

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ



دانشکده مهندسی برق و رباتیک

گروه کنترل

# کنترل فازی مقاوم ربات تک چرخ الکتریکی

دانشجو:

جواد کیقبادی

استاد راهنما:

پروفسور محمد مهدی فاتح

پایان نامه ارشد جهت دریافت درجه‌ی کارشناسی ارشد

شهریور ۱۳۹۳

دانشگاه صنعتی شاهرود

دانشکده مهندسی برق و رباتیک

تقدیم به

خدای رابی شاکرم که از روی کرم، پدر و مادری فداکار نسیم ساخته تا در سایه درخت پربار وجودشان بیایم و از ریشه آنها  
شاخ و برگ گیرم و از سایه وجودشان در راه کسب علم و دانش تلاش نمایم. والدینی که بودند نشان تاج افتخاری است بر سرم و  
نشان دلیلی است بر بودنم، چرا که این دو وجود، پس از پروردگار، مایه هستی ام بوده اند وستم را گرفتند و راه رفتن را در این  
وادی زندگی پر از فراز و نشیب به من آموختند. آموزگارانگی که برایم زندگی بودند و انسان بودن را معنا کردند.

تقدیم به وجود باارزشتان...

شکر و قدردانی

از استاد راهنمای فریخته و فرزانه‌ی خود جناب آقای پروفور محمد مهدی فتح که با کرامتی چون خورشید سرزمین دل را روشنی  
بخشید و گلشن سرای علم و دانش را با راهنمایی‌های کارساز و سازنده بارور ساختند و صبورانه راه پرپیچ و خم تحقیق را هموار نمودند  
تقدیر و شکر می‌نمایم.

# تعهد نامه

اینجانب جواد کیقبادی دانشجوی دوره کارشناسی ارشد رشته مهندسی برق کنترل، دانشکده برق، دانشگاه شاهرود، نویسنده پایان نامه کنترل فازی مقاوم ربات تک چرخ الکتریکی تحت راهنمایی پروفسور محمد مهدی فاتح متعهد می شوم.

- تحقیقات در این پایان نامهمتوسط اینجانب انجام شده است و از صحت و اصالت برخوردار است.
- در استفاده از نتایج پژوهشهای محققان دیگر به مرجع مورد استفاده استناد شده است.
- مطالب مندرج در پایان نامه تاکنون توسط خود یا فرد دیگری برای دریافت هیچ نوع مدرک یا امتیازی در هیچ جا ارائه نشده است.
- کلیه حقوق معنوی این اثر متعلق به دانشگاه صنعتی شاهرود می باشد و مقالات مستخرج با نام « دانشگاه صنعتی شاهرود » و یا « Shahrood University of Technology » به چاپ خواهد رسید.
- حقوق معنوی تمام افرادی که در به دست آمدن نتایج اصلی پایان نامه تأثیرگذار بوده اند در مقالات مستخرج از پایان نامه رعایت می گردد.
- در کلیه مراحل انجام این پایان نامه ، در مواردی که از موجود زنده (یا بافتهای آنها ) استفاده شده است ضوابط و اصول اخلاقی رعایت شده است.
- در کلیه مراحل انجام این پایان نامه، در مواردی که به حوزه اطلاعات شخصی افراد دسترسی یافته یا استفاده شده است اصل رازداری ، ضوابط و اصول اخلاق انسانی رعایت شده است .

## تاریخ

### امضای دانشجو

## مالکیت نتایج و حق نشر

- کلیه حقوق معنوی این اثر و محصولات آن (مقالات مستخرج، کتاب، برنامه های رایانه ای، نرم افزار ها و تجهیزات ساخته شده است ) متعلق به دانشگاه صنعتی شاهرود می باشد. این مطلب باید به نحو مقتضی در تولیدات علمی مربوطه ذکر شود.
- استفاده از اطلاعات و نتایج موجود در پایان نامهدون ذکر مرجع مجاز نمی باشد.

## چکیده

در این پایان نامه کنترل فازی مقاوم ربات تک چرخ الکتریکی چهار درجه آزادی ارائه می شود. علاوه بر آن کنترل مبتنی بر مدل نیز طراحی می گردد. دینامیک این ربات توسط چهار معادله غیرخطی بیان می شود. پیچیدگی و اثر متقابل شدید بین متغیرهای حالت، تحلیل و طراحی کنترل کننده را دشوار می سازد. این ربات شامل یک چرخ چندجهته، جای سرنشین و دو موتور می باشد. مکانیزم حرکت ربات به این گونه است که سرنشین با خم کردن خود در هر راستا، سبب حرکت ربات در همان جهت می شود. یک موتور وظیفه حرکت در راستای جلو - عقب و موتور دیگر عهده دار حرکت در راستای چپ - راست ربات می باشد. کنترل کننده به رفع انحرافات ایجاد شده توسط سرنشین می پردازد و سعی دارد که آنها را صفر نماید.

در این پایان نامه معادلات حرکت سیستم با ایده‌ای خلاقانه به یک فرم ماتریسی تبدیل می شوند. سپس چهار روش مختلف برای کنترل آن پیشنهاد می شود. در روش اول قانون کنترل خطی سازی پس‌خورد مبتنی بر مدل در حوزه گشتاور ارائه می شود. در روش دوم، قانون کنترل فازی مقاوم مبتنی بر حالت لغزشی در حوزه گشتاور ارائه می شود. از مزیت های روش پیشنهادی این است که نیازی به تعیین حدود عدم قطعیت ها نیست چراکه آن ها به روش تطبیقی تخمین زده می شوند. در روش سوم، کنترل فازی مقاوم در حوزه ولتاژ ارائه می شود. در روش چهارم، کنترل فازی مقاوم مبتنی بر قاعده‌ی اسپانگ با راهبرد کنترل ولتاژ ارائه می شود. پایداری روش های پیشنهادی، اثبات می شود. به منظور بررسی عملکرد از نرم افزار MATLAB استفاده شده است. نتایج شبیه سازی، کارایی مناسب روش های کنترلی را نشان می دهد.

واژه های کلیدی: ربات تک چرخ، خطی سازی پس‌خورد، کنترل فازی مقاوم، راهبرد کنترل گشتاور، تخمین کران عدم قطعیت، راهبرد کنترل ولتاژ.

## مقالات استخراج شده از پایان نامه

### Revised :

۱- محمد مهدی فاتح ، جواد کیقبادی و رضا رضوانیان نقندر " کنترل فازی تطبیقی ربات تک چرخ الکتریکی " مجله علمی - پژوهشی مکانیک سازه ها و شاره ها (ISC)

### Accepted :

۲- محمد مهدی فاتح، حسین اسراری، جواد کیقبادی و سعید خراشادیزاده "کنترل مقاوم فازی تطبیقی ربات در فضای کار با استراتژی کنترل ولتاژ " چهاردهمین کنفرانس فازی ایران.

## فهرست مطالب

فصل ۱- مقدمه و پیشینه تحقیق.....	۱
۱-۱- ربات های دو چرخ.....	۳
۲-۱- ربات های تک چرخ.....	۸
۳-۱- تعریف مساله.....	۱۵
۴-۱- مروری بر ساختار پایان نامه.....	۱۶
فصل ۲- مدل سازی ربات تک چرخ.....	۱۷
۱-۲- توصیف مدل.....	۱۸
۲-۲- مدل نهایی ماتریسی ربات.....	۲۳
فصل ۳- طراحی کنترل کننده خطی سازی پسخورد با راهبرد کنترل گشتاور.....	۲۵
۱-۳- مقدمه.....	۲۶
۲-۳- ارائه قانون کنترل خطی سازی پسخورد و اثبات پایداری.....	۲۸
۳-۳- نتایج شبیه سازی.....	۳۱
فصل ۴- طراحی کنترل کننده فازی مقاوم مبتنی بر حالت لغزشی با راهبرد کنترل گشتاور.....	۳۷
۱-۴- مقدمه.....	۳۸
۲-۴- کنترل حالت لغزشی.....	۳۸
۳-۴- کنترل فازی.....	۴۰
۴-۴- ارائه قانون کنترل فازی مقاوم با راهبرد کنترل گشتاور.....	۴۲
۵-۴- اثبات پایداری.....	۴۵

۴۷	نتایج شبیه سازی
۵۳	فصل ۵- طراحی کنترل کننده فازی مقاوم با راهبرد کنترل ولتاژ
۵۴	۱-۵ مقدمه
۵۴	۲-۵ بررسی معادلات دینامیکی محرکه های ربات
۵۶	۳-۵ طراحی کنترل کننده فازی مقاوم با راهبرد کنترل ولتاژ
۵۹	۴-۵ اثبات پایداری
۶۱	۵-۵ نتایج شبیه سازی
۶۷	فصل ۶- طراحی کنترل کننده فازی مقاوم با راهبرد کنترل ولتاژ مبتنی بر قاعده اسپانگ
۶۸	۱-۶ مقدمه
۶۸	۲-۶ طراحی کنترل کننده فازی مقاوم با راهبرد کنترل ولتاژ
۷۰	۳-۶ اثبات پایداری
۷۳	۴-۶ نتایج شبیه سازی
۷۹	فصل ۷- نتیجه گیری و پیشنهادات
۸۰	۱-۷ نتیجه گیری و پیشنهادات
۸۲	پیوست الف
۸۳	الف- ۱ محاسبه انرژی جنبشی و پتانسیل ربات
۸۹	الف- ۲ معادلات حرکت ربات
۹۳	مراجع



## فهرست شکل ها

- شکل ۱-۱: ربات دو چرخ یامافوجی ..... ۳
- شکل ۲-۱: ربات دو چرخ گراسر ..... ۴
- شکل ۳-۱: ربات دو چرخ سگوی ..... ۴
- شکل ۴-۱: ربات دو چرخ کیم ..... ۵
- شکل ۵-۱: شمای کلی ربات دو چرخ پاساک ..... ۶
- شکل ۶-۱: ربات دو چرخ ان بوت ..... ۶
- شکل ۷-۱: ربات دو چرخ هیونگ ..... ۷
- شکل ۸-۱: ربات تک چرخ شنگ ..... ۸
- شکل ۹-۱: ربات تعادلی ژایرور ..... ۹
- شکل ۱۰-۱: مدل پیشنهادی کمپ ..... ۹
- شکل ۱۱-۱: محصول شرکت بی آر پی ..... ۱۰
- شکل ۱۲-۱: ربات تک چرخ الکساندر ..... ۱۰
- شکل ۱۳-۱: ربات تک چرخ هوانگ ..... ۱۱
- شکل ۱۴-۱: ربات تک چرخ کادیس ..... ۱۱

- شکل ۱-۱۵: ربات تک چرخ لی ..... ۱۲
- شکل ۱-۱۶: ربات تک چرخ اوکی ناکامورا ..... ۱۲
- شکل ۱-۱۷: ربات تک چرخ هوفر ..... ۱۳
- شکل ۱-۱۸: چرخ چندجهته طراحی شده توسط شرکت هوندا ..... ۱۴
- شکل ۱-۱۹: مدل ارتقاء یافته ربات تعادلی شرکت هوندا ..... ۱۴
- شکل ۳-۱: دیاگرام سیستم کنترل خطی سازی پسخورد ..... ۳۱
- شکل ۳-۲: زاویه انحراف به طرفین توسط سرنشین (بتا) ..... ۳۲
- شکل ۳-۳: زاویه انحراف محل استقرار سرنشین (زتا) ..... ۳۲
- شکل ۳-۴: سیگنال کنترل بتا ..... ۳۳
- شکل ۳-۵: سیگنال کنترل زتا ..... ۳۳
- شکل ۳-۶: سیگنال خطای زاویه رول (بتا) ..... ۳۴
- شکل ۳-۷: سیگنال خطای ناشی از انحراف محل استقرار سرنشین (زتا) ..... ۳۴
- شکل ۴-۱: توابع تعلق هر ورودی فازی ..... ۴۴
- شکل ۴-۲: دیاگرام سیستم کنترل فازی مقاوم با راهبرد کنترل گشتاور ..... ۴۷
- شکل ۴-۳: زاویه انحراف به طرفین توسط سرنشین (بتا) ..... ۴۸

- شکل ۴-۴: زاویه انحراف به طرفین توسط سرنشین (زتا) ..... ۴۸
- شکل ۵-۴: سیگنال کنترل بتا ..... ۴۹
- شکل ۶-۴: سیگنال کنترل زتا ..... ۴۹
- شکل ۱-۵: مدار معادل موتور dc مغناطیس دائم ..... ۵۴
- شکل ۲-۵: توابع تعلق فازی ..... ۵۹
- شکل ۳-۵: دیاگرام سیستم کنترل فازی مقاوم با راهبرد کنترل ولتاژ ..... ۶۲
- شکل ۴-۵: زاویه انحراف به طرفین توسط سرنشین (بتا) ..... ۶۳
- شکل ۵-۵: زاویه انحراف به طرفین توسط سرنشین (زتا) ..... ۶۳
- شکل ۶-۵: سیگنال کنترل بتا (ولتاژ موتور ۱) ..... ۶۴
- شکل ۷-۵: سیگنال کنترل زتا (ولتاژ موتور ۲) ..... ۶۴
- شکل ۸-۵: خطای تنظیم متغیر بتا ..... ۶۵
- شکل ۹-۵: خطای تنظیم متغیر زتا ..... ۶۵
- شکل ۱-۶: توابع تعلق فازی ..... ۷۰
- شکل ۲-۶: دیاگرام سیستم کنترل فازی مقاوم مبتنی بر قاعده اسپانگ ..... ۷۳
- شکل ۳-۶: زاویه انحراف به طرفین توسط سرنشین (بتا) ..... ۷۴

- شکل ۴-۶: زاویه انحراف به طرفین توسط سرنشین (زتا) ..... ۷۴
- شکل ۵-۶: ولتاژ موتور ۱ (مربوط به متغیر بتا) ..... ۷۵
- شکل ۶-۶: ولتاژ موتور ۲ (مربوط به متغیر زتا) ..... ۷۵
- شکل ۷-۶: خطای تنظیم متغیر بتا ..... ۷۶
- شکل ۸-۶: خطای تنظیم متغیر زتا ..... ۷۶
- شکل الف-۱: چرخ کوچک و محورهای مختصات مبنا و نسبی متصل به آن ..... ۸۳
- شکل الف-۲: چرخ بزرگ و محورهای مختصات مبنا و نسبی متصل به آن ..... ۸۴
- شکل الف-۳: مجموعه چرخ های کوچک و محورهای مختصات متصل به آن ..... ۸۵
- شکل الف-۴: محل استقرار سرنشین و محور های مختصات متصل به آن ..... ۸۷

## فهرست جداول

- جدول ۱-۵: پارامترهای موتور های الکتریکی ..... ۶۲

## فصل ۱ -

### مقدمه

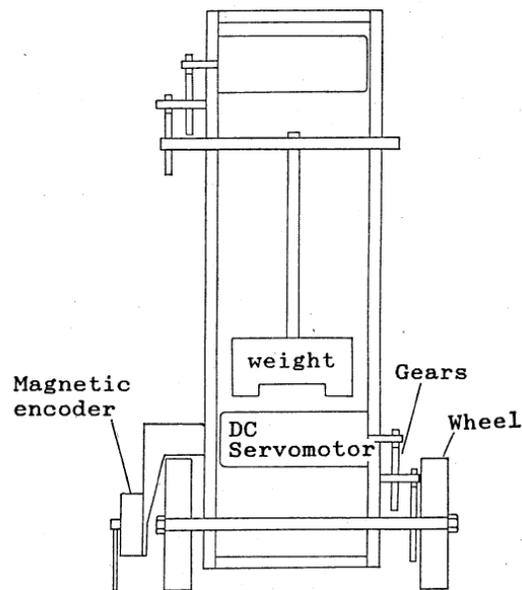
## مقدمه

در طی سال های اخیر مراکز تحقیقاتی و پژوهشگران تلاش های خود را برای طراحی و ساخت ربات هایی با قابلیت جابجایی آسان و کم حجم متمرکز نموده اند. ربات های تک سرنشین با قابلیت استفاده در مکان های مختلف با مانورپذیری بالا و توانایی نگه داری شارژ به مدت طولانی از جمله اهداف مهندسين طراح است. ربات های تعادلی دو چرخ و تک چرخ نمونه هایی از ربات های تک سرنشین می باشد. گفتنی است که در طراحی ربات های تک چرخ از ایده ی پاندول معکوس الهام گرفته شده است [۱]. پاندول معکوس به علت ناپایداری و غیرخطی بودن به عنوان یکی از مسایل چالش برانگیز در مهندسی کنترل شناخته می شود [۲].

در این فصل به معرفی و دسته بندی ربات های تعادلی دو چرخ و تک چرخ پرداخته و مقالات و پژوهش ها در این زمینه مورد بررسی قرار می گیرد. در ادامه ربات تک چرخ مورد استفاده در این پایان نامه ارائه می شود و مزایای آن بیان می گردد. در بخش انتهایی، فصل های پایان نامه به اختصار معرفی شده است.

## ۱-۱ ربات های دو چرخ

ربات های دو چرخ، بخاطر دو نقطه تماس با زمین، تعادل مطلوبی در انحراف به طرفین دارند. اولین ربات دو چرخ توسط یامافوجی در سال ۱۹۸۹ معرفی شد که وی با معیار رات-هرویتز زاویه پیچ (انحراف به جلو- عقب) آن را کنترل نمود. در شکل زیر ربات دو چرخ یامافوجی مشاهده می شود [۳].



شکل ۱-۱ ربات دو چرخ یامافوجی

در سال ۲۰۰۲ گراسر و همکاران وی مدل دینامیکی ربات دو چرخ را به روش دینامیک نیوتونی محاسبه کردند. آن ها معادلات را حول نقطه تعادل خطی سازی و به فرم فضای حالت تبدیل کردند. سپس اثر متقابل بین متغیرهای حالت را از بین برده و با روش جایابی قطب در امر کنترل و پایداری سیستم موفق شدند.

در شکل زیر ربات تعادلی دو چرخ گراسر مشاهده می شود [۴].



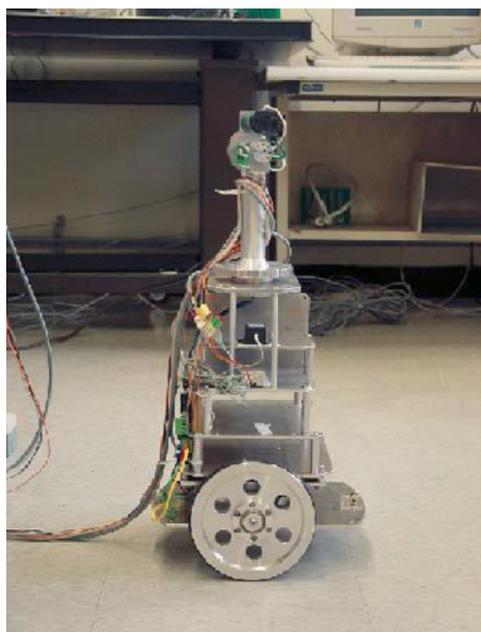
شکل ۱-۲ ربات دو چرخ گراسر

در همان سال، دن کامن، ربات دو چرخ را ساخت که توسط شرکت سگوی خریداری و به تولید انبوه رسید. در این محصول از پنچ ژیرسکوپ و دو سنسور شیب برای حفظ تعادل و پایداری آن استفاده می شد. مدل ریاضی این محصول دارای سه درجه آزادی است. در شکل زیر، وسیله نقلیه تجاری سگوی را مشاهده می نمایم [۵].



شکل ۱-۳ ربات دو چرخ سگوی

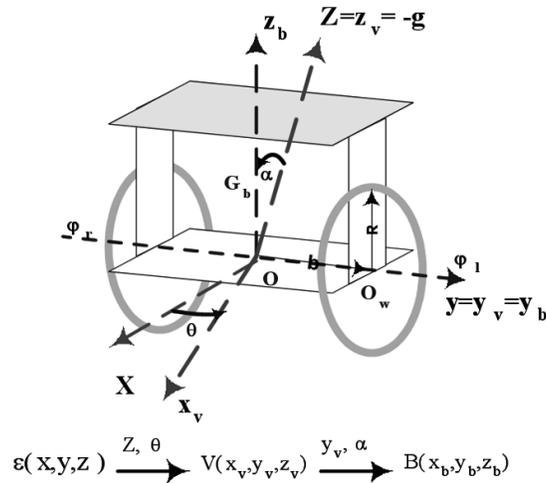
در سال ۲۰۰۵ کیم و همکاران، مدل دینامیک مناسبی از ربات دو چرخ ارائه دادند. مدل آنها سه درجه آزادی داشته و به منظور از بین رفتن پیچیدگی های بسیار در معادلات، عمل خطی سازی انجام شده است. برای حفظ تعادل ربات از سنسورهای مختلفی استفاده شده است. در شکل زیر ربات دو چرخ کیم مشاهده می شود [۶].



شکل ۱-۴ ربات دو چرخ کیم

در سال ۲۰۰۵ پاساک و همکاران وی ربات تعادلی دو چرخ را ارائه دادند که از دو کنترل کننده مجزا در کنترل زوایای آن بهره می جست. کنترل کننده موقعیت و سرعت ربات را به مقادیر مطلوب می رساند.

شمای کلی ربات دو چرخ آن ها به صورت زیر می باشد [۷].



شکل ۱-۵ شمای کلی ربات دو چرخ پاساک

از دیگر ربات های تعادلی دو چرخ می توان به ربات اکیوبت که از ژیرسکوپ و سنسورهای مختلف در کنترل آن استفاده شده است، اشاره کرد. همچنین می توان به ربات انبوت توجه نمود که مکانیزم آن براساس جمع آوری داده های دو سنسور و پردازش توسط پردازنده می باشد. در شکل زیر این ربات مشاهده می شود [۸].



شکل ۱-۶ ربات دو چرخ انبوت

در سال ۲۰۰۹ هیونگ یوک و همکاران وی یک ربات دو چرخ را طراحی و ساختند که در طراحی آن از محصول شرکت سگوی الهام گرفته شده بود با این تفاوت که در ربات هیونگ به جای سرنشین یک ربات انسان نما مسئول راندن آن می باشد. مکانیزم حرکت آن به این گونه است که راننده با تغییرات حاصل در خود باعث تغییر مرکز ثقل ربات دو چرخ شده و ربات در جهت راننده حرکت می کند. هیونگ و همکارانش به منظور تضمین پایداری و تعادل ربات از یک کنترل کننده فازی و تعدادی سنسور مختلف استفاده کردند. لازم به ذکر است که ارتباط و هماهنگی بین راننده و ربات توسط کنترل کننده تناسبی - انتگرالی - مشتقی از نوع تطبیقی انجام می گرفت. همچنین برای غلبه بر اغتشاشات وارد به سیستم از الگوریتم های مقاوم بهره جستند. در شکل زیر ربات دو چرخ هیونگ مشاهده می شود [۹].



شکل ۱-۷ ربات دو چرخ هیونگ

## ۲-۱ ربات های تک چرخ

ربات های تک چرخ تنها یک نقطه‌ی تماس با سطح زمین داشته و در نتیجه نسبت به ربات های دو چرخ ناپایدارتر می باشند. کنترل و پایداری ربات های تک چرخ به سه دسته تقسیم می شوند:

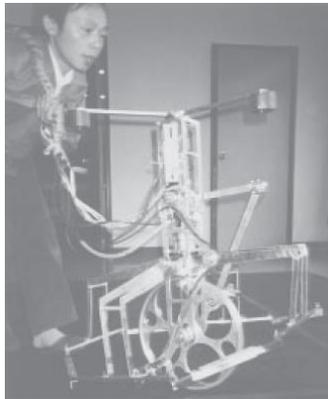
۱- ربات هایی که از اثر ژیرسکوپی برای حفظ تعادل و پایداری استفاده می شود.

۲- ربات هایی که در طراحی آن ها مدل سازی انجام شده و از کنترل کننده های مبتنی بر مدل و آزاد از مدل در برقراری تعادل و پایداری استفاده شده است.

۳- ربات هایی که به صورت تجربی و بدون مدل سازی ساخته می شوند و از سنسور های مختلف به منظور تعادل آن استفاده می شود.

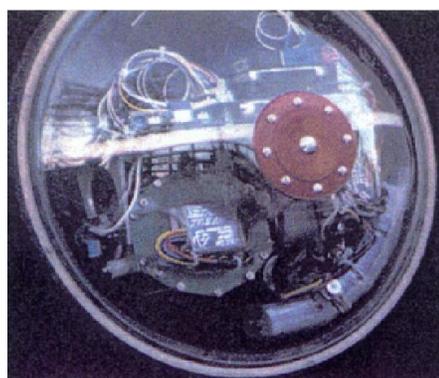
از آنجا که اصول و الگوریتم های کنترلی ربات های تک چرخ مورد نظر است به بررسی دو قسمت ۱ و ۲ می پردازیم.

**دسته‌ی اول:** در برخی ربات های تک چرخ برای تعادل زوایای رول ، پیچ و یاو از ژیرسکوپ استفاده می شود. نخستین بار طراحی و ساخت ربات تک چرخ توسط شنگ و یامافوجی انجام گرفت. در مکانیزم آن از یک دیسک دوار عمود بر چرخ استفاده کردند [۱۰].



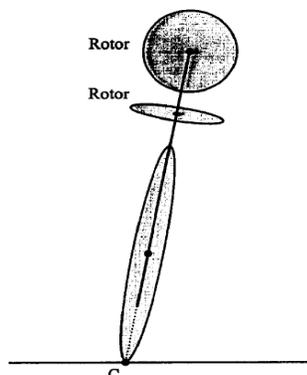
شکل ۱-۸ ربات تک چرخ شنگ

در سال ۱۹۹۶ براون و ژو یک ربات تک چرخ ژیرسکوپیی موسوم به ژایرور را ارائه دادند. این ربات دارای یک چرخ طیار در درون خود بوده که با سرعت بسیار زیاد در حال دوران می باشد و توسط یک بازوی دو درجه آزادی از وسط چرخ آویزان می گردد. با کنترل زاویه بین چرخ طیار و محور چرخ، در اثر اعمال گشتاور، چرخ طیار به یک سو متمایل می شود. سپس گشتاوری که بخاطر وجود چرخ طیار توسط نیروی وزن به چرخ وارد می شود و ایجاد اثر ژیرسکوپیی، چرخ شروع به دور زدن می نماید لذا به کمک چرخ طیار می توان پایداری ربات را تضمین کرد [۱۱].



شکل ۹-۱ ربات تعادلی ژایرور

در سال ۲۰۰۰ کمپ و یاوین مدلی را پیشنهاد دادند که از دو رتور عمود بر هم و اثر متقابل دوران های آن ها بر یکدیگر برای حفظ تعادل ربات استفاده می نمود. مدل پیشنهادی در شکل زیر مشاهده می شود [۱۲].



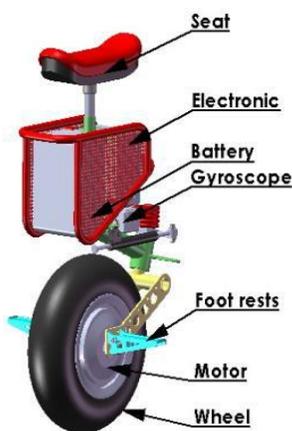
شکل ۱۰-۱ مدل پیشنهادی کمپ

کاپلر نیز در سال ۲۰۰۷ از یک ژیرسکوپ عمود بر چرخ برای حفظ تعادل در صفحه عرضی استفاده نمود و پایداری مدل پیشنهادی خود را بررسی کرد [۱۳]. در سال ۲۰۱۲ شرکت کانادایی بی-آر-پی، ربات تک چرخه ا ارائه کرد که در حفظ تعادل آن از اثر ژیرسکوپی استفاده شده بود [۱۴].



شکل ۱-۱۱ محصول شرکت بی-آر-پی

الکساندر پولوتونیک ربات تک چرخه را طراحی کرد که با استفاده از ژیرسکوپ تعادل و پایداری آن تضمین می شود [۱۵].



شکل ۱-۱۲ ربات تک چرخ الکساندر

دسته‌ی دوم:

معادلات حرکت سیستم محاسبه شده و با طراحی کنترل کننده مناسب، تعادل و پایداری ربات تضمین می شود. در سال ۲۰۱۰ هوانگ یک مدل دو درجه آزادی برای ربات تک چرخ ارائه داد و معادلات خود را حول نقطه تعادلش خطی سازی کرد. سپس با طراحی یک کنترل کننده بهینه خطی تعادل و پایداری آن را مورد بررسی قرار داد [۱۶].



شکل ۱-۱۳ ربات تک چرخ هوانگ

در همان سال ۲۰۱۰ کادیس و همکاران معادلات دینامیکی یک ربات تک چرخ را به روش لاگرانژ محاسبه کردند. آن‌ها زاویه پیچ ربات را با طراحی کنترل کننده تناسبی - مشتقی، حفظ و به منظور تعادل زاویه رول دو عدد پدال در طرفین چرخ طراحی کردند [۱۷].



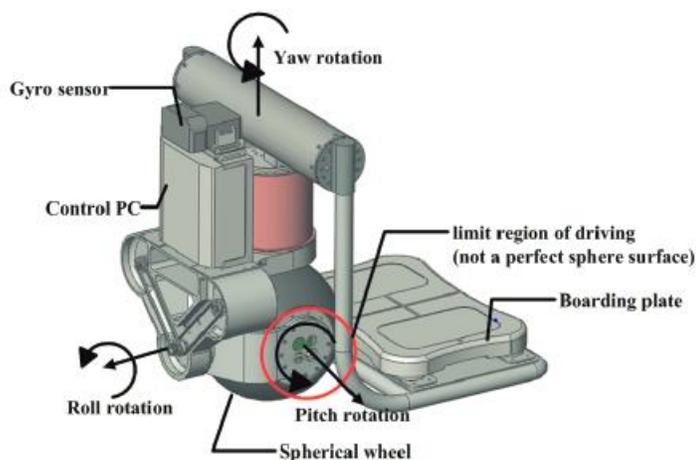
شکل ۱-۱۴ ربات تک چرخ کادیس

در سال ۲۰۱۱ لی و همکارانش به منظور حفظ تعادل رول از دو فن در طرفین چرخ استفاده کردند. تعادل زاویه پیچ توسط یک کنترل کننده تناسبی - انتگرالی - مشتقی صورت می گیرد [۱۸].



شکل ۱-۱۵ ربات تک چرخ لی

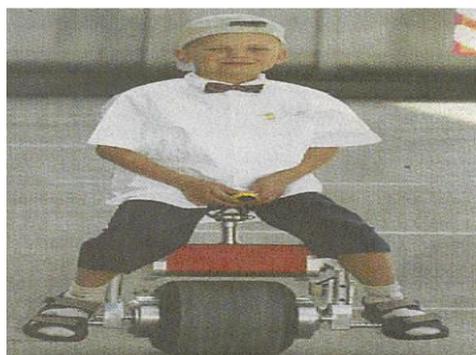
در همان سال اوکی و ناکامورا مدلی را ارائه دادند که در ساخت آن از یک چرخ کروی استفاده شد. آن ها معادلات را خطی کرده و از یک کنترل کننده بهینه خطی برای حفظ زاویه پیچ و یابو استفاده کردند [۱۹].



شکل ۱-۱۶ ربات تک چرخ اوکی و ناکامورا

روش های قبلی که در طراحی ربات های تک چرخ مورد بررسی قرار گرفت مبتنی بر مدل سیستم بودند. در این قسمت راجع به روش های آزاد از مدل که تاکنون در طراحی ربات های تک چرخ استفاده شده است صحبت خواهیم کرد. از روش های آزاد از مدل می توان به الگوریتم های فازی و عصبی اشاره کرد.

در سال ۲۰۰۶ هوفر برای تضمین پایداری و تعادل ربات تک چرخ خود یک کنترل کننده ی فازی طراحی نمود. وی در مکانیزم طراحی ربات، چرخ آن را بسیار پهن در نظر گرفته بود که با این کار تعادل زاویه رول (انحراف به طرفین) را برقرار می کرد. در این طراحی یک رویتگر هر ثانیه ۱۰۰ بار میزان انحراف ربات به سمت جلو و عقب را اندازه گیری کرده و کنترل کننده ی فازی وظیفه ی جبران انحرافات را برعهده داشت [۲۰] و [۲۱].



شکل ۱-۱۷ ربات تک چرخ هوفر

در سال ۲۰۰۹ شرکت هوندا پیچیده ترین ربات تک چرخ حال حاضر دنیا را ارائه داد. این وسیله قادر است در هر جهتی با استفاده از مکانیزم چرخ چندجهته منحصر به فرد خود حرکت نماید. برای حرکت و تنظیم سرعت در هر جهتی کافی است که راننده خود را به سمت مورد نظر متمایل نماید. ویژگی بارز این چرخ حرکت مستقل چرخ بزرگ و مجموعه چرخ های کوچک می باشد. در صورت دوران چرخ بزرگ حرکت به سمت جلو و عقب خواهد بود.

در صورتی که چرخ های کوچک دوران نمایند حرکت به سمت چپ و راست بوده و چنان چه چرخ بزرگ و چرخ های کوچک همزمان حرکت کنند ربات تک چرخ به صورت مورب حرکت می کند. این شرکت در سال ۲۰۱۲ با ارتقای مدل پیشین خود یک مدل جدید را ارائه داد که در این مدل به منظور پایداری بهتر و تعادل زاویه یار از یک چرخ کمکی کوچک استفاده شده است [۲۲].



شکل ۱-۱۸ چرخ چندجهته طراحی شده توسط شرکت هوندا



شکل ۱-۱۹ مدل ارتقا یافته ربات تعادلی شرکت هوندا

در سال های اخیر ربات های تک چرخ متنوعی طراحی شده است. در این ربات ها، راننده باید مهارت کافی برای حفظ تعادل در جهات مختلف را داشته باشد. البته ساختار ربات به گونه ای است که راننده را در هدایت آن کمک می نماید.

### ۳-۱ تعریف مساله

در تحقیقات و کارهای قبلی می توان نکات زیر را دریافت:

۱- حداکثر تعداد درجات آزادی مدل تا کنون ۳ می باشد. ( به استثناء مدل شرکت هوندا که هیچ

گونه اطلاعاتی از مکانیزم آن در دسترس نیست)

۲- در اکثر طراحی های قبلی معادلات سیستم حول نقطه تعادل خطی سازی شده اند.

۳- اکثر کنترل کننده های قبلی مبتنی بر مدل بوده و چنانچه از کنترل کننده های آزاد از مدل

استفاده شده باشد، مدل مورد بررسی بسیار ساده تر نسبت به مدل اصلی آن می باشد.

به تازگی یک مدل جدید از یک ربات تک چرخ الکتریکی با ۴ درجه آزادی ارائه شده است [۲۳] که با در

اختیار داشتن معادلات حرکت آن ، عملیات کنترل و پایداری را با طراحی کنترل کننده های مختلف مورد

بررسی قرار می دهیم. مکانیزم چرخ مدل ارائه شده ابتکاری بوده و با مدل های موجود متفاوت می باشد.

پیچیدگی معادلات، غیرخطی بودن و اثر متقابل بین متغیر های حالت آن بحث کنترل و تعادل ربات

مفروض را ارزشمند می سازد. لازم به ذکر است که هیچ گونه خطی سازی در محاسبه معادلات حرکت

سیستم صورت نگرفته است.

در این پایان نامه نخست معادلات حرکت سیستم به فرم ماتریسی تبدیل می شوند. سپس در روند طراحی

کنترل کننده ابتدا یک قانون کنترل غیرخطی مبتنی بر مدل از نوع خطی سازی پسخورد با راهبرد کنترل

گشتاور ارائه می شود که هدف آن حفظ تعادل زاویه پیچ و زاویه رول در اثر انحرافات ایجاد شده توسط

سرنشین می باشد. سپس یک کنترل کننده فازی مقاوم مبتنی بر حالت لغزشی با راهبرد کنترل گشتاور

طراحی می شود که بر اغتشاشات وارد به ربات تک چرخ غلبه می کند. در این روش کران عدم قطعیت ها

به صورت تطبیقی تخمین زده می شوند.

در ادامه دو روش طراحی کنترل کننده‌ی فازی مقاوم با راهبرد کنترل ولتاژ ارائه می‌شود که توانایی غلبه بر عدم قطعیت‌های در نظر گرفته شده را دارد. در تمامی روش‌های کنترلی، پایداری سیستم حلقه بسته اثبات می‌شود.

#### ۴-۱ مروری بر ساختار پایان نامه

فصل‌های دیگر پایان نامه به صورت زیر تنظیم شده‌اند:

در فصل دوم، مدل سازی ربات تک چرخ مورد نظر به طور خلاصه بررسی شده است. سپس با در اختیار داشتن معادلات حرکت و با به کارگیری ایده‌ای خلاقانه معادلات پیچیده‌ی ربات به صورت ماتریسی بیان می‌شوند. در فصل سوم، کنترل کننده‌ی خطی سازی پس‌خورد با راهبرد کنترل گشتاور طراحی شده است. در فصل چهارم، قانون کنترل فازی مقاوم مبتنی بر حالت لغزشی با راهبرد کنترل گشتاور پیشنهاد شده است. در این روش کران عدم قطعیت‌ها نامعلوم در نظر گرفته شده و تخمین زده می‌شوند. این کنترل کننده قادر به حذف اغتشاشات وارد به ربات تک چرخ است. در فصل پنجم، راهبرد کنترل ولتاژ توصیف می‌شود و کنترل کننده فازی مقاوم با راهبرد کنترل ولتاژ ارائه می‌شود. مزیت راهبرد کنترل ولتاژ در این است که با کنترل ولتاژ موتورها به طور مستقل هدف تنظیم نقطه یا ردگیری محقق می‌شود. در فصل ششم، کنترل کننده‌ی فازی مقاوم مبتنی بر قاعده‌ی اسپانگ<sup>۱</sup> با استراتژی کنترل ولتاژ طراحی شده است. کران عدم قطعیت در این روش تخمین زده می‌شود. نهایتاً در فصل هفتم، نتیجه گیری و پیشنهادات ارائه می‌شود. پایداری روش‌های پیشنهادی اثبات می‌شود. به منظور بررسی عملکرد سیستم کنترل از نرم افزار MATLAB در شبیه سازی استفاده شده است.

---

1 Spong

## مدل سازی ربات تک چرخ

ربات های تک چرخ بر اساس نوع کنترل کننده، تعداد درجات آزادی و مکانیزم حرکت تقسیم بندی می شوند. ربات تک چرخ مورد بررسی در این پایان نامه دارای چهار درجه آزادی می باشد. اجزای تشکیل دهنده آن شامل دو موتور، یک چرخ چندجهته و جای سرنشین می شود. طراحی این چرخ چندجهته کاملاً ابتکاری بوده که شامل یک چرخ بزرگ و ۳۲ چرخ کوچک می باشد. چرخ بزرگ و مجموعه چرخ های کوچک حرکت مستقلی نسبت به هم دارند.

مکانیزم حرکت ربات به این گونه است که سرنشین با خم کردن خود در هر جهتی باعث ایجاد تغییرات در متغیرهای حالت سیستم شده و سپس دو سیگنال کنترلی از کنترل کننده ها به موتورها اعمال شده و سبب حرکت موتورها و حرکت ربات می شود. با دوران موتوری که در سمت چپ ربات تعبیه شده حرکت در راستای جلو - عقب تضمین می گردد و موتوری که در سمت راست ربات قرار گرفته عهده دار حرکت در جهت چپ - راست می باشد. چنانچه هر دو موتور به صورت همزمان دوران نمایند بسته به سرعت دورانی آن ها، ترکیبی از حرکت مستقیم و حرکت به طرفین را خواهیم داشت لذا ربات قادر به حرکت در تمام نقاط صفحه خواهد بود.

$T_\psi$  و  $T_\theta$  دو سیگنال گشتاور مذکور بوده و  $-T_\psi$  و  $-T_\theta$  عکس العمل گشتاور های اعمالی می باشند. گشتاور توسط شفت موتور به چرخ منتقل می شود و عکس العمل آن به بدنه و محل نصب آن اعمال می شود که سبب پایداری و حفظ تعادل ربات تک چرخ می شود.

استفاده از عمل و عکس العمل گشتاور موتور، روش حفظ تعادل و پایداری در ربات ها و وسایل نقلیه ی دو چرخ و تک چرخ می باشد [۲۴].

اکنون با در اختیار داشتن معادلات حرکت سیستم که در پیوست الف ذکر شده است، باید آن‌ها را به فرم مرتبی تبدیل نمود که قابلیت طراحی و شبیه‌سازی داشته باشد لذا با ایده‌ای جالب، موفق به نوشتن معادلات سیستم به یک فرم جدید شدیم. با توجه به ۴ معادله‌ی حرکت ربات، پیچیدگی و اثر متقابل بین متغیرهای حالت دیده می‌شود. بالاترین مشتق موجود در بین تمامی متغیرهای حالت ۲ می‌باشد لذا معادلات را بر حسب مشتق‌های دوم متغیرهای حالت مرتب می‌کنیم به این شکل که اگر بردار

$$x = \begin{bmatrix} \theta \\ \beta \\ \xi \\ \psi \end{bmatrix} \text{ باشد، مشتق دوم متغیرهای حالت به صورت } \dot{x} = \begin{bmatrix} \ddot{\theta} \\ \ddot{\beta} \\ \ddot{\xi} \\ \ddot{\psi} \end{bmatrix} \text{ نمایش داده}$$

می‌شود. درایه‌های بردار  $x$  به صورت روبرو معرفی می‌شود:  $\theta$  زاویه‌ی چرخ بزرگ،  $\beta$  انحراف به چپ - راست (زاویه رول)،  $\xi$  انحراف به جلو - عقب (جای سرنشین) و  $\psi$  زاویه چرخ کوچک. اکنون چندجمله‌ای‌های ضرایب  $\dot{x}$  را برای هر ۴ معادله‌ی حرکت بدست می‌آوریم به گونه‌ای که یک ماتریس  $4 \times 4$  تشکیل داده می‌شود که ماهیت آن، متغیرهای حالت، مشتق اول متغیرهای حالت و پارامترهای ربات می‌باشد. واضح است که جملاتی وجود دارد که در این ماتریس  $4 \times 4$  گنجانده نمی‌شوند که آن‌ها را به صورت یک بردار  $4 \times 1$  مجزا نمایش می‌دهیم.

روابط ریاضی ذیل به درک بهتر موضوع کمک خواهد کرد:

ماتریس ضرایب  $\ddot{x}$ :

$$A = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{13} & A_{14} \\ A_{21} & A_{22} & A_{23} & A_{24} \\ A_{31} & A_{32} & A_{33} & A_{34} \\ A_{41} & A_{42} & A_{43} & A_{44} \end{bmatrix} \quad (1-2)$$

بردار  $W$ : برداری که شامل جملاتی که در ماتریس  $A$  نیست، می باشد.

$$W = \begin{bmatrix} w_1 \\ w_2 \\ w_3 \\ w_4 \end{bmatrix} \quad (2-2)$$

نوشتن معادلات حرکت به فرم ماتریسی:

$$A\ddot{X} = U + W \quad (3-2)$$

که بردار  $U$  به صورت زیر می باشد:

$$U = \begin{bmatrix} T_\theta \\ -T_\psi \\ -T_\theta \\ T_\psi \end{bmatrix} \quad (4-2)$$

درایه های ماتریس های  $A$  و  $W$  به صورت زیر می باشد:

$$A_{11} = \begin{pmatrix} \left( (2MRr + 66.26mRr + 2m_s Rr + 2m_s Lr \cos \zeta) + (I_{S_x} - I_{S_z} + I_{WBigx} - I_{WBigz}) \cos \beta \right) \cos \beta \\ \left( (MR^2 + 51.22mR^2 + m_s R^2) \cos \beta + (m_s L^2 \cos^2 \zeta + 2m_s LR \cos \zeta) \cos \beta \right) \\ \left( I_{WBigz} + 32I_{Wsmallx} + I_{S_z} + 15.mR^2 + Mr^2 + 32mr^2 + m_s L^2 + m_s r^2 \right) - m_s L^2 \cos^2 \zeta \end{pmatrix} \quad (5-2)$$

$$A_{12} = \begin{pmatrix} -11.71mR^2 (\sin \theta \cos \theta + \cos^2 \theta) \cos^2 \beta + 31mRr (\cos \theta \sin \theta - \cos^2 \theta) + m_s LR \sin \zeta \\ +33.13mR^2 (\sin \theta \cos \theta - \cos^2 \theta) \cos \beta + 5.85mR^2 (\sin \theta \cos \theta + \cos^2 \theta) - 0.38mR^2 \end{pmatrix} \sin \beta \quad (6-2)$$

$$A_{13} = (m_s (L^2 + LR \cos \zeta) \cos \beta + I_{S_x} \cos \beta + m_s Lr \cos \zeta) \quad (7-2)$$

$$A_{14} = (11.71mRr \cos \beta + 5.85I_{Wsmallx}) \sin \beta \quad (8-2)$$

$$A_{21} = \begin{pmatrix} +m_s LR \sin \zeta \sin \beta + 31mRr \sin \beta (\cos \theta \sin \theta - \cos^2 \theta) + 33.13mR^2 \sin \beta \cos \beta (\cos \theta \sin \theta - \cos^2 \theta) \\ -0.38mR^2 \sin \beta + 5.85mR^2 \sin \beta (\cos^2 \theta + \sin \theta \cos \theta) - 11.7mR^2 \cos^2 \beta \sin \beta (\cos^2 \theta + \sin \theta \cos \theta) \end{pmatrix} \quad (9-2)$$

$$A_{22} = (I_{WBigz} + 31I_{Wsmallz} + mR^2(66.26\cos^2\theta + 4.26\sin\theta\cos\theta)\sin^2\beta + (M + 15.96m + m_s)R^2) \quad (10-2)$$

$$A_{23} = 0 \quad (11-2)$$

$$A_{24} = (-2.13I_{Wsmallz} + (M + 2.13m + m_s)Rr\cos\beta) \quad (12-2)$$

$$A_{31} = (m_s Lr\cos\zeta + m_s LR\cos\zeta\cos\beta + m_s L^2\cos\beta + I_{S_x}\cos\beta) \quad (13-2)$$

$$A_{32} = 0 \quad (14-2)$$

$$A_{33} = (m_s L^2 + I_{S_x}) \quad (15-2)$$

$$A_{34} = -(m_s Lr\sin\zeta\sin\beta) \quad (16-2)$$

$$A_{41} = (11.7mRr\cos\beta + 5.85I_{Wsmallx})\sin\beta \quad (17-2)$$

$$A_{42} = ((M + 2.13m + m_s)Rr\cos\beta - 2.13I_{Wsmallz}) \quad (18-2)$$

$$A_{43} = -m_s Lr\sin\zeta\sin\beta \quad (19-2)$$

$$A_{44} = (Mr^2 + 32mr^2 + m_s r^2 + 16.96I_{Wsmallz} + 15.04I_{Wsmallx}) \quad (20-2)$$

$$w_1 = - \left( \begin{aligned} &+2m_s L (L\cos\zeta\sin^2\beta - (R\cos\beta + r)\cos\beta)\dot{\theta}\dot{\zeta}\sin\zeta - m_s L (r + R\cos\beta)\dot{\zeta}^2\sin\zeta \\ &+ \left( \begin{aligned} &(-2MR^2 - 2m_s R^2 - 102.45mR^2 + 2I_{WBigz} - 2I_{WBigx} - 2I_{S_x} + 2I_{S_z})\cos\beta \\ &-(2MRr - 66.26mRr + 2m_s Rr) - 2m_s L (r + 2R\cos\beta + L\cos\zeta\cos\beta)\cos\zeta \end{aligned} \right) \dot{\beta}\dot{\theta}\sin\beta \\ &+ \left( \begin{aligned} &29.27mR^2(\sin\theta\cos\theta + \cos^2\theta) + 31mRr(\cos\theta\sin\theta - \cos^2\theta) - 0.38mR^2 \\ &-35.13mR^2(\sin\theta\cos\theta + \cos^2\theta)\cos^2\beta \end{aligned} \right) \dot{\beta}^2\cos\beta \\ &+ \left( \begin{aligned} &2.13mR^2\sin^2\beta + m_s LR\sin\zeta\cos\beta + 33.13mR^2\sin\theta\cos\theta \\ &+mR^2(-62\cos^2\beta + 28.86)\cos^2\theta \end{aligned} \right) \dot{\beta}^2 - (I_{S_x} + m_s L^2)\dot{\beta}\dot{\zeta}\sin\beta \\ &-11.7mRr\dot{\beta}\dot{\nu} + (23.42mRr\cos\beta + 5.85I_{Wsmallx})\dot{\beta}\dot{\nu}\cos\beta + m_s gL\cos\zeta\cos\beta\cos\theta \\ &+(M + 32m + m_s)Rg\cos\theta\cos\beta - m_s gL\sin\zeta\sin\theta + (M + 32m + m_s)rg\cos\theta \end{aligned} \right) \quad (21-2)$$

$$w_2 = - \left( \begin{aligned} & \left( 11.7mRr - 23.42mRr \cos^2 \beta - 5.85I_{W_{small\ x}} \cos \beta \right) \dot{\theta} \dot{\psi} + \left( 2m_s LR \cos \zeta + I_{S_x} + m_s L^2 \right) \dot{\theta} \dot{\zeta} \sin \beta \\ & \left( \begin{aligned} & \left( 62mRr + 66.26mR^2 \cos \beta \right) \left( \cos^2 \theta + \cos \theta \sin \theta \right) + m_s L \left( 2R \cos \beta + r \right) \cos \zeta + m_s L^2 \cos^2 \zeta \cos \beta \\ & - 23.4mR^2 \left( \cos^2 \theta - \cos \theta \sin \theta \right) \cos^2 \beta + \left( MR^2 + 18.09mR^2 + m_s R^2 + I_{S_x} - I_{S_z} + I_{W_{Big\ x}} \right) \cos \beta \\ & - I_{W_{Big\ z}} \cos \beta + 11.7mR^2 \left( \cos^2 \theta + \cos^2 \beta - \cos \theta \sin \theta \right) + \left( MRr + 2.13mRr - 5.85mR^2 + m_s Rr \right) \end{aligned} \right) \dot{\theta}^2 \sin \beta \\ & + m_s Lr \dot{\zeta} \dot{\psi} \sin \zeta \cos \beta - m_s gL \cos \zeta \sin \beta \sin \theta + mR^2 \left( 66.26 \cos^2 \theta + 4.26 \sin \theta \cos \theta \right) \dot{\beta}^2 \cos \beta \sin \beta \\ & + \left( -4.26mR^2 \sin^2 \beta + mR^2 \left( 8.53 \cos^2 \theta - 132.5 \cos \theta \sin \theta \right) \sin^2 \beta \right) \dot{\beta} \dot{\theta} - \left( M + 32m + m_s \right) gR \sin \theta \sin \beta \end{aligned} \right) \quad (22-2)$$

$$w_3 = - \left( \begin{aligned} & - \left( 2m_s LR \cos \zeta + m_s L^2 + I_{S_x} \right) \dot{\beta} \dot{\theta} \sin \beta - m_s L^2 \dot{\theta}^2 \sin \zeta \cos \zeta \sin^2 \beta - m_s Lr \dot{\psi} \dot{\beta} \sin \zeta \cos \beta \\ & + m_s L \dot{\theta}^2 \sin \zeta \cos \beta \left( r + R \cos \beta \right) + m_s g \left( L \cos \zeta \cos \theta - L \sin \zeta \cos \beta \sin \theta \right) \end{aligned} \right) \quad (23-2)$$

$$w_4 = - \left( \begin{aligned} & - \left( M + 2.13m + m_s \right) Rr \dot{\beta}^2 \sin \beta - m_s Lr \dot{\zeta}^2 \cos \zeta \sin \beta - m_s Lr \dot{\beta} \dot{\zeta} \sin \zeta \cos \beta \\ & + \left( 23.42mRr \cos^2 \beta - 11.7mRr + 5.85I_{W_{small\ x}} \cos \beta \right) \dot{\beta} \dot{\theta} \end{aligned} \right) \quad (24-2)$$

هدف از طراحی کنترل کننده که در فصل های آینده به تفصیل بیان خواهد شد کنترل  $\beta$  و  $\xi$  می باشد. در واقع در این سیستم ۲ سیگنال کنترل وجود دارد ( ۲تای دیگر عکس العمل آنهاست). به این گونه سیستم هایی که تعداد محرکه های آنها از تعداد درجات آزادی شان کمتر است، سیستم های تحت محرکه<sup>۱</sup> می گویند [۲۵].

## ۲-۲ مدل نهایی ماتریسی ربات

ایده‌ی استفاده شده در بدست آوردن فرم نهایی مدل سیستم به صورت زیر بیان می شود. با توجه به رابطه‌ی (۳-۲) و (۴-۲) داریم:

$$\begin{aligned} A_{11}\ddot{\theta} + A_{12}\ddot{\beta} + A_{13}\ddot{\xi} + A_{14}\ddot{\psi} &= T_{\theta} + w_1 \\ A_{21}\ddot{\theta} + A_{22}\ddot{\beta} + A_{23}\ddot{\xi} + A_{24}\ddot{\psi} &= -T_{\psi} + w_2 \\ A_{31}\ddot{\theta} + A_{32}\ddot{\beta} + A_{33}\ddot{\xi} + A_{34}\ddot{\psi} &= -T_{\theta} + w_3 \\ A_{41}\ddot{\theta} + A_{42}\ddot{\beta} + A_{43}\ddot{\xi} + A_{44}\ddot{\psi} &= T_{\psi} + w_4 \end{aligned} \quad (۲۵-۲)$$

چند جمله‌ای اول و سوم از رابطه‌ی فوق را با هم جمع کرده و بجای عبارت اول قرار می دهیم. سپس چند جمله‌ای دوم و چهارم را نیز با یکدیگر جمع و بجای عبارت آخر قرار می دهیم. عبارت دوم که مربوط به متغیر  $\beta$  و عبارت سوم که مربوط به متغیر  $\xi$  می باشد را نگه می داریم. با مرتب سازی مجدد و رعایت موارد فوق معادلات جدید سیستم به فرم زیر نوشته می شود:

$$\begin{aligned} (A_{11} + A_{31})\ddot{\theta} + (A_{14} + A_{34})\ddot{\psi} + (A_{12} + A_{32})\ddot{\beta} + (A_{13} + A_{33})\ddot{\xi} &= w_1 + w_3 \\ (A_{21} + A_{41})\ddot{\theta} + (A_{24} + A_{44})\ddot{\psi} + (A_{22} + A_{42})\ddot{\beta} + (A_{23} + A_{43})\ddot{\xi} &= w_2 + w_4 \\ A_{21}\ddot{\theta} + A_{24}\ddot{\psi} + A_{22}\ddot{\beta} + A_{23}\ddot{\xi} &= -T_{\psi} + w_2 \\ A_{31}\ddot{\theta} + A_{34}\ddot{\psi} + A_{32}\ddot{\beta} + A_{33}\ddot{\xi} &= -T_{\theta} + w_3 \end{aligned} \quad (۲۶-۲)$$

در نتیجه فرم نهایی ماتریسی سیستم به صورت زیر می شود:

$$A_{new}\ddot{X} = BU + W_{new} \quad (۲۷-۲)$$

که:

$$A_{new} = \begin{bmatrix} A_{11} + A_{31} & A_{14} + A_{34} & A_{12} + A_{32} & A_{13} + A_{33} \\ A_{21} + A_{41} & A_{24} + A_{44} & A_{22} + A_{42} & A_{23} + A_{43} \\ A_{21} & A_{24} & A_{22} & A_{23} \\ A_{31} & A_{34} & A_{32} & A_{33} \end{bmatrix} \quad (28-2)$$

$$B = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (29-2)$$

$$W_{new} = \begin{pmatrix} w_1 + w_3 \\ w_2 + w_4 \\ w_2 \\ w_3 \end{pmatrix} \quad (30-2)$$

$$U = \begin{bmatrix} -T_\psi \\ -T_\theta \end{bmatrix} \quad (31-2)$$

گفتنی است که ترتیب درایه های بردار متغیر حالت نیز در فرم نهایی به منظور منظم تر شدن ماتریس ها،

به صورت  $x = \begin{bmatrix} \theta \\ \psi \\ \beta \\ \xi \end{bmatrix}$  تغییر کرده است و در فصل های آینده قوانین کنترلی بر مبنای فرم نهایی ماتریسی

ارائه خواهد شد.

طراحی کنترل کننده خطی سازی پسخورد با راهبرد کنترل  
گشتاور

### ۱-۳ مقدمه

یکی از روش های کنترل غیرخطی، روش خطی سازی پسخورد می باشد. ایده ی اصلی این روش این است که دینامیک های سیستم غیرخطی به خطی تبدیل می شوند. خطی سازی پسخورد در حل مسائل کنترل عملی به کار گرفته شده است که می توان به کنترل هلی کوپترها، روبات های صنعتی و ابزار پزشکی اشاره کرد [۲۶].

ایده ی خطی سازی پسخورد یا به عبارتی حذف غیرخطیها و اعمال یک دینامیک خطی دلخواه را می توان برای دسته ای از سیستم های غیرخطی که به اصطلاح فرم همراه اند، به کار برد. در واقع برای این کلاس از سیستم ها که به صورت زیر نمایش داده می شود روش خطی سازی پسخورد پاسخ بسیار خوبی می دهد [۲۷].

$$\dot{x}^{(n)} = f(x) + g(x)u \quad (1-3)$$

که  $u$  ورودی کنترل،  $x$  بردار متغیرهای حالت و  $f, g$  توابع غیرخطی از متغیرهای حالت هستند. حال سمت راست معادله ی (۱-۳) را برابر یک ترم خطی قرار می دهیم و از آن  $u$  را بیرون می کشیم:

$$f(x) + g(x)u = v \quad \rightarrow \quad u = \frac{1}{g(x)}(v - f(x)) \quad (2-3)$$

معادله ی (۲-۳) به (۱-۳) اعمال می کنیم:

$$\dot{x}^{(n)} = v \quad (3-3)$$

هدف از طراحی کنترل کننده رسیدن متغیرهای حالت به مقادیر مطلوبشان می باشد لذا  $v$  را به صورت زیر پیشنهاد می دهیم:

$$v = x_d^{(n)} + k_{n-1}e^{(n-1)} + k_{n-2}e^{(n-2)} + \dots + k_2\dot{e} + k_1e \quad (4-3)$$

که  $e = x_d - x$

خطی سازی پسخورد شامل خطی سازی ورودی- حالت و خطی سازی ورودی- خروجی می شود. مساله خطی سازی پسخورد ورودی- حالت در دو مرحله عنوان می شود. نخست یک تبدیل حالت  $Z=Z(X)$  و یک تبدیل ورودی  $U=U(X,V)$  به گونه ای تولید می شود که دینامیک های سیستم غیرخطی تبدیل به دینامیک های خطی مستقل از زمان شده و به فرم  $\dot{z} = Az + Bv$  تبدیل می شود. سپس از روش های استاندارد خطی مانند جایگذاری قطب در طراحی  $v$  استفاده می شود.

در مساله خطی سازی پسخورد ورودی- خروجی هدف رسیدن به یک رابطه مستقیم بین خروجی سیستم و ورودی کنترل ( $U$ ) می باشد. به طور کلی خطی سازی ورودی حالت یک حالت خاص از خطی سازی ورودی- خروجی است که در آن تابع خروجی به یک مرتبه‌ی نسبی  $n$  منتهی می شود. این بدین معنی است که اگر یک سیستم قابل خطی سازی ورودی- خروجی با مرتبه‌ی  $n$  است باید قابل خطی سازی ورودی- حالت نیز باشد. در سیستم های غیرخطی به فرم (3-1) برای اینکه ببینیم آیا قابل خطی سازی ورودی حالت می باشد، دو شرط زیر مورد بررسی قرار می گیرد:

- میدان های  $\{g, ad_f g, \dots, ad_f^{n-1} g\}$  در ناحیه  $\Omega$  مستقل خطی باشند.

- مجموعه‌ی  $\{g, ad_f g, \dots, ad_f^{n-2} g\}$  در  $\Omega$  غیرپیچشی باشد.

تا به حال نحوه‌ی طراحی کنترل کننده خطی سازی پسخورد را برای کلاس خاصی از سیستم ها بیان کردیم.

حال می خواهیم این کنترل کننده را به مدل ربات تک چرخ خود اعمال کنیم. در این راستا ایده های بسیاری مطرح شد و مورد بررسی قرار گرفت و از مقالات [۲۸-۳۰] استفاده گردید ولی نافرجام بود.

تا اینکه توانستیم با بکارگیری ایده های جالب به جواب مطلوب برسیم.

### ۲-۳ ارائه قانون کنترل خطی سازی پس خورد و آنالیز پایداری:

هدف از طراحی:  $\beta \rightarrow \beta_d$  و  $\xi \rightarrow \xi_d$

روند طراحی:

در رابطه ی (۲-۲۵)، معادلات اول و سوم را باهم جمع و معادلات دوم و چهارم را باهم جمع می کنیم:

$$(A_{11} + A_{31})\ddot{\theta} + (A_{12} + A_{32})\ddot{\beta} + (A_{13} + A_{33})\ddot{\xi} + (A_{14} + A_{34})\ddot{\psi} = w_1 + w_3 \quad (۵-۳)$$

$$(A_{21} + A_{41})\ddot{\theta} + (A_{22} + A_{42})\ddot{\beta} + (A_{23} + A_{43})\ddot{\xi} + (A_{24} + A_{44})\ddot{\psi} = w_2 + w_4 \quad (۶-۳)$$

اکنون  $\ddot{\theta}, \ddot{\psi}$  را برحسب  $\ddot{\beta}, \ddot{\xi}$  بدست می آوریم:

$$\ddot{\theta} = \begin{pmatrix} \frac{(A_{14} + A_{34})(w_2 + w_4 + (A_{22} + A_{42})\ddot{\beta} + A_{43}\ddot{\xi})}{A_{11}A_{24} - A_{14}A_{21} + A_{11}A_{44} - A_{14}A_{41} - A_{21}A_{34} + A_{24}A_{31} - A_{41}A_{34} + A_{44}A_{31}} \\ - \frac{(A_{24} + A_{44})(w_1 + w_3 + (A_{13} + A_{33})\ddot{\xi} + A_{12}\ddot{\beta})}{A_{11}A_{24} - A_{14}A_{21} + A_{11}A_{44} - A_{14}A_{41} - A_{21}A_{34} + A_{24}A_{31} - A_{41}A_{34} + A_{44}A_{31}} \end{pmatrix} \quad (۷-۳)$$

$$(۸-۳)$$

$$\ddot{\psi} = \begin{pmatrix} \frac{(A_{21} + A_{41})(w_1 + w_3 + (A_{13} + A_{33})\ddot{\xi} + A_{12}\ddot{\beta})}{A_{11}A_{24} - A_{14}A_{21} + A_{11}A_{44} - A_{14}A_{41} - A_{21}A_{34} + A_{24}A_{31} - A_{41}A_{34} + A_{44}A_{31}} \\ - \frac{(A_{11} + A_{31})(w_2 + w_4 + (A_{22} + A_{42})\ddot{\beta} + A_{43}\ddot{\xi})}{A_{11}A_{24} - A_{14}A_{21} + A_{11}A_{44} - A_{14}A_{41} - A_{21}A_{34} + A_{24}A_{31} - A_{41}A_{34} + A_{44}A_{31}} \end{pmatrix}$$

به قسمی که:

$$g = A_{11}A_{24} - A_{14}A_{21} + A_{11}A_{44} - A_{14}A_{41} - A_{21}A_{34} + A_{24}A_{31} - A_{41}A_{34} + A_{44}A_{31} \quad (۹-۳)$$

حال روابط (۷-۳) و (۸-۳) را در معادلات دوم و سوم از رابطه‌ی (۲-۲۵) جایگذاری می‌کنیم:

$$\left( \begin{aligned} & (A_{22}g + A_{21}(A_{14} + A_{34})(A_{22} + A_{42}) - A_{21}(A_{24} + A_{44})A_{12}) \\ & + A_{24}(A_{21} + A_{41})A_{12} - A_{24}(A_{11} + A_{31})(A_{22} + A_{42}) \ddot{\beta} + \\ & (A_{21}(A_{14} + A_{34})A_{43} - A_{21}(A_{24} + A_{44})(A_{13} + A_{33}) + \\ & A_{24}(A_{21} + A_{41})(A_{13} + A_{33}) - A_{24}(A_{11} + A_{31})A_{43}) \ddot{\xi} + \\ & (A_{21}(A_{14} + A_{34})(w_2 + w_4) - A_{21}(A_{24} + A_{44})(w_1 + w_3) + \\ & A_{24}(A_{21} + A_{41})(w_1 + w_3) - A_{24}(A_{11} + A_{31})(w_2 + w_4)) \end{aligned} \right) = -T_{\psi}g + w_2g \quad (10-3)$$

(۱۱-۳)

$$\left( \begin{aligned} & (A_{31}(A_{14} + A_{34})(A_{22} + A_{42}) - A_{31}(A_{24} + A_{44})A_{12}) \\ & + A_{34}(A_{21} + A_{41})A_{12} - A_{34}(A_{11} + A_{31})(A_{22} + A_{42}) \ddot{\beta} + \\ & (A_{33}g + A_{31}(A_{14} + A_{34})A_{43} - A_{31}(A_{24} + A_{44})(A_{13} + A_{33}) + \\ & A_{34}(A_{21} + A_{41})(A_{13} + A_{33}) - A_{34}(A_{11} + A_{31})A_{43}) \ddot{\xi} + \\ & (A_{31}(A_{14} + A_{34})(w_2 + w_4) - A_{31}(A_{24} + A_{44})(w_1 + w_3) + \\ & A_{34}(A_{21} + A_{41})(w_1 + w_3) - A_{34}(A_{11} + A_{31})(w_2 + w_4)) \end{aligned} \right) = -T_{\theta}g + w_3g$$

اکنون ضرایب  $\ddot{\beta}$  و  $\ddot{\xi}$  را در روابط (۱۰-۳) و (۱۱-۳) به صورت زیر نامگذاری می‌کنیم:

$$M_1: \text{ضریب } \ddot{\beta} \text{ در معادله‌ی (۱۰-۳)}$$

$$N_1: \text{ضریب } \ddot{\xi} \text{ در معادله‌ی (۱۰-۳)}$$

$$M_2: \text{ضریب } \ddot{\beta} \text{ در معادله‌ی (۱۱-۳)}$$

$$N_2: \text{ضریب } \ddot{\xi} \text{ در معادله‌ی (۱۱-۳)}$$

$$K_1: \text{مابقی جملات در معادله‌ی (۱۰-۳)}$$

$$K_2: \text{مابقی جملات در معادله‌ی (۱۱-۳)}$$

معادلات فوق را به صورت زیر مرتب می کنیم:

$$\begin{bmatrix} M_1 & N_1 \\ M_2 & N_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\beta} \\ \ddot{\xi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -T_\psi \\ -T_\theta \end{bmatrix} g + \begin{bmatrix} k_1 \\ k_2 \end{bmatrix} \quad (۱۲-۳)$$

$$\rightarrow p\ddot{s} = K + gu$$

از رابطه‌ی فوق قانون کنترل خطی سازی پس‌خورد را محاسبه کرده و به سیستم (۲-۲۷) اعمال می کنیم.

$$\ddot{s} = p^{-1}(K + gu) = v \quad (۱۳-۳)$$

$$u = g^{-1}(pv - K) \quad (۱۴-۳)$$

اکنون  $v$  را به منظور  $s \rightarrow s_d = [0; 0]$  پیشنهاد می دهیم:

$$v = \ddot{s}_d + k_d(\dot{s}_d - \dot{s}) + k_p(s_d - s) \quad (۱۵-۳)$$

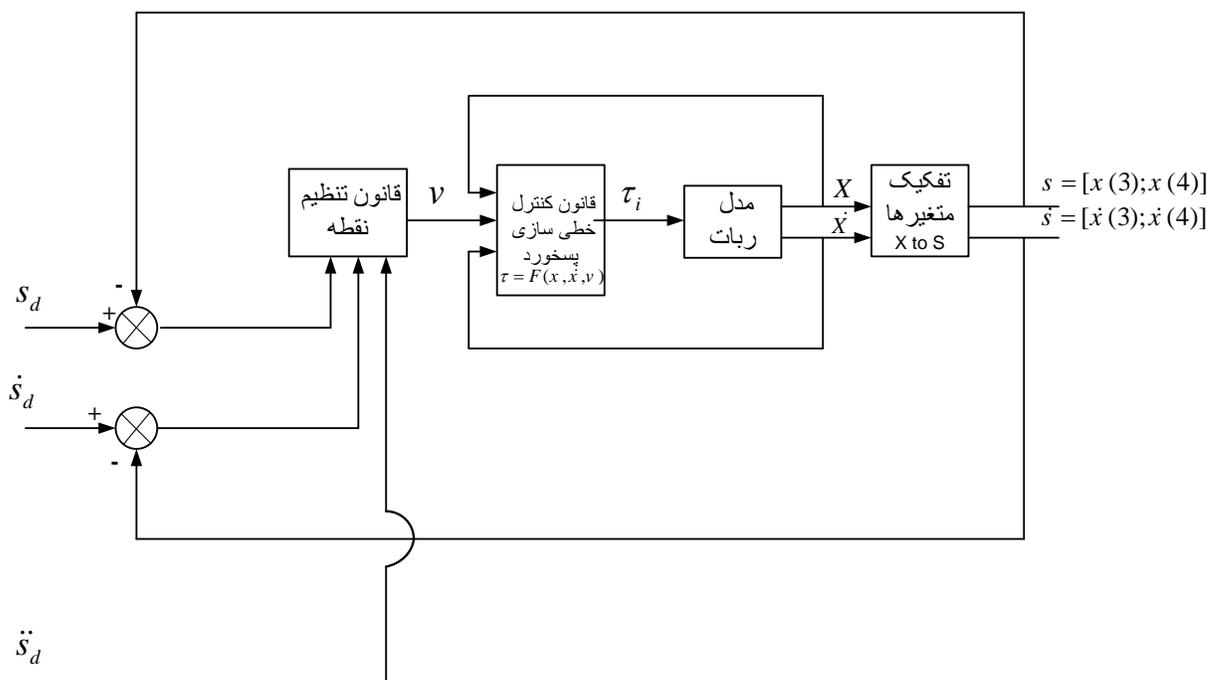
لذا:

$$\ddot{e} + k_d\dot{e} + k_p e = 0 \quad (۱۶-۳)$$

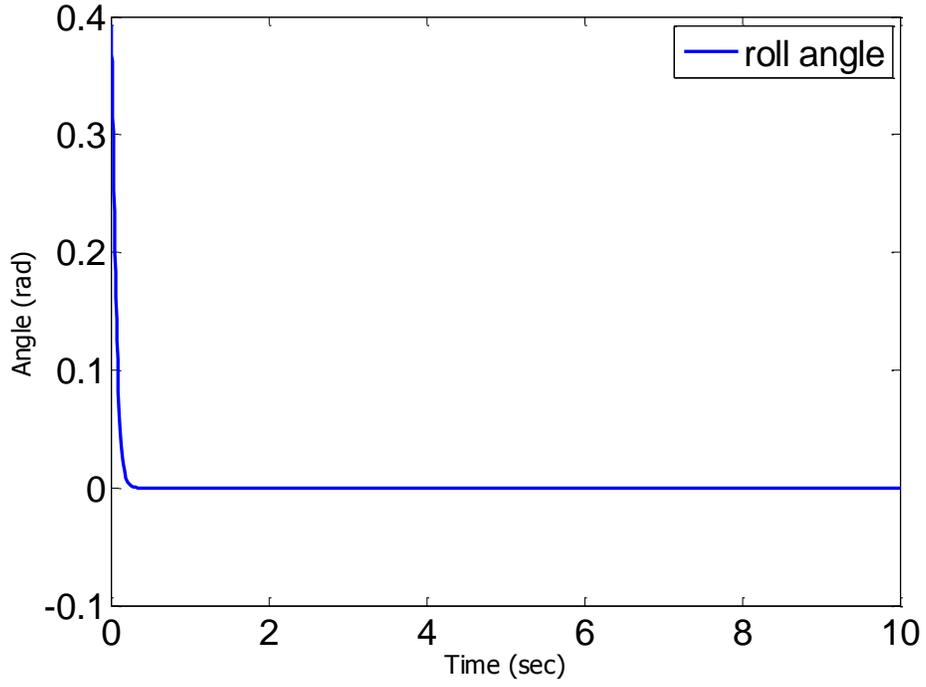
به منظور صفر شدن خطا و تضمین پایداری، ماتریس های  $k_p$ ,  $k_d$  مثبت معین انتخاب می شوند.

### ۳-۳ نتایج شبیه سازی

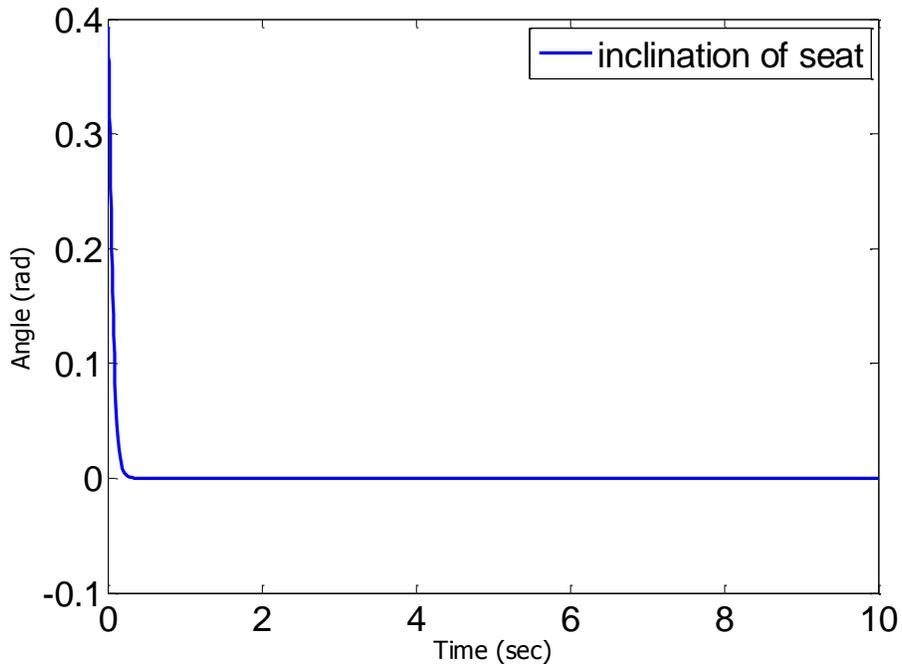
قانون کنترل بدست آمده در رابطه (۳-۱۴) را به مدل ربات تک چرخ مورد نظر اعمال می کنیم. زمان اجرای شبیه سازی ۱۰ ثانیه می باشد. طراحی در حوزه ی گشتاور انجام شده است. هدف از طراحی تنظیم نقطه و رسیدن متغیرهای هدف به صفر می باشد. ( از بین رفتن انحرافات ناشی از سرنشین در جهات جلو- عقب و چپ - راست ).  $K_p$  و  $K_d$  به ترتیب ماتریس های قطری ۱۰۰ و ۲۰ در نظر گرفته می شوند تا هرویتز بودن زاویه (۳-۱۶) محقق گردد. دیاگرام سیستم کنترل خطی سازی پسخورد بر مبنای راهبرد کنترل گشتاور در شکل زیر ترسیم شده است.



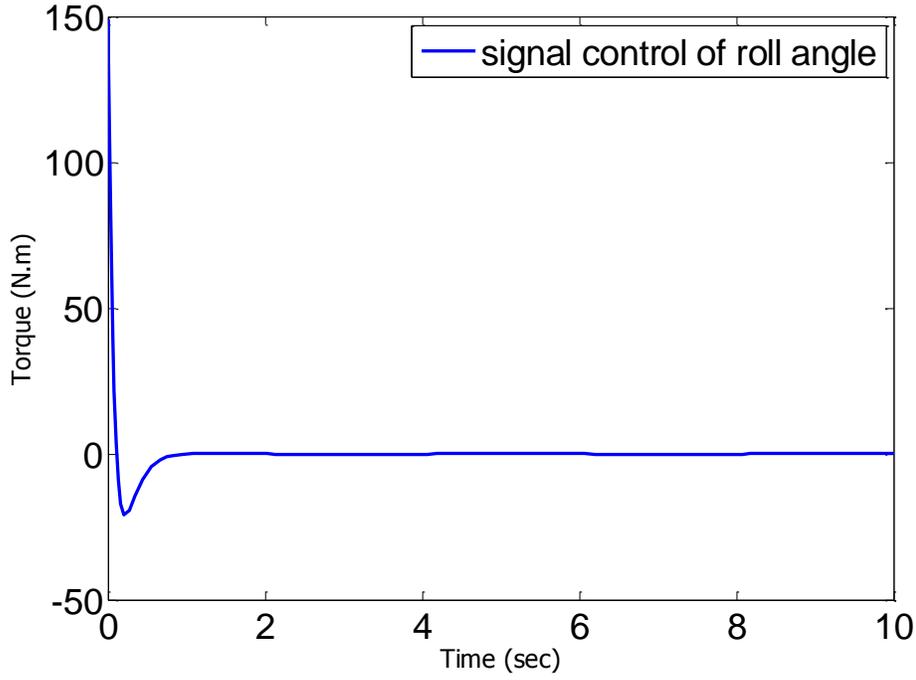
شکل ۳-۱ دیاگرام سیستم کنترل خطی سازی پسخورد



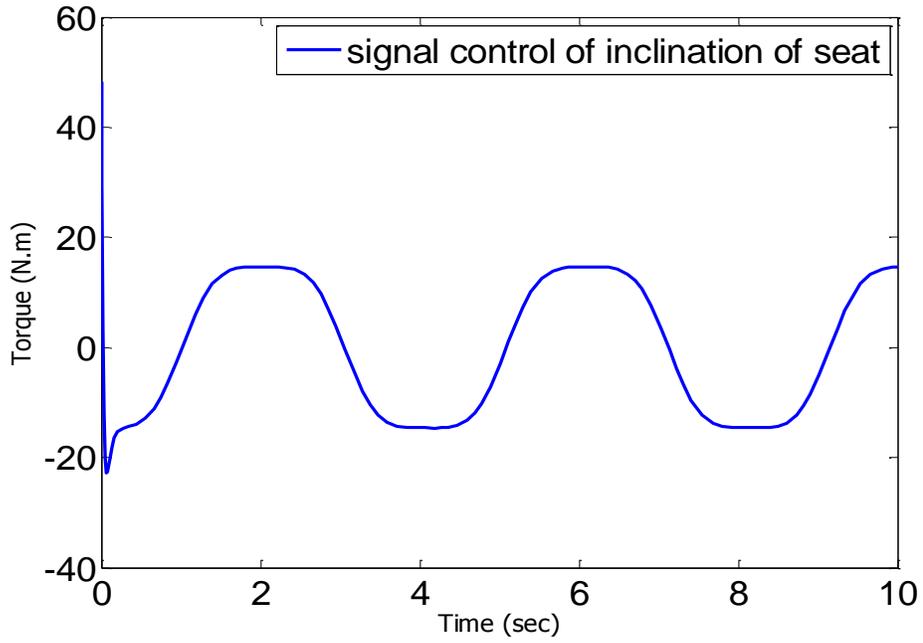
شکل ۲-۳ زاویه انحراف به طرفین توسط سرنشین (بتا)



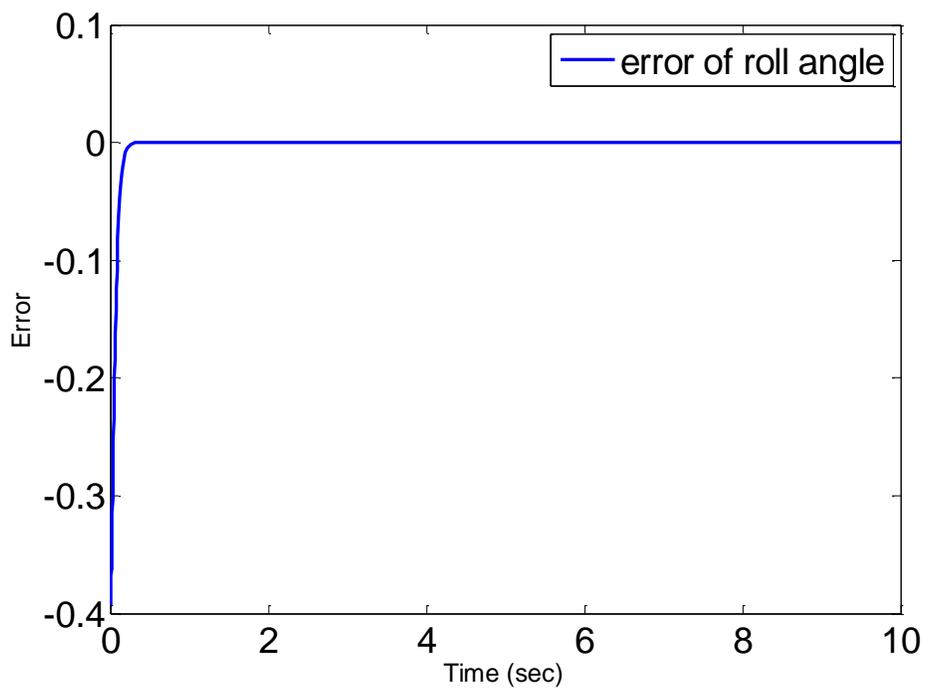
شکل ۳-۳ زاویه انحراف محل استقرار سرنشین (زتا)



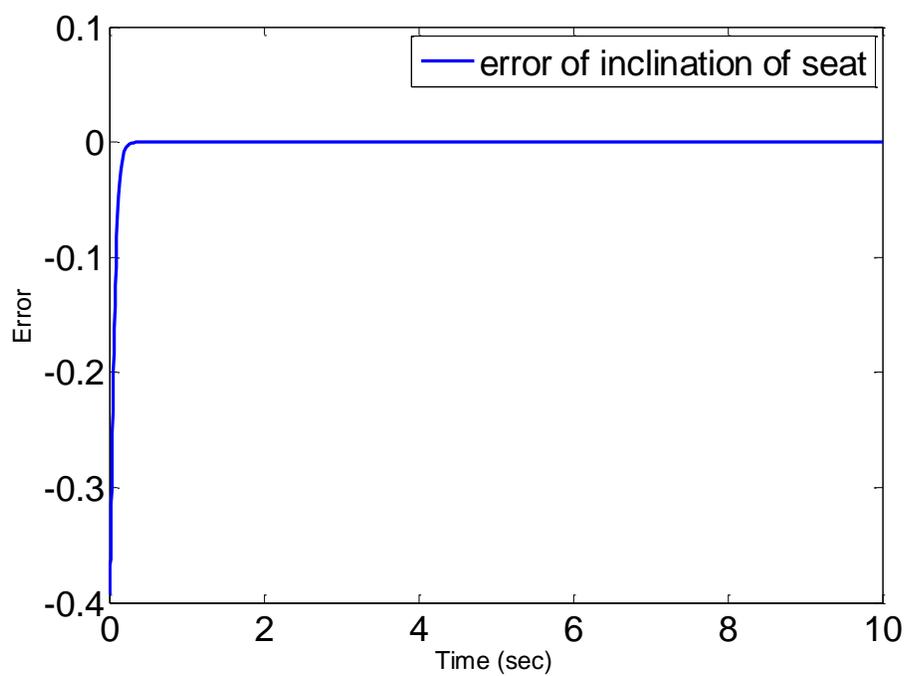
شکل ۳-۴ سیگنال کنترل بتا



شکل ۳-۵ سیگنال کنترل زتا



شکل ۳-۶ سیگنال خطای زاویه رول (بتا)



شکل ۳-۷ سیگنال خطای ناشی از انحراف محل استقرار سرنشین (زتا)

انحراف اولیه برای متغیرهای بتا و زتا، ۰.۴ رادیان فرض شده است. شکل ۳-۲ و ۳-۳ نشان می دهند که زاویه انحراف به طرفین توسط سرنشین و زاویه انحراف محل استقرار سرنشین از مقدار اولیه ۰.۴ رادیان آغاز شده و به صورت مجانبی به صفر همگرا می شوند. شکل ۳-۴ سیگنال کنترل بتا را نشان می دهد. خطای اولیه زیاد باعث گشتاور راه اندازی نسبتا بالایی می شود ولی این خطا در کمتر از ۱ ثانیه جبران شده و سیگنال کنترل بتا بسیار کوچک ( تقریبا صفر) می شود. شکل ۳-۵ نشان دهنده سیگنال کنترل زتا ( $-T_\theta$ ) است. دلایل این رفتار نوسانی در ادامه بیان شده است؛  $\theta$  زاویه چرخش چرخ بزرگ می باشد که رفتاری سینوسی دارد زیرا در هر چرخش زاویه آن از صفر تا ۳۶۰ درجه تغییر می کند. از آنجا که سیگنال کنترل زتا، عکس العمل گشتاور حاصل از  $\theta$  است لذا رفتار نوسانی ( تقریبا سینوسی) حول مقدار صفر با تغییرات چند نیوتن - متر از خود نشان می دهد. از دیدگاه دیگر اگر بخواهیم سیگنال کنترل زتا را مورد بررسی قرار دهیم، می توان گفت که این سیگنال عهده دار حرکت در راستای جلو - عقب ربات می باشد. در حین حرکت ممکن است ربات تعادل خود را در جهت جلو یا عقب از دست بدهد. از طرفی گشتاور تولیدی توسط موتور، مسئول حفظ این تعادل است لذا مدام با دامنه‌ای پایین در نوسان است که وظیفه خود را به خوبی انجام دهد. ضرایب  $k_p, k_d$  نقش مهمی در مقدار گشتاور اولیه دارند. چنان چه خیلی کوچک در نظر گرفته شوند باعث افزایش خطای تنظیم نقطه شده و اگر خیلی بزرگ انتخاب شوند افزایش چشمگیر گشتاور راه اندازی را به دنبال دارد.

شکل ۳-۶ و ۳-۷ خطای تنظیم نقطه سیگنال های بتا و زتا را نشان می دهند. ملاحظه می شود که کنترل کننده در کوتاه ترین زمان، خطای اولیه را از بین می برد.



**کنترل کننده فازی مقاوم مبتنی بر حالت لغزشی با راهبرد  
کنترل گشتاور**

#### ۴-۱ مقدمه

معمولا مدل ریاضی سیستم های غیرخطی با مدل واقعی آن ها متفاوت می باشد. عدم دقت در مدل سازی می تواند اثرات نامطلوب شدیدی بر سیستم ها بگذارد لذا در طراحی باید عدم قطعیت های موجود از قبیل عدم قطعیت پارامتری، اغتشاشات خارجی و دینامیک های مدل نشده را مد نظر قرار دهیم. به منظور غلبه بر عدم قطعیت های مدل، از کنترل مقاوم استفاده می شود [۳۱]. یکی از روش های قدرتمند کنترل مقاوم که در این فصل مورد بررسی قرار می گیرد، کنترل حالت لغزشی است [۳۲]. اما از آنجایی که مدل سیستم ها در بسیاری موارد در اختیار نیست، ما را به حوزه ی کنترل کننده های فازی سوق می دهد. یکی از کنترل کننده های فازی، کنترل کننده ی فازی تطبیقی است. کنترل فازی تطبیقی خود یک کنترل فازی مقاوم محسوب می شود [۳۳]. در این فصل یک قانون کنترل فازی تطبیقی مبتنی بر حالت لغزشی که یک کنترل کننده فازی مقاوم بسیار قوی به حساب می آید، برای نخستین بار بر روی ربات تک چرخ الکتریکی ارائه می شود.

#### ۴-۲ کنترل حالت لغزشی

همانطور که در مقدمه اشاره شد، یکی از روش های کنترل مقاوم، کنترل مود لغزشی می باشد. طرح کنترل کننده ی لغزشی، در آن دسته از سیستم هایی که قابل اعمال است، روشی قانون مند برای مساله ی حفظ پایداری و عملکرد یکنواخت در مواجهه با عدم قطعیت های موجود است [۳۴]. کنترل لغزشی با موفقیت در مواردی از قبیل جابه جا کننده های ربات، وسایل نقلیه ی زیر آبی، موتورهای الکتریکی و... مورد استفاده قرار می گیرد [۳۵-۳۸].

به منظور درک بهتر روش حالت لغزشی، روند طراحی را برای یک کلاس از سیستم های چند ورودی

مورد بررسی قرار می دهیم [۲۷]:

$$x_i^{(n_i)} = f_i(x) + \sum_{j=1}^m b_{ij}(x) u_j \quad i = 1, \dots, m \quad j = 1, \dots, m \quad (1-4)$$

بردار  $u$  با مولفه های  $u$  بردار ورودی کنترل و  $x$  متشکل از  $x_i$  ها و مشتقات اول آن هاست.

هدف طراحی: تعقیب مسیر مطلوب توسط متغیرهای حالت در حضور عدم قطعیت ها می باشد.

عدم قطعیت ها در  $f$  را به شکل جمعی و در  $B_{m \times m}$  را به صورت ضربی در نظر می گیریم.

$$\left| \hat{f}_i - f_i \right| \leq F_i \quad i = 1, \dots, m \quad (2-4)$$

$$B = (I + \Delta) \hat{B} \quad \left| \Delta_{ij} \right| \leq D_{ij} \quad i = 1, \dots, m \quad j = 1, \dots, m \quad (3-4)$$

روش حالت لغزشی بر اساس لیاپانوف است. تابع مثبت معین  $V = \frac{1}{2} s^2$  را تعریف می کنیم. به منظور

اثبات پایداری باید  $\dot{V} \leq 0$  یعنی تغییرات انرژی نسبت به زمان منفی شود و به سمت مینیمم حرکت

کند یعنی  $s \rightarrow 0$  در نتیجه بنا به تعریف سطح لغزش برحسب خطا  $e \rightarrow 0$ ، لذا ردگیری سیگنال

مطلوب محقق می شود. اکنون سطح لغزش را تعریف می کنیم.

$$s_i = \left( \frac{d}{dt} + \lambda_i \right)^{n_i-1} e_i \quad (4-4)$$

با توجه به تعریف تابع انرژی، شرط لازم زیر تعریف می شود:

$$\frac{1}{2} \frac{d}{dt} s_i^2 \leq -\eta_i |s_i| \quad (\eta_i > 0) \quad (5-4)$$

آن گاه داریم:

$$s_i \dot{s}_i \leq -\eta_i |s_i| \quad \rightarrow \quad \dot{s}_i \operatorname{sgn}(s_i) \leq -\eta_i \quad (6-4)$$

با جایگذاری روابط لازم در رابطه‌ی (۴-۶)، قانون کنترل زیر ارائه می‌شود:

$$u = \hat{B}^{-1}(\mathbf{X}_r^{(n-1)} - \hat{\mathbf{f}} - k \operatorname{sgn}(s)) \quad (۷-۴)$$

$\hat{B}$ ،  $\hat{\mathbf{f}}$  شامل عدم قطعیت‌های مختلف می‌باشند. در انتها  $K$  را طبق نامساوی (۴-۶) محاسبه می‌کنیم.

در قانون کنترل فوق،  $\operatorname{sgn}(s)$  وجود دارد و چون  $\operatorname{sgn}(s)$  در صفر تعریف نمی‌شود لذا باعث به وجود آمدن پدیده‌ای به نام لرزش سیگنال کنترل می‌شود. یکی از راه‌حل‌های کاهش پدیده‌ی لرزش سیگنال کنترل، استفاده از روش لایه مرزی می‌باشد که به جای تابع علامت از تابع اشباع استفاده می‌شود.

$$\operatorname{sat}(s/\sigma) = \begin{cases} 1 & s > \sigma \\ s/\sigma & |s| < \sigma \\ -1 & s < -\sigma \end{cases} \quad (۸-۴)$$

توضیحاتی راجع به روش کنترل حالت لغزشی بیان گردید. در ادامه‌ی فصل و در بخش ارائه قانون کنترل نهایی فازی مقاوم، روش کنترل حالت لغزشی روشن تر خواهد شد.

### ۳-۴ کنترل فازی

کنترل فازی تفاوت‌هایی با کنترل کلاسیک دارد. کنترل کلاسیک مبتنی بر مدل سیستم بوده و مدل ریاضی سیستم در اختیار است اما کنترل فازی آزاد از مدل می‌باشد. دانش و تجربیات افراد خبره در طراحی کنترل کننده‌ی فازی امری ضروری است [۳۹]. به طور کلی در طراحی کنترل کننده‌ی فازی دو روش وجود دارد [۴۰]:

- روش سعی و خطا: این روش مبتنی بر دانش افراد خبره بوده و بر پایه‌ی آزمایشات و تجربیات بدست آمده می‌باشد. در طراحی نیاز به مجموعه‌ای از قواعد می‌باشد که با کسب اطلاعات لازم از

افراد خبره تنظیم می شوند. سپس کنترل کننده فازی مورد آزمایش قرار می گیرد و چنانچه نتیجه‌ی مطلوب حاصل نشود، قواعد مجدداً تنظیم می شوند. این روند تا زمانی ادامه دارد که نتیجه‌ی مطلوب محقق شود.

- روش تئوریک: در این روش پارامترهای کنترل کننده فازی به منظور محقق شدن عملکرد مشخصی مانند پایداری سیستم، طراحی می شوند. گفتنی است ترکیب هر دو روش نتیجه‌ای مطلوب تر و نزدیک تر به واقعیت خواهد داد.

کنترل کننده های فازی به دو دسته‌ی زیر تقسیم می شوند:

- کنترل کننده فازی غیر تطبیقی که پارامترهای کنترل کننده فازی در طی انجام عملیات، تغییر نخواهد کرد.

- کنترل کننده فازی تطبیقی که پارامترهای کنترل کننده فازی در طی انجام عملیات توسط قوانین تطبیق ارائه شده، به روز می شوند. کنترل کننده فازی تطبیقی به سه دسته‌ی مستقیم، غیرمستقیم و ترکیبی از مستقیم و غیرمستقیم، تقسیم می شود. کنترل فازی تطبیقی مستقیم مبتنی بر دانش کنترلی سیستم (تخمین قانون کنترل اعمالی به سیستم) بوده اما کنترل فازی تطبیقی غیرمستقیم مبتنی بر دانش سیستم (تخمین مدل سیستم) می باشد. کنترل فازی تطبیقی مستقیم و غیر مستقیم، نیز مبتنی بر ترکیبی از دانش کنترلی و دانش سیستمی است.

الگوریتم طراحی کنترل کننده‌ی فازی تطبیقی در حین ارائه قانون کنترل فازی مقاوم برای ربات تک چرخ به تفصیل بیان خواهد شد.

#### ۴-۴ ارائه قانون کنترل فازی مقاوم

در این بخش، قانون کنترل فازی مقاوم برای مدل ربات تک چرخ رابطه‌ی (۲-۲۷) ارائه می‌شود. یادآور می‌شویم در فصل ۳، از رابطه‌ی (۳-۱۲) یک قانون کنترل خطی سازی پس‌خورده ارائه شد. اکنون کنترل کننده‌ی فازی مقاوم را نیز بر اساس همین رابطه‌ی (۳-۱۲) طراحی کرده و به سیستم (۲-۲۷) اعمال می‌کنیم. رابطه‌ی (۳-۱۲) را به صورت زیر می‌نویسیم:

$$(p_1 + p_2)\ddot{s} = k + gu \quad (۹-۴)$$

که:

$$p_1 = \begin{bmatrix} M_1 & 0 \\ 0 & N_2 \end{bmatrix}, p_2 = \begin{bmatrix} 0 & N_1 \\ M_2 & 0 \end{bmatrix} \quad (۱۰-۴)$$

لذا:

$$p_1\ddot{s} = (k - p_2\dot{s}) + gu \quad (۱۱-۴)$$

$$\ddot{s} = \underbrace{p_1^{-1}(k - p_2\dot{s})}_F + \underbrace{p_1^{-1}g}_G u \quad (۱۲-۴)$$

در نتیجه بنا بر روابط (۴-۱۰) و (۴-۱۲) می‌توان رابطه‌ی زیر را در نظر گرفت:

$$\ddot{s}_i = F_i + G_{ii}u_i + d_i \quad (i=1,2) \quad (۱۳-۴)$$

$F_i$  ترم نامعلوم بوده و  $d_i$  بیانگر عدم قطعیت‌ها (اغتشاش خارجی) می‌باشد.

قانون کنترل پیشنهادی به صورت زیر می‌باشد:

$$u_i = G_{ii}^{-1} \left[ \hat{s}_{d_i} - \hat{F}_i - \lambda_i \dot{e}_i - (\eta_i + \hat{\gamma}_i) \operatorname{sgn}(M_i) \right] \quad (۱۴-۴)$$

که  $e_i = s_i - s_{d_i}$  خطای تنظیم،  $\eta_i, \lambda_i$  مقادیر مثبت،  $\hat{\gamma}_i$  مقدار تخمین کران عدم قطعیت ها و  $\hat{F}_i$  تقریب  $F_i$  می باشد. لازم به ذکر است انتخاب نادرست  $\gamma_i$  باعث ناپایداری یا به اشباع رفتن سیگنال ورودی گردد لذا برای غلبه بر این مشکل،  $\gamma_i$  تخمین زده می شود. همچنین  $M_i$  سطح لغزش بوده که به صورت زیر تعریف می شود:

$$M_i = \dot{e}_i + \lambda_i e_i \quad (15-4)$$

با مشتق گیری از رابطه (15-4) و جایگذاری روابط (13-4) و (14-4) در آن داریم:

$$\dot{M}_i = \ddot{e}_i + \lambda_i \dot{e}_i = \ddot{s}_i - \ddot{s}_{d_i} + \lambda_i \dot{e}_i = (F_i - \hat{F}_i) - (\eta_i + \hat{\gamma}_i) \text{sgn}(M_i) + d_i \quad (16-4)$$

با استفاده از موتور استنتاج ضرب ممدانی، فازی ساز منفرد و غیرفازی ساز میانگین مراکز، تخمین  $F_i$  صورت می گیرد.

$$\hat{F}_i = \hat{\theta}_{f_i}^T \mathcal{G} \quad (17-4)$$

$\hat{\theta}_{f_i}$  در ادامه توسط قاعده‌ی تطبیق محاسبه می شود.  $\mathcal{G} = [\mathcal{G}^1 \dots \mathcal{G}^m]^T$  بوده و به صورت زیر تعریف می شود:

$$\mathcal{G}^l = \frac{\prod_{i=1}^n \mu_{C_i^l}(x_i)}{\sum_{l=1}^m \left( \prod_{i=1}^n \mu_{C_i^l}(x_i) \right)} \quad (18-4)$$

$\mu_{C_i^l}(x_i)$  توابع تعلق هستند.  $l$  تعداد قوانین فازی می باشد. به هر ورودی بلوک فازی، سه گروه فازی اختصاص داده می شود. ورودی های فازی متغیرهای حالت و مشتق اول آن ها می باشد. بر اساس نظریه تقریب، پارامترهای بهینه  $\theta_{f_i}^*$  وجود دارند به طوری که:

$$\theta_{F_i}^* = \arg \min_{\theta_{F_i} \in \Omega_{F_i}} \left( \sup_{x \in R^n} \left| \hat{\theta}_{F_i}^T \mathcal{G}_{F_i}(X, \dot{X}) - F_i(x) \right| \right) \quad (19-4)$$

که:

$$\Omega_{F_i} = \{\theta_{F_i} \in R^n : \|\theta_{F_i}\| \leq Y_i\} \quad (20-4)$$

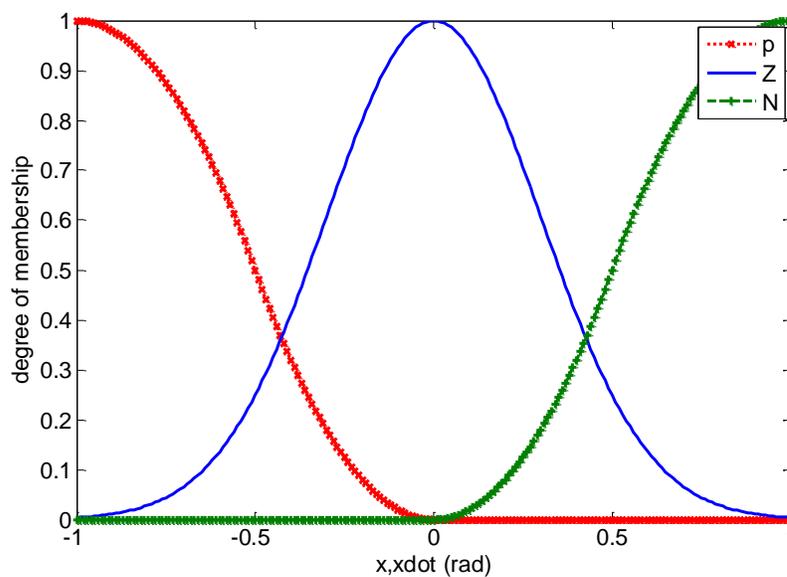
.  $Y_i$  پارامتر ثابت مثبت می باشند.

از آنجا که سیستم های فازی دارای خطای تقریب می باشند لذا خطای تقریب کمینه به صورت زیر تعریف

می شود:

$$P_i = (F_i(x) - \hat{F}_i(x | \theta_{F_i}^*)) \quad (21-4)$$

فرض می کنیم  $|P_i| < P_{i \max}$ .



شکل ۴-۱ توابع تعلق هر ورودی فازی

#### ۵-۴ اثبات پایداری

در این قسمت نخست تعاریفی انجام شده و سپس برای اثبات پایداری، یک تابع لیاپانوف مثبت معین پیشنهاد می دهیم.

$$\tilde{\gamma}_i = \gamma_i^* - \hat{\gamma}_i \quad (۲۲-۴)$$

$$\tilde{\theta}_{F_i} = \theta_{F_i}^* - \hat{\theta}_{F_i} \quad (۲۲-۴)$$

که  $\gamma_i^* = |P_i + d_i|_{\max}$  رابطه‌ی (۴-۱۶) به صورت زیر بازنویسی می شود:

$$\dot{M}_i = \tilde{\theta}_{F_i}^T \mathcal{G}_{F_i}(X, \dot{X}) - (\eta_i + \hat{\gamma}_i) \text{sgn}(M_i) + P_i + d_i \quad (۲۳-۴)$$

اگر تمام زیر سیستم های یک سیستم، پایدار باشند آن سیستم پایدار است [۳۸ و ۳۹].

$$V = \sum_{i=1}^n v_i \quad (۲۴-۴)$$

تابع لیاپانوف زیر را پیشنهاد می دهیم:

$$v_i = \frac{1}{2} M_i^2 + \frac{1}{2\gamma_{F_i}} \tilde{\theta}_{F_i}^T \tilde{\theta}_{F_i} + \frac{1}{2\rho_i} \tilde{\gamma}_i^2 \quad (۲۵-۴)$$

$\gamma_{F_i}, \rho_i$  مقادیر ثابت مثبت می باشند.

$$\dot{v}_i = M_i \dot{M}_i + \frac{1}{\gamma_{F_i}} \tilde{\theta}_{F_i}^T \dot{\tilde{\theta}}_{F_i} + \frac{1}{\rho_i} \tilde{\gamma}_i \dot{\tilde{\gamma}}_i \quad (۲۶-۴)$$

با جایگذاری رابطه‌ی (۴-۲۳) در (۴-۲۶) داریم:

$$\dot{v}_i = M_i \left( \tilde{\theta}_{F_i}^T \mathcal{G}_{F_i}(X, \dot{X}) - (\eta_i + \hat{\gamma}_i) \text{sgn}(M_i) + P_i + d_i \right) + \frac{1}{\gamma_{F_i}} \tilde{\theta}_{F_i}^T \dot{\tilde{\theta}}_{F_i} + \frac{1}{\rho_i} \tilde{\gamma}_i \dot{\tilde{\gamma}}_i \quad (۲۷-۴)$$

نشان می دهیم رابطه (۴-۲۷) از (۴-۲۸) کوچکتر است:

$$\begin{aligned} \dot{V}_i &\leq \frac{1}{\gamma_{F_i}} \tilde{\theta}_{F_i}^T (\dot{\tilde{\theta}}_{F_i} + \gamma_{F_i} M_i \mathcal{G}_{F_i}(X, \dot{X})) - \eta_i |M_i| + M_i (P_i + d_i) - |M_i| \gamma_i^* + |M_i| (\gamma_i^* - \hat{\gamma}_i) + \frac{1}{\rho_i} \tilde{\gamma}_i \dot{\tilde{\gamma}}_i \\ &\leq \frac{1}{\gamma_{F_i}} \tilde{\theta}_{F_i}^T (\dot{\tilde{\theta}}_{F_i} + \gamma_{F_i} M_i \mathcal{G}_{F_i}(X, \dot{X})) - \eta_i |M_i| + \frac{1}{\rho_i} \tilde{\gamma}_i (\dot{\tilde{\gamma}}_i + |M_i| \rho_i) \end{aligned} \quad (۴-۲۸)$$

لذا اگر جمله‌ی نخست و سوم از رابطه‌ی فوق صفر شوند، آن گاه پایداری تضمین خواهد شد:

$$\dot{\tilde{\theta}}_{F_i} = -\gamma_{F_i} M_i \mathcal{G}_{F_i}(X, \dot{X}) \quad (۴-۲۹)$$

$$\dot{\tilde{\gamma}}_i = -\rho_i |M_i| \quad (۴-۳۰)$$

در نهایت:

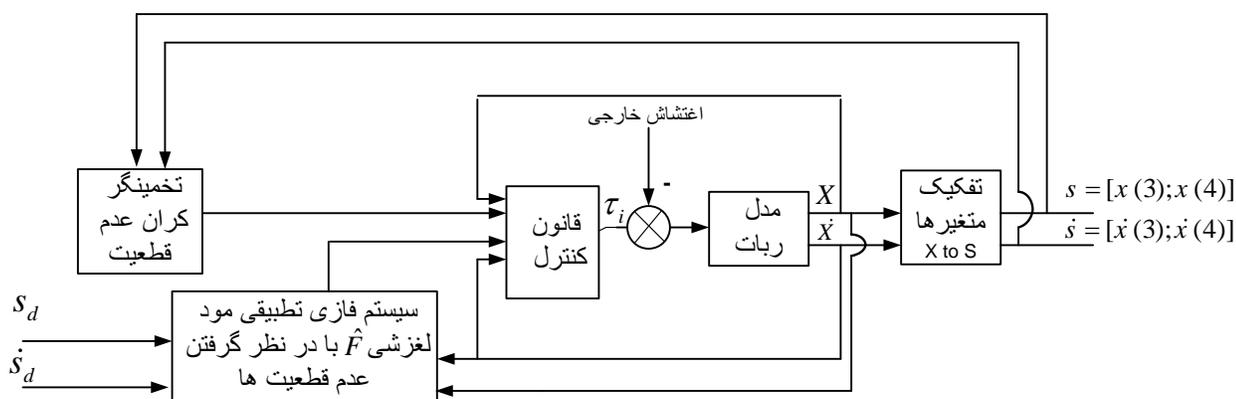
$$\dot{v}_i \leq -\eta_i |M_i| < 0 \quad (۴-۳۱)$$

$\eta_i$  مثبت است لذا پایداری مجانبی سیستم اثبات شد.

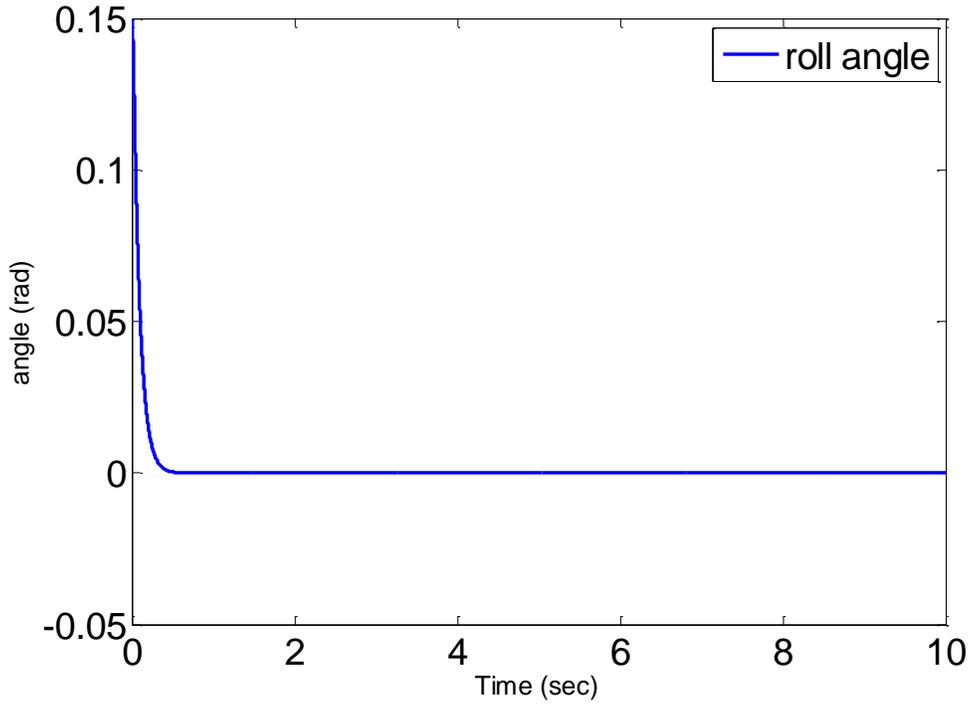
#### ۶-۴ نتایج شبیه سازی

قانون کنترل بدست آمده در رابطه (۴-۱۴) را به مدل ربات (۲-۲۷) اعمال می کنیم. از آن جایی که در قانون کنترل، تابع علامت حضور دارد و این امر باعث به وجود آمدن پدیده‌ی لرزش سیگنال کنترل می شود، لذا از تابع اشباع به جای تابع علامت در قانون کنترل استفاده شده است. طراحی در حوزه‌ی گشتاور انجام شده و زمان اجرای شبیه سازی ۱۰ ثانیه می باشد. هدف از طراحی، تنظیم نقطه و رسیدن متغیرهای  $\xi, \beta$  به صفر است. انحراف اولیه ایجاد شده در راستای جلو - عقب و چپ - راست ۹ درجه می باشد. در شبیه سازی انجام شده  $\lambda_{1,2} = 12$ ،  $\eta_{1,2} = 70$ ،  $\gamma_{F_2} = 10000$ ،  $\gamma_{F_1} = 500$  و  $\rho_{1,2} = 1$  در نظر گرفته شده است. شبیه سازی در حضور اغتشاش سینوسی انجام شده است. دفع اثر اغتشاش مقاوم بودن کنترل کننده‌ی طراحی شده را نشان می دهد.

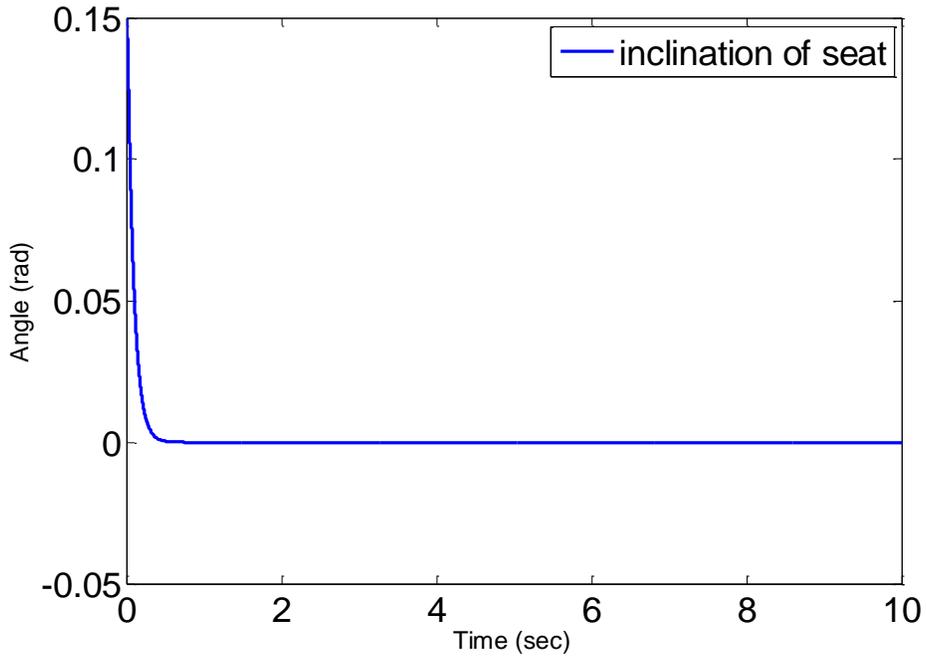
بلوک دیاگرام سیستم کنترل فازی مقاوم بر مبنای حالت لغزشی با راهبرد کنترل گشتاور در شکل زیر ترسیم شده است.



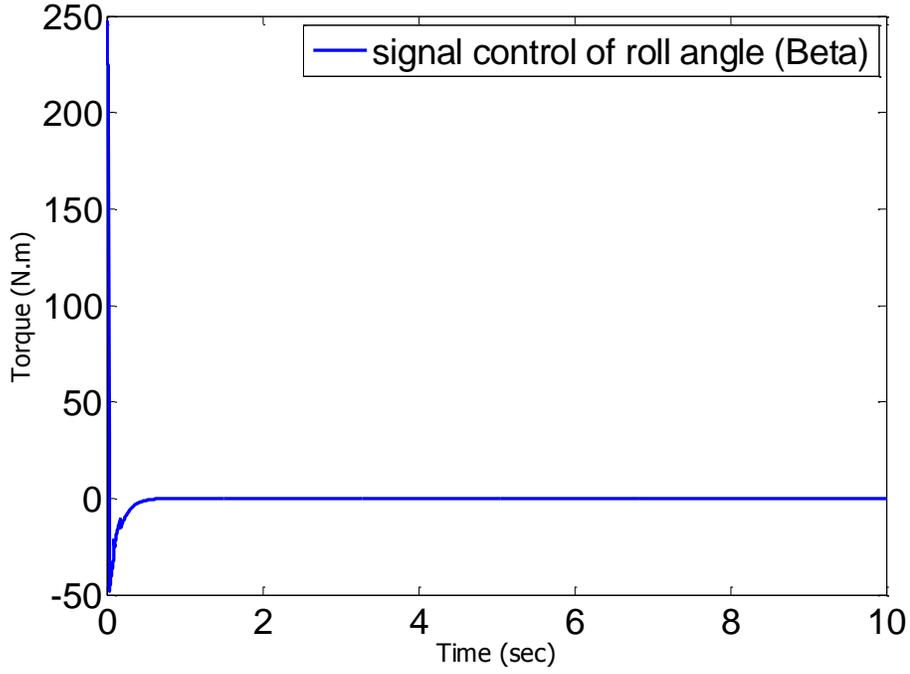
شکل ۴-۲ دیاگرام سیستم کنترل فازی مقاوم با راهبرد کنترل گشتاور



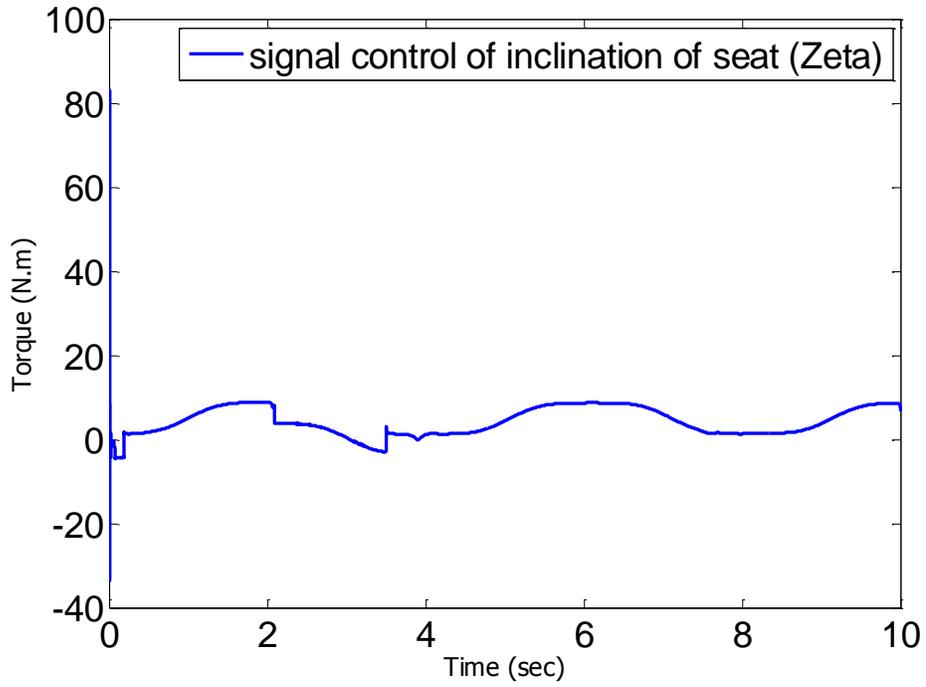
شکل ۳-۴ زاویه انحراف به طرفین توسط سرنشین (بتا)



شکل ۴-۴ زاویه انحراف محل استقرار سرنشین (زتا)



شکل ۴-۵ سیگنال کنترل بتا



شکل ۴-۶ سیگنال کنترل زتا

شکل ۳-۴ نشان می دهد که زاویه انحراف ایجاد شده توسط سرنشین (بتا) از مقدار اولیه ۰.۱۵ رادیان (۹ درجه) آغاز می کند و به صورت مجانبی به صفر همگرا می شود. زاویه انحراف محل استقرار سرنشین (زتا) که در شکل ۴-۴ نشان داده شده است رفتاری مشابه متغیر بتا دارد. مشاهده می شود که دفع اثر اغتشاش به خوبی صورت گرفته و در شکل های ۳-۴ و ۴-۴ اثری از اغتشاش دیده نمی شود. در شکل ۴-۴-۵ سیگنال کنترل بتا نمایش داده شده است. نخست که انحراف اولیه زیاد است نیاز به اعمال گشتاور نسبتا بالایی است و پس از جبران این انحراف و برقراری پایداری جانبی، گشتاور بسیار کوچک (تقریبا صفر) می شود. سیگنال کنترل زتا در شکل ۴-۶ نشان داده شده است. در فصل ۳ راجب رفتار نوسانی آن توضیح داده شده است. اغتشاش خارجی در اعوجاج موجود در سیگنال کنترل زتا نقش دارد. سیگنال کنترل زتا پایداری ربات در راستای جلو - عقب را عهده دار است. همچنین پدیدهی لرزش در سیگنال های کنترلی دیده نمی شود که نقطه‌ی قوت این روش می باشد.

در مجموع می توان گفت که هدف تنظیم نقطه به خوبی محقق شده است. کنترل کننده‌ی فازی مقاوم در دفع اثر اغتشاش موفق عمل کرده و در سیگنال های کنترل پدیدهی لرزش مشاهده نمی شود.

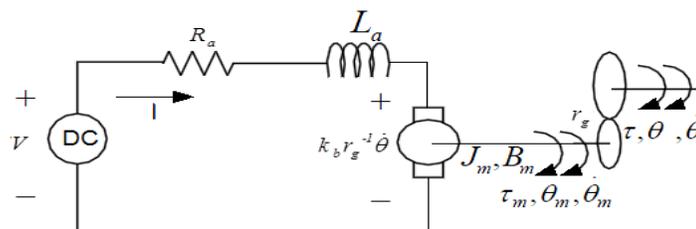
## کنترل کننده فازی مقاوم با راهبرد کنترل ولتاژ

## ۱-۵ مقدمه

یکی دیگر از راهبردهای به کار گرفته شده در سیستم های رباتیک، راهبرد کنترل ولتاژ است که نخستین بار در مقاله [۴۱] معرفی شده است. در این ایده، کنترل ربات به کنترل محرکه های ربات تبدیل می گردد. محرکه ها که عموماً موتورها هستند، از مدلی به مراتب ساده تر نسبت به مدل ربات برخوردارند. در این راهبرد با کنترل ولتاژ موتور هر مفصل به طور مجزا، زاویه ی موتور به مقدار مطلوب می رسد و از آنجا که زاویه ی موتور با ضریب ثابتی به زاویه ی مفصل ربات تبدیل می شود لذا زاویه مفصل به مقدار مطلوب خود خواهد رسید. راهبرد کنترل ولتاژ ربات باعث تبدیل شدن کنترل یک سیستم چندمتغیره به کنترل چند سیستم تک ورودی تک خروجی می شود. برتری استراتژی کنترل ولتاژ بر استراتژی کنترل گشتاور در دکوپله سازی سیستم، محاسبات کمتر و سرعت اجرای محاسبات می باشد.

## ۲-۵ بررسی معادلات دینامیکی محرکه های ربات

معمولاً محرکه های ربات ها، موتورها هستند و از آنجا که موتورهای DC دینامیک خطی دارند و از نظر اقتصادی مقرون به صرفه هستند لذا توجه طراحان و مهندسان حوزه کنترل را به خود جلب کرده است. در این پایان نامه از موتور dc مغناطیس دائم به عنوان محرکه استفاده شده است. مدار معادل موتور به صورت زیر می باشد [۴۲]:



شکل ۱-۵ مدار معادل موتور dc مغناطیس دائم

معادله دینامیکی مکانیکی آن به صورت زیر می باشد:

$$J_m \ddot{\theta}_m + B_m \dot{\theta}_m + r\tau = \tau_m \quad (1-5)$$

که  $J_m$  ممان اینرسی موتور،  $B_m$  ضریب میرایی موتور،  $r$  ضریب چرخ دنده،  $\tau$  گشتاور بار،  $\tau_m$  گشتاور موتور و  $\theta_m$  زاویه موتور می باشد. گشتاور موتور به صورت زیر تعریف می شود:

$$\tau_m = k_m I_a \quad (2-5)$$

که  $k_m$  ثابت گشتاور و  $I_a$  جریان آرمیچر است. معادله دینامیکی الکتریکی موتور به صورت زیر می باشد:

$$V = RI_a + LI_a + k_b \dot{\theta}_m \quad (3-5)$$

که  $V$  ولتاژ موتور،  $k_b, L, R$  به ترتیب معرف مقاومت سیم پیچ، اندوکتانس سیم پیچ و ضریب ثابت القا می باشد. معادله‌ی زیر مرتبط کننده‌ی زاویه‌ی موتور و زاویه مفصل ربات می باشد:

$$q = r\theta_m \quad (4-5)$$

که  $r$  ضریب چرخ دنده می باشد. ربات تک چرخ این پایان نامه، دارای ۲ موتور می باشد که هر یک از موتورهای وظیفه‌ی مجزایی دارد. در ادامه با استفاده از راهبرد کنترل ولتاژ، هدف کنترلی را محقق خواهیم ساخت.

### ۳-۵ طراحی کنترل کننده فازی مقاوم با راهبرد کنترل ولتاژ

همانطور که در فصل گذشته اشاره شد مدل سیستم ها دارای عدم قطعیت های مختلف می باشند. کنترل کننده ی طراحی شده باید به قدری قدرتمند باشد که بر این عدم قطعیت ها غلبه کرده و هدف کنترلی را محقق سازد. طراحی یک کنترل کننده ی فازی غیرتطبیقی به منظور غلبه بر عدم قطعیت ها کار آسانی نیست و دانش دقیقی نسبت به رفتار سیستم را می طلبد، لذا توجه طراحان به سمت کنترل کننده های فازی تطبیقی معطوف می شود. یک کنترل کننده ی فازی تطبیقی می تواند به انواع عدم قطعیت ها غلبه کند. از طرفی اگر یک کنترل کننده در دفع اثر اغتشاشات خارجی موفق ظاهر شود به آن کنترل کننده ی مقاوم گفته می شود لذا یک کنترل کننده ی فازی تطبیقی خود نیز کنترل کننده ی فازی مقاوم تلقی می شود [۴۳-۴۷]. در این بخش اغتشاش خارجی را به سیستم اعمال کرده و با طراحی یک کنترل کننده فازی مقاوم سعی در دفع اثر اغتشاش کرده ایم.

با استفاده از معادلات (۳-۵) و (۴-۵) داریم:

$$V = RI_a + LI_a + k_b r^{-1} \dot{q} \quad (۵-۵)$$

در این جا  $q = \begin{bmatrix} \theta \\ \psi \end{bmatrix}$  زوایای چرخ ها می باشد. اما همانطور که در فصل های گذشته صحبت شد، مکانیزم حرکت ربات براساس انحرافات ایجاد شده توسط سرنشین می باشد. چنانچه سرنشین خود را در جهت جلو خم کند ( $\xi$ ) ربات به سمت جلو و اگر به طرفین خم کند ( $\beta$ ) ربات در جهت چپ - راست حرکت می کند. در واقع مدل سازی ربات به گونه ای انجام شده است که زاویه های چرخ بزرگ و چرخ کوچک که به ترتیب  $\psi, \theta$  هستند، متغیرهای کمکی می باشند و متغیرهای هدف کنترلی  $\xi, \beta$  است. (هدف کنترلی ربات تک چرخ مشابه پاندول معکوس می باشد)

نکته حائز اهمیت این است که در روابط دینامیکی موتورها، متغیرهای هدف دیده نمی شوند لذا به منظور ارائه قانون کنترل با راهبرد کنترل ولتاژ، باید به نحوی آن ها را ظاهر نماییم. از معادله‌ی (۲-۲۷) که بیانگر معادله‌ی ربات می باشد داریم:

$$A_{new} \ddot{X} = bu + W_{new} \quad \rightarrow \quad u = M (A_{new} \ddot{X} - W_{new}) = \tau \quad (۶-۵)$$

که:

$$M = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (۷-۵)$$

حال با جایگذاری (۱-۵)، (۲-۵)، (۴-۵)، (۶-۵) و (۷-۵) در معادله‌ی (۵-۵) رابطه‌ی زیر تشکیل می شود:

$$\begin{aligned} V &= RI + LI + k_b r^{-1} \dot{q} + \varphi(t) = Rk_m^{-1} \tau_m + k_b r^{-1} \dot{q} + LI + \varphi(t) \\ &= Rk_m^{-1} (J_m r^{-1} \ddot{q} + B_m r^{-1} \dot{q} + r\tau) + k_b r^{-1} \dot{q} + LI + \varphi(t) \\ &= Rk_m^{-1} (J_m r^{-1} \ddot{q} + B_m r^{-1} \dot{q} + rM (A_{new} \ddot{X} - W_{new})) + k_b r^{-1} \dot{q} + LI + \varphi(t) \quad (۸-۵) \\ &= Rk_m^{-1} J_m r^{-1} \ddot{q} + Rk_m^{-1} rMA_{new} \ddot{X} + (Rk_m^{-1} B_m r^{-1} + k_b r^{-1}) \dot{q} - Rk_m^{-1} rMW_{new} + LI + \varphi(t) \end{aligned}$$

اندوکتانس موتور بسیار ناچیز است لذا از ترم  $LI$  صرف نظر می شود. همانطور که قبلا اشاره شد باید متغیرهایی که می خواهیم کنترل کنیم را در معادله‌ی (۸-۵) ظاهر کنیم لذا مطابق شکل زیر عمل می کنیم:

$$\begin{aligned} V &= Rk_m^{-1} J_m r^{-1} \ddot{q} + Rk_m^{-1} r \underbrace{MA_{new}}_{\begin{bmatrix} A_1 & A_2 \end{bmatrix}} \ddot{X} + (Rk_m^{-1} B_m r^{-1} + k_b r^{-1}) \dot{q} - Rk_m^{-1} rMW_{new} + \varphi(t) \\ &= \underbrace{Rk_m^{-1} J_m r^{-1} \ddot{q} + Rk_m^{-1} rA_1 \ddot{q} + (Rk_m^{-1} B_m r^{-1} + k_b r^{-1}) \dot{q} - Rk_m^{-1} rMW_{new} + \varphi(t)}_F + \\ &\quad \underbrace{Rk_m^{-1} rA_2 \ddot{z}}_G = F + G\ddot{z} \quad (۹-۵) \end{aligned}$$

در معادله‌ی فوق  $z = \begin{bmatrix} \beta \\ \xi \end{bmatrix}$  در نظر گرفته می‌شود لذا متغیرهای هدف در دسترس می‌باشند.  $A'_1, A'_2$

به صورت زیر و با استفاده از روابط (۲-۱۱) و (۲-۱۴) محاسبه می‌شود:

$$[A'_1 \quad A'_2] = MA = \begin{bmatrix} -A_{21} & -A_{24} & -A_{22} & -A_{23} \\ -A_{31} & -A_{34} & -A_{32} & -A_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -A_{21} & -A_{24} & -A_{22} & 0 \\ -A_{31} & -A_{34} & 0 & -A_{33} \end{bmatrix} \quad (۱۰-۵)$$

اغتشاش خارجی در ترم  $F$  در نظر گرفته شده است.

با استفاده از معادلات (۵-۹) و (۵-۱۰) دکوپله سازی انجام می‌شود:

$$\begin{aligned} v_1 &= F_1 + G_{11}\ddot{\beta} \\ v_2 &= F_2 + G_{22}\ddot{\xi} \end{aligned} \quad (۱۱-۵)$$

قانون فازی مقاوم را به صورت زیر ارائه می‌دهیم:

$$v_1 = \hat{F}_1 + G_{11}(\ddot{\beta}_d + k_d(\dot{\beta}_d - \dot{\beta}) + k_p(\beta_d - \beta)) \quad (۱۲-۵)$$

$\hat{F}_1$  تخمین  $F_1$  می‌باشد که با الگوریتم فازی تطبیقی محاسبه می‌شود. همانطور که قبلاً اشاره کردیم روش فازی تطبیقی خود یک روش فازی مقاوم به حساب می‌آید. به منظور سهولت در شبیه سازی و افزایش سرعت محاسبات  $G_{11}$  را مدل نامی در نظر گرفته ایم.

$$F_1 = p^T \zeta + \rho_1 \quad (۱۳-۵)$$

$$\hat{F}_1 = \hat{p}^T \zeta \quad (۱۴-۵)$$

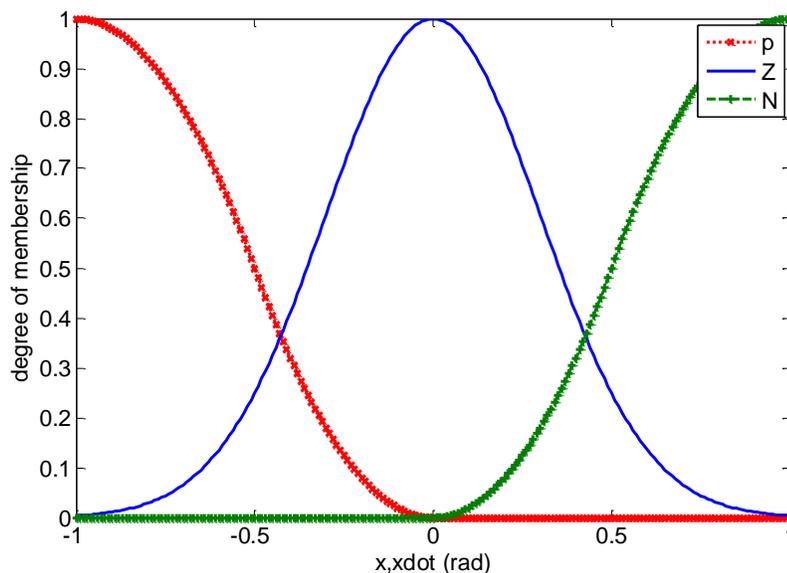
$\rho_1$  خطای تقریب فازی است. با استفاده از موتور استنتاج ضرب ممدانی، فازی ساز منفرد و غیرفازی ساز

میانگین مراکز، تخمین  $F_i$  صورت می‌گیرد.

$$\zeta = \frac{\prod_{i=1}^n \mu_{A_i^L}(x_i)}{\sum_{l=1}^m \prod_{i=1}^n \mu_{A_i^L}(x_i)} \quad (15-5)$$

$\mu_{A_i^L}(x_i)$  توابع تعلق هستند.  $l$  تعداد قوانین فازی می باشد. به هر ورودی بلوک فازی، سه گروه فازی

اختصاص داده می شود. ورودی های فازی متغیرهای حالت و مشتق اول آن ها می باشد.



شکل ۵-۲ توابع تعلق فازی

#### ۴-۵ اثبات پایداری

سیستم حلقه بسته را با اعمال (۱۲-۵) به (۱۱-۵) به دست می آوریم:

$$\ddot{e}_1 + k_{d1} \dot{e}_1 + k_{p1} e_1 = G_{11}^{-1} (F_1 - \hat{F}_1) = G_{11}^{-1} (p - \hat{p})^T \zeta + \rho \quad (16-5)$$

که  $\rho = G_{11}^{-1} \rho_1$  و  $e_1 = \beta_d - \beta$ . معادله ی خطا را به فرم فضای حالت می نویسیم:

$$\begin{aligned} \dot{e}_1 &= e_2 \\ \dot{e}_2 &= -k_p e_1 - k_d e_2 + N \end{aligned} \quad (17-5)$$

$$\dot{E} = AE + BN \quad (18-5)$$

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -k_p & -k_d \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad N = G_{11}^{-1}(p - \hat{p})^T \zeta + \rho \quad (19-5)$$

به منظور اثبات پایداری، تابع مثبت معین زیر را پیشنهاد می دهیم:

$$V = \frac{1}{2} E^T S E + \frac{1}{2g} (\hat{p} - p)^T (\hat{p} - p) \quad (20-5)$$

آنگاه داریم:

$$\begin{aligned} \dot{V} &= 0.5 \dot{E}^T S E + 0.5 E^T S \dot{E} + \frac{1}{g} (\hat{p} - p)^T \dot{\hat{p}} \\ &= 0.5 E^T \underbrace{(A^T S + S A)}_{-Q} E + E^T S B N + \frac{1}{g} (\hat{p} - p)^T \dot{\hat{p}} \\ &= -0.5 E^T Q E + \frac{1}{g} (\hat{p} - p)^T \dot{\hat{p}} - E^T S B (G_{11}^{-1} (\hat{p} - p)^T \zeta - \rho) \quad (21-5) \\ &= -0.5 E^T Q E + (\hat{p} - p)^T \underbrace{\left( -E^T S B G_{11}^{-1} \zeta + \frac{1}{g} \dot{\hat{p}} \right)}_{\text{must be zero}} + E^T S B \rho \\ &= -0.5 E^T Q E + E^T S B \rho \end{aligned}$$

قاعده‌ی تطبیق با صفر کردن عبارت داخل پرانتز فوق به دست می آید:

$$\dot{\hat{p}} = g E^T S B G_{11}^{-1} \zeta \quad (22-5)$$

برای اینکه  $\dot{V} < 0$  باشد باید:

$$E^T S B \rho < 0.5 E^T Q E$$

$$\text{Also : } \lambda_{\min}(Q) \|E\|^2 \leq E^T Q E \leq \lambda_{\max}(Q) \|E\|^2 \quad (23-5)$$

$$\Rightarrow E^T S B \rho < 0.5 \lambda_{\min}(Q) \|E\|^2$$

همچنین طبق نامساوی شوارتز :

$$\|E\| \|S B\| |\rho| < 0.5 \lambda_{\min}(Q) \|E\|^2 \quad \rightarrow \quad \frac{2 \|S B\| |\rho|}{\lambda_{\min}(Q)} < \|E\| \quad (24-5)$$

لذا تا زمانی که رابطه‌ی فوق برقرار باشد خطای تنظیم یا ردگیری کاهش می‌یابد یا به عبارتی دیگر می‌توان گفت خطا محدود می‌گردد. به همین ترتیب قانون کنترل فازی مقاوم زیر را برای کنترل  $\xi$  ارائه می‌دهیم:

$$v_2 = \hat{F}_2 + G_{22}(\ddot{\xi}_d + k_d(\dot{\xi}_d - \dot{\xi}) + k_p(\xi_d - \xi)) \quad (25-5)$$

قاعده‌ی تطبیق نیز به صورت زیر خواهد بود :

$$\dot{\hat{\eta}} = \lambda E^T S B G_2^{-1} \zeta \quad (26-5)$$

و  $e_2 = \xi_d - \xi$ . اثبات پایداری مشابه روابط (5-16) تا (5-24) می‌باشد.

## 5-5 نتایج شبیه سازی

سیستم کنترل را روی ربات تک چرخ (2-27) شبیه سازی می‌نماییم. پارامترهای استفاده شده در ربات تک چرخ بر اساس مدل اوکی و ناکامورا می‌باشد [19] که در بخش پیوست معرفی شده است. هدف کنترلی، تنظیم نقطه و رساندن متغیرهای  $\xi, \beta$  به صفر می‌باشد. مقدار انحراف اولیه داده شده به  $\xi, \beta$  10 درجه می‌باشد. در اجرای شبیه سازی از قوانین کنترل (5-12)، (5-25) و قوانین تطبیق (5-22)، (5-26) استفاده شده است. اغتشاش خارجی را یک تابع سینوسی در نظر گرفتیم. زمان اجرای شبیه سازی 10 ثانیه می‌باشد. پارامترهای به کارگرفته شده در شبیه سازی به صورت زیر است:

$$k_{p1,2} = 400, \quad k_{d1,2} = 40, \quad g = 1000 \quad \lambda = 20$$

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -400 & -40 \end{pmatrix}, \quad Q = \begin{pmatrix} 2000 & 10 \\ 10 & 398 \end{pmatrix}, \quad \hat{p}_l(0) = 1 \quad l = 1, \dots, m$$

مشخصات موتورها به صورت جدول صفحه‌ی بعد می‌باشد:

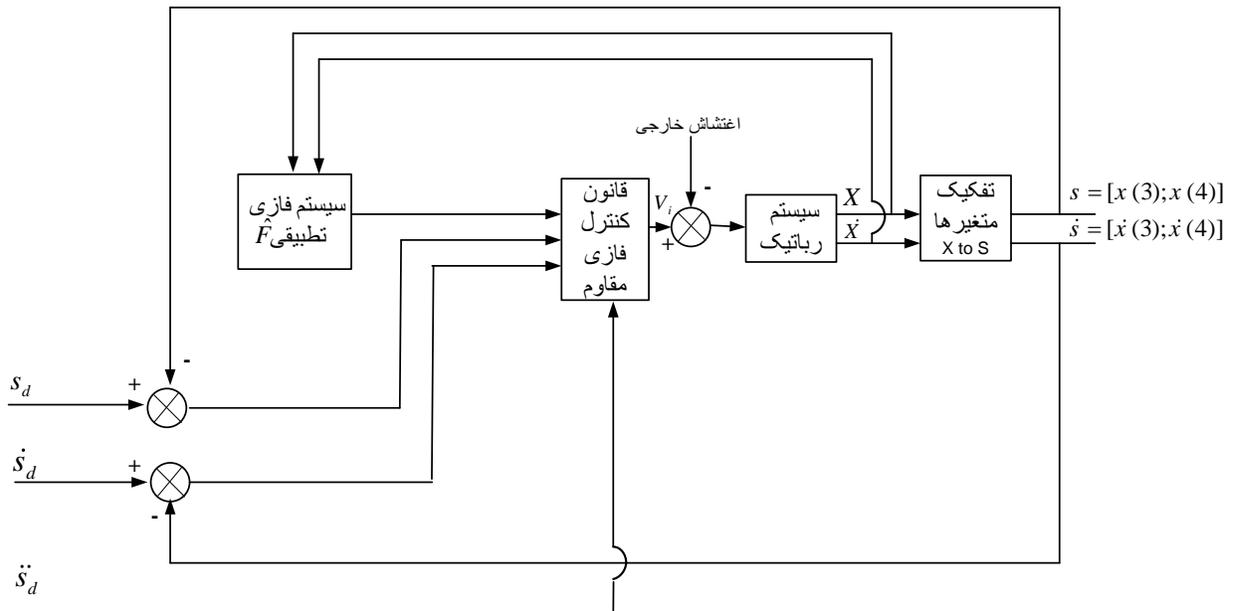
$u_{\max}$ (v)	$R$ ( $\Omega$ )	$K_b$ (V.s/rad)	$L$ (H)	$J_m$ (Nm.s <sup>2</sup> /rad)	$B_m$ (Nm.s/rad)	$r$	motor
۵۰	۱.۶	۰.۲۶	۰.۰۰۱	۰.۰۰۰۲	۰.۰۰۱	۰.۰۱	موتور ۱
۵۰	۱.۶	۰.۲۶	۰.۰۰۱	۰.۰۰۰۲	۰.۰۰۱	۰.۰۱	موتور ۲

جدول ۵-۱: مشخصات موتور

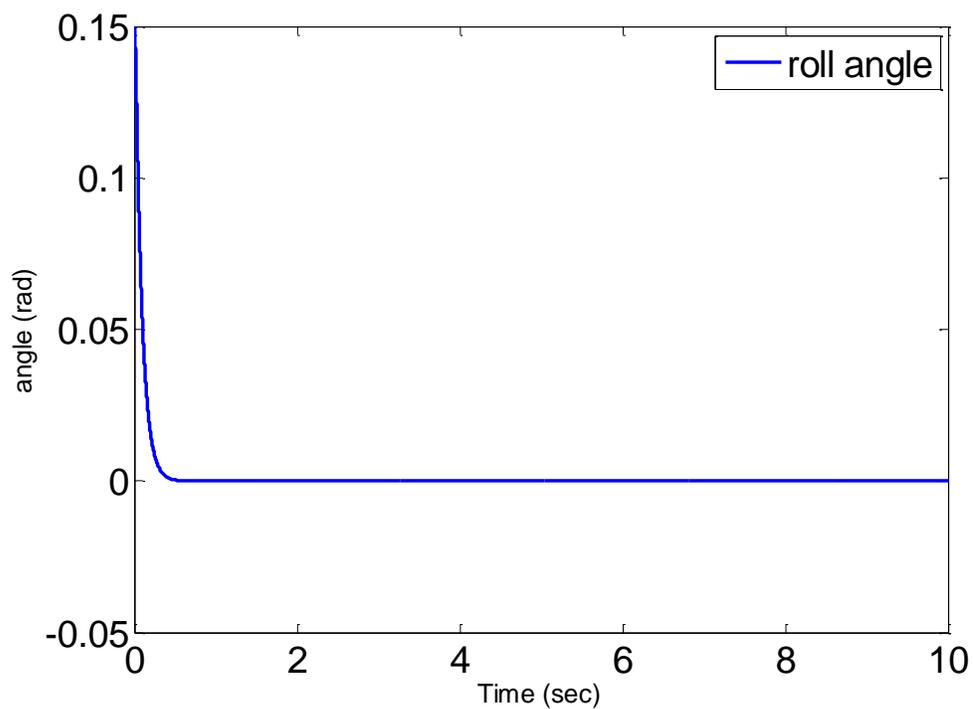
برای اینکه به موتورهای آسیب وارد نشود از محدود کننده‌ی ولتاژ استفاده شده است که اگر زمانی ولتاژ موتور از حد مجاز آن فراتر رود، توسط محدود کننده مهار شده و با خارج شدن کنترل کننده از مدار، ولتاژ ماکزیمم به موتور اعمال می‌شود.

$$|v_i| \leq v_{\max}$$

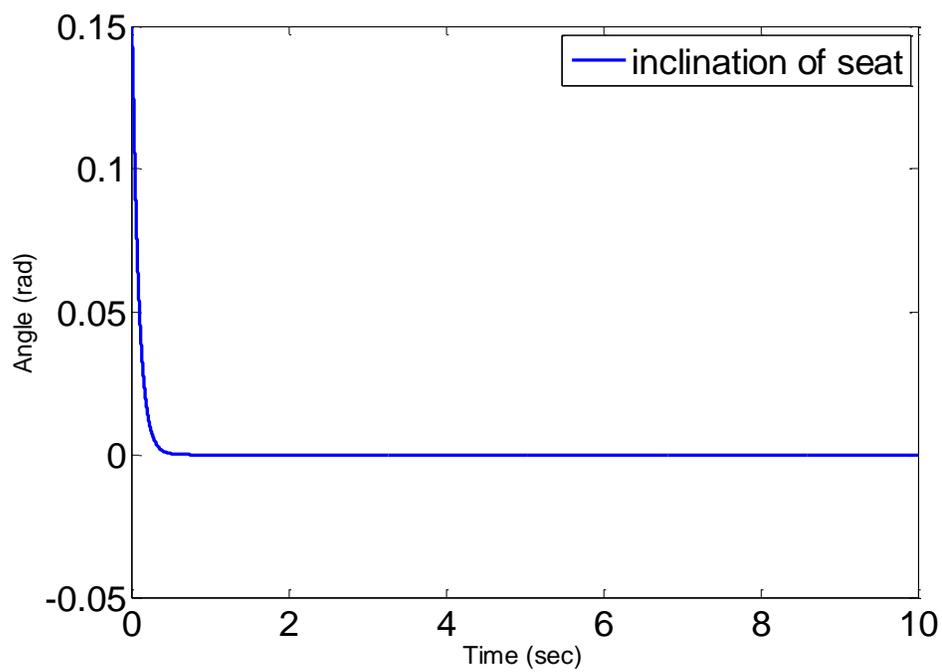
بلوک دیاگرام سیستم کنترل فازی مقاوم با راهبرد کنترل ولتاژ به صورت زیر ترسیم شده است.



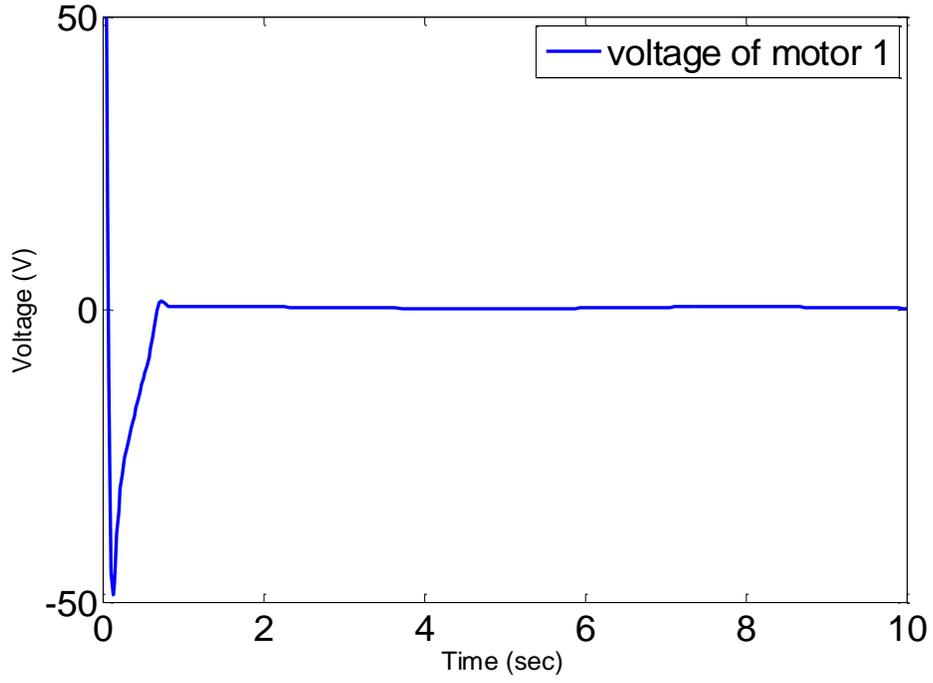
شکل ۳-۵ دیاگرام سیستم کنترل فازی مقاوم با راهبرد کنترل ولتاژ



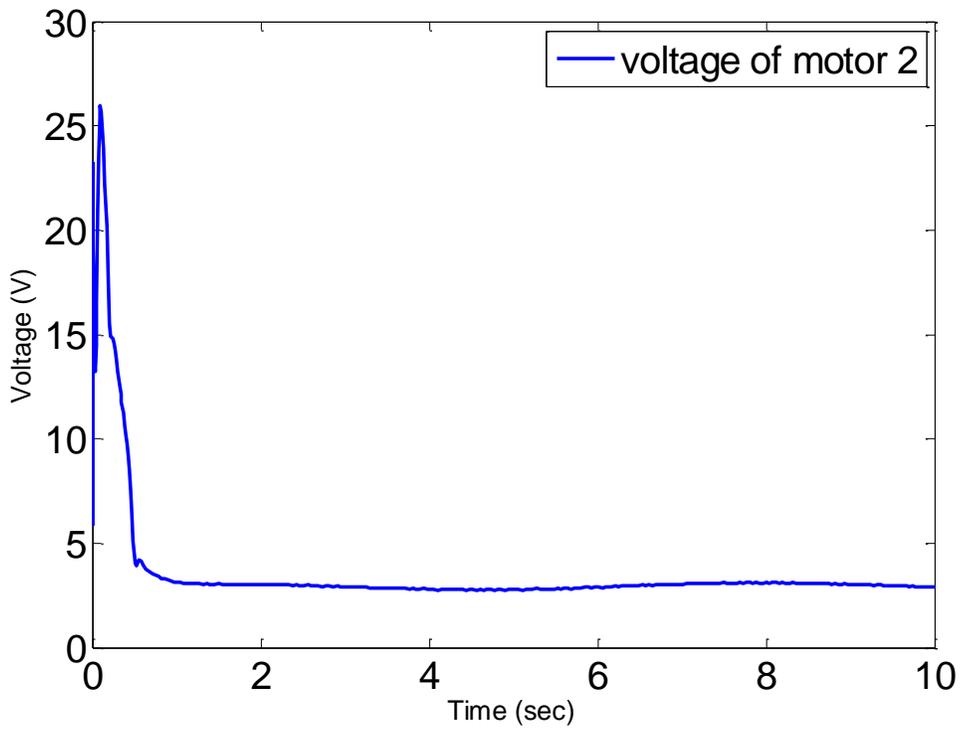
شکل ۴-۵ زاویه انحراف به طرفین توسط سرنشین (بتا)



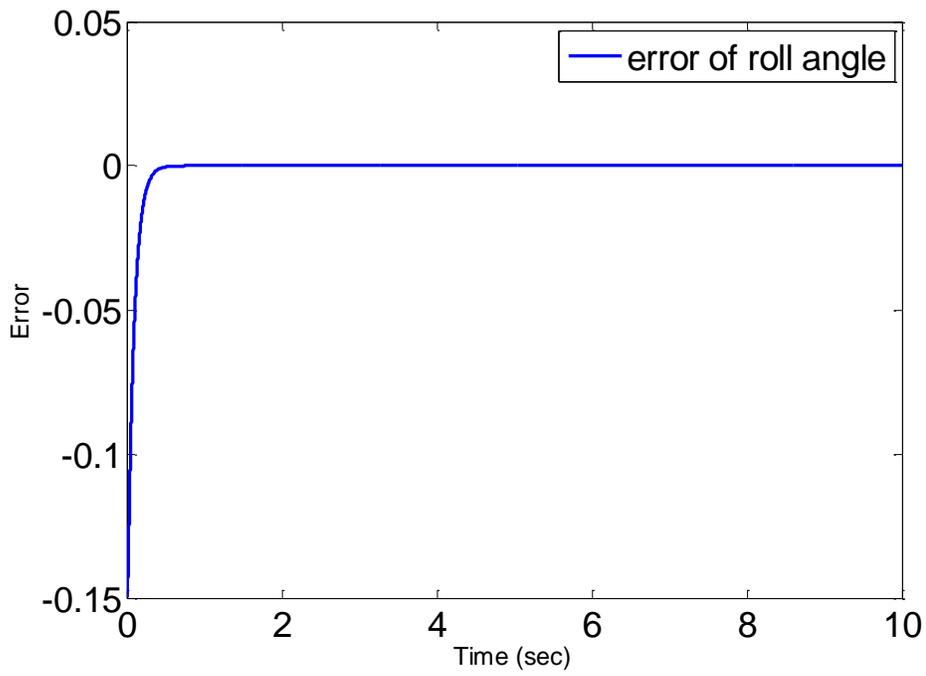
شکل ۵-۵ زاویه انحراف محل استقرار سرنشین (زتا)



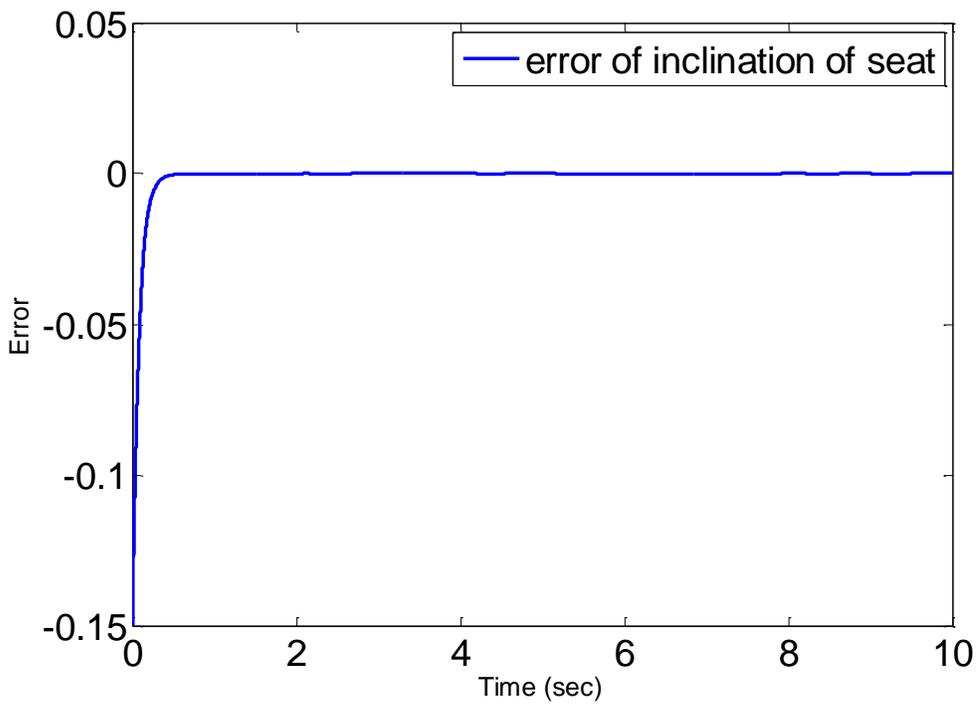
شکل ۵-۶ ولتاژ موتور مربوط به متغیر بتا



شکل ۵-۷ ولتاژ موتور مربوط به متغیر زتا



شکل ۵-۸ خطای تنظیم متغیر بتا



شکل ۵-۹ خطای تنظیم متغیر زتا

نتایج شبیه سازی بیانگر موفقیت کنترل کننده‌ی فازی مقاوم بوده است. خطاهای تنظیم نقطه در شکل - های ۵-۸ و ۵-۹ صفر شده است. دفع اثر اغتشاش به خوبی انجام شده است. در شکل های ۵-۶ و ۵-۷ ولتاژ موتورها نشان داده شده است. در واقع با راهبرد کنترل ولتاژ، ولتاژ موتورها کنترل می شود به قسمی که خطای تنظیم صفر شده و پایداری محقق شود. ولتاژها در محدوده‌ی مجاز قرار گرفته اند و سیگنال کنترل هیچ لرزشی ندارد. ولتاژ اولیه‌ی بالا، به دلیل انحراف اولیه‌ی متغیرها می باشد چون کنترل کننده سعی در صفر کردن انحرافات کرده لذا نیاز به یک ولتاژ اولیه نسبتا زیاد است. ولتاژ موتور اول که مربوط به کنترل بتا است، پس از تحقق هدف کنترلی و برقراری پایداری جانبی، به مقدار بسیار کوچکی همگرا می شود و ولتاژ موتور دوم که مربوط به کنترل زتا است پس از اینکه پایداری در راستای جلو - عقب را تضمین کرد به یک مقدار ثابت کوچک همگرا شده است. این ولتاژهای ثابت به منظور غلبه بر گشتاورهای گرانشی بوده و چنان چه از روی موتورها برداشته شوند باعث زمین خوردن ربات می شود. اغتشاش خارجی نیز در شکل ولتاژها دخیل است.

## کنترل فازی مقاوم با راهبرد کنترل ولتاژ مثبتی بر قاعده‌ی اسپانگ

## ۱-۶ مقدمه

در فصل های گذشته کنترل کننده های فازی مقاوم با راهبردهای کنترل گشتاور و کنترل ولتاژ طراحی شده است. در تحقیقات و مقالات منتشر شده روش های فازی مقاوم متعددی برای سیستم های مختلفی ارائه شده است اما تاکنون این روش ها بر روی ربات تک چرخ پیاده نشده است. در این فصل با الهام از روش های ارائه شده در مقالات و با به کارگیری ایده های نو، یک روش فازی مقاوم برای ربات تک چرخ با راهبرد کنترل ولتاژ طراحی خواهیم کرد.

در این روش اغتشاش خارجی و دینامیک مدل نشده را یک ترم مجزا از مدل سیستم در نظر می گیریم، سپس در قانون کنترل ارائه شده، یک ورودی کنترلی اضافی به منظور غلبه بر عدم قطعیت ها لحاظ شده است. به این ورودی اضافی، ترم مقاوم گفته می شود که از مقالات [۴۸-۵۳] الهام گرفته شده است. این ترم مقاوم، طی اثبات پایداری بر مبنای تابع لیاپانوف محاسبه می شود. همچنین کران عدم قطعیت ها را نامعلوم در نظر گرفته و به کمک یک تخمین گر تطبیقی تخمین زده می شود. لازم به ذکر است که تاکنون از راهبرد کنترل ولتاژ در ربات تک چرخ استفاده نشده است و در این فصل با ارائه یک قانون کنترل جدید، تعادل و پایداری ربات در حضور اغتشاشات خارجی تضمین می گردد.

## ۲-۶ ارائه قانون کنترل فازی مقاوم

با استفاده از معادله (۵-۹) داریم:

$$V = F + G\ddot{Z} + d \quad (۱-۶)$$

در این روش اغتشاش خارجی و دینامیک های مدل نشده را یک ترم مجزا به نام  $d$  در نظر می گیریم.

حال می توان معادله‌ی فوق را به صورت زیر دکوپله سازی کرد:

$$V_1 = F_1 + G_{11}\ddot{\beta} + d_1 \quad (۲-۶)$$

$$V_2 = F_2 + G_{22}\ddot{\xi} + d_2 \quad (۳-۶)$$

قوانین کنترل زیر را پیشنهاد می دهیم:

$$V_1 = \hat{F}_1 + G_{11}(\ddot{\beta}_d + k_d(\dot{\beta}_d - \dot{\beta}) + k_p(\beta_d - \beta)) + u_{r_1} \quad (۴-۶)$$

$$V_2 = \hat{F}_2 + G_{22}(\ddot{\xi}_d + k_d(\dot{\xi}_d - \dot{\xi}) + k_p(\xi_d - \xi)) + u_{r_2} \quad (۵-۶)$$

در قوانین کنترل فوق،  $\hat{F}_1$  تخمین  $F_1$  و  $\hat{F}_2$  تخمین  $F_2$  می باشد که با الگوریتم فازی تطبیقی محاسبه می شود.  $G_{11}$  و  $G_{22}$  را مدل نامی در نظر گرفته ایم. به  $u_{r_1}, u_{r_2}$  ترم های مقاوم قانون کنترل می گویند که وظیفه‌ی غلبه بر عدم قطعیت ها ( $d$ ) را دارند. با استفاده از موتور استنتاج ضرب ممدانی، فازی ساز منفرد و غیرفازی ساز میانگین مراکز، تخمین  $F_i$  صورت می گیرد.

$$\hat{F}_1 = \hat{p}^T \zeta \quad (۶-۶)$$

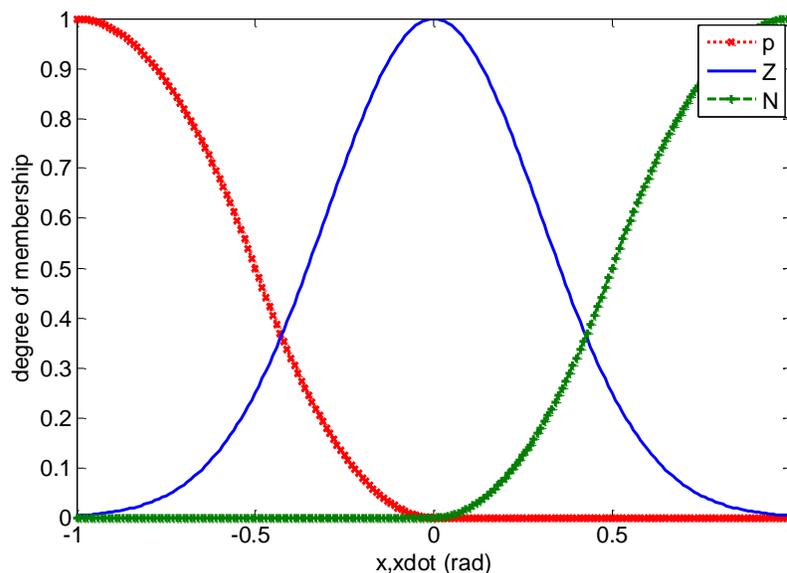
$$\hat{F}_2 = \hat{\phi}^T \zeta \quad (۷-۶)$$

$\hat{p}, \hat{\phi}$  از قوانین تطبیق بدست خواهند آمد.

$$\zeta = \frac{\prod_{i=1}^n \mu_{A_i^L}(x_i)}{\sum_{l=1}^m \prod_{i=1}^n \mu_{A_i^L}(x_i)} \quad (۸-۶)$$

$\mu_{A_i^L}(x_i)$  توابع تعلق هستند.  $l$  تعداد قوانین فازی می باشد. به هر ورودی فازی، سه گروه فازی

اختصاص داده می شود. ورودی های فازی متغیرهای حالت و مشتق اول آن ها می باشد.



شکل ۶-۱ توابع تعلق فازی

### ۶-۳ اثبات پایداری

از آنجا که روند اثبات پایداری برای هر دو متغیر دکوپله شده یکسان است لذا برای یکی از آنها انجام می دهیم.

سیستم حلقه بسته را با اعمال (۶-۴) به (۶-۲) شکل می دهیم:

$$\ddot{e} + k_d \dot{e} + k_p e = G_{11}^{-1} \left( (F_1 - \hat{F}_1) + d_1 - u_{r_1} \right) \quad (9-6)$$

که  $e = \beta_d - \beta$ . بر اساس تئوری تقریب، پارامتر بهینه  $p^*$  وجود دارد به طوریکه:

$$p^* = \arg \min_{p \in \Omega_p} \left( \sup_{x \in R^n} \left| \hat{F}_1(X, \dot{X}) - F_1(x) \right| \right) \quad (10-6)$$

که:

$$\Omega_p = \left\{ p \in R^n : \|P\| \leq M_p \right\} \quad (11-6)$$

که  $M_p$  پارامتر ثابت مثبت است که باید انتخاب شود.

با تعریف  $\tilde{p} = p^* - \hat{p}$  ، رابطه (۹-۶) به صورت زیر قابل بیان است:

$$\ddot{e} + k_d \dot{e} + k_p e = G_{11}^{-1} \left( (F_1^* - \hat{F}_1) + d_1 + w_1 - u_{r_1} \right) \quad (۱۲-۶)$$

که  $w_1$  را خطای تقریب فازی می نامیم و به صورت زیر تعریف می گردد:

$$w_1 = F_1 - F_1^* \quad (۱۳-۶)$$

در نتیجه فرم فضای حالت به صورت زیر نوشته می شود:

$$\dot{e}_1 = e_2 \quad (۱۴-۶)$$

$$\dot{e}_2 = -k_p e_1 - k_d e_2 + G_{11}^{-1} \left( \tilde{p}^T \zeta + d_1 + w_1 - u_{r_1} \right)$$

$$\dot{E} = AE + BN \quad (۱۵-۶)$$

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -k_p & -k_d \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}, N = G_{11}^{-1} \left( \tilde{p}^T \zeta + d_1 + w_1 - u_{r_1} \right) \quad (۱۶-۶)$$

فرض می کنیم  $\eta^* = |d_i + w_i|_{\max}$  باشد، سپس  $\tilde{\eta} = \eta^* - \hat{\eta}$  را تعریف می کنیم.

حال تابع لیاپانوف زیر را پیشنهاد می دهیم:

$$V = 0.5E^T SE + \frac{1}{2g} \tilde{p}^T \tilde{p} + \frac{1}{2\lambda} \tilde{\eta}^2 \quad (۱۷-۶)$$

مشتق تابع لیاپانوف به صورت زیر خواهد بود:

$$\dot{V} = 0.5E^T \underbrace{(A^T S + SA)}_{-Q} E + E^T SBN - \frac{1}{g} \tilde{p}^T \dot{\tilde{p}} - \frac{1}{\lambda} \tilde{\eta} \dot{\tilde{\eta}} \quad (۱۸-۶)$$

$$\dot{V} = -0.5E^T QE + E^T SBG_{11}^{-1} \left( \tilde{p}^T \zeta + d_1 + w_1 - u_{r_1} \right) - \frac{1}{g} \tilde{p}^T \dot{\tilde{p}} - \frac{1}{\lambda} \tilde{\eta} \dot{\tilde{\eta}} \quad (۱۹-۶)$$

$$= -0.5E^T QE + (E^T SBG_{11}^{-1} \zeta - \frac{1}{g} \dot{\tilde{p}}) \tilde{p}^T + E^T SBG_{11}^{-1} (d_1 + w_1 - u_{r_1}) - \frac{1}{\lambda} \tilde{\eta} \dot{\tilde{\eta}}$$

لذا قاعده‌ی تطبیق طبق رابطه‌ی (۱۹-۶) محاسبه می شود:

$$\dot{\tilde{p}} = gE^T SBG_{11}^{-1} \zeta \quad (۲۰-۶)$$

برای اینکه پایداری سیستم حلقه بسته تضمین شود باید  $\dot{V} < 0$  شود.

در نتیجه داریم:

$$E^T SBG_{11}^{-1}(d_1 + w_1) - E^T SBG_{11}^{-1}u_{r_1} - \frac{1}{\lambda} \tilde{\eta} \dot{\hat{\eta}} \leq \quad (21-6)$$

$$E^T SBG_{11}^{-1} \tilde{\eta} + E^T SBG_{11}^{-1} \hat{\eta} - E^T SBG_{11}^{-1}u_{r_1} - \frac{1}{\lambda} \tilde{\eta} \dot{\hat{\eta}}$$

جمله اول و آخر از رابطه‌ی فوق را با هم در نظر می‌گیریم. آن‌گاه داریم:

$$\dot{\hat{\eta}} = \lambda E^T SBG_{11}^{-1} \rightarrow \hat{\eta} = \int \lambda E^T SBG_{11}^{-1} + \hat{\eta}(0) \quad (22-6)$$

با در نظر گرفتن جمله دوم و سوم از رابطه (21-6) و طبق نامساوی کوشی شوارتز داریم:

$$\begin{aligned} (E^T SBG_{11}^{-1}) \hat{\eta} &\leq (E^T SBG_{11}^{-1}) u_{r_1} \\ (E^T SBG_{11}^{-1}) \hat{\eta} &\leq \|E^T SBG_{11}^{-1}\| \|\hat{\eta}\| \end{aligned} \quad (23-6)$$

$$\Rightarrow u_{r_1} = \text{sgn}(E^T SBG_{11}^{-1}) \hat{\eta}$$

با جایگذاری (22-6) در (23-6) داریم:

$$u_{r_1} = \text{sgn}(E^T SBG_{11}^{-1}) \left( \int \lambda E^T SBG_{11}^{-1} + \hat{\eta}(0) \right) \quad (24-6)$$

لذا با در نظر گرفتن روابط (20-6)، (22-6) و (24-6) پایداری روش پیشنهادی تضمین می‌گردد.

به همین ترتیب، اثبات پایداری برای متغیر  $\xi$  نیز به طور مشابه انجام می‌شود.

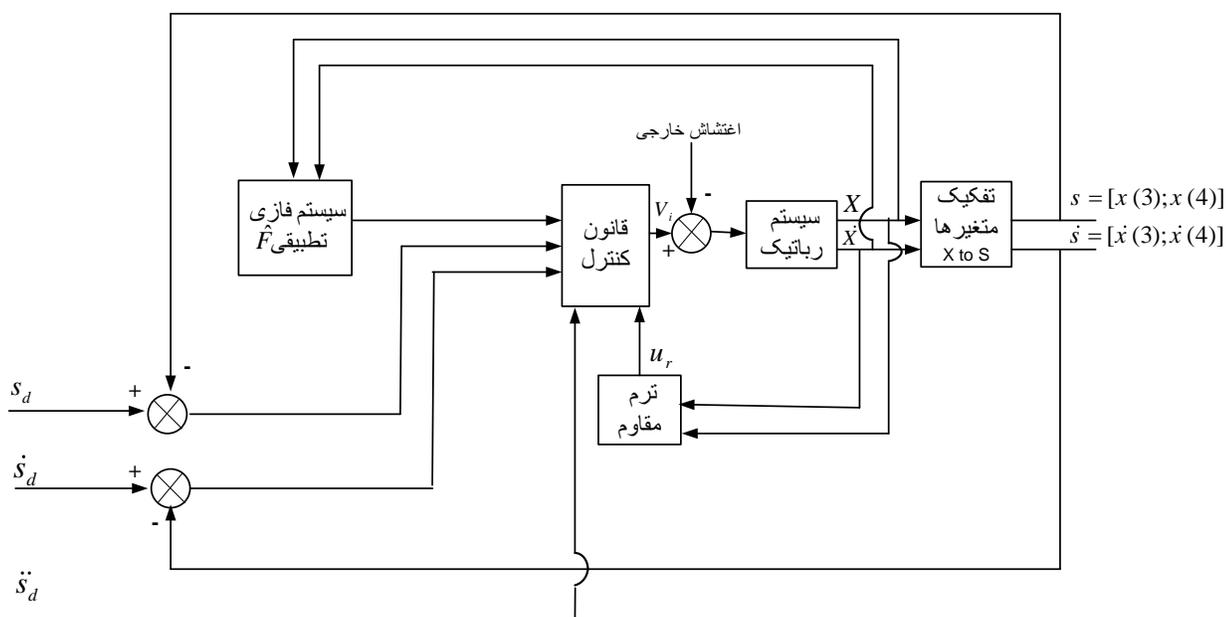
## ۴-۶ نتایج شبیه سازی

پارامترهای موتورها مطابق جدول ۵-۱ در نظر گرفته شده است. زمان اجرای شبیه سازی ۱۰ ثانیه می باشد. هدف کنترل رساندن متغیرهای حالت  $\xi, \beta$  به مقادیر مطلوبشان یعنی صفر است. شبیه سازی در حضور اغتشاش خارجی سینوسی انجام شده است. به منظور جلوگیری از آسیب رسیدن به موتورها، از محدود کننده ولتاژ استفاده شده است. انحراف اولیه در نظر گرفته شده برای  $\xi, \beta$  ۱۰ درجه (۰.۱۷ رادیان) می باشد. پارامترهای به کار گرفته شده در شبیه سازی به صورت زیر است:

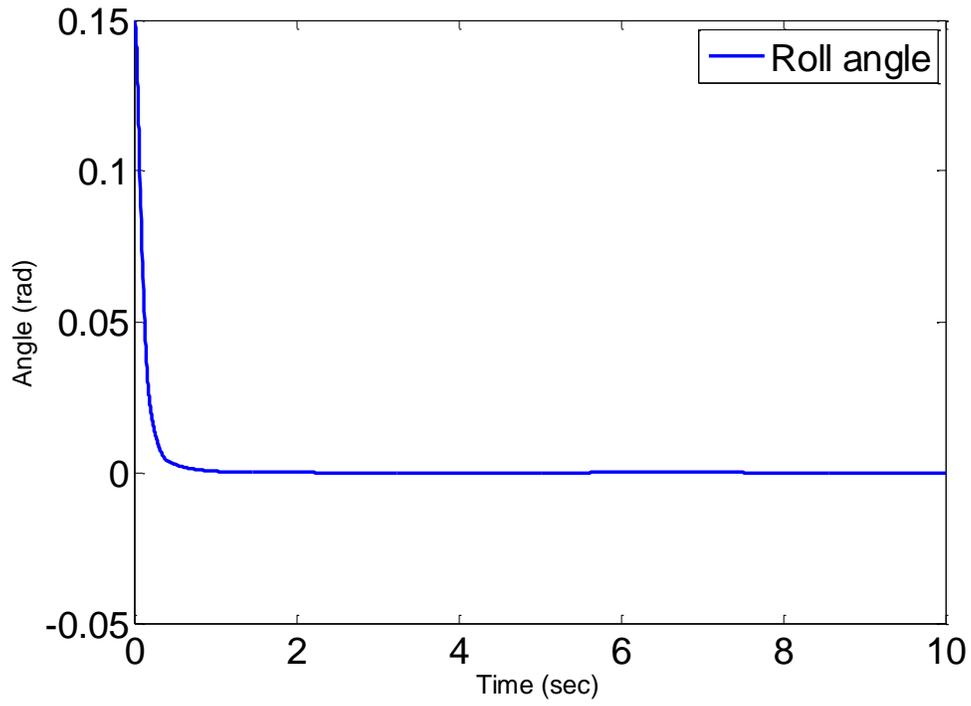
$$Q_{1,2} = \begin{pmatrix} 2000 & 10 \\ 10 & 398 \end{pmatrix}, \quad A_{1,2} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -400 & -40 \end{pmatrix}, \quad g = 5000, \quad \lambda = 5000$$

$$\hat{\eta}_{1,2}(0) = 0, \quad k_{p_{1,2}} = 400 \quad k_{d_{1,2}} = 40 \quad \hat{p}_l(0) = 1 \quad l = 1, \dots, m \quad \text{disturbance} = \sin(t)$$

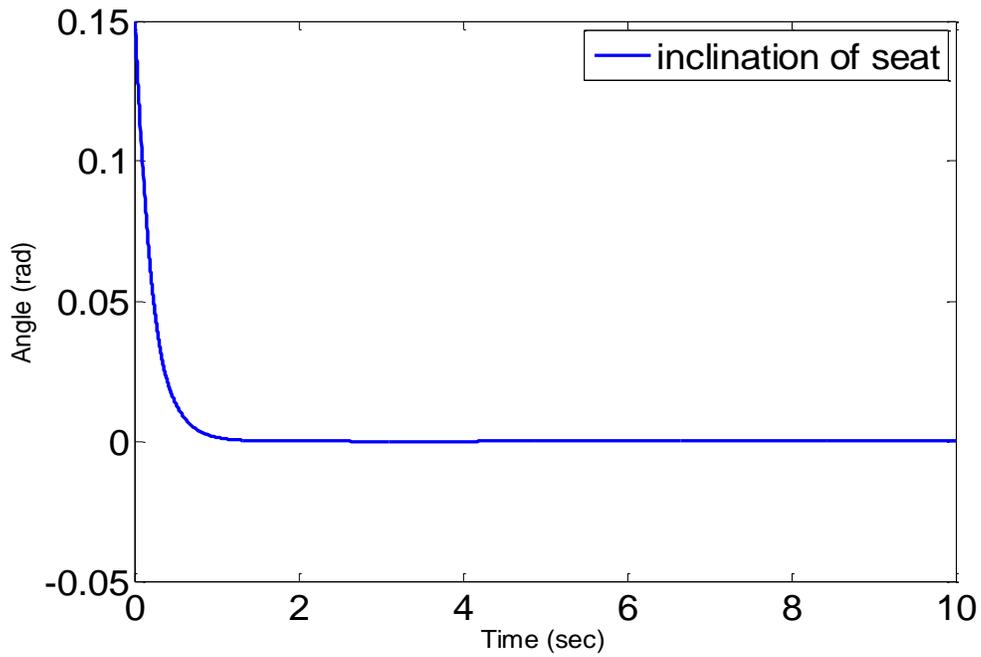
بلوک دیاگرام سیستم کنترل فازی مقاوم مبتنی بر قاعده‌ی اسپانگ با راهبرد کنترل ولتاژ در شکل زیر ترسیم شده است.



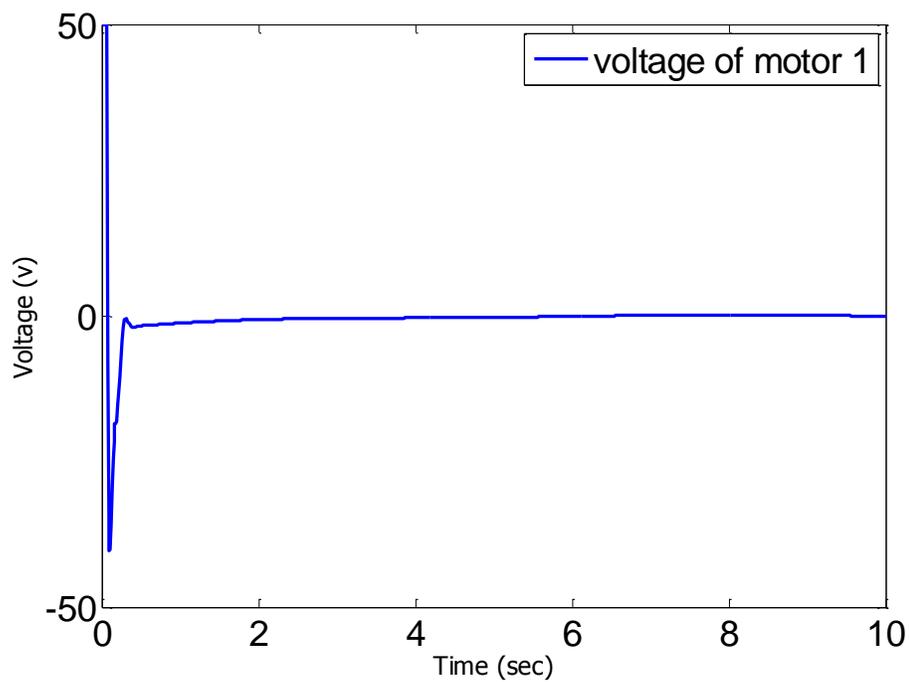
شکل ۶-۲ دیاگرام سیستم کنترل فازی مقاوم مبتنی بر قاعده‌ی اسپانگ با راهبرد کنترل ولتاژ



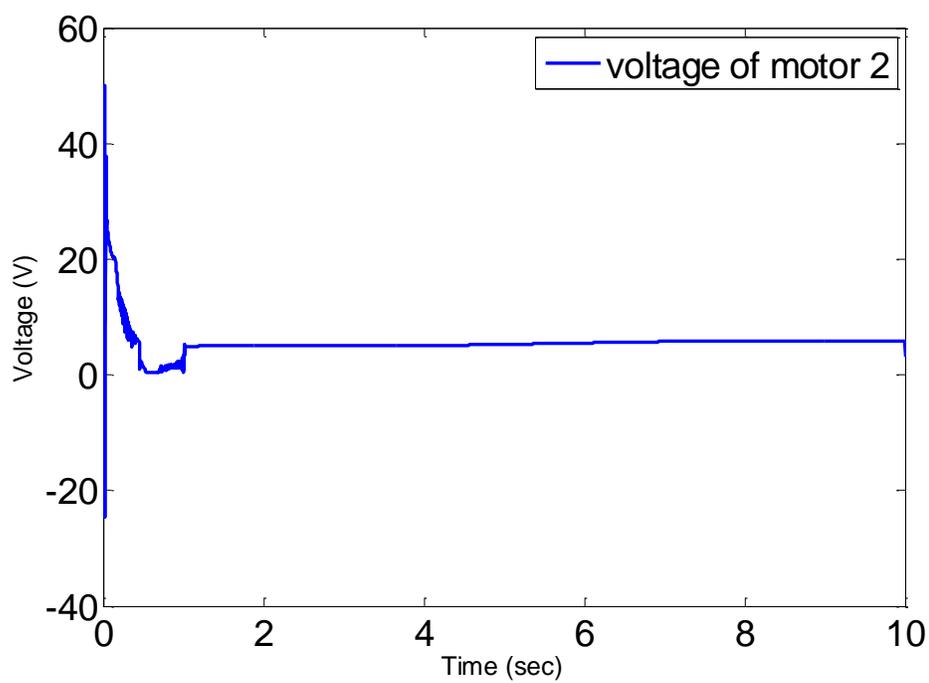
شکل ۳-۶ زاویه انحراف به طرفین توسط سرنشین (بتا)



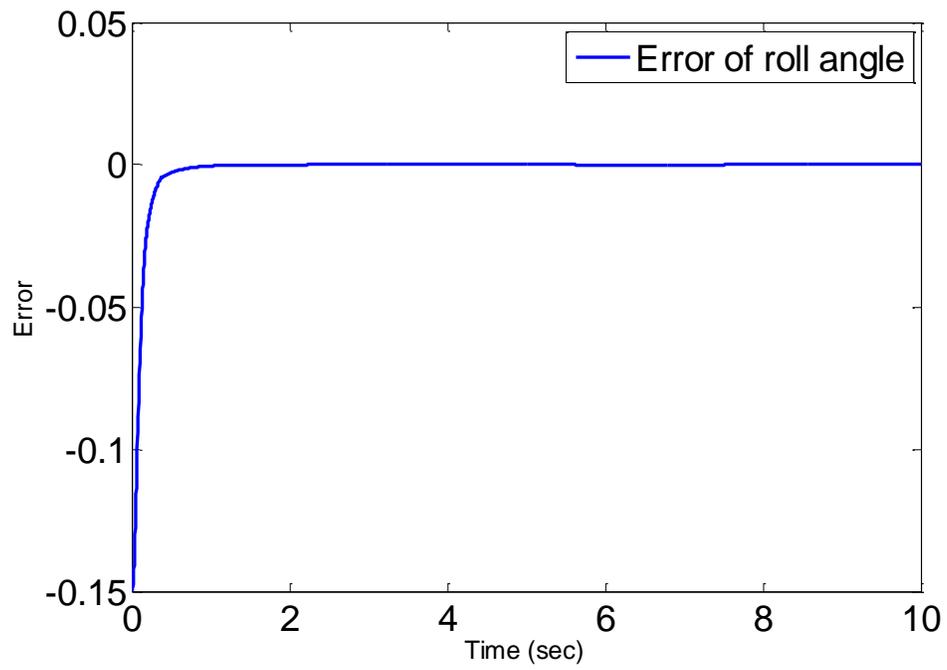
شکل ۴-۶ زاویه انحراف محل استقرار سرنشین (زتا)



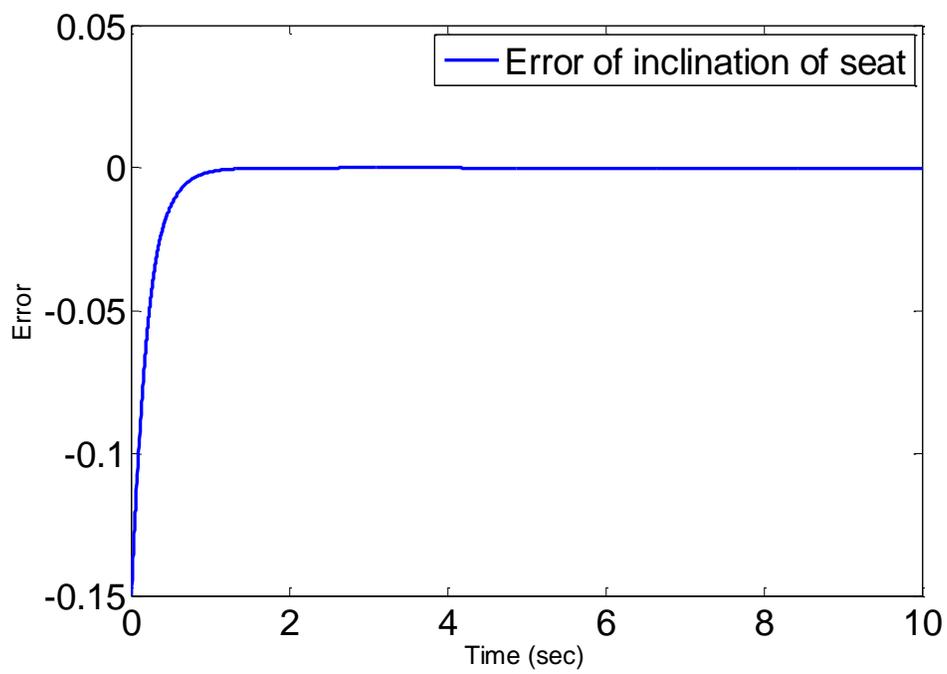
شکل ۵-۶ ولتاژ موتور مربوط به کنترل متغیر بتا



شکل ۶-۶ ولتاژ موتور مربوط به کنترل متغیر زتا



شکل ۶-۷ خطای تنظیم متغیر بتا



شکل ۶-۸ خطای تنظیم متغیر زتا

پس از اجرای شبیه سازی، خطاهای تنظیم، همانطور که در شکل های ۶-۷ و ۶-۸ نشان داده شده است، در حضور اغتشاش سینوسی صفر ( $10^{-5}, 10^{-6}$ ) می شوند که نشان دهنده ی موفقیت کنترل کننده های طراحی شده می باشد. ولتاژ موتورها نیز در محدوده ی مجاز بوده و از لرزش کمی برخوردارند. در واقع از آنجا که انحراف اولیه نسبتاً زیاد است و حدوداً ۰.۹ ثانیه طول می کشد تا این انحراف صفر شود لذا آن لرزش ناچیز ولتاژ مربوط به انحراف اولیه بوده و تا ۰.۹ ثانیه حضور دارد. اغتشاش خارجی نیز عامل دیگر این پدیده می باشد. شکل ۶-۵ ولتاژ موتور اول که مربوط به کنترل بتا است را نشان می دهد. پس از برقراری پایداری جانبی، به مقدار بسیار ناچیز می رسد و ولتاژ موتور دوم که در شکل ۶-۶ نشان داده شده است، با تضمین پایداری در راستای جلو - عقب، به دلیل غلبه بر گشتاورهای گرانشی به مقدار ثابت کوچکی همگرا می شود.



## نتیجه گیری و پیشنهادات

## ۱-۷ نتیجه گیری

در این پایان نامه، روش های نوینی برای کنترل فازی مقاوم ربات تک چرخ الکتريکی پیشنهاد شده است. گفتنی است که ربات تک چرخ بررسی شده در این پایان نامه به تازگی مدل سازی شده است لذا هیچ نوع کنترل کننده ای در فضای کاری ما تاکنون برای آن ارائه نشده است.

در فصل دوم، با در اختیار داشتن معادلات حرکت ربات، با ایده ی جالب، آن ها را به فرم ماتریسی تبدیل کرده ایم به نحوی که به متغیرهای حالت آن دسترسی داشته باشیم تا بتوانیم کنترل کننده های مختلفی طراحی کنیم. در فصل سوم، قانون کنترل خطی سازی پسخورد با راهبرد کنترل گشتاور ارائه گردید. در فصل چهارم، یک کنترل کننده ی فازی مقاوم مبتنی بر حالت لغزشی با راهبرد کنترل گشتاور طراحی شده است که توانایی غلبه بر عدم قطعیت های موجود را دارد. می دانیم انتخاب نادرست کران عدم قطعیت ممکن است باعث به وجود آمدن پدیده لرزش سیگنال کنترل یا به اشباع رفتن سیگنال ورودی شود که در این روش برای مقابله با این مسائل از یک تخمینگر تطبیقی برای تخمین کران عدم قطعیت استفاده شده است. در فصل پنجم، برای نخستین بار راهبرد کنترل ولتاژ برای ربات تک چرخ معرفی گردید. در این فصل، یک قانون فازی مقاوم با راهبرد کنترل ولتاژ ارائه شده است. این کنترل کننده ی طراحی شده در دفع اثر اغتشاشات خارجی وارده به سیستم موفق و خطاهای تنظیم را در طی زمان بسیار کوتاه به صفر می رساند. در فصل ششم، یک کنترل کننده ی فازی مقاوم مبتنی بر قاعده ی اسپانگ با راهبرد کنترل ولتاژ ارائه گردید. در این روش کل عدم قطعیت ها به صورت یک ترم مجزا از مدل سیستم در نظر گرفته شده است. در قانون کنترل ارائه شده، یک ترم اضافی به منظور غلبه بر عدم قطعیت های موجود لحاظ شده است. کران عدم قطعیت ها نیز در این روش تخمین زده می شود. در تمامی روش های ارائه شده، پایداری سیستم حلقه بسته بر مبنای تابع لیاپانوف بررسی و اثبات شده است.

## پیشنهادات

در این بخش پیشنهاداتی به منظور رسیدن به نتایج بهتر و ارائه راهکارهایی برای تحقیقات و پژوهش های آینده بیان می گردد:

۱- در روند طراحی های انجام شده پارامترهای کنترل کننده ها با روش سعی و خطا انتخاب شده اند. استفاده از الگوریتم های هوشمندی نظیر الگوریتم ژنتیک یا الگوریتم انبوه ذرات، می تواند در بهبود عملکرد سیستم مفید واقع شود.

۲- استفاده از سیستم های عصبی در تخمین و جبران عدم قطعیت ها خود یک حوزه ای دیگر در طراحی می باشد.

۳- از موتورهای دیگر به عنوان محرکه های ربات، به منظور رسیدن به پاسخی مطلوبتر استفاده شود.

۴- مساله ای انعطاف پذیری در مدل سازی منظور گردد.

## پیوست الف مدل سازی سینماتیکی و دینامیکی ربات تک چرخ

این مدل سازی برای اولین بار در مرجع [۲۳] ارائه شده است. در بحث مدل سازی فرضیات زیر در نظر گرفته شده است

- از اصطحکاک صرف نظر شده است.
- از زاویه‌ی یاو (حرکت حول محور Z) صرف نظر شده است (به دلیل پیچیدگی بسیار زیاد معادلات حرکت)
- حرکت دورانی چرخ، غلتش بدون لغزش است.

این نکته لازم به ذکر است که غلتش به شیوه‌های متفاوتی اتفاق می افتد ولی دو حالت رایج تر دارد. حالت اول غلتش بر روی یک سطح ثابت می باشد و حالت دوم غلتش دو جسم بر روی یکدیگر است. اگر نقطه‌ی تماس جسم با سطح دارای سرعتی برابر با سرعت جسم باشد به آن حالت غلتش بدون لغزش می گویند و در غیر این صورت غلتش با لغزش نامیده می شود.

برای محاسبه‌ی معادلات حرکت سیستم از معادلات لاگرانژ استفاده شده است که نیاز به محاسبه‌ی انرژی جنبشی و پتانسیل کل سیستم داریم. در این راستا نخست انرژی جنبشی و پتانسیل اجزای تشکیل دهنده‌ی ربات را محاسبه کرده و در نتیجه انرژی کل سیستم بدست می آید.

در مدل سازی ربات فرض شده است که همواره یکی از چرخ های کوچک در تماس با زمین می باشد. ابتدا انرژی جنبشی چرخ کوچکی که در تماس با زمین است محاسبه شده، سپس چرخ بزرگ و ۳۱ چرخ کوچک دیگر و در نهایت انرژی جنبشی محل استقرار سرنشین محاسبه خواهد شد. انرژی پتانسیل نیز بعد از انرژی جنبشی محاسبه می شود.

## الف - ۱ محاسبه انرژی جنبشی و انرژی پتانسیل

### انرژی جنبشی:

انرژی جنبشی از دو بخش انرژی جنبشی انتقالی که ناشی از سرعت خطی جسم و انرژی جنبشی دورانی که ناشی از سرعت زاویه‌ای جسم می باشد، تشکیل شده است لذا به منظور محاسبه‌ی انرژی جنبشی انتقالی و دورانی نیاز به محاسبه‌ی سرعت خطی و سرعت زاویه‌ای هریک از اجزاء داریم.

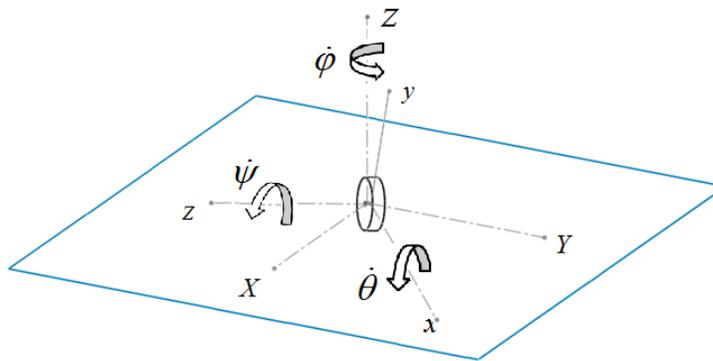
### انرژی جنبشی انتقالی :

$$k = \frac{1}{2} m V_G^2 = \frac{1}{2} m (V_x^2 + V_y^2 + V_z^2) \quad (\text{الف-۱})$$

### انرژی جنبشی دورانی :

$$k = \frac{1}{2} I \omega^2 = \frac{1}{2} m (I_{xx} \omega_x^2 + I_{yy} \omega_y^2 + I_{zz} \omega_z^2) \quad (\text{الف-۲})$$

در مدل سازی، محورهای جسم بر محورهای اصلی منطبق می باشند. مجددا یادآور می شویم که در مدل سازی از زاویه‌ی یابو صرف نظر شده است. اکنون سرعت زاویه‌ای و خطی تک تک اجزای ربات محاسبه می شود. چرخ کوچکی که در تماس با سطح زمین است به صورت زیر مدل شده است. با بکارگیری معادلات اویلر و با در نظر گرفتن دستگاه های مناسب داریم:



شکل (الف-۱) چرخ کوچک و محورهای مختصات مبنا و نسبی متصل به آن

سرعت زاویه ای چرخ کوچک:

$$\omega = \dot{\theta}i + \dot{\psi}k \quad (\text{الف-۳})$$

سرعت خطی چرخ کوچک در دستگاه مبنا:

$$V = -r\dot{\psi}I + (-r\dot{\theta}\sin(\theta))J + (r\dot{\theta}\cos(\theta))K \quad (\text{الف-۴})$$

حال با توجه به روابط فوق انرژی جنبشی انتقالی و دورانی چرخ کوچک به صورت زیر محاسبه می شود:

انرژی جنبشی انتقالی چرخ کوچک:

$$K_t = \frac{1}{2}mV^2 = \frac{1}{2}m\left((-r\dot{\psi})^2 + (-r\dot{\theta}\sin(\theta))^2 + (r\dot{\theta}\cos(\theta))^2\right) \quad (\text{الف-۵})$$

انرژی جنبشی دورانی چرخ کوچک:

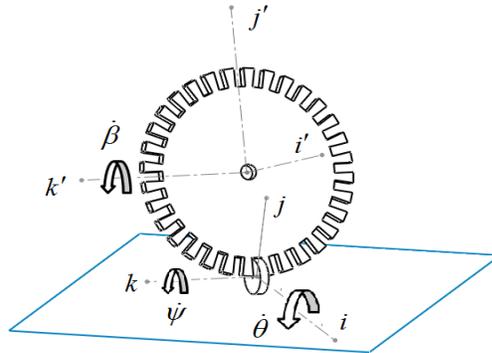
$$K_r = \frac{1}{2}I\omega^2 = \frac{1}{2}(I_{w_{smallx}}\dot{\theta}^2 + I_{w_{smallz}}\dot{\psi}^2) \quad (\text{الف-۶})$$

انرژی جنبشی کل چرخ کوچک در تماس با سطح زمین:

$$K = \frac{1}{2}(mr^2 + I_{w_{smallz}})\dot{\psi}^2 + (mr^2 + I_{w_{smallx}})\dot{\theta}^2 \quad (\text{الف-۷})$$

برای محاسبه‌ی انرژی جنبشی چرخ بزرگ نیاز به یک دستگاه مختصات نسبی متصل به چرخ بزرگ داریم.

چرخ بزرگ نسبت به چرخ کوچک یک درجه آزادی داشته و آن را با  $\beta$  نشان می دهیم.



شکل (الف-۲) چرخ بزرگ و محورهای مختصات مبنا و نسبی متصل به آن

سرعت زاویه‌ای چرخ بزرگ:

$$\omega = (\dot{\theta} \cos(\beta))i' + (-\dot{\theta} \sin(\beta))j' + \dot{\beta}k' \quad (\text{الف-۸})$$

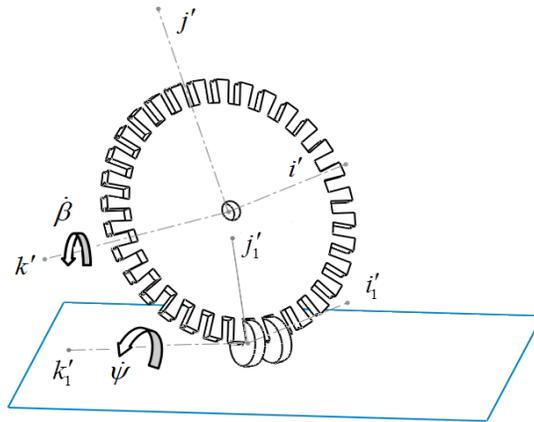
سرعت خطی چرخ بزرگ:

$$V = \left( \begin{array}{l} (-R \dot{\beta} \cos(\beta) - r \dot{\psi})I + (-R \dot{\beta} \sin(\beta) \cos(\theta) - R \dot{\theta} \cos(\beta) \sin(\theta) \\ -r \dot{\theta} \sin(\theta))J + (-R \dot{\beta} \sin(\beta) \sin(\theta) + R \dot{\theta} \cos(\beta) \cos(\theta) + r \dot{\theta} \cos(\theta))K \end{array} \right) \quad (\text{الف-۹})$$

حال به کمک رابطه‌ی (الف-۱) و (الف-۲) انرژی جنبشی کل چرخ بزرگ به صورت زیر بدست می‌آید:

$$K = \left( \begin{array}{l} \frac{1}{2} M (-R \dot{\beta} \cos(\beta) - r \dot{\psi})^2 + \frac{1}{2} M (-R \dot{\beta} \sin(\beta) \cos(\theta) - R \dot{\theta} \cos(\beta) \sin(\theta) - r \dot{\theta} \sin(\theta))^2 \\ + \frac{1}{2} M (-R \dot{\beta} \sin(\beta) \sin(\theta) + R \dot{\theta} \cos(\beta) \cos(\theta) + r \dot{\theta} \cos(\theta))^2 \\ + \frac{1}{2} (I_{wbig_x} (\dot{\theta}^2 \cos^2(\beta)) + I_{wbig_y} \dot{\theta}^2 \sin^2(\beta) + I_{wbig_z} \dot{\beta}^2) \end{array} \right) \quad (\text{الف-۱۰})$$

اکنون انرژی جنبشی مجموعه چرخ‌های کوچک (به غیر از چرخ کوچک در تماس با سطح زمین) را محاسبه می‌کنیم. مجدداً یک دستگاه مختصات نسبی جدید به آن‌ها اختصاص داده می‌شود و از معادلات اوایلر و ماتریس‌های دوران استفاده می‌شود.



شکل (الف-۳) مجموعه چرخ‌های کوچک و محورهای مختصات متصل به آنها

سرعت زاویه‌ای چرخ کوچک شماره  $p$  (از ۱ تا ۳۱):

$$\omega_p = (\dot{\theta} \cos(\beta)) i' + (-\dot{\theta} \sin(\beta) - \dot{\psi} \sin(p\gamma)) j' + (\dot{\beta} + \dot{\psi} \cos(p\gamma)) k' \quad (\text{الف-۱۱})$$

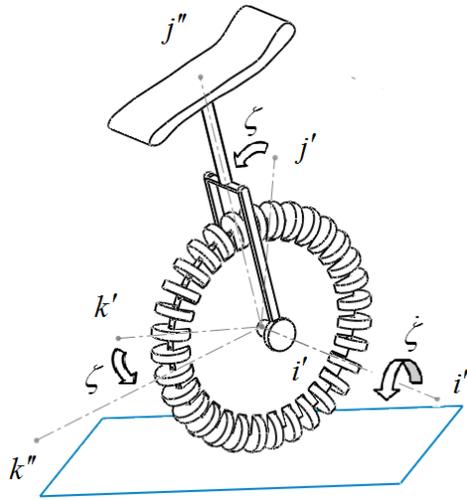
سرعت خطی چرخ کوچک شماره  $p$  (از ۱ تا ۳۱):

$$V_{w_p} = \left( (-\dot{\theta} \sin(\beta) R \sin(p\gamma) + \dot{\beta} R \cos(p\gamma)) \cos(\beta) - R \dot{\theta} \cos(\beta) \sin(p\gamma) \sin(\beta) - r \dot{\psi} \right) I + \left( (-R \dot{\theta} \sin(\beta) \sin(p\gamma) + R \dot{\beta} \cos(p\gamma)) \sin(\beta) + R \dot{\theta} \cos(\beta) \sin(p\gamma) \cos(\beta) \right) \cos(\theta) \left. \vphantom{V_{w_p}} \right) J + \left( R \dot{\theta} \cos(\beta) \cos(p\gamma) \sin(\theta) - R \dot{\beta} \sin(\beta) \cos(\theta) - R \dot{\theta} \cos(\beta) \sin(\theta) - r \dot{\theta} \sin(\theta) \right) \left. \vphantom{V_{w_p}} \right) K + \left( (-R \dot{\theta} \sin(\beta) \sin(p\gamma) + R \dot{\beta} \cos(p\gamma) \sin(\beta) + R \dot{\theta} \cos(\beta) \sin(p\gamma) \cos(\beta)) \sin(\theta) \right) \left. \vphantom{V_{w_p}} \right) K - \left( R \dot{\theta} \cos(\beta) \cos(p\gamma) \cos(\theta) - R \dot{\beta} \sin(\beta) \sin(\theta) + R \dot{\theta} \cos(\beta) \cos(\theta) + r \dot{\theta} \cos(\theta) \right) \left. \vphantom{V_{w_p}} \right) K \quad (\text{الف-۱۲})$$

انرژی جنبشی مجموعه چرخ‌های کوچک:

$$k = \sum_{p=1}^{31} \left( \frac{1}{2} m ((-R \dot{\theta} \sin(\beta) \sin(p\gamma) + R \dot{\beta} \cos(p\gamma)) \cos(\beta) - R \dot{\theta} \cos(\beta) \sin(p\gamma) \sin(\beta) - r \dot{\psi})^2 + \frac{1}{2} m \left( ((-R \dot{\theta} \sin(\beta) \sin(p\gamma) + R \dot{\beta} \cos(p\gamma)) \sin(\beta) + R \dot{\theta} \cos(\beta) \sin(p\gamma) \cos(\beta)) \cos(\theta) \right)^2 + \frac{1}{2} m \left( R \dot{\theta} \cos(\beta) \cos(p\gamma) \sin(\theta) - R \dot{\beta} \sin(\beta) \cos(\theta) - R \dot{\theta} \cos(\beta) \sin(\theta) - r \dot{\theta} \sin(\theta) \right)^2 + \frac{1}{2} m \left( (-R \dot{\theta} \sin(\beta) \sin(p\gamma) + R \dot{\beta} \cos(p\gamma) \sin(\beta) + R \dot{\theta} \cos(\beta) \sin(p\gamma) \cos(\beta)) \sin(\theta) \right)^2 + \frac{1}{2} m \left( -R \dot{\theta} \cos(\beta) \cos(p\gamma) \cos(\theta) - R \dot{\beta} \sin(\beta) \sin(\theta) + R \dot{\theta} \cos(\beta) \cos(\theta) + r \dot{\theta} \cos(\theta) \right)^2 + \frac{1}{2} (I_{w_{small_x}} (\dot{\theta}^2 \cos^2(\beta)) + I_{w_{small_y}} (-\dot{\theta} \sin(\beta) - \dot{\psi} \sin(p\gamma))^2 + I_{w_{small_z}} (\dot{\beta} + \dot{\psi} \cos(p\gamma))^2) \right) \quad (\text{الف-۱۳})$$

در نهایت انرژی جنبشی محل استقرار سرنشین که شامل شاسی، محل قرارگرفتن موتورها و صندلی راننده می باشد، محاسبه می شود. محل استقرار سرنشین نسبت به چرخ بزرگ دارای یک درجه آزادی است که با  $\xi$  نشان داده می شود. برای تعیین سرعت خطی و زاویه‌ای محل استقرار سرنشین از یک دستگاه مختصات نسبی جدید استفاده شده است.



شکل (الف-۴) محل استقرار سرنشین و محورهای مختصات متصل به آن

سرعت زاویه‌ای محل استقرار سرنشین:

$$\omega_s = (\dot{\theta} \cos(\beta) + \dot{\zeta}) i'' + (-\dot{\theta} \sin(\beta) \cos(\zeta)) j'' + (\dot{\theta} \sin(\beta) \sin(\zeta)) k'' \quad (\text{الف-۱۴})$$

سرعت خطی محل استقرار سرنشین:

$$V_s = \left( \begin{aligned} & \left( -L\dot{\theta} \sin \beta \sin \zeta \cos \beta + L(\dot{\theta} \cos \beta + \dot{\zeta}) \sin \zeta \sin \beta \right) - R\dot{\beta} \cos \beta - r\dot{\psi} \Big) I + \\ & \left( \begin{aligned} & \left( -L\dot{\theta} \sin \beta \sin \zeta \sin \beta - L(\dot{\theta} \cos \beta + \dot{\zeta}) \sin \zeta \cos \beta \right) \cos \theta \\ & -L(\dot{\theta} \cos \beta + \dot{\zeta}) \cos \zeta \sin \theta - R\dot{\beta} \sin \beta \cos \theta - R\dot{\theta} \cos \beta \sin \theta - r\dot{\theta} \sin \theta \end{aligned} \right) J + \\ & \left( \begin{aligned} & \left( -L\dot{\theta} \sin \beta \sin \zeta \sin \beta - L(\dot{\theta} \cos \beta + \dot{\zeta}) \sin \zeta \cos \beta \right) \sin \theta \\ & +L(\dot{\theta} \cos \beta + \dot{\zeta}) \cos \zeta \cos \theta - R\dot{\beta} \sin \beta \sin \theta + R\dot{\theta} \cos \beta \cos \theta + r\dot{\theta} \cos \theta \end{aligned} \right) K \end{aligned} \right) \quad (\text{الف-۱۵})$$

انرژی جنبشی کل محل استقرار سرنشین:

$$\begin{aligned}
 K = & \frac{1}{2} m_s \left( (-L\dot{\theta} \sin \beta \sin \zeta \cos \beta + L(\dot{\theta} \cos \beta + \dot{\zeta}) \sin \zeta \sin \beta) - R\dot{\beta} \cos \beta - r\dot{\psi} \right)^2 \\
 & + \frac{1}{2} m_s \left( \begin{aligned} & (-L\dot{\theta} \sin \beta \sin \zeta \sin \beta - L(\dot{\theta} \cos \beta + \dot{\zeta}) \sin \zeta \cos \beta) \cos \theta \\ & - L(\dot{\theta} \cos \beta + \dot{\zeta}) \cos \zeta \sin \theta - R\dot{\beta} \sin \beta \cos \theta - R\dot{\theta} \cos \beta \sin \theta - r\dot{\theta} \sin \theta \end{aligned} \right)^2 \\
 & + \frac{1}{2} m_s \left( \begin{aligned} & (-L\dot{\theta} \sin \beta \sin \zeta \sin \beta - L(\dot{\theta} \cos \beta + \dot{\zeta}) \sin \zeta \cos \beta) \sin \theta \\ & + L(\dot{\theta} \cos \beta + \dot{\zeta}) \cos \zeta \cos \theta - R\dot{\beta} \sin \beta \sin \theta + R\dot{\theta} \cos \beta \cos \theta + r\dot{\theta} \cos \theta \end{aligned} \right)^2 \quad (\text{الف-۱۶}) \\
 & + \frac{1}{2} (I_{S_x} (\dot{\theta} \cos \beta + \dot{\zeta})^2 + I_{S_y} (-\dot{\theta} \sin \beta \cos \zeta)^2 + I_{S_z} (\dot{\theta} \sin \beta \sin \zeta)^2)
 \end{aligned}$$

لذا انرژی جنبشی کل از مجموع انرژی های جنبشی اجزای تشکیل دهنده ی آن به صورت زیر محاسبه شده است:

$$\begin{aligned}
 T_{total} = & +2.13mR^2\dot{\beta}^2 \sin \theta \cos \theta - 33.13mR^2\dot{\beta}^2 \cos^2 \theta \cos^2 \beta + 33.13mRr\dot{\theta}^2 \cos \beta - 0.38mR^2\dot{\beta}\dot{\theta} \sin \beta \\
 & + 11.71mRr\dot{\theta}\dot{\psi} \sin \beta \cos \beta - 11.71mR^2\dot{\beta}\dot{\theta} \sin \beta \cos^2 \theta \cos^2 \beta - 33.13mR^2\dot{\beta}\dot{\theta} \cos \beta \cos^2 \theta \sin \beta \\
 & - 31mRr\dot{\beta}\dot{\theta} \sin \beta \cos^2 \theta + 5.85mR^2\dot{\beta}\dot{\theta} \sin \theta \sin \beta \cos \theta + 33.13mR^2\dot{\beta}^2 \cos^2 \theta + 5.85I_{W_{sx}} (\dot{\theta}\dot{\psi}) \sin \beta \\
 & + 25.61mR^2\dot{\theta}^2 \cos^2 \beta + 0.5mr^2(\dot{\theta}^2 + \dot{\psi}^2) - 2.13I_{W_{smallz}} (\dot{\beta}\dot{\psi}) + 7.5mr^2\dot{\theta}^2 + 15.5mr^2(\dot{\theta}^2 + \dot{\psi}^2) \\
 & + 0.5I_{W_{Bigx}} (\dot{\theta}^2) \cos^2 \beta^2 + 7.98mR^2\dot{\beta}^2 + 5.85mR^2\dot{\beta}\dot{\theta} \sin \beta \cos^2 \theta + 2.13mRr\dot{\beta}\dot{\psi} \cos \beta \\
 & - 2.13mR^2\dot{\beta}^2 \cos \theta \cos^2 \beta \sin \theta + 0.5I_{S_y} (\dot{\theta}^2 \sin^2 \beta \cos^2 \zeta + \dot{\theta}^2 \sin^2 \beta \sin^2 \zeta) \\
 & + 0.5M (2Rr\dot{\beta}\dot{\psi} \cos \beta + r^2\dot{\psi}^2 + R^2\dot{\theta}^2 \cos^2 \beta + 2Rr\dot{\theta}^2 \cos \beta + r^2\dot{\theta}^2 + R^2\dot{\beta}^2) + 16I_{W_{smallx}} (\dot{\theta}^2) \quad (\text{الف-۱۷}) \\
 & + 0.5m_s (2Lr\dot{\theta}\dot{\zeta} \cos \zeta + 2Lr\dot{\theta}^2 \cos \zeta \cos \beta + L^2\dot{\theta}^2 + L^2\dot{\zeta}^2 + 2Rr\dot{\theta}^2 \cos \beta + R^2\dot{\beta}^2 + r^2\dot{\theta}^2 + r^2\dot{\psi}^2) \\
 & + 0.5m_s (2LR\dot{\theta}\dot{\beta} \sin \beta \sin \zeta + 2LR\dot{\theta}\dot{\zeta} \cos \zeta \cos \beta + 2L^2\dot{\theta}\dot{\zeta} \cos \beta + 2Rr\dot{\beta}\dot{\psi} \cos \beta - L^2\dot{\theta}^2 \cos^2 \zeta) \\
 & + 0.5m_s (R^2\dot{\theta}^2 \cos^2 \beta + L^2\dot{\theta}^2 \cos^2 \zeta \cos^2 \beta + 2LR\dot{\theta}^2 \cos \zeta \cos^2 \beta - 2Lr\dot{\zeta}\dot{\psi} \sin \beta \sin \zeta) \\
 & + 0.5I_{S_x} (\dot{\theta} \cos \beta + \dot{\zeta})^2 + 8.5I_{W_{smallz}} (\dot{\psi}^2) + 0.5I_{W_{Bigz}} (\dot{\theta}^2 \sin^2 \beta + \dot{\beta}^2) + 15.5I_{W_{smallz}} (\dot{\beta}^2) \\
 & + 7.52I_{W_{smallx}} (\dot{\psi}^2) + 33.13mR^2\dot{\beta}\dot{\theta} \sin \beta \cos \theta \cos \beta \sin \theta + 31mRr\dot{\beta}\dot{\theta} \sin \beta \cos \theta \sin \theta \\
 & - 11.7mR^2\dot{\beta}\dot{\theta} \sin \theta \cos^2 \beta \sin \beta \cos \theta
 \end{aligned}$$

انرژی پتانسیل:

در این مدل سازی انرژی پتانسیل ناشی از تغییر ارتفاع مرکز جرم اجزای تشکیل دهنده سیستم می باشد. برای محاسبه انرژی پتانسیل کل سیستم، بایستی انرژی پتانسیل اجزای تشکیل دهنده آن را محاسبه و با هم جمع کنیم. لازم به ذکر است که زمین را مبداء پتانسیل در نظر می گیریم.

انرژی پتانسیل چرخ بزرگ:

$$U_{W_{big}} = Mg(r \sin \theta + R \sin \theta \cos \beta) \quad (\text{الف-۱۸})$$

انرژی پتانسیل مجموعه چرخ های کوچک:

$$U_{W_{small}} = 32mg(r \sin \theta + R \sin \theta \cos \beta) \quad (\text{الف-۱۹})$$

انرژی پتانسیل محل استقرار سرنشین:

$$U_s = m_s g(r \sin \theta + R \cos \beta \sin \theta + L \sin \zeta \cos \theta + L \cos \zeta \cos \beta \sin \theta) \quad (\text{الف-۲۰})$$

انرژی پتانسیل کل سیستم:

$$U_{total} = 32mg(r \sin \theta + R \sin \theta \cos \beta) + Mg(r \sin \theta + R \sin \theta \cos \beta) + m_s g(r \sin \theta + R \cos \beta \sin \theta + L \sin \zeta \cos \theta + L \cos \zeta \cos \beta \sin \theta) \quad (\text{الف-۲۱})$$

الف-۲ معادلات حرکت سیستم

برای محاسبه معادلات حرکت از روش معادلات لاگرانژ استفاده شده است.

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{dl}{d\dot{x}_K} \right) - \frac{dl}{dx_K} = Q_{Knc} \quad K=1,2,3,\dots,n \quad (\text{الف-۲۲})$$

L لاگرانژین و X بردار متغیرهای حالت می باشد. اکنون با در اختیار داشتن انرژی جنبشی و پتانسیل کل سیستم لاگرانژین را طبق رابطه‌ی زیر تشکیل می دهیم.

$$l = K_{Total} - U_{Total} \quad \text{(الف-۲۳)}$$

متغیرهای حالت به صورت زیر می باشد:

زاویه چرخ بزرگ	$\theta$
انحراف به طرفین (زاویه رول)	$\beta$
انحراف به جلو - عقب	$\xi$
زاویه چرخ کوچک	$\psi$

معادلات حرکت به صورت زیر تعیین می شود:

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{dl}{d\dot{\theta}} \right) - \frac{dl}{d\theta} = T_{\theta} \quad \text{(الف-۲۴)}$$

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{dl}{d\dot{\beta}} \right) - \frac{dl}{d\beta} = -T_{\psi} \quad \text{(الف-۲۵)}$$

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{dl}{d\dot{\xi}} \right) - \frac{dl}{d\xi} = -T_{\theta} \quad \text{(الف-۲۶)}$$

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{dl}{d\dot{\psi}} \right) - \frac{dl}{d\psi} = T_{\psi} \quad \text{(الف-۲۷)}$$

معادلات سیستم طبق محاسبات انجام شده به صورت زیر خواهد بود:

Equation<sub>1</sub> =

$$\begin{aligned}
 & \left( (2MRr + 66.26mRr + 2m_s Rr + 2m_s Lr \cos \zeta) + (I_{S_x} - I_{S_z} + I_{W_{Bigx}} - I_{W_{Bigz}}) \cos \beta \right) \ddot{\theta} \cos \beta \\
 & + \left( (MR^2 + 51.22mR^2 + m_s R^2) \cos \beta + (m_s L^2 \cos^2 \zeta + 2m_s LR \cos \zeta) \cos \beta \right) \ddot{\theta} \cos \beta \\
 & + \left( (I_{W_{Bigz}} + 32I_{W_{smallx}} + I_{S_z} + 15.mR^2 + Mr^2 + 32mr^2 + m_s L^2 + m_s r^2) - m_s L^2 \cos^2 \zeta \right) \ddot{\theta} \\
 & + \left( -11.71mR^2 (\sin \theta \cos \theta + \cos^2 \theta) \cos^2 \beta + 31mRr (\cos \theta \sin \theta - \cos^2 \theta) - 0.38mR^2 \right. \\
 & \left. + 33.13mR^2 (\sin \theta \cos \theta - \cos^2 \theta) \cos \beta + 5.85mR^2 (\sin \theta \cos \theta + \cos^2 \theta) + m_s LR \sin \zeta \right) \ddot{\beta} \sin \beta \\
 & + (m_s (L^2 + LR \cos \zeta) \cos \beta + I_{S_x} \cos \beta + m_s Lr \cos \zeta) \ddot{\zeta} + (11.71mRr \cos \beta + 5.85I_{W_{smallx}}) \dot{\psi} \sin \beta \\
 & + 2m_s L (L \cos \zeta \sin^2 \beta - (R \cos \beta + r) \cos \beta) \dot{\theta} \dot{\zeta} \sin \zeta - m_s L (r + R \cos \beta) \dot{\zeta}^2 \sin \zeta \\
 & + \left( (-2MR^2 - 2m_s R^2 - 102.45mR^2 + 2I_{W_{Bigz}} - 2I_{W_{Bigx}} - 2I_{S_x} + 2I_{S_z}) \cos \beta \right. \\
 & \left. - (2MRr - 66.26mRr + 2m_s Rr) - 2m_s L (r + 2R \cos \beta + L \cos \zeta \cos \beta) \cos \zeta \right) \dot{\beta} \dot{\theta} \sin \beta \\
 & + \left( 29.27mR^2 (\sin \theta \cos \theta + \cos^2 \theta) + 31mRr (\cos \theta \sin \theta - \cos^2 \theta) - 0.38mR^2 \right. \\
 & \left. - 35.13mR^2 (\sin \theta \cos \theta + \cos^2 \theta) \cos^2 \beta \right) \dot{\beta}^2 \cos \beta \\
 & + (2.13mR^2 \sin^2 \beta + m_s LR \sin \zeta \cos \beta + 33.13mR^2 \sin \theta \cos \theta + mR^2 (-62 \cos^2 \beta + 28.86) \cos^2 \theta) \dot{\beta}^2 \\
 & - 11.7mRr \dot{\beta} \dot{\psi} + (23.42mRr \cos \beta + 5.85I_{W_{smallx}}) \dot{\beta} \dot{\psi} \cos \beta + m_s gL \cos \zeta \cos \beta \cos \theta - (I_{S_x} + m_s L^2) \dot{\beta} \dot{\zeta} \sin \beta \\
 & + (M + 32m + m_s) Rg \cos \theta \cos \beta - m_s gL \sin \zeta \sin \theta + (M + 32m + m_s) rg \cos \theta = T_\theta
 \end{aligned} \tag{الف-۲۸}$$

Equation<sub>2</sub> =

$$\begin{aligned}
 & \left( +m_s LR \sin \zeta \sin \beta + 31mRr \sin \beta (\cos \theta \sin \theta - \cos^2 \theta) + 33.13mR^2 \sin \beta \cos \beta (\cos \theta \sin \theta - \cos^2 \theta) \right) \ddot{\theta} \\
 & - \left( 0.38mR^2 \sin \beta + 5.85mR^2 \sin \beta (\cos^2 \theta + \sin \theta \cos \theta) - 11.7mR^2 \cos^2 \beta \sin \beta (\cos^2 \theta + \sin \theta \cos \theta) \right) \ddot{\theta} \\
 & + (I_{W_{Bigz}} + 3I_{W_{smallz}} + mR^2 (66.26 \cos^2 \theta + 4.26 \sin \theta \cos \theta) \sin^2 \beta + (M + 15.96m + m_s) R^2) \ddot{\beta} \\
 & + (-2.13I_{W_{smallz}} + (M + 2.13m + m_s) Rr \cos \beta) \dot{\psi} + (11.7mRr - 23.42mRr \cos^2 \beta - 5.85I_{W_{smallx}} \cos \beta) \dot{\theta} \dot{\psi} \\
 & + \left( (62mRr + 66.26mR^2 \cos \beta) (\cos^2 \theta + \cos \theta \sin \theta) + m_s L (2R \cos \beta + r) \cos \zeta + m_s L^2 \cos^2 \zeta \cos \beta \right. \\
 & - 23.4mR^2 (\cos^2 \theta - \cos \theta \sin \theta) \cos^2 \beta + (MRr + 2.13mRr - 5.85mR^2 + m_s Rr) \\
 & \left. + 11.7mR^2 (\cos^2 \theta + \cos^2 \beta - \cos \theta \sin \theta) + (MR^2 + 18.09mR^2 + m_s R^2 + I_{S_x} - I_{S_z} + I_{W_{Bigx}} - I_{W_{Bigz}}) \cos \beta \right) \dot{\theta}^2 \sin \beta \\
 & + mR^2 (66.26 \cos^2 \theta + 4.26 \sin \theta \cos \theta) \dot{\beta}^2 \cos \beta \sin \beta + (2m_s LR \cos \zeta + I_{S_x} + m_s L^2) \dot{\theta} \dot{\zeta} \sin \beta + m_s Lr \dot{\zeta} \dot{\psi} \sin \zeta \cos \beta \\
 & + (-4.26mR^2 \sin^2 \beta + mR^2 (8.53 \cos^2 \theta - 132.5 \cos \theta \sin \theta) \sin^2 \beta) \dot{\beta} \dot{\theta} - (M + 32m + m_s) gR \sin \theta \sin \beta \\
 & - m_s gL \cos \zeta \sin \beta \sin \theta = -T_\psi
 \end{aligned} \tag{الف-۲۹}$$

Equation<sub>3</sub> =

$$\begin{aligned} & (m_s Lr \cos \zeta + m_s LR \cos \zeta \cos \beta + m_s L^2 \cos \beta + I_{S_x} \cos \beta) \ddot{\theta} - (m_s Lr \sin \zeta \sin \beta) \ddot{\psi} + (m_s L^2 + I_{S_x}) \ddot{\zeta} \\ & - (2m_s LR \cos \zeta + m_s L^2 + I_{S_x}) \dot{\beta} \dot{\theta} \sin \beta - m_s L^2 \dot{\theta}^2 \sin \zeta \cos \zeta \sin^2 \beta + m_s L \dot{\theta}^2 \sin \zeta \cos \beta (r + R \cos \beta) \quad (\text{الف} - 30) \\ & - m_s Lr \dot{\psi} \dot{\beta} \sin \zeta \cos \beta + m_s g (L \cos \zeta \cos \theta - L \sin \zeta \cos \beta \sin \theta) = -T_\theta \end{aligned}$$

Equation<sub>4</sub> =

$$\begin{aligned} & (11.7mRr \cos \beta + 5.85I_{W_{smallx}}) \sin \beta \ddot{\theta} + ((M + 2.13m + m_s) Rr \cos \beta - 2.13I_{W_{smallz}}) \ddot{\beta} \\ & + (Mr^2 + 32mr^2 + m_s r^2 + 16.96I_{W_{smallz}} + 15.04I_{W_{smallx}}) \ddot{\psi} - m_s Lr \ddot{\zeta} \sin \zeta \sin \beta \quad (\text{الف} - 31) \\ & - (M + 2.13m + m_s) Rr \dot{\beta}^2 \sin \beta - m_s Lr \dot{\zeta}^2 \cos \zeta \sin \beta - m_s Lr \dot{\beta} \dot{\zeta} \sin \zeta \cos \beta \\ & + (23.42mRr \cos^2 \beta - 11.7mRr + 5.85I_{W_{smallx}} \cos \beta) \dot{\beta} \dot{\theta} = T_\psi \end{aligned}$$

پارامترهای ثابت ربات استفاده شده در پایان نامه طبق مرجع ۱۹ می باشد و از قرار زیر است:

$m_s$ (kg)	جرم محل استقرار سرنشین و شاسی	17.87
$M$ (kg)	جرم چرخ بزرگ	15.02
$m$ (kg)	جرم چرخ کوچک	0.1
$R$ (m)	شعاع چرخ بزرگ	0.25
$r$ (m)	شعاع چرخ کوچک	0.15
$I_{wbigz}$ (kg.m <sup>2</sup> )	ممان اینرسی چرخ بزرگ حول محور Z	0.15
$I_{wbigx}$ (kg.m <sup>2</sup> )	ممان اینرسی چرخ بزرگ حول محور X	0.13
$I_{wsmallz}$ (kg.m <sup>2</sup> )	ممان اینرسی چرخ کوچک حول محور X	1.74
$I_{wsmallx}$ (kg.m <sup>2</sup> )	ممان اینرسی چرخ کوچک حول محور Z	1.76
$I_{S_z}$ (kg.m <sup>2</sup> )	ممان اینرسی محل استقرار سرنشین حول Z	0.000625
$I_{S_x}$ (kg.m <sup>2</sup> )	ممان اینرسی محل استقرار سرنشین حول X	0.000125
$L$ (m)	فاصله مرکز جرم محل استقرار سرنشین تا مرکز چرخ	0.27
$g$ (m/s <sup>2</sup> )	شتاب گرانشی زمین	9.81

- [1] Xu J. Al Mamun A. and Daud Y. (2011) "Pendulum-Balanced Autonomous Unicycle: Conceptual Design and Dynamics Model", IEEE Conference, RAM, 51-56.
- [2] Wang D. Wu.S. Zhang L. and Okubo.S (2012) "Study of Inverted Pendulum Robot Using Fuzzy Servo Control Method", International Journal of Advanced Robotic Systems.
- [3] Yamafuji K. Kawamura T. (1989) "Postural Control of a Monoaxil Bicycle", J.Robot.Soc.Jpn, 7(4), 74-79.
- [4] Grasser F. Darrigo A. Colombi S. and Rufer A. (2002) "JOE: a mobile, Inverted Pendulum", IEEE Transaction on Industrial Electronics, 49(1), 107-114.
- [5] Segway. Proceeding of <http://segway.com>.
- [6] Kim Y. Kim S.H. and Kwak Y.K. (2005) "Dynamic Analysis of a Nonholonomic Two-Wheeled Inverted Pendulum Robot", Journal of Intelligent and Robotic Systems, 44, 25-46.
- [7] Pathak K. Franch J. and Agrawal S.K. (2005) " Velocity and Position Control of a Wheeled Inverted Pendulum", IEEE Transaction on Robotics, 21, 505-513.
- [8] BRP Company. [http:// dl.dropboxusercontent.com/u/828035/Robotics/equibot.html](http://dl.dropboxusercontent.com/u/828035/Robotics/equibot.html).
- [9] Hyun H. Ryu S. and Lee J.M. (2009) "Stability Analysis of the Wheeled Humanoid Robot", The 14<sup>th</sup> International Symposium on Artificial life and Robotics, 333-336.
- [10] Sheng Z. Yamafuji K. (1997) "Postural Stability of a Human Riding a Unicycle and Its Emulation By a Robot" IEEE Transaction on Robotics and Automation, 13(5), 709-720.
- [11] Brown H. Xu Y. (1996) "Single Wheel Gyroscopically Stabilized Robot", IEEE Conference on Robotics and Automation, 3658-3663.
- [12] Kemp P.D. Yavin Y. (2000) "Stabilization and Control of the Motion of a Rolling Disk by Using Two Overhead Rotors", International Journal of Computers and Mathematics with Applications, 39, 237-252.
- [13] Kappeler F. (2007) "Automatic Control Laboratory", EPFL university, Switzerland.
- [14] Proceeding of <http://brp.com/en-ca/company/news/bombardierr-embrio-concept>.
- [15] Proceeding of <http://enicycle.com/what.html>.

- [16] Huang C.N. (2010) "The Development of Self-balancing Controller for One-wheeled Vehicles", *Engineering*, 2, 212-219.
- [17] Kadis A. Caldecott D. Edward A. Madigan J.R. Haynes M. Cazzolato B. and Prime Z. (2010) "Modelling, Simulation and Control of an Electric Unicycle", The university of Adelaide, Australia.
- [18] Lee J.H. Shin H.J. Lee S.J. and Jung S. (2012) "Balancing Control of a Single-Wheel Inverted Pendulum System Using Air Blowers: Evolution of Mechatronics Capstone Design", *Elsevier, Mechatronics*, 23(8), 926-932.
- [19] Ok S. Nakamura Y.H. (2011) "Stabilizing Control of Personal Mobility with a Spherical Wheel", 13th World Congress in Mechanism and Machine Science, Guanajuato, Mexico.
- [20] Hofer K. (2005) "Electric Vehicle on One Wheel", *IEEE Vehicle Power and Propulsion Conference*, 517-521.
- [21] Hofer K. (2006) "Observer-Based Drive Control for Self-balanced Vehicle", *IEEE Industrial Electronics*, 3951-3956.
- [22] Proceeding of <http://www.world.honda.com>.
- [23] Rezvanian R. (2013) "Nonlinear Control of One-wheel Vehicle With Four Degree of Freedom", MS.c Thesis.
- [24] Nagarajan U. Kim B. and Hollis R. (2012) "Planning in High Dimensional Shape Space for a Single-Wheeled Balancing Mobile Robot with Arms", *IEEE Conference on Robotics and Automation*.
- [25] Boubaker O. (2012) "The Inverted Pendulum: A fundamental Benchmark in Control Theory and Robotics", *International Conference on Education and e-Learning Innovations*, 1-6.
- [26] Nemati A.R. Haddad M. and Fateh M.M (2007) "Helicopter Adaptive Control with Parameter Estimation Based On Feedback Linearization", *International Journal of Aerospace and Mechanical Engineering*.
- [27] Slotine E. Li W. (1991) "Applied Nonlinear Control", Englewood Cliffs, New Jersey.
- [28] Yun X. Yamamoto Y. (1992) "On Feedback Linearization of Mobile Robots", University of Pennsylvania.
- [29] Spong M.W. (1996) "Partial Feedback Linearization of Underactuated Mechanical Systems", *Proceeding of IEEE*.
- [30] Palli G. Melchiorri C. and Luca A.D (2008) "On the Feedback Linearization of Robots with Variable Joint Stiffness", *IEEE International Conference on Robotics and Automation*, 1753-1759.

- [31] Khalil H. (1996) "Nonlinear Systems", Prentice Hall, Upper Saddle River. (Book)
- [32] Hong F. (2003) "Robust Adaptive Control Of Uncertain Nonlinear Systems", Ph.D Thesis, National University Of Singapore.
- [33] Ho H.F. Wong Y.K. and Rad A.B. (2007) "Robust Fuzzy Tracking Control for Robot Manipulators", Elsevier, Simulation Modelling Practice and Theory.
- [34] Tong S. Li H.X. (2003) "Fuzzy Adaptive Sliding-Mode Control for MIMO Nonlinear Systems", IEEE Transactions on Fuzzy systems, 11(3), 354-360.
- [35] Khatamianfar A. Fateh M.M. and Farahani S.S. (2008) "On Sliding Mode Control of the Manual Gas Metal Arc Welding Process", IEEE International Conference on Systems, 3570-3575.
- [36] Xu R. Ozguner U. (2008) "Sliding Mode Control of a Class of Underactuated Systems", Elsevier, Automatica, 44, 233-241.
- [37] Nasri A. Hazzab A. Bousserhane I.K. Hadjeri S. and Sicard P. (2008) "Two Wheel Speed Robust Sliding Mode Control for Electric Vehicle Drive", Serbian Journal of Electrical Engineering, 5(2), 199-216.
- [38] Su C.Y. Leung T.P. (1993) "A Sliding Mode Controller with Bound Estimation for Robot Manipulators", IEEE Transactions on Robotics and Automation, 9(2), 208-214.
- [39] Siler W. Buckley J.J. (2005) "Fuzzy Expert Systems and Fuzzy Reasoning", Wiley. Book.
- [40] Wang L. (1997) "A Course in Fuzzy Systems and Control", Prentice-Hall International, Inc.
- [41] Fateh M.M. (2008) "On the Voltage-Based Control of Robot Manipulators", International Journal of Control, Automation, and Systems, 6(5), 702-712.
- [42] Fateh M.M. Arab A.A. (2013) "Adaptive Sliding Mode Control for a Mobile-Robot", JSFM, 3(2), 11-21. (persian)
- [43] Fateh M.M. Fateh S. (2013) "A Precise Robust Fuzzy Control of Robots Using Voltage Control Strategy", International Journal of Automation and Computing, 10(1), 64-72.
- [44] Kim Y.T. (2002) "Independent Joint Adaptive Fuzzy Control of Robot Manipulator", Proceedings of IEEE, Automation Congress, 14, 645-652.
- [45] Fateh M.M. Fateh S. (2012) "Decentralized Direct Adaptive Fuzzy Control of Robots Using Voltage Control strategy", Nonlinear Dyn, 70: 1919-1930.
- [46] Essounbouli N. Hamzaoui A. (2006) "Direct and Indirect Robust Adaptive Fuzzy Controllers for a Class of Nonlinear Systems", International Journal of Control, Automation, and Systems, 4(2), 146-154.

- [47] Zirkhoochi M. Fateh M.M. Shoredeli M.A. (2012) "Indirect Adaptive Type2 Fuzzy Control of Flexible-Joint Robot Manipulators", JSFM, 2(2), 31-43. (persian)
- [48] Spong M.W. (1992) "On the Robust Control of Robot Manipulators", IEEE Transactions on Automatic Control, 37(11), 1782-1786.
- [49] Spong M.W. (1993) "Adaptive Control of Robot Manipulators: Design and Robustness", Proceedings of The American Control Conference.
- [50] Ham C. Johnson R. (2000) "Robust Fuzzy Control for Robot Manipulators", Proceedings of IEEE, 212-216.
- [51] Lee H.J. Park J.B. and Chen G. (2001) "Robust Fuzzy Control of Nonlinear Systems with Parametric Uncertainties", IEEE Transactions on Fuzzy Systems, 9(2), 369-379.
- [52] Koo K.M. Kim J.H. (1994) "Robust Control of Robot Manipulators with Parametric Uncertainty", IEEE Transactions on Automatic Control, 39(6), 1230-1233.
- [53] Yangsheng X. Yongsheng O. (2005) "Control of Single Wheel Robots", Springer.

## **Abstract**

In this thesis, robust fuzzy control of an electrically driven single-wheel robot with four degrees of freedom is presented. In addition, model-based control is designed. Dynamic of robot is expressed by four nonlinear equations. The complexity and coupling between states make analysis and designing difficult. This robot consists of passenger seating, two motors and one omni-directional wheel. One of motors controls forward-backward steering and another one handle lateral moving. Stability and balancing in steering is based on placing the driver's positions in such a way that centres of gravity are always above the axle of wheel.

Equations of system are written in the matrix form by an innovative method. Then, four different control laws are proposed. First, model-based feedback linearization control law using torque control strategy (TCS) is presented. Second, robust fuzzy control law based on sliding-mode using TCS is introduced. In this proposed method, the upper bound of uncertainties is estimated by an adaptive rule. Third, robust fuzzy control approach using voltage control strategy (VCS) is illustrated. Fourth, robust fuzzy controller based on spong method using VCS is designed. Stability of proposed schemes are proved by Lyapunov theorem. Matlab software is employed for considering to the performance of control system. . Simulation results verify the effectiveness of proposed control laws.

**Keywords:** Single-wheel robot, Feedback linearization, Robust fuzzy control, Torque control strategy, Estimation of uncertainty, Voltage control strategy.



Faculty of Electrical and Computer Engineering

# **Robust Fuzzy Control of an Electrically Driven Single-wheel Robot**

Thesis

Submitted in Partial Fulfillment of the Requirements for the  
Degree of Master of Science (M.Sc)

By

**Javad Keighobadi**

Supervisor

**Prof. M. M. Fateh**

September 2014