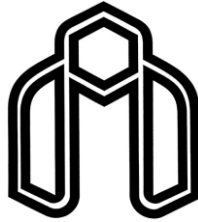


بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ



دانشگاه صنعتی شاهرود

دانشکده مهندسی برق و رباتیک

پایان نامه کارشناسی ارشد

طراحی و پیاده سازی کنترل کننده فازی مودلغزشی

برای ردگیری مسیر و تعادل ربات تعادلی دو چرخ

نسیم اسماعیلی

اساتید راهنما :

دکتر علیرضا الفی

دکتر حسین خسروی

شهریور ۱۳۹۴

دانشگاه صنعتی شاهرود

دانشکده برق و رباتیک

گروه رباتیک

پایان نامه کارشناسی ارشد خانم نسیم اسماعیلی به شماره دانشجویی: ۹۱۲۵۹۵۴

تحت عنوان:

طراحی و پیاده سازی کنترل کننده فازی مودلغزشی برای ردگیری مسیر و
تعادل ربات تعادلی

در تاریخ توسط کمیته تخصصی زیر جهت اخذ مدرک کارشناسی ارشد مورد ارزیابی و با درجه مورد پذیرش قرار گرفت.

امضاء	اساتید مشاور	امضاء	اساتید راهنما
	نام و نام خانوادگی :		نام و نام خانوادگی :
	نام و نام خانوادگی :		نام و نام خانوادگی :

امضاء	نماینده تحصیلات تکمیلی	امضاء	اساتید داور
	نام و نام خانوادگی :		نام و نام خانوادگی :
			نام و نام خانوادگی :
			نام و نام خانوادگی :
			نام و نام خانوادگی :

ماحصل آموخته‌هایم را تقدیم می‌کنم به آنان که مهر آسمانی‌شان آرام‌بخش آلام زمینی‌ام است.

به استوارترین تکیه‌گاه‌هم، دستان پر مهر پدرم

به سبزترین نگاه‌زندگیم، چشمان سبز مادرم

که هرچه آموخته‌ام در مکتب عشق شما آموخته‌ام و هرچه بگو شدم قطره‌ای از دریای بی‌کران مهربانی‌تان را سپاس نتوانم

بگویم

امروز، هستی‌ام به امید شماست و فردا کلید باغ بهشت‌م رضای شما

تختین پاس و ستایش از آن خداوندی است که بنده کوچکش را در دیای بیکران اندیشه،
قطره‌ای ساخت تا وسعت آن را از دریچه اندیشه‌های ناب آموزگارانی بزرگ به تماشانشیند
. لذا اکنون که در سایه سار بنده نوازی هایش پایان نامه حاضر به انجام رسیده است،
بر خود لازم می‌دانم تا مراتب پاس را از بزرگوارانی به جا آورم.

از دلسوزان ثانیه‌ایم، راهبانه‌های دقایقم، پشتوانه‌های زندگیم، پدر و مادر عزیزم
و برادر و خواهرانم که همراهان همیشگی و محط‌ایم هستند، صمیمانه و خالصانه سپاسگزارم.

همچنین از استید دکتر تقدیرم جناب آقای دکتر الفی و دکتر خسروی که زحمات راهبانی این پایان نامه را بر عهده داشتند،

کمال پاس را دارم.

تعهدنامه

این جانب نسیم اسماعیلی دانشجوی دوره کارشناسی ارشد رشته رباتیک دانشکده برق و رباتیک دانشگاه صنعتی شاهرود نویسنده پایان نامه: طراحی و پیاده سازی کنترل کننده فازی مودلغزشی برای ردگیری مسیر و تعادل ربات تعادلی دوچرخه، تحت راهنمایی دکتر علیرضا الفی و دکتر حسین خسروی متعهد می شوم .

- تحقیقات در این پایان نامه توسط این جانب انجام شده است و از صحت و اصالت برخوردار است .
- در استفاده از نتایج پژوهش های محققان دیگر به مرجع مورد استفاده استناد شده است .
- مطالب مندرج در پایان نامه تاکنون توسط خود یا فرد دیگری برای دریافت هیچ نوع مدرک یا امتیازی در هیچ جا ارائه نشده است .
- کلیه حقوق معنوی این اثر متعلق به دانشگاه صنعتی شاهرود می باشد و مقالات مستخرج با نام «دانشگاه صنعتی شاهرود» و یا « Shahrood University of Technology » به چاپ خواهد رسید .
- حقوق معنوی تمام افرادی که در به دست آمدن نتایج اصلی پایان نامه تأثیرگذار بوده اند در مقالات مستخرج از پایان نامه رعایت می گردد.
- در کلیه مراحل انجام این پایان نامه ، در مواردی که از موجود زنده (یا بافت های آن ها) استفاده شده است ضوابط و اصول اخلاقی رعایت شده است .
- در کلیه مراحل انجام این پایان نامه، در مواردی که به حوزه اطلاعات شخصی افراد دسترسی یافته یا استفاده شده است اصل رازداری ، ضوابط و اصول اخلاق انسانی رعایت شده است .

تاریخ

امضای دانشجو

مالکیت نتایج و حق نشر

- کلیه حقوق معنوی این اثر و محصولات آن (مقالات مستخرج ، کتاب ، برنامه های رایانه ای ، نرم افزارها و تجهیزات ساخته شده است) متعلق به دانشگاه صنعتی شاهرود می باشد . این مطلب باید به نحو مقتضی در تولیدات علمی مربوطه ذکر شود .
- استفاده از اطلاعات و نتایج موجود در پایان نامه بدون ذکر مرجع مجاز نیست.

چکیده

هدف این پایان‌نامه مدل‌سازی، طراحی و پیاده‌سازی کنترل‌کننده فازی مدل‌گزشی به منظور حفظ تعادل و کنترل حرکت ربات تعادلی دوچرخ است. این ربات دارای ساختاری ناپایدار، غیرخطی و غیرهولونومیک است. این ساختار موجب می‌شود تا مدل‌سازی و کنترل سیستم به راحتی امکان پذیر نباشد. ربات تعادلی در این پژوهش با بهره‌گیری از روش اویلر-لاگرانژ مدل‌سازی می‌شود. وجود تفاوت میان مدل نامی بدست آمده و مدل واقعی ربات، امری اجتناب ناپذیر است. از اینرو یک کنترل‌کننده مدل‌گزشی برای حلقه کنترلی اصلی این ربات طراحی می‌شود. حلقه درونی کنترل‌کننده ربات که هدف ردگیری مسیر مطلوب را بر عهده دارد، یک روش پسگام است. دو کنترل‌کننده مدل‌گزشی نیز برای تحقق بخشیدن به قوانین کنترلی پسگام و حفظ تعادل ربات طراحی می‌شوند. یک کنترل‌کننده مدل‌گزشی مرسوم برای کنترل زاویه حرکت ربات در صفحه، و یک کنترل‌کننده مدل‌گزشی با رویکردی جدید برای کنترل همزمان زاویه انحراف بدنه و سرعت خطی ربات در نظر گرفته می‌شوند. همچنین به منظور سرعت بخشیدن به زمان صفر شدن سطوح لغزش تعریف شده، از روش منطق فازی استفاده می‌شود. وظیفه سیستم فازی تعیین پارامترهای مناسب سطح لغزش است بطوریکه باعث افزایش سرعت همگرایی شود. نتایج شبیه‌سازی‌ها نشان می‌دهد که کنترل‌کننده طراحی شده عملکرد مطلوبی دارد. در انتها کنترل‌کننده بر روی یک ربات واقعی به نام زحل پیاده‌سازی می‌شود.

کلمات کلیدی: ربات تعادلی دوچرخ، مدل‌گزشی، روش پسگام، سیستم تزویج شده، فازی، پاندول معکوس

فهرست مطالب

عنوان	صفحه
۱- فصل اول	۱
۱-۱- مقدمه	۲
۱-۲- تعریف مسأله	۲
۱-۳- هدف پایان نامه	۴
۱-۴- ساختار پایان نامه	۵
۲- فصل دوم	۷
۲-۱- مقدمه:	۸
۲-۲- بررسی مقالات و پایان نامه های پیشین	۸
۲-۳- جمع بندی و نتیجه گیری	۱۷
۳- فصل سوم	۱۹
۳-۱- مقدمه	۲۰
۳-۲- معادلات سینماتیکی ربات	۲۰
۳-۳- معادلات دینامیکی ربات	۲۶
۳-۴- معادلات دینامیکی موتور	۳۱
۴- فصل چهارم	۳۵
۴-۱- مقدمه	۳۶
۴-۲- معرفی روش کنترلی مد لغزشی مرسوم	۳۷
۴-۳- معرفی تئوری فازی	۴۰

۴-۴- تفکیک معادله دینامیکی.....	۴۵
۵-۴- طراحی کنترل کننده	۴۷
۴-۵-۱- کنترل حرکت ربات	۴۸
۴-۵-۲- کنترل مدلغزشی	۵۰
۴-۶- نتایج شبیه سازی	۶۶
۵- فصل پنجم.....	۷۵
۵-۱- مقدمه	۷۶
۵-۲- ساختار ربات	۷۶
۵-۲-۱- سنسورها و عملگرهای بکاررفته	۷۸
۵-۲-۲- روش مدولاسیون پهنای پالس	۷۸
۵-۳- نتایج پیاده سازی.....	۸۰
۶- فصل ششم.....	۸۵
۶-۱- نوآوری	۸۶
۶-۲- مرور و نتیجه گیری	۸۶
۶-۳- پیشنهادها	۸۶
۷- منابع.....	۸۹

فهرست شکل‌ها

- شکل ۱-۲: ربات تعادلی JOE ۹
- شکل ۲-۲: ربات ساخته شده توسط کیم و همکاران ۱۱
- شکل ۳-۲: Rبات Eyebot ۱۲
- شکل ۴-۲: ربات ساخته شده توسط دایم و همکاران ۱۵
- شکل ۵-۲: Rبات Segway ۱۶
- شکل ۶-۲: ربات ساخته شده توسط جوونگ و همکاران ۱۷
- شکل ۱-۳: شمای سینماتیکی ربات ۲۱
- شکل ۲-۳: بلوک دیاگرام ربات تعادلی ۲۷
- شکل ۳-۳: مدل مداری موتور مغناطیس دائم ۳۲
- شکل ۱-۴: پدیده وزوز در اطراف سطح لغزش ۳۹
- شکل ۲-۴: ساختار سیستم فازی ۴۲
- شکل ۳-۴: مقادیر مناسب برای lamda در نقاط مختلف صفحه ۶۰
- شکل ۴-۴ (الف): توابع عضویت ورودیها، (ب) توابع عضویت خروجی ۶۲
- شکل ۵-۴: نمودار رابطه بین ورودی خروجی سیستم فازی تک بعدی ۶۵
- شکل ۶-۴ (الف): مسیر ردگیری مطلوب، (ب) زاویه انحراف بدنه ربات (α)، (ج) خطای ردگیری در راستای محور X ۶۸
- شکل ۷-۴ (الف): ردگیری مسیر، (ب) زاویه α ، (ج) خطای ردگیری محور X (د) خطای ردگیری محور Y (ه) زاویه β ۷۰
- شکل ۸-۴ (الف): سرعت مطلوب و سرعت لحظه‌ای ربات (ب) زاویه بدنه ربات (ج) خطای e_x (د) خطای e_y ۷۳
- شکل ۱-۵: موج سیگنال PWM ۸۰
- شکل ۲-۵: نوسانات بدنه ربات در محله پیاده سازی (الف) در کل زمان پیمایش مسیر (ب) نمای واضح تری از نمودار ۸۱
- شکل ۳-۵: مسیر پیموده شده توسط ربات ۸۲
- شکل ۴-۵: نمایش خطای ردگیری مسیر (الف) خطا در راستای محور X (ب) خطا در راستای محور Y ۸۳
- شکل ۵-۵: مسیر پیموده شده توسط ربات ۸۳

فهرست جدول‌ها

جدول ۱-۳: پارمترهای سیستم ۲۵

جدول ۲-۳: نمادهای مورد استفاده در مدل‌سازی موتور مغناطیس دائم ۳۴

جدول ۱-۴: قوانین دوبعدی فازی برای محاسبه λ ۶۲

جدول ۲-۴: قوانین فازی یک بعدی برای محاسبه λ_{1D}^F ۶۴

۱- فصل اول

مقدمه

۱-۱- مقدمه

صنعتی شدن جهان، موجب پیدایش و توسعه‌ی روزافزون کارخانه ها و ماشین آلات صنعتی شده است. سوخت مورد نیاز کارخانه ها و ماشین آلات صنعتی، بطور عمده از سوخت های فسیلی تامین می‌شود. استفاده از سوخت های فسیلی آلودگی های بسیاری را به همراه داشته است. برای کاهش آلودگی های ناشی از این سوخت ها، دولت ها تصمیم گرفتند کارخانه را به اطراف شهرها انتقال دهند. تا باعث کاهش آلودگی سطح شهر شوند. اما مسالهی وجود خودروهای درون شهری هنوز یکی از موجبات اصلی آلودگی های فسیلی را فراهم می‌کند.

در راستای کاهش آلودگی‌های درون شهری و براساس آیین نامه‌های اتحادیه‌ی اروپا برای کاهش انتشار CO₂ محققین و برخی شرکت‌ها به دنبال کسب دانش در زمینه‌ی تکنولوژی وسایل نقلیه دوگانه یا وسایل نقلیه تمام الکتریکی هستند. در بین راه حل های در دست بررسی، ربات های چرخ دار از لحاظ مصرف انرژی سودمندتر هستند. ربات های چرخ دار متحرک^۱ به سه دسته چهار چرخ، سه چرخ و دو چرخ تقسیم بندی می‌شوند. از میان ربات های چرخ دار، مزایای ربات تعادلی دو چرخ باعث شده تا در دو دهه گذشته، تحقیقات بیشتری در زمینه‌ی ربات دو چرخ صورت گیرد.

در ادامه‌ی فصل، در بخش تعریف مساله برخی از مزایای ربات تعادلی در مقایسه با سایر ربات های متحرک بیان می‌شود.

۱-۲- تعریف مساله

پاندول معکوس یک مسالهی متدوال در دینامیک و کنترل محسوب می‌شود. ساختار غیر خطی این سیستم ناپایدار موجب شده تا توجه بسیاری از پژوهشگران رباتیک و کنترل به آن جلب شود. سیستم پاندول معکوس در موارد بسیاری به عنوان یک پیش الگو^۲ جهت بررسی نظریه های کنترلی مورد استفاده قرار گرفته است [1]. طرح اصلی در این تحقیقات به این صورت است که پاندول معکوس معمولاً بر روی یک ماشین چهار چرخ قرار گرفته و تعادل آن با کنترل کردن جا به جایی ماشین حفظ می‌شود.

¹ Wheeled mobile robots

² prototype

در نخستین سال های قرن ۲۱، مدل جدیدی از پاندول معکوس تحت عنوان پاندول معکوس دو چرخ ارائه شد [3] و به سرعت مورد توجه پژوهشگران قرار گرفت. در سال های اخیر، محققین ایده ی پاندول معکوس متحرک^۱ را بر مسائل مختلفی پیاده سازی کرده اند. از جمله این تحقیقات، می توان طراحی حفظ تعادل ربات انسان نما^۲، ربات صندلی چرخ دار^۳ و سیستم حمل و نقل شخصی را نام برد. اما در این بین کمتر به معرفی این ربات تحت عنوان یک ربات متحرک خودکار^۴ پرداخته شده است. در دنیای امروز، در برخی کاربردها نیاز است تا ربات بتواند بطور خودکار حرکت کرده و به کنترل مسیر بپردازد.

کنترل ربات تعادلی دوچرخه که بتواند علاوه بر حفظ تعادل به رد گیری مسیر مطلوب نیز بپردازد، موضوع این پژوهش می باشد. این تعریف از ربات تعادلی، فرآیند کنترلی را کمی پیچیده تر خواهد کرد. اولین هدف در کنترل ربات تعادلی، حفظ تعادل ربات و داشتن کمترین لرزش است. هدف بعدی، ردگیری مسیر مطلوب است.

در ادامه به شرح مزایای ربات تعادلی در مقایسه با سایر ربات های متحرک چرخ دار، که باعث انتخاب این ربات در تحقیقات می شود می پردازیم.

استفاده از مزایای ساختار تعادلی در طراحی ربات های متحرک می تواند باعث افزایش کارایی و قابلیت های حرکتی آنان شود. این مزایا عبارتند از:

۱- ۱ تلاش ربات تعادلی برای متعادل ساختن بدنه خود، این امکان را فراهم می کند که ربات بتواند همواره در هر مسیری تعادل خود را حفظ کرده و همواره در راستای عمود بر زمین قرار بگیرد. توانایی حفظ تعادل این ویژگی را به ربات می دهد که بتواند در مسیرهای شیب دار نیز به راحتی

¹ Mobile inverted pendulum

² Humanoid robot

³ Wheeled chair robot

⁴ Automatic mobile robot

تعادل خود را حفظ کند. در صورتیکه ربات‌های متحرک با بیش از دو چرخ توانایی حفظ تعادل در مسیرهای با شیب زیاد با مشکلاتی روبرو هستند.

۲- ربات تعادلی قادر است در هنگام تحمیل بار نامتعادل نیز همچنان متعادل باقی بماند. چرا که همواره متعادل بودن ربات، از مهم‌ترین تلاش‌های کنترلی ربات تعادلی تعریف می‌شود. اما سایر ربات‌های متحرک در هنگام تحمیل یک بار نامتعادل، به سختی به حرکت ادامه می‌دهند. و گاهی نیز قادر به ادامه حرکت نخواهند بود.

۳- کمتر بودن تعداد چرخ‌های ربات یکی دیگر از مزایای این ربات محسوب می‌شود. بدین گونه که باعث می‌شود تا حجم و وزن ربات تا اندازه‌ای کاهش پیدا کند. و از طرفی باعث می‌شود ربات این توانایی را داشته باشد که بتواند به راحتی حول یک دایره کوچک و یا به دور خود به راحتی گردش کند. به عبارتی، ربات تعادلی این توانایی را دارد که در محیط‌های کوچک به راحتی حرکت کند.

۳-۱- هدف پایان‌نامه

اهداف پژوهش انجام شده به ۳ بخش قابل تقسیم بندی است. در ادامه به توضیح مختصر هر یک از اهداف پرداخته می‌شود.

۱- ارائه‌ی یک روش کنترلی جدید تحت عنوان کنترل کننده مدلغزشی دو سطحی: در طراحی این کنترل کننده، دو سطح لغزش در سطح لغزش اصلی قرار می‌گیرد. با اعمال قانون کنترل مدلغزشی مرسوم، هر دو سطح لغزش به سمت صفر میل خواهند کرد. با به سمت صفر میل کردن سطوح لغزش، خطاهای هر سطح لغزش نیز به سمت صفر میل خواهند کرد.

۲- طراحی کنترل کننده مدلغزشی دو سطحی برای سیستم ربات تعادلی: کنترل کننده‌ای که طراحی می‌شود، باید بتواند با کمترین لرزش به حفظ تعادل ربات بپردازد. و در حین حفظ تعادل ربات، ردگیری مسیر خواسته شده را با کمترین خطای ممکن انجام دهد.

۳- پیاده سازی کنترل کننده طراحی شده بر روی ربات تعادلی: کنترل کننده طراحی شده بر روی یک نمونه از ربات تعادلی پیاده سازی خواهد شد. فرمان های کنترلی مورد نیاز برای کنترل، توسط رایانه در نرم افزار متلب محاسبه می شود و سپس از طریق درگاه Bluetooth به ربات اعمال می شود. در پیاده سازی، ربات باید بتواند در هنگام پیمایش مسیر مطلوب، تعادل خود را روی دو چرخ حفظ کند و اغتشاشات محدود ورودی باعث بهم خوردن تعادل ربات نشود. همچنین خطای مسیر پیموده شده توسط ربات باید مقدار قابل قبولی باشد.

۱-۴- ساختار پایان نامه

پایان نامه ی به نگارش درآمده شامل شش فصل می باشد. اولین فصل شامل دو بخش اصلی تعریف مساله و هدف پایان نامه می باشد. در این فصل ابتدا مروری کوتاه بر نحوه ی پیدایش ایده ی ربات تعادلی داشته ایم. سپس به شرح تعریف مساله، توام با بیان مزایای ربات تعادلی پرداخته شده است. در ادامه این فصل، اهداف پایان نامه بیان شده اند.

در فصل دوم در ابتدا اولین ربات تعادلی دو چرخ معرفی می شود و سپس تحقیقات و پژوهش های انجام شده بر روی ربات تعادلی از دیدگاه های مختلفی مورد بررسی قرار می گیرد.

فصل سوم به استخراج معادلات ربات اختصاص دارد. از آنجائیکه یکی از اهداف کنترلی پایان نامه، پیمایش مسیر مطلوب است، نیاز است تا موقعیت انتهایی ربات توسط معادلات سینماتیکی محاسبه شود. معادلات سینماتیکی ربات در بخش اول این فصل بدست خواهند آمد. در بخش دوم به استخراج معادلات دینامیکی خواهیم پرداخت. معادلات دینامیکی در این بخش با بهره گیری از روش اویلر-لاگرانژ بدست آمده اند. ورودی معادلات حاصل، گشتاوری است که توسط محرک های الکتریکی به ربات اعمال می شود. در صورتیکه در عمل، ولتاژ محرک ها هستند که به ربات اعمال خواهند شد. به همین دلیل بخش آخر فصل به استخراج معادلات دینامیکی موتورهای ربات می پردازد و سپس معادلات دینامیکی

موتور، به معادلات از قبل بدست آمده افزوده می‌شود. در معادلات جدید بدست آمده ورودی ها، ولتاژ موتورهای راست و چپ ربات هستند.

در فصل چهارم به طراحی کنترل کننده فازی مدلغزشی خواهیم پرداخت. در بخش اول این فصل کنترل کننده مدلغزشی مرسوم شرح داده خواهد شد. و بخش دوم به معرفی تئوری فازی اختصاص دارد. در ادامه، قبل از طراحی کنترل کننده، به جداسازی معادلات دینامیکی پرداخته خواهد شد. جداسازی معادلات به گونه‌ای انجام خواهد شد که هر خروجی سیستم، فقط وابسته به یک ورودی باشد. بعد از جداسازی معادلات، به طراحی کنترل کننده می‌پردازیم. کنترل کننده مورد نظر ترکیبی از روش‌های پسگام و کنترل کننده فازی مدلغزشی است. کنترل کننده مدلغزشی یک روش تفکیک شده‌ی مد لغزشی جدید خواهد بود که در آن دو سطح لغزش تعریف می‌شود و سپس اثبات می‌شود که هر دو سطح لغزش به صفر همگرا می‌شوند. در انتها نتایج شبیه سازی‌ها، برای چند مسیر با ویژگیهای متفاوت بررسی می‌شود. و مزایای کنترل کننده طراحی شده عنوان خواهد شد.

فصل پنجم به پیاده سازی اختصاص دارد. در ابتدای فصل ساختار ربات و قطعات استفاده شده بیان می‌شوند.

در فصل ششم علاوه بر نتایج حاصل از این پژوهش، پیشنهادهای پژوهشی آینده نیز ارائه می‌گردد.

۲- فصل دوم

درآمدی بر پیشینه ربات تعادلی

۲-۱- مقدمه:

بررسی تحقیقات و آزمایشات صورت گرفته بر موضوع مورد مطالعه، کمک شایانی به آشنایی و درک بهتر مسأله خواهد داشت. به همین دلیل آغاز هر مطالعه و تحقیقی به مرور پژوهش‌های انجام شده اختصاص دارد. ما نیز در این فصل به منظور درک و آشنایی بهتر مسأله مورد تحقیق، گزیده‌ای از تحقیقات انجام شده بر ربات تعادلی دوچرخ را بررسی خواهیم کرد. به این ترتیب خواننده بصورت اجمالی با روند پیدایش و گسترش موضوع آشنا خواهد شد. همچنین مهم‌ترین مسائل مطرح در این زمینه و چالش‌های اصلی آن مشخص می‌شود.

ایده‌ی ربات تعادلی دوچرخ الهام گرفته شده از سیستم پاندول معکوس است. سیستم پاندول معکوس یک مسأله متداول در پژوهش‌های کنترلی و دینامیکی بوده است. تحقیقات ابتدایی صورت گرفته بر پاندول معکوس نشان دادند که با اعمال یک نوسان دائمی متناوب به پاندول معکوس، می‌توان این سیستم را در حالت ایستاده نگاه داشت و پایداری آن را تضمین کرد. با گسترش تحقیقات بر روی این سیستم، عده‌ای از محققین به بررسی و تحلیل دینامیک این سیستم روی آوردند. که در نتیجه آن توانستند مدل جامعی از دینامیک سیستم را بدست آورند. در نتیجه‌ی این تحقیقات، محققین موفق به ارائه‌ی روش‌های کنترلی شدند که به راحتی قادر به برقراری تعادل پاندول معکوس بودند. پاندول معکوس همچنان به عنوان یک سیستم غیرخطی ذاتاً ناپایدار برای بررسی عملکرد روش‌های کنترلی مورد بررسی قرار می‌گیرد.

۲-۲- بررسی مقالات و پایان‌نامه‌های پیشین

ایده‌ی ربات تعادلی دوچرخ به عنوان یک وسیله نقلیه، برای اولین بار در سال ۲۰۰۲ در مقاله‌ای با عنوان "JOE: A Mobile, Inverted Pendulum" مطرح شد [3]. در این پژوهش یک نمونه از ربات تعادلی دوچرخ به نام JOE در آزمایشگاه فدرال سوئیس ساخته و مورد بررسی قرار گرفته است. معادلات دینامیکی این ربات با بهره‌گیری از مدلسازی نیوتونی استخراج شده است و یک روش تجزیه معادلات

برای ساده سازی معادلات به کاربرده شده است. پس از خطی سازی معادلات بدست آمده، یک کنترل-کننده خطی برای سیستم طراحی شده است. ساختار این ربات متشکل از چند حسگر برای تعیین موقعیت ربات است. حسگر ژيروسکوپ برای مشخص کردن زاویه‌ی بدنه ربات مورد استفاده قرار گرفته است همچنین برای بدست آوردن موقعیت مکانی ربات در صفحه، از کدکننده‌های افزایشی در ساختار ربات استفاده شده است. اطلاعات بدست آمده از طریق حسگرها، برای محاسبه سیگنال کنترلی ورودی به واحد پردازنده دیجیتال ارسال می‌شود. در نهایت نمودارهای بدست آمده نشان می‌دهند که کنترل کننده خطی طراحی شده در حفظ تعادل ربات و کنترل سرعت موفق بوده است. ربات JOE در شکل ۱-۲ نشان داده شده است.



شکل ۱-۲: ربات تعادلی JOE [۳]

با انتشار این مقاله و معرفی ربات JOE، قابلیت‌ها و کاربردهای متفاوت ربات تعادلی توجه بسیاری از مهندسين و پژوهشگران را به خود جلب کرد. ویژگی‌ها و توانمندی‌های خاص ربات تعادلی دوچرخ باعث شده تا این سیستم از جنبه‌های متفاوتی مورد بررسی و تحقیق قرار گیرد [3-20].

ربات تعادلی دوچرخ یک مثال نوعی از یک سیستم غیر خطی ذاتاً ناپایدار همراه با تزویج^۱ شدید است. از این رو مدل‌سازی دینامیکی و شناسایی مدل ربات تعادلی مورد توجه بسیاری از محققین قرار گرفته و در بسیاری از تحقیقات انجام شده به استخراج معادلات دینامیکی ربات پرداخته شده است [3-9]. روش‌های متعددی برای استخراج معادلات دینامیکی سیستم وجود دارد. عموماً مدل دینامیکی غیر خطی ربات تعادلی، براساس روش‌های اویلر- لاگرانژ^۲ [4-6]، قانون جنبشی نیوتن^۳ [7-8] و [3] یا روش کین^۴ [9] بدست آمده است. بعضی از پژوهشگران نیز با فرض موجود بودن معادلات کلی ربات، به کنترل ربات پرداخته‌اند [46]. "کیم" و همکاران در مقاله منتشر شده در [9] سعی بر آن داشتند تا معادلات جامعی از دینامیک ربات بدست آورند. تلاش‌های صورت گرفته برای استخراج معادلات دینامیکی ربات حاکی از آن است که در محاسبه معادلات دینامیکی ربات تعادلی، وجود تفاوت بین مدل نامی بدست آمده و مدل واقعی سیستم امری اجتناب ناپذیر است.

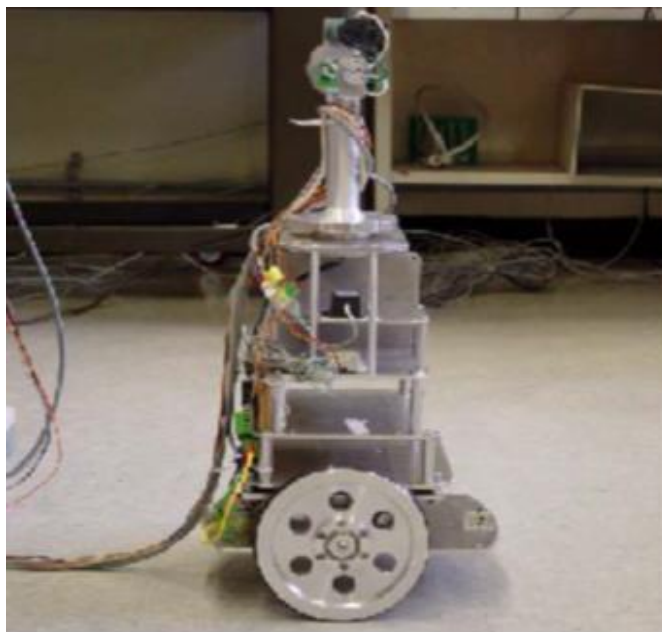
کیم و همکاران تلاش کردند تا به کمک روش کین معادلات دینامیکی کاملی را برای ربات تعادلی دوچرخ بدست آورند. نتایج این تلاش‌ها در سال ۲۰۰۶ در مقاله‌ای تحت عنوان "تحلیل دینامیکی یک ربات غیرهولونومیک پاندول معکوس دوچرخ" منتشر شد. معادلات بدست آمده در این مقاله شامل معادلات ربات در سطوح شیب دار نیز می‌باشد. نتایج عملی بدست آمده در این مقاله نشان می‌دهد که ربات در عمل فقط برای چند الگوی حرکتی موفقیت آمیز عمل کرده است. ربات ساخته شده در شکل ۲-۲ نشان داده شده است.

¹. coupled

². Euler-Lagrange equation

³. Newton's laws of motion

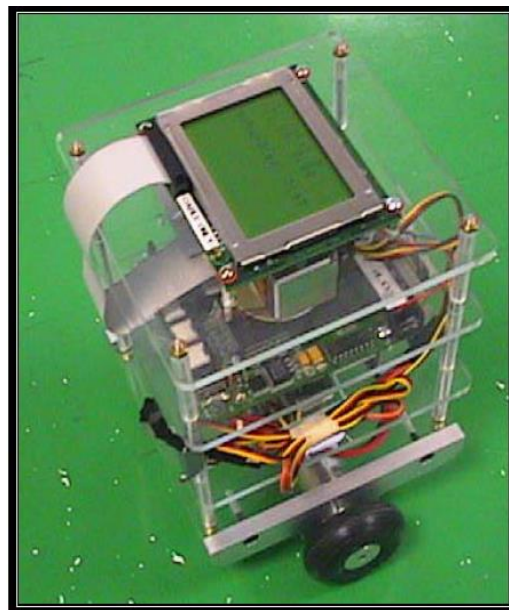
⁴. Kane's method



شکل ۲-۲: ربات ساخته شده توسط کیم و همکاران [۹]

به منظور تحت کنترل در آوردن و پایدارسازی ربات تعادلی، روش‌های کنترلی متعددی مورد بررسی قرار گرفته‌است. تعداد بسیاری از مقالات منتشر شده جهت ساده سازی تحلیل دینامیکی و طراحی کنترل‌کننده، با استفاده از روش‌های کنترلی خطی به کنترل ربات پرداخته‌اند [3] و [10]. در روش‌های خطی لازم است تا ابتدا معادلات غیرخطی ربات، حول نقطه تعادل خطی سازی شوند. یکی از روش‌های خطی سازی متداول در زمینه ربات‌های تعادلی، روش خطی سازی ژاکوبین است [3]، [9-11]. چرا که این روش علاوه بر سادگی، در خطی سازی سیستم کاملاً موفق آمیز بوده‌است. در روش‌های مبتنی بر کنترل‌کننده‌های خطی شرایط اولیه‌ی ربات در عملکرد کنترل‌کننده نقش موثری دارد. بطوریکه برای راه اندازی ربات لازم است تا ربات در لحظات اولیه‌ی راه اندازی حول نقطه تعادل باشد. همچنین در صورتیکه اغتشاشات خارجی باعث فاصله گرفتن بیش از حد سیستم از نقطه تعادل شود، حفظ تعادل با مشکل روبرو شده و به علت صادق نبودن معادلات دینامیکی در این شرایط، ربات از حالت کنترل‌پذیری خارج می‌شود.

از جمله روش‌های کنترلی خطی متداول که بر ربات تعادلی مورد بررسی قرار گرفته‌اند، می‌توان روش‌های تناسبی-دیفرانسیلی^۱، تناسبی-انتگرالی^۲، تناسبی-انتگرالی-دیفرانسیلی^۳، LQR و جایابی قطبی^۴ را نام برد [9-18]. به عنوان مثال در سال ۲۰۰۳ پایان نامه‌ای با عنوان "متعادل سازی یک ربات دو چرخ خودکار" در استرالیا دفاع شد که در آن از یک روش کنترلی LQR برای کنترل تعادل ربات استفاده شده است [19]. در نتیجه این تحقیق یک نمونه آزمایشگاهی کوچک از ربات تعادلی به نام "Eyebot" ساخته شد. در این پایان نامه معادلات دینامیکی ربات با روش نیوتن استخراج شده و سپس معادلات دینامیکی موتور نیز برای اولین بار در آن لحاظ گردیده است. در مرحله پیاده سازی به منظور کاهش اثر نویز بر حسگرهای ربات، به طراحی یک فیلتر کالمن پرداخته شده است. ربات Eyebot در شکل ۳-۲ مشاهده می‌شود.



شکل ۳-۲: ربات Eyebot [۱۹]

-
1. PD
 2. PI
 3. PID
 4. Ploe placement

روش‌های H_∞ و H_2 نیز از دیگر روش‌های کنترلی هستند که بر روی ربات تعادلی مورد بررسی قرار گرفته اند [20-22]. هر چند که این روش‌ها همچنان بر پایه‌ی روش‌های خطی طراحی شده‌اند و تنها هدف کنترلی در این تحقیقات، مسأله متعادل سازی ربات بوده است.

برخی مقالات به طراحی روشهای کنترل غیرخطی، بدون در نظر گرفتن عدم قطعیتها پرداخته‌اند [23]. بطور کلی نادیده گرفتن عدم قطعیتها در مدل سازی سیستم، ممکن است تحت شرایطی باعث برهم خوردن تعادل سیستم شود. برخی از محققین برای غلبه بر عدم قطعیتها به روشهایی چون کنترل مقاوم و تطبیقی روی آوردند [8] و [24-27]. هرچند که این روشهای کنترلی توانایی غلبه بر عدم قطعیتها را دارند، ولی برخی از آنها به دلیل تخمین مدل دینامیکی و پارامترهای سیستم، با پیچیدگی و حجم زیاد محاسبات ریاضی مواجه هستند [24].

برخی از محققین نیز بدون استخراج روابط ریاضی معالات دینامیکی، به طراحی کنترل کننده پرداخته‌اند [28-32] و [24]. در بسیاری از این مقالات روشهای هوشمند برای تخمین معادلات ویا پارامترهای آن به کار گرفته شده است ویا معادلات سینماتیکی ربات در طراحی کنترل کننده لحاظ شده‌اند. در این میان تعدادی از پژوهشگران معادلات سیستم را به کمک مدل جعبه سیاه^۱ تقریب زده‌اند [13] و [31].

با رونق گرفتن استفاده از کنترل کننده‌های هوشمند، مقالاتی در زمینه کنترل هوشمند ربات‌های تعادلی منتشر شد [28]، [32-34]. از جمله کنترل کننده‌های هوشمند طراحی شده می‌توان روشهای عصبی [28] ، فازی-عصبی [32] ، فازی تطبیقی [33]، الگوریتم یادگیری برخط^۲ [34] را نام برد. در طراحی یک کنترلر فازی، تجربه و دانش تخصصی برای تعیین توابع عضویت نیاز خواهد بود. برخی مقالات برای تعیین توابع عضویت از سایر روشهای هوشمند استفاده کردند [30] و [35].

1. Black-box models (this is a model where we are not concerned with the meaning of every term, only that the result approximates reality accurately enough.)
2. On-line learning algorithm

در روشهای یادگیری برخط، الگوریتم یادگیری در حین اجرا شدن سیستم یادگیری رفتار سیستم آهسته است. و از آنجائیکه ربات تعادلی یک سیستم ذاتاً ناپایدار است، کنترل کننده باید بتواند هنگام بروز اغتشاشات و برهم خوردن تعادل، بسرعت ربات را به حالت تعادل برگرداند. اما زمان یادگیری روشها برخط بیشتر از آن است که بتواند به موقع مانع از سقوط ربات شود. لذا روشهای مبتنی بر یادگیری برخط به تنهایی نمی توانند در مقابل اغتشاشات بزرگ خارجی مقاوم باشند.

مدلغزشی یکی دیگر از روشهای کنترلی است که به منظور پایدار سازی ربات تعادلی مورد توجه قرار گرفته است [36-38]. مدلغزشی یک روش کنترلی غیر خطی است که دارای ویژگی هایی چون فهم آسان، پاسخ سریع، کارایی بالا و عدم حساسیت به عدم قطعیت ها است. طراحی کنترل کننده مدلغزشی بر روی ربات تعادلی برای اولین بار، در سال ۲۰۰۹ تو سط "یو" و همکارانش انجام شد [36]. در این تحقیق، نتایج اعمال کنترل کننده طراحی شده بر ربات، فقط در محیط شبیه سازی کامپیوتری مورد بررسی قرار گرفته است. کنترل کننده طراحی شده در این مقاله، قادر است تا ربات را در حالت تعادل نگاه دارد.

پس از انتشار این مقاله، مقالات دیگری نیز به بررسی عملکرد کنترل کننده مدلغزشی بر ربات تعادلی پرداختند. برخی از مطالعات انجام شده بر کنترل کننده مدلغزشی، تنها به حفظ تعادل ربات پرداخته اند [25]. برخی دیگر علاوه بر حفظ تعادل، کنترل سرعت و یا ردگیری مسیر مطلوب را نیز مورد توجه قرار دادند. به عنوان مثال، یک مقاله در سال ۲۰۱۰ با هدف حفظ تعادل و کنترل سرعت ربات منتشر شد [25]. طراحی کنترل کننده در این مقاله به گونه ای است که ربات را قادر می سازد که علاوه بر حفظ تعادل، بتواند یک مسیر خطی با سرعت مشخص را نیز دنبال کند. در این میان تنها تعداد کمی از مقالات منتشر شده به بررسی نتایج بر روی ربات واقعی پرداخته اند.

"دای" و همکاران در مقاله [39]، به طراحی و پیاده سازی کنترل کننده مدلغزشی به منظور حفظ تعادل و کنترل میزان چرخش ربات در صفحه پرداختند. در ساختار ربات طراحی شده در این مقاله

از یک شتاب سنج زاویه و یک ژيروسکوپ برای مشخص کردن موقعیت ربات استفاده شده است. چرخ-های ربات نیز توسط دو موتور DC راه اندازی می‌شوند. همچنین از دو واحد بی‌سیم انتقال اطلاعات برای مخابره اطلاعات بین رایانه و ربات استفاده شده است. سیگنال کنترلی برای ربات، در رایانه محاسبه و از طریق واحد بی‌سیم انتقال اطلاعات به ربات اعمال می‌شود. ربات معرفی شده در این مقاله در شکل ۴-۲ نشان داده شده است.



شکل- ۴-۲- ربات ساخته شده توسط دایم و همکاران [۳۹]

در میان مطالعات انجام شده بر ربات تعادلی، برخی از پژوهشگران کنترل‌کننده مدل‌غزشی را با سایر روش‌های کنترلی ترکیب کرده‌اند [40]. ترکیب روش پسگام^۱ با سایر روش‌های کنترلی، یک ایده متداول در طراحی کنترل‌کننده برای ربات‌های متحرک چرخدار^۲ است [41-43].

در روش کنترلی پسگام ابتدا برای تعدادی از خروجی‌های سیستم یک قانون کنترلی مجازی تعریف می‌شود. قوانین کنترلی معرفی شده به تنهایی قادر به کنترل و پایداری سیستم نخواهند بود. بلکه به عنوان گام نخست روند طراحی کنترل‌کننده محسوب می‌شود. برای محقق شدن قوانین کنترلی معرفی شده، از سایر روش‌های کنترلی استفاده می‌شود. در واقع در روش‌های مبتنی بر روش پسگام، از دو حلقه کنترلی استفاده خواهد شد که روش پسگام روش حلقه درونی کنترل‌کننده است. روش پسگام معرفی

^۱. Backstepping methode

^۲. Wheeled mobile robots

شده در [44]، در بسیاری از تحقیقات انجام شده بر ربات‌های متحرک چرخدار مورد توجه قرار گرفته است. که در آن برای پایداری سیستم لازم است تا سرعت خطی مطلوب ربات همواره مثبت باشد. به عبارتی ربات قادر خواهد بود فقط در مسیرهای رو به جلو حرکت کند.

در زمینه ربات تعادلی دوچرخ، چندین محصول موفق تجاری و نمونه آزمایشگاهی دیگری نیز وجود دارد. ربات "سگ وی"^۱ که یک محصول تجاری از ربات تعادلی است، که در سال ۲۰۰۲ ساخته شد. ربات ساخته شده پس از گذشت دو سال و انجام آزمایشات لازم به بازار عرضه شد. این ربات می‌تواند در حین جابه‌جایی تعادل سرنشین خود را به خوبی حفظ کند [45]. در ساختار ربات سگ‌وی از ۵ ژيروسکوپ و حسگر زاویه و لغزش استفاده شده است. نیروی محرکه این ربات توسط دو سرو موتور قدرتمند تولید می‌شود. استفاده از این نوع از موتورها باعث شده تا کنترل ربات آسان‌تر شود. شکل ۲-۵ یک نمونه از این محصول تجاری را نشان می‌دهد.



شکل ۲-۵: ربات Segway

^۱. Segway

"جوونگ" و همکاران در سال ۲۰۱۲ مقاله‌ای را منتشر کردند که در آن با استفاده از یک شبکه RBF به کنترل مسیر و تعادل ربات پرداخته‌اند [46]. بعلاوه به منظور کنترل و حفظ تعادل ربات، از کنترل‌کننده تناسبی مشتقی نیز استفاده شده است. در مرحله‌ی پیاده سازی این مقاله یک ربات تعادلی ساخته شده که در آن از حسگرهای ارزان قیمتی استفاده شده است. مورد قبول بودن نتایج عملی بدست آمده نشان می‌دهد که به راحتی می‌توان ترکیب چند حسگر ارزان قیمت را جایگزین حسگرهای گران قیمت نمود. شکل ۲-۶ ربات معرفی شده در این مقاله مشاهده می‌شود.



شکل ۲-۶: ربات ساخته شده توسط جوونگ و همکاران [۴۶]

۳-۲- جمع‌بندی و نتیجه‌گیری

در دهه اخیر تحقیقات و مطالعات بسیاری در زمینه ربات تعادلی انجام شده که ربات تعادلی را از جنبه‌های متفاوتی مورد بررسی قرار داده است. تعداد کثیری از فعالیتهای تئوری و عملی بر پایه‌ی روش‌های خطی صورت گرفته است. بطوریکه در این میان روش‌های غیر خطی چون کنترل‌کننده مدلغزشی کمتر مورد بررسی قرار گرفته‌اند. ترکیب روش‌های کنترلی گوناگون می‌تواند باعث شود تا ایرادهای هر روش توسط روش دیگر پوشانده شود. از این رو در این پژوهش یک کنترل‌کننده فازی مدلغزشی طراحی و بر روی یک ربات واقعی پیاده سازی شده است.

۳- فصل سوم

استخراج معادلات دینامیکی و سینماتیکی ربات

۳-۱- مقدمه

در حالت کلی حرکت یک جسم را می‌توان از دو دیدگاه مختلف مورد بررسی قرار داد. به عبارتی می‌توان گفت، بطور کلی مکانیک کلاسیک که در آن حرکت اجسام مورد تجزیه و تحلیل قرار می‌گیرد، شامل دو قسمت سینماتیک^۱ و دینامیک^۲ است. سینماتیک، بررسی هندسی حرکت است و به چگونگی حرکت اجسام بدون در نظر گرفتن نیروهای عامل می‌پردازد. درحالیکه دینامیک به بررسی حرکت به کمک نیروها و قوانین مربوطه می‌پردازد. به عبارتی علت‌های حرکت مورد توجه قرار می‌گیرند و در معادلات وارد می‌شوند. یعنی هر ذره یا جسم همواره در ارتباط با محیط اطراف خود و متأثر از آنها فرض می‌شود. زیرا محیط اطراف، حرکت را تحت تأثیر قرار می‌دهد.

باتوجه به این توضیحات، نیاز است در ابتدا به استخراج معادلات دینامیکی سیستم مورد نظر، یعنی ربات تعادلی دوچرخ پرداخته شود. همچنین به منظور ردگیری مسیر توسط ربات نیاز است تا همواره موقعیت فعلی ربات محاسبه شود و مسیر ردگیری برای ربات با توجه به موقعیتش مشخص شود. لذا به استخراج معادلات سینماتیکی نیز خواهیم پرداخت.

۳-۲- معادلات سینماتیکی ربات

معادلات سینماتیک، به بررسی روابط هندسی حاکم بر سیستم بدون در نظر گرفتن نیروهای تاثیرگذار می‌پردازد و نقطه انتهایی ربات را توصیف می‌کند. در واقع در معادلات سینماتیک مشخص خواهد شد که نقطه انتهایی ربات چه تابعی از متغیرهای مفاصل ربات است. در این بخش به استخراج معادلات سینماتیکی ربات خواهیم پرداخت. شمای سینماتیکی ربات تعادلی دو چرخ در شکل ۳-۱ نشان داده شده است.

¹ Kinematic

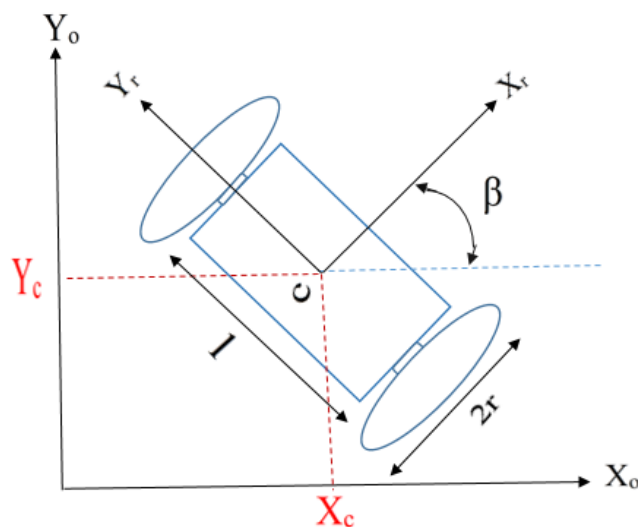
² Dynamic

در بدست آوردن معادلات سینماتیکی دو فرض در نظر گرفته شده است:

۱- سطحی که ربات بر روی آن حرکت می کند سطحی صاف و با شیب صفر است.

۲- چرخ ها در تماس کامل با سطح هستند و غلطش کامل دارند.

در شکل ۱-۳ علامت های اختصاری مربوط به ساختار ربات نمایش داده شده است. این علامت ها در جدول ۱-۳ معرفی شده اند.



شکل ۱-۳: شمای سینماتیکی ربات

سینماتیک سیستم با در نظر گرفتن دو دستگاه مختصات $X_0Y_0Z_0$ و $X_RY_RZ_R$ قابل توصیف است. دستگاه مختصات $X_0Y_0Z_0$ نشان داده شده در شکل ۱-۳ دستگاه مختصات مبدا است. این دستگاه مختصات همواره ثابت است و حرکتی ندارد. در حالیکه دستگاه مختصات $X_RY_RZ_R$ ، متصل به ربات است و همراه ربات در سطح افقی جابه جا می شود. محور قائم هر دو دستگاه مختصات (محور Z_0 و محور Z_R) همواره موازی یکدیگر خواهند بود. مختصات $(X_c, Y_c, 0)$ نشان دهنده مختصات مرکز دستگاه $X_RY_RZ_R$ در دستگاه مبدا است.

با توجه به شمای سینماتیکی ربات در شکل ۱-۳، موقعیت ربات را می توان با شش مختصه تعمیم یافته بصورت زیر تعریف کرد.

$$q = [x_C \ y_C \ \beta \ \alpha \ \theta_R \ \theta_L]^T \quad (1-3)$$

با توجه به شکل ۱-۳ سرعت خطی مرکز جرم ربات در راستای محورهای X_0 و Y_0 از روابط (۲-۳) و (۳-۳) بدست می آیند:

$$\dot{X}_C = V_{xr} \cos \beta \quad (2-3)$$

$$\dot{Y}_C = V_{xr} \sin \beta \quad (3-3)$$

که در آن β زاویه چرخش ربات در صفحه و V_{xr} سرعت خطی ربات در راستای محور است. وابستگی V_{xr} و β به متغیرهای مفصلی $\dot{\theta}_r, \dot{\theta}_l$ بصورت زیر است:

$$V_{xr} = \frac{r}{2} (\dot{\theta}_r - \dot{\theta}_l) \quad (4-3)$$

$$\dot{\beta} = \frac{r}{l} (\dot{\theta}_r - \dot{\theta}_l) \quad (5-3)$$

همانطور که گفته شد، معادلات دینامیکی با این فرض بدست می آیند که چرخها در تماس کامل با سطح هستند و غلطش کامل دارند. این فرض در معادلات ربات، به صورت قید غیرهولونومیک زیر بیان می شود.

$$\dot{Y}_C \cos \beta - \dot{X}_C \sin \beta = 0 \quad (6-3)$$

از طرفی، به راحتی می توان رابطه بالا را با ترکیب روابط (۲-۳) و (۳-۳) بدست آورد. دو قید سینماتیکی دیگر ربات را می توان با ترکیب روابط (۲-۳) تا (۵-۳) بصورت زیر بدست آورد.

$$\dot{X}_C \cos \beta + \dot{Y}_C \sin \beta = r \dot{\theta}_R - \frac{l}{2} \dot{\beta} \quad (7-3)$$

$$\dot{X}_C \cos \beta + \dot{Y}_C \sin \beta = r \dot{\theta}_L + \frac{L}{2} \dot{\beta} \quad (8-3)$$

قیود سینماتیک بدست آمده در روابط (۶-۳) تا (۷-۳) را می توان به فرم ماتریسی زیر نوشت:

$$A(q)\dot{q} = 0 \quad (9-3)$$

که در آن ماتریس $A(q)$ و بردار $\dot{q}$ بصورت زیر تعریف می‌شوند.

$$A(q) = \begin{bmatrix} -\sin \beta & \cos \beta & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \cos \beta & \sin \beta & \frac{L}{2} & 0 & -r & 0 \\ \cos \beta & \sin \beta & \frac{-L}{2} & 0 & 0 & -r \end{bmatrix}, \dot{q} = [\dot{x}_C \quad \dot{y}_C \quad \dot{\beta} \quad \dot{\alpha} \quad \dot{\theta}_R \quad \dot{\theta}_L]^T \quad (۱۰-۳)$$

معادلات سینماتیک یک سیستم می‌تواند شامل ماتریس ژاکوبین نیز باشد. ماتریس ژاکوبین ربات، ماتریسی است که سرعت مفصلی ربات را به سرعت فضای دکارتی تبدیل می‌کند. همچنین روابط بین مشتق زمانی مختصات تعمیم یافته ($\dot{q}$) و سرعت سیستم را تعریف می‌کند. سرعت سیستم مورد نظر این مطالعه را بصورت زیر تعریف می‌کنیم.

$$V = [\dot{\alpha} \quad V_{xr} \quad \dot{\beta}]^T \quad (۱۱-۳)$$

بنابراین ماتریس ژاکوبین ربات را با در نظر گرفتن روابط (۲-۳) تا (۵-۳) می‌توان بصورت زیر بدست آورد.

$$\dot{q} = J(q)V, \quad J(q) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ \cos \beta & \sin \beta & 0 & 0 & \frac{1}{r} & \frac{1}{r} \\ 0 & 0 & 1 & 0 & \frac{1}{2r} & \frac{-1}{2r} \end{bmatrix}^T \quad (۱۲-۳)$$

از آنجائیکه یکی از اهداف این پژوهش، ردگیری مسیر^۱ مطلوب است، لازم است تا معادلات سینماتیکی خطای ردگیری در دستگاه مختصات متصل به ربات X_R را بدست آوریم. دستگاه مختصات متصل به ربات، دوران یافته‌ی دستگاه مختصات مبدأ، حول محور Z_o به اندازه‌ی زاویه‌ی β است. ماتریس دوران بصورت زیر تعریف می‌شود.

$$R = \begin{bmatrix} \cos \beta & \sin \beta & 0 \\ -\sin \beta & \cos \beta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (۱۳-۳)$$

^۱ -Trajectory tracking

حال، برای تبدیل خطا از مختصات مبدا به فضای انتهایی ربات، معادله زیر را می‌نویسیم. در واقع، به استخراج معادلات سینماتیکی خطا می‌پردازیم.

$$E = \begin{bmatrix} e_x(t) \\ e_y(t) \\ e_\beta(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \beta & \sin \beta & 0 \\ -\sin \beta & \cos \beta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{x}(t) \\ \tilde{y}(t) \\ \tilde{\beta}(t) \end{bmatrix} \quad (۱۴-۳)$$

که در آن $\tilde{\beta}, \tilde{Y}, \tilde{X}$ بصورت زیر تعریف می‌شوند:

$$\tilde{X}(t) = X_{cd}(t) - x_c(t) \quad (۱۵-۳)$$

$$\tilde{Y}(t) = Y_{cd}(t) - Y_c(t) \quad (۱۶-۳)$$

$$\tilde{\beta}(t) = \beta_d(t) - \beta(t) \quad (۱۷-۳)$$

در روابط بالا $X_{cd}(t)$ و $Y_{cd}(t)$ به ترتیب بیانگر مختصات X_C مطلوب، Y_C مطلوب و زاویه β مطلوب هستند.

بدلیل اینکه در قانون‌های کنترلی که در فصل بعد توصیف خواهند شد به مشتقات زمانی خطاهای بدست آمده از معادله (۱۴-۳) نیاز خواهد بود، به محاسبه‌ی این مشتقات می‌پردازیم:

$$\dot{e}_x(t) = \dot{\tilde{X}}(t)\cos\beta - \tilde{X}(t)\dot{\beta}\sin\beta + \dot{\tilde{Y}}(t)\sin\beta + \tilde{Y}(t)\dot{\beta}\cos\beta \quad (۱۸-۳)$$

با جایگذاری مشتقات زمانی معادله‌های (۱۱-۳) و (۱۲-۳) در (۱۴-۳) و فاکتورگیری از β داریم:

$$\dot{e}_x(t) = (\dot{X}_{cd} - \dot{X}_c)\cos\beta + \dot{\beta}(-\tilde{X}\sin\beta + \tilde{Y}\cos\beta) + (\dot{Y}_{cd} - \dot{Y}_c)\sin\beta \quad (۱۹-۳)$$

با جایگذاری معادله‌های (۲-۳) و (۳-۳) و جمله اول معادله‌ی (۱۴-۳) در معادله‌ی (۱۸-۳) و ساده سازی خواهیم داشت:

$$\dot{e}_x(t) = V_{xrd}\cos(e\beta) - V_{xr} + \dot{\beta}ey \quad (۲۰-۳)$$

و برای محاسبه‌ی $\dot{e}_y(t)$:

$$\dot{e}_y(t) = \dot{\beta}\cos\beta \tilde{x}(t) - \sin\beta \dot{\tilde{X}}(t) - \beta\sin\tilde{y}(t) + \cos\beta\dot{\tilde{y}}(t) \quad (۲۱-۳)$$

با فاکتورگیری از $\dot{\beta}$ و جایگذاری مشتق زمانی معادله‌های (۱۵-۳) و (۱۶-۳) خواهیم داشت:

$$\dot{e}_y(t) = \dot{\beta} e_x + V_{xrd} \sin(e\beta) \quad (22-3)$$

و برای $\dot{e}_\beta(t)$ داریم:

$$\dot{e}_\beta(t) = \dot{\beta}_d - \dot{\beta} \quad (23-3)$$

لذا سیستم حلقه بسته ربات بصورت رابطه زیر خواهد بود. این رابطه همان مشتق زمانی بردار خطای

E تعریف شده در (۳-۱۰) می باشد.

$$\begin{bmatrix} \dot{e}_x(t) \\ \dot{e}_y(t) \\ \dot{e}_\beta(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{\beta} e_y - V_{xr} + V_{xrd} \cos e_\beta \\ -\dot{\beta} e_x + V_{xr} \sin e_\beta \\ \dot{\beta}_d - \dot{\beta} \end{bmatrix} \quad (24-3)$$

جدول ۳-۱: پارامترهای سیستم

واحد	تعریف	پارامتر
بدنه ربات		
Kg	وزن بدنه ربات	m_b
m/s	سرعت خطی مرکز جرم بدنه ربات در راستای محور x_r	V
rad	جابه جایی دورانی بدنه ربات حول محور y_r	α
rad/s	سرعت زاویه ای بدنه ربات حول محور y_r	$\dot{\alpha}$
rad	جابه جایی دورانی ربات حول محور z_r	β
rad/s	سرعت زاویه ای بدنه ربات حول محور z_r	$\dot{\beta}$
Kg m²	ممان اینرسی بدنه ربات حول محور z_r	I_{bz}
Kg m²	ممان اینرسی بدنه حول محور y_r	I_{by}
m/s²	شتاب گرانشی	g
m	فاصله محور چرخ ها تا مرکز جرم بدنه ربات	d
m	فاصله بین دو چرخ	l
چرخ ها		
Kg	وزن هر چرخ	m_w
m	شعاع هر چرخ	r
rad	جا به جایی دورانی چرخ راست	θ_r
rad	جا به جایی دورانی چرخ چپ	θ_l
rad/s	سرعت زاویه ای چرخ راست	$\dot{\theta}_r$
rad/s	سرعت زاویه ای چرخ چپ	$\dot{\theta}_l$
Kg m²	ممان اینرسی چرخ ها	I_w

۳-۳- معادلات دینامیکی ربات

مهمترین عاملی که در حرکت جسم باید مورد توجه قرار گیرد، نیروهای وارد بر جسم و قوانین حاکم بر این نیروها می باشد. دینامیک به بحث و مطالعه دلایل حرکت می پردازد و عوامل مولد نیرو را نیز در معادلات دخیل می کند. عوامل مولد نیرو در ربات تعادلی گشتاورهای خروجی موتورهای ربات هستند که در معادلات حرکت لحاظ خواهند شد.

روش انتخاب شده برای محاسبه ی معادلات دینامیکی ربات، روش اویلر-لاگرانژ است. در این روش با محاسبه توابع انرژی به معادلات دینامیکی خواهیم رسید. دو نوع انرژی جنبشی و پتانسیل برای سیستم وجود دارد. بنا به تعریف، لاگرانژی تفاضل انرژی جنبشی و انرژی پتانسیل سیستم است. یعنی داریم:

$$L = T - U \quad (۳-۲۵)$$

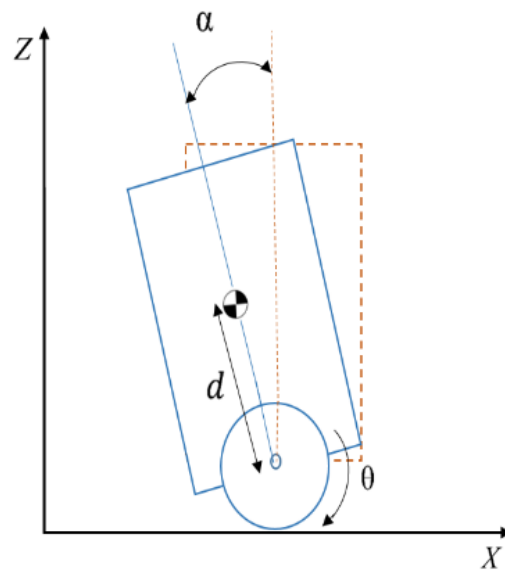
که در آن T معرف مجموع انرژی های جنبشی و U مجموع انرژی های پتانسیل است. برای بدست آوردن معادلات دینامیکی لازم تا معادله اویلرلاگرانژ (یعنی معادله (۳-۲۰)) برای هر یک از متغیرهای حالت نوشته شود.

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\delta L}{\delta \dot{q}} \right) - \frac{\delta L}{\delta q} = Q + A^T \lambda \quad (۳-۲۶)$$

که در این معادله q معرف مختصات تعمیم یافته و Q_i نیروی محرک در هر مختصه است. اولین قدم برای محاسبه لاگرانژی، بدست آوردن مجموعه انرژی های پتانسیل سیستم ربات تعادلی دو چرخ، به علت ارتفاع داشتن ربات از سطح زمین به اندازه شعاع چرخها، انرژی پتانسیل $m_b g r$ در سیستم وجود دارد. از طرفی با توجه به زاویه انحراف بدنه به اندازه α ، مرکز ثقل ربات به اندازه $d \cos(\alpha)$ از زمین فاصله دارد. لذا مجموع انرژی های پتانسیل را می توان از رابطه زیر بدست آورد.

$$U = m_b g (r + d \cos(\alpha)) \quad (۳-۲۷)$$

با در نظر گرفتن شکل (۳-۲) در خواهیم یافت که بدنه ربات همواره به اندازه r از زمین فاصله دارد. پس انرژی پتانسیل $m_b g r$ همواره وجود دارد و باید در معادله ی انرژی پتانسیل وارد شود. همچنین در حالتی که بدنه ربات از حالت تعادل منحرف می شود، انرژی پتانسیل $m_b g d \cos(\alpha)$ به مجموعه انرژی های پتانسیل اضافه می شود.



شکل ۳-۲: بلوک دیاگرام ربات تعادلی

برای بدست آوردن مجموع انرژی های جنبشی ربات لازم است، انرژی جنبشی انتقالی و دورانی ربات را محاسبه کنیم :

انرژی جنبشی انتقالی چرخ ها:

$$T_w^t = \frac{1}{2} m_w r^2 (\dot{\theta}_r^2 + \dot{\theta}_l^2) \quad (۳-۲۸)$$

انرژی جنبشی دورانی چرخ ها:

$$T_w^r = \frac{1}{2} I_w (\dot{\theta}_r^2 + \dot{\theta}_l^2) \quad (۳-۲۹)$$

انرژی جنبشی دورانی بدنه ربات:

$$T_w^r = \frac{1}{2} I_{by} \alpha^2 + \frac{1}{2} I_{bz} \dot{\beta}^2 \quad (۳-۳۰)$$

انرژی جنبشی انتقالی بدنه ربات:

$$T_b^t = \frac{1}{2} m_b V_r^2 \quad (31-3)$$

که در آن V_r از رابطه زیر محاسبه می شود.

$$V_r = V_{xr} + d\dot{\alpha} \cos(\alpha) \quad (32-3)$$

مجموع انرژی های جنبشی ربات به صورت زیر بدست می آید:

$$T = T_b^t + T_b^r + T_w^t + T_w^r \quad (33-3)$$

با توجه به شمای سینماتیکی ربات که در شکل ۱-۳ رسم شد و شکل ۲-۳، و در نظر گرفتن هدف دنبال

پیمایش مسیروتوسط ربات، بردار مختصات تعمیم یافته بصورت $q = [x_c, y_c, \beta, \alpha, \theta_r, \theta_l]^T$ تعریف می شود.

با جایگذاری معادله های (۲۷-۳) و (۳۳-۳) در معادله ی (۲۶-۳)، معادله ی حرکت ربات بدست خواهد آمد.

از آنجائیکه تعداد عناصر مختصات تعمیم یافته با تعداد درجه های آزادی سیستم برابر نیست، سیستم ربات، یک سیستم مکانیکی غیرهولونومیک است. معادله ی حرکت یک سیستم مکانیکی غیرهولونومیک، معمولاً بصورت زیر حاصل می شوند. که در واقع همان نتیجه ی حاصل از حل معادله ی لاگرانژ است.

$$M(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} + G(q) = B(q)\tau + A^T(q)\lambda \quad (34-3)$$

در رابطه ی بالا، $q \in R^n$ ، مختصات تعمیم یافته است و $n=6$ ، $M(q) \in R^{n \times n}$ ، یک ماتریس مثبت معین متقارن^۱ است و ماتریس اینرسی ربات نام دارد. $C(q, \dot{q}) \in R^{n \times n}$ ، ماتریس گشتاور کریولیس و جانب مرکز است. $G(q) \in R^{n \times 1}$ بردار گشتاور ثقلی می باشد. τ بردار گشتاور های ورودی از موتور و $B(q)$ ماتریس ورودی ها هستند. $A^T(q)$ ماتریس قیود غیرهولونومیک^۲ است.

^۱ - Symmetrical positive definite

^۲ - Nonholonomic Constraint Matrix

$$\tau = \begin{bmatrix} \tau_r \\ \tau_l \end{bmatrix}, \quad B(q) = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ -1 & -1 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (35-3)$$

در معادله (۳-۲۹)، ضریب لاگرانژ است که محاسبه‌ی آن کاری دشوار است. برای حذف λ ، فضای پوچ ماتریس A را بدست می‌آوریم. از آنجائیکه $J^T(q)A^T(q) = 0$ می‌توان دریافت که فضای پوچ ماتریس A همان ماتریس ژاکوبین است. لذا با ضرب $J^T(q)$ در طرفین معادله (۳-۳۴)، ضریب لاگرانژ از معادله حذف خواهد شد.

$$J^T M(q) \ddot{q} + J^T C(q, \dot{q}) \dot{q} + J^T G(q) = J^T B(q) \tau \quad (36-3)$$

با قرار دادن معادله (۳-۱۲) و مشتق زمانی این معادله در معادله (۳-۳۶) به معادله زیر خواهیم رسید.

$$(J^T M J) \dot{V} + J^T ((M \dot{J} + C J) V + G(q, \dot{q})) = J^T B(q) \tau \quad (37-3)$$

فرم معادله بدست آمده به گونه‌ای است که می‌توان در آن بردار V را به عنوان متغیرهای حالت برشمرد. در اینصورت، مشاهده می‌شود که θ_r, θ_l بطور کامل از متغیرهای حالت حذف شده‌اند. از طرفی، $\dot{\theta}_r, \dot{\theta}_l$ از بردار V و معادله‌ی (۳-۱۲) قابل محاسبه‌اند. به این ترتیب، می‌توان θ_r, θ_l را از بردار مختصات تعمیم یافته جداکرد. حال ساختار جدید بردار مختصات تعمیم یافته و بردار متغیرهای حالت را تعریف خواهیم کرد.

$$q_r = [x_c, y_c, \beta, \alpha], X = \begin{bmatrix} q_r \\ V \end{bmatrix} \quad (38-3)$$

در مرحله آخر محاسبات دینامیکی، لازم است تا معادلات را به فرم زیر به دست آوریم.

$$\dot{X} = A(x) + B(x)u, \quad u = \begin{bmatrix} \tau_r \\ \tau_l \end{bmatrix} \quad (39-3)$$

با توجه به تعریف لازم است تا $\dot{V}$ و $\dot{q}$ از معادلات محاسبه شوند. $\dot{V}$ از معادله (۳-۳۷) محاسبه می‌شود.

$$\dot{V} = -(J^T M J)^{-1} J^T (M \dot{J} V + C(q, \dot{q})) + (J^T M J)^{-1} J^T B(q) \tau \quad (40-3)$$

این معادلات را به فرم (۳-۳۹) می نویسیم. ماتریس های A و B به صورت معادله های زیر حاصل می شوند:

$$A(x) = \begin{bmatrix} J_r V \\ -(J^T M J)^{-1} J^T (M \dot{J} V + C(q_r, \dot{q}_r)) \end{bmatrix} \quad (۳-۴۱)$$

$$B(x) = \begin{bmatrix} O_{4 \times 2} \\ (J^T M J)^{-1} J^T E \end{bmatrix} \quad (۳-۴۲)$$

در رابطه بالا، J_r مطابق رابطه زیر است.

$$\dot{q}_r = J_r(q) V, \quad J_r(q) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ \cos \beta & \sin \beta & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}^T \quad (۳-۴۳)$$

و عناصر ماتریس A به صورت روابط زیر هستند:

$$A(x) = [A_1(x) \ A_2(x) \ A_3(x) \ A_4(x) \ A_5(x) \ A_6(x) \ A_7(x)]^T \quad (۳-۴۴)$$

$$A_1(x) = V_{xr} \cos \beta \quad (۳-۴۵)$$

$$A_2(x) = V_{xr} \sin \beta \quad (۳-۴۶)$$

$$A_3(x) = \dot{\beta} \quad (۳-۴۷)$$

$$A_4(x) = \dot{\alpha} \quad (۳-۴۸)$$

$$A_5(x) = \frac{dgm_b \sin(\alpha) (4m_b r^2 + 2I_{wa} + 2m_w r^2) + d^2 \dot{\alpha}^2 m_b \sin(2\alpha) (3m_b r^2 + 4I_{wa} + 3m_w r^2)}{I_b m_b r^2 (2I_{wa} + 2) + \cos^2(\alpha) d^2 m_b (2I_{wa} + 2m_w r^2) + 2I_b m_w r^2} \quad (۳-۴۹)$$

$$A_6(x) = \frac{- \left[(d^2 m_b^2 r^2 \left((\sin(2\alpha) \left[3d \dot{\alpha}^2 \cos \alpha + \frac{3}{2} g \right]) - \dot{\beta} V_{xr} \cos^2 \alpha \right) - I_{bg} d \dot{\alpha}^2 r^2 \sin(\alpha) (m_b + 2) \right]}{I_b m_b r^2 (2I_{wa} + 2) + \cos^2(\alpha) d^2 m_b (2I_{wa} + 2m_w r^2) + 2I_b m_w r^2} \quad (۳-۵۰)$$

$$A_7(x) = \frac{2m_b r^2 (V_{xr}^2 + d \dot{\alpha} \cos(\alpha) V_{xr}) \dot{\beta}}{(I_{wa} l^2 + r^2 (2I_b + m_w l^2 + 2I_b))} \quad (۳-۵۱)$$

معادلات عناصر ماتریس B نیز در ادامه محاسبه شده است:

$$b_{11} = b_{12} = b_{21} = b_{22} = b_{31} = b_{32} = b_{41} = b_{42} = 0 \quad (۳-۵۲)$$

$$b(x) = \begin{bmatrix} b_{11} & b_{21} & b_{31} & b_{41} & b_{51} & b_{61} & b_{71} \\ b_{12} & b_{22} & b_{32} & b_{42} & b_{52} & b_{62} & b_{72} \end{bmatrix}^T \quad (۳-۵۳)$$

$$b_{51}(x) = \frac{-\left(2I_{wa} + dm_b r \cos(\alpha) + r^2(2m_w + 3m_b)\right)}{m_b r^2 \left(3I_{by} m_b + 2I^2 m_b m_w \cos^2(\alpha)\right) + 2I_{wa} \left(I_{by} + d^2 m_b \cos^2(\alpha)\right)} \quad (54-3)$$

$$b_{52}(x) = b_{51}(x) \quad (55-3)$$

$$b_{61}(x) = \frac{(I_{by} + dm_b(d \cos^2(\alpha) + 3r \cos(\alpha)))}{r(3I_{by} m_b + 2d^2 m_b m_w \cos^2(\alpha)) + 2I_{wa}(I_{by} + d^2 m_b \cos^2(\alpha))} \quad (56-3)$$

$$b_{62}(x) = b_{61}(x) \quad (57-3)$$

$$b_{71}(x) = \frac{r}{l^2(I_{wa} + m_w r^2) + 4I_b r^2 l} \quad (58-3)$$

$$b_{72}(x) = b_{71}(x) \quad (59-3)$$

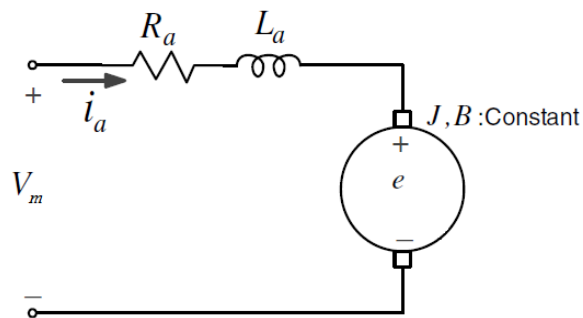
۳-۴- معادلات دینامیکی موتور

ورودی‌های این ربات ولتاژ موتورهای راست و چپ هستند. یعنی گشتاور اعمالی به ربات توسط موتورها تولید می‌شوند. از این رو برای کنترل ربات باید ولتاژ مناسب به موتورها اعمال گردد. به همین دلیل برای طراحی کنترل‌کننده مطلوب، دینامیک موتورها نیز باید در معادلات سیستم وارد شوند.

موتورهای در نظر گرفته شده برای ساخت ربات در این پژوهش، از نوع موتور جریان مستقیم مغناطیس دائم^۱ (DC) است. مزیت این موتورها داشتن قابلیت کنترل پذیری مطلوب و دارا بودن مدل ریاضی ساده و خش فهم می‌باشد. این مزیت‌ها باعث می‌شوند تا کنترل سرعت موتورها به راحتی امکان پذیر باشد و همچنین مدل ریاضی موتور به راحتی قابل استخراج و قابل استفاده در معادلات دینامیکی ربات باشد.

مدار معادل مدار موتور الکتریکی DC در شکل ۳-۳ نشان داده شده است. نمادهای بکار رفته در این شکل، در جدول ۳-۳ معرفی شده‌اند.

¹Permanent magnet dc motor



شکل ۳-۳: مدار معادل موتور الکتریکی مغناطیسی دائم

مدل مداری موتور الکتریکی DC کمک می‌کند تا با استفاده از قوانین ساده کریشهف و قانون اهم مدار و رفتار الکترو موتور را تحلیل کرد. همچنین با مدنظر قرار دادن قانون لنز، می‌توان رابطه‌ی گشتاور حاصل از چرخش روتور با جریان را بدست آورد. در نتیجه‌ی به کار بستن این قوانین، معادلات حاکم بر موتور بصورت زیر بدست می‌آید.

$$V_m = R_a I_a + e + L \frac{dI_a}{dt} \quad (۶۰-۳)$$

$$\tau_m = k_m I_a \quad (۶۱-۳)$$

e در رابطه (۶۰-۳) ولتاژ برگشتی موتور است که ولتاژ ضد محرکه نیز نامیده می‌شود. e طبق رابطه زیر بدست می‌آید.

$$e = k_e \dot{\theta} \quad (۶۲-۳)$$

معادله چرخش روتور نیز مطابق رابطه (۶۳-۳) بدست می‌آید.

$$\tau_m = J_m \ddot{\theta} + b_m \dot{\theta} + r_g \tau_l \quad (۶۳-۳)$$

در رابطه‌ی (۶۰-۳) محاسبه‌ی مشتق زمانی جریان دشوار و همراه با نویز است. از طرفی به علت کوچک و ناچیز بودن ضریب اندوکتانس سلف، می‌توان از مقدار $L \frac{dI_a}{dt}$ در این معادله صرف نظر کرد. در این صورت

$$V_m = R_a I_a + K_e \dot{\theta} \quad (۶۴-۳)$$

به همین ترتیب به علت کوچک بودن ضریب ممان اینرسی و ضریب میرایی موتور، می‌توان از این مقادیر در رابطه (۶۳-۳) چشم پوشی کرد.

$$\tau_m = J_m \ddot{\theta} + b_m \dot{\theta} + r_g \tau_l \quad (۶۵-۳)$$

برای وارد کردن معادلات موتور در معادلات دینامیکی ربات لازم است تا رابطه میان ولتاژ ورودی موتور و گشتاور بار موتور بدست آوریم. به منظور نیل به این هدف I_a را از معادله (۶۴-۳) محاسبه و در رابطه (۶۱-۳) قرار می‌دهیم.

$$\tau_m = k_m \left(\frac{V_m - e}{R_a} \right) \quad (۶۶-۳)$$

در رابطه بالا e مقدار کوچکی است که با توجه به مقاوم بودن روش کنترلی پیشنهادی می‌توان آن را حذف و به عنوان دینامیک مدل نشده در نظر گرفت.

$$\tau_m = V_m \left(\frac{k_m}{R_a} \right) \quad (۶۷-۳)$$

در نهایت با جاگذاری τ_m بدست آمده، در رابطه (۶۵-۳)، رابطه بین ولتاژ موتور و گشتاور بار به دست می‌آید.

$$\tau_l = \frac{\tau_m}{r_g} = V_m \frac{k_m}{r_g R_a} \quad (۶۸-۳)$$

با جاگذاری τ_l از رابطه بالا در معادله دینامیکی ربات (روابط (۳۹-۳) تا (۵۹-۳) بدست آمده در بخش ۳-۳)، ورودی معادله از گشتاور بار به ولتاژ تغییر می‌کند.

$$\dot{X} = A(x) + B(x) \left(\frac{K_m}{r_g R_a} \right) u, u = \begin{bmatrix} V_r \\ V_l \end{bmatrix} \quad (۶۹-۳)$$

با تعریف $g(x)$ و $f(x)$ بصورت زیر، معادله کلی سیستم را به فرم استاندارد (۷۱-۳) بدست می‌آوریم.

$$g(x) = B(x) \left(\frac{Km}{r_g R_a} \right), \quad f(x) = A(x) \quad (۷۰-۳)$$

$$\dot{X} = f(x) + f(x)u, \quad u = \begin{bmatrix} V_r \\ V_l \end{bmatrix} \quad (۷۱-۳)$$

جدول ۳-۲: نمادهای مورد استفاده در مدل سازی موتور مغناطیس دائم

واحد	تعریف	پارامتر
Ω	مقاومت الکتریکی موتور	R_a
H	اندوکتانس موتور	L_a
A	جریان موتور	I_a
Nm/A	ثابت گشتاور	K_m
V/rpm	ثابت ولتاژ برگشتی	K_e
V	ولتاژ تغذیه موتور	U
$g \text{ cm}^2$	ممان اینرسی موتور	J_m
	ضریب میرایی	B_m
	ضریب چرخ دنده	r_g
Nm	گشتاور تولیدی توسط موتور	τ_m
Nm	گشتاور بار متصل به موتور	τ_l

۴- فصل چهارم

طراحی و شبیه سازی کنترل کننده فازی

مدلغزشی

۴-۱- مقدمه

همواره هدف اصلی در کنترل ربات های دو چرخ، در تعادل باقی ماندن و اجتناب از افتادن است. هدف کنترلی بعدی با توجه به کاربرد ربات، متغیر است. از جمله اهدافی که برای ربات تعادلی دو چرخ مطرح شده است، می توان توانایی حمل بار، کنترل سرعت و موقعیت و عبور از مسیر های شیب دار را نام برد. اهداف اصلی این پژوهش حفظ تعادل ربات و ردگیری مسیر^۱ مطلوب است.

روش کنترلی مدنظر برای رسیدن به اهداف بیان شده، روش کنترل فازی مد لغزشی^۲ است. همانطور که گفته شد، هدف اصلی کنترل کننده حفظ تعادل ربات است. بگونه ای که کمترین لغزش را داشته باشد و بتواند هنگام اعمال اغتشاشات نیز تعادل خود را حفظ کند. برای برقرار شدن این هدف بصورت مطلوب، نیاز به کنترل کننده ای است که بتواند پاسخ سریعی به اغتشاشات بدهد و به خوبی در حالت پایدار باقی بماند. روش کنترل فازی مد لغزشی، روشی است که در نیل به این اهداف عملکرد خوبی دارد. به همین دلیل در این پژوهش، از روش کنترل مد لغزشی بهره خواهیم برد. همچنین وجود عدم قطعیت های فراوان و دینامیک های مدل نشده در مدلسازی سیستم، این نیاز را ایجاد می کند که روش کنترلی باید یک روش مقاوم باشد.

کنترل فازی مد لغزشی طراحی شده، یک کنترل کننده مد لغزشی دو سطحی خواهد بود. که در گروه کنترل کننده های مد لغزشی تفکیک شده دسته بندی می شود. روش کنترل کننده تفکیک شده بر پایه مد لغزشی، برای اولین بار در سال ۱۹۹۸ برای یک سیستم مرتبه چهار ارائه شد [۴۷]. که یک روش ساده تری نسبت به سایر کنترل کننده های تفکیک شده برای سیستم های مرتبه چهار است. در سایر روش های کنترلی تفکیک شده، از روش های هوشمند استفاده شده که باعث پیچیدگی کنترل کننده می شوند [۴۸].

¹ Trajectory tracking

² Fuzzy sliding mode control

۴-۲- معرفی روش کنترلی مد لغزشی مرسوم

عدم دقت در انتخاب پارامترهای یک سیستم و یا وجود دینامیک‌های مدل نشده در مدل سازی سیستم، اصطلاحاً عدم قطعیت در مدل سازی سیستم نامیده می‌شود. وجود عدم قطعیت‌ها در مدل سازی سیستم‌های غیرخطی، می‌تواند میزان کنترل پذیری این سیستم‌ها را تحت تأثیر قرار دهد. به گونه‌ای که کنترل سیستم با خطای زیادی مواجه شود و یا در طراحی‌های عملی، قادر به کنترل سیستم موردنظر نباشیم. لذا این عدم قطعیت‌ها باید در طراحی کنترل کننده مدنظر قرار بگیرند. روش‌های کنترل مقاوم و کنترل تطبیقی دو روش اصلی و پر کاربرد برای مقابله با عدم قطعیت‌های مدل سازی هستند. مبنای عملکرد کنترل مقاوم بهره بردن از روش کنترلی پس‌خوردی و به طور همزمان مقابله با عدم قطعیت‌های مدل‌سازی می‌باشد. مد لغزشی یک روش بسیار قدرتمند در میان روش‌های کنترل مقاوم است که به منظور مقابله با عدم قطعیت‌ها و اغتشاشات خارجی در سیستم‌های غیرخطی به کاربرده می‌شود و می‌تواند سیستم را در حضور نامعینی‌های ساختاری و یا غیر ساختاری بطور مطلوبی کنترل کند. روش نامبرده شده دارای مزایای دیگری چون پاسخ گذرای سریع و سادگی در طراحی نیز می‌باشد.

پایه‌ی روش مد لغزشی بر این اصل استوار است که کنترل سیستم‌های مرتبه اول آسان‌تر از کنترل سیستم‌های عمومی‌تر مرتبه n است. خواه این سیستم‌ها خطی باشند یا غیرخطی، معین باشند یا نامعین. از اینرو راهبردی در این روش به کار برده می‌شود که سیستم‌های مرتبه n به سیستم‌های مرتبه اول تبدیل شوند. حال به این سوال میرسیم که روند کاهش مرتبه چگونه است و سیستم مرتبه اول را چگونه تعریف کنیم. بدین ترتیب می‌توان عنوان کرد که طراحی کنترل کننده مد لغزشی شامل دو مرحله اصلی می‌باشد: ۱- طراحی و تعریف یک سطح لغزش که باعث می‌شود مرتبه‌ی سیستم کاهش یابد و بستری مقاوم را در حرکت سیستم به سمت نقطه تعادل فراهم سازد. این سطح باید به گونه‌ای طراحی شود که با حرکت به سمت آن، بتوان برقراری اهداف کنترلی مورد نظر را تضمین کرد. ۲-

انتخاب سیاست کنترلی مناسبی که سیستم را به سمت این سطح حرکت داده و قرار گرفتن و باقی ماند بر روی آن را تضمین کند.

این روش به طور گسترده در سیستم‌های گوناگون غیرخطی مورد استفاده قرار گرفته است و عملکرد موفقیت آمیزی در کنترل سیستم‌هایی چون وسایل نقلیه زیر آبی، موتورهای الکتریکی، سیستم‌های قدرت و ... داشته است. در این پژوهش نیز به منظور تحت کنترل در آوردن ربات تعادلی، روش مدل‌گزشی در نظر گرفته شده است تا کارایی آن در این زمینه نیز مورد بررسی قرار گیرد. در نظر بگیریید معادلات دینامیکی سیستم مورد نظر به صورت زیر باشد.

$$\dot{x}(t) = F(x, t) + G(x, t)u(t) \quad (1-4)$$

که در آن $x(t)$ خروجی سیستم مورد نظر است که هدف از طراحی کنترل کننده، رساندن $x(t)$ به مقداری مطلوب $x_d(t)$ است. توابع F و G در حالت کلی می‌توانند یک تابع غیرخطی متغیر با زمان باشند. $u(t)$ نیز ورودی سیستم است که به عنوان ورودی کنترل به کار برده می‌شود. فرض می‌کنیم معادلات دینامیکی سیستم مورد نظر را به صورت زیر محاسبه کرده‌ایم.

$$\dot{x}(t) = f(x, t) + g(x, t)u(t) \quad (2-4)$$

در رابطه بالا توابع f و g به ترتیب توابع تخمین زده شده برای توابع F و G هستند. در اینجا مقادیر دقیق F و G را نمی‌دانیم اما محدوده‌ی F و G را باید شناسایی کنیم. تفاضل مقدار F و f را با Δf و تفاضل مقدار G و g را با Δg نمایش می‌دهیم. فرض می‌کنیم F و G به ترتیب به کران‌های F و G محدود باشند.

سطح لغزش $S(t)$ را به صورت زیر تعریف می‌کنیم.

$$S(t) = \left(\frac{d}{dt} + \lambda\right)e(t) = \dot{e}(t) + \lambda e(t) \quad ; \quad e(t) = x_d(t) - x(t) \quad (3-4)$$

مشتق زمانی $S(t)$ را محاسبه و رابطه (1-4) را در آن جاگذاری می‌کنیم. به دلیل در اختیار نداشتن توابع F و G ، رابطه (2-4) را با در نظر گرفتن مقدار خطای محاسبات، جایگزین رابطه (1-4) می‌کنیم.

$$\begin{aligned}\dot{S}(t) &= \ddot{x}_d(t) - \ddot{x}(t) + \lambda \dot{e}(t) = \ddot{x}_d(t) - F(x, t) - Gu(t) + \lambda \dot{e}(t) \\ &= \ddot{x}_d(t) - f(x, t) - \Delta f - G(x, t)u(t) + \lambda \dot{e}(t)\end{aligned}\quad (4-4)$$

به منظور سوق دادن سطح لغزش به سمت صفر، تابع لیاپانوف V را به صورت زیر پیشنهاد می‌دهیم.

$$V = \frac{1}{2} S^2 \quad (5-4)$$

در روش اثبات پایداری لیاپانوف لازم است تا مشتق زمانی تابع لیاپانوف مقداری منفی داشته باشد. این مقدار منفی را $-\gamma |S|$ در نظر می‌گیریم که در آن γ مقداری مثبت است.

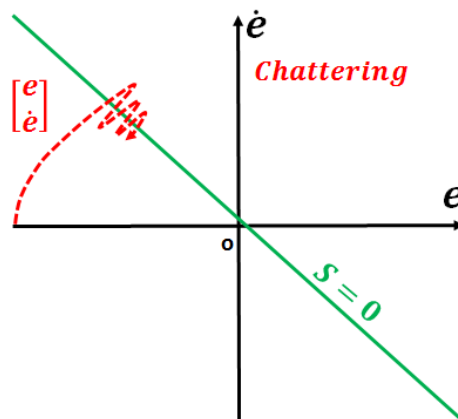
$$\dot{V} = S\dot{S} = S(\ddot{x}_d(t) - f(x, t) - \Delta f - G(x, t)u(t) + \lambda \dot{e}(t)) \leq -\gamma |S| \quad (6-4)$$

برای برقراری رابطه بالا لازم است تا یک قانون کنترلی مناسب انتخاب شود. قانون کنترلی را به صورت زیر در نظر می‌گیریم.

$$u(t) = \frac{1}{g} (\ddot{x}_d(t) - f(x, t) - \lambda \dot{e}(t) + K \operatorname{sgn}(S)) \quad (7-4)$$

با قرار دادن قانون کنترلی تعریف شده، در رابطه (۶-۴)، $\dot{V}$ همواره مقداری منفی خواهد بود. فقط کفایت که K به اندازه کافی بزرگ انتخاب شود.

چالش مهم در این روش وجود پدیده وزوز است که به علت وجود تابع علامت در زمان به صفر رسیدن سطح لغزش رخ می‌دهد.



شکل ۴-۱: پدیده وزوز در اطراف سطح لغزش

روش‌های متعددی برای کاهش این نوسانات ناخواسته طراحی شده‌اند. از جمله‌ی این روش‌ها، استفاده از تابع $Satu(.)$ به جای تابع $Sgn(.)$ است. این روش از روش‌های پرکاربرد است که در این پژوهش نیز به کار گرفته شده‌است.

۴-۳- معرفی تئوری فازی

تئوری فازی در سال ۱۹۶۵ توسط پروفسور علی عسگر لطفی زاده، در مقاله‌ای تحت عنوان "مجموعه‌های فازی" معرفی شد. در این تئوری عضویت در یک مجموعه بطور دقیق مشخص نمی‌شود. می‌دانیم در علم ریاضیات، عضویت در یک مجموعه به صورت "هست" یا "نیست" بیان می‌شود. می‌توان این عضویت داشتن و عضویت نداشتن در یک مجموعه را با مقادیری چون ۱ (بیان کننده عضو بودن) و ۰ (بیان کننده عضو نبودن) بیان کرد. در اینصورت برای هر نمونه می‌توان مقدار عضویت یک و یا فقط مقدار عضویت ۰ را در نظر گرفت. این مجموعه‌ها، مجموعه‌های قطعی نام دارند. در تئوری فازی برای مقدار عضویت یک نمونه، می‌توان عددی بین ۰ و ۱ را نیز در نظر گرفت. در واقع برد تابع عضویت از $\{0 و 1\}$ به $[0 و 1]$ تبدیل می‌شود.

نسبت دادن مقدار عضویت بین ۰ و ۱ به یک نمونه، یک تعبیر ریاضی از منطق فازی است. تعبیر شهودی منطق فازی را میتوان با مفاهیمی چون کم، خیلی کم، نسبتاً، حدوداً و ... توصیف کرد. به عنوان مثال در نظر بگیرید که میخواهیم بدانیم سرعت خودرو زیاد یا کم است. در مجموعه‌های قطعی سرعت خودرو یا کم است یا زیاد و سرعت در یکی از این دو دسته قرار میگیرد. در حالیکه در منطق فازی می‌توان به عضو بودن در این دسته‌ها، یک وزن تعیین کرد. این وزن بین ۰ و ۱ است. هرچه وزن به یک نزدیک‌تر باشد، یعنی عضویت تشدید می‌یابد. اگر بگوییم مقدار عضویت سرعت یک است یعنی سرعت بسیار زیاد است. و اگر مقدار ضویت یک باشد یعنی سرعت تقریباً زیاد است.

این نوع توصیف که پایه‌های اندیشه و استدلال‌های معمولی انسان می‌باشند، به کمک تئوری فازی در قالب ریاضیات نمایش داده می‌شود. توصیف پایه‌های اندیشه‌ی انسان بصورت ریاضی این امکان را فراهم می‌آورد تا اندیشه‌ی انسان گونه توسط کامپیوتر قابل فهم و پیاده سازی باشد. و بتوان برنامه های کامپیوتری را بوجود آورد که به منطق و تفکر انسان نزدیکترند.

برای برقراری ارتباط بین اندیشه های انسان گونه و تئوری فازی در قالب ریاضیات مفاهیمی تعریف می‌شوند که در ادامه به تعریف برخی از این مفاهیم خواهیم پرداخت.

۱- متغیرهای زبانی^۱: به متغیرهایی گفته میشود که مقادیر مورد قبول برای آنها کلمات و جملات انسانی هستند. پروفیسورزاده در سال ۱۹۷۳ می‌نویسد: "متغیرهای زبانی، متغیرهایی هستند که مقادیرشان اعداد نیستند، بلکه لغات یا جملات طبیعی یا ساختگی هستند."

۲-تابع عضویت: تابع عضویت، بیانگر میزان عضویت عنصر X به مجموعه های فازی A است.

اگر درجه عضویت یک عضو از مجموعه برابر با صفر باشد، آن عضو کاملاً از مجموعه خارج است و اگر درجه عضویت یک عضو برابر با یک باشد، آن عضو کاملاً در مجموعه قرار دارد. حال اگر درجه عضویت یک عضو ما بین صفر و یک باشد، این عدد بیانگر درجه عضویت تدریجی می‌باشد. این عدد بیانگر درجه عضویت تدریجی میباشد، درجه عضویت عنصر X در مجموعه فازی A نماد $\mu_A(X)$ نشان داده میشود. در مجموعه های قطعی، مقدار تابع عضویت فقط دو مقدار در برد خود دارد. تابع عضویت در مجموعه های قطعی با رابطه (۴-۸) نشان داده میشود.

$$\mu_A(x) = \begin{cases} 1 & \text{if } x \in A \\ 0 & \text{if } x \notin A \end{cases} \quad (۴-۸)$$

در حالی که برد تابع عضویت در مجموعه های فازی، مقداری از مجموعه‌ی بسته‌ی $[0, 1]$ انتخاب می‌کند.

¹Linguistic variables

در مبحث منطق فازی، توابع عضویت متفاوتی مانند توابعی گوسی، ذورنقه ای، مثلثی و . . . مطرح می شوند. تابع عضویت استفاده شده در این پایان نامه، تابع عضویت مثلثی است. این تابع در ادامه معرفی می گردد.

تابع عضویت مثلثی: این تابع به کمک سه پارامتر $\{ A, B, C \}$ مشخص می شود. مختصات X

را با استفاده از این سه پارامتر می توان محاسبه کرد. این تابع با توجه به رابطه (۹-۴) تعریف می گردد.

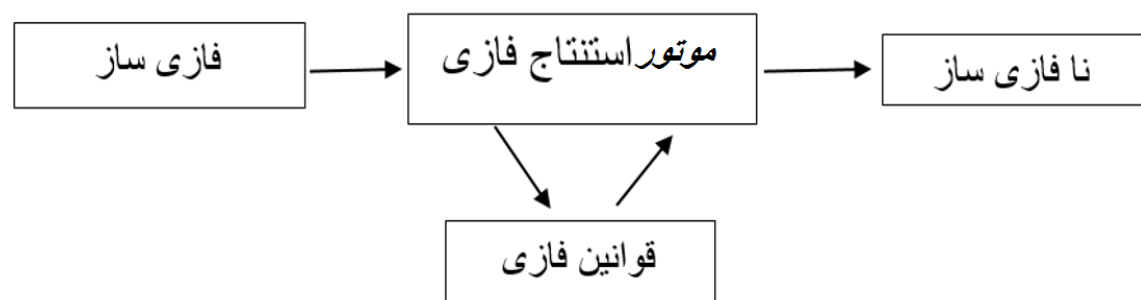
$$Triangle(x; a, b, c) = \max(\min(\frac{x-a}{b-a}, \frac{c-x}{c-b})) \quad (9-4)$$

۳- ترکیب اجزاء و بخش های کلی دستگاه فازی: مجموعه واحدهای پایگاه قوانین فازی،

پایگاه فازی ساز، پایگاه نافازی ساز و موتور استنتاج فازی چهار واحد اصلی یک دستگاه فازی را تشکیل می دهند.

در شکل (۲-۴) ساختار کلی یک سیستم فازی مشاهده می شود.

در این شکل مشاهده میشود یک سیستم فازی شامل سه بخش مهم فازی ساز، هسته استنتاج و نافازی ساز می باشد. که در ادامه به بررسی اجمالی هر یک خواهیم پرداخت.



شکل ۲-۴: ساختار سیستم فازی

فازی ساز^۱: از آنجائیکه یک سیستم فازی به کمک ریاضیات، فرمول سازی می شود، ورودی این

سیستم ها اعداد حقیقی هستند. در صورتیکه در سیستم فازی ما با اعداد فازی سروکار داریم. به همین

^۱ fuzzifier

دلیل یک واسط برای تبدیل اعداد حقیقی به اعداد فازی در نظر گرفته می‌شود. این واسط را واحد فازی ساز می‌نامیم. واحد فازی ساز در واقع نگاشتی از مجموعه اعداد حقیقی بر مجموعه اعداد فازی است. فازی سازهای متفاوتی برای سیستم‌های فازی تعریف شده است. از جمله مهمترین و پرکاربردترین این فازی سازها، می‌توان فازی ساز منفرد^۱ فازی ساز مثلثی^۲ و فازی ساز گوسی^۳ را نام برد. در سیستم فازی طراحی شده در این پژوهش، از فازی ساز منفرد استفاده شده است.

واحد فازی ساز منفرد مقدار ورودی X که یک مقدار حقیقی است را به یک منفرد فازی ساز نگاشت می‌دهد بطوریکه درجه تعلق خروجی فازی در نقطه‌ی X برابر یک و در سایر نقاط برابر صفر است. سادگی محاسبات فازی ساز منفرد، در سادگی و کم حجم بودن محاسبات دستگاه فازی تأثیرگذار خواهد بود.

$$\mu_A(x) = \begin{cases} 1 & x = x^* \\ 0 & \text{ow} \end{cases} \quad (10-4)$$

موتور استنتاج فازی : موتور استنتاج فازی در واقع مسئولیت تصمیم گیری در یک دستگاه فازی را برعهده دارد. این واحد پس از دریافت ورودی از واحد فازی ساز، با در نظر گرفتن قوانین فازی تعریف شده، عمل تصمیم گیری را انجام می‌دهد. تعدادی قواعد استلزام برای ترکیب قوانین فازی وجود دارد. در این میان متداول‌ترین استلزام، استلزام ممدانی است که در بسیاری از سیستم‌های فازی به کار گرفته می‌شود. مفهوم استلزام ضرب ممدانی بصورت رابطه زیر فرمول سازی می‌شود.

$$A \rightarrow B = \min(A, B) \quad (11-4)$$

در انتها نتیجه‌ی حاصل از تصمیم گیری موتور استنتاج به عنوان ورودی به واحد فازی ساز ارسال می‌شود.

¹ Singleton fuzzifier

² Traingular fuzzifier

³ Guassian fuzzifier

نافازی ساز^۱: پس از انجام محاسبات دستگاه فازی، نتیجه حاصل یک مقدار فازی است که باید به

یک عدد حقیقی نگاشت شود. وظیفه نافازی ساز انجام این نگاشت به بهترین نماینده اعداد حقیقی است. نافازی سازی میانگی مراکز یک روش مناسب و پرکاربرد است که در این پژوهش نیز از آن استفاده شده است. نافازی ساز میانگین مراکز، طبق رابطه (۴-۱۲) تعریف میشود. Y^* خروجی این نافازی ساز است.

$$y^* = \frac{\sum_{l=1}^m \bar{y}^l w_l}{\sum_{l=1}^m w_l} \quad (4-12)$$

که در آن $\bar{y}^l$ مرکز l امین مجموعه فازی و $w(i)$ ارتفاع آن باشد.

با به کار بردن فازی ساز منفرد، استلزام ضرب ممدانی و غیره فازی ساز میانگین مراکز، رابطه (۴-۱۳) برای برقراری رابطه بین ورودی و خروجی، حاصل می شود.

$$y = \frac{\sum_{l=1}^m \prod_{i=1}^n \mu_{A_i^l}(x_i) \bar{y}^l}{\sum_{l=1}^m \prod_{i=1}^n \mu_{A_i^l}(x_i)} \quad (4-13)$$

که در آن x_i بیانگر ورودی i ام، n تعداد ورودی ها، m تعداد قوانین فازی، $\mu_{A_i^l}(x_i)$ تابع عضویت ورودی x_i در قانون l ام و y خروجی است.

طراحی سیستم فازی معمولاً براساس دانش بالای افراد متخصص نسبت به سیستم مورد مطالعه انجام می گیرد. بطوریکه انتخاب ورودی ها و خروجی های یک سیستم فازی، تعداد متغیرهای زبانی، انتخاب توابع عضویت مناسب و ایجاد قوانین فازی مناسب، همه با اتکا به علم به رفتار سیستم صورت می گیرد. این روش نیاز به تجربه و دانش کافی نسبت به سیستم دارد.

¹ Defuzzifier

۴-۴- تفکیک معادله دینامیکی

ورودی‌های ربات، ولتاژ موتورهای راست و چپ هستند. برای کنترل ربات، باید به کنترل این ورودی‌ها پرداخت. معادله‌های دینامیکی بدست آمده در فصل ۳ نشان می‌دهند که ورودی هر یک از خروجی‌های سیستم، ترکیبی از دو ولتاژ راست و چپ است. به عبارت دیگر، هر ورودی بر عملکرد خروجی‌های سیستم اثرگذار است. این ویژگی باعث می‌شود تا بر پیچیدگی مسأله افزوده شود. در ادامه می‌خواهیم معادلات بدست آمده را به گونه‌ای تغییر دهیم تا رفتار هر یک از خروجی‌های سیستم فقط تحت تاثیر یک ورودی باشد. معادله‌ی دینامیکی بدست آمده در فصل ۳، از رابطه (۳-۶۹) را در رابطه‌ی زیر مشاهده می‌کنید.

$$\dot{\mathbf{X}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}) + \begin{bmatrix} 0_{4 \times 2} \\ \mathbf{g}_{51} & \mathbf{g}_{52} \\ \mathbf{g}_{61} & \mathbf{g}_{62} \\ \mathbf{g}_{71} & -\mathbf{g}_{72} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_r \\ V_l \end{bmatrix} \quad (14-4)$$

در رابطه (۱۴-۴)، روابط بین عناصر ماتریس $\mathbf{g}$ به صورت زیر است.

$$\mathbf{g}_{51} = \mathbf{g}_{52}, \quad \mathbf{g}_{61} = \mathbf{g}_{62}, \quad \mathbf{g}_{71} = \mathbf{g}_{72} \quad (15-4)$$

وجود این روابط در ماتریس $\mathbf{g}$ این امکان را می‌دهد که بتوانیم رابطه (۱۴-۴) را به صورت زیر بنویسیم.

$$\dot{\mathbf{X}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}) + \begin{bmatrix} 0_{4 \times 2} \\ \mathbf{g}_{51} & 0 \\ \mathbf{g}_{61} & 0 \\ 0 & \mathbf{g}_{72} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_r + V_l \\ V_r - V_l \end{bmatrix} \quad (16-4)$$

با این تبدیل $V_r + V_l$ و $V_r - V_l$ را به عنوان ورودی‌های سیستم در نظر می‌گیریم و آن‌ها را به u_1 و

u_2 تغییر نام می‌دهیم.

$$u_1 = V_r + V_l, \quad u_2 = V_r - V_l \quad (17-4)$$

u_1 و u_2 را در رابطه (۱۶-۴) جایگذاری کرده و به رابطه زیر می‌رسیم.

$$\dot{\mathbf{X}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}) + \begin{bmatrix} 0_{4 \times 2} \\ \mathbf{g}_{51} & 0 \\ \mathbf{g}_{61} & 0 \\ 0 & \mathbf{g}_{72} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} \quad (18-4)$$

بدین ترتیب ورودی‌های سیستم از V_l و V_r به u_1 و u_2 تغییر خواهند کرد و هر یک از خروجی‌های سیستم فقط وابسته به یک ورودی خواهد بود. در طراحی کنترل کننده، معادله بدست آمده در رابطه (۱۸-۴) مورد استفاده قرار خواهد گرفت. ورودی‌های u_1 و u_2 به عنوان ورودی‌های مجازی در نظر گرفته خواهند شد. ولی از آنجائیکه وردی‌های واقعی سیستم V_l و V_r هستند، پس از تعیین قانون‌های کنترلی مناسب برای u_1 و u_2 ، باید V_l و V_r محاسبه و به سیستم اعمال شوند.

در رابطه (۱۷-۴)، u_1 و u_2 برحسب V_l و V_r معرفی شده‌اند در صورتیکه برای محاسبه V_l و V_r برحسب u_1 و u_2 باید معادله (۱۷-۴) را حل کرد. با حل این معادله به رابطه زیر می‌رسیم.

$$V_r = 0.5u_1 + 0.5u_2, \quad V_l = 0.5u_1 - 0.5u_2 \quad (19-4)$$

پس از تعیین u_1 و u_2 به عنوان قوانین کنترلی، آن‌ها را در رابطه بالا قرار داده و V_l و V_r که ورودی‌های واقعی سیستم هستند، بدست می‌آیند.

۴-۵- طراحی کنترل کننده

در این بخش روند طراحی کنترل کننده ارائه خواهد شد. کنترل کننده باید به گونه‌ای طراحی شود که ربات بتواند علاوه بر حفظ تعادل بدنه، مسیر مطلوب را نیز ردگیری کند. برای هر یک از ورودی‌های ربات یک کنترل کننده مد‌لغزشی در نظر گرفته شده است. سطح لغزش کنترل کننده ورودی u_1 بصورت ترکیبی از دو سطح لغزش تعریف می‌شود. قانون کنترلی به گونه‌ای طراحی خواهد شد که سطوح لغزش تعریف شده به صفر همگرا شوند و به این ترتیب خطاهای تعریف شده به سمت صفر میل خواهند کرد. این کنترل کننده، در بردارنده‌ی یک روش جدید کنترلی برای کنترل سیستم‌های تزویج شده^۱ مرتبه ۴ می‌باشد. همچنین به منظور تولید سیگنال کنترلی مناسب u_2 و کنترل سرعت زاویه‌ای ربات در صفحه، یک کنترل کننده مد‌لغزشی مرسوم طراحی می‌شود.

دو هدف کنترلی اصلی این کنترل کننده، کنترل تعادل بدنه ربات و کنترل حرکت ربات (یا به عبارتی پیمایش مسیر مطلوب) است. برای ساده‌تر شدن مساله، پیمایش مسیر مطلوب را به دو بخش پیمایش مسیر در راستای محور x_r و پیمایش مسیر در راستای محور y_r دسته بندی می‌کنیم. با این تقسیم بندی، دو هدف کنترلی اصلی، تبدیل به سه هدف کنترلی می‌شود. همچنین می‌توان برای رد گیری بهتر مسیر، هدف کنترلی تنظیم زاویه‌ی β مطلوب را نیز در دستور کار قرار داد. برای کنترل این چهار متغیر، از دو حلقه کنترلی استفاده خواهد شد. حلقه کنترلی درونی یک روش پسگام است که به کنترل حرکت ربات می‌پردازد. حلقه کنترلی خارجی نیز که یک کنترل کننده مد‌لغزشی است که برای حفظ تعادل و تحقق بخشیدن به قوانین کنترلی پسگام طراحی می‌شود.

¹ coupled

۴-۵-۱- کنترل حرکت ربات

به منظور کنترل حرکت ربات، ابتدا قوانین کنترلی مجازی V_a و $\dot{\beta}_a$ برای V_{xr} و $\dot{\beta}$ تعریف می‌شوند. در واقع V_a و $\dot{\beta}_a$ مقادیر مطلوب جدیدی برای V_{xr} و $\dot{\beta}$ هستند و هدف از طراحی کنترل کننده حلقه خارجی، تحقق بخشیدن به این مقادیر مطلوب جدید است.

قوانین کنترلی مجازی V_a و $\dot{\beta}_a$ برای V_{xr} و $\dot{\beta}$ را مطابق رابطه (۴-۲۰) تعریف می‌کنیم.

$$\begin{bmatrix} V_a \\ \dot{\beta}_a \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} K_x e_x + V_{xrd} \cos e_\beta \\ \dot{\beta}_d + V_{xrd} (K_y e_y + K_\beta \sin e_\beta) \end{bmatrix}, K_x, K_y, K_\beta > 0 \quad (۴-۲۰)$$

که در آن V_{xrd} و $\dot{\beta}_d$ به ترتیب سرعت خطی مطلوب و سرعت زاویه‌ای مطلوب هستند. قانون کنترلی مذکور مطابق روش معرفی شده در [44] است. قانون کنترلی ارائه شده در [44] به گونه‌ای است که برای پایداری و کنترل حرکت لازم است تا سرعت مطلوب مسیر همواره مثبت باشد. به عبارتی ربات همواره باید حرکت رو به جلو داشته باشد تا پایداری آن تضمین شود (لازم است تا $V_{xrd} > 0$ همواره برقرار باشد). در ادامه مطابق آنچه که در [44] آورده شد، اثبات می‌شود که قانون کنترلی معرفی شده در رابطه (۴-۲۰) می‌تواند به صورت مطلوب به کنترل حرکت ربات بپردازد.

قضیه ۱:

با همگرا شدن V_{xr} و $\dot{\beta}$ به قوانین کنترلی پیشنهادی در (۴-۲۰)، $E=0$ نقطه تعادل سیستم خواهد بود. بردار خطای E در رابطه (۳-۱۴) تعریف شده است.

اثبات:

برای اثبات، تابع لیاپانوف پیشنهادی را به صورت زیر تعریف می‌کنیم.

$$V_1 = \frac{1}{2}(e_x^2 + e_y^2) + (1 - \cos e_\beta) \quad (۴-۲۱)$$

خطای حلقه بسته سیستم در رابطه (۲۴-۳) معرفی شده است. با همگرا شدن V_{xr} و $\dot{\beta}$ به قوانین

کنترلی پیشنهادی V_a و $\dot{\beta}_a$ داده شده در رابطه (۲۰-۴)، خطای حلقه بسته سیستم به شکل زیر تغییر خواهد کرد.

$$\dot{E} = \begin{bmatrix} \dot{e}_x \\ \dot{e}_y \\ \dot{e}_\beta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (\dot{\beta}_d + V_{xrd}(K_y e_y + K_\beta \sin e_\beta))e_y - K_x e_x \\ -(\dot{\beta}_d + V_{xrd}(K_y e_y + K_\beta \sin e_\beta))e_x + V_{xrd} \sin e_\beta \\ -V_{xrd}(K_y e_y + K_\beta \sin e_\beta) \end{bmatrix} \quad (22-4)$$

با در نظر گرفتن سیستم حلقه بسته بدست آمده در (۲۱-۴)، مشتق زمانی تابع V_1 به صورت زیر محاسبه می شود.

$$\begin{aligned} \dot{V}_1 &= \dot{e}_x e_x + \dot{e}_y e_y + \dot{e}_\beta \sin e_\beta / K_y \\ &= (\dot{\beta}_d e_y + V_{xrd} K_y e_y^2 + V_{xrd} K_\beta \sin e_\beta e_y - K_x e_x) e_x \\ &\quad + (-\dot{\beta}_d e_x - V_{xrd} K_y e_y e_x - V_{xrd} K_\beta \sin e_\beta e_x + V_{xrd} \sin e_\beta) e_y \\ &\quad + (-V_{xrd} K_y e_y - V_{xrd} K_\beta \sin e_\beta) \sin e_\beta / K_y \\ &= -K_x e_x^2 - V_{xrd} K_\beta \sin^2 e_\beta \leq 0 \end{aligned} \quad (23-4)$$

در نتیجه V_1 یک تابع لیاپانوف است. ■

قضیه ۲:

فرض می کنیم سرعت های V_{xrd} و $\dot{\beta}_d$ مقادیر محدود و پیوسته داشته باشند و مشتقات زمانی آنها، یعنی $\ddot{\beta}_d$ و $\dot{V}_{xrd}$ نیز به اندازه کافی کوچک باشند. در این صورت با انتخاب مقادیری محدود برای K_x و K_β ، نقطه $E=0$ در بازه $[0, \infty)$ به صورت مجانبی پایدار است. یعنی خواهیم داشت:

$$e_x \rightarrow 0, \quad e_y \rightarrow 0, \quad e_\beta \rightarrow 0$$

اثبات:

با خطی سازی رابطه (۲۲-۴) حول نقطه $E=0$ ، رابطه زیر حاصل می شود.

$$\dot{E} = AE \quad (24-4)$$

که در آن ماتریس A به صورت رابطه زیر است.

$$A = \begin{bmatrix} -K_x & \dot{\beta}_d & 0 \\ -\dot{\beta}_d & 0 & V_{xrd} \\ 0 & -V_{xrd} K_y & -V_{xrd} K_\beta \end{bmatrix} \quad (۲۵-۴)$$

ماتریس A یک ماتریس پیوسته و مشتق پذیر است. معادله مشخصه ماتریس A به صورت زیر بدست می‌آید.

$$a_3 S^3 + a_2 S^2 + a_1 S + a_0 = 0 \quad , \quad \begin{cases} a_3 = 1 \\ a_2 = K_\beta V_{xrd} + K_x \\ a_1 = V_{xrd}^2 K_y + V_{xrd} K_x K_\beta + \dot{\beta}_d^2 \\ a_0 = V_{xrd} K_\beta \dot{\beta}_d^2 + V_{xrd}^2 K_y K_x \end{cases} \quad (۲۶-۴)$$

با توجه به مثبت بودن مقادیر a_0, a_1, a_2 و a_3 و برقرار بودن رابطه $a_1 a_2 - a_0 a_3 > 0$ ، و همچنین با بهره گیری از روش روش راث هورویتز، مشخص است که قسمت حقیقی ریشه‌های معادله مشخصه ماتریس A منفی هستند. بدین ترتیب پایداری بردار خطای E حول نقطه صفر پایدار است.

بنابراین خطاهای e_x, e_y و e_β به صفر همگرا خواهند شد. بدین ترتیب با تحقق یافتن قانون کنترلی پیشنهادی (۲۰-۴)، کنترل ردگیری مسیر توسط ربات تضمین خواهد شد. ■

۴-۵-۲- کنترل مدلغزشی

برای محقق شدن قوانین کنترلی مجازی تعریف شده در (۲۰-۴)، به طراحی کنترل کننده مدلغزشی خواهیم پرداخت که بتواند حتی در حضور عدم قطعیت‌ها پایداری جانبی سیستم را تضمین کند. برای نیل به اهداف کنترلی مطرح شده دو سطح لغزش اصلی تعریف می‌کنیم. این دو سطح لغزش را بصورت سطح لغزش S_1 و سطح لغزش S_2 نامگذاری می‌کنیم. سطح لغزش S_1 برای کنترل ورودی u_1 و سطح لغزش S_2 برای کنترل ورودی u_2 در نظر گرفته شده است.

ابتدا به تعریف سطح لغزش S_1 می‌پردازیم. سطح لغزش S_1 به صورت ترکیبی از دوسطح لغزش تعریف می‌شود و همزمان به کنترل زاویه انحراف بدنه و تنظیم سرعت مطلوب ربات می‌پردازد. این سطح لغزش به صورت رابطه زیر تعریف می‌شود.

$$S_1 = S_\alpha + S_v \quad (27-4)$$

سطح لغزش S_1 حاصل جمع دو سطح لغزش S_α و S_v است. هدف از تعریف سطح لغزش S_α ، کنترل زاویه α و هدف از تعریف سطح لغزش S_v ، تنظیم سرعت ربات مطابق رابطه (4-20) است. از آنجائیکه ورودی u_1 در هر دو خروجی $\ddot{\alpha}$ و S_α تاثیرگذار است، ترکیب S_α و S_v را در S_1 قرار داده‌ایم تا بتوانیم با انتخاب مناسب u_1 به کنترل α و V_{xr} بپردازیم. دو سطح لغزش S_α و S_v بصورت روابط زیر تعریف می‌شوند.

$$S_\alpha = \dot{e}_\alpha + \lambda_\alpha e_\alpha \quad ; \quad e_\alpha = \alpha_d - \alpha, \quad \dot{e}_\alpha = \dot{\alpha}_d - \dot{\alpha} \quad (28-4)$$

$$S_v = e_v \quad (29-4)$$

از آنجائیکه می‌خواهیم مقدار سرعت خطی ربات مطابق قانون کنترلی مجازی V_a باشد، e_v را به صورت رابطه زیر تعریف می‌کنیم.

$$e_v = V_a - V_{xr} \quad (30-4)$$

مشتق زمانی S_1 نیز به صورت زیر محاسبه می‌شود.

$$\dot{S}_1 = \dot{S}_\alpha + \dot{S}_v \quad (31-4)$$

$$\dot{S}_\alpha = \ddot{e}_\alpha + \lambda_\alpha \dot{e}_\alpha \quad (32-4)$$

$$\dot{S}_v = \dot{V}_a - \dot{V}_{xr} \quad (33-4)$$

که در آن $\ddot{e}_\alpha$ و $\dot{V}_a$ به صورت روابط زیر هستند.

$$\ddot{e}_\alpha = \ddot{\alpha}_d - \ddot{\alpha} \quad (34-4)$$

$$\dot{V}_a = K \dot{e}_x + \dot{V}_{xrd} \cos e_\beta - V_{xrd} \dot{e}_\beta \sin e_\beta \quad (35-4)$$

روابط (۳۴-۴) و (۳۵-۴) را به ترتیب در روابط (۳۲-۴) و (۳۳-۴) جایگذاری می‌کنیم.

$$\dot{S}_\alpha = \ddot{\alpha}_d - \ddot{\alpha} + \lambda_\alpha \dot{e}_\alpha \quad (۳۶-۴)$$

$$\dot{S}_v = K \dot{e}_x + \dot{V}_{xrd} \cos e_\beta - V_{xrd} \dot{e}_\beta \sin e_\beta - \dot{V}_{xr} \quad (۳۷-۴)$$

$\ddot{\alpha}$ و $\dot{V}_{xr}$ معرفی شده در روابط بالا به ترتیب بیانگر شتاب زاویه انحراف بدنه و شتاب خطی ربات در راستای محور X_r هستند. $\ddot{\alpha}$ و $\dot{V}_{xr}$ مطابق روابط زیر حاصل می‌شوند.

$$\ddot{\alpha} = F_\alpha + G_\alpha u_1 \quad (۳۸-۴)$$

$$\dot{V}_{xr} = F_v + G_v u_1 \quad (۳۹-۴)$$

در فصل ۴ به محاسبه‌ی F_α و G_α و F_v و G_v پرداخته شد ولی به دلیل وجود عدم قطعیت‌ها و دینامیک‌های مدل نشده، معادلات به دست آمده معادل با معادلات واقعی نیستند. طبق رابطه (۱۸-۴) معادلات نامی بدست آمده بصورت زیر هستند.

$$\ddot{\alpha} = f_5(x) + g_{51}(x) u_1 \quad (۴۰-۴)$$

$$\dot{V}_{xr} = f_6(x) + g_{61}(x) u_1 \quad (۴۱-۴)$$

به جهت راحتی و خواناتر بودن معادلات از این مرحله به بعد برخی علائم را بصورت زیر تغییر می‌دهیم.

$$f_\alpha = f_5, \quad g_\alpha = g_{51}, \quad f_v = f_6, \quad g_v = g_{61} \quad (۴۲-۴)$$

باتوجه به در دسترس نبودن معادلات واقعی، در محاسبه معادلات حاکم بر سیستم، از معادلات نامی استفاده خواهد شد. لذا معادلات واقعی (۳۵-۴) و (۳۶-۴) را برحسب معادلات نامی (۳۷-۴) و (۳۸-۴) بازنویسی می‌کنیم.

$$\ddot{\alpha} = f_\alpha + \Delta f_\alpha + G_\alpha u_1, \quad \Delta f_\alpha = F_\alpha - f_\alpha \quad (۴۳-۴)$$

$$\dot{V}_{xr} = f_v + \Delta f_v + G_v u_1, \quad \Delta f_v = F_v - f_v \quad (۴۴-۴)$$

برای بدست آوردن قانون کنترلی نیاز خواهد بود تا $\dot{S}_1$ را برحسب معادلات دینامیکی بدست آمده بنویسیم. به همین دلیل معادلات (۴۳-۴) و (۴۴-۴) را در رابطه (۳۶-۴) و (۳۷-۴) جایگذاری کرده و به روابط زیر می‌رسیم.

$$\dot{S}_\alpha = \ddot{\alpha}_d - (f_\alpha + \Delta f_\alpha + G_\alpha u_1) + \lambda_\alpha \dot{e}_\alpha \quad (۴۵-۴)$$

$$\dot{S}_v = K \dot{e}_x + \dot{V}_{xrd} \cos e_\beta - V_{xrd} \dot{e}_\beta \sin e_\beta - (f_v + \Delta f_v + G_v u_1) \quad (۴۶-۴)$$

روابط بالا را به صورت روابط زیر ساده می‌کنیم.

$$\dot{S}_\alpha = r_1(t) - \Delta f_\alpha - G_\alpha u_1 \quad (۴۷-۴)$$

$$\dot{S}_v = r_2(t) - \Delta f_v - G_v u_1 \quad (۴۸-۴)$$

که در آن $r_1(t)$ و $r_2(t)$ طبق روابط زیر هستند.

$$r_1(t) = \ddot{\alpha}_d - f_\alpha + \lambda_\alpha \dot{e}_\alpha \quad (۴۹-۴)$$

$$r_2(t) = K \dot{e}_x + \dot{V}_{xrd} \cos e_\beta - V_{xrd} \dot{e}_\beta \sin e_\beta - f_v \quad (۵۰-۴)$$

روابط (۴۷-۴) و (۴۸-۴) بدست آمده را در (۳۱-۴) جاگذاری می‌کنیم.

$$\dot{S}_1 = r_1(t) + r_2(t) - (\Delta f_\alpha + \Delta f_v) - (G_\alpha + G_v) u_1 \quad (۵۱-۴)$$

در این مرحله لازم است با اعمال یک قانون کنترلی مناسب، S_α و S_v به سمت صفر میل کنند تا اهداف کنترلی محقق شوند.

قانون کنترلی پیشنهادی به صورت زیر ارائه می‌شود.

$$u_1 = \left(\frac{1}{g_\alpha + g_v} \right) (r_1(t) + r_2(t) + K_1 \text{Sgn}(S_1) + \eta_1 \text{Sgn}(S_\alpha)) \quad (۵۲-۴)$$

در این رابطه η_1 طبق رابطه زیر تعریف شده است.

$$\eta_1 = \left| \frac{g_\alpha + g_v}{Q_1 + Q_2} \right| (\gamma_2 + Q_3 + Q_4 + |r_1| + |r_2|) + |r_1| + |r_2| \quad , \quad \gamma_2 > 0 \quad (۵۳-۴)$$

که در آن Q_1, Q_2, Q_3 و Q_4 به ترتیب کران بالای G_α و G_v و Δf_α و Δf_v هستند.

$$|G_a| < Q_1 \quad |G_v| < Q_2 \quad |\Delta f_a| < Q_3 \quad |\Delta f_v| < Q_4 \quad (54-4)$$

همچنین K_1 نیز باید طبق رابطه زیر انتخاب شود.

$$K_1 = \left| \frac{g_a + g_v}{Q_1 + Q_2} \right| (\gamma_1 + Q_3 + Q_4 + |r_1| + |r_2|) + |r_1| + |r_2| + \eta_1, \quad \gamma_1 > 0 \quad (55-4)$$

قضیه ۳:

قانون کنترلی معرفی شده در رابطه (۴۹-۴)، با رعایت شرط (۵۱-۴) و (۵۲-۴) به سمت صفر میل کردن S_1 ، S_a و S_v را تضمین می کند.

اثبات:

تابع لیاپانوف V_2 برای اثبات به سمت صفر میل کردن S_1 به صورت زیر پیشنهاد می شود.

$$V_2 = \frac{1}{2} S_1^2 \quad (56-4)$$

تابع لیاپانوف تعریف شده، یک تابع معین مثبت است. شرط پایداری S_1 در نقطه صفر، معین منفی بودن $\dot{V}_2$ است. با جایگذاری قانون کنترلی معرفی شده در $\dot{V}_2$ ، مشاهده خواهیم کرد که $\dot{V}_2$ مقداری منفی بدست می آید. به این ترتیب به سمت صفر میل کردن S_1 اثبات خواهد شد.

$$\dot{V}_2 = \dot{S}_1 S_1 \quad (57-4)$$

ابتدا رابطه (۵۱-۴) را در رابطه بالا قرار می دهیم.

$$\dot{V}_2 = (r_1(t) + r_2(t) - (\Delta f_a + \Delta f_v) - (G_a + G_v) u_1) S_1 \quad (58-4)$$

قانون کنترلی u_1 که در رابطه (۵۲-۴) معرفی شده است را در رابطه (۵۸-۴) جاگذاری و سپس ساده سازی می کنیم.

$$\dot{V}_2 = [r_1(t) + r_2(t) - (\Delta f_a + \Delta f_v) - \left(\frac{G_a + G_v}{g_a + g_v}\right)(r_1(t) + r_2(t) + \eta_1 + \text{sgn}(S_a))]S_1 - \left(\frac{G_a + G_v}{g_a + g_v}\right)K_1|S_1| \quad (59-4)$$

می‌توان کران بالای $\dot{V}_2$ را به صورت زیر نوشت.

$$\dot{V}_2 \leq [|r_1| + |r_2| + Q_3 + Q_4 + \frac{Q_1 + Q_2}{|g_a + g_v|}(|r_1| + |r_2| + \eta_1) - \frac{Q_1 + Q_2}{|g_a + g_v|}K_1]|S_1| \quad (60-4)$$

با اثبات منفی بودن کران بالای $\dot{V}_2$ ، منفی بودن $\dot{V}_2$ نیز بدیهی خواهد بود. K_1 معرفی شده در رابطه

(55-4) را در رابطه (60-4) قرار می‌دهیم و پس از ساده سازی به رابطه زیر می‌رسیم.

$$\dot{V}_2 \leq -\gamma_1|S_1| \quad (61-4)$$

بدین ترتیب با اعمال قانون کنترلی (52-4) و انتخاب K_1 طبق رابطه (55-4)، S_1 به سمت صفر حرکت

کرده و در این سطح باقی می‌ماند. در نتیجه رابطه (22-4) به صورت رابطه زیر خواهد بود.

$$S_a + S_x = 0 \quad (62-4)$$

که در نتیجه آن رابطه زیر را خواهیم داشت.

$$S_x = -S_a \quad (63-4)$$

لازم به ذکر است که با صفر شدن S_1 ، صفر بودن S_a و S_v تضمین نخواهد شد در حالیکه برای

برقرار شدن اهداف کنترلی نیاز است تا S_a و S_v صفر شوند. در ادامه نشان خواهیم داد که با اعمال

همان قانون کنترلی (52-4) و انتخاب مناسب η_1 می‌توان از صفر بودن S_a و S_v نیز اطمینان حاصل

کرد. به منظور اثبات این گفته تابع لیپانوف V_3 را به صورت زیر پیشنهاد می‌دهیم.

$$V_3 = \frac{1}{2}S_a^2 + \frac{1}{2}S_v^2 \quad (64-4)$$

مشتق زمانی تابع لیپانوف V_3 را بدست می‌آوریم.

$$\dot{V}_3 = \dot{S}_a S_a + \dot{S}_v S_v \quad (65-4)$$

روابط (47-4) و (48-4) را در رابطه بدست آمده جاگذاری می‌کنیم.

$$\dot{V}_3 = (r_1 - \Delta f_\alpha - G_\alpha u_1) S_\alpha + (r_2 - \Delta f_v - G_v u_1) S_v \quad (۴-۶۶)$$

و طبق رابطه (۴-۶۳)، $-S_\alpha$ جایگزین S_v می‌شود.

$$\dot{V}_3 = (r_1 - \Delta f_\alpha - G_\alpha u_1) S_\alpha - (r_2 - \Delta f_v - G_v u_1) S_\alpha \quad (۴-۶۷)$$

در ادامه قانون کنترلی معرفی شده در رابطه (۴-۵۲) را در رابطه بدست آمده قرار می‌دهیم.

$$\dot{V}_3 = [r_1 - r_2 + (\Delta f_v - \Delta f_\alpha) - \left(\frac{G_\alpha - G_v}{g_\alpha + g_v}\right)(r_1 + r_2 + K_1 \text{Sgn}(S_1) + \eta_1 \text{Sgn}(S_\alpha))] S_\alpha \quad (۴-۶۸)$$

در این حالت مقدار S_1 برابر صفر است لذا $K_1 \text{sgn}(S_\alpha)$ از رابطه بالا حذف می‌شود. با ساده سازی رابطه بالا به نامساوی زیر می‌رسیم.

$$\dot{V}_3 = [r_1 - r_2 + (\Delta f_v - \Delta f_\alpha) - \left(\frac{G_\alpha - G_v}{g_\alpha + g_v}\right)(r_1 + r_2)] S_\alpha - \left(\frac{G_\alpha - G_v}{g_\alpha + g_v}\right) \eta_1 |S_\alpha| \quad (۴-۶۹)$$

کران بالای $\dot{V}_3$ به صورت زیر خواهد بود.

$$\dot{V}_3 \leq [|r_1| + |r_2| + Q_3 + Q_4 + \left|\frac{Q_1 + Q_2}{g_\alpha + g_v} (|r_1| + |r_2|) - \frac{Q_1 + Q_2}{g_\alpha + g_v} |\eta_1| |S_\alpha|\right|] |S_\alpha| \quad (۴-۷۰)$$

η_1 معرفی شده در قانون کنترلی را در رابطه بالا قرار داده و با ساده سازی به رابطه زیر می‌رسیم.

$$\dot{V}_3 \leq -\gamma_2 |S_\alpha| \quad (۴-۷۱)$$

لذا با تعیین مقدار η_1 مناسب، صفر شدن S_α و S_v نیز تضمین خواهد شد. ■

آخرین نکته‌ی باقیمانده در قانون کنترلی معرفی شده، وجود تابع S_α است که باعث رخ دادن پدیده‌ی وزوز خواهد شد. روش در نظر گرفته شده برای رفع این پدیده، استفاده از تابع $\text{Satu}(\cdot)$ به جای تابع $\text{Sgn}(\cdot)$ است. از این رو قانون کنترلی معرفی شده در (۴-۵۲) به صورت زیر تصحیح می‌شود.

$$u_1 = \left(\frac{1}{g_\alpha + g_v}\right)(r_1 + r_2 + K_1 \text{Satu}(S_\alpha) + \eta_1 \text{Satu}(S_\alpha)) \quad (۴-۷۲)$$

بدین ترتیب اثبات شد که با اعمال قانون کنترلی (۷۲-۴) به ورودی u_1 ، ابتدا S_1 و سپس S_α و S_v به صفر همگرا خواهند شد. که در نتیجه آن اهداف کنترلی حفظ تعادل بدنه ربات و تنظیم سرعت موردنظر محقق می‌شود.

حال می‌خواهیم با تعیین یک قانون کنترلی مناسب برای ورودی u_2 ، به کنترل زاویه β بپردازیم. که هدف از طراحی این کنترل‌کننده، تنظیم $\dot{\beta}$ مطابق قانون کنترلی (۷۰-۴) است. برای این منظور سطح لغزش S_2 به صورت زیر تعریف می‌شود.

$$S_2 = e_\beta \quad ; \quad e_\beta = \dot{\beta}_a - \dot{\beta} \quad (۷۳-۴)$$

مشتق زمانی $\dot{S}_2$ را به دست می‌آوریم.

$$\dot{S}_2 = \ddot{\beta}_a - \ddot{\beta} = \ddot{\beta}_d + \dot{V}_{xrd} e_y + V_{xrd} \dot{e}_y + \dot{V}_{xrd} K_\beta \sin e_\beta + V_{xrd} K_\beta \dot{e}_\beta \cos e_\beta - \ddot{\beta} \quad (۷۴-۴)$$

طبق معادلات دینامیکی به دست آمده در رابطه (۷۸-۴)، $\ddot{\beta}$ را می‌توان از رابطه (۸۰-۴) به دست آورد.

$$\ddot{\beta} = f_7 + g_{72} u_2 \quad (۷۵-۴)$$

این در حالی است که $\ddot{\beta}$ واقعی طبق رابطه (۸۴-۴) قابل محاسبه خواهد بود. به دلیل در دسترس نبودن F_7 و G_{72} واقعی، از معادله‌ی نامی به دست آمده استفاده خواهد شد. در ادامه برای محاسبه‌ی $\ddot{\beta}$ رابطه (۷۴-۴) به کار برده خواهد شد.

$$\ddot{\beta} = F_7 + G_{72} u_2 \quad (۷۶-۴)$$

$$\ddot{\beta} = f_7 + \Delta f_7 + G_{72} u_2 \quad (۷۷-۴)$$

$\ddot{\beta}$ قابل محاسبه از رابطه (۷۷-۴) را در رابطه (۷۴-۴) قرار می‌دهیم تا $\dot{S}_2$ را بر حسب معادلات دینامیکی و ورودی u_2 به دست آوریم.

$$\dot{S}_2 = r_3 - \Delta f_7 - G_{72} u_2 \quad (۷۸-۴)$$

که در آن $r_3(t)$ طبق رابطه زیر است.

$$r_3 = \ddot{\beta}_d + \dot{V}_{xrd} e_y + V_{xrd} \dot{e}_y + \dot{V}_{xrd} K_\beta \sin e_\beta + V_{xrd} K_\beta \dot{e}_\beta \cos e_\beta - f_7 \quad (۷۹-۴)$$

در ادامه با بهره گیری از روش کنترلی مدلغزشی، قانون کنترلی به گونه ای ارائه خواهد شد که قادر باشد S_β را به سمت صفر میل دهد.

قانون کنترلی در نظر گرفته شده بصورت رابطه زیر است.

$$u_2 = \frac{1}{g_{72}} (r_3(t) + K_2 \operatorname{sgn}(S_2)) \quad (۸۰-۴)$$

با در نظر گرفتن فرضیات زیر، K_2 و η_2 معرفی شده در رابطه بالا طبق روابط (۹۳-۴) و (۹۴-۴) تعریف می شوند.

$$K_2 = \left| \frac{g_7}{Q_7} \right| (\gamma_3 + Q_6 + |r_3|) + |r_3| \quad ; \quad |\Delta f_7| < Q_6, |G_7| < Q_7, \gamma_3 > 0 \quad (۸۱-۴)$$

قضیه ۴:

با اعمال قانون کنترلی معرفی شده در رابطه (۸۰-۴) به ورودی u_2 و برقراری شرط (۸۱-۴)، سرعت زاویه ای $\dot{\beta}_a$ بصورت مجانبی به $\dot{\beta}_a$ همگرا خواهد شد.

اثبات:

برای اثبات صفر شدن S_2 با قانون کنترلی معرفی شده در رابطه (۷۷-۴)، تابع لیاپانوف V_4 را به صورت زیر پیشنهاد می دهیم.

$$V_4 = \frac{1}{2} S_2^2 \quad (۸۲-۴)$$

تابع لیاپانوف معرفی شده، یک تابع معین مثبت است. طبق تعریف، مشتق زمانی این تابع باید معین منفی باشد. در ادامه نشان داده خواهد شد که با اعمال قانون کنترلی (۸۰-۴)، $\dot{V}_4$ یک تابع نیمه معین منفی است. ابتدا رابطه ی (۹۰-۴) را در رابطه بالا قرار می دهیم.

$$\begin{aligned} \dot{V}_4 &= \dot{S}_2 S_2 \\ &= (r_3(t) - \Delta f_7 - G_{72} u_2) S_2 \end{aligned} \quad (۸۳-۴)$$

قانون کنترلی معرفی شده در رابطه (۸۰-۴) را نیز جایگزین ورودی u_2 می کنیم.

$$\dot{V}_4 = [r_3(t) - \Delta f_7 - \frac{G_7}{g_7} r_3(t)] S_1 - \frac{G_7}{g_7} K_2 |S_2| \quad (۸۴-۴)$$

کران بالای $\dot{V}_4$ را با در نظر گرفتن مثبت بودن K_2 و g_{72} می توان به صورت زیر نوشت.

$$\dot{V}_4 \leq (|r_3(t)| + Q_6 + \frac{Q_7}{g_7} |r_3(t)| - \frac{G_7}{g_7} K_2) |S_2| \quad (۸۵-۴)$$

با جایگذاری K_2 از رابطه (۸۱-۴) در رابطه بالا، نامساوی زیر به دست می آید.

$$\dot{V}_4 \leq -\gamma_3 |S_2| \quad (۸۶-۴)$$

باتوجه به مثبت بودن γ_3 ، $\dot{V}_4$ همواره منفی خواهد بود. منفی بودن $\dot{V}_4$ ، همگرایی $\dot{\beta}$ به β_a را تضمین می کند. ■

اما مشکل وجود پدیده وزوز به دلیل وجود تابع $\text{sgn}(\cdot)$ همچنان باقیست. به منظور کاهش پدیده وزوز، تابع $\text{satu}(\cdot)$ را به جای تابع $\text{sgn}(\cdot)$ قرار می دهیم و قانون کنترلی جدیدی به صورت زیر حاصل می شود.

$$u_2 = (\frac{1}{g_7})(r_3(t) + K_2 \text{satu}(S_2)) \quad (۸۷-۴)$$

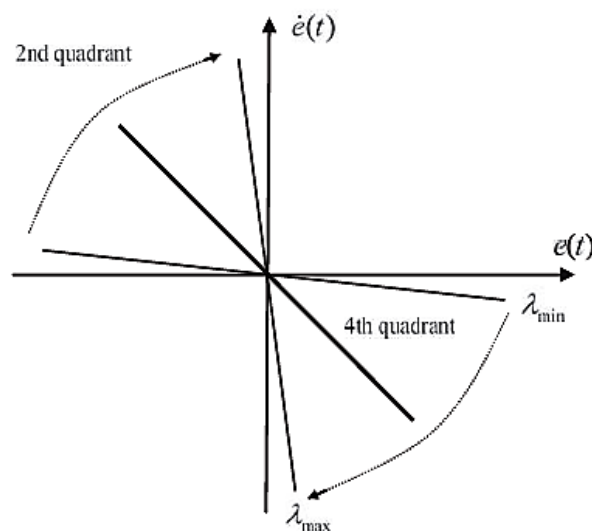
به این ترتیب زاویه α و سرعت های V_{xr} و $\dot{\beta}$ به مقادیر مطلوب تعریف شده همگرا می شوند و پایداری مجانبی سیستم به اثبات می رسد. در نتیجه ی اعمال قوانین کنترلی (۸۰-۴) و (۸۷-۴)، اهداف حفظ تعادل و ردگیری مسیر ربات برقرار می شوند.

همانطور که در بخش قبل شرح داده شد، u_1 و u_2 ورودی های مجازی سیستم هستند که از طریق تفکیک سازی معادلات بوجود آمده اند. در حالیکه ورودی های اصلی ربات ولتاژ موتورهای راست و چپ هستند. از اینرو برای بدست آوردن ورودی های اصلی ربات، سیگنال های کنترلی بدست آمده از قوانین کنترلی (۸۰-۴) و (۸۷-۴)، مطابق رابطه (۱۹-۴) باهم ترکیب خواهند شد.

سرعت همگرایی سطح لغزش به سمت صفر، یک عامل مؤثر در عملکرد کنترل کننده های مدلغزشی می باشد. بصورتیکه با افزایش سرعت همگرایی سطح لغزش به سمت صفر، خطاهای تعریف شده برای

سیستم نیز با سرعت بیشتری به صفر همگرا خواهند شد. در نتیجه کنترل کننده در پایدار سازی سیستم عملکرد بهتری خواهد داشت. به همین جهت در ادامه از روش فازی معرفی شده در [۴۹] برای افزایش سرعت همگرایی سطح لغزش به سمت صفر استفاده خواهد شد.

سطح لغزش تعریف شده در کنترل کننده‌ی این تحقیق برای زاویه انحراف بدنه ربات (α) به فرم عمومی $S = \dot{e} + \lambda e$ است. واضح است که در یک موقعیت مشخص از سیستم، که e و $\dot{e}$ مقادیر مشخصی دارند، λ تنها پارامتری است که می‌توانیم برای رسیدن به مقدار مناسب S تحت کنترل درآوریم. به عبارتی با تعیین مقدار مناسب برای λ ، از روش‌های جابجایی سطح لغزش برای نزدیک شدن به صفر استفاده می‌شود. شکل ۳-۴ را در نظر بگیرید. در این شکل مقادیر مناسب λ به ازای مقادیر مشخص e و $\dot{e}$ نشان داده شده است. با توجه به همواره مثبت بودن λ ، به ازای مقادیر بزرگ مثبت برای e و مقادیر کوچک منفی برای $\dot{e}$ ، هرچه λ کوچکتر انتخاب شود، S نیز به صفر نزدیکتر خواهد بود. همچنین برای مقادیر کوچک مثبت e و مقادیر بزرگ منفی $\dot{e}$ ، لازم است تا λ یک مقدار بزرگ مناسب انتخاب شود. به همین ترتیب در سایر قسمت‌های صفحه فاز می‌توان مقادیر مناسب λ را محاسبه کرد. این مفاهیم را می‌توان در قالب قوانین و مجموعه‌های فازی نیز تشریح کرد.



شکل ۳-۴: مقادیر مناسب برای λ در نقاط مختلف صفحه [۴۹]

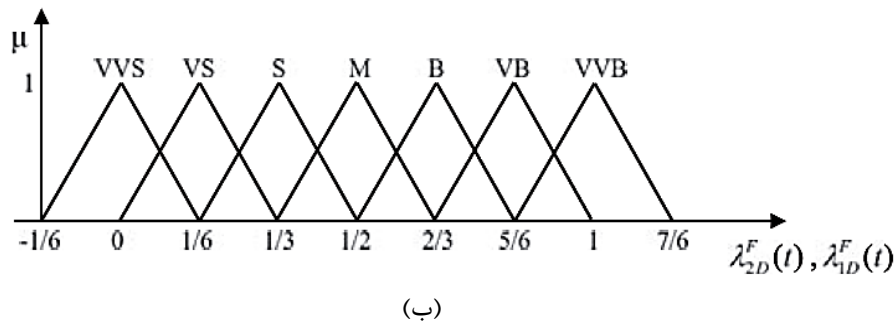
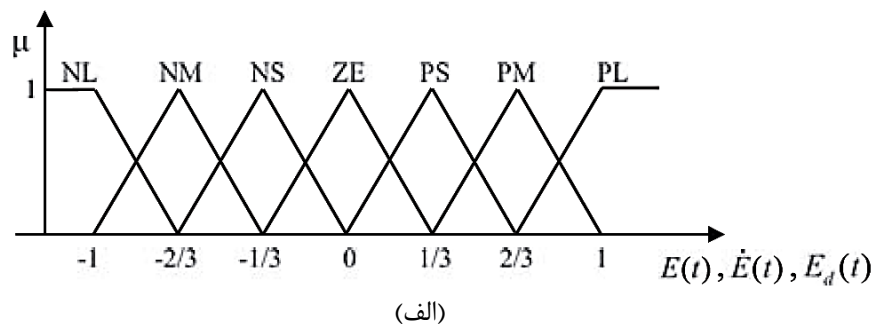
از آنجائیکه مقدار مناسب λ با در نظر گرفتن مقادیر e و $\dot{e}$ تعیین خواهد شد، لذا e و $\dot{e}$ ورودی‌ها و λ خروجی سیستم فازی خواهد بود. λ محاسبه شده با قوانین منطق فازی دوبعدی با λ_{2D}^F نمایش داده خواهد شد. رفتار فازی با مجموعه‌ای از قوانین زبانی^۱ برپایه دانش تخصصی بصورت زیر مشخص خواهد شد [۴۹].

(۴-۸۸) λ_{2D}^F is LAMDA_{2D} THN $\dot{e}(t)$ is $\dot{E}(t)$ and $e(t)$ is $E(t)$

بطوریکه $E(t)$ ، $\dot{E}(t)$ و LAMDA به ترتیب مجموعه قوانین فازی e ، $\dot{e}$ و λ_{2D}^F هستند. البته در اینجا این نکته قابل ذکر است که ما در اینجا فرض می‌کنیم مقادیر e و $\dot{e}$ قبل از استفاده از آن‌ها به عنوان ورودی‌های سیستم، به بازه $[-1, +1]$ نگاشت شده‌اند.

واضح است که e و $\dot{e}$ می‌توانند مقادیر مثبت یا منفی داشته باشند درحالیکه خروجی سیستم یعنی λ باید مثبت باشد. از این رو توابع عضویت ورودی‌ها با NB، NM، NS، ZE، PS، PM و PB نشان داده می‌شوند. این نمادها به ترتیب معرف مقادیر بزرگ منفی، متوسط منفی، کوچک منفی، صفر، کوچک مثبت، متوسط مثبت و بزرگ مثبت هستند. توابع عضویت خروجی نیز به طور مشابه با علائم VVS، VS، S، M، B، VB و VVB برای مقادیر بسیار بسیار کوچک، بسیار کوچک، کوچک، متوسط، بزرگ، بسیار بزرگ و بسیار بسیار بزرگ مشخص می‌شوند. توابع عضویت در نظر گرفته شده برای e ، $\dot{e}$ و λ_{2D}^F ، از نوع توابع مثلثی هستند. این توابع در شکل ۴-۴ مشاهده می‌شوند. باتوجه به تعداد توابع عضویت ورودی‌ها، ۴۹ قانون دوبعدی فازی تشکیل می‌شود. این توابع در جدول ۴-۱ قابل مشاهده هستند.

¹ linguistic



شکل ۴-۴: الف) توابع عضویت ورودی‌ها، ب) توابع عضویت خروجی [۴۹]

جدول ۴-۱: قوانین دوبعدی فازی برای محاسبه λ [۴۹]

$\begin{matrix} E(t) \\ \dot{E}(t) \end{matrix}$	NB	NM	NS	ZE	PS	PM	PB
PB	M	B	VB	VVB	VB	B	B
PM	S	M	B	VB	B	M	S
PS	VS	S	M	B	M	S	VS
ZE	VVS	VS	S	M	S	VS	VVS
NS	VS	S	M	B	M	S	VS
NM	S	M	B	VB	B	M	S
NB	M	B	VB	VVB	VB	B	M

اگر m تعداد مجموعه‌های فازی تعریف شده برای e و n تعداد مجموعه‌های فازی تعریف شده برای $\dot{e}$ باشد، برای پیاده سازی سیستم فازی، به $m \times n$ قانون نیاز خواهد بود. که در اینجا تعداد قوانین فازی ۴۹ است. تعداد زیاد قوانین فازی، اصلی‌ترین عیب یک سیستم دوبعدی محسوب می‌شود. چرا که حجم محاسبات و پیچیدگی آن را افزایش می‌دهد. برای کاهش تعداد قوانین فازی و در نتیجه آن سادگی و

سرریعتر شدن محاسبات قوانین فازی، روش ارائه شده در [۴۹] ابتدا شرح داده و سپس به قوانین کنترلی تعریف شده اعمال می‌کنیم.

جدول ۴-۱ را در نظر بگیرید. با یک مشاهده دقیق در این جدول به راحتی می‌توان دریافت که قوانین بدست آمده در هر قسمت از صفحه، متقارن با قوانین قسمت مجاور است. بطوریکه فقط با در نظر گرفتن اندازه ورودی‌ها و بدون توجه به علامت آن‌ها، خروجی قوانین فازی یکسان خواهند بود. به عنوان مثال یک نقطه از صفحه را در نظر می‌گیریم که در آن $E(t) = PM$ و $\dot{E}(t) = PM$. با توجه به جدول ۴-۱ مقدار خروجی سیستم فازی (یعنی λ_{2D}^F)، M خواهد بود. در صورتیکه علامت یکی از ورودی‌های سیستم تغییر کند، خروجی سیستم همین مقدار M خواهد بود. این قوانین در زیر نشان داده شده اند [۴۹].

$$\begin{aligned} \text{When } E(t) = NM \text{ and } \dot{E}(t) = PM &\Rightarrow \text{The FLC output } \lambda_{2D}^F = M \\ \text{When } E(t) = PM \text{ and } \dot{E}(t) = NM &\Rightarrow \text{The FLC output } \lambda_{2D}^F = M \quad (۸۹-۴) \\ \text{When } E(t) = NM \text{ and } \dot{E}(t) = NM &\Rightarrow \text{The FLC output } \lambda_{2D}^F = M \end{aligned}$$

با در نظر گرفتن این ویژگی، اگر ورودی‌های سیستم را $|e(t)|$ و $|\dot{e}(t)|$ تعریف کنیم، تعداد قوانین فازی به ۱۶ قانون کاهش می‌یابد. به عنوان مثال ۴ قانون کنترلی ذکر شده در بالا بصورت زیر خواهند بود [۴۹].

$$\text{When } |E(t)| = M \text{ and } |\dot{E}(t)| = M \Rightarrow \text{The FLC output } \lambda_{2D}^F = M \quad (۹۰-۴)$$

در تمام این ۱۶ قانون فازی، تفاضل اندازه e و $\dot{e}$ مقداری متفاوت از قانون دیگر است. از این رو می‌توان تفاضل قدر مطلق e و $\dot{e}$ را به عنوان ورودی سیستم انتخاب کرد. در این حالت ورودی سیستم طبق رابطه زیر بدست می‌آید [۴۹].

$$E_d(t) = |E(t)| - |\dot{E}(t)| \quad (۹۱-۴)$$

بدین ترتیب تعداد قوانین فازی از ۴۹ به ۷ قانون فازی کاهش پیدا می کند و سیستم فازی یک سیستم یک بعدی خواهد بود. در سیستم فازی تک ورودی (یک بعدی)، قوانین سیستم بصورت زیر تعریف می شوند [۴۹].

$$\text{IF } E_d(t) \text{ is } ED \text{ THEN } \lambda_{1D}^F \text{ is } \text{LAMDA}_{1D} \quad (92-4)$$

در قانون بالا ED مجموعه فازی $E_d(t)$ و λ_{1D}^F خروجی سیستم می باشد. توابع عضویت λ_{1D}^F همانند سیستم دوبعدی و مطابق شکل ۴-۴-ب تعریف می شود. همچنین مجموعه ۷ قانون فازی برای سیستم تک بعدی حاصل شده طبق جدول ۴-۲ تعریف می شوند. نمودار نشان دهنده رابطه بین ورودی خروجی سیستم تک بعدی فازی در شکل ۴-۵ نشان داده شده است.

به منظور بررسی میزان دقت سیستم فازی بدست آمده، میانگین مربع خطا^۱ بین سیستم دوبعدی و یک بعدی مطابق رابطه (۹۲-۴) محاسبه می شود [۴۹].

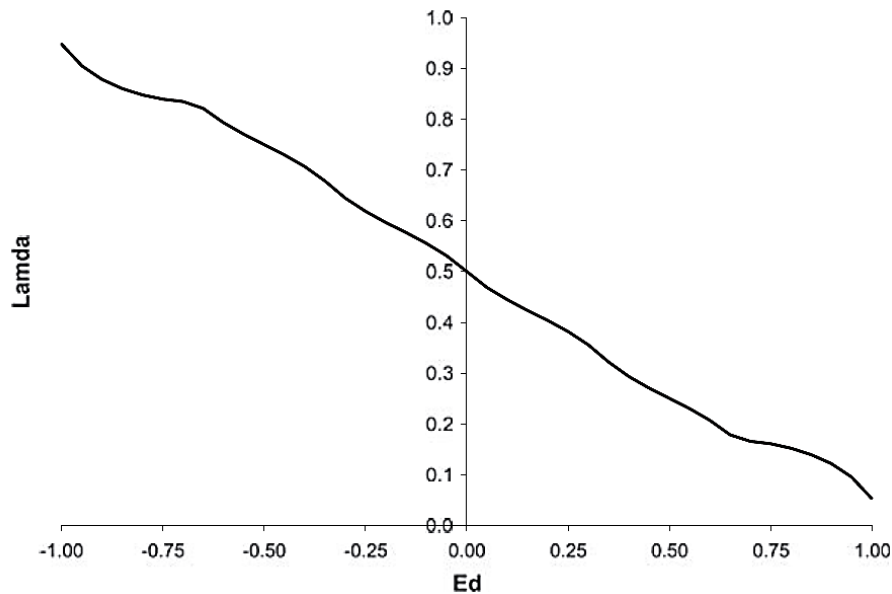
$$MSE = \frac{1}{r} \sum_{E(t), \hat{E}(t), E_d(t)=-1}^{+1} (\hat{\varphi} - \varphi)^2 \quad (93-4)$$

در فرمول بالا r تعداد نمونه ها، φ مقدار خروجی بدست آمده از سیستم دو بعدی و $\hat{\varphi}$ مقدار خروجی بدست آمده از سیستم یک بعدی (تخمینی از φ) است. مقدار خطای بدست آمده از فرمول (۹۳-۴) به ازای $r = 0.05$ ، 0.0012 است. این مقدار خطا نشان دهنده این مطلب است که قوانین بدست آمده برای سیستم یک بعدی، به خوبی می تواند جایگزین سیستم فازی دو بعدی شود.

جدول ۴-۲: قوانین فازی یک بعدی برای محاسبه λ_{1D}^F [۴۹]

$E_d(t)$	NB	NM	NS	ZE	PS	PM	PB
λ_{2D}^F	VVB	VB	B	M	S	VS	VVS

¹ Mean squared error(MSE)



شکل ۴-۵: نمودار رابطه بین ورودی خروجی سیستم فازی تک بعدی [۴۹]

شکل ۴-۵ نشان می‌دهد که رابطه بین ورودی خروجی سیستم فازی یک بعدی، بسیار شبیه به یک رابطه خطی است. این رابطه را می‌توان با فرمول خطی زیر تخمین زد [۴۹].

$$\lambda^{FL}(t) = -0.45E_d(t) + 0.5 \quad (۴-۹۴)$$

رابطه اخیر برای تعیین λ_α مناسب در قانون کنترلی (۴-۵۲) استفاده می‌شود. در این رابطه $E_d(t)$ مطابق رابطه (۴-۹۱) محاسبه می‌شود که در آن $E(t)$ و $\dot{E}(t)$ به ترتیب توابع عضویت e_α و $\dot{e}_\alpha$ هستند. همانطور که قبلاً گفته شد، در [۴۹] فرض بر این بوده است که مقادیر e_α و $\dot{e}_\alpha$ به بازه $[-1,1]$ نگاشت شده‌اند. به منظور برقراری این فرض، مقادیر e_α و $\dot{e}_\alpha$ بر مقدار بیشینه‌ی ۴۰ تقسیم می‌شوند.

۴-۶- نتایج شبیه سازی

کنترل کننده طراحی شده در بخش ۴-۵، در محیط نرم افزار متلب به معادلات دینامیکی ربات اعمال شده است. نتایج بدست آمده از شبیه سازی ها نشان می دهند که کنترل کننده طراحی شده توانایی رضایت بخشی برای کنترل تعادل ربات و پیمایش مسیر دارد.

در شبیه سازی های انجام شده، یکسری عدم قطعیت های فرضی بر معادلات دینامیکی بدست آمده اعمال شده است. یکی از عدم قطعیت های در نظر گرفته شده، یک رابطه غیر خطی متغیر با زمان است که به عنوان عدم قطعیت برای ماتریس $F(x)$ در نظر گرفته می شود. این عدم قطعیت فرضی، مطابق رابطه (۴-۹۴) در نظر گرفته شده است.

$$\begin{aligned} F_5(x) &= f_5(x) + 0.1 \sin(\alpha t) \\ F_6(x) &= f_6(x) + 0.1 \sin(\alpha t) \\ F_7(x) &= f_7(x) + 0.1 \sin(\alpha t) \end{aligned} \quad (۴-۹۴)$$

بدین صورت که در شبیه سازی ها فرض شده است که $F_5(x)$ ، $F_6(x)$ و $F_7(x)$ مقادیر واقعی برای توابع $f_5(x)$ ، $f_6(x)$ و $f_7(x)$ هستند.

به طور مشابه یک عدم قطعیت فرضی نیز طبق رابطه (۴-۹۵) بر ماتریس $G(x)$ اعمال شده است.

$$\begin{aligned} G_5(x) &= g_5(x) + 0.3 \sin(t) \\ G_6(x) &= g_6(x) + 0.3 \sin(t) \\ G_7(x) &= g_7(x) + 0.3 \sin(t) \end{aligned} \quad (۴-۹۵)$$

مقادیر پارامترهای کنترل کننده در نظر گرفته شده در این شبیه سازی ها، بصورت $K_1 = 3$ ، $K_x = 1$ ، $K_2 = 8$ و $\eta_1 = 3$ می باشد. سایر مقادیر مورد نیاز در این شبیه سازی ها، مطابق مقادیر ربات واقعی است. گام زمانی شبیه سازی ها مقدار 0.003 در نظر گرفته شده است.

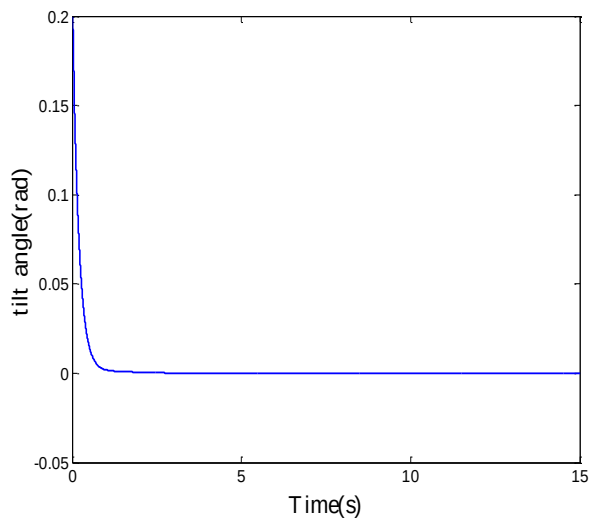
در این شبیه سازی ها، مسیرهای مختلفی برای پیمایش مسیر طراحی شده است. طراحی این مسیرها به منظور بررسی نحوه عملکرد ربات در شرایط متفاوت انجام شده است. اولین مسیر طراحی شده یک مسیر مارپیچ است. نتایج شبیه سازی برای مسیر مارپیچ در شکل (۴-۶) نشان داده شده است.

مسیر طراحی شده ترکیبی از مسیرهای خط مستقیم، مسیر منحنی پاد ساعتگرد و مسیر منحنی ساعتگرد است. هدف از طراحی این مسیر، بررسی عملکرد کنترل کننده در پیمایش مسیرهای دایره ای شکل و مسیرهای ترکیبی است. مسیری که توسط ربات ردگیری شده، در همین شکل با رنگ قرمز و بصورت نقطه چین نمایش داده شده است. منطبق بودن مسیر طراحی شده و مسیر پیمایش شده توسط ربات، بیانگر عملکرد مطلوب کنترل کننده در ردگیری مسیر طراحی شده است.

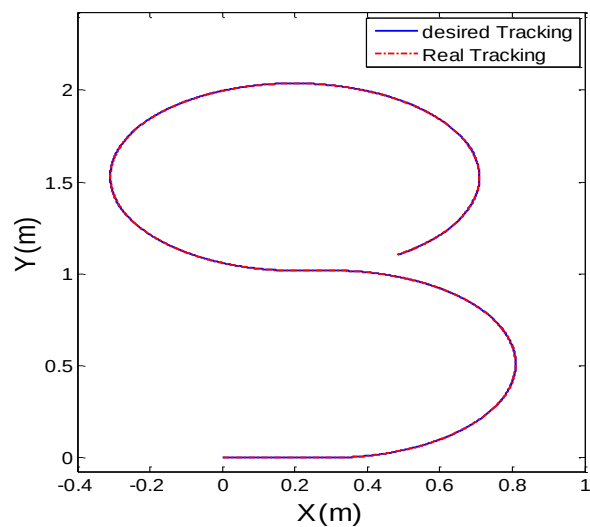
در شکل ۴-۶-الف، مسیر مطلوب پیشنهادی برای ربات با رنگ آبی نشان داده شده است. شکل ۴-۶-ب، زاویه انحراف بدنه بر حسب زمان را نشان می دهد. همانطور که در شکل مشاهده می شود، زاویه α از مقدار اولیه 0.2 rad ، بصورت مجانبی به صفر رسیده و در حالت صفر باقی مانده است. زاویه α در زمان $t = 0.5 \text{ s}$ به 0.1 rad معادل 0.57 deg رسیده است که این مقدار برای برقراری تعادل بدنه مقداری ناچیز است. در زمان های بعدی نیز، باوجود اینکه ربات در حال پیمایش مسیر است، به خوبی توانسته تعادل خود را حفظ کند.

در شکل ۴-۷-د که خطای e_y نسبت به زمان رسم شده است، به سمت صفر میل کردن خطا مشاهده می شود. این خطا در زمان $t = 1.0 \text{ s}$ صفر شده است و از این زمان به بعد است که خطاهای زاویه α و e_x به صفر می رسند.

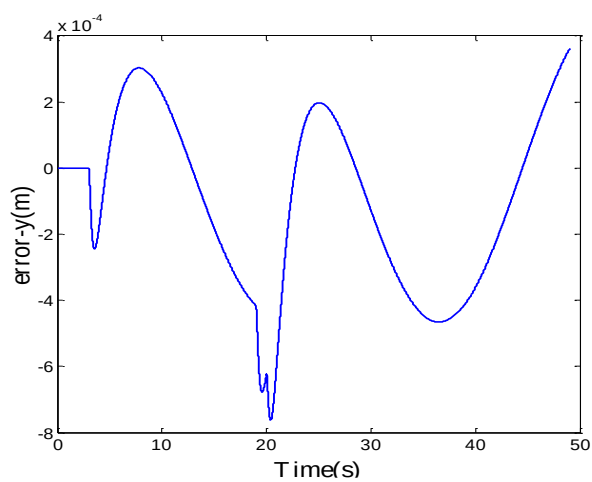
خطای ردگیری در راستای محور X_r ، یعنی خطای e_x نیز در شکل ۴-۶-ج قابل مشاهده است. بیشترین خطای ردگیری مسیر در راستای محور X_r ، 0.004 m است که مربوط به اولین لحظات ردگیری می باشد. این زمان، زمانیست که طول می کشد تا سطح لغزش S_1 به صفر برسد. این افزایش خطا در زمان $t = 0.5$ متوقف می شود و خطای e_x به سرعت به سمت صفر میل می کند. از این زمان به بعد خطای e_x حول مقدار 0.004 m نوسان می کند. میانگین اندازه ی خطای ردگیری در این شبیه سازی، 0.003 m محاسبه شده است.



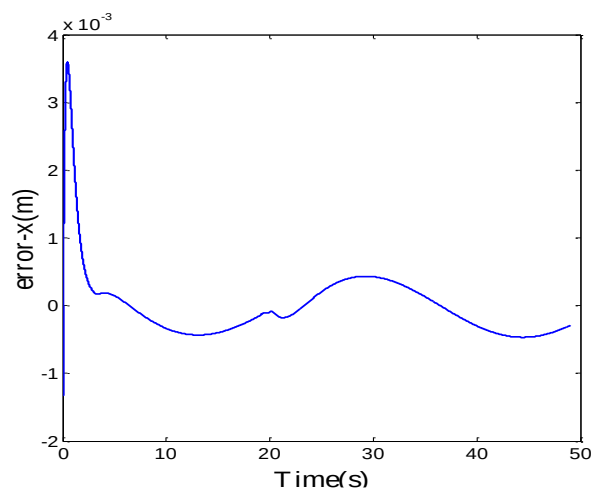
(ب)



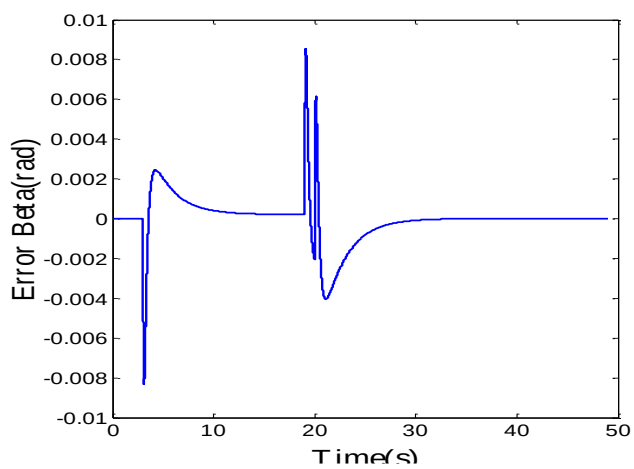
(الف)



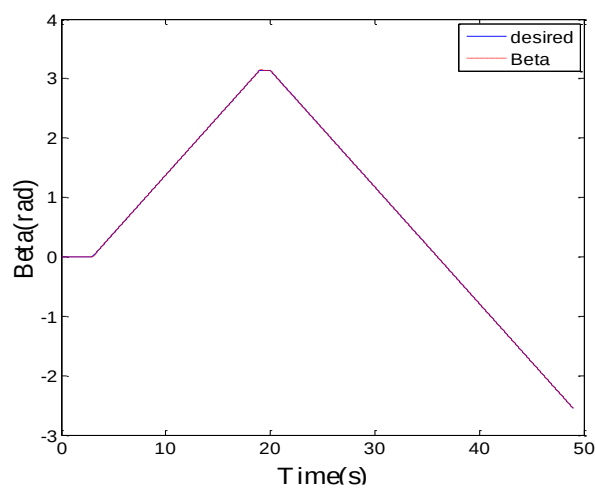
(د)



(ج)



(و)



(ه)

شکل ۴-۶: (الف) مسیر ردگیری مطلوب، (ب) زاویه انحراف بدنه ربات (α)، (ج) خطای ردگیری در راستای محور X

(د) خطای ردگیری در راستای محور Y ، (ه) زاویه β مطلوب، (و) خطای ردگیری زاویه β

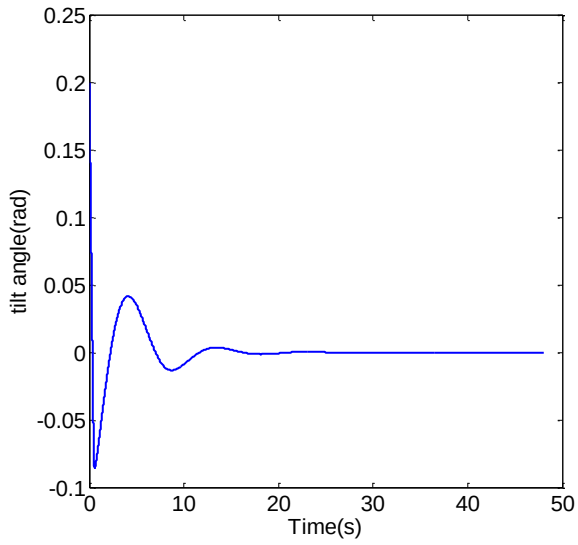
خطای ردگیری در راستای محور Y_r در شکل ۴-۶-د مشاهده می‌شود. میانگین اندازه‌ی خطای ردگیری در راستای محور Y_r در این حالت، $0,0002\text{ m}$ بدست آمده است. بیشترین خطای ردگیری در این حالت $0,0008\text{ m}$ است.

شکل ۴-۶-ه زاویه مطلوب β را با رنگ آبی و زاویه β ربات در هر لحظه را با رنگ قرمز نشان می‌دهد. در این شکل مشاهده می‌شود که در قسمت‌هایی از مسیر، زاویه‌ی β در حال افزایش و در قسمتی دیگر در حال کاهش است. انتخاب این مقادیر برای زاویه β به این دلیل است که نحوه‌ی عملکرد کنترل کننده به ازای افزایش و یا کاهش زاویه β بررسی شود. این شکل نشان می‌دهد که زاویه چرخش ربات بسیار نزدیک به زاویه‌ی چرخش مطلوب است.

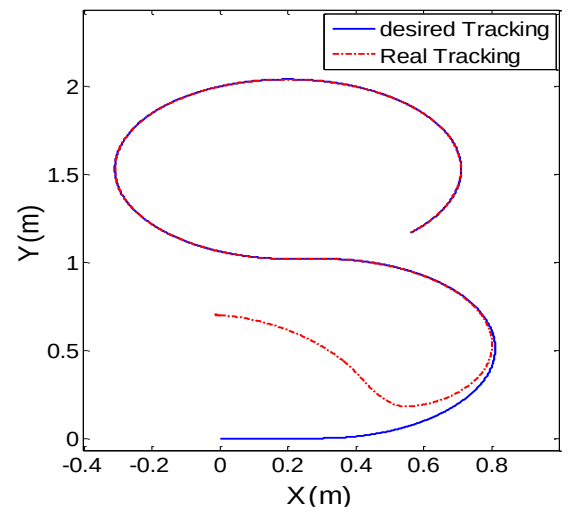
شکل ۴-۶-و مربوط به خطای پیگیری زاویه β است. در ثانیه‌های ابتدایی که زاویه β ثابت است، خطای زاویه β صفر است. با شروع افزایش زاویه‌ی β ربات با خطای کوچکتر مساوی rad $0,002$ که مقداری بسیار کوچک است، پیگیری زاویه β را ادامه می‌دهد. و در حالت کاهش زاویه‌ی β نیز با خطایی حدود $0,001\text{ rad}$ به سمت β چرخش داشته است. این مقدار خطا حاکی از آن است که ربات در کنترل زاویه‌ی β نیز موفق بوده است.

همین مسیر مارپیچ در شرایطی که ربات در نقطه شروع مسیر قرار ندارد نیز شبیه سازی شده و نتایج آن در شکل ۴-۷ نشان داده شده است. در این حالت ربات باید بتواند به سمت مسیر پیشنهادی حرکت کند و سپس به ردگیری مسیر ادامه دهد.

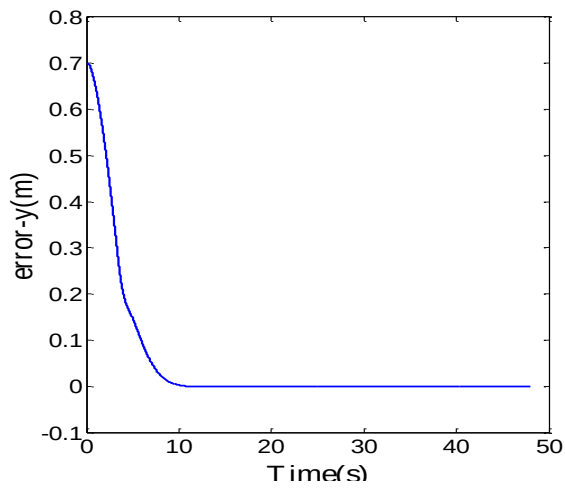
خطای اولیه‌ای که برای ربات در نظر گرفته شده، خطایی به اندازه 70 cm در راستای محور Y است. مسیر پیشنهادی و مسیر طی شده توسط ربات در این حالت، در شکل ۴-۷-الف نشان داده شده است. همانطور که در این شکل پیداست، نقطه ابتدایی ربات با نقطه‌ی شروع مسیر به اندازه 70 cm اختلاف دارد و ربات توانسته به درستی به سمت مسیر حرکت کند و هر لحظه به مسیر پیشنهادی نزدیکتر شود.



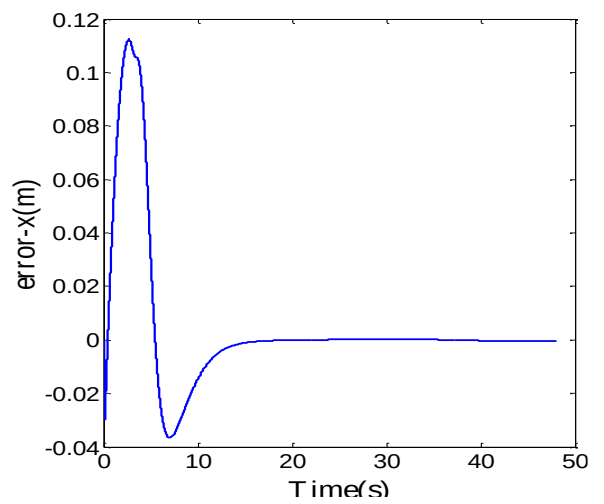
(ب)



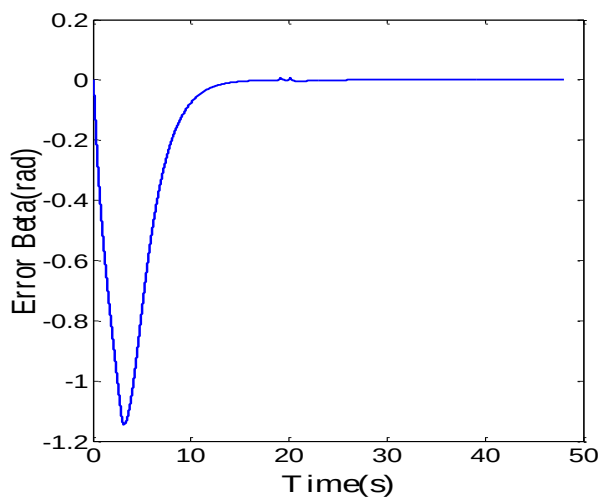
(الف)



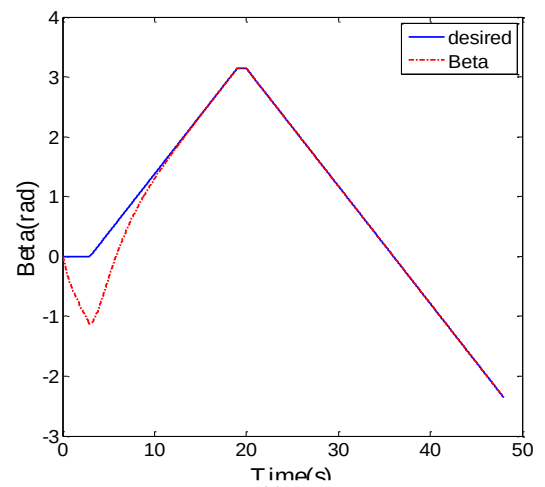
(د)



(ج)



(و)



(ه)

شکل ۴-۷: (الف) ردگیری مسیر، (ب) زاویه α ، (ج) خطای ردگیری محور X (د) خطای ردگیری محور Y (ه) زاویه β

با تفکیک معادلات دینامیکی که در بخش ۴-۴ شرح داده شد، برای هر یک از ورودی‌های u_1 و u_2 وظایف جداگانه‌ای تعریف شده است. بطوریکه ورودی u_1 به کنترل تعادل بدنه و تنظیم سرعت خطی مطلوب می‌پردازد. ورودی u_2 نیز وظیفه کنترل زاویه β را برعهده دارد. اما این دو ورودی در نهایت طبق رابطه (۴-۱۹) با هم ترکیب می‌شوند و به ربات اعمال می‌شوند. از این‌رو خطاهای بزرگ S_1 و S_2 می‌توانند در عملکرد یکدیگر اثرگذار باشند. در اینجا خطای اولیه ایجاد شده مربوط به ردگیری مسیر در راستای محور Y است. اما در شکل ۴-۷-ب مشاهده خواهد شد که این خطا، در S_1 و به دنبال آن در حفظ تعادل بدنه و خطای e_x تاثیر گذاشته است. ولی با این وجود کنترل کننده توانسته ردگیری در راستای محور X و تعادل بدنه را حفظ کند.

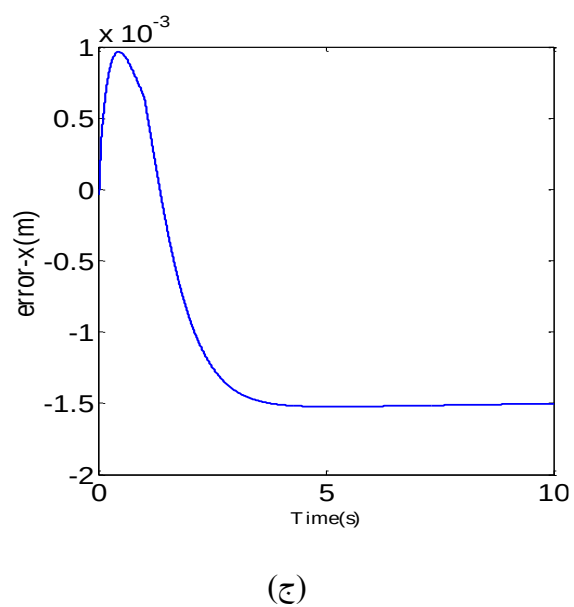
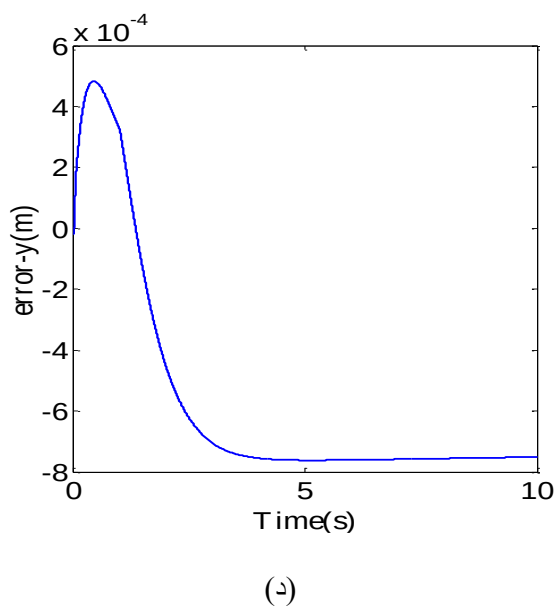
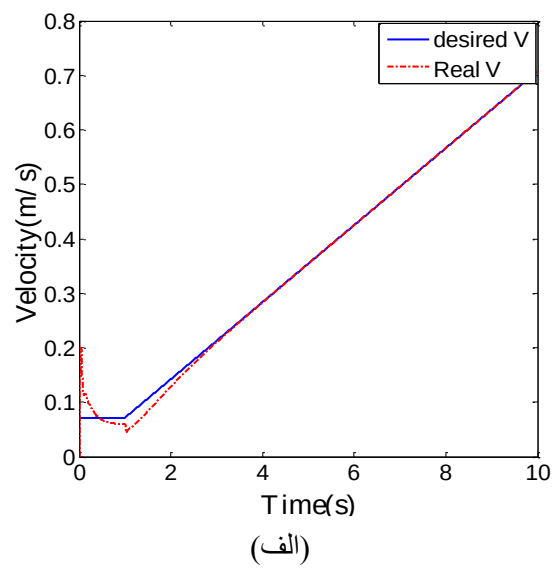
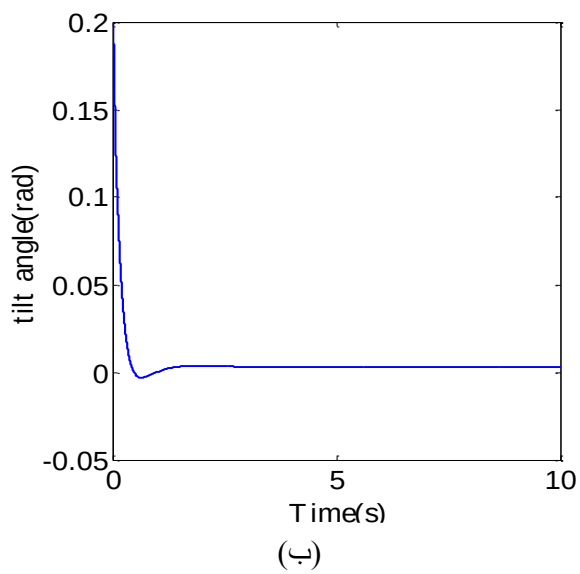
زاویه انحراف بدنه برای این حالت در شکل ۴-۷-ب قابل مشاهده است. زاویه‌ی انحراف برای این حالت در ابتدا نوسان کمی دارد و سپس به سمت صفر میل می‌کند. این نوسان ناشی از خطایی است که در e_y به وجود آمده است. این خطا بعد از زمان $t=10s$ بسیار به صفر نزدیک می‌شود.

خطا در راستای محور X_r نیز تحت تاثیر خطای ایجاد شده، در ثانیه‌های آغازین رو به افزایش است. تا جاییکه خطا در این راستا به $0.11m$ می‌رسد. رفتار خطای e_x در شکل ۴-۷-ج مشاهده می‌شود. در این شکل نیز همانند شکل ۴-۷-ب بعد از زمان $t=10s$ ، خطا بسیار به صفر نزدیک می‌شود. حالت دیگری که برای پیمایش مسیر مورد توجه قرار گرفته، متغیر بودن سرعت است. در این حالت همانند حالت قبل، ربات علاوه بر حفظ تعادل باید ردگیری مسیر قابل قبولی داشته باشد و بتواند سرعت مطلوب برسد. نتایج شبیه سازی برای این حالت در شکل ۴-۸-ا نمایش داده شده است.

در شکل ۴-۸-الف، سرعت مطلوب در نظر گرفته شده برای ربات، با رنگ آبی نشان داده شده است. همان‌طور که مشاهده می‌شود سرعت از زمان $t=1(s)$ در حال افزایش است. سرعت ربات با خط قرمز نقطه چین در همین شکل دیده می‌شود. سرعت ربات ابتدا نوسان کمی حول مقدار سرعت مطلوب دارد و

سپس بخوبی به سرعت مطلوب نزدیک می‌شود. با مشاهده شکل ۷-۴ ب درمی‌یابیم که همزمان با افزایش سرعت، تعادل بدنه‌ی ربات نیز بخوبی حفظ شده است.

خطای ردگیری مسیر در راستای محور X_r و Y_r به ترتیب در شکل‌های ۷-۴ ج و ۷-۴ د مشاهده می‌شود ابتدا خطای رو به افزایشی دارند. در زمان $t=0,4(s)$ این افزایش خطا متوقف می‌شود و سپس خطا به سمت صفر حرکت می‌کند. بیشترین مقدار خطا برای ردگیری در راستای محور X_r ، $0,001m$ و در راستای محور Y_r ، $0,005m$ است. خطای ماندگاری که در این دو نمودار مشاهده می‌شود ناشی از افزایش سرعت دائمی ربات است. هرچند که این خطای دائم برای هر دو نمودار مقادیر اندک است. خطای دائم در راستای محور X_r ، $(0,0015m)$ و در راستای محور Y_r ، $(0,008m)$ است.



شکل ۴-۸: (الف) سرعت مطلوب و سرعت لحظه‌ای ربات (ب) زاویه بدنه ربات (ج) خطای e_x (د) خطای e_y

۵- فصل پنجم

پیاده سازی کنترل کننده فازی مد لغزشی بر ربات

تعدادی دو چرخ

۵-۱- مقدمه

در انجام طرح‌های تحقیقاتی-عملی دنیای امروز، نرم افزارهای شبیه سازی بسیار مورد استفاده قرار می‌گیرند. نرم افزارهای شبیه سازی در بسیاری از موارد می‌توانند یک پیش نمایش نسبتاً خوب از دنیای واقعی ارائه دهند. به گونه‌ای که می‌توان برخی از ایرادات اساسی طرح‌ها را قبل از پیاده سازی عملی مشاهده کرد. این پیش نمایش‌ها موجب صرفه جویی در صرف وقت و هزینه‌های طرح‌های عملیاتی می‌شود. با این وجود هنوز این نرم افزارها نمی‌توانند تمامی ابعاد موجود در دنیای واقعی را شبیه سازی کنند. از آنجائیکه مدلسازی سیستم مورد بحث در این تحقیق همراه با عدم قطعیت‌ها گوناگون است، این عدم مطابقت نتایج شبیه سازی با نتایج واقعی بیشتر خواهد بود. چرا که ما عدم قطعیت‌ها را بصورت فرضی مدلسازی می‌کنیم. به همین دلیل برای اطمینان بیشتر از نحوه عملکرد قوانین کنترلی معرفی شده، لازم است تا نتایج بر یک ربات واقعی نیز مورد آزمایش قرار بگیرد.

به منظور بررسی نحوه عملکرد واقعی کنترل کننده، قوانین کنترلی بر روی یک ربات تعادلی اعمال شده است. نتایج بدست آمده از تست های پیاده سازی در بخش های بعدی این فصل بررسی خواهند شد.

۵-۲- ساختار ربات

پیاده سازی و آزمایش‌های انجام شده، بر روی رباتی به نام زحل انجام شده است. این ربات توسط قیصریه‌ها در سال ۱۳۹۲ ساخته و معرفی شده است [۵۰]. ربات زحل بدلیل ساختار کوچک و وزن کمی که دارد، می‌تواند به عنوان یک ریز ربات معرفی گردد. این ربات در شکل ۵-۱ مشاهده می‌شود. جزئیات ساختاری ربات زحل به تفصیل در [۵۰] شرح داده شده است. ما در اینجا به منظور آشنایی اجمالی با این ربات، مروری کوتاه به ساختار آن خواهیم داشت.

بنا به معادلات دینامیکی بدست آمده در فصل ۳ میدانیم که خروجی کنترل کننده، ولتاژموتورهای راست و چپ است. خروجی کنترل کننده توسط رایانه در نرم افزار متلب محاسبه و برای ربات ارسال

می‌شود. در ساختار قبلی ربات، فرمان کنترلی از طریق درگاه USB و به واسطه‌ی یک کابل به ربات اعمال می‌شد. در ساختار جدید ربات در این پژوهش، پس از تعبیه‌ی ماژول HC-05 V2 در مدارات ربات، فرمان کنترلی از طریق Bluetooth برای ربات ارسال می‌شود. سپس پردازنده بر اساس اطلاعات دریافتی از رایانه، دستورات اجرایی را برای مدار راه انداز ارسال می‌کند. مدار راه انداز به کنترل عملکرد موتورها بنا به اطلاعات دریافت شده می‌پردازد.

کنترل کننده برای اصلاح عملکرد ربات نیاز دارد که بتواند در فاصله های زمانی کوتاه اطلاعات دقیقی از موقعیت ربات داشته باشد. موقعیت ربات با اطلاعاتی چون زاویه‌ی انحراف بدنه، سرعت زاویه‌ای انحراف بدنه و موقعیت دکارتی ربات در صفحه‌ی حرکت معرفی می‌شود. برای دریافت این اطلاعات از ربات، حسگرهایی در مدارات ربات قرار داده شده است. در بخش بعدی حسگرهای بکاررفته در ربات معرفی می‌شوند.



شکل ۵-۱ ربات زحل [۵۰]

۵-۲-۱- سنسورها و عملگرهای بکاررفته

از آنجائیکه یکی از اهداف کنترلی، نگه داشتن زاویه‌ی انحراف بدنه حول مقدار صفر است، ربات باید بتواند زاویه‌ی انحراف بدنه را بطور دقیق مشخص کند. حسگر زاویه بکاررفته در ربات زحل، تراشه‌ای به نام TCA 100T می‌باشد. این حسگر قادر است در هر ثانیه ۱۰ بار زاویه را اندازه‌گیری کند در واقع سرعتی معادل ۱۰ هرتز دارد. دانستن سرعت زاویه‌ای انحراف بدنه نیز یکی دیگر از ضروریات ربات خواهد بود. که برای رفع این نیاز تراشه‌ی MPU-9150 در این ربات استفاده شده است. حسگرها، اطلاعات خود را به پردازنده‌ی مرکزی ارسال می‌کنند تا از طریق پردازنده به رایانه ارسال شود. پردازنده‌ی مرکزی ربات زحل، یک تراشه‌ی ATMEGA 128 از سری های AVR است. و ارتباط بین پردازنده مرکزی و رایانه توسط ماژول HC-05 V2 برقرار شده است. موتورهای تعبیه شده در این ربات، مجموعه‌ی آماده‌ی MOT1058 هستند که از مجموعه‌ی موتور، گیربکس و کدکننده تشکیل شده‌اند. علت انتخاب این موتورها، توانایی تولید گشتاور بالا، سرعت متوسط و پاسخ سریع بوده است. منبع تغذیه ربات، یک باتری لیتیوم ۳ سلولی است که می‌توانند مجموعاً ولتاژ ۱۱/۷ ولت را به مدارات ربات اعمال کند. چرخ های ربات زحل از جنس آلومینیوم و با قطر ۳/۸ سانتی متر هستند که مجموعاً قطر آن با روکش پلاستیکی‌اش به ۴/۵ سانتی متر می‌رسد. راه انداز موتورها، تراشه‌ی L298 است، که پالس PWM تولیدی توسط میکرو کنترلر را به موتورها ارسال می‌کند.

۵-۲-۲- روش مدولاسیون پهنای پالس

به منظور تحت کنترل درآوردن ربات، لازم است تا ولتاژ کنترلی محاسبه شده از طریق نرم افزار را به موتورهای ربات اعمال کرد. این اعمال ولتاژ به موتورها از طریق پایه‌های خروجی میکروکنترلر انجام می‌شود. سطح ولتاژ خروجی پایه‌های میکروکنترلر منطقی است یعنی فقط می‌تواند یکی از دو مقدار صفر یا یک را داشته باشد. به عبارتی پایه‌های خروجی میکروکنترلر به دو حالت روشن و خاموش

محدود هستند. درحالیکه برای تحت کنترل درآوردن ربات، باید توانایی اعمال ولتاژهای مختلف به موتورهای ربات را داشته باشیم. در این پژوهش برای تولید ولتاژهای متفاوت و اعمال آن به ربات از روش مدولاسیون پهنای پالس^۱ استفاده می‌شود.

مدولاسیون پهنای پالس یک روش کنترل میزان بازده، بدون تلفات توان در راه‌انداز است. اساس کار این روش، سوئیچ فرکانس بالا بین دو مقدار صفر و ماکزیمم مقدار است (به عبارت دیگر، سوئیچ بین دو حالت خاموش و روشن، یا منطق صفر و یک). در این صورت پایه میکروکنترلر در کسری از زمان روشن و در کسر دیگری از زمان خاموش می‌باشد. میانگین ولتاژ اعمالی در این مدت زمان، مقدار ولتاژ خروجی است. به این ترتیب با تعیین مدت زمان روشن بودن می‌توان مقادیر مختلفی از ولتاژ خروجی را بدست آورد. این ولتاژ خروجی را طبق رابطه زیر می‌توان بدست آورد.

$$V = \frac{1}{T} \int_0^T U(t) dt \quad (۱-۵)$$

در این رابطه T مدت زمان یک دوره‌ی تناوب را نشان می‌دهد. $U(t)$ نیز تابع سیگنال PWM را نشان می‌دهد. نمودار یک سیگنال PWM در شکل (۵-۲) مشاهده می‌شود. در این شکل نشان داده شده است که در کسری از دوره تناوب، ولتاژ در حالت روشن است. این مدت زمان دوره‌کاری^۲ (D) نامیده می‌شود.

V_{max} بیانگر حالت ولتاژ روشن و V_{min} ولتاژ پسماند در حالت ولتاژ خاموش را نشان می‌دهد.

$$U(t) = \begin{cases} V_{max} & 0 < t \leq D \times T \\ V_{min} & D \times T < t \leq T \end{cases} \quad (۲-۵)$$

$U(t)$ را از رابطه (۲-۵) در رابطه (۱-۵) قرار می‌دهیم تا به رابطه ساده‌تری برسیم.

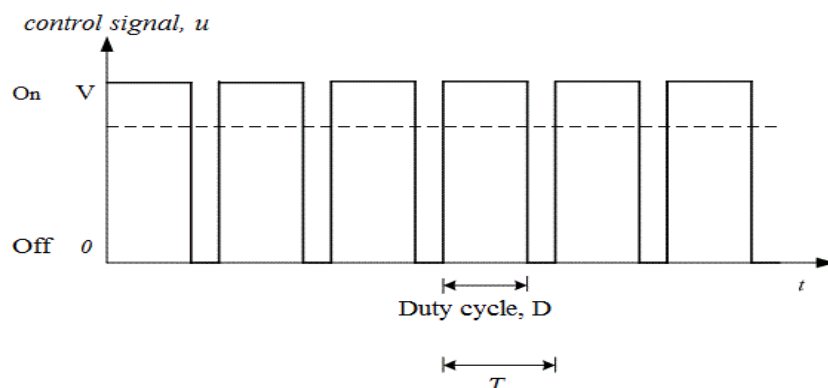
$$V = \frac{1}{T} \left(\int_0^{DT} V_{max} dt + \int_{DT}^T V_{min} dt \right) = \frac{DTV_{max} + T(1-D)V_{min}}{T} = DV_{max} + (1-D)V_{min} \quad (۳-۵)$$

با فرض ناچیز بودن ولتاژ پسماند، رابطه‌ی ساده‌تر زیر می‌رسیم.

$$V = DV_{max} \quad (۴-۵)$$

^۱Pulse Width Modulation

^۲Duty Cycle



شکل ۵-۲: موج سیگنال PWM

بدین ترتیب با بکار بردن روش مدولاسیون پهنای پالس به راحتی می‌توان گستره‌ای از ولتاژها را برای اعمال به موتورها تولید کرد که در نتیجه‌ی آن کنترل سرعت موتورهای ربات امکان پذیر خواهد بود. توانایی کنترل سرعت موتورها به منزله‌ی توانایی کنترل گشتاور بدنه‌ی ربات است.

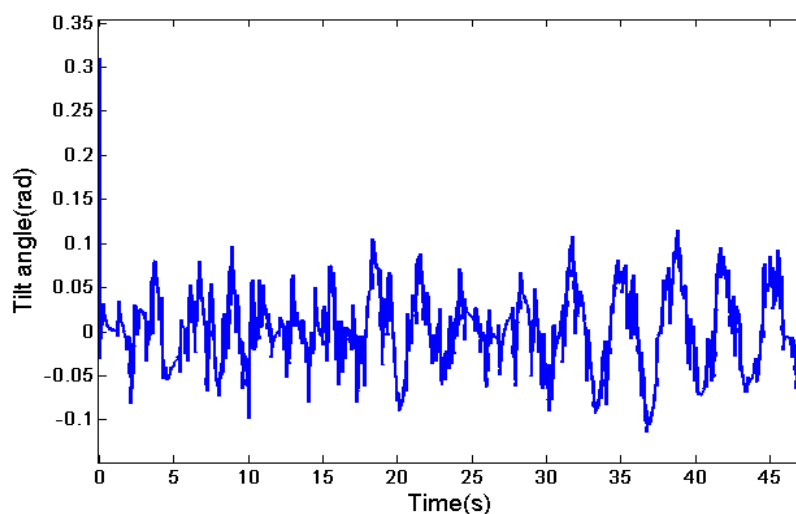
۵-۳- نتایج پیاده سازی

در فصل ۴ نشان دادیم که در صورت اعمال قوانین کنترلی معرفی شده به سیستم، ربات به راحتی قادر خواهد بود در حین پیمایش مسیر، تعادل خود را بر روی دو چرخ حفظ کند. نتایج مطلوب شبیه سازی رایانه‌ای در شرایط مختلف نیز می‌تواند اثبات دیگری بر این ادعا باشد. آنچه که در این میان از اهمیت بیشتری برخوردار است، نتایجی است که از پیاده سازی عملی کنترل‌کننده ربات واقعی بدست می‌آید. به همین دلیل در این زیر بخش نتایج بدست آمده از پیاده سازی عملی نشان داده می‌شود.

همانطور که در فصل ۴ تشریح شد، کنترل‌کننده طراحی شده در صورتی قادر به پایدارسازی سیستم خواهد بود که بتواند باند بالای عدم قطعیت‌های موجود را به درستی اندازه گیری کند. از طرفی، انتخاب مناسب برخی از پارامترهای موجود در کنترل‌کننده (همچون K_x) می‌تواند عاملی موثر بر عملکرد بهتر

سیستم باشد. یکی از روش‌های پرکاربرد در این زمینه، روش آزمون و خطا می‌باشد که در این پژوهش نیز از همین روش برای انتخاب بهتر پارامترها استفاده شده است.

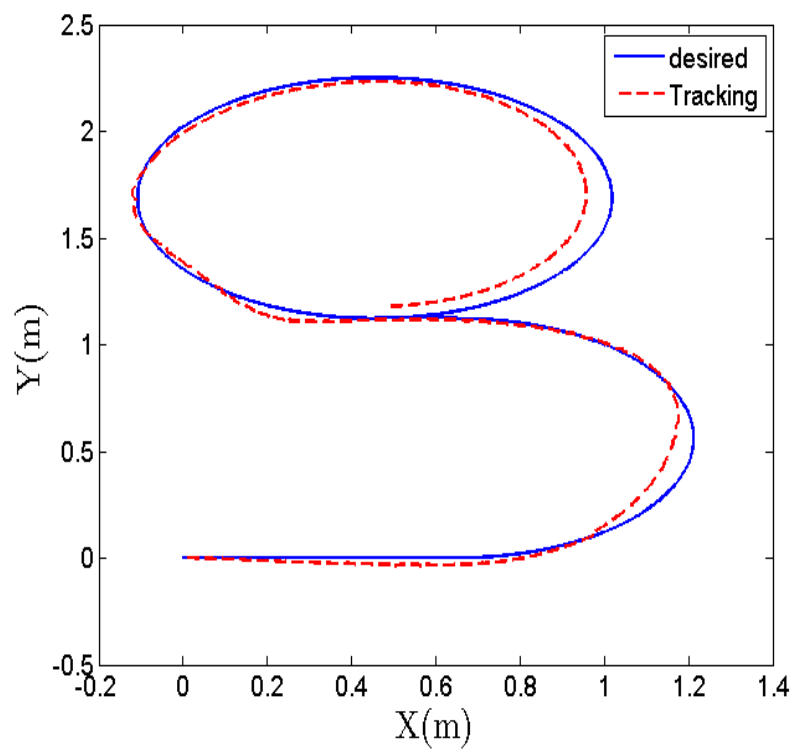
نتایج اعمال کنترل‌کننده پیشنهادی بر ربات واقعی در شکل‌های ۳-۵ تا ۸-۵ آورده شده‌اند. شکل ۳-۵ الف زاویه انحراف بدنه در حین پیمایش مسیر را نشان می‌دهد. همانطور که در شکل مشاهده می‌شود، زاویه انحراف بدنه از مقدار ابتدایی 0.2 rad (معادل ۱۱ درجه)، در مدت زمان کمتر از یک ثانیه به نزدیکی صفر رسیده است و در حین پیمایش مسیر نیز در نزدیکی صفر باقی مانده است. نوسانات اندکی در زاویه انحراف بدنه حول مقدار صفر دیده می‌شود. این نوسانات که همواره مقداری کمتر از 0.05 rad (معادل ۲.۸ درجه) دارند، به قدری ناچیز هستند که در پیاده سازی قابل مشاهده نخواهند بود.



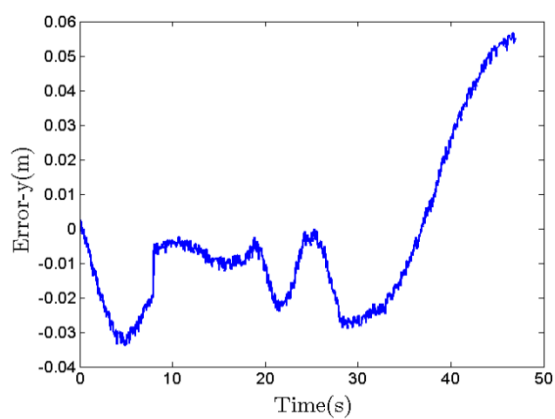
شکل ۳-۵: نوسانات بدنه ربات در مرحله پیاده سازی الف) در کل زمان پیمایش مسیر ب) نمای واضح تری از نمودار

مسیری که ربات در این آزمایش پیموده است، در شکل ۴-۵ قابل مشاهده می‌باشد. این شکل توانایی مطلوب کنترل‌کننده در ردگیری مسیر پیشنهادی را نشان می‌دهد. خطای ردگیری مسیر در راستای محورهای X و Y نیز به ترتیب در شکل‌های ۴-۵ و ۵-۵ نشان داده شده‌اند. میانگین خطای ردگیری در راستای محور X، 0.022 (m) و در راستای محور Y، 0.01 (m) محاسبه شده است. شکل‌های ۶-۵

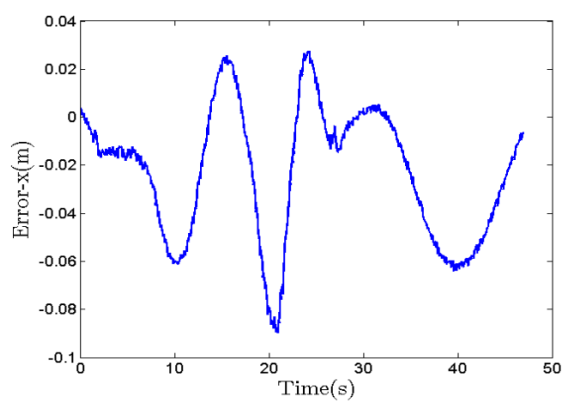
و ۷-۵ به ترتیب نمودار خروجی کنترل‌کننده برای موتورهای راست و چپ را برحسب زمان نشان می‌دهند. همانطور که در زیربخش ۱-۲-۵ گفته شد، منبع تغذیه ربات می‌تواند تا ولتاژ $11.7(V)$ را برای مدار راه‌انداز تامین کند. شکل‌های ۶-۵ و ۷-۵ نشان می‌دهند که ولتاژ خروجی کنترل‌کننده همواره کمتر از $11.7(V)$ و در حد مجاز بوده‌است.



شکل ۴-۵ مسیر پیموده شده توسط ربات

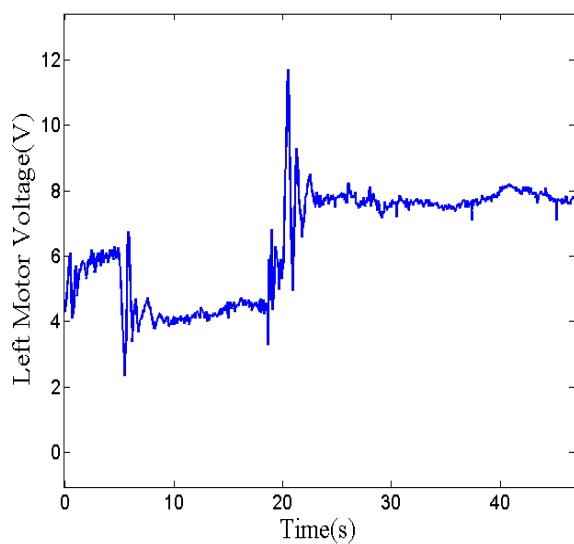


(ب)

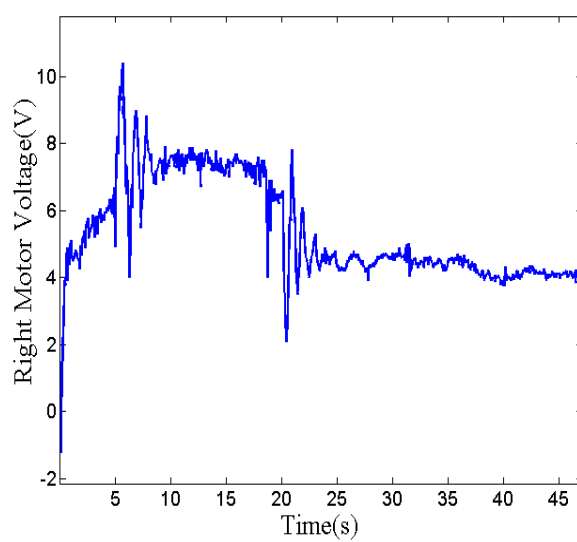


(الف)

شکل ۵-۵: نمایش خطای ردگیری مسیر (الف) خطا در راستای محور X (ب) خطا در راستای محور Y



(ب)



(الف)

شکل ۵-۶: نمودار خروجی کنترل کننده برای موتورهای راست و چپ

ع۔ فصل ششم

نتیجہ گیری و پیشہادہ

۶-۱- نوآوری

به منظور تحقق قوانین کنترلی تعریف شده در این پژوهش، از روش کنترلی مدلغزشی استفاده می‌شود. برای رسیدن به اهداف کنترلی مورد نظر، با توجه به ساختار دینامیکی ربات نیاز به یک کنترل-کننده مدلغزشی برای سیستم‌های تزویج شده می‌باشد. کنترل‌کننده مدلغزشی سیستم‌های تزویج شده مرتبه ۴ که در این پایان نامه به طراحی آن پرداخته شده است، یک روش کاملاً جدید و ابتکاری می‌باشد. در این روش برای کنترل دو خروجی سیستم که تحت تأثیر یک ورودی هستند، یک سطح لغزش به صورت ترکیبی از دو سطح لغزش دیگر تعریف می‌شود. هریک از این دو سطح لغزش به کنترل یکی از خروجی‌های سیستم می‌پردازد. اثبات می‌شود که قانون کنترلی تعریف شده در ابتدا سطح لغزش اصلی را به صفر میل می‌دهد و سپس دو سطح لغزش دیگر را نیز به سمت صفر حرکت خواهد داد. در نتیجه هر دو خروجی سیستم تحت کنترل خواهند بود.

۶-۲- مرور و نتیجه گیری

هدف نهایی از این تحقیق طراحی و پیاده سازی کنترل کننده فازی مدلغزشی برای ردگیری مسیر و حفظ تعادل ربات تعادلی دو چرخ بوده است. این ربات از دوچرخ هم محور موازی که بدنه ربات بر روی آن قرار دارد ساخته شده است. هر یک از چرخ‌های این ربات توسط یک موتور راه انداز به حرکت در می‌آیند. هدف ابتدایی از کنترل این ربات متعادل نگه داشتن بدنه ربات بر روی دو چرخ آن است. بر اساس کاربرد و مکان استفاده از این ربات اهداف کنترلی دیگری نیز برای ربات تعریف می‌شود. هدف کنترلی که در این تحقیق در راستای حفظ تعادل ربات در نظر گرفته شده است، کنترل حرکت ربات برای پیمایش یک مسیر دلخواه است.

به منظور شناخت ابتدایی سیستم نیاز است تا به استخراج معادلات دینامیکی ربات پرداخته شود. معادلات دینامیکی که تا کنون برای ربات تعادلی بدست آمده‌اند نشان می‌دهند که این ربات یک سیستم

غیر هولونومیک با معادلات غیر خطی تزویج شده است. این ساختار موجب می شود تا مدل سازی سیستم به راحتی امکان پذیر نباشد. معادلات دینامیکی ربات تعادلی در این پژوهش به کمک روش اوایلر-لاگرانژ بدست آمده است. وجود تفاوت میان مدل نامی بدست آمده و مدل واقعی ربات امری اجتناب ناپذیر است. به همین دلیل در این تحقیق به طراحی یک کنترل کننده ی مقاوم در برابر عدم قطعیت ها پرداخته شده است.

تاکنون تحقیقات و مطالعات گسترده ای در زمینه ربات تعادلی انجام شده است. در این میان تعداد بسیار زیادی از کنترل کننده های طراحی شده برای ربات، با استفاده از روش های خطی سازی حول نقطه تعادل بوده است. بعضاً هدف های کنترلی دیگری چون کنترل سرعت و کنترل حرکت نیز برای ربات مشاهده شده است. نتایج بدست آمده از این تحقیقات نشان دادند که کنترل کننده های خطی توانایی حفظ تعادل و کنترل ربات تعادلی را به خوبی دارند چرا که معادلات ربات تعادلی حول نقطه تعادل بسیار به حالت خطی شده نزدیک است. علیرغم توانایی خوب کنترل کننده های خطی برای کنترل ربات تعادلی، این کنترل کننده ها در مواجهه با اغتشاشات خارجی که ربات را از حالت تعادل دور کند، توانایی حفظ تعادل ربات را نخواهد داشت. چرا که در این حالت معادلات دینامیکی ربات نمی تواند رفتار ربات را پیش بینی کند. از اینرو به یک کنترل کننده غیر خطی مقاوم در برابر عدم قطعیت ها نیاز خواهد بود. همانطور که در زیربخش قبل نیز گفته شد، روش کنترلی در نظر گرفته شده برای کنترل ربات تعالی در این تحقیق، متشکل از دو حلقه کنترلی می باشد. حلقه کنترلی درونی که به کنترل حرکت ربات می پردازد، یک روش پسگام متداول است. حلقه کنترلی بیرونی ربات نیز، یک کنترل کننده مدلغزشی با رویکردی جدید است. شرح نحوه طراحی و نوآوری های این روش های نوین در زیربخش نوآوری شرح داده شده است. در نهایت برای سرعت بخشیدن به پایداری سیستم توسط کنترل کننده، از یک منطق فازی استفاده شده است. در سیستم فازی طراحی شده در این روش، ضریب شیب تعریف شده در سطح لغزش به گونه ای تعیین می شود که سرعت همگرایی سطح لغزش به صفر را افزایش دهد.

نتایج شبیه سازی و همچنین پیاده سازی اعمال کنترل کننده طراحی شده بر ربات تعادلی نشان می دهد که کنترل کننده طراحی شده قادر است که به خوبی حفظ تعادل ربات حین بپردازد.

۳-۶- پیشنهادها

بیش از یک دهه از زمان معرفی ربات تعادلی می گذرد. در این مدت بررسی و مطالعات بسیاری بر این ربات انجام شده است. به همین دلیل ربات تعادلی در این یک دهه به سرعت در حال رشد و توسعه بوده است. حتی در این زمینه محصول تجاری موفق به بازار عرضه شده اند. با این حال بررسی عملکرد کنترل کننده های گوناگون بر ربات تعادلی همچنان ادامه دارد. برخی طرح های مطالعاتی که می تواند در آینده مورد بررسی قرار گیرد، در زیر بیان می شوند.

۱- طراحی کنترل کننده ای که ربات را قادر سازد در مسیرهای شیب دار نیز به راحتی تعادل خود را حفظ کند و به پیمایش مسیر مطلوب بپردازد.

۲- طراحی کنترل کننده ای که زاویه ای انحراف بدنه را با سرعت و شتاب دلخواه تغییر دهد به گونه ای که ربات توانایی خم شدن را داشته باشد.

۳- استفاده از روش های هوشمند برای کنترل و جا به جایی سطح لغزش در روش مدلغزشی

۴- ت بررسی نحوه عملکرد روش کنترلی مدلغزشی معرفی شده در این رساله بر سایر سیستم های تزویج شده مرتبه ۴

۵- تعریف، طراحی و بررسی کاربردهای جدید برای ربات تعادلی که موجب سودمندی نسبت به روش های قبلی باشد.

۶- بکار بردن روش های پردازش تصویر به منظور افزایش دقت در تعیین دقیق موقعیت ربات

- [1] Spong. W, Corke. P and Lozano. R, (1999) "Nonlinear control of the inertia wheel pendulum" *Automatica.*, 37, p 1845.
- [2] Chang. J and Kuo. Y-H, (1998) "Decoupled fuzzy sliding-mode control" *IEEE Transactions on Fuzzy Systems.*, 3, 6, pp 426.
- [3] Grasser. F, Arrigo. A, Colombi. S and Rufer. A, (2002) "JOE: A mobile, inverted pendulum" *IEEE Industrial Electronics.*, 49,1, pp 107.
- [4] Salerno. A, Angeles. J. (2007) "A new family of two-wheeled mobile robots: modeling and controllability" *IEEE Transactions on Robotics.*, 1. 23. pp 169.
- [5] Peng. K, Ruan. X and Zuo G. (2012) "Dynamic model and balancing control for two-wheeled self-balancing mobile robot on the slopes" in *10th World Congress on Intelligent Control and Automation*, p 3681, Beijing, China.
- [6] Baloh. M and Parent. M. (2003) "Modeling and model verification of an intelligent self-balancing two-wheeled vehicle for an autonomous urban transportation system" *The Conference on Computational Intelligence, Robotics, and Autonomous Systems*, Dec. 15, singapore.
- [7] Nawawi. S. W, Ahmad. M. N, Osman. J. H. S, Husain A.R and Abdollah M.F (2006) "Controller design for two-wheels inverted pendulum mobile robot using PISMIC", *Student Conference on Research and Development (SCORED).*, p 194, Selangor, Malaysia.
- [8] Wu, J, Liang, Y and Wang. Z. (2011) "A robust control method of two wheeled self balancing robot" *6th International Forum on Strategic Technology (IFOST)*, p 1031.
- [9] Kim. Y, Kim. S. H. and Kwak. Y. K. (2006) "Dynamic analysis of a nonholonomic two-wheeled inverted pendulum robot", *Journal of Intelligent and Robotic Systems.*, 44, p 25.
- [10] Takei, T. Imamura, R and Yuta. S. (2009) "Baggage transportation and navigation by a wheeled inverted pendulum mobile robot" *IEEE Transactions on industrial electronics*, 10, 56, pp 3985.
- [11] Akesson. J , Blomdell. A and Braun. R. (2006) "Design and control of YAIP an inverted pendulum on two wheels robot" *IEEE International Conference on Control Applications*, p 2178, Munich, Germany.
- [12] Butler. L. J and Bright. P. G. (2008) "Feedback control of a self-balancing materials handling robot" *IEEE 10th International Conference on Control, Automation, Robotics and Vision*, p 274, Hanoi, Vietnam.
- [13] Alarfaj. M and Kantor. G (2010) "Centrifugal force compensation of a two wheeled balancing robot" *IEEE 11th International Conference Control, Automation, Robotics and Vision*, p 2333, singapore.
- [14] Abdul Ghani. N. M, Ju. D, Othman. H. Z and Ahmad. M. A. (2010) "Two wheels mobile robot using optimal regulator control" *11th International Conference on intelligent system Design and Application (ISDA)*, p 1066, Pekan, Malaysia.

- [15] junfeng. W and Wanying. Zh, (2011) "research on control method of two-wheeled self-balancing robot" In *4th International IEEE Conference on Intelligent Computation Technology and Automation*, p 476, Heilongjiang, China.
- [16] Sun. L and Gan . L. (2010) "Researching of two-wheeled self-balancing robot base on LQR combined with PID" In *2nd International IEEE Workshop on Intelligent Systems and applications (ISA)*, p 1, Wuhan.
- [17] Shimada. A and Hatakeyama. N. (2008) "Movement control of two-wheeled inverted pendulum robots considering robustness" In *SICE Annual Conference*, p 3361, Tokyo, Japan.
- [18] Yuanjiang. L, Ming. L and Liao. Y. (2010) "The Design of control system for two-wheel mobile platform" *International IEEE Conference on Computer Design and Appliations (ICCD)*, p 300, Qinhuangdao.
- [19] Ooi. R. C. (2003) thesis, "Balancing a Two-Wheeled Autonomous Robot,"*The University of Western Australia School of Mechanical Engineering*.
- [20] Ruan, X., and Chen. J. (2010). "H_∞ Robust control of self-balancing two-wheeled robot". In *8th World Congress on Intelligent Control and Automation (WCICA)*, pp 6524, Jinan, China.
- [21] Hu. J. S and Tsai. M. C. (2008) "Design of robust stabilization and fault diagnosis for an auto-balancing two-wheeled cart" *Advanced robotics*, p 319.
- [22] Kanada. T, Watanabe. Y and Chen. G, (2011) "Robust H₂ control for two-wheeled inverted pendulum using LEGO Mindstorm" In *Australian IEEE Control Conference* ,p 36, Melbourne, Australia.
- [23] Pathak. K , Ranch. J and Agrawal. S. K, (2005) "Velocity and position pontrol of a wheeled inverted pendulum by partial Feedback linearization" *IEEE Transactios on Robotics*, **3**, **21**, pp **505**.
- [24] Chiu. C-H, (2010) "The Design and implementation of a wheeled inverted pendulum using an adaptive output recurrent cerebellar model articulation controller" *IEEE Transactios on Industrial Electronics*, **5**, **57**, pp **1817**.
- [25] Huang. J and et al. (2010) "sliding-mode velocity control of mobile-wheeled inverted-pendulum systems" *IEEE Transactios on Robotcs*, **4**, **26**, pp **750**.
- [26] Lin. Sh-Ch, Tsai. Ch-Ch and Huang. H-Ch, (2009) "Nonlinear adaptive sliding-mode control design for two-wheeled human transportation vehicle" *IEEE International Conference on Systems, Man, and Cybernetics*, p 1965, San Antonio, TX, USA.
- [27] Wasif. A, Raza. D and etal, (2013) "Design and implementation of a two wheel self balancing robot with a two level adaptive control" *IEEE 8th International Conference on Digital Information Managementsystem, Man, and, Cybernetics*, p 187, Islamabad, Pakestan.
- [28] Chiu. Ch-H, Lin. Y-W, and Lin. Ch-H, (2011) "Real-time control of a wheeled inverted pendulum based on an intelligent model free controller" *Mechatronics*, **21**, pp **523**.
- [29] Liang. S and Gan. F, (2011) "Balance control of two-wheeled robot based on reinforcement learning" *IEEE International Conference on Electronic & Mechanical Engineering and Information Technology*, p 3254, Harbin, Heilongjiang, China.

- [۳۰] شیخ الاسلام. ف، (۱۳۸۷) "طراحی کنترلر فازی برای کنترل ربات پاندول معکوس چرخ دار با استفاده از الگوریتم ژنتیک" شانزدهمین کنفرانس سالانه مهندسی مکانیک. کرمان
- [31] Jahaya. J, Nawawi. S. W and Ibrahim. Z, (2011) "Multi Input Single Output closed loop identification of two wheel inverted pendulum mobile robot" *IEEE Student Conference on Research and Development*, pp 138, Cyberjaya.
- [32] Su. K. H and Chen. Y-Y, (2010) "Balance control for two-wheeled robot via neural-fuzzy technique" *SICE Annual Conference*, p 2838, The Grand Hotel, Taipei, Taiwan.
- [33] Wn. J and Jia. Sh, (2011) "T-S adaptive neural network fuzzy control applied in two-wheeled self-balancing robot" *6th IEEE International Forum on Strategic Technology (IFOST)*, P 1023 Harbin, Heilongjiang.
- [34] Nawawi. S. W, Ahmad. M. N and Osman. J. H. S. (2008) "Real-Time control of a two-wheeled inverted pendulum mobile robot" *Proceedings of World Academy of Science, Engineering and Technology*, 29, P 2014.
- [35] کشمیری م، شیخ الاسلام ف، کشمیری م، (۱۳۸۷)، "طراحی کنترلر فازی برای کنترل ربات پاندول معکوس چرخدار با استفاده از الگوریتم ژنتیک"، شانزدهمین کنفرانس سالانه (بین المللی) مهندسی مکانیک، دانشگاه شهید باهنر کرمان، ایران.
- [36] Yau. H-T, Wang. Ch-Ch, Pai. N-Sh and Jang. M-J, (2009) "Robust control method applied in self-balancing two-wheeled robot" *Second International Symposium on Knowledge Acquisition and Modeling*, p 268.
- [37] Filipescu. A, and et al, (2011) "Trajectory-Tracking and discrete-time sliding-mode control of wheeled mobile robots" *IEEE International Conference on Information and Automation*, p 27, Shenzhen, China
- [38] Abdul Ghani¹. N. M, and et al, (2010) "Comparative assessment for two wheels inverted pendulum mobile robot using robust control" *International Conference on Control, Automation and System*, p 562, Gyeonggi-do, Korea.
- [39] Dai. F, et al, (2012) "Development of a Coaxial Self-Balancing Robot Based on Sliding Mode Control" *IEEE International Conference on Mechatronics and Automation*, p 1241, Chengdu, China
- [40] Yue. M, Sun. W and Hu. A. P, (2011) "Sliding mode robust control for two_wheeled mobile robot with lower center of gravity" *International Journal of Innovative Computing, Information and Control*, 2, 7, p 637.
- [41] Chen. Ch-Y, and et al, (2009) "Design and implementation of an adaptive sliding mode dynamic controller for wheeled mobile robots", *Mechtronics*, 19, p 156.
- [42] Mohareri. O, and et al, (2012) "Indirect adaptive tracking control of a nonholonomic mobile robot via neural networks", *Neurocomputing* 88, p 54.
- [43] Fateh.M. M, and Arab. A, (2014) "Robust control of a wheeled mobile robot by voltage control strategy". *Nonlinear Dyn.*
- [44] Kanayama. Y and et al, (1999) "A stable tracking control method for an autonomous mobile robot" *IEEE International Conference on Robotics and Automation*, p 384, Cincinnati, OH.
- [45] Segway, "<<http://www.segway.com>>," [Online].
- [46] Lee. H and Jung. S, (2012) "Balancing and navigation control of a mobile inverted pendulum robot using sensor fusion of low cost sensors," *Mechatronics*, 22, p 95.

- [47] Lo. J-Ch and Kuo. Y-H, (1998) "Decoupled fuzzy sliding-mode control" *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, **3**, **6**, pp 426.
- [48] Bayramoglu. H and Komurcugil. H, (2014) "Time-varying sliding-coefficient-based decoupled terminal sliding-mode control for a class of fourth-order systems" *ISA Transactions*, **53**, pp 1044.
- [49] Yorgancioglu. F, and Komurcugil. H, (2008) "Single-input fuzzy-like moving surface approach to the sliding mode control" **90**, pp 199.
- [50] قیصریه‌ها م، (۱۳۹۲)، پایان نامه ارشد: "طراحی کنترل کننده تطبیقی-عصبی فازی به منظور کنترل مسیر و تعادل ربات تعادلی دوچرخ"، دانشکده مکانیک، دانشگاه صنعتی شاهرود.

Abstract

This thesis presents the design and implementation of fuzzy sliding mode controller in order to keep balance and motion control of two wheeled balancing robot (TWBR). TWBR is configured with a chassis placed in two parallel coaxial wheels. The main target from control of RWBRs, is keep balance and avoid falling. Also, goals such as speed control and position control can be defined for TWBR. This robot has coupled nonlinear dynamics and is an inherent unstable system. This structure is not easily possible to model and control system. Dynamic equations of TWBR is derived by Lagrangian approach. Uncertainties and model mismatch between the nominal mathematical models and real system are inevitable. Therefore, we design a sliding mode controller for main loop control of this robot. And inner loop controller that its purpose is to track the desired path, is a backstepping method. Also, two sliding mode controller is designed for realize the backstepping control laws and balancing of robot. One conventional sliding mode controller for control the angle of the robot on the plane, and a novel sliding mode controller for control tilt angle and linear velocity of robot simultaneously. In order to speed up the sliding surface approaches zero, the fuzzy logic approach are used. Fuzzy system task in this study is determine appropriate parameters so that speeds up the convergence of the sliding surface. Simulation results show that the designed controllers are good performance in TWBRs. Finally, designed controllers are applied in real TWBR.

Keywords: Two wheeled balancing robot, sliding mode, backstepping, coupled system, fuzzy, inverted pendulum



Shahrood University of Technology
Faculty of Electrical and Robotic Engineering

**Design and Implementation of Fuzzy Sliding Mode Control
(FSMC)
for Trajectory Tracking and Balancing of
Two-Wheeled balancing Robot**

Nasim Esmaili

Supervisors:
Dr Alireza Alfi
Dr Hossein Khosravi

September 2015