



دانشکده‌ی مهندسی برق و رباتیک

پایان‌نامه کارشناسی ارشد
مهندسی برق-گرایش کنترل

عنوان

ردیابی غیرفعال هدف با استفاده از صافی چندمدلی برهم کنشی تطبیقی

نگارش

مقداد محمدی

استاد راهنما:

حسین قلی زاده نرم

بهمن ۱۳۹۴

دانشکده: مهندسی برق

گروه: کنترل

پایان نامه کارشناسی ارشد آقای مقداد محمدی به شماره دانشجویی ۹۲۱۲۶۸۴ تحت عنوان

ردیابی غیرفعال هدف با استفاده از صافی چندمدلی برهم کنشی تطبیقی

در تاریخ ۱۳۹۴/۱۱/.. توسط کمیته تخصصی زیر جهت اخذ مدرک کارشناسی ارشد در مهندسی برق-کنترل مورد ارزیابی و با درجه‌ی مورد پذیرش قرار گرفت.

امضاء	اساتید مشاور	امضاء	اساتید راهنما
			دکتر حسین قلی زاده نرم

امضاء	نماینده تحصیلات تکمیلی	امضاء	اساتید داور
	دکتر		دکتر
			دکتر

تعهدنامه

اینجانب **مقداد محمدی** دانشجوی دوره کارشناسی ارشد رشته مهندسی برق - کنترل دانشکده‌ی برق و رباتیک دانشگاه صنعتی شاهرود نویسنده پایان‌نامه **ردیابی غیرفعال هدف با استفاده از صافی چندمدلی**

برهم کنشی تطبیقی تحت راهنمایی دکتر حسین قلی زاده نرم متعهد می‌شوم:

- تحقیقات در این پایان‌نامه توسط اینجانب انجام شده است و از صحت و اصالت برخوردار است.
- در استفاده از نتایج پژوهش‌های محققان دیگر به مرجع مورد استفاده استناد شده است.
- مطالب مندرج در پایان‌نامه تاکنون توسط خود یا فرد دیگری برای دریافت هیچ نوع مدرک یا امتیازی در هیچ جا ارائه نشده است.
- کلیه حقوق معنوی این اثر متعلق به دانشگاه صنعتی شاهرود می‌باشد و مقالات مستخرج با نام «دانشگاه صنعتی شاهرود» و یا «Shahrood University of Technology» به چاپ خواهد رسید.
- حقوق معنوی تمام افرادی که در به دست آمدن نتایج اصلی پایان‌نامه تأثیرگذار بوده‌اند در مقالات مستخرج از پایان‌نامه رعایت می‌گردد.
- در کلیه مراحل انجام این پایان‌نامه، در مواردی که از موجود زنده (یا بافت‌های آن‌ها) استفاده شده است ضوابط و اصول اخلاقی رعایت شده است.
- در کلیه مراحل انجام این پایان‌نامه، در مواردی که به حوزه اطلاعات شخصی افراد دسترسی یافته یا استفاده شده است، اصل رازداری، ضوابط و اصول اخلاق انسانی رعایت شده است.

تاریخ

امضای دانشجو

مالکیت نتایج و حق نشر

- کلیه حقوق معنوی این اثر و محصولات آن (مقالات مستخرج، کتاب، برنامه‌های رایانه‌ای، نرم‌افزارها و تجهیزات ساخته شده است) متعلق به دانشگاه صنعتی شاهرود می‌باشد. این مطلب باید به نحو مقتضی در تولیدات علمی مربوطه ذکر شود.
- استفاده از اطلاعات و نتایج موجود در پایان‌نامه بدون ذکر مرجع مجاز نمی‌باشد.

متن این صفحه باید در ابتدای نسخه‌های تکثیر شده پایان‌نامه وجود داشته باش

تقدیم به

ساحت مقدس امام زمان (عج الله تعالی)

و روح پرفروش امام راحل و شهدای و الامقام

و پدر و مادر عزیز و مهربانم

تقدیر و شکر:

حمد و سپاس بی کران خدای را که توفیق عبادت و اسلام آوردن را نصیب این حقیر نمود، باشد که شکر این نعمت را با کار خالصانه برای انقلاب و اسلام به جای آورم.

بر خود لازم می دانم از تمام بزرگوارانی که در انجام این پایان نامه به این حقیر کمک نموده اند شکر و قدردانی نمایم. بدین وسیله از زحمات تمام اساتید و معلمان عزیزم که با سه صدر تا به امروز مسوئیت تعلیم و تربیت بنده را به عهده داشته اند کمال شکر را دارم و هم چنین از استاد بزرگوارم جناب آقای دکتر قلی زاده نرم شکر ویژه ای خواهم داشت که در این مدت به مانند دوستی صمیمی مرا از راهنمایی های خود بهره مند ساخته اند.

از خداوند منان موفقیت روز افزون و طول عمر با عزت را برای این بزرگوار و تمام اساتید و معلمان دلسوز مسئلت دارم. باشد که فضل الهی شامل حال ما شود و توفیق پییمودن راه شهدار داشته باشیم.

چکیده

در این پایان نامه به منظور بهبود عملکرد ردیابی هدف از تخمینگرهای تطبیقی استفاده می شود. در ردیابی هدف با استفاده از اندازه گیری های نویزی، دینامیک های حرکتی از جمله موقعیت، سرعت و شتاب هدف تخمین زده می شود. معادلات اندازه گیری و گاهی معادلات حرکت هدف غیرخطی است پس برای تخمین موقعیت و سرعت آن باید از روش های غیرخطی تخمین استفاده کرد. در اینجا از سه صافی کالمن توسعه یافته، کالمن بی بو و کالمن مکعبی استفاده می شود. کارایی صافی های کالمن وابستگی زیادی به کوواریانس نویز اندازه گیری و نویز سیستم دارد که می تواند ناشی از شرایط محیطی، مدل سازی نادقیق، بروز خطا، منابع نویزی مزاحم و ... باشد. برای تعیین این کوواریانس ها روش های زیادی ارائه شده است که یک دسته ی مرسوم، روش های تطبیقی است که کارایی و عملکرد مناسبی دارد. روش های تطبیقی در کنار صافی های کالمن با اصلاح کوواریانس ها، خطای تخمین را کاهش می دهند. در این پایان نامه بر پایه ی دنباله ی ابداع و پیشینه سازی احتمال پسین چهار روش تطبیقی مطرح می شود. از آن جایی که حرکت یک هدف دارای مدل های متفاوتی است پس از یک صافی کالمن برای تخمین حالت های هدف نمی توان استفاده کرد. در نتیجه برای این مسئله روش چند مدلی برهم کنشی که برای تخمین حالت های سیستم های هیبریدی کاربرد دارد بیان می شود و موضوع تطبیق کوواریانس ها مجدد برای ساختار چندمدلی مطرح می شود. در روش های تطبیقی تضمینی بر مثبت معین بودن کوواریانس ها وجود ندارد که در این پایان نامه روشی جهت تضمین مثبت معین بودن کوواریانس ها ارائه شده است. برای ارزیابی روش های تطبیقی در ردیابی هدف با معرفی مسئله ی ردیابی از روی سمت، با استفاده از MATLAB دو سناریوی متفاوت حرکتی در نظر گرفته می شود و روش های تطبیقی با صافی های کالمن برای هر سناریو به کار می رود. نتایج شبیه سازی تمام روش ها با هم مقایسه می شود و روش های ارائه شده عملکرد ردیابی را در جهت کاهش خطای تخمین نشان می دهد.

واژگان کلیدی: ردیابی از روی سمت، صافی کالمن، روش چند مدلی برهم کنشی (IMM)، تطبیق کوواریانس.

۱- مقداد محمدی، حسین قلی زاده نرم. "ردیابی غیرفعال هدف با استفاده از صافی کالمن تطبیقی توسعه یافته و مکعبی با روش عصبی". چهارمین کنفرانس بین المللی کنترل، اتوماسیون و ابزار دقیق، دانشگاه آزاد اسلامی قزوین، قزوین، ۷ و ۸ بهمن ۹۴

۲- مقداد محمدی، حسین قلی زاده نرم. " صافی کالمن توسعه یافته تطبیقی برای ردیابی هدف از روی سمت". سومین کنفرانس ملی و اولین کنفرانس بین المللی پژوهش‌های کاربردی در مهندسی برق، مکانیک و مکاترونیک، دانشگاه صنعتی مالک اشتر، تهران، ۲۸ و ۲۹ بهمن ۹۴

فهرست عنوان‌ها

فهرست شکل‌ها.....	ث
فهرست جدول‌ها.....	خ
فصل ۱ مقدمه.....	۱
۱-۱- اصول و مبانی سیستم ردیابی.....	۲
۲-۱- ردیابی از روی سمت (BOT).....	۴
۱-۲-۱ مشاهده پذیری در مسئله BOT.....	۵
۳-۱- مراحل ردیابی.....	۶
۴-۱- تخمین.....	۷
۱-۴-۱ مدل‌های حرکت هدف.....	۹
۲-۴-۱ صافی‌های غیرخطی.....	۱۰
۳-۴-۱ اطلاعات و مشخصات آماری سیستم.....	۱۱
۵-۱- مروری بر کارهای انجام شده.....	۱۱
۶-۱- انگیزه‌ی تحقیق.....	۱۴
۷-۱- مراحل انجام تحقیق.....	۱۴
فصل ۲ سینماتیک هدف و معادلات اندازه‌گیری از روی سمت.....	۱۵
۱-۲- مدل حرکت با سرعت ثابت.....	۱۶
۱-۱-۲ مدل حرکت سرعت ثابت پیوسته در زمان.....	۱۷
۲-۱-۲ مدل حرکت گسسته در زمان سرعت ثابت.....	۱۹
۲-۲- مدل مانوردار.....	۱۹
۳-۲- مدل اندازه‌گیری از روی سمت.....	۲۴
۴-۲- جمع بندی.....	۲۵
فصل ۳ صافی‌های گوسی و روش چند مدلی برهم کنشی.....	۲۷
۱-۳- مسئله‌ی تخمین بیزین.....	۲۸
۲-۳- صافی‌های گوسی.....	۲۹
۱-۲-۳ صافی بهینه کالمن.....	۳۲
۲-۲-۳ صافی کالمن توسعه یافته (EKF).....	۳۳
۳-۲-۳ صافی کالمن بی‌بو (UKF).....	۳۴
۴-۲-۳ صافی کالمن مکعبی (CKF).....	۳۶

- ۳-۳- الگوریتم چند مدلی برهم کنشی (IMM) ۳۷
- ۳-۳-۱ تشریح الگوریتم IMM ۳۹
- ۳-۴- جمع بندی ۴۴

فصل ۴ تطبیق کوواریانس های نويز سیستم و اندازه گیری ۴۵

- ۴-۱- تحلیل رفتار EKF با کوواریانس های اشتباه ۴۶
- ۴-۲- تطبیق کوواریانس ها بر اساس دنباله ابداع ۴۸
- ۴-۳- ساختار فازی برای تطبیق کوواریانس ها ۴۹
- ۴-۳-۱ ساختار فازی برای تطبیق R ۴۹
- ۴-۳-۲ ساختار فازی برای تطبیق Q ۵۲
- ۴-۴- تطبیق کوواریانس ها با قاعده تطبیق MIT ۵۳
- ۴-۴-۱ قاعده MIT ۵۳
- ۴-۴-۲ تابع هزینه ۵۳
- ۴-۴-۳ تطبیق R با قاعده MIT ۵۳
- ۴-۴-۴ تطبیق Q با قاعده MIT ۵۴
- ۴-۵- تطبیق کوواریانس ها با تضمین مثبت معینی ۵۶
- ۴-۶- تطبیق کوواریانس ها براساس بیشینه سازی احتمال پسین ۵۸
- ۴-۷- تطبیق کوواریانس ها در سیستم های چند مدلی ۵۹
- ۴-۷-۱ تطبیق فازی R و Q ۶۰
- ۴-۷-۲ تطبیق R و Q براساس قاعده MIT ۶۱
- ۴-۷-۳ تطبیق R و Q با شرط مثبت معینی ۶۳
- ۴-۷-۴ تطبیق R و Q با بیشینه سازی احتمال پسین ۶۳
- ۴-۸- جمع بندی ۶۳

فصل ۵ شبیه سازی مسئله ردیابی از روی سمت ۶۵

- ۵-۱- ردیابی هدف با یک مدل حرکتی ۶۶
- ۵-۱-۱ تطبیق R با فرض معلوم بودن Q در سناریوی اول ۶۹
- ۵-۱-۲ تطبیق Q با فرض معلوم بودن R در سناریوی اول ۷۶
- ۵-۲- ردیابی هدف مانوردار ۸۳
- ۵-۲-۱ تطبیق R با فرض معلوم بودن Q در سناریوی دوم ۸۴
- ۵-۲-۲ تطبیق Q با فرض معلوم بودن R در سناریوی دوم ۹۰
- ۵-۳- جمع بندی ۹۷

فصل ۶ نتیجه گیری و پیشنهادها ۹۹

منبعها..... ۱۰۱

فهرست شکل‌ها

- شکل ۱-۱: ردیابی فعال در دریا ۳
- شکل ۲-۱: ردیابی غیرفعال در دریا [11] ۳
- شکل ۳-۱: هندسه ی دو بعدی هدف و مشاهده گر با اندازه گیری سمت ۴
- شکل ۴-۱: ردیابی هدف سرعت ثابت با مشاهده گر ثابت ۶
- شکل ۵-۱: مراحل چهارگانه ردیابی اهداف ۷
- شکل ۶-۱: بلوک دیاگرام تخمین حالت [7] ۸
- شکل ۷-۱: روشهای تخمین بیزین ۱۰
- شکل ۱-۲: هدف نقطه ای در مختصات دوبعدی ۱۶
- شکل ۲-۲: هدف نقطه ای مانوردار ۲۰
- شکل ۳-۲: بردارهای یکه برای محاسبه مانور زاویه ای ۲۱
- شکل ۱-۳: مراحل صافی گوسی ۳۱
- شکل ۲-۳: نمای کلی الگوریتم چندمدلی ۳۹
- شکل ۳-۳: الگوریتم IMM ۴۳
- شکل ۱-۴: نمای کلی روش تطبیقی براساس دنباله ابداع ۴۹
- شکل ۲-۴: گروه‌های فازی برای تطبیق کوواریانس‌ها ۵۰
- شکل ۳-۴: گروه فازی متعلق به دنباله ابداع ۶۰
- شکل ۱-۵: سناریوی ردیابی هدف با سرعت ثابت ۶۷
- شکل ۲-۵: توابع تعلق ورودی برای تطبیق R ۷۰
- شکل ۳-۵: تخمین در جهت x با فرض معلوم بودن Q و تطبیق R در EKF ۷۱
- شکل ۴-۵: تخمین در جهت y با فرض معلوم بودن Q و تطبیق R در EKF ۷۱
- شکل ۵-۵: تخمین در جهت x با فرض معلوم بودن Q و تطبیق R در UKF ۷۱

- شکل ۵-۶: تخمین در جهت y با فرض معلوم بودن Q و تطبیق R در UKF ۷۲
- شکل ۵-۷: تخمین در جهت x با فرض معلوم بودن Q و تطبیق R در CKF ۷۲
- شکل ۵-۸: تخمین در جهت y با فرض معلوم بودن Q و تطبیق R در CKF ۷۲
- شکل ۵-۹: ریشه مربعات خطا برای حالت‌ها در یک زمان خاص با ۵۰ بار اجرای تصادفی در EKF ۷۶
- شکل ۵-۱۰: تخمین در جهت x با فرض معلوم بودن R و تطبیق Q در EKF ۷۸
- شکل ۵-۱۱: تخمین در جهت y با فرض معلوم بودن R و تطبیق Q در EKF ۷۸
- شکل ۵-۱۲: تخمین در جهت x با فرض معلوم بودن R و تطبیق Q در UKF ۷۸
- شکل ۵-۱۳: تخمین در جهت y با فرض معلوم بودن R و تطبیق Q در UKF ۷۹
- شکل ۵-۱۴: تخمین در جهت x با فرض معلوم بودن R و تطبیق Q در CKF ۷۹
- شکل ۵-۱۵: تخمین در جهت y با فرض معلوم بودن R و تطبیق Q در CKF ۷۹
- شکل ۵-۱۶: ریشه مربعات خطا در سناریوی اول با فرض معلوم بودن R و تنظیم Q در EKF ۸۲
- شکل ۵-۱۷: ریشه مربعات خطا در سناریوی اول با فرض معلوم بودن R و تنظیم Q در UKF ۸۲
- شکل ۵-۱۸: ریشه مربعات خطا در سناریوی اول با فرض معلوم بودن R و تنظیم Q در CKF ۸۲
- شکل ۵-۱۹: سناریوی دوم ۸۳
- شکل ۵-۲۰: توابع تعلق دنباله ابداع ۸۴
- شکل ۵-۲۱: تخمین در جهت x برای سناریوی دوم با فرض معلوم بودن Q و تطبیق R در EKF ۸۴
- شکل ۵-۲۲: تخمین در جهت y برای سناریوی دوم با فرض معلوم بودن Q و تطبیق R در EKF ۸۴
- شکل ۵-۲۳: تخمین در جهت x برای سناریوی دوم با فرض معلوم بودن Q و تطبیق R در UKF ۸۵
- شکل ۵-۲۴: تخمین در جهت y برای سناریوی دوم با فرض معلوم بودن Q و تطبیق R در UKF ۸۵
- شکل ۵-۲۵: تخمین در جهت x برای سناریوی دوم با فرض معلوم بودن Q و تطبیق R در CKF ۸۵
- شکل ۵-۲۶: تخمین در جهت y برای سناریوی دوم با فرض معلوم بودن Q و تطبیق R در CKF ۸۶
- شکل ۵-۲۷: سناریوی دوم با فرض معلوم بودن Q و تطبیق R در EKF ۸۶

- شکل ۵-۲۸: سناریوی دوم با فرض معلوم بودن Q و تطبیق R در UKF ۸۶
- شکل ۵-۲۹: سناریوی دوم با فرض معلوم بودن Q و تطبیق R در CKF ۸۷
- شکل ۵-۳۰: ریشه مربعات خطا در سناریوی اول با فرض معلوم بودن Q و تنظیم R در EKF ۸۹
- شکل ۵-۳۱: ریشه مربعات خطا در سناریوی اول با فرض معلوم بودن Q و تنظیم R در UKF ۸۹
- شکل ۵-۳۲: ریشه مربعات خطا در سناریوی اول با فرض معلوم بودن Q و تنظیم R در CKF ۸۹
- شکل ۵-۳۳: تخمین در جهت x برای سناریوی دوم با فرض معلوم بودن R و تطبیق Q در EKF ۹۱
- شکل ۵-۳۴: تخمین در جهت y برای سناریوی دوم با فرض معلوم بودن R و تطبیق Q در EKF ۹۱
- شکل ۵-۳۵: تخمین در جهت x برای سناریوی دوم با فرض معلوم بودن R و تطبیق Q در UKF ۹۱
- شکل ۵-۳۶: تخمین در جهت y برای سناریوی دوم با فرض معلوم بودن R و تطبیق Q در UKF ۹۲
- شکل ۵-۳۷: تخمین در جهت x برای سناریوی دوم با فرض معلوم بودن R و تطبیق Q در CKF ۹۲
- شکل ۵-۳۸: تخمین در جهت y برای سناریوی دوم با فرض معلوم بودن R و تطبیق Q در CKF ۹۲
- شکل ۵-۳۹: سناریوی دوم با فرض معلوم بودن R و تطبیق Q در EKF ۹۳
- شکل ۵-۴۰: سناریوی دوم با فرض معلوم بودن R و تطبیق Q در UKF ۹۳
- شکل ۵-۴۱: سناریوی دوم با فرض معلوم بودن R و تطبیق Q در CKF ۹۳
- شکل ۵-۴۲: ریشه مربعات خطا در سناریوی دوم با فرض معلوم بودن R و تنظیم Q در EKF ۹۶
- شکل ۵-۴۳: ریشه مربعات خطا در سناریوی دوم با فرض معلوم بودن R و تنظیم Q در UKF ۹۶
- شکل ۵-۴۴: ریشه مربعات خطا در سناریوی دوم با فرض معلوم بودن R و تنظیم Q در CKF ۹۶

فهرست جدول‌ها

- جدول ۵-۱- پارامترهای مورد نیاز برای سناریوی اول.....۶۶
- جدول ۵-۲- MRMSE مربوط به سناریو اول با فرض معلوم بودن Q و تطبیق R در EKF.....۷۴
- جدول ۵-۳- رفتار روش‌های تطبیقی در تنظیم R و در EKF.....۷۴
- جدول ۵-۴- MRMSE مربوط به سناریو اول با فرض معلوم بودن Q و تطبیق R در UKF.....۷۴
- جدول ۵-۵- رفتار روش‌های تطبیقی در تنظیم R و در UKF.....۷۴
- جدول ۵-۶- MRMSE مربوط به سناریو اول با فرض معلوم بودن Q و تطبیق R در CKF.....۷۵
- جدول ۵-۷- رفتار روش‌های تطبیقی در تنظیم R و در CKF.....۷۵
- جدول ۵-۸- MRMSE مربوط به سناریو اول با فرض معلوم بودن R و تطبیق Q در EKF.....۸۰
- جدول ۵-۹- رفتار روش‌های تطبیقی در تنظیم Q و در EKF.....۸۰
- جدول ۵-۱۰- MRMSE مربوط به سناریو اول با فرض معلوم بودن R و تطبیق Q در UKF.....۸۰
- جدول ۵-۱۱- رفتار روش‌های تطبیقی در تنظیم Q و در UKF.....۸۰
- جدول ۵-۱۲- MRMSE مربوط به سناریو اول با فرض معلوم بودن R و تطبیق Q در CKF.....۸۱
- جدول ۵-۱۳- رفتار روش‌های تطبیقی در تنظیم Q و در CKF.....۸۱
- جدول ۵-۱۴- MRMSE مربوط به سناریو دوم با فرض معلوم بودن Q و تطبیق R در EKF.....۸۷
- جدول ۵-۱۵- رفتار روش‌های تطبیقی در تنظیم R و در EKF.....۸۷
- جدول ۵-۱۶- MRMSE مربوط به سناریو دوم با فرض معلوم بودن Q و تطبیق R در UKF.....۸۸
- جدول ۵-۱۷- رفتار روش‌های تطبیقی در تنظیم R و در UKF.....۸۸
- جدول ۵-۱۸- MRMSE مربوط به سناریو دوم با فرض معلوم بودن Q و تطبیق R در CKF.....۸۸
- جدول ۵-۱۹- رفتار روش‌های تطبیقی در تنظیم R و در CKF.....۸۸
- جدول ۵-۲۰- MRMSE مربوط به سناریو دوم با فرض معلوم بودن R و تطبیق Q در EKF.....۹۴

- جدول ۵-۲۱- رفتار روش‌های تطبیقی در تنظیم Q و در EKF.....۹۴
- جدول ۵-۲۲- MRMSE مربوط به سناریو دوم با فرض معلوم بودن R و تطبیق Q در UKF.....۹۴
- جدول ۵-۲۳- رفتار روش‌های تطبیقی در تنظیم Q و در UKF.....۹۴
- جدول ۵-۲۴- MRMSE مربوط به سناریو دوم با فرض معلوم بودن R و تطبیق Q در CKF.....۹۵
- جدول ۵-۲۵- رفتار روش‌های تطبیقی در تنظیم Q و در CKF.....۹۵

فصل اول:

مقدمه

در این فصل مقدمه‌ای از بحث ردیابی اهداف، اصول و مفاهیم اولیه مطرح خواهد شد. همچنین با اشاره به چند مورد از چالش‌های این موضوع، مرور مختصری از کارهای انجام‌گرفته در مقالات به عمل خواهد آمد. و در آخر انگیزه‌ی تحقیق و قالب پایان‌نامه بیان می‌شود.

۱-۱- اصول و مبانی سیستم ردیابی

ردیابی اهداف^۱ یکی از ابزارهای مهم در سیستم‌های نظارت، مراقبت و هدایت است که به عنوان نمونه در سیستم‌های رادار، سونار، تلسکوپ‌های نوری، حسگرهای مادون قرمز، ربات‌های خودگردان و شبکه‌ی تلفن همراه کاربرد دارد. وظیفه‌ی اصلی سیستم‌های ردیابی به دست آوردن موقعیت، سرعت و شتاب مربوط به اهداف است. اهداف مدنظر در سیستم‌های ردیابی می‌تواند اجسامی چون ماهواره، موشک، هواپیما، کشتی، زیردریایی و یا هر چیز دیگری که با سیستم ردیاب حرکت نسبی دارد، باشد [3]. مسئله‌ی اصلی در این سیستم‌ها استخراج اطلاعات حرکت هدف از روی مشاهدات نویزی است.

یکی از مهم‌ترین ویژگی‌های جنگ‌های نظامی، نظارت و مراقبت کامل و دقیق است که ردیاب‌های فعال و غیرفعال عهده‌دار این مسئولیت هستند. ردیاب‌ها از جنبه‌ی سیستم اندازه‌گیری به دو نوع فعال^۲ و غیرفعال^۳ تقسیم‌بندی می‌شود. در نوع فعال از طرف سیستم ردیاب یا مشاهده‌گر^۴ سیگنالی فرستاده می‌شود. در صورت وجود هدف در محیط اطراف سیستم ردیاب این سیگنال به هدف برخورد کرده و بازتاب داده می‌شود. با اندازه‌گیری این سیگنال بازتاب شده و با توجه به زمان بین ارسال و دریافت سیگنال ارسالی کمیت‌های مورد نیاز هدف تخمین زده می‌شود. اما در سیستم ردیابی غیرفعال هیچ سیگنالی از مشاهده‌گر فرستاده نمی‌شود، بلکه مشاهده‌گر فقط از روی اثراتی که یک هدف در حال حرکت از خود منتشر می‌کند، اندازه‌گیری را انجام می‌دهد.

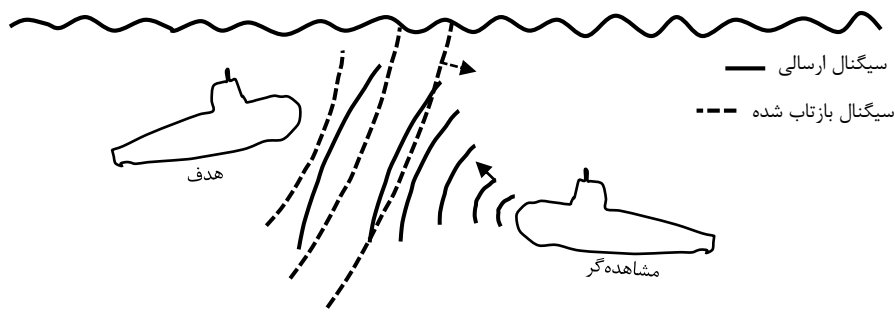
مزیت ردیابی غیرفعال نسبت به ردیابی فعال این است که موقعیت مشاهده‌گر می‌تواند از دید هدف مخفی باشد و امکان شناسایی توسط دشمن کم است. اما در صورتی که حرکت هدف، بدون اثر و یا حتی دارای اثرات ضعیفی باشد، ردیابی با مشکل مواجه خواهد شد. روش‌های نظارت غیرفعال در برخی مکان‌ها به علت شرایط محیطی خاص اهمیت بیشتری پیدا می‌کند. به عنوان نمونه در محیط دریا و اقیانوس‌ها به علت انتشار مناسب

^۱Targets Tracking

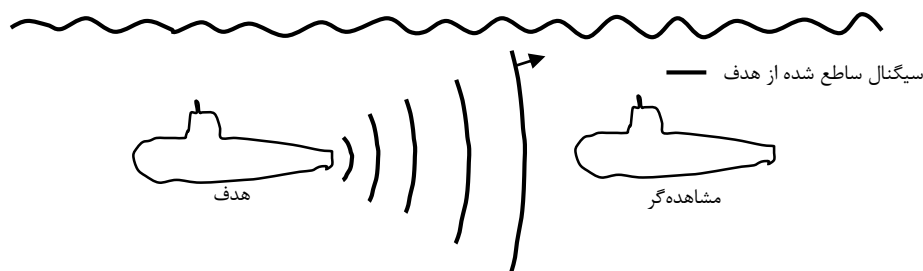
^۲Active

^۳Passive

^۴Observer



شکل ۱-۱: ردیابی فعال در دریا



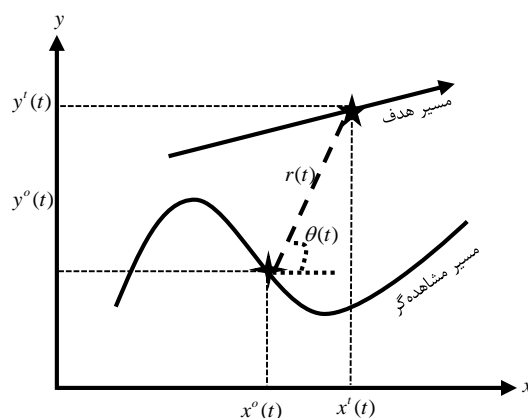
شکل ۲-۱: ردیابی غیرفعال در دریا [11]

امواج صوتی و تضعیف کمتر آن نسبت به محیط هوا عموماً از ردیابی غیرفعال برای نظارت و مراقبت استفاده می‌شود [4]. برای درک بهتر ردیابی فعال و غیرفعال، سیستم ردیابی سونار در محیط زیرآب مطابق شکل‌های (۱-۱) و (۲-۱) در نظر گرفته می‌شود.

در شکل (۱-۱) ابتدا امواج صوتی با شکل و توان خاصی از مشاهده‌گر که اینجا یک زیردریایی فرض شده، ارسال می‌شود. در صورت وجود جسمی در محدوده‌ی معین از مشاهده‌گر این امواج به آن جسم که در اینجا نیز یک زیردریایی فرض شده است، برخورد کرده و کسری از توان امواج ارسالی منعکس می‌شود. با مقایسه‌ی توان ارسالی و دریافتی در مشاهده‌گر و معادلات حاکم بر سونار به فاصله‌ی مشاهده‌گر از هدف پی برده می‌شود. همچنین بر اساس چیدمان آرایه‌های صوتی بر مشاهده‌گر جهت هدف با مشاهده‌گر قابل تشخیص است. در شکل (۲-۱) به جای ارسال امواج صوتی تنها از تحلیل، بررسی و پردازش امواج صوتی صادر شده از هدف، جهت هدف از مشاهده‌گر اندازه‌گیری می‌شود. امواجی که از هدف دریافت می‌شود ممکن است ناشی از صدای موتور پیشران هدف و لرزش بدنه‌ی هدف باشد.

۱-۲- ردیابی از روی سمت (BOT)

از مهم‌ترین وظایف مشاهده‌گرهای غیرفعال کشف سیگنال‌های منتشر شده از هدف و به دنبال آن کشف فاصله و جهت حرکت هدف است که از این به مسئله‌ی تحلیل حرکت هدف^۲ نام برده می‌شود. فرایند تحلیل حرکت هدف از تخمین حالت هدف با استفاده از اندازه‌گیری‌های یک یا چند مشاهده‌گر به دست می‌آید. حالت‌های هدف در اینجا می‌تواند شامل موقعیت، سرعت و شتاب مربوط به هدف باشد. به‌طور کلی تمام اندازه‌گیری‌های مشاهده‌گر تابعی از حالت‌های خود و حالت‌های هدف است. بسته به اینکه حسگر مشاهده‌گر بر چه اصولی کار می‌کند توابع اندازه‌گیری متفاوتی نتیجه می‌شود. یک روش مرسوم و استاندارد در اندازه‌گیری‌های غیرفعال تشخیص جهت موج دریافتی است که نشانگر زاویه یا جهت بین مشاهده‌گر و هدف می‌باشد. ردیابی بر اساس چنین اندازه‌گیری به ردیابی از روی سمت معروف است [5]. ردیابی از روی سمت در چهار دهه‌ی اخیر موضوع مهم و مورد توجه بسیاری از تحقیقات واقع شده است. این موضوع ابتدا در سیستم‌های سونار برای تخمین حالت‌های سینماتیک یک هدف به کار گرفته شد. بعد از آن در سیستم‌های نظارت هوایی با استفاده از حسگرهای ESM^۳ و در دوربین‌های مادون قرمز در ماهواره‌ها مورد استفاده قرار گرفت [6]. ساختار هندسه‌ی سیستم ردیابی از روی سمت در مختصات دو بعدی برای یک هدف و یک مشاهده‌گر در شکل (۱-۳) نشان داده شده است. اگر فاصله‌ی بین مشاهده‌گر و هدف نسبت به ابعاد هدف بسیار بزرگ‌تر باشد، می‌توان آن را به‌صورت یک هدف نقطه‌ی در نظر گرفت.



شکل ۱-۳: هندسه‌ی دو بعدی هدف و مشاهده‌گر با اندازه‌گیری سمت

^۱Bearing-Only Tracking

^۲Target Motion Analysis

^۳Electronic Support Measures

در شکل (۳-۱) مسیر حرکت مشاهده‌گر و هدف نشان داده شده است که در لحظه‌ی t زاویه‌ی $\theta(t)$ بین مشاهده‌گر و هدف توسط مشاهده‌گر محاسبه می‌شود. این زاویه از معکوس تانژانت نسبت موقعیت نسبی مشاهده‌گر و هدف در راستای محور x و محور y به دست می‌آید مطابق رابطه‌ی زیر:

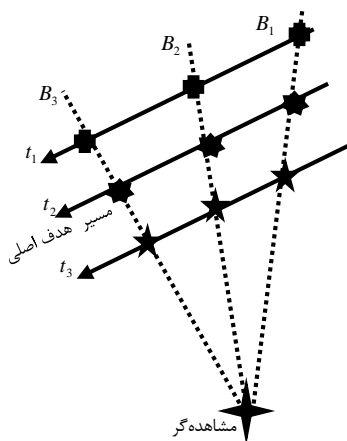
$$\theta(t) = \tan^{-1} \frac{y^t(t) - y^o(t)}{x^t(t) - x^o(t)} \quad (1-1)$$

در ردیابی از روی سمت فاصله‌ی بین هدف و مشاهده‌گر مبهم است و هیچ اطلاعی از آن در دسترس نیست. وظیفه‌ی ردیابی در اینجا این است که فقط با اندازه‌گیری‌های $\theta(t)$ موقعیت و سرعت و شاید شتاب هدف شکل (۳-۱) را در راستای محور x و محور y تخمین بزند. در صورتی که تعداد مشاهده‌گرها بیش از یک باشد و در فواصل معینی از هم قرار گرفته باشند، به‌طور هندسی می‌توان فاصله‌ی بین هدف و هر مشاهده‌گر را به دست آورد. اما در صورتی که از یک مشاهده‌گر ثابت استفاده شود، به‌طور هندسی فاصله‌ی بین هدف و مشاهده‌گر قابل محاسبه نیست.

۱-۲-۱ مشاهده‌پذیری^۱ در مسئله BOT

یکی از مهم‌ترین و لازم‌ترین مسائل در بحث ردیابی امکان به دست آوردن حالت‌های هدف با استفاده از اندازه‌گیری‌ها است. یا به بیان بهتر قابلیت مشاهده‌پذیری حالت‌های هدف از روی مشاهدات اندازه‌گیری است. مشاهده‌پذیری در بحث BOT وابستگی زیادی به تعداد مشاهده‌گرهای مستقل دارد. در صورتی که تعداد مشاهده‌گرها بیشتر از یک باشد مشاهده‌پذیری برقرار است اما وقتی که از یک مشاهده‌گر استفاده شود تضمین مشاهده‌پذیری مشکل می‌شود. به عنوان یک مورد ویژه در مسائل BOT، مطابق شکل (۴-۱)، اگر از یک مشاهده‌گر مستقل و ثابت برای اندازه‌گیری استفاده شود و هدف با سرعت ثابت در حال حرکت باشد، فاصله‌های متفاوتی برای هدف قابل استخراج است. در این شکل در سه اندازه‌گیری زاویه‌ای B_1 تا B_3 امکان وجود بینهایت هدف با سرعت ثابت وجود دارد. هر کدام از خطوط t_1 تا t_3 یک مسیر محتمل برای حرکت هدف با سرعت ثابت است و این بدین معنی است که مسئله‌ی ردیابی از روی سمت در این حالت مشاهده‌ناپذیر است. پس بر این اساس با اندازه‌گیری‌های یک مشاهده‌گر ثابت از روی سمت نمی‌توان به اطلاعات فاصله هدف و به تبع آن موقعیت دست یافت. همین موضوع برای حالتی که مشاهده‌گر دارای حرکت است محل بحث است. در مرجع [7] اثبات شده است که اگر مشاهده‌گر دارای سرعت ثابت باشد امکان دسترسی به حالت‌های هدفی با

^۱Observability



شکل ۱-۴: ردیابی هدف سرعت ثابت با مشاهده‌گر ثابت

سرعت ثابت وجود ندارد. با کمک هندسه‌ی مسئله‌ی BOT می‌تواند عملکرد ردیاب را بهبود بخشید. به عنوان یک اصل کلی، اگر هدف یک مرتبه‌ی حرکتی بالاتر از مشاهده‌گر داشته باشد، اطلاعات فاصله مشاهده‌ناپذیر است [8,7]. مثلاً برای یک هدف ساکن باید مشاهده‌گر حداقل در دو مکان متفاوت اندازه‌گیری داشته باشد و لازمی این کار این است که مشاهده‌گر حداقل دارای سرعت ثابت باشد. برای یک هدف با سرعت ثابت شرط لازم مشاهده‌پذیری این است که مشاهده‌گر حداقل باید بعد از یک مسیر سرعت ثابت یک‌بار مانور داشته باشد [3]. در بعضی از تحقیقات از شیوه‌ی مانور دادن مشاهده‌گر برای بهتر شدن ردیابی استفاده می‌نمایند که با تعریف تابع هزینه‌ای از حالت‌ها و تخمین‌ها قوانین کنترل مشاهده‌گر جهت کاهش آن تابع هزینه استخراج می‌شود [10,9]. همان‌طور که گفته شد وقتی از چند مشاهده‌گر مستقل استفاده می‌شود مشاهده‌پذیری حالت هدف قابل تضمین است، اما در عوض شیوه‌ی تبادل اطلاعات بین مشاهده‌گرها وارد مسائل ردیابی می‌شود که این موضوع محل بحث این پایان‌نامه نیست. در این پایان‌نامه مسئله‌ی اصلی این است که از یک مشاهده‌گر برای ردیابی یک هدف استفاده شود.

۱-۳- مراحل ردیابی

برای ردیابی هدف به ابزارهای زیادی نیاز است که یکی از آنها تخمین حالت است [7]. برای نمونه در کاربردهای زیرآب (سونار) جهت ردیابی اهداف زیرسطحی به معادلات حاکم بر سونار، تولید صوت در محیط آب و ویژگی‌های مربوط به آن، منابع نویزی، چگونگی شکل‌دهی پرتوها و آرایه‌های صوتی، شیوه‌های آشکارسازی هدف، روش‌های تخصیص داده و ... نیاز است [11]. در حالت کلی چهار مرحله‌ی اساسی می‌توان برای ردیابی هدف در نظر گرفت که در شکل زیر نشان داده شده است:



شکل ۱-۵: مراحل چهارگانه ردیابی اهداف

در مرحله‌ی اول با توجه به قوانین حاکم بر محیط و مشاهده‌گر اندازه‌گیری صورت می‌گیرد که این اندازه‌گیری بسته به محیط می‌تواند امواج صوتی، رادیویی، نوری و... برای کاربردهای متفاوت باشد. در مرحله‌ی آشکارسازی^۱ حضور هدف یا هدف‌ها در محیط اطراف مشاهده‌گر اثبات می‌شود و هدف‌های مزاحم^۲ حذف می‌شوند. در مرحله‌ی بعد یعنی مرحله‌ی تخصیص داده^۳ به اهداف باقی‌مانده، داده مربوطه اختصاص داده می‌شود. در مرحله‌ی تخمین^۴ که بر اساس نظریه‌ی تخمین حالت است، حالت‌های لازم از داده‌های تخصیص داده شده به هر هدف تخمین زده می‌شود. هدف این پایان‌نامه در مرحله‌ی چهارم از مراحل شکل (۱-۵) است. یعنی فرض می‌شود که سه مرحله‌ی قبلی طی شده است و داده‌ی اندازه‌گیری اختصاص داده شده به یک هدف که به نوبت آغشته شده است وارد واحد تخمین می‌شود.

۱-۴- تخمین

تخمین فرایندی است که مقادیری از کمیت‌های یک مجموعه‌ی مدنظر را از مشاهدات نامعین، ناصحیح و غیرمستقیم استنتاج می‌نماید. تخمین حالت شامل موارد زیر می‌باشد:

- تخمین سیگنال بر اساس اندازه‌گیری‌های نویزی.
- تخمین حالت‌های سیستم بر اساس اندازه‌گیری‌های نویزی خروجی
- تخمین پارامترهای یک تابع

تخمین حالت در زمینه‌های مهندسی کنترل، هدایت و ناوبری، هوا و فضا، مخابرات، تشخیص خطا، پردازش سیگنال، سیستم‌های قدرت، صنایع تولیدی، مهندسی پزشکی و... کاربرد دارد. به تخمین حالت‌های یک سیستم دینامیکی صافی کردن^۵ می‌گویند. تخمین‌گر بهینه یک الگوریتم محاسباتی است که با پردازش

^۱Detection

^۲Clutter

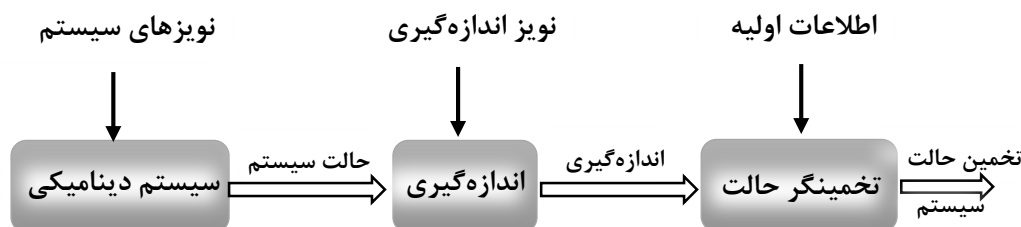
^۳Data Association

^۴Estimation

^۵Filtering

مشاهدات علاوه بر حدس زدن متغیرهای موردنظر، یک تابع هزینه خاصی را بهینه می‌کند. به بیان بهتر تخمینگر بهینه از داده‌ها و دانش ما از سیستم و اغتشاش‌ها بهترین استفاده را می‌نماید [7]. در شکل (۶-۱) بلوک دیاگرام برای فرایند تخمین ارائه شده است.

در شکل (۶-۱) بلوک سیستم دینامیکی، ساختار حرکتی هدف و بلوک اندازه‌گیری معادله‌ی اندازه‌گیری زاویه-ای مربوط به مشاهده‌گر است. به بیان بهتر مطابق شکل (۱-۱) سیستم دینامیکی، مدل حرکتی زیردریایی هدف است و بلوک اندازه‌گیری در شکل (۶-۱)، معادله‌ی (۱-۱) مرتبط به زیردریایی مشاهده‌گر است. داده‌های اندازه‌گیری بعد از طی شدن مراحل شکل (۵-۱) وارد واحد تخمین حالت می‌شود. در شکل (۶-۱) هیچ دسترسی به متغیرهای درون دو بلوک اول از سمت چپ وجود ندارد. تنها متغیر قابل دسترسی خروجی بلوک اندازه‌گیری است که به نویز هم آغشته شده است.



شکل ۶-۱: بلوک دیاگرام تخمین حالت [7]

برای عملکرد مناسب یک تخمینگر باید موارد زیر در دسترس باشد [7]:

- ساختار سیستم دینامیکی
- ساختار مدل اندازه‌گیری
- اطلاع از مشخصه‌ی اغتشاش‌ها و نویزها در ساختار سیستم و اندازه‌گیری
- اطلاعات اولیه‌ی مورد نیاز تخمینگر

در صورتی که سیستم دینامیکی و معادله‌ی اندازه‌گیری شکل (۶-۱) خطی باشد و نویزها به صورت جمع شونده با توزیع احتمالاتی نرمال با میانگین صفر و مستقل از هم و مستقل از شرایط اولیه باشد، بر اساس معیار حداقل میانگین مربعات خطا^۱ (MMSE) جوابی بهینه برای تخمین حالت سیستم ارائه می‌شود. این کار اولین بار

^۱Minimum Mean Square Error

توسط R.E.Kalman ارائه شد که به صافی کالمن معروف گردید [12]. این صافی به خاطر خصوصیات کم نظیر و حتی منحصر به فرد آن در کاربردهای مهندسی به طور گسترده مورد استفاده قرار گرفت. از جمله کاربردهایی که شدیداً تحت تأثیر صافی کالمن قرار گرفت، مسئله ردیابی هدف بود. به طوری که از آن به بعد این صافی اساس مسائل ردیابی شد [1].

۱-۴-۱ مدل های حرکت هدف

همان طور که گفته شد برای عملکرد مناسب تخمین‌گرهای حالت و خصوصاً صافی کالمن به ساختار سیستم و اندازه‌گیری نیاز است. مسئله‌ی ردیابی پیش رو از این قضیه مستثنا نیست و برای حرکت یک هدف ساختاری مناسب باید استخراج نمود. براساس قوانین حاکم بر حرکت هدف، بسته به بعد فضای ردیابی، مختصات مدل‌سازی و اینکه هدف سرعت ثابت یا مانوردار باشد، ساختارهای گوناگونی برای حرکت هدف مطرح می‌شود [13]. از دیگر ملزومات صافی کالمن اطلاع داشتن از معادلات اندازه‌گیری است که در این پایان‌نامه به صورت اندازه‌گیری از روی سمت طبق معادله (۱-۱) است.

یک هدف می‌تواند حرکت‌های متفاوتی داشته باشد، برای اینکه بتوان این هدف را در تمام شرایط و حالات ممکن خودش ردیابی کرد باید از تمام مدل‌های حرکتی آن استفاده کرد. در صورتی که حرکت هدف با سرعت ثابت باشد، می‌توان یک مدل برای آن در نظر گرفت. اما اگر هدف رفتاری فراتر از سرعت ثابت داشته باشد به این معنی که هدف علاوه بر سرعت ثابت دارای مانور هم باشد آنگاه ردیابی بر اساس یک مدل عملکردی نامناسب دارد. در سال ۱۹۸۸ H.A.P.Blom و Y.Bar-Shalom در [14] روش چند مدلی برهم کنشی^۱ (IMM) را ارائه کردند. در بحث ردیابی ساختار حرکت هدف به صورت یک سیستم هیبرید^۲ در نظر گرفته می‌شود. در روش IMM برای حرکت هدف چندین مدل فرض می‌شود و برای هر مدل یک صافی کالمن اعمال می‌شود. سپس بر اساس یک تابع همانندی^۳ از تفاضل اندازه‌گیری و تخمین اندازه‌گیری به خروجی هر مدل، وزنی اختصاص داده می‌شود. در آخر تخمین حالت هدف از جمع وزن‌دار این خروجی‌ها به دست می‌آید. می‌توان گفت که روش IMM یکی از مؤثرترین روش‌ها برای تخمین حالت سیستم‌های هیبرید است.

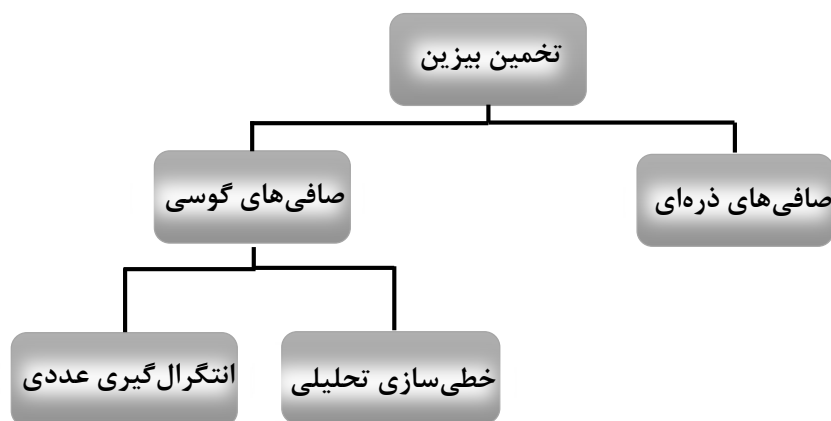
^۱Intracting Multiple Model

^۲Hybrid

^۳Likelihood Function

۱-۴-۲ صافی های غیر خطی

همان طور که گفته شد صافی کالمن یک صافی بهینه است، اما اگر سیستم یا معادله‌ی اندازه‌گیری خطی نباشد این صافی کارایی ندارد. در بحث ردیابی از روی سمت علاوه بر اینکه معادله‌ی (۱-۱) غیرخطی است، برخی از مدل‌های حرکت هدف نیز غیرخطی است. در مواجهه با این مشکل روش‌های تقریبی زیادی در شکل قانون بیز^۱ ارائه می‌شود. مطابق شکل (۱-۷) روش‌های تقریب گوسی^۲ و روش‌های نمونه‌برداری (مونت کارلو^۳) دو دسته عمده از روش‌های تقریبی بیزین است که برای سیستم‌های غیرخطی به کار می‌رود. روش‌های گوسی به دو دسته مجزا تقسیم می‌شوند: در دسته‌ی اول ابتدا با خطی‌سازی معادلات غیرخطی و تبدیل آن‌ها به معادلات خطی از روش صافی کالمن برای تخمین استفاده می‌شود. به علتی که بخشی از محاسبات این صافی‌ها از فرضیات کالمن استخراج می‌شود، در برخی مراجع به جای صافی‌های گوسی از نام صافی‌های کالمن اسم می‌برند [15]. در دسته‌ی دوم به جای خطی‌سازی تحلیلی از روش‌های تقریب عددی انتگرال استفاده می‌شود. روش‌های نمونه‌برداری یا اصطلاحاً صافی ذره‌ای^۴ با مدل‌های غیرخطی و توزیع‌های غیر نرمال نیز کار می‌کند. در صافی ذره‌ای دسته‌ای از نمونه‌ها را گرفته و در مرحله‌ی قالب‌بندی، تعدادی ذره به اندازه‌گیری نسبت می‌دهد. پس از آن روش بیزین بازگشتی را بر آن اعمال کرده و سپس با استفاده از یک معیار مشخص وزن دهی میزان صحت تخمین را به دست می‌آورد [2]. در این پایان‌نامه از روش‌های گوسی برای تقریب مسئله ردیابی پیش‌رو استفاده می‌شود.



شکل ۱-۷: روش‌های تخمین بیزین

^۱Bayes^۲Gaussian^۳Monte Carlo^۴Particle Filter

۱-۴-۳ اطلاعات و مشخصات آماری سیستم

در روش‌های تخمین گوسی نویز سیستم و نویز اندازه‌گیری در شکل (۱-۶)، با توزیع نرمال و میانگین صفر فرض می‌شود. برای کارکرد مناسب این تخمینگرها علاوه بر دانستن گشتاور^۱ اول نویزها به گشتاور دوم یا کوواریانس^۲ آن‌ها نیز نیاز است. به علت ماهیت نویز در حالت کلی روشی برای تعیین گشتاور دوم نویزها وجود ندارد. در اغلب موارد با در نظر گرفتن کرانی برای این گشتاور، حدسی از آن می‌زنند [7]. انتخاب نامناسب گشتاور دوم نویزها باعث عملکرد نامناسب و حتی موجب واگرایی در صافی بهینه کالمن می‌شود [16]. این موضوع در صافی‌های زیر بهینه‌ی گوسی که برای سیستم‌های غیرخطی به کار می‌رود به علت تقریب در ذات مسئله، موجب دوچندان شدن مشکل می‌شود. در دهه‌های اخیر برای غلبه بر نامعین بودن این گشتاورها دو دسته عمده ارائه شده است: یکی صافی‌های مقاوم^۳ و دیگری صافی‌های تطبیقی^۴ است. اگرچه صافی مقاوم دارای مزیت‌های زیادی از جمله مقاوم بودن، مستقل از مشخصات نویزی و سادگی جهت تنظیم پارامترها می‌باشد، اما دقت پایین این نوع صافی‌ها یک ضعف اساسی مربوط به این روش‌ها است. در صافی‌های تطبیقی هم‌زمان با تخمین حالت، پارامترهای نامعین به گونه‌ای اصلاح می‌شوند تا خطای تخمین حالت کاهش یابد [17, 18]. در این پایان‌نامه هدف این است که با استفاده از روش‌های تطبیقی بر مشکل نامعینی کوواریانس-ها غلبه شود.

۱-۵-۱- مروری بر کارهای انجام شده

در مقابله با چالش‌های مسئله‌ی ردیابی با سمت روش‌های متفاوتی ارائه گردیده است. در مقابله با مشکل مشاهده‌پذیری مرجع [19] یک هدف با سرعت ثابت روی مسیر دایره‌ای فرض می‌شود و ردیابی با یک حسگر بدون مانور انجام می‌پذیرد. در [20] الگوریتم تشخیص مانور هدف بر اساس شتاب ارائه شده است. در این مقاله فرض می‌شود مسیر هدف از چندین قسمت با سرعت ثابت تشکیل شده است که این مسیرها با استفاده از مانورهای تصادفی هدف، که در عمل تغییرات ناگهانی در سرعت‌اند، به هم متصل می‌شوند. ابتدا امکان تشخیص مانور هدف بر اساس شتاب اثبات شده است و بعد ویژگی‌های مجانبی آشکارگر که بر اساس تخمین متغیر

^۱Moment

^۲ Covariance

^۳Robust

^۴Adaptive

ابزاری^۱ (IV) از شتاب به کار می‌رود، بررسی می‌شود. برای تشخیص مانور با یکسری ملاحظات مسیری هدف با یک مدل دیگری با شتاب ثابت برازش می‌شود و آنگاه در مورد صفر شدن یا نشدن شتاب تصمیم‌گیری می‌شود. در [21] عدم قطعیت مربوط به فاصله در مسئله‌ی BOT را به چند زیر فاصله تقسیم می‌کند و به هر زیر فاصله یک صافی کالمن مکعبی^۲ اختصاص داده می‌شود. در این روش با شکستن زیر فاصله‌های محتمل و ترکیب زیر فاصله‌های غیر محتمل قابلیت صافی را در سناریوهای غیرخطی‌تر بالا می‌برد. در ادامه روش پیشنهادی با صافی‌های ذره‌ای، UK، CK، EK مقایسه شده است.

الگوریتم‌های تطبیقی برای اصلاح کوواریانس‌های نویز به چهار دسته‌ی عمده روش‌های بیزین^۳، روش بیشترین همانندی^۴، روش امتحان همبستگی^۵ و روش تطبیق کوواریانس^۶ تقسیم می‌شود [16]. در مرجع [22] برای تطبیق هم‌زمان کوواریانس‌های نویز سیستم و اندازه‌گیری، از روش بازگشتی Sage-Husa که بر اساس معیار بیشترین همانندی است، استفاده کرده است. تطبیق کوواریانس نویز سیستم از روش Sage-Husa صورت می‌گیرد و اگر خطای کالیبره‌سازی در حس‌گر رخ دهد اصلاح کوواریانس نویز اندازه‌گیری انجام می‌گیرد. این روش تطبیق حساسیت زیادی به ضریب تطبیق دارد و نیز تضمینی بر مثبت معین بودن کوواریانس‌ها ندارد. در برخی مراجع از روش‌های بهینه‌سازی خارج از خط برای یافتن ضریب تطبیق استفاده شده است. یکی از روش‌های شناسایی کوواریانس نویز اندازه‌گیری بهره‌بردن از روش‌های بهینه‌سازی است. به این گونه که به‌صورت خارج از خط این کوواریانس پیدا می‌شود و بر اساس آن صافی وظیفه‌ی خود را انجام می‌دهد [23]. این روش برای شناسایی کوواریانس نویز سیستم ناتوان است. مرجع [24] بر اساس قاعده‌ی تطبیق MIT کوواریانس نویز سیستم را تطبیق می‌دهد که یکی از بزرگ‌ترین ضعف‌های آن حجم بالای محاسبات است. این روش تضمینی بر مثبت معین بودن کوواریانس‌ها ندارد و این موضوع منجر به خطا در عملکرد صافی‌های کالمن می‌شود. در مرجع [1] برای تطبیق کوواریانس اندازه‌گیری از منطق فازی استفاده کرده است. در این مرجع تضمینی بر مثبت معین بودن کوواریانس وجود ندارد. در مرجع [25] دو روش بر اساس روش بیشترین همانندی برای شناسایی کوواریانس‌ها ارائه شده است. در روش اول تابع همانندی بر اساس دنباله‌ی ابداع^۷، ساخته می‌شود

^۱Instrumental Variable

^۲Cubature Kalman Filter

^۳Bayesian

^۴Maximum Likelihood

^۵Correlation Test

^۶Covariance Matching

^۷Innovation Sequence

سپس با استفاده از روش‌های بهینه‌سازی براساس گرادیان، تابع موردنظر بهینه می‌شود. در روش دوم یک تابع توأم همانندی بر اساس حالت سیستم و اندازه‌گیری ارائه می‌شود و استفاده از الگوریتم ماکزیمم سازی میانگین، کوواریانس را تخمین می‌زند. در مرجع [26] به منظور شناسایی کوواریانس‌های سیستم و اندازه‌گیری ابتدا روش حداقل مربعات خودهمبستگی متغیر با زمان خطی^۱ را معرفی می‌کند، سپس با خودهمبستگی بین داده‌ها در بازه‌های زمانی متفاوت کوواریانس نویزی سیستم غیرخطی را تخمین می‌زند. لازمه‌ی اجرای این الگوریتم خطی سازی و استفاده از صافی توسعه یافته کالمن است که در سیستم‌های با درجه‌ی غیرخطی زیاد عملکرد این روش تحت تأثیر قرار می‌گیرد. مرجع [27] با معلوم فرض کردن نویز اندازه‌گیری روشی را برای سیستم‌های خطی نامتغیر با زمان ارائه کرده است که به خوبی کوواریانس نویز سیستم تخمین زده می‌شود. در این مرجع روشی بازگشتی برای محاسبه‌ی کوواریانس یک بردار تصادفی از روی اندازه‌گیری‌های تصادفی ارائه می‌دهد و با استفاده از این الگوریتم کوواریانس نویز سیستم خطی را تخمین می‌زند. در صورتی که بتوان یک سیستم غیرخطی را با تقریب مرتبه اول تیلور خطی سازی کرد، شرط معکوس پذیری از سمت چپ ماتریس اندازه‌گیری بزرگ‌ترین ضعف این روش است. چرا که در بیشتر مواقع این شرط برقرار نیست. مرجع [28] ماتریس نویز سیستم را معلوم فرض کرده است و تخمین توأم حالت و کوواریانس اندازه‌گیری متغیر با زمان را انجام می‌دهد. تابع چگالی احتمال توأم مربوطه را با تقریب آزادانه‌ی تغییرات بیزین^۲ (VB) تقریب می‌زند. سپس با کمینه‌سازی تفاضل کولبک-لیبلر^۳ بین توزیع صحیح و تقریب VB مسئله تخمین توأم را برای تخمین هم‌زمان حالت و کوواریانس فرموله می‌نماید. این مرجع به علت حجم بالای محاسباتی روشی برای تخمین کوواریانس نویز سیستم ارائه نکرده است. مرجع [29] بر اساس قاعده تطابق ماتریس کوواریانس و با صافی تفاضلی تقسیم‌شده^۴ بر روی صافی کالمن بدون بو^۵، به‌طور هم‌زمان حالت و کوواریانس اندازه‌گیری را تخمین می‌زند. در این مرجع مثبت معین بودن ماتریس کوواریانس اندازه‌گیری تضمین شده است. مرجع [30] یک صافی کالمن مکعبی ریشه مربعی^۶ تطبیقی مقاوم برای مقابله با تمام نامعینی‌ها ارائه کرده است. نامعینی‌های ساختاری و اغتشاش‌ها را به عنوان حالت جدید با نویز گوسی فرض کرده است و برای مقابله با آن از روش صافی ردیاب

^۱Linear Time Varing Autocovariance least squares

^۲Free-Form Variational Bayesian

^۳Kullback-Leibler

^۴Divided Difference Filter

^۵Unscented Kalman Filter

^۶Square Roots Cubature Kalman Filter

قوی^۱ استفاده کرده است. جهت تطبیق پارامترهای آماری سیستم و اندازه‌گیری از تخمین ماکزیمم پسین^۲ بهره‌جسته است. مرجع [31] تطبیق هم‌زمان کوواریانس‌های سیستم و اندازه‌گیری را با استفاده از قواعد فازی پیاده‌سازی کرده است. ورودی سیستم فازی کوواریانس دنباله ابداع و میانگین این دنباله است. برای این کوواریانس‌ها ساختاری خطی و بازگشتی از مقادیر لحظه‌ی قبل فرض کرده است و با استفاده از قوانین فازی به‌طور هم‌زمان ضریب تصحیح را بهبود می‌بخشد. شیوه و منطق انتخاب بهینه پارامترهای توابع تعلق و متغیر بودن آن برای کاربردهای متفاوت یکی ضعف‌های این روش است.

۱-۶- انگیزه ی تحقیق

همان‌طور که گفته شد برای ردیابی جامع یک هدف باید از تمام مدل‌های حرکتی آن مطلع بود و برای این کار باید از ساختار چند مدلی استفاده کرد. در ردیابی هدف بحث تخمین وارد می‌شود که یکی از روش‌های کارآمد روش‌های گوسی است. یکی از چالش‌های روش‌های گوسی نامعینی کوواریانس حرکت هدف و اندازه‌گیری است. وجود این نامعینی عملکرد ردیابی را با مشکل اساسی مواجهه می‌کند. بنابراین علاوه بر اینکه از ساختار چند مدلی برای حرکت هدف استفاده می‌شود، باید از روش‌های تطبیقی بهره‌جست تا بر نامعینی‌های نوین غلبه شود.

۱-۷- مراحل انجام تحقیق

در فصل دوم مدل‌سازی حرکت هدف در دو حالت سرعت ثابت و مانور دار و معادله‌ی اندازه‌گیری انجام می‌گیرد. معرفی صافی‌های گوسی و به‌طور ویژه سه صافی معروف کالمن توسعه یافته^۳، کالمن بی‌بو و کالمن مکعبی در فصل سوم مطرح می‌شود و در ادامه روش چند مدلی برهم‌کنشی برای تخمین حالت در سیستم‌های هیبریدی مورد بررسی قرار می‌گیرد. در فصل چهارم چهار روش تطبیقی معرفی می‌شود. که این روش‌ها براساس معیار-های بیشترین تابع همانندی و تطابق کوواریانس فرموله می‌شوند. برای سیستم‌های هیبریدی روش‌های تطبیقی پیشنهادی توسعه داده می‌شوند. در فصل پنجم شبیه‌سازی روش‌های تطبیقی برای دو سناریوی سرعت ثابت و مانور انجام می‌گیرد. در آخر نتایج و پیشنهادها برای ادامه‌ی تحقیق در فصل ششم مطرح می‌شود.

^۱Strong Tracking Filter

^۲Maximum a Posteriori

^۳Extended Kalman Filter

فصل دوم:

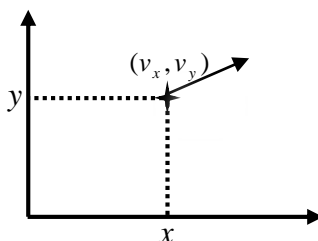
سینماتیک هدف و معادلات اندازه گیری از روی سمت

صافی‌های کالمن براساس مدل سیستم و اندازه‌گیری کار می‌کند در نتیجه برای ردیابی یک هدف باید مدل حرکتی آن در دسترس باشد. برای حرکت یک هدف ساختارهای متفاوتی ارائه می‌شود. در این فصل مدل‌سازی حرکت یک هدف در مختصات دوبعدی با مدل‌های سرعت ثابت و مانوردار مورد بررسی قرار می‌گیرد.

۲-۱- مدل حرکت با سرعت ثابت

برای مدل‌سازی حرکت یک هدف با سرعت ثابت دو روش می‌توان بکار برد. یکی اینکه ابتدا مدل حرکت به صورت پیوسته در نظر گرفته می‌شود و بعد از گسسته سازی، مدل گسسته‌ی آن به دست می‌آید، اما در روش دیگر به طور مستقیم مدل گسسته هدف به دست می‌آید. تفاوت این دو روش در شیوه‌ی انتخاب نویز حرکتی است. در روش اول نویز حرکتی به صورت شتاب نویزی پیوسته در زمان فرض می‌شود اما در روش دوم این نویز در زمان نمونه‌برداری ثابت فرض می‌شود [7].

در بحث ردیابی فرض می‌شود که فاصله هدف از مشاهده‌گر خیلی بیشتر از ابعاد هدف است، در این صورت هدف را به صورت یک نقطه در فضا در نظر می‌گیرند. یک هدف نقطه‌ای در فضای دو بعدی طبق شکل (۲-۱) در نظر گرفته می‌شود. حالت‌های این هدف در فضای دو بعدی به صورت زیر است:



شکل ۲-۱: هدف نقطه‌ای در مختصات دوبعدی

x : موقعیت هدف در راستای محور افق

v_x : سرعت هدف در راستای محور افق

y : موقعیت هدف در راستای محور عمود

v_y : سرعت هدف در راستای محور عمود

بردار حالت هدف مدنظر به صورت روبه‌رو قالب بندی می‌شود: $X = [x \ v_x \ y \ v_y]'$

۲-۱-۱ مدل حرکت سرعت ثابت پیوسته در زمان

بر اساس روابط بین موقعیت و سرعت محاسبات زیر برقرار است:

$$\dot{x} = v_x \Rightarrow \text{سرعت در راستای محور افق} = \text{تغییرات لحظه‌ای موقعیت افقی} \quad (۲-۱-الف)$$

$$\dot{v}_x = 0 \Rightarrow \text{شتاب در راستای محور افق} = \text{تغییرات لحظه‌ای سرعت افقی} \quad (۲-۱-ب)$$

$$\dot{y} = v_y \Rightarrow \text{سرعت در راستای محور عمود} = \text{تغییرات لحظه‌ای موقعیت عمودی} \quad (۲-۱-ج)$$

$$\dot{v}_y = 0 \Rightarrow \text{شتاب در راستای محور عمود} = \text{تغییرات لحظه‌ای سرعت عمودی} \quad (۲-۱-د)$$

در نتیجه معادلات بالا به صورت فضای حالت نوشته می‌شود:

$$\dot{X} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} X \Rightarrow \dot{X} = AX \quad (۲-۲)$$

معادله (۲-۲) بیانگر رفتار پیوسته‌ی یک هدف با سرعت ثابت در مختصات دو بعدی است. به علتی که رفتار این هدف می‌تواند متأثر از عوامل ناخواسته‌ای چون لرزش بدنه‌ی هدف، تأثیرات جوی و ... باشد، پس نمی‌توان گفت که این هدف دقیقاً با سرعت ثابت (v_x, v_y) در حال حرکت است، بلکه تغییراتی هرچند ناچیز در سرعت هدف وجود دارد. تغییرات در سرعت با اضافه شدن یک نویز نشان داده می‌شود. یعنی در روابط (۲-۱) با قاطعیت گفته نمی‌شود $\dot{v}_x = 0$ و $\dot{v}_y = 0$ ، بلکه تغییراتی در سرعت هدف وجود دارد یعنی $\dot{v}_x = w_x$ و $\dot{v}_y = w_y$. در نتیجه رابطه (۲-۲) به صورت زیر تصحیح می‌شود:

$$\dot{X} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} X + \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} w \Rightarrow \dot{X} = AX + Bw \quad (۳-۲)$$

که در این رابطه $w = [w_x \quad w_y]'$ بردار شتاب نویزی است. زوج (w_x, w_y) شتاب نویزی اعمال شده به حرکت هدف با سرعت ثابت است که فرض می شود مستقل از هم و گوسی با واریانس های $E\{w_x w_x'\} = \sigma_x^2$ و $E\{w_y w_y'\} = \sigma_y^2$ هستند. کوواریانس مربوط به نویز w به صورت زیر است:

$$\text{cov}\{w\} = E\{ww'\} = \begin{pmatrix} \sigma_x^2 & 0 \\ 0 & \sigma_y^2 \end{pmatrix} \quad (۴-۲)$$

از آن جایی که در بحث تخمین روابط از نوع بازگشتی است، پس نیاز است که مدل پیوسته هدف به صورت گسسته مطرح شود. پس در یک بازه زمانی (t_k, t_{k+1}) پاسخ معادله ی (۳-۲) به صورت زیر است:

$$X_{k+1}^t = e^{AT} X_k^t + \int_{t_k}^{t_{k+1}} e^{A(\tau-t_{k+1})} B w d\tau \quad (۵-۲)$$

که X_k بردار حالت هدف در گام زمانی t_k ام و $T = t_{k+1} - t_k$ به عنوان گام نمونه برداری است. بر اساس روش کیلی همیلتون جواب e^{AT} به صورت زیر بیان می شود:

$$e^{AT} = \begin{pmatrix} 1 & T & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & T \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \stackrel{\Delta}{=} F \quad (۶-۲)$$

به علت نامعلوم بودن نویز w ، $\int_{t_k}^{t_{k+1}} e^{A(\tau-t_{k+1})} B w d\tau$ قابل محاسبه نیست در نتیجه به صورت نویز w_k تعریف می شود و کوواریانس مربوط به آن به صورت زیر محاسبه می شود:

$$Q_k = E\{W_k W_k'\} = \begin{bmatrix} \frac{1}{3} T^3 \sigma_x^2 & \frac{1}{2} T^2 \sigma_x^2 & 0 & 0 \\ \frac{1}{2} T^2 \sigma_x^2 & T \sigma_x^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{3} T^3 \sigma_y^2 & \frac{1}{2} T^2 \sigma_y^2 \\ 0 & 0 & \frac{1}{2} T^2 \sigma_y^2 & T \sigma_y^2 \end{bmatrix} \quad (۷-۲)$$

مدل نهایی هدف به صورت زیر است.

$$X_{k+1} = F X_k + W_k \quad (۸-۲)$$

۲-۱-۲ مدل حرکت گسسته در زمان سرعت ثابت

در مرجع [7] روش دیگری برای مدل سازی حرکت هدف ارائه شده است. در این روش مدل هدف مستقیماً به صورت گسسته مدل می شود. نویز جمع شونده به این مدل در هر گام زمانی دارای یک مقدار ثابت است، یعنی هدف در هر گام زمانی یک حرکت شتاب ثابت دارد. شتاب نویزی در گام زمانی k ام به صورت $(w_{x,k}, w_{y,k})$ نشان داده می شود. بر اساس قاعده حرکت یک جسم با شتاب ثابت، روابط زیر پیاده سازی می شوند:

$$x_{k+1} = \frac{1}{2} w_{x,k} T^2 + v_{x,k} T + x_k \quad (9-2)$$

$$v_{x,k+1} = w_{x,k} T + v_{x,k} \quad (10-2)$$

که x_{k+1} موقعیت و $v_{x,k}$ سرعت هدف در راستای محور افقی در گام زمانی k ام و همین معادلات برای موقعیت و سرعت در راستای دیگر برقرار است. بنابراین معادلات بازگشتی حرکت هدف به صورت زیر بیان می شود:

$$X_{k+1} = \begin{pmatrix} 1 & T & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & T \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} X_k + \begin{bmatrix} T^2/2 & 0 \\ T & 0 \\ 0 & T^2/2 \\ 0 & T \end{bmatrix} w_k \Rightarrow X_{k+1} = FX_k + Gw_k \quad (11-2)$$

که $w_k = (w_{x,k}, w_{y,k})$ نویز گوسی و مستقل از هم که کوواریانس w_k مشابه رابطه ی (۴-۲) است. کوواریانس مربوط به نویز w_k توأم با بهره G به صورت زیر محاسبه می شود:

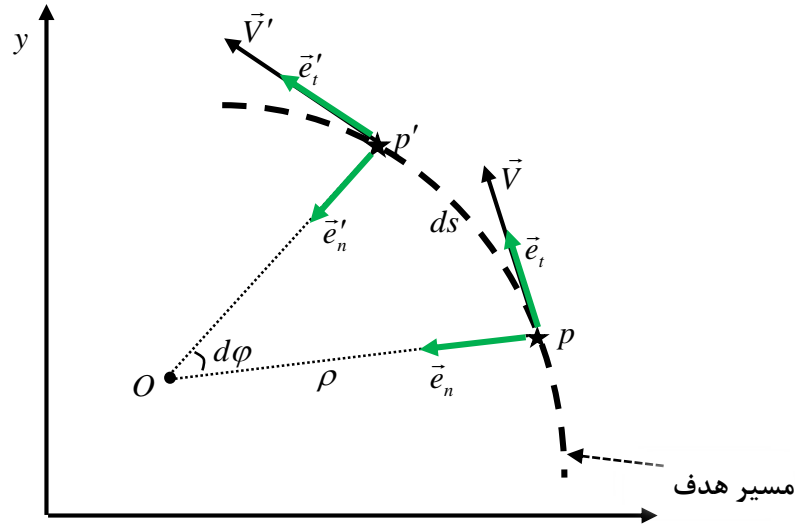
$$Q_k = E\{Gw_k w_k^T G^T\} = \begin{bmatrix} \frac{1}{4} T^4 \sigma_{x,k}^2 & \frac{1}{2} T^2 \sigma_{x,k}^2 & 0 & 0 \\ \frac{1}{2} T^2 \sigma_{x,k}^2 & T^2 \sigma_{x,k}^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{4} T^4 \sigma_{y,k}^2 & \frac{1}{2} T^2 \sigma_{y,k}^2 \\ 0 & 0 & \frac{1}{2} T^2 \sigma_{y,k}^2 & T^2 \sigma_{y,k}^2 \end{bmatrix} \quad (12-2)$$

که $\sigma_{x,k}^2$ و $\sigma_{y,k}^2$ به ترتیب واریانس نویزهای $w_{x,k}$ و $w_{y,k}$ است.

۲-۲-۲ مدل مانوردار

در مدل مانوردار هدف برخلاف حالت سرعت ثابت، دارای شتاب است. برای مدل سازی این نوع حرکت مطابق شکل (۲-۲) یک هدف با مسیر مشخص شده در نظر گرفته می شود [32]. در این مدل هدف دارای دو شتاب مستقل در جهت مماس بر مسیر حرکت و در جهت عمود بر آن است که به ترتیب در راستای دو بردار یک‌ه‌ی

\vec{e}_n و \vec{e}_t قرار دارند. در بازه زمانی dt هدف از نقطه p مسیر ds را طی کرده و به نقطه p' رسیده است. هدف در نقطه p دارای بردار سرعت \vec{V} که مماس بر مسیر حرکت و در نقطه p' دارای بردار سرعت \vec{V}' است. ds کمانی از یک دایره با مرکز O و شعاع ρ است که $d\varphi$ زاویه‌ی متناظر با آن کمان است.



شکل ۲-۲: هدف نقطه ای مانوردار

مسیر هدف در بازه زمانی dt به صورت زیر قابل بیان است:

$$ds = \rho d\varphi \quad (۱۳-۲)$$

اگر dt به اندازه‌ی کافی کوچک باشد، ds یک خط در راستای بردار یکه‌ی \vec{e}_t فرض می‌شود. با این فرض در بازه‌ی زمانی dt بردار سرعت \vec{V} به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$\vec{V} = \frac{ds}{dt} \vec{e}_t \quad (۱۴-۲)$$

یعنی سرعت در نقطه p برابر است با تغییرات مسیر ds در بازه‌ی زمانی dt و در جهت \vec{e}_t . طبق رابطه‌ی (۱۳-۲):

$$\frac{ds}{dt} = \rho \frac{d\varphi}{dt} = \rho \dot{\varphi} = v \Rightarrow \vec{V} = v \vec{e}_t \quad (۱۵-۲)$$

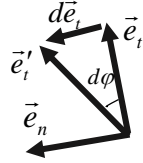
با مشتق‌گیری از رابطه‌ی (۱۵-۲) شتاب هدف در نقطه‌ی p به صورت زیر است:

$$\text{که } a = \frac{d\vec{V}}{dt} = v\dot{\vec{e}}_t + \dot{v}\vec{e}_t \quad (۱۶-۲)$$

$\dot{v}\vec{e}_t$ ناشی از تغییرات اندازه‌ی بردار سرعت و $v\dot{\vec{e}}_t$ ناشی از تغییرات جهت بردار سرعت است. ترم اول نشانگر

مانور خطی و ترم دوم نشانگر مانور زاویه‌ای است. برای محاسبه‌ی $\dot{\vec{e}}_t$ مطابق شکل (۳-۲) \vec{e}_t و \vec{e}_t' را ابتدا

هم‌مرکز کرده و با توجه به اینکه زاویه بین دو بردار \vec{e}_n و \vec{e}'_n ، $d\varphi$ است، زاویه‌ی بین \vec{e}_t و \vec{e}'_t هم $d\varphi$ است. اگر $d\varphi$ بسیار کوچک باشد جهت بردار $d\vec{e}_t$ در جهت بردار \vec{e}_n قرار می‌گیرد. بنابراین می‌توان نوشت:



شکل ۲-۳: بردارهای یکه برای محاسبه مانور زاویه ای

$$d\vec{e}_t = d\varphi \vec{e}_n \Rightarrow \dot{\vec{e}}_t = \dot{\varphi} \vec{e}_n \quad (17-2)$$

همانطور که گفته شد شتاب به دو مؤلفه مماسی و عمودی (زاویه‌ای) تجزیه می‌شود پس می‌توان نوشت:

$$a = a_t \vec{e}_t + a_n \vec{e}_n \quad (18-2)$$

$$a_t = \dot{v} = \rho \ddot{\varphi} + \dot{\rho} \dot{\varphi} \quad (19-2)$$

$$a_n = v \dot{\varphi} = \rho \dot{\varphi}^2 = \frac{v^2}{\rho} \quad (20-2)$$

که a_t شتاب مماس بر مسیر که شتاب خطی و a_n شتاب عمود بر مسیر که شتاب زاویه‌ای نامیده می‌شود. برای مدل‌سازی در مختصات کارتیزین، سرعت هدف به دو مؤلفه‌ی در راستای محور x و محور y تجزیه می‌شود. اگر فرض شود که زاویه‌ی بین بردار \vec{e}_t و محور x ، φ باشد و \vec{i} و \vec{j} بردارهای یکه در راستای x و y باشند آنگاه می‌توان نوشت:

$$\vec{V}_x = v(t) \cos(\varphi(t)) \cdot \vec{i} \quad (21-2)$$

$$\vec{V}_y = v(t) \sin(\varphi(t)) \cdot \vec{j} \quad (22-2)$$

$$v_x(t) = v(t) \cos(\varphi(t)) \quad (23-2)$$

$$v_y(t) = v(t) \sin(\varphi(t)) \quad (24-2)$$

و با توجه به روابط (۱۹-۲) و (۲۰-۲):

$$\dot{v}(t) = a_t(t) \quad (25-2)$$

$$\dot{\varphi}(t) = \frac{a_n(t)}{v(t)} \quad (26-2)$$

با کمک روابط (۲۳-۲) تا (۲۶-۲) معادلات حالت حرکت هدف قابل استخراج است:

$$\dot{X} = \begin{pmatrix} \dot{x}(t) \\ \dot{v}_x(t) \\ \dot{y}(t) \\ \dot{v}_y(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} v_x(t) \\ \dot{v}(t) \cdot \cos(\varphi(t)) - v(t) \cdot \dot{\varphi}(t) \cdot \sin(\varphi(t)) \\ v_y(t) \\ \dot{v}(t) \cdot \sin(\varphi(t)) + v(t) \cdot \dot{\varphi}(t) \cdot \cos(\varphi(t)) \end{pmatrix} \quad (27-2)$$

اگر فرض شود که هدف در حال حرکت، حرکتی با سرعت ثابت خطی و شتاب زاویه‌ی ثابت باشد [13]، آنگاه در رابطه (۲۷-۲) $\dot{v}(t) = 0 \Rightarrow a_t(t) = 0$ و این رابطه به صورت زیر ساده می‌شود:

$$\dot{X} = \begin{pmatrix} \dot{x}(t) \\ \dot{v}_x(t) \\ \dot{y}(t) \\ \dot{v}_y(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} v_x(t) \\ -v(t) \cdot \dot{\varphi}(t) \cdot \sin(\varphi(t)) \\ v_y(t) \\ v(t) \cdot \dot{\varphi}(t) \cdot \cos(\varphi(t)) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} v_x(t) \\ -v_y(t) \cdot \dot{\varphi}(t) \\ v_y(t) \\ v_x(t) \cdot \dot{\varphi}(t) \end{pmatrix} \quad (28-2)$$

$\dot{\varphi}(t) = \omega(t)$ نرخ چرخش^۱ نامیده می‌شود. معادلات (۲۸-۲) به صورت فضای حالت قابل بیان است:

$$\dot{X} = \begin{pmatrix} \dot{x}(t) \\ \dot{v}_x(t) \\ \dot{y}(t) \\ \dot{v}_y(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\omega(t) \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & \omega(t) & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x(t) \\ v_x(t) \\ y(t) \\ v_y(t) \end{pmatrix} \quad (29-2)$$

از آن جایی که برای کاربرد تخمین نیاز است که مدل گسسته (۲۹-۲) موجود باشد لذا با استفاده از قضیه‌ی کیلی همیلتون گسسته‌سازی صورت می‌گیرد. نتیجه‌ی نهایی به صورت زیر است [13]:

$$X_{k+1} = \begin{pmatrix} 1 & \frac{\sin(\omega_k T)}{\omega_k} & 0 & \frac{\cos(\omega_k T) - 1}{\omega_k} \\ 0 & \cos(\omega_k T) & 0 & -\sin(\omega_k T) \\ 0 & \frac{1 - \cos(\omega_k T)}{\omega_k} & 1 & \frac{\sin(\omega_k T)}{\omega_k} \\ 0 & \sin(\omega_k T) & 0 & \cos(\omega_k T) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_k \\ v_{x,k} \\ y_k \\ v_{y,k} \end{pmatrix} \quad (30-2)$$

که ω_k میزان $\omega(t)$ در گام زمان k ام است و اگر معلوم باشد رابطه (۳۰-۲) خطی است. اما اگر معلوم نباشد، باید این متغیر جز متغیرهای حالت به حساب آید. در نتیجه متغیرهای حالت به شکل زیر اصلاح می‌شود:

$$X_k = [x_k \quad v_{x,k} \quad y_k \quad v_{y,k} \quad \omega_k] \quad (31-2)$$

^۱Turn Rate

برای تخمین حالت اضافه شده (ω_k) در مرجع [13] از توصیف مدل وینر^۱ استفاده می‌شود:

$$\omega_{k+1} = \omega_k + w_{\omega,k} \quad (۳۲-۲)$$

که در این رابطه $w_{\omega,k}$ یک نویز با مشخصات گوسی با میانگین صفر است. در نتیجه رابطه‌ی (۳۰-۲) به صورت زیر اصلاح می‌شود:

$$X_{k+1} = \begin{pmatrix} 1 & \frac{\sin(\omega_k T)}{\omega_k} & 0 & \frac{\cos(\omega_k T) - 1}{\omega_k} & 0 \\ 0 & \cos(\omega_k T) & 0 & -\sin(\omega_k T) & 0 \\ 0 & \frac{1 - \cos(\omega_k T)}{\omega_k} & 1 & \frac{\sin(\omega_k T)}{\omega_k} & 0 \\ 0 & \sin(\omega_k T) & 0 & \cos(\omega_k T) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_k \\ v_{x,k} \\ y_k \\ v_{y,k} \\ \omega_k \end{pmatrix} \quad (۳۳-۲)$$

نامعینی‌ها در مدل (۳۳-۲) به صورت عدم قطعیت جمع شونده با پارامتر سرعت خطی و زاویه‌ای در نظر گرفته می‌شود. به این معنی است که با قاطعیت فرض $a_t(t) = 0$ برقرار نیست و حرکت هدف دارای شتاب نویزی است. بردار نویز به صورت $\bar{w}_k = [w_{x,k}, w_{y,k}, w_{\omega,k}]'$ فرض می‌شود و با احتساب این بحث، مدل تصادفی حرکت مانوردار هدف (۳۳-۲) به صورت زیر تعمیم داده می‌شود:

$$X_{k+1} = F_{\omega,k} X_k + \bar{G} \bar{w}_k \quad (۳۴-۲)$$

$$\bar{G} = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} T^2 & 0 & 0 \\ T & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{2} T^2 & 0 \\ 0 & T & 0 \\ 0 & 0 & T \end{pmatrix} \quad \text{که}$$

کوواریانس $\bar{G} \bar{w}_k$ به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$Q_{CT,k} = \text{cov}(\bar{G} \bar{w}_k) = \begin{pmatrix} \frac{1}{4} T^4 \sigma_{x,k}^2 & \frac{1}{2} T^2 \sigma_{x,k}^2 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{2} T^2 \sigma_{x,k}^2 & T^2 \sigma_{x,k}^2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{4} T^4 \sigma_{y,k}^2 & \frac{1}{2} T^2 \sigma_{y,k}^2 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{2} T^2 \sigma_{y,k}^2 & T^2 \sigma_{y,k}^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & T \sigma_{\omega,k}^2 \end{pmatrix} \quad (۳۵-۲)$$

^۱Wiener Model

مدل (۳۴-۲) یک مدل غیرخطی است، در کاربردهای صافی کالمن توسعه یافته باید از مدل خطی سازی شده آن اطلاع داشت که به صورت زیر محاسبه می شود [7]:

$$F_{\omega,k} \approx \begin{bmatrix} 1 & \frac{\sin \hat{\omega}_k T}{\hat{\omega}_k} & 0 & -\frac{1 - \cos \hat{\omega}_k T}{\hat{\omega}_k} & f_{\omega,1}(k) \\ 0 & \cos \hat{\omega}_k T & 0 & -\sin \hat{\omega}_k T & f_{\omega,2}(k) \\ 0 & \frac{1 - \cos \hat{\omega}_k T}{\hat{\omega}_k} & 1 & \frac{\sin \hat{\omega}_k T}{\hat{\omega}_k} & f_{\omega,3}(k) \\ 0 & \sin \hat{\omega}_k T & 0 & \cos \hat{\omega}_k T & f_{\omega,4}(k) \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (۳۶-۲)$$

$$\begin{bmatrix} f_{\omega,1}(k) \\ f_{\omega,2}(k) \\ f_{\omega,3}(k) \\ f_{\omega,4}(k) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{(\cos \hat{\omega}_k T)T\hat{v}_{x,k}}{\hat{\omega}_k} - \frac{(\sin \hat{\omega}_k T)\hat{v}_{x,k}}{\hat{\omega}_k^2} - \frac{(\sin \hat{\omega}_k T)T\hat{v}_{y,k}}{\hat{\omega}_k} - \frac{(-1 + \cos \hat{\omega}_k T)\hat{v}_{y,k}}{\hat{\omega}_k^2} \\ -(\sin \hat{\omega}_k T)T\hat{v}_{x,k} - (\cos \hat{\omega}_k T)T\hat{v}_{y,k} \\ \frac{(\sin \hat{\omega}_k T)T\hat{v}_{x,k}}{\hat{\omega}_k} - \frac{(1 - \cos \hat{\omega}_k T)\hat{v}_{x,k}}{\hat{\omega}_k^2} + \frac{(\cos \hat{\omega}_k T)T\hat{v}_{y,k}}{\hat{\omega}_k} - \frac{(\sin \hat{\omega}_k T)\hat{v}_{y,k}}{\hat{\omega}_k^2} \\ (\cos \hat{\omega}_k T)T\hat{v}_{x,k} - (\sin \hat{\omega}_k T)T\hat{v}_{y,k} \end{bmatrix} \quad (۳۷-۲)$$

و وقتی $\hat{\omega}_k = 0$ مدل خطی به صورت زیر است:

$$F_{\omega,k} \approx \begin{bmatrix} 1 & T & 0 & 0 & -\frac{1}{2}T^2\hat{v}_{y,k} \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -T\hat{v}_{y,k} \\ 0 & 0 & 1 & T & \frac{1}{2}T^2\hat{v}_{x,k} \\ 0 & 0 & 0 & 1 & T\hat{v}_{x,k} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (۳۸-۲)$$

۲-۳- مدل اندازه گیری از روی سمت

مطابق شکل (۳-۱) جهت بین مشاهده گر و هدف به صورت زیر است:

$$\theta_k = \arctan \frac{y_k - y_k^o}{x_k - x_k^o} \quad (۳۹-۲)$$

که (x_k^o, y_k^o) موقعیت مشاهده گر است و θ_k زاویه ی بین هدف و مشاهده گر در گام زمانی k ام در بازه ی $[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$ و بر حسب رادیان است. در محیط واقعی اندازه گیری توأم با نویز است که در اینجا این نویز به صورت جمع شونده به معادله ی اندازه گیری اضافه می شود. ضمناً این نویز به صورت گوسی و مستقل از نویز حرکت هدف فرض می شود. در نتیجه مدل اندازه گیری به صورت مطرح می شود [33]:

$$\theta_k = \arctan \frac{y_k - y_k^o}{x_k - x_k^o} + v_{\theta,k} \quad (40-2)$$

که $v_{\theta,k}$ نویز اندازه گیری با کوواریانس $R_k = \text{cov}(v_{\theta,k})$ لحاظ می شود.

۲-۴- جمع بندی

در این فصل ابتدا مدل سازی برای حرکت با سرعت ثابت مطرح شد و بعد از آن مدل سازی حرکت مانوردار با دو مؤلفه‌ی شتابی مماس بر حرکت هدف و عمود بر آن مطرح شد. برای مدل سازی حرکت مانوردار فرض شد که شتاب مماسی صفر است و با فرض شتاب ثابت زاویه‌ای مدل سازی صورت گرفت. در این مدل سازی برای در نظر گرفتن عدم قطعیت از شتاب‌های نویزی در جهت محورهای افقی و عمودی استفاده شد که با تجزیه این شتاب‌ها در راستای محورهای مماس و عمود بر حرکت هدف هم شامل شتاب مماسی و هم شامل شتاب زاویه‌ای است و در آخر مدل اندازه گیری از روی سمت مطرح شد.

فصل سوم:

صافی‌های گوسی و روش چند مدلی برهم کنشی

هدف نظریه‌ی تخمین حدس زدن حالت‌های یک سیستم تصادفی براساس مشاهدات غیردقیق است. برای تخمین حالت روش‌های متفاوتی ارائه شده است که یکی از آن‌ها تخمین بر اساس قاعده‌ی بیزین^۱ است. صافی‌های گوسی^۲ یک دسته‌ی خاص از روش‌های بیزین است که بر پایه‌ی مدل سیستم و فرض گوسی بودن نویزها کار می‌کند. در صورتی که رفتار سیستم متشکل از چند مدل باشد برای تخمین حالت از روش‌های چند مدلی استفاده می‌شود. در این فصل، سه صافی معروف گوسی بررسی می‌شود و در آخر اشاره‌ی به الگوریتم چند مدلی برهم کنشی^۳ خواهد شد.

۳-۱- مسئله‌ی تخمین بیزین

قانون بیز منطقی است که به وسیله‌ی آن می‌توان علت‌ها را از روی مشاهده کردن معلول‌ها به دست آورد. یک علت می‌تواند موقعیت، سرعت یک هدف و معلول آن می‌تواند زاویه ما با آن هدف باشد. فرآیند تخمین حالت در قالب رابطه‌ی بیزین شامل دو بخش پیش‌بینی^۴ و به روزرسانی^۵ است. در مرحله‌ی پیش‌بینی با استفاده از مدل سیستم، تابع چگالی احتمال^۶ مربوط به حالت آن سیستم حدس زده می‌شود و سپس در مرحله به روزرسانی با دریافت داده‌های اندازه‌گیری این تابع چگالی حدسی، به‌روز می‌شود. تخمین‌گرهای بیزین برخلاف تخمین‌گرهای کلاسیک، مقداری اطلاعات اولیه از پارامتر مورد تخمین در اختیار دارند و با داشتن اطلاعات قبلی به تخمین پارامتر مورد نظر می‌پردازند. نکته‌ی مهمی که در تخمین‌گرهای بیزین وجود دارد این است که بهبود عملکرد این تخمین‌گرها به دانش اولیه ما از مسئله وابسته است. یا به بیان بهتر هر چه اطلاعات قبلی از تخمین‌گر دقیق‌تر باشد، کارایی این دسته از تخمین‌گرها افزایش می‌یابد و برعکس اگر این اطلاعات نادقیق‌تر باشد کارایی این تخمین‌گرها در مقایسه با تخمین‌گرهای دیگر کاهش می‌یابد.

در روش بیزین چگالی‌های احتمال تخمین زده می‌شود، در حالی که هدف نهایی به دست آوردن تخمین حالت یا اصطلاحاً تخمین نقطه‌ای^۷ است. برای دستیابی به تخمین نقطه‌ای با در اختیار داشتن تابع چگالی احتمال به شرط تمام مشاهدات و براساس یک معیار دلخواه می‌توان به تخمین نقطه‌ای دست یافت. پس برای استخراج

^۱Bayesian Rule

^۲Gaussian Filters

^۳Interacting Multiple Model

^۴Prediction

^۵Update

^۶Probability Density Function

^۷Point Estimation

یک تخمینگر بهینه یک تابع هزینه معرفی می‌شود. معمولاً این تابع هزینه تابعی از تفاضل بین حالت و حالت تخمینی است [15]. کالمن در مقاله‌ی خود [12]، فرض کرد که گشتاور اول^۱ یک حالت به صورت خطی به مشاهدات جاری وابسته است و می‌توان تخمین حالت یک سیستم را در صورتی که گشتاورهای مرتبه اول و دوم آن به صورت متوالی به روز شود محاسبه کرد. براساس معیار حداقل میانگین مربعات خطا^۲ (MMSE) و فرضیات کالمن روابط مراحل پیش‌بینی و به‌روزرسانی برای تخمین حالت به صورت بازگشتی مطرح می‌شود. در صورتی که نویزهای سیستم و اندازه‌گیری گوسی و معادلات سیستم و اندازه‌گیری خطی باشد، روابط مراحل پیش‌بینی و به‌روزرسانی به صورت بسته قابل حل است. اما اگر این معادلات غیرخطی باشد حل بسته‌ای برای روابط بازگشتی نمی‌توان به دست آورد. برای مقابله بر آن چند روش ارائه شده است که از جمله آن‌ها انتگرال-گیری عددی است. در روش انتگرال‌گیری عددی روابط مراحل پیش‌بینی و به‌روزرسانی تقریب زده می‌شود.

۳-۲- صافی های گوسی

صافی‌های گوسی جز روش‌های است که از قانون بیز برای تخمین حالت استفاده می‌کند. در مسائل تخمین بیزین هدف نهایی تخمین یک بردار تصادفی به شرط در اختیار داشتن مشاهدات است. یک هدف در حال حرکت با بردار حالت X که طبق رابطه‌ی زیر تغییر می‌کند:

$$X_k = f_k(X_{k-1}) + w_{k-1} \quad (1-3)$$

که X_k بردار حالت سیستم با بعد n در گام زمانی k ام، w_{k-1} نویز مربوط به سیستم و $f_k(\cdot)$ تابع غیرخطی سیستم است. ارتباط بین مقدار اندازه‌گیری شده و بردار حالت نیز توسط رابطه زیر بیان می‌شود:

$$Z_k = h_k(X_k) + v_k \quad (2-3)$$

که Z_k بردار اندازه‌گیری انجام شده با بعد m در گام زمانی k ام است. $h_k(\cdot)$ تابع غیرخطی اندازه‌گیری در گام زمانی k و v_k نویز اندازه‌گیری است. مسئله‌ی تخمین X_k ، با شرط داشتن مجموعه‌ی کامل از مشاهدات از لحظه‌ی شروع تا زمان k ($Z^{1:k}$) و بر پایه قانون بیز، به صورت پیدا کردن تابع چگالی احتمال $p(X_k | Z^{1:k})$ مطرح می‌شود. بر اساس قانون بیز تابع چگالی احتمال $p(X_k | Z^{1:k})$ به صورت زیر بیان می‌شود:

^۱First Moment

^۲Minimum Mean Square Error

$$p(X_k | Z^{1:k}) = p(X_k | Z_k, Z^{1:k-1}) = \frac{p(Z_k | X_k, Z^{1:k-1}) p(X_k | Z^{1:k-1})}{p(Z_k | Z^{1:k-1})} \quad (۳-۳)$$

که $Z^{1:k} = \{Z_0, Z_1, \dots, Z_k\}$. با توجه به رابطه‌ی (۲-۳) اندازه‌گیری در زمان k فقط به حالت در همان زمان بستگی دارد پس می‌توان گفت $p(Z_k | X_k, Z^{1:k-1}) = p(Z_k | X_k)$. بر اساس رابطه چابمن کولموگروف برای $p(X_k | Z^{1:k-1})$ رابطه‌ی زیر برقرار است:

$$p(X_k | Z^{1:k-1}) = \int p(X_k | X_{k-1}, Z^{1:k-1}) p(X_{k-1} | Z^{1:k-1}) dX_{k-1} \quad (۴-۳)$$

با توجه به رابطه‌ی (۱-۳) حالت در لحظه k فقط به حالت در لحظه قبل بستگی دارد بنابراین می‌توان نوشت:

$$p(X_k | X_{k-1}, Z^{1:k-1}) = p(X_k | X_{k-1}) \quad (۵-۳)$$

طبق روابط (۳-۳) و (۴-۳) بین چگالی احتمال گام زمانی k و $k-1$ ، رابطه‌ی بازگشتی وجود دارد. با داشتن $p(X_k | Z^{1:k})$ و با استفاده از معیار MMSE تخمین حالت در لحظه‌ی k به صورت زیر به دست می‌آید [15]:

$$\hat{X}_k = E\{X_k | Z^{1:k}\} = \int X_k p(X_k | Z^{1:k}) dX_k \quad (۶-۳)$$

و کوواریانس مربوط به خطای تخمین به صورت زیر مطرح می‌شود:

$$P_k^{xx} = E\{(X_k - \hat{X}_k)(X_k - \hat{X}_k)' | Z^{1:k}\} = \int (X_k - \hat{X}_k)(X_k - \hat{X}_k)' p(X_k | Z^{1:k}) dX_k \quad (۷-۳)$$

کالمن روشی برای هر تابع چگالی احتمال بدون نیاز به قانون بیز ارائه کرد. در این روش فرض می‌شود که حالت سیستم به طور متوالی با پیش‌بینی گشتاورهای اول و دوم قابل تخمین است و همچنین تخمین در هر لحظه به طور خطی به اندازه‌گیری در همان لحظه وابسته است [15,12] به این معنی که:

$$\hat{X}_{k|k} = KZ_k + b \quad (۸-۳)$$

به معنی تخمین نهایی حالت است. با الهام از اینکه که میانگین خطای تخمین بدون بایاس است و این خطا مستقل از اندازه‌گیری Z_k می‌باشد، پارامترهای b و K به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$b = \hat{X}_{k|k-1} - K\hat{Z}_{k|k-1} \quad (۹-۳)$$

$$K = P_{k|k-1}^{xz} P_{k|k-1}^{zz}{}^{-1} \quad (۱۰-۳)$$

با توجه به رابطه‌ی (۸-۳) و (۹-۳) تخمین حالت براساس فرضیات کالمن به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$\hat{X}_{k|k} = \hat{X}_{k|k-1} - K(Z_k - \hat{Z}_{k|k-1}) \quad (۱۱-۳)$$

با قرار دادن رابطه‌ی (۱۱-۳) در (۷-۳) کوواریانس خطای تخمین نیز به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$P_{k|k}^{xx} = P_{k|k-1}^{xx} - KP_{k|k-1}^{zz}K' \quad (۱۲-۳)$$

که در روابط (۹-۳) تا (۱۲-۳) $\hat{X}_{k|k-1}$ ، $\hat{Z}_{k|k-1}$ ، $P_{k|k-1}^{xx}$ ، $P_{k|k-1}^{zz}$ و $P_{k|k-1}^{xz}$ به ترتیب تخمین حالت، تخمین اندازه‌گیری، کوواریانس خطای تخمین، کوواریانس خطای تخمین اندازه‌گیری و کوواریانس توأم بین خطای حالت و خطای اندازه‌گیری قبل از اندازه‌گیری k ام است. در صورتی که نویزهای w_{k-1} و v_k گوسی با کوواریانس‌های $E\{w_{k-1}w_{k-1}'\} = Q_{k-1}$ و $E\{v_k v_k'\} = R_k$ باشند، روابط صافی‌های گوسی به طور کلی به صورت زیر مطرح می‌شود [34]:

$$\hat{X}_{k|k-1} = \int f_{k-1}(X_{k-1}) \times N(X_{k-1}; \hat{X}_{k-1|k-1}, P_{k-1|k-1}^{xx}) dX_{k-1} \quad (۱۳-۳)$$

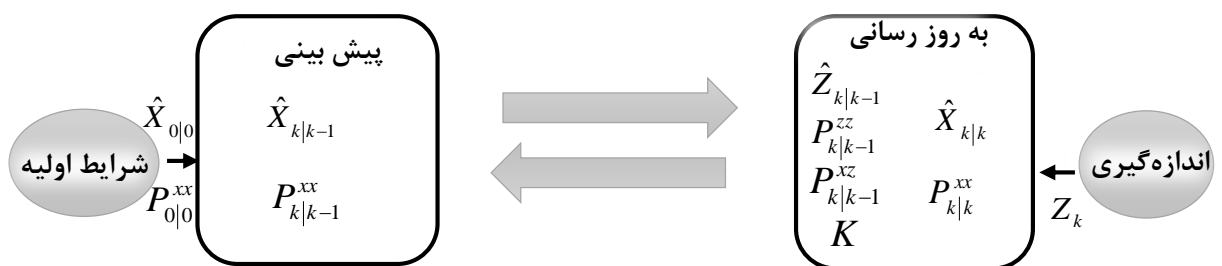
$$P_{k|k-1}^{xx} = \int (f_{k-1}(X_{k-1}) - \hat{X}_{k|k-1}) \times (f_{k-1}(X_{k-1}) - \hat{X}_{k|k-1})' \times N(X_{k-1}; \hat{X}_{k-1|k-1}, P_{k-1|k-1}^{xx}) dX_{k-1} + Q_{k-1} \quad (۱۴-۳)$$

$$\hat{Z}_{k|k-1} = \int h_k(X_k) \times N(X_k; \hat{X}_{k|k-1}, P_{k|k-1}^{xx}) dX_k \quad (۱۵-۳)$$

$$P_{k|k-1}^{zz} = \int (h_k(X_k) - \hat{Z}_{k|k-1}) \times (h_k(X_k) - \hat{Z}_{k|k-1})' \times N(X_k; \hat{X}_{k|k-1}, P_{k|k-1}^{xx}) dX_{k-1} + R_k \quad (۱۶-۳)$$

$$P_{k|k-1}^{xz} = \int (X_k - \hat{X}_{k|k-1}) \times (h_k(X_k) - \hat{Z}_{k|k-1})' \times N(X_k; \hat{X}_{k|k-1}, P_{k|k-1}^{xx}) dX_{k-1} \quad (۱۷-۳)$$

که $N(X; \hat{X}, P)$ به معنی توزیع نرمال برای متغیر X با میانگین \hat{X} با کوواریانس P است. در صافی‌های گوسی یا کالمن از روابط (۱۳-۳) و (۱۴-۳) به عنوان مراحل پیش‌بینی و روابط (۱۶-۳) تا (۱۷-۳) و روابط (۱۱-۳) و (۱۲-۳) به عنوان مراحل به روزرسانی یاد می‌شود. بلوک دیاگرام مربوط به مراحل پیش‌بینی و به روزرسانی برای صافی‌های گوسی در حالت کلی در شکل (۱-۳) نشان داده شده است.



شکل ۱-۳: مراحل صافی گوسی

۳-۲-۱ صافی بهینه کالمن

صافی کالمن با شرط معلوم و خطی بودن مدل‌ها و همچنین فرض گوسی بودن نویزها بهترین تخمین را براساس معیار MMSE ارائه می‌دهد. این صافی به‌طور بهینه از اطلاعات اولیه استفاده می‌کند و کوواریانس آن منطبق بر حد $CRLB^1$ است. همان‌طور که گفته شد با برقرار بودن این فرضیات روابط صافی‌های گوسی به‌صورت بسته قابل استخراج است. برای یک سیستم خطی با معادلات

$$\begin{aligned} X_k &= F_k X_{k-1} + w_{k-1} \\ Z_k &= H_k X_k + v_k \end{aligned} \quad (18-3)$$

که F_k ماتریس سیستم و H_k ماتریس اندازه‌گیری در گام زمانی k ام است، مراحل پیش‌بینی و به‌روزرسانی آن به‌صورت زیر است:

• پیش‌بینی

$$\hat{X}_{k|k-1} = F_k \hat{X}_{k-1} \quad (19-3)$$

$$P_{k|k-1}^{xx} = F_k P_{k-1}^{xx} F_k' + Q_{k-1} \quad (20-3)$$

• به‌روز رسانی

$$\hat{Z}_{k|k-1} = H_k \hat{X}_{k|k-1} \quad (21-3)$$

$$P_{k|k-1}^{zz} = H_k P_{k|k-1}^{xx} H_k' + R_k \quad (22-3)$$

$$P_{k|k-1}^{xz} = P_{k|k-1}^{xx} H_k \quad (23-3)$$

$$K_k = P_{k|k-1}^{xz} (P_{k|k-1}^{zz})^{-1} \quad (24-3)$$

$$\hat{X}_k = \hat{X}_{k|k-1} + K_k (Z_k - \hat{Z}_{k|k-1}) \quad (25-3)$$

$$P_{k|k}^{xx} = P_{k|k-1}^{xx} - K P_{k|k-1}^{zz} K' \quad (26-3)$$

در لحظه‌ی آغاز صافی کالمن باید $\hat{X}_{0|0}$ و $P_{0|0}^{xx}$ به‌عنوان شرایط اولیه موجود باشد. همچنین با توجه به روابط (۲۰-۳) و (۲۲-۳) باید ماتریس‌های Q_{k-1} و R_k در دسترس باشد.

¹Cramer Rao Lower Bound

۳-۲-۲ صافی کالمن توسعه یافته^۱ (EKF)

در صورتی که معادلات سیستم و یا اندازه گیری غیرخطی باشد، حل بسته‌ی معادلات (۳-۱۳) تا (۳-۱۷) ممکن نیست. اگر معادلات غیرخطی (۳-۱) و (۳-۲) را با استفاده از تقریب مرتبه اول بسط تیلور خطی سازی کرد، می توان گام‌های پیش‌بینی و به روزرسانی را مشابه روابط بازگشتی صافی بهینه کالمن پیاده‌سازی کرد [7]. فرض می‌شود که نویزها دارای توزیع گوسی و مستقل از هم و مستقل از شرایط اولیه حالت است.

$$F_k = \left. \frac{\partial f}{\partial x} \right|_{x = \hat{X}_{k-1|k-1}} \quad (۳-۲۷)$$

$$H_k = \left. \frac{\partial h}{\partial x} \right|_{x = \hat{X}_{k|k-1}} \quad (۳-۲۸)$$

مراحل پیش‌بینی و به روزرسانی به صورت زیر بیان می‌شود:

• پیش‌بینی

$$\hat{X}_{k|k-1} = f_k(\hat{X}_{k-1|k-1}) \quad (۳-۲۹)$$

$$P_{k|k-1}^{xx} = F_k P_{k-1}^{xx} F_k' + Q_{k-1} \quad (۳-۳۰)$$

• به روز رسانی

$$\hat{Z}_{k|k-1} = h(\hat{X}_{k|k-1}) \quad (۳-۳۱)$$

$$P_{k|k-1}^{zz} = H_k P_{k|k-1}^{xx} H_k' + R_k \quad (۳-۳۲)$$

$$P_{k|k-1}^{xz} = P_{k|k-1}^{xx} H_k \quad (۳-۳۳)$$

$$K_k = P_{k|k-1}^{xz} (P_{k|k-1}^{zz})^{-1} \quad (۳-۳۴)$$

$$\hat{X}_k = \hat{X}_{k|k-1} + K_k (Z_k - \hat{Z}_{k|k-1}) \quad (۳-۳۵)$$

$$P_{k|k}^{xx} = P_{k|k-1}^{xx} - K P_{k|k-1}^{zz} K' \quad (۳-۳۶)$$

^۱Extended Kalman Filter

۳-۲-۳ صافی کالمن بی بو^۱ (UKF)

در روش EKF با خطی سازی تحلیلی و تقریب مرتبه اول معادلات غیرخطی، صافی کردن انجام می شود. در صورتی که این تقریب مرتبه اول موجب خطا در تخمین و گاهی باعث واگرایی می شود. دسته ی دیگری از صافی های غیرخطی وجود دارد که در آن ها از خطی سازی آماری به جای خطی سازی تحلیلی استفاده می شود. برای تابع غیرخطی $f(c)$ حاصل انتگرال های (۳-۱۳) تا (۳-۱۷) از مجموع وزن دار تعداد خاصی از این تابع، تقریب زده می شود به این معنی که:

$$I(f) = \int_{R^n} f(c)N(c;0,I)dc \approx \sum_{i=1}^{n_s} \omega_i f(\chi_i) \quad (3-37)$$

که بین بردار c و بردار X رابطه ی زیر برقرار است:

$$X = \hat{X} + Dc \quad (3-38)$$

و D از رابطه ی ریشه ی دوم ماتریس P^{xx} به دست می آید مشابه رابطه ی زیر:

$$P^{xx} = DD' \quad (3-39)$$

c به صورت یک متغیر تصادفی چندبعدی با توزیع گوسی، میانگین صفر و با کوواریانس ماتریس یکانی است. هدف اصلی برای محاسبه عددی انتگرال $I(f)$ این است که مجموعه ی از نقاط χ_i و وزن های ω_i به گونه ی انتخاب شوند که انتگرال $I(f)$ به وسیله ی مجموع وزن دار توابع تقریب زده شود. چگونگی و منطق محاسبه ی این نقاط، وزن ها و تعداد آن روش های متفاوتی را نتیجه می دهد [35]. در رابطه ی (۳-۳۷) وزن های ω_i و نقاط سیگما χ_i و تعداد این نقاط n_s پارامترهای معینی هستند و مستقل از تابع غیرخطی $f(\cdot)$ است.

صافی کالمن بی بو برای اولین بار توسط جولیر و اولمن در سال ۱۹۹۷ ارائه شد [36]. در این صافی برخلاف خطی سازی ها در صافی کالمن توسعه یافته از روش های تقریب عددی انتگرال استفاده شده است. اساس کار صافی کالمن بی بو (UKF) بر پایه ی تبدیلات بی بو (UT) بنا نهاده شده است. تبدیلات بی بو روشی است برای به دست آوردن مشخصه های یک بردار تصادفی که از یک تابع غیرخطی عبور می کند. مراحل پیش بینی و به روزرسانی به صورت زیر مطرح می شود:

^۱Unscented Kalman Filter

• پیش بینی:

$$P_{k-1|k-1}^{xx} = D_{k-1|k-1} D'_{k-1|k-1} \quad (۴۰-۳)$$

$$\chi_{i,k-1} = \hat{X}_{k-1|k-1} + D_{k-1|k-1} c_i \quad (۴۱-۳)$$

$$\hat{X}_{k|k-1} = \sum_{i=1}^{n_s} \omega_i^m f(\chi_{i,k-1}) \quad (۴۲-۳)$$

$$P_{k|k-1}^{xx} = \sum_{i=1}^{n_s} \omega_i^c (f(\chi_{i,k-1}) - \hat{X}_{k|k-1}) \times (f(\chi_{i,k-1}) - \hat{X}_{k|k-1})' + Q_{k-1} \quad (۴۳-۳)$$

• به روز رسانی

$$P_{k|k-1}^{xx} = D_{k|k-1} D'_{k|k-1} \quad (۴۴-۳)$$

$$\lambda_{i,k-1} = \hat{X}_{k|k-1} + D_{k|k-1} c_i \quad (۴۵-۳)$$

$$\hat{Z}_{k|k-1} = \sum_{i=1}^{n_s} \omega_i^m h(\lambda_{i,k-1}) \quad (۴۶-۳)$$

$$P_{k|k-1}^{zz} = \sum_{i=1}^{n_s} \omega_i^c (h(\lambda_{i,k-1}) - \hat{Z}_{k|k-1}) \times (h(\lambda_{i,k-1}) - \hat{Z}_{k|k-1})' + R_k \quad (۴۷-۳)$$

$$P_{k|k-1}^{xz} = \sum_{i=1}^{n_s} \omega_i^c (f(\chi_{i,k-1}) - \hat{X}_{k|k-1}) \times (h(\lambda_{i,k-1}) - \hat{Z}_{k|k-1})' \quad (۴۸-۳)$$

$$K_k = P_{k|k-1}^{xz} (P_{k|k-1}^{zz})^{-1} \quad (۴۹-۳)$$

$$\hat{X}_{k|k} = \hat{X}_{k|k-1} + K_k (Z_k - \hat{Z}_{k|k-1}) \quad (۵۰-۳)$$

$$P_{k|k}^{xx} = P_{k|k-1}^{xx} - K_k P_{k|k-1}^{zz} K'_k \quad (۵۱-۳)$$

در مرحله ی پیش بینی و به روزرسانی ضرایب لازم به صورت زیر محاسبه می شوند:

$$n_s = 2n + 1 \quad (۵۲-۳)$$

$$c = \sqrt{n + \mu} \begin{pmatrix} [0] & \vdots & I_n & \vdots & -I_n \end{pmatrix} \quad (۵۳-۳)$$

I_n یک ماتریس یکانی با بعد n ، و $[0]$ بردار صفر با بعد n ، c_i به معنی ستون i ام ماتریس c است و

$$\omega_i^m = \begin{cases} \frac{\mu}{n + \mu} & i = 1 \\ \frac{1}{2(n + \mu)} & i = 2, \dots, 2n + 1 \end{cases} \quad (54-3)$$

$$\omega_i^c = \begin{cases} \frac{\mu}{n + \mu} + (1 - \alpha^2 + \beta) & i = 1 \\ \frac{1}{2(n + \mu)} & i = 2, \dots, 2n + 1 \end{cases} \quad (55-3)$$

که در این روابط $\mu = \alpha^2(n + \kappa) - n$ و معمولا $10^{-4} \leq \alpha \leq 1$ ، $\kappa = 0$ و $\beta = 2$ در نظر گرفته می شود.

۳-۲-۴ صافی کالمن مکعبی^۱ (CKF)

صافی کالمن مکعبی CKF توسط S.Haykin و I.Arasaratnam در سال ۲۰۰۹ براساس معیار مکعبی شعاعی-کروی ارائه شد [37]. در این صافی ابتدا میانگین و واریانس متغیر X_k در معادله (۳-۱) توسط انتشار تعدادی نقاط مکعبی با وزن های یکسان تقریب زده می شود و سپس با انتشار میانگین و واریانس به دست آمده از تابع رابطه (۳-۲) میانگین و واریانس اندازه گیری حاصل می شود. با این روش، تقریب تا مرتبه سوم توابع غیرخطی تضمین شده است. مراحل پیش بینی و به روز رسانی در این صافی مشابه صافی UKF است (روابط (۳-۴) تا (۳-۵۱)). و ضرایب لازم برای این صافی به صورت زیر است:

$$n_s = 2n \quad (56-3)$$

$$c = \sqrt{n} \begin{pmatrix} I_n & \vdots & -I_n \end{pmatrix} \quad (57-3)$$

$$\omega_i^m = \omega_i^c = \frac{1}{2n} \quad i = 1, \dots, 2n \quad (58-3)$$

حجم محاسباتی این صافی نسبت به صافی کالمن بی بو کمتر است. در صافی های کالمن UKF تقریب درجه دوم از معادلات غیرخطی زده می شود و در حالی که در CKF تقریب مرتبه سه از این معادلات زده می شود.

^۱Cubature Kalman Filter

۳-۳- الگوریتم چند مدلی برهم کنشی (IMM)

در روش صافی بهینه کالمن در صورتی که یک مدل برای حرکت هدف در نظر گرفته شود و این مدل مشابه با مدل واقعی باشد، تخمین به خوبی صورت می‌گیرد. اما در صورتی که اطلاع دقیقی از ساختار واقعی حرکت هدف موجود نباشد و یا دارای مدل‌های متفاوتی باشد، عملکرد صافی تحت تأثیر قرار می‌گیرد و منجر به خطا و حتی واگرایی آن می‌شود. برای حل این مشکل الگوریتم چند مدلی برهم کنشی^۱ در [14] ارائه شده است. این الگوریتم برای سیستم‌های هیبرید یا چندمدلی کارایی دارد. در ابتدا برای حرکت هدف دو تعریف مطرح می‌شود:

■ مود^۲ حرکتی یا مود سیستم: رفتاری است که هدف در محیط واقعی از خود نشان می‌دهد و با $s^{(i)}$ نشان داده می‌شود. در صورتی که هدف دارای N مود حرکتی باشد، مجموعه مودهای حرکتی هدف به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$S_s = \{s^{(1)}, s^{(2)}, \dots, s^{(N)}\} \quad (۵۹-۳)$$

■ مدل^۳ حرکتی یا مدل سیستم: ساختارهایی است که برای حرکت هدف در تخمینگر فرض شده است و با $m^{(j)}$ نشان داده می‌شود. در صورتی که برای حرکت هدف M مدل حرکتی فرض شود، مجموعه مدل‌های حرکتی هدف به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$S_m = \{m^{(1)}, m^{(2)}, \dots, m^{(M)}\} \quad (۶۰-۳)$$

در IMM وظیفه این است که در هر گام زمانی مدل سیستم شبیه مود سیستم انتخاب شود یعنی $m_k^{(j)} = s_k^{(j)}$

■ صافی مدلی: برای هر مدل فرض شده برای سیستم، یک صافی گوسی به صورت مستقل از دیگر صافی‌ها، عمل تخمین حالت مدل مربوطه را انجام می‌دهد. منظور از صافی مدلی، صافی است که به یک مدل اختصاص داده شده است.

ردیابی اهداف مانوردار بر اساس بهترین مدلی که رفتار اهداف را نمایان‌گر باشد است. در حالی که انتخاب مدل به صورت خارج از خط^۴ است و این می‌تواند در خطای انتخاب مدل حرکتی مؤثر باشد. در الگوریتم‌های

^۱Multiple Model

^۲Mode

^۳Model

^۴Off line

چندمدلی، بیش از مود حرکتی انتخاب می‌شود تا انتخاب‌های بیشتری برای مودهای حرکتی داشته باشد. ایده‌ی اصلی الگوریتم IMM بر سه اصل برقرار است:

✓ انتخاب مجموعه‌های مناسب از مدل‌های حرکتی

یکی از مهم‌ترین بخش‌های الگوریتم چند مدلی چگونگی انتخاب مدل‌ها است و عملکرد الگوریتم را بشدت تحت تأثیر قرار می‌دهد. انتخاب این مدل‌ها به صورت خارج از خط انجام می‌گیرد. البته در روش‌های ساختار متغیر این ساختار می‌تواند در هر گام زمانی تغییر کند. برای بحث پیش رو دو مدل سرعت ثابت و مدل مانوردار به عنوان مجموعه مدل‌ها در نظر گرفته می‌شود.

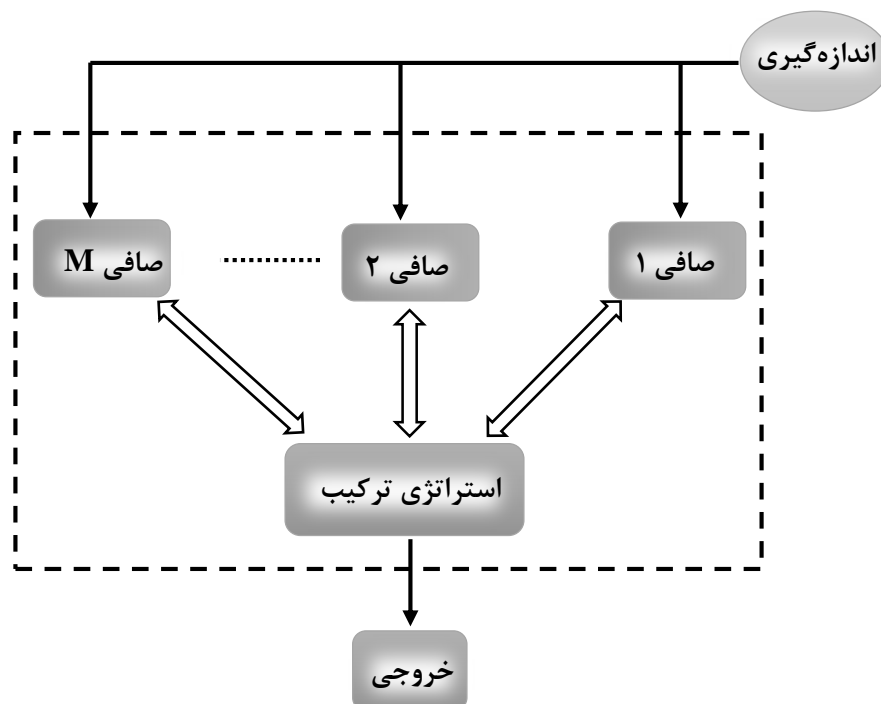
✓ تخمین برای هر مدل توسط یک صافی انجام می‌شود.

تخمین حالت هر مدل به طور مجزا و مستقل از دیگر مدل‌ها، با استفاده از یک صافی انجام می‌شود. بسته به خطی یا غیرخطی بودن هر مدل می‌توان از صافی های گوسی متفاوتی استفاده کرد. در بحث ردیابی با سمت چون که معادله‌ی اندازه‌گیری غیرخطی است بنابراین باید از روش‌های تقریبی غیرخطی استفاده شود.

✓ تخمین نهایی بر اساس نتایج تمام صافی‌ها است.

با جمع وزن دار خروجی تمام صافی های مدلی تخمین حالت نهایی انجام می‌گیرد. الگوریتم چند مدلی باید به گونه‌ی طراحی شود که تأثیر مدل مشابه با مود سیستم بیشتر باشد و اثر مدل‌های دیگر کمتر باشد. جهت درک بهتر الگوریتم‌های چند مدلی، بلوک دیاگرام شکل (۳-۲) ارائه می‌شود.

در الگوریتم‌های چند مدلی در صورتی که اندازه‌گیری و خروجی هر صافی مدلی به عنوان ورودی برای همان صافی در گام زمانی بعدی باشد، عملکرد این الگوریتم به گونه‌ی پیش می‌رود که وزن اختصاص داده شده به صافی مدلی مشابه با مود سیستم بیشتر می‌شود و وزن دیگر صافی های مدلی به صفر میل می‌کند. این موضوع باعث می‌شود که در صورت پرش مود سیستم از یک مود به مود دیگر، به علت صفر شدن وزن‌های صافی‌ها، عملکرد تخمین تحت تأثیر قرار گیرد. بنابراین به جای استفاده کردن از خروجی هر صافی مدلی به عنوان ورودی در گام زمانی بعدی، از ترکیب خروجی تمام صافی‌ها برای هر صافی استفاده می‌شود. این موارد در الگوریتم چند مدلی برهم کنشی در نظر گرفته شده است. محاسبات و روابط مربوط به الگوریتم IMM در ادامه تشریح می‌شود.



شکل ۳-۲: نمای کلی الگوریتم چندمدلی

۳-۳-۱ تشریح الگوریتم IMM

در ابتدا دو فرض اساسی برای این روش در نظر گرفته می شود:

✓ فرض اول: مجموعه مودهای سیستم در هر گام زمانی، رفتار مدل مارکوف مرتبه اول دارد. به این معنی که پرش مود سیستم در لحظه k ام فقط به مود آن سیستم در لحظه $k-1$ ام وابسته است و احتمال آن به صورت زیر در نظر گرفته می شود:

$$p(s_k^{(j)} | s_{k-1}^{(i)}) = \pi_{ij}, \quad \forall i, j = 1, \dots, N \quad (۳-۶۱)$$

که $\pi = [\pi_{ij}]$ و ماتریس احتمال تبدیل مود^۱ نام گذاری می شود.

✓ فرض دوم: مجموعه مودهای سیستم، نامتغیر با زمان و دقیقاً معادل با مجموعه‌ی مدل‌های S_m است.

$$S_m \equiv S_s$$

وقتی چند مدل برای سیستم در نظر گرفته می شود معادلات (۳-۳) تغییر می کند و باید بر اساس فرض چندمدلی اصلاح شود. پس چگالی احتمال حالت به شرط تمام اندازه گیری‌ها به صورت زیر اصلاح می شود:

^۱Mode Transition Probability

$$p(X_k | Z^{1:k}) = \sum_{\langle j \rangle} p(X_k | m_k^{(j)}, Z^{1:k}) p(m_k^{(j)} | Z^{1:k}) \quad (۶۲-۳)$$

به معنی احتمال درست بودن مدل Z ام در گام زمانی k ام و به شرط مشاهدات تا زمان k است. این احتمال به صورت زیر تعریف می شود:

$$p(m_k^{(j)} | Z^{1:k}) \stackrel{\Delta}{=} \mu_k^{(j)} \quad (۶۳-۳)$$

بر اساس قانون بیز می توان نوشت:

$$\begin{aligned} p(m_k^{(j)} | Z^{1:k}) &= p(m_k^{(j)} | Z_k, Z^{1:k-1}) = \frac{p(Z_k | m_k^{(j)}, Z^{1:k-1}) p(m_k^{(j)} | Z^{1:k-1})}{p(Z_k | Z^{1:k-1})} \\ &= \frac{p(Z_k | m_k^{(j)}, Z^{1:k-1}) p(m_k^{(j)} | Z^{1:k-1})}{\sum_{\langle i \rangle} p(Z_k | m_k^{(i)}, Z^{1:k-1}) p(m_k^{(i)} | Z^{1:k-1})} \end{aligned} \quad (۶۴-۳)$$

احتمال پیش بینی شده مدل Z ام معرفی می شود که بر اساس اصل احتمال کل، رابطه ی زیر برای آن برقرار است:

$$p(m_k^{(j)} | Z^{1:k-1}) = \sum_{\langle i \rangle} p(m_k^{(j)} | m_{k-1}^{(i)}, Z^{1:k-1}) p(m_{k-1}^{(i)} | Z^{1:k-1}) = \sum_{\langle i \rangle} \pi_{ij} \mu_{k-1}^{(i)} \stackrel{\Delta}{=} \mu_{k|k-1}^{(j)} \quad (۶۵-۳)$$

بر پایه ی فرض دوم، تساوی $p(s_k^{(j)} | s_{k-1}^{(i)}) = p(m_k^{(j)} | m_{k-1}^{(i)}, Z^{1:k-1}) = \pi_{ij}$ برقرار است و در رابطه ی (۶۵-۳) استفاده می شود. در معادله (۶۴-۳)، به معنی چگالی احتمال شرطی حالت به شرط تمام مشاهدات تا زمان $k-1$ ام و به شرط درست بودن مدل Z ام در گام زمانی k ام است که به صورت یک تابع همانندی^۱ از مدل Z ام مطرح می شود. با توجه به شرایط گوسی حاکم بر مسئله به صورت توزیع گوسی فرض می شود [38]:

$$p(Z_k | m_k^{(j)}, Z^{1:k-1}) = N(\tilde{Z}_k^{(j)}; 0, P_k^{zz(j)}) \stackrel{\Delta}{=} L_k^{(j)} \quad (۶۶-۳)$$

که در این رابطه $\tilde{Z}_k^{(j)} = Z_k - \hat{Z}_{k|k-1}^{(j)}$ و $P_k^{zz(j)}$ به ترتیب خطای اندازه گیری و کوواریانس خطای تخمین اندازه گیری مربوط به مدل Z ام است. در نتیجه رابطه ی (۶۴-۳) به صورت زیر خلاصه می شود:

^۱Likelihood Function

$$\mu_k^{(j)} = \frac{L_k^{(j)} \mu_{k|k-1}^{(j)}}{\sum_{\langle i \rangle} L_k^{(i)} \mu_{k|k-1}^{(i)}} \quad (۶۷-۳)$$

با محاسبه ی تخمین حالت $\hat{X}_k^{(i)}$ و کوواریانس $P_{k|k}^{(i)}$ توسط صافی های مدلی، تخمین نهایی و کوواریانس مربوط به آن به صورت زیر محاسبه می شود [38]. برای سهولت در نمایش ماتریس کوواریانس خطای تخمین مربوط به هر مدل، به صورت $P_{k|k}^{xx,(j)} = P_{k|k}^{(j)}$ فرض می شود.

$$\hat{X}_{k|k} = \sum_{\langle j \rangle} \hat{X}_{k|k}^{(j)} \mu_k^{(j)} \quad (۶۸-۳)$$

$$P_{k|k}^{xx} = \sum_{\langle j \rangle} (P_{k|k}^{(j)} + (\hat{X}_{k|k} - \hat{X}_{k|k}^{(j)})(\hat{X}_{k|k} - \hat{X}_{k|k}^{(j)})') \mu_k^{(j)} \quad (۶۹-۳)$$

همان طور که گفته شد اگر خروجی هر صافی مدلی به عنوان شرایط اولیه ی مرحله ی بعد خود استفاده شود، این امر باعث می شود که $\mu_k^{(i)}$ مدل های متفاوت با مود سیستم، به مرور زمان به صفر میل کند. این موضوع عملکرد الگوریتم چندمدلی را، وقتی مود سیستم تغییر کند، دچار مشکل می کند. بنابراین در الگوریتم IMM علاوه بر چگونگی ترکیب حالت ها، روشی برای تعیین شرایط اولیه ی هر صافی در نظر گرفته می شود. در نتیجه چگالی احتمال شرایط اولیه برای مدل z ام به شرط اندازه گیری های لحظه ی قبل به صورت زیر بیان می شود:

$$p(X_{k-1} | Z^{1:k-1}, m_k^{(j)}) = \sum_{\langle i \rangle} p(X_{k-1} | m_{k-1}^{(i)}, Z^{1:k-1}, m_k^{(j)}) p(m_{k-1}^{(i)} | Z^{1:k-1}, m_k^{(j)}) \quad (۷۰-۳)$$

که $p(X_{k-1} | m_{k-1}^{(i)}, Z^{1:k-1}, m_k^{(j)}) = p(X_{k-1} | m_{k-1}^{(i)}, Z^{1:k-1})$ در نظر گرفته می شود و $\mu_k^{i|j}$ تعریف می شود و به صورت زیر محاسبه می شود:

$$p(m_{k-1}^{(i)} | Z^{1:k-1}, m_k^{(j)}) = \frac{p(m_k^{(j)} | m_{k-1}^{(i)}, Z^{1:k-1}) p(m_{k-1}^{(i)} | Z^{1:k-1})}{p(m_k^{(j)} | Z^{1:k-1})} \quad (۷۱-۳)$$

با توجه به دو فرض اول و دوم $p(m_k^{(j)} | m_{k-1}^{(i)}, Z^{1:k-1}) = \pi_{ij}$ است و

$$p(m_k^{(j)} | Z^{1:k-1}) = \sum_{\langle i \rangle} p(m_k^{(j)} | m_{k-1}^{(i)}, Z^{1:k-1}) p(m_{k-1}^{(i)} | Z^{1:k-1}) = \sum_{\langle i \rangle} \pi_{ij} \mu_{k-1}^{(i)} \quad (۷۲-۳)$$

در نتیجه

$$\mu_{k-1}^{i|j} = \frac{\pi_{ij} \mu_{k|k-1}^{(i)}}{\mu_{k|k-1}^{(j)}} \quad (۷۳-۳)$$

و مشابه روابط (۳-۶۸) و (۳-۶۹) شرایط اولیه برای هر صافی به صورت زیر محاسبه می شود:

$$\bar{X}_{k-1|k-1}^{(j)} = \sum_{\langle i \rangle} \hat{X}_{k-1|k-1}^{(i)} \mu_{k-1}^{i|j} \quad (۳-۷۴)$$

$$\bar{P}_{k-1|k-1}^{(j)} = \sum_{\langle i \rangle} \left(P_{k-1|k-1}^{(i)} + (\bar{X}_{k-1|k-1}^{(j)} - \hat{X}_{k-1|k-1}^{(i)}) (\bar{X}_{k-1|k-1}^{(j)} - \hat{X}_{k-1|k-1}^{(i)})' \right) \mu_{k-1}^{i|j} \quad (۳-۷۵)$$

بنابراین با توجه به روابط اخیر، الگوریتم IMM به صورت زیر خلاصه می شود:

- شرایط اولیه برای صافی ها (برای $j = 1, \dots, M$) ($i = 1, \dots, M$)

$$\mu_{k|k-1}^{(j)} = \sum_{\langle i \rangle} \pi_{ij} \mu_{k-1}^{(i)} \quad \checkmark \text{ پیش بینی احتمال مدل}$$

$$\mu_{k-1}^{i|j} = \frac{\pi_{ij} \mu_{k|k-1}^{(i)}}{\mu_{k|k-1}^{(j)}} \quad \checkmark \text{ احتمال ترکیبی}$$

$$\bar{X}_{k-1|k-1}^{(j)} = \sum_{\langle i \rangle} \hat{X}_{k-1|k-1}^{(i)} \mu_{k-1}^{i|j} \quad \checkmark \text{ حالت اولیه}$$

$$\bar{P}_{k-1|k-1}^{(j)} = \sum_{\langle i \rangle} \left(P_{k-1|k-1}^{(i)} + (\bar{X}_{k-1|k-1}^{(j)} - \hat{X}_{k-1|k-1}^{(i)}) (\bar{X}_{k-1|k-1}^{(j)} - \hat{X}_{k-1|k-1}^{(i)})' \right) \mu_{k-1}^{i|j} \quad \checkmark \text{ کوواریانس اولیه}$$

- صافی کردن (برای $j = 1, \dots, M$)

✓ مراحل پیش بینی در صافی های گوسی

✓ مراحل به روزرسانی در صافی های گوسی

- به روزرسانی احتمال مدل (برای $j = 1, \dots, M$)

$$\mathbf{N}(\tilde{Z}_k^{(j)}; \mathbf{0}, \mathbf{P}_k^{zz(j)}) \stackrel{\Delta}{=} L_k^{(j)} \quad \checkmark \text{ تابع همانندی}$$

$$\mu_k^{(j)} = \frac{L_k^{(j)} \mu_{k|k-1}^{(j)}}{\sum_{\langle i \rangle} L_k^{(i)} \mu_{k|k-1}^{(i)}} \quad \checkmark \text{ احتمال مدل}$$

- ترکیب تخمین ها

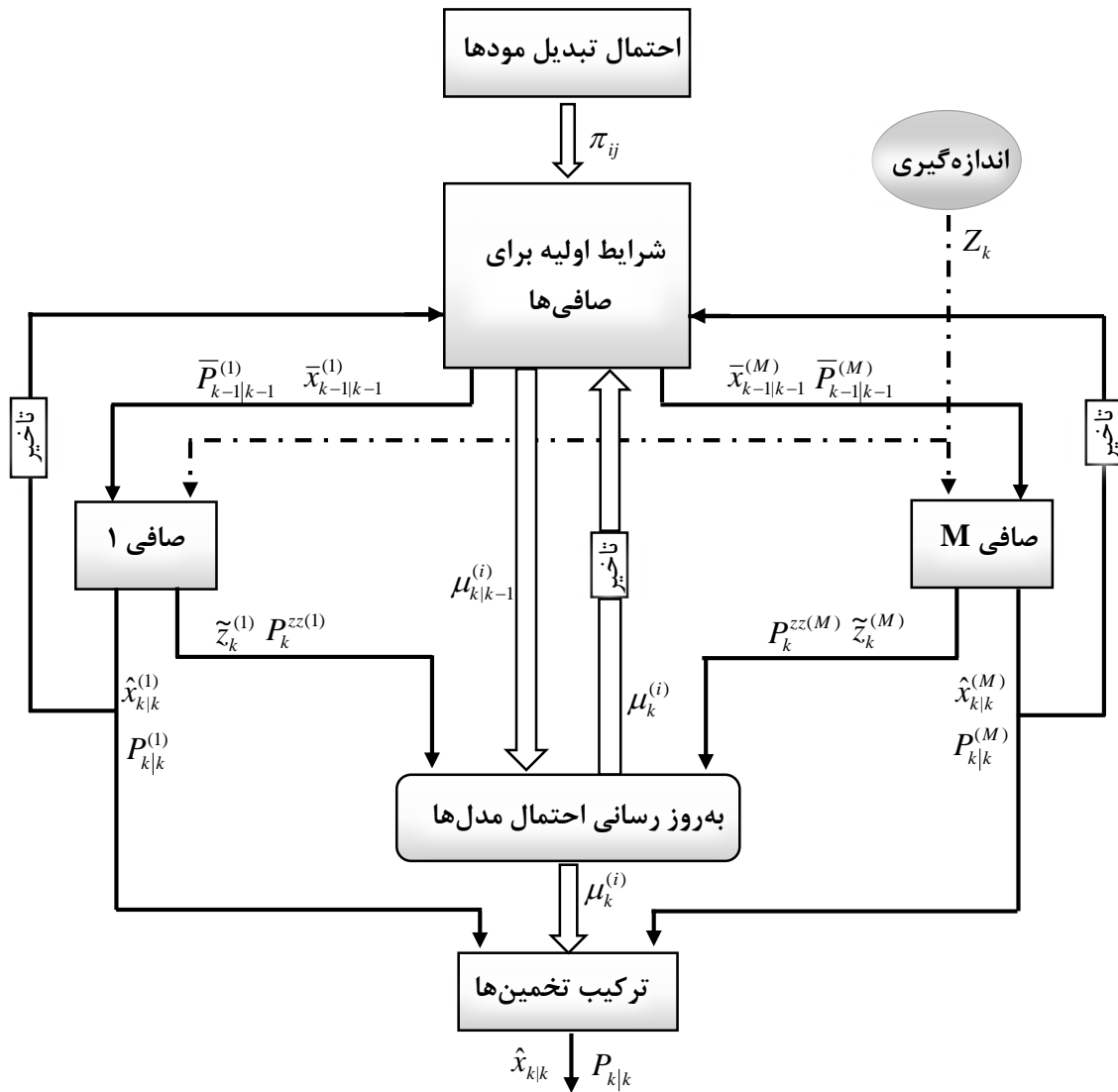
✓ تخمین نهایی

$$\hat{X}_{k|k} = \sum_{\langle i \rangle} \hat{X}_{k|k}^{(i)} \mu_k^{(i)} \quad \checkmark \text{ کوواریانس نهایی}$$

$$\mathbf{P}_{k|k}^{xx} = \sum_{\langle i \rangle} \left(P_{k|k}^{(i)} + (\hat{X}_{k|k} - \hat{X}_{k|k}^{(i)}) (\hat{X}_{k|k} - \hat{X}_{k|k}^{(i)})' \right) \mu_k^{(i)}$$

بلوک دیاگرام مربوط این الگوریتم را می توان در شکل (۳-۳) مشاهده کرد. محاسبات مربوط به هر بلوک مطابق

الگوریتم IMM است.



شکل ۳-۳: الگوریتم IMM

در بحث ردیابی هدف، برای حرکت هدف مدل های زیادی می توان برشمرد که در فصل دوم به دو مدل حرکتی برای هدف اشاره شد: مدل سرعت ثابت، مدل مانوردار. برای اینکه مسئله ی ردیابی به خوبی انجام گیرد، از روش چندمدلی استفاده می شود. در این روش دو مدل به کار می رود که برای هر مدل یک صافی گوسی عمل تخمین حالت مدلی را انجام می دهد و حالت مربوط به حرکت هدف متشکل از حالت های این دو مدل است. هر چند برای اطمینان بیشتر می توان مدل های دیگری را برای حرکت هدف پیشنهاد کرد که در این پایان نامه هدف شامل دو مدل حرکتی است.

۳-۴- جمع بندی

در این فصل ابتدا روش های تخمین بر اساس قانون بیزین بررسی شد و با فرض گوسی بودن شرایط نویزها روابط پیش بینی و به روزرسانی در حالت کلی برای صافی های گوسی مطرح شد. در ادامه به چهار صافی معروف از صافی های گوسی صافی بهینه کالمن، صافی کالمن توسعه یافته، صافی کالمن بی بو و صافی کالمن مکعبی اشاره شد. در آخر برای غلبه بر سیستم های دارای رفتار هیبرید، روش تلفیق مدل بیان گردید و فرموله سازی شد.

فصل چهارم:

تطبيق كوواريانس‌هاى نويز سيستم و اندازه‌گيرى

عملکرد صافی های گوسی متأثر از اطلاعات و مشخصات آماری مربوط به سیستم و معادله ی اندازه گیری است. در روش صافی های گوسی باید ماتریس کوواریانس نویز سیستم (Q) و ماتریس کوواریانس نویز اندازه گیری (R) در دسترس باشند. در صورتی که این کوواریانس ها اشتباه انتخاب شوند، رفتار صافی های گوسی را تحت تأثیر قرار می دهند و در برخی اوقات منجر به واگرایی این صافی ها می شود. در این فصل ابتدا تأثیر انتخاب نامناسب این کوواریانس ها بر عملکرد صافی کالمن توسعه یافته بررسی می شود. بعد از آن چهار روش برای غلبه بر این نامعینگی ها ارائه می شود. در آخر این روش ها برای الگوریتم IMM توسعه داده می شود.

۴-۱- تحلیل رفتار EKF با کوواریانس های اشتباه

ماتریس R میزان دقت اندازه گیری را نشان می دهد. افزایش این ماتریس به این معنی است که اعتماد به داده های اندازه گیری کم است و تأثیر داده های اندازه گیری بر به روز کردن حالت ها کمتر می شود. این تأثیر با کم شدن بهره ی صافی کالمن توسعه یافته خود را نشان می دهد. برای درک بهتر تأثیر R بر عملکرد EKF رابطه ی (۳-۳) و (۳۳-۳) از این صافی در نظر گرفته می شود:

$$P_{k|k-1}^{zz} = H_k P_{k|k-1}^{xx} H_k' + R_k \quad (۱-۴)$$

$$K_k = P_{k|k-1}^{xz} (P_{k|k-1}^{zz})^{-1} \quad (۲-۴)$$

فرض شود که مقدار واقعی کوواریانس نویز اندازه گیری باشد. $P_{k|k-1}^{zz}$ با R_k رابطه ی مستقیم دارد و R_k با $P_{k|k-1}^{zz}$ رابطه ی عکس دارد. اگر $R_k > R_{True}$ باشد $P_{k|k-1}^{zz}$ از مقدار حقیقی اش بزرگتر می شود و این باعث می شود که K_k کاهش پیدا کند. کاهش K_k به این معنی است که تأثیر داده های اندازه گیری بر تخمین حالت کمتر باشد و انتظار می رود که عملکرد تخمین در صافی کالمن توسعه یافته کند شود. برعکس اگر $R_k < R_{True}$ باشد، K_k افزایش پیدا می کند و این به این معنی است که به داده های اندازه گیری بیش از حد خود اعتماد می شود. در صورتی که در حالت واقعی R_{True} کمی بزرگ باشد اما R_k کوچک انتخاب شود اثر دهی به داده های غلط زیاد می شود و این امر پایداری صافی را تحت تأثیر قرار می دهد. در روابط صافی کالمن توسعه یافته رفتار کرانی ضریب بهره K_k برای کاهش و افزایش R_k در روابط زیر نشان داده شده است:

$$K_k = (FP_{k-1}^{xx} F'H' + QH') / (H_k P_{k|k-1}^{xx} H_k' + R_k) \quad (۳-۴)$$

$$\lim_{R \rightarrow +\infty} K_k = 0 \quad (۴-۴)$$

$$\lim_{R \rightarrow 0} HK_k = \lim_{R \rightarrow 0} (HAP_{k-1}^{xx} AH' + HQH') / (HAP_{k-1}^{xx} A'H' + HQH' + R) = I \Rightarrow K_k = (H'H)^{-1} H' \quad (۵-۴)$$

در مسئله‌ی BOT، $(H'H)^{-1}$ وجود ندارد و این به این معناست که ضریب K_k به بینهایت میل می‌کند. این رفتار کرانی برای K_k تایید کننده حالت‌های فوق برای R_k بود.

ماتریس Q میزان عدم قطعیت مدل سیستم را نشان می‌دهد. افزایش این ماتریس به این معنی است که اعتماد به مدل سیستم کم است به همین دلیل اعتماد به داده‌های اندازه‌گیری بیشتر می‌شود، در نتیجه تأثیر داده‌های اندازه‌گیری بر به‌روز کردن حالت‌ها بیشتر می‌شود. این تأثیر باعث افزایش بهره‌ی صافی کالمن توسعه یافته می‌شود. برعکس این موضوع، باعث کاهش بهره‌ی صافی کالمن می‌شود. برای درک بهتر تأثیر Q بر عملکرد EKF فرض می‌شود که کوواریانس نویز سیستم در حالت واقعی Q_{True} باشد و Q_{k-1} کوواریانسی است که در صافی در نظر گرفته می‌شود. مطابق رابطه‌ی (۳-۳۰) و (۳-۳۲):

$$P_{k|k-1}^{zz} = H_k F_k P_{k-1}^{xx} F_k' H_k' + H_k Q_{k-1} H_k' + R_k \quad (۶-۴)$$

$P_{k|k-1}^{zz}$ از طریق مجذور H_k با Q_{k-1} رابطه دارد. مشابه R_k ، افزایش یا کاهش Q_{k-1} موجب کاهش و افزایش نسبت به مقدار حقیقی خود می‌شود. برای تعیین رفتار K_k با قاطعیت نمی‌توان اظهار نظر کرد اما برای رفتار کرانی آن تساوی‌های زیر برقرار است:

$$K_k = FP_{k-1}^{xx} F'H' / (HFP_{k-1}^{xx} F'H' + HQ_{k-1} H' + R) + Q_{k-1} H' / (HFP_{k-1}^{xx} F'H' + HQ_{k-1} H' + R)$$

$$\lim_{Q \rightarrow +\infty} HK_k = HFP_{k-1}^{xx} F'H' / HQH' + HQH' / HQH' \Rightarrow HK_k = I \Rightarrow K_k = (H'H)^{-1} H' \quad (۷-۴)$$

$$\lim_{Q \rightarrow 0} K_k = FP_{k-1}^{xx} F'H' / (HFP_{k-1}^{xx} F'H' + R) \quad (۸-۴)$$

از آن جایی که برای مسئله‌ی BOT، $(H'H)^{-1}$ وجود ندارد، هرچه Q بزرگتر از مقدار حقیقی خود باشد K_k به سمت بینهایت افزایش پیدا می‌کند و به این معنی است که از اعتماد به مدل سیستم کم می‌شود و به داده‌های اندازه‌گیری افزوده می‌شود.

همانطور که دیده می‌شود عدم تطابق در R و Q بطور مستقیم منجر به تغییر در $P_{k|k-1}^{zz}$ می‌شود. یعنی افزایش R و یا Q موجب افزایش $P_{k|k-1}^{zz}$ می‌شود و برعکس. اما در تغییر K_k تقریباً رفتار برعکسی دارند یعنی افزایش R موجب کاهش K_k در حالی که افزایش Q موجب افزایش K_k می‌شود. اگر امکان پیدا کردن مقدار واقعی $P_{k|k-1}^{zz}$ وجود داشته باشد، با مقایسه مقادیر حقیقی و غیرحقیقی می‌توان به عدم تطابق در R و یا Q پی برد.

۴-۲- تطبیق کوواریانس ها بر اساس دنباله ابداع

یکی از روش های تطبیقی برای اصلاح کوواریانس ها، روش های براساس دنباله ی ابداع^۱ است. در این روش ها با مقایسه ی بین تخمین و تقریب کوواریانس دنباله ی ابداع به اصلاح کوواریانس ها پرداخته می شود. دنباله ابداع یا باقی مانده^۲ به صورت زیر تعریف می شود:

$$r_k^z = Z_k - \hat{Z}_{k|k-1} \quad (۹-۴)$$

که $\hat{Z}_{k|k-1}$ تخمین اولیه از اندازه گیری است. اگر عملکرد صافی بهینه باشد این دنباله یک نویز گوسی با متوسط صفر است [16]. در یک صافی زیر بهینه برای محاسبه میانگین دنباله ابداع از متوسط گیری روی تعداد خاصی (M_C) از دنباله ی ابداع استفاده می شود و میانگین دنباله ابداع تقریب زده می شود:

$$\bar{r}_k^z \approx \frac{1}{M_C} \sum_{i=k-M_C+1}^k r_i^z \quad (۱۰-۴)$$

کوواریانس دنباله ابداع طبق رابطه زیر تقریب زده می شود:

$$C_k^r = \frac{1}{M_C} \sum_{i=k-M_C+1}^k r_i^z r_i^{z'} \quad (۱۱-۴)$$

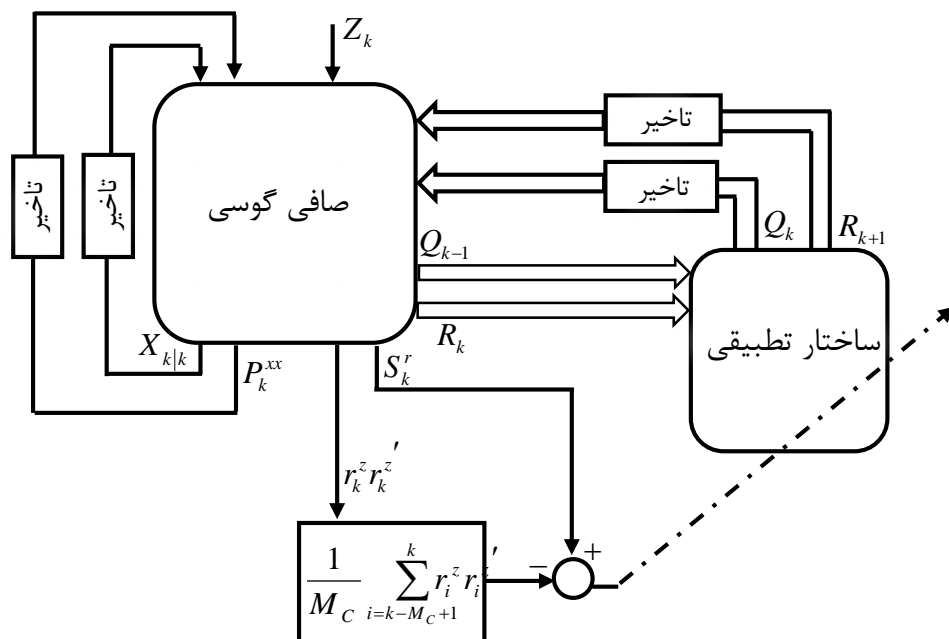
رابطه ی (۱۱-۴) به عنوان تقریب کوواریانس دنباله ابداع شناخته می شود. از طرف دیگر در رابطه ی (۱۶-۳) مربوط به صافی های گوسی بیانگر این حقیقت است که:

$$E\{r_k^z r_k^{z'}\} = P_{k|k-1}^{zz} \quad (۱۲-۴)$$

به این معنی که رابطه (۱۲-۴) تخمین کوواریانس دنباله ابداع است. رابطه (۱۱-۴) کوواریانس واقعی و رابطه (۱۲-۴) کوواریانس نظری دنباله ابداع نامیده می شود. در صورت انتخاب نامناسب کوواریانس Q یا R این دو کوواریانس ابداع متفاوت از هم می باشند. هدف این است که با تنظیم Q و R این اختلاف به حداقل برسد [39]. در ادامه برای سادگی $P_{k|k-1}^{zz} = S_k^r$ تعریف می شود. باید توجه داشت که در این پایان نامه کوواریانس ها ثابت فرض شده اند. بلوک دیاگرام تطبیق R و Q در حالت کلی بصورت شکل (۱-۴) است:

^۱Innovation Sequence

^۲Residual



شکل ۴-۱: نمای کلی روش تطبیقی براساس دنباله ابداع

۴-۳- ساختار فازی برای تطبیق کوواریانس ها

با توجه به روابط (۴-۱۱) و (۴-۱۲) وقتی که کوواریانس نویزهای سیستم و اندازه گیری با مقدار حقیقی خود متفاوت باشد، بین کوواریانس ابداع تخمینی و کوواریانس واقعی آن اختلاف ایجاد می شود. بنابراین در صورتی که در عملکرد صافی کالمن عدم تطابق بین این دو کوواریانس ابداع ایجاد شد، می توان نتیجه گرفت که یکی یا هر دو کوواریانس سیستم و اندازه گیری با کوواریانس حقیقی خودش متفاوت است. با توجه به این موضوع برای اصلاح R و Q، ساختاری بر اساس منطق فازی می توان ارائه کرد.

۴-۳-۱ ساختار فازی برای تطبیق R

برای یافتن منطق مورد استفاده در سیستم های فازی جهت تنظیم R روابط صافی های گوسی بررسی می شود. با توجه به رابطه (۳-۱۶) در صافی های گوسی کوواریانس ابداع تخمینی به طور مستقیم و خطی به R_k وابسته است. افزایش و کاهش R_k منجر به افزایش و کاهش $P_{k|k-1}^{zz}$ یا S_k^r می شود. بنابراین سه حالت زیر را در نظر گرفته می شود:

- $S_k^r < C_k^r$. به این معنی است که $R_k < R_T$ پس باید R_k افزایش پیدا کند.
- $S_k^r > C_k^r$. به این معنی است که $R_k > R_T$ پس باید R_k کاهش پیدا کند.
- $S_k^r = C_k^r$. به این معنی است که $R_k = R_T$ پس R_k تغییری نکند.

منطق افزایش و کاهش R_k بر اساس قوانین فازی به شکل های متفاوتی می تواند باشد. به عنوان نمونه در [1] فرایند تنظیم به صورت زیر در نظر گرفته شده است:

$$R_{k+1} = R_k + \Delta R_{Fuzzy} \quad (۱۳-۴)$$

که وظیفه ی سیستم فازی انتخاب درست ΔR_{Fuzzy} است. ΔR_{Fuzzy} به عنوان ضریبی جمع شونده با R_k است. در مرجع [31] به جای فرایند تنظیم فوق از فرایند زیر استفاده کرده است:

$$R_{k+1} = R_k + \alpha_{Fuzzy} R_k \quad (۱۴-۴)$$

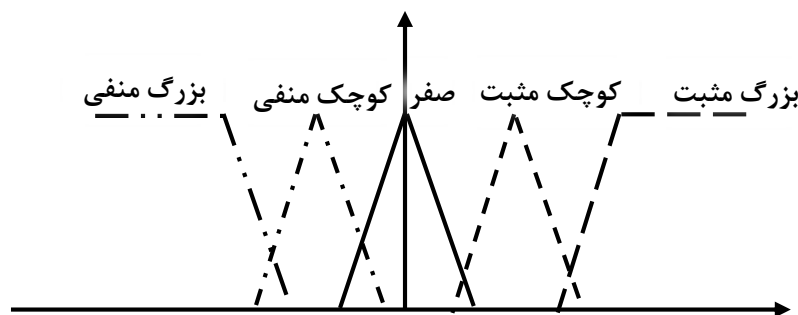
بر پایه ی سه حالت بالا و بر پایه ی فرایند تطبیق [1] منطق اصلاح R_k را می توان به صورت زیر مطرح کرد:

- اگر $S_k^r - C_k^r > 0$ در نتیجه $\Delta R_{Fuzzy} < 0$
- اگر $S_k^r - C_k^r < 0$ در نتیجه $\Delta R_{Fuzzy} > 0$
- اگر $S_k^r - C_k^r = 0$ در نتیجه $\Delta R_{Fuzzy} = 0$

با توجه به اینکه ماتریس های C_k^r و S_k^r همگی هم اندازه اند، بنابراین تنظیم عنصرهای R_k مطابق با المان

$S_k^r - C_k^r$ انجام می شود. برای تطبیق فازی R_k ، از پنج گروه فازی برای $S_k^r - C_k^r$ و پنج گروه فازی برای ΔR_{Fuzzy}

استفاده می شود. به صورت شکل زیر:



شکل ۴-۲: گروه های فازی برای تطبیق کوواریانس ها

بسته به نوع مسئله و محدوده های $S_k^r - C_k^r$ و R_k پارامترهای هر گروه فازی مقادیر متفاوتی دارد. در مسئله ی ردیابی از روی سمت این پارامترها و چگونگی به دست آوردن آنها در بخش های بعدی مورد بررسی قرار می گیرد. برای تطبیق R_k پنج قانون ارائه می شود:

- قانون (۱): اگر $S_k^r - C_k^r$ بزرگ مثبت است، آنگاه ΔR_{Fuzzy} بزرگ منفی باشد.
- قانون (۲): اگر $S_k^r - C_k^r$ کوچک مثبت است، آنگاه ΔR_{Fuzzy} کوچک منفی باشد.
- قانون (۳): اگر $S_k^r - C_k^r$ صفر است، آنگاه ΔR_{Fuzzy} صفر باشد.
- قانون (۴): اگر $S_k^r - C_k^r$ کوچک منفی است، آنگاه ΔR_{Fuzzy} کوچک مثبت باشد.
- قانون (۵): اگر $S_k^r - C_k^r$ بزرگ منفی است، آنگاه ΔR_{Fuzzy} بزرگ مثبت باشد.

سیستم فازی در اینجا یک سیستم ممدانی با فازی ساز منفرد، موتور استنتاج ضرب و غیرفازی ساز میانگین مراکز است [40]. که به صورت زیر بیان می شود:

$$\Delta R_{Fuzzy} = \frac{\sum_{l=1}^{rule} \bar{c}^l \left[\prod_{o=1}^m \Lambda^o(x; \bar{\alpha}^o, \bar{\beta}^o, \bar{\gamma}^o) \right]}{\sum_{l=1}^{rule} \left[\prod_{o=1}^m \Lambda^o(x_o; \bar{\alpha}^o, \bar{\beta}^o, \bar{\gamma}^o) \right]} \quad (15-4)$$

✓ $\Lambda^o(\cdot)$ ، توابع تعلق مثلثی در شکل (۲-۴)

✓ $\bar{\alpha}^o, \bar{\beta}^o, \bar{\gamma}^o$ به ترتیب کران بالا، مرکز و کران پایین توابع مثلثی است.

✓ \bar{c}^l مراکز گروه های خروجی

✓ $rule$ تعداد قوانین فازی

✓ m تعداد گروه های ورودی

پارامترهای $\bar{\alpha}^o, \bar{\beta}^o, \bar{\gamma}^o$ و \bar{c}^l در دقت هرچه بیشتر سیستم فازی تاثیرگذار اند. همان طور که گفته شد، انتخاب این پارامترها بستگی به نوع مسئله ی تخمین و دانش ما از مسئله دارد. در بخش های بعدی برای مسئله ی BOT این پارامترها محاسبه می شوند.

۴-۳-۲ ساختار فازی برای تطبیق Q

مشابه تطبیق فازی R، فرایند تطبیق Q به صورت زیر در نظر گرفته می شود:

$$Q_{k+1} = Q_k + \Delta Q_{Fuzzy} \quad (۱۶-۴)$$

این فرایند برای تک تک درایه های Q_k انجام می گیرد که اینجا به علت اختصار به صورت کلی فرایند تطبیق نمایش داده شده است. در EKF رابطه ی بین Q_{k-1} و S_k^r به صورت زیر است:

$$S_k^r = H_k A P_{k-1}^{xx} A' H_k' + H_k Q_{k-1} H_k' + R_k \quad (۱۷-۴)$$

S_k^r از طریق مجذور H_k با Q_{k-1} رابطه دارد و در صورتی که H_k به طور نسبی بزرگ باشد، Q_{k-1} با اثر بیشتری روی S_k^r تأثیر دارد و اگر H_k کوچک باشد، این تأثیر کاهش پیدا می کند. در بخش های بعدی بررسی خواهد شد که در بحث ردیابی از روی سمت H_k نسبتاً کوچک است و تأثیر گذاری روی S_k^r را کاهش می دهد. تحلیل وابستگی بین S_k^r با Q_{k-1} در صافی های UKF و CKF به علت پیچیدگی روابط سخت است که در این پایان نامه فرض می شود که رفتاری مشابه EKF دارد. گروه های فازی مشابه شکل (۴-۱) برای ورودی و خروجی تعریف می شود. بر پایه ی فرایند تطبیق (۴-۱۶) منطق اصلاح Q_{k-1} به صورت زیر مطرح می شود:

- اگر $S_k^r - C_k^r > 0$ در نتیجه $\Delta Q_{Fuzzy} < 0$

- اگر $S_k^r - C_k^r < 0$ در نتیجه $\Delta Q_{Fuzzy} > 0$

- اگر $S_k^r - C_k^r = 0$ در نتیجه $\Delta Q_{Fuzzy} = 0$

بر پایه ی گروه های فازی پنج قانون برای تطبیق کوواریانس Q_{k-1} ارائه می شود:

- قانون (۱): اگر $S_k^r - C_k^r$ بزرگ مثبت است، آنگاه ΔQ_{Fuzzy} بزرگ منفی باشد.

- قانون (۲): اگر $S_k^r - C_k^r$ کوچک مثبت است، آنگاه ΔQ_{Fuzzy} کوچک منفی باشد.

- قانون (۳): اگر $S_k^r - C_k^r$ صفر است، آنگاه ΔQ_{Fuzzy} صفر باشد.

- قانون (۴): اگر $S_k^r - C_k^r$ کوچک منفی است، آنگاه ΔQ_{Fuzzy} کوچک مثبت باشد.

- قانون (۵): اگر $S_k^r - C_k^r$ بزرگ منفی است، آنگاه ΔQ_{Fuzzy} بزرگ مثبت باشد.

سیستم فازی برای ΔQ_{Fuzzy} یک سیستم ممدانی با فازی ساز منفرد، موتور استنتاج ضرب و غیرفازی ساز میانگین مراکز است که مشابه رابطه (۴-۱۵) محاسبه می شود.

۴-۴-۴ تطبیق کوواریانس ها با قاعده تطبیق MIT

۴-۴-۱ قاعده MIT

در روش MIT پارامتر قابل تنظیم در جهت منفی گرادیان تابع هزینه اصلاح می شود. به عنوان مثال برای پارامتر θ و تابع هزینه J ، تغییرات θ نسبت به زمان متناسب است با منفی گرادیان تابع هزینه یعنی [41]:

$$\frac{d\theta}{dt} = -\eta \frac{dJ}{d\theta} \quad (4-18)$$

که η پارامتر تنظیم است و سرعت همگرایی را مشخص می کند. از آن جایی که عملکرد صافی های کالمن گسسته در زمان است پس معادله (۴-۱۸) به صورت بازگشتی بیان می شود:

$$\theta_{k+1} = \theta_k - \eta_k \frac{dJ}{d\theta_k} T \quad (4-19)$$

۴-۴-۲ تابع هزینه

همان طور که بیان شد انتخاب نامناسب ماتریس های R و Q منجر به اختلاف بین کوواریانس واقعی و کوواریانس تخمینی می شود پس با مربع تفاضل این دو کوواریانس معیاری جهت بهبود ماتریس R و Q ارائه می شود:

$$J_k = \frac{\gamma_1}{2} tr \{ (S_k^r - C_k^r)^2 \} \quad (4-20)$$

که ضریبی جهت نمایش بهتر تابع هزینه است. و $tr\{\cdot\}$ به معنی جمع عناصر روی قطر اصلی ماتریس است. از آن جایی که $S_k^r - C_k^r$ متقارن است در نتیجه $tr\{(S_k^r - C_k^r)^2\}$ جمع مربعات تمام درایه های آن است.

۴-۴-۳ تطبیق R با قاعده MIT

ماتریس $R_k = [r_k^{l,o}]$ با $l=1, \dots, m$ ، $o=1, \dots, m$ و m بعد بردار اندازه گیری در نظر گرفته می شود. تطبیق درایه های R_k مطابق قاعده MIT به صورت زیر است:

$$r_{k+1}^{l,o} = r_k^{l,o} - \eta_k \frac{\partial J_k}{\partial r_k^{l,o}} \quad (4-21)$$

با توجه به رابطه (۲۰-۴)

$$\frac{\partial J_k}{\partial r_k^{l,o}} = \frac{\gamma_1}{2} \text{tr} \left(\frac{\partial (S_k^r - C_k^r)^2}{\partial r_k^{l,o}} \right) = \gamma_1 \text{tr} \left(\left(\frac{\partial S_k^r}{\partial r_k^{l,o}} - \frac{\partial C_k^r}{\partial r_k^{l,o}} \right) (S_k^r - C_k^r) \right) \quad (۲۲-۴)$$

با توجه به روابط (۱۶-۳) و (۱۱-۴) نتایج زیر برقرار است:

$$\frac{\partial C_k^r}{\partial r_k^{l,o}} = 0 \quad (۲۳-۴)$$

$$\frac{\partial S_k^r}{\partial r_k^{l,o}} = M_k^{l,o} \quad (۲۴-۴)$$

$M_k^{l,o}$ یک ماتریس مربعی با ابعاد m است و به جز درایه $[l,o]$ که یک است تمام درایه‌های آن صفر است پس:

$$\frac{\partial J_k}{\partial r_k^{l,o}} = \gamma_1 \text{tr} (M_k^{l,o} (S_k^r - C_k^r)) \quad (۲۵-۴)$$

حاصل $\text{tr} (M_k^{l,o} (S_k^r - C_k^r))$ درایه‌ی $[o,l]$ از ماتریس $(S_k^r - C_k^r)$ است که به صورت کلی می‌توان نوشت:

$$\frac{\partial J_k}{\partial R_k} = \gamma_1 (S_k^r - C_k^r)' \quad (۲۶-۴)$$

$$R_{k+1} = R_k - \eta_k \frac{\partial J_k}{\partial R_k} \quad (۲۷-۴)$$

۴-۴-۴ تطبیق Q با قاعده MIT

ماتریس $Q_{k-1} = [q_{k-1}^{b,d}]$ که $b=1, \dots, n$ و $d=1, \dots, d$ که n بعد بردار حالت است، در نظر گرفته می‌شود.

تطبیق درایه‌های Q_{k-1} مطابق قاعده MIT به صورت زیر است:

$$q_k^{b,d} = q_{k-1}^{b,d} - \eta_k \frac{\partial J_k}{\partial q_{k-1}^{b,d}} \quad (۲۸-۴)$$

و مشابه R_k برای Q_{k-1} ، $\frac{\partial J_k}{\partial q_{k-1}^{b,d}}$ به صورت زیر بیان می‌شود:

$$\frac{\partial J_k}{\partial q_{k-1}^{b,d}} = \frac{\gamma_1}{2} \text{tr} \left(\frac{\partial (S_k^r - C_k^r)^2}{\partial q_{k-1}^{b,d}} \right) = \gamma_1 \text{tr} \left(\left(\frac{\partial S_k^r}{\partial q_{k-1}^{b,d}} - \frac{\partial C_k^r}{\partial q_{k-1}^{b,d}} \right) (S_k^r - C_k^r) \right) \quad (۲۹-۴)$$

• کاربرد EKF در Q

با توجه به مراحل پیش بینی و به روز رسانی (۳-۲۷) تا (۳-۳۶) در EKF نتایج زیر برقرار است:

$$\frac{\partial C_k^r}{\partial q_{k-1}^{b,d}} = 0 \quad (۳۰-۴)$$

$$\frac{\partial S_k^r}{\partial q_{k-1}^{b,d}} = H_k \frac{\partial Q_{k-1}}{\partial q_{k-1}^{b,d}} H_k' \quad (۳۱-۴)$$

در نتیجه

$$\frac{\partial J_k}{\partial q_{k-1}^{b,d}} = \gamma \cdot \text{tr} \left(\left(\frac{\partial S_k^r}{\partial q_{k-1}^{b,d}} \right) (S_k^r - C_k^r) \right) \quad (۳۲-۴)$$

• کاربرد UKF و CKF در Q

با توجه به روابط (۳-۴۰) تا (۳-۵۱) محاسبات زیر انجام می گیرد.

$$\begin{aligned} \frac{\partial S_k^r}{\partial q_{k-1}^{b,d}} = \sum_{i=1}^{n_s} \omega_i^c \left\{ \left(\frac{\partial h(\lambda_{i,k-1})}{\partial q_{k-1}^{b,d}} - \frac{\partial \hat{Z}_{k|k-1}}{\partial q_{k-1}^{b,d}} \right) \times \left(h(\lambda_{i,k-1}) - \hat{Z}_{k|k-1} \right)' \right. \\ \left. + \left(h(\lambda_{i,k-1}) - \hat{Z}_{k|k-1} \right) \times \left(\frac{\partial h(\lambda_{i,k-1})}{\partial q_{k-1}^{b,d}} - \frac{\partial \hat{Z}_{k|k-1}}{\partial q_{k-1}^{b,d}} \right)' \right\} \quad (۳۳-۴) \end{aligned}$$

$$\frac{\partial h(\lambda_{i,k-1})}{\partial q_{k-1}^{b,d}} = \frac{\partial h(x)}{\partial x} \Big|_{x=\lambda_{i,k-1}} \frac{\partial \lambda_{i,k-1}}{\partial q_{k-1}^{b,d}} \quad (۳۴-۴)$$

$$\frac{\partial \hat{Z}_{k|k-1}}{\partial q_{k-1}^{b,d}} = \sum_{i=1}^{n_s} \omega_i^m \frac{\partial h(\lambda_{i,k-1})}{\partial q_{k-1}^{b,d}} \quad (۳۵-۴)$$

$$\frac{\partial \lambda_{i,k-1}}{\partial q_{k-1}^{b,d}} = \frac{\partial \hat{X}_{k|k-1}}{\partial q_{k-1}^{b,d}} + \frac{\partial D_{k|k-1}}{\partial q_{k-1}^{b,d}} c_i + D_{k|k-1} \frac{\partial c_i}{\partial q_{k-1}^{b,d}} \quad (۳۶-۴)$$

با توجه به رابطه (۳-۴۵) و $\frac{\partial \hat{X}_{k|k-1}}{\partial q_{k-1}^{b,d}} = 0$ و $\frac{\partial c_i}{\partial q_{k-1}^{b,d}} = 0$ برای محاسبه $\frac{\partial D_{k|k-1}}{\partial q_{k-1}^{b,d}}$ از رابطه (۳-۴۴) نسبت به

با $q_{k-1}^{b,d}$ مشتق گرفته می شود:

$$\frac{\partial P_{k|k-1}^{xx}}{\partial q_{k-1}^{b,d}} = \frac{\partial D_{k|k-1}}{\partial q_{k-1}^{b,d}} D'_{k|k-1} + D_{k|k-1} \frac{\partial D'_{k|k-1}}{\partial q_{k-1}^{b,d}} \quad (37-4)$$

رابطه (۳۷-۴) معادله معروف لیاپانوف است و می توان $\frac{\partial D_{k|k-1}}{\partial q_{k-1}^{b,d}}$ را به صورت عددی محاسبه کرد. پس

$$\frac{\partial D_{k|k-1}}{\partial q_{k-1}^{b,d}} = \text{lyap}(D_{k|k-1}, -\frac{\partial P_{k|k-1}^{xx}}{\partial q_{k-1}^{b,d}}) = \text{lyap}(D_{k|k-1}, -\frac{\partial Q_{k-1}}{\partial q_{k-1}^{b,d}}) \quad (38-4)$$

نیز به صورت زیر محاسبه می شود:

$$\frac{\partial C_k^r}{\partial q_{k-1}^{b,d}}$$

$$\frac{\partial C_k^r}{\partial q_{k-1}^{b,d}} = \frac{-1}{M_c} \left(r_k^z \frac{\partial \hat{Z}_{k|k-1}}{\partial q_{k-1}^{b,d}} + r_k^z \frac{\partial \hat{Z}_{k|k-1}}{\partial q_{k-1}^{b,d}} \right) \quad (39-4)$$

۴-۵ - تطبیق کوواریانس ها با تضمین مثبت معینی

در دو روش فازی و MIT هیچ تضمینی بر مثبت معینی کوواریانس ها ندارد. در صورتی که هرکدام از کوواریانس ها مثبت معین نباشد عملکرد صافی های UKF و CKF با مشکل مواجهه می شود. در این بخش ساختاری ارائه می شود که این مشکل را برطرف نموده است. در مراجع [1] و [31] دو ساختار فازی مطابق روابط (۴-۱۳) و (۴-۱۴) برای اصلاح R و Q ارائه گردید. در اینجا ساختاری مشابه این دو ساختار پیشنهاد می شود. در این ساختار علاوه بر ضریب جمع شونده از یک ضریب بزرگنمایی برای اصلاح بهتر ارائه می شود. جهت تضمین مثبت معین بودن کوواریانس ها از قدر مطلق استفاده می شود. ساختار پیشنهادی به صورت زیر است:

$$r_{k+1} = |\lambda_{r,k+1} r_k + \mu_{r,k+1}| \quad (40-4)$$

$$q_k = |\lambda_{q,k} q_{k-1} + \mu_{q,k}| \quad (41-4)$$

در اینجا جهت اختصار در نوشتار $q_{k-1} = q_{k-1}^{b,d}$ و $r_k = r_k^{l,o}$ در نظر گرفته می شود. در این رابطه منظور از $||$ قدر مطلق است. هدف مسئله این است به گونه ای ضرایب $\lambda_{q,k}$ ، $\mu_{q,k}$ ، $\lambda_{r,k+1}$ و $\mu_{r,k+1}$ اصلاح شوند که تابع هزینه (۴-۲۰) کاهش یابد. برای انتخاب پارامترهای مناسب از قاعده ی شدیدترین فرود^۱ استفاده می شود:

^۱Steepest Descend

$$\lambda_{r,k+1} = \lambda_{r,k} - \eta_k^R \frac{\partial J_k}{\partial \lambda_{r,k}} = \lambda_{r,k} - \eta_k^R \frac{\partial J_k}{\partial r_k} \frac{\partial r_k}{\partial \lambda_{r,k}} \quad (۴۲-۴)$$

$$\mu_{r,k+1} = \mu_{r,k} - \eta_k^R \frac{\partial J_k}{\partial \mu_{r,k}} = \mu_{r,k} - \eta_k^R \frac{\partial J_k}{\partial r_k} \frac{\partial r_k}{\partial \mu_{r,k}} \quad (۴۳-۴)$$

$$\lambda_{q,k} = \lambda_{q,k-1} - \eta_k^Q \frac{\partial J_k}{\partial \lambda_{q,k-1}} = \lambda_{q,k-1} - \eta_k^Q \frac{\partial J_k}{\partial q_{k-1}} \frac{\partial q_{k-1}}{\partial \lambda_{q,k-1}} \quad (۴۴-۴)$$

$$\mu_{q,k} = \mu_{q,k-1} - \eta_k^Q \frac{\partial J_k}{\partial \mu_{q,k-1}} = \mu_{q,k-1} - \eta_k^Q \frac{\partial J_k}{\partial q_{k-1}} \frac{\partial q_{k-1}}{\partial \mu_{q,k-1}} \quad (۴۵-۴)$$

تا (۴۵-۴) معادلات زیر برقرار است: $\frac{\partial J_k}{\partial r_k}$ طبق رابطه‌ی (۲۵-۴) و $\frac{\partial J_k}{\partial q_{k-1}}$ طبق رابطه‌ی (۲۹-۴) قابل محاسبه است. همچنین در روابط (۴۲-۴)

$$\frac{\partial r_k}{\partial \lambda_{r,k}} = r_{k-1} \operatorname{sgn}(\lambda_{r,k} r_{k-1} + \mu_{r,k}) \quad (۴۶-۴)$$

$$\frac{\partial r_k}{\partial \mu_{r,k}} = \operatorname{sgn}(\lambda_{r,k} r_{k-1} + \mu_{r,k}) \quad (۴۷-۴)$$

$$\frac{\partial q_{k-1}}{\partial \lambda_{q,k-1}} = q_{k-2} \operatorname{sgn}(\lambda_{q,k-1} q_{k-2} + \mu_{q,k-1}) \quad (۴۸-۴)$$

$$\frac{\partial q_{k-1}}{\partial \mu_{q,k-1}} = \operatorname{sgn}(\lambda_{q,k-1} q_{k-2} + \mu_{q,k-1}) \quad (۴۹-۴)$$

که $\operatorname{sgn}(\cdot)$ تابع علامت است. همان‌طور که مشاهده می‌شود تطبیق در این روابط بر روی ضرایب صورت می‌گیرد و با اصلاح این ضرایب کوواریانس‌های R و Q تطبیق می‌یابند. از آنجایی که ماتریس‌های Q و R متقارن هستند و با توجه به روابط (۴۰-۴) و (۴۱-۴) تمام درایه‌های آنها مثبت است پس شرط مثبت معین بودن برقرار است. سه روش ارائه شده براساس دنباله‌ی ابداع بود و از روی تفاضل دو کوواریانس واقعی و تخمینی از دنباله‌ی ابداع به اصلاح R و Q می‌پرداخت. دسته‌ی دیگر از روش‌های تطبیقی براساس بیشینه‌سازی احتمال پسین^۱ (MAP) است. در این روش تابع چگالی احتمال حالت‌ها توأم با کوواریانس‌های R و Q به شرط تمام مشاهدات به ازای این کوواریانس‌ها بیشینه می‌شود.

^۱Maximum a Posterior

۴-۶- تطبیق کوواریانس ها بر اساس بیشینه سازی احتمال پسین

تخمین MAP از کوواریانس ها و حالت سیستم با ماکزیمم سازی تابع احتمال زیر قابل دسترسی است [30]:

$$J^* = p[X_k, Q, R | Z^{1:k}] \quad (۵۰-۴)$$

که بر اساس ویژگی تابع احتمال شرطی، J^* به صورت زیر بیان می شود:

$$J^* = \frac{p[X_k, Q, R, Z^{1:k}]}{p[Z^{1:k}]} \quad (۵۱-۴)$$

$p[Z^{1:k}]$ مستقل از مسئله ی بیشینه سازی است و به عنوان یک ضریب نرمالیزه در نظر گرفته می شود و مسئله به بیشینه سازی توابع چگالی های احتمال زیر منتقل می شود:

$$J = p[X_k, Q, R, Z^{1:k}] = p[Z^{1:k} | X_k, Q, R] \times p[X_k | Q, R] \times p[Q, R] \quad (۵۲-۴)$$

همچنین $p[Q, R]$ به عنوان اطلاعات اولیه از Q و R است که به صورت یک ضریب ثابت فرض می شود. در نتیجه مسئله بیشینه سازی J^* ، به بیشینه سازی $p[Z^{1:k} | X_k, Q, R] \times p[X_k | Q, R]$ خلاصه می شود. با توجه به اینکه فرض شده است که نویزهای سیستم و اندازه گیری مستقل از هم، گوسی و با میانگین صفر هستند و همچنین با توجه به معادلات سیستم و اندازه گیری (۳-۱) و (۳-۲) و بر اساس قانون ضرب توابع چگالی احتمال^۱ دو تساوی زیر برقرار است:

$$p[X_k | Q, R] = p[x_0] \prod_{j=1}^k p[x_j | x_{j-1}, Q] \quad (۵۳-۴)$$

$$p[Z^{1:k} | X_k, Q, R] = \prod_{j=1}^k p[z_j | x_j, R] \quad (۵۴-۴)$$

به صورت یک تابع چگالی نرمال با میانگین $f_{j-1}(x_{j-1})$ و کوواریانس Q و نیز برای $p[z_j | x_j, R]$ یک تابع چگالی نرمال با میانگین $h_j(x_j)$ و کوواریانس R فرض می شود. از طرفین رابطه ی (۵۲-۴) $\ln(\cdot)$ گیری می شود که نتیجه ی نهایی به صورت زیر بیان می شود:

$$\ln J = -\frac{k}{2} \ln |Q| - \frac{k}{2} \ln |R| - \frac{1}{2} \sum_{j=1}^k \|x_j - f_{j-1}(x_{j-1})\|_{Q^{-1}}^2 - \frac{1}{2} \sum_{j=1}^k \|z_j - h_j(x_j)\|_{R^{-1}}^2 + \ln C \quad (۵۶-۴)$$

^۱Multiplication theorem

برای تخمین MAP از Q و R باید مشتق های زیر محاسبه شود:

$$\frac{\partial \ln J}{\partial Q} = 0, \frac{\partial \ln J}{\partial R} = 0 \quad (۵۷-۴)$$

که مطابق مرجع [30] برای بدون بایاس بودن تخمین MAP از R و Q، روابط بازگشتی برای این دو کوواریانس در حالت نهایی بصورت زیر محاسبه می شود:

$$\hat{R}_k = \hat{R}_{k-1} + \frac{1}{k} (r_k^z r_k^{z'} - S_k^r) \quad (۵۸-۴)$$

$$\hat{Q}_k = \hat{Q}_{k-1} + \frac{1}{k} \left[K_k r_k^z r_k^{z'} K_k' + P_{k|k}^{xx} - P_{k|k-1}^{xx} \right] \quad (۵۹-۴)$$

همانطور که مشاهده می شود روابط بازگشتی فوق از لحاظ حجم محاسباتی نسبت به روش های قبلی بسیار کمتر است، اما شرط تضمین کننده ی مثبت معینی برای این روابط برقرار نیست.

۴-۷- تطبیق کوواریانس ها در سیستم های چند مدلی

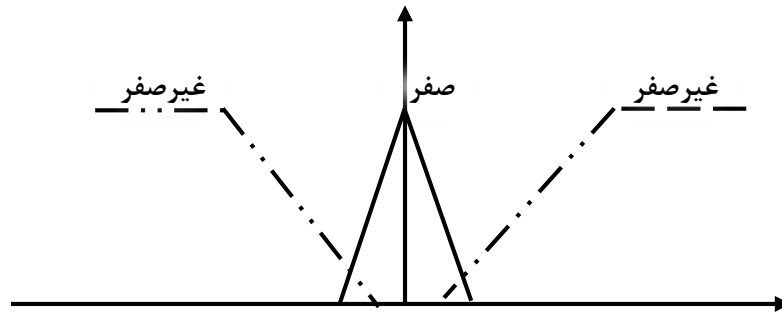
تطابق مدل های سیستم و اندازه گیری با واقعیت موجب باقی مانده (r_k^z) کوچک می شود و برعکس اگر این تطابق برقرار نباشد منجر به باقی مانده بزرگ می شود [31]. در حالت تک مدلی دنباله ی ابداع در صافی بهینه کالمن به صورت نویز گوسی اثبات می شد در صافی های EKF، UKF و CKF هم بصورت گوسی فرض می شدند. اما در صورتی که مدل مورد استفاده در صافی نادقیق باشد، تضمینی بر گوسی بودن دنباله ی ابداع نیست. بنابراین می توان تاثیر عدم تطابق Q و R را علاوه بر کوواریانس دنباله ی ابداع در میانگین آن هم جستجو کرد. در سیستم های دارای چندین مدل که تضمین درستی بر یک مدل وجود ندارد، فقط انتخاب $S_k^r - C_k^r$ به عنوان معیار تطبیق مناسب نیست. باید علاوه بر $S_k^r - C_k^r$ ، اثر دنباله ابداع هم در نظر گرفته شود. بنابراین پیشنهاد می شود که برای این حالت، اصلاح Q و R به گونه ای انجام می شود که هم دنباله ی ابداع به صورت نویز گوسی شود و هم کوواریانس مربوط به آن با کوواریانس واقعی تطابق داشته باشد.

در الگوریتم IMM برای سیستم M تا مدل فرض شده بود که برای هر مدل یک دنباله ابداع وجود دارد. برای تطبیق R و Q در این الگوریتم دو روش می توان پیشنهاد داد. یکی اینکه دنباله ی ابداع از جمع وزن دار دنباله ی تمام مدل ها ایجاد شود و تطبیق براساس آن صورت گیرد. دیگر اینکه از دنباله ی ابداع محتمل ترین مدل برای

تطبیق استفاده شود. در اینجا حالت دوم فرض می شود. یعنی با توجه با $\mu_k^{(j)}$ مربوط به هر مدل، محتمل ترین مدل انتخاب می شود و از دنباله ای ابداع آن برای تطبیق R و Q استفاده می شود.

۴-۷-۱ تطبیق فازی R و Q

در تطبیق فازی در سیستم های چند مدلی دو ورودی در نظر گرفته می شود. توابع تعلق مربوط به ورودی دوم r_k^z با دو گروه فازی در نظر گرفته می شود. مشابه شکل زیر



شکل ۴-۳: گروه فازی متعلق به دنباله ابداع

با لحاظ ورودی جدید قوانین فازی بخش (۴-۳-۱) به شکل زیر اصلاح می شود:

- قانون (۱): اگر r_k^z صفر و $S_k^r - C_k^r$ بزرگ مثبت است، آنگاه ΔR_{Fuzzy} بزرگ منفی باشد.
- قانون (۲): اگر r_k^z صفر و $S_k^r - C_k^r$ کوچک مثبت است، آنگاه ΔR_{Fuzzy} کوچک منفی باشد.
- قانون (۳): اگر r_k^z صفر و $S_k^r - C_k^r$ صفر است، آنگاه ΔR_{Fuzzy} صفر باشد.
- قانون (۴): اگر r_k^z صفر و $S_k^r - C_k^r$ کوچک منفی است، آنگاه ΔR_{Fuzzy} کوچک مثبت باشد.
- قانون (۵): اگر r_k^z صفر و $S_k^r - C_k^r$ بزرگ منفی است، آنگاه ΔR_{Fuzzy} بزرگ مثبت باشد.
- قانون (۶): اگر r_k^z غیر صفر و $S_k^r - C_k^r$ بزرگ مثبت است، آنگاه ΔR_{Fuzzy} بزرگ منفی باشد.
- قانون (۷): اگر r_k^z غیر صفر و $S_k^r - C_k^r$ کوچک مثبت است، آنگاه ΔR_{Fuzzy} بزرگ منفی باشد.
- قانون (۸): اگر r_k^z غیر صفر و $S_k^r - C_k^r$ صفر است، آنگاه ΔR_{Fuzzy} کوچک منفی باشد.
- قانون (۹): اگر r_k^z غیر صفر و $S_k^r - C_k^r$ کوچک منفی است، آنگاه ΔR_{Fuzzy} بزرگ مثبت باشد.
- قانون (۱۰): اگر r_k^z غیر صفر و $S_k^r - C_k^r$ بزرگ منفی است، آنگاه ΔR_{Fuzzy} بزرگ مثبت باشد.

برای تطبیق Q نیز به همین شکل قوانین فازی استخراج می شود.

۴-۷-۲ تطبیق R و Q براساس قاعده MIT

بنا بر مطالب گفته شده برای تطبیق و اصلاح کوواریانس ها با قاعده MIT و تابع هزینه (۴-۲۰) در روش های چند مدلی عملکرد مناسبی ندارد. برای این کار باید اثر دنباله ای ابداع هم جز تابع هزینه در نظر گرفته شود. بنابراین منطقی است که با جمع کردن $r_k^z r_k^z$ به تابع هزینه (۴-۲۰) تطبیق با تابع هزینه جدید انجام گیرد. اما با توجه به معادلات صافی های کالمن روابط (۴-۹)، (۳-۱۶) و (۳-۱۵) بین R و r_k^z هیچ وابستگی وجود ندارد. این به این معنی است که ترم اضافه شده به تابع هزینه بر تطبیق R بی تاثیر است. در حالی که در شبیه سازی ها با این تابع هزینه، تطبیق R و Q انجام نمی گیرد. برای مقابله با این مشکل به جای استفاده کردن از دنباله ای ابداع از دنباله ای ابداع به روز شده استفاده می شود به این معنی که:

$$\varepsilon_k = Z_k - h(\hat{X}_{k|k}) \quad (۴-۶۰)$$

یعنی به جای اینکه در تابع هزینه $Z_k - h(\hat{X}_{k|k-1})$ کاهش پیدا کند، باید $Z_k - h(\hat{X}_{k|k})$ کمینه شود. بر این اساس تابع هزینه به صورت زیر مطرح می شود:

$$J_k = \frac{\gamma_1}{2} tr\left\{(P_{k|k-1}^{zz} - C_k^r)^2\right\} + \frac{\gamma_2}{2} (\varepsilon_k' \varepsilon_k) \quad (۴-۶۱)$$

که γ_1 و γ_2 ضرایبی جهت نمایش بهتر تابع هزینه است.

• تطبیق R

مشابه بخش (۴-۴-۳) درایه های R به صورت زیر تطبیق می شوند:

$$r_{k+1}^{l,o} = r_k^{l,o} - \eta_k \frac{\partial J_k}{\partial r_k^{l,o}} \quad (۴-۶۲)$$

$$\frac{\partial J_k}{\partial r_k^{l,o}} = \frac{\gamma_1}{2} \frac{\partial}{\partial r_k^{l,o}} tr((S_k^r - C_k^r)^2) + \frac{\gamma_2}{2} \frac{\partial}{\partial r_k^{l,o}} (\varepsilon_k' \varepsilon_k) \quad (۴-۶۳)$$

ترم اول از (۴-۶۳) مشابه رابطه ای (۴-۲۲) قابل محاسبه است. ترم دوم این رابطه براساس روابط (۴-۶۰)، (۳-۳) و (۱۰-۳) به صورت زیر محاسبه می شود. جهت سادگی در نمایش $r_k^{l,o} = r$ قرار داده می شود.

$$\frac{\partial}{\partial r} (\varepsilon_k' \varepsilon_k) = \frac{\partial \varepsilon_k'}{\partial r} \varepsilon_k + \varepsilon_k' \frac{\partial \varepsilon_k}{\partial r} \quad (۴-۶۴)$$

$$\frac{\partial \varepsilon_k}{\partial r} = - \frac{\partial h}{\partial x} \Big|_{x=\hat{X}_{k|k}} \frac{\partial \hat{X}_{k|k}}{\partial r} \quad (۶۵-۴)$$

$$\frac{\partial \hat{X}_{k|k}}{\partial r} = \frac{\partial \hat{X}_{k|k-1}}{\partial r} + \frac{\partial K_k}{\partial r} (Z_k - \hat{Z}_{k|k-1}) + K_k \left(\frac{\partial Z_k}{\partial r} - \frac{\partial \hat{Z}_{k|k-1}}{\partial r} \right) \quad (۶۶-۴)$$

$$\frac{\partial \hat{X}_{k|k-1}}{\partial r} = 0, \frac{\partial Z_k}{\partial r} = 0, \frac{\partial \hat{Z}_{k|k-1}}{\partial r} = 0 \quad (۶۷-۴)$$

با توجه به اینکه $\frac{\partial A^{-1}}{\partial x} = -A^{-1} \frac{\partial A}{\partial x} A^{-1}$ می توان نوشت:

$$\frac{\partial K_k}{\partial r} = \frac{\partial P_{k|k-1}^{xz}}{\partial r} (P_{k|k-1}^{zz})^{-1} - P_{k|k-1}^{xz} (P_{k|k-1}^{zz})^{-1} \frac{\partial P_{k|k-1}^{zz}}{\partial r} (P_{k|k-1}^{zz})^{-1} \quad (۶۸-۴)$$

که $\frac{\partial P_{k|k-1}^{zz}}{\partial r}$ و $\frac{\partial P_{k|k-1}^{xz}}{\partial r} = 0$ مشابه رابطه‌ی (۲۴-۴) محاسبه می شود.

• تطبیق Q

محاسبات مربوط به Q مشابه محاسبات بخش سیستم تک مدلی است و فقط تابع هزینه به صورت رابطه‌ی (۴-۶) تعریف می شود. مشتق تابع هزینه اضافه شده مشابه روابط (۴-۶۴) تا (۴-۶۶) است که برای تساوی های زیر برقرار است:

$$\frac{\partial \hat{X}_{k|k-1}}{\partial q} = 0, \frac{\partial Z_k}{\partial q} = 0 \quad (۶۹-۴)$$

• در EKF

$$\frac{\partial \hat{Z}_{k|k-1}}{\partial q} = 0 \quad (۷۰-۴)$$

$$\frac{\partial P_{k|k-1}^{xz}}{\partial q} = \frac{\partial P_{k|k-1}^{xx}}{\partial q} H_k \quad (۷۱-۴)$$

• در UKF و CKF

مشابه رابطه‌ی (۴-۳۵) محاسبه می شود و $\frac{\partial P_{k|k-1}^{xz}}{\partial q}$ بصورت زیر محاسبه می شود:

$$\frac{\partial P_{k|k-1}^{xz}}{\partial q} = \sum_{i=1}^{n_s} \omega_i^c \left(\frac{\partial f(\chi_{i,k-1})}{\partial q} - \frac{\partial \hat{X}_{k|k-1}}{\partial q} \right) \times \left(h(\lambda_{i,k-1}) - \hat{Z}_{k|k-1} \right)' + \left(f(\chi_{i,k-1}) - \hat{X}_{k|k-1} \right) \left(\frac{\partial h(\lambda_{i,k-1})}{\partial q} - \frac{\partial \hat{Z}_{k|k-1}}{\partial q} \right)' \quad (۷۲-۴)$$

۴-۷-۳ تطبیق R و Q با شرط مثبت معینی

جهت تطبیق با ساختار مثبت معینی نیز مشابه دو مورد قبل عمل می شود. در روابط (۴-۴۲) تا (۴-۴۵) با استفاده از تابع هزینه ی جدید وزن ها تطبیق پیدا می کند. که محاسبات لازم برای مشتق تابع هزینه نسبت به R و Q در بخش قبل مطابق رابطه ی (۴-۶۴) محاسبه می شود.

۴-۷-۴ تطبیق R و Q با بیشینه سازی احتمال پسین

در روش های بر مبنای تطبیق کوواریانس گفته شده اگر چند مدل باشد، لزوماً از تطبیق کوواریانس به نتیجه ی مناسبی رسیده نمی شود. اما در روش های تطبیق براساس احتمال پسین، ماهیت مسئله فرق می کند و برای تطبیق مطابق روابط (۴-۵۸) و (۴-۵۹) عمل می شود. دقت شود که همانطور که قبلاً گفته شد براساس خروجی های مدل محتمل تطبیق صورت می گیرد.

در روش های تطبیقی، تطبیق همزمان R و Q منجر به عملکرد نامناسب صافی می شود [42] و عملاً روش های تطبیقی همزمان R و Q عملکرد پایداری برای صافی ایجاد نمی کند. در اینجا فرض می شود که یکی از کوواریانس ها معلوم است و به تطبیقی دیگری پرداخته می شود.

۴-۸- جمع بندی

در این فصل با چهار روش تطبیقی برای تعیین کوواریانس های نویزی سیستم و اندازه گیری ارائه گردید. ریشه ی این روش ها از دو دسته ی تطابق کوواریانس و بیشینه سازی احتمال پسین بود. سه روش اول براساس شیوه ی تطابق کوواریانس و روش چهارم براساس احتمال پسین بیان شد. در ابتدا این روش ها برای سیستم تک مدلی مورد بررسی قرار گرفت. در حالی که برای سیستم های چندمدلی با انجام اصلاحاتی، برای سیستم های هیبرید فرموله شدند.

فصل پنجم:

شبیه‌سازی مسئله ردیابی از روی سمت

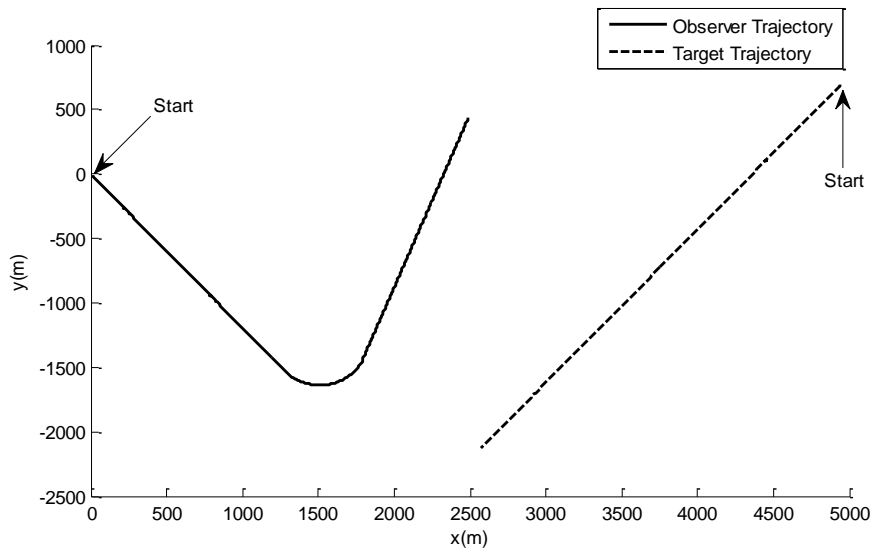
در فصل‌های گذشته مروری بر مدل حرکت هدف، صافی‌های گوسی و روش چند مدلی برهم کنشی برای مدل‌های متفاوت انجام شد. روش‌های چند مدلی برهم کنشی بر پایه‌ی صافی‌های گوسی به مشخصات نویزی حرکت هدف و معادله‌ی اندازه‌گیری وابسته است که در فصل ۴ روش‌های تطبیقی متفاوتی بیان شد. در این فصل ردیابی یک هدف با نامعینی در مشخصات نویزی آن مورد بررسی قرار می‌گیرد که این هدف یا دارای سرعت ثابت است و یا ترکیبی از حرکت سرعت ثابت با حرکت مانوردار است. برای شبیه‌سازی از نرم‌افزار MATLAB استفاده شده است.

۵-۱- ردیابی هدف با یک مدل حرکتی

برای شبیه‌سازی ردیابی یک هدف با استفاده از اندازه‌گیری‌های از روی سمت از سناریوی پیشنهادی مرجع [21] استفاده می‌شود. در این سناریو یک هدف با سرعت ثابت در مختصات دو بعدی در حال حرکت است. همان‌طور که در فصل ۱ اشاره شد برای تضمین مشاهده‌پذیری باید مرتبه‌ی حرکتی مشاهده‌گر از هدف بیشتر باشد بنابراین برای برقراری مشاهده‌پذیری در این سناریو، مشاهده‌گر دارای دو بخش متفاوت سرعت ثابت است که با یک حرکت مانوردار، سرعت از بخش اول به بخش دوم انتقال می‌یابد. برای حرکت سرعت ثابت هم برای هدف و هم مشاهده‌گر از معادلات سرعت ثابت (۲-۱۱) و همچنین برای شبیه‌سازی حرکت مانوردار مشاهده‌گر از معادله‌ی (۲-۳۴) استفاده می‌شود. در آغاز فرایند ردیابی مشاهده‌گر موقعیت خود را به عنوان مبدا مختصاتی فرض می‌کند و تمام موقعیت‌های بعدی هدف و مشاهده‌گر نسبت به آن مبدا محاسبه می‌شود. پارامترهای مورد نیاز برای این سناریو در جدول (۵-۱) خلاصه می‌شود.

جدول ۵-۱: پارامترهای مورد نیاز برای سناریوی اول

پارامتر	مقدار	پارامتر	مقدار
فاصله‌ی اولیه	5 km	زمان مانور مشاهده‌گر	از دقیقه‌ی 13 تا دقیقه‌ی 17
سرعت هدف	4 knots	σ_r	2 km
جهت هدف	140°	σ_s	2 knots
سرعت مشاهده‌گر	5 knots	σ_θ	1.5°
جهت اولیه مشاهده‌گر	-50°	σ_c	$\pi / \sqrt{12}$
جهت ثانویه مشاهده‌گر	70°	σ_y^2 و σ_x^2	$9 \times 10^{-9} \text{ m}^2 / \text{s}^3$



شکل ۵-۱: سناریوی ردیابی هدف با سرعت ثابت

در لحظه‌ی آغاز، هدف در فاصله‌ی 5km از مشاهده‌گر قرار دارد که موقعیت هدف به صورت زیر فرض می‌شود:

$$\begin{cases} x_0 = 4950m \\ y_0 = 705.3m \end{cases} \quad (۱-۵)$$

سرعت خطی هدف به صورت 4 knots فرض می‌شود. Knots واحد سرعت دریایی است و گره دریایی نام دارد که هر گره دریایی ۱۸۵۲ متر بر ثانیه است. برای محاسبه‌ی سرعت اولیه هدف در دو محور x و y از جهت حرکت هدف استفاده می‌شود که در اینجا فرض می‌شود که 140° نسبت به مختصات خود هدف است.

$$\begin{cases} v_{x0} = -1.3227m/s \\ v_{y0} = -1.5763m/s \end{cases} \quad (۲-۵)$$

به طور مشابه حالت اولیه‌ی مشاهده‌گر به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$X_0^o = [0 \quad 1.6534m/s \quad 0 \quad -1.9704m/s] \quad (۳-۵)$$

همان طور که از جدول (۱-۵) معلوم است زمان مانور از دقیقه‌ی ۱۳ تا دقیقه‌ی ۱۷ است که با در نظر گرفتن دو جهت برای مشاهده‌گر در آغاز و پایان مانور، سرعت زاویه‌ی مربوطه به صورت $\omega = 0.0087rad/s$ محاسبه می‌شود. زمان اجرای فرایند ردیابی ۳۰ دقیقه در نظر گرفته شده است. σ_r ، σ_s و σ_c به ترتیب انحراف معیار برای عدم قطعیت در فاصله‌ی اولیه، انحراف معیار برای عدم قطعیت در سرعت اولیه هدف و انحراف معیار برای جهت اولیه حرکت هدف است.

یکاهای مورد استفاده در شبیه سازی بر اساس واحدهای اصلی (SI) است که برای موقعیت متر و برای زمان ثانیه فرض می شود و واحد زاویه بر اساس رادیان مطرح می شود. زمان نمونه برداری برای شبیه سازی ها یک ثانیه در نظر گرفته شده است. بر پایه ی مدل سرعت ثابت (۲-۱۱) و با داده های جدول (۵-۱) سناریوی بیان شده در شکل (۵-۱) نشان داده شده است.

برای مقایسه ی معقول و بی طرفانه از عملکرد صافی ها با روش های تطبیق متفاوت، باید شرایط اولیه برای تمام صافی ها یکسان باشد. برای تعیین شرایط اولیه برای صافی های گوسی (EKF, UKF و CKF)، از روش مراجع [8] و [4] برای تعیین حالت اولیه و خطای مربوط به آن استفاده می شود.

موقعیت اولیه برای هدف بر اساس اولین اندازه گیری سمت توسط مشاهده گر و دانش اولیه از فاصله هدف به دست می آید. تخمین فاصله ی اولیه از هدف به صورت یک توزیع نرمال به صورت $\bar{r} \sim N(r, \sigma_r^2)$ فرض می شود که r فاصله ی واقعی از هدف است. اندازه گیری اولیه به صورت $\theta_0 \sim N(\theta, \sigma_\theta^2)$ که θ جهت دقیق است، فرض می شود. به طور مشابه بر اساس دانش اولیه از سرعت هدف، تخمین اولیه از سرعت هدف به صورت $\bar{s} \sim N(s, \sigma_s^2)$ است که s سرعت واقعی هدف است. برای تخمین اولیه از جهت حرکت هدف فرض می شود که هدف در راستای جهت اندازه گیری در حال حرکت است به این معنی که $\bar{c} = \theta_0 + \pi$. بر اساس تخمین های اولیه از فاصله، اندازه گیری اولیه، سرعت هدف و جهت حرکت آن، حالت اولیه برای هدف به صورت زیر است:

$$\hat{X}_{0|0} = \begin{bmatrix} \bar{r} \cos(\theta_0) \\ \bar{s} \cos(\bar{c}) \\ \bar{r} \sin(\theta_0) \\ \bar{s} \sin(\bar{c}) \end{bmatrix} \quad (۴-۵)$$

بر اساس مرجع [4] در صورتی که حالت اولیه در دسترس باشد کوواریانس خطای مربوطه به صورت زیر است:

$$P_{0|0}^{xx} = \frac{1}{3} \text{Diagonal}([\hat{x}_{0|0}^2, \hat{v}_{x,0|0}^2, \hat{y}_{0|0}^2, \hat{v}_{y,0|0}^2]) \quad (۵-۵)$$

که $\text{Diagonal}(\cdot)$ ماتریس قطری است. در جدول (۵-۱) σ_θ^2 واریانس نویز اندازه گیری و σ_x^2 و σ_y^2 واریانس های نویزهای حرکت هدف در دو محور x و y است. در عمل این واریانس ها نامعلوم اند و برخلاف واریانس های دیگر در جدول (۵-۱)، در طول فرایند ردیابی به اطلاع دقیق از این واریانس ها نیاز است. تخمین نادرست از این واریانس ها عملکرد صافی ها را تحت تأثیر قرار می دهد. به منظور ارزیابی عملکرد تخمین حالت در این

سناریو و سناریوی بخش بعد در حضور نامعینی‌های آماری از سه صافی گوسی EKF, UKF و CKF استفاده می‌شود. برای مقایسه عملکرد روش‌های تطبیقی علاوه بر مقایسه‌ی نحوه‌ی همگرایی روش‌های تطبیقی در هر صافی، از روش تحلیل آماری جذر میانگین مربعات خطا (RMSE) استفاده نیز می‌شود.

$$J_{1-X}(i) = \sqrt{\frac{1}{N_T} \sum_{k=1}^{N_T} (X_k(i) - \hat{X}_k(i))^2} \quad (۶-۵)$$

که در رابطه فوق $X_k(i)$ حالت i ام از بردار حالت واقعی X در گام زمانی k ام و $\hat{X}_k(i)$ حالت تخمینی i ام از بردار حالت تخمینی \hat{X} در گام زمانی k ام و N_T مدت زمان شبیه‌سازی است. از آن جایی که شرایط اولیه بصورت تصادفی است در هر بار اجرا RMSE متفاوتی برای هر حالت پیدا می‌شود به همین دلیل برای مقایسه بهتر روش‌ها N_{RUN} بار تمام روش‌ها، با یک شرایط اولیه‌ی تصادفی خاص، اجرا می‌شود. در هر بار اجرا از تمام روش‌ها RMSE گیری می‌شود و در آخر از تمام RMSE‌ها میانگین‌گیری صورت می‌گیرد. مشابه رابطه‌ی زیر:

$$J_{2-X}(i) = \frac{1}{N_{RUN}} \sum_{j=1}^{N_{RUN}} J_{1-X}^{(j)}(i) \quad (۷-۵)$$

که منظور از $J_{1-X}^{(j)}(i)$ رابطه‌ی (۶-۵) در j امین بار اجرا از N_{RUN} بار اجرای تصادفی است. برای بررسی رفتار همگرایی تخمین در کل زمان شبیه‌سازی، از جذر میانگین مربعات خطا در گام زمانی k ام با N_{RUN} بار اجرای مستقل استفاده می‌شود. مشابه رابطه‌ی زیر:

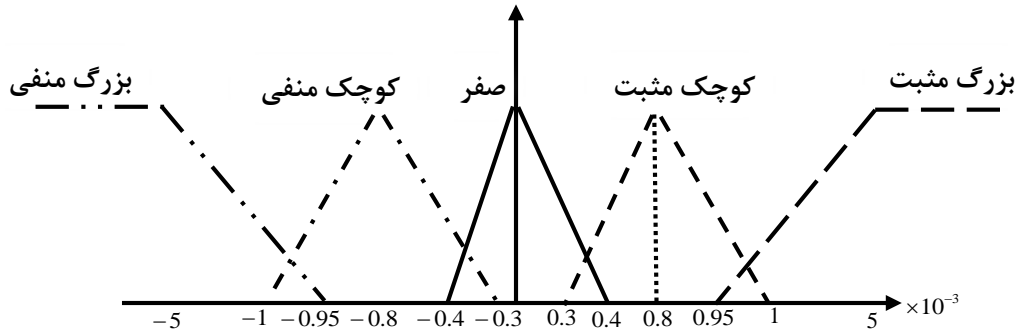
$$J_{3-X}(i) = \sqrt{\frac{1}{N_{RUN}} \sum_{k=1}^{N_{RUN}} (X_k(i) - \hat{X}_k(i))^2} \quad (۸-۵)$$

که $X_k(i)$ حالت i ام از بردار حالت واقعی X و $\hat{X}_k(i)$ حالت تخمینی i ام از بردار حالت تخمینی \hat{X} در گام زمانی k ام است و N_{RUN} تعداد اجرای مستقل صافی‌ها است.

۵-۱-۱-۵-۱ تطبیق R با فرض معلوم بودن Q در سناریوی اول

در مسئله‌ی BOT پیش رو اندازه‌گیری فقط با یک مشاهده‌گر صورت می‌گیرد که به دنبال آن طبیعتاً برای این اندازه‌گیری یک نویز گوسی جمع شونده با اندازه‌گیری فرض می‌شود که واریانس آن با σ_θ نشان داده می‌شود. بر اساس آنچه در جدول (۱-۵) برای سناریوی پیشنهادی فرض شده، چهار روش تطبیق فازی، تطبیق MIT، تطبیق با شرط مثبت معینی و تطبیق MAP برای سناریوی پیشنهادی شبیه‌سازی می‌شود. طبق جدول (۱-۵) مقدار واقعی واریانس نویز اندازه‌گیری به صورت $R = \sigma_\theta^2 = 1.5^\circ^2 = 0.0262^2 \text{ rad}^2$ است.

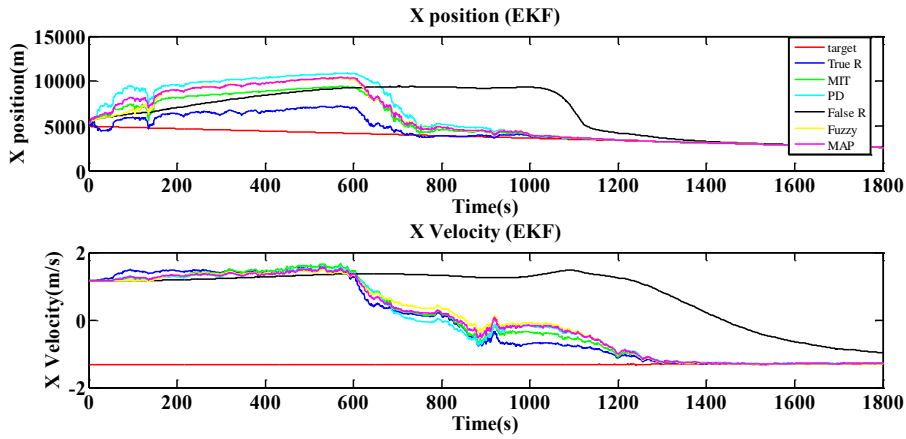
براساس بررسی‌ها و شبیه‌سازی‌های متعددی که انجام گرفت، رفتار $S_k^r - C_k^r$ و محدوده‌ی آن در بخش (۴-۳) به صورت تجربی به دست می‌آید. همچنین این کار برای ΔR_{Fuzzy} انجام می‌گیرد که نهایتاً گروه‌های فازی برای تطبیق R به صورت شکل (۵-۲) و مراکز پنج گروه خروجی به صورت رابطه‌ی (۵-۹) پیشنهاد می‌شود.



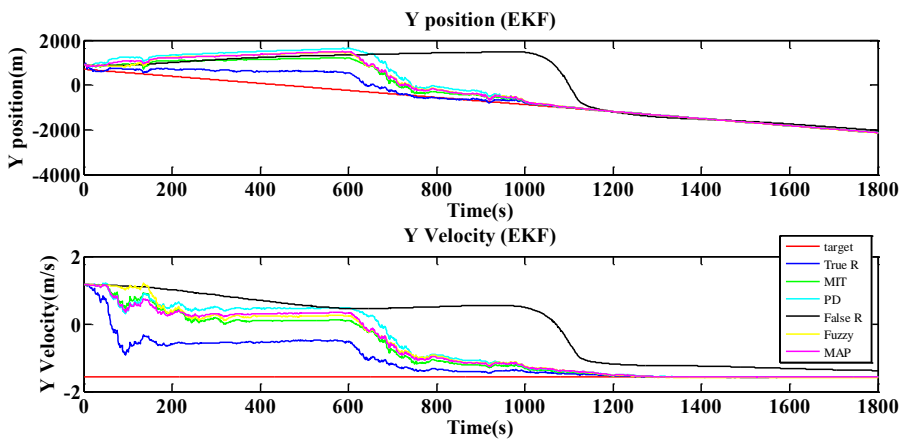
شکل ۵-۲: توابع تعلق ورودی برای تطبیق R

$$\bar{c} = [-10^{-3} \quad -10^{-4} \quad 0 \quad 10^{-4} \quad 10^{-3}] \quad (9-5)$$

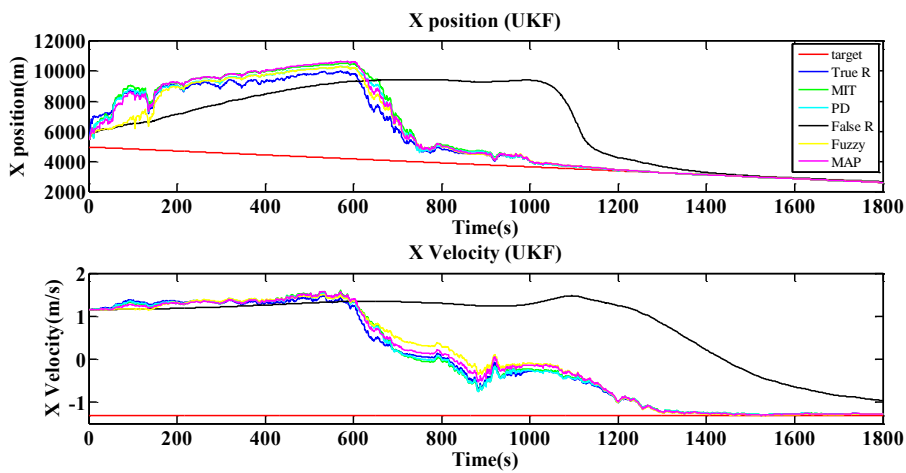
سیستم فازی یک سیستم ممدانی با فازی ساز منفرد، موتور استنتاج ضرب و غیر فازی ساز میانگین مراکز مطابق رابطه‌ی (۴-۱۵) است. در رابطه‌ی (۴-۲۰) $\gamma_1 = 1$ ، در رابطه‌ی (۴-۲۱) $\eta_k = 0.1$ و در رابطه‌ی (۴-۴۲) $\eta_k^R = 0.1$ فرض می‌شود. با در نظر گرفتن پارامترهای فوق ساختارهای تطبیقی برای هر سه صافی EKF، UKF و CKF شبیه‌سازی می‌شود. $R = .1rad$ و شرایط اولیه صافی‌ها به صورت تصادفی انتخاب می‌شود. در اینجا فرض می‌شود که Q معلوم است و هدف اینجا تطبیق R است. در شکل‌های زیر رفتار هر صافی با R دقیق با (True R)، ساختار تطبیقی با تضمین مثبت معینی با (PD)، تطبیق با قاعده‌ی MIT با (MIT)، ساختار تطبیق با استفاده از منطق فازی با (Fuzzy)، تطبیق بر اساس بیشترین احتمال با (MAP) و عملکرد این صافی با مقدار نادقیق R با (False R) نمایش داده می‌شود.



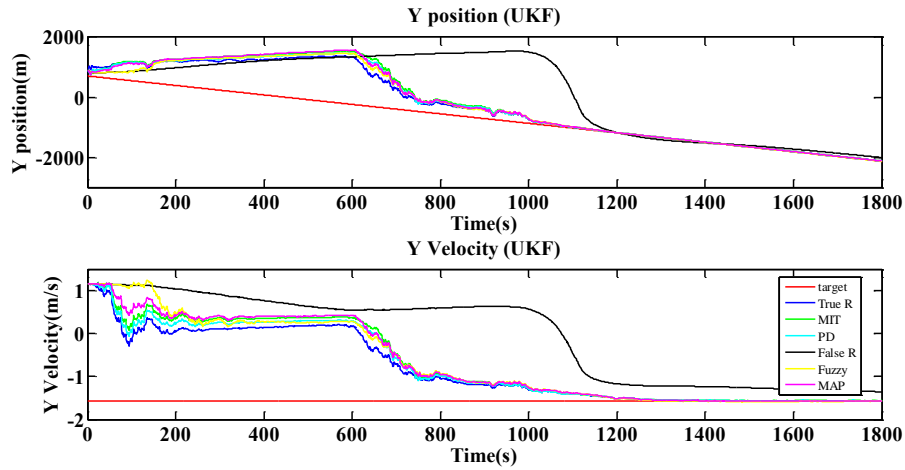
شکل ۳-۵: تخمین در جهت X با فرض معلوم بودن Q و تطبیق R در EKF



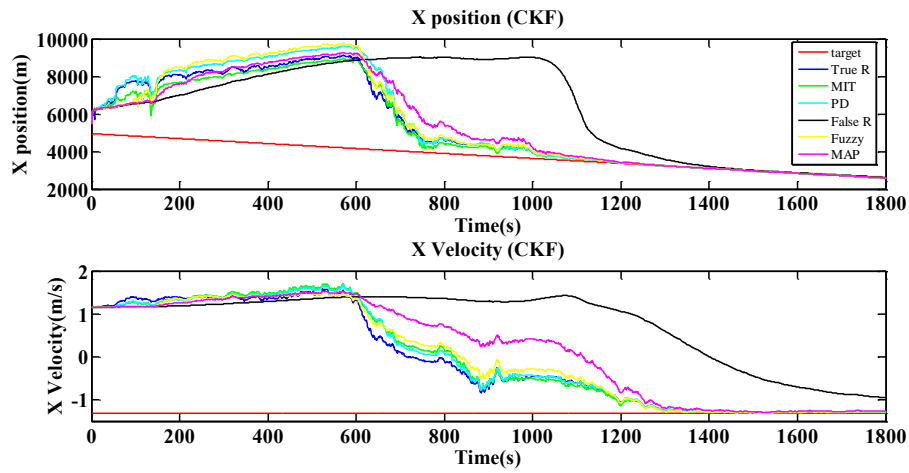
شکل ۴-۵: تخمین در جهت Y با فرض معلوم بودن Q و تطبیق R در EKF



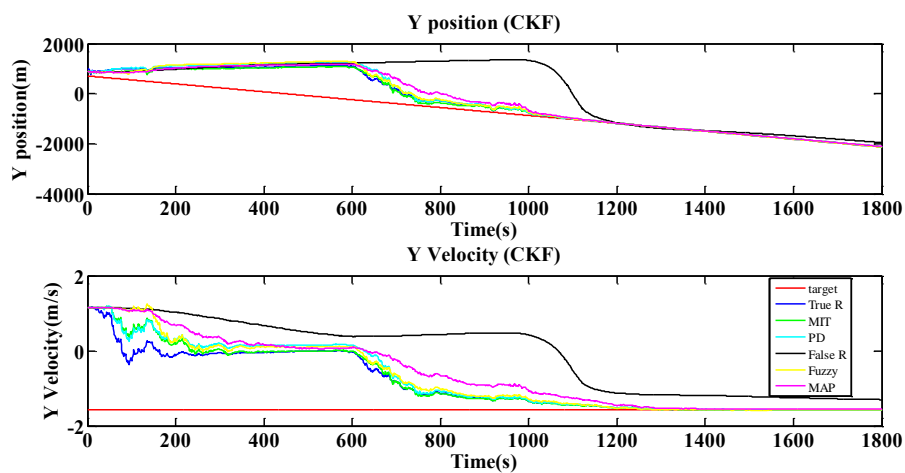
شکل ۵-۵: تخمین در جهت X با فرض معلوم بودن Q و تطبیق R در UKF



شکل ۵-۶: تخمین در جهت y با فرض معلوم بودن Q و تطبیق R در UKF



شکل ۵-۷: تخمین در جهت x با فرض معلوم بودن Q و تطبیق R در CKF



شکل ۵-۸: تخمین در جهت y با فرض معلوم بودن Q و تطبیق R در CKF

همان طور که از شکل‌های (۵-۳) و (۵-۸) دیده می‌شود، عملکرد صافی‌های کالمن با چهار روش تطبیقی رفتاری مشابه عملکرد این صافی‌ها با R صحیح دارد. در روش‌های تطبیقی حجم محاسباتی روش MAP به نسبت دیگر روش‌ها کمتر است اما شرط تضمین مثبت معین بودن آن برقرار نیست. حجم محاسباتی روش PD نسبت به روش MIT بیشتر است اما در عوض شرط تضمین مثبت معین بودن برقرار است. در مقایسه با دیگر روش‌ها روش فازی هم حجم محاسباتی زیادی دارد و بشدت به دانش اولیه از مسئله نیاز دارد که از بزرگ‌ترین ضعف‌های این روش است. دقت شود که تا قبل از زمان ۷۸۰ ثانیه به علتی که مشاهده‌پذیری برقرار نیست در نتیجه همگرایی در رفتار صافی‌ها مشاهده نمی‌شود اما به محض مانور مشاهده‌گر این همگرایی صورت می‌گیرد. برای ارزیابی بهتر روش‌های تطبیقی بر روی صافی‌ها از دو معیار (۵-۷) و (۵-۸) استفاده می‌شود. برای محاسبه‌ی RMSE مسئله را با ۵۰ بار با شرایط اولیه تصادفی اجرا کرده و از RMSE ها میانگین‌گیری می‌شود. برای مسئله پیش رو از زمان ۷۸۰ ثانیه به بعد RMSE گیری انجام می‌گیرد. علت آن هم این است که تا قبل از آن زمان به علت مشاهده‌ناپذیری عملاً صافی رفتار مناسبی ندارد و بعد از این زمان مشاهده‌پذیری برقرار است. در شبیه‌سازی سناریوی اول دو قید فرض شده است که اگر شرایط صافی‌ها خارج از این قیود باشد، نتایج آن در RMSE ها نخواهد آمد.

✓ در قید اول مثبت بودن R بررسی می‌شود و اگر R منفی شود نتایج اجرای روش مربوطه در میانگین RMSE ها لحاظ نخواهد شد.

✓ در قید دوم فرض شده که اگر خطای نهایی تخمین حالت از یک حد بیش‌تر بود اصطلاحاً صافی ناپایدار اعلام شود. در اینجا فرض شده که این کران ۶۴۰۰ باشد. یعنی اگر خطای تخمین یکی از حالت‌ها در زمان نهایی تخمین بیشتر از ۶۴۰۰ بود نتایج آن در میانگین RMSE ها (MRMSE) لحاظ نشود.

نتایج میانگین RMSE ها برای ۵۰ بار اجرا، همراه با جدول قیود، در جدول‌های زیر آمده است:

جدول ۵-۲: MRMSE مربوط به سناریو اول با فرض معلوم بودن Q و تطبیق R در EKF

معیار مقایسه	True R EKF	False R EKF	PD AEKF	MIT AEKF	Fuzzy AEKF	MAP AEKF
$J_2 - x$	392.82	2086	431.49	428.08	460.89	454.32
$J_2 - v_x$	0.54	1.4	0.55	0.58	0.53	0.61
$J_2 - y$	155.6	856	171.15	169.22	185.38	178.54
$J_2 - v_y$	0.17	0.9	0.18	0.19	0.25	0.23

جدول ۵-۳: رفتار روش های تطبیقی در تنظیم R و در EKF

	PD	MIT	Fuzzy	MAP
تعداد عملکرد صحیح	50	50	38	44
تعداد منفی شدن R	0	0	2	5
تعداد حالت ناپایداری	0	0	10	1

جدول ۵-۴: MRMSE مربوط به سناریو اول با فرض معلوم بودن Q و تطبیق R در UKF

معیار مقایسه	True R UKF	False R UKF	PD AUKF	MIT AUKF	Fuzzy AUKF	MAP AUKF
$J_2 - x$	416.4	2126	448.68	382.14	445.05	472.32
$J_2 - v_x$	0.54	1.4	0.54	0.47	0.49	0.6
$J_2 - y$	164.62	855.6	177.16	150.9	178.89	185.7
$J_2 - v_y$	0.18	0.9	0.19	0.17	0.24	0.24

جدول ۵-۵: رفتار روش های تطبیقی در تنظیم R و در UKF

	PD	MIT	Fuzzy	MAP
تعداد عملکرد صحیح	50	43	37	44
تعداد منفی شدن R	0	7	2	5
تعداد حالت ناپایداری	0	0	11	1

جدول ۵-۶: MRMSE مربوط به سناریو اول با فرض معلوم بودن Q و تطبیق R در CKF

معیار مقایسه	True R CKF	False R CKF	PD ACKF	MIT ACKF	Fuzzy ACKF	MAP ACKF
$J_2 - x$	410.76	2018	418.63	289.96	385.73	405.45
$J_2 - v_x$	0.52	1.4	0.54	0.39	0.49	0.51
$J_2 - y$	163.07	827.8	166.24	114.92	153.25	159.93
$J_2 - v_y$	0.17	0.9	0.18	0.13	0.22	0.23

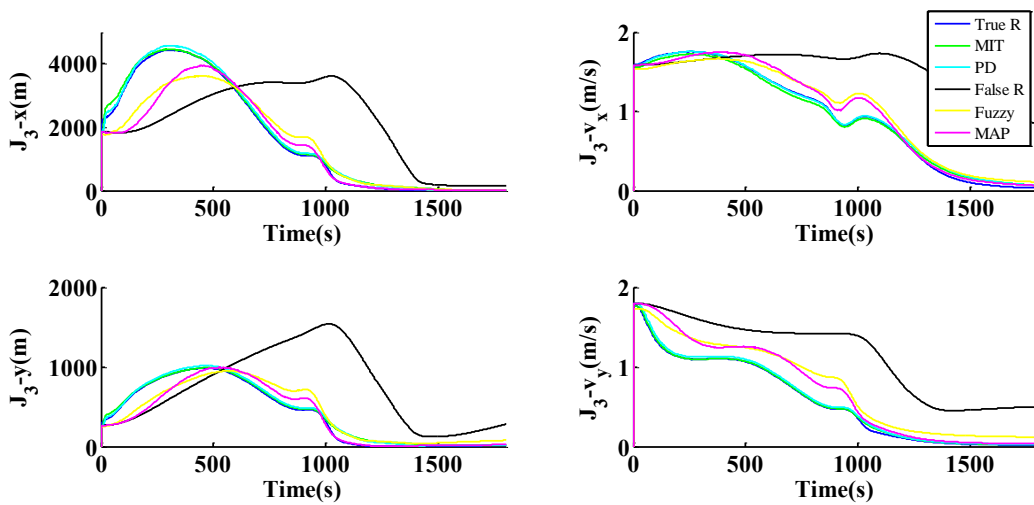
جدول ۵-۷: رفتار روش های تطبیقی در تنظیم R و در CKF

	PD	MIT	Fuzzy	MAP
تعداد عملکرد صحیح	50	38	33	34
تعداد منفی شدن R	0	12	1	0
تعداد حالت ناپایداری	0	0	16	16

همان طور که از جدول ها مشاهده می شود عملکرد روش PD مناسب تر از دیگر روش ها است. این روش در ۵۰ بار اجرا در هر سه صافی نه ناپایدار شد و نه منفی. در EKF دو روش MIT و PD برای ۵۰ بار اجرا قیود را ارضا کردند و عملکرد مشابهی دارند و علت آن هم به نزدیکی ماهیت این روش ها به هم دارد. البته روش MIT در صافی های UKF و CKF چند بار قیود مثبت معین بودن و پایدار بودن را ارضا نکرده است که در مقایسه با PD عملکرد ضعیفی از خود نشان داده است. با توجه به جدول های فوق روش Fuzzy کارکرد مناسبی نداشته و چندین بار قیود مثبت معینی و پایداری را نقض کرده است و با این وجود عملکرد مناسبی از خود نشان نداده است. البته شاید عملکرد ضعیف روش Fuzzy ناشی از شیوهی تعیین گروه های فازی باشد که با انتخاب مناسب تر آن بتوان عملکرد را بهبود بخشید. روش MAP هم چندین بار قیود را نقض کرده است. البته نسبت به روش فازی عملکرد بهتری از خود نشان داده است. از این نکته نباید غافل ماند که حجم محاسباتی روش PD نسبت به مابقی روش ها بیشتر است.

در ادامه با ۵۰ بار اجرای تصادفی صافی EKF برای هر چهار روش تطبیقی ریشه ی مربعات خطا حالت ها در تمام زمان ها به دست آید. برای بررسی تصادفی کامل تر از عملکرد روش های تطبیقی علاوه بر شرایط اولیه تصادفی حدس اولیه از واریانس نویز اندازه گیری هم تصادفی فرض می شود. اگر حدس اولیه از R کوچک تر از

مقدار واقعی انتخاب شده باشد تطبیق در روش‌های MIT، فازی و MAP با مشکل مواجهه می‌شود و تطبیق در بیشتر موارد صورت نمی‌گیرد. علت این موضوع محل بحث است. تأثیر این مشکل در بسیار کوچک شدن S_k^r و C_k^r و به تبع آن تابع هزینه بشدت کاهش پیدا می‌کند و همچنین موجب افزایش تأثیر داده‌ها بر تخمین می‌شود. البته روش ساختار قدر مطلق کمی در برابر این موضوع مقاوم است. بنابراین بازه‌ی R تصادفی به گونه‌ای انتخاب می‌شود که بزرگ‌تر مساوی R حقیقی انتخاب شود. بنابراین R اولیه به صورت تصادفی در بازه‌ی $(10^{-3}, 10^0)$ در نظر گرفته می‌شود. برای ۵۰ اجرای تصادفی ریشه‌ی مربعات خطا در تمام لحظات برای EKF در شکل زیر نشان داده شده است. برای دو صافی دیگر رفتار RMSE در زمان مشابه همین شکل است.



شکل ۵-۹: ریشه مربعات خطا برای حالت‌ها در یک زمان خاص با ۵۰ بار اجرای تصادفی در EKF

۵-۱-۲ تطبیق Q با فرض معلوم بودن R در سناریوی اول

در این بخش فرض می‌شود که R معلوم است و نیاز به تنظیم ماتریس Q است. معمولاً برای سادگی ماتریس Q_k را به صورت قطری در نظر می‌گیرند. عناصر Q_k بر اساس قاعده‌ی MIT به صورت زیر محاسبه می‌شود.

$$q_{k+1}^{l,l} = q_k^{l,l} - \eta_k \frac{\partial J_k}{\partial q_k^{l,l}} \quad \text{و} \quad l = 1, \dots, 4 \quad (۱۰-۵)$$

در معادلات مربوط به صافی EKF به محاسبه‌ی $\frac{\partial h(x)}{\partial x}$ نیاز است. پس با توجه به معادله اندازه‌گیری (۲)-

(۴۰) ماتریس H_k به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$\frac{\partial h(x)}{\partial x} = \left[\frac{\partial h}{\partial x} \quad \frac{\partial h}{\partial \dot{x}} \quad \frac{\partial h}{\partial y} \quad \frac{\partial h}{\partial \dot{y}} \right] = H_k = \left[-\frac{\hat{y}_{k|k-1} - y_k^o}{X_{s,k}} \quad 0 \quad \frac{\hat{x}_{k|k-1} - x_k^o}{X_{s,k}} \quad 0 \right] \quad (۱۱-۵)$$

$$X_{s,k} = (\hat{x}_{k|k-1} - x_k^o)^2 + (\hat{y}_{k|k-1} - y_k^o)^2 \quad \text{که}$$

جهت تطبیق Q بر اساس صافی کالمن توسعه یافته طبق رابطه‌ی (۴-۳۱) نیاز به محاسبه‌ی $\frac{\partial S_k^r}{\partial q_{k-1}^{b,d}}$ است

که در صورت قطری فرض کردن Q درایه‌های دو و چهارم قطر اصلی غیرقابل تطبیق هستند:

$$\frac{\partial S_k^r}{\partial q_{k-1}^{l,l}} = 0 \quad \text{و} \quad l = 2, 4 \quad (۱۲-۵)$$

بنابراین برای حل این مشکل ساختار (۲-۱۲) برای Q_k در نظر گرفته می‌شود. به جای اصلاح چهار درایه روی قطر اصلی فقط عناصر اول و سوم روی قطر اصلی اصلاح می‌شود و عناصر دیگر با توجه آن دو حساب می‌شود.

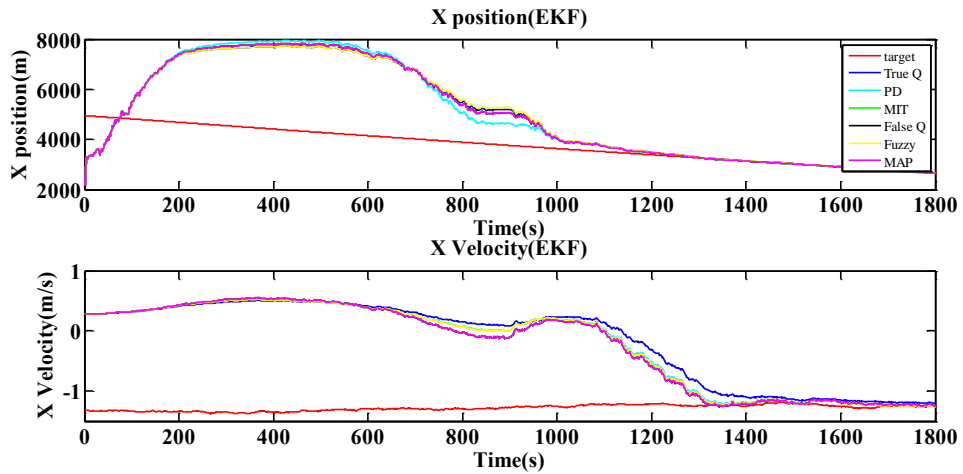
$$Q_k = \begin{bmatrix} q_k^{1,1} & \frac{2}{T^2} q_k^{1,1} & 0 & 0 \\ \frac{2}{T^2} q_k^{1,1} & \frac{4}{T^2} q_k^{1,1} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & q_k^{3,3} & \frac{2}{T^2} q_k^{3,3} \\ 0 & 0 & \frac{2}{T^2} q_k^{3,3} & \frac{4}{T^2} q_k^{3,3} \end{bmatrix} \quad (۱۳-۵)$$

یعنی با تطبیق $q_k^{1,1}$ و $q_k^{3,3}$ ساختار Q را می‌توان اصلاح کرد. همین مشکل برای دیگر صافی‌های گوسی برقرار است و در نتیجه از این تمهید برای تطبیق ماتریس Q استفاده می‌شود.

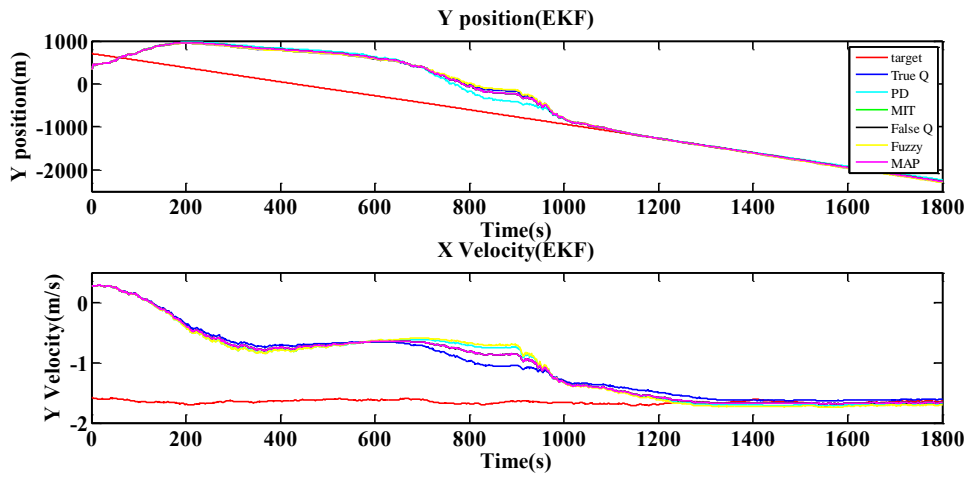
برای تطبیق Q با استفاده از منطق فازی به علت عدم تطبیق‌پذیری تمام درایه‌های Q پس فقط تطبیق $Q(1,1)$ و $Q(3,3)$ انجام می‌گیرد. گروه‌های فازی برای هر دو درایه یکسان فرض می‌شود و به صورت زیر شکل (۵-۲) بیان می‌شود. همچنین مراکز پنج گروه خروجی به صورت زیر است:

$$\bar{c} = [-10^{-9} \quad -10^{-8} \quad 0 \quad 10^{-8} \quad 10^{-9}] \quad (۱۴-۵)$$

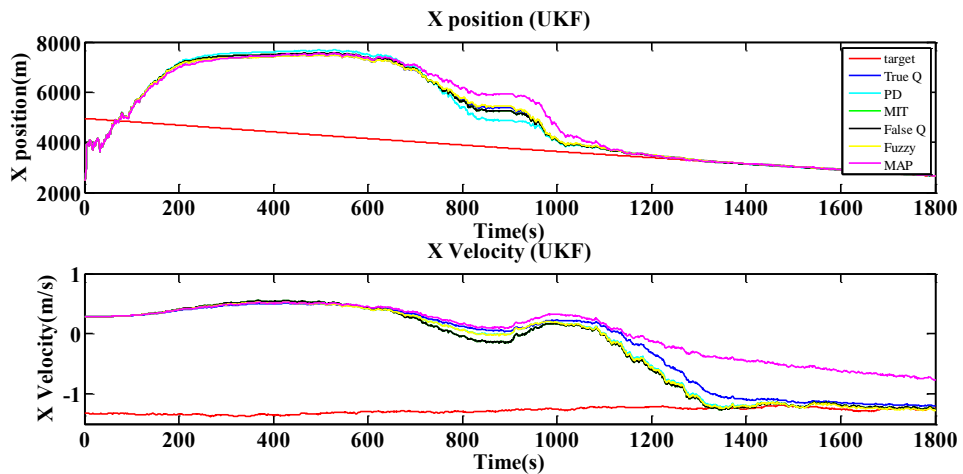
ضمناً پارامترهای مورد نیاز در روش‌های MIT و روش PD بصورت $\eta_k = 10^{-5}$ و $\eta_k^o = 0.01$ و بصورت تجربی انتخاب می‌شوند. با توجه به داده‌های جدول (۵-۱) و مشابه بخش قبل شبیه‌سازی انجام می‌گیرد. در اینجا R مطابق جدول (۵-۱) است. برای مقایسه‌ی بهتر روش‌ها کوواریانس حقیقی Q با پارامترهای $\sigma_x^2 = \sigma_y^2 = 10^{-5}$ فرض می‌شود. اما مقادیر اولیه آن نامعین و به صورت تصادفی در بازه‌ی $[10^{-10}, 10^{-2}]$ در نظر گرفته می‌شود. نتایج شبیه‌سازی برای هر سه صافی با چهار روش تطبیق در شکل‌های زیر آورده شده است. در شکل‌های (۵-۱۰) تا (۵-۱۵) برای یک Q اولیه، رفتار تخمین حالت در صافی‌ها و روش‌های تطبیقی آمده است.



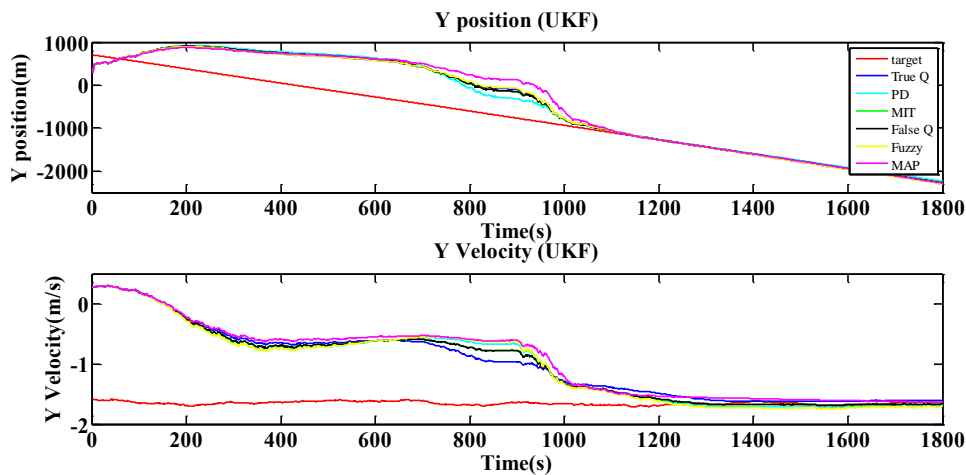
شکل ۵-۱۰: تخمین در جهت x با فرض معلوم بودن R و تطبیق Q در EKF



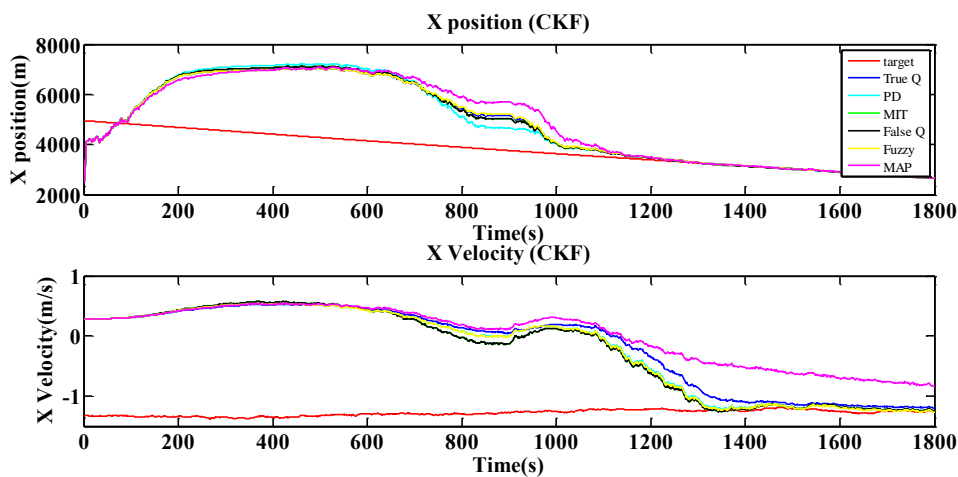
شکل ۵-۱۱: تخمین در جهت y با فرض معلوم بودن R و تطبیق Q در EKF



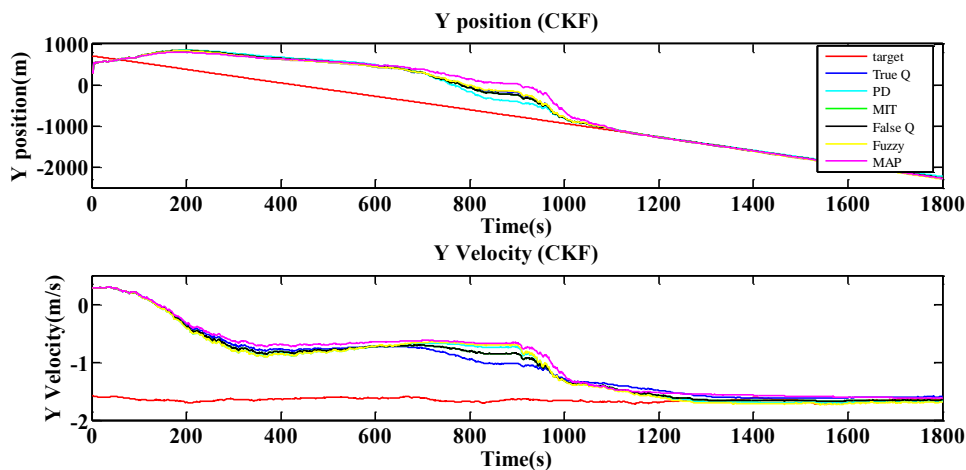
شکل ۵-۱۲: تخمین در جهت x با فرض معلوم بودن R و تطبیق Q در UKF



شکل ۵-۱۳: تخمین در جهت y با فرض معلوم بودن R و تطبیق Q در UKF



شکل ۵-۱۴: تخمین در جهت x با فرض معلوم بودن R و تطبیق Q در CKF



شکل ۵-۱۵: تخمین در جهت y با فرض معلوم بودن R و تطبیق Q در CKF

با ۵۰ بار اجرا میانگین RMSE برای هر صافی به صورت زیر است:

جدول ۵-۸: MRMSE مربوط به سناریو اول با فرض معلوم بودن R و تطبیق Q در EKF

معیار مقایسه	True R EKF	False R EKF	PD AEKF	MIT AEKF	Fuzzy AEKF	MAP AEKF
$J_2 - x$	579.22	864.41	520.07	344.24	508.81	344.8
$J_2 - v_x$	0.65	0.73	0.53	0.39	0.52	0.39
$J_2 - y$	227.03	414.55	206.97	135.74	202.3	135.97
$J_2 - v_y$	0.3	0.7	0.28	0.18	0.28	0.18

جدول ۵-۹: رفتار روش های تطبیقی در تنظیم Q و در EKF

	PD	MIT	Fuzzy	MAP
تعداد عملکرد صحیح	45	33	44	33
تعداد منفی شدن Q	0	0	0	0
تعداد حالت ناپایداری	5	17	6	17

جدول ۵-۱۰: MRMSE مربوط به سناریو اول با فرض معلوم بودن R و تطبیق Q در UKF

معیار مقایسه	True R UKF	False R UKF	PD AUKF	MIT AUKF	Fuzzy AUKF	MAP AUKF
$J_2 - x$	629.6	912.03	568.31	402.14	556.68	418.55
$J_2 - v_x$	0.65	0.74	0.53	0.41	0.52	0.39
$J_2 - y$	246.96	437.37	226.6	158.85	221.78	164.52
$J_2 - v_y$	0.3	0.73	0.3	0.2	0.29	0.17

جدول ۵-۱۱: رفتار روش های تطبیقی در تنظیم Q و در UKF

	PD	MIT	Fuzzy	MAP
تعداد عملکرد صحیح	45	34	44	19
تعداد منفی شدن Q	0	0	0	0
تعداد حالت ناپایداری	5	16	6	31

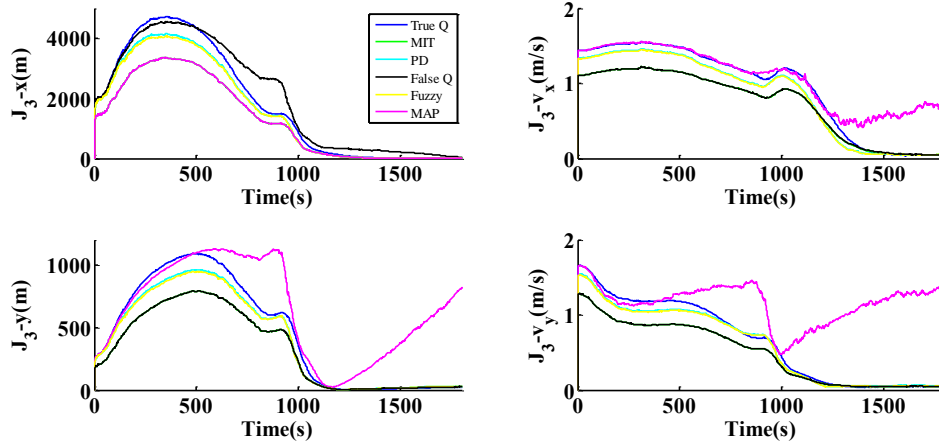
جدول ۵-۱۲: MRMSE مربوط به سناریو اول با فرض معلوم بودن R و تطبیق Q در CKF

معیار مقایسه	True R CKF	False R CKF	PD ACKF	MIT ACKF	Fuzzy ACKF	MAP ACKF
$J_2 - x$	589.68	876.88	596.76	364.67	602.82	336.85
$J_2 - v_x$	0.64	0.73	0.55	0.4	0.55	0.35
$J_2 - y$	231.63	420.65	236.83	144.78	239.44	132.24
$J_2 - v_y$	0.3	0.71	0.32	0.19	0.32	0.15

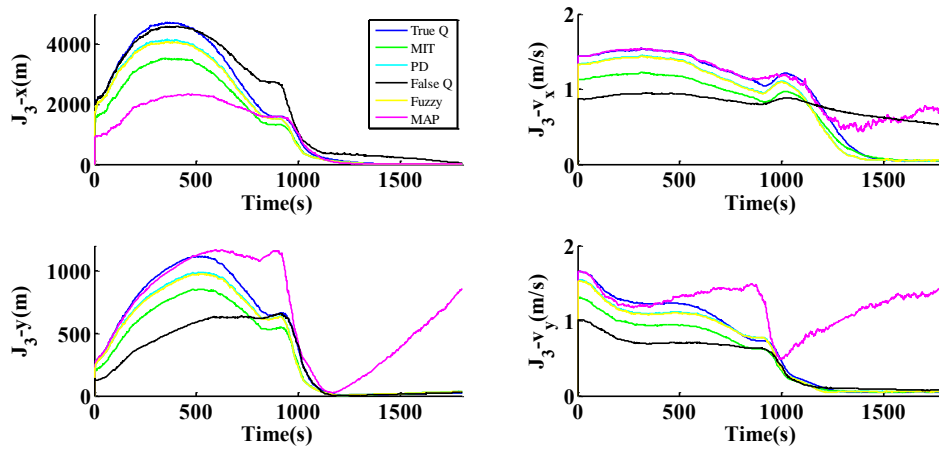
جدول ۵-۱۳: رفتار روش های تطبیقی در تنظیم Q و در CKF

	PD	MIT	Fuzzy	MAP
تعداد عملکرد صحیح	47	34	47	18
تعداد منفی شدن Q	0	0	0	0
تعداد حالت ناپایداری	3	16	3	32

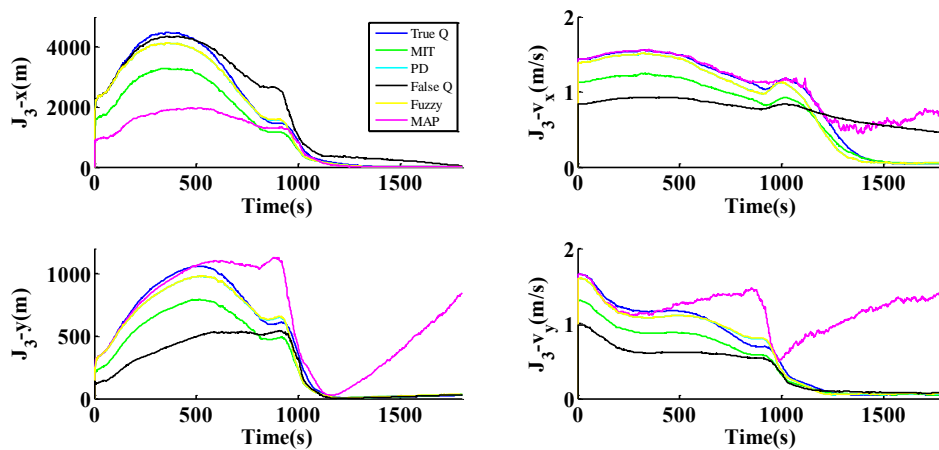
همان طور که از جدول های فوق مشاهده می شود عملکرد روش های Fuzzy و PD مناسب تر از دیگر روش ها است. در این روش ها به ازای ۵۰ بار اجرا تعداد محدودی شرط پایداری را نقض کرده است. روش MIT در ۳۰ درصد موارد قید دوم را رعایت نکرده است که شاید علت آن به نوع انتخاب η_k برگردد. روش MAP در EKF در ۳۰ درصد موارد و در UKF و CKF بیش از ۵۰ درصد موارد شرط پایداری را نقض کرده است. که نشانگر این است که عملکرد مناسبی ندارد علت آن به بازه ی اولیه به Q برمی گردد. این روش برای حالتی که مقدار حدسی Q از مقدار واقعی آن بزرگ است عملکرد نامناسب دارد در حالی که این موضوع در روش های PD و Fuzzy به آن اندازه تاثیر گذار نبوده است. علت دیگری که می توان برای عملکرد نامناسب روش MIT برشمرد همین بازه ی انتخابی می باشد. عملکرد روش ها نسبت به تطبیق R ضعیف شده است. علت آن هم این است که محدوده ی حدس اولیه برای Q در بازه های بزرگ تر و کوچک تر از مقدار حقیقی خود بود. در هیچ کدام از ۵۰ بار اجرا Q منفی نشده است. در این نوع تطبیق عملکرد فازی نسبت به حالت قبل بهتر شده و عملکرد MIT کاهش پیدا کرده است برای ارزیابی عملکرد تمام روش ها از معیار متوسط RMSE برای ۵۰ بار اجرا استفاده می شود که نتیجه ی آن در شکل های زیر آمده است.



شکل ۵-۱۶: ریشه مربعات خطا در سناریوی اول با فرض معلوم بودن R و تنظیم Q در EKF



شکل ۵-۱۷: ریشه مربعات خطا در سناریوی اول با فرض معلوم بودن R و تنظیم Q در UKF



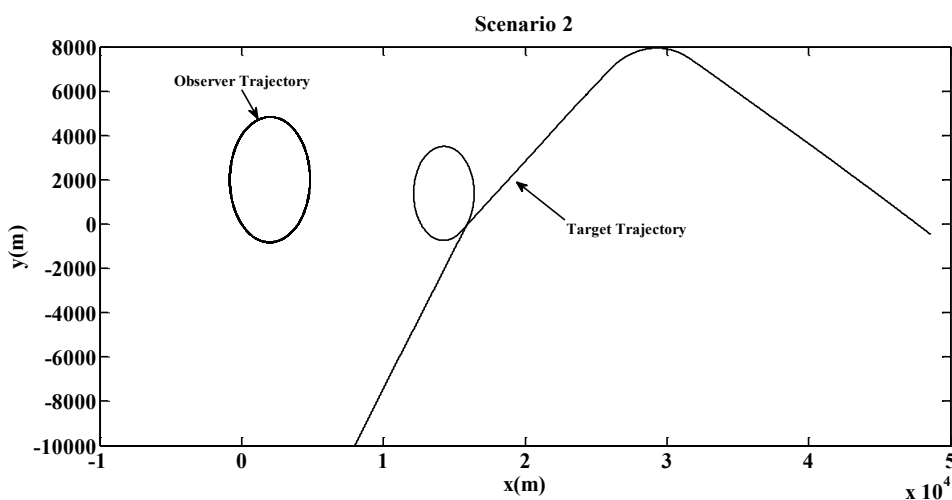
شکل ۵-۱۸: ریشه مربعات خطا در سناریوی اول با فرض معلوم بودن R و تنظیم Q در CKF

در این شکل‌ها حالت‌های ناپایدار لحاظ نشده است که با لحاظ این شرایط بهترین عملکرد را روش Fuzzy و PD دارد.

۵-۲- ردیابی هدف مانوردار

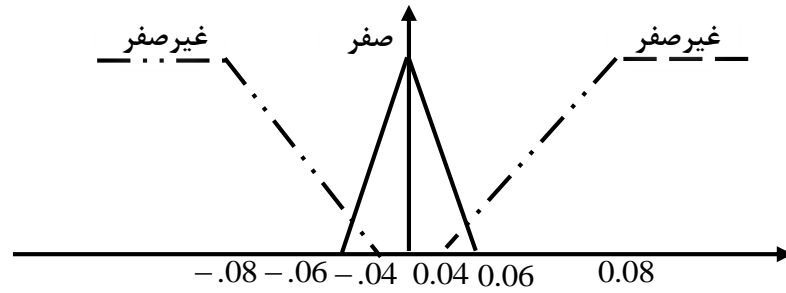
برای شبیه‌سازی ردیابی یک هدف با مودهای حرکتی متفاوت ابتدا یک سناریو حرکتی پیشنهاد داده می‌شود. فرض می‌شود موقعیت اولیه هدف در $(8km, -10km)$ با سرعت ثابت $(3.9m/s, 5m/s)$ در حال حرکت است. بعد از ۲۰۰۰ ثانیه هدف با سرعت زاویه‌ای $\omega = 0.003rad/s$ حرکتی مانوری برای ۲۰۰۰ ثانیه انجام می‌دهد و بعد از آن با سرعت ثابت به حرکت خود ادامه می‌دهد و در زمان ۶۰۰۰ ثانیه با سرعت زاویه‌ای $\omega = -0.001rad/s$ حرکت مانوری دارد و در زمان ۷۰۰۰ ثانیه مجدد حرکت سرعت ثابت به خود می‌گیرد. حرکت مشاهده‌گر باید به گونه‌ای انتخاب شود که از جهت مشاهده‌پذیری مشکلی وجود نداشته باشد. برای این کار حرکت مشاهده‌گر بصورت مانور زاویه‌ای توأم با سرعت خطی به نسبت بیشتر از حرکت هدف در نظر گرفته می‌شود و مشاهده‌گر مسیری دایره‌ای شکل را طی می‌کند. سناریوی پیشنهادی به صورت شکل (۵-۲۵) است. شیوه‌ی شرایط اولیه مشابه سناریوی اول انجام می‌گیرد. برای این سناریو دو مدل سرعت ثابت و مدل مانور دار که در فصل دوم مطرح شد در نظر گرفته می‌شود. همچنین ماتریس انتقال مدل به صورت زیر فرض می‌شود:

$$\pi = \begin{bmatrix} 0.9999 & 0.0001 \\ 0.0001 & 0.9999 \end{bmatrix} \quad (۵-۱۵)$$



شکل ۵-۱۹: سناریوی دوم

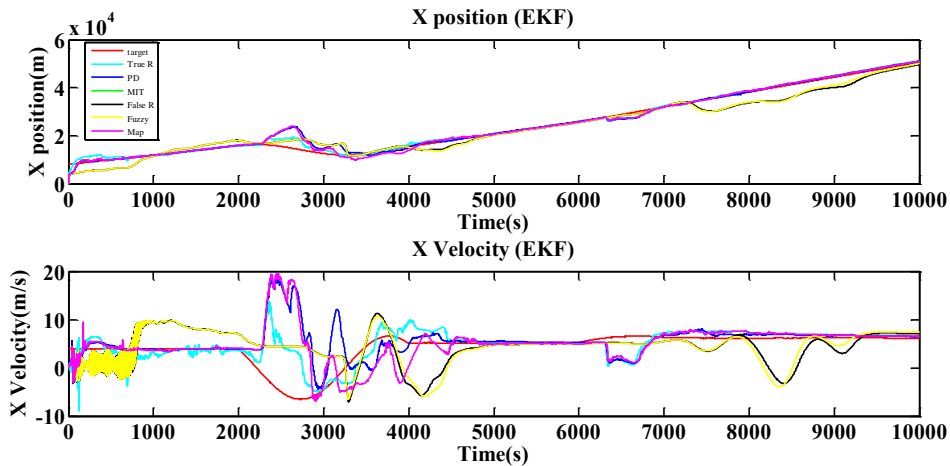
توابع تعلق در تطبیق فازی برای دنباله ابداع به صورت شکل زیر در نظر گرفته می‌شود:



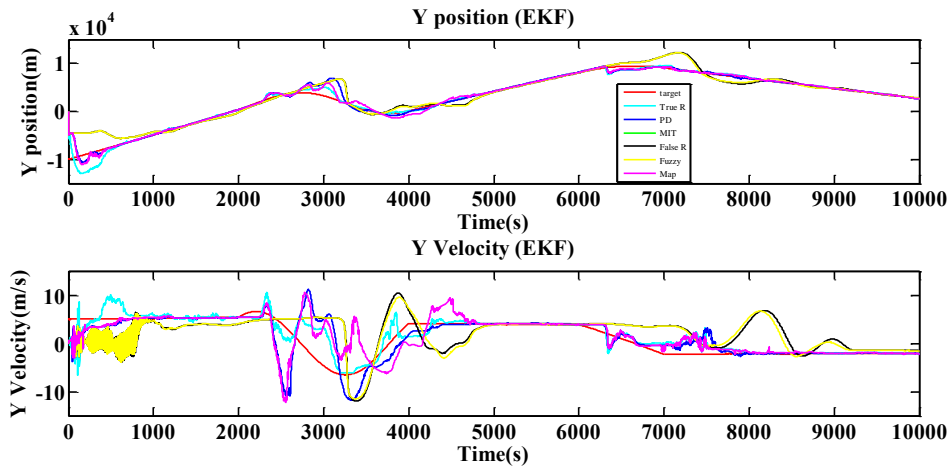
شکل ۵-۲۰: توابع تعلق دنباله ابداع

۵-۲-۱ تطبیق R با فرض معلوم بودن Q در سناریوی دوم

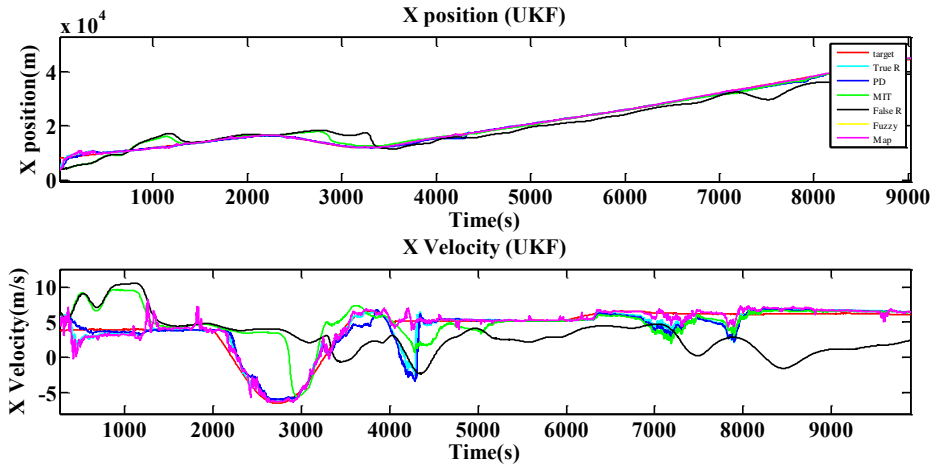
در این قسمت مشابه بخش (۵-۱-۲) پارامترهای لازم جای گذاری می شود و شرایط اولیه براساس منطق مرجع [8] انتخاب می شود. نتایج شبیه سازی برای سناریوی پیشنهادی برای سه صافی مطرح شده به صورت زیر است:



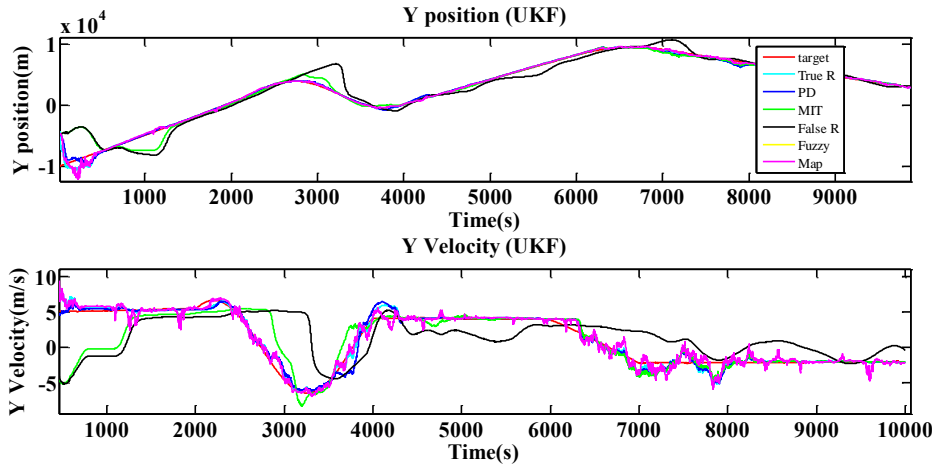
شکل ۵-۲۱: تخمین در جهت X برای سناریوی دوم با فرض معلوم بودن Q و تطبیق R در EKF



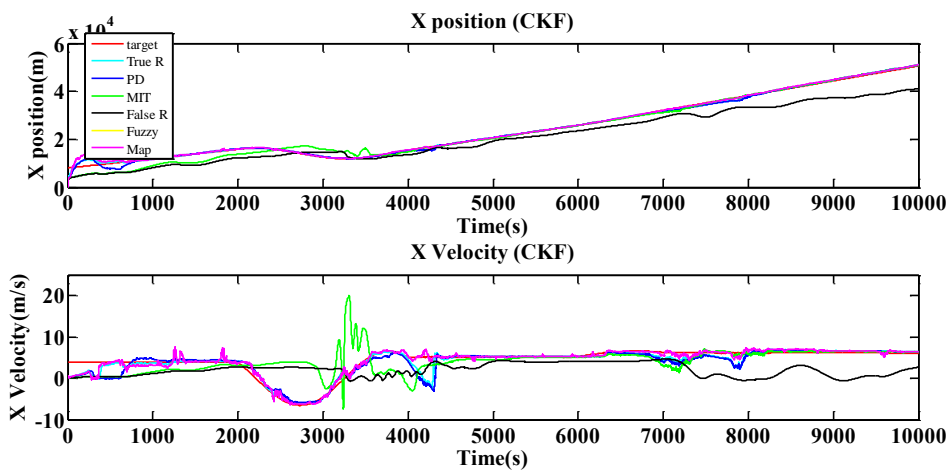
شکل ۵-۲۲: تخمین در جهت Y برای سناریوی دوم با فرض معلوم بودن Q و تطبیق R در EKF



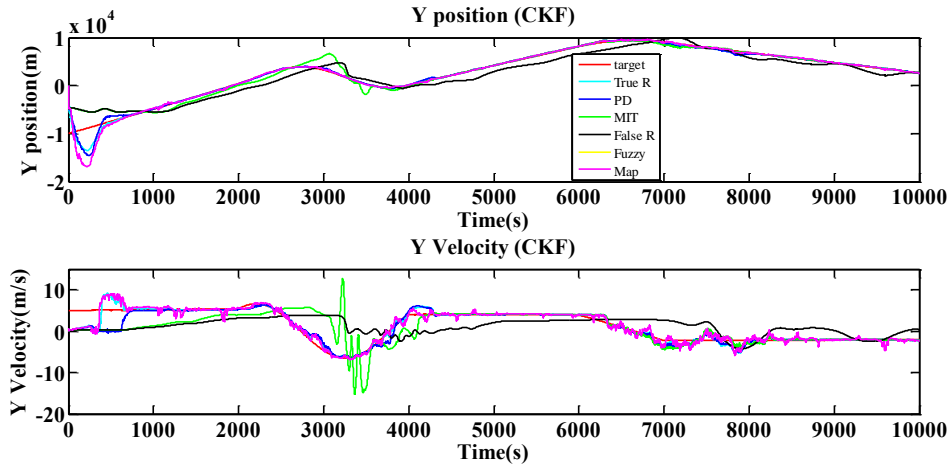
شکل ۵-۲۳: تخمین در جهت x برای سناریوی دوم با فرض معلوم بودن Q و تطبیق R در UKF



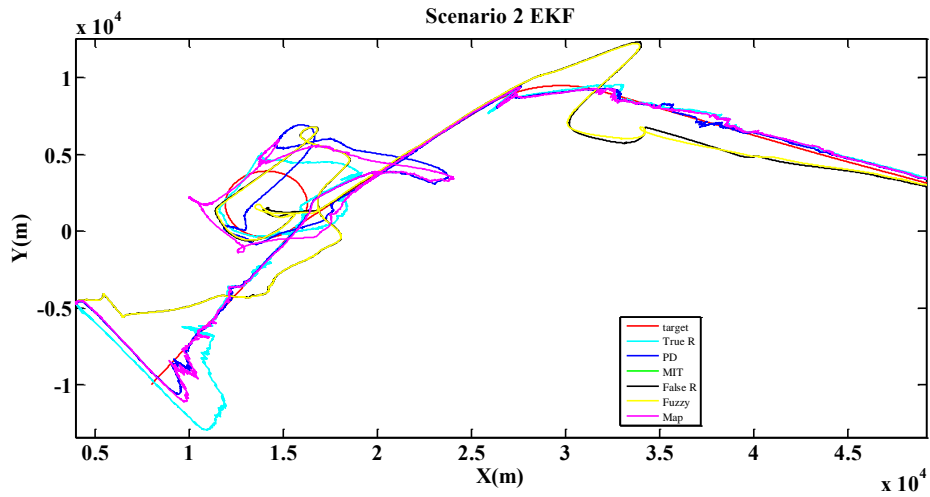
شکل ۵-۲۴: تخمین در جهت y برای سناریوی دوم با فرض معلوم بودن Q و تطبیق R در UKF



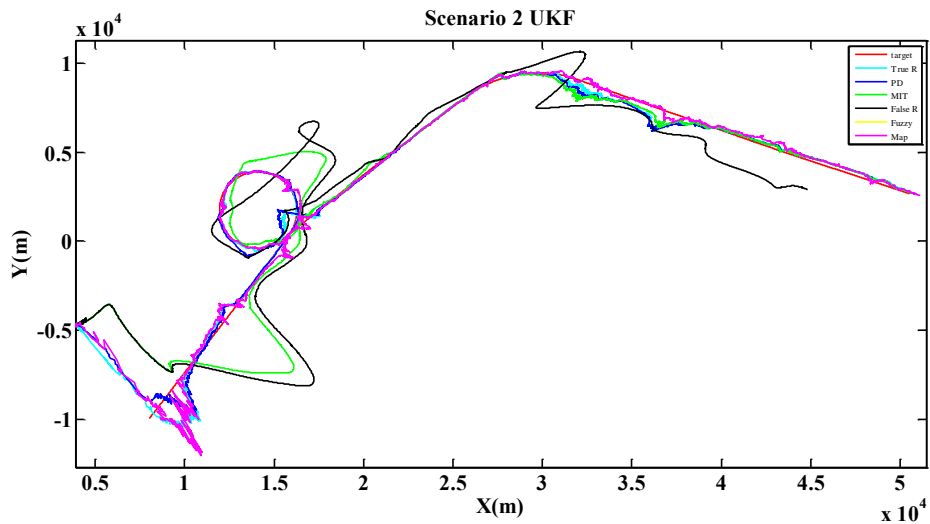
شکل ۵-۲۵: تخمین در جهت x برای سناریوی دوم با فرض معلوم بودن Q و تطبیق R در CKF



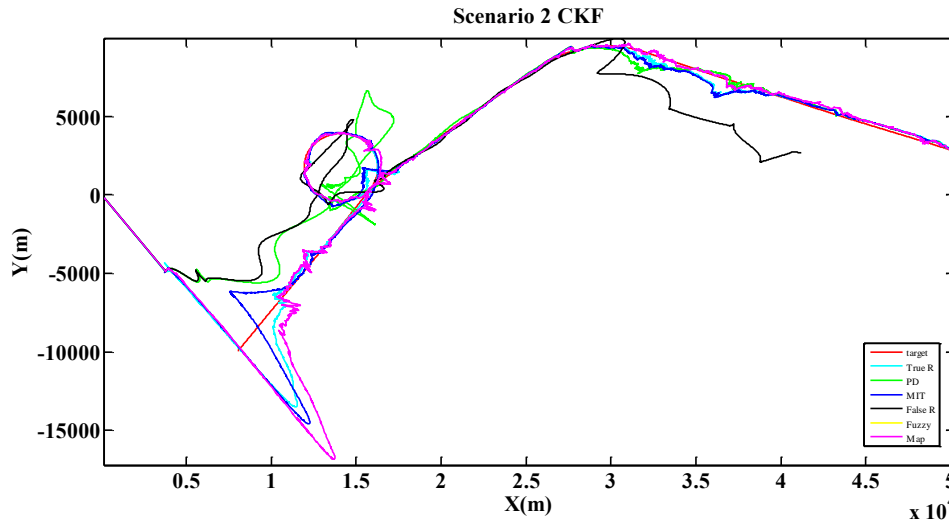
شکل ۵-۲۶: تخمین در جهت Y برای سناریوی دوم با فرض معلوم بودن Q و تطبیق R در CKF



شکل ۵-۲۷: سناریوی دوم با فرض معلوم بودن Q و تطبیق R در EKF



شکل ۵-۲۸: سناریوی دوم با فرض معلوم بودن Q و تطبیق R در UKF



شکل ۵-۲۹: سناریوی دوم با فرض معلوم بودن Q و تطبیق R در CKF

با اجرای ۲۵ بار نتایج میانگین RMSE برای هر سه صافی به صورت زیر است. قید اعمال شده در این سناریو فقط شرط مثبت بودن R است.

جدول ۵-۱۴: MRMSE مربوط به سناریو دوم با فرض معلوم بودن Q و تطبیق R در EKF

معیار مقایسه	True R EKF	False R EKF	PD AEKF	MIT AEKF	Fuzzy AEKF	MAP AEKF
$J_2 - x$	2513	2447	1854	...	1484	2236
$J_2 - v_x$	24	5.7	8.6	...	3.3	7.9
$J_2 - y$	1498	1321	1114	...	855	1452
$J_2 - v_y$	26	4.6	7.1	...	3	6.8

جدول ۵-۱۵: رفتار روش های تطبیقی در تنظیم R و در EKF

	PD	MIT	Fuzzy	MAP
تعداد عملکرد صحیح	25	0	16	24
تعداد منفی شدن R	0	25	9	1

جدول ۵-۱۶: MRMSE مربوط به سناریو دوم با فرض معلوم بودن Q و تطبیق R در UKF

معیار مقایسه	True R UKF	False R UKF	PD AUKF	MIT AUKF	Fuzzy AUKF	MAP AUKF
$J_2 - x$	660.5	2085	560.5	1041	...	5408
$J_2 - v_x$	4	5.2	3.7	4.1	...	19.8
$J_2 - y$	751	1210	601	1013	...	3422
$J_2 - v_y$	4.2	3.9	3	3.4	...	1.6

جدول ۵-۱۷: رفتار روش های تطبیقی در تنظیم R و در UKF

	PD	MIT	Fuzzy	MAP
تعداد عملکرد صحیح	25	25	0	24
تعداد منفی شدن R	0	0	25	1

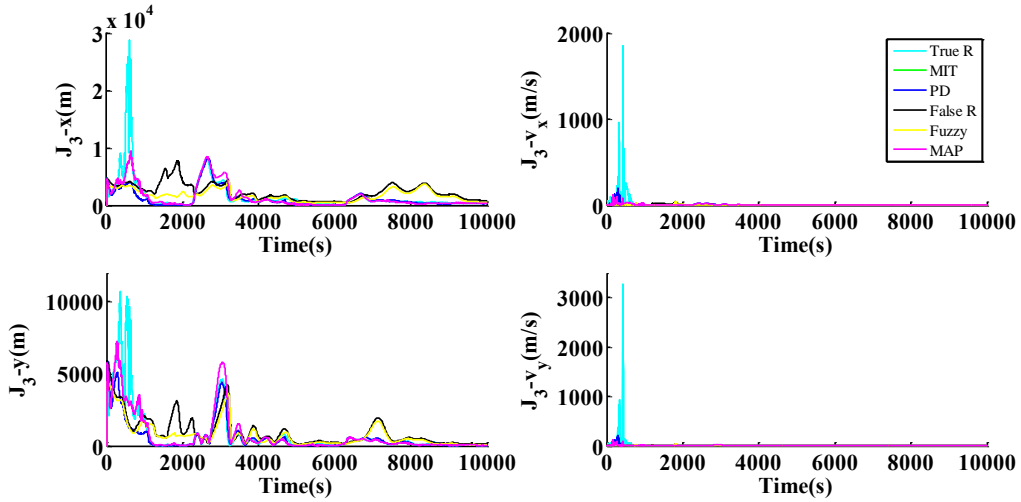
جدول ۵-۱۸: MRMSE مربوط به سناریو دوم با فرض معلوم بودن Q و تطبیق R در CKF

معیار مقایسه	True R CKF	False R CKF	PD ACKF	MIT ACKF	Fuzzy ACKF	MAP ACKF
$J_2 - x$	1381	2644	899	1659	...	1600
$J_2 - v_x$	3	3.8	1.9	2.9	...	2.9
$J_2 - y$	1354	1238	1036	950	...	1671
$J_2 - v_y$	3.2	3.2	1.8	2.6	...	2.7

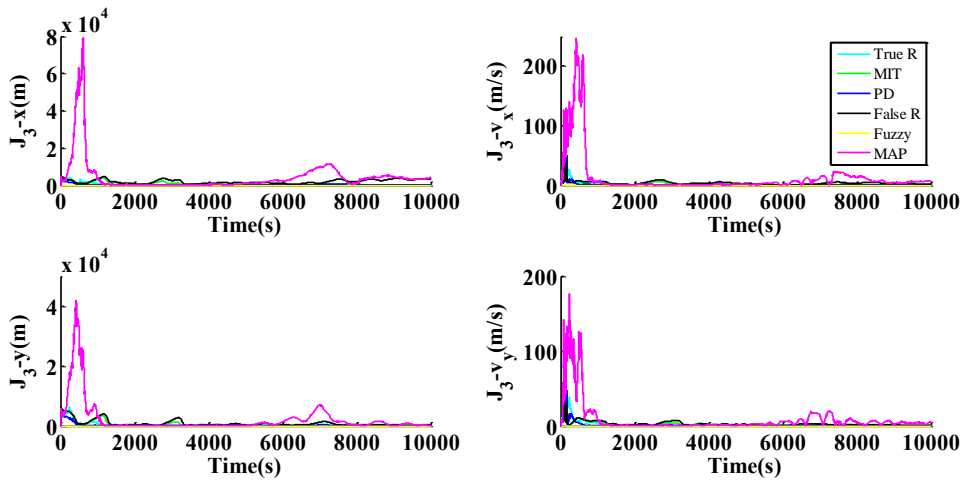
جدول ۵-۱۹: رفتار روش های تطبیقی در تنظیم R و در CKF

	PD	MIT	Fuzzy	MAP
تعداد عملکرد صحیح	25	25	0	18
تعداد منفی شدن R	0	0	25	7

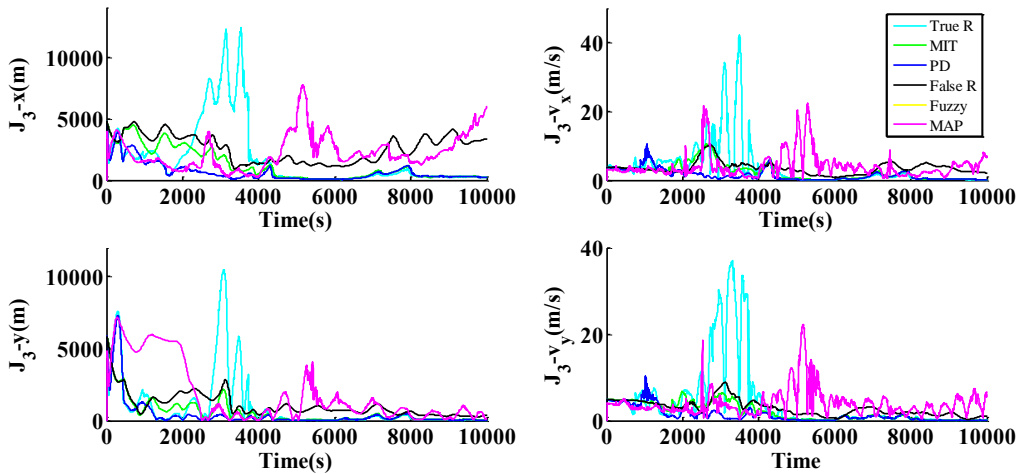
نتایج RMSE در یک زمان برای هر سه صافی به صورت زیر است:



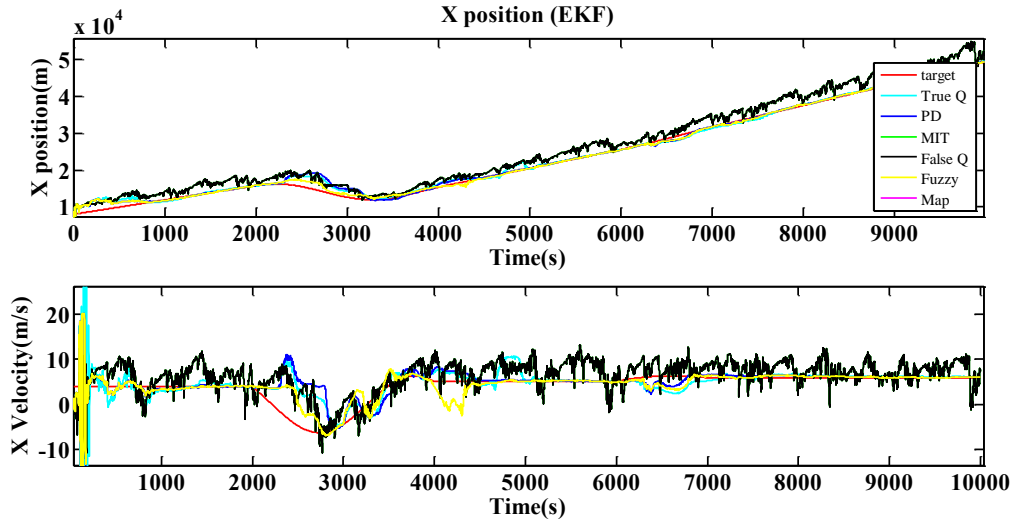
شکل ۵-۳۰: ریشه مربعات خطا در سناریوی اول با فرض معلوم بودن Q و تنظیم R در EKF



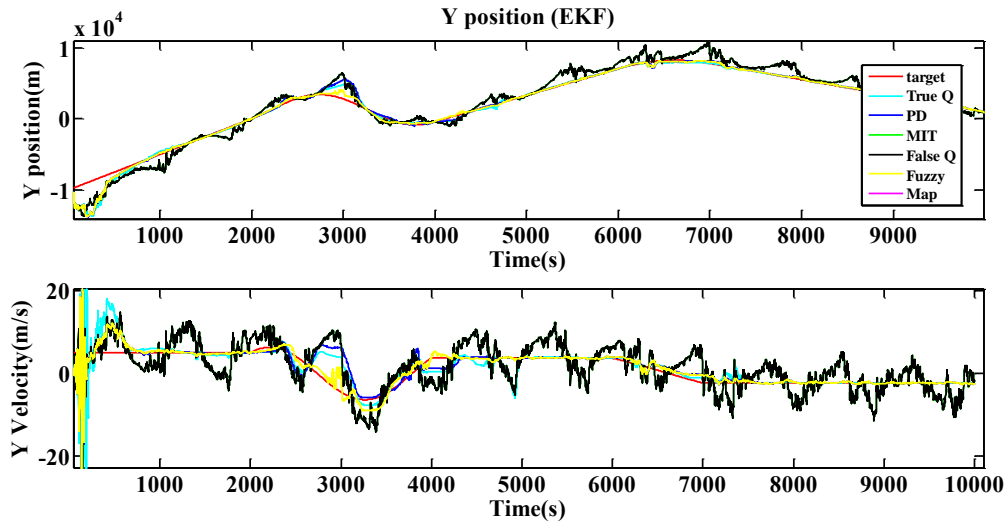
شکل ۵-۳۱: ریشه مربعات خطا در سناریوی اول با فرض معلوم بودن Q و تنظیم R در UKF



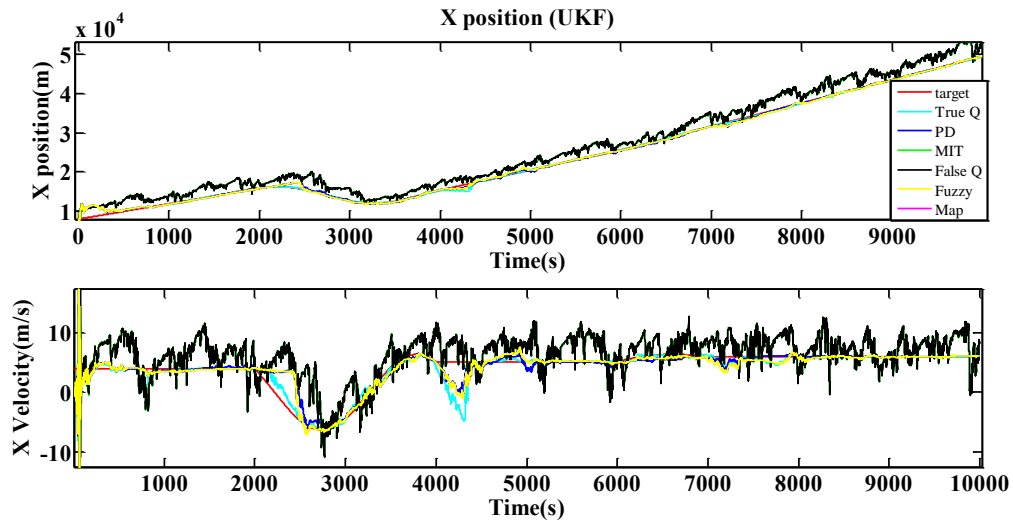
شکل ۵-۳۲: ریشه مربعات خطا در سناریوی اول با فرض معلوم بودن Q و تنظیم R در CKF



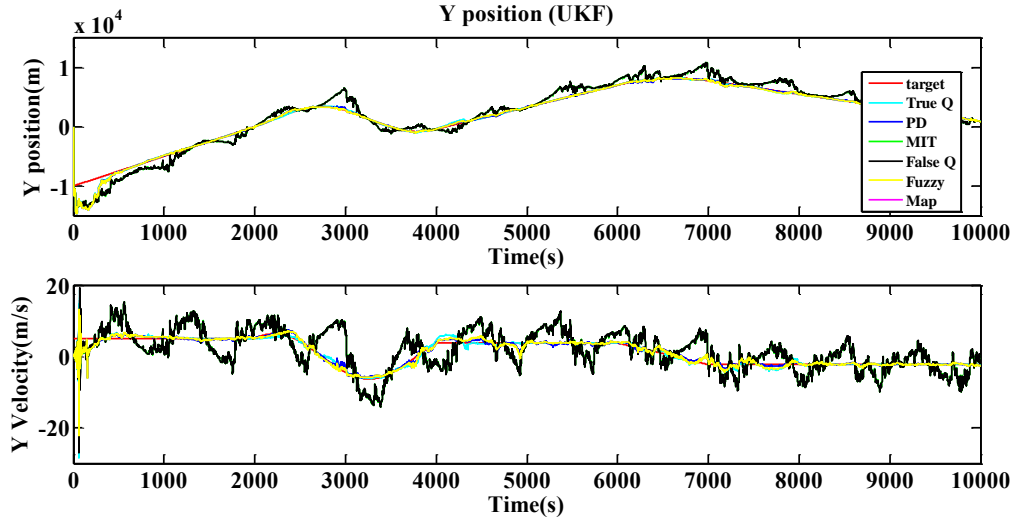
شکل ۵-۳۳: تخمین در جهت x برای سناریوی دوم با فرض معلوم بودن R و تطبیق Q در EKF



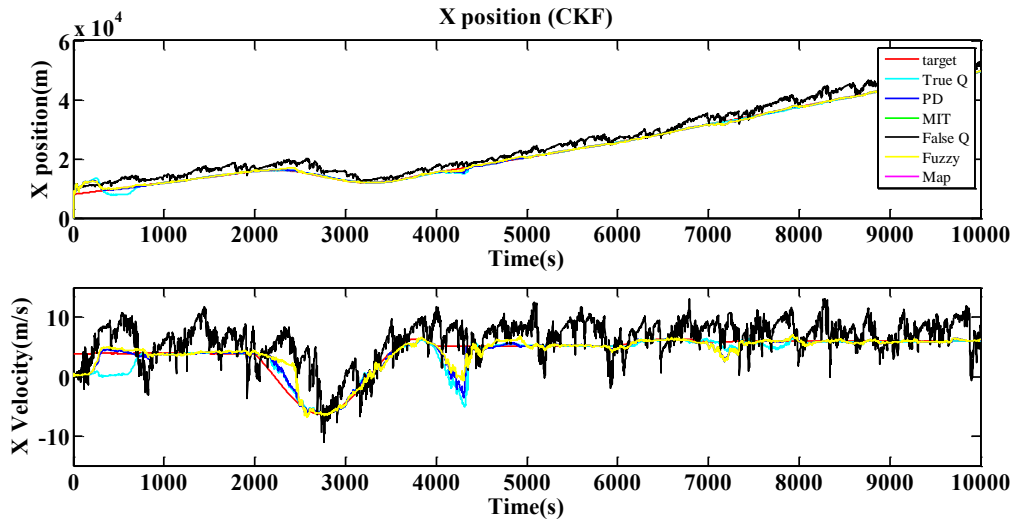
شکل ۵-۳۴: تخمین در جهت y برای سناریوی دوم با فرض معلوم بودن R و تطبیق Q در EKF



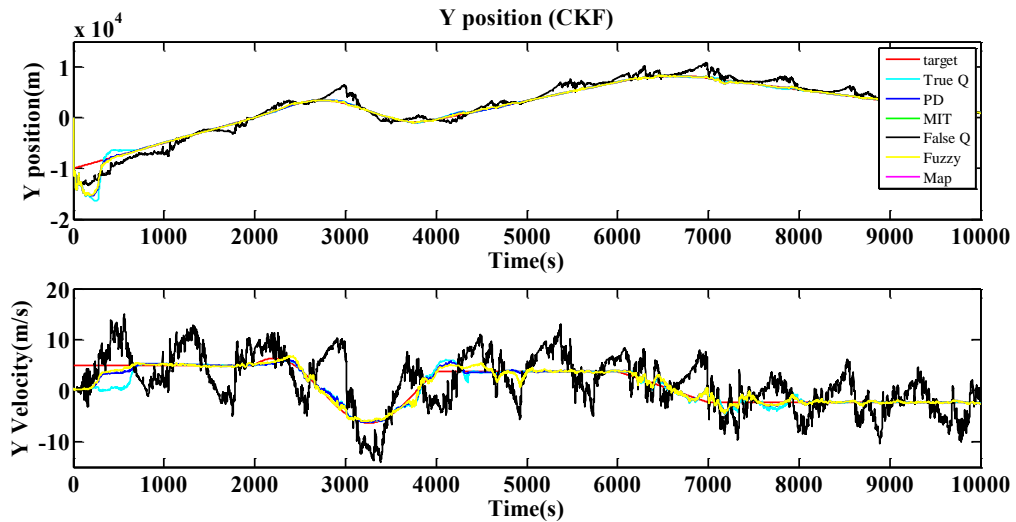
شکل ۵-۳۵: تخمین در جهت x برای سناریوی دوم با فرض معلوم بودن R و تطبیق Q در UKF



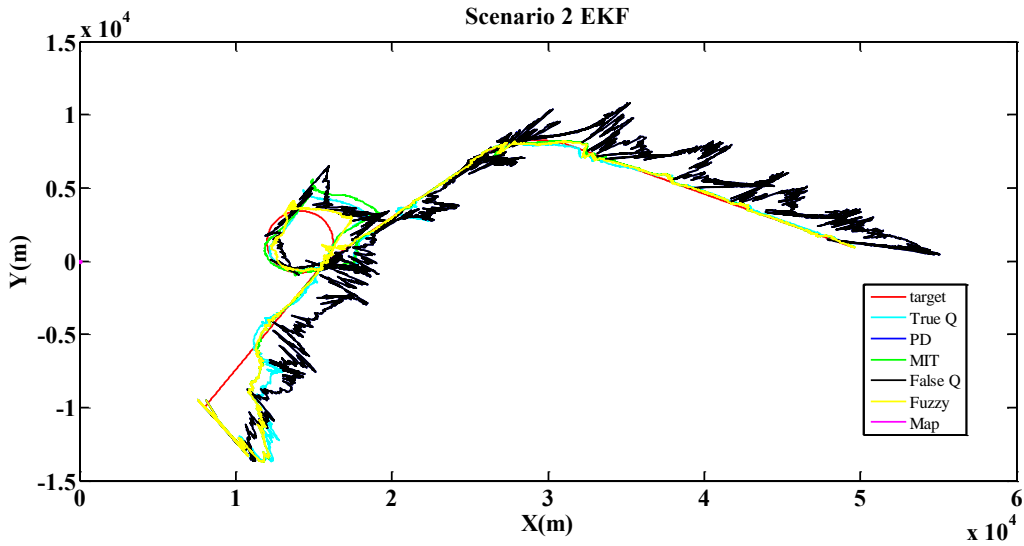
شکل ۵-۳۶: تخمین در جهت y برای سناریوی دوم با فرض معلوم بودن R و تطبیق Q در UKF



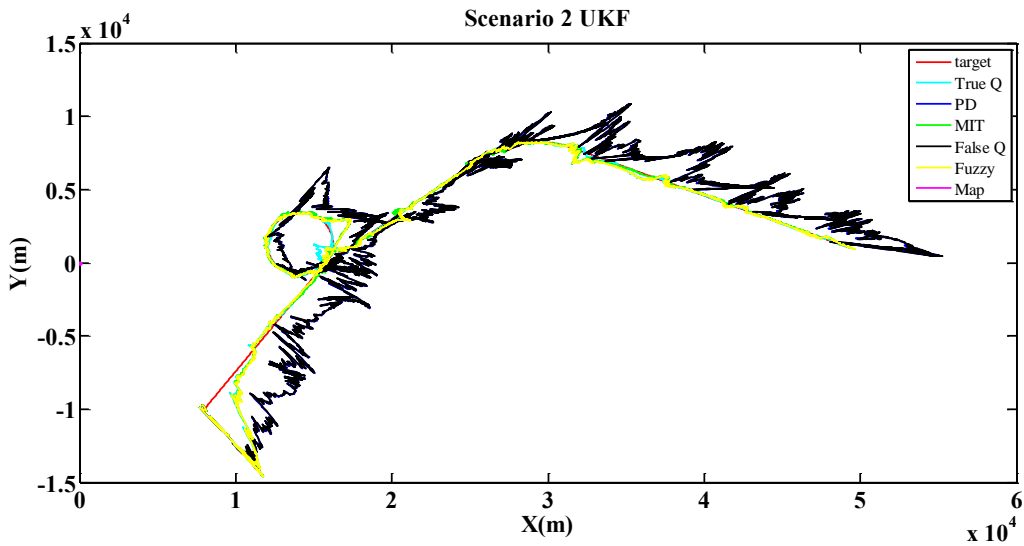
شکل ۵-۳۷: تخمین در جهت x برای سناریوی دوم با فرض معلوم بودن R و تطبیق Q در CKF



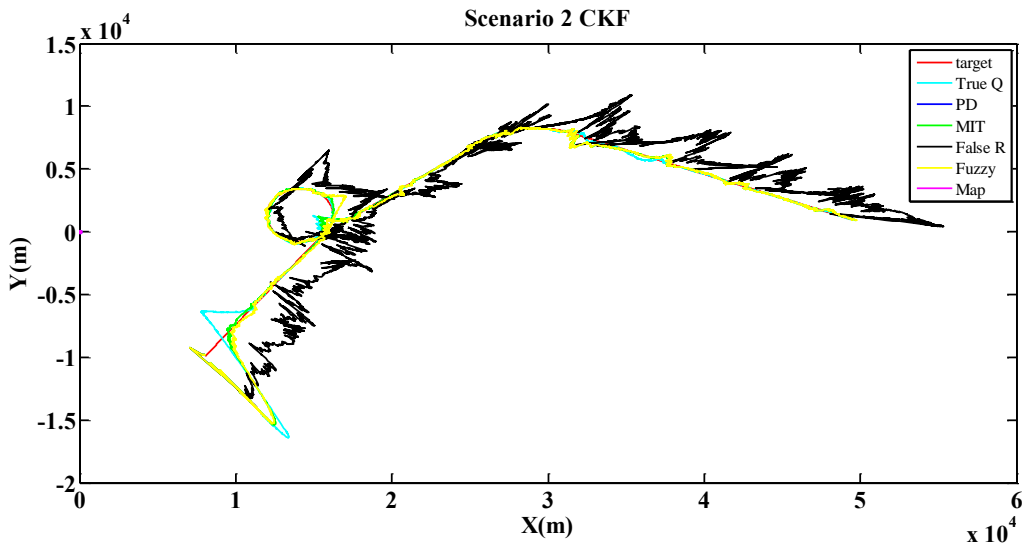
شکل ۵-۳۸: تخمین در جهت y برای سناریوی دوم با فرض معلوم بودن R و تطبیق Q در CKF



شکل ۵-۳۹: سناریوی دوم با فرض معلوم بودن R و تطبیق Q در EKF



شکل ۵-۴۰: سناریوی دوم با فرض معلوم بودن R و تطبیق Q در UKF



شکل ۵-۴۱: سناریوی دوم با فرض معلوم بودن R و تطبیق Q در CKF

با اجرای ۲۵ بار اجرا نتایج میانگین RMSE برای هر سه صافی به صورت زیر است. قید اعمال شده در این سناریو فقط شرط مثبت بودن Q است.

جدول ۵-۲۰: MRMSE مربوط به سناریو دوم با فرض معلوم بودن R و تطبیق Q در EKF

معیار مقایسه	True Q EKF	False Q EKF	PD AEKF	MIT AEKF	Fuzzy AEKF	MAP AEKF
$J_2 - x$	2090	1768	2000	1763	1490	...
$J_2 - v_x$	18.2	4.7	9.7	4.6	8.7	...
$J_2 - y$	1550	1289	1494	1289	1374	...
$J_2 - v_y$	17.2	4.7	8.9	4.7	7.9	...

جدول ۵-۲۱: رفتار روش های تطبیقی در تنظیم Q در سناریوی دوم و در EKF

	PD	MIT	Fuzzy	MAP
تعداد عملکرد صحیح	25	25	25	0
تعداد منفی شدن Q	0	0	0	25

جدول ۵-۲۲: MRMSE مربوط به سناریو دوم با فرض معلوم بودن R و تطبیق Q در UKF

معیار مقایسه	True Q UKF	False Q UKF	PD AUKF	MIT AUKF	Fuzzy AUKF	MAP AUKF
$J_2 - x$	638	1422	648	1229	645	...
$J_2 - v_x$	1.6	2.5	1.6	2	1.5	...
$J_2 - y$	873	1060	871	806	867	...
$J_2 - v_y$	1.4	2.6	1.3	2.1	1.3	...

جدول ۵-۲۳: رفتار روش های تطبیقی در تنظیم Q در سناریوی دوم و در UKF

	PD	MIT	Fuzzy	MAP
تعداد عملکرد صحیح	25	18	25	0
تعداد منفی شدن Q	0	7	0	25

جدول ۵-۲۴: MRMSE مربوط به سناریو دوم با فرض معلوم بودن R و تطبیق Q در CKF

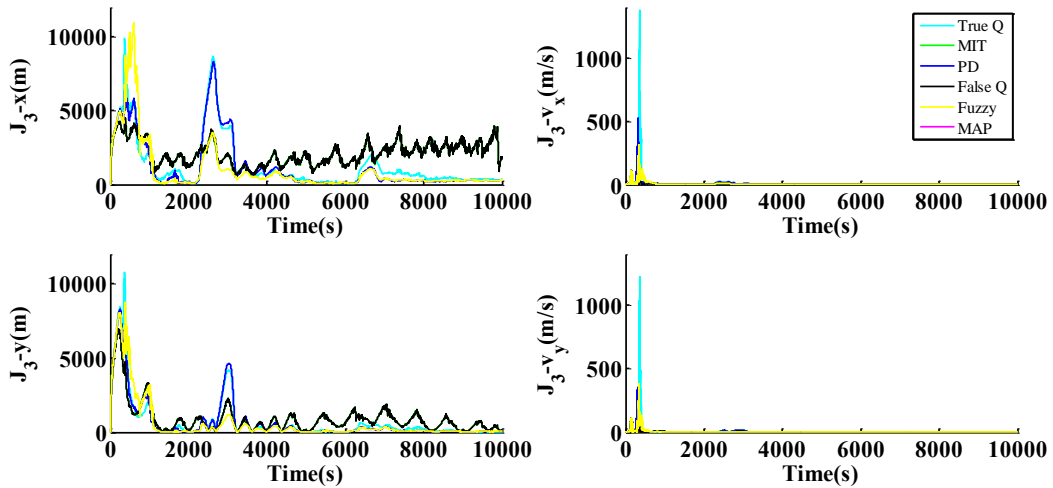
معیار مقایسه	True Q CKF	False Q CKF	PD ACKF	MIT ACKF	Fuzzy ACKF	MAP ACKF
$J_2 - x$	1309	1473	790	...	708	...
$J_2 - v_x$	2.7	2.2	1.3	...	1.2	...
$J_2 - y$	1307	1140	1127	...	1046	...
$J_2 - v_y$	2.4	2.3	1.3	...	1.1	...

جدول ۵-۲۵: رفتار روش های تطبیقی در تنظیم Q در سناریوی دوم و در CKF

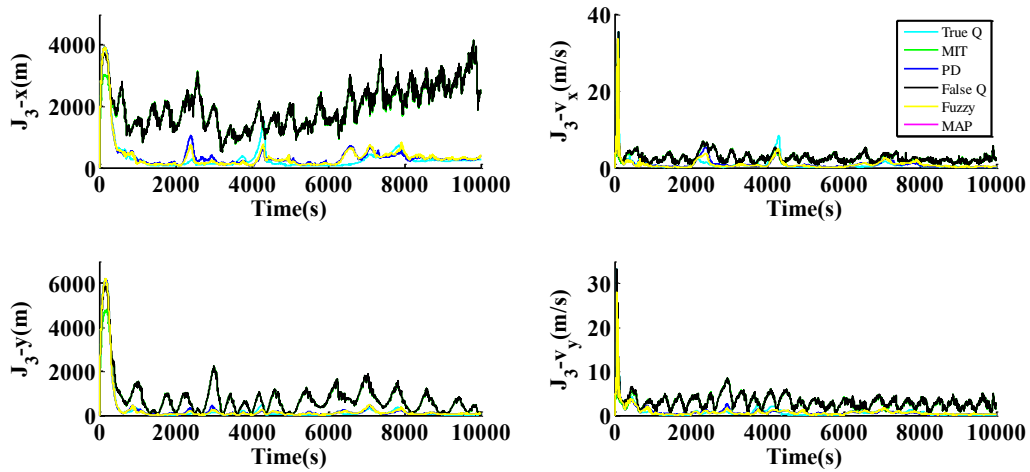
	PD	MIT	Fuzzy	MAP
تعداد عملکرد صحیح	25	0	25	0
تعداد منفی شدن Q	0	25	0	25

در EKF تقریب تحلیلی از مدل غیرخطی حرکت مانوردار قابل قبول نبوده است و همانطور که مشاهده می شود در شکل (۵-۴۰) در مانور اول ردیابی صورت نمی گیرد و حتی صافی با شرایط اشتباه Q عملکرد بهتری نسبت به صافی با شرایط صحیح دارد، این موضوع در جدول (۵-۲۰) نیز نشان داده شده است که میانگین RMSE با شرایط صحیح Q عملکردی بدتری نسبت به شرایط غلط Q دارد. دو روش MIT و PD تحت تاثیر همین شرایط عملکردی ضعیف از خود نشان می دهند. در مقایسه با دیگر روش ها روش Fuzzy در EKF تا حدودی MRMSE بهتری دارد. صافی های UKF و CKF با تقریب آماری از معادلات غیرخطی رفتار مانور دار را به خوبی ردیابی کرده است. دو روش Fuzzy و PD MRMSE مشابهی دارند و نسبت به Q صحیح عملکرد ردیابی را بهبود بخشیده است. در هیچ کدام از ۲۵ بار اجرا Q برای این دو روش منفی نشده است. اما روش MIT در UKF ۲۸ درصد موارد شرط مثبت بودن را نقض کرده و در CKF در تمام اجراها منفی شده است. برای تمام صافی ها روش MAP شرط مثبت بودن Q را نقض کرده است.

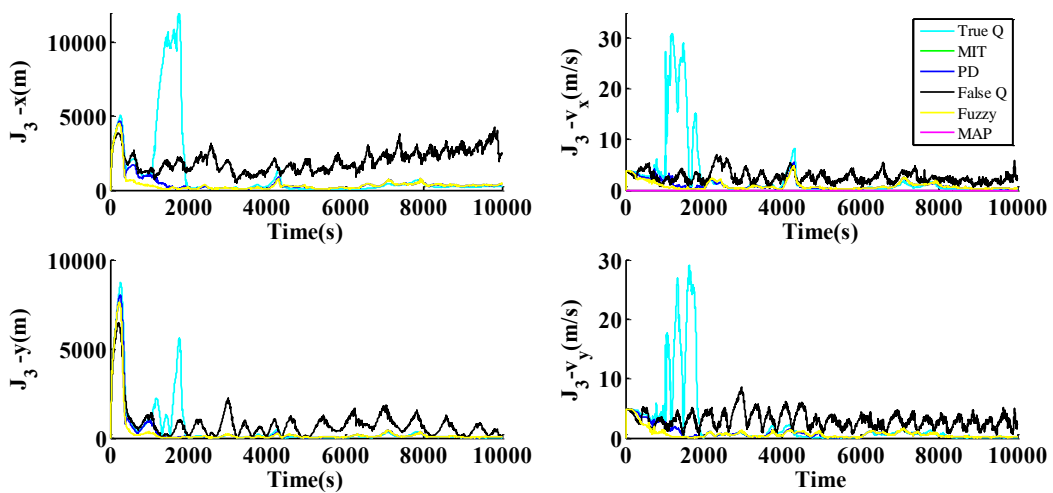
نتایج RMSE در یک زمان برای هر سه صافی با ۲۵ بار اجرا به صورت زیر است:



شکل ۵-۴۲: ریشه مربعات خطا در سناریوی دوم با فرض معلوم بودن R و تنظیم Q در EKF



شکل ۵-۴۳: ریشه مربعات خطا در سناریوی دوم با فرض معلوم بودن R و تنظیم Q در UKF



شکل ۵-۴۴: ریشه مربعات خطا در سناریوی دوم با فرض معلوم بودن R و تنظیم Q در CKF

۵-۳- جمع بندی

در این فصل دو سناریوی ردیابی هدف از روی سمت در نظر گرفته شد. که برای هر سناریو سه صافی گوسی وظیفه‌ی تخمین حالت را به عهده داشت و برای هر صافی چهار روش تطبیقی مقایسه گردید. نتیجه‌ای که می‌توان از شبیه‌سازی‌ها داشت این است که در ردیابی هدف سرعت ثابت، عملکرد هر سه صافی تا حدودی مشابه است که با توجه به حجم محاسباتی، روش صافی کالمن توسعه یافته مطلوب به نظر می‌رسد. در روش‌های تطبیقی، روش PD قابلیت اعتماد بیشتری نسبت به دیگر روش‌ها دارد اما از لحاظ محاسباتی حجم بیشتری به خود اختصاص می‌دهد که این موضوع در صافی EKF به نسبت دو صافی دیگر بطور قابل توجهی حجم محاسباتی کمتری دارد. در صورتی که هدف دارای حرکت مانور دار باشد استفاده کردن از EKF معقول به نظر نمی‌آید و بهتر است از صافی‌های با تقریب بهتر استفاده شود. حجم محاسباتی CKF اندکی از UKF کمتر است اما همانطور که در شبیه‌سازی‌ها مشاهده می‌شود عملکرد UKF در برخی اوقات بهتر از CKF است. عملکرد روش تطبیق PD در تطبیق R بهتر از دیگر روش‌ها است و تضمین مثبت معین بودن آن اضافه بر مطلوب بودن آن است. روش فازی در تطبیق R متناوباً شرط مثبت بودن را نقض می‌کند که علت آن به احتمال زیاد ناشی از بد انتخاب کردن توابع تعلق باشد که می‌توان با بهبود آن عملکرد را بهبود بخشید. در تطبیق Q عملکرد روش PD و روش Fuzzy مناسب و مشابه است به نظر می‌رسد حجم محاسباتی PD نسبت به Fuzzy بیشتر باشد اما در عوض تضمین مثبت معین بودن برای آن برقرار است. در تطبیق Q در سناریوی دوم یکی از المان‌های Q غیرقابل تطبیق بود و در شبیه‌سازی‌ها بصورت معلوم فرض شد.

فصل ششم:

نتیجه‌گیری و پیشنهادها

در این پایان نامه روش‌های برای ردیابی هدف معرفی و پیشنهاد شد. در ابتدا مدل‌های حاکم بر سینماتیک هدف معرفی شد و هدف این بود که موقعیت و سرعت هدف در هر گام زمانی تخمین زده شود. برای این کار از روش‌های صافی‌ینگ کالمن استفاده شد و به سه مورد صافی کالمن غیرخطی اشاره گردید که وظیفه‌ی اصلی تخمین حالت‌های هدف را داشت. از آن جایی که مدل هدف ترکیبی از مدل‌های تفاوت بود بنابراین الگوریتمی معرفی گردید که با کمک از این الگوریتم می‌توان بطور جامع‌تر حرکت هدف را تخمین زد. در ادامه اشاره شد که صافی‌های کالمن به ویژگی‌های آماری نویزها وابستگی دارد و بررسی شد که انتخاب نامناسب این مشخصات آماری چه تاثیری بر عملکرد صافی کالمن دارد. برای مقابله بر این چالش در صافی‌های کالمن با کمک از دو قاعده‌ی کلی چهار روش برای شناسایی این مشخصات آماری ارائه گردید. این روش‌ها در فصل شبیه سازی با هم مقایسه گردیدند و با بررسی نتایج مشاهدات برخی از روش‌ها محاسبات کمتری داشتند اما در عوض دقت در آن روش‌ها کم بود و برعکس در روش‌های دیگر با افزایش محاسبات اطمینان و کارایی روش افزایش پیدا می‌کرد. وقتی مدل حرکت هدف سرعت ثابت باشد از روی یک معیار می‌شد که به شناسایی پارامترها پرداخت اما در صورتی که مدل حرکت ترکیبی می‌شد باید معیار دیگری اضافه می‌شد تا عملکرد بهبود یابد هرچند افزایش معیار دوم حجم محاسبات را افزایش می‌داد. نتیجه‌ای که می‌توان از این پایان نامه داشت این است که برای ردیابی یک هدف با اندازه‌گیری‌های سمتی، روشی‌های ارائه شد تا مشخصات نویزی محیط و اندازه‌گیری را برای صافی تخمین زننده فراهم کند و این کار در بهبود عملکرد صافی و به تبع آن بهبود عملکرد ردیابی منجر می‌شود.

برای کارهای آینده می‌توان پیشنهادهای زیر را در نظر داشت:

- مدل‌سازی حرکت در مختصات سه بعدی و ردیابی در این فضا
- پیدا کردن رهیافتی که حجم محاسباتی روش‌های تطبیقی را کاهش دهد.
- در نظر گرفتن مدل‌های بیشتر حرکتی و لحاظ آن در بحث ردیابی
- استفاده کردن از الگوریتم‌های مرتبه دوم چند مدلی برهم کنشی
- استفاده کردن از الگوریتم‌های ساختار متغیر
- بسط روش‌های تطبیقی برای سیستم‌ها و کاربردهای دیگر

منبع‌ها

۱. ناصری صلحدار، امیرحسین؛ حیدر طوسی‌ان شاندیز و علی ایزدی پور. (۱۳۹۳). "ردیابی غیر فعال هدف زیرآب با استفاده از الگوریتم اندازه‌گیری فقط سمت" اولین کنفرانس سراسری توسعه محوری مهندسی عمران، معماری، برق و مکانیک ایران، گرگان
۲. موسوی پور، ف. زارعی، ن. (۱۳۹۰). "صافی کالمن و ذره‌ای در ردیابی اهداف چالش‌ها و رهیافت‌ها". پنجمین کنفرانس ملی فرماندهی و کنترل ایران
3. S. S. Blackman and R. Popoli. (1999). "Design and Analysis of Modern Tracking Systems". Artech House.
4. S. K. Rao. (2012). "Passive Underwater Target Tracking Using Bearings-only Measurements: Tracking of Underwater Vehicles". Lap Lambert Academic Publishing GmbH KG, 2012.
5. S. C. Nardone and M. L. Graham. (1997). "A closed-form solution to bearings-only target motion analysis". *Oceanic Engineering, IEEE Journal of*, vol. 22, no. 1. pp. 168–178.
6. C. Jauffret, D. Pillon, and A.-C. Pignol. (2010). "Bearings-Only Maneuvering Target Motion Analysis from a Nonmaneuvering Platform". *Aerospace and Electronic Systems, IEEE Transactions on*, vol. 46, no. 4. pp. 1934–1949.
7. Y. Bar-Shalom, X. R. Li, and T. Kirubarajan. (2004). "Estimation with Applications to Tracking and Navigation: Theory Algorithms and Software". Wiley.
8. B. Ristic, S. Arulampalam, and N. Gordon. (2004). "Beyond the Kalman Filter: Particle Filters for Tracking Applications". Artech House.
9. J.-P. Le Cadre and O. Tremois. (1998). "Bearings-only tracking for maneuvering sources". *Aerospace and Electronic Systems, IEEE Transactions on*, vol. 34, no. 1. pp. 179–193.
10. B. Ristic and S. Arulampalam. (2012). "Bernoulli Particle Filter with Observer Control for Bearings-Only Tracking in Clutter," *Aerospace and Electronic Systems, IEEE Transactions on*, vol. 48, no. 3. pp. 2405–2415.
11. A. D. Waite. (2002). "Sonar for Practising Engineers". Wiley.
12. Kalman, R. E. (1960). "A New Approach to Linear Filtering and Prediction Problems". *Journal of Basic Engineering* 82: 35.
13. X. R. Li and V. P. Jilkov. (2003). "Survey of maneuvering target tracking. Part I. Dynamic models". *Aerospace and Electronic Systems, IEEE Transactions on*, vol. 39, no. 4. pp. 1333–1364.
14. H. A. P. Blom and Y. Bar-Shalom. (1988). "The interacting multiple model algorithm for systems with Markovian switching coefficients". *Automatic Control, IEEE Transactions on*, vol. 33, no. 8. pp. 780–783.
15. A. J. Haug. (2012). "Bayesian Estimation and Tracking: A Practical Guide". John Wiley & Sons.
16. R. K. Mehra. (1972). "Approaches to adaptive filtering". *Automatic Control, IEEE Transactions on*, vol. 17, no. 5. pp. 693–698.

17. Z. Wang, B. Shen, and X. Liu. (2012). "filtering with randomly occurring sensor saturations and missing measurements". *Automatica*, vol. 48, no. 3, pp. 556–562.
18. F. Yu, Q. Sun, C. Lv, Y. Ben, and Y. Fu. (2014). "A SLAM Algorithm Based on Adaptive Cubature Kalman Filter". *Math. Probl. Eng.*, vol. 2014.
19. J. Clavard, D. Pillon, A.-C. Pignol, and C. Jauffret. (2011). "Bearings-only target motion analysis of a source in a circular constant speed motion from a non-maneuvering platform". *Information Fusion (FUSION), 2011 Proceedings of the 14th International Conference on*. pp. 1–8.
20. Y. J. Zhang and Z. Geng. (2013). "Detection of Target Maneuver from Bearings-Only Measurements". *Aerospace and Electronic Systems, IEEE Transactions on*, vol. 49, no. 3. pp. 2028–2034.
21. P. H. Leong, S. Arulampalam, T. A. Lamahewa, and T. D. Abhayapala. (2013). "A Gaussian-Sum Based Cubature Kalman Filter for Bearings-Only Tracking". *Aerospace and Electronic Systems, IEEE Transactions on*, vol. 49, no. 2. pp. 1161–1176.
22. H. E. Soken, C. Hacizade, and S. Sakai. (2014). "Simultaneous Adaptation of the Process and Measurement Noise Covariances for the UKF Applied to Nanosatellite Attitude Estimation". in *World Congress, 2014*, vol. 19, no. 1, pp. 5921–5926.
23. Y. Huo, Z. Cai, W. Gong, and Q. Liu. (2014). "A new adaptive Kalman filter by combining evolutionary algorithm and fuzzy inference system". *Evolutionary Computation (CEC), 2014 IEEE Congress on*. pp. 2893–2900.
24. Z. Jiang, Q. Song, Y. He, and J. Han. (2007). "A novel adaptive unscented Kalman filter for nonlinear estimation". *Decision and Control, 2007 46th IEEE Conference on*. pp. 4293–4298.
25. V. A. Bavdekar, A. P. Deshpande, and S. C. Patwardhan. (2011). "Identification of process and measurement noise covariance for state and parameter estimation using extended Kalman filter". *J. Process Control*, vol. 21, no. 4, pp. 585–601.
26. F. V Lima, M. R. Rajamani, T. A. Soderstrom, and J. B. Rawlings. (2013). "Covariance and State Estimation of Weakly Observable Systems: Application to Polymerization Processes". *Control Systems Technology, IEEE Transactions on*, vol. 21, no. 4. pp. 1249–1257.
27. B. Feng, M. Fu, H. Ma, Y. Xia, and B. Wang. (2014). "Kalman Filter With Recursive Covariance Estimation & Sequentially Estimating Process Noise Covariance". *Industrial Electronics, IEEE Transactions on*, vol. 61, no. 11. pp. 6253–6263.
28. S. Sarkka and J. Hartikainen. (2013). "Non-linear noise adaptive Kalman filtering via variational Bayes". *Machine Learning for Signal Processing (MLSP), 2013 IEEE International Workshop on*. pp. 1–6.
29. A. Dey, M. Das, S. Sadhu, and T. K. Ghoshal. (2015). "Adaptive divided difference filter for parameter and state estimation of non-linear systems". *Signal Processing, IET*, vol. 9, no. 4. pp. 369–376.
30. L. Zhao, J. Wang, T. Yu, H. Jian, and T. Liu. (2015). "Design of adaptive robust square-root cubature Kalman filter with noise statistic estimator". *Appl. Math. Comput.*, vol. 256, pp. 352–367.
31. X. Wang, Z. You, and K. Zhao. (2016). "Inertial/celestial-based fuzzy adaptive unscented Kalman filter with Covariance Intersection algorithm for satellite attitude determination". *Aerosp. Sci. Technol.*, vol. 48, pp. 214–222.
32. J. L. Meriam and L. G. Kraige. (2012). "*Engineering Mechanics: Dynamics 7th Edition: Dynamics*". Wiley.
33. D. H. Dini, C. Jahanchahi, and D. P. Mandic. (2012). "Kalman filtering for widely linear complex and quaternion valued bearings only tracking". *Signal Processing, IET*, vol. 6, no. 5. pp. 435–445.

34. K. Ito and K. Xiong. (2000). "Gaussian filters for nonlinear filtering problems". *Automatic Control, IEEE Transactions on*, vol. 45, no. 5. pp. 910–927.
35. R. Cools. (2002). "Advances in multidimensional integration". *J. Comput. Appl. Math.*, vol. 149, no. 1, pp. 1–12.
36. Simon J Julier, and Jeffrey K Uhlmann. (1997). "A New Extension of the Kalman Filter to no. Nonlinear Systems". in Int. symp. Aerospace/defense sensing, simul. and controls p. 3.2.
37. I. Arasaratnam and S. Haykin. (2009). "Cubature Kalman Filters". *Automatic Control, IEEE Transactions on*, vol. 54, no. 6. pp. 1254–1269.
38. J. Lan, X. R. Li, V. P. Jilkov, and C. Mu. (2013). "Second-Order Markov Chain Based Multiple-Model Algorithm for Maneuvering Target Tracking". *Aerospace and Electronic Systems, IEEE Transactions on*, vol. 49, no. 1. pp. 3–19.
39. P. J. Escamilla-Ambrosio and N. Mort. (2001). "Development of a fuzzy logic-based adaptive Kalman filter". *Control Conference (ECC), 2001 European*. pp. 1768–1773.
40. L. X. Wang. (1997). "A Course in Fuzzy Systems and Control". Prentice Hall PTR.
41. K. J. Astrom and B. Wittenmark. (1994). "Adaptive Control". 2nd ed. Boston, MA, USA: Addison-Wesley Longman Publishing Co., Inc.
42. Almagbile, A., J. Wang and W. Ding. (2010). "Evaluating the performances of adaptive Kalman filter methods in GPS/INS integration". *Journal of Global Positioning Systems*, 9(1), 33-40

Abstract

In this thesis we use adaptive estimators to improve the target tracking performance. In the target tracking by noisy measurements, target dynamics movement such as position, velocity and acceleration is estimated. Measurement equations and sometimes target motion equations are nonlinear, therefore to estimate the position and speed of target nonlinear estimation methods should be used. Here (In this work) we use extended, Unscented and Cubature Kalman Filters as estimator. Performance of Kalman Filters largely depends on the covariance of measurement noise and system noise that may be appeared by environmental conditions, modeling inaccuracies, errors and noisy sources. Several methods have been proposed to determine the covariance and one of these conventional methods are adaptive methods that have a proper performance. In this thesis, based on innovation sequence and maximum a posterior proposed four adaptive approaches. Since the motion of a target has different models, one Kalman filter can't be used for target tracking. To overcome this problem, the Interacting Multiple Model method that used in hybrid systems will be explained and the adaptation covariance will be discussed again. In the adaptive methods there is no guarantee for covariances to be positive definite. In this thesis a method for guarantee the positive definiteness of covariance is presented. To evaluate the adaptive methods in target tracking, with the introduction of bearing only target tracking assume two motion scenario and compare the adaptive methods based on Kalman filters by using MATLAB such that the proposed methods improved target tracking performance in order to reduce the estimation error.

Keywords: bearing only target tracking, Kalman Filter, Interacting Multiple Model (IMM), covariance adaptation.



Shahrood University of Technology
Department of Electrical and Robotic Engineering

Title

**Passive Tracking of the Target Using Adaptive Interacting Multiple Model
Filter**

Presented for Master of Science in Electrical and Robotic Engineering

Written by

Meghdad Mohammadi

Supervisor

Dr.H.Gholi Zade Narm

February 2016