

بِسْمِ اللّٰهِ الرَّحْمٰنِ الرَّحِيْمِ



دانشگاه صنعتی شهرورد

دانشکده مهندسی برق و رباتیک

گروه: کنترل

## بهبود عملکرد ردیابی سیستم‌های کنترل تطبیقی

### مدل مرجع در فاز گذرا

دانشجو:

فاطمه پهلوان زاده

اساتید راهنمای:

دکتر حیدر طوسیان شاندیز

دکتر حمید خالوزاده

استاد مشاور:

دکتر محمد حداد ظریف

پایان نامه ارشد جهت اخذ درجه کارشناسی ارشد

تیر ۱۳۸۹

دانشگاه صنعتی شاهرود  
دانشکده: مهندسی برق و رباتیک  
گروه: کنترل

پایان نامه کارشناسی ارشد خانم فاطمه پهلوان زاده  
تحت عنوان:

بهبود در دیابی مدل مرجع در فاز گذرای سیستم های کنترل تطبیقی

در تاریخ توسط کمیته تخصصی زیر جهت اخذ مدرک کارشناسی ارشد مورد ارزیابی و  
با درجه و امتیاز مورد پذیرش قرار گرفت.

امضاء	اساتید مشاور	امضاء	اساتید راهنما
	نام و نام خانوادگی : دکتر محمد حداد ظریف		نام و نام خانوادگی : دکتر حیدر طوسیان شاندیز
	نام و نام خانوادگی :		نام و نام خانوادگی : دکتر حمید خالوزاده

امضاء	نماینده تحصیلات تکمیلی	امضاء	اساتید داور
	نام و نام خانوادگی: دکتر گرایلو		نام و نام خانوادگی: دکتر محمد مهدی فاتح
			نام و نام خانوادگی: دکتر ناظمی

تَقْدِيم

بِهِ پَدْر و مَادَر

عَزِيزٌ مُّمِيز

و همسر مهربانم

## تقدیر و تشکر

### خدايا تو را سپاس

خدايا تو را سپاس به پاس توفيق آگاهی که به من ودیعه دادی. خدايا همچون گذشته به من قدرتی عطا کن تا به استقبال آینده‌ای روش پیش روم. صبر مرحمت فرما تا در سختی‌های روزگار دوباره بکوشم. امیدم. رویایی تازه است در انتظار. کمک کن تا بدان دست یابم.

با توجه به عنایات خاصه خداوند متعال. مساعدت و یاری خادواده عزیز. اساتید بزرگوار و دوستان مهرجانم. اکنون که پایان نامه خود را به پایان رسانده‌ام بر خود لازم می‌دانم تا مراتب تشکر و قدردانی خود را ابراز نموده و کمال تشکر و امتنان را دارم.

در ابتدا پدر و هادر مهرجانم که هرآنچه دارم از آنهاست. پدرم که همواره بهترین مشوقم بوده است. هادرم که محکم‌ترین تکیه‌گاه زندگی‌ام است. همسرم که با صبر و شکیباتی پشتوانه محکمی برای روزهای سختم بوده است.

اساتید ارجمند. آقای دکتر حیدر ظوسيان شانديز و آقای دکتر حميد خالوزاده و آقای دکتر حداد طريف که با راهنمایی‌های ارزنده ايشان. خدمات بی‌دریغ و تلاش‌های بی‌وقفه‌اشان در تمام مراحل انجام اين چروژه. رهگشای اينجانب بودند.

لیست مقالات استخراج شده از این پایان نامه:

## **1. Noise Behavior Improvement of Adaptive Control Systems with a Filtering Strategy**

دانشجو تأیید می نماید که مطالب مندرج در این پایان نامه (رساله) نتیجه تحقیقات خودش می باشد و در صورت استفاده از نتایج دیگران مرجع آن را ذکر نموده است.

کلیه حقوق مادی مترقب از نتایج مطالعات ، آزمایشات و نوآوری ناشی از تحقیق موضوع این پایان نامه (رساله) متعلق به دانشگاه صنعتی شهرورد می باشد .

ماه و سال

## چکیده:

هدف از طراحی یک کنترل‌کننده تطبیقی، طراحی یک کنترل‌کننده است بطوریکه خروجی سیستم بتواند در حضور تغییر پارامترهای ساختار سیستم، مقدار مطلوب را ردیابی کند. یک کنترل‌کننده تطبیقی معمولاً از یک جبران‌ساز خطی به همراه یک مکانیزم تنظیم پارامترها تشکیل شده است که در مجموع یک کنترل‌کننده غیرخطی را تشکیل می‌دهد. به علت غیرخطی بودن کنترل‌کننده، پاسخ گذرا ای سیستم اغلب نامطلوب بوده و علاوه بر آن سیگنالهای کنترل ممکن است بزرگ باشند. در این پایان‌نامه هدف بررسی روشهای جدید در کنترل تطبیقی است بطوریکه ردیابی مطلوب سیستم را در فاز گذرا تضمین کند. روش کنترل تطبیقی مورد استفاده در پایان‌نامه، روش کنترل تطبیقی مدل‌مرجع است. یکی از راههای بهبود پاسخ گذرا ای سیستم، استفاده از کنترل‌کننده‌های خطی متناوب (LP) است. در این روش به جای تخمین پارامترهای سیستم، سیگنال کنترل ایده‌آل تخمین زده می‌شود. روش دیگر استفاده از فیلترهای پائین‌گذر را در خروجی سیستم و کنترل‌کننده مجاز می‌دارد، بطوریکه در این روش، می‌توان با تغییر پارامترهای فیلتر به عملکرد گذرا ای مطلوب و همچنین تلورانس نویز چشمگیر در پاسخ، دست یافت. این دو روش و سایر روش‌های دیگر هر یک مزایا و معایب خود را دارند که در این پایان‌نامه بررسی خواهد شد.

**کلمات کلیدی:** کنترل تطبیقی مدل مرجع، حالت گذرا، فیلتر پائین‌گذر، تلورانس نویز

# فهرست

<u>۱</u>	<u>فصل اول: مقدمه</u>
<u>۲</u>	<u>۱-۱ مسئله کنترل</u>
<u>۳</u>	<u>۲-۱ ریاضیات مقدماتی</u>

<u>۹</u>	<u>فصل دوم: کنترل تطبیقی کلاسیک مدل مرجع (MRAC)</u>
<u>۱۰</u>	<u>۱-۲ مقدمه</u>
<u>۱۱</u>	<u>۲-۲ کنترل تطبیقی مدل مرجع (MRAC)</u>
<u>۱۳</u>	<u>۱-۲-۲ مثال</u>
<u>۲۰</u>	<u>۲-۳ کنترل تطبیقی جایابی قطب (PPAC)</u>

<u>۲۴</u>	<u>فصل سوم: کنترل کننده پریودیک خطی با MRAC</u>
<u>۲۵</u>	<u>۱-۳ مقدمه</u>
<u>۲۶</u>	<u>۲-۳ فرمول بندی مسئله</u>
<u>۲۹</u>	<u>۳-۳ مدلسازی نامعینی های سیستم</u>
<u>۳۷</u>	<u>۴-۳ رویکرد انجام کار</u>
<u>۳۷</u>	<u>۱-۴-۳ کنترل کننده ایده ال</u>
<u>۴۰</u>	<u>۲-۴-۳ تخمین اول</u>
<u>۴۲</u>	<u>۳-۴-۳ تخمین دوم</u>
<u>۴۴</u>	<u>۵-۳ ساختمان کنترل کننده</u>
<u>۴۹</u>	<u>۶-۳ نتیجه اصلی</u>
<u>۵۱</u>	<u>۷-۳ مثالها</u>
<u>۵۱</u>	<u>۱-۷-۳ مثال ۱</u>
<u>۵۵</u>	<u>۲-۷-۳ مثال ۲</u>

<u>۶۱</u>	<u>فصل چهارم</u> استفاده از فیلتر پایین‌گذر
<u>۶۲</u>	<u>۱-۴ مقدمه</u>
<u>۶۴</u>	<u>۲-۴ بهبود تلوانس نویز</u>
<u>۶۴</u>	<u>۱-۲-۴ استفاده از فیلترهای پایین‌گذر</u>
<u>۶۷</u>	<u>۲-۲-۴ مثال‌ها</u>
<u>۸۴</u>	<u>۳-۴ مقابله با اغتشاش پله</u>
<u>۸۵</u>	<u>۱-۳-۴ مثال ۳</u>
<u>۸۹</u>	<u>فصل پنجم</u> : نتیجه‌گیری و ارائه پیشنهاد
<u>۹۳</u>	<u>فهرست منابع</u>

## فهرست شکل ها

..... ۱۰	شکل ۲-۱- دیاگرام بلوکی یک سیستم تطبیقی
..... ۱۲	شکل ۲-۲ نمودار بلوکی سیستم تطبیقی مدل مرجع [I].
..... ۱۵	شکل ۲-۳ نتایج شبیه سازی برای سیستم درجه اول و $MRAC$ به کاررفته با تخمینهای اولیه خوب
..... ۱۶	شکل ۲-۴ نتایج شبیه سازی برای سیستم درجه اول و $MRAC$ به کاررفته با تخمینهای اولیه ضعیف
..... ۱۸	شکل ۲-۵ نتایج شبیه سازی برای سیستم درجه اول و $MRAC$ به کاررفته با پارامترهای متغیر با زمان آحسبه $\lambda = 0.01$
..... ۱۹	شکل ۲-۶ نتایج شبیه سازی برای سیستم درجه اول و $MRAC$ به کاررفته با پارامترهای متغیر با زمان سریع $\lambda = 0.1$
..... ۲۸	شکل ۱-۳ دیاگرام بلوکی کنترل کننده پریودیک [35]
..... ۴۳	شکل ۲-۳ یک پریود کنترل شامل فازهای کنترل و تخمین
..... ۵۳	شکل ۳-۳ پارامترهای متغیر با زمان $a$ و $b$ در مثال ۱
..... ۵۴	شکل ۳-۴ نتایج به دست آمده در مثال ۱ با پارامترهای متغیر با زمان $a$ و $b$
..... ۵۷	شکل ۳-۵ پارامترهای متغیر با زمان $a_1$ و $b$
..... ۵۷	شکل ۳-۶ نمای نزدیک سیگنال کنترل
..... ۵۸	شکل ۳-۷ نتایج مثال ۲ با افزودن $noise\_1$ در زمان $t = 40s$
..... ۵۹	شکل ۳-۸ نتایج مثال ۲ با افزودن $noise\_2$ در زمان $t = 40s$
..... ۶۲	شکل ۴-۱ دیاگرام بلوکی سیستم کنترلی با اضافه کردن نویز
..... ۶۳	شکل ۴-۲ دیاگرام بلوکی سیستم کنترلی با اضافه شدن اغتشاش به سیستم
..... ۶۴	شکل ۴-۳ دیاگرام بلوکی روش بهبود تلورانس نویز
..... ۶۹	شکل ۴-۴ پارامترهای متغیر با زمان $a$ و $b$
..... ۷۰	شکل ۴-۵ نتایج بدست آمده در مثال ۱ با استفاده از $LPC$ و $U_{m1}$ به عنوان ورودی
..... ۷۱	شکل ۴-۶ نتایج بدست آمده در مثال ۱ با استفاده از روش فیلتراسیون و $U_{m1}$ به عنوان ورودی

..... ۷۳	شکل ۷-۴ نتایج بدست آمده در مثال ۱ با استفاده از $LPC$ و $u_{m2}$ به عنوان ورودی
..... ۷۴	شکل ۸-۴ نتایج بدست آمده در مثال ۱ با استفاده از روش فیلتراسیون و $u_{m2}$ به عنوان ورودی
..... ۷۷	شکل ۹-۴ پارامترهای متغیر با زمان $a$ و $b$ در مثال ۲
..... ۷۸	شکل ۱۰-۴ نتایج بدست آمده در مثال ۲ با افزودن $noise\_1$ و با استفاده از $LPC$
..... ۷۹	شکل ۱۱-۴ نتایج بدست آمده در مثال ۲ از افزودن $noise\_1$ و با استفاده از روش فیلتراسیون
..... ۸۰	شکل ۱۲-۴ نتایج بدست آمده در مثال ۲ از افزودن $noise\_2$ و با استفاده از $LPC$
..... ۸۱	شکل ۱۳-۴ نتایج بدست آمده در مثال ۲ از افزودن $noise\_2$ و با استفاده از روش فیلتراسیون
..... ۸۲	شکل ۱۴-۴ نتایج بدست آمده در مثال ۲ از افزودن $noise\_3$ و با استفاده از $LPC$
..... ۸۳	شکل ۱۵-۴ نتایج بدست آمده در مثال ۲ از افزودن $noise\_3$ و با استفاده از روش فیلتراسیون
..... ۸۶	شکل ۱۶-۴ پارامترهای متغیر با زمان $a_1$ و $b$ در مثال ۳
..... ۸۷	شکل ۱۷-۴ نتایج بدست آمده در مثال ۳ در حضور اغتشاش پله با استفاده از $LPC$
..... ۸۸	شکل ۱۸-۴ نتایج بدست آمده در مثال ۳ در حضور اغتشاش پله و با استفاده از فیلتر

# **فصل اول**

**مقدمة**

## ۱-۱ مسئله کنترل

قسمت چشمگیری از مهندسی کنترل، کاربرد مطالعات ریاضی سیستمها می‌باشد که این کاربردها قسمت وسیعی از مسائل را پوشش می‌دهند. روش اصلی در تئوری کنترل، تنظیم رفتار دینامیکی سیستم با استفاده از وسایلی (کنترل‌کننده) به گونه‌ای است که پاسخ یا خروجی سیستم، مجموعه‌ای از محدودیت‌های معین را برآورده کند. چون کنترل‌کننده‌ها را بوسیله معادلات ریاضی شرح می‌دهیم، نیاز به داشتن مدل ریاضی از سیستم برای برآوردن اهداف کنترلی، بوجود می‌آید. مدلی را خوب و مناسب می‌دانیم که به اندازه کافی ساده باشد تا بتوان از آن برای طراحی کنترلی، استفاده کرد و تا حدی نیز پیچیده باشد که بتواند دقیقاً رفتار سیستم واقعی را شرح دهد. این سازش<sup>۱</sup> باعث بوجود آمدن خطای اولیه ای در سیستم می‌شود. خطأ، مرکب از دیتای کامل نشده یا نادرستی که از آزمایشات شناسایی بوجود آمده‌اند، می‌باشد که اختلاف بین مدل ریاضی و سیستم واقعی را نشان می‌دهد. مجموعه، این نادرستی‌ها به نام "عدم قطعیت" نامگذاری شده‌اند. عموماً عدم قطعیت‌ها به دو صورت تقسیم‌بندی شده‌اند: عدم قطعیت‌های ساختاری و عدم قطعیت‌های غیر ساختاری [1]، [2]. با توجه به مطالب گفته شده، در دینامیک تمام سیستم‌های واقعی پارامترهایی وجود دارد که مقدار صحیح آنها مشخص نمی‌باشد و یا مدل ریاضی سیستم دارای نامعینی است. بعلاوه نداشتن اطلاعات کافی از سیستم واقعی، تقریب‌زدنها در خطی‌سازی سیستم‌های غیر خطی، دینامیک‌هایی که از سیستم حذف می‌کنیم، کاهش مرتبه<sup>۲</sup> سیستم‌های ابعاد وسیع<sup>۳</sup>، نقاط کار<sup>۴</sup> متعدد در برخی سیستم‌ها، پارامترهای متغیر با زمان، وجود اغتشاش‌های نامعلوم در ورودی و خروجی سیستم و داده‌های اندازه گیری توأم با نویز<sup>۵</sup>، عواملی هستند که موجب ایجاد عدم قطعیت در سیستم می‌شوند. به دلیل نیاز به

---

Trade-off<sup>۱</sup>  
Model Reduction<sup>۲</sup>  
Large Scale System<sup>۳</sup>  
Operating Point<sup>۴</sup>  
Noisy data<sup>۵</sup>

کنترل چنین سیستم‌هایی، نظریه کنترل مقاوم<sup>۶</sup> و کنترل تطبیقی<sup>۷</sup> بوجود آمدند که اولی کنترل کننده ای خطی و ثابت با زمان و دومی ساختاری غیرخطی و متغیر با زمان دارد. در کنترل مقاوم هدف، طراحی یک کنترل کننده ثابت (تغییر ناپذیر) است که هم پایداری و هم عملکرد قابل قبول، را حتی در حضور پارامترهای نامعین، بوجود آورد.

روش طراحی دیگر، برای کنترل سیستمهای نامعین، استفاده از کنترل تطبیقی می‌باشد. در واقع کنترل تطبیقی، کنترل کننده‌ای است که توانایی و امکان تغییر رفتار، در پاسخ به تغییر دینامیکهای سیستم و اغتشاش‌ها در آن وجود دارد. در مواجهه با عدم قطعیت‌های زیاد، روش کنترل مقاوم به طور غیر ضروری عملکرد سیستم را فدا می‌کند در حالیکه کنترل تطبیقی، می‌تواند مقدار بیشتری از نامعینی را تحمل کند و نیز بطور همزمان عملکرد سیستم را بهبود بخشد بنابراین روش کنترل تطبیقی مناسب‌تر به نظر می‌رسد [2]. به طور خاص کنترل تطبیقی بر پایه یک مدل نامعین خطی با ساختار معین اما پارامترهای نامعین است در حالیکه کنترل مقاوم به مدل‌هایی از نامعینی اپراتورها که می‌تواند ساختار یافته یا بدون ساختار، خطی یا غیرخطی و شاید متغیر با زمان باشد، اطلاق می‌شود که تغییرات محدود را مدل می‌کنند.

معمولًا کنترل کننده تطبیقی از یک جبرانساز LTI به همراه یک مکانیزم تنظیم تشکیل شده است که وظیفه آن مطابقت بهره‌های جبرانساز با سیستم می‌باشد و به دلیل قانون اصلاح، یک کنترل کننده تطبیقی نوعی، غیرخطی است.

کنترل تطبیقی مدل مرجع (MRAC) یکی از طرحهای بسیار مهم در کنترل تطبیقی می‌باشد. مدل مرجع، مدلی است که توسط طراح پیشنهاد شده و عملکرد مطلوب حلقه بسته را نشان می‌دهد. هدف اصلی کنترل تطبیقی مدل مرجع، تنظیم پارامترهای کنترل کننده برای صفر کردن خطای بین خروجی واقعی و خروجی مدل مرجع است.

---

<sup>۶</sup> Robust Control  
<sup>۷</sup> Adaptive Control

اگرچه درباره MRAC، تا آنجا که می‌دانیم ویتاکر (Whitaker) و دیگران در اواسط ۱۹۵۰ و اوایل ۱۹۶۰ تحقیق کردند [4]، [5]. اثبات پایداری عمومی تقریباً دو دهه بعد کامل شد [6]، [7]، [8]، [9]، [10]. راه حل این مسئله تحت شرایط معینی قابل دستیابی است:

- .i. سیستم مینیمم فاز می‌باشد.
- .ii. کران بالای درجه سیستم معلوم است.
- .iii. درجه نسبی سیستم معلوم است.
- .iv. علامت بهره فرکانس بالا معلوم است.

بعداً، نشان داده شد که در فرض (iii)، کران بالای درجه نسبی سیستم کافی است [11]، و فرض (iv) غیرضروری است [3].

کارهای بیشتری که در این زمینه انجام شدند، نشان دادند که کنترل کننده‌های تطبیقی ۱۹۷۰ نمی‌توانند دینامیکهای مدل نشده و یا اغتشاشات کران‌دار را تحمل کنند و در حضور موارد ذکر شده ناپایدار می‌شوند [12]. در کنترل تطبیقی مقاوم، از طراحی دوباره کنترل کننده برای کمک به کاهش این مسئله استفاده می‌شود [13]، [14]، [15]، [16]، [17]، [18]. یک کنترل کننده تطبیقی، مقاوم است اگر که پایداری عمومی حلقه بسته در حضور کلاس‌های قابل قبولی از دینامیکهای مدل نشده و MRAC اغتشاشات کران دار، تضمین شود. در اواسط ۱۹۹۰ کارهایی بر روی عملکرد و حالت گذراخانه انجام شدند، که بر اساس مدل‌های چندگانه، سوئیچینگ و تنظیم، استوار بودند [19]، [20]، [21]، [22]. در واقع دو دسته روش کاری در این زمینه ارائه گردیده است.

- ✓ روش اول مبتنی بر اصل Certainty Equivalence identifier-based تخمینگر با جبرانساز LTI می‌باشد [23].
- ✓ دسته دوم از سوئیچینگ بین مجموعه‌ای از جبران‌سازهای LTI از قبل پیش‌بینی شده استفاده می‌گردد. که مساله سوئیچینگ باعث می‌شود که حالت گذرا مناسب نباشد [24]، [25]، [26].

اگرچه محرک ابتدایی کنترل تطبیقی؛ اداره کردن پارامترهای متغیر با زمان پلنت بود، طرحهای ابتدایی، توانایی کنترل پلنت های با پارامترها ی ثابت ولی نامعلوم را داشتند. تلاشهای اولیه در اواسط ۱۹۹۰ انجام شدند، این طراحیهای کنترل بر اساس بکارگیری یک اختشاش محرک پایدار به سیگنال کنترل یا محدود کردن تغییرات پارامتری به صورت آرام و یا داشتن فرمی معلوم، استوار بودند، [32] [27] [28]، [29]، [30]، [31]. نقطه ضعف دیگر کنترل کننده های تطبیقی کلاسیک، غیرخطی بودن آنها می باشد، که ممکن است پیش بینی رفتار گذراي حلقه بسته را مشکل سازد، و همچنین در صورتیکه تخمین اولیه پارامترها ضعیف بوده باشد، باعث ایجاد رفتار حالت گذراي ضعیف شود. بعلاوه، این ویژگیهای نامطلوب ممکن است باعث ایجاد سیگنال کنترل بزرگ شود که منتهی به اشباع می شود.

در مجموع بسیاری از روشهای کنترل تطبیقی دارای اشکالات زیر می باشند:

- نمی توانند تغییرات پارامترها را در طول زمان، به خوبی اداره کنند.
- رفتار گذراي حلقه بسته آنها ممکن است ضعیف باشد.
- به دلیل غیرخطی بودن، ثابت نشده که اثر شرایط اولیه در آنها بطور نمایی به صفر کاهش می یابد.
- اندازه سیگنال کنترل ممکن است بزرگ باشد.

اکنون سوال این است که: می توانیم یک کنترل کننده تطبیقی طراحی کنیم که این عیبها را نداشته باشد؟. یکی از راههای بهبود پاسخ گذراي سیستم، استفاده از کنترل کننده های خطی متناوب (LP) است. در این روش، به جای تخمین پارامترهای سیستم، سیگنال کنترل ایدهآل تخمین زده می شود. مراجع موجود در این زمینه، روی مسئله سیستمهای درجه اول کار کرده اند [33]، [34]. در این روش کاری از کنترل کننده پریو دیک خطی نمونه بردار دیتا<sup>^</sup> استفاده شده است؛ برخلاف روشهای کنترل

---

<sup>^</sup> Sampled data

تطبیقی کلاسیک، که بر اساس تخمین پارامتر عمل می‌کند، در این روش مستقیماً سیگنال کنترل تخمین زده می‌شود. این روش کاری را وقتی روی مسائل MRAC بکار برمی‌نماید، دارای مزایای زیر می‌باشد:

- ❖ پارامترهای متغیر با زمان سیستم را اداره می‌کند.
- ❖ رفتار گذرای سیستم بهبود می‌یابد، اگر که شرایط اولیه سیستم و کنترل کننده یکسان باشند می‌توان به ردیابی سریع دست یافت، و اگر شرایط اولیه یکسان نباشند، اختلافشان بطور نمایی به صفر می‌رسد.
- ❖ اندازه سیگنال کنترل بزرگ نمی‌باشد و می‌توان آن را تا حد زیادی نزدیک به سیگنال کنترل ایده‌آل طراحی کرد. (سیگنال کنترل ایده‌آل در صورتیکه پارامترها و حالت سیستم معلوم باشند و جبرانساز LTI ایده‌آل بکار برده شود، بدست می‌آید و این سیگنال دارای اندازه کوچک‌تری می‌باشد).

روش دیگر استفاده از فیلترهای پائین‌گذر را در خروجی سیستم و کنترل کننده مجاز می‌دارد بطوریکه عملکرد گذرای مطلوب و نیز تلورانس نویز چشمگیر با تغییر پارامترهای فیلتر، برآورده شود. این دو روش و سایر روش‌های دیگر هر یک مزايا و معایب خود را دارند که در این پایان نامه این موارد بررسی خواهد شد.

نمای کلی این پایان نامه به صورت زیر است.

در بخش بعد ریاضیات مقدماتی را برای شرح و اثبات فرمولها و قوانینی که در فصلهای بعد استفاده شده اند، آورده‌ایم. در فصل دوم کنترل تطبیقی کلاسیک را مورد بررسی قرار داده‌ایم. در فصل سوم شرح کاملی از کنترلر پریودیک LPC را ارائه کرده‌ایم. فصل چهارم به بهبود پاسخ به نویز و دفع اغتشاش با استفاده از فیلترهای پائین‌گذر اختصاص یافته است و در پایان، در فصل پنجم، خلاصه، نتیجه گیری و ارائه پیشنهاد برای کارهای آینده، آورده شده است.

## ۱-۲ ریاضیات مقدماتی [34]

نرم اقلیدسی بردار  $x \in \mathbb{R}^n$  به صورت زیر می‌باشد:

$$\|x\| = (\sum_{i=1}^n x_i^2)^{\frac{1}{2}} = (xx^T)^{\frac{1}{2}}$$

و نرم مشابه ماتریس  $M \in \mathbb{R}^{n \times m}$  به شکل زیر می‌باشد:

$$\|M\| = \sup_{\|x\|=1} \frac{\|Mx\|}{\|x\|}$$

در بردارهای  $y_1, y_2, \dots, y_n$  داریم

$$\|y_1 + y_2 + \dots + y_n\|_2^2 \leq n(\|y_1\|_2^2 + \|y_2\|_2^2 + \dots + \|y_n\|_2^2)$$

و نیز برای اعداد حقیقی  $x_i, y_j, i, j = 1, 2, \dots, n$  داریم

$$|x_1y_1 + x_2y_2 + \dots + x_ny_n| \leq \sqrt{x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_n^2} \sqrt{y_1^2 + y_2^2 + \dots + y_n^2}$$

در توابع قابل انتگرال گیری  $f_1(x)$  و  $f_2(x)$  روی  $[a, b]$  داریم

$$\int_a^b f_1(x)f_2(x)dx \leq \sqrt{\int_a^b f_1^2(x)dx} \sqrt{\int_a^b f_2^2(x)dx}$$

مجموعه توابع تکه ای پیوسته از  $\mathbb{R}^+$  به  $\mathbb{R}^{n \times m}$  تعریف می‌کنیم.

برای  $f \in PC(\mathbb{R}^{n \times m})$ ، تعریف می‌کنیم:

$$\|f\|_\infty := \text{esssup}_{t \in \mathbb{R}^+} \|f(t)\|$$

$\|f\|_\infty$  برای هر  $f \in PC(\mathbb{R}^{n \times m})$  مجموعه  $PC_\infty(\mathbb{R}^{n \times m})$  و نشان می‌دهد.

---

piecewise continuous functions <sup>۹</sup>

یک تابع  $f \in PC(\mathbf{R}^{n \times m})$  هموار تکه‌ای<sup>۱۰</sup> بر روی  $[a, b] \subset \mathbf{R}$  می‌باشد چنانچه مجموعه محدودی از نقاط  $\{x_i\}$  وجود داشته باشند،

$$a = x_1 < x_2 < \dots < x_k = b$$

به گونه‌ای که روی هر بازه  $f$  و  $\dot{f}$  پیوسته و کران‌دار باشند، و هر دو هنگامیکه  $x \rightarrow x_i$  و  $x \rightarrow x_{i+1}$  حدود کراندار داشته باشند. اگر  $f \in PS(\mathbf{R}^{n \times m})$  روی هر بازه محدود  $. f \in PS(\mathbf{R}^{n \times m})$  هموار تکه‌ای باشد، پس هموار تکه‌ای است و می‌نویسیم  $[a, b] \subset \mathbf{R}^+$ .

اگر برای  $f \in PS(\mathbf{R}^{n \times m})$  داشته باشیم

$$\|f\|_\infty < \infty, \|\dot{f}\|_\infty < \infty, f \in PC(\mathbf{R}^{n \times m})$$

می‌توانیم بنویسیم  $.PS_\infty(\mathbf{R}^{n \times m})$

در  $m \geq 1$  در صورتیکه  $f^{(m)} \in PS(\mathbf{R}^{n \times m})$  کاملاً پیوسته باشند و  $f, f^{(1)}, \dots, f^{(m-1)}$  می‌گوییم  $.f \in PS^m(\mathbf{R}^{n \times m})$

با شرط  $T > 0$ ,  $PS(\mathbf{R}^{n \times m}, T)$  مجموعه توابع  $f$  می‌باشد بطوریکه هر ناپیوستگی  $f$  و  $\dot{f}$  در بسیاری از زمانهای  $T$  واحدهای جداگانه می‌باشند. و به روشی مشابه  $.PS_\infty^m(\mathbf{R}^{n \times m}, T), PS^m(\mathbf{R}^{n \times m}, T), PS_\infty(\mathbf{R}^{n \times m}, T)$  تعریف می‌شوند.

برای سادگی به جای  $PC(\mathbf{R}^{n \times m})$  می‌نویسیم  $.PC_\infty, PS, PS_\infty, PS^m, PS_\infty^m, PS(T), PS_\infty(T), PS^m(T), PS_\infty^m(T)$

---

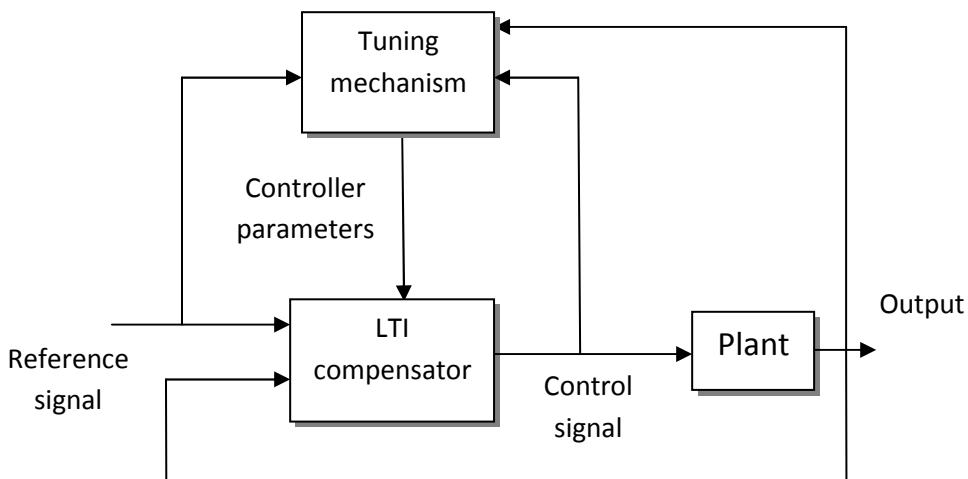
<sup>۱۰</sup>piecewise smooth

**فصل دوھ**

**کنترل تطییفی کلاسیک**

## ۱-۲ مقدمه

هدف از این فصل معرفی روش‌های کنترل تطبیقی بر اساس شناساگر کلاسیک و بررسی نقاط قوت و ضعف آن می‌باشد. در این کار، یک کنترل‌کننده تطبیقی نوعاً شامل یک جبرانساز  $LTI$  بعلاوه یک مکانیسم تنظیم که پارامترهای جبرانساز را برای تطبیق با سیستم تنظیم می‌کند، چنانچه در شکل ۱-۲ نشان داده شده، می‌باشد [1].



شکل ۱-۲: دیاگرام بلوکی یک سیستم تطبیقی

این کنترل‌کننده از دو حلقه تشکیل شده است، یکی حلقه فیدبک معمولی که شامل سیستم و کنترل‌کننده است و دیگری حلقه تنظیم پارامترها است [1]. کنترل تطبیقی کلاسیک دارای روش‌های اصلی متفاوتی می‌باشد: روش مستقیم و روش غیرمستقیم. در روش غیرمستقیم بطور بازگشتی پارامترهای سیستم تخمین زده می‌شود، و بر حسب آن پارامترهای کنترل‌کننده به روز<sup>۱۱</sup> می‌شوند. در روش مستقیم، پارامترهای کنترل‌کننده مستقیماً بدون شناسایی پارامترهای سیستم، تنظیم می‌شوند

. [7]

---

update <sup>۱۱</sup>

کنترل تطبیقی بر اساس اهداف کنترلی متفاوت دارای دو شاخه مهم است: کنترل مدل مرجع و جایابی قطب.

کنترل تطبیقی مدل مرجع (*MRAC*) از کنترل کننده‌های مهم تطبیقی است که به شکل یک سیستم سرو<sup>۱۲</sup> تطبیقی عمل می‌کند. در کنترل مدل مرجع، هدف ردیابی مجانبی کلاس وسیعی از سیگنالهایی که محدود به سیستمهای مینیمم فاز شده‌اند، می‌باشد. در روش جایابی قطب، هدف پایداری و شاید ردیابی مجانبی کلاس کوچکی از سیگنالها مانند سیگنال پله می‌باشد، و ویژگی مینیمم فاز بودن مورد نیاز نیست.

این فصل به صورت زیر طبقه‌بندی شده است:

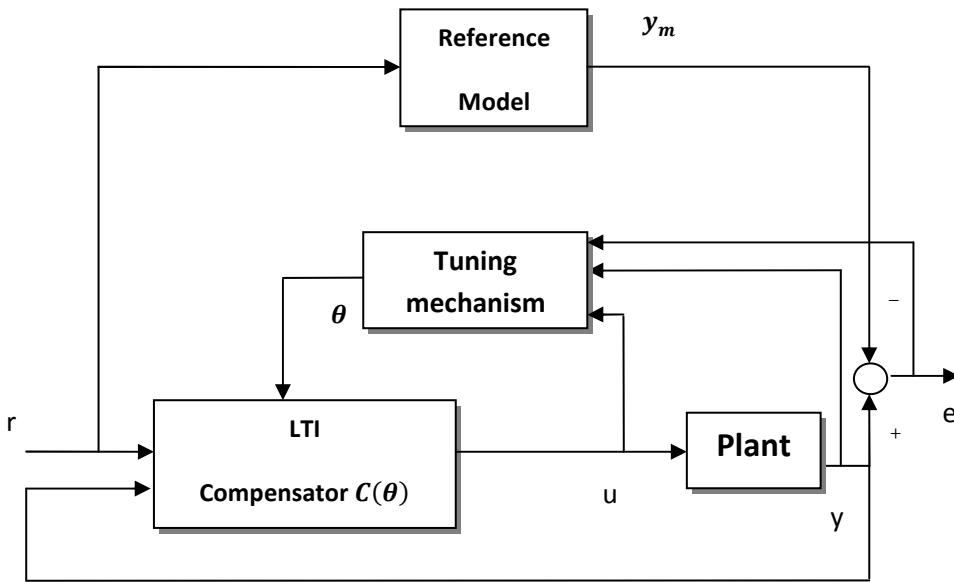
در بخش ۲-۲ بازبینی کنترل تطبیقی مدل مرجع بررسی شده است و در بخش ۳-۲ مسئله کنترل تطبیقی جایابی قطب ارائه می‌شود.

## ۲-۲ کنترل تطبیقی مدل مرجع (*MRAC*)

یکی از مهمترین طرح‌ها در کنترل تطبیقی، *MRAC* می‌باشد. شکل ۲-۲ دیاگرام بلوکی کلاسیک را نشان می‌دهد[1]. در این روش، یک مدل مرجع پایدار وجود دارد که ویژگیهای ورودی - خروجی طراحی شده سیستم حلقه بسته را توضیح می‌دهد. همانگونه که در شکل (۲-۲) نشان داده شده است، سیستم دارای دو حلقه فیدبک است. سیستم کنترل از یک جبرانساز *LTI* به نام  $C(\theta)$  با پارامترهای قابل اصلاح  $\theta$  بعلاوه مکانیسم اصلاح (عنوان مکانیسم تنظیم) تشکیل شده است، که پارامترهای کنترل کننده،  $(t)\theta$  را بطور لحظه‌ای<sup>۱۳</sup> تخمین می‌زنند. در اینجا  $r$  سیگنال مرجع،  $y$  سیگنال خروجی سیستم،  $y_m$  سیگنال خروجی مدل مرجع و  $e = y - y_m$  خطای ردیابی بین خروجی مدل مرجع و خروجی سیستم می‌باشد.

---

<sup>۱۲</sup>servo  
<sup>۱۳</sup>On-line



شکل (۲-۲): نمودار بلوکی سیستم تطبیقی مدل مرجع [1]

هدف، طراحی قانون کنترل به گونه‌ای است که سیگنال‌ها در سیستم حلقه بسته کراندار باشند و برای هر سیگнал مرجع  $r$ ، تمامی خطای ردیابی  $e$  با زمان بطور مجانبی به صفر برسد. فرضیات کلاسیک بصورت زیر می‌باشند [7], [8], [10].

- سیستم مینیمم فاز است.
- کران بالای درجه سیستم معلوم است.
- درجه نسبی سیستم معلوم است.
- علامت بهره فرکانس بالا معلوم است.

## ۱-۲-۲ مثال

برای توضیح دادن MRAC ، مثال ساده ای را در نظر می‌گیریم [13]. سیستم گسسته در زمان درجه

اولی را در نظر بگیرید:

$$y(t+1) = ay(t) + bu(t), \quad y(0) = y_0, \quad t \geq 0 \quad (1-2)$$

که  $y$  و  $u$  به ترتیب سیگنال خروجی و سیگنال ورودی هستند و  $a$  و  $b$  پارامترهای ثابت ولی نامعلوم

سیستم می‌باشند. مدل مرجع اسکالر پایدار را بصورت زیر در نظر گرفته‌ایم:

$$y_m(t+1) = a_m y_m(t) + b_m r(t), \quad y_m(0) = y_{m0}, \quad t \geq 0$$

در رابطه بالا،  $y_m$  و  $r$  به ترتیب سیگنالهای خروجی و ورودی هستند و  $|a_m| < 1$ . هدف، طراحی

سیگنال کنترل به گونه‌ای است که  $u$  و  $y$  کراندار باشند و خطای رديابی  $e = y - y_m$  به صفر همگرا

شود. در اینجا پارامترهای نامعلوم سیستم  $\begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} \epsilon R^2 = \theta^*$  هستند، بنابراین اگر قانون کنترل را بصورت

زیر انتخاب کنیم

$$\begin{aligned} u(t) &= \frac{1}{b} (b_m r(t) + (a_m - a)y(t)) \\ &= \underbrace{\begin{bmatrix} -(a - a_m) & b_m \\ b & b \end{bmatrix}}_{k^*(\theta^*)} \underbrace{\begin{bmatrix} y(t) \\ r(t) \end{bmatrix}}_{\phi(t)}, \end{aligned} \quad (2-2)$$

پس رابطه سیستم حلقه بسته به شکل زیر خواهد بود:

$$y(t+1) = a_m y(t) + b_m r(t), \quad y(0) = y_0$$

به دلیل آنکه  $a$  و  $b$  نامعلوم هستند،  $k^*$  را نمی‌توانیم مستقیماً محاسبه کنیم، بنابراین باید آن را

تخمین بزنیم. در این مسئله  $\theta^*$  را بطور بازگشتی تخمین خواهیم زد و سپس در (۲-۲) از این تخمین

استفاده خواهیم کرد. بعلاوه، از آنجا که در رابطه (۲-۲) تقسیم بر  $b$  داریم، باید مواظب باشیم تخمین

Projection Algorithm  $b$  برابر با صفر نشود. بدین منظور، برای تخمین پارامترهای سیستم از روش استفاده می‌کنیم [13].

با استفاده از مقادیر  $\hat{a}(0) = \begin{bmatrix} \hat{a}(0) \\ \hat{b}(0) \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^2$  و  $c > 0$ ، خطای پیش-

بینی را بصورت زیر تعریف می‌کنیم:

$$e_M(t) = y(t) - a_m y(t-1) - \phi^T(t-1) \hat{\theta}(t-1)$$

بعلاوه قانون به روز کردن<sup>۱۴</sup> پارامترهای سیستم به شکل زیر تعریف شده‌اند [13]:

$$\begin{bmatrix} \hat{a}(t) \\ \hat{b}(t) \end{bmatrix} = \hat{\theta}(t) = \hat{\theta}(t-1) + \gamma(t) \frac{\phi(t-1)}{c + \phi(t-1)^T \phi(t-1)} e_M(t), \quad \hat{\theta}(0) = \hat{\theta}_0 \quad (3-2)$$

که در آن بهره  $\gamma(t)$  با رابطه زیر داده شده است

$$\gamma(t) = \begin{cases} 1 & \text{if } [\hat{\theta}(t-1) + \gamma(t) \frac{\phi(t-1)}{c + \phi(t-1)^T \phi(t-1)} e_M(t)] \neq 0 \\ \delta & \text{otherwise} \end{cases}$$

و همانطور که قبل از نیز بیان شد برای  $t \geq 0$  داریم  $\hat{b}(t) \neq 0$ . بنابراین سیگنال کنترل را به صورت

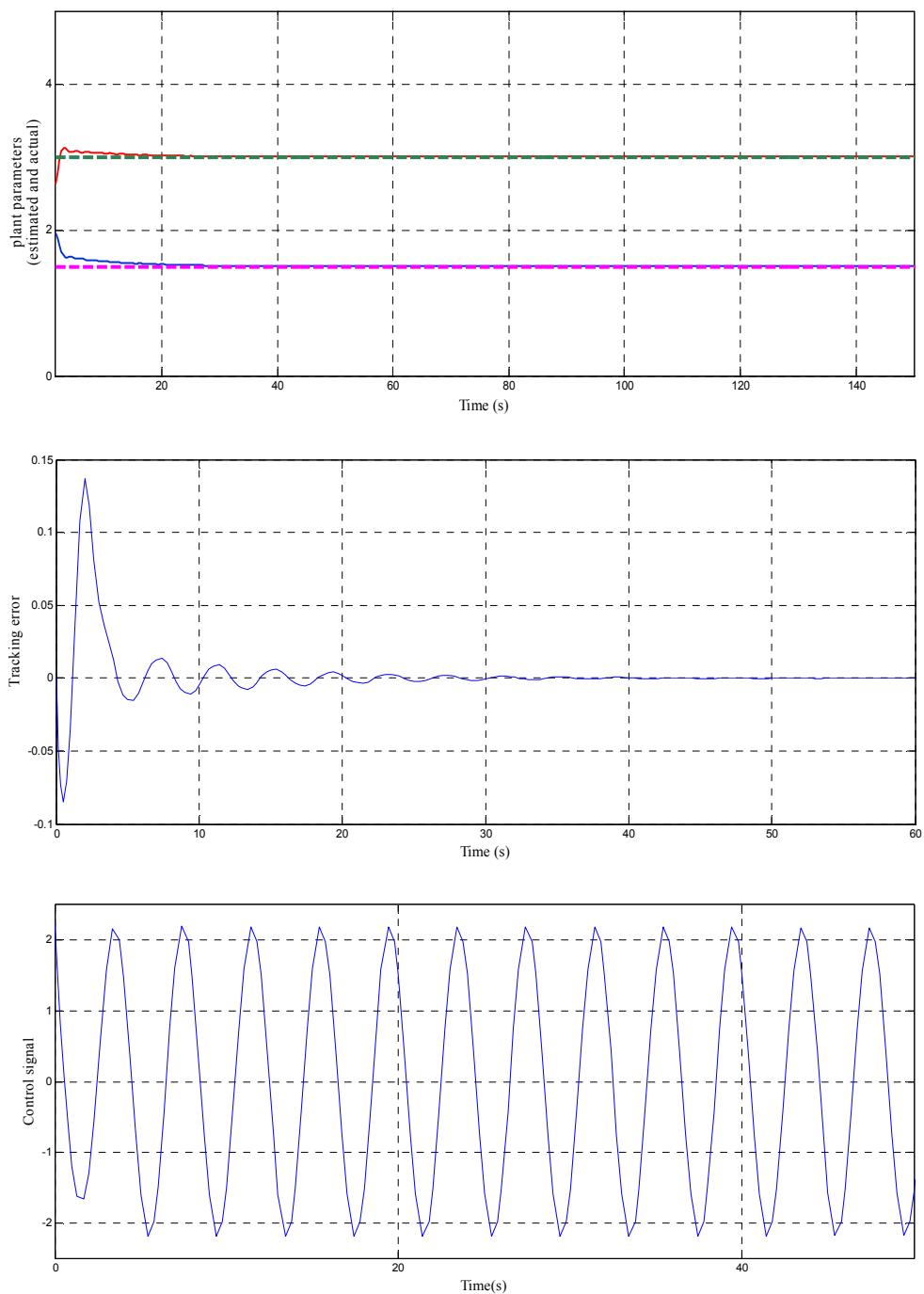
زیر تعریف می‌کنیم [13]:

$$u(t) = \frac{1}{\hat{b}(t)} [-(\hat{a} - a_m)y(t) + b_m r(t)] \quad (4-2)$$

مشاهده می‌کنیم که قانون کنترل بطور آشکاری غیرخطی است.

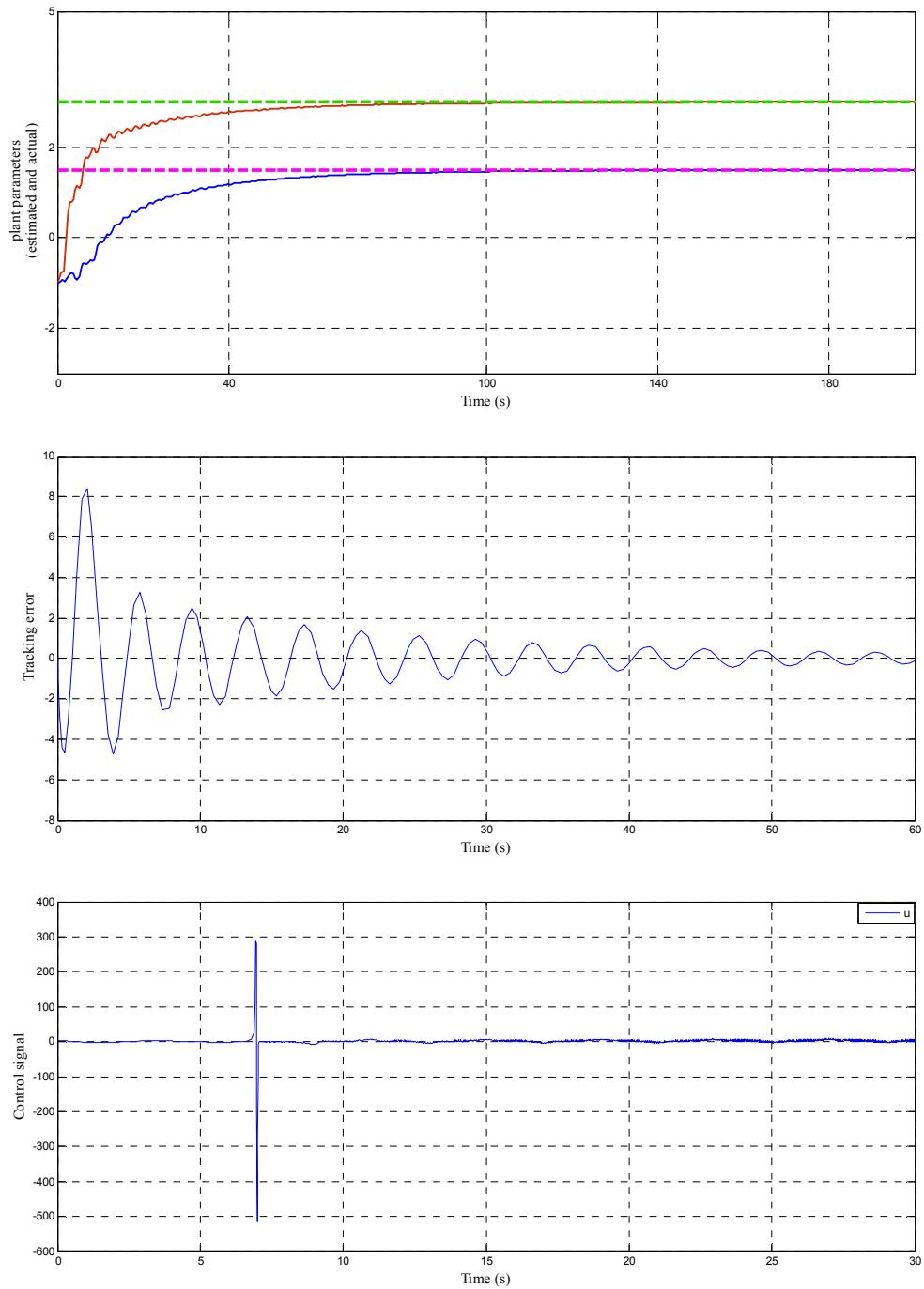
شبیه سازی را با مقادیر  $a = 3, b = 1.5, a_m = -0.5, b_m = -1, c = 1, \delta = 1.5$  و ورودی  $y(0) = 1, y_m(0) = 0, \hat{\theta}(0) = \theta = [2.5 \quad 2]^T$  و شرایط اولیه  $r(t) = \cos(\frac{\pi t}{2})$  انجام

دادهایم (شکل ۳-۲). مشاهده می‌کنیم که خطای ردیابی به صفر رسیده است و سیگنال کنترل کراندار است.



شکل ۳-۲ نتایج شبیه سازی برای سیستم درجه اول و  $MRAC$  به کاررفته با تخمینهای اولیه خوب

در شبیه‌سازی بعدی تخمینهای شرایط اولیه ضعیف بودند (با مقادیر واقعی، اختلاف زیادی دارند)، شکل ۲-۴ نشان می‌دهد که اگرچه خطای رديابی به صفر همگرا می‌شود و نخمن پارامترها به مقادیر واقعی می‌کنند، ولی به دلیل اینکه تخمینهای اولیه ضعیف هستند، حالت گذرا ضعیف است و سیگنال کنترل بزرگ می‌باشد.



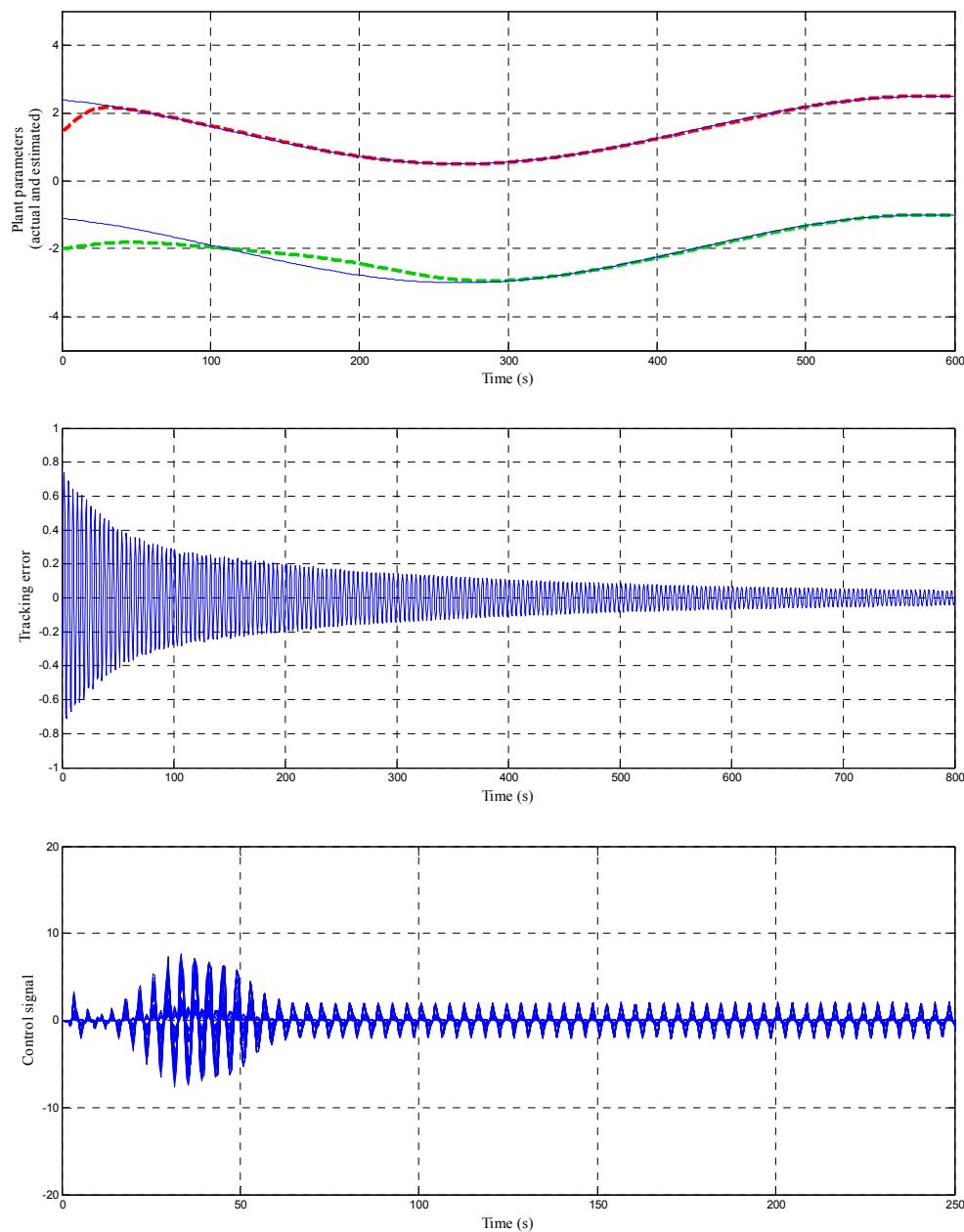
شکل ۲-۴ نتایج شبیه‌سازی برای سیستم درجه اول و  $MRAC$  به کاررفته با تخمینهای اولیه ضعیف

در شبیه‌سازی بعد، اثر پارامترهای متغیر بازمان مورد مطالعه قرار گرفت. ابتدا موردی را در نظر گرفتیم که سرعت تغییر پارامترها پایین بود. در این شبیه سازی از پارامترهای با مقادیر زیر استفاده کردہ‌ایم و نیز  $\lambda = 0.01$  در نتیجه پارامترهای سیستم به آهستگی با زمان تغییر می‌کنند.

$$\begin{bmatrix} a(t) \\ b(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 + \cos(\lambda t) \\ 1.5 + \cos(\lambda t) \end{bmatrix}, a_m = -0.5, b_m = -1, c = 1, \delta = 1.5, r(t) = \cos\left(\frac{\pi t}{2}\right),$$

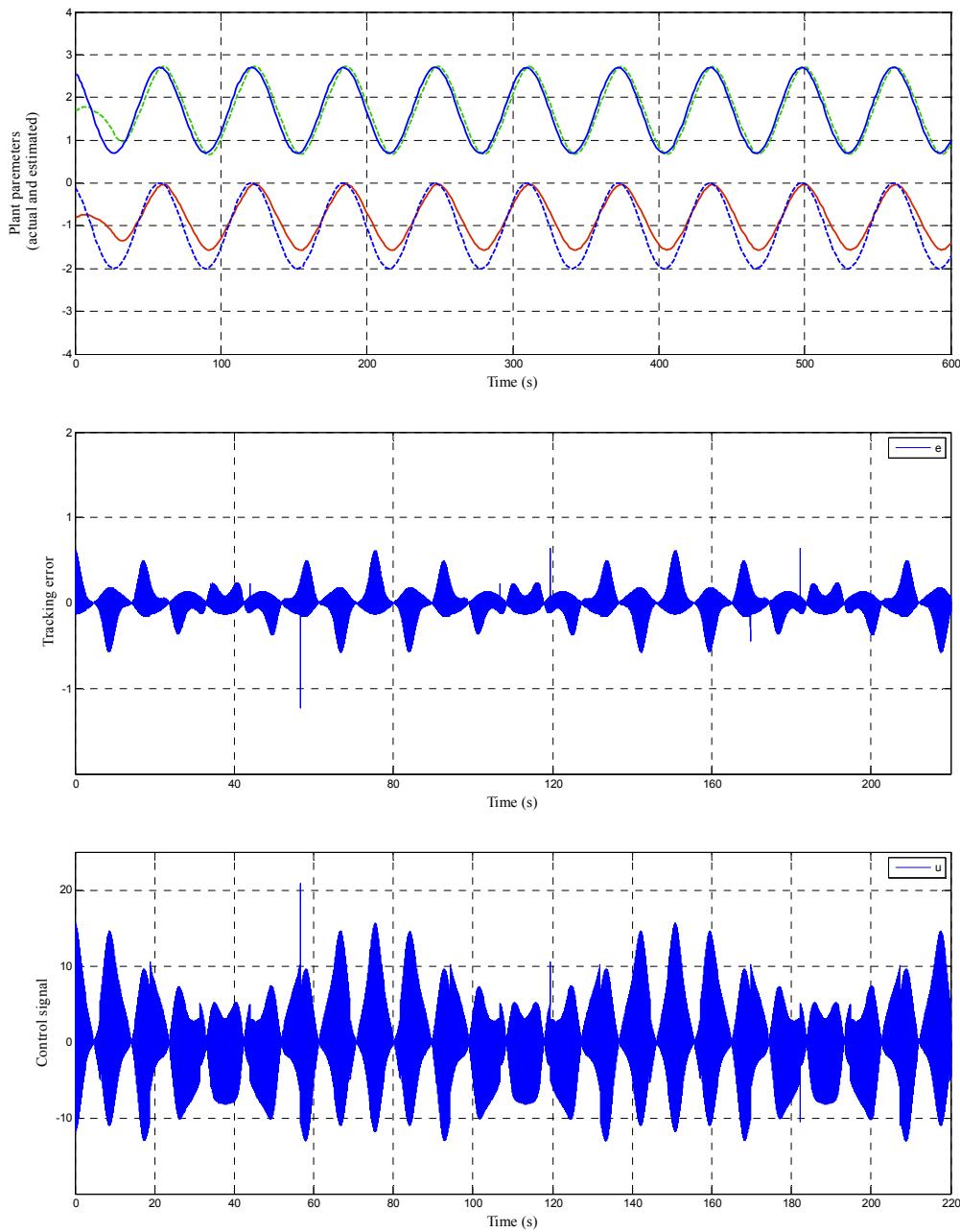
$$u(0) = 0, y(0) = -1, y_m(0) = 0, \hat{\theta}(0) = [1 \ 1]^T$$

نتایج شبیه سازی در شکل ۵-۲ نشان داده شده‌اند، مشاهده می‌کنیم که خطای ردیابی کوچک است سیگنال کنترل و خروجی کراندار هستند و پارامترهای تخمین زده شده به مقادیر واقعیشان همگرا شده‌اند.



شکل ۲-۵ نتایج شبیه سازی برای سیستم درجه اول و MRAC به کاررفته با پارامترهای متغیر با زمان آهسته  $\lambda = 0.01$ .

برای بررسی تاثیر پارامترهای متغیر با زمان سریع، مقدار  $\lambda = 0.1$  قرار دادیم. در شکل ۲-۶، نتایج نشان داده شده‌اند، با توجه به شکلها مشاهده می‌کنیم که هم خطای ردیابی و هم خطای تخمین پارامتری بزرگ است، که نشان می‌دهند کنترل کننده نمی‌تواند پارامترهای متغیر با زمان سریع را خوب کنترل کند.



شکل ۶-۲ نتایج شبیه سازی برای سیستم درجه اول و  $MRAC$  به کاررفته با پارامترهای متغیر با زمان سریع  $\lambda = 0.1$

با توجه به مثال ارائه شده، در می‌یابیم که در روش  $MRAC$

- چنانچه خطای تخمین پارامتری اولیه کوچک باشد، اندازه سیگنال کنترل کوچک خواهد بود،

- خطای ردیابی به صفر می‌رسد و رفتار حالت گذرا تضمین می‌شود.

- در مواجهه با تخمینهای اولیه ضعیف، ممکن است  $MRAC$  باعث ایجاد سیگنال کنترل بزرگ

- شود و رفتار حالت گذرا نیز تضمین نشود.

### ۳-۲ کنترل تطبیقی جایابی قطب (PPAC)

در  $MRAC$  فرض می شود که سیستم مینیمم فاز است، که به ما امکان تضمین ردیابی مجانبی عالی را می دهد.  $PPAC$  روشی است که در آن لازم نیست سیستم مینیمم فاز باشد. به هر حال، ردیابی مجانبی عالی اکنون فقط برای کلاس کوچکی از سیگنالهای مرجع تضمین می شود [13]. تفاوت‌های دیگر  $PPAC$  و  $MRAC$  آگاهی از درجه سیستم می باشد، در  $PPAC$  باید درجه سیستم را دقیق بدانیم. در این روش یک الگوریتم جایابی قطب به همراه تخمین پارامتر برای بدست آوردن کنترل کننده ترکیب شده‌اند که قصد دارند که قطب‌های حلقه بسته را در مکانهای طراحی شده قرار دهند؛ که اگر بدرس‌تی پیاده شود، کنترل کننده‌های عملی مفیدی را نتیجه می دهد.

### ۱-۳-۲ مدل سیستم

فرض می شود که سیستم با مدل تک ورودی-تک خروجی ( $SISO$ ) زیر قابل توصیف باشد:

$$A(q)y(t) = B(q)(u(t) + v(t)) \quad (5-2)$$

که در آن  $y$  خروجی،  $u$  ورودی سیستم،  $v$  اغتشاش می باشند. اغتشاش را می توان به روش‌های مختلفی وارد سیستم کرد، در اینجا فرض می شود که اغتشاشها در ورودی سیستم وارد می شوند. بعلاوه  $A$  و  $B$  چندجمله‌ای‌هایی بر حسب عملگر  $q$  می باشند. پارامتر  $d_0$  که فزونی قطب نامیده می شود قسمت صحیح تاخیر زمانی به زمان نمونه برداری را نشان می دهد.

اپراتور  $q^{-1}$  نشان دهنده تاخیر می باشد. با استفاده از چندجمله‌ای معکوس، مدل سیستم به شکل زیر به دست می آید که در آن « درجه  $n = A$  » است.

$$A^*(q^{-1}) = q^{-n}A(q)$$

می‌توان این مدل را بصورت زیر بازنوشت:

$$A^*(q^{-1})y(t) = B^*(q^{-1})(u(t - d_0) + v(t - d_0))$$

که در آن

$$A^*(q^{-1}) = 1 + a_1 q^{-1} + \cdots + a_n q^{-n}$$

$$B^*(q^{-1}) = b_0 + b_1 q^{-1} + \cdots + b_m q^{-m}$$

و  $m = n - d_0$  است. توجه کنید که چون  $n$  به عنوان درجه سیستم تعریف شده، داریم

$n \geq m + d_0$  و بنابراین ممکن است ضرایب جملات  $A^*$  صفر باشند.

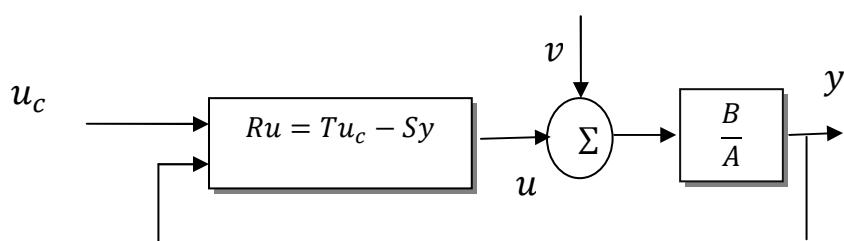
شکل عمومی کنترل کننده‌های خطی به شکل زیر است [1]:

$$Ru(t) = Tu_c(t) + Sy(t) \quad (6-2)$$

که در آن  $R, S, T$  چندجمله‌ای هستند. این قانون کنترل بیانگر فیدبکی منفی با عملگر تبدیل  $\frac{S}{R}$  و

با پیشخوری با عملگر تبدیل  $\frac{T}{R}$  است. نمودار بلوكی سیستم حلقه بسته در شکل ۷-۲ نشان داده شده

است.



شکل ۷-۲: نمودار بلوكی کنترل کننده جایابی قطب

با حذف  $u$  بین معادلات، معادلات زیر برای سیستم حلقه بسته بدست می‌آیند [1]:

$$\begin{aligned} y(t) &= \frac{BT}{AR + BS} u_c(t) + \frac{BR}{AR + BS} v(t) \\ u(t) &= \frac{AT}{AR + BS} u_c(t) - \frac{BS}{AR + BS} v(t) \end{aligned} \quad (7-2)$$

بنابراین چندجمله‌ای مشخصه حلقه بسته به صورت زیر است:

$$AR + BS = A_c \quad (8-2)$$

ایده کلیدی روش طراحی، مشخص کردن چندجمله‌ای مشخصه حلقه بسته مطلوب  $A_c$  است.

### الگوریتم ۲-۱ جایابی قطب با حداقل درجه (MDPP) [1]

داده‌های مسئله شامل چندجمله ایهای  $A$  و  $B$  می‌باشند. و مشخصات داده شده  $A_m$  و  $B_m$  و  $A_0$  می‌باشد و شروط سازگاری نیز به شکل زیر می‌باشند:

$$A_m \text{ درجه } A = 0$$

$$B_m \text{ درجه } B = 0$$

$$A_0 \text{ درجه } A - B^+ = 1$$

$$B_m = B^- B'_m$$

مراحل انجام کار را به صورت زیر انجام می‌دهیم:

۱.  $B$  را به صورت  $B = B^+ B^-$  که  $B^+$  تکین باشد، تجزیه می‌کنیم.

۲. با استفاده از معادله زیر، جواب  $R$  و  $S$  را با توجه به « $A$  درجه  $< S$  درجه» بدست می‌آوریم:

$$AR' + B^- S = A_0 A_m$$

۳. معادله  $T = A_0 B'_m$  و  $R = R' B^+$  را تشکیل داده؛ سیگنال کنترل را از معادله زیر محاسبه می‌کنیم:

$$Ru = Tu_c - Sy$$

✓ با توجه به مراحل ذکر شده، در می‌باییم که روش *PPAC* روش طراحی سراسرتی است، که نسبتاً به سادگی قابل استفاده است و مسئله کلیدی در آن؛ انتخاب قطبهای مطلوب حلقه-بسته و پاسخ مطلوب به سیگنالهای فرمان است.

### ❖ نکات انتهایی

در این فصل روشهای کنترل تطبیقی کلاسیک را شرح دادیم. در این روشها برای تخمین پارامترهای سیستم (یا جبرانساز *LTI*) یک شناساگر مورد استفاده قرار گرفته و همانها نیز برای به روز کردن پارامترهای جبرانساز مورد استفاده قرار گرفته‌اند. این روشها می‌توانند با عدم قطعیت پارامتری و پارامترهایی که به آهستگی در طول زمان تغییر می‌کنند، مقابله کنند. در حالیکه رفتار مجانبی همیشه تضمین می‌شود، در صورتیکه عدم قطعیت پارامتری بسیار بزرگ باشد و تخمین اولیه ضعیف باشد، رفتار حالت گذرا ممکن است ضعیف باشد. بعلاوه، غیر خطی بودن موجود در کنترل‌کننده ممکن است که پیش‌بینی رفتار را مشکل کند. روش *PPAC* برای سیستم‌های از مرتبه پایین ساده است، اما ممکن است برای سیستم‌های از مرتبه بالاتر (وقتی قطبهای زیادی باید مشخص شوند)، مشکل باشد. انتخابهای نادرست ممکن است سیستم حلقه‌بسته‌ای با حساسیت ضعیف را نتیجه دهد.

در فصل بعدی یک روش جایگزین در کنترل تطبیقی را ارائه می‌دهیم که این اشکالات را کم می‌کند و توانایی مقابله با تغییرات پارامتری سریع را دارد.

## **فصل سوم**

**کنترل کنندہ پریوڈیک**

**خطی با MRAC**

### ۱-۳ : مقدمه

همانطور که در فصل قبل عنوان شد، روش‌های کنترل تطبیقی کلاسیک که عملکرد آنها بر اساس شناسایی استوار می‌باشد دارای بعضی مشخصات منفی به شرح زیر می‌باشند:

- نمی‌توانند پارامترهایی که به سرگت در طول زمان تغییر می‌کنند، را اداره کنند.
- رفتار حالت گذرای حلقه بسته آنها ممکن است ضعیف باشد.
- غیرخطی هستند که در نتیجه امکان اینکه اندازه سیگنال کنترل آنها بزرگ شود، وجود دارد؛ اثر شرایط اولیه و ورودی را نمی‌توان به خوبی از هم تفکیک کرد و به اثبات نرسیده که در آنها تاثیر شرایط اولیه به سمت صفر میل می‌کند.

برای حل این مسئله، روش جدیدی در MRAC پیشنهاد شد [33], [34]. اساس کار در این روش، استفاده از یک کنترل‌کننده پریودیک خطی (LPC) است که دارای مشخصات مطلوب زیر می‌باشد:

- امکان کار با پارامترهای متغیر با زمان سریع، وجود دارد.
- رفتار حالت گذرا در آن، بهتر می‌باشد.
- اثر شرایط اولیه به طور نمایی به صفر میل می‌کند.
- اندازه سیگنال کنترل نسبتاً کم است.

در این فصل یک بازنگری بر این نظریه و نقاط قوت و ضعف آن، انجام می‌دهیم و مسئله را برای درجات بالاتر گسترش می‌دهیم. در این روش به جای تخمین پارامترهای کنترل‌کننده (روش

مستقیم) یا پارامترهای سیستم (روش غیر مستقیم)، "سیگنال کنترل ایده‌آل" تخمین زده می‌شود (مسئله به این شکل مطرح می‌شود که چنانچه که حالتها و پارامترهای سیستم معلوم باشند، سیگنال کنترل به چه شکل خواهد بود؟). سیستم به طور پریودیک بررسی می‌شود تا مقدار سیگنال کنترل ایده‌آل تخمین زده شود، و سپس وزن مناسبی از تخمین مذکور در سیستم به کار برد می‌شود. پریود کنترل‌کننده به دو فاز تقسیم می‌شود: "فاز تخمین" و "فاز کنترل". در فاز تخمین سیگنال کنترل ایده‌آل تخمین زده می‌شود، در حالیکه در فاز کنترل وزن مناسبی از تخمین سیگنال کنترل ایده‌آل بر روی سیستم اعمال می‌شود.

رؤس مطالب این فصل به شکل زیر می‌باشد:

آماده‌سازی مسئله در بخش ۲-۳ ارائه شده است. در بخش ۳-۳ به مدل‌سازی سیستم نامعلوم می‌پردازیم. در بخش ۴-۳ توضیح مفصلی از LPC ارائه می‌دهیم. در بخش ۳-۵ ساختمان کنترل‌کننده داده شده است، و نهایتا نتایج شبیه‌سازیها در بخش ۳-۶ آورده شده‌اند.

### ۲-۳ فرمول‌بندی مسئله [35]

در این بخش ساختار مجموعه سیستمهای نامعلوم، مدل مرجع، و کنترل کننده ارائه شده است. سیستم متغیر بازمان خطی SISO را  $P$  می‌نامیم که به شکل زیر توصیف شده است:

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= A(t)x(t) + B(t)u(t), x(t_0) = x_0, \\ y(t) &= C(t)x(t). \end{aligned} \quad (1-3)$$

که  $x(t) \in \mathbf{R}^n$  حالت سیستم،  $u(t) \in \mathbf{R}$  ورودی سیستم، و  $y(t) \in \mathbf{R}$  خروجی سیستم می‌باشند، و سیستم را با اعضای مجموعه  $(A(t), B(t), C(t))$  مشخص می‌کیم. مجموعه مدل‌های ممکن  $\mathcal{P}$  نامیده می‌شوند.

مدل مرجع SISO و LTI را  $P_m$  می‌نامیم که آن را به شکل زیر تعریف می‌کنیم:

$$\dot{x}_m(t) = A_m x_m(t) + B_m u_m(t), \quad x_m(t_0) = x_{m0},$$

$$y_m = C_m x_m(t).$$

در رابطه بالا  $x_m(t) \in \mathbb{R}^{n_m}$  نشان‌دهنده حالت مدل مرجع می‌باشد،  $u_m(t) \in \mathbb{R}$  ورودی مدل مرجع، و  $y_m(t) \in \mathbb{R}$  خروجی مدل مرجع می‌باشد. مدل مرجع رفتار سیستم حلقه بسته مطلوب را توضیح می‌دهد و به گونه‌ای انتخاب می‌شود که پایدار باشد. هدف، طراحی کنترل‌کننده‌ای است که پایدار باشد و باعث شود که خروجی سیستم، خروجی مدل مرجع را به خوبی رديابی کند. بدین منظور، خطای رديابی را به شکل زیر تعریف می‌کنیم:

$$e(t) := y_m(t) - y(t).$$

کنترل‌کننده یک کنترل‌کننده نمونه بردار می‌باشد که بطور پریویدیک از  $u_m$  و  $y$  نمونه برداری می‌کند. از یک فیلتر انตی-الیازینگ<sup>۱۵</sup> قبل از نمونه‌برداری از  $u_m$ ، با مقدار  $\sigma > 0$  به شکل زیر استفاده می‌کنیم [35]:

$$\bar{u}_m = -\sigma \bar{u}_m + \sigma u_m, \quad \bar{u}_m(t_0) = \bar{u}_{m0}. \quad (2-2)$$

نگاشت ورودی خروجی (با شرایط اولیه صفر)  $F_\sigma$  نامیده می‌شود.

شکل جدیدی از مدل مرجع که در آن  $\bar{u}_m$  ورودی می‌باشد، را به صورت زیر تعریف می‌کنیم [35]:

$$\dot{\bar{x}}_m = A_m \bar{x}_m + B_m \bar{u}_m, \quad \bar{x}_m(t_0) = x_{m0},$$

$$\bar{y}_m = C_m \bar{x}_m. \quad (3-3)$$

---

<sup>۱۵</sup> anti-aliasing filter

چنانچه مقادیر  $0 < \lambda_m < \gamma_m$  را انتخاب کنیم، به گونه‌ای که:

$$\|e^{A_m t}\| \leq \gamma_m e^{\lambda_m t}, t \geq 0$$

در نتیجه داریم [38]:

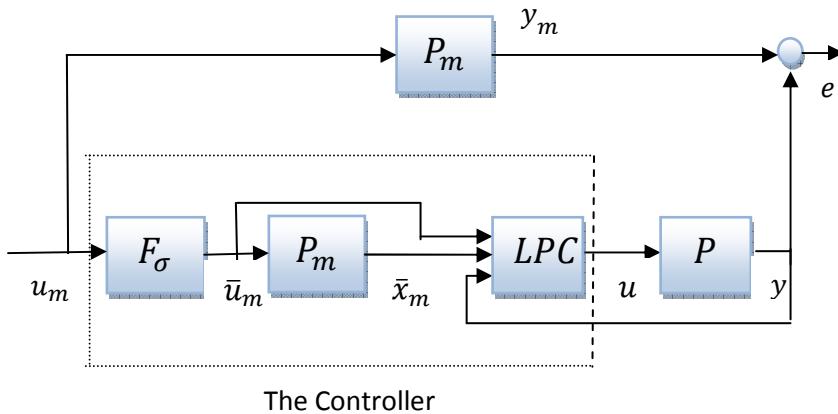
$$\begin{aligned} |\bar{y}_m(t) - y_m(t)| &\leq \|B_m\| \times \|C_m\| \frac{1 + \gamma_m}{\sigma - \|A_m\|} e^{\lambda_m t} |\bar{u}_{m0}| + \\ &\frac{\|B_m\| \times \|C_m\|}{\sigma - \|A_m\|} + \left[ \gamma_m \frac{\|A_m\|}{|\lambda_m|} + 1 \right] \|u_m\|_\infty, t \geq 0. \end{aligned} \quad (4-3)$$

و در آخر، کنترل‌کننده خطی پریودیک را به شکل زیر تعریف می‌کنیم [38]:

$$\begin{aligned} z[k+1] &= F(k)z[k] + G(k)y(kh) + H(k)\bar{x}_m(kh) + J(k)\bar{u}_m(kh), \\ z[k_0] &= z_0 \in \mathbb{R}^1, \tau \in [0, h], \\ u(kh + \tau) &= L(k)z[k] + M(k)y(kh), \end{aligned} \quad (5-3)$$

که بهره‌های  $L, F, G, H, J$  پریودیک با پریود  $p \in \mathbb{N}$  می‌باشند، زمان نمونه‌برداری  $h$  و پریود کنترل-کننده  $T := ph$  می‌باشد، و این سیستم را با مجموعه  $(F, G, H, J, L, h, p)$  نشان می‌دهیم.

➤ توجه: مدل مرجع بوسیله طراح سیستم کنترل، برای تضمین رفتار حلقه بسته سیستم، انتخاب می‌شود. از اینرو می‌توانیم کنترل‌کننده را ترکیبی از فیلتر انتی الیازینگ (2-3)، مدل مرجع (3-3)، و جبرانساز پریودیک زمان گستته (5-3) همانطور که در شکل ۱-۳ نشان داده، در نظر بگیریم.



شکل ۳-۱ دیاگرام بلوکی کنترل کننده پریودیک [35]

همانطور که در شکل نشان داده است، کنترل کننده ترکیبی از زیرسیستمهای پیوسته و گسسته می‌باشد، بنابراین حالت حلقه بسته ترکیبی از حالت‌های پیوسته و گسسته می‌باشد و به شکل زیر تعریف شده:

$$x_{sd}(t) = \begin{bmatrix} x(t) \\ \bar{x}_m(t) \\ \bar{u}_m(t) \\ z[k] \end{bmatrix}, \quad t \in [kh, (k+1)h].$$

### ۳-۳ مدلسازی نامعینی های سیستم

در اینجا باید با جزئیات بیشتری کلاس عدم قطعیت مدلی که می‌خواهیم با آن برخورد کنیم را توضیح دهیم. روشی که در [35],[38] استفاده شده است را در اینجا تکرار می‌کنیم. فرضیات کلاسیکی که در MRAC پذیرفته شده است عبارتند از :

i. سیستم مینیمم فاز است.

ii. کران بالای  $n$  در درجه سیستم معلوم است.

iii. درجه نسبی سیستم  $m$  معلوم است.

iv. علامت بهره فرکانس بالا  $g$  معلوم است.

در اینجا ما تعمیم حالت متغیر با زمان فرضیات (i) و (ii) و (iii) را در نظر می‌گیریم و فرض (iv) را با کران پایین دامنه‌اش جایگزین می‌کنیم. از آنجا که تمایل داریم که مستقل از پارامترهای سیستم، اثبات کنیم که ردیابی یکنواخت داریم، پس باید پارامترها در یک مجموعه متراکم<sup>۱۶</sup> قرار گیرند.

کار را با یک معادله LTV عمومی تفاضلی به فرم ورودی-خروجی، که بر حسب متغیر اختیاری  $\eta$  تعریف شده است، شروع می‌کنیم:

$$\sum_{i=0}^n a_i(t) D^i \eta = g(t) u$$

$$y = \sum_{i=0}^{n-m} b_i(t) D^i \eta \quad (6-3)$$

فرض می‌کنیم که معادله تفاضلی نرمالیزه شده است به گونه‌ای که  $a_n = b_{n-m} = 1$  برقرار می‌باشد. با استفاده از تعریف  $(D^i f)(t) := \frac{d^i f}{dt^i}(t)$ ، اپراتورهای ورودی و خروجی را به شکل زیر تعریف می‌کنیم:

$$a(D, t) := \sum_{i=0}^n a_i(t) D^i, \quad b(D, t) := \sum_{i=0}^{n-m} b_i(t) D^i$$

روشن است که اگر پارامترها نامتغیر با زمان باشند، از معادله تفاضلی،تابع تبدیلی به شکل زیر نتیجه می‌شود:

$$g \frac{b(s)}{a(s)}$$

حال هدف، جدا کردن دینامیکهای صفر و سپس استفاده از تکنیک خطی‌سازی فیدبکی است. با تعریف متغیرهای حالت به صورت:

$$\omega := \begin{bmatrix} \eta \\ D\eta \\ \vdots \\ D^{n-m-1}\eta \end{bmatrix}, v := \begin{bmatrix} y \\ Dy \\ \vdots \\ D^{m-1}y \end{bmatrix},$$

می‌توان دینامیکهای صفر را به شکل زیر نوشت:

$$\dot{\omega}(t) = \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & & & \\ 0 & \ddots & & \\ -b_0(t) & -b_1(t) & \dots & -b_{m-1}(t) \end{bmatrix}}_{=: A_1(t)} \omega(t) + \underbrace{\begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ 1 \end{bmatrix}}_{=: b_1} y(t) \quad (7-3)$$

اکنون باید  $\dot{\omega}$  را بر حسب  $v$  و  $\omega$  بیان کنیم. به این منظور، کافی است چند جمله‌ای‌های زیر را

به گونه‌ای برقرار کنیم:  $\beta_m(t) = 1$

$$\beta(D, t) := \sum_{i=0}^m \beta_i(t) D^i, \quad \alpha(D, t) := \sum_{i=0}^{n-m-1} \alpha_i(t) D^i,$$

که معادلات (8-۳)-(۹-۳) را برآورده سازند:

$$\dot{v}(t) = \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & & & \\ 0 & \ddots & & \\ -\beta_0(t) & -\beta_1(t) & \dots & -\beta_{m-1}(t) \end{bmatrix}}_{=: A_2(t)} v(t) + \underbrace{\begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ 1 \end{bmatrix} \underbrace{[\alpha_0(t) \dots \alpha_{n-m-1}(t)]}_{=: c_1(t)} \omega(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ 1 \end{bmatrix} g(t) u(t)}_{=: b_2} \quad (8-3)$$

۶

$$c_2 = [1 \ 0 \ \dots \ 0] \quad (9-3)$$

در نتیجه مدل فضای حالت را به صورت زیر خواهیم داشت:

$$\begin{bmatrix} \dot{\omega}(t) \\ \dot{v}(t) \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} A_1(t) & b_1 c_2 \\ b_2 c_1(t) & A_2(t) \end{bmatrix}}_{=:A(t)} \underbrace{\begin{bmatrix} \omega(t) \\ v(t) \end{bmatrix}}_{=:x(t)} + g(t) \underbrace{\begin{bmatrix} 0 \\ b_2 \end{bmatrix}}_{=:B} u(t)$$

$$y = \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & c_2 \end{bmatrix}}_{=:C} \begin{bmatrix} \omega(t) \\ v(t) \end{bmatrix} \quad (10-3)$$

در مواردی که معادله تقاضلی نا متغیر با زمان است ( $a, b$  ثابت هستند)، می‌توان  $\alpha$  و  $\beta$  را از رابطه زیر تعیین کرد:

$$\frac{a(s)}{b(s)} = \beta(s) - \frac{\alpha(s)}{b(s)}$$

حال سوالی که مطرح می‌شود این است که: باید چه شرایطی در  $a, b, g$  برقرار باشند که با برآورده شدن آنها، اطمینان داشته باشیم که می‌توانیم چندجمله‌ایهای  $\beta$  و  $\alpha$  را به گونه‌ای پیدا کنیم که در روابط (۸-۳) صدق کنند؟

وقتی به نتیجه مطلوب خواهیم رسید که کرانهایی روی مشتقات این پارامترها وجود داشته باشد، اگرچه ممکن است گهگاه پرسشهایی در یکی از پارامترها نیز وجود داشته باشند که سیستم توانای مقابله با آن را خواهد داشت.

برای پردازش مسئله تمام پارامترهای سیستم (۶-۳) را در یک بردار جمع‌آوری می‌کنیم:

$$\theta(t) := [a_0(t) \quad \dots \quad a_{n-1}(t) \quad b_0(t) \quad \dots \quad b_{n-m-1}(t) \quad g(t)]^T \in \mathbb{R}^{2n-m+1}$$

و پارامترهای سیستم تبدیل یافته (۱۰-۳) را می‌توان در یک بردار دیگر جمع‌آوری کرد:

$$\bar{\theta}(t) := [\alpha_0(t) \quad \dots \quad \alpha_{n-m-1}(t) \quad \beta_0(t) \quad \dots \quad \beta_{m-1}(t) \quad b_0(t) \quad \dots \quad b_{n-m-1}(t) \quad g(t)]^T$$

در اینجا تعدادی از فرضیات را روی پارامتر اصلی  $\theta$  که برای وجود پارامتر  $\bar{\theta}$  نیز کافی هستند را

آورده‌ایم [38]:

**فرض ۱:** (مجموعه متراکم) به ازای تمام  $t \geq 0$ , مجموعه متراکم  $\Gamma \in \mathbb{R}^{2n-m+1}$  وجود دارد به

گونه‌ای که:  $\theta(t) \in \Gamma$

**فرض ۲:** مقداری برای  $T_0 > 0$  وجوددارد بطوریکه:  $\theta \in PS_\infty(T_0)$ . پرشهای گاه و بیگاه (ضمنی))

**فرض ۳:** (مشتقات کراندار) ثابت  $\mu_1$  وجوددارد به طوریکه:  $\|\dot{\theta}\|_\infty \leq \mu_1$

**فرض ۴:** ثابت مثبت  $\underline{g}$  وجود دارد به طوریکه:  $|g(t)| \geq \underline{g}, t \geq 0$

**فرض ۵:** پارامترهای  $b_i \in PS_\infty^m(T_0), i = 0, 1, \dots, n - m - 1$  و نیز ثابت‌های  $\delta_i > 0, j = 1, \dots, m + 1$  وجود دارند که:

$$\|D^j(b_i)\|_\infty \leq \delta_j, i = 0, 1, \dots, n - m - 1, j = 1, \dots, m + 1.$$

**فرض ۶:** (پایداری نمایی یکنواخت دینامیکهای صفر) ثابت‌های  $\gamma_0 > 0, \lambda_0 < 0$  وجود دارند بطوریکه ماتریس انتقال  $\Phi_{A1}$  شرایط زیر را برآورده کند:

$$\|\Phi_{A1}(t, t_0)\| \leq \gamma_0 e^{\lambda_0(t-t_0)}, t \geq t_0 \geq 0$$

► توجه: با توجه به اینکه در تعریف نرم از "سوپریم اساسی" بهره برده‌ایم، فرض ۳ باعث از بین رفتن کامل جهش‌های پارامتری نمی‌شود. همچنین در واقع، فرض ۶ تعمیم شرط کلاسیک مینیمم فاز بودن است.

از اینرو برای هر  $n \geq m \geq 1$  و مجموعه متراکم  $\Gamma \subset R^{2n-m+1}$  مثبت

$\lambda_0, \mu_1, T_0, \delta_1, \dots, \delta_{m+1}, \underline{g}, \gamma_0$  و ثابت منفی  $\lambda_0$  یک کلاس بدیهی از مدلهای به شکل (۳-۶) وجود دارد

که فرضهای ۱-۶ را برآورده می‌کند. این کلاس را به صورت زیر نامگذاری می‌کنیم:

$$\mathcal{P}(n, m, \Gamma, \mu_1, T_0, \delta_1, \dots, \delta_{m+1}, \underline{g}, \gamma_0, \lambda_0)$$

روشن است که فرضیات ۱-۶ برای تضمین وجود  $\bar{\theta}, \alpha, \beta$  کافی هستند. قبل از نشان دادن این مسئله،

تعدادی از مشخصات کلیدی که برای بردار تبدیل یافته  $\bar{\theta}$  مورد نیاز خواهد بود را آورده‌ایم [38]:

فرض ۳-۱: (مجموعه متراکم) مجموعه متراکم  $\bar{\Gamma}$  وجوددارد به گونه‌ای که برای تمام  $t \geq 0$ .

فرض ۳-۲: یک مقدار  $0 < T_0$  وجود دارد به گونه‌ای که  $\bar{\theta} \in PS_\infty(\bar{T}_0)$ . (پرشهای گاه و بیگاه (ضمنی))

فرض ۳-۱: (مشتقات کراندار) ثابت  $\bar{\mu}_1$  وجود دارد به گونه‌ای که  $\bar{\mu}_1 \leq \dot{\bar{\theta}}$

و فرضیات ۴ و ۶ حالت قبل نیز برقرار هستند.

برای هر  $n \geq m \geq 1$  و مجموعه متراکم  $\bar{\Gamma} \subset R^{2n-m+1}$  مجموعه ثابت‌های مثبت  $\bar{\mu}_1, \bar{T}_0, \underline{g}, \gamma_0$  و

ثبت منفی  $\lambda_0$  یک کلاس بدیهی از مدلهای به فرم (۷-۳) و (۸-۳) وجود دارد که فرضیات ۱-۳ و

۲-۳ و ۳-۳ و فرضهای ۴ و ۶ را برآورده می‌کند. این کلاس را به شکل زیر نامگذاری می‌کنیم :

$$\bar{\mathcal{P}}(n, m, \bar{\Gamma}, \bar{\mu}_1, \bar{T}_0, \underline{g}, \gamma_0, \lambda_0).$$

بین بردار  $\bar{\theta}$  و مدل مشابه به فرم (۷-۳) و (۸-۳) تمایز قائل نخواهیم نشد.

قضیه (۱-۳) [35]: برای هر مجموعه عدم قطعیت به شکل زیر:



$$\mathcal{P}(n, m, \Gamma, \mu_1, T_0, \delta_1, \dots, \delta_{m+1}, \underline{g}, \gamma_0, \lambda_0).$$

ثابت‌های  $\bar{\mu}_0$ ,  $\bar{T}_0$  و مجموعه متراکم  $\bar{\Gamma} \subset R^{2n-m+1}$  وجود دارند به گونه‌ای که برای هر مجموعه

$$\theta \in \mathcal{P}(n, m, \Gamma, \mu_1, T_0, \delta_1, \dots, \delta_{m+1}, \underline{g}, \gamma_0, \lambda_0).$$

چندجمله‌ایهای  $\alpha(D, t)$  و  $\beta(D, t)$  را برآورده می‌کنند به گونه‌ای که بردار متناظر پارامتری  $\bar{\theta}$ , در عبارت زیر صدق می‌کند:

$$\bar{\theta} \in \bar{\mathcal{P}}(n, m, \bar{\Gamma}, \bar{\mu}_1, \bar{T}_0, \underline{g}, \gamma_0, \lambda_0).$$

از این به بعد فرض خواهیم کرد که مجموعه عدم قطعیت سیستم به شکل زیر خواهد بود:

$$\mathcal{P}(n, m, \Gamma, \mu_1, T_0, \delta_1, \dots, \delta_{m+1}, \underline{g}, \gamma_0, \lambda_0).$$

در نتیجه، کلاس عدم قطعیت بردار پارامتری جدید  $\bar{\theta}$  و متناظر با مدل‌های فضای حالت (۷-۳) و

(۸-۳)، به صورت زیر می‌باشد:

$$\bar{\mathcal{P}}(n, m, \bar{\Gamma}, \bar{\mu}_1, \bar{T}_0, \underline{g}, \gamma_0, \lambda_0).$$

در این قسمت؛ برای بدست آوردن سیستم کلی، روابط بدست آمده برای سیستم، مدل مرجع و فیلتر

آن‌تی الیازینگ را ترکیب می‌کنیم:

$$\begin{bmatrix} \dot{\omega} \\ \dot{v} \\ \dot{x}_m \\ \dot{u}_m \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} A_1(t) & b_1 c_2 & 0 & 0 \\ b_2 c_1(t) & A_2(t) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & A_m & b_m \\ 0 & 0 & 0 & -\sigma \end{bmatrix}}_{=: \bar{A}(t)} \underbrace{\begin{bmatrix} \omega \\ v \\ \bar{x}_m \\ \bar{u}_m \end{bmatrix}}_{=: \bar{x}} + \underbrace{\begin{bmatrix} 0 \\ v \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}}_{=: \bar{B}} u(t) \\
+ \underbrace{\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \sigma \end{bmatrix}}_{=: \bar{E}} u_m(t), \quad (11-3)$$

$$y = [0 \quad c_2 \quad 0 \quad 0] \begin{bmatrix} \omega \\ v \\ \bar{x}_m \\ \bar{u}_m \end{bmatrix} \quad (12-3)$$

$$\bar{e} = \underbrace{[0 \quad -c_2 \quad C_m \quad 0]}_{=: \bar{C}} \begin{bmatrix} \omega \\ v \\ \bar{x}_m \\ \bar{u}_m \end{bmatrix} \quad (13-3)$$

هدف، ساختن قانون کنترل  $u(t)$  به گونه ای است که پایداری حلقه بسته تضمین شود و نگاشت

$u_m \rightarrow \bar{e}$  کوچک باشد.

فرض ۷: درجه نسبی مدل مرجع حداقل  $m$  می باشد.

### ۴-۳ رویکرد انجام کار

در این بخش، LPC پیشنهاد شده، ارائه می‌شود. در ابتدا قانون کنترل ایدهآل LTI که استفاده خواهیم کرد را توضیح می‌دهیم و در ادامه، تخمینهایی که بر این قانون کنترل اعمال خواهیم کرد، را شرح می‌دهیم.

### ۱-۴-۳ کنترل کننده ایده آل [34]

جهت بدست آوردن قانون کنترل ایدهآل، با مورد تغییرناپذیر با زمان درجه یک شروع می‌کنیم (پس

$$: (y_m = x_m \text{ و } x=y)$$

$$\dot{y} = ay + gu.$$

$$\dot{\bar{y}}_m = a_m \bar{y}_m + B_m \bar{u}_m. \quad (14 - 3)$$

هدف کنترلی، یافتن قانون کنترل  $u(t)$  است آنچنانچه خطای ردیابی  $\bar{e} = \bar{y}_m - y$  به سمت صفر میل کند. با دینامیکهای خطای ردیابی شروع می‌کنیم:

$$(\dot{\bar{y}}_m - \dot{y}) = a_m (\bar{y}_m - y) + [b_m \bar{u}_m - gu + (a_m - a)y].$$

از آنجا که می‌خواهیم که عملکرد سیستم شبیه به مدل مرجع باشد، چنانچه:

$$b_m \bar{u}_m - gu + (a_m - a)y = 0,$$

عدم تطابق<sup>۱۷</sup> به صورت  $e^{a_m t}$  به صفر کاهش می‌یابد و به تعریف زیر از "قانون کنترل ایده آل" منتهی می‌گردد:

$$u = \frac{1}{g} (b_m \bar{u}_m + (a_m - a)y) = \frac{1}{g} \underbrace{[a_m - a \quad 0 \quad b_m]}_{=: K} \begin{bmatrix} y \\ \bar{y}_m \\ \bar{u}_m \end{bmatrix}.$$

---

<sup>۱۷</sup> mismatching

این کنترل کننده هم پایداری و هم تطبیق مدل<sup>۱۸</sup> را فراهم می‌کند.

قانون کنترل ایدهآل در موارد عمومی (موارد از درجه بالاتر) نیز از همان نظریه اولیه پیروی می‌کند.

ابتدا تعریف می‌کنیم [34]:

$$A_2 := \begin{bmatrix} 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & 1 \\ 0 & \dots & 0 \end{bmatrix}, f_2(t) := [\beta_0(t) \ \dots \ \beta_{m-1}(t)]. \quad (15-3)$$

از آنجا که  $(A_2, b_2)$  کنترل‌پذیر است، می‌توانیم بردار  $\bar{f}_2$  را طوری انتخاب کنیم که عبارت زیر

$$\bar{A}_2 := A_2 + b_2 \bar{f}_2.$$

با مقادیر ویژه با قسمت حقیقی کمتر از  $\lambda_m$  پایدار باشد، که بدین معنی است که مقدار ثابت  $\gamma_m >$

وجود دارد به گونه‌ای که

$$\|e^{\bar{A}_2 t}\| \leq \bar{\gamma}_m e^{\lambda_m t}, \quad t \geq 0$$

حال اگر قرار دهیم [38]

$$u(t) = \frac{1}{g} \left[ -c_1(t)\omega(t) + (\bar{f}_2 - f_2(t))v(t) \right] + u_n(t),$$

در رابطه زیر  $u_n$  نشانگر ترم پیش‌رو می‌باشد، پس  $v$  را از  $\omega$  دکوبله خواهیم کرد و  $v$  را پایدار، در

نتیجه داریم:

$$\dot{v} = \bar{A}_2 v + b_2[g(t)u_n(t)],$$

$$y = c_2 v.$$

به واسطه فرض ۷ می‌توانیم  $k_2 \epsilon R$  و  $k_1 \in R^{1 \times n_m}$  را به گونه‌ای انتخاب کنیم که

$$\frac{P_m(s)}{c_2(sI - \bar{A}_2)^{-1}b_2} = k_2 + k_1(sI - A_m)^{-1}B_m \quad (16-3)$$

---

Model matching<sup>۱۸</sup>

اکنون ترم پیش رو  $u_n$  را بوسیله عبارت زیر انتخاب می کنیم

$$u_n(t) = \frac{1}{g(t)} [k_2 \bar{u}_m(t) + k_1 \bar{x}_m(t)]$$

که قانون کنترل ایده آل را به شکل زیر بدست می دهد [38]

$$u(t) = \frac{1}{g(t)} \underbrace{[-c_1(t) \quad \bar{f}_2 - f_2(t) \quad k_1 \quad k_2]}_{=: K(t)} \bar{x}(t). \quad (17-3)$$

سیگнал کنترل را  $u^0(t)$  و پاسخ سیستم کلی متناظر را  $\bar{x}^0$  می نامیم، در نتیجه سیستم حلقه بسته

ایدهآل به شکل زیر می باشد [38]

$$\dot{\bar{x}}^0(t) = \underbrace{\begin{bmatrix} A_1(t) & b_1 c_2 & 0 & 0 \\ 0 & \bar{A}_2 & b_2 k_1 & b_2 k_2 \\ 0 & 0 & A_m & b_m \\ 0 & 0 & 0 & -\sigma \end{bmatrix}}_{=: \bar{A}_{cl}(t)} \bar{x}^0(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \sigma \end{bmatrix} u_m(t),$$

$$\bar{e}^0(t) = [0 \quad -c_2 \quad C_m \quad 0] \bar{x}^0(t).$$

از آنجا که سیستم مینیمم فاز است،  $A_1$  به طور نمایی پایدار است، در نتیجه سیستم حلقه بسته پایدار

نمایی است و نگاشت  $\bar{e}^0 \rightarrow u_m$  برابر با صفر می باشد.

## ۲-۴-۳ تخمین اول

تا زمانیکه پارامترهای سیستم و حالتهای سیستم کاملا معلوم نیستند، قانون کنترل ایدهآل (۱۷-۳) را نمی‌توان کاملا اجرا کرد. در عوض، این عبارت بطور پریودیک تخمین و بکار گرفته خواهد شد. ترم  $\frac{1}{g(t)}$  در انجام تخمین مسئله‌ساز خواهد بود، بنابراین برای آسانتر شدن کار، آن را با یک چندجمله‌ای تخمین خواهیم زد. از فرضیات ۱ تا ۴، چنین بر می‌آید که مجموعه  $\mathcal{G}$  که بصورت زیر تعریف شده است، یک مجموعه متراکم است که شامل صفر نمی‌باشد [38]:

$$\mathcal{G} := \left\{ g \in \mathbf{R} : \text{there exists a } \psi \in \mathbf{R}^{2n-m} \text{ so that } \begin{bmatrix} \psi \\ g \end{bmatrix} \in \bar{\Gamma} \right\},$$

به علاوه ثابت  $0 > \bar{g}$  وجود دارد بطوریکه  $[-\bar{g}, -\underline{g}] \cup [\underline{g}, \bar{g}] \subset \mathcal{G}$ . از تئوری تخمین استون-ویرستراس<sup>۱۹</sup> [36]، می‌دانیم که می‌توان  $\frac{1}{g(t)}$  را در  $\mathcal{G}$  با یک چندجمله‌ای تخمین زد.

❖ فضیه ۲-۳ [35]: عبارت  $\sum_{i=0}^{\infty} \frac{(-1)^i}{(\bar{g}^2)^{i+1}} g(g^2 - \bar{g}^2)^i$  بطور یکنواختی به  $\frac{1}{g(t)}$  همگرا می‌شود.

تحقیقاتی زیادی برای تخمین بهینه این عبارت وجود دارند، به عنوان مثال در [37] (pp. 126-138) در هر حال برای  $0 > \varepsilon$ ، مقادیر  $c_i \in \mathbf{R}$  و  $q \in \mathbf{N}$  وجوددارند به گونه‌ای که چندجمله‌ای

$$\hat{f}_\varepsilon(g) = \sum_{i=0}^q c_i g^i$$

$$|1 - g \hat{f}_\varepsilon(g)| < \varepsilon, \quad g \in \mathcal{G} \quad (18-3)$$

رابطه بالا ما را به اولین تخمین از (۱۷-۳) می‌رساند، "قانون کنترل ایدهآل تقریبی" را به شکل زیر تعریف می‌کنیم

$$u(t) = \hat{f}_\varepsilon(g) K(t) \bar{x}(t). \quad (19-3)$$

---

<sup>۱۹</sup> Stone-Weierstrass

زمانیکه از (۱۹-۳) برای سیستم کلی (۱۱-۳)-(۱۳-۳) استفاده می‌کنیم،  $u^\varepsilon$  نشان‌دهنده سیگنال کنترل متناظر می‌باشد،  $\hat{f}_\varepsilon$  به حالت متناظر، و  $\hat{\theta}$  به خطای متناظر اشاره می‌کند. معادلاتی که این سیستم حلقه بسته را شرح می‌دهند به صورت زیر می‌باشند:

$$\begin{aligned}\dot{x}^\varepsilon(t) &= \bar{A}_{cl}(t)\bar{x}^\varepsilon(t) + \bar{E}u_m(t) + [g(t)\hat{f}_\varepsilon((g(t)) - 1]\bar{B}K(t)\bar{x}^\varepsilon(t) \\ &=: \bar{A}_{cl}^\varepsilon(t)\bar{x}^\varepsilon(t) + \bar{E}u_m(t),\end{aligned}$$

$$\bar{e}^\varepsilon(t) = \bar{C}\bar{x}^\varepsilon(t).$$

ماتریس‌های انتقال متناظر  $\bar{A}_{cl}^\varepsilon$  و  $\Phi_{cl}^\varepsilon(t, \tau)$  را به ترتیب

﴿ قضیه ۳-۳ ] ۳۸: فرض کنید  $\lambda \in (\max\{\lambda_0, \lambda_m\}, 0)$ . پس ثابت‌های  $\gamma > 0$  و  $\bar{\varepsilon} > 0$  وجود دارند که برای هر  $\theta \in \bar{\mathcal{P}}$  و  $\varepsilon \in (0, \bar{\varepsilon})$ ، سیستم حلقه بسته ( $t_0 = 0$ ) در روابط زیر صدق می‌کنند:

$$\|\bar{x}^\varepsilon(t) - \bar{x}^0(t)\| \leq \gamma\varepsilon(e^{\lambda t}\|\bar{x}_0\| + \|u_m\|_\infty).$$

$$\|\bar{e}^\varepsilon(t) - \bar{C}\Phi_{cl}(t, 0)\bar{x}_0\| \leq \gamma\varepsilon(e^{\lambda t}\|\bar{x}_0\| + \|u_m\|_\infty).$$

$$\|\bar{x}^\varepsilon(t)\| \leq \gamma(e^{\lambda t}\|\bar{x}_0\| + \|u_m\|_\infty).$$

علاوه ماتریس انتقال شرایط زیر را برآورده می‌کند

$$\|\Phi_{cl}^\varepsilon(t, \tau)\| \leq \gamma e^{\lambda(t-\tau)}, \quad t \geq \tau \geq 0$$

بنابراین، همانطور که انتظار می‌رفت، وقتیکه تخمین  $\frac{1}{g}$  بهبود یابد، خطای رديابی حالت ماندگار بهبود می‌یابد. در این قسمت، مقادیر  $\lambda_1 \in (\max\{\lambda_0, \lambda_m\}, \lambda)$  و  $\lambda \in (\max\{\lambda_0, \lambda_m\}, 0)$  را محدود نگه می‌داریم. بنا بر قضیه ۲-۳، می‌توانیم مقادیر  $c_i g^i$  که شرایط

(۱۸-۳) را برآورده کند، و یک ثابت  $0 < \gamma$  را انتخاب کنیم به گونه‌ای که برای تمام مقادیر  $\bar{\theta} \in \bar{\mathcal{P}}$

داشته باشیم

$$\|\Phi_{cl}^\varepsilon(t, \tau)\| \leq \gamma e^{\lambda_1(t-\tau)}, t \geq \tau \geq 0$$

### ۳-۴-۳ تخمین دوم

از آنجا که هیچکدام از مقادیر  $\bar{x}$  و  $g$  قابل اندازه گیری نیستند، نمی‌توان (۱۹-۳) را به مرحله اجرا درآورد، بنابراین هدف، تخمین (۱۹-۳) با یک روش خطی است. در این مرحله از پارامتر عددی کوچک  $h$  و کمیت  $q$  که برابر با درجه تخمین چندجمله‌ای  $\frac{1}{g}$  است، استفاده می‌کنیم؛ همچنین مقدار  $T=pT$  انتخاب می‌کنیم؛ یادآوری می‌کنیم که پریود کنترل کننده  $T=pT$  می‌باشد.

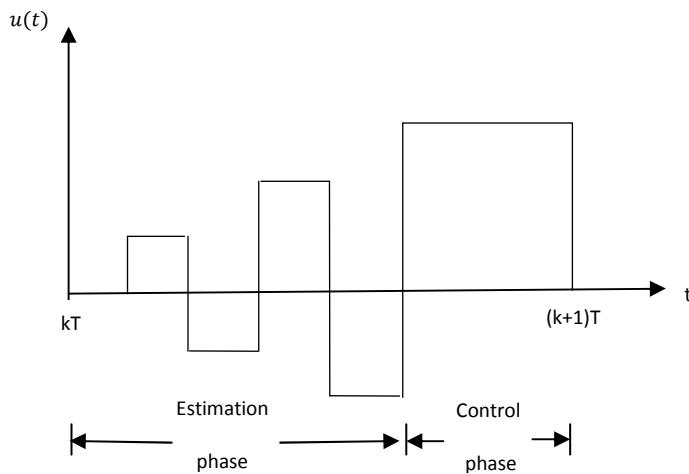
دومین تخمین به صورت زیر می‌باشد:

$$u(t) = \begin{cases} 0 & , t \in [kT, kT + (2q + 1)mh] \\ \frac{p}{p - (2q + 1)m} \hat{f}_\varepsilon(g(kT)) K(kT) \bar{x}^\varepsilon(kT) & , t \in [kT + (2q + 1)mh, (k + 1)T] \end{cases} \quad (۲۰-۳)$$

واضح است که اگر  $h$  و  $T$  هردو کوچک باشند، تخمین خوبی از عبارت زیر است:

$$u(t) = \hat{f}_\varepsilon(g(kT)) K(kT) \bar{x}^\varepsilon(kT), \quad t \in [kT, (k + 1)T]$$

در واقع رابطه بالا، تخمین خوبی از (۱۹-۳) می‌باشد.



شکل ۲-۳: یک پریود کنترل شامل فازهای کنترل و تخمین

همانطور که در شکل (۲-۳) نشان داده شده، هر پریود به دو فاز تقسیم می‌شود، "فاز تخمین" و "فاز کنترل". در فاز تخمین، کمیت  $\hat{f}_\varepsilon(g(kT))K(kT)\bar{x}^\varepsilon(kT)$  تخمین زده می‌شود؛ در واقع عمل تخمین در دو مرحله انجام می‌شود. در قسمت اول، قانون کنترل (۱۷-۳) را به شکل قانون کنترل ایده آل تقریبی (۱۹-۳) در نظر می‌گیریم. در قسمت دوم فاز تخمین، از آنجا که مقادیر  $\bar{x}$  و  $g$  را نمی‌توانیم اندازه‌گیری کنیم و از آنها در اجرای (۱۹-۳) استفاده کنیم؛ برای به اجرا درآوردن قانون کنترل (۱۹-۳)، تلاش می‌کنیم که آن را به صورت خطی درآوریم. در این مرحله با استفاده از مقایر کوچک  $h$  و  $T$ ، معادلات (۲۰-۳) را تا حد بسیار زیادی به قانون کنترل (۱۹-۳) نزدیک می‌کنیم.

در فاز کنترل، مقادیر بدست آمده از تخمین بالا، را در نسبت  $\frac{p}{p-(2q+1)m}$  ضرب می‌کنیم، و حاصل ضرب را روی سیستم بکار می‌گیریم؛ این مقیاس گذاری، جهت انعکاس این حقیقت که فاز کنترل عیناً  $\frac{p-(2q+1)m}{p}$  برابر کل پریود است، استفاده شده است. (یادآوری می‌کنیم که در بازه  $kT$  تا  $kT + (2q + 1)mh$  مقدار  $u(t)$  برابر با مقدار بدست آمده در فاز تخمین می‌باشد. به شکل ۲-۳ توجه کنید). در بخش بعدی توضیح می‌دهیم که چگونه فاز تخمین اجرا می‌شود.

### ۵-۳ ساختمان کنترل کننده

در این قسمت، پیاده سازی  $LPC$  ارائه می شود. با توضیح چگونگی اجرای فاز تخمین، شروع می کنیم.

دو ماتریس  $(m+1) \times (m+1)$  را به صورت زیر تعریف می کنیم [38]:

$$S_m = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 1 & 1 & 1 & \dots & 1 \\ 1 & 2 & 2^2 & \dots & 2^m \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & m & m^2 & \dots & m^m \end{bmatrix},$$

$$H_m(h) = \begin{bmatrix} 1 & & & & \\ & h & & & \\ & & \frac{h^2}{2!} & & \\ & & & \ddots & \\ & & & & \frac{h^m}{m!} \end{bmatrix}, \quad (21-3)$$

ابتدا یک سیستم ساده باتابع تبدیل  $\frac{g}{S^m}$  با نمایش فضای حالت زیر را در نظر می گیریم:

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} 1 & \dots & 0 \\ 0 & \ddots & 0 \\ 0 & \dots & 1 \\ 0 & \dots & 0 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \\ g \end{bmatrix} u,$$

$$y = [1 \ 0 \ \dots \ 0]x.$$

قرار می دهیم:  $u(t) = \bar{u}$ ,  $t \in [0, mh]$

درنتیجه با استفاده از بسط تیلور:

$$\begin{aligned} y(t) &= \left[ 1 \ t \ \frac{t^2}{2!} \ \dots \ \frac{t^{m-1}}{(m-1)!} \right] x(0) + \frac{t^m}{m!} \bar{u} \\ &= \left[ 1 \ t \ \frac{t^2}{2!} \ \dots \ \frac{t^{m-1}}{(m-1)!} \ \frac{t^m}{m!} \right] \begin{bmatrix} x(0) \\ g\bar{u} \end{bmatrix}, \quad t \in [0, mh] \end{aligned}$$

اگر دنباله ای از نمونه های خروجی را به شکل زیر تعریف کنیم

$$\gamma(t) = \begin{bmatrix} y(t) \\ y(t+h) \\ \vdots \\ y(t+mh) \end{bmatrix},$$

در نتیجه

$$H_m(h)^{-1}S_m^{-1}\gamma(0) = \begin{bmatrix} x(0) \\ g\bar{u} \end{bmatrix}.$$

لم زیر نشان می دهد که چگونه این فرم از تخمین را می توان در موارد عمومی بکار گرفت.

**لم ۱-۳ ) (Key Estimation Lemma (KEL-3))**: ثابت های  $\bar{h} > 0$  و  $\gamma > 0$  وجود دارند به گونه ای که

برای تمام مقادیر  $t_0 \in \mathbf{R}^+$ ,  $x_0 \in \mathbf{R}^{n+n_m+1}$ ,  $u_m \in PC_\infty$ ,  $h \in (0, \bar{h})$ ,  $\bar{\theta} \in \bar{\mathcal{P}}$  حل  $(11-3)-(13-3)$  با

$$u(t) = \bar{u}, \quad t \in [t_0, t_0 + mh]$$

دارای دو مشخصه زیر می باشد:

i. در تمام موارد

$$\|\bar{x}(t) - \bar{x}(t_0)\| \leq \gamma h(\|\bar{x}(t_0)\| + \|\bar{u}\| + \|u_m\|_\infty), \quad t \in [t_0, t_0 + mh].$$

$$\|H_m(h)^{-1}S_m^{-1}\gamma(0)\| \leq \gamma(\|\bar{x}(t_0)\| + \|\bar{u}\| + \|u_m\|_\infty).$$

اگر  $\bar{\theta}$  در بازه  $[t_0, t_0 + mh]$  کاملا پیوسته باشد، می توان تخمین بهتری را بدست آورد ii

$$\begin{aligned} & \left\| H_m(h)^{-1}S_m^{-1}\gamma(0) - \left[ f_2(t_0)v(t_0) + c_1(t_0)\omega(t_0) + g(t_0)\bar{u} \right] \right\| \\ & \leq \gamma h(\|\bar{x}(t_0)\| + \|\bar{u}\| + \|u_m\|_\infty). \end{aligned}$$

حال باید ببینیم چگونه KEL-3 را می‌توان استفاده کرد. ابتدا برای سادگی، فرض می‌کنیم  $\bar{\theta} \in \bar{\mathcal{P}}$  کاملاً پیوسته است. قرار می‌دهیم

$$u(t) = 0, \quad t \in [kT, kT + mh].$$

با توجه به تعریف  $K(t)$  در (۱۷-۳)، نتیجه می‌شود که [34]:

$$[\bar{f}_2 \quad -1]H_m(h)^{-1}S_m^{-1}Y(kT) + [k_1 \quad k_2] \begin{bmatrix} \bar{x}_m(kT) \\ \bar{u}_m(kT) \end{bmatrix} \approx K(kT)\bar{x}(kT),$$

فاکتور مقیاس بندی  $\rho$  را،  $0 < \rho <$  انتخاب می‌کنیم و قرار می‌دهیم

$$u(t) = \rho \times \text{estimate of } K(kT)\bar{x}(kT), \quad t \in [kT + mh, kT + 2mh],$$

در نتیجه

$$\frac{1}{\rho} [0 \quad \dots \quad 0 \quad 1]H_m(h)^{-1}S_m^{-1}[Y(kT + mh) - Y(kT)] \approx g(kT)K(kT)\bar{x}(kT).$$

چنانچه این پروسه را تکرار کنیم یک تخمین خوب از عبارت زیر را می‌توانیم در انتهای فاز تخمین بازه  $[kT, kT + (2q + 1)mh]$  بدست آوریم، و در فاز کنترل، وزن مناسبی از این تخمین را بکار برداریم.

$$\frac{1}{g(t)}K(kT)\bar{x}(kT) \approx \sum_{i=0}^q c_i \underbrace{g(kT)^i K(kT)\bar{x}(kT)}_{=: \Phi_i(kT)}$$

اگر زمان نمونه برداری  $T$  به اندازه کافی کوچک باشد، ناپیوستگی کمی خواهیم داشت و کنترل کننده، به خوبی عمل خواهد کرد. بحث این قسمت را با معرفی ساختار کنترل کننده به پایان خواهیم برداشت.

---

scalling factor  $\gamma$ .

کنترل کننده پیشنهادی ۰

فاز تخمین:  $[kT, kT + (2q + 1)mh]$

$$\hat{\phi}_i(kT) = \begin{cases} [\bar{f}_2 & -1]H_m(h)^{-1}S_m^{-1}\Upsilon(kT) + [k_1 & k_2]\begin{bmatrix} \bar{x}_m(kT) \\ \bar{u}_m(kT) \end{bmatrix}, & \text{if } i = 0 \\ \frac{1}{\rho}[0 & \dots & 0 & 1]H_m(h)^{-1}S_m^{-1}[\Upsilon(kT + (2i - 1)mh) - \Upsilon(kT)], & \text{if } i = 1, \dots, q \end{cases}$$

(۲۲-۳)

$$u(t) = \begin{cases} 0 & t \in [kT, kT + mh) \\ \rho \hat{\phi}_{i-1}(kT) & t \in [kT + (2i - 1)mh, kT + 2imh), i = 1, \dots, q \\ -\rho \hat{\phi}_{i-1}(kT) & t \in [kT + (2i)mh, kT + (2i + 1)mh), i = 1, \dots, q \end{cases}$$

(۲۳-۳)

فاز کنترل  $[kT + (2q + 1)mh, (k + 1)T]$

$$u(t) = \frac{p}{p - (2q + 1)m} \sum_{i=0}^q c_i \hat{\phi}_i(kT), \quad t \in [kT + (2q + 1)mh, (k + 1)T] \quad (۲۴-۳)$$

اکنون قضیه ای را مطرح می کنیم که رفتار سیستم حلقه بسته را در نظر گرفته است.

**لم ۳-۳ (KCL-3) Key Control Lemma** [35]: ثابت‌های  $0 < \bar{T} < T$  و  $\gamma > 0$  وجود دارند به گونه-

ای که برای تمام مقادیر  $k\epsilon\mathbb{Z}^+, T\epsilon(0, \bar{T}), \bar{\theta}\epsilon\bar{\mathcal{P}}$ ، راه حل (۱۱-۳) با  $u$  داده شده در (۲۲-۳)-

۲۴)، دارای مشخصات زیر می باشد:

i. در تمام موارد

$$\left\| \bar{x}(t) - \phi_{cl}^\varepsilon(t, kT)\bar{x}(kT) - \int_{kT}^t \phi_{cl}^\varepsilon(t, \tau)Eu_m(\tau)d\tau \right\| \leq \gamma T(\|\bar{x}(kT)\| + \|u_m\|_\infty)$$

$$\|u(t)\| \leq \gamma(\|\bar{x}(kT)\| + \|u_m\|_\infty), t\epsilon[kT, (k+1)T]$$

اگر  $\bar{\theta}$  در بازه  $[kT, (k+1)T]$  کاملا پیوسته باشد، سپس ii

$$\begin{aligned} & \left\| \bar{x}((k+1)T) - \phi_{cl}^\varepsilon((k+1)T, kT)\bar{x}(kT) - \int_{kT}^{(k+1)T} \phi_{cl}^\varepsilon((k+1)T, \tau)\bar{E}u_m(\tau)d\tau \right\| \\ & \leq \gamma T^2(\|\bar{x}(kT)\| + \|u_m\|_\infty) \end{aligned}$$

KCL-3 رفتار سیستم حلقه بسته را در هر پریود توضیح می دهد. با قضیه بعد، ثابت می شود که

کنترل کننده پیشنهاد شده (۲۲-۳) در تمام زمانها مانند قانون کنترل ایدهآل (۱۹-۳) عمل

می کند.

قرارداد می کنیم که:  ${}^\varepsilon\hat{u}$  نشان‌دهنده سیگنال کنترل، و  ${}^\varepsilon\hat{x}$  نشان‌دهنده حالت و  ${}^\varepsilon\hat{e}$  نشان‌دهنده خطأ و

${}^\varepsilon\hat{y}$  بیانگر خروجی سیستم هنگامیکه از روابط (۲۲-۳)-(۲۴-۳) استفاده کردہ‌ایم؛ می باشد. یادآوری

می کنیم که  ${}^\varepsilon\hat{x}$  و  ${}^\varepsilon\hat{e}$  نشان‌دهنده سیگنال‌های متناظر هنگامیکه رابطه (۱۹-۳) بکار رفته باشد،

هستند.

❖ قضیه ۴-۳ [35]: ثابت‌های  $0 < \lambda < 0$  و  $\gamma > 0$  وجود دارند به گونه‌ای که برای هر مقدار

$$T \in (0, \bar{T}), \bar{x}_0 \in \mathbf{R}^{n+n_m+1}, u_m \in PC_{\infty}, \bar{\theta} \in \bar{\mathcal{P}}$$

$$\|\bar{x}^{\varepsilon}(t) - \hat{x}^{\varepsilon}(t)\| \leq \gamma T e^{\lambda t} \|\bar{x}_0(t)\| + \gamma T \|u_m\|_{\infty}, \quad t \geq 0$$

### ۶-۳ نتیجه اصلی

اکنون می‌توانیم تمام نتایج بخش‌های قبل را برای اثبات اینکه LPC هم پایداری و هم ردیابی خوب را برای تمام مدل‌های قابل قبول فراهم می‌کند، کنار هم قرار دهیم.

❖ نظریه ۱-۳ [38]: به ازای هر مقدار  $\delta > 0, \lambda \in (\max\{\lambda_0, \lambda_m\}, 0)$  یک کنترل کننده به فرم

$x_0 \in \mathbf{R}^{n+n_m+1}, u_m \in PC_{\infty}, \bar{\theta} \in \bar{\mathcal{P}}$  وجود دارد به گونه‌ای که برای هر

سیستم حلقه بسته بطور نمایی پیوسته است، و وقتیکه  $t_0 = k_0 = 0$  داریم:

$$|\hat{y}^{\varepsilon}(t) - y_m(t_0 - \bar{C}\phi_{cl}(t, 0)\bar{x}(0))| \leq \delta e^{\lambda t} \|\bar{x}_0\| + \delta \|u_m\|_{\infty}, \quad t \geq 0$$

► این نتایج تصریح می‌کند که اختلاف بین خروجی سیستم حلقه بسته زمانیکه قانون کنترل

پیشنهادی (۲۲-۳)-(۲۴-۳) را استفاده کرده‌ایم، یعنی  $(\hat{y}^{\varepsilon}(t), \bar{x}(t))$  و خروجی سیستم حلقه بسته

زمانیکه قانون کنترل ایده‌آل (۱۷-۳) بکار رفته، یعنی

$$y_m(t) + \bar{C}\phi_{cl}(t, 0)\bar{x}_0$$

را می‌توان بوسیله انتخاب پارامترهای کنترل کننده  $0 < T < \varepsilon$  تا اندازه‌ای کوچک طراحی کرد.

► نظریه ۱-۳ و قانون کنترل (۲۴-۳)-(۲۲-۳) نشان می دهد که، برخلاف روش‌های کلاسیک

کنترل تطبیقی، کنترل کننده پیشنهاد شده دارای مشخصات مطلوب زیر می‌باشد:

- کنترل کننده خطی است.
- فاز تنظیم وجود ندارد و یک ردیابی کامل و نزدیک، سریعاً بدست می‌آید.
- ترم  $e^{\lambda t} \|\bar{x}_0\|$  نشان می دهد که اثر شرایط اولیه غیر صفر بطور نمایی به صفر کاهش می‌باید.
- پارامترها می توانند متغیر با زمان باشند بدون آنکه ساختار از پیش طراحی شده ای داشته باشند.

► روشن است که برای بدست آوردن ردیابی خوب، نیاز به تخمین خوب  $\frac{1}{g}$  داریم پس باید  $0 > \epsilon$  و

کوچک باشد؛ که برای تخمین خوب  $\frac{1}{g}$  چندجمله ای درجه بالاتری از  $\hat{f}_\varepsilon(g) = \sum_{i=0}^q c_i g^i$  را باید

استفاده کرد. همچنین می خواهیم پریود کنترل کننده نمونه بردار  $T$ ، کوچک باشد. این دو مسئله

باعث می‌شود که پریود نمونه برداری  $h = \frac{T}{p} < \frac{T}{(2q+1)m}$  بسیار کوچک باشد که بدین معنی است که

بعضی از بهره‌های کنترل کننده بزرگ خواهند بود.

### ۷-۳) مثالها:

در اینجا برای بررسی روش طراحی پیشنهاد شده و نقاط قوت و ضعف آن، چند مثال را ارائه می-

دهیم:

### ۱) مثال ۱

مدل سیستم درجه اول به صورت زیر را در نظر می گیریم:

$$\dot{y}(t) = a(t)y(t) + b(t)u(t)$$

مجموعه عدم قطعیت سیستم به شکل زیر داده شده است:

$$\Gamma = \left\{ \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} \in R^2 : a \in [-1, 1], b \in [0.5, 1.5] \right\}$$

$$\mathcal{P} = \mathcal{P}(n = 1, m = 1, \Gamma, \mu_1 = 1, T_0 = 5, \lambda_0 = -5)$$

تابع تبدیل مدل مرجع به شکل زیر است :

$$\frac{\bar{y}_m}{\bar{u}_m} = \frac{1}{s + 1},$$

از یک فیلتر آنتی آلیازینگ به شکل زیر استفاده می کنیم:

$$\frac{\bar{u}_m}{u_m} = \frac{50}{s + 50},$$

قرار می دهیم  $\rho = 1$ . برای تخمین چندجمله‌ای  $\frac{1}{g}$ ، از تخمین زیر استفاده می کنیم [36]

$$\hat{f}_{0.01}(g) = 2.1647 - 1.5153g + 0.3433g^2.$$

بنابراین  $q = 2$ ، و انتخاب می کنیم  $p = 10 > 2m(2q + 1) = 10$  و  $T = 0.01$  در

$h = 0.01$  نتیجه

رابطه پارامترهای متغیر با زمان  $a(t)$  و  $b(t)$  به صورت زیر می‌باشد که در شکل (۳-۳) نشان داده شده‌اند

$$a(t) = \cos\left(\frac{t}{2}\right), b(t) = \left[1 + 0.5 \sin\left(\frac{t}{4}\right)\right],$$

در شکل ۳-۴ نتایج شبیه‌سازی را با مقادیر اولیه،  $\bar{u}_{m0} = 0, y_0 = 1.5$  و نیز سیگنال ورودی  $u_m$  که یک موج مربعی به صورت زیر می‌باشد، آورده‌ایم.

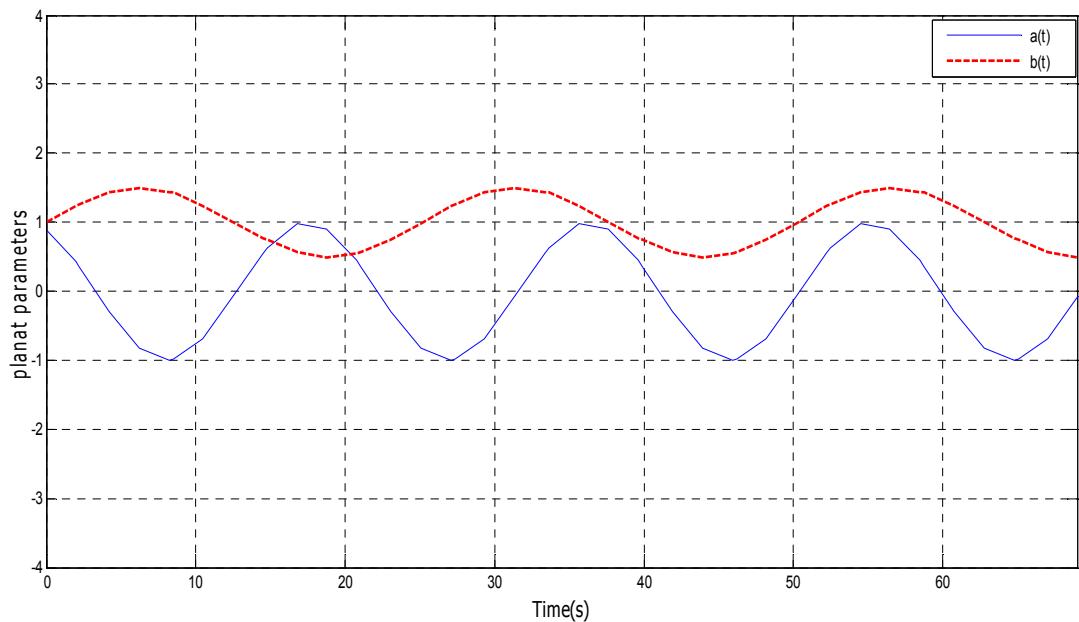
$$u_m = sign\left(\cos\left(\frac{2\pi t}{15}\right)\right),$$

همانطور که از شکل نیز پیدا است حتی در حضور پارامترهای متغیر با زمان، اثر شرایط اولیه بطور نمایی به صفر می‌رسد و ردیابی بطور خوبی انجام شده است و نیز اندازه سیگنال کنترل کاهش پیدا کرده است.

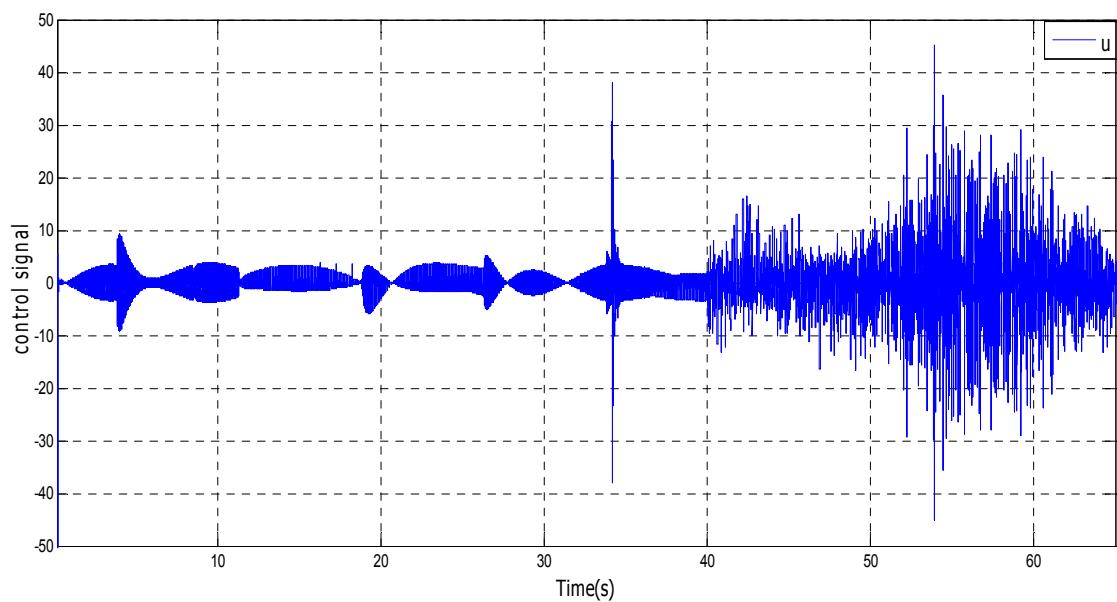
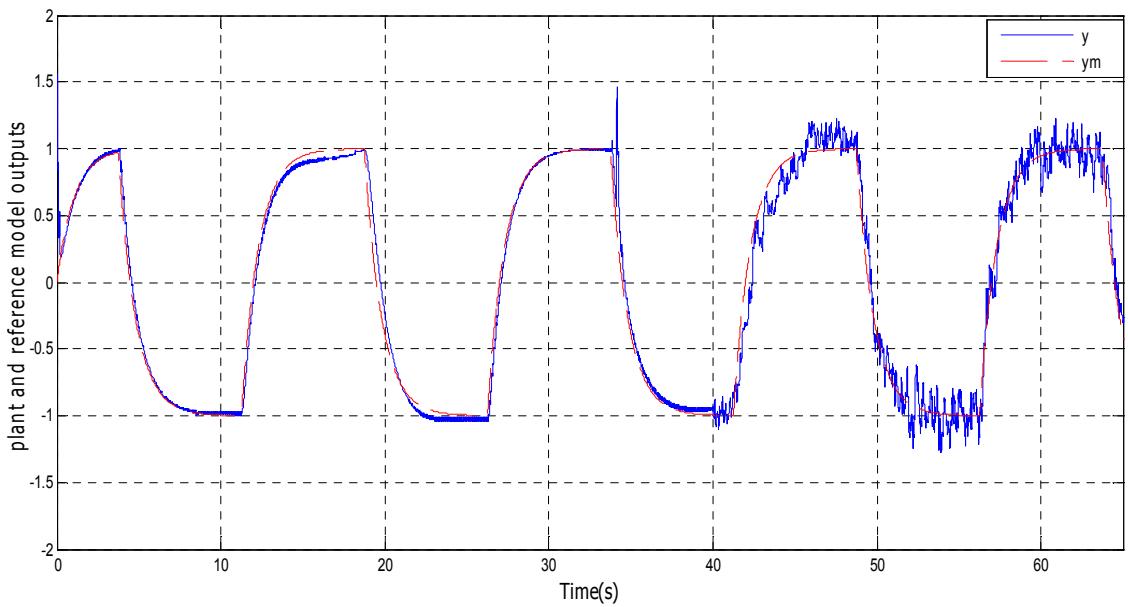
همچنین برای بررسی رفتار سیستم هنگامی که نویز به آن وارد می‌شود؛ نویزی به شکل زیر را به خروجی در زمان  $t = 40s$  اضافه کرده‌ایم :

$$noise = h(\text{random sequence uniformly distributed between } \pm 1).$$

همانطور که از شکل (۴-۳) نیز مشخص است، به روشنی، نویز باعث کم شدن ردیابی شده است.



شکل ۳-۳ : پارامترهای متغیر با زمان  $a$  و  $b$  در مثال ۱



شکل ۳-۴: نتایج به دست آمده در مثال ۱ با پارامترهای متغیر با زمان  $a$  و  $b$

## ۲-۷-۳) مثال ۲

در این مثال یک مدل مینیمم فاز از یک موتور  $DC$  با درجه نسبی ۲ را با تابع تبدیل به شکل زیر را

بررسی می کنیم [38]:

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & a_1(t) \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 0 \\ b(t) \end{bmatrix} u,$$

$$y = [1 \quad 0]x.$$

مجموعه پارامترهای نامعین سیستم به شکل زیر داده شده‌اند:

$$\bar{\Gamma} = \left\{ \begin{bmatrix} a_0 \\ a_1 \\ b \end{bmatrix} \in R^3 : a_0 = 0, a_1 \in [-5, -1], b \in [0.5, 2.5] \right\},$$

$$\bar{\mathcal{P}} = \bar{\mathcal{P}}(n = 2, m = 2, \bar{\Gamma}, \bar{\mu}_1 = 1, \bar{T}_0 = 10, \gamma_0 = 1, \lambda_0 = -5),$$

درجه نسبی مدل مرجع نیز ۲ می باشد و مدل فضای حالت آن به صورت زیر می باشد:

$$\dot{x}_m = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & -2 \end{bmatrix} x_m + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u_m,$$

$$y_m = [1 \quad 0]x_m.$$

از یک فیلتر آنتی الیازینگ به صورت زیر استفاده می کنیم:

$$\dot{\bar{u}}_m = -50\bar{u}_m + 50u_m,$$

قرار می دهیم  $1 = \rho$ . برای تخمین چندجمله ای  $\frac{1}{g}$ , از تخمین زیر استفاده می کنیم [36]

$$\hat{f}_{0.01}(g) = 2.1647 - 1.5153g + 0.3433g^2,$$

بنابراین  $2 = q$ ,  $25 = p$  و قرار می دهیم  $20 = 2m(2q + 1)$

در نتیجه  $h = 0.01$

شبیه سازی را با مقادیر اولیه  $u_m = y_{m0} = 0$ ,  $y_0 = [1.5 \quad 1.5]^T$ , و نیز  $\bar{u}_{m0} = y_{m0} = 0$  یک موج مربعی که

بصورت زیر انجام داده ایم:

$$u_m = sign(\cos\left(\frac{2\pi t}{15}\right)),$$

پارامترهای متغیر با زمان مورد استفاده نیز به صورت زیر بوده اند که در شکل ۳-۵ نشان داده شده

اند:

$$a_1(t) = \cos\left(\frac{t}{3}\right) \text{ and } b(t) = \left(1.2 + 0.2 \cos\left(\frac{t}{2}\right)\right) \text{ sign}\left(\cos\left(\frac{t}{4}\right)\right),$$

جهت آشکار شدن بیشتر رفتار سیستم، نمای نزدیک سیگنال کنترل در شکل ۳-۶ نشان داده شده

است. همچنین برای بررسی رفتار سیستم هنگامی که نویز به آن وارد می شود؛ نویزهای مختلفی به

شکل زیر را به خروجی در زمان  $t = 40s$  اضافه کرده ایم :

$$noise_1 = 0.1 \sin(t),$$

$$noise_2 = 14h^2 (\text{random sequence uniformly distributed between } \pm 1),$$

نتایج شبیه سازی در شکلهای ۳-۷ و ۳-۸ نشان داده شده اند، همانطور که از شکلها نیز پیدا است

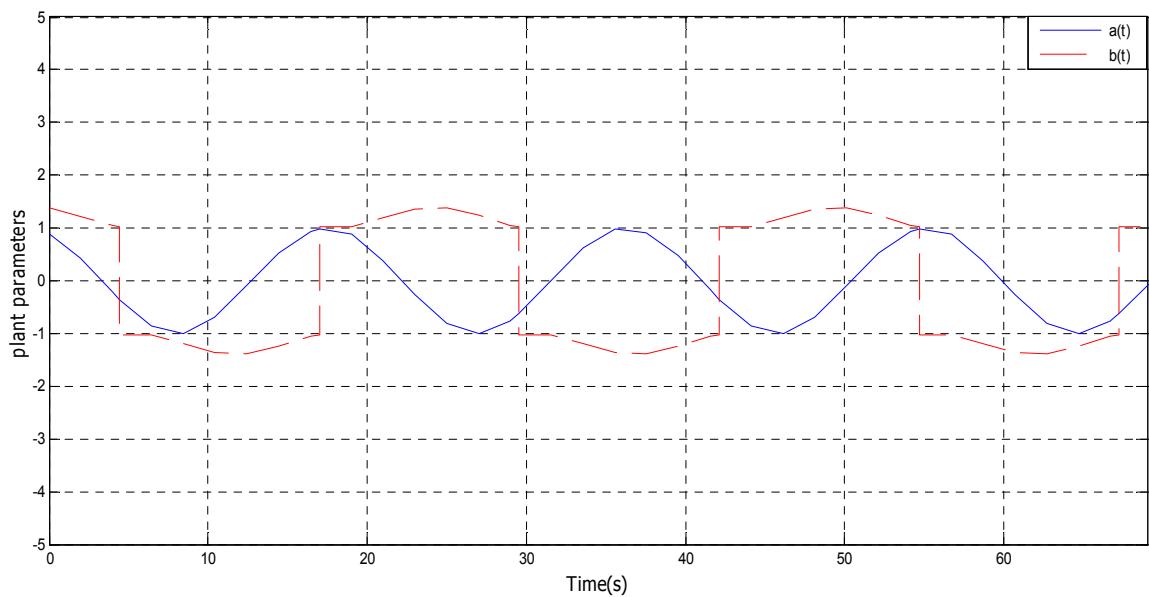
حتی در حضور پارامترهای متغیر با زمان، اثر شرایط اولیه بطور نمایی به صفر می رسد و ردیابی بطور

خوبی انجام شده است و نیز اندازه سیگنال کنترل نیز کاهش پیدا کرده است.

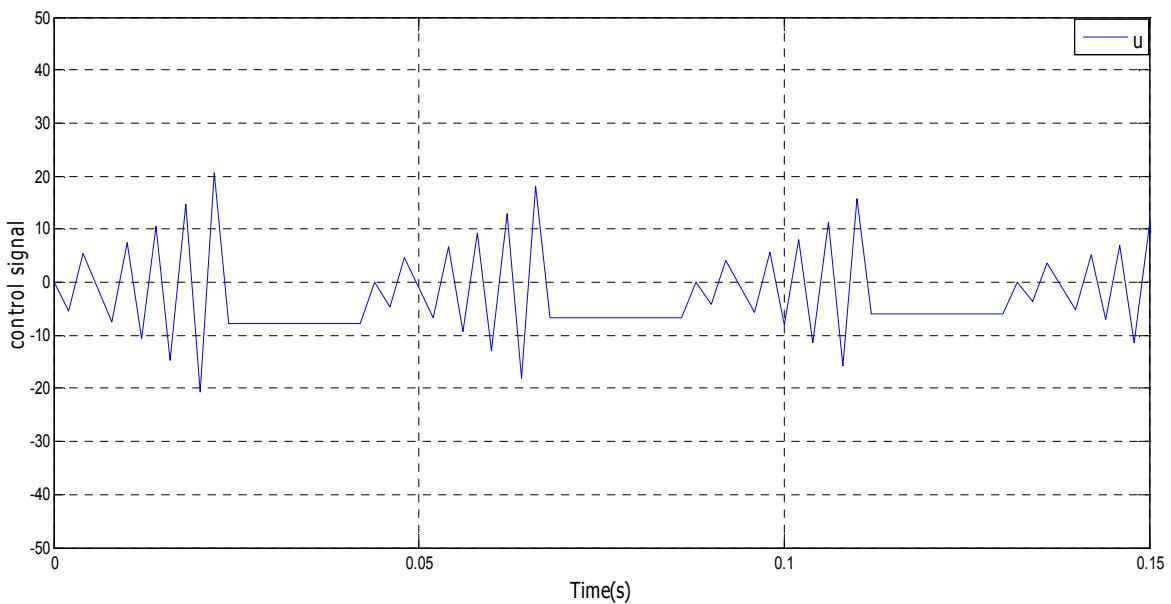
با توجه بیشتر به نتایج ارائه شده در می یابیم که از زمان  $t = 40s$  به بعد که به سیستم نویز نیز

اضافه شده است، نویز باعث کم شدن ردیابی شده است و نیز اندازه سیگنال کنترل افزایش یافته

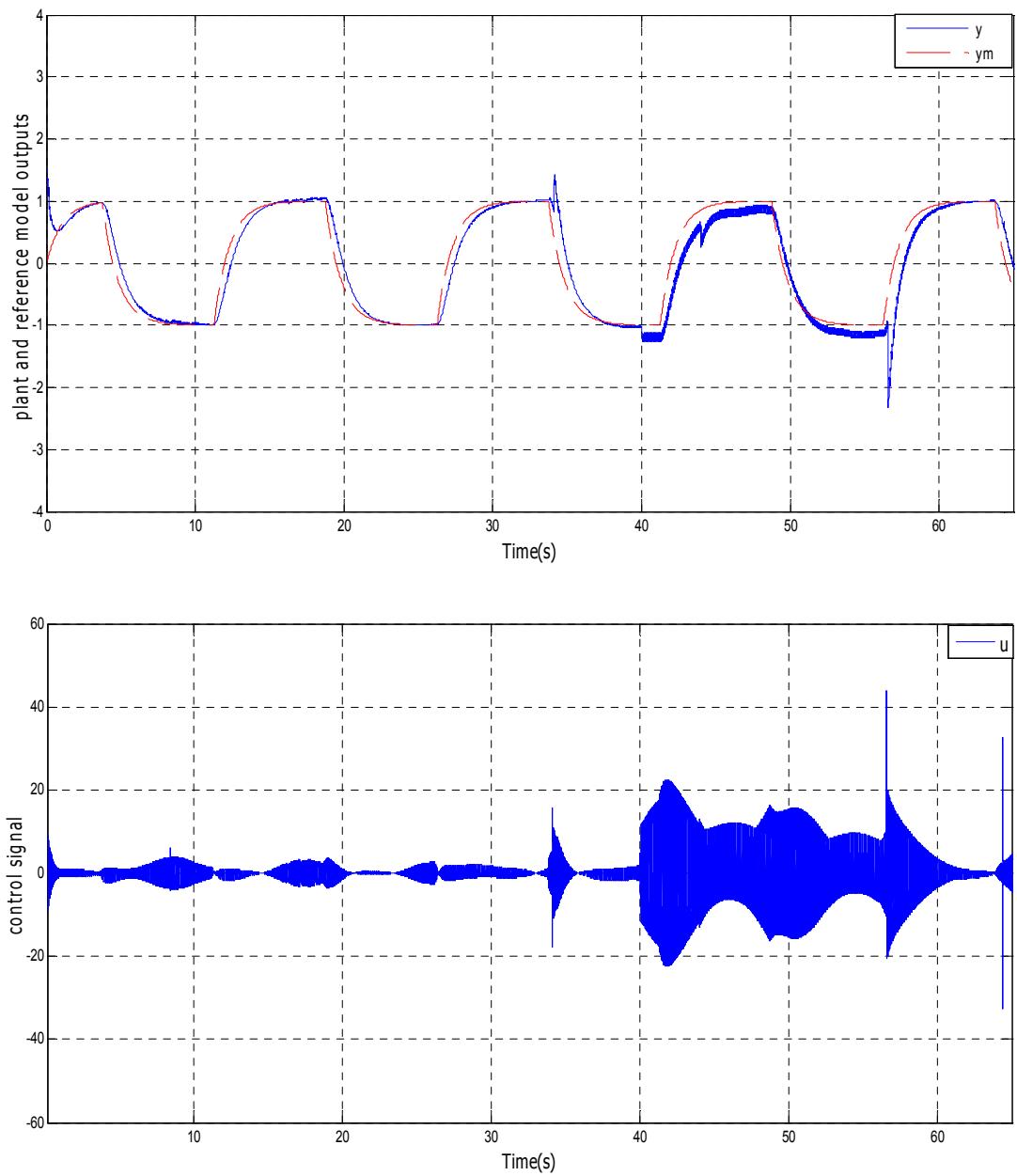
است.



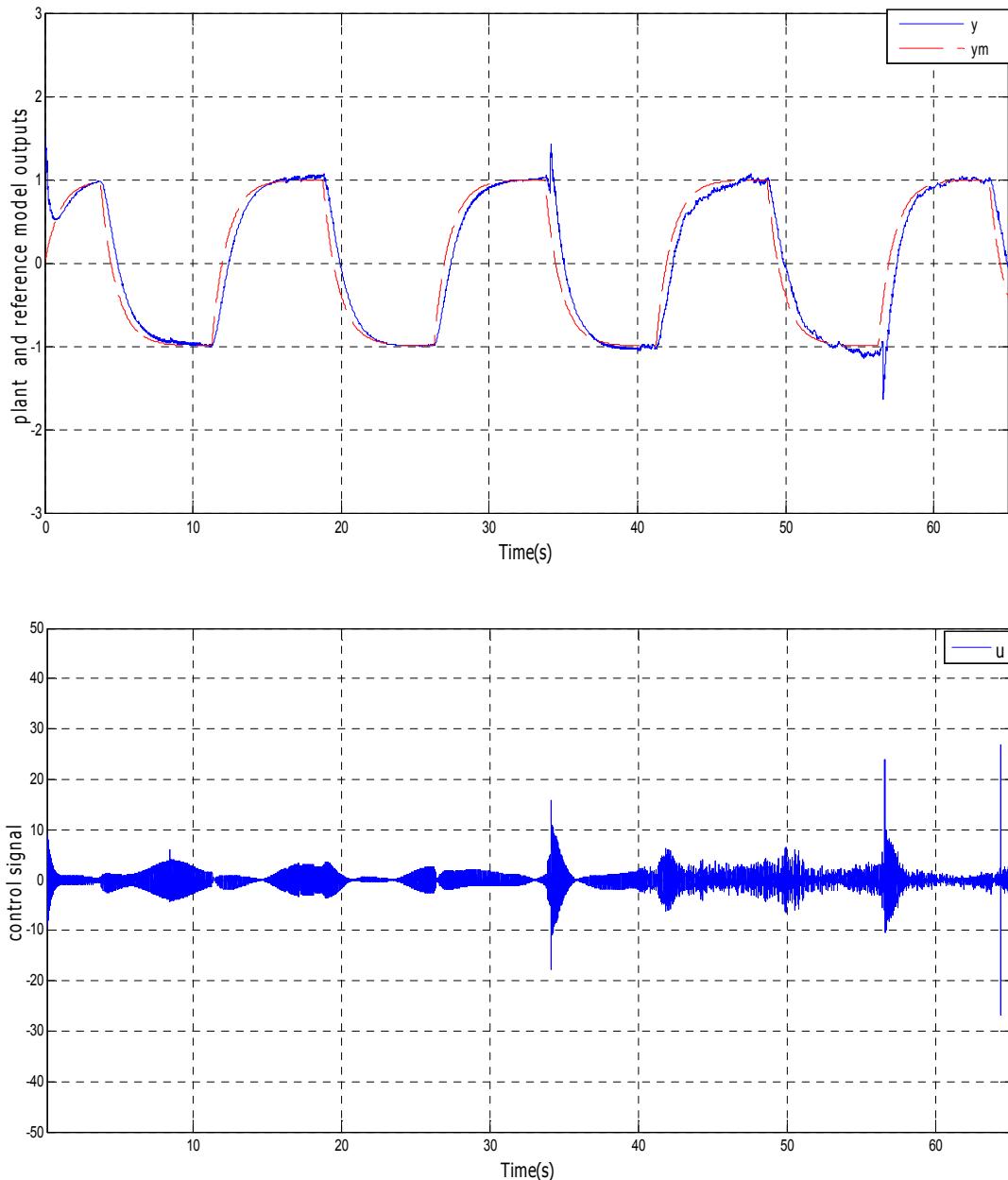
شکل ۳-۵ : پارامترهای متغیر با زمان  $a_1$  و  $b$



شکل ۳-۶ : نمای نزدیک سیگنال کنترل



شکل ۳-۷: نتایج مثال ۲ با افزودن  $noise_1$  در زمان  $t = 40s$



شکل ۳-۸ : نتایج مثال ۲ با افزودن noise\_2 در زمان  $t = 40s$

همانطور که در این دو مثال نشان داده شد، اگرچه سیگنالهای نویز کوچکتر از سیگنال مرجع بودند (مثلاً متناسب با زمان نمونه برداری در مثال ۱ و مربع زمان نمونه برداری در مثال ۲)، اثرات قابل توجهی بر سیگنال خروجی داشتند. به عبارت دیگر، سیستم حلقه بسته تلورانس نویز ضعیفی داشت که یکی از نقاط ضعف این روش می‌باشد. برای دیدن دیگر نقاط ضعف این روش، سیگنال کنترل را بطور دقیق و از نزدیک مورد بررسی قرار دادیم (شکل ۳-۶)، مشاهده می‌کنیم که در فاز تخمین، سیگنال کنترل مقادیر مختلفی می‌گیرد که نتیجه آن یک سیگنال متغیر با زمان سریع می‌باشد که چنین سیگنالی به یک راه انداز<sup>۲۱</sup> بسیار سریع احتیاج خواهد داشت.

---

<sup>۲۱</sup> actuator

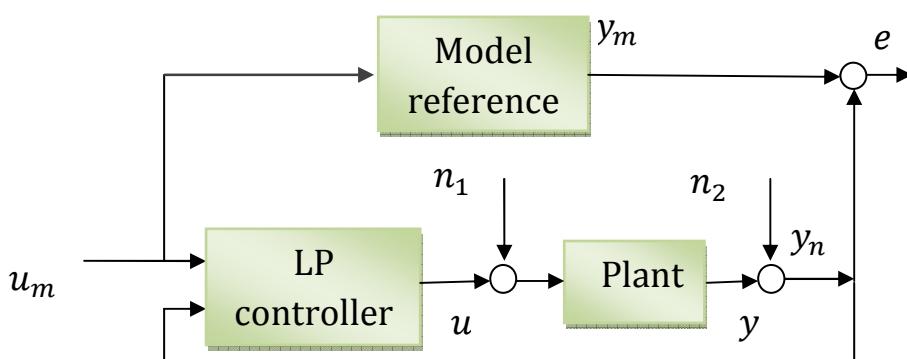
## **فصل چهارم**

**استفاده از فیلتر پایین‌گذر**

## ۱-۴ مقدمه

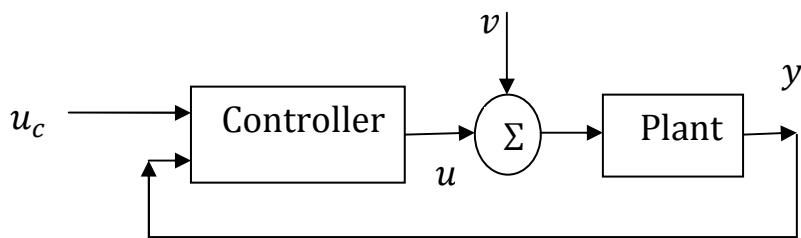
در بسیاری از طراحی‌های کنترلی، تلورانس نویز یک هدف بسیار مهم است. دو منبع مهم نویز، راه اندازها و سنسورها هستند. ممکن است نویز هنگام بکارگیری سیگنال کنترل بر راهانداز (محرك) در ورودی سیستم تاثیر بگذارد. همچنین امکان دارد نویز بر سنسورهای اندازه‌گیری در هنگام تعیین خروجی سیستم تاثیر بگذارد.

اگرچه روش ارائه شده در فصل قبل دارای مشخصات مطلوب چشمگیری می‌باشد، دارای تلورانس نویز ضعیفی می‌باشد. همانطور که در فصل قبل مطرح شد، برای بدستآوردن ردیابی خوب از پریود نمونه برداری کوچک، استفاده می‌کنیم که باعث ایجاد بهره‌های بزرگ در کنترل کننده و بهره بزرگ کنترل کننده باعث تقویت نویز شده در نتیجه پاسخ به نویز سیستم ضعیف خواهد بود. در این فصل به ارائه روشی می‌پردازیم که با استفاده از فیلترهای پایین‌گذر نه تنها پاسخ به نویز روش ارائه شده در روش *LPC* را به طور چشمگیری بهبود دهد، بلکه می‌توان رفتار گذراي سیستم را نیز بهبود داد. شکل ۱-۴ نشان دهنده نحوه تاثیر نویز در سیستم کنترلی در قسمتهای مختلف دیاگرام بلوکی می‌باشد. در این شکل،  $n_1$  و  $n_2$  نویزهایی هستند که به ترتیب بر محركها و سنسورهای اندازه‌گیری تاثیر می‌گذارند. در این فصل هر دو نوع نویز را بررسی می‌کنیم ولی بیشتر توجهمان را بر نوع مسئله بранگیز نویز اندازه‌گیری یعنی  $n_2$  معطوف می‌داریم.



شکل ۱-۴ : دیاگرام بلوکی سیستم کنترلی با اضافه کردن نویز

علاوه از آنجا که در کنترل صنعتی، مسائل مربوط به تنظیم بیشتر مورد توجه قرار می‌گیرند. بنابراین توجه به تضعیف اغتشاشهایی که بر سیستم عمل می‌کنند، مهم است. بخش بعدی که در این فصل به آن پرداخته ایم، دفع اغتشاش در این سیستم کنترلی می‌باشد. اغتشاش از طرق مختلفی ممکن است وارد سیستم شود. می‌توانیم فرض کنیم این اغتشاشها مطابق شکل ۲-۴ در ورودی سیستم وارد می‌شود [I].

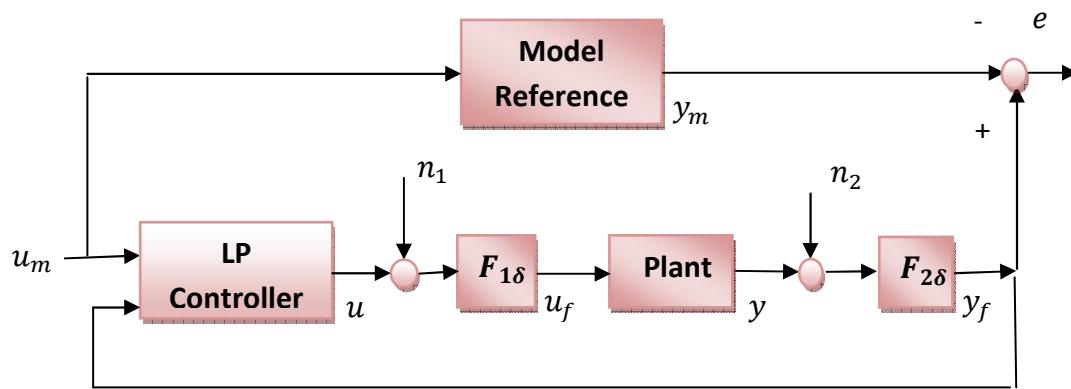


شکل ۲-۴: دیاگرام بلوکی سیستم کنترلی با اضافه شدن اغتشاش به سیستم

## ۴-۲ بهبود تلورانس نویز

در این بخش، یک روش برای بهبود نویز سیستم کنترل کننده پریودیک که در فصل قبل به معرفی آن پرداختیم، ارائه می‌دهیم و تاثیر روش پیشنهاد شده را با مثالهای مختلف و مقایسه پاسخهای بدست آمده با روش قبل، نشان می‌دهیم.

### ۱-۲-۴ استفاده از فیلترهای پایین‌گذر:



شکل ۳-۴: دیاگرام بلوکی روش بهبود تلورانس نویز

همانگونه که گفته شد، اگر چه  $LPC$  دارای ویژگیهای بسیار قابل توجهی می‌باشد، تلورانس نویز ضعیفی دارد. در این بخش یک روش برای بهبود نویز سیستم کنترل کننده پریودیک که در فصل قبل به معرفی آن پرداختیم، ارائه می‌دهیم. در این روش از دو فیلتر پایین‌گذر استفاده خواهیم کرد. شکل ۳-۴ دیاگرام بلوکی سیستم کنترلی با روش پیشنهادی ما را که فیلترهای پایین‌گذر نیز در آن در نظر گرفته شده‌اند را نشان می‌دهد. در این دیاگرام بلوکی،  $n_1$  نویز موثر بر راه انداز و  $n_2$  نویز اندازه گیری می‌باشد.

این روش کاری بر استفاده از فیلترهای درجه اول پایین گذر استوار می‌باشد. چنانچه فیلترها را  $F_{1\delta}$  و  $F_{2\delta}$  نامگذاری کنیم،  $F_{1\delta}$  فیلتری خواهد بود که بعد از سیگنال کنترل و جهت تاثیر بر روی نویز راه انداز، استفاده می‌کنیم و رابطه آن به صورت زیر خواهد بود:

$$F_{1\delta} = \frac{\delta_1}{S + \delta_2} \quad (1-4)$$

$F_{2\delta}$  فیلتری خواهد بود که بعد از خروجی و جهت تاثیر بر روی نویز بسیار مهم اندازه گیری، استفاده می‌کنیم و رابطه آن به صورت زیر خواهد بود:

$$F_{2\delta} = \frac{\delta_3}{S + \delta_4} \quad (2-4)$$

مسئله قابل توجه این است که مقادیر پارامترهای  $\delta_1, \delta_2, \delta_3$  و  $\delta_4$  یکسان نیستند و پارامترهای مذکور را می‌توان مقادیر کاملاً متفاوتی اختیار کرد. همانطور که بعدا در نتایج شبیه سازیها نشان داده می‌شود، مقادیر پارامترهای  $\delta_1, \delta_2, \delta_3$  و  $\delta_4$  تا حد بسیار زیادی بر روی ردیابی پاسخ و تلورانس نویز موثر می‌باشند.

در شکل ۳-۴،  $u_f$  سیگنال کنترل ( $u$ ) می‌باشد که نویز  $n_1$  به آن اضافه گردیده است و سپس از فیلتر  $F_{1\delta}$  آنها را رد کرده‌ایم و در رابطه (۳-۴) آورده ایم.  $y_f$  سیگنال خروجی ( $y$ ) می‌باشد که نویز  $n_2$  بر آن تاثیر کرده است و سپس از فیلتر  $F_{2\delta}$  آنها را رد کرده‌ایم و در رابطه (۴-۴) آورده ایم.

$$u_f = F_{1\delta} (u + n_1) \quad (3-4)$$

$$y_f = F_{2\delta} (y + n_2) \quad (4-4)$$

در واقع در این روش بجای  $y$  و  $u$  در روش قبل، از  $y_f$  و  $u_f$  در معادلات سیستم و کنترل کننده استفاده خواهیم کرد. کنترل کننده‌ای که مورد استفاده قرار داده‌ایم کنترل کننده پریودیک می‌باشد ولی در ساختار آن از متغیرهای جدیدمان بهره برده‌ایم. مسئله حائز اهمیت تاثیر بسیار چشمگیر

پارامترهای  $\delta_1$ ،  $\delta_2$ ،  $\delta_3$  و  $\delta_4$  بر پاسخ گذرا و تلورانس نویز سیستم می‌باشد و همانگونه که در نتایج شبیه‌سازیها نشان خواهیم داد با تغییر این مقادیر می‌توانیم به نتایج بسیار خوبی دست یابیم.

تأثیر پارامترهای  $F_{28}$  بر پاسخ حالت گذرا، چشمگیرتر است بگونه‌ای که با افزایش مقدار پارامترهای  $F_{28}$  به دلیل اینکه در واقع بهره  $DC$  را بالا برده‌ایم، پاسخ حالت گذرا کندر شده و دیرتر به حالت ماندگار می‌رسد. نتایج شبیه‌سازی نیز درستی این مسئله را نشان می‌دهد.

پارامترهای فیلتر  $F_{18}$  روی ردیابی پاسخ موثرتر هستند زیرا که با افزایش پارامترهای  $F_{18}$  به خصوص  $\delta_2$  به دلیل اینکه فرکانس بیشتر می‌شود درواقع اثر ترم انتگرال‌گیر افزایش می‌باید در نتیجه فرکانسهای بالا بهتر حذف می‌شوند و ردیابی خوب و تلورانس نویز بسیار بهتری خواهیم داشت. از طرفی چنانچه پارامترهای  $F_{18}$  به خصوص  $\delta_1$  را افزایش دهیم به دلیل اینکه بهره فیلتر را افزایش داده‌ایم تاثیر زیادی بر روی اندازه سیگنال کنترل مشاهده می‌کنیم. در واقع یک سازش بین افزایش پارامترهای  $F_{18}$  و اندازه سیگنال کنترل وجود دارد یعنی از آنجاکه افزایش زیاد مقدار پارامترهای  $F_{18}$ ، اندازه سیگنال کنترل را خیلی بزرگ می‌کند و از طرفی ردیابی را بهتر می‌کند پس باید با انتخاب مقدار بهینه پارامترهای فیلتر، سازشی بین ردیابی و تلورانس نویز خوب و اندازه کوچک سیگنال کنترل بوجود بیاوریم.

نتایج شبیه سازیها نیز صحت این ادعا را به این صورت نشان دادند که چنانچه  $6 > \delta_1 > 4.6 > \delta_2$  انتخاب کنیم با وجود ردیابی خوبی که خواهیم داشت اندازه سیگنال کنترل به  $20^\circ$  یا بالاتر می‌رسد که نامطلوب خواهد بود.

برای بررسی تاثیر روش "استفاده از فیلترهای پایین‌گذر"، چند مسئله را با هر دو روش در حالت‌های مختلف و افزودن نویزهای متفاوت، انجام دادیم و نتایج را با هم مقایسه کردۀ‌ایم که در قسمت بعد آورده‌ایم.

## ۴-۲-۲-۲ مثالها

۱: مثال ۱-۲-۲-۴

سیستم مینیمم فاز  $SISO$  با درجه نسبی ۱ بصورت زیر را در نظر بگیرید:

$$\dot{y}(t) = a(t)y(t) + b(t)u(t).$$

مجموعه پارامترهای نامعین سیستم به شکل زیر داده شده‌اند:

$$\Gamma = \left\{ \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} \in \mathbf{R}^2 : -2 \leq a \leq 2, 1 \leq b^2 \leq 1.4 \right\}.$$

$$\mathcal{P} = \mathcal{P}(n = 1, m = 1, \Gamma, \mu_1 = 1, T_0 = 5, \gamma_0 = 1, \lambda_0 = -5).$$

رابطه مدل مرجع بصورت زیر می‌باشد:

$$\dot{\bar{x}}_m = -\bar{x}_m + \bar{u}_m,$$

برای تخمین  $\frac{1}{g}$  از چندجمله‌ای زیر استفاده می‌کنیم [36]

$$\hat{f}_{0.01}(g) = 2.1647g - 1.5153g^3 + 0.3433g^5.$$

بنابراین  $q = 5$  و انتخاب می‌کنیم  $m = 25 > 2(2q + 1)$  و نیز قرار می‌دهیم  $T=0.25$  در نتیجه

$$h=0.01$$

شبیه سازیها را با مقادیر اولیه  $y_0 = 1.5, y_{m0} = \bar{u}_{m0} = 0$  انجام داده‌ایم و سیگنال ورودی  $u_{m1}$  یک

موج مربعی است که رابطه آن بصورت زیر می‌باشد:

$$u_{m1} = sign(\cos\left(\frac{2\pi t}{15}\right))$$

$a(t)$  و  $b(t)$  پارامترهای متغیر با زمان سیستم به صورت زیر بوده‌اند و در شکل ۴-۴ نشان داده شده

اند

$$a(t) = 2 \cos\left(\frac{t}{2}\right) \text{ و } b(t) = \left[1.2 + 0.2 \cos\left(\frac{t}{2}\right)\right] \operatorname{sign}(\cos\left(\frac{t}{4}\right))$$

نتایج شبیه‌سازی با مقادیر و شرایط ذکر شده است. فیلترهایی که در

این حالت استفاده کرده ایم  $F_{2\delta} = \frac{3}{s+3}$  و  $F_{1\delta} = \frac{5}{s+3}$  بوده‌اند. همچنین نتایج شبیه‌سازی با

استفاده از روش  $LPC$  با همان مقادیر بالا در شکل ۴-۵ نشان داده شده است. همانطور که در شکل

۴-۶ نیز مشاهده می‌کنیم، با استفاده از روش جدید، اثر شرایط اولیه بطور نمایی به صفر کاهش می-

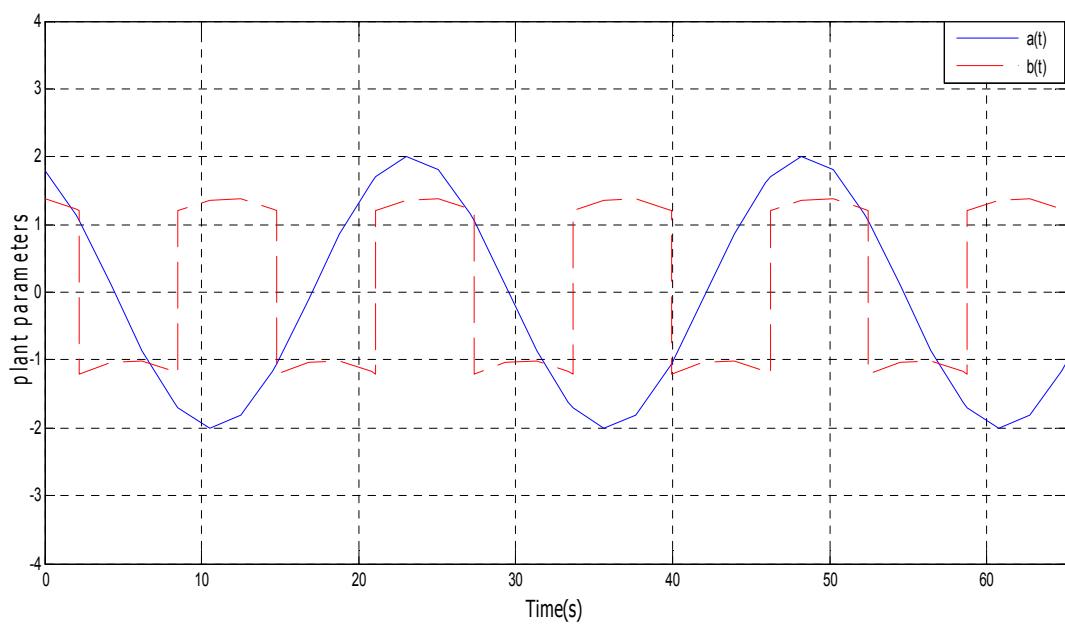
یابد، ردیابی بسیار نزدیک می‌باشد، و حتی در حضور پارامترهای متغیر با زمان، اندازه سیگنال کنترل

کاهش یافته است. با مقایسه شکل‌های ۴-۵ و ۴-۶ مشاهده می‌شود که توانسته‌ایم با استفاده از روش

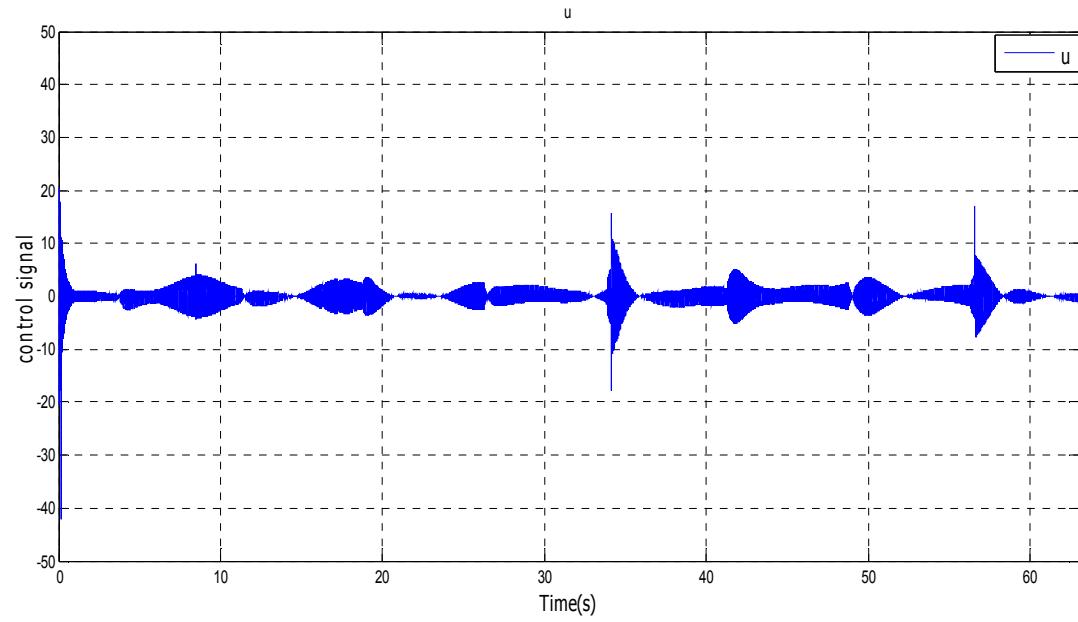
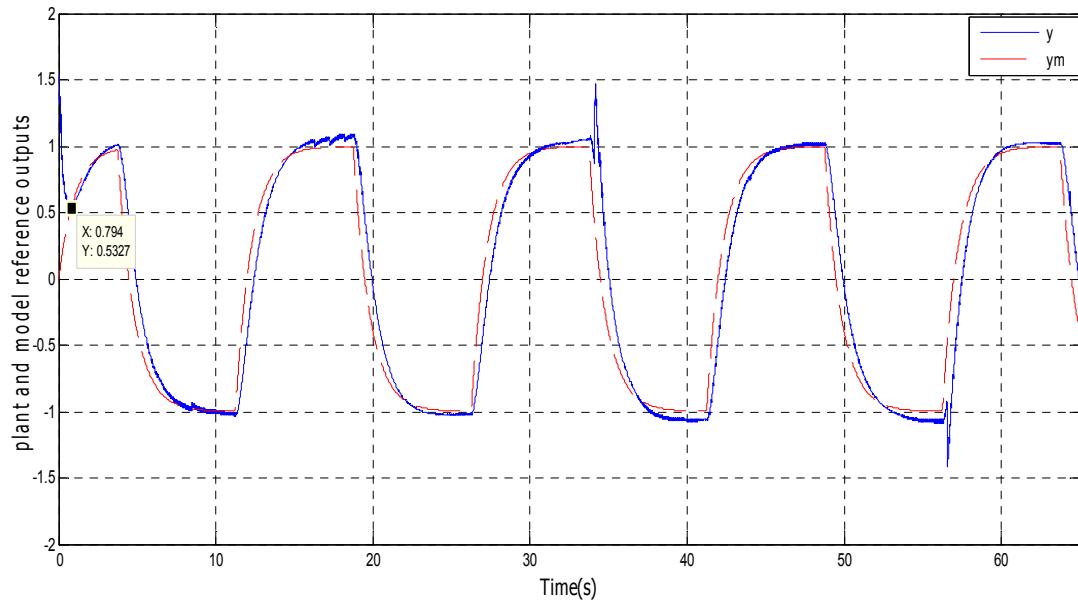
فیلتر پایین گذر، رفتار حالت گذرا را نسبت به روش  $LPC$  باز هم بهتر نماییم. با توجه به شکل ۴-۶

در می‌یابیم که از تعداد پرشهای بین مقادیر مختلف که در حالت قبل در سیگنال کنترل دیده می‌شد

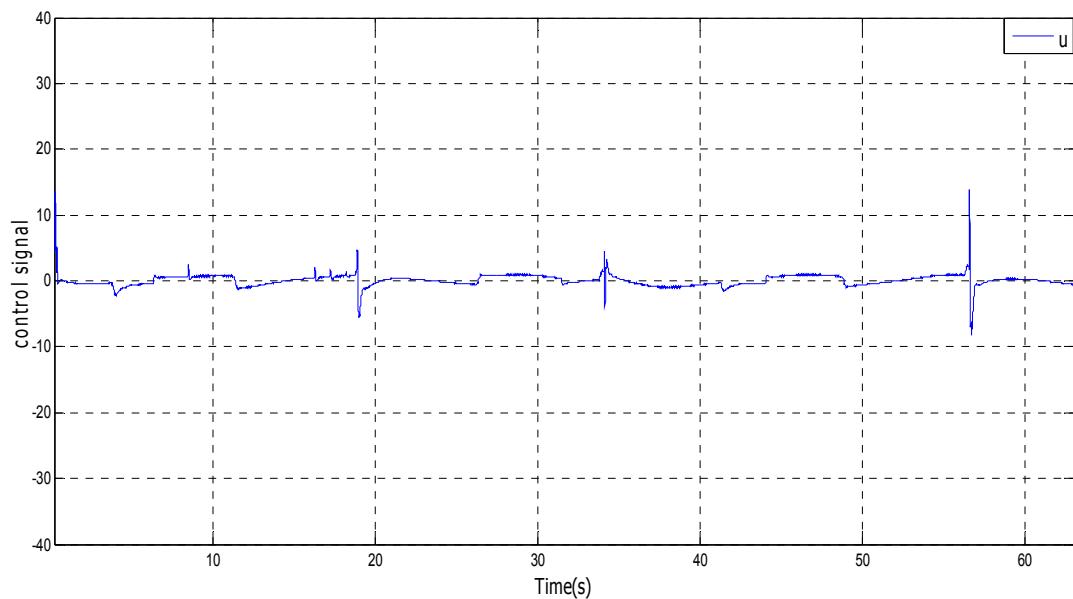
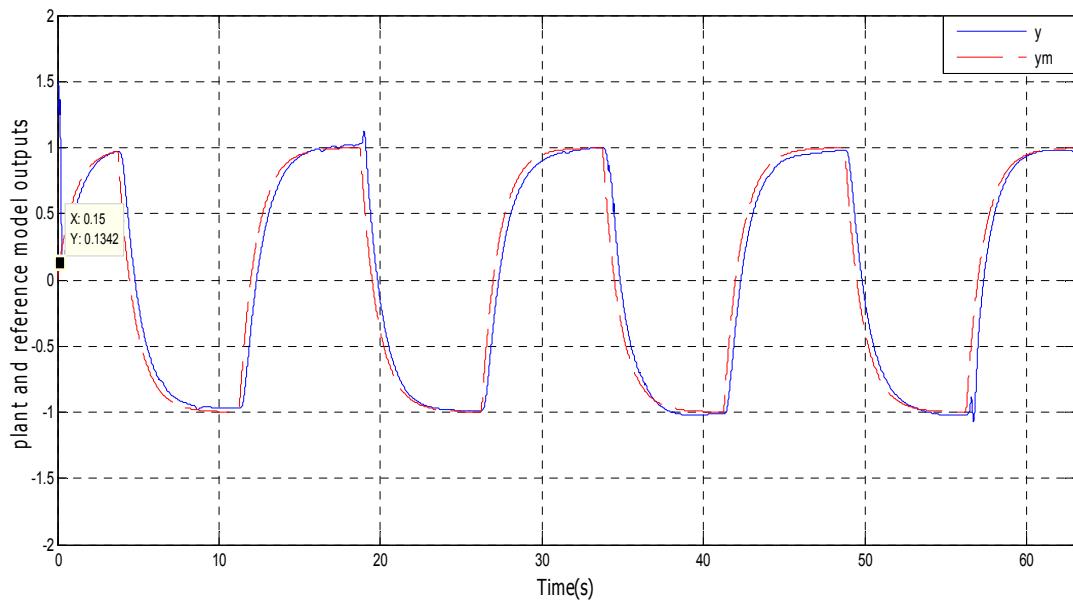
بسیار کمتر شده است و سیگنال کنترل حالت هموارتری به خود گرفته است.



شکل ۴-۴: پارامترهای متغیر با زمان  $a$  و  $b$



شکل ۴-۵: نتایج بدست آمده در مثال ۱ با استفاده از  $LPC$  و  $u_{m1}$  به عنوان ورودی

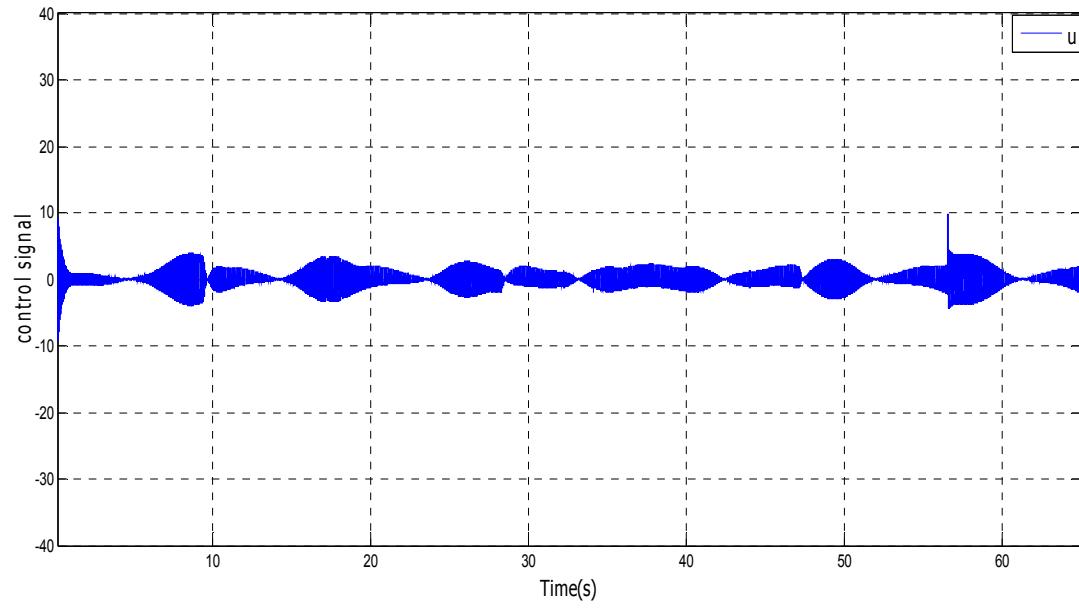
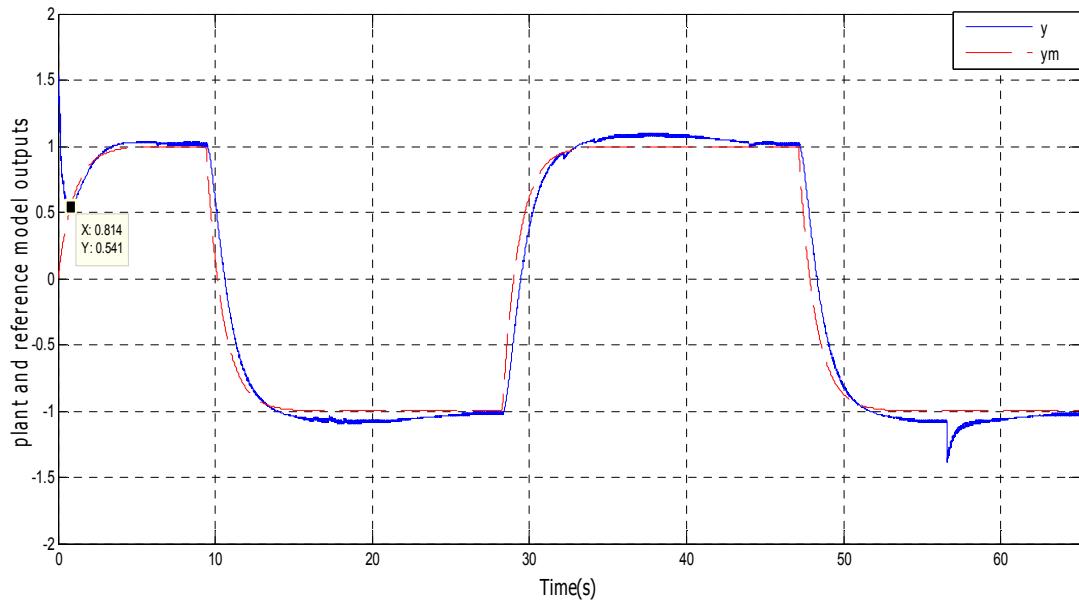


شکل ۴-۶: نتایج بدست آمده در مثال ۱ با استفاده از روش فیلتر پایین گذر و  $u_{m1}$  به عنوان ورودی

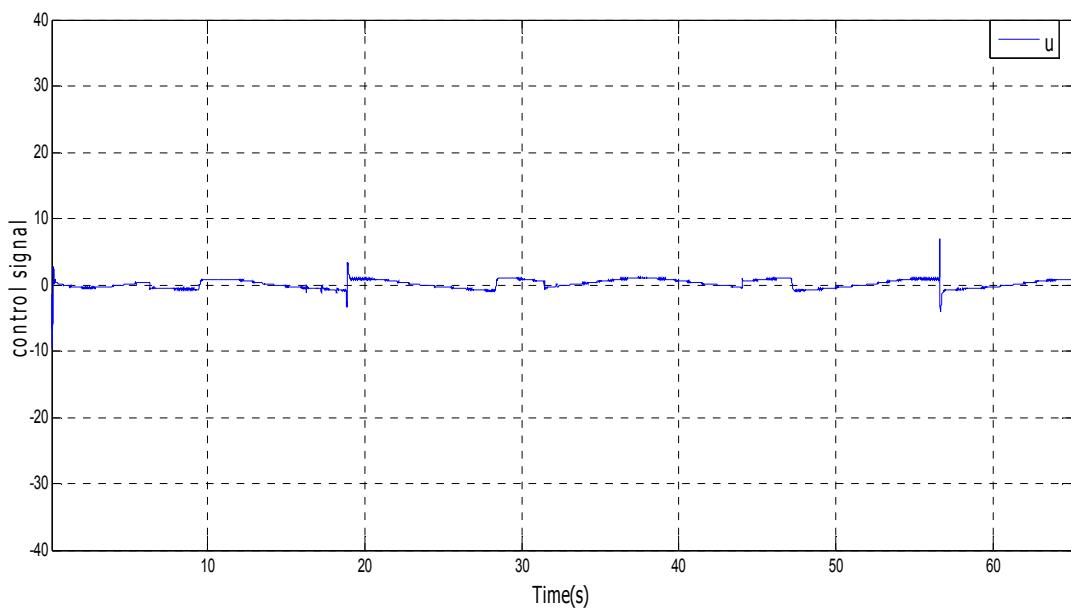
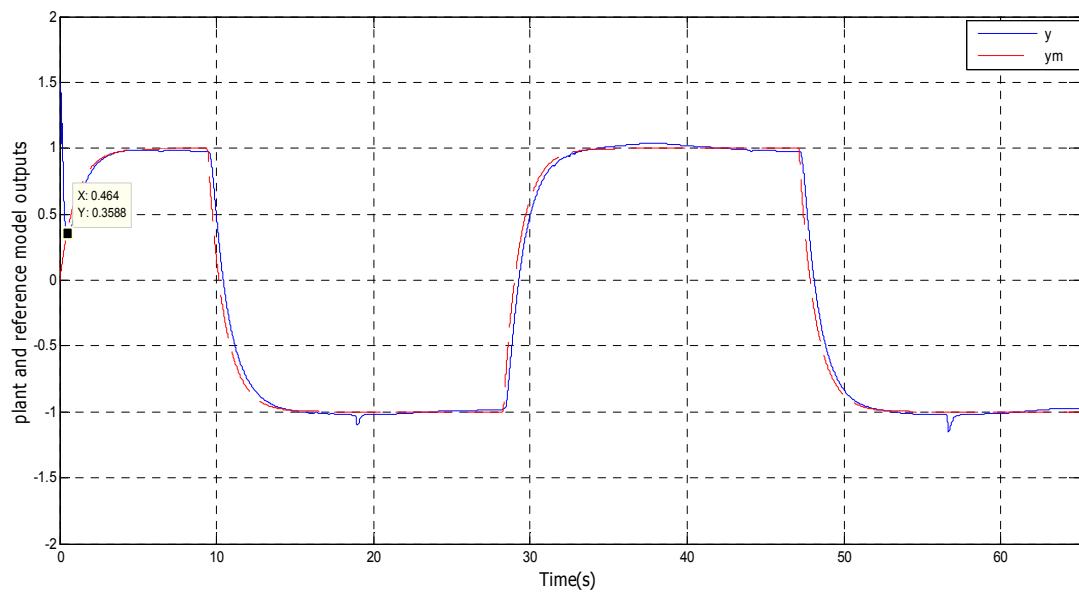
در ادامه کار در ورودی سیستم از سیگنالی با دوره تناوب بزرگتر به شکل زیر استفاده کرده ایم:

$$u_{m2} = sign(\cos\left(\frac{t}{6}\right))$$

نتایج بدست آمده از سیگنال ورودی با تناوب بزرگتر نیز در شکل های ۷-۴ و ۸-۴ نشان داده شده است. فیلترهایی که در این حالت استفاده کرده ایم  $F_{2\delta} = \frac{4}{s+3}$  و  $F_{1\delta} = \frac{6}{s+4}$  بوده اند. مانند حالت قبل با مقایسه شکل‌های حاصل از دو روش، به این نتیجه می‌رسیم که حتی با کاهش فرکانس سیگنال ورودی، استفاده از فیلتر در بهبود حالت گذرا و ردیابی پاسخ و نیز کاهش اندازه سیگنال کنترل و نیز کاهش تعداد پرشها در فاز تخمین سیگنال کنترل، موثر بوده است.



شکل ۴-۷: نتایج بدست آمده در مثال ۱ با استفاده از  $LPC$  و  $u_{m2}$  به عنوان ورودی



شکل ۴-۴: نتایج بدست آمده در مثال ۱ با استفاده از روش فیلتر پایین گذر و  $u_{m2}$  به عنوان ورودی

## ۴-۲-۲-۲-۲ مثال ۲:

یک سیستم مینیمم فاز  $SISO$  با درجه نسبی ۲ که تابع تبدیل آن بصورت زیر می‌باشد را در نظر

بگیرید:

$$\frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{b(s)}{s^2 - a(s)s}.$$

مجموعه پارامترهای نامعین سیستم به شکل زیر داده شده‌اند:

$$\bar{\Gamma} = \left\{ \begin{bmatrix} a_0 \\ a_1 \\ b \end{bmatrix} \in \mathbf{R}^3 : a_0 = 0, -7 \leq a_1 \leq 1, 0.5 \leq b \leq 9 \right\},$$

$$\bar{\mathcal{P}} = \bar{\mathcal{P}}(n = 2, m = 2, \bar{\Gamma}, \bar{\mu}_1 = 1, \bar{T}_0 = 10, \gamma_0 = 1, \lambda_0 = -5),$$

مدل مرجع با درجه نسبی ۲ می‌باشد و تابع تبدیل آن بصورت زیر می‌باشد:

$$\frac{Y_m(s)}{U_m(s)} = \frac{1}{s^2 + 2s + 1},$$

برای تخمین  $\frac{1}{g}$  از چندجمله ای زیر استفاده می‌کنیم [36]:

$$\hat{f}_{0.01}(g) = 2.1647 - 1.5153g + 0.3433g^2.$$

بنابراین  $q = 2$  و انتخاب می‌کنیم  $T=0.25$  در نتیجه  $p = 25 > 2(2q + 1)m$  و نیز قرار می‌دهیم

$$h=0.01$$

شبیه سازیها را با مقادیر اولیه  $y_0 = [1.5 \quad 1.5]^T$ ,  $y_{m0} = \bar{u}_{m0} = 0$ ,  $u_m$  یک موج

مربعی است که رابطه آن بصورت زیر می‌باشد:

$$u_m = sign(\cos\left(\frac{2\pi t}{15}\right))$$

پارامترهای متغیر با زمان  $a(t)$  و  $b(t)$  به صورت زیر بوده اند که در شکل ۴-۹ نیز نشان داده شده‌اند

$$a(t) = -3 + 4 \cos\left(\frac{t}{4}\right) \quad b(t) = 4.75 + 4.25 \cos\left(\frac{t}{2}\right)$$

برای بررسی پاسخ سیستم هنگامی که نویز به آن اضافه شده است، در چندین مرحله نویزهای مختلفی را در زمان  $t = 40s$  به سیستم اضافه کرده ایم که در زیر آمده‌اند.

$noise\_1 = h(\text{random sequence uniformly distributed between } \pm 1),$

$$noise\_2 = 0.1 \sin(t),$$

$$noise\_3 = 0.15 \text{sign}\left(\cos\left(\frac{t}{3}\right)\right),$$

فیلترهایی که استفاده کردیم در حالتی که  $noise\_1$  را به سیستم افزوده‌ایم به صورت  $F_{1\delta} = \frac{6}{s+3}$  بوده‌اند که نتایج حاصل و مقایسه نتایج به دست آمده از روش پیشنهادی فیلتر پایین- $\delta$  گذر و  $LPC$  در شکل‌های ۱۰-۴ و ۱۱-۴ ارائه شده‌اند.

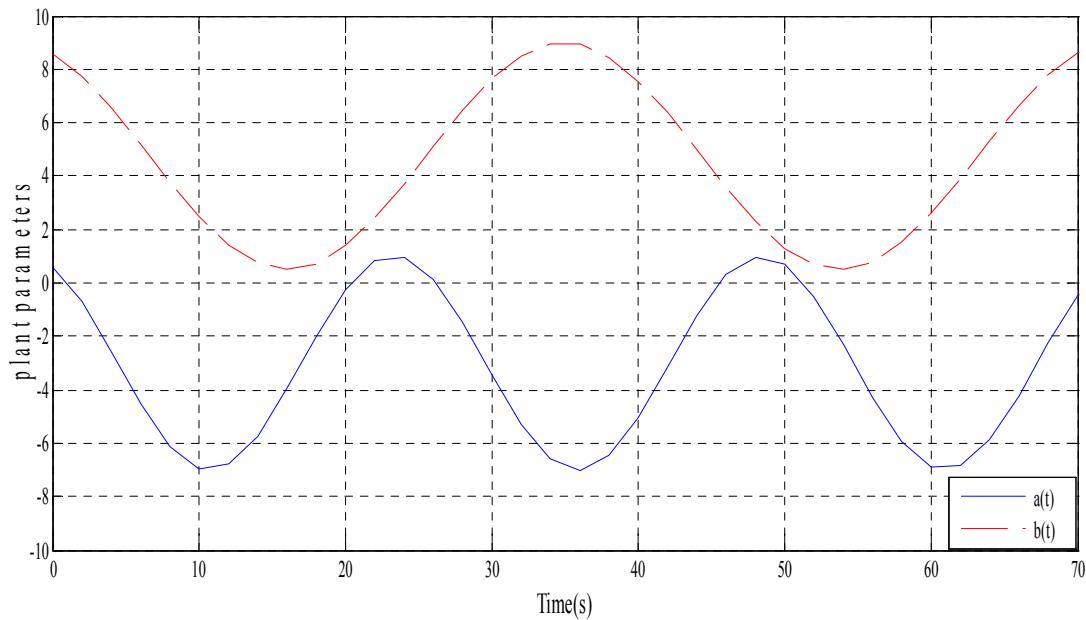
هنگامی که  $noise\_2$  را به سیستم اعمال کردیم از فیلترهای  $F_{1\delta} = \frac{4}{s+2}$  و  $F_{2\delta} = \frac{5}{s+4}$  استفاده کردیم که نتایج به دست آمده در شکل‌های ۱۲-۴ و ۱۳-۴ آمده‌اند.

برای تلورانس نویز بهتر در حالتی که  $noise\_3$  به سیستم اضافه شد، فیلترهای  $F_{1\delta} = \frac{6}{s+6}$  و  $F_{2\delta} = \frac{4}{s+4}$  را مورد استفاده قرار دادیم، نتایج این کار نیز در شکل‌های ۱۴-۴ و ۱۵-۴ آمده است.

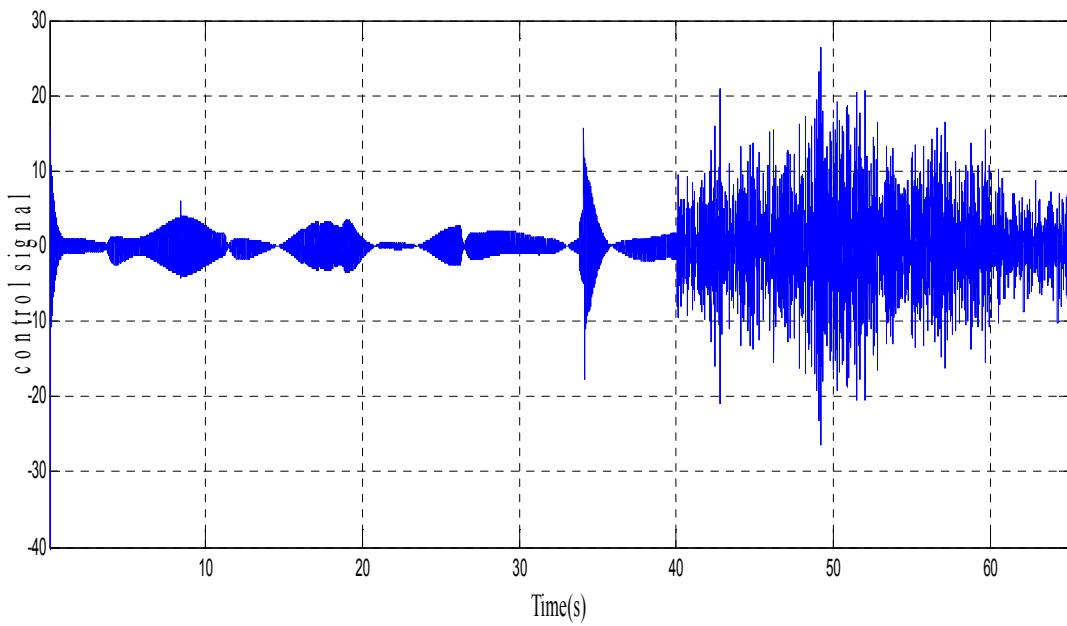
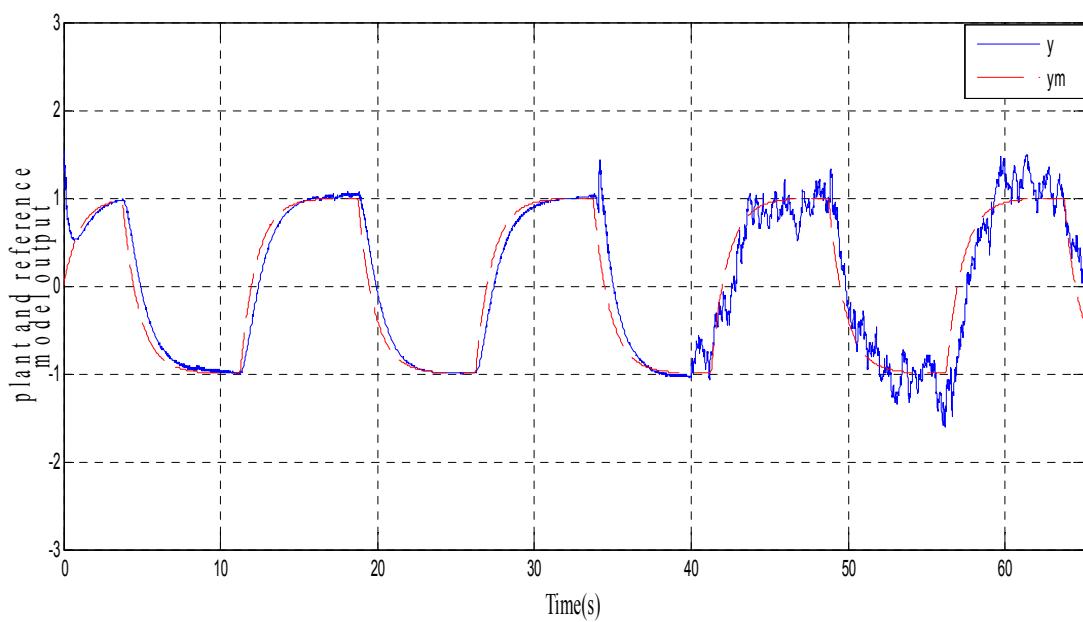
با توجه به شکل‌ها و نتایج ارائه شده، مشاهده می‌کنیم که در شکل‌های مربوط به روش قبلی هنگامیکه نویز به سیستم اضافه شده است ردیابی در بسیاری از موارد بسیار تنزل یافته است ولی در روش جدید استفاده از فیلتر پایین‌گذر، حتی در حضور نویز ردیابی بسیار خوب انجام گرفته است. همانطور که در مسئله قبل نیز مطرح کردیم، نکته قابل توجه دیگر در استفاده از فیلتر پایین‌گذر، کاهش اندازه سیگنال کنترل نسبت به روش  $LPC$  می‌باشد. بعلاوه در روش  $LPC$ ، مقدار سیگنال کنترل متناوباً بین مقادیر مختلف تغییر می‌کند و هر زمان نمونه‌برداری بسیار کوچک  $mh$ ، مقدار آن با مقدار لحظه

قبل کاملاً متفاوت می‌باشد ولی مشاهده می‌شود که با استفاده از روش جدید، سیگنال کنترل حالت هموارتری یافته است.

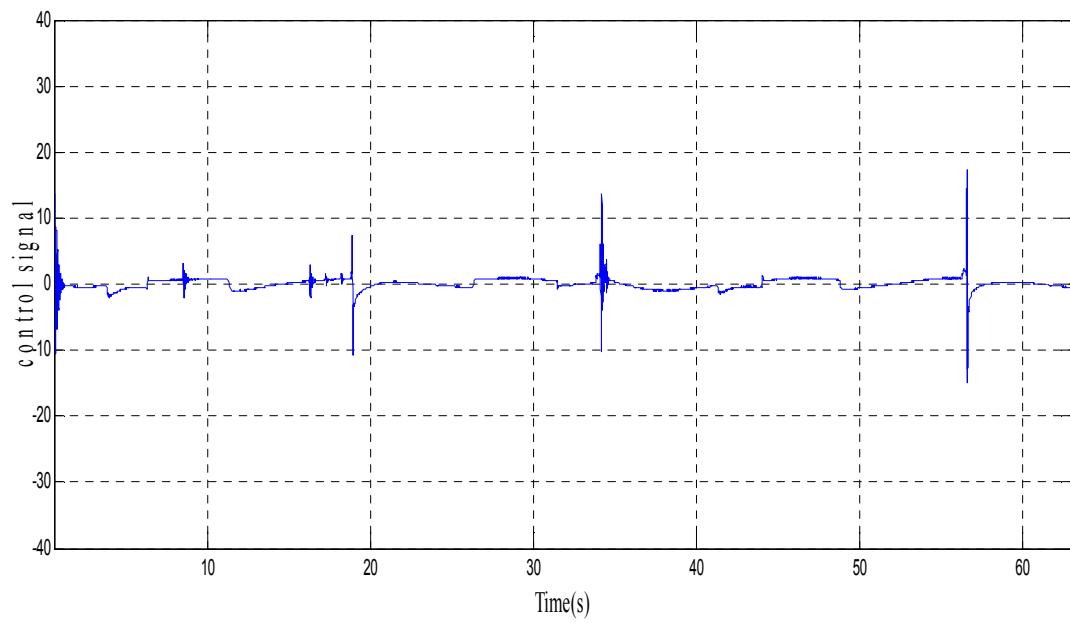
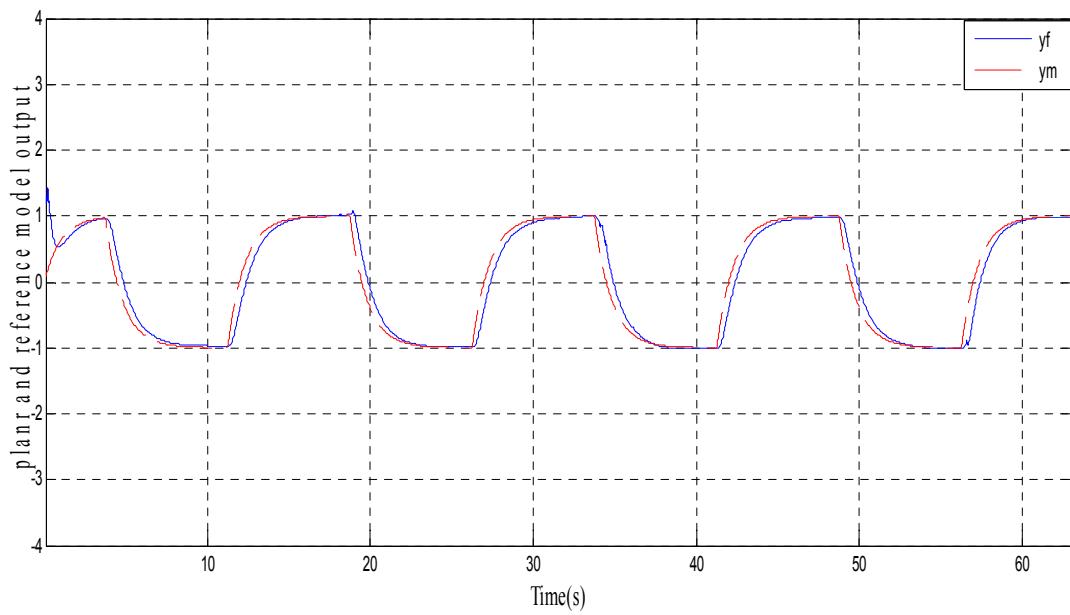
❖ با اینکه دامنه سیگنالهای نویزهایی که به سیستم وارد شده‌اند، کوچکتر از سیگنالهای مرجع می‌باشند. افزودن نویز در LPC اثر قابل توجهی بر سیگنالهای خروجی داشته است، ولی در روش فیلتر پایین‌گذر ردیابی حتی در حضور سیگنال نویز بسیار خوب انجام گردیده است. مقاومت سیستم حاصل نسبت به نویز در حدی خوب بوده است که حتی در مواردی که دامنه سیگنالهای نویز را نسبت به روش قبل افزایش داده‌ایم همچنان شاهد تلورانس نویز بسیار خوبی در سیستم بوده‌ایم. این وضعیت در شکل ۱۵-۴ که *noise\_3* به سیستم افزوده‌ایم دیده می‌شود. می‌توان دید حتی در این مورد که دامنه نویز ۳۰٪ دامنه سیگنال ورودی است، توانسته‌ایم تلورانس نویز چشمگیری را به دست آوریم.



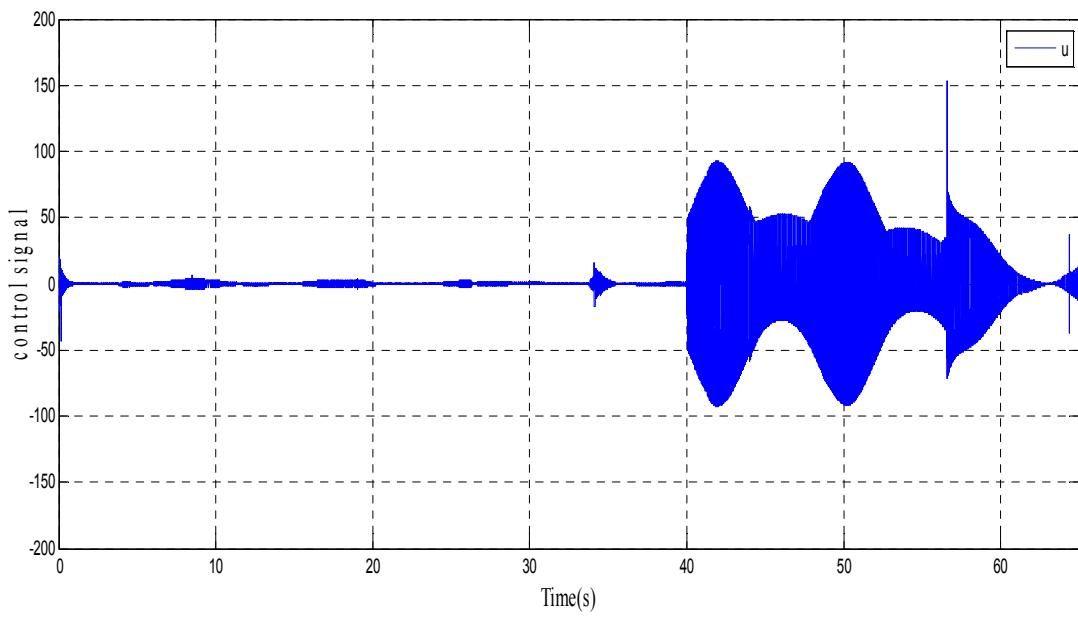
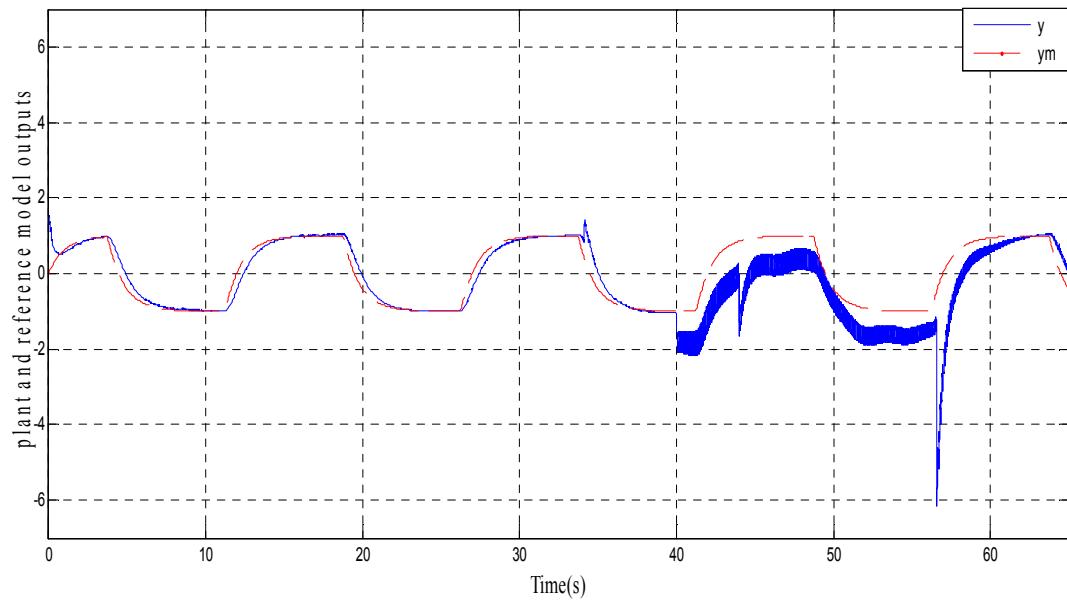
شکل ۱۵-۴: پارامترهای متغیر با زمان  $a$  و  $b$  در مثال ۲



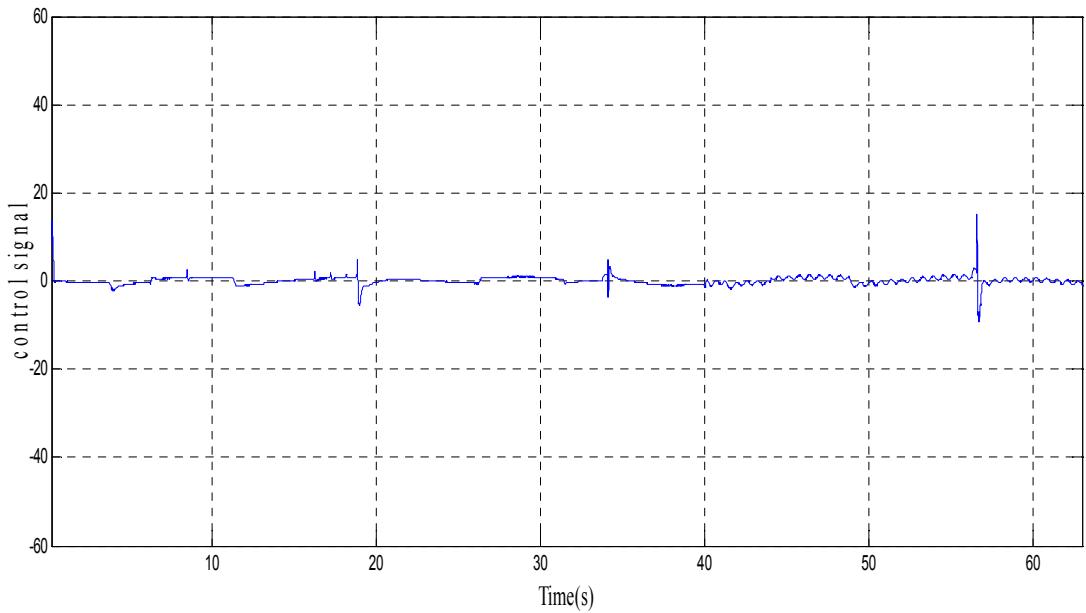
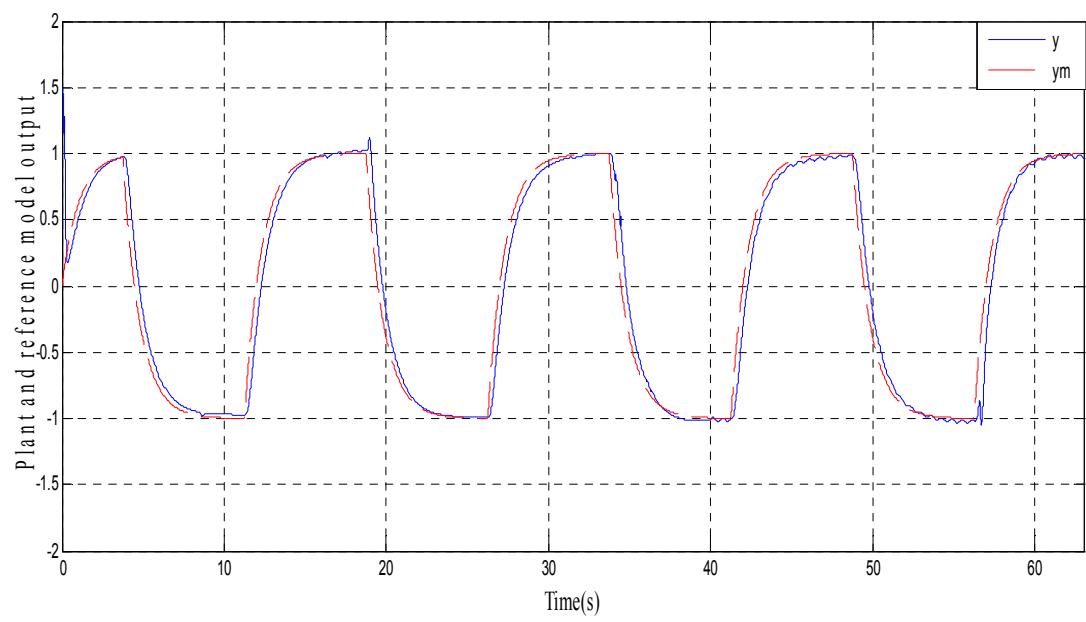
شکل ۴-۱۰: نتایج بدست آمده در مثال ۲ با افزودن  $noise\_1$  و با استفاده از LPC



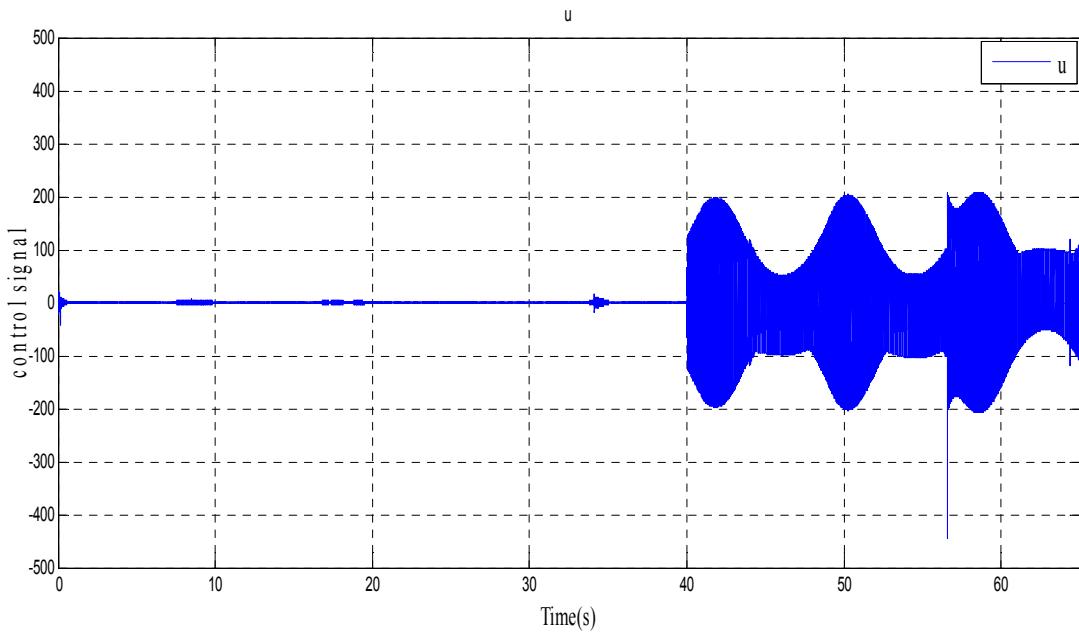
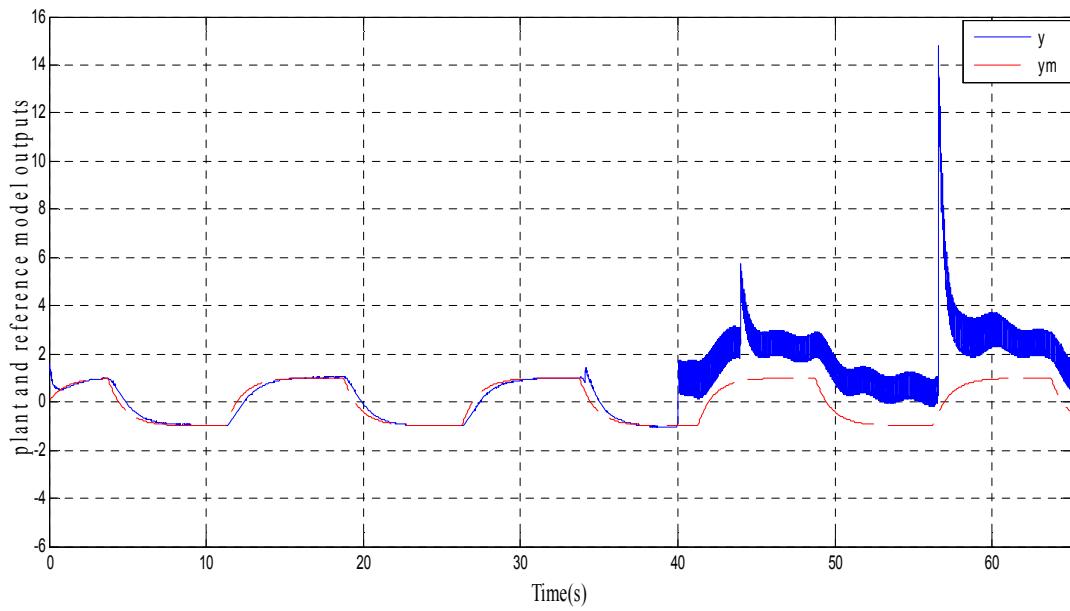
شکل ۱۱-۴: نتایج بدست آمده در مثال ۲ از افروزن noise\_1 و با استفاده از روش فیلتر پایین گذر



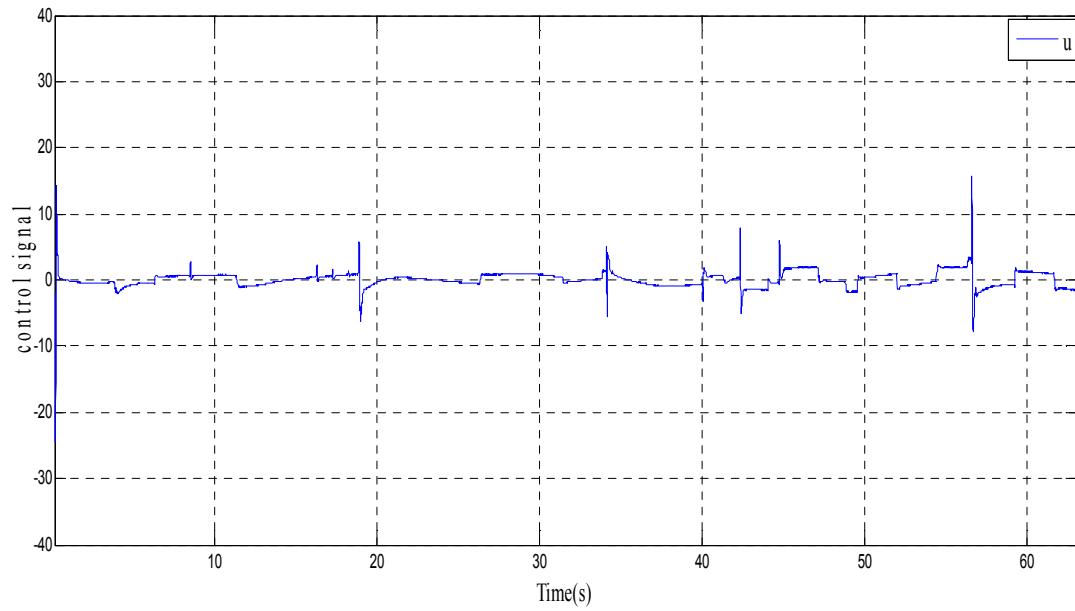
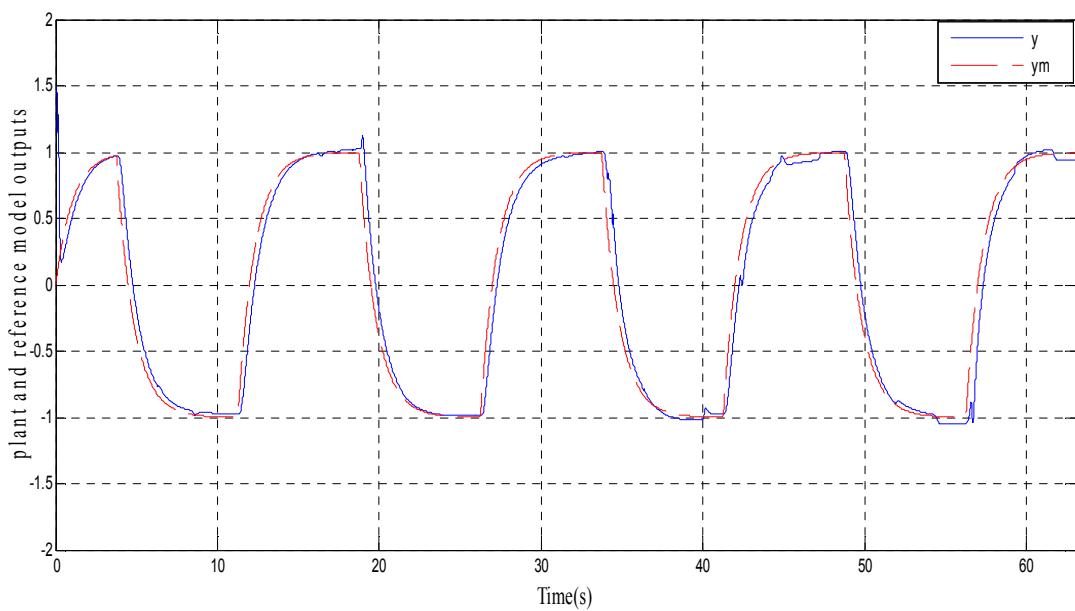
شکل ۴-۱۲: نتایج بدست آمده در مثال ۲ از افزودن noise\_2 و با استفاده از LPC



شکل ۱۳-۴: نتایج بدست آمده در مثال ۲ از افزودن noise\_2 و با استفاده از روش فیلتر پایین‌گذر



شکل ۱۴-۴: نتایج بدست آمده در مثال ۲ از افزودن  $noise\_3$  و با استفاده از LPC



شکل ۴-۱۵: نتایج بدست آمده در مثال ۲ از افزودن noise\_3 و با استفاده از روش فیلتر پایین گذر

### ۳-۴ مقابله با اغتشاش پله

در کنترل صنعتی، مسائل مربوط به تنظیم بیشتر مورد توجه قرار می‌گیرند. بنابراین توجه به تضعیف اغتشاشهایی که بر سیستم عمل می‌کنند، مهم است. همانطور که در بخش قبل گفته شد، برای سادگی فرض می‌کنیم اغتشاشها مطابق شکل ۲-۴ وارد شوند [1].

اغتشاش رابطه بین ورودیها و خروجیهای سیستم را تغییر می‌دهد. اغتشاشهای بار مانند پله تاثیر بدی در ویژگیهای فرکانس پایین مدل دارند.

روشهای متعدد مقابله با این مساله وجود دارند [1]. یک روش، وارد کردن اغتشاش در مدل و تخمین آن است. راه دیگر که ما در اینجا از آن استفاده خواهیم کرد، فیلتر کردن سیگнал است به گونه‌ای که تاثیر اغتشاش خیلی بزرگ نباشد.

اگر اغتشاشها را با  $v$  نشان دهیم، آنگاه سیستم را می‌توان به کمک معادله زیر توصیف کرد [1]:

$$Ay(t) = B(u(t) + v(t)), \quad (5-4)$$

در معادله (5-4) خطای معادله  $B(z)v$  است. اگر  $0 \neq B(1)v$  یک پله بزرگ باشد این معادله کمیتی بزرگ خواهد بود. چنانچه اغتشاش  $v$  را به صورت سیستم دینامیکی زیر تعریف کنیم:

$$A_d v = e,$$

معادله (5-4) به صورت زیر قابل بیان است:

$$A_d Ay(t) = A_d B(u(t) + v(t)) = A_d Bu(t) + e(t). \quad (6-4)$$

بنابراین داریم:

$$Ay_f(t) = Bu_f(t) + e(t). \quad (7-4)$$

بنابراین با در نظر گرفتن سیگنالهای فیلتر شده  $y_f = A_d u$  و  $u_f = A_d y$  ، مدلی به دست خواهیم آورد که در آن خطای معادله به جای  $v$ ، برابر با  $e$  است که  $e$  به طور قابل ملاحظه ای کوچکتر از  $v$  است.

در زیر این مسئله با یک مثال نشان داده است، در این مثال، اغتشاش بار به صورت پله برای  $t \geq 40$  وارد شده است بنابراین  $A_d = z - 1$  (اپراتور تاخیر زمان گسسته می باشد). همانگونه که از شکل ۱۷-۴ پیدا است، پاسخ نامتقارن است و ردیابی خوبی صورت نگرفته است. در حالت بعد از روش فیلتر کردن استفاده کرده ایم و شرایط نیز مانند قبل می باشد، اغتشاش نیز همچنان به صورت پله می باشد. شبیه سازیها و نتایج ارائه شده در شکل ۱۸-۴ در مقایسه با شکل ۱۶-۴، بهبود قابل ملاحظه ای را نشان می دهد.

### ۳-۴ مثال ۱

یک سیستم مینیمم فاز  $SISO$  با درجه نسبی ۲ که مدل فضای حالت آن بصورت زیر می باشد را در نظر بگیرید:

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & a_1(t) \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 0 \\ b(t) \end{bmatrix} u.$$

$$y = [1 \ 0]x,$$

مجموعه پارامترهای نامعین سیستم به شکل زیر داده شده اند:

$$\bar{\Gamma} = \left\{ \begin{bmatrix} a_0 \\ a_1 \\ b \end{bmatrix} \in \mathbf{R}^3 : a_0 = 0, -5 \leq a_1 \leq -1, 1 \leq b \leq 2 \right\},$$

مدل مرجع با درجه نسبی ۲ می باشد و مدل فضای حالت آن بصورت زیر می باشد:

$$\dot{x}_m = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -2 & -3 \end{bmatrix} x_m + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u_m,$$

$$y_m = [1 \ 0]x_m.$$

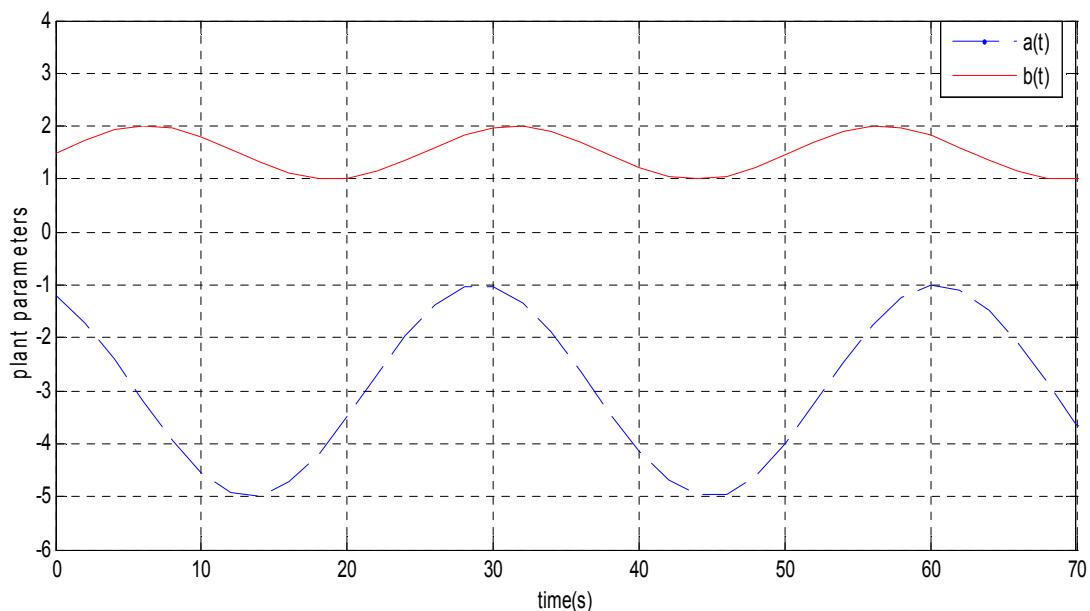
شبیه سازیها را با مقادیر اولیه  $y_0 = [1.5 \quad 1.5]^T$ ,  $y_{m0} = \bar{u}_{m0} = 0$ , سیگنال ورودی است که رابطه آن بصورت زیر می باشد:

$$u_m = \text{sign}\left(\cos\left(\frac{t}{3}\right)\right),$$

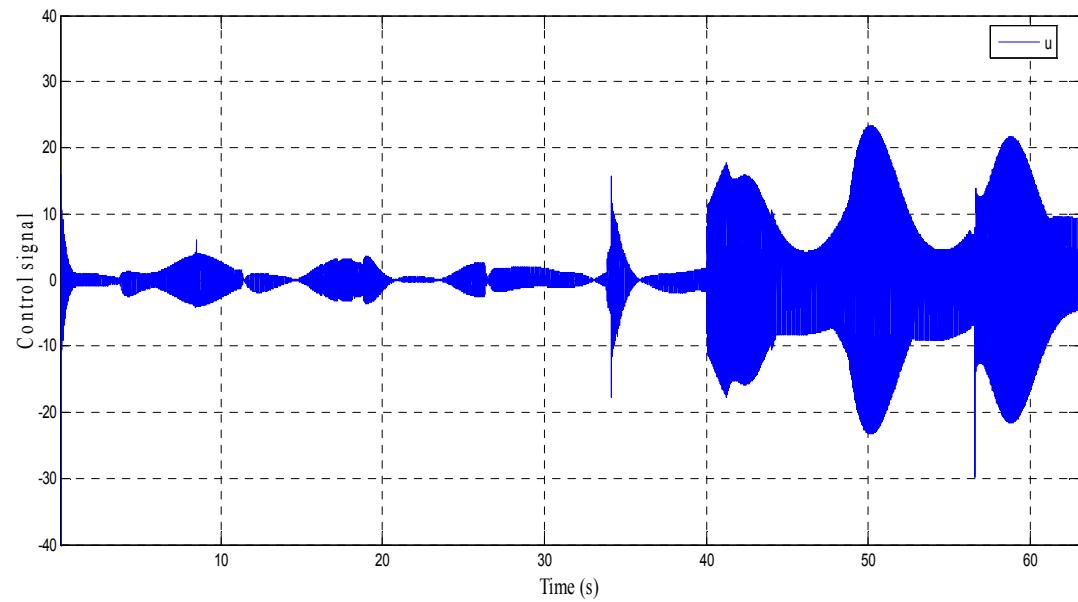
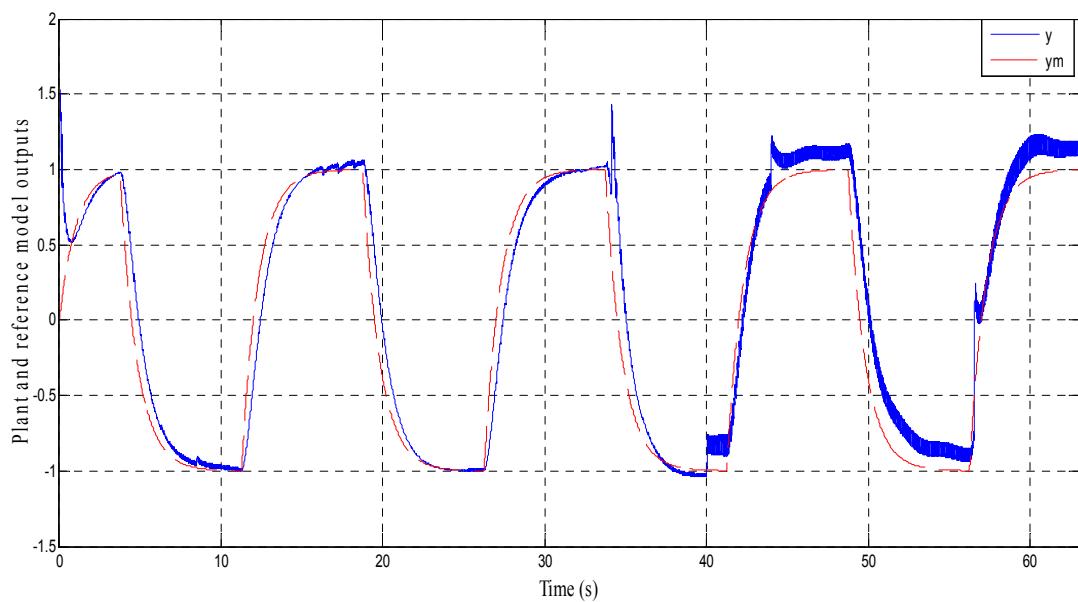
و نیز

$$a_1(t) = -3 + 2 \cos\left(\frac{t}{5}\right) \quad \text{و} \quad b(t) = 1.5 + 0.5 \sin\left(\frac{t}{4}\right),$$

به سیستم در  $t \geq 40$  اغتشاش پله وارد کرده ایم و پاسخهای آن به شکل زیر بوده است، همانگونه که قبلاً نیز ذکر شد و در شکل نیز مشخص است، پاسخ نامتقارن است و ردیابی خوبی صورت نگرفته است:

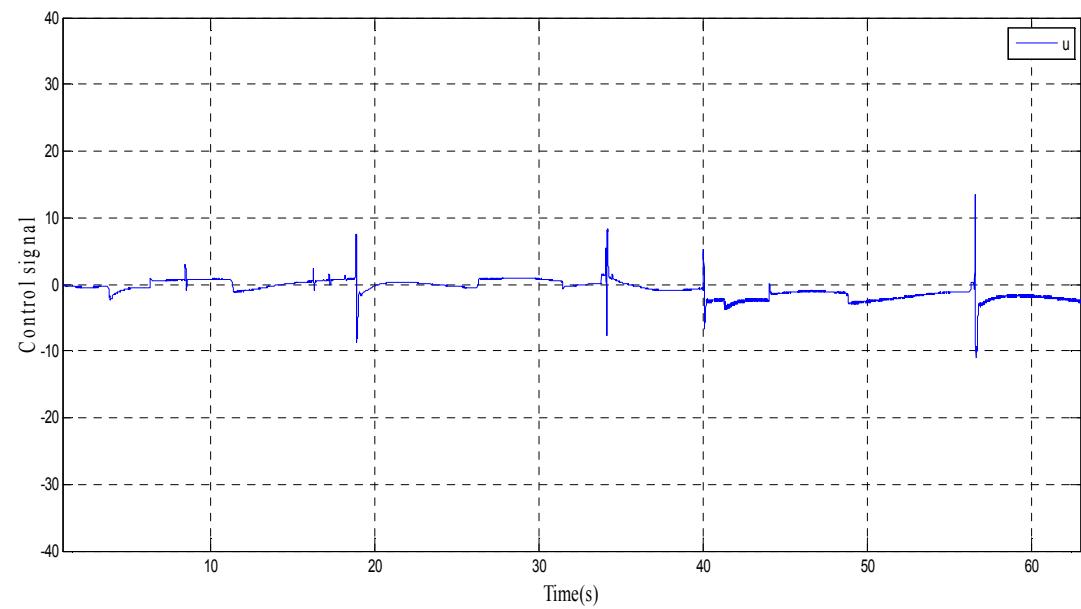
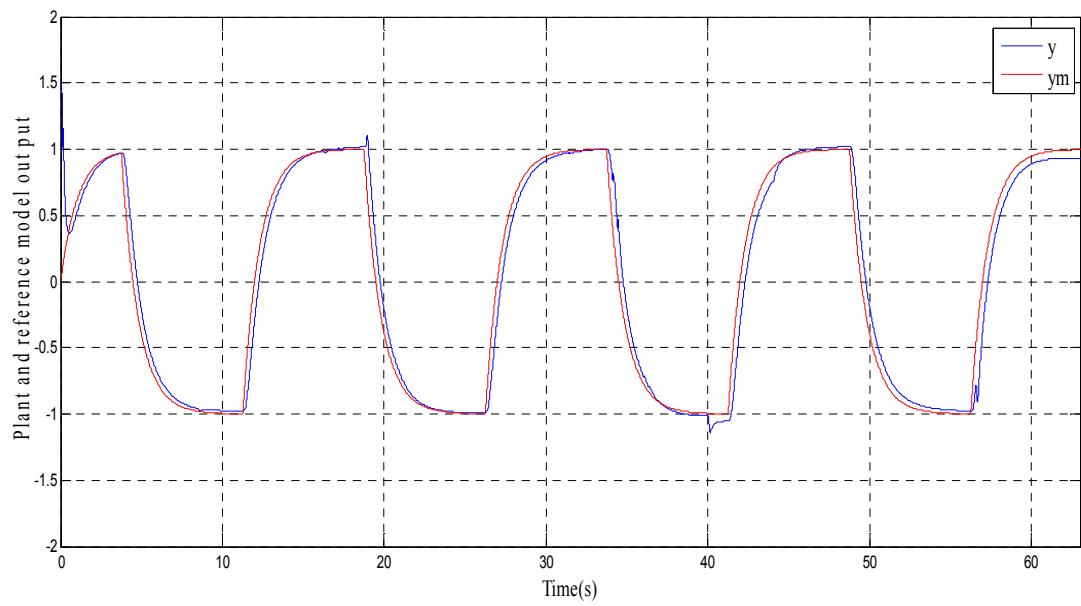


شکل ۴-۱۶: پارامترهای متغیر با زمان  $a_1$  و  $b$  در مثال ۳



شکل ۱۷-۴: نتایج بدست آمده در مثال ۳ در حضور اغتشاش پله با استفاده از LPC

شکل ۱۸-۴ نتایج شبیه سازی متناظر با شکل ۱۷-۴ را با استفاده از روش فیلتر پایین گذر توضیح داده شده نشان می دهد که در مقایسه با شکل ۱۷-۴ بهبود قابل ملاحظه ای را نشان می دهد.



شکل ۱۸-۴: نتایج بدست آمده در مثال ۳ در حضور اغتشاش پله و با استفاده از فیلتر

## **فصل پنجم**

**نتیجه کیری و ارائه  
پیشنهاد**

## نتیجه گیری:

کنترل تطبیقی یکی از روش‌های طراحی، برای کنترل سیستم‌های نامعین است و در واقع کنترل کننده‌ای است که می‌تواند رفتارش را در پاسخ به تغییر دینامیک سیستم و اغتشاش‌ها تغییر دهد. کنترل کننده تطبیقی نوعاً شامل یک جبرانساز LTI به همراه یک مکانیزم تنظیم می‌باشد، که بهره‌های جبرانساز را برای مطابقت با سیستم تنظیم می‌کند. به دلیل قانون اصلاح، یک کنترل کننده تطبیقی نوعی، غیر خطی است. غیر خطی بودن کنترل کننده باعث پاسخ گذراي ضعیف سیستم حلقه بسته و بزرگ شدن اندازه سیگنال کنترل می‌شود.

اگرچه محرك اصلی کنترل تطبیقی مواجهه با پارامترهای متغیر با زمان سیستم بود؛ بسیاری از کنترل کننده‌های کلاسیک نمی‌توانند پارامترهایی که سریعاً در طول زمان تغییر می‌کنند را اداره کنند که در فصل دوم به بررسی آنها و ارائه نتایج حاصل از آنها پرداخته شد.

در فصل سوم، روشنی ارائه شد که در آن از کنترل کننده پریودیک خطی نمونه بردار دیتا (LPC) بهره برده ایم و برخلاف روش‌های کنترل تطبیقی کلاسیک، که عملکردشان بر اساس تخمین پارامتر استوار می‌باشند، مستقیماً سیگنال کنترل تخمین زده می‌شود. این روش را وقتی روی مسائل MRAC بکار بریم، دارای مزایای زیر می‌باشد:

- ❖ پارامترهای متغیر با زمان سیستم را اداره می‌کند.
- ❖ رفتار گذراي سیستم بهبود می‌یابد، اگر که شرایط اولیه سیستم و کنترل کننده یکسان باشند می‌توان به ردیابی سریع دست یافت، و اگر شرایط اولیه یکسان نباشند، اختلافشان بطور نمایی به صفر می‌رسد.
- ❖ سیگنال کنترل بزرگ نمی‌باشد و می‌توان آن را هرچه نزدیکتر به سیگنال کنترل ایده‌آل طراحی کرد. ( سیگنال کنترل ایده‌آل در صورتیکه پارامترها و حالت سیستم معلوم باشند و

جبرانساز LTI ایده آل بکار برده شود ، بدست می آید و این سیگنال دارای اندازه کوچک تری می باشد).

بعلاوه LPC دارای ویژگیهای نامطلوب زیر است:

- در هر پریود کنترل کننده سیگنال کنترل مقادیر مختلفی می گیرد، از آنجا که پریود کنترل کننده کوچک است، در نتیجه به حرکهای سریع نیاز دارد.
- برای بدست آوردن ردیابی مطلوب، یک پریود نمونه برداری کوچک استفاده شده که باعث بوجود آمدن بهره های بزرگ کنترل کننده می شود؛ که ممکن است باعث تقویت سیگنال نویز در سیستم شود.
- درجه نسبی سیستم باید مشخص باشد.

بنابراین برای رفع ضعف کنترل کننده LPC در تلورانس نویز و نیز ارائه روشی دیگر در بهبود پاسخ گذرا سیستم تطبیقی، در فصل چهارم این پایان نامه روش فیلتر پایین گذر را به منظور بهبود پاسخ گذرا و تلورانس نویز ارائه کردیم. روش مورد استفاده در این کار، افزودن دو فیلتر پایین گذر درجه اول به سیستم بود. همانطور که در فصل چهارم و شبیه سازیهای مربوطه نشان داده شد، با انتخاب صحیح پارامترهای فیلترهای مورد استفاده، روش فیلتر پایین گذر اثر قابل توجهی بر تلورانس نویز و کاهش اندازه و نیز تعداد پرشهای سیگنال کنترل بین مقادیر مختلف ( به عبارت دیگر هموارتر شدن سیگنال کنترل ) نشان داد. همچنین با استفاده از این روش توانستیم پاسخ گذرا را نیز تا حد بسیار زیادی بهبود بخشیم.

یکی از مشکلات استفاده از روش کنترل کننده پریودیک (LPC)، روابط ریاضی بسیار پیچیده ای است که در فازهای تخمین و کنترل بر معادلات حاکم بود، به گونه ای که در بسیاری از موارد فهم مسئله را برای خواننده مشکل می ساخت، بنابراین برای رفع این مشکل، پیشنهاد می شود که در کارهای آینده

روشی را ارائه دهیم که بتوانیم با استفاده از روابط ساده‌تر ریاضی، کنترل‌کننده LPC مطلوب را طراحی کنیم.

یکی دیگر از موارد موجود در LPC، شباهت بسیار زیاد تخمینهای متوالی سیگنال کنترل به یکدیگر می‌باشد؛ بنابراین نیاز به ارائه روشی که به جای تخمین سیگنال کنترل در پریودهای متوالی، از راه حل دیگری (به عنوان مثال، تخمین تفاوت بین مقادیر سیگنال کنترل ایده‌آل در پریودهای متوالی)، استفاده کند احساس می‌شود.

پیشنهاد دیگر، ارائه روشی فازی جهت انتخاب مقادیر پارامترهای فیلترهای پایین‌گذر در روش ارائه شده در فصل چهارم می‌باشد، بطوریکه با استفاده از روش‌های موجود در کنترل فازی بطور خودکار مقادیر مناسب این پارامترها برای بدستآوردن جواب بهینه، انتخاب شود.

# **فهرست مراجع**

## References:

- [1] استروم ک ، وین مارک ی، (۱۳۷۷) "کنترل تطبیقی" ، بهشتی م ، ویرایش دوم ، مرکز نشر دانشگاه تربیت مدرس ، تهران.
- [2] J. C. Doyle, B. A. Francis and A. R. Tannenbaum, "Feedback Control Theory", *Macmillan Publishing Company*, 1992.
- [3] D. R. Mudgett and A. S. Morse, "Adaptive stabilization of linear systems with unknown high-frequency gains", *IEEE Transactions on Automatic Control*, AC-30:549-554, 1985.
- [4] P. V. Osburn, H. P. Whitaker and A. Kezer, "New developments in the design of adaptive control systems", Technical Report 61-39, Institute of Aeronautical Sciences, 1961.
- [5] H. P. Whitaker, J. Y. amron and A. Kezer, "Design of model reference adaptive control systems for aircraft", *Technical Report R-164, Instrumentation Laboratory, MIT Press, Cambridge, Massachusetts*, 1958.
- [6] B. Egardt, "Stability of adaptive controllers", *Lecture notes in control and Information Science*, no. 20, Springer-Verlag, 1979.
- [7] G. C. Goodwin, P. J. Ramadge and P. E. Caines, "Discrete time multivariable control", *IEEE Transactions on Automatic Control*, AC-25:449-456, 1980.
- [8] A. S. Morse, "Global stability of parameter-adaptive control systems", *IEEE Transactions on Automatic Control*, AC-25:433-439, 1980.
- [9] K. S. Narendra and Y. H. Lin, "Stable discrete adaptive control", *IEEE Transactions on Automatic Control*, AC-25(3):456-461, 1980.
- [10] K. S. Narendra, Y. H. Lin and L. S. Valavani, "Stable adaptive controller design, part ii: Proof of stability", *IEEE Transactions on Automatic Control*, AC-25:440-448, 1980.
- [11] G. Tao and P. A. Ioannou, "Model reference adaptive control for plants with unknown relative degree", *IEEE Transactions on Automatic Control*, 38:976-982, 1993.
- [12] C. E. Rohers, L. Valvani, M. Athans and G. Stein, "Robustness of adaptive control algorithms in the presence of unmodeled dynamics", *IEEE Transaction on Automatic Control*, AC-33:881-889, 1985.

- [13] G. C. Goodwin and K. S. Sin, “Adaptive Filtering: Prediction and Control”, *Prentice Hall*, 1984.
- [14] P. Ioannou and K. Tsakalis, “A robust discrete-time adaptive controller”, *Proceedings of the IEEE 25th Conference on Decision and Control*, 25:838-843, 1986.
- [15] P. A. Ioannou and J. Sun, “Theory and design of robust direct and indirect control schemes”, *International Journal of Control*, 47(3):775-813, 1988.
- [16] P. A. Ioannou and J. Sun, “Robust Adaptive Control”, *Prentice Hall*, 1996.
- [17] K. Narendra and A. Annaswamy, “Robust adaptive control in the presence of bounded disturbances”, *IEEE Transactions on Automatic Control*, 31:306-315, 1986.
- [18] K. S. Narendra and A. M. Annaswamy, “Stable Adaptive Systems”, *Prentice Hall*, 1989.
- [19] J. Hocherman, S. R. Kulkarni and P. J. Ramadge, “Controller switching based on output prediction errors”, *IEEE Transaction on Automatic Control*, 43(5):596-607, 1998.
- [20] A. S. Morse, “Supervisory control of families of linear set-point controllers - part 1: Exact matching”, *IEEE Transaction on Automatic Control*, 41(10):1413-1431, 1996.
- [21] A. S. Morse, “Supervisory control of families of linear set-point controllers – part 2: Robustness”, *IEEE Transaction on Automatic Control*, 42(11):1500-1515, 1997.
- [22] K. S. Narendra and J. Balakrishnan, “Adaptive control using multiple models”, *IEEE Transaction on Automatic Control*, 42(2):171-187, 1997.
- [23] R. H. Middleton, G. C. Goodwin, D. J. Hill, and D. Q. Mayne, “Design issues in adaptive control,” *IEEE Trans. Automat. Contr.*, vol. 33, pp.50–58, Jan. 1988.
- [24] B. Mårtensson, “The order of any stabilizing regulator is sufficient a priori information for adaptive stabilization,” *Syst. Control Lett.*, pp.87–91, 1985.
- [25] J. Hocherman-Frommer, S. R. Kulkarni, and P. J. Ramadge, “Controller switching based on output prediction errors,” *IEEE Trans. Automat. Contr.*, vol. 43, pp. 596–607, 1998.
- [26] C. I. Byrnes and J. C. Willems, “Adaptive stabilization of multivariable linear systems,” in *Proc. IEEE 23rd Conf. Decision Control*, 1984, pp. 1574–1577.
- [27] G. C. Goodwin, D. J. Hill, and X. Xianya, “Stochastic adaptive control for exponentially convergent time-varying systems”, *Proceedings of the IEEE 23<sup>rd</sup> Conference on Decision and Control*, 23:39-44, 1984.
- [28] J .M. Martin-Sanchez, “Adaptive control for time-variant processes”, *International*

*Journal of Control*, 44(2):315-329, 1986.

- [29] R. H. Middleton and G. C. Goodwin, “Adaptive control of time-varying linear systems”, *IEEE Transaction on Automatic Control*, 33(2):150-155, 1988.
- [30] F. Ohkawa, “A model reference adaptive control system for a class of discrete linear time varying systems with time delay”, *International Journal of Control*, 42(5):1227-1238, 1985.
- [31] K. S. Tsakalis and P. A. Ioannou, “Adaptive control of linear time-varying plants: A new model reference controller structure”, *IEEE Transaction on Automatic Control*, 34(10):1038-1046, 1989.
- [32] K. S. Tsakalis and P. A. Ioannou, “Linear Time-Varying Systems”, *Prentice Hall*, 1993.
- [33] D. E. Miller, “A linear time- varying approach to model reference adaptive control”, *Perspective in Robust Control, Lecture Notes in Control and Information Sciences* 268, pages 199-219, 2001.
- [34] D. E. Miller, “A new approach to adaptive control: No nonlinearities”, *Systems and Control Letters*, 49(1):67-79, 2003.
- [35] D. E. Miller, “A new approach to adaptive control”, Technical Report UWE&CE#2001-15.
- [36] W. Rudin, “Principles of Mathematical Analysis”, New York: *McGraw-Hill*, 1976.
- [37] J. Todd (editor), “Survey of Numerical Analysis”, New York: *McGraw Hill*, 1962.
- [38] D. E. Miller, “*A new approach to model reference adaptive control*”. IEEE Transaction on Automatic Control, 48(5):743-756, May 2003.

## **Abstract**

The objective of adaptive control is to design a controller that plant output can track desired value even if structural parameters uncertainties existed. An adaptive controller typically consists of a linear time-invariant (LTI) compensator together with a tuning mechanism which adjusts the compensator parameters and yields a nonlinear controller. Because of the nonlinearity, the transient closed-loop behavior is often poor and the control signal may become unduly large. The purpose of this thesis is to present the new adaptive control method to guaranty the desired tracking of system in the transient phase. In the thesis we use model reference adaptive control (MRAC) method. Using of periodic linear controller (LP), is one of the system transient improvement methods. In this approach, instead of estimating controller parameters (direct method) or plant parameters (indirect method), the ideal control signal (what the control signal would be if the plant states and parameters were known?) is estimated. Another method is that we propose a filtering strategy for the transient and specially noise behavior performance improvement of model reference adaptive control (MRAC) for continuous time single-input single-output (SISO) systems with linear time varying (LTV) plant parameters. This two propose methods and other methods have advantages and disadvantages that are studied in these thesis.



**Shahrood University of Technology**

**Faculty of Electrical Engineering**

**Tracking Performance Improvement Of Model Reference Adaptive  
Control In Transient Phase.**

**By**

**Fatemeh Pahlavanzadeh**

**Supervisor:**

**Dr. Heidar Tusian Shandiz**

**Dr. Hamid Khaloozadeh**

**Advisors:**

**Dr. Mohammad Hadad Zarif**

**July 2010**