس، خطای تخمین سرعت برای سناریوی اول..... ۶۵
- شکل ۵-۶ : مسیر حرکت هدف، روی‌تگر، تخمین فیلتر برای سناریوی دوم..... ۶۷
- شکل ۶-۶ : خطای تخمین مکان برای سناریوی دوم..... ۶۸
- شکل ۷-۶ : خطای تخمین سمت، خطای تخمین فرکانس برای سناریوی دوم..... ۶۸
- شکل ۸-۶ : خطای تخمین کورس، خطای تخمین سرعت برای سناریوی دوم..... ۶۹
- شکل ۹-۶ : مسیر حرکت هدف، روی‌تگر، تخمین فیلتر برای سناریوی سوم..... ۷۱
- شکل ۱۰-۶ : خطای تخمین مکان برای سناریوی سوم..... ۷۱
- شکل ۱۱-۶ : خطای تخمین سمت، خطای تخمین فرکانس برای سناریوی سوم..... ۷۲
- شکل ۱۲-۶ : خطای تخمین کورس، خطای تخمین سرعت برای سناریوی سوم..... ۷۲
- شکل ۱۳-۶ : میانگین خطای مکان سه آزمایش..... ۷۴

شکل ۶-۱۴ : میانگین خطای سرعت سه آزمایش ۷۴

شکل ۶-۱۵ : میانگین خطای کورس سه آزمایش ۷۵

شکل ۶-۱۶ : میانگین خطای فرکانس سه آزمایش ۷۵

شکل ۶-۱۷ : میانگین خطای سمت سه آزمایش ۷۶

DBT	Doppler and Bearing Tracking
BOT	Bearing Only Tracking
EKF	Extended Kalman Filter
UKF	Unscented Kalman Filter
AMVEKF	Adaptive Modified Covariance Extended Kalman Filter
RMSE.....	Root Mean Square Error

فصل اول

طرح موضوع

ره‌گیری غیرفعال به معنای تخمین پارامترهای هدف از قبیل سرعت و مکان هدف با استفاده از سیگنال ارسالی از خود هدف می‌باشد که در این نوع ره‌گیری، رویتگر مخفی می‌ماند زیرا سیگنالی جهت شناسایی هدف ارسال نمی‌کند [۱]. اگر در ره‌گیری غیرفعال فقط سمت هدف اندازه‌گیری شود به این نوع ره‌گیری فقط با اندازه‌گیری سمت^۱ گفته می‌شود. درحالی‌که سیگنال ارسالی از هدف دارای تن‌های فرکانسی نیز است که اگر حسگر سونار بتواند این تن‌های فرکانسی را نیز اندازه‌گیری کند با استفاده از این تن‌های فرکانسی و اثر داپلر می‌توان سرعت و کورس هدف را تخمین زد. به این نوع از ره‌گیری، ره‌گیری با استفاده از اندازه‌گیری سمت و فرکانس^۲ می‌گویند [۲]. در این روش ره‌گیری، استفاده از یک اندازه‌گیری اضافی منجر به این می‌شود که این مسئله رؤیت پذیر تر از مسئله ره‌گیری فقط با اندازه‌گیری سمت باشد. این بدان معنی است که مسئله فقط اندازه‌گیری سمت نیاز به تعریف مانور حرکتی برای رویتگر دارد تا بتواند پارامترهای هدف را تخمین بزند درحالی‌که در این مسئله بدون مانور رویتگر هم می‌توان پارامترهای هدف را تخمین زد [۳].

اما مشکل اصلی در این روش وجود معادلات اندازه‌گیری غیرخطی است که وجود معادلات اندازه‌گیری غیرخطی کار را برای پیدا کردن یک الگوریتم سریع و مقاوم برای تخمین پارامترهای هدف دشوار می‌سازد. البته با توجه به پژوهش‌های انجام‌شده می‌توان گفت الگوریتم‌های زیادی برای حل این مسئله ارائه شده که می‌توان آن‌ها را به دودسته الگوریتم‌های بازگشتی و انباشته تقسیم کرد. که هرکدام از این روش‌ها دارای مزایا و معایب مخصوص به خود هستند. از جمله روش‌های مطرح‌شده برای حل این مسئله استفاده از انواع مختلف فیلترکالمن است. از جمله فیلترکالمن توسعه‌یافته را می‌توان نام برد. در این نوع فیلترکالمن، با

¹ Bearing Only Tracking

² Doppler And Bearing Tracking

استفاده از مشتق‌گیری معادلات غیرخطی نسبت به بردار حالت ماتریس ژاکوبین اندازه‌گیری را تشکیل می‌دهند که این کار خود منجر به ایجاد بایاس می‌شود. همچنین این نوع از فیلترکالمن مانند دیگر انواع آن به شرایط اولیه وابسته است. لذا در این پایان‌نامه سعی می‌شود با ارائه یک ترکیب جدید برای فیلترکالمن بایاس تخمین کاهش داده شود تا فیلتر در یک حالت بهینه به تخمین پارامترهای هدف پردازد.

۱-۲- ضرورت انجام تحقیق

همان‌طوری که در مقدمه ذکر شد در ره‌گیری غیرفعال اگر فقط سمت اندازه‌گیری شود به آن ره‌گیری فقط با اندازه‌گیری سمت می‌گویند و اگر سمت و فرکانس اندازه‌گیری شود به آن ره‌گیری با اندازه‌گیری سمت و فرکانس می‌گویند در ره‌گیری با اندازه‌گیری فقط سمت رؤیت‌پذیری مسئله بسیار مهمی است زیرا این مسئله رؤیت‌پذیر نیست و در صورتی می‌توان پارامترهای هدف را تخمین زد که مسئله رؤیت‌پذیر باشد. رؤیت‌پذیری این مسئله زمانی تضمین می‌شود که روی‌تگر با مانور تعریف‌شده مناسبی حرکت کند، که این موضوع از جمله محدودیت‌های این مسئله است.

این در حالی است که در ره‌گیری با اندازه‌گیری سمت و فرکانس، به دلیل اندازه‌گیری فرکانس مسئله رؤیت‌پذیر است، نیازی به تعریف مانور حرکتی برای روی‌تگر نیست یعنی بدون مانور می‌توان پارامترهای هدف را تخمین زد.

با توجه به مطالب ذکرشده و اهمیت مسئله ره‌گیری با اندازه‌گیری سمت و فرکانس، در این پایان‌نامه این مسئله موردبررسی قرار گرفته و برای حل آن فیلتر کالمن تطبیقی جدیدی پیشنهاد می‌شود.

۱-۳- هدف از انجام کار

در این پایان‌نامه ابتدا پژوهش‌های انجام‌شده پیرامون مسئله ره‌گیری هدف با اندازه‌گیری سمت و فرکانس بررسی می‌شود به طوری که نقاط ضعف و قوت هر کدام از این روش‌ها اشاره می‌شود و در نهایت بهترین روش بر اساس ملاک‌های در نظر گرفته‌شده برای حل این مسئله انتخاب می‌گردد، در نهایت فیلتری جدید برای بهبود عملکرد روش انتخابی پیشنهاد می‌شود.

نکته مهمی که اهمیت دارد این است که منظور از طراحی بهینه برای حل این مسئله ارائه یک فیلتر بهینه برای حل این روش است و فیلتر بهینه برای حل این مسئله فیلتری است که با کمترین بایاس و کمترین حجم محاسبات و در کمترین زمان ممکن بتواند پارامترهای هدف را تخمین بزند.

فصل دوم

ره گیری با استفاده از اندازه گیری سمت و فرکانس

۱-۲- اثر داپلر چیست؟

یک شی در حال حرکت را در نظر بگیرید، که یک سیگنال فرکانسی از خود صادر می‌کند که این سیگنال می‌تواند صوت و نور و... باشد، در اثر حرکت این شی متحرک طول موج فرکانس ارسالی از این منبع در زمان دور و نزدیک شدن به ناظر تغییر می‌کند که این تغییرات ناشی از اختلاف سرعت نسبی بین هدف و ناظر است، شکل ۱-۲ اثر داپلر را نمایش می‌دهد.

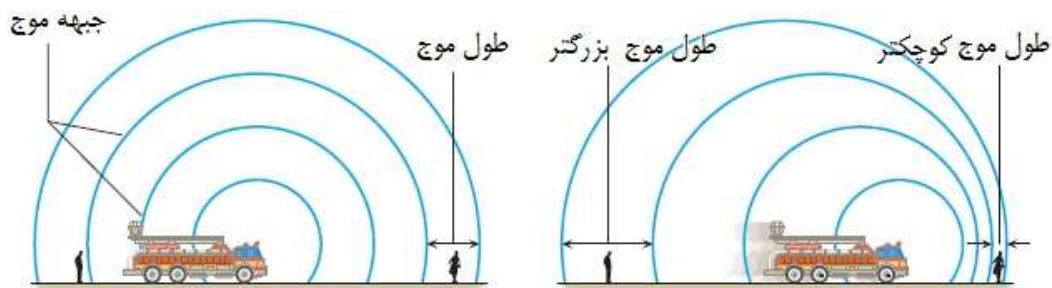
رابطه‌ی ریاضی اثر داپلر توسط معادله (۱-۲) تعریف می‌شود [۱۳].

$$f_r = f_B \left(\frac{C}{C \pm V_D} \right) \quad (1-2)$$

که در رابطه فوق، C سرعت انتشار صوت در محیط و V_D سرعت نسبی بین ناظر و منبع و همچنین f_B فرکانس پایه‌ی ارسالی از منبع، f_r فرکانس دریافتی ناظر است.

در رابطه‌ی (۱-۲) زمانی که هدف و ناظر به هم نزدیک شوند علامت مثبت و اگر از هم دور شوند علامت منفی خواهد بود. اگر رابطه اخیر با V_D تفریق و جمع شود، داریم.

$$f_r = f_B \left(\frac{C \mp V_D}{C} \right) = f_B \left(1 \mp \frac{V_D}{C} \right) \quad (2-2)$$



شکل ۱-۲: نمایش اثر داپلر

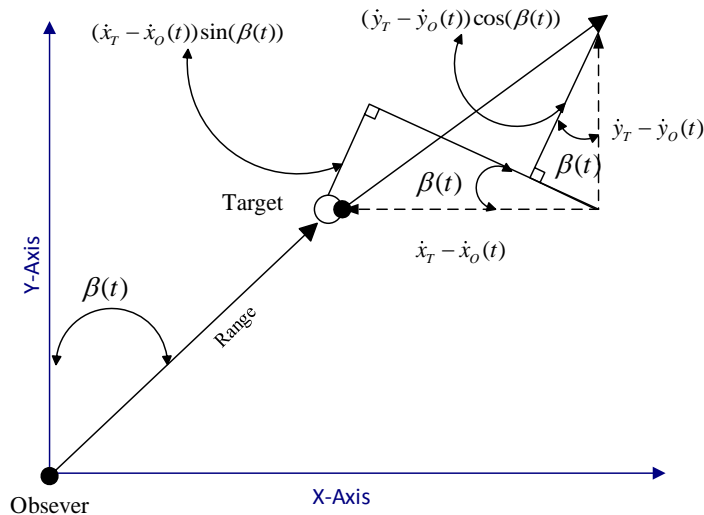
بنابراین اگر بتوان فرکانس ارسالی یک شی متحرک را در لحظات مختلف اندازه‌گیری کرد، می‌توان با استفاده از اثر داپلر سرعت شی متحرک را اندازه‌گیری کرد.

۲-۲- تعریف مسئله

در حالت کلی با حرکت کشتی و یا تجهیزات زیردریایی در اقیانوس، نویز ایجاد می‌شود که این نویز ناشی شده از چرخ‌دنده‌های حرکتی و یا موتور و یا دیگر تجهیزات است. لذا سونار با اندازه‌گیری این نویز می‌تواند سمت و شعاع حرکت هدف نسبت به رویتگر را بدهد که این مسئله به ره‌گیری با اندازه‌گیری فقط سمت معروف است.

حال اگر این نویز اندازه‌گیری شامل تن‌های فرکانسی باشد با اندازه‌گیری این تن‌های فرکانسی و با استفاده از اثر داپلر می‌توان سرعت هدف را بدست آورد که با تلفیق این دو موضوع بحث ره‌گیری با اندازه‌گیری سمت و فرکانس مطرح می‌شود [۴].

حال شکل ۲-۲ را در نظر بگیرید.



شکل ۲-۲: نمایش ریاضی مسیر حرکت هدف

با استفاده از اندازه‌گیری‌های حس‌گر می‌توان x_t و y_t که نشان‌دهنده مکان هدف هستند را با استفاده از روابط زیر تعیین کرد [۵]:

$$\begin{aligned} x_t &= range \times \sin(\beta(t)) \\ y_t &= range \times \cos(\beta(t)) \end{aligned} \quad (3-2)$$

درحالی که سمت هدف را می توان با رابطه ی (۲-۴) بدست آورد.

$$\beta(t) = \tan^{-1} \left(\frac{(y_t - y_o)}{(x_t - x_o)} \right) \quad (4-2)$$

اثر داپلر برای این مسئله به صورت زیر تعریف می شود.

$$DopplerShift = \frac{RelativeVelocity}{WaveLength} = \frac{V_D}{C/f_B} \quad (5-2)$$

$$f_r(t) = f_B + f_B \frac{V_D}{C} = f_B \left(1 + \frac{V_D}{C} \right) \quad (5-2)$$

$$V_D = (\dot{x}_o - \dot{x}_T) \sin(\beta(t)) + (\dot{y}_o - \dot{y}_T) \cos(\beta(t)) \quad (6-2)$$

اگر نویز هم در اندازه گیری فرکانس در نظر گرفته شود، داریم،

$$f_r(t) = f_B \left(1 + \frac{(\dot{x}_o - \dot{x}_T) \sin(\beta(t)) + (\dot{y}_o - \dot{y}_T) \cos(\beta(t))}{C} \right) + \gamma \quad (7-2)$$

در رابطه فوق C سرعت حرکت صوت در محیط که در این پروژه سرعت حرکت صوت در زیردريا تعريف

می شود، V_D سرعت نسبی بین رویتگر و هدف، f_r فرکانس دریافتی، f_B فرکانس پایه ارسالی از هدف است

γ نیز نویز سفید گوسی با میانگین صفر و واریانس مشخص می باشد.

بنابراین بردار اندازه گیری را که با نماد h نمایش داده می شود، شامل دو عنصر اندازه گیری شده سمت و

فرکانس است.

$$h(t) = \begin{bmatrix} \beta(t) \\ f_r(t) \end{bmatrix}$$

۲-۳- بررسی رؤیت پذیری

همان طور که قبلاً ذکر شد عمده مزیت ره‌گیری با اندازه‌گیری سمت و فرکانس رؤیت پذیری آن است. لذا در این قسمت رؤیت پذیر بودن این روش با استفاده از روابط ریاضی اثبات می‌شود [۳].

سیستم خطی متغیر با زمان زیر را در نظر بگیرید.

$$L = \begin{cases} \dot{X}(t) = F(t)X(t) + G(t)U(t) \\ Y(t) = H(t)X(t) \end{cases} \quad (۸-۲)$$

که در معادله‌ی فوق F ماتریس سیستم و X بردار حالت و G ماتریس نگاشت ورودی به حالت و Y بردار اندازه‌گیری و H ماتریس اندازه‌گیری است.

که جواب معادله فوق معادله (۲-۹) است.

$$X(t) = \Phi(t, t_0)X(t_0) + R(t) \quad (۹-۲)$$

در معادله فوق $\Phi(t, t_0)$ ماتریس انتقال حالت و ماتریس R برابر است با

$$R(t) = \int_{t_0}^t \Phi(t, \tau).G(\tau).U(\tau)d\tau \quad (۱۰-۲)$$

$$W(t) \cong Y(t) - H(t).R(t) = H(t).\Phi(t, t_0).X(t_0) \quad (۱۱-۲)$$

با تعریف معادله‌ی (۲-۱۱) و نظریه زیر می‌توان رؤیت پذیری سیستم فوق را اثبات کرد.

نظریه [3]: سیستم L در بازه زمانی $[t_0, t_f]$ رؤیت پذیر است اگر و فقط اگر برای هر $X(t_0)$ زمانی در بازه‌ی مفروض وجود داشته باشد که به ازای آن $W(t)$ مخالف صفر باشد.

حال با توجه به معادلات مرجع [۳] و در نظر گرفتن بردار حالت به صورت معادله (۱۲-۲)

$$X(t_0) = \begin{bmatrix} f_b X_T(t_0) \\ f_b Y_T(t_0) \\ f_b \dot{X}_T(t_0) \\ f_b \dot{Y}_T(t_0) \\ f_b \end{bmatrix} \quad (12-2)$$

معادلات غیرخطی را می توان به صورت ماتریس های زیر نمایش داد.

$$\dot{X}(t) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} X(t)$$

$$Y(t) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \frac{-\sin(\beta(t))}{C} & \frac{-\cos(\beta(t))}{C} & 1 \\ \cos(\beta(t)) & -\sin(\beta(t)) & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} X(t) \quad (13-2)$$

با استفاده از معادلات فوق، کاملاً واضح است که در این مسئله ماتریس های Y و W با هم برابرند. لذا شرط اینکه مسئله فوق رؤیت پذیر باشد طبق نظریه این است که W که همان Y است مخالف صفر باشد و این در صورتی محقق می شود که اگر و فقط اگر اندازه گیری های سمت در لحظات مختلف متفاوت باشند.

۲-۴- پژوهش های انجام شده

لذا با توجه به پژوهش های انجام شده روش های حل این مسئله را می توان به دودسته تقسیم بندی کرد :

۲-۴-۱- روش های حل با استفاده از الگوریتم های بازگشتی^۳

۲-۴-۲- روش های حل با استفاده از الگوریتم های انباشته^۴

³ Recursive

⁴ Batch

۲-۴-۱- روش‌های حل با استفاده از الگوریتم‌های بازگشتی

۲-۴-۱-۱) استفاده از فیلتر کالمن

فیلتر کالمن یک الگوریتم بازگشتی در تخمین پارامترها می‌باشد. از آنجاکه در معادلات اندازه‌گیری غیرخطی نمی‌توان از فیلتر کالمن استاندارد استفاده نمود، از روش‌های فیلتر کالمن توسعه‌یافته [۶] و نمونه‌بردار [۷] که برای حل معادلات غیرخطی کاربرد دارند برای حل مسئله ره‌گیری با اندازه‌گیری سمت و فرکانس استفاده می‌شود.

فیلتر کالمن توسعه‌یافته

در فیلتر کالمن توسعه‌یافته معادلات اندازه‌گیری غیرخطی با استفاده از سری تیلور به معادلات خطی تبدیل می‌شوند که این عمل با صرف‌نظر کردن از جمله‌های مرتبه بالاتر انجام می‌شود. سپس با تشکیل ماتریس ژاکوبین به تخمین پارامترها می‌پردازد. مشکلات این روش عدم در نظر گرفتن جمله‌های غیرخطی مرتبه بالا و همچنین انتخاب شرایط اولیه مناسب است.

فیلتر کالمن نمونه‌بردار

در فیلتر کالمن نمونه‌بردار ابتدا شرایط اولیه انتخاب می‌شود. سپس نقاطی در اطراف شرایط اولیه ایجاد می‌گردد و با عبور این نقاط از معادلات اندازه‌گیری غیرخطی نقاط جدید برای مرحله بعد بدست می‌آید و در نهایت با وزن دهی به تک‌تک این نقاط و ترکیب آن‌ها با استفاده از الگوریتم کالمن عمل تخمین انجام می‌شود. مشکلات این روش انتخاب شرایط اولیه مناسب و تنظیم پارامترهای فیلتر می‌باشند.

البته در این دسته روش‌های دیگری نیز ارائه‌شده است که از جمله می‌توان به فیلتر کالمن نمونه‌بردار تکراری [۸] و فیلتر کالمن نمونه‌بردار توسعه‌یافته شعاعی [۹] اشاره کرد.

۲-۴-۱-۲) استفاده از روش بدون بایاس^۵ [۱۰]

زمانی که رویترگر و هدف دارای حرکت نسبی باشند به گونه‌ای که سرعت نسبی هدف نسبت به رویترگر در لحظه i را با نماد V_i و فرکانس ناشناس ارسال شده توسط هدف را با نماد f_s نمایش دهیم، رابطه داپلر را می‌توان به صورت زیر تعریف کرد.

$$f_i = f_s \left(1 + \frac{V}{C}\right) \quad (۱۴-۲)$$

C سرعت انتشار صوت در محیط و V سرعت نسبی بین رویترگر و هدف که در صورت نزدیک شدن به هم علامت مثبت و در صورت دور شدن از هم با علامت منفی می‌باشد. اگر رابطه فوق بر اساس سرعت نسبی هدف و رویترگر بازنویسی شود، داریم

$$\frac{\bar{f}_i}{f_s} = \left(1 - \frac{\dot{x}_T - \dot{x}_o(i)}{c} \sin(\bar{\beta}_i) - \frac{\dot{y}_T - \dot{y}_o(i)}{c} \cos(\bar{\beta}_i)\right) \quad (۱۵-۲)$$

در روابط فوق $\bar{\beta}_i, \bar{f}_i$ سمت و فرکانس بدون نویز هستند. حال اگر به اندازه گیری‌های سمت و فرکانس نویز اضافه شود معادله (۱۶-۲) بدست می‌آید.

$$\varepsilon_f(i) = \frac{f_i}{f_s} - \left(1 - \frac{\dot{x}_T - \dot{x}_o(i)}{c} \sin(\beta_i) - \frac{\dot{y}_T - \dot{y}_o(i)}{c} \cos(\beta_i)\right) \quad (۱۶-۲)$$

رابطه زیر را در نظر بگیرید.

$$\varepsilon_\beta(i) = \cos(\beta_i)[x_T(i) - x_o(i)] - \sin(\beta_i)[y_T(i) - y_o(i)] \quad (۱۷-۲)$$

با ترکیب روابط (۱۶-۲) و (۱۷-۲) داریم.

⁵ Asymptotically Unbiased Estimator

$$\varepsilon_{f\beta} = A_{f\beta} \mu_{f\beta} - g_{f\beta}$$

$$\varepsilon_{f\beta} = [\varepsilon_f(0), \varepsilon_\beta(0), \dots, \varepsilon_f(k), \varepsilon_\beta(k)]^T$$

$$\mu_{f\beta} = [1/f_s, x_T(0), \dot{x}_T, y_T(0), \dot{y}_T]^T$$

$$A_{f\beta} = \begin{bmatrix} f_0 & 0 & \sin(\beta_0)/c & 0 & \cos(\beta_0)/c \\ 0 & \cos(\beta_0) & 0 & -\sin(\beta_0) & 0 \\ f_1 & 0 & \sin(\beta_1)/c & 0 & \cos(\beta_1)/c \\ 0 & \cos(\beta_1) & T \cos(\beta_1) & -\sin(\beta_1) & -T \sin(\beta_1) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ f_k & 0 & \sin(\beta_k)/c & 0 & \cos(\beta_k)/c \\ 0 & \cos(\beta_k) & kT \cos(\beta_k) & -\sin(\beta_k) & -kT \sin(\beta_k) \end{bmatrix}$$

$$g_{f\beta} = \begin{bmatrix} 1 + \dot{x}_o(0) \frac{\sin(\beta_0)}{c} + \dot{y}_o(0) \frac{\cos(\beta_0)}{c} \\ x_o(0) \cos(\beta_0) - y_o(0) \sin(\beta_0) \\ 1 + \dot{x}_o(1) \frac{\sin(\beta_1)}{c} + \dot{y}_o(1) \frac{\cos(\beta_1)}{c} \\ x_o(1) \cos(\beta_1) - y_o(1) \sin(\beta_1) \\ \vdots \\ 1 + \dot{x}_o(k) \frac{\sin(\beta_k)}{c} + \dot{y}_o(k) \frac{\cos(\beta_k)}{c} \\ x_o(k) \cos(\beta_k) - y_o(k) \sin(\beta_k) \end{bmatrix} \quad (18-2)$$

با توجه به ماتریس‌های فوق مشاهده می‌شود اندازه‌گیری‌های نویزی هم در ماتریس اندازه‌گیری و هم در جمله نویز وجود دارد. لذا این وابستگی منجر به ایجاد بایاس در تخمین پارامترها می‌شود و از روش حداقل مربعات معمولی نمی‌توان مسئله را حل کرد.

برای حل این مشکل، ماتریس اندازه‌گیری افزوده را تشکیل داده و بردار پارامترها را به صورت زیر بازنویسی می‌کنند.

$$A_{u,f\beta} = [A_{f\beta}, -g_{f\beta}]$$

$$\theta_{f\beta} = h_{f\beta} [\mu_{f\beta}, 1]^T \quad (19-2)$$

که در رابطه‌ی فوق $h_{f\beta}$ ضریب ثابت است. بنابراین معادله خطایی به فرم معادله (۲۰-۲) تعریف می‌شود

$$\varepsilon_{f\beta} = \frac{A_{u,f\beta} \theta_{f\beta}}{h_{f\beta}} \quad (20-2)$$

با قرار دادن معادله زیر در ماتریس اندازه‌گیری

$$\begin{aligned} \cos(\beta_i) &\approx \cos(\bar{\beta}_i) - e_{\beta,i} \sin(\bar{\beta}_i) \\ \sin(\beta_i) &\approx \sin(\bar{\beta}_i) + e_{\beta,i} \cos(\bar{\beta}_i) \end{aligned} \quad (21-2)$$

$$A_{u,f\beta} = \bar{A}_{u,f\beta} + \tilde{A}_{u,f\beta} \quad (22-2)$$

$$\tilde{A}_{u,f\beta} = \begin{bmatrix} e_{f,0} & 0 & \cdots & e_{f,k} & 0 \\ e_{\beta,0} \bar{u}_{f,0} & e_{\beta,0} \bar{u}_{f,0} & \cdots & e_{\beta,k} \bar{u}_{f,k} & e_{\beta,k} \bar{u}_{f,k} \end{bmatrix}^T \quad (23-2)$$

که در آن

$$\bar{u}_{f,i} = [0, \frac{\cos(\bar{\beta}_i)}{c}, 0, -\frac{\sin(\bar{\beta}_i)}{c}, -\dot{x}_o(i) \frac{\cos(\bar{\beta}_i)}{c} + \dot{y}_o(i) \frac{\sin(\bar{\beta}_i)}{c}]^T \quad (24-2)$$

$$W_{f\beta} = \begin{bmatrix} (k+1)\sigma_f^2 & 0 \\ 0 & \sigma_\beta^T \sum_{i=0}^k (u_{f,i} u_{f,i}^T + u_{\beta,i} u_{\beta,i}^T) \end{bmatrix} \quad (25-2)$$

در نهایت الگوریتم فوق را می‌توان به صورت زیر خلاصه کرد.

$$(1) \text{ ماتریس } R \text{ را تشکیل دهید. } R_{f\beta} = A_{u,f\beta}^T A_{u,f\beta}$$

$$(2) \text{ تجزیه به بردارهای ویژه را برای جفت } (R_{f\beta}, W_{f\beta}) \text{ تشکیل دهید.}$$

$$(3) \text{ بردارهای ویژه تعمیم‌یافته را با استفاده از مقادیر ویژه تعمیم‌یافته بدست آورید.}$$

در این روش بایاس کاهش یافت ولی حجم محاسبات در این روش زیاد است همچنین این الگوریتم نیز مانند همه‌ی الگوریتم‌های بازگشتی به شرایط اولیه وابسته است.

۳-۴-۱-۲) استفاده از روش متغیر ابزاری^۶ [۱۱]

در سونار که یک حسگر صداست، این مسئله رایج است که نویز اندازه‌گیری اغلب با چند تن فرکانسی نیز همراه است. این تن‌های فرکانسی دریافتی دارای فرکانس ثابت می‌باشند و باگذشت زمان تغییر نمی‌کنند. معادله زیر که معادله داپلر می‌باشد را در نظر بگیرید.

$$f_i^{(j)} = f_s^{(j)} \left(1 + \frac{V}{C}\right) + \varepsilon_{f_i}^{(j)} \quad (26-2)$$

که در معادله فوق $f_i^{(j)}$ j امین فرکانس اندازه‌گیری شده توسط رویترگر در لحظه i ، $f_s^{(j)}$ j امین فرکانس ناشناس منبع، C سرعت انتشار صوت در زیردریا، V سرعت نسبی بین رویترگر و هدف و $\varepsilon_{f_i}^{(j)}$ نویز اندازه‌گیری می‌باشد که اغلب با میانگین صفر و واریانس مشخص می‌باشد.

رابطه اثر داپلر با استفاده از تعریف سرعت نسبی به صورت زیر بازنویسی می‌شود.

$$V = (\dot{x}_T - \dot{x}_o(i)) \sin(\bar{\beta}) + (\dot{y}_T - \dot{y}_o(i)) \cos(\bar{\beta}) \quad (27-2)$$

$$f_i = f_j \left(1 - \frac{\dot{x}_T - \dot{x}_o(i)}{C} \sin \bar{\beta} - \frac{\dot{y}_T - \dot{y}_o(i)}{C} \cos \bar{\beta}_i\right) + \varepsilon_{f_i}$$

$$f_i = \sum_{j=1}^p f_i^{(j)}, f_s = \sum_{j=1}^p f_s^{(j)}, \varepsilon_{f_i} = \sum_{j=1}^p \varepsilon_{f_i}^{(j)} \quad (28-2)$$

در معادلات فوق $\bar{\beta}$ اندازه‌گیری‌های بدون نویز است که اگر نویز در اندازه‌گیری‌ها در نظر گرفته شود، داریم

⁶ Instrumental Variable

$$\begin{aligned}
\beta_i &= \bar{\beta}_i + \varepsilon_i \\
f_i &= f_s - \frac{f_s \dot{x}_T}{C} \sin \beta_i + \frac{f_s \dot{x}_0(i)}{C} \sin \beta_i - \frac{f_s \dot{y}_T(i)}{C} \cos \beta_i + \frac{f_s \dot{y}_0(i)}{C} \cos \beta_i + \eta_i \\
\eta_i &= \varepsilon_{f_i} - [q_i \sin \beta_i - \cos \beta_i \sin e_i] \left[\frac{f_s \dot{x}_T - f_s \dot{x}_0(i)}{C} \right] - [q_i \cos \beta_i + \sin \beta_i \sin e_i] \left[\frac{f_s \dot{y}_T - f_s \dot{y}_0(i)}{C} \right] \\
q_i &= \cos e_i - 1
\end{aligned} \tag{۲۹-۲}$$

که بردار حالت به صورت معادله (۳۰-۲) است.

$$\mu^T = [f_s; f_s x_T(0); f_s \dot{x}_T; f_s y_T(0); f_s \dot{y}_T] \tag{۳۰-۲}$$

برای تبدیل به مسئله شناسایی، معادلات غیرخطی به فرم ماتریسی نمایش داده می‌شود.

$$F_k = C_k \mu + \phi_k$$

$$F_k = [f_0; 0; \dots; f_k; 0], \mu^T = [f_s; f_s x_T(0); f_s \dot{x}_T; f_s y_T(0); f_s \dot{y}_T]$$

$$\phi_k^T = [\eta_0; \varepsilon_0 \dots \eta_k; \varepsilon_k]$$

$$C_k = \begin{bmatrix}
1 + \frac{\dot{x}_o(0) \sin \beta_0}{C} + \frac{\dot{y}_o(0) \cos \beta_0}{C} & 0 & -\frac{\sin \beta_0}{C} & 0 & -\frac{\cos \beta_0}{C} \\
-x_o(0) \cos \beta_0 + y_o(0) \sin \beta_0 & \cos \beta_0 & 0 & -\sin \beta_0 & 0 \\
\vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\
1 + \frac{\dot{x}_o(k) \sin \beta_k}{C} + \frac{\dot{y}_o(k) \cos \beta_k}{C} & 0 & -\frac{\sin \beta_k}{C} & 0 & -\frac{\cos \beta_k}{C} \\
-x_o(k) \cos \beta_k + y_o(k) \sin \beta_k & \cos \beta_k & kT \cos \beta_k & -\sin \beta_k & -kT \sin \beta_k
\end{bmatrix} \tag{۲}$$

نکته قابل ذکر در این مسئله این است که با در نظر گرفتن مجموع تن‌های فرکانسی به‌عنوان یک متغیر حالت، بردار حالت با افزایش تعداد تن‌های فرکانسی افزایش ابعاد نخواهد داشت و افزایش تعداد تن‌های فرکانسی دریافتی تأثیری در همگرایی و واگرایی ندارد.

فرض کنید ماتریس C_k رتبه کامل باشد بنابراین روش حداقل مربعات ساده برای تخمین پارامترها استفاده می‌شود.

$$\hat{\theta}_k = (C_k^T C_k)^{-1} C_k^T F_k \tag{۳۲-۲}$$

حال اگر در معادله (۳۲-۲) رابطه (۳۳-۲) جایگذاری شود.

$$F_k = C_k \mu + \phi_k \quad (۳۳-۲)$$

معادله (۳۴-۲) حاصل خواهد شد.

$$\hat{\theta}_k = \theta + (C_k^T C_k)^{-1} C_k^T \phi_k \quad (۳۴-۲)$$

بنابراین روش متغیر ابزاری بهینه به صورت زیر تعریف می شود.

$$\hat{\theta}_k^* = (Z_k^{*T} C_k)^{-1} Z_k^{*T} F_k, Z_k^* = \Omega_k^{-1} \bar{C}_k, \Omega_k = E\{\phi_k \phi_k^T\} \quad (۳۵-۲)$$

درحالی که \bar{C}_k همان ماتریس C_k است، درحالی که در آن β_i سمت اندازه گیری شده نویزی با $\bar{\beta}_i$ سمت اندازه گیری شده بدون نویز جایگزین شده است.

در عمل \bar{C}_k و $\bar{\Omega}_k$ در دسترس نیستند، به همین دلیل از مقدار جایگزین به صورت زیر استفاده می شود.

$$Z_k = \tilde{\Omega}_k^{-1} \tilde{C}_k \quad (۳۶-۲)$$

درحالی که \tilde{C}_k همان ماتریس C_k است که المانهای β_i آن با مقادیر زیر جایگزین شده است.

$$\tilde{\beta}_j = \tan^{-1} \left[\frac{\hat{x}_T(0) + jT\hat{\dot{x}}_T - x_0(k)}{\hat{y}_T(0) + jT\hat{\dot{y}}_T - y_0(k)} \right] \quad (۳۷-۲)$$

در معادله فوق تخمینهای $\hat{x}_T(0), \hat{\dot{x}}_T, \hat{y}_T(0), \hat{\dot{y}}_T$ مقادیری هستند که از $T(j-1)$ لحظه قبل به دست آمده اند،

همچنین برای $\bar{\Omega}_k$ می توان گفت مقدار r_i با مقدار تخمین زده شده بر اساس اندازه گیری $j-1$ لحظه قبل

جایگزین شده است. لذا

$$\hat{\theta}_k = (\tilde{C}_k^T \tilde{W}_k^{-1} C_k)^{-1} \tilde{C}_k^T \tilde{W}_k^{-1} F_k \quad (۳۸-۲)$$

$$\tilde{w}_k = E\{\phi_k \phi_k^T\} = \begin{bmatrix} \delta_{\eta 0}^2 & \delta_{\eta 0 \varepsilon 0} & \cdots & \cdots & 0 \\ \delta_{\eta 0} & \delta^2 r_0^2 & \cdots & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & \vdots & \delta_{\eta k}^2 & \delta_{\eta k \varepsilon k} \\ 0 & 0 & \vdots & \delta_{\eta k \varepsilon k} & \delta^2 r_k^2 \end{bmatrix}$$

$$\delta_{\eta i}^2 = E\{\eta_i \eta_i\}, \delta_{\eta i \varepsilon i} = E\{\eta_i \varepsilon_i\} \quad (39-2)$$

بنابراین الگوریتم بازگشتی زیر برای تخمین پارامترها ارائه شده است.

$$\hat{\theta}_k = \hat{\theta}_{k-1} + P_k z_k^T (F_k - c_k \hat{\theta}_{k-1})$$

$$P_k^{-1} = P_{k-1}^{-1} + z_k^T c_k \quad (40-2)$$

در معادلات فوق Z_k همان K امین سطر از ماتریس Z_k است و F_k نیز K امین المان از بردار F_k است و c_k نیز K امین سطر از ماتریس C_k است.

در این روش حجم محاسبات بالاست و به شرایط اولیه وابسته است.

۲-۴-۲) روش‌های حل با استفاده از الگوریتم‌های انباشته

۲-۴-۲-۱) استفاده از روش شبه خطی دو گام^۷

در این روش معادلات غیرخطی را به دو قسمت معادلات خطی و غیرخطی تبدیل می‌شود. که اساس این کار با تعیین یک تابع هدر رفت و سپس کمینه‌سازی آن نسبت به پارامترها عمل تخمین انجام می‌شود [۱۲].

$$Q = \frac{1}{\delta_b^2} Q_b + \frac{1}{\delta_{f1}^2} Q_{f1} + \frac{1}{\delta_{f2}^2} Q_{f2} + \dots \quad (۴۱-۲)$$

در معادله (۴۱-۲) δ_b, δ_{ff} به ترتیب انحراف معیار نویز افزوده شده به j امین خط فرکانسی و سمت است. در این روش از تخمین همان طوری که از اسم آن مشخص است برای تخمین دو گام در نظر گرفته می‌شود. که گام اول برای تخمین پارامترها با استفاده از سمت اندازه‌گیری شده و کمینه‌سازی معادله زیر انجام می‌شود.

$$\arg_{z_1, z_2, z_3} \min \sum_{i=1}^n (\sin b_i - \cos b_i (t_i - \tau) z_1 + \sin b_i (t_i - \tau) z_2 - \cos b_i z_3)^2 \quad (۴۲-۲)$$

در معادله فوق b_i سمت اندازه‌گیری شده و z_1, z_2, z_3 پارامترهای تخمین، τ زمان مبدا، t_i زمان i امین اندازه‌گیری است. در گام دوم استفاده از فرکانس اندازه‌گیری شده و کمینه‌سازی رابطه (۴۳-۲) است.

$$\arg_{\frac{1}{z_4}, \ln f_c} \min \sum_{i=1}^n (\ln f_i - \ln f_c + (z_1^* \frac{\sin b_i}{v_w} + z_2^* \frac{\cos b_i}{v_w}) \frac{1}{z_4})^2 \quad (۴۳-۲)$$

در معادله (۴۳-۲) τ سرعت صوت در محیط و f_c فرکانس ارسالی هدف، f_i فرکانس دریافتی است. که برای کمینه‌سازی از روش‌هایی نظیر گوس نیوتن تکراری استفاده می‌شود.

مشکلی که در این روش وجود دارد وجود بایاس زیاد در تخمین پارامترها می‌باشد.

⁷ Pseudo linear

۲-۴-۲-۲) استفاده از روش حداکثر شباهت^۸ [۱۳]

فرض کنید مکان هدف در صفحه مختصات (r_{xs}, r_{ys}) باشد در حالی که هدف با سرعت ثابت (V_{xs}, V_{ys}) حرکت می‌کند. بردار حالت به صورت $X_s = [r_{xs}, r_{ys}, V_{xs}, V_{ys}]^T$ نمایش داده می‌شود.

فرض کنید سمت اندازه‌گیری شده دارای نویز باشد.

$$\beta_i = \bar{\beta}_i + \varepsilon_{\beta_i} \quad (۴۴-۲)$$

بنابراین معادله (۴۵-۲) نشان‌دهنده محاسبه سمت در صورت عدم حضور نویز می‌باشد.

$$\tan \bar{\beta}_i = \frac{r_x + iTV_x}{r_y + iTV_y} \quad (۴۵-۲)$$

معمولاً در سونار نویزهای اندازه‌گیری شده دارای یک یا چند تن فرکانسی می‌باشد که این تن‌های فرکانسی ثابت هستند ولی با توجه به اثر داپلر، فرکانس اندازه‌گیری شده در لحظات مختلف دارای مقادیر مختلف است که رابطه (۴۶-۲) نشان‌دهنده اثر داپلر است.

$$f_i^j = f_s^j \left(1 - \frac{v_x \sin \bar{\beta}_i + v_y \cos \bar{\beta}_i}{C}\right) + \varepsilon_{f_i}^j \quad (۴۶-۲)$$

در رابطه فوق f_i^j نشان‌دهنده j امین فرکانس اندازه‌گیری شده در لحظه i ام و f_s^j فرکانس ثابت و ناشناس منبع، C سرعت انتشار صوت در زیردریا و $\varepsilon_{f_i}^j$ نویز اندازه‌گیری است.

معادلات اندازه‌گیری را می‌توان به فرم زیر نوشت.

⁸ Maximum Likelihood

$$Y = F(x) + Z$$

$$Y = \begin{bmatrix} \beta_0 & f_0^0 & f_0^1 & \dots & f_0^{M-1} \\ \beta_1 & f_1^0 & f_1^1 & \dots & f_1^{M-1} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \beta_{N-1} & f_{N-1}^0 & f_{N-1}^1 & \dots & f_{N-1}^{M-1} \end{bmatrix} \quad (47-2)$$

در رابطه (47-2) Y یک ماتریس $N \times M$ اندازه‌گیری است که (i,j) امین المان آن نشان‌دهنده j امین اندازه‌گیری در لحظه i ام و F ماتریس $N \times M$ که ماتریس مدل تابع است که وابسته به بردار P بعدی و ناشناس X و Z نیز بردار $N \times M$ نویز است.

در این مدل ره‌گیری هدف تخمین بردار حالت X با استفاده از بردار اندازه‌گیری Y است. می‌توان تخمین \hat{X} را توسط X با کمینه‌سازی بعضی از معیارها بدست آورد.

تابع چگالی احتمال برای N بار اندازه‌گیری عبارت است از :

$$p(Y | X, \Omega) \propto \prod_{k=0}^K |\Omega_k|^{-N_0/2} \exp \left[-\frac{\text{tr}(Z_k \Omega_k^{-1} Z_k^T)}{2} \right] \quad (48-2)$$

در رابطه فوق $|\cdot|$ نشان‌دهنده دترمینان است.

تخمینگر حداکثر شباهت باید تابع زیر را بیشینه نماید.

$$L(X, \Omega_0^{-1}, \dots, \Omega_k^{-1}) = \text{const} + \sum_{k=0}^K \left[\frac{N_0}{2} \ln |\Omega_k^{-1}| - \frac{\text{tr}(Z_k \Omega_k^{-1} Z_k^T)}{2} \right] \quad (49-2)$$

با مشتق‌گیری از معادله (49-2) داریم

$$\frac{\partial L(X, \Omega_0^{-1}, \dots, \Omega_k^{-1})}{\partial \sigma_k^{ij}} = \frac{N_0}{2} \{ \Omega_k \}^{ij} - \frac{1}{2} \{ Z_k^T Z_k \}^{ij} \quad (50-2)$$

با برابر صفر قرار دادن این مشتق معادله زیر به دست می‌آید.

$$\{\hat{\Omega}_k\} = \frac{\{Z_k^T Z_k\}}{N_0}$$

$$L(X, \hat{\Omega}_0^{-1}, \dots, \hat{\Omega}_K^{-1}) = \text{const} \tan t - \sum_{k=0}^K \frac{N_0}{2} \ln |Z_k^T Z_k| \quad (51-2)$$

درحالی که تخمینگر حداکثر شباهت باید معیار زیر را کمینه نماید.

$$\Phi(x) = \prod_{k=0}^K |Z_k^T Z_k| \quad (52-2)$$

الگوریتم نیوتن از جمله الگوریتم‌های تکراری مناسب برای حل مسائل کمینه‌سازی است.

الگوریتم نیوتن :

(۱) $K=0$ و شرایط اولیه مناسب برای $x(0)$ انتخاب کنید.

(۲) اگر معیار همگرایی به مقدار مطلوب رسید، توقف کنید.

(۳) ماتریس گرادیان $g(k)$ و هسین $H(k)$ را محاسبه کنید.

(۴) معادله $H(k)\delta(k) = -g(k)$ را حل کنید.

(۵) گام نمونه‌برداری $\lambda(k)$ را با استفاده از روابط زیر محاسبه کنید :

$$\text{الف) } x(k) + \lambda(k)\delta(k)$$

$$\text{ب) } \Phi(x(k) + \lambda(k)\delta(k)) \leq \Phi(x(k))$$

(۶) با قرار دادن $x(k) = x(k) + \lambda(k)\delta(k)$ و $k = k+1$ به قدم دوم برگردید.

برای محاسبه‌ی ماتریس هسین و گرادیان معادله (۵۳-۲) را در نظر بگیرید.

$$\Phi(x) = \prod_{k=0}^K \phi_k$$

$$\phi_k = |Z_k^T Z_k| \quad (53-2)$$

با استفاده از تجزیه QR از Z_k

$$Z_k = Q_k R_k \quad (54-2)$$

نتایج زیر را خواهیم داشت.

$$\frac{\partial \phi_k}{\partial x_i} = 2\phi_k \sum_{m=1}^M g_{k,i,mm}$$

$$\frac{\partial^2 \phi_k}{\partial x_i \partial x_j} = 4\phi_k \sum_{m=1}^M g_{k,i,mm} \sum_{m=1}^M g_{k,j,mm} +$$

$$2\phi_k \left[-\sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^M g_{k,i,mm} g_{k,j,nn} + \sum_{m=M+1}^{N_0} \sum_{n=1}^M g_{k,i,mm} g_{k,j,nn} \right] \quad (55-2)$$

درحالی که $g_{k,l,mm}$ نشان دهنده (m,n) امین المان ماتریس $N \times M$ است.

$$G_{k,i} = Q_k^T \frac{\partial Z_k}{\partial x_i} R_k^{-1} \quad (56-2)$$

$$g_i = \frac{\partial \Phi(x)}{\partial x_i} = 2\Phi \sum_{k=0}^K \sum_{m=1}^M g_{k1,i,mm}$$

$$H_{ij} = \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x_i \partial x_j} = \Phi \sum_{k_1=0}^K \left[4 \sum_{m=1}^M g_{k_1,i,mm} \left(\sum_{k_2=0}^K \sum_{m=1}^M g_{k_2,j,mm} \right) + 2 \left(-\sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^M g_{k_1,i,mm} g_{k_1,j,nn} + \sum_{m=M+1}^{N_0} \sum_{n=1}^M g_{k_1,i,mm} g_{k_1,j,nn} \right) \right] \quad (57-2)$$

این روش بایاس کمی دارد ولی حجم محاسبات در این روش بالاست.

۳-۲-۴-۲) استفاده از روش متغیرهای ابزاری [۳]

در این روش معادلات اندازه‌گیری غیرخطی را به دو دسته جملات خطی و غیرخطی تقسیم می‌شوند. با استفاده از جملات خطی و اندازه‌گیری‌های انجام‌شده ماتریس‌های اندازه‌گیری تشکیل و جملات غیرخطی به‌عنوان جمله نویز در نظر گرفته می‌شود، سپس با در تعریف یک معیار غیرخطی و کمینه‌سازی آن عمل تخمین پارامترها انجام می‌شود.

بردار حالت زیر را در نظر بگیرید.

$$X(t_0) = [f_s X_T(t_0) \quad f_s Y(t_0) \quad f_s \dot{X}_T \quad f_s \dot{Y}_T \quad f_s]^T \quad (58-2)$$

اگر اندازه‌گیری‌های فرکانس و سمت به‌صورت حاصل ضرب در بردار حالت نمایش داده شوند، داریم

$$f_m = \left[0 \quad 0 \quad \frac{-\sin(\beta(t))}{C} \quad \frac{-\cos(\beta(t))}{C} \quad 1 + \frac{\dot{X}_o \sin(\beta(t)) + \dot{y}_o \cos(\beta(t))}{C} \right] \cdot X$$

$$\beta_m = [\cos(\beta(t)) \quad -\sin(\beta(t)) \quad T \cos(\beta(t)) \quad -T \sin(\beta(t)) \quad -(\cos(\beta(t))X_o(t) - \sin(\beta(t))Y_o(t))] \cdot X \quad (59-2)$$

برای تخمین معیار غیرخطی زیر در نظر گرفته می‌شود.

$$Q(X) = \frac{1}{2} \sum_i \frac{(f_m(t_i) - f(t_i, X))^2}{\sigma_f^2} + \frac{1}{2} \sum_i \frac{(\beta_m(t_i) - \beta(t_i, X))^2}{\sigma_\beta^2} \quad (60-2)$$

برای معیار غیرخطی فوق، تخمینگر به‌صورت زیر می‌شود.

$$\hat{X} = \left[\zeta^T(\hat{X}) \begin{bmatrix} \sum_v^{-1/2} \cdot A_{vm} \\ (r_m v_m)^{-1} \cdot \sum_\theta^{-1/2} \cdot A_{\theta m} \end{bmatrix} \right]^{-1} \cdot \zeta^T(\hat{X}) \cdot \begin{bmatrix} N_m \\ Z_m \end{bmatrix}$$

$$\zeta(X) = \begin{bmatrix} \sum_v^{-1/2} & 0 \\ 0 & (r_m v_m) \cdot (f_s R)^{-1} \sum_\theta^{-1/2} \end{bmatrix} \cdot A(X) \quad (61-2)$$

$$A_{\beta m} = \begin{bmatrix} \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \cos(\beta(t)) & -\sin(\beta(t)) & T.\cos(\beta(t)) & -T.\sin(\beta(t)) & -(X_o \cos(\beta(t)) - Y_o \sin(\beta(t))) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \end{bmatrix}$$

$$A_{f m} = \begin{bmatrix} \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \frac{-\sin(\beta(t))}{C} & \frac{-\cos(\beta(t))}{C} & 1 + \frac{(\dot{X}_o \sin(\beta(t)) + \dot{Y}_o \cos(\beta(t)))}{C} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \end{bmatrix}$$

$$N_m = A_{f m} \cdot X + V_v$$

$$Z_m = A_{\beta m} \cdot X + f_s R V \beta = 0$$

$$R = \text{diag}(r), \sum_v^{-1/2} = \text{diag}(\sigma_f^2), \sum_\beta^{-1/2} = \text{diag}(\sigma_\beta^2)$$

$$A(X) = \begin{bmatrix} \frac{w(t).\cos(\beta(t))}{r.C} & \dots & \frac{\cos(\beta(t))}{r.f_s} \\ \frac{w(t).\sin(\beta(t))}{r.C} & \dots & \frac{-\sin(\beta(t))}{r.f_s} \\ -\frac{\sin(\beta(t))}{C} - \frac{T.w(t).\cos(\beta(t))}{r.f_s} & \dots & \frac{T.\cos(\beta(t))}{r.f_s} \\ -\frac{\cos(\beta(t))}{C} + \frac{T.w(t).\sin(\beta(t))}{r.f_s} & \dots & \frac{-T.\sin(\beta(t))}{r.f_s} \\ 1 + \frac{v(t) + (u(t).w(t))/r}{C} & \dots & \frac{u(t)}{r.f_s} \end{bmatrix}^T$$

$$\begin{cases} u(t) = x_o \cos(\beta(t)) - y_o \sin(\beta(t)) \\ v(t) = \dot{x}_o \sin(\beta(t)) + \dot{y}_o \cos(\beta(t)) \\ w(t) = (\dot{x}_T - \dot{x}_o) \cos(\beta(t)) - (\dot{y}_T - \dot{y}_o) \sin(\beta(t)) \\ T = t - t_0 \end{cases} \quad (۶۲-۲)$$

در این روش بایاس کاهش یافته است ولی دارای حجم محاسبات بالاست.

جمع بندی

با توجه به مزایا و معایب که برای هر کدام از روش ها ذکر شد. می توان در نهایت با توجه به ملاک های در

نظر گرفته شده فیلتر کالمن را به عنوان الگوریتم برتر در حل این مسئله معرفی کرد.

فصل سوم

فیلتر کا مین

۳-۱- تعریف فیلتر کالمن^۹

فیلتر کالمن یک الگوریتم بازگشتی برای تخمین پارامترها به صورت برخط است که بیش از ۵۰ سال است که توسط آقای کالمن ارائه شده است [۱۵]. این فیلتر دارای سادگی معادلات و به تبع آن حجم کم محاسبات و تخمین بهینه پارامترها است.

از جمله مزایای دیگر این فیلتر استفاده از دو نوع نویز متفاوت در تخمین پارامترهاست [۱۶].

(۱) نویز سیستم: این نویز بدین منظور مورد استفاده قرار می‌گیرد که اطلاع دقیقی از مدل سیستم در دسترس نباشد. لذا این نویز به نوعی نشان‌دهنده عدم قطعیت از مدل سیستم است که اگر عدم قطعیت از مدل سیستم زیاد بود مقدار نویز را در سطح بالا و اگر عدم از قطعیت مدل سیستم در سطح پایین بود مقدار این نویز کم اختیار می‌شود.

(۲) نویز اندازه‌گیری: همان‌طور که از اسم آن پیداست به دلیل وجود نویز در اندازه‌گیری‌ها این نویز را در نظر می‌گیرند که در عمل نیز همین‌طور است حسگرهایی که استفاده می‌شود دارای خطاهایی هستند که نشات گرفته از محیط یا خود حسگر می‌باشند.

از جمله مزایای فیلتر کالمن استفاده از آن در مواردی است که امکان دسترسی به مقدار پارامتر امکان‌پذیر نمی‌باشد، بدین معنی که در محیطی این امکان وجود ندارد که بتوان با نصب یک حسگر مقدار یک کمیت را بدست آورد. لذا از فیلتر کالمن برای تخمین پارامترهایی از این قبیل استفاده می‌کنند. برای درک بهتر این موضوع یک موتور جریان مستقیم را در نظر بگیرید. هدف کنترل گشتاور در آن با استفاده از کنترل شار است. شار بین روتور و استاتور قابل اندازه‌گیری نیست، ولی مدل دینامیکی موتور معلوم است لذا با استفاده از این مدل دینامیکی و اندازه‌گیری جریان یا ولتاژ مقدار شار با استفاده از فیلتر کالمن تخمین زده

^۹ Kalman Filter

می شود و از آن برای کنترل گشتاور استفاده می شود. کاربردهای فیلتر کالمن در صنعت بسیار است از جمله در ره گیری هدف، پردازش تصویر، مبدل های صنعتی و.... اما این فیلتر دارای مشکلاتی است از جمله اینکه فرم استاندارد آن برای سیستم های خطی کاربرد دارد لذا برای استفاده از آن در سیستم های غیرخطی دو نوع متفاوت با نام های فیلتر کالمن توسعه یافته^{۱۰} و فیلتر کالمن نمونه بردار^{۱۱} ارائه شد.

۳-۲- ریاضیات فیلتر کالمن

فیلتر کالمن برای تخمین پارامترهای سیستم خطی گسسته با زمان طراحی شده است [۱۷].

سیستم خطی گسسته با زمان زیر را در نظر بگیرید.

$$\begin{aligned} x(t) &= Fx(t-1) + w(t) \\ Z(t) &= Hx(t) + v(t) \end{aligned} \quad (۱-۳)$$

در معادله فوق، $x(t)$ بردار حالت با ابعاد $n \times 1$ ، F ماتریس $n \times n$ انتقال حالت، $Z(t)$ بردار $m \times 1$ اندازه گیری و H ماتریس $m \times n$ اندازه گیری که بردار حالت را به بردار اندازه گیری نگاشت می کند، $w(t)$ نویز پروسه و $v(t)$ نویز اندازه گیری که هر دو آن ها نویز سفید گوسی با میانگین صفر و واریانس مشخص می باشند که دارای ماتریس های کوواریانس به ترتیب R و Q هستند.

همان طور که اشاره شد فیلتر کالمن یک الگوریتم بازگشتی است که برای تخمین پارامترها یک الگوریتم ترکیبی ارائه می دهد که با ترکیب تخمین حاصل از مدل سیستم و مقدار حاصل از اندازه گیری ها به تخمین پارامترهای سیستم می پردازد. بنابراین معادلات فیلتر کالمن را به دو مرحله تقسیم می کنند.

¹⁰ Extended Kalman Filter

¹¹ Unscented Kalman Filter

مرحله اول : معادلات پیش‌بینی

$$\begin{aligned}\hat{x}(t|t-1) &= F\hat{x}(t-1|t-1) \\ P(t|t-1) &= FP(t-1|t-1)F^T + Q\end{aligned}\quad (۲-۳)$$

در معادلات فوق به ماتریس P ماتریس کوواریانس می‌گویند. در واقع برای توصیف ماتریس P می‌توان این‌گونه بیان کرد که تخمین پارامترهای بردار حالت در فیلترکالمن توسط تابع چگالی احتمال^{۱۲} بیان می‌شود. لذا فیلترکالمن بر مبنای تابع چگالی احتمال گوسی است. پس برای توصیف کامل توابع گوسی نیاز به دانستن واریانس و کوواریانس آن‌ها داریم که این واریانس‌ها و کوواریانس‌ها در ماتریس P ذخیره شده‌اند. بدین مفهوم که عناصر قطر اصلی آن نشان‌دهنده واریانس تابع چگالی احتمال متناظر با آن حالت و عناصر غیرقطر اصلی نشان‌دهنده کوواریانس بین متغیرهای حالت می‌باشند.

برای اثبات، فرض کنید $x(t)$ مقدار صحیح و $\hat{x}(t|t-1)$ تخمین پیش‌بینی آن باشد. واریانس این تخمین به فرم معادله (۳-۳) است.

$$P(t|t-1) = E[(x(t) - \hat{x}(t|t-1))(x(t) - \hat{x}(t|t-1))^T] \quad (۳-۳)$$

که با تفاضل معادله‌ی (۳-۲) از (۱-۳) داریم

$$\begin{aligned}x(t) - \hat{x}(t|t-1) &= F(x(t-1|t-1) - \hat{x}(t-1|t-1)) + w(t) \\ \Rightarrow P(t|t-1) &= E[(F(x(t-1|t-1) - \hat{x}(t-1|t-1)) + w(t)) \\ &\times (F(x(t-1|t-1) - \hat{x}(t-1|t-1)) + w(t))^T] \end{aligned}\quad (۴-۳)$$

$$\begin{aligned}P(t|t-1) &= FE[(x(t-1|t-1) - \hat{x}(t-1|t-1)) \times (x(t-1|t-1) - \hat{x}(t-1|t-1))^T] \times F^T \\ &+ FE[(x(t-1|t-1) - \hat{x}(t-1|t-1))w^T(t)] \\ &+ E[w(t)x(t-1|t-1) - \hat{x}(t-1|t-1)^T]F^T + E[w(t)w^T(t)] \end{aligned}\quad (۵-۳)$$

¹² Probability Density Function (PDF)

از آنجایی که خطای تخمین حالت و نویز سیستم مستقل از هم می‌باشند، داریم

$$\begin{aligned} E[(x(t-1|t-1) - \hat{x}(t-1|t-1))w^T(t)] \\ = E[w(t)(x(t-1|t-1) - \hat{x}(t-1|t-1))^T] = 0 \end{aligned} \quad (۶-۳)$$

و در نهایت

$$\begin{aligned} P(t|t-1) &= FE[(x(t-1|t-1) - \hat{x}(t-1|t-1)) \\ &\times (x(t-1|t-1) - \hat{x}(t-1|t-1))^T]F^T + E[w(t)w^T(t)] \\ P(t|t-1) &= FP(t-1|t-1)F^T + Q \end{aligned} \quad (۷-۳)$$

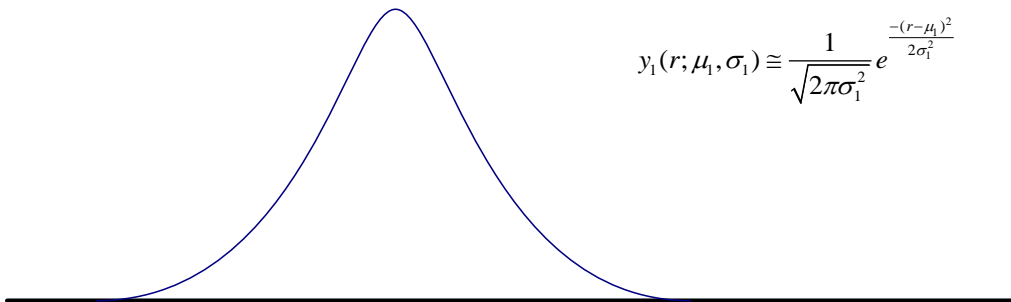
مرحله دوم: بروز رسانی تخمین با استفاده از اندازه‌گیری

$$\begin{aligned} \hat{x}(t|t) &= \hat{x}(t|t-1) + K(t) \times (Z(t) - H(t)\hat{x}(t|t-1)) \\ P(t|t) &= P(t|t-1) - K(t)H(t)P(t|t-1) \\ K(t) &= P(t|t-1)H^T(t)(H(t)P(t|t-1)H^T(t) + R(t))^{-1} \end{aligned} \quad (۸-۳)$$

نکته اساسی برای اثبات معادلات فوق این است که حاصل ضرب دو تابع گوسی یک تابع گوسی است.

برای استفاده از نکته فوق فرض کنید تخمین پیش‌بینی به شکل زیر باشد.

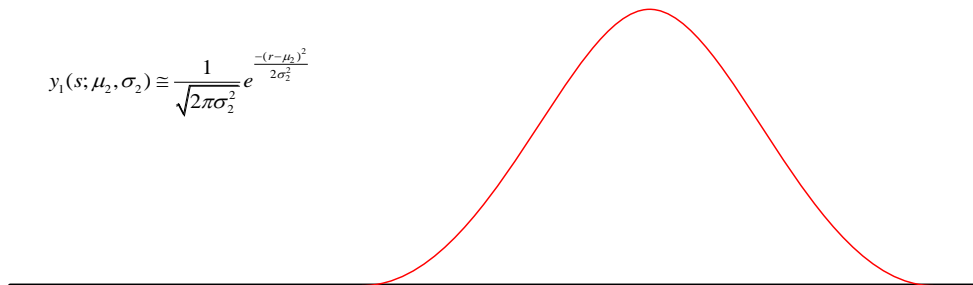
منحنی تابع چگالی تخمین پیش‌بینی



همچنین اندازه‌گیری هم به شکل یک تابع گوسی باشد.

منحنی تابع چگالی اندازه‌گیری

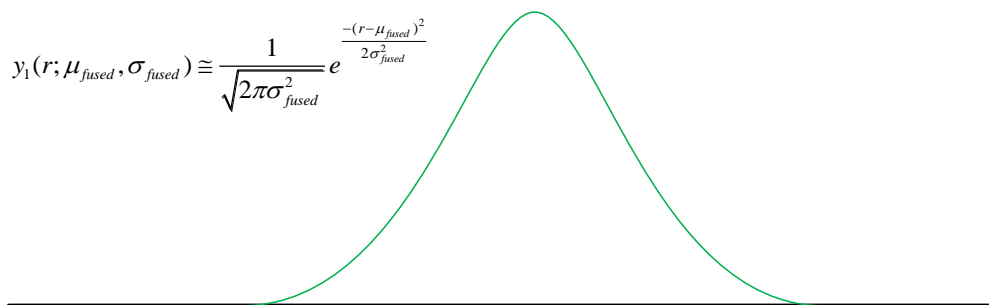
$$y_1(s; \mu_2, \sigma_2) \cong \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_2^2}} e^{-\frac{(s-\mu_2)^2}{2\sigma_2^2}}$$



بنابراین حاصل ضرب این دو تابع یک تابع گوسی خواهد بود.

منحنی تابع چگالی حاصلضرب منحنی
های پیش‌بینی و اندازه‌گیری

$$y_1(r; \mu_{fused}, \sigma_{fused}) \cong \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_{fused}^2}} e^{-\frac{(r-\mu_{fused})^2}{2\sigma_{fused}^2}}$$



تابع چگالی احتمال پیش‌بینی به صورت تابع گوسی با معادله (۹-۳) نمایش داده می‌شود.

$$y_1(r; \mu_1, \sigma_1) \cong \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_1^2}} e^{-\frac{(r-\mu_1)^2}{2\sigma_1^2}} \quad (9-3)$$

همچنین تابع چگالی احتمال اندازه‌گیری با تابع گوسی به فرم زیر توصیف می‌شود.

$$y_1(s; \mu_2, \sigma_2) \cong \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_2^2}} e^{-\frac{(s-\mu_2)^2}{2\sigma_2^2}} \quad (10-3)$$

همان طوری که در معادلات فیلترکالمن مشاهده شد، ماتریس H برای نگاشت بردار حالت به بردار اندازه گیری است. بنابراین تابع چگالی احتمال پیش بینی به فضای اندازه گیری نگاشت می شود. این نگاشت را در یک حالت خاص یک بعدی در نظر بگیرید در این صورت می توان با ارائه یک ضریبی مانند C بردار حالت را که با y_1 نمایش داده شد را به بردار اندازه گیری نگاشت کرد و با معادله زیر نمایش داد.

$$y_1(s; \mu_1, \sigma_1, c) \cong \frac{1}{\sqrt{2\pi\left(\frac{\sigma_1}{c}\right)^2}} e^{-\frac{(s-\frac{\mu_1}{c})^2}{2\left(\frac{\sigma_1}{c}\right)^2}} \quad (11-3)$$

بنابراین حاصل ضرب دو تابع گوسی فوق معادله (۱۲-۳) است.

$$y_1(r; \mu_{fused}, \sigma_{fused}) \cong \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_{fused}^2}} e^{-\frac{(r-\mu_{fused})^2}{2\sigma_{fused}^2}} \quad (12-3)$$

$$\begin{aligned} \frac{\mu_{fused}}{c} &= \frac{\frac{\mu_1}{c}\sigma_2^2 + \mu_2\left(\frac{\sigma_1}{c}\right)^2}{\left(\frac{\sigma_1}{c}\right)^2 + \sigma_2^2} = \frac{\mu_1}{c} + \frac{\left(\frac{\sigma_1}{c}\right)^2(\mu_2 - \frac{\mu_1}{c})}{\left(\frac{\sigma_1}{c}\right)^2 + \sigma_2^2} \\ \Rightarrow \mu_{fused} &= \mu_1 + \left(\frac{\frac{\sigma_1^2}{c}}{\left(\frac{\sigma_1}{c}\right)^2 + \sigma_2^2} \right) \left(\mu_2 - \frac{\mu_1}{c} \right) \end{aligned} \quad (13-3)$$

$$\sigma_{fused}^2 = \frac{\left(\frac{\sigma_1}{c}\right)^2\sigma_2^2}{\left(\frac{\sigma_1}{c}\right)^2 + \sigma_2^2} = \sigma_1^2 - \left[\frac{\frac{\sigma_1^2}{c}}{\left(\frac{\sigma_1}{c}\right)^2 + \sigma_2^2} \right] \frac{\sigma_1^2}{c} \quad (14-3)$$

که با در نظر گرفتن روابط زیر معادلات فیلتر کالمن اثبات می شود.

$$H = \frac{1}{c}, K = \frac{(H\sigma_1^2)}{(H^2\sigma_1^2 + \sigma_1^2)} \text{ (الف)}$$

$$\mu_{fused} \rightarrow \hat{x}(t|t) \text{ (ب)}$$

$$\mu_1 \rightarrow \hat{x}(t|t-1) \text{ (پ)}$$

$$\sigma_{fused}^2 \rightarrow P(t|t) \text{ (ت)}$$

$$\sigma_1^2 \rightarrow P(t|t-1) \text{ (ث)}$$

$$\mu_2 \rightarrow Z(t) \text{ (ج)}$$

$$\sigma_2^2 \rightarrow R(t) \text{ (ح)}$$

$$H \rightarrow H(t) \text{ (ز)}$$

$$\mu_{fused} = \mu_1 + \left(\frac{\frac{\sigma_1^2}{c}}{\left(\frac{\sigma_1}{c}\right)^2 + \sigma_2^2} \right) \left(\mu_2 - \frac{\mu_1}{c} \right)$$

$$\Rightarrow \hat{x}(t|t) = \hat{x}(t|t-1) + K(t)(Z(t) - H(t)\hat{x}(t|t-1))$$

$$\sigma_{fused}^2 = \sigma_1^2 - \left(\frac{H\sigma_1^2}{H^2\sigma_1^2 + \sigma_2^2} \right) H\sigma_1^2 \quad (15-3)$$

$$\Rightarrow P(t|t) = P(t|t-1) - K(t)H(t)P(t|t-1) \quad (16-3)$$

$$K = \frac{H\sigma_1^2}{H^2\sigma_1^2 + \sigma_2^2}$$

$$\Rightarrow K(t) = P(t|t-1)H^T(t)(H(t)P(t|t-1)H^T(t) + R(t))^{-1} \quad (17-3)$$

۳-۳- فیلتر کالمن توسعه یافته [۱۸]:

همان طور که اشاره شد از فیلتر کالمن استاندارد برای تخمین پارامترهای سیستم خطی استفاده می‌شود. حال اگر در سیستمی معادلات غیرخطی باشند، یعنی معادله‌ی انتقال حالت و معادلات اندازه‌گیری به صورت غیرخطی (۱۸-۳) باشند نمی‌توان از مدل استاندارد استفاده کرد.

$$\begin{aligned} x(t) &= f(x(t-1), u(t), w(t)) \\ Z(t) &= h(x(t), v(t)) \end{aligned} \quad (18-3)$$

در معادله فوق مقادیر هر لحظه نویز پروسه $w(t)$ و نویز اندازه‌گیری $v(t)$ در دسترس نیست، لذا از معادلات تقریبی زیر استفاده می‌شود.

$$\begin{aligned} \tilde{x}(t) &= f(\hat{x}(t-1), u(t), 0) \\ \tilde{Z}(t) &= h(\tilde{x}(t), 0) \end{aligned}$$

درحالی‌که $\tilde{x}(t)$ تخمین حاصل از لحظه قبل است. بنابراین با استفاده از سری تیلور و در نظر گرفتن جمله مرتبه اول آن، می‌توان معادلات غیرخطی را نسبت به بردار حالت در لحظه حاضر خطی سازی کرد و از فیلتر کالمن استفاده نمود.

$$\begin{aligned} F &= \frac{\partial f_i}{\partial x_j}(\hat{x}(t), u(t), 0) \\ H &= \frac{\partial h_i}{\partial x_j}(\tilde{x}(t), 0) \end{aligned} \quad (19-3)$$

۳-۴- فیلتر کالمن نمونه بردار^{۱۴} [۱۹]:

همان طور که اشاره شد فیلتر کالمن استاندارد برای تخمین پارامترهای سیستم خطی استفاده می شود به همین دلیل برای تخمین پارامترهای سیستم غیرخطی فیلتر کالمن توسعه یافته ارائه شد. به دلیل اینکه فیلتر کالمن توسعه یافته از جمله مرتبه اول سری تیلور استفاده و از جملات مرتبه بالاتر صرف نظر می کند، خطای زیادی در تخمین پارامترها ایجاد می کند. لذا روش استفاده از فیلتر نمونه بردار ارائه شده است.

برای توضیح در مورد این روش فرض کنید متغیر x دارای میانگین \bar{x} و کوواریانس P_{xx} باشد. این متغیر را می توان با استفاده از $2n+1$ نقطه نمونه برداری شده تخمین زد که مجموع میانگین و کوواریانس این نقاط برابر میانگین و کوواریانس متغیر x است. با استفاده از روابط زیر نقاط نمونه برداری انتخاب می شوند.

$$\begin{aligned} X_0 &= \bar{x} & W_0 &= k/(n+k) \\ X_i &= \bar{x} + (\sqrt{(n+k)P_{xx}})_i & W_i &= 1/2(n+k) \\ X_{i+n} &= \bar{x} - (\sqrt{(n+k)P_{xx}})_i & W_{i+n} &= 1/2(n+k) \end{aligned} \quad (20-3)$$

حال این نقاط از تابع غیرخطی f عبور داده می شوند.

$$y_i = f[x_i] \quad (21-3)$$

میانگین این نقاط عبور داده شده از تابع غیرخطی

$$\bar{y} = \sum_{i=0}^{2n} W_i y_i \quad (22-3)$$

کوواریانس این نقاط نیز رابطه (۲۳-۳) خواهد بود.

$$P_{yy} = \sum_{i=0}^{2n} W_i (y_i - \bar{y})(y_i - \bar{y})^T \quad (23-3)$$

¹⁴ Unscented Kalman Filter

با توجه به تبدیل فوق که به تبدیل نمونه بردار^{۱۵} معروف است، فیلتر کالمن نمونه بردار معرفی می شود.

مانند فیلتر کالمن استاندارد این فیلتر نیز دارای دو مرحله است.

مرحله اول : پیش بینی

$$\begin{aligned} x_a(k-1|k-1) &= \left[\hat{x}^T(k-1|k-1) \quad E[w_k^T] \right]^T \\ P_a(k-1|k-1) &= \begin{bmatrix} P(k-1|k-1) & 0 \\ 0 & Q(k) \end{bmatrix} \\ X_0(k-1|k-1) &= x_a(k-1|k-1) \\ X_i(k-1|k-1) &= x_a(k-1|k-1) + \left(\sqrt{(L+\lambda)P_a(k-1|k-1)} \right)_i \quad i=1\dots L \\ X_i(k-1|k-1) &= x_a(k-1|k-1) - \left(\sqrt{(L+\lambda)P_a(k-1|k-1)} \right)_i \quad i=L+1\dots 2L \end{aligned} \quad (۲۴-۳)$$

که در آن $\sqrt{(L+\lambda)P_a(k-1|k-1)}$ امین ستون از ماتریس مربعی $(L+\lambda)P_a(k-1|k-1)$ است.

$$\begin{aligned} X_i(k|k-1) &= f(X_i(k-1|k-1)) \quad i=0\dots 2L \\ \hat{x}(k|k-1) &= \sum_{i=0}^{2L} W_i^s X_i \\ P(k|k-1) &= \sum_{i=0}^{2L} W_i^c [X_i(k|k-1) - \hat{x}(k|k-1)][X_i(k|k-1) - \hat{x}(k|k-1)]^T \\ W_0^s &= \frac{\lambda}{L+\lambda} \quad W_0^c = \frac{\lambda}{L+\lambda} + (1-\alpha^2 + \beta) \\ W_i^s &= W_i^c = \frac{1}{2(L+\lambda)} \quad \lambda = \alpha^2(L+d) - L \end{aligned} \quad (۲۴-۳)$$

که در روابط فوق، مقادیر α, β, d به ترتیب ۰ و ۲ و 10^{-3} می باشند.

مرحله دوم : بروز رسانی با استفاده از اندازه گیری

¹⁵ Unscented Transform

$$\begin{aligned}
x_a(k|k-1) &= \left[\hat{x}^T(k|k-1) \quad E[v_k^T] \right]^T \\
P_a(k|k-1) &= \begin{bmatrix} P(k|k-1) & 0 \\ 0 & R(k) \end{bmatrix} \\
X_0(k|k-1) &= x_a(k|k-1) \\
X_i(k|k-1) &= x_a(k|k-1) + \left(\sqrt{(L+\lambda)P_a(k|k-1)} \right)_i \quad i=1\dots L \\
X_i(k|k-1) &= x_a(k|k-1) - \left(\sqrt{(L+\lambda)P_a(k|k-1)} \right)_i \quad i=L+1\dots 2L
\end{aligned} \tag{۲۴-۳}$$

$$\begin{aligned}
\gamma_i(k) &= h(X_i(k|k-1)) \quad i=0\dots 2L \\
\hat{Z}(k) &= \sum_{i=0}^{2L} W_i^s \gamma_i(k) \\
P_{Z_k Z_k} &= \sum_{i=0}^{2L} W_i^c \left[\gamma_i(k) - \hat{Z}(k) \right] \left[\gamma_i(k) - \hat{Z}(k) \right]^T \\
P_{X_k Z_k} &= \sum_{i=0}^{2L} W_i^c \left[X_i(k|k-1) - \hat{x}(k|k-1) \right] \left[\gamma_i(k) - \hat{Z}(k) \right]^T \\
K(k) &= P_{X_k Z_k} P_{Z_k Z_k}^{-1} \\
\hat{x}(k|k) &= \hat{x}(k|k-1) + K(k)(Z(k) - \hat{Z}(k)) \\
P(k|k) &= P(k|k-1) - K(k)P_{Z_k Z_k} K^T(k)
\end{aligned} \tag{۲۵-۳}$$

جمع بندی

در این فصل فیلترکالمن به همراه دو نوع تعمیم یافته آن که برای حل مسائل غیرخطی هستند معرفی شدند و روابط آنها به طور کامل توضیح داده شد.

فصل چهارم

روش‌های تنظیم فیلتر کالمن

روش‌های تنظیم فیلتر کالمن

تعریف شرایط اولیه برای فیلتر کالمن از اهمیت بسزایی برخوردار است به گونه‌ای که با انتخاب نامناسب شرایط اولیه امکان واگرایی فیلتر وجود دارد. از آنجایی که اطلاعاتی در مورد شرایط اولیه وجود ندارد، در بیشتر مواقع شرایط اولیه انتخاب شده برای فیلتر کالمن نامناسب است.

لذا برای اینکه بتوان از اثرات مخرب ناشی از انتخاب شرایط اولیه نامناسب جلوگیری کرد، روش‌های متفاوتی برای تنظیم ماتریس کوواریانس نویز اندازه‌گیری، ماتریس کوواریانس نویز سیستم و ماتریس کوواریانس ارائه شده‌اند.

که در ادامه به دو گروه از این روش‌ها اشاره می‌شود :

(۱) استفاده از منطق فازی

(۲) استفاده از ضریب تطبیق

۴-۱- استفاده از منطق فازی

پژوهش‌های زیادی برای استفاده از منطق فازی برای تنظیم فیلتر کالمن ارائه شده است [۲۰-۲۴] که در بعضی از این روش‌ها از منطق فازی برای تنظیم ماتریس کوواریانس نویز اندازه‌گیری و در دیگر روش‌ها برای تنظیم ماتریس کوواریانس نویز سیستم استفاده شده است. مبنای کلی همه این دسته از روش‌ها استفاده از پسماند فیلتر^{۱۶} برای تعیین عملکرد فیلتر و تنظیم ماتریس مورد نظر در جهت کاهش آن است.

پسماند فیلتر کالمن با استفاده از رابطه زیر تعریف می‌شود.

$$r(t) = Z(t) - H(t)\hat{x}(t | t-1) \quad (1-4)$$

¹⁶ Filter Residual

که این پسماند فیلتر دارای دو ماتریس کوواریانس است. یکی ماتریس کوواریانس واقعی و دیگری ماتریس کوواریانس نظری است. ماتریس کوواریانس نظری پسماند فیلتر با استفاده از رابطه (۲-۴) تعریف می‌کنند.

$$S(t) = H(t)P(t|t-1)H^T(t) + R(t) \quad (۲-۴)$$

ماتریس کوواریانس واقعی پسماند فیلتر نیز توسط معادله (۳-۴) نشان داده شده می‌شود.

$$C_r(t) = \frac{1}{N} \sum_{i=i_0}^N r(t) \times r^T(t) \quad (۳-۴)$$

در رابطه فوق، N طول پنجره‌ی تخمین است که به صورت تجربی بدست می‌آید و $i_0 = t - N + 1$ می‌باشد.

به راحتی می‌توان اثبات نمود که فیلترکالمن در حالت بهینه خود قرار دارد اگر مقدار ماتریس کوواریانس نظری پسماند با مقدار ماتریس کوواریانس واقعی پسماند برابر باشد.

$$S(t) = C_r(t)$$

ولی از آنجایی که در عمل مقدار نظری با مقدار واقعی ماتریس کوواریانس پسماند باهم متفاوت‌اند، لذا از این اختلاف برای تنظیم فیلترکالمن استفاده می‌شود. که این اختلاف را با نماد $(DBC)^{17}$ نمایش می‌دهند.

$$DBC = S(t) - C_r(t)$$

از اختلاف این دو مقدار برای ورودی سیستم فازی و تنظیم ماتریس‌های کوواریانس استفاده می‌کنند. طبق معادله (۲-۴) ماتریس نظری پسماند S و ماتریس کوواریانس نوین اندازه‌گیری R رابطه مستقیم باهم دارند. بنا بر توضیحات ذکر شده می‌توان قواعد فازی برای تنظیم ماتریس R را به صورت زیر بیان کرد.

(۱) اگر $DBC=0$ مقدار واقعی و نظری برابر هستند، آنگاه R ثابت بماند.

(۲) اگر $DBC>0$ باشد (مقدار واقعی از مقدار نظری بزرگ‌تر است)، آنگاه R را کاهش دهید.

¹⁷ Difference Between Covariance

۳) اگر $DBC < 0$ باشد (مقدار واقعی از مقدار نظری کوچک تر است)، آنگاه R را افزایش دهید.

برای افزایش و کاهش ماتریس کوواریانس نویز سیستم، خروجی سیستم فازی را با آن جمع می کنند. شماتیک کلی این روش در شکل ۴-۱ آورده شده است.

از همین روش برای تنظیم ماتریس کوواریانس نویز سیستم Q نیز استفاده می شود. رابطه زیر را در نظر بگیرید.

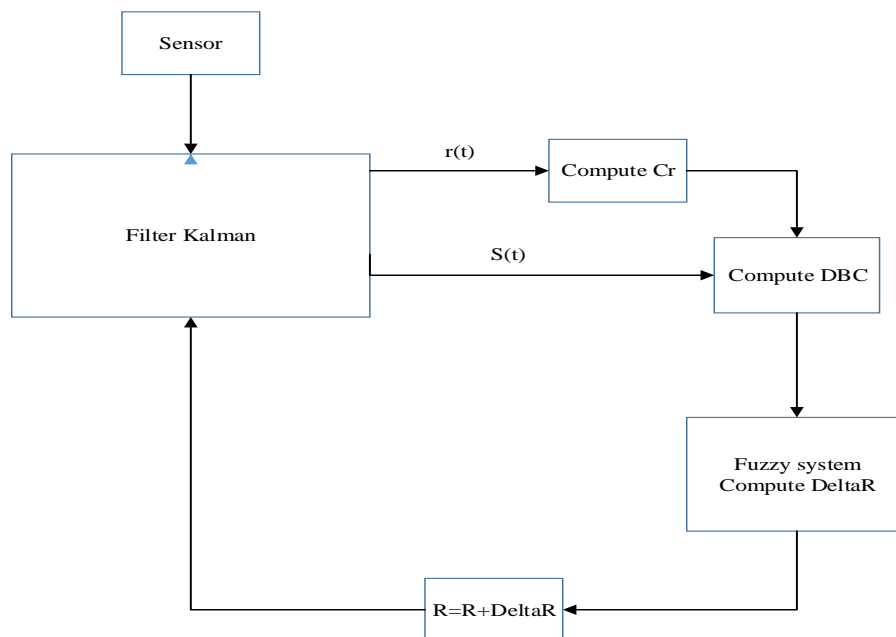
$$S(t) = H(t)(FP(t|t-1)F^T + Q)H^T + R(t) \quad (4-4)$$

بنابراین ماتریس Q نیز با ماتریس S رابطه مستقیم دارد. بنابراین قواعد منطق فازی این گونه تعریف می شود.

۱) اگر $DBC = 0$ مقدار واقعی و نظری برابر هستند، آنگاه Q ثابت بماند.

۲) اگر $DBC > 0$ باشد (مقدار واقعی از مقدار نظری بزرگ تر است)، آنگاه Q را کاهش دهید.

۳) اگر $DBC < 0$ باشد (مقدار واقعی از مقدار نظری کوچک تر است) آنگاه Q را افزایش دهید.



شکل ۴-۱: بلوک دیاگرام تنظیم ماتریس کوواریانس نویز اندازه گیری توسط سیستم فازی

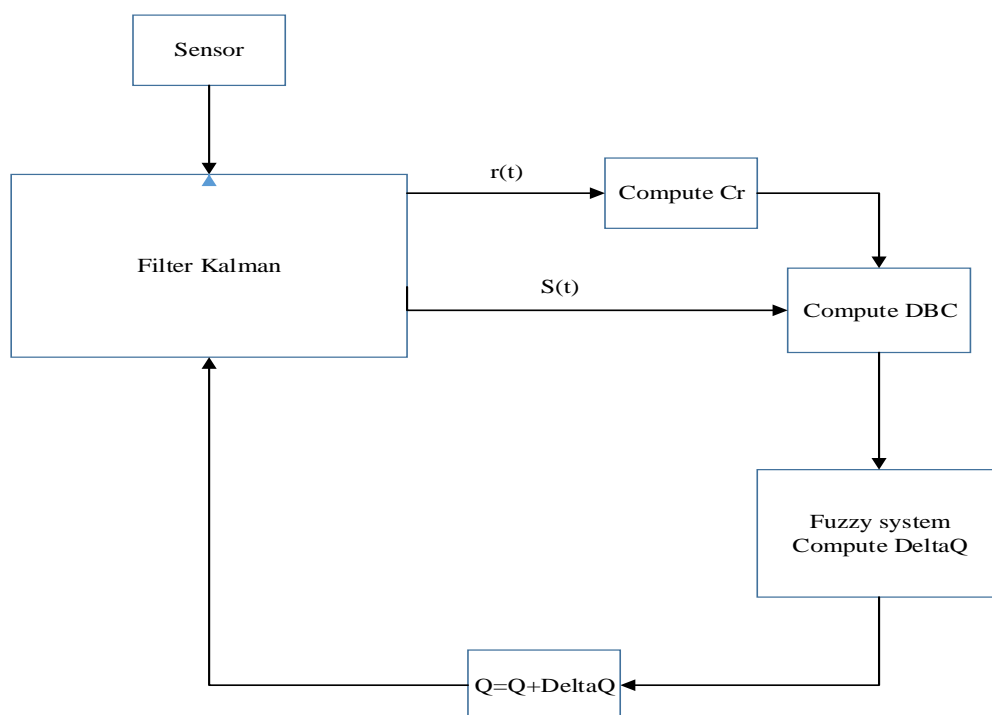
شکل ۲-۴ نشان دهنده بلوک دیاگرام این روش است.

۲-۴- استفاده از ضریب تطبیق

در این دسته با ارائه یک ضریب تطبیق و ضرب آن در ماتریس‌های کوواریانس سعی در تنظیم این ماتریس‌ها دارند. البته در این روش‌ها نیز مبنای کار استفاده از پسماند فیلتر است [۲۵-۳۰]. بدین معنی که ضریب تطبیق بر اساس پسماند بدست آورده می‌شود و با ضرب آن در ماتریس‌ها سعی در کاهش پسماند فیلتر دارند.

در یک نوع از این روش‌ها با ضرب ضریب تطبیق در ماتریس کوواریانس سعی در کاهش پسماند فیلتر دارد. که ضریب تطبیق در این نوع روش از رابطه‌ی زیر به دست می‌آید.

$$\beta = \frac{\text{trace}[S(t) - Q(t)H^T(t)H(t)]}{\text{trace}[P(t|t-1) - Q(t)H^T(t)H(t)]} \quad (۵-۴)$$

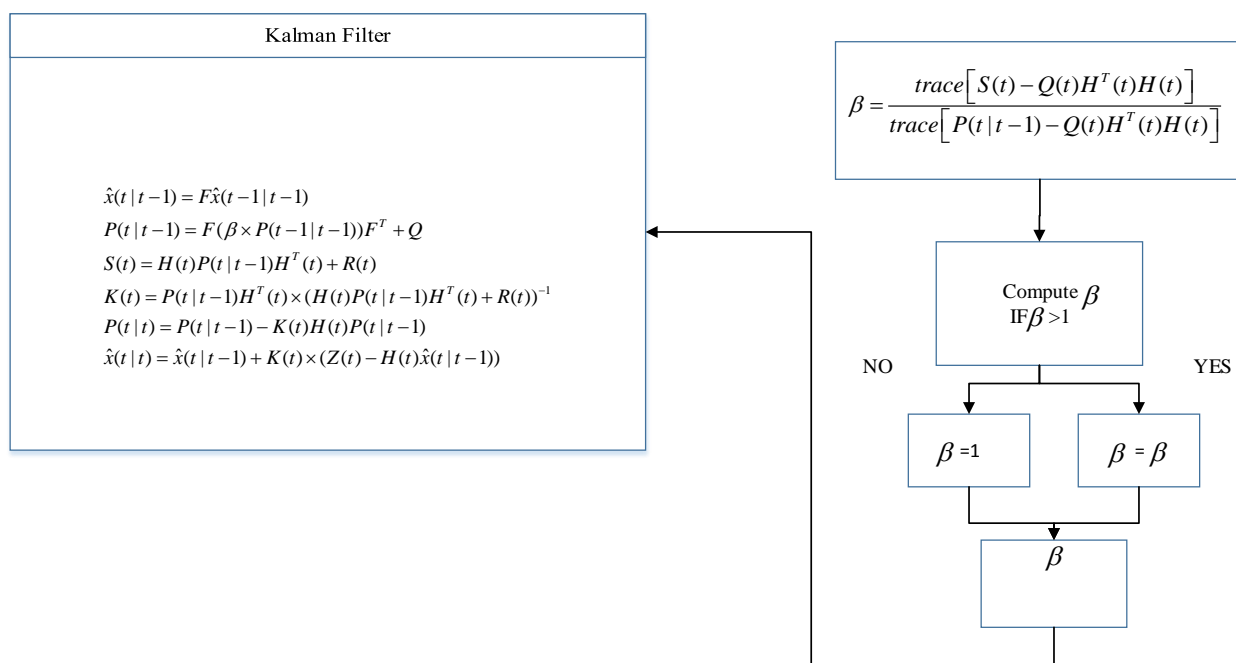


شکل ۲-۴: بلوک دیاگرام تنظیم ماتریس کوواریانس نویز سیستم با سیستم فازی

البته در رابطه فوق، زمانی که مقدار S کمتر از ۱ باشد، ضریب تطبیق از حالت بهینگی خود خارج شده و عملکرد مناسب ندارد. لذا در صورتی که مقدار S کمتر از ۱ شد، مقدار آن برابر با یک فرض می‌شود.

الگوریتم فیلتر کالمن برای روش فوق در شکل ۳-۴ نشان داده شده است.

در نوعی دیگر از این دسته، با ضرب ضریب تطبیق در ماتریس کوواریانس نویز اندازه‌گیری، سعی در کاهش پسماند فیلتر دارد. البته با در نظر گرفتن این موضوع که فیلتر کالمن در حالت بهینه خود عمل می‌کند اگر ماتریس‌های کوواریانس پسماند نظری و واقعی باهم برابر باشند. با فرض این اصل، معادله ۴-۶ برای تعریف ضریب تطبیق جدید معرفی شده است.



شکل ۳-۴: بلوک دیاگرام فیلتر کالمن تطبیقی

$$\begin{aligned}
r(t) \times r^T(t) &= S(t) \Rightarrow r(t) \times r^T(t) = H(t)P(t|t-1)H^T(t) + \alpha(t)R(t) \\
\text{trace}[r(t) \times r^T(t)] &= \text{trace}[H(t)P(t|t-1)H^T(t)] + \text{trace}[\alpha(t)R(t)] \\
\Rightarrow \alpha(t) &= \frac{\text{trace}[r(t) \times r^T(t)] - \text{trace}[H(t)P(t|t-1)H^T(t)]}{\text{trace}[R(t)]} \quad (6-4)
\end{aligned}$$

که با ضرب ضریب فوق در ماتریس R ، آن را تنظیم کرده و پسماند فیلتر کاهش داده می‌شود.

هم‌چنین در مرجع [۳۱]، در ابتدا با ارائه الگوریتم فیلترکالمن مقاوم^{۱۸} و سپس معرفی دو نوع از ضریب تطبیق سعی در تنظیم بهینه فیلترکالمن دارد که در ادامه فقط معادلات ضریب تطبیق آن بیان می‌شود.

ضریب تطبیق ارائه‌شده نوع اول در [۳۱] به‌صورت

$$\alpha(t) = \begin{cases} 1 & \text{trace}(C_r(t)) < \text{trace}(S(t)) \\ \frac{\text{trace}[S(t) - R(t)]}{\text{trace}[C_r(t) - R(t)]} & \text{otherwise} \end{cases} \quad (7-4)$$

و نوع دوم آن به‌صورت

$$\alpha(t) = \begin{cases} 1 & \text{trace}(P(t|t)) < \text{trace}(P(t|t-1)) \\ \frac{\text{trace}(P(t|t-1))}{\text{trace}(P(t|t))} & \text{otherwise} \end{cases} \quad (8-4)$$

است که با ضرب ضریب‌های فوق در معادلات (۹-۴) تنظیم ماتریس‌های کوواریانس و بهره فیلترکالمن صورت می‌پذیرد.

$$\begin{aligned}
K(t) &= \left(\frac{1}{\alpha(t)}\right)P(t|t-1)H^T(t) \left(\left(\frac{1}{\alpha(t)}\right)H(t)P(t|t-1)H^T(t) + R(t)\right)^{-1} \\
P(t|t) &= \left(\frac{1}{\alpha(t)}\right)(P(t|t-1) - K(t)H(t)P(t|t-1)) \quad (9-4)
\end{aligned}$$

¹⁸ Robust Kalman Filter

البته روش‌های تطبیقی دیگری نیز خارج از دسته‌بندی فوق وجود دارد که از جمله آن‌ها می‌توان به ¹⁹(IMM) اشاره کرد که در این روش از چند زیر فیلتر با شرایط اولیه متفاوت برای تخمین استفاده می‌کند و در نهایت با ترکیب این تخمین‌ها و وزن دهی به هر کدام از آن‌ها تخمین نهایی را انجام می‌دهد.

جمع‌بندی

در این فصل مشکلات فیلترکالمن بررسی و روش‌های حل این مشکلات دسته‌بندی شدند و چند مورد از این روش‌ها به صورت مشروح توضیح داده شدند.

¹⁹ Interacting Multiple Model

فصل پنجم

نوآوری‌های ارائه شده در این پایان نامه

بر اساس مطالب قبلی روش‌های جدیدی برای حل مشکلات فیلترکالمن ارائه گردید که می‌توان آن‌ها را در چهار قسمت به صورت زیر بیان کرد :

(۱) ارائه ضریب تطبیق جدید برای تنظیم ماتریس کوواریانس نويز اندازه‌گیری

(۲) ارائه ضریب تطبیق جدید برای تنظیم ماتریس کوواریانس نويز سیستم

(۳) استفاده از فیلترکالمن توسعه‌یافته اصلاح‌شده^{۲۰}

(۴) استفاده از فیلترکالمن اضافی و الگوریتم ژنتیک برای یافتن شرایط اولیه

۵-۱- ارائه ضریب تطبیق جدید برای تنظیم ماتریس کوواریانس نويز اندازه‌گیری

با استفاده از پسماند فیلتر می‌توان به اصلاح عملکرد فیلترکالمن پرداخت که در فصل قبل روش‌های آن بیان شد. در این پایان‌نامه، بر اساس مطالعات انجام‌شده ضریب تطبیق جدیدی معرفی می‌شود که با استفاده از آن، ماتریس کوواریانس نويز اندازه‌گیری تنظیم می‌شود. اصلی که در این کار در نظر گرفته‌شده است این‌که زمانی فیلترکالمن در حالت بهینه تخمین قرار می‌گیرد که ماتریس کوواریانس نظری پسماند با ماتریس کوواریانس واقعی پسماند برابر باشد.

$$S(t) = C_r(t)$$

$$S(t) = H(t)P(t|t-1)H^T(t) + R(t)$$

زمانی که دو ماتریس برابر باشند جمع عناصر قطر اصلی^{۲۱} دو ماتریس هم‌باهم برابر خواهند بود.

$$\text{trace}(S(t)) = \text{trace}(C_r(t)) \quad (۵-۱)$$

بنا بر رابطه فوق، ضریب تطبیق جدید زیر پیشنهاد می‌شود.

²⁰ Modified Covariance Extended Kalman Filter

²¹ Trace

$$\alpha(t) = \frac{\text{trace}(C_r(t))}{\text{trace}(S(t))} \quad (2-5)$$

که با ضرب ضریب تطبیق (2-5) در ماتریس نویز اندازه‌گیری، به صورت برخط تنظیم می‌شود.

$$R(t+1) = \alpha(t)R(t) \quad (3-5)$$

از آنجایی که ماتریس R نسبت مستقیم با S دارد، می‌توان استدلال زیر را در ارائه این ضریب تطبیق بکار برد.

(1) اگر $\alpha(t) < 1$ باشد یعنی مقدار واقعی ماتریس کوواریانس پسماند $C_r(t)$ از مقدار نظری آن $S(t)$

کوچک‌تر است که با ضرب ضریب تطبیق در $R(t)$ ، مقدار آن کاهش و به تبع آن $S(t)$ کاهش می‌یابد،

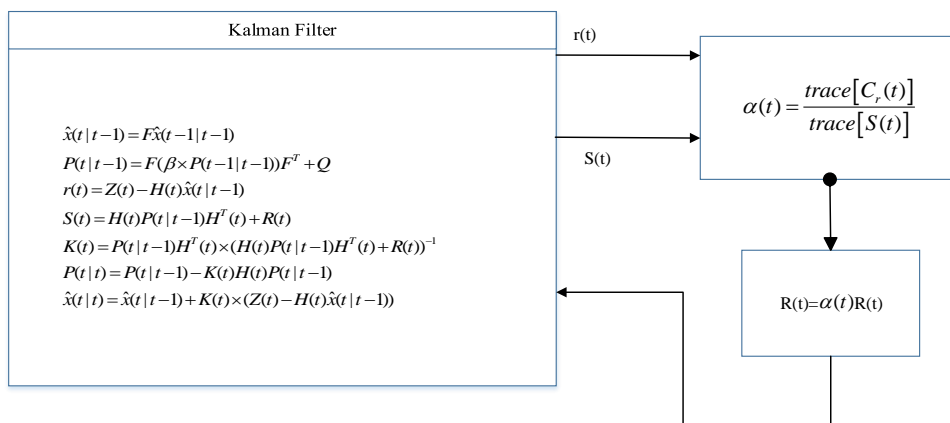
لذا نسبت فوق اصلاح‌شده و نزدیک یک قرار می‌گیرد.

(2) اگر $\alpha(t) > 1$ باشد یعنی مقدار واقعی ماتریس کوواریانس پسماند $C_r(t)$ از مقدار نظری آن $S(t)$

بزرگ‌تر است که با ضرب ضریب تطبیق در $R(t)$ ، مقدار آن افزایش و به تبع آن $S(t)$ افزایش می‌یابد،

لذا نسبت فوق اصلاح‌شده و نزدیک یک قرار می‌گیرد.

شماتیک این مرحله در شکل 5-1 نشان داده شده است.



شکل 5-1: بلوک دیاگرام ضریب تطبیق جدید برای تنظیم ماتریس کوواریانس نویز اندازه‌گیری

۵-۲- ارائه ضریب تطبیق جدید برای تنظیم ماتریس کوواریانس نویز سیستم

برای معرفی ضریب تطبیق جدید ماتریس کوواریانس نویز سیستم، مجدداً معادله‌های پیش‌بینی و تخمین را در نظر بگیرید.

$$\hat{x}(t|t-1) = F\hat{x}(t-1|t-1)$$

$$\hat{x}(t|t) = \hat{x}(t|t-1) + K(t) \times (Z(t) - H(t)\hat{x}(t|t-1))$$

که اختلاف این دو مقدار برابر است با :

$$\beta(t) = \hat{x}(t|t) - \hat{x}(t|t-1) = K(t) \times (Z(t) - H(t)\hat{x}(t|t-1)) \quad (۴-۵)$$

که در آن $\beta(t)$ نشان‌دهنده مقدار اختلاف ناشی از پیش‌بینی و تخمین است که یکی از عوامل ایجاد این اختلاف، بهره فیلتر کالمن است.

$$K(t) = P(t|t-1)H^T(t) \times (H(t)P(t|t-1)H^T(t) + R(t))^{-1}$$

برای تنظیم بهره فیلتر کالمن دو عامل مستقیم وجود دارد. یکی ماتریس کوواریانس نویز اندازه‌گیری $R(t)$ و دیگری ماتریس کوواریانس $P(t)$ است. ماتریس کوواریانس نویز اندازه‌گیری در قسمت قبل با استفاده از ضریب تطبیق جدید ارائه‌شده تنظیم شد. عامل دیگر برای تنظیم بهره فیلتر کالمن، ماتریس کوواریانس است.

$$P(t|t-1) = FP(t-1|t-1)F^T + Q$$

با تنظیم ماتریس کوواریانس نویز سیستم Q ماتریس کوواریانس تنظیم P می‌شود. معادله‌ی (۵-۵) ضریب تطبیق جدید برای تنظیم ماتریس کوواریانس نویز سیستم است.

$$\lambda(t) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \frac{1}{\beta_i(t)^2}$$

$$Q(t+1) = \lambda(t)Q(t) \quad (5-5)$$

که در رابطه فوق n ابعاد بردار حالت است.

$$\hat{x}(t|t-1) = F\hat{x}(t-1|t-1)$$

$$P(t|t-1) = FP(t-1|t-1)F^T + Q(t)$$

$$K(t) = P(t|t-1)H^T(t) \times (H(t)P(t|t-1)H^T(t) + R(t))^{-1}$$

$$P(t|t) = P(t|t-1) - K(t)H(t)P(t|t-1)$$

$$\hat{x}(t|t) = \hat{x}(t|t-1) + K(t) \times (Z(t) - H(t)\hat{x}(t|t-1))$$

$$\beta(t) = K(t) \times (Z(t) - H(t)\hat{x}(t|t-1))$$

$$\lambda(t) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \frac{1}{\beta_i(t)^2}$$

$$Q(t+1) = \lambda(t)Q(t) \quad (6-5)$$

۵-۳- معرفی فیلتر کالمن توسعه یافته اصلاح شده

برای توضیح در مورد این قسمت در ابتدا فیلتر کالمن توسعه یافته اصلاح شده [۳۲] را توضیح می‌دهیم و بعد از آن مدل تعمیم یافته آن را معرفی می‌کنیم.

همان طوری که ذکر شد فیلتر کالمن استاندارد برای سیستم‌های خطی بکار برده می‌شود و اگر از آن برای سیستم‌های غیرخطی استفاده شود باید آن را به مدل توسعه یافته تعمیم داد. در فیلتر کالمن توسعه یافته با استفاده از سری تیلور معادلات غیرخطی را به معادلات خطی تبدیل می‌کنند.

$$g(x) = g(a) + \frac{1}{1!} g'(a)(x-a) + \frac{1}{2!} g''(a)(x-a)^2 + \dots \quad (7-5)$$

که با در نظر گرفتن جمله مرتبه‌ی اول سری تیلور و صرف نظر کردن از جملات مرتبه بالاتر و تشکیل ماتریس ژاکوبین، آن را به سیستم خطی تخمین می‌زنند. با انجام این کار می‌توان از فیلتر کالمن استاندارد استفاده کرد.

$$\begin{aligned} x(t) &= f(x(t-1), u(t)) + w(t) \\ Z(t) &= h(x(t)) + v(t) \end{aligned} \quad (8-5)$$

که در روابط فوق f معادله غیرخطی انتقال حالت و h معادله غیرخطی اندازه‌گیری است.

با استفاده از جمله مرتبه اول سری تیلور حول بردار حالت می‌توان معادلات فوق را خطی کرد.

$$\begin{aligned} F &= \frac{\partial f(x(t-1), u(t))}{\partial x(t-1)} \\ H &= \frac{\partial h(x(t-1))}{\partial x(t-1)} \end{aligned} \quad (9-5)$$

استفاده از روش فوق برای خطی سازی معادلات غیرخطی دو مشکل عمده دارد.

(۱) از جملات مرتبه بالاتر سری تیلور صرف‌نظر شد.

(۲) خطی سازی حول بردار حالت در لحظه قبل از تخمین انجام می‌شود که صحت ماتریس ژاکوبین

نسبت به تخمین را کاهش می‌دهد.

برای حل مشکل دوم، روش فیلتر کالمن توسعه‌یافته اصلاح‌شده مطرح شد که در این روش ماتریس ژاکوبین

اندازه‌گیری دو بار محاسبه می‌شود. یکی در لحظه قبل از تخمین و دیگری در لحظه بعد از تخمین، که

هدف از این کار محاسبه دوباره ماتریس کوواریانس و بهره فیلتر کالمن است که با مقدار جدید ماتریس

اندازه‌گیری اصلاح شوند. الگوریتم فیلتر کالمن توسعه‌یافته اصلاح‌شده به شرح زیر است.

$$\begin{aligned}
\hat{x}(t|t-1) &= F\hat{x}(t-1|t-1) \\
P(t|t-1) &= FP(t-1|t-1)F^T + Q \\
H(t) &= \frac{\partial h}{\partial \hat{x}(t|t-1)} \\
K(t) &= P(t|t-1)H^T(t) \times (H(t)P(t|t-1)H^T(t) + R(t))^{-1} \\
\hat{x}(t|t) &= \hat{x}(t|t-1) + K(t) \times (Z(t) - H(t)\hat{x}(t|t-1)) \\
H^+(t) &= \frac{\partial h}{\partial \hat{x}(t|t)} \\
K(t) &= P(t|t-1)H^{+T}(t) \times (H^+(t)P(t|t-1)H^{+T}(t) + R(t))^{-1} \\
P(t|t) &= P(t|t-1) - K(t)H^+(t)P(t|t-1)
\end{aligned} \tag{۱۰-۵}$$

اما برای حل مشکل اول که همان عدم در نظر گرفتن جملات مرتبه بالاتر است، در این پایان نامه فیلتر کالمن توسعه یافته اصلاح شده را تعمیم می دهیم به گونه ای که در این روش جمله مرتبه دوم سری تیلور نیز در محاسبه ماتریس اندازه گیری استفاده می شود تا بایاس ناشی از عدم در نظر گرفتن جملات مرتبه بالاتر کاهش یابد.

الگوریتم فیلتر کالمن توسعه یافته اصلاح شده تعمیم یافته به صورت زیر جمع بندی می شود.

$$\begin{aligned}
\hat{x}(t|t-1) &= F\hat{x}(t-1|t-1) \\
P(t|t-1) &= FP(t-1|t-1)F^T + Q \\
H(t) &= \frac{\partial h}{\partial \hat{x}(t|t-1)} + \frac{\partial^2 h}{2\partial^2 \hat{x}(t|t-1)} \\
K(t) &= P(t|t-1)H^T(t) \times (H(t)P(t|t-1)H^T(t) + R(t))^{-1} \\
\hat{x}(t|t) &= \hat{x}(t|t-1) + K(t) \times (Z(t) - H(t)\hat{x}(t|t-1)) \\
H^+(t) &= \frac{\partial h}{\partial \hat{x}(t|t)} + \frac{\partial^2 h}{2\partial^2 \hat{x}(t|t)} \\
K(t) &= P(t|t-1)H^{+T}(t) \times (H^+(t)P(t|t-1)H^{+T}(t) + R(t))^{-1} \\
P(t|t) &= P(t|t-1) - K(t)H^+(t)P(t|t-1)
\end{aligned} \tag{۱۱-۵}$$

۵-۴- مختصری از الگوریتم ژنتیک

الگوریتم‌های تکاملی برای اولین بار در سال ۱۹۶۰ معرفی شدند که بعد از آن مورد توجه بسیاری از محققان قرار گرفت و با عناوین مختلف توسعه یافت، یکی از آن‌ها الگوریتم ژنتیک است که در سال ۱۹۷۵ ارائه شد [۳۴]. الگوریتم ژنتیک یک الگوریتم تکاملی است که بر مبنای تکامل زیستی عمل می‌کند. بدین مفهوم که همان‌طور که در طبیعت جمعیت با قدرت بیشتر و ژن بهتر، بیشتر شانس زنده ماندن را دارند در این الگوریتم نیز جمعیتی که دارای بهترین عملکرد باشند، شانس بیشتری برای انتخاب شدن دارند.

امروزه این الگوریتم به‌عنوان یک الگوریتم بهینه‌سازی شناخته می‌شود و از آن برای بهینه‌سازی پارامترها استفاده می‌کنند که اولین بار در سال ۱۹۹۲ از آن برای بهینه‌سازی مسائل مهندسی استفاده شد، این الگوریتم عمل بهینه‌سازی را این‌گونه انجام می‌دهد که یک تابع هزینه متناسب با مسئله مورد نظر تعریف می‌کند و سپس یک تعداد مناسب جمعیت اولیه به‌صورت تصادفی ایجاد می‌کند، سپس هزینه‌ی مناسب برای هر کدام از این جمعیت‌ها متناسب با تابع هزینه تعیین می‌کند و بهترین عضو از این جمعیت که دارای کمترین هزینه است را به‌عنوان بهترین راه‌حل معرفی می‌کند. این کار را تا زمانی که شرط همگرایی برقرار شود ادامه می‌دهد [۳۳].

الگوریتم ژنتیک در هر تکرار یک جمعیت جدید ایجاد می‌کند که این جمعیت جدید حاصل از تولید فرزندان جدید است. تولید فرزندان در الگوریتم ژنتیک به دو روش انجام می‌شود.

• جهش^{۲۲}

• تقاطع^{۲۳}

²² Mutation

²³ Crossover

در جهش یک عضو از جمعیت انتخاب می‌شود و ساختار آن با روش جهش به هم می‌ریزد و عضو جدید ایجاد می‌شود. در تقاطع جمعیت انتخاب شده دوبه‌دو باهم ترکیب شده و جمعیت جدید را ایجاد می‌کنند. لذا الگوریتم ژنتیک در هر تکرار جمعیت جدیدی تولید می‌کند و بهترین عضو این جمعیت متناسب با هزینه آن انتخاب می‌شود. البته برای تولید جمعیت جدید و جهش و تقاطع روش‌های مختلف زیادی وجود دارد که توضیح بیشتر از این در مورد الگوریتم ژنتیک خارج از بحث این پایان‌نامه است.

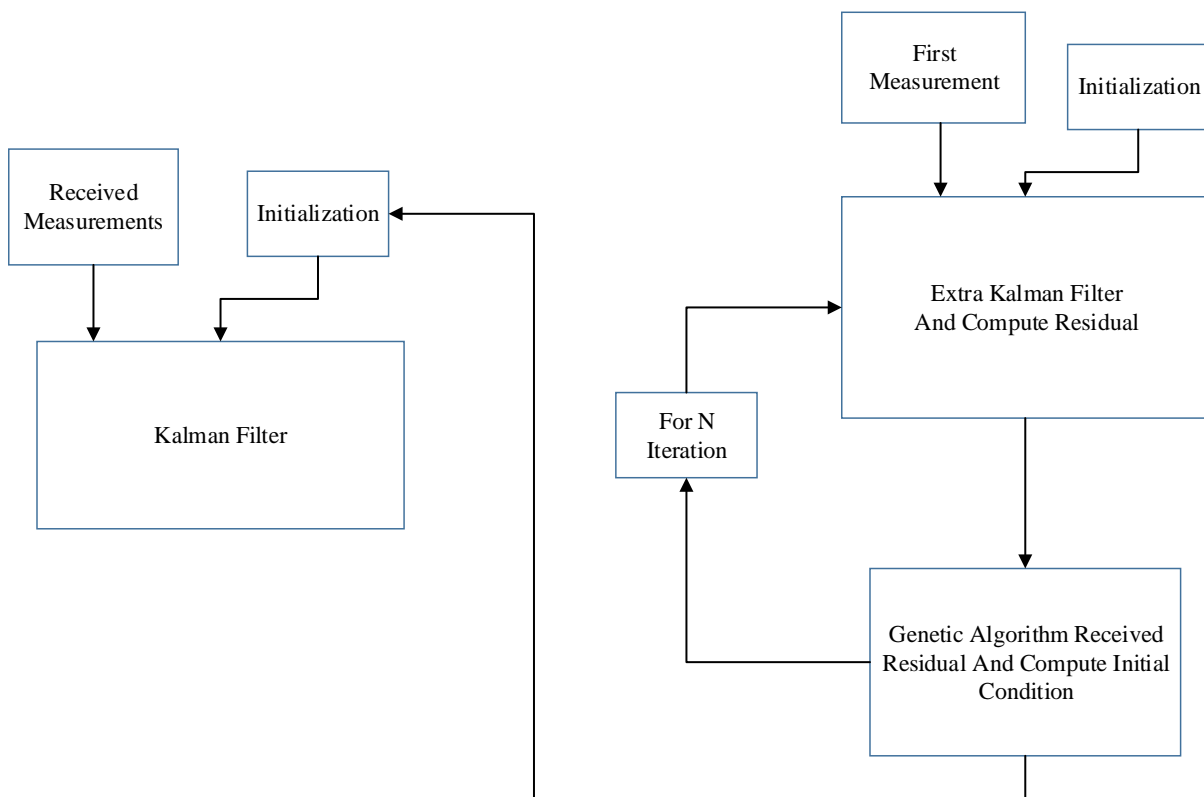
۵-۵- استفاده از فیلترکالمن اضافی و الگوریتم ژنتیک برای یافتن شرایط اولیه فیلتر

برای رفع یکی از مشکلات عمده فیلترکالمن که انتخاب شرایط اولیه مناسب است روشی جدید در این پایان‌نامه ارائه می‌شود. این کار با استفاده از الگوریتم ژنتیک و فیلترکالمن اضافی صورت می‌پذیرد. بدین ترتیب که اولین داده اندازه‌گیری شده وارد فیلترکالمن اضافی می‌شود و پسماند این فیلتر بدست می‌آید. این پسماند به الگوریتم ژنتیک داده می‌شود و الگوریتم ژنتیک با کمینه کردن این پسماند نسبت به شرایط اولیه، کمترین مقدار پسماند را به ازای شرایط اولیه خاصی بدست می‌آورد، که این شرایط اولیه را به فیلترکالمن اصلی برای تخمین پارامترها می‌دهد.

با توجه به توضیحی که در مورد الگوریتم ژنتیک داده شد می‌توان در مورد عملکرد این نوع از ایجاد شرایط اولیه بهتر توضیح داد. در ابتدا اولین اندازه‌گیری‌های انجام شده و شرایط اولیه به فیلترکالمن اضافی وارد می‌شود. این فیلترکالمن به ازای این اندازه‌گیری‌های اولیه و شرایط اولیه یک پسماند ایجاد می‌کند. همان‌طور که می‌دانیم پسماند فیلتر نشان‌دهنده عملکرد فیلتر است و هر چه قدر پسماند فیلتر کمتر باشد، یعنی فیلتر در حالت بهتری از تخمین قرار دارد. لذا این پسماند وارد الگوریتم ژنتیک می‌شود، الگوریتم ژنتیک با دریافت این پسماند سعی در کم کردن آن دارد و این کار را به ازای شرایط اولیه‌های مختلف انجام می‌دهد

(شرایط اولیه‌های مختلف همان جمعیت‌های مختلف ایجاد شده در هر تکرار است). در نهایت بهترین شرایط اولیه‌ای که کمترین پسماند را دارا می‌باشد به فیلتر اصلی برای تخمین پارامترها می‌دهد.

شماتیک این مرحله در شکل ۲-۵ مشاهده می‌شود.



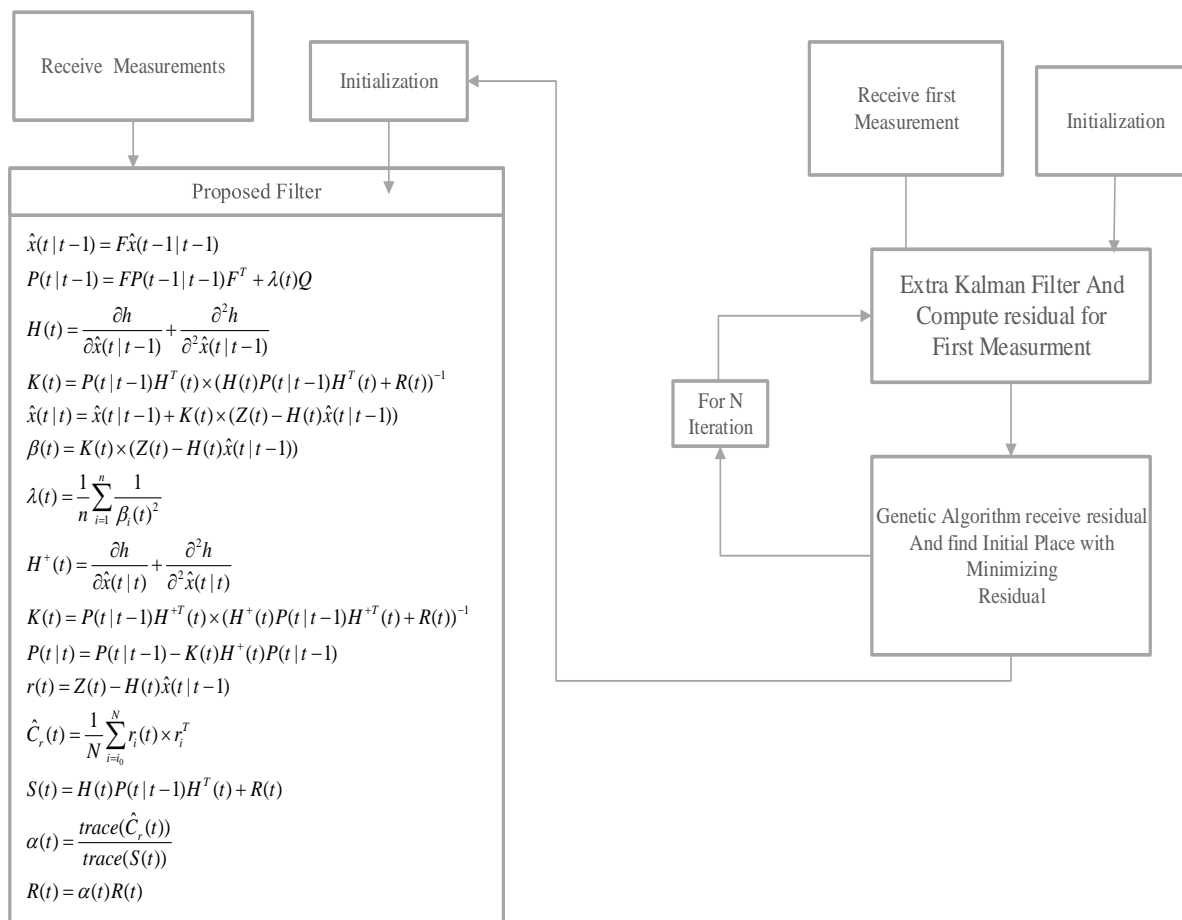
شکل ۲-۵: بلوک دیاگرام ساختار استفاده از الگوریتم ژنتیک

با توجه به توضیحات فوق می‌توان ساختار جدید فیلتر کالمن پیشنهادی را معرفی کنیم.

درواقع این ساختار ترکیب سه قسمت قبل است که شامل ترکیب فیلتر کالمن تطبیقی با ضرایب تطبیق جدید ارائه شده در این پایان‌نامه و فیلتر کالمن توسعه یافته اصلاح شده مرتبه بالاتر و پیدا کردن شرایط اولیه

با استفاده از فیلتر کالمن اضافی و الگوریتم ژنتیک می‌باشد که در نهایت آن را فیلتر کالمن تطبیقی جدید می‌نامیم.

شماتیک کلی روش پیشنهادی در شکل ۳-۵ آورده شده است.



شکل ۳-۵: بلوک دیاگرام فیلتر کالمن تطبیقی جدید

۵-۶- تشکیل ماتریس اندازه‌گیری این مسئله برای استفاده از فیلتر کالمن

با توجه به مطالب ذکر شده در قسمت‌های قبل فیلتر کالمن توسعه یافته به عنوان یک روش مناسب برای حل مسئله ره‌گیری با اندازه‌گیری سمت و فرکانس است. به طوری که بتوان مشکلات فیلتر کالمن توسعه یافته را

کم کرد امکان بهبود عملکرد این فیلتر وجود دارد، با توجه به روش‌های جدیدی که در این پایان‌نامه ارائه شد در جهت کاهش مشکلات فیلترکالمن توسعه‌یافته لذا از فیلترکالمن تطبیقی ارائه‌شده در این پایان‌نامه برای حل این مسئله استفاده می‌شود. اما مشکلی که در استفاده از فیلترکالمن توسعه‌یافته وجود دارد مشتق‌گیری از معادلات اندازه‌گیری و تشکیل ماتریس ژاکوبین اندازه‌گیری است.

ماتریس اندازه‌گیری در این مسئله دارای دو اندازه‌گیری سمت و فرکانس است.

$$h(t) = \begin{bmatrix} \beta(t) \\ f_r(t) \end{bmatrix}$$

برای تشکیل ماتریس ژاکوبین اندازه‌گیری از معادلات فوق نسبت به بردار حالت مشتق می‌گیریم.

$$h(t) = \begin{bmatrix} \tan^{-1} \left(\frac{y_T(t) - y_o(t)}{x_T(t) - x_o(t)} \right) \\ f_B \left(1 + \frac{V_D}{C} \right) \end{bmatrix} \quad (12-5)$$

بردار حالت در این مسئله به صورت معادله‌ی زیر است.

$$x_T(t) = \begin{bmatrix} x(t) \\ \dot{x}_T(t) \\ y(t) \\ \dot{y}_T(t) \\ f_B \end{bmatrix} \quad (13-5)$$

همان‌طوری که مشاهده می‌شود بردار حالت شامل سرعت هدف و مکان هدف و فرکانس پایه است برای اینکه بتوان از معادلات اندازه‌گیری نسبت به بردار حالت مشتق‌گیری کرد، باید معادلات اندازه‌گیری شامل عناصر بردار حالت باشد. برای چنین کاری در اندازه‌گیری سمت مشکلی وجود ندارد ولی در اندازه‌گیری فرکانس برای حل آن بایستی سرعت نسبی بین رویتر و هدف را با معادلات زیر ساده‌سازی کرد.

$$V_D = (\dot{x}_o - \dot{x}_T) \cos(\beta) + (\dot{y}_o - \dot{y}_T) \sin(\beta) = \frac{(\dot{x}_o - \dot{x}_T)(x_t - x_r) + (\dot{y}_o - \dot{y}_T)(y_t - y_r)}{\sqrt{(x_t - x_r)^2 + (y_t - y_r)^2}}$$

$$\Delta V_x = (\dot{x}_o - \dot{x}_T), \Delta V_y = (\dot{y}_o - \dot{y}_T) \quad Rng = \sqrt{(x_t - x_r)^2 + (y_t - y_r)^2}$$

$$V_D = \Delta v_x \cos(\beta) + \Delta v_y \sin(\beta) = \frac{(\Delta v_x)(x_t - x_r) + (\Delta v_y)(y_t - y_r)}{Rng} \quad (14-5)$$

بنابراین با توجه به ساده‌سازی فوق می‌توان از معادلات اندازه‌گیری نسبت به بردار حالت مشتق گرفت و ماتریس ژاکوبین اندازه‌گیری را تشکیل داد.

$$\frac{\partial h(\vec{x}_T, \vec{x}_o, t)}{\partial \vec{x}_T} = H^T(\vec{x}_T, \vec{x}_o, t) = \begin{bmatrix} \frac{-\Delta Y}{Rng^2} & \frac{f_B(\Delta Y)\{(\Delta V_x)(\Delta Y) - (\Delta V_y)(\Delta X)\}}{(c)(Rng)^3} \\ 0 & \frac{-f_B(\Delta X)}{(c)(Rng)} \\ \frac{\Delta X}{Rng^2} & \frac{f_B(\Delta X)\{(\Delta V_y)(\Delta X) - (\Delta V_x)(\Delta Y)\}}{(c)(Rng)^3} \\ 0 & \frac{-f_B(\Delta Y)}{(c)(Rng)} \\ 0 & 1 + \frac{V_D}{c} \end{bmatrix} \quad (15-5)$$

همان طوری که در قسمت فیلتر کالمن توسعه یافته اصلاح شده مرتبه بالاتر ذکر شد برای استفاده از این فیلتر نیاز به محاسبه مشتق مرتبه دوم معادلات اندازه‌گیری است که مشتق مرتبه دوم آن به صورت زیر است.

$$\frac{\partial^2 h(\vec{x}_T, \vec{x}_o, t)}{\partial^2 \vec{x}_T} = \begin{bmatrix} \frac{2\Delta X \Delta Y}{Rng^4} & \frac{f_B(\Delta Y)\{-3 \times (\Delta V_x)(\Delta Y)(\Delta X) + 2 \times (\Delta V_y)(\Delta X)^2 - (\Delta V_y)(\Delta Y)^2\}}{(c)(Rng)^5} \\ 0 & 0 \\ \frac{-2\Delta X \Delta Y}{Rng^4} & \frac{f_B(\Delta X)\{-3 \times (\Delta Y)(\Delta V_y)(\Delta X) + 2 \times (\Delta V_x)(\Delta Y)^2 - (\Delta X)^2(\Delta V_x)\}}{(c)(Rng)^5} \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (16-5)$$

در نهایت ماتریس H که حاصل جمع دو معادله فوق است، عبارت است از

$$H = \frac{\partial h(\vec{x}_T, \vec{x}_o, t)}{\partial \vec{x}_T} + \frac{\partial^2 h(\vec{x}_T, \vec{x}_o, t)}{2\partial^2 \vec{x}_T} \quad (17-5)$$

برای استفاده از فیلترکالمن برای حل این مسئله نیاز به تعریف ماتریس انتقال حالت داریم که ماتریس انتقال حالت در این مسئله شامل عناصر خطی است. زیرا فرض می‌شود حرکت هدف بدون شتاب و با سرعت ثابت باشد. بنابراین اصل، ماتریس انتقال حالت به فرم زیر خواهد شد.

$$F = \begin{bmatrix} 1 & \Delta & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \Delta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (5-17)$$

جمع‌بندی

در این فصل روش‌های جدیدی برای حل مشکلات فیلترکالمن توسعه‌یافته ارائه شد، تا بتوان با استفاده از این روش‌ها عملکرد فیلتر در تخمین پارامترها را افزایش داد. همچنین روش تشکیل ماتریس اندازه‌گیری برای استفاده از فیلترکالمن توسعه‌یافته توضیح داده شد.

فصل هشتم

شبه سازی

۱-۶- شبیه‌سازی

برای ارزیابی عملکرد فیلتر پیشنهادی در این پایان‌نامه نتایج آن با فیلترکالمن توسعه‌یافته استاندارد و فیلترکالمن نمونه‌بردار مقایسه می‌گردد، به‌منظور نمایش بهتر عملکرد فیلتر پیشنهادی، سه نوع سناریوی حرکتی برای هدف و رویتگر انتخاب می‌شود.

(۱) رویتگر و هدف از هم دور می‌شوند.

(۲) رویتگر و هدف به هم نزدیک می‌شوند.

(۳) رویتگر با مانور حرکت می‌کند.

شبیه‌سازی‌ها حاصل از ۱۰۰ اجرای مستقل به‌صورت مونت‌کارلو می‌باشد و اندازه‌گیری‌ها با نویز سفید گوسی با میانگین صفر و انحراف معیار مشخص جمع شده‌اند. برای الگوریتم ژنتیک مقادیر جدول ۱-۶ در نظر گرفته شده است، این پارامترها بر اساس روش سعی و خطا انتخاب شده‌اند.

جدول ۱-۶: مقادیر الگوریتم ژنتیک

پارامتر	مقدار
تعداد جمعیت	۵۰
تعداد تکرار	۲۰۰
نرخ تقاطع	۰/۸
نرخ جهش	۰/۰۵

نکته قابل‌ذکر در محاسبه جدول خطا این است که از معیار جذر میانگین مربعات خطا^{۲۴} استفاده شده است.

²⁴ Root Mean Square Error

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{k} \sum_{i=1}^k (X(t) - \hat{X}(t))^2} \quad (1-6)$$

در رابطه (۱-۶) k مدت زمان شبیه‌سازی، X بردار حالت صحیح و \hat{X} تخمین بردار حالت می‌باشد.

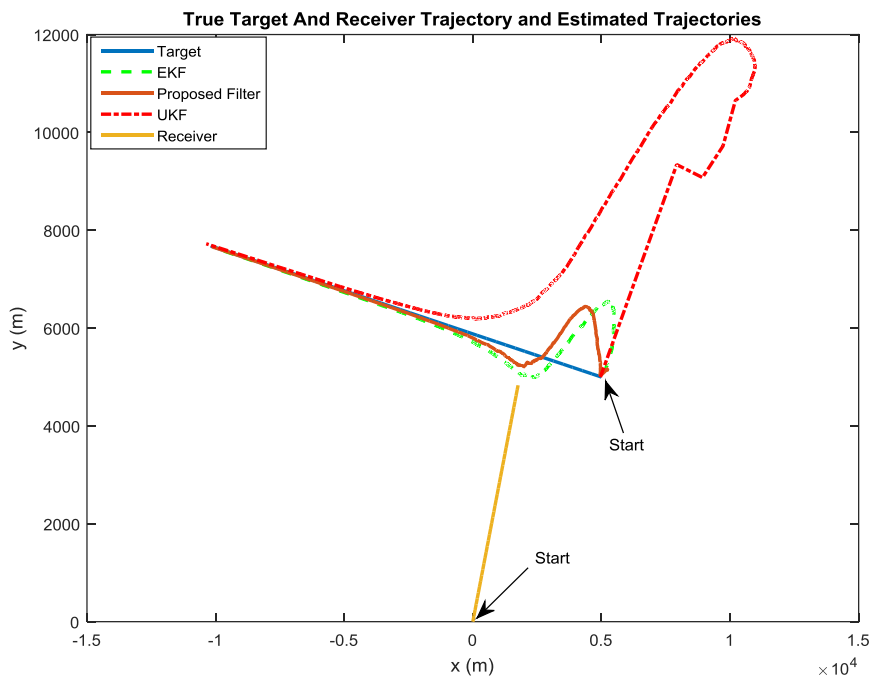
سناریو اول

در این آزمایش روی‌تگر و هدف از هم دور شوند، به طوری که هدف از مکان اشاره‌شده در جدول ۶-۲ با سرعت ثابت ۱۵ نات، کورس ثابت ۱۶۰ درجه حرکت می‌کند و فرکانس ثابت ۵۰۰ هرتز را ارسال می‌کند. روی‌تگر از مبدأ مختصات با کورس ثابت ۶۰ درجه و سرعت ثابت ۵ نات شروع به حرکت می‌کند. در این آزمایش اندازه‌گیری‌های سمت و فرکانس با نویزهای سفید گوسی با میانگین صفر و انحراف معیارهای به ترتیب ۲ درجه و ۰/۳ هرتز جمع شده‌اند.

جدول ۶-۲: مقادیر پارامترهای سناریوی اول

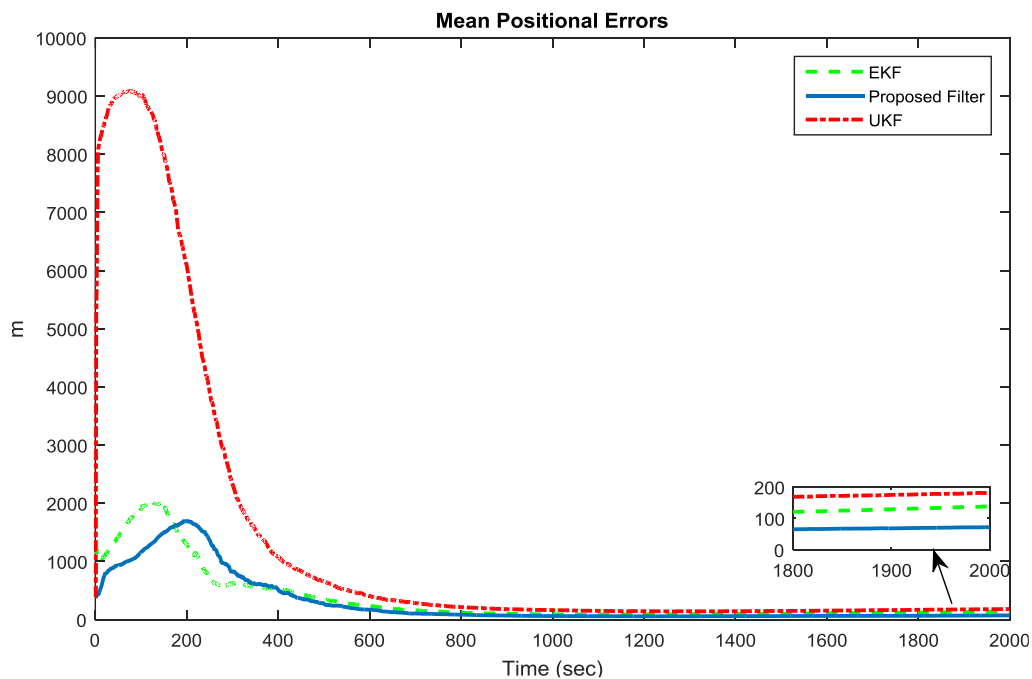
جدول مقادیر پارامترها زمانی که روی‌تگر و هدف از هم دور شوند.	
$5 \times 10^3, 5 \times 10^3$	مکان اولیه هدف
0,0	مکان اولیه روی‌تگر
15 Knot	سرعت هدف
5 Knot	سرعت روی‌تگر
160 deg	کورس هدف
60 deg	کورس روی‌تگر
0.3 Hz	انحراف معیار نویز فرکانس
2 deg	انحراف معیار نویز سمت
2000 Sec	مدت زمان نمونه برداری

شکل ۶-۱ نشان‌دهنده مسیر حرکت هدف، روی‌تگر و تخمین مسیر حرکت هدف توسط فیلترها است. همان‌طور که مشاهده می‌شود فیلتر پیشنهادی زمان همگرایی کمتری نسبت به دو فیلتر دیگر دارد و بعد از همگرایی نیز عملکرد آن مطلوب‌تر است.

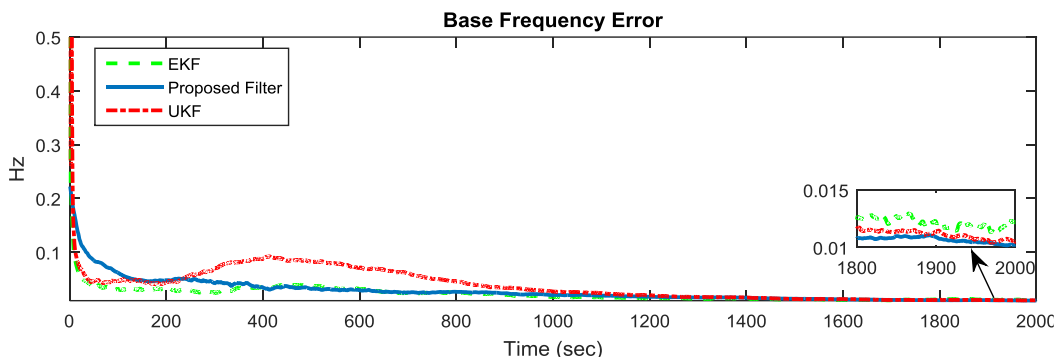
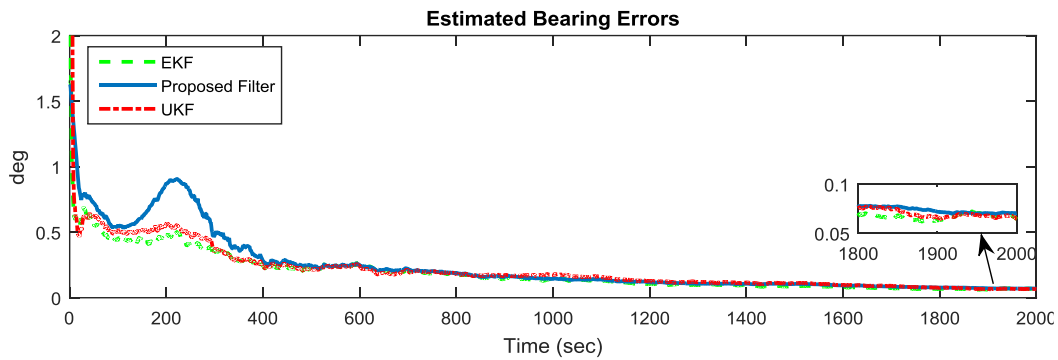


شکل ۶-۱: مسیر حرکت هدف، رویتگر، تخمین فیلترها برای سناریوی اول

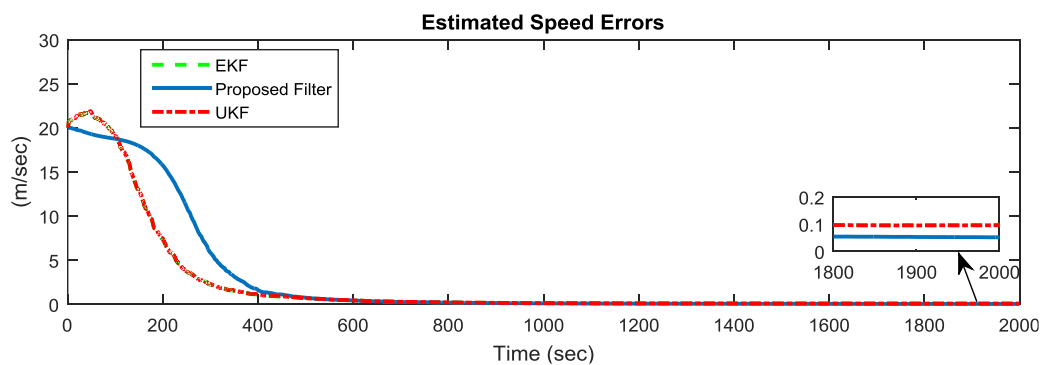
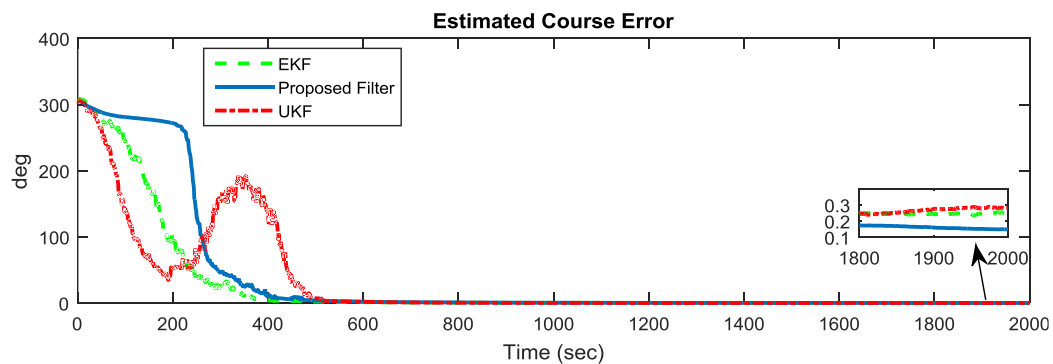
شکل ۶-۲ نشان دهنده میانگین خطای تخمین مکان فیلترها در ۱۰۰ اجرای مستقل می باشد، این شکل نیز مانند شکل ۶-۱ بیانگر عملکرد مناسب تر این فیلتر در مقایسه با دو فیلتر دیگر است.



شکل ۶-۲: خطای مکان هدف برای سناریوی اول



شکل ۶-۳: خطای تخمین سمت، خطای تخمین فرکانس برای سناریوی اول



شکل ۶-۴: خطای تخمین کورس، خطای تخمین سرعت برای سناریوی اول

جدول ۳-۶ نشان‌دهنده خطای تخمین پارامترها توسط فیلترها است. نکته مهم در مورد جدول این‌که خطای تخمین پارامترها میانگین خطا در مدت‌زمان شبیه‌سازی است. از نتایج شبیه‌سازی می‌توان نتیجه‌گیری کرد که فیلتر پیشنهادی دارای عملکرد بهتری نسبت به فیلترکالمن توسعه‌یافته دارد و در مقایسه با فیلترکالمن نمونه‌بردار زمان همگرایی کمتری دارد و قبل از همگرایی عملکرد بهتری نسبت به این فیلتر دارد.

جدول ۳-۶: نتایج خطای حاصل از شبیه‌سازی سناریوی اول

پارامترها	فیلترکالمن استاندارد	فیلترکالمن نمونه‌بردار	فیلتر پیشنهادی
خطای مکان	۸۵/۷	۷۸/۶	۴۱/۵
خطای سرعت	۰/۰۹۸	۰/۰۹	۰/۰۵
خطای کورس	۰/۳۳	۰/۲	۰/۱۹
خطای فرکانس	۰/۰۱	۰/۰۱۲	۰/۰۱
خطای سمت	۰/۰۰۱	۰/۰۰۱	۰/۰۰۱

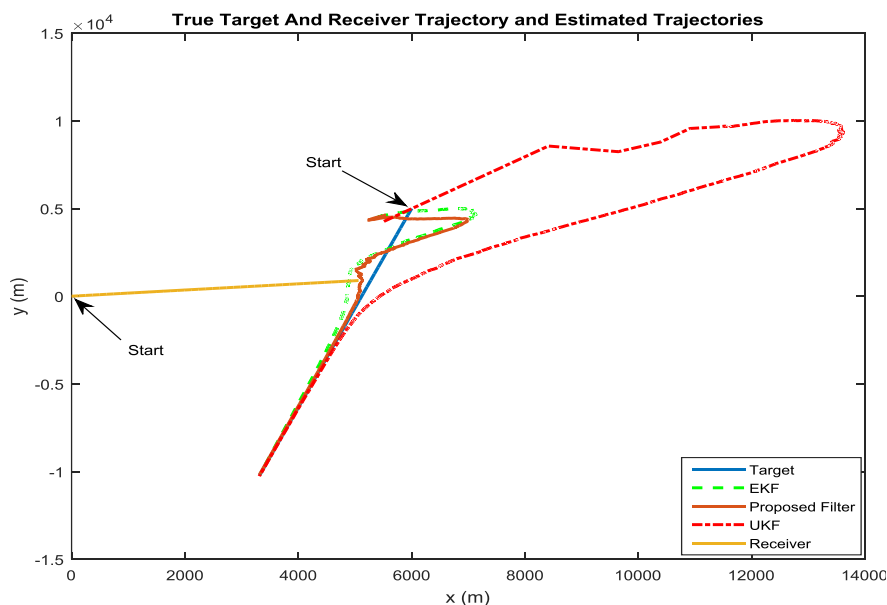
سناریو دوم

این آزمایش به‌گونه‌ای طراحی شد که روی‌تگر و هدف به هم نزدیک شوند. هدف از مکان اولیه‌ای که در جدول ۴-۶ آورده شده با سرعت ثابت ۱۵ نات و کورس ثابت حرکت می‌کند و فرکانس ۵۰۰ هرتز را ارسال می‌کند. روی‌تگر با سرعت ثابت ۵ نات و کورس ۱۰ درجه از مبدأ مختصات شروع به حرکت می‌کند. نویزها مانند آزمایش اول در نظر گرفته شده‌اند.

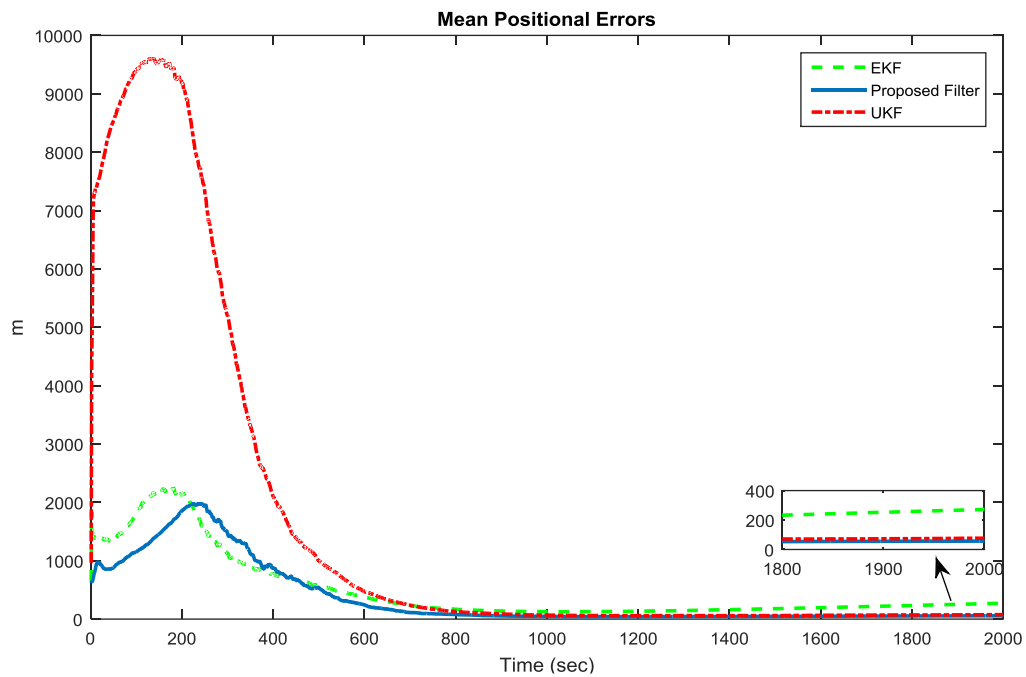
جدول ۴-۶: مقادیر پارامترهای سناریوی دوم

جدول مقادیر پارامترها زمانی که رویتگر و هدف به هم نزدیک شوند.	
$6 \times 10^3, 5 \times 10^3$	مکان اولیه هدف
0,0	مکان اولیه رویتگر
15 Knot	سرعت هدف
5 Knot	سرعت رویتگر
260 deg	کورس هدف
10 deg	کورس رویتگر
0.3 Hz	انحراف معیار نویز فرکانس
2 deg	انحراف معیار نویز سمت
2000	مدت زمان نمونه برداری

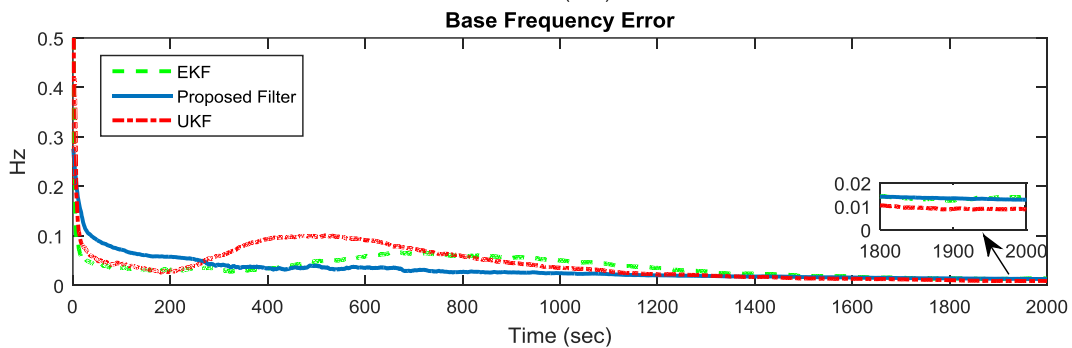
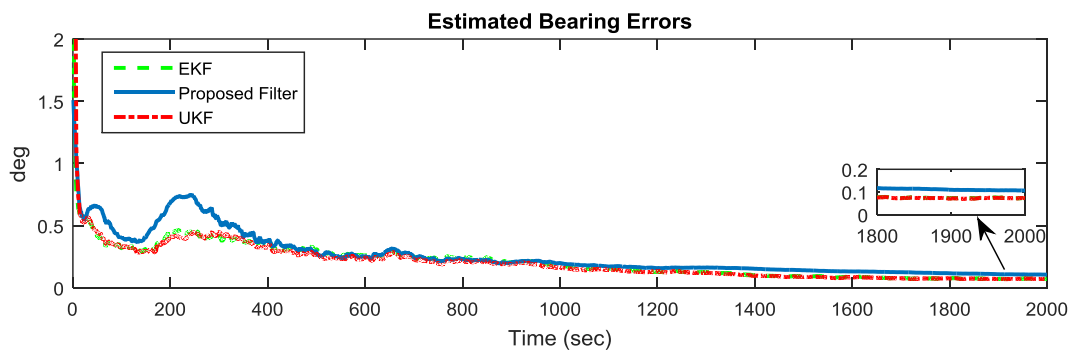
شکل ۴-۵ نشان دهنده مسیر حرکت هدف، رویتگر و تخمین مسیر حرکت هدف توسط فیلترها است. از این شکل می توان نتیجه گرفت مانند آزمایش اول فیلتر پیشنهادی زمان همگرایی کمتری نسبت به دو فیلتر دیگر دارد. در لحظات قبل از همگرایی عملکرد آن نسبت به فیلتر کالمن نمونه بردار مناسب تر است، شکل ۴-۶ که نشان دهنده خطای تخمین مکان فیلترها است نیز همین نتیجه را تأیید می کند.



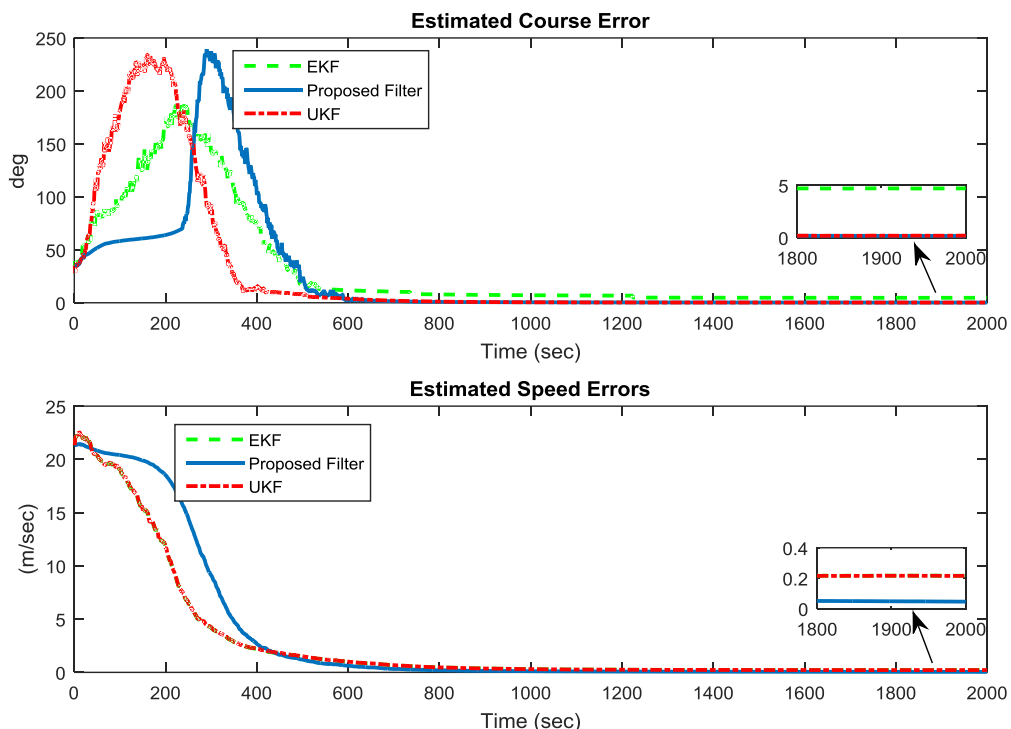
شکل ۴-۵: مسیر حرکت هدف، رویتگر، تخمین فیلترها برای سناریوی دوم



شکل ۶-۶: خطای تخمین مکان برای سناریوی دوم



شکل ۶-۷: خطای تخمین سمت، خطای تخمین فرکانس برای سناریوی دوم



شکل ۶-۸: خطای تخمین کورس، خطای تخمین سرعت برای سناریوی دوم

جدول ۶-۵ میانگین خطای تخمین پارامترها در مدت زمان شبیه‌سازی است. این آزمایش مانند آزمایش اول نشان‌دهنده عملکرد بهتر فیلتر پیشنهادی در مقایسه با دو فیلتر دیگر است. به‌خصوص در لحظه قبل از همگرایی که عملکرد آن مناسب‌تر از فیلتر کالمن نمونه‌بردار است.

جدول ۶-۵: نتایج خطای حاصل از شبیه‌سازی سناریوی دوم

پارامترها	فیلتر کالمن استاندارد	فیلتر کالمن نمونه‌بردار	فیلتر پیشنهادی
خطای مکان	۵۹/۶	۴۰/۳۲	۲۷/۲۸
خطای سرعت	۰/۰۸۵	۰/۰۸۵	۰/۰۴۶
خطای کورس	۰/۲۱	۰/۱۸	۰/۱۸
خطای فرکانس	۰/۰۱۲	۰/۰۱	۰/۰۱۱
خطای سمت	۰/۰۰۱	۰/۰۰۱	۰/۰۰۱

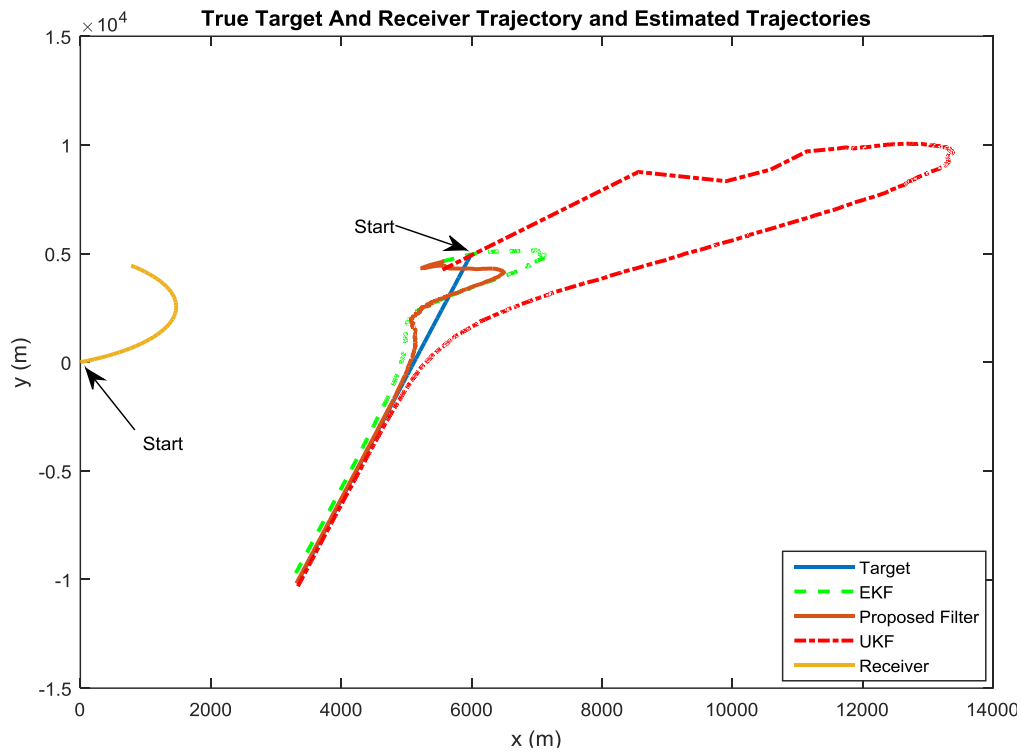
سناریو سوم

این آزمایش به گونه‌ای طراحی شد که رویتگر با مانور حرکت کند. هدف از مکان اولیه‌ای که در جدول ۶-۶ ذکر شد با سرعت ثابت ۱۵ نات و کورس ثابت ۲۸۰ درجه شروع به حرکت می‌کند. رویتگر از مبدأ مختصات با سرعت ثابت ۵ نات و کورس متغیری که ۰/۰۴ درجه در هر لحظه به آن افزوده می‌شود، شروع به حرکت می‌کند. فرکانس هدف و نویزها مانند آزمایش‌های قبلی در نظر گرفته شده‌اند.

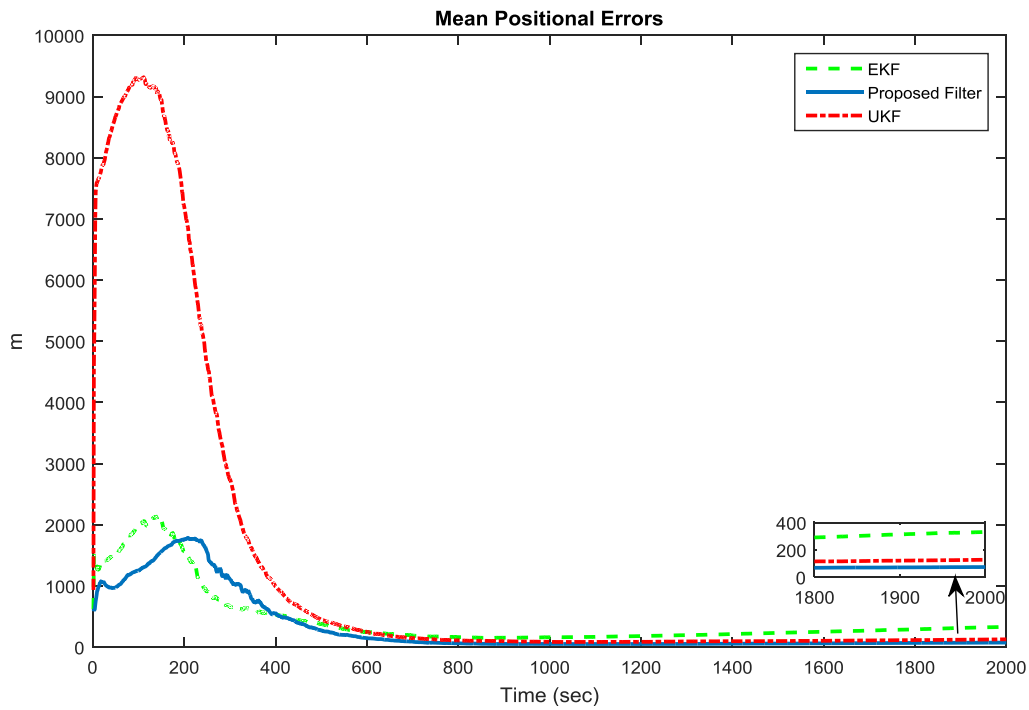
جدول ۶-۶: مقادیر پارامترهای سناریوی سوم

جدول مقادیر پارامترها زمانی که رویتگر با مانور حرکت کند.	
$5 \times 10^3, 5 \times 10^3$	مکان اولیه هدف
0,0	مکان اولیه رویتگر
15 Knot	سرعت هدف
5 Knot	سرعت رویتگر
250 deg	کورس هدف
0.04 deg/Sec	نرخ تغییرات کورس رویتگر
0.3 Hz	انحراف معیار نویز فرکانس
2 deg	انحراف معیار نویز سمت
2000	مدت زمان نمونه برداری

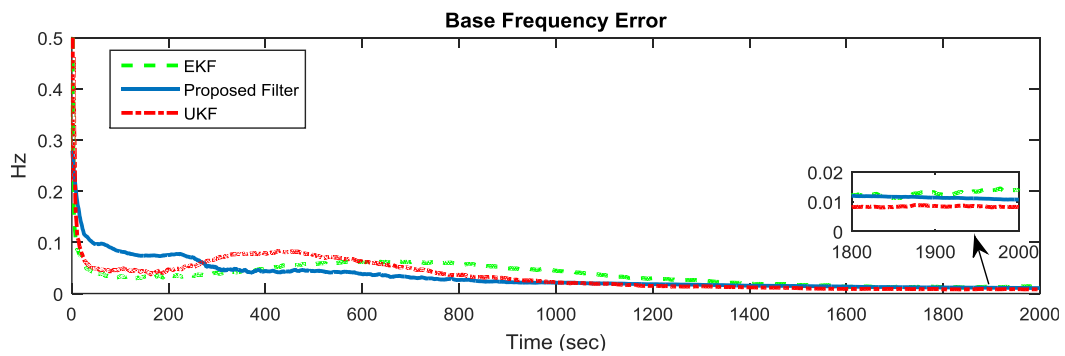
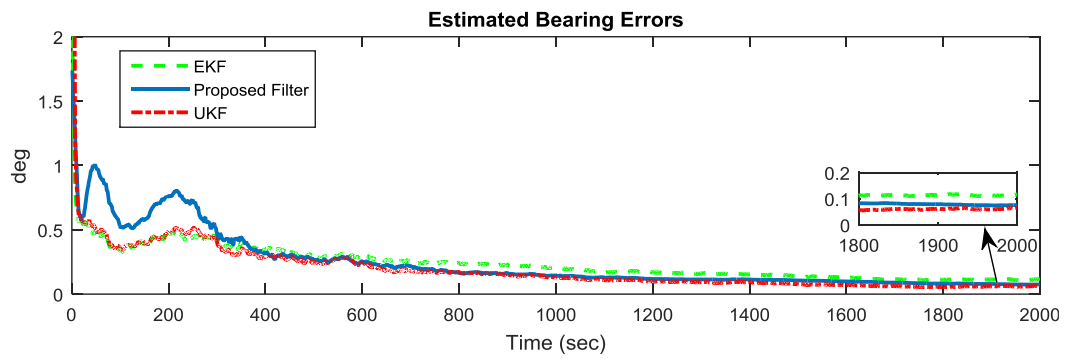
شکل ۶-۹ نشان‌دهنده مسیر حرکت هدف، رویتگر و تخمین فیلترها برای آزمایش سوم است. این آزمایش مانند دو آزمایش قبلی نشان‌دهنده عملکرد بهتر فیلتر کالمن پیشنهادی در مقایسه با دو فیلتر دیگر است. در مجموع با توجه به نتایج شبیه‌سازی‌ها می‌توان این‌طور نتیجه‌گیری کرد که با توجه به شکل‌ها در لحظات قبل از همگرایی عملکرد فیلتر پیشنهادی مناسب‌تر از فیلتر کالمن نمونه‌بردار است، بعد از همگرایی با توجه به نتایج جدول‌ها عملکرد فیلتر پیشنهادی بهتر از دو فیلتر دیگر است.



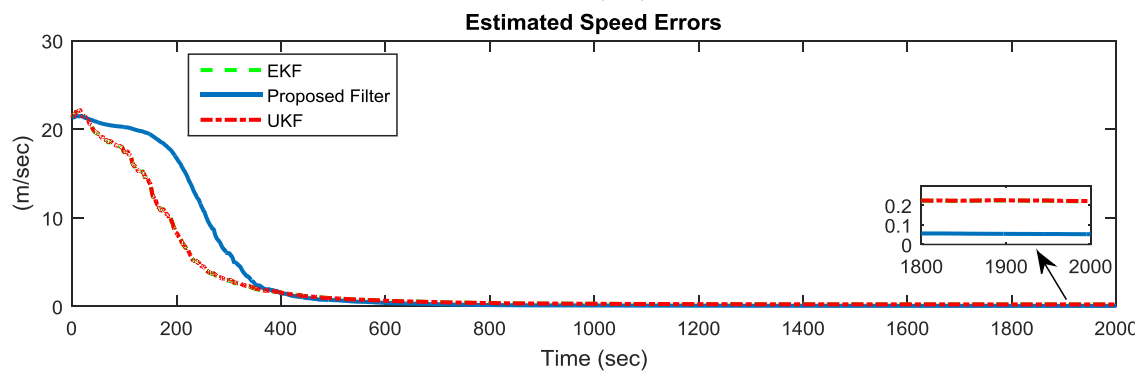
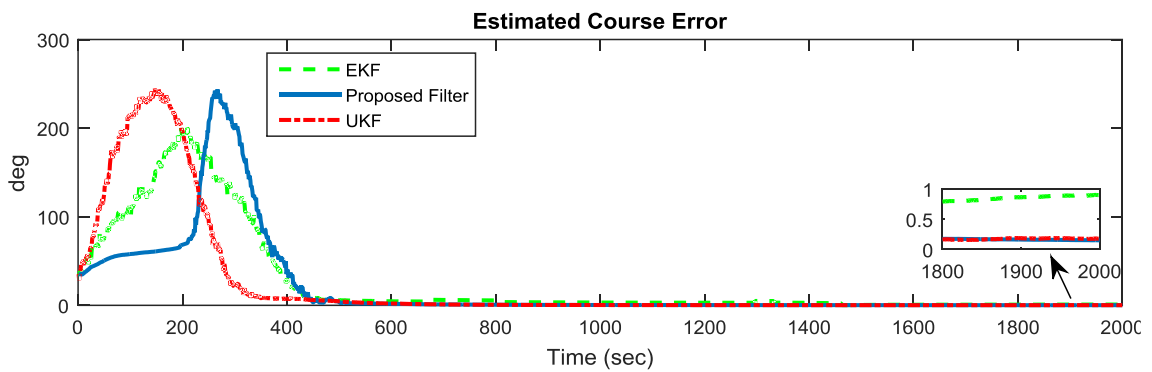
شکل ۶-۹: مسیر حرکت هدف، رویترگر، تخمین فیلترها برای سناریوی سوم



شکل ۶-۱۰: خطای تخمین مکان برای سناریوی سوم



شکل ۶-۱۱: خطای تخمین سمت، خطای تخمین فرکانس برای سناریوی سوم



شکل ۶-۱۲: خطای تخمین کورس، خطای تخمین سرعت برای سناریوی سوم

جدول ۶-۷ نشان‌دهنده خطای تخمین پارامترها در آزمایش سوم است. در این آزمایش به دلیل مانور رویتگر، مشاهده‌پذیری افزایش یافت که این موضوع موجب کاهش زمان همگرایی فیلترها شد، به همین دلیل عملکرد فیلتر پیشنهادی در مجموع از دو فیلتر دیگر بهتر گردید.

جدول ۶-۷: نتایج خطای حاصل از شبیه‌سازی سناریوی سوم

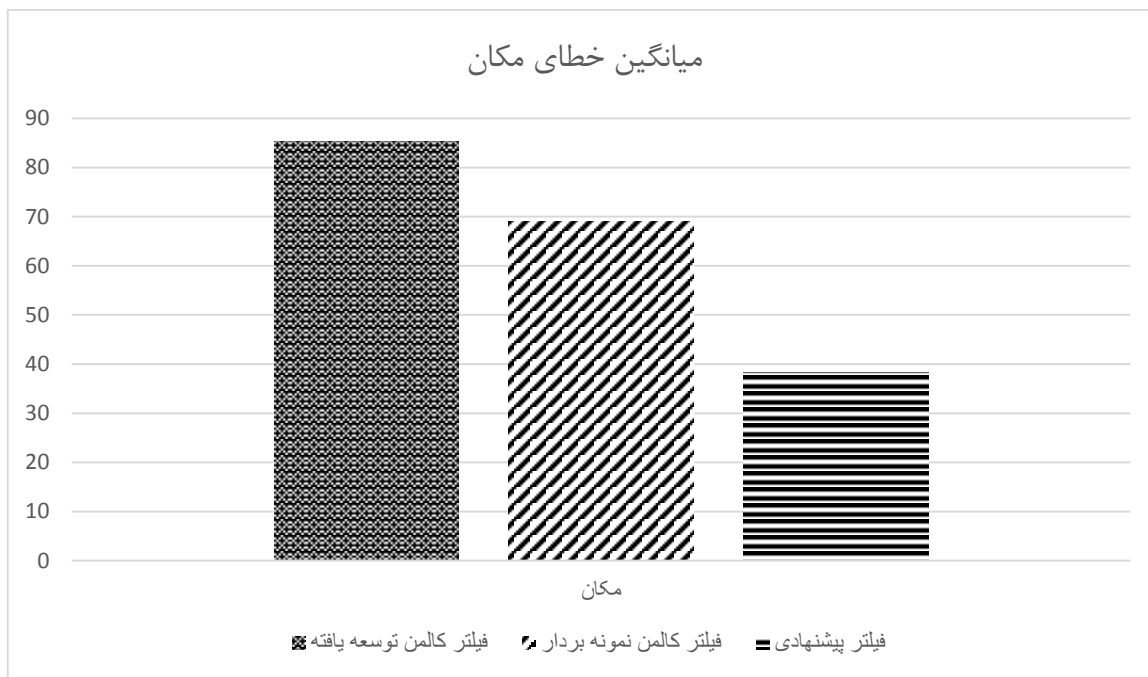
پارامترها	فیلتر کالمن استاندارد	فیلتر کالمن نمونه‌بردار	فیلتر پیشنهادی
خطای مکان	۱۱۰/۷	۸۸	۴۶/۴
خطای سرعت	۰/۱۱	۰/۱۱	۰/۰۶
خطای کورس	۰/۳۴	۰/۲۳	۰/۲۱
خطای فرکانس	۰/۰۱۱	۰/۰۱۴	۰/۰۱۱
خطای سمت	۰/۰۰۱	۰/۰۰۱	۰/۰۰۱

جدول ۶-۸ میانگین خطاهای تخمین پارامترها در سه آزمایش است.

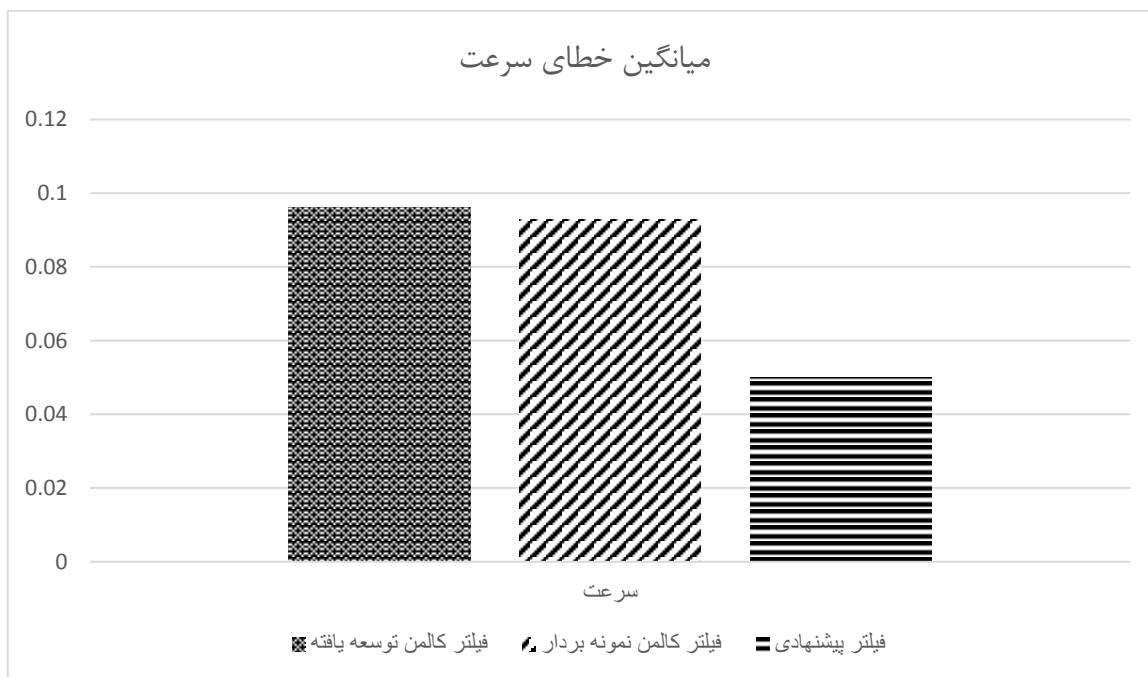
جدول ۶-۸: میانگین خطای سه سناریو

پارامترها	فیلتر کالمن استاندارد	فیلتر کالمن نمونه‌بردار	فیلتر پیشنهادی
میانگین خطای مکان	۸۵/۳	۶۹	۳۸/۴
میانگین خطای سرعت	۰/۰۹۶	۰/۰۹۳	۰/۰۵
میانگین خطای کورس	۰/۲۹	۰/۲۰	۰/۱۹
میانگین خطای فرکانس	۰/۰۱۲	۰/۰۱۱	۰/۰۱۱
میانگین خطای سمت	۰/۰۰۱	۰/۰۰۱	۰/۰۰۱

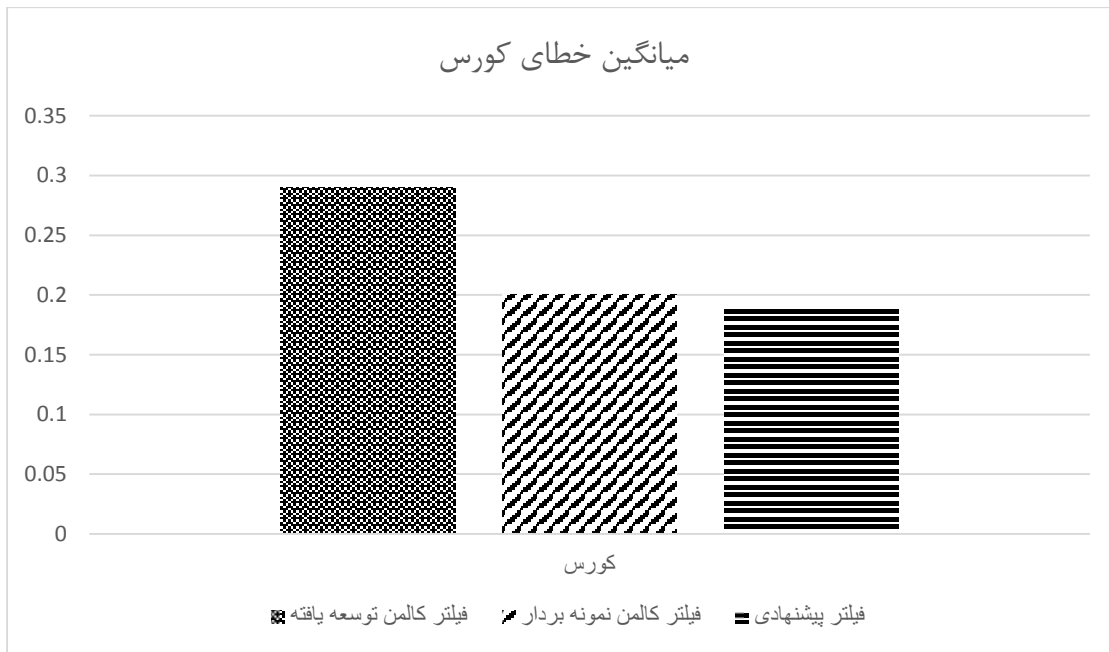
نمودارهای ۶-۱۳ الی ۶-۱۷ نشان‌دهنده میانگین خطاهای تخمین پارامترها در سه آزمایش هستند.



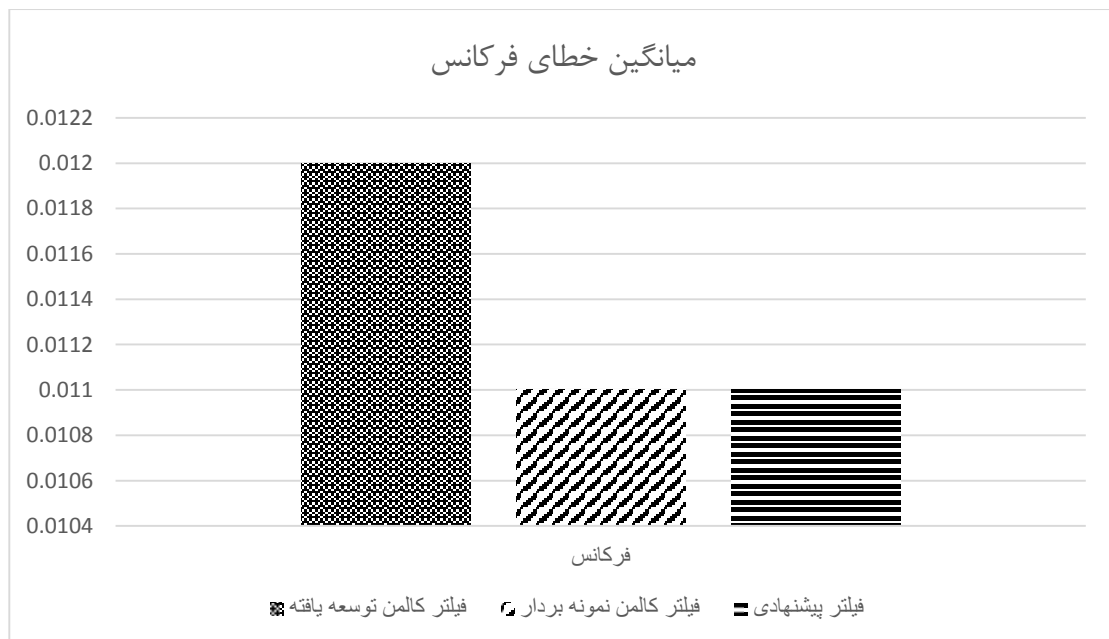
شکل ۶-۱۳: میانگین خطای مکان سه آزمایش



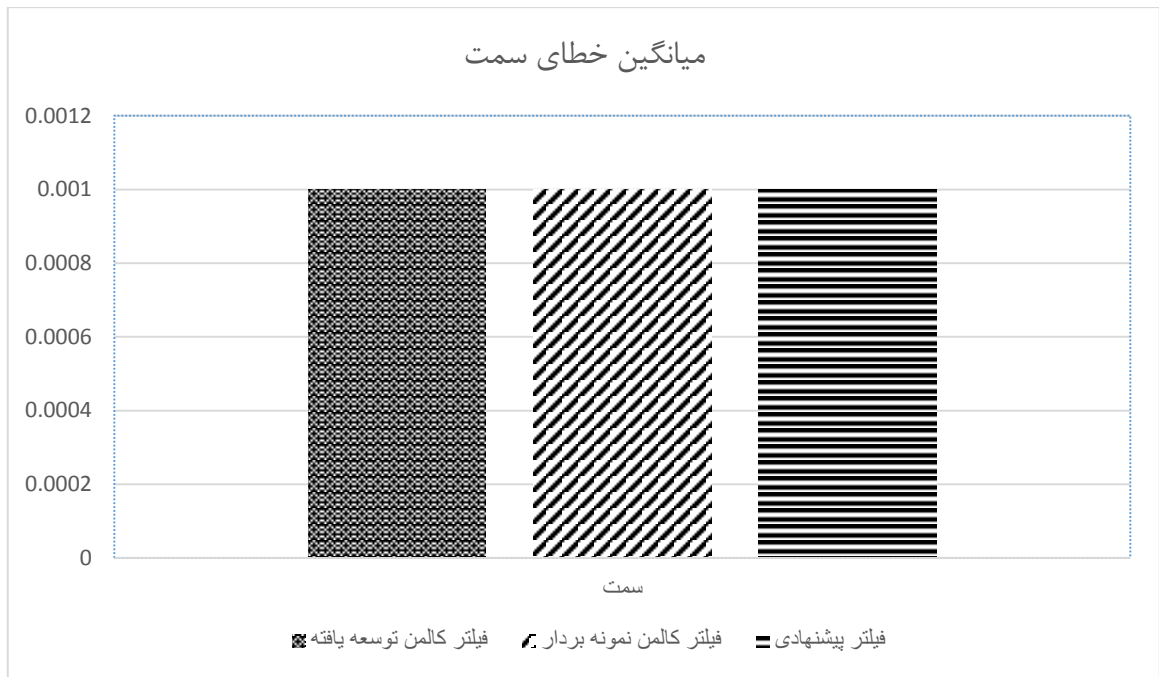
شکل ۶-۱۴: میانگین خطای سرعت سه آزمایش



شکل ۶-۱۵: میانگین خطای کورس سه آزمایش



شکل ۶-۱۶: میانگین خطای فرکانس سه آزمایش



شکل ۶-۱۷: میانگین خطای سمت سه آزمایش

۶-۲- نتیجه گیری

با توجه به پژوهش‌های انجام‌شده و ملاک‌های در نظر گرفته‌شده فیلترکالمن را می‌توان به‌عنوان الگوریتم برتر در ره‌گیری با اندازه‌گیری سمت و فرکانس انتخاب کرد. اما این فیلتر نیز دارای مشکلاتی از قبیل بایاس در تخمین پارامترها و وابستگی به شرایط اولیه است. لذا در این پایان‌نامه سعی گردید مشکلات فیلترکالمن توسعه‌یافته استاندارد کاهش یابد. یکی از آن‌ها عدم تنظیم ماتریس کوواریانس نویز اندازه‌گیری است که برای کم کردن بایاس تخمین ناشی از آن، یک ضریب تطبیق جدید برای تنظیم برخط ماتریس کوواریانس نویز اندازه‌گیری ارائه شد. همچنین بایاس ناشی از ماتریس کوواریانس نویز سیستم با ارائه ضریب تطبیق جدید کاهش یافت. برای کاهش بایاس ناشی از خطی‌سازی، از فیلترکالمن توسعه‌یافته اصلاح‌شده استفاده گردید و به فیلترکالمن توسعه‌یافته اصلاح‌شده مرتبه‌ی بالاتر ارتقاء داده شد تا با در نظر گرفتن مشتق مرتبه‌ی دوم بایاس کاهش یابد و همچنین برای ایجاد شرایط اولیه مناسب از الگوریتم ژنتیک و فیلترکالمن اضافی استفاده شد که نتایج رضایت‌بخشی در پیدا کردن مکان اولیه داشت. درنهایت شبیه‌سازی‌ها نشان دادند فیلتر پیشنهادی عملکرد بهتری نسبت به فیلترکالمن نمونه‌بردار و فیلترکالمن توسعه‌یافته دارد.

۶-۳- پیشنهادهایی برای آینده

برای روند ادامه کار این پروژه می‌تواند

- کاربر روی روش‌های جدید تطبیقی ارائه‌شده برای فیلترکالمن
- بررسی فیلترهای جدیدی که اخیراً ارائه‌شده و استفاده از آن‌ها در این مسئله
- استفاده از یک اندازه‌گیری جدید برای افزایش رؤیت پذیری

انجام گیرد.

- [1] Brinkmann, Kevin, and Jörg Hurka. "Broadband Passive Sonar Tracking." *GI Jahrestagung*. 2009.
- [2] Yang, Le, Ming Sun, and K. C. Ho. "Doppler-bearing tracking in the presence of observer location error." *IEEE Transactions on Signal Processing* 56.8 (2008): 4082-4087.
- [3] Passerieux, J. M., et al. "Target motion analysis with bearings and frequencies measurements." *Signals, Systems and Computers, 1988. Twenty-Second Asilomar Conference on*. Vol. 1. IEEE, 1988.
- [4] Ho, K. C., and Yiu-Tong Chan. "Geometric-polar tracking from bearings-only and doppler-bearing measurements." *IEEE Transactions on Signal Processing* 56.11 (2008): 5540-5554.
- [5] Rajyalakshmi, U., Rao P. Mallikarjuna, and D. Lingaraju. "DOPPLER-BEARING PASSIVE TARGET TRACKING SYSTEM FOR UNDERWATER TARGET DETECTION USING MODIFIED GAIN EKF." *International Journal on Intelligent Electronic Systems* 5.2 (2011).
- [6] Quan, Hong Wei. "Target Tracking Using Extended Kalman Filter with Bearing and Doppler Measurements." *Applied Mechanics and Materials*. Vol. 529. Trans Tech Publications, 2014.
- [7] Santhosh, Mylapilli Nalini, et al. "Underwater target tracking using unscented Kalman Filter." *Indian Journal of Science and Technology* 8.31 (2015).
- [8] Zhan, Ronghui, and Jianwei Wan. "Iterated unscented Kalman filter for passive target tracking." *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems* 43.3 (2007).
- [9] Koteswara Rao, S. "Doppler-bearing passive target tracking using a parameterized unscented kalman filter." *IETE Journal of Research* 56.1 (2010): 69-75.

- [10] Ho, K. C., and Yiu-Tong Chan. "An asymptotically unbiased estimator for bearings-only and Doppler-bearing target motion analysis." *IEEE Transactions on Signal Processing* 54.3 (2006): 809-822.
- [11] Chan, Y. T., and S. W. Rudnicki. "Bearings-only and Doppler-bearing tracking using instrumental variables." *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems* 28.4 (1992): 1076-1083.
- [12] Rosenqvist, Anders. "Asymptotic theory for a two-step pseudo-linear Doppler-bearing tracker." *Computational statistics & data analysis* 21.6 (1996): 647-660.
- [13] Tao, Xiao-Jiao, Cai-Rong Zou, and Zhen-Ya He. "Passive target tracking using maximum likelihood estimation." *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems* 32.4 (1996): 1348-1354.
- [14] Passerieux, J. M., et al. "Target motion analysis with bearings and frequencies measurements via instrumental variable estimator (passive sonar)." *Acoustics, Speech, and Signal Processing, 1989. ICASSP-89., 1989 International Conference on.* IEEE, 1989.
- [15] Kalman, Rudolph Emil. "A new approach to linear filtering and prediction problems." *Journal of basic Engineering* 82.1 (1960): 35-45.
- [16] Li, Qiang, et al. "Kalman Filter and Its Application." *Intelligent Networks and Intelligent Systems (ICINIS), 2015 8th International Conference on.* IEEE, 2015.
- [17] Faragher, Ramsey. "Understanding the basis of the kalman filter via a simple and intuitive derivation [lecture notes]." *IEEE Signal processing magazine* 29.5 (2012): 128-132.
- [18] Reif, Konrad, et al. "Stochastic stability of the discrete-time extended Kalman filter." *IEEE Transactions on Automatic control* 44.4 (1999): 714-728.
- [19] Julier, Simon J., and Jeffrey K. Uhlmann. "New extension of the Kalman filter to nonlinear systems." *AeroSense'97.* International Society for Optics and Photonics, 1997.
- [20] Sasiadek, J. Z., Q. Wang, and M. B. Zeremba. "Fuzzy adaptive Kalman filtering for INS/GPS data fusion." *Intelligent Control, 2000. Proceedings of the 2000 IEEE International Symposium on.* IEEE, 2000.

- [21] Escamilla-Ambrosio, P. J., and N. Mort. "Adaptive Kalman filtering through fuzzy logic." *Proceedings of the 7th UK Workshop On Fuzzy Systems, Recent Advances and Practical Applications of Fuzzy, Neuro-Fuzzy, and Genetic Algorithm-Based Fuzzy Systems*. 2000.
- [22] Lee, B. J., et al. "Fuzzy-logic-based IMM algorithm for tracking a manoeuvring target." *IEE Proceedings-Radar, Sonar and Navigation* 152.1 (2005): 16-22.
- [23] Liu, Chang, Xinhuan Huang, and Min Wang. "Adaptive Kalman filter based maneuvering target tracking." *Modelling, Identification & Control (ICMIC), 2012 Proceedings of International Conference on*. IEEE, 2012.
- [24] Huo, Yudan, et al. "A new adaptive Kalman filter by combining evolutionary algorithm and fuzzy inference system." *Evolutionary Computation (CEC), 2014 IEEE Congress on*. IEEE, 2014.
- [25] Yang, Yuanxi, and Tianhe Xu. "An adaptive Kalman filter based on Sage windowing weights and variance components." *The Journal of Navigation* 56.02 (2003): 231-240.
- [26] Mohamed, A. H., and K. P. Schwarz. "Adaptive Kalman filtering for INS/GPS." *Journal of geodesy* 73.4 (1999): 193-203.
- [27] Xu, Fuzhen, Yongqing Su, and Hao Liu. "Research of Optimized Adaptive Kalman Filtering." *Control and Decision Conference (2014 CCDC), The 26th Chinese*. IEEE, 2014.
- [28] Yang, Yuanxi, Haibo He, and Guo-chang Xu. "Adaptively robust filtering for kinematic geodetic positioning." *Journal of geodesy* 75.2 (2001): 109-116.
- [29] Chen, Ken, Meng Zhang, and Celal Batur. "KF vs. PF Performance Quality Observed from Stochastic Noises Statistics and Online Covariance Self-adaptation." *Mechanical Engineering and Technology* (2012): 291-298.
- [30] Li, Wei, et al. "Adaptive robust Kalman filter for relative navigation using global position system." *IET Radar, Sonar & Navigation* 7.5 (2013): 471-479.
- [31] Yang, Yuanxi, and Weiguang Gao. "An optimal adaptive Kalman filter." *Journal of Geodesy* 80.4 (2006): 177-183.

[32] Fucheng, Guo, Sun Zhongkang, and Huangfu Kan. "A modified covariance extended Kalman filtering algorithm in passive location." *Robotics, Intelligent Systems and Signal Processing, 2003. Proceedings. 2003 IEEE International Conference on*. Vol. 1. IEEE, 2003.

[33] Haupt, Randy L. "An introduction to genetic algorithms for electromagnetics." *IEEE Antennas and Propagation Magazine* 37.2 (1995): 7-15.

[34] Holland, John H. "Genetic algorithms and the optimal allocation of trials." *SIAM Journal on Computing* 2.2 (1973): 88-105.

Abstract

In this project the Doppler and bearing tracking as one kind of passive tracking discusses. The importance of passive tracking is the observer invisibility, and being observable is the importance of Doppler and bearing tracking. So there is no need any maneuver for the observer. But the problem of this kind of target tracking is nonlinear measurements equation, from this problem it is difficult to find appropriate approach for solving this problem. So in this research first we investigated all the approaches for solve this problem then we chose the best approach and then according to the criteria that we consider, the best approach is the optimal approach, and finally we introduce Kalman filter is the optimal approach for solving this problem. Then we discussed kalman filter problems and present new approaches for reducing Kalman filter problems.

Keywords: target tracking, Doppler shift, kalman filter, adaptive models



Shahrood University of Technology
Faculty of Electrical and Robotic Engineering

M. Sc. Thesis

Optimal target tracking design using Doppler and Bearing

By:

Seyyed Hamed Hashemi

Supervisor:

Dr. Alireza Alfi

July 2017