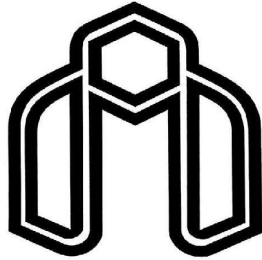


بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ



دانشگاه صنعتی شاهرود

دانشکده برق و رباتیک

گروه کنترل

## کنترل مقاوم رباتهای با مفاصل انعطاف پذیر در فضای کار

دانشجو: علیرضا ایزدبخش

استاد راهنما:

جناب آقای دکتر محمد مهدی فاتح

رساله دکتری جهت اخذ درجه دکتری

بهمن ماه سال ۱۳۹۱

## تقدیم به پدر و مادرم

## تقدیر و تشکر:

اینک که با عنایت ایزد منان، تحقیق و تدوین این رساله به پایان رسیده است بر خود لازم می دانم از زحمات بی دریغ استاد راهنما، جناب آقای دکتر محمد مهدی فاتح تشکر و قدر دانی نمایم. بی شک راهنمایی های این بزرگوار، راهگشای بسیاری از مسائلی بود که در این رساله به آنها پرداخته شد.

## چکیده:

امروزه از رباتها به طور گسترده، برای کارهای صنعتی ساده با تکرار پذیری بالا استفاده می گردد. به منظور کاربرد موثر ربات مطلوب است که قابلیت‌های ربات را توسعه داده و از آنها در موارد پیچیده تر که نیازمند حرکت‌هایی دقیق تر، سریع تر و تعامل بیشتر با محیط است استفاده نماییم. این امر نیازمند ربات‌هایی با دینامیک‌های پیچیده تر می باشد که باید به طراحی کنترل کننده آنها، توجه خاصی گردد. اصولاً تا چندی پیش سیاست اصلی در طراحی رباتها، بر مبنای صلبیت بالای آنها استوار بود. اما تجربه نشان داده است که صلب بودن همه چیز نیست و با هزینه سنگینی در ساخت بدست می آید. چشم پوشی از انعطاف پذیری مفاصل در طراحی کنترل، اگر باعث بروز ناپایداری نگردد، حداقل افت عملکرد را برای سیستم کنترل به دنبال خواهد داشت.

در این رساله، ابتدا مروری اجمالی بر مسئله انعطاف در مفاصل، مشکلات ناشی از آن و کارهای انجام شده به منظور رفع این مشکلات صورت می پذیرد. از آنجا که کارهای قبلی اکثراً در فضای مفصلی و بر مبنای راهبرد کنترل گشتاور می باشد، در نتیجه مجموعه نوآوری اول به توسعه طرح های کنترلی برای اجرا در فضای کار<sup>۱</sup> اختصاص دارد. برای این منظور، کنترل کننده هایی نظیر کنترل ترکیبی<sup>۲</sup>، کنترل تناسبی-انتگرالی-مشتقی غیر خطی، کنترل پسگام مقاوم<sup>۳</sup> و کنترل تطبیقی بدون رگرسیون<sup>۴</sup> ارائه می گردد. از آنجا که شرط وجود دینامیک الکتریکی محرکه ها، فرض در دسترس بودن گشتاورها و نیروهای عمل کننده بر روی مفاصل را به عنوان ورودی منتفی می نماید، بر همین اساس، مجموعه نوآوری دوم به طراحی کنترل کننده ها در فضای کار با استفاده از راهبرد کنترل ولتاژ<sup>۵</sup> توجه دارد. در این مرحله بر سادگی، قابلیت پیاده سازی و عملکرد مطلوب کنترل کننده پیشنهادی تاکید می شود.

---

<sup>۱</sup> Task-space

<sup>۲</sup> Composite control

<sup>۳</sup> Robust Backstepping control

<sup>۴</sup> Regressor-free Adaptive control

<sup>۵</sup> Voltage-control strategy

همچنین، با توجه به جدید بودن مفاهیم کنترل مرتبه کسری<sup>۱</sup> در سیستم های رباتیک با مفاصل انعطاف پذیر، بخش پایانی این رساله به طراحی کنترل مرتبه کسری در حوزه ولتاژ اختصاص دارد.

### کلمات کلیدی:

ربات با مفاصل انعطاف پذیر، فضای کار، عدم قطعیت های سینماتیکی، عدم قطعیت های دینامیکی، کنترل مقاوم غیرخطی، کنترل ترکیبی، کنترل تطبیقی، روش پسگام مقاوم، استراتژی کنترل ولتاژ، کنترل مرتبه کسری، توابع محدودیت

---

<sup>۱</sup> Fractional order control

## لیست مقالات مستخرج از رساله:

- Robust Lyapunov-based control of flexible-joint robots using voltage control strategy.
- Robust fractional order control of flexible-joint robots under imperfect transformation of control space.
- Task-Space control of flexible-joint electrically driven robot.

## فهرست مطالب

شماره	بخش	عنوان	صفحه
<b>فصل اول</b>			
	مقدمه		
۱-۱		مقدمه	۱
۲-۱		کنترل موقعیت در فضای مفصلی	۳
۳-۱		کنترل موقعیت در فضای کار	۷
۴-۱		نمای کلی پایان نامه	۱۱
<b>فصل دوم</b>			
<b>مدلسازی ربات‌های با مفاصل انعطاف پذیر</b>			
	مقدمه		
۱-۲			۱۴
۲-۲		معادلات دینامیکی ربات با مفاصل انعطاف پذیر در فضای مفصلی	۱۴
۳-۲		دینامیک محرکه ها	۱۷
۴-۲		دینامیک های مدل نشده	۱۸
۵-۲		ویژگی های دینامیک های ربات	۱۸
۶-۲		عدم قطعیت و تابع محدودیت	۲۰
۷-۲		معادلات دینامیکی ربات با مفاصل انعطاف پذیر در فضای کار	۲۴
۸-۲		مطالعه موردی بازوی ربات دو-رابط لولایی	۲۵
۹-۲		خلاصه بحث و نتیجه گیری	۲۷
<b>فصل سوم</b>			
<b>کنترل ربات با مفاصل انعطاف پذیر در فضای کار بر اساس روش</b>			
<b>آشفتگی منفرد</b>			
	مقدمه		
۱-۳			۲۸



۲۸	مدلسازی ربات با مفاصل انعطاف پذیر در قالب آشفتگی منفرد	۲-۳
۲۹	استفاده از مفهوم رویه ناوردا در مدلسازی رباتهای با مفاصل انعطاف پذیر	۳-۳
۳۱	کنترل ترکیبی	۴-۳
۳۲	کنترل تند	۱-۴-۳
۳۳	کنترل کند و استفاده از ایده بسط دادن برای حل شرط رویه	۲-۴-۳
۳۵	شبیه سازی	۵-۳
۴۱	خلاصه بحث و نتیجه گیری	۶-۳

#### فصل چهارم کنترل تناسبی - انتگرالی - مشتقی مقاوم غیر خطی رباتهای با

##### مفاصل انعطاف پذیر در فضای کار

۴۲	مقدمه	۱-۴
۴۲	کنترل تناسبی - انتگرالی - مشتقی مقاوم غیر خطی	۲-۴
۴۴	پایداری زیر سیستم تند	۱-۲-۴
۴۶	لمهای مورد نیاز برای اثبات پایداری	۲-۲-۴
۵۰	اثبات پایداری سیستم کامل	۳-۲-۴
۵۲	شبیه سازی	۳-۴
۵۵	خلاصه بحث و نتیجه گیری	۴-۴

#### فصل پنجم کنترل پسگام مقاوم رباتهای با مفاصل انعطاف پذیر در فضای کار

۵۶	مقدمه	۱-۵
۵۷	روش پسگام	۲-۵
۶۱	روش پسگام مقاوم	۳-۵
۶۳	طراحی کنترل پسگام مقاوم برای ربات با مفاصل انعطاف پذیر	۴-۵

۶۶	خلاصه بحث و نتیجه گیری	۵-۵
	<b>فصل ششم کنترل تطبیقی بدون رگرسیون رباتهای با مفاصل انعطاف پذیر در فضای کار</b>	
۶۷	مقدمه	۱-۶
۶۹	کنترل تطبیقی بدون رگرسیون	۲-۶
۷۴	خلاصه بحث و نتیجه گیری	۳-۶
	<b>فصل هفتم کنترل ربات با مفاصل انعطاف پذیر در حوزه ولتاژ</b>	
۷۵	مقدمه	۱-۷
۷۹	کنترل ساختار متغیر بر مبنای استراتژی کنترل ولتاژ	۲-۷
۷۹	طراحی حلقه کنترل داخلی	۱-۲-۷
۸۱	طراحی حلقه کنترل خارجی	۲-۲-۷
۸۱	آنالیز پایداری و ارزیابی عملکرد	۳-۲-۷
۸۶	شبیه سازی	۴-۲-۷
۸۹	طراحی کنترل مقاوم غیرخطی در فضای مفصلی	۳-۷
۹۱	اثبات پایداری سیستم حلقه بسته	۱-۳-۷
۹۵	شبیه سازی	۲-۳-۷
۱۰۰	طراحی کنترل مقاوم غیرخطی در فضای کار بر اساس ماتریس ژاکوبین غیر دقیق	۴-۷
۱۰۱	شبیه سازی	۱-۴-۷
	<b>فصل هشتم کنترل مرتبه کسری رباتهای با مفاصل انعطاف پذیر در فضای کار</b>	
۱۰۸	مقدمه	۱-۸

۱۰۹	تعاریف	۲-۸
۱۰۹	مشتق کسری گرانووالد-لتنیکوف	۱-۲-۸
۱۱۰	مشتق کسری ریمان-لیوویل	۲-۲-۸
۱۱۰	مشتق کسری کاپوتو	۳-۲-۸
۱۱۱	طراحی کنترل ردگیری مقاوم مرتبه کسری برای بازوی ربات در فضای مفصلی	۳-۸
۱۱۱	طراحی حلقه کنترل داخلی	۱-۳-۸
۱۱۱	طراحی حلقه کنترل خارجی	۲-۳-۸
۱۱۲	آنالیز پایداری و ارزیابی عملکرد	۳-۳-۸
۱۱۴	شبیه سازی	۴-۳-۸
۱۱۸	کنترل ردگیری مقاوم مرتبه کسری در فضای کار بر اساس ماتریس ژاکوبین غیر دقیق	۴-۸
۱۲۰	شبیه سازی	۱-۴-۸
۱۲۲	خلاصه بحث و نتیجه گیری	۵-۸
	<b>نتیجه گیری و پیشنهادات</b>	<b>فصل نهم</b>
۱۲۳	نتیجه گیری	۱-۹
۱۲۵	پیشنهادات	۲-۹
۱۲۷	منابع و ماخذ	

## فهرست اشکال و جداول

۵	روش کنترل فضای مفصلی با ورودی مسیر دکارتی	شکل (۱-۱)
۹	مفهوم روش کنترل مبتنی بر مختصات دکارتی	شکل (۲-۱)
۹	روش کنترل دکارتی با ژاکوبین وارون	شکل (۳-۱)
۹	روش کنترل دکارتی ژاکوبی ترانهاده	شکل (۴-۱)
۲۶	ساختار ربات با مفاصل انعطاف پذیر	شکل (۱-۲)
۳۵	مشخصات موتورها	جدول (۱-۳)
۳۶	مشخصات ربات	جدول (۲-۳)
۳۷	بلوک دیاگرام سیستم شبیه سازی شده	شکل (۱-۳)
۳۸	بلوک دیاگرام مربوط به کنترل کند	شکل (۲-۳)
۳۸	کنترل ردگیری در فضای کار برای کنترل ترکیبی	شکل (۳-۳)
۳۹	نرم خطای ردگیری در فضای کار	شکل (۴-۳)
۳۹	ورودی های کنترلی برای کنترل ترکیبی	شکل (۵-۳)
۴۰	خروجی ردگیری شده و ورودی مطلوب در فضای کار و در حضور عدم قطعیت پارامتری	شکل (۶-۳)
۴۰	نرم خطای ردگیری در فضای کار و در حضور عدم قطعیت پارامتری	شکل (۷-۳)
۵۳	بلوک دیاگرام سیستم شبیه سازی شده	شکل (۱-۴)
۵۳	کنترل ردگیری در فضای کار	شکل (۲-۴)
۵۴	نرم خطای ردگیری در فضای کار	شکل (۳-۴)
۵۴	ورودی های کنترلی	شکل (۴-۴)
۵۸	نمودار بلوکی سیستم (۱-۵) و (۲-۵)	شکل (۱-۵)

۵۹	معرفی $\phi(\eta)$	شکل (۲-۵)
۵۹	پسگام $\phi(\eta)$ - از میان انتگرال گیر	شکل (۳-۵)
۸۲	کنترل ساختار متغیر بر مبنای استراتژی کنترل ولتاژ	شکل (۱-۷)
۸۷	کنترل ردگیری در فضای کار	شکل (۲-۷)
۸۸	نرم خطای ردگیری در فضای کار	شکل (۳-۷)
۸۸	سیگنال کنترلی ورودی	شکل (۴-۷)
۹۶	کنترل ردگیری در فضای کار تحت تبدیل فضای کنترلی ناقص	شکل (۵-۷)
۹۷	نرم خطای ردگیری در فضای کار تحت تبدیل فضای کنترلی ناقص	شکل (۶-۷)
۹۷	کنترل ردگیری در فضای مفصلی	شکل (۷-۷)
۹۸	نرم خطای ردگیری در فضای مفصلی تحت تبدیل فضای کنترلی ناقص	شکل (۸-۷)
۹۹	کنترل ردگیری فضای کار تحت تبدیل فضای کنترلی ناقص	شکل (۹-۷)
۹۹	کنترل ردگیری در فضای مفصلی	شکل (۱۰-۷)
۱۰۲	کنترل ردگیری فضای کار تحت تبدیل فضای کنترلی ناقص	شکل (۱۱-۷)
۱۰۳	نرم خطای ردگیری در فضای کار تحت تبدیل فضای کنترلی ناقص	شکل (۱۲-۷)
۱۰۳	سیگنال کنترلی ورودی	شکل (۱۳-۷)
۱۰۴	کنترل ردگیری در حلقه موقعیت موتور	شکل (۱۴-۷)
۱۰۵	کنترل ردگیری فضای کار تحت تبدیل فضای کنترلی ناقص	شکل (۱۵-۷)
۱۰۵	نرم خطای ردگیری در فضای کار تحت تبدیل فضای کنترلی ناقص	شکل (۱۶-۷)
۱۰۶	سیگنال کنترلی ورودی	شکل (۱۷-۷)
۱۰۶	کنترل ردگیری در فضای مفصلی	شکل (۱۸-۷)
۱۰۷	کنترل ردگیری در حلقه موقعیت موتور	شکل (۱۹-۷)
۱۱۵	کنترل ردگیری فضای کار	شکل (۱-۸)

۱۱۶	کنترل ردگیری در فضای مفصلی	شکل (۲-۸)
۱۱۶	نرم خطای ردگیری در فضای کار	شکل (۳-۸)
۱۱۷	نرم خطای ردگیری در فضای مفصلی	شکل (۴-۸)
۱۱۷	سیگنال کنترلی ورودی	شکل (۵-۸)
۱۲۰	کنترل مرتبه کسری بر مبنای استراتژی کنترل ولتاژ	شکل (۶-۸)
۱۲۱	کنترل ردگیری فضای کار	شکل (۷-۸)
۱۲۱	نرم خطای ردگیری در فضای کار	شکل (۸-۸)
۱۲۲	سیگنال کنترلی ورودی	شکل (۹-۸)

# فصل اول

مقدمه

## ۱-۱- مقدمه

امروزه با پیشرفت علوم و تکنولوژی و با صنعتی شدن جوامع، بازوهای ماهر ربات نقش بسیار بزرگی را در صنعت بر عهده دارند. از آنجا که سرعت و دقت در کارهای صنعتی از اهمیت بالایی برخوردار است لذا صاحبان صنایع در جستجوی بازوهایی هستند، که بتوانند این فاکتورها را تضمین نمایند. به همین دلیل، کنترل بازوهای ماهر ربات میدان تحقیقاتی وسیعی را فراهم و نظر بسیاری از محققین را به خود جلب نموده است.

طراحی کنترل برای رباتها، از اوایل دهه ۱۹۷۰ توجه مهندسان کنترل را به خود جلب نمود و کم‌کم رباتها در کاربردهای متنوعی مورد استفاده قرار گرفتند. امروزه رباتهای چند محوره در کاربردهای مختلف صنعتی و غیره به کار گرفته شده‌اند که اغلب با کنترلگرهای متداول همانند PID کار می‌کنند و می‌توان ادعا کرد که مسئله کنترل مکان برای رباتهای صلب امروزه به طور مناسبی فهمیده و حل شده است [۱]. اما رفته‌رفته در اثر جایگزینی رباتهای متداول با رباتهای جدید که کوچکتر، سبکتر و سریعتر هستند دیگر کنترل کننده های متداول پاسخگوی نیازهای کنترلی رباتها نبوده و مسائل جدیدی در مهندسی کنترل رخ می‌نمایند. می‌توان نشان داد که در اغلب کاربردهای جدید همانند رباتهای پیشرفته فضایی، سیستم‌های پس خورنده نیرو<sup>۱</sup>، دستها و بازوهای ماهر رباتیکی [۲] و ریزرباتها<sup>۲</sup>، مسئله اصلی مشترک برای کنترل، وجود انعطاف در مفاصل است که نادیده گرفتن آن در طراحی قانون کنترل موجب ناپایداری، عدم ردیابی و یا حداقل افت عملکرد در سیستم کنترل می‌گردد.

از نقطه نظر عملی، این انعطاف یا عمداً به ربات اضافه می‌گردد و یا نتیجه ذاتی القا شده از طرف ساختار ربات و سیستم انتقال توان متشکل از عناصری همچون هارمونیک درایو، تسمه [۳] و یا محورهای بلند [۴] می‌باشد. علاوه بر این، حسگرهای گشتاور و یا برخی عملگرها [۵] و [۶] نیز

---

<sup>۱</sup> Force feedback

<sup>۲</sup> Micro robots



می‌توانند منشأ ایجاد انعطاف پذیری در مفاصل باشند. لیکن به لحاظ تعداد، منشأ ایجاد انعطاف در اغلب ربات‌های با مفاصل انعطاف پذیر وجود سیستم انتقال حرکت هارمونیک درایو است و دیگر موارد ذکر شده به صورت انگشت شمار رخ می‌نمایند. یادآوری می‌نماییم، اگر چه وجود انعطاف پذیری در ربات‌ها مفید و گریزناپذیر است؛ لیکن به منظور جلوگیری از ایجاد انعطاف، لقی، اصطکاک غیر خطی و دیگر موارد ناشی از بکارگیری جعبه دنده<sup>۱</sup>، می‌توان ربات‌ها را بدون جعبه دنده با رانش مستقیم<sup>۲</sup> ساخت که خود مستلزم استفاده از موتورهای سنگین بوده و مشکلات خاص خود را به همراه دارد [۷ و ۸].

تا چندی پیش رویکرد اصلی در طراحی و ساخت ربات‌ها، صلبیت<sup>۳</sup> بالای آنها بود و این رویکرد نه به علت نارسایی ربات‌های انعطاف پذیر، بلکه به منظور سادگی کنترل در ربات‌های صلب اتخاذ می‌گردید [۹-۱۱]؛ اما امروزه پذیرفته شده است که روش‌های صلب جوابگوی تمامی نیازهای کنترلی در رباتیک نبوده و در نظر گرفتن انعطاف پذیری از اهمیت بالایی برخوردار است [۱۲-۱۵]. در واقع صلب بودن و انعطاف پذیری، هر یک مزایای خاص خود را دارا می‌باشند. به طور نمونه، در عملگرهای صلب پهنای باند بالایی برای اعمال نیرو وجود دارد که طراحی کنترل را ساده می‌نماید؛ لیکن بکارگیری عملگرهای انعطاف پذیر منجر به کنترل نیروی پایدار و کم‌نویز، به علاوه ایجاد ایمنی در تعامل با اشیای خارجی و برخوردهای پیش بینی نشده می‌گردد که بدین منظور مصالحه ای باید صورت داد [۵ و ۱۶].

در طی سه دهه ای که از شروع تحقیقات می‌گذرد، (اوایل دهه ۸۰)، برای کاربردهای متفاوت بازوهای ربات با مفاصل انعطاف پذیر، کنترل کننده های بسیاری پیشنهاد گردیده که در این میان، کنترل موقعیت بازوی ربات، بدلیل داشتن کاربردهای صنعتی فراوان، از جایگاه ویژه ای برخوردار می

---

<sup>۱</sup> Gear box

<sup>۲</sup> Direct drive

<sup>۳</sup> Rigidity

باشد. در مسیر این تحقیقات، گروهی از محققین به مباحثی همچون مدلسازی ربات با مفاصل انعطاف پذیر، بررسی خواص آنها، بیان پایه‌های ریاضی مورد استفاده، تحلیل پایداری و غیره پرداخته‌اند و گروهی نیز صرفاً به طراحی کنترل کننده بر مبنای یکی از مدل‌های ارائه شده در ادبیات ربات‌های انعطاف پذیر، پرداخته‌اند که در این میان می‌توان به روش‌های کنترلی مانند کلاسیک، مدرن، هوشمند<sup>۱</sup>، خطی، غیرخطی، مقاوم و تطبیقی اشاره نمود. لیکن، از دیدگاه تئوریک تمامی کنترل کننده‌های پیشنهادی را می‌توان به دو دسته تقسیم نمود:

- کنترل موقعیت در فضای مفصلی<sup>۲</sup>

- کنترل موقعیت در فضای کار

در ادامه، خلاصه‌ای از تحقیقاتی که تا کنون در زمینه کنترل موقعیت بازوی ربات ارائه شده است، مطرح می‌گردد.

## ۱-۲- کنترل موقعیت در فضای مفصلی

بازوهای ربات برنامه ریزی و کنترل می‌شوند تا بتوانند مسیری را در فضای کار ردگیری نمایند. برای طراحی کنترل در فضای مفصلی، در ابتدا باید این مسیر از فضای کار به فضای مفصلی انتقال داده شود که این نگاهت از طریق سینماتیک وارون<sup>۳</sup> انجام می‌پذیرد. به شکل (۱-۱) توجه نمایید. کنترل کننده موقعیت در فضای مفصلی با دریافت اطلاعات لازم از فضای مفصلی، مسیر مطلوب در فضای مفصلی را ردگیری می‌نماید و بدین ترتیب ردگیری در فضای کار محقق می‌شود. زیرا مسیر مطلوب در فضای مفصلی با استفاده از سینماتیک مستقیم<sup>۴</sup> به فضای کار منتقل می‌شود.

کنترل در فضای مفصلی به سادگی قابل پیاده سازی است. زیرا در این روش، خروجی کنترل کننده‌ها

---

<sup>۱</sup> Intelligent

<sup>۲</sup> Joint-space

<sup>۳</sup> Inverse kinematic

<sup>۴</sup> Forward kinematic

به محرکه ها اعمال می شود و محرکه ها مفاصل را به حرکت در می آورند و پسخورد های سیستم کنترل از مفاصل یا محرکه ها فراهم می گردد. در مرجع [۱۵] نشان داده شده است که بکارگیری الگوریتم های کنترلی که با فرض صلبیت طراحی شده اند برای برخی رباتهای واقعی که کاملاً صلب نیستند باعث ایجاد محدودیت در عملکرد ربات می شود. در این مقاله همچنین به صورت تجربی نشان داده شده است که برای یک ربات خاص، انعطاف در مفاصل منجر به ایجاد مودهای نوسانی با میرایی کم در پاسخ حلقه باز می شود که شبیه به این نتایج در دیگر رباتها نظیر رباتهای هیدرولیکی نیز مشاهده می شود [۹].

مراجع [۱۷] و [۱۸] با صرف نظر از نیروهای کوریولیس<sup>۱</sup>، جانب مرکز<sup>۲</sup> و کویلینگ غیر خطی در مدل ربات، مدلی خطی از آن بدست آورده و به ارائه روشی برای کنترل سیستم مزبور پرداخته اند. لیکن به دلیل حذف غیر خطی های موجود در دینامیک ربات، نتایج حاصل برای سرعت های بالا با دقت زیاد مطلوب نمی باشد. مراجع [۱۹] و [۲۰] به بررسی کنترل پذیری رباتهای با مفاصل انعطاف پذیر پرداخته اند. در مرجع [۱۹] نشان داده شده است که یک ربات سه محوره با مفاصل انعطاف پذیر قابل خطی سازی پسخوردی<sup>۳</sup> نبوده و کنترل آن نیازمند بکارگیری روشهای جدیدی می باشد. مرجع [۲۱] روش کنترل تطبیقی را با بکارگیری مدل خطی تقریبی از ربات ارائه نمود. همچنین مراجع [۲۲] و [۲۳] با در نظر گرفتن مدلی دقیق از انعطاف پذیری در مفاصل، به بررسی اثرات آن بر روی کنترل موقعیت مجری نهایی<sup>۴</sup> ربات پرداخته و یک طرح جبران ساز پیشخور<sup>۵</sup> مستقل برای هر مفصل پیشنهاد دادند. مرجع [۲۴] نیز همین ایده را برای کنترل یک ربات صنعتی با انعطاف پذیری توأم در رابط ها و مفاصل بکار گرفته است.

---

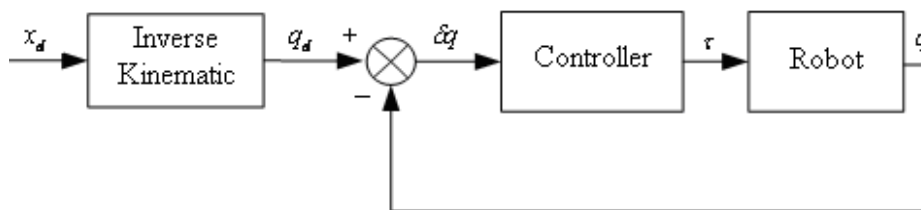
<sup>۱</sup> Coriolis

<sup>۲</sup> Centrifuge

<sup>۳</sup> Feedback linearization

<sup>۴</sup> End-effector

<sup>۵</sup> Feed-Forward



شکل (۱-۱) روش کنترل فضای مفصلی با ورودی مسیر دکارتی

در همین راستا و به موازات پژوهشهای نخستین در کنترل رباتهای با مفاصل انعطاف پذیر، بروز رفتارهای دوگانه با دو ثابت زمانی کوچک و بزرگ، محققین را به استفاده از روش آشفتگی منفرد<sup>۱</sup> در مدلسازی رباتهای انعطاف پذیر هدایت نمود [۱۲]. اسپانگ در [۲۵] با استفاده از نظریه آشفتگی منفرد و با در نظر گرفتن فرضیاتی که در فصل بعد به آن خواهیم پرداخت، مدلی برای رباتهای با مفاصل انعطاف پذیر ارائه نمود که دارای قابلیت خطی‌سازی با پس‌خورد بود. در این مقاله او یک کنترل کننده خطی‌ساز با پس‌خورد انعطاف پذیر ارائه نمود که نسبت به عدم قطعیت‌های پارامتری مقاوم بود، لیکن احتیاج به اندازه‌گیری شتاب و جرک<sup>۲</sup> داشت. همین ضعف در روش کنترل پویای پیشنهادی در [۲۶] نیز مشاهده می‌شود. علاوه بر این، در مقایسه با روش کنترل گشتاور محاسباتی<sup>۳</sup> برای رباتهای صلب، به محاسبات ریاضی پیچیده‌تری نیاز دارد.

به منظور برطرف کردن مشکلات یاد شده، پژوهشگران در همان سالهای ابتدایی با بکارگیری مفهوم رویه ناورد<sup>۴</sup>، بسط مدل رباتهای با مفاصل انعطاف پذیر بر حسب توانهای  $\varepsilon$  و سپس نادیده گرفتن جملات با توانهای بالاتر به ساده‌سازی مدل پرداختند [۲۷ و ۲۸]. مدل بدست آمده با این روش، قابل خطی‌سازی با پس‌خورد بوده، احتیاج به پس‌خورد شتاب و مشتقات آن را نداشت و عملکرد خوبی از خود نشان می‌داد که خود موجب گسترده‌تر شدن دامنه پژوهشها در زمینه رباتهای با مفاصل انعطاف پذیر گردید، اگر چه نیاز به سیگنالهای کنترلی بزرگ کاربرد عملی این روش را تا حدودی با مشکل

<sup>۱</sup> Singular perturbation

<sup>۲</sup> Jerk

<sup>۳</sup> Computed Torque Control

<sup>۴</sup> Invariant manifold

مواجه می نمود. مرجع [۲۹] نشان داد که یک ربات تک محوره با مفصل انعطاف پذیر، با پسخورد حالت ایستای غیرخطی، معادل یک سیستم خطی کنترل پذیر بوده و با سه روش کنترل خطی سازی پسخوردی، کنترل ترکیبی و مفهوم رویه ناوردا به کنترل ربات مزبور پرداخت. همچنین، مرجع [۳۰] روش گشتاور محاسباتی را برای بازوی استوانه‌ای صفحه‌ای با مفاصل انعطاف پذیر به کار گرفت. لیکن تحقق روش مزبور به چند علت مشکل بوده و بنابراین، روش کنترل گشتاور محاسباتی به تنهایی چندان مقاوم نمی باشد. بعضی از این دلایل عبارتند از:

۱- فقدان تخمین های پارامتری صحیح.

۲- حضور دینامیکهای مدل نشده و مدل دینامیکی پیچیده ربات، که بکارگیری آن را در کنترل بلادرنگ با مشکل مواجه می سازد. خاطر نشان می گردد که این پیچیدگی، در هنگام کار با رباتهای با درجات آزادی بالاتر از دو بیشتر نمایان می گردد.

تا اینجا بیشتر کارها بر مبنای مدل اسپانگ بود. لیکن به منظور اصلاح و بهبود مدل‌های موجود، یک سال بعد از مقاله اسپانگ [۲۵]، مرجع [۳۱] نشان داد که فرضیات مربوط به انرژی جنبشی در برخی شرایط کاری برقرار نیست. دو سال بعد، مرجع [۳۲] بدون استفاده از فرضهای ساده کننده به منظور حذف اثرات مربوط به پارامترهای بازو، عملگر و مفاصل بر دینامیک ربات، به مدلسازی دقیق ربات با مفاصل انعطاف پذیر پرداخت و مرجع [۳۳] از روش بازگشتی نیوتن- اویلر جهت در نظر گرفتن تزویج بین موتور و بازو اعم از لقی، پسماند، فنر غیرخطی و غیره بهره جست که قابلیت در نظر گرفتن موتور غیرممتقارن برای مدل کردن صحیح اثرات ارتعاشی با این روش، ساده‌تر از روش لاگرانژ است. البته مدل‌های دیگری نیز ارائه گردید که از بحث ما خارج می باشد [۳۴]. جزییات کاملی از این بحث در [۳۵] آورده شده است.

در [۳۶] نویسندگان فرض بزرگ بودن ضریب فتری را مورد انتقاد قرار داده و برای یک ربات با انعطاف پذیری زیاد نشان دادند که روش پسگام پیشنهادی آنها در قیاس با روش اسپانگ دارای عملکرد بهتری می باشد تا آنجا که، روش ارائه شده در [۲۵] با افزایش میزان انعطاف پذیری شدیداً

ناپایدار می‌گردد. نویسندگان دیگری در [۳۷] با در نظر گرفتن اصطکاک، نیروهای کوریولیس و جانب مرکز، انعطاف پذیری غیرخطی، دینامیکهای مدل نشده و نویز اندازه‌گیری، مدلی برای یک ربات انعطاف پذیر دو محوره ارائه و به طراحی کنترل کننده بر مبنای LQG/LTR<sup>۱</sup> برای آن پرداختند [۳۸]. مرجع [۳۹] روشی به نام شبه مود لغزشی<sup>۲</sup> بدون نیاز به اندازه‌گیری شتاب و مشتقات آن ارائه و [۴۰] کنترل ساختار متغیر<sup>۳</sup> را به منظور کنترل ربات دو محوره با مفاصل انعطاف پذیر اتخاذ نمود. همچنین مراجع [۴۱-۴۴] از شبکه عصبی در طراحی کنترل کننده استفاده نموده اند. به منظور تقلیل کمیت‌های مورد نیاز برای فیدبک شدن و در نتیجه کم کردن اندازه‌گیری‌ها در حوزه رباتهای با مفاصل انعطاف پذیر، [۴۵] از یک فیلتر به همراه مشتق گیر موقعیت، به جای اندازه‌گیری سرعت در کنترل PD پیشنهادی خود استفاده نمود. نویسندگان در [۴۶] نشان داده‌اند که استفاده از این فیلتر نه تنها مشکل نویز در اندازه‌گیری سرعت را حذف می‌کند بلکه پایداری مجانبی سراسری<sup>۴</sup> که از خواص کنترل کننده پیشنهادی است همچنان محفوظ می‌ماند. علاوه بر اینها انواع روشهای تطبیقی و مقاوم هم ارائه شده‌اند که به دلیل گستردگی، بررسی مقالات هر کدام از این روشها را در بخش های مربوط خواهیم آورد و لذا از بیان مجدد آن پرهیز می‌نماییم. جزییات بیشتر مربوط به طرحهای پیشنهادی برای کنترل ربات با مفاصل انعطاف پذیر در مراجع [۴۷] و [۴۸] بیان گردیده است.

### ۱-۳ - کنترل موقعیت در فضای کار

با وجود پیشرفت های چشمگیر در زمینه کنترل موقعیت بازوی ربات در فضای مفصلی، ردگیری دقیق ربات در فضای مفصلی نمی‌تواند ردگیری دقیق در فضای کار را تضمین نماید. زیرا همانطور که

---

<sup>۱</sup> Linear Quadratic Gaussian

<sup>۲</sup> Pseudo sliding mode

<sup>۳</sup> Variable structure control

<sup>۴</sup> Global asymptotic stability

گفته شد در روش کنترل ربات در فضای مفصلی، برای تعیین موقعیت و جهت مجری نهایی از مدل سینماتیکی ربات استفاده می شود. در شرایط وجود عدم قطعیت این مدل دقیق نبوده و در نتیجه، خطای حاصل به دلیل نبودن پس‌خورد از موقعیت مجری نهایی مشاهده و جبران نمی گردد. در حالی که هدف از کنترل ردگیری، انجام صحیح کار درخواستی از ربات در فضای کار است. بنابراین، کنترل ربات در فضای کار همچنان به عنوان یک مسئله جدید مطرح است.

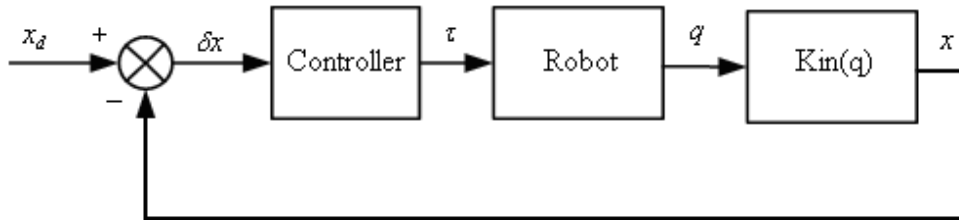
شکل (۱-۲) مفهوم کنترل ربات مبتنی بر مختصات دکارتی را ارائه می دهد. در این شکل،  $x$  بردار متغیرهای مربوط به مجری نهایی، در فضای دکارتی می باشد. در این روش، موقعیت و سرعت مفصلی اندازه گیری شده و با تبدیل آنها به موقعیت و سرعت دکارتی و سپس پس‌خورد به سیستم تحت کنترل، خطای فضای دکارتی ایجاد می گردد. از آنجا که ورودی های ربات در فضای مفصلی قرار دارند، باید به طریقی فرمان های فضای دکارتی را به فرمان های مفصلی تبدیل نمود. برای انجام این کار، دو شیوه کنترلی با نام های کنترل کننده ژاکوبین وارون و ژاکوبین ترانهاده ارائه گردیده است. در کنترل ژاکوبین وارون، شکل (۱-۳)، با تقریب رابطه میان سرعت های فضای مفصلی و دکارتی به صورت

$$\delta q = J_a^{-1} \delta x \quad (1-1)$$

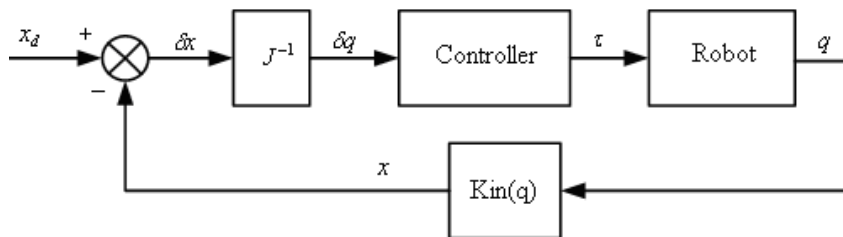
خطای دکارتی به خطای مفصلی تبدیل می گردد. لیکن، در کنترل ژاکوبین ترانهاده، شکل (۱-۴)، با توجه به برابر بودن کار انجام شده توسط نیروی خطی و کار حاصل از نیروی دورانی، می توان رابطه میان نیرو ( $F$ ) و گشتاور ( $\tau$ ) را به فرم زیر بدست آورد [۴۹].

$$\tau = J_a^T F \quad (2-1)$$

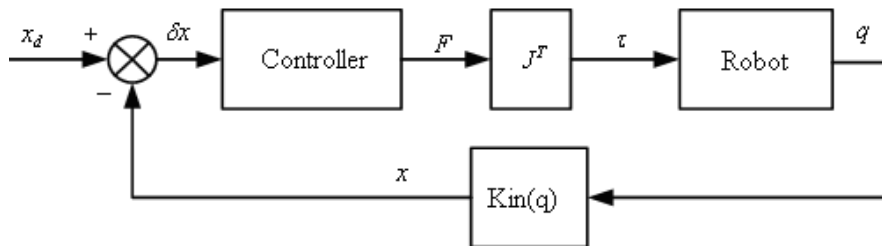
با این وجود، طراحی سیستم های کنترل موقعیت مقاوم برای بازوهای ماهر ربات در فضای کار با چالش هایی به شرح ذیل مواجه می باشد.



شکل (۲-۱) مفهوم روش کنترل مبتنی بر مختصات دکارتی



شکل (۳-۱) روش کنترل دکارتی با ژاکوبین وارون



شکل (۴-۱) روش کنترل دکارتی ژاکوبی ترانهاد

۱. عدم قطعیت مدل سینماتیکی ربات، مسئله سیستم کنترل است. زیرا مدل سینماتیکی در روشهای مفصلی دقیق در نظر گرفته می شود که ضعف روش های مفصلی در ردگیری مجری نهایی محسوب می گردد و این موضوع، تفاوت اساسی روش کنترل در فضای مفصلی با روش کنترل در فضای کار می باشد. بنابراین در روش کنترل در فضای کار به منظور دستیابی به موقعیت مجری نهایی باید آن را مستقیماً اندازه گرفت تا نتایج از خطای مدل سینماتیک ربات محفوظ بماند. استفاده از روشهای اندازه گیری موقعیت و سرعت مجری نهایی در محیط کار نظیر بینایی ربات<sup>۱</sup> در تهیه پسخوردهای لازم

<sup>۱</sup> Robot vision



برای سیستم کنترل کارآمد هستند [۵۳-۵۰].

۲. طراحی مسیر در فضای کار، متفاوت با فضای مفصلی است. طراحی مسیر با در نظر گرفتن مدل سینماتیکی و دینامیکی ربات، برای اجرای کاری مشخص انجام می‌گردد. لازم است که مسیر مرجع هموار باشد و از نقاط تکین<sup>۱</sup> عبور نکند. از آنجاکه کنترل ربات در نقاط تکین از دست می‌رود، بررسی وضعیت تکین نیز یک مسئله کنترل است. این بررسی متکی به اطلاعات ماتریس ژاکوبین می‌باشد و در نتیجه عدم قطعیت ماتریس ژاکوبین، یک مبحث جدید را در تعیین وضعیت تکین باز می‌نماید.

۳. تبدیل فضا در سیستم کنترل ضروری است. زیرا محرکه‌ها در فضای مفصلی عمل می‌کنند ولی کنترل کننده‌ها در فضای کار فرموله می‌گردند و باید خروجی کنترل کننده به فضای مفصلی منتقل گردد. چنانچه کنترل کننده‌ها در فضای مفصلی فرموله گردند باید پسخوردها از فضای کار به فضای مفصلی منتقل گردند که در نتیجه تبدیل فضا اجتناب ناپذیر می‌باشد و به عنوان مسئله کنترل باید حل شود. برای تبدیل فضا از ماتریس ژاکوبین<sup>۲</sup> ربات استفاده می‌گردد. ولی این تبدیل با مشکل عدم قطعیت در ماتریس ژاکوبین مواجه است. طراحی قانون کنترل با مقاوم با در نظر گرفتن عدم قطعیت ماتریس ژاکوبین در فضای کار، فضای تحقیقاتی جدیدی را باز نموده است [۵۸-۵۴].

۴. در روش‌های مفصلی با استراتژی مفصل مستقل می‌توان کنترل کننده را به صورت مجزا برای هر مفصل طراحی نمود. در این استراتژی، موقعیت و سرعت مفصل برای کنترل کننده پسخورد می‌شود و سپس قانون کنترل به همان مفصل اعمال می‌گردد [۵۹]. از مزایای این روش، مجزاسازی سیستم، طراحی آسان، محاسبات کم و پیاده‌سازی ساده سیستم کنترل است. با این وجود، به دلیل تزویج سنگین میان رابطها و مفاصل ربات، مجزاسازی سیستم موجب بروز عدم قطعیت اضافی می‌گردد. در مقایسه با استراتژی مفصل مستقل، کنترل کننده در فضای کار، چند متغیره و از نوع چند ورودی-چندخروجی خواهد بود. زیرا ورودی کنترل کننده دارای ابعاد فضای کار و خروجی آن نیز دارای ابعاد

---

<sup>۱</sup> Singularity

<sup>۲</sup> Jacobian matrix

فضای مفصلی است. سیستم کنترل چند متغیره حاصل، پیچیده، دارای تقابل های سنگین و رفتار غیر خطی فوق العاده، با حضور عدم قطعیت خواهد بود. بنابراین، برای اجرای سیستم کنترل به محدودیت های حافظه و زمان محاسبه باید توجه نمود. در تحقیقات اخیر به خطی سازی پسخوردی در طراحی سیستم کنترل برای رباتهای صنعتی توجه شایانی شده است [۶۰-۶۱].

۵. شناسایی روی خط<sup>۱</sup> یا خارج خط<sup>۲</sup> مدل سینماتیکی و ژاکوبین ربات و کاربرد آنها در سیستم کنترل نیز مطرح شده اند [۶۲]. ماتریس ژاکوبین در طراحی مسیر هموار، تعیین حالت تکین و تبدیل فضا بکار می رود و از مدل سینماتیکی در تعیین موقعیت مجری نهایی استفاده می شود. بنابراین، تحقیق در مورد تعیین مدل مناسب سینماتیکی ربات و ماتریس ژاکوبین حائز اهمیت است. با این وجود، روشهای کنترل مقاوم، با حضور عدم قطعیت در مدل سینماتیکی و ماتریس ژاکوبین بدون انجام شناسایی نتایج مناسبی را ارائه می دهند [۶۳].

از آنجا که در فصل های بعد، به توسعه و بیان وجه اشتراک بسیاری از تحقیقات صورت گرفته برای رباتهای با مفاصل انعطاف پذیر در فضای کار می پردازیم، بنابراین، در این بخش از بیان مجدد آن پرهیز می گردد.

#### ۴-۱- نمای کلی پایان نامه

این پایان نامه در ۹ فصل تنظیم شده است. فصل دوم این پایان نامه به بیان دینامیکهای بازوی ربات و عدم قطعیت های موجود در آن اشاره دارد. از آنجا که از کنترل مقاوم غیر خطی، در طراحی سیستم کنترل استفاده می نمایم، در ادامه فصل دوم، به تعیین کران عدم قطعیتها، تعیین توابع محدودیت<sup>۳</sup> و بیان فرضیات مورد نیاز برای طراحی سیستم کنترل می پردازیم.

---

<sup>۱</sup> Online

<sup>۲</sup> Offline

<sup>۳</sup> Bounding functions

به منظور تبیین چالشهای موجود در کنترل رباتهای با مفاصل انعطاف پذیر در فضای کار، توسعه و طراحی کنترل کننده ها در دو حوزه گشتاور و ولتاژ بصورت جداگانه مورد بررسی قرار می گیرد. بر این اساس، فصل های سوم تا ششم این پایان نامه، به طراحی کنترل ردگیری مقاوم غیرخطی در فضای کار و با در نظر گرفتن گشتاور ورودی محرکه ها اختصاص دارد. در فصل سوم، به طراحی کنترل ترکیبی با استفاده از مفهوم رویکرد رویه ناوردا می پردازیم. از آنجا که این روش کنترلی، متکی بر دینامیک های معلوم بازوی ربات می باشد، در فصل چهارم، یک کنترل کننده مقاوم غیرخطی ساده پیشنهاد می گردد. همچنین، با توجه به مزایای کنترل پسگام مقاوم در سیستم های دارای عدم قطعیت، پس از بیان شیوه طراحی، از این روش در فصل پنجم به منظور طراحی کنترل ردگیری مقاوم بازوی ربات با مفاصل انعطاف پذیر در فضای کار استفاده می شود. در نهایت، فصل ششم این پایان نامه، به طراحی کنترل کننده تطبیقی با استفاده از تکنیک تقریب توابع<sup>1</sup> اختصاص دارد. در این فصل، مزایا و عملکرد کنترل کننده های پیشنهادی با تحلیل ریاضی مورد بررسی قرار می گیرند.

فصل هفتم، در ارتباط با کنترل غیرخطی بازوی ربات با مفاصل انعطاف پذیر در حوزه کنترل ولتاژ می باشد. در این فصل پس از بیان مقدماتی از استراتژی کنترل ولتاژ، از این روش به منظور طراحی کنترل ردگیری بازوی ربات با مفاصل انعطاف پذیر در فضای کار استفاده می شود. در ادامه، با استفاده از مفاهیم کنترل ولتاژ و کنترل پسگام مقاوم، به طراحی یک کنترل کننده مقاوم غیرخطی مرتبه سوم در فضای کار و بر اساس ماتریس ژاکوبین دقیق از ربات می پردازیم. لیکن، به دلیل وابستگی به ماتریس ژاکوبین دقیق، این کنترل کننده در برابر عدم قطعیت های سینماتیکی نمی تواند مقاوم باشد. به همین منظور، یک کنترل کننده مقاوم غیرخطی پیشنهاد می گردد که ضعفهای کنترل کننده قبلی را پوشش داده و در غلبه بر عدم قطعیت های دینامیکی و سینماتیکی بازوی ربات بسیار تواناست. تحلیل ریاضی و شبیه سازی، عملکرد مطلوب کنترل کننده های مقاوم پیشنهادی، در فضای کار را تصدیق می نمایند.

---

<sup>1</sup> Function Approximation Technique

به عنوان آخرین بحث از این پایان نامه و با توجه به جدید بودن مفاهیم کنترل مرتبه کسری در سیستم های رباتیک با مفاصل انعطاف پذیر، فصل هشتم به طراحی کنترل کننده مرتبه کسری با توجه به ولتاژ ورودی محرکه ها اختصاص دارد. در پایان به جمع بندی و ارائه پیشنهاداتی برای ادامه پژوهش می پردازیم.

## فصل دوم

مدلسازی رباتهای با مفاصل انعطاف پذیر

## ۲-۱- مقدمه

در این فصل، در مورد دینامیک های سیستم های رباتیک که شامل بازوی ربات صلب با مفاصل انعطاف پذیر و دینامیک محرکه ها است، بحث می نماییم. ویژگی های مفید دینامیک های ربات و توابع محدودیت مربوط به دینامیک های نامعلوم بیان می گردد و در طراحی کنترل کننده ها مورد استفاده قرار می گیرند. موضوع اصلی این پایان نامه درباره طراحی کنترل مقاوم رباتهای با مفاصل انعطاف پذیر در فضای کار است. بنابراین در این فصل فرض بر آن است که خواننده با روش اویلر-لاگرانژ<sup>۱</sup> در تحلیل مکانیکی بازوی ربات آشنا است. همچنین دینامیک های محرکه ها بدون بیان جزئیات تئوری موتورهای الکتریکی مورد بررسی قرار گرفته است. به همین دلیل مراجع مناسبی، برای مطالعه بیشتر خوانندگان، در زمینه مدلسازی بازوی ربات و ماشین های الکتریکی ارائه شده است. بطور کلی در این فصل از بیان مسایل مقدماتی بازوی ربات نظیر سینماتیک مستقیم و سینماتیک وارون خودداری شده است و ارائه مسایل فقط در ارتباط با کنترل بازوی ربات می باشد. در فصول بعدی این پایان نامه، برای بیان عملکرد کارایی کنترل کننده های پیشنهادی، مطالعه موردی بر روی بازوی ربات دو-رابط لولایی ارائه می گردد و معادلات دینامیکی آن در انتهای این فصل آورده شده است.

## ۲-۲- معادلات دینامیکی ربات با مفاصل انعطاف پذیر در فضای مفصلی

برای مدلسازی رباتهای با مفاصل انعطاف پذیر فرض نمایید که مفاصل لولایی بوده و بوسیله محرکه های DC رانده می شوند. همچنین انعطاف مفصل  $i$  ام به صورت یک فنر با سختی  $K_{si}$  برای  $i=1,2,\dots,n$  مدل می گردد. توجه نمایید که به علت وجود انعطاف مفاصل، به تعداد دو برابر مفصل صلب، درجه آزادی وجود دارد. به همین منظور، ابتدا بردار حالتی متشکل از موقعیت بازوها و زاویه

---

<sup>۱</sup> Euler-Lagrange method

عملگر متناظر با آن (یا تضعیف شده به نسبت چرخنده) به صورت (۱-۲) تشکیل می دهیم که در آن  $q_i : i=1,2,\dots,n$  نشان دهنده زاویه بازوی  $i$  ام و  $\theta_{i+n} : i=1,2,\dots,n$  نمایانگر زاویه عملگر متناظر (تقسیم بر نسبت چرخنده) می باشند.

$$(q^T, \theta^T) = (q_1, q_2, \dots, q_n | \theta_{n+1}, \theta_{n+2}, \dots, \theta_{2n})^T \quad (1-2)$$

در این حالت  $q-\theta$  بیانگر موقعیت کشسانی مفصل  $i$  می باشد. اسپانگ در [۲۵] به منظور ساده سازی فرآیند مدلسازی، سه فرض زیر را منظور و مدلی ارائه نمود، که بعدها در بسیاری از مقالات به صورت محک<sup>۱</sup> به منظور بررسی کارایی کنترل کننده های پیشنهادی برای رباتهای با مفاصل انعطاف پذیر بکار گرفته شد.

**فرض ۱:** انرژی جنبشی تنها ناشی از دوران است. به بیان دیگر حرکتها نسبت به دستگاه لخت به صورت دورانی خالص بوده و از حرکات انتقالی صرف نظر می گردد.

**فرض ۲:** لختی دورانی موتور نسبت به محور موتور متقارن است.

**فرض ۳:** انعطاف پذیری در هر یک از مفاصل با فنر خطی مدل می گردد.

بر این اساس و با حذف اثرات حرکت رابط بر روی انرژی جنبشی روتور، می توان نشان داد که انرژی جنبشی سیستم به صورت زیر قابل محاسبه می باشد:

$$T(q, \dot{q}, \dot{\theta}) = \frac{1}{2} \dot{q}^T D(q) \dot{q} + \frac{1}{2} \dot{\theta}^T J_m \dot{\theta} \quad (2-2)$$

که در آن  $D(q) \in R^{n \times n}$  ماتریس اینرسی مثبت معین متقارن ربات صلب و  $J_m$  ماتریس قطری لختی دورانی موتورها در سمت بازو می باشد [۵۹].

$$J_m = \text{diag}(N_1^2 J_{m1}, N_2^2 J_{m2}, \dots) \quad (3-2)$$

با توجه به فرض دوم، انرژی پتانسیل گرانشی تابعی از  $q$  (مستقل از سرعت مفصلی) بوده و با توجه به فرض سوم، انرژی پتانسیل ناشی از انعطاف پذیری در مفاصل به صورت زیر می باشد:

<sup>۱</sup> Benchmark

$$P_f(q, \theta) = \frac{1}{2}(q - \theta)^T K_s (q - \theta) \quad (۴-۲)$$

که در آن  $K_s$  ماتریس قطری ضرایب سختی فنرهای مدل کننده انعطاف پذیری در مفاصل است. در نتیجه انرژی پتانسیل کل سیستم به صورت زیر قابل محاسبه خواهد بود:

$$P(q, \theta) = P_g(q) + P_f(q, \theta) \quad (۵-۲)$$

با توجه به مطالب فوق و بکارگیری روش لاگرانژ، معادلات حرکت از معادلات اویلر-لاگرانژ به صورت ذیل دست می‌آیند:

$$D(q)\ddot{q} + V_m(q, \dot{q})\dot{q} + b(q, \dot{q}) + K_s(q - \theta) = 0 \quad (۶-۲)$$

$$J_m\ddot{\theta} + B\dot{\theta} + K_s(\theta - q) = \tau + T_F(\theta, \dot{\theta}) \quad (۷-۲)$$

$$b(q, \dot{q}) = G(q) + F_d\dot{q} + F_s(\dot{q}) + T_d \quad (۸-۲)$$

که در آن  $\tau \in R^{n \times n}$  بردار گشتاور ورودی،  $V_m(q, \dot{q}) \in R^{n \times n}$  ماتریس گشتاورهای کوریولیس و گریز از مرکز،  $G(q) \in R^n$  بردار گشتاورهای گرانشی<sup>۱</sup>،  $F_d \in R^{n \times n}$  ماتریسی قطری از اصطکاک ویسکوز<sup>۲</sup> و یا ضرایب اصطکاک دینامیکی،  $F_s(\dot{q}) \in R^n$  برداری از اصطکاک استاتیکی،  $T_d \in R^n$  و  $T_F(\theta, \dot{\theta}) \in R^n$  بردار مربوط به اغتشاشات<sup>۳</sup> یا دینامیک‌های مدل نشده و  $B \in R^{n \times n}$  ماتریس قطری ثابتهای میرایی چرخشی می باشد. یادآوری می نمایم که، معادلات (۶-۲) تا (۸-۲)، تنها معادلات حرکت بازوی رباتیک را نشان می دهد. در مواردی که ربات دارای حرکتی آهسته باشد دینامیک های بخش مکانیکی در این حرکت غالب هستند و می توان از تاثیر بقیه دینامیک ها صرف نظر کرد. اما در ربات های مدرن امروزی که دارای سرعتی بالا هستند، برای اینکه ردگیری دقیقی داشته باشیم باید دینامیک بخش های دیگر نظیر محرکه ها، اغتشاشات، دینامیک های مدل نشده، دینامیک سنسورها و تقویت کننده ها را در نظر گرفت. اگر چه این دینامیک ها، مدل دقیق را بسیار دشوار می کنند،

---

<sup>۱</sup> Gravity torque

<sup>۲</sup> Viscose friction

<sup>۳</sup> Disturbance



لیکن با مدل‌های تقریبی، از طریق کنترل مقاوم می‌توان بر خطاهای مدل‌سازی غلبه کرد. در بخش‌های بعدی ما به معرفی این دینامیک‌ها و فرضیات موجود در مدل‌سازی آنها می‌پردازیم.

## ۲-۳- دینامیک محرکه‌ها

در این بخش دینامیک محرکه‌ها که گشتاور ورودی در معادله (۲-۷) را فراهم می‌نماید، بررسی می‌شود. یک بازوی ربات، ممکن است دارای چند نوع محرکه نظیر محرکه‌های الکتریکی، پنوماتیکی<sup>۱</sup> و یا هیدرولیکی<sup>۲</sup> باشد. برای کاربردهای رباتیک با سرعت‌های بالا معمولاً از محرکه‌های الکتریکی نظیر محرکه‌های جریان مستقیم، محرکه‌های القایی و محرکه‌های DC بدون جاروبک<sup>۳</sup> استفاده می‌گردد. محرکه‌های مختلف دارای دینامیک‌های مختلفی نیز هستند. اگر چه ساده‌سازیهایی زیادی در مدل دینامیکی محرکه‌ها انجام می‌گیرد، اما باز هم مدل دینامیکی باقیمانده غیرخطی است و استفاده از یک روش کنترلی پیشرفته در این محرکه‌ها، از زمینه‌های تحقیقاتی روز بوده و در حال پیشرفت است [۶۴]. در این بخش، به معرفی محرکه‌های DC مغناطیس دائم می‌پردازیم. زیرا این محرکه‌ها، به خاطر مدل دینامیکی خطی و ساده، در بازوهای ربات استفاده‌های بسیاری دارند. اگر چه امروزه به دلیل وجود پردازشگرهای سرعت بالا، استفاده از سایر محرکه‌های AC در بازوهای ربات نیز، به آسانی استفاده از محرکه‌های DC مغناطیس دائم است. دینامیک‌های محرکه DC مغناطیس دائم با معادلات زیر بیان می‌گردد.

$$\begin{aligned} \tau &= K_m i \\ L \frac{di}{dt} &= -Ri - K_b \dot{\theta} + u + T_e(t) \end{aligned} \quad (۲-۹)$$

که  $\theta$  بردار موقعیت محرکه،  $R$  مقاومت آرمیچر،  $L$  اندوکتانس آرمیچر،  $K_m$  و  $K_b$  که به شار میدان

<sup>۱</sup> Penumatic

<sup>۲</sup> Hydraulic

<sup>۳</sup> Brushless Dc motors

وابسته اند، به ترتیب ثابت گشتاور<sup>۱</sup> و ثابت نیروی ضد محرکه<sup>۲</sup> هستند،  $i$  جریان آرمیچر،  $u$  ولتاژ آرمیچر و  $T_e(t)$  بردار مربوط به اغتشاشات یا دینامیک‌های مدل نشده می باشد.

## ۲-۴- دینامیک های مدل نشده

علاوه بر دینامیک هایی که در بخش قبلی بیان گردید، بازوی رباتیک دارای دینامیک های دیگری نظیر دینامیک های تقویت کننده های توان در محرکه ها و دینامیک های سنسور ها نیز است. در طراحی کنترل کننده برای بازوی ربات، این دینامیک ها را معمولا در نظر نمی گیرند و آنها را در دسته دینامیک های مدل نشده قرار می دهند. برای دستیابی به یک سیستم کنترل مقاوم و دقیق، باید تاثیر این دینامیک های مدل نشده در طراحی کنترل کننده لحاظ شود [۶۵].

## ۲-۵- ویژگی های دینامیک های ربات

در این بخش ویژگیهای مفید دینامیک های ربات بررسی می شوند. این ویژگی ها نقش بسیار مهمی را در تحلیل پایداری سیستم حلقه بسته ایفا می کنند. در محاسبه کنترل کننده های ساده ای نظیر کنترل کننده های تناسبی-مشتقی (PD) و کنترل کننده های تناسبی-مشتقی-انتگرالی (PID) تاثیر این ویژگی های دینامیکی به راحتی قابل مشاهده است. اولین ویژگی مربوط به محدودیتهای ماتریس اینرسی است.

**ویژگی ۱:** ماتریس اینرسی  $D(q)$  برای هر  $q \in R^n$ ، ماتریسی متقارن و مثبت معین است [۶۵].

---

<sup>۱</sup> Torque parameter

<sup>۲</sup> Back EMF parameter

**ویژگی ۲:** تفاضل مشتق ماتریس اینرسی  $D(q)$  و دو برابر ماتریس کوریولیس و جانب مرکز

$V_m(q, \dot{q})$  ماتریسی پاد متقارن<sup>۱</sup> است. یعنی:

$$y^T \dot{D}(q)y = 2y^T V_m(q, \dot{q})y \quad \forall y, q, \dot{q} \in R^n \quad (10-2)$$

**ویژگی ۳:** ماتریس کوریولیس و جانب مرکز  $V_m(q, \dot{q})$ ، نسبت به  $\dot{q}$  خطی است و وابستگی آن به  $q$

شبیه به ماتریس اینرسی  $D(q)$  است. یعنی:

$$V_m(q, z)y = V_m(q, y)z \quad \forall y, z \in R^n \quad (11-2)$$

**ویژگی ۴:** برای نیروهای اصطکاک، داریم:

$$y^T [F_d y + F_s(y)] \geq y^T F_d y \geq K_f(t) \|y\|^2, \quad K_f(t) > 0 \quad \forall y \in R^n \quad (12-2)$$

**ویژگی ۵:** در معادله (۶-۲)، ماتریس های  $D(q)$ ،  $V_m(q, \dot{q})$  و بردار گشتاور  $G(q)$  نسبت به

پارامترهای فیزیکی  $p = [p_1 \ p_2 \ \dots \ p_m]^T$  خطی هستند. یعنی:

$$D(q)\ddot{q} + V_m(q, \dot{q})\dot{q} + G(q) = W(q, \dot{q}, \ddot{q})p \quad (13-2)$$

که  $p$  بردار  $m \times 1$  پارامترهای بازوی ربات و  $W(q, \dot{q}, \ddot{q})$  ماتریس  $n \times m$  شامل توابع معلومی از

موقعیت، سرعت و شتاب مفاصل است که آن را ماتریس رگرسیون<sup>۲</sup> نیز می نامند.

در طراحی کنترل کننده، ویژگی ۱ بسیار مهم و اساسی است و همیشه مورد استفاده قرار می گیرد.

مثبت معین بودن ماتریس اینرسی از این حقیقت ناشی می شود که در بیشتر سیستم های در حال

<sup>۱</sup> Skew symmetric matrix

<sup>۲</sup> Regression matrix

حرکت، همیشه انرژی جنبشی مثبت است. البته اگر بازوی ربات دارای مفاصل کشویی<sup>۱</sup> باشد، آنگاه ماتریس اینرسی مثبت نیمه معین خواهد بود، مگر اینکه مفاصل کشویی بسته باشند یعنی  $q_i = 0$  باشد. در اینصورت نیز ماتریس اینرسی مثبت معین است.

ویژگی های ۲ و ۳ در بازوهای برقرار هستند، که بتوان معادلات دینامیکی این بازوها را با استفاده از روش اویلر-لاگرانژ بدست آورد. این ویژگی در بسط و گسترش توابع محدودیت در معادلات دینامیکی ربات، بسیار مفید است.

ویژگی ۲، در طراحی کنترل کننده های غیر خطی موثر نیست. اما از این ویژگی، برای کاهش پیچیدگی و احتیاط و افزایش کارایی سیستم کنترل، در روش طراحی کنترل کننده های مقاوم استفاده می شود. در اثبات پایداری سراسری سیستم حلقه بسته با استفاده از قوانین کنترلی ساده، این ویژگی نقش بسیار مهمی را ایفا می کند.

ویژگی ۴، در اثبات پایداری سیستم کنترلی نقطه تنظیم<sup>۲</sup> بسیار مهم است. اما در سایر موارد موثر نبوده و تنها در کم کردن احتیاط در طراحی سیستم کنترلی موثر است. در طراحی کنترل ردگیری، نیروهای اصطکاک باید جبران شوند. بنابراین ویژگی ۴، تنها در تخمین تاثیرات نیروهای اصطکاک می تواند مفید باشد.

ویژگی ۵، یکی از ویژگی های بسیار مهم و موثر در معادلات دینامیکی بازوی ربات است و در طراحی کنترل تطبیقی برای بازوی ربات، ابزاری کارآمد محسوب می گردد.

## ۲-۶- عدم قطعیت و تابع محدودیت

به دلیل وجود عدم قطعیت هایی همچون پارامترهای نامعلوم، اصطکاک، تغییرات بار، دینامیکهای مدل نشده و اغتشاشات، دینامیک های (۲-۶) تا (۲-۸) کاملاً معلوم نبوده و به دو قسمت معلوم و

---

<sup>۱</sup> Prismatic joint

<sup>۲</sup> Setpoint tracking

نامعلوم دسته بندی می گردند.

$$\begin{aligned} D(q) &= D_k(q) + D_u(q) & , & & V_m(q, \dot{q})\dot{q} &= V_{m,k}(q, \dot{q})\dot{q} + V_{m,u}(q, \dot{q})\dot{q} \\ b(q, \dot{q}) &= b_k(q, \dot{q}) + b_u(q, \dot{q}) & , & & b_k(q, \dot{q}) &= G_k(q) + F_{d,k}\dot{q} \\ b_u(q, \dot{q}) &= G_u(q) + F_{d,u}\dot{q} + F_s(\dot{q}) + T_d \end{aligned} \quad (۱۴-۲)$$

که در آن  $D_k(q)$ ،  $b_k(q, \dot{q})$ ،  $V_{m,k}(q, \dot{q})$  و  $G_k(q)$  و  $F_{d,k}$  بخش های معلوم و  $D_u(q)$ ،  $b_u(q, \dot{q})$ ،  $V_{m,u}(q, \dot{q})$  و  $G_u(q)$  و  $F_{d,u}$  بخش های نامعلوم هستند. اگر هیچگونه اطلاعاتی از بخش های معلوم در دسترس نباشد می توان برای سادگی از  $D_k(q) = I_n$  و  $V_{m,k}(q, \dot{q}) = b_k(q, \dot{q}) = 0$  استفاده نمود. دینامیک های بازوی ربات، غیرخطی و دارای عدم قطعیت های بسیاری است. وجود این عدم قطعیت ها، باعث شده است که کنترل ردگیری بازوی ربات با چالش زیادی مواجه باشد. از اینرو استفاده از نظریه کنترل مقاوم اجتناب ناپذیر است.

اگر عدم قطعیت ها پارامتری باشند، کنترل تطبیقی راه کار مناسبی برای غلبه بر این عدم قطعیت ها است. در مواردی که تنها کران عدم قطعیت ها قابل پیش بینی است، نظریه کنترل مقاوم گزینه مناسبی محسوب می شود. نظریه کنترل مقاوم برای تخمین ماکزیمم اندازه عدم قطعیت ها از فرضیاتی استفاده می نماید. یادآوری می نمایم که، در بیشتر موارد در طراحی سیستم کنترل، دینامیک های غیرخطی معلوم، با روش پسخورد مستقیم پایدار می شوند و تنها دینامیک های نامعلوم را از طریق کنترل مقاوم، جبران می نمایند. بنابراین، فرضیات مذکور، مربوط به بخش های نامعلومی از قبیل  $D_u(q)$ ،  $V_{m,u}(q, \dot{q})$ ،  $G_u(q)$  و  $F_{d,u}$  است.

در بخش بعد برای بیان فرضیات طراحی کنترل مقاوم، دائما از نرم اقلیدسی بردار، با نماد  $\|o\|$  استفاده می گردد. برای بیان نرم اقلیدسی ماتریس، از  $\|R\| = \sqrt{\lambda_{\max}(R^T R)}$  استفاده می شود که در آن  $\lambda_{\max}(o)$  نمایانگر بزرگترین مقدار ویژه<sup>۱</sup> ماتریس می باشد. اولین فرض، مربوط به محدودیت های ماتریس اینرسی است. این فرض بر پایه ویژگیهای ۱ تا ۴ استوار است [۶۵].

<sup>۱</sup> Eigen-value

فرض ۱: ماتریس اینرسی  $D(q)$  به گونه ای است که

$$\underline{d}I_n \leq D(q) \leq \bar{d}I_n, \quad \forall q \in R^n \quad (15-2)$$

که  $\underline{d}$  و  $\bar{d}$  ثابت هایی مثبت و معلوم و  $I_n \in R^{n \times n}$  ماتریس واحد است.

فرض ۲: ماتریس کوریولیس و گریز از مرکز  $V_m(q, \dot{q})$  نسبت به  $\dot{q}$  خطی است. بنابراین می توان

گفت که:

$$\|V_m(q, \dot{q})\| \leq \xi_c(q) \|\dot{q}\|, \quad \forall q, \dot{q} \in R^n \quad (16-2)$$

که  $\xi_c$  معلوم و تابع مثبت معین است. بقیه فرضیات زیر در مورد تابع محدودیت سایر دینامیک های بازوی ربات است.

### فرض ۳

۳-۱- نیروهای اصطکاک به صورت ذیل محدود می شوند.

$$\|F_d y + F_s(y)\| = \xi_{f0} + \xi_{f1} \|y\|, \quad \forall y \in R^n \quad (17-2)$$

۳-۲- گشتاور جاذبه، در رابطه زیر صدق می نماید

$$\|G(y)\| \leq \xi_g(y), \quad \forall y \in R^n \quad (18-2)$$

۳-۳- مجموعه عدم قطعیت  $T_d$  و  $T_F$  به صورت زیر محدود است

$$\|T_d\| \leq \xi_t, \quad \|T_F\| \leq \xi_{f2} \quad (19-2)$$

در فرضیات فوق  $\xi_{f0}$  و  $\xi_t$ ،  $\xi_{f2}$  ثابت های مثبت و  $\xi_g(y)$  تابعی معلوم و مثبت معین است. باید توجه نمود، اگر چه تا کنون مدل های بسیاری برای اصطکاک بیان گردیده است، اما بیان تاثیرات نیروهای اصطکاک، بسیار پیچیده و مشکل بوده و مدل های موجود مدلهایی تقریبی هستند. از آنجا که اطلاعات دقیقی از اصطکاک، اغتشاشات و دینامیک های مدل نشده در دسترس نیست، بنابراین، در

کنترل مقاوم فرض بر آن است که این عوامل محدود هستند. لازم بذکر است که می توان،  $T_d$  را به صورت تابع محدودیتی از متغیرهای حالت سیستم هم بیان نمود [۶۵].

برای بازوهای رباتی با مفاصل لولایی<sup>۱</sup>، ماتریس  $D(q)$  نه تنها مثبت معین است، بلکه در فرم توابع مثلثاتی می باشد. بنابراین، در اینگونه از بازوها می توان  $\xi_c(q) = \xi_c$  و  $\xi_g(y) = \xi_c$  قرار داد که  $\xi_c$  و  $\xi_g$  ثابتهای مثبت هستند. اما اگر بازوی ربات دارای مفاصل کشویی باشد، آنگاه  $\xi_c(q)$  و  $\xi_g(y)$  ثابت نخواهند بود.

لازم بذکر است که بحث اخیر را می توان در مورد سایر دینامیک های بازوی ربات نظیر دینامیک های مربوط به محرکه ها و انعطاف پذیری در مفاصل تعمیم داد. بدین منظور، در ابتدا می توان هر پارامتر را به دو بخش معلوم و نامعلوم تقسیم کرد. آنگاه محدوده دامنه بخشهای نامعلوم را با استفاده از اطلاعاتی که از عملکرد بازوی ربات در دسترس است، تخمین زد.

**فرض ۴:** برای انعطاف در مفاصل داریم

$$0 < \underline{K}_s \leq K_s \leq \overline{K}_s, \quad 0 < \underline{J}_m \leq J_m \leq \overline{J}_m, \quad 0 \leq \underline{B} \leq B \leq \overline{B} \quad (۲۰-۲)$$

**فرض ۵:** برای دینامیک های مربوط به محرکه ها داریم

$$0 < \underline{K}_m \leq K_m \leq \overline{K}_m, \quad 0 < \underline{L} \leq L \leq \overline{L}, \quad 0 \leq \underline{R} \leq R \leq \overline{R}, \quad 0 < \underline{K}_b \leq K_b \leq \overline{K}_b \quad (۲۱-۲)$$

یادآوری می نمایم که بحث توابع محدودیت، در طراحی کنترل مقاوم بسیار مهم و کلیدی است. وجود این توابع محدودیت به خاطر ویژگیهای ذاتی سیستم های رباتیک تضمین شده است. بنابراین با توجه به مباحث فوق الذکر برای هر ربات با توجه به عملیاتی که انجام می دهد، می توان این توابع محدودیت را پیدا کرد. البته پیدا کردن ضرایب موجود در این توابع، وابسته به اطلاعاتی درباره عدم

<sup>۱</sup> Revolute joints

قطعیتهایی نظیر ماکزیمم تغییرات بار، محدوده تغییرات پارامترها و اندازه اغتشاشات است. در بیشتر کاربردهای ربات این اطلاعات در دسترس است. اما اگر در مواردی، بدلیل عدم دسترسی به اطلاعات، این ضرایب تعیین نگردید، باز هم می توان با استفاده از بعضی تکنیکهای کنترل مقاوم، کنترل کننده ای را برای بازوی ربات طراحی کرد. پس شرط لازم و کافی در طراحی کنترل مقاوم بازوهای ربات، وجود توابع محدودیت معلوم است.

## ۲-۷- معادلات دینامیکی ربات با مفاصل انعطاف پذیر در فضای کار

در طراحی بعضی از کنترل کننده های مقاوم در فضای کار، از معادلات دینامیکی بازوی ربات در فضای کار استفاده می شود. جهت بدست آوردن سرعت مجری نهایی در فضای کار از معادله زیر استفاده می شود [۶۶].

$$\dot{x} = J_a(q)\dot{q} \quad (2-22)$$

که در آن  $J_a(q)$  ماتریس ژاکوبین،  $\dot{q}$  بردار  $n \times 1$  سرعت مفاصل و  $\dot{x}$  بردار  $n \times 1$  سرعت در فضای کار است. با مشتق گیری از معادله (۲-۲۲) داریم:

$$\ddot{x} = J_a(q)\ddot{q} + \dot{J}_a(q)\dot{q} \quad (2-23)$$

شرط وجود  $\dot{J}_a(q)$  آن است که مسیر هموار باشد. با استفاده از (۲-۲۲) و فرض وجود  $J_a^{-1}(q)$  که در آن مسیر فضای کار عاری از نقاط تکین است، معادله (۲-۲۳)، به صورت ذیل مرتب می شود.

$$\ddot{q} = J_a^{-1}(q)\ddot{x} - \dot{J}_a^{-1}(q)\dot{J}_a(q)J_a^{-1}(q)\dot{x} \quad (2-24)$$

که در آن  $J_a^{-1}(q)$  معکوس ماتریس ژاکوبین است. حال، با جایگذاری (۲-۲۴) در (۲-۶)، معادلات دینامیکی بازوی ربات در فضای کار به صورت ذیل بدست می آید [۶۶]:

$$\Lambda(x)\ddot{x} + \mu(x, \dot{x})\dot{x} + \Gamma(x, \dot{x}) = J_a^{-T}(q)K_s(\theta - q) \quad (2-25)$$

که در آن



$$\begin{aligned}\Lambda(x) &= J_a^{-T}(q)D(q)J_a^{-1}(q) \\ \mu(x, \dot{x}) &= J_a^{-T}(q)\left(V_m(q, \dot{q}) - D(q)J_a^{-1}(q)\dot{J}_a(q)\right)J_a^{-1}(q) \\ \Gamma(x, \dot{x}) &= J_a^{-T}(q)b(q, \dot{q})\end{aligned}\quad (26-2)$$

در معادله (۲۶-۲)، بدلیل آنکه  $D(q)$ ،  $V_m(q, \dot{q})$  و  $b(q, \dot{q})$  به دو قسمت معلوم و نامعلوم تقسیم می شوند، می توان همین تقسیم بندی را در مورد  $\Lambda(x)$ ،  $\mu(x, \dot{x})$  و  $\Gamma(x, \dot{x})$  نیز اعمال کرد:

$$\begin{aligned}\Lambda(x) &= \Lambda_k(x) + \Lambda_u(x) \quad , \quad \mu(x, \dot{x}) = \mu_k(x, \dot{x}) + \mu_u(x, \dot{x}) \\ \Gamma(x, \dot{x}) &= \Gamma_k(x, \dot{x}) + \Gamma_u(x, \dot{x})\end{aligned}\quad (27-2)$$

$\Lambda_k(x)$ ،  $\mu_k(x, \dot{x})$ ،  $\Gamma_k(x, \dot{x})$ ،  $\Lambda_u(x)$ ،  $\mu_u(x, \dot{x})$  و  $\Gamma_u(x, \dot{x})$  به ترتیب قسمتهای معلوم و نامعلوم  $\Lambda(x)$ ،  $\mu(x, \dot{x})$  و  $\Gamma(x, \dot{x})$  هستند.

**توجه:** از دیدگاه کنترلی، استفاده همزمان از متغیرهای مفصلی  $q$  و مختصات دکارتی<sup>۱</sup>  $x$  در معادله (۲۶-۲)، کمی گمراه کننده می باشد. از یک سو، متغیر خروجی مورد نظر در این پایان نامه، متغیر  $x$  می باشد. از سوی دیگر (در برخی موارد)، توصیف مستقیم برخی از ترمها بر حسب  $q$ ، آسان تر و شفاف تر می باشد. زیرا، زوایای مفصلی  $q$ ، مقادیر اندازه گیری مورد نیاز در پیاده سازی عملی ترمهای توصیف شده بر حسب پارامتر  $q$  می باشند. بنابراین، هر جایی که این دو توصیف با یکدیگر در آمیخته بود، مقادیر  $q$  و  $\dot{q}$  را می توان با  $q = f^{-1}(x)$  و  $\dot{q} = J_a^{-1}(f^{-1}(x))\dot{x}$  جایگزین نمود.

## ۲-۸ - مطالعه موردی بازوی ربات دو-رابط لولایی

در این پایان نامه، مطالعه موردی بر روی بازوی ربات دو-رابط لولایی<sup>۲</sup> با مفاصل انعطاف پذیر، شکل (۱-۲)، داده شده با دسته معادلات (۶-۲) تا (۸-۲) و پارامترهای زیر صورت می پذیرد:

$$D(q) = \begin{bmatrix} m_1 l_{c1}^2 + m_2 (l_1^2 + l_{c2}^2 + 2l_1 l_{c2} \cos(q_2)) + I_1 + I_2 & m_2 (l_{c2}^2 + l_1 l_{c2} \cos(q_2)) + I_2 \\ m_2 (l_{c2}^2 + l_1 l_{c2} \cos(q_2)) + I_2 & m_2 l_{c2}^2 + I_2 \end{bmatrix} \quad (28-2)$$

<sup>۱</sup> Cartesian Coordinate

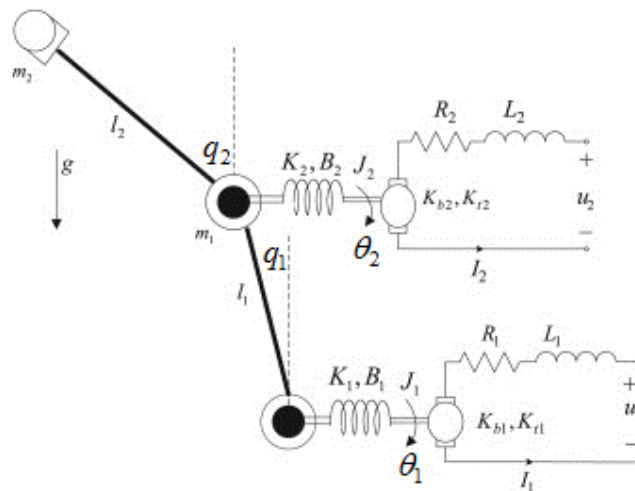
<sup>۲</sup> Revolute joints

$$V_m(q, \dot{q}) = \begin{bmatrix} -m_2 l_1 l_{c2} \dot{q}_2 \sin(q_2) & -m_2 l_1 l_{c2} (\dot{q}_1 + \dot{q}_2) \sin(q_2) \\ m_2 l_1 l_{c2} \dot{q}_1 \sin(q_2) & 0 \end{bmatrix} \quad (29-2)$$

$$G(q) = \begin{bmatrix} (m_1 l_{c1} + m_2 l_1) g \cos(q_1) + m_2 l_{c2} g \cos(q_1 + q_2) \\ m_2 l_{c2} g \cos(q_1 + q_2) \end{bmatrix} \quad (30-2)$$

که  $l_1$  طول رابط اول،  $l_2$  طول رابط دوم،  $l_{c1}$  و  $l_{c2}$  فاصله بین مراکز جرم رابط اول و دوم از مفاصل اول و دوم،  $m_1$  جرم رابط اول،  $m_2$  جرم رابط دوم،  $I_1$  و  $I_2$  ممان اینرسی رابط های اول و دوم در دستگاه متصل به مرکز جرم و  $g$  شتاب جاذبه زمین ورودی مفصل می باشد. ماتریس ژاکوبینی که در این شبیه سازی ها استفاده می شود، به صورت زیر است:

$$J_a(q) = \begin{bmatrix} -l_1 \sin(q_1) - l_2 \sin(q_1 + q_2) & -l_2 \sin(q_1 + q_2) \\ l_1 \cos(q_1) + l_2 \cos(q_1 + q_2) & l_2 \cos(q_1 + q_2) \end{bmatrix} \quad (31-2)$$



شکل (۱-۲) ساختار ربات با مفاصل انعطاف پذیر

## ۲-۹- خلاصه بحث و نتیجه گیری

در این فصل پس از آشنایی با مدلسازی رباتهای با مفاصل انعطاف پذیر، ویژگی های فیزیکی و دینامیک های بازوی رباتیک مورد بررسی قرار گرفت. این ویژگی ها، نقش بسیار مهمی را در طراحی کنترل کننده ها ایفا می نمایند. زیرا با استفاده از آنها می توان پیچیدگی های طراحی کنترل کننده ها را کاهش داده و نهایتاً به ورودی کنترلی نسبتاً ساده تری رسید.

بدلیل وجود عدم قطعیت هایی نظیر اصطکاک، پارامترهای نامعلوم و دینامیک های مدل نشده، دینامیک های بازوی رباتیک را می توان به دو بخش معلوم و نامعلوم تقسیم بندی نمود. دینامیک های غیرخطی معلوم، از طریق پسخورد مستقیم پایدار می شوند. لیکن، برای جبران دینامیک های نامعلوم، بر اساس فرضیاتی که بیان گردید، توابع محدودیتی برای ماتریس اینرسی، کوریولیس، اصطکاک، گشتاور جاذبه و دینامیک های مدل نشده تعریف شدند. این توابع محدودیت، اطلاعات مفیدی از کران دینامیک های نامعلوم را فراهم می نمایند. با دقت در انتخاب توابع محدودیت، کران عدم قطعیت ها مشخص می شوند و در نتیجه دامنه ورودی کنترل کاهش می یابد. بنابراین با صرف هزینه ای کمتر می توان محرکه های مورد نیاز را فراهم نمود.

## فصل سوم

کنترل رباتهای با مفاصل انعطاف پذیر در

فضای کار بر اساس روش آشفتگی منفرد

### ۳-۱- مقدمه

پاسخ تحلیلی به شکل بسته دقیق تنها برای تعداد معدودی از معادلات دیفرانسیل غیر خطی وجود دارد و در حالت کلی باید از روشهای تقریبی بهره جوییم. دو دسته اصلی در روشهای تقریبی وجود دارد که مهندسان و دانشمندان در تحلیل سیستمهای غیر خطی از آن استفاده می کنند. الف) روشهای عددی و ب) روشهای مجانبی. این فصل مرتبط با روش آشفتگی منفرد می باشد. آشفتگی های منفرد موجب بروز رفتاری با چند مقیاس زمانی در سیستمهای دینامیکی می شود که می توان ویژگیهای آن را با بررسی حالتی گذرای کند و تند در پاسخ سیستم نسبت به تحریک خارجی مشخص نمود [۶۷]. با بکارگیری روش آشفتگی منفرد می توان نتایج بدست آمده برای رباتهای صلب را به رباتهای با مفاصل انعطاف پذیر تعمیم داد. در نتیجه از مواجه شدن با مشکلات مربوط به معادلات دیفرانسیل درجه بالا اجتناب نمود.

با این مقدمه، بخش ۳-۲ به مدل سازی ربات با مفاصل انعطاف پذیر در قالب آشفتگی منفرد اشاره دارد. در بخش ۳-۳ به استفاده از مفهوم رویه ناوردا در مدل سازی رباتهای با مفاصل انعطاف پذیر می پردازیم. به عنوان یک نتیجه از این بخش، می توان پاسخ تقریبی را به صورت بسط سری تیلور<sup>۱</sup> پاسخ دقیق بیان نمود. بخش ۳-۴، کاربرد روش آشفتگی منفرد در طراحی کنترل ترکیبی را بیان می کند و سرانجام در بخش ۳-۵ به شبیه سازی طرح کنترلی پیشنهادی در فضای کار خواهیم پرداخت.

### ۳-۲- مدلسازی ربات با مفاصل انعطاف پذیر در قالب آشفتگی منفرد

مدلسازی سیستمهای فیزیکی به شکل آشفته منفرد چندان ساده نیست. زیرا همیشه واضح نیست کدام پارامتر را باید برگزید تا بتوان آن را کوچک در نظر گرفت؛ لیکن در مورد رباتهای با مفاصل انعطاف پذیر، دانش موجود نسبت به اجزای سیستم، اجازه انتخاب راهکار صحیح را نمایان می سازد.

---

<sup>۱</sup> Taylor series

برای این منظور، با فرض یکسان بودن تمامی ثابتهای فنر در (۲-۲۵) و بدون کاسته شدن از عمومیت مسئله، گشتاور انعطاف پذیری در مفاصل به صورت ذیل نمایش داده می شود:

$$z = K_s(\theta - q) \quad , \quad K_s = k_s I_n \quad (1-3)$$

با ضرب طرفین رابطه (۱-۳) در  $\varepsilon = k_s^{-1}$ ، دو بار مشتق گیری از آن، بکارگیری (۲-۷)، (۲-۲۴) و کمی ساده سازی ریاضی، دینامیک ربات با مفاصل انعطاف پذیر در قالب آشفته‌گی منفرد به صورت ذیل بدست می آید:

$$\Lambda(x)\ddot{x} + \mu(x, \dot{x})\dot{x} + \Gamma(x, \dot{x}) = J_a^{-T}(q)z \quad (2-3)$$

$$\varepsilon \ddot{z} = J_m^{-1} T_F(\theta, \dot{\theta}) - J_m^{-1} z - \varepsilon J_m^{-1} B \dot{z} + b_a(x, \dot{x}) - J_a^{-1}(q)\ddot{x} + J_m^{-1}\tau \quad (3-3)$$

که در آن

$$b_a(x, \dot{x}) = (J_a^{-1}(q)J_a(q) - J_m^{-1}B)J_a^{-1}(q)\dot{x} \quad (4-3)$$

همانطور که ملاحظه می گردد تعداد ورودیها کمتر از تعداد حالات سیستم بوده و سیستم دارای دو مقیاس زمانی<sup>۱</sup> کند و تند در کنار هم می باشد. به همین دلیل استفاده از رویکرد رویه ناوردا برای کاهش مرتبه معادلات سیستم، زمینه مناسبی برای کنترل رباتهای با مفاصل انعطاف پذیر ایجاد می نماید که در ادبیات آنها متداول شده است.

### ۳-۳- استفاده از مفهوم رویه ناوردا در مدلسازی رباتهای با مفاصل انعطاف پذیر

برای این منظور، ابتدا با قرار دادن  $\varepsilon = 0$  در (۳-۳)، به دست آوردن محدودیت  $z$  از آن و قرار دادن در معادله (۲-۳)، سیستم کاهش یافته منطبق بر مدل صلب در فضای  $(x, z)$  به صورت ذیل حاصل می گردد:

$$J_a^{-T}(q)\tau = (\Lambda(x) + J_a^{-T}(q)J_m J_a^{-1}(q))\ddot{x} + \mu(x, \dot{x})\dot{x} + \Gamma(x, \dot{x}) - J_a^{-T}(q)(T_F(\theta, \dot{\theta}) + J_m b_a(x, \dot{x})) \quad (5-3)$$

<sup>۱</sup> Two time scale

این محدودیت،  $z$  و  $\dot{z}$  را وادار می‌کند تا توابعی از  $x$ ،  $\dot{x}$  و  $\tau$  باشند. این توابع یک رویه به نام  $M_0$  تعریف می‌کنند که رویهٔ صلب<sup>۱</sup> نیز نامیده می‌شود. به طور مشابه، برای سیستم انعطاف پذیر داده شده با دسته معادلات (۲-۳) و (۳-۳)، یک رویهٔ  $M_\varepsilon$  که وابسته به  $\varepsilon$  و  $\tau$  می‌باشد، همانند زیر تعریف می‌گردد.

$$\begin{cases} z = H(x, \dot{x}, \tau, \varepsilon) \\ \dot{z} = \dot{H}(x, \dot{x}, \tau, \varepsilon) \end{cases} \quad (۶-۳)$$

با استناد به نتایج نظریهٔ آشفتگی منفرد، شرط وجود رویه ناورداى فوق، معکوس‌پذیری  $J_m^{-1}$  است که با توجه به مثبت معین بودن ماتریس  $J_m$  تضمین می‌گردد.

**تعریف:** برای یک  $\tau$  داده شده،  $M_\varepsilon$  را یک رویهٔ ناوردا برای سیستم داده شده با دسته معادلات (۳-۳) و (۲) می‌گوییم اگر برای هر شرط اولیه‌ای  $x(t_0) = x_0$ ،  $\dot{x}(t_0) = \dot{x}_0$ ،  $z(t_0) = z_0$  و  $\dot{z}(t_0) = \dot{z}_0$  در  $M_\varepsilon$ ، یعنی:

$$\begin{cases} z_0 = H(x_0, \dot{x}_0, \tau(t_0), \varepsilon) \\ \dot{z}_0 = \dot{H}(x_0, \dot{x}_0, \tau(t_0), \varepsilon) \end{cases} \quad (۷-۳)$$

مسیر  $x(t)$  و  $z(t)$  برای همه زمانهای  $t > t_0$  بر روی رویه ناورداى  $M_\varepsilon$  باقی بماند. به بیان دیگر، چنانچه مسیرها بر روی رویه ناورداى  $M_\varepsilon$  هستند آنگاه:

$$\begin{cases} z = H(x, \dot{x}, \tau, \varepsilon) \\ \dot{z} = \dot{H}(x, \dot{x}, \tau, \varepsilon) \end{cases} \quad (۸-۳)$$

نکته حائز توجه آن است که، در صورتی که دینامیک سریع، پایدار مجانبی باشد، حتی اگر شرایط (۳-۳) در ابتدای امر برقرار نباشند، بلافاصله بعد از میرا شدن رفتار زودگذر تند، این شرایط برقرار شده و پاسخ معادلات (۲-۳) و (۳-۳) خیلی سریع به رویهٔ  $M_\varepsilon$  میل کرده و در آن باقی خواهد ماند. هنگامی که  $\varepsilon \rightarrow 0$  و  $\tau \rightarrow \tau_0$  میل می‌کند، رویهٔ  $M_\varepsilon$  نیز به سمت رویهٔ صلب  $M_0$  میل می‌نماید. حال فرض نماییم که تابع تعریف کنندهٔ رویهٔ ناوردا در (۶-۳)، بطور پیوسته و به تعداد کافی نسبت به

---

<sup>۱</sup> Rigid manifold

تمامی آرگومانهای خود مشتق پذیر باشد. بنابراین با مشتق گیری از (۳-۶) نسبت به  $t$  و جایگذاری در

(۳-۳) شرط رویه<sup>۱</sup> بر حسب تابع نامعلوم  $H(x, \dot{x}, \tau, \varepsilon)$  به صورت ذیل بدست خواهد آمد:

$$\varepsilon \ddot{H}(x, \dot{x}, \tau, \varepsilon) = J_m^{-1} T_F(\theta, \dot{\theta}) - J_m^{-1} H(x, \dot{x}, \tau, \varepsilon) - \varepsilon J_m^{-1} B \dot{H}(x, \dot{x}, \tau, \varepsilon) + b_a(x, \dot{x}) - J_a^{-1}(q) \ddot{x} + J_m^{-1} \tau \quad (۹-۳)$$

که در آن  $\dot{H}$  عبارتست از

$$\dot{H} = \frac{\partial H}{\partial x} \dot{x} + \Lambda^{-1}(x) \left( J_a^{-T}(q) H - \mu(x, \dot{x}) \dot{x} - \Gamma(x, \dot{x}) \right) \frac{\partial H}{\partial \dot{x}} + \frac{\partial H}{\partial \tau} \frac{\partial \tau}{\partial t} \quad (۱۰-۳)$$

و به طور مشابه  $\ddot{H}$  نیز قابل محاسبه می باشد. با حل معادله دیفرانسیل جزئی (۳-۹) و جایگذاری

$H$  به جای  $z$  در (۳-۲) مدل انعطاف پذیر کاهش یافته<sup>۲</sup> زیر بدست می آید:

$$\Lambda(x) \ddot{x} + \mu(x, \dot{x}) \dot{x} + \Gamma(x, \dot{x}) = J_a^{-T}(q) H(x, \dot{x}, \tau, \varepsilon) \quad (۱۱-۳)$$

باید توجه نمود که علی رغم یکسان بودن مرتبه مدل انعطاف پذیر کاهش یافته با مرتبه مدل صلب،

مدل (۳-۱۱) اثرات انعطاف را از طریق رویه ناوردای  $H(x, \dot{x}, \tau, \varepsilon)$  در خود لحاظ نموده است. توجه

به این نکته نیز مهم است که معادله (۳-۱۱) تقریبی از سیستم انعطاف پذیر نیست، بلکه سیستم

کامل، محدود شده به رویه ناوردا را نشان می دهد. در ضمن این معادله، سیستم انعطاف پذیر مفصلی

را دقیق تر از سیستم صلب مدل می نماید.

### ۳-۴ - کنترل ترکیبی

همانطور که در بخش قبل بیان گردید، استفاده از رویکرد رویه ناوردا برای کاهش مرتبه معادلات

سیستم، زمینه مناسبی برای کنترل رباتهای با مفاصل انعطاف پذیر ایجاد می نماید که در ادبیات آنها

متداول شده است. در این ادبیات، برای اینکه محدود کردن کل سیستم انعطاف پذیر به رویه

$H(x, \dot{x}, \tau, \varepsilon)$  با معنی بوده و بتوان از مدل کاهش یافته (۳-۱۱) به منظور طراحی کنترل کننده

<sup>۱</sup> Manifold condition

<sup>۲</sup> Reduced flexible model



استفاده نمود، لازم است که رویه  $H(x, \dot{x}, \tau, \varepsilon)$  یک مجموعه ناوردا باشد. این امر در صورت پایداری دینامیک سریع برقرار است که می‌تواند با اعمال کنترل مناسب جهت پایداری زیر سیستم تند، تحقق یابد. بر این اساس ورودی را به دو بخش تقسیم می‌نماییم:

$$\tau = \tau_s(x, \dot{x}, \varepsilon) + \tau_f(\eta, \dot{\eta}) \quad (12-3)$$

که  $\tau_s(x, \dot{x}, \varepsilon)$  و  $\tau_f(\eta, \dot{\eta})$  به ترتیب، به منظور پایداری مجانبی زیر سیستم تند و کنترل زیر سیستم کند طراحی می‌شود و  $\eta$  انحراف متغیرهای سریع از رویه ناوردا را نشان می‌دهد.

$$\begin{aligned} \eta &= z - H(x, \dot{x}, \tau_s, \varepsilon) \\ \dot{\eta} &= \dot{z} - \dot{H}(x, \dot{x}, \tau_s, \varepsilon) \end{aligned} \quad (13-3)$$

همچنین فرض می‌کنیم که  $\tau_f(0, 0) = 0$  می‌باشد. قابل توجه اینکه، با فرض پایداری مجانبی مسیرها به سمت رویه ناوردا می‌روند بطوریکه  $\eta \rightarrow 0$  و  $\dot{\eta} \rightarrow 0$  همگرا می‌گردد.

### ۳-۴-۱- کنترل تند

به منظور طراحی کنترل تند، با ترکیب معادلات (۳-۳)، (۹-۳) و (۱۳-۳)، توجه به این نکته که ورودی بر روی رویه برابر با  $\tau_s$  است، و با کمی ساده سازی، دینامیک زیرسیستم تند به صورت زیر بدست می‌آید:

$$\varepsilon \ddot{\eta} = -J_m^{-1} \eta - \varepsilon J_m^{-1} B \dot{\eta} + J_m^{-1} \tau_f \quad (14-3)$$

که نمایانگر یک سیستم خطی بر حسب  $\eta$  می‌باشد. از آنجا که ماتریس  $J_m$ ، یک ماتریس مثبت معین است، و همچنین با توجه به حضور ترم دمپینگ در معادله (۱۴-۳)، متغیر سریع  $\eta$  در غیاب ورودی  $\tau_f$  به صفر همگرا می‌شود. به بیان دیگر، رویه یکپارچه<sup>۱</sup> که در این حالت همان رویه صلب است، یک مجموعه جذب کننده می‌باشد. یادآور می‌شویم که در غیاب ترم دمپینگ، قطبهای حلقه باز سیستم (۱۴-۳) بر روی محور موهومی قرار دارند که این امر به وضوح پدیده تشدید و نوسانات

<sup>۱</sup> Integral manifold

ناشی از انعطاف در مفاصل را نشان می‌دهد. براحتی می‌توان نشان داد که در این حالت زیرسیستم تند کنترل‌پذیر بوده و لذا یک قانون کنترل تند  $\tau_f(\eta, \dot{\eta})$  چنان وجود دارد که قطبهای (۳-۱۴) را در موقعیت دلخواه قرار می‌دهد. به بیان دیگر، با کنترل PD بر روی متغیر تند، می‌توان دینامیک تند را پایدار نمود تا شرایط قضیه تیخونوف<sup>۱</sup> برقرار باشد [۶۸ و ۶۹].

### ۳-۴-۲- کنترل کند و استفاده از ایده بسط دادن برای حل شرط رویه

به علت پیچیدگی محاسبه دقیق قانون کنترل  $\tau_s(x, \dot{x}, \varepsilon)$ ، به دلیل نیاز به حل شرط رویه، در این قسمت یک تکنیک محاسباتی عملی به منظور تقریب رویه  $M_\varepsilon$  و قانون کنترل  $\tau_s(x, \dot{x}, \varepsilon)$  تا هر مرتبه‌ای دلخواه از  $\varepsilon$  ارائه خواهیم نمود. ایده مورد استفاده در اینجا محاسبه توابع  $\tau_i(x, \dot{x})$  و  $H_i(x, \dot{x}, \tau_s)$  برای  $i = 0, 1, \dots$  به صورت بازگشتی (بدون نیاز به حل تحلیلی شرط رویه) با استفاده از بسط تابع  $H(x, \dot{x}, \tau, \varepsilon)$  در حول  $\varepsilon = 0$  [۹]

$$H(x, \dot{x}, \tau_s, \varepsilon) = H_0(x, \dot{x}, \tau_s) + \varepsilon H_1(x, \dot{x}, \tau_s) + \varepsilon^2 H_2(x, \dot{x}, \tau_s) + \dots \quad (۱۵-۳)$$

و پیاده سازی قانون کنترلی  $\tau_s(x, \dot{x}, \varepsilon)$  به صورت

$$\tau_s(x, \dot{x}, \varepsilon) = \tau_0(x, \dot{x}) + \varepsilon \tau_1(x, \dot{x}) + \varepsilon^2 \tau_2(x, \dot{x}) + \dots \quad (۱۶-۳)$$

می‌باشد. بدین صورت که، ابتدا با جایگذاری بسطهای (۱۵-۳) و (۱۶-۳) در شرط رویه، به معادله زیر می‌رسیم:

$$\begin{aligned} \varepsilon \ddot{H}_0(x, \dot{x}, \tau_s) + \varepsilon^2 \ddot{H}_1(x, \dot{x}, \tau_s) + \dots &= J_m^{-1} T_F(\theta, \dot{\theta}) + b_a(x, \dot{x}) - J_a^{-1}(q) \ddot{x} \\ - J_m^{-1}(H_0 + \varepsilon H_1 + \dots) - \varepsilon J_m^{-1} B(\dot{H}_0 + \varepsilon \dot{H}_1 + \dots) &+ J_m^{-1}(\tau_0 + \varepsilon \tau_1 + \dots) \end{aligned} \quad (۱۷-۳)$$

سپس با بسط سمت راست رابطه اخیر برحسب توانهایی از  $\varepsilon$  و مساوی قراردادن جملات با توان یکسان  $\varepsilon$ ، به مجموعه‌ای از معادلات که توابع  $\tau_i(x, \dot{x})$  و  $H_i(x, \dot{x}, \tau_s)$  برای  $i = 0, 1, \dots$  را به هم مرتبط می‌سازند، می‌رسیم. با تقریب (۱۷-۳) تا توان اول  $\varepsilon$  خواهیم داشت:

<sup>۱</sup> Tikhonov

$$\begin{aligned} \varepsilon \ddot{H}_0(x, \dot{x}, \tau_s) &= J_m^{-1} T_F(\theta, \dot{\theta}) - J_m^{-1} H_0 + b_a(x, \dot{x}) - J_a^{-1}(q) \ddot{x} + J_m^{-1} \tau_0 \\ &+ \varepsilon J_m^{-1} (\tau_1 - H_1 - B\dot{H}_0) + O(\varepsilon^2) \end{aligned} \quad (۱۸-۳)$$

به ازای  $\varepsilon = 0$  معادله‌ای که  $\tau_0$  را به  $H_0$  مرتبط می‌سازد به صورت زیر بدست می‌آید:

$$0 = J_m^{-1} T_F(\theta, \dot{\theta}) - J_m^{-1} H_0 + b_a(x, \dot{x}) - J_a^{-1}(q) \ddot{x} + J_m^{-1} \tau_0 \quad (۱۹-۳)$$

حال با معلوم بودن قانون کنترل صلب  $\tau_0$ ، می‌توان  $H_0$  را بدین صورت بدست آورد:

$$H_0 = T_F(\theta, \dot{\theta}) + J_m b_a(x, \dot{x}) - J_m J_a^{-1}(q) \ddot{x} + \tau_0 \quad (۲۰-۳)$$

با معلوم بودن  $\tau_0$  و  $H_0$  (از معادله اخیر)، بکارگیری (۱۹-۳)، حل (۱۸-۳) برای  $H_1$  و بر حسب جملاتی از  $\tau_1$ ، جایگذاری آن در مدل کاهش یافته انعطاف پذیر و با صرف نظر کردن از جملات مرتبه دوم و بالاتر، می‌توان یک مدل تصحیح شده مرتبه اول را که تقریبی به اندازه  $O(\varepsilon)$  بهتر از مدل صلب می‌باشد، برای مدل کاهش یافته بدست آورد. با ادامه این فرآیند می‌توان رویه  $M_\varepsilon$  و سیستم کاهش یافته انعطاف پذیر را تا هر مرتبه از  $\varepsilon$  تقریب زد. از معادله (۱۸-۳) داریم:

$$\ddot{H}_0(x, \dot{x}, \tau_s) = J_m^{-1} (\tau_1 - B\dot{H}_0 - H_1) \quad (۲۱-۳)$$

و در نتیجه

$$H_1 = \tau_1 - B\dot{H}_0 - J_m \ddot{H}_0(x, \dot{x}, \tau_s) \quad (۲۲-۳)$$

حال به منظور تعیین کنترل اصلاحی  $\tau_1$  به مدل کاهش یافته انعطاف پذیر بازگشته، با صرف نظر از جملات  $O(\varepsilon^2)$ ، آنرا تقریب می‌زنیم:

$$\Lambda(x) \ddot{x} + \mu(x, \dot{x}) \dot{x} + \Gamma(x, \dot{x}) = J_a^{-T}(q) (H_0 + \varepsilon (\tau_1 - B\dot{H}_0 - J_m \ddot{H}_0(x, \dot{x}, \tau_s))) \quad (۲۳-۳)$$

از مساوی قرار دادن جملات با توان یکسان  $\varepsilon$  خواهیم داشت:

$$\tau_1 - B\dot{H}_0 - J_m \ddot{H}_0(x, \dot{x}, \tau_s) = 0 \quad (۲۴-۳)$$

و در نتیجه

$$\tau_1 = B\dot{H}_0 + J_m \ddot{H}_0(x, \dot{x}, \tau_s) \quad (۲۵-۳)$$

که در نهایت ورودی کنترلی برای زیر سیستم کند بدین صورت خواهد بود

$$\tau_s = \tau_0 + \varepsilon\tau_1 \quad (26-3)$$

باید توجه نمود که با انتخاب  $\tau_1$  به صورت (25-3) داریم:

$$H_1 \equiv 0 \Rightarrow \dot{H}_1, \ddot{H}_1 \equiv 0 \quad (27-3)$$

که در حالت کلی می‌توان نشان داد که (با انتخاب  $\tau_s = \tau_0 + \varepsilon\tau_1$  به صورت  $\tau_s = \tau_0 + \varepsilon\tau_1$ ) رابطه زیر بین جملات بسط رویه برقرار می‌گردد:

$$H_k = -B\dot{H}_{k-1} - J_m\ddot{H}_{k-1}(x, \dot{x}, \tau_s) \quad , \quad k > 1 \quad (28-3)$$

با توجه به صفر شدن  $H_1$  توسط  $\tau_1$  انتخابی، صفر شدن بقیه ضرایب بسط  $H$  نیز از رابطه (28-3) به صورت تکراری قابل استنتاج می‌باشد. بنابراین نشان دادیم که با انتخاب  $\tau_s$  به صورت  $\tau_s = \tau_0 + \varepsilon\tau_1$  با  $\tau_1$  داده شده در (25-3)، در روی رویه ناوردا، دینامیک سیستم بر مدل صلب منطبق می‌شود.

### ۳-۵- شبیه سازی

به منظور ارزیابی روش ارائه شده، نتایج را برای بازوی ربات دو محوره با مشخصات داده شده در جداول (1-3) و (2-3) شبیه سازی و بررسی می‌نماییم. مسیر مرجع یک دایره به مرکز (0.35m) و شعاع 0.15m داده شده به صورت

$$\begin{cases} x_d = 0.35 + 0.15 \cos(\pi t / 5) \\ y_d = 0.35 + 0.15 \sin(\pi t / 5) \end{cases} \quad (29-3)$$

و شرایط اولیه شبیه سازی  $(x(0), y(0)) = (0.5, 0.35)$  می‌باشد.

جدول (1-3) مشخصات موتورها

موتور	$R(\Omega)$	$K_s(Nm / rad)$	$J_m(kgm^2)$	$L(H)$	$K_b(Volt / rad / sec)$	$B(Nm sec / rad)$
۲ و ۱	۱.۶	۵۰۰	۰.۰۰۰۲	۰.۰۰۱	۰.۲۶	۰.۰۰۱

جدول (۲-۳) مشخصات ربات

لینک	$l(m)$	$l_{ci}(m)$	$m_i(kg)$	$I_i(kgm^2)$
۱	۱	۰.۵	۱۵	۵
۲	۱	۰.۵	۶	۲

با در نظر گرفتن این نکته که بر روی رویه صلب،  $\tau = \tau_s$  می باشد، ورودی کنترلی  $\tau_f$  به صورت

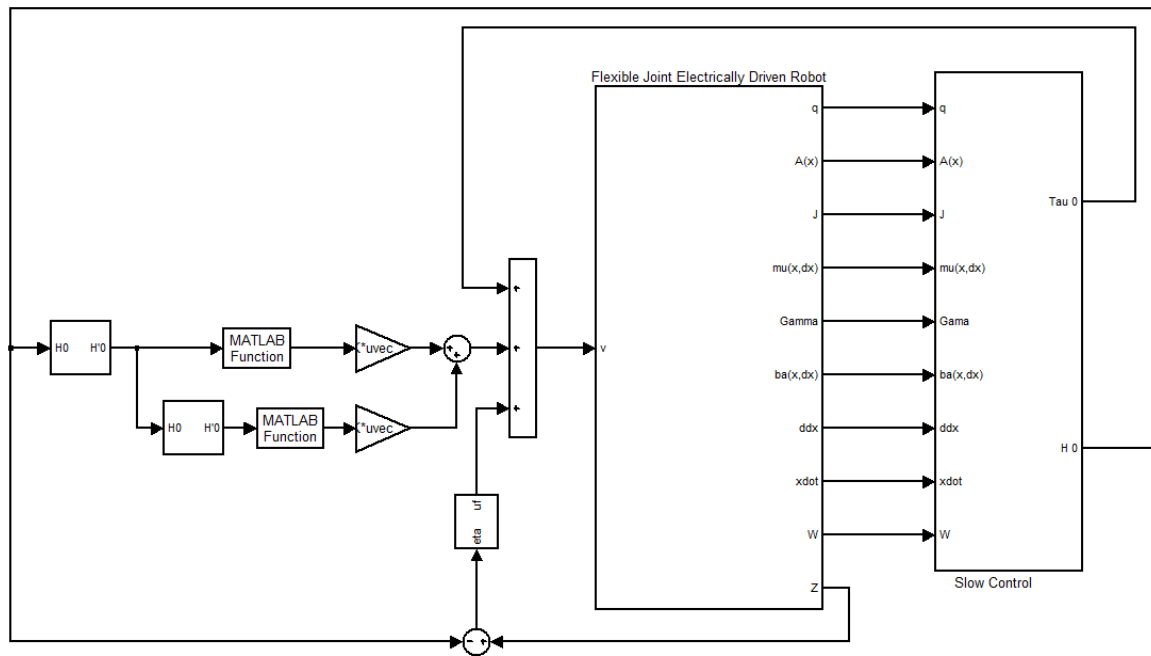
$$\tau_f = -\dot{\eta} - \eta \quad (۳۰-۳)$$

طراحی گردید. همچنین، ورودی های کنترلی  $\tau_i$ ،  $i=1,2,3,\dots$  به صورت ذیل بدست آمد:

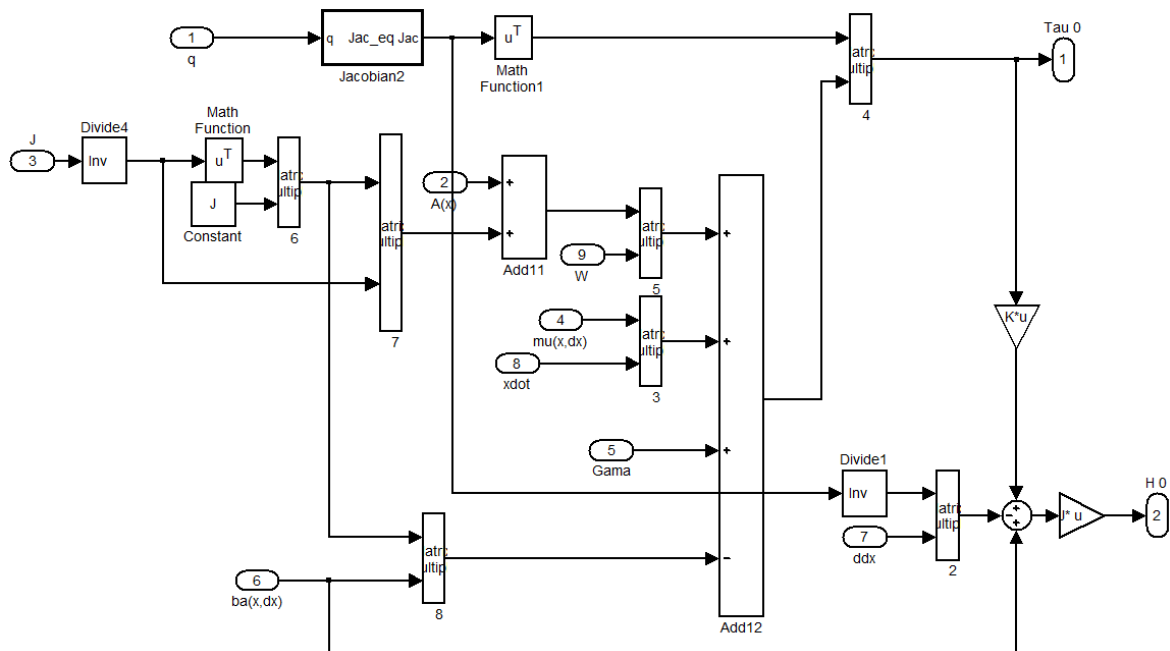
$$\begin{aligned} \tau_0 &= J_a^T(q) \left( (\Lambda(x) + J_a^{-T}(q) J_m J_a^{-1}(q)) w + \mu(x, \dot{x}) \dot{x} + \Gamma(x, \dot{x}) - J_a^{-T}(q) J_m b_a(x, \dot{x}) \right) \\ \tau_1 &= B \dot{H}_0 + J_m \ddot{H}_0(x, \dot{x}, \tau_s) \\ \tau_i &= 0 \quad \text{for } i=2,3,\dots \end{aligned} \quad (۳۱-۳)$$

که در آن  $w$ ، سیگنال کنترل مربوط به حلقه خارجی، به منظور قرار دادن قطبهای مربوط به دینامیک خطا در موقعیت مناسب می باشد. یادآور می شویم که استفاده از (۳۰-۳) در کنترل و طراحی مناسب آن باعث می شود تا  $\eta$  با دینامیک مناسبی به سمت صفر برود. صفر شدن  $\eta$  و در نظر گرفتن  $\tau_0, \tau_1, \dots$  به صورت (۳۱-۳) موجب می گردد تا دینامیک سیستم به ازای ورودی  $\tau_0$  همانند دینامیک سیستم صلب باشد. شکل (۳-۱) و (۲-۳) ساختار کنترل کننده پیشنهادی در محیط شبیه سازی را نمایش می دهد. با این توصیف، شکل های (۳-۳) و (۴-۳) نتایج شبیه سازی را برای ردگیری ورودی مرجع داده شده در فضای کار نمایش می دهند. همانطور که از شکل (۴-۳) ملاحظه می گردد، نرم خطای ردگیری دارای ماکزیمم مقدار  $3 \times 10^{-5}$  متر بوده، و سریعاً به سمت صفر همگرا می شود. همچنین، با توجه به شکل (۵-۳)، بدلیل نیاز به مشتقات مرتبه دوم  $\ddot{x}$  و  $\tau_0$ ، ورودی های کنترلی ناپیوسته می باشند. ماکزیمم گشتاور ورودی برای مفاصل اول و دوم به ترتیب برابر با ۸۰۰ و ۷۰ نیوتن متر می باشد که پیاده سازی عملی این روش را با چالش مواجه می سازد. شایان ذکر است که به دلیل گریز ناپذیر بودن مواجهه با اشباع محرکه ها، محدودیت دامنه سیگنال کنترل و جدی

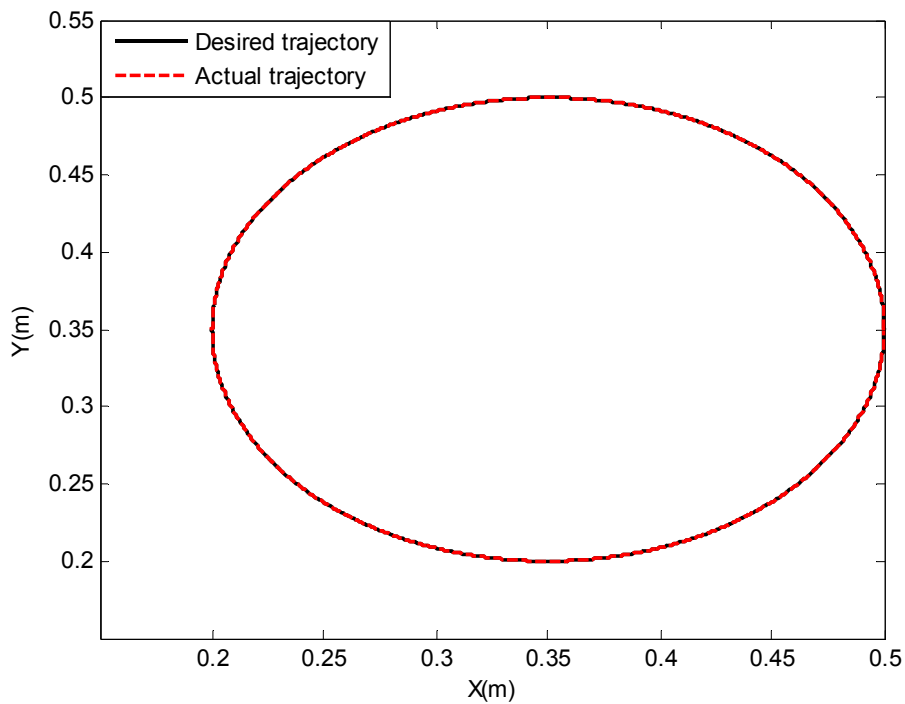
بودن مشکلات ناشی از آن، پژوهشگران متعددی نیز به این مسئله نظر داشته و پژوهش های مفیدی در این باره منتشر شده است که خارج از زمینه کاری حاضر می باشد [به عنوان نمونه ۷۰-۸۱]. همچنین، به منظور بررسی نقش کنترل کننده پیشنهادی در حضور عدم قطعیت های پارامتری، نتایج را در حضور عدم قطعیت ۳۰ درصدی در پارامترهای موتور و ربات تکرار می نماییم. نتایج مربوطه در شکل های (۶-۳) و (۷-۳) نمایش داده شده است.



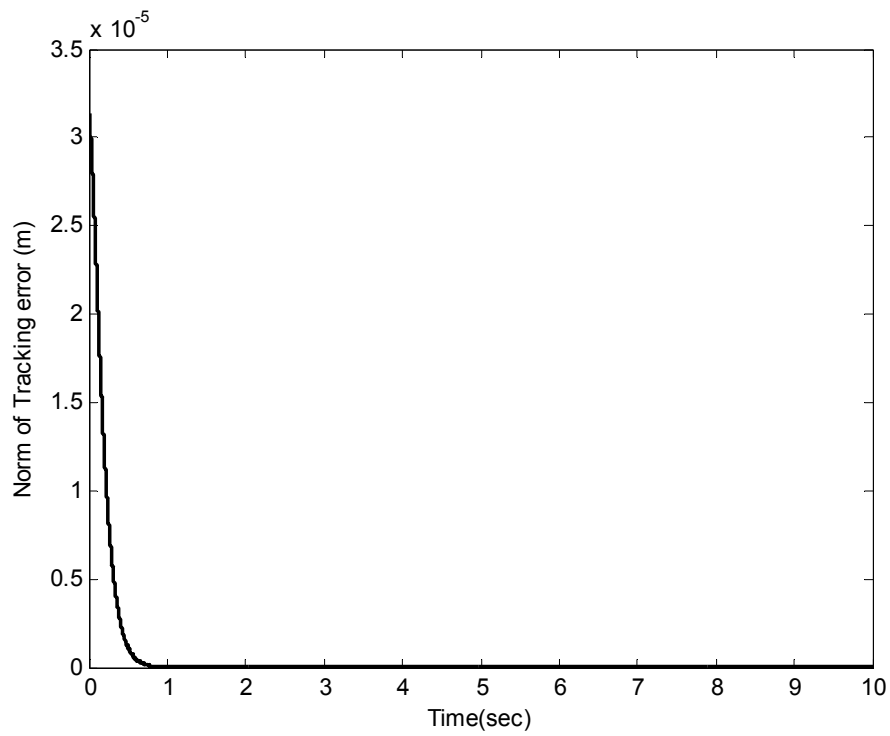
شکل (۳-۱) بلوک دیاگرام سیستم شبیه سازی شده



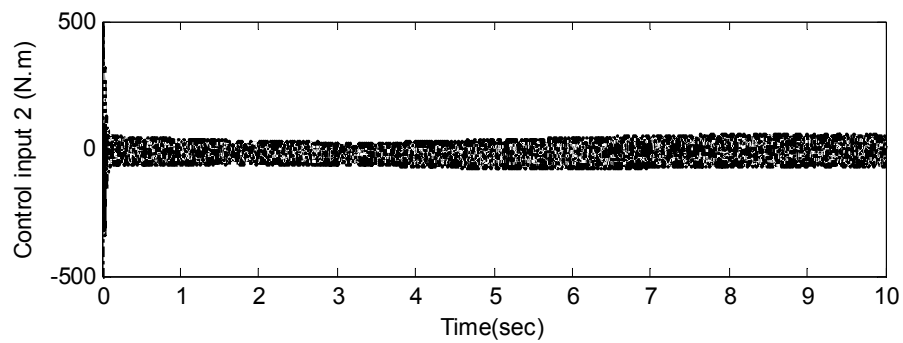
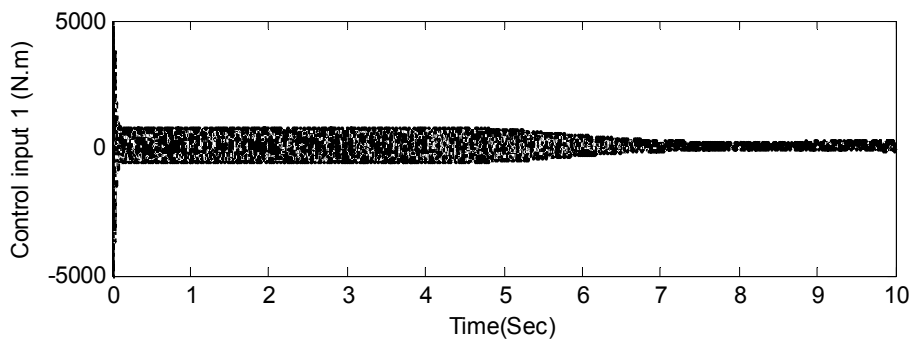
شکل (۲-۳) بلوک دیاگرام مربوط به کنترل کند



شکل (۳-۳) کنترل ردگیری در فضای کار برای کنترل ترکیبی

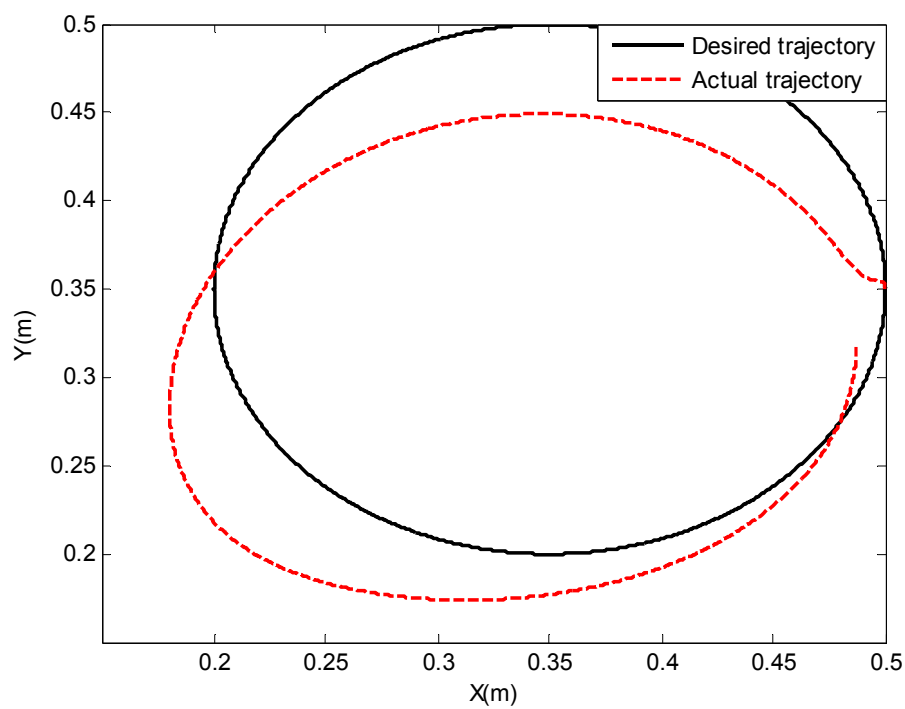


شکل (۳-۴) نرم خطای ردگیری در فضای کار

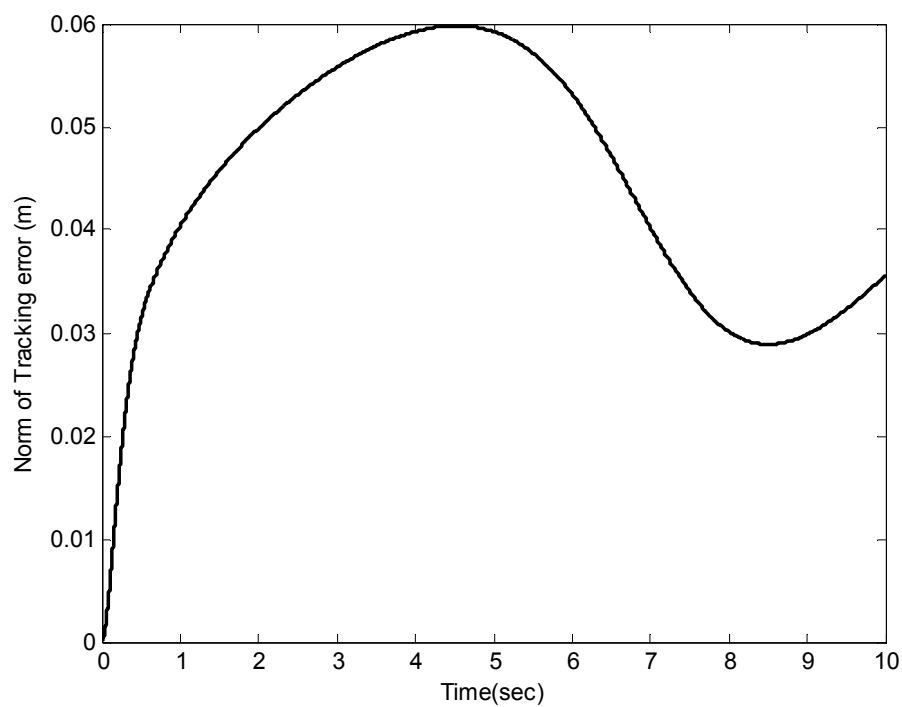


شکل (۳-۵) ورودی های کنترلی برای کنترل ترکیبی





شکل (۶-۳) خروجی ردگیری شده و ورودی مطلوب در فضای کار و در حضور عدم قطعیت پارامتری



شکل (۷-۳) نرم خطای ردگیری در فضای کار و در حضور عدم قطعیت پارامتری

### ۳-۶- خلاصه بحث و نتیجه گیری

در این فصل، با نظریه آشفتگی منفرد و مفهوم رویه ناوردا، در مدل‌سازی ربات‌های با مفاصل انعطاف پذیر آشنا و معادلات مورد نیاز به منظور کنترل ربات‌های با مفاصل انعطاف پذیر در فضای کار بدست آمد. اگر چه روش‌های ارائه شده با رویکرد رویه ناوردا را می‌توان در زمره بهترین‌ها به شمار آورد، لیکن اگر عمیق‌تر به مسئله بنگریم، پیچیدگی ریاضی و هزینه کنترلی مورد نیاز برای پیاده‌سازی این روش بسیار زیاد بوده و کاربرد عملی آن با مشکل مواجه می‌گردد. همچنین، این روش به عدم قطعیت‌های پارامتری موجود در دینامیک ربات مقاوم نبوده و طراحی کنترل‌کننده ای کند در حضور این عدم قطعیت‌ها، محاسبات را به شدت پیچیده می‌نماید. بعلاوه، ورودی  $\tau_0$  باید پیوسته بوده و مشتق دوم آن نیز موجود باشد. زیرا  $\tau_1$  با مشتق اول و مشتق دوم  $H_0(x, \dot{x}, \tau_s)$  در ارتباط است.

## فصل چهارم

کنترل تناسبی-انتگرالی-مشتقی مقاوم غیر

خطی رباتهای با مفاصل انعطاف پذیر در فضای

کار

#### ۴-۱- مقدمه

طراحی یک کنترل کننده موفق، برای سیستم های غیرخطی، یکی از چالشهایی است که امروزه تئوری کنترل با آن مواجه می باشد. هدف از طراحی کنترل کننده های خطی و یا غیر خطی، جبران دینامیک های سیستم، به منظور دستیابی به عملکردی مطلوب از سیستم تحت کنترل می باشد. برای جبران دینامیک های سیستم، با انتخاب یک روش کنترلی مناسب، بخشهای عمده دینامیک سیستم را حذف می کنند که به دو صورت دقیق و تقریبی قابل اجرا می باشد. حذف دقیق دینامیک های سیستم، در صورتی عملی است که این دینامیک ها، کاملاً معلوم باشند. در شرایطی که دینامیک ها، دارای عدم قطعیت هستند، این حذف بصورت تقریبی انجام می پذیرد [۵۹]. در این صورت در کنار کنترل کننده طراحی شده، باید از کنترل مقاومی که بر اساس توابع محدودیت سیستم و اندازه عدم قطعیت ها طراحی شده است، برای مواجه با عدم قطعیت های موجود استفاده نمود.

در این فصل با استفاده از مفاهیم رویه ناوردا و کنترل ترکیبی به طراحی کنترل کننده PID مقاوم با قابلیت غلبه بر عدم قطعیت های دینامیکی موجود در بازوی ماهر ربات می پردازیم. تحلیل ریاضی و شبیه سازی، عملکرد مطلوب کنترل کننده پیشنهادی را نشان می دهد.

#### ۴-۲- کنترل تناسبی- انتگرالی- مشتقی مقاوم غیر خطی

ابتدا با جایگذاری  $z = \eta + H(x, \dot{x}, \tau_s, \varepsilon)$  در معادله (۳-۲) و استفاده از معادله (۳-۲۰) برای

$$H(x, \dot{x}, \tau_s, \varepsilon) \text{ داریم:}$$

$$M_t \ddot{x} + N_t = J_a^{-T}(q) \tau_0 + J_a^{-T}(q) \eta \quad (۱-۴)$$

که در آن  $N_t = \mu(x, \dot{x}) \dot{x} + \Gamma(x, \dot{x}) - J_a^{-T}(q) (T_F(\theta, \dot{\theta}) + J_m b_a(x, \dot{x}))$  و

می باشد. بنابراین، معادلات (۳-۱۴) و (۴-۱) توصیف کننده

رفتار سیستم می باشند. حال، بردار خطای موقعیت در فضای کار بصورت  $e = x_d - x$  تعریف می

گردد. در ادامه، با تعریف قوانین کنترل

$$\tau_0 = J_a^T(q) \left( K_{ds} \dot{e} + K_{ps} e + K_{Is} \int_0^t e(s) ds \right) \quad (2-4)$$

$$\tau_f = -K_{df} \dot{\eta} - K_{pf} \eta \quad (3-4)$$

و جایگذاری در (۱-۴) و (۳-۴)، دینامیک خطا و دینامیک تند برای سیستم حلقه بسته به صورت زیر حاصل می گردد:

$$\ddot{e} = -M_t^{-1} \left( K_{ds} \dot{e} + K_{ps} e + K_{Is} \int_0^t e(s) ds \right) + M_t^{-1} (N_t + M_t \ddot{x}_d) - M_t^{-1} J_a^T(q) \eta \quad (4-4)$$

$$\varepsilon \ddot{\eta} = -(\varepsilon B + K_{df}) J_m^{-1} \dot{\eta} - (I + K_{pf}) J_m^{-1} \eta \quad (5-4)$$

معادله اخیر را می توانیم به شکل زیر باز نویسی کنیم:

$$\ddot{\eta} = -K_1 \dot{\eta} - K_2 \eta \quad (6-4)$$

که در آن

$$K_1 = \frac{1}{\varepsilon} (\varepsilon B + K_{df}) J_m^{-1} \quad (7-4)$$

$$K_2 = \frac{1}{\varepsilon} (I + K_{pf}) J_m^{-1} \quad (8-4)$$

این معادلات می توانند به شکل فضای حالت از نو مرتب شوند:

$$\dot{\bar{x}} = \mathbf{A} \bar{x} + \mathbf{B} \Delta \mathbf{A} + \mathbf{C} [I \quad 0] y \quad (9-4)$$

$$\dot{y} = \mathbf{A}_f y \quad (10-4)$$

که در آن

$$\bar{x} = \left[ \int_0^t e^T(s) ds \quad e^T \quad \dot{e}^T \right]^T, \quad y = \left[ \eta^T \quad \dot{\eta}^T \right]^T \quad (11-4)$$

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & I & 0 \\ 0 & 0 & I \\ -M_t^{-1}K_{fs} & -M_t^{-1}K_{ps} & -M_t^{-1}K_{ds} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ M_t^{-1} \end{bmatrix} \quad (12-4)$$

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -M_t^{-1}J_a^{-T}(q) \end{bmatrix}, \quad \Delta \mathbf{A} = N_t + M_t \ddot{x}_d$$

$$\mathbf{A}_f = \begin{bmatrix} 0 & I \\ -K_2 & -K_1 \end{bmatrix} \quad (13-4)$$

در بخش بعدی پایداری زیر سیستم تند را بررسی می‌کنیم.

#### ۴-۲-۱- پایداری زیر سیستم تند

اثبات پایداری برای زیر سیستم تند از دو جهت دارای اهمیت است؛ اولاً برای اینکه محدود کردن کل سیستم انعطاف پذیر به رویه  $H(x, \dot{x}, \tau, \varepsilon)$  با معنی بوده و بتوان از مدل کاهش یافته (۳-۱۱) به منظور طراحی کنترل کننده استفاده نمود، لازم است که رویه  $H(x, \dot{x}, \tau, \varepsilon)$  یک مجموعه ناوردا باشد که این امر در صورت پایداری دینامیک تند برقرار می‌گردد. به همین منظور، در این بخش به استخراج شرایطی می‌پردازیم که دستیابی به این هدف را تضمین می‌نماید. ثانیاً روابط استفاده شده در پایداری زیر سیستم تند دوباره در اثبات پایداری کل سیستم مورد استفاده قرار می‌گیرند و این کار اثبات پایداری کل سیستم را آسان می‌نماید. به منظور بررسی پایداری زیر سیستم تند، تابع زیر را به عنوان نامزد تابع لیاپانوف در نظر می‌گیریم:

$$V_f(y) = y^T \mathbf{S} y \quad (14-4)$$

که در آن  $\mathbf{S}$  به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\mathbf{S} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 2I & K_1^{-1} \\ K_1^{-1} & K_2^{-1} \end{bmatrix} \quad (15-4)$$

لم ۱: بر مبنای متمم Shur<sup>۱</sup>، ماتریس S مثبت معین است [۸۲]. بنابراین تابع  $V_f(y)$  مثبت معین می باشد.

قضیه ۱: زیرسیستم تند مذکور در رابطه (۱۰-۴) با ماتریس  $A_f$  که در رابطه (۱۳-۴) آمده است در صورت برقراری شرط (۱۹-۴) پایدار است. به بیان دیگر، کران‌هایی برای پارامترهای مورد استفاده در کنترل (۳-۴) (یعنی  $K_{df}$  و  $K_{pf}$ ) وجود دارند که اگر ارضا شوند دینامیک (۱۴-۳) در یک ساختار حلقه بسته پایدار خواهد بود.

اثبات: از روش مستقیم لیاپانوف استفاده می‌کنیم. مشتق زمانی  $V_f(y)$  در راستای مسیر (۱۰-۴) عبارت است از:

$$\dot{V}_f(y) = \dot{y}^T S y + y^T S \dot{y} = y^T [A_f^T S + S A_f] y \quad (۱۶-۴)$$

که در آن

$$A_f^T S + S A_f = - \begin{bmatrix} K_1^{-1} K_2 & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & K_1 K_2^{-1} - K_1^{-1} \end{bmatrix} = -W \quad (۱۷-۴)$$

از آنجا که ماتریس‌های  $K_1$  و  $K_2$  مثبت معین هستند، لذا برای اینکه ماتریس W نیز مثبت معین شود، ماتریس زیر باید مثبت معین باشد:

$$K_1 K_2^{-1} - K_1^{-1} > 0 \quad (۱۸-۴)$$

پس از ساده سازی، شرط فوق به صورت زیر بر روی بهره‌های PD در خواهد آمد:

$$\frac{1}{\varepsilon} [\underline{\lambda}(\varepsilon B + K_{df})]^2 > \bar{\lambda}(J_m(I + K_{pf})) \quad (۱۹-۴)$$

که در آن منظور از  $\bar{\lambda}(\circ)$  و  $\underline{\lambda}(\circ)$  به ترتیب بزرگترین و کوچکترین مقادیر ویژه ( $\circ$ ) می‌باشد. توجه کنید که شرط فوق با کاهش  $K_{pf}$  و افزایش  $K_{df}$  ارضا خواهد شد. به عبارت دیگر یک کران پایین برای  $K_{df}$  و همزمان با آن یک کران بالا برای  $K_{pf}$  باید ارضا شوند. حال دوباره معادله (۱۶-۴) را در

<sup>۱</sup> Shur complement

نظر می‌گیریم:

$$y^T [A_f^T S + S A_f] y \leq -\underline{\lambda}(W) \|y\|^2 \quad (20-4)$$

در صورت برقراری شرط (4-19)، ماتریس  $W$  مثبت معین بوده و با توجه به معادله فوق مشتق  $V_f(y)$  منفی است. به این ترتیب  $V_f(y)$  یک تابع لیاپانوف بوده و پایداری تضمین شده است. بر مبنای این نتایج، در زیر بخش بعدی به بررسی پایداری کل سیستم خواهیم پرداخت.

#### ۴-۲-۲- لم‌های مورد نیاز برای اثبات پایداری

برای اثبات پایداری مقاوم سیستم حلقه بسته در حضور عدم قطعیت، از روش مستقیم لیاپانوف استفاده می‌کنیم. برای این منظور، تابع زیر را به عنوان نامزد تابع لیاپانوف انتخاب می‌نماییم:

$$V(\bar{x}, y) = \bar{x}^T P \bar{x} + y^T S y \quad (21-4)$$

که در آن  $S$  همانند قبل (رابطه (4-15)) و  $P$  به صورت زیر اختیار می‌شود [47 و 65]:

$$P = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} \alpha_2 K_{ps} + \alpha_1 K_{ls} + \alpha_2^2 M_t & \alpha_2 K_{ds} + K_{ls} + \alpha_1 \alpha_2 M_t & \alpha_2 M_t \\ \alpha_2 K_{ds} + K_{ls} + \alpha_1 \alpha_2 M_t & \alpha_1 K_{ds} + K_{ps} + \alpha_1^2 M_t & \alpha_1 M_t \\ \alpha_2 M_t & \alpha_1 M_t & M_t \end{bmatrix} \quad (22-4)$$

که در آن  $\alpha_i$  ها مقادیر ثابت مثبت و حقیقی هستند. از آنجا که تابع  $V(\bar{x}, y)$  قالب درجه دو دارد، در صورت مثبت معین بودن  $P$  و  $S$ ، مثبت معین خواهد بود. مثبت معین بودن  $S$  را در لم ۱ نشان دادیم. لم زیر مثبت معین بودن  $P$  را در حضور عدم قطعیت تضمین می‌کند.

**لم ۲:** ماتریس  $P$  مثبت معین است اگر

$$\alpha_1 > 0, \quad \alpha_2 > 0, \quad \alpha_1 + \alpha_2 < 1 \quad (23-4)$$

$$\alpha_2(k_{ps} - k_{ds}) - (1 - \alpha_1)k_{ls} - \alpha_2(1 + \alpha_1 - \alpha_2)\bar{m}_t > 0 \quad (24-4)$$

$$k_{ps} + (\alpha_1 - \alpha_2)k_{ds} - k_{ls} - \alpha_1(1 + \alpha_2 - \alpha_1)\bar{m}_t > 0 \quad (25-4)$$



که در آن

$$K_{ps} = k_{ps}I \quad , \quad K_{ls} = k_{ls}I \quad , \quad K_{ds} = k_{ds}I \quad (۲۶-۴)$$

اثبات بر مبنای قضیه گرشگورین<sup>۱</sup> بوده که در مرجع [۸۳] آمده است.

حال برای تحلیل پایداری از (۲۱-۴) در راستای مسیرهای (۹-۴) و (۱۰-۴) مشتق می‌گیریم. در

نتیجه:

$$\dot{V}(\bar{x}, y) = \bar{x}^T [A^T P + PA] \bar{x} + 2\bar{x}^T PB\Delta A + \bar{x}^T P\dot{\bar{x}} + 2\bar{x}^T PC[I \quad 0]y + y^T [A_f^T S + SA_f]y \quad (۲۷-۴)$$

لم‌های زیر برای اثبات اینکه  $V(\bar{x}, y)$  یک تابع لیاپانوف است استفاده خواهند شد:

**لم ۳:** برای ماتریس‌های  $A$ ،  $P$ ،  $B$  و  $\Delta A$  که قبلاً تعریف کردیم، نامساوی زیر برقرار است [۴۷]:

$$\bar{x}^T [A^T P + PA] \bar{x} + 2\bar{x}^T PB\Delta A + \bar{x}^T P\dot{\bar{x}} \leq \|\bar{x}\| \left( \xi_0 - \xi_1 \|\bar{x}\| + \xi_2 \|\bar{x}\|^2 \right) \quad (۲۸-۴)$$

در این نامساوی  $\xi_i$  ها مقادیری ثابت، حقیقی و مثبت بوده و تابعی از کرانه‌های عدم قطعیت به شرح

ذیل می‌باشند:

$$\xi_0 = \bar{\lambda}(R_1)\kappa_1 \quad (۲۹-۴)$$

$$\xi_1 = \underline{\lambda}(Q) - \bar{\lambda}(R_2)\bar{m}_t - \bar{\lambda}(R_1) \left( \kappa_2 + \beta_0 \xi_c \|J_a^{-T}\| \|J_a^{-1}\| + \beta_0 \beta_2 \|J_a^{-1}\| \bar{m}_t \right) \quad (۳۰-۴)$$

$$\xi_2 = \bar{\lambda}(R_1) \left( \kappa_3 + \xi_c \beta_1 \|J_a^{-T}\| \|J_a^{-1}\| + \beta_1 \beta_2 \|J_a^{-1}\| \bar{m}_t \right) \quad (۳۱-۴)$$

که در آن

---

<sup>۱</sup> Gershgorin

$$\begin{aligned} \underline{m}_t &\leq \|M_t\| \leq \bar{m}_t, \quad \|\dot{q}\| \leq \beta_0 + \beta_1 \|x\|, \quad \left\| \frac{\partial J_a}{\partial q} \right\| \leq \beta_2 \\ \kappa_1 &= \bar{m}_t \|\ddot{x}_d\|_\infty + \bar{m}_t \beta_0^2 \beta_2 + \xi_c \beta_0^2 \|J_a^{-T}\| + (\xi_g + \xi_{f0} + \beta_0 \xi_{f1} + \xi_t + \beta_0 \bar{B} + \xi_{f2}) \|J_a^{-T}\| \quad (32-4) \\ \kappa_2 &= 2\bar{m}_t \beta_0 \beta_1 \beta_2 + 2\xi_c \beta_0 \beta_1 \|J_a^{-T}\| + \beta_1 (\xi_{f1} + \bar{B}) \|J_a^{-T}\| \\ \kappa_3 &= \bar{m}_t \beta_1^2 \beta_2 + \xi_c \beta_1^2 \|J_a^{-T}\| \end{aligned}$$

و ماتریسهای مورد استفاده عبارتند از

$$Q = \begin{bmatrix} \alpha_2 k_{Is} I & 0 & 0 \\ 0 & (\alpha_1 k_{ps} - \alpha_2 k_{ds} - k_{Is}) I & 0 \\ 0 & 0 & k_{ds} I \end{bmatrix} \quad (33-4)$$

$$R_1 = \begin{bmatrix} \alpha_2^2 I & \alpha_1 \alpha_2 I & \alpha_2 I \\ \alpha_1 \alpha_2 I & \alpha_1^2 I & \alpha_1 I \\ \alpha_2 I & \alpha_1 I & I \end{bmatrix} \quad (34-4)$$

$$R_2 = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 0 & \alpha_2^2 I & \alpha_1 \alpha_2 I \\ \alpha_2^2 I & 2\alpha_1 \alpha_2 I & (\alpha_1^2 + \alpha_2) I \\ \alpha_1 \alpha_2 I & (\alpha_1^2 + \alpha_2) I & 2\alpha_1 I \end{bmatrix} \quad (35-4)$$

**اثبات:** دو جمله اول سمت چپ معادله (۲۸-۴) را در نظر بگیرید. داریم:

$$\bar{x}^T [A^T P + PA] \bar{x} + 2\bar{x}^T PB \Delta A = \bar{x}^T [-Q + R_2 \begin{bmatrix} M_t & 0 & 0 \\ 0 & M_t & 0 \\ 0 & 0 & M_t \end{bmatrix} \bar{x} + \bar{x}^T \begin{bmatrix} \alpha_2 I \\ \alpha_1 I \\ I \end{bmatrix} \Delta A] \quad (36-4)$$

بنابراین

$$\bar{x}^T [A^T P + PA] \bar{x} + 2\bar{x}^T PB \Delta A \leq (-\underline{\lambda}(Q) + \bar{\lambda}(R_2) \bar{m}_t) \|\bar{x}\|^2 + \bar{\lambda}(R_1) \|\bar{x}\| \|\Delta A\| \quad (37-4)$$

حال آخرین جمله در رابطه (۲۸-۴) را مورد توجه قرار می دهیم:

$$\bar{x}^T \dot{P} \bar{x} = \frac{1}{2} \bar{x}^T \begin{bmatrix} \alpha_2 I \\ \alpha_1 I \\ I \end{bmatrix} \dot{M}_t [\alpha_2 I \quad \alpha_1 I \quad I] \bar{x} \quad (38-4)$$

از طرف دیگر می دانیم که برای بازوهای ربانیک در فضای کار رابطه زیر برقرار است [۶۶]:

$$\begin{aligned} \dot{M}_t = & J_a^{-T} (V_m(q, \dot{q}) + V_m^T(q, \dot{q})) J_a^{-1} - J_a^{-T} (D(q) + J_m) J_a^{-1} \dot{J}_a J_a^{-1} \\ & - J_a^{-T} \dot{J}_a^T J_a^{-T} (D(q) + J_m) J_a^{-1} \end{aligned} \quad (39-4)$$

در نتیجه با کمی ساده سازی ریاضی و بکارگیری روابط (37-4) تا (39-4)، اثبات تکمیل خواهد شد.

**لم 4:** برای ماتریس C که قبلاً تعریف شده است نامساوی زیر برقرار است:

$$2\bar{x}^T \mathbf{PC} [I \quad 0] y \leq 2 \|\bar{x}\| \bar{\lambda}(\mathbf{P}) \bar{\lambda}(M_t^{-1} J_a^{-T}(q)) \|y\| \quad (40-4)$$

**اثبات:** با توجه به اینکه

$$\mathbf{C} [I \quad 0] = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ -M_t^{-1} J_a^{-T}(q) & 0 \end{bmatrix} \quad (41-4)$$

می باشد، اثبات ساده است.

**لم 5:** فرض کنید که تابع لیاپانوف مربوط به یک سیستم دینامیکی دارای خواص زیر باشد [65]:

$$\dot{V}(z_t) \leq \|z_t\| (\phi_0 - \phi_1 \|z_t\| + \phi_2 \|z_t\|^2) \quad (42-4)$$

و

$$\underline{\lambda} \|z_t\|^2 \leq V(z_t) \leq \bar{\lambda} \|z_t\|^2 \quad (43-4)$$

که در آن  $\bar{\lambda}$ ،  $\underline{\lambda}$  و  $\phi_i$  ها مقادیر ثابت هستند. با تعریف

$$d = \frac{2\phi_0}{\phi_1 + \sqrt{\phi_1^2 - 4\phi_0\phi_2}} \times \sqrt{\frac{\bar{\lambda}(\mathbf{P})}{\underline{\lambda}(\mathbf{P})}} \quad (44-4)$$

آنگاه سیستم در محدوده  $B(0, d)$  پایدار از نوع کراندار محدود یکنواخت<sup>1</sup> است اگر

$$\phi_1 > 2\sqrt{\phi_0\phi_2} \quad (45-4)$$

<sup>1</sup> Uniform Ultimate Boundedness stability

$$\phi_1^2 + \phi_1 \sqrt{\phi_1^2 - 4\phi_0\phi_2} > 2\phi_0\phi_2 \left( 1 + \sqrt{\frac{\bar{\lambda}(\mathbf{P})}{\underline{\lambda}(\mathbf{P})}} \right) \quad (46-4)$$

$$\phi_1 + \sqrt{\phi_1^2 - 4\phi_0\phi_2} > 2\phi_2 \|z_{i0}\| \sqrt{\frac{\bar{\lambda}(\mathbf{P})}{\underline{\lambda}(\mathbf{P})}} \quad (47-4)$$

که در آن  $\|z_{i0}\|$  معرف شرایط اولیه می‌باشد. اثبات لم فوق در کتاب [۶۵] تحت لم ۳-۵ از آن مرجع وجود دارد.

### ۴-۲-۳ - اثبات پایداری سیستم کامل

در این زیربخش، به اثبات پایداری سیستم کامل خواهیم پرداخت.

**قضیه ۲:** ربات انعطاف پذیر داده شده با معادلات (۱-۴) و (۳-۱۴)، همراه با ساختار کنترل ترکیبی (۲-۴) و (۳-۴) را در نظر بگیرید. سیستم حلقه بسته (۴-۹) و (۴-۱۰) تحت شرایطی پایدار محدود یکنواخت خواهد بود و متغیرهای حالت به صفر میل خواهند کرد. شرایط پایداری عبارتند از معادله (۴-۱۸) به اضافه شرایط جدیدی که در انتهای اثبات زیر نتیجه خواهند شد (معادلات (۴-۵۹) تا (۴-۶۱)).

**اثبات:** همانطور که نشان داده شد، تابع کاندیدای لیپانوف  $V(\bar{x}, y)$ ، در معادله (۴-۲۱) مثبت معین می‌باشد. حال، به منظور بررسی منفی بودن  $\dot{V}(\bar{x}, y)$  معادلات (۴-۲۰)، (۴-۲۷)، (۴-۲۸) و (۴-۴۰) را در نظر می‌گیریم. با توجه به این معادلات داریم:

$$\begin{aligned} \dot{V}(\bar{x}, y) &\leq \|\bar{x}\| \left( \xi_0 - \xi_1 \|\bar{x}\| + \xi_2 \|\bar{x}\|^2 \right) + 2\|\bar{x}\| \bar{\lambda}(\mathbf{P}) \bar{\lambda}(M_t^{-1} J_a^{-T}) \|y\| - \underline{\lambda}(\mathbf{W}) \|y\|^2 \\ &= - \begin{bmatrix} \|\bar{x}\| & \|y\| \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \xi_1 & -\bar{\lambda}(\mathbf{P}) \bar{\lambda}(M_t^{-1} J_a^{-T}) \\ -\bar{\lambda}(\mathbf{P}) \bar{\lambda}(M_t^{-1} J_a^{-T}) & \underline{\lambda}(\mathbf{W}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \|\bar{x}\| \\ \|y\| \end{bmatrix} + \xi_0 \|\bar{x}\| + \xi_2 \|\bar{x}\|^3 \end{aligned} \quad (48-4)$$

یا

$$\dot{V}(\bar{x}, y) \leq -z_i^T \mathbf{R} z_i + \xi_0 \|\bar{x}\| + \xi_2 \|\bar{x}\|^3 \quad (49-4)$$

که در آن

$$z_t = [\|\bar{x}\| \quad \|y\|]^T, \quad \mathbf{R} = \begin{bmatrix} \xi_1 & -\bar{\lambda}(\mathbf{P})\bar{\lambda}(M_t^{-1}J_a^{-T}) \\ -\bar{\lambda}(\mathbf{P})\bar{\lambda}(M_t^{-1}J_a^{-T}) & \underline{\lambda}(\mathbf{W}) \end{bmatrix} \quad (50-4)$$

در اینجا می‌بینیم که ماتریس  $\mathbf{W}$  باید مثبت معین باشد؛ بنابراین شرط قضیه ۱ (معادله ۴-۱۸) نیز باید برقرار گردد. از آنجا که

$$\|\bar{x}\| \leq \|z_t\| \quad (51-4)$$

می‌باشد، آنگاه داریم

$$\dot{V}(z_t) \leq \|z_t\|(\xi_0 - \underline{\lambda}(\mathbf{R})\|z_t\| + \xi_2 \|z_t\|^2) \quad (52-4)$$

حال، با توجه به نامساوی های

$$\underline{\lambda}(\mathbf{P})\|\bar{x}\|^2 \leq \bar{x}^T \mathbf{P} \bar{x} \leq \bar{\lambda}(\mathbf{P})\|\bar{x}\|^2 \quad (53-4)$$

$$\underline{\lambda}(\mathbf{S})\|y\|^2 \leq y^T \mathbf{S} y \leq \bar{\lambda}(\mathbf{S})\|y\|^2 \quad (54-4)$$

و جمع کردن این دو معادله با یکدیگر داریم:

$$z_t^T \begin{bmatrix} \underline{\lambda}(\mathbf{P}) & 0 \\ 0 & \underline{\lambda}(\mathbf{S}) \end{bmatrix} z_t \leq V(z_t) \leq z_t^T \begin{bmatrix} \bar{\lambda}(\mathbf{P}) & 0 \\ 0 & \bar{\lambda}(\mathbf{S}) \end{bmatrix} z_t \quad (55-4)$$

به عبارت دیگر

$$\underline{\lambda}\|z_t\|^2 \leq V(z_t) \leq \bar{\lambda}\|z_t\|^2 \quad (56-4)$$

که در آن

$$\bar{\lambda} = \max\{\bar{\lambda}(\mathbf{P}), \bar{\lambda}(\mathbf{S})\}, \quad \underline{\lambda} = \min\{\underline{\lambda}(\mathbf{P}), \underline{\lambda}(\mathbf{S})\} \quad (57-4)$$

حال از روابط (۴۷-۴) و (۵۰-۴) و با توجه به لم ۵ می‌توان گفت که اگر  $d'$  را به صورت زیر تعریف

کنیم:

$$d' = \frac{2\xi_0}{\underline{\lambda}(\mathbf{R}) + \sqrt{\underline{\lambda}(\mathbf{R})^2 - 4\xi_0\xi_2}} \times \sqrt{\frac{\bar{\lambda}(\mathbf{P})}{\underline{\lambda}(\mathbf{P})}} \quad (58-4)$$

سیستم در محدوده  $B(0, d')$  پایدار کراندار محدود یکنواخت خواهد بود اگر، شرایط پایداری زیر

برقرار باشند که در آن  $\|z_{i0}\|$  معرف شرایط اولیه  $z_i$  است.

$$\underline{\lambda}(\mathbf{R}) > 2\sqrt{\xi_0\xi_2} \quad (59-4)$$

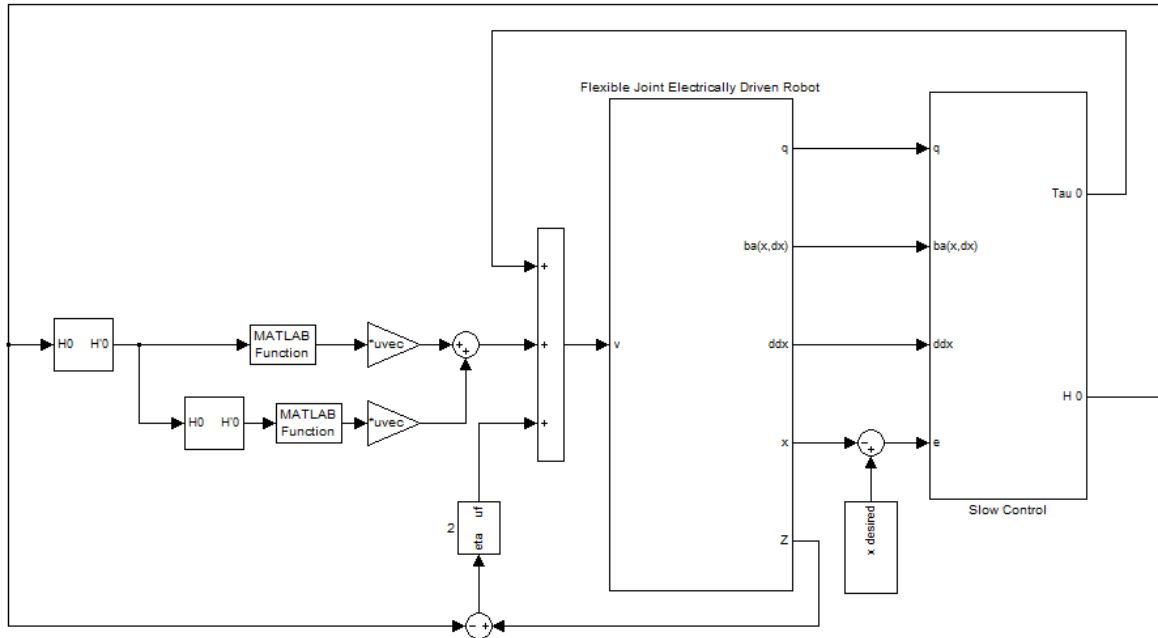
$$\underline{\lambda}(\mathbf{R})^2 + \underline{\lambda}(\mathbf{R})\sqrt{\underline{\lambda}(\mathbf{R})^2 - 4\xi_0\xi_2} > 2\xi_0\xi_2 \left( 1 + \sqrt{\frac{\bar{\lambda}(\mathbf{P})}{\underline{\lambda}(\mathbf{P})}} \right) \quad (60-4)$$

$$\underline{\lambda}(\mathbf{R}) + \sqrt{\underline{\lambda}(\mathbf{R})^2 - 4\xi_0\xi_2} > 2\xi_2 \|z_{i0}\| \sqrt{\frac{\bar{\lambda}(\mathbf{P})}{\underline{\lambda}(\mathbf{P})}} \quad (61-4)$$

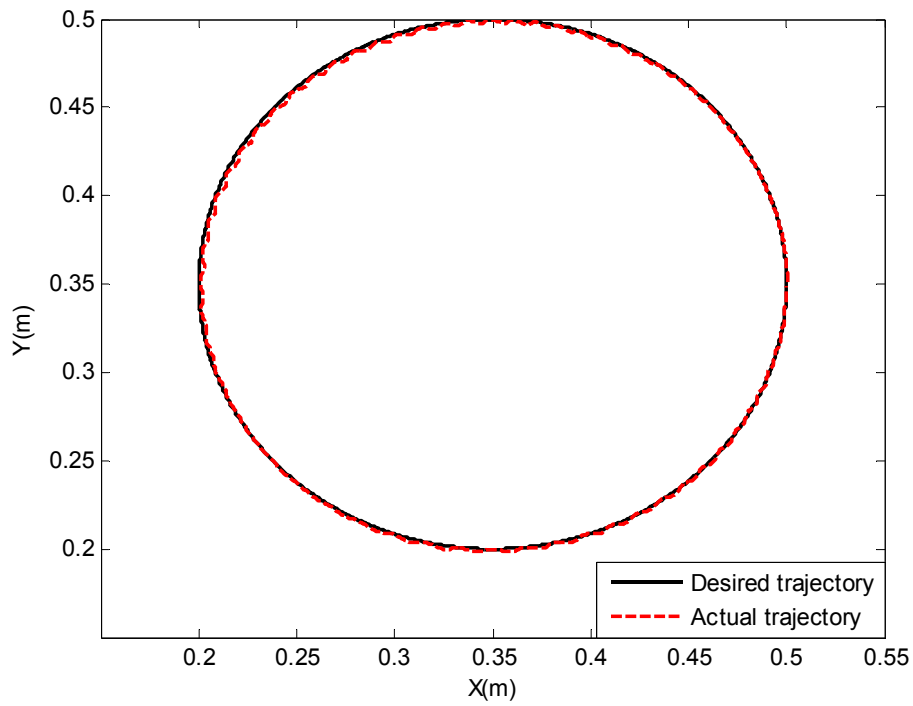
شایان ذکر است که این شرایط با افزایش  $\underline{\lambda}(\mathbf{R})$ ، از طریق انتخاب مقادیر بسیار بزرگ برای  $\xi_1$  و انتخاب مناسب  $\underline{\lambda}(\mathbf{W})$  ارضا شده و منجر به ردگیری مناسب پاسخ خروجی می گردد. این نتیجه از آنجایی نشأت می گیرد که  $\xi_1$  تابعی از بهره های کنترل PID مقاوم بوده و  $\underline{\lambda}(\mathbf{W})$  متاثر از بهره های  $K_{df}$  و  $K_{pf}$  در زیر سیستم تند می باشد.

#### ۳-۴ - شبیه سازی

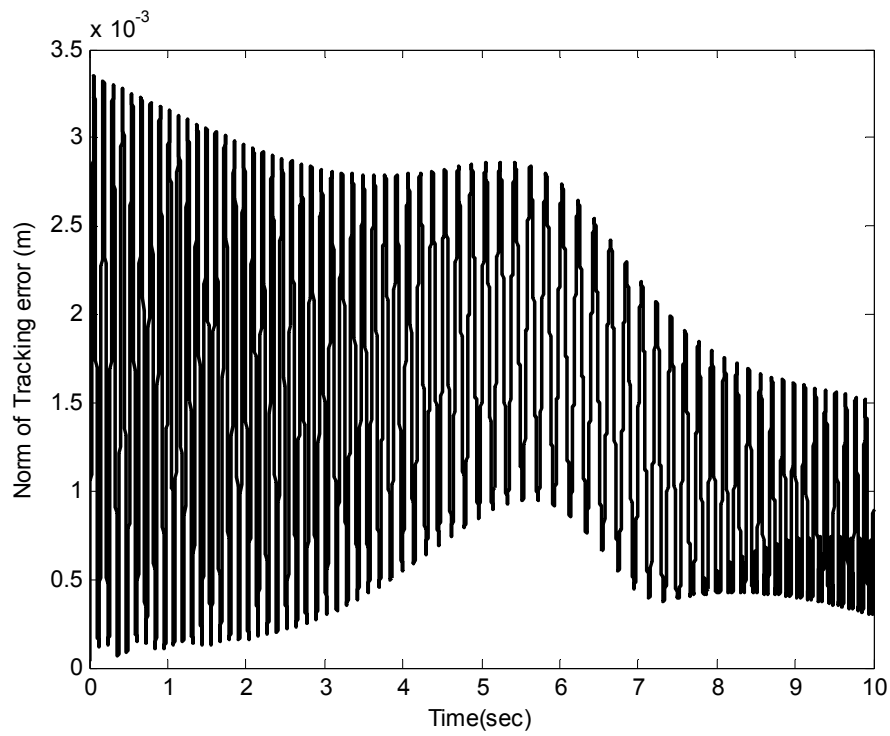
کنترل کننده پیشنهادی در بخش (۲-۴) بر روی ربات دو رابط لولایی بخش (۸-۲) پیاده سازی گردید، شکل (۱-۴). مقادیر پارامترهای ربات و موتور که در این شبیه سازی مورد استفاده قرار گرفته است، در جداول (۱-۳) و (۲-۳) آمده است. شرایط اولیه شبیه سازی و مسیرهای مطلوب بازوی ربات در فضای کار مطابق بخش (۵-۳) می باشد. پس از اعمال کنترل کننده پیشنهادی، با توجه به شکل های (۲-۴) و (۳-۴) می بینیم که با وجود عدم قطعیت های ساختاری، کنترل کننده پیشنهادی به خوبی عمل می کند و نرم خطای ردگیری محدود می باشد. مطابق شکل (۴-۴) ورودی های کنترلی مفاصل ۱ و ۲ پیوسته بوده و حداکثر گشتاور ورودی مفاصل برابر با ۲۰۰ و ۲۵ نیوتن متر است. با توجه به مقادیر پارامترهای بازوی ربات این ورودی های کنترل در محدوده مجازی قرار دارند.



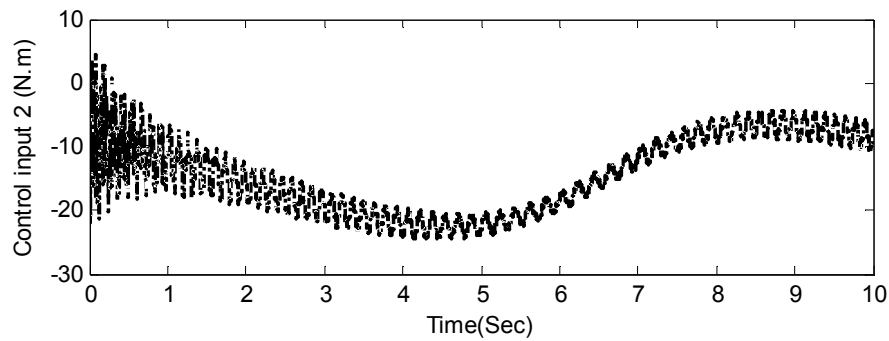
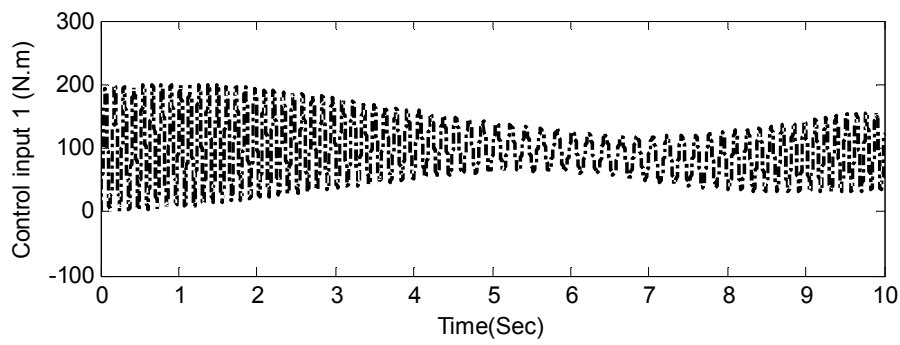
شکل (۴-۱) بلوک دیاگرام سیستم شبیه سازی شده



شکل (۴-۲) کنترل ردگیری در فضای کار



شکل (۳-۴) نرم خطای ردگیری در فضای کار



شکل (۴-۴) ورودی های کنترلی



#### ۴-۴ - خلاصه بحث و نتیجه گیری

در این فصل، یک کنترل کننده مقاوم غیر خطی پیشنهاد گردید، که در طراحی آن از ماتریس ژاکوبین دقیق استفاده می شود. بر مبنای آنالیز پایداری ارائه شده و بکارگیری مفاهیم مربوط به جبر ماتریس ها، اثبات گردید که انتخاب بهره های بزرگ برای کنترل کننده پیشنهادی، منجر به ردگیری مناسب در خروجی گردیده، اگر چه وجود تحریکهای بسیار بزرگ به منظور دستیابی به کنترل دقیق، از مشکلات بکارگیری این روش می باشد. زیرا در این حالت، ورودی کنترل بزرگ شده و از لحاظ فیزیکی باعث اشباع<sup>۱</sup> محرکه ها و بالازدگی<sup>۲</sup> در حالات سیستم می شود. همچنین، لزوم دسترسی به اطلاعات سرعت و شتاب مجری نهایی در مرحله پیاده سازی از دیگر مشکلات بکارگیری روش مزبور می باشد. نکته مهمی که باید در اینجا بدان تأکید نمود مقاوم بودن سیستم در برابر عدم قطعیت های مدل سازی است. در واقع چون دینامیک های مدل نشده ولی کراندار سیستم در مدل سیستم به صورت کرانهایی در نظر گرفته شده اند، تنها تأثیری که بر پایداری می گذارند، ظاهر شدن این کرانها در شرایط پایداری مذکور در قضیه<sup>۲</sup> می باشد.

---

<sup>۱</sup> Saturation

<sup>۲</sup> Overshoot

## فصل پنجم

کنترل پسگام مقاوم رباتهای با مفاصل انعطاف

پذیر در فضای کار

## ۵-۱- مقدمه

روش لیاپانوف که در اصل به عنوان ابزاری تحلیلی معرفی گردید، می تواند ابزاری سودمند در طراحی قانون کنترل نیز باشد. در بسیاری از روشهای طراحی، قانون کنترل چنان طرح می شود که بر اساس آن، تابع لیاپانوف و یا به طور مشخص، مشتق تابع لیاپانوف دارای ویژگی های خاصی باشد تا کرانمندی مسیرهای حالت و نیز همگرایی آنها به سمت یک نقطه تعادل و یا یک مجموعه تعادل تضمین گردد. با این مقدمه به معرفی و بررسی روش پسگام می پردازیم.

در این روش، انتخاب تابع لیاپانوف و طراحی کنترل پسخور در هم تنیده شده است و بر خلاف روش باز طراحی لیاپانوف<sup>۱</sup>، در این روش می توان از شرایط توافق<sup>۲</sup> صرفنظر نمود [۶۷]. در این روش مساله طراحی کنترلر برای سیستم کامل، به رشته ای از مسائل طراحی با مرتبه پایین تر شکسته می شود. بنابراین، روش پسگام با استفاده از انعطاف بیشتر سیستمهای با مرتبه پایین تر، اغلب می تواند مسائل پایدار سازی، ردیابی و کنترل مقاوم را تحت شرایطی با محدودیت کمتر حل نماید.

پسگام، یک روش بازگشتی<sup>۳</sup> است که می تواند در دستیابی تابع لیاپانوف کمک کند. در روش پسگام، با پسخور کردن حالات سیستم و اعمال آنها به ورودی کنترل، سیستم ناپایدار را پایدار نموده و تابع لیاپانوف سیستم نیز بدست می آید. در واقع پسگام، گسترش روش طراحی کنترل کننده پسخور حالت از سیستمهای خطی به سیستمهای غیر خطی است که در این راستا از تئوریهای لیاپانوف استفاده شده است. مبدا پیدایش تئوری پسگام دقیقا مشخص نبوده و تجربه های همزمانی در این مورد انجام گرفته است و تقریبا می توان آغاز دستیابی به آن را در چندین مقاله همزمان در دهه ۱۹۸۰ دانست. اگرچه منصفانه تر آن است که بگوییم تحقیقات پروفیسور کوکوتوویک و همکارانش باعث بوجود آمدن این تئوری بطور محض و غیر کاربردی گردید [۸۴].

---

<sup>۱</sup> Lyapunov redesign

<sup>۲</sup> Matching conditions

<sup>۳</sup> Recursive

در سال ۱۹۹۲ مقاله کوکوتوویک در این مورد منتشر شد [۸۵] و مجموعه پیشرفتهای روش پسگام و سایر ابزارهای کنترل غیرخطی در دهه ۱۹۹۰، توسط کوکوتوویک در سال ۱۹۹۹ در کنگره IFAC ارائه گردید [۸۶]. با طرح این تئوری در مجامع بین المللی، تا سال ۱۹۹۵ بیشتر تحقیقات در مورد تئوری و فواید آن انجام گرفت و کمتر به کاربردهای کنترلی توجه شد. از معدود مقالاتی که در این سالها در مورد کاربرد روش پسگام در کنترل منتشر گردید، مقاله ای در مورد بدست آوردن یک روش ریاضی برپایه تئوری پسگام جهت طراحی کنترل کننده سیستمهای غیرخطی است [۸۷]. اما از سال ۱۹۹۵ به بعد، کاربرد این روش در مسائل کنترلی بیشتر شد، تا آنجا که برای بسیاری از سیستمهای خطی و غیرخطی از این روش استفاده شده است. با پیاده سازی روش پسگام، محققین برای کنترل موقعیت بازوی ماهر ربات با مفاصل انعطاف پذیر در فضای مفصلی، از این روش استفاده و به نتایج جالب توجهی دست یافتند [۹۱-۸۸]. با توجه به اصول طراحی این روش در کنترل مقاوم سیستمهای غیرخطی، می توان از این روش، به تنهایی برای کنترل ردگیری بازوی ربات استفاده نمود. در این بخش، پس از بیان اصول طراحی روش پسگام مقاوم برای کنترل سیستمهای غیر خطی، از این شیوه کنترلی توانمند، به منظور ردگیری مقاوم بازوی ماهر ربات با مفاصل انعطاف پذیر در فضای کار استفاده می نماییم.

## ۵-۲- روش پسگام

بحث را با حالت خاص پسگام انتگرالی آغاز می نماییم [۶۷]. سیستم زیر را در نظر بگیرید:

$$\dot{\eta} = f(\eta) + g(\eta)\xi \quad (1-5)$$

$$\dot{\xi} = u \quad (2-5)$$

که  $[\eta \ \xi]^T \in R^{n+1}$  حالت و  $u \in R$  نیز ورودی کنترل است. توابع  $f: D \rightarrow R^n$  و  $g: D \rightarrow R^n$  در قلمرو  $D \subset R^n$  هموار و شامل مبدا های  $f(0) = 0$  و  $\eta = 0$  هستند. می خواهیم کنترل پسخور حالت را چنان طرح کنیم که مبدا ( $\xi = 0$  و  $\eta = 0$ ) پایدار گردد. فرض می شود  $f$  و  $g$  معلوم باشند.

چنین سیستمی را می توان به صورت اتصال دو بخش مجزا، مشابه شکل (۱-۵) در نظر گرفت که بخش اول آن سیستم (۱-۵)، با ورودی  $\xi$  و بخش دوم آن نیز انتگرال گیر (۲-۵) است. فرض کنید بتوان سیستم را به کمک کنترل پسخور حالت و هموار  $\xi = \phi(\eta)$  و با شرط  $\phi(0) = 0$  پایدار نمود، بدین معنا که مبدا سیستم

$$\dot{\eta} = f(\eta) + g(\eta)\phi(\eta) \quad (۳-۵)$$

پایدار مجانبی باشد، علاوه بر این فرض نمایید تابع لیپانوف (هموار و مثبت معین)  $V(\eta)$  را چنان بشناسیم که در نامعادله زیر صدق نماید

$$\frac{\partial V}{\partial \eta} [f(\eta) + g(\eta)\phi(\eta)] \leq -W(\eta) \quad , \quad \forall \eta \in D \quad (۴-۵)$$

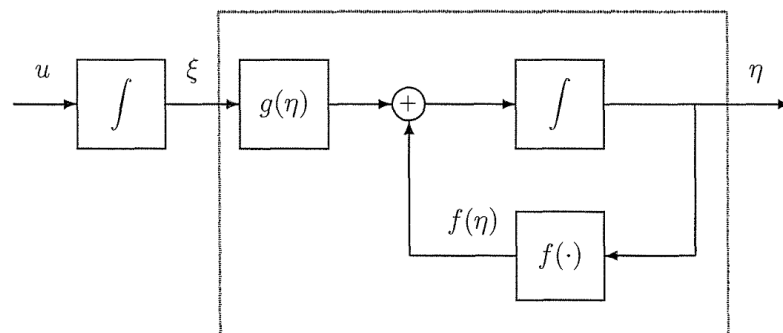
که تابع  $W(\eta)$  مثبت معین می باشد. با افزودن و کاستن  $g(\eta)\phi(\eta)$  به سمت راست معادله (۱-۵)، به نمایش هم ارز زیر دست می یابیم:

$$\begin{aligned} \dot{\eta} &= [f(\eta) + g(\eta)\phi(\eta)] + g(\eta)[\xi - \phi(\eta)] \\ \dot{\xi} &= u \end{aligned} \quad (۵-۵)$$

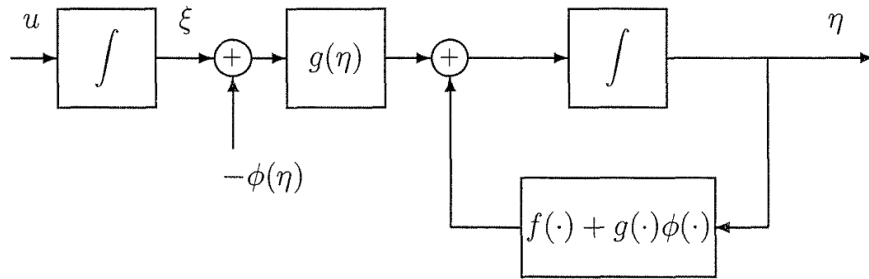
که در شکل (۲-۵) نشان داده شده است. تغییر متغیر  $z = \xi - \phi(\eta)$  ، سیستم ذیل را نتیجه می دهد:

$$\begin{aligned} \dot{\eta} &= [f(\eta) + g(\eta)\phi(\eta)] + g(\eta)z \\ \dot{z} &= u - \dot{\phi}(\eta) \end{aligned} \quad (۶-۵)$$

که در شکل (۳-۵) آورده شده است.



شکل (۱-۵) نمودار بلوکی سیستم (۱-۵) و (۲-۵)



شکل (۲-۵) معرفی  $\phi(\eta)$

می توان حرکت از شکل (۲-۵) به (۳-۵) را به عنوان بازگشت به عقب  $-\phi(\eta)$  از میان انتگرال گیر تعبیر نمود. چون  $f$ ،  $g$  و  $\phi(\eta)$  معلومند، می توان مشتق  $\dot{\phi}(\eta)$  را به کمک معادله زیر محاسبه کرد

$$\dot{\phi}(\eta) = \frac{\partial \phi}{\partial \eta} [f(\eta) + g(\eta)\xi] \quad (۷-۵)$$

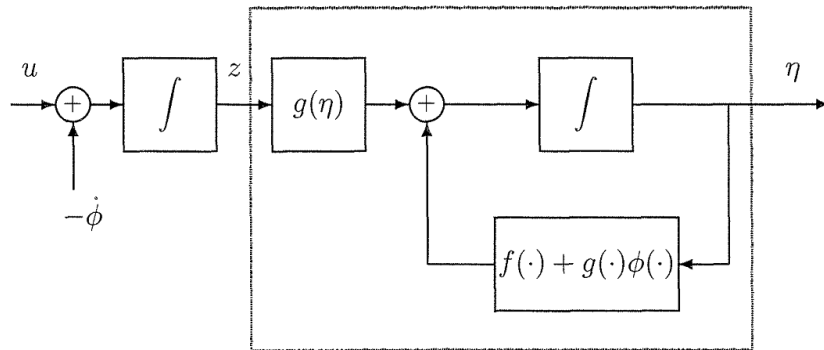
انتخاب  $v = u - \dot{\phi}(\eta)$ ، سیستم را به شکل اتصال آبخاری ذیل در می آورد

$$\begin{aligned} \dot{\eta} &= [f(\eta) + g(\eta)\phi(\eta)] + g(\eta)z \\ \dot{z} &= v \end{aligned} \quad (۸-۵)$$

که مشابه سیستم ابتدای بحث است، جز آنکه بخش اول آن دارای پایداری مجانبی در حالت ورودی صفر می باشد. از این ساختار می توان برای طراحی  $v$  به منظور پایداری کل سیستم استفاده کرد.

با استفاده از

$$V_a(\eta, \xi) = V(\eta) + \frac{1}{2}z^2 \quad (۹-۵)$$



شکل (۳-۵) پسگام  $-\phi(\eta)$  از میان انتگرال گیر

به عنوان تابع لیپانوف منتخب داریم:

$$\dot{V}_a(\eta, \xi) = \frac{\partial V}{\partial \eta} [f(\eta) + g(\eta)\phi(\eta)] + \frac{\partial V}{\partial \eta} g(\eta)z + zv \leq -W(\eta) + \frac{\partial V}{\partial \eta} g(\eta)z + zv \quad (10-5)$$

بنابراین از انتخاب

$$v = -\frac{\partial V}{\partial \eta} g(\eta) - Kz, \quad K > 0 \quad (11-5)$$

نتیجه می شود

$$\dot{V}_a(\eta, \xi) \leq -W(\eta) - Kz^2 \quad (12-5)$$

که نشان می دهد مبدا  $(\eta=0, z=0)$  پایدار مجانبی است. چون  $\phi(0)=0$  می باشد، مبدا  $(\eta=0, \xi=0)$  پایدار مجانبی است. با جایگزینی  $z$ ،  $v$  و  $\dot{\phi}(\eta)$  به قانون کنترل پسخور حالت زیر

می رسمیم

$$u = \frac{\partial \phi}{\partial \eta} [f(\eta) + g(\eta)\xi] - \frac{\partial V}{\partial \eta} g(\eta) - K[\xi - \phi(\eta)] \quad (13-5)$$

چنانچه فرضیات به طور جامع برقرار و  $V(\eta)$  نیز کراندار شعاعی باشد، می توان نتیجه گرفت مبدا پایدار مجانبی سراسری است. نتایج این بحث را در لم ذیل خلاصه می کنیم.

**لم ۱:** سیستم (۱-۵) و (۲-۵) را در نظر بگیرید. فرض کنید  $\phi(\eta)$  با شرط  $\phi(0)=0$ ، کنترل پسخور حالت پایدار ساز برای معادله (۱-۵) و  $V(\eta)$  نیز تابع لیپانوفی باشد که به همراه تابع مثبت معین  $W(\eta)$  در عبارت (۴-۵) صدق می کند، در این صورت قانون کنترل پسخور حالت (۱۳-۵) همراه با تابع لیپانوف  $V(\eta) + \frac{1}{2}[\xi - \phi(\eta)]^2$  مبدا سیستم (۱-۵) و (۲-۵) را پایدار می سازد. علاوه بر این اگر همه فرضیات به طور جامع برآورده شوند و  $V(\eta)$  نیز بیکران شعاعی باشد، مبدا پایدار مجانبی سراسری خواهد بود.

### ۵-۳- روش پسگام مقاوم

همانطور که در [۶۷] بیان گردیده است، اگر عدم قطعیت در شرط توافق صدق کند آنگاه می توان از روش بازطراحی لیاپانوف برای پایدارسازی مقاوم سیستم همراه با عدم قطعیت استفاده نمود. به کمک روش پسگام می توان فرض توافق را کمی تعدیل نمود. برای روشن تر شدن این موضوع، سیستم تک ورودی زیر را در نظر بگیرید

$$\dot{\eta} = f(\eta) + g(\eta)\xi + \delta_{\eta}(\eta) \quad (14-5)$$

$$\dot{\xi} = f_a(\eta, \xi) + g_a(\eta, \xi)u + \delta_{\xi}(\eta, \xi) \quad (15-5)$$

که در قلمرو  $D \subset R^{n+1}$ ، شامل مبدا  $(\xi = 0, \eta = 0)$  تعریف شده است. فرض کنید  $g_a(\eta, \xi)$  مخالف صفر و سایر توابع نیز به ازای جمیع مقادیر  $(\eta, \xi) \in D$  هموار باشند. ضمناً فرض نماییم  $f$ ،  $g$  و  $f_a$  معلوم و  $\delta_{\eta}$  و  $\delta_{\xi}$  نیز جملات عدم قطعیت باشند. فرض می کنیم  $f$  و  $f_a$  در مبدا صفر شوند و جملات عدم قطعیت نیز به ازای جمیع مقادیر  $(\eta, \xi) \in D$  در نامساوی های زیر صدق نمایند.

$$\|\delta_{\eta}(\eta)\| \leq \alpha_1 \|\eta\| \quad (16-5)$$

$$\|\delta_{\xi}(\eta, \xi)\| \leq \alpha_2 \|\eta\| + \alpha_3 \|\xi\| \quad (17-5)$$

نامساوی (۱۶-۵) دسته عدم قطعیت ها را محدود می کند. زیرا طبق آن باید کران بالای  $\delta_{\eta}(\eta)$  فقط به  $\eta$  وابسته باشد. صرفنظر از این نکته، شرط فوق کمتر از شرط توافق که طبق آن باید  $\delta_{\eta}$  برابر با صفر باشد محدود کننده است. اکنون با آغاز از سیستم (۱۴-۵)، به دنبال یافتن قانون کنترل پسخور حالت پایدار ساز به شکل  $\xi = \phi(\eta)$  و با شرط  $\phi(0) = 0$  و نیز تابع لیاپانوف  $V(\eta)$  هستیم به طوری که به ازای هر  $(\eta, \xi) \in D$  و ثابت مثبت  $c$  داشته باشیم:

$$\frac{\partial V}{\partial \eta} [f(\eta) + g(\eta)\phi(\eta) + \delta_{\eta}(\eta)] \leq -c \|\eta\|^2 \quad (18-5)$$

نامساوی اخیر نشان می دهد،  $\eta = 0$  نقطه تعادل پایدار مجانبی سیستم زیر است:

$$\dot{\eta} = f(\eta) + g(\eta)\phi(\eta) + \delta_{\eta}(\eta) \quad (19-5)$$



حال فرض کنید  $\phi(\eta)$  روی  $D$  در نامعادلات ذیل صدق نماید:

$$\|\phi(\eta)\| \leq \alpha_4 \|\eta\|, \quad \left\| \frac{\partial \phi(\eta)}{\partial \eta} \right\| \leq \alpha_5 \quad (20-5)$$

تابع منتخب لیاپانوف به صورت ذیل انتخاب می گردد:

$$V_a(\eta, \xi) = V(\eta) + \frac{1}{2} [\xi - \phi(\eta)]^2 \quad (21-5)$$

در اینصورت مشتق تابع لیاپانوف انتخابی در امتداد مسیره‌های حالت (5-14) و (5-15) عبارت است از

$$\begin{aligned} \dot{V}_a(\eta, \xi) = & \frac{\partial V}{\partial \eta} (f(\eta) + g(\eta)\phi(\eta) + \delta_\eta(\eta)) + \frac{\partial V}{\partial \eta} g(\eta)(\xi - \phi(\eta)) \\ & + (\xi - \phi(\eta)) \left[ f_a(\eta, \xi) + g_a(\eta, \xi)u + \delta_\xi(\eta, \xi) - \frac{\partial \phi(\eta)}{\partial \eta} (f(\eta) + g(\eta)\xi + \delta_\eta(\eta)) \right] \end{aligned} \quad (22-5)$$

با انتخاب

$$u = \frac{1}{g_a(\eta, \xi)} \left[ \frac{\partial \phi(\eta)}{\partial \eta} (f(\eta) + g(\eta)\xi) - \frac{\partial V}{\partial \eta} g(\eta) - f_a(\eta, \xi) - K(\xi - \phi(\eta)) \right], K > 0 \quad (23-5)$$

و استفاده از (5-18) نتیجه می شود

$$\dot{V}_a(\eta, \xi) \leq -c \|\eta\|_2^2 + (\xi - \phi(\eta)) \left[ \delta_\xi(\eta, \xi) - \frac{\partial \phi(\eta)}{\partial \eta} \delta_\eta(\eta) \right] - K(\xi - \phi(\eta))^2 \quad (24-5)$$

به کمک روابط (5-16)، (5-17) و (5-20) می توان نشان داد

$$\dot{V}_a(\eta, \xi) \leq -c \|\eta\|^2 + 2\alpha_6 \|\eta\| \|\xi - \phi(\eta)\| - (K - \alpha_3)(\xi - \phi(\eta))^2 \quad (25-5)$$

که  $\alpha_6$  مقداری غیر منفی است. بنابراین برای اینکه  $\dot{V}_a(\eta, \xi) \leq 0$  شود، باید ضریب کنترل کننده  $K$  به اندازه کافی بزرگ انتخاب شود. بدین ترتیب برهان لم زیر کامل شده است.

**لم ۲:** سیستم (5-14) و (5-15) را در نظر بگیرید و فرض کنید عدم قطعیت در نامساوی های (5-14) و (5-16) صدق می کند. ضمناً فرض نمایید  $\phi(\eta)$  کنترل پسخور حالت پایدارساز برای (5-14) و  $V(\eta)$  تابع لیاپانوفی باشد که در معادله (5-21) صدق می کند، در اینصورت کنترل پسخور حالت

(۲۳-۵) با این شرط که  $K$  به اندازه کافی بزرگ است، مبدا سیستم (۱۴-۵) و (۱۵-۵) را پایدار می سازد. علاوه بر این اگر همه فرضیات به طور جامع برآورده شوند و  $V(\eta)$  نیز بیکران شعاعی باشد آنگاه مبدا پایدار مجانبی سراسری خواهد بود.

#### ۵-۴- طراحی کنترل پسگام مقاوم برای ربات با مفاصل انعطاف پذیر

به منظور طراحی الگوریتم کنترل پسگام مقاوم، ربات انعطاف پذیر داده شده با معادلات (۷-۲) و (۲-۲) (۲۵) را در نظر می گیریم. با انتخاب متغیرهای  $\theta_1 = \theta$  و  $\theta_2 = \dot{\theta}$ ، معادلات دینامیکی سیستم را به فرم ذیل بازنویسی می کنیم.

$$\Lambda(x)\ddot{x} + \mu(x, \dot{x})\dot{x} + \Gamma(x, \dot{x}) + J_a^{-T}(q)K_s q = J_a^{-T}(q)K_s \theta_1 \quad (۲۶-۵)$$

$$\dot{\theta}_1 = \theta_2 \quad (۲۷-۵)$$

$$\dot{\theta}_2 = J_m^{-1}(\tau - B\theta_2 + K_s(q - \theta_1) + T_F(\theta_1, \theta_2)) \quad (۲۸-۵)$$

در ادامه، یک سطح لغزش به صورت ذیل معرفی می گردد:

$$S_x = v - \dot{x} \quad (۲۹-۵)$$

که در آن

$$v = \dot{x}_d + K_{pb}(x_d - x) \quad (۳۰-۵)$$

$x_d$  و  $\dot{x}_d$  بردارهای موقعیت و سرعت مطلوب در فضای کار و  $K_{pb}$  ثابتی مثبت می باشد. حال با توجه به معادله (۲۶-۵) و به عنوان اولین مرحله از طراحی، فرض نماییم که  $\theta_1$  متغیر کنترلی طراحی شده مطابق ذیل باشد، که زیر سیستم (۲۶-۵) را برای هر پارامتر  $\gamma_p > 0$  پایدار می سازد.

$$\theta_1 = K_s^{-1} J_a^T(q) \left( \Lambda_k(x)\dot{v} + \mu_k(x, \dot{x})v + \Gamma_k(x, \dot{x}) + J_a^{-T}(q)K_s q + \gamma_p S_x + \theta_r \right) \quad (۳۱-۵)$$

که در آن  $\Lambda_k(x)$ ،  $\mu_k(x, \dot{x})$  و  $\Gamma_k(x, \dot{x})$  به ترتیب بخشهای معلوم  $\Lambda(x)$ ،  $\mu(x, \dot{x})$  و  $\Gamma(x, \dot{x})$  و  $\theta_r$  ورودی کنترلی است که برای غلبه بر عدم قطعیت‌های پارامتری و غیر ساختاری طراحی می شود.

**اثبات:** با جایگذاری (۳۱-۵) در (۲۶-۵) و کمی ساده سازی داریم:

$$\Lambda(x)\dot{S}_x + \mu(x, \dot{x})S_x + \gamma_p S_x = \Lambda_u(x)\dot{v} + \mu_u(x, \dot{x})v + \Gamma_u(x, \dot{x}) - \theta_r \quad (32-5)$$

حال، تابع منتخب لیپانوف زیر معرفی می گردد:

$$V_1(t) = \frac{1}{2} S_x^T \Lambda(x) S_x \quad (33-5)$$

با مشتق گیری از رابطه اخیر نسبت به زمان

$$\dot{V}_1(t) = \frac{1}{2} S_x^T \dot{\Lambda}(x) S_x + \frac{1}{2} \dot{S}_x^T \Lambda(x) S_x + \frac{1}{2} S_x^T \Lambda(x) \dot{S}_x \quad (34-5)$$

جایگذاری (32-5) در (34-5) و استفاده از ویژگی فیزیکی

$$\dot{\Lambda}(x) = \mu(x, \dot{x}) + \mu^T(x, \dot{x}) \quad (35-5)$$

نتیجه می شود:

$$\dot{V}_1(t) = -S_x^T \gamma_p S_x + S_x^T (\Lambda_u(x)\dot{v} + \mu_u(x, \dot{x})v + \Gamma_u(x, \dot{x}) - \theta_r) \quad (36-5)$$

با توجه به (36-5) می توان دریافت، در صورتی که  $S_x = 0$  باشد  $\dot{V}_1(t) = 0$  بوده و در صورتی که

$S_x \neq 0$  باشد، با انتخاب قانون کنترل

$$\theta_r = \delta_{ilb}(t) \frac{S_x}{\|S_x\|} \quad \text{for } \|S_x\| \neq 0 \quad (37-5)$$

داریم

$$\begin{aligned} \dot{V}_1(t) &\leq -\underline{\lambda}(\gamma_p) \|S_x\|^2 + \|S_x^T\| \|\Lambda_u(x)\dot{v} + \mu_u(x, \dot{x})v + \Gamma_u(x, \dot{x})\| - S_x^T \theta_r \\ &= -\underline{\lambda}(\gamma_p) \|S_x\|^2 + \|S_x^T\| (\|\Lambda_u(x)\dot{v} + \mu_u(x, \dot{x})v + \Gamma_u(x, \dot{x})\| - \delta_{ilb}(t)) \end{aligned} \quad (38-5)$$

که با برقراری  $\|\Lambda_u(x)\dot{v} + \mu_u(x, \dot{x})v + \Gamma_u(x, \dot{x})\| \leq \delta_{ilb}(t)$  بر روی عدم قطعیتها،  $\dot{V}_1(t) \leq 0$  گردیده و

پایداری اثبات می گردد.

اما آنچه که در این میان حائز اهمیت است، ساختگی بودن متغیر  $\theta_1$  و در دسترس نبودن آن به

عنوان یک ورودی کنترلی مستقیم برای (36-5) می باشد. لذا با تعریف ورودی کنترلی مطلوب به

صورت

$$\theta_{1d} = K_s^{-1} J_a^T(q) (\Lambda_k(x)\dot{v} + \mu_k(x, \dot{x})v + \Gamma_k(x, \dot{x}) + J_a^{-T}(q)K_s q + \gamma_p S_x + \theta_r) \quad (39-5)$$

و تغییر متغیر

$$e_{\theta 1} = \theta_1 - \theta_{1d} \quad (40-5)$$

خواهیم داشت

$$\Lambda(x)\dot{S}_x + \mu(x, \dot{x})S_x + \gamma_p S_x = \Lambda_u(x)\dot{v} + \mu_u(x, \dot{x})v + \Gamma_u(x, \dot{x}) - \theta_r - J_a^{-T}(q)K_s e_{\theta 1} \quad (41-5)$$

حال برای آنکه  $S_x$  به سمت صفر همگرا گردد، باید  $e_{\theta 1}$  را به صفر همگرا نمود. برای این کار از معادله (40-5) نسبت به زمان مشتق می گیریم:

$$\dot{e}_{\theta 1} = \theta_2 - \dot{\theta}_{1d} \quad (42-5)$$

به سادگی می توان نشان داد که قانون کنترلی

$$\theta_2 = \dot{\theta}_{1d} + K_s J_a^{-1}(q)S_x - \gamma_{e_1} e_{\theta 1} \quad (43-5)$$

به همراه تابع لیپانوف منتخب  $V_2 = V_1 + \frac{1}{2} e_{\theta 1}^T e_{\theta 1}$ ، زیر سیستم (42-5) را پایدار می نماید. لیکن، به

دلیل ساختگی بودن متغیر  $\theta_2$ ، با تعریف  $e_{\theta 2}$  به صورت تفاضل کنترل ساختگی

$$\theta_{2d} = \dot{\theta}_{1d} + K_s J_a^{-1}(q)S_x - \gamma_{e_1} e_{\theta 1} \quad (44-5)$$

و متغیر حالت  $\theta_2$ ، مشتق گیری از آن و بکارگیری تابع لیپانوف منتخب  $V_3 = V_1 + V_2 + \frac{1}{2} e_{\theta 2}^T J_m e_{\theta 2}$

ورودی کنترلی واقعی مطابق (45-5) حاصل می گردد:

$$\tau = -e_{\theta 1} - \gamma_{e_2} e_{\theta 2} + B_k \theta_2 + K_s (\theta_1 - q) + J_m \dot{\theta}_{2d} + \tau_r \quad (45-5)$$

که در آن

$$\tau_r = -\delta_{ob}(t) \frac{e_{\theta 2}}{\|e_{\theta 2}\|} \quad \text{for } \|e_{\theta 2}\| \neq 0 \quad (46-5)$$

$\dot{\theta}_{2d}$  مشتق ورودی کنترلی ساختگی داده شده در (44-5)، و شرط  $\|B_u \theta_2 + T_F(\theta_1, \theta_2)\| \leq \delta_{ob}(t)$  بر

روی عدم قطعیتها برقرار می باشد.

نکته ای که در این میان باید به آن توجه نمود وابستگی قانون کنترل (۴۵-۵) به مشتق دوم ورودی کنترل مقاوم  $\theta_r$  می باشد. این حقیقت از آنجا ناشی می گردد که قوانین کنترل مقاوم طراحی نشده در سطح ورودی گشتاور زیر سیستم صلب، اغلب نیازمند یک تابع محدودیت بر روی مشتق زمانی قانون کنترل مقاوم می باشد. به عنوان یک نتیجه، قانون کنترل مقاوم  $\theta_r$  باید مشتق پذیر بوده و مشتق زمانی آن توسط یک تابع با دامنه قابل قبول محدود گردد [۶۵]. به همین منظور قانون کنترل مقاوم (۳۷-۵) به صورت ذیل اصلاح می گردد:

$$\theta_r = \delta_{ilb}(t) \frac{\Psi \|\Psi\|^v}{\|\Psi\|^{v+1} + \varepsilon^{v+1}}, \quad (v > 1, \Psi = S_x \delta_{ilb}(t)) \quad (۴۷-۵)$$

برای جزییات بیشتر به مرجع [۶۵] مراجعه گردد.

## ۵-۵- خلاصه بحث و نتیجه گیری

در این فصل، پس از بیان اصول طراحی کنترل پسگام مقاوم برای سیستمهای دارای عدم قطعیت، از این شیوه کنترلی، به منظور کنترل ردگیری مقاوم بازوی ربات با مفاصل انعطاف پذیر در فضای کار استفاده شد. تحلیل ریاضی نشان می دهد که کنترل پیشنهادی در فضای کار دارای عملکرد مطلوبی است و می تواند سیستم حلقه بسته را با حضور عدم قطعیت های دینامیکی، پایدار مجانبی سراسری نماید. لیکن، روش مزبور نیازمند اطلاعات مربوط به سرعت، شتاب مجری نهایی و محاسبه ماتریس های  $\Lambda_k(x)$ ،  $\mu_k(x, \dot{x})$  و  $\Gamma_k(x, \dot{x})$  در هر سیکل کنترلی بوده و بار محاسباتی بالایی را به همراه دارد.

## فصل ششم

کنترل تطبیقی بدون رگرسیون رباتهای با

مفاصل انعطاف پذیر در فضای کار

همانطور که در فصل دوم بیان گردید، برای یک ربات  $n$  لینکی با مفاصل انعطاف پذیر، تعداد درجات آزادی دو برابر رباتهای با مفاصل صلب می باشد که همین امر، مدل سازی آنها را به مراتب پیچیده تر می نماید. از آنجا که مدل ریاضی حاصل تنها تقریبی از سیستم واقعی می باشد، لیکن بکارگیری این مدل ساده شده به منظور توصیف رفتار سیستم کامل، با عدم قطعیهایی همچون عدم قطعیهای پارامتری، دینامیک های مدل نشده و اغتشاشات خارجی همراه خواهد بود [۹۲]. این مسئله و مقاوم نبودن رویکرد رویه ناوردا به عدم قطعیت پارامتری، موجب گردید که طراحی کنترل تطبیقی از همان سالهای ابتدایی مورد توجه قرار گیرد [۹۳-۹۶].

کنترل تطبیقی که نظریه ای بسیار قدرتمند و پر طرفدار است، برای کنترل سیستمهایی مورد استفاده قرار می گیرد که دارای پارامترهایی ثابت اما نامعلوم هستند [۹۷]. بر اساس [۹۸] کارهای تطبیقی بر روی رباتهای صلب به طور کل به دو شاخه تقسیم می شوند. دسته اول تعمیم روش گشتاور محاسباتی و یا دینامیک وارون می باشد که در آن کنترل کننده، سیستم حلقه بسته را از طریق پسخورد خطی می نماید و رویکرد دوم از خاصیت غیرفعال بودن رباتهای صلب و حفظ آن به صورت تطبیقی استفاده می نماید که به رویکرد اسلوتین و لی معروف گشته است. با نگاهی اجمالی به رویکردهای موجود، و توجه به این مسئله که رباتهای با مفاصل انعطاف پذیر دارای قابلیت خطی سازی پسخوردی نبوده و خاصیت غیر فعال بودن را دارا نمی باشند [۹۵]، می توان نتیجه گرفت که روشهای کنترل تطبیقی مورد استفاده در رباتهای صلب مستقیماً برای رباتهای با مفاصل انعطاف پذیر قابل استفاده نیستند. در مرجع [۹۸] شرح داده شده است که چگونه می توان روشهای تطبیقی صلب را با فرضیاتی مشخص برای رباتهای با مفاصل انعطاف پذیر تعمیم داد.

مرجع [۹۹] یک کنترل تطبیقی مقاوم، بر مبنای مدلی جدید از سیستم تحت کنترل در چهارچوب آشفتگی منفرد ارائه نمود که در آن، از خطای ردگیری موتور بجای نیروی انعطاف در مفاصل به عنوان متغیر تند استفاده می شد. مرجع [۱۰۰] به پیاده سازی آزمایشگاهی یک طرح کنترل تطبیقی در

چهارچوب آشفته‌گی منفرد پرداخته و نشان داد که کیفیت ردگیری با بکارگیری طرح پیشنهادی در مقایسه با طرح کنترل غیر تطبیقی اصلاح می‌گردد. همچنین [۱۰۱] یک طرح کنترل پسخوردی تطبیقی با مشتقات جزئی<sup>۱</sup>، بر مبنای روش پسگام و با فرض دسترس بودن ماتریس رگرسیون ارائه نمود. یادآور می‌شویم، بردار پارامترهای حاصل از خطی سازی پارامتری دینامیک ربات، معمولا ترکیبی از برخی پارامترهای فیزیکی همانند طول رابطها، جرم‌ها و ممان اینرسی می‌باشد که اندازه‌گیری این مقادیر به لحاظ عملی، آسان‌تر از محاسبه ماتریس رگرسیون ربات می‌باشد [۹۲]. نظر به این مهم، مشکلات مربوط به محاسبه زمان حقیقی ماتریس رگرسیون در رباتهای صنعتی با تعداد درجات آزادی بالا و همچنین حساس بودن کنترل تطبیقی به عدم قطعیت‌های غیر ساختاری<sup>۲</sup> نظیر اصطکاک، اغتشاش<sup>۳</sup> و دینامیک‌های مدل نشده، هوآنگ<sup>۴</sup> و همکارانش در [۱۰۳ و ۱۰۲] به ارائه طرح کنترل تطبیقی بر مبنای تکنیک تقریب توابع پرداختند که مشکلات مطرح شده را تا حدود زیادی برطرف می‌نمود.

همچنین، با آشکار شدن مزایای کنترل موقعیت بازوی ربات در فضای کار، از نظریه کنترل تطبیقی، برای کنترل ردگیری موقعیت بازوهای ربات با مفاصل انعطاف پذیر در فضای کار استفاده گردید و به نتایج درخشانی منجر شد [۱۰۷-۱۰۴].

با این مقدمه و با توجه به مبانی تکنیک تقریب توابع [۹۲]، در این قسمت به ارائه یک روش کنترل تطبیقی بدون رگرسیون با در نظر گرفتن محدودیت‌های موجود بر روی پارامترهای سیستم و اغتشاشات خارجی پرداخته، و مقاوم بودن الگوریتم ارائه شده از طریق روش مستقیم لیپانوف مورد بررسی قرار می‌گیرد.

---

<sup>۱</sup> Partial state feedback

<sup>۲</sup> Unstructured uncertainties

<sup>۳</sup> Disturbance

<sup>۴</sup> Huang



## ۲-۶- کنترل تطبیقی بدون رگرسیون

معادلات دینامیکی ربات با مفاصل انعطاف پذیر را به صورت زیر در نظر بگیرید

$$\Lambda(x)\ddot{x} + \mu(x, \dot{x})\dot{x} + \Gamma(x, \dot{x}) = J_a^{-T}(q)\tau_t \quad (1-6)$$

$$J_m\ddot{\theta} + B\dot{\theta} - T_F(\theta, \dot{\theta}) + \tau_t = \tau \quad (2-6)$$

که در آن  $\tau_t$ ، گشتاور انتقالی در مفاصل، به صورت زیر تعریف می گردد:

$$\tau_t = K_s(\theta - q) \quad (3-6)$$

با بازنویسی معادله اخیر به صورت

$$\theta = q + K_s^{-1}\tau_t \quad (4-6)$$

و جایگذاری در (۲-۶) داریم [۱۰۸]:

$$J_t\ddot{\tau}_t + B_t\dot{\tau}_t + h_t = \tau \quad (5-6)$$

که در آن

$$J_t = J_m K_s^{-1}, \quad B_t = B K_s^{-1}, \quad h_t = \tau_t + J_m \ddot{q} + B \dot{q} - T_F(q, \dot{q}, \tau_t, \dot{\tau}_t) \quad (6-6)$$

حال، با توجه به اتصال آبخاری<sup>۱</sup> معادلات (۱-۶) و (۵-۶)، در این قسمت از یک فرآیند شبه پسگام<sup>۲</sup> به منظور طراحی الگوریتم کنترل بهره می گیریم. برای این منظور، ابتدا بردار  $\dot{x}_p$  به صورت زیر تعریف می گردد:

$$\dot{x}_p = \dot{x}_d - K_{prf}(x - x_d) \quad (7-6)$$

که در آن  $K_{prf}$  ثابتی مثبت،  $x_d$  بردار مسیر مطلوب در فضای کار،  $\dot{x}_d$  بردار سرعت مطلوب در فضای کار و  $x$  بردار موقعیت فضای کار است که از طریق دوربین یا سنسورهای موقعیت رویت می شود [۵۳-۵۱]. همچنین، سطح لغزش  $r$  در فضای کار به صورت زیر بیان می گردد:

$$r = \dot{x} - \dot{x}_p \quad (8-6)$$

<sup>۱</sup> Cascade

<sup>۲</sup> Backstepping-like

با تعریف خطای موقعیت  $e = x - x_d$  و خطای سرعت  $\dot{e} = \dot{x} - \dot{x}_d$  در فضای کار، معادله (۶-۸) به صورت زیر ساده می شود:

$$r = \dot{e} + K_{prf} e \quad (۹-۶)$$

حال، یک گشتاور ورودی مطلوب به صورت ذیل پیشنهاد می گردد:

$$\tau_{id} = J_a^T(q) \left( \hat{\Lambda}(x) \ddot{x}_p + \hat{\mu}(x, \dot{x}) \dot{x}_p + \hat{\Gamma}(x, \dot{x}) - \rho_r r \right) \quad (۱۰-۶)$$

که در آن  $\hat{\Lambda}(x)$ ،  $\hat{\mu}(x, \dot{x})$  و  $\hat{\Gamma}(x, \dot{x})$  به ترتیب تخمینهای  $\Lambda(x)$ ،  $\mu(x, \dot{x})$  و  $\Gamma(x, \dot{x})$  می باشند. (۶-۱۰) در معادله (۶-۱۰) جایگذاری و با تعریف  $e_t = \tau_t - \tau_{id}$ ، دینامیک حلقه ردگیری خروجی به صورت ذیل حاصل می گردد:

$$\Lambda(x) \dot{r} + \mu(x, \dot{x}) r + \rho_r r = J_a^{-T}(q) e_t + \left( \hat{\Lambda}(x) - \Lambda(x) \right) \ddot{x}_p + \left( \hat{\mu}(x, \dot{x}) - \mu(x, \dot{x}) \right) \dot{x}_p + \left( \hat{\Gamma}(x, \dot{x}) - \Gamma(x, \dot{x}) \right) \quad (۱۱-۶)$$

حال، اگر یک گشتاور کنترلی  $\tau$  و قوانین تطبیق مناسب برای  $\hat{\Lambda}(x)$ ،  $\hat{\mu}(x, \dot{x})$  و  $\hat{\Gamma}(x, \dot{x})$  را بتوان به گونه ای طراحی نمود تا  $\tau_t \rightarrow \tau_{id}$ ،  $\hat{\Lambda}(x) \rightarrow \Lambda(x)$ ،  $\hat{\mu}(x, \dot{x}) \rightarrow \mu(x, \dot{x})$  و  $\hat{\Gamma}(x, \dot{x}) \rightarrow \Gamma(x, \dot{x})$ ، آنگاه می توان همگرایی  $x \rightarrow x_d$  را از (۶-۱۱) نتیجه گرفت. برای این منظور، قانون کنترل حلقه داخلی به صورت زیر پیشنهاد می گردد:

$$\tau = \hat{J}_t \dot{v} + \hat{B}_t v + \hat{h}_t - \rho_s S \quad (۱۲-۶)$$

که در آن  $\hat{J}_t$ ،  $\hat{B}_t$  و  $\hat{h}_t$  به ترتیب تخمینهای  $J_t$ ،  $B_t$  و  $h_t$ ،  $\rho_s$  ثابت مثبت و سیگنالهای  $S$  و  $v$  به صورت ذیل تعریف می گردند:

$$S = \dot{\tau}_t - v \quad , \quad v = \dot{\tau}_{id} - K_{pr}(\tau_t - \tau_{id}) \quad (۱۳-۶)$$

(۶-۱۲) در معادله (۶-۵) جایگذاری و دینامیک مربوط به حلقه ردگیری گشتاور به صورت زیر بدست می آید:

$$J_t \dot{S} + B_t S + \rho_s S = -\tilde{J}_t \dot{v} - \tilde{B}_t v - \tilde{h}_t \quad (۱۴-۶)$$

که در آن

$$\tilde{J}_t = J_t - \hat{J}_t, \quad \tilde{B}_t = B_t - \hat{B}_t, \quad \tilde{h}_t = h_t - \hat{h}_t \quad (۱۵-۶)$$

برای راحتی فرض نمایید  $\tilde{J}_t = \tilde{B}_t = 0$  بوده، در نتیجه (۱۴-۶) به صورت زیر بازنویسی می گردد:

$$J_t \dot{S} + B_t S + \rho_s S = \hat{h}_t - h_t \quad (۱۶-۶)$$

از معادله اخیر می توان دریافت که با همگرایی  $\hat{h}_t \rightarrow h_t$  همگرایی  $\tau_t \rightarrow \tau_{td}$  تضمین می گردد. خاطر نشان می نماییم، از آنجایی که  $\Lambda(x)$ ،  $\mu(x, \dot{x})$  و  $\Gamma(x, \dot{x})$  توابعی از حالات سیستم و از این رو توابعی از زمان هستند، لذا کنترل کننده های تطبیقی مرسوم به منظور یافتن قوانین تطبیق مناسب کاربردی نبوده، مگر آنکه فرض خطی سازی پارامتری برقرار باشد. همچنین، در صورت مجهول بودن توابع محدودیت، روشهای کنترل مقاوم نیز به سادگی قابل استفاده نخواهند بود. از اینرو در این بخش مایل به استفاده از تکنیک تقریب توابع، به منظور نمایش  $\Lambda(x)$ ،  $\mu(x, \dot{x})$  و  $\Gamma(x, \dot{x})$  می باشیم. با این مقدمه و با فرض بکارگیری تعداد مناسبی از توابع پایه داریم [۹۲]:

$$\begin{aligned} \Lambda(x) &= W_\Lambda^T Z_\Lambda + \varepsilon_\Lambda, \quad \mu(x, \dot{x}) = W_\mu^T Z_\mu + \varepsilon_\mu \\ \Gamma(x, \dot{x}) &= W_\Gamma^T Z_\Gamma + \varepsilon_\Gamma, \quad h_t = W_h^T Z_h + \varepsilon_h \end{aligned} \quad (۱۷-۶)$$

که در آن  $W_h \in R^{n\beta_h \times n}$  و  $W_\Gamma \in R^{n\beta_\Gamma \times n}$ ،  $W_\mu \in R^{n^2\beta_\mu \times n}$ ،  $W_\Lambda \in R^{n^2\beta_\Lambda \times n}$  ماتریس های وزنی،  $Z_h \in R^{n\beta_h \times n}$  و  $Z_\Gamma \in R^{n\beta_\Gamma \times n}$ ،  $Z_\mu \in R^{n^2\beta_\mu \times n}$ ،  $Z_\Lambda \in R^{n^2\beta_\Lambda \times n}$  ماتریس هایی از توابع پایه،  $\varepsilon_{(\circ)}$  ها ماتریسهای خطای تقریب و  $\beta_{(\circ)}$  نمایانگر تعداد توابع پایه بکار رفته می باشند. با بکارگیری تعداد مشابهی از توابع پایه، تخمین های متناظر را نیز می توان به صورت زیر نمایش داد:

$$\hat{\Lambda}(x) = \hat{W}_\Lambda^T Z_\Lambda, \quad \hat{\mu}(x, \dot{x}) = \hat{W}_\mu^T Z_\mu, \quad \hat{\Gamma}(x, \dot{x}) = \hat{W}_\Gamma^T Z_\Gamma, \quad \hat{h}_t = \hat{W}_h^T Z_h \quad (۱۸-۶)$$

در نتیجه، معادلات (۱۰-۶) و (۱۲-۶) به صورت

$$\tau_{td} = J_a^T(q) \left( \hat{W}_\Lambda^T Z_\Lambda \ddot{x}_p + \hat{W}_\mu^T Z_\mu \dot{x}_p + \hat{W}_\Gamma^T Z_\Gamma - \rho_r r \right) \quad (۱۹-۶)$$

$$\tau = J_t \dot{v} + B_t v + \hat{W}_h^T Z_h - \rho_s S \quad (۲۰-۶)$$

بازنویسی و دینامیک سیستم حلقه بسته بفرم ذیل حاصل می گردد:

$$\Lambda(x) \dot{r} + \mu(x, \dot{x}) r + \rho_r r = J_a^{-T}(q) e_t - \tilde{W}_\Lambda^T Z_\Lambda \ddot{x}_p - \tilde{W}_\mu^T Z_\mu \dot{x}_p - \tilde{W}_\Gamma^T Z_\Gamma + \varepsilon_1 \quad (۲۱-۶)$$

$$J_t \dot{S} + B_t S + \rho_s S = -\tilde{W}_h^T Z_h + \varepsilon_2 \quad (22-6)$$

که در آن  $\varepsilon_1 = \varepsilon_1(\varepsilon_\Lambda, \varepsilon_\mu, \varepsilon_\Gamma, r)$  و  $\varepsilon_2 = \varepsilon_2(\varepsilon_h, S)$  بردار مربوط به خطای تقریب و  $\tilde{W}_{(o)} = W_{(o)} - \hat{W}_{(o)}$  می باشد. حال، از آنجا که  $W_{(o)}$  ها بردارهایی ثابت هستند، قوانین تطبیق آنها را می توان به سادگی و از طریق انتخاب مناسب یک تابع کاندیدای شبه لیاپانوف<sup>۱</sup> مطابق ذیل پیدا نمود:

$$V(r, S, \tilde{W}_\Lambda, \tilde{W}_\mu, \tilde{W}_\Gamma, \tilde{W}_h) = \frac{1}{2} r^T \Lambda(x) r + \frac{1}{2} S^T J_t S + e_t^T K_{pt}^T \rho_s e_t \quad (23-6)$$

$$+ \frac{1}{2} Tr(\tilde{W}_\Lambda^T Q_\Lambda \tilde{W}_\Lambda + \tilde{W}_\mu^T Q_\mu \tilde{W}_\mu + \tilde{W}_\Gamma^T Q_\Gamma \tilde{W}_\Gamma + \tilde{W}_h^T Q_h \tilde{W}_h)$$

که در آن  $Q_h \in R^{n\beta_h \times n\beta_h}$  و  $Q_\Gamma \in R^{n\beta_\Gamma \times n\beta_\Gamma}$ ،  $Q_\mu \in R^{n^2\beta_\mu \times n^2\beta_\mu}$ ،  $Q_\Lambda \in R^{n^2\beta_\Lambda \times n^2\beta_\Lambda}$  مثبت معین می باشند.

**اثبات:** از (23-6) نسبت به زمان مشتق گرفته می شود:

$$\dot{V}(r, S, \tilde{W}_\Lambda, \tilde{W}_\mu, \tilde{W}_\Gamma, \tilde{W}_h) = \frac{1}{2} r^T \dot{\Lambda}(x) r + r^T \Lambda(x) \dot{r} + S^T J_t \dot{S} + 2e_t^T K_{pt}^T \rho_s \dot{e}_t \quad (24-6)$$

$$- Tr(\tilde{W}_\Lambda^T Q_\Lambda \dot{\tilde{W}}_\Lambda + \tilde{W}_\mu^T Q_\mu \dot{\tilde{W}}_\mu + \tilde{W}_\Gamma^T Q_\Gamma \dot{\tilde{W}}_\Gamma + \tilde{W}_h^T Q_h \dot{\tilde{W}}_h)$$

با جایگذاری (21-6) و (22-6) در (24-6) و بکار گیری (25-5)، معادله اخیر ساده می گردد:

$$\dot{V} = -r^T \rho_r r - S^T B_t S - S^T \rho_s S + r^T \varepsilon_1 + S^T \varepsilon_2 + r^T J_a^{-T}(q) e_t + 2e_t^T K_{pt}^T \rho_s \dot{e}_t \quad (25-6)$$

$$- Tr[(\tilde{W}_\Lambda^T (Q_\Lambda \dot{\tilde{W}}_\Lambda + Z_\Lambda \ddot{x}_p r^T) + \tilde{W}_\mu^T (Q_\mu \dot{\tilde{W}}_\mu + Z_\mu \dot{x}_p r^T)$$

$$+ \tilde{W}_\Gamma^T (Q_\Gamma \dot{\tilde{W}}_\Gamma + Z_\Gamma r^T) + \tilde{W}_h^T (Q_h \dot{\tilde{W}}_h + Z_h S^T)]$$

حال، با انتخاب قوانین تطبیق با  $\sigma$  اصلاح شده<sup>۲</sup> به صورت

$$\dot{\tilde{W}}_\Lambda = -Q_\Lambda^{-1} (Z_\Lambda \ddot{x}_p r^T + \sigma_\Lambda \hat{W}_\Lambda) \quad , \quad \dot{\tilde{W}}_\mu = -Q_\mu^{-1} (Z_\mu \dot{x}_p r^T + \sigma_\mu \hat{W}_\mu) \quad (26-6)$$

$$\dot{\tilde{W}}_\Gamma = -Q_\Gamma^{-1} (Z_\Gamma r^T + \sigma_\Gamma \hat{W}_\Gamma) \quad , \quad \dot{\tilde{W}}_h = -Q_h^{-1} (Z_h S^T + \sigma_h \hat{W}_h)$$

که در آن  $\sigma_{(o)}$  ها اعداد مثبت می باشند، معادله (25-6) به صورت ذیل مرتب می گردد:

<sup>۱</sup> Lyapunov-like function

<sup>۲</sup>  $\sigma$ -modification

$$\dot{V} = -[r^T \quad e_i^T]Q \begin{bmatrix} r \\ e_i \end{bmatrix} - S^T B_i S + r^T \varepsilon_1 + S^T \varepsilon_2 - \dot{e}_i^T \rho_s \dot{e}_i \quad (27-6)$$

$$+ \sigma_\lambda Tr(\tilde{W}_\lambda^T \hat{W}_\lambda) + \sigma_\mu Tr(\tilde{W}_\mu^T \hat{W}_\mu) + \sigma_\Gamma Tr(\tilde{W}_\Gamma^T \hat{W}_\Gamma) + \sigma_h Tr(\tilde{W}_h^T \hat{W}_h)$$

$$Q = \begin{bmatrix} \rho_r & -\frac{1}{2} J_a^{-T}(q) \\ -\frac{1}{2} J_a^{-T}(q) & K_{p\tau}^T \rho_s K_{p\tau} \end{bmatrix} \quad \text{که در آن ماتریس}$$

و  $K_{p\tau}^T \rho_s K_{p\tau}$  مثبت معین نمود.

**توجه:** تحقق قوانین کنترل (۶-۱۹)، (۶-۲۰) و همچنین قوانین تطبیق (۶-۲۶)، نیازمند اطلاعات مربوط به شتابهای مفصلی نمی باشد. در نتیجه پیاده سازی قانون کنترل تا حد ممکن ساده می گردد. **تبصره ۱:** فرض نمایید که تعداد مناسبی از توابع پایه بکارگیری شده باشد و خطای تقریب را بتوان نادیده گرفت. در نتیجه ضرورتی در بکارگیری ترمهای  $\sigma$  اصلاح شده در (۶-۲۶) نمی باشد. از اینرو معادله (۶-۲۷) به صورت ذیل ساده می گردد:

$$\dot{V} = -[r^T \quad e_i^T]Q \begin{bmatrix} r \\ e_i \end{bmatrix} - S^T B_i S - \dot{e}_i^T \rho_s \dot{e}_i \quad (28-6)$$

معادله اخیر بیان می دارد که  $r$  و  $S$  کراندار بوده و متعلق به  $L_2$  می باشند. همچنین با توجه به معادلات (۶-۲۱) و (۶-۲۲)، کراندار بودن  $\dot{r}$  و  $\dot{S}$  را نیز می توان نشان داد. به عنوان یک نتیجه،  $r$  و  $S$  توابع پیوسته یکنواخت بوده و همگرایی  $r$  و  $S$  با لم باربالات<sup>۱</sup> بدست می آید.

**تبصره ۲:** در صورتی که نتوان از خطای تقریب صرفنظر نمود، اما بتوان ثابتهای مثبت  $\delta_1$  و  $\delta_2$  را بگونه ای یافت که  $\|e_1\| \leq \delta_1$  و  $\|e_2\| \leq \delta_2$  باشد، آنگاه می توان قوانین کنترل (۶-۱۹) و (۶-۲۰) را با افزودن ترمهای مقاوم  $\tau_{r1}$  و  $\tau_{r2}$  به صورت زیر اصلاح نمود.

$$\tau_{id} = J_a^T(q) \left( \hat{W}_\lambda^T Z_\lambda \ddot{x}_p + \hat{W}_\mu^T Z_\mu \dot{x}_p + \hat{W}_\Gamma^T Z_\Gamma - \rho_r r + \tau_{r1} \right) \quad (29-6)$$

$$\tau = J_i \dot{v} + B_i v + \hat{W}_h^T Z_h - \rho_s S + \tau_{r2} \quad (30-6)$$

<sup>۱</sup> Barbalat's lemma

حال، با انتخاب تابع شبه-لیاپانوف (۶-۲۳)، قوانین تطبیق (۶-۲۶) و در غیاب ترمهای  $\sigma$  اصلاح شده، مشتق زمانی (۶-۲۳)، به صورت ذیل حاصل می گردد:

$$\dot{V} \leq -\underline{\lambda}(Q) \left\| \begin{bmatrix} r \\ e_t \end{bmatrix} \right\|^2 - B_t \|S\|^2 - \rho_s \|\dot{e}_t\|^2 + \|r\| \|\varepsilon_1\| + r^T \tau_{r1} + \|S\| \|\varepsilon_2\| + S^T \tau_{r2} \quad (۶-۳۱)$$

به عنوان یک نتیجه، با انتخاب  $\tau_{r1}$  و  $\tau_{r2}$  بصورت

$$\tau_{r1} = -\delta_1 [\text{sgn}(r_1) \quad \text{sgn}(r_2) \quad \dots \quad \text{sgn}(r_n)]^T, \quad j=1,2,\dots,n \quad (۶-۳۲)$$

$$\tau_{r2} = -\delta_2 [\text{sgn}(s_1) \quad \text{sgn}(s_2) \quad \dots \quad \text{sgn}(s_n)]^T, \quad i=1,2,\dots,n \quad (۶-۳۳)$$

و بکار گیری لم باربالات همگرایی خطای خروجی حاصل می شود، که در آن  $S_i$  و  $r_j$  نمایانگر ردیف های  $i$ ام و  $j$ ام از  $S$  و  $r$  می باشد.

### ۶-۳- خلاصه بحث و نتیجه گیری

در این فصل، کنترل تطبیقی بدون رگرسیون ربات های با مفاصل انعطاف پذیر ارائه گردید. در این روش، عدم قطعیت ها به صورت حاصلضرب برداری از توابع پایه معلوم، در یک بردار از ضرایب نامعلوم نمایش داده می شوند. از آنجا که این ضرایب ثابت می باشند، در نتیجه قوانین تطبیق آنها را می توان به آسانی و با استفاده از روش مستقیم لیاپانوف محاسبه نمود. در مقایسه با طرحهای مرسوم کنترل تطبیقی در حوزه رباتیک، روش ارائه شده نیازمند محاسبه ماتریس رگرسیون نبوده و در مواجهه با هر دو عدم قطعیت های ساختاریافته و ساختار نیافته مقاوم می باشد. لیکن، پیاده سازی زمان حقیقی قوانین مزبور با توجه به ابعاد بالای ماتریس های وزنی بسیار پیچیده بوده و بار محاسباتی زیادی را به همراه دارد.

## فصل هفتم

کنترل ربات با مفاصل انعطاف پذیر در حوزه

ولتاژ

## ۷-۱- مقدمه

تا اینجا، کنترل بازوهای ماهر رباتیک بر مبنای استراتژی کنترل گشتاور صورت پذیرفت. مروری اجمالی بر روشهای مطرح شده، حکایت از انتخاب گشتاورها و نیروهای عمل کننده بر روی مفاصل، به عنوان ورودی و نادیده گرفتن دینامیک های مربوط به محرکه ها در طراحی سیستم کنترل، و توصیف معادلات دینامیکی سیستم می باشد. نگاهی فنی به مسئله حاکی از آن است که این چشم پوشی مشکلاتی چند را به همراه دارد. از آن جمله اینکه:

۱- به لحاظ مکانیکی، ربات مجموعه ای از مفاصل و لینکها با فرمان ورودی گشتاور می باشد. لیکن فرمانهای کنترل گشتاور را نمی توان مستقیما به عنوان ورودیهای محرکهای راه انداز بازوهای ماهر ربات استفاده نمود، بلکه ضروری است که قوانین کنترلی دیگری برای محرکها طراحی شود، به نحوی که گشتاورهای پیشنهادی بر روی مفاصل بازوی ماهر ربات تامین گردند [۵۸]. به طور نمونه در بازوهای درایو شده توسط موتورهای DC، پیاده سازی قوانین کنترلی گشتاور مبنا به صورت غیر مستقیم از طریق کنترل جریان موتورهای DC انجام می گیرد [۱۱۰ و ۱۰۹].

۲- بازوهای ماهر ربات توسط محرکه ها رانده می شوند. لذا دینامیک محرکه ها قسمت مهمی از دینامیک کامل ربات، بخصوص در موارد جابجایی های سرعت بالا و بارهای به شدت تغییر پذیر، را تشکیل می دهند. لیکن، لحاظ نمودن دینامیک محرکه ها و سیستم انتقال حرکت در معادلات ربات، سیستمی با معادلات دینامیکی مرتبه پنج پدید می آورد که خود نیازمند طراحی یک کنترلر مرتبه چهارم، به منظور دستیابی به هر دو پاسخ حالت گذرای خوب و خطای ردگیری حالت ماندگار کوچک می باشد. این وضعیت بخصوص هنگامی که کوپلینگ میان بازوهای ربات شدیدتر است بیشتر نمایان می گردد. بنابراین، نظر به وابسته بودن مشخصات دینامیکی و حالت ماندگار، حدود پایداری و عملکرد سیستم های مکاترونیک به اعتبار مدل های بکار رفته در طراحی آنها، طراحی کنترلر بر مبنای معادلات دینامیکی مرتبه چهارم و با چشم پوشی نمودن از دینامیک های محرکه ها، می تواند عملکرد کنترل ردگیری را کاهش دهد [۱۱۱]. قابل توجه اینکه، انتخاب یک کنترل کننده مرتبه چهارم، خود نیازمند



بکارگیری یک ورودی مرجع پیوسته زمان از مرتبه مشابه برای سیستم کنترل، به منظور اجتناب از خروجی های ناگهانی سخت افزاری، ناشی از نوسانات فرکانس بالا و ناپیوستگی های موجود در مشتقات شتاب ربات می باشد.

۳- بیشتر طرحهای کنترل عملی برای سیستم های سرومکانیزم، دو نوع از فاکتورهای دینامیکی در تجهیزات سنسور و مدار استاتور موتور (انکودر و تاکومتر) را نادیده می گیرند که منجر به حداقل دو فیلتر مرتبه اول پایین گذر اضافه شده به قسمت مکانیکی سیستم می گردند. لذا با محاسبه دینامیک های استاتور، انکودر و تاکو ژنراتور، و توجه به بند دوم سیستمی با مرتبه هفت ایجاد می گردد که احتمال بروز چرخه حدی<sup>۱</sup> را افزایش و طراحی کنترلر را برای کاربردهای عملی پیچیده تر خواهد نمود [۱۱۲].

۴- اشباع، هیستریزس، باند سکوت و لقی چرخ دنده ها معروفترین غیرخطی های مربوط به محرکه ها در کاربردهای سیستم کنترل عملی می باشد. این محدودیتها ممکن است بخاطر قیود احتیاطی تعبیه شده بر روی محرکهها به منظور اجتناب از تخریب سیستم و یا محدودیتهای فیزیکی موجود بر روی خود محرکهها باشد. همچنین ترمهای مرتبه سومی نیز در توصیف دینامیکهای انتقال مکانیکی ربات، ناشی از اصطکاک در هنگام تغییر شتابهای مفصلی ربات، وجود دارد که معمولاً نامشخص می باشد [۱۱۳]. لذا توجه نمودن به این محدودیتهای در طراحی استراتژی های کنترلی از اهمیت بالایی برخوردار است. زیرا به لحاظ تئوری دستیابی به پاسخ های سریع و دلخواه با خطای ماندگار کوچک، از طریق افزایش ضرایب کنترلر و در نتیجه سیگنال کنترل قابل حصول می باشد. لیکن، حضور محدودیت های فیزیکی بر روی محرکه ها (بسیاری از بازوهای ماهر دارای محدود کننده های جریان در سیستم سرو هستند که به منظور جلوگیری از اضافه جریان تعبیه می گردند) مانع از تامین گشتاور در سطوح بالا برای اعمال به سیستم تحت کنترل می گردد که عواقبی همچون کوک شدگی<sup>۲</sup>، ناپایداری و ضعف در

---

<sup>۱</sup> Limit-cycle

<sup>۲</sup> Windup

عملکرد سیستم حلقه بسته را بدنبال دارد.

۵- در خصوص مسئله کوک شدگی باید اشاره نماییم که عمده روشهای مطرح شده به منظور جبران کوک شدگی، فرض در دسترس بودن سیگنال گشتاور را می نمایند [۱۱۴-۱۱۶]. لیکن تمامی روشهای مطرح شده در خصوص اندازه گیری گشتاور انتقالی از طریق شفت موتور، با مشکلاتی عدیده مواجه می باشند که کاربرد پسخورد گشتاور، در الگوریتمهای جبران را با مشکل مواجه می سازد [۱۱۷]. همچنین، قوانین کنترل گشتاور مبنا با پیچیدگیهایی همچون، تزویج موجود در دینامیک ربات، غیرخطی ها<sup>۱</sup>، عدم قطعیتها و انعطاف در مفاصل مواجه می باشد [۱۲۰-۱۱۸].

نگاهی دقیق به مشکلات مطرح شده در حوزه کنترل گشتاور و کنترل در فضای کار، و نیز عدم سهولت دسترسی به سیگنال های مورد نیاز به منظور تامین اهداف کنترل، ضرورت توسعه و ارائه راه کاری جدید در زمینه کنترل مقاوم بازوهای ماهر ربات با مفاصل انعطاف پذیر با در نظر گرفتن ولتاژ ورودی محرکه را بیشتر نمایان می سازد. به همین منظور، در این فصل با در نظر گرفتن اثر موتورها و ورودی ولتاژ به عنوان فرمان کنترلی مطلوب، روشهایی پیشنهاد می گردد.

با این مقدمه، معادلات دینامیکی ربات با مفاصل لولایی و انعطاف پذیر (۲-۶)، (۲-۷) و (۲-۹) را در حضور ترم چرخ دنده و سیگنال ورودی ولتاژ در نظر بگیرید:

$$D(q)\ddot{q} + V_m(q, \dot{q})\dot{q} + g(q) = K_s(r\theta - q) \quad (1-7)$$

$$J_m\ddot{\theta} = rK_s(q - r\theta) - B\dot{\theta} + \tau \quad (2-7)$$

$$L\frac{di}{dt} = -Ri - K_b\dot{\theta} + u + T_e(t) \quad (3-7)$$

که در آن  $r\theta - q$  موقعیت کشسانی مفصل  $i$  ام بوده و بقیه پارامترها همانند فصل دوم تعریف می گردد [۱۲۱]. حال، با جایگذاری  $\tau = K_m i$  در (۲-۷) و انتخاب بردار حالت

$$\mathbf{x} = [q \quad \dot{q} \quad \theta \quad \dot{\theta} \quad i]^T \quad (4-7)$$

<sup>۱</sup> Nonlinearity

معادلات مربوط به سیستم یکپارچه موتور و ربات در فرم فضای حالت به صورت زیر بدست می آید:

$$\dot{\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} x_2 \\ D^{-1}(x_1)(-V_m(x_1, x_2)x_2 - g(x_1) + K_s(rx_3 - x_1)) \\ x_4 \\ J_m^{-1}(-Bx_4 + rK_s(x_1 - rx_3) + K_m x_5) \\ -L^{-1}(Rx_5 + K_b x_4) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ L^{-1} \end{bmatrix} (u + T_e(t)) \quad (5-7)$$

همانگونه که ملاحظه می گردد، مدل ارائه شده، سیستمی چند ورودی-چند خروجی، شدیداً غیر خطی، با بار محاسباتی سنگین بوده، در نتیجه چالشهایی در مدلسازی و کنترل به همراه دارد. بر این اساس، در ابتدای این فصل، یک استراتژی کنترلی غیرمتمرکز<sup>۱</sup> به منظور کنترل سیستم (5-7) ارائه می گردد. ساختار کنترل کننده پیشنهادی شامل دو حلقه می باشد. حلقه کنترل داخلی، از کنترل مود لغزشی به منظور کنترل موقعیت موتور بهره برده، و حلقه کنترل بیرونی سیگنال فرمان مطلوب را با استفاده یک کنترل کننده PID برای حلقه داخلی فراهم می نماید. نکته جالب توجه در روش پیشنهادی، یک ورودی-یک خروجی بودن زیر سیستم الکتریکی موتور در برابر چند ورودی-چند خروجی بودن دینامیک ربات می باشد که مزایایی همچون آزاد از مدل بودن، مجزاسازی دینامیکی، حجم محاسباتی کم، خوش رفتاری و پاسخ زمانی سریع را به ارمغان می آورد. در ادامه، یک روش کنترل مقاوم، به منظور غلبه بر عدم قطعیت های دینامیکی و سینماتیکی موجود در کنترل ردگیری موقعیت بازوی ربات در فضای کار ارائه می گردد. از جمله قابلیت های روش پیشنهادی، طراحی بر مبنای مدل کاهش یافته از ربات، تضمین ردگیری مجانبی موقعیت در فضای کار و صرف هزینه کنترلی کمتر می باشد.

<sup>۱</sup> Decentralized control

## ۷-۲- کنترل ساختار متغیر بر مبنای استراتژی کنترل ولتاژ

### ۷-۲-۱- طراحی حلقه کنترل داخلی

سیستم (۷-۳) را به صورت  $n$  زیر سیستم یک ورودی-یک خروجی مطابق ذیل در نظر بگیرید:

$$\hat{R}i + \hat{K}_b \dot{\theta} + \eta(t) = u \quad (۷-۶)$$

که در آن

$$\eta(t) = (R - \hat{R})i + L \frac{di}{dt} + (K_b - \hat{K}_b)\dot{\theta} - T_e(t) \quad (۷-۷)$$

بردار مربوط به ولتاژهای نامعلوم به منظور پوشش دادن عدم قطعیت‌های پارامتری، دینامیک‌های مدل نشده و اغتشاشات خارجی بوده، و اپراتور ( $\hat{\delta}$ ) نمایانگر مقادیر اسمی پارامترها می باشد. حال، با تعریف بردار خطا به صورت  $e(t) = \theta_d - \theta$ ، و سطح کلیدزنی

$$S_\theta = e(t) + K_{ps\theta} \int_0^t e(\tau) d\tau, \quad t \geq 0 \quad (۷-۸)$$

که در آن  $K_{ps\theta}$  یک ثابت مثبت می باشد، می توان ورودی کنترل را بگونه ای طراحی نمود تا مسیر حالات سیستم به سطح لغزش<sup>۱</sup> همگرا و بر روی آن باقی بماند. برای این منظور، از (۷-۸) نسبت به زمان مشتق می گیریم:

$$\dot{S}_\theta = \dot{\theta}_d - \hat{K}_b^{-1}u + \hat{K}_b^{-1}\hat{R}i + \hat{K}_b^{-1}\eta(t) + K_{ps\theta}e(t) \quad (۷-۹)$$

در نتیجه، قانون کنترل ولتاژ به صورت زیر طراحی می گردد:

$$u = \hat{R}i + \hat{K}_b \dot{\theta}_d + \hat{K}_b K_{ps\theta} e(t) + \rho_{s\theta} \text{sign}(S_\theta) \quad (۷-۱۰)$$

که در آن  $\rho_{s\theta}$  یک تابع اسکالر بوده، و بر مبنای کران عدم قطعیت ها تعیین می گردد.

**اثبات:** تابع مثبت معین زیر را در نظر بگیرید:

<sup>۱</sup> Sliding surface

$$V(t) = \frac{1}{2} S_\theta^2 \geq 0 \quad (11-7)$$

از (11-7) نسبت به زمان مشتق گرفته می شود:

$$\dot{V}(t) = S_\theta \dot{S}_\theta \quad (12-7)$$

با جایگذاری (9-7) و (10-7) در (12-7) داریم:

$$\dot{V}(t) = S_\theta \hat{K}_b^{-1} (\eta(t) - \rho_{s\theta} \text{sign}(S_\theta)) \leq |S_\theta| \hat{K}_b^{-1} (|\eta(t)| - \rho_{s\theta}) \quad (13-7)$$

که با انتخاب  $|\eta(t)| < \rho_{s\theta}$ ، شرط  $\dot{V}(t) < 0$  برقرار شده و اثبات کامل می گردد.

یادآور می شویم که در عمل اجرای کنترل کننده های ساختار متغیر به لرزش کنترل<sup>1</sup> با فرکانس بی نهایت می انجامد. در این حالت تاخیر کوچک، اما غیر صفر در کلید زنی کنترل باعث می شود تا به هنگام کلید زنی، مسیر اندکی از سطح کلید زنی خارج شود. لازم بذکر است که در برخی حالات، لرزش باعث تحریک مودهای فرکانس بالا، دینامیک مدل نشده در سیستم و از دست رفتن کیفیت عملکرد مطلوب سیستم کنترل می گردد. به همین خاطر، در این قسمت با معرفی یک لایه مرزی در اطراف سطح لغزش و تقریب

$$\text{sat}(x) = \begin{cases} \text{sign}(x) & |x| \geq 1 \\ (x) & |x| < 1 \end{cases} \quad (14-7)$$

که در آن  $x$  یک اسکالر است، قانون کنترلی (10-7) به صورت زیر اصلاح می گردد:

$$u = \hat{R}i + \hat{K}_b \dot{\theta}_d + \hat{K}_b K_{ps\theta} e(t) + \rho_{s\theta} \text{sat}\left(\frac{S_\theta}{\varepsilon}\right) \quad (15-7)$$

که در آن  $\varepsilon > 0$  یک ثابت مثبت کوچک می باشد. حال، به منظور حفاظت از موتورها در برابر اضافه

ولتاژ، از یک محدودکننده ولتاژ استفاده کرده و در نتیجه داریم [122 و 121]:

$$u(t) = v \quad , \quad \text{for } |v| \leq v_{\max} \quad (16-7)$$

$$u(t) = v_{\max} \text{sign}(v) \quad , \quad \text{for } |v| > v_{\max} \quad (17-7)$$

<sup>1</sup> Control chattering

که در آن  $v_{\max}$  ثابت مثبت و بیانگر ماکزیمم ولتاژ مجاز موتور بوده، و سیگنال  $v$  به صورت ذیل تعریف می گردد:

$$v = \hat{R}i + \hat{K}_b \dot{\theta}_d + \hat{K}_b K_{ps\theta} e(t) + \rho_{s\theta} \text{sat} \left( \frac{S_\theta}{\varepsilon} \right) \quad (18-7)$$

خاطر نشان می نماییم که، در مقایسه با طراحی های مرسوم کنترل مود لغزشی در حوزه کنترل گشتاور، روش پیشنهادی در این بخش نیازمند هیچگونه اطلاعاتی از دینامیک ربات و توابع محدودیت بر روی پارامترهای ربات و ترمهای عدم قطعیت نمی باشد. به بیان دیگر، جریان موتور اثرات مربوط به ترمهای غیرخطی و تزویج موجود در دینامیک ربات را شامل می شود. برای جزییات بیشتر مربوط به طراحی و رنج وسیعی از کاربردها، [۱۲۳-۱۲۷]، و همچنین کاربرد کنترل ساختار متغیر برای بازوهای ماهر ربات با مفاصل انعطاف پذیر، می توان به مرجع [۱۲۸] اشاره نمود.

### ۷-۲-۲- طراحی حلقه کنترل خارجی

هدف از طراحی حلقه کنترل خارجی، فراهم آوردن سیگنال فرمان  $\theta_d$  مناسب برای حلقه کنترل داخلی است بگونه ای که، ردگیری  $\theta_d$  منجر به ردگیری موقعیت مطلوب در فضای کار گردد. با این مقدمه، حلقه کنترل خارجی، به صورت ذیل پیشنهاد می گردد:

$$\theta_d = \int_0^t \hat{J}_a^{-1}(q) (k_d \ddot{x}(v) + k_p \dot{x}(v) + k_i x(v)) dv, \quad t \geq 0 \quad (19-7)$$

که در آن  $k_d$ ،  $k_p$  و  $k_i$  ثابتهای مثبت و  $e_x = x_d - x$  نمایانگر خطای ردگیری در فضای کار می باشد. بلوک دیاگرام طرح پیشنهادی در شکل (۷-۱) نشان داده شده است.

### ۷-۲-۳- آنالیز پایداری و ارزیابی عملکرد

به منظور ارزیابی عملکرد کنترل کننده پیشنهادی در (۷-۱۶) تا (۷-۱۹)، به آنالیز پایداری سیستم کنترل می پردازیم [۱۲۲ و ۱۲۱]. با توجه به ساختار غیرمتمرکز کنترل کننده ارائه شده، آنالیز پایداری

برای هر مفصل به صورت جداگانه صورت می پذیرد. برای این منظور، از دو فرض اساسی به صورت زیر استفاده می نماییم:

**فرض ۱:** با توجه به قوانین کنترل (۷-۱۶) تا (۷-۱۸) داریم:

$$|u(t)| \leq v_{\max} \quad (۷-۲۰)$$

**فرض ۲:** مسیر مطلوب  $x_d$  و مشتقات آنها تا هر مرتبه دلخواه در دسترس بوده و کراندار می باشند.

با ضرب طرفین (۷-۳) در سیگنال  $i$ ، معادلات توان به فرم ذیل حاصل می گردد:

$$ui = Li \frac{di}{dt} + Ri^2 + K_b \dot{\theta} i - T_e(t) i \quad (۷-۲۱)$$

که در آن  $ui$  توان الکتریکی موتور،  $K_b \dot{\theta} i$  توان مکانیکی،  $Ri^2$  تلفات توان در سیم پیچهای موتور و

$Li \frac{di}{dt}$  مشتق زمانی انرژی مغناطیسی می باشد. حال، با استفاده از (۷-۲۱) و فرض  $i(0) = 0$ ، برای

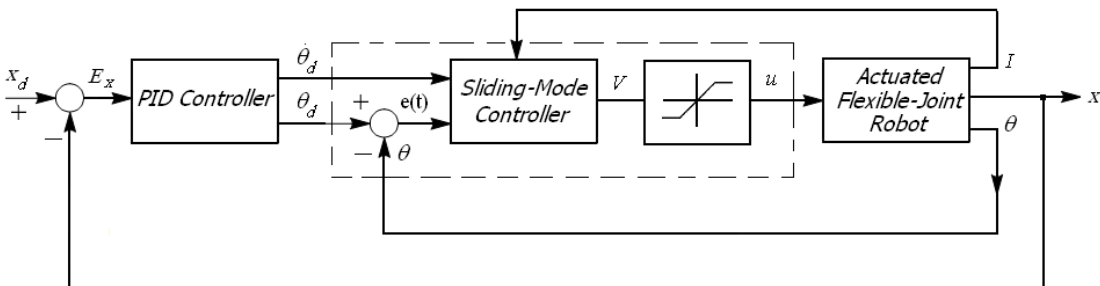
$t \geq 0$  داریم:

$$\int_0^t (u + T_e(\tau)) i d\tau = Ri^2 t + 0.5 Li^2 + \int_0^t K_b \dot{\theta} i d\tau \quad (۷-۲۲)$$

از آنجایی که  $Ri^2 t \geq 0$  و  $0.5 Li^2 \geq 0$  می باشد، در نتیجه خواهیم داشت:

$$\int_0^t K_b \dot{\theta} i d\tau \leq \int_0^t (u + T_e(\tau)) i d\tau \quad (۷-۲۳)$$

و از این رو کران بالایی انرژی مکانیکی بفرم ذیل حاصل می گردد:



شکل (۷-۱) کنترل ساختار متغیر بر مبنای استراتژی کنترل ولتاژ

$$K_b \dot{\theta} = u + T_e(t) \quad (24-7)$$

در نتیجه،  $\dot{\theta}$  به صورت زیر محدود می باشد:

$$|\dot{\theta}| \leq (|u| + |T_e(t)|) / K_b \quad (25-7)$$

حال با استفاده از فرض ۱ و بکارگیری فرض سوم از فصل ۲، کران بالای (۲۵-۷) به صورت زیر محاسبه می گردد:

$$|\dot{\theta}| \leq (v_{\max} + \zeta_t) / K_b = \dot{\theta}_{\max} \quad (26-7)$$

که در آن  $\dot{\theta}_{\max}$  نمایانگر ماکزیمم سرعت موتور می باشد. با فرآیندی مشابه، می توان کراندار بودن  $i$  و  $\frac{di}{dt}$  را به آسانی نتیجه گرفت [۱۲۱]. از آنجا که قوانین کنترل (۷-۱۶) تا (۷-۱۸) در دو ناحیه  $|v| \leq v_{\max}$  و  $|v| > v_{\max}$  عمل می نمایند، در نتیجه عملکرد ردگیری برای این دو بخش به صورت مجزا بررسی می گردد.

**الف:** ناحیه  $|v| \leq v_{\max}$

در این ناحیه داریم:

$$u(t) = \hat{R}i + \hat{K}_b \dot{\theta}_d + \hat{K}_b K_{ps\theta} e(t) + \rho_{s\theta} \text{sat} \left( \frac{S_\theta}{\varepsilon} \right) \quad (27-7)$$

(۲۷-۷) در (۶-۷) جایگذاری و ساده می شود:

$$\dot{e}(t) + K_{ps\theta} e(t) = \hat{K}_b^{-1} \left( \eta(t) - \rho_{s\theta} \text{sat} \left( \frac{S_\theta}{\varepsilon} \right) \right) \quad (28-7)$$

حال، با استفاده از (۷-۷)، (۲۶-۷)، فرض ۳ از فصل دوم، و همچنین کراندار بودن  $i$  و  $\frac{di}{dt}$ ، تابع

محدودیت سمت راست معادله (۲۸-۷) به صورت زیر بدست می آید:

$$\hat{K}_b^{-1} \left| \eta(t) - \rho_{s\theta} \text{sat} \left( \frac{S_\theta}{\varepsilon} \right) \right| \leq \hat{K}_b^{-1} \left( \bar{R}i_{\max} + \bar{L} \frac{di_{\max}}{dt} + \bar{K}_b \dot{\theta}_{\max} + \zeta_t + \rho_{s\theta} \right) = \psi \quad (29-7)$$



که در آن  $(\theta)_{\max}$  یک تابع اسکالر مثبت و نمایانگر کران بالای  $(\theta)$  می باشد. به عنوان یک نتیجه از این بحث، معادله دیفرانسیل (۷-۲۸) با ورودی محدود  $\psi$ ، هورویتز بوده و در نتیجه  $e(t)$  و  $\dot{e}(t)$  کراندار خواهند بود. این نتیجه به همراه (۷-۲۶)، وجود یک کران بالا برای  $\dot{\theta}_d$  را تضمین خواهد نمود. همچنین، با مشتق گیری از (۷-۱۹) داریم:

$$k_d \ddot{e}_x(t) + k_p \dot{e}_x(t) + k_i e_x(t) = \hat{J}_a(q) \dot{\theta}_d \quad (۷-۳۰)$$

معادله اخیر، نمایانگر یک سیستم مرتبه دوم خطی با ورودی محدود  $\hat{J}_a(q) \dot{\theta}_d$  و بهره های مثبت  $k_d$ ،  $k_p$  و  $k_i$  می باشد. به عنوان یک نتیجه، سیستم (۷-۳۰) هورویتز بوده و  $e_x(t)$ ،  $\dot{e}_x(t)$  و  $\ddot{e}_x(t)$  کراندار می باشند. با توجه به تعاریف  $x = x_d - e_x$ ،  $\dot{x} = \dot{x}_d - \dot{e}_x$  و کراندار بودن سیگنالهای موقعیت مطلوب و مشتقات آنها در فضای کار،  $x$  و  $\dot{x}$  نیز کراندار بوده و با توجه به (۷-۲۲)، کراندار بودن  $q$  و  $\dot{q}$  نیز نتیجه می گردد. از سوی دیگر، با توجه به (۷-۲) داریم:

$$J_m \ddot{\theta} + B \dot{\theta} + r K_s r \theta = r K_s q + K_m i \quad (۷-۳۱)$$

که نمایانگر یک سیستم خطی مرتبه دوم با بهره های مثبت  $J_m$ ،  $B$  و  $r K_s r$ ، و ورودی محدود  $r K_s q + K_m i$  می باشد. بنابراین معادله داده شده با (۷-۳۱)، بر مبنای معیار هورویتز پایدار بوده و کراندار بودن  $\theta$ ،  $\dot{\theta}$  و  $\ddot{\theta}$  نتیجه می شود. حال، از آنجا که تمامی حالات سیستم مرتبط با هر مفصل، کراندار می باشند، در نتیجه (۷-۴) کراندار بوده و سیستم رباتیک دارای پایداری از نوع ورودی محدود-خروجی محدود<sup>۱</sup> خواهد بود.

ب: ناحیه  $|v| > v_{\max}$

در این ناحیه داریم:

$$L \frac{di}{dt} + Ri + K_b \dot{\theta} - T_e(t) = v_{\max} \text{sign}(v) \quad (۷-۳۲)$$

<sup>۱</sup> Bounded Input-Bounded Output (BIBO)

به منظور اثبات همگرایی  $e(t)$  در این ناحیه، یک تابع مثبت معین مطابق ذیل تعریف می نماییم:

$$V(t) = \frac{1}{2} K_b e^2(t) \geq 0 \quad (33-7)$$

از (33-7) نسبت به زمان مشتق می گیریم:

$$\dot{V}(t) = K_b e(t) \dot{e}(t) \quad (34-7)$$

از تعریف  $e(t) = \theta_d - \theta$  و بکارگیری (32-7) نتیجه می گردد:

$$\dot{V}(t) = e(t) \left( K_b \dot{\theta}_d + L \frac{di}{dt} + Ri - T_e(t) - v_{\max} \text{sign}(v) \right) \quad (35-7)$$

حال فرض نماییم که یک تابع اسکالر مثبت همانند  $\rho_v$  وجود داشته باشد به نحوی که

$$\left| K_b \dot{\theta}_d + L \frac{di}{dt} + Ri - T_e(t) \right| < \rho_v \quad (36-7)$$

در نتیجه، تنها شرط کافی به منظور برقراری  $\dot{V}(t) < 0$  عبارت است از:

$$v_{\max} \text{sign}(v) = \rho_v \text{sign}(e(t)) \quad (37-7)$$

**اثبات:** با جایگذاری (37-7) در (35-7) نتیجه می شود:

$$\dot{V}(t) = e(t) \left( K_b \dot{\theta}_d + L \frac{di}{dt} + Ri - T_e(t) - \rho_v \text{sign}(e(t)) \right) \quad (38-7)$$

و با کمی ساده سازی، خواهیم داشت:

$$\begin{aligned} \dot{V}(t) &\leq |e(t)| \left| K_b \dot{\theta}_d + L \frac{di}{dt} + Ri - T_e(t) \right| - \rho_v e(t) \text{sign}(e(t)) \\ &= |e(t)| \left( \left| K_b \dot{\theta}_d + L \frac{di}{dt} + Ri - T_e(t) \right| - \rho_v \right) \end{aligned} \quad (39-7)$$

پس تا زمانی که رابطه (36-7) برقرار باشد خطای ردگیری موقعیت موتور کاهش می یابد و یا عبارت

دیگر می توان گفت خطا محدود می گردد. به عنوان یک نتیجه، حتی اگر شروع ناحیه کاری سیستم

رباتیک از ناحیه  $|v| > v_{\max}$  باشد، سیر حرکت آن به سمت منطقه  $|v| \leq v_{\max}$  می باشد که در آن

تمامی حالات سیستم کراندار هستند. یادآوری می نماییم که معادله (37-7) را می توان بدین صورت

نیز تعبیر نمود:

$$v_{\max} = \rho_v \quad (40-7)$$

بدین معنا که، ماکزیمم ولتاژ موتور باید معادله (40-7) را به منظور همگرایی خطای ردگیری موقعیت موتور ارضا نماید. حال، به عنوان آخرین بحث از این بخش، معادله (32-7) را به صورت زیر در نظر می گیریم:

$$L \frac{di}{dt} + Ri = v_{\max} \text{sign}(v) - K_b \dot{\theta} + T_e(t) \quad (41-7)$$

براحتی می توان نشان داد که سمت راست معادله اخیر کراندار بوده و تابع محدودیت آن بفرم ذیل قابل محاسبه می باشد:

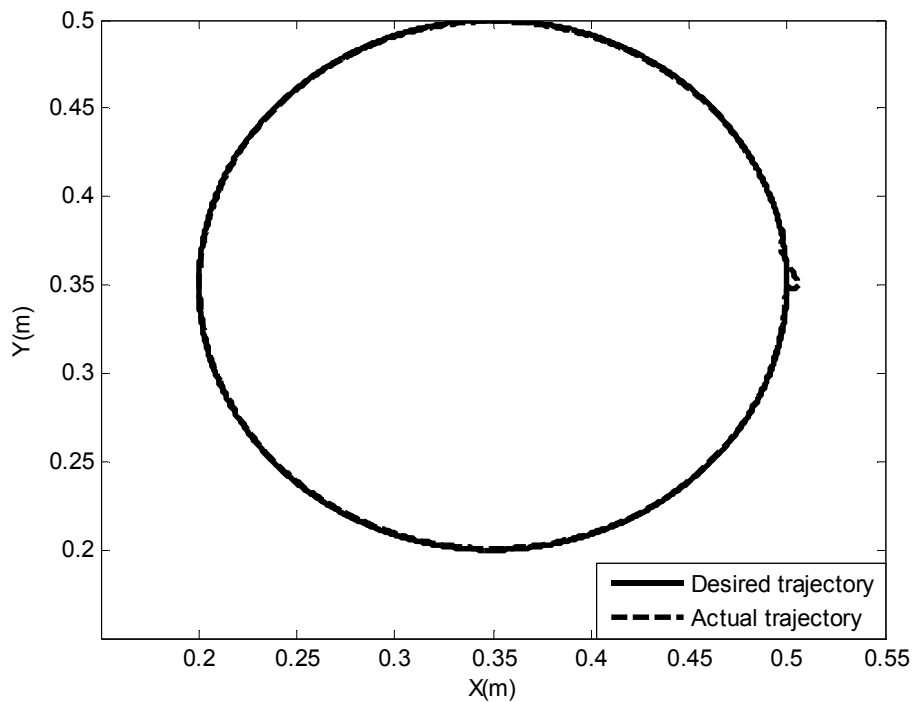
$$\left| v_{\max} \text{sign}(v) - K_b \dot{\theta} + T_e(t) \right| \leq v_{\max} + K_b \dot{\theta}_{\max} + \xi_i \quad (42-7)$$

به عنوان یک نتیجه از این بحث، سیستم خطی (41-7) با ورودی محدود  $v_{\max} + K_b \dot{\theta}_{\max} + \xi_i$ ، خروجی محدود  $i$  را نتیجه خواهد داد. از آنجایی که  $i$  محدود است، گشتاور ورودی  $\tau$  کراندار می باشد. در نتیجه، سیستم خطی پایدار (31-7) تحت ورودی محدود  $rK_s q + K_m i$ ، خروجیهای محدود  $\theta$ ،  $\dot{\theta}$  و  $\ddot{\theta}$  را نتیجه خواهد داد. از آنجا که تمامی حالات سیستم مرتبط با هر مفصل، کراندار می باشند، در نتیجه سیستم رباتیک پایدار از نوع ورودی محدود-خروجی محدود خواهد بود.

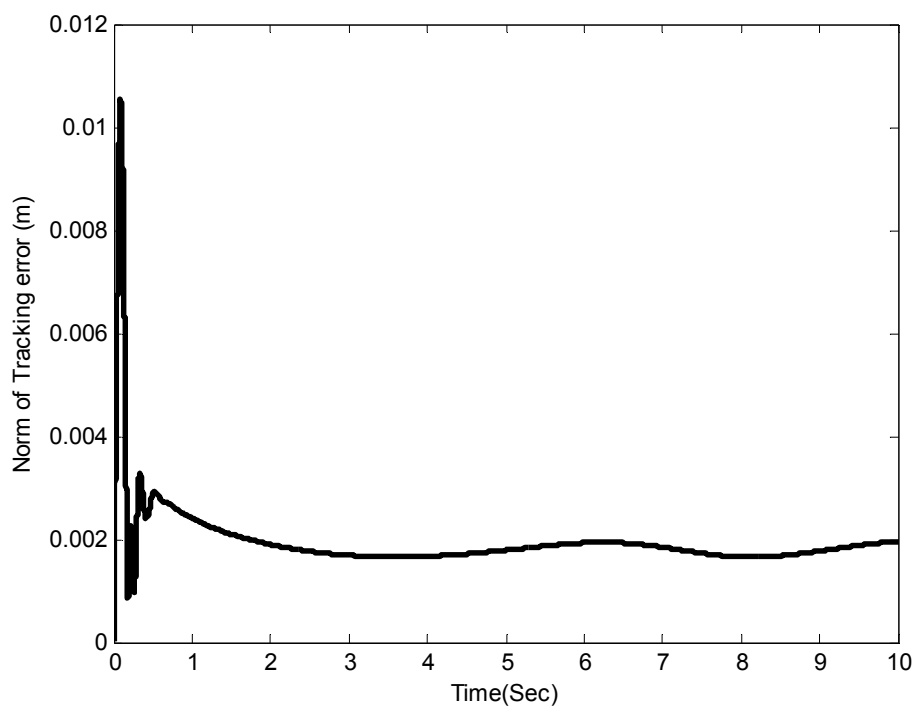
## ۷-۲-۴- شبیه سازی

به منظور بررسی الگوریتم ارائه شده، معادلات دینامیکی مربوط به ربات دو محوره با مشخصات داده شده در جداول (1-3) و (2-3) را با نسبت چرخ دنده  $r=0.02$  در نظر می گیریم. در اینجا پارامترهای کنترلی به صورت  $k_i=1500$ ،  $k_d=20$ ،  $k_p=800$ ،  $\varepsilon=0.4$  و  $K_{ps\theta}=10$  انتخاب و مسیر مرجع یک دایره به مرکز (0.35m و 0.35m) و شعاع 0.15m می باشد. در اینجا نشان خواهیم داد که توسط روش پیشنهادی، بازوهای ماهر ربات را می توان بدون نیاز به هر گونه اطلاعاتی از پارامترهای دینامیکی ربات و در حضور عدم قطعیتها کنترل نمود. بر این اساس، شکل (2-7) نتایج مربوط به قانون کنترل پیشنهادی در ردگیری مسیر دایره ای مفروض، در حضور 40٪ عدم قطعیت

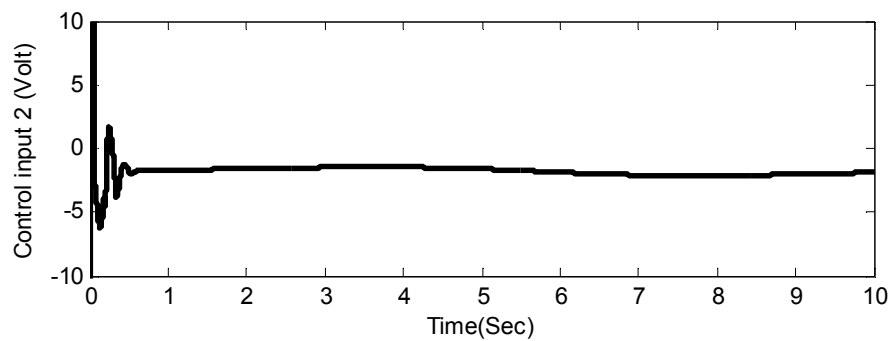
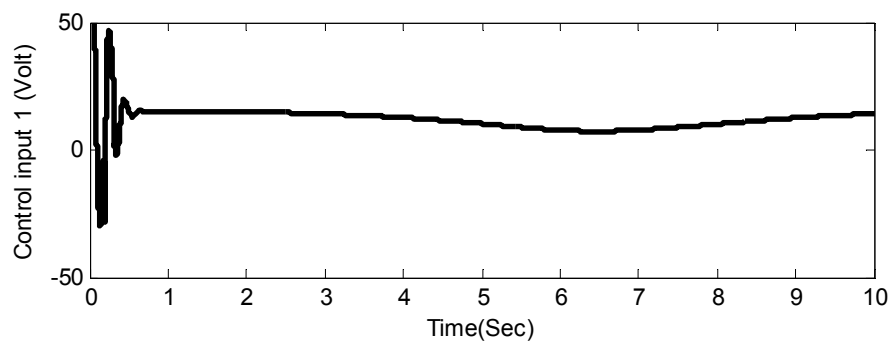
پارامتری در پارامترهای رابطها و بدون هرگونه اطلاعاتی از پارامترهای ربات را نشان می دهد. همچنین شکل (۳-۷) نرم خطای ردگیری در فضای کار را نمایش می دهد. همانطور که ملاحظه می گردد نرم خطای ردگیری دارای ماکزیمم مقدار ۳ میلیمتر بوده و اختلافی ناچیز میان مسیر ردگیری شده و خروجی مطلوب مشاهده می گردد. نظر به اهمیت محدودیتهای تکنیکی، ولتاژ موتورها نیز مطابق شکل (۴-۷) بدست آمد که حاکی از عملکرد خوب موتورها در این حالت می باشد.



شکل (۲-۷) کنترل ردگیری در فضای کار



شکل (۳-۷) نرم خطای ردگیری در فضای کار



شکل (۴-۷) سیگنال کنترلی ورودی

### ۷-۳- طراحی کنترل مقاوم غیر خطی در فضای مفصلی

بازوهای ماهر ربات برنامه ریزی و کنترل می شوند تا بتوانند مسیری را در فضای کار ردگیری نمایند. ساده ترین روش برای این امر، استفاده از سینماتیک وارون به منظور نگاشت مسیر از فضای کار به فضای مفصلی و طراحی کنترل کننده در فضای مفصلی می باشد. با این مقدمه، در این بخش به طراحی کنترل کلیدزنی مقاوم برای بازوهای ماهر ربات با مفاصل انعطاف پذیر در حوزه کنترل ولتاژ می پردازیم.

برای این منظور، ربات انعطاف پذیر داده شده با دسته معادلات (۷-۱) تا (۷-۳) را در نظر بگیرید. با تعریف  $D_i = r^{-1}K_s^{-1}D(q)$ ،  $V_{mi}(q, \dot{q}) = r^{-1}K_s^{-1}V_m(q, \dot{q})$  و  $g_i = r^{-1}K_s^{-1}g$ ، معادله (۷-۱) به صورت زیر بازنویسی می گردد:

$$D_i(q)\ddot{q} + V_{mi}(q, \dot{q})\dot{q} + g_i(q) + r^{-1}q = \theta \quad (۷-۴۳)$$

حال برای طراحی کنترل، سطح لغزش زیر تعریف می شود:

$$S_q = (\dot{q}_d - \dot{q}) + K_{psq}(q_d - q) \quad (۷-۴۴)$$

که  $K_{psq}$  ثابتی مثبت و  $q_d$  بردار مسیر مطلوب در فضای مفصلی است. در ادامه، بردار  $\aleph$  نیز به صورت زیر معرفی می گردد:

$$\aleph = \dot{q}_d + K_{psq}(q_d - q) \quad (۷-۴۵)$$

از (۷-۴۴) و (۷-۴۵) نتیجه می شود:

$$S_q = \aleph - \dot{q} \quad (۷-۴۶)$$

و با مشتق از (۷-۴۵) داریم:

$$\dot{\aleph} = \ddot{q}_d + K_{psq}(\dot{q}_d - \dot{q}) \quad (۷-۴۷)$$

حال، بر اساس مدل اسمی (۷-۴۳)، بردار موقعیت مطلوب موتور، به منظور همگرایی  $q$  به سمت  $q_d$ ، به صورت زیر پیشنهاد می گردد:

$$\theta_d = D_{ik}(q)\dot{\mathcal{N}} + V_{mik}(q, \dot{q})\mathcal{N} + g_{ik}(q) + \rho_{sq}S_q + r^{-1}q + \tau_{rl} \quad (48-7)$$

که  $D_{ik}(q)$ ،  $V_{mik}(q, \dot{q})$  و  $g_{ik}(q)$  به ترتیب بخش های معلوم  $D_i(q)$ ،  $V_{mi}(q, \dot{q})$  و  $g_i(q)$ ،  $\rho_{sq}$ ، ثابتی مثبت و  $\tau_{rl}$  ورودی کنترلی است که برای غلبه بر عدم قطعیت های پارامتری و غیر ساختاری موجود در زیر سیستم مکانیکی ربات طراحی می شود. آنچه که در این میان حائز اهمیت است، ساختگی بودن متغیر  $\theta_d$  و در دسترس نبودن آن به عنوان یک ورودی کنترلی مستقیم برای (7-43) می باشد. لذا، با تعریف خطای ردگیری موقعیت موتور به صورت

$$e_\theta = \theta - \theta_d \quad (49-7)$$

داریم:

$$D_i(q)\ddot{q} + V_{mi}(q, \dot{q})\dot{q} + g_i(q) + r^{-1}q = e_\theta + \theta_d \quad (50-7)$$

حال، با قرار دادن (48-7) در (50-7) و استفاده از (46-7) داریم:

$$D_i(q)\dot{S}_q + V_{mi}(q, \dot{q})S_q + \rho_{sq}S_q = (D_i - D_{ik})\dot{\mathcal{N}} + (V_{mi} - V_{mik})\mathcal{N} + (g_i - g_{ik}) - e_\theta - \tau_{rl} \quad (51-7)$$

همچنین، با استفاده از ویژگی های فیزیکی بخش (2-5)، داریم:

$$W(q, \dot{q}, \mathcal{N}, \dot{\mathcal{N}})\tilde{P} = (D_i - D_{ik})\dot{\mathcal{N}} + (V_{mi} - V_{mik})\mathcal{N} + (g_i - g_{ik}) \quad (52-7)$$

که  $\tilde{P}$  بردار خطای پارامتری، به صورت  $\tilde{P} = P - \hat{P}$  تعریف می شود و  $\hat{P}$  تخمینی از  $P$  می باشد. (52-7) در (51-7) جایگذاری می شود:

$$D_i(q)\dot{S}_q + V_{mi}(q, \dot{q})S_q + \rho_{sq}S_q = W(q, \dot{q}, \mathcal{N}, \dot{\mathcal{N}})\tilde{P} - e_\theta - \tau_{rl} \quad (53-7)$$

در ادامه، به منظور تحقق بردار موقعیت مطلوب (48-7)، ورودی کنترلی  $u$  را به گونه ای طرح می نماییم که  $e_\theta \rightarrow 0$  و یا حداقل توسط یک مقدار ثابت، کراندار گردد. برای این هدف، ورودی کنترلی را مطابق زیر تعریف می نماییم:

$$u(t) = \hat{R}i + \hat{K}_b(\dot{\theta}_d - K_{pe\theta}e_\theta) + u_{rm} \quad (54-7)$$

که در آن  $(\hat{\circ})$  تخمین  $(\circ)$ ،  $K_{pe\theta}$  یک ماتریس مثبت معین و  $u_{rm}$  ورودی کنترلی است که به منظور غلبه بر عدم قطعیت های پارامتری و غیر ساختاری موجود در معادلات دینامیکی موتور طراحی می

گردد. حال، به منظور حفاظت از موتورها در برابر اضافه ولتاژ، از یک محدودکننده ولتاژ استفاده کرده و در نتیجه داریم:

$$u(t) = v \quad , \quad \text{for } \|v\| \leq v_{\max} \quad (55-7)$$

$$u(t) = v_{\max} \text{sign}(v) \quad , \quad \text{for } \|v\| > v_{\max} \quad (56-7)$$

که در آن  $v_{\max}$  ثابت مثبت و بیانگر ماکزیمم ولتاژ مجاز موتور بوده، و سیگنال  $v$  به صورت ذیل تعریف می گردد:

$$v = \hat{R}i + \hat{K}_b(\dot{\theta}_d - K_{pe}\theta) + u_{rm} \quad (57-7)$$

### ۷-۳-۱- اثبات پایداری سیستم حلقه بسته

در این بخش به آنالیز پایداری سیستم حلقه بسته بر مبنای روش مستقیم لیاپانوف می پردازیم. ابتدا یک لم کاربردی به صورت زیر تعریف می نماییم.

لم ۱: فرض نمایید ماتریس  $Q$  بفرم ذیل داده شده باشد:

$$Q = \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} \\ Q_{21} & Q_{22} \end{bmatrix} \quad (58-7)$$

که در آن  $Q_{11}$  و  $Q_{22}$  مربعی می باشند. در نتیجه، ماتریس  $Q$  مثبت معین است، اگر و فقط اگر،  $Q_{11}$  مثبت معین بوده و داشته باشیم:

$$Q_{22} > Q_{12}^T Q_{11}^{-1} Q_{12} \quad (59-7)$$

اثبات در مرجع [۱۲۹] آورده شده است.

در ادامه، به منظور اثبات پایداری سیستم حلقه بسته، فرضیات زیر تعریف می گردد:

فرض ۱: قانون کنترل (۵۵-۷) و (۵۶-۷) بدان معناست که ولتاژ موتورها محدود می باشد، به نحوی که:

$$\|u(t)\| \leq v_{\max} \quad (60-7)$$



که در نتیجه کراندار بودن  $\theta$ ،  $i$  و  $\frac{di}{dt}$  را بدست می دهد.

**فرض ۲:** مسیر مطلوب  $q_d$ ،  $x_d$  و مشتقات آنها تا هر مرتبه دلخواه در دسترس بوده و کراندار یکنواخت<sup>۱</sup> می باشند.

حال، از آنجایی که قوانین کنترل (۵۵-۷) تا (۵۷-۷) در دو ناحیه  $\|v\| \leq v_{\max}$  و  $\|v\| > v_{\max}$  عمل می نمایند، در نتیجه آنالیز پایداری و عملکرد ردگیری برای این دو بخش به صورت مجزا بررسی می گردد.

**الف:** ناحیه  $\|v\| \leq v_{\max}$

در این ناحیه داریم:

$$u(t) = \hat{R}i + \hat{K}_b(\dot{\theta}_d - K_{pe\theta}e_\theta) + u_{rm} \quad (۶۱-۷)$$

(۶۱-۷) را در (۳-۷) قرار داده و  $\Delta A = (\hat{R} - R)i - L\frac{di}{dt} + T_e(t) + (\hat{K}_b - K_b)\dot{\theta}_d$  منظور می شود:

$$K_b\dot{e}_\theta + \hat{K}_b K_{pe\theta}e_\theta = \Delta A + u_{rm} \quad (۶۲-۷)$$

برای اثبات پایداری سیستم حلقه بسته و یافتن قوانین کنترل مقاوم، تابع مثبت معین زیر پیشنهاد می گردد:

$$V(t) = \frac{1}{2}S_q^T D_i(q)S_q + \frac{1}{2}e_\theta^T K_b e_\theta \quad (۶۳-۷)$$

از آنجایی که  $D_i(q)$  و  $K_b$  ماتریسهای متقارن و مثبت هستند، بنابراین  $V(t)$  تابعی اسکالر و مثبت معین است. با مشتق گیری از (۶۳-۷) در راستای (۵۳-۷) و (۶۲-۷)، و بکارگیری ویژگی ۲ از بخش ۲-۵، داریم:

$$\dot{V}(t) = -\begin{bmatrix} S_q^T & e_\theta^T \end{bmatrix} Q \begin{bmatrix} S_q \\ e_\theta \end{bmatrix} + e_\theta^T (\Delta A + u_{rm}) + S_q^T (W(q, \dot{q}, \ddot{q}, \ddot{\theta})\tilde{P} - \tau_{rl}) \quad (۶۴-۷)$$

<sup>۱</sup> Uniformly bounded

که در آن

$$Q = \begin{bmatrix} \rho_{sq} & 0.5I_n \\ 0.5I_n & \hat{K}_b K_{pe\theta} \end{bmatrix} \quad (65-7)$$

حال، با استفاده از لم ۱، شرط لازم به منظور مثبت معین بودن ماتریس  $Q$  به صورت

$$\hat{K}_b K_{pe\theta} > 0.25\rho_{sq}^{-1} \quad (66-7)$$

می باشد که با انتخاب مناسب ماتریس های قطری مناسب  $\rho_{sq}$  و  $K_{pe\theta}$  حاصل می گردد. با نگاهی

کوتاه به معادله اخیر می توان دریافت، در صورتی که  $\begin{bmatrix} S_q^T & e_\theta^T \end{bmatrix} = 0$  باشد  $\dot{V}(t) = 0$  بوده و در

صورتی که  $\begin{bmatrix} S_q^T & e_\theta^T \end{bmatrix} \neq 0$  باشد، با انتخاب قوانین کنترل

$$\tau_{rl} = \delta_{rl}(t) \frac{S_q}{\|S_q\|} \quad \text{for} \quad \|S_q\| \neq 0 \quad (67-7)$$

$$u_{rm} = -\delta_{rm}(t) \frac{e_\theta}{\|e_\theta\|} \quad \text{for} \quad \|e_\theta\| \neq 0 \quad (68-7)$$

داریم

$$\begin{aligned} \dot{V}(t) &\leq -\underline{\lambda}(Q) \left\| \begin{bmatrix} S_q \\ e_\theta \end{bmatrix} \right\|^2 + e_\theta^T (\Delta A + u_{rm}) + S_q^T (W(q, \dot{q}, \mathcal{S}, \dot{\mathcal{S}}) \tilde{P} - \tau_{rl}) \\ &= -\underline{\lambda}(Q) \left\| \begin{bmatrix} S_q \\ e_\theta \end{bmatrix} \right\|^2 + e_\theta^T \Delta A - \delta_{rm}(t) \frac{e_\theta^T e_\theta}{\|e_\theta\|} + S_q^T W(q, \dot{q}, \mathcal{S}, \dot{\mathcal{S}}) \tilde{P} - \delta_{rl}(t) \frac{S_q^T S_q}{\|S_q\|} \\ &\leq -\underline{\lambda}(Q) \left\| \begin{bmatrix} S_q \\ e_\theta \end{bmatrix} \right\|^2 + \|e_\theta\| (\|\Delta A\| - \delta_{rm}(t)) + \|S_q\| (\|W(q, \dot{q}, \mathcal{S}, \dot{\mathcal{S}}) \tilde{P}\| - \delta_{rl}(t)) \end{aligned} \quad (69-7)$$

که با برقراری شرط  $\|W(q, \dot{q}, \mathcal{S}, \dot{\mathcal{S}}) \tilde{P}\| \leq \delta_{rl}(t)$  و  $\|\Delta A\| \leq \delta_{rm}(t)$  بر روی عدم قطعیتها،  $\dot{V}(t) \leq 0$

گردیده و همگرایی مجانبی  $\begin{bmatrix} S_q^T & e_\theta^T \end{bmatrix}$  اثبات می گردد. از آنجایی که  $S_q$  کراندار بوده و معادله (۷-۷)

(۴۴) هورویتر می باشد، در نتیجه، کراندار بودن  $q$  و  $\dot{q}$  بدست می آید. همچنین، با توجه به (۷-۲)،

بازنویسی آن بصورت (۷-۳۱) و بکارگیری استدلالی مشابه، کراندار بودن  $\theta$ ،  $\dot{\theta}$  و  $\ddot{\theta}$  و در نتیجه تمامی

حالات سیستم  $(q, \dot{q}, \theta, \dot{\theta}, i)$  بدست می آید. به عنوان یک نتیجه از این بخش، سیستم رباتیک

پایدار از نوع ورودی-محدود، خروجی محدود خواهد بود.

**توجه:** استراتژی های کنترلی طراحی شده در سطح کنترل ولتاژ، اغلب نیازمند یک تابع محدودیت بر روی مشتقات زمانی قوانین کنترل طراحی شده در سطح کنترل گشتاور می باشند. در نتیجه، قوانین کنترل مقاوم طرح شده در حوزه کنترل گشتاور باید مشتق پذیر، با یک دامنه قابل قبول باشند. بر این اساس قانون کنترل (۶۷-۷) بفرم ذیل اصلاح می گردد:

$$\tau_{rl} = \frac{\delta_{rl}(t)S_q \|\delta_{rl}(t)S_q\|^v}{\|\delta_{rl}(t)S_q\|^{1+v} + \varepsilon^{1+v}} \delta_{rl}(t) \quad (۷۰-۷)$$

جزئیات بیشتر مربوط به نحوه انتخاب  $v$  و  $\varepsilon$  در مرجع [۶۵] آورده شده است.

ب: ناحیه  $\|v\| > v_{\max}$

در این ناحیه داریم:

$$L \frac{di}{dt} + Ri = v_{\max} \text{sign}(v) - K_b \dot{\theta} + T_e(t) \quad (۷۱-۷)$$

به منظور اثبات همگرایی خطاهای ردگیری  $S_q$  و  $e_\theta$  در این ناحیه، یک تابع مثبت معین مشابه (۷-۷)

(۶۳) انتخاب می نماییم. با مشتق گیری از (۶۳-۷)، بکارگیری (۴۹-۷)، (۵۳-۷) و (۷۱-۷) داریم:

$$\begin{aligned} \dot{V}(t) = & -\rho_{sq} S_q^T S_q - e_\theta^T e_\theta - e_\theta^T S_q + S_q^T (W(q, \dot{q}, \mathcal{N}, \dot{\mathcal{N}}) \tilde{P} - \tau_{rl}) \\ & + e_\theta^T \left( v_{\max} \text{sign}(v) + T_e(t) - L \frac{di}{dt} - Ri - K_b \dot{\theta}_d + e_\theta \right) \end{aligned} \quad (۷۲-۷)$$

فرض نماییم که یک تابع اسکالر مثبت همانند  $\rho_\mu$  وجود داشته باشد به نحوی که:

$$\left\| T_e(t) - L \frac{di}{dt} - Ri - K_b \dot{\theta}_d + e_\theta \right\| < \rho_\mu \quad (۷۳-۷)$$

در نتیجه، به منظور برقراری  $\dot{V}(t) \leq 0$  باید داشته باشیم:

$$v_{\max} \text{sign}(v) = -\rho_\mu \text{sign}(e_\theta) \quad (۷۴-۷)$$

**اثبات:** (۷۴-۷) در (۷۲-۷) جایگذاری می گردد:

$$\begin{aligned}
\dot{V}(t) &= -\rho_{sq} S_q^T S_q - e_\theta^T e_\theta - e_\theta^T S_q + S_q^T (W(q, \dot{q}, \mathfrak{s}, \mathfrak{s}') \tilde{P} - \tau_{rl}) \\
&\quad + e_\theta^T \left( -\rho_\mu \text{sign}(e_\theta) + T_e(t) - L \frac{di}{dt} - Ri - K_b \dot{\theta}_d + e_\theta \right) \\
&\leq -\underline{\lambda}(P) \left\| \begin{bmatrix} S_q \\ e_\theta \end{bmatrix} \right\|^2 + \|S_q^T\| \|W(q, \dot{q}, \mathfrak{s}, \mathfrak{s}') \tilde{P} - S_q^T \tau_{rl}\| \\
&\quad + \|e_\theta^T\| \left\| \left( T_e(t) - L \frac{di}{dt} - Ri - K_b \dot{\theta}_d + e_\theta \right) - \rho_\mu \right\|
\end{aligned} \tag{۷۵-۷}$$

که در آن  $\underline{\lambda}(P)$  مینیمم مقدار ویژه ماتریس

$$P = \begin{bmatrix} \rho_{sq} & 0.5I \\ 0.5I & I \end{bmatrix} \tag{۷۶-۷}$$

می باشد. حال، با بکارگیری (۷۰-۷) و (۷۳-۷)،  $\dot{V}(t) \leq 0$  شده و همگرایی مجانبی  $S_q$  و  $e_\theta$  تضمین می گردد. بر این اساس کراندار بودن  $q$ ،  $\dot{q}$  و  $\theta$  نیز نتیجه می گردد. به عنوان آخرین مرحله، (۷-۷) را بفرم ذیل بازنویسی می نماییم:

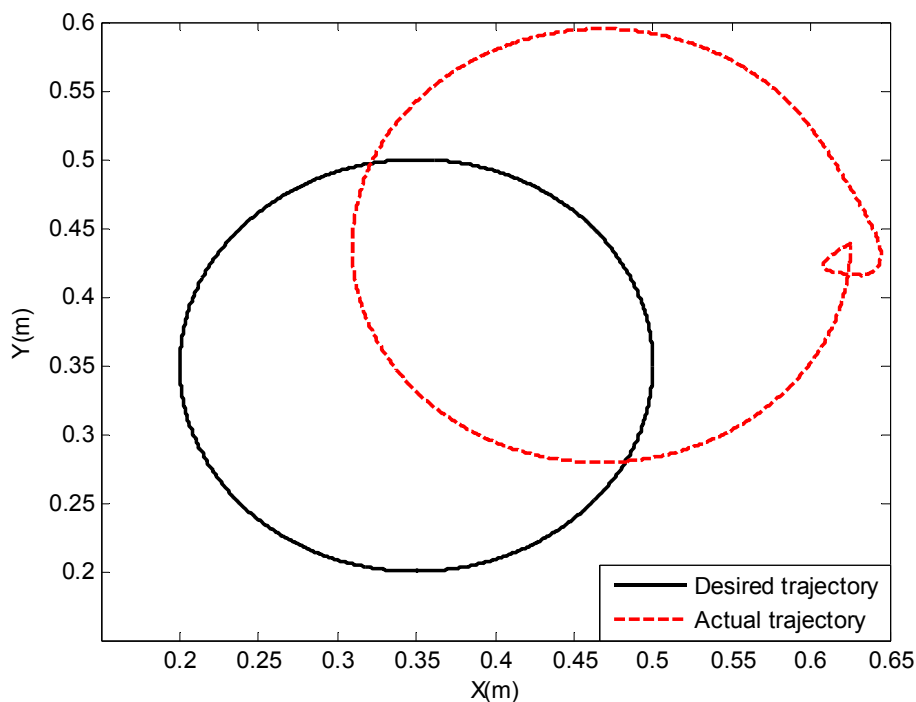
$$L \frac{di}{dt} + Ri = v_{\max} \text{sign}(v) - K_b \dot{\theta} + T_e(t) \tag{۷۷-۷}$$

معادله اخیر، نمایانگر یک سیستم خطی مرتبه اول با ورودی محدود  $v_{\max} \text{sign}(v) - K_b \dot{\theta} + T_e(t)$  می باشد. از آنجایی که سیستم مزبور هورویتر می باشد، بنابراین، کراندار بودن  $i$  و  $di/dt$  نیز حاصل می گردد. به عنوان یک نتیجه، تمامی حالات سیستم کراندار بوده، و سیستم رباتیک پایدار از نوع ورودی-محدود، خروجی محدود خواهد بود.

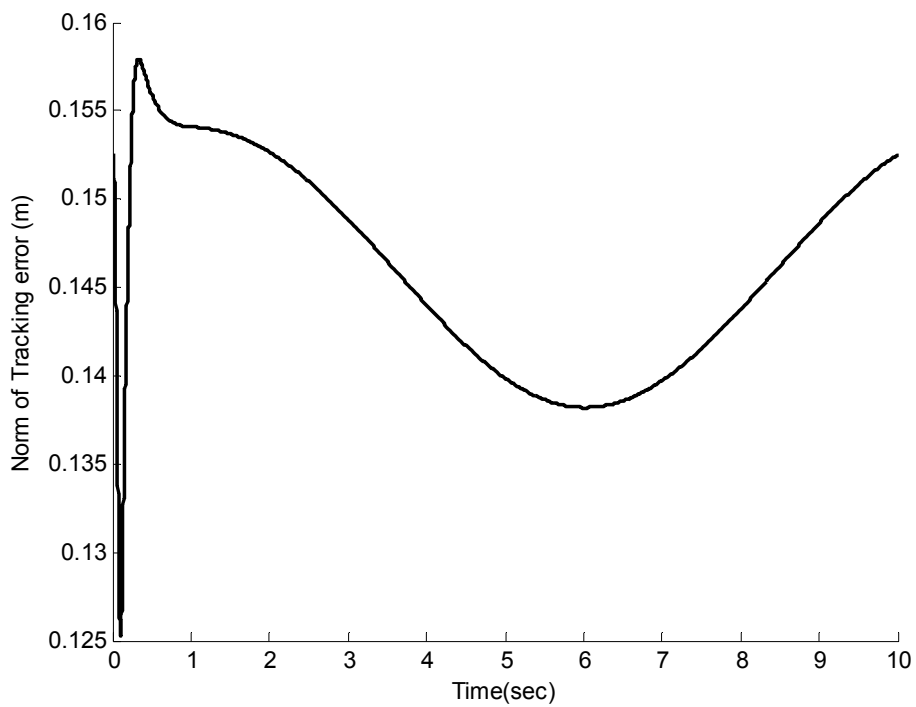
### ۷-۳-۲- شبیه سازی

به منظور ارزیابی الگوریتم پیشنهادی، ربات انعطاف پذیر داده شده با معادلات دینامیکی (۲۸-۲) تا (۳۰-۲) را با نسبت چرخ دنده  $r = 0.02$  در نظر بگیرید. مقادیر پارامترهای ربات و موتورها که در این شبیه سازی مورد استفاده قرار گرفته است، در جداول (۱-۳) و (۲-۳) داده شده است. شرایط اولیه در شبیه سازی برابر  $q(0) = [-0.5687 \quad 2.3589]$  می باشد. در کنترل کننده برای تخمین پارامترهای

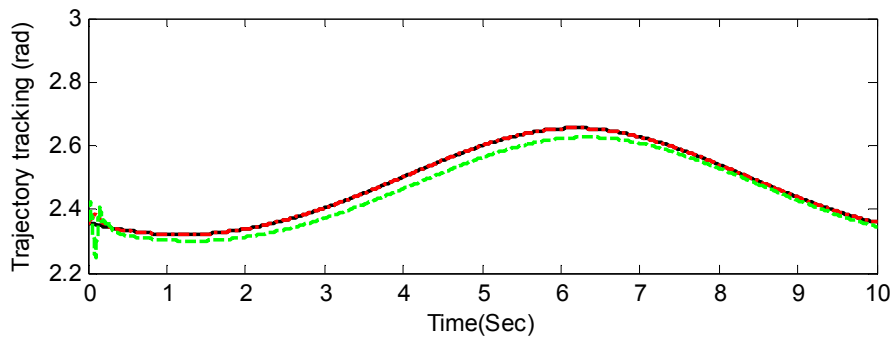
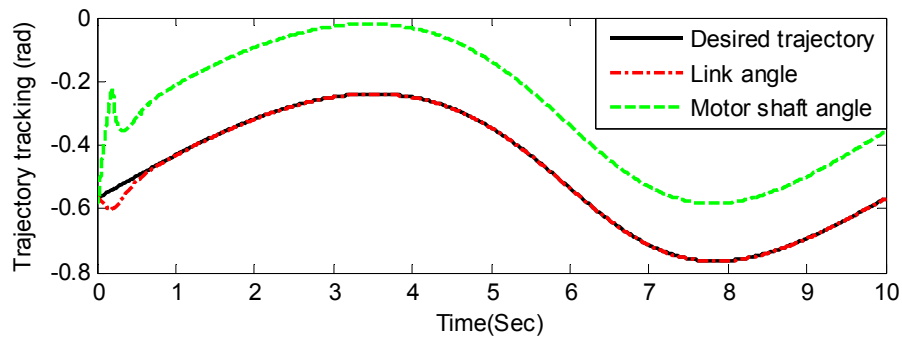
ربات و موتورها، مقادیر حقیقی جداول (۱-۳) و (۲-۳) در بهره ۰.۹۵ ضرب شده است و کنترل کننده با مقادیر  $K_{pe\theta} = 10$ ،  $K_{psq} = 100$  و  $\rho_{sq} = 10$  تنظیم شده است. بر این اساس، شکل (۵-۷) نتایج مربوط به ردگیری مسیر دایره ای به مرکز (۰.۳۵m و ۰.۳۵m) و شعاع ۰.۱۵m را نشان می دهد. همانطوری که از شکل (۶-۷) ملاحظه می گردد، عملکرد سیستم کنترل در فضای کار رضایت بخش نبوده و نرم خطای ردگیری در فضای کار، دارای ماکزیمم مقدار ۱۵۸ میلیمتر می باشد. همچنین، شکل‌های (۷-۷) و (۸-۷) نتایج مربوط به کنترل ردگیری مقاوم پیشنهادی در فضای مفصلی را نمایش می دهد. شکل (۷-۷) وجود انعطاف شدید در مفاصل را نشان می دهد. با توجه به شکل (۷-۷)، نرم خطای ردگیری در فضای مفصلی محدود و دارای ماکزیمم مقدار  $10^{-3}$  rad است، که قابل صرف نظر می باشد.



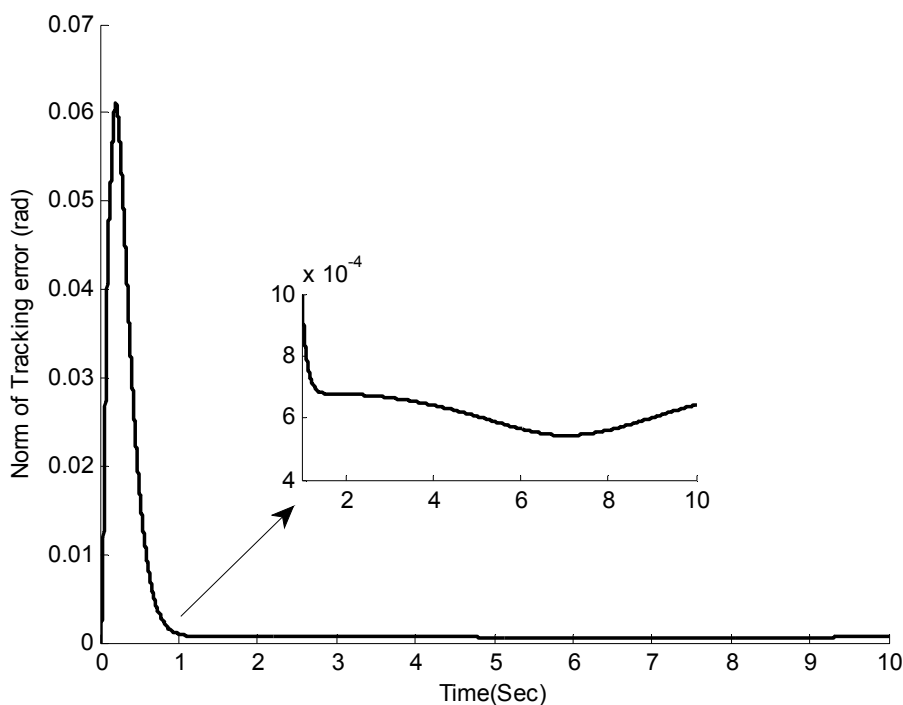
شکل (۵-۷) کنترل ردگیری در فضای کار تحت تبدیل فضای کنترلی ناقص



شکل (۶-۷) نرم خطای ردگیری در فضای کار تحت تبدیل فضای کنترلی ناقص



شکل (۷-۷) کنترل ردگیری در فضای مفصلی



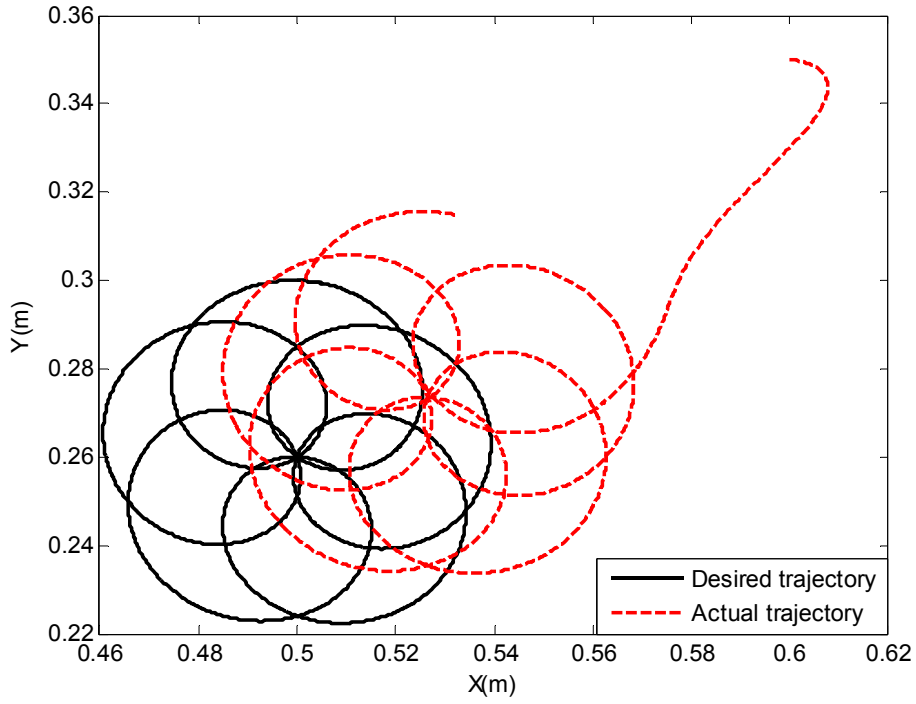
شکل (۷-۸) نرم خطای ردگیری در فضای مفصلی تحت تبدیل فضای کنترلی ناقص

به منظور بررسی قابلیت کنترل کننده پیشنهادی، نتایج حاصل از طرح مزبور در ردگیری مسیر فضای

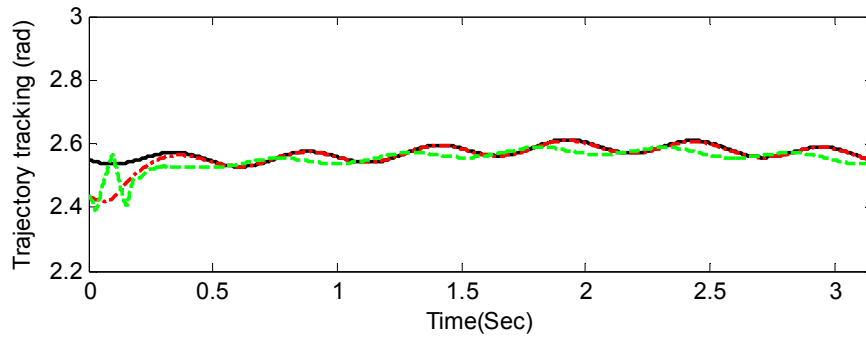
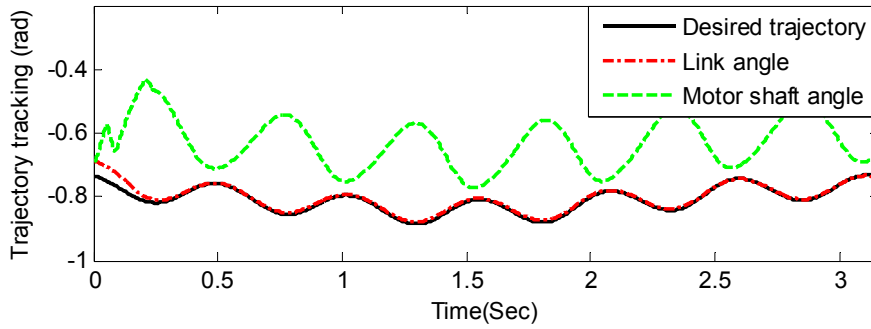
کار مطلوب

$$\begin{cases} x_d = 0.04 \cos(2t) + 0.24 \cos(12t) \\ y_d = 0.04 \cos(2t + 1.6) + 0.24 \cos(12t + 1.6) \end{cases} \quad (7-78)$$

در شکل‌های (۷-۹) و (۷-۱۰) نشان داده شده است. در این حالت زوایای فضای مفصلی مطلوب از طریق سینماتیک وارون محاسبه می‌گردد. طراحی این مسیر از آن جهت حائز اهمیت است که برهمکنش‌های سریع میان دینامیک‌های بازوی ربات را طلب می‌نماید. در این حالت، تمامی پارامترهای شبیه‌سازی مشابه قبل انتخاب شدند. عملکرد ردگیری مجری نهایی با استفاده از کنترل کننده پیشنهادی در شکل (۷-۹) نشان داده شده است. همچنین شکل (۷-۱۰) عملکرد کنترل کننده پیشنهادی در فضای مفصلی را نشان می‌دهد. به عنوان یک نتیجه، تحت تبدیل فضای کنترلی ناقص، ردگیری دقیق در فضای کار امکان پذیر نمی‌باشد. به منظور رفع این مشکل، در بخش بعد، از اصول طراحی این کنترل کننده در فضای کار استفاده می‌شود.



شکل (۷-۹) کنترل ردگیری فضای کار تحت تبدیل فضای کنترلی ناقص



شکل (۷-۱۰) کنترل ردگیری در فضای مفصلی



## ۷-۴ - طراحی کنترل مقاوم غیرخطی در فضای کار بر اساس ماتریس ژاکوبین

### غیردقیق

در این بخش، برای طراحی کنترل در فضای کار، یک سطح لغزش ترکیبی به صورت زیر معرفی می گردد:

$$S_x = \beta \hat{J}^{-1}(\hat{q}_d)(x_d - x) + \hat{J}^{-1}(\hat{q}_d)\dot{x}_d - \dot{q} \quad (7-79)$$

که  $\beta$  ثابتی مثبت،  $\hat{J}^{-1}(\hat{q}_d)$  معکوس ماتریس ژاکوبین تقریبی و  $\hat{q}_d \in R^n$  بردار مسیر مطلوب انتقال یافته به فضای مفصلی است که از طریق محاسبه و با استفاده از یک انتقال تقریبی، به صورت زیر بدست می آید:

$$\hat{q}_d = \text{inv } \hat{h}(x_d) \quad (7-80)$$

که  $\text{inv } \hat{h}$  نشان دهنده سینماتیک وارون تقریبی است. از (7-79) نتیجه می شود که با صفر شدن سطح لغزش  $S_x$ ، خطای ردگیری به سمت صفر همگرا می شود. زیرا موقعیت مجری نهایی به سمت مسیر مطلوب میل خواهد نمود. حال بردار  $\hat{s} \in R^n$  در فضای مفصلی به صورت زیر تعریف می شود:

$$\hat{s} = \hat{J}^{-1}(\hat{q}_d)(\beta(x_d - x) + \dot{x}_d) \quad (7-81)$$

از (7-79) و (7-81) داریم:

$$S_x = \hat{s} - \dot{q} \quad (7-82)$$

از (7-81) نسبت به زمان مشتق می گیریم:

$$\dot{\hat{s}} = \hat{J}^{-1}(\hat{q}_d)(\beta(\dot{x}_d - \dot{x}) + \ddot{x}_d) + \hat{J}^{-1}(\hat{q}_d)(\beta(\dot{x}_d - \dot{x}) + \ddot{x}_d) \quad (7-83)$$

مشتق (7-82) برابر است با:

$$\dot{S}_x = \dot{\hat{s}} - \ddot{q} \quad (7-84)$$

حال با استفاده از الگوریتم پسگام و با توجه به مدل اسمی بازوی ربات، قوانین کنترل مقاوم فضای کار زیر پیشنهاد می شود:

$$\theta_d = D_{ik}(q)\dot{\hat{s}} + V_{mik}(q, \dot{q})\dot{\hat{s}} + g_{ik} + \rho_{sx}S_x + r^{-1}q + \tau_{rl} \quad (۸۵-۷)$$

$$u(t) = v \quad , \quad \text{for } \|v\| \leq v_{\max} \quad (۸۶-۷)$$

$$u(t) = v_{\max} \text{sign}(v) \quad , \quad \text{for } \|v\| > v_{\max} \quad (۸۷-۷)$$

که در آن  $v_{\max}$  ثابت مثبت و بیانگر ماکزیمم ولتاژ مجاز موتور بوده، و سیگنال  $v$  به صورت ذیل تعریف می گردد:

$$v = \hat{R}i + \hat{K}_b(\hat{\theta}_d - K_{pe\theta}e_\theta) + u_{rm} \quad (۸۸-۷)$$

با توجه به نتایج بخش ۳-۷ اثبات می شود که سیستم رباتیک با ورودی های کنترل مقاوم زیر دارای پایداری از نوع ورودی-محدود، خروجی ورودی خواهد بود. به منظور جلوگیری از محاسبات تکراری، تنها از نتایج بخش ۳-۷ استفاده می نمایم.

$$\tau_{rl} = \delta_{rl}(t) \frac{S_x}{\|S_x\|} \quad \text{for } \|S_x\| \neq 0 \quad (۸۹-۷)$$

$$u_{rm} = -\delta_{rm}(t) \frac{e_\theta}{\|e_\theta\|} \quad \text{for } \|e_\theta\| \neq 0 \quad (۹۰-۷)$$

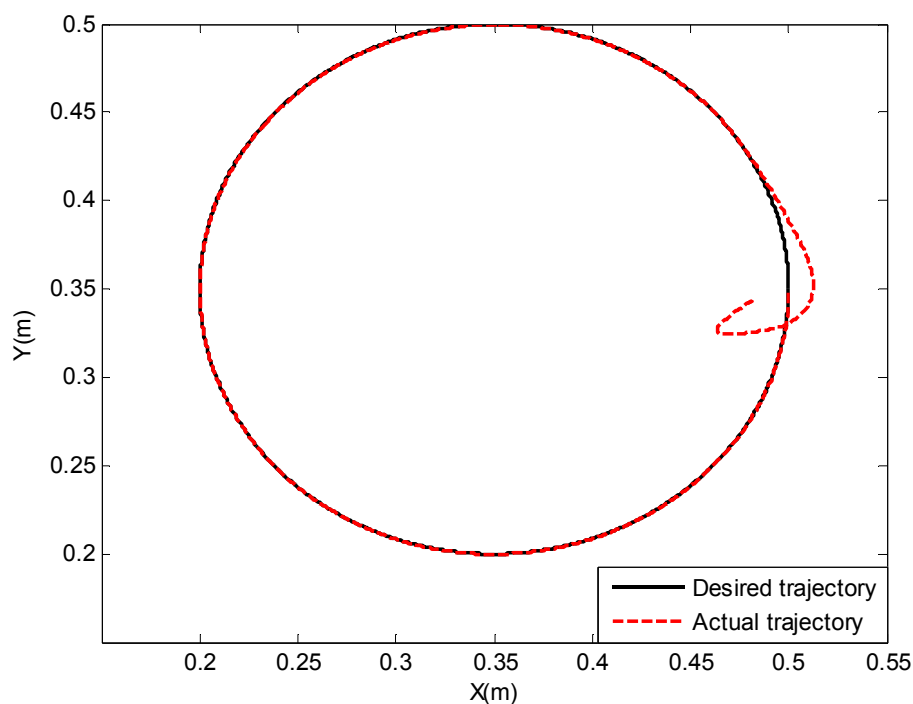
#### ۷-۴-۱- شبیه سازی

کنترل کننده فضای کار پیشنهادی، بر روی بازوی ربات انعطاف پذیر بخش (۲-۸) اعمال گردید. مقادیر پارامترهای ربات و کنترل کننده که در این شبیه سازی مورد استفاده قرار گرفته است، مطابق آزمایش قبل تنظیم شده است. به منظور ارزیابی عملکرد کنترل کننده پیشنهادی، دو دسته از مسیرهای مرجع مورد بررسی قرار می گیرد.

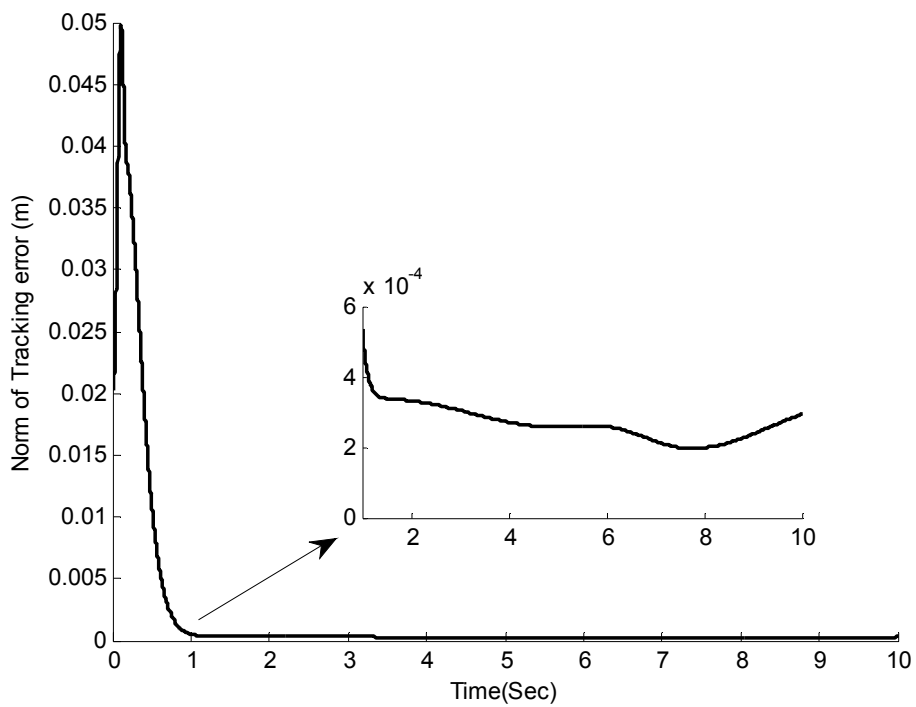
بر این اساس، شکل (۷-۱۱) نتایج مربوط به کنترل کننده فضای کار پیشنهادی در ردگیری مسیر دایره ای، و در حضور عدم قطعیت های پارامتری را نمایش می دهد. در این حالت، شرایط اولیه شبیه سازی برابر  $q(0) = [-0.6528 \quad 2.5421]$  می باشد. همچنین، شکل (۷-۱۲) نرم خطای ردگیری در فضای کار را نمایش می دهد. همانطور که ملاحظه می گردد نرم خطای ردگیری پس از مدت زمانی

کوتاه، کاهش یافته و دارای ماکزیمم مقدار  $6 \times 10^{-4}$  متر خواهد گردید. نظر به اهمیت محدودیتهای تکنیکی، ولتاژ موتورها نیز مطابق شکل (۷-۱۳) بدست آمد که با توجه به مقادیر پارامترهای بازوی ربات و موتورها، در محدوده مجازی قرار دارند. به منظور حذف نوسانات موجود در سیگنال کنترل می توان از یک فیلتر پایین گذر با فرکانس عبور مناسب استفاده نمود [۵۷].

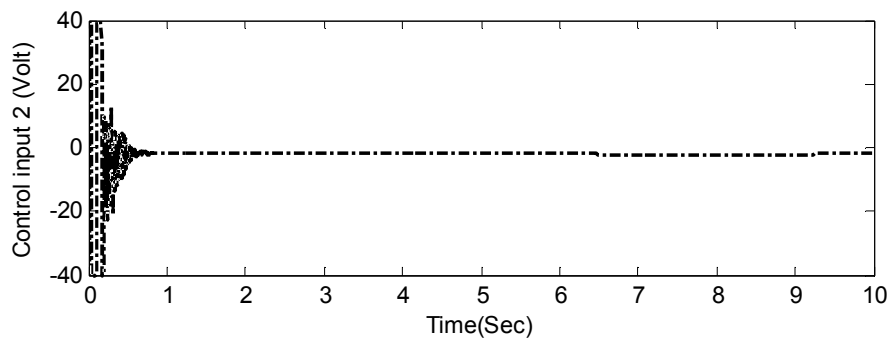
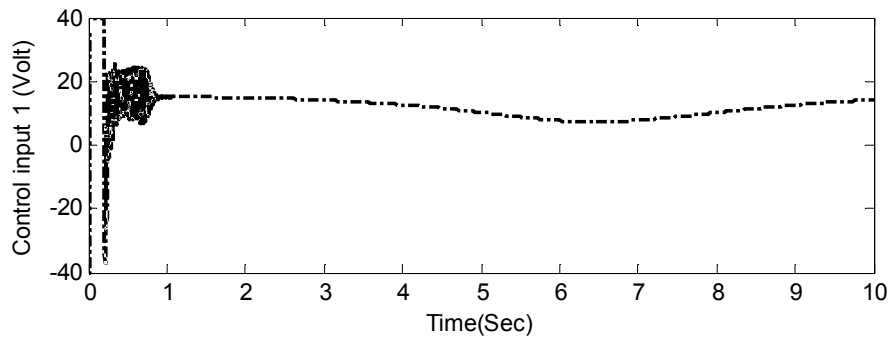
همچنین، شکل (۷-۱۴) کنترل ردگیری در حلقه موقعیت موتور را نمایش می دهد. شبیه سازی ها به وضوح، حاکی از عملکرد خوب کنترل کننده پیشنهادی در فضای کار و در حضور انعطاف پذیری بالا در مفاصل می باشد.



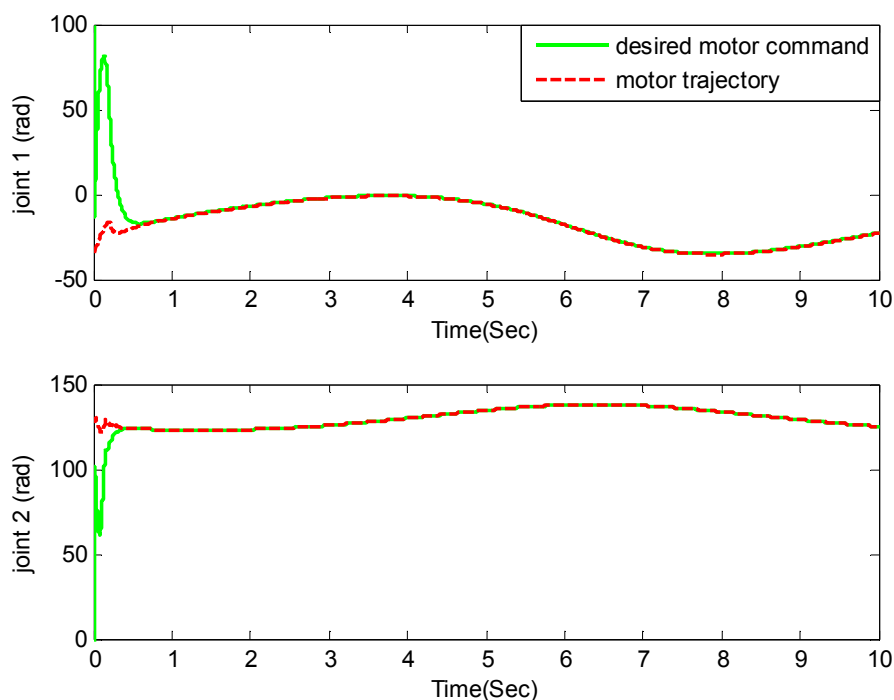
شکل (۷-۱۱) کنترل ردگیری فضای کار تحت تبدیل فضای کنترلی ناقص



شکل (۷-۱۲) نرم خطای ردگیری در فضای کار تحت تبدیل فضای کنترلی ناقص

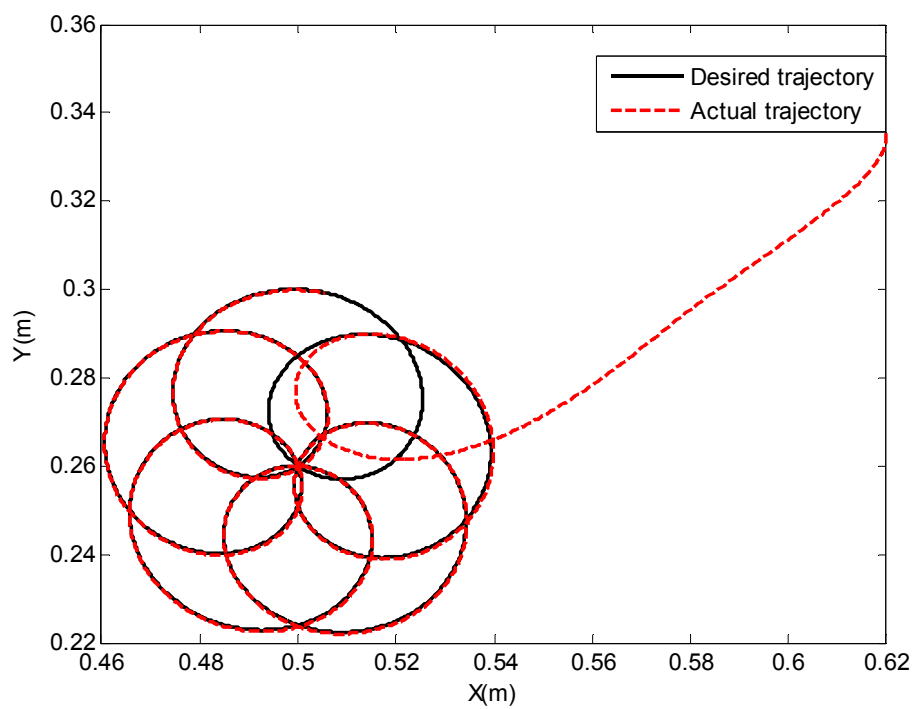


شکل (۷-۱۳) سیگنال کنترلی ورودی

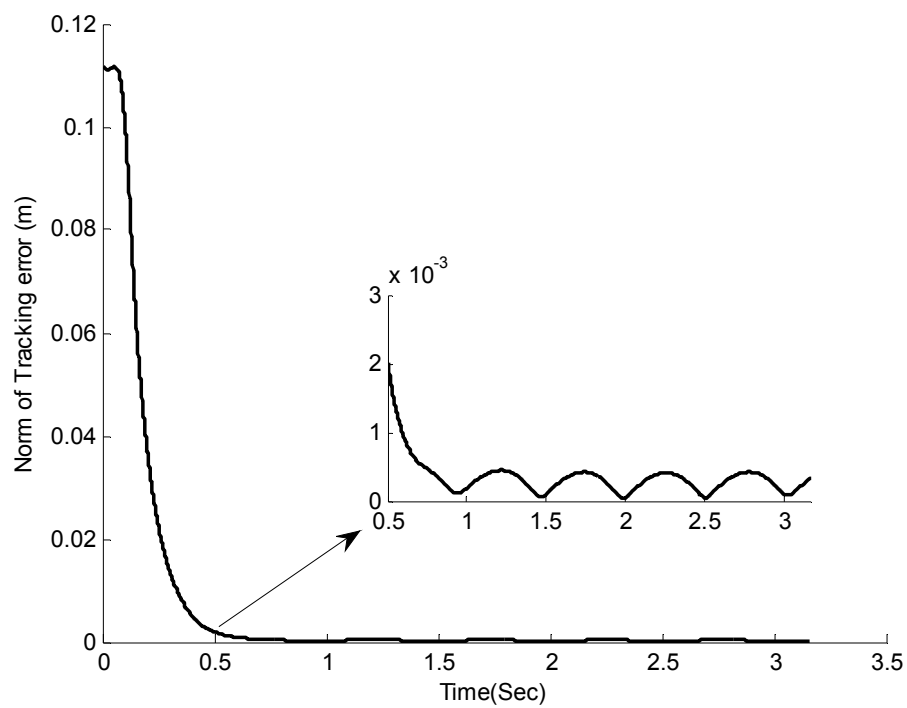


شکل (۷-۱۴) کنترل ردگیری در حلقه موقعیت موتور

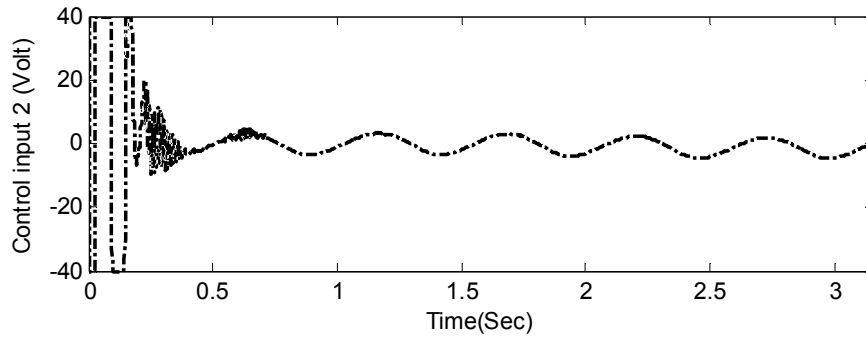
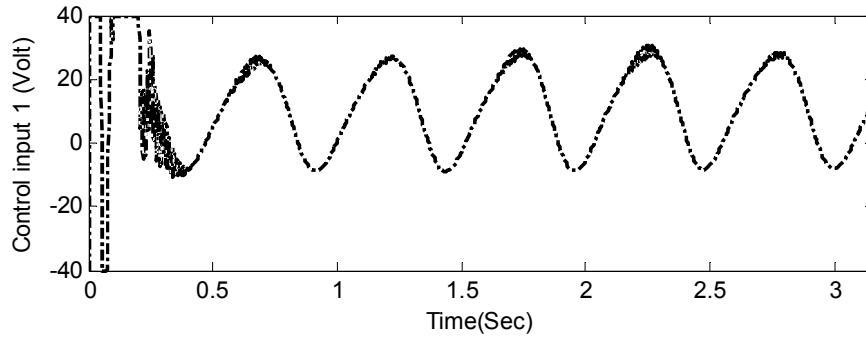
به منظور نمایش قابلیت کنترل کننده پیشنهادی در ردگیری مسیرهای سریع و پیچیده، نتایج مربوط به کنترل ردگیری مسیر (۷-۷۸) در شکل های (۷-۱۵) تا (۷-۱۹) ارائه گردیده است. بدلیل دور بودن نقطه شروع از مسیر مطلوب، تلاشهای کنترلی در آغاز بزرگ و توسط محدود کننده ولتاژ روی مقدار حدی متوقف شده اند. با نگاهی گذرا به شکل (۷-۱۷) می توان دریافت که حتی اگر شروع ناحیه کاری سیستم رباتیک از ناحیه  $\|v\| > v_{max}$  باشد، سیر حرکت آن به سمت ناحیه  $\|v\| \leq v_{max}$  که در آن تمامی حالات سیستم کراندار هستند، می باشد. شکل (۷-۱۸) منحنی های مربوط به موقعیت زوایای موتورها و جابجایی رابطها را نشان می دهد. با توجه به شکل (۷-۱۹) عملکرد ردگیری در حلقه موقعیت موتور کاملاً مناسب بوده و نتایج شبیه سازی، ردگیری موفق مسیر مطلوب در فضای کار را تضمین می نماید.



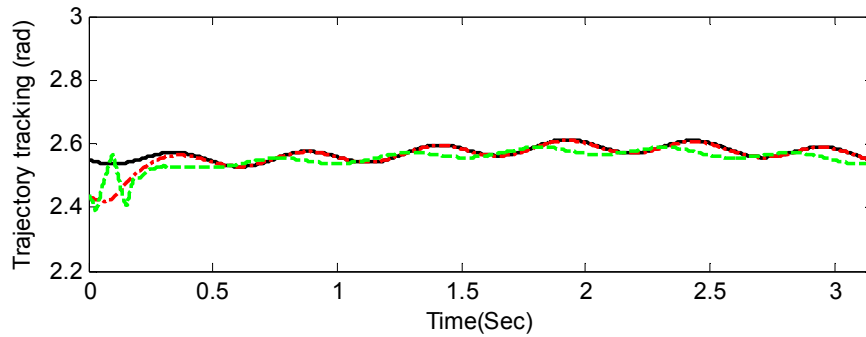
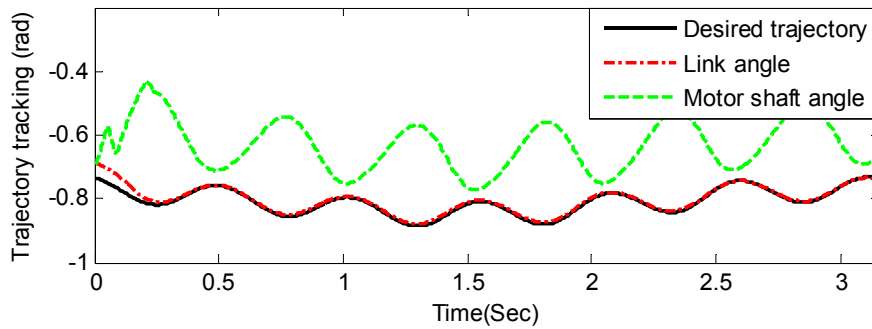
شکل (۷-۱۵) کنترل ردگیری فضای کار تحت تبدیل فضای کنترلی ناقص



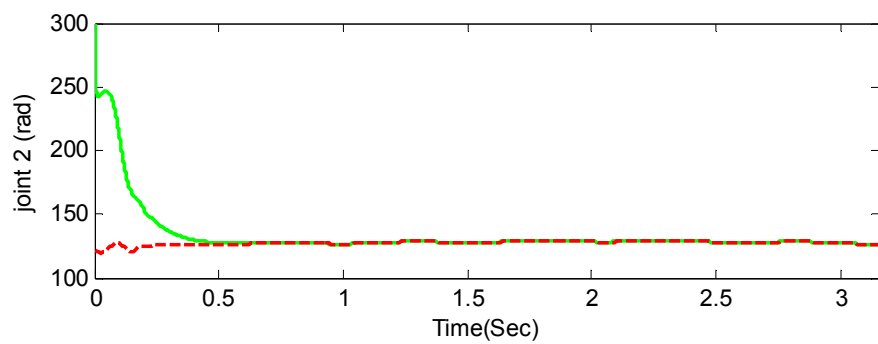
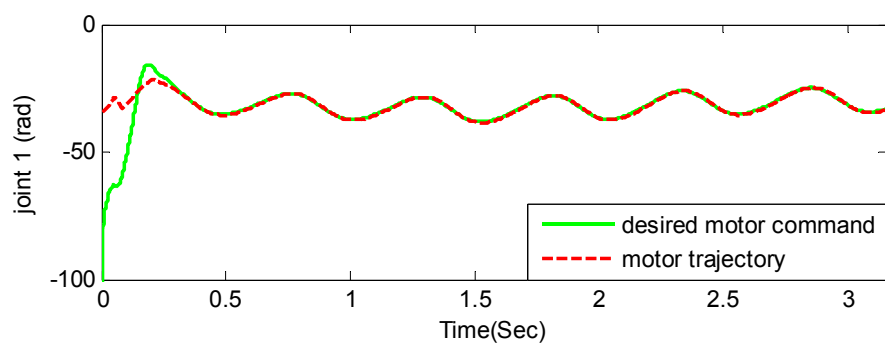
شکل (۷-۱۶) نرم خطای ردگیری در فضای کار تحت تبدیل فضای کنترلی ناقص



شکل (۷-۱۷) سیگنال کنترلی ورودی



شکل (۷-۱۸) کنترل ردگیری در فضای مفصلی



شکل (۷-۱۹) کنترل ردگیری در حلقه موقعیت موتور



## فصل هشتم

کنترل مرتبه کسری رباتهای با مفاصل انعطاف

پذیر در فضای کار

## ۸-۱- مقدمه

حساب کسری از قرن ۱۷ آغاز شد و بحثهای اولیه در این مورد شامل کارهای لایب نیتز<sup>۱</sup>، اویلر<sup>۲</sup>، لاگرانژ<sup>۳</sup>، لاپلاس<sup>۴</sup>، آبل<sup>۵</sup>، لیوویل<sup>۶</sup>، ریمان<sup>۷</sup> و بسیاری دیگر بوده است. اولین گزارش مربوط به تعمیم مشتقات معمولی به مشتقات کسری منصوب به لایب نیتز و هوپیتال است که در آن هوپیتال از لایب نیتز می پرسد که اگر در نماد  $\frac{d^n}{dt^n}$ ، به جای  $n$  عدد ۰.۵ قرار دهیم چه اتفاقی می افتد. لاپلاس (۱۸۱۲) مشتقات کسری را به صورت یک انتگرال تعریف کرد و در سال ۱۸۱۹ لاکرویکس<sup>۸</sup> مشتقات کسری با مرتبه دلخواه را با تعمیم فرمول مشتق معمولی مورد توجه قرار داد.

امروزه اصطلاح حسابان کسری عبارت است از حساب مربوط به انتگرال و مشتق گیری از مرتبه دلخواه به طوری که مرتبه مشتق بتواند گویا، گنگ و حتی مختلط باشد. در مورد مرتبه گویا کارهای مختلفی صورت گرفته است ولی تحلیل مختلط مشتقات و انتگرالهای کسری توسط، سربواستاوا بحث شده است. مشتقات و انتگرال های کسری بحث های صرفا ریاضی نیستند بلکه کاربردهای فراوانی در مدارهای الکتریکی، شیمی تجزیه، چند قطبی های کسری، فرموله کردن مسائل فیزیک، شیمی و علوم بیولوژیکی دارد.

اخیرا کاربردهای معادلات دیفرانسیل کسری شامل عملگر دیفرانسیلی ریمان - لیوویل در زمینه های مختلفی نظیر دینامیک سیالات محاسباتی، پردازش سیگنال، بیولوژیک، پلیمر و مکانیک آماری دیده

---

<sup>۱</sup> Leibnitz

<sup>۲</sup> Euler

<sup>۳</sup> Lagrange

<sup>۴</sup> Laplace

<sup>۵</sup> Abel

<sup>۶</sup> Liouville

<sup>۷</sup> Reimann

<sup>۸</sup> Lacroix

شده است. حساب کسری به فرم فرکتالی<sup>۱</sup> از توابعی نظیر وایراشتراس<sup>۲</sup> و همچنین توابع پله ای لبگ نیز مطرح شده است. لیکن، کاربردهای آن در مسائل هندسی به ویژه در مسائل مدلسازی و کنترل بازوهای ماهر ربانیک سابقه ای طولانی ندارد [۱۳۲-۱۳۰].

در این فصل، پس از معرفی رایجترین تعاریف موجود در مشتقات کسری یعنی ریمان-لیوویل<sup>۳</sup>، گرانوالد-لتنیکوف<sup>۴</sup> و کاپوتو<sup>۵</sup>، به طراحی کنترل ردگیری مقاوم مرتبه کسری برای بازوهای ربات با مفاصل انعطاف پذیر در فضای مفصلی می پردازیم. از آنجا که وجود عدم قطعیت در ماتریس ژاکوبین، ردگیری دقیق در فضای کار را منتفی می نماید، در ادامه یک طرح کنترل ردگیری مقاوم مرتبه کسری در فضای کار و بر مبنای ماتریس ژاکوبین غیر دقیق ارائه، تحلیل و شبیه سازی خواهیم نمود.

## ۸-۲- تعاریف

تعاریف مختلفی از مشتق و انتگرال کسری وجود دارد که منشا متفاوتی داشته و لزوما هم معادل یکدیگر نیستند. لیکن، سه تعریف رایج در این حوزه عبارتند از [۱۳۳]

### ۸-۲-۱- مشتق کسری گرانوالد-لتنیکوف

اگر تابع  $f(t)$  پیوسته حقیقی باشد، برای هر  $\gamma \in R^+$  مشتق کسری گرانوالد-لتنیکوف مرتبه  $\gamma$  تابع  $f(t)$  در صورت وجود حد، به شکل زیر خواهد بود:

$${}_a D_t^\gamma f(t) = \lim_{\substack{h \rightarrow 0 \\ nh=t-a}} h^{-\gamma} \sum_{j=0}^n (-1)^j \binom{\gamma}{j} f(t-jh) \quad (1-8)$$

<sup>۱</sup> Fractional

<sup>۲</sup> Weierstrass

<sup>۳</sup> Reimann-Liouville

<sup>۴</sup> Grunwald-Letnikov

<sup>۵</sup> Caputo

که در آن  $a$  و  $t$  نقاط کرانه ای نامیده می شوند. در صورتی که  $\gamma < 0$  باشد، به جای مشتق، انتگرال کسری گرانوالد-لتنیکوف مطرح می شود.

### ۸-۲-۲- مشتق کسری ریمان-لیوویل

اگر  $f(t)$  تابعی حقیقی باشد، و  $\gamma$  یک عدد حقیقی دلخواه باشد، در اینصورت مشتق کسری ریمان-لیوویل مرتبه  $\gamma$  تابع  $f(t)$  به صورت زیر تعریف می شود:

$${}_a D_t^\gamma f(t) = \frac{1}{\Gamma(n-\gamma)} \frac{d^n}{dt^n} \int_a^t \frac{f(\tau)}{(t-\tau)^{\gamma-n+1}} d\tau \quad (2-8)$$

که در آن  $n$  کوچکترین عدد طبیعی بزرگتر از  $\gamma$  می باشد، یعنی  $(n-1 < \gamma \leq n)$  و  $\Gamma(n)$  نمایانگر تابع معروف گاما به صورت زیر می باشد.

$$\Gamma(n) = \int_0^\infty t^{n-1} e^{-t} dt \quad (3-8)$$

### ۸-۲-۳- مشتق کسری کاپوتو

در بسیاری از مسایل مدلسازی های ریاضی به فرمول بندی شرط اولیه نیاز است. پس باید تعاریفی از مشتق های کسری را بکار ببریم که امکان استفاده از شرایط اولیه ای که مفهوم فیزیکی دارند را فراهم کنند. تعریف مشتق کاپوتو این اجازه را می دهد تا شرایط اولیه در فرمول مساله قرار بگیرد [۱۳۴].

$${}_a D_t^\gamma f(t) = \frac{1}{\Gamma(p-n)} \int_a^t \frac{f^{(n)}(\tau)}{(t-\tau)^{\gamma-n+1}} d\tau \quad (4-8)$$

که در آن  $(n-1 < \gamma < n)$  می باشد.

از آنجایی که اثبات وجود حد در (۸-۱) و بیان تمامی خواص و قضایای مربوط به مشتق و انتگرال های غیر صحیح از حوصله این رساله خارج است لذا بحثهای تکمیلی این قسمت را می توان در منابع معرفی شده یافت [۱۳۵-۱۳۶].

### ۸-۳- طراحی کنترل ردگیری مقاوم مرتبه کسری برای بازوی ربات در فضای مفصلی

در این قسمت مشابه بخش ۷-۲، از یک استراتژی کنترلی غیرمتمرکز به منظور کنترل سیستم (۷-۵) استفاده می گردد. ساختار کنترل کننده پیشنهادی شامل دو حلقه می باشد. حلقه کنترل داخلی، از کنترل مود لغزشی به منظور کنترل موقعیت موتور بهره برده، و حلقه کنترل بیرونی سیگنال فرمان مطلوب را با استفاده یک کنترل کننده  $PID^{\gamma}$  برای حلقه داخلی فراهم می نماید. ابتدا فرض می کنیم سیگنال موقعیت مطلوب از طریق سینماتیک وارون دقیق به فضای مفصلی منتقل و در دسترس باشد.

### ۸-۳-۱- طراحی حلقه کنترل داخلی

برای این منظور، ابتدا یک قانون کنترل ولتاژ مشابه بخش ۷-۲-۱ و در سطح ولتاژ ورودی موتورها طراحی می نماییم:

$$u(t) = v \quad , \quad \text{for } |v| \leq v_{\max} \quad (۵-۸)$$

$$u(t) = v_{\max} \text{sign}(v) \quad , \quad \text{for } |v| > v_{\max} \quad (۶-۸)$$

که در آن  $v_{\max}$  ثابت مثبت و نشان دهنده ماکزیمم ولتاژ مجاز موتور بوده، و سیگنال  $v$  به صورت ذیل تعریف می گردد:

$$v = \hat{R}i + \hat{K}_b \dot{\theta}_d + \hat{K}_b K_{ps\theta} e(t) + \rho_{s\theta} \text{sat} \left( \frac{S_{\theta}}{\varepsilon} \right) \quad (۷-۸)$$

بهره مندی از مجزاسازی کامل، محاسبات کم و سرعت در انجام محاسبات، سادگی طراحی و دقت بالای آن از جمله برتری های طرح پیشنهادی در قیاس با طرحهای مشابه با استفاده از استراتژی های کنترل گشتاور می باشد.

### ۸-۳-۲- طراحی حلقه کنترل خارجی

هدف از طراحی حلقه کنترل خارجی، فراهم آوردن سیگنال فرمان مناسب  $\theta_d$  برای حلقه کنترل داخلی است، به گونه ای که، ردگیری  $\theta_d$  منجر به ردگیری موقعیت مطلوب در فضای کار گردد. با

این مقدمه، سیگنال موقعیت مطلوب موتور، به صورت ذیل پیشنهاد می گردد:

$$\theta_d = k_d D^\gamma E(t) + k_p E(t) + k_i \int_0^t E(\tau) d\tau, \quad t \geq 0 \quad (8-8)$$

که در آن  $k_d$ ،  $k_p$  و  $k_i$  پارامترهای کنترلی اسکالر با مقادیر مثبت و  $E(t) = q_d - q$  نمایانگر خطای ردگیری در فضای مفصلی می باشد.

### ۸-۳-۳- آنالیز پایداری و ارزیابی عملکرد

به منظور ارزیابی عملکرد کنترل کننده پیشنهادی در بخش های (۸-۳-۱) و (۸-۳-۲)، به آنالیز پایداری سیستم کنترل حلقه بسته می پردازیم. با توجه به ساختار غیرمتمرکز کنترل کننده ارائه شده، بکارگیری فرض ۱ و فرض ۲ از بخش ۷-۲-۳ و فرآیندی مشابه، می توان کراندار بودن  $i$  و  $\frac{di}{dt}$  را به آسانی نتیجه گرفت. از آنجایی که قوانین کنترل (۸-۵) تا (۸-۷) در دو ناحیه  $|v| \leq v_{\max}$  و  $|v| > v_{\max}$  عمل می نمایند، در نتیجه عملکرد ردگیری برای این دو بخش به صورت مجزا بررسی می گردد.

**الف:** ناحیه  $|v| \leq v_{\max}$

همانطور که در بخش ۷-۲-۳ ملاحظه گردید، سیگنالهای  $e(t)$  و  $\dot{e}(t)$  کراندار بوده و با توجه به (۷-۲۶)، وجود یک کران بالا برای  $\dot{\theta}_d$  تضمین می گردد. با مشتق گیری از (۸-۸) نسبت به زمان داریم:

$$\dot{\theta}_d = k_d D^{1+\gamma} E(t) + k_p \dot{E}(t) + k_i E(t), \quad t \geq 0 \quad (8-9)$$

معادله اخیر، نمایانگر یک سیستم مرتبه کسری خطی با ورودی محدود  $\dot{\theta}_d$  و بهره های مثبت  $k_d$ ،  $k_p$  و  $k_i$  می باشد. براحتی می توان نشان داد که سیگنال خطای  $E(t)$  تحت ورودی محدود  $\dot{\theta}_d$  کراندار می باشد اگر، (۸-۹) اکیدا پایدار باشد. به همین منظور لم زیر را تعریف می نماییم [۱۳۷].

**لم ۱:** یک سیستم خطی مرتبه کسری با تابع انتقال  $G(s)$ ، پایدار می باشد اگر:

$$|\arg(\omega_i)| > \frac{\alpha\pi}{2}, \quad \alpha \in R^+ \quad (10-8)$$

که در آن  $\omega = s^\alpha$ ،  $0 < \alpha < 2$  و  $\omega_i$  ریشه نام چندجمله ای مخرج تابع انتقال  $G(s)$  می باشد. اثبات: به منظور آنالیز پایداری یک سیستم خطی، تابع انتقال آن را بدست آورده و موقعیت ریشه های چند جمله ای مخرج را مورد بررسی قرار می دهیم. تابع انتقال مورد نظر پایدار می باشد اگر، ریشه های آن در سمت چپ صفحه اعداد مختلط باشد. با این مقدمه، تابع انتقال (۸-۹) به صورت زیر بدست می آید:

$$G(s) = \frac{E(s)}{\theta_d(s)} = \frac{1}{k_d s^{1+\gamma} + k_p s + k_i} \quad (11-8)$$

بر طبق [۱۳۷]، هر سیستم مرتبه کسری را می توان به فرم متناسب<sup>۱</sup> بازنویسی نمود که در آن دامنه تعریف  $G(s)$ ، یک سطح ریمان با  $\vartheta$  صفحه ریمان می باشد، یعنی:

$$G(s) = \frac{E(s)}{\theta_d(s)} = \frac{1}{k_d s^{\vartheta_1/\vartheta} + k_p s^{\vartheta_2/\vartheta} + k_i} \quad (12-8)$$

که در آن  $\vartheta_1$ ،  $\vartheta_2$  و  $\vartheta$  اعداد صحیح بوده، و  $\vartheta$  کوچکترین مخرج مشترک  $1+\gamma$  و  $1$  می باشد. به عنوان یک نتیجه از لم اخیر و با بکارگیری فرآیند توضیح داده شده در [۱۳۸ و ۱۳۷]، می توان پارامترهای  $\gamma$ ،  $k_p$ ،  $k_d$  و  $k_i$  را به نحوی انتخاب نمود تا قطبهای سیستم حلقه بسته در موقعیت های مطلوب باشند. به بیان دیگر، در این حالت سیگنال  $E(t)$  کراندار بوده و با استفاده از تعریف  $q = q_d - E(t)$  و همچنین کراندار بودن سیگنال موقعیت مطلوب  $q_d$ ، کراندار بودن  $q$  را می توان نتیجه گرفت. از سوی دیگر، با توجه به (۷-۳۱) داریم:

$$J_m \ddot{\theta} + B \dot{\theta} + r K_s r \theta = r K_s q + K_m i \quad (13-8)$$

که نمایانگر یک سیستم خطی مرتبه دوم با بهره های مثبت  $J_m$ ،  $B$  و  $r K_s r$ ، و ورودی محدود  $r K_s q + K_m i$  می باشد. لذا این سیستم بر مبنای معیار هورویتز پایدار بوده و کراندار بودن  $\theta$ ،  $\dot{\theta}$  و  $\ddot{\theta}$

<sup>۱</sup> Commensurate

نتیجه می شود. با توجه به کراندار بودن  $\theta$  و  $E(t)$ ، محدود بودن  $\theta_d$  را نیز می توان نتیجه گرفت. حال، با فرآیندی مشابه (۱۱-۸) و (۱۲-۸) کراندار بودن  $\dot{E}(t)$  و در نتیجه  $\dot{q}$  نیز حاصل می گردد. از آنجایی که تمامی حالات سیستم مرتبط با هر مفصل، کراندار می باشند، در نتیجه (۴-۷) کراندار بوده و سیستم رباتیک پایدار از نوع ورودی محدود-خروجی محدود خواهد بود.

ب: ناحیه  $|v| > v_{\max}$

با فرآیندی مشابه بخش ۷-۲-۳-ب می توان اثبات نمود که در این ناحیه تمامی حالات کراندار بوده و در نتیجه سیستم رباتیک پایدار از نوع ورودی محدود-خروجی محدود می باشد.

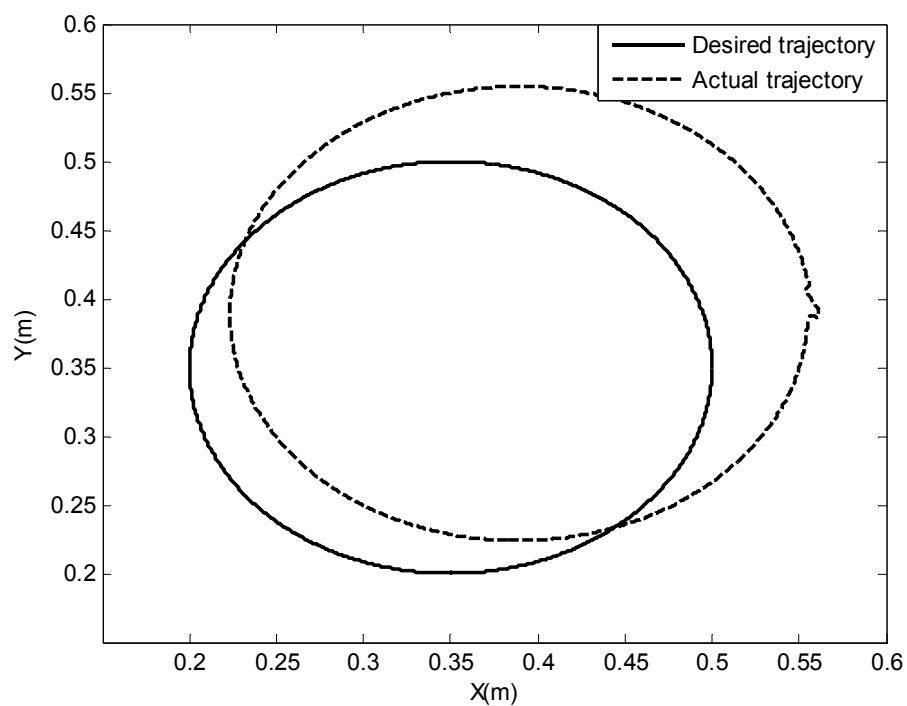
### ۸-۳-۴ - شبیه سازی

به منظور بررسی عملکرد سیستم کنترل، قانون کنترل را بر روی ربات دو محوره با مشخصات داده شده در جداول (۱-۳) و (۲-۳) اجرا و شبیه سازی می نماییم. سیستم کنترل به صورت مفصل مستقل عمل می نماید، بنابراین برای هر مفصل از یک کنترل کننده مجزا استفاده می شود. جهت اجرای شبیه سازی از قوانین کنترل (۵-۸) تا (۸-۸) استفاده می نماییم. پارامترهای مورد نیاز در کنترل ردگیری به صورت  $k_p = 1500$ ،  $k_d = 70$ ،  $k_i = 2000$ ،  $\varepsilon = 0.2$ ،  $\gamma = 0.8$  و  $K_{ps\theta} = 50$  انتخاب گردید. پارامترهای مربوط به هر دو کنترل کننده به صورت یکسان انتخاب شده اند، ولی در حالت کلی می توانند متفاوت باشند.

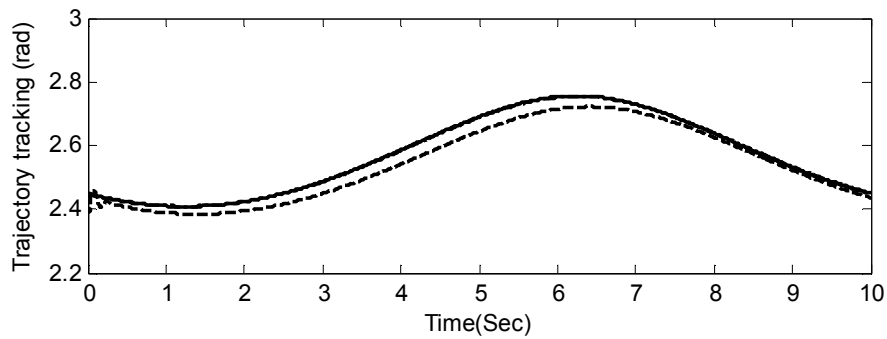
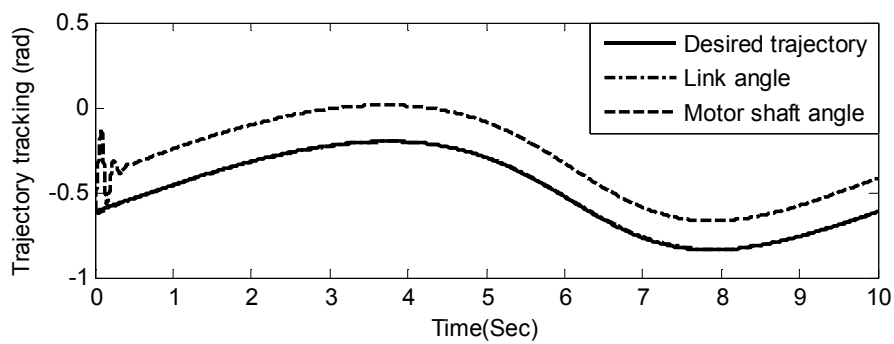
با این توضیحات، شکل های (۱-۸) و (۲-۸)، نتایج مربوط به قانون کنترل پیشنهادی در ردگیری مسیر دایره ای، و در حضور ۱۰٪ عدم قطعیت پارامتری در پارامترهای رابطها و بدون هرگونه اطلاعاتی از پارامترهای ربات را نشان می دهد. همچنین شکل های (۳-۸) و (۴-۸)، به ترتیب نرم خطای ردگیری در فضای کار و فضای مفصلی را نمایش می دهند. همانگونه که مشاهده می شود نرم خطای ردگیری در فضای مفصلی، در مقایسه با فضای کار بسیار کوچک می باشد. همچنین، شکل (۵-۸)



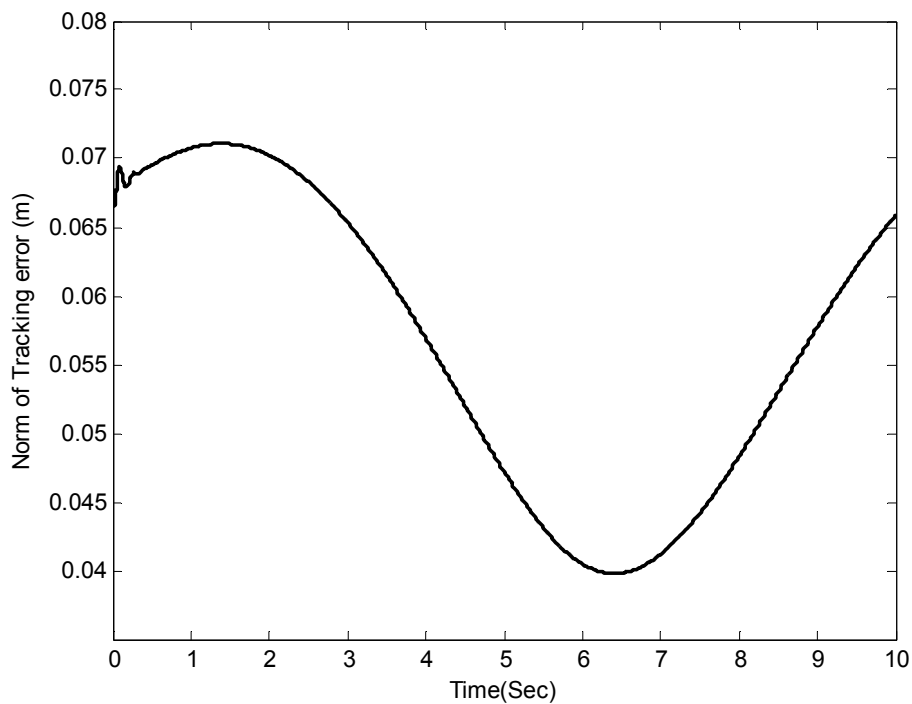
سیگنال های کنترل ربات را نشان می دهد. به دلیل وجود خطای اولیه بالا، تلاش سیگنالهای کنترل در آغاز زیاد است ولی تلاشهای کنترلی با کاهش خطای ردگیری کاهش می یابد. به عنوان یک نتیجه، کنترل ردگیری در فضای مفصلی، کنترل دقیق در فضای کار را نتیجه نمی دهد.



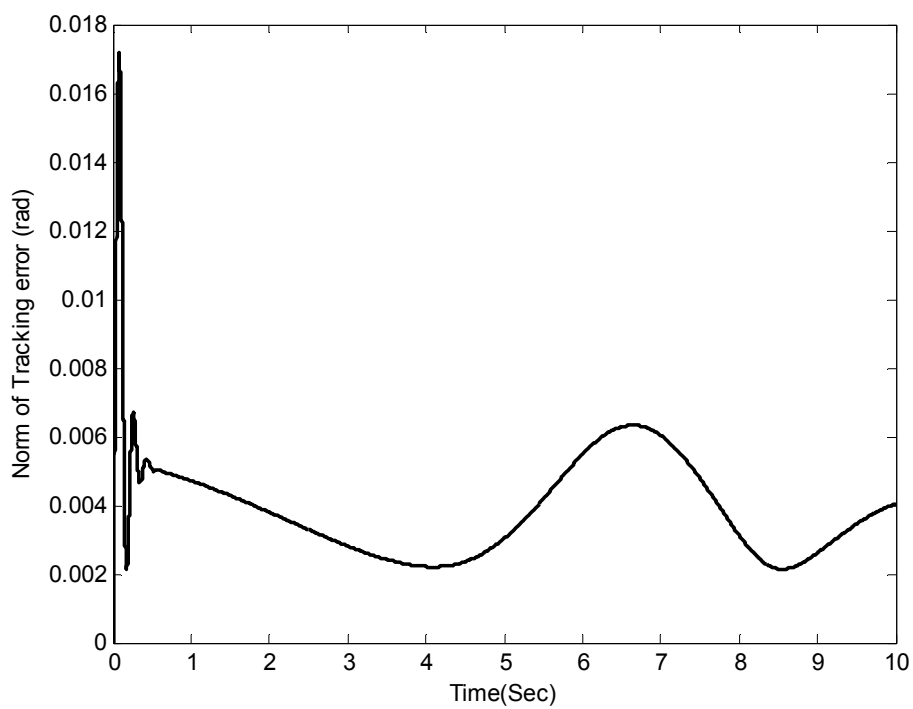
شکل (۸-۱) کنترل ردگیری در فضای کار



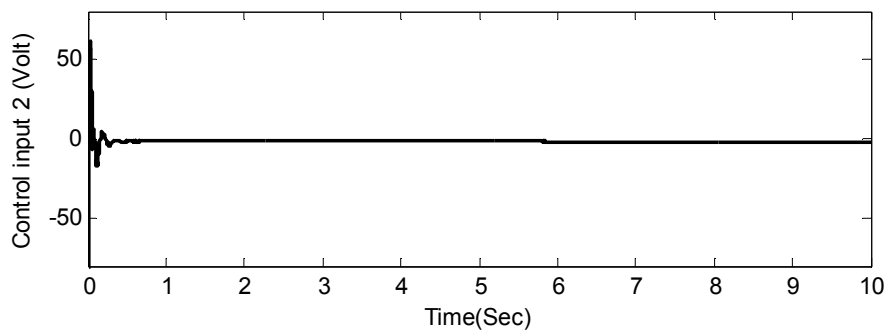
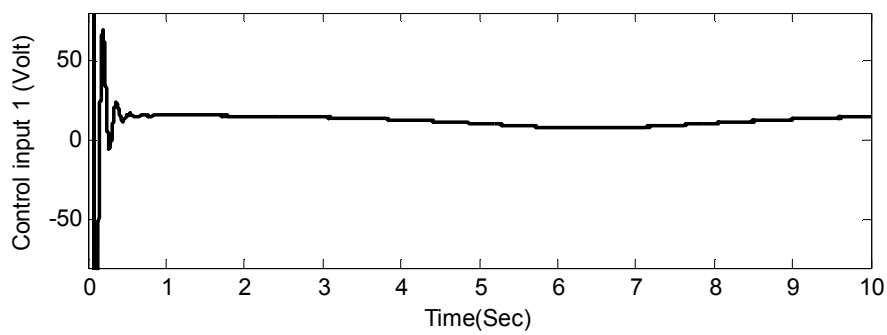
شکل (۸-۲) کنترل ردگیری در فضای مفصلی



شکل (۸-۳) نرم خطای ردگیری در فضای کار



شکل (۴-۸) نرم خطای ردگیری در فضای مفصلی



شکل (۵-۸) سیگنال کنترلی ورودی

به عنوان آخرین قسمت از این بخش، به آنالیز پایداری (۸-۱۱) با پارامترهای کنترلی داده شده می پردازیم. برای این منظور داریم:

$$70s^{1.8} + 1500s + 2000 = 0 \quad (۸-۱۴)$$

با نگاشت قطبها از صفحه  $s^q$  به صفحه  $w$ ، داریم:

$$70w^9 + 1500w^5 + 2000 = 0 \quad (۸-۱۵)$$

که در آن  $w = s^{1/m}$  و  $m = 5$  به ترتیب نمایانگر صفحات و تعداد سطوح ریمان می باشند. با حل چند جمله ای (۸-۱۵)، ریشه ها و مقادیر فاز مطلق آنها به صورت زیر بدست می آیند:

$$\begin{aligned} w_{1,2} &= 1.5053 \pm 1.5219i & , & \quad | \arg(w_{1,2}) | = 0.7909 \\ w_{3,4} &= -1.5364 \pm 1.5218i & , & \quad | \arg(w_{3,4}) | = 2.361 \\ w_{5,6} &= 0.8702 \pm 0.6219i & , & \quad | \arg(w_{5,6}) | = 0.6205 \\ w_{7,8} &= -0.3153 \pm 1.0065i & , & \quad | \arg(w_{7,8}) | = 1.8744 \\ w_9 &= -1.0477 & , & \quad | \arg(w_9) | = 3.1416 \end{aligned} \quad (۸-۱۶)$$

همانطور که ملاحظه می گردد، از میان این ریشه ها، تنها ریشه های مختلط  $w_{5,6}$  در صفحه اول ریمان، توصیف شده به صورت  $| \arg(w) | < \pi / m$  بوده و شرط پایداری داده شده به صورت  $| \arg(w) | > \pi / 2m = 0.3142$  را دارا می باشد. به بیان دیگر، سیستم (۸-۱۴) پایدار می باشد.

## ۸-۴ - کنترل ردگیری مقاوم مرتبه کسری در فضای کار بر اساس ماتریس ژاکوبین

### غیر دقیق

روش کنترلی پیشنهاد شده در بخش قبل، دارای عملکرد ردگیری مناسب در فضای مفصلی بوده و در مواجهه با عدم قطعیت های دینامیکی مقاوم می باشد. این روش به صورت مفصل مستقل اعمال و از این جهت اجرای آن نسبتا ساده است. سیستم کنترل دارای طراحی ساده و مستقل از مدل ربات می باشد. لیکن، تحت تبدیل فضای کنترلی ناقص، ردگیری مناسبی در فضای کار ارائه نمی نماید. به منظور رفع این مشکل، قانون کنترل حلقه بیرونی (۸-۸)، به فرم زیر اصلاح می گردد.

$$\theta_d = \int_0^t \hat{J}_a^{-1}(q) (k_d D^{1+\gamma} E_x(\tau) + k_p \dot{E}_x(\tau) + k_i E_x(\tau)) d\tau, \quad t \geq 0 \quad (17-8)$$

که در آن  $E_x = x_d - x$  بردار خطای ردگیری در فضای کار می باشد. همانند زیر بخش ۸-۳-۳، آنالیز پایداری سیستم حلقه بسته در دو ناحیه مورد ارزیابی قرار می گیرد.

**الف:** ناحیه  $|v| \leq v_{\max}$

با فرآیندی مشابه بخش ۸-۳-۳، براحتی می توان اثبات نمود که سیگنالهای  $e(t)$  و  $\dot{e}(t)$  کراندار بوده و با توجه به (۷-۲۶)، وجود یک کران بالا برای  $\dot{\theta}_d$  تضمین می گردد. با مشتق گیری از (۸-۱۷) نسبت به زمان داریم:

$$k_d D^{1+\gamma} E_x(t) + k_p \dot{E}_x(t) + k_i E_x(t) = \hat{J}_a \dot{\theta}_d \quad (18-8)$$

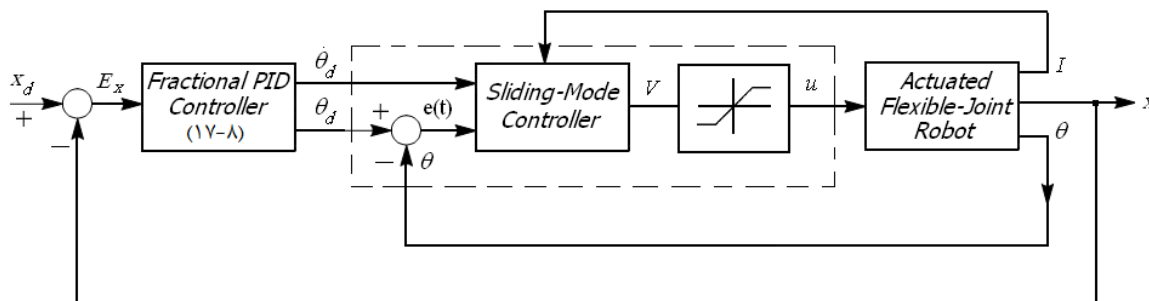
معادله اخیر، نمایانگر یک سیستم مرتبه کسری خطی با ورودی محدود  $\hat{J}_a \dot{\theta}_d$  می باشد که در آن  $\hat{J}_a$  و  $\dot{\theta}_d$  هر دو کراندار بوده و  $k_d$ ،  $k_p$  و  $k_i$  بهره های ثابت مثبت می باشند. با بکارگیری لم ۱ و فرض محدود بودن مسیر مطلوب در فضای کار، ملاحظه می گردد که سیگنال خطای  $E_x$ ، بردار  $x$  و در نتیجه سیگنال موقعیت  $q$  کراندار می باشد. در نهایت، بطور کلی می توان گفت بازوی ماهر رباتیک با مفاصل انعطاف پذیر پایدار از نوع ورودی محدود-خروجی محدود می باشد.

**ب:** ناحیه  $|v| > v_{\max}$

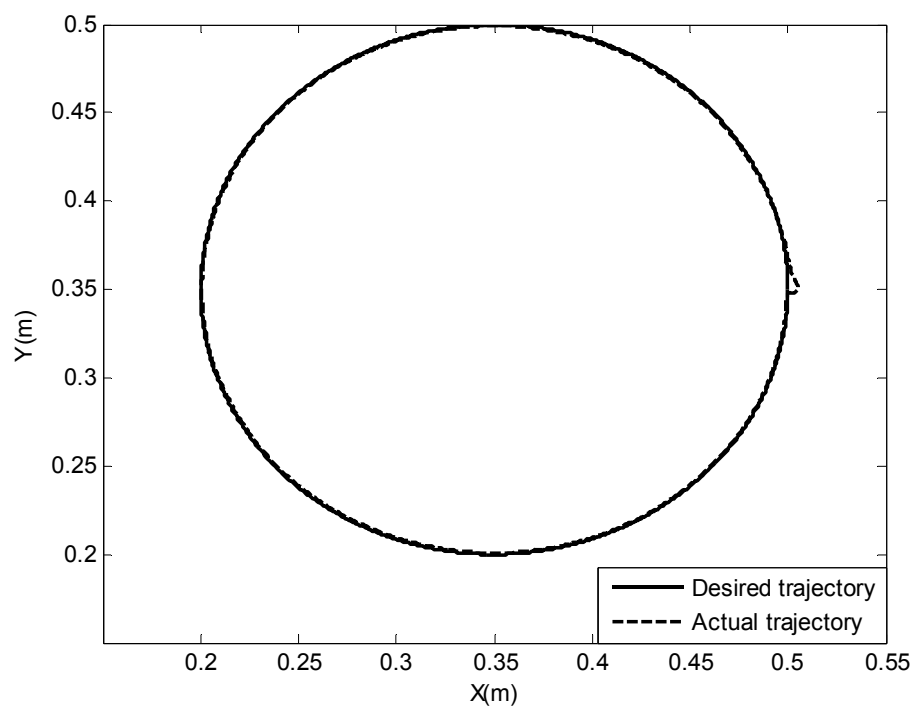
اثبات، مشابه زیر بخش ب از بخش ۸-۳-۳ بوده، لذا از تکرار مجدد آن پرهیز می نمایم. بلوک دیاگرام کنترل کننده پیشنهادی در شکل (۸-۶) داده شده است.

### ۸-۴-۱- شبیه سازی

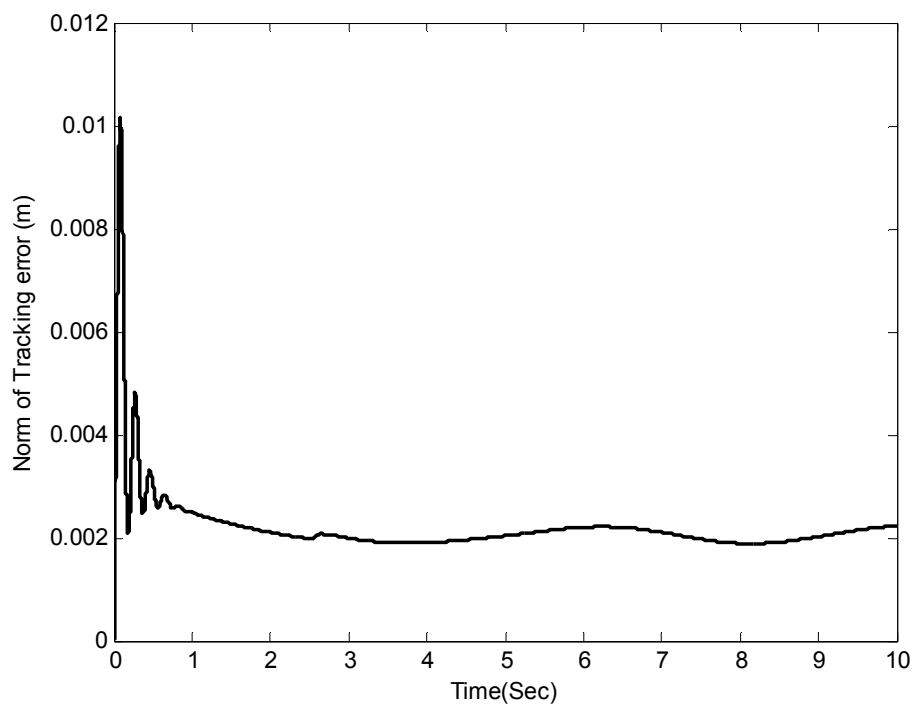
برای بررسی عملکرد کنترل کننده پیشنهادی، در بخش ۸-۴ پارامترهای کنترل کننده برای هر دو محور به صورت  $k_p = 1000$ ،  $k_d = 90$ ،  $k_i = 2000$ ،  $\varepsilon = 0.2$ ،  $\gamma = 0.6$  و  $K_{ps\theta} = 10$  انتخاب شده است. بر این اساس، نتایج مربوط به کنترل ردگیری در فضای کار و نرم خطای ردگیری در شکل های (۸-۷) و (۸-۸) داده شده است. همانطور که ملاحظه می گردد موقعیت مجری نهایی به خوبی به سمت مقدار مطلوب در فضای کار همگرا می گردد. همچنین پروفایل مربوط به ولتاژ محرکه ها در شکل (۸-۹) داده شده است. نتایج شبیه سازی حاکی از عملکرد خوب کنترل کننده فضای کار پیشنهادی، علی رغم حضور انعطاف شدید در مفاصل می باشد.



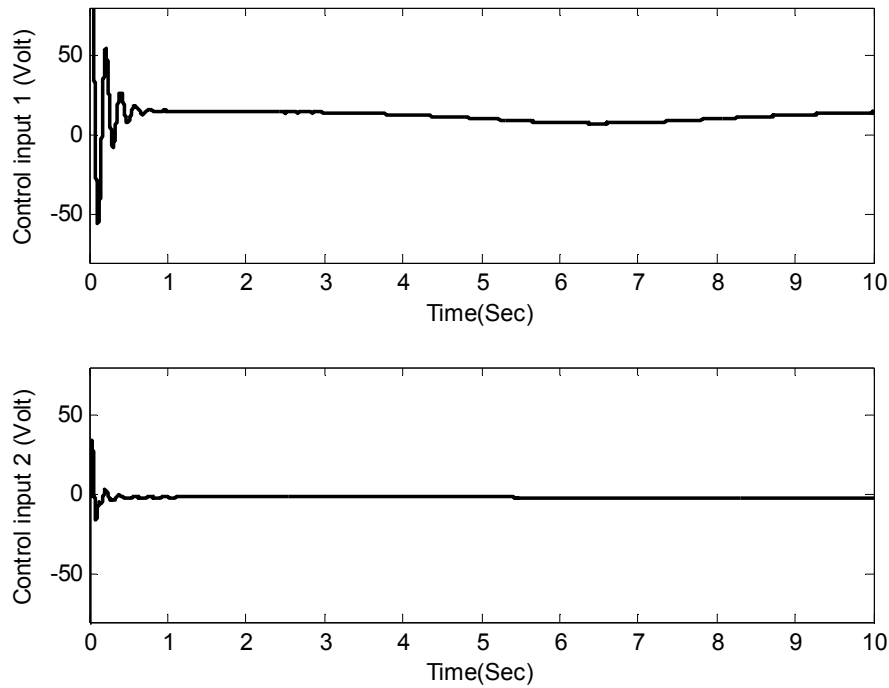
شکل (۸-۶) کنترل مرتبه کسری بر مبنای استراتژی کنترل ولتاژ



شکل (۷-۸) کنترل ردگیری در فضای کار



شکل (۸-۸) نرم خطای ردگیری در فضای کار



شکل (۸-۹) سیگنال کنترلی ورودی

## ۸-۵- خلاصه بحث و نتیجه گیری

در این فصل، پس از بیان مقدماتی از حسابان کسری، از این نظریه به منظور کنترل ردگیری مقاوم بازوی ربات با مفاصل انعطاف پذیر در فضای مفصلی استفاده گردید. از آنجا که شرط وجود عدم قطعیت، فرض در دسترس بودن ماتریس ژاکوبین دقیق را منتفی می نماید به همین منظور، در ادامه یک کنترل کننده مقاوم غیرخطی مرتبه کسری پیشنهاد می گردد که در غلبه بر عدم قطعیت‌های دینامیکی و سینماتیکی بازوی ربات بسیار توانا است. تحلیل ریاضی و شبیه سازی، عملکرد مطلوب کنترل کننده پیشنهادی در فضای کار را تصدیق می نماید.



## فصل نهم

نتیجه گیری و پیشنهادات

## ۹-۱- نتیجه گیری

در این فصل با جمع بندی مطالب، به بررسی مشکلات موجود در کنترل رباتهای با مفاصل انعطاف پذیر پرداخته و زمینه‌های لازم برای بیان چالشهای موجود را جستجو می‌نماییم. همانطور که بیان گردید، استفاده از رباتهای انعطاف پذیر (چه با مفاصل انعطاف پذیر و چه انعطاف پذیر بازو) نیاز فناوری امروز می‌باشد. در خیلی از کاربردهای پیشرفته همانند رباتهای فضایی به دلیل استفاده از تجهیزاتی چون هارمونیک‌درایو، و بازوهای بلند، با انعطاف پذیری توأم در بازو و مفصل روبرو هستیم. لیکن، وجود انعطاف پذیری در رباتها باعث پیچیده‌تر شدن فرآیند طراحی کنترل کننده برای آنها شده، بنحوی که نادیده گرفتن آن در طراحی قانون کنترل ممکن است باعث بروز ناپایداری، عدم ردیابی و یا حداقل افت عملکرد سیستم کنترل گردد.

با این مقدمه و بر اساس ویژگیهای فیزیکی بازوی ماهر ربات، در فصل دوم فرضیاتی برای ماتریس اینرسی، کوریولیس، اصطکاک، دینامیک های مدل نشده و دینامیک های محرکه ها تعریف و بر پایه این فرضیات، توابع محدودیتی نیز بیان گردید.

در ادامه با توجه به این توابع محدودیت، تعدادی از روشهای کنترلی با رویکردهای کلاسیک، مقاوم، و تطبیقی ارائه و نقاط ضعف و قوت آنها مورد ارزیابی قرار گرفت. مروری اجمالی بر روشهای مطرح شده، حکایت از انتخاب گشتاورها و نیروهای عمل کننده بر روی مفاصل، به عنوان ورودی و نادیده گرفتن دینامیک های مربوط به محرکه ها در طراحی سیستم کنترل، و توصیف معادلات دینامیکی سیستم دارد. نگاهی فنی به مسئله حاکی از آن است که این چشم پوشی مشکلاتی چند را به همراه دارد. از آن جمله اینکه:

۱- به لحاظ مکانیکی، ربات مجموعه ای از مفاصل و رابطها با فرمان ورودی گشتاور می باشد. لیکن فرمانهای کنترل گشتاور را نمی توان به طور مستقیم برای ورودیهای محرکهای راه انداز بازوهای ماهر ربات استفاده نمود.

۲- بازوهای ماهر ربات توسط محرکه ها رانده می شوند. بنابراین، دینامیک محرکه ها قسمت مهمی از دینامیک کامل ربات، بخصوص در موارد جابجایی های سرعت بالا و بارهای به شدت تغییر پذیر، را تشکیل می دهند. لحاظ نمودن دینامیک محرک ها و سیستم انتقال حرکت در معادلات ربات، سیستمی با معادلات دینامیکی مرتبه پنج پدید می آورد که خود نیازمند طراحی یک کنترلر از مرتبه بالا، به منظور دستیابی به هر دو پاسخ حالت گذرای خوب و خطای ردگیری حالت ماندگار کوچک می باشد.

۳- اشباع، هیستریزیس، باند سکوت و لقی چرخ دنده ها معروفترین غیرخطی های مربوط به محرکه ها در کاربردهای سیستم کنترل عملی می باشد. همچنین بخشهای مرتبه سومی نیز در توصیف دینامیکهای انتقال مکانیکی ربات، ناشی از اصطکاک در هنگام تغییر شتابهای مفصلی ربات، وجود دارد که معمولا نامشخص می باشد. لذا توجه نمودن به این محدودیتها در طراحی استراتژی های کنترلی از اهمیت بالایی برخوردار است. به طور نمونه، روشهای مطرح شده بر پایه کنترل مقاوم غیر خطی و کنترل پسگام در صورتی ردگیری دقیق موقعیت در فضای کار را نتیجه می دهند که، توابع محدودیت نسبتا دقیقی از کران عدم قطعیت ها در دسترس باشد. در غیر اینصورت به منظور تضمین پایداری، می بایستی ضرایب کنترل کننده را بزرگ انتخاب نمود که در اینصورت محرکهها به اشباع رفته و عواقبی همچون کوک شدگی، ناپایداری و ضعف در عملکرد سیستم حلقه بسته را به همراه خواهند داشت.

۵- در خصوص مسئله کوک شدگی بایستی اشاره نماییم که عمده روشهای مطرح شده به منظور جبران کوک شدگی، فرض در دسترس بودن سیگنال گشتاور را می نمایند. لیکن تمامی روشهای مطرح شده در خصوص اندازه گیری گشتاور انتقالی از طریق شفت موتور، با مشکلاتی عدیده مواجه می باشند که کاربرد پسخورد گشتاور، در الگوریتمهای جبران را با مشکل مواجه می سازد.

نظر به این مسائل، مشکلات مربوط به کنترل در فضای کار، و نیز عدم سهولت دسترسی به سیگنال های مورد نیاز جهت تامین اهداف کنترل، ضرورت توسعه و ارائه راه کاری جدید در زمینه کنترل

مقاوم بازوهای ماهر ربات با مفاصل انعطاف پذیر با توجه به ولتاژ ورودی محرکه ها بیشتر نمایان می نمود. بر این اساس، در فصل چهارم به ارائه دو روش جدید در حوزه کنترل ولتاژ پرداخته شد. روش اول با استفاده از مفاهیم کنترل ولتاژ، بکارگیری استراتژی کنترل مود لغزشی و بدون نیاز به هرگونه اطلاعات از دینامیک بازوی ربات به کنترل آن می پردازد. اثبات ریاضی و نتایج شبیه سازی، عملکرد مطلوب کنترل کننده پیشنهادی را نشان می دهد. در ادامه، راهکاری جدید با استفاده از استراتژی کنترل ولتاژ و بکارگیری دینامیک مرتبه کاهش یافته از ربات با مفاصل انعطاف پذیر ارائه گردید. روش پیشنهادی با صرف هزینه کنترلی کمتر، بسیاری از مشکلات مربوط به روشهای مطرح شده در حوزه کنترل ولتاژ را مرتفع می سازد. همچنین، با توجه به جدید بودن مفاهیم کنترل مرتبه کسری در سیستم های رباتیک با مفاصل انعطاف پذیر، در بخش پایانی به طراحی کنترل مرتبه کسری در حوزه ولتاژ پرداخته شد.

## ۹-۲- پیشنهادات

در این بخش برای بهتر شدن نتایج و به منظور ارائه راهکار برای محققین بعدی، پیشنهادات زیر بیان می گردد:

- تحقیق و بررسی مدل‌های انعطاف غیرخطی در مفاصل و استفاده از این مدلها در طراحی کنترل کننده موقعیت بازوی ربات با مفاصل انعطاف پذیر در فضای کار.
- تحقیق و بررسی رفتارهای دارای دو مقیاس زمانی در زیر سیستم مکانیکی و الکتریکی موتور بطور همزمان.
- تحقیق و بررسی مسئله کوک شدگی در رباتهای با مفاصل انعطاف پذیر با توجه به محدودیت ولتاژ ورودی محرکه ها.
- تعمیم نتایج حاصل از این رساله، برای کنترل امپدانس بازوی ربات با مفاصل انعطاف پذیر.

- بررسی روشهای ضد کوک شدگی<sup>۱</sup> در کنترل رباتهای با مفاصل انعطاف پذیر.
- پیاده سازی آزمایشگاهی روشهای ارائه شده.

---

<sup>۱</sup> Anti-Windup

## منابع و ماخذ:

1. B. Siciliano, "Control in robotics: Open problems and future directions", *IEEE Int. Conf. on Control Applications*, vol. 1, pp. 81-81, Naples Univ, 1998.
2. H. Liu, P. Meusel, J. Butterfass, G. Hirzinger, "DLR's multisensory articulated hand. Part II: The parallel torque/position control system", *IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation*, vol. 3, pp. 2087-2093, Wessling, 1998.
3. G. A. Wilson, and G. W. Irwin, "Tracking control of manipulators with elastic joints", *IEEE Int. Conf. on Control Applications*, pp. 165-170, Belfast, 1993.
4. W. E. Dixon, E. Zergroglu, D. M. Dawson, M. W. Hannan, "Global adaptive partial state feedback tracking control of rigid-link flexible-joint robot", *IEEE/ASME Int. Conf. on Advanced Intelligent Mechatronics*, pp. 281-286, 1999.
5. M. M. Williamson, "Series elastic actuators", *A. I. Technical Report*, 1995.
6. Y. Bar-Cohen, T. Xue, M. Shahinpoor, J. Simpson, and J. Smith, "Flexible low mass robotic arm actuated by electro active polymers and operated equivalently to human arm and hand", *The 3rd Conf. and Exposition/Demonstration on Robotic for Challenging Environments*, New Mexico, 1998.
7. J. Carroll, D. M. Dawson, Qu, "Composite control of direct-drive manipulators under motion constraints", *SSST, Southeastern Symposium on System Theory*, pp. 182-186, 1991.
8. H. Asada, K. Youcef-Tomei, "Direct drive robots: Theory and practice", *MIT Press*, 1987.
9. M. W. Spong, K. Khorasani, P. V. Kokotovic, "An integral manifold approach to the feedback control of flexible joint robots", *IEEE Trans. on Robotics and Automation*, vol. RA-3, no. 4, pp. 291-299, 1987.
10. L. C. Lin, K. Yuan, "Control of flexible joint robots via external linearization approach", *Journal of Robotic Systems*, vol. 7, no. 1, pp. 1-22, 1990.
11. K. Khorasani, "Adaptive control of flexible joint robot", *IEEE Trans. on Robotics and Automation*, vol. 8, no. 2, pp. 250-267, 1992.
12. A. Ficola, R. Marino, S. Nicosia, "A Singular perturbation approach to the control of elastic robots", *Annual Allerton Conf. Communication, Control and Computing*, Univ. Illinois, 1983.

13. M. C. Good, K. L. Storbel, L. M. Sweet, "Dynamics and control of robot drive systems", *General Electric Company, Corporate Research and Development*, 1983.
14. M. C. Good, L. M. Sweet, K. L. Storbel, "Dynamic models for control system design of integrated robot and drive systems", *ASME J. Dynamic Syst., Meas., Contr.*, vol. 7, no. 1, 1985.
15. L. M. Sweet, M. C. Good, "Re-definition of the robot motion control problems: Effects of plant dynamics, drive system constraints, and user requirements", *IEEE Int. Conf. on Decision and Control*, pp. 724-732, 1984.
16. D. W. Robinson, J. E. Pratt, D. J. Paluska, and G. A. Pratt, "Series elastic actuator development for a biomimetic walking robot", *IEEE/ASME Int. Conf. on Advanced Intelligent Mechatronics*, pp. 561-568, 1999.
17. H. B. Kuntze, and A. Jacubasch, "On the closed loop control of an elastic industrial robot", *American Control Conf.*, 1984.
18. H. B. Kuntze, A. Jacubasch, J. Richalet, and C. Arber, "On the predictive functional control of an elastic industrial robot", *IEEE Int. Conf. on Decision and Control*, pp. 1877-1881, 1986.
19. G. Cesareo, R. Marino, "On the controllability properties of elastic robots", *Int. Conf. on Analysis and Optimization of Systems*, 1984.
20. G. Cesareo, R. Marino, "On the controllability of elastic robots", *INRIA Int. Conf., Lecture Notes in Control and Inf. Sci., Springer-Verlag*, 1984.
21. P. Tomei, S. Nicosia, A. Ficola, "An approach to the adaptive control of elastic at joints robots", *IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation*, pp. 552-558, 1986.
22. G. R. Widmann, S. Ahmad, "Control system design of robots with flexible joints", *Recent Trends in Robotics: Modeling, Control and Education*, 1986.
23. G. Widmann, S. Ahmad, "Control of industrial robots with flexible joints", *IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation*, pp. 1561-1566, 1987.
24. B. Gebler, "Feed-Forward control strategy for an industrial robot with elastic links and joints", *IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation*, pp. 923-928, 1987.
25. M. W. Spong, "Modeling and control of elastic joint robots", *Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, vol. 109, no. 4, 1987.
26. A. De Luca, A. Isidori, F. Nicolo, "An application of nonlinear model matching to the control of robot arms with elastic joints", *IFAC Symp. Robot Control*, 1985.

27. K. Khorasani, M. W. Spong, "Invariant manifolds and their application to robot manipulators with Flexible Joints", *IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation*, pp. 978-983, 1985.
28. K. Khorasani, P. V. Kokotovic, "Feedback linearization of a flexible manipulator near its rigid body manifold", *System and Control Letter*, vol. 6, no. 3, pp. 187-192, 1985.
29. R. Marino, M. W. Spong, "Nonlinear control techniques for flexible joint manipulators", *IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation*, pp. 1030-1036, 1986.
30. M. G. Forrest-Barlach, and M. Babcock, "Inverse dynamics position control of a compliant manipulator", *IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation*, pp. 196-205, 1987.
31. S. Nicosia, and P. Tomei, "On the feedback linearization of robots with elastic joints", *IEEE Int. Conf. on Decision and Control*, pp. 180-185, 1988.
32. M. C. Readman, and P. R. Belanger, "Analysis and Control of a flexible joint robot", *IEEE Int. Conf. on Decision and Control*, pp. 2551-2559, 1990.
33. S. H. Murphy, J. T. Wen, and G. N. Saridis, "Simulation and analysis of flexibly jointed manipulators", *IEEE Int. Conf. on Decision and Control*, pp. 545-550, 1990.
34. M. M. Bridges, and D. M. Dawson, "Redesign of robust controllers for rigid-link flexible-joint robotic manipulators actuated with harmonic drive gearing", *IEE Proceedings. Control Theory and Applications*, pp. 508-514, vol. 142, no. 5, 1995.
35. M. C. Readman, "Flexible joint robot", *CRC Press*, 1994.
36. J. H. Oh, J. S. Lee, "Control of flexible joint robot system by backstepping design approach", *IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation*, pp. 3435-3440, 1997.
37. F. Ciuca, T. Lahdhiri, and H. A. Elmaraghy, "Linear robust motion control of flexible joint robot, Part A: modeling", *American Control Conf.*, 1999.
38. T. Lahdhiri, F. Ciuca, and H. A. Elmaraghy, "Robust linear motion control of flexible joint robots, Part B: control", *American Control Conf.*, pp. 704-708, 1999.
39. FA. Liang, and H. A. Elmaraghy, "Robust control of flexible joint robot", *Canadian Conf. on Electrical and Computer Engineering*, 1993.
40. H. J. Sira-Ramirez, and M. W. Spong, "Variable structure control of flexible joint manipulators", *Int. Journal of Robotics and Automation*, vol. 3, no.2, pp. 57-64, 1988.



41. H. Kim, and J. K. Parker, "Artificial neural network for identification and tracking control of a flexible joint single link robot", *IEEE SSST, Southeastern Symposium on System Theory*, pp. 233-237, 1993.
42. S. S. Ge, and I. Postlethwaite, "Adaptive neural network controller design for flexible joint robots using singular perturbation technique", *IEEE Trans. on Inst. Measurement and Control*, 1995.
43. C. M. Kwan, F. L. Lewis, and Y. H. Kim, "Robust neural network control of flexible joint robot", *IEEE Int. Conf. on Decision and Control*, pp. 1296-1301, 1995.
44. V. Zeman, R. V. Patel, and K. Khorasani, "Control of a flexible-joint robot using neural networks", *IEEE Trans. on Control Systems Technology*, vol. 5, no. 4, pp. 453-462, 1997.
45. P. Tomei, "A Simple PD controller for robots with elastic joints", *IEEE Trans. on Automatic Control*, vol. 36, no. 10, pp. 1208-1213, 1991.
46. H. J. Kelly, R. Ortega, A. Ailon, and A. Loria, "Global regulation of flexible-joint robots using approximate differentiation", *IEEE Trans. on Automatic Control*, vol. 39, no. 6, pp. 1222-1224, 1994.
۴۷. ازگلی، س، ۱۳۸۵، رساله دکتری، طراحی و پیاده سازی کنترلگر موقعیت برای روبات کشسان مفصل با لحاظ مساله اشباع کارانداز، دانشکده برق، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی.
48. H. D. Taghirad, and S. Ozgoli, "A survey on the control of flexible joint robots", *Asian Journal of Control*, vol. 8, no. 4, pp. 332-334, 2006.
49. J. J. Craig, "Introduction to robotics: Mechanics and control", Second Edition, *Addison-Wesley*, 1989.
50. J. H. Park, and Y. J. Lee, "Robust visual servoing for motion control of the ball on a plate", *Mechatronics*, vol. 13, no. 7, pp. 723-738, 2003.
51. G. D. Hager and P. I. Croke, "A Tutorial on visual servo control", *IEEE Trans. On Robotics and Automation*, vol. 12, no. 5, pp. 651-670, 1996.
52. R. Kelly, "Robust asymptotically stable visual servoing of planar robots", *IEEE. Trans. On Robtoics and Automation*, vol. 12, no. 5, pp. 759-766, 1996.
53. W. Yu, and M. A. Moreno-Armendariz, "Robust visual servoing of robot manipulators with neuro compensation", *Journal of the Franklin Insitute*, vol. 342, no. 7, pp. 824-838, 2005.

54. H. Yazarel, and C. C. Cheah, "Task-space adaptive control for robotic manipulators with uncertainties in gravity regressor matrix and kinematics", *IEEE Trans. On Automatic Control*, vol. 47, no. 9, pp. 1580-1585, 2002.
55. C. Liu, C. C. Cheah, and J. J. Slotine, "Adaptive jacobian tracking control of rigid-link electrically driven robots based on visual task-space information", *Automatica*, vol. 42, no. 9, pp. 1491-1501, 2006.
56. C. C. Cheah, C. Liu, and J. J. E. Slotine, "Adaptive jacobian vision based control for robots with uncertain depth information", *Automatica*, vol. 46, no. 7, pp. 1228-1233, 2010.
57. M. M. Fateh, M. R. Soltanpour, "Robust task-space control of robot manipulators under imperfect transformation of control space", *Int. Journal of Innovative Computing, Information and Control*, vol. 5, no. 11, pp. 3949-3960, 2009.
58. M. M. Fateh, "Robust voltage control of electrical manipulators in task space", *Int. Journal of Innovative Computing, Information and Control*, vol. 6, no. 6, pp. 2691-2700, 2010.
59. M. W. Spong, S. Hutchinson, and M. Vidyasagar, "Robot modeling and control", *John Wiley and Sons*, 2006
60. S. S. Ge, T. H. Lee, and E. G. Tan, "Adaptive neural network control of flexible joint robots based on feedback linearization", *Int. Journal of Systems Science*, vol. 29, no. 6, pp. 623-635, 1998.
61. M. H. Korayem, F. Davarpanah, and H. Ghariblu, "Load carrying capacity of flexible joint manipulators with feedback linearization", *International Advance Manufacture Technology*, vol. 29, no. 3-4, pp. 389-397, 2006.
62. A. Zakharov, and S. Halasz, "Parameter identification of a robot arm using genetic algorithms", *Periodica Polytechnic Ser.El.Eng*, vol. 45, no.3, pp. 195-209, 2001.
63. C. Liu, X. Xiang, and P. Poignet, "Adaptive tracking control of rigid-link flexible joint robot manipulator with uncertainties", *Proceeding of 18<sup>th</sup> IFAC World Congress*, pp. 10300-10306, 2011.
64. P. C. Krause, "Analysis of electric machinery", *McGraw-Hill, New York*, 1986.
65. Z. Qu, and D. Dawson, "Robust tracking control of robot manipulators", *1<sup>st</sup> Edition, IEEE Press*, 1996.
66. Ch. Ott, "Cartesian impedance control of redundant and flexible joint robot", *Springer-Verlag Berlin Heidelberg*, 2008.

67. K.H. Khalil, "Nonlinear Systems", *Prentice Hall Inc, New York, USA*, 2001.
68. H. D. Taghirad, and M. A. Khosravi, "Stability analysis and robust PID design for flexible joint robots", *Proc. Int. Symp. On Robotics*, vol. 1, pp. 144–149, 2000.
69. H. D. Taghirad, M. A. Khosravi, "Stability analysis and robust composite controller synthesis for flexible joint robots", *Advanced robotics*, vol. 20, no. 2, pp. 181-211, 2006.
70. S. S. L. Chang, "Optimal control in bounded phase space", *Automatica*, vol. 1, no. 1, pp. 55-67, 1963.
71. A. Saberi, L. Zongli, and A. R. Teel, "Control of linear systems with saturating actuators", *IEEE Trans. on Automatic Control*, vol. 41, no. 3, pp. 368-378, 1996.
72. S. Tabouriech and G. Eds. Garcia, "*Control of uncertain systems with bounded inputs*", Springer Verlag, 1997.
73. G. Shi, A. Saberi, "On the input to state stability of a double integrator with saturated linear control laws", *American Control Conf.*, pp. 59-61, 2002.
74. S. Ozgoli, and H. D. Taghirad, "Fuzzy error governor: A practical approach to counter actuator saturation on flexible joint robots", *Mechatronics*, vol. 19, no. 6, pp. 993-1002, 2009.
75. S. Ozgoli, and H. D. Taghirad, "Robust stability analysis of FJR composite controller with a supervisory loop", *IEEE/RSJ Int. Conf. on Intelligent Robots and Systems*, pp. 212-217, 2005.
76. S. Ozgoli, H. D. Taghirad, "Robust stability analysis of flexible joint robots composite control with saturating actuators", *CCA05, IEEE Int. Conf on Control Applications*, 2005.
77. S. Ozgoli, H. D. Taghirad, "Designing  $H_2/H_\infty$  controller for FJR to remove instabilities due to saturation", *13th Int. Mechanical Engineering Conference*, Isfahan, Iran, 2005.
78. S. Ozgoli, H. D. Taghirad, "Robust control for flexible joint robots with a supervisory control to remedy actuator saturation", *13th Iranian Conf. on Electrical Engineering*, Zanjan, Iran, 2005.
79. S. Ozgoli, H. D. Taghirad, "Design of composite controller for flexible joint robots with saturating actuator", *IEEE/APS Mechatronics and Robotics Conf.*, Tehran, Iran, 2004.

80. S. Ozgoli, H. D. Taghirad, "Using fuzzy logic to remedy actuator saturation in a composite controller for flexible joint robot", *5th Iranian Conf. On Fuzzy Systems, Imam Hussein University, Tehran, 2004*.
81. S. Ozgoli, H. D. Taghirad, "Fuzzy logic supervisory loop to remedy actuator saturation drawbacks", *16<sup>th</sup> Int. Conf. on System Engineering*, Coventry University, UK, pp. 537-541, 2003.
82. B. Noble, and J. W. Daniel, "*Applied Linear Algebra*", Prentice-Hall, 1988
83. Z. Qu, J. Dorsey, "Robust PID Control of robots", *Int. J of Robotics and Automation*, vol. 6, no. 4, pp. 228-235, 1991.
84. O. Harkegard, and T. Glad, "Flight control design using backstepping, Linkoping Studies in science and Technology", Reort, no. LiTH-ISY-R-2323, 2000.
85. P.V. Kokotovic, "The joy of feedback: Nonlinear and adaptive", *IEEE Control Systems Magazine*, vol. 12, no. 3, pp. 7-17, 1992.
86. P.V. Kokotovic, "Constructive nonlinear control: Progress in the 90's", *IFAC Proceedings*, pp. 49-77, 1999.
87. I. Kanellakopoulos, P.V. Kokotovic and A. S. Morse, "A Toolkit for nonlinear feedback design system", *System and Control letters*, vol. 18, no. 2, PP. 83-92, 1992.
88. J. H. Oh, J. S. Lee, "Backstepping control design of flexible joint manipulator using only position measurements", *IEEE Conf. on Decision and Control*, pp. 931-936, 1998.
89. A. A. Abouelsoud, "Robust regulator for flexible-joint robots using integrator backstepping", *Journal of Intelligent and Robotic Systems*, vol. 22, no. 1, pp 23-38, 1998.
90. J. Lee, J. S. Yeon, J. H. Park and S. Lee, "Robust backstepping control for flexible joint robot manipulators", *IEEE/RSJ International Conf. on Intelligent Robots and Systems*, pp. 183-188, 2007.
91. Y. Ch. Chang, and J. Shaw, "A regressor free adaptive backstepping design of flexible joint robot based on function approximation technique", *Proceedings of International Conf. on Robot, Vision and Signal Processing*, pp. 130-136, 2011.
92. An-Chyau Huang and Ming-Chih Chien, "Adaptive control of robot manipulators – A unified regressor-free approach", *World Scientific*, 2010.

93. R. A. Al Ashoor, K. Khorasani, R. V. Patel, and A. J. Al-Khalili, "Adaptive control of flexible joint manipulators", *IEEE Int. Conf. on Systems, Man and Cybernetics*, pp. 627-632, 1990.
94. M. W. Spong, "Adaptive control of flexible joint manipulators", *Systems and Control Letters*, vol. 13, no. 1, pp. 15-21, 1989.
95. F. Ghorbel, J. H. Hung, M. W. Spong, "Adaptive control of flexible joint robot manipulators", *IEEE Control System Magazine*, vol. 9, no. 7, pp. 9-13, 1989.
96. M. W. Spong, "Adaptive control of flexible joint manipulators: Comments on two papers", *Automatica*, vol. 31, no. 4, pp. 585-590, 1995.
97. K. S. Narendra and A. M. Annaswamy, "Stable adaptive systems", *prentice hall, Englewood Cliffs*, NJ, 1989.
98. K. Khorasani, "Adaptive control of flexible joint robots", *IEEE Trans. on Robotics and Automation*, vol. 8, no. 2, pp. 250-267, 1992.
99. S. S. Ge, "Adaptive controller design for flexible joint manipulators", *Automatica*, vol. 32, no. 2, pp. 273-278, 1996.
100. C. Ott, A. A. Schaffer, and G. Hirzinger, "Comparison of adaptive and nonadaptive tracking control laws for a flexible joint manipulators", *Proceedings IEEE/RSJ International Conf. on Intelligent Robots and Systems*, Lausanne, Switzerland, pp. 2018-2024, 2000.
101. W. E. Dixon, E. Zergeroglu, D. M. Dawson and M. W. Hannan, "Global adaptive partial state feedback tracking control of rigid-link flexible joint robots", *Proceedings IEEE/ASME International Conf. on Advanced Intelligent Mechatronics*, pp. 281-286, 1999.
102. A. C. Huang and Y. C. Chen, "Adaptive sliding control for single-link flexible-joint robot with mismatched uncertainties," *IEEE Trans. on Control Systems Technology*, vol. 12, no. 5, pp.770-775, 2004.
103. A. C. Huang and K. K. Liao "FAT-based adaptive sliding control for flexible arms, Theory and Experiments," *Journal of Sound and Vibration*, vol. 298, issue 1-2, pp. 194-205, 2006.
104. M. C. Chien and A. C. Huang, "A Regressor-free adaptive control for flexible-joint robots based on function approximation technique," *Chapter 2 in the book Advances in Robot Manipulators*, I-Tech Education and Publishing, Vienna, Austria, 2010.

105. R. Colbaugh, and K. Glass, "Adaptive task space control of flexible joint manipulators", *Journal of Intelligent and Robotic Systems*, vol. 20, no. 2-4, pp. 225-249, 1997.
106. Y. R. Hu, and G. Vukovich, "Position and force control of flexible joint robots during constrained motion tasks", *Mechanism and Machin Tehory*, vol. 36, no. 7, pp. 853-871, 2001.
107. M. C. Chein, and A. C. Huang, "Adaptive impedance controller design for flexible-joint electrically-driven robots without computation of the regressor matrix", *Robotica*, vol. 30, no. 1, pp.133-144, 2012.
108. L. Tian, and A. A. Goldenberg, "Robust adaptive control of flexible joint robots with joint torque feedback", *IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation*, pp. 1229-1234, 1995.
109. J. V. Miro, and A. S. White, "Modelling an industrial manipulator: a case study", *Simulation Practice and Theory*, vol. 9, no. 6-8, pp. 293-319, 2002.
110. M. M. Fateh, "On the voltage based control of robot manipulators", *International Journal of Control, Automation, and Systems* vol. 6, no. 5, pp. 702-712, 2008.
111. W. Gao, and Rastko R. R. Selmic, "Neural network control of a class of nonlinear systems with actuator saturation", *IEEE Trans. on Neural Network*, vol. 17, no. 1, pp. 147-156, 2006.
112. J. X. Xu, T. H. Lee, and Y. J. Pan, "On the sliding mode control for DC servo mechanisms in the presence of unmodeled dynamics", *Mechatronics*, vol. 13, no. 7, pp. 755-770, 2003.
113. T. J. Tarn, A. K. Bejczy, X. Yun, and Z. Li, "Effect of motor dynamics on nonlinear feedback robot arm control", *IEEE Trans. Robotics and Automation*, vol. 7, no. 1, pp. 114-122, 1991.
114. C. E. Garcia, and Morari, "Internal model control, A unifying review and some new results", *Int. J. Eng. Chem. Process Design and Development*, vol. 21, no 2, 1982.
115. M. Morari, and E. Zafiriou, "Robust process control", *Englewood Cliffs, NJ, Prentice-Hall*, 1989.

116. C. Bohn, and D. P. Atherton, "An analysis package comparing PID Anti-Windup strategies", *IEEE Control Systems Magazine*, vol. 15, no. 2, pp. 34-40, 1995.
117. A. S. Morris, "Measurement and instrumentation principles", *Butterworth-Heinemann*, 2001.
118. S. Torees, J. A. Mendez, L. Acosta, and V. M. Becerra, "On improving the performance in robust controllers for robot manipulators with parametric disturbances", *Control Engineering Practice*, vol. 15, no. 5, pp. 557-566, 2007.
119. C. S. Chiu, K. Y. Lian, and T.C. Wu, "Robust adaptive motion/force tracking control design for uncertain constrained robot manipulators", *Automatica*, vol. 40, no. 12, pp. 2111-2119, 2004.
120. L. Tian and C. Collins, "Adaptive neuro fuzzy control of a flexible manipulator", *Mechatronics*, vol. 15, no. 10, pp. 1305-1320, 2005.
121. M. M. Fateh, "Robust control of flexible joint robots using voltage control strategy", *Nonlinear Dyn*, vol. 67, no. 2, pp. 1525-1537, 2012.
122. M. M. Fateh, Nonlinear control of electrical flexible-joint robots, *Nonlinear Dynamic*, vol. 67, no. 4, pp. 2549-2559, 2012.
123. M. W. Spong, H. Sira. Ramirez, "Robust control of nonlinear systems", *American Control Conference*, 1986.
124. V. I. Utkin, "Sliding modes and their applications to variable structure systems", *Mir, Moscow*, 1978.
125. V. I. Utkin, "Variable structure systems with sliding modes", *IEEE Trans. On Automatic Control*, vol. 22, no. 2, pp. 212-222, 1977.
126. J. Y. hung, W. Gao, J. C. Hung, "Variable structure Control: A survey", *IEEE Trans. On Industrial Electronics*, vol. 40, no. 1, pp. 2-22, 1993.
127. R. A. Decarlom S. H. Zak, G. P. Mattews, "Variable structure control of nonlinear multivariable systems: A Tutorial", *Proceeding of The IEE*, vol. 76, no. 3, pp. 212-232, 1988.
128. S. K. Spurgeon, L. Yao and X. Y. Lu, "Robust tracking via sliding mode control for elastic joint manipulators", *Proceedings of the Institution of Mechanocal Engineers, Part I: Journal of Systems and Control Engineering*, vol. 215, no. 4, pp. 405-417, 2001.

129. R. A. Horn, and C. R. Johnson, “Matrix analysis”, Cambridge Univ. Press, 1985.
130. N. M. Fonseca Ferreira, J. A. Tenreiro Machado, and J. Boaventura Cunha, “Fractional-order position/force robot control”, *Journal of Advance Computational Intelligence and intelligent informatics*, vol. 9, pp. 379-386.
131. I. Petras, “Fractional order feedback control of a DC motor”, *Journal of Electrical Engineering*, vol. 60, no. 3, pp. 117–128, 2009.
132. H. Delavari, R. Ghaderi, A. Ranjbar, and S. Momani, “Fuzzy fractional order sliding mode controller for nonlinear systems”, *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation*, vol. 15, no. 4, pp. 963-978, 2010.
133. I. Podlubny, “Fractional Differential Equations”, *Academic Press, San Diego: CA*, 1999.
134. Caputo, “M. Elasticitae Dissipazione”, *Zanichelli, Bologna*.
135. K. B. Oldham, and J. Spanier, “The Fractional Calculus”, *Academic Press, New York*, 1974.
136. K. S. Miller, and B. Ross, “An Introduction to the Fractional Calculus and Fractional Differential Equations”, *Wiley, New York*, 1993.
137. I. Petr’á’s, “Fractional-Order Nonlinear Systems, Modeling, Analysis and Simulation”, *Higher Education Press, Beijing and Springer-Verlag Berlin Heidelberg*, (Chapter 3), 2011.
138. E. Ahmed, A. M. A. El-Sayed, and Hala A. A. El-Saka, “On some Routh–Hurwitz conditions for fractional order differential equations and their applications in Lorenz, Rössler, Chua and Chen systems”, *Physics Letters A*, vol. 358, no. 1, pp. 1-4, 2006.



## **Abstract**

Today, robots are successfully applied for high repetitive simple manufacturing tasks that require little interaction of the robot with the environment. It is desirable to extend the capabilities of robots, and apply them in more complex cases, which generally require faster and more accurate motions and more interaction with the environment. This in turn requires the robot to deal with more complex dynamics, which has to be addressed in the controller design.

Basically, until recently the main policies of robotic design was based on their high rigidity.

However, experience shown that all is not rigidity which obtains by heavy cost of construction. Ignoring flexibility in the controller design, causes instability or at least nominal performance degradations in the under control system. In this thesis, we first review the issue of flexibility in the joints, their problems and some solutions for them.

Since, the previous works are based on torque control strategy in the joint space, thus, the first novelty sets has been devoted to extension of control strategies from joint space to task space. For this purpose, composite, nonlinear Proportional-Integral-Derivative, robust backstepping and regressor free adaptive control algorithms are presented. Because of the existence of the actuator electrical dynamics, assuming the availability of joint torques and forces acting on the input can be ruled out. Thus, a second set of initiatives is using the voltage control strategy to controller design in the task-space. At this stage, the simplicity, easy implementation and good performance of the proposed controller is stressed. Also, considering to the new concepts of fractional-order control in robotic systems with flexible joints, the last section of this paper is assigned to design of fractional-order control using voltage control strategy.