



دانشگاه صنعتی شاهرود

دانشکده برق و رباتیک

پایان نامه کارشناسی ارشد برق - گرایش کنترل

عنوان:

کنترل پیش بین مبتنی بر مدل مقاوم  
بر روی برج تقطیر نفت

استاد راهنما

دکتر محمد علی صدرنیا

نگارش

جواد نوری

تیرماه

۱۳۸۵



بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

این پایان نامه با حمایت و پشتیبانی شرکت ملی پالایش و پخش فرآورده های نفتی ایران امور پژوهش و توسعه توسعه اجرا شده است.

## چکیده:

از مهمترین واحدهای یک پالایشگاه نفت که عملکرد آن تاثیر مستقیمی بر عملکرد سایر واحدها دارد، برج تقطیر می‌باشد. با توجه به ضعفهای عمده روشهای متداول کنترل چند حلقه ای در کنترل برج تقطیر، اعمال روش‌های بهینه‌تر که بتواند علاوه بر افزایش بهره‌وری فرایند با جمع‌آوری اطلاعات موجود در سیستم، یک کنترل پایدار را از خود نشان دهد، از اهمیت زیادی برخوردار است. در این پایان‌نامه کنترل پیش بین مبتنی بر مدل، به دلیل فرایند بهینه‌سازی، پیش بینی رفتار آینده فرایند و کنترل، در نظر گرفتن محدودیتهای فرایند و توانایی در بکارگیری شاخص‌های عملکردی سیستم مورد استفاده قرار گرفته است. متأسفانه در این روش، عدم قطعیت‌های فرایند مورد توجه قرار نمی‌گیرد، که این ممکن است تاثیر نامطلوبی بر عملکرد سیستم کنترل داشته باشد. برای رفع این مشکل و افزایش مقاومت سیستم، روش تحلیل  $H_{\infty}/\mu$  مورد توجه قرار گرفته است. پس از اعمال این تحلیل بر فرایند، یک ساختار کلی با وجود عدم قطعیت‌ها ایجاد می‌شود، که در کنترل‌کننده پیش بین مورد استفاده قرار می‌گیرد.

مدلسازی فرایند با استفاده از روابط ترمودینامیکی در حالت تعادل حاکم بر برج تقطیر، انجام می‌پذیرد، که یک سیستم غیر خطی پنج ورودی، پنج خروجی بدست می‌آید. پس از خطی‌سازی فرایند، با استفاده از روشهای کاهش مرتبه، متغیرهایی که تاثیر ناچیزی بر سیستم دارند، حذف می‌شوند.

**کلمات کلیدی:** برج تقطیر، کنترل کننده‌های چند حلقه‌ای، کنترل پیش بین مبتنی بر مدل، کنترل

مقاوم  $H_{\infty}/\mu$

## فهرست مطالب

صفحه	عنوان	شماره بخش
۱	مقدمه	<b>فصل اول</b>
۲	مقدمه	۱-۱
۴	نحوه ارائه مطالب در پایان نامه	۲-۱
۶	<b>آشنایی با برج تقطیر و مدلسازی آن</b>	<b>فصل دوم</b>
۷	مقدمه	۱-۲
۷	تقطیر	۲-۲
۸	اجزای تشکیل دهنده یک برج تقطیر	۳-۲
۱۱	طرز کار یک برج سینی دار	۴-۲
۱۴	متغیرهای برج تقطیر	۵-۲
۱۵	اهداف عملیاتی برج تقطیر	۶-۲
۱۶	رفتار حالت ماندگار برج تقطیر	۷-۲
۲۳	اجزای لگاریتمی	۸-۲
۲۴	جریانهای داخلی و خارجی	۹-۲
۲۵	روابط ترمودینامیکی حاکم بر برج تقطیر	۱۰-۲
۲۷	مدلسازی برج تقطیر	۱۱-۲
۳۱	کاهش درجه مدل	۱۲-۲
۳۲	مدل سازی برج تقطیر به شکل یک سیستم ۵×۵	۱۳-۲
۳۶	مدل غیر خطی ۵×۵ نسبتاً دقیق از برج تقطیر با استفاده از نرم افزار SPEEDUP	۱۴-۲
۴۰		مراجع
۴۲	<b>بررسی کنترل کننده‌های چند حلقه ای و چند متغیره مقاوم</b>	<b>فصل سوم</b>
۴۳	مقدمه	۱-۳
۴۳	بررسی کنترل پذیری فرایند	۲-۳
۴۹	کنترل کننده‌های غیر متمرکز	۳-۳
۶۴	کنترل کننده‌های $H_\infty / \mu$	۴-۳
۷۶		مراجع

۷۷	فصل چهارم	مقدمه‌ای بر کنترل پیش‌بین مبتنی بر مدل
۷۸	۱-۴	مقدمه
۷۹	۲-۴	مزایا و معایب بکارگیری MPC
۸۲	۳-۴	تقسیم بندی کنترل‌کننده‌های پیش‌بین از لحاظ ساختار مدل
۸۴	۴-۴	پارامترهای تنظیمی در کنترل‌کننده پیش‌بین
۸۷	۵-۴	مدل استفاده شده برای پیش‌بینی
۹۶	۶-۴	تخمین حالت
۹۹	۷-۴	ماتریسهای QP
۱۰۴	۸-۴	محاسبات MPC
۱۰۵	۹-۴	تقسیم بندی کنترلرهای پیش‌بین بر حسب نوع مدل‌های بکار گرفته شده
۱۰۷	۱۰-۴	محدودیت‌های کنترل ماتریس دینامیکی DMC
۱۲۱		مراجع
۱۲۳	فصل پنجم	اعمال کنترل پیش‌بین مقاوم مبتنی بر مدل بر روی برج تقطیر
۱۲۴	۱-۵	مقدمه
۱۲۴	۲-۵	کنترل ۵×۵ پیش‌بین مبتنی بر مدل مقاوم
۱۲۶	۳-۵	مرحله بهینه‌سازی کنترل‌کننده MPC
۱۲۶	۴-۵	تعیین فیلتر کالمن برای کنترل‌کننده MPC
۱۳۰	۵-۵	برخی ملاحظات نهایی
۱۳۳		مراجع
۱۳۴	فصل ششم	نتیجه‌گیری و پیشنهادات
۱۳۵	۱-۶	نتیجه‌گیری
۱۳۷	۲-۶	پیشنهادات
۱۳۹		ضمیمه
۱۴۰		۱- خطی‌سازی
۱۴۱		۲- ماتریس‌های وزن دهی شده
۱۴۵		۳- طراحی کنترل‌کننده فیدبک خروجی $H_{\infty}$
۱۴۷		۴- تحلیل $\mu$
۱۵۱		مراجع

## فهرست شکلها

شماره شکل	عنوان	صفحه
۱-۲	برج تقطیر با دو محصول خروجی	۱۶
۲-۲	منحنی های تغییرات اجزاء، و لگاریتم اجزاء ( با تغییر در جریانهای خارجی به شکل $\Delta D = \Delta L = 0.02$ و با $\Delta V = 0$ و تغییر در جریانهای داخلی به شکل $\Delta L = 1$ )	۲۴
۳-۲	مفهوم تعادل در مراحل یک برج تقطیر	۲۵
۴-۲	مدل برج تقطیر $G = G_2 G_1$	۳۳
۵-۲	پاسخ حلقه باز دینامیکی از برج تقطیر به شکل یک مدل خطی $5 \times 5$ با استفاده از نرم افزار SPEEDUP	۳۷
۱-۳	عناصر آرایه گین نسبی RGA به شکل تابعی از فرکانس ( خطوط پر رنگ: عناصر قطری)	۴۸
۲-۳	پاسخ به افزایش یک درصدی جریان خوراک F در چهار ساختار مختلف، که شکل سمت چپ به تغییر در جزء مولی محصول بالا و شکل سمت راست تغییر در جزء مولی محصول پایین برج را نشان می دهد	۵۴
۳-۳	عناصر آرایه گین نسبی RGA به شکل تابعی از فرکانس ( برای چهار ساختار مختلف)	۵۵
۴-۳	دامنه اغتشاش حلقه بسته برای کنترلر غیر متمرکز	۶۰
۵-۳	عملکرد کنترلر غیر متمرکز، در خروجیها و ورودیهای کنترل شده، وزن دهی شده	۶۲
۶-۳	عملکرد کنترلر غیر متمرکز با محدودیت بر روی سرمایش ( $Q_c \geq 0$ )، در خروجیها و ورودیهای کنترل شده، وزن دهی شده	۶۳
۷-۳	بلوک دیاگرام مسئله $H_\infty$ مقاوم	۶۶
۸-۳	ساختار $M-\Delta$ برای تحلیل $\mu$	۶۹
۱-۴	مفهوم افق متحرک در MPC	۸۵
۲-۴	مدل خطی استفاده شده برای پیش بینی و بهینه سازی	۸۸
۳-۴	مدل مورد استفاده برای تخمین حالت	۹۶
۴-۴	مدل مورد استفاده برای تخمین حالت	۱۰۲
۵-۴	کنترل کننده DMC تفکیک شده به یک تخمین گر و یک بهینه ساز	۱۱۰
۶-۴	تخمین گر مبتنی بر MPC تفکیک شده به یک تخمین گر و یک بهینه ساز	۱۱۷
۱-۵	عملکرد کنترلر شبیه سازی شده بدون قید برای خروجیها و ورودیهای وزن دهی شده کنترل شده. خطوط پر رنگ کنترل MPC بدون محدودیت و خطوط خط چین کنترلر $\mu$ را نشان می دهد	۱۲۸
۲-۵	عملکرد کنترلر شبیه سازی شده با قید $Q_c$ مثبت برای خروجیها و ورودیهای وزن دهی شده کنترل شده	۱۲۹
ضمیمه-۱	بلوک دیاگرام عملکرد وزن دهی شده و تعمیم یافته	۱۴۲
ضمیمه-۲	مدل ساختار یافته	۱۴۶

## فهرست جداول

صفحه	عنوان	شماره جدول
۱۸	مهمترین جزئیات در برج تقطیر مورد مطالعه	۱-۲
۳۹	پاسخ حلقه باز دینامیکی از برج تقطیر به شکل یک مدل خطی ۵×۵ با استفاده از نرم افزار	۲-۲
۴۵	بیشترین انحراف قابل قبول (mad) برای وزن دهی مورد استفاده	۱-۳
۴۶	RGA حالت ماندگار	۲-۳
۷۲	المانهای عنصر به عنصر کنترلر در $\omega = 0.01$ رادیان بر ثانیه	۳-۳
۱۴۲	بیشترین انحراف قابل قبول (mad) برای وزن دهی های استفاده شده	ضمیمه-۱



# فصل اول

## مقدمه

## ۱-۱- مقدمه:

برج تقطیر یکی از مهمترین واحدهای یک پالایشگاه نفت است که بر پایه اختلاف در تبخیر پذیری اجزاء عمل می‌کند و عملکرد بیشتر واحدهای قبل و بعد از آن، وابستگی مستقیمی به نحوه کارکرد آن دارد، و هر گونه اغتشاش در عملکرد آن بر سایر واحدها نیز، تاثیر مستقیمی می‌گذارد. علاوه بر این، عوامل زیادی همچون تغییرات شرایط جوی و اغتشاشات موجود در واحدهای قبل و بعد از برج، همچون تغییر میزان خوراک و مشکل در خروجیهای جوشاننده، می‌تواند تاثیر زیادی بر نحوه کارکرد برج داشته باشند. در اینجاست که اهمیت انتخاب کنترل‌کننده‌ای که بتواند نسبت به این اغتشاشات واکنش مناسبی از خود نشان دهد و علاوه بر این بازده و عملکرد خوبی نیز داشته باشد، نمایان می‌گردد.

در کنترل برج تقطیر قیود زیادی بر روی المانهای کنترلی همچون مقدار بار حرارتی مورد استفاده، وجود دارد که کنترل‌کننده باید در فرایند کنترلی این قیود را نیز مد نظر قرار دهد. در فرایند کنترل برج تقطیر هدف اصلی کنترل اجزاء مولی خروجی از برج می‌باشد، که اندازه‌گیری اجزای مولی نیاز به تجهیزاتی دارد که علاوه بر مشکل بالا بودن هزینه آن، دارای تاخیرات اندازه‌گیری نیز می‌باشند. در نتیجه برای افزایش عملکرد و پایداری کنترل‌کننده، نیاز به اعمال رویتگر حالت می‌باشد، که با اندازه‌گیری حالت‌های در دسترس‌تر (مثلاً دمای سینی‌های برج) بتواند این حالتها را تخمین بزند (کنترل استنتاجی). هدف اصلی در بهبود کنترل اجزاء، کاهش مصرف انرژی، افزایش محصولات و افزایش توان عملیاتی می‌باشد. در صنعت معمولاً برای کنترل برج تقطیر از کنترل‌کننده‌های تک ورودی، تک خروجی استفاده

می‌شود و معمولاً تنها اجزاء به طور خودکار کنترل می‌شوند (کنترل تک نقطه‌ای)؛ که این منجر به اتلاف محصولات پر ارزش و مصرف بیش از اندازه انرژی می‌شود. به هر حال، کنترل خودکار هر دو اجزاء با توجه به تداخلات قوی بین اجزاء بالا و پایین، ممکن است، خیلی مشکل باشد. در حالتی که نیاز به خلوص با درجه تفکیک بالا می‌باشد، سیستم تداخلات خیلی قوی را از خود نشان می‌دهد، به طوری که به متغیرهای کنترلی ورودی حساسیت زیادی خواهد داشت (عدم قطعیت ورودی). بدون اعمال یک روش کنترلی قوی، برخورد با این عدم قطعیت، غیر ممکن است.

برای اینکه بتوان به کنترل‌کننده‌ای با خصوصیات و اهداف فوق دسترسی پیدا کرد، باید کنترل‌کننده‌ای انتخاب شود که توانایی شناسایی مداوم حالتها و پیش بینی اغتشاشات و نویزهای موجود در فرایند را داشته باشد. از سیستمهای کنترلی موجود، کنترل‌کننده‌هایی دارای چنین امکاناتی هستند که مبتنی بر مدل فرایند و اغتشاش بوده، و همچنین بر عملکردهای بعدی فرایند نیز نظارت داشته باشند. کنترل‌کننده پیش بین مبتنی بر مدل، که محدودیتها نیز در آن مورد توجه قرار گرفته باشد، ایده مناسبی برای این هدف می‌باشد. در این کنترل‌کننده، همچنین توانایی اعمال اهداف عملکردی فرایند، به شکل شاخص‌های عملکرد، در تابع معیار وجود دارد.

یکی از مشکلات جدی در کنترل‌کننده‌های موجود مبتنی بر مدل، حساسیت زیاد به عدم قطعیت‌های مدل و عدم تطابق مدل و فرایند می‌باشد. در این پایان نامه، سعی می‌شود کنترلر پیش بین مبتنی بر مدل با کنترلر مقاوم  $H_{\infty}$  /  $l_1$  برای حل این مشکل، ترکیب شود. این کنترلر در ادامه مبحث <sup>1</sup>RMPC

<sup>1</sup> Robust Model Predictive Control

نامیده می‌شود. در ابتدا، پس از مدلسازی فرایند، کنترل‌کننده‌های رایج چندحلقه‌ای، در کنترل برج تقطیر مورد بررسی قرار می‌گیرد، و فواید و مشکلات آن، با اعمال بر مدل ایجاد شده، مورد بررسی قرار می‌گیرد. سپس RMPC نیز اعمال، و نتایج با هم مقایسه می‌شود.

#### ۲-۱- نحوه ارائه مطالب در پایان نامه:

در فصل دوم، ابتدا قسمت‌های مختلف برج تقطیر و نحوه کارکرد آن شرح داده می‌شود. سپس رفتار حالت ماندگار و قوانین فیزیکی حاکم بر برج تقطیر و معادلات حاکم بر آن شرح داده می‌شود. با بررسی مبحث مدلسازی برج تقطیر و قوانین و معادلات حاکم بر آن، یک مدل ریاضی از آن ارائه می‌شود. این مدل دارای یک ماتریس تابع انتقال  $5 \times 5$  است. همچنین، یک مدل  $5 \times 5$  از برج تقطیر که توسط نرم‌افزار SPEEDUP ایجاد شده است، دارای دقت بالاتری نسبت به مدل فوق می‌باشد، ارائه می‌شود. در این پایان‌نامه از این مدل برای شبیه‌سازی‌ها استفاده می‌شود.

در فصل سوم، در ابتدا کنترل‌پذیری فرایند مدلسازی شده را، پس از خطی‌سازی، مورد بررسی قرار می‌گیرد، که در این زمینه مقیاس دهی، آرایه گین نسبی RGA و صفرهای RHP بررسی می‌شود. در ادامه این فصل کنترل‌کننده‌های متداول چندحلقه‌ای مورد بررسی قرار می‌گیرد، و نحوه‌گزینش بهترین آنها شرح داده می‌شود. در آینده عملکرد این کنترل‌کننده انتخابی، با عملکرد RMPC، مقایسه می‌گردد. در ادامه فصل مسئله چند متغیره  $H_{\infty}$  و عدم قطعیتها، مورد بررسی قرار می‌گیرد. کنترل‌کننده بهینه

به نحوی انتخاب می‌شود که در برخورد با بدترین حالات ممکن ( عدم قطعیت در اجزاء خروجی، اغتشاشات و تغییر در سیگنالهای مرجع می‌باشد)، بهترین مشخصه‌های ممکن را ارائه دهد. با توجه به مشخصه‌های عدم قطعیت و عملکرد فرایند موجود در حوزه فرکانس، حل مسئله بهینه سازی، معادل با حداقل سازی مقادیر ویژه ساختار یافته ماتریس داده شده می‌باشد. دلیل اصلی بکارگیری  $\mu$  به جای کنترل کننده‌های بهینه متداول ( همچون کنترل کننده مرتبه دوم خطی) این است که، عدم قطعیت مدل به شکل مستقیم در نظر گرفته می‌شود و از نويز ساختگی استفاده نمی‌شود. حل مسئله کنترل  $\mu$ ، علاوه بر مدل خطی سیستم، به توصیف عدم قطعیت مدل و عملکرد حلقه بسته مطلوب فرایند نیاز دارد.

در فصل چهارم، به مبحث کنترل پیش بین مبتنی بر مدل پرداخته می‌شود، و ضمن تشریح نحوه عملکرد این کنترل کننده و مزایا و معایب آن، انواع مختلف این کنترل کننده مورد بررسی قرار می‌گیرد. در نهایت کنترل کننده QDMC را، در این پایان نامه مورد استفاده قرار می‌گیرد، شرح داده می‌شود.

در فصل پنجم، RMPC بر روی برج تقطیر اعمال می‌شود. در ابتدا یک رویکرد<sup>۱</sup> حالت برای اجزای مولی خروجیها طراحی می‌شود. از نتایج فصل سوم، برای تحلیل مقاوم بودن کنترل کننده استفاده می‌شود. در این فصل، یک محدودیت موجود در سرمایه‌های اعمالی بر سیستم در نظر گرفته می‌شود و نتایج اعمال آن مورد بررسی قرار می‌گیرد.

در فصل ششم، به نتیجه گیری پرداخته و برخی پیشنهادات و راه کارها را برای ادامه و بهبود کار ارائه

می‌شود.

<sup>۱</sup> Observer

## ۲-۱- مقدمه:

در این فصل در ابتدا قسمت‌های مختلف برج تقطیر و نحوه کارکرد آن شرح داده می‌شود. رفتار حالت ماندگار و قوانین ترمودینامیکی حاکم بر برج تقطیر و معادلات حاکم بر آن مورد بررسی قرار می‌گیرد. با توجه به قوانین و معادلات حاکم بر برج تقطیر، یک مدل ریاضی از آن ارائه می‌شود. این مدل یک ماتریس تابع انتقال  $5 \times 5$  می‌باشد. در انتها یک مدل  $5 \times 5$  از برج تقطیر که توسط نرم افزار SPEEDUP ایجاد شده است، شرح داده می‌شود. این مدل نسبت به مدل ریاضی ارائه شده دارای دقت بالاتری بوده، و در ادامه پایان‌نامه به عنوان مدل اصلی مورد استفاده قرار می‌گیرد.

## ۲-۲- تقطیر:

منظور از تقطیر، در واقع جداسازی فیزیکی برشهای نفتی در پالایشگاه است، که اساس آن اختلاف در نقطه جوش هیدروکربن‌های مختلف می‌باشد. هر چه هیدروکربن سنگینتر باشد، نقطه جوش آن بالاتر است و با توجه به شیب حرارتی که توسط برج تقطیر ایجاد می‌شود، درجه حرارت آن از قسمت پایین به سمت بالا کاهش پیدا می‌کند، می‌توان اجزای مختلف تشکیل دهنده نفت خام را از هم تفکیک کرد.

## ۲-۲-۱- انواع تقطیر:

۱. تقطیر در فشار محیط: در این روش، فرآیند تقطیر در فشار محیط صورت می‌گیرد.

۲. تقطیر با بخار آب: وقتی که تقطیر در مجاورت بخار ماده مخلوط نشدنی صورت می‌گیرد، فشار بخار یکی تحت تاثیر دیگری قرار نگرفته و مخلوط در دمایی که مجموع فشارهای جزئی آنها برابر فشار محیط گردد تقطیر می‌شود.

۳. تقطیر در خلا: در این روش، فرآیند تقطیر در خلاء (در فشار ۴۰ میلی‌متر جیوه) صورت می‌گیرد.

۴. تقطیر در خلاء و بخار: این روش با انتقال گرما توسط بخار آب و با استفاده هم‌زمان از پمپ خلاء، جهت کاهش فشار کلی صورت می‌گیرد. بطور کلی این روش دارای اشکالاتی بوده و از آن زیاد استفاده نمی‌شود.

۵. تقطیر در فشار: این روش برعکس تقطیر در خلاء بوده و باعث می‌شود که فرایند تقطیر، در دمایی بیشتری نسبت به آن در فشار محیط صورت گیرد و دمایی بالاتر باعث گسسته شدن مولکولهای نفت گردیده و ترکیب آنها را تغییر می‌دهد.

۶. روشهای جدید تقطیر: این روشها شامل یک یا دو مرحله تقطیر در فشار محیط بوده که توسط تقطیر با بخار همراه می‌شود.

## ۲-۳- اجزای تشکیل دهنده برج تقطیر:

بطور کلی برج تقطیر شامل ۴ قسمت اصلی می‌باشد:

۱. برج<sup>۱</sup>

۲. سیستم جوشاننده<sup>۲</sup>

۳. سیستم چگالنده<sup>۳</sup>

۴. تجهیزات جانبی

۲-۴-۱- برج:

بطور کلی برجهایی که در صنعت جهت انجام عمل تقطیر مورد استفاده قرار می‌گیرند، بر حسب روش

بکارگیری شده در ایجاد تماس بین بخار و مایع، به دو دسته اساسی تقسیم بندی می‌شوند:

۱. برج‌های سینی‌دار<sup>۴</sup>:

در برج‌های سینی‌دار برای ترکیب دو فاز بخار و مایع، از صفحات فلزی سوراخ‌دار استفاده می‌شود، که

اصطلاحاً سینی نامیده می‌شود. در خلال عملکرد برج تقطیر، مقداری مایع روی سینی جمع می‌شود. بخار

متصاعد شده از میان سوراخ‌های ایجاد شده در سینی‌ها به شکل حباب از میان مایع عبور کرده، با آن

تماس پیدا می‌کند. در این پایان‌نامه، این نوع برج مورد بررسی قرار می‌گیرد.

۲. برج‌های پر شده<sup>۵</sup>:

<sup>1</sup> Tower

<sup>2</sup> Reboiler

<sup>3</sup> Condensor

<sup>4</sup> Trayed Towers

<sup>5</sup> Packed Towers



در برج‌های پر شده، برای ایجاد محیط تماس از روش پرکردن (آکنده‌سازی) برج استفاده می‌شود. معمولاً برای پرکردن برج، از حباب‌هایی که از مواد بی اثر و متخلخل استفاده می‌شود. این مواد سطوح تماس لازم را برای ترکیب بخار و مایع فراهم می‌کنند.

### ۲-۳-۲- سیستم چگالنده :

بخار متصاعد شده که از بالای برج خارج می‌گردد، توسط یک چگالنده به مایع تبدیل شده و در یک مخزن جمع آوری می‌شود. قسمتی از این مایع به شکل برگشتی<sup>۱</sup> (در برجهای تقطیر با مایع برگشتی) مجدداً به درون برج تقطیر باز گردانده شده و قسمتی دیگر نیز به عنوان محصول تقطیر شده یا محصول بالای برج برداشت می‌شود.

روش رایج برای جذب حرارت بخار متصاعد شده، استفاده از آب خنک‌کننده است. در این روش، حرارت جذب شده نهایتاً تلف می‌گردد و این مسئله باعث افزایش هزینه عملکرد برج تقطیر می‌گردد. در روش دیگر که به باز تراکم بخار<sup>۲</sup> معروف است، حرارت جذب شده در چگالنده پس از متراکم کردن سیال مبرد در یک کمپرسور، و افزایش دمای آن، برای حرارت دهی به جوشاننده به کار می‌رود. چگالنده و مخزن آن یکی از تجهیزات اصلی در کنترل فشار برج می‌باشد.

<sup>1</sup> Reflux

<sup>2</sup> Vapor Recompression

## ۲-۳-۳- سیستم جوشاننده :

فاز مایع درون برج که به سمت پایین برج حرکت می‌کند، از برج خارج و وارد مخزن جوشاننده شده، و در آنجا حرارت داده می‌شود. در واقع جوشاننده نوع خاصی از مبدل حرارتی است، که حرارت و انرژی لازم را برای فرایند تقطیر فراهم می‌کند. قسمتی از این مایع بر اثر حرارت تبخیر شده و مجدداً وارد برج می‌گردد و قسمت دیگر به عنوان محصول پایین برج برداشت می‌گردد.

جوشاننده‌ها به انواع مختلفی تقسیم می‌گردند. بسته به محل قرار گرفتن آنها در واحد تقطیر آنها را به دو دسته داخلی و خارجی تقسیم می‌کنند. البته اغلب جوشاننده‌ها در خارج از برج تقطیر قرار دارند.

## ۲-۳-۴- تجهیزات جانبی:

شامل انواع سیستم‌های کنترل‌کننده، مبدل‌های حرارتی میانی، پمپ‌ها و مخازن جمع‌آوری محصول می‌باشد.

## ۲-۴- طرز کار یک برج سینی‌دار:

بطور کلی فرآیندی که در یک برج سینی‌دار اتفاق می‌افتد، عمل جداسازی مواد است. اگر خوراک یک واحد تقطیر حاوی فاز مایع باشد، درجه حرارت آغاز جوش آن را نقطه حباب<sup>۱</sup> و اگر خوراک فقط حاوی

---

<sup>۱</sup> Bubble Point

فاز بخار باشد، دمای آغاز میعان آن را نقطه شبنم<sup>۱</sup> می‌نامند. دمای خوراک معمولاً بین این دو نقطه قرار دارد، ولی امکان دارد بخاطر مسائلی همچون بهینه‌سازی عملکرد خوراک، به شکل فوق داغ<sup>۲</sup> یا زیر سرد<sup>۳</sup> نیز، وارد سیستم گردد.

در فرآیند تقطیر، منبع حرارتی جوشاننده حرارت لازم را جهت انجام عمل تقطیر و تفکیک مواد سازنده یک محلول تأمین می‌کند. بخار بالا رونده از برج با مایعی که از بالای برج به سمت پایین حرکت می‌کند، بر روی سینی‌ها، تماس مستقیم پیدا می‌کنند. این تماس باعث ازدیاد دمای مایع روی سینی شده، و نهایتاً باعث نزدیک شدن دمای مایع به دمای حباب می‌گردد.

با رسیدن مایع به دمای حباب، به تدریج اولین ذرات بخار حاصل می‌شود، که این بخارات غنی از مواد فرار (موادی که از نقطه جوش کمتری و یا فشار بالاتری برخوردار است) می‌باشند. از طرف دیگر در فاز بخار، موادی که از نقطه جوش کمتری برخوردار هستند، تحت عمل میعان قرار گرفته و بصورت فاز مایع به سمت پایین برج حرکت می‌کنند. مهمترین عملکرد یک برج، ایجاد سطح تماس مناسب بین فازهای بخار و مایع است. هر چه سطح تماس افزایش پیدا کند، عمل تفکیک با راندمان بالاتری صورت می‌گیرد. البته، نحوه جریان مایع بر روی سینی‌ها نیز از جمله عوامل مهم بر عملکرد یک برج می‌باشد.

بر حسب درصد تفکیک اجزا درخواستی از برج تقطیر دو روش مختلف ارائه می‌شود:

<sup>1</sup> Dew Point

<sup>2</sup> Super Heated

<sup>3</sup> Sub Cooled

## ۲-۴-۱- تقطیر تبخیر ناگهانی:

در این نوع تقطیر، مخلوطی از مواد نفتی که قبلاً در مبدلهای حرارتی و یا کوره گرم شده‌اند، بطور مداوم به برج تقطیر وارد می‌شوند و تحت شرایط ثابت مقداری از آنها به صورت ناگهانی تبخیر می‌شوند. بخارات حاصله بعد از میعان و مایع باقیمانده در پایین برج، بعد از سرد شدن به صورت محصولات تقطیر جمع‌آوری می‌شوند. در این نوع تقطیر، خلوص محصولات چندان زیاد نیست. در اینجا برگشتی از چگالنده به برج تقطیر وجود ندارد.

## ۲-۴-۲- تقطیر با مایع برگشتی (تقطیر همراه با تصفیه):

در این روش تقطیر، قسمتی از بخارات حاصله در بالای برج، بعد از میعان به صورت محصول خارج شده و قسمت زیادی به داخل برج برگردانده می‌شود. این مایع به مایع برگشتی موسوم است. مایع برگشتی با بخارات در حال صعود در تماس قرار داده می‌شود تا انتقال ماده و انتقال حرارت صورت گیرد. از آنجا که مایعات داخل برج در نقطه جوش خود هستند، در هر تماس مقداری از بخار تبدیل به مایع و قسمتی از مایع نیز تبدیل به بخار می‌شود.

نتیجه نهایی مجموعه این تماس‌ها، بخاری اشباع از هیدروکربن‌های با نقطه جوش کم و مایعی اشباع از مواد نفتی با نقطه جوش بالا می‌باشد. در تقطیر با مایع برگشتی با استفاده از تماس بخار و مایع، می‌توان محصولات مورد نیاز را با هر درجه خلوصی تولید کرد، مشروط بر اینکه به مقدار کافی مایع برگشتی و سینی در برج موجود باشد. بوسیله مایع برگشتی یا تعداد سینی‌های داخل برج می‌توان درجه

خلوص را تغییر داد. لازم به توضیح می‌باشد که، ازدیاد مقدار مایع برگشتی باعث افزایش میزان سوخت خواهد شد، زیرا تمام مایع برگشتی باید دوباره به صورت بخار تبدیل شود.

امروزه به علت گرانی سوخت، سعی می‌شود برای بدست آوردن خلوص بیشتر محصولات، به جای ازدیاد مایع برگشتی از سینی‌های بیشتری در برج‌های تقطیر استفاده شود. زیاد شدن مایع برگشتی موجب زیاد شدن مصرف انرژی می‌شود. به همین دلیل، تعداد سینی‌ها را افزایش می‌دهند. در ابتدا مایع برگشتی را ۱۰۰ درصد انتخاب کرده و بعد مرتباً این درصد را کم می‌کنند و به صورت محصول خارج می‌کنند تا به این ترتیب دستگاه تنظیم شود. در قسمت طراحی به برج مصالحه ای بین این دو پارامتر، یعنی میزان برگشتی و تعداد سینی‌ها، رسیده می‌شود.

## ۲-۵- متغیرهای برج تقطیر:

برای کنترل برج تقطیر، لازم است که متغیرهای حالت، متغیرهای خروجی، متغیرهای کنترلی و اغتشاشات اعمال شده به سیستم را شناسایی و تعیین کرد. در یک برج تقطیر، متغیرهای حالت معمولاً اجزاء محصولات<sup>۱</sup>، درجه حرارت نقاط مختلف برج، فشار برج و سطح مایع در مخزن‌های یک واحد تقطیر می‌باشند.

متغیرهای تحریک آن دسته از متغیرها هستند که می‌توان با تغییر آنها متغیرهای حالت یا خروجی را به مقادیر مطلوب رساند. در واحدهای تقطیر معمولاً از جریان برگشتی، جریان چگالنده، جریان سیال

<sup>1</sup> Product Composition

جوشاننده و جریان محصولات به عنوان متغیرهای کنترلی استفاده می‌شود. اغتشاشات آن دسته از متغیرها یا پارامترها هستند که تغییرات آنها غیر قابل کنترل است و معمولاً باعث انحراف سیستم از حالت مطلوب می‌شود. از مهمترین اغتشاشات موجود در یک برج تقطیر، به جریان خوراک و ترکیب آن، می‌توان اشاره کرد. از سایر اغتشاشات، می‌توان به آنتالپی<sup>۱</sup> خوراک، شرایط محیطی ( باران، دمای محیط، فشار اتمسفر و غیره) و دمای سیال مبرد در چگالنده اشاره کرد.

## ۲-۶- اهداف عملیاتی برج تقطیر:

از میان اهداف مختلف در یک واحد تقطیر می‌توان به موارد زیر اشاره کرد:

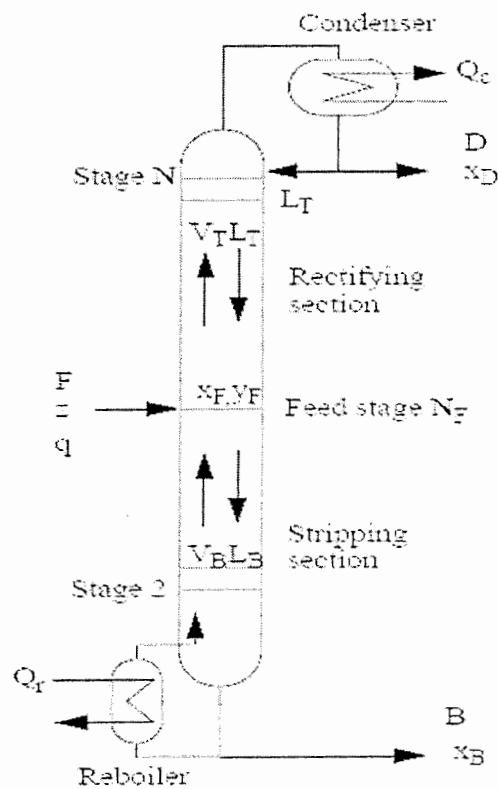
۱. دستیابی به ترکیب مطلوب محصولات و افزایش کیفیت محصول
۲. کاهش مصرف انرژی
۳. حذف تاثیرات اغتشاش بر عملکرد سیستم
۴. افزایش تولید
۵. افزایش پایداری سیستم
۶. کاهش تغییرات در ترکیب محصولات
۷. دستیابی به عملکرد مقرون به صرفه
۸. کاهش تعداد پرسنل مشغول در واحد

---

<sup>۱</sup> Enthaply

## ۲-۷- رفتار حالت ماندگار برج تقطیر:

یک برج تقطیر با دو محصول خروجی در شکل (۱-۲) نشان داده شده است. مهمترین جزئیات در این برج نیز در جدول (۱-۲) آورده شده است. اساس یادگیری مشخصه های دینامیکی و کنترلی برج تقطیر بررسی دقیق رفتار حالت ماندگار آن می باشد. رفتار حالت ماندگار بیشتر برجهای تقطیر واقعی، سینی دار و یا پر شده، با استفاده از مدل موازنه مرحله‌ای، قابل مدل سازی می باشد [1,2].



شکل ۱-۲ برج تقطیر با دو محصول خروجی

مشکل موجود در توصیف برج تقطیر، معمولاً بدست آوردن یک توصیف دقیق از موازنه بین جرم مایع و بخار در داخل برج می‌باشد. برای یک برج، تعداد مراحل نظری را در هر قسمت، معمولاً با توجه به خلوص محصولات مشاهده شده و اطلاعات مربوط به دما تنظیم می‌کنند.

برای تشریح درجه تفکیک بین دو جزء در یک برج، ضریب تفکیک برای آن تعریف می‌شود:

$$S = \frac{(x_L / x_H)_{top}}{(x_L / x_H)_{btm}} \quad (1-2)$$

که در اینجا L به جزء سبک، H به جزء سنگین، top به قسمت بالا و btm به قسمت پایین اشاره

می‌کند. برای بررسی دقیق نحوه رفتار داخلی برج تقطیر دو فرض در ساده‌سازی مسئله ارائه می‌شود:

۱-۷-۲- تبخیر پذیری نسبی ثابت: موازنه مایع و بخار بین دو جزء، با رابطه زیر داده می‌شود:

$$\alpha = \frac{y_L / x_L}{y_H / x_H} = \frac{y_L / y_H}{x_L / x_H} \quad (2-2)$$

در اینجا  $\alpha$  مستقل از اجزاء می‌باشد (معمولاً فشار می‌باشد). این فرض به خوبی برای تفکیک اجزایی

شبيه به هم، همچون الکل‌ها و هیدرو کربن‌ها، مناسب است. البته این فرض برای اجزای غیر ایده‌آل

همچون آزتوتروپ‌ها<sup>۱</sup> مناسب نمی‌باشد. برای یک ترکیب دوتایی ::

$$\alpha = \frac{y/(1-y)}{x/(1-x)} \Rightarrow y = \frac{\alpha x}{1+(\alpha-1)x} \quad (3-2)$$

<sup>۱</sup> azeotropes



جدول ۲-۱- مهمترین جزئیات در برج تقطیر مورد مطالعه

مقدار ماندگار	تشریح متغیر	متغیر
۱	سرعت ورودی خوراک (بر حسب کیلو مول بر دقیقه)	F
۰/۵	جزء مولی خوراک (بر حسب جزء مولی)	$Z_F$
۱	جزء مولی مایع در خوراک (در این پایان نامه برابر یک می باشد)	$q_F$
۰/۵	جریان محصول بالا (بر حسب کیلو مول بر دقیقه)	D
-	جریان محصول پایین ( بر حسب کیلو مول بر دقیقه)	B
۰/۹۹	جزء مولی محصول بالا (بر حسب جزء مولی)	$x_D$
۰/۰۱	جزء مولی محصول پایین (بر حسب جزء مولی)	$x_B$
۲/۷۰۶	جریان برگشتی ( بر حسب کیلو مول بر دقیقه)	$L=L_T=L_N$
۳/۲۰۶	جریان جوشاننده ( بر حسب کیلو مول بر دقیقه)	$V = V_B = V_L$ V
۴۱	شماره مراحل تئوریک که جوشاننده را در بر دارد	$N_{tot} = N+1$
-	شماره مرحله (یک قسمت پایین و $N_F$ مرحله خوراک)	i
-	جریان مایع در مرحله i (بر حسب کیلو مول بر دقیقه)	$L_i$
-	جریان بخار در مرحله i (بر حسب کیلو مول بر دقیقه)	$V_i$
-	جزء مولی مایع در مرحله i (بر حسب جزء مولی)	$x_i$
-	جزء مولی بخار در مرحله i (بر حسب جزء مولی)	$y_i$
۰/۵	انباشت مایع در مرحله i (بر حسب کیلو مول)	$M_i$
۱/۵	تبخیر نسبی بین جزء سبک و سنگین	$\alpha$
۰/۰۶۳	ثابت زمانی برای دینامیکهای جریان مایع برای هر مرحله ( بر	$\tau_L$
-	تاخیر زمانی برای تغییر در برگشتی برای رسیدن به جوشاننده ( بر حسب دقیقه)	$\theta_L = (N-1)\tau_L$
۰	ثابت تاثیر جریان بخار بر روی جریان مایع ( تاثیر $K_2$ )	$\lambda$

۲-۷-۲- جریانهای مولی ثابت: در این حالت، جریانهای مولی مایع و بخار در طول برج از یک مرحله به مرحله بعد تغییر نمی‌کند، به طوری که اگر هیچ خوراکی وارد مراحل  $i$  و  $i+1$  نگردد و یا محصولی از آن خارج نگردد، آن‌گاه در حالت ماندگار:

$$L_i = L_{i+1}; \quad V_i = V_{i+1} \quad (۴-۲)$$

این فرض نیز برای اجزای شبیه به هم که درجه تبخیرشان از هم تفاوت خیلی زیاد نداشته باشد مناسب است. فرض می‌شود که ورودی خوراک دارای ترکیب دو جزئی می‌باشد.

### ۲-۷-۳- طراحی برج:

برای افزایش ضریب تفکیک می‌توان تعداد مراحل و یا میزان انرژی مصرفی (یعنی برگشتی) را، افزایش داد. برای تعیین یک مصالحه بین این تغییرات، معمولاً دو حد برای آنها در نظر گرفته می‌شود. برگشتی محدود، که در آن تعداد مراحل محدود با  $N_{\min}$  داده می‌شود، و تعداد مراحل محدود، که در آن حداقل مصرف انرژی  $Q_{\min} = V_{\min} \Delta H^{vap}$  وجود دارد. از معادلاتی که برای  $V_{\min}$  و  $N_{\min}$  در (۲-۸)، (۲-۱۱) و (۲-۱۲) بدست خواهد آمد، مشخص می‌گردد که، پارامتر مهم تبخیر نسبی  $\alpha$  می‌باشد.

۲-۷-۳-۱- حداقل تعداد مراحل (برگشتی نامحدود):

با جریانهای داخلی نامحدود،  $L_i$  و  $V_i$ ، توازن جرمی در هر قسمت از برج، با  $V_i = L_{i+1}$  و به طور مشابه توازن جرمی برای هر جزء، با  $V_i y_i = L_{i+1} x_{i+1}$  نشان داده می‌شود و در نتیجه  $y_i = x_{i+1}$  می‌گردد، و با تبخیر پذیری نسبی ثابت:

$$\alpha = \frac{y_{L,i}/y_{H,i}}{x_{L,i}/x_{H,i}} = \frac{x_{L,i+1}/x_{H,i+1}}{x_{L,i}/x_{H,i}} \quad (6-2)$$

برای برج تقطیر و یا هر  $N$  قسمت از آن، معادله (۶-۲) تکرار می‌شود و فرمول فنسکی<sup>۱</sup> برای ضریب کل تفکیک به صورت زیر بیان می‌شود:

$$S = \frac{(x_L/x_H)_{top}}{(x_L/x_H)_{btm}} = \alpha^N \quad (7-2)$$

برای یک برج با ضریب تفکیک داده شده، فرمول فنسکی برای تعداد محدود زیر صدق می‌کند:

$$N_{min} = \ln S / \ln \alpha \quad (8-2)$$

تفکیک با خلوص بالا،  $S$  بزرگ، به افزایش تعداد مراحل می‌انجامد، که این افزایش، با لگاریتم ضریب تفکیک متناسب است. در معادلات (۷-۲) و (۸-۲)، فرض جریانهای مولی ثابت وجود ندارد و برای تفکیک هر دو جزء با تبخیر پذیری نسبی ثابت به کار می‌رود.

۲-۷-۳-۲- حداقل مصرف انرژی (تعداد مراحل نامحدود):

<sup>1</sup> Fenske's formula

با تعداد نامحدود مراحل، میزان برگشتی، یعنی مصرف انرژی، می‌تواند کاهش پیدا کند، تا یک فضای فشرده داخل برج تشکیل شود. در یک تفکیک دوتایی، این فضا در مرحله تغذیه خواهد بود، که در آن خط تعادل جرم و خط توازن با هم برخورد خواهند کرد، و یک معادله به آسانی برای حداقل برگشتی ایجاد می‌شود. برای خوراک مایع اشباع شده:

$$L_{\min} = \frac{\phi_L^D - \phi_H^D}{\alpha - 1} F \quad (9-2)$$

که در اینجا  $\phi_L^D = Dx_{D,L} / Fz_{F,L}$  جزء جایگزین جزء سبک و  $\phi_H^D$  جزء جایگزین جزء سنگین، هر دو برای محصول تقطیر، می‌باشد.

برای خوراک به شکل بخار اشباع شده:

$$V_{\min} = \frac{\phi_H^B - \phi_L^B}{\alpha - 1} F \quad (10-2)$$

که در اینجا  $\phi^B$  جایگزین محصول پایین می‌گردد. به طور خلاصه، برای یک ترکیب دو جزئی با جریانهای مولی ثابت و تبخیر نسبی ثابت، حداقل جوشاننده  $V_{\min}$  برای تفکیک بالا برابر است با:

$$V_{\min} = \frac{1}{\alpha - 1} F + D \quad (11-2)$$

$$V_{\min} = \frac{1}{\alpha - 1} F \quad (12-2)$$

$V_{\min}$  مستقل از خلوص محصول برای تفکیک بالا می‌باشد، که یک نتیجه کلیدی را نمایان می‌سازد.

نتیجه: به هر خلوصی از محصول (حتی ضریب تفکیک بی نهایت) با انرژی محدود (به بزرگی که جوشاننده  $V$  بزرگتر از  $V_{\min}$  باشد) تنها با افزایش تعداد مراحل، می‌توان دست پیدا کرد.

۲-۷-۳-۳- تعداد مراحل محدود و برگشتی محدود:

در اینجا فرمول فنسکی<sup>۱</sup>  $S = \alpha^N$ ، برای برگشتی نامحدود بکار می‌رود. یک فرمول جامع برای حالت

برگشتی محدود به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$S = \alpha^N \frac{(L/V)_T^{N_T}}{(L/V)_B^{N_B}} \quad (۱۳-۲)$$

در اینجا  $N_T$  تعداد مراحل در قسمت بالا و  $N_B$  در قسمت پایین و

$$L_B = L_T + q_F F \quad V_T = V_B + (1 - q_F) F \quad (۱۴-۲)$$

در اینجا  $q_F$  جزء مایع در خوراک می‌باشد. با انتخاب  $N_B \approx N_T \approx N/2$ :

$$S = \alpha^N \left[ \frac{(L/V)_T}{(L/V)_B} \right]^{N/2} \quad (۱۵-۲)$$

فرمولهای (۱۳-۲) و (۱۵-۲)، مقدار محدودیت صحیح  $S = \alpha^N$  را برای برگشتی نامحدود نشان می‌دهند

اما در حالت برگشتی محدود، معمولاً تخمین بالایی از  $S$  را ارائه می‌دهند.

فرمول (۱۵-۲) برای تخمین تعداد مراحل در برج تقطیر و همچنین برای تخمین تاثیر تغییرات در

جریانهای اولیه بر عملکرد فرایند مفید می‌باشد. از معادله (۱۵-۲) نتایج زیر حاصل می‌شود:

۱- بهترین راه، برای افزایش  $S$ ، افزایش تعداد مراحل می‌باشد.

۲- در طول عملیات، ضریب تفکیک  $S$ ، وقتی که  $N$  ثابت است، با افزایش جریانهای داخلی ( $L$  و  $V$ )

افزایش می‌یابد؛ بنابراین  $L/V$  به یک نزدیک می‌شود.

<sup>۱</sup> Fenske

وابستگی ضریب تفکیک به جریانهای خارجی کمتر بوده و می توان در صورت تغییر جریانهای خارجی آن را ثابت فرض کرد.

نکته: این نتایج، تاثیرات مفیدی در تحلیل فرایند عملکرد برج تقطیر دارند.

## ۲-۸-۱- اجزای لگاریتمی:

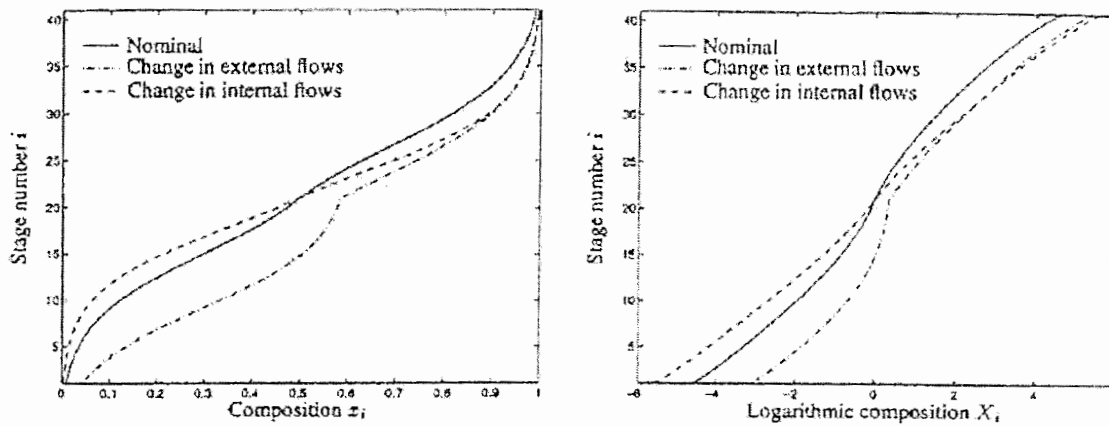
برجهای تقطیر شدیداً غیر خطی بوده، به طوری که تاثیر تغییرات شدیداً به دامنه تغییرات و نقطه کاری آن وابسته می باشد. وابستگی رفتار حالت ماندگار و به خصوص رفتار دینامیکی فرایند به نقطه کار را، با جایگزینی جزء لگاریتمی تعریف شده به شکل لگاریتم بین نسبت اجزای مولی کلیدی کاهش می یابد:

$$X = \ln(x_L/x_H) \quad (۱۶-۲)$$

با توجه به مباحث گذشته برای کنترل استناجی، از متغیر درجه حرارت  $T$  برای کنترل استفاده می شود؛ برای این متغیر:

$$T^{\log} = \ln \frac{T_{H.ref} - T}{T - T_{L.ref}} \quad (۱۷-۲)$$

همانطور که در شکل ۲-۲ مشخص است، منحنیهای اجزای لگاریتمی در سمت راست، مخصوصاً در انتهای برج نزدیک به حالت خطی می باشد و اجزای لگاریتمی با افزایش تعداد مراحل به صورت خطی افزایش پیدا می کنند.



شکل ۲-۲- منحنی های تغییرات اجزاء، و لگاریتم اجزاء ( با تغییر در جریانهای خارجی به شکل  $\Delta V = \Delta L = 1$  و تغییر در جریانهای داخلی به شکل  $\Delta V = 0$  و  $-\Delta D = \Delta L = 0.02$  )

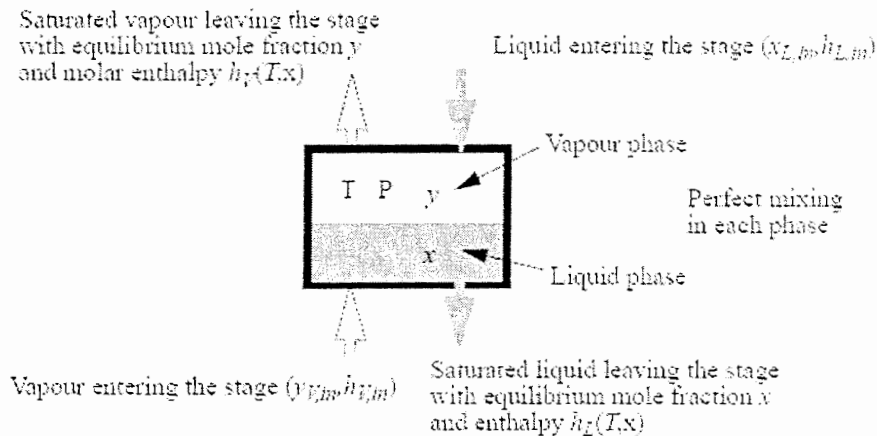
## ۲-۹- جریان های داخلی و خارجی:

یکی از جنبه های کلیدی در عملکرد برج تقطیر و کنترل آن اختلاف بین جریانهای داخلی و خارجی می باشد. تغییر در جریانهای خارجی تاثیر بزرگتری نسبت به تغییرات در جریانهای داخلی بر روی ترکیبات دارد، و یک محصول را خالص تر و دیگری را ناخالص تر می سازد، که عکس این تغییرات در جریان داخلی وجود دارد.

اختلاف اساسی دیگر در پاسخ دینامیکی می باشد، تغییر در جریانهای خارجی متناظر با ثابت زمانی کند برای برج تقطیر می باشد، در حالی که تاثیر دینامیکی تغییر در جریانهای داخلی افزایش سرعت آن می باشد. این موضوع را می توان این طور تشریح کرد: وقتی که جریانهای خارجی تغییر می کند، نیاز به تغییر انباشت های کلی هر جزء در برج وجود دارد، که این کار، زمان بر خواهد بود.

## ۲-۱۰- روابط ترمودینامیکی حاکم بر برج تقطیر:

برای شبیه‌سازی برج تقطیر، بطور معمول از مدل مراحل تعادلی استفاده می‌شود. این مدل به دلیل فرض تعادل مکانیکی به مفهوم یکسان بودن فشار فاز مایع و بخار، تعادل حرارتی به مفهوم تساوی دما در هر دو فاز مایع و بخار و تعادل شیمیایی در هر یک از مراحل، از سادگی مناسبی برخوردار است. در اینجا فرض می‌شود، در هر مرحله، تعادل مایع و بخار<sup>۱</sup> VLE وجود دارد، که در آن مایع و بخار خروجی از هر سینی در تعادل می‌باشند؛ این فرض تنها برای برج‌های سینی‌دار، که فیزیک واقعی‌شان نیز دارای این مراحل است، مفید می‌باشد.



شکل ۲-۳- مفهوم تعادل در مراحل یک برج تقطیر

معادلاتی که رفتار یک برج تقطیر متعادل را توصیف می‌کنند به چهار دسته موازنه جرم<sup>۲</sup>، روابط

تعادلی<sup>۳</sup>، معادلات مجموع اجزای مولی در هر فاز<sup>۴</sup> و معادله موازنه انرژی<sup>۵</sup> تقسیم می‌شوند، که به طور

<sup>1</sup> Vapour-Liquid Equilibrium

<sup>2</sup> Material Balance

<sup>3</sup> Equilibrium

<sup>4</sup> Summation

<sup>5</sup> Heat Balance



مختصر به آنها معادلات MESH گفته می‌شود. اگر یک برج تقطیر ساده شامل  $N$  سینی در نظر گرفته شود، متغیرهایی که باید مقدار آنها تعیین شود، دمای سینی‌ها، غلظت هر جزء در مایع و بخار خروجی از هر سینی، شدت جریان‌های خروجی از هر سینی، فشار برج و بار حرارتی جوش آور و کندانسور می‌باشد. بنابراین، تعداد متغیرها به شرح زیر خواهند بود:

۱. دمای سینی‌ها ( $N$  متغیر)

۲. غلظت اجزا در مایع و بخار خروجی از سینی‌ها ( $2mN$  متغیر)

۳. شدت جریان‌های مایع و بخار خروجی از سینی‌ها ( $2N$  متغیر)

۴. فشار برج (یک متغیر)

۵. بار حرارتی جوش آور و کندانسور (دو متغیر)

که در مجموع  $2mN + 3N + 3$  متغیر خواهد بود. معادلاتی که برای این برج می‌توان نوشت، شامل  $N.m$  معادله موازنه جرم برای  $m$  جزء در  $N$  سینی،  $N$  معادله موازنه برای  $N$  سینی،  $N.m$  معادله تعادل مایع و بخار برای  $m$  جزء در  $N$  سینی و  $2N$  معادله مجموع اجزای مولی مایع و بخار برای  $N$  سینی می‌باشد. به این ترتیب، تعداد کل معادلات برابر با  $2mN + 3N$  می‌باشد، که از تعداد متغیرها ۳ تا کمتر است، بنابراین با داشتن مقدار ۳ متغیر از متغیرهای ذکر شده و همچنین با معلوم بودن شرایط خوراکی‌های ورودی به برج و شرایط طراحی برج، درجه آزادی مساله به صفر رسیده و باید بتوان مقدار سایر متغیرها را محاسبه نمود. در مدل‌سازی برج تقطیر از تخمین‌های بیشماری استفاده می‌شود، که دلیل وجود این

تخمین‌ها عدم وجود مجموعه کاملی از معادلات، که بتوانند ارتباطات دینامیکی بین تمام متغیرهای اجزاء را شرح دهند، می‌باشد. برای مثال معادلات توازن انرژی به خوبی تعریف می‌شوند، در حالی که آنتالپی همیشه تابعی از دما می‌باشد، (و یا متغیرهای دیگر) که به طبیعت اجزاء وابسته است. معادلات تعادل مایع و بخار نوعاً بسیار پیچیده می‌باشند؛ آنها جزء مولی در بخار را، با جزء مولی آن در مایع را، شرح می‌دهند. این معادلات به دما، فشار و جزء مولی اجزاء دیگر وابسته است. حالت‌های مختلفی از این معادلات وجود دارد.

## ۲-۱۱- مدلسازی برج تقطیر:

فرض‌هایی که در مدل‌سازی وجود دارد، ترکیباتی دو جزئی، ضریب تبخیر نسبی ثابت، تعادل در تمام مراحل، چگالش کامل، جریان مولاریته ثابت، عدم انباشت بخار و دینامیک‌های مایع خطی شده است، ولی تاثیر جریان بخار را در نظر گرفته می‌شود. این فرضیات ممکن است محدود کننده به نظر آید، ولی تاثیرات مهمی بر دینامیکها و کنترل دارند.

مدل برج تقطیر، برج، چگالنده کامل و جوشاننده را در بر خواهد داشت. دینامیک‌های جریان مایع بوسیله یک رابطه خطی ساده مدل‌سازی می‌شود. مدل یک ورودی خوراک و دو خروجی محصول دارد. جریان‌ها مولاریته ثابت دارند (جریان بخار در تمام مراحل ثابت می‌باشد). مدل دارای ۸۲ حالت می‌باشد،

که عبارتند از:  $x_i$  ( $i=1,NT$ ) و  $M_i$  ( $i=1,NT$ )

۲-۱۱-۱- موازنه جرم کل مرحله  $i$ :

$$dM_i/dt = L_{i+1} - L_i + V_{i-1} - V_i \quad (18-2)$$

۲-۱۱-۲- موازنه جرم برای اجزاء سبک بر روی هر مرحله  $i$ :

$$d(M_i x_i)/dt = L_{i+1} x_{i+1} + V_{i-1} y_{i-1} - L_i x_i - V_i y_i \quad (19-2)$$

که عبارت زیر برای برای مشتق جزء مول مایع داده می‌شود:

$$dx_i/dt = (d(M_i x_i)/dt - x_i dM_i/dt) / M_i \quad (20-2)$$

۲-۱۱-۳- معادلات جبری: ترکیب بخار  $y_i$  متناسب با ترکیب مایع  $x_i$  برای مرحله یکسان با موازنه

مایع بخار می‌باشد:

$$y_i = \alpha x_i / (1 + (\alpha - 1)x_i) \quad (21-2)$$

در اینجا  $\alpha$  ضریب تبخیر نسبی می‌باشد. از فرض ثابت بودن جریانهای مولی و عدم وجود

دینامیکها برای بخار، برای جریانهای بخار (به استثناء مرحله تغذیه، اگر تغذیه تا حدی به حالت بخار باشد

که در اینجا  $V_{NF} = V_{NF-1} + (1-q_F)F$  :

$$V_i = V_{i-1} \quad (22-2)$$

جریانهای مایع بستگی به انباشت مایع در قسمت بالای مرحله و جریان آن دارد و برابر است با:

$$L_i = L0_i + (M_i - M0_i)/\tau_{aul} + (V - V0)_{i-1} * \lambda \quad (23-2)$$

این رابطه خطی شده می‌باشد، که ممکن است بطور متناوب از فرمول فرانسویس ویر<sup>۱</sup> استفاده شود.

$L0_i$  و  $M0_i$  مقادیر نامی برای جریان مایع و انباشت در مرحله  $i$  می‌باشد. جریان بخار درون

مرحله ممکن است همچنین بر روی انباشت موثر باشد.

• مرحله تغذیه:  $i=NF$

فرض می‌شود که خوراک به طور مستقیم داخل مایع در مرحله تغذیه وارد می‌شود.

$$dM_i/dt = L_{i+1} - L_i + V_{i-1} - V_i + F \quad (24-2)$$

$$d(M_i x_i)/dt = L_{i+1} x_{i+1} + V_{i-1} y_{i-1} - L_i x_i - V_i y_i + F z_F \quad (25-2)$$

• چگالنده کامل:

$$i=NT \quad (M_{NT} = M_D, L_{NT}=L_T) \quad (26-2)$$

<sup>۱</sup>Francis Weir

$$dM_i/dt = V_{i-1} - L_i - D \quad (27-2)$$

$$d(M_i x_i)/dt = V_{i-1} y_{i-1} - L_i x_i - D x_i \quad (28-2)$$

• جوشاننده:

$$i=1 (M_i = M_B, V_i = V_B = V) \quad (29-2)$$

$$dM_i/dt = L_{i+1} - V_i - B \quad (30-2)$$

$$d(M_i x_i)/dt = L_{i+1} x_{i+1} - V_i y_i - B x_i \quad (31-2)$$

#### ۲-۱۱-۴- حل معادلات stiff:

پدیده‌هایی همچون تقطیر، که با ثابت زمانی‌های مختلف روی می‌دهند، معمولاً دارای معادلات دیفرانسیل stiff می‌باشند. در مبحث مدل‌سازی برج تقطیر، سیستم معادلات حاصل از برج که یک سیستم معادلات کوپل، غیرخطی و دیفرانسیل مخلوط (دیفرانسیل معمولی و جزئی) می‌باشد، به سیستم معادلات دیفرانسیل معمولی stiff تبدیل می‌شود. در سیستم معادلات حاصل، اختلاف زیادی بین ثابت‌های زمانی آن وجود دارد. لذا روش مناسب یکپارچه سازی stiff<sup>1</sup> بایستی برای حل معادلات المان

<sup>1</sup> Stiff Integration Method

محدود حاصل بکار گرفته شود [3]. برای حل معادلات stiff در نرم افزار MATLAB از تابع ode15s استفاده می‌شود [4] و [5].

## ۲-۱۲- کاهش درجه مدل:

برای حذف مدهای فرکانس بالا که تاثیر مهمی بر روی خروجی ندارند، عمل کاهش درجه مدل انجام می‌شود. مدل برج تقطیر مورد بررسی در این پایان نامه دارای ۱۲۳ حالت می‌باشد که با استفاده از یک سری توابع موجود در جعبه ابزار ml در نرم افزار MATLAB تعداد حالات به ۱۵ عدد کاهش می‌یابد. بیشتر روش‌های کاهش مدل پیشرفته برای سیستم‌های پایدار، با استفاده از دستورات sysbal و hankmr در جعبه ابزار ml، قابل اعمال است.

sysbal یک تحقق توازن یافته از ماتریس سیستم ورودی را ارائه می‌دهد، که توازن معیارهای کنترل پذیری و رویت پذیری را در بر دارد [6,7]. در ساده‌ترین حالت این دستور، تمامی مدهای مشاهده‌ناپذیر و (یا) کنترل‌ناپذیر حذف خواهند شد. sysbal همچنین یک بردار از مقادیر تکین هنکل<sup>۱</sup> را که در آینده می‌تواند برای حذف مدهای دیگر سیستم استفاده شود، بر می‌گرداند.

روشهای مختلفی برای اندازه‌گیری میزان خطای ناشی از کاهش درجه مدل وجود دارد، که نرم هنکل، نسبتاً یک روش کاملی می‌باشد. نرم هنکل بزرگترین مقدار ویژه هنکل می‌باشد و با استفاده از

---

<sup>1</sup> Hankel

دستور sysbal در دسترس می‌باشد. دستور hankmr به طور تخمینی، نرم هنکل بهینه با یک درجه مشخص را برای سیستم ورودی محاسبه می‌کند. تفسیر این روش در [8] آورده شده است.

### ۲-۱۳- مدلسازی برج تقطیر به شکل یک سیستم ۵×۵:

شاید تعجب آور باشد که تا سال ۱۹۸۷ مدل‌های ۵×۵ از برج تقطیر ارائه نشده است. یک دلیل آن شاید این باشد که ضرورتی برای ارائه این مدل‌ها برای برج تقطیری که در صنعت به شکل ساده ۲×۲ کنترل می‌شد دیده نمی‌شد. دلیل دیگر آن ممکن است، سختی بدست آوردن یک مدل ۵×۵ از برج تقطیر باشد، که دلیل آن ناپایداری برج تقطیر در صورت نبستن حلقه‌های مربوط به سطوح سیستم می‌باشد ( پاسخ‌های سطح و فشار به شکل انتگرال‌گیرهای خالصی با قطب‌هایی در  $s = 0$  می‌باشند) و در نتیجه بدست آوردن پاسخ‌های حلقه باز کار مشکلی می‌باشد. در نهایت در سال ۱۹۸۷، اسکوگستاد<sup>۱</sup> و موراری<sup>۲</sup> [9]، یک مدل ۵×۵ با این فرض که فشار کاملاً کنترل می‌شود را ارائه دادند. مدل خطی به شکل زیر ارائه می‌شود:

$$y(s) = G(s) u(s) \quad (۳۲-۲)$$

که در اینجا:

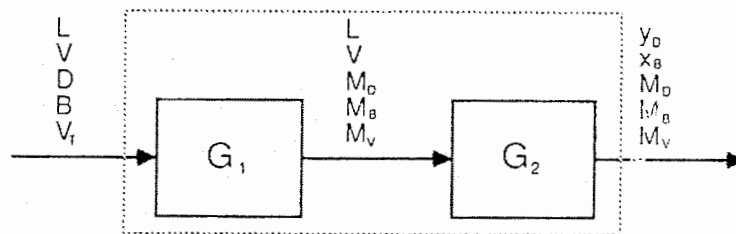
$$u = \begin{pmatrix} \Delta L \\ \Delta V \\ \Delta D \\ \Delta B \\ \Delta V_T \end{pmatrix} \quad y = \begin{pmatrix} \Delta y_D \\ \Delta x_B \\ \Delta M_D \\ \Delta M_B \\ \Delta M_V \end{pmatrix} \quad (۳۳-۲)$$

<sup>1</sup> Skogestad

<sup>2</sup> Morari

ماتریس تابع انتقال  $G(s)$  به دو قسمت تقسیم بندی می شود و به صورت  $G = G_2 G_1$  ارائه می شود. با در نظر گرفتن تاثیر جریانها بر روی سطوح ماتریس  $G_1$  و سپس با در نظر گرفتن تاثیر  $L$  و  $V$  بر روی اجزاء ماتریس  $G_2$  به شکل ۲-۴ ایجاد می گردد.

تابع تبدیل  $G_1$ ، ممکن است به شکل یک تغییر در متغیرهای مستقل دیده شود و  $G_2$  متعاقبا با فرض ثابت بودن فشار و سطوح، ارائه می گردد.



شکل ۲-۴- مدل برج تقطیر  $G = G_2 G_1$

۲-۱۳-۱- محاسبه  $G_1$ :

ماتریس  $G_1$  به شکل زیر ارائه می گردد:

$$G_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ & & G_M & & \end{pmatrix} \quad (2-34)$$

در اینجا  $G_M$  یک ماتریس  $3 \times 5$  که تاثیر جریانها بر روی فشار و سطوح را در نظر می گیرد، می باشد.

مدل ساده شده  $G_M$  به شکل زیر ارائه می گردد:



$$G_M = \begin{pmatrix} -\frac{1}{s} & 0 & -\frac{1}{s} & 0 & \frac{1}{s} \\ \frac{(1-\delta_V)e^{-\delta s}}{s} & -(1-\delta_V)\frac{1-\lambda(1-e^{-\delta s})}{s+k_p} & 0 & -\frac{1}{s} & 0 \\ \frac{\delta_L}{s+k_p} & \frac{(1-\delta_V)}{s+k_p} & 0 & 0 & -\frac{1}{s+k_p} \end{pmatrix} \quad (2-35)$$

۱-  $\delta_L$  جزء برگشتی می باشد، که بخار می شود و  $\delta_V$  جزء جوشاننده می باشد، که کندانس می شود.

این پارامترها انحرافات را از جریانهای مولی ثابت نشان می دهند.

۲- تابع تبدیل  $M_V$  به دلیل در نظر گرفتن تاثیر  $k_p$  یک انتگرال گیر خالص نمی باشد.

۳-  $e^{-\delta s}$  با  $\theta = \tau_L N$  تخمینی برای  $(\partial M_i / \partial L_i) v_i \cdot \tau_L = 1 / (1 + \tau_L s)^N$  می باشد، که ثابت زمانی

هیدرولیکی را نشان می دهد و  $N$  تعداد کل سینی ها را نشان می دهد.

۴-  $\lambda = (\partial L_i / \partial V_i)_{M_i}$  تغییر اولیه جریان مایع به دلیل تغییر در جریان بخار می باشد. یک پاسخ

معکوس را در صورتی که  $\lambda \geq 0.5$  باشد، دیده می شود.

۲-۱۳-۲ محاسبه  $G_2$ :

$G_2$  تاثیر تغییر بر روی  $L$  و  $V$  را بر روی اجزای محصولات با فشار ثابت و انباشت  $G^{LV}$  و همچنین تغییر

در فشار  $g_p$  را، نشان می دهد. فرض می شود که تغییر در سطوح  $M_D$  و  $M_B$  تاثیری بر روی اجزاء

محصولات وقتی که  $L$ ،  $V$  و فشار ثابت می باشند، ندارند. برای مثال، اگر برج در حالت ماندگار کار کند و

سطح چگالنده با خارج کردن مقداری مایع از بالای برج کاهش یابد، هیچ تاثیری بر روی اجزاء محصولات، ظاهر نخواهد شد.

$$G_2 = \begin{pmatrix} G^{LV} & 0 & 0 & g_p \\ 0 & 0 & I_3 & \end{pmatrix} \quad (36-2)$$

در اینجا  $I_3$  یک ماتریس  $3 \times 3$  واحد می باشد.  $G^{LV}(s)$  یک ماتریس انتقال می باشد، که معمولاً با

فرض فشار و انباشت های ثابت بدست می آید.

$$\begin{pmatrix} \Delta y_D \\ \Delta x_B \end{pmatrix} = G^{LV} \begin{pmatrix} \Delta L \\ \Delta V \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} g_{yL} & g_{yV} \\ g_{xL} & g_{xV} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Delta L \\ \Delta V \end{pmatrix} \quad (37-2)$$

$M_V$  و  $M_B$ ،  $M_D$  ثابت فرض می شود.

خواهیم داشت:

$$\begin{pmatrix} \Delta y_D \\ \Delta x_B \end{pmatrix} = g_p \Delta M_V = \begin{pmatrix} g_{yp} \\ g_{xp} \end{pmatrix} \Delta M_V \quad (38-2)$$

فرض می شود  $V$ ،  $L$ ،  $M_D$  و  $M_V$  ثابت می باشند.

۲-۱۳-۳- محاسبه مدل کامل با ماتریس تابع انتقال  $G$ :

با محاسبه  $G_1$  و  $G_2$  می توان ماتریس تابع انتقال کامل  $G$  را محاسبه کرد:

$$G = G_2 G_1 = \begin{pmatrix} G^{LV} & 0 \\ & G_M \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} g_p g_{M3} \\ 0 \end{pmatrix} \quad (39-2)$$

در اینجا  $GM_3$  به سطر سوم ماتریس  $GM$  اشاره می‌کند. در نتیجه  $G$  با اضافه کردن دو المان دیگر بدست می‌آید. مدل اول که با فرض اینکه سطوح و فشار کاملاً کنترل می‌شوند، توسط اسکوگستاد و موراری ارائه شده است. المان دوم هم تاثیر غیر مستقیم تغییر فشار بر روی اجزاء را نشان می‌دهد (یعنی بوسیله  $M_V$ ). با اضافه کردن این المانها:

$$G(s) = \begin{pmatrix} \mathcal{G}_{yL} + \frac{\delta_L \mathcal{G}_{yP}}{s+k_p} & \mathcal{G}_{yV} + \frac{(1-\delta_V) \mathcal{G}_{yP}}{s+k_p} & 0 & 0 & \frac{-\mathcal{G}_{yP}}{s+k_p} \\ \mathcal{G}_{xL} + \frac{\delta_L \mathcal{G}_{xP}}{s+k_p} & \mathcal{G}_{xV} + \frac{(1-\delta_V) \mathcal{G}_{xP}}{s+k_p} & 0 & 0 & \frac{-\mathcal{G}_{xP}}{s+k_p} \\ & & & & \\ & & & & \\ & & & & G_M \end{pmatrix} \quad (2-37)$$

این مدل ساده شده خطی را، می‌توان برای اعمال کنترل بهینه بر روی سیستم بکار برد. البته مدل فوق ممکن است با بدست آوردن مدل‌ها با دیگر خروجی‌ها، یعنی دما، و جایگزینی  $G^{LV}$  و  $g_P$  با مدل‌های متناظر و اضافه کردن اغتشاشات  $F$ ،  $Z_F$  و  $q_F$  به عنوان ورودی کامل‌تر شود.

#### ۲-۱۴- مدل غیر خطی $5 \times 5$ نسبتاً دقیق از برج تقطیر با استفاده از نرم افزار SPEEDUP:

این مدل که پاسخهای دینامیکی خطی سازی شده را در بر دارد، با اکثر مدل‌های ارائه شده برای برج تقطیر در تضاد است و مشخصه‌های زیر در مورد آن لحاظ شده است:

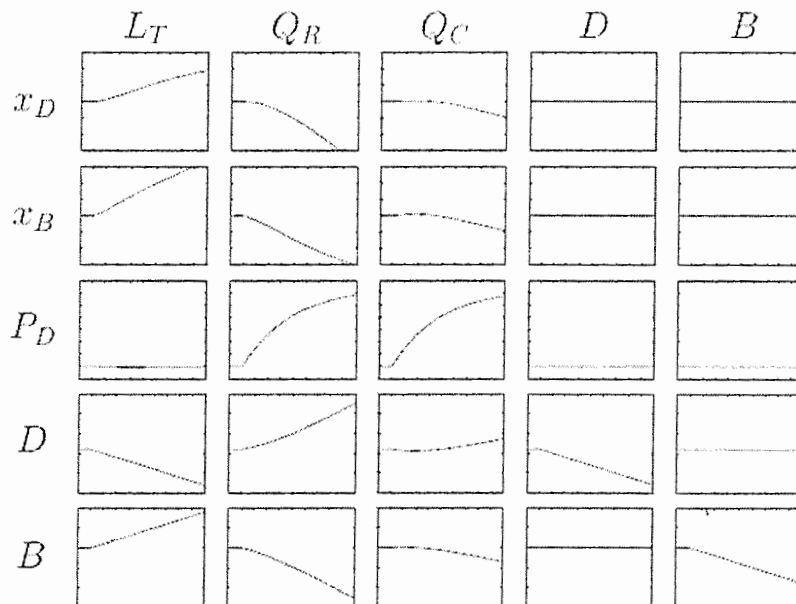
۱- فشار در آن ثابت فرض نمی‌شود.

۲- انباشت بخار<sup>۱</sup> در آن وجود دارد.

۳- سرعت جریان بخار از یک سینی به سینی دیگر، با استفاده از اختلاف فشار بین سینی‌های مختلف بدست می‌آید.

۴- سرعت جریان مایع با استفاده از فرمول فرنسیس ویر<sup>۲</sup>، که وابستگی بین بخار و چگالی سر جوش در آن در نظر گرفته شده است، بدست می‌آید؛ به طوری که تغییر در جریان بخار تاثیر اولیه بر روی جریان مایع می‌گذارد (تاثیر  $k_2$ ).

۵- توازن انرژی در آن لحاظ شده است، با این فرض که هر دو جزء  $C_{pV}$  و  $C_{pL}$  برای یک نقطه جوش ثابت، مقادیر یکسانی دارند.



شکل ۲-۵- پاسخ حلقه باز دینامیکی از برج تقطیر به شکل یک مدل خطی  $5 \times 5$  با استفاده از نرم افزار SPEEDUP

<sup>1</sup>Holdup

<sup>2</sup>Francis weir

در نرم افزار SPEEDUP شبیه سازی‌ها منطبق بر معادلاتی می‌باشند، که برای بدست آوردن حالت ماندگار فرایند و خطی سازی سیستم بکار می‌روند. پاسخ حلقه باز دینامیکی از برج تقطیر، به شکل یک مدل خطی  $5 \times 5$  با استفاده از نرم افزار SPEEDUP به شکل ۲-۵، ارائه می‌شود.

خلاصه ای از اطلاعات ستون و پاسخ حلقه باز در جدول (۲-۲) آورده شده است. ملاحظه می‌شود که، انحراف در  $Q_C$  باعث پاسخ معکوس در تمام خروجی‌ها، به استثنای  $P_0$ ، می‌شود. عملکرد حرارتی،  $Q_R$  و  $Q_C$ ، اگر حرارت به جوشاننده و چگالنده افزوده شود، مثبت تعریف می‌شود.

در اینجا فرض می‌شود که، عملیات سرمایه‌ش و گرمایش به طور مستقیم تنظیم می‌شوند، خود تنظیم‌کننده‌ای وجود ندارد، و  $Q_C$  و  $Q_R$  با تغییر در فشار و حرارت برج تاثیر نمی‌پذیرند. این فرضیات منجر به یک ثابت زمانی بزرگ برای پاسخ فشار حلقه باز می‌شود و ممکن است با  $(M_L + 4M_V)/F = 74$  دقیقه تخمین زده شود که،  $M_L$  و  $M_V$  کل انباشت مولی آب و بخار در برج می‌باشد.

این فرمول از فرض ثابت بودن کل حرارت در برج بدست آمده است. المان ۴ در فرمول ثابت زمانی فوق، برای انباشت بخار، یک مقدار نوعی است و ناشی از این حقیقت است که  $c_{PV} > c_{PL}$  می‌باشد، و مقداری حرارت، وقتی که فشار افزایش می‌یابد، مورد نیاز است.

اگر یک خود تنظیم‌کننده در چگالنده وجود داشته باشد، یعنی:

$$Q_C = UA(T_{COOL} - T_D) \quad (2-38)$$

با  $T_{COOL}$  مستقل از  $Q_C$ ، به جای  $F$  در مخرج  $F + UA/C_{PL}$  بدست می‌آید و ثابت زمانی خیلی کوچک و نزدیک ۲ دقیقه می‌گردد.

جدول ۲-۲- پاسخ حلقه باز دینامیکی از برج تقطیر به شکل یک مدل خطی  $5 \times 5$  با استفاده از نرم افزار SPEED UP

ورودی		انحراف در $t = 20$ دقیقه		
$L_T$	۲/۷۲۴	به	۲/۷۲۹	$\text{Kmol min}^{-1}$ (0.18 %)
$Q_R$	۱۲۸/۸۴۹	به	۱۲۹/۰۴۹	$\text{MJ min}^{-1}$ (0.16 %)
$Q_C$	-۱۲۹/۰۱۸	به	-۱۲۸/۸۱۸	$\text{Kmol min}^{-1}$ (0.16 %)
$D$	۰/۵۰۰	به	۰/۵۰۵	$\text{Kmol min}^{-1}$ (1.00 %)
$B$	۰/۵۰۰	به	۰/۵۰۵	$\text{Kmol min}^{-1}$ (1.00 %)
خروجی		تغییرات		
$x_D$	۰/۹۸۷	به	۰/۹۹۳	$\text{Kmol kmol}^{-1}$
$x_B$	۰/۰۰۷	به	۰/۰۱۳	$\text{Kmol kmol}^{-1}$
$P_D$	۰/۰۹۹	به	۰/۱۰۷	MPa
$M_D$	۳۱/۰۰۰	به	۳۳/۵۰۰	Kmol
$M_B$	۹/۵۰۰	به	۱۲/۰۰	Kmol

مراجع:

- [1] I.J. Halvorsen and S. Skogestad, ``**Distillation Theory**`, Encyclopedia of Separation Science. In: D. Wilson (Editor-in-chief), Academic Press, 2000
- [2] S. Skogestad, ``**Dynamics and Control of Distillation Columns - A Critical Survey**`, Modeling, Identification and Control , Vol. 18, 177-217, 1997. (Reprint of paper from IFAC-symposium DYCORN+92, Maryland, Apr. 27-29, 1992)
- [۳] ریچارد بوردن ، دوگلاس فیروز، آلبرت سی، رینولدز، «آنالیز عددی»، ترجمه آقایان دکتر بابلیان، دکتر عالم زاده، آقای امیدوار.
- [4] Shampine, L. F. and M. W. Reichelt, "**The MATLAB ODE Suite**," SIAM Journal on Scientific Computing, Vol. 18, 1997, pp 1-22.
- [5] Shampine, L. F., M. W. Reichelt, and J.A. Kierzenka, "**Solving Index-1 DAEs in MATLAB and Simulink**," SIAM Review, Vol. 41, 1999, pp 538-552.
- [6] Moore, B.C., "**Principal components analysis in linear systems: controllability, observability and model reduction**," IEEE Transactions on Automatic Control, vol. AC-26, pp. 17-31, 1981.
- [7] Enns, D., "Model reduction for control system design," Ph.D. dissertation, Stanford University, June, 1984.

- 
- [8] Glover, K., "All optimal Hankel-norm approximations of linear multivariable systems and their  $L_\infty$  error bounds," International Journal of Control, vol. 39, pp. 1115-1193, 1984
- [9] Skogestad, S. 'Modeling and Control of Distillation Columns as a  $5 \times 5$  System', DECHEMA Monographs, 1989, 116, (ed. R. Eckermann) 403 (From 20<sup>th</sup> Europ. Symp. on Computer Applications in the Chemical Industry (CACHI 89), Erlangen, Germany, April 1989)



## فصل سوم

بررسی کنترل‌کننده‌های چند حلقه‌ای  
و چند متغیره مقاوم

## ۳-۱- مقدمه:

در این فصل در ابتدا کنترل پذیری فرایند را با استفاده از مدل خطی شده ارائه شده در فصل دوم مورد بررسی قرار می‌گیرد، که مقیاس دهی، آرایه گین نسبی RGA، صفرهای RHP و اشباع ورودی را در بر دارد. انواع ساختارهای کنترلی غیرمتمرکز چندحلقه‌ای معرفی، پس از مقایسه آنها، ساختار مطلوب انتخاب می‌شود. با بکارگیری ساختار منتخب، و کنترل آن، عملکرد ضعیف آن نمایان می‌گردد.

مسئله کنترل چند متغیره بدون قید، با استفاده از نرم  $H_{\infty}$  به عنوان معیاری برای اندازه‌گیری عملکرد کنترل‌کننده، تشریح می‌شود. این نرم، که تعمیم مستقیمی از روشهای طراحی کلاسیک با استفاده از نمودار بود می‌باشد، پاسخهای مطلوب را در المانهای ثابت زمانی‌های حلقه بسته، انحراف حالت ماندگار در دسترس و فراجهدش قابل قبول، نشان می‌دهد. همچنین مبحث مقاوم بودن سیستم را، با استفاده از مقادیر تکین ساختار یافته<sup>۱</sup> نشان می‌دهد. برای تحلیل  $\mu$ ، علاوه بر مدل خطی سیستم، نیاز به توصیف عدم قطعیت مدل و عملکرد حلقه بسته مطلوب فرایند می‌باشد، که نحوه محاسبه آنها، شرح داده خواهند شد.

## ۳-۲- بررسی کنترل‌پذیری فرایند:

---

<sup>1</sup> Structured singular value

در اینجا کنترل‌پذیری مدل  $5 \times 5$  خطی‌سازی شده فرایند را مورد بررسی قرار داده، محدودیتهای عملکردی فرایند مورد بررسی قرار می‌گیرد. نتایج مبحث کنترل‌پذیری، نیازهای واقع بینانه برای عملکرد کنترلی را نشان داده و در نتیجه نیاز به تنظیمات مختلف را برای رسیدن به نیازهای عملکردی بیشتر، یعنی تنظیم وزنه‌های مورد استفاده در کنترل‌کننده، کاهش می‌دهد. نتایج، برگرفته از برخی معیارها همچون ورودیه‌های مورد نیاز برای کنترل کامل یا ارائه صفرهای RHP، بطور مستقل، الگوریتم کنترل را تصحیح می‌کنند، در حالیکه برخی معیارها همچون CLDG و PRGA، تنها برای کنترل‌کننده غیر متمرکز به کار می‌روند.

۳-۲-۱- مقیاس دهی:

RGA، صفرها و قطبها بر خلاف سایر مقادیر اندازه‌گیری شده، که به شدت به وزن دهی وابسته هستند، مستقل از آن می‌باشند. بنابراین تمامی نتایج و نمودارها المانهایی از متغیرهای وزن‌دهی شده می‌باشند، یعنی تمامی خروجیها، ورودیها، نقاط تنظیم و اغتشاشات بر پایه بیشترین انحراف قابل قبول<sup>۱</sup> mad از شرایط عملکردی مطلوب هر متغیر می‌باشند، به طوری که متغیرهای وزن دهی شده بین  $\pm 1$  باقی می‌مانند، تا وقتی که از محدودیتهای انحرافی در نظر گرفته شده خود تجاوز نکنند. مقادیر استفاده شده برای وزن دهی در جدول (۳-۱) نشان داده شده است.

<sup>۱</sup> The Maximum Acceptable Deviation

بعنوان مثال ورودی برگشتی وزن‌دهی شده در اینجا برابر با  $u_1 = \Delta L_T / L_{Tmad}$  می‌باشد، که در اینجا  $L_{Tmad}$  بیشترین انحراف قابل قبول برگشتی است. از جدول (۳-۱)،  $L_{Tmad}$  برابر ۲/۷ کیلو مول بر دقیقه می‌باشد، که برابر جریان نامی آن است،  $u_1 = -1$  متناظر با برگشتی صفر و  $u_1 = +1$  متناظر با برگشتی ۲/۷ کیلو مول بر دقیقه می‌باشد.

جدول (۳-۱) - بیشترین انحراف قابل قبول ( $mad$ ) برای وزن دهی استفاده شده

متغیر	تشریح متغیر	بیشترین انحراف قابل قبول
$y_{mad}$	خطای خروجی	$[0.01 \ 0.01 \ 0.050 \ 30. \ 10.]^T$
$r_{mad}$	نقاط تنظیم	$[0.01 \ 0.01 \ 0.0250 \ 0.5 \ 0.5]^T$
$u_{mad}$	ورودیها	$[2.7 \ 130 \ 130 \ 0.5 \ 0.5]^T$
$d_{mad}$	اغتشاشات خوراک	$[0.15 \ 0.1 \ 0.02]^T$

قابل توجه است که نیازهای عملکردی سطوح بسیار ناچیز است، به طوری که خطای مجاز (۰.۱ و ۳۰) خیلی بزرگتر از تغییرات نقطه تنظیم قابل قبول (۰/۵ و ۰/۵) می‌باشد. پس عاقلانه خواهد بود که، اجباری بر سخت‌گیری روی خواسته‌های موجود بر کنترل سطح وجود نداشته باشد. ولی به نسبت، از تغییرات در سطح برای جلوگیری از تغییرات ناگهانی در جریان‌های محصولات خروجی D و B استفاده می‌شود.

۳-۲-۲- آرایه گین نسبی<sup>۱</sup> RGA:

<sup>۱</sup> Relative gain array

RGA به طور اساسی به عنوان معیاری برای میزان تداخلات حالت ماندگار به کار می‌رود و به عنوان ابزاری در جفت کردن ورودیها و خروجیهای که بیشترین تاثیر را بر روی هم دارند، در کنترل غیر متمرکز به کار می‌رود. RGA، همچنین ممکن است به صورت فرکانس به فرکانس محاسبه شود و برای تعیین تداخلات در فرکانسهای به جز صفر بکار رود. همچنین برای تحلیل حساسیت به عدم قطعیت ورودی برای کنترل چند متغیره نیز مورد استفاده قرار می‌گیرد.

RGA در حوزه فرکانس برای یک سیستم مرتبه دوم  $G$  با استفاده از  $RGA(\omega) = G(j\omega) \times (G^{-1}(j\omega))^T$  بدست می‌آید که در اینجا  $\times$  ضرب عنصر به عنصر را نشان می‌دهد. RGA حالت ماندگار برای فرایند خطی شده  $5 \times 5$  در جدول (۲-۳) آورده شده است. یک تداخل خیلی قوی در زیر سیستم  $3 \times 3$  سمت چپ بالا وجود دارد که در آن سطح چگالنده و جریان تقطیر ( $M_D$  و  $D$ ) و سطح جوشاننده و جریان ته مانده ( $M_B$  و  $B$ ) دو زیر سیستم  $1 \times 1$  دکوپله را تشکیل می‌دهند. تشریح فیزیکی مسئله این است که، تنظیم  $D$  متاثر از  $M_D$  و  $B$  متاثر از  $M_B$  می‌باشد اما تاثیر زیادی بر خروجیهای دیگر ندارند.

جدول (۲-۳) RGA- حالت ماندگار

	$L_T$	$Q_R$	$Q_C$	$D$	$B$
$x_D$	۳۶/۷۶	-۶۴/۶۵	۲۸/۸۸	۰/۰۰	۰/۰۰
$x_B$	-۳۵/۷۲	۶۳/۴۹	-۲۶/۷۶	۰/۰۰	۰/۰۰
$P_D$	-۰/۰۴	۲/۱۶	-۱/۱۲	۰/۰۰	۰/۰۰
$M_D$	۰/۰۰	۰/۰۰	۰/۰۰	۱/۰۰	۰/۰۰
$M_B$	۰/۰۰	۰/۰۰	۰/۰۰	۰/۰۰	۱/۰۰

عناصر RGA،  $(RGA)_{ij}$  به صورت تابعی از فرکانس در شکل (۱-۳) نشان داده شده‌اند. که عناصر RGA قطری با خطوط پر رنگ دیده می‌شوند. عناصر RGA با افزایش فرکانس کاهش می‌یابند، اما تداخلات واضحی در فرکانسهای متناظر با پهنای باند حلقه بسته مورد انتظار  $\Omega \approx 0.1$  رادیان بر دقیقه وجود دارد. تداخلات  $3 \times 3$  برای زیر سیستم اجزاء و فشار، اگر عدم قطعیت موجود نباشد، در اصل با استفاده از یک کنترل‌کننده چند متغیره، همچون یک دی کوپلر، می‌تواند تصحیح شود.

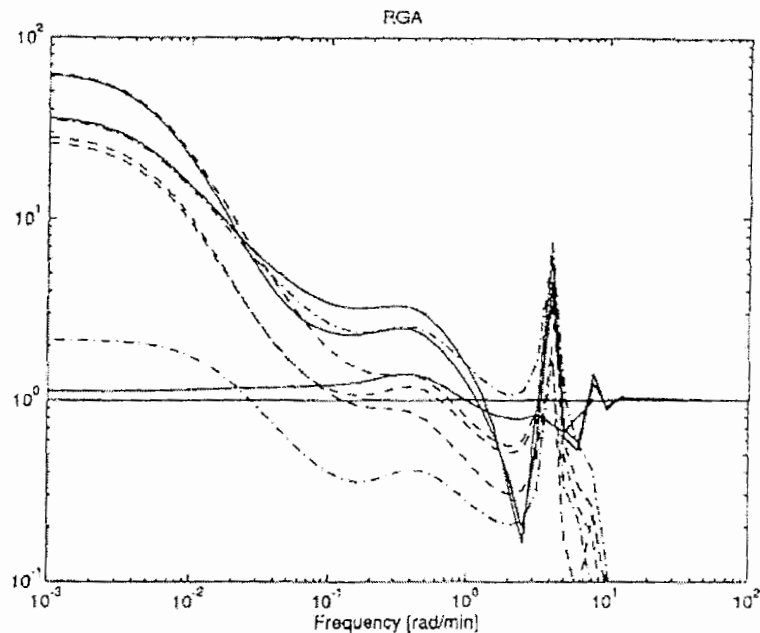
عناصر بزرگ RGA در شکل (۱-۳) در فرکانس های اطراف سیگنال پهنای باند حلقه بسته حساسیت زیادی به عدم قطعیت ورودی دارند. در نتیجه از بکارگیری یک دی کوپلر جلوگیری می‌کنند. در اینجا ضرورت در نظر گرفتن عدم قطعیت ورودی در تنظیم کنترل‌کننده چند متغیره در این فرایند، به وضوح نمایان می‌گردد.

۳-۲-۳- صفرهای RHP:

مدل ارائه شده  $5 \times 5$  برای برج تقطیر صفرهای سمت راست صفحه<sup>۱</sup> RHP چند متغیره ندارد. هر چند که صفرهای RHP در چندین عنصر مختلف از مدل  $5 \times 5$  وجود دارد، که این مساله از پاسخ معکوس آنها در شکل (۲-۴)، پاسخ حلقه باز فرایند که با SPEEDUP شبیه سازی شده است، مشخص است.

<sup>1</sup> Right Half Plane

به طور مشخص، تغییر در  $Q_C$  منجر به پاسخ معکوس برای تمامی خروجیها به استثنای فشار می‌شود. دلیل اصلی آن این است که، تغییر  $Q_C$  با ثابت نگه داشتن ورودیهای کنترلی دیگر، باعث یک پاسخ معکوس برای جریان داخلی به چگالنده  $V_T$  می‌گردد.



شکل (۱-۳) عناصر آرایه گین نسبی RGA به شکل تابعی از فرکانس (خطوط پر رنگ: عناصر قطری)

در ابتدا یک افزایش در تبرید، یک افزایش سریع در  $V_T$  را منجر می‌شود. هر چند که، با یک افزایش در تبرید  $Q_C$  و گرمایش ثابت  $Q_R$ ، دمای برج شروع به کاهش یافتن می‌کند و افزایش گرمای تبخیر منجر به کاهش حالت ماندگار،  $V_T = Q_C/H^{vap}$  می‌شود. پاسخهای معکوس در خروجیها خیلی کند است، به طوری که کنترل تک حلقه ای برای تبرید، به تنهایی فشار را می‌تواند کنترل کند.

۳-۲-۴- اشباع ورودی:

اشباع ورودی باعث یک محدودیت اساسی بر روی عملکرد کنترل می‌شود. ورودیهای مورد نیاز برای کنترل کامل  $u = G^{-1}r + G^{-1}G_d d$  می‌باشد. بنابراین المانهای متغیرهای وزن دهی شده در عناصر ماتریسهای  $G^{-1}$  و  $G^{-1}G_d$ ، باید کمتر از یک در بازه فرکانسی که در آن کنترل مورد نیاز است، باشد. در برج تقطیر با انحرافات مجاز در ورودی که با  $u_{\max}$  داده می‌شود، از نمودارهای فرکانسی عناصر این ماتریسها مشخص می‌شود که، اشباع ورودی یک مشکل جدی برای این فرایند، حتی در فرکانسهای نسبتا بالا، نمی‌باشد.

### ۳-۳- کنترل‌کننده‌های غیر متمرکز:

مهمترین دلیل برای طراحی یک سیستم کنترلی ساده، تمایل کاربران سیستم به دلیل راحتی یادگیری فرایند کنترلی می‌باشد. زیرا به راحتی می‌توانند به حالت کنترل دستی بروند و یا ساختار کنترل و پارامترهای کنترلی را برای در نظر گرفتن تغییرات در فرایند و یا محیط و یا دیگر المانهایی که در تعریف اولیه فرایند وجود ندارند، تغییر دهند. همچنین ترجیح می‌دهند که سیستم کنترلی که طراحی می‌گردد به نحوی باشد که تغییرات در تنظیمات کنترل کننده یک قسمت بر سایر قسمتها تاثیر زیادی نداشته باشد.



## ۳-۳-۱- ساختارهای مختلف کنترلی:

از دید کنترلی، یک برج تقطیر دو محصول خروجی، با یک ورودی خوراک، ۵ درجه آزادی دارد (۵) جریان که می‌توانند تنظیم شوند:  $L, V, V_T, D$  و  $B$ ). در حالت ماندگار فرض فشار ثابت و کنترل سطح ثابت در چگالنده و جوشاننده تعداد درجات آزادی را به دو کاهش می‌دهد. این دو درجه آزادی می‌توانند برای کنترل دو جزء محصول،  $x_D$  و  $x_B$  بکار روند (یا المانهای دیگری از اجزاء همچون دمای سینی‌ها). تاثیر تغییرات کوچک در دو درجه آزادی باقیمانده با خطی سازی مدل می‌تواند بدست آید. به عنوان مثال در ساختار  $L, V$  و  $L$  به عنوان درجه های آزادی، متغیرهای مستقل، در دسترس هستند.

یک سیستم متداول کنترلی برای برج تقطیر، دارای ساختار  $L, V$  می‌باشد که سطح کندانسور با  $D$ ، سطح جوش آور با  $B$  و فشار با تبرید  $V_T$  کنترل می‌شود. برای نمایش اجزاء از دما استفاده می‌شود. دو دمای انتخاب شده داخل برج با تنظیم دو جریان باقیمانده برگشتی  $L$  و جوش آور  $V$ ، تقریباً ثابت نگه داشته می‌شوند. حلقه‌های دما، برخی اوقات به صورت سری با یک تحلیل‌گر اجزای مولی به منظور به روز کردن نقطه تنظیم این دماها، مورد استفاده قرار می‌گیرند. در حالت ماندگار این ساختار می‌توان نوشت:

$$dx_D = g_{11}dL + g_{12}dV \quad (۱-۳)$$

$$dx_B = g_{21}dL + g_{22}dV \quad (۲-۳)$$

در اینجا  $g_{11} = (\partial x_D / \partial L)_V$  تاثیر (دامنه حالت ماندگار) یک تغییر کوچک در  $L$  بر روی  $x_D$  با  $V$

ثابت را نشان می‌دهد. در حالت ماتریسی:

$$\begin{pmatrix} dx_D \\ dx_B \end{pmatrix} = G^{LV} \begin{pmatrix} dL \\ dV \end{pmatrix}; \quad G^{LV} = \begin{pmatrix} g_{11} & g_{12} \\ g_{21} & g_{22} \end{pmatrix} \quad (3-3)$$

به طور مشابه برای ساختار DV با D و V به عنوان متغیرهای مستقل:

$$\begin{pmatrix} dx_D \\ dx_B \end{pmatrix} = G^{DV} \begin{pmatrix} dD \\ dV \end{pmatrix} \quad (4-3)$$

در حقیقت تعداد ساختارهای مختلفی از ۵ جریان اصلی به عنوان متغیرهای مستقل وجود دارد. مخصوصاً ساختار نسبی دوتایی با L/D و V/B به عنوان متغیرهای مستقل چندین مشخصه جالب را نشان می‌دهد:

$$\begin{pmatrix} dx_D \\ dx_B \end{pmatrix} = G^{(L/D)(V/B)} \begin{pmatrix} dL/D \\ dV/B \end{pmatrix} \quad (5-3)$$

مشخصه های کنترلی ساختارهای مختلف ممکن است شدیداً متفاوت از یکدیگر باشند، که با استفاده از RGA در مورد یک مثال نشان داده خواهد شد. دامنه نسبی  $\lambda$  نشان می‌دهد که چگونه دامنه  $g_{ij}$  با بستن حلقه های دیگر تغییر می‌کند. برای مثال تاثیر تغییر L بر روی  $x_D$  بر روی ساختار LV نشان داده می‌شود. برای V ثابت،  $dV = 0$ ،  $dx_D = g_{11} dL$ ، حال یک کنترل پسخور از یک حلقه دیگر در نظر گرفته می‌شود، یعنی V با ثابت نگاه داشتن  $x_B$  تنظیم می‌شود.  $dx_B = 0$  متناظر با  $dV = -(g_{21}/g_{22})dL$  می‌باشد، که باعث تغییر  $x_D$  به شکل  $d\hat{x}_D = (g_{11} - g_{12}(g_{21}/g_{22}))dL$  می‌شود. بنابراین دامنه نسبی برابر است با:

$$\frac{dx_D}{d\hat{x}_D} = \frac{g_{11}}{g_{11} - g_{12}(g_{21}/g_{22})} \quad (6-3)$$

این کار برای سایر دامنه‌های نسبی نیز تکرار می‌شود. در عمل سطرها و ستونها در RGA با یک

جمع می‌شوند به طوری که ماتریس RGA:

$$\Lambda = \begin{pmatrix} \lambda_{11} & \lambda_{12} \\ \lambda_{21} & \lambda_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \lambda_{11} & 1 - \lambda_{11} \\ 1 - \lambda_{11} & \lambda_{11} \end{pmatrix} \quad (7-3)$$

در حالت کلی، تمایل به جفت کردن عناصر RGA نزدیک به یک وجود دارد. برای مثال اگر از  $L$  برای کنترل  $x_D$  استفاده شود، مطلوب آن است که تاثیر  $L$  بر روی  $x_D$  وابسته به کنترل  $x_B$  نباشد، که به این دلیل تمایل بر این است که  $\lambda_{11}$  نزدیک به یک باشد. عناصر بزرگ RGA (بزرگتر از ۱۰)، مشکلات جدی را در کنترل ایجاد خواهد کرد.

تخمین دامنه‌های حالت ماندگار برای هر ساختاری، با ضریب تفکیک ساده شده مدل بدست می‌آید. به طوری که معادلات (۸-۳) تا (۱۰-۳) را برای تخمین RGA حالت ماندگار برای هر سه ساختار ارائه شده در بالا (با قرار دادن  $F=1$  و فرض مایع بودن خوراک) ارائه می‌دهند.

$$\lambda_{11}(G^{LV}) \approx \frac{(2/N)L(L+1)}{Bx_B + D(1-x_D)} \quad (8-3)$$

$$\lambda_{11}(G^{DV}) \approx 1 / \left( 1 + \frac{D(1-x_D)}{Bx_B} \right) \quad (9-3)$$

$$\lambda_{11}(G^{(L/D)(V/B)}) \approx \lambda_{11}(G^{LV}) / \left( 1 + \frac{L}{D} + \frac{V}{B} \right) \quad (10-3)$$

از عناصر RGA در ساختار LV مشخص می‌شود که، آنها برای تفکیک با خلوص بالا، همواره بزرگ می‌باشند، که در اینجا نیز هر دو محصول خروجی خالص می‌باشند. از طرف دیگر در ساختار DV عناصر RGA همواره بین صفر و یک می‌باشند. چنانچه از معادله (۳-۹) مشخص است،  $\lambda_{11}$  برای یک محصول پایین خالص نزدیک به یک و برای یک محصول بالای خالص برابر صفر می‌باشد. در ساختار  $(L/D)(V/B)$  به نسبت ساختار LV، در مواجهه با جریانهای داخلی بزرگ، RGA کاهش می‌یابد، که متناظر با  $\alpha$  نزدیک به یک می‌باشد.

### ۳-۳-۲- مقایسه ساختارهای کنترلی مختلف:

در این قسمت ساختارهای مختلف کنترلی با هم مقایسه می‌شود. برای این کار تاثیر اغتشاشات در جریان خوراک با توجه به بحث کنترل سطح را مورد توجه قرار می‌گیرد و در نهایت دینامیکهای RGA رسم می‌شود.

### ۳-۳-۳- کنترل:

#### ۳-۳-۳-۱- تاثیر تغییر در سرعت خوراک ورودی:

در شکل (۳-۲) پاسخ اجزاء محصولات به افزایش یک درصدی در سرعت خوراک ورودی از  $F = 1$  به  $F = 1.01$  نشان داده شده است. خط پر رنگ پاسخ برج غیر کنترل شده را با تمامی جریانهای  $(L, V, D)$  و

پاسخ فرکانسی به آسانی از مدل خطی شده  $G(s) = C(sI-A)^{-1}B + D$  محاسبه می‌شود. از این

طریق، به راحتی می‌توان RGA را برای ساختارهای مختلف، به صورت تابعی از فرکانس نمایش داد.

در شکل (۳-۳)، دامنه عناصر RGA قطری برای هر چهار ترکیب نشان داده شده است. به طور کلی،

عناصر RGA طوری جفت می‌شوند که در فرکانسهای متناظر با ثابت زمانی حلقه بسته، در حدود یک

باشند. علاوه بر این دینامیکهای جریان مایع باعث می‌شوند که RGA در فرکانسهای بالا، برای تمامی  $1/\theta_L$

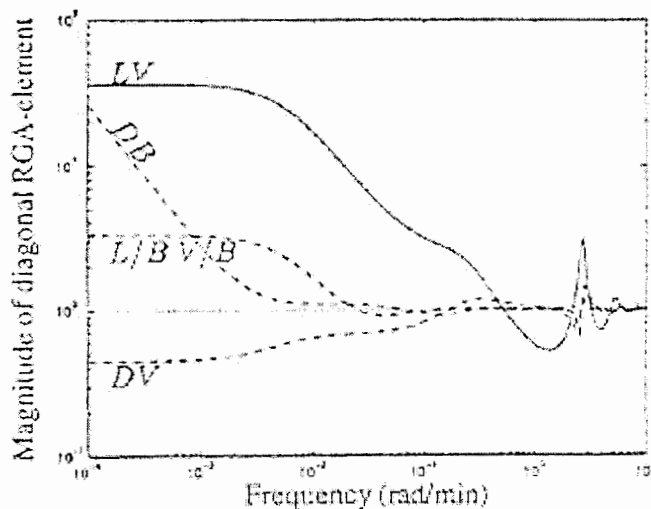
$= 1/2.46 = 0.41$  ساختارها نزدیک به یک گردند.

جالب است که در ساختار DB که در حالت ماندگار  $\omega = 0$  عناصر RGA بینهایت دارد، در

فرکانسهای کمتری از چهار ساختار دیگر به RGA برابر یک نزدیک می‌شود. که این بطور کل برای حالتی

است که هر دو محصول، خلوص بالایی دارند. برای ساختار LV در فرکانسهای بالای به یک نزدیک می-

شود.



شکل (۳-۳) عناصر آرایه گین نسبی RGA به شکل تابعی از فرکانس ( برای چهار ساختار مختلف)

۳-۳-۴- نتیجه‌گیری:

۳-۳-۴-۱- ساختار LV:

انتخاب خوبی برای کنترل تک نقطه‌ای می‌باشد. معمولاً برای کنترل دو نقطه‌ای که  $\lambda_{11}^{LV} > 10$  است، به دلیل حساسیت به اغتشاشات و تداخل قوی بین حلقه‌های کنترلی، پیشنهاد نمی‌گردد. به خصوص ساختار LV با زمانهای مرده بزرگ، بسیار ضعیف عمل می‌کنند. هر چند که در صورت رسیدن به کنترل سریع، یعنی با کنترل دو دما داخل برج ساختار LV، هنوز می‌تواند معتبر شناخته شود.

۳-۳-۴-۲- ساختار DV:

کنترل تک نقطه‌ای: D باید به شکل کنترل اتوماتیک و نه به شکل دستی کنترل شود. ممکن است که از ساختار LV، برای برج‌هایی با برگشتی بزرگ، به دلیل راحتی کنترل سطح در بالا، بهتر باشد. کنترل دو نقطه‌ای: وقتی که محصول پایین ناخالص‌تر از محصول بالایی باشد، به نسبت ضعیف عمل می‌کند. از مشکلات این ساختار، می‌توان به نکات زیر اشاره کرد:

۱- عملکرد آن ممکن است وابسته به شرایط کارکرد باشد.

۲- اگر خطایی باعث ثابت ماندن D شود (همانند خطای در اندازه‌گیری)، عملکرد ضعیف را از خود نشان

می‌دهد.

۳-۴-۳-۳ ساختار DB :

امکان استفاده از آن به شکل کنترل تک نقطه‌ای نیست. در کنترل دو نقطه‌ای کیفیت خوبی را از خود نشان می‌دهد، بویژه برای برجهایی با خلوص بالا و (یا) برگشتی بزرگ، بکارگیری آن ساده می‌باشد. همچنین کنترل سطح در این ساختار، برای برگشتی بزرگ، آن را مطلوب می‌سازد. مشکل اصلی آن، نبود یکپارچگی در آن می‌باشد. اگر خطایی باعث ثابت شدن  $D$  یا  $B$  گردد، عملکرد آن خیلی ضعیف خواهد شد. همچنین یکی از حلقه‌های آن را نمی‌توان در حالت دستی قرار داد.

۳-۴-۳-۴ ساختار  $(L/D)(V/B)$  :

انتخاب خیلی کاملی برای تمام حالت‌های عملیاتی می‌باشد. مشکل اصلی آن، نیاز به اندازه‌گیری تمامی جریان‌های  $L$ ،  $D$ ،  $B$  و  $V$  می‌باشد. در نتیجه آن را به خطاهای اندازه‌گیری حساس‌تر می‌کند و بکارگیری آن را مشکل‌تر می‌سازد و همچنین نیاز به کنترل سطح دقیق در آن وجود دارد.

۳-۴-۳-۵ ساختار  $(L/D) V$  :

رفتاری بین رفتار ساختارهای  $LV$  و  $(L/D)(V/B)$  دارد.

**نکته:** در اینجا از ساختار  $LV$  برای مبحث کنترل غیر متمرکز استفاده خواهیم کرد.

## ۳-۳-۵ - کنترل غیر متمرکز با ساختار LV:

۳-۳-۵-۱- تحلیل کنترل پذیری:

RGA حالت ماندگار دوباره بررسی می‌شود. ساختار LV متداول که برای کنترل کننده غیر متمرکز در این پایان نامه از آن استفاده شده است، متناظر با جفتهای بر روی عناصر قطری می‌باشد. اولین برداشت از RGA حالت ماندگار این است که عناصر ۴،۴ و ۵،۵ برابر یک می‌باشند در حالی که سایر عناصر در ستونهای ۴ و ۵ و سطرهای ۴ و ۵ صفر می‌باشند.

با پیروی از قانون تزویج متداول، برای کنترل غیر متمرکز، جفت عناصر نزدیک به یک با هم جفت می‌شوند، یعنی D برای کنترل  $M_D$  و B برای کنترل  $M_B$ . گرچه به محض تنظیم D،  $M_D$  و با تنظیم B،  $M_B$  تحت تاثیر قرار می‌گیرند، ولی تاثیر زیادی بر سایر خروجی‌ها ندارند. در نتیجه باعث می‌شود کنترل اجزاء، غیر حساس به تنظیم حلقه‌های سطح گردد. این یکی از مزیت‌های اصلی ساختار LV می‌باشد. (مزیت ممکن دیگر نسبت به دیگر ساختارها، همچون ساختار DV، این است که بستن حلقه‌های سطح بر روی کنترل اجزاء تاثیر می‌گذارد، چنانچه تداخلات کاهش می‌یابد، که در المانهای RGA باقیمانده مسئله کنترل اجزاء ۲×۲ نشان داده شد).

برداشت دوم این است که عنصر ۳،۳ منفی می‌باشد. طرح کنترل غیر متمرکز با جمع کردن عمل

تزویج بر روی این عنصر به RGA منفی منجر می‌شود که:

۱. یا سیستم کلی ناپایدار می‌گردد.



۲. یا حلقه فشار ناپایدار می‌گردد.

۳. و یا سیستم باقیمانده، اگر حلقه فشار خراب شود ناپایدار می‌گردد.

بررسی‌ها نشان می‌دهد که استفاده از  $Q_C$  برای کنترل  $P_D$  و تنظیم برای یک حلقه فشار پایدار و یک سیستم کلی پایدار، اگر حلقه فشار دچار خطایی شود، یعنی  $Q_C$  اشباع شود، منجر به ناپایداری می‌شود. بنابراین برای جلوگیری از اشباع شدن در حلقه فشار، اگر کنترل  $L_V$  غیر متمرکز استفاده شود، باید بسیار با احتیاط بود.

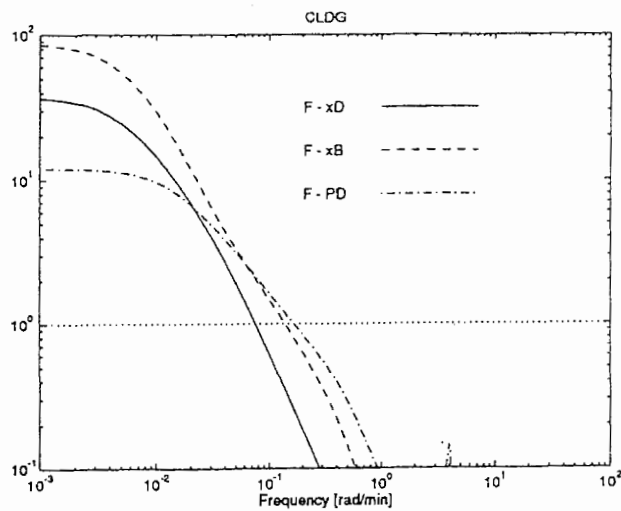
تذکر: در این پایان نامه فرض بر این است که المانهای حرارتی  $Q_C$  و  $Q_R$  متغیرهای مستقلی می‌باشند. اگر خود تنظیمی وجود داشته باشد، برای مثال تنظیم  $T_{cool}$  یا  $T_{heat}$ ، احتمالاً عنصر  $RGA$  منفی ناپدید خواهد شد. از نمودار  $RGA$  شکل (۱-۳) مشخص است که، عناصر قطری نسبتاً بزرگ، حدود ۳، در ناحیه فرکانسی بزرگی برای کنترل  $\omega = 0.1$  رادیان بر دقیقه، وجود دارند. بنابراین انتظار تداخلات در این فرکانسها، وقتی که کنترل غیر متمرکز استفاده می‌شود، وجود دارد.

$RGA$ ، برای انتخاب زوجها، مناسب می‌باشد. هرچند، برای ارزیابی عملکرد غیر متمرکز، برای تغییرات نقطه تنظیم، عملکرد  $RGA^1$  ابزار مناسبی می‌باشد، که این مستقل از وزن دهی می‌باشد.  $PRGA$  که در اینجا نشان داده نشده است، ابزار اصلی در یافتن بدترین تغییر نقطه تنظیم، برای جزء بالای  $X_{D,s}$ ، می‌باشد و بخصوص تداخل قوی برای فشار را، پیش بینی می‌کند. دامنه‌های اغتشاش حلقه بسته  $CLDG^2$ ،

<sup>1</sup> RGA Performance

<sup>2</sup> The closed-loop disturbance gain

تأثیر اغتشاشات را تحت کنترل غیرمتمرکز، در نظر می‌گیرد. برای تمامی خروجیها، بدترین اغتشاش سرعت ورودی خوراک  $F$  است و تأثیر این اغتشاش در شکل (۳-۴) نشان داده شده است.



شکل (۳-۴) - دامنه اغتشاش حلقه بسته برای کنترل کننده غیر متمرکز

پهنای باند مورد نیاز برای حذف اغتشاش ۱۵ درصدی در  $F$ ، برای جزء بالا  $x_D$  در حدود ۱۴ دقیقه، برای جزء پایین  $x_B$  ۷ دقیقه و برای فشار بالای برج  $P_D$  ۶ دقیقه می‌باشد.

۳-۳-۵-۲ - شبیه سازیها با ساختار LV:

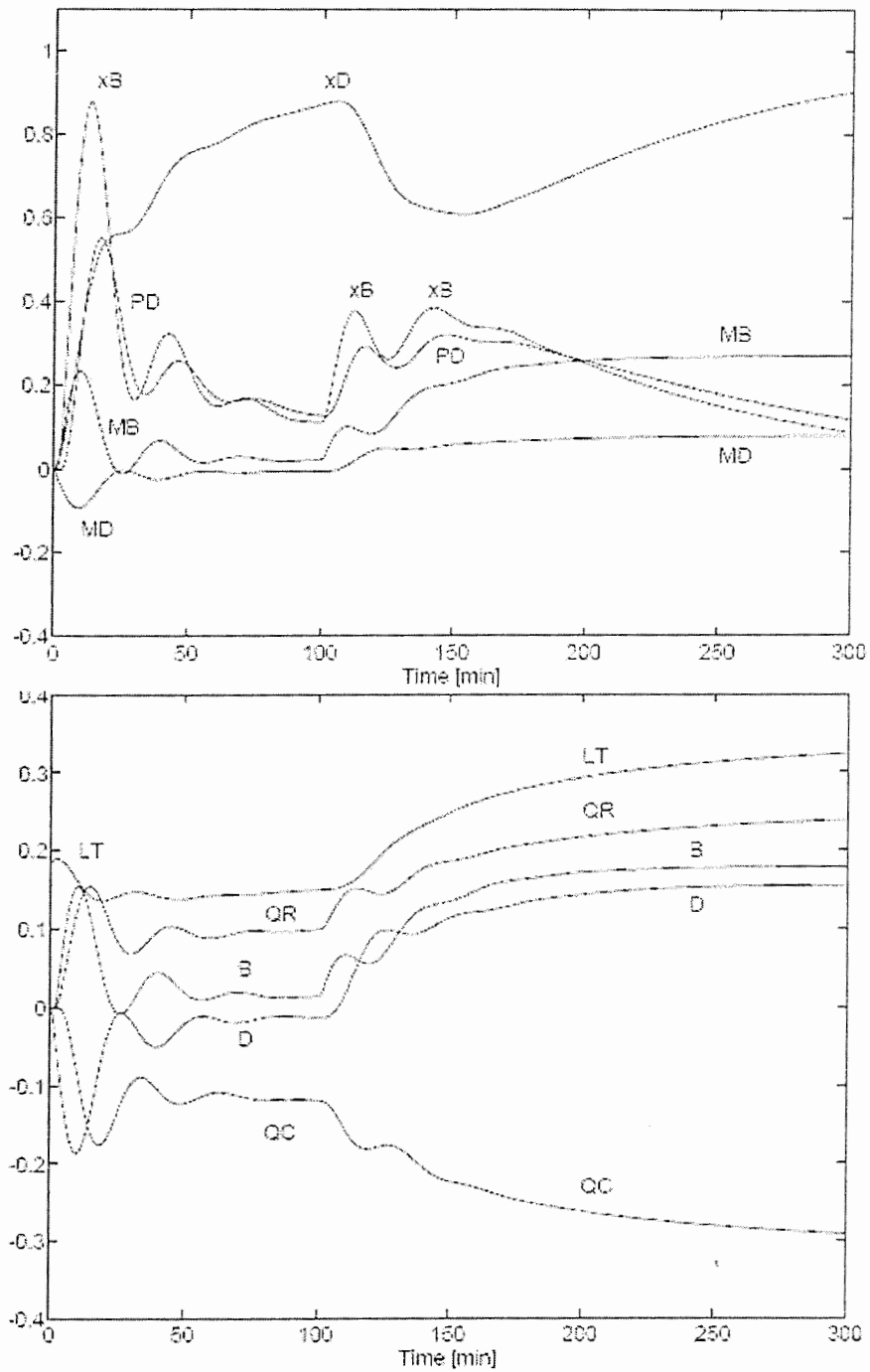
نتیجه ای که از تحلیل کنترل پذیری گرفته می‌شود این است که، بدست آوردن یک عملکرد کنترلی خیلی خوب با کنترل غیر متمرکز، به دلیل ایجاد یک تداخل  $3 \times 3$  قوی، مشکل است. شبیه سازیها، در شکل (۳-۵) نشان داده شده است. پاسخ به یک تغییر در نقطه تنظیم  $x_{D,s}$  (در  $t = 0$  دقیقه) یک افزایش

پله‌ای واضح را، در  $F$  (در  $t = 100$  دقیقه)، نشان می‌دهد. که این دو آشفتگی، به عنوان مشکل ساز ترین عامل، در تحلیل کنترل پذیری، ظاهر می‌شوند.

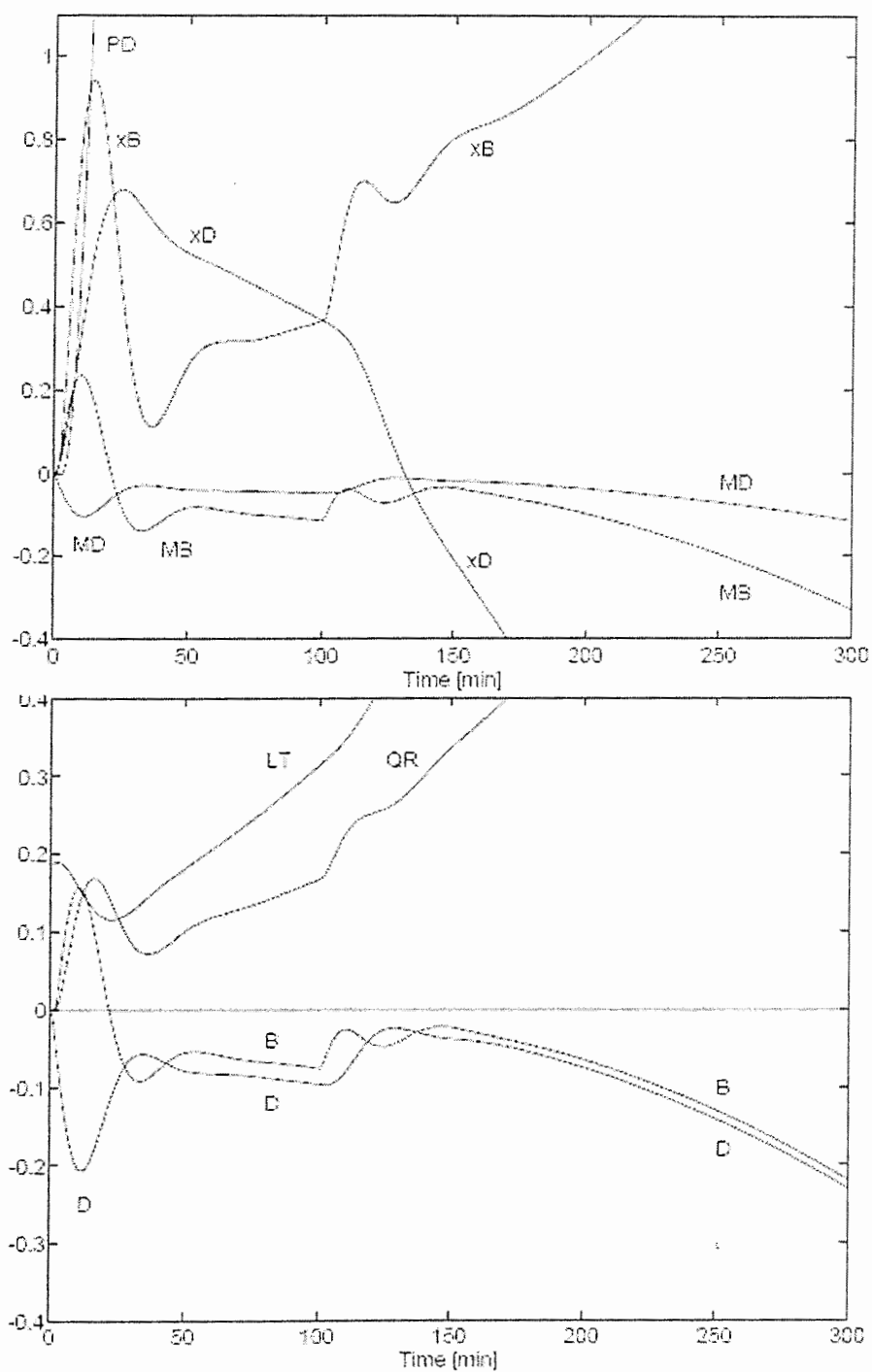
در تحلیل کنترل‌پذیری، به دلیل منفی بودن عنصر  $3 \times 3$  در RGA حالت ماندگار، پیش بینی می‌شود که اگر حلقه فشار دچار یک خطایی شود، یک ناپایداری ایجاد می‌شود، که در شبیه سازی شکل (۳-۶) نشان داده شده است. در اینجا بر روی  $Q_c$  محدودیتی وجود دارد که اجازه تبرید بیش از مقدار نامی  $123/85$ - مگا ژول بر دقیقه را نمی‌دهد (در المانهای متغیرهای انحراف وزن دهی شده، ارائه شده در شکل (۳-۶)، محدودیت  $Q_c \geq 0$ ، وجود دارد).

کنترل‌کننده‌های استفاده شده در این شبیه سازیها، با ثابت زمانی ۳ دقیقه برای حلقه بسته فشار، در حدود ۱۵ دقیقه برای جزء بالای  $x_D$  و ۸ دقیقه برای جزء پایین  $x_B$ ، بطور مستقل، یعنی بدون در نظر گرفتن تداخلات، تنظیم می‌شوند.

حلقه‌های سطح، در اینجا تاثیری بر سایر قسمت‌های سیستم ندارند، با ثابت زمانی حلقه بسته خیلی کند ۳۰ دقیقه، تنظیم می‌شوند.



شکل (۳-۵) - عملکرد کنترل کننده غیر متمرکز، در خروجیها و ورودیهای کنترل شده وزن دهی شده



شکل (۳-۶) - عملکرد کنترل کننده غیر متمرکز با محدودیت بر روی سرمایش ( $Q_c \geq 0$ ), در خروجیها و ورودیهای کنترل شده وزن دهی شده

۳-۴- کنترل‌کننده  $H_{\infty} / \mu$ :

یک کنترل‌کننده بهینه برای برج تقطیر، باید با استفاده از تمامی اطلاعات در دسترس (اندازه‌گیری‌ها، مدل فرایند با عدم قطعیت و اغتشاشات مورد انتظار) و بکارگیری تمامی ۵ ورودی کنترل‌کننده ( $V, L, D, V_T$  و  $B$ ) تمام ۵ خروجی (سطوح در بالا و پایین برج، فشار و اجزاء مولی بالا و پایین برج) را در نزدیکترین نقطه ممکن به مقادیر مرجعشان تنظیم کند. که نزدیکترین نقطه ممکن و مقادیر مرجع، با توجه به مشخصه‌های فرایند تعریف می‌شوند.

در اینجا، کنترل‌کننده بهینه، به شکلی انتخاب می‌شود، که در برخورد با بدترین حالات ممکن (عدم قطعیت در اجزاء خروجی، اغتشاشات و تغییر در سیگنال‌های مرجع) بهترین مشخصه‌های ممکن را ارائه دهد. با توجه به مشخصه‌های عدم قطعیت و عملکرد فرایند موجود، در حوزه فرکانس، حل مسئله بهینه‌سازی، معادل با حداقل‌سازی مقادیر تکین ساختار یافته  $\mu$  ماتریس داده شده می‌باشد. دلیل اصلی بکارگیری  $\mu$  به جای کنترل‌کننده‌های بهینه متداول (همچون کنترل‌کننده مرتبه دوم خطی) این است که، عدم قطعیت مدل به شکل مستقیم در نظر گرفته می‌شود و از نويز ساختگی استفاده نمی‌شود. برای حل مسئله کنترل  $\mu$ ، علاوه بر مدل خطی سیستم نیاز به توصیف عدم قطعیت مدل و عملکرد حلقه بسته مطلوب فرایند است.

اگر از دماهای اندازه‌گیری شده، به جای اجزاء مولی فرایند استفاده شود (کنترل استنتاجی)، دماهای اندازه‌گیری شده به عنوان ورودی به سیستم وارد می‌شوند. در این حالت، کنترل‌کننده  $\mu$  به طور خودکار

رویتگر حالت سیستم را نیز در بر خواهد داشت. ممکن است که کنترل‌کننده  $C$ ، به دو مجموعه مجزای  $C_{est}$  به عنوان رویتگر و  $C_{reg}$  به عنوان کنترل‌کننده خالص، تقسیم بندی شود و به طور مجزا طراحی شوند. این عمل به ساده سازی مسئله و انعطاف پذیری آن کمک قابل ملاحظه‌ای می‌کند؛ البته ممکن است مسئله بهینه سازی کامل را به دلیل از بین رفتن برخی اطلاعات، انجام ندهد [1].

### ۳-۴-۱- انتخاب وزن:

در این قسمت به مسئله کنترل بدون قید، با استفاده از کنترل‌کننده  $\mu / H_{\infty}$  پرداخته می‌شود. هدف از این کار، درک فواید بکارگیری کنترل چند متغیره در بهبود عملکرد فرایند می‌باشد. دلیل بکارگیری نرم  $H_{\infty}$  این است که، به طور نسبتاً واضحی، پاسخهای مطلوب را در معیارهای متداول ثابت زمانهای حلقه بسته، خطای حالت ماندگار در دسترس و فراجش<sup>۱</sup> قابل قبول، نشان می‌دهد. از این گذشته، مزیت مهم نرم  $H_{\infty}$  این است که، اجازه در نظر گرفتن واضح بدترین نوع عدم قطعیت‌های مدل را می‌دهد. شکل (۷-۳) مسئله را به خوبی تعریف می‌کند.

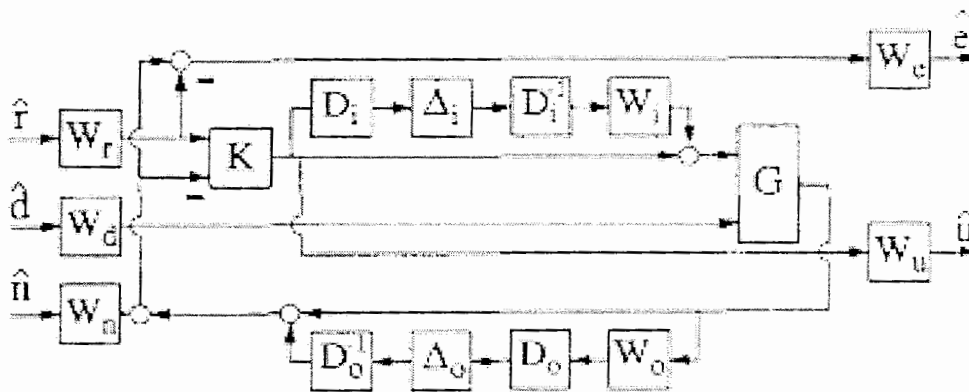
$K$  کنترل‌کننده‌ای است که باید طراحی شود، که ممکن است یک کنترل‌کننده با دو درجه آزادی<sup>۲</sup>  $TDF^2$  با ورودیهای مجزای  $x$ ، بعنوان نقطه تنظیم و  $y_m$ ، بعنوان خروجیهای اندازه گیری شده، همچنان که در شکل (۷-۳) نشان داده شده است، و یا کنترل‌کننده‌ای با یک درجه آزادی<sup>۳</sup>  $ODF^1$  با

<sup>1</sup> Over shoot

<sup>2</sup> two degree-of-freedom

<sup>3</sup> one-degree-of-freedom

ورودی  $r-y_m$  باشد.  $G$ ، مدل (وزن دهی شده) نرمال سازی شده فرایند با هشت ورودی (پنج ورودی قابل تنظیم  $u$  و سه اغتشاش غیر قابل اندازه گیری  $d$ ) و پنج خروجی  $y$  می‌باشد.



شکل (۷-۳) - بلوک دیاگرام مسئله  $H_\infty$  مقاوم

مقیاسهای استفاده شده برای نرمال سازی  $G$  در جدول (۱-۳) آورده شده است.  $W_r$ ،  $W_d$  و  $W_n$  ماتریسهای وزن برای نقاط تنظیم  $r$ ، اغتشاشات  $d$  و نویز اندازه گیری  $n$  می‌باشند.  $W_u$  و  $W_e$  انحراف از نقطه تنظیم مطلوب  $e$  و ورودیهای قابل تنظیم  $u$  می‌باشند. ماتریسهای وزن دهی قطری با عناصر زیر می‌باشند:

$$[W_r] = r_{mad}/y_{mad}, [W_d] = 1, [W_n] = 0.01, [W_u] = 1$$

$$[W_e](s) = \frac{1}{2} \frac{\tau_{cl}s + 2}{\tau_{cl}s + 0.0001} \quad (۱۱-۳)$$

$$\tau_{cl} = [30 \quad 30 \quad 30 \quad 60 \quad 60] \quad \text{که:}$$

عدم قطعیت مدل برای ورودیها و خروجیها به شکل زیر نمایش داده می‌شود:



$$W_i D_i^{-1} \Delta_i D_i = W_i \Delta_i \quad (۱۲-۳) \quad \text{عدم قطعیت ورودی مدلهای:}$$

$$D_0^{-1} \Delta_0 D_0 W_0 = \Delta_0 W_0 \quad (۱۳-۳) \quad \text{عدم قطعیت خروجی مدلهای:}$$

$\Delta_i$  و  $\Delta_0$  ماتریسهای قطری با نرم  $H_\infty$  کمتر از یک می‌باشند و  $D_s$  وزن دهی برای مسئله  $\mu$  می‌باشد

که بصورت  $W_i = 0.1 \cdot I_{5 \times 5}$  و  $W_0 = \left( \frac{\theta_s}{0.5\theta_s + 1} \right) \cdot I_{5 \times 5}$  انتخاب می‌شوند، که به ترتیب متناظر با ۱۰

درصد عدم قطعیت در دامنه نسبی هر ورودی و یک تاخیر تخمینی بیش از  $\theta = 1$  دقیقه در هر اندازه گیری می‌باشند.

در اینجا با توجه به ماتریسهای وزنی و عدم قطعیت محاسبه شده، می‌توان با ایجاد مدل فرایند افزوده

خطی  $P$  (با توجه به ضمیمه) به حل مساله  $\mu$  پرداخت. البته این عملیات در چند مرحله انجام می‌شود. با

یک مساله  $H_\infty$  خالص (تنها با نقاط تنظیم و بدون در نظر گرفتن عدم قطعیتها) شروع، و به ترتیب عدم

قطعیتها به فرایند اضافه می‌شود، تا در نهایت مسئله  $\mu$  کامل چنان که شکل (۷-۳) نشان داده شده است

انجام شود [2].

۳-۴-۲- ردیابی نقطه تنظیم بدون وجود عدم قطعیت:

این حالت متناظر است با:

$$\hat{d} = 0, \quad \Delta_i = 0, \quad \Delta_0 = 0 \quad (۱۴-۳)$$

که یک مسئله  $H_{\infty}$  خالص را شامل می‌شود. پس از حل مسئله کنترل بهینه، نرم  $H_{\infty}$  حاصل ۰/۸۶ است. به دلیل کوچکتر بودن نرم بینهایت از یک، شرط کارکرد در بدترین حالت با وجود مقداری حاشیه، رعایت می‌گردد. کنترل‌کننده  $H_{\infty}$  در فرکانسهای بالا از دامنه‌های نسبتاً بزرگی استفاده می‌کند، که فرکانس قطع در حدود ۱۰ رادیان بر دقیقه می‌باشد. این در تمامی حالات مورد بررسی دیده می‌شود و ممکن است مانع استفاده از یک کنترل‌کننده بهینه با نرم  $H_{\infty}$  بالاتر شود. کنترل‌کننده بهینه مورد استفاده، تلفیقی از بهینه‌سازیهای  $H_{\infty}$  و  $H_2$  می‌باشد ( برای هدف نهایی که استفاده از کنترل مدل پیش بین نرم  $H_2$  است، مطلوب می‌باشد) که دارای فرکانس قطعی کمتر از کنترل‌کننده بهینه  $H_{\infty}$  می‌باشد و در نتیجه مقاومت بهتری را با توجه به عدم قطعیت فرکانس بالا ارائه می‌دهد. در این حالت کنترل‌کننده بهینه با نرم  $H_{\infty}$  برابر با یک (به نسبت ۰/۸۳) رفتار فرکانس پایین یکسانی را به شکل کنترل‌کننده بهینه ارائه می‌دهد، اما فرکانس قطع در این حالت حدود ۰/۲ رادیان بر ثانیه می‌باشد.

کنترل‌کننده بهینه بدست آمده، یک کنترل‌کننده  $5 \times 5$  کامل می‌باشد، که با تحلیل دقیق‌تر این کنترل‌کننده دو مشخصه جالب زیر نمایان می‌گردد:

۱- کنترل‌کننده ممکن است به یک کنترل‌کننده  $3 \times 3$  برای کنترل اجزاء و فشار و دو کنترل‌کننده تک حلقه برای کنترل سطوح متناظر با ساختار LV چند متغیره تفکیک شود.

۲- کنترل‌کننده اجزاء و فشار  $3 \times 3$  اساساً یک دی کوپلر می‌باشد که با بررسی تعداد شرایط GK، این واقعیت ممکن است دیده شود.

دو مشخصه فوق، برای حالتی که اغتشاشات و عدم قطعیتها در نظر گرفته می‌شود صحیح نمی‌باشد.

**نکته:** در ردیابی نقطه تنظیم این سیستم بدون در نظر گرفتن عدم قطعیتها موارد زیر قابل توجه است:

(۱)  $M_D$  و  $M_B$  هیچ فایده ای در محاسبه ورودیهای کنترلی به غیر از  $D$  و  $B$  ندارند.

(۲)  $D$  و  $B$  بر پایه اطلاعات اندازه گیری شده از  $M_D (M_B)$  وجود ندارد.

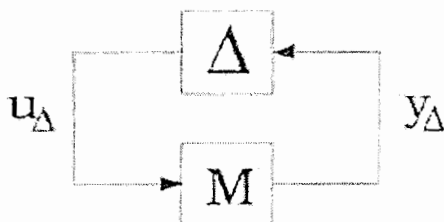
(۳) مزیتی نسبت به کنترل کننده TDF ندارد، به طوری که عدم قطعیتها و اغتشاشات وجود ندارد.

۳-۴-۳- وجود عدم قطعیت در مدل:

تحلیل عملکرد مقاوم سیستم، شکل (۷-۳)، با عدم قطعیت مدل، با اتصال خروجیهای وزن دهی

شده  $[e\hat{u}]^T$ ، به ورودیهای وزن دهی شده  $[r\hat{d}\hat{n}]^T$ ، با انحراف عملکردی  $\Delta_P$  و سپس باز چینی دوباره

سیستم، داخل ساختار  $M-\Delta$ ، شکل (۸-۳)، ایجاد می‌گردد، که در اینجا  $\Delta = \text{diag}\{\Delta_i, \Delta_o, \Delta_P\}$  است.



شکل (۸-۳) - ساختار  $M-\Delta$  برای تحلیل  $\mu$

برای تحلیل چنین سیستمی، باید از مقدار تکین ساختار یافته  $\mu$ ، به جای نرم  $H_\infty$  استفاده کرد. در

اینجا، از تقریب قابل قبول  $\min_D \|DMD^{-1}\|_\infty$  برای نرم وزن دهی شده  $H_\infty$ ،  $\mu$  استفاده می‌شود. ساختار

وزنهای  $D$  به عدم قطعیت مدل وابسته است. در اینجا، با توجه به عدم قطعیت قطری در ورودی و خروجی بدست می‌آید:

$$d = \text{diag} \{D_i, D_o, I_{5 \times 5}\}$$

$D_i$  و  $D_o$  ماتریسهای قطری هر یک با پنج ورودی می‌باشند، که برای حداقل کردن نرم  $H_\infty$  وزن دهی شده در بالا، تنظیم می‌شوند. برای تحلیل کنترل‌کننده بهینه  $\mu$ ، روش مستقیمی وجود ندارد. هر چند که روش تکرار  $D-K$  که از ترکیب تحلیل  $\mu$  و  $H_\infty$  استفاده می‌کند، نتایج خوبی را ارائه می‌دهد. الگوریتم تکرار  $D-K$ ، به شکل زیر ارائه می‌شود [3]:

۱- مرحله  $K$ : ماتریس  $D(s)$  را ثابت و ماتریس کنترل‌کننده  $K(s)$  را با حداقل کردن نرم  $H_\infty$  یعنی  $\min_K \|DM(K)D^{-1}\|_\infty$ ، در اینجا  $M$  تابعی از  $K$  می‌باشد و با در نظر گرفتن پایداری سیستم حلقه بسته، بدست می‌آید. در تکرار اول، بعلت عدم دسترسی به ماتریس  $D(s)$ ، این ماتریس برابر  $I$ ، در نظر گرفته می‌شود.

۲- مرحله  $D$ : ماتریس  $D(s)$ ، که دارای ساختاری مشابه با ماتریس عدم قطعیت  $\Delta$  می‌باشد، با محاسبه  $\mu$  با استفاده از باندهای بالا،  $\min_D \|DMD^{-1}\|_\infty$ ، بدست می‌آید.

وزنهای  $D$  وابسته به فرکانس بوده، و با توابع تبدیل درجه پایین تنظیم می‌شوند. یک تکرار، تا همگرایی بین این دو مرحله، انجام می‌شود. همگرایی ترکیب این دو مرحله، یعنی مساله بهینه سازی  $\mu$ ، بدین شکل تضمین نمی‌شود، اگر چه ممکن است مسائل بهینه سازی در هر مرحله همگرا و دارای جواب

باشد. البته در اینجا معمولا اگر مسئله به صورت منطقی وزن دهی شده باشد، به خوبی و با یک تکرار کم، مسئله  $\mu$  به همگرایی می‌رسد.

در ابزار  $\mu$ -Tools، نرم افزار MATLAB برای اعمال الگوریتم تکرار D-K از فرمان dkit و همچنین محیط گرافیکی dkitgui که با توالی مینیمم سازی فوق به طور تخمینی کنترل  $\mu$  را محاسبه می‌کند، استفاده می‌شود.

### ۳-۴-۴-۳- ردیابی نقطه تنظیم با عدم قطعیت ورودی:

با در نظر گرفتن تاثیر عدم قطعیت مدل، عدم قطعیت ورودی را نیز (البته اغتشاش و عدم قطعیت خروجی وجود ندارد) به آن اضافه و کنترل‌کننده ODF با تکرار D-K، بدست می‌آید. کنترل‌کننده با  $D_i = I_{5 \times 5}$ ، در مقایسه با سایر کنترل‌کننده‌ها، عملکرد بهتری را از خود نشان می‌دهد. در این کنترل‌کننده  $\mu_{RP} = 0.938$ ، بدست می‌آید. این مقدار، با درصد کمی می‌تواند کاهش پیدا کند، اگر از D با درجه بالاتری استفاده شود؛ اما پس از تکرارهای کم D-K،  $\mu_{RP}$  به مقدار ناچیزی کاهش پیدا می‌کند، در نتیجه از  $D_i = I_{5 \times 5}$  استفاده می‌شود. این انتخاب، منجر به یک کنترل‌کننده درجه پایین می‌شود و همچنین، بکارگیری وزنه‌های  $H_{\infty}$  را در طراحی کنترل‌کننده MPC، ساده‌تر می‌سازد.

در جدول (۳-۳) دامنه‌های کنترل‌کننده ODF در فرکانس  $\omega = 0.01$  رادیان بر ثانیه، داده شده است. اختلاف اصلی بین این کنترل‌کننده و کنترل‌کننده طراحی شده، در نبود عدم قطعیتها، این است که

<sup>1</sup> Robust Performance

کنترل‌کننده، فرایند را معکوس نمی‌سازد. همچنین قابل توجه است که عناصر قطری، بزرگترین عناصر در هر سطر و ستون می‌باشند. اختلاف دیگر آن است که اندازه‌گیری‌های سطح  $M_D$  و  $M_B$ ، تنها برای محاسبه  $D$  و  $B$  بکار نمی‌روند، بلکه اثر مهمی در دیگر متغیرهای کنترل‌کننده دارند. هر چند که  $D$  و  $B$  بیشترین تاثیر را از  $M_D$  و  $M_B$  می‌پذیرند.

جدول (۳-۳) - المانهای عنصر به عنصر کنترل‌کننده در  $\omega = 0.01$  رادیان بر ثانیه

	$e_{xD}$	$e_{xB}$	$e_{pD}$	$e_{mD}$	$e_{mB}$
$L_T$	1.4289	0.3660	0.2290	1.1815	0.7863
$Q_R$	0.1913	0.9435	0.4865	0.3867	0.4439
$Q_C$	0.3328	0.7201	0.7358	0.4851	0.0370
$D$	0.0663	0.0339	0.0193	1.3192	0.1242
$B$	0.0875	0.0986	0.376	0.3217	0.7884

#### نکته:

- ۱- در اینجا هیچ اغتشاشی را در نظر گرفته نمی‌شود، و به دلیل بکارگیری اندازه‌گیری‌های سطوح در هنگام محاسبه  $L_T$ ،  $Q_R$  و  $Q_C$ ، باید تاثیر عدم قطعیت ورودی، در این اندازه‌گیریها، نشان داده شود.
- ۲- پهنای باند مورد نیاز برای پاسخ فشار خیلی بالا نیست، هر چند که کنترل‌کننده تنظیم شده، برای کاهش تاثیر عدم قطعیت پهنای باند فشار بالا، استفاده می‌کند.

۳- کنترل‌کننده با دو درجه آزادی، عملکرد فرایند را در این حالت بهبود می‌بخشد.  $\mu_{RP} = 0/94$  با استفاده از  $D_i = I_{5 \times 5}$  بدست می‌آید. که این باز نشان دهنده این مطلب می‌باشد که، عدم قطعیت به شکل اغتشاش عمل می‌کند.

### ۳-۴-۵- وجود اغتشاشات و عدم قطعیت در خروجی:

در نهایت، با در نظر گرفتن اغتشاشات و عدم قطعیت خروجی شکل (۳-۷) ایجاد می‌شود. این سیستم با تعداد کم تکرار T-K، به یک کنترل‌کننده نسبتاً درجه بالا، به دلیل وزنه‌های D می‌انجامد. برای جلوگیری از ایجاد یک کنترل‌کننده با درجه بالا، از فرمولهای مسئله، در حالت نبود عدم قطعیت خروجی، هنگام ترکیب کنترل‌کننده، استفاده می‌شود، و سپس عملکرد را با استفاده از تحلیل  $\mu$  بر روی کل مسئله مورد بررسی قرار می‌گیرد. تاخیرهای اندازه‌گیری صرف‌نظر شده، (عدم قطعیت خروجی در فرکانسهای بالا) با یک کنترل‌کننده  $H_\infty$ ، به قدر کافی بهینه، می‌تواند به حساب آورده شود. از قسمت قبل،  $D_i = I_{5 \times 5}$  یک وزن دهی D خوب ساده شده، بیشتر برای یک مسئله  $H_\infty$  خالص طراحی می‌شود.

کنترل‌کننده استفاده شده در شبیه‌سازیهای شکل (۳-۹)، از تحلیل  $H_\infty$  همراه با تغییر نقاط تنظیم، وجود اغتشاشات، وجود نویز و وجود عدم قطعیت ورودی، ولی بدون در نظر گرفتن عدم قطعیت خروجی، بدست آمده است.

در اینجا از تاخیرات اندازه‌گیری (عدم قطعیت خروجی فرکانس بالا) صرف‌نظر شده و یک کنترل‌کننده  $H_{\infty}$  بهینه، با یک نرم  $H_{\infty}$  ۱/۳۵ ترکیب می‌شود.  $\mu$  برای کل مسئله محاسبه می‌شود که با عدم قطعیت خروجی،  $\mu_{RP}$  برابر ۱/۲۱ و  $\mu_{RS}^1$  برابر ۰/۹۹ می‌گردد. یعنی عملکرد فرایند با توجه به وزنهای انتخاب شده، به اندازه مورد نیاز مطلوب نبوده، ولی پایداری برای بدترین حالت فرایند، تضمین می‌شود.

۳-۴-۶- نتیجه‌گیری نهایی:

۱- با وزنهای استفاده شده در فرایند، وزنهای  $D$ ، عدم قطعیت‌های ورودی برای تمام حالات، نزدیک به یک می‌باشند. وزنهای  $D$  بهینه، برای عدم قطعیت خروجی، در حدود ۵ می‌باشند.

۲- وزنهای انتخاب شده برای تمام مسائل،  $\mu = 1 \pm 0.2$  را در بر دارند. دلیل آن، مشکل بودن تفسیر  $\mu$  برای حالتی که اختلاف زیادی با یک داشته باشد، می‌باشد.

۳- کنترل‌کننده طراحی شده برای تغییرات نقاط تنظیم، اگر اغتشاشات در نظر گرفته شود، به خوبی عمل نمی‌کند.

۴- کنترل‌کننده طراحی شده بدون در نظر گرفتن عدم قطعیت ورودی، ضعیف تر از کنترل‌کننده با در نظر گرفتن عدم قطعیت ورودی عمل می‌کند.

۵- کنترل‌کننده طراحی شده بدون در نظر گرفتن عدم قطعیت خروجی، اگر کنترل‌کننده جزء، کنترل‌کننده بهینه  $H_{\infty}$  باشد، خیلی خوب عمل می‌کند.

<sup>1</sup> Robust Stability



۶- در حالت اعمال محدودیتها بر روی سیستم، ساختار بندیهای دوباره سیستم در حالت کنترل چند حلقه‌ای، اجتناب ناپذیر است. محدودیت‌های وارد بر سیستم، یک پدیده غیر خطی می‌باشند، که با استفاده از تکنیکهای خطی  $\mu$ ، که در بالا شرح داده شد، قابل حل نمی‌باشند. با استفاده از الگوریتم بهینه سازی هم زمان MPC، که محدودیتها را در نظر می‌گیرد، مسئله بطور خودکار قابل حل می‌باشد. الگوریتمهای مختلفی برای این روش وجود دارد که می‌توان به QDMC، IDCOM، MAC و غیره اشاره کرد. با توجه به مشکلاتی که در بالا اشاره شد توانایی اعمال محدودیتها (کار در ماکزیمم ظرفیت) در بهبود عملکرد فرایند بکارگیری سیستم کنترل  $5 \times 5$  را در برخی برجهای تقطیر توجیه پذیر می‌سازد. در فصل پنجم با استفاده از نتایج بدست آمده در این فصل، کنترل کننده پیش بین مبتنی بر مدل را که حالت مقاوم بودن آن نیز اثبات شده باشد، اعمال می‌شود.

مراجع:

- [1] Doyle, J.C., K. Glover, P. Khargonekar, and B. Francis, "**State-space solutions to standard H<sub>2</sub> and H<sub>∞</sub> control problems**," IEEE Transactions on Automatic Control, vol. AC-34, no. 8, pp. 831-847, August 1989.
- [2] Glover, K. and J.C. Doyle, "**State-space formulae for all stabilizing controllers that satisfy an H<sub>∞</sub> norm bound and relations to risk sensitivity**" Systems and Control Letters, vol. 11, pp. 167-172, August 1989. International Journal of Control, vol. 39, pp. 1115–1193
- [3] Stein, G., and J. Doyle, "**Beyond singular values and loopshapes**" AIAA Journal of Guidance and Control, vol. 14, num. 1, pp. 5-16, January, 1991.

## فصل چهارم

کنترل پیش‌بین مبتنی بر مدل

MPC

## ۴-۱- مقدمه:

اصولاً، عبارت کنترل پیش بین مبتنی بر مدل به یک نوع خاص کنترل اطلاق نمی‌شود، بلکه به روش های کنترلی گفته می‌شود که در آنها از یک مدل فرآیند برای بدست آوردن سیگنال های کنترل از طریق حداقل کردن یک تابع هدف استفاده می‌شود. به عبارت بهتر اساس کنترل پیش بین به صورت زیر می‌باشد:

(۱) تخمین: به منظور اعمال یک حرکت هوشمندانه کنترل کننده نیاز به شناسایی حالتها تا یک زمانی مشخص در آینده دارد. که این حالتها متغیرهای کنترل شونده و هر متغیر داخلی موثر در تنظیم حرکات کنترلی می‌باشد (همچون نقاط تنظیمی و اغتشاشات اندازه گیری شده)، که کنترل کننده برای رسیدن به این هدف از تمامی اطلاعات اندازه گیری شده جاری و گذشته و نیز از مدلها استفاده می‌کند. اطلاعات دقیقتر، باعث بهبود دقت تخمین و در نتیجه بهبود عملکرد کنترل کننده می‌گردد. اگر تمام حالتهای فرایند قابل اندازه گیری باشند، مسئله تخمین حالت تنها نیاز به در نظر گرفتن تاثیرات نویز اندازه گیری دارد. متأسفانه طرز کار داخلی اکثر فرایندها، غیر قابل اندازه گیری بوده و کنترل کننده باید حالتها را با استفاده از مقادیر قابل اندازه گیری، تخمین بزند. البته تخمین ممکن است شامل اغتشاشات نیز باشد.

(۲) بهینه سازی: عملکرد مطلوب را در این کنترل کننده، به صورت شاخصهای عملکرد تبدیل نموده و با توجه به محدودیتهای فرایند (که این محدودیتهای می‌تواند محدودیتهای فیزیکی محرکها،

مرزهای عملکرد ایمن، محدودیتهای مربوط به کیفیت محصول و غیره باشد) و اطلاعات به دست آمده از مرحله تخمین، یک مسئله بهینه سازی با وجود قیود حل می شود.

(۳) عقب نمودن مراحل به اندازه یک نمونه زمانی، به طوریکه در هر مرحله زمانی، افق به سمت آینده جا به جا شود (مبحث افق متحرک مشخصه‌ای است که، این کنترل کننده را از سایر کنترل کننده ها مجزا می سازد (شکل ۴-۱)).

تفاوت الگوریتم‌های مختلف MPC، فقط در مدل بکار رفته برای فرآیند، نوع نیرو و همچنین در نوع تابع هدفی است که باید مینیمم شود.

#### ۴-۲- مزایا و معایب بکارگیری MPC :

کنترل پیش بین مبتنی بر مدل، دارای محاسنی فراتر از دیگر روش‌های کنترل می باشد، که برخی از آنها عبارت اند از:

(۱) قابل استفاده برای کنترل انواع فرآیندها، از فرآیندهای دینامیکی ساده گرفته تا فرآیندهای خیلی پیچیده. همچنین می توان از آن برای کنترل سیستم‌ها با تأخیر زمانی زیاد یا سیستم‌های غیر مینیمم فاز، ناپایدار و غیر خطی ( زمان مرده ، اشباع و هیستریزیس ) استفاده کرد.

(۲) می توان از آن برای حالت های چند متغیره (چند ورودی- خروجی)، که در آن بین ورودیها و خروجیهای مختلف تداخل وجود دارد، استفاده کرد. علاوه بر این، فرایند چند متغیره می تواند غیر

مربعی باشد، یعنی تعداد عملگرها و خروجیها برابر نباشند. همچنین توانایی برخورد با اهداف چندگانه را، که در آن ردیابی خروجیها از لحاظ اهمیت متفاوت بوده (با استفاده از ماتریسهای وزن دهی) را دارا می‌باشد و توانایی حق تقدم دهی به آنها را نیز دارد.

(۳) دارای خواص کنترل پیش خور در خنثی کردن اثر اغتشاش قابل اندازه گیری می‌باشد.

(۴) محدودیت‌های مختلف روی متغیرهای فرآیند را می‌توان به راحتی در این سیستم جای داد. حتی توانایی برخورد با قیود محدودکننده متداخل، که برآورده شدن کامل هر کدام از قیود بر قیود دیگر تاثیر می‌گذارد را دارا می‌باشد. البته نحوه برخورد با محدودیتها در MPC، با سایر کنترل‌کننده‌های بهینه (همچون LQG) متفاوت است. در MPC، تجارب صنعتی در نحوه برخورد با محدودیتها در الگوریتم کنترلی، می‌تواند مد نظر قرار گیرد، که این، اجازه استفاده از تمامی منابع در دسترس را برای برخورد هوشمندانه با محدودیتها را برای آن مهیا می‌سازد.

(۵) یک روش کاملاً باز با اصول مشخص می‌باشد، که قابلیت تعمیم آن را در آینده فراهم می‌نماید.

(۶) در فرآیندهایی که اندازه‌گیری متغیرهای کنترل‌شونده با مشکلات عملیاتی و هزینه‌ای همراه است، می‌توان با اعمال این شیوه کنترلی (کنترل پیش‌بین استنتاجی) <sup>1</sup>MPIC، ضمن بر طرف نمودن مشکلات عملیاتی اندازه‌گیری متغیرها، از صرف هزینه‌های زیاد برای خرید دستگاه‌های اندازه‌گیری گرانقیمت، خودداری کرد. مثلاً در برج تقطیر متغیرهای اولیه‌ای که باید کنترل شوند، جزء مولی محصولات برج می‌باشند. عموماً برای اندازه‌گیری این متغیرها، از کروماتوگراف‌های

<sup>1</sup> Model predictive inferenty control

گازی<sup>۱</sup> استفاده می‌شود، که از مشکلات آنها می‌توان به قیمت بالا، کالیبراسیون، تعمیر و نگهداری مشکل و وجود تاخیر زیاد در اندازه گیری آنها، اشاره کرد. در این حالت کنترل استنتاجی از راه اندازه‌گیری دمای تعدادی از سینی‌ها به عنوان متغیرهای اولیه، متغیرهای ثانویه را که اجزاء مولی محصولات می‌باشد، محاسبه می‌کند.

(۷) می‌توان انواع خواسته‌ها و نیازهای فنی و اقتصادی فرایند را به شکل یک تابع معیار در کنترل

فرایند در نظر گرفت (زیر مجموعه‌ای از کنترل‌کننده‌های بهینه می‌باشد).

با توجه به مزایای فوق، بیشترین کاربرد MPC را می‌توان در موارد زیر بر شمرد:

- فرایندها، با تعداد متغیرهای تحریک و کنترل‌شونده زیاد
- وجود قیود بر روی متغیرهای تحریک و یا کنترل‌شونده
- تغییرات اهداف کنترلی یا (و) خطای تجهیزات (محرک و حسگر)
- تاخیرات زمانی

اگر چه این کنترل‌کننده دارای فواید زیادی است ولی دارای اشکالاتی نیز می‌باشد:

(۱) با اینکه این روش از یک تئوری قوی بهره‌مند است، اما در عمل با مشکلات فراوانی مواجه

است. دلیل عدم موفقیت این کنترل‌کننده همانند سایر کنترل‌کننده‌های مبتنی بر مدل، در

دسترس نبودن مدل‌های دقیق ریاضی از اکثر فرایندهای صنعتی، مرتبه بالای بسیاری از

سیستم‌های صنعتی و مشکل بودن تعریف شاخص عملکرد می‌باشد.

<sup>۱</sup> Gas chromatograph

(۲) محاسبات برای بدست آوردن مقدار متغیر کنترل کننده در این روش کنترلی، بسیار پیچیده تر از کنترل کننده های معمولی PID است و هزینه و زمان زیادی را بخصوص در حالتی که دینامیک فرآیند تغییر کرده و به شناسایی سیستم نیاز باشد، مصرف می کند. در زمانی که محدودیت بر روی متغیرهای سیستم نیز وجود داشته باشد، مقدار محاسبات باز هم پیچیده تر می شود. البته این موضوع با پیشرفت سرعت محاسبه گرها، اهمیت خود را از دست خواهد داد.

(۳) استعداد حساسیت به عدم تطابق مدل و سیستم در روشهای مبتنی بر مدل و سایر عدم قطعیتها. در این پایان نامه برای رفع این مشکل، کنترل مقاوم  $H_{\infty}$  را مورد توجه قرار می دهیم.

#### ۴-۳- تقسیم بندی کنترل کننده های پیش بین از لحاظ ساختار مدل:

روشهای پیش بین را می توان از لحاظ ساختار مدل بکار رفته برای پیش بینی، به سه دسته تقسیم کرد:

(۱) کنترل پیش بین مبتنی بر هیستریزس:

در این روشها تلاش می شود تا متغیرهای سیستم تحت کنترل محدود به مرزهای یک ناحیه هیستریزس شوند. ساده ترین فرم این روشها در کنترلر "بنگ-بنگ" دیده می شود. اگر چه در اغلب متون



کنترلر بنگ-بنگ بعنوان کنترلر پیش بین محسوب نمی شود، اما این کنترل کننده بوضوح خصوصیات یک کنترل کننده پیش بین نوعی را از خود نشان می دهد.

(۲) کنترل پیش بین مبتنی بر مسیر:

این روش سعی می کند متغیرهای سیستم را مجبور به حرکت در راستای مسیرهای از پیش تعیین شده ای کنند.

(۳) کنترل پیش بین مبتنی بر مدل<sup>1</sup> MBPC:

ایده های این روش، کاملاً با دو روش قبلی تفاوت دارد. دو روش اول تنها از داده های واقعی سیستم جهت محاسبه سیگنال کنترل استفاده می کنند، اما در روشهای MBPC از پیش بینی خروجی در لحظات آینده برای محاسبه سیگنال کنترل، استفاده می شود. روشهای MBPC از دو دسته قبلی موفق تر عمل می کنند.

موفقیت بیشتر روشهای MBPC را می توان ناشی از چند مورد دانست: عامل اول، مشارکت مدل دینامیکی دقیق فرایند در محاسبه سیگنال کنترل است که به کنترل کننده اجازه می دهد تا با همه جنبه های قابل توجه دینامیک سیستم ارتباط داشته باشد. دوم اینکه، الگوریتم MBPC رفتار آینده فرایند در افق پیش بینی را در نظر می گیرد، بنابراین آثار اغتشاشات پیش خور<sup>۲</sup> و پس خور را می توان پیش بینی و حذف کرد، که این خاصیت به ما اجازه می دهد تا خط سیر فرایند را تا حد امکان به منحنی مطلوب نزدیک

<sup>1</sup> . Model-Based Predictive Control

<sup>2</sup> . Feedforward

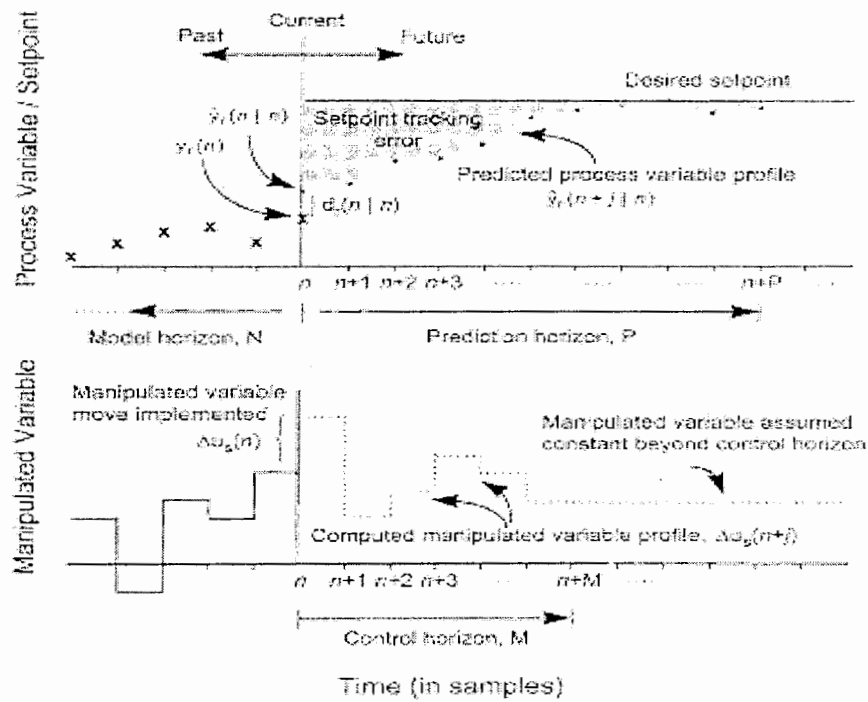
کنیم. سوم اینکه MBPC می‌تواند قيود موجود روی ورودیها، حالات سیستم و خروجیها را مستقیماً در محاسبه سیگنال کنترل در نظر بگیرد.

با توجه به موارد ذکر شده، می‌توان روشهای MBPC را به سیستمهای پیچیده، غیرمی‌نیمم فاز، سیستمهای دارای ناپایداری حلقه‌باز، عدم قطعیت یا تاخیر زمانی زیاد اعمال کرد. امکان اعمال آسان الگوریتم به سیستمهای چندمتغیره و جبران خطای سنسور یا عملگر، از دیگر مزایای MBPC می‌باشد. MBPC در اصل یک استراتژی کنترل حلقه باز است، اما با استفاده از استراتژی افق پس‌رونده، نوعی فیدبک حلقه بسته ایجاد می‌شود. بهر صورت جهت کاهش تاثیر اغتشاش و عدم تطابق مدل - سیستم<sup>۱</sup> می‌توان از طرح IMC به‌مراه الگوریتم MBPC استفاده کرد.

#### ۴-۴- پارامترهای تنظیمی در کنترل کننده پیش بین:

سه پارامتر اساسی در MPC که قبل از اعمال آن باید تنظیم شوند عبارتند از: فواصل کنترلی  $T$ ، افق کنترل  $M$  و افق پیش بین  $P$ . که این پارامترها در شکل (۴-۱) نشان داده شده اند [1].

<sup>۱</sup> . Model/System Mismatch



شکل (۱-۴) - مفهوم افق متحرک در MPC

۱-۴-۴ - فواصل کنترلی T :

MPC یک کنترل کننده زمان گسسته را ایجاد می کند که در فواصل زمانی مشخصی عمل می کند. معمولاً از این پارامتر به صورت متغیر استفاده نمی کنند و آن را با توجه به تجهیزات فرایند انتخاب و ثابت حفظ می کنند. معمولاً T را بر اساس ثابت زمانهای دینامیکی فرایند انتخاب می کنند:

$$\begin{cases} T_{rs} = \text{Max}(0.1\tau_{rs}, 0.5\theta_{rs}) \\ T = \text{Min}(T_{rs}) \end{cases} \quad (1-4)$$

$$(r = 1, 2, \dots, R; s = 1, 2, \dots, S)$$

که در اینجا  $\tau_{rs}$  ثابت زمانی کل فرایند می باشد و  $\theta_{rs}$  زمان تاخیر موثر در فرایند و زیر فرایندها می باشد.

## ۴-۴-۲- افق کنترل M :

افق کنترل در MPC، برابر با تعداد حرکات کنترلی که در یک زمان نمونه برداری مشخص برای حذف خطای پیش بین جاری به کار می‌رود، می‌باشد. مزیت انتخاب یک M بزرگ، امکان تشخیص تخطی از قیود قبل از بروز آن، میانگین گیری از اهداف کنترلی در هر زمان، و اعمال تاخیرهای زمانی ناشناخته متغیر را می‌دهد. پایداری MPC افق نامحدود اگر M بزرگتر یا مساوی با تعداد مدهای ناپایدار فرایند باشد، می‌تواند تضمین شود.

یک روش برای انتخاب افق کنترل این است که، می‌توان M را تا جایی افزایش داد که دیگر افزایش آن بر انتخاب اولین حرکت کنترل کننده، وقتی که یک تغییر پله به نقطه تنظیم اعمال می‌شود، تاثیری نداشته باشد.

روش دیگر این است که افق کنترل بر حسب دینامیکهای فرایند انتخاب شود. یعنی  $M \times T$  باید بزرگتر از زمان مورد نیاز کندترین پاسخ حلقه باز فرایند چند متغیره برای رسیدن به ۶۰ درصد حالت ماندگار باشد. با استفاده از تخمین<sup>۱</sup> FODPT، دینامیکهای فرایند افق کنترل به شکل زیر می‌تواند محاسبه شود:

$$M = \text{Max}\left(\frac{\tau_{rs}}{T} + K_{re}\right) \quad (۲-۴)$$

$$(r = 1, 2, \dots, R; s = 1, 2, \dots, S)$$

## ۴-۴-۳- افق پیش بین P :

<sup>۱</sup> First Order Plus Dead Time

تعداد نمونه‌هایی را که MPC به عنوان متغیرهای فرایند پیش بینی و خطای تخمین را مینیمم کند، گویند. در عدم حضور فشار حرکتی، برای جلوگیری از اثر مرده نوشی<sup>۱</sup>، افق پیش بین بزرگتر از افق کنترل انتخاب می‌شود. با وجود فشار حرکتی افزایش P از M، تاثیر غیر یکنواخت مشخص بر روی عملکرد حلقه بسته دارد.

تحقیقات نشان می‌دهد که افق پیش بین بزرگتر، پایداری نامی حلقه بسته را بهبود می‌بخشد، اما افق پیش بین دارای محدودیتی برابر زمان نشت کندترین زیر فرایند می‌باشد. بر پایه اصول تخمین دینامیکهای فرایند FODPT افقهای پیش بین و کنترل به شکل زیر محاسبه می‌شوند:

$$P = N = \text{Max}\left(\frac{5\tau_{rs}}{T} + K_{re}\right) \quad (3-4)$$

$$(r = 1, 2, \dots, R; s = 1, 2, \dots, S)$$

در اینجا  $k_{rs}$  زمان مرده گسسته  $k_{rs} = \theta_{rs}/T + 1$  و  $\theta_{rs}$  زمان مرده موثر زیر فرایندها می‌باشد.

#### ۴-۵- مدل استفاده شده برای پیش بینی:

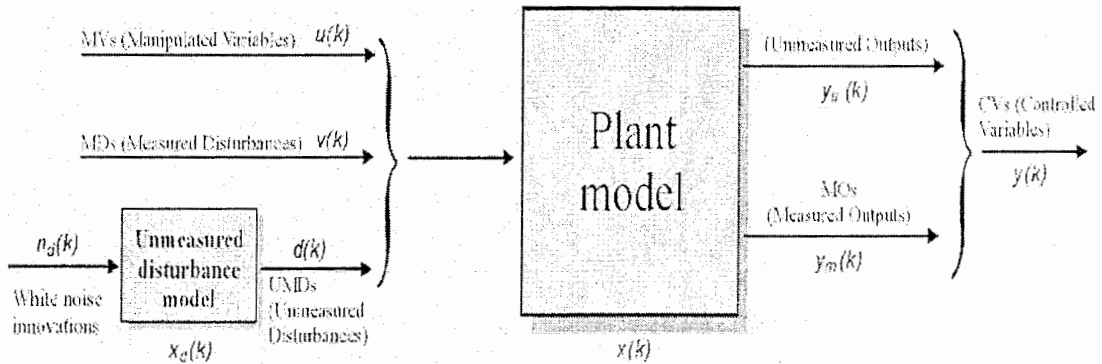
مدل خطی مورد استفاده در کنترل پیش بین به شکل (۴-۲) می‌باشد که مشتمل بر مدل فرایندی که باید کنترل شود و مدل اغتشاشات غیر قابل اندازه گیری است [2] و [3]. مدل فرایند یک سیستم خطی نامتغیر با زمان می‌باشد، که با معادلات زیر تعریف می‌شود:

$$x(k+1) = Ax(k) + B_u u(k) + B_v v(k) + B_d d(k) \quad (4-4)$$

<sup>۱</sup> Deadbeat

$$y_m(k) = C_m x(k) + D_{vm} v(k) + D_{dm} d(k) \quad (۵-۴)$$

$$y_u(k) = C_u x(k) + D_{vu} v(k) + D_{du} d(k) + D_{uu} u(k) \quad (۶-۴)$$



شکل (۴-۲) - مدل خطی استفاده شده برای پیش بینی و بهینه سازی

در اینجا  $u(k)$  متغیرهای کنترل کننده،  $v(k)$  اغتشاشات قابل اندازه گیری،  $d(k)$  اغتشاشات غیر قابل اندازه گیری،  $y_u(k)$  خروجیهای غیر قابل اندازه گیری،  $y_m(k)$  خروجیهای قابل اندازه گیری و  $y(k)$  خروجیهای کنترل شونده می باشد، که از مجموع خروجیهای  $y_u(k)$  و  $y_m(k)$  بدست می آیند.  $d(k)$  مجموع هر دو اغتشاش حالت ( $B_d$  مخالف صفر) و اغتشاش خروجی ( $D_{du}$  مخالف صفر) است [4].

مدل اغتشاش که با استفاده از نویز گوسین تصادفی  $n_d(k)$  با میانگین صفر و ماتریس کواریانس واحد ارائه می شود به شکل زیر می باشد:

$$x_d(k+1) = \bar{A}x_d(k) + \bar{B}n_d(k) \quad (۷-۴)$$

$$d(k) = \bar{C}x_d(k) + \bar{D}n_d(k) \quad (۸-۴)$$

## ۴-۵-۱- انحرافات خطی سازی:

سیستم غیر خطی زیر را در نظر می‌گیریم:

$$x' = f(x, u, v, d) \quad (۹-۴)$$

$$y = h(x, u, v, d) \quad (۱۰-۴)$$

MPC قادر به کنترل فرایندهای غیر خطی می‌باشد، اما مدل استفاده شده در کنترل کننده، باید خطی باشد. به عبارت دیگر، کنترل کننده یک تخمین خطی از فرایند غیر خطی را مورد استفاده قرار می‌دهد. دقت این تخمین تاثیر زیادی بر عملکرد کنترل کننده دارد. معمولترین تخمین، خطی سازی مدل غیر خطی حول یک نقطه کاری می‌باشد. پس از اینکه مدل فوق را حول نقطه کار  $(x_0, u_0, v_0, d_0)$  خطی سازی شد، مدل خطی فرایند به شکل زیر ظاهر می‌گردد:

$$x' \cong f(x_0, u_0, v_0, d_0) + \nabla_x f(x_0, u_0, v_0, d_0)(x - x_0) + \nabla_u f(x_0, u_0, v_0, d_0)(u - u_0) + \nabla_v f(x_0, u_0, v_0, d_0)(v - v_0) + \nabla_d f(x_0, u_0, v_0, d_0)(d - d_0) \quad (۱۱-۴)$$

$$y \cong h(x_0, u_0, v_0, d_0) + \nabla_x h(x_0, u_0, v_0, d_0)(x - x_0) + \nabla_u h(x_0, u_0, v_0, d_0)(u - u_0) + \nabla_v h(x_0, u_0, v_0, d_0)(v - v_0) + \nabla_d h(x_0, u_0, v_0, d_0)(d - d_0) \quad (۱۲-۴)$$

ماتریسهای  $A$ ،  $B$ ،  $C$  و  $D$  مدل، براحتی با استفاده از ماتریسهای ژاکوبین ظاهر شده در معادلات بالا

بدست می‌آیند. دینامیکهای خطی شده تحت تاثیر ثابتهای  $F=f(x_0, u_0, v_0, d_0)$  و  $H=h(x_0, u_0, v_0, d_0)$

قرار می‌گیرند. به این دلیل الگوریتم MPC یک اغتشاش قابل اندازه گیری  $v = 1$  را به فرایند می‌افزاید، بطوری که  $F$  و  $H$  به شکل ستونهای اضافی بتوانند به ترتیب داخل  $Bv$  و  $Dv$  قرار بگیرند.

با این وجود در بعضی موارد اثرات غیرخطی به اندازه‌ای مهم هستند که تقبل دشواریهای الگوریتم MPC غیرخطی NMPC را توجیه می‌کنند و شامل دو طبقه کلی از کاربردهای زیر می‌شوند:

۱. مسائل کنترل رگولاتورها، در صورتی که پیچیدگی فرایند بالا بوده و اغتشاشات زیاد و بزرگی به آن وارد شوند (مانند کنترل PH و ...)

۲. مسائل کنترل سرو، که نقاط کار آنها مرتباً تغییر می‌کنند و محدوده وسیعی از فرایندهای دارای دینامیک غیرخطی را در برمی‌گیرند (صنایع پلیمر و ...)

در اینجا به چند مشکل بر می‌خوریم که به ترتیب اهمیت بصورت زیر می‌باشند:

۱. پیچیدگی محاسباتی حل مساله MPC غیرخطی با توجه به غیرمحدب بودن آن

۲. ضعف پایداری و مقاومت<sup>۱</sup> در سیستمهای غیر خطی

۳. دستیابی به مدلهای غیرخطی با توجه به ضعف روشهای شناسائی برای فرایندهای غیرخطی

برای ادامه مبحث کنترل پیش بین غیر خطی به [5]، [6] و [7] توجه کنید.

۴-۵-۲- مسئله بهینه سازی و محدودیتها:

۴-۵-۲-۱- مسئله ردیابی نقطه تنظیم برای خروجیها:

<sup>۱</sup> . Robustness



اولین هدف کنترلی، اجبار خروجیهای کنترلی، به ردیابی نقاط تنظیمی‌شان می باشد. به همین منظور، کنترل کننده مجموع وزن دهی شده از میزان انحراف از نقطه تنظیم را برای خروجیها تا افق پیش بین محاسبه می کند. وزنها با توجه به اهمیت هر یک از خروجیها تنظیم می شوند. معمولاً تنظیم وزنها یک مرحله مشکل در کنترل می باشد که آن را تا رسیدن به یک رفتار مطلوب، تغییر می دهند.

۴-۵-۲-۲- مسئله میزان تغییرات حرکتی کنترل کننده:

اگر کنترل کننده، منحصر بر روی ردیابی نقطه تنظیم متمرکز شود، ممکن است مقادیر بزرگ را برای عملگرهای کنترلی انتخاب کند، که این ممکن است غیر ممکن باشد و همچنین باعث شتاب بخشیدن به فرسودگی تجهیزات و همچنین ناپایداری سیستم کنترلی شود. بنابراین، کنترل کننده یک مجموع وزن دهی شده از تنظیمات کنترل کننده را محاسبه می کند. معمولاً اعمال این المان دو تاثیر زیر را بر کنترل فرایند دارد:

- از اهمیت ردیابی نقاط تنظیم کاسته می شود.
- از اهمیت عدم دقت تخمینها بر کنترل فرایند کاسته می شود (افزایش مقاوم بودن).

۴-۵-۲-۳- مسئله ردیابی نقاط تنظیم مربوط به ورودیها:

در اکثر فرایندها، متغیرهای کنترل کننده، باید در یک محدوده مشخص برای جبران اغتشاشات و تغییر نقاط تنظیم آزادانه حرکت کند. که هر چه این محدوده کوچکتر شود، توانایی کنترل کننده در ردیابی خروجیها کاهش پیدا می کند. اما چون در اکثر فرایندها معمولا تعداد متغیرهای کنترل کننده از متغیرهای کنترل شونده بیشتر است، اگر این متغیرها بتوانند آزادانه حرکت کنند ممکن است که با تفاوت زیادی نسبت به یکدیگر تنظیم شوند. بنابراین، سعی می شود که آنها در یک فضای محدود جمع شوند. یک روش معمولی برای این کار، تعریف نقاط تنظیم برای این متغیرها می باشد. این نقاط تنظیم، معمولا شرایط عملکرد را که بهبود امنیت، بازده اقتصادی و غیره می باشد را، در بر می گیرد.

۴-۵-۲-۴ - محدودیتها:

محدودیتها موجود در فرایند ممکن است شدید یا ضعیف باشند، که با افزایش میزان شدت هر یک از محدودیتها، تخطی از آنها نیز مشکل تر می شود. متاسفانه به خاطر وجود برخی شرایط، تخطی از این محدودیتها اجتناب ناپذیر است (یعنی یک اغتشاش بزرگ و ناخواسته) و کنترل کننده واقع بین، باید اجازه این تخطی را داشته باشد. MPC با تضعیف محدودیتها اجازه تخطی را می دهد. طراح ممکن است میزان سستی هر یک از محدودیتها را برای انتخاب میزان تخطیها، مشخص کند.

به طور خلاصه یک باند نوسان برای هر یک از محدودیتها انتخاب می شود. اگر باند نوسان صفر باشد، محدودیت سخت و تخطی غیر ممکن است. افزایش این باند بر تضعیف محدودیت می افزاید.

معادله نهایی:

برای حل سه مسئله فوق و با فرض دسترس پذیری تخمین های  $x(k)$ ,  $x_d(k)$  در زمان  $k$ ، عمل

کنترل MPC با استفاده از حل مسئله بهینه سازی زیر:

$$\min_{\Delta u(k|k), \dots, \Delta u(m-1+k|k), \epsilon} \left\{ \sum_{i=0}^{p-1} \left( \sum_{j=1}^{n_y} |w_{i+1,j}^y (y_j(k+i+1|k) - r_j(k+i+1))|^2 + \sum_{j=1}^{n_u} |w_{i,j}^u \Delta u_j(k+i|k)|^2 + \sum_{j=1}^{n_u} |w_{i,j}^u (u_j(k+i|k) - u_{j\text{target}}(k+i))|^2 \right) + \rho_\epsilon \epsilon^2 \right\} \quad (13-4)$$

با توجه به محدودیتهای:

$$\begin{aligned} u_{j\min}(i) - \epsilon V_j^u \min(i) &\leq u_j(k+i|k) \leq u_{j\max}(i) + \epsilon V_j^u \max(i) \\ \Delta u_{j\min}(i) - \epsilon V_j^{\Delta u} \min(i) &\leq \Delta u_j(k+i|k) \leq \Delta u_{j\max}(i) + \epsilon V_j^{\Delta u} \max(i) \\ y_{j\min}(i) - \epsilon V_j^y \min(i) &\leq y_j(k+i+1|k) \leq y_{j\max}(i) + \epsilon V_j^y \max(i) \quad i = 0, \dots, p-1 \\ \Delta u(k+h|k) &= 0, h = m, \dots, p-1 \\ \epsilon &\geq 0 \end{aligned} \quad (14-4)$$

انجام می شود. در این روابط  $k+i|k$  مقادیر پیش بینی شده را بر اساس اطلاعات در دسترس در زمان  $k$  و

$x(k)$  نمونه جاری مرجع خروجی می باشد. با توجه به متغیر تعدیل  $\epsilon$  و توالی افزایش ورودی به

صورت  $\{\Delta u(k|k), \dots, \Delta u(m-1+k|k)\}$ :

$$u(k) = u(k-1) + \Delta u(k|k)^* \quad (15-4)$$

در اینجا  $\Delta u(k|k)^*$  اولین عنصر توالی بهینه می باشد.

نکته:

در اینجا تنها بردار خروجیهای قابل اندازه گیری  $y_m(k)$  به کنترل کننده MPC پسخور می شود و  $r(k)$  مجموع تمامی خروجیهای قابل اندازه گیری و غیر قابل اندازه گیری می باشد.

وقتی که بردار مرجع  $r$  تغییری ندارد، بردار مرجع کنونی  $r(k)$  در تمام افق پیش بین ثابت است، یعنی،  $r(k+i+1) = r(k)$ . در کنترل مدل پیش بین، عملکرد مرجع آینده به صورت عمل پیش بینی شده می باشد (یا پیش بینی یا از قبل تعیین شده).

$w^{\Delta u}_{ij}$ ,  $w^u_{ij}$ ,  $w^y_{ij}$  وزنه های نامنفی برای متغیرهای متناظر می باشند.  $w$  کوچکتر اهمیت کمتر رفتار

متغیر متناظر با آن را در شاخص عملکرد کلی سیستم نشان می دهد.  $u_{j,min}$ ,  $u_{j,max}$ ,  $\Delta u_{j,min}$ ,  $\Delta u_{j,max}$

حدود بالا و پایین متغیرهای متناظر می باشند. در معادله قیود فوق، قیود بر روی  $u$ ،  $\Delta u$  و  $y$

با توجه به متغیر تعدیل  $\varepsilon \geq 0$  ضعیف تر می گردند. وزن  $\rho_\varepsilon$  بر روی متغیر تعدیل  $\varepsilon$  تخطی از قیود را

جریمه می کند.  $\rho_\varepsilon$  بزرگتر با توجه به وزنه های ورودی و خروجی تخطی از قیود را بیشتر جریمه می کند.

بردارهای  $ECR^1$ ,  $V_{ymin}$ ,  $V_{ymax}$ ,  $V_{\Delta umin}$ ,  $V_{\Delta umax}$ ,  $V_{umin}$ ,  $V_{umax}$  با وارد کردن مقادیر غیر منفی، قیود

متناظرشان را تضعیف می کنند. بطوریکه  $V$  بزرگتر، قید ضعیف تری را در پی خواهد داشت.  $v = 0$  بدان

معناست که، قیود سخت وجود دارد و امکان تخطی از آن وجود ندارد.

در حالت پیش فرض، تمامی قیود بر روی ورودیها، سخت ( $V_{umin} = V_{umax} = V_{\Delta umin} = V_{\Delta umax}$ )

( $= 0$ ) می باشند و تمامی قیود بر روی خروجیها، ضعیف ( $V_{ymin} = V_{ymax} = 1$ ) می باشند.

<sup>1</sup> Equal Concern for the Relaxation

قیود سخت بر روی خروجی ممکن است باعث شود که مسئله بهینه سازی عملی نگردد (به عنوان نمونه، ممکن است تنها به دلیل اغتشاشات غیر قابل پیش بینی، عدم تطابق مدل و یا تنها به دلیل گرد کردن یک عدد کنترل قطع شود). اگر  $V_{ymin}$ ,  $V_{ymax}$  از یک مقدار کوچک داده شده، کوچکتر باشند، یک پیغام خطا نمایش داده می شود و به طور خودکار در آن مقدار تنظیم می شود. توجه شود که، ECR ها می توانند نسبت به زمان متغیر باشند.

به طور پیش فرض:

$$\rho_{\varepsilon} = 10^5 \max \left\{ w_{i,j}^{\Delta u}, w_{i,j}^{\ddot{u}}, w_{i,j}^y \right\} \quad (16-4)$$

بردار  $u_{target}$  یک نقطه تنظیم برای ورودی می باشد. و کاربرد عادی آن در مواقعی است که تعداد ورودیها بیشتر از خروجیها می باشد و یک نوع حق تقدم سطح پایین را اعمال می کند.

در حقیقت تنها  $\Delta u(k | k)$  برای محاسبه  $u(k)$  به کار می رود. و نمونه های باقیمانده دیگر  $\Delta u(k+i | k)$  به دور ریخته می باشد و یک مسئله بهینه سازی جدید بر پایه  $y_m(k+1)$  در مرحله نمونه برداری بعدی حل می شود.

الگوریتم تشریح شده در بالا با توجه به وجود یا عدم وجود قیود از روشهای مختلفی استفاده می کند. اگر قیدی وجود نداشته باشد متغیر تعدیل  $\varepsilon$  حذف شده و مسئله به شکل تحلیلی حل می شود. ولی در

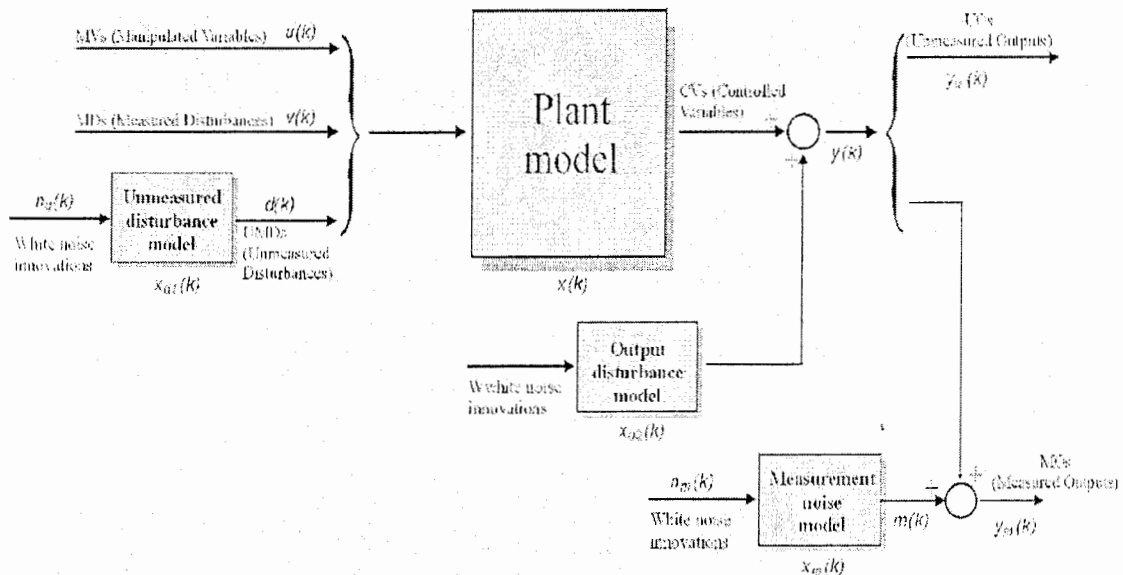
حالت وجود قیود یک روش حل درجه دوم  $QP^1$  استفاده می‌شود. ماتریسهای مرتب با مسئله بهینه سازی درجه دوم بعدا شرح داده خواهند شد.

اگر محدودیتهای خروجی ضعیف باشند مسئله  $QP$  ناممکن نمی‌شود و اگر به دلایل محاسباتی این اتفاق افتاد، از نمونه دوم از توالی بهینه سازی قبلی استفاده می‌شود، یعنی:

$$u(k) = u(k-1) + \Delta u(k|k-1)^* \quad (17-4)$$

#### ۴-۶- تخمین حالت:

هنگامی که حالت‌های  $x(k)$  و  $x_d(k)$  به طور مستقیم قابل اندازه گیری نباشند، با استفاده از یک رویکرد حالت بدست می‌آیند. برای افزایش انعطاف پذیری از مدل زیر استفاده می‌شود:



شکل (۳-۴) - مدل مورد استفاده برای تخمین حالت

<sup>1</sup> Quadratic Programming

۴-۶-۱- مدل نوین اندازه گیری:

با فرض اینکه، بردار خروجی اندازه گیری شده به وسیله یک نوین قابل اندازه گیری  $m(k)$  انحراف پیدا

کرده است، نوین قابل اندازه گیری  $m(t)$  خروجی سیستم LTI، به صورت زیر می باشد:

$$x_m(k+1) = \tilde{A} x_m(k) + \tilde{B} n_m(k) \quad (۱۸-۴)$$

$$m(k) = \tilde{C} x_m(k) + \tilde{D} n_m(k) \quad (۱۹-۴)$$

نکته: هدف کنترل کننده MPC رسیدن به  $y_u(k)$  و نزدیکی  $[y_m(k) - m(k)]$  تا حد ممکن به بردار مرجع

$r(k)$  می باشد. بدین دلیل تولید مدل نوین قابل اندازه گیری  $m(k)$  در مدل تخمین که برای بهینه سازی

استفاده می گردد، ضروری نمی باشد.

۴-۶-۲- مدل اغتشاشات خروجی:

به منظور تضمین حذف غیر هم زمان اغتشاشات خروجی، به مدل کلی فرایند مدل اغتشاش خروجی

هم افزوده می شود. به طور پیش فرض، به منظور حذف اغتشاشات ثابتی همچون گین غیرخطی ها، مدل

اغتشاش خروجی مجموعه ای از انتگرال گیرها می باشد که با نوین سفید روی خروجیهای اندازه گیری شده

تحریک می شوند. انتگرال گیرهای خروجی با توجه به قاعده زیر با هم جمع می شوند:

۱. خروجیهای اندازه‌گیری شده با توجه به کاهش وزن خروجی درجه بندی می‌شوند (در حالت وزنیهای متغیر، مجموع مقادیر مطلق در هر زمان با توجه به کانال خروجی مورد توجه قرار می‌گیرد و در حالت وزنیهای خروجی ثابت، از بردار خروجی پیروی می‌کند).

۲. با توجه به هر درجه بندی یک انتگرال‌گیر خروجی به هر یک از خروجیهای اندازه‌گیری شده اضافه می‌شوند، مگر اینکه تخطی قابل مشاهده ای وجود داشته باشد یا وزن متناظر با آن یا نیروهای مورد استفاده‌اش صفر باشد.

۴-۶-۳- رویکرد حالت:

رویتگر حالت برای بدست آوردن تخمینی از  $x_m(k)$ ،  $x_d(k)$  و  $x(k)$  طراحی شده است، که در اینجا  $x(k)$  حالت مدل فرایند،  $x_d(k)$  حالت کلی مدل اغتشاش ورودی و خروجی و  $x_m(k)$  حالت مدل نویز اندازه‌گیری می‌باشد. تخمینها از خروجی اندازه‌گیری شده  $y_m(k)$  با رویکرد حالت خطی زیر محاسبه می‌شوند:

$$\begin{bmatrix} \hat{x}(k|k) \\ \hat{x}_d(k|k) \\ \hat{x}_m(k|k) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{x}(k|k-1) \\ \hat{x}_d(k|k-1) \\ \hat{x}_m(k|k-1) \end{bmatrix} + M(y_m(k) - \hat{y}_m(k)) \quad (20-4)$$

$$\begin{bmatrix} \hat{x}(k+1|k) \\ \hat{x}_d(k+1|k) \\ \hat{x}_m(k+1|k) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A\hat{x}(k|k) + B_u u(k) + B_v v(k) + B_d \bar{C}\hat{x}_d(k|k) \\ \bar{A}\hat{x}_d(k|k) \\ \hat{A}\hat{x}_m(k|k) \end{bmatrix} \quad (21-4)$$

$$\hat{y}_m(k) = C_m \hat{x}(k|k-1) + D_{vm} v(k) + D_{dm} \bar{C}\hat{x}_d(k|k-1) + \bar{C}\hat{x}_m(k|k-1) \quad (22-4)$$



در اینجا  $m$  به ردیف‌های  $C$  و  $D$  متناظر با خروجیهای اندازه‌گیری شده، اشاره می‌کند. برای جلوگیری از مشکلات محاسباتی در نبود اغتشاشات غیر قابل اندازه‌گیری، گین  $M$  با توجه به روشهای فیلترینگ کالمن بر روی مدل بسط یافته شده، بدست می‌آید:

$$\begin{bmatrix} x(k+1) \\ x_d(k+1) \\ x_m(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B_d \bar{C} & 0 \\ 0 & \bar{A} & 0 \\ 0 & 0 & \bar{A} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(k) \\ x_d(k) \\ x_m(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B_u \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} u(k) + \begin{bmatrix} B_v \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} v(k) + \begin{bmatrix} B_d \bar{D} & 0 & B_u & B_v \\ \bar{B} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \bar{B} & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} n_d(k) \\ n_m(k) \\ n_u(k) \\ n_v(k) \end{bmatrix} \quad (۲۳-۴)$$

$$y_m(k) = \begin{bmatrix} C_m & D_{dm} & \bar{C} & \bar{C} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(k) \\ x_d(k) \\ x_m(k) \end{bmatrix} + D_{vm} v(k) + \begin{bmatrix} \bar{D}_m & \bar{D} & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} n_d(k) \\ n_m(k) \\ n_u(k) \\ n_v(k) \end{bmatrix} \quad (۲۴-۴)$$

در اینجا  $n_u(k)$  و  $n_v(k)$  اغتشاشات نویز سفید غیر قابل اندازه‌گیری افزوده شده با ماتریس میانگین صفر و کوواریانس واحد می‌باشند که به بردار متغیرهای کنترلی و به بردار اغتشاشات اندازه‌گیری شده، مخصوصاً برای ساده سازی تحلیل طراحی فیلتر کالمن اضافه می‌شوند.

نکته: تحقق مدل کامل فضای حالت، ترکیب مدل‌های اغتشاش و فرایند، باید برای موفقیت در تخمین حالت، مشاهده پذیر باشد.

#### ۴-۷- ماتریسهای QP:

در اینجا ماتریسهای که با مسئله بهینه سازی MPC مرتب هستند، تشریح می‌شوند:

۴-۷-۱- تخمین:

برای ساده سازی مسئله فرض می شود که، مدل اغتشاش یک گین ثابت دارد (یعنی  $n_d(k) = nd(k)$ ).

که یک نویز سفید گوسین می باشد). برای ساده سازی:

$$x \leftarrow \begin{bmatrix} x \\ x_d \end{bmatrix}, A \leftarrow \begin{bmatrix} A & B_d \bar{C} \\ 0 & \bar{A} \end{bmatrix}, B_u \leftarrow \begin{bmatrix} B_u \\ 0 \end{bmatrix}, B_v \leftarrow \begin{bmatrix} B_v \\ 0 \end{bmatrix}, B_d \leftarrow \begin{bmatrix} B_d \bar{D} \\ \bar{B} \end{bmatrix}, C \leftarrow \begin{bmatrix} C & D_d \bar{C} \end{bmatrix}$$

پس مدل تخمین به شکل زیر داده می شود:

$$x(k+1) = Ax(k) + B_u u(k) + B_v v(k) + B_d n_d(k) \quad (۲۵-۴)$$

$$y(k) = Cx(k) + D_v v(k) + D_d n_d(k) \quad (۲۶-۴)$$

توجه شود که، برای ساده سازی، پیش بینی مسیره های آینده مدل در زمان  $k=0$  عمل می کند.  $n_d(i) = 0$

برای تمامی لحظات پیش بینی  $i$  در نظر گرفته می شود و:

$$y(i|0) = C \left[ A^i x(0) + \sum_{h=0}^{i-1} A^{i-1-h} \left( B_u \left( u(-1) + \sum_{j=0}^h \Delta u(j) \right) + B_v v(h) \right) \right] + D_v v(i); \quad (۲۷-۴)$$

که می دهد:

$$\begin{bmatrix} y(1) \\ \dots \\ y(p) \end{bmatrix} = S_x x(0) + S_{u1} u(-1) + S_u \begin{bmatrix} \Delta u(0) \\ \dots \\ \Delta u(p-1) \end{bmatrix} + H_v \begin{bmatrix} v(0) \\ \dots \\ v(p) \end{bmatrix} \quad (۲۸-۴)$$

که در اینجا:

$$S_x = \begin{bmatrix} CA \\ CA^2 \\ \dots \\ CA^p \end{bmatrix} \in \mathcal{R}^{pn_y \times n_x}, S_{u1} = \begin{bmatrix} CB_u \\ CB_u + CAB_u \\ \dots \\ \sum_{h=0}^{p-1} CA^h B_u \end{bmatrix} \in \mathcal{R}^{pn_y \times n_u} \quad (29-4)$$

$$S_u = \begin{bmatrix} CB_u & 0 & \dots & 0 \\ CB_u + CAB_u & CB_u & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \sum_{h=0}^{p-1} CA^h B_u & \sum_{h=0}^{p-2} CA^h B_u & \dots & CB_u \end{bmatrix} \in \mathcal{R}^{pn_y \times pn_u} \quad (30-4)$$

$$H_v = \begin{bmatrix} CB_v & D_v & 0 & \dots & 0 \\ CAB_v & CB_v & D_v & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ CA^{p-1} B_v & CA^{p-2} B_v & CA^{p-3} B_v & \dots & D_v \end{bmatrix} \in \mathcal{R}^{pn_y \times (p+1)n_v} \quad (31-4)$$

متغیرهای بهینه سازی:

اگر  $m$  تعداد حرکات آزاد کنترلی باشد که به شکل  $z = [z_0; \dots; z_{m-1}]$  نشان داده شود، آنگاه:

$$\begin{bmatrix} \Delta u(0) \\ \dots \\ \Delta u(p-1) \end{bmatrix} = J_M \begin{bmatrix} z_0 \\ \dots \\ z_{m-1} \end{bmatrix} \quad (32-4)$$

در اینجا  $J_M$  به انتخاب بلوکهای حرکتی (در این بلوکها متغیر کنترل کننده ثابت است) وابسته است.

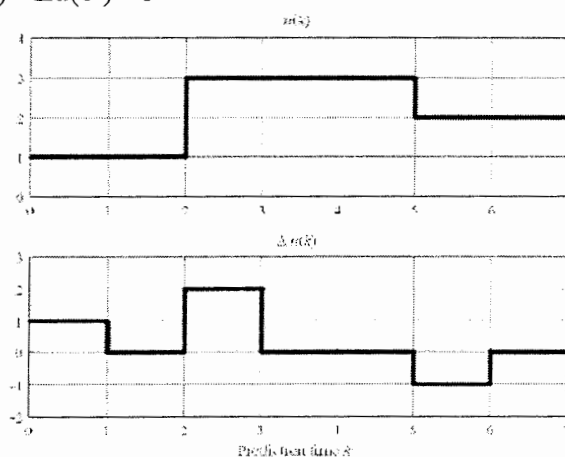
با متغیر تعدیل  $\varepsilon$  متغیرهای  $z_0$  تا  $z_{m-1}$  متغیرهای بهینه ساز آزاد مسئله بهینه سازی را (در حالی که

متغیرهای کنترل کننده اسکالر می باشند)، ایجاد می کنند.

به عنوان مثال، با بلوک‌های حرکتی نشان داده شده در شکل (۴-۴) که متناظر با حرکات [۲ ۳ ۲] است، معادل است با:

$$u(0) = u(1), u(2) = u(3) = u(4), u(5) = u(6), \Delta u(0) = z_0, \Delta u(2) = z_1, \Delta u(5) = z_2,$$

$$\Delta u(1) = \Delta u(3) = \Delta u(4) = \Delta u(6) = 0$$



شکل (۴-۴) - مدل مورد استفاده برای تخمین حالت

که متناظر با ماتریس زیر می‌باشد:

$$J_M = \begin{bmatrix} I & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & I & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & I \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

۴-۷-۲ - تابع هزینه:

تابع بهینه سازی شده برابر است با:

$$\begin{aligned}
J(z, \varepsilon) = & \left( \begin{bmatrix} u(0) \\ \dots \\ u(p-1) \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} u_{\text{target}}(0) \\ \dots \\ u_{\text{target}}(p-1) \end{bmatrix} \right)^T W_u^2 + \left( \begin{bmatrix} u(0) \\ \dots \\ u(p-1) \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} u_{\text{target}}(0) \\ \dots \\ u_{\text{target}}(p-1) \end{bmatrix} \right) \\
& + \begin{bmatrix} \Delta u(0) \\ \dots \\ \Delta u(p-1) \end{bmatrix}^T W_{\Delta u}^2 \begin{bmatrix} \Delta u(0) \\ \dots \\ \Delta u(p-1) \end{bmatrix} \\
& + \left( \begin{bmatrix} y(1) \\ \dots \\ y(p) \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} r(1) \\ \dots \\ r(p) \end{bmatrix} \right)^T W_y^2 \left( \begin{bmatrix} y(1) \\ \dots \\ y(p) \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} r(1) \\ \dots \\ r(p) \end{bmatrix} \right) + \rho_\varepsilon \varepsilon^2
\end{aligned} \tag{۳۲-۴}$$

در اینجا:

$$\begin{aligned}
W_u = & \text{diag}(w_{0,1}^u, w_{0,2}^u, \dots, w_{0,n_u}^u, \dots, w_{p-1,1}^u, w_{p-1,2}^u, \dots, w_{p-1,n_u}^u) \\
W_{\Delta u} = & \text{diag}(w_{0,1}^{\Delta u}, w_{0,2}^{\Delta u}, \dots, w_{0,n_u}^{\Delta u}, \dots, w_{p-1,1}^{\Delta u}, w_{p-1,2}^{\Delta u}, \dots, w_{p-1,n_u}^{\Delta u}) \\
W_y = & \text{diag}(w_{1,1}^y, w_{1,2}^y, \dots, w_{1,n_y}^y, \dots, w_{p,1}^y, w_{p,2}^y, \dots, w_{p,n_y}^y)
\end{aligned} \tag{۳۳-۴}$$

در نهایت پس از جایگزینی  $u(k)$ ,  $\Delta u(k)$ ,  $y(k)$ ,  $J(z)$  می تواند بصورت زیر باز نویسی شود:

$$\begin{aligned}
J(z, \varepsilon) = & \rho_\varepsilon \varepsilon^2 + z^T K_{\Delta u} z + 2 \begin{bmatrix} r(1) \\ \dots \\ r(p) \end{bmatrix}^T K_r + \begin{bmatrix} v(0) \\ \dots \\ v(p) \end{bmatrix} K_v + u(-1)^T K_u \\
& + \begin{bmatrix} u_{\text{target}}(0) \\ \dots \\ u_{\text{target}}(p-1) \end{bmatrix}^T K_{ut} + x(0)^T K_x z + \text{constant}
\end{aligned} \tag{۳۴-۴}$$

۳-۷-۴- قیود:

در اینجا محدودیتهای روی ورودی، میزان افزایش ورودی و خروجی با حضور قید  $\varepsilon \geq 0$  را به صورت

زیر:

$$\begin{bmatrix} y_{min}(1) - \varepsilon V^y_{min}(1) \\ \dots \\ y_{min}(p) - \varepsilon V^y_{min}(p) \\ u_{min}(0) - \varepsilon V^u_{min}(0) \\ \dots \\ u_{min}(p-1) - \varepsilon V^u_{min}(p-1) \\ \Delta u_{min}(0) - \varepsilon V^{\Delta u}_{min}(0) \\ \dots \\ \Delta u_{min}(p-1) - \varepsilon V^{\Delta u}_{min}(p-1) \end{bmatrix} \leq \begin{bmatrix} y(1) \\ \dots \\ y(p) \\ u(0) \\ \dots \\ u(p-1) \\ \Delta u(0) \\ \dots \\ \Delta u(p-1) \end{bmatrix} \leq \begin{bmatrix} y_{max}(1) + \varepsilon V^y_{max}(1) \\ \dots \\ y_{max}(p) + \varepsilon V^y_{max}(p) \\ u_{max}(0) + \varepsilon V^u_{max}(0) \\ \dots \\ u_{max}(p-1) + \varepsilon V^u_{max}(p-1) \\ \Delta u_{max}(0) + \varepsilon V^{\Delta u}_{max}(0) \\ \dots \\ \Delta u_{max}(p-1) + \varepsilon V^{\Delta u}_{max}(p-1) \end{bmatrix} \quad (35-4)$$

ارائه می‌شود. مشابه با کاری که برای تابع هزینه انجام شد، می‌توان  $y(k)$ ,  $\Delta u(k)$ ,  $u(k)$  را جایگزین کرد و

بدست آورد:

$$M_z z + M_\varepsilon \varepsilon \leq M_{lim} + M_v \begin{bmatrix} v(0) \\ \dots \\ v(p) \end{bmatrix} + M_u u(-1) + M_x x(0) \quad (36-4)$$

در اینجا ماتریسهای  $M_z, M_\varepsilon, M_{lim}, M_v, M_u, M_x$  از باندهای بالا و پایین و مقادیر ECR بدست

می‌آیند.

#### ۴-۸- محاسبات MPC:

در اینجا مسئله بهینه‌سازی MPC در هر مرحله زمانی  $k$  با استفاده از ماتریسهای QP که در

قسمتهای قبلی شرح داده شد، حل می‌شود.

۴-۸-۱- MPC بدون وجود قیود:

در این حالت مسئله بهینه‌سازی به شکل تحلیلی زیر حل می‌شود:

$$z^* = -K^{-1} \Delta u \left( \begin{bmatrix} r(1) \\ \dots \\ r(p) \end{bmatrix}^T K_r + \begin{bmatrix} v(0) \\ \dots \\ v(p) \end{bmatrix} K_v + u(-1)^T K_u + \begin{bmatrix} u_{\text{target}}(0) \\ \dots \\ u_{\text{target}}(p-1) \end{bmatrix}^T K_{ut} + x(0)^T K_x \right) \quad (37-4)$$

کنترل کننده MPC،  $\Delta u(k)$  را برابر  $z^*0$  تنظیم کرده و:

$$u(k) = u(k-1) + \Delta u(k) \quad (38-4)$$

۴-۸-۲ - MPC با وجود قیود:

در این حالت مسئله بهینه سازی  $\varepsilon^*$ ,  $z^*$  با حل مسئله مرتبه دوم با استفاده از ماتریسهای QP که شرح داده شد، حل می‌شود.

۴-۹ - تقسیم بندی کنترل کننده های پیش بین بر حسب نوع مدل بکار گرفته شده:

معمولاً مدل پاسخ ضربه، پاسخ پله و تابع تبدیل برای پیش بین خروجی های آینده فرآیند، مورد استفاده قرار می‌گیرند. در نتیجه کنترل کننده‌های پیش بین را از لحاظ نوع مدل بکار گرفته شده به سه نوع می‌توان تقسیم بندی کرد:

۱- MAC<sup>1</sup>: اگر از مدل پاسخ ضربه برای پیش بینی خروجی آینده فرآیند استفاده شود، به کنترل کننده پیش بین مذکور، کنترل الگوریتمی مدل گفته می‌شود. در مدل پاسخ ضربه پیش بینی خروجی فرآیند در هر لحظه  $t+k$  بر اساس ضرایب پاسخ ضربه به صورت زیر است:

<sup>1</sup> Model Algorithmic Control

$$y_m(t) = \sum_{i=1}^{\infty} h_i u(t-i)$$

$$y_p(t+k) = \sum_{i=1}^{\infty} h_i u(t+k-i) + d(t+k) \quad k=1, \dots, p \quad (39-4)$$

که  $h_i$  مقادیر پاسخ ضربه واحد فرآیند در لحظه  $i$  ام می باشد. جمله اول شامل ورودی های گذشته و ورودی های آینده (که باید محاسبه شوند) می باشد و جمله دوم بیانگر اغتشاش در آینده است. منظور از اغتشاش، اختلاف بین مدل و فرآیند و نویز اندازه گیری می باشد. همانطور که قبلاً هم دیده شد، یک تخمین ساده برای اغتشاش آن است که در افق پیش بینی ثابت فرض شود، یعنی مقدار آن برابر اختلاف خروجی مدل و فرآیند واقعی در نظر گرفته شود.

۲- DMC<sup>1</sup>: اگر از مدل پاسخ پله برای پیش بینی خروجی آینده فرآیند استفاده شود، به کنترل کننده پیش بین مذکور، کنترل کننده ماتریس دینامیکی گفته می شود [8,9,10]. در مدل پاسخ پله، پیش بینی خروجی در لحظه  $t+k$  به صورت زیر است:

$$Y_m(t+k) = \sum_{i=1}^{\infty} g_i \Delta u(t-i) \quad (40-4)$$

$$Y_p(t+k) = \sum_{i=1}^{\infty} g_i \Delta u(t+k-i) + d(t+k) \quad k=1, \dots, p \quad (41-4)$$

که  $g_i$  مقادیر پاسخ پله واحد فرآیند در لحظه  $i$  ام می باشد.

نکته : از مزایای دو مدل فوق، سهولت بدست آوردن ضرایب پاسخ فرمول های ساده برای پیش بینی خروجی، قابلیت استفاده در حالت چند متغیره و سهولت بکار گیری برای دینامیک های پیچیده، مانند فرآیندهای غیرمینیمم فاز یا فرآیندهای با تأخیر زمانی، را می توان بر شمرد.

<sup>1</sup> Dynamic Matrix Control



از معایب این دو مدل می‌توان به وجود پارامترهای زیاد و عدم قابلیت استفاده مناسب برای فرآیندهای ناپایدار اشاره کرد.

GPC-<sup>۱</sup> : مدل دیگر بر اساس تابع تبدیل فرآیند می‌باشد، که به کنترل پیش‌بین تعمیم‌یافته معروف

است. در این مدل پیش بینی خروجی فرآیند در لحظه (t+k) به صورت زیر است:

$$Y_m(t+k) = \frac{B(z^{-1})}{A(z^{-1})} u(t+k) \quad (42-4)$$

$$Y_p(t+k) = y_m(t+k) + d(t+k) \quad k=1, \dots, p \quad (43-4)$$

که در آن  $A(z^{-1})$  و  $B(z^{-1})$  به صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$B(z^{-1}) = b_0 + b_1 z^{-1} + \dots + b_{nb} z^{-nb} \quad (44-4)$$

$$A(z^{-1}) = 1 + \alpha_1 z^{-1} + \dots + \alpha_{n\alpha} z^{-n\alpha} \quad (45-4)$$

از مزایای این مدل آن است که با پارامترهای کمتری نسبت به دو مدل گذشته قابل بیان است و در

ضمن، برای هر نوع فرآیندی قابل استفاده است، در حالی که دو مدل قبلی برای فرآیندهایی که در حالت

حلقه باز پایدارند، قابل استفاده بودند.

در این پایان نامه از روش DMC استفاده شده است، در نتیجه در اینجا به تشریح بیشتر آن پرداخته

می‌شود.

#### ۴-۱۰- محدودیتهای کنترل ماتریس دینامیکی DMC :

<sup>1</sup> Generalized Predictive Control

DMC بر پایه دو فرضیه می‌باشد، که عملکرد پسخور الگوریتم را محدود می‌کند. فرض اولیه آن است که یک مدل پاسخ پله پایدار برای توصیف فرایند بکار می‌رود. فرض دوم آن است که اختلاف بین خروجی تخمینی و اندازه گیری شده، می‌تواند به شکل یک اغتشاش پله که بر خروجی اعمال می‌شود، مدلسازی شود. این فرضیات، منجر به محدودیتهای زیر می‌شود:

- (۱) عملکرد مطلوب، به تعداد بیشماری از ضرایب پاسخ پله ممکن است نیاز داشته باشد.
  - (۲) با تاثیر اغتشاشات بر روی ورودیهای فرایند، ممکن است عملکرد ضعیفی دیده شود.
  - (۳) برای فرایندهای چند متغیره با تداخلات قوی، ممکن است عملکرد مقاوم ضعیفی دیده شود.
- محدودیتهای ۱ و ۲ وقتی شامل می‌شود که پاسخ زمانی حلقه باز فرایند خیلی بزرگتر از پاسخ زمانی حلقه بسته مطلوب باشد. محدودیت ۳، با عدم قطعیت اندازه بر روی ورودیها ایجاد می‌شود.
- در اینجا الگوریتم DMC به دو قسمت تخمین گر و بهینه‌ساز تفکیک می‌شود. این کار، باعث توانایی در مشخص کردن محدودیتهای DMC می‌شود و نحوه اجتناب از آنها را نشان می‌دهد. یک الگوریتم MPC جدید، که یک رویکرد حالت را در بر دارد و محدودیتهای فوق را ندارد، تشریح می‌شود [12].

۴-۱۰-۱- مدلسازی فرایند:

یک مدل پاسخ پله، برای تخمین رفتار آینده متغیرهای کنترل شونده فرایند، بکار می‌رود. برای یک

سیستم SISO، پاسخ پله با توالی زیر بیان می‌شود:

$$[s_1 \ s_2 \ \dots \ s_{n-1} \ s_n \ s_{n+1} \ \dots] \quad (46-4)$$

در اینجا عنصر  $k$ th، خروجی در زمان  $k$ ، که با یک ورودی پاسخ پله واحد در زمان صفر ایجاد می‌شود،

می‌باشد. برای یک فرایند پایدار، این توالی در نهایت به یک مقدار تقریباً ثابت می‌رسد، یعنی  $s_n \approx s_{n+1}$ .

برای یک سیستم MIMO با ورودیهای  $n_u$  و خروجیهای  $n_y$ :

$$S_i = \begin{bmatrix} s_{1,1,i} & s_{1,2,i} & \dots & s_{1,n_u,i} \\ s_{2,1,i} & s_{2,2,i} & \dots & s_{2,n_u,i} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ s_{n_y,1,i} & s_{n_y,2,i} & \dots & s_{n_y,n_u,i} \end{bmatrix}; \quad i = 1, \dots, n \quad (47-4)$$

مدل پاسخ پله به شکل فضای حالت زیر می‌تواند ارائه شود:

$$\begin{aligned} Y(k+1) &= MY(k) + S\Delta u(k) \\ y(k) &= NY(k) \end{aligned} \quad (48-4)$$

در اینجا:

$$\begin{aligned} \Delta u(k) &= u(k) - u(k-1) \\ Y(k) &= [y(k)^T \ y(k+1)^T \ \dots \ y(k+n-1)^T]^T \end{aligned} \quad (49-4)$$

$$M = \left. \begin{bmatrix} 0 & I_{n_u} & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & I_{n_y} & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & I_{n_y} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & I_{n_y} \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & I_{n_u} \end{bmatrix} \right\} n * n_y; \quad S = \begin{bmatrix} S_1 \\ S_2 \\ \vdots \\ S_{n-2} \\ S_{n-1} \\ S_n \end{bmatrix} \quad (50-4)$$

و:

$$N = \begin{bmatrix} \overbrace{I_{n_y}}^{0 \times n_y} & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (5-4)$$

$\Delta u(k)$  بردار تغییرات در ورودیهای کنترل کننده در زمان  $k$  و  $y(k)$  بردار خروجی در زمان  $k$  می باشد.

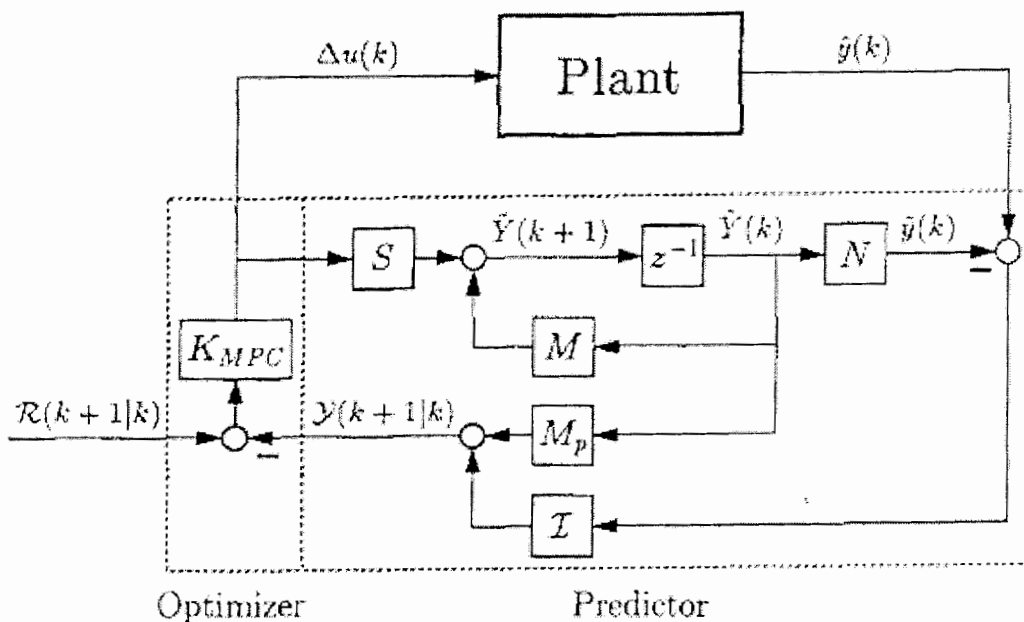
بردار  $Y(k+1)$  حالت‌های دینامیکی سیستم را نشان می دهد.

۴-۱۰-۲- تخمینگر:

الگوریتم DMC در شکل (۵-۴) نشان داده شده است. هدف تخمینگر، تولید بردار  $y(k+1|k)$

خروجیهای حلقه باز پیش بینی شده در  $P$  مرحله افق زمانی آینده می باشد. این بردار پیش بینی شده، به

شکل یک ورودی به بهینه ساز اعمال می شود.



شکل (۵-۴) - کنترل کننده DMC تفکیک شده به یک تخمین گر و یک بهینه ساز

تخمینگر DMC با معادلات زیر شرح داده می‌شود:

$$\hat{Y}(k+1) = M\hat{Y}(k) + S\Delta u(k) \quad (52-4)$$

$$\hat{y}(k) = N\hat{Y}(k) \quad (53-4)$$

$$\mathcal{Y}(k+1|k) = M_p\hat{Y}(k) + \mathcal{I}[\hat{y}(k) - \bar{y}(k)] \quad (54-4)$$

که در اینجا  $M_p$  اولین سطر  $y$  و  $p \times n$ ،  $M$  می‌باشد و:

$$\mathcal{I} = \overbrace{[I_{n_y} \quad I_{n_u} \quad \dots \quad I_{n_y} \quad I_{n_u}]}^{p \times n_y} \quad (55-4)$$

$\sim$  نشان دهنده این است که خروجی از مدل می‌باشد و نه برای فرایند.  $\hat{y}(k)$  بردار خروجیهای اندازه گیری شده در زمان  $k$  می‌باشد.  $\hat{y}(k)$  و  $\bar{y}(k)$  غیر پیوسته در  $k$  اما  $u(k)$  در  $k+$  غیر پیوسته می‌باشد. یعنی  $\hat{y}$  کمی قبل از زمان  $k$  اندازه‌گیری و  $u$  کمی بعد از زمان  $k$  تنظیم می‌شود.

۴-۱۰-۳- بهینه ساز:

در اینجا از تابع هدف QDMC استفاده خواهیم کرد:

$$J = \min_{\Delta u(k|k)} \{ \|\Gamma[\mathcal{Y}_m(k+1|k) - \mathcal{R}(k+1|k)]\|^2 + \|\Lambda\Delta\mathcal{U}(k|k)\|^2 \} \quad (56-4)$$

که در اینجا:

$$\Delta\mathcal{U}(k|k) = [\Delta u(k|k)^T \quad \Delta u(k+1|k)^T \quad \dots \quad \Delta u(k+m-1|k)^T]^T \quad (57-4)$$

$$\mathcal{Y}_m(k+1|k) = [y_m(k+1|k)^T \ y_m(k+2|k)^T \ \dots \ y_m(k+p|k)^T]^T \quad (58-4)$$

$$\mathcal{R}(k+1|k) = [r(k+1|k)^T \ r(k+2|k)^T \ \dots \ r(k+p|k)^T]^T \quad (59-4)$$

$\Delta u(k|k)$  توالی کنترل بهینه محاسبه شده در زمان  $k$  برای  $m$  حرکت ورودی آینده است، که در

اینجا  $m$  افق ورودی است.  $y_m(k+1|k)$  یک بردار خروجی تخمینی در زمان  $k$ ، در یک افق با  $p$  گام زمانی

در آینده می‌باشد، که تاثیر  $m$  حرکت ورودی بهینه را در بر دارد:

$$\mathcal{Y}_m(k+1|k) = \mathcal{Y}(k+1|k) + S_p^m \Delta u(k|k) \quad (60-4)$$

$$S_p^m = \begin{bmatrix} S_1 & 0 & \dots & 0 \\ S_2 & S_1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ S_m & S_{m-1} & \dots & S_1 \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ S_p & S_{p-1} & \dots & S_{p-m-1} \end{bmatrix} \quad (61-4)$$

$R(k+1|k)$  برداری است که مسیر خروجی مطلوب (نقاط تنظیم) را در  $p$  مرحله زمانی، در آینده را شرح

می‌دهد.  $\Gamma$  و  $\Lambda$  ماتریسهای وزن می‌باشند و معمولاً به شکل قطری انتخاب می‌شوند. حل مسئله حداقل

مربعات به شکل زیر است:

$$\Delta u(k|k) = \{(S_p^m)^T \Gamma^T \Gamma S_p^m + \Lambda^T \Lambda\}^{-1} (S_p^m)^T \Gamma^T \Gamma [\mathcal{R}(k+1|k) - \mathcal{Y}(k+1|k)] \quad (62-4)$$

تنها اولین حرکت ورودی بکار برده می‌شود و منجر به بهینه ساز با ماتریس اندازه ثابت KMPC می‌شود:

$$\Delta u(k) = [I \ 0 \ \dots \ 0] \Delta u(k|k) = K_{MPC} [\mathcal{R}(k+1|k) - \mathcal{Y}(k+1|k)] \quad (63-4)$$

$$K_{MPC} = [I \ 0 \ \dots \ 0] \{ (S_p^m)^T \Gamma^T \Gamma S_p^m + \Lambda^T \Lambda \}^{-1} (S_p^m)^T \Gamma^T \Gamma \quad (۴-۶۴)$$

### فرضیات DMC :

به دو دلیل، کنترل کننده DMC تنها برای فرایندهای پایدار، می تواند استفاده شود:

(۱) مدل داخلی معادلات ۴-۵۲ و ۴-۵۳، تنها می توانند یک فرایند پایدار را شرح دهند.

(۲)  $\hat{y}(k) - \bar{y}(k)$  برای سیستمهای ناپایدار بدون محدودیت می تواند افزایش پیدا کند، که منجر به

ناپایداری داخلی می شود.

مدل داخلی تخمینگر حالت معادلات ۴-۵۲ و ۴-۵۳ تخمینی از خروجی واقعی فرایند را در بر ندارد.

خروجی مدل حلقه باز فرایند  $\bar{y}(k)$  را برای حرکات ورودی قبلی محاسبه می کند، ولی تاثیر اغتشاشات و

عدم تطابق فرایند و مدل را در نظر نمی گیرد. این بدان معناست که،  $\hat{y}(k) - \bar{y}(k)$  در حالت کلی، وقتی

که خطای حالت ماندگاری وجود ندارد و  $\hat{y}(k) = 0$ ، برابر صفر نمی باشد.  $\bar{y}(k)$  به عنوان تاثیر

اغتشاشات و عدم تطابق فرایند و مدل در نظر گرفته می شود.

معادله ۴-۵۴ بردار خروجی حلقه باز پیش بینی شده  $y(k+1|k)$  را می دهد. همچنین تاثیر حرکات ورودی

قبلی  $M_p \hat{Y}(k)$  را پیش بینی می کند. برای بدست آوردن یک عملکرد کنترلی خوب،  $y(k+1|k)$  باید به

خروجی حلقه باز واقعی نزدیک باشد. این نیاز به این دارد که  $n$  تعداد ضرایب در ماتریس  $S$ ، به نحوی

انتخاب شود که  $S_n \approx S_{n+1}$ . به علاوه  $\hat{y}(k) - \tilde{y}(k)$  تقریباً ثابت باقی بماند. این الزامات با دو فرض زیر، که در الگوریتم DMC رعایت می شود، اعمال می شود:

(۱) مدل پاسخ پله پایدار با  $S_n \approx S_{n+1}$  برای تشریح فرایند می تواند استفاده می شود.

(۲) اختلاف بین خروجی اندازه گیری شده و تخمینی به شکل اغتشاش پله ای اعمالی به خروجی مدلسازی می شود.

۴-۱۰-۴ DMC با مدل فضای حالت کلی:

الگوریتم DMC همچنین می تواند برای یک مدل فضای حالت گسسته کلی به جای مدل پاسخ پله، به کار رود [11]. که الگوریتم DMCss در نظر گرفته می شود. تنها اختلاف بین DMC و DMCss نمایش مدل داخلی آن است. دلیل استفاده از DMCss این است که، اجازه بررسی DMC بدون تاثیرات ناشی از حذف خطاهای ناشی از  $S_n \neq S_{n+1}$  را می دهد. مدل فرایند به شکل معادلات زیر تعریف می شود:

$$x(k+1) = Ax(k) + Bu(k) \quad (۴-۶۵)$$

$$y(k) = Cx(k) \quad (۴-۶۶)$$

با استفاده از این مدل، الگوریتم DMC شرح داده شده با بلوک دیاگرام شکل ۴-۵ و با حالت های  $S = B$

و  $M = A$  و  $\tilde{Y}(k) = \Delta x(k) = x(k) - x(k-1)$ ،  $N = [0 \dots 0]$ :

$$M_p = \begin{bmatrix} CA \\ CA + CA^2 \\ \vdots \\ \sum_{i=1}^p CA^i \end{bmatrix} \quad (۴-۶۷)$$



۴-۱۰-۵- رویتگر بر پایه MPC :

این الگوریتم که OBMPCC نامیده می‌شود [13]، از مدل پاسخ پله بسط یافته ایجاد می‌گردد. بسط این مدل، نویز اندازه‌گیری و اغتشاشات کلی اعمالی بر خروجیهای فرایند را در بر دارد. همچنین، اجازه مدلسازی سیستمهای یکپارچه را می‌دهد.

$$Y(k+1) = MY(k) + S\Delta u(k) + T\Delta w(k) \quad (۶۸-۴)$$

$$y(k) = NY(k) \quad (۶۹-۴)$$

$$\tilde{y}(k) = y(k) + v(k) \quad (۷۰-۴)$$

$\Delta w(k) = w(k) - w(k-1)$  بردار تغییرات در اغتشاشات و  $v(k)$  بردار نویز اندازه‌گیری می‌باشد.

$$M = \left[ \begin{array}{cccccccc} 0 & I_{n_y} & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & I_{n_g} & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & I_{n_y} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & I_{n_y} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & I_{n_y} & C_u & C_w \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & A_u & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & A_w \end{array} \right] \left. \vphantom{\begin{array}{c} \\ \\ \\ \\ \\ \\ \\ \end{array}} \right\} n * n_y + \dim\{x_u\} + \dim\{x_w\} \quad (۷۱-۴)$$

$$S = \begin{bmatrix} S_1 \\ S_2 \\ \vdots \\ S_{n-2} \\ S_{n-1} \\ S_n \\ B_u \\ 0 \end{bmatrix}; \quad T = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ B_w \end{bmatrix} \quad (۷۲-۴)$$

$$N = [ I_{n_y} \ 0 \ 0 \ \dots \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 ] \quad (۷۳-۴)$$

$$Y(k) = [y(k)^T \ y(k+1)^T \ \dots \ y(k+n-1)^T \ x_u(k)^T \ x_w(k)^T]^T \quad (۷۴-۴)$$

می‌کنند.  $A_w$ ،  $B_w$  و  $C_w$  دینامیکهای اغتشاشات را شرح می‌دهند.  $x_w$  و  $x_u$  بردارهای حالت را به ترتیب برای دینامیکهای فرایند باقیمانده و اغتشاشات شرح می‌دهند.

این توصیف اجازه مدلسازی کاملی از فرایند و اغتشاشات را می‌دهد. هر چند که دینامیکهای باقیمانده با سیستمهای درجه اول  $n_u * n_y$  تشریح می‌شود، که هر یک پاسخ کند را از یک ورودی به یک خروجی تشریح می‌کند. این تخمینها می‌دهند:

$$A_u = \begin{bmatrix} A_{u1} & & \\ & \dots & \\ & & A_{un_n} \end{bmatrix}; \quad A_{uj} = \begin{bmatrix} a_{uj1} & & \\ & \dots & \\ & & a_{ujn_y} \end{bmatrix} \quad (۷۵-۴)$$

$$B_u = \begin{bmatrix} B_{u1} & & \\ & \dots & \\ & & B_{un_n} \end{bmatrix}; \quad B_{uj} = \begin{bmatrix} b_{uj1} \\ \vdots \\ b_{ujn_y} \end{bmatrix} \quad (۷۶-۴)$$

$$C_u = \overbrace{[ I_{n_y} \ I_{n_y} \ \dots \ I_{n_y} ]}^{n_y * n_u} \quad (۷۷-۴)$$

همچنین نویز اندازه‌گیری و اغتشاشات با حالت زیر محدود می‌شود:

۱. نویز اندازه‌گیری در هر خروجی نویز سفید غیر همبسته می‌باشد.

۲. اغتشاشات در خروجیها نویز سفید انتگرالی فیلتر شده با دینامیکهای درجه اول می‌باشد.

برای این حالت خاص، ماتریسهای کوواریانس قطری زیر بدست می آید:

$$E\{\Delta w(k)\Delta w(k)^T\} = W = \begin{bmatrix} W_1 & & \\ & \ddots & \\ & & W_{n_w} \end{bmatrix} \tag{۷۸-۴}$$

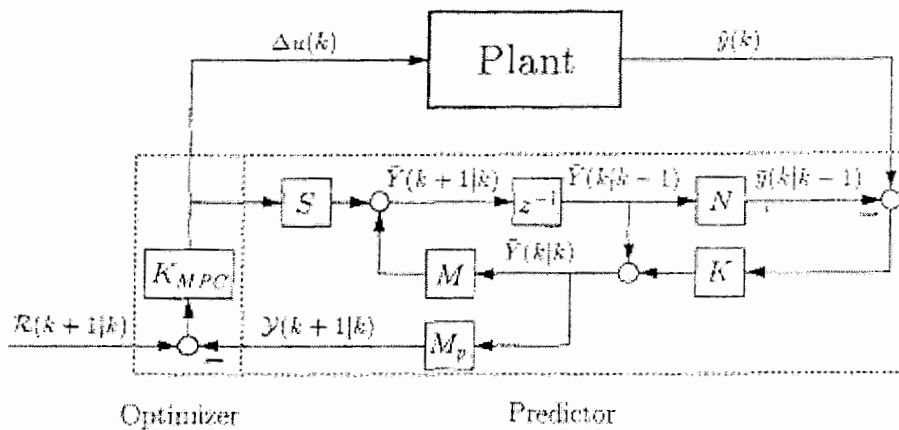
$$E\{v(k)v(k)^T\} = V = \begin{bmatrix} V_1 & & \\ & \ddots & \\ & & V_{n_y} \end{bmatrix} \tag{۷۹-۴}$$

و:

$$A_w = A \triangleq \text{diag}\{\alpha_1, \dots, \alpha_{n_y}\}; \quad B_w = I_{n_y}; \quad C_w = I_{n_y} \tag{۸۰-۴}$$

برای  $\alpha_i = 0$ ، اغتشاشات برای  $i$  امین خروجی، به شکل نویز سفید انتگرالی ایجاد می شود (اغتشاش نوع اول)، در حالی که  $\alpha_i = 1$ ، منجر به نویز سفید با جفت انتگرال (اغتشاش نوع دوم) در  $i$  امین خروجی می شود.

### رویتگر OBMPC :



شکل (۶-۴) - تخمین گر مبتنی بر MPC تفکیک شده به یک تخمین گر و یک بهینه ساز

رویتگر OBMPC از یک رویتگر حالت بهینه ( یعنی فیلتر کالمن ) همچنان که در شکل ۴-۶ نشان داده شده است، استفاده می کند. این رویتگر با معادلات زیر شرح داده می شود:

$$\bar{Y}(k|k) = \bar{Y}(k|k-1) + K\{\hat{y}(k) - \bar{y}(k|k-1)\} \quad (۸۱-۴)$$

$$\bar{Y}(k+1|k) = M\bar{Y}(k|k) + S\Delta u(k) \quad (۸۲-۴)$$

که در اینجا:

$$\bar{Y}(k|k-1) = \left[ \bar{y}(k|k-1)^T \bar{y}(k+1|k-1)^T \dots \bar{y}(k+n-1|k-1)^T \bar{x}_u(k|k-1)^T \bar{x}_w(k|k-1)^T \right]^T \quad (۸۳-۴)$$

$\bar{y}(k+1|k)$  تخمین  $y(k+1)$  بر پایه اندازه گیریها تا زمان  $k$  می باشد. بردار خروجی تخمین زده شده (ورودی به بهینه ساز) برابر است با:

$$\mathcal{Y}(k+1|k) = M_p \bar{Y}(k|k) \quad (۸۴-۴)$$

برای حالت نویز و اغتشاش خاص در قسمت قبل، اندازه فیلتر کالمن  $K$  به شکل زیر پارامتریزه می شود:

$$K = \begin{bmatrix} I_{n_y} \\ I_{n_y} \\ I_{n_y} \\ \vdots \\ I_{n_y} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} (f_a)_1 & & & \\ & \ddots & & \\ & & (f_a)_{n_y} & \\ & & & \ddots \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ I_{n_x} \\ I_{n_y} + A \\ \vdots \\ \sum_{i=0}^{n-2} A^i \\ 0 \\ A^{n-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} (f_b)_1 & & & \\ & \ddots & & \\ & & (f_b)_{n_y} & \\ & & & \ddots \end{bmatrix} \quad (۸۵-۴)$$

$$(f_b)_i = \frac{\alpha_i (f_a)_i^2}{1 + \alpha_i - \alpha_i (f_a)_i} ; \quad 1 \leq i \leq n_y \quad (۸۶-۴)$$

پارامترهای قابل تنظیم  $(f_a)_i$  با نسبت اغتشاش به نویز برای خروجی  $i$ ام،  $W_i/V_i$ :

$$(f_a)_i \rightarrow 0 \quad \text{for} \quad W_i/V_i \rightarrow 0 \quad (۸۷-۴)$$

$$(f_a)_i \rightarrow 1 \quad \text{for} \quad W_i/V_i \rightarrow \infty \quad (۸۸-۴)$$

هر چند که ممکن است اندازه فیلتر کالمن بهینه را بدون حل یک معادله ریگاتی محاسبه کرد و  $(f_a)_i$  و  $\alpha_i$  ممکن است به شکل پارامترهای تنظیمی هم زمان استفاده شود.

#### توصیف پسخور حالت رویتگر حالت:

OBMPC بدون قید شرح داده شده در بالا یک کنترل کننده پسخور حالت رویتگر حالت با استفاده از روش افق کاهشی می باشد. رویتگر حالت بهینه با معادلات ۴-۸۱ و ۴-۸۲ و اندازه پسخور حالت مرتبه دوم خطی برابر  $K_{MPCMp}$  تعریف شد. دینامیکهای حلقه بسته با ماتریس انتقال حالت زیر شرح داده می شود:

$$\begin{bmatrix} Y(k) \\ Y(k) - \bar{Y}(k|k) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} M - SK_{MPCMp} & SK_{MPCMp} \\ 0 & M - KNM \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Y(k-1) \\ Y(k-1) - \bar{Y}(k-1|k-1) \end{bmatrix} \quad (۸۹-۴)$$

مقادیر ویژه  $M - SK_{MPCMp}$  قطبهای تنظیمگر و مقادیر ویژه  $M - KNM$  قطبهای رویتگر می باشند. اگر اندازه گیری ها فارغ از نویز و اغتشاشات به شکل پله های تصادفی بر خروجی فرایند اعمال شوند، پس یک

کنترل کننده DMC بدون قید که در اینجا  $S_n = S_{n+1}$  معادل با کنترل کننده OBMPC بدون قید است.

که برای این حالت ویژه برابر است با:

$$M_p \bar{Y}(k|k) = M_p \bar{Y}(k) + \mathcal{I}[\hat{y}(k) - \bar{y}(k)] \quad (۹۰-۴)$$

و DMC یک کنترل کننده پسخور حالت رویتگر حالت بهینه می باشد.

مراجع:

- [1] Shridhar, R.; Cooper, D. J. "A Tuning Strategy for SISO Unconstrained Model Predictive Control" Ind. Eng. Chem. Res. 1997, 36, 729.
- [2] Maciejowski, J. M., "Predictive Control with Constraints", Pearson Education POD, 2002.
- [3] Prett, D., and C. Garcia, "Fundamental Process Control", Butterworths, 1988.
- [4] Rossiter, J. A., "Model-Based Predictive Control: A Practical Approach", CRC Press, 2003
- [5] Lee, J.H. and N.L. Ricker, "Extended Kalman Filter Based Nonlinear Model Predictive Control," Ind. Eng. Chem. Res., Vol. 33, No. 6, pp. 1530-1541(1994).
- [6] Ricker, N. L., and J. H. Lee "Nonlinear Model Predictive Control of the Tennessee Eastman Challenge Process," Computers & Chemical Engineering, Vol. 19, No. 9, pp. 961-981(1995)
- [7] Allgower, F., and A. Zheng, "Nonlinear Model Predictive Control", Springer-Verlag, 2000

- 
- [8] Cutler, C.R. and B.L. Ramaker (1980). “**Dynamic Matrix Control - A Computer Control Algorithm**”, Proc. Joint Automatic Control Conf., San Francisco, California, Paper WP5-B.
- [9] Prett, D.M. and R.D. Gillette (1980). Proc. Joint Automatic Control Conf., San Francisco, California.
- [10] Garcia, C.E., and A.M. Morshedi (1986). “**Quadratic Programming Solution of Dynamic Matrix Control (QDMC)**”, Chem. Eng. Commun., 46, 73-87.
- [11] Prett, D.M. and C.E. Garcia (1988). “**Fundamental Process Control**”. Butterworths, Stoneham, Massachusetts.
- [12] Lundestrom, P. Lee, J.H., M. Morari and (1991). “**Limitations of Dynamic Matrix Control**”, Submitted to Computers and Chemical Engineering Shorted version presented at the European Control Conference, Grenoble, France, July 1991
- [13] Lee, J.H., M. Morari and C.E. Garcia (1991). “**State-Space Interpretation of Model Predictive Control**”, Submitted to Automatica.



## فصل پنجم

اعمال کنترل پیش بین مقاوم مبتنی بر مدل  
بر روی برج تقطیر

## ۵-۱- مقدمه:

در این فصل، الگوریتم MPC را به طوری که مسئله بهینه سازی هم زمان با وجود قیود، در یک افق کاهشی محدود که محدودیتهای بر روی ورودی در آن به طور واضح لحاظ شده باشد، به شکل یک کنترل کننده چند متغیره ارائه می شود. چند روش مختلف برای انجام MPC چنانچه که در فصل چهارم بحث شد وجود دارد، که این روشها به طور اساسی تنها در نحوه پیش بینی آینده خروجیها با هم، تفاوت دارند. در اینجا از الگوریتم QDMC با این فرض اولیه که اغتشاشات بصورت مرحله ای به خروجی وارد می شوند، استفاده خواهد شد. چنان که نشان داده خواهد شد، وقتی که هر دو جزء مورد کنترل قرار می گیرد، ممکن است نتایج ضعیفی را در پی داشته باشد. بنابراین از یک رویکرد حالت مبتنی بر الگوریتم MPC با یک گین فیلتر کالمن ثابت استفاده می شود. از برنامه scmpc در جعبه ابزار MPC نرم افزار MATLAB استفاده می شود [1]. در این فصل از نتایج فصل سوم برای مبحث کنترل مقاوم، استفاده می شود.

۵-۲- کنترل  $5 \times 5$  پیش بین مبتنی برمدل مقاوم:

پارامترهای تنظیمی برای این کنترل کننده MPC افق پیش بین خروجی  $P$ ، افق کنترل  $M$ ، وزن دهی خروجی  $\Lambda_y$ ، وزن دهی ورودی  $\Lambda_u$  و گین فیلتر کالمن  $K_f$  می باشد. گین فیلتر کالمن، تابعی از مدل اغتشاش و ماتریس کواریانس نویز و اغتشاش می باشد.

برای حالت عدم قطعیت ورودی قطری، حرکات ورودی را با استفاده از  $\Lambda_{\infty}$  به منظور بدست آوردن مقاومت، جریمه می‌کنند [2]. با بکارگیری این روش،  $\mu_{RP}^1 = 2/24$  می‌شود، در حالی که مقدار شناخته شده آن در کنترل بهینه کمتر از ۰/۹۷۸ می‌باشد [3]. پس این روش قانع‌کننده نمی‌باشد و از وزن ورودی  $\Lambda_{\infty}$ ، استفاده نخواهد شد، بلکه از پارامترهای رویترگر برای بدست آوردن یک کنترل مقاوم با توجه به عدم قطعیت ورودی استفاده می‌شود.

هدف اصلی بکارگیری وزنه‌های بدست آمده از تحلیل مقاوم در فصل سوم می‌باشد، به طوری که نقطه شروع برای انتخاب وزنها در کنترل‌کننده MPC باشد. در اینجا چندین مشکل نمایان می‌شود. اولین مشکل این است که کنترل‌کننده MPC به جای نرم بینهایت از نرم دو استفاده می‌کند و دومین مشکل این است که MPC یک کنترل‌کننده افق محدود با پارامترهای تنظیمی اضافی می‌باشد. سومین مشکل این است که عدم قطعیتها به طور واضح در نظر گرفته نمی‌شود.

با برطرف کردن این مشکلات، می‌توان همچون کنترل‌کننده  $\mu$ ، کنترل‌کننده MPC را نیز به خوبی تنظیم کرد. شاید دلیل اصلی برای این موفقیت این باشد که کنترل‌کننده  $\mu/H_{\infty}$  زیر مجموعه‌ای از کنترل‌کننده‌های بهینه می‌باشد و به تبعیت از آن کنترل‌کننده  $H_2$  و در نتیجه با دنباله روی از آن، MPC به آسانی به حالت بهینه می‌رسد. تنظیم نهایی زمان پاسخ با تنظیم تک پارامتر  $\alpha$  در وزن خروجی برای حداقل کردن  $\mu$  در مسئله بررسی مقاوم بودن، که در فصل سوم تعریف شد، استفاده می‌شود. عدم قطعیت ورودی در الگوریتم MPC با حلقه  $\Delta_i$  در شکل (۳-۹) ارائه می‌شود و منجر به وزن جریمه  $D_i$ ، که

<sup>1</sup> Robust Performance

برای  $u$  استفاده می‌شود و یک وزن اغتشاش  $W_i D_i^{-1}$  که بر روی ورودیهای فرایند عمل می‌کند، می‌شود. تحلیل مقاوم بودن نشان می‌دهد که عدم قطعیت خروجی چندان بر فرایند تاثیرگذار نمی‌باشد و در این جا آن در نظر گرفته نمی‌شود. در ادامه پارامترهای تنظیمی محاسبه می‌شوند.

### ۳-۵- مرحله بهینه سازی کنترل کننده MPC:

در اینجا زمان نمونه برداری را برابر ۱ دقیقه و افقها را برابر  $P = ۶۰$  و  $M = ۳$  انتخاب می‌شود:

$$\Lambda_y = \alpha W_e \quad ; \quad \Lambda_u = |W_u| + |D_i| \quad (۱-۵)$$

که در اینجا  $W_e$  و  $W_u$  وزنه‌های  $H_m$  و  $D_i$  و  $D$  وزن ارائه شده برای عدم قطعیت ورودی می‌باشد.

### ۴-۵- تعیین فیلتر کالمن برای کنترل کننده MPC:

مدل اغتشاش اضافه شده عدم قطعیت مدل را در بر دارد:

$$G_d = C (sI - A)^{-1} B = G \text{diag} \{ W_i D_i^{-1}, W_d \} \quad (۲-۵)$$

که منجر به گین فیلتر کالمن زیر می‌شود:

$$K_f = P_f C^T V^{-1} \quad (۳-۵)$$

که در اینجا  $P_f$  با حل معادله ریکاتی  $0 = P_f A^T + A P_f - P_f C^T V^{-1} C P_f + B W B^T$  بدست می‌آید،

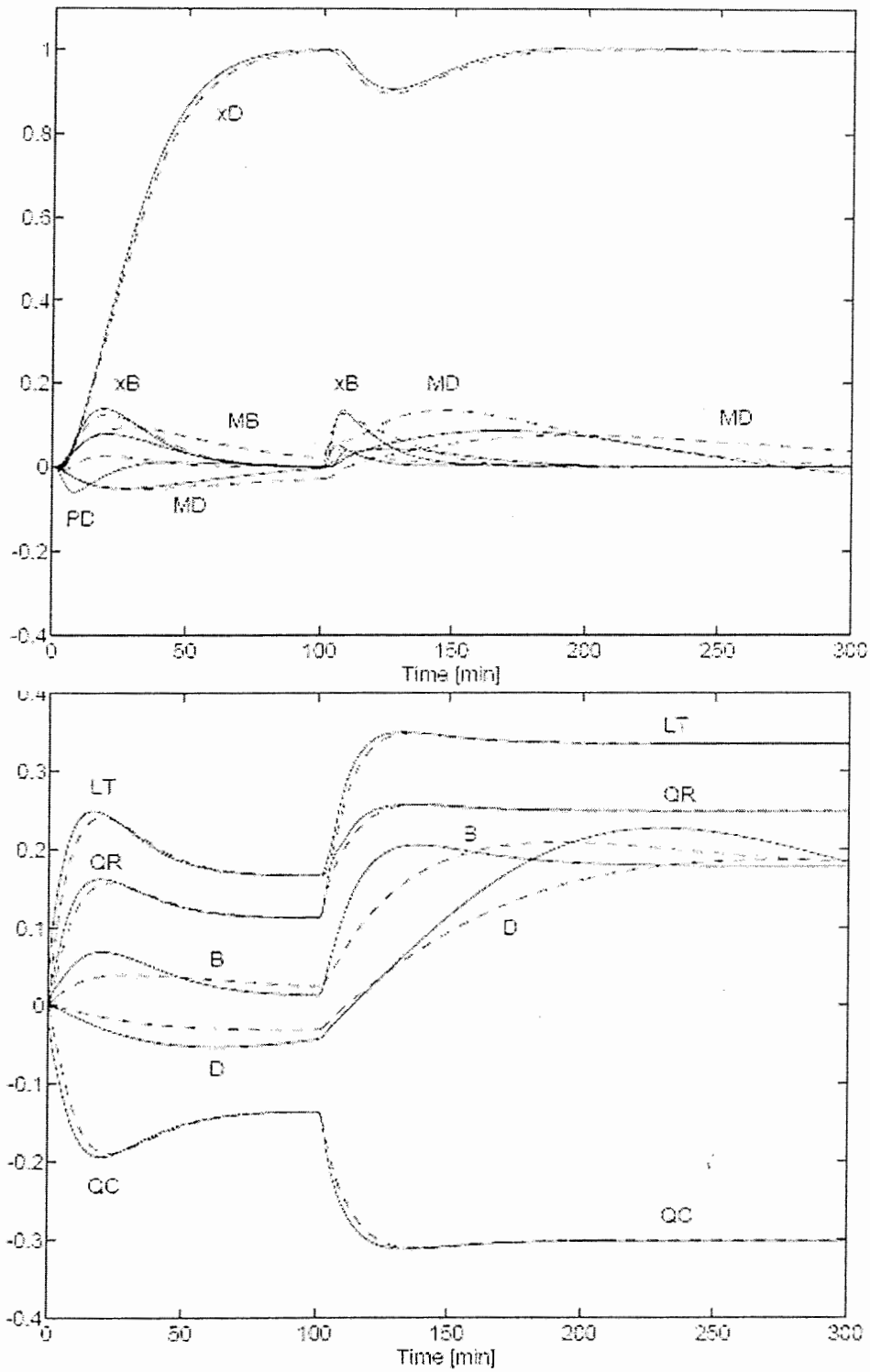
که ماتریس کواریانس برای اغتشاش  $W = I_8$  و برای نویز  $V = W_n^2$  می‌باشد (ضمیمه).

مقدار بهینه  $\alpha$  در معادله (۱-۵)، همچون مسئله موجود در فصل سوم، با روش تکرار بدست می‌آید. برای یک مقدار انتخاب شده از  $\alpha$  پاسخ فرکانسی کنترل کننده گسسته بدست می‌آید و عناصر نگهدارنده مرتبه صفر را به خروجی‌ها اضافه می‌گردد و  $\mu$  محاسبه می‌شود. بعد از چند تکرار  $\mu = 1/15$  برای  $\mu = 0.3$ .  $\alpha =$  بدست خواهد آمد.

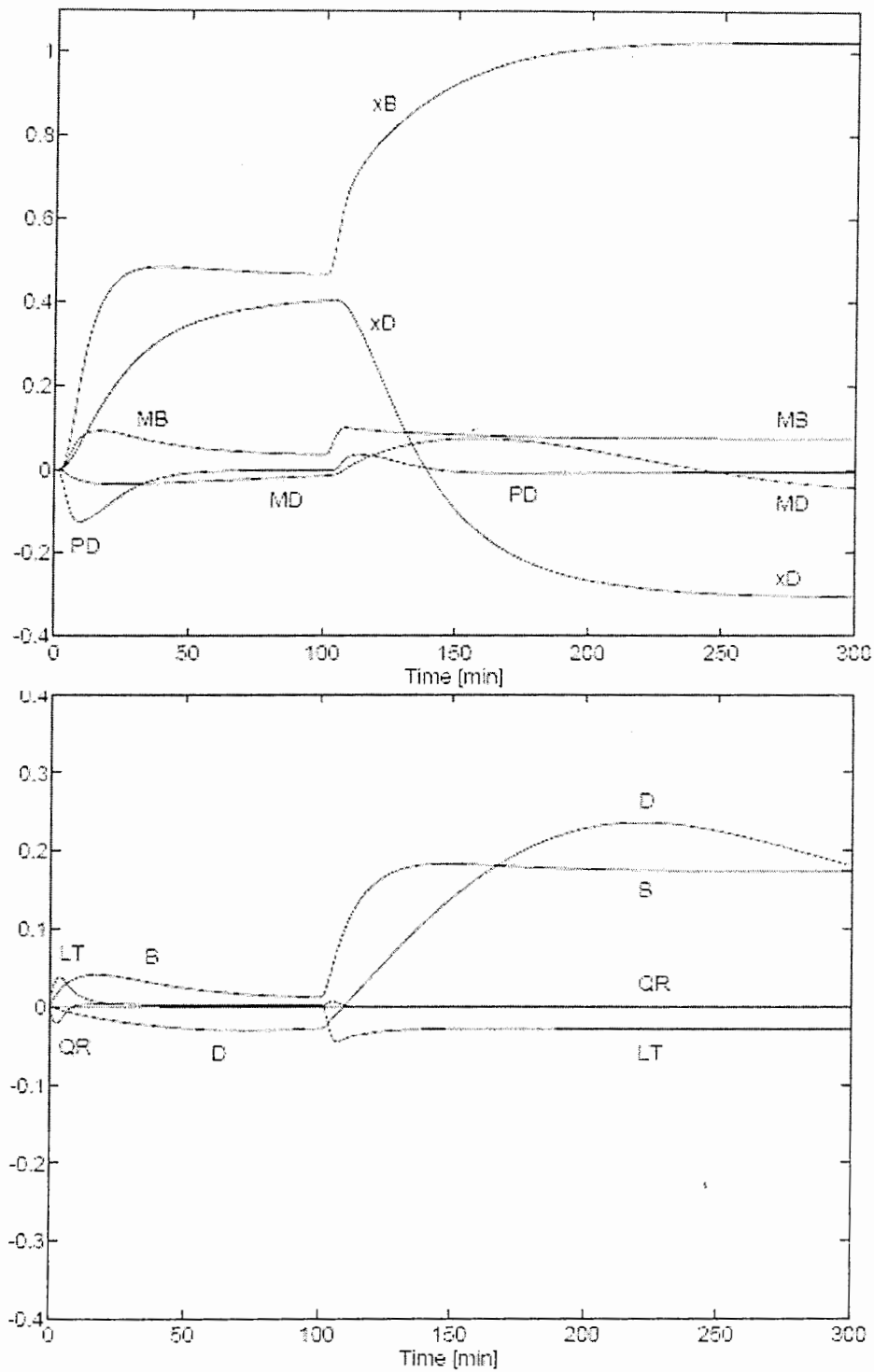
در عمل، عملکرد کنترل مقاوم خطی بدست آمده از عملکرد کنترل کننده  $H_m$  بهینه که در فصل سوم بدست آمد بهتر است. در شکل (۱-۵) و (۲-۵) خطوط پر رنگ عملکرد کنترل کننده MPC را زمانی که هیچ محدودیتی فعال نیست را نشان می‌دهد، که همچون یک کنترل کننده خطی عمل می‌کند. پاسخ‌ها خیلی شبیه به پاسخ کنترل کننده بهینه  $\mu$  است، که در فصل سوم بدست آمد (خط چین‌ها). اختلاف اصلی تنها در سرعت پاسخ سطوح و استفاده از ورودیهای D و B می‌باشد.

شکل (۳-۵) و (۴-۵) پاسخهای MPC را وقتی که  $Q_C$  در مقدار نامی‌اش محدود می‌باشد را نشان می‌دهد. همچنان که نشان داده شده است کنترل کننده MPC پایداری را حفظ کرده و سطوح و فشار را به خوبی در مقادیر مطلوبشان نگه می‌دارد.

هرچند که کنترل اجزاء به نسبت ضعیف‌تر بوده، به طوری که اجزاء وقتی که یک درجه آزادشان کم می‌شود نمی‌توانند در نقاط تنظیمی‌شان حفظ شوند.



شکل (۵-۱) - عملکرد کنترل کننده شبیه سازی شده بدون قید برای خروجی‌ها و ورودی‌های وزن دهی شده کنترل شده خطوط پر رنگ کنترل MPC بدون محدودیت و خطوط خط چین کنترل کننده را نشان می‌دهد



شکل (۲-۵) - عملکرد کنترل کننده شبیه سازی شده با قید  $Q_c$  مثبت برای خروجی‌ها و ورودی‌های وزن دهی شده کنترل شده

## ۵-۵- برخی ملاحظات نهایی:

- ۱- در شبیه سازیها از یک تاخیر یک دقیقه ای در هر اندازه گیری استفاده شده است و خطای گین ورودی 10% در تمام ورودیها به استثنای  $Q_R$  که 10% می باشد استفاده شده است.
- ۲- شبیه سازی بدون وجود قید نشان می دهد که کنترل کننده در ردیابی نقاط تنظیمی و حذف اغتشاش به خوبی عمل می کند. انرژی ورودی مصرفی زیادی مورد نیاز نمی باشد و عملکرد خروجیها به طور کاملا مشخصی از عملکرد آنها در کنترل کننده غیر متمرکز بهتر است.
- ۳- شبیه سازی با وجود قیود نشان می دهد که MPC می تواند نیاز به برنامه های پیچیده ای که مانع از خروج از قیود می شوند و تنظیمات دوباره آن را بر طرف می کنند را برطرف کند. اگر از روش کنترل کننده غیر متمرکزی که در فصل سوم بدست آمد استفاده شود، سیستم وقتی که  $Q_C$  ثابت گردد ناپایدار می شود. کنترل کننده با چند متغیره ناپایدار نمی گردد ولی عملکرد ضعیفی را از خود نشان می دهد و شبیه سازیها نشان داد که اگر  $Q_R$  ثابت باشد ناپایدار می گردد.
- ۴- در شبیه سازیهای انجام شده از اطلاعات قبلی در مورد تغییر نقاط تنظیم در  $t = 0$  استفاده نشده است. بیشتر کنترل کننده ها علی بوده و قادر به استفاده از این اطلاعات نیستند، اما با بکارگیری MPC می توان از این اطلاعات استفاده کرد. برای مثال اگر در زمان  $t = -100$  دقیقه بهینه ساز سیستم از تغییر در نقطه تنظیم در  $t = 0$  مطلع باشد، فوراً شروع به تغییر در ورودیها برای رسیدن به نقطه بهینه تا حد ممکن می کند.



نکته: در کنترل کننده‌های غیر متمرکز، اغلب استفاده از کنترل کننده‌های مبتنی بر جبرانگرها، مطلوب می‌باشد، که معمولاً به سادگی با رابطه زیر حاصل می‌شوند:

$$K = C_1 K_{diag}(s) C_2$$

که  $C_1$  و  $C_2$  ماتریسهای ثابت (و یا نهایتاً شامل دینامیکهای خیلی ساده‌ای می‌باشند) هستند، به طوری که به دلیل اینکه  $K_{diag}$  مشتمل بر کنترل کننده‌های تک حلقه‌ای ساده‌ای هستند، که تاثیرات دینامیکها را حفظ می‌کنند، تداخلات حفظ می‌شوند.

یک برداشت، از تحلیل‌های کنترل کننده‌های چند متغیره این است که یک پیش جبران‌ساز  $C_2$  (ترکیبی از اندازه‌گیرها، به طوری که از اندازه‌گیری سطح برای کنترل اجزاء استفاده می‌شود) مفید می‌باشد، در صورتیکه پس جبران‌ساز  $C_1$  (با ترکیب ورودیها) بدلیل ایجاد عدم قطعیت در ورودیها، کمتر مفید خواهد بود.

یک روش پیش جبران‌سازی، برخی اوقات به عنوان روش کنترل تنظیمی غیر متمرکز بکار می‌رود، ولی با عمل پیشخور اغتشاشات، که در اینجا اغتشاشات با اندازه‌گیرهای سطح و فشار تخمین زده می‌شود. برداشت دیگر پیش فیلتر چند متغیره (کنترل کننده با دو درجه آزادی) تداخلات برای تغییر نقاط تنظیمی را کاهش می‌دهد. هر چند که چنین روشهایی ممکن است مشخصه‌های چند متغیره کنترل-کننده را بهبود بخشد، اما آنها نیاز به برنامه‌هایی برای اعمال محدودیتها دارند.

انباشت‌های چگالنده و جوشاننده یک برج تقطیر (و برخی مقادیر همچون فشار) به شکل قوی نمی‌توانند کنترل شوند، اما می‌توانند به عنوان مشخصه های خروجی کند در نظر گرفته شوند.

مراجع:

- [1] Morari, M. and Ricker, N.L. (1991). "MPC toolbox for MATLAB".
- [2] Lee, J.H. and Yu, Z.H. (1994). "Tuning of model predictive controllers for robust performance", *Comp.Chem.Engng.*, **18**, 15-37.
- [3] Lundstrom, P., Skogestad. S. and Wang, Z.-Q. (1991a). "Performance weight selection for H-infinity and control methods", *Trans. Inst. MC*, **13**, 5, 241 252.

## فصل ششم:

### نتیجه‌گیری و پیشنهادات

## ۶-۱- نتیجه‌گیری:

در این پایان نامه سعی شد ضمن تشریح روشهای متداول در کنترل برج تقطیر، یعنی کنترل‌کننده های چند حلقه‌ای، روش جدیدتر و پیشرفته‌تر کنترل پیش بین مبتنی بر مدل را که به شکل یک کنترل کننده چند متغیره ارائه شده است، مورد بررسی قرار گیرد. در اینجا کنترل چند متغیره برج تقطیر، با استفاده از مقادیر ویژه ساختاریافته ( $\mu$ , SSV) به عنوان معیاری برای مقاوم بودن کنترل‌کننده، را در بر داشت. کنترل‌کننده چند متغیره با استفاده از تکرار DK (تحلیل  $\mu$ ) و کنترل پیش‌بین مبتنی بر مدل MPC به انجام رسید. هدف ارائه راه کاری برای در نظر گرفتن عدم قطعیتها و محدودیتهای فرایند با استفاده از مقادیر ویژه ساختار یافته و MPC می‌باشد.

نحوه انتخاب وزن عملکرد، یعنی چگونگی انتخاب اهداف عملکردی در ساختار  $\mu$  شرح داده شد. سپس چگونگی مدلسازی عدم تطابق بین مدل و فرایند تشریح شد. نتایج بر گرفته از این دو مرحله در طراحی یک کنترل‌کننده با دو درجه آزادی بکار می‌رود.

در مبحث مدلسازی فرایند، ضمن بررسی روابط ترمودینامیکی حاکم بر یک برج تقطیر، معادلات اصلی فرایند ارائه شد. در ادامه مبحث یک مدل  $5 \times 5$  خطی از برج تقطیر ارائه شد.

مزیت اصلی کنترل برج تقطیر  $5 \times 5$ ، با استفاده غیر مستقیم از اندازه‌گیری‌های سطح و فشار (کنترل استنتاجی) برای تعیین اغتشاشات و نیز آشکار ساختن محدودیتهای اعمالی بر روی ورودی بهبود یافت.

یک مشکل موجود در تنظیم MPC نیز با بررسی کنترل مقاوم قابل قبول نیز برطرف شد. به طور خلاصه مراحل زیر طی شد:

- ۱- تعریف یک مسئله کنترل مقاوم  $H_\infty$  با یک مقدار  $\mu$  بهینه نزدیک به یک.
  - ۲- استفاده از وزنها و یافتن مقیاس‌دهی در این مسئله، برای بدست آوردن پارامترهای تنظیمی MPC. عدم قطعیت‌های بحرانی، که در اینجا در مورد ورودیها وجود داشت، به عنوان یک اغتشاش ساختگی در نظر گرفته شد.
  - ۳- یک پارامتر قابل تنظیم در MPC برای به حداقل رساندن  $\mu$  استفاده شد.
  - ۴- از شبیه‌سازیها برای بررسی نتایج و تنظیم کردن برخی از وزنها استفاده شد. کنترل‌کننده حاصل، شاید از نظر ریاضی بهینه نباشد، ولی برای بهبود عملکرد، خیلی مفید خواهد بود.
- در مورد المانهای مدل اغتشاش فرض شد که مصارف حرارتی  $Q_D$  و  $Q_B$  متغیرهای مستقلی برای کنترل می‌باشند. که این منجر به یک سری رفتارهای غیر عادی در المانهای فشار حلقه باز شد، که برای درک ارائه روش خود تنظیمی برای فشار با داشتن مصارف حرارتی که به دماهای برج تقطیر وابسته است، مفید خواهد بود.

## ۶-۲- پیشنهادات:

الگوریتم کنترل پیش‌بین مبتنی بر مدل به دلیل مباحث مختلفی از جمله شناسایی سیستم، مدلسازی، بهینه‌سازی، مقاوم بودن، کنترل استنتاجی، کنترل تطبیقی و انواع محدودیتها و عدم قطعیتها، حوزه بسیار متنوعی از کنترل‌کننده‌ها را در بر می‌گیرد. در نتیجه برای بهبود مبحث کنترل پیش‌بین برج تقطیر ارائه شده در این پایان‌نامه، نکات زیر را پیشنهاد می‌گردد:

- ۱- کنترل پیش‌بین مبتنی بر مدل همانطور که از اسم آن نیز مشخص است، یک سیستم کنترلی بر پایه مدل می‌باشد. در نتیجه ارائه هر چه دقیقتر یک مدل، باعث افزایش کیفیت و دقت کنترل-کننده خواهد شد. در ارائه این پایان‌نامه به علت نبود یک مدل آزمایشگاهی و یا لااقل یک مجموعه از اطلاعات دقیق و کافی از برج تقطیر، از روشهای مدلسازی بر پایه روابط ترمودینامیکی حاکم بر برج استفاده شده است، که در نتیجه آن، ناگزیر به استفاده از برخی تخمین‌ها شدیم. در ادامه کار در مبحث مدلسازی، پیشنهاد به استفاده از روش شناسایی سیستم می‌شود.
- ۲- همان‌طور که گفته شد، به دلیل گستردگی کاربرد برج تقطیر اهداف مختلفی از کنترل برج تقطیر وجود دارد، در نتیجه در مبحث بهینه‌سازی، می‌توان این اهداف را در تابع هزینه کنترل‌کننده پیش‌بین گنجانده و کنترل‌کننده مطلوب را بدست آورد.
- ۳- در مبحث کنترل مقاوم در ارائه ماتریسهای وزنی عملکرد و نمایش عدم قطعیتها، با افزایش دقت می‌توان مبحث کنترل مقاوم را با دقت و کیفیت بیشتری در کنترل پیش‌بین گنجانده.

- ۴- کنترل پیش‌بین زیر مجموعه‌ای از کنترل‌کننده‌های تطبیقی می‌باشد، یعنی سیستم کنترلی ارائه شده باید به خوبی با تغییر شرایط کارکرد خود را وفق داده و مباحث فوق را به خوبی رعایت کند. پیشنهاد می‌شود در شبیه‌سازها این مسئله مورد بررسی قرار گیرد.
- ۵- بر روی متغیرهای برج تقطیر، محدودیتهای متنوعی وجود دارد، پیشنهاد می‌شود تمامی این محدودیتهای موثر در کنترل برج تقطیر شناسایی و به کنترل‌کننده اعمال شود.
- ۶- همانطور که شرح داده شد یکی از فواید بکارگیری MPC بر روی برج تقطیر، مبحث کنترل استنتاجی و بکارگیری رویت‌گرهای حالت برای اندازه‌گیری متغیرهای غیر قابل اندازه‌گیری و یا وجود مشکلات در اندازه‌گیری آنها با استفاده از متغیرهای دیگر قابل اندازه‌گیری و یا راحت‌تر در اندازه‌گیری است.
- ۷- استفاده از مدل‌های نسبتاً دقیق، که توسط برخی نرم‌افزارهای مهندسی شیمی همچون SPEEDUP و یا HYSYS ارائه می‌شود، که یک نمونه از آن در این پایان‌نامه استفاده شد، کمک زیادی را می‌تواند در فرایند مدلسازی و بررسی نتایج حاصل از طراحی کنترل‌کننده ارائه دهد.



ضمیمہ

## (۱) خطی سازی:

برای خطی سازی سیستم معادلات دیفرانسیل معمولی Stiff مربوط به برج تقطیر، Atle C. Christiansen الگوریتمی را ارائه داده است [1]، که البته این الگوریتم، یک الگوریتم کلی برای تمام فرایندها نمی‌باشد و تنها برای معادلات حاکم بر برج تقطیر تعریف شده است. در اینجا M-file نوشته شده برای این الگوریتم آورده شده است:

```
function [A,B,C,D] = column_linearize (func,x0,u0)
n = max(size(x0));
r = max(size(u0));
delta = 1e-6;

for i = 1 : n
    xh = x0; xh(i) = xh(i) + delta;
    xl = x0; xl(i) = xl(i) - delta;
    [fh,gh] = feval (func,xh,u0);
    [fl,gl] = feval (func,xl,u0);
    A(:,i) = (fh'-fl')/(2*delta);
    C(:,i) = (gh'-gl')/(2*delta);
end

for i = 1:r
    uh = u0; uh(i) = uh(i) + delta;
    ul = u0; ul(i) = ul(i) - delta;
    [fh,gh] = feval(func,x0,uh);
    [fl,gl] = feval(func,x0,ul);
    B(:,i) = (fh'-fl')/(2*delta);
    D(:,i) = (gh'-gl')/(2*delta);
end
%-----

A1 = A;B1 = B;C1 = C;D1 = D;
delta = delta/2;
n = max(size(x0));
r = max(size(u0));
```

```

for i = 1:n
    xh = x0; xh(i) = xh(i) + delta;
    xl = x0; xl(i) = xl(i) - delta;
    [fh,gh] = feval(func,xh,u0);
    [fl,gl] = feval(func,xl,u0);
    A(:,i) = (fh'-fl')/(2*delta);
    C(:,i) = (gh'-gl')/(2*delta);
end
for i = 1:r
    uh = u0; uh(i) = uh(i) + delta;
    ul = u0; ul(i) = ul(i) - delta;
    [fh,gh] = feval(func,x0,uh);
    [fl,gl] = feval(func,x0,ul);
    B(:,i) = (fh'-fl')/(2*delta);
    D(:,i) = (gh'-gl')/(2*delta);
end
A = (4*A-A1)/3;
B = (4*B-B1)/3;
C = (4*C-C1)/3;
D = (4*D-D1)/3;

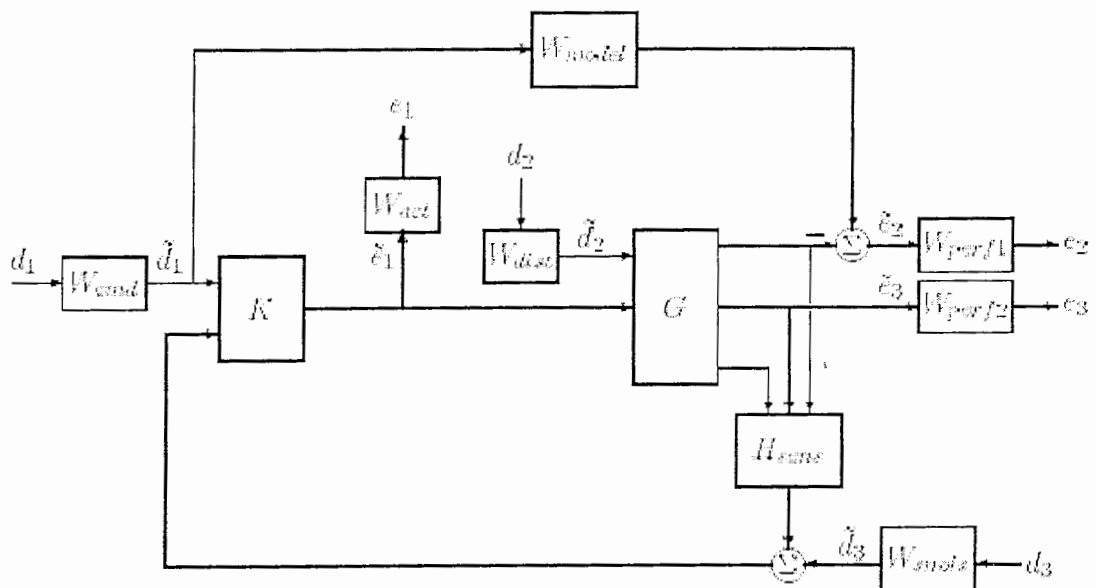
```

## ۲) ماتریس های وزن دهی شده:

در کنترل  $H_\infty$ ، اهداف عملکردی حلقه بسته مربوط به برج تقطیر را، به شکل توابع تبدیل حلقه بسته وزن دهی شده به صورت ماتریسهای افزوده به سیستم، اعمال می شود. که این اهداف ریاضی به شکل  $\|T_{ed}\|_\infty < 1$ ، که  $T_{ed}$  تابع تبدیل حلقه بسته چند متغیره سیستم می باشد، عملی می گردد. توابع وزنی استفاده شده، برای وزن دهی توابع تبدیل ورودی و خروجی بکار می روند، به طوری که زمانی که  $\|T_{ed}\|_\infty < 1$  گردید، ارتباط بین ورودیها و خروجیها مناسب می گردد. در شکل (۱) بلوک دیاگرام عملکرد وزن دهی شده و تعمیم یافته، نشان داده شده است. که در جدول (۱) سیگنالهای به کار برده شده تشریح گردیده اند.

جدول ۱- ضمیمه- بیشترین انحراف قابل قبول (mad) برای وزن دهی های استفاده شده

سیگنال	تشریح
d1	فرمان مرجع نرمالیزه شده
$\tilde{d}_1$	فرمان مرجع نوعی
d2	اغتشاشات خارجی نرمالیزه شده
$\tilde{d}_2$	اغتشاشات خارجی نوعی
d3	نویز سنسور نرمالیزه شده
$\tilde{d}_3$	نویز سنسور نوعی
e1	سیگنالهای کنترلی نرمالیزه شده
$\tilde{e}_1$	سیگنالهای کنترلی واقعی
e2	خطاهای ردیابی وزن دهی شده
$\tilde{e}_2$	خطاهای ردیابی واقعی
e3	خطاهای فرایند وزن دهی شده
$\tilde{e}_3$	خطاهای فرایند واقعی



شکل ۱- بلوک دیاگرام عملکرد وزن دهی شده و تعمیم یافته

حال مدل‌های توابع وزنی افزوده تشریح می‌شوند:

۱-  $W_{cmd}$ : در مسائلی که نیاز به ردیابی یک فرمان مرجع می‌باشد، مورد استفاده قرار می‌گیرد. این تابع (از نظر دامنه و فرکانس) سیگنال‌های فرمان مرجع نرمالیزه شده را به سیگنال‌های مرجع واقعی یا نوعی که ما انتظار رخ دادن آن را داریم، تبدیل می‌کند. این تابع، فرکانس و دامنه وابسته به فرمان مرجع را، که بوسیله سیگنال فرمان نرمالیزه شده تولید می‌شود، تشریح می‌کند. معمولاً  $W_{cmd}$  در فرکانسهای پایین چاق و در فرکانسهای بالا قطع می‌شود.

۲-  $W_{model}$ : یک مدل واقعی مطلوب را برای سیستم حلقه بسته برای مسائلی با ردیابی خواسته‌ها، تشریح می‌کند. برای یک ردیابی فرمان مرجع خوب، ممکن است بخواهیم سیستم حلقه بسته به خوبی یک سیستم درجه دوم میرا پاسخ دهد. مدل ایده آل به شکل معادله (۱) خواهد بود که پارامترهای این سیستم به صورت دلخواه قابل انتخاب خواهد بود.

$$W_{model} = 10 \frac{\omega^2}{s^2 - 2\zeta\omega s + \omega^2} \quad (1)$$

۳-  $W_{dist}$ : دامنه و فرکانس اغتشاشات نوعی خارجی موثر بر فرایند را شکل می‌دهد.

۴-  $W_{perf}$ : اختلاف بین پاسخ سیستم واقعی و مدل ایده آل  $W_{model}$  را نشان می‌دهد. اغلب نیاز به بالا بودن دقت مدل ایده آل در فرکانسهای پایین داریم و نیاز کمتری به دقت زیاد در فرکانسهای

بالا داریم. معکوس وزن باید متناسب با میزان در دسترس خطاهای ردیابی در مواجهه با فرمانهای

مرجع و اغتشاشات شرح داده شده در  $W_{ref}$  و  $W_{dist}$  باشد.

۵-  $W_{perZ}$ : متغیرهای داخلی فرایند  $G$  را جریمه می‌کند، همچون حالت‌های عملگر که جزء داخلی  $G$

می‌باشد و یا متغیرهای دیگری که جزء اهداف ردیابی نیستند.

۶-  $W_{act}$ : برای شکل دهی به جریمه مورد استفاده برای سیگنال کنترل بکار می‌رود.  $W_{act}$  یک تابع

وزن دهی متغیر فرکانسی می‌باشد که برای جریمه محدودیت‌های شکست بر موقعیت و نرخ

شکست به سرعت و غیره، پاسخ سیگنال‌های کنترل، در ردیابی اهداف و یا حذف اغتشاشات تعریف

شده در بالا بکار می‌رود. هر سیگنال کنترلی معمولاً به صورت مستقل جریمه می‌شود.

۷-  $W_{snois}$ : مدل‌های حوزه فرکانسی نویز سنسور را ارائه می‌کند. هر فیدبک از خروجی اندازه‌گیری

شده به کنترلر دارای مقداری نویز اندازه‌گیری می‌باشد، که معمولاً در فرکانسهای بالاتری نسبت

به سایر سیگنالها قرار دارند.  $W_{snois}$  سعی می‌کند اطلاعات دریافتی از آزمایشات آزمایشگاهی

انجام شده و یا اطلاعات سازنده را در بر گیرد.

۸-  $H_{sens}$ : مدلی از دینامیکهای سنسور یا یک فیلتر خارجی را ارائه می‌دهد. تابع تبدیل مورد نظر بر

پایه مشخصه‌های فیزیکی اجزای منحصر بفرد می‌باشد. این مدلها همچنین ممکن است داخل

مدل فرایند  $G$  قرار داده شوند.

بلوک دیاگرام شکل (۱)، انعطاف پذیری زیادی دارد و تعدادی از اهداف عملکردی کنترل با استفاده از توصیفات این بلوک دیاگرام، می‌تواند به سیستم اعمال شود. همچنان که در کنترل برج تقطیر، عدم قطعیتها برای رسیدن به یک عملکرد و پایداری مقاوم، به صورت ماتریسهای فوق به فرایند افزوده می‌شود.

### (۳) طراحی کنترل کننده فیدبک خروجی $H_\infty$ :

نرم  $H_\infty$  در نرم افزار MATLAB با استفاده از یک سیستم زمان پیوسته و پایدار با استفاده از دستور `hinfnorm` قابل محاسبه می‌باشد.

`out = hinfnorm(sys,tol)`

خروجی این تابع یک بردار  $1 \times 3$  می‌باشد که از باند پایین برای  $\|sys\|_\infty$ ، باند بالا برای  $\|sys\|_\infty$  و فرکانس  $\omega_0$  که در آن به باند پایین می‌رسیم تشکیل یافته است.

$$out(1) = \bar{\sigma}(sys(j\omega(3))) \|sys\|_\infty \leq out(2) \quad (۲)$$

**نکته:** نرم بینهایت در یک فرایند تکرار محاسبه می‌شود که نیاز به آزمون توقف دارد.

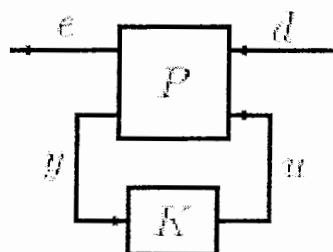
برای طراحی کنترلر فیدبک خروجی  $H_\infty$  در ابتدا سیستم باید به شکل یک سیستم خطی  $P$  با چهار نوع متغیر خروجی، اغتشاشات خارجی، متغیرهای تنظیمی (خطاها)، متغیرهای کنترلی و متغیرهای اندازه گیری شده باید ایجاد شود که دارای معادلات فضای حالت زیر می‌باشند:

$$P = \left[ \begin{array}{c|cc} A & B_1 & B_2 \\ \hline C_1 & D_{11} & D_{12} \\ C_2 & D_{21} & D_{22} \end{array} \right] = \left[ \begin{array}{c|c} A & B \\ \hline C & D \end{array} \right] = C(sI - A)^{-1}B + D \quad (۳)$$

هدف طراحی کنترلر خطی  $K$  با ساختار داخلی زیر می باشد:

$$K = \left[ \begin{array}{c|c} A_K & B_K \\ \hline C_K & D_K \end{array} \right] \quad (۴)$$

به طوری که سیستم حلقه بسته به شکل (۲) ایجاد می گردد:



شکل ۲- مدل ساختار یافته

که  $e = F_L(P, K) d$  و  $F_L(P, K) = P_{11} + P_{12} K (I - P_{22} K)^{-1} P_{21}$  داده می شود. روشهای فضای حالت

استاندارد برای طراحی کنترلر فیدبک خروجی  $H_\infty$  انتخاب یک متغیر  $\gamma$  و تعیین آن است، بطوری که

کنترلر  $K$  وجود داشته باشد، که در  $\|F_L(P, K)\|_\infty < \gamma$  صدق کند. متغیر  $\gamma$  به وسیله یک الگوریتم دو

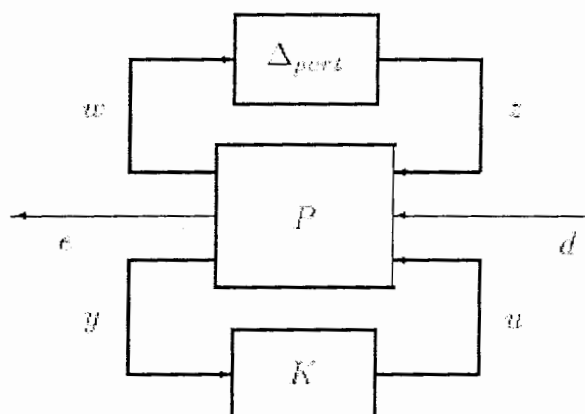
قسمتی، که تکرار  $\gamma$  نامیده می شود، بروز رسانی می شود. این فرایند تکرار تا زمانی ادامه پیدا می کند که،



دامنه اختلاف بین بزرگترین مقدار  $\gamma$  که در آن سیستم دچار مشکل می‌شود و کوچکترین مقدار  $\gamma$  که از آن گذشته می‌شود کوچک باشد [2] و [3].

#### (۴) تحلیل $\mu$ :

مقدار تکین ساختار یافته  $\mu$ ، ابزار مناسبی برای تحلیل مقاوم بودن (هم عملکرد و هم پایداری) یک سیستم ساختار یافته، می‌باشد. به سختی به باند بالای  $\mu$  اعتماد خواهد شد. به منظور به کارگیری مقدار تکین ساختار یافته  $\mu$  در طراحی سیستم کنترل، مسئله کنترل با استفاده از تبدیلات خطی کسری به شکل زیر ایجاد می‌شود:



شکل ۳- ضمیمه- توصیف LFT سیستم کنترل

سیستم  $P$  شامل تمامی عناصر مدل فرایند نامی و توابع وزنی عملکرد و عدم قطعیت می‌باشد. بلوک  $\Delta_{\text{pert}}$  عنصر عدم قطعیت می‌باشد، که تمامی قطعیت‌های فرضی مدل مسئله را به شکل پارامتری

تبدیل می‌کند، که بلوک K کنترل‌کننده می‌باشد. تمامی سیستم‌های کنترل شده به شکل LFT می‌باشند:

$$\{F_U(P, \Delta_{pert}) : \Delta_{pert} \in \Delta_{pert} \max_{\omega} \bar{\sigma}[\Delta_{pert}(j\omega)] \leq 1\} \quad (5)$$

هدف از طراحی، پیدا کردن کنترل‌کننده پایدار K می‌باشد، به طوری که برای تمامی انحرافات  $\Delta_{pert}$  سیستم حلقه بسته پایدار بوده و رابطه (۶) برقرار باشد:

$$\|F_L[F_U(P, \Delta_{pert}), K]\|_{\infty} \leq 1 \quad (6)$$

بررسی عملکرد مقاوم با توجه به ساختار عدم قطعیت افزوده انجام می‌پذیرد:

$$\Delta := \left\{ \begin{bmatrix} \Delta_{pert} & 0 \\ 0 & \Delta_F \end{bmatrix} : \Delta_{pert} \in \Delta_{pert} \Delta_F \in \mathbf{C}^{n_s \times n_r} \right\} \quad (7)$$

مقدار تکین ساختار یافته، که در آزمون عملکرد مقاوم تأیید می‌شود، بدست می‌آید.

$$\max_{\omega} \mu_{\Delta}(F_L(P, K)(j\omega)) < 1 \quad (8)$$

هدف از تحلیل  $\mu$ ، حداقل کردن تمامی کنترل‌کننده‌های K که مقدار ماکزیمم  $\mu_{\Delta}(0)$  تابع تبدیل حلقه بسته  $F_L(P, K)$  را دارند، است، که به شکل زیر نشان داده می‌شود:

$$\min_{\substack{K \\ \text{stabilizing}}} \max_{\omega} \mu_{\Delta}(F_L(P, K)(j, \omega)) \quad (9)$$

با تنظیم  $\mu$ ، بیشترین رفتارهای طبیعی (ریاضی) برای توصیف عملکرد قابل قبول در یک سیستم چند متغیره با استفاده از نرم بینهایت  $H_{\infty}$ ، مشخص می‌شود. در تحلیل  $\mu$ ، جایگزینی  $\mu_{\Delta}(0)$  با باند بالا ضروری می‌باشد. برای یک ماتریس ثابت  $M$  و یک ساختار عدم قطعیت  $\Delta$ ، یک باند بالا برای  $\mu_{\Delta}(M)$ ، یک مقدار تکین ماکزیمم وزن دهی شده بهینه زیر می‌باشد:

$$\mu_{\Delta}(M) \leq \inf_{D \in D_{\Delta}} \bar{\sigma}(DMD^{-1}) \quad (10)$$

که  $D$ ، عضو ماتریسهایی است که، خاصیت  $D\Delta = \Delta D$  را دارند. با استفاده از این باند بالا، بهینه سازی معادله (۱۰) به شکل زیر تبدیل می‌شود:

$$\min_{\substack{K \\ \text{stabilizing}}} \max_{\omega} \min_{D_{\omega} \in D_{\Delta}} \bar{\sigma}[D_{\omega} F_L(P, K)(j\omega) D_{\omega}^{-1}] \quad (11)$$

در نهایت بهینه سازی به شکل زیر تبدیل می‌شود:

$$\min_{K, \hat{d}} \left\| \begin{bmatrix} d_1 I & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & \dots & d_N I & 0 \\ 0 & \dots & 0 & I \end{bmatrix} F_L(P, K) \begin{bmatrix} d_1 I & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & \dots & d_N I & 0 \\ 0 & \dots & 0 & I \end{bmatrix}^{-1} \right\|_{\infty} \quad (12)$$

که با روش تکرار D-K حل می‌شود [4].

## مراجع:

- [1] Sigurd Skogestad ; Ian Postlethwaite. "**Multivariable Feedback Control, Analysis and Design**" Second Edition, August 29,2001, JOHN WILEY & SONS.
- [2] Doyle, J.C., K. Glover, P. Khargonekar, and B. Francis, "**State-space solutions to standard H<sub>2</sub> and H<sub>∞</sub> control problems,**" IEEE Transactions on Automatic Control, vol. AC-34, no. 8, pp. 831-847, August 1989.
- [3] Glover, K. and J.C. Doyle, "**State-space formulae for all stabilizing controllers that satisfy an H<sub>∞</sub> norm bound and relations to risk sensitivity,**" Systems and Control Letters, vol. 11, pp. 167-172, August 1989. International Journal of Control, vol. 39, pp. 1115–1193, 1984
- [4] Stein, G., and J. Doyle, "**Beyond singular values and loopshapes,**" AIAA Journal of Guidance and Control, vol. 14, num. 1, pp. 5-16, January, 1991.
- [5] J. Doyle and G. Stein "**Multivariable Feedback Design: Concepts for a lassical/Modern Synthesis,**" IEEE Trans. on Automat. Contr., AC-26, pp. 4-16, 1981.

- 
- [6] M. G. Safonov, A. J. Laub, and G. Hartmann, "Feedback Properties of Multivariable Systems: The Role and Use of Return Difference Matrix," IEEE Trans. of Automat. Contr., AC-26, pp. 47-65, 1981

## **Abstract:**

Multivariable 5 x 5 distillation column control provides opportunities to improve the control performance as compared to decentralized control. Multivariable interactions can be counteracted with a 5 x 5 controller. However, the main advantage is automatic constraint handling which can not be realized by a fixed linear 5 x 5 controller, but requires a solution based on on-line optimization, using a Model Predictive Control (MPC) strategy. A multivariable control scheme also presents some difficulties. Unconsidered model uncertainty may be a severe problem. It may also be difficult to tune the multivariable controller. In this thesis the MPC approach is combined with the  $H^\infty/\mu$  framework in order to obtain a robust design.

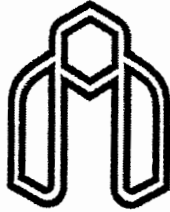
The structured singular value (SSV,  $\mu$ ) framework is used to define and assess robustness in this work. The thesis presents guidelines for how to transform (approximate) a control problem formulated in physical terms into frequency dependent weights defining a problem suitable for  $\mu$ -analysis and synthesis.

Model Predictive Control (MPC) provides means to deal with constraints, a very valuable property for process control applications. A constraint is a strong nonlinearity and can generally not be effectively dealt with using a linear controller. In the thesis one of the most popular MPC algorithms, Dynamic Matrix Control (DMC), is applied .

The results in this thesis indicate that the main advantages with 5 x 5 distillation control are the improved disturbance detection by indirect use of the level and pressure measurements, and the explicit input constraint handling. One difficulty is the tuning of the controller, but in our example we were able to tune the MPC scheme quite easily to get acceptable robustness. The following procedure was used:

1. Define a robust  $H_\infty$ -problem with an optimal  $\mu$ -value close to 1.
2. Use the weights and scaling found for this problem to derive MPC tuning parameters. The critical uncertainty, in this case at the inputs, is represented as fictitious disturbances.
3. One adjustable parameter in the MPC controller is used to minimize  $\mu$ .
4. Time simulations are used to check the results and possible adjust some weights. The resulting controller is not "optimal" in any mathematical sense, but was found to perform very well.

*Keywords:* Distillation column; Robust model predictive control; Structured singular value; Decentralized control



دانشگاه صنعتی شاهرود

Department of Electrical and Robotics Eng.

**M. Sc. Thesis**

# **Robust Model Predictive Control of Distillation Column**

By:  
**Javad nouri**

Supervisor:  
**Dr. Mohammad Ali Sadrnia**

July 2006