

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ



دانشکده مهندسی برق و رباتیک

پایان نامه دوره کارشناسی ارشد مهندسی برق - کنترل

تشخیص خطا با استفاده از فیلتر کالمن بهبودیافته با منطق فازی

دانشجو:

محسن بیاری

استاد راهنما:

دکتر محمدعلی صدرنیا

استاد مشاور:

دکتر محمد مهدی فاتح

تابستان ۱۳۹۲

تأییدیه هیات داوران

(برای پایان نامه)

یک نسخه اصل فرم مربوطه

تقدیم

به آنان که دوستشان دارم...

به روح پدرم که همواره آرزوی موفقیت مرا داشت...

به مادرم که صبورانه مرا یاری کرد...

تشکر و قدردانی

لازم می دانم از راهنمایی های استاد محترم جناب آقای دکتر صدرنیا و مشاوره های استاد مهربان و دلسوزم جناب آقای دکتر فاتح و تمامی عزیزانی که مرا در تهیه و تدوین این پایان نامه همراهی نمودند تشکر و قدردانی کنم.

چکیده

آنچه در این پایان نامه ارائه می شود بررسی تشخیص خطا در سیستم های دینامیکی بویژه تشخیص خطای سنسور بر پایه رویتگر است. رویتگر بکار گرفته شده فیلتر کالمن می باشد که با استفاده از منطق فازی سعی بر بهبود عملکرد آن داریم. فیلتر کالمن برای تخمین حالت در شرایط نویزی بسیار کارآمد است. در عین حال وابستگی آن به مدل ریاضی سیستم باعث می شود در مواردی که در روابط فیلتر، پارامترهای سیستم بدرستی انتخاب نشده اند، نتایج تخمین معتبر نبوده و این منجر به ناکارآمدی فیلتر کالمن در زیرسیستم تشخیص خطا خواهد بود. بحث اصلی در این پایان نامه نشان دادن اثر نامطلوب انتخاب نادرست پارامترها در نتایج فیلتر و همچنین ارائه راهکاری برای مقابله با آن می باشد. روش ما در مواجهه با عدم قطعیت پارامتری فیلتر، تطبیق فازی آن است. به عبارت بهتر پارامترهای نادرست طی یک فرآیند تطبیق به سمت مقادیر مطلوب خود میل می کنند. برای این منظور اطلاعات آماری مربوط به یکی از مشخصه های فیلتر را به عنوان ورودی به یک سیستم فازی می دهیم و خروجی این سیستم فازی برای تطبیق پارامتر مورد نظر استفاده می شود. در نهایت فیلتر تطبیق یافته را در زیر سیستم تشخیص خطا بکار می گیریم.

کلید واژه ها : تشخیص خطا ، فیلتر کالمن ، منطق فازی

فهرست مطالب

صفحه	عنوان
ج	فهرست علائم و نشانه‌ها
د	فهرست جدول‌ها
ه	فهرست شکل‌ها
	فصل ۱- مقدمه
۱	۱-۱- پیشگفتار
۳	فصل ۲- تشخیص خطا در سیستم‌های دینامیکی
	۱-۲- مقدمه
۳	۲-۲- تشخیص خطا
۶	۳-۲- ارزیابی سیستم تشخیص خطا
۸	۴-۲- مقاوم بودن برنامه IFD
۱۰	فصل ۳- بکارگیری تخمین حالت برای تشخیص خطا در سنسور
	۱-۳- مقدمه
۱۱	۲-۳- تشخیص خطای سنسور
۱۲	۱-۲-۳- تشخیص خطای سنسور بدون در نظر گرفتن اغتشاشات و نویز
۱۸	۲-۲-۳- تشخیص خطای سنسور با حضور اغتشاشات خارجی
۱۹	فصل ۴- فیلتر کالمن
	۱-۴- مقدمه
۲۰	۲-۴- تخمین تصادفی
۲۰	۱-۲-۴- مدل فضای حالت
۲۱	۲-۲-۴- مسأله طراحی رویتگر
۲۲	۳-۴- ساختمان ریاضی فیلتر کالمن
۲۲	۱-۳-۴- فیلتر کالمن گسسته برای سیستم خطی
۲۷	۲-۳-۴- فیلتر کالمن گسسته برای سیستم‌های غیرخطی
۲۸	۳-۳-۴- مراحل طراحی فیلتر کالمن
۳۰	فصل ۵- تشخیص خطا با استفاده از فیلتر کالمن
	۱-۵- مقدمه
۳۰	۲-۵- تشخیص خطا در یک سیستم خطی ساده

فصل ۶ - فیلتر کالمن تطبیق یافته با منطق فازی.....	۳۹
۱-۶ - مقدمه	
۲-۶ - مروری بر فیلتر کالمن	۳۹
۳-۶ - تعریف مسأله ۱ : تطبیق R و Q	۴۱
۱-۳-۶ - تطبیق ماتریس کوواریانس نويز اندازه گیری R با فرض Q ثابت.....	۴۲
۲-۳-۶ - تطبیق ماتریس کوواریانس نويز فرآیند Q با فرض R ثابت.....	۴۳
۴-۶ - تعریف مسأله ۲ : بررسی تطبیق پارامترهای A و B و H.....	۴۴
فصل ۷ - بکارگیری تطبیق در فیلتر کالمن همراه با شبیه سازی.....	۴۷
۱-۷ - مقدمه	
۲-۷ - تطبیق A، سیستم بدون ورودی و با فرض انتخاب درست B و H و R و Q.....	۴۷
۳-۷ - تطبیق A، سیستم با ورودی ثابت و با فرض انتخاب درست B و H و R و Q.....	۵۳
۴-۷ - تطبیق A و R، سیستم با ورودی و با فرض انتخاب درست B و H و Q.....	۵۷
۵-۷ - تطبیق A و R و Q، سیستم بدون ورودی و با فرض انتخاب درست B و H.....	۶۲
۶-۷ - بکارگیری EKF بهبود یافته (با تطبیق فازی) در تشخیص خطا.....	۶۹
۱-۶-۷ - تخمین حالت سیستم غیرخطی.....	۶۹
۲-۶-۷ - تشخیص خطا با استفاده از EKF تطبیق یافته.....	۷۴
فصل ۸ - نتیجه گیری و پیشنهادات.....	۷۶
فهرست مراجع.....	۷۷
واژه نامه فارسی به انگلیسی.....	۷۹
واژه نامه انگلیسی به فارسی.....	۸۰

فهرست علائم و نشانه‌ها

عنوان	علامت اختصار
خروجی سیستم فازی جهت تطبیق A	Adj یا AdjA
خروجی سیستم فازی تطبیق Q	AdjQ
خروجی سیستم فازی تطبیق R	AdjR
کوواریانس تقریبی دنباله باقیمانده (با محاسبه روی خود دنباله)	C_{rk}
درجه تنظیم (ورودی سیستم های تطبیق R و Q)	DOM
تابع امید ریاضی	$E \{ \cdot \}$
خطای میانگین دنباله باقیمانده	EM
تابع غیرخطی تصمیم گیری برای تشخیص خطا	η
باقیمانده در الگوریتم فیلتر کالمن	Inv
میانگین دنباله باقیمانده در الگوریتم فیلتر کالمن	MI
میانگین مربعات خطای تخمین در فیلتر کالمن	MSE
توابع تعلق فازی	μ_A
تابع احتمال	p
کوواریانس خطای تخمین در فیلتر کالمن	P
تابع خطی تصمیم گیری برای تشخیص خطا	ψ
کوواریانس نویز فرآیند	Q
کوواریانس نویز اندازه گیری	R
شعاع نفوذ در توابع تعلق فازی	σ
کوواریانس دنباله باقیمانده (با استفاده از روابط نظری)	S_k
مجموع مربعات خطای تخمین در فیلتر کالمن	SSE
مجموع مربعات انحراف A از مقدار واقعی خود	SSE_A
نویز اندازه گیری	v
نویز فرآیند	w

فهرست جدول‌ها

صفحه

عنوان

جدول ۱-۱: معادلات بهنگام سازی زمان برای فیلتر کالمن گسسته..... ۲۵

جدول ۲-۱: معادلات بهنگام سازی اندازه گیری برای فیلتر کالمن گسسته..... ۲۵

فهرست شکل‌ها

صفحه	عنوان
۱۰	شکل ۳-۱: بکارگیری IFD در یک سیستم کنترل.....
۱۵	شکل ۳-۲: یک نمایش ساده از بکارگیری رویتگر در تشخیص خطا.....
۱۶	شکل ۳-۳: روش رویتگر اختصاصی (DOS).....
۱۹	شکل ۴-۱: سیستم کنترل به همراه اندازه گیری و تخمین با حضور نویزواغتشاشات.....
۲۵	شکل ۴-۲: چرخه پیشرو در فیلتر کالمن.....
۲۷	شکل ۴-۳: الگوریتم فیلتر کالمن گسسته خطی.....
۲۸	شکل ۴-۴: الگوریتم فیلتر کالمن تعمیم یافته گسسته.....
۳۰	شکل ۵-۱: سیستم مخزن مایع با یک ورودی و دو سنسور اندازه گیری.....
۳۱	شکل ۵-۲: فیلترهای کالمن برای تولید تخمین های اندازه گیری.....
۳۳	شکل ۵-۳: داده های بدست آمده از سنسورها در سیستم مخزن مایع بدون ورودی.....
۳۳	شکل ۵-۴: نتایج تخمین اندازه گیری حاصل از فیلتر کالمن شماره ۱.....
۳۴	شکل ۵-۵: نتایج تخمین اندازه گیری حاصل از فیلتر کالمن شماره ۲.....
۳۴	شکل ۵-۶: توابع تصمیم گیری به همراه آستانه خود.....
۳۵	شکل ۵-۷: داده های اندازه گیری از سنسورهای ۱ و ۲ به همراه سیگنال خطا.....
۳۶	شکل ۵-۸: توابع تصمیم گیری η_1 و η_2 به همراه آستانه.....
۳۷	شکل ۵-۹: مشاهده اثر انتخاب نادرست پارامتر A.....
۳۸	شکل ۵-۱۰: واگرایی تابع تصمیم گیری در اثر انتخاب نادرست A در حالت با ورودی.....
۳۸	شکل ۵-۱۱: مقایسه و بررسی تاثیر انتخاب R.....
۴۴	شکل ۶-۱: اثر انتخاب نادرست A در تخمین و میانگین Inv در حالت بودن ورودی.....
۴۵	شکل ۶-۲: اثر انتخاب نادرست A در تخمین و میانگین Inv در حالت با ورودی.....
۴۷	شکل ۷-۱: تغییرات میانگین Inv بر حسب تغییرات A برای سیستم بدون ورودی.....
۴۸	شکل ۷-۲: گروه های فازی ورودی در تطبیق A (مخزن بدون ورودی).....
۴۹	شکل ۷-۳: نتایج اندازه گیری به همراه تخمین حالت.....
۵۰	شکل ۷-۴: تغییرات بهره کالمن و میانگین Inv و A و Adj، در تطبیق A.....
۵۱	شکل ۷-۵: فیلتر های کالمن برای تولید تخمین اندازه گیری ها.....
۵۲	شکل ۷-۶: نتایج اندازه گیری و تخمین حالت در سنسورهای ۱ و ۲.....
۵۲	شکل ۷-۷: تابع تصمیم گیری برای تشخیص خطا در سنسور ۱.....
۵۳	شکل ۷-۸: تابع تصمیم گیری برای تشخیص خطا در سنسور ۲.....
۵۴	شکل ۷-۹: منحنی تغییرات شیب میانگین Inv به ازای تغییرات A.....
۵۵	شکل ۷-۱۰: گروه های فازی ورودی برای سیستم تطبیق A (مخزن با ورودی ثابت).....

- شکل ۷-۱۱: اثر تطبیق A در تخمین حالت برای مخزن با ورودی ثابت ۵۶
- شکل ۷-۱۲: تطبیق A و تغییرات Adj ۵۶
- شکل ۷-۱۳: گروه های فازی ورودی، DOM، در تطبیق R ۵۸
- شکل ۷-۱۴: اثر تطبیق A و R بر تخمین حالت ۵۹
- شکل ۷-۱۵: تغییرات بهره کالمن و میانگین Inv و A و AdjA ۶۰
- شکل ۷-۱۶: تطبیق R و تغییرات AdjR ۶۱
- شکل ۷-۱۷: تغییرات DOM و حرکت سریع S_k به سمت C_{rk} ۶۱
- شکل ۷-۱۸: تغییرات A و AdjA و میانگین Inv در اثر تطبیق A ۶۳
- شکل ۷-۱۹: گروه های فازی برای DOM در تطبیق R بعد از A (مخزن بدون ورودی) ۶۴
- شکل ۷-۲۰: تغییرات A، AdjA، بهره کالمن، میانگین Inv، R و AdjR در تطبیق A و R ۶۵
- شکل ۷-۲۱: تغییرات کوواریانس دنباله باقیمانده در اثر تطبیق R ۶۶
- شکل ۷-۲۲: تغییرات A و Adj و بهره کالمن، میانگین Inv، Q و AdjQ در تطبیق A و R و Q ۶۷
- شکل ۷-۲۳: تغییرات R و AdjR، DOM، S_k و C_{rk} در تطبیق A و R و Q ۶۸
- شکل ۷-۲۴: بلوک دیاگرام سیستم مرتبه دو غیرخطی به همراه نویز فرایند و اندازه گیری ۷۰
- شکل ۷-۲۵: نتایج تخمین EKF به همراه مقادیر اندازه گیری ۷۰
- شکل ۷-۲۶: مولفه های Inv به همراه میانگین آنها برای سیستم دو بعدی ۷۱
- شکل ۷-۲۷: اثر نامطلوب انتخاب نادرست f بر نتایج تخمین EKF ۷۱
- شکل ۷-۲۸: اثر انتخاب نادرست f در انحراف میانگین مؤلفه های Inv ۷۲
- شکل ۷-۲۹: گروه های فازی ورودی برای هر دو سیستم فازی ۷۲
- شکل ۷-۳۰: نتایج تخمین پس از تطبیق f ۷۳
- شکل ۷-۳۱: میانگین مؤلفه های Inv پس از تطبیق f ۷۴
- شکل ۷-۳۲: سیستم تشخیص خطا ۷۴
- شکل ۷-۳۳: نتایج تخمین به همراه داده های اندازه گیری ۷۵
- شکل ۷-۳۴: توابع تصمیم گیری و تشخیص خطا در سنسور ۱ ۷۵

فصل ۱ - مقدمه

۱-۱ - پیشگفتار

سیستم ها و دستگاه ها دچار نقص می شوند و این در صورت عدم تشخیص سریع ممکن است خطرات جانی و مالی به همراه داشته باشد. در مواجهه با این موضوع دو رویکرد اساسی وجود دارد [۱ و ۲]:

- (۱) نگهداری مناسب از سیستم و تعویض به موقع قطعات قبل از بروز خرابی
- (۲) استفاده از یک برنامه نظارتی جهت رصد خطا.

وظیفه برنامه نظارتی تشخیص به موقع خطا، شناسایی بخش مرتبط با خرابی و جایگزینی یک پیکره بندی مناسب جهت ادامه عملکرد مطلوب سیستم است. در بحث تشخیص خطا سیستم ها را به سه زیرمجموعه کلی تقسیم می کنند:

(۱) محرک ها^۱

(۲) ساختار اصلی^۲

(۳) سنسورها و تجهیزات جانبی. توجه ما معطوف به بخش سوم یعنی تشخیص خطا در سنسورها و تجهیزات جانبی است که به عنوان (IFD)^۳ شناخته می شود. خود IFD نیز به دو روش انجام می شود:

(۱) استفاده از تجهیزات سخت افزاری اضافی^۴

(۲) تکنیکهای مرتبط با پردازش سیگنال (تخمین حالت، تخمین پارامتر و ...). در روش دوم معمولا با استفاده از رویکردهای حالت مورد نظر سیستم را تخمین زده و از آن در محاسبه ی باقیمانده و متعاقبا تشخیص خطا استفاده می شود. اما اگر سنسورها تحت تاثیر نویز و سیستم گرفتار اغتشاشات خارجی و عدم قطعیت مدل باشد داده های اندازه گیری (به عنوان یکی از ورودیهای رویتر) از دقت کافی برخوردار نخواهند بود و نتیجه تخمین نیز معتبر نیست. در این گونه موارد راه حل استفاده از رویکردها یا تخمین گره های بهبود یافته نظیر فیلتر کالمن [۳ و ۴] است. فیلتر کالمن از جمله روش هایی است که در بحث تشخیص خطا در شرایط نویزی و حضور اغتشاشات بسیار مورد استفاده قرار گرفته است [۵-۱۲]. اما روش فیلتر کالمن هم در مواردی پاسخگوی نیازهای سیستم تشخیص خطا نیست و نیاز به بهبود عملکرد آن می باشد [۵ و ۷]. ما نیز بدنبال یافتن روشی برای بهبود عملکرد این فیلتر با بکارگیری منطق فازی هستیم. در اینگونه موارد سیستم فازی در نقش یک کنترل کننده - با دریافت سیگنالی که از بررسی باقیمانده^۵ در فیلتر کالمن بدست می آید - به تطبیق یکی از پارامترهای فیلتر می پردازد [۱۷-۱۳]. تحقیقات در زمینه تشخیص خطا با ترکیب روشهای فازی و فیلتر کالمن در دو دهه اخیر مورد توجه قرار گرفته است. فیلتر کالمن قابلیت مناسبی در تخمین حالت از روی داده های نویزی دارد، مشروط به اینکه پارامترهای سیستم (مدل) بطور کامل مشخص باشند، اما در عمل اغتشاشات خارجی و عدم قطعیت ها

¹ Actuators

² Main structure

³ Instrument Fault Detection

⁴ Hardware redundancy

⁵ Residual

در مدلی که در اختیار است بر عملکرد فیلتر تاثیر نامطلوبی می گذارند. در این حالت نمی توان به داده های فیلتر اعتماد کافی داشت. از جمله راه حل هایی که در این رابطه پیشنهاد شده است تطبیق مدل بکار گرفته شده است [۱۸]. گاهی این تطبیق می تواند جایگزینی مدل، با مدلی دیگر باشد [۱۳ و ۱۹]، یا اینکه تطبیق تنها روی یک بخش خاص از فیلتر مانند کوواریانس نویز فرآیند یا نویز اندازه گیری صورت گیرد [۱۶ و ۲۰]. در برخی موارد نیز مولفه های بهره فیلتر کالمن را با استفاده از یک سیستم فازی در یک بازه مشخص تطبیق می دهند [۲۱]. در [۲۲] از یک سیستم فازی برای تولید یک ضریب تصحیح استفاده شده است. در واقع سیستم فازی مانند یک کنترل کننده تناسبی فیلتر را در جهت بهبود عملکرد آن کنترل می کند. آنچه تا کنون ارائه شد در مورد بهبود عملکرد فیلتر کالمن با تطبیق مستقیم آن از طریق روشهای فازی بود. گاهی این بهبود عملکرد بطور غیر مستقیم و خارج از فیلتر صورت می گیرد. در [۲۳] ابتدا با استفاده از مدل دینامیکی تاکاگی سوگنو مدل سیستم غیر خطی را توصیف و از آن در الگوریتم فیلتر کالمن استفاده کرده است. همچنین در [۲۴] با بکارگیری فازی-عصبی و ترکیب آن با فیلتر کالمن در تشخیص خطا، این بهبود عملکرد صورت گرفته است. ما نیز به دنبال آن هستیم که ابتدا با بکارگیری منطق فازی عملکرد فیلتر را اصلاح و فیلتر بهبودیافته را در برنامه تشخیص خطا استفاده کنیم.

فصل ۲- تشخیص خطا در سیستم های دینامیکی

۲-۱- مقدمه

امروزه سیستم های اتوماتیک پیچیده نقش مهمی در صنعت و اقتصاد ایفا می کنند. معمولا اینگونه سیستم ها شامل قسمت های متعددی هستند که هر کدام به نوعی در معرض خرابی و عملکرد ناصحیح می باشند. از طرفی گاه بروز نقص در چنین سیستم هایی می تواند خسارات جانی و مالی قابل توجهی بدنبال داشته باشد. لذا لازم است عملکرد صحیح سیستم را تا حد ممکن تضمین کرد. برای این منظور می توان [۱]:

- ۱- با بکارگیری یک برنامه نگهداری و سرویس، اجزاء فرسوده را قبل از بروز خرابی تعویض کرد.
 - ۲- از یک برنامه نظارت جهت تشخیص خطا در هنگام بروز آن استفاده کرد.
- این برنامه نظارتی عملکرد نامناسب بخش خراب را شناسایی کرده و با اعمال یک پیکره بندی جدید (مثلا استفاده از تجهیزات سخت افزاری پیش بینی شده)، نقص ناشی از بخش مورد نظر را جبران می کند تا سیستم عملکرد مطلوب خود را دنبال کند.

۲-۲- تشخیص خطا

معمولا سیستم های دینامیکی را به سه زیربخش اصلی تقسیم بندی می کنند:

- محرک ها
- ساختار اصلی (فرآیند)
- تجهیزات جانبی یا سنسورها

بعنوان مثال در سیستم کنترل پرواز یک هواپیما، محرکها سرومکانیزم^۱ هایی هستند که بالک ها و نیروی پیشران^۲ موتور را کنترل می کنند. محرک ها هم سیگنال های ورودی خود را از سیستم کنترل پرواز دریافت می کنند. ساختار اصلی شامل بدنه ی هواپیما، بار و ... همراه با نیروی آیرودینامیکی وارد بر بدنه و بالکهاست. بخش تجهیزات هم شامل سنسورها و مبدل های^۳ متعددی است که به بدنه هواپیما متصل بوده و سیگنال های مرتبط با حرکات حیاتی بدنه (نظیر سرعت هواپیما، ارتفاع، جهت گیری دماغه، شتاب، میزان انحراف بالک ها، نیروی پیشران موتور و ...) را تولید می کنند. این سیگنال ها اطلاعات پسخورد جهت استفاده در سیستم کنترل و همچنین زیرسیستم تشخیص خطا را فراهم می کنند. معمولا برنامه نظارتی جهت رصد، تشخیص و تصحیح خطا تنها برای بکارگیری در یکی از این سه بخش اصلی طراحی می شود. به عبارت بهتر برنامه نظارت مرتبط با تشخیص و تصحیح خطا در

¹ Servomechanism

² Driving thrust

³ Transducer

بخش محرکها جدا از بخش فرآیند و آن هم جدا از سنسورها طراحی می شود. البته برنامه های نظارتی که تاکنون ارائه شده بیشتر مربوط به بخش سنسورها و تجهیزات جانبی است چراکه غالبا بعد از وقوع خطا با روشهای کلیدزنی الکترونیکی و بدون نیاز به پیکره بندی جدید در بخش مکانیکی، قابل رفع هستند. جبران خطا در بخش محرک ها معمولا سخت تر از این می باشد که با بازسازی چند سیگنال الکترونیکی قابل رفع باشد. کار در بخش ساختار اصلی از آن هم سخت تر است. اگر چه نتایج تحقیقات اخیر نشان داده در این بخش ها نیز می توان تا حدودی به جبران خطا پرداخت. توجه ما نیز در این گزارش معطوف به تشخیص خطا در بخش سنسورها تجهیزات جانبی (IFD)¹ و از چگونگی تعیین بخش مرتبط با خرابی² و دوباره پیکر بندی سیستم³ بحثی نخواهد شد.

روش های تشخیص خطا که در زیر سیستم های (FDI)⁴ به کار می روند به طور معمول با استفاده از کامپیوتر های دیجیتال پیاده سازی می شوند این روش ها غالبا از تکنیک های پردازش سیگنال همراه با کلید زنی منطقی⁵ استفاده می کنند.

روش قدیمی مقاوم کردن یک سیستم دینامیکی در برابر خطا⁶ استفاده از تجهیزات سخت افزاری اضافی است. به این صورت که از المان های سخت افزاری تکراری مثلا چند سنسور مشابه در نقاط مختلف سیستم استفاده می شود تا به این ترتیب در برابر آسیب های موضعی حفاظت شود. در این روش معمولا از سه یا چهار جزء سخت افزاری مشابه استفاده شده و با بررسی تطابق خروجی آن ها به بروز خرابی پی می برند مثلا از سه (یا تعداد بیشتری) سنسور برای اندازه گیری یک متغیر در محلی که وجود یک سنسور کافی است استفاده می شود. سیگنال های خروجی از این سنسور ها توسط یک مدار منطقی که اختلاف های کوچک را نادیده می گیرد رصد می شوند. بروز اختلاف کوچک در خروجی سنسور ها می تواند ناشی از وجود نویز، تolerانس های ساخت و ... باشد لذا مدار تشخیص باید آنها را نادیده بگیرد. اما اگر خروجی یکی از سنسور ها از مقدار میانگین خروجی دیگر سنسور ها به میزان قابل توجهی انحراف داشته باشد به عنوان خطا تلقی می شود. این رهیافت در تشخیص خطا می تواند در بعضی موارد بسیار ساده و پر کاربرد باشد این روش در کنترل هواپیما، تجهیزات فضاوردی و کنترل فرآیند هایی که از نظر ایمنی بسیار حساس و حیاتی هستند (نظیر نیروگاه های اتمی و فرآیند های مرتبط با مواد شیمیایی سمی و خطرناک) ضروری است. در بحث استفاده از تجهیزات سخت افزاری اضافی مشکل اصلی افزایش هزینه ها و همچنین نیاز به فضای بیشتر جهت نصب این تجهیزات است. مثلا در یک هواپیما این تجهیزات اضافی می توانند ظرفیت بار و سوخت و یا امکانات دفاعی هواپیما را محدود کنند.

محدودیت دیگر این روش در این است که تحت شرایط یکسان وقتی یک سنسور خراب می شود دیگر سنسور ها نیز به زودی دچار همان نقص خواهد شد چرا که از نقطه نظر ساخت و طول عمر شرایط تقریبا مشابهی دارند. برای حل این مشکلات و ارتقاء عملکرد سیستم و افزایش اعتماد پذیری زیرسیستم تشخیص خطا رهیافت های دیگری نیز ارائه شده اند که با بکارگیری کامپیوترهای امروزی همه یا برخی

¹ Instrument Fault Detection ² Isolation ³ Reconfiguration ⁴ Fault Detection and Isolation
⁵ Logical switching ⁶ Fault tolerance

از تجهیزات سخت افزاری اضافی را حذف می‌کنند. از اوایل ۱۹۷۰ به دلیل هزینه های زیاد و محدودیت هایی که افزونگی سخت افزاری از نظر وزن و مکان به سیستم تحمیل می کرد روش های جدید تری در حوزه تشخیص خطا در بخش سنسور ها ارائه شد. این روش ها به جای استفاده از چند سنسور مشابه برای اندازه گیری یک متغیر از چند سنسور غیر مشابه برای اندازه گیری متغیرهایی مختلف استفاده می کنند. این ایده بر این اصل استوار است که گرچه سنسورها غیرمتشابه هستند اما خروجی همگی به نوعی مرتبط با تنها یک حالت^۱ از سیستم بوده و بنابراین به صورت تابعی به یکدیگر مربوط می‌شوند. این روش افزونگی ذاتی یا تابعی^۲ نا میده می‌شود. همچنین از آن به افزونگی تحلیلی یا مصنوعی^۳ هم تعبیر شده است.

برنامه های تشخیص خطا با افزونگی تابعی اساسا تکنیک های پردازش سیگنال هستند که از تخمین حالت ، تخمین پارامتر و ... استفاده می کنند که همگی با استفاده از مدارهای الکترونیکی ، منطقی و کامپیوترهای دیجیتال قابل اجرا هستند . در شرایط عادی سیگنال های ورودی و خروجی سیستم تحت نظارت برای زیر سیستم FDI معلوم و در دسترس هستند برنامه FDI نیز با این فرض طراحی می شود که طبیعت دینامیکی سیستم تحت نظارت با دقت قابل قبولی معلوم است یا این که می توان پارامتر های فیزیکی آن را با استفاده از روش های شناسایی بر خط^۴ تعیین کرد.

تخمین پارامتر یک راه مناسب برای تشخیص خطا در سیستم های دینامیکی که با نظارت برخط تخمین پارامترهای فیزیکی سیستم صورت می گیرد. به عنوان مثال تخمین پارامتر با روش کمترین مربعات خطا (LSE)^۵ که در تشخیص خطا هم در سنسور و هم در دیگر بخش های سیستم بکار می رود. پارامترهای تخمینی از بخشی از سیستم اصلی را می توان برای بررسی شرایط بخش های مختلف آن سیستم بکار برد. همچنین می توان مستقیما با تخمین پارامترهای خود سنسور به تشخیص خطا در سیستم اندازه گیری پرداخت. در مورد دستگاه هایی که دینامیک کندی دارند، مانند فرآیندهای شیمیایی و رآکتورهای اتمی و ... روش تخمین پارامتر می تواند بسیار قابل توجه باشد چراکه تغییر پارامترها بواسطه بروز خطا در فرآیند اغلب تغییرات سریعی را در تخمین آن پارامترها ایجاد می کند. در بحث تشخیص خطا در سنسور و تجهیزات جانبی بیشتر از تخمین حالت استفاده می شود. به عنوان یک مثال ساده فرض کنید m سنسور در سیستم تحت نظارت وجود دارد که حداقل یکی از آنها قابل اعتماد فرض می شود. یک تخمین گر حالت با استفاده از سیگنال سنسور مطمئن (و البته ورودی سیستم) طراحی می شود. حال این امکان به وجود می آید که سیگنال تمام سنسور را تخمین بزنیم. سپس مقادیر تخمین زده شده را با خروجی واقعی سنسورها مقایسه می کنیم . در شرایط نرمال و بدون خطا تنها تفاوت بین این دو دسته مقادیر ناشی از وجود نویز و یا نادقیق بودن فرآیند تخمین حالت است. اگر فرآیند تخمین با دقت قابل قبولی صورت گیرد می توان با تعریف یک آستانه غیر صفر بروز خطا را رصد کرد. استفاده از منطق آستانه غیر صفر به این دلیل است که در اثر وجود نویز و یا برخی عدم قطعیت ها

¹ State

² Inherent or Functional Redundancy

³ Analytical or Artificial Redundancy ⁴ Online Identification techniques ⁵ Least Square Estimation

در طراحی تخمین گر حالت مقادیر تخمین کاملاً با خروجی واقعی سنسور ها یکسان نیستند و بکارگیری آستانه غیر صفر باعث هشدارهای اشتباه¹ از طرف سیستم تشخیص خواهد شد .
آستانه²: سیگنال معیار که از مقایسه آن با سیگنال باقیمانده³ در تشخیص خطا استفاده می شود.
باقیمانده: سیگنال حاصل از تفاضل حالت تخمین زده شده و خروجی واقعی سنسور.
البته تعاریف مختلفی برای باقیمانده با توجه به هدف سیستم تشخیص وجود دارد.
همچنین باید توجه داشت سیگنال های باقیمانده و آستانه لزوماً از جنس سیگنال های تخمین نیستند. مثلاً گاهی فرکانس متغیری از سیستم را برای این منظور در نظر می گیرند و با رصد تغییرات این فرکانس به تشخیص خطا می پردازند.

۲-۳- ارزیابی سیستم تشخیص خطا

از مهمترین معیارها در ارزیابی عملکرد برنامه تشخیص خطا عبارتند از:

سرعت تشخیص

حساسیت به خطاهای اولیه

نرخ هشدارهای اشتباه

خطاهای تشخیص داده نشده

شناسایی اشتباه خطا

که به اجمال به توضیح هر کدام می پردازیم. وظیفه اصلی برنامه تشخیص خطا⁴ تولید یک هشدار است هنگامیکه یک وضعیت غیر عادی در سیستم تحت نظارت به وجود می آید و همچنین مشخص کردن بخش مرتبط با این وضعیت غیر عادی. معمولاً برای این منظور سیستم تشخیص خطا سیگنال باقیمانده را رصد می کند و آن را با سیگنال دیگری به نام آستانه مقایسه می کند. هر گاه باقیمانده از آستانه تجاوز کند به منزله بروز خطا تلقی می شود. هر چه آستانه کوچکتر باشد حساسیت سیستم تشخیص بالا تر می رود و در عین حال امکان هشدار اشتباه نیز افزایش خواهد یافت. می توان برای آزمودن برنامه FDI یک خطا تولید کرده و عکس العمل سیستم تشخیص را مشاهده کرد. پاسخ برنامه FDI به خطا باید بصورت باینری باشد که مشخص کند که خطا در یک بخش رخ داده است یا نه. پاسخ میانه یعنی این که شاید خطا رخ داده باشد یا نه، برای شخص یا سیستمی که می خواهد عمل تصحیح را انجام دهد مفید نخواهد بود. اگر خطایی رخ دهد و سیستم تشخیص پاسخی به آن ندهد، خطای تشخیص داده نشده⁵ محسوب می شود. این موضوع در مورد خطاهایی که تاثیر چندانی ندارند، مثلاً انحراف کوچک سیگنال یک سنسور غیر ضروری، قابل پذیرش است. اما در مورد خطاهایی که تاثیر مهمی بر عملکرد کلی سیستم تحت نظارت دارند، به هیچ وجه قابل پذیرش نیست. خطاها همیشه به طور ناگهانی رخ نمی دهند یا این که ممکن است بعد از وقوع بطور دائم باقی نماند. اگر خطا کوچک باشد

¹ False alarms

² Threshold

³ Residual

⁴ FDI scheme

⁵ Missed Detection

یا اینکه با یک روند کند افزایش یابد به عنوان خطای اولیه¹ محسوب می شود. برخورد برنامه IFD نیز با اینگونه خطاها متفاوت خواهد بود. فرض کنید یک خطا با موفقیت تشخیص داده شود، در برخی موارد سرعت این تشخیص خود یک موضوع بسیار مهم است. گاهی اگر خطا برای کسری از ثانیه دیر تشخیص داده شود حتی اگر خود سیستم را خراب نکند می تواند مجموعه عملیات سیستم را با شکست مواجه کند. گاهی اوقات دقت تشخیص از سرعت آن مهم تر است و لازم است برنامه IFD خطاهای اولیه را بدقت رصد کند. مواردی نیز وجود دارد که سرعت و حساسیت هر دو باید در نظر گرفته شود. در این صورت سیستم تشخیص پیچیده تر بوده و ممکن است هم به افزونگی سخت افزاری و هم افزونگی تحلیلی نیاز باشد. هشدارهای اشتباه اساساً شاخص عملکرد ضعیف برنامه تشخیص هستند. حتی نرخ کوچکی از هشدار اشتباه در حین کار عادی سیستم، اعتماد به برنامه تشخیص خطا را از بین خواهد برد. برنامه نظارتی که نرخ اشتباه قابل قبولی در شرایط کار عادی سیستم دارد ممکن است با تغییر شرایط محیطی سیستم تحت نظارت هشدار اشتباه تولید کند. گاهی خطاهای کوچک آنقدر مهم هستند که باید نسبت به هشدارهای اشتباه واکنش نشان داده و قطعات غیر آسیب دیده فعلی را با قطعات سالم دیگر تعویض کرد.

مصالحة بین حساسیت تشخیص و نرخ هشدارهای اشتباه و همچنین سرعت تشخیص کار دشواری است چرا که نیازمند دانش دقیقی نسبت به محیط کار و معیارهای حیاتی عملکرد سیستم تحت نظارت دارد. از جمله راه حل های موثری که برای حفظ حساسیت و در عین حال کاهش هشدارهای اشتباه ارائه شده استفاده از آستانه متغیر یا تطبیق یافته است که با در نظر گرفتن تغییرات بزرگ و سریع در سیگنال کنترل و خروجی سنسورها، صورت می گیرد. موضوع دیگر شناسایی اشتباه بخش مرتبط با خرابی است که رابطه نزدیکی با هشدارهای اشتباه و خطاهای تشخیص داده نشده دارد. در این حالت سیستم FDI به درستی وقوع خطا را تشخیص داده ولی بخش مرتبط با آن را اشتباه شناسایی کرده است. در نتیجه پیکره بندی جدید برای جبران خطا نیز به اشتباه شکل می گیرد و این خود می تواند همان اندازه که خطای تشخیص داده نشود برای سیستم تحت نظارت هزینه بر باشد.

برای ارزیابی عملکرد IFD یک سیستم IFD و یا مقایسه دو برنامه FDI متفاوت باید در کنار پنج معیار ذکر شده محیط کار سیستم اصلی را نیز در نظر داشت. همچنین باید به این نکته دقت کرد که هر سیستم IFD برای تشخیص تعداد و انواع مشخصی از خطاها طراحی می شود و در واقع با یک فهرست معین از خطاها ارتباط دارد.

¹ Incipient Fault

۲-۴- مقاوم بودن برنامه IFD

مقاومت^۱ یک سیستم FDI در واقع میزان تاثیر پذیری عملکرد آن را از شرایط محیطی سیستم تحت نظارت نشان می دهد که می تواند متفاوت از شرایط فرضی در طراحی FDI باشد. هر چه برنامه FDI مقاوم تر باشد این تاثیر پذیری کمتر خواهد بود. مشکل اصلی در بحث مقاوم بودن یک سیستم FDI ناشی از عدم قطعیت ها در پارامترهای فیزیکی دستگاه تحت نظارت است. معمولاً سیگنال های اضافی برای برنامه تشخیص از طریق تخمین گرهای حالت تولید می شوند که اساساً یک مدل ریاضی از دستگاه بوده و بسیار وابسته به پارامترها و مشخصه های فیزیکی آن هستند. به عنوان مثال ممان های اینرسی، پارامترهای مدار الکتریکی، گشتاورها و نیروهای ایرویدینامیکی یا هیدرولیکی و ... می توانند از جمله این مشخصه ها باشند. اگر این پارامترها همگی بطور دقیق معلوم باشند تخمین حالت نیز دقیق بوده و برنامه FDI می تواند نسبت به خطاهای اولیه و کوچک نیز حساس و نرخ هشدارهای اشتباه آن پایین باشد. اما در بسیاری از موارد حتی اگر مدل ریاضی هم دقیق باشد مقادیر برخی پارامترها فقط بطور تقریبی در دسترس هستند. بویژه وقتی که با مباحث مکانیک سیالات و توابع انتقال گرما و ... سروکار داریم. لذا به ناچار تخمین گر حالت با بکارگیری مقادیر نامی برای پارامترهای نامعین، طراحی شده و نهایتاً از یک سری مکانیزم ها برای جبران این عدم قطعیت ها استفاده می کند. در نتیجه تخمین گر خود سیگنالی را تولید می کند که دقیق نیست و سیستم منطقی پردازش جهت رصد خطا ممکن است هشدار اشتباه تولید کند. اگر هم حساسیت را کاهش دهیم ممکن است برخی خطاها تشخیص داده نشوند. این همان مساله مقاومت در برابر عدم قطعیت های پارامتری است. علاوه بر عدم نامعینی های پارامتری موارد دیگری نیز وجود دارند که سیستم تشخیص خطا باید نسبت به آنها مقاوم باشد. که عبارتند از :

(۱) دینامیک مدل نشده (۲) اغتشاشات خارجی و نویز (۳) نوع خطا

تمام دستگاه های دینامیکی غیر خطی هستند اما مشروط به اینکه در محدوده ای کوچک از شرایط نامی خود کار کنند می توان رفتار تقریباً خطی برای آنها در نظر گرفت. در چنین شرایطی یک برنامه FDI مبتنی بر مدل خطی می تواند عملکرد قابل قبولی داشته باشد. اما در خارج از این محدوده دینامیک های مدل نشده (غیرخطی) سیگنال هایی را تولید می کنند که توسط برنامه FDI مدل نشده اند. بنابراین ممکن است سیستم تشخیص آنها را بعنوان خطا تلقی کند و این همان مساله مقاومت در برابر دینامیک های مدل نشده است. دستگاه های دینامیکی علاوه بر ورودیهای اصلی خود همواره در معرض سیگنال های ورودی دیگری هستند که بعنوان اغتشاشات^۲ شناخته می شوند. این ورودی های ناخواسته معمولاً بصورت توابعی تصادفی که از محیط اطراف دستگاه نشأت می گیرند. بعنوان مثال نوسانات باد. بعلاوه سنسورها معمولاً معرض نویز الکترونیکی قرار دارند که بر سیگنال خروجی آنها تاثیر می گذارد. نویز نیز ساختاری تصادفی دارد ولی از منابع دیگر نشأت گرفته و بطور معمول با اغتشاشات همبستگی^۳ ندارد. اگرچه با در نظر گرفتن برخی فرضیات آماری (مانند ایستایی آماری، توزیع نرمال احتمال و ...) اثر نویز و اغتشاشات را بر عملکرد سیستم کاهش می دهند ولی در موارد بسیاری ماهیت

¹ Robustness

² Disturbances

³ Correlation

آماري نويز و اغتشاشات متفاوت از فرضيات ما بوده و اين نکته بر عملکرد برنامه FDI تأثير نامطلوبي مي گذارد و اين همان مساله مقاومت در برابر نويز و اغتشاشات است . هنگاميکه از رويترگر يا تخمين گر حالت براي رصد خطا استفاده مي شود مي توان ديناميك مدل نشده و نويز و اغتشاشات را با يکديگر ترکيب کرد. بويژه در بحث IFD براي يک سيستم خطي، خطاهای مدل و عدم قطعیت های ديناميکی مانند اغتشاشات رفتار مي کنند [۸].

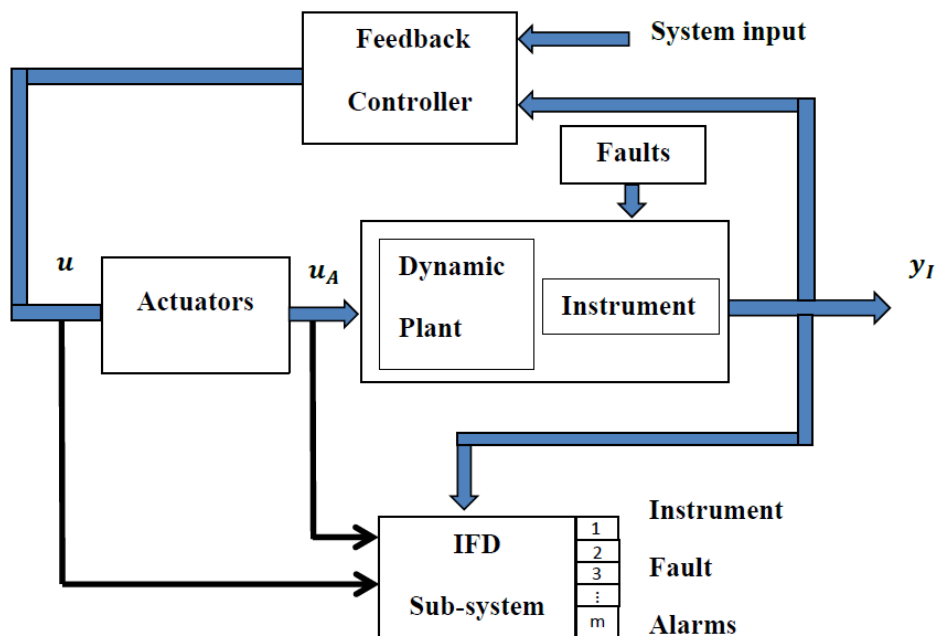
يک بخش مشخص از دستگاه مي تواند به طرق مختلفي دچار نقص شود. بعنوان مثال در يک سنسور ممکن است مقیاس^۱ يا خروجی آن دچار يک باياس ثابت يا متغير شود و يا اينکه در اثر فرسودگی مولفه های غيرخطی در مشخصه آن بوجود آيد يا تحت تأثير نويز زيادی يا هيستريزيس قرار گيرد و يا هر سيستم FDI براي تشخيص انواع بخصوصی از خطا طراحی مي شود و اگر اين انواع زياد باشند طراحی برنامه FDI نیز پيچيده تر خواهد بود. اگر خطايی رخ دهد که در پایگاه داده زيرسيستم FDI تعريف نشده باشد، تشخيص داده نخواهد شد و اين همان مساله مقاوم بودن در برابر انواع خطاست. مطلوب اين است که سيستم تشخيص هر نوع خطايی را حتی اگر در پایگاه داده آن تعريف نشده باشد، شناسایی کند.

¹ Scale Factor

فصل ۳- بکارگیری تخمین حالت برای تشخیص خطا در سنسور

۳-۱- مقدمه

روش های متنوعی برای تشخیص خطا سریع خطاهای اولیه در سنسورهای یک سیستم دینامیکی وجود دارد. اگر تشخیص بر مبنای افزونگی تابعی^۱ باشد، در زیر سیستم نظارت از تخمین گرهای حالت جهت تولید سیگنال های اضافی استفاده می شود. این سیگنال ها به همراه خروجی سنسورها بطور منطقی پردازش می شوند تا هنگام بروز خطا^۲ یک هشدار تولید و بخش مرتبط با آن شناسایی شود. مساله اصلی در اینجا عدم قطعیت مدل و خطاهای^۳ ناشی از آن در تخمین حالت است. همان مساله اصلی در بحث مقاوم بودن زیرسیستم IFD. این موضوع ما را به انجام یک مصالحه اجتناب ناپذیر بین حساسیت سیستم IFD و نرخ هشدار اشتباه وادار می کند. شکل ۳-۱ یک سیستم کنترل چند متغیره را نشان می دهد. سنسورها سیگنال های پسخورد را تولید می کنند که برای سیستم کنترل ضروری هستند. بروز خطا در یکی از این سنسورها می تواند انحراف نامطلوبی در متغیرهای حالت ایجاد کند، مگر اینکه خطا به سرعت تشخیص داده شده و پیکره بندی جدید جهت اجتناب از این انحرافات اعمال شود. این همان هدف زیر سیستم IFD است، یعنی تشخیص سریع خطا در سنسور که می تواند عملکرد سیستم را بطور جدی تضعیف کند.



شکل ۳-۱: بکارگیری IFD در یک سیستم کنترل

¹ Functional Redundancy

² Fault

³ Errors

۳-۲- تشخیص خطای سنسور

رهیافت های گوناگونی در طراحی زیر بخش تجهیزات جانبی یک سیستم وجود دارد تا ایمنی آن در مواجهه با خطاهای احتمالی سنسورها تضمین شود. در برخی موارد فقط از سنسورهای اضافی استفاده می شود. در این حالت سیستم IFD تنها با نظارت بر سیگنال هر سنسور و مقایسه آن با سنسور یا سنسورهای متناظرش عملیات تشخیص را انجام می دهد و این همان افزونگی سخت افزاری^۱ می باشد که در بسیاری کاربردهای عملی ابزار مؤثری برای ایمنی بیشتر سیستم است. اما در مواردی که کاربرد سخت افزار اضافی از لحاظ هزینه و جا محدود است، برای حفاظت سیستم، از افزونگی تابعی یا تحلیلی^۲ استفاده می شود که در آن با بکارگیری روش های تخمین حالت سیگنال های اضافی جهت رصد خطا تولید می شود. از آنجا که برنامه IFD از تخمین گرهای حالت (رویتگر لیونبرگر و فیلتر کالمن) [۲۳] استفاده می کند بنابراین باید مجموعه ی خروجی سنسورها (بردار Y_I) سیگنالهای ورودی محرک ها یا همان سیگنال های کنترلی (بردار u)، خروجی محرک ها (بردار u_A) باید برای زیرسیستم IFD در دسترس باشند. این موضوع در شکل ۳-۱ نشان داده شده است. باید توجه داشت اگرچه اکثر برنامه های نظارتی با افزونگی تابعی بصورت خطی ارائه می شوند (و به این ترتیب قواعد طراحی رویتگرها قابل اعمال هستند) اما نیازی نیست وقتی که u_A ورودی برنامه IFD است کنترل کننده یا محرک ها نیز خطی باشند. همچنین لزومی ندارد که مجموعه دستگاه، سنسورها و محرک ها بخشی از یک سیستم کنترل پسخوردی باشند. در واقع هر مجموعه دستگاه - سنسور خطی که بخشی از یک سیستم غیر خطی بزرگتر است می تواند بطور مجزا تحت نظارت قرار گیرد.

بحث را با این فرض دنبال می کنیم که هدف تشخیص سریع خطاهای اولیه است. همچنین می خواهیم نرخ هشدار اشتباه را تا حد ممکن کاهش دهیم. به این ترتیب باید مقداری از سرعت و حساسیت سیستم تشخیص را برای کاهش نرخ هشدارهای اشتباه هزینه کنیم. بعلاوه فرض می کنیم در هر لحظه تنها یک سنسور دچار خطا می شود. خطاهای خود سیستم تشخیص (مثلا نقص کامپیوتر و ...) را در نظر نمی گیریم. آنچه در ادامه مورد بررسی قرار می گیرد تشخیص و شناسایی بخش مرتبط با خرابی است و چگونگی پیکره بندی جدید سیستم که بعد از تشخیص و شناسایی صورت می گیرد، مطرح نخواهد شد. سنسورها و تجهیزات متنوعی در سیستم های دینامیکی بکار می روند و هر کدام ممکن است به نوعی دچار نقص شوند. مطلوب این است که برنامه IFD توانایی تشخیص هر نوع خطایی را داشته باشد و محدود به فرضیات تعریف شده در طراحی آن نباشد. معمولا اینکه خطا از چه نوعی است و یا اینکه مثلا دامنه آن چقدر است و ... برای IFD اهمیت ندارد. آنچه مهم است تشخیص بموقع و شناسایی سریع بخش خراب است. اگر فرض کنیم دستگاه تحت تأثیر اغتشاشات خارجی نباشد و نویزی هم بر خروجی سنسورها اثر نمی گذارد، در این صورت تخمین گر مورد استفاده در IFD همان شکل ساده رویتگر لیونبرگر را دارد^۳. اما در شرایط واقعی معمولا دستگاه علاوه بر ورودی کنترلی خود، u_A

¹ Hardware Redundancy

² Functional or Analytical Redundancy

³ Deterministic IFD

متأثر از ورودی اغتشاش نیز خواهد بود. همچنین اثر نویز بر سنسورها وجود خواهد داشت که قابل چشم پوشی نیست. در اینگونه موارد تخمین گر مورد استفاده فیلتر کالمن است^۱ [۳].

۳-۲-۱- تشخیص خطای سنسور بدون در نظر گرفتن اغتشاشات و نویز

سیستم نشان داده شده در شکل ۱-۳ را در نظر می گیریم. فرض می کنیم نوسانات خروجی محرک از u_A وضعیت تعادل آن (که غالباً برای سادگی صفر در نظر گرفته می شود) تا حدی است که بتوانیم سیستم را بطور خطی مدل کنیم. سیستم را از درجه n با بردار حالت $X(t)$ در نظر می گیریم که :

$$X(t) = \begin{bmatrix} x_1(t) \\ \vdots \\ x_n(t) \end{bmatrix}_{n \times 1} \quad (1-3)$$

که $X_1 \dots X_n$ متغیرهای حالت هستند. تعداد r محرک وجود دارد که خروجی آنها عنصر ماتریس $u_A(t)$ را شکل می دهند.

$$u_A(t) = \begin{bmatrix} u_1(t) \\ \vdots \\ u_r(t) \end{bmatrix} \quad (2-3)$$

این r متغیر ، ورودی های دستگاه هستند. فرض کنید ارتباط این r ورودی کنترلی با متغیرهای حالت با معادله زیر بیان می شود :

$$\dot{X}(t) = AX(t) + Bu_A(t) \quad (3-3)$$

در اینجا A یک ماتریس $n \times n$ است که :

$$A = A_0 + \Delta A$$

A_0 یک ماتریس ثابت است که المان های آن از مشخصات فیزیکی دستگاه با فرض کار در شرایط نامی استخراج شده اند. ΔA عدم قطعیت در A است که از عدم قطعیت مدل دستگاه نشأت می گیرد. در مواردی که پارامترهای فیزیکی دستگاه با دقت قابل قبولی در دسترس باشند ΔA کوچک بوده و نسبت به A_0 در طراحی زیرسیستم FDI قابل چشم پوشی است. اما معمولاً اینگونه نیست. ΔA خود می تواند متغیر با زمان باشد. و ممکن است در بازه زمانی که رابطه (۳-۳) بر دینامیک دستگاه حاکم است، تغییر کند. البته ما دستگاه را اگرچه همراه با عدم قطعیت ولی بصورت خطی در نظر می گیریم. B یک ماتریس با بعد $n \times r$ است که :

$$B = B_0 + \Delta B$$

B_0 هم یک ماتریس ثابت است و مانند A_0 از کار دستگاه در شرایط نامی بدست می آید. ΔB مانند ΔA ترم ناشی از عدم قطعیت مدل دستگاه است. برای سیستم شکل ۱-۳، m سنسور فرض می کنیم که سیگنال های پسخوردی جهت کنترل یا کاربردهای دیگر را تولید می کنند. در این حالت هیچکدام از m

¹ IFD with Plant Disturbances

سنسور اضافی نیستند. بطور معمول $m = 3$ یا بیشتر است. m سیگنال تولید شده توسط سنسورها را بعنوان خروجی های سیستم در نظر گرفته و با بردار (Y_I) نمایش می دهیم:

$$Y_I = \begin{bmatrix} Y_{1I}(t) \\ \vdots \\ Y_{mI}(t) \end{bmatrix}$$

Y_I وابسته به بردارهای حالت و خطاست که به ترتیب با $X(t)$ و Y_F نشان می دهیم:

$$Y_I(t) = CX(t) + Y_F \quad (4-3)$$

در اینجا اثر خطای سنسور بصورت یک ترم جمع شونده در $Y_I(t)$ مدل شده است. بردار خطا بصورت زیر است:

$$Y_F = \begin{bmatrix} Y_{1F} \\ \vdots \\ Y_{mF} \end{bmatrix}$$

که Y_{iF} خطا در سنسور i ام را مدل می کند و مقدار آن نیز صفر است مگر اینکه این سنسور دچار نقص شود. هنگامیکه چنین خطایی رخ دهد، Y_{iF} مقداری غیرصفر می گیرد که می تواند گاهی فقط تابعی از زمان باشد بعنوان مثال زمانی که خطا بصورت یک بایاس ساده در خروجی سنسور است، یا اینکه تابعی پیچیده تر باشد، مثل یک بایاس غیرخطی در ضریب مقیاس سنسور یا اشکال دیگری از خطا که وابسته به $X(t)$ هستند. ما فرض می کنیم که در هر لحظه فقط یکی از سنسورها دچار خطا می شود یعنی در هر لحظه فقط یکی از المان های بردار Y_F غیرصفر می شود. C نیز مانند A و B تحت تأثیر عدم قطعیت خواهد بود:

$$C = C_0 + \Delta C$$

برخی خطاها را می توان با ΔC مدل کرد ولی ما در اینجا از ΔC فقط بعنوان ترم عدم قطعیت پارامتری در C استفاده کرده و تمام خطاهای ممکن را در Y_F جمع می کنیم. در برخی سیستم ها در رابطه مربوط به $Y_I(t)$ ترم $Du_A(t)$ نیز وجود دارد که ما برای سادگی از آن صرف نظر کرده ایم چراکه بر قواعد اصلی طراحی IFD تأثیری نخواهد داشت. همچنین برای سادگی در ادامه بجای $X_1(t)$ ، $\dots, Y_{1I}(t), Y_1(t), \dots, X_2(t), \dots, Y_I, Y_{1I}, \dots, X_1, X_2, \dots$ استفاده می کنیم. معمولاً زیرسیستم IFD نشان داده شده در شکل ۳-۱ از دو بخش اصلی تشکیل می شود. بخش اول شامل تخمین گرهای حالت است که سیگنال های اضافی را تولید می کنند. این سیگنال ها ممکن است تخمین متغیرهای حالت یا تخمین خروجی سنسورها و یا تفاوت بین مقدار تخمینی و خروجی واقعی سنسورها (بردار Y_I) باشد. بخش دوم شامل ابزار منطقی است که سیگنال های بخش اول را پردازش می کند تا در صورت وجود المان غیرصفر در Y_F آن را تشخیص داده و مشخص کند کدامیک از m سنسور دچار نقص شده اند. نتیجه این تشخیص و شناسایی تولید یک هشدار از طرف IFD است. همانطور که قبلاً هم اشاره شد در حالتی که سیستم مصون از اغتشاشات خارجی و نویز است از روینگرهای لیونبرگر [۲] برای تخمین حالت استفاده می شود. اگر Y_I و $u_A(t)$ در دسترس باشند با رابطه زیر حالت های سیستم تخمین زده می شوند:

$$\dot{\hat{X}} = [A_0 - LC_0]\hat{X} + LY_I + B_0u_A \quad (5-3)$$

که $\hat{X}(t)$ یک تخمین از $X(t)$ است. خطای این تخمین $\varepsilon(t)$ بصورت زیر تعریف می شود:

$$\varepsilon(t) = X(t) - \hat{X}(t) \quad (6-3)$$

که برای سیستم IFD غیر قابل دسترس است چراکه مقدار $X(t)$ معلوم نمی باشد. اگر فرض کنیم ΔA و ΔB و ΔC صفر باشند و سیستم متأثر از نویز و اغتشاشات خارجی نبوده و مقدار اولیه برای $\hat{X}(t)$ هم نزدیک به مقدار اولیه $X(t)$ انتخاب شود، همچنین خطایی هم در سنسورها رخ ندهد، آنگاه $\varepsilon(t)$ مساوی صفر خواهد بود. اما در اکثر کاربردهای عملی $\varepsilon(t)$ در همه ی زمان ها غیر صفر است و معادله دینامیکی آن را می توان با ترکیب روابط (3-5) و (3-6) با (3-3) و (3-4) بصورت زیر بدست آورد:

$$\dot{\varepsilon}(t) = [A_0 - LC_0]\varepsilon + [\Delta A - L\Delta C]X + \Delta Bu_A - LY_F \quad (7-3)$$

ترکیب اثر خطای سنسور، عدم قطعیت مدل و خطای اولیه که $\varepsilon(t)$ را ایجاد می کند، باعث می شود که رابطه (7-3) جوابی غیر صفر داشته باشد. ماتریس L توسط طراح انتخاب می شود تا با معیار خاصی عملکرد زیرسیستم IFD را بهینه کند. گرچه تشخیص و شناسایی سریع یک Y_{IF} غیر صفر از اهمیت زیادی برخوردار است ولی پرهیز از هشدارهای اشتباه ناشی از $\Delta A, \Delta B, \Delta C$ نیز به همان اندازه مهم است. یعنی همان اندازه که باید به طراحی رویترگر توجه داشته باشیم به همان اندازه نیز باید فرآیند منطقی تشخیص را درست طراحی کنیم. رابطه (7-3) همچنین نشان می دهد که نوسانات در $X(t)$ و $u_A(t)$ نیز بر دینامیک $\varepsilon(t)$ اثر می گذارند و در نتیجه طراحی سیستم IFD را مشکلتر می کنند. همانطور که گفته شد Y_F به نوع خطایی که رخ می دهد بستگی دارد. بعلاوه $\Delta A, \Delta B, \Delta C$ همگی بواسطه عدم قطعیت های فیزیکی که آنها را تولید می کنند به نوعی بهم مرتبط هستند و نمی توان آنها را بجز موارد خاص بطور مجزا در نظر گرفت. بدلیل همین ارتباطات پیچیده که در مورد هر سیستم متفاوت از دیگری است، پیشرفت های کمی در زمینه طراحی تخمین گر حالت و فرآیند منطقی تشخیص در کنار هم و به عنوان یک زیر سیستم IFD مجتمع، صورت گرفته است. انتخاب ماتریس L به عوامل زیادی بستگی دارد که با توجه به هدف زیرسیستم IFD مشخص می شوند. در واقع معیارهایی که برای طراحی یک رویترگر در کاربردهای معمولی مدنظرند ممکن است در بحث تشخیص خطا مطرح نباشند. همچنین به عنوان یک قاعده کلی در طراحی رویترگر باید به این نکته توجه داشت، برای اینکه رویترگر تخمین درستی از X ارائه دهد لزومی ندارد زوج (A_0, C_0) رویت پذیر باشند [1]. در واقع کافی است L طوری انتخاب شود که مقادیر ویژه ماتریس $[A_0 - LC_0]$ مطلوب باشند، چراکه اساسا رویترگر یک مدل ریاضی از سیستم است و بردار حالت آن می تواند حالت سیستم را دنبال کند چون هر دو ورودی یکسان $u_A(t)$ را دارند. $Y_I(t)$ هم تنها برای این منظور به عنوان ورودی رویترگر است که ماتریس $[A_0 - LC_0]$ به شکل مطلوب باشد. برای توصیف نحوه ی طراحی IFD برپایه استفاده از رویترگر، ابتدا بطور موقت از عدم قطعیت های مدل صرف نظر می کنیم. بردار \hat{Y} را نیز بعنوان تخمین خروجی سنسورها در نظر می گیریم:

$$\hat{Y}(t) = C_0 \hat{X}(t) \quad (8-3)$$

به این ترتیب معادله (3-5) به شکل زیر درمی آید:

$$\dot{\hat{X}}(t) = A_0 \hat{X} + B_0 u_A + L(Y_I - \hat{Y}) \quad (9-3)$$

این رابطه نشان می دهد که در شرایط ایده آل (یعنی $\Delta A = 0, \Delta B = 0, \Delta C = 0$) به جز بازه کوچکی در شروع کار که $Y_I \neq \hat{Y}$ است، رویتگر کاملاً همان مدل دستگاه است و بردار \hat{X} هم تنها در صورت بروز خطا در سنسورها رفتار غیر عادی نشان خواهد داد. اگرچه خطا فقط در یک سنسور رخ می دهد ولی بروز آن بر تمام المان های \hat{X} و در نتیجه بر تمام عنصر \hat{Y} اثر می گذارد. ما بدنبال روشی هستیم که با پردازش منطقی المان های \hat{Y} ، آن درایه از Y_I را که دچار خطا شده است بیابیم. به این ترتیب سنسوری که دچار نقص شده است، شناسایی خواهد شد. برای این منظور دو روش کلی داریم:

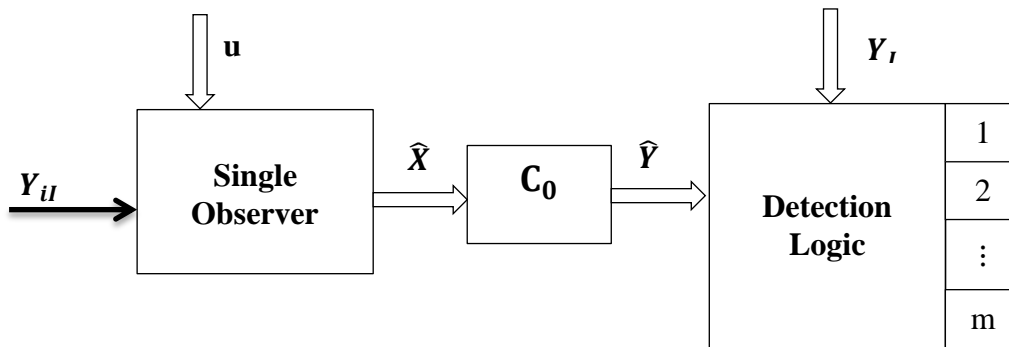
الف) استفاده از یک رویتگر (ب) استفاده از چند رویتگر

الف) استفاده از یک رویتگر:

برای این منظور رویتگر را تنها با بکارگیری یکی از المان های Y_I ، بعنوان مثال Y_{iI} ، طراحی می کنیم. در این صورت معادله رویتگر بصورت زیر خواهد بود:

$$\begin{aligned} \dot{\hat{X}} &= [A_0 - L_i C_{0i}] \hat{X} + B_0 u_A + L_i Y_{iI} \\ Y_{iI} &= C_{0i} X + Y_{iF} \end{aligned} \quad (10-3)$$

C_{0i} سطر i ام ماتریس C_0 است. L_i هم یک ماتریس $1 \times n$ می باشد که در طراحی مشخص می شود. شکل ۲-۳ نمودار این رویتگر همراه سیستم منطقی را نشان می دهد.



شکل ۲-۳: یک نمایش ساده از بکارگیری رویتگر در تشخیص خطا

ماتریس Δt برای استفاده در فرآیند منطقی تشخیص بصورت زیر تعریف می شود:

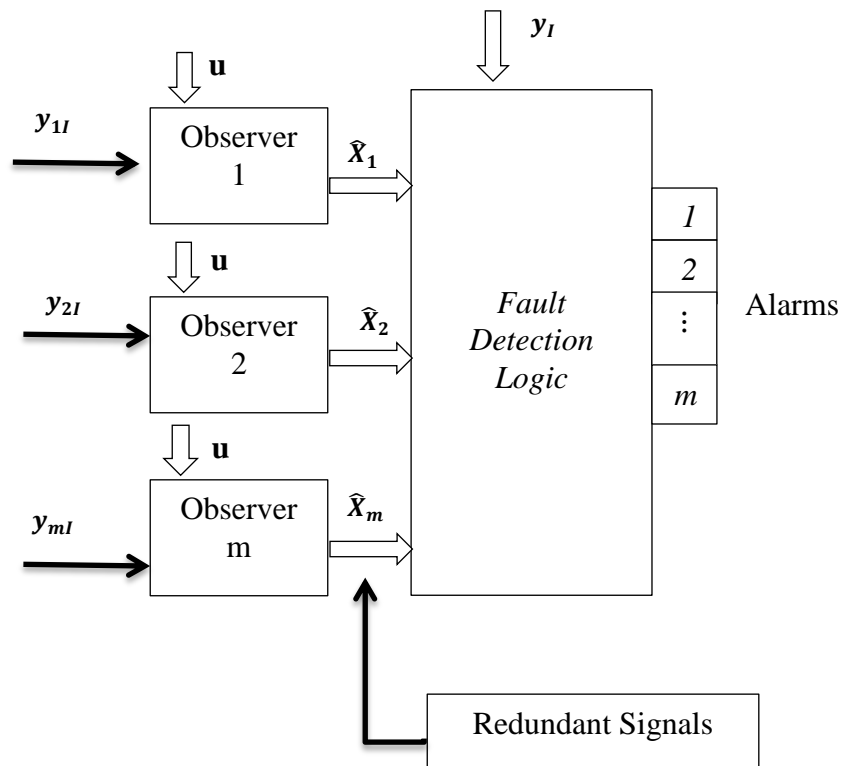
$$\Delta(t) = \begin{bmatrix} \Delta_1(t) \\ \vdots \\ \Delta_m(t) \end{bmatrix} = \{|Y_{jI} - \hat{Y}_{jI}|\} ; j = 1, \dots, m ; i \neq j$$

به هر درایه از این ماتریس یک تابع تصمیم گیری می گوئیم. اگر در هیچ سنسوری خطا نداشته باشیم تمام $m-1$ عنصر ماتریس $\Delta(t)$ ، مشروط به کوچک بودن $\Delta A, \Delta B, \Delta C$ ، مقادیر کوچکی خواهند داشت. در این صورت نوسانات توابع تصمیم گیری، $\Delta_i(t)$ ها، که بواسطه عدم قطعیت های مدل است کوچک بوده و می توان با انتخاب یک آستانه مناسب از هشدارهای اشتباه پرهیز کرد. اگر خطایی در سنسور k ام رخ دهد تنها $\Delta_k(t)$ تغییر می کند. اگر خطا به قدر کافی بزرگ باشد $\Delta_k(t)$ از آستانه خود

تجاوز کرده و یک هشدار تولید می شود. از آنجا که رویتر تنها با استفاده از سیگنال Y_{iI} طراحی شده ، لذا بروز خطا در سنسور k ام (که $i \neq k$) اثری بر \hat{Y}_j ها نداشته و مابقی $\Delta_j(t)$ ها (که $j \neq k$) تحت تأثیر خطا قرار نخواهند گرفت. اگرهم خطا در سنسور i ام باشد تمام \hat{Y}_j ها و در نتیجه آن تمام توابع تصمیم گیری $\Delta_j(t)$ ها تغییر می کنند. در این حالت منطق تشخیص را طوری برنامه ریزی می کنیم که خطا را در سنسور i ام نشان دهد.

ب) استفاده از چند رویتر:

به شکل ۳-۳ توجه کنید. در اینجا m رویتر برای m سنسور تحت نظارت در نظر گرفته شده است. هر کدام از این رویترها نیز تنها سیگنال یکی از سنسورها را بعنوان ورودی دریافت می کنند. بهمین دلیل این نوع پیکره بندی را روش رویتر اختصاصی (DOS)^۱ می نامند. فرض کنید برای هر رویتر ماتریس L_i وجود داشته باشد بطوریکه ماتریس $[A_0 - L_i C_{0i}]$ دارای مقادیر ویژه مطلوب باشد. هر رویتر n متغیر حالت را تخمین می زند که در منطق تشخیص استفاده خواهند شد.



شکل ۳-۳: روش رویتر اختصاصی (DOS)

در ادامه دو روش منطقی را بیان می کنیم که برپایه DOS به تشخیص و شناسایی خطا می پردازند.

روش اول:

به این صورت است که یک متغیر حالت را در m بردار حالت تخمین زده شده در نظر می گیریم. مثلاً متغیر حالت X_i در هر m بردار حالت بدست آمده از رویترها. به عنوان مثال فرض کنید $m = 3$ است،

¹ Dedicated Observer Scheme

یعنی فقط سه تا سنسور داریم. همچنین فرض کنید متغیر حالت X_7 برای هدف IFD متغیر مناسبی بوده و در هر سه بردار حالت تخمین زده شده آن را در نظر می گیریم. سه تابع زیر را تعریف می کنیم:

$$\begin{aligned}\Psi_1 &= |\hat{X}_{71} - \hat{X}_{72}| \\ \Psi_2 &= |\hat{X}_{71} - \hat{X}_{73}| \\ \Psi_3 &= |\hat{X}_{72} - \hat{X}_{73}|\end{aligned}\quad (11-3)$$

که \hat{X}_{ij} تخمین متغیر حالت i ام توسط رویترگر j ام می باشد. سپس سه تابع تصمیم گیری را که هر کدام برای یک سنسور تحت نظارت است، به شکل زیر تعریف می کنیم :

$$\begin{aligned}\eta_1 &= \Psi_1 \Psi_2 \\ \eta_2 &= \Psi_1 \Psi_3 \\ \eta_3 &= \Psi_2 \Psi_3\end{aligned}\quad (12-3)$$

اگر عدم قطعیت در ماتریس های A, B, C کوچک باشد تخمین متغیرهای حالت نیز دقیق بوده و Ψ_1 و Ψ_2 و Ψ_3 مقادیر کوچکی در نزدیکی صفر دارند مگر اینکه در یکی از سنسورها خطایی رخ دهد. به همین ترتیب η_1 و η_2 و η_3 حول صفر نوسانات کوچکی خواهند داشت. حال فرض کنید در سنسور شماره یک خطایی رخ دهد. Ψ_1 و Ψ_2 افزایش خواهند یافت، چراکه هر دو وابسته به تخمین حالت بدست آمده از رویترگرهایی هستند که از سیگنال سنسور خراب استفاده می کنند. اما Ψ_3 همچنان کوچک باقی می ماند چون وابسته به تخمین رویترگرهایی است که سیگنال ورودی آنها بدن خطاست. در نتیجه η_1 نسبت به η_2 و η_3 خیلی بزرگتر خواهد شد. در این صورت با بررسی η_1 و η_2 و η_3 وقوع خطا در سنسور شماره ۱ براحتی قابل تشخیص و شناسایی است. این منطق تشخیص براحتی برای $m > 3$ قابل تعمیم است. اگر m بزرگتر باشد تعداد Ψ_i ها افزایش می یابد و در توابع تصمیم گیری η_i ترم های بیشتری وجود خواهد داشت.

این تعریف برای توابع تصمیم گیری مصونیت سیستم IFD را در برابر هشدارهای غلط ناشی از عدم قطعیت مدل، افزایش می دهد. η_i ها توابعی غیرخطی از Ψ_i ها هستند. تغییرات کوچک در Ψ_i ها، ناشی از $\Delta A, \Delta B, \Delta C$ در شرایط کار عادی سیستم، بصورت ضرب کمیت های کوچک در η_i ظاهر شده و تبدیل به نوسانات خیلی کوچکتري در η_i می شوند و امکان کاهش آستانه و افزایش حساسیت را فراهم می کنند. همچنین احتمال هشدار اشتباه ناشی از عدم قطعیت های مدل به این صورت کاهش می یابد. از طرف دیگر اگر خطایی مثلا در سنسور شماره ۱ رخ دهد تمام عوامل Ψ_i در η_1 افزایش یافته و η_1 خیلی بزرگ خواهد شد و به این ترتیب علیرغم وجود $\Delta A, \Delta B, \Delta C$ کوچک، امکان تشخیص خطاهای اولیه نیز فراهم می شود.

روش دوم :

در اینجا منطق تشخیص از مقایسه خروجی واقعی سنسورها و مقادیر تخمینی متناظرشان استفاده می کند. \hat{Y}_I^i را بعنوان تخمین خروجی سنسورها حاصل از رویترگر i ام بصورت زیر در نظر بگیرید :

$$\hat{Y}_I^i = \begin{bmatrix} \hat{Y}_{1i} \\ \vdots \\ \hat{Y}_{mi} \end{bmatrix} = C_0 \hat{X}_i \quad (13-3)$$

فرض کنیم $m = 3$ و ماتریس Δ_y^i را بصورت زیر تعریف کنیم :

$$\Delta y^i = \begin{bmatrix} \Delta y_1^i \\ \Delta y_2^i \\ \Delta y_3^i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{1i} - \hat{Y}_{1i} \\ Y_{2i} - \hat{Y}_{2i} \\ Y_{3i} - \hat{Y}_{3i} \end{bmatrix}$$

دقت کنید در ماتریس Δy^i خروجی واقعی تمام سنسورها وجود دارند ولی تخمین این خروجی ها فقط از روی تگر i ام است. در این حالت تابع تصمیم گیری برای تشخیص خطا در سنسور i ام بصورت زیر تعریف می شود :

$$\Delta_i(t) = |\Delta y_j^i \cdot \Delta y_k^i| \quad ; \quad j, k \neq i \quad (14-3)$$

چون $m = 3$ فرض شده، فقط دو ترم ضربی در $\Delta_i(t)$ داریم. $\Delta_i^i(t)$ در رابطه $\Delta_i(t)$ ظاهر نمی شود، چون معمولاً مقدار آن صفر است. فرض کنید سنسور شماره ۱ دچار خطا شود. بروز این خطا اثری بر $\Delta_2(t)$ و $\Delta_3(t)$ ندارد چراکه تخمین خروجی سنسورها که از روی تگر شماره ۱ بدست آمده در این توابع تصمیم گیری حضور ندارند. اما $\Delta_1(t)$ بزرگ می شود، چون بروز خطا در سنسور شماره ۱ باعث تخمین اشتباه \hat{Y}_{21} و \hat{Y}_{31} شده در نتیجه هم Δy_2^1 و هم Δy_3^1 افزایش می یابند. به این ترتیب خطا در سنسور ۱ قابل تشخیص و شناسایی خواهد بود. مزیت استفاده از تابع تصمیم گیری غیرخطی $\Delta_i(t)$ این است که با افزایش تعداد سنسورها امکان هشدار غلط کاهش می یابد، مشابه آنچه برای η_i توضیح داده شد.

۳-۲-۲- تشخیص خطای سنسور با حضور اغتشاشات خارجی

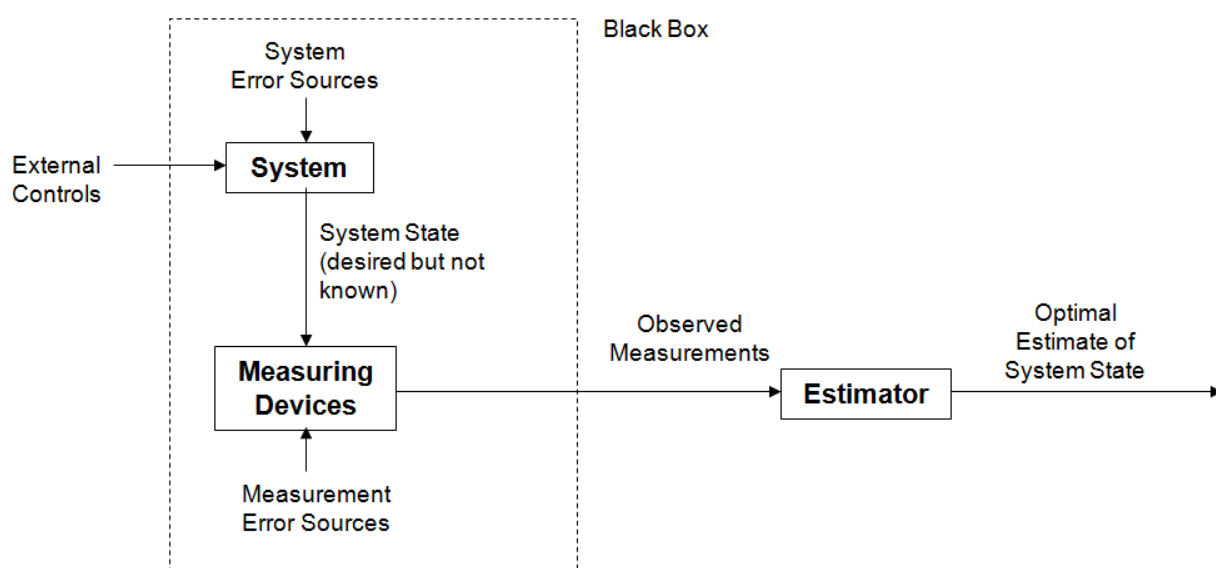
اگر دستگاه دینامیکی علاوه بر ورودی های کنترلی تحت تأثیر ورودی های اغتشاش هم باشد تخمین حالت در زیرسیستم IFD نیز همراه با اشتباه^۱ خواهد بود، حتی اگر هیچ عدم قطعیتی هم در مدل نباشد. دلیل این موضوع این است که ورودی های اغتشاش برای زیرسیستم IFD معلوم و در دسترس نیستند و تنها ورودی های کنترلی را داریم. در اغلب موارد اغتشاشات بصورت نوساناتی تصادفی هستند و در بهترین حالت تنها پارامترهای آماری آنها در دسترس خواهد بود. البته اگر این مشخصه های آماری بطور تقریبی یا دقیق برای ما معلوم باشند می توان تخمین گر را طوری طراحی کرد که اگرچه خطای تخمین در آن وجود دارد ولی با معیاری خاص کمینه شود. فیلتر کالمن [۳] متداولترین نوع از این تخمین گرها است و نمونه های متعددی از کاربرد آن در تشخیص خطا وجود دارد [۱۰-۱۲]. آنچه در تشخیص و شناسایی با استفاده از روی تگر لیونبرگر [۲] توضیح داده شد، در مورد فیلتر کالمن نیز قابل پیاده سازی است. در فصل بعد به معرفی فیلتر کالمن می پردازیم.

¹ Error

فصل ۴ - فیلتر کالمن

۴-۱ - مقدمه

فیلتر کالمن اولین بار در سال ۱۹۶۰ توسط رودولف امیل کالمن^۱ در قالب مقاله ای در زمینه فیلترینگ خطی داده های گسسته ارائه شد. این فیلتر در واقع مجموعه ای از روابط ریاضی است که با کمینه کردن میانگین مربعات خطا، به تخمین حالت یک فرآیند می پردازد. بطور دقیق تر هدف آن استفاده از داده های اندازه گیری نویزی برای تخمین داده هایی است که به مقدار واقعی میل می کنند. به این صورت که یک تخمین از مقادیر اندازه گیری شده را (با پیش بینی یک مقدار، تخمین میزان عدم قطعیت آن و محاسبه یک میانگین وزنی از آن) تولید می کند. بیشترین وزن به مقداری داده می شود که کمترین عدم قطعیت را دارد. بطور خلاصه فیلتر کالمن یک الگوریتم پردازش داده بازگشتی است که یک تخمین بهینه (کمترین کوواریانس خطا) از حالات سیستم را با بکارگیری دسته ای از مقادیر اندازه گیری شده تولید می کند. هر چند ما در اینجا فیلتر کالمن را در تشخیص خطا بکار برده ایم اما کاربردهای بسیار متنوع و مهم دیگری نیز دارد [۲۵ و ۲۶].



شکل ۴-۱: سیستم کنترل به همراه اندازه گیری و تخمین با حضور نویز و اغتشاشات

در شکل فوق سیستمی را مشاهده می کنیم که در آن حالت ها^۲ بطور مستقیم قابل دسترسی و اندازه گیری نیستند. نیاز به تخمین حالت ها از روی مقادیر اندازه گیری است.

^۱ Rudolph.Emil.Kalman

^۲ States

۴-۲- تخمین تصادفی

راهکارهای متعددی برای محاسبه (تخمین) یک حالت نامعلوم^۱ از روی یک دسته اندازه گیری های انجام شده بر روی سیستم، وجود دارد. با این حال بیشتر این روش ها توجه اساسی به طبیعت نویزی داده های اندازه گیری ندارند. اندازه گیری ها معمولاً با ابزار الکترونیکی یا سنسورهای صوتی، نوری^۲، مکانیکی و یا حتی مغناطیسی انجام می شوند که علیرغم دقت بالا درگیر عدم قطعیت و نویزپذیری هستند. نویز یا خود ذاتاً یک سیگنال تصادفی است و یا با آن مدل می شود، بهمین دلیل در تخمین یک حالت ما با تقریب های تصادفی سروکار خواهیم داشت.

۴-۲-۱- مدل فضای حالت

مدل فضای حالت در واقع یک نمایش ریاضی خاص از سیستم است که بویژه در مسائل کنترل و تخمین مورد استفاده قرار می گیرد و انجام محاسبات و تحلیل ها را بشکل قابل توجهی ساده می کند. همچنین در مدل فضای حالت، آن بخش از دینامیک داخلی سیستم که در مدل تابع تبدیل ممکن است حذف شود نیز قابل رویت و بررسی است. سیستم زیر را که با یک معادله تفاضلی مرتبه n توصیف شده در نظر بگیرید :

$$y_{i+1} = a_{0,i}y_i + \dots + a_{n-1,i}y_{i-n+1} + w_i \quad ; \quad i \geq 0$$

که در آن نویز فرآیند یعنی w_i ، یک نویز سفید با مقدار میانگین صفر و تابع خودهمبستگی زیر باشد :

$$E(w_i, w_j) = R_u = Q_{ij}$$

و مقادیر اولیه $y_0, y_{-1}, \dots, y_{-n+1}$ را نیز یک متغیر تصادفی با ماتریس کوواریانس $n \times n$ مشخص بصورت زیر در نظر می گیریم :

$$P_0 = E(y_{-i}, y_{-k}) \quad ; \quad i, k \in \{0, n-1\}$$

همچنین فرض می کنیم که :

$$E(w_i, y_j) = 0 \quad \text{for} \quad -n+1 \leq j \leq 0 \quad \text{and} \quad i \geq 0$$

این فرض برقراری رابطه زیر را تضمین می کند :

$$E(w_i, y_j) = 0 \quad ; \quad i \geq j \geq 0$$

به عبارت دیگر تضمین می کند که نویز از لحاظ آماری مستقل از فرآیندی است که قرار است تخمین

زده شود. می توان شکل ماتریسی زیر را برای سیستم ارائه داد.

$$X_{i+1} = \begin{bmatrix} y_{i+1} \\ y_i \\ y_{i-1} \\ \vdots \\ y_{i-n+2} \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} a_0 & a_1 & \dots & a_{n-2} & a_{n-1} \\ 1 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 1 & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 1 & 0 \end{bmatrix}}_A \underbrace{\begin{bmatrix} y_i \\ y_{i-1} \\ y_{i-2} \\ \vdots \\ y_{i-n+1} \end{bmatrix}}_{X_i} + \underbrace{\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}}_B w_i$$

¹ Unknown State

² Optical

که مدل فضای حالت زیر را نتیجه می دهد :

$$X_{i+1} = AX_i + Gw_i$$

$$y_i = [1 \ 0 \ \dots \ 0]X_i$$

یا به شکل کلی تر :

$$X_{i+1} = AX_i + Gw_i \quad (1-4)$$

$$y_i = HX_i \quad (2-4)$$

رابطه (۱-۴) ارتباط بین حالت بعدی (یعنی X_{i+1}) را با حالت فعلی (یعنی X_i) و نویز فرآیند (یعنی w_i) بصورت یک ترکیب خطی نشان می دهد. رابطه (۲-۴) هم ارتباط بین خروجی اندازه گیری فرآیند و حالت فعلی X_i را بیان می کند. این دو رابطه را به ترتیب مدل فرآیند و مدل اندازه گیری گویند که پایه تقریباً تمام روش های خطی تخمین حالت (مانند روش فیلتر کالمن) هستند. در بخش بعد این روش را بررسی خواهیم کرد.

۴-۲-۲- مسأله طراحی رویتگر

طراحی رویتگر یک موضوع کلی و مهم در نظریه سیستم های خطی است. مسأله اصلی تعیین (تخمین) حالت های داخلی سیستم خطی، تنها با دسترسی به خروجی های سیستم است (البته سیگنال کنترلی ورودی نیز در دسترس است که در این منظر آن را نادیده گرفته ایم). در واقع می توان سیستم را یک جعبه سیاه پنداشت که ما تنها به چند سیگنال خروجی از آن دسترسی داریم. اکثر روش هایی که برای مسأله طراحی رویتگر پیشنهاد شده بر پایه مدل فضای حالت هستند. در بخش قبل دیدیم که مدل فرآیند چگونگی تبدیل حالت ها را بیان می کند و می توان آن را بصورت یک معادله تفاضلی- تصادفی خطی مانند رابطه زیر نشان داد :

$$X_k = AX_{k-1} + Bu_k + w_{k-1} \quad (3-4)$$

رابطه دیگر، مدل اندازه گیری بود که ارتباط بین حالت ها و مقادیر اندازه گیری شده را نشان می داد. اگر تاثیر نویز را بر اندازه گیری لحاظ کنیم برای مدل اندازه گیری به رابطه زیر می رسم :

$$Z_k = HX_k + v_k \quad (4-4)$$

در دو رابطه اخیر ترم های w_k و v_k متغیرهای تصادفی هستند که به ترتیب نویز فرآیند و نویز اندازه گیری را نشان می دهند. دقت کنید رابطه (۲-۴) ارتباط بین خروجی و حالت ها را بدون در نظر گرفتن نویز و براساس ریاضیات شهودی سیستم بیان می کند. حال آنکه در رابطه (۴-۴) ارتباط بین مقادیر واقعی اندازه گیری شده (همراه با نویز) و حالت ها را داریم. بهمین دلیل در رابطه (۴-۴) از Z_k بجای y_k استفاده شده است. نویز اندازه گیری می تواند ناشی از محدودیت های فیزیکی ابزار اندازه گیری باشد. مثلاً برای یک سنسور ممکن است اگر طول سیم رابط بلندتر از مقدار مشخصی باشد نویز بر داده

ارسالی اثر گذارد یا اینکه ممکن است در یک سنسور نسبت نویز به سیگنال (SNR)¹ متغیر با زمان باشد و یا تغییر دما در عملکرد دقیق سنسور تداخل ایجاد کند و ... از طرف دیگر آنچه به عنوان مدل فرآیند معرفی می شود، رابطه قطعی و کاملاً دقیق نیست و بهمین دلیل در رابطه (۳-۴) این عدم قطعیت ها را با یک ترم تصادفی مدل کرده ایم.

۴-۳- ساختمان ریاضی فیلتر کالمن

فیلتر کالمن یکی از معروفترین و رایج ترین ابزارهای ریاضی است که برای تخمین تصادفی از روی داده های نویزی مورد استفاده قرار می گیرد. این فیلتر در واقع مجموعه ای از معادلات ریاضی است که یک الگوریتم پیش بینی و تصحیح را برای تخمین گر شکل می دهند. ویژگی مهم این الگوریتم این است که کوواریانس خطای تخمین را کمینه می کند و از این منظر یک تخمین گر بهینه محسوب می شود. از همان ابتدای معرفی، فیلتر کالمن موضوع بسیاری از تحقیقات گسترده بویژه در حوزه اتونوموس و ناوبری اتوماتیک بوده است. دلیل عمده این موضوع نیز از یک طرف ساختار مقاوم و نسبتاً ساده فیلتر و از طرف دیگر پیشرفت کامپیوترهای دیجیتال می باشد که زمینه را برای کاربرد عملی فیلتر فراهم ساخته اند. این فیلتر در تخمین حالت سیستم های خطی و غیرخطی بکار می رود. برای سیستم های غیرخطی که به فیلتر کالمن توسعه یافته (EKF)² معروف است [۴]، از خطی سازی حول یک نقطه کار مشخص بهره می گیرد. البته در این حالت بهینگی فیلتر تاحدودی از دست می رود. در ادامه کاربرد خطی بررسی خواهد شد.

۴-۳-۱- فیلتر کالمن گسسته برای سیستم خطی

در این بخش فیلتر کالمن را به شکل اصلی آن (کالمن ۱۹۶۰) بررسی می کنیم، که در آن بردار حالت در زمانهای گسسته از روی داده های اندازه گیری تخمین زده می شود.

۴-۳-۱-۱- فرآیندی که تخمین زده می شود

هدف اصلی در فیلتر کالمن تخمین بردار حالت $X \in R^n$ از یک سیستم کنترلی زمان گسسته است که معادله تفاضلی-تصادفی آن به شکل زیر است :

$$X_k = AX_{k-1} + Bu_k + w_{k-1} \quad (۵-۴)$$

و Z_k هم بردار مقادیر اندازه گیری شده در لحظه k است،

$$Z_k = HX_k + v_k \quad (۶-۴)$$

همانطور که قبلاً اشاره کردیم w_k و v_k متغیرهای تصادفی می باشند که به ترتیب نویز فرآیند و نویز اندازه گیری را مشخص می کنند. ما این دو متغیر را نویز سفید با توزیع نرمال در نظر می گیریم به عبارت دیگر :

¹ Signal Noise Ratio

² Extended Kalman Filter

$$p(w) \sim N(0, Q) \quad (7-4)$$

$$p(v) \sim N(0, R) \quad (8-4)$$

در عمل ماتریس های کوواریانس نویز فرآیند و نویز اندازه گیری (به ترتیب Q و R) با هربار اندازه گیری تغییر می کنند. اما ما آنها را ثابت فرض می کنیم. ماتریس $n \times n$ ، A، در رابطه (4-5) در غیاب نویز فرآیند و ورودی کنترلی بردار حالت را در پله زمانی $k-1$ به بردار حالت در پله زمانی k مرتبط میسازد. ماتریس B، $n \times 1$ ، نیز ارتباط بین سیگنال کنترل ورودی $u \in R^1$ را با بردار حالت برقرار می کند و نهایتاً ماتریس H با ابعاد $m \times n$ که بردار حالت را به مقادیر اندازه گیری ربط می دهد. ماتریس های A و H ممکن است با زمان تغییر کنند ولی در اینجا ما آنها را ثابت فرض می کنیم. از ابعاد H و B پیداست که سیستم دارای l ورودی و m خروجی است.

۴-۳-۱-۲- هسته محاسباتی فیلتر

$\hat{X}_k^- \in R^n$ را یک تخمین اولیه از بردار حالت در زمان k در نظر می گیریم که با علم به گذشته سیستم تا زمان k پیشنهاد می شود و $\hat{X}_k \in R^n$ را یک تخمین ثانویه که مرتبط با مقادیر اندازه گیری Z_k است. به این ترتیب می توان یک خطای اولیه $e_k^- = X_k - \hat{X}_k^-$ و یک خطای ثانویه $e_k = X_k - \hat{X}_k$ برای تخمین تعریف کرد. می دانیم که رابطه کوواریانس بصورت زیر است :

$$\text{Cov}(X, Y) = E[XY] - E[X] \cdot E[Y]$$

به این ترتیب برای کوواریانس خطای اولیه :

$$P_k^- = E[e_k^- e_k^{-T}] \quad (9-4)$$

و برای کوواریانس خطای ثانویه :

$$P_k = E[e_k e_k^T] \quad (10-4)$$

را خواهیم داشت. دقت کنید که این خطاها ناشی از وجود نویز است و می توان آنها را یک ترکیب خطی از نویز در نظر گرفت (چون سیستم خطی فرض شده است). از طرفی طبق روابط (4-7) و (4-8) نویزهای وارده بر فرآیند و اندازه گیری را دارای توزیع نرمال با مقدار میانگین صفر فرض کردیم. در نتیجه خطاهای اولیه و ثانویه نیز دارای میانگین صفر و توزیع نرمال خواهند بود به همین دلیل در روابط (4-9) و (4-10) ترم دوم صفر و حذف شده است. در استنتاج روابط برای فیلتر کالمن با طرح معادله زیر کار را شروع می کنیم.

$$\hat{X}_k = \hat{X}_k^- + K(Z_k - H\hat{X}_k^-) \quad (11-4)$$

یعنی ابتدا تخمین ثانویه را به صورت تابعی از تخمین اولیه و تفاضل (وزن دهی شده) اندازه گیری واقعی، Z_k و تخمین اندازه گیری، $H\hat{X}_k^-$ ، بیان می کنیم. عبارت $Z_k - H\hat{X}_k^-$ در رابطه (4-11) باقیمانده یا بهبود اندازه گیری^۱ نامیده می شود. باقیمانده در واقع تفاضل اندازه گیری واقعی با تخمین اندازه گیری

^۱ Residual or Innovation

است. اگر باقیمانده صفر شود یعنی تخمین اندازه گیری کاملاً دقیق صورت گرفته است. ماتریس K ، $m \times n$ در رابطه (۱۱-۴) بهره کالمن نامیده می شود و باید بگونه ای انتخاب گردد که کوواریانس خطای ثانویه یعنی رابطه (۱۰-۴) کمینه^۲ شود. برای بدست آوردن چنین K به ترتیب زیر عمل می کنیم:

ابتدا رابطه (۱۱-۴) را در $e_k = X_k - \hat{X}_k$ جایگذاری و نتیجه را در رابطه (۱۰-۴) جایگزین می کنیم. سپس امید ریاضی در رابطه (۱۰-۴) را محاسبه و از تریس^۳ نتیجه ی آن نسبت به K مشتق می گیریم. در نهایت با صفر قرار دادن این مشتق و حل آن K بدست می آید. یک شکل از K که رابطه (۱۰-۴) را کمینه می کند در ادامه آمده است :

$$K_k = P_k^- H^T (H P_k^- H^T + R)^{-1}$$

$$K_k \text{ در حالت اسکالر} = \frac{P_k^- H^T}{H P_k^- H^T + R} \quad (۱۲-۴)$$

رابطه فوق را در نظر بگیرید. مشاهده می کنیم که با میل کوواریانس خطای اندازه گیری، R ، به سمت صفر K وزن بیشتری به باقیمانده می دهد، بویژه اینکه :

$$\lim_{R_k \rightarrow 0} K_k = H^{-1}$$

از طرف دیگر وقتی که کوواریانس خطای تخمین اولیه، P_k^- ، به صفر میل می کند، K وزن کمتری به باقیمانده می دهد. بویژه اینکه :

$$\lim_{P_k^- \rightarrow 0} K_k = 0$$

این وزن دهی را می توان اینگونه تفسیر کرد که وقتی کوواریانس خطای اندازه گیری، R ، به سمت صفر میل می کند مقدار واقعی اندازه گیری، Z_k ، مرحله به مرحله معتبرتر خواهد شد. درحالیکه تخمین آن یعنی $H \hat{X}_k^-$ مرحله به مرحله کم دقت تر خواهد شد. برعکس وقتی که کوواریانس خطای تخمین اولیه، P_k^- ، به سمت صفر میل می کند، مقدار واقعی اندازه گیری شده نسبت به تخمین اندازه گیری مرحله به مرحله دقت کمتری خواهد داشت و تخمین اندازه گیری $H \hat{X}_k^-$ معتبرتر خواهد شد.

۳-۱-۳-۴ هسته احتمالاتی فیلتر

توجیه طرح معادله (۱۰-۴) به عنوان اولین گام در طراحی فیلتر کالمن در احتمال تخمین اولیه، \hat{X}_k^- ، به شرط تمام مقادیر اندازه گیری شده قبلی است. فرض کنیم در فیلتر کالمن مورد طراحی روابط زیر برقرار باشد :

$$E[X_k] = \hat{X}_k$$

$$E[(X_k - \hat{X}_k)(X_k - \hat{X}_k)^T] = P_k$$

یعنی فرض کرده ایم که فیلتر دو ممان اول حالت را برآورده می سازد. اگر شرایط بیان شده در روابط (۷-۴) و (۸-۴) برقرار باشد توزیع حالت بصورت نرمال خواهد بود و معادله تخمین ثانویه یعنی

^۲ Minimum
^۳ Trace

رابطه (۴-۱۱) مقدار میانگین (ممان اول) توزیع حالت را نشان می دهد. همچنین کوواریانس خطای تخمین ثانویه، رابطه (۴-۱۰)، واریانس^۱ (ممان دوم) توزیع حالت را نشان خواهد داد. به عبارت دیگر :

$$p(X_k|Z_k) \sim N \left(E[X_k], E \left[(X_k - \hat{X}_k)(X_k - \hat{X}_k)^T \right] \right) = N(\hat{X}_k, P_k)$$

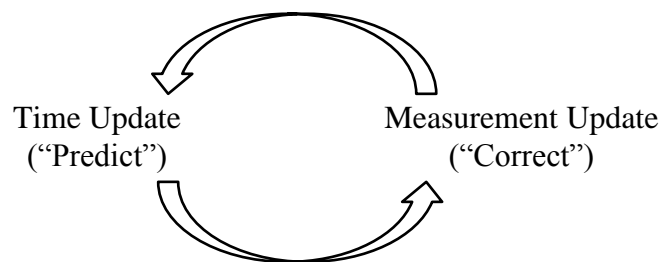
۴-۱-۳-۴ الگوریتم فیلتر کالمن گسسته

فیلتر کالمن تخمین یک فرآیند را با بکارگیری یک فرم کنترلی فیدبکی انجام می دهد. فیلتر حالت فرآیند را در یک زمان تخمین می زند و سپس داده های اندازه گیری نویزی را بصورت فیدبک دریافت می کند. به همین دلیل معادلات توصیف کننده فیلتر را به دو دسته تقسیم می کنند :

معادلات بهنگام سازی زمان^۲

معادلات بهنگام سازی اندازه گیری^۳.

در معادلات بهنگام سازی زمان تخمین اولیه برای یک پله زمانی جلوتر، از روی سیگنال کنترلی و تخمین ثانویه در یک پله زمانی عقب تر، ساخته می شود. کوواریانس خطای تخمین اولیه حالت نیز برای یک پله زمانی جلوتر شکل می گیرد. بعد از اینکه تخمین اولیه حالت و کوواریانس خطای تخمین اولیه بدست آمد، با بکارگیری معادلات بهنگام سازی اندازه گیری، بهره کالمن و کوواریانس خطای تخمین ثانویه محاسبه می شوند. در همین دسته معادلات است که با فیدبک مقادیر واقعی اندازه گیری شده یک تخمین بهبود یافته، \hat{X}_k را در غالب رابطه (۴-۱۱) شکل می دهیم. معادلات بهنگام سازی زمان نقش یک پیش بینی کننده^۴ و معادلات بهنگام سازی اندازه گیری نقش یک تصحیح کننده^۵ را دارند. در واقع الگوریتم نهایی فیلتر مانند یک الگوریتم پیش بینی - تصحیح در حل مسائل عددی، رفتار می کند. شکل زیر یک تصویر کلی از این الگوریتم را نشان می دهد.



شکل ۴-۲: چرخه پیشرو در فیلتر کالمن

معادلات بهنگام سازی زمان، تخمین فعلی را یک پله به جلو می برند. معادلات بهنگام سازی اندازه گیری، این تخمین را با بکارگیری اندازه گیری جدید تصحیح می کنند.

¹ Variance

² Time Update Equations

³ Measurement Update Equations

⁴ Predictor

⁵ Corrector

در جدول زیر معادلات بهنگام سازی زمان برای فیلتر کالمن آورده شده است :

جدول ۱-۴: معادلات بهنگام سازی زمان برای فیلتر کالمن گسسته

$$\hat{X}_k^- = A\hat{X}_{k-1} + Bu_k \quad (۱۳-۴)$$

$$P_k^- = AP_{k-1}A^T + Q \quad (۱۴-۴)$$

در جدول فوق A و B از رابطه (۴-۵) و Q از رابطه (۷-۳) بدست می آیند. دقت کنید که در معادلات بهنگام سازی زمان، تخمین ثانویه حالت (تخمین اصلی) و کوواریانس خطای تخمین یک واحد (در زمان) به جلو حرکت می کنند. نکته دیگر اینکه برای شروع این الگوریتم نیاز به شرایط اولیه ای است که از روابط زیر بدست می آیند :

$$\begin{aligned} \hat{X}_0 &= E[X_0] \\ P_0 &= E[(X_0 - E[X_0])(X_0 - E[X_0])^T] \end{aligned}$$

در جدول زیر هم دسته معادلات مربوط به بهنگام سازی اندازه گیری را می بینید :

جدول ۲-۴: معادلات بهنگام سازی اندازه گیری برای فیلتر کالمن گسسته

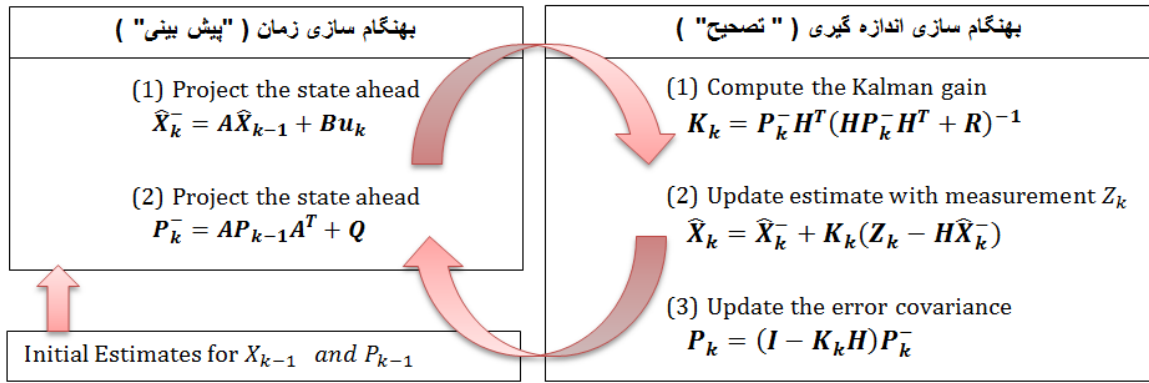
$$K_k = P_k^- H^T (HP_k^- H^T + R)^{-1} \quad (۱۵-۴)$$

$$\hat{X}_k = \hat{X}_k^- + K_k(Z_k - H\hat{X}_k^-) \quad (۱۶-۴)$$

$$P_k = (I - K_k H)P_k^- \quad (۱۷-۴)$$

اولین کاری که در حین بهنگام سازی اندازه گیری انجام می شود محاسبه بهره کالمن ، K_k ، است. مرحله بعدی اندازه گیری واقعی برای بدست آوردن Z_k و بکارگیری این داده در تولید یک تخمین ثانویه مطابق رابطه (۴-۱۶) است. آخرین مرحله در بهنگام سازی اندازه گیری هم محاسبه کوواریانس خطای ثانویه طبق رابطه (۴-۱۷) است. این دو دسته از معادلات تکرار می شوند و بعد از هر بار اجراء الگوریتم از مقدار قبلی تخمین ثانویه برای تولید یک تخمین اولیه جدید استفاده می کند. این همان ماهیت بازگشتی است که در فیلتر کالمن وجود دارد و کاربرد آن را نسبت به سایر روش ها مثلا فیلتر واینر^۱ بسیار عملی تر کرده است. در فیلتر واینر تمام داده ها مستقیما برای یک تخمین استفاده می شوند. شکل ۳-۴ نمای کلی از الگوریتم فیلتر کالمن و نحوه عملکرد آن را نشان می دهد.

^۱ Wiener Filter



شکل ۳-۴: الگوریتم فیلتر کالمن گسسته خطی

۴-۳-۲- فیلتر کالمن گسسته برای سیستم‌های غیر خطی

در بخش قبل فیلتر کالمن برای تخمین حالت سیستم‌های خطی بررسی شد. اما اگر مدل فرایند و یا ارتباط بین اندازه گیری‌ها و حالت‌ها (یعنی همان مدل اندازه گیری) غیرخطی باشند فیلتر چگونه خواهد بود؟ در موارد مهمی از کاربرد فیلتر کالمن با چنین وضعیتی مواجه هستیم. در اینگونه موارد برای شکل دهی الگوریتم فیلتر از خطی سازی حول تخمین در یک پله زمانی قبل استفاده می‌کنیم. در این حالت فیلتر را، فیلتر کالمن تعمیم یافته (EKF) می‌گویند. با بکارگیری سری تیلور و استفاده از مشتقات جزئی از مدل فرایند و مدل اندازه گیری، خطی سازی حول تخمین در یک پله زمانی قبل صورت می‌گیرد. فرض کنید مدل فرایند و مدل اندازه گیری به ترتیب بصورت زیر باشند:

$$\begin{aligned} x_k &= f(x_{k-1}, u_{k-1}, w_{k-1}) \\ z_k &= h(x_k, v_k) \end{aligned} \quad (۱۸-۴)$$

که w_k و v_k به ترتیب نویز فرایند و نویز اندازه گیری با همان روابط (۷-۴) و (۸-۴) هستند. در اینجا تابع غیرخطی f در معادله تفاضلی فوق ارتباط بین حالت سیستم در پله زمانی k را با حالت در پله زمانی $k-1$ و ورودی و نویز فرایند بیان می‌کند. تابع غیرخطی h هم ارتباط بین حالت x_k و اندازه گیری z_k را مشخص می‌کند. در مورد EKF هم دو دسته معادلات داریم. یکی معادلات بهنگام سازی زمان که تخمین حالت را یک پله زمانی به جلو برده و تولید یک تخمین اولیه \hat{x}_k^- می‌کند. دیگری معادلات بهنگام سازی اندازه گیری است که با استفاده از داده های اندازه گیری در همان پله زمانی تخمین اولیه را بهبود داده و یک تخمین ثانویه \hat{x}_k تولید می‌کند. در زیر این دو دسته معادلات نشان داده شده اند.

معادلات بهنگام سازی زمان در EKF

$$\begin{aligned} \hat{x}_k^- &= f(\hat{x}_{k-1}, u_{k-1}, 0) \\ P_k^- &= A_k P_{k-1} A_k^T + W_k Q_{k-1} W_k^T \end{aligned}$$

معادلات بهنگام سازی اندازه گیری در EKF

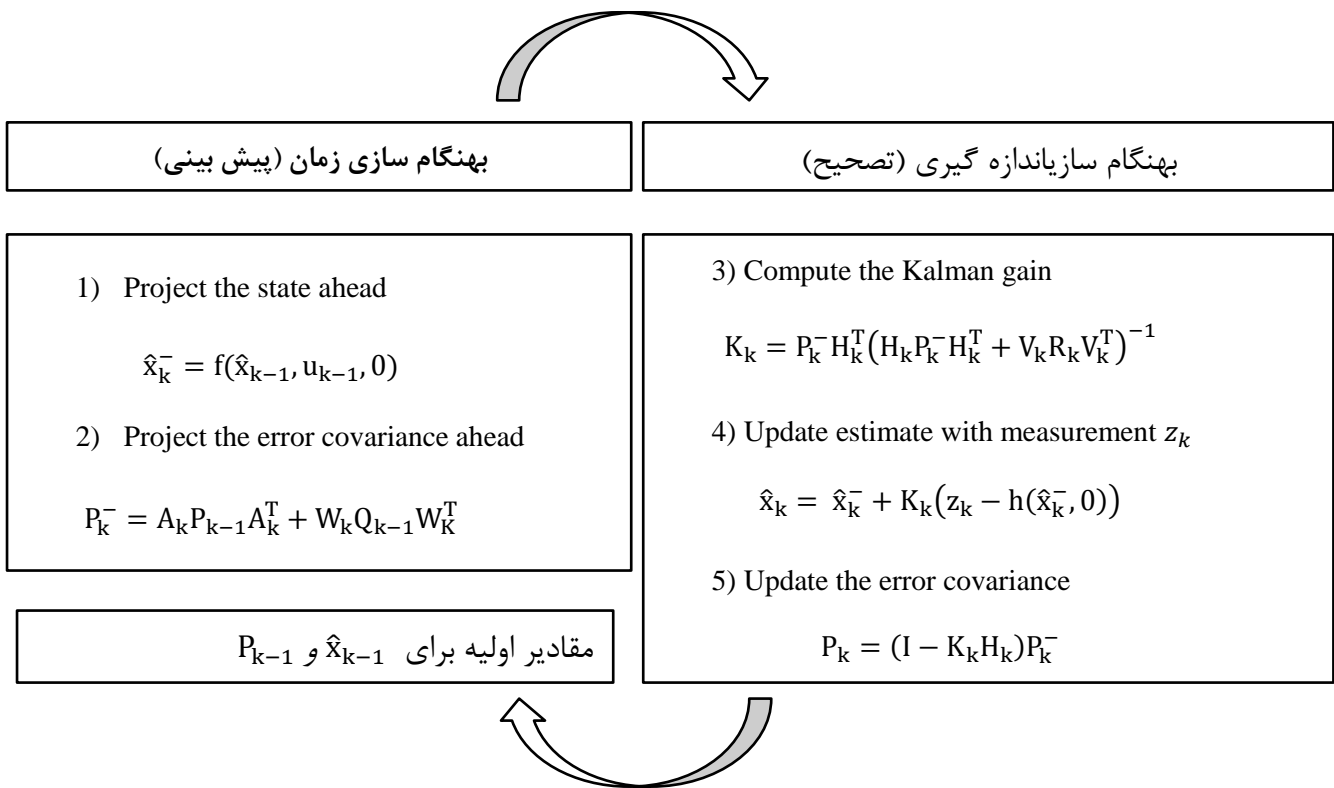
$$\begin{aligned} K_k &= P_k^- H_k^T (H_k P_k^- H_k^T + V_k R_k V_k^T)^{-1} \\ \hat{x}_k &= \hat{x}_k^- + K_k (z_k - h(\hat{x}_k^-, 0)) \\ P_k &= (I - K_k H_k) P_k^- \end{aligned}$$

ماتریس‌های A ، W ، H و V بصورت زیر محاسبه می‌شوند:

$$A_{ij} = \frac{\partial f_i}{\partial x_j}(\hat{x}_{k-1}, u_{k-1}, 0) \quad W_{ij} = \frac{\partial f_i}{\partial w_j}(\hat{x}_{k-1}, u_{k-1}, 0)$$

$$H_{ij} = \frac{\partial h_i}{\partial x_j}(\tilde{x}_k, 0) \quad V_{ij} = \frac{\partial h_i}{\partial v_j}(\tilde{x}_k, 0); \quad \tilde{x}_k = f(\hat{x}_{k-1}, u_{k-1}, 0) \quad (19-4)$$

دقت شود که این ماتریس‌ها در هر پله زمانی تغییر می‌کنند و در واقع وابسته به k هستند. البته در مواردی هم این وابستگی وجود ندارد و برخی از آنها می‌توانند ثابت باشند. در شکل زیر چرخه فیلتر را مشاهده می‌کنید. کار با تعیین مقادیر اولیه برای \hat{x}_0 و P_0 آغاز می‌شود.



شکل ۴-۴: الگوریتم فیلتر کالمن تعمیم یافته گسسته

۴-۳-۳- مراحل طراحی فیلتر کالمن

معادلات بهنگام سازی زمان و بهنگام سازی اندازه گیری را مطابق جداول ۴-۱ و ۴-۲ در نظر بگیرید:

در این مجموعه از معادلات:

\hat{X}_k^- یک تخمین اولیه از حالت و \hat{X}_k یک تخمین ثانویه (تصحیح شده) از حالت است.

A : ماتریس انتقال حالت از زمان $k-1$ به زمان k

U : سیگنال کنترلی، (متغیر کنترلی)، (محرک ورودی)

B : ماتریس کنترل (که متغیرهای کنترلی را به فضای حالت می‌نگارد)

P : کوواریانس خطای تخمین حالت

Q : کوواریانس نویز فرآیند

R : کوواریانس نویز اندازه گیری

Z : داده های اندازه گیری

H : ماتریس اندازه گیری که داده های اندازه گیری را به فضای حالت می نگارد.

K_k : ماتریس بهره کالمن

فیلتر کالمن با در نظر گرفتن یک مدل از پیش تعیین شده برای سیستم، نویز را حذف می کند، لذا مدل فیلتر باید با خصوصیات سیستم همخوانی داشته باشد. معمولاً در تعیین مدل فیلتر کالمن مراحل زیر را طی می کنیم :

۱- **شکل دهی مدل فرآیند:** اولین گام استخراج روابط ریاضی حاکم بر سیستم است.

۲- **شکل دهی مدل اندازه گیری:** در این مرحله ارتباطی بین اندازه گیریها و حالت‌های سیستم برقرار می کنیم. چراکه ممکن است فضای متغیرهای اندازه گیری متفاوت از فضای حالت باشد. مثلاً یک سنسور اندازه گیری وزن یک داده الکتریکی در اختیار می گذارد و این داده در مدل اندازه گیری فرآیند به حالت (که مثلاً از جنس وزن است) ربط داده می شود. در این مرحله است که H را تعیین می کنیم.

۳- **مدل کردن نویز برای فرآیند و اندازه گیری:** این مرحله در واقع همان تعیین R و Q است که با در نظر گرفتن شرایط کلی سیستم باید تعیین شوند. نویز فرآیند و اندازه گیری در فیلتر کالمن، نویز سفید با توزیع نرمال و میانگین صفر در نظر گرفته می شوند.

۴- **تست فیلتر:** در شرایطی که امکان عملی برای تست فیلتر وجود ندارد مثلاً ممکن است سیستم دچار آسیب شود از داده های مصنوعی استفاده می کنیم و صحت عملکرد فیلتر را بررسی می کنیم.

۵- **اصلاح فیلتر:** اگر عملکرد فیلتر مناسب نباشد، پارامترهای مربوط به نویز را تغییر می دهیم (چون ساده تر از بقیه پارامترها قابل دسترسی و تغییرند). اگر با تغییر پارامترها نیز نمی توان به نتیجه قابل قبولی رسید شاید لازم باشد به مرحله اول بازگشته و مدل پیشنهادی برای سیستم یعنی همان مدل فرآیند را تغییر دهیم. ما در این تحقیق برای دست یابی فیلتر به عملکرد صحیح خود علاوه بر تغییر ماتریس های کوواریانس Q و R، تطبیق ماتریس A را نیز انجام داده ایم که در واقع تصحیح مدل فرآیند می باشد.

در فصل بعد تشخیص خطا با استفاده از فیلتر کالمن را بررسی خواهیم کرد.

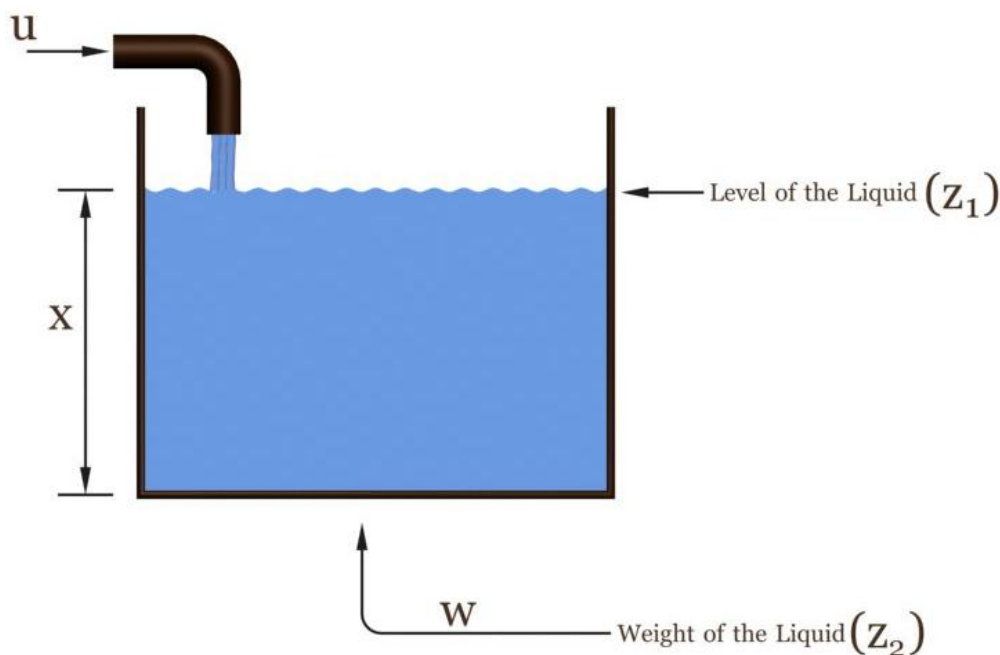
فصل ۵- تشخیص خطا با استفاده از فیلتر کالمن

۵-۱- مقدمه

در این فصل تشخیص خطای سنسور^۱ را با استفاده از فیلتر کالمن بررسی می‌کنیم. فیلتر به همان شکل اصلی خود که در سال ۱۹۶۰ توسط کالمن ارائه شد، بکار گرفته شده است. ما برنامه تشخیص را بر روی یک سیستم بسیار ساده اجرا می‌کنیم. هدف از انتخاب چنین سیستمی این است که نشان دهیم اگر پارامترهای فیلتر درست انتخاب نشوند برنامه تشخیص حتی برای یک سیستم ساده هم جوابگو نیست. برعکس با انتخاب مناسب پارامترها، فیلتر کالمن ابزار کارآمدی در تشخیص خطا در سیستم‌های خطی و نوع تعمیم یافته آن در سیستم‌های غیرخطی و پیچیده خواهد بود [۲۷ و ۲۸].

۵-۲- تشخیص خطا در یک سیستم خطی ساده

سیستم زیر را در نظر بگیرید.



شکل ۵-۱: سیستم مخزن مایع با یک ورودی و دو سنسور اندازه‌گیری

- | | |
|---|--|
| X : ارتفاع مایع درون مخزن | S : سطح مقطع مخزن (100 cm^2) |
| ρ : چگالی مایع درون مخزن (1000 kg/m^3) | W : وزن مایع |
| g : ثابت گرانش (برای سادگی ۱۰ در نظر می‌گیریم) | Z_1 : خروجی سنسور شماره ۱ |
| Z_2 : خروجی سنسور شماره ۲ | |

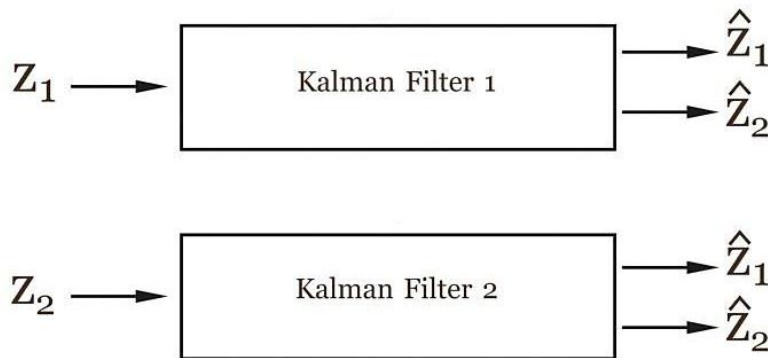
^۱ IFD : Instrument Fault Detection

فرض کنید که سنسور شماره ۲ طوری بایاس شده است که وزن خالص مایع را بدون در نظر گرفتن وزن مخزن نشان می دهد. ارتباط بین Z_1 و Z_2 بصورت زیر خواهد بود :

$$\text{weight} = \text{mass} \times g = \rho S X g; \quad z_1 = X \text{ and } z_2 = W$$

$$\rightarrow z_2 = \alpha z_1 \quad \text{s.t.} \quad \alpha = \rho S X = 100$$

α یک ضریب ثابت است که به سطح مقطع مخزن و چگالی مایع درون آن بستگی دارد. هدف سیستم کنترل این است که سطح مایع درون مخزن را در ارتفاع معینی (بعنوان مثال $X_d = 1m$) حفظ کند. لذا باید سیگنال پسخورد مناسبی از ارتفاع مایع درون مخزن به سیستم کنترل داده شود. این سیگنال توسط دو سنسور تولید می شود که یکی ارتفاع مایع را بطور مستقیم اندازه گیری می کند و دیگری با اندازه گیری وزن مایع درون مخزن اطلاعاتی از ارتفاع آن در اختیار می گذارد. این یک نمونه ساده از افزونگی تابعی^۱ است. چراکه با توجه به ثابت بودن حجم مخزن، وزن مایع و ارتفاع سطح آن هر دو وابسته به یک حالت از سیستم بوده و با یک تابع خطی ساده بهم مرتبط می شوند. برنامه IFD از دو فیلتر کالمن برای تشخیص و شناسایی خطا استفاده می کند یعنی همان روش DOS ، رویتگر اختصاصی برای هر سنسور .



شکل ۵-۲: فیلترهای کالمن برای تولید تخمین های اندازه گیری

توابع تصمیم گیری را بصورت زیر تعریف می کنیم :

$$\eta_1 = \psi_{11} \cdot \psi_{12} \quad ; \quad \psi_{1j} = |z_j - \hat{z}_j| \quad ; \quad j = 1,2 \text{ and } \hat{z}_j \quad \text{از فیلتر کالمن شماره ۱}$$

$$\eta_2 = \psi_{21} \cdot \psi_{22} \quad ; \quad \psi_{2j} = |z_j - \hat{z}_j| \quad ; \quad j = 1,2 \text{ and } \hat{z}_j \quad \text{از فیلتر کالمن شماره ۲}$$

چرا از دو فیلتر کالمن استفاده شده است؟

همانطور که در شکل ۵-۲ مشاهده می شود خروجی سنسور اول یعنی همان Z_1 ، به فیلتر ۱ و خروجی سنسور شماره ۲ به فیلتر دوم وارد می شود. هر فیلتر دو تخمین را تولید می کند، یکی برای Z_1 و دیگری برای Z_2 که به ترتیب با \hat{Z}_1 و \hat{Z}_2 نشان داده شده اند. فرض کنید خطایی در سنسور شماره ۱ رخ دهد. در این صورت Z_1 خراب بوده و تخمین های حاصل از فیلتر کالمن شماره ۱ نیز نامعتبر و غلط می باشند. لذا ψ_{11} و ψ_{12} هر دو افزایش می یابند. از طرف دیگر Z_2 سالم است و تخمین های فیلتر

^۱ Functional Redundancy

کالمن شماره ۲ هم متعاقبا معتبر خواهند بود. به این ترتیب ψ_{21} و ψ_{22} همان مقادیر کوچک و نزدیک به صفر قبلی خود را خواهند داشت. بزرگ شدن ψ_{11} و ψ_{12} بصورت ضرب دو مقدار بزرگ در η_1 ظاهر شده و تقویت می شود. بزرگ شدن η_1 و عبور آن از آستانه مورد نظرش بروز خطا در سنسور شماره ۱ را نشان می دهد. اما η_2 حاصل ضرب دو مقدار کوچک است و بهمین خاطر مقدار آن در مقابل η_1 خیلی کوچکتر می باشد. استفاده از توابع تصمیم گیری η_1 و η_2 بصورت ضربی (غیرخطی) به این دلیل است که نوسانات کوچک ψ_{ij} ها (ناشی از عدم قطعیت ها و نویز و اغتشاشات و ...) را تضعیف کنیم. در مقابل اثر خطا تقویت شده و به این ترتیب امکان تشخیص خطاهای کوچک نیز فراهم می شود. در ادامه روش ارائه شده را با شبیه سازی بررسی می کنیم :

حالت اول: ورودی نداریم، یعنی سطح مخزن در ارتفاع معینی ($X = 1$) ثابت است.

مدل فرآیند بصورت زیر در اختیار است :

$$X_{k+1} = AX_k + Bu_k + w_k ; \begin{cases} A = 1 \\ B = 0 \\ w_k \sim N(0, 0.001) \end{cases}$$

مدل اندازه گیری هم بصورت زیر است :

$$Z_k = HX_k + v_k ; \begin{cases} H = 1 \\ v_k \sim N(0, 0.1) \end{cases}$$

فیلتر کامن ۱: این فیلتر از داده های اندازه گیری Z_{1k} بدست آمده از سنسور ۱ استفاده می کند. همچنین در مدل فرآیند بکار رفته در این فیلتر، ارتفاع مایع درون مخزن را بعنوان حالت سیستم در نظر می گیریم. بهمین دلیل برای این فیلتر $H = 1$ خواهد بود :

$$\begin{aligned} \text{بهنگام سازی زمان :} & \begin{cases} \hat{X}_k^- = \hat{X}_{k-1} \\ P_k^- = P_{k-1} + 0.001 \end{cases} \\ \text{بهنگام سازی اندازه گیری :} & \begin{cases} K_k = P_k^- (P_k^- + 0.1)^{-1} \\ \hat{X}_k = \hat{X}_k^- + K_k (Z_{1k} - \hat{X}_k^-) \\ P_k = (1 - K_k) P_k^- \end{cases} \end{aligned}$$

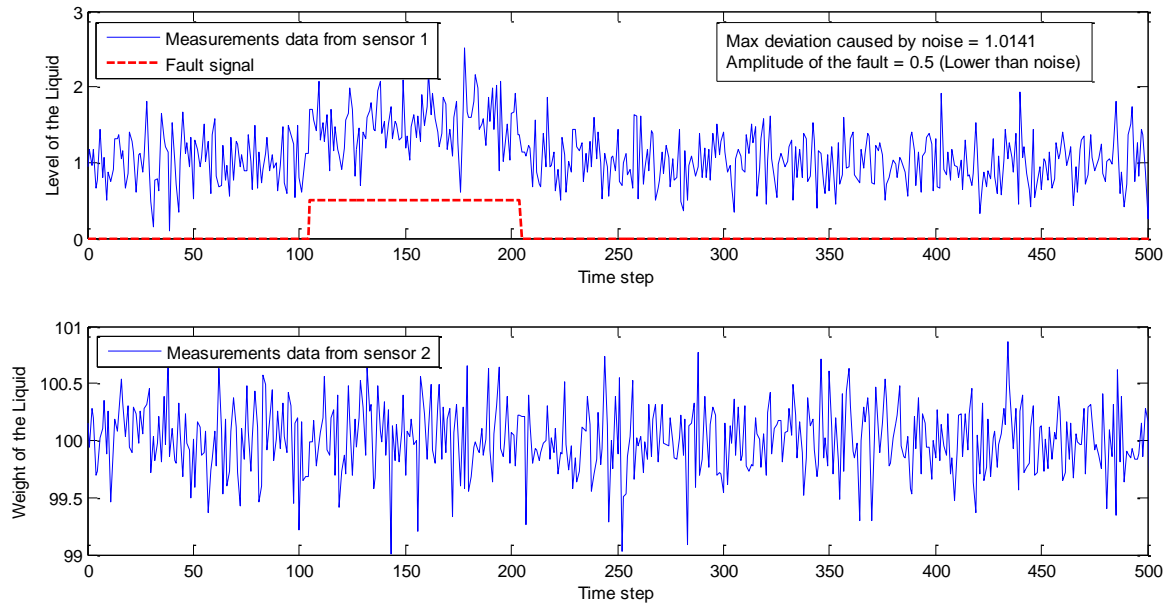
$$\begin{aligned} \hat{Z}_{1k} &= \hat{X}_k \\ \hat{Z}_{2k} &= 100\hat{X}_k \end{aligned}$$

فیلتر کامن ۲: این فیلتر از داده های اندازه گیری Z_{2k} بدست آمده از سنسور ۲ استفاده می کند. در مدل فرآیند این فیلتر، حالت سیستم را وزن مایع درون مخزن در نظر می گیریم لذا برای این فیلتر هم $H = 1$ خواهد بود :

$$\begin{aligned} \text{بهنگام سازی زمان :} & \begin{cases} \hat{X}_k^- = \hat{X}_{k-1} \\ P_k^- = AP_{k-1}A^T + 0.001 \end{cases} \\ \text{بهنگام سازی اندازه گیری :} & \begin{cases} K_k = P_k^- \times 1 \times (P_k^- + 0.1)^{-1} \\ \hat{X}_k = \hat{X}_k^- + K_k (Z_{2k} - \hat{X}_k^-) \\ P_k = (1 - K_k) P_k^- \end{cases} \end{aligned}$$

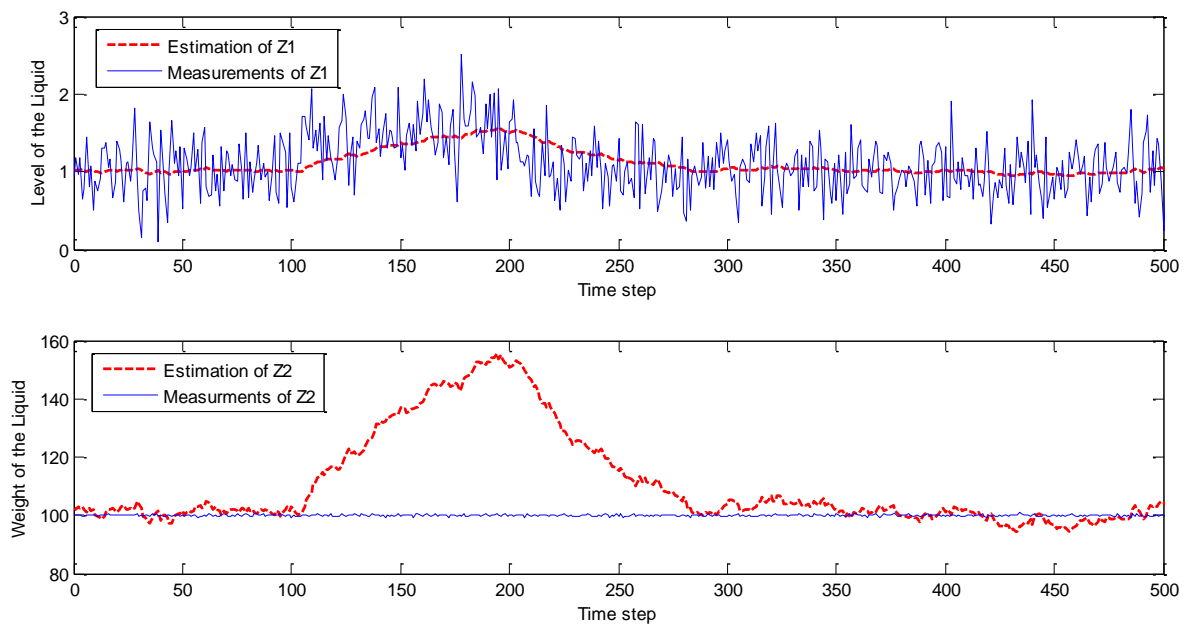
$$\begin{aligned} \hat{Z}_{2k} &= \hat{X}_k \\ \hat{Z}_{1k} &= 0.01\hat{X}_k \end{aligned}$$

داده های اندازه گیری برای Z_1 و Z_2 در شکل زیر نشان داده شده اند .



شکل ۵-۳: داده های بدست آمده از سنسورها در سیستم مخزن مایع بدون ورودی

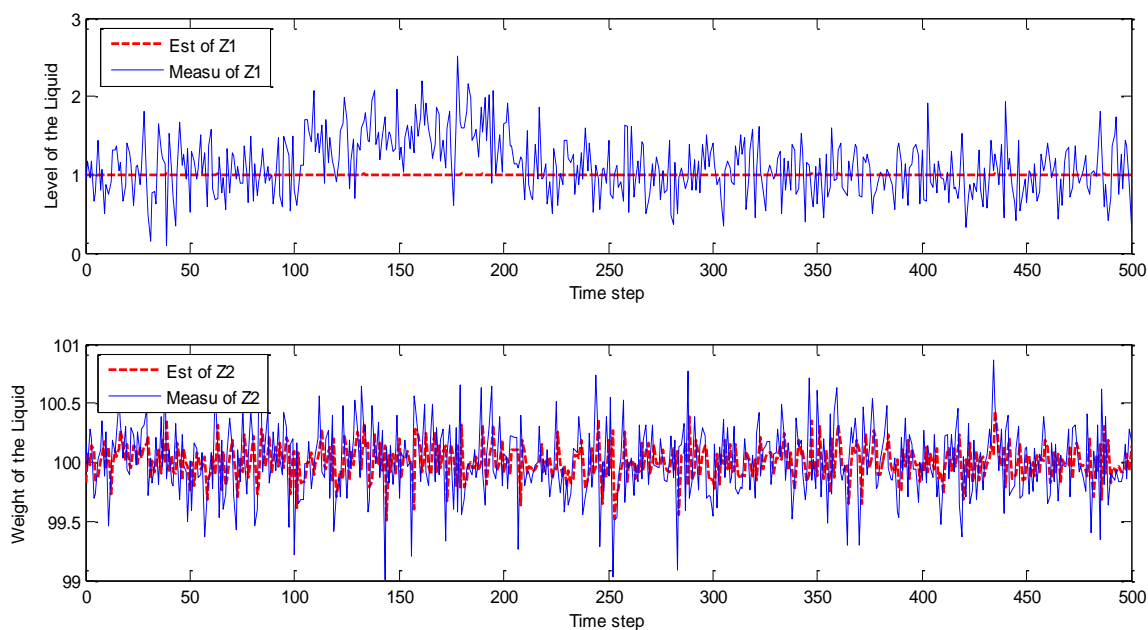
همانطور که شکل بالا نیز اشاره شده است می بینیم که سیگنال خطا (خرابی) بصورت یک بایاس با دوره محدود و دامنه کوچکتر از نویز در نظر گرفته شده تا عملکرد مناسب IFD ارزیابی شود. خطا در پله زمانی ۲۰۵ رخ داده است. همچنین باید η_1 از آستانه η_2 عبور کند در حالیکه η_2 نباید چنین رفتاری داشته باشد. ابتدا نتایج تخمین فیلتر اول را مشاهده می کنیم.



شکل ۵-۴: نتایج تخمین اندازه گیری حاصل از فیلتر کالمن شماره ۱

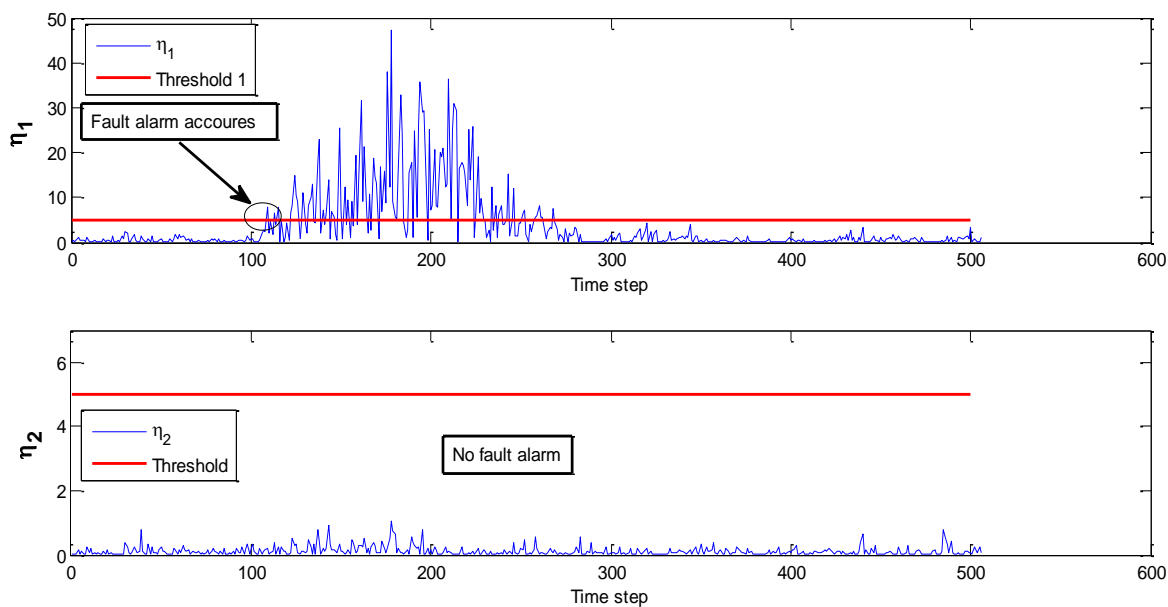
مشاهده می شود بروز خطا در سنسور ۱ نتایج تخمین فیلتر شماره ۱ را خراب کرده است.

حال نتایج تخمین از فیلتر ۲ را مشاهده می کنیم :



شکل ۵-۵: نتایج تخمین اندازه گیری حاصل از فیلتر کالمن شماره ۲

همانطور که در شکل بالا مشاهده می شود نتایج تخمین بدست آمده از فیلتر ۲ معتبر می باشند . حال توابع تصمیم گیری را بررسی می کنیم :



شکل ۵-۶: توابع تصمیم گیری به همراه آستانه خود

همانطور که مشاهده می شود اگرچه دامنه خطا کوچکتر از نویز بود با این وجود با عبور η_1 از آستانه مورد نظر (در اینجا ۵)، بروز خطا در سنسور شماره ۱ تشخیص داده شده است. همچنین با توجه به اینکه در سنسور شماره ۲ خطایی رخ نداده، η_2 پایین تر از آستانه خود باقی مانده است.

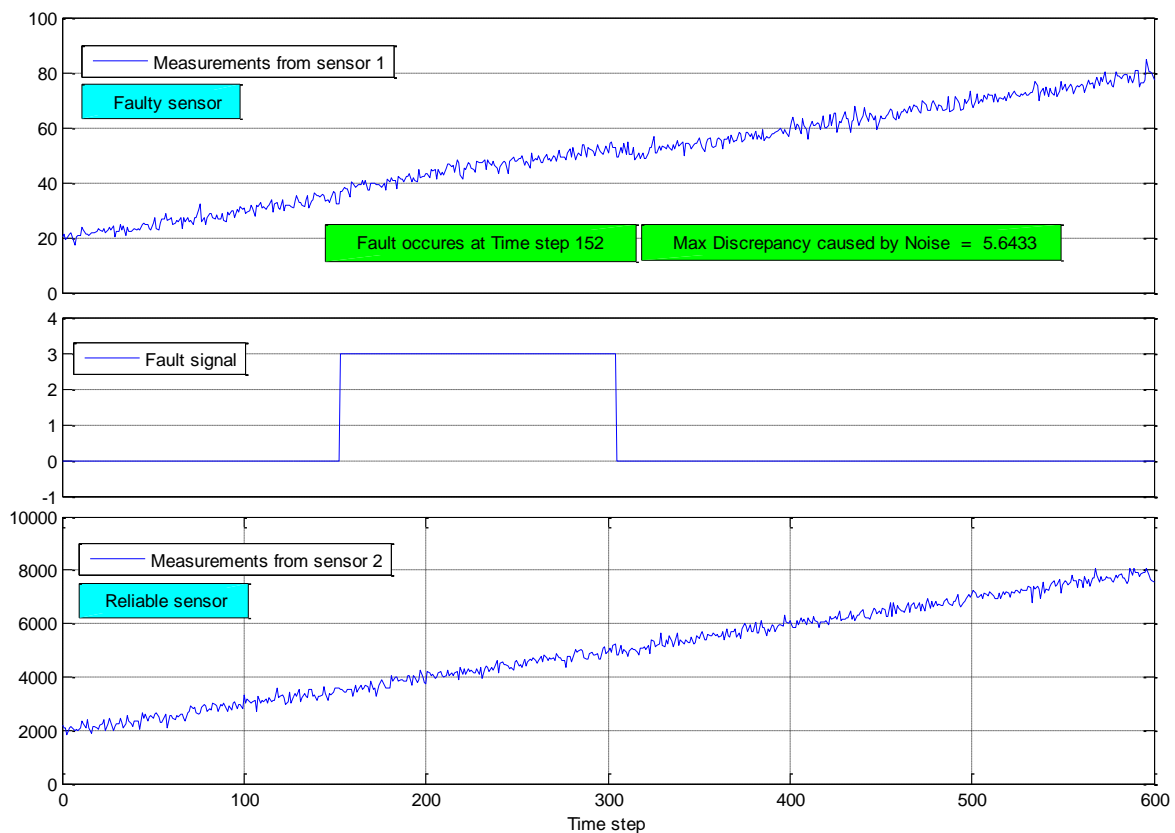
حالت دوم: این بار فرض می کنیم سطح مخزن با نرخ $\frac{\text{unit}}{\text{time step}} \times 0.1$ در حال پر شدن است. در این مورد وزن را بعنوان حالت سیستم تعریف می کنیم. لذا برای مدل فرآیند داریم:

$$X_{k+1} = AX_k + Bu_k + w_k ; \begin{cases} A = 1 \\ B = 1 ; u_k = 10 \\ w_k \sim N(0, 0.001) \end{cases}$$

اگر ارتفاع با نرخ 0.1 در حال افزایش باشد وزن با نرخ 10 افزایش می یابد.

برنامه تشخیص را در این حالت تنها برای نظارت سنسور ارتفاع پیکره بندی می کنیم با این فرض که اطلاعات بدست آمده از سنسور وزن (سنسور شماره ۲) معتبر و قابل اطمینان هستند. با بکارگیری یک فیلتر کالمن و استفاده از داده های وزن، تخمین اندازه گیری های سنسور ۱ را بدست می آوریم. سپس با رصد اختلافات بین مقادیر بدست آمده از سنسور ۱ و مقادیر تخمینی آن بروز خطا را رصد می کنیم. یک بار دیگر ذکر می کنیم که هدف این گزارش ارائه یک روش برای بهبود عملکرد فیلتر کالمن در برنامه های تشخیص خطا و سایر کاربردهای آن است. بهمین دلیل سیستم ها و برنامه های تشخیص را ساده انتخاب کرده ایم تا با بررسی اجمالی آنها موضوع اصلی را دنبال کنیم.

داده های اندازه گیری بدست آمده از سنسور ۱ و ۲ به همراه سیگنال خطا در شکل ۵-۷ نشان داده شده اند. دقت کنید در این مورد هم دامنه ی خطا ۳ بوده و کمتر از ماکزیمم انحراف ناشی از نویز است:



شکل ۵-۷: داده های اندازه گیری از سنسورهای ۱ و ۲ به همراه سیگنال خطا

مدل اندازه گیری در این حالت بصورت زیر است :

$$Z_{2k} = HX_k + v_k \quad ; \quad \begin{cases} H = 1 \\ v_k \sim N(0, 0.1) \end{cases} \quad ; \quad \begin{cases} \hat{X}_0 = 0 \\ P_0 = 100 \end{cases}$$

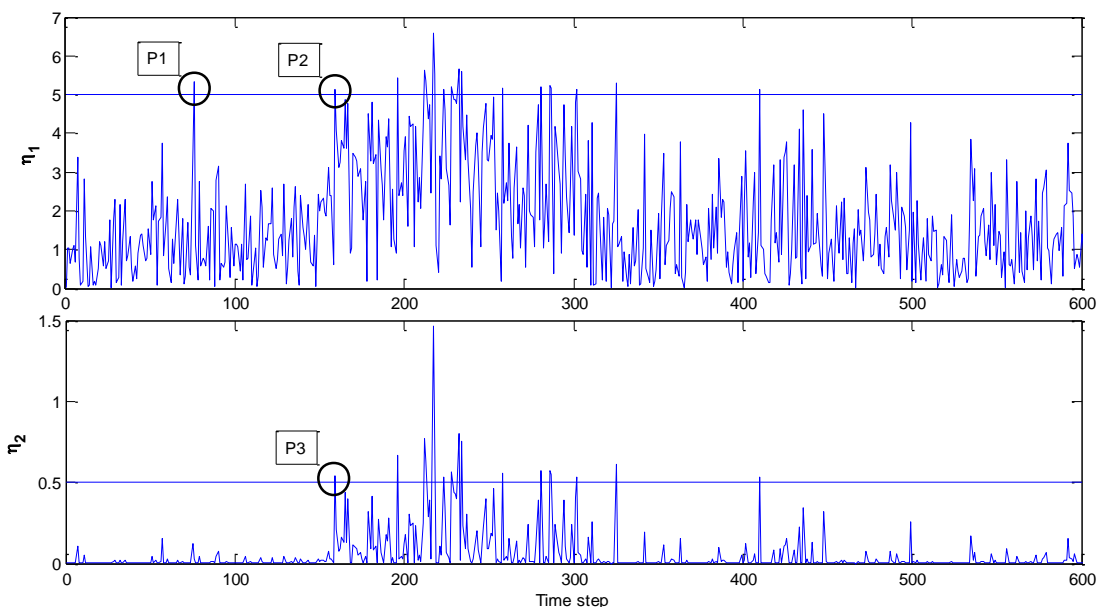
$$\begin{cases} \hat{X}_k^- = A\hat{X}_{k-1} + Bu_k \\ P_k^- = AP_{k-1}A^T + Q \end{cases} \quad ; \quad \begin{cases} K_k = P_k^- H^T (HP_k^- H^T + R)^{-1} \\ \hat{X}_k = \hat{X}_k^- + K_k(Z_{2k} - H\hat{X}_k^-) \\ P_k = (1 - K_k H)P_k^- \end{cases} \quad ; \quad \begin{cases} A = 1 \\ B = 1 \\ H = 1 \end{cases} \quad ; \quad \begin{cases} Q = 0.001 \\ R = 0.1 \\ u_k = 10 \end{cases}$$

$$\hat{Z}_{1k} = 0.01 \hat{X}_k \quad ; \quad \hat{Z}_{2k} = \hat{X}_k \quad ; \quad Z_{2k} : \text{شماره } 2$$

همانطور که در شکل ۵-۷ هم ذکر شده، بیشترین انحراف اندازه گیری ناشی از نویز در سنسور شماره ۱ تقریباً نزدیک به دو برابر دامنه خطا است. تابع تصمیم گیری را بصورت زیر تعریف می کنیم که در آن Z_1 خروجی واقعی سنسور ۱ و \hat{Z}_1 تخمین آن است:

$$\eta_1 = Z_1 - \hat{Z}_1 \Rightarrow \eta_2 = \left(\frac{Z_1 - \hat{Z}_1}{b} \right)^a \quad ; \quad \begin{cases} | \text{دامنه نویز} | \leq b \\ a \geq 1, a \in \mathbb{N} \end{cases}$$

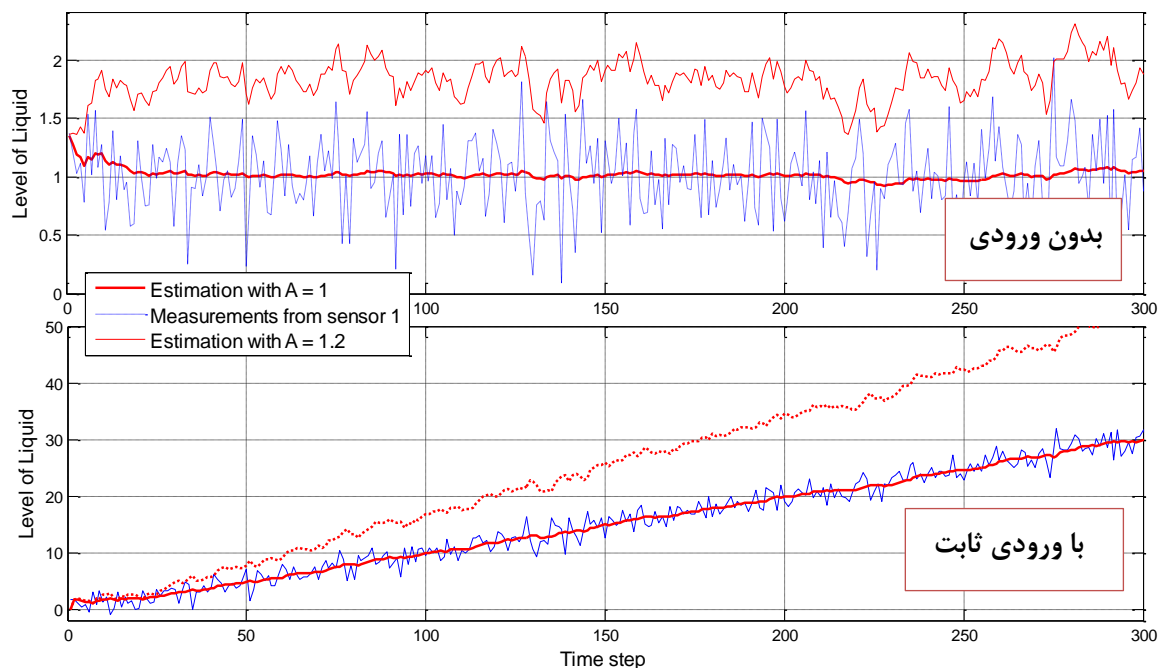
در رابطه بالا فرض بر این است که b (یعنی حد بالای دامنه نویز) را می دانیم. فرض کنید خطایی رخ نداده باشد، در این صورت تنها اختلاف بین Z_1 و \hat{Z}_1 ناشی از نویز است. با تقسیم عبارت $Z_1 - \hat{Z}_1$ بر b این اختلافات نرمالیزه می شوند. البته ما b را کمی بزرگتر در نظر می گیریم تا مطمئن شویم تمام مقادیر $Z_1 - \hat{Z}_1$ کمتر از ۱ هستند. اگر این مقادیر را به توان عددی طبیعی و بزرگتر از یک برسانیم اثر آنها تضعیف شده و تغییرات کوچکتری را در η_2 ایجاد می کنند. در این حالت اگر خطایی رخ دهد مقادیر نرمالیزه شده در محل وقوع خطا بزرگتر از یک شده و بعد از بتوان رسیدن اثر آنها تشدید می شود. به این ترتیب در η_2 نسبت به η_1 تمایزی شفاف تر بین نوسانات ناشی از نویز و نوسانات ناشی از خطا بدست می آید. حال توابع تصمیم گیری η_1 و η_2 را مشاهده می کنیم. دقت کنید هر دو این توابع تصمیم گیری مربوط به تشخیص خطا در سنسور ۱ هستند. در واقع η_2 شکل اصلاح شده η_1 است.



شکل ۵-۸: توابع تصمیم گیری η_1 و η_2 به همراه آستانه

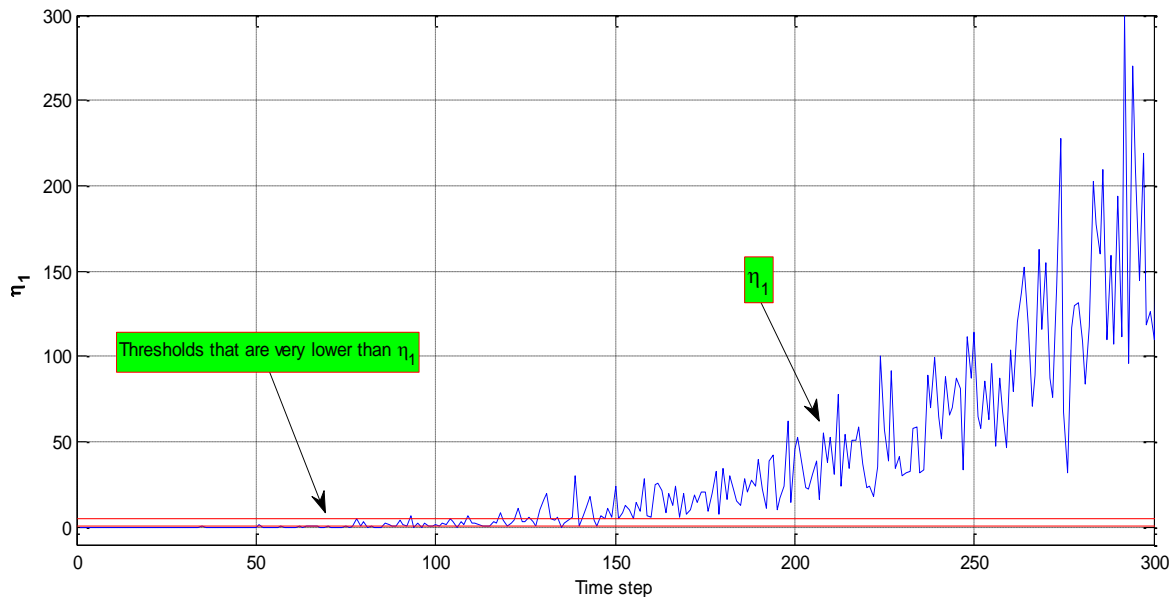
در شکل ۵-۸ مشاهده می شود اگر از η_1 بعنوان تابع تصمیم گیری استفاده کنیم در نقطه P1 هشدار اشتباه رخ می دهد و ناگزیر به افزایش آستانه هستیم که در این صورت زمان تشخیص به تاخیر می افتد، چراکه دامنه η_1 در نقطه P2 که محل وقوع خطاست از نقطه P1 کمتر است. اما این مشکل در η_2 رفع شده است و خطا به موقع و بدرستی تشخیص داده می شود.

آنچه تاکنون بحث شد کاربرد فیلتر کالمن در تشخیص خطای یک سیستم بسیار ساده بود. هدف از این بررسی نشان دادن ضعف فیلتر کالمن در صورت مناسب نبودن پارامترهای آن است. در دو حالتی که بررسی شد فرض کردیم مدل فرآیند و اندازه گیری (مقادیر A و B و H) و مشخصات آماری نویزها (مقادیر Q و R) به درستی انتخاب شده و لذا نتایج تخمین و متعاقبا خروجی برنامه تشخیص معتبر خواهد بود. اما اگر این پارامترها دقیق نباشند چه خواهد شد؟ بدون شک تخمین گر عملکرد مناسبی نداشته و در نتیجه زیرسیستم تشخیص خطا قابل اعتماد نخواهد بود. بعنوان مثال فرض کنید پارامتر A را در سیستم بجای ۱ به اشتباه ۱/۲ در نظر گرفته باشیم. مجددا نتایج تخمین را مشاهده می کنیم:



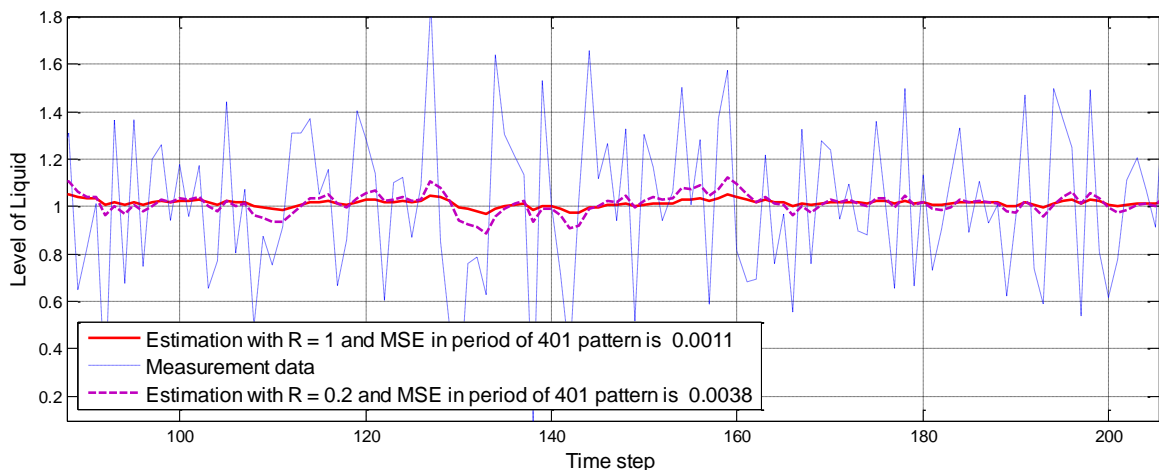
شکل ۵-۹: مشاهده اثر انتخاب نادرست پارامتر A

همانطور که در شکل ۵-۹ مشاهده می شود در حالتی که ورودی نداریم انتخاب نادرست A منجر به بروز یک انحراف ثابت و قابل توجه در نتایج تخمین شده است. هنگامیکه ورودی داریم وضعیت بدتر بوده و تخمین های فیلتر واگرا می شوند. با چنین تخمین هایی زیر سیستم IFD قادر به تشخیص و شناسایی خطا نخواهد بود. در شکل ۵-۱۰ اثر انتخاب نادرست A بر تابع تصمیم گیری برای حالت با ورودی که اخیرا بررسی شد، نشان داده شده است. همانطور که می بینیم با وجود اینکه خطایی رخ نداده است، η_1 روند افزایشی داشته و مقدار آن بسیار بزرگتر از آستانه مورد نظر است.



شکل ۵-۱۰: واگرایی تابع تصمیم گیری در اثر انتخاب نادرست A در حالت با ورودی

پارامترهای R و Q هم در عملکرد فیلتر از اهمیت قابل توجهی برخوردار هستند. شکل زیر نتایج تخمین را برای حالت بدون ورودی با دو انتخاب از R نشان می دهد. R واقعی برابر با ۱ است در حالیکه به اشتباه در الگوریتم فیلتر از $R = 0.2$ استفاده شده، همانطور که در شکل زیر مشاهده می کنید انتخاب مناسب R بر میانگین مربعات خطای تخمین، MSE، تاثیر گذاشته و آن را کاهش می دهد. این موضوع برای Q هم بسادگی قابل بررسی است.



شکل ۵-۱۱: مقایسه و بررسی تاثیر انتخاب R

اما در صورت مواجه شدن با چنین شرایطی راه حل چیست؟ اگر امکانات برای اندازه گیری پارامترهای سیستم (A و R و Q و ...) محدود باشد و نتوان آنها را بدرستی در اختیار فیلتر گذاشت، چگونه می توانیم عملکرد فیلتر را تصحیح کنیم؟ در فصل بعد موضوع تطبیق فیلتر کالمن مطرح و پاسخ سوالات فوق را بررسی می کنیم.

فصل ۶- فیلتر کالمن تطبیق یافته با منطق فازی

۶-۱- مقدمه

در فصل قبل تشخیص خطا با استفاده از فیلتر کالمن بررسی شد. در آنجا فرض کردیم پارامترهای مدل به ویژه ماتریس A و همچنین مشخصه های آماری نویز (Q و R) بدرستی لحاظ شده اند. در انتهای فصل نیز اثر انتخاب نادرست این عوامل را بر نتایج فیلتر مشاهده کردیم. عملکرد صحیح فیلتر کالمن وابسته به انتخاب صحیح مقادیر R و Q و A و H و ... می باشد. هرچه تخمین گر بهتر کار کند و دقیق تر باشد نتایج تخمین معتبرتر بوده و می توانیم آستانه تشخیص خطا را کاهش دهیم. چراکه کارکرد مناسب فیلتر باعث می شود در غیاب خطا، باقیمانده، $Z_j - \hat{Z}_j$ ، و در نتیجه توابع تصمیم گیری، η_i ها، بسیار کوچک باشند. با کاهش آستانه در واقع حساسیت سیستم تشخیص را بالا برده ایم که برای رصد خطاهای اولیه^۱ ضروری است.

در این فصل فیلتر کالمن خطی را در نظر گرفته و دو روش برای تطبیق فازی آن ارائه می دهیم که هر دو بر پایه ی مشخصات آماری باقیمانده^۲ می باشند. به این صورت که انحراف از مشخصه های آماری مطلوب در دنباله باقیمانده^۳ را بعنوان ورودی به یک سیستم فازی داده و براساس آن یک پارامتر تطبیق تولید می شود. در بخش اول مروری بر ساختمان فیلتر خواهیم داشت. سپس در بخش های بعد دو روش تطبیق را در قالب تعریف دو مسأله معرفی می کنیم.

۶-۲- مروری بر فیلتر کالمن

همانطور که در فصل ۴- گفتیم فیلتر کالمن یک روش بهینه در پردازش داده ها به صورت بازگشتی است [۴]. این فیلتر تخمین بردار حالت $X_k \in R^n$ از سیستم کنترلی زمان گسسته با معادله تفاضلی - خطی زیر را نتیجه می دهد که از نقطه نظر کوواریانس خطای تخمین بهینه است.

$$X_{k+1} = A_k X_k + B_k u_k \quad (۱-۶)$$

$$Z_k = H_k X_k + v_k \quad (۲-۶)$$

رابطه (۱-۵) مدل فرآیند و رابطه (۲-۵) مدل اندازه گیری را نشان می دهد.

X_k : بردار حالت سیستم ($n \times 1$)

A_k : ماتریس انتقال حالت ($n \times n$)

u_k : بردار ورودی های کنترلی (1×1)

B_k : ($n \times 1$)

¹ Incipient Faults

² Residual or Innovation

³ Innovation sequence

w_k : بردار نویز فرآیند ($n \times 1$)

Z_k : بردار مقادیر واقعی اندازه گیری ($m \times 1$)

H_k : ماتریس اندازه گیری ($m \times n$)

v_k : بردار نویز اندازه گیری ($m \times 1$)

مانند قبل w_k و v_k را بصورت دنباله هایی از نویز سفید با مقدار میانگین صفر و مستقل از هم با کوواریانس های زیر در نظر می گیریم:

$$E\{w_k w_i^T\} = \begin{cases} Q_k & i = k \\ 0 & i \neq k \end{cases} \quad (3-6)$$

$$E\{v_k v_i^T\} = \begin{cases} R_k & i = k \\ 0 & i \neq k \end{cases} \quad (4-6)$$

$$E\{e_k e_k^T\} = P_k \quad (5-6)$$

که $E\{\cdot\}$ عملگر امید ریاضی است. R_k و Q_k به ترتیب ماتریس کوواریانس نویز فرآیند و نویز اندازه گیری هستند. در فصل ۴ دیدیم که فیلتر کالمن دارای دو دسته معادلات اساسی است $[\Delta]$:

۱- معادلات بهنگام سازی زمان (یا معادلات پیش بینی)

$$\hat{X}_{k+1}^- = A_k \hat{X}_k + B_k u_k \quad (6-6)$$

$$P_{k+1}^- = A_k P_k + Q_k \quad (7-6)$$

که تخمین حالت و کواریانس خطای تخمین را از لحظه K به لحظه $K+1$ برده و یک تخمین اولیه برای پله زمانی جلوتر تولید می کند.

۲- معادلات بهنگام سازی اندازه گیری (یا معادلات تصحیح)

$$K_k = P_k^- H_k^T (H_k P_k^- H_k^T + R_k)^{-1} \quad (8-6)$$

$$\hat{X}_k = \hat{X}_k^- + K_k (Z_k - H_k \hat{X}_k^-) \quad (9-6)$$

$$P_k = (I - K_k H) P_k^- \quad (10-6)$$

این معادلات از اندازه گیری فعلی برای بهبود تخمین اولیه و رسیدن به یک تخمین ثانویه استفاده می کنند. در معادلات فوق \hat{X}_k همان تخمین ثانویه (اصلی) از بردار حالت X_k است. P_k هم ماتریس کوواریانس مرتبط با خطای تخمین است که به صورت زیر تعریف می شود:

$$P_k = E\{(X_k - \hat{X}_k)(X_k - \hat{X}_k)^T\} = E\{e_k e_k^T\} \quad (11-6)$$

$H_k \hat{X}_k$ تخمین اولیه ی اندازه گیری است (یعنی همان \hat{Z}_k). به عبارت $Z_k - H_k \hat{X}_k$ دنباله تغییر^۱ یا باقیمانده^۲ می گویند که معمولاً با r نمایش داده می شود.

¹ Innovation Sequence

² Residual

$$r_k = Z_k - H_k \hat{X}_k^- \quad (12-6)$$

هر بار که اندازه گیری انجام می شود باقیمانده^۱ اطلاعات جدیدی را در اختیار فیلتر قرار می دهد. برای یک فیلتر بهینه دنباله باقیمانده بصورت یک متغیر تصادفی مستقل با توزیع نرمال است. همانطور که در رابطه (۶-۹) دیده می شود، باقیمانده وزن دهی شده، $K_k(Z_k - H_k \hat{X}_k^-)$ ، برای تصحیح تخمین اولیه، \hat{X}_k^- ، و تولید تخمین ثانویه، \hat{X}_k ، استفاده می شود. ماتریس K_k هم مطابق آنچه در فصل ۴ ذکر شد بعنوان بهره کالمن شناخته می شود. فرض کنید ماتریس های A_k و B_k و H_k معلوم هستند. R_k و Q_k نیز ماتریس های نامنفی معین و معلوم در نظر گرفته شوند. الگوریتم فیلتر کالمن با فرض مقادیر اولیه \hat{X}_0^- و P_0^- کار خود را شروع می کند. با گذشت زمان همچنان که مقادیر اندازه گیری در اختیار قرار می گیرند، روند پیش بینی و تصحیح در فیلتر اجرا خواهد شد.

۳-۶- تعریف مساله ۱: تطبیق R و Q

در توصیف فیلتر کالمن که در بخش قبل بررسی شد فرض کردیم که ماتریس کوواریانس R و Q برای ما معلوم هستند. اما در عمل R و Q یا بصورت تقریبی در دسترس بوده یا اینکه نامعلوم می باشند. مساله اینجاست که بهینگی فیلتر بطور قابل ملاحظه ای به دقت و صحت اطلاعات آماری نوین فرآیند و نوین اندازه گیری وابسته است [۶-۸]. انتخاب اولیه نامناسب برای R و Q می تواند دقت تخمین را کاهش دهد یا سبب ایجاد انحراف در آن شده و در بعضی موارد موجب واگرایی تخمین شود. بعلاوه تغییر در شرایط محیطی فرآیند و اطلاعات نامناسب از آن، دقت فیلتر را تحت تأثیر قرار خواهد داد. لذا در شرایط دینامیکی متغیر استفاده از فیلتر کالمن با پارامترهای آماری ثابت مناسب نخواهد بود. به همین دلیل به نظر می رسد باید دنبال تطبیق این پارامترها باشیم تا عملکرد مناسب فیلتر ادامه یابد. روش های تطبیقی متفاوتی تاکنون ارائه شده اند [۹] و [۱۳-۱۶]. مزیت اصلی تطبیق این است که وابستگی فیلتر را به دانش اولیه از مشخصه های آماری کم می کند. در واقع تطبیق با مشکل اطلاعات اولیه ناقص سروکار دارد. روش های تطبیق فیلتر کالمن به دو دسته اصلی تقسیم بندی می شوند [۲۹]:

۱- تخمین تطبیقی بر پایه باقیمانده (IAE)^۱

۲- تخمین تطبیقی بر پایه استفاده از چند مدل (MMAE)^۲

در ادامه برای سادگی باقیمانده را با Inv نشان خواهیم داد. در روش اول با بکارگیری اطلاعات از دنباله Inv تطبیق مستقیماً بر روی R و Q انجام می شود. در روش دوم تعدادی فیلتر که هر کدام مشخصه های آماری متفاوتی دارند بطور موازی اجرا می شوند و فرآیند تطبیق به انتخاب فیلتر با مشخصه مطلوب می پردازد. هر دو روش از اطلاعات بدست آمده از دنباله Inv استفاده می کنند و تنها تفاوت در نحوه بکارگیری این اطلاعات است. در ادامه روش اول را بررسی می کنیم. برای مطالعه روش دوم به [۶] مراجعه کنید. در واقع IAE روشی برای بهبود عملکرد فیلتر با تطبیق مشخصه های آماری آن

^۱ Innovation based Adaptive Estimation

^۲ Multiple Model-based Adaptive Estimation

یعنی ماتریس های R و Q است. مکانیزم تطبیق هم براساس ویژگی سفیدی^۱ دنباله Inv شکل می گیرد. منظور از سفیدی همان توزیع احتمال بصورت گوسی با مقدار میانگین صفر و ... است، یعنی مشخصات آماری آن مشابه نویز سفید می باشد. مقدار Inv در پله زمانی k از روی مقادیر قبلی آن قابل پیش بینی نیست. بهمین دلیل Inv اطلاعات اضافی را تنها بعد از اندازه گیری Z_k در اختیار فیلتر می گذارد. با توجه به اینکه دنباله Inv حاوی اطلاعاتی است که با هر بار اندازه گیری بهنگام می شود، می توان آن را منبع مناسبی برای استفاده در تطبیق دانست. هر تغییری در اطلاعات ابتدا در دنباله Inv ظاهر می شود. نکته مهم اینجاست که اگر تمام پیش نیازها (یعنی انتخاب درست Q و R و A و ...) در طراحی فیلتر بدرستی رعایت شده باشد، دنباله Inv بصورت یک نویز سفید با مقدار میانگین صفر خواهد بود [۳۰].

۶-۳-۱ - تطبیق ماتریس کوواریانس نویز اندازه گیری R با فرض Q ثابت

ماتریس کوواریانس R میزانی از دقت اندازه گیری را ارائه می دهد. افزایش R به این معنی است که ما به داده های واقعی اندازه گیری کمتر از تخمین اندازه گیری اعتماد داریم. همچنین وقتی ابزار اندازه گیری از نگاه طراح دقیق نباشند R بزرگتر انتخاب می شود. فرض کنید ماتریس Q کاملاً برای ما معلوم باشد. با این فرض بدنبال یک روش IAE برای تطبیق ماتریس R خواهیم بود. برای این منظور از روش تطبیق کوواریانس^۲ استفاده می کنیم [۹]. ایده اصلی در این روش سازگار کردن کوواریانس بدست آمده از روابط نظری با کوواریانس حاصل از دنباله Inv است [۲۹]. با توجه به روابط فیلتر کالمن کوواریانس دنباله Inv بصورت زیر خواهد بود:

$$S_k = H_k P_k^- H_k^T + R_k \quad (۱۳-۶)$$

اگر مقدار واقعی کوواریانس برای دنباله r_k با مقدار نظری آن متفاوت باشد باید تنظیماتی بر روی R صورت بگیرد تا این عدم تطابق از بین برود. برای رصد اختلاف بین S_k و مقدار واقعی آن یک متغیر جدید تعریف می کنیم و آن را درجه تطابق^۳ می نامیم.

$$DOM_k = S_k - \hat{C}_{r_k} \quad (۱۴-۶)$$

با معلوم بودن دنباله Inv، می توان کوواریانس واقعی آن یعنی \hat{C}_{r_k} را در معادله (۱۴-۶) تقریب زد. این کار را با میانگین گیری در یک بازه مشخص و متحرک با اندازه N بر روی دنباله Inv انجام می دهیم [۲۹]. این بازه را پنجره تخمین^۴ می نامیم.

$$\hat{C}_{r_k} = \frac{1}{N} \sum_{i=i_0}^k r_i r_i^T \quad (۱۵-۶)$$

که $i_0 = k - N + 1$ اولین نمونه از r_k در پنجره تخمین است. N ، اندازه پنجره می باشد که بطور تجربی انتخاب می شود.

¹ Whiteness

² Covariance matching

³ Degree Of Matching

⁴ Estimation window

DOM مشخص کننده میزان اختلاف بین مقدار تئوری کوواریانس باقیمانده (یعنی S_k) با تقریب مقدار واقعی آن (یعنی \hat{C}_{r_k}) است. اگر DOM نزدیک صفر باشد یعنی S_k و \hat{C}_{r_k} به میزان قابل قبولی مطابق بوده و نیازی به اعمال تغییرات نیست. اگر DOM بزرگتر از صفر باشد به این معنی است که تقریب مقدار واقعی کوواریانس Inv یعنی \hat{C}_{r_k} از مقدار تئوری آن یعنی S_k کمتر است و بنابراین نیاز به تنظیم دارد. برعکس اگر DOM کوچکتر از صفر باشد به این معنی است که \hat{C}_{r_k} از مقدار تئوری آن یعنی S_k بزرگتر است و در این حالت هم نیاز به تطبیق دارد. برای یافتن منطق مورد استفاده در سیستم فازی جهت تطبیق R، مجدداً روابط را بررسی می کنیم. رابطه (۶-۱۳) نشان می دهد که افزایش R باعث افزایش S_k می شود و برعکس کاهش R، S_k را کاهش می دهد. به این ترتیب می توانیم با تغییر R به تنظیم S_k با \hat{C}_{r_k} بپردازیم.

قوانین اصلی تطبیق بصورت زیر خواهند بود :

اگر $DOM \approx 0$ (یعنی S_k و \hat{C}_{r_k} مساوی هستند) آنگاه R بدون تغییر باقی می ماند.

اگر $DOM > 0$ (یعنی \hat{C}_{r_k} از S_k کوچکتر است) آنگاه R را کاهش می دهیم.

اگر $DOM < 0$ (یعنی \hat{C}_{r_k} از S_k بزرگتر است) آنگاه R را افزایش می دهیم.

برای تنظیم R از رابطه ساده زیر استفاده می کنیم :

$$R_{k+1} = R_k + AdjR \quad (۶-۱۶)$$

که AdjR خروجی سیستم فازی است.

۶-۳-۲- تطبیق ماتریس کوواریانس نویز فرآیند Q با فرض R ثابت

ماتریس کوواریانس Q معرف عدم قطعیت مدل فرآیند است. افزایش Q به این معنی است که اعتماد ما به مدل فرآیند کمتر از داده های اندازه گیری است. فرض کنید ماتریس R برای ما معلوم باشد، حال می توانیم روشی برای تخمین Q بدست آوریم. رابطه تئوری بدست آمده برای کوواریانس دنباله Inv را بازنویسی می کنیم :

$$S_k = H_k(A_k P_k A_k^T + Q)H_k^T + R_k \quad (۶-۱۷)$$

از رابطه فوق می توان دریافت که تغییرات Q بر مقدار S_k تأثیر می گذارد. اگر Q افزایش یابد S_k هم زیاد می شود و برعکس. لذا اگر اختلافی بین S_k و \hat{C}_{r_k} وجود داشته باشد می توانیم با افزایش یا کاهش Q آنرا جبران کنیم. با در نظر گرفتن روابط (۶-۱۴) و (۶-۱۷) سه قانون تطبیق زیر را تعریف می کنیم.

اگر $DOM \approx 0$ (یعنی S_k و \hat{C}_{r_k} مساوی هستند) آنگاه Q بدون تغییر باقی می ماند.

اگر $DOM > 0$ (یعنی \hat{C}_{r_k} از S_k کوچکتر است) آنگاه Q را کاهش می دهیم.

اگر $DOM < 0$ (یعنی \hat{C}_{r_k} از S_k بزرگتر است) آنگاه Q را افزایش می دهیم.

با رابطه زیر Q را تنظیم می کنیم :

$$Q_{k+1} = Q_k \times AdjQ \quad (۶-۱۸)$$

که ضریب AdjQ از خروجی یک سیستم فازی حاصل می شود.

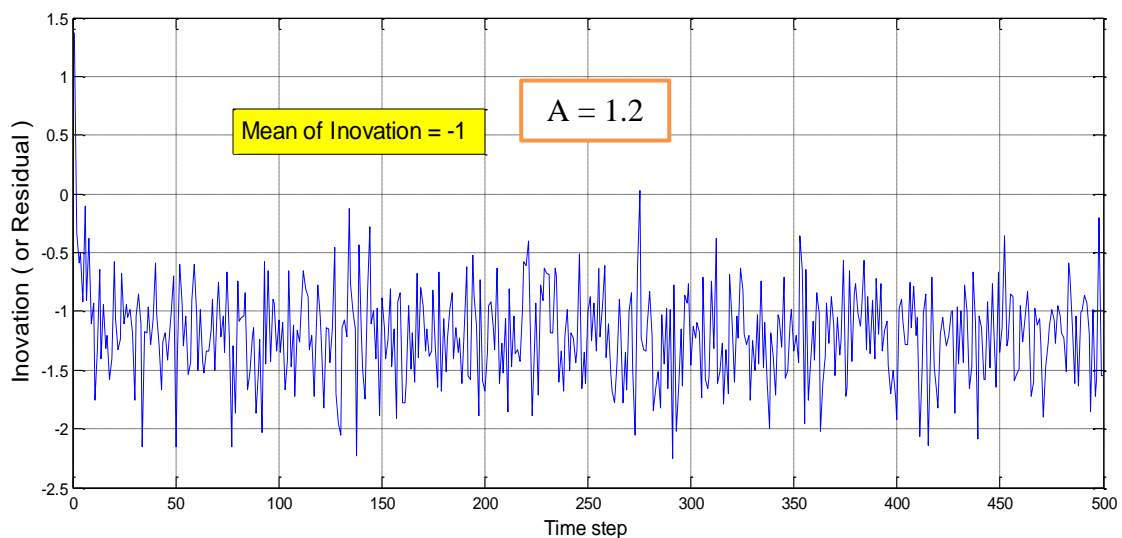
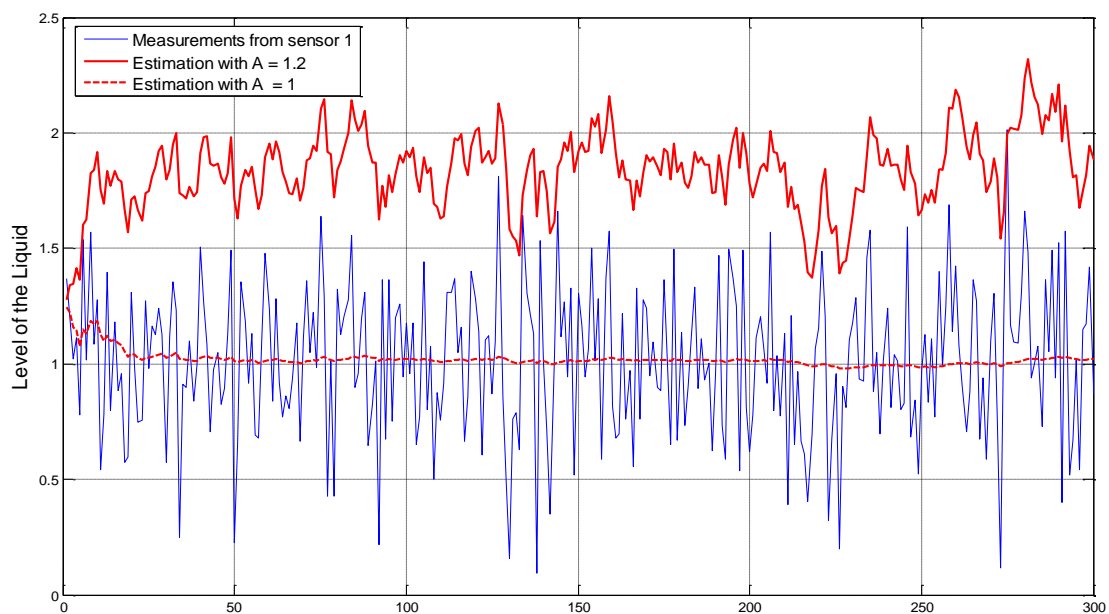
۴-۶- تعریف مسأله ۲: بررسی تطبیق پارامترهای A و B و H

مباحث مطرح شده در این بخش جنبه نوآوری دارد. در تعریف مسأله ۱ کار را با فرض معلوم بودن A و B و H دنبال کردیم. اما اگر این پارامترها بدرستی انتخاب نشوند چه خواهد شد؟ این موضوع را با شبیه سازی بررسی می کنیم. همان سیستم ساده قبلی را در نظر می گیریم.

$$\text{مدل واقعی: } \begin{cases} X_{k+1} = AX_k + Bu_k \\ Z_k = HX_k \end{cases} ; A = 1 ; H = 1 ; u_k = 0.1 ; B = \begin{cases} 1 & \text{با ورودی} \\ 0 & \text{بدون ورودی} \end{cases}$$

فرض کنید مقادیر B و H با دقت خوبی برای ما معلوم هستند ولی به جای $A = 1$ در الگوریتم فیلتر $A = 1/2$ را استفاده کرده ایم. نتایج تخمین بصورت زیر خواهد بود:

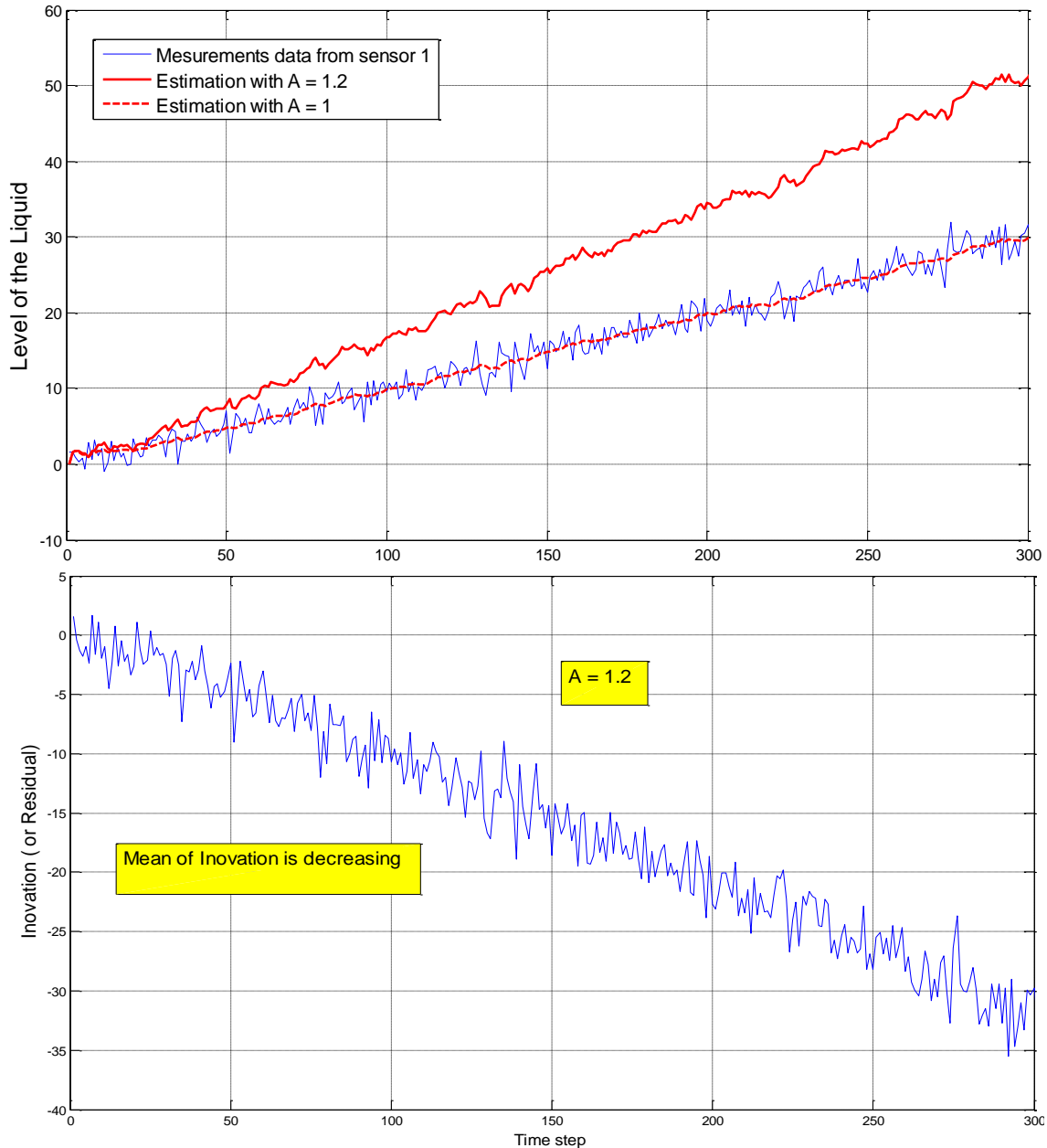
$$\text{مدل در فیلتر: } X_{k+1} = \bar{A}X_k + Bu_k ; Z_k = HX_k ; \bar{A} = 1.2 ; B = 0 ; H = 1 ;$$



شکل ۴-۶: اثر انتخاب نادرست A در تخمین و میانگین Inv در حالت بودن ورودی

با ورودی :

$$X_{k+1} = \bar{A}X_k + Bu_k ; Z_k = HX_k ; \bar{A} = 1.2 ; B = 1 ; H = 1$$



شکل ۲-۶: اثر انتخاب نادرست A در تخمین و میانگین Inv در حالت با ورودی

همانطور که در شکل های ۱-۶ و ۲-۶ مشاهده می شود انتخاب نامناسب A در حالت بدون ورودی یک انحراف ثابت و نسبتاً بزرگ را در تخمین بوجود می آورد. استفاده از این تخمین برای تشخیص خطا به هیچ وجه مناسب نیست و خروجی زیرسیستم FDI درست نخواهد بود. در حالت با ورودی هم انتخاب نادرست A انحرافی را در نتیجه تخمین ایجاد می کند که با گذشت زمان افزایش می یابد. این تخمین واگرا نیز قابل استفاده نخواهد بود. مساله ی انتخاب درست پارامتر A (و همچنین پارامترهای B و H) نسبت به انتخاب پارامترهای Q و R از اهمیت بیشتری برخوردار است چراکه اگر Q و R را درست انتخاب

نکنیم کارکرد بهینه ی فیلتر دچار نقص می شود حال آنکه انتخاب نادرست A و B و H نتایج تخمین را بطور کامل مختل و عملاً فیلتر را نامعتبر خواهد کرد. اما اگر راهی برای انتخاب دقیق این پارامترها نداشته باشیم چه باید کرد؟ آیا روشی برای تطبیق این پارامترها وجود دارد؟ از چه مشخصه ای برای شکل دهی الگوریتم تطبیق باید استفاده کنیم؟

ما در ادامه مسأله تطبیق پارامتر A را با فرض معلوم بودن B و H بررسی خواهیم کرد. همانطور که در بخش قبل اشاره شد، اگر تمام پیش نیازها در طراحی فیلتر رعایت شده باشد دنباله Inv بصورت یک نویز سفید با مقدار میانگین صفر خواهد بود [۳۰]. در شکل های ۶-۱ و ۶-۲ می بینیم که انتخاب نادرست A باعث انحراف مقدار میانگین Inv از مقدار صفر می شود. ما از همین انحراف برای تطبیق پارامتر A استفاده میکنیم. رابطه تطبیق برای A را بشکل زیر در نظر می گیریم:

$$A_{k+1} = A_k + Adj \quad (۱۹-۶)$$

که Adj خروجی یک سیستم فازی است. هم با بکارگیری روابط و هم با مشاهده نتایج تجربی می توان نحوه اثر تغییرات A بر مقدار میانگین Inv را دریافت. دانستن این موضوع برای انتخاب منطق سیستم فازی در شکل دهی قواعد آن مهم است. یعنی اینکه بدانیم یک تغییر در A چقدر و چگونه بر میانگین Inv اثر می گذارد.

طبق رابطه (۶-۱۲) برای دنباله باقیمانده داریم :

$$r_k = Z_k - H_k \hat{X}_k^-$$

با جایگذاری \hat{X}_k^- از رابطه (۶-۶) و همچنین استفاده از رابطه (۶-۹)، رابطه زیر را برای محاسبه امید ریاضی دنباله Inv بدست می آوریم.

$$E\{Inv\} = E\{Z_k\} - HE\{\hat{X}_k^-\} = E\{Z_k\} - H(I - A + AK_kH)^{-1}(AK_kH + BE\{u_k\}) \quad (۲۰-۶)$$

برای محاسبه مقدار میانگین Inv از روی دنباله تولید شده توسط فیلتر بصورت زیر عمل می کنیم:

$$\text{Mean of Inv} = \frac{1}{ws} \sum_{i=k-ws+1}^k r_i \quad ; \quad r_i = z_i - H\hat{X}_i^- \quad (۲۱-۶)$$

که در واقع میانگین گیری روی یک بازه متحرک شامل ws تا نمونه از Inv .

تحلیل رابطه (۶-۲۰) در ارزیابی نحوه اثر تغییرات یکی از پارامترهای A و B و H بر میانگین Inv نسبتاً پیچیده است. دقت شود که K_k هم بطور بازگشتی به این پارامترها وابسته است. اگر سیستم چند بعدی باشد کار سخت تر خواهد بود. بهمین دلیل ما نیز در بررسی این موضع و استخراج منطق فازی برای تطبیق پارامتر مورد نظر، این تحلیل را بصورت عددی و با شبیه سازی انجام داده ایم. مشاهده نمودار میانگین دنباله Inv برحسب تغییرات A (در حالت بدون ورودی) و نمودار شیب میانگین Inv در ازای تغییرات A (در حالت با ورودی) رهیافت هایی بوده که در شبیه سازی ها بکارگرفته شده اند. در فصل بعد با بکارگیری شبیه سازی به تحلیل اثر تطبیق پارامتری در عملکرد فیلتر کالمن خواهیم پرداخت.

فصل ۷- بکارگیری تطبیق در فیلتر کالمن همراه با شبیه سازی

۷-۱- مقدمه

در این فصل مباحث گفته شده در فصل قبل را با شبیه سازی دنبال می کنیم. ابتدا تطبیق A را در حالتی که سیستم ورودی ندارد انجام می دهیم. سپس برنامه تشخیص خطا را با این فیلتر تطبیق یافته اجرا و نتایج را مشاهده خواهیم کرد. بعد از آن تطبیق A را برای سیستم با ورودی ثابت، تطبیق A و R را در کنار هم برای سیستم با ورودی و در نهایت تطبیق A و R و Q را برای سیستم بدون ورودی انجام داده و اثر تطبیق را در عملکرد فیلتر بررسی خواهیم کرد.

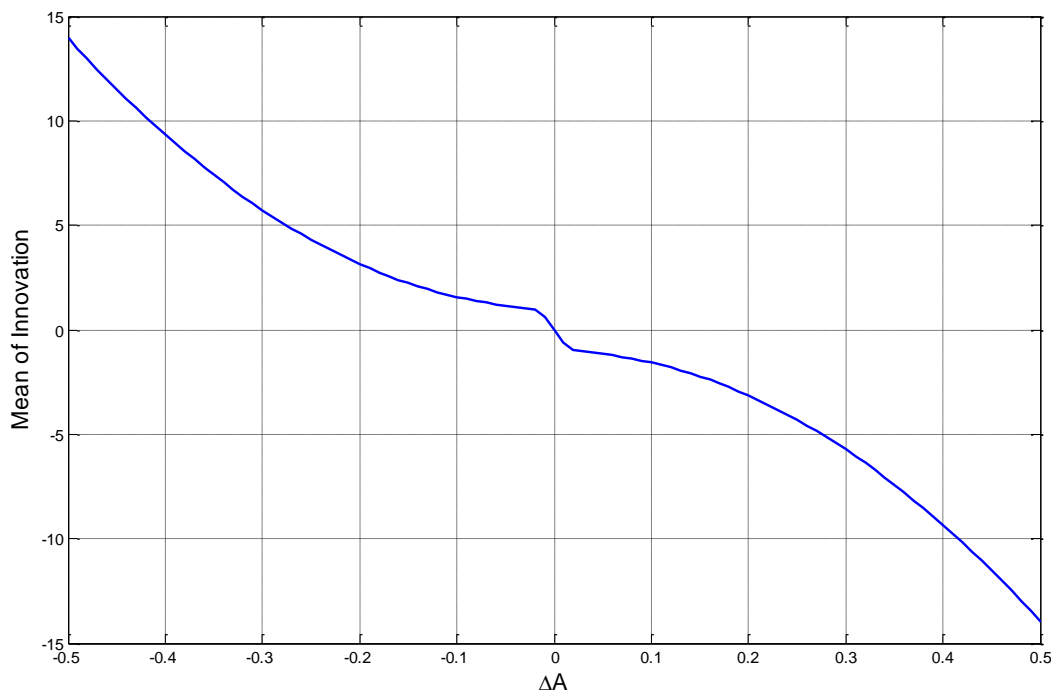
۷-۲- تطبیق A، سیستم بدون ورودی و با فرض انتخاب درست B و H و R و Q

کار را با همان سیستم قبلی و در حالت بدون ورودی دنبال می کنیم. فرض کنید که Z_k از یک سنسور مطمئن حاصل می شود. همچنین فرض می کنیم پارامترهای Q و R و ماتریس های B و H بدرستی انتخاب شده اند.

$$\begin{cases} X_{k+1} = AX_k \\ Z_k = HX_k \end{cases} ; \quad \text{Inv} = Z_k - H\hat{X}_k^-$$

$$E\{\text{Inv}\} = E\{Z_k\} - HE\{\hat{X}_k^-\} = E\{Z_k\} - H(I - A + AK_kH)^{-1}(AK_kH) \quad (۷-۱)$$

تغییر در A بر K_k هم اثر می گذارد. در این مورد منحنی تغییرات Inv نسبت به تغییرات A بصورت زیر است:



شکل ۷-۱: تغییرات میانگین Inv بر حسب تغییرات A برای سیستم بدون ورودی

مشاهده می شود که اگر A بزرگتر از ۱ باشد میانگین Inv منفی شده و با افزایش A در جهت منفی کاهش می یابد. برعکس اگر A کوچکتر از ۱ باشد میانگین Inv مثبت شده و با کاهش A ، در جهت مثبت افزایش می یابد. به این ترتیب منطق اصلی در قواعد سیستم فازی تطبیق دهنده بصورت زیر خواهد بود :

۱) اگر میانگین Inv کوچکتر از صفر باشد آنگاه A باید افزایش یابد.

۲) اگر میانگین Inv صفر باشد آنگاه A بدون تغییر باقی بماند.

۳) اگر میانگین Inv بزرگتر از صفر باشد آنگاه A باید کاهش یابد.

اختلاف بین مقدار مطلوب میانگین دنباله Inv و مقدار بدست آمده از الگوریتم فیلتر را EM می نامیم و به عنوان ورودی سیستم فازی در نظر می گیریم.

$$EM = MI - (MI)_d \quad (2-7)$$

از طرفی چون مقدار مطلوب برای میانگین دنباله Inv صفر است داریم :

$$EM = MI$$

که در واقع همان میانگین بدست آمده از بازه Y متحرک روی دنباله Inv است .

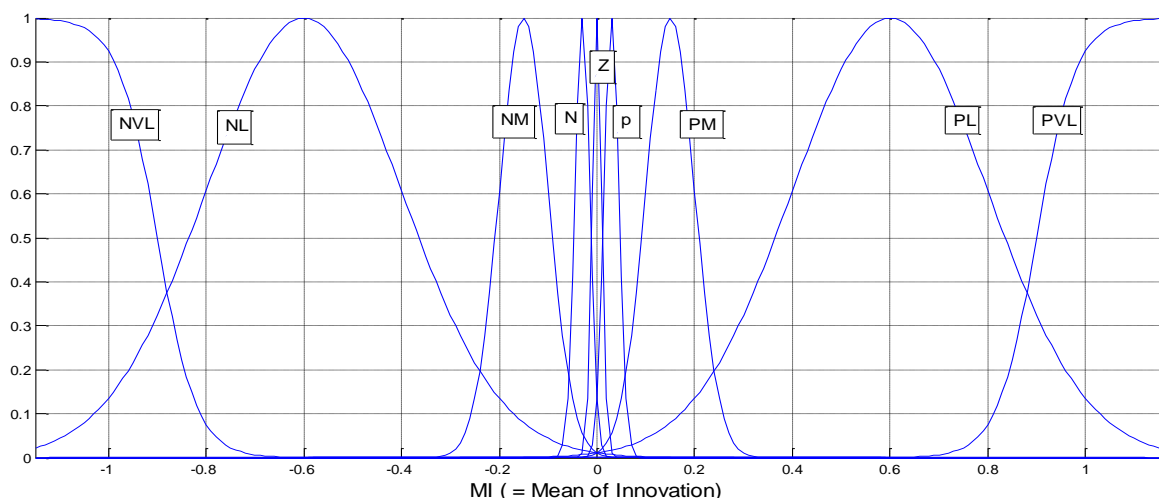
سیسم فازی برای تطبیق A در سیستم مخزن بدون ورودی :

با توجه به شکل ۷-۱ گروه های فازی را برای ورودی و خروجی سیستم فازی ترتیب می دهیم. تعداد ۹ گروه فازی را مطابق شکل زیر برای ورودی در نظر می گیریم که به جز دو گروه PVL و NVL همگی بصورت گوسی هستند. دو گروه انتهایی برای پوشش کامل فضای ورودی و اینکه سیستم فازی برای ورودیهای در خارج از بازه $[-1/2, 1/2]$ نیز پاسخی داشته باشد، بصورت زیگموئید در نظر گرفته شده اند.

$$\mu_{A1}(MI) = \exp\left[-\left(\frac{MI - C^1}{\sigma^1}\right)^2\right]; l = 2,3, \dots, 8; \mu_{A1}(MI) = \frac{1}{1 + e^{-a(MI - C^l)}}; l = 1, 9$$

مراکز گروه های ورودی به ترتیب بکارگیری در قواعد :

$$C = [-0.9 \quad -0.6 \quad -0.15 \quad -0.03 \quad 0 \quad 0.03 \quad 0.15 \quad 0.6 \quad 0.9]$$



شکل ۷-۲: گروه های فازی ورودی در تطبیق A (مخزن بدون ورودی)

تعداد ۹ گروه فازی خروجی را نیز، گوسی، طبیعی (با ارتفاع واحد) و با مراکز زیر در نظر می گیریم:

= مراکز گروه های خروجی به ترتیب کاربرد در قواعد

$$\overline{Adj} = -0.15 * [0.05 \ 0.02 \ 0.001 \ 0.0001 \ 0 \ -0.0001 \ -0.001 \ -0.02 \ -0.05]$$

از آنجاکه غیرفازی سازی بصورت میانگین گیری از مراکز است برای پرهیز از شلوغی شکل گروه های فازی خروجی را ترسیم نکرده و تنها مراکز آنها را آورده ایم.
قوانین سیستم فازی مربوطه بصورت زیر است :

Rule 1: if MI is PVL then Adj is PVL

Rule 2: if MI is PL then Adj is PL

Rule 3: if MI is PM then Adj is PM

Rule 4: if MI is P then Adj is P

Rule 5: if MI is Z then Adj is Z

Rule 6: if MI is N then Adj is N

Rule 7: if MI is NM then Adj is NM

Rule 8: if MI is NL then Adj is NL

Rule 9: if MI is NVL then Adj is NVL

سیستم فازی را با فازی ساز منفرد، اجتماع قواعد با ماکزیمم گیری، استلزام ضرب ممدانی و همچنین

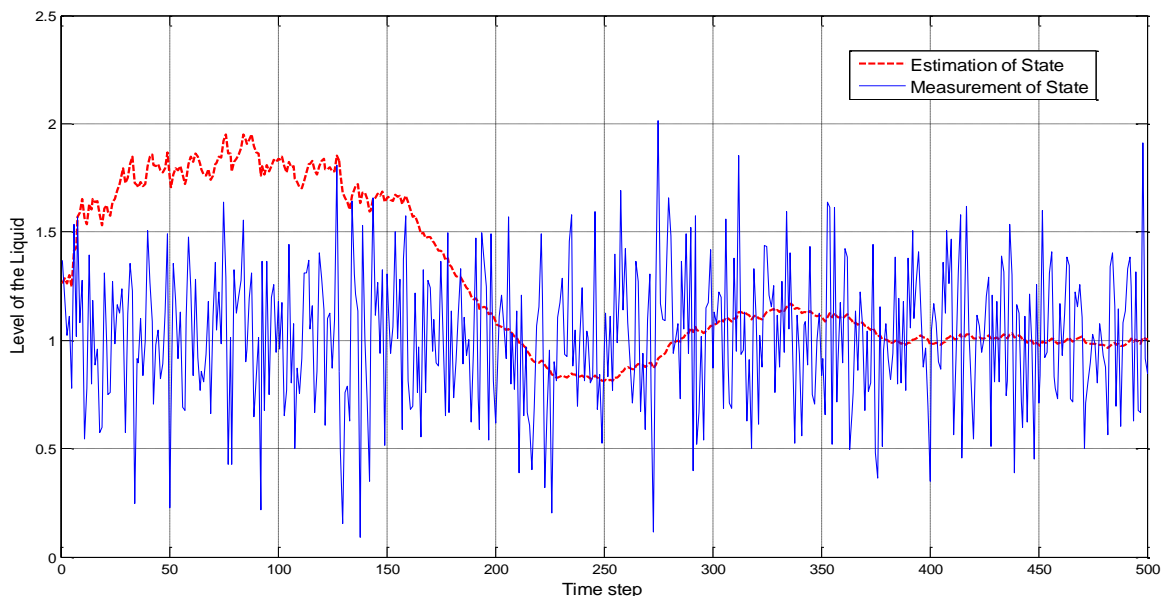
غیرفازی ساز میانگین مراکز تشکیل می دهیم که رابطه ورودی و خروجی آن بشکل زیر خواهد بود:

$$Adj = \frac{\sum_{l=1}^m \overline{Adj}_l * \mu_{A_l}(MI)}{\sum_{l=1}^m \mu_{A_l}(MI)} \quad l = 1, 2, \dots, m ; \quad m = 9 \quad (3-7)$$

حال این سیستم فازی را در الگوریتم فیلتر استفاده کرده و نتایج شبیه سازی را بررسی خواهیم کرد:

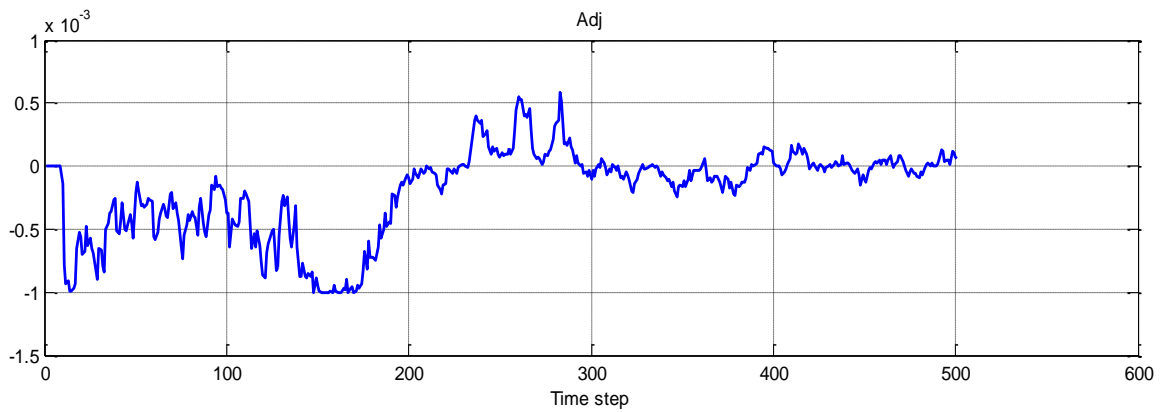
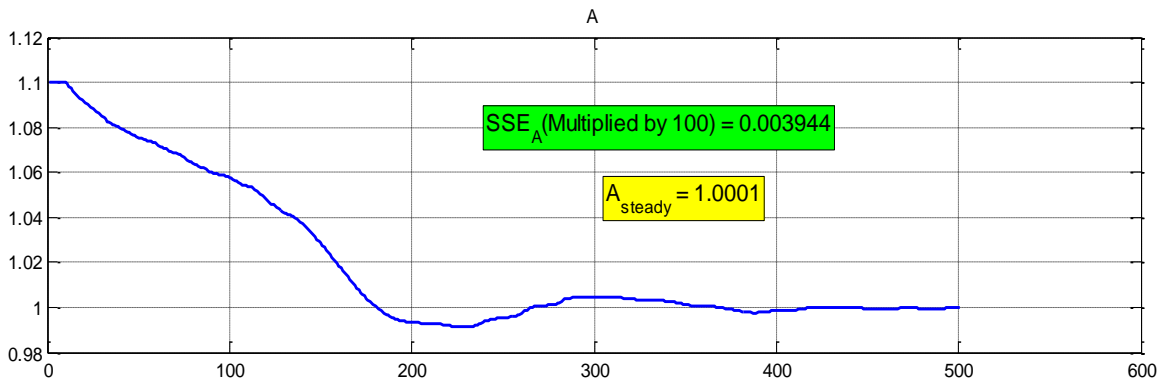
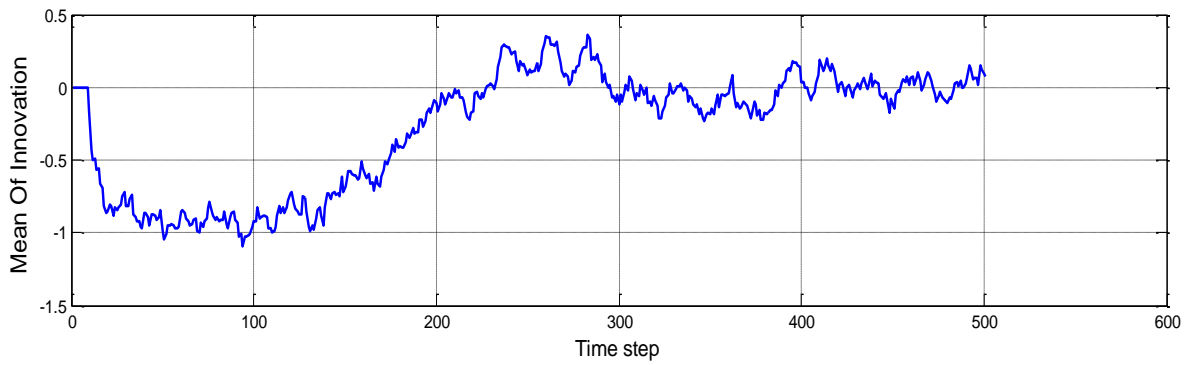
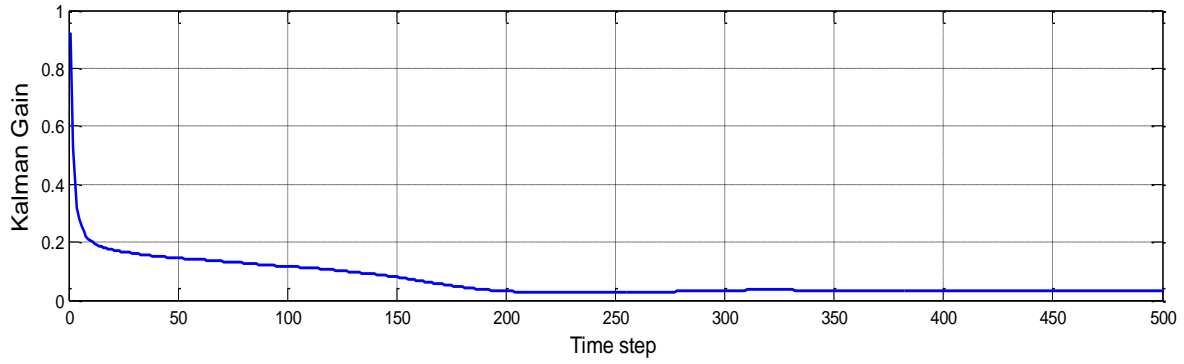
$$\begin{cases} X_{k+1} = AX_k \\ Z_k = HX_k \end{cases} ; \quad Inv = Z_k - H\hat{X}_k^- ; \quad A = 1.1 ; \quad B = 0 ; \quad H = 1$$

$$Q = 0.01 ; R = 10 ; ws = 10 ; P_0 = 100 ; \hat{X}_0 = 0$$



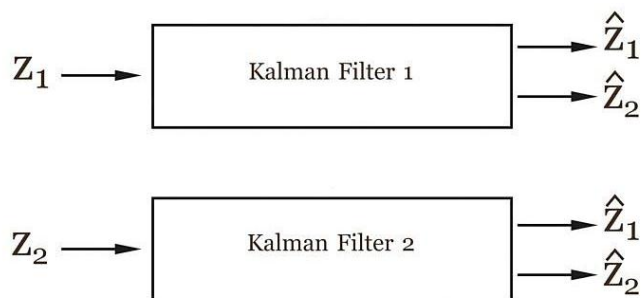
شکل ۳-۷: نتایج اندازه گیری به همراه تخمین حالت

همانطور که در شکل بالا مشاهده می شود پس از شروع تطبیق A بوسیله سیستم فازی، فیلتر عملکرد مطلوب خود را بازیافته و الگوریتم تطبیق تقریباً در پله زمانی ۳۰۰ به نقطه تعادل خود می رسد.



شکل ۴-۷: تغییرات بهره کالمن و میانگین Inv و A و Adj، در تطبیق A

همانطور که در شکل ۷-۴ مشاهده می شود تطبیق A بطور مطلوبی صورت گرفته است. همچنین مجموع مربعات خطا برای A از پله زمانی ۴۰۰ تا ۵۰۰ مقدار بسیار کوچکی است که با SSE_A در شکل نشان داده شده است. در حالت ماندگار داریم $0/0001$ که بسیار نزدیک به مقدار مطلوب آن است. حال می توان با توجه به مباحث مطرح شده در فصل های قبل فیلتر را در برنامه تشخیص خطا بکار برد. همان مدل مخزن را در نظر می گیریم که شامل دو سنسور بود که یکی سطح مایع Z_1 و دیگری وزن مایع درون مخزن Z_2 را اندازه گیری می کردند. سیستم تشخیص خطا را بصورت زیر شکل می دهیم که Z_1 از سنسور شماره ۱ و Z_2 از سنسور شماره ۲ بدست می آیند.



شکل ۷-۵: فیلتر های کالمن برای تولید تخمین اندازه گیری ها

$$\begin{aligned} \text{فیلتر کالمن 1: } & \begin{cases} X_{k+1} = AX_k \\ Z_{1k} = H_1 X_k \end{cases} ; A = 1.1 ; B = 0 ; H_1 = 1 ; \\ \text{فیلتر کالمن 2: } & \begin{cases} X_{k+1} = AX_k \\ Z_{2k} = H_2 X_k \end{cases} ; A = 1.1 ; B = 0 ; H_2 = 100 ; \end{aligned}$$

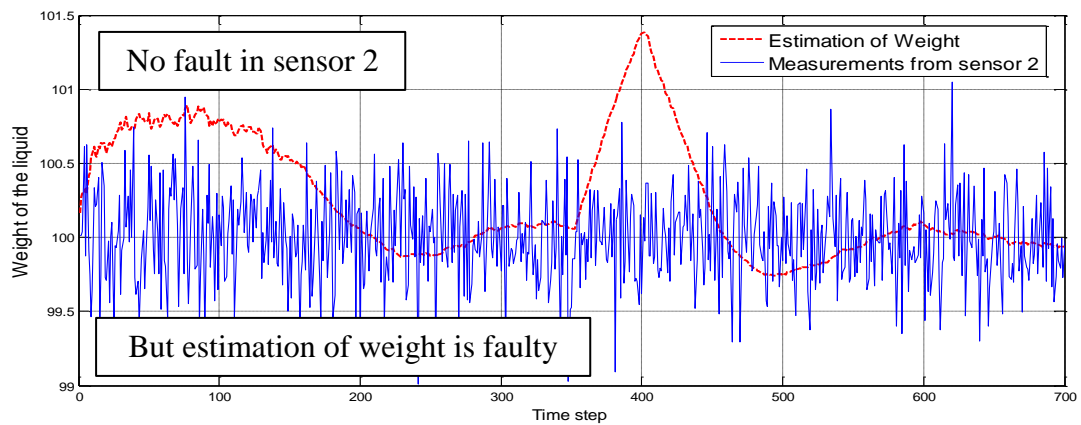
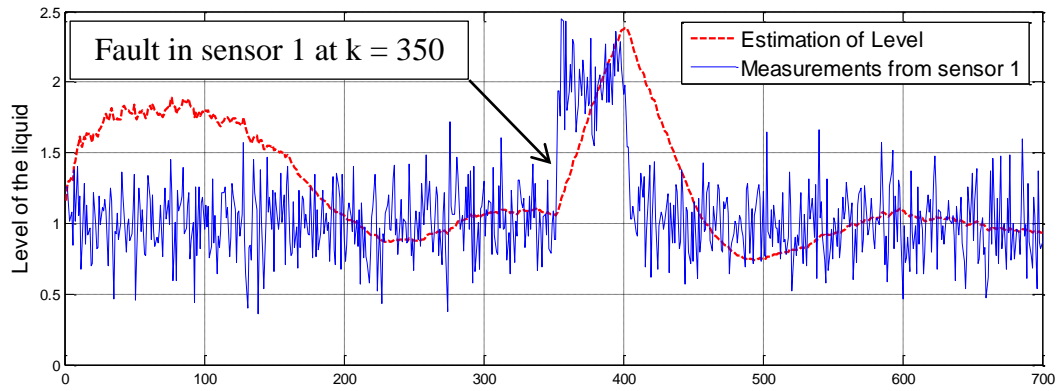
توابع تصمیم گیری را بصورت زیر تعریف می کنیم:

$$\eta_1 = \psi_{11} \cdot \psi_{12} ; \quad \psi_{1j} = |z_j - \hat{z}_j| ; \quad j = 1, 2 \text{ و } \hat{z}_j \text{ از فیلتر کالمن 1}$$

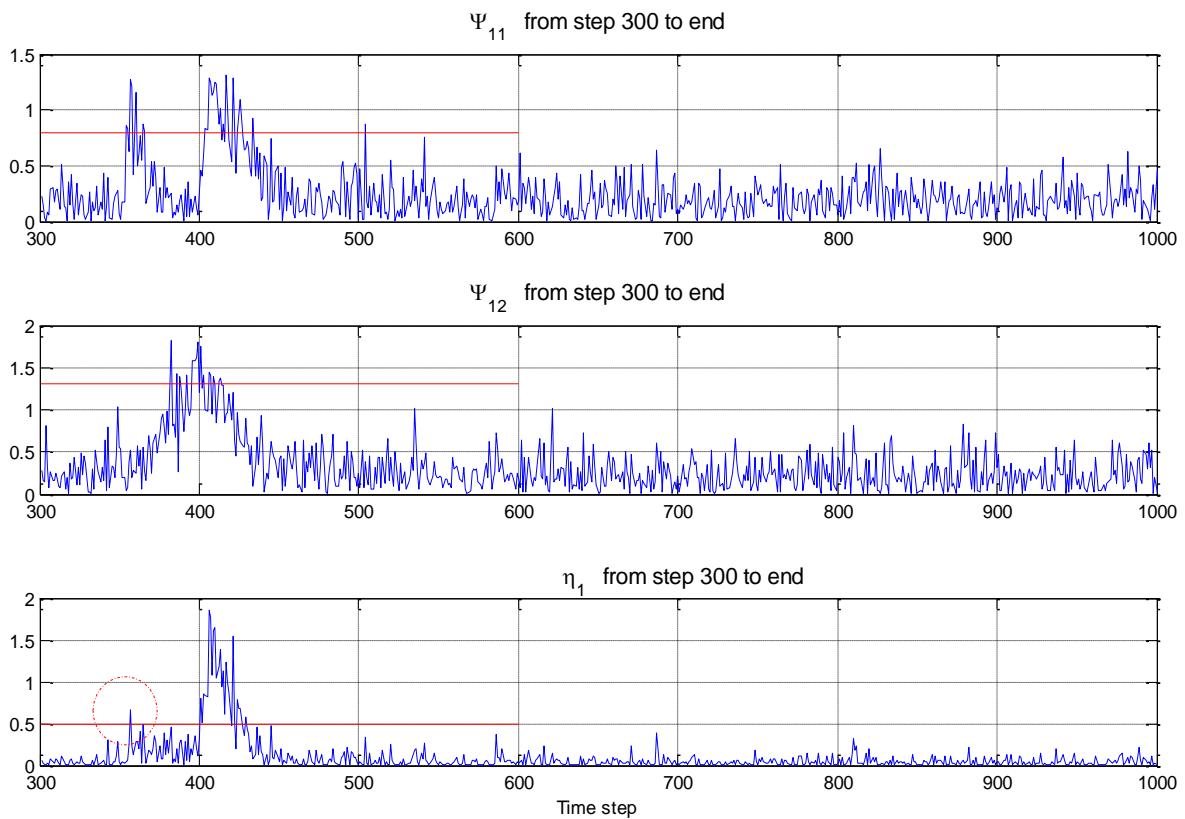
$$\eta_2 = \psi_{21} \cdot \psi_{22} ; \quad \psi_{2j} = |z_j - \hat{z}_j| ; \quad j = 1, 2 \text{ و } \hat{z}_j \text{ از فیلتر کالمن 2}$$

مانند قبل اگر η_1 از آستانه عبور کند به معنی بروز خطا در سنسور اول است و اگر η_2 از آستانه عبور کند به معنی بروز خطا در سنسور شماره ۲ تلقی می شود. فرض کنید خطا در سنسور اول اتفاق افتد. چون فیلتر تطبیق یافته است، زمانی می توانیم از آن در تشخیص خطا استفاده کنیم که فرآیند تطبیق تقریباً به نقطه تعادل خود رسیده باشد. به همین دلیل سیگنال خطا را بصورت یک پالس بایاس در لحظه $t = ۳۵$ ثانیه یا همان پله زمانی $k = ۳۵۰$ (با فرض $T_s = 0/1$) در نظر گرفته ایم.

نتایج شبیه سازی در صفحه بعد آمده است ...

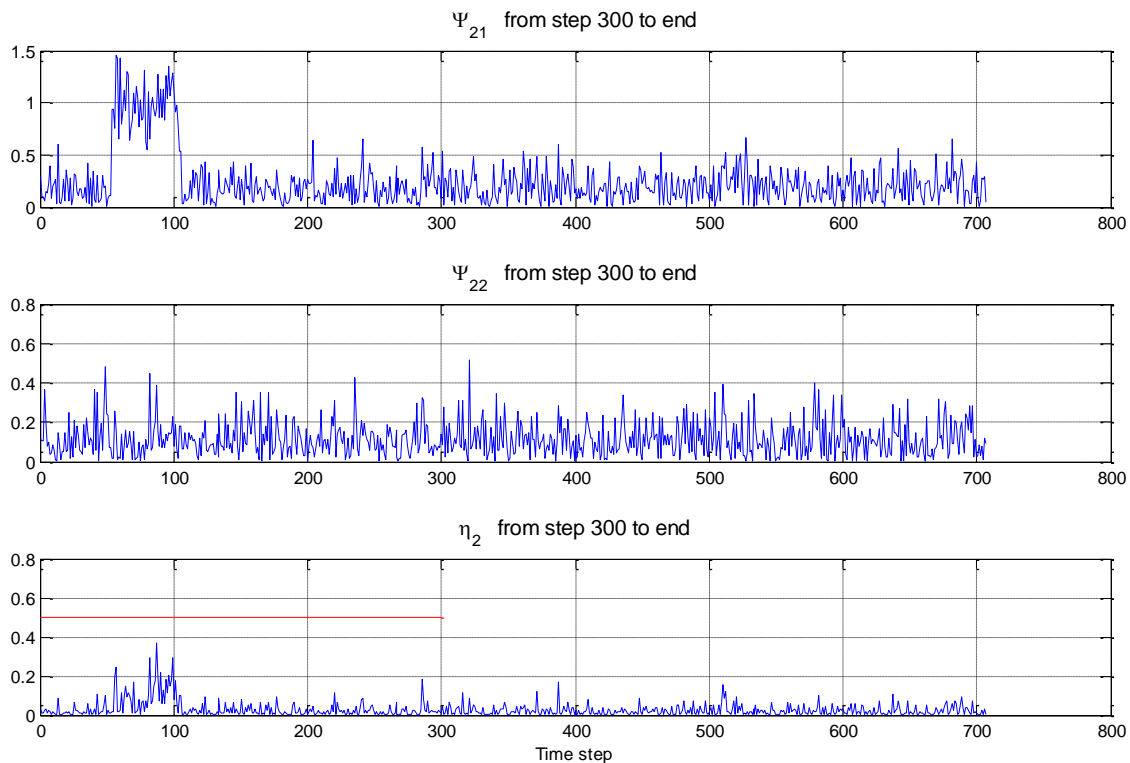


شکل ۶-۷: نتایج اندازه گیری و تخمین حالت در سنسورهای ۱ و ۲



شکل ۷-۷: تابع تصمیم گیری برای تشخیص خطا در سنسور ۱

همانطور که در شکل ۷-۷ مشاهده می کنید با عبور η_1 از آستانه خود بروز خطا در سنسور شماره یک تشخیص داده می شود. شکل زیر هم توابع تشخیص مربوط به فیلتر دوم را نشان می دهد. می بینیم که η_2 از آستانه خود تجاوز نکرده است. یعنی خطایی در سنسور دوم نداریم که درست می باشد.



شکل ۷-۸: تابع تصمیم گیری برای تشخیص خطا در سنسور ۲

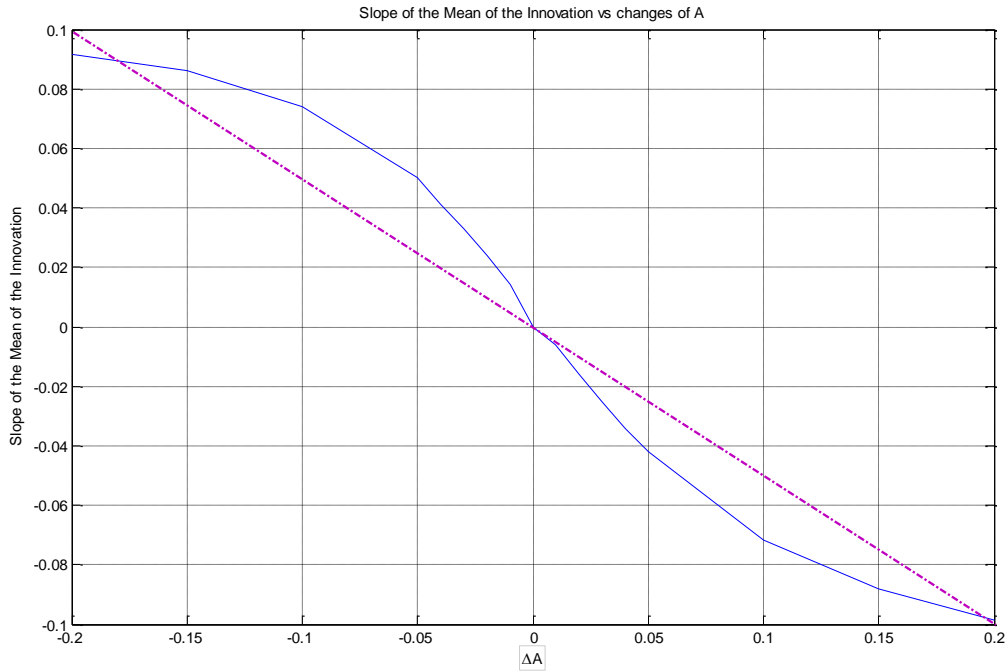
۷-۳- تطبیق A، سیستم با ورودی ثابت و با فرض انتخاب درست B و H و R و Q

در بخش قبل تطبیق پارامتر A را برای سیستم بدون ورودی انجام داده و فیلتر تطبیق یافته را در برنامه تشخیص خطا بکار بردیم. حال فرض کنید مخزن با نرخ 0/1 unit/sec در حال پر شدن باشد.

$$\begin{cases} X_{k+1} = AX_k + Bu_k ; & A = 1.2 ; B = 1 ; \\ Z_k = HX_k ; & H = 1 ; \end{cases}$$

$$E\{\text{Inv}\} = E\{Z_k\} - HE\{\hat{X}_k^-\} = E\{Z_k\} - H(I - A + AK_kH)^{-1}(AK_kH + BE\{u_k\})$$

این بار مقدار میانگین علاوه بر A و H به B هم وابسته است. نحوه اثر تغییرات هر کدام از این عوامل بر مقدار میانگین Inv قابل بررسی است. در اینجا فقط اثر تغییرات A را در نظر گرفته و فرض می کنیم B و H بدرستی انتخاب شده اند. شکل ۷-۹ با بررسی چند نمونه تغییر در A و مشاهده اثر آن در میانگین Inv بدست آمده است. همانطور که ملاحظه می شود یک تغییر ثابت در A میانگین Inv را از مقدار صفر منحرف می کند و با گذشت زمان این انحراف بطور تقریباً خطی زیاد می شود.



شکل ۷-۹: منحنی تغییرات شیب میانگین Inv به ازای تغییرات A

همانطور که از شکل بالا پیداست اگر بازه تغییرات ΔA کوچک باشد می توانیم بطور تقریبی رابطه زیر را برای ΔA و شیب Inv پیشنهاد دهیم. هرچه این بازه کوچک تر رابطه معتبر تر خواهد بود.

$$\text{Inv میانگین} \approx -\frac{1}{2} \Delta A \quad (۴-۷)$$

فرض کنید در مدل واقعی $A = 1$ باشد و ما به اشتباه $A = 1/2$ را در فیلتر استفاده کرده ایم. نتایج تخمین بشدت تحت تأثیر قرار گرفته و تخمین های حالت واگرا می شوند. در شکل ۶-۲ این موضوع را نشان دادیم. مانند قبل رابطه زیر را برای تطبیق A در نظر می گیریم:

$$A_{k+1} = A_k + \text{Adj} \quad (۵-۷)$$

که Adj خروجی یک سیستم فازی است که ورودی آن همان میانگین Inv است. در ادامه این سیستم فازی و نحوه شکل گیری آن را بررسی خواهیم کرد.

سیسم فازی برای تطبیق A در سیستم مخزن با ورودی:

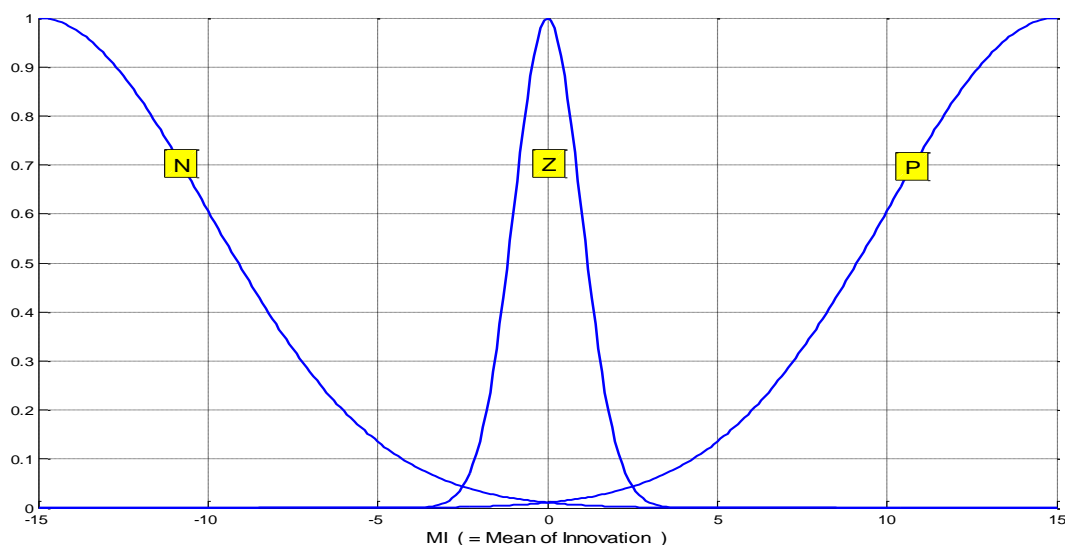
با توجه به گروه های فازی را برای ورودی (MI) مطابق زیر ترتیب می دهیم .
توابع تعلق ورودی :

$$P : \mu_P(MI) = \exp\left(-\left(\frac{MI - 15}{5}\right)^2\right) ;$$

$$Z : \mu_Z(MI) = \exp\left(-\left(\frac{MI - 0}{1}\right)^2\right) ;$$

$$N : \mu_N(MI) = \exp\left(-\left(\frac{MI + 15}{5}\right)^2\right) ;$$

شکل زیر گروه های فازی ورودی را نشان می دهد.



شکل ۷-۱: گروه های فازی ورودی برای سیستم تطبیق A (مخزن با ورودی ثابت)

برای دو گروه انتهایی می توان از توابع تعلق زیگموئید نیز استفاده کرد تا از پوشش کامل فضای ورودی توسط سیستم فازی مطمئن شد. اما در این مورد با توجه به بزرگ بودن شعاع نفوذ دو گروه P و N نیازی به این کار نبوده و پاسخ سیستم مطلوب است. برای خروجی سیستم فازی (یعنی Adj) هم سه گروه P، Z، و N در نظر می گیریم. آنچه از گروه های فازی خروجی برای ما مهم است تنها مراکز آنهاست چون غیرفازی ساز را میانگین مراکز اتخاذ کرده ایم. توابع تعلق برای این گروه ها نیز بصورت گوسی بوده و برای پرهیز از شلوغی تنها مراکز آنها را آورده ایم:

مراکز گروه های فازی خروجی:

مرکز P: ۰/۰۰۱ مرکز Z: ۰ مرکز N: -۰/۰۰۱

با توجه به رابطه (۷-۴) منطق قوانین فازی برای ما روشن می شود. قوانین سیستم فازی:

Rule 1: if MI is P then Adj is P

Rule 2: if MI is Z then Adj is Z

Rule 3: if MI is N then Adj is N

با بکارگیری فازی ساز منفرد، اجتماع قواعد بصورت ماکزیمم گیری و با در نظر گرفتن هر قانون بصورت مجزا، استلزام ضرب ممدانی و غیرفازی ساز میانگین مراکز، رابطه سیستم فازی بصورت زیر خواهد بود:

$$Adj(MI) = \frac{\sum_{l=1}^m \overline{Adj}_l \exp \left[- \left(\frac{MI - \overline{MI}_l}{\sigma_l} \right)^2 \right]}{\sum_{l=1}^m \exp \left[- \left(\frac{MI - \overline{MI}_l}{\sigma_l} \right)^2 \right]} ; \quad (6-7)$$

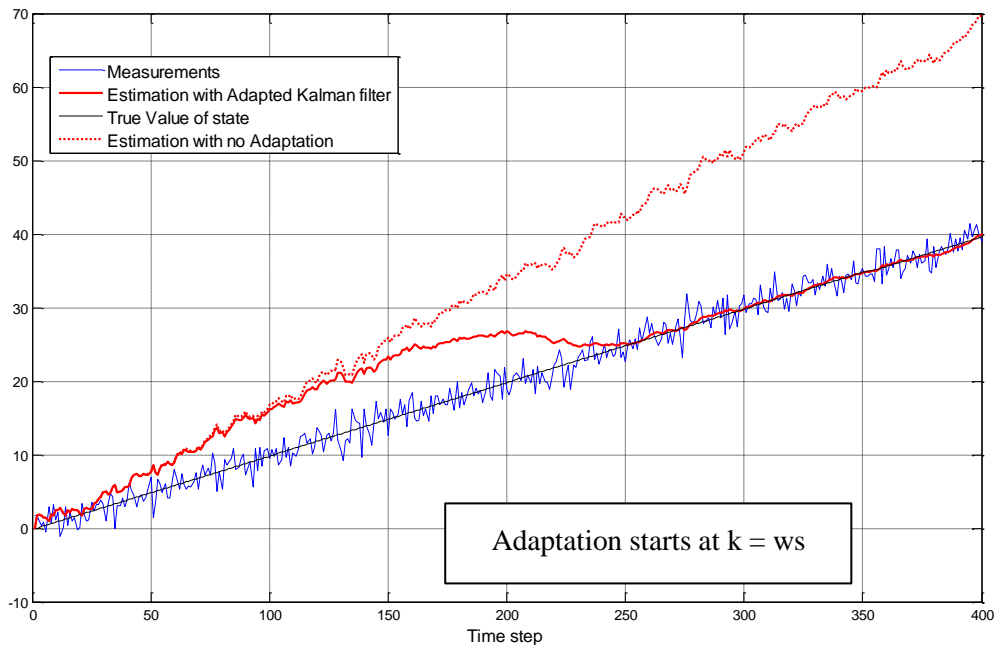
$$m = 3 ; \quad \overline{MI} = [-15 \quad 0 \quad 15] ; \quad \overline{Adj} = [0.001 \quad 0 \quad -0.001]$$

در ادامه نتایج شبیه سازی را بررسی می کنیم .

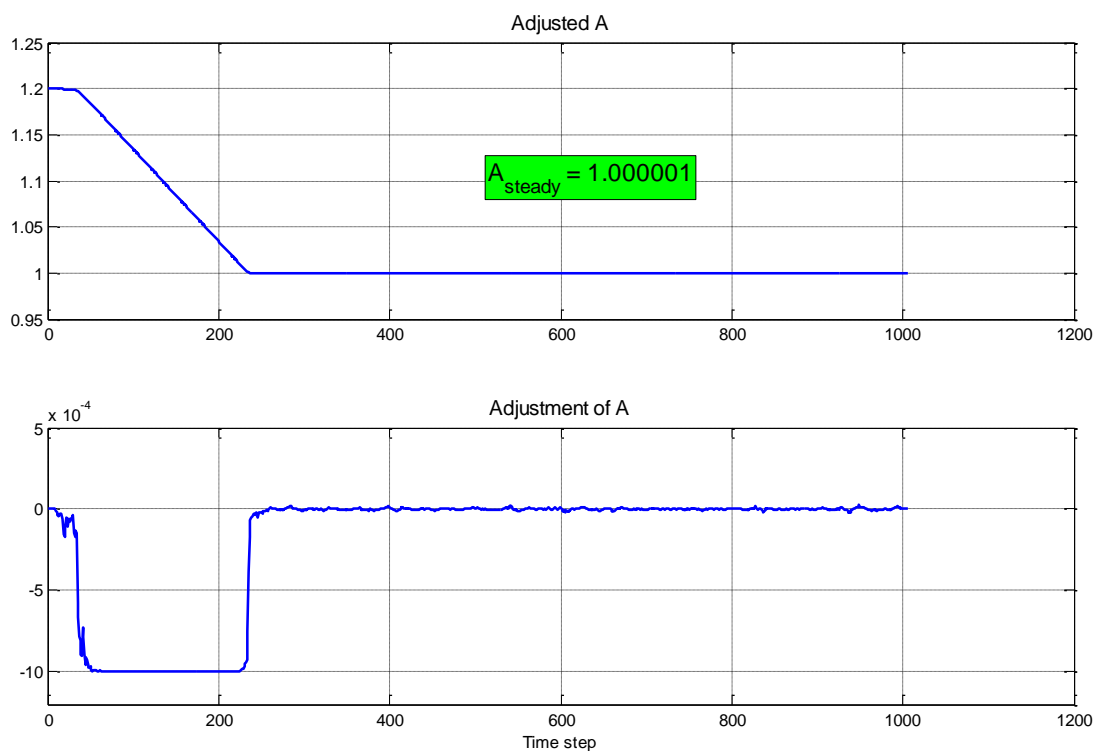
فرض کنید داده های Z_1 از یک سنسور مطمئن بدست می آید. همچنین مقادیر اولیه برای شروع کار:

$$R = 0.1 ; Q = 0.001 ; A = 1.2 ; P_0 = 100 ; X_0 = 0 ; ws = 10$$

در نظر گرفته شوند. توجه کنید که $A = 1/2$ اشتباه است و در مدل واقعی $A = 1$ می باشد.



شکل ۷-۱۱: اثر تطبیق A در تخمین حالت برای مخزن با ورودی ثابت



شکل ۷-۱۲: تطبیق A و تغییرات A_{dj}

شکل های ۷-۱۱ و ۷-۱۲ تاثیر تطبیق را بر عملکرد فیلتر بخوبی نشان می دهند. در شکل ۷-۱۱ مشاهده می شود که تخمین حالت دیگر واگرا نیست و در شکل ۷-۱۲ هم می بینیم که A با دقت بسیار خوبی به مقدار مطلوب خود رسیده است. در این مورد با انتخاب $ws = 10$ فرآیند تطبیق از پله زمانی دهم آغاز شده است. می توان با انتخاب مقادیر دیگر سرعت و شکل تطبیق را تغییر داد. البته ساختار سیستم فازی و انتخاب گروه های فازی برای ورودی و خروجی آن، تأثیر بیشتری در فرآیند تطبیق دارد. حال می توان فیلتر را با وجود عدم قطعیت پارامتری نسبتاً زیاد آن (یعنی ۲۰ درصد برای A) در زیرسیستم تشخیص خطا بکاربرد. نکته مهمی که باید رعایت شود این است که نتایج تشخیص با استفاده از فیلترهای تطبیق یافته زمانی معتبر است که روند تطبیق تا نقطه قابل قبولی انجام شده باشد. در مورد اخیر در پله زمانی $K = 250$ الگوریتم تطبیق تقریباً به نقطه تعادل خود رسیده است و برای $K > 250$ می توان فیلتر را در برنامه تشخیص خطا بکار برد.

در تطبیق A با این فرض که A در ابتدا نادرست انتخاب شده است، باید فیلتر را طوری راه اندازی کنیم که در الگوریتم آن به داده های اندازه گیری نسبت به تخمین، بهای بیشتری داده شود. این کار با کوچک انتخاب کردن R صورت می گیرد. اما اگر R، یعنی کوواریانس نویز اندازه گیری در واقعیت بیشتر از R انتخابی ما باشد چه کنیم؟

در این حالت اگرچه ممکن است فیلتر درست کار کند ولی تخمین های آن به داده های اندازه گیری نزدیک هستند که مطلوب نیست چون هدف تخمین بهینه نزدیک بودن به داده های واقعی است. به این ترتیب نیاز به تطبیق ماتریس کوواریانس R نیز مطرح می شود. در ادامه حالتی را بررسی می کنیم که هم A و هم R هر دو تطبیق یافته اند. دقت به این نکته ضروری است که الویت با تطبیق A است و تا زمانی که A به مقدار واقعی خود نزدیک نشود، تنظیم R تأثیر چندانی نخواهد داشت.

۷-۴- تطبیق A و R، سیستم با ورودی و با فرض انتخاب درست B و H و Q

سیستم همان مخزن مایع در حال پر شدن با نرخ ثابت $u_k = 0.1$ است.

$$\begin{cases} X_{k+1} = AX_k + Bu_k ; & A = 1.2 ; B = 1 ; \\ Z_k = HX_k ; & H = 1 ; \end{cases}$$

$$E\{Inv\} = E\{Z_k\} - HE\{\hat{X}_k^-\} = E\{Z_k\} - H(I - A + AK_kH)^{-1}(AK_kH + BE\{u_k\}); \quad (7-7)$$

برای شبیه سازی از مقادیر زیر استفاده شده است.

$$ws = 10 : \text{اندازه بازه میانگین گیری روی دنباله Inv برای تطبیق A}$$

$$N = 200 : \text{اندازه بازه پنجره نمونه برداری از دنباله Inv در تطبیق R}$$

$$R = 2/5 : \text{مقدار واقعی R}$$

$$0.1 : \text{مقدار ابتدایی R در فیلتر}$$

$$1 : \text{مقدار واقعی A}$$

$$1/2 : \text{مقدار ابتدایی A در فیلتر}$$

همچنین فرض کرده ایم Q و B و H بدرستی در دسترس هستند.

روابط تطبیق برای دو پارامتر A و R مانند قبل می باشد.

$$A_{k+1} = A_k + AdjA \quad ; \quad R_{k+1} = R_k + AdjR \quad (۸-۷)$$

که AdjR و AdjA خروجی های دو سیستم فازی جدا از هم می باشند. ورودی سیستم تطبیق A میانگین Inv است که طبق رابطه (۶-۲۱) در یک بازه متحرک محاسبه می شود. ورودی سیستم تطبیق R هم DOM است که در فصل قبل طبق رابطه (۶-۱۴) تعریف شد.

$$AdjA = \frac{\sum_{l=1}^3 \overline{Adj}^l \mu_{A^l}(MI)}{\sum_{l=1}^3 \mu_{A^l}(MI)} \quad ; \quad AdjR = \frac{\sum_{l=1}^7 \overline{Adj}^l \mu_{A^l}(DOM)}{\sum_{l=1}^7 \mu_{A^l}(DOM)} \quad (۹-۷)$$

$$\mu_{A^l}(DOM) = \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{DOM - C_{DOM,l}}{\sigma_{DOM,l}} \right)^2 \right] \quad ; \quad l = 2, 3, \dots, 6; \quad (۱۰-۷)$$

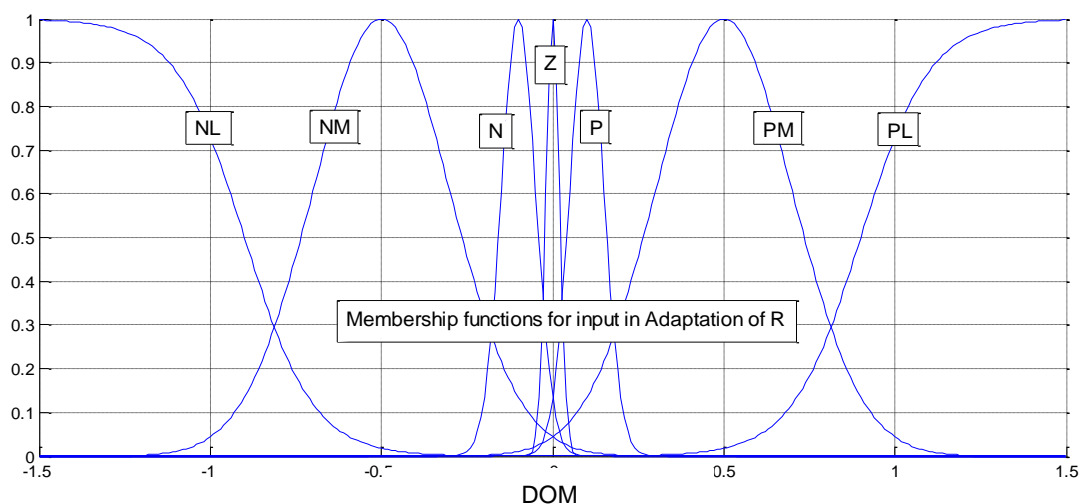
$$\mu_{A^l}(DOM) = \frac{1}{1 + \exp[-\sigma_{DOM,l}(DOM - C_{DOM,l})]} \quad ; \quad l = 1, 7; \quad (۱۱-۷)$$

$$\mu_{A^l}(MI) = \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{DOM - C_{MI,l}}{\sigma_{MI,l}} \right)^2 \right] \quad ; \quad \text{for } l = 1, 2, 3; \quad (۱۲-۷)$$

$$C_{DOM} = [-0.9 \quad -0.1 \quad -0.05 \quad 0 \quad 0.05 \quad 0.1 \quad 0.9]$$

$$\sigma_{DOM} = [-10 \quad 0.2 \quad 0.05 \quad 0.1 \quad 0.05 \quad 0.2 \quad 10]$$

$$C_{MI} = [-15 \quad 0 \quad 15 \quad ; \quad \sigma_{MI} = [5 \quad 1 \quad 5]$$



شکل ۷-۱۳: گروه های فازی ورودی، DOM، در تطبیق R

ابتدا سیستم فازی جهت تطبیق A را بررسی می کنیم. گروه های فازی برای ورودی این سیستم مطابق شکل ۷-۱۰ انتخاب شده اند. همانطور که قبلا گفته شد، انتخاب این گروه ها بصورت تجربی و با بررسی نحوه و میزان اثر تغییر پارامتر A در مقدار میانگین دنباله باقیمانده، صورت گرفته است. خروجی این سیستم نیز دارای سه گروه فازی به قرار زیر است:

گروه فازی	P	Z	N
مرکز	۰/۰۰۱	۰	-۰/۰۰۱

قوانین فازی هم بصورت زیر است :

Rule 1: If MI is P then AdjA is P

Rule 2: If MI is Z then AdjA is Z

Rule 3: If MI is N then AdjA is N

حال سیستم فازی برای تطبیق R : گروه های فازی برای ورودی آن در شکل ۷-۱۳ آورده شده اند. همگی توابع تعلق بصورت گوسی انتخاب شده اند به جز دو گره انتهایی PL و NL که بصورت زیگموئید می باشند. خروجی برای این سیستم دارای هفت گروه فازی است که مراکز آنها عبارتند از :

گروه فازی	PL	PM	P	Z	N	NM	NL
مرکز	۱	۰/۵	۰/۲	۰	-۰/۲	-۰/۵	-۱

Rule 1: If DOM is PL then AdjR is PL

Rule 2: If DOM is PM then AdjR is PM

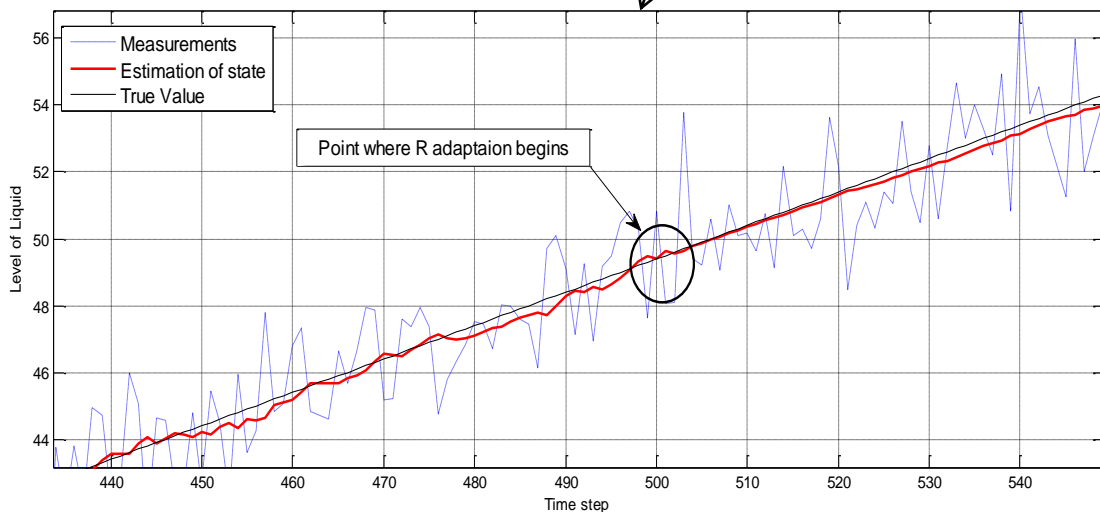
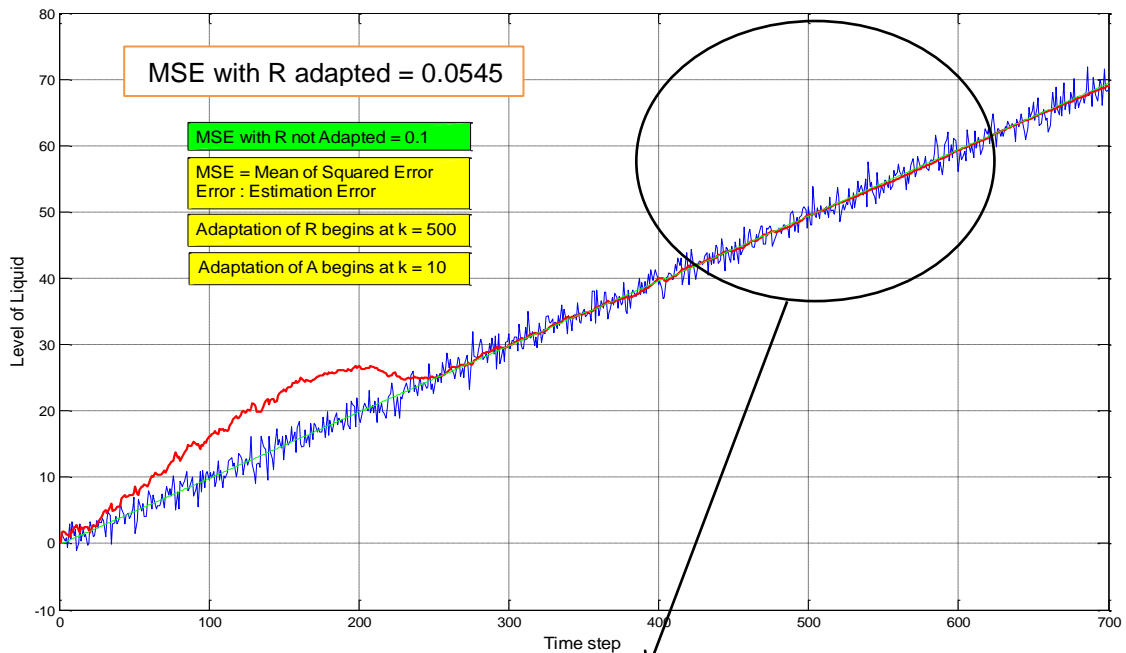
Rule 3: If DOM is P then AdjR is P

Rule 4: If DOM is Z then AdjR is Z

Rule 5: If DOM is N then AdjR is N

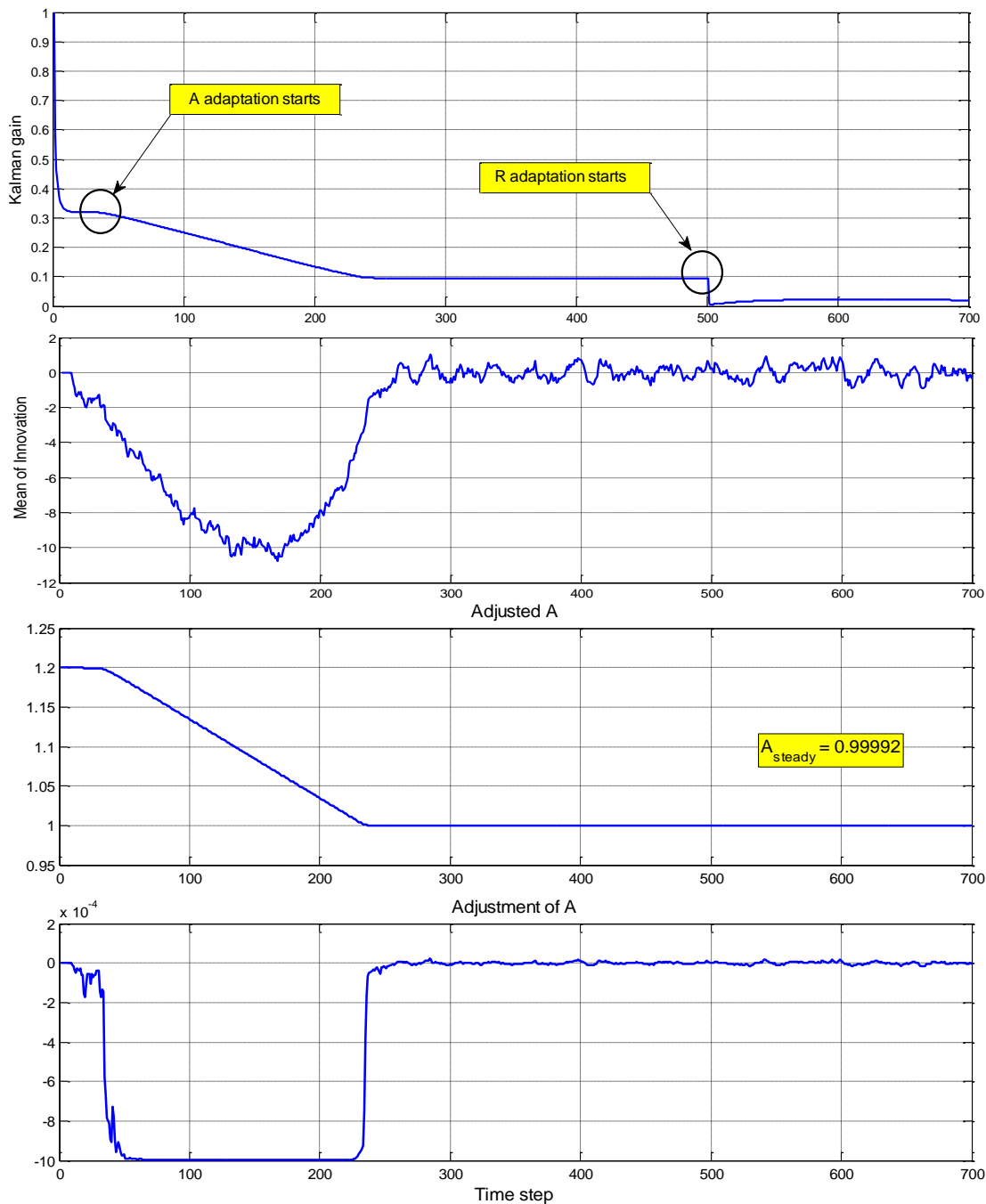
Rule 6: If DOM is NM then AdjR is NM

Rule 7: If DOM is NL then AdjR is NL



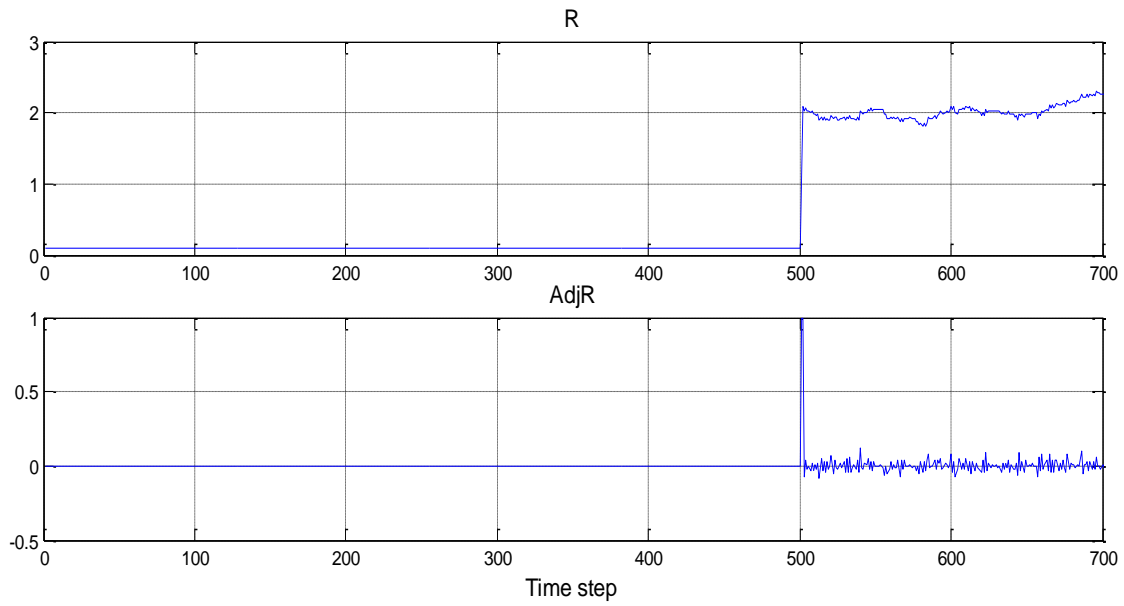
شکل ۷-۱۴: اثر تطبیق A و R بر تخمین حالت

مشاهده می کنیم که تطبیق A در $k = ws = 10$ و تطبیق R در $K = 500$ آغاز شده است. در شکل دوم ۷-۱۴ اثر تطبیق R بهتر مشاهده می شود. می بینیم که با شروع تطبیق R منحنی تخمین نرم تر شده و در واقع با افزایش R، تغییر در بهره کالمن بگونه ای صورت می گیرد که فیلتر نسبت به مقادیر تخمین وزن کمتری به داده های اندازه گیری می دهد. همین امر با توجه به اینکه فیلتر در شرایط پارامتری خوبی است (یعنی دقت مناسب برای A و B و H و Q)، باعث می شود که میانگین مربعات خطا، MSE، کاهش یابد. در شکل اول ۷-۱۴ مقادیر MSE قبل و بعد از تطبیق R برای پله زمانی ۵۰۰ تا ۱۲۰۰ محاسبه و نشان داده شده است. البته برای نمایش بهتر در شکل تنها تا پله زمانی ۷۰۰ را آوردیم.

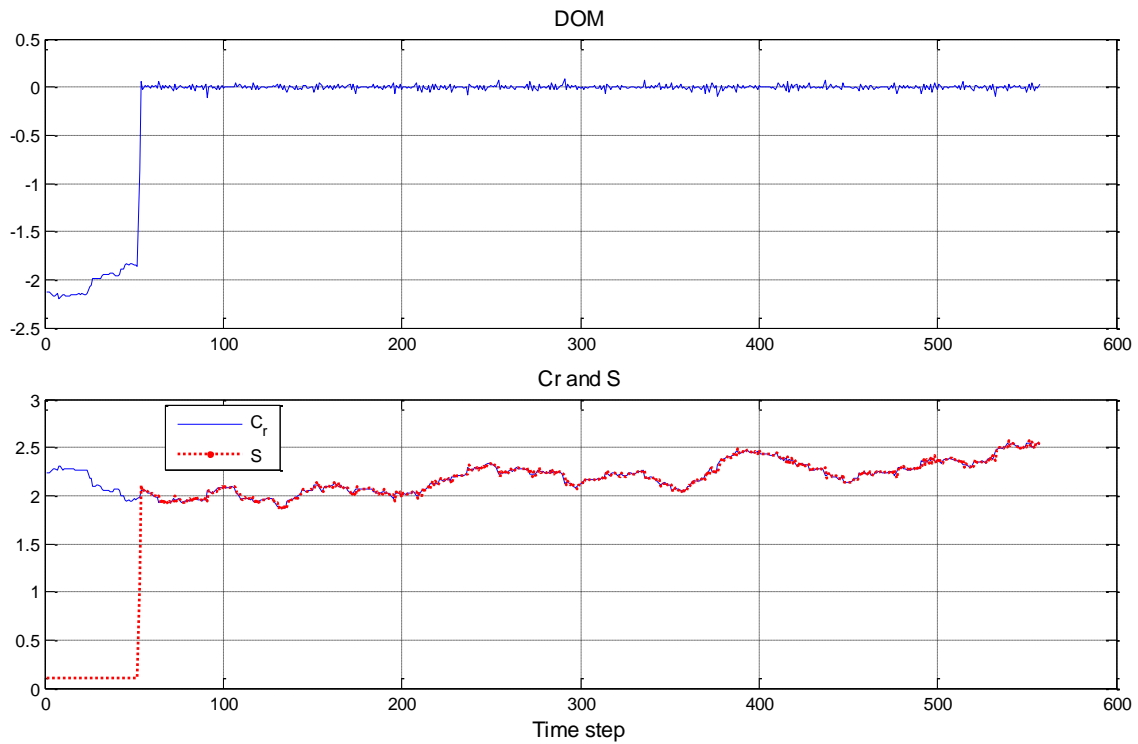


شکل ۷-۱۵: تغییرات بهره کالمن و میانگین Inv و A و AdjA

در شکل ۷-۱۵ می توان روند تطبیق A را که بخوبی صورت گرفته مشاهده کرد.



شکل ۷-۱۶: تطبیق R و تغییرات AdjR



شکل ۷-۱۷: تغییرات DOM و حرکت سریع S_k به سمت C_{rk}

در شکل بالا مشاهده می شود که تطبیق R به سرعت صورت گرفته است. حال این فیلتر تطبیق یافته را می توان در برنامه تشخیص خطا بکار برد. در این بحث ما تنها تطبیق پارامتر A و R را انجام دادیم. می توان بعد از R، تطبیق Q را نیز انجام داد. البته اهمیت ترتیب این کار بررسی نشده است.

۷-۵- تطبیق A و R و Q، سیستم بدون ورودی و با فرض انتخاب درست B و H

سیستم مخزن مایع را در حالتی که ورودی نداریم در نظر می‌گیریم. فرض کنید به جای $A = 1$ در مدل فیلتر به اشتباه $A = 1/2$ را استفاده کرده باشیم. همچنین مقادیر واقعی برای Q و R به ترتیب برابر با 0.01 و 0.05 می‌باشند. برای بررسی بهتر اثر هر تطبیق ابتدا نتایج حاصل از تنها تطبیق A را مشاهده می‌کنیم. بعد از آن تطبیق R و در نهایت تطبیق Q اضافه خواهد شد.

تطبیق فقط برای A:

سیستم فازی جهت تطبیق A:

مطابق شکل ۷-۲ تعداد ۹ گروه فازی را برای ورودی این سیستم انتخاب می‌کنیم. مانند قبل ورودی میانگین Inv است. همگی توابع تعلق به جز دو گروه PVL و NVL بصورت گوسی بوده و توابع دو گروه مذکور زیگموئید می‌باشند.

$$\mu_{A^l}(MI) = \exp \left[- \left(\frac{MI - C^l}{\sigma^l} \right)^2 \right]; \text{ for } l = 2, 3, \dots, 8;$$

$$\mu_{A^l}(MI) = \frac{1}{1 + e^{-a(MI - C^l)}}; \text{ for } l = 1, 9; \quad (13-7)$$

مراکز گروه های ورودی:

گروه فازی ورودی	PVL	PL	PM	P	Z	N	NM	NL	NVL
مرکز	۰/۹	۰/۶	۰/۱۵	۰/۰۳	۰	-۰/۰۳	-۰/۱۵	-۰/۰۶	-۰/۰۹

برای خروجی هم ۹ گروه فازی با همین اسامی داریم. مراکز گروه های خروجی به ترتیب کاربرد در قواعد بصورت زیر است:

گروه فازی خروجی	PVL	PL	PM	P	Z	N	NM	NL	NVL
مرکز	۱	۰/۵	۰/۰۰۴	۰/۰۰۰۱	۰	-۰/۰۰۰۱	-۰/۰۰۰۴	-۰/۰۵	-۱

قوانین فازی برای این سیستم:

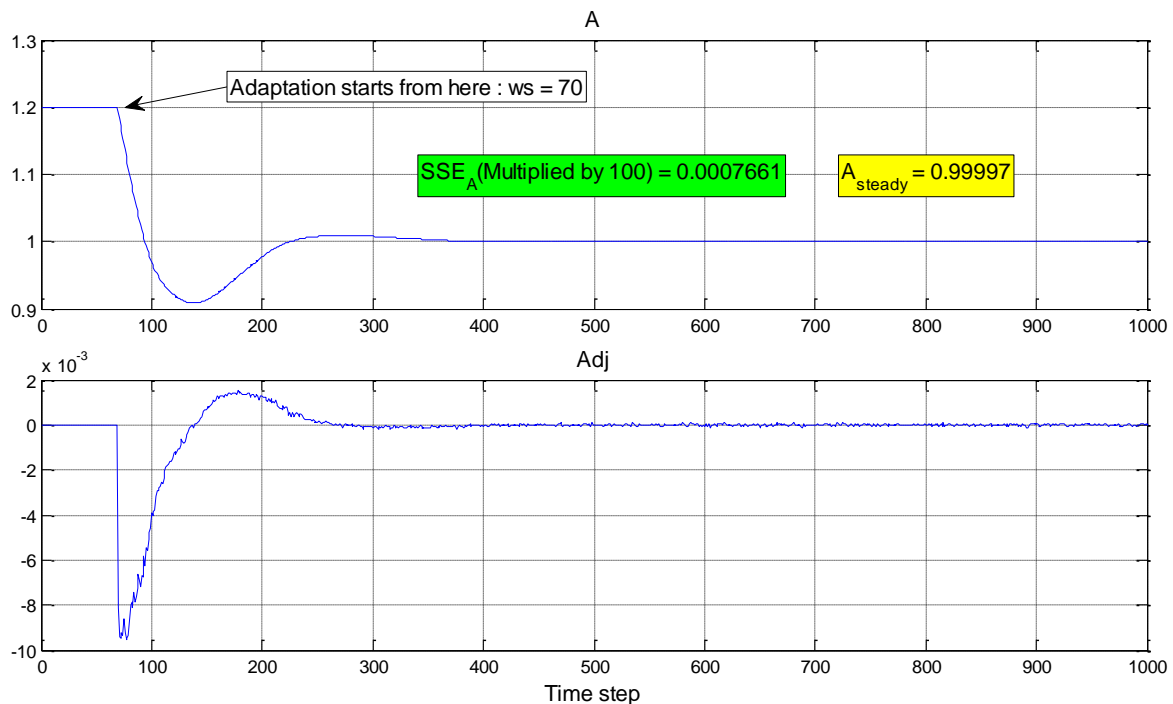
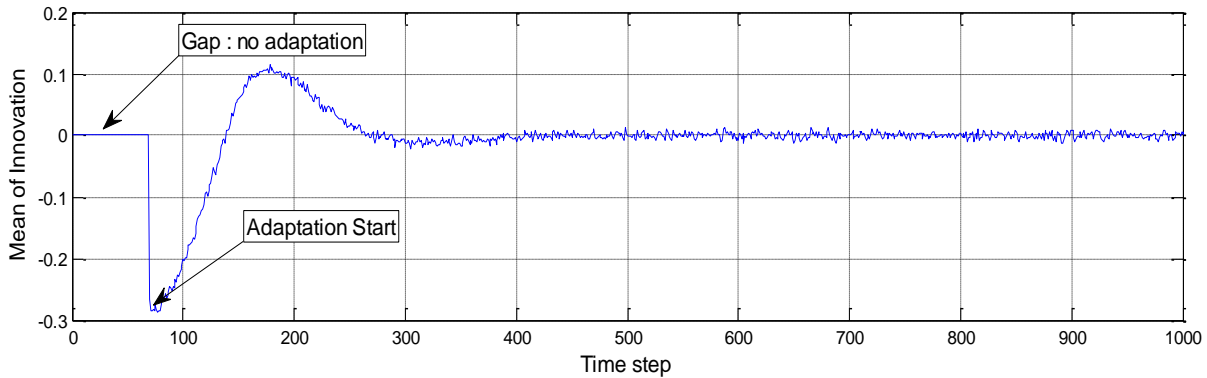
- | | |
|--------------------------------------|------------------------------------|
| Rule 1: if MI is PVL then Adj is PVL | Rule 2: if MI is PL then Adj is PL |
| Rule 3: if MI is PM then Adj is PM | Rule 4: if MI is P then Adj is P |
| Rule 5: if MI is Z then Adj is Z | Rule 6: if MI is N then Adj is N |
| Rule 7: if MI is NM then Adj is NM | Rule 8: if MI is NL then Adj is NL |
| Rule 9: if MI is NVL then Adj is NVL | |

با بکارگیری فازی ساز منفرد، استلزام ضرب ممدانی، اجتماع قواعد بصورت ماکزیمم و نهایتاً غیرفازی سازی بصورت میانگین مراکز به رابطه زیر برای سیستم فازی مورد نظر خواهیم رسید:

$$\text{Adj} = \frac{\sum_{l=1}^m \overline{\text{Adj}}^l * \mu_{A^l}(MI)}{\sum_{l=1}^m \mu_{A^l}(MI)} \quad ; \quad l = 1, 2, \dots, m \quad ; \quad m = 9 \quad (14-7)$$

$$\begin{cases} X_{k+1} = AX_k \\ Z_k = HX_k \end{cases} ; \text{Inv} = Z_k - H\hat{X}_k^- ; A = 1.2 ; B = 0 ; H = 1 \quad (15-7)$$

$$Q = 0.02 ; R = 0.01 ; ws = 70 ; P_0 = 100 ; \hat{X}_0 = 0 ; ws = 70$$



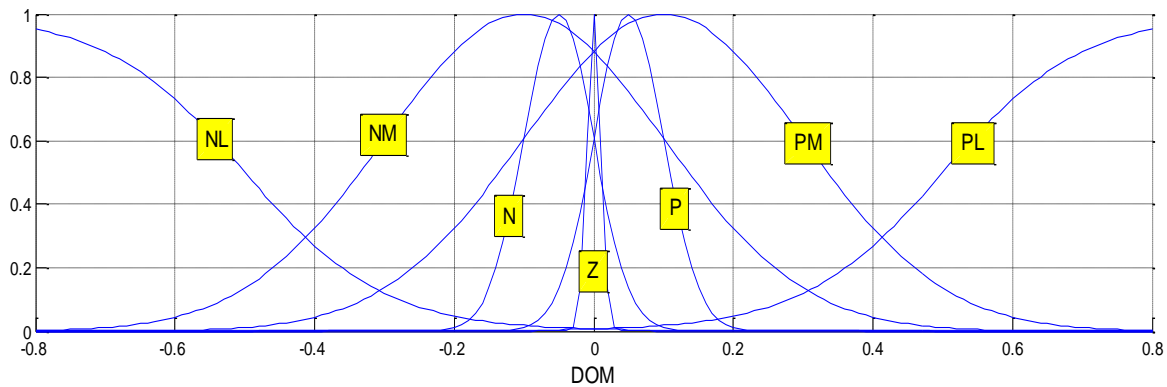
شکل ۷-۱۸: تغییرات A و AdjA و میانگین Inv در اثر تطبیق A

همانطور که در منحنی های فوق مشاهده می شود تطبیق A با دقت قابل قبولی صورت گرفته و میانگین دنباله Inv هم از مقدار اولیه ای در حدود $0/3$ به مقدار کمی در نزدیکی صفر رسیده است. عبارت SSE_A که در شکل وسط آورده شده، مجموع مربعات انحراف A از مقدار ۱ است که از پله زمانی ۵۰۰ تا ۱۰۰۰ محاسبه و با ضریب ۱۰۰ نشان داده شده است. همچنین میانگین مربعات خطای تخمین از پله زمانی ۳۰۰ تا ۱۰۰۰ برابر با $0/029323$ است.

$$MSE = \frac{1}{701} \sum_{k=300}^{1000} (X(k) - \hat{X}(k))^2 = 0.029323 \quad (16-7)$$

تطبيق فقط برای A و R :

در $k = 100$ تطبيق R را آغاز می کنیم. سیستم فازی برای تطبيق A همچنان همان سیستم قبلی است ولی برای R بصورت زیر خواهد بود. در سیستم فازی جهت تطبيق R ورودی DOM است که در فصل قبل آن را توضیح دادیم و از رابطه (۶-۱۴) بدست می آید. گروه های فازی برای این ورودی در شکل زیر مشاهده می شوند.



شکل ۷-۱۹: گروه های فازی برای DOM در تطبيق R بعد از A (مخزن بدون ورودی)

مانند قبل تمام گروه ها به جز دو گروه انتهایی، گوسی هستند. دو گروه انتهایی یعنی NL و PL برای پوشش فضای ورودی زیگموئید انتخاب شده اند. مراکز گروه های فازی ورودی:

گروه فازی ورودی	PL	PM	P	Z	N	NM	NL
مرکز	۰/۵	۰/۱	۰/۰۵	۰	-۰/۰۵	-۰/۱	-۰/۵
شعاع نفوذ	-۱۰	۰/۲	۰/۰۵	۰/۰۱	۰/۰۵	۰/۲	۱۰

خروجی AdjR است. برای خروجی هم هفت گروه متناظر با گروه های ورودی و به مراکز زیر داریم :

گروه فازی خروجی	PL	PM	P	Z	N	NM	NL
مرکز : AdjR	۰/۵	۰/۰۸	۰/۰۳	۰	-۰/۰۳	-۰/۰۸	-۰/۵

قواعد فازی سیستم تطبيق R :

Rule 1: if DOM is PL then AdjR is PL

Rule 2: if DOM is PM then AdjR is PM

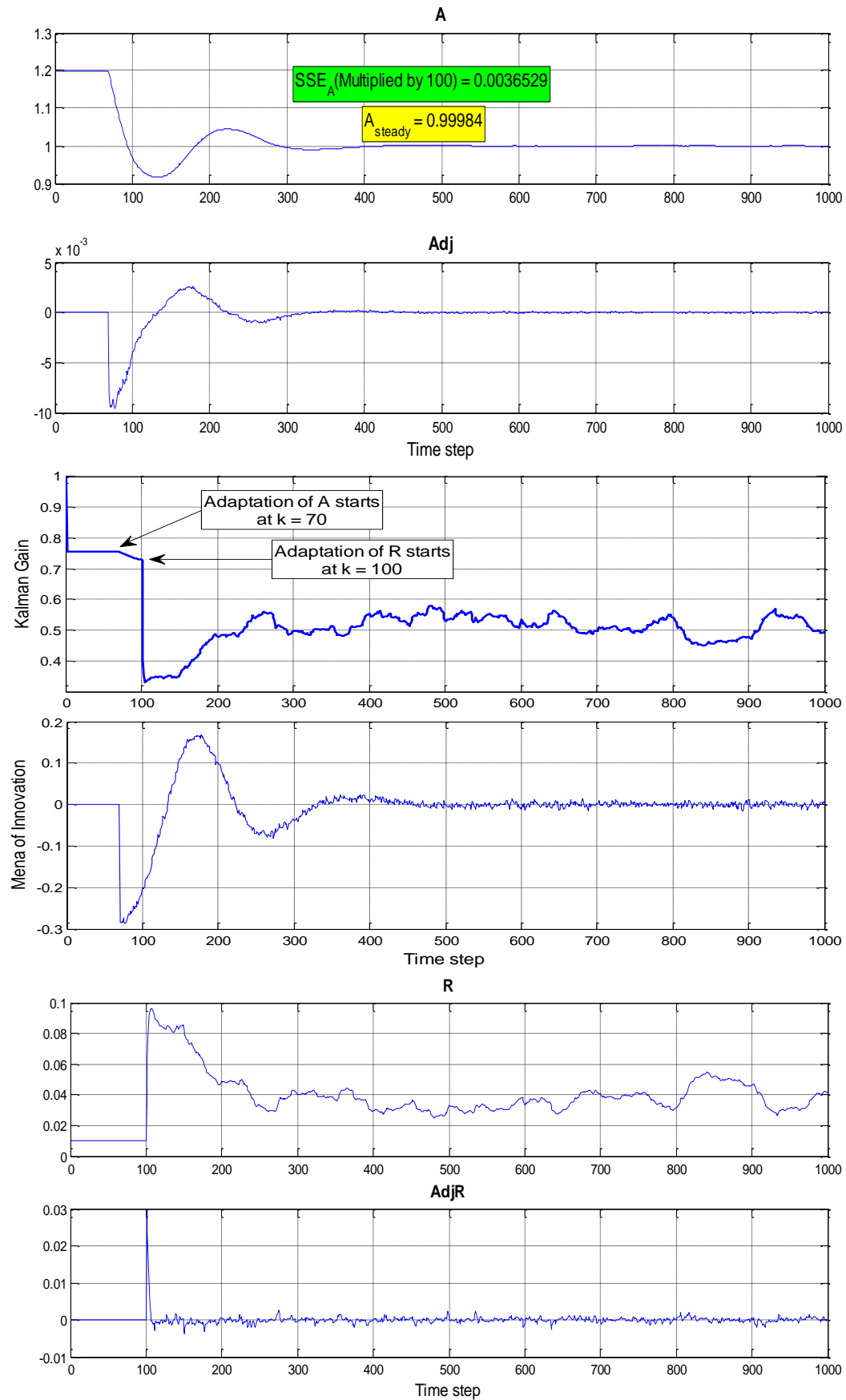
Rule 3: if DOM is P then AdjR is P

Rule 4: if DOM is Z then AdjR is Z

Rule 5: if DOM is N then AdjR is N

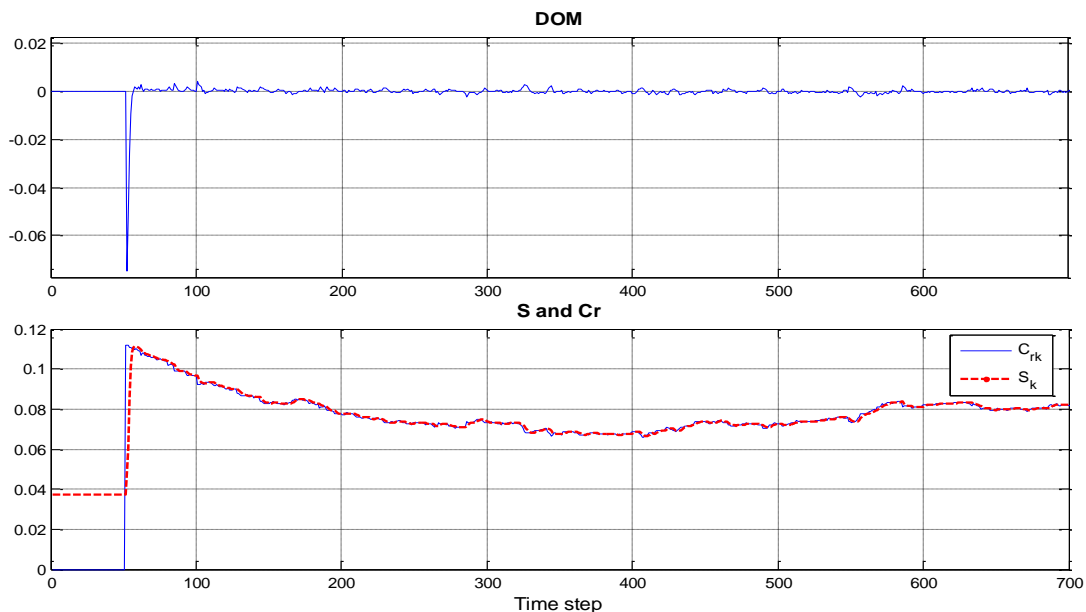
Rule 6: if DOM is NM then AdjR is NM

Rule 7: if DOM is NL then AdjR is NL



شکل ۷-۲۰: تغییرات A، AdjA، بهره کالمن، میانگین Inv، R و AdjR در تطبیق A و R

همانطور که در شکل ۷-۲۰ می بینیم، مقدار R بلافاصله پس از شروع تطبیق به سمت مقدر واقعی خود یعنی ۰/۰۵ حرکت می کند و در محدوده ۰/۰۴ نوسان دارد.



شکل ۷-۲۱: تغییرات کوواریانس دنباله باقیمانده در اثر تطبیق R

به محض اینکه در $k = 300$ اولین داده ورودی برای سیستم فازی جهت تطبیق R آماده می شود، مقدار DOM کاهش یافته و در نزدیکی صفر نوسان کوچکی دارد. اثر تطبیق R را می توانیم با محاسبه مجدد MSE ارزیابی کنیم. میانگین مربعات خطا در این حالت برابر است با :

$$MSE = \frac{1}{701} \sum_{k=300}^{1000} (X(k) - \hat{X}(k))^2 = 0.016689 \quad (17-7)$$

با توجه به رابطه (۷-۱۶) می بینیم که MSE در حدود ۴۴/۳ درصد کاهش یافته است.

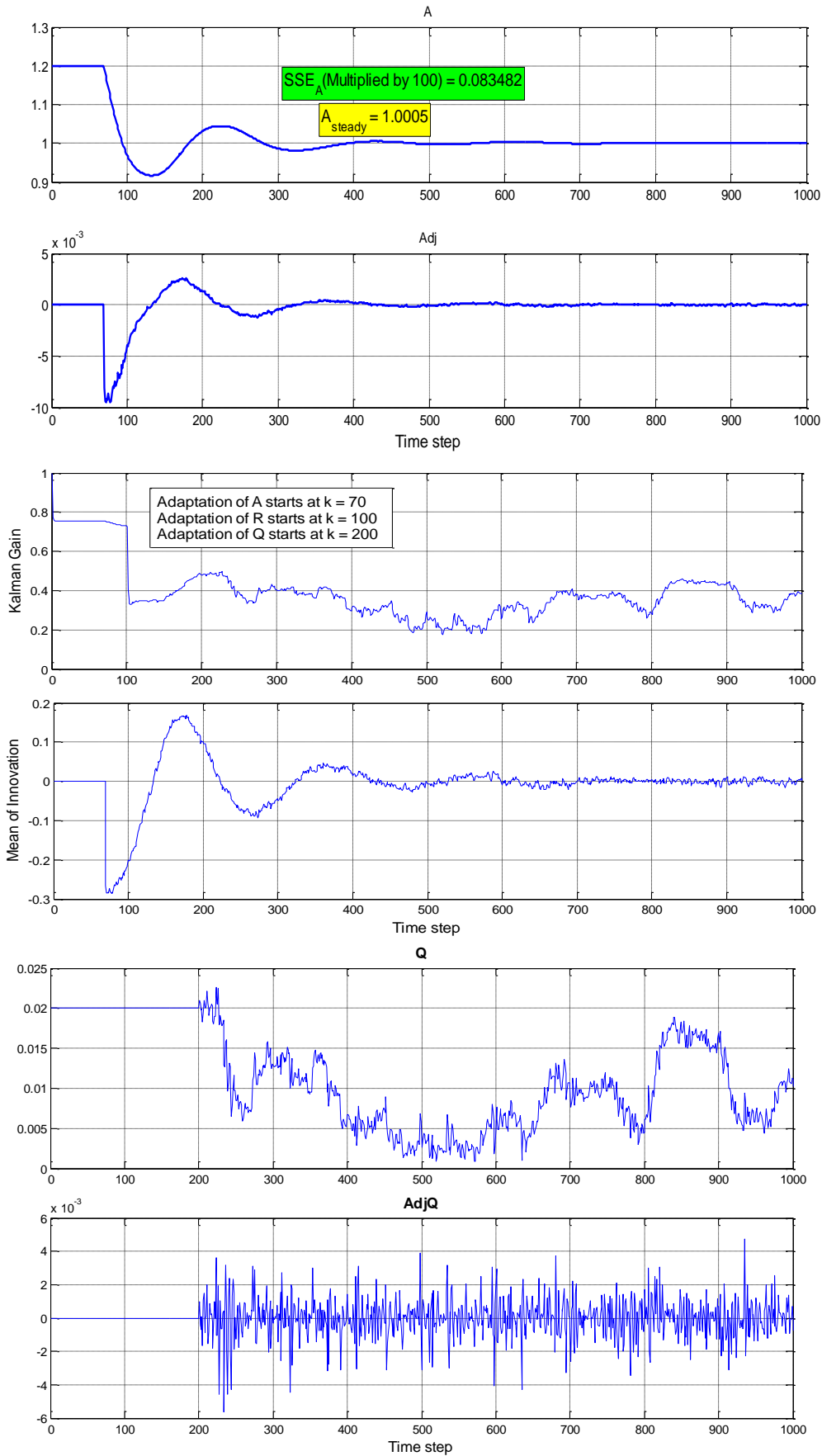
تطبیق فقط برای A و R و Q :

حال می خواهیم تطبیق Q را به برنامه اضافه کنیم. این کار را از پله زمانی ۲۰۰ شروع می کنیم. سیستم فازی برای تطبیق Q هم از همان ورودی DOM تغذیه می شود. در واقع این سیستم فازی شبیه به سیستم فازی برای تطبیق R است و تنها تفاوت آنها در شعاع های نفوذ و مراکز گروه های ورودی و خروجی است که برای این سیستم به قرار زیر می باشند:

گروه فازی ورودی	PL	PM	P	Z	N	NM	NL
مرکز	۰/۹	۰/۱	۰/۰۵	۰	-۰/۰۵	-۰/۱	-۰/۹
شعاع نفوذ	-۱۰	۰/۲	۰/۱	۰/۰۲	۰/۱	۰/۲	۱۰

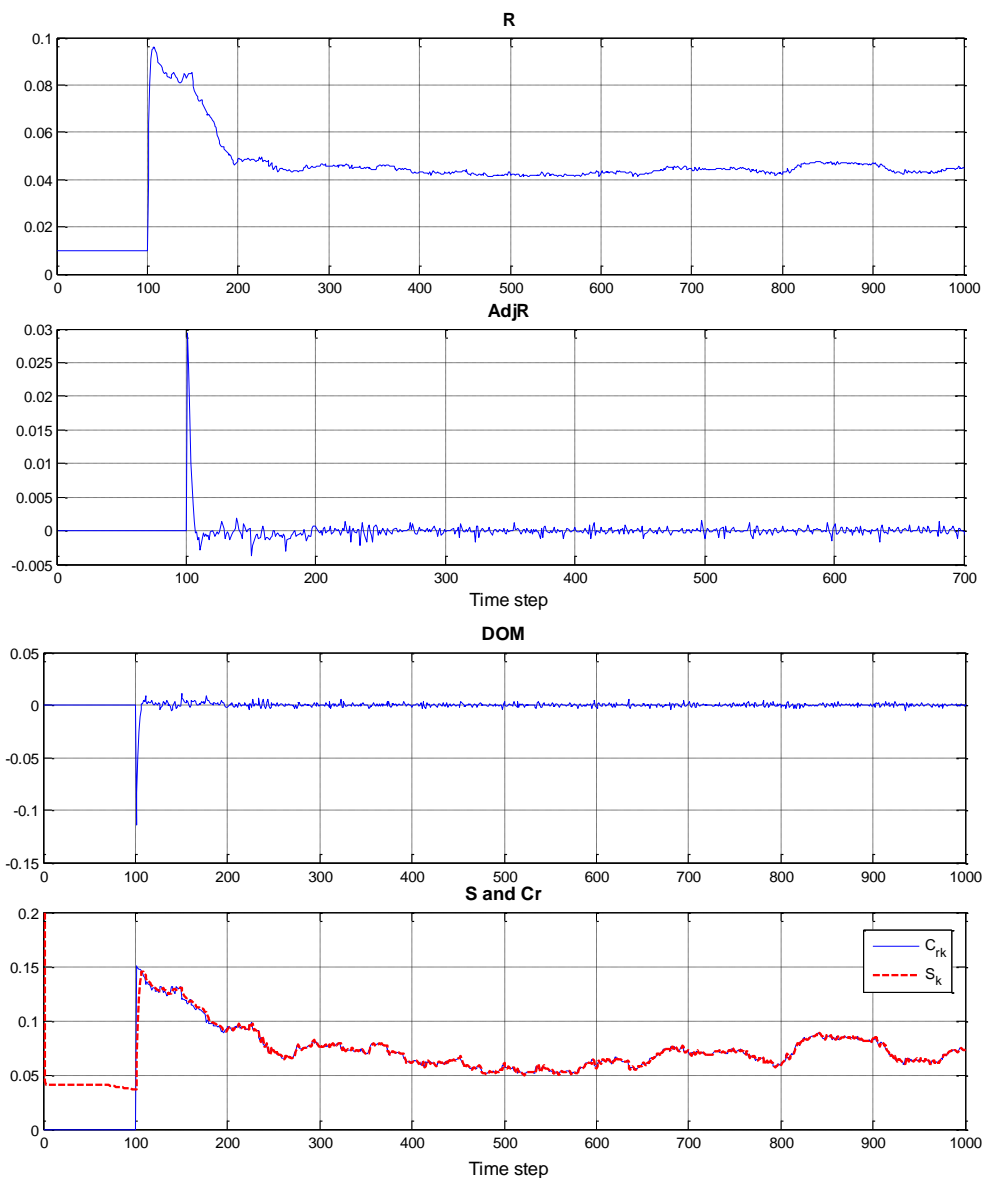
برای گروه های فازی خروجی در سیستم تطبیق Q مراکز زیر را انتخاب کرده ایم :

گروه فازی خروجی	PL	PM	P	Z	N	NM	NL
مرکز : \overline{AdjQ}	۰/۷	۰/۵	۰/۲	۰	-۰/۲	-۰/۵	-۰/۷



شکل ۷-۲۲: تغییرات A و Adj و بهره کالمن، میانگین Inv، Q و AdjQ در تطبیق A و R و Q

در شکل ۷-۲۲ می بینیم که پارامتر Q با شروع تطبیق، به سمت مقدار واقعی خود یعنی 0.1 نزدیک تر شده است. در شکل زیر هم مشاهده می شود که در این حالت، R بصورت بهتری به مقدار مطلوب خود (یعنی 0.05) نزدیک شده است.



شکل ۷-۲۳: تغییرات R و $AdjR$ ، DOM ، S_k و C_{rk} در تطبیق A و R و Q

در جدول زیر سه تاثیر تطبیق را بر MSE برای سه حالتی که در این بخش بررسی کردیم آورده شده است.

نوع تطبیق	فقط تطبیق A	تطبیق A و R	تطبیق A و R و Q
MSE	0.29323	0.16689	0.090

نتایج فوق اثر مثبت تطبیق را بر عملکرد فیلتر کالمن نشان می دهند. فیلتری که در ابتدا ناکارآمد بود پس از تطبیق می تواند در برنامه تشخیص خطا مطابق قبل بکار گرفته شود.

۷-۶- بکارگیری EKF بهبود یافته (با تطبیق فازی) در تشخیص خطا

در این بخش ابتدا روابط EKF را برای تخمین حالت یک سیستم غیرخطی مرتبه دوم شکل می‌دهیم. سپس اثر انتخاب نادرست مدل فرایند را بر تخمین‌های فیلتر بررسی می‌کنیم. همچنین با بکارگیری یک سیستم فازی اثر این انتخاب نادرست را جبران و در نهایت فیلتر بهبودیافته را در یک برنامه تشخیص خطا بکار می‌بریم.

۷-۶-۱- تخمین حالت سیستم غیر خطی

سیستم غیرخطی زیر را در نظر بگیرید.

$$\ddot{x} = (\alpha\dot{x} + \beta) + \frac{1}{\mu x^2} u \quad ; \quad \alpha = -2; \quad \beta = -10; \quad \mu = 0.0001;$$

یک تحقق از مدل فضای حالت این سیستم بصورت زیر است:

$$\begin{aligned} x_1 = x & \rightarrow \dot{x}_1 = x_2 \\ x_2 = \dot{x} & \rightarrow \dot{x}_2 = (\alpha x_2 + \beta) + \frac{1}{\mu x_1^2} u \end{aligned} \quad (۱۸-۷)$$

❖ گسسته سازی: حال باید مدل فرایند را بصورت یک معادله تفاضلی-تصادفی شکل دهیم. برای این منظور رابطه (۱۸-۷) را با بکارگیری تقریب‌های زیر بازنویسی می‌کنیم.

$$\dot{x} \approx \frac{x(k) - x(k-1)}{T_s} \quad ; \quad \ddot{x} \approx \frac{\dot{x}(k) - \dot{x}(k-1)}{T_s} \quad ; \quad T_s = 0.001$$

پس از جایگزاری و اضافه کردن مولفه‌های نویز فرایند روابط زیر بدست می‌آید:

$$\begin{cases} x_1(k) = x_1(k-1) + T_s x_2(k) + w_1(k) \\ x_2(k) = x_2(k-1) + T_s (\alpha x_2(k-1) + \beta) + \frac{T_s u(k)}{\mu (x_1(k-1))^2} + w_2(k) \end{cases}$$

$$X(k) = \begin{bmatrix} x_1(k) \\ x_2(k) \end{bmatrix} = \begin{cases} f_1(X(k-1), u(k), w_1(k)) \\ f_2(X(k-1), u(k), w_2(k)) \end{cases} \quad \text{مدل فرایند:}$$

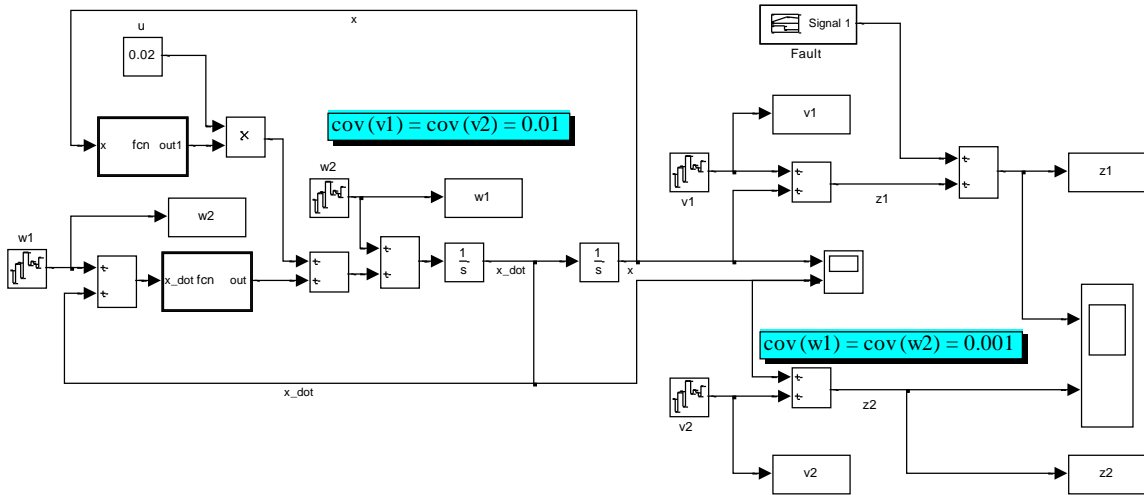
مدل اندازه گیری را هم بصورت زیر در نظر می‌گیریم: (بصورت فرض)

$$Z_k = \begin{bmatrix} z_1(k) \\ z_2(k) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_1(k) + v_1(k) \\ x_2(k) + v_2(k) \end{bmatrix} \quad ; \quad \text{مدل اندازه گیری:}$$

برای تولید داده‌های شبیه ساز اندازه گیری از بلوک دیاگرام شکل ۷-۲۴: بلوک دیاگرام سیستم مرتبه دو غیرخطی به همراه نویز فرایند و اندازه گیری استفاده کرده ایم. برای شبیه سازی مقادیر زیر را در نظر گرفته ایم:

$$Q = \text{cov}(w) = \begin{bmatrix} 0.001 & 0 \\ 0 & 0.001 \end{bmatrix} \quad ; \quad R = \text{cov}(v) = \begin{bmatrix} 0.01 & 0 \\ 0 & 0.01 \end{bmatrix} \quad ;$$

$$v = \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} \quad ; \quad w = \begin{bmatrix} W_1 \\ W_2 \end{bmatrix}$$



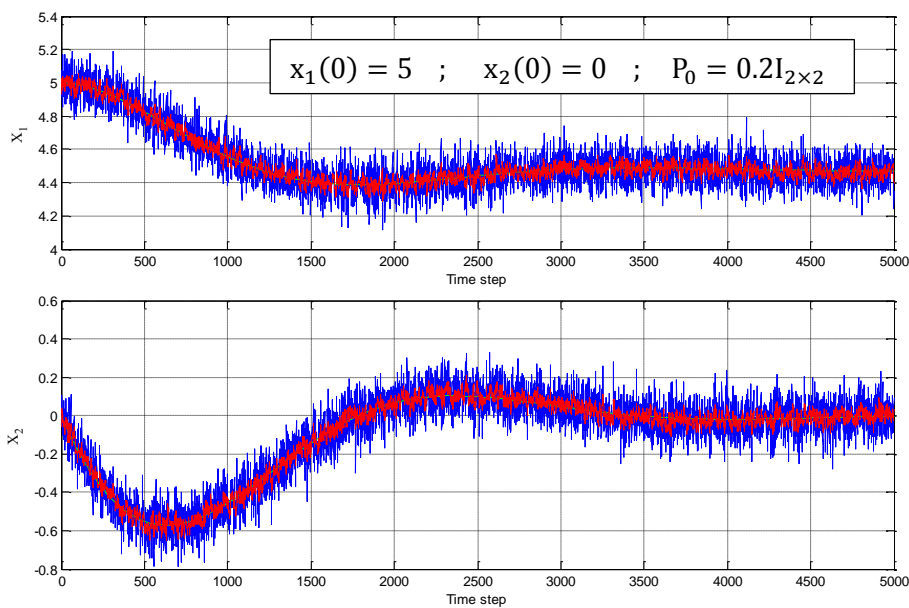
شکل ۲۴-۷: بلوک دیاگرام سیستم مرتبه دو غیرخطی به همراه نویز فرایند و اندازه گیری

❖ خطی سازی: حال با استفاده از مشتقات جزئی در روابط (۴-۱۹) ماتریس‌های A, W, H و V را محاسبه می‌کنیم.

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} \rightarrow \begin{cases} a_{11} = 1 + \frac{T_s}{\mu} \left(\frac{-2u(k)}{(\hat{x}_1(k-1))^3} \right) & ; \quad a_{21} = \frac{T_s}{\mu} \left(\frac{-2u(k)}{(\hat{x}_1(k-1))^3} \right) \\ a_{12} = T_s(1 + \alpha T_s) & ; \quad a_{22} = 1 + \alpha T_s \end{cases}$$

$$W = \begin{bmatrix} W_{11} & W_{12} \\ W_{21} & W_{22} \end{bmatrix} = I_{2 \times 2} \quad ; \quad H = \begin{bmatrix} h_{11} & h_{12} \\ h_{21} & h_{22} \end{bmatrix} = I_{2 \times 2} \quad ; \quad V = \begin{bmatrix} V_{11} & V_{12} \\ V_{21} & V_{22} \end{bmatrix} = I_{2 \times 2}$$

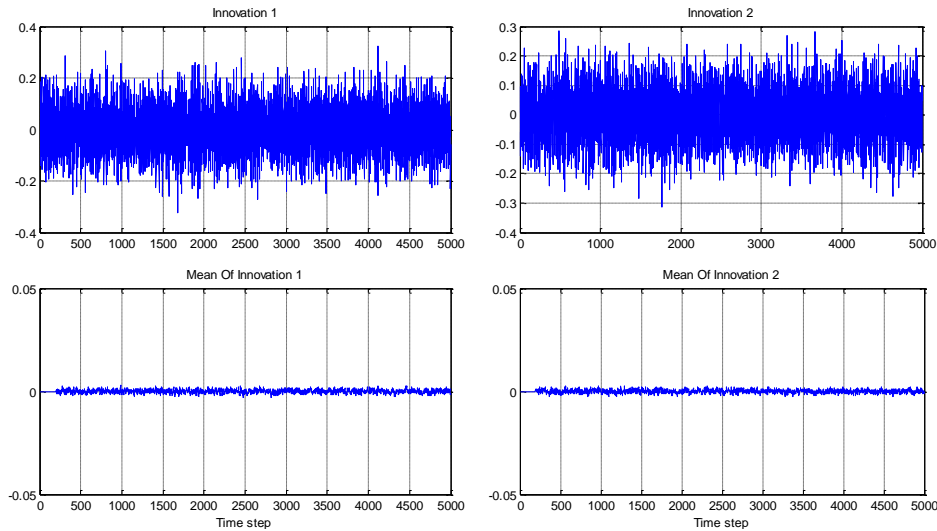
با استفاده از روابط اخیر معادلات بهنگام سازی زمان و اندازه گیری را برای فیلتر شکل داده و تخمین حالت را با استفاده از آن انجام می‌دهیم. در زیر مقادیر اولیه بکارگرفته شده در فیلتر به همراه نتایج تخمین نشان داده شده است.



شکل ۲۵-۷: نتایج تخمین EKF به همراه مقادیر اندازه گیری

در این مورد با توجه به دو بعدی بودن سیستم و اینکه دو مقدار اندازه گیری داریم، بصورت دو بعدی خواهد بود که مولفه‌های آن به همراه میانگین هر کدام در شکل زیر نشان داده شده است.

$$\text{Inv} = Z_k - h(\hat{x}_k^-, 0) = \begin{bmatrix} \text{inv}_1 \\ \text{inv}_2 \end{bmatrix}$$

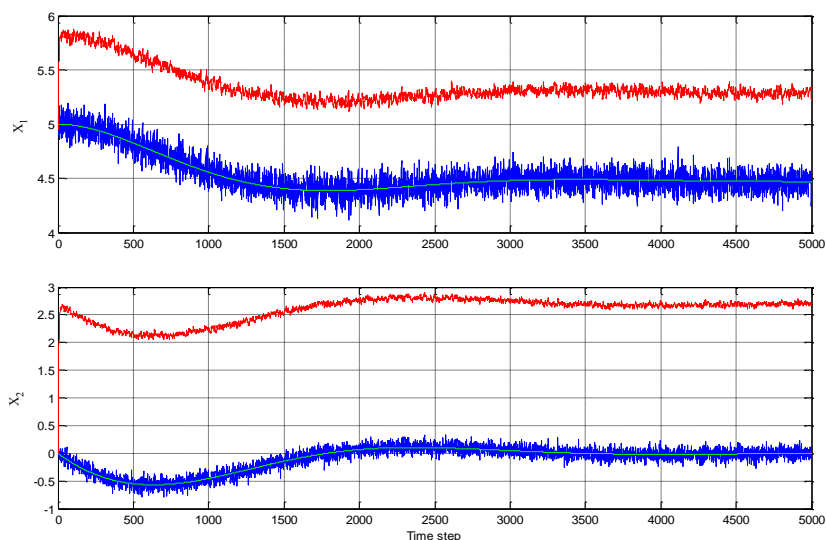


شکل ۷-۲۶: مولفه‌های Inv به همراه میانگین آنها برای سیستم دو بعدی

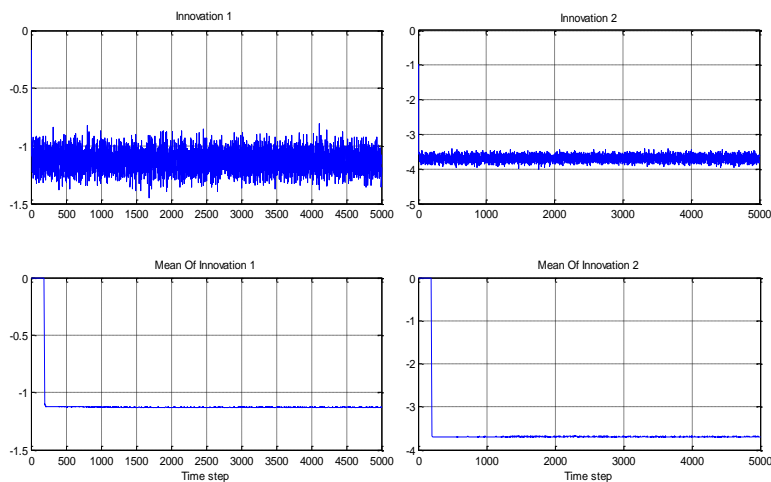
همانطور که ملاحظه می شود، میانگین مولفه‌های Inv در نزدیکی صفر نوسان می کنند و این حاکی از طراحی مناسب فیلتر است. حال فرض کنید مدل فرایند استفاده شده در فیلتر با مدل واقعی آن اختلاف داشته باشد. این اختلاف را D تعریف می کنیم و در بررسی خد مقدار زیر را برای آن در نظر می گیریم.

$$D = \begin{bmatrix} 0.3 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (f \text{ در الگوریتم فیلتر}) = (f \text{ واقعی}) - D$$

اثر این انتخاب نادرست در معادلات بهنگام سازی زمان، در تولید تخمین اولیه خواهد بود. شکل زیر تخمین های فیلتر را در این حالت نشان می دهد که دچار انحراف ثابت بزرگی شده اند.



شکل ۷-۲۷: اثر نامطلوب انتخاب نادرست f بر نتایج تخمین EKF



شکل ۷-۲۸: اثر انتخاب نادرست f در انحراف میانگین مؤلفه‌های Inv

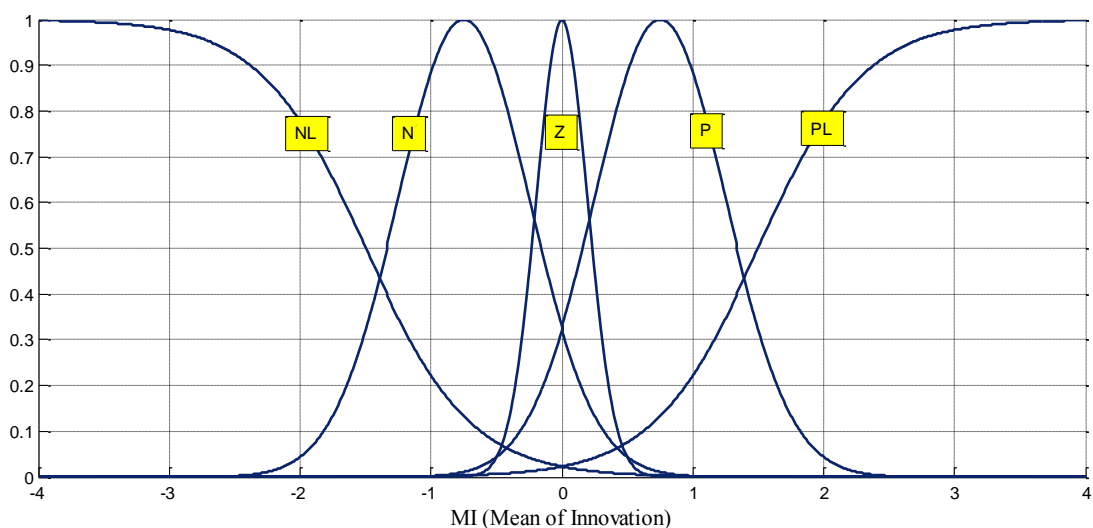
در شکل می‌بینیم که مؤلفه‌های Inv هر کدام به نسبت مولفه‌ی مربوطه از D تغییر کرده و از صفر منحرف شده‌اند. ما از همین انحراف بعنوان ورودی دو سیستم فازی یکسان استفاده کرده و به مقابله با اثر D می‌پردازیم.

❖ طراحی سیستم فازی برای جبران اثر نامطلوب D :

ورودی این سیستم فازی همان میانگین Inv است (برای هر سیستم فازی یکی از مؤلفه‌های Inv). رابطه تطبیق f هم بصورت زیر است که در روابط بهنگام سازی زمان از فیلتر کالمن جایگزین می‌شود.

$$\hat{x}_k^- = f(\hat{x}_{k-1}, u_{k-1}, 0) + Adjf \quad ; \quad Adjf = \begin{bmatrix} Adjf_1 \\ Adjf_2 \end{bmatrix}$$

$Adjf_1$ و $Adjf_2$ خروجی‌های دو سیستم فازی یکسان هستند



شکل ۷-۲۹: گروه‌های فازی ورودی برای هر دو سیستم فازی

توابع تعلق ورودی را بصورت گوسی در نظر گرفته ایم، به جز دو گروه انتهایی که سیگموئید می باشند. غیرفازی سازی بصورت میانگین مراکز می باشد بنابراین تنها مراکز گروه های خروجی را در جدول زیر آورده ایم.

گروه فازی خروجی	NL	N	Z	P	PL
مرکز	-0.6	-0.1	0	0.1	0.6

قواعد در هریک از سیستم های فازی بصورت زیر است.

If MI_j is PL then $Adjf_j$ is PL

If MI_j is P then $Adjf_j$ is P

If MI_j is Z then $Adjf_j$ is Z

If MI_j is N then $Adjf_j$ is N

If MI_j is NL then $Adjf_j$ is NL

$$j = 1, 2$$

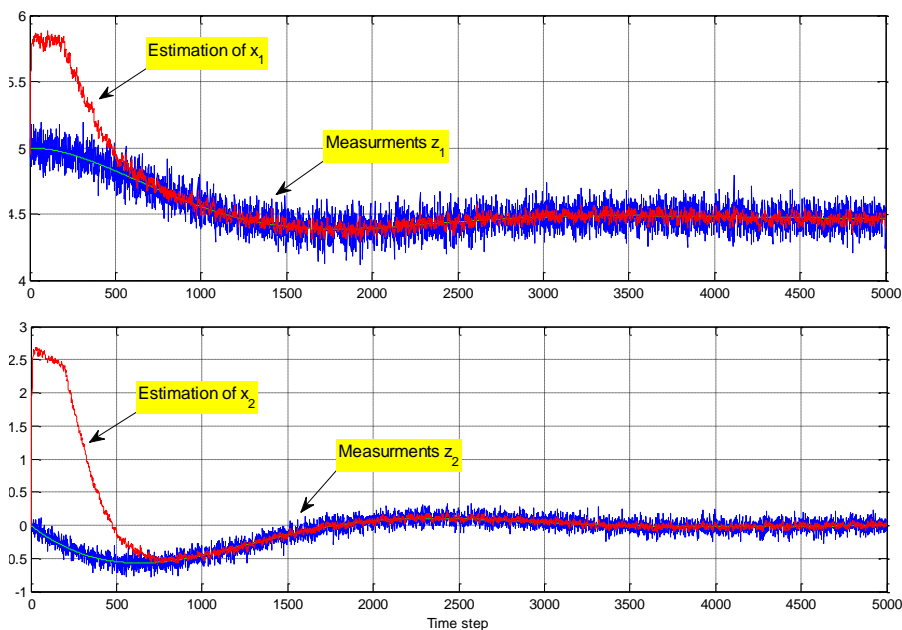
با بکارگیری فازی ساز منفرد، غیرفازی ساز میانگین مراکز و استلزام ضرب ممدانی، رابطه زیر برای دو

سیستم فازی بدست می آید:

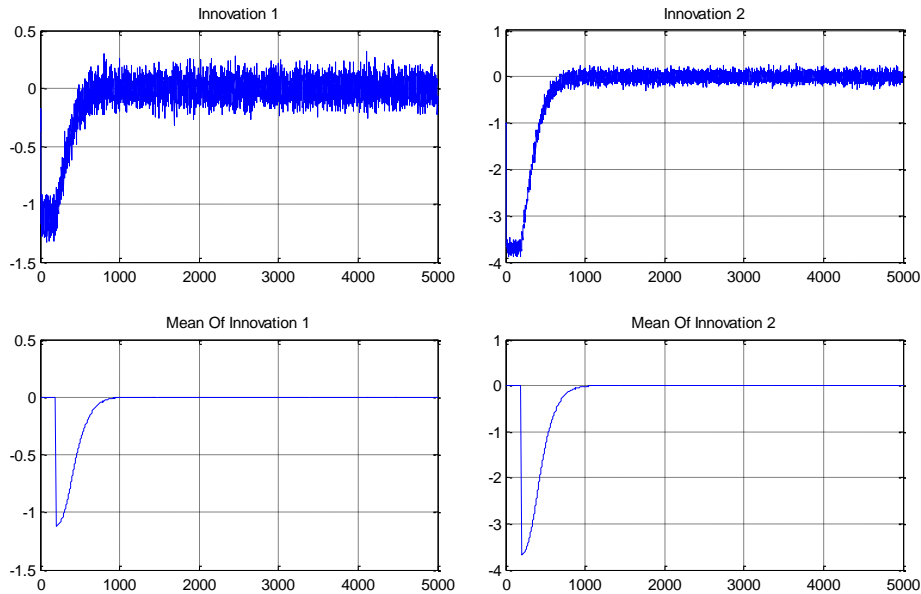
$$Adjf_j = \frac{\sum_{l=1}^5 \overline{Adj} f_j \mu_{A^l}(MI_j)}{\sum_{l=1}^5 \mu_{A^l}(MI_j)} ; j = 1, 2 ; \begin{cases} \mu_{A^l}(MI_j) = \exp\left(-\left(\frac{MI_j - \overline{MI}_j^l}{\sigma^l}\right)^2\right) ; for l = 2, 3, 4 \\ \mu_{A^l}(MI_j) = \frac{1}{1 + e^{-\sigma^l(MI_j - \overline{MI}_j^l)}} ; for l = 1, 5 \end{cases}$$

$$\overline{MI}_j = [-1.5 \quad -0.7 \quad 0 \quad 0.7 \quad 1.5] ; \quad \sigma = [-2 \quad 1 \quad 0.2 \quad 1 \quad 2]$$

حال نتایج تخمین را پس از بکارگیری رابطه تطبیق در معادلات فیلتر مشاهده می کنیم:



شکل ۷-۳: نتایج تخمین پس از تطبیق f



شکل ۷-۳۱: میانگین مؤلفه‌های Inv پس از تطبیق f

همانطور که مشاهده می‌شود پس از شروع تطبیق نتایج تخمین حالت و میانگین مؤلفه‌های Inv به مقادیر مطلوب خود بازگشته‌اند.

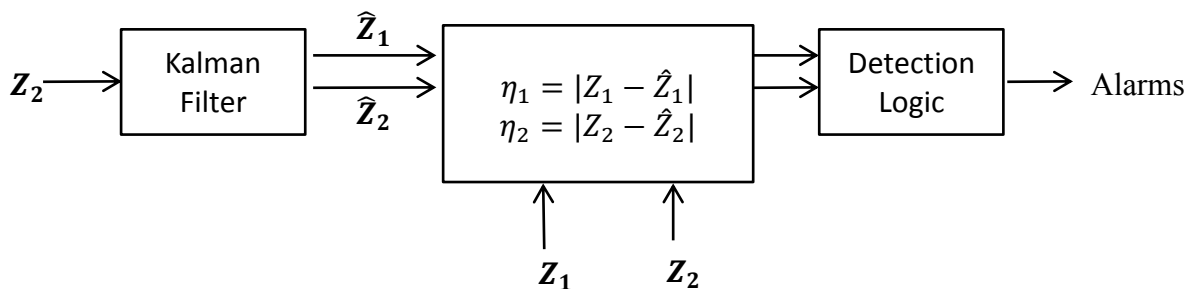
۷-۶-۲- تشخیص خطا با استفاده از EKF تطبیق یافته

در این قسمت یک تشخیص خطای ساده را با استفاده از EKF که در بخش قبل تطبیق دادیم، انجام می‌دهیم. فرض کنید یک خطای بایاس لحظه‌ای در پله زمانی $K = 2000$ در سنسور شماره ۱ رخ داده باشد، همچنین داده‌های Z_2 از یک سنسور مطمئن بدست می‌آیند. فیلتر تطبیق یافته با استفاده از داده‌های Z_2 خروجی هر دو سنسور را تخمین می‌زند. با مقایسه این تخمین‌ها و مقادیر واقعی اندازه‌گیری توابع تصمیم‌گیری برای تشخیص خطا در هر سنسور را بصورت زیر شکل می‌دهیم:

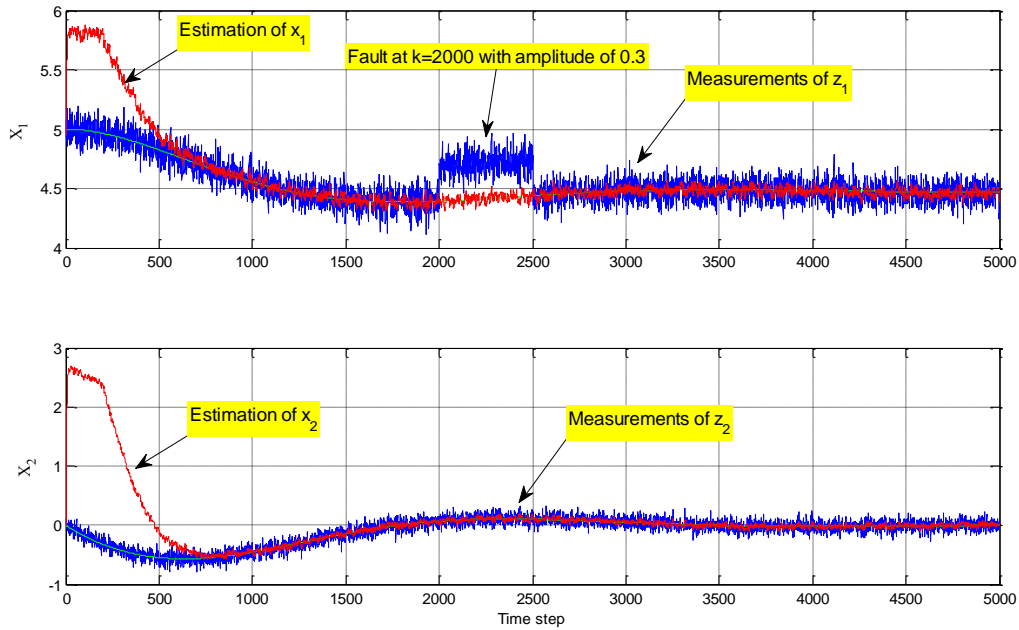
$$\eta_1 = |z_1 - \hat{z}_1| \quad ; \quad \text{تابع تصمیم‌گیری تشخیص خطا در سنسور 1}$$

$$\eta_2 = |z_2 - \hat{z}_2| \quad ; \quad \text{تابع تصمیم‌گیری تشخیص خطا در سنسور 2}$$

دقت کنید که \hat{z}_1 و \hat{z}_2 از فیلتری بدست آمده‌اند که تنها با داده‌های اندازه‌گیری z_2 که مطمئن هستند، کار می‌کند.

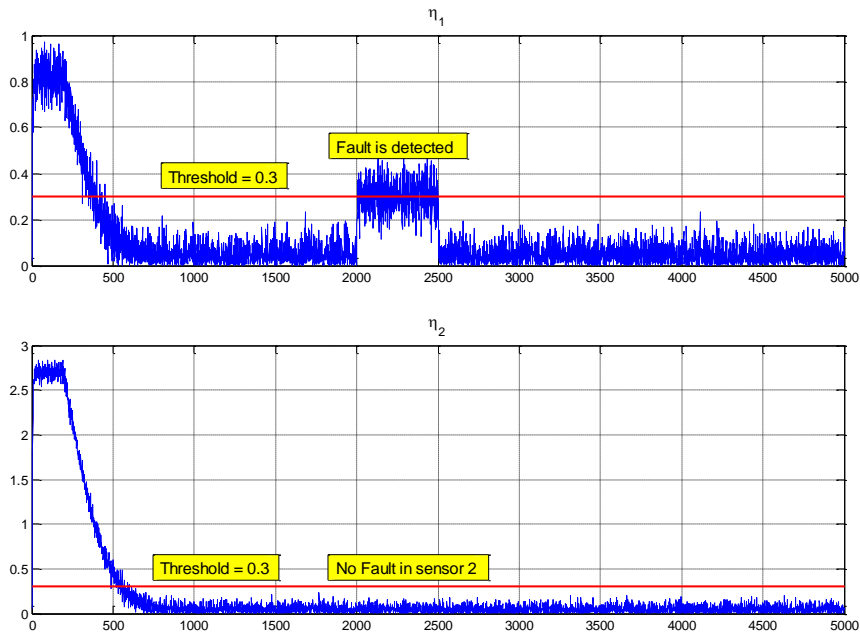


شکل ۷-۳۲: سیستم تشخیص خطا



شکل ۳۳-۷: نتایج تخمین به همراه داده‌های اندازه گیری

در شکل ۳۱-۷ نتایج تخمین حالت و اندازه گیری دو سنسور ورده شده اند. همانطور که ملاحظه می‌شود چون فیلتر از z_2 که معتبر است استفاده کرده تخمین های آن صحیح است. ما دامنه خطا را 0.3 در نظر گرفته ایم در حالیکه بزرگترین انحراف ناشی از نویز، در تخمین 0.38 است و از دامنه خطا بزرگتر می‌باشد. در شکل زیر توابع تصمیم گیری با آستانه تشخیص 0.3 نشان داده شده اند. می‌بینیم که با عبور η_1 از آستانه، خطا در پله زمانی $k = 2000$ و در سنسور ۱ تشخیص داده شده است. از آنجاکه سنسور شماره ۲ دچار نقص نشده η_2 هم از آستانه خود عبور نکرده است.



شکل ۳۴-۷: توابع تصمیم گیری و تشخیص خطا در سنسور ۱

فصل ۸ - نتیجه گیری و پیشنهادات

تشخیص خطای سنسور بر پایه رویکرد نیازمند تخمین گرهای دقیق و مقاوم است. در شرایطی که سنسورها تحت تأثیر نویز و مدل سیستم درگیر اغتشاشات خارجی است، بکارگیری فیلتر کالمن بعنوان رویکرد در برنامه تشخیص خطا اهمیت پیدا می‌کند. اما وابستگی فیلتر کالمن به مدل ریاضی سیستم باعث می‌شود در مواردی که اختلافی بین مدل بکار رفته در الگوریتم فیلتر و مدل واقعی وجود دارد، نتایج تخمین معتبر نباشد. ما برای جبران این اختلاف و رسیدن به عملکرد مطلوب فیلتر، از انحراف میانگین دنباله Inv در فیلتر کالمن بعنوان ورودی یک فرایند تطبیق استفاده کرده و اثر اختلاف بین مدل واقعی و مدل بکار رفته در فیلتر را جبران کردیم. در نتیجه، فیلتی که در ابتدا به کلی ناکارآمد بود، حال توانایی شرکت در برنامه تشخیص خطا را دارد. بعلاوه با تطبیق پارامترهای Q و R که به ترتیب کوواریانس نویز فرایند و نویز اندازه گیری هستند، نتایج تخمین را به حالت بهینه خود نزدیکتر کردیم. به این ترتیب با بهبود عملکرد فیلتر و نتایج تخمین آن می‌توانیم آستانه تشخیص خطا را کاهش داده و خطاهایی با دامنه کوچکتر از نوسانات ناشی از نویز را هم تشخیص دهیم. سوال مهم این است که آیا می‌توان تطبیق همزمان روی پارامترهای A و B و H انجام داد؟ با فرض مثبت بودن جواب آیا مقادیری که برای این پارامترها در پایان فرایند تطبیق حاصل می‌شود همان مقادیر مطلوب است یا تنها مقادیری است که از برآورده کردن شرط تطبیق حاصل شده؟ آیا این موضوع ارتباطی با یکتا نبودن فرم فضای حالت یک سیستم دارد؟ در مورد سیستم‌های چند بعدی تطبیق این پارامترها چگونه صورت می‌گیرد؟ بدون شک میانگین دنباله باقیمانده طبق رابطه (۶-۲۰) تابعی از تمام این عوامل است. در حالتی که دو پارامتر بطور همزمان نادرست بوده و نیاز به تطبیق دارند ناگزیر به بررسی چگونگی تأثیر هر کدام بر دنباله باقیمانده خواهیم بود. ممکن است تنها در نظر گرفتن میانگین Inv کافی نباشد و مشتق اول یا مشتقات مراتب بالاتر آن هم در این بررسی مفید بوده و در سیستم فازی بکار آیند. بررسی این موضوع که اختلاف بین مدل سیستم در الگوریتم فیلتر و مدل واقعی را متغیر با زمان در نظر بگیریم و در واقع بصورت یک اغتشاش خارجی با آن برخورد کنیم، می‌تواند زمینه مناسبی برای ادامه این تحقیق باشد.

- [1] Ron Patton , Paul Frank , Robert Clark , “*Fault Diagnosis in Dynamic Systems Theory and Application,*” . Prentice Hall International (UK) Ltd , 1989
- [2] Luenberger, D.G., “*An Introduction to Observers,*” IEEE Trans., Vol. AC-16, 596-602, Dec. 1971.
- [3] Kalman, R. E. (1960). “*A new approach to linear filtering and prediction problems.*” Trans. ASME, J. Basic Eng. 82, pp.35-44.
- [4] Maybeck, P. S. (1979). “*Stochastic models estimation and control.*” Volume 1, Academic Press, New York.
- [5] Welch, Greg and Bishop, Gary (1995). “*An Introduction to the Kalman Filter.*” The University of North Carolina at Chapel Hill, TR95-045.
- [6] Brown, R. G. and Hwang P. Y. C. (1997). “*Introduction to random signals and applied kalman filtering whit matlab exercises and solutions.*” Third edition, John Wiley & Sons, New York.
- [7] Mehra, R. K. (1970). “*On the identification of variances and adaptive kalman filtering.*” IEEE Trans. Automatic Control, AC-15 (2), pp. 175- 184.
- [8] Fitzgerald, R. J. (1971). “*Divergence of the Kalman filter.*” IEEE Trans. Automatic Control, AC-16 (6), pp. 736- 747.
- [9] Mehra, R. K. (1972). “*Approaches to adaptive filtering.*” IEEE Trans. Automatic Control, AC-17, (Oct), pp. 693- 698.
- [10] Xiong, K.; Chan, C.W.; Zhang, H.Y. “*Detection of satellite attitude sensor faults using the UKF,*” Aerospace and Electronic Systems, IEEE Transactions on, vol.43, no.2, pp.480-491, April 2007
- [11] Tudoroiu, N.; Khorasani, K.; , “*Satellite fault diagnosis using a bank of interacting Kalman filters,*” Aerospace and Electronic Systems, IEEE Transactions on , vol.43, no.4, pp.1334-1350, October 2007
- [12] Khalid, H.M.; Khoukhi, A.; Al-Sunni, F.M.; , “*Fault detection and classification using Kalman filter and genetic neuro-fuzzy systems,*” Fuzzy Information Processing Society (NAFIPS), 2011 Annual Meeting of the North American , vol., no., pp.1-6, 18-20 March 2011.
- [13] Sasiadek, J.Z.; Khe, J.; , “*Sensor fusion based on fuzzy Kalman filter,*” Robot Motion and Control, 2001 Proceedings of the Second International Workshop on , vol., no., pp.275-283, 2001
- [14] Gullu, M.K.; Yaman, E.; Erturk, S.; , “*Image sequence stabilisation using fuzzy adaptive Kalman filtering,*” Electronics Letters , vol.39, no.5, pp. 429- 431, 6 Mar 2003
- [15] Kobayashi, K.; Cheok, K.C.; Watanabe, K.; Munekata, F.; , “*Accurate differential global positioning system via fuzzy logic Kalman filter sensor fusion technique,*” Industrial Electronics, IEEE Transactions on , vol.45, no.3, pp.510-518, Jun 1998
- [16] Escamilla-Ambrosio, P.J. and Mort, N., “*Adaptive Kalman filtering through fuzzy logic,*” Proc. of the 7th UK Workshop On Fuzzy Systems, Recent Advances and Practical Applications of Fuzzy, Neuro-Fuzzy, and Genetic Algorithm-Based Fuzzy Systems, Sheffield, U.K., October 26-27, 2000, pp. 67-73.
- [17] Moghaddamjoo, A. and Kirilin, L. R. (1989). Robust adaptive kalman filtering with unknown inputs. *IEEE Trans. Acoustics, speech, and signal processing*, 37 (8), pp. 1166-1175.

- [18] Dah-Jing Jwo; Sheng-Hung Wang; , “*Adaptive Fuzzy Strong Tracking Extended Kalman Filtering for GPS Navigation*,” *Sensors Journal, IEEE* , vol.7, no.5, pp.778-789, May 2007
- [19] Remus, Marllys Rae, “*Fuzzy Logic Applied to Adaptive Kalman Filtering*,” (1992). *Electrical Engineering Theses and Dissertations*. Paper3.
- [20] Escamilla-Ambrosio, P.J.; Mort, N.; , “*A hybrid Kalman filter-fuzzy logic architecture for multisensor data fusion*,” *Intelligent Control*, 2001. (ISIC '01). *Proceedings of the 2001 IEEE International Symposium on* , vol., no., pp.364-369, 2001.
- [21] Young Hwan Lho; Painter, J.H.; , “*A fuzzy-tuned adaptive Kalman filter*,” *Industrial Fuzzy Control and Intelligent Systems*, 1993., IFIS '93., *Third International Conference on* , vol., no., pp.144-148, 1-3 Dec 1993.
- [22] Li, T.-H.S.; , “*Estimation of one-dimensional radar tracking via fuzzy-Kalman filter*,” *Industrial Electronics, Control, and Instrumentation*, 1993. *Proceedings of the IECON '93., International Conference on* , vol., no., pp.2384-2388 vol.3, 15-19 Nov 1993.
- [23] Janarthanan, K.; Prakash, J.; , “*Fuzzy Kalman Filter Based Simultaneous State and Fault Parameter Estimation Scheme with an Application to a Continuous Stirred Tank Reactor*,” *India Conference, 2006 Annual IEEE* , vol., no., pp.1-3, 15-17 Sept. 2006.
- [24] Khalid, H.M.; Khoukhi, A.; Al-Sunni, F.M.; , “*Fault detection and classification using Kalman filter and genetic neuro-fuzzy systems*,” *Fuzzy Information Processing Society (NAFIPS), 2011 Annual Meeting of the North American* , vol., no., pp.1-6, 18-20 March 2011.
- [25] Shing-Hong Liu; Chin-Teng Lin; , “*A model-based fuzzy logic controller with Kalman filtering for tracking mean arterial pressure*,” *Systems, Man and Cybernetics, Part A: Systems and Humans, IEEE Transactions on* , vol.31, no.6, pp.676-686, Nov 2001
- [26] Chatterjee, A.; Matsuno, F.; , “*A Neuro-Fuzzy Assisted Extended Kalman Filter-Based Approach for Simultaneous Localization and Mapping (SLAM) Problems*,” *Fuzzy Systems, IEEE Transactions on* , vol.15, no.5, pp.984-997, Oct. 2007
- [27] Del Gobbo, D., Napolitano, M., Famouri P., and Innocenti. M.; , “*Experimental application of extended Kalman filtering for sensor validation*,” *IEEE Transactions on Control System Technology*, 9, 2 (2001), 376-380.
- [28] Kadirkamanathan, V., Li, P., Jaward, M. H., and Fabri, S. G.; , “*A sequential Monte Carlo filter approach to fault detection and isolation in nonlinear systems*,”. In *proceeding of the 39th IEEE Conference on Decision and Control*, Sydney, Australia, 2000, 4341-4346
- [29] Mohamed, A. H. and Shwarz, K. P. (1999). “*Adaptive kalman filtering for INS/GPS*.” *Journal of Geodesy*, 73 (4), pp. 193-203.
- [30] Dall, Larsen (1998). *Optimal Fusion of Sensors*. PhD Dissertatio, Department of Automation, Technical University of Denmark.

واژه نامه فارسی به انگلیسی

Online Identification techniques	روش های شناسایی بر خط	Threshold	آستانه
Main structure	ساختار اصلی	Instruments	ابزار جانبی
sensor	سنسور	Redundant	اضافی
Scale Factor	ضریب مقیاس	Disturbances	اغتشاشات
Extended Kalman Filter	فیلتر کالمن تعمیم یافته	Plant Disturbances	اغتشاشات دستگاه
Wiener Filter	فیلتر واینر	Functional Redundancy	افزودگی تابعی
Logical switching	کلید زنی منطقی	Analytical Redundancy	افزودگی تحلیلی
Least Square Estimation	کمترین مربعات خطا	Inherent or Functional Redundancy	افزودگی ذاتی یا تابعی
Minimum	کمینه	Hardware Redundancy	افزودگی سخت افزاری
Actuator	محرك	Artificial Redundancy	افزودگی مصنوعی
Measurement Update Equations	معادلات بهنگام سازی اندازه گیری	Residual	باقیمانده
Time Update Equations	معادلات بهنگام سازی زمان	FDI scheme	برنامه تشخیص و شناسایی خطا
Deterministic	معین	Innovation	بهبود
Robustness	مقاومت	Predictor	پیش بینی کننده
Signal Noise Ratio	نسبت سیگنال به نویز	Reconfiguration	پیکره بندی مجدد
Optical	نوری	Fault tolerance	تحمل خطا
Variance	واریانس	Missed Detection	تشخیص از دست رفته
False alarms	هشدارهای اشتباه	Instrument Fault Detection	تشخیص خطای ابزار
Correlation	همبستگی	Fault Detection and Isolation	تشخیص و شناسایی خطا
		Corrector	تصحیح کننده
		Isolation	جداسازی
		Trace	جمع مولفه های قطر اصلی یک ماتریس
		State	حالت
		Unknown State	حالت نامعلوم
		Error	خطا (انحراف از مطلوب)
		Fault	خطا (نقص سیستم)
		Incipient Fault	خطاهای اولیه
		Dedicated Observer Scheme	روش رویتگر اختصاصی

واژه نامه انگلیسی به فارسی

Logical switching	کلید زنی منطقی	Actuator	محرك
Main structure	ساختار اصلی	Artificial Redundancy	افزودگی مصنوعی
Measurement Update Equations	معادلات بهنگام سازی	Analytical Redundancy	افزودگی تحلیلی
Minimum	اندازه گیری	Corrector	تصحیح کننده
Missed Detection	کمینه	Correlation	همبستگی
Online Identification techniques	تشخیص از دست رفته	Dedicated Observer Scheme	روش رویتر اختصاصی
Optical	روش های شناسایی بر خط	Deterministic	معین
Plant Disturbances	خط	Disturbances	اغتشاشات
Predictor	نوری	Error	خطا(انحراف از مطلوب)
Reconfiguration	اغتشاشات دستگاه	Extended Kalman Filter	فیلتر کالمن تعمیم یافته
Redundant	پیش بینی کننده	False alarms	هشدارهای اشتباه
Residual	پیکره بندی مجدد	Fault	خطا (نقص سیستم)
Robustness	اضافی	Fault Detection and Isolation	تشخیص و شناسایی خطا
Scale Factor	باقیمانده	Fault tolerance	تحمل خطا
sensor	مقاومت	FDI scheme	برنامه تشخیص و شناسایی خطا
Signal Noise Ratio	ضریب مقیاس	Functional Redundancy	افزودگی تابعی
State	سنسور	Hardware Redundancy	افزودگی سخت افزاری
Threshold	نسبت سیگنال به نویز	Incipient Fault	خطاهای اولیه
Time Update Equations	حالت	Inherent or Functional Redundancy	افزودگی ذاتی یا تابعی
Trace	آستانه	Innovation	بهبود
Unknown State	معادلات بهنگام سازی	Instrument Fault Detection	تشخیص خطای ابزار
Variance	زمان	Instruments	ابزار جانبی
Wiener Filter	جمع مولفه های قطر اصلی یک ماتریس	Isolation	جداسازی
	حالت نامعلوم	Least Square Estimation	کمترین مربعات خطا

Abstract

In this thesis we present research on fault detection in dynamic systems particularly observer-based sensor fault detection. We select Kalman filter as the observer which is improved using fuzzy logic. Kalman filter is very effective to state estimation in noisy conditions. This filter is a model-based algorithm, therefore if the parameters of the model is not selected properly results of the Estimation is not valid. The main object in this thesis is to present the effect of incorrect parameter selection on Kalman filter estimations. In addition we find an approach to compensate it. We use filter adaptation by fuzzy logic to overcome parameter uncertainties. In other word, incorrect parameter in an adaptation process converges to their desired values. We give statistic information of one of the filter characteristic as an input to a fuzzy system. Then, the output of such a fuzzy system is used to adapt a parameter of filter. In the end fault detection scheme uses this adapted filter.



Fault Detection Using Improved Kalman Filter by Fuzzy Logic

Thesis

Submitted in Partial Fulfillment of the
Requirements for the Degree of Master of Science (M.Sc.)
in Electrical Engineering, Control Systems

Shahrood University of technology
Faculty of electrical and robotic engineering

By:

Mohsen Biari

Supervisor:

Dr.Mohammad Ali Sadrnia

Advisor:

Dr Mohammad Mehdi Fateh

Summer 2013