

به نام خدا



دانشکده مهندسی برق و رباتیک
پایان نامه کارشناسی ارشد برق-گرایش کنترل

کاهش اثر خطای ژاکوبین در کنترل ربات

استاد راهنما:
دکتر محمد مهدی فاتح

دانشجو:
حسن فرهنگ فرد

تابستان ۸۵

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

تقدیم به پدر و مادر مهربانم

به پاس زحمات بی پایانشان

و تقدیم به آنانکه مرا آموختند و هستی بخشیدند.

تشکر و قدردانی

اینک که با سپاس خداوند متعال انجام این پایاننامه به اتمام رسیده است. برخورد لازم می دانم از زحمات و راهنماییهای استاد گرانقدر، که همواره در انجام این پایاننامه مشوق و کمک بنده بودند صمیمانه قدردانی کنم. امید است انجام این پایاننامه کمکی به پیشبرد دانش رباتیک باشد.

چکیده:

در این پایان نامه، روشهای نوینی در حذف خطای ژاکوبین در کنترل ربات ارائه می شود، روش اول مبتنی بر خطی سازی پسخوری است و روش دوم بر اساس شناسایی ماتریس ژاکوبین ارائه می شود که با استفاده از شناسایی ماتریس ژاکوبین، کنترل موقعیت ربات در فضای دکارتی با دو روش مجزا ارائه می شود.

ابتدا به تشریح مفهوم سینماتیک مستقیم و وارون می پردازیم و سپس تعریف ماتریس ژاکوبین و نحوه بدست آوردن ماتریس ژاکوبین بیان می شود و بعد به تعریف نقاط تکین و نحوه بدست آوردن نقاط تکین ربات پرداخته می شود و سپس کاربرد ماتریس ژاکوبین در سیستمهای کنترل ربات از جمله، کنترل موقعیت در فضای دکارتی و کنترل موقعیت در فضای مفصلی و کنترل امپدانس و کنترل سختی ربات و کنترل نیرو و کنترل ترکیبی نیرو و موقعیت مطرح می شود و در ادامه نحوه طراحی مسیر در فضای مفصلی و فضای دکارتی مورد بررسی قرار می گیرد. بعد از آن کنترل ربات با ژاکوبین تقریبی بیان می شود. سپس روش کنترلی مبتنی بر خطی سازی فیدبکی برای کاهش اثر خطای ژاکوبین ربات ارائه می شود و معادلات حاکم بر سیستم کنترل، آورده می شود و روش کنترلی ارائه شده، برای کنترل ردگیری مسیر ربات، با حضور عدم قطعیت در ژاکوبین ارائه شده است. این روش کنترلی خطای ژاکوبین را جبران می کند و عملکرد ربات را بهبود می بخشد. با هدف بررسی کاهش خطای ژاکوبین ربات معادلات حاکم بر بازوی ماهر دو رابط آورده می شود. جبران و حذف خطای ماتریس ژاکوبین روی بازوی ماهر دو رابط پیاده سازی می گردد در شبیه سازی، اثر روش ارائه شده بررسی می شود. سیستم کنترل با خطی سازی فیدبکی جوابی به مراتب بهتر می دهد و اثر خطای ژاکوبین در پاسخ خروجی سیستم تقریباً حذف می شود و سپس به بحث شناسایی ژاکوبین پرداخته می شود و در پایان دو روش برای کنترل و ردیابی موقعیت ربات در فضای دکارتی با استفاده از شناسایی ژاکوبین ارائه و بررسی می شود و در پایان نتایج شبیه سازیهای این روش بررسی می شود.

لغات کلیدی: ژاکوبین، خطی سازی با فیدبک، کاهش اثر خطا، تعقیب مسیر، شناسایی، کنترل موقعیت

فهرست

صفحه	عنوان
الف.....	تقدیم
ب.....	تشکر و قدردانی
ت.....	چکیده
ث.....	فهرست
۱	فصل اول مقدمه
۱.....	(۱) مقدمه
۳	فصل دوم ژاکوبین
۳.....	۲-۱- پیکربندی ربات
۴.....	۲-۲- سینماتیک مستقیم
۵.....	۲-۳- سینماتیک وارون
۶.....	۲-۴- دینامیک ربات
۶.....	۲-۵- تعریف ژاکوبین
۷.....	۲-۶- نحوه بدست آوردن ماتریس ژاکوبین
۸.....	۲-۶-۱- سرعت زاویه ای
۸.....	۲-۶-۲- سرعت خطی
۱۳.....	۲-۷- تعریف تکین ها (singularity)
۱۵.....	۲-۸- مجزا سازی تکین ها

- ۲-۹) - روابط نیرو و گشتاور استاتیک ۱۹
- ۲-۱۰) - کاربرد ماتریس ژاکوبین در سیستمهای کنترل ۲۰
- ۲-۱۰-۱) - کنترل موقعیت در فضای مفصلی ۲۱
- ۲-۱۰-۲) - کنترل موقعیت در فضای دکارتی ۲۲
- ۲-۱۰-۳) - کنترل نیرو در فضای دکارتی ۲۲
- ۲-۱۰-۴) - کنترل امیدانس ۲۳
- ۲-۱۰-۵) - کنترل ترکیبی نیرو-موقعیت ۲۶
- ۲-۱۰-۶) - کنترل ضریب سختی ۲۷
- ۲-۱۱) - خطای ژاکوبین ۲۹
- ۳۰ فصل سوم طراحی مسیر
- ۳-۱) - طراحی مسیر درجه ۳ در فضای مفصلی ۳۱
- ۳-۲) - مسیر سهموی با قسمت‌های خطی ۳۲
- ۳-۴) - مسیرهای با کمترین زمان ۳۵
- ۳۷ فصل چهارم کنترل ربات با ژاکوبین تقریبی با روشهای موجود
- ۴) بررسی روشهای کنترل ربات با ژاکوبین تقریبی ۳۷
- ۴۵ فصل پنجم ارائه روش کنترلی نوین مبتنی بر خطی سازی فیدبکی برای حذف اثر خطای ژاکوبین
- ۵-۱) - خطی سازی فیدبک ۴۵
- ۵-۲) - خطی سازی فیدبک در ربات با n لینک و با در نظر گرفتن انعطاف در مفاصل ۴۸
- ۵-۳) - مقدمه ای بر طرح حلقه بیرونی ۵۰

۵۰ (۴-۵) - دینامیک وارون
۵۲ (۵-۵) - دینامیک محرکه ها
۵۳ (۶-۵) - تشریح دیاگرام بلوکی موتور DC
۵۶ (۷-۵) - بررسی خطای متغیر های مفصلی سیستم کنترل در روش خطی سازی فیدبک
۵۷ (۸-۵) - کنترل چند متغیره ربات در فضای حالت
۵۸ (۹-۵) - خطای ژاکوبین
۵۹ (۱۰-۵) - طراحی کنترل کننده
۶۱ (۱۱-۵) - تحلیل و آنالیز پایداری روش ارائه شده
۶۳	فصل ششم ارائه روش نوین حذف خطای ژاکوبین با شناسایی ژاکوبین
۶۳ ۱-۶ - شناسایی ژاکوبین بازوی ماهر
۶۵ ۲-۶ - طراحی و استراتژی کنترل
۶۹ ۳-۶ - تحلیل و آنالیز پایداری
۷۱	فصل هفتم عملکرد سیستم و نتایج روش حذف اثر خطای ژاکوبین با خطی سازی فیدبکی
۷۱ (۷) - عملکرد سیستم و نتایج روش حذف خطا ژاکوبین توسط روش خطی سازی با فیدبک
۸۱	فصل هشتم عملکرد سیستم و نتایج روش شناسایی ژاکوبین در حذف خطای ژاکوبین
۸۱ (۸) - عملکرد سیستم و نتایج روش شناسایی ژاکوبین در حذف خطای ژاکوبین
۹۱	فصل نهم نتیجه گیری
۹۱ (۹) - نتیجه گیری
۹۴ (۱۰) مراجع

فصل اول

مقدمه

معادلات دینامیکی ربات شدیداً غیر خطی و چند متغیره می باشند و بین مفاصل تعامل سنگینی وجود دارد. به دلیل عدم قطعیت های پارامتری و دینامیک های مدل نشده، سیستم بطور دقیق مدلسازی نمی شود. استفاده از خطی سازی با فیدبک و سپس بکارگیری کنترل کننده های خطی روش موثری برای غلبه بر غیر خطی ها و عدم قطعیت ها در کنترل نقطه تنظیم ربات هستند [۱،۲].

مجری نهایی باید در فضای کاری کنترل گردد در حالیکه محرکه ها در فضای مفصلی قرار دارند. بنابراین، لزوم تبدیل فضای مفصلی به فضای کاری مطرح می شود. به این منظور از ماتریس ژاکوبین بازوی ماهر استفاده می شود [۳]. با وجود این، هرگونه خطا در تعیین ماتریس ژاکوبین، خطای خروجی را در پی دارد استفاده از ماتریس ژاکوبین در کنترل ربات معمول می باشد ولی در اغلب موارد فرض بر این است که ماتریس ژاکوبین دقیق در دسترس می باشد.

با توجه به محدودیتهای ساخت و تولید، پارامترهای محصولات صنعتی اندکی با مقادیر طراحی متفاوت خواهند بود. از طرفی، با توجه به شرایط متفاوت در بارگذاری، جنس قطعات، هندسه و ابعاد اجزای ربات، ماتریس ژاکوبین تحت تاثیر قرار می گیرد. قانون کنترل تناسبی-مشتقی مبتنی بر ژاکوبین تقریبی، برای کنترل نقطه تنظیم ربات با حضور عدم قطعیت ارائه شده است [۴،۵،۶]. شرایط لازم برای کرانههای ماتریس ژاکوبین تخمینی و شرایط پایداری با ضرایب فیدبک منظور شده اند. برای یک کنترل موثر لازم است که قوانین کنترل با وجود ماتریس ژاکوبین نامعین، پایداری مجانبی را برای سیستم فراهم سازند [۷].

قوانین کنترل با استفاده از مدل دقیق سیستم، بهترین عملکرد را دارد. در حالیکه در عمل، مدل دقیق سیستم ربات در دسترس نمی باشد و با توجه به انجام کارهای متفاوت، ممکن است مدل سیستم تغییر نماید. بعنوان مثال، وقتی ربات چندین وسیله با ابعاد گوناگون و مختلف را بلند می کند جهت گیری و

مرکز جرم مجری نهایی ربات تغییر می کند و در نتیجه دینامیک و سینماتیک ربات تحت تاثیر قرار می گیرد [۵].

در اکثر روشهای کنترلی، کنترل ربات در فضای مفصلی انجام می شود و قوانین کنترل با در نظر داشتن نقاط تکین، برای سایر رباتها قابل تعمیم است. در صورتیکه ربات در ترکیب های تکین واقع شود کنترل ربات با مشکل مواجه می شود و ربات قادر به هیچ واکنشی نخواهد بود. بنابراین، ربات باید در نقاط تکین واقع نباشد. ماتریس ژاکوبین ربات تکین های ربات را بدست می دهد.

در بررسی عدم قطعیت، مطرح می شود که بشر بدون داشتن دانش دقیق از محیط بصورت هوشمند عمل می کند. یک شی جدید را به صورت ماهرانه بلند می کند و این کار با مشاهده جسم انجام می گیرد. بعلاوه انسانها قادر هستند تا یاد بگیرند و عدم قطعیتشان با استفاده از تجارب گذشته تنظیم می شود. بطوریکه بعد از استفاده مکرر از وسیله ناشناخته، مهارت خاصی در انجام آن کار پیدا می کند. بنابراین، نیازی به دانستن دینامیک و سینماتیک دقیق ربات و شی مورد نظر نیست بلکه با ارائه قوانین کنترلی مناسب می توان از عهده عدم قطعیت ها در سینماتیک و دینامیک ربات بر آمد. این امکان به ربات درجه بالایی از انعطاف پذیری در برابر تغییرات پیش بینی نشده مقادیر در سینماتیک و دینامیک را می دهد.

فصل دوم

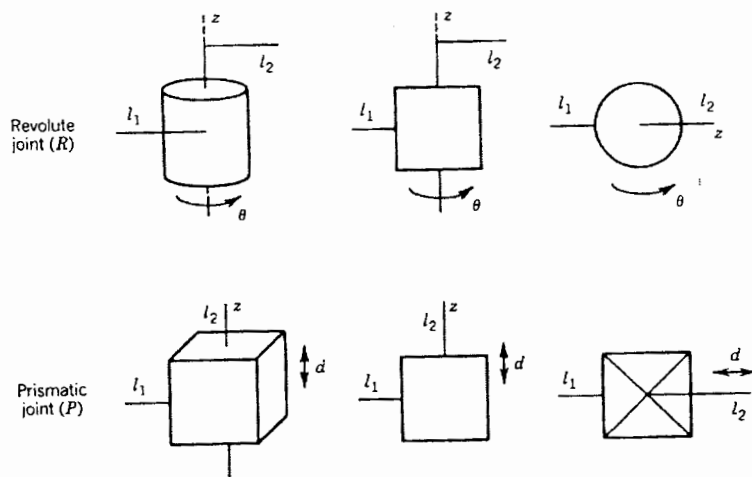
کاربرد ژاکوبین بازوی ماهر

در این فصل ابتدا پیکربندی ربات توصیف می گردد سپس، مفاهیم سینماتیک مستقیم و سینماتیک وارون و دینامیک برای رباتهای صلب معرفی می شوند پس از آن، ماتریس ژاکوبین بازوی ماهر تعریف شده و از سینماتیک مستقیم روابط آن بدست می آید. در پایان به کاربرد ماتریس ژاکوبین بازوی ماهر در سیستمهای کنترل می پردازیم.

۱-۲- پیکربندی ربات

بازوی ماهر اساسا یک دستگاه کنترل موقعیت است و از رابط های متصل شده به وسیله مفاصل در یک زنجیره باز سینماتیک تشکیل می شود. مفاصل بطور مشخص لولایی (دوار) و یا کشویی (خطی) میباشند. یک مفصل لولایی شبیه یک لولا است که اجازه چرخش نسبی بین دو رابط را می دهد. یک مفصل کشویی اجازه حرکت نسبی طول بین دو رابط را می دهد ما حرف R را برای نشان دادن مفاصل لولایی و حرف اختصاری p را برای مفاصل کشویی مطابق شکل (۱-۲) به کار می بریم. هر مفصل، اتصال بین دو رابط را نشان می دهد که با l_i و l_{i+1} معرفی می شوند. ما محور چرخش مفصل لولایی، یا محور امتداد حرکت دو طرف مفصل کشویی را بوسیله z_i نشان می دهیم که مفصل دو رابط i و $i+1$ را به هم متصل می سازد. متغیرهای مفاصل توسط θ_i برای یک مفصل لولایی و d_i برای یک مفصل کشویی نشان داده می شوند و حرکت نسبی بین دو رابط مفصل را نشان می دهند. مفاصل یک بازوی مکانیکی ماهر ممکن است بصورت الکتریکی، هیدرولیکی یا بادی به حرکت در آیند. تعداد مفاصل، درجه آزادی بازوی مکانیکی ماهر را معین می کند.

مچ یک بازوی ماهر، به مفاصل بین بازو و انگشتان در زنجیره سینماتیک اطلاق می شود. مفاصل مچ تقریبا همیشه دورانی هستند و عموما برای طراحی بازوهای با مچ کروی بکار می روند. در این مچ ها



شکل ۱-۲ نمایش نمادهای مفاصل ربات

محورهای مفاصل در نقطه مشترک تقاطع دارند. مچ کروی بطور چشمگیری محاسبات سینماتیک را ساده می سازد و بطور موثری به ما برای مجزاسازی تعیین موقعیت و جهت یک شی تا هر حد ممکن اجازه می دهد. می توان گفت یک بازو و مچ ربات عمدتاً برای تعیین موقعیت مجری نهایی و هر ابزاری که می تواند حمل شود بکار می رود. مجری نهایی ابزاری است که عملاً کار را انجام می دهد.

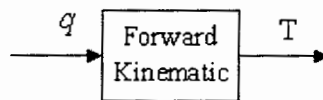
مشخصاً یک بازوی مکانیکی ماهر حداقل شش درجه آزادی مستقل دارد: سه درجه برای موقعیت یابی و سه درجه برای جهت یابی. با کمتر از شش درجه آزادی بازو به هر نقطه در محیط کار با زاویه دلخواه نخواهد رسید. کاربردهایی نظیر دسترسی به اطراف یا پشت موانع نیاز به تعداد درجه آزادی بیش از شش دارد و مشکل کنترل یک بازوی ماهر با افزایش تعداد رابط افزایش می یابد.

بازوهای ماهر رباتها می توانند در چند طبقه قرار گیرند نظیر هندسه آنها، یا ساختار سینماتیک، نوع کاربرد آنها برای آنچه که طراحی می شوند روش کنترل و غیره. در حال حاضر اغلب بازوهای ماهر صنعتی دارای شش یا کمتر درجه آزادی هستند. این بازوهای ماهر بطور معمول بصورت سینماتیکی بر اساس بازو یا اولین سه مفصل و مچ که بصورت مجزا توصیف می شود دسته بندی می شوند [۴].

۲-۲- سینماتیک مستقیم

مسئله سینماتیک مستقیم به این صورت بیان می شود که به ازای متغیرهای مفاصل ربات، موقعیت و جهت مجری نهایی را تعیین نماییم. متغیرهای مفاصل همان زوایای بین رابطها در مفصل چرخان یا

لولایی و اضافه طول رابط در مفاصل لغزشی یا کشوئی هستند مسئله سینماتیک مستقیم وجه مقابل سینماتیک وارون است. از دیدگاه ریاضی، معادلات سینماتیک مستقیم، یک تابع بین فضای جهت ها و موقعیتهای دکارتی و فضای موقعیتهای مفاصل را تعریف می کند. روابط سینماتیک مستقیم به صورت زیر تعریف می شود و با توجه به شکل (۲-۲) داریم:



شکل ۲-۲

$$T_0^n(q) = f(q_1, q_2, \dots, q_n) \quad (۱-۲)$$

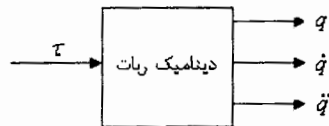
که در آن $T_0^n(q)$ ماتریس تبدیل توصیف کننده دستگاه مختصات متصل به مجری نهایی در دستگاه مختصات مبنا است. این ماتریس تبدیل موقعیت و جهت مجری نهایی را بر عهده دارد. q بردار $n \times 1$ متغیرهای مفصلی است.

۲-۳- سینماتیک وارون

به این صورت بیان می شود که به ازای موقعیت و جهت مورد نظر برای مجری نهایی ربات، متغیرهای مفصلی تعیین شوند. بطور کلی حل مسئله سینماتیک وارون مشکلتر از مسئله حل سینماتیک مستقیم است. مسئله سینماتیک مستقیم همیشه یک حل یگانه دارد که بطور ساده با ارزیابی سینماتیک مستقیم بدست می آید. مسئله سینماتیک وارون ممکن است یک جواب داشته باشد و یا نداشته باشد همچنین اگر جواب وجود دارد ممکن است یگانه یا غیر یگانه باشد. معادلات سینماتیک وارون بطور کلی توابع پیچیده غیر خطی از متغیرهای مفاصل هستند و پاسخها در صورت وجود ممکن است به سختی بدست آیند. برای حل مسئله سینماتیک وارون به دنبال یافتن یک حل تحلیلی از معادلات هستیم که به حل عددی ترجیح داده می شود. راه حل های تحلیلی امکان ایجاد قوانین برای انتخاب یک راه حل ویژه را از بین راه حل های مختلف می دهند. در عمل هم وجود راه حل های مسئله سینماتیک وارون بستگی به ملاحظات فنی و ریاضی دارد.

۲-۴- دینامیک ربات

در مسئله دینامیک ربات، به ازای گشتاور معلوم که روی مفاصل ربات اعمال می شود موقعیت ها q ، سرعتها \dot{q} و شتابهای مفاصل \ddot{q} را مطابق شکل زیر بدست می آوریم.



شکل ۲-۳

برای کنترل موقعیت باید ویژگیهای دینامیکی بازوی ماهر را داشته باشیم تا نیروی لازم برای راندن آن را اعمال نماییم. نیروی خیلی کوچک به منزله آن است که بازوی ماهر خیلی کند عمل می نماید. نیروی خیلی زیاد ممکن است باعث شود که بازوی با شی برخورد کند و یا اینکه پیرامون موقعیت مطلوب نوسان نماید.

بدست آوردن معادلات دینامیکی حرکت برای ربات ها کار ساده ای نیست زیرا تعداد درجه آزادی زیاد است و سیستم غیر خطی می باشد که براساس دینامیک لاگرانژ فنونی برای بدست آوردن معادلات حرکت چنین سیستمی قابل بیان است. بعلاوه برای رابط های صلب، توصیف کامل دینامیک ربات، شامل دینامیک محرکها می شود که نیروها و گشتاور ها را برای راندن ربات تولید می کند و شامل دینامیکهای سیستم های انتقال می شود که قدرت را از محرکه ها به رابطها منتقل می کند. مدل دینامیک ربات که از توابع لاگرانژ، با استفاده از معادلات اولر- لاگرانژ به صورت رابطه (۲-۲) بدست می آید.

$$\tau = M(q)\ddot{q} + V(q, \dot{q}) + G(q) + F(\dot{q}) \quad (2-2)$$

$$h = V(q, \dot{q}) + G(q) + F(\dot{q})$$

که $G(q)$ بردار نیروهای گرانشی ناشی از جاذبه و $F(\dot{q})$ بردار نیروهای اصطکاک و $V(q, \dot{q})$ بردار جملات کوریولیس و گریز از مرکز و $M(q)$ ماتریس لختی ربات می باشد.

۲-۵- تعریف ژاکوبین

ژاکوبین یک تابع ماتریسی است و می تواند بعنوان نوعی بردار از مشتق یک تابع اسکالر تلقی گردد. ژاکوبین یا ماتریس ژاکوبین یکی از مهمترین کمیت های آنالیز و کنترل حرکت ربات محسوب می گردد و

تعیین آن برای هر بازوی ماهر مهم است و به صورت مجازی هر جنبه از کارهای رباتیک را پدید می آورد. در طراحی و اجرای مسیر هموار و طراحی مسیرهای زمانی سرعت و شتاب مفاصل، در تعیین ترکیبهای تکین، در اجرای حرکت‌های مختصاتی (شبیه انسان)، در بدست آوردن معادلات دینامیکی حرکت، در تبدیل نیروها و گشتاورها از مجری نهایی به مفاصل بازوی ماهر و مجزاسازی سیستم کنترل، انتقال از فضای دکارتی به مفصلی بکار می رود.

۲-۶- نحوه بدست آوردن ماتریس ژاکوبین

به بازوی ماهر n - رابط با متغیرهای مفاصل q_1, \dots, q_n توجه نمایید. داریم:

$$T_0^n(q) = \begin{bmatrix} R_0^n(q) & d_0^n(q) \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3-2)$$

که تبدیل از دستگاه مختصات مجری نهایی به دستگاه پایه را نشان می دهد. همانگونه که ربات در اطراف حرکت می کند، متغیرهای مفاصل q_i و موقعیت مجری نهایی d_0^n و جهت آن R_0^n تابعی از زمان خواهند بود. فرض کنیم:

$$S(\omega_0^n) = \dot{R}_0^n (R_0^n)^T \quad (4-2)$$

که ω_0^n بردار سرعت زاویه ای مجری نهایی را تعریف می کند و S یک ماتریس پادمتقارن است. چون S پادمتقارن است می تواند بصورت $S(\omega_0^n)$ برای یک بردار واحد ω_0^n نشان داده شود در نظر بگیریم:

$$v_0^n = \dot{d}_0^n \quad (5-2)$$

v_0^n سرعت خطی مجری نهایی را تعریف می کند. ما روابط را به صورت زیر در می آوریم.

$$v_0^n = J_v \dot{q} \quad (6-2)$$

$$\omega_0^n = J_w \dot{q} \quad (7-2)$$

که J_v, J_w ماتریس های $3 \times n$ هستند. ممکن است (۶-۲) و (۷-۲) را به صورت

$$\begin{bmatrix} v_0^n \\ \omega_0^n \end{bmatrix} = J_0^n \dot{q} \quad (8-2)$$

بنویسیم که J_0^n به صورت زیر بدست می آید:

$$J_0^n = \begin{bmatrix} J_v \\ J_w \end{bmatrix} \quad (9-2)$$

ماتریس J_0^n ژاکوبین بازوی ماهر یا بطور مختصر ژاکوبین نامیده می شود. توجه نماییم که ماتریس J_0^n یک ماتریس $6 \times n$ است که در آن n تعداد رابطهاست.

۲-۶-۱- سرعت زاویه ای

سرعت های زاویه ای می توانند بصورت برداری جمع شوند آنها می توانند نسبت به یک دستگاه مختصات بیان شوند. بنابراین ما می توانیم سرعت زاویه ای مجری نهایی نسبت به پایه را با بیان سرعت زاویه ای رابط ها در دستگاه پایه و سپس جمع آنها تعیین نماییم. چنانکه مفصل i ام لولایی باشد آنگاه q_i متغیر مفصل i ام برابر θ_i و z_{i-1} محور دوران است. بنابراین سرعت زاویه ای رابط i در دستگاه $i-1$ بصورت زیر است:

$$\omega_{i-1}^i = \dot{q}_i k \quad (10-2)$$

چنانکه مفصل i ام کشویی باشد در این صورت حرکت دستگاه i نسبت به دستگاه $i-1$ یک انتقال است و در این صورت:

$$\omega_{i-1}^i = 0 \quad (11-2)$$

بنابراین اگر مفصل i کشویی باشد، سرعت زاویه ای مجری نهایی به q_i که حالا d_i است بستگی ندارد. سرعت زاویه ای کلی مجری نهایی، در دستگاه پایه به صورت زیر تعیین می شود.

$$\omega_0^n = \rho_1 \dot{q}_1 k + \rho_2 \dot{q}_2 R_0^1 k + \dots + \rho_n \dot{q}_n R_0^{n-1} k \quad (12-2)$$

که

$$z_i = R_0^{i-1} k \quad (13-2)$$

بردار یکه k دستگاه مختصات $i-1$ را در جهت دستگاه پایه نشان می دهد و ρ_i برای مفصل i امین لولایی

$$1 \text{ و برای مفصل کشویی } 0 \text{ است. البته } z_0 = k = (0,0,1)^T.$$

بنابراین نیمه پایین ژاکوبین J_w در (۹-۲) توسط رابطه زیر داده می شود.

$$J_w = [\rho_1 z_0, \dots, \rho_n z_{n-1}] \quad (14-2)$$

۲-۶-۲- سرعت خطی

سرعت خطی مجری نهایی برابر d_0^n است. با استفاده از قانون زنجیره ای مشتق داریم:

$$\dot{d}_0^n = \sum_{i=1}^n \frac{\partial d_0^n}{\partial q_i} \dot{q}_i \quad (14-2)$$

پس می بینیم که ستون \dot{a} از J_v درست برابر $\frac{\partial d_0^n}{\partial q_i}$ است. بعلاوه این رابطه همان سرعت خطی مجری نهایی است که به ازای \dot{q}_i برابر ۱ و در \dot{q}_j برابر صفر می باشد. به عبارت دیگر، ستون \dot{a} ام ژاکوبین با ثابت نگه داشتن همه مفاصل بجز مفصل \dot{a} ام و راندن مفصل \dot{a} ام با سرعت واحد به دست می آید. حالا به دو حالت مجزا توجه می کنیم.

(i) حالت ۱

چنانکه مفصل \dot{a} کشویی باشد در این صورت R_0^{i-1} مستقل از $q_i = d_i$ برای همه i هاست و

$$d_{i-1}^i = d_i k + R_{i-1}^i a_i \quad (15-2)$$

چنانکه همه مفاصل به جز مفصل \dot{a} ام ثابت باشند، داریم:

$$\begin{aligned} \dot{d}_0^n &= R_0^{i-1} \dot{d}_{i-1}^i \\ &= \dot{d}_i R_0^{i-1} k \\ &= \dot{d}_i z_{i-1} \end{aligned} \quad (16-2)$$

بنابراین

$$\frac{\partial d_0^n}{\partial q_i} = z_{i-1} \quad (17-2)$$

(ii) حالت ۲

هرگاه مفصل \dot{a} لولایی باشد و با فرض اینکه o_k بردار d_0^k را از مبدا o_0 به مبدا o_k برای هر k نشان دهد. پس

$$d_0^n = d_0^{i-1} + R_o^{i-1} d_{i-1}^n \quad (18-2)$$

یا با نماد جدید

$$o_n - o_{i-1} = R_o^{i-1} d_{i-1}^n \quad (19-2)$$

با مراجعه به شکل (۲-۴) توجه می کنیم که وقتی فقط مفصل \dot{a} ام رانده می شود d_{i-1}^n و R_o^{i-1} ثابت هستند

بنابراین از (۲-۱۸) داریم:

$$\dot{d}_0^n = R_o^{i-1} \dot{d}_{i-1}^n \quad (20-2)$$

حالا از آنجا که حرکت رابط \dot{a} یک دوران q_i حول z_{i-1} است، داریم:

$$\dot{d}_{i-1}^n = \dot{q}_i k \times d_{i-1}^n \quad (21-2)$$

و بنابراین

$$\begin{aligned} \dot{d}_0^n &= R_0^{i-1}(\dot{q}_i k \times \dot{d}_{i-1}^n) \\ &= \dot{q}_i R_0^{i-1} k \times R_0^{i-1} \dot{d}_{i-1}^n \\ &= \dot{q}_i z_{i-1} \times (o_n - o_{i-1}) \end{aligned} \quad (22-2)$$

بنابراین

$$\frac{\partial d_0^n}{\partial q_i} = z_{i-1} \times (o_n - o_{i-1})$$

و نیمه بالا ژاکوبین J_v به صورت زیر می باشد:

$$J_v = [J_{v1}, \dots, J_{vn}] \quad (23-2)$$

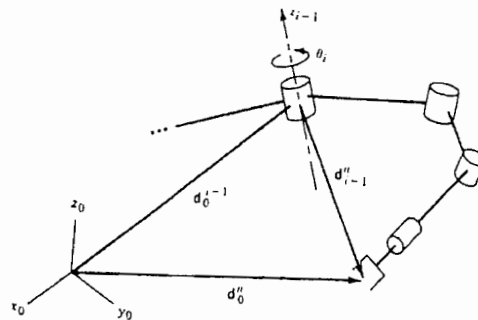
که ستون i ام J_{vi} برابر است با

$$J_{vi} = z_{i-1} \times (o_n - o_{i-1}) \quad (24-2)$$

هرگاه مفصل i دورانی باشد و

$$J_{vi} = z_{i-1} \quad (25-2)$$

اگر که مفصل i کشویی باشد:



شکل ۴-۲ حرکت مجری نهایی به واسطه رابطه I

با ساختن نیمه های بالا و پایین ژاکوبین ما نشان داده ایم که ژاکوبین بازوی ماهر n - رابط به فرم زیر است.

$$J = [J_1, J_2, \dots, J_n] \quad (26-2)$$

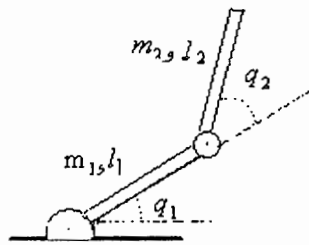
که ستون i ام J_i برای وقتی که مفصل i لولایی است به این صورت است:

$$J_i = \begin{bmatrix} z_{i-1} \times (o_n - o_{i-1}) \\ z_{i-1} \end{bmatrix} \quad (27-2)$$

$$J = \begin{bmatrix} -a_1 s_1 - a_2 s_{12} & -a_2 s_{12} \\ a_1 c_1 + a_2 c_{12} & a_2 c_{12} \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \quad (32-2)$$

اولین دو ردیف بطور دقیق ژاکوبین 2×2 است و سرعت خطی مبدا o_2 نسبت به پایه را نشان میدهد. سومین ردیف در (32-2) سرعت خطی در جهت z_0 است که البته در این حالت صفر است. آخرین سه ردیف سرعت زاویه ای دستگاه آخر را نشان می دهد که بسادگی یک دوران حول محور عمودی در $\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2$ سرعت می باشند.

مطابق شکل (5-2) به بدست آوردن قسمت J_v از $J = \begin{bmatrix} J_v \\ J_w \end{bmatrix}$ توجه نمایید.



شکل 5-2 بازوی دو رابط

$$\begin{aligned} x_1 &= l_1 \cos q_1 + l_2 \cos(q_1 + q_2) \\ x_2 &= l_1 \sin q_1 + l_2 \sin(q_1 + q_2) \end{aligned} \quad (33-2)$$

حال اگر از روابط بالا مشتق زمانی گرفته شود روابط زیر بدست می آید.

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= -l_1 \dot{q}_1 \sin q_1 - l_2 \dot{q}_1 \sin(q_1 + q_2) - l_2 \dot{q}_2 \sin(q_1 + q_2) \\ \dot{x}_2 &= l_1 \dot{q}_1 \cos q_1 + l_2 \dot{q}_1 \cos(q_1 + q_2) + l_2 \dot{q}_2 \cos(q_1 + q_2) \end{aligned} \quad (34-2)$$

اگر بردار \dot{x} و \dot{q} به صورت $\dot{x} = \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix}$ و $\dot{q} = \begin{bmatrix} \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \end{bmatrix}$ تعریف شوند رابطه (35-2) بدست می آید.

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} -l_1 \sin q_1 - l_2 \sin(q_1 + q_2) & -l_2 \sin(q_1 + q_2) \\ l_1 \cos q_1 + l_2 \cos(q_1 + q_2) & l_2 \cos(q_1 + q_2) \end{bmatrix} \dot{q} \quad (35-2)$$

که ماتریس $J(q_1, q_2) = \begin{bmatrix} -l_1 \sin q_1 - l_2 \sin(q_1 + q_2) & -l_2 \sin(q_1 + q_2) \\ l_1 \cos q_1 + l_2 \cos(q_1 + q_2) & l_2 \cos(q_1 + q_2) \end{bmatrix}$ را ماتریس ژاکوبین

مینامند. بنابراین رابطه بردار سرعت مجری نهایی x و بردار سرعت زوایای مفصل q با ماتریس ژاکوبین بصورت زیر خواهد بود.

$$\dot{x} = J(q)\dot{q} \quad (۳۶-۲)$$

۷-۲- تعریف تکین ها (singularity)

ژاکوبین که یک پردازش بین بردار \dot{q} سرعت های مفاصل و بردار \dot{x} سرعت مجری نهایی را تعریف می کند، یک تبدیل خطی را بین دیفرانسیل های dx, dq تعریف می کند.

$$dx = J(q)dq \quad (۳۷-۲)$$

از آنجا که ژاکوبین تابعی از q است، ترکیب های آن، برای وقتی که مرتبه $J(q)$ کاهش می یابد، اهمیت خاص دارند. چنین ترکیب هایی، تکین ها یا ترکیب های تکین نامیده می شود.

شناسایی تکین های بازو به دلایل زیر مهم است :

۱- تکین ها، ترکیب هایی را نشان می دهند که جهات معینی از حرکت ممکن است غیر قابل اجرا باشد.

۲- در تکین ها ممکن است سرعت های محدود مجری نهایی به سرعت های نامحدود مفاصل مربوط شود.

۳- در تکین ها ممکن است نیرو و گشتاورهای محدود مجری نهایی به گشتاور های نامحدود مفاصل مربوط شود.

۴- تکین ها، معمولاً (نه همیشه) به نقاط مرزی فضای کاری بازوی ماهر مربوط می شوند، که نقاط ماکزیمم دسترسی بازوی ماهر هستند.

۵- تکین ها به نقاط در فضای کاری مربوط می شوند که ممکن است در اثر مقدار کوچکی تغییر در پارامترهای رابط نظیر طول - انحراف و... غیر قابل دسترس باشند.

۶- نزدیک تکین ها راه حل یگانه ای برای سینماتیک وارون وجود نخواهد داشت. در این حالت ممکن است هیچ پاسخی وجود نداشته باشد، یا ممکن است تعداد بی نهایت پاسخ وجود داشته باشد.

بنابراین مجموعه ترکیب های تکین بازو، آن دسته از ترکیب های بازو هستند که شرط $\det J=0$ را برآورده سازد [۴].

تکین بازوی دو رابط، با استفاده از رابطه $\det J=0$ به صورت زیر بدست می آید.

$$J(q) = \begin{bmatrix} -l_1 \sin q_1 - l_2 \sin(q_1 + q_2) & -l_2 \sin(q_1 + q_2) \\ l_1 \cos q_1 + l_2 \cos(q_1 + q_2) & l_2 \cos(q_1 + q_2) \end{bmatrix}$$

$$\det J = 0 \rightarrow (-l_1 \sin q_1 - l_2 \sin(q_1 + q_2)) * l_2 \cos(q_1 + q_2) + l_2 \sin(q_1 + q_2) * (l_1 \cos q_1 + l_2 \cos(q_1 + q_2)) = 0$$

$$(-l_1 l_2 \sin q_1 * \cos(q_1 + q_2) - l_2^2 \sin(q_1 + q_2)) * \cos(q_1 + q_2) + l_2 l_1 \cos q_1 \sin(q_1 + q_2) +$$

$$(l_2^2 \sin(q_1 + q_2)) * \cos(q_1 + q_2) = 0$$

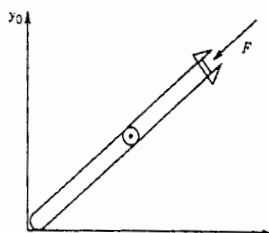
$$\sin(q_1 + q_2 - q_1) = 0 \rightarrow \sin q_2 = 0 \rightarrow q_2 = 0, \pi \quad (۳۸-۲)$$

ترکیب های تکین از رابطه (۳۸-۲) بدست می آیند. پس زاویه مفصلی q_2 بااستثنای مقادیر رابطه (۳۸-۲)، هر مقداری می تواند باشد بنابراین باید بازوی ماهر باید از ترکیب های تکین دور نگه داشته شود. مطابق رابطه (۳۸-۲) چنانکه $q_2 = 0, \pi$ باشد ماتریس ژاکوبین وارون ندارد. در این حالت بازوی ماهر در یک ترکیب تکین قرار می گیرد. در واقع رابط اول و دوم بازوی ماهر موازی و در یک راستا قرار می گیرند. تعیین چنین ترکیب تکینی برای چندین دلیل مهم است. در ترکیب تکین سرعت های بی نهایت وجود دارد که غیر قابل رسیدن است و بازوی ماهر نمی تواند در جهات معینی حرکت نماید. ترکیب های تکین همچنین به پاسخهای غیر یگانه سینماتیک وارون منجر می شوند. برای مثال برای یک موقعیت داده شده مجری نهایی دو پاسخ ممکن برای سینماتیک وارون وجود دارد. توجه داشته باشیم که ترکیب های تکین این دو پاسخ را از هم مجزا می کنند. با این حس که بازوی ماهر نمی تواند از یک ترکیب تکین به ترکیب دیگر برود بدون آنکه از حالت تکین عبور کند. برای بسیاری از کاربردها مهم است که حرکت های بازوی ماهر به گونه ای طراحی شوند که از ترکیب های تکین پرهیز شوند.

در یک پیکر بندی تکین، مثلا در یک پیکر بندی q که در آن فضای صفر J' ، خالی نیست. یک بردار نیروی F' ، در این فضای صفر هیچ گشتاوری را در مفاصل تولید نمی کند. بطور مشابه در یک پیکر بندی تکین، جهت هایی در فضای دکارتی وجود دارند که در آنها بازوی ماهر نمی تواند نیروها را وارد کند.

مثال:

بازوی ماهر صفحه ای شکل (۶-۲) در یک ترکیب تکین است. مطابق با شکل، هیچ دسته ای از گشتاورها در امتداد و جهت موازی با رابطها نیرو تولید نمی کند، بر عکس یک نیروی وارد در این جهت، هیچ گشتاوری را در محورهای مفاصل تولید نخواهد کرد و در نتیجه هیچ چرخشی را تولید نخواهد کرد [۴].



شکل ۶-۲ پیکر بندی تکین (بازوی ماهر دورابط) و نیرویی که گشتاور صفر حول محورهای مفاصل تولید می کند

۸-۲- مجزا سازی تکین ها

شکل های هندسی ترکیب های بازوی ماهر بستگی به دستگاه مختصات ندارند، تشخیص این حقیقت به ما امکان می دهد که بتوانیم ترکیب های تکین را برای بازوی های ماهر با میچ (کروی)، به دو مسئله ساده تقسیم نماییم. مسئله اول تعیین آن دسته از تکین های بازو است که تکین های ناشی از حرکت بازو را شامل می شود. در حالتی که مسئله دوم، تعیین تکین های میچ است که از حرکت میچ ناشی می شود.

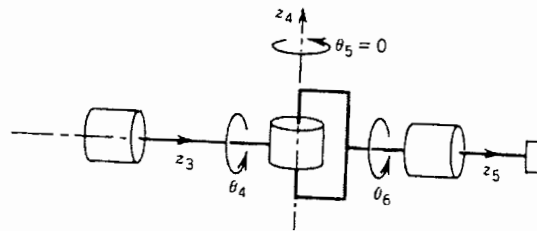
مثال: بازوی موازی میچ کروی را بررسی می کنیم که بازو شامل سه رابط است که در این حالت ماتریس ژاکوبین فرم مثلثی دارد.

$$J(q) = \begin{bmatrix} J_{11} & 0 \\ J_{21} & J_{22} \end{bmatrix} \rightarrow \det J = \det J_{11} * \det J_{22} \quad (۳۹-۲)$$

که J_{11}, J_{22} ماتریس های 3×3 هستند.

بنابراین مجموعه ترکیب های تکین بازوی ماهر، آن دسته از ترکیب های بازو هستند که $\det J_{11} = 0$ را برآورده می سازد و مجموعه ای از ترکیب های میچ که $\det J_{22} = 0$ را برآورده می سازند. توجه نماییم که این فرم از ژاکوبین بصورت الزامی یک ارتباط درست بین سرعت های مجری نهایی و سرعت مفاصل نمی دهد و فقط راهی ساده برای شناسایی تکین است. حال از شکل (۷-۲) پایین مشاهده می شود.

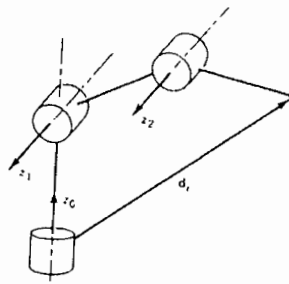
که یک مچ کروی وقتی در ترکیب تکین است، که بردارهای Z_3, Z_4, Z_5 بصورت خطی وابسته باشند این اتفاق می افتد. در حقیقت هر وقت محورهای دو مفصل لولایی در هر جا همراستا شوند یک تکین را نتیجه می دهد و چون یک چرخش برابر و مخالف حول محورها منجر به هیچ حرکتی توسط مجری نهایی نمی شود، این تنها تکین مچ کروی است و غیر قابل جلوگیری است مگر آنکه از محدودیت های مکانیکی در طرح مچ، برای مقید کردن حرکت آن، در مسیری که Z_3 و Z_5 همراستا نشوند استفاده شود.



شکل ۷-۲ حالت تکین در مچ کروی

مثال:

به تکین های بازوی ماهر آرنجی با دستگاه مختصات مطابق شکل (۸-۲) توجه می کنیم. برای ماتریس ژاکوبین داریم.



شکل ۸-۲ بازوی ماهر آرنجی

برای بازوی ماهر آرنجی شکل (۸-۲) ماتریس ژاکوبین به صورت زیر است.

$$J_{11} = \begin{bmatrix} -a_2 s_1 c_2 - a_3 s_1 c_{23} & -a_2 s_2 c_1 - a_2 s_{23} c_1 & -a_3 c_1 s_{23} \\ a_2 c_1 c_2 + a_3 c_1 c_{23} & -a_2 s_1 s_2 - a_3 s_1 s_{23} & -a_3 s_1 s_{23} \\ 0 & a_2 c_2 + a_3 c_{23} & a_2 c_{23} \end{bmatrix} \quad (40-2)$$

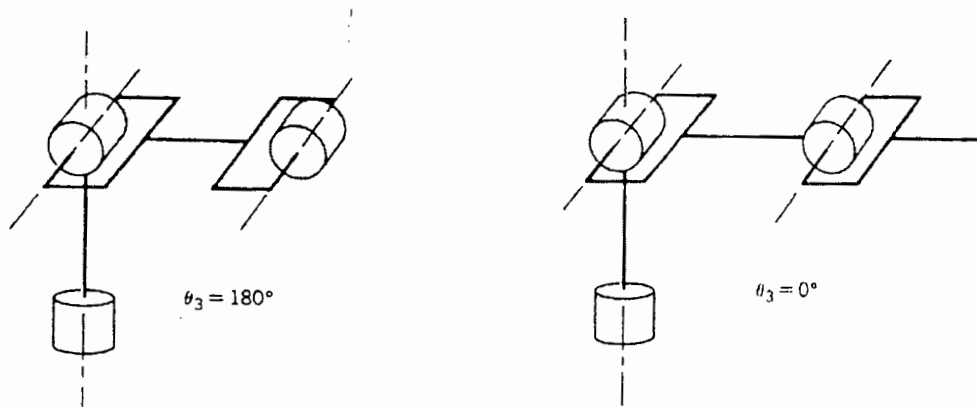
$$\det J_{11} = a_2 a_3 s_2 (a_2 c_2 + a_3 c_{23}) \quad (41-2)$$

$$\det J_{11} = a_2 a_3 s_2 (a_2 c_2 + a_3 c_{23}) = 0 \rightarrow s_2 = 0 \rightarrow q_2 = 0, \pi \quad (42-2)$$

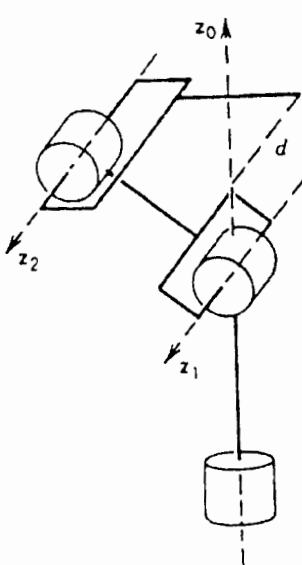
$$a_2c_2 + a_3c_{23} = 0$$

(۴۳-۲)

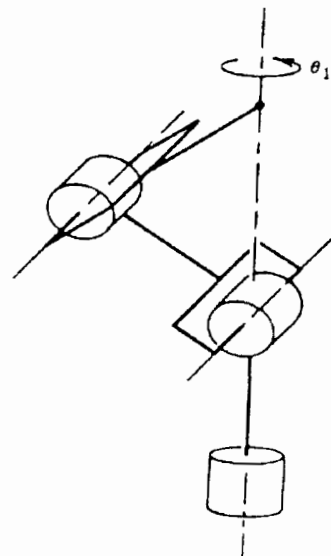
دیده می شود که وقتی ترکیب های تکین وجود دارند که رابطه (۴۲-۲) که در شکل (۹-۲) نشان داده شده است، هنگامی پدیدار می شود که آرنج به طور کامل باز شده یا کامل بسته شده است. موقعیت دوم (۴۳-۲) که در شکل (۱۰-۲) و (۱۱-۲) نشان داده شده است، این ترکیب وقتی که مرکز مچ محور دوران را قطع می کند رخ می دهد. تعداد بسیاری از ترکیب های تکین و تعداد بی نهایت پاسخ برای سینماتیک وارون وجود دارند، که در این نقاط ماتریس ژاکوبین نمی تواند معکوس پذیر باشد [۱۰].



شکل ۹-۲ تکین های آرنجی بازوی ماهر آرنجی

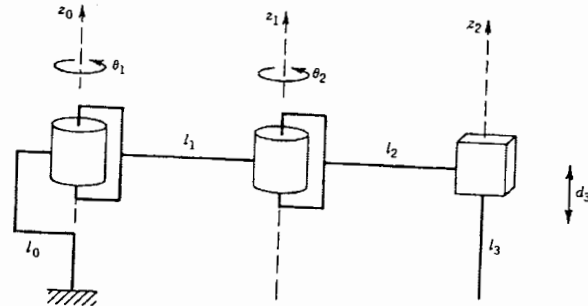


شکل ۱۱-۲ تکین بازوی ماهر آرنجی با انحراف



شکل ۱۰-۲ تکین بازوی ماهر آرنجی بدون انحراف

مثال: به تکین های بازوی ماهر اسکارا با دستگاه مختصات مطابق شکل (۱۲-۲) توجه می کنیم.



شکل ۱۲-۲ بازوی ماهر اسکارا

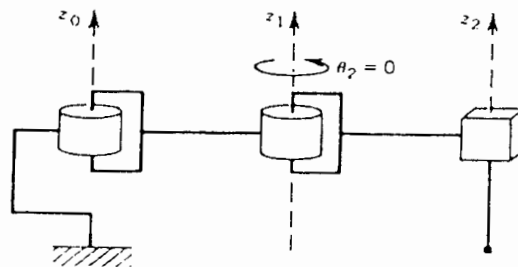
برای بازوی ماهر اسکارا شکل (۱۲-۲) ماتریس ژاکوبین به صورت زیر است.

$$J_{11} = \begin{bmatrix} -a_1 s_1 - a_2 s_{12} & -a_2 s_{12} & 0 \\ a_1 c_1 + a_2 c_{12} & -a_1 c_{12} & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \quad (۴۴-۲)$$

باتوجه به شکل (۱۳-۲) می توانیم بصورت هندسی ببینیم که تنها تکین بازوی اسکارا وقتی است که آرنج بطور کامل باز یا بسته است. از آنجا که در واقع آن بخش ژاکوبین بازوی اسکارا که تکین را اداره می کند به صورت J_{11} است. ما می بینیم که مرتبه J_{11} بطور دقیق کمتر از ۳ خواهد بود.

$$\det J_{11} = 0 \quad (۴۵-۲)$$

$$(-a_1 s_1 - a_2 s_{12}) * (-a_1 c_{12}) + (a_1 c_1 + a_2 c_{12}) * (-a_2 s_{12}) = 0 \rightarrow s_2 = 0 \rightarrow q_2 = 0, \pi \quad (۴۶-۲)$$

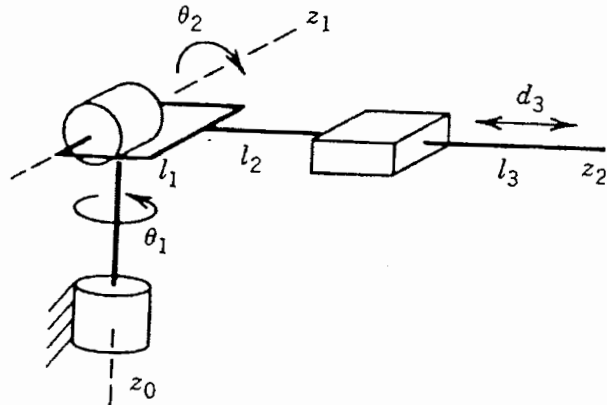


شکل ۱۳-۲ تکین بازوی ماهر اسکارا

مثال : به بازوی ماهر کروی با دستگاه مختصات مطابق شکل (۲-۱۴) توجه می کنیم.



شکل ۲-۱۵ تکین بازوی ماهر کروی

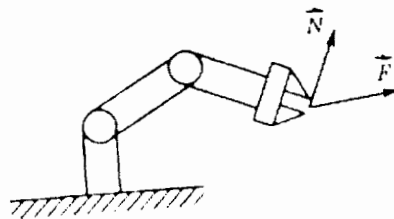


شکل ۲-۱۴ بازوی ماهر کروی

با توجه به شکل بالا، این بازو وقتی در حالت تکین است که مرکز مچ z_0 را مطابق شکل (۲-۱۵) قطع نماید. چون مثل قبل به ازای هر دوران حول پایه این نقطه ثابت است.

۲-۹- روابط نیرو و گشتاور استاتیک

تعامل بازوی ماهر با محیط، نیروها و یا گشتاورهایی را در مجری نهایی یا ابزار تولید خواهد کرد. $F = (F_x, F_y, F_z, n_x, n_y, n_z)^T$ را برای بردار نیروها و گشتاورها در مجری نهایی در نظر می گیریم که در دستگاه مختصات ابزار بیان شده است. پس مولفه های نیرو در مجری نهایی F_x, F_y, F_z و مولفه های گشتاور در مجری نهایی n_x, n_y, n_z هستند. τ بردار گشتاورهای مفصل δX تغییر مکان مجازی نهایی است که توسط نیروی F ایجاد شده و δq تغییر مکان مفصل مربوط را نشان می دهد این تغییر مکان های مجازی از طریق ژاکوبین بازوی ماهر $J(q)$ مطابق با رابطه زیر مربوط می شوند.



شکل ۲-۱۶ بردارهای نیرو و سرعت

$$\delta X = J(q)\delta q \quad (47-2)$$

کار مجازی δW سیستم طبق روابط (2-48) بیان می شود.

$$\delta W = F^T \delta X - \tau^T \delta q$$

$$\delta W = (F^T J - \tau^T) \delta q \quad (48-2)$$

که مقدار δW صفر خواهد بود هرگاه بازوی ماهر در تعادل باشد. از آنجا که مختصات عمومی مستقل هستند تساوی زیر نتیجه گیری می شود.

$$\tau = J^T(q)F \quad (49-2)$$

به عبارت دیگر نیروی مجری نهایی به گشتاور های مفاصل با ترانزاده ژاکوبین بازوی ماهر ارتباط دارد. ما می بینیم که ژاکوبین نقش مهمی را در نیروها و گشتاور های وارد به بازوی ماهر بازی می کند. بنابراین انتظار داریم که پیکر بندی های تکین منجر به رفتار ویژه ای نسبت به این نیروها و گشتاور می گردد.

۱۰-۲- کاربرد ماتریس ژاکوبین در سیستمهای کنترل

۱- کنترل موقعیت در فضای مفصلی و فضای دکارتی .

۲- کنترل نیرو .

۳- کنترل امپدانس .

۴- کنترل ترکیبی نیرو- موقعیت .

۵- کنترل ضریب سختی .

در روشهای کنترلی مذکور ماتریس ژاکوبین نقش مهمی را ایفا می کند بطوریکه وجود خطای کوچک در ماتریس ژاکوبین، کنترل سیستم را با مشکل مواجه می سازد.

هدف سیستم کنترل، ردگیری مسیر و حذف اثر اغتشاش می باشد و برای این منظور ورودیهای کنترل کننده تنظیم می شوند. اغتشاشاتی که بواسطه اثرات دینامیک های مدل نشده، نظیر اصطکاک و نویز وجود دارند باید حذف شوند و نیروهای واکنش غیر خطی پیچیده ناشی از تعامل رابطهای بازوی ماهر جبران گردند. استراتژی کنترل موقعیت برای کارهایی نظیر انتقال مواد و جوشکاری نقطه ای که بازوی ماهر در فضای کاری (به عنوان محیط شناخته می شود) بطور قابل ملاحظه ای با اجسام تعامل

ندارد کافی است. کنترل موقعیت ربات در دو حالت زیر بررسی می شود:

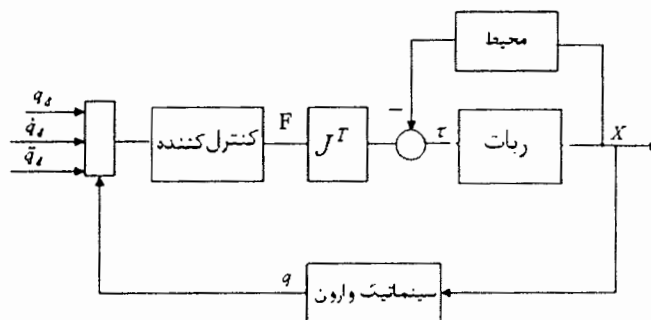
۱- کنترل موقعیت در فضای مفصلی

۲- کنترل موقعیت در فضای کاری (دکارتی)

در کنترل موقعیت، کنترل نقطه تنظیم و ردگیری مسیر مطرح هستند. کنترل نقطه تنظیم ربات برای کارهای جابجایی مواد در وضعیتی که فضای کاری، خالی از موانع باشد مناسب است، یعنی مسیری که برای جابجایی مواد، طی می شود مهم نیست فقط نقطه ای که مواد مورد نظر باید به آنجا منتقل شود مهم است. در مقابل، برای انجام کارهایی نظیر جوشکاری پیوسته نیاز به ردگیری مسیر می باشد.

۲-۱۰-۱- کنترل موقعیت در فضای مفصلی

از آنجا که سیستمهای محرکه ربات در فضای مفصلی عمل می کنند. با در نظر گرفتن کنترل کننده های جداگانه برای مفاصل می توان استراتژی مفصل مستقل را نیز پیاده نمود. در این استراتژی در مدلسازی مفصل مورد نظر، کلیه اثرات دینامیکی ناشی از ارتباط سایر مفاصل با مفصل مورد نظر به صورت اغتشاش منظور می گردد. با اجرای این استراتژی، تحلیل و بررسی دینامیکی ربات به بررسی دینامیکی موتور های DC مغناطیس دائم رابط ها تقلیل می یابد.

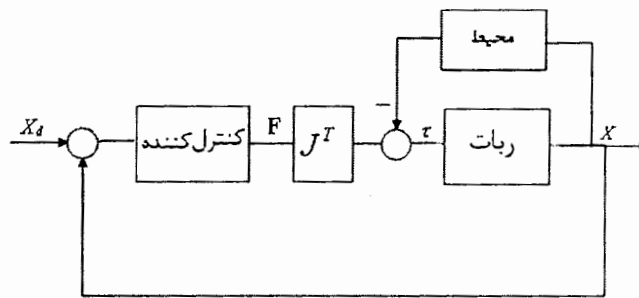


شکل ۲-۱۷ بلوک دیاگرام کنترل موقعیت در فضای مفصلی

در بلوک دیاگرام شکل (۲-۱۷)، بردار خطای متغیرهای مفصلی، در کنترل کننده ضرب می شود و بردار نیروی دکارتی را بدست می دهد. این بردار را می توان به صورت نیرویی دکارتی در نظر گرفت که اگر به مجری نهایی ربات اعمال شود، آن را در جهتی می راند که خطای مفصلی کاهش یابد. با نداشتن این بردار نیروی دکارتی بوسیله ترانزنده ژاکوبین، گشتاورهای مفصلی معادل محاسبه شده برای کاهش خطای مشاهده شده بکار می روند و متغیرهای مفصلی با حل معادلات سینماتیک وارون، به سیستم فیدبک می شوند.

۲-۱۰-۲- کنترل موقعیت در فضای کاری

از آن جاکه کنترل مجری نهایی ربات در فضای کاری انجام می گیرد، لزوم تبدیل فضای مفصلی به فضای کاری مطرح می شود. وقتی مسئله کنترل مستقیماً در فضای کاری مطرح باشد نیازی به حل مسئله سینماتیک وارون برای زوایای مفصلی نمی باشد ولی در عوض باید ماتریس ژاکوبین برای تبدیل فضای مفصلی به فضای کاری تعیین گردد و نیز سیگنال X اندازه گیری و به سیستم فیدبک می شود.



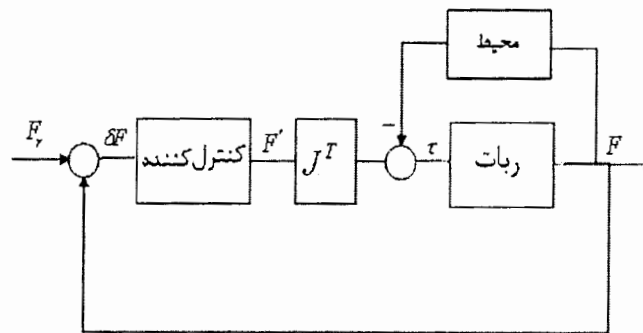
شکل ۲-۱۸ بلوک دیاگرام کنترل موقعیت در فضای دکارتی

برای به حرکت دادن مجری نهایی ربات به موقعیت دلخواه در فضای دکارتی، در بلوک دیاگرام شکل (۲-۱۸)، بردار خطای دکارتی δX ، در کنترل کننده ضرب می شود و بردار نیروی دکارتی را بدست می دهد. این بردار را می توان به صورت نیرویی دکارتی در نظر گرفت که اگر به مجری نهایی ربات اعمال شود، آن را در جهتی می راند که خطا موقعیت در فضای کاری کاهش یابد. با نداشت این بردار نیروی دکارتی (در واقع بردار نیرو-گشتاور دکارتی) بوسیله ترانزاده ژاکوبین، گشتاور های مفصلی معادل محاسبه شده برای کاهش خطای مشاهده شده بکار می روند.

۲-۱۰-۳- کنترل نیرو در فضای دکارتی

کنترل نیروی ربات برای کارهایی نظیر مونتاژ و سنباته کاری که تماس گسترده با محیط دارند با کنترل نیروهای تعامل بین بازوی ماهر و محیط می تواند به صورت بهتری انجام شود. برای مثال به کاری که در آن بازوی ماهر ملزم به شستن یک پنجره یا نوشتن با ماژیک است توجه نماییم. در هر دو حالت کنترل موقعیت تقریباً جواب می دهد. کمترین انحراف مجری نهایی از مسیر طرح شده باعث می شود که بازوی ماهر تماس خود را با سطح از دست بدهد یا بیش از حد به سطح فشار آورد. برای یک سازه خیلی صلب

نظیر یک ربات یک خطای کوچک موقعیت می تواند به نیروهای خیلی بزرگ از تعامل با نتایج نامطلوب منجر شود (مانند شکستن پنجره و آسیب دیدن مجری نهایی و غیره). کاربردهای فوق بطور معمول با کنترل نیرو سرو کار دارند. از ملزومات کنترل نیرو اندازه گیری و فیدبک سیگنال F می باشد.



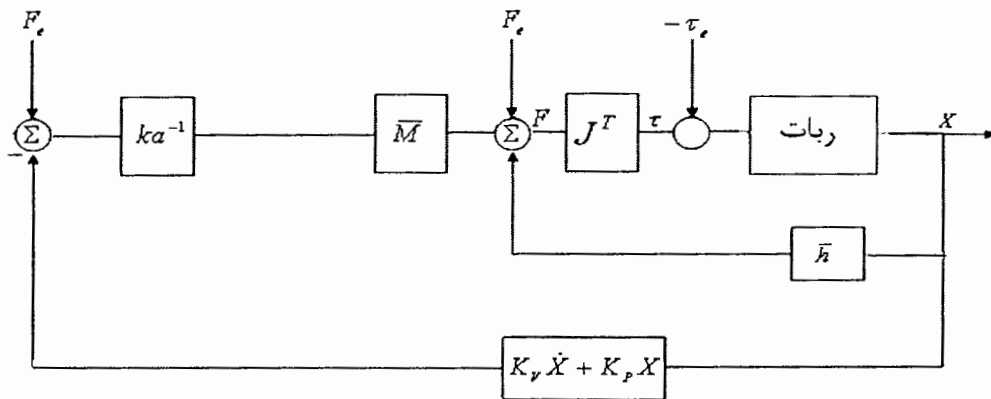
شکل ۱۹-۲ بلوک دیاگرام کنترل نیرو

در بلوک دیاگرام شکل (۱۹-۲) بردار خطای نیروی δF ، در کنترل کننده ضرب می شود و بردار نیرو در فضای کاری را بدست می دهد. این بردار را می توان به صورت نیرویی در نظر گرفت که اگر به مجری نهایی ربات اعمال شود، آن را در جهتی می راند که خطای نیروی δF کاهش یابد. با نداشتن این بردار نیروی دکارتی (در واقع بردار نیرو-گشتاور دکارتی) بوسیله ترانهاده ژاکوبین، گشتاور های مفصلی معادل محاسبه شده برای کاهش خطای مشاهده شده بکار می روند.

۴-۱۰-۲- کنترل امپدانس

در این روش رفتار دینامیکی ربات در برخورد با محیط کنترل می شود در کنترل ضریب سختی که زیر مجموعه کنترل امپدانس محسوب می شود فقط حالت نهایی مد نظر می باشد اما در کنترل امپدانس حالت نهایی و حالت گذرا مطرح هستند. بلوک دیاگرام کنترل امپدانس در شکل (۲۰-۲) آمده است. کنترل امپدانس هدفی برای ردیابی حرکت یا مسیرهای نیرو ندارد اما برای تنظیم رابطه بین سرعت و نیرو تلاش می کند. کنترل امپدانس یک مجموعه منسجم از انواع استراتژی های مختلف کنترل را نشان می دهند. وقتی مجری نهایی در فضای آزاد حرکت می کند نیروی صفر را به ازای سرعت مشخص، به محیط وارد می کند پس دارای امپدانس صفر است برعکس اگر یک بازوی ماهر بطور صلب به دیوار بچسبد به ازای هر مقدار نیروی وارد بر دیوار بدون حرکت خواهد بود و در نتیجه دارای امپدانس بی نهایت است. بنابراین، کنترل موقعیت و کنترل نیرو، هر یک به عنوان حالات خاصی از کنترل امپدانس هستند که به ترتیب

فضای کار به اجرا در آید. قانون کنترل امپدانس در عمل با استفاده از اندازه گیری متغیرهای مفاصل و نیروها و گشتاور های مفاصل به اجرا در می آید. با توجه به بلوک دیاگرام شکل (۲-۲۰) در ابتدا قانون کنترل، نیروی F_e وارد بر ربات را حذف می کند که بطور مستقیم بوسیله سنسور نیرو -گشتاور اندازه گیری می شود. جملات پسخوری باقیمانده، تابعی از \dot{x}, x هستند که از متغیرهای اندازه گیری شده مفاصل با استفاده از سینماتیک مستقیم و روابط ژاکوبین محاسبه می شوند. در کنترل امپدانس نکات مهمی وجود دارد: اولاً، نیروی اندازه گیری شده F_e معمولاً نویز بیشتری نسبت به زوایای اندازه گیری شده مفاصل دارد و دوماً، محاسبات در فضای کاری بیشتر است. سوماً، مسائل فزاینده مربوط به تکیه های ژاکوبین وجود دارند و نهایتاً اگر جملات \dot{x}, x از زوایای اندازه گیری شده بدست آید تا اینکه بطور مستقیم اندازه گیری شوند.



شکل ۲-۲۰ بلوک کنترل امپدانس

از آنجا که مشخصات کار بازوی ماهر نظیر گرفتن یک جسم یا وارد کردن میله داخل سوراخ معمولاً نسبت به مجری نهایی داده می شود. طبیعی است که الگوریتم کنترل مستقیم در فضای کاری بدست آید تا اینکه در فضای مفصلی یا فضای محرکه داده شود. این موضوع در کنترل نیرو اهمیت بیشتری نسبت به کنترل موقعیت دارد که به خاطر تعامل بازوی ماهر با محیط است. اگر بازوی ماهر در تماس با محیط باشد، آنگاه معادلات دینامیکی باید اصلاح شوند تا گشتاور عکس العمل $J^T F$ مربوط به نیروی مجری F_e نهایی را نیز شامل شود. بنابراین معادلات حرکت بازوی ماهر در فضای مفصلی به گونه ای بدست می آید که می توان این معادلات را مستقیماً برحسب مختصات مجری نهایی بدست آورد. رابطه بین بردار سرعت

F_e نهایی را نیز شامل شود. بنابراین معادلات حرکت بازوی ماهر در فضای مفصلی به گونه ای بدست می آید که می توان این معادلات را مستقیماً برحسب مختصات مجری نهایی بدست آورد. رابطه بین بردار سرعت مجری نهایی و بردار سرعت زوایای مفاصل به صورت رابطه (۵۰-۲) می باشد.

$$\dot{X} = J(q)\dot{q} \Rightarrow \dot{q} = J^{-1}\dot{X} \quad (50-2)$$

معادلات دینامیکی ربات در فضای مفصلی طبق رابطه (۲-۲) به صورت زیر می باشد.

$$M(q)\ddot{q} + h(q, \dot{q}) = \tau - \tau_l \quad (51-2)$$

$$\tau = J^T F$$

$$\tau_l = J^T F_e \quad (52-2)$$

با مشتق گیری از رابطه (۵۰-۲) نتیجه می شود:

$$\ddot{X} = J(q)\ddot{q} + \dot{J}(q)\dot{q} \quad (53-2)$$

با استفاده از رابطه (۵۱-۲) و (۵۲-۲) داریم:

$$M(q)\ddot{q} + h(q, \dot{q}) = \tau - \tau_l \Rightarrow \ddot{q} = M^{-1}(q)[\tau - h(q, \dot{q}) - J^T F_e] \quad (54-2)$$

با جاگذاری رابطه (۵۴-۲) در رابطه (۵۳-۲) نتیجه می شود:

$$\ddot{X} = J(q)M^{-1}[\tau - h(q, \dot{q}) - J^T F_e] + \dot{J}(q)\dot{q} \quad (55-2)$$

با جاگذاری رابطه (۵۰-۲) و (۵۲-۲) در رابطه (۵۵-۲) بدست می آید:

$$(J^T)^{-1} M J^{-1} \ddot{X} + (J^T)^{-1} h - (J^T)^{-1} J J^{-1} \dot{X} = F - F_e \quad (56-2)$$

که معادله کلی بصورت معادله (۵۷-۲) بدست می آید.

$$\bar{M}(X)\ddot{X} + \bar{h}(X, \dot{X}) = F - F_e \quad (57-2)$$

که

$$\bar{M}(X) = (J^T)^{-1} M (J^{-1}) \quad , \quad \bar{h}(X, \dot{X}) = (J^T)^{-1} h - (J^T)^{-1} J J^{-1} \dot{X} \quad (58-2)$$

استفاده از روش خطی سازی با فیدبک، قانون کنترل بصورت زیر پیشنهاد می شود:

$$F = F_e + \bar{M}f + \bar{h} \quad (59-2)$$

که سیستم خطی زیر را نتیجه می دهد:

$$f = \ddot{X} \quad (60-2)$$

از قانون کنترل زیر در فضای کاری استفاده می کنیم:

$$\ddot{X} = [(ka)^{-1}(F_e - k_v \dot{X} - k_p X)] \quad (۶۱-۲)$$

با استفاده از رابطه (۶۰-۲) و (۶۱-۲) داریم:

$$f = [(ka)^{-1}(F_e - k_v \dot{X} - k_p X)] \quad (۶۲-۲)$$

$$F = \bar{M}f + \bar{h} + F_e \quad (۶۳-۲)$$

$F = (J^T)^{-1} \tau$ ورودی بیان شده در فضای کار است .

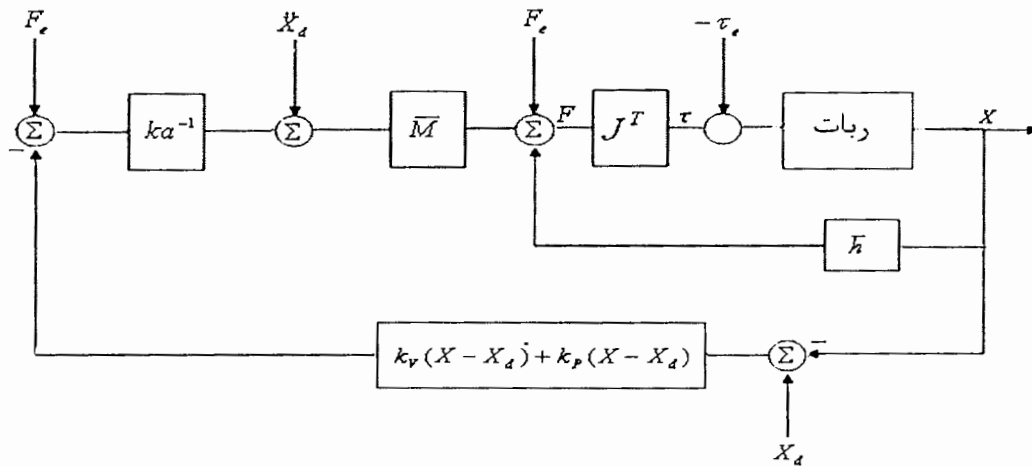
گاهی اوقات می توان رفتار دینامیکی را با معادله زیر بیان کرد.

$$F_e = ka(X - X_d) + k_v(\dot{X} - \dot{X}_d) + k_p(X - X_d) \quad (۶۴-۲)$$

$$\ddot{X} = [(ka)^{-1}(-F_e + k_v(\dot{X} - \dot{X}_d) + k_p(X - X_d))] + \ddot{X}_d$$

k_p, k_v, k_a مقادیر ثابت و مثبت هستند. بلوک دیاگرام کنترل امپدانس به صورت شکل (۲۱-۲) نشان

داده شده است.

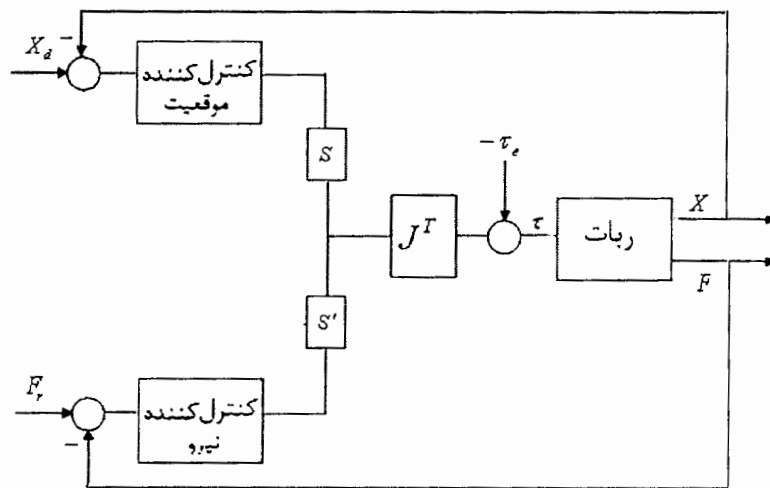


شکل ۲۱-۲ بلوک کنترل امپدانس

۲-۱۰-۵-کنترل ترکیبی نیرو- موقعیت

برای اجرای طرح کنترل ترکیبی موقعیت - نیرو، ما نیاز به طرح قانون کنترل نیرو و قانون کنترل موقعیت برای هر درجه آزادی داریم و طرح کلی کنترل را با استفاده از ماتریس های انتخاب اجرا می کنیم. چنین طرح کنترلی در شکل (۲۲-۲) نشان داده شده است. قانون کنترلی حلقه درونی از یک کنترل دینامیک

وارون که در فضای کار محاسبه شده تشکیل می شود. ماتریس انتخاب S یک ماتریس قطری با اعضای یک روی قطر اصلی است و عضوهای یک مربوطه به درجه های آزادی در دستگاه مختصات انعطاف هستند که کنترل موقعیت می شود. توجه نمایید که $I-S$ یک ماتریس قطری با اعضای یک روی قطر اصلی است و عضوهای یک مربوطه به آن درجه آزادی هستند که کنترل نیرو می شوند. در این حالت هر درجه آزادی بصورت یگانه معین می گردد که به صورت کنترل موقعیت یا کنترل نیرو می باشد. چنانچه در امتداد محوری در محیط کار کنترل نیرو اعمال شود، در آن جهت کنترل موقعیت نداریم و بالعکس اگر کنترل موقعیت اعمال شود دیگر کنترل نیرو نداریم.



شکل ۲-۲۲ معماری کنترل ترکیبی

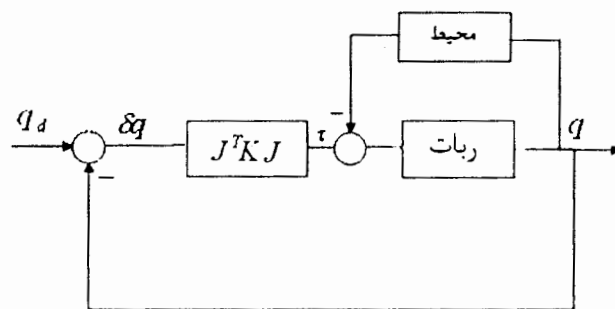
۲-۱۰-۶-کنترل ضریب سختی

بازوی های ماهر در طراحی به لحاظ مکانیکی بسیار صلب هستند این صلبیت برای دقت بالا در موقعیت و پایداری ضروری است مگر آنکه فنون پیشرفته کنترل با حس مستقیم نقطه انتهایی استفاده شوند. اما کاربردهای کنترل نیرو برای اجرا با چنین سازه های صلبی، بطور فوق العاده سخت هستند. در حالت یک بازوی ماهر با n درجه آزادی، طرح کنترل سختی می تواند بدین صورت باشد که تصور نماییم که یک سختی مطلوب در امتداد هر درجه آزادی در یک دستگاه مختصات انعطاف معین (x, y, z) انتخاب شود که می تواند با یک ماتریس قطری 6×6 با نام k_r نشان داده شود. اعضای قطر آن

ثابت های سختی طولی و پیچشی نسبت به x_e, y_e, z_e هستند. برای مثال، در کاربرد نوشتن، می خواهیم که سختی کوچکی در جهت z_e و سختی خیلی بزرگی در امتداد جهات x_e, y_e ، همچنین سختی پیچشی بزرگی حول هر کدام از محورهای مختصات داشته باشیم. به ازای k_x معین، نیروی مطلوب F در پاسخ به تغییر مکان مجازی δX چنین است. اگر δq تغییر مکان منتهجه مفصل باشد آنگاه برای تغییر مکانهای کوچک روابط زیر را خواهیم داشت:

$$\begin{aligned}
 F &= K_x (X_d - X) = K_x \delta X \\
 X_d - X &= \delta X = J \delta q \\
 \tau &= J^T F \\
 \tau &= J^T K J (q_d - q) \\
 K_q(q) &= J^T K J \\
 \tau &= K_q (q_d - q)
 \end{aligned}
 \tag{۶۵-۲}$$

این سختی می تواند بوسیله کنترل تقریبی گشتاور های مفاصل بدست آید. اگر چه K_x معمولا قطری است، K_q عموما قطری نیست. بنابراین برای رسیدن به سختی مناسب در جهات فضای کار، لازم است که گشتاور های مفاصل مطابق با معادلات بالا مختصاتی شوند هنگامی که بازو در یک پیکر بندی قرار دارد. در اینصورت سختی حداقل در یک جهت بی نهایت است (با فرض صلب بودن رابطها).



شکل ۲۳-۲ معماری کنترل سختی

ماتریس وابسته به پیکر بندی $K_q(q)$ ، ماتریس سختی مفصل نامیده می شود. ماتریس سختی مفصل، سختی نقطه انتهایی را نسبت به دستگاه مختصات انعطاف بر حسب گشتاور های مفاصل بیان می کند. با توجه به روابط (۶۵-۲) معماری کنترل سختی در شکل (۲۳-۲) نشان داده شده است و لازم است که متغیرهای مفصلی، اندازه گیری و فیدبک شوند. بردار خطای مفصلی δX ، در ماتریس سختی مفصل

از روابط (۶۵-۲) ماتریس سختی مفصل به صورت زیر بیان می گردد.

$$K_q(q) = J^T K J$$

۲-۱۱- خطای ژاکوبین

خطای پارامتری در سیستم، موجب خطای ژاکوبین و خطای ژاکوبین موجب خطای سرعت در فضای دکارتی می شود. ماتریس ژاکوبین ربات توسط رابطه زیر معرفی می شود:

$$\begin{aligned} V &= J_v \dot{q} \\ \omega &= J_\omega \dot{q} \end{aligned} \quad (۶۶-۲)$$

برای ردگیری موقعیت مجری نهایی در فضای دکارتی بخش J_v از ماتریس ژاکوبین به کار می رود. در اینصورت خطای J_v باید مورد بررسی قرار گیرد. برای نمایش ساده، J_v را J و V را \dot{X} می نامیم. V سرعت خطی مجری نهایی، ω سرعت زاویه ای مجری نهایی، J_v نیمه بالایی ماتریس ژاکوبین و J_ω نیمه پایینی ماتریس ژاکوبین بازوی ماهر می باشد. هرگاه خطای ژاکوبین را با δJ و ماتریس ژاکوبین تقریبی را با \hat{J} نشان دهیم در اینصورت داریم:

$$J = \hat{J} + \delta J \quad (۶۷-۲)$$

با جایگذاری معادله (۶۷-۲) در (۶۶-۲) معادله بدست می آید:

$$\begin{aligned} \dot{X} &= (\hat{J} + \delta J) \dot{q} \\ &= \hat{J} \dot{q} + \delta J \dot{q} \end{aligned} \quad (۶۸-۲)$$

استفاده از ماتریس ژاکوبین تقریبی، سرعت تقریبی را به صورت زیر نتیجه می دهد:

$$\dot{\hat{X}} = \hat{J} \dot{q} \quad (۶۹-۲)$$

بنابراین، خطای ژاکوبین منجر به خطای سرعت به صورت زیر می شود:

$$\delta \dot{X} = \delta J \dot{q} \quad (۷۰-۲)$$

که $\delta \dot{X}$ خطای سرعت می باشد.

با انتگرال گیری از طرفین معادله (۷۰-۲)، خطای موقعیت بصورت زیر بدست می آید:

$$\delta X = \int \delta J \dot{q} dt \quad (۷۱-۲)$$

فصل سوم

طراحی مسیر

ساده ترین نوع حرکت ربات، حرکت نقطه به نقطه است در این روش به ربات فرمان داده می شود که از یک پیکربندی اولیه به پیکر بندی نهایی برود بدون آنکه به مسیر دنبال شده توسط مجری نهایی در بین دو موقعیت توجه شود. این نوع از حرکت برای کارهای جابجایی مواد در وضعیتی که فضای کاری، خالی از موانع باشد. مناسب است و در این حالت وضعیت های ربات ثبت می شوند و در حالت اجرا کار می کند. حرکت مفاصل در این طرح معمولاً غیر مختصاتی است، اگر چه مفاصل شاید آنگونه به حرکت درآیند که آنها به موقعیت های نهایی خود به طور همزمان برسند. حال اگر نوع حرکت ربات مطابق با مسیر خاصی باشد باید همواره در طراحی این مسیر، به برخی نکات توجه نمود. طراحی مسیر در دو فضای مفصلی و دکارتی مطرح می باشد. نکاتی که باید در طراحی مسیر ربات به آنها توجه نمود، شامل موارد زیر است که در فضای مفصلی و دکارتی به تفصیل آنها پرداخته می شود.

(۱) - چه مسیری برای θ (زاویه چرخش محور) مناسب است؟

(۲) - θ در فضای مفصلی تعیین می شود و در هر لحظه از زمان برای مفاصل مقادیری خواهد داشت که متناظر با آن مجری نهایی بتواند مسیر نهایی را طی کند.

(۳) - $\theta(t)$ برحسب زمان باید ملایم باشد. (تغییرات ناگهانی نمی تواند داشته باشند و مقدور نمی باشد زیرا لازمه آن سرعت بی نهایت است).

(۴) - ترکیب های تکین .

(۵) - شتاب مسیر.

(۶) - چه مسیری در فضای کاری لازم است دنبال شود.

$\dot{\theta}$ برای لحظه شروع صفر است و در پایان در انتهای مسیر در هنگام توقف صفر است. پس در روند حرکت، سرعت از صفر زیاد می شود و سپس در میانه مسیر شروع به کاهش می کند تا آنکه در پایان مسیر صفر شود. موتور یا سیستم محرکه محدودیت سرعت دارد و باید در طراحی به این محدودیت توجه شود.

۳-۱- طراحی مسیر درجه ۳

برای طراحی مسیر درجه ۳ در فضای مفصلی، از معادله درجه ۳ با ضرایب مجهول استفاده می کنیم.

$$\theta = a_0 + a_1 t + a_2 t^2 + a_3 t^3 \quad (1-3)$$

موقعیت اولیه θ_0 می باشد، از معادله (۱-۳) داریم:

$$\theta(0) = \theta_0 \rightarrow a_0 = \theta_0 \quad (2-3)$$

موقعیت نهایی در زمان $t=T$ ، θ_F می باشد، از معادله (۱-۳) داریم:

$$\theta(T) = \theta_F \rightarrow \theta_F = a_0 + a_1 T + a_2 T^2 + a_3 T^3 \quad (3-3)$$

با مشتق گیری از رابطه (۱-۳) داریم:

$$\dot{\theta} = a_1 + 2a_2 t + 3a_3 t^2 \quad (4-3)$$

سرعت اولیه و پایانی V_0 و V_F می باشد، از معادله (۴-۳) داریم:

$$\dot{\theta}(0) = V_0 \rightarrow V_0 = a_1, \quad V_F = a_1 + 2a_2 T + 3a_3 T^2 \quad (5-3)$$

$$\dot{\theta}(T) = V_F \quad (6-3)$$

از معادله (۳-۳) و (۵-۳) داریم:

$$\theta_F - \theta_0 - V_0 T = T^2 a_2 + T^3 a_3 \quad (7-3)$$

$$V_F - V_0 = 2T a_2 + 3T^2 a_3 \quad (8-3)$$

از حل معادلات (۷-۳) و (۸-۳) داریم:

$$a_2 = \frac{\begin{vmatrix} \theta_F - \theta_0 - V_0 T & T^3 \\ 3T^2 & 3T^2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} T^2 & T^3 \\ 2T & 3T^2 \end{vmatrix}} = \frac{[3(\theta_F - \theta_0 - V_0 T)3T^2 - (V_F - V_0)^3]}{T^4} \quad (9-3)$$

$$a_3 = \frac{\begin{vmatrix} T^2 & \theta_F - \theta_0 - V_0 T \\ 2T & V_F - V_0 \end{vmatrix}}{T^4} = \frac{T^2(V_F - V_0) - 2T(\theta_F - \theta_0 - V_0 T)}{T^4} \quad (10-3)$$

که در آن θ زاویه شروع و θ_F زاویه پایان است. V_0 سرعت در آغاز مسیر و V_F سرعت در پایان مسیر است.

در حالت خاص داریم:

$$V_0 = 0, V_F = 0 \rightarrow a_0 = 0, a_1 = 0 \quad (11-3)$$

$$a_3 = \frac{-2(\theta_F - \theta_0)}{T^3} \quad (12-3)$$

با طراحی مسیر در فضای مفصلی، طراحی مسیر در فضای دکارتی آسانتر می شود. مسیر طراحی شده باید دارای شتاب خاصی باشد بطوریکه ربات، قادر به طی کردن مسیر طراحی شده باشد و سیستم محرکه ربات، قدرت لازم برای غلبه برگشتاور بار ربات را داشته باشند در طراحی مسیر، ربات باید از نقاط تکین دور نگه داشته شود. با ایجاد موانع مکانیکی می توان از درگیر شدن ربات با ترکیب های تکین جلوگیری کرد و برای بدست آوردن نقاط تکین ربات، از ماتریس ژاکوبین ربات استفاده می شود. در نقاط تکین، دترمینان ماتریس ژاکوبین صفر می باشد و ماتریس ژاکوبین در این نقاط، معکوس پذیر نمی باشد. برای بدست آوردن نقاط تکین از رابطه زیر استفاده می شود [4].

$$\det J = 0 \rightarrow q_1, q_2, \dots, q_m \quad (13-3)$$

و زاویه های q_1, q_2, \dots, q_m در ترکیب های تکین، متغیرهای مفصلی می باشند که موجب تکین می شوند که مقادیر این زوایا از حل معادله (13-3) بدست می آیند.

۳-۲- مسیر سهموی با قسمتهای خطی

مسیر های مناسب فضای مفصل که همان که اختصاراً (LSPB) نامیده می شود این نوع مسیر وقتی مناسب می باشد که یک سرعت ثابت برای قسمتی از مسیر مورد نظر است و سرعت در آغاز بصورت شیب رو به بالا برای رسیدن به مقدار معلوم افزایش می یابد و یک سرعت ثابت نیز برای قسمتی از مسیر مورد نظر است سپس سرعت در پایان بصورت شیب رو به پایین، خود را به موقعیت هدف برساند. برای دستیابی به این موقعیت، موقعیت مورد نظر به سه بخش تقسیم می شود. اولین بخش از زمان t_0 تا زمان t_1 یک چند جمله ای درجه دوم که یک سرعت شیب خطی را نتیجه می دهد. در زمان t_1 که زمان تلاقی نامیده می شود موقعیت مسیر به یک تابع خطی می رود سرانجام در زمان $t_1 - t_2$ موقعیت مسیر دوباره به یک چند جمله ای درجه ۲ می رود بطوریکه سرعت خطی است. منحنی مسیر مطابق شکل (۳-۶) است [4].

ما زمان تلاقی t_b آنگونه تعیین می کنیم که منحنی مطابق شکل (۳-۶) متقارن بماند. برای راحتی $t_0 = 0$ و $\dot{q}_i(t_f) = 0 = \dot{q}_i(0)$ در نظر می گیریم. پس بین زمانهای صفر و t_b داریم:

$$q^d_i(t) = a_0 + a_1 t + a_2 t^2 \quad (۳-۱۴)$$

بطوریکه سرعت بصورت زیر است.

$$\dot{q}^d_i(t) = a_1 + 2a_2 t \quad (۳-۱۵)$$

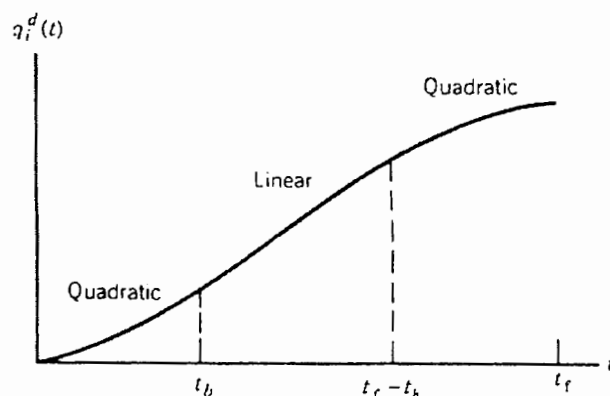
$\dot{q}(0) = 0$, $q_0(0) = 0$ نتیجه می دهند:

$$a_0 = q_0 \quad (۳-۱۶)$$

$$a_1 = 0 \quad (۳-۱۷)$$

از آنجا که در زمان t_b ما می خواهیم سرعت برابر با مقدار ثابت v باشد داریم:

$$\dot{q}^d_i(t_b) = 2a_2 t_b \quad (۳-۱۸)$$



شکل ۳-۶ منحنی مسیر (LSPB)

که نتیجه می دهد:

$$a_2 = v/2t_b \quad (۳-۱۹)$$

بنابراین مسیر مورد نیاز بین 0 و t_b بدست می آید.

$$\begin{aligned} q^d_i(t) &= q_0 + \frac{v}{2t_b} t^2 \\ &= q_0 + \frac{a}{2} t^2 \end{aligned} \quad (۳-۲۰)$$

$$\dot{q}^d_i(t_b) = \frac{v}{t_b} t = at \quad (۳-۲۱)$$

$$\ddot{q}^d_i(t_b) = \frac{v}{t_b} = a \quad (22-3)$$

که در آن a نماد شتاب است.

بین زمان t_b و $t_f - t_b$ مسیر خطی است (متناظر با سرعت ثابت v).

$$q^d_i(t) = \alpha_0 + \alpha_1 t = \alpha_0 + vt \quad (23-3)$$

با توجه به تقارن

$$q^d_i(t_f/2) = \frac{q_0 + q_1}{2} \quad (24-3)$$

ما داریم:

$$\frac{q_0 + q_1}{2} = \alpha_0 + \frac{v t_f}{2} \quad (25-3)$$

که نتیجه می دهد:

$$\alpha_0 = \frac{q_0 + q_1 - v t_f}{2} \quad (26-3)$$

از آنجا که دو بخش باید در زمان t_b مخلوط شوند ما نیاز داریم:

$$q_0 + \frac{v}{2} t_b = \frac{q_0 + q_1 - v t_f}{2} + v t_b \quad (27-3)$$

برای زمان تلاقی t_b چنین است:

$$t_b = \frac{q_0 - q_1 + v t_f}{v} \quad (28-3)$$

توجه کنید که $0 < t_b \leq \frac{t_f}{2}$ به نامعادله زیر رهنمون می شود:

$$\frac{(q_1 - q_0)}{v} < t_f \leq \frac{2(q_1 - q_0)}{v} \quad (29-3)$$

شکل دیگری از نمایش این نامعادله بصورت زیر است:

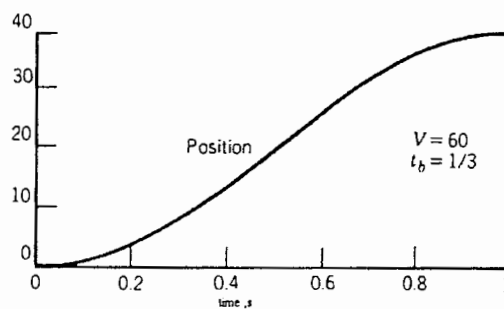
$$\frac{(q_1 - q_0)}{t_f} < v \leq \frac{2(q_1 - q_0)}{t_f} \quad (30-3)$$

پس سرعت معلوم باید بین این حدود باشد و گرنه حرکت غیر ممکن است. بخشی از مسیر بین t_b

و $t_f - t_b$ با توجه به تقارن بدست می آید. سیر کامل LSPB چنین بدست می آید.

$$q^d_i(t) = \left\{ \begin{array}{ll} q_0 + \frac{a}{2}t^2 & 0 < t \leq t_b \\ \frac{q_0 + q_1 - v t_f}{2} + v t & t_b < t \leq t_f - t_b \\ q_1 - \frac{a t_f^2}{2} + a t_f t - \frac{a}{2}t^2 & t_f - t_b < t \leq t_f \end{array} \right\} \quad (31-3)$$

شکل (۷-۳) یک مسیر LSPB را نشان می دهد که در آن بیشترین مقدار سرعت $v=60$ است. در این حالت $t_b = 1/3$ است. منحنی های سرعت و شتاب به ترتیب در شکل های (۸-۳) و (۹-۳) نشان داده شده اند.



شکل ۷-۳ منحنی مسیر (LSPB)

۴-۳- مسیره های با کمترین زمان

یک تفاوت مهم این مسیر عدم تعیین زمان است و توجه به سریعترین مسیر بین q_1, q_0 با یک شتاب معین a است که در آن زمان نهایی t_f حداقل می شود. این مسیر گاهی اوقات مسیر بنگ-بنگ نامیده می شود زیرا پاسخ بهینه با بیشترین شتاب در مقدار a بدست می آید تا اینکه در یک زمان کلید زنی مناسب t_s آن بطور یک مرتبه به مقدار حداقل a برسد (بیشترین شتاب کاهنده) و زمان t_s تا t_f را بپیماید.

با مراجعت به این مثال ساده که فرض نماییم مسیر در شروع و پایان ساکن است یعنی سرعت های اولیه و نهایی صفر هستند با توجه به ملاحظات تقارن پیشنهاد می شود که زمان t_s همان $t_f/2$ را بپیماید. این امر در واقع اتفاق می افتد. برای سرعت های اولیه و یا نهایی غیر صفر، وضعیت پیچیده تر است و در اینجا بحث و بررسی نمی شود. اگر سرعت در زمان t_s را نشان دهد پس داریم:

$$v_s = at_s \quad (32-3)$$

و همچنین

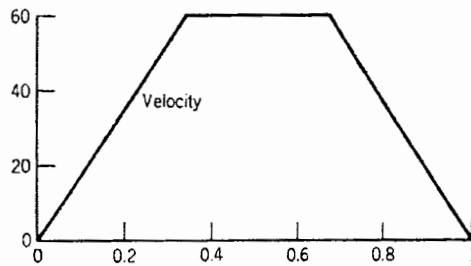
$$t_s = \frac{q_0 - q_1 + v_s t_f}{v_s} \quad (33-3)$$

شرایط تقارن $t_s = t_r / 2$ نتیجه می دهد که

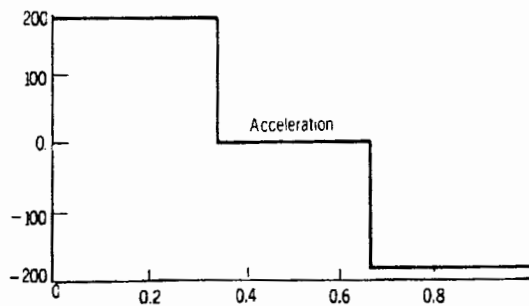
$$v_s = \frac{q_1 - q_0}{t_s} \quad (34-3)$$

با ترکیب رابطه (33-3) و (31-3) ما شرایط زیر را داریم:

$$\frac{q_1 - q_0}{t_s} = at_s \quad (35-3)$$



شکل ۳-۸ منحنی سرعت برای مسیر (LSPB)

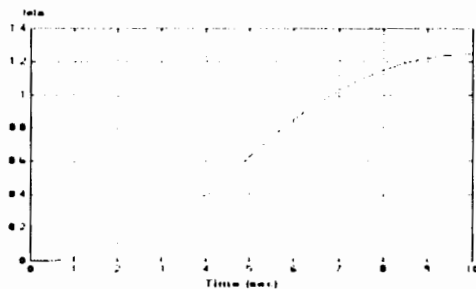


شکل ۳-۹ منحنی شتاب برای مسیر (LSPB)

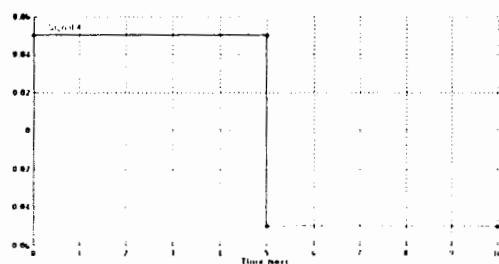
که نتیجه می دهد:

$$t_s = \sqrt{\frac{q_1 - q_0}{2a}} \quad (36-3)$$

مثال شبیه سازی:



شکل ۳-۱۱ مسیر طراحی شده در فضای مفصلی



شکل ۳-۱۰ شتاب ۱ مسیر طراحی شده در فضای مفصلی

در شبیه سازی، بعد از طراحی شتاب مسیر طراحی شده، با دو بار انتگرال گیری نسبت به زمان، مسیر طراحی شده در فضای مفصلی بدست می آید و سپس با جاگذاری مسیر مفصلی در روابط سینماتیک مستقیم، مسیر طراحی شده در فضای دکارتی بدست می آید.

فصل چهارم

کنترل ربات با وجود عدم قطعیت در ماتریس ژاکوبین با روشهای موجود

در این فصل به بررسی روشهای موجود در کنترل ربات با وجود عدم قطعیت در ماتریس ژاکوبین پرداخته می شود. ابتدا قانون کنترل مبتنی بر ژاکوبین تقریبی، برای کنترل نقطه تنظیم ربات با حضور عدم قطعیت ارائه می گردد و شرایط لازم برای کرانه‌های ماتریس ژاکوبین تخمینی و شرایط پایداری با ضرایب فیدبک منظور می شوند و نتایج شبیه سازیها نیز ارائه می گردد و سپس قانون کنترل دیگری مبتنی بر ژاکوبین تقریبی، برای کنترل نقطه تنظیم ربات با حضور عدم قطعیت ارائه می گردد و نتایج مربوط به آن نیز ارائه می شود و در پایان به مقایسه نتایج دو روش کنترلی می پردازیم.

روشهای کنترلی که در زمینه کنترل ربات با حضور عدم قطعیت در ماتریس ژاکوبین ارائه شده است، فقط برای کنترل نقطه تنظیم ربات استفاده می شود.

۴-۱- کنترل ربات مبتنی بر ژاکوبین تقریبی

معادلات دینامیک ربات که ، با استفاده از معادلات اولر - لاگرانژ به صورت زیر بدست می آیند.

$$M(q)\ddot{q} + \left(\frac{1}{2}\dot{M}(q) + S(q, \dot{q})\right)\dot{q} + g(q) = \tau \quad (1-4)$$

$$S(q, \dot{q})\dot{q} = \frac{1}{2}\dot{M}(q)\dot{q} - \frac{1}{2}\left\{\frac{d}{dq}\dot{q}^T M(q)\dot{q}\right\}^T \quad (2-4)$$

$g(q)$ بردار نیروهای گرانشی ناشی از جاذبه، $\tau \in R^n$ گشتاور مفاصل، $M(q) \in R^{n \times n}$ ماتریس لختی ربات می باشند.

دو خاصیت مهم معادلات دینامیکی به صورت زیر بیان می شود.

(۱) - $M(q)$ مثبت متقارن است.

(۲) - $S(q, \dot{q})$ پادمتقارن است یعنی برای همه $q, \dot{q} \in R^n$ خواهیم داشت:

$$\dot{q}^T S(q, \dot{q}) \dot{q} = 0 \quad (3-4)$$

در اکثر کاربرد های ربات مسیر طراحی شده برای مجری نهایی در فضای کاری تعیین می گردد. یک توصیف انتقال غیر خطی میان فضای کاری و فضای مفصلی است. $h(.) \in \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^m$ با $m \leq n$ ،

$$X = h(q) \quad (4-4)$$

که $J(.) = \frac{d}{dq} h(.) \in \mathbb{R}^{m \times n}$ فضای مفصلی را به فضای کاری تبدیل می کند. سرعت مفاصل با استفاده از

تاکومتر و یا وسایل اندازه گیری مختلف که با نویز کمتری همراه است اندازه گیری و فید بک می شود. در این روش قانون کنترل با حضور عدم قطعیت در ماتریس ژاکوبین، نیازی به معکوس ماتریس ژاکوبین ندارد. و قانون کنترل با ورودی گشتاور با استفاده از ماتریس ژاکوبین تقریبی $\hat{J}(q) \in \mathbb{R}^{m \times n}$ بصورت زیر ارائه می شود [۲].

$$\tau = -\hat{J}^T(q) K_p s(e) - B_v \dot{q} + g(q) \quad (5-4)$$

فرض می شود که $\hat{J}^T(q)$ طوری انتخاب شده باشد که p عدد ثابت مثبت و کوچک است.

$$\|J^T(q) - \hat{J}^T(q)\| \leq p \quad (6-4)$$

$$e = X - X_d = (e_1, e_2, \dots, e_m)^T \quad (7-4)$$

که e خطای موقعیت سیستم در فضای کاری می باشد.

تابع $s_i(.)$ تابع اشباع می باشد.

$$s(e) = (s(e_1), s(e_2), \dots, s(e_m))^T \quad (8-4)$$

ضرایب مثبتی هستند که برای کاهش خطای موقعیت فضای کاری استفاده می شود. $B_v = b_v I, K_p = k_p I$

تابع $S_i(\theta)$ اسکالر بوده و مشتق آن $s_i(\theta)$ می باشد که سه خاصیت برای $S_i(\theta)$ تعریف می شود.

$$S_i(\theta) > 0, \theta \neq 0 \quad S_i(0) = 0 \quad (1)$$

$S_i(\theta)$ تابع متمایز پیوسته است و $s_i(\theta) = \frac{d}{d\theta} S_i(\theta)$ با فرض $\|\theta\| < \gamma$ ، $s_i(\theta)$ صعودی می باشد. با

فرض $\|\theta\| > \gamma$ ، $s_i(\theta)$ به حالت اشباع می رود و دارای مقدار ثابتی است. بنابراین وقتی $s_i \geq \gamma$ ، $s_i \leq -\gamma$ باشد $s_i(\theta) = \pm s_i$ ، که s_i یک مقدار ثابت مثبت است.

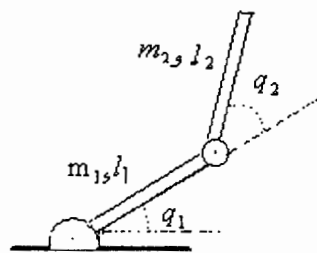
(۳)- ثابت \bar{c}_i وجود دارد، طوریکه $(\bar{c}_i > 0, d_i > 0, \bar{d}_i > d_i) > 0$ که برای $\theta \neq 0$ برقرار است.

$$s_i(\theta) \geq \bar{c}_i s_i^2(\theta) \quad (9-4)$$

هنگامی که سنسور موقعیت از قبیل سیستم اندازه گیری مغناطیسی یا سیستم ردیاب لیزری برای اندازه گیری موقعیت مجری نهایی استفاده می شود مختصات فضای کاری، مختصات کارتیزین تعریف میشود. با جاگذاری رابطه (۵-۴) در رابطه (۱-۴) رابطه (۱۰-۴) بدست می آید.

$$M(q)\ddot{q} + \left(\frac{1}{2}\dot{M}(q) + S(q, \dot{q})\right)\dot{q} + \hat{J}^T(q)K_p s(e) + B_v \dot{q} = 0 \quad (10-4)$$

با تنظیم ضرایب K_p, B_v می توان خطا را کاهش داد [۲].



شکل ۴-۱ بازوی دو رابط

اکنون برای پیاده سازی قانون کنترل (۵-۴) در سیستم بازوی ماهر دو رابط شکل (۴-۱)، مطابق معادلات زیر داریم.

$$\tau = -\hat{J}^T(q)K_p s(e) - B_v \dot{q} + g(q) \quad (11-4)$$

l_1 طول رابط ۱، l_2 طول رابط ۲، q_1 متغیر مفصلی رابط ۱، q_2 متغیر مفصلی رابط ۲ است.

$$M(q) = \begin{bmatrix} m_2 l_2^2 + 2l_1 l_2 m_2 c_2 + (m_1 + m_2) l_1^2 & m_2 l_2^2 + l_1 l_2 m_2 c_2 \\ m_2 l_2^2 + l_1 l_2 m_2 c_2 & m_2 l_2^2 \end{bmatrix} \quad (12-4)$$

$$M(q)\ddot{q} + \left(\frac{1}{2}\dot{M}(q) + S(q, \dot{q})\right)\dot{q} + g(q) = \tau \quad (13-4)$$

$$\left(\frac{1}{2}\dot{M}(q) + S(q, \dot{q})\right)\dot{q} = \begin{bmatrix} -m_2 l_1 l_2 s_2 \dot{q}_2^2 - 2m_2 l_1 l_2 s_2 \dot{q}_1 \dot{q}_2 \\ m_2 l_1 l_2 s_2 \dot{q}_1^2 \end{bmatrix} \quad (14-4)$$

$$g(q) = \begin{bmatrix} m_2 l_2 g c_{12} + (m_2 + m_1) l_1 g c_1 \\ m_2 l_2 g c_{12} \end{bmatrix} \quad (15-4)$$

$$c_1 = \cos q_1$$

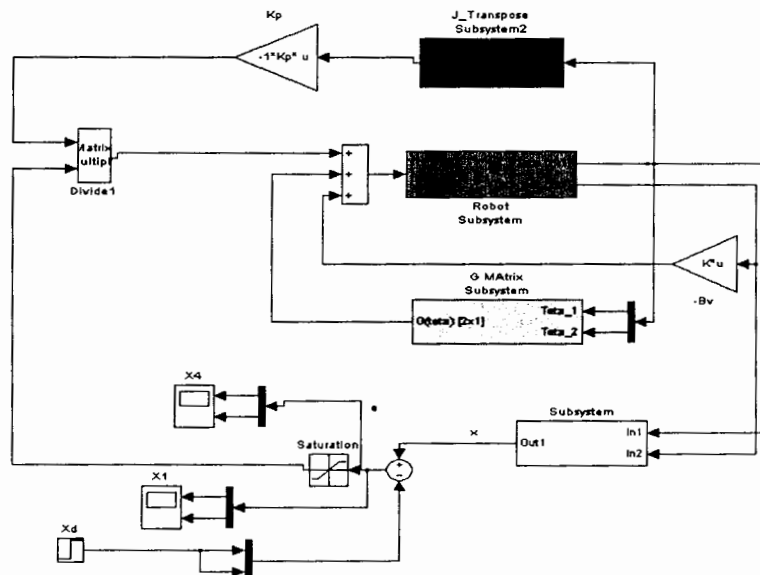
$$c_{12} = \cos(q_1 + q_2)$$

$$c_2 = \cos q_2$$

$$s_2 = \sin q_2$$

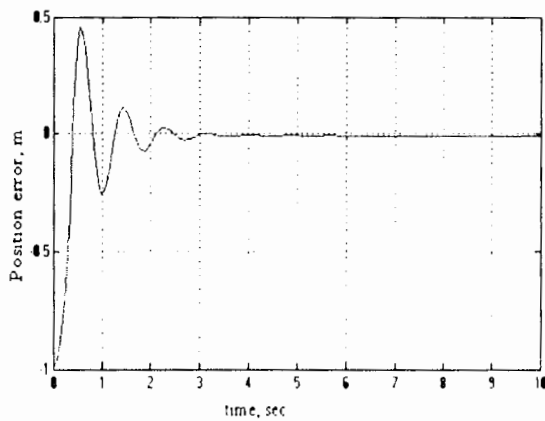
$$g = 9.8$$

شبیه سازی قانون کنترل با وجود عدم قطعیت در ماتریس ژاکوبین در شکل (۲-۴) آمده است و نتایج نیز قابل مقایسه در شرایط مختلف می باشد.

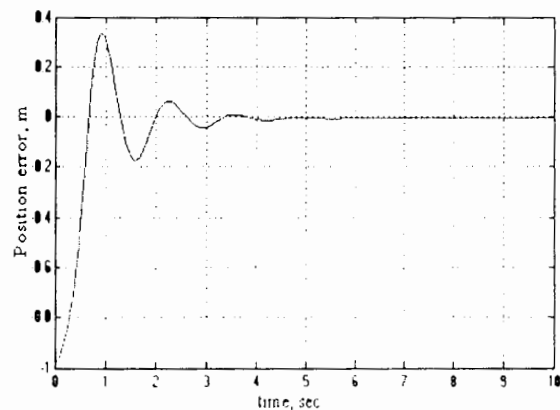


شکل ۲-۴ شبیه سازی قانون کنترل

خطای خروجی سیستم به ورودی مرجع پله واحد در شکل (۳-۴) با $K_p = \begin{bmatrix} 90 & 0 \\ 0 & 100 \end{bmatrix}$, $B_v = \begin{bmatrix} 8 & 0 \\ 0 & 5 \end{bmatrix}$ آمده است.



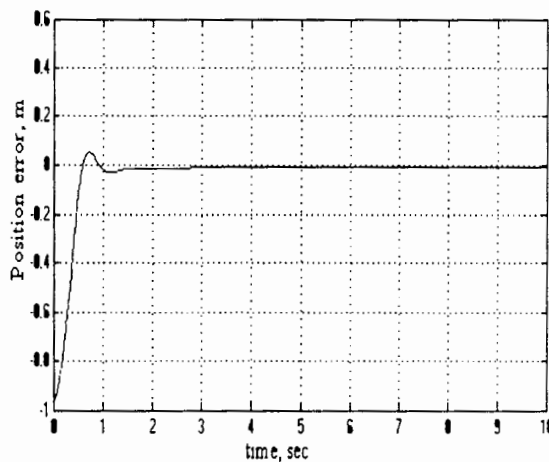
شکل ۴-۴ خطای خروجی سیستم به ورودی پله واحد



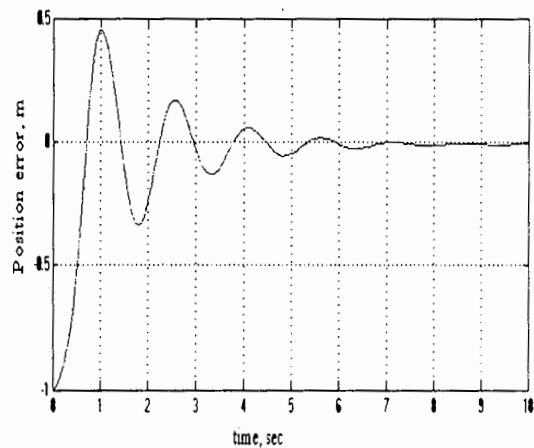
شکل ۳-۴ خطای خروجی سیستم به ورودی پله واحد

خطای خروجی پس از یک فراجهش به 0.48 در زمان $t = 0.65$ ثانیه، سیر نزولی داشته و پس از 4 ثانیه به صفر میل کرده است. حال K_p را به $K_p = \begin{bmatrix} 50 & 0 \\ 0 & 60 \end{bmatrix}$ کاهش می دهیم. خطای خروجی در شکل (۴-۴) با $K_p = \begin{bmatrix} 50 & 0 \\ 0 & 60 \end{bmatrix}$ و $B_v = \begin{bmatrix} 8 & 0 \\ 0 & 5 \end{bmatrix}$ نشان داده شده است. خطای خروجی با فراجهش 0.3 در زمان 1 ثانیه، سیر نزولی داشته و پس از 4 ثانیه به صفر میل کرده است. خطای ماندگار حدود صفر می باشد. کاهش K_p باعث بهبود نتایج شده است.

برای مشاهده اثر B_v ، آن را افزایش دهیم. خطای خروجی با $K_p = \begin{bmatrix} 90 & 0 \\ 0 & 100 \end{bmatrix}$ و $B_v = \begin{bmatrix} 28 & 0 \\ 0 & 35 \end{bmatrix}$ در شکل (۵-۴) نشان داده شده است. در مقایسه با شکل (۴-۴)، خطای خروجی بدون فراجهش بوده و پس از 1.5 ثانیه به صفر میل کرده است. سرعت پاسخ سیستم زیاد شده است. خطای ماندگار نیز حدود صفر می باشد و پاسخ خروجی سیستم بهبود یافته است. افزایش B_v باعث بهبود نتایج شده است.



شکل ۴-۶ خطای خروجی سیستم به ورودی پله واحد



شکل ۴-۵ خطای خروجی سیستم به ورودی پله واحد

برای مشاهده اثر کاهش B_v و افزایش K_p به طور همزمان، خطای خروجی با $K_p = \begin{bmatrix} 30 & 0 \\ 0 & 30 \end{bmatrix}$

و $B_v = \begin{bmatrix} 4 & 0 \\ 0 & 4 \end{bmatrix}$ در شکل (۶-۴) نشان داده شده است. در مقایسه با شکل های (۴-۳) و (۴-۴) و (۴-۵)

خطای خروجی دارای فراجهش زیادی بوده و پس از 6 ثانیه به صفر میل کرده است. سرعت پاسخ سیستم مناسب نمی باشد پاسخ خروجی سیستم بهبود نیافته است.

۲-۴- کنترل ربات با حضور عدم قطعیت در ماتریس ژاکوبین

در این روش نیز قانون کنترل ژاکوبین تقریبی برای کنترل نقطه تنظیم ربات با حضور عدم قطعیت در ماتریس ژاکوبین ارائه شده است و ژاکوبین دقیق در دسترس نمی باشد و ماتریس ژاکوبین تقریبی در سیستم حضور دارد قانون کنترل ورودی به صورت زیر در فضای کاری ارائه شده است.

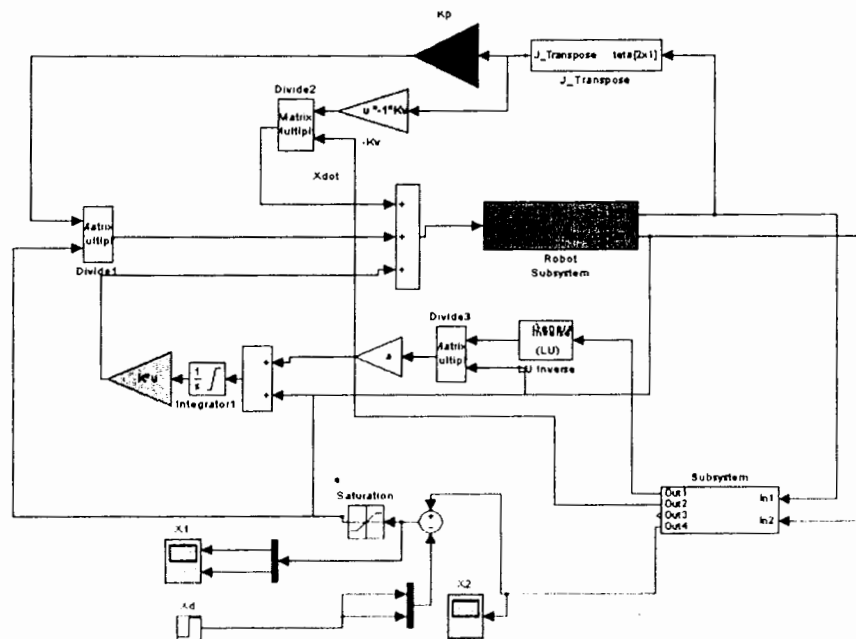
$$\tau = -\hat{J}^T(q)(K_p s(e) + K_v \dot{X}) - K_I \int_0^t w(\tau) d\tau \quad (16-4)$$

$$w = \dot{q} + a\hat{J}^+(q)s(e)$$

$$\hat{J}(q)\hat{J}^+(q) = I \quad (17-4)$$

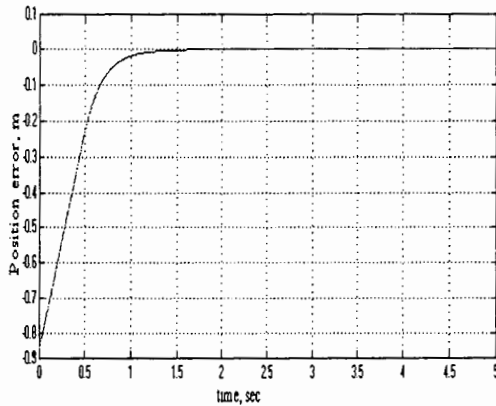
a یک مقدار مثبت است و K_I, K_V, K_P ماتریس ضرایب قطری مثبت هستند و فرض شده است که بردار فضای کاری X بوسیله سنسور اندازه گیری می شود. پیاده سازی و شبیه سازی قانون کنترل در سیستم بازوی ماهر دو رابط لولایی انجام شده است [۵].

شبیه سازی قانون کنترل با وجود عدم قطعیت در ماتریس ژاکوبین در شکل (۷-۴) آمده است و نتایج نیز قابل مقایسه در شرایط مختلف می باشد.

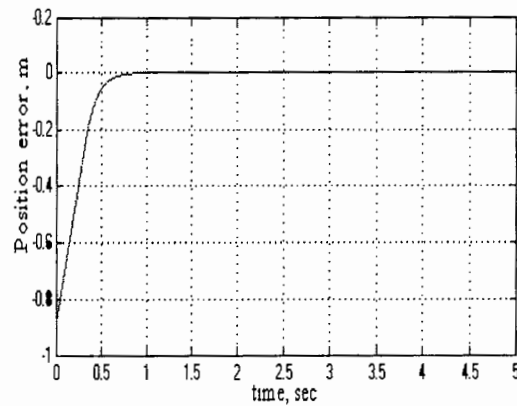


شکل ۷-۴ شبیه سازی قانون کنترل

خطای خروجی سیستم به ورودی مرجع پله واحد در شکل (۴-۸) با $k_v = 5$ و $K_p = \begin{bmatrix} 100 & 0 \\ 0 & 100 \end{bmatrix}$ و $a = 0.2$ آمده است.



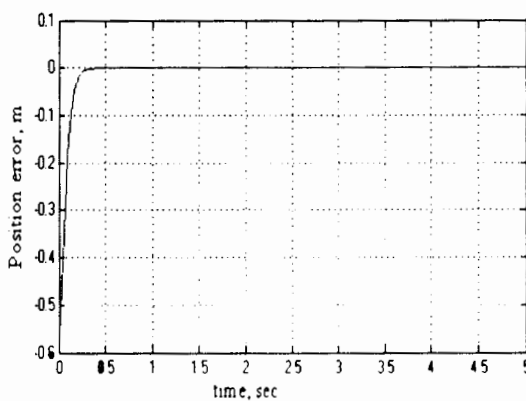
شکل ۹-۴ خروجی سیستم به ورودی پله واحد



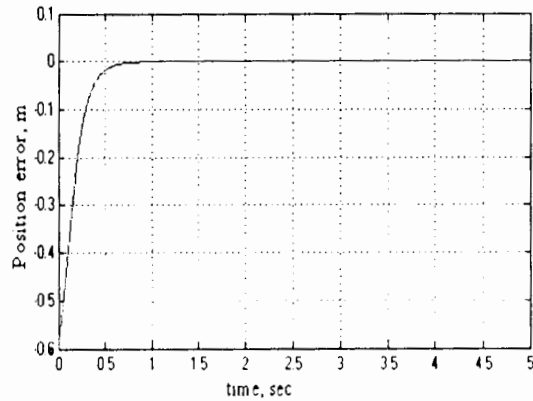
شکل ۸-۴ خروجی سیستم به ورودی پله واحد

برای مشاهده اثر K_p ، آن را افزایش دهیم. خطای خروجی با $K_p = \begin{bmatrix} 150 & 0 \\ 0 & 150 \end{bmatrix}$ و $K_v = 5$ و $a = 0.2$ در شکل (۴-۹) نشان داده شده است. خطای خروجی بدون فرجهش بوده و پس از ۱ ثانیه به صفر میل کرده است. خطای ماندگار نیز حدود صفر می باشد. با افزایش K_p پاسخ خروجی سیستم بهبود یافته است.

برای مشاهده اثر K_v ، آن را افزایش دهیم. خطای خروجی با $K_p = \begin{bmatrix} 100 & 0 \\ 0 & 100 \end{bmatrix}$ و $K_v = 20$ و $a = 0.2$ در شکل (۴-۱۰) نشان داده شده است. خطای خروجی بدون فرجهش بوده و پس از ۰.۷۵ ثانیه به صفر میل کرده است. خطای ماندگار نیز حدود صفر می باشد. با افزایش K_v پاسخ خروجی سیستم بهبود یافته است.



شکل ۱۱-۴ خروجی سیستم به ورودی پله واحد



شکل ۱۰-۴ خروجی سیستم به ورودی پله واحد

اکنون برای مشاهده اثر a ، آن را کاهش می دهیم. خطای خروجی با $K_p = \begin{bmatrix} 100 & 0 \\ 0 & 100 \end{bmatrix}$ و $K_v = 5$ و $a = 0.1$ در شکل (۴-۱۱) نشان داده شده است. خطای خروجی بدون فراجش بوده و پس از ۵، ۰ ثانیه به صفر میل کرده است. خطای ماندگار نیز حدود صفر می باشد. با کاهش a پاسخ خروجی سیستم بهبود یافته است.

فصل پنجم

کاهش اثر خطای ژاکوبین ربات
توسط روش خطی سازی با فیدبک

۵-۱- خطی سازی فیدبکی

ابتدا به کاربرد فنون کنترل غیر خطی پیچیده تر برای ردیابی مسیر بازوهای ماهر صلب توجه می کنیم در واقع معادلات دینامیک بازوی ماهر ربات، سیستمی پیچیده، غیر خطی و چند متغیره را تشکیل می دهند. بنابراین مسئله کنترل ربات را بر اساس مطالب کنترل غیر خطی و چند متغیره بررسی می کنیم. این روش به ما اجازه می دهد که تحلیل عمیق و کامل و دقیق تری از عملکرد کنترل سیستم فراهم کنیم و همچنین اجازه می دهد که قوانین کنترل غیر خطی را طوری طراحی نماییم که پایداری کلی و تعقیب مسیر های دلخواه را تضمین نمایند. روش خطی سازی فیدبکی، مفهوم دینامیک وارون بازوهای ماهر صلب را تعمیم می دهد. ایده اصلی خطی سازی پسخوری یا فیدبکی، ساختن یک قانون کنترل غیر خطی بعنوان یک کنترل حلقه درونی است که در حالت ایده آل، سیستم غیر خطی را بعد از تغییر مناسب مختصات فضای حالت، خطی می کند. پس از آن، طراح می تواند یک مرحله دوم یا کنترل حلقه بیرونی در مختصات جدید طرح نماید که مشخصات طرح موسوم کنترل دینامیک وارون و کنترل خطی سازی پسخوری یکسان هستند. اما همانگونه که خواهیم دید قدرت کامل فن خطی سازی پسخوری برای کنترل بازوی ماهر، هنگامی آشکار می گردد که در توصیف دینامیکی بازوی ماهر، دینامیک حالت گذرا نظیر اثرات کشسانی، پیچش شافت، کشسانی چرخ دنده و غیره پدیدار گردد. در حالت کلی یک بازوی ربات n - رابط با معادلات دینامیکی، یک سیستم غیر خطی است که با چند ورودی بیان می شود. تعیین شرایط خطی سازی پسخوری برای سیستم های چند ورودی نسبت به یک ورودی سخت تر است. اما ایده اصلی آن همان است که در حالت یک ورودی بکار می رود. سیستم مختصات را می توان آن چنان دید که غیر خطی ها بتوانند بطور کامل با یک یا چند ورودی، کاملا حذف شوند. همچنین در سیستمهای چند ورودی می توانیم سیستم را مجزا کنیم و خطی سازی سیستم به طریقی انجام شود که سیستم خطی حاصل، شامل چند سیستم داخلی باشد و هر کدام بوسیله یکی از ورودیهای کنترل حلقه بیرونی تحریک شوند.

معادلات سیستم در فضای غیر خطی بصورت معادله (۵-۱) می باشد.

$$\dot{x} = f(x) + g(x)u \quad (۵-۱)$$

در خطی سازی فیدبکی، T تبدیلی است که سیستم را از فضای غیر خطی به فضای خطی می آورد و معادلات خطی با متغیر جدید، با بردار حالت جدید شکل می گیرد.

$$\begin{aligned}
 y &= T(x) \\
 \dot{y}_1 &= y_2 \\
 \dot{y}_2 &= y_3 \\
 &\vdots \\
 \dot{y}_n &= v
 \end{aligned} \tag{۲-۵}$$

با استفاده از رابطه (۲-۵) داریم:

$$\begin{aligned}
 \dot{y} &= Ay + Bv \\
 v &= -ky
 \end{aligned} \tag{۳-۵}$$

که مقادیر A, B ، با استفاده از رابطه (۳-۵) و (۲-۵) بدست می آیند.

$$A = \begin{bmatrix} . & 0 & 1 & 0 \\ . & 0 & 0 & 1 \\ . & 0 & 0 & 0 \\ . & . & . & . \end{bmatrix} \quad \text{و} \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 1 \end{bmatrix}$$

دیده می شود که با تغییر k ، موقعیت قطبهای سیستم خطی شده به سوی مقادیر دلخواه میل می کند و می تواند یک سیستم پایدار بدست آید.

ما اغلب، نیازی به نتایج کلی در خطی سازی پسخوری چند ورودی نخواهیم داشت. زیرا فقط به دنبال کاربرد این پدیده ها برای کنترل بازوی ماهر هستیم. در عوض، مفهوم فیزیکی حاکم بر دستاورد های این نتیجه در حالت تک ورودی، برای بدست آوردن کنترل خطی سازی پسخوری برای بازوی ماهر صلب n - رباط و بازوی n - رباط با مفاصل کشسان، مستقیما می تواند استفاده شود. در واقع می بینیم که کنترل خطی سازی پسخوری برای بازوهای ماهر صلب، دقیقا همان کنترل دینامیک وارون هست. اگر انعطاف مفصل در توصیف دینامیک یک ربات n - رباط وارد شود در این صورت داریم:

$$\begin{aligned}
 x_1 &= q \\
 x_2 = \dot{q} &\Rightarrow \dot{x}_1 = x_2
 \end{aligned} \tag{۴-۵}$$

$$\dot{x}_2 = \ddot{q}$$

با جاگذاری معادله (۴-۵) در معادله ربات داریم:

$$M(q)\ddot{q} + h(q, \dot{q}) = u \rightarrow \ddot{q} = M^{-1}(q)[u - h(q, \dot{q})] \rightarrow \dot{x}_2 = M^{-1}(x_1)[u - h(x_1, x_2)] \tag{۵-۵}$$

از دو رابطه (۴-۵) و (۵-۵) معادلات فضای حالت، به صورت زیر بدست می آیند.

$$\dot{x}_1 = x_2$$

$$\dot{x}_2 = M^{-1}(x_1)[u - h(x_1, x_2)] \quad (6-5)$$

از رابطه (۴-۵) سیستم خطی زیر بدست می آید:

$$\ddot{q} = \dot{x}_2 = v$$

$$\dot{x}_2 = M^{-1}(x_1)[u - h(x_1, x_2)] \rightarrow u = M(x_1)v + h(x_1, x_2) \quad (7-5)$$

اکنون سیستم خطی جدید (۷-۵)، قانون کنترل حلقه داخلی را فراهم می سازد. با استفاده از رابطه (۵-۵) داریم:

$$\beta(x) = M(x_1), \alpha(x) = h(x_1, x_2)$$

$$u = \alpha(x) + \beta(x)v \rightarrow v = \beta^{-1}(x)[u(x) - \alpha(x)] \quad (8-5)$$

که v به عنوان ورودی جدید یک سیستم جدید مطرح می شود. در واقع دینامیک وارون همان خطی سازی فیدبک است. از معادلات (۱-۵) و (۵-۵) داریم:

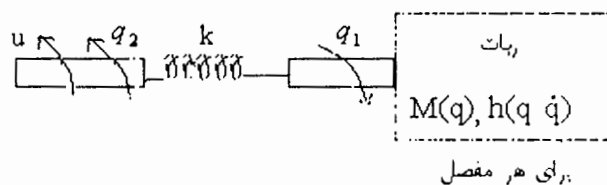
$$\dot{x} = f(x) + g(x)u, \quad x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} \rightarrow x_1 = q = \begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \\ \vdots \\ q_n \end{bmatrix}, \quad x_2 = \dot{q} = \begin{bmatrix} \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \\ \vdots \\ \dot{q}_n \end{bmatrix} \quad (9-5)$$

$$f(x) = \begin{bmatrix} x_2 \\ -M^{-1}(x_1)h(x_1, x_2) \end{bmatrix}, \quad g(x) = \begin{bmatrix} 0 \\ M^{-1}(x_1) \end{bmatrix}, \quad u = \tau$$

$$u = M(x_1)v + h(x_1, x_2) \Rightarrow v = M^{-1}(x_1)[u - h(x_1, x_2)] \quad (10-5)$$

۵-۲- خطی سازی فیدبک در ربات با n لینک و با در نظر گرفتن انعطاف در مفاصل

قبلا یک متغیر مفصلی به نام q بود اکنون با در نظر گرفتن انعطاف در مفصل مطابق شکل (۱-۵)، دو متغیر مفصلی q_1 و q_2 معرفی می شود. در شرایط عدم وجود انعطاف، شرط $q_1 \neq q_2$ برقرار است.



شکل ۱-۵ ربات با وجود لینک در مفاصل ها

u گشتاور ورودی محرک، زمان اینرسی و $k(q_2 - q_1)$ گشتاور ورودی مفصل می باشد.

$$u = j\ddot{q}_2 + k(q_2 - q_1) \Rightarrow \ddot{q}_2 = j^{-1}[u - k(q_2 - q_1)] \quad (11-5)$$

$$k(q_2 - q_1) = M(q_1)\ddot{q}_1 + h(q_1, \dot{q}_1) \Rightarrow \ddot{q}_1 = M^{-1}(q_1)[k(q_2 - q_1) - h(q_1, \dot{q}_1)] \quad (12-5)$$

برای هر مفصل، چهار متغیر حالت وجود خواهد داشت.

$$\begin{cases} x_1 = q_1 & \dot{x}_1 = \dot{q}_1 \\ x_2 = \dot{q}_1 & \dot{x}_2 = M^{-1}(x_1)[k(x_3 - x_1) - h(x_1, x_2)] \\ x_3 = q_2 & \Rightarrow \dot{x}_3 = \dot{q}_2 \\ x_4 = \dot{q}_2 & \dot{x}_4 = j^{-1}[u - k(x_3 - x_1)] \end{cases} \quad (13-5)$$

معادلات خطی با متغیر جدید، با بردار حالت جدید، به صورت زیر می باشد:

$$\begin{cases} y_1 = x_1 \\ y_2 = \dot{y}_1 = \dot{x}_2 \\ y_3 = \dot{y}_2 = M^{-1}(x_1)[k(x_3 - x_1) - h(x_1, x_2)] \\ y_4 = \dot{y}_3 = \dot{x}_4 = M^{-1}(x_1)[k(x_3 - x_1) - h(x_1, x_2)] + M^{-1}(x_1)[k(\dot{x}_3 - \dot{x}_1) - \frac{\partial h}{\partial x_1} \dot{x}_1 - \frac{\partial h}{\partial x_2} \dot{x}_2] \\ = M^{-1}(x_1)[k(x_3 - x_1) - h(x_1, x_2)] + M^{-1}(x_1)[k(x_4 - x_2) - \frac{\partial h}{\partial x_1} x_2 - \frac{\partial h}{\partial x_2} [M^{-1}(x_1)[k(x_3 - x_1) - h(x_1, x_2)]]] \\ y_4 = \dot{y}_3 = \lambda(x_1, x_2, x_3) + M^{-1}(x_1) k x_4 \\ \dot{y}_4 = v = \frac{\partial \lambda}{\partial x_1} x_2 + \frac{\partial \lambda}{\partial x_2} M^{-1}(x_1)[k(x_3 - x_1) - h(x_1, x_2)] + \frac{\partial \lambda}{\partial x_3} x_4 + M^{-1}(x_1) k x_4 + M^{-1}(x_1) k j^{-1} u - \\ M^{-1}(x_1) k j^{-1} k(x_3 - x_1) \\ \alpha(x) = \frac{\partial \lambda}{\partial x_1} x_2 + \frac{\partial \lambda}{\partial x_2} M^{-1}(x_1)[k(x_3 - x_1) - h(x_1, x_2)] + \frac{\partial \lambda}{\partial x_3} x_4 + M^{-1}(x_1) k x_4 - M^{-1}(x_1) k j^{-1} k(x_3 - x_1) \end{cases} \quad (14-5)$$

$$\dot{y}_4 = v = M^{-1}(x_1) k j^{-1} u + a(x) = b(x)u + a(x)$$

$$v = a(x) = b(x)u + a(x) \Rightarrow u = b^{-1}(x)[v - a(x)] \quad (15-5)$$

$$u = b^{-1}(x)v - b^{-1}(x)a(x) = \beta(x)v + \alpha(x)$$

$$\beta(x) = b^{-1}(x) \quad , \quad \alpha(x) = -b^{-1}(x)a(x)$$

اکنون سیستم خطی جدید، قانون کنترل حلقه داخلی را فراهم می سازد.

$$u = \alpha(x) + \beta(x)v \rightarrow v = \beta^{-1}(x)[u(x) - \alpha(x)] \quad (16-5)$$

که v به عنوان ورودی جدید یک سیستم جدید مطرح می شود.

۵-۳- مقدمه ای بر طرح حلقه بیرونی

فن خطی سازی پسخوری از آن جهت مهم است که به یک روش طراحی کنترلر برای سیستمهای غیر خطی می انجامد اما در مطالب تئوری کنترل باید بطور فوق العاده، به فنونی مشکوک بود که اطمینان به حذف کامل ریاضی جملات خطی یا غیر خطی از معادلات تعریف کننده سیستم دارد. برای مثال، هرگز نباید برای حذف یک قطب ناپایدار در سیستم خطی یک صفر را وارد نمود. نتیجه خطی سازی پسخوری باید به عنوان یک ویژگی ساختاری، کلاسی از سیستمهای غیر خطی مرور شود نه آنکه بعنوان یک پاسخ کامل مسئله طراحی کنترل منظور شود [۴].

۵-۴- دینامیک وارون

ایده دینامیک وارون، یک قانون کنترل پسخوری غیر خطی به این صورت است که وقتی رابطه (۵-۱۷) در رابطه (۵-۱۸) جاگذاری شود به یک سیستم حلقه بسته خطی بیانجامد.

$$M(q)\ddot{q} + h(q, \dot{q}) = u \quad (17-5)$$

$$u = f(q, \dot{q}) \quad (18-5)$$

برای سیستمهای غیر خطی عمومی شاید یافتن چنین قانون کنترلی کاملاً سخت یا غیر ممکن باشد، اما در حالت معادلات دینامیکی بازوی ماهر (۵-۱۷) این مسئله عملاً آسان است. با بررسی رابطه (۵-۱۷) مشاهده می شود که اگر ورودی کنترل u ، مطابق معادله (۵-۱۹) انتخاب شود در اینصورت، از آنجا که ماتریس لختی M وارون پذیر است سیستم ترکیب شده (۵-۱۷) و (۵-۱۹) به رابطه (۵-۲۰) کاهش می یابد.

$$u = M(q)v + h(q, \dot{q}) \quad (19-5)$$

$$v = \ddot{q} \quad (20-5)$$

جمله v یک ورودی جدید به سیستم را نشان می دهد که هنوز باید انتخاب شود. معادله (۵-۲۰) به عنوان سیستم انتگرال گیر دوگانه نامیده می شود و به نتایج مهمتری می رسد بطوریکه سیستم جدید

(۲۰-۵) خطی و مجزا شده است. این بدان معنی است که هر ورودی v_k می تواند برای کنترل یک سیستم خطی اسکالر طراحی شود بعلاوه با فرض اینکه v_k فقط تابعی از q_k و مشتقات آن است. پس v_k به صورت مستقل از حرکت سایر رابط های ورودی q_k اثر می گذارد. از آنجائیکه v_k می تواند برای کنترل یک سیستم خطی ساده مرتبه دوم طراحی شود. انتخاب بدیهی عبارت است از رابطه (۲۰-۵)

$$v = -k_p q - k_v \dot{q} + r \quad (۲۱-۵)$$

که در آن k_p, k_v ماتریس های قطری با المانهای قطری به ترتیب، شامل ضرایب سرعت و موقعیت می باشند. پس سیستم حلقه بسته به صورت (۲۰-۵) است با توجه به مسیر مطلوب، خواهیم داشت.

$$\ddot{q} + k_v \dot{q} + k_p q = r \quad (۲۲-۵)$$

اگر ورودی مرجع به صورت رابطه (۲۳-۵) انتخاب شود آنگاه روابط زیر بدست می آیند.

$$(q(t), \dot{q}(t)) \rightarrow (q^d(t), \dot{q}^d(t)) \quad (۲۳-۵)$$

$$r(t) = \ddot{q}^d(t) + k_v \dot{q}^d(t) + k_p q^d(t) \quad (۲۴-۵)$$

خطای ردیابی $e = q^d - q$ رابطه زیر را برآورده می سازد.

$$\ddot{e}(t) + k_v \dot{e}(t) + k_p e(t) = 0 \quad (۲۵-۵)$$

یک انتخاب روشن برای ضرایب ماتریس k_p, k_v به صورت رابطه زیر است.

$$k_v = \text{diag}\{2w_1, 2w_2, \dots, 2w_n\} \quad (۲۶-۵)$$

$$k_p = \text{diag}\{w_1^2, w_2^2, \dots, w_n^2\} \quad (۲۷-۵)$$

که ضرایب بالا یک سیستم حلقه بسته ایجاد می کند که بطور کلی مستقل است و پاسخ هر مفصل سیستم مرتبه دوم میرایی بحرانی با فرکانس w_1 است که مطابق با فرکانس طبیعی w_1 سرعت پاسخ مفصل را تعیین می کند. یا بطور معادل نرخ محو شدن خطا را نشان می دهد.

$$\ddot{q} = M^{-1}(q)[u - h(q, \dot{q})] \quad (۲۸-۵)$$

معلوم است که ما قادر به تعیین شتاب به عنوان ورودی سیستم بودیم عبارتی در نظر بگیریم که محرکه هایی داشتیم که قادر به تولید مستقیم یک فرمان شتاب بودند (بهتر از حالت مستقیم با تولید نیرو و گشتاور) هرگاه دینامیک بازوی ماهر که بعد از کنترل موقعیت است به صورت زیر باشد.

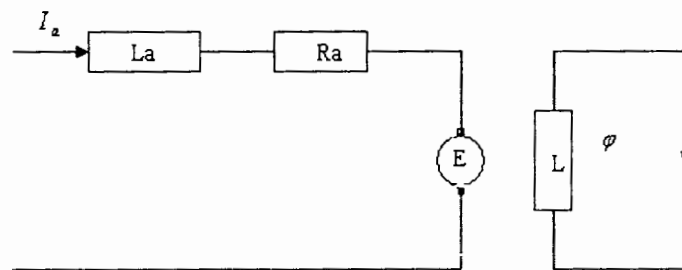
$$\ddot{q}(t) = v(t) \quad (۲۹-۵)$$

که در آن $v(t)$ بردار شتاب ورودی است رابطه (۲۷-۵) به هیچ وجه یک تقریب نیست. در حالیکه آن، دینامیک سیستم حلقه باز واقعی را نشان می دهد و شتاب را بعنوان ورودی تحویل می دهد. حال مسئله کنترل سیستم (۲۷-۵) آسان است. ورودی شتاب $v(t)$ می تواند مثل قبل، همانند (۲۱-۵) انتخاب گردد. اما در عمل در دنیای فیزیکی، محرکه های شتاب تحقق نیافته اند و ما باید به توانایی تولید یک نیروی تعمیر یافته (گشتاور) u_i در هر مفصل توجه نماییم. بنابراین دینامیک وارون می تواند به عنوان یک تبدیل ورودی، مسئله را از انتخاب فرمانهای ورودی گشتاور که مشکل است به انتخاب یکی از فرمانهای ورودی شتاب که آسان است تبدیل کند [۴].

در ادامه به تفصیل در مورد بخشهای مختلف سیستم صحبت می کنیم و معادلات آن را بیان می کنیم.

۵-۵- دینامیک محرکه ها

سیستم محرکه از موتور های DC مغناطیسی دائم استفاده شده است. مدار معادل موتور DC مغناطیسی دائم مطابق شکل (۲-۵) می باشد.



شکل ۲-۵ مدار معادل موتور DC مغناطیسی دائم

که ϕ یا شار مغناطیسی فاصله هوایی ثابت است و داریم:

$$V - E = R_a I_a + L_a \frac{dI_a}{dt} \quad (۳۰-۵)$$

که در آن V ولتاژ ترمینال، I_a جریان آرمیچر، R_a مقاومت آرمیچر و L_a اندوکتانس آرمیچر می باشد. همچنین داریم:

$$\tau_a = K' \phi I_a \quad (۳۱-۵)$$

τ_a گشتاور فاصله هوایی و K' ثابت گشتاور می باشد. در یک موتور مغناطیسی دائم مقدار ϕ ، K' ثابت است. پس می توان معادله (۳۱-۵) به صورت زیر ساده کرد.

τ_m گشتاور موتور و τ_r گشتاور بار می باشد.

$$\tau_m = K_m I_a \quad (32-5)$$

اما خود روتور و متعلقات آن دارای اینرسی به صورت J_m و دارای ضریب اصطکاک ویسکوز B_m می باشد که ناشی از اصطکاک بین محور بلبرینگ و اصطکاک و دیگر اصطکاک های ویسکوز می باشد که به صورت معادله (33-5) می توان آن را بیان کرد.

$$\tau = J_m \ddot{\theta}_m + B_m \dot{\theta}_m + \tau_r \quad (33-5)$$

$\dot{\theta}_m$ سرعت زاویه ای موتور، $\ddot{\theta}_m$ شتاب زاویه ای موتور می باشد.

از طرف دیگر داریم:

$$E = K' \varphi \dot{\theta}_m \quad (34-5)$$

که در یک موتور مغناطیس دائم مقدار K' ، φ ثابت است. پس می توان معادله (34-5) را به صورت زیر ساده کرد:

$$E = K_b \dot{\theta}_m \quad (35-5)$$

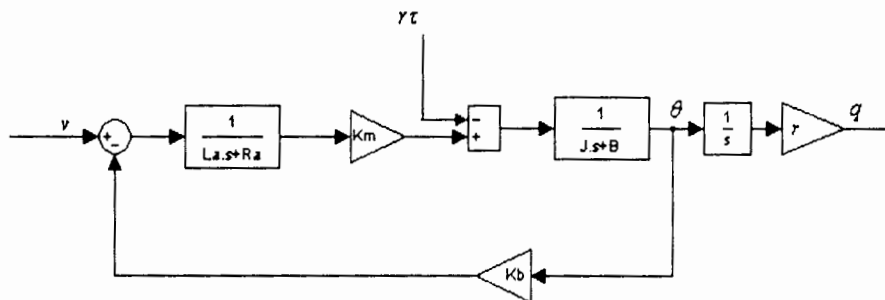
در شبیه سازی برای یافتن θ_m می توان از انتگرال $\dot{\theta}_m$ استفاده کرد. پس داریم:

با استفاده از چرخ دنده با نسبت r ، از معادله (33-5) داریم:

$$\tau_m = J_m \ddot{\theta}_m + B_m \dot{\theta}_m + r \tau_e \quad (36-5)$$

که از چرخ دنده برای کاهش سرعت استفاده می شود. r ضریب چرخ دنده J_m ، لختی معادل می باشد کلیه اثرات دینامیکی محیط و جسم و اغتشاشات بصورت بار روی موتور در نظر گرفته می شود.

5-6- تشریح دیاگرام بلوکی موتور DC



شکل 5-3 دیاگرام بلوک موتور با ورودی ولتاژ

به منظور فراهم کردن تغییر موقعیت مطلوب، براساس قوانین دینامیک وارون فرمانهای لازم به موتور های DC مغناطیس دائم با اعمال کنترل ولتاژ مطابق شکل (۳-۵) انجام می شود. گشتاور ربات به عنوان گشتاو بار τ_r روی موتورها اعمال می شود. معادله گشتاور رابطهای ربات τ_r به صورت معادله (۳۷-۵) بیان می شود.

برای معادلات دینامیک ربات داریم:

$$M(q)\ddot{q} + h(q, \dot{q}) = \tau_r \quad (37-5)$$

از معادلات الکتریکی موتور DC مغناطیس دائم، مطابق شکل (۲-۵) داریم:

$$v = R_a I + K_b \dot{\theta}_m \rightarrow I = \frac{v - K_b \dot{\theta}_m}{R_a} \quad (38-5)$$

با جاگذاری معادله (۳۸-۵) در (۳۲-۵) داریم:

$$\tau_m = K_m I = K_m \cdot \frac{v - K_b \dot{\theta}_m}{R_a} \quad (39-5)$$

$$\tau_m = J_m \ddot{\theta}_m + B_m \dot{\theta}_m + \tau_r \quad (40-5)$$

با جاگذاری معادله (۳۹-۵) در (۴۰-۵) داریم:

$$J_m \ddot{\theta}_m + B_m \dot{\theta}_m + \tau_r = K_m \cdot \frac{v - K_b \dot{\theta}_m}{R_a} \quad (41-5)$$

$$\tau_r = r \tau_r, q = r \theta_m \quad (42-5)$$

از معادله (۴۱-۵) و (۴۲-۵) داریم:

$$J_m \ddot{\theta}_m + B_m \dot{\theta}_m = K_m \cdot \frac{v - K_b \dot{\theta}_m}{R_a} - r \tau_r \quad (43-5)$$

با جاگذاری معادله (۴۲-۵) در (۴۳-۵) و تقسیم طرفین معادله (۴۳-۵) در r ، داریم:

$$\frac{J_m}{r^2} \ddot{q} + \frac{1}{r^2} (B_m + \frac{K_m K_b}{R_a}) \dot{q} = \frac{K_m v}{r R_a} - \tau_r \quad (44-5)$$

با ضرب طرفین معادله (۴۴-۵) در $r^2 R_a$ ، داریم:

$$R_a J_m \ddot{q} + R_a B_m \dot{q} = K_m (r v - K_b \dot{q}) - r^2 R_a \tau_r \quad (45-5)$$

گشتاور رابط های ربات به عنوان گشتاور بار τ_r به موتورها اعمال می شود با جاگذاری معادلات گشتاور

ربات به عنوان بار روی موتورها معادلات حاکم بر سیستم بدست می آیند.

$$M(q)\ddot{q} + h(q, \dot{q}) = \tau_1 \quad (46-5)$$

اکنون با جاگذاری رابطه (46-5) در رابطه (45-5) بدست می آید.

$$R_a J_m \ddot{q} + R_a B_m \dot{q} = K_m (rv - K_b \dot{q}) - r^2 R_a (M(q)\ddot{q} + h(q, \dot{q})) \quad (47-5)$$

با مرتب سازی معادله بالا داریم:

$$R_a J_m \ddot{q} + R_a B_m \dot{q} = K_m (rv - K_b \dot{q}) - r^2 R_a M(q)\ddot{q} - r^2 R_a h(q, \dot{q}) \quad (48-5)$$

$$R_a J_m \ddot{q} + (B_m R_a + K_b K_m) \dot{q} = r K_m v - r^2 R_a (M(q)\ddot{q} + h(q, \dot{q})) \quad (49-5)$$

$$(R_a J_m + r^2 R_a M(q))\ddot{q} + (B_m R_a + K_b K_m) \dot{q} + r^2 R_a h(q, \dot{q}) = r K_m v \quad (50-5)$$

$$(r K_m)^{-1} (R_a J_m + r^2 R_a M(q))\ddot{q} + (r K_m)^{-1} (B_m R_a + K_b K_m) \dot{q} + (r K_m)^{-1} r^2 R_a h(q, \dot{q}) = v$$

پس از مرتب کردن معادلات بالا داریم:

$$((r K_m)^{-1} R_a J_m + r K_m^{-1} R_a M(q))\ddot{q} + (r K_m)^{-1} (B_m R_a + K_b K_m) \dot{q} + K_m^{-1} r R_a h(q, \dot{q}) = v \quad (51-5)$$

مطابق قانون دینامیک وارون خواهیم داشت:

$$\ddot{q} = v' \quad (52-5)$$

جمله v' یک ورودی جدید به سیستم را نشان می دهد که هنوز باید انتخاب شود و تابعی از v می باشد.

$$\alpha = ((r K_m)^{-1} R_a J_m + r K_m^{-1} R_a M(q)) \quad (53-5)$$

$$\beta = (r K_m)^{-1} (B_m R_a + K_b K_m) \dot{q} + K_m^{-1} r R_a h(q, \dot{q}) \quad (54-5)$$

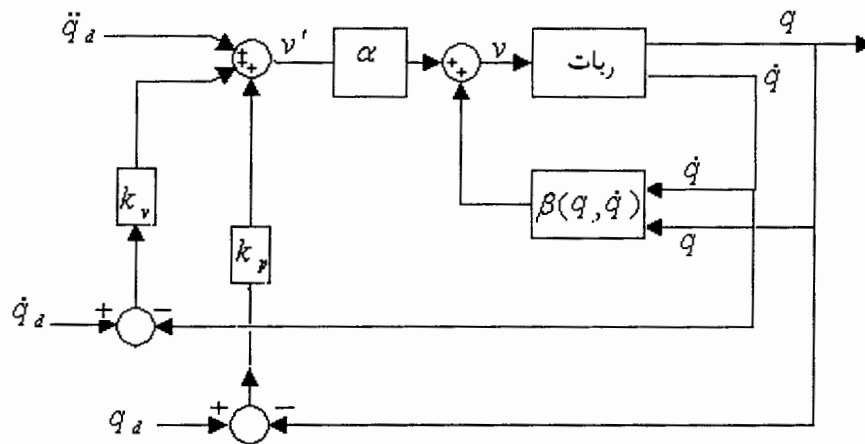
اکنون سیستم خطی جدید و مجزا (52-5)، قانون کنترل حلقه داخلی را فراهم می سازد.

$$v = \alpha v' + \beta \quad (55-5)$$

برای کنترل سیستم یک حلقه بیرونی مطابق قانون دینامیک وارون در نظر می گیریم.

$$v' = \ddot{q}_d + k_v (\dot{q}_d - \dot{q}) + k_p (\dot{q}_d - q) \quad (56-5)$$

اکنون به پیاده سازی سیستم کنترل با روش مطرح شده دینامیک وارون، به بیان دیگر خطی سازی فیدبکی مطابق شکل (۴-۵) پرداخته می شود.



شکل ۴-۵ دیاگرام بلوکی سیستم کنترل با خطی سازی فیدبک در فضای مفصلی

۷-۵ - بررسی خطای متغیرهای مفصلی سیستم کنترل در روش خطی سازی فیدبک

از رابطه (۵۲-۵) داریم:

$$v' = \ddot{q} \quad (۵۷-۵)$$

با در نظر گرفتن رابطه (۵۶-۵) خواهیم داشت:

$$v' = \ddot{q}_d + k_v(\dot{q}_d - \dot{q}) + k_p(\dot{q}_d - q) \quad (۵۸-۵)$$

با جاگذاری رابطه (۵۷-۵) در رابطه (۵۸-۵) بدست می آید:

$$\ddot{q} = \ddot{q}_d + k_v(\dot{q} - \dot{q}_d) + k_p(q - q_d) \quad (۵۹-۵)$$

$$(\ddot{q}_d - \ddot{q}) + k_v(\dot{q} - \dot{q}_d) + k_p(q - q_d) = 0 \quad (۶۰-۵)$$

اگر e خطای مفصلی باشد، داریم:

$$e = q - q_d \quad (۶۱-۵)$$

$$\ddot{e} + k_v\dot{e} + k_p e = 0 \quad (۶۲-۵)$$

سیستم حاصل یک سیستم دی کوپله شده است. مطابق روابط بالا خطای سیستم نزدیک صفر می باشد. برای پاسخ میرایی بحرانی برای متغیرهای مفصلی k_p و k_v باید بصورت قطری باشند. «فرکانس بحرانی

سیستم می باشد.

$$k_p = \text{diag}\{w^2_1, w^2_2, \dots, w^2_n\} \quad (63-5)$$

$$k_v = \text{diag}\{2w_1, 2w_2, \dots, 2w_n\} \quad (64-5)$$

حلقه بیرونی در خطی سازی فیدبکی از n سیستم تک ورودی و تک خروجی تشکیل می شود و این یک سیستم دی کوپله شده را نشان می دهد.

$$v'_1 = \ddot{q}_1 \quad (65-5)$$

$$v'_2 = \ddot{q}_2$$

$$v'_3 = \ddot{q}_3$$

.....

$$v'_n = \ddot{q}_n$$

$$v' = I\ddot{q} \quad (66-5)$$

بنابراین لازم است به نکات ذیل توجه شود.

۱- در روش دینامیک وارون، در کنترل ربات سیستم دی کوپله می شود.

۲- با توجه به قانون کنترل $v = \alpha v' + \beta$ لازم است α, β بصورت *on line* محاسبه شوند.

۳- محاسبات حلقه بیرونی آسان و سریع است ولی محاسبات حلقه داخلی که مربوط به α, β است زیاد است.

۵-۸- کنترل چند متغیره ربات در فضای حالت

اکنون به بررسی ربات در فضای حالت می پردازیم:

$$X_1 = q$$

$$X_2 = \dot{q}$$

$$\dot{X}_1 = X_2$$

$$\dot{X}_2 = \ddot{q}$$

(67-5)

از رابطه (51-5) داریم:

$$((rk_m)^{-1} R_a J_m + r k_m^{-1} R_a M(q))\ddot{q} + (rk_m)^{-1} (B_m R_a + k_n k_m)\dot{q} + k_m^{-1} r R_a h(q, \dot{q}) = v$$

معادله بالا را می توان به صورت معادله زیر نوشت:

$$\ddot{q} = [((rk_m)^{-1} R_a J_m + r k_m^{-1} R_a M(q))]^{-1} [v - (rk_m)^{-1} (B_m R_a + k_b k_m) \dot{q} + k_m^{-1} r R_a h(q, \dot{q})] \quad (68-5)$$

با جاگذاری رابطه (68-5) در معادلات (67-5) داریم:

$$\dot{X}_2 = [((rk_m)^{-1} R_a J_m + r k_m^{-1} R_a M(q))]^{-1} [v - (rk_m)^{-1} (B_m R_a + k_b k_m) X_2 + k_m^{-1} r R_a h(q, \dot{q})] \quad (69-5)$$

بنابراین از دو رابطه (69-5) و (67-5) خواهیم داشت.

$$\dot{X}_1 = X_2$$

$$\dot{X}_2 = [((rk_m)^{-1} R_a J_m + r k_m^{-1} R_a M(q))]^{-1} [v - (rk_m)^{-1} (B_m R_a + k_b k_m) X_2 + k_m^{-1} r R_a h(q, \dot{q})] \quad (70-5)$$

که ۷ به عنوان ولتاژ ورودی به سیستم ربات است. با بررسی ربات در فضای حالت می توان به نتایج بهتری دست یافت.

۹-۵- خطای ژاکوبین

ماتریس ژاکوبین ربات توسط رابطه زیر معرفی می شود.

$$\dot{X} = J \dot{q} \quad (71-5)$$

که بردار سرعت مجری نهایی و J ماتریس ژاکوبین ربات می باشد. خطای پارامتری در سیستم، خطای ماتریس ژاکوبین را به دنبال خواهد داشت و همچنین خطای ژاکوبین موجب خطای سرعت در فضای دکارتی می شود.

هرگاه خطای ژاکوبین را با δJ و ماتریس ژاکوبین تقریبی را با \hat{J} نشان دهیم در اینصورت داریم:

$$J = \hat{J} + \delta J \quad (72-5)$$

با جایگذاری معادله (72-5) در معادله (71-5) بدست می آید:

$$\begin{aligned} \dot{X} &= (\hat{J} + \delta J) \dot{q} \\ &= \hat{J} \dot{q} + \delta J \dot{q} \end{aligned} \quad (73-5)$$

استفاده از ماتریس ژاکوبین تقریبی، سرعت تقریبی را به صورت زیر نتیجه می دهد:

$$\dot{X} = \hat{J}\dot{q} \quad (74-5)$$

بنابراین خطای ژاکوبین منجر به خطای سرعت به صورت زیر می شود:

$$\delta\dot{X} = \delta\dot{J}\dot{q} \quad (75-5)$$

که $\delta\dot{X}$ خطای سرعت می باشد.

همچنین با انتگرال گیری از طرفین معادله (75-5) خطای موقعیت بدست می آید.

$$\delta X = \int \delta J \dot{q} dt \quad (76-5)$$

۵-۱۰- طراحی کنترل کننده

معادلات دینامیکی ربات در فضای مفصلی به صورت زیر است [۳].

$$M(q)\ddot{q} + V(q, \dot{q}) + G(q) + F(\dot{q}) = \tau$$

که q بردار متغیرهای مفصلی، τ بردار گشتاور مفصل، $G(q)$ بردار نیروهای گرانشی ناشی از جاذبه و $F(\dot{q})$ بردار نیروهای اصطکاک و $V(q, \dot{q})$ بردار جملات کوریولیس و جانب مرکز و $M(q)$ ماتریس لختی ربات می باشد.

با در نظر گرفتن معادله دینامیکی ربات طبق معادله (77-5) داریم:

$$M\ddot{q} + h = \tau \quad (77-5)$$

که در آن $h = v(q, \dot{q}) + g(q) + F(\dot{q})$ می باشد.

با استفاده از روش خطی سازی با فیدبک، قانون کنترل بصورت زیر پیشنهاد می شود.

$$MP + h = \tau \quad (78-5)$$

و سیستم به صورت زیر خطی شده است.

$$P = \ddot{q} \quad (79-5)$$

با مشتق گیری از معادله (79-5) بدست می آید:

$$\ddot{X} = \hat{J}\ddot{q} + \dot{\hat{J}}\dot{q} + \delta\dot{J}\dot{q} + \delta\dot{J}\dot{q} \quad (80-5)$$

و در نتیجه

$$\ddot{q} = \hat{J}^{-1}[\ddot{X} - (\dot{\hat{J}}\dot{q} + \delta\dot{J}\dot{q} + \delta\dot{J}\dot{q})] \quad (81-5)$$

ورودی کنترل بصورت زیر نتیجه می شود.

$$P = \hat{\mathcal{J}}^{-1}[\ddot{X} - (\hat{\mathcal{J}}\dot{q} + \delta\dot{q} + \delta\ddot{q})] \quad (82-5)$$

برای ردگیری در فضای دکارتی از قانون کنترل زیر استفاده می کنیم:

$$\ddot{X} = \ddot{X}_d + K_v(\dot{X}_d - \dot{X}) + K_p(X_d - X) \quad (83-5)$$

با در نظر گرفتن خطای موقعیت $e = X_d - X$ خواهیم داشت:

$$\ddot{e} + K_v\dot{e} + K_p e = 0 \quad (84-5)$$

چنانچه $t \rightarrow \infty$ ، خطای سیستم بطور مجانبی به صفر میل می کند.

با جایگذاری معادله (83-5) در معادله (82-5) و سپس جایگذاری معادله (82-5) در معادله (81-5)، قانون کنترل بصورت زیر نتیجه می شود:

$$\tau = M \hat{\mathcal{J}}^{-1}[\ddot{X}_d + K_v(\dot{X}_d - \dot{X}) + K_p(X_d - X) - (\hat{\mathcal{J}}\dot{q} + \delta\dot{q} + \delta\ddot{q})] + h \quad (85-5)$$

از طرفی، از معادله (80-5) داریم:

$$\hat{\mathcal{J}}\ddot{q} - \ddot{X} = -(\hat{\mathcal{J}}\dot{q} + \delta\dot{q} + \delta\ddot{q}) \quad (86-5)$$

که با جایگذاری معادله (86-5) در معادله (85-5) بدست می آید:

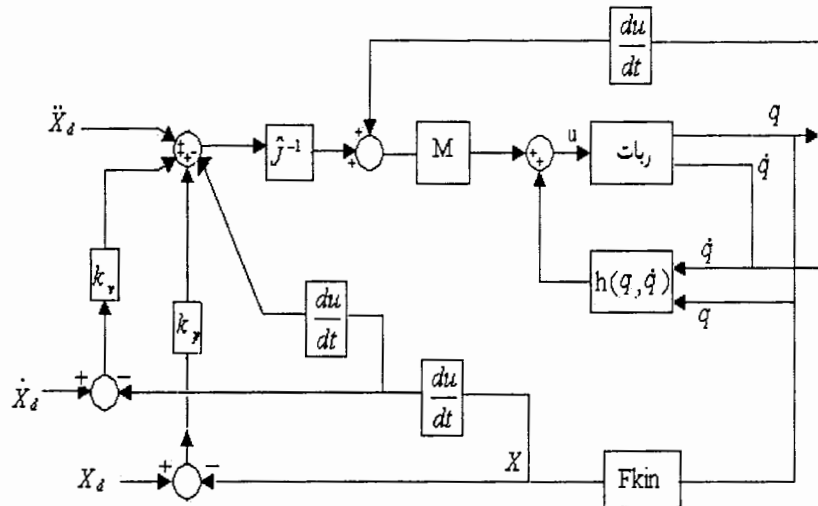
$$\tau = M \hat{\mathcal{J}}^{-1}[\ddot{e} + K_v\dot{e} + K_p e + \hat{\mathcal{J}}\ddot{q}] + h \quad (87-5)$$

$$\tau = M[\hat{\mathcal{J}}^{-1}(\ddot{e} + K_v\dot{e} + K_p e) + \ddot{q}] + h \quad (88-5)$$

برای اعمال قانون کنترل (88-5) باید متغیرهای \ddot{q} ، \dot{q} ، X و \dot{X} اندازه گیری و فیدبک شوند. از آنجا که اندازه گیری \ddot{q} و \dot{q} بطور مستقیم مقدور نمی باشد به ترتیب از مشتق \dot{q} و X استفاده نموده و برای پرهیز از تشدید نویز از مشتق گیری عددی استفاده می شود. سیستم کنترل مطابق با شکل (4-5) طراحی شده است.

خطای ردگیری بدون بکارگیری روش جبران خطای ژاکوبین، با قانون کنترل زیر نشان داده شده است.

$$\tau = M \hat{\mathcal{J}}^{-1}[\ddot{X}_d + K_v\dot{e} + K_p e - \hat{\mathcal{J}}\dot{q}] + h$$



شکل ۴-۵ دیاگرام بلوکی روش کنترلی ارائه شده برای کاهش اثر خطای ژاکوبین

اگر برای مثال $\hat{J} = (1 - K)J$ یا $\delta J = KJ$ فرض شود. با جاگذاری رابطه فوق در معادله (۹۰-۵) داریم:

$$\delta J = KJ \quad (۸۹-۵)$$

$$\tau = M \hat{J}^{-1} [\ddot{X}_d + K_v(\dot{X}_d - \dot{X}) + K_p(X_d - X) - (\dot{X}\dot{q} + \delta\dot{X}\dot{q} + \delta\dot{X}\dot{q})] + h \quad (۹۰-۵)$$

$$\tau = M \hat{J}^{-1} [\ddot{X}_d + K_v(\dot{X}_d - \dot{X}) + K_p(X_d - X) - (\dot{X}\dot{q} + K\dot{X}\dot{q} + KJ\dot{q})] + h \quad (۹۱-۵)$$

$$\tau = M \hat{J}^{-1} [\ddot{X}_d + K_v(\dot{X}_d - \dot{X}) + K_p(X_d - X) - ((1 + K)\dot{X}\dot{q} + KJ\dot{q})] + h \quad (۹۲-۵)$$

در این پایاننامه مطالعه موردی روی بازوی دو رابط لولایی انجام شده است. این روش کنترلی قابل تعمیم به رباتهای با درجه آزادی مختلف می باشد.

۵-۱۱- تحلیل و آنالیز پایداری روش ارائه شده

اکنون به بررسی پایداری می پردازیم. با فرض $X = [e \ \dot{e}]^T$ ، به بررسی یک تابع اسکالر $V(X)$ با مشتق اول پیوسته می پردازیم که $V(X)$ تابع کاندید لیاپانوف می باشد.

$$V(X) = \dot{e}^T K_r \dot{e} \quad (۹۳-۵)$$

تابع کاندید لیاپانوف $V(X)$ ، یک تابع مثبتی می باشد. با استفاده از رابطه (۸۴-۵) و (۹۳-۵) داریم:

$$\dot{V}(X) = \dot{e}^T K_r \ddot{e} + \dot{e}^T K_r \dot{e}$$

$$\begin{aligned}
&= (-K_v \dot{e} - K_p e)^T K_p \dot{e} + \dot{e}^T K_p (-K_v \dot{e} - K_p e) \\
&= -\dot{e}^T K_v K_p \dot{e} - e^T K_p K_p \dot{e} - \dot{e}^T K_p K_v \dot{e} - \dot{e}^T K_p K_p e \\
&= -2K_v K_p \dot{e}^T \dot{e} - K_p^2 e^T \dot{e} - K_p^2 \dot{e}^T e \\
&= -2K_v K_p \dot{e}^T \dot{e} - K_p^2 (\dot{e}^T \dot{e} + \dot{e}^T e) \leq 0
\end{aligned}$$

$$\dot{V}(X) \leq 0 \quad (94-5)$$

با انتخاب K_m به اندازه کافی کوچک و K_v به اندازه کافی بزرگ، $\dot{V}(X)$ منفی معین می شود و پایداری مجانبی بسهولت بدست می آید. ما می توانیم ماتریسهای قطری ضرایب K_m ، K_v را طوری انتخاب کنیم که پایداری سیستم بسهولت بدست آید [۱۰].

فصل ششم

شناسایی ژاکوبین بازوی ماهر

در این فصل ابتدا شناسایی ژاکوبین بازوی ماهر توصیف می‌گردد و سپس به طراحی و استراتژی کنترل با دو نوع روش متفاوت توسط شناسایی ژاکوبین در کنترل موقعیت بازوی ماهر در فضای کاری می‌پردازیم و بعد به مقایسه روشهای ذکر شده می‌پردازیم و سپس تحلیل و آنالیز پایداری روشهای فوق ارائه می‌شود [۱۱].

۶-۱ - شناسایی ژاکوبین بازوی ماهر

روشهای شناسایی، کاربردهای زیادی از قبیل شناسایی پارامتر، شناسایی دینامیک و یا شناسایی سیستم در سیستمهای کنترل پیدا کرده‌اند. شناسایی پارامترهای بازوی ماهر برای مشخص کردن مدل دینامیکی بازوی ماهر ارائه شده است [۸].

تکنیکهای شناسایی زیادی وجود دارند که بر اساس ارائه کلاسیکی از دینامیک های ربات می‌باشند و نیز روشهای گوناگونی برای شناسایی ضرایب معادلات دینامیکی ناشی از فرمول بندی لاگرانژ ارائه شده است [۹]. در این بخش ژاکوبین بازوی ماهر با روش مبتنی بر مدل شناسایی می‌شود. ما از شناسایی پارامتر استفاده می‌کنیم تا ژاکوبین بازوی ماهر در سیستم کنترل با اندازه گیری موقعیت مجری نهایی و متغیرهای مفصلی شناسایی شود. به منظور حذف خطای پارامتری در ماتریس ژاکوبین، شناسایی پارامترهای بازوی ماهر ضروری به نظر می‌رسد. با شناسایی پارامترهای بازوی ماهر، ژاکوبین بازوی ماهر نیز شناسایی می‌گردد. با توجه به محدودیتهای ساخت و تولید، پارامترهای محصولات صنعتی اندکی با مقادیر طراحی متفاوت خواهند بود. از طرفی، با توجه به شرایط متفاوت در بارگذاری، جنس قطعات، هندسه و ابعاد اجزای ربات، ماتریس ژاکوبین تحت تاثیر قرار می‌گیرد بنابراین شناسایی همزمان ژاکوبین ضروری می‌باشد.

ژاکوبین بازوی ماهر به پارامترهایی از جمله طول رابط های بازوی ماهر بستگی دارد. بنابراین لازم است طول رابطهای بازوی ماهر در سیستم کنترل شناسایی شود. در شناسایی طول رابطها از سینماتیک

مستقیم بازوی ماهر استفاده می شود و پس از شناسایی طول رابطها، مقادیر شناسایی شده در معادلات ژاکوبین جاگذاری می شود و در نهایت ژاکوبین بازوی ماهر نیز شناسایی می شود. مطالعه موردی روی بازوی ماهر دو رابط می باشد. معادلات سینماتیک مستقیم بازوی ماهر دو رابط به صورت زیر می باشد.

$$\begin{aligned} X_1 &= L_1 \cos q_1 + L_2 \cos(q_1 + q_2) \\ X_2 &= L_1 \sin q_1 + L_2 \sin(q_1 + q_2) \end{aligned} \quad (1-6)$$

که $L = [L_1 \ L_2]^T$ و $q = [q_1 \ q_2]^T$ به ترتیب، طول رابطهای بازوی ماهر و بردار متغیرهای مفصلی می باشند $X = [X_1 \ X_2]^T$ نیز بردار موقعیت مجری نهایی در فضای کاری می باشد. با استفاده از معادله (1-6) داریم:

$$\begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos q_1 & \cos(q_1 + q_2) \\ \sin q_1 & \sin(q_1 + q_2) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} L_1 \\ L_2 \end{bmatrix} \quad (2-6)$$

با فرض اینکه:

$$F(q) = \begin{bmatrix} \cos q_1 & \cos(q_1 + q_2) \\ \sin q_1 & \sin(q_1 + q_2) \end{bmatrix} \quad (3-6)$$

معادله (2-6) می تواند به صورت زیر بیان شود:

$$X = F(q)L \quad (4-6)$$

با استفاده از معادله (4-6) طول رابطهای بازوی ماهر به صورت زیر شناسایی می شود:

$$X = F(q)L \rightarrow L = F(q)^{-1} X \quad (5-6)$$

بنابراین مطابق معادله (5-6) مشاهده می شود برای شناسایی طول رابطها، لازم است متغیرهای مفصلی q در فضای مفصلی و موقعیت مجری نهایی X در فضای کاری، توسط سنسورهای مربوطه اندازه گیری شود. پارامترهای L مربوط به طول رابطها مطابق معادله (5-6) شناسایی می شوند. ماتریس ژاکوبین رابطه بین سرعت متغیرهای مفصلی و سرعت مجری نهایی را بصورت زیر بیان می کند.

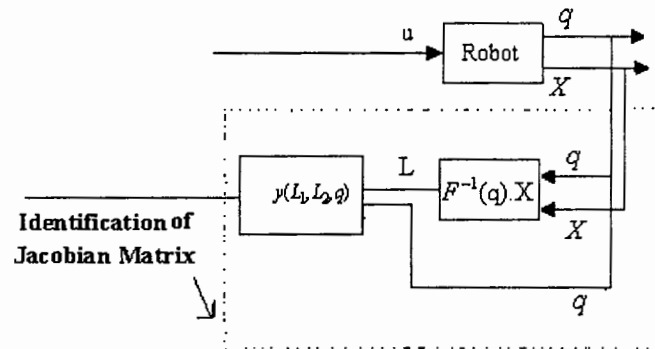
$$\begin{bmatrix} \dot{X}_1 \\ \dot{X}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -L_1 \sin q_1 - L_2 \sin(q_1 + q_2) & -L_2 \sin(q_1 + q_2) \\ L_1 \cos q_1 + L_2 \cos(q_1 + q_2) & L_2 \cos(q_1 + q_2) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \end{bmatrix} \quad (6-6)$$

که

$$J = \gamma(L_1, L_2, q_1, q_2) = \begin{bmatrix} -L_1 \sin q_1 - L_2 \sin(q_1 + q_2) & -L_2 \sin(q_1 + q_2) \\ L_1 \cos q_1 + L_2 \cos(q_1 + q_2) & L_2 \cos(q_1 + q_2) \end{bmatrix} \quad (7-6)$$

که γ یک تابع غیر خطی می باشد.

با شناسایی پارامترهای L_1, L_2 از معادله (6-5) و جاگذاری آن در ماتریس ژاکوبین، ژاکوبین شناسایی شده مطابق شکل (6-1) بدست می آید.



شکل 6-1. بلوک دیاگرام شناسایی ماتریس ژاکوبین

6-2- طراحی و استراتژی کنترل

6-2-1- روش اول:

برای کنترل ربات در فضای کاری (کارتزین) داریم:

$$\delta X = J \delta q \rightarrow \delta q = J^{-1} \delta X \quad (8-6)$$

δq بردار خطای زاویه در فضای مفصلی، δX بردار خطای موقعیت در فضای کاری می باشد.

خطای متغیرهای مفصلی با استفاده از معادله (8-6) به صورت زیر بیان می شود:

$$\delta q = q_d - q = J^{-1} \delta X \quad (9-6)$$

بردار خطای موقعیت e در فضای کاری به صورت رابطه زیر تعریف می شود..

$$\delta X = X_d - X = e \quad (10-6)$$

که q_d بردار مفصلی دلخواه، X_d بردار موقعیت دلخواه مجری نهایی، u ورودی کنترل محرکها میباشد.

یک قانون کنترل PID برای جبران خطا در فضای کاری، مطابق رابطه (6-11) پیشنهاد می شود.

$$(q_d(s) - q(s))(K_D s + K_P + K_I / s) = u \quad (11-6)$$

با استفاده از رابطه (۶-۱۱) و (۶-۹) قانون کنترل به صورت زیر می شود.

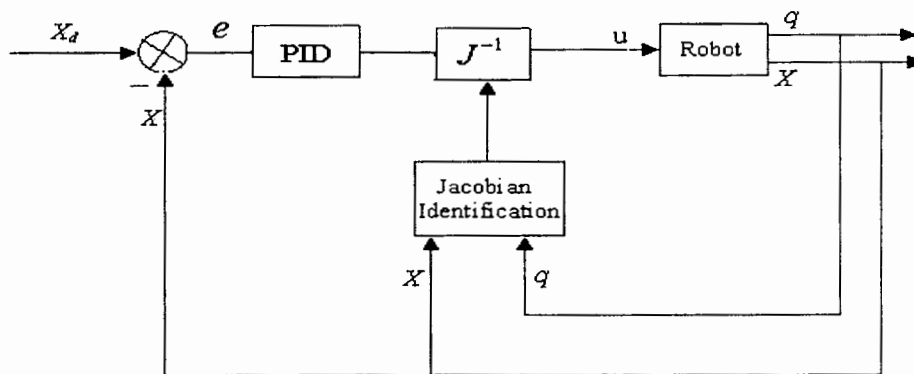
$$J^{-1}e.(K_D s + K_p + K_I / s) = u \quad (۶-۱۲)$$

که

$$J^{-1}(K_D \dot{e} + K_p e + K_I \int e dt) = u \quad (۶-۱۳)$$

ضرایب K_p, K_I, K_D به ترتیب ماتریس های قطری مثبت مشتقی، انتگرالی و تناسبی می باشند.

سیستم کنترل موقعیت ربات با استفاده از شناسایی ژاکوبین مطابق شکل (۶-۲) می باشد.



شکل ۶-۲ بلوک دیاگرام سیستم کنترل

مطابق بلوک دیاگرام شکل (۶-۲) از معکوس ماتریس ژاکوبین، برای انتقال فضای کاری به فضای مفصلی در سیستم کنترل استفاده شده است که مطابق شکل بالا، ماتریس ژاکوبین با استفاده از فرمول ژاکوبین و با اندازه گیری متغیرهای مورد نیاز شناسایی می شود و برای کنترل موقعیت مجری نهایی بازوی ماهر در فضای کاری از کنترل کننده PID استفاده شده است.

۶-۲-۲- روش دوم طراحی و استراتژی کنترل

مشکل اصلی استراتژی کنترل، نقاط تکین است. ماتریس ژاکوبین در نقاط تکین بی نهایت می شود و در اینصورت استراتژی کنترل موثر نمی تواند عملکرد بهتری داشته باشد. اگر چه ما یک مسیر مرجع، به دور از نقاط تکین انتخاب می کنیم، اما خطای ردیابی، بطور ناخواسته باعث می شود که ربات در نقاط تکین واقع شود. بنابراین ما می توانیم از ترانهاده ماتریس ژاکوبین استفاده کنیم که می تواند بردار نیرو را در فضای کاری به بردار گشتاور در فضای مفصلی انتقال دهد. رابطه بین بردار گشتاور مفاصل و بردار نیروی

مجری نهایی به صورت زیر بیان می شود.

$$u = J^T F \quad (۱۴-۶)$$

u بردار گشتاور مفاصل، بردار نیروی مجری نهایی F در فضای کارتی و J^T ترانزاده ماتریس ژاکوبین می باشد. ما ترجیح می دهیم از J^T استفاده کنیم تا در باره مسئله تکین مطمئن باشیم. بعلاوه J^T در جایی که دیمانسیون فضای مفصلی با فضای کاری یکسان نباشد می تواند کار کند. خطای موقعیت e در فضای دکارتی به صورت رابطه زیر می باشد.

$$\delta X = X_d - X = e \quad (۱۵-۶)$$

که بردار نیرو به صورت زیر تعریف می شود.

$$F = (\hat{K}_D s + \hat{K}_P + \hat{K}_I / s).e(s) \quad (۱۶-۶)$$

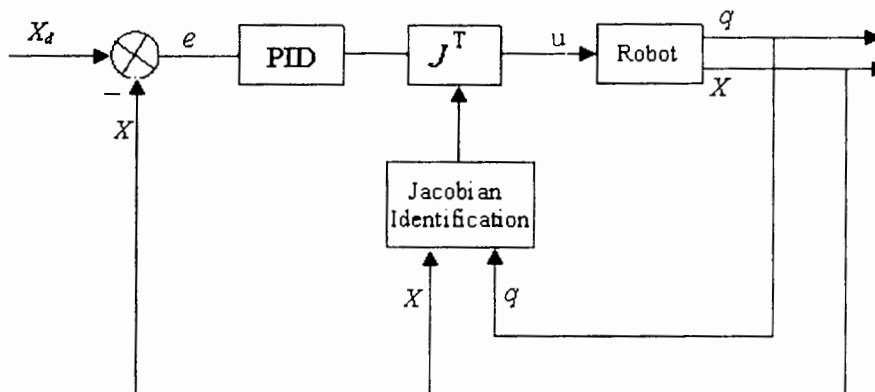
با جاگذاری معادله (۱۶-۶) در (۱۴-۶)، قانون کنترل به صورت زیر بدست می آید.

$$u = J^T (\hat{K}_D s + \hat{K}_P + \hat{K}_I / s).e(s) \quad (۱۷-۶)$$

که

$$J^T (\hat{K}_D \dot{e} + \hat{K}_P e + \int \hat{K}_I) = u \quad (۱۸-۶)$$

که ماتریس ضرایب نسبت به ضرایب رابطه (۱۴-۶) متفاوت هستند. اما قطری و مثبت تعریف شده اند. J^T تابعی از متغیرهای مفصلی می باشد. ضرب کردن ماتریس ها به J^T اجازه می دهد تا ماتریسهای ضرایب با موقعیت جدید تنظیم شوند. سیستم کنترل موقعیت با استفاده از شناسایی ژاکوبین مطابق شکل (۳-۶) می باشد.



شکل ۳-۶ بلوک دیاگرام سیستم کنترل

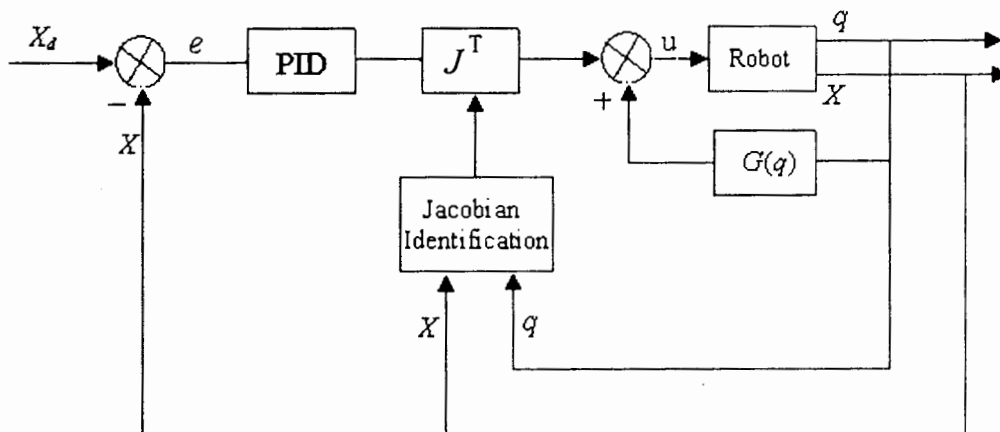
مطابق بلوک دیاگرام شکل (۳-۶) از ترانهاده ماتریس ژاکوبین، برای انتقال فضای کاری به فضای مفصلی در سیستم کنترل استفاده شده است که مطابق شکل بالا، ماتریس ژاکوبین با استفاده از فرمول ژاکوبین و با اندازه گیری متغیرهای مورد نیاز شناسایی می شود و برای کنترل موقعیت مجری نهایی بازوی ماهر در فضای کاری از کنترل کننده PID استفاده می شود.

بنابراین در این فصل ما روی کاربرد شناسایی ژاکوبین در سیستمهای کنترل متمرکز شدیم. یک کنترل کننده PID، فقط بعنوان یک نوع از کنترلر های موقعیت استفاده شد تا نقش ژاکوبین در سیستم های کنترل نشان داده شود.

مزیت اول این روش آن است که از معکوس ماتریس ژاکوبین استفاده نمی شود و مزیت دوم آنکه با استفاده از کنترل کننده PID، لازم نیست تا پارامترهای دینامیکی دقیقا در دسترس باشند. با این وجود، روشهای بر اساس خطی سازی فیدبکی، برای حذف غیر خطی های مدل دینامیکی ربات، از قبیل گشتاور گرانشی، گشتاور جانب مرکز و گشتاور کوریولیس می توانند انتخاب شوند و این نیازمند شناسایی پارامتر می باشد تا مدل دینامیکی پیدا شود و یک مدل گرانشی برای بازوی ماهر فراهم شود که برای حذف گشتاور گرانشی استفاده شود. با استفاده از مدل گرانشی، قانون کنترل به صورت زیر پیشنهاد داده می شود.

$$J^T (\hat{K}_D \dot{e} + \hat{K}_P e + \int \hat{K}_I) + G(q) = u \quad (۱۹-۶)$$

که $G(q)$ گشتاور گرانشی می باشد. سیستم کنترل مربوط در شکل (۴-۶) نشان داده شده است.



شکل ۴-۶ بلوک دیاگرام سیستم کنترل

۳-۶ - تحلیل و آنالیز پایداری

نقطه تعادل سیستم از رابطه (۱۸-۶)، به صورت زیر محاسبه می شود.

$$e = 0, \text{ and } \dot{e} = 0 \quad (۲۰-۶)$$

یک مرتبه سیستم در نقطه تعادل واقع می شود و برای زمانهای آینده در آن نقطه می ماند. با کمی محاسبات از رابطه (۱۸-۶) داریم:

$$(\hat{K}_D \ddot{e} + \hat{K}_P \dot{e} + \hat{K}_I e) + G(q) = J^{-T} \dot{u} + J^{-T} u \quad (۲۱-۶)$$

که $X = [e \ \dot{e}]^T$ می باشد و اکنون تابع اسکالر $V(X)$ با مشتق اول پیوسته بررسی می کنیم که $V(X)$ تابع کاندید لیاپانوف می باشد.

$$V(X) = \frac{1}{2} \dot{e}^T \hat{K}_D \dot{e} + e^T \hat{K}_I e \quad (۲۲-۶)$$

که $V(X)$ مثبت تعریف می شود. $\dot{V}(X)$ به صورت زیر محاسبه می شود.

$$\dot{V}(X) = \frac{1}{2} \dot{e}^T \hat{K}_D \ddot{e} + \dot{e}^T \hat{K}_I e \quad (۲۳-۶)$$

از روابط (۲۲-۶) و (۲۳-۶) داریم:

$$\dot{V}(X) = \frac{1}{2} \dot{e}^T (-\hat{K}_P \dot{e} - \hat{K}_I e + J^{-T} \dot{u}) + \dot{e}^T \hat{K}_I e \quad (۲۴-۶)$$

$$= \frac{1}{2} \dot{e}^T \hat{K}_P \dot{e} + J^{-T} \dot{u} + J^{-T} u \quad (۲۵-۶)$$

نقطه تعادل صفر پایدار است اگر $\dot{V}(X)$ تا حدی منفی تعریف شده باشد. آن به معنای این است که :

$$J^{-T} \dot{u} + J^{-T} u \leq \dot{e}^T \hat{K}_P \dot{e} \quad (۲۶-۶)$$

نقطه تعادل صفر پایدار مجانبی است اگر

$$J^{-T} \dot{u} + J^{-T} u \leq \dot{e}^T \hat{K}_P \dot{e} \quad (۲۷-۶)$$

با استفاده از معادلات دینامیکی بازوی ماهر، u و J^{-T} ، توابعی مانند $u = f(q, \dot{q}, \ddot{q})$ بدست

می آیند. بنابراین لازم است که مسیر دلخواه، کراندار و نرم باشد تا مقادیر \dot{u} و J^{-T} در معادله (۲۷-۶)

بصورت مناسب بدست آیند.

ماتریس K_p باید به اندازه کافی بزرگتر باشد. ما می توانیم ماتریس قطری ضرایب $\hat{K}_p, \hat{K}_I, \hat{K}_D$ را طوری انتخاب کنیم که پایداری محلی حاصل شود. خطای e و مشتقاتش در نقطه تعادل، صفر می باشند. با جایگزینی نتایج در معادله (۶-۱۹)، لازم است که u یک بردار ثابت باشد. معادله (۶-۲۵) نتیجه می دهد:

$$J^{-T} u \leq 0 \quad (۶-۲۸)$$

برای مسئله پایداری، بردار q ، در نقطه تعادل بردار ثابتی می باشد، بنابراین $J^{-T} = 0$. در طراحی مسیر، بردار q ثابت نمی باشد. بنابراین لازم می باشد که در نقطه تعادل:

$$J^{-T} \dot{u} + J^{-T} u \leq 0 \quad (۶-۲۹)$$

$$\frac{d}{dt}(J^{-T} u) \leq 0 \quad (۶-۳۰)$$

هیچ تضمینی برای معادله (۶-۳۰) وجود ندارد. بنابراین خطای ردیابی صفر نخواهد بود.

فصل هفتم

عملکرد سیستم و نتایج کاهش خطای ژاکوبین توسط روش خطی سازی با فیدبک

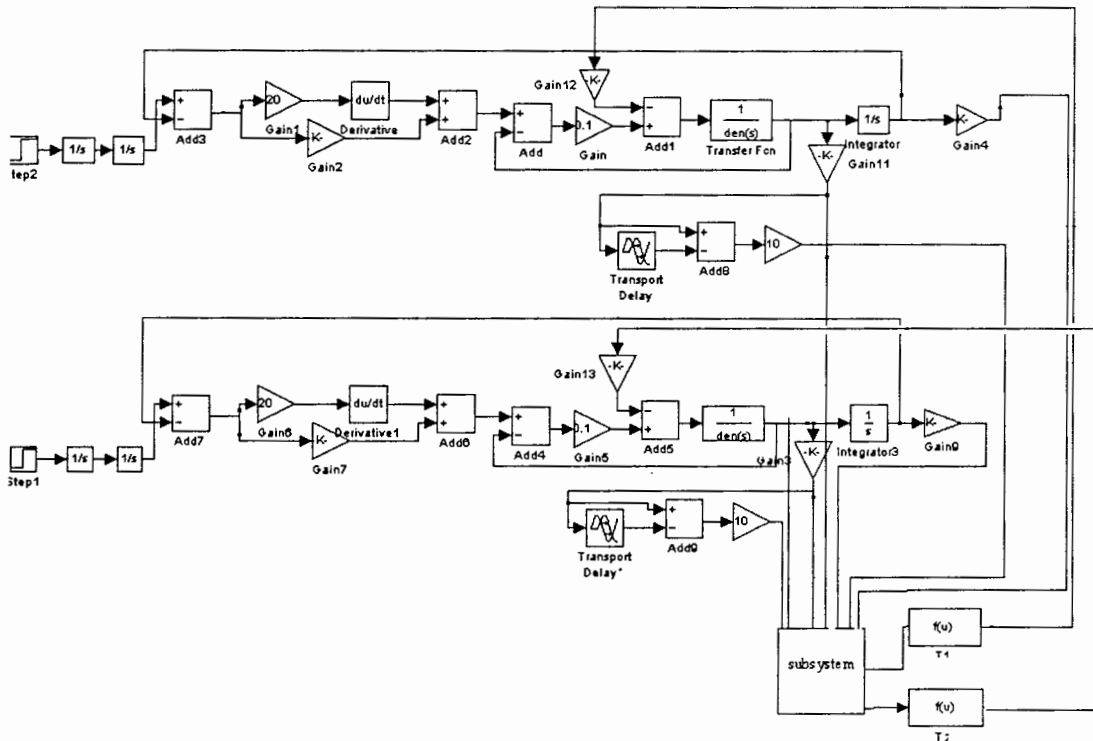
در این فصل ابتدا نتایج شبیه سازی و عملکرد سیستم کنترل دو موتور DC مغناطیسی دائم، را که رابطهای بازوی ماهر دو رابط به عنوان بار اعمالی به موتورها محسوب می شوند آورده می شود. سپس نتایج شبیه سازی و عملکرد سیستم کنترل حلقه بسته ربات توسط روش خطی سازی فیدبکی در فضای مفصلی ارائه می شود. پس از آن نتایج شبیه سازی و عملکرد روش ارائه شده برای کاهش خطای ژاکوبین ربات با خطی سازی فیدبکی در فضای کاری ارائه می شود.

۷-۱- استفاده از استراتژی مفصل مستقل در کنترل موتورهای DC بازوی ماهر

سیستم کنترل بازوی ماهر دو رابط را در نظر می گیریم که سیستم بازو ماهر شامل دو موتور DC مغناطیسی دائم می باشد که کنترل موتورها، با ولتاژ و با استفاده از استراتژی مفصل مستقل صورت می پذیرد. به اینصورت که کلیه اثرات سایر زوایا به صورت بار τ_l روی موتورها منظور می شود. در واقع بار اعمالی به موتورها اغتشاش تلقی می گردد. چون این اغتشاش، یک اغتشاش بزرگ است و متغیر با زمان می باشد ممکن است سیستم رفتار دینامیکی مطلوبی از خود نشان ندهد به خصوص آنکه عدم قطعیت در سیستم قابل توجه باشد.

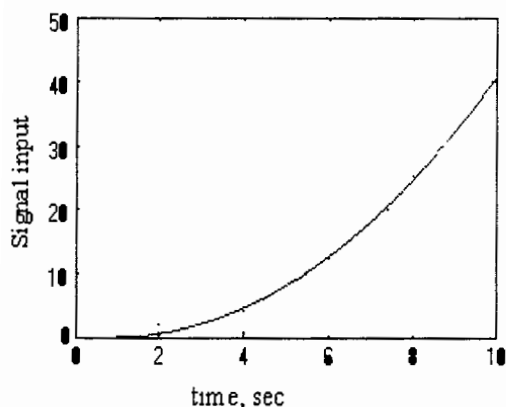
هدف طراحی، انتخاب جبران کننده ای است که خروجی سیستم بتواند ورودی مورد نظر را که توسط سیگنال مبنا داده می شود تعقیب نماید. اما سیگنال کنترل تنها ورودی نیست که روی سیستم عمل کند. اغتشاشات واقعا ورودیهایی هستند که ما کنترل نمی کنیم و در رفتار خروجی سیستم اثر دارند. بنابراین کنترل کننده باید طوری طراحی شود که اثر اغتشاشات روی خروجی سیستم کاهش یابد. اگر این برقرار شود گفته می شود که طرح اغتشاش ناپذیر است. دو هدف اصلی برای هر سیستم کنترل، تعقیب کردن و مخالفت با اغتشاش می باشد.

شبیه سازی سیستم کنترل موتور های DC بازوی ماهر دو رابط با روش استراتژی مستقل با کنترل کننده های PID مطابق شکل (۷-۱) می باشد.

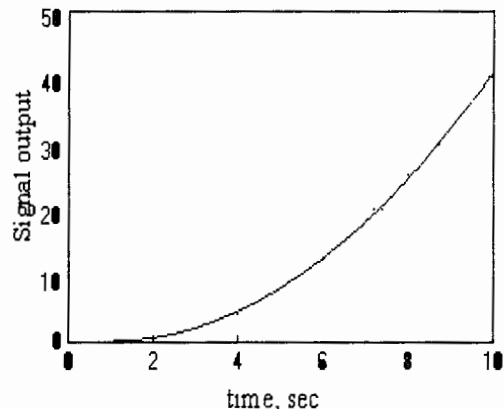


شکل ۷-۱ شبیه سازی سیستم کنترل موتور های DC بازوی ماهر دو رابط با روش استراتژی مستقل با کنترل کننده های PID

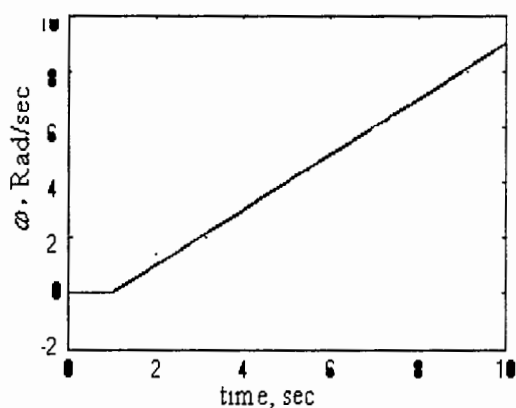
سیگنال ورودی مرجع، مطابق شکل (۷-۲) یک سیگنال سهموی می باشد که در شبیه سازی، با دو بار انتگرال گیری از ورودی پله بدست می آید. با توجه به شکل (۷-۲) و (۷-۳) دیده می شود که کنترل کننده PID بکار برده شده در سیستم کنترل، بخوبی توانسته اغتشاش ناشی از بار اعمالی رابطهای بازوی ماهر به موتورها را دفع کند و به ردگیری ورودی مرجع پردازد. در شکل (۷-۴) نیز سرعت زاویه ای موتور DC رابط ربات مطابق شبیه سازی آمده است. گشتاور های حاصل از رابط های ربات که به موتورها به عنوان اغتشاش وارد می شود متغیر با زمان می باشند و ممکن بود که اثرات نامطلوبی در سیستم داشته باشد ولی با استفاده از کنترل کننده PID، این مشکل رفع شده می باشد.



شکل ۲-۷ سیگنال مرجع



شکل ۳-۷ سیگنال خروجی سیستم کنترل



شکل ۴-۷ سرعت زاویه ای محور موتور

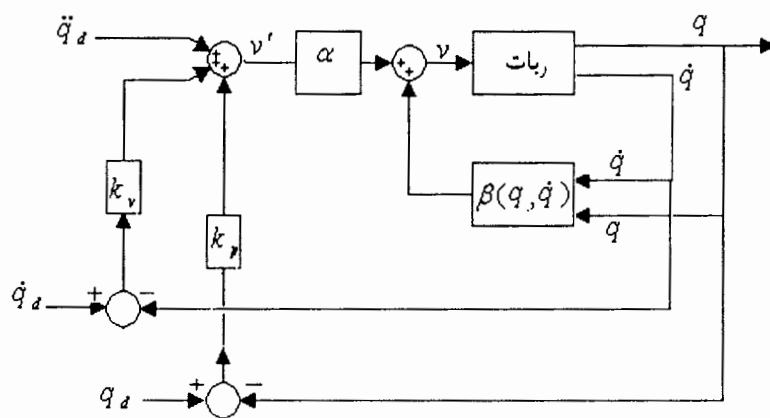
مسئله کنترل بازوهای ماهر رباتیک همان مسئله تعیین ورودیهای مفصل بر حسب زمان است که وجود آنها برای اجرای یک دستور حرکت توسط بازوی ماهر ضروری است. ورودیهای مفصل ممکن است نیروها و گشتاورهای مفصل باشند که بستگی به مدل مورد استفاده برای طرح کنترل کننده دارد. دستور حرکت بطور معمول بصورت یک سلسله موقعیت ها و جهت های مجری نهایی یا بصورت یک مسیر پیوسته است. فنون و روشهای متعدد کنترلی برای کنترل بازوی ماهر می توانند اجرا گردند. روش کنترل ویژه همچنین طریقی که اجرا می شود تاثیر مهمی روی عملکرد بازوهای ماهر و در نتیجه روی محدوده کاربردهای ممکن آن تاثیر می گذارد.

۲-۷- کنترل ربات با خطی سازی فید بکی در فضای مفصلی

در ساختار ربات، گشتاور هر مفصل تابعی از سایر مفاصل نیز هست، از طرفی موقعیت مجری نهایی تنها به

همه زوایای مفاصل بستگی دارد. بنابراین سیستم طوری باید طراحی شود که غیر خطی ها بتوانند بطور کامل با یک یا چند ورودی کاملاً حذف شوند. همچنین در سیستمهای چند ورودی می توانیم سیستم را مجزا کنیم و خطی سازی سیستم به طریقی انجام شود که سیستم حاصل شامل چند سیستم داخلی باشد و هر کدام بوسیله یکی از ورودیهای کنترل حلقه بیرونی تحریک شوند. فن خطی سازی فیدبکی به یک روش طراحی کنترلر برای سیستمهای غیر خطی می انجامد. اکنون با پیاده سازی روش خطی سازی فیدبکی بر روی بازوی ماهر دو رابط به کنترل بازوی ماهر در فضای مفصلی می پردازیم. نتایج شبیه سازیها به تفصیل آورده شده است. همانطور که در فصل پنجم اشاره شد با بکار گیری پیاده سازی روش دینامیک وارون، با دو حلقه داخلی و خارجی که خود نوعی خطی سازی فیدبکی است نتایج بهتری بدست می آید. در حلقه کنترل داخلی ابتدا ترمهای غیر خطی حذف می شوند و سیستم جدیدی که خطی هست بدست می آید و در واقع سیستم خطی حاصل دی کوپله می باشد و سپس می توان با یک حلقه خارجی سیستم را کنترل کرد که با طراحی کنترل کننده مناسب در حلقه خارجی سیستم حاصل، به نحوه مناسبی کنترل می شود.

اکنون به پیاده سازی روش خطی سازی فیدبکی در کنترل ربات در فضای مفصلی مطابق شکل (۵-۷) پرداخته می شود و سپس نتایج شبیه سازی به تفصیل بیان می شود. α, β بلوکهایی هستند که باعث حذف غیر خطی ها در دینامیک ربات می شوند و بعد از آن ورودی جدید v' مطرح می باشد.



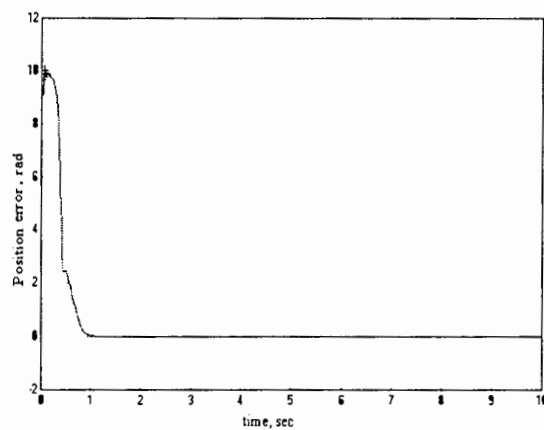
شکل ۵-۷ دیاگرام بلوکی سیستم کنترل ربات با خطی سازی فیدبکی در فضای مفصلی

۷-۲-۱- کنترل نقطه تنظیم در فضای مفصلی

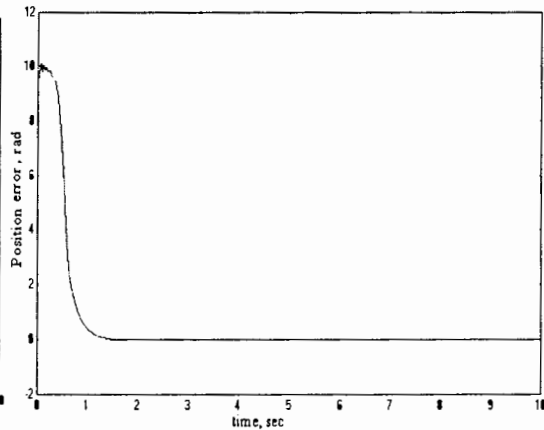
مطابق بلوک دیاگرام شکل (۷-۵) با تغییر ضرایب K_p, K_v کنترل کننده، می توان پاسخ مناسبی را بدست

آورد. خطای خروجی سیستم به ازای ورودی پله $u_d = 10$ و ضرایب $K_p = \begin{bmatrix} 64 & 0 \\ 0 & 121 \end{bmatrix}$ و $K_v = \begin{bmatrix} 16 & 0 \\ 0 & 22 \end{bmatrix}$

در شکل (۷-۶) آمده است که زمان رسیدن به حالت نهایی ۵، ۱ ثانیه می باشد و خطای حالت ماندگار صفر می باشد.



شکل ۷-۷ خطای خروجی سیستم به ازای ورودی پله

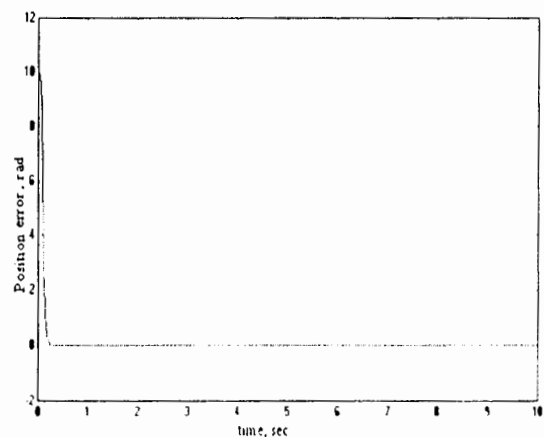


شکل ۷-۶ خطای خروجی سیستم به ازای ورودی پله

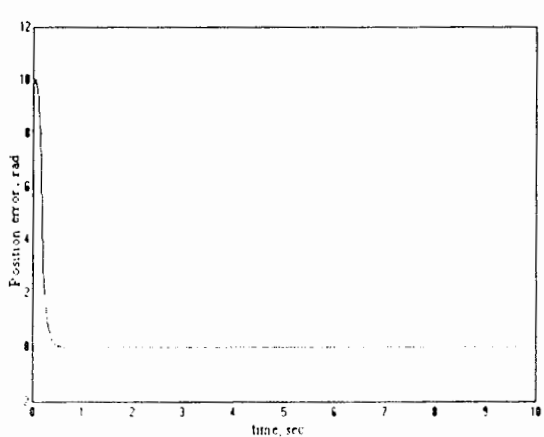
برای مشاهده اثر K_v ، آن را افزایش می دهیم خطای خروجی سیستم با $K_p = \begin{bmatrix} 64 & 0 \\ 0 & 121 \end{bmatrix}$ و

$K_v = \begin{bmatrix} 28 & 0 \\ 0 & 20 \end{bmatrix}$ در شکل (۷-۷) آمده اند. زمان رسیدن به حالت نهایی ۱ ثانیه می باشد و در مقایسه با

پاسخ شکل (۷-۶)، این زمان کمتر شده است و حالت ماندگار نیز صفر می باشد.



شکل ۷-۹ خطای خروجی سیستم به ازای ورودی پله



شکل ۷-۸ خطای خروجی سیستم به ازای ورودی پله

برای مشاهده اثر K_p ، آن را افزایش می دهیم خطای خروجی سیستم با $K_p = \begin{bmatrix} 81 & 0 \\ 0 & 169 \end{bmatrix}$ و

در شکل (۸-۷) آمده اند. زمان رسیدن به حالت نهایی ۰،۵ ثانیه می باشد و در مقایسه

با پاسخ شکل (۶-۷)، خطا بهبود یافته است و حالت ماندگار نیز صفر می باشد.

K_p و K_v را باهم افزایش می دهیم خطای خروجی سیستم با $K_p = \begin{bmatrix} 81 & 0 \\ 0 & 169 \end{bmatrix}$ و $K_v = \begin{bmatrix} 28 & 0 \\ 0 & 20 \end{bmatrix}$ در

شکل (۹-۷) آمده اند. زمان رسیدن به حالت نهایی ۰،۳۴ ثانیه می باشد و در مقایسه با شکل (۶-۷)، این

زمان کمتر شده است و حالت ماندگار نیز صفر می باشد.

نتایج بدست آمده از خطی سازی فیدبکی در فضای مفصلی برای تعقیب نقطه تنظیم روش موثری

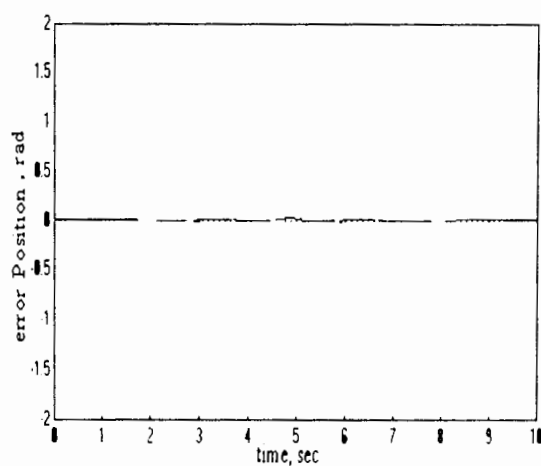
می باشند اکنون به بررسی تعقیب مسیر در فضای مفصلی سیستم کنترل می پردازیم. یک مسیر ایده ال

به عنوان ورودی مرجع مطابق شکل (۷-۱۰) برای متغیرهای مفصلی تعریف می شود.

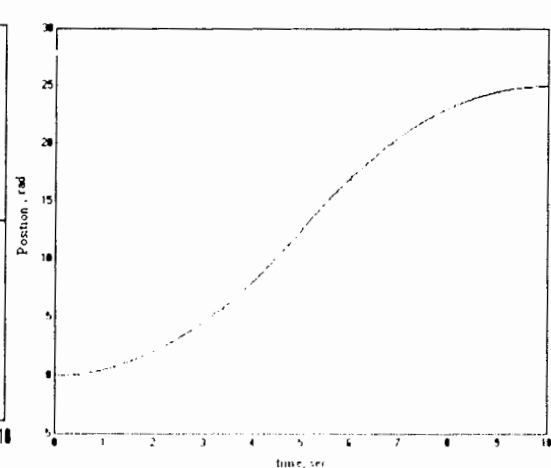
۷-۲-۲- کنترل ردیابی مسیر در فضای مفصلی

خطای خروجی سیستم در شکل (۷-۱۱) به ازای مسیر مرجع خطی با سرهای سهموی و با

$K_p = \begin{bmatrix} 121 & 0 \\ 0 & 100 \end{bmatrix}$ و $K_v = \begin{bmatrix} 22 & 0 \\ 0 & 20 \end{bmatrix}$ نشان داده شده است.



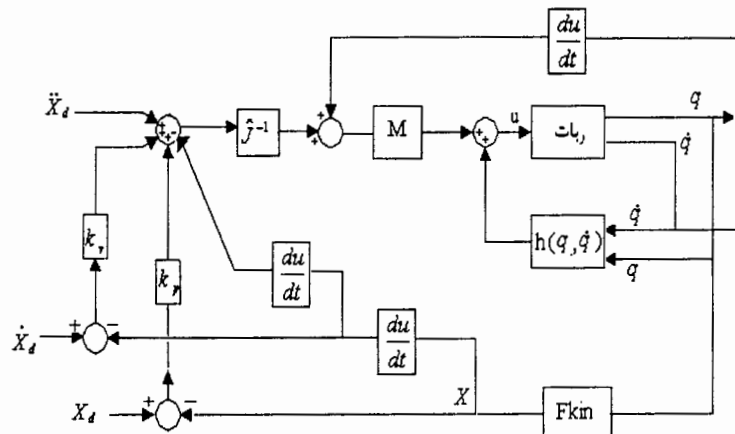
شکل ۷-۱۱ خطای خروجی سیستم به ازای مسیر مرجع LSPB



شکل ۷-۱۰ ورودی مسیر LSPB

۷-۳- کاهش اثر خطای ژاکوبین

برای کاهش خطای ژاکوبین قانون کنترل (۵-۸۸) بکار گرفته می شود. سیستم کنترل مطابق با شکل (۷-۱۲) طراحی شده است. در شبیه سازی از رابطه (۵-۹۲) و (۵-۸۸) استفاده می شود. در این بررسی مطالعه موردی روی بازوی دو رابط لولایی انجام شده است. این روش کنترلی قابل تعمیم به رباتهای با درجه آزادی مختلف می باشد. با تغییر ضرایب ماتریسی K_p, K_v و ضریب K می توان به پاسخ مناسبی دست یافت.

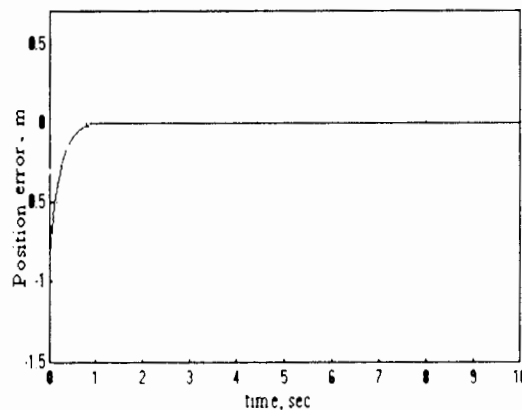


شکل ۷-۱۲ بلوک دیاگرام روش کنترلی ارائه شده برای کاهش اثر خطای ژاکوبین

۷-۳-۱- کنترل نقطه تنظیم در فضای دکارتی

ابتدا خطای خروجی سیستم را با اعمال ورودی مرجع پله واحد مطابق شکل (۷-۱۳) به ازای

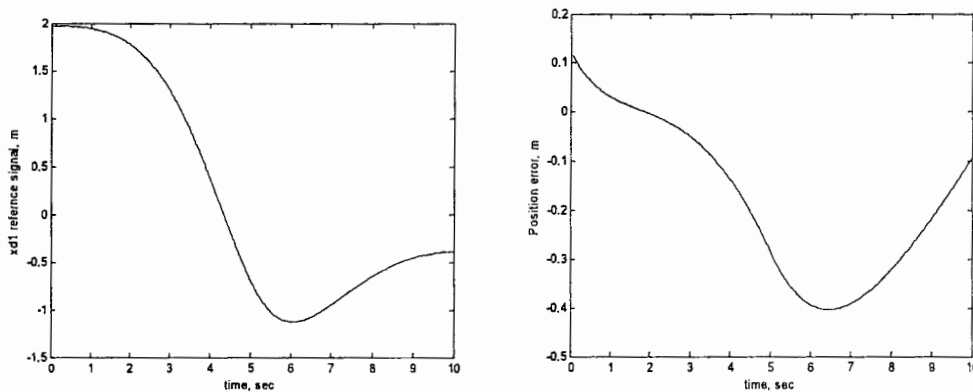
$$k = 0.6, k_p = \begin{bmatrix} 180 & 0 \\ 0 & 180 \end{bmatrix}, k_v = \begin{bmatrix} 40 & 0 \\ 0 & 40 \end{bmatrix}$$



شکل ۷-۱۳ خطای خروجی سیستم به ازای ورودی پله

۷-۳-۲- کنترل ردیابی مسیر در فضای دکارتی

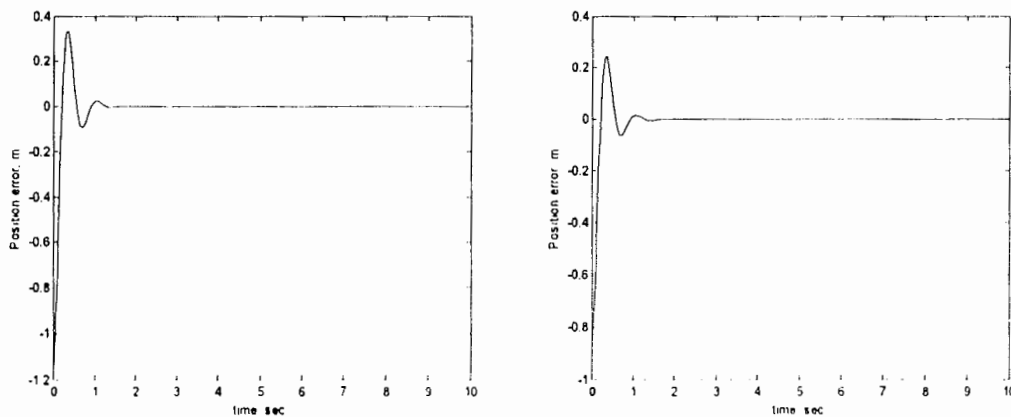
اکنون به بررسی نتایج ردگیری مسیر می پردازیم. نتایج شبیه سازیها با مقادیر مختلف k ارائه شده است. ورودی مرجع در فضای دکارتی مطابق شکل (۷-۱۴) آمده است و خطای ردگیری در فضای دکارتی ارائه شده است. با انتخاب مناسب ضرایب k_p و k_v کنترل کننده، خطای خروجی سیستم به مقدار قابل قبول می رسد. خطای خروجی سیستم بدون بکارگیری روش جبران خطا ژاکوبین نیز در شکل زیر آمده است.



شکل ۷-۱۴ خطای خروجی سیستم بدون بکارگیری روش جبران خطا ژاکوبین و سیگنال مرجع در فضای دکارتی

خطای ردیابی با $k_v = \begin{bmatrix} 100 & 0 \\ 0 & 100 \end{bmatrix}$ ، $k_p = \begin{bmatrix} 7 & 0 \\ 0 & 7 \end{bmatrix}$ و $k = 0.6$ در شکل (۷-۱۵) نشان داده شده است. خطا

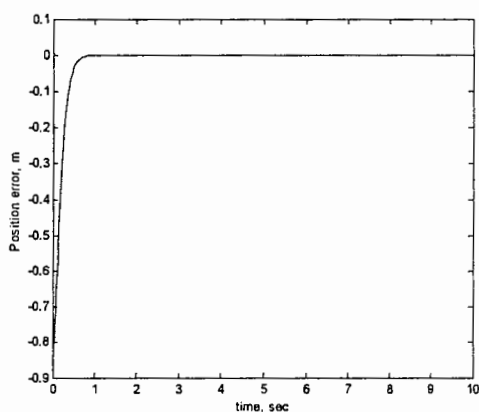
پس از یک فرا جهش به 0.21 در زمان $t = 0.5$ ثانیه، سیر نزولی داشته و پس از 1.5 ثانیه به صفر میل کرده است و خطای ماندگار حدود صفر میباشد.



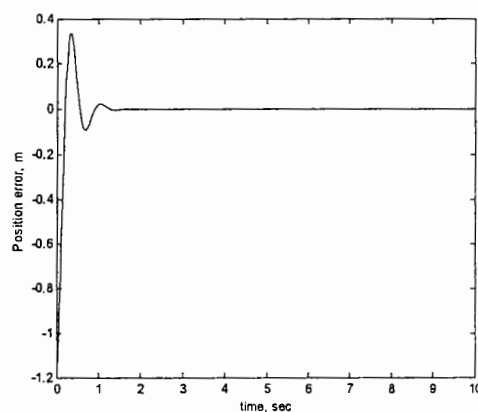
شکل ۷-۱۶ خطای خروجی سیستم

شکل ۷-۱۵ خطای خروجی سیستم

حال k را افزایش می دهیم. خطای ردیابی با $k = 0.8$ در شکل (۷-۱۶) نشان داده شده است. خطای ردیابی به فرا جهش 0.3 در 0.4 ثانیه می رسد و پس از 2 ثانیه به صفر میل کرده است. خطای ماندگار حدود صفر می باشد.

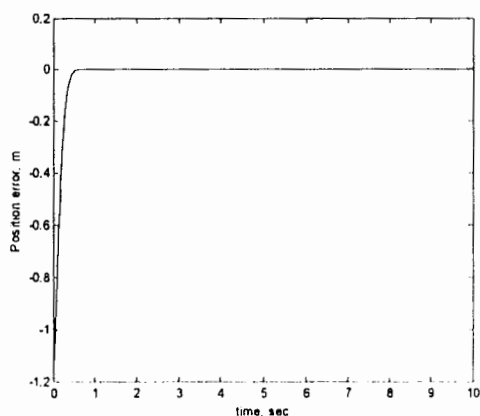


شکل ۷-۱۷ خطای خروجی سیستم

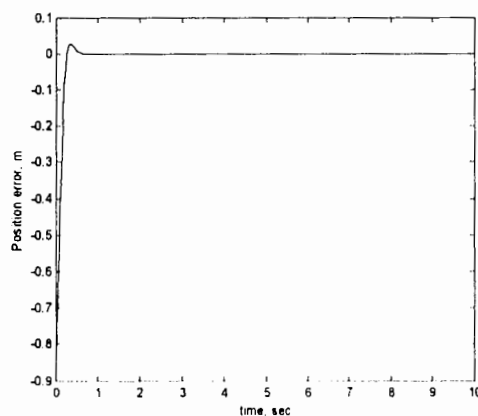


شکل ۷-۱۶ خطای خروجی سیستم

برای مشاهده اثر k_p ، آن را افزایش می دهیم. خطای ردیابی با $k_v = \begin{bmatrix} 100 & 0 \\ 0 & 100 \end{bmatrix}$ ، $k_p = \begin{bmatrix} 20 & 0 \\ 0 & 20 \end{bmatrix}$ و در شکل (۷-۱۷) نشان داده شده است. در مقایسه با شکل (۷-۱۶)، خطای ردیابی بدون فراجهش بوده و در زمان کمتری به سمت صفر میل میکند و خطای ماندگار نیز حدود صفر می باشد و پاسخ خروجی سیستم بهبود یافته است. افزایش k_p باعث بهبود نتایج شده است.



شکل ۷-۱۹ خطای خروجی سیستم



شکل ۷-۱۸ خطای خروجی سیستم

برای مشاهده اثر k_v ، آن را افزایش می دهیم. خطای ردیابی با $k_p = \begin{bmatrix} 20 & 0 \\ 0 & 20 \end{bmatrix}$ ، $k_v = \begin{bmatrix} 200 & 0 \\ 0 & 200 \end{bmatrix}$ و $k = 0.6$ در شکل (۱۸-۷) نشان داده شده است. در مقایسه با شکل (۱۷-۷)، خطای ردیابی دارای اندکی فراجاهش بوده و در زمان کمتری به سمت صفر میل میکند و خطای ماندگار نیز حدود صفر می باشد. افزایش k_v باعث بهبود نتایج شده است.

با در نظر گرفتن $k_p = \begin{bmatrix} 20 & 0 \\ 0 & 20 \end{bmatrix}$ ، $k_v = \begin{bmatrix} 120 & 0 \\ 0 & 120 \end{bmatrix}$ و $k = 0.8$ خطای ردیابی در شکل (۱۹-۷) نشان داده شده است. در مقایسه با شکل (۱۸-۷)، خطای ردیابی بدون فراجاهش بوده و در زمان کمتری به سمت صفر میل می کند و خطای ماندگار نیز حدود صفر می باشد. افزایش k_p و k_v باعث بهبود نتایج شده است. پاسخ سیستم مطلوب می باشد.

نتایج روش ارائه شده شکل های (۱۵-۷)، (۱۶-۷)، (۱۷-۷)، (۱۸-۷) و (۱۹-۷) در مقایسه با کنترل سیستم بدون روش ارائه شده در شکل (۱۴-۷)، نشان از عملکرد مناسب سیستم، در روش ارائه شده می باشد.

فصل هشتم

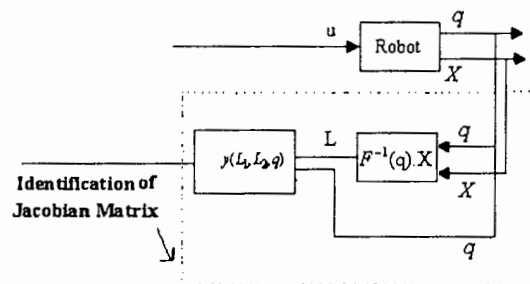
عملکرد سیستم و نتایج

Identification of Jacobian

در این فصل ابتدا نتایج شبیه سازی شناسایی ژاکوبین بازوی ماهر ارائه می شود، سپس نتایج و عملکرد سیستم کنترل موقعیت بازوی ماهر در فضای دکارتی با دو روش گوناگون، با استفاده از شناسایی ژاکوبین آورده می شود [۱۱].

۸-۱- شناسایی ژاکوبین

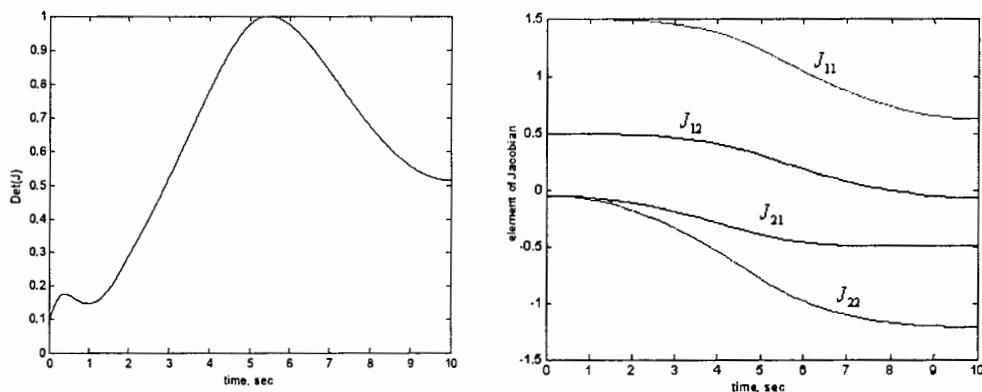
همانطور که در فصل ۷ اشاره شد، با شناسایی پارامترهای بازوی ماهر، ژاکوبین بازوی ماهر نیز شناسایی می گردد. با اعمال ورودیهای مرجع به سیستم، متغیرهای مفصلی و موقعیت مجری نهایی توسط سنسورهای دقیق اندازه گیری می شود و از متغیرهای اندازه گیری شده برای شناسایی ژاکوبین استفاده می شود.



شکل ۸-۱ بلوک دیاگرام شناسایی ژاکوبین

مطابق بلوک دیاگرام شکل (۸-۱)، متغیر مفصلی q و موقعیت مجری نهایی X برای شناسایی پارامتر L استفاده می شود. ماتریس $F(q)$ از معادلات سینماتیک مستقیم بازوی ماهر بدست می آید و $J = \partial(L_1, L_2, q)$ مربوط به معادلات ماتریس ژاکوبین می باشد.

اکنون با اعمال ورودی q_d سیگنال مرجع خطی با سرهای سهموی به سیستم، عناصر ماتریس ژاکوبین بازوی ماهر دو رابط به صورت شکل (۲-۸) شناسایی می شوند. دترمینان ژاکوبین نیز به ازای شکل (۳-۸) آورده شده است.



شکل ۲-۸ شناسایی ماتریس ژاکوبین بازوی ماهر دو رابط شکل ۳-۸ دترمینان ژاکوبین به ازای مسیر دلخواه

مطابق شکل (۲-۸) مشاهده می شود هر یک از عناصر ماتریس ژاکوبین متغیر با زمان می باشند و ماتریس ژاکوبین بازوی ماهر دو رابط، یک ماتریس 2×2 می باشد که شامل چهار عنصر $J_{11}, J_{12}, J_{21}, J_{22}$ می باشد. ماتریس ژاکوبین می تواند به صورت on-line در سیستم کنترل شناسایی گردد و مورد استفاده قرار گیرد. هدف از شناسایی ژاکوبین، حذف خطای ژاکوبین در تبدیل فضا (تبدیل فضا از فضای مفصلی به فضای کاری و بالعکس) می باشد. برای کنترل بازوی ماهر در فضای کاری، وجود ماتریس ژاکوبین ضروری می باشد اما در فضای مفصلی نیازی به شناسایی ماتریس ژاکوبین نمی باشد زیرا ضرورتی برای تبدیل فضا وجود ندارد.

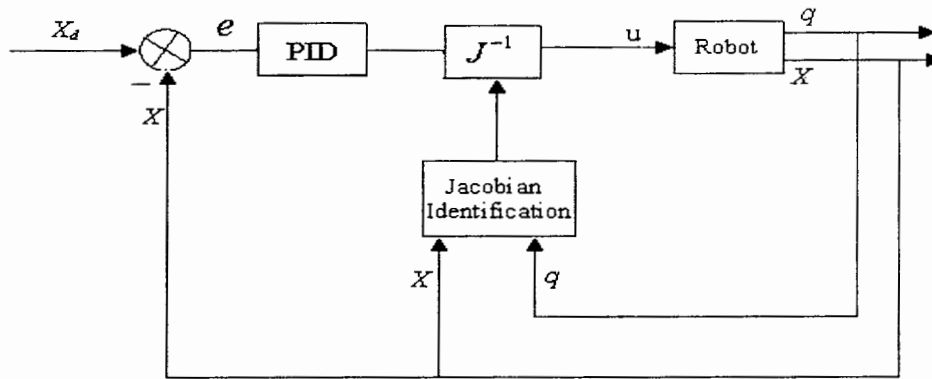
۲-۸ - کنترل موقعیت بازوی ماهر در فضای کاری با استفاده از شناسایی ژاکوبین

همانطور که در فصل هفتم اشاره شد کنترل موقعیت بازوی ماهر در فضای کاری با دو روش ارائه شد که ابتدا به تشریح نتایج روش اول و سپس به تشریح نتایج روش دوم پرداخته می شود.

۱-۲-۸- روش اول کنترل موقعیت بازوی ماهر در فضای کاری با استفاده از شناسایی ژاکوبین

مطابق رابطه (۱۳-۶) قانون کنترل زیر پیشنهاد می شود.

$$J^{-1}(K_D \dot{e} + K_P e + K_I \int e dt) = u \quad (1-8)$$



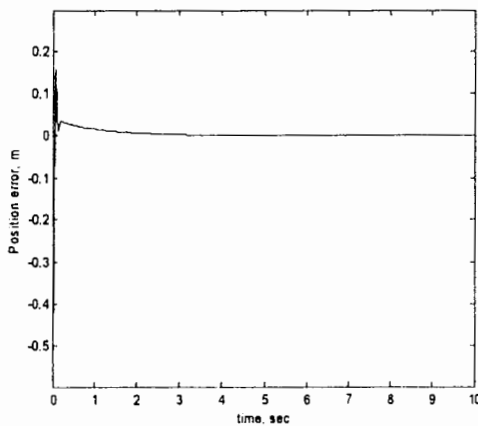
شکل ۴-۸ بلوک دیاگرام سیستم کنترل

۸-۲-۱-۱-کنترل نقطه تنظیم ربات در فضای دکارتی

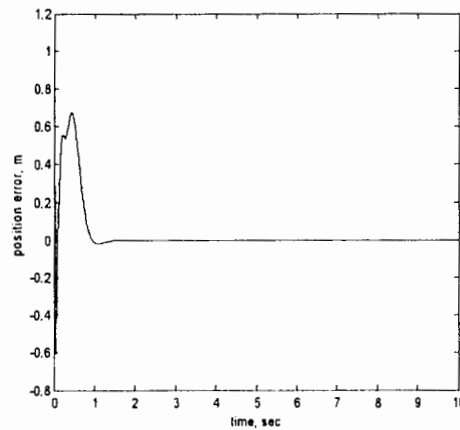
ابتدا سیگنال مرجع پله با دامنه ۰،۵، به سیستم کنترل اعمال می شود که با انتخاب ضرایب کنترل کننده

PID به صورت $K_D = \begin{bmatrix} 100 & 0 \\ 0 & 100 \end{bmatrix}$, $K_I = \begin{bmatrix} 4000 & 0 \\ 0 & 4000 \end{bmatrix}$, $K_P = \begin{bmatrix} 1000 & 0 \\ 0 & 1000 \end{bmatrix}$ خطای

خروجی سیستم در شکل (۵-۸) نشان داده شده است.



شکل ۶-۸ خطای خروجی سیستم در فضای دکارتی



شکل ۵-۸ خطای خروجی سیستم در فضای دکارتی

مطابق شکل (۵-۸) خطای خروجی دارای فراجهشی ۰،۶۵ در زمان ۰،۷ ثانیه می باشد. خطای خروجی

سیستم بعد از ۱،۳ ثانیه به صفر می رسد و خطای ماندگار خروجی صفر می باشد.

برای نشان دادن اثر K_P ، آن را به $K_P = \begin{bmatrix} 3000 & 0 \\ 0 & 3000 \end{bmatrix}$ افزایش می دهیم. مطابق شکل (۶-۸) خطای

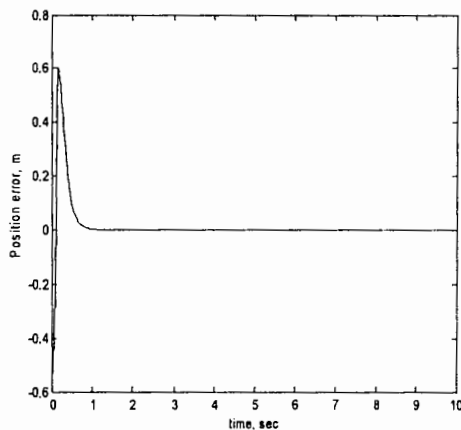
خروجی با $K_I = \begin{bmatrix} 4000 & 0 \\ 0 & 4000 \end{bmatrix}$, $K_D = \begin{bmatrix} 100 & 0 \\ 0 & 100 \end{bmatrix}$, $K_P = \begin{bmatrix} 3000 & 0 \\ 0 & 3000 \end{bmatrix}$ در مقایسه با شکل (۵-۸) بهبود می یابد و پاسخ خروجی سیستم مناسب می باشد.

برای نشان دادن اثر K_D ، آن را به $K_D = \begin{bmatrix} 50 & 0 \\ 0 & 50 \end{bmatrix}$ کاهش می دهیم. مطابق شکل (۷-۸) خطای

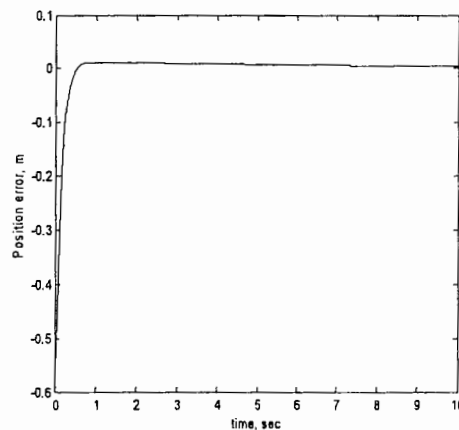
خروجی با $K_P = \begin{bmatrix} 1000 & 0 \\ 0 & 1000 \end{bmatrix}$, $K_I = \begin{bmatrix} 4000 & 0 \\ 0 & 4000 \end{bmatrix}$, $K_D = \begin{bmatrix} 50 & 0 \\ 0 & 50 \end{bmatrix}$ در مقایسه با شکل

(۵-۸) بهبود می یابد. خطا دارای فرجهش ۰،۶ در زمان ۰،۴ ثانیه می باشد و پس از ۱ ثانیه به صفر می

رسد.



شکل ۸-۸ خطای خروجی سیستم در فضای دکارتی



شکل ۷-۸ خطای خروجی سیستم در فضای دکارتی

برای نشان دادن اثر K_I ، آن را به $K_I = \begin{bmatrix} 100 & 0 \\ 0 & 100 \end{bmatrix}$ کاهش می دهیم مطابق شکل (۸-۸) خطای

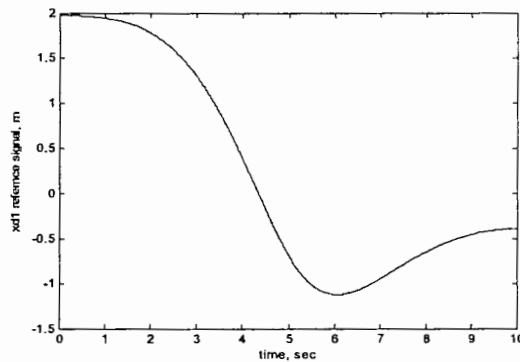
خروجی با $K_P = \begin{bmatrix} 100 & 0 \\ 0 & 100 \end{bmatrix}$, $K_I = \begin{bmatrix} 100 & 0 \\ 0 & 100 \end{bmatrix}$, $K_D = \begin{bmatrix} 50 & 0 \\ 0 & 50 \end{bmatrix}$ در مقایسه با شکل (۵-۸) بهبود

می یابد، پاسخ خروجی سیستم مناسب می باشد. خطا فرجهش ۰،۶ در ۰،۳ ثانیه دارد و خطای ماندگار صفر می باشد.

به نظر می رسد در صورت استفاده از روش سعی و خطا، با افزایش K_P و کاهش K_I و کاهش K_D خطای خروجی سیستم بهبود پیدا می کند.

۸-۲-۱-۱- ردیابی مسیر ربات در فضای دکارتی

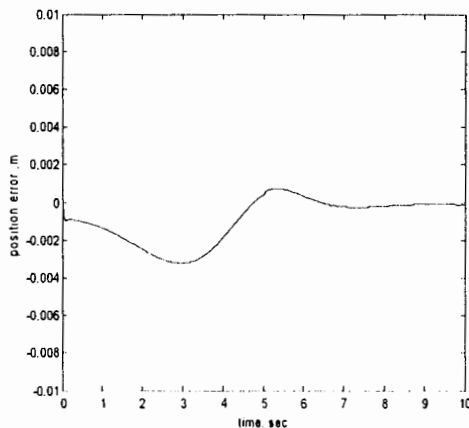
اکنون سیگنال مرجع در فضای دکارتی مطابق شکل (۸-۹) انتخاب می شود و به سیستم کنترل اعمال می شود، در این صورت مسئله ردیابی مسیر مطرح می باشد.



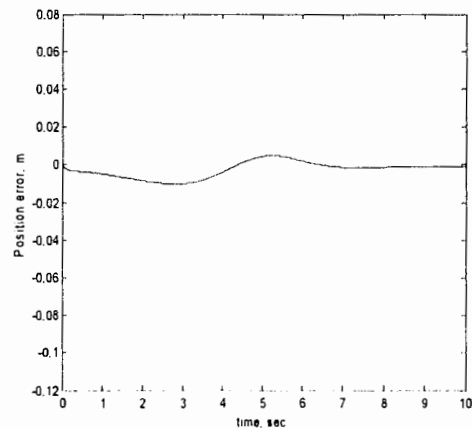
شکل ۸-۹ سیگنال مرجع در فضای دکارتی

خطای ردیابی خروجی با $K_p = \begin{bmatrix} 1000 & 0 \\ 0 & 1000 \end{bmatrix}$, $K_I = \begin{bmatrix} 100 & 0 \\ 0 & 100 \end{bmatrix}$, $K_D = \begin{bmatrix} 100 & 0 \\ 0 & 100 \end{bmatrix}$ در شکل (۸-۸)

(۱۰) نشان داده شده است. پاسخ خروجی سیستم مناسب می باشد. خطا بدون فراجهدش می باشد و خطای ماندگار صفر می باشد.



شکل ۸-۱۱ خطای خروجی سیستم در فضای دکارتی



شکل ۸-۱۰ خطای خروجی سیستم در فضای دکارتی

برای نشان دادن اثر K_p ، آن را به $K_p = \begin{bmatrix} 4000 & 0 \\ 0 & 4000 \end{bmatrix}$ افزایش می دهیم. مطابق شکل (۸-۱۱) خطای

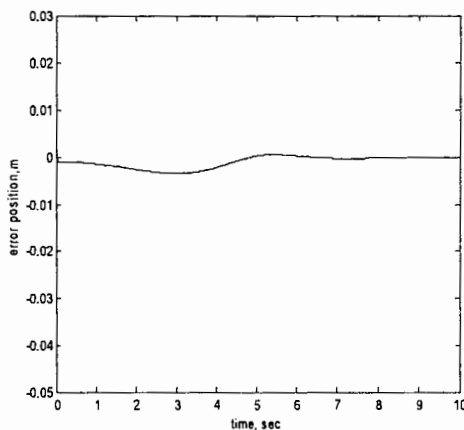
خروجی با $K_p = \begin{bmatrix} 4000 & 0 \\ 0 & 4000 \end{bmatrix}$, $K_I = \begin{bmatrix} 100 & 0 \\ 0 & 100 \end{bmatrix}$, $K_D = \begin{bmatrix} 100 & 0 \\ 0 & 100 \end{bmatrix}$ در مقایسه با شکل (۸-۱۰) بهبود

می یابد و دامنه خطا کمتر می شود. خطا بدون فراجاهش می باشد و خطای ماندگار صفر می باشد.

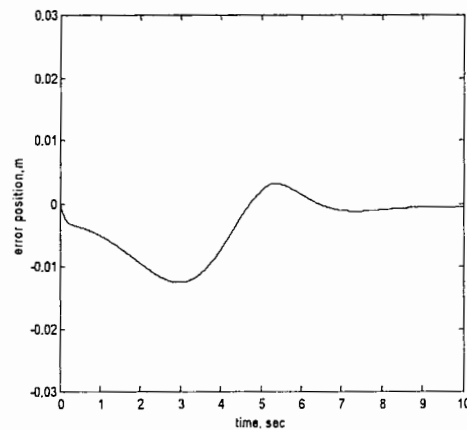
برای نشان دادن اثر K_D ، آن را به $K_D = \begin{bmatrix} 40 & 0 \\ 0 & 40 \end{bmatrix}$ کاهش می دهیم مطابق شکل (۱۲-۸) خطای

خروجی با $K_P = \begin{bmatrix} 1000 & 0 \\ 0 & 1000 \end{bmatrix}$ ، $K_I = \begin{bmatrix} 100 & 0 \\ 0 & 100 \end{bmatrix}$ ، $K_D = \begin{bmatrix} 40 & 0 \\ 0 & 40 \end{bmatrix}$ در مقایسه با شکل (۱۰-۸)

دامنه خطا کمتر افزایش می یابد. خطا بدون فراجاهش می باشد و خطای ماندگار صفر می باشد.



شکل ۱۳-۸ خطای خروجی سیستم در فضای دکارتی



شکل ۱۲-۸ خطای خروجی سیستم در فضای دکارتی

برای نشان دادن اثر K_I ، آن را به $K_I = \begin{bmatrix} 40 & 0 \\ 0 & 40 \end{bmatrix}$ کاهش می دهیم. مطابق شکل (۱۳-۸) خطای

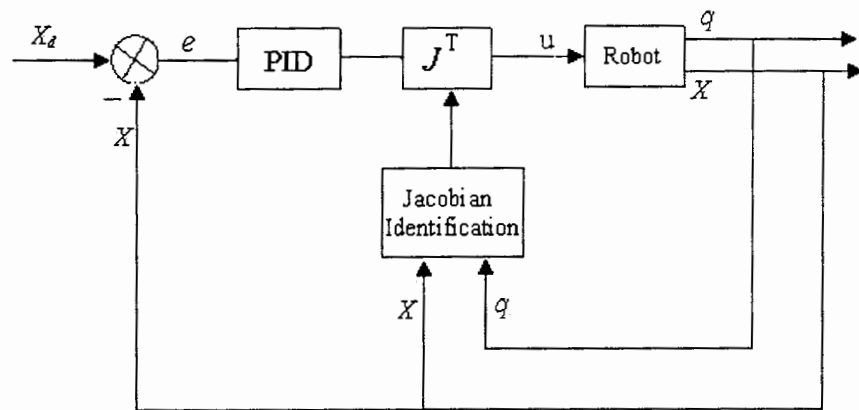
خروجی با $K_P = \begin{bmatrix} 1000 & 0 \\ 0 & 1000 \end{bmatrix}$ ، $K_I = \begin{bmatrix} 40 & 0 \\ 0 & 40 \end{bmatrix}$ ، $K_D = \begin{bmatrix} 100 & 0 \\ 0 & 100 \end{bmatrix}$ در مقایسه با شکل

(۱۰-۸) پاسخ خروجی مناسب می باشد و خطا بدون فراجاهش می باشد و خطای ماندگار صفر می باشد.

۸-۲-۲- روش دوم کنترل موقعیت بازوی ماهر در فضای کاری با استفاده از شناسایی ژاکوبین

مطابق قانون کنترل (۶-۱۹) زیر برای ردیابی در فضای دکارتی پیشنهاد می شود.

$$J^T (\hat{K}_D \dot{e} + \hat{K}_P e + \int \hat{K}_I) = u \quad (۲-۸)$$



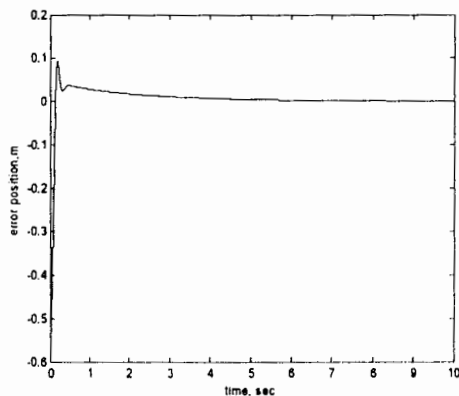
شکل ۸-۱۴ بلوک دیاگرام سیستم کنترل

۸-۲-۲-۱- کنترل نقطه تنظیم ربات در فضای دکارتی

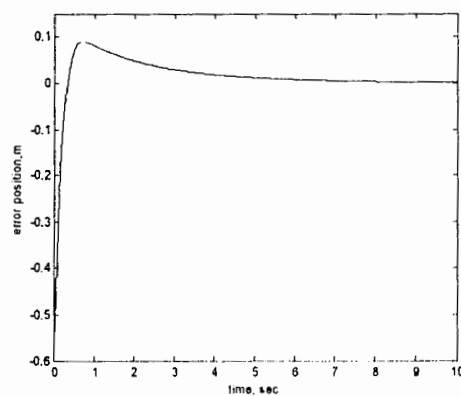
ابتدا سیگنال مرجع پله با دامنه ۰،۷، به سیستم کنترل اعمال می شود که با انتخاب ضرایب کنترل کننده

PID به صورت $K_p = \begin{bmatrix} 1000 & 0 \\ 0 & 1000 \end{bmatrix}$, $K_I = \begin{bmatrix} 400 & 0 \\ 0 & 400 \end{bmatrix}$, $K_D = \begin{bmatrix} 100 & 0 \\ 0 & 100 \end{bmatrix}$ خطای ردیابی

خروجی سیستم در شکل (۸-۱۵) نشان داده شده است. خطا بدون فراجهدش می باشد و خطای ماندگار صفر می باشد.



شکل ۸-۱۶ خطای خروجی سیستم در فضای دکارتی



شکل ۸-۱۵ خطای خروجی سیستم در فضای دکارتی

برای نشان دادن اثر K_D ، آن را به $K_D = \begin{bmatrix} 50 & 0 \\ 0 & 50 \end{bmatrix}$ کاهش می دهیم مطابق شکل (۸-۱۶) خطای

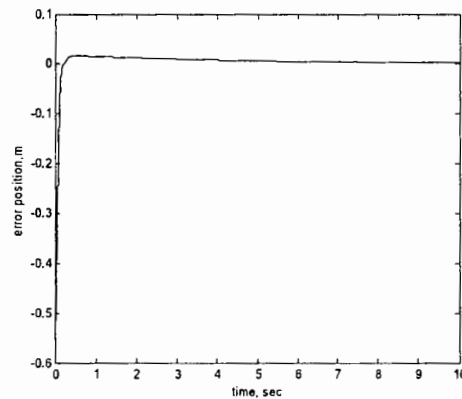
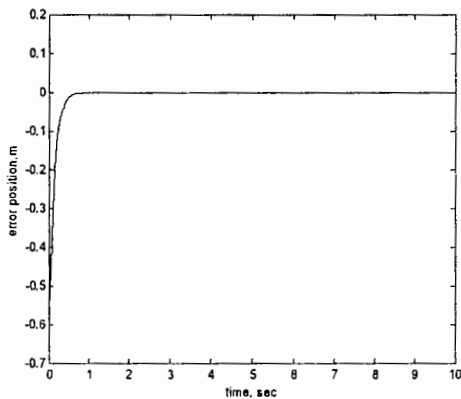
خروجی با $K_p = \begin{bmatrix} 1000 & 0 \\ 0 & 1000 \end{bmatrix}$, $K_I = \begin{bmatrix} 400 & 0 \\ 0 & 400 \end{bmatrix}$, $K_D = \begin{bmatrix} 50 & 0 \\ 0 & 50 \end{bmatrix}$ در مقایسه با شکل

(۱۵-۸) بهبود می یابد پاسخ خروجی سیستم مناسب می باشد. خطا دارای فرجهش کوچک ۰,۱ در زمان ۰,۴ ثانیه میباشد و خطا پس از ۴ ثانیه به صفر می رسد.

برای نشان دادن اثر K_p ، آن را به $K_p = \begin{bmatrix} 2000 & 0 \\ 0 & 2000 \end{bmatrix}$ افزایش می دهیم. مطابق شکل (۱۷-۸) خطای

خروجی با $K_p = \begin{bmatrix} 2000 & 0 \\ 0 & 2000 \end{bmatrix}$ ، $K_I = \begin{bmatrix} 400 & 0 \\ 0 & 400 \end{bmatrix}$ ، $K_D = \begin{bmatrix} 100 & 0 \\ 0 & 100 \end{bmatrix}$ در مقایسه با شکل (۸-۱)

(۱۵) بهبود می یابد. پاسخ خروجی سیستم مناسب می باشد. خطا بدون فرجهش می باشد و خطای ماندگار سیستم صفر می باشد.



شکل ۸-۱۸ خطای خروجی سیستم در فضای دکارتی

شکل ۸-۱۷ خطای خروجی سیستم در فضای دکارتی

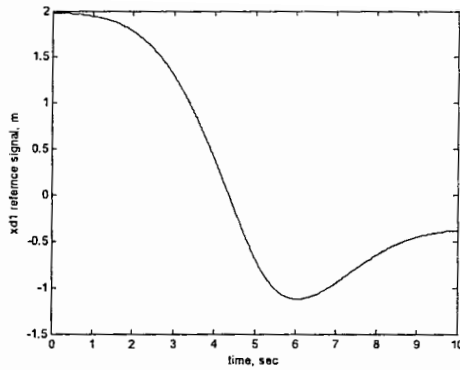
برای نشان دادن اثر K_I ، آن را به $K_I = \begin{bmatrix} 40 & 0 \\ 0 & 40 \end{bmatrix}$ کاهش می دهیم. مطابق شکل (۱۸-۸) خطای

خروجی با $K_p = \begin{bmatrix} 1000 & 0 \\ 0 & 1000 \end{bmatrix}$ ، $K_I = \begin{bmatrix} 40 & 0 \\ 0 & 40 \end{bmatrix}$ ، $K_D = \begin{bmatrix} 100 & 0 \\ 0 & 100 \end{bmatrix}$ در مقایسه با شکل

(۱۵-۸) بهبود می یابد و دامنه خطا خیلی کمتر می شود. خطا بدون فرجهش می باشد و خطای ماندگار صفر میباشد.

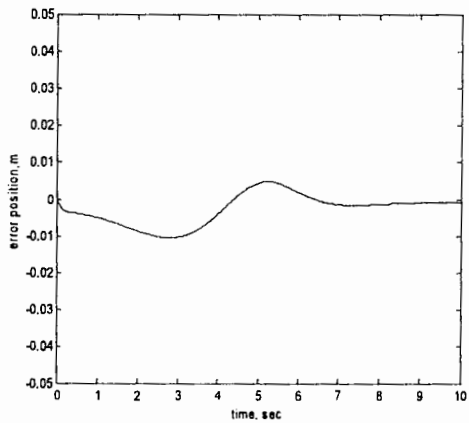
۸-۲-۲-۲- ردیابی مسیر ربات در فضای دکارتی

اکنون سیگنال مرجع مطابق شکل (۱۹-۸) انتخاب می شود و به سیستم کنترل اعمال می شود در اینصورت مسئله ردیابی مسیر مطرح می باشد.

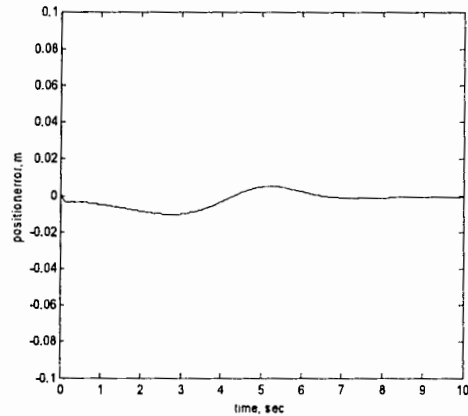


شکل ۸-۱۹ سیگنال مرجع در فضای دکارتی

خطای ردیابی خروجی با $K_p = \begin{bmatrix} 1000 & 0 \\ 0 & 1000 \end{bmatrix}$, $K_I = \begin{bmatrix} 100 & 0 \\ 0 & 100 \end{bmatrix}$, $K_D = \begin{bmatrix} 100 & 0 \\ 0 & 100 \end{bmatrix}$ در شکل (۸-۲۰) نشان داده شده است. پاسخ خروجی سیستم مناسب می باشد. خطا بدون فراجهدش می باشد و خطای ماندگار صفر می باشد.



شکل ۸-۲۱ خطای ردیابی خروجی سیستم در فضای دکارتی



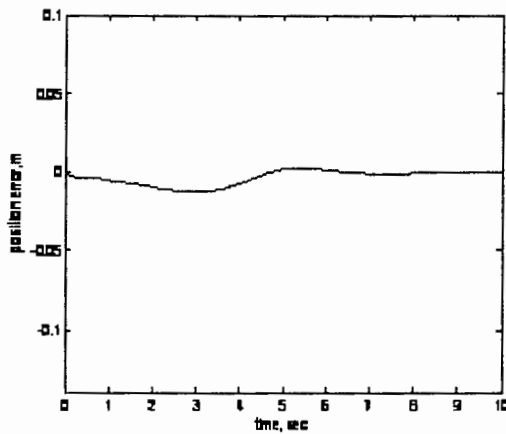
شکل ۸-۲۰ خطای ردیابی خروجی سیستم در فضای دکارتی

برای نشان دادن اثر K_D ، آن را به $K_D = \begin{bmatrix} 50 & 0 \\ 0 & 50 \end{bmatrix}$ کاهش می دهیم مطابق شکل (۸-۲۱) خطای خروجی با $K_p = \begin{bmatrix} 1000 & 0 \\ 0 & 1000 \end{bmatrix}$, $K_I = \begin{bmatrix} 100 & 0 \\ 0 & 100 \end{bmatrix}$, $K_D = \begin{bmatrix} 50 & 0 \\ 0 & 50 \end{bmatrix}$ در مقایسه با شکل (۸-۲۰) پاسخ خروجی سیستم مناسب می باشد. خطا بدون فراجهدش می باشد و خطای ماندگار صفر می باشد.

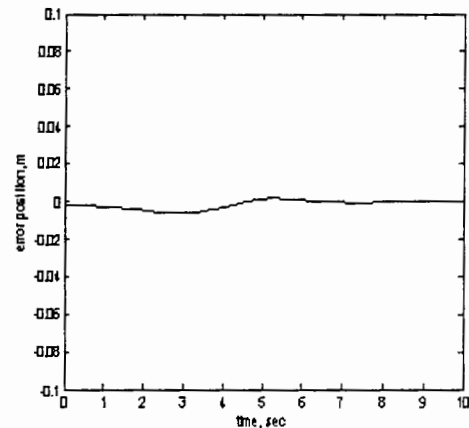
برای نشان دادن اثر K_p ، آن را به $K_p = \begin{bmatrix} 2000 & 0 \\ 0 & 2000 \end{bmatrix}$ افزایش می دهیم مطابق شکل (۲۲-۸) خطای

خروجی با $K_p = \begin{bmatrix} 2000 & 0 \\ 0 & 2000 \end{bmatrix}$ ، $K_I = \begin{bmatrix} 100 & 0 \\ 0 & 100 \end{bmatrix}$ ، $K_D = \begin{bmatrix} 100 & 0 \\ 0 & 100 \end{bmatrix}$ در مقایسه با شکل (۲۰-۸)

بهبود می یابد. خطا بدون فراجهدش می باشد و خطای ماندگار سیستم صفر می باشد.



شکل ۲۳-۸ خطای ردیابی خروجی سیستم در فضای دکارتی



شکل ۲۲-۸ خطای ردیابی خروجی سیستم در فضای دکارتی

برای نشان دادن اثر K_I ، آن را به $K_I = \begin{bmatrix} 40 & 0 \\ 0 & 40 \end{bmatrix}$ کاهش می دهیم مطابق شکل (۲۳-۸) خطای

خروجی با $K_p = \begin{bmatrix} 1000 & 0 \\ 0 & 1000 \end{bmatrix}$ ، $K_I = \begin{bmatrix} 40 & 0 \\ 0 & 40 \end{bmatrix}$ ، $K_D = \begin{bmatrix} 100 & 0 \\ 0 & 100 \end{bmatrix}$ در مقایسه با شکل (۲۱-۸)

بهبود می یابد و دامنه خطا خیلی کمتر می شود. خطا بدون فراجهدش می باشد و خطای ماندگار صفر می باشد.

به نظر می رسد در صورت استفاده از روش سعی و خطا، با افزایش K_p و کاهش K_I و کاهش K_D خطای خروجی سیستم بهبود پیدا می کند.

فصل نهم

نتیجه گیری

۷-۱- نتیجه گیری :

در این پایاننامه دو روش نوین ، برای حذف خطای ژاکوبین در سیستم کنترل ارائه شده است که روش اول مبتنی بر خطی سازی فیدبکی می باشد و روش دوم نیز مبتنی بر شناسایی on-line ژاکوبین در سیستم کنترل می باشد.

از آنجا که دینامیک های ربات دارای غیر خطی بسیار بالا و کوپلینگ شدید بین مفاصل می باشند، برای اینکه از عهده غیر خطی ها دینامیک ربات برآییم از روش خطی سازی فیدبک استفاده می کنیم. بکارگیری پیاده سازی قانون تقسیم کنترل با دو حلقه داخلی و خارجی نوعی خطی سازی فیدبک است. در حلقه داخلی ابتدا ترمهای غیر خطی حذف می شوند و سپس سیستم جدید که خطی هست بدست می آید و با اعمال یک حلقه خارجی می توان سیستم را کنترل نمود. می دانیم که کلیه پارامترهای ساختاری و سینماتیکی ربات در ماتریس ژاکوبین حضور دارند. از آنجا که انجام کار در فضای دکارتی است نقش ماتریس ژاکوبین در کنترل ربات برجسته تر می شود و هر گونه خطا در آن قابل ملاحظه خواهد بود. بنابراین عدم قطعیت ماتریس ژاکوبین موجب خطای موقعیت و سرعت در ردگیری مسیر دلخواه می شود. نتایج شبیه سازی نشان می دهند که روش کنترلی پیشنهادی، اثر خطای ماتریس ژاکوبین برای ردگیری مسیر در فضای کاری را حذف نموده است. این روش کنترلی، مبتنی بر خطی سازی با فیدبک و اندازه گیری متغیرهای موقعیت، سرعت و محاسبه شتاب مجری نهایی و شتاب زوایای مفاصل بازوی ماهر می باشد.

در روش دوم بحث شناسایی ژاکوبین مطرح می باشد. ماتریس ژاکوبین با استفاده از اندازه گیری موقعیت مجری نهایی و زوایای مفاصل رابطهای بازوی ماهر توسط سنسورهای موقعیت، شناسایی می شوند. شناسایی ژاکوبین برای حذف خطای پارامتری ناشی از مدل، مورد استفاده قرار می گیرد. عملکرد ترانهاده ژاکوبین برای انتقال از فضای کاری به فضای مفصلی، با ارائه قوانین کنترل بررسی شده است. این نشان می دهد که ماتریس ژاکوبین تقریبی کارآرایی خوبی ندارد. ما ترجیح می دهیم از ترانهاده ژاکوبین در سیستم کنترل برای تبدیل فضا استفاده کنیم. چون در صورت استفاده از معکوس ماتریس ژاکوبین در سیستم کنترل، امکان برخورد با مشکل ترکیب های تکین، وجود دارد. از تحلیل و آنالیز پایداری نتیجه گیری می شود که خطای حالت دائم صفر می باشد. با این وجود

خطای ردیابی در طراحی ردیابی صفر نخواهد شد. نتایج شبیه سازیها نشان می دهد که خطای ردیابی در فضای کاری در رنج عملکردی بسیار کوچکی قرار دارد. در نهایت می توان با انتخاب مناسب ماتریسهای $\hat{K}_p, \hat{K}_I, \hat{K}_D$ پایداری محلی را فراهم نمود.

- [1] Caccavale F., Chiaverini S. Siciliano B., Second-Order Kinematic Control of Robot Manipulators with Jacobin Damped Least-Squares Inverse: Theory and Experiments, 188 IEEE/ASME TRANS. ON MECHATRONICS, Vol 2, No 3, SEP . 1997, pp.188-194.
- [2] Cheah C. C, Kawamura S, Arimoto K. Lee ,PID Control of Robotic Manipulator with Uncertain Jacobin Matrix , Conference on Robotic & Automation , Seoul, Korea . May 21-26 , 2001, pp.494-499.
- [3] Mark S., Vidya S., Robot Dynamics And Control, 1989, John Wily And Sons , INC
- [4] cheah H. Y , Han S, Kawamura S , Arimoto , Grasping and Position Control for Multi-fingered Robot Hakds with Uncertian Jacobin Matrices : Proceedings of the American Control Conference Arlington, V A June 25-27, 2001, pp.2403-2408
- [5] Yazarel H, C. C. Cheah, Adaptive Visual Servoing of Robots with Uncertain Gravity Regressor and Jacobin Matrices , IEEE TRANSACTIONS ON AUTOMATIC CONTROL , Vol. 46, No. 8, AUGUST 2001, 1313, PP.652-657 .
- [6]. Cheah C. C, Kawamura S, Arimoto S, and Lee K, H Tuning for Task-Space Feedback Control of Robot with Uncertain Jacobin Matrix, TRANSACTIONS ON AUTOMATIC CONTROL , Vol.46, No.8, AUGUST 2001, 1313, PP.1313-1318.
- [7] Cheah C. C, Slotine Liu J.J.E., Approximate Jacobin Adaptive Control for Robot Manipulators , Proceeding of the 2004 IEEE International Confannee on Robtics & Automation New Orleans. LA Aprll2004, pp.3075-3080.
- [8] Alexei Z., Sandor H., parameter Identification of a Robot Arm Using Genetic Algorithms, Perioddica Polytechnic Ser.El.Eng., Vol.45, No.3-4, pp.2001, pp.195-209.
- [9] Mayeda H., Osuka K. and Kangawa A., new identification method for serial manipulator arms, Proc. of the IFAC World Congress, 1984, pp.74-79.
- [10] Fateh M.M, Farhangfard H. Reducing the error of manipulator Jacobian in the control system, submitted to the Wseas.
- [11] Fateh M.M, Farhangfard H. Transforming space by manipulator Jacobian in position control, submitted to the Wseas.

Abstract

In this thesis MSC, two new control approaches are presented for canceling Jacobian error. In the first approach, the uncertainty of the Jacobian matrix and its effects in the control system are considered. A new control approach is then provided for reducing error in the case of trajectory tracking in the task space. This control approach is based on using feedback linearization. The joint angles, and position, velocity and acceleration for the end-effector are required to feedback. In the second approach, On-line Jacobian identification is proposed to cancel parametric error. To identify the Jacobian, the joint angles and the end-effector position are sensed when tracking a desired trajectory in the task space. The control design can be simplified by lack of inverse kinematic solution using the manipulator Jacobian. A position controller is applied for tracking the desired trajectory and the control system stability is then analyzed. The control system is simulated for position control of a two-link manipulator driven by a permanent magnet DC motor. Simulation results are then presented to consider the system performance.