إنه من سليمان وإنه

بسم الله الرحمن الرحيم

دانشگاه صنعتی شاهرود

دانشکده مهندسی مکانیک

گروه حرارت و سیالات

پایان نامه جهت اخذ درجه کارشناسی ارشد

بررسی عددی جریان سیال غیر نیوتنی در تبدیلات تدریجی واگرا

دانشجو:

امین شهبانی ظهیری

استاد راهنما:

دکتر محمد محسن شاه‌مردان

استاد مشاور:

دکتر محمود نوروزی

شهریور ماه ۱۳۹۱

دانشکده : مکانیک

گروه : تبدیل انرژی

پایان نامه کارشناسی ارشد آقای امین شهبانی ظهیری

تحت عنوان : بررسی عددی جریان سیال غیر نیوتنی در تبدیلات تدریجی واگرا

در تاریخ **۱۳۹۱/۶/۳۰** توسط کمیته تخصصی زیر جهت اخذ مدرک کارشناسی ارشد مورد ارزیابی و با درجه **بسیار خوب** مورد پذیرش قرار گرفت.

اساتید راهنما	**امضاء**	**اساتید مشاور**	**امضاء**
آقای دکتر محمد محسن شاه مردان		آقای دکتر محمود نوروزی	

اساتید داور	**امضاء**	**نماینده تحصیلات تکمیلی**	**امضاء**
آقای دکتر محمد حسن کیهانی		آقای دکتر مجتبی قطعی	
آقای دکتر علی جباری مقدم			

تقدیم به

محضر مبارک حضرت ولی‌عصر (عج)

تقدیر و تشکر :

آنچه پدید آمده است حاصل تلاش عده زیادیست.

پیش از همه زحمات پدر و مادر مهربان و فداکارم

و ایجاد انگیزه و دلداری توسط برادر و خواهر خوبم،

زمینه ساز نوشته حاضر بوده اند،که صمیمانه از آنها سپاسگزارم.

همچنین راهنمایی‌های ارزنده استاد گرانقدر، جناب آقای دکتر شاه‌مردان

در تمام مراحل پروژه شایسته قدردانی فراوان است.

همچنین از کمک‌های بی دریغ آقای دکتر نوروزی تشکر می نمایم.

در پایان از تمام اساتید گرانقدر دانشکده مکانیک دانشگاه صنعتی شاهرود تشکر و قدردانی نموده، توفیق و عزت همه را از خداوند متعال مسئلت می نمایم.

امین شهبانی ظهیری

تعهد نامه

اینجانب **امین شهبانی ظهیری** دانشجوی دوره کارشناسی ارشد رشته مهندسی مکانیک- گرایش تبدیل انرژی دانشکده مهندسی مکانیک دانشگاه صنعتی شاهرود نویسنده پایان نامه با عنوان **"بررسی عددی جریان سیال غیر نیوتنی در تبدیلات تدریجی واگرا "** تحت راهنمائی **دکتر محمد محسن شاه‌مردان و دکتر محمود نوروزی** متعهد می-شوم:

- تحقیقات در این پایان‌نامه توسط اینجانب انجام شده است و از صحت و اصالت برخوردار است .
- در استفاده از نتایج پژوهش‌های محققان دیگر به مرجع مورد استفاده استناد شده است .
- مطالب مندرج در پایان‌نامه تاکنون توسط خود یا فرد دیگری برای دریافت هیچ نوع مدرک یا امتیازی در هیچ جا ارائه نشده است .
- کلیه حقوق معنوی این اثر متعلق به دانشگاه صنعتی شاهرود می‌باشد و مقالات مستخرج با نام «دانشگاه صنعتی شاهرود» و یا «Shahrood University of Technology» به چاپ خواهد رسید.
- حقوق معنوی تمام افرادی که در به دست آمدن نتایج اصلی پایان‌نامه تأثیرگذار بوده‌اند در مقالات مستخرج از پایان‌نامه رعایت می‌گردد.
- در کلیه مراحل انجام این پایان‌نامه، در مواردی که از موجود زنده (یا بافتهای آنها) استفاده شده‌است، ضوابط و اصول اخلاقی رعایت شده‌است.
- در کلیه مراحل انجام این پایان‌نامه، در مواردی که به حوزه اطلاعات شخصی افراد دسترسی یافته یا استفاده شده‌است اصل رازداری، ضوابط و اصول اخلاق انسانی رعایت شده‌است.

تاریخ

امضای دانشجو

مالکیت نتایج و حق نشر

- کلیه حقوق معنوی این اثر و محصولات آن (مقالات مستخرج ، کتاب ، برنامه های رایانه ای ، نرم افزار ها و تجهیزات ساخته شده است) متعلق به دانشگاه صنعتی شاهرود می باشد . این مطلب باید به نحو مقتضی در تولیدات علمی مربوطه ذکر شود .
- استفاده از اطلاعات و نتایج موجود در پایان نامه بدون ذکر مرجع مجاز نمی‌باشد.

مجوز بهره‌برداری از پایان‌نامه

بهره‌برداری از این پایان‌نامه در چهارچوب مقررات کتابخانه و با توجه به محدودیتی که توسط استاد راهنما به شرح زیر تعیین می‌شود، بلامانع است:

☐ بهره‌برداری از این پایان‌نامه/ رساله برای همگان بلامانع است.

☐ بهره‌برداری از این پایان‌نامه/ رساله با اخذ مجوز از استاد راهنما، بلامانع است.

☐ بهره‌برداری از این پایان‌نامه/ رساله تا تاریخ .... ممنوع است.

نام استاد یا اساتید راهنما:

تاریخ:

امضا:

چکیده

جریان‌های فروصوتی در کانالهای انبساطی از جمله مسائل مهم و اساسی در مکانیک سیالات به شمار می آیند که دارای کاربردهای فراوانی در شیپوره‌ها، تبدیلات لوله‌کشی، مبدل‌های حرارتی، پر شدن قالب‌های ریخته گری، شکل‌دهی فلزات، و ... می باشد. از اینرو در طی چند دهه اخیر بسیاری از محققان به بررسی تحلیلی، تجربی و عددی این جریان‌ها پرداخته‌اند. بر خلاف تحقیقات مشابه پیشین که همگی به مطالعه جریان در کانال‌های دارای انبساط ناگهانی (زاویه ۹۰ درجه) پرداخته‌اند، در پژوهش حاضر جریان در کانال دارای انبساط تدریجی در زوایای مختلف بررسی شده که این امر از مهمترین نوآوری آن به شمار می‌آید.

در مطالعه حاضر نسبت انبساط ۱:۳ و زوایای انبساط ۳۰، ۴۵، ۶۰ و ۹۰ درجه در نظر گرفته شده است. هدف اصلی از این پژوهش شناخت بهتر اثرات مقدار زوایا، عدد رینولدز و عدد وایزنبرگ بر ساختار و الگوی جریان در زوایای مختلف می باشد. به منظور مدل‌سازی این جریان، از نرم‌افزار منبع‌باز OpenFOAM که یک جعبه ابزار دینامیک سیالات محاسباتی (CFD) می‌باشد، استفاده شده است.

ابتدا معادلات پیوستگی و مومنتوم به فرم کلی در مختصات کارتزین بیان شده و سپس روابط کلی معادله ساختاری سیال ویسکوالاستیک (مدل MPTT) و توابع ویسکومتریک لزجت ارائه شده است. معادلات حاکم در این تحقیق، با استفاده از روش حجم محدود به‌صورت صریح گسسته‌سازی شده‌اند. جهت حل پیمایش زمانی مجازی، از الگوریتم پیزو در حالت گذرا استفاده شده است تا پارامترهای جریان در هر گام زمانی پایدار و ثابت شوند و بعد گام زمانی افزایش یابد تا همگرایی پارامترها به جواب‌های صحیح و منطقی حاصل شود. بررسی دقت و صحت نتایج حل عددی بر اساس نتایج انبساط ناگهانی (با زاویه ۹۰ درجه) صورت گرفته است.

در انتها برای جریان سیال نیوتنی، تمام مشخصه‌های طولی و عرضی گردابه‌ها در مجاورت دیوار

بالا و پایین کانال به صورت منظم و دسته‌بندی شده در جداول فصل نتایج آورده شده است. همچنین نتایج حاصل از بررسی عددی برای جریان سیال نیوتنی و سیال ویسکوالاستیک به صورت خطوط جریان، کانتور سرعت و سرعت روی خط مرکزی کانال ترسیم شده و نتایج حاصل از بررسی آن به طور مفصل در فصل آخر آورده شده است.

واژه‌های کلیدی: بررسی عددی، سیال غیرنیوتنی، جریان سیال، تبدیل واگرا

فهرست

عنوان | **صفحه**

فصل چهارم (روش حل عددی)

فصل پنجم (نتایج)

فهرست شکل‌ها

عنوان **صفحه**

فهرست جداول

عنوان **صفحه**

۱- فصل اول

مقدمه

۱-۱- مقدمه

شاید بتوان سرآغاز دانش مکانیک سیالات نوین را بـه اوایـل قـرن هفـدهم نسـبت داد. در آن تـاریخ، همزمان با تولد مکانیک نیوتنی و حساب دیفرانسیل و انتگرال، نیوتن مدلی برای قانون پایه حـاکم بـر رفتار سینتیکی سیالات پیشنهاد نمود و سیالاتی که از این قانون تبعیت می‌کردند به سیالات نیـوتنی معروف شدند. سیال نیوتنی، ماده‌ای است که در آن تنش برشی بدون وجود تنش تسلیم (صفر بـودن تنش برشی در نرخ برش صفر) تنها تابعی خطی از نرخ برش بوده و در این ماده نسبت تنش برشی به نرخ برش، ویسکوزیته نامیده می‌شود. در اواخر قرن نوزدهم، دانش مکانیک سیالات شروع به توسعه در دو جهت متفاوت نمود. در یک جهت تئوری هیدرودینامیک قرار داشت که با استفاده از دیدگاه اویلری سعی بر ارائه روابط جریان برای یک سیال غیر ویسکوز داشت. از این تئوری روابـط تحلیلـی متنـوعی برای جریان سیالات غیرچسبنده (بدون اصطکاک) در هندسه‌های مختلف ارائه گردید. روابـط بدسـت آمده از این تئوری در تعارض آشکار با مشاهدات تجربی قرار داشت و لذا ایـن تئـوری در عمـل مـورد استفاده چندانی قرار نگرفت. لذا با استفاده از روش تجربی به حل این مسائل اقدام نمودند و دانشی که بر مبنای این مشاهدات تجربی توسعه یافت به هیدرولیک معروف شد. در آغـاز قـرن بیسـتم، پرانتـل نشان داد که چگونه می‌توان این دو شاخه از مکانیک سیالات را به یکدیگر پیوند داد. در سـال ۱۹۰۴ وی نظریه لایه مرزی را مطرح نمود و طی آزمایشات بسیار ساده‌ای نشان داد که در جریان حول یـک جسم، اثر ویسکوزیته و اصطکاک سیال در یک لایه بسیار نازک نزدیک سطوح قابل ملاحظه است، اما در ناحیه دور از جسم می‌توان از اثر ویسکوزیته صرفنظر نمود. این نظریه، پایه اصلی مکانیک سـیالات لزج محسوب می‌شود که از آن زمـان تـاکنون موضـوع بسـیاری از مطالعـات تجربـی، آزمایشـگاهی و تحلیلی بوده است [۱]. با رشد صنایع مختلف، مهندسان و دانشمندان با سیالاتی روبرو شدند که رفتار برشی آنها با استفاده از مدل سیال نیوتنی قابل توصیف نبود. دانشمندان دریافتنـد کـه مـدل نیـوتنی برای گازها و مایعات دارای وزن مولکولی کمتر از ۱۰۰۰ با دقت بسیار مناسـبی قابـل بـه کـار گیـری

است؛ اما این مدل برای مواد درشت مولکول چندان دقیق نیست و جریان برخی محلـول هـا و مـذاب های پلیمری رفتارهای متفاوت و بعضاً متضادی را نسبت به سیالات نیوتنی نشان می دهند [۲].

نیاز به مطالعه جریان این سیالات منجر به پیدایش شاخه جدیدی از علم بـه نـام رئولـوژی[1] گردیـد. دانش رئولوژی در سالهای بین جنگ جهانی دوم توسعه یافت و انگیزه اصلی از رشد این دانش عمـدتاً به مسائل عملی مربوط می شد. به مروز زمان دانش رئولوژی در جنبه های مختلف صـنعت گسـترش یافت. به طوری که امروزه کاربرد و گسترش آن را در صـنایعی نظیـر صـنعت پلیمـر، صـنعت نفـت و پتروشیمی، مواد غذایی، علوم نظامی، صنایع شیمیایی سبک و سنگین، تولیـد انـواع لاسـتیک، رنـگ، رزین و مواد پوشش دهنده (نظیر اپوکسی و ...)، تولید مواد آرایشی و بهداشتی، شوینده ها و صـابونها، تولید دارو (انواع سوسپانسیونها و امولوسیونها)، صنعت چاپ، تولید کاغذ، تولید سیمان، صنایع هسـته ای، فرآیند های تخمیری، تولید سیمان، تولید مواد روانکار حفاری و ... شاهد هستیم.

با توجه به وسعت صنایعی که با سیالات غیرنیوتنی روبرو هستند، مشخص است که شـناخت علم رئولوژی از ضرورتی اجتناب ناپذیر برخوردار است. به دلیل وجود پیچیدگی و تنـوع خـانواده های سیالات غیر نیوتنی، این شاخه از علم هنوز رشد چندانی نیافته و لذا زمینه هـای فراوانـی جهت مطالعه و تحقیق در علم رئولوژی وجود دارد.

در ایـن فصـل، قصـد داریـم تـا مـروری کوتـاه بـر مکانیـک سـیالات غیرنیـوتنی مخصوصـا سـیالات ویسکوالاستیک را داشته باشیم. به طوری که ابتدا تفاوت سـیالات نیـوتنی بـا سـیالات غیرنیـوتنی را تشریح کرده و سپس معادلات ساختاری سیالات ویسکوالاستیک را به صـورت اجمـالی مـورد بررسـی قرار می دهیم.

1. Rheology

۱-۲- طبقه‌بندی سیالات

سیالی که دارای تنش تسلیم نباشد و رابطه تنش برشی با نرخ برش به صورت خطـی باشـد را سـیال نیوتنی می‌نامند. برای سیال نیوتنی نسبت تغییرات تنش به نرخ برش همواره مقداری ثابت می‌باشـد، که این مقدار ثابت را لزجت (ویسکوزیته) نامگذاری می کنند. بـه سـیالی کـه یکـی از شـرایط سـیال نیوتنی را نداشته باشد، سیال غیرنیوتنی می گویند. این سیالات به سه گروه زیر تقسیم‌بندی می‌شوند [۱]:

- سی‌الات غی‌رنی‌وتنی مستقل از زمان
- سی‌الات غی‌رنی‌وتنی وابسته به زمان
- سی‌الات وی‌سکوالاستی‌ک

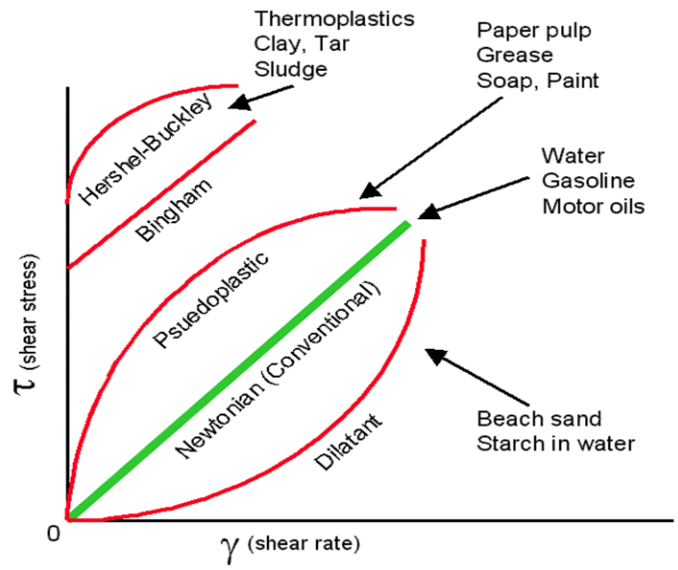
در ادامه هر ی‌ک از ای‌ن گروه‌ها معرفی شده و در مورد خواص ای‌ن سی‌الات بحث می شود.

۱-۲-۱- سیالات غیرنیوتنی مستقل از زمان

سیالات غیرنیوتنی مستقل از زمان، سیالاتی هستند که در آنها ویسـکوزیته تـابعی از نـرخ بـرش مـی باشد. مطابق شکل (۱-۱) این گروه از سیالات نیز در حالت‌های خاص دارای تنش تسلیم می باشـند. منظور از تنش تسلیم این می باشد که تا تنش سیال به یک حد مشخصـی نرسـد سـیال نمـی توانـد شروع به سیلان کند. برای نمونه خمیر دندان مثال مناسـبی مـی باشـد. بـه طـوری کـه اگـر میـزان فشردگی پوسته به یک حد مشخص نرسد، خمیر دندان نمی تواند خارج شود.

در واقع این تنش تسلیم مربوط به ساختمان مواد می شود. یعنی ساختمان مواد بعد از تـنش تسـلیم شکسته شده و ماده اجازه حرکت برشی را پیدا می کند. معروف ترین این دسـته از مـواد، پلاسـتیک بینگهام می باشد. در واقع پلاستیک بینگهام یک سیال نیوتنی دارای تنش تسلیم اسـت (ویسـکوزیته

آن ثابت است). سیالاتی که فاقد تنش تسلیم هستند، به دو دسته سیالات شبه پلاستیک[۱] و سیالات دایلاتنت[۲] تقسیم می شوند. این سیالات بصورت سیالات نیوتنی تعمیم یافته[۳] نیز نامیده می شوند. اما پرکاربردترین و ساده ترین مدل حاکم بر آنها مدل پاورلا[۴] است که در آن تنش برشی تابعی از توان n ام نرخ برش است [۱]. یکی از اشکالات این مدل، پیش بینی ویسکوزیته صفر در نرخ برش بی نهایت و ویسکوزیته بی نهایت در نرخ برش صفر برای سیالات شبه پلاستیک می باشد. از جمله مدل هایی که مشکل مدل پاورلو را ندارند، می توان به مدل کراس[۵]، مدل کاریو-یاسودا[۶] و راینر-فیلیپوف[۷] اشاره نمود [۲] . در سیالات شبه پلاستیک، ویسکوزیته در نرخ‌های برش کوچک و بسیار زیاد تقریباً ثابت می باشد. که آنها را به ترتیب با (η_0)و (η_∞)نشان می دهند. چنانچه از مدل پاورلا برای سیالات شبه پلاستیک استفاده شود، مقدار n کمتر از یک و اگر برای سیال دایلاتنت باشد مقدار n بیشتر از یک می باشد[۲] . شکل (۱-۱) رفتار تنش در برابر نرخ برش را برای انواع سیالات نمایش می‌دهد.



1. Pseudoplastic
2. Dilatant
3. Generalized Newtonian fluids
4. Power-Law
5. Cross
6. Carreau-Yasuda
7. Reiner-Philippoff

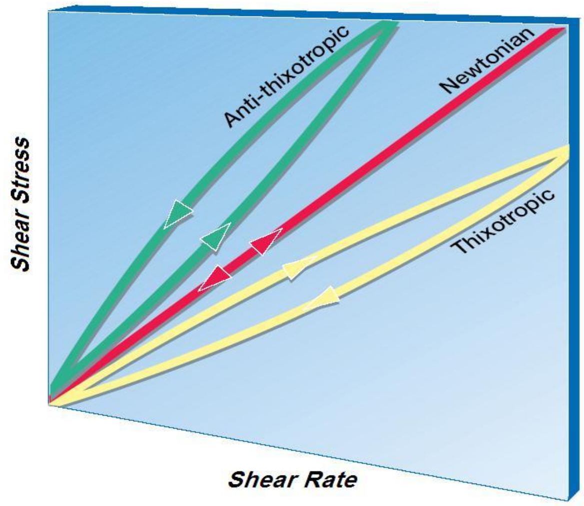
شکل (۱-۱) منحنی های تنش برشی در برابر نرخ برش برای سیالات مستقل از زمان [۳]

۱-۲-۲- سیالات غیرنیوتنی تابع زمان

در این دسته از سیالات غیرنیوتنی، ویسکوزیته تابعی از نرخ برش و زمان می‌باشد. بـه طـوری کـه در نرخ برش ثابت، ساختمان ماده مدام تغییر می‌کند و تنش برشی نیز تابعی از زمـان خواهـد بـود. ایـن مواد به دو دسته سیالات تیکسوتروپیک[1] و سیالات رئوپکتیک[2] (آنتـی تیکسـوتروپیک[3]) تقسـیم مـی شوند [۱] . در سیالات تیکسوتروپیک، اگر ماده تحت شرایط نرخ برش ثابت و دمای معین باشد، تنش برشی یک کاهش برگشت پذیر نسبت به زمان پیدا مـی کنـد. کـه ایـن بـه دلیـل شکسـت تـدریجی ساختمان مولکولی سیال تیکسوتروپیک می باشد و باعث کاهش ویسـکوزیته بـا زمـان مـی شـود. بـا گذشت زمان بر تعداد مولکول‌های شکسته افزوده شده و امکان برخورد مولکولها و مکانیزم ترمیم آنها بیشتر می شود. به همین دلیل با برقراری تعادل بین فرآیندهای شکست و ترمیم، ویسکوزیته نیـز بـه یک مقدار حدی ثابت میل خواهد کرد.

اما رفتار سی‌الات رئوپکتی‌ک کاملاً برعکس سی‌ال تی‌کسوتروپی‌ک می باشد، ی‌عنـی در نـرخ بـرش ثابت و در دمای معی‌ن، تنش برشی و وی‌سکوزی‌ته دارای ی‌ک افزای‌ش برگشت پذی‌ر مـی باشـند. که ای‌ن به دلی‌ل نداشتن ساختار مولکولی اولی‌ه و امکان تشکی‌ل ساختار جدی‌د با برخورد مولکول-ها می باشد. در شکل (۱-۲) منحنی تنش در برابر نرخ برش برای مواد رئوپکتی‌ک و تی‌کسوتروپی‌ک نشان داده شده است.

1. Thixotropic
2. Rheopectic
3. Antithixotropic



شکل (۱-۲) منحنی های تنش برشی در برابر نرخ برش برای سیالات غیر نیوتنی تابعی از زمان [۳]

۱-۳- سیالات ویسکوالاستیک

سیالات ویسکوالاستیک موادی هستند که به طور توأمان خواص ویسکوز و الاستیک را دارا می باشند. از آنجایی که تنش در سیالات تابعی از نرخ برش و در جامدات تابعی از خود برش است، لذا این مواد دارای خواص همزمان جامد و سیال می باشد. ساده‌ترین و بهترین مثال برای درک بهتر خاصیت سیال ویسکوالاستیک جریان این سیال بین دو صفحه تخت می باشد. چنانچه یک سیال ویسکوالاستیک بین دو صغحه تخت موازی قرار گیرد و صفحه بالایی با سرعت ثابت U حرکت نماید، یک جریان برشی ساده ایجاد می شود. اگر حرکت صفحه بالایی به طور ناگهانی متوقف شود، بر خلاف سیال نیوتنی که در آنها تنش بطور آنی صفر می شود، در مواد ویسکوالاستیک کاهش تنش برشی دارای بازه زمانی یا به عبارت دیگر دارای زمان آسودگی از تنش[1] می باشد. یعنی اگر نیرو از روی صفحه بالایی برداشته شود، صفحه مقداری به عقب بر می گردد که این به خاطر خاصیت الاستیک آن می باشد و خاصیت ویسکوز آن سبب می شود که این میزان برگشت به عقب نسبت به مواد الاستیک کمتر باشد. به همین دلیل می توان گفت که این مواد به نوعی دارای حافظه می باشند و از تغییر

1. Relaxation Time

شکل قبلی خود آگاهی دارند[۴] .

در جریان برشی برای یک سیالات ویسکوالاستیک، تنش‌های نرمال اول و دوم در آن با هم برابر نیستند، در صورتی که برای سیال نیوتنی، تنش‌های نرمال با هم برابر بوده و برابر با فشار استاتیکی می‌باشد. به طور کلی جریان برشی این مواد، آرایش و موقعیت مولکول ها را تحت تاثیر قرار داده و همراستا شدن مولکول های طویل پلیمری در راستای خطوط جریان را در پی دارد. لذا تغییر جهت قرارگیری مولکول‌ها، میدان تنش را تحت تاثیر قرار می دهد و اختلاف تنش های نرمال پدید می آیند. در جریان برشی ساده، اگر جهت جریان را جهت ۱ و راستای تغییرات سرعت (عمود بر جهت جریان) را جهت ۲ بنامیم، اختلاف تنش نرمال اول به‌صورت زیر تعریف می‌شود:

$$N_1 = \sigma_{11} - \sigma_{22} \qquad (۱-۱)$$

حال، اگر جهت راستگرد عمود بر جهت‌های ۱ و ۲ را جهت ۳ بنامیم، می‌توان اختلاف تنش نرمال دوم را نیز به صورت زیر تعریف کرد:

$$N_2 = \sigma_{22} - \sigma_{33} \qquad (۲-۱)$$

ثابت‌های اختلاف تنش نرمال نیز بر اساس روابط (۱-۱) و (۱-۲) به‌دست می‌آیند:

$$\psi_1 = \frac{N_1}{\dot{\gamma}^2} \qquad (۳-۱)$$

$$\psi_2 = \frac{N_2}{\dot{\gamma}^2} \qquad (۴-۱)$$

که در آن، Ψ_1 و Ψ_2 ثابت‌های تنش نرمال اول و دوم و $\dot{\gamma}$ نرخ برش می‌باشد. همانطور که قبلا اشاره شد لزجت در سیالات غیرنیوتنی تابعی از نرخ برش می‌باشد. بنابراین برای سیال ویسکوالاستیک می-توان بر اساس تنش برشی و نرخ برش، لزجت سیال ویسکوالاستیک را به‌دست آورد [۱]:

$$\eta = \frac{\sigma_{12}}{\dot{\gamma}} \qquad (۵-۱)$$

بر اساس روابط مذکور، لزجت، اختلاف تنش نرمال اول و دوم در سیال ویسکوالاستیک همگی تابعی از نرخ برش می‌باشد. علاوه بر ویسکوزیته، ثابت های اختلاف تنش های نرمال اول و دوم نیز از جمله خواص رئولوژیکی سیال ویسکوالاستیک محسوب می شوند. شایان ذکر است که تقریباً در تمامی مواد پلیمری رفتار ویسکوزیته و ثابت‌های اختلاف تنش های نرمال بصورت نازک شونده[1] (شبه پلاستیک) می باشد. همچنین N_1 مقداری مثبت و N_2 اغلب دارای مقداری منفی است. در بیشتر کاربردهای عملی، معمولاً مقدار N_2 اندازه گیری نمی شود و از نظر بزرگی مقدار آن ۱۰٪ مقدار N_1 در نظر گرفته می شود و این توصیفات برای مدل‌های خطی در سیالات ویسکوالاستیک به درستی معتبر است ولی برای مدل‌های غیر خطی اعتباری ندارد[۵] .

۱-۴- اندازه گیری خواص

برای شناسایی خواص اصلی سیال نیاز به آزمایشاتی می باشد، که این خواص را از آزمایشات رئومتری بدست می آورند. به طور خلاصه معروفترین و پرکاربردترین این آزمایشات عبارتند از:

تست رهایی از تنش

تست خزش

تست ریکویل[2]

تست نوسان

اندازه گیری ویسکوزیته

تعیین تنش های نرمال

در ادامه به توضیح هر یک از این تست‌ها پرداخته می شود.

1. Shear thinning
2. Recoil

۱-۴-۱- تست رهایی از تنش

یکی از اهداف این آزمایش اندازه گیری زمان لازم برای صفر شدن مقدار تنش و مدول صلبیت در زمان‌های مختلف می باشد. در دستگاه رئومتر، ابتدا یک تغییر شکل کوچک $\gamma = \gamma_0$، در ماده ایجاد می کنند تا به تنش σ_0 می رسد ($\sigma_0 = G\gamma_0$) سپس تغییر شکل برداشته می شود تا تنش به صفر میل کند. با اندازه گیری زمان این آزمایش λ بدست می آید و با داشتن رابطه بین λ و $G(t)$ می توان مدول صلبیت را هم بدست آورد. چنانچه سیال بصورت یک سیال ماکسول مدل شود، می توان نشان داد که $\lambda = \eta / G$ و $G(t) = Ge^{-t/\lambda_1}$ است (η ویسکوزیته سیال می باشد) [۶] .

۱-۴-۲- تست خزش

هدف از این آزمایش اندازه گیری زمان تأخیر ماده[1]و میزان مطلوبیت خزش[2] $(J(t) = \gamma(t) / \sigma_0)$می باشد و این تست عمدتاً برای جامدات ویسکوالاستیک انجام می شود. در این تست ابتدا یک تنش اولیه $(\sigma = \sigma_0)$به ماده اعمال می شود و سپس میزان تغییرات γ در زمان های مختلف جهت حفظ این تنش اندازه گیری می شود [۶] .

۱-۴-۳- تست ریکویل

هدف از این آزمایش تعیین حافظه سیال می باشد، که معمولاً پس از تست خزش انجام می شود. در این تست ابتدا ماده تحت یک بار اولیه قرار می دهند و پس از آنکه ماده به تغییر شکل نهایی خود رسید، بار اعمالی بر روی ماده برداشته می شود و زمان لازم برای توقف این تغییر شکل اندازه گیری می شود.[۶] .

1. Retardation time
2. Creep compliance

۱-۴-۴- تست نوسان

هدف از این آزمایش تعیین میزان سهم رفتار ویسکوز و الاستیک (δ) ماده می باشد. ابتدا در این آزمایش ماده را تحت بار نوسانی قرار داده و تغییر شکل‌های آن بر حسب زمان اندازه گیری می شود. باید فرکانس نوسان بالا باشد (بیشتر از ۵۰۰ هرتز) تا تغییر شکل‌ها کوچک بماند. با اندازه گیری مقدار هم فاز و غیر هم فاز مدول صلبیت (G' و G'') بر حسب فرکانس می توان زاویه اختلاف فاز را از رابطه $\delta = \tan^{-1}(G''/G')$ تعیین کرد [۶]. در مدل ماکسول با بدست آوردن فرکانس نقطه تقاطع دو منحنی G' و G'' می توان λ را از رابطه $\lambda = 1/(\omega_0 \tan\delta)$ بدست آورد.

۱-۴-۵- اندازه گیری ویسکوزیته

برای اندازه گیری ویسکوزیته بر حسب نرخ برش در آزمایشگاه‌ها و صنایع مختلف، ویسکومترهای متنوعی وجود دارد. معروفترین این ویسکومترها، ویسکومتر لوله موئین[1] می باشد. در این نوع ویسکومتر میزان افت فشار جریان سیال اندازه گیری شده و دیاگرام تنش برشی در برابر نرخ برش با استفاده از روابط آن ترسیم می شود. شیب نمودار بیان کننده میزان ویسکوزیته سیال می باشد[۱] .

۱-۴-۶- تعیین تنش های نرمال

1. Capillary tube viscometer

همانطور که در قبل اشاره شد تنش‌های نرمال اول و دوم برای سیال ویسکوالاستیک بر خلاف سیال نیوتنی با هم برابر نیستند. برای اندازه گیری تنش برشی و تنش‌های نرمال از رئوگونیومتر[1] استفاده می شود، که در انواع مختلفی مانند مخروط-صفحه و نوع وایزنبرگ ساخته می شود. وسیله دیگر جهت تعیین تنش‌های نرمال اکستن سیومتر[2] می باشد، که در انواع مختلفی مانند تنش ثابت و مونستد[3] ساخته می شود. در این وسیله اندازه گیری تنش‌ها با ایجاد انواع جریانهای کششی انجام می شود[۱] .

۱-۵- پارامترهای مهم در جریان سیالات ویسکوالاستیک

معمولا برای بررسی جریان سیال ویسکوالاستیک، از دو عدد دبورا[4] و عدد وایزنبرگ[5] استفاده می‌کنند. عدد دبورا، بر اساس نسبت زمان آسودگی از تنش به زمان مشخصه تعریف می‌شود. نسبت نیروی ناشی از خاصیت الاستیک به نیروی حاصل از ویسکوزیته سیال را نیز به صورت عدد وایزنبرگ نمایش می‌دهند [۴]:

$$De = \lambda\omega = \lambda / T \qquad (۱-۶)$$

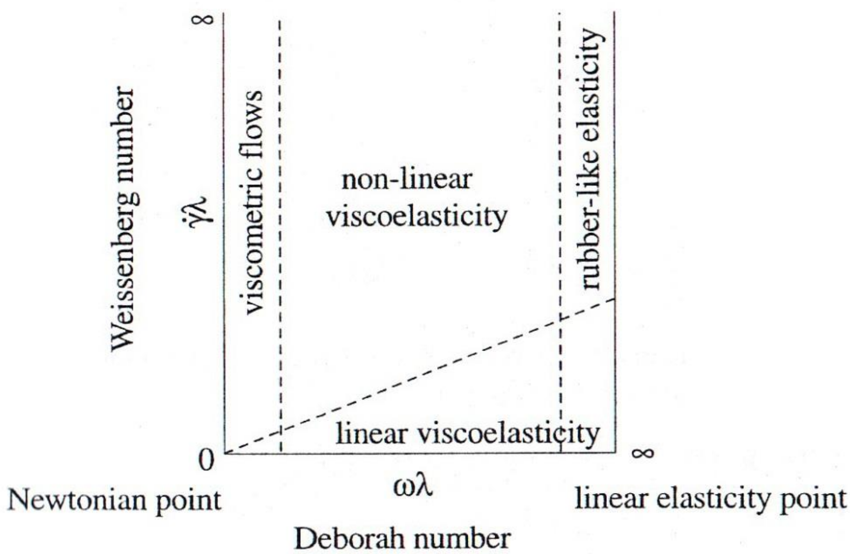
$$Wi = \lambda\dot{\gamma} \qquad (۱-۷)$$

که در آن، λ زمان مشخصه ماده (زمان آسودگی از تنش)، T زمان مشخصه جریان، ω فرکانس مشخصه جریان و $\dot{\gamma}$ نرخ برش جریان می‌باشد. زمان آسودگی از تنش برای سیالات نیوتنی بسیار کوچک (کمتر از 10^{-6} تا 10^{-4} ثانیه) و برای جامدات الاستیک عددی بزرگ (بزرگتر از 100 ثانیه) است [۳] . در نتیجه برای سیال ویسکوالاستیک زمان آسودگی از تنش بین این محدوده می باشد. هر

1. Rheogoniometer
2. Exten Siometer
3. Munstedt
4. Deborah Number
5. Weissenberg Number

چه اعداد دبورا و وایزنبرگ برای یک ماده کوچکتر باشد ماده شانس بیشتری برای جریان یافتن، پیدا می‌کند .یکی از راه‌های انتخاب معادله متشکله مناسب برای سیال ویسکوالاستیک با توجه به عدد وایزنبرگ و عدد دبورا استفاده از نمودار پیپکن است[۴] .

همانطور که در شکل (۱-۳) مشاهده می شود، محور افقی بر حسب عدد دبورا و محور قائم بر حسب عدد وایزنبرگ می باشد. هنگامی که $De = Wi = 0$ باشد، ماده یک سیال نیوتنی است و زمانی که عدد De به سمت بی نهایت میل می کند، ماده یک جامد الاستیک خواهد بود. در ناحیه میانی مربوط به عدد De، ماده از خود رفتار ویسکوالاستیک نشان می دهد. به نحوی که در این ناحیه به ازای اعداد Wi کوچک، مدل های ویسکوالاستیک خطی و در اعداد Wi بزرگ مدل های ویسکوالاستیک غیر خطی برای ماده مناسب هستند. همچنین برای ناحیه میانی مربوط به اعداد وایزنبرگ، در اعداد De کوچک ماده رفتار ویسکومتریک و در اعداد De بزرگ رفتاری شبیه لاستیک‌ها را از خود نشان می دهد. به عبارت دیگر عدد دبورا حالت ماده (میزان الاستیک بودن آن) و عدد وایزنبرگ رفتار ماده (خطی یا غیرخطی بودن تغییرات تنش بر حسب نرخ برش) را نشان می دهد[۴] .



شکل (۱-۳) دیاگرام پیپکین [۴]

۱-۶- معادلات متشکله در سیالات ویسکوالاستیک

منظور از معادله متشکله[1]، معادله‌ای است که قادر به بیان رابطه بین تنش و تغییر شکل یک ماده مشخص باشد. در این بخش مروری اجمالی بر معادلات متشکله سیالات ویسکوالاستیک صورت می گیرد. همچنین انواع خانواده های مدل های ویسکوالاستیک معرفی شده و روابط چند مدل معروف ویسکوالاستیک خطی و غیر خطی ارائه شده و در مورد محدودیت ها و مزایای آنها بحث می شود.

معادله متشکله برای سیال نیوتنی توسط اسحاق نیوتن بیان شد و قانون پایه یک سیال نیوتنی به شکل زیر قابل بیان است[۷] :

$$\tau_{ij} = (-P + \lambda \dot{\varepsilon}_{kk})\delta_{ij} + 2\eta \dot{\varepsilon}_{ij} \qquad (۱-۸)$$

در رابطه (۱-۸)، P فشار استاتیکی، $\dot{\varepsilon}$ نرخ برش و λ و η ثابتهای ویسکوز هستند.

به‌طور کلی برای مواد ویسکوالاستیک می‌توان بی‌نهایت معادله متشکله در نظر گرفت! این معادلات می‌توانند به اشکال متنوعی رابطه‌ای بین بسط مشتقات تنش یا انتگرال‌های تنش همراه با نرخ برش را در بر بگیرند. بطور کلی جهت بدست آوردن مدل های ویسکوالاستیک چند دیدگاه مختلف وجود دارد [۸] :

۱. در طی سال‌های ۱۹۵۰ تا ۱۹۸۰برخی از مدل های ویسکوالاستیک بر اساس اصول اولدروید و با استفاده از نتایج آزمایشگاهی بدست آمدند. در واقع این مدل‌ها کاملاً تجربی هستند و همچنان امروزه نیز از این مدل‌ها استفاده می شود. برای کسب اطلاعات بیشتر در رابطه با این مدل ها به مراجع [۲] و [۹] رجوع شود.

1. Constitutive equation

۲. در دیدگاه دوم که بر مبنای ریاضی است، برای بدست آوردن میزان انحراف رفتار سیال غیر نیوتنی از رفتار نیوتنی از بسط‌های ریاضی استفاده می کردند. این مدل ها به بسط حرکت تاخیری[1] نیز موسوم هستند و مشکل اصلی در استفاده از این مدل ها همگرایی کند آنها می باشد.یکی از بسط‌هایی که میزان انحراف از رفتار ویسکوالاستیک خطی را بیان می کند، از بسط فرچت[2] می باشد.

۳. در دیدگاه سوم برای نشان دادن بهتر رفتار فیزیکی برخی جریان‌های شناخته، به توسعه مدل‌ها پرداختند. به طور مثال برای تغییر شکل های کوچک، مدل های ویسکوالاستیک خطی توسعه داده شد و برای جریان‌های دائمی برشی، مدل CEF پدید آمد.

۴. دیدگاه چهارم بر مبنای تئوری مولکولی می باشد. در این دیدگاه که بر اساس تقریب-های ریاضیاتی و آرایش فضایی مولکول‌ها می باشد، معادله متشکله استخراج می شود. از آنجایی که در این روش مولکول ها بصورت زنجیره ای از جرم و فنر در نظر گرفته می شوند. در نتیجه آرایش های فضایی بسیار متنوعی بر اساس میزان کشیدگی و جهت گیری مولکول‌ها قابل ارائه می باشند. برای کسب اطلاعات بیشتر راجع به این مدل ها، به مرجع [۲] مراجعه شود.

۵. دیدگاه پنجم بر مبنای فرآیندهای بازگشت ناپذیر ترمودینامیکی استوار است و دیدگاه نسبتاً جدیدی می باشد. در این روش برای استخراج معادلات متشکله، از نتایج آزمایشات شناخته شده، مکانیک محیط‌های پیوسته و مکانیک آماری استفاده می شود.

در مجموع می‌توان معادلات متشکله را به دو دسته تقسیم نمود[۱۰] .

- معادلات خطی

1. Retarded expansion motion
2. Frechet

- معادلات غیر خطی

در ادامه در مورد این معادلات بحث شده و تعدادی از معروف‌ترین این معادلات معرفی می‌شوند.

۱-۶-۱- مدل‌های ویسکوالاستیک خطی

مدل‌های ویسکوالاستیک خطی بر پایه تلفیق خواص جامدات خطی و سیالات نیوتنی ارائه شده‌اند. به‌عبارتی این مدل‌ها از ترکیب‌های مختلف مجموعه‌ای از فنرها و دمپرهای خطی حاصل شده‌اند. لذا معادله متشکله هر مدل ویسکوالاستیک خطی به شکل زیر قابل بیان است [۹]:

$$(1+\lambda_1 \frac{\partial}{\partial t}+\lambda_2 \frac{\partial^2}{\partial t^2}+\ldots+\lambda_n \frac{\partial^n}{\partial t^n})\tau_{ij} = \eta_0(1+\xi_1 \frac{\partial}{\partial t}+\xi_2 \frac{\partial^2}{\partial t^2}+\ldots+\xi_m \frac{\partial^m}{\partial t^m})\gamma_{ij} \qquad (۱-۹)$$

در رابطه (۱-۹) ، مقادیر λ_i و ξ_i به‌ترتیب زمان رهایی از تنش و زمان تاخیر سیال از مرتبه i بوده و η_0 لزجت در نرخ برش صفر، τ_{ij} تنش برشی و γ_{ij} نرخ برش است. همچنین مقادیر m و n بصورت $n=m$ یا $n=m+1$ با هم رابطه دارند. بنابراین با انتخاب مقادیر اختیاری برای n و m، می‌توان مدل ویسکوالاستیک جدیدی را برای یک ماده تشکیل داد. در اینجا ثابت‌های زمانی مرتبه پایین از ثابت‌های زمانی مرتبه بالا غالب‌تر هستند. همچنین به ازای $\lambda_i=\xi_i=0$ مدل مشابه سیالات نیوتنی خواهد بود [۹] . مقدار نرخ برش (γ_{ij}) نیز به‌شکل زیر تعریف می‌شود:

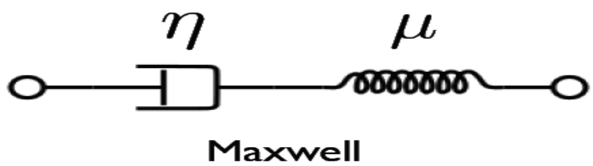
$$\gamma_{ij} = \frac{\partial u_i}{\partial x_j}+\frac{\partial u_j}{\partial x_i} \qquad (۱-۱۰)$$

که در رابطه (۱-۱۰)، u سرعت و x جهت مختصات است. مدل‌های ویسکوالاستیک خطی برای شبیه‌سازی جریان محلول‌های رقیق پلیمری و سوسپانسیون‌های رقیق ذرات کروی جامد در سیالات نیوتنی بسیار مناسب هستند. اصولاً برای تغییر شکل‌های کوچک پاسخ این مدل‌ها با

فی‌زی‌ک جری‌ان سازگار بوده اما برای تغی‌ی‌ر شکل‌های بزرگ پاسخ آن دارای خطای زی‌ادی می باشد.

ی‌کی از اولی‌ن و معروفتری‌ن مدل‌های وی‌سکوالاستی‌ک خطی مدل ماکسول است. مطابق شکل (۱-۴) ای‌ن مدل بر اساس تئوری قرار گرفتن ی‌ک فنر و دمپر به صورت سری تعری‌ف شده است [۴]:

$$\tau_{ij} + \frac{\eta}{\mu}\frac{\partial \tau_{ij}}{\partial t} = \eta\gamma_{ij} \qquad (۱۱-۱)$$



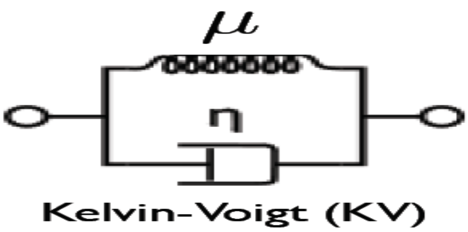
شکل (۱-۴) مدل ماکسول[۴]

در رابطه (۱-۱۱)، η لزجت و μ مدول برشی ماده است. مطابق مدل ماکسول ماده دارای زمان رهایی از تنش و فاقد زمان رهایی از تغییر شکل است. در این مدل با توقف اعمال تنش، نرخ تغییر شکل در سرتاسر ماده به‌طور آنی صفر خواهد شد. بنابراین مدل ماکسول برای تغییر شکل‌های کوچک محلولهای پلیمری رقیق (مواد ویسکوالاستیک دارای خواص ویسکوز و الاستیک تقریباً خطی) که دارای زمان رهایی از تغییر شکل کوچک هستند، مناسب می باشد.

در مدل کلوین-ویت، مطابق شکل (۱-۵) رفتار سیال ویسکوالاستیک بر اساس یک فنر و دمپر موازی خطی شبیه‌سازی شده است.

رابطه بین تنش و نرخ برش در این مدل به شکل زیر تعریف می‌شود:

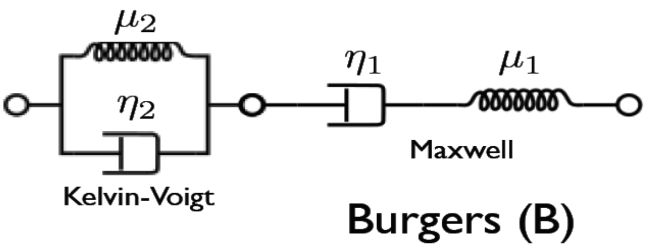
$$\frac{\partial \tau_{ij}}{\partial t} = \mu(\gamma_{ij} + \frac{\eta}{\mu}\frac{\partial \gamma_{ij}}{\partial t}) \qquad (۱۲-۱)$$



شکل (۱-۵) مدل کلوین-ویت [۴]

رفتار این مدل (۱-۱۲) بر عکس مدل ماکسول است و هرچند در این مدل یکی از زمان‌های رهایی از تغییر شکل لحاظ شده اما مدل دارای زمان رهایی از تنش نیست. یعنی اگر تغییر شکل ماده برداشته شود، تنش ماده بلافاصله صفر می شود. برای آنکه مدل هر دو زمان رهایی از تنش و زمان رهایی از تغییر شکل را داشته باشد، مدل برگرز به صورت زیر تعریف شد.

$$\tau_{ij} + (\lambda_1 + \lambda_2)\frac{\partial \tau_{ij}}{\partial t} + \lambda_1 \lambda_2 \frac{\partial^2 \tau_{ij}}{\partial t^2} = (\eta_1 + \eta_2)\gamma_{ij} + (\lambda_1 \eta_2 + \lambda_2 \eta_1)\frac{\partial \gamma_{ij}}{\partial t} \qquad (۱۳-۱)$$



شکل (۱-۶) مدل برگرز [۴]

در مدل برگرز مطابق شکل (۱-۵) ی‌ک المان ماکسول با ی‌ک المان کلوی‌ن-وی‌ت سری شده است. مسلم است که مدل برگرز رفتار کاملتری را از ی‌ک ماده وی‌سکوالاستی‌ک ارائه می‌کند. در مدل برگرز اگر ی‌کی از فنرها ی‌ا دمپرهای المان ماکسول حذف شود، مدل جدی‌دی به نام مدل جفری‌ز به‌دست می‌آی‌د [۴]:

$$\tau_{ij} + \lambda_1 \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial t} = \eta(\gamma_{ij} + \lambda_2 \frac{\partial \gamma_{ij}}{\partial t}) \qquad (۱۴-۱)$$

مدل جفریز مدل ساده و نسبتاً مناسبی برای بررسی رفتار یک ماده ویسکوالاستیک است زیرا در آن یک زمان آسودگی از تنش و یک زمان رهایی از تغییر شکل لحاظ شده است.

مدل ماکسول توسعه‌یافته از طریق موازی کردن تعداد متناهی از المان‌های ماکسول به‌دست می‌آید. اصولاً یک ماده پلی‌مری از تعداد زیادی از مولکول‌های رشته‌ای با طول‌های مختلف و احیاناً ساختارهای فضایی متنوع تشکیل شده که سبب ایجاد زمان‌های مختلف آسودگی از تنش در این مواد می‌شود. به‌همین دلیل این مدل برای ایجاد زمان‌های متعدد آسودگی از تنش ایجاد شده است.

می‌توان نشان داد که در مدل ماکسول توسعه‌یافته، ضریب الاستیک و لزجت معادل (که تابعی از زمان هستند) به شکل زیر قابل بیان می‌باشد [۳]:

$$\mu(t) = \sum_{i=1}^{n} \mu_i \exp(-t/\lambda_i) \qquad (۱۵-۱)$$

$$\eta(t) = \sum_{i=1}^{n} \eta_i (1 - \exp(-t/\lambda_i)) \qquad (۱۶-۱)$$

به‌طور مشابه، مدل کلوین-ویت توسعه‌یافته نیز از طریق سری کردن المان‌های کلوین-ویت قابل تعریف است. (جهت ایجاد زمان‌های بیشتری برای رهایی از تغییر شکل).

۱-۶-۲- مدل‌های ویسکوالاستیک غیر خطی

همانطور که در بخش قبل مشاهده کردید، مدل‌های ویسکوالاستیک خطی دارای روابط دیفرانسیلی ساده‌ای هستند. اما این مدل‌ها نیز دارای مشکلات زیر هستند.

۱. این مدل‌ها برای محلول های رقیق پلی‌مری بسیار مناسب می باشند، اما برای محلولهای غلیظ و مذابهای پلی‌مری که رفتاری کاملاً غیر خطی دارند، قابل استفاده نمی باشند.

۲. مدل های خطی نمی توانند وابستگی توابع رئولوژیکی به نرخ برش را بیان کنند و به عبارت دیگر ویسکوزیته در این مدل ها همواره مقداری ثابت در نظر گرفته می شود ($\eta = \eta_0$).

۳. در این مدل‌ها تنش‌های نرمال باهم برابر در نظر گرفته می شود، در حالی‌که تفاوت اصلی سیالات ویسکوالاستیک نسبت به سیالات نیوتنی، وجود اختلاف تنش های نرمال می باشد.

با این وجود استفاده از مدل های خطی برای تحلیل تغییر شکل های کوچک مواد ویسکوالاستیک رایج می باشد. همچنین به دلیل واگرایی حل‌های عددی در مدل های غیر خطی، توصیه می شود که در ابتدا حل عددی با استفاده از مدل های خطی انجام شود و سپس پاسخ‌های حاصل از آن به عنوان فرض اولیه در مدل‌های غیر خطی به کار رود.

یکی از معروفترین مدل‌های تبیین رفتار سیالات ویسکوالاستیک، خانواده مدل‌های اولدروید است، که تقریباً یک مدل تجربی محسوب می شود. خانواده اولدروید دارای مبحث مفصلی از مکانیک محیط‌های پیوسته است که پرداختن به آن از حوصله این بحث خارج است. در اینجا تنها معادلات متشکله‌ای که در زمینه مدل‌سازی جریان سیالات ویسکوالاستیک کاربرد دارند، بیان می‌شود. مدل‌های اولدروید نیاز به محاسبه مشتق زمانی همرفتی همبسته و نیز مشتق زمانی همرفتی پاد همبسته تانسور تنش دارند که این مشتقات به‌ترتیب در روابط (۱-۱۷) تا (۱-۲۰) آمده‌اند [۲].

$$\tau^{(1)} = \frac{D\tau}{Dt} + \left\{ (\nabla V)\cdot \tau + \tau \cdot (\nabla V)^{\mathrm{T}} \right\} \tag{۱-۱۷}$$

$$\vdots$$

$$\tau^{(n)} = \frac{D\tau_{(n-1)}}{Dt} + \left\{ (\nabla V)\cdot \tau^{(n-1)} + \tau^{(n-1)} \cdot (\nabla V)^{\mathrm{T}} \right\} \tag{۱-۱۸}$$

$$\tau_{(1)}=\frac{D\tau}{Dt}-\left\{(\nabla V)^{\mathrm{T}}\cdot\tau+\tau\cdot(\nabla V)\right\} \tag{۱-۱۹}$$
$$\vdots$$
$$\tau_{(n)}=\frac{D\tau_{(n-1)}}{Dt}-\left\{(\nabla V)^{\mathrm{T}}\cdot\tau_{(n-1)}+\tau_{(n-1)}\cdot(\nabla V)\right\} \tag{۱-۲۰}$$

در روابط بالا، τ تانسور تنش، V بردار سرعت و T نیز نماد ترانهاده تانسور است. همچنین مشتقات زمانی همرفتی همبسته و مشتقات زمانی همرفتی پاد همبسته نرخ برش نیز به‌ترتیب به‌شکل زیر تعریف می‌شوند:

$$\gamma^{(1)}=\nabla V+(\nabla V)^{\mathrm{T}} \tag{۱-۲۱}$$
$$\gamma^{(2)}=\frac{D\gamma^{(1)}}{Dt}+\left\{(\nabla V)\cdot\gamma^{(1)}+\gamma^{(1)}\cdot(\nabla V)^{\mathrm{T}}\right\} \tag{۱-۲۲}$$
$$\vdots$$
$$\gamma^{(n)}=\frac{D\gamma^{(n-1)}}{Dt}+\left\{(\nabla V)\cdot\gamma^{(n-1)}+\gamma^{(n-1)}\cdot(\nabla V)^{\mathrm{T}}\right\} \tag{۱-۲۳}$$
$$\gamma_{(1)}=\nabla V+(\nabla V)^{\mathrm{T}} \tag{۱-۲۴}$$
$$\gamma_{(2)}=\frac{D\gamma_{(1)}}{Dt}-\left\{(\nabla V)^{\mathrm{T}}\cdot\gamma_{(1)}+\gamma_{(1)}\cdot(\nabla V)\right\} \tag{۱-۲۵}$$
$$\vdots$$
$$\gamma_{(n)}=\frac{D\gamma_{(n-1)}}{Dt}-\left\{(\nabla V)^{\mathrm{T}}\cdot\gamma_{(n-1)}+\gamma_{(n-1)}\cdot(\nabla V)\right\} \tag{۱-۲۶}$$

در میان مدل‌های اولدروید، دو مدل اولدروید-ای[۱] و اولدروید-بی[۲] از همه معروفتر هستندکه معادله متشکله این دو مدل به‌ترتیب در روابط (۱-۲۷) و (۱-۲۸) آمده است[۲] :

$$\tau+\lambda_1\tau^{(1)}=\eta_0(\gamma^{(1)}+\lambda_2\gamma^{(2)}) \tag{۱-۲۷}$$
$$\tau+\lambda_1\tau_{(1)}=\eta_0(\gamma_{(1)}+\lambda_2\gamma_{(2)}) \tag{۱-۲۸}$$

هرچند این دو مدل به‌خوبی اصول مکانیک محیط‌های پیوسته را ارضا می‌کنند اما در زمینه تعیین اختلاف تنش نرمال دوم دارای ضعف‌هایی هستند. رابطه (۱-۲۷)، معادله متشکله مدل اولدروید-ای

1. Oldroyd-A
2. Oldroyd-B

بوده که در آن ثابت تنش نرمال دوم قرینه ثابت تـنش نرمـال اول اسـت ($\Psi_2 = -\Psi_1$)، درحالیکـه در مدل اولدروید-بی ثابت اختلاف تنش نرمال اول وجود داشته اما ثابت تنش نرمال دوم برابر صفر است ($\Psi_1 > 0$ و $\Psi_2 = 0$). از آنجا که در اکثر سـیالات ویسکوالاسـتیک اخـتلاف تـنش نرمـال دوم دارای مقداری نسبتاً کوچک و حداکثر ۲۰٪ اختلاف تنش نرمال اول می باشد، بنابراین به نظر می‌رسـد کـه پاسخ‌های مدل اولدروید-بی به واقعیت نزدیک است. به همـین دلیـل اسـتفاده از مـدل اولدرویـد-ای چندان رایج نبوده، حال آنکه تحقیقات عددی و تحلیلی فراوانی بر اساس مدل اولدروید-بی انجام شده است. مدل اولدروید-بی به مدل همرفتی جفریز[1] نیز معروف است. این مدل در حالت‌های خاصـی بـه مدل‌های دیگری ساده می‌شود :

اگر $\lambda_2 = 0$ باشد، دراینصورت مدل فوق همرفتی ماکسول[2] (UCM) به‌دست می‌آید:

$$\tau + \lambda_1 \tau_{(1)} = \eta_0 \gamma_{(1)} \tag{۱-۲۹}$$

اگر $\lambda_1 = 0$ شود، مدل اولدروید-بی به مدل سیال مرتبه دو تبدیل می‌گردد:

$$\tau = \eta_0 (\gamma_{(1)} + \lambda_2 \gamma_{(2)}) \tag{۱-۳۰}$$

اگر $\lambda_1 = \lambda_2$ باشد، این مدل به سیال نیوتنی با لزجت η_0 ساده می‌شود.

شای‌ان ذکر است که استفاده از مدل اولدروی‌د-بی برای مدل سازی رفتار محلول های پلی‌مـری بسی‌ار رای‌ج است. برای ای‌ن منظور ماده حل شونده بصورت ماده پلی‌مری UCM و حـلال بصـورت سی‌ال نی‌وتنی در نظر گرفته می شود.

$$\tau_p + \lambda_1 \tau_{p(1)} = \eta_p \gamma \tag{۱-۳۱}$$

$$\tau_s = \eta_s \gamma \tag{۱-۳۲}$$

1. Convected Jeffreys Model
2. Upper Convected Maxwell Model (UCM Model)

در رابطه فوق، اندیس p مربوط به ماده حل شونده پلیمری و s مربوط به حلال نیوتنی است. همچنین مقادیر زیر به ویسکوزیته و تنش کل محلول نسبت داده می شود:

$$\tau = \tau_p + \tau_s \qquad (۳۳-۱)$$

$$\eta = \eta_p + \eta_s \qquad (۳۴-۱)$$

با جمع نمودن روابط (۱-۳۱) و (۱-۳۲) داریم:

$$(\tau_p + \tau_s) + \lambda_1 \tau_{p(1)} = (\eta_p + \eta_s)\gamma \qquad (۳۵-۱)$$

بنابراین با توجه به روابط(۱-۳۳) و (۱-۳۴)(۱-۳۴)، معادله (۱-۳۵) به شکل زیر ساده می شود:

$$\tau + \lambda_1 \left(\tau_{(1)} - \tau_{s(1)}\right) = \eta\gamma \qquad (۳۶-۱)$$

یا،

$$\tau + \lambda_1 \tau_{(1)} = \eta\left(\gamma + \frac{\lambda_1 \eta_s}{\eta}\gamma_{(2)}\right) \qquad (۳۷-۱)$$

با مقایسه روابط (۱-۲۸) و (۱-۳۷) می توان دریافت که رابطه (۱-۳۷) صورتی خاص از معادله اولدروید-بی است که در آن رابطه ای بین ثابت های زمانی به شکل $\lambda_2 = \lambda_1 \eta_s / \eta$ برقرار است.

با توجه به رابطه (۱-۳۷) می توان دریافت که برخلاف صورت عمومی مدل اولدروید-بی (رابطه (۱-۲۸))، چنانچه مقدار λ_1 برابر صفر لحاظ شود، این مدل به مدل سیال مرتبه دو ساده نمی شود بلکه به سیال نیوتنی با ویسکوزیته $\eta_p + \eta_s$ ساده می شود.

به طور کلی صورت عمومی مدل اولدروید، مدل هشت ثابته اولدروید[1] است که در سال ۱۹۵۸ ارائه شده است [۲] و [۱۱]

$$\tau + \lambda_1 \tau_{(1)} + \frac{\lambda_3}{2}(\tau\gamma_1 + \gamma_1\tau) + \frac{\lambda_5}{2}[tr(\tau)]\gamma_1 + \frac{\lambda_6}{2}[tr(\tau\gamma_1)]I = \qquad (۳۸-۱)$$

1. Oldroyd 8-Constant Model

$$-\eta_0\left(\gamma_{(1)}+\lambda_2\gamma_{(2)}+\lambda_4{\gamma_{(1)}}^2+\frac{\lambda_7}{2}\left[tr\left({\gamma_{(1)}}^2\right)\right]I\right)$$

این مدل قادر به ارائه رفتار بسیار کاملی از یک سیال ویسکوالاستیک می باشد، ولی معادله آن بسیار پیچیده و ناپایداری عددی آن بالا می‌باشد.

در جدول (۱-۱)، وی‌سکوزی‌ته و ثابتهای اختلاف تنش های نرمال اول و دوم برای مدل های مختلف اولدروی‌د و مدل های دارای مرتبه های پای‌ی‌ن تر آمده است[۱۰] .

جدول (۱-۱) ویسکوزیته و ثابتهای اختلاف تنش های نرمال اول و دوم

برای مدل های مختلف اولدروید و مدل های دارای مرتبه پایین تر [۲]

مدل	η	Ψ_1	Ψ_2
مدل سی‌ال مرتبه دو	η_0	$-2\eta_0\lambda_2$	$\eta_0\lambda_2$
مدل UCM	η_0	$2\eta_0\lambda_2$	0
مدل اولدروی‌د-ای	η_0	$2\eta_0\left(\lambda_1-\lambda_2\right)$	$2\eta_0\left(\lambda_2-\lambda_1\right)$
مدل اولدروی‌د-بی	η_0	$2\eta_0\left(\lambda_1-\lambda_2\right)$	0
مدل n ثابته اولدروی‌د ($n=$ ۴، ۶ و ۸)	$\eta_0\dfrac{1+\sigma_2\dot{\gamma}^2}{1+\sigma_1\dot{\gamma}^2}$	$2\left(\lambda_1\eta-\lambda_2\eta_0\right)$	$-\dfrac{\Psi_1}{2}+\left(\lambda_1-\lambda_3\right)\eta-\left(\lambda_2-\lambda_4\right)\eta_0$

در جدول فوق:

$$\sigma_i=\lambda_i\left(\lambda_3+\lambda_5\right)+\lambda_{i+2}\left(\lambda_1-\lambda_3-\lambda_5\right)+\lambda_{i+5}\left(\lambda_1-\lambda_3-\frac{3}{2}\lambda_5\right)$$

برای مدل چهار ثابته اولدروی‌د: $\lambda_3=\lambda_4=\lambda_6=\lambda_7=0$

برای مدل شش ثابته اولدروی‌د: $\lambda_6=\lambda_7=0$

با توجه به جدول (۱-۱) می توان دریافت که مدل هـای n ثابتـه اولدرویـد ($n=$ ۴، ۶ و ۸) قـادر بـه ایجاد اختلاف تنش های نرمال اول و دوم و نیز ویسکوزیته غیر خطی (ویسکوزیته تابع نرخ برش) می باشند و لذا می توانند رفتار ویسکوالاستیک را با دقت بالایی مدل سازی نمایند.

مدل راینر-ریولین[1] یکی از مدل‌های غیرخطی ساده برای بررسی جریان‌های برشی سیالات ویسکوالاستیک است. معادله متشکله مدل راینر-ریولین در حالت کلی به‌شکل زیر است [۲]:

$$\tau = \eta\left(II, III\right)\gamma + \Psi_2\left(II, III\right)\gamma \cdot \gamma \qquad (۳۹\text{-}۱)$$

در رابطه(۱-۳۹)، γ تانسور نرخ برش، η لزجت و Ψ_2 ثابت اختلاف تنش‌های نرمال دوم است. همچنین مقادیر II و III ناوردایی‌های دوم و سوم تانسور نرخ برش هستند.

مدل کریمینال-اریکسون-فیلبی[2] (CEF) مدل مناسبی برای شبیه‌سازی جریان‌های برشی دائمی سیالات ویسکوالاستیک است. معادله متشکله این مدل به‌شکل زیر است [۲]:

$$\tau = \eta(\dot{\gamma})\gamma_{(1)} - \frac{1}{2}\Psi_1(\dot{\gamma})\gamma_{(2)} + \Psi_2(\dot{\gamma})\left\{\gamma_{(1)}\cdot\gamma_{(1)}\right\} \qquad (۴۰\text{-}۱)$$

از جمله مزایای این مدل می‌توان به امکان اعمال مستقیم توابع رئولوژیک وابسته به نرخ برش تعمیم-یافته (شامل لزجت و ثابت‌های اختلاف تنش نرمال اول و دوم) در مدل اشاره نمود. پاسخ‌های این مدل در ناحیه اعداد دبورای کوچک و محدوده وسیعی از اعداد وایزنبرگ دقیق بوده و استفاده از آن جهت محاسبات صنعتی رایج است.

مدل چهار ثابته فان-تین-تنر[3] (PTT) در اصل بر اساس تئوری شبکه برای مذاب‌های پلیمری طراحی شده است. صورت عمومی این مدل به‌شکل زیر است [۱۲]:

$$g\tau + \lambda\tau_{(1)} + \frac{1}{2}\xi\lambda\left(\gamma.\tau - \tau.\gamma\right) = \eta_0\gamma \qquad (۴۱\text{-}۱)$$

در رابطه فوق g تابعی از ناوردایی اول تانسور نرخ برش است[۱۲]:

$$g = \exp\left[-\varepsilon\left(\lambda/\eta_0\right)tr(\tau)\right] \approx 1 - \varepsilon\left(\lambda/\eta_0\right)tr(\tau) \qquad (۴۲\text{-}۱)$$

از صورت اصلاح‌شده مدل فان-تین-تنر[4] (MPTT) می‌توان برای مدل‌سازی رفتار محلول‌های پلیمری

1. Reiner-Rivlin
2. Criminale-Eriksen-Filbey model (CEF model)
3. Phan-Thien-Tanner model
4. Modified Phan-Thien-Tanner model

استفاده نمود. در مدل MPTT صورت کلی تنش به‌صورت مجموع تنش ویسکوز ناشی از ماده حلال نیوتنی و تنش ویسکوالاستیک ماده حل‌شونده تعریف می‌شود[۱۲]:

$$\sigma_{total} = -PI + \eta_N \gamma + \tau \qquad (۱-۴۳)$$

در رابطه فوق، P فشار استاتی‌کی، $\eta_N \gamma$ نشان‌دهنده تنش ناشی از ماده حلال نی‌وتنی و τ تنش وی‌سکوالاستی‌ک ماده حل‌شونده بوده و η_N لزجت ماده حلال نی‌وتنی و γ تانسور نرخ برش است. معادله متشکله مدل MPTT به‌شکل زی‌ر است [۱۲]:

$$g\tau + \lambda\left(\frac{\partial \tau}{\partial t} + V.\nabla\tau - L\tau - \tau L^{T}\right) = \eta_m \gamma \qquad (۱-۴۴)$$

در رابطه (۱-۴۴)، مقادیر g، L و η_m به‌شکل زیر تعریف می‌شوند:

$$g = 1 - \frac{\lambda\varepsilon}{\eta_{m0}} tr(\tau) \qquad (۱-۴۵)$$

$$L = \nabla V^{T} - \xi\gamma/2 \qquad (۱-۴۶)$$

$$\eta_m = \eta_{m0} \frac{1 + \xi(2-\xi)\lambda^2\dot{\gamma}^2}{\left(1 + \Gamma^2\dot{\gamma}^2\right)^{(1-n)/2}} \qquad (۱-۴۷)$$

در روابط فوق، λ زمان آسودگی از تنش، ε عدد وایزنبرگ، ξ از ثابت‌های ماده، η_m لزجت ماده حل‌شونده، η_{m0} لزجت ماده حل‌شونده در نرخ برش صفر، n توان نمایی برای ماده حل‌شونده (جهت مدل‌سازی لزجت تابع نرخ برش برای ماده حل‌شونده) و $\dot{\gamma}$ نرخ برش تعمیم‌یافته است. همچنین Γ یک پارامتر زمانی است که معمولاً برابر زمان آسودگی از تنش (λ) فرض می‌شود. به‌این ترتیب لزجت برای کل محلول در نرخ برش صفر به شکل $\eta_0 = \eta_N + \eta_{m0}$ به‌دست می‌آید. بنابراین با تعریف پارامتر $\beta = \eta_{m0}/\eta_0$، مقدار لزجت حلال را می‌توان به شکل $\eta_N = (1-\beta)\eta_0$ نمایش داد. در این حالت مقدار تنش کل و معادله متشکله مدل MPTT به‌صورت زیر خواهد بود [۱۲]:

$$\sigma_{total} = -PI + (1-\beta)\eta_0\gamma + \tau \qquad (۱-۴۸)$$

$$\lambda\left(\frac{\partial\tau}{\partial t}+\nabla\cdot(V\,\tau)\right)=\mu\beta\eta_0\gamma+\lambda\left(L\tau+\tau L^{\mathrm{T}}\right)-g\,\tau \tag{۴۹-۱}$$

که μ در رابطه فوق به‌شکل زیر خواهد بود:

$$\mu=\frac{1+\xi(2-\xi)\lambda^2\dot{\gamma}^2}{\left(1+\Gamma^2\dot{\gamma}^2\right)^{(1-n)/2}} \tag{۵۰-۱}$$

مدل MPTT در شش حالت خاص به مدل های دی‌گری ساده می شود:

- اگر $\lambda=\varepsilon=\xi=\beta=0$ و $\eta_0=\eta_N$ باشد، مدل به مدل سی‌ال نی‌وتنی تبدی‌ل می شود.
- اگر $\varepsilon=\xi=0$، $\beta=1$ و $\eta_0=\eta_m=\eta_{m0}$ باشد، مدل UCM بدست می آی‌د.
- اگر $\varepsilon=\xi=0$، $0<\beta<1$ و $\eta_0=\eta_m=\eta_{m0}$ باشد، مدل اولدروی‌د-بی بدست می آی‌د.
- اگر $\xi=0$، $\beta=1$ و $\eta_0=\eta_m=\eta_{m0}$ باشد، مدل MPTT به مدل ساده شده فان تی‌ن تنـر [1] (SPTT) تبدی‌ل می شود.
- اگر $\beta=1$ و $\eta_0=\eta_m=\eta_{m0}$ باشد، خود مدل PTT بدست مـی آی‌ـد. مـدل PTT در واقـع حالتی از مدل MPTT است که برای ی‌ک ماده وی‌سکوالاستی‌ک (و نه محلول آن در سی‌ال نی‌وتنی) ارائه شده است.
- کاربرد مدل MPTT در حالت $\beta=1$ بسی‌ار متداول است.

مدل MPTT در جهات مختلفی برای ارائه رفتار الاستی‌ک غی‌ر هوکی و مودهـای مختلـف (صـورت اصلاح‌شده مدل فان-تی‌ن-تنر دارای چند مود[2]) توسعه ی‌افته است. که در تحقی‌ـق حاضـر از ای‌ـن مدل به عنوان معادله متشکله استفاده شده است.

مدل سه ثابته گی‌زی‌کس[1] [۱۳] بر مبنای دی‌دگاه مولکولی بدست آمده است. امتی‌از اصـلی ای‌ـن مدل آن است که قادر به ارائه رفتار پاورلو برای وی‌سکوزی‌ته و ثابت های اختلاف تنش هـای نرمـال است. معادله متشکله ای‌ن مدل به شکل زی‌ر است:

---

1. Simplified Phan-Thien-Tanner model
2. Multi-mode Modified Phan-Thien-Tanner model

$$\tau + \lambda \tau_{(1)} - (\alpha\lambda / \eta_0)(\tau.\tau) = \eta_0 \gamma \qquad (۵۱-۱)$$

در مدل دامبل[۲]، معادله متشکله بر اساس تئوری سی‌نتی‌ک مولکولی برای محلول های رقی‌ق پلی‌مری بدست آمده است. در ای‌نجا نی‌ز تنش بصورت مجموع سهم تنش حلال نی‌وتنی (τ_s) و تنش پلی‌مری (τ_p) مدل شده است.

$$\tau = \tau_p + \tau_s \qquad (۵۲-۱)$$

مطابق ای‌ن مدل، رابطه زی‌ر برای تنش پلی‌مری پی‌شنهاد می شود[۱۴] :

$$Z\,\tau_p + \lambda_H \tau_{p(1)} - \lambda_H \left(\tau_p - \frac{b}{b+2} nkT\,\delta\right)\frac{D \ln Z}{Dt} = -\left(\frac{b}{b+2}\right) nkT\,\lambda_H \gamma \qquad (۵۳-۱)$$

در رابطه (۱-۵۳)، λ_H ثابت زمانی و Z تابعی از ناوردای‌ی اول تانسور نرخ برش است:

$$Z = 1 + \frac{3}{b}\left(\frac{b}{b+2} - \frac{tr(\tau_p)}{3nkT}\right) \qquad (۵۴-۱)$$

در روابط فوق، b نسبت انرژی پتانسی‌لی بی‌ن مولکولی به انرژی حرارتی است. مدل دامبل مدل بسی‌ار مناسبی بر اساس توصی‌ف کشی‌دگی و تغی‌ی‌ر شکل مولکول ها در اثر جری‌ان محلول است. ای‌ن مدل به اشکال بسی‌ار متنوعی توسعه و ی‌ا ساده شده است. برای کسب اطلاعات بی‌شتر به مراجع [۱۵- ۱۹] مراجعه نمای‌ی‌د.

مدل کای-BKZ[۳] بر اساس انتگرال حافظه جری‌ان سی‌ال ای‌جاد شده است [۲۰] :

$$\tau = +\int_{-\infty}^{t} M(t-t')\left[\frac{\partial W}{\partial I_1}\gamma_{[0]} + \frac{\partial W}{\partial I_2}\gamma^{[0]}\right] dt' \qquad (۵۵-۱)$$

ای‌ن مدل بصورت تعمی‌م رفتار غی‌رنی‌وتنی به مدل های خطی بدست آمده است. در ای‌نجا $M(t-t')$ تابع حافظه و $W(I_1, I_2)$ ی‌ک تابع پتانسی‌ل است. در رابطه فوق مشتقات $\gamma_{[0]}$ و $\gamma^{[0]}$

---

1. Giesekus model
2. Dumbbell model
3. Kaye-BKZ model

بصورت $\gamma_{[0]}=\delta-B$ و $\gamma^{[0]}=B^{-1}-\delta$ تعریف می شود که B معرف مشتق انگشتی تانسور نرخ برش است. لازم است که تابع پتانسیل در رابطه $\partial W/\partial I_1+\partial W/\partial I_2=1$ در $I_1=I_2=3$ صدق کند تا مدل قابل ساده شدن به مدل ویسکوالاستیک خطی باشد. در سال ۱۹۹۲ کای اقدام به اصلاح مدل خود نمود و تابع پتانسیل را بصورت جملاتی از تغییر شکل های اصلی بیان نمود. همچنین وی ادعا نمود که $W(I_1,I_2)$ را می توان بصورت تابعی از توان n ام تنش های اصلی نیز تعریف نمود.

مدل کارتیس- برد[1] یک مدل انتگرالی بر اساس حافظه جریان سیال بوده که از تئوری مولکولی حاصل شده است. این مدل اصولاً برای مذاب های پلیمری طراحی شده و معادله آن بصورت زیر است [۲۱ ، ۲۲]:

$$\tau=NnkT\left\{\frac{1}{3}\delta-\int_{-\infty}^{t}\mu(t-t')A^{(2)}dt'-\frac{1}{2}\varepsilon\gamma:\int_{-\infty}^{t}\nu(t-t')A^{(4)}dt'\right\} \quad (۵۶-۱)$$

در رابطه فوق، N تعداد ذرات در زنجیره های مولکولی، n عدد دانسیته زنجیره ها، μ و ν توابع حافظه، $A^{(2)}$ مشتق مرتبه دوم و $A^{(4)}$ مشتق مرتبه چهارم تانسور $\gamma^{[0]}$ است. این مدل قادر به ارائه صورت واقعی‌تری از توابع رئولوژیکی می باشد.

در پایان خاطر نشان می‌شود که یکی از روش‌های رایج در طبقه‌بندی سیالات ویسکوالاستیک، طبقه-بندی یک سیال بر اساس مدل ویسکوالاستیکی است، که به نحو بهتری نسبت به سایر مدل‌ها قادر به ارائه رفتار آن سیال باشد. به‌همین دلیل روش دیگری در نامگذاری سیالات ویسکوالاستیک به‌صورت سیال اولدروید-بی، سیال ماکسول، سیال فان-تین-تنر و ... می باشد. در شکل (۱-۷) دیاگرام رابطه معادلات متشکله مختلف نشان داده شده است [۲] .

1. Curtiss-Bird

بطور کلی برای بررسی تحلیلی یا عددی یک مسأله خاص توصیه می شود که معادله متشکله‌ای انتخاب گردد که دارای شرایط زیر باشد[۱۰] :

۱. حتی المکان ساده و تعداد ثابت های آن کم باشد.

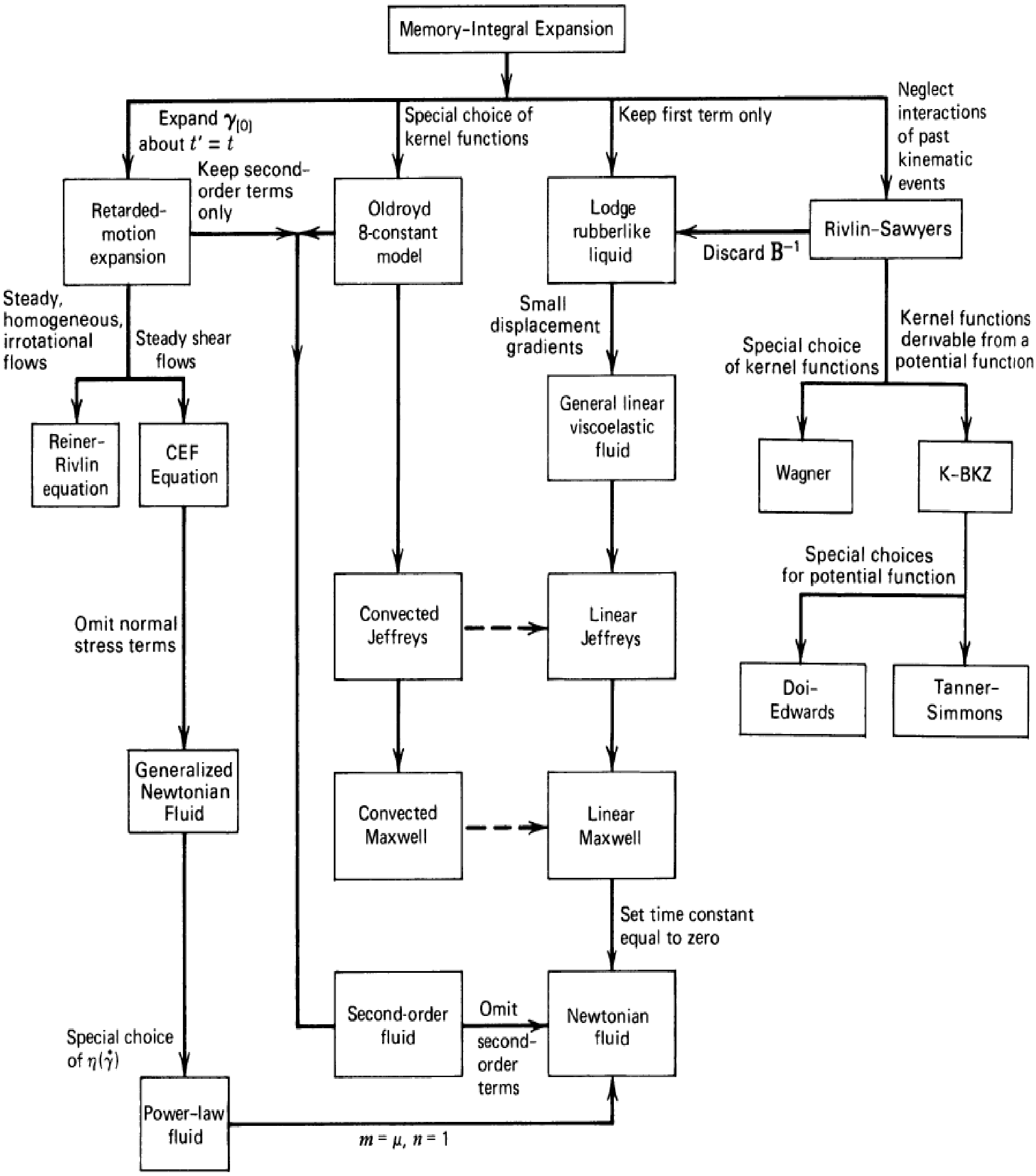
۲. ضرایب و ثابت های معادله موجود بوده و یا اندازه گیری و تعیین آنها حتی المکان ساده باشد.

۳. ترجیحاً با اصول مکانیک محیط های پیوسته سازگار باشد.

۴. قادر به ارائه خواص مورد نظر باشد (مثلاً ارائه اثر اختلاف تنش نرمال دوم).

۵. برای شرایط عمومی مسأله طراحی شده باشد (برای مثال از مدل هایی که برای مسائل جریان‌های دائمی طراحی شده‌اند نمی توان در شرایط غیردائم استفاده نمود).

۶. ترجیحاً توسط مراجع معتبری برای حل مساله مورد نظر و یا مسائل مشابه توصیه شده باشد.



شکل (۱-۷) رابطه بین معادلات متشکله [۲] .

۲- فصل دوم

پیشینه تحقیق

۲-۱- مقدمه

از اوایل قرن بیستم تاکنون دانش مکانیک سیالات غیر نیوتنی، موضوع بسیاری از تحقیقات تئوری و آزمایشگاهی بوده است. در این میان مطالعه سیالات ویسکوالاستیک به سبب پیچیدگی‌های حاکم بر رفتار فیزیکی و نیز کاربردهای گسترده صنعتی، نظامی و پزشکی از اهمیت خاصی برخوردار است. هدف از این تحقیق، بررسی جریان سیال ویسکوالاستیک در داخل کانال صفحه‌ای با انبساط تدریجی می‌باشد. در این فصل، گزارش مختصری از تحقیقات گذشته پیرامون جریان در تبدیلات واگرا آورده شده است. که این مطالعات در زمینه حل تجربی، تحلیلی و عددی برای جریان‌های سیال نیوتنی، غیرنیوتنی و ویسکوالاستیک می‌باشد. اما از آنجایی که فیزیک جریان سیال در کانال تفاوت زیادی با جریان در لوله‌ها دارد، تبدیلات واگرای مورد بررسی در تحقیقات پیشین به دو گروه زیر تقسیم بندی می شود.

- تبدیل واگرای صفحه‌ای
- تبدیل واگرای متقارن محوری

همچنین با مقایسه نتایج حاصل از این مطالعات با تحقیق اخیر، جنبه‌های نوآوری و ضرورت مطالعه تحقیق حاضر آشکارتر می‌شود. در پایان این فصل، تحقیق حاضر معرفی شده و مشخصات کلی، اهداف، کاربردها و موارد نوآوری این تحقیق مورد بحث قرار می‌گیرد. همچنین در انتها، مروری اجمالی بر ساختار کلی تحقیق حاضر صورت می‌گیرد.

۲-۲- جریان سیال در تبدیل واگرای صفحه‌ای

جریان سیال در تبدیل‌های واگرای صفحه‌ای از اهمیت خاصی برخوردار می‌باشد. این تبـدیلات دارای هندسه تقریبا ساده و شکل جریانی نسبتاً پیچیده هستند. ابتدا تحقیقاتی که برای سیال نیوتنی انجام گرفته به صورت مختصر آورده شده است. سپس تاریخچه جریان سیالات غیرنیوتنی و ویسکوالاستیک

در تبدیل واگرا مطالعه شده است.

در بررسی جریان سیال نیوتنی داخل هندسه انبساط ناگهانی، تحقیقات ابتدایی در قالب کـار تجربـی، بوسیله دیورست[1] و همکارانش [۲۳]، چردون[2] و همکارانش[۲۴] و اووا[3] و همکارانش [۲۵] انجام شده است. آنها با بررسی جریان در منطقه پایین دست انبساط ناگهانی متقارن دو بعدی، نشـان دادنـد کـه برای مقادیر اعداد رینولدز کم، جریان متقارن باقی می ماند اما برای اعداد رینولدز بزرگتر شرایط عدم تقارن برای گردابه‌ها باعث ایجاد نواحی چرخشی با اندازه‌های مختلف می شود. هنگامی که جریان در تبدیلات واگرای متقارن صفحه‌ای، تقارن خود را از دست می‌دهد، باعث شکل گیری گردابـه‌هـایی بـا طول مختلف می شود. چنین پدیده‌ای که منجر به تولید گردابه‌هـای نامتقـارن مـی شـود، را پدیـده شاخه‌ای شدن[4] می‌نامند. اگر طول گردابه بر حسب رینولدز ترسیم شود ایـن پدیـده بـه وضـوح قابـل مشاهده می باشد.

مطالعه عددی جریان برای انبساط ناگهانی با نسبت انبسـاط ۱:۳ توسـط فیـرن[5] و همکـارانش[۲۶] و دیورست و همکارانش [۲۷] منجر به پیدا کردن عدد رینولدز بحرانـی بـرای انتقـال جریـان از حالـت متقارن به حالت نامتقارن و همچنین ترسیم نمودار دوشاخه ای شده است. بررسی عددی تأثیر نسبت انبساط روی پدیده دو شاخه شدن طول گردابه‌ها، برای سیال نیوتنی توسط بتاگلیا[6] و همکارانش[۲۸] و آلربون[7] و همکارانش [۲۹] انجام شده است. آنها با استفاده از حل متقارن در مطالعات خود با کاهش نسبت انبساط، بهبود پایداری را مشاهده کردنـد. بررسـی پدیـده دو شـاخه‌ای بـرای جریـان انبسـاط

1. Durst
2. Cherdron
3. Ouwa
4. Bifurcation Phenomena
5. Fearn
6. Battaglia
7. Allerborn

ناگهانی صفحه‌ای در نسبت‌های انبساطی بزرگتـر، توسـط رویولتـا[1] [۳۰] مـورد مطالعـه قـرار گرفـت. همچنین آبوت[2] و کلین[3] [۳۱] در تحقیق خـود، جریـان‌هـای آشـفته نامتقـارن را از میـان مجراهـای انبساطی متقارن صفحه‌ای مورد بررسی قرار دادند. ساختار ناپایداری پدیده چندشـاخه‌ای نیـز توسـط میزوشیما[4] و شیوتانی[5] [۳۲] با استفاده از تحلیل غیر خطی مورد مطالعه قرار گرفته است.

الیویرا[6] [۳۳]، ترنیک[7] و همکارانش [۳۴] با استفاده از شبیه سازی عددی، مقدار عدد رینولدز بحرانـی را براساس ارتفاع بالادست و میانگین سرعت ورودی کانال برابر با ۵۴ بدست آورده‌اند. با به کار گیـری روش اختلاف محدود مرتبه چهار در بررسی جریان داخل کانال واگرای ناگهانی با نسبت انبسـاط ۱:۳ در تحقیق دریکاکیس[8] [۳۵] ، مقدار عدد رینولدز بحرانی ۵۳/۳ گزارش شده است. هـاوا[9] و روسـاک[10] [۳۶] با استفاده از روش تحلیـل پایـداری خطـی و روش اخـتلاف محـدود روی تـابع جریـان و تـابع ورتیسیته، برای جریان داخل کانال با نسبت انبساط ناگهانی ۱:۳ مقدار عدد رینولـدز بحرانـی را ۵۳/۸ گزارش کرده‌اند و در این هندسه میشرا[11] و جایارامان[12] [۳۷] در پژوهش خود با به کـار گیـری روش المان محدود و روش تمدید- اختلال[13] مقدار رینولدز بحرانی را ۵۴ بدست آورده‌اند.

در تحقیق داگتکین[14] و اونسال[15][۳۸] که در زمینه سیالات نیوتنی برای تبدیل ناگهـانی واگـرا انجـام

1. Revuelta
2. Abbott
3. Kline
4. Mizushima
5. Shiotani
6. Oliveira
7. Ternik
8. Drikakis
9. Hawa
10. Rusak
11. Mishra
12.Jayaraman
13. Continuation–Perturbation
14. Dagtekin
15. Unsal

شده است، محـدوده اعـداد رینولـدز و نسـبت واگرایـی در آن گسـتردهتـر اسـت. ($۰/۱ \le \mathrm{Re} \le ۵۰۰$)و ($۱/۵ \le ER \le ۵۰۰$). در این تحقیق، گردابهها در هـر دو حالـت صـفحهای و متقـارن محـوری مـورد بررسی قرار گرفته است. اسکات[1] و میرزا[2] [۳۹] نیز در تحقیقات خـود جریـان آرام سـیال نیـوتنی در تبدیل ناگهانی واگرای صفحهای را مورد بررسی قرار دادند. آنها بـا حـل معـادلات نـاویر-اسـتوکس دو بعدی با استفاده از روش المان محدود نشان دادند که گردابهها در تبدیل واگرای صفحهای بـهصـورت خطی با رینولدز تغییر میکنند.

الیویرا و همکارانش [۴۰] با حل عددی جریان سیال نیوتنی در تبدیل واگرای ناگهانی متقارن صفحه-ای برای نسـبتهـای انبسـاط $۱/۵ \le ER \le ۴$ و در محـدوده اعـداد رینولـدز $۰/۵ \le \mathrm{Re} \le ۲۰۰$، طـول گردابهها و ضریب افت فشار را در حالتهای مختلف به دسـت آوردنـد. همـانطور کـه از تحقیـق آنهـا مشاهده می شود، طول گردابه رابطه مستقیم با عدد رینولدز دارد و در تمام نسـبتهـای واگرایـی، بـا افزایش عدد رینولدز طول گردابه افزایش پیدا میکند. در اعداد رینولدز پایین، افزایش نسـبت تبـدیل باعث کاهش طول گردابه و در اعداد رینولدز بالا، افزایش نسبت تبدیل باعث افزایش طـول گردابـههـا میشود. همچنین چرک[3] و چافر[4] [۴۱] نیز میدان جریان در انبسـاط ناگهـانی را بـا اسـتفاده از روش حجم محدود مطالعه کردند و تأثیر نسبت انبساطهای مختلف بر روی طول گردابهها را مـورد بررسـی قرار دادند.

شاپیرا[5] و همکارانش [۴۲] با تحلیل پایداری خطی برای جریان متقارن در انبساط ناگهانی صـفحهای، پدیده اتفاق افتاده در طول گردابه را مورد بررسی قـرار دادنـد. دیورسـت و همکـارانش [۴۳] نیـز بـا مطالعه تجربی و عددی برای انبساط ناگهانی با نسبت انبساط ۱:۲، طول گردابهها و اختلاف طول آنها

1. Scott
2. Mirza
3. Schreck
4. Schafe
5. Shapira

مورد بررسی قرار دادند. فلتچر[1] و همکارانش [۴۴] در تحقیقات خود با بررسی جریان در انبساط ناگهانی متقارن، تأثیر نوع پروفیل سرعت ورودی بر روی پارامترهای جریان را مورد مطالعه قرار دادند. پینهو[2] و همکارانش [۴۵] نیز در تحقیقات خود با بررسی جریان در انبساط ناگهانی صفحه‌ای نشان دادند که برای اعداد رینولدز پایین، توزیع سرعت در سطح بخش انبساطی از پروفیل سهموی خود کمی منحرف می شود. همچنین هاوا[3] و روساک[4] [۴۶] نیز تأثیر عدم تقارن هندسه کانال را روی رفتار این جریان‌ها مورد مطالعه قرار دادند.

در چند دهه اخیر جریان نامتقارن سیالات غیرنیوتنی در تبدیل واگرای متقارن صفحه‌ای مورد توجه بسیاری از محققین می باشد. هدف بیشتر تحقیقات انجام شده در این زمینه، پیدا کردن عدد رینولدز بحرانی در نسبت‌های واگرایی مختلف و بررسی طول گردابه‌ها می‌باشد. در جریان سیالات غیرنیوتنی، تغییرات جریان که منجر به تغییرات شدت و اندازه گردابه‌ها می گردد، علاوه بر عدد رینولدز، به خواص غیرنیوتنی سیال نیز وابسته است. به‌همین دلیل، در اکثر این تحقیقات از عدد رینولدز تعمیم-یافته یا عدد رینولدز اصلاح شده استفاده می‌کنند که خواص غیرنیوتنی سیال در آن لحاظ شده باشد. بل[5] و سورانا[6] [۴۷] جریان همدمای سیال غیر نیوتنی را در انبساط ناگهانی متقارن با نسبت انبساط ۱:۲ مورد بررسی قرار دادند. آنها در تحقیقات خود با استفاده از مدل قانون توانی[7] برای عدد رینولدز ۱۰، میزان وابستگی اندازه و طول گردابه به مقدار شاخص توانی را مورد بررسی قرار دادند. ترنیک [۴۸] تاثیرات خواص غیرنیوتنی را بر انتقال جریان از حالت متقارن به حالت نامتقارن در تبدیل واگرای ناگهانی با نسبت ۱:۳ بررسی کرده است. مدل مورد استفاده وی، سیال رقیق‌شونده توانی و

1. Fletcher
2. Pinho
3. Hawa
4. Rusak
5. Bell
6. Surana
7. Power law

محدوده اندیس توانی و رینولدز به‌صورت زیر در نظر گرفته شده است:

$$10 \le \mathrm{Re}_{gen} \le 150 \quad , \quad 0.6 \le n \le 1 \tag{۱-۲}$$

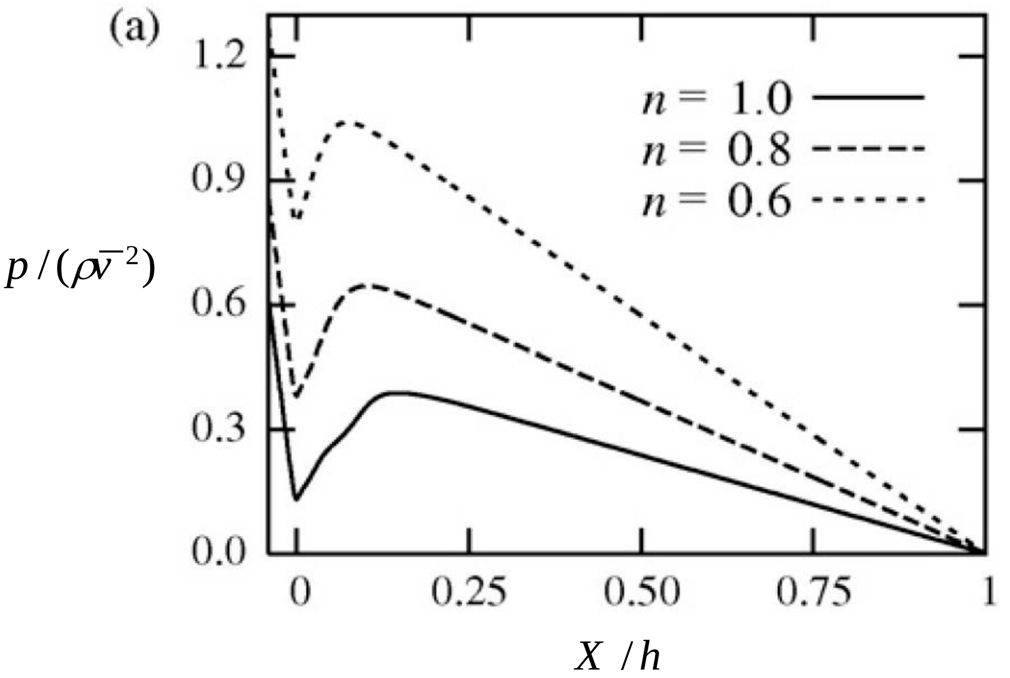
ترنیک [۴۸] تعریف‌های مختلفی را برای عدد رینولدز ارائه کرده است. اعداد رینولدز مورد استفاده وی، عدد رینولدز تعمیم‌یافته Re_{gen}، عدد رینولدز اصلاح‌شده Re_{Mod} و عدد رینولدز دیواره Re_{wall} می‌باشند که همگی بر اساس مدل توانی به‌دست آمده‌اند و به‌صورت زیر تعریف شده‌اند [۴۸]:

$$\begin{aligned} \mathrm{Re}_{gen} &= \frac{6\rho V_{ave}^{2-n} H^{n}}{K\left[\left(4n+2\right)/n\right]} \\ \mathrm{Re}_{\mathrm{mod}} &= \frac{\rho V_{Max}^{2-n}\left(H/2\right)^{n}}{K} \\ \mathrm{Re}_{w\,all} &= \frac{\rho V_{ave}^{2-n} H^{n}}{K\left[\left(4n+2\right)/n\right]^{n-1}} \end{aligned} \tag{۲-۲}$$

که در آن، ρ چگالی سیال، V_{ave} سرعت متوسط سیال، H ارتفاع کانال، K ثابت مدل توانی، n اندیس توانی و $V_{\max}$ سرعت بیشینه سیال می‌باشد. شایان ذکر است که اعداد رینولدز مذکور، به صورت زیر با یکدیگر رابطه دارند [۴۸]:

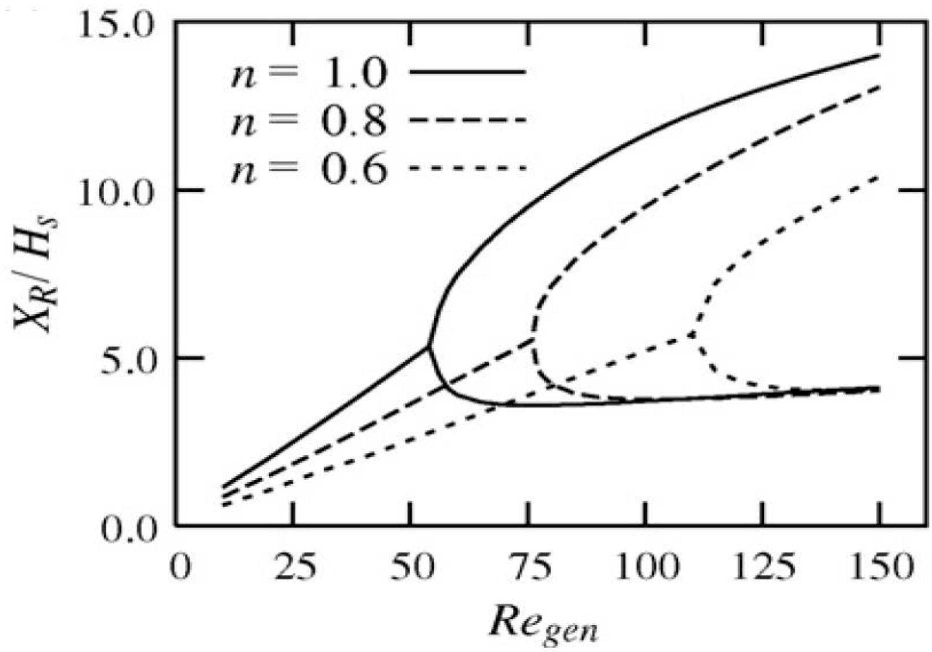
$$\begin{aligned} \mathrm{Re}_{\mathrm{mod}} &= \frac{1}{6}\left(\frac{2n+1}{n+1}\right)^{2}\left(\frac{n+1}{n}\right)^{n} \mathrm{Re}_{gen} \\ \mathrm{Re}_{w\,all} &= \frac{1}{6}\left(\frac{4n+2}{n}\right)\mathrm{Re}_{gen} \end{aligned} \tag{۳-۲}$$

نتایج ترنیک [۴۸] نشان می‌دهد که رفتار رقیق‌شوندگی سیال (کاهش اندیس توانی n) از یک طرف باعث کاهش افت فشار جریان در تبدیلات واگرا و از طرف دیگر باعث افزایش عدد رینولدز تعمیم‌یافته بحرانی می‌شود. به عبارت دیگر رفتار رقیق‌شوندگی سیال باعث می شود تا جریان در سرعت‌های بالاتری نامتقارن شود. ۰ کاهش افت فشار سیال رقیق‌شونده را به‌وضوح نشان می‌دهد.



شکل (۲-۱) تغییرات فشار بدون بعد در راستای محور مرکزی [۴۸].

همانطور که از شکل (۲-۲) مشاهده می شود با افزایش خاصیت رقیق شوندگی (کاهش اندیس توانی n) سیال، نقطه آستانه ناپایداری (یعنی شروع تبدیل جریان متقارن به نامتقارن) در اعداد رینولدز بزرگتری واقع می شود. به عبارت دیگر هرچه سیال رقیق‌تر باشد حالت ناپایداری جریان در سرعت-های بالاتر اتفاق می افتد و عدد رینولدز تعمیم‌یافته بحرانی برای مدل توانی رقیق‌شونده بیشتر از مقدار آن برای سیال نیوتنی می باشد. همچنین در شکل (۲-۲) مشاهده می شود که هرچه خاصیت رقیق شوندگی سیال بیشتر شود فاصله بین دو شاخه کمتر می شود. این بدان معناست که در یک عدد رینولدز مشخص با افزایش خاصیت رقیق شوندگی سیال، طول گردابه کوچکتر تغییر نمی کند، اما طول گردابه بزرگتر کاهش می یابد.



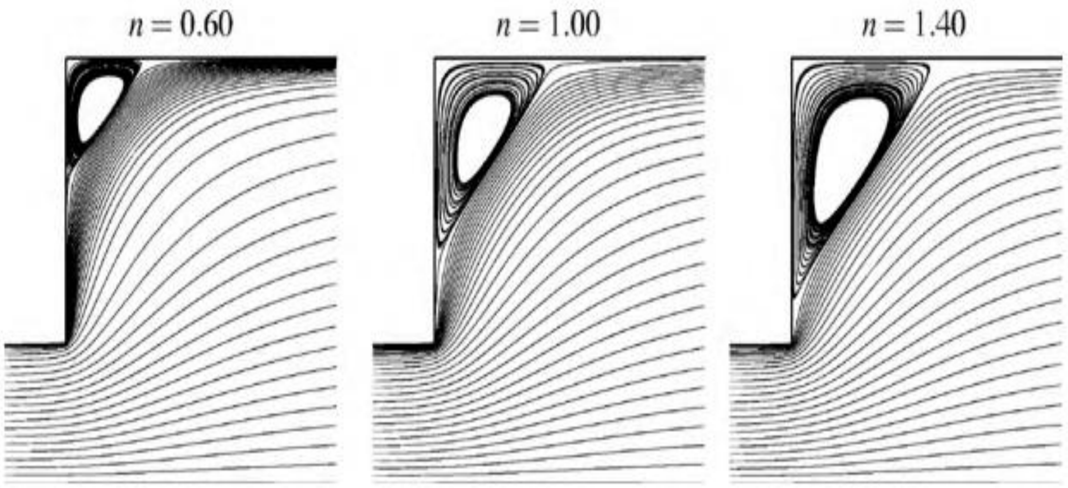
شکل (۲-۲) تغییرات طول گردابه با رینولدز تعمیم‌یافته برای سیال رقیق‌شونده [۴۸].

با افزایش بیشتر عدد رینولدز، گردابه سوم نیز تشکیل می شود و پدیده سه‌شاخه‌ای اتفاق می‌افتد. مشابه تأثیر رفتار رقیق‌شوندگی سیال بر روی طول گردابه بزرگتر، طول گردابه سوم نیز تحت تأثیر خاصیت رقیق شوندگی کاهش می یابد. همچنین با کاهش اندیس توانی n، گردابه سوم نیز در عدد رینولدز بحرانی بزرگتری تشکیل می گردد [۴۸].

همچنین ترنیک [۴۹] با استفاده از مدل توانی، جریان خزشی را نیز در انبساط ناگهانی با نسبت تبدیل ۱:۳ مدل کرده است. ایشان برای مدل‌سازی خواص غیرنیوتنی، محدوده عدد رینولدز و اندیس توانی را به‌صورت زیر در نظر گرفته است:

$$0.0001 \le \mathrm{Re}_{gen} \le 10 \quad , \quad 0.6 \le n \le 1 \qquad (۴-۲)$$

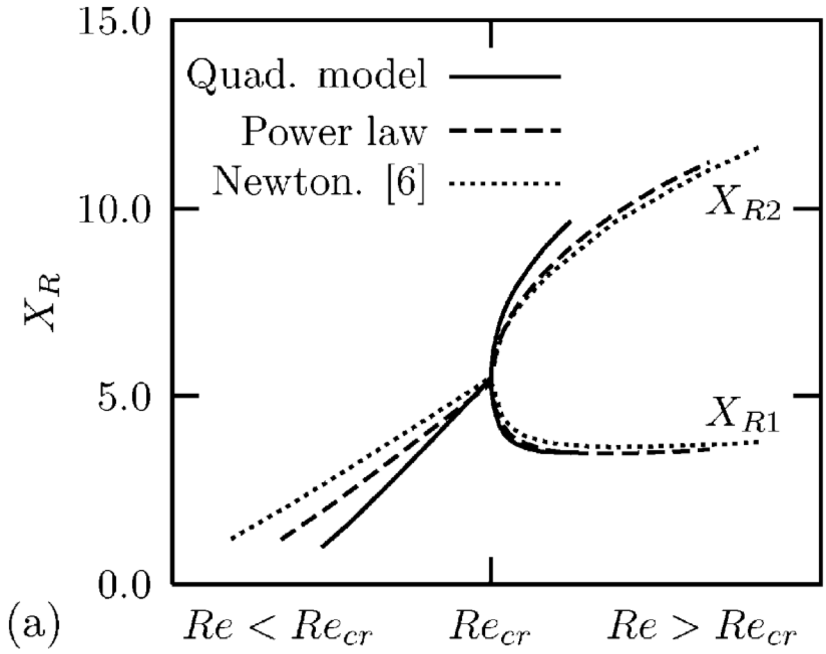
همانطور که در شکل(۲-۱) مشاهده می‌شود خاصیت غیرنیوتنی n رابطه مستقیم با طول گردابه دارد و با افزایش آن طول گردابه نیز زیاد می‌شود.



شکل(۲-۱)　　مقایسه خطوط جریان برای سیال غیرنیوتنی در $\mathrm{Re}_{gen} = 0.0001$ [۴۹].

مونیکا و همکارانش [۵۰] با استفاده از روش عددی اختلاف محدود، جریان آرام سیال غیرنیوتنی را با مدل توانی ($0 < n \leq 2$) برای تبدیل واگرای ناگهانی در نسبت انبساط ۱:۳ مورد بررسی قرار داده و برای هر اندیس توانی n عدد رینولدز بحرانی را گزارش کرده است. با توجه به محدوده اندیس توانی n در این تحقیق، هر دو رفتار رقیق‌شوندگی و غلیظ‌شوندگی بررسی شده است و نتایج نشان می‌دهد که رفتار رقیق‌شوندگی $n < 1$ باعث تاخیر در ایجاد پدیده دوشاخه‌ای می‌شود و برای حالت غلیظ-شوندگی نتیجه عکس آن می‌باشد. البته باید به این نکته توجه کرد که در اکثر تحقیقات از عدد رینولدز تعمیم‌یافته Re_{gen} استفاده شده است تا تأثیر اندیس توانی n در عدد رینولدز نیز لحاظ گردد. نوفیتو [۵۱] با بررسی عددی جریان سیال غیرنیوتنی غلیظ‌شونده برای مدل توانی و مدل کوآدراتیک، مقادیر عدد رینولدز بحرانی را به‌ترتیب ۳۳ و ۴۴ گزارش کرده است. همچنین نتایج او نشان می دهد که طول توسعه‌یافتگی و افت فشار برای سیال غلیظ‌شونده در مقایسه با سیال نیوتنی بیشتر می‌باشد. همچنین ترنیک و همکارانش [۵۲] نیز جریان سیال غیرنیوتنی را با این دو مدل مورد بررسی قرار دادند و با بررسی طول گردابه، مقدار عدد رینولدز بحرانی را گزارش کرده و نمودار چند شاخه‌ای را

برای آن ترسیم کردند. همانطور که از شکل (۲-۳) مشاهده می شود، نقطـه آسـتانه ناپایـداری بـرای طول گردابه در سیال نیوتنی و سیال غیرنیوتنی (با مدل کوآدراتیک و مدل توانی) یکسان می باشد.



شکل (۲-۳) تغییرات طول گردابه نسبت به رینولدز برای سیال نیوتنی، کوآدراتیک و توانی [۵۲].

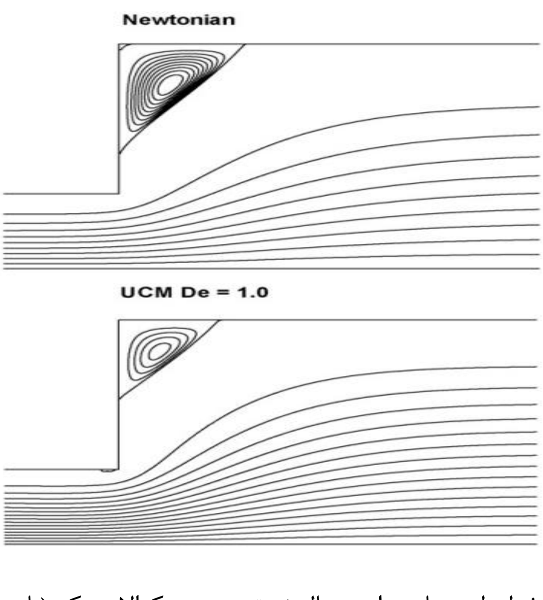
پول و همکارانش [۵۳] با تحلیل عددی جریـان خزشـی سـیال ویسکوالاسـتیک بـرای مـدل UCM[1] تاثیرات عدد دبورا (De) و نسبت انبساط را بـر روی پارامترهـای جریـان مـورد بررسـی قـرار دادنـد و مشاهده کردند که با افزایش عدد دبورا، اندازه و شدت گردابه‌های ایجاد شـده کـاهش پیـدا مـی‌کنـد. همچنین آنها در تحقیقات خود با بررسی جریـان سـیال نیـوتنی و سـیال ویسکوالاسـتیک در نسـبت انبساط‌های مختلف، روابطی کلی برای طول گردابه و افت فشار ارائه دادند. روابط زیـر بـرای محاسـبه طول گردابه و ضریب افت فشار در جریان سیال نیوتنی برای نسبت انبسـاط‌هـای مختلـف مـی باشـد [۵۳].

1. Upper Convected Maxwell

$$\frac{X_R}{D}=\frac{1.01(ER-1)^{1.1}}{1+2.42(ER-1)^{1.1}} \tag{۵-۲}$$

$$C=\frac{0.31(ER-1)}{\sqrt{1+0.56(ER-1)^2}} \tag{۶-۲}$$

همچنین پول و همکارانش [۵۴] در تحقیقی دیگر نیز، جریان خزشی سیال ویسکوالاستیک را با استفاده از سه مدل UCM[1]، اولدروید B[2] و LPTT[3] برای انبساط ناگهانی با نسبت تبدیل ۱:۳ مورد مطالعه قرار دادند. آنها مشاهده کردند که خاصیت الاستیک سیال ویسکوالاستیک، باعث کاهش اندازه و شدت گردابه‌های جریان می‌شود. برای سیال نیوتنی که فقط خاصیت ویسکوز دارد، مقدار عدد دبورا برابر صفر می باشد. سیال ویسکوالاستیک هر دو خاصیت ویسکوز و الاستیک را با هم دارا می باشد، که هرچه عدد دبورا بزرگتر باشد تأثیر خاصیت ویسکوز کم و خاصیت الاستیک بیشتر می شود. در شکل (۲-۴) تأثیر این خاصیت الاستیک (عدد دبورا) بر روی گردابه مشاهده می شود.

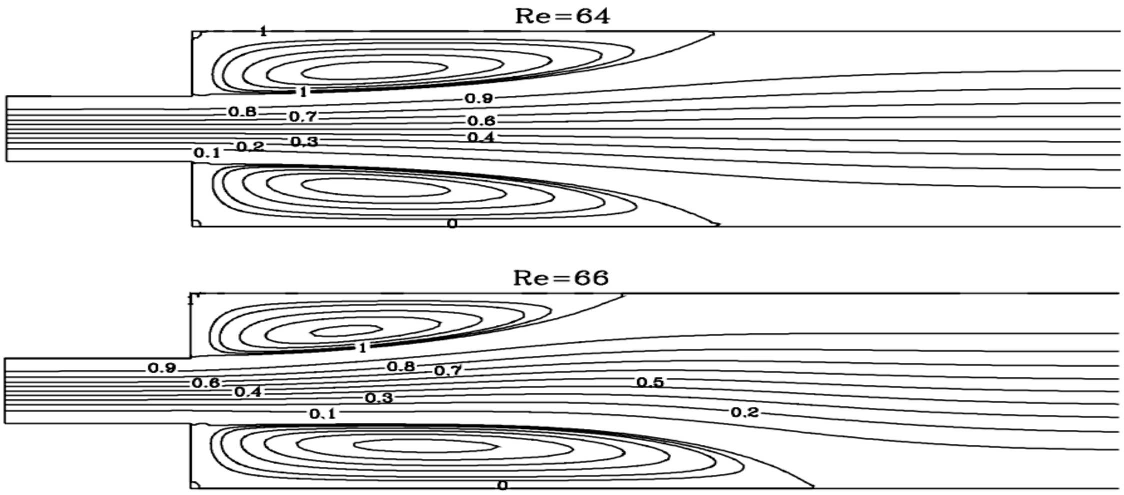


شکل (۲-۴) مقایسه خطوط جریان برای سیال نیوتنی و ویسکوالاستیک (با مدل UCM) [۵۴]

1. Upper Convected Maxwell
2. Oldroyd-B
3. Linear Phan-Thien-Tanner

بلاچ و همکارانش [۵۵] تحلیل عددی جریان سیال ویسکوالاستیک را در تبدیل‌های همگرا و واگرا با استفاده از روش المان محدود انجام داده‌اند. در این تحقیق، بیشتر روی اندازه گردابه‌ها بحث شده است. از نتایج این تحقیق این است که افزایش اینرسی جریان در تبدیلات واگرا باعث افزایش طول گردابه شده، در صورتی که عکس این قضیه در تبدیلات همگرا صادق است.

الیویرا [۳۳] جریان سیال ویسکوالاستیک با لزجت ثابت را برای تبدیل واگرای صفحه‌ای به‌صورت عددی حل کرده است، که مدل مورد استفاده در آن، مدل FENE-CR و نسبت تبدیل ۱:۳ می باشد. در این تحقیق تأثیرات پارامترهای غلظت، توسعه‌پذیری و عدد وایزنبرگ بر روی طول گردابه و خطوط جریان مورد بررسی قرار گرفته و در نهایت نمودار شاخه‌ای آن نیز ترسیم شده است. در شکل (۲-۵) تاثیرات افزایش رینولدز بر ناپایداری جریان سیال ویسکوالاستیک کاملا واضح است.



شکل (۲-۵) اثر افزایش رینولدز بر شاخه‌ای شدن جریان سیال ویسکوالاستیک [۳۳].

همچنین از نتایج مطالعه عددی الیویرا [۱۱] می‌توان به موارد زیر اشاره کرد:

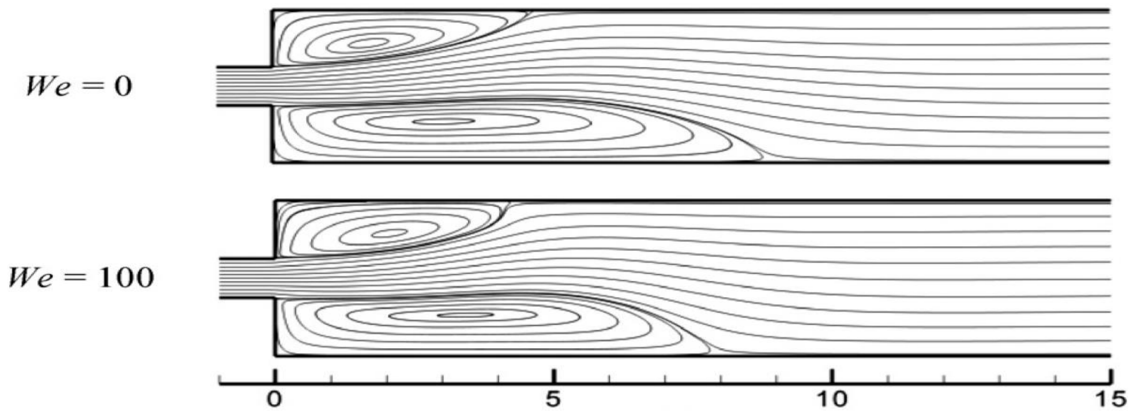
- بیشتر شدن خاصیت الاستیک باعث افزایش افت فشار جریان می‌شود، در نتیجه افت فشار سیال ویسکوالاستیک بیشتر از سیال نیوتنی می‌باشد.

- عدد ری‌نولدز بحرانی برای سی‌ال وی‌سکوالاستی‌ک نسبت به سی‌ال نی‌وتنی و غی‌ر نی‌وتنی بزرگتر است. بنابرای‌ن می‌توان گفت که خاصی‌ت الاستی‌ک پای‌داری رژی‌م جری‌ان آرام را افزای‌ش می دهد.
- اندازه و شدت گردابه‌های وی‌سکوالاستی‌ک در مقای‌سه با سی‌ال نی‌وتنی کوچکتر هستند.

همچنین روچا و همکارانش [۵۶] جریان سیال ویسکوالاستیک را با استفاده از مدل FENE-CR و حل عددی برای نسبت تبدیل ۱:۴ انجام دادند. در تحقیق آنها محدوده اعداد Re و We به‌صورت زیر در نظر گرفته شده است:

$$0.01 \le \mathrm{Re} \le 100 \quad , \quad 0 \le We \le 100 \qquad (۷-۲)$$

در این مطالعه نیز مانند سایر مطالعات پیشین، خاصیت الاستیک سیال باعث کاهش طول گردابه‌ها می‌شود که این نتیجه در شکل (۲-۶) به وضوح دیده می شود.



شکل (۲-۶) خطوط جریان سیال ویسکوالاستیک برای Re=40 [۵۶].

۲-۳- جریان سیال در تبدیل واگرای متقارن محوری

جریان سیال در تبدیل واگرای متقارن محوری نسبت به جریان در تبدیل واگرای صفحه‌ای مورد توجه کمتری واقع شده است. این در صورتی است که کاربردهای صنعتی جریان در تبدیل واگرای متقارن محوری بیشتر می‌باشد [۳۵].

الیویرا در مرجع [۳۳] بیان می‌کند که در تبدیلات واگرای متقارن محوری، پدیده شاخه‌ای شـدن یـا همان اختلاف اندازه گردابه‌ها، اتفاق نمی‌افتد. همچنین الیویرا و همکارانش [۴۰] جریان سیال نیوتنی را بـرای تبـدیل واگـرای متقـارن محـوری در نسـبت انبسـاط‌هـای $1.5 \le ER \le 4$ و اعـداد رینولـدز $0.5 \le \mathrm{Re} \le 200$ به‌صورت عددی حل کردند و ضریب افت فشار و طول گردابه‌ها را به‌دسـت آوردنـد. همچنین آنها در تحقیق خود، طول گردابه بدون بعد $\frac{x_R}{h}$ در اعـداد رینولـدز و نسـبت‌هـای واگرایـی مختلف را به صورت جدول (۲-۱) ارائه دادند.

جدول (۲-۱) طول گردابه بدون بعد سیال نیوتنی در اعداد رینولدز و نسبت‌های واگرایی مختلف [۴۰].

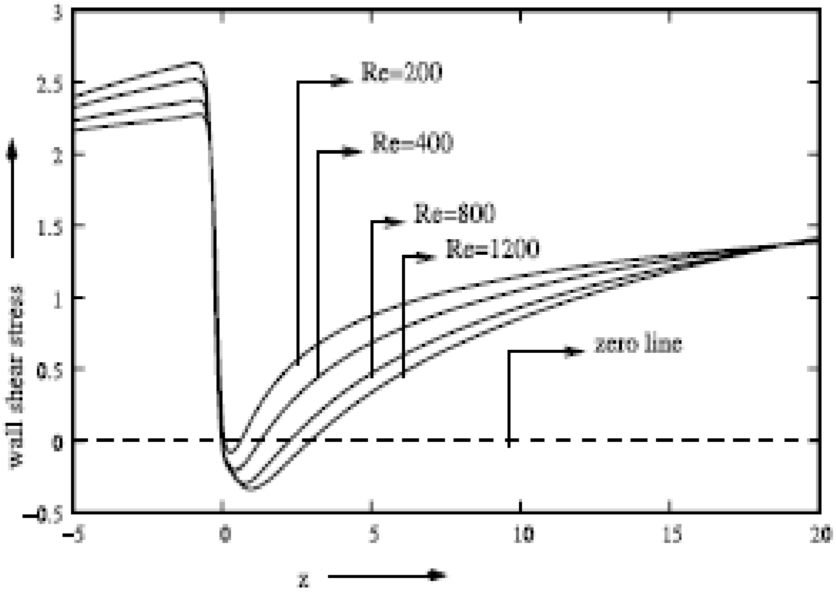
Re	ER=۱/۵	ER=۲	ER=۲/۶	ER=۳	ER=۴
۰/۵	۰/۶۰۳	۰/۵۲۹	۰/۴۹۰	۰/۴۸۱	۰/۴۵۰
۱	۰/۶۱۵	۰/۵۴۹	۰/۵۱۰	۰/۵۰۵	۰/۴۷۵
۲	۰/۶۴۲	۰/۵۹۲	۰/۵۶۰	۰/۵۵۷	۰/۵۲۹
۳/۵	۰/۶۸۹	۰/۶۶۴	۰/۶۵۰	۰/۶۴۵	۰/۶۲۱
۵	۰/۷۳۶	۰/۷۴۶	۰/۷۴۰	۰/۷۴۶	۰/۷۲۶
۱۰	۰/۹۲۶	۱/۰۷	۱/۱۱	۱/۱۵	۱/۱۴
۱۲/۵	۱/۰۳	۱/۲۶	۱/۳۳	۱/۳۸	۱/۳۸
۱۷/۵	۱/۲۴	۱/۶۵	۱/۷۹	۱/۸۷	۱/۸۹
۲۵	۱/۵۷	۲/۲۷	۲/۵۱	۲/۶۴	۲/۶۹
۳۵	۲/۰۳	۳/۱۲	۳/۵۱	۳/۷۱	۳/۷۹
۵۰	۲/۷۳	۴/۴۳	۵/۰۴	۵/۳۳	۵/۴۸
۱۰۰	۵/۲۰	۸/۸۷	۱۰/۲	۱۰/۸	۱۱/۱

همانطور که از جدول (۲-۱) مشخص است، طول گردابه رابطه مستقیم با عدد رینولدز دارد و در همه نسبت‌های واگرایی با افزایش رینولدز، طول گردابه نیز افزایش پیدا می‌کند. در اعـداد رینولـدز پـایین، افزایش نسبت تبدیل باعث کاهش طول گردابه و در اعداد رینولدز بالا، افـزایش نسـبت تبـدیل باعـث

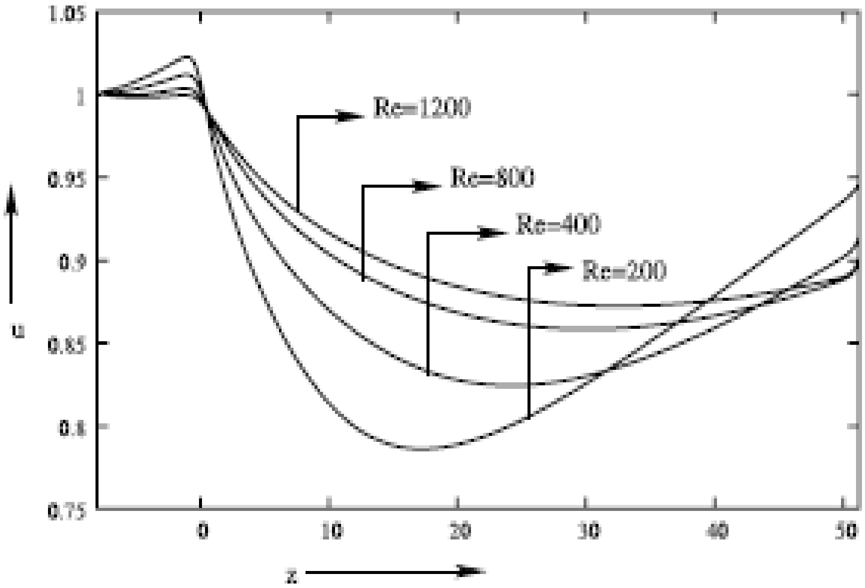
افزایش طول گردابه‌های سیال نیوتنی در تبدیل واگرای متقارن محوری می‌شود.

اسکات و همکارش [۳۹] با حل معادلات ناویر-استوکس دو بعدی با استفاده از روش المان محدود، جریان آرام سیال نیوتنی در تبدیل واگرای متقارن محوری را مورد بررسی قرار دادند. نتایج این تحقیق نشان می‌دهد که طول گردابه‌ها در تبدیل متقارن محوری به‌صورت خطی با عدد رینولدز تغییر می‌کنند و این مشابه تغییرات طول گردابه‌ها با عدد رینولدز در تبدیل واگرای صفحه‌ای می باشد. همچنین در تحقیقی دیگر که توسط داگتکین و اونسال [۳۸] برای سیال نیوتنی در تبدیل متقارن محوری انجام شده، محدوده عدد رینولدز و نسبت واگرایی در آن گسترده‌تر است ($0.1 \le \mathrm{Re} \le 500$, $1.5 \le ER \le 10$). در این تحقیق نیز طول گردابه‌ها مورد بررسی قرار گرفته و خطوط جریان برای آن ترسیم شده است.

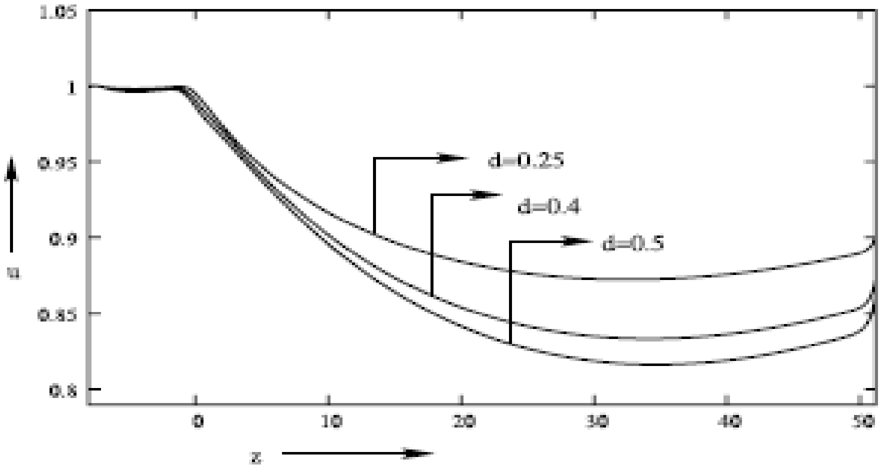
لایک و همکاراش [۵۸] جریان آرام سیال نیوتنی را در تبدیل متقارن محوری برای انبساط تدریجی با روش اختلاف محدود مورد بررسی قرار دادند. آنها در تحقیقات خود اثر عدد رینولدز و ارتفاع بخش انبساطی را بر روی تنش دیواره، سرعت محوری و توزیع فشار مورد مطالعه قرار دادند. آنها در تحقیق خود با توجه به شکل (۲-۷) مشاهده کردند که با افزایش ارتفاع بخش انبساطی یا افزایش عدد رینولدز، مقدار بیشینه تنش برشی روی دیواره کاهش می یابد. همچنین آنها با ترسیم شکل (۲-۸) و شکل (۲-۹) نشان دادند که با افزایش عدد رینولدز یا کاهش ارتفاع بخش انبساطی، سرعت روی خط مرکزی لوله کمتر افت پیدا می کند.



شکل (۲-۷) تنش برشی روی دیواره دیفیوزر در اعداد ریتولدز مختلف برای d=0.25 [۵۸].

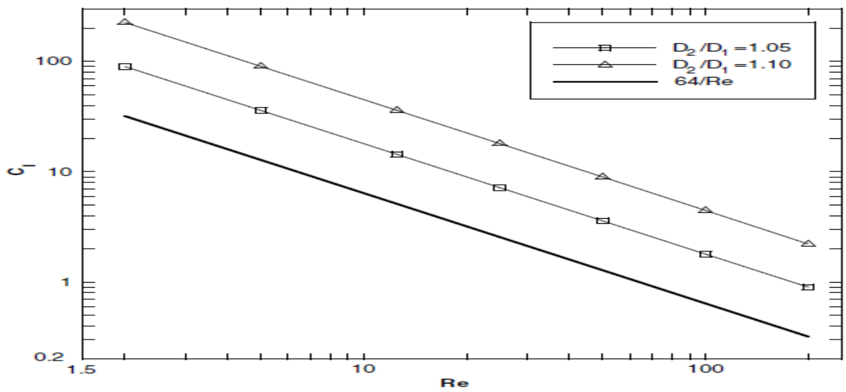


شکل (۲-۸) سرعت روی خط مرکزی دیفیوزر در اعداد ریتولدز مختلف برای d=0.25 [۵۸].



شکل (۲-۹) سرعت روی خط مرکزی دیفیوزر در ارتفاع های مختلف بخش انبساطی برای Re=1200 [۵۸].

روسا و پینهو[۵۹] با استفاده از روش حجم محدود و شبکه نامتعامد، ضریب افت فشار جریان سیال نیوتنی را برای دیفیوزر مورد مطالعه قرار دادند، که از نتایج تحقیق آنها، بدست آمدن جدولی برای ضریب فشار بر حسب عدد رینولدز در نسبت تبدیل‌ها و زوایای مختلف می باشد. همانطور که در شکل (۲-۱۰) مشاهده می کنید برای زاویه ۰/۵درجه، ضریب افت برگشت ناپذیر با افزایش عدد رینولدز کاهش پیدا می کند و مقدار این ضریب افت از ضریب اصطکاک دارسی در نسبت تبدیل‌های مختلف بیشتر می باشد.



شکل (۲-۱۰) ارزیابی ضریب افت برگشت ناپذیر در اعداد رینولدز مختلف

و مقایسه با ضریب اصطکاک دارسی در زاویه ۰/۵ درجه[۵۹].

نوفیتو[۵۱] با بررسی عددی جریان سیال غیرنیوتنی رقیق‌شونده برای مدل توانی در تبدیل واگرای متقارن محوری، یک رابطه کلی برای افت فشار بدست آورده است که این رابطه تابعی از عدد رینولدز و اندیس توانی n می باشد.

پاک و همکارانش [۶۰] با بررسی تجربی جریان سیال ویسکوالاستیک در تبدیل واگرای متقارن محوری، تأثیر خواص غیرنیوتنی و ویسکوالاستیک را بر روی طول گردابه‌ها در نسبت‌های تبدیل ۲ و ۲/۶۶۷ مورد مطالعه قرار دادند. نتایج این تحقیق نشان می‌دهد که برای رژیم جریان آرام، طول گردابه‌ها در سیال ویسکوالاستیک نسبت به سیال نیوتنی کمتر است و در رژیم جریان آشفته طول گردابه‌های سیال ویسکوالاستیک چند برابر سیال نیوتنی می‌باشد. همچنین عدد رینولدز در مطالعه مذکور، به صورت عدد رینولدز تعمیم‌یافته تعریف شده است تا اندیس توانی n، در آن منظور شده باشد.

در پایان نامه مسیبی درچه [۵۷] با استفاده از روش اختلاف محدود بر مبنای شبکه جابجا شده، جریان سیال غیر نیوتنی و سیال ویسکوالاستیک در تبدیل واگرای متقارن محوری به صورت عددی مورد بررسی قرار گرفته است. ایشان با استفاده از مدل توانی برای سیال غیر نیوتنی و مدل CEF[1] برای سیال ویسکوالاستیک، پارامترهای جریان را مورد مطالعه قرار داده است. از نتایج این تحقیق می توان به طور خلاصه به موارد زیر اشاره کرد [۵۷].

- خاصیت الاستیک سیال، باعث کاهش بیشینه سرعت محور در مرکز می‌شود.
- کم شدن اندیس توانی $(n \leq 1)$ باعث کاهش افت فشار و افزایش خاصیت الاستیک باعث افزایش افت فشار می‌گردد.

1. Criminale-Eriksen-Filbey model

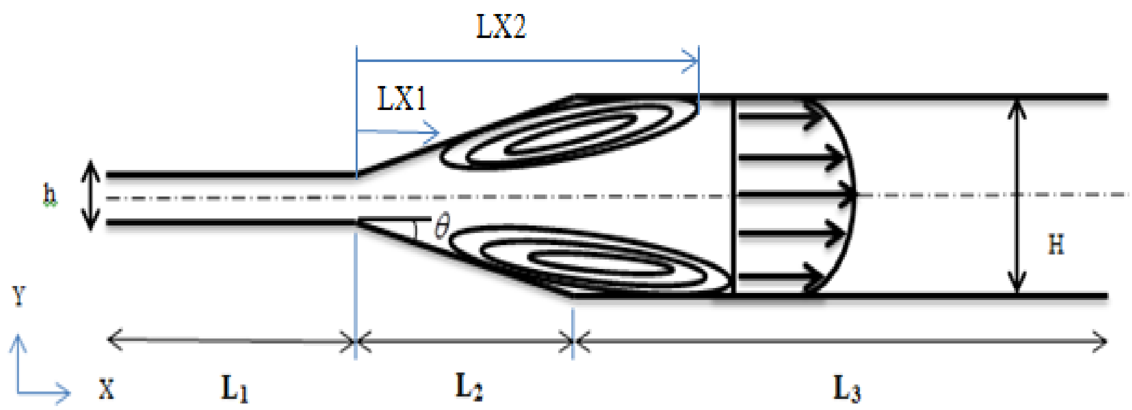
- طول جریان در حال توسعه سیال رقیق‌شونده و ویسکوالاستیک از سیال نیوتنی بیشتر می‌باشد. در حالت کلی، کاهش اندیس توانی، باعث افزایش طول در حال توسعه جریان و افزایش خاصیت الاستیک باعث کاهش این طول می‌شود.
- گردابه‌های ایجاد شده برای سیال ویسکوالاستیک و سیال رقیق‌شونده بزرگتر از سیال نیوتنی می‌باشد.
- کاهش اندیس توانی n باعث افزایش طول گردابه و افزایش اختلاف تنش نرمال اول باعث کاهش طول گردابه می‌شود و اختلاف تنش نرمال دوم تاثیری بر طول گردابه‌ها ندارد.

۲-۴- تحقیق حاضر

در این تحقیق، جریان سیال ویسکوالاستیک برای کانال صفحه‌ای با انبساط تدریجی در زوایای مختلف مورد بررسی قرار می‌گیرد. در این تحقیق، میدان جریان به شکل آرام و توسعه یافته می‌باشد و جریان فاقد هر گونه انتقال حرارتی است. سیال ویسکوالاستیک به صورت تراکم ناپذیر در نظر گرفته شده و مساله به صورت دو بعدی می‌باشد. در این مطالعه برای نخستین بار، از مدل چهار ثابته MPTT[1] [۶۱] به عنوان معادله ساختاری سیال ویسکوالاستیک برای کانال واگرا بهره گرفته شده است. از این مدل برای بررسی رفتار محلول‌های پلیمری در غلظت‌های مختلف استفاده می شود. امتیاز اصلی این مدل آن است که قادر به ارائه رفتار توانی برای ویسکوزیته و ثابت‌های اختلاف تنش های نرمال[2] می‌باشد. بنابراین می‌توان با استفاده از آن، اثرات اختلاف تنش نرمال اول و دوم بر جریان را نیز مشاهده نمود. همچنین در این مدل به دلیل وابستگی ویسکوزیته به نرخ برش، رفتار سیال ویسکوالاستیک با دقت بالایی مدل‌سازی می شود.

1. Giesekus
2. Stress differences

در شکل (۲-۱۱) نمایی شماتیک از هندسه مساله به همراه ابعاد آن نشان داده شده است. در این پژوهش، به دلیل وجود شرایط ناپایداری و غیر متقارن بودن جریان، هندسه مساله به صورت کامل در نظر گرفته شده است. مطابق شکل (۲-۱۱) پارامترهای هندسی مسئله، شامل طول و ارتفاع بخش بالادست جریان یا بخش اول (L_1,h)، طول و ارتفاع بخش پایین دست جریان یا بخش سوم (L_3,H)، طول و زاویه دهانه بخش دوم (L_2,θ)، اختلاف طول ابتدا و انتهای هر گردابه از ابتدای گردابه اول (DX_r) می‌باشد.



شکل (۲-۱۱) شکل شماتیک هندسه مسئله

در اینجا به منظور مدل‌سازی عددی جریان سیال ویسکوالاستیک، از نرم افزار منبع باز OpenFOAM[1]، که یک جعبه ابزار دینامیک سیالات محاسباتی[2] (CFD) است، استفاده شده است. نرم افزار OpenFOAM توسط "OpenCFD Ltd" تحت مجوز عمومی گنو و در تاریخ ۱۱ دسامبر ۲۰۰۴ ایجاد شده و به صورت منبع باز و آزاد موجود می‌باشد. به علت آزاد یا باز بودن منبع کد مذکور امکان بررسی تمامی جنبه‌های کد نویسی از جمله تغییر و توسعه آن برای کاربر فراهم می‌باشد. هسته انعطاف پذیر و کارآمد OpenFOAM، از مجموعه‌ای از کدهای نوشته شده توسط برنامه C++ ایجاد

1. Open Filed Operation and Manipulation
2. *Computational Fluid Dynamics*

شده است که در قالب حل‌گرهایی[1]، توانایی شبیه سازی انواع جریانات سیال را برای هندسه‌های مختلف دارا می‌باشد. لازم به توضیح است که روش عددی به کار گرفته شده در این نرم افزار، روش حجم محدود می باشد. در این تحقیق، گسسته سازی ترم‌های مکانی و زمانی از مرتبه دو می‌باشد تا دقت بیشتری در حل معادلات حاکم حاصل شود. همچنین به منظور کوپلینگ میدان سرعت و فشار از الگوریتم تکرار پیزو[2] استفاده شده است [۶۲]. همچنین اثرات خاصیت الاستیک سیال بر پارامترهای جریان نیز مورد مطالعه قرار گرفته است.

۲-۵- جنبه‌های نوآوری

به طور خلاصه جنبه‌های نوآوری حاصل از تحقیق حاضر عبارتند از:

- تحقیقات انگشت شماری در خصوص جریان سیال ویسکوالاستیک در داخل کانال واگرا صورت گرفته است. اما پژوهش حاضر نخستین تحقیقی محسوب می‌شود که در آن از مدل MPTT به عنوان معادله ساختاری سیال ویسکوالاستیک بهره گرفته شده است.
- همچنین برای اولین بار، در این تحقیق جریان سیال ویسکوالاستیک در داخل کانالی با انبساط تدریجی در زوایای مختلف مورد مطالعه قرار گرفته است.
- در این تحقیق جریان سیال ویسکوالاستیک در داخل کانال، برای زوایای مختلف در محدوده وسیعی از عدد وایزنبرگ بررسی شده و تأثیرات زوایا و خاصیت الاستیک سیال ویسکوالاستیک، بر روی مشخصات گردابه‌ها مورد مطالعه قرار گرفته است.
- تأثیرات عدد رینولدز بر پارامترهای جریان سیال ویسکوالاستیک با استفاده از مدل رئولوژیکی MPTT مورد مطالعه قرار گرفته است.

1. Solvers
2. PISO

۲-۶- ساختار کلی

به طور خلاصه ساختار کلی تحقیق حاضر به صورت زیر می‌باشد :

- در فصل سوم، روابط فیزیکی حاکم بر جریان سیال ویسکوالاستیک در داخل کانال و برخی روابط مورد نیاز ارائه می‌شود.
- در فصل چهارم، روش عددی به کار گرفته شده در تحقیق حاضر معرفی شده و نحوه گسسته سازی معادلات حاکم و همچنین اعمال شرایط مرزی با استفاده از نرم‌افزار OpenFOAM آورده شده است.
- در فصل پنجم نتایج حاصل از حل عددی ارائه شده است. در این فصل، ابتدا صحت نتایج حاصل از حل عددی ارزیابی شده و استقلال پاسخ‌های عددی از شبکه تحقیق می‌شود. در ادامه، تأثیر عدد رینولدز، عدد وایزنبرگ و اندازه زاویه انبساطی بر مشخصه‌های جریان مورد بررسی قرار گرفته و در انتهای این فصل جمع بندی آورده شده است.

۳- فصل سوم

معادلات حاکم

۳-۱- مقدمه

در این فصل معادلات حاکم بر جریان سیال ویسکوالاستیک در دستگاه‌های مختصات کارتزین ارائه می‌گردد. معادلات و روابط فیزیکی ارائه شده در این فصل برای مطالعه عددی جریان در داخل کانال واگرای تدریجی با زوایای مختلف می باشد.

۳-۲- معادلات حاکم بر جریان

معادلات حاکم برای جریان آرام سیال ویسکوالاستیک شامل معادله پیوستگی و معادله بقای مومنتوم می‌باشد که به ترتیب در زیر آورده شده است [۲].

$$\nabla \cdot V = 0 \qquad (۱-۳)$$

$$\rho\left(\frac{\partial u}{\partial t} + u.\nabla V\right) = -\nabla p + \nabla \cdot \tau \qquad (۲-۳)$$

در معادلات فوق u بردار سرعت، P معرف فشار، ρ معرف چگالی و τ تانسور تنش کلی می باشد.

تنش کلی شامل مجموع تنش حلال نیوتنی (τ_S) و تنش ماده پلیمری (τ_p) بر واحد چگالی می‌باشد.

$$\tau = \tau_S + \tau_p \qquad (۳-۳)$$

معادله ساختاری برای توصیف رابطه بین تنش و نرخ برش در حلال نیوتنی به صورت زیر می‌باشد.

$$\tau_S = \eta_S \dot{\gamma} \qquad (۴-۳)$$

که در آن η_s ویسکوزیته حلال نیوتنی و $\dot{\gamma}$ تانسور نرخ برش است و تانسور نرخ برش از رابطه زیر بدست می آید.

$$\dot{\gamma} = \nabla u + |\nabla u|^T \qquad (۵-۳)$$

در این تحقیق سهم تنش ناشی از خاصیت الاستیک سیال ویسکوالاستیک با استفاده از حل معادله ساختاری مدل PTT در نظر گرفته شده است [۶۳].

$$f(tr\tau_p)\tau_p + \lambda\left(\tau_{p(1)} + \xi(\tau_p D + D\tau_p)\right) = 2\eta_p D \qquad (۳-۶)$$

در رابطه (۳-۶)، $\tau_{p(1)}$ مشتق فوق همرفتی[1] تانسور تنش پلیمری، λ زمان آسودگی[2] از تنش، η_p ویسکوزیته ماده پلیمری در نرخ برش صفر، D نرخ تغییر شکل و ε , ξ از ثابت‌های ماده می باشند در تحقیقات صورت گرفته برای مدل PTT، سه حالت را برای تابع $f(tr\tau_p)$ در نظر می گیرند [۶۳].

$$f(tr\tau_p) = \begin{cases} 1 + \dfrac{\varepsilon\lambda}{\eta_p} tr\tau_p & \text{Linear PTT} \\ 1 + \dfrac{\varepsilon\lambda}{\eta_p} tr\tau_p + \dfrac{1}{2}\left(\dfrac{\varepsilon\lambda}{\eta_p} tr\tau_p\right)^2 & \text{Quadratic PTT} \\ exp\left(\dfrac{\varepsilon\lambda}{\eta_p} tr\tau_p\right) & \text{Exponential PTT} \end{cases} \qquad (۳-۷)$$

در معادله (۳-۷) حالت اول را به صورت مخفف با LPTT (مدل PTT خطی) و حالت دوم را به صورت مخفف با QPTT (مدل PTT درجه دوم) و حالت سوم را بـه صـورت مخفـف بـا EPTT (مـدل PTT نمائی) نشان می دهند. مشتق فوق همرفتی برای تانسور تنش پلیمری به صورت زیر می باشد [۲].

$$\tau_{p(1)} = \frac{D}{Dt}\tau_p - \left[\nabla u^T \cdot \tau_p\right] - \left[\tau_p \cdot \nabla u\right] \qquad (۳-۸)$$

که در آن $\frac{D}{Dt}\tau_p$ مشتق مادی[3] برای تنش پلیمری است که به صورت رابطه (۳-۹) بیان می‌شود.

$$\frac{D}{Dt}\tau_p = \frac{\partial}{\partial t}\tau_p + \left[u \cdot \nabla\tau_p\right] \qquad (۳-۹)$$

1. Upper convected derivative
2. Relaxation Time
3. Material derivative

در این پژوهش جهت تعیین نسبت نیروی ناشی از خاصیت الاستیک به نیروی ویسکوز از عدد بی بعد وایزنبرگ و به منظور تعیین نسبت نیروی اینرسی به نیروی ویسکوز، از عدد بی‌بعد رینولدز بهره گرفته شده است [۶۳].

$$We = \lambda_p \frac{U_{in}}{h} \qquad (۱۰-۳)$$

$$Re = \frac{\rho U_{in} h}{\eta_0} \qquad (۱۱-۳)$$

که در روابط بالا h ارتفاع جریان بالادست کانال، λ_p زمان آسودگی[1] از تنش برای مـاده پلیمـری، ρ چگالی محلول و η_0 مجموع ویسکوزیته حلال نیوتنی و ماده پلیمری می باشد. در صورتی کـه مـاده پلیمری دارای چند مد باشد، ویسکوزیته ماده پلیمری برابر مجموع ویسکوزیته هر مد می شود و زمان آسودگی از تنش برای ماده پلیمری از رابطه زیر بدست می‌آید [۶۳].

$$\eta_0 = \eta_p + \eta_s \ , \ \eta_p = \sum_{k \neq solvent} \eta_k \qquad (۱۲-۳)$$

$$\lambda_p = \sum_{k \neq solvent} \frac{\eta_k \lambda_k}{\eta_p} \ , \ \eta_p = \sum_{k \neq solvent} \eta_k \qquad (۱۳-۳)$$

۳-۳- فرضیات مساله

در تحقیق حاضر، هندسه مسئله به صورت دوبعدی و جریان سیال تراکم ناپذیر در نظر گرفته شده است. محدوده اعداد رینولدز مورد استفاده در تحقیق حاضر برای رژیم جریانی آرام می باشد و به طور خلاصه می‌توان فرضیات اصلی در نظر گرفته شده در این پژوهش را به شرح زیر بیان نمود.

۱. جریان دو بعدی و آرام است.

۲. سیال ویسکوالاستیک و تراکم ناپذیر است.

1. Relaxation Time

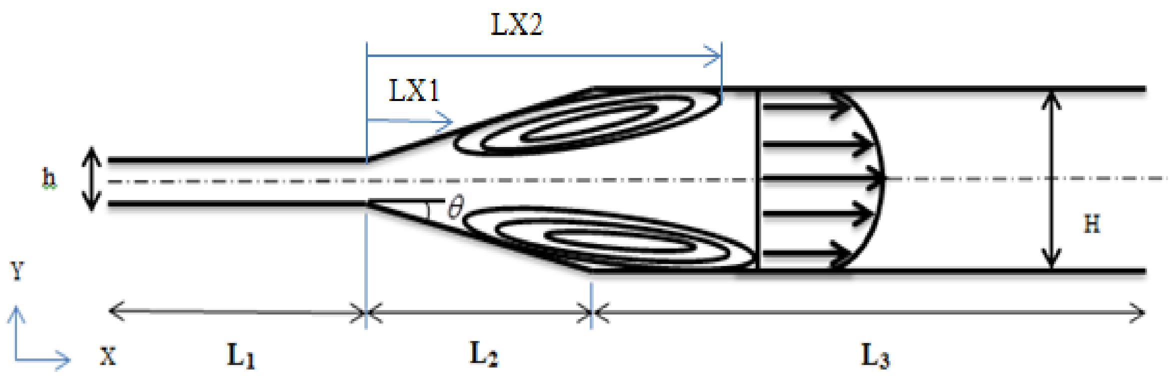
۳. دما ثابت در نظر گرفته شده است، به طوریکه جریان به دما وابسته نمی‌باشد.

۴. رینولدز در نظر گرفته شده در محدوده‌ای می‌باشد که رژیم جریان آرام می باشد.

۵. از اثرات شتاب جاذبه و نیروهای حجمی صرفه نظر شده است.

۳-۴- هندسه مسئله

مطابق شکل(۳-۱) پارامترهای هندسی مسئله، شامل طول و ارتفاع بخش بالادست جریان یا بخش اول (L_1,h)، طول و ارتفاع بخش پایین دست جریان یا بخش سوم (L_3,H)، طول و زاویه انبساطی بخش دوم (L_2,θ)، طول ابتدا و انتهای هر گردابه از ورودی بخش دوم (LX_r) می‌باشد. با داشتن مقادیر ابتدا وانتهای هر گردابه و تفاضل آنها از هم ، می توان طول هر گردابه (Dx_r)را در مجاور دیوار بالا و پایین بدست آورد. البته باید توجه داشت که نسبت های هندسی L_1/h و L_3/h باید به اندازه کافی بزرگ باشند تا جریان در هر دو بخش بالادست و پایین دست کانال (بخش اول و سوم)، به حالت توسعه‌یافتگی برسد. که در تحقیق حاضر برای اطمینان از این موضوع، طول بخش اول ۲۰برابر و طول بخش سوم ۶۰ برابر ارتفاع بخش اول در نظر گرفته شده است.



شکل(۳-۱) نمایه شماتیک هندسه مسئله

۳-۵- شرایط مرزی و شرایط اولیه

در مجاور دیواره‌های کانال از شرط عدم لغزش برای سرعت استفاده شده است و گرادیان فشار و تنش در راستای عمود بر دیواره کانال صفر می‌باشد.

$$@\ Wall\ Boundary:\quad \frac{\partial p}{\partial n}=0,\quad \frac{\partial \tau}{\partial n}=0,\quad U_X=0,\quad U_Y=0 \qquad (۱۴-۳)$$

شایان ذکر است که به مانند سیال نیوتنی، در سیالات ویسکوالاستیک نیز اعمال شرط مرزی عدم لغزش بر روی دیوار جامد رایج است. به طور کلی اعمال این شرط برای جامدات ویسکوالاستیک چندان صحیح به نظر نمی‌رسد، اما برای سیالات ویسکوالاستیک در محدوده وسیعی از عدد دبورا این شرط با دقت قابل قبولی صادق است. در مرز ورودی، فرض بر این است که جریانی با سرعت یکنواخت وارد شده، میدان تنش و گردایان فشار در آن صفر می‌باشد.

$$@\ Inlet\ Boundary:\quad \frac{\partial p}{\partial n}=0,\quad \tau=\begin{bmatrix}0&0&0\\0&0&0\\0&0&0\end{bmatrix},\quad U_X=U_{in}=Cte,\quad U_Y=0 \qquad (۱۵-۳)$$

در مرز خروجی جریان، گرادیان سرعت و مقدار تنش و فشار برابر صفر می‌باشد.

$$@\ Outlet\ Boundary:\quad \frac{\partial U}{\partial n}=0,\quad \frac{\partial \tau}{\partial n}=0,\quad p=p_{atm}=Cte \qquad (۱۶-۳)$$

۳-۶- توابع ویسکومتریک

همانطور که می‌دانیم سیالات ویسکوالاستیک موادی هستند که به طور توأمان خواص ویسکوز و الاستیک را دارا می‌باشند. یکی از مهمترین تفاوت‌های سیالات ویسکوالاستیک با سایر سیالات، وجود اختلاف تنش‌های نرمال اول و دوم در این مواد می باشد. به طور کلی جریان برشی این مواد، آرایش و موقعیت مولکول‌ها را تحت تاثیر قرار می‌دهد و کشیدگی و همراستا شدن مولکول‌های طویل پلیمری در راستای خطوط جریان را در پی دارد که این امر سبب بروز خواص غیرایزوتروپیک در سیال

می‌شود. لذا جهت حفظ این انحراف، میدان تنش نیز تحت تاثیر قرار گرفته و اختلاف تنش‌های نرمال پدید می‌آیند. چنانچه سیال، تنها در یک جهت جریان داشته باشد و تغییرات سرعت فقط در یک جهت عمود بر جهت حرکت بوجود بیاید (مانند جریان کوئت)، در اینصورت طبق تعریف، جهت ۱ معرف جهت جریان اصلی، جهت ۲ معرف جهت تغییرات سرعت و جهت ۳ نیز معرف جهت راستگرد عمود بر جهات ۱ و ۲ می باشد. در یک سیال ویسکوالاستیک اختلاف تنش‌های نرمال اول و دوم به شکل زیر تعریف می‌شود [۱]:

$$N_1 = \sigma_{11} - \sigma_{22} \tag{۱۷-۳}$$

$$N_2 = \sigma_{22} - \sigma_{33} \tag{۱۸-۳}$$

ضرایب اختلاف تنش نرمال نیز بر اساس روابط زیر به‌دست می‌آیند:

$$\psi_1 = \frac{N_1}{\dot{\gamma}^2} \tag{۱۹-۳}$$

$$\psi_2 = \frac{N_2}{\dot{\gamma}^2} \tag{۲۰-۳}$$

همانطور که قبلا اشاره شد، لزجت در سیالات غیرنیوتنی تابعی از نرخ برش مــی‌باشــد. بنــابراین بــرای سیال ویسکوالاستیک می‌توان بر اساس تنش برشی و نرخ برش، لزجت ســیال ویسکوالاســتیک را بــه دست آورد:

$$\eta = \frac{\sigma_{12}}{\dot{\gamma}} \tag{۲۱-۳}$$

علاوه بر ویسکوزیته، ثابت‌های اختلاف تنش‌های نرمال اول و دوم نیز از جمله خواص رئولوژیکی سیال ویسکوالاستیک محسوب می‌شوند. شایان ذکر است که در اکثر مواد ویسکوالاستیک (به‌ویژه در محلول‌ها و مذاب‌های پلیمری)، وابستگی لزجت به نرخ برش به‌صورت رقیق‌شونده می باشد (کمتر شدن لزجت با ازدیاد نرخ برش). حالت غلیظ‌شوندگی لزجت بسیار کمیاب است. به‌همین دلیل،

بسیاری از توابع ویسکومتریک به‌صورت رقیق‌شونده در نظر گرفته شده‌اند. مدل ویسکومتریک مورد استفاده در این تحقیق، مدل کاریو-یاسودا می‌باشد. در این مدل، توابع ویسکومتریک برای لزجت و ضرایب اختلاف تنش‌های نرمال اول و دوم به‌شکل زیر قابل بیان هستند [۱]:

$$\frac{\tilde{\eta}(\dot{\gamma})-\tilde{\eta}_\infty}{\tilde{\eta}_0-\tilde{\eta}_\infty}=\left[1+(\lambda\dot{\gamma})^a\right]^{(n-1)/a} \quad (۱-۳)$$

$$\Psi_1(\dot{\gamma})=2\lambda_1(\tilde{\eta}_0-\tilde{\eta}_\infty)\left[1+(\lambda\dot{\gamma})^a\right]^{(n-1)/a} \quad (۲-۳)$$

$$\Psi_2(\dot{\gamma})=-\chi\Psi_1(\dot{\gamma}) \quad (۳-۳)$$

که در آن، $\tilde{\eta}_0$ لزجت در نرخ برش صفر، $\tilde{\eta}_\infty$ لزجت در نرخ برش بی‌نهایت، λ ثابت زمانی مدل، λ_1 ثابت زمانی تاخیر سیال، χ نسبت اختلاف تنش‌های عمودی اول و دوم، n توان نمایی و a ثابت بی‌بعدی است که ناحیه انتقال بین نرخ برش صفر و ناحیه نمایی را بیان می‌کند. مقدار a برای بسیاری از محلول‌های پلیمری برابر ۲ اعلام شده است. همچنین در اکثر محلول‌ها و مذاب‌های پلیمری مقدار $\tilde{\eta}_\infty$ حدود 10^1 تا 10^4 بار از $\tilde{\eta}_0$ کوچکتر در نظر گرفته شده است. به همین دلیل، در برخی از کاربردهای مهندسی مقدار $\tilde{\eta}_\infty$ برابر صفر فرض شده است. $\tilde{\eta}_\infty$ در واقع بیانگر بخش نیوتنی رفتار ماده می‌باشد که معمولاً در محلول های پلیمری مقدار آن کوچک می‌باشد. در اکثر آزمایشات رئولوژیکی از اندازه‌گیری مستقیم مقدار اختلاف تنش دوم صرف نظر می‌شود و این مقدار تنها به صورت نسبتی از اختلاف تنش نرمال اول و دوم در نظر گرفته می‌شود. ضریب χ به عنوان نسبت اختلاف تنش‌های نرمال می باشد. در بیشتر مواد ویسکوالاستیک، اختلاف تنش نرمال دوم دارای مقداری منفی می‌باشد، در حالی که همیشه مقادیر مثبتی برای اختلاف تنش نرمال اول اعلام شده است. در اکثر مواد ویسکوالاستیک مقدار اختلاف تنش نرمال دوم از ۲۰٪ اختلاف تنش نرمال اول کمتر بوده ($\chi<0.2$) و در بسیاری از محلول‌ها و مذاب‌های پلیمری نیز مقدار اختلاف تنش دوم حدود ۱۰ ٪ اختلاف تنش عمودی اول گزارش شده است ($\chi\approx 0.1$). مدل کاریو-یاسودا یک مدل

چند ثابته است که از انعطاف پذیری کافی برای برازش مناسب بر روی توابع ویسکومتریک بسیاری از مواد ویسکوالاستیک برخوردار می باشد. به‌طور کلی پس از جمع‌آوری داده‌های کافی آزمایشگاهی از رفتار رئولوژیکی ماده، می‌توان با استفاده از برازش این مدل بر روی داده‌ها، ضرایب مربوطه را تعیین نمود. مدل کاریو-یاسودا در واقع حالت تعمیم‌یافته مدل معروف کراس می‌باشد [۶۴]:

$$\tilde{\eta}(\dot{\gamma}) = \tilde{\eta}_\infty + \left(\tilde{\eta}_0 - \tilde{\eta}_\infty\right) / \left[1 + \lambda\dot{\gamma}^{(1-n)}\right] \qquad (۴-۳)$$

$$\Psi_1(\dot{\gamma}) = 2\lambda_1(\tilde{\eta}_0 - \tilde{\eta}_\infty) / \left[1 + \lambda\dot{\gamma}^{(1-n)}\right] \qquad (۵-۳)$$

در مدل کراس، لزجت در نرخ برش صفر برابر $\tilde{\eta}_0$ و در نرخ برش بی‌نهایت برابر $\tilde{\eta}_\infty$ در نظر گرفته می‌شود و بین این دو مقدار حدی، مدل کراس به مدل نمایی نزدیک می‌شود. از مزایای مدل کاریو-یاسودا نسبت به مدل کراس این است که در این مدل رفتار رئولوژیکی غیرخطی به شکل دقیق‌تری محاسبه می‌شود. مزیت دیگر هر دو مدل نسبت به مدل نمایی، امکان محاسبه $\tilde{\eta}_\infty$ در این مدل‌ها می‌باشد (در مدل نمایی مقدار $\tilde{\eta}_\infty$ همواره برابر صفر در نظر گرفته می‌شود).

۴- فصل چهارم

روش حل عددی

۴-۱- مقدمه

معادلات حاکم بر جریان ترکیبی از یک دستگاه معادلات بیضوی – سهموی هستند که همزمان حل می شوند و سرعت، فشار مجهول های این معادلات هستند. بین معادله پیوستگی و معادلات مومنتوم از نظر فشار هیچ گونه ارتباط مستقیمی وجود ندارد، برای ایجاد ارتباط بین این معادلات عملیات ریاضی لازم است و مشکل نبود ارتباط مستقیم بین معادله پیوستگی و معادلات مومنتوم از نظر فشار، برای معادله ناویراستوکس تراکم پذیر مطرح نیست، زیرا از طریق جرم مخصوص که در معادلات پیوستگی و مومنتم ظاهر می شود ارتباط بین معادلات ایجاد می شود.

اصولاً یک مشکل مهم در حل جریان تراکم‌ناپذیر، حل کردن مشکل صفحهٔ شطرنجی[۱] برای میدان های سرعت و فشار است. برای این منظور در روش تابع خط جریان-ورتیسیتی[۲] عبارت فشار از معادلات به‌طور مناسبی حذف می شود [۶۵]. در گروه دیگری از روشها، حل میدانهای سرعت و فشار در دو شبکهٔ مجزا[۳] انجام می شود که یک نمونهٔ آن روش سلول و مشخص کننده[۴] است[۶۶]. به‌طور کلی در این روش‌ها از اطلاعات میدان سرعت موجود در معادلهٔ پیوستگی، برای محاسبهٔ فشار در معادلهٔ مومنتم استفاده می‌شود [۶۷] و [۶۸]. همچنین در بعضی روشها از میدان سرعت موجود در معادلهٔ مومنتم برای به‌دست آوردن میدان سرعت در معادلهٔ پیوستگی استفاده می شود[۶۹]. در روشهای بقایی، اغلب از روند تصحیح فشار برای هر سلول استفاده می‌شود [۷۰]. الگوریتم‌های سیمپل، سیمپلار، سیمپلسی و پیزو نیز اغلب از شبکهٔ جابه‌جا شده برای حل میدان جریان تراکم ناپذیر استفاده می‌کنند [۶۸]. در مقابل روش‌هایی هستند که از یک شبکهٔ ثابت[۵] برای حل میدان استفاده می کنند.که در یک شبکه ثابت تمام متغرها در مرکز حجم کنترل ذخیره می شود. در بعضی

---

1. Checkeboard Problem
2. Stream Function – Vorticity
3. Staggered Grid
4. Cell and Marker
5. Collocated Grid

روش‌ها برای برطرف کردن مشکل صفحهٔ شطرنجی، از تقریب میـدان فشـار بـا تعـداد نقـاط کمتـری نسبت به نقاط استفاده شده برای تقریب میدان سرعت استفاده می‌شود [۷۱]. علاوه براین، روش‌هـای دیگری نیز وجود دارد که از یک تقریب برای کمیت‌های سرعت و فشار استفاده می کند [۷۲]. روشن است که اگر سرعت ها در گره های مربوط به مؤلفه‌هـای اسـکالر تعریـف شـده باشـد تـأثیر فشـار در معادلات گسسته اندازه حرکت به خوبی ظاهر نمی شود و یک راه حل برای این مشکل استفاده از یک شبکه جابجا شده برای مولفه های سرعت می باشدکه این روش را هارلو و ویچ[1] پیشـنهاد دادنـد و در واقع مؤلفه های سرعت به منظور اجتناب از نوسانات میدان فشار ، روی شبکه های جابجا شده تعریف شده اند. روش هارلو و ویچ برای محاسبه متغیرهای اسکالر از جمله فشار، چگالی، دما و غیره در نقاط گرهی معمولی و نیز مؤلفه های سرعت روی شبکه جابجا شده متمرکز در وجوه سلول می باشد.

در تحقیق حاضر با استفاده از الگوریتم پیزو بر روی شبکه ثابت و نیز بکارگیری درونیـابی خطـی برای سرعت، میدان جریان تراکم ناپذیر داخل کانال حل شده است.

۴-۲- شبکه بندی مناسب دامنه محاسباتی

پیش زمینه حل مناسب معادلات، شبکه‌بندی مناسب دامنه محاسباتی می باشد .دو نوع اصلی شـبکه بندی که در دینامیک سیالات محاسباتی مورد استفاده قرار می گیـرد، شـبکه هـای باسـاختار[2] و بـی ساختار[3] می باشند که استفاده از هر یک از این نوع شبکه بندی‌ها با مزایا و معایبی همراه مـی باشـد. شبکه‌های ساده با ساختار گرچه در هندسه‌های پیچیده با مشکل روبرو هستند، اما کار با آنهـا سـاده بوده و اطلاعات کمتری برای انجام محاسبات و گسسته سازی های روی شبکه مورد نیاز است .شبکه بی ساختار، اگرچه در رابطه با هندسه های پیچیده از کارایی بالایی برخوردار است، امـا حجـم بـالای

1. Harlow and Welch
2. Structured
3. Unstructured

ذخیره سازی اطلاعات مرتبط با شبکه محاسباتی از معایب این نوع شبکه بندی می باشد. همچنین باید توجه داشت که هر یک از انواع شبکه های فوق الذکر دارای انواع متعددی مانند شبکه های چند بلوکی[1]، متعامد[2] و یا غیرمتعامد[3] می باشند. که در تحقیق حاضر از شبکه باساختار و متعامد استفاده شده است. در بخش دوم کانال که محل شکل گیری گردابه‌ها است، نیاز به دقت بیشتری می باشد. برای رسیدن به این هدف نیاز به ایجاد شبکه بندی ریزتر در بخش دوم کانال می باشد، به همین منظور در بخش دوم کانال از شبکه متراکم استفاده شده است.

۴-۳- گسسته سازی معادلات حاکم

در CFD از روش‌های مختلفی برای تقریب معادلات حاکم استفاده می شود که برخی از آنها عبارتند از:

- روش تفاضل محدود[4]
- روش حجم محدود[5]
- روش اجزای محدود[6]
- روش اجزای مرزی[7]

در تحقیق حاضر از روش حجم محدود استفاده شده است، که در ادامه توضیحاتی کلی در ارتباط با این روش بیان می گردد. در روش حجم محدود، الگوریتم حل شامل سه مرحله می باشد:

- انتگرال گیری از معادلات حاکم بر جریان سیال روی حجم کنترل.

1. Multi block
2. Orthogonal
3. Non-Orthogonal
4. Finite Difference
5. Finite Volume
6. Finite Element
7. Boundary Element

- گسسته سازی، که شامل جایگذاری نوعی از تقریب‌ها برای فرآیندهای جریان مثل جابجایی، نفوذ و چشمه در داخل معادله انتگرالی می شود. این عمل معادلات انتگرالی را به یک دستگاه معادلات جبری تبدیل می نماید.
- انتخاب روش حل برای معادلات اساسی حاکم بر جریان (معادلات ناویر- استوکس و پیوستگی).
- حل دستگاه معادلات جبری.

مرحله اول، یعنی انتگرال گیری بر روی حجم کنترل، روش حجم محدود را از سایر روش‌های دینامیک سیالات محاسباتی متمایز می کند. رابطه روشن بین الگوریتم عددی و قواعد کلی بقاء فیزیکی، یکی از جاذبه‌های روش حجم محدود بوده و درک آن را برای مهندسین ساده‌تر از سایر روش‌ها می نماید.

برای حل مجموع معادلات ناویر-استوکس و پیوستگی دو روش وجود دارد که عبارتند از:

۱- حل همزمان معادلات.

۲- حل غیر همزمان معادلات.

در روش اول، تمام متغیرهای جریان (سرعت و فشار) در یک دستگاه معادلات جبری قرار گرفته و محاسبه می شوند[۷۳]. این کار هزینه محاسباتی بسیار بالایی داشته و امکان سخت افزاری مناسب خود را می طلبد. در رویکرد حل غیر همزمان معادلات حاکم، میدان سرعت و فشار در یک حلقه محاسبه شده و هر یک از معادلات به صورت جداگانه حل می شوند. حل جداگانه معادلات مستلزم ارتباط عددی صحیح مولفه‌های جریان می باشد. در تحقیق حاضر از رویکرد حل غیرهمزمان معادلات حاکم استفاده شده است. در این رویکرد از الگوریتم پیزو برای کوپل میدان سرعت و فشار استفاده شده است.

در این تحقیق از نرم افزار منبع باز OpenFOAM به منظور مدل‌سازی جریان سیال ویسکوالاستیک در داخل کانال واگرای تدریجی استفاده شده است. این نرم افزار از شیوه عددی حجم محدود برای حل دستگاه معادلات دیفرانسیل با مشتقات جزئی استفاده می‌کند.

در ادامه این فصل، ابتدا توضیحاتی در مورد نرم افزار OpenFOAM داده شده و سپس به بررسی ساختار و شیوه حل معادلات حاکم در این نرم افزار پرداخته می شود. لازم به ذکر است که توضیحات کامل در ارتباط با این نرم افزار و ابزارهای موجود در آن، در راهنماهای منتشر شده توسط OpenCFD Limited موجود می‌باشد [۷۴] و [۷۵].

۴-۴- نرم افزار OpenFOAM

تقریباً اکثر نرم افزارهای موجود در زمینه دینامیک سیالات محاسباتی تحت مجوز شرکت خاصی بوده و بسیار گران قیمت می‌باشند. علاوه بر آن، دستیابی کامل به کد عددی این گونه از نرم افزار ها و اعمال تغییر و ویرایش آن توسط کاربر تقریباً غیر ممکن می‌باشد. از این رو بهترین راه، استفاده از نرم افزار های منبع باز در رابطه با دینامیک سیالات محاسباتی می‌باشد. نرم افزار های کد باز، این اجازه را به کاربران می‌دهند که به کد عددی مدل خود دسترسی کامل داشته و بدون پرداخت هیچ گونه هزینه ای، آن را در زمینه کاری مورد نظر ارتقاء داده و با نام خود آن را در اختیار عموم قرار دهند. در واقع، نرم افزار های کد باز، یک جعبه ابزار می‌باشند، که به کاربر اجازه دستکاری و اعمال تغییرات در آن را می دهند.

در این میان، نرم افزار منبع باز OpenFOAM یک جعبه ابزار دینامیک سیالات محاسباتی است که قادر به مدل سازی هر نوع مسأله شامل معادلات دیفرانسیل جزیی، از جمله حل عددی جریان سیال از مسائل ساده تا بسیار پیچیده می‌باشد. از نمونه موارد قابل مدل سازی توسط این نرم افزار می‌توان مسأله‌های مربوط به جریان‌های آرام و آشفته، تک فاز و چندفاز، انتقال حرارت، واکنش

شیمیایی، الکترومغناطیس و مکانیک جامدات و همچنین به مساله‌های مربوط به معـادلات اقتصـادی نظیر مسائل قیمت گذاری و مالی نیز اشاره نمود. این نـرم افـزار توسـط "OpenCFD Ltd" تحـت مجوز عمومی‌گنو و در تاریخ ۱۱ دسامبر ۲۰۰۴ ایجاد شده و به صـورت منبـع بـاز و رایگـان موجـود می‌باشد. هسته انعطاف پذیر و کارآمد OpenFOAM، شامل مجموعه‌ای از کدهای نوشته شده توسـط برنامه ++C می باشد. این مجموعه‌ها توانایی شبیه سازی و تحلیل مدل‌های فیزیکی و مسائل مطـرح شده در مهندسی مکانیک را دارا می باشند. علاوه بر آن، با تعریف ماژول‌های عمومی در این نرم افـزار کد باز، امکان تعریف توابع مختلف به زبان قابل فهم مهندسی میسر شده اسـت. بـرای مثـال، معادلـه مومنتوم برای جریان تراکم پذیر به صورت رابطه زیر می‌باشد:

$$\frac{\partial(\rho U)}{\partial t}+\nabla.\rho UU-\nabla.\mu\nabla U=-\nabla p \qquad (۱-۴)$$

و تعریف آن در در نرم افزار منبع باز OpenFOAM به صورت زیر صورت می‌گیرد :

```
fvm::ddt(rho,U)
+fvm::div(phi,U)
-fvm::laplacian(mu,U)
==-fvc::grad(p)
```

همانطور که مشاهده می‌شود، تعریف عملگرهای مختلف نظیر مشتق زمـانی، دایـورژانس، لاپلاسـین و گرادیان، مطابق آن چه که هست، در کد آورده شده است. نحوه به کار گیری عملیات ریاضی و توابـع در این نرم‌افزار، به ترتیب در جداول زیر آورده شده است. دقت شود که در این جداول، عبـارات a و b نمایان‌گر تانسور از مرتبه دلخواه و s اسکالر و T نشان‌دهنده تانسور و N تعداد عناصر تانسـور را نشـان می‌دهد [۶۲].

جدول (۴-۱) عملیات ریاضی در نرم‌افزار OpenFOAM [۷۵].

عملیات ریاضی	توضیح	توصیف ریاضی	تعریف در OpenFOAM	شرط
جمع	$a_i + b_i$	$a+b$	$a+b$	❈
تفریق	$a_i - b_i$	$a-b$	$a-b$	❈
ضرب اسکالر در بردار	Sa_i	Sa	$S*a$	❈
تقسیم بردار به اسکالر	a_i / s	a/S	S/a	❈
ضرب داخلی	$a_i b_i$	$a.b$	$a\&b$	a , b تانسور مرتبه یک به بالا
ضرب خارجی	$\varepsilon_{ijk} a_j b_k$	$a \times b$	$a \wedge b$	a ,b تانسور مرتبه یک
ضرب دوتایی	$a_i b_j$	$a \otimes b$	$a*b$	a , b تانسور مرتبه یک به بالا
ضرب داخلی برای دو تانسور	$a_{ij} b_{ij}$	$a:b$	$a\&\&b$	a ,b تانسور مرتبه دو به بالا
مربع بزرگی بردار	$a_i a_i$	$\|a\|^2$	magSqr(a)	❈
بزرگی بردار	$\sqrt{a_i a_i}$	$\|a\|$	mag(a)	❈
توان بردار	$(a_i)^n$	a^n	pow(a, n)	$n = 0,1,...,4$
متوسط مولفه‌های تانسوری	$\overline{a_i}$	$\overline{a}$	cmptAv(a)	$i = 1,..., N$
ماکزیمم مولفه‌های بردار	$\max(a_i)$	max(a)	max(a)	$i = 1,..., N$
مینیمم مولفه‌های بردار	$\min(a_i)$	min(a)	min(a)	$i = 1,..., N$
ضرب مولفه‌های تانسوری	$C_i = a_i b_i$	$C = scale(a,b)$	scale(a, b)	❈
تبدیلات تانسوری	$a^* = T_{ij} a_i$	$a^* = Ta$	transform(T, a)	❈

جدول (۴-۲)   تعریف توابع در در نرم‌افزار OpenFOAM [۷۵].

توابع	نمایش ریاضی	تعریف در OpenFOAM
تابع علامت	$\operatorname{sgn}(s)$	$sign(s)$
مثبت بولی	$s \geq 0$	$pos(s)$
منفی بولی	$s < 0$	$neg(s)$
حد (n اسکالر است)	$\lim it(s,n)$	$\lim it(s,n)$
جذر	$\sqrt{s}$	$sqrt(s)$
تابع نمایی	$\exp s$	$\exp(s)$
لگاریتم	$\ln s$	$\log(s)$
لگاریتم بر مبنای ۱۰	$\log_{10}^{s}$	$\log 10(s)$
سینوس	$\sin s$	$\sin(s)$
کسینوس	$\cos s$	$\cos(s)$
تانژانت	$\tan s$	$\tan(s)$
آرک سینوس	$a\sin s$	$a\sin(s)$
آرک کسینوس	$a\cos s$	$a\cos(s)$
آرک تانژانت	$a\tan s$	$a\tan(s)$
سینوس هیپربولیک	$\sinh s$	$\sinh(s)$
کسینوس هیپربولیک	$\cosh s$	$\cosh(s)$
تانژانت هیپربولیک	$\tanh s$	$\tanh(s)$
آرک سینوس هیپربولیک	$a\sinh s$	$a\sinh(s)$
آرک کسینوس هیپربولیک	$a\cosh s$	$a\cosh(s)$
آرک تانژانت هیپربولیک	$a\tanh s$	$a\tanh(s)$
تابع خطا	$erf\ s$	$erf\ (s)$
مکمل تابع خطا	$erfc\, s$	$erfc(s)$
لگاریتم تابع گاما	$\ln \Gamma s$	$\lg amma(s)$
تابع بسل نوع یک از مرتبه صفر	$J_0\, s$	$j0(s)$
تابع بسل نوع یک از مرتبه یک	$J_1\, s$	$j1(s)$
تابع بسل نوع دو از مرتبه صفر	$Y_0\, s$	$y0(s)$
تابع بسل نوع دو از مرتبه یک	$Y_1\, s$	$y1(s)$

در معادلات حاکم بر جریان، از عملگرهایی نظیر گرادیان، دیورژانس، لاپلاسین و غیره استفاده می‌شود. بدین منظور چگونگی نحوه تعریف این عملگرها در نرم افزار OpenFOAM در جدول زیر آورده شده است. همچنین تنظیمات مربوط به چگونگی گسسته سازی این عملگرها جهت حل عددی، در فایل "fvScheme" داخل حلگر نرم افزار قرار دارد. [۷۵].

جدول (۴-۳)   عملیات تانسوری بر روی تانسور مرتبه دو در نرم افزار OpenFOAM [۷۵].

نام عملگر	نمایش ریاضی	تعریف در OpenFOAM
ترانهاده تانسور	T^T	$T.T()$
تانسور قطری	$diag\,T$	$diag(T)$
مجموع عناصر قطرتانسور	$tr\,T$	$tr(T)$
تانسور انحرافی	$devT$	$dev(T)$
تانسور متقارن	$symmT$	$symm(T)$
تانسور پادمتقارن	$skewT$	$skew(T)$
دترمینان تانسور	$\det T$	$\det(T)$
کوفاکتور	$cof\,T$	$cof\,(T)$
معکوس تانسور	$invT$	$inv(T)$
بردار دوگان تانسور پادمتقارن	$*T$	$*T$

در معادلات با مشتقات جزیی، هر جمله توسط دو کلاس به نام‌های "fvm" (finite Volume Method) و "fvc" (finite Volume Calculus) تعریف می‌گردد. این دو کلاس مشخص می‌کند که در گسسته سازی جملات معادله مورد نظر، از مقادیر معلوم در زمان قبلی (Explicit) بهره گرفته شود یا به صورت مجهول در زمان جاری (Implicit) گسسته سازی انجام شود. بدین ترتیب، اگر از کلاس

"fvc" در مقابل نام یک عملگر استفاده شود، محاسبات به صورت"Explicit" انجام خواهد شد و اگر کلاس حل بر پایه "fvm" باشد محاسبات به صورت "Implicit" انجام می‌شود.

جدول (۴-۴) تعریف عملگرهای دیفرانسیلی در نرم افزار OpenFOAM [۷۵].

عملگر	Implicit/Explicit	نمایش ریاضی	fvm::/fvc::
لاپلاسین	Imp/Exp	$\nabla^2\phi$	***Laplacian(phi)***
		$\nabla.\Gamma\nabla\phi$	***Laplacian(Gamma,phi)***
مشتق زمانی	Imp/Exp	$\frac{\partial\phi}{\partial t}$	***ddt(phi)***
		$\frac{\partial\rho\phi}{\partial t}$	***ddt(rho,phi)***
مشتق دوم زمانی	Imp/Exp	$\frac{\partial}{\partial t}(\rho\frac{\partial\phi}{\partial t})$	***d2dt(rho,phi)***
جمله جابه جایی	Imp/Exp	$\nabla.(\psi)$	***div(psi,sheme)***
		$\nabla.(\psi\phi)$	***div(psi,phi,word)***
			div(psi,phi)
دیورژانس	Exp	$\nabla.x$	***div(chi)***
گرادیان	Exp	$\nabla.x$	***grad(chi)***
		$\nabla.(\psi\phi)$	***gGrad(phi)***
			lsGrad(phi)
			snGrad(phi)
			snGradCorrection(phi)
مربع‌گرادیان	Exp	$\lvert\nabla\nabla\phi\rvert^2$	***sqrGradGrad(phi)***
کرل	Exp	$\nabla\times\phi$	***curl(phi)***
چشمه	Imp	$\rho\phi$	***Sp(rho,phi)***
	Imp/Exp		***SuSp(rho,phi)***

برای استفاده از نرم افزار OpenFOAM بر روی سیستم عامل‌ها روش‌های مختلفی وجود دارند که عبارتند از:

۱) استفاده مستقیم از نرم افزار OpenFOAM بر روی سیستم عامل ویندوز (که محدود به

استفاده از ویرایش‌های خاصی از این نرم افزار می باشد).

۲) استفاده از نرم افزار OpenFOAM بر روی سیستم عامل ویندوز با استفاده از برنامه‌هایی که محیط لینوکس را در محیط ویندوز به صورت مجازی شبیه سازی می‌کنند.

۳) استفاده از نرم افزار OpenFOAM بر روی سیستم عامل لینوکس به صورت مستقیم.

به منظور استفاده همزمان از محیط ویندوز و نرم افزار OpenFOAM می‌توان از نرم افزارهای مجازی که امکان استفاده از چندین سیستم عامل را میسر می‌کنند، بهره جست. در این میان، نرم افزار VMware®Workstation به عنوان محبوب‌ترین نرم افزار به منظور برقرای همزمان دو سیستم عامل شناخته شده است. در این پژوهش از توزیع لینوکس کوبنتو (kubuntu) که نسخه "OpenFOAM-1.5-dev" نرم افزار OpenFOAM به صورت پیش فرض بر روی آن نصب شده، استفاده شده است.

تاکنون مؤسسات و دانشگاه های مختلف با صرف انرژی و تلاش های فراوان، سعی در بهبود و توسعه نرم افزار OpenFOAM داشته اند. در این میان می‌توان به تلاش کشورهای مختلف از جمله آلمان، سوئد، دانمارک، ایتالیا، هند، چین و برزیل اشاره نمود. تحقیقات پیوسته و پیگیری های متعدد در رابطه با نرم افزارهای منبع باز دینامیک سیالات محاسباتی، سبب توسعه روزافزون این گونه از نرم افزار ها شده است، به طوری که در چند سال گذشته، توسعه نرم افزارهای کد باز دینامیک سیالات محاسباتی از رشد سریعی برخوردار بوده و چشم انداز بسیار خوبی را برای آنها در آینده می‌توان تصور نمود. پیش‌بینی می‌شود که در زمان کوتاهی، نرم افزار های منبع باز، نه تنها تمامی توانمندی های نرم افزار های تجاری موجود را در خود داشته باشند؛ بلکه امکانات بیشتری در جهت مدلسازی انواع هندسه‌های پیچیده در اختیار کاربر قرار دهد. هر چند بدلیل کمبود منابع راهنمایی مناسب، این گونه از نرم افزار ها با حمایت کمی از جانب کاربران مواجه شده است، لذا تحقیقات و تلاش بیشتر در این زمینه به منظور آشنایی هر چه بیشتر کاربران با این گونه از نرم افزارها لازم و ضروری به نظر می‌رسد.

۴-۵- الگوریتم حل در نرم افزار OpenFOAM

همانطور که در فصل ۳ اشاره کردیم، معادلات حاکم بر جریان سیال داخل کانال، شامل معادلات بقای جرم و بقای مومنتوم می باشد، که شکل کلی این معادلات تانسوری به صورت زیر است.

$$\frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0 \tag{۴-۲}$$

$$\rho\left(\frac{\partial u_i}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i}(u_j u_i)\right) = \frac{\partial}{\partial x_i}\tau_{ij} - \frac{\partial p}{\partial x_i} \tag{۴-۳}$$

در معادله (۴-۳)، τ_{ij} بیانگر مجموع تانسور حلال نیوتنی و ماده پلیمری و p نیز بیانگر فشار می باشد. معادله مومنتوم در حلگر OpenFOAM بدون گرادیان فشار به صورت زیر تعریف می شود.

```
Tmp <fvVectorMatrix> UEqn
 (
   fvm::ddt(U)
   + fvm::div(phi, U)
   - fvm::laplacian(nu, U)
 );
```

همانطور که در تعریف معادله مشاهده می شود از کلاس fvm برای دیورژانس، لاپلاسین و مشتق زمانی استفاده شده است. به عبارت دیگر محاسبه این عملگرها به صورت ضمنی انجام می گیرد. همچنین در نامگذاری کلی معادله از کلاس fvVectorMatrix استفاده شده است، که مربوط به میدان‌ها برداری می باشد. لازم به ذکر است که از کلاس‌های fvScalarMatrix و fvTensorMatrix به ترتیب، برای تعریف میدان‌های اسکالر و تانسوری استفاده می‌شود. با فرض گرادیان فشار معلوم (از

زمان قبلی) معادله مومنتوم حل می گردد، که کد آن در نرم افزار OpenFOAM به صورت زیر تعریف می‌شود.

```
solve (UEqn() == -fvc::grad(p));
```

محاسبه سرعت در مرکز سلول‌ها با رابطه زیر بیان می گردد.

```
volScalarField rUA = 1.0/UEqn( ).A( );
 U = rUA*UEqn( ).H( );
```

همچنین شار جریان عبوری با استفاده از سرعت درون یابی شده بر روی وجوه سلول توسط رابطه زیر بیان می گردد.

```
phi = fvc::interpolate(U) & mesh.Sf( )
       adjustPhi(phi, U, p);
```

برای ذخیره فشار از دستور زیر استفاده می شود.

```
P.storePrevIter()
```

برای تصحیح فشار از حلقه زیر استفاده می شود.

```
For (int nonOrth=0; nonOrth<=nNonOrthCorr; nonOrth++)
{
fvScalarMatrix pEqn
 (
    fvm::laplacian(rUA, p) == fvc::div(phi)
 );
 pEqn.setReference(pRefCell, pRefValue);
 pEqn.solve( );
    if (nonOrth == nNonOrthCorr)
    {
```

```
        Phi -= pEqn.flux();
    }
}
```

فشاری که برای تصحیح معادله مومنتوم بدست می آید عبارت است از:

```
p.relax( );
```

میدان سرعت در معادله مومنتوم توسط دستور زیر با میدان فشار تصحیح شده، اصلاح می گردد.

```
U -= rUA*fvc : : grad (p);
```

توسط دستور زیر شرایط مرزی با سرعت جدید به روز رسانی شده و ویسکوزیته نیز اصلاح می گردد و در نهایت نتایج چاپ می شوند.

```
U.correctBoundaryCondition( );
visco.correct( );
runtime.write( );
```

این مراحل آنقدر تکرار می‌شوند تا حل همگرا گردد.

۴-۶- فرایند کلی حل در نرم افزار OpenFOAM

در این نرم افزار فرایند حل هر مسأله در سه مرحله انجام می شود.

- پیش پردازش[1]
- اجرا[2]
- پس پردازش[3]

در ادامه به اختصار، به توضیح هریک از این مراحل پرداخته می‌شود.

1.pre-processing
2. run
3. post-processing

۴-۶-۱- پیش پردازش

این مرحله شامل عملیات مقدماتی قبل از حل می باشد، که شامل تعریف شبکه محاسباتی، شرایط مرزی و اولیه، خواص فیزیکی و ثوابت معادلات می باشد. در نرم افزار OpenFOAM بخش اجرایی برنامه شامل سه پوشه به نام‌های ”0“، ”constant“ و ”system“ می‌باشد. در پوشه ”0“ مقادیر اولیه برای متغیرهای مورد استفاده در معادلات تعیین می گردد. همچنین مقادیر مرزی نیز در این پوشه برای هریک از صفحات مرزی آورده می‌شود. در پوشه ”constant“ تنظیمات لازم برای خواص فیزیکی هندسه و محیط اطرافش آورده شده است و همچنین تعیین خواص فیزیکی جامد یا سیال مورد استفاده در این هندسه نیز توسط این پوشه انجام می گیرد. لازم به ذکر است که تعریف هندسه مسأله، شبکه و صفحات مرزی و تعیین نوع شرط مرزی در زیرپوشه‌ای به نام ”polyMesh“ که در پوشه ”constant“ قرار دارد، انجام می‌گیرد. اطلاعات لازم برای حل مسئله از قبیل گام زمانی حل، زمان شروع و زمان نهایی حل، تلرانس، انتخاب روش حل دستگاه و همچنین تعیین نحوه گسسته‌سازی هریک از عملگرهای دیفرانسیلی در پوشه ”system“ این نرم افزار قرار دارد.

۴-۶-۲- پردازش

در این مرحله، با توجه به شرایط ایجاد شده در مرحله پیش پردازش و الگوریتم حل، محاسبات متغیرهای موجود در معادلات حاکم انجام می شود. این محاسبات در هر گام زمانی تکرار می شوند تا در نهایت مسئله همگرا شده و جواب دقیق حاصل شود. در نرم افزار OpenFOAM برای جریان‌های مختلف به صورت پیش‌فرض و استاندارد حلگرهای متفاوتی وجود دارد، که دارای قابلیت توسعه در زمینه‌های مختلف می باشد.در این تحقیق از حل‌گر viscoelasticFluidFoam به منظور مدل‌سازی جریان سیال ویسکوالاستیک در داخل کانال استفاده شده است.

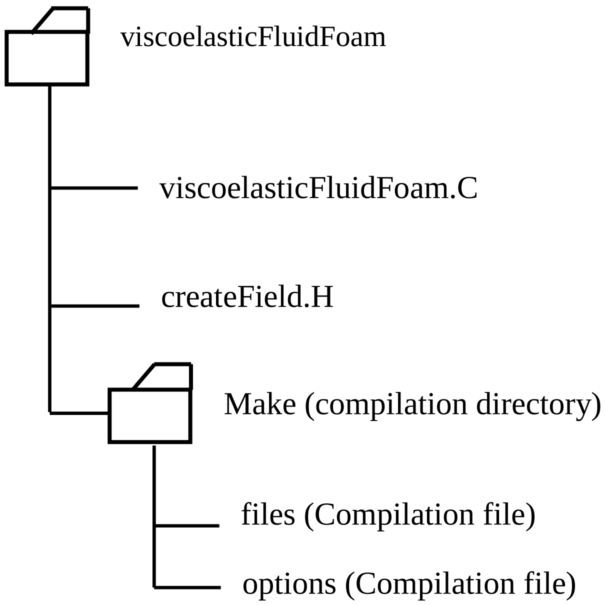
۴-۶-۳- پس پردازش

در این مرحله، برای بررسی نتایج ناشی از حل عددی نیاز به نمایش اطلاعات می باشد، برای این منظور از نرم افزارهایی گرافیکی که توانایی نمایش اطلاعات را دارا باشند، استفاده می شود. ترسیم اطلاعات در نرم افزار OpenFOAM هم می تواند به صورت مستقیم با استفاده از نرم افزار paraview انجام پذیرد و هم می توان ابتدا داده‌ها را با استفاده از پوشه "sample" به صورت خام استخراج نمود و با استفاده از نرم افزارهای دیگر مثل Matlab، Tecplot و Sigmaplot آن را ترسیم کرد. در این تحقیق از هر دو روش بهره گرفته شده است.

۴-۷- معرفی حل‌گر مورد استفاده در نرم افزار OpenFOAM

همانطور که در قسمت قبل اشاره شد، در این تحقیق به منظور مدل‌سازی جریان سیال ویسکوالاستیک از حل‌گر viscoelasticFluidFoam استفاده شده است. حل‌گر مذکور شامل یک فایل اصلی[1] به نام viscoelasticFluidFoam.C و یک فایل فرعی[2] به نام createField.H می‌باشد که در کد اصلی فراخوانده می‌شود. در این فایل، میدان‌های حل و مدل رئولوژیکی سیال ویسکوالاستیک خوانده می‌شود. ساختار حل‌گر مذکور در شکل(۴-۱) آورده شده است.

1. Main source file
2. Header file



شکل(۴-۱) ساختار حل‌گر viscoelasticFluidFoam

حل‌گر viscoelasticFluidFoam برای حل جریان آرام و تراکم ناپذیر یک سیال ویسکوالاستیک کاربرد دارد و در نرم‌افزار در آدرس زیر قرار گرفته است.

$FOAM_APP/solvers/viscoelastic/viscoelasticFluidFoam

قانون پیوستگی برای جریان تراکم ناپذیر پایا عبارت است از:

$$\nabla . U = 0 \tag{۴-۴}$$

که در آن U معرف بردار سرعت می‌باشد. تعریف معادله پیوستگی در نرم‌افزار OpenFOAM به صورت زیر می‌باشد.

fvc::div(phi)

این کد در فایل "continuityErrs.H" قرار دارد، که آدرس این فایل در زیر آورده شده است.

$FOAM_SRC/finiteVolume/cfdTools/incompressible

تعریف معادله مومنتوم برای جریان سیال ویسکوالاستیک به صورت زیر می‌باشد.

$$\frac{\partial(\rho U)}{\partial t}+\nabla.(\rho UU)=-\nabla p+\nabla.\tau_s+\nabla.\tau_p \qquad (۵-۴)$$

همانطور که در فصل قبل بیان شد، ρ چگالی سیال، U بردار سرعت، p معرف فشار، τ_s سهم تنش حلال نیوتنی و τ_p تنش ماده پلیمری می‌باشد. تعریف معادله اندازه‌حرکت در نرم‌افزار OpenFOAM به صورت زیر می‌باشد.

```
Tmp<fvVectorMatrix> Ueqn
(
        fvm::ddt(U)
      + fvm::div(phi,U)
      - Visco.divTau(U)
);
      Ueqn().relax();
      solve(UEqn == -fvc::grad(p));
```

این کد در فایل "viscoelasticFluidFoam.C" می‌باشد و در آدرس زیر قرار گرفته است.

```
$FOAM_APP/solvers/viscoelastic/viscoelasticFluidFoam
```

معادله ساختاری در نظر گرفته شده در این تحقیق مدل رئولوژیکی EPTT می‌باشد.

$$f(tr\tau_p)\tau_p+\lambda\left(\tau_{p(1)}+\xi(\tau_p D+D\tau_p)\right)=2\eta_p D \qquad (۶-۴)$$

در رابطه (۳-۶)، $\tau_{p(1)}$ مشتق فوق همرفتی[1] تانسور تنش پلیمری، λ زمان آسودگی[2] از تنش، η_p ویسکوزیته ماده پلیمری در نرخ برش صفر، D نرخ تغییر شکل و ε , ξ از ثابت‌های ماده است و تابع $f(tr\tau_p)$ به صورت نمائی می باشد.

1. Upper convected derivative
2. Relaxation Time

$$f(tr\tau_p) = exp(\frac{\varepsilon\lambda}{\eta_p} tr\tau_p) \qquad (۷-۴)$$

مشتق فوق همرفتی برای تانسور تنش پلیمری به صورت زیر می باشد [۲].

$$\tau_{p(1)} = \frac{D}{Dt}\tau_p - \left[\nabla u^T \cdot \tau_p\right] - \left[\tau_p \cdot \nabla u\right] \qquad (۸-۴)$$

که در آن $\frac{D}{Dt}\tau_p$ مشتق مادی[1] برای تنش پلیمری است که به صورت رابطه (۳-۹) بیان می‌شود.

$$\frac{D}{Dt}\tau_p = \frac{\partial}{\partial t}\tau_p + \left[u \cdot \nabla\tau_p\right] \qquad (۹-۴)$$

با جایگذاری روابط (۴-۷)، (۴-۸) و (۴-۹) در رابطه (۴-۶) داریم:

$$\begin{aligned} &\tau_p \cdot exp(\frac{\varepsilon\lambda}{\eta_p} tr\tau_p) + \lambda\left(\xi(\tau_p D + D\tau_p)\right) \\ &\quad + \lambda\left(\frac{\partial}{\partial t}\tau_p + \left[u \cdot \nabla\tau_p\right] - \left[\nabla u^T \cdot \tau_p\right] - \left[\tau_p \cdot \nabla u\right]\right) = 2\eta_p D \end{aligned} \qquad (۱۰-۴)$$

به منظور تعریف رابطه (۴-۱۰) در نرم افزار OpenFOAM از فرضیاتی استفاده شده است که به قرار زیر می‌باشد.

- ❖ تعریف تانسور گرادیان سرعت با عبارت L تعریف می شود.

```
volTensorField L = fvc::grad(U());
```

- ❖ حاصلضرب تنش در گرادیان سرعت با عبارت C تعریف می شود.

```
volTensorField C = tau_ & L;
```

- ❖ از آنجایی که تانسور تنش متقارن است، دو برابر تانسور متقارن نرخ تغییر شکل با عبارت twoD تعریف می شود.

```
volSymmTensorField twoD = twoSymm(L);
```

- ❖ با توجه به تعاریف بالا، معادله ساختاری EPTT به صورت زیر بیان شود.

```
tmp<fvSymmTensorMatrix> tauEqn
```

1. Material derivative

```
(
  fvm::ddt(tau_)
+ fvm::div(phi(), tau_)
==
  etaP_ / lambda_ * twoD
+ twoSymm( C )
- zeta_ /2* ( (tau_ & twoD) + (twoD & tau_))
- fvm::Sp( (1/lambda_) *Foam::exp( epsilon_ * lambda_ /
etaP_ *
  tr(tau_)
);
tauEqn().relax();
solve(tauEqn);
```

این کد در فایل EPTT.C قرار دارد و در نرم افزار OpenFOAM، حلگر ViscoelasticFluidFoam این فایل را از آدرس زیر فرا می خواند.

```
$FOAM_SRC/transportModels/viscoelastic/viscoelasticLaws/EPTT
```

۴-۸- بررسی ساختار و مدل حل

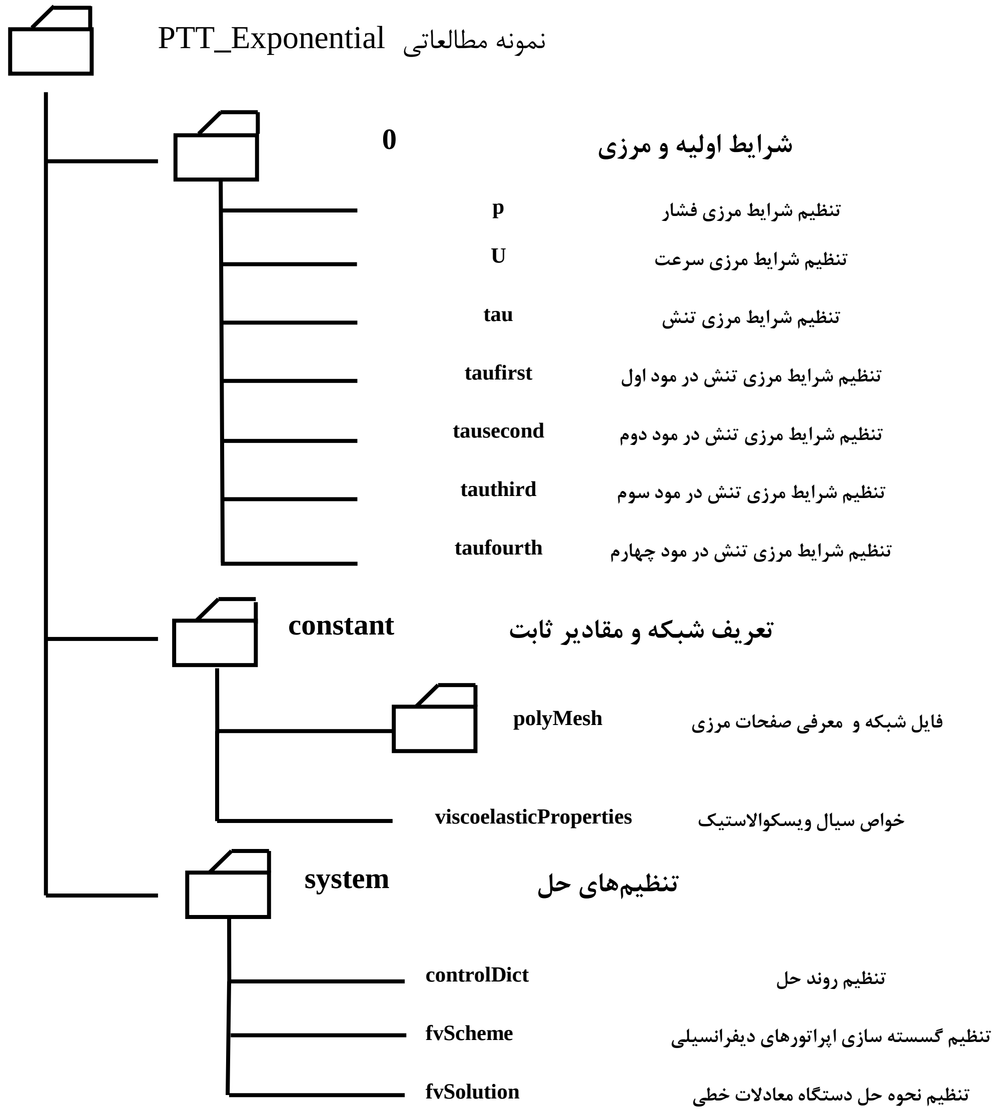
در این تحقیق برای مدل سازی جریان سیال ویسکوالاستیک در داخل کانال واگرای تدریجی از نمونه مطالعاتی PTT_Exponential استفاده شده است. در نرم‌افزار OpenFOAM این نمونه در آدرس زیر قرار گرفته است.

```
$FOAM_TUTORIALS/viscoelasticFluidFoam/PTT_Exponential
```

در داخل پوشه "PTT_Exponential" سه زیر پوشه با نام‌های "0", "constant" و "system" وجود دارد که بعد از انجام مدل‌سازی و شروع حل، مطابق تنظیم‌هایی که برای مسأله در نظر گرفته می‌شود، زیرپوشه‌هایی با نام‌های زمان حل (با توجه به گام زمانی) ایجاد خواهد شد. هر کدام از زیرپوشه‌هایی که با اعداد نام‌گذاری شده‌اند حاوی مقادیر پارامترهای حاصل از حل عددی در آن زمان می‌باشد. در نمودار درختی شکل(۴-۲) پوشه "PTT_Exponential" آورده شده است. حل‌گر "viscoelasticFluidFoam" فایل‌های موجود در پوشه "PTT_Exponential" را خوانده و حل را مطابق تنظیم‌هایی که در آن صورت گرفته است، اجرا می‌کند. در ادامه، به اختصار به بررسی هریک از این پوشه‌ها و فایل‌های موجود در آن‌ها پرداخته می‌شود.

۴-۸-۱- اعمال شرایط اولیه و مرزی پارامترها

برای حل معادلات حاکم نیاز به تعیین شرایط مرزی برای تمامی صفحات مرزی می‌باشد. همانطور که در نمودار درختی شکل(۴-۲) پیداست، اعمال شرایط مرزی در نرم افزار OpenFOAM در پوشه "0" انجام می‌شود. این پوشه شامل ۸ فایل است که در هر فایل، مقادیر اولیه و مرزی در هریک از مرزها تعیین می‌شود. این فایل‌ها عبارتند از : p (فشار)، U (سرعت)، tau (تنش) و تنش در مودهای مختلف.



شکل(۴-۲) ساختار پوشه Giesekus و فایل‌های موجود در هریک از پوشه‌ها

در فایل p مقادیر اولیه و مقادیرمرزی هر یک از صفحات برای فشار تعیین می‌شود. در این مسأله، شرط اولیه فشار برابر صفر در نظر گرفته شده است. برای شرط مرزی در خروجی کانال، فشار مطلق برابر صفر است و در ورودی کانال و همچنین برای دیواره های کانال از شرط گرادیان فشار (در راستای عمود بر سطح) مساوی با صفر استفاده می شود.

در ادامه کد مربوط به تنظیم‌های فشار آورده شده است. همانطور که در کد مشاهده می شود، خط

اول دیمانسیون متغیر، خط دوم مقدار اولیه و باقی خطوط شرط مرزی برای صفحات مختلف هندسه را تعیین می کند.

```
dimensions        [0 2 -2 0 0 0 0];

internalField   uniform 0;

boundaryField
{
  wall
    {
        type              zeroGradient;
    }
   outlet
     {
        type              fixedValue;
        value             uniform 0;
    }
    inlet
    {
        type              zeroGradient;
    }
    frontAndBack
    {
        type              empty;
    }
}
```

در فایل U مقادیر اولیه و مرزی سرعت برای هریک از مرزها تعیین می‌شود. در این تحقیق با توجه به اینکه پارامترهای سیال و هندسه کانال ثابت است، سرعت ورودی از روی عدد رینولدز مشخص می شود. سرعت ورودی یکنواخت و ثابت است. با توجه به شرط توسعه یافتگی جریان، گرادیان سرعت در خروجی کانال برابر صفر و سرعت در مجاور دیواره‌های کانال با توجه به شرط عدم لغزش، برابر صفر در نظر گرفته می شود.کد مورد استفاده برای سرعت در ادامه تحقیق آورده شده است.

```
dimensions        [0 1 -1 0 0 0 0];
```

```
internalField   uniform (0 0 0);

boundaryField
{
    wall
    {
        type            fixedValue;
        value           uniform (0 0 0);
    }
    outlet
    {
        type            zeroGradient;
    }
    inlet
    {
        type            fixedValue;
        value           uniform (1.9918 0 0);
    }
    frontAndBack
    {
        type            empty;
    }
}
```

در پنج فایل مذکور دیگر که مربوط به تنش است، مقادیر اولیه و مرزی تنش و چهار مود آن برای هریک از مرزها تعیین می‌گردد. همانطور که در کد ارائه شده در زیر مشاهده می‌شود، میدان تنش اولیه برابر صفر در نظر گرفته شده است. در مرز خروجی و دیواره‌های کانال، گرادیان تنش برابر صفر لحاظ گردیده و برای مرز ورودی، تانسور تنش برابر صفر منظور شده است. شرایط اولیه و مرزی برای taufirst، tausecond، tauthird و taufourth مشابه tau می باشد.

```
dimensions      [1 -1 -2 0 0 0 0];
internalField   uniform (0 0 0 0 0 0);
boundaryField
{
  wall
    {
```

```
        type              zeroGradient;
    }

   outlet
     {
       type              zeroGradient;
    }
    inlet
    {

     type              fixedValue;
        value             uniform (0 0 0 0 0 0);
    }

    frontAndBack
    {
        type              empty;
    }
}
```

۴-۸-۲- تعریف شبکه و مقادیر ثابت مسأله

همانطور که در نمودار درختی شکل(۴-۲) مشاهده می‌شود، پوشه"constant" شامل یک پوشه و یک فایل است. نام پوشه"polyMesh" و نام فایل"viscoelasticProperties" می باشد. خواص رئولوژیکی سیال ویسکوالاستیک شامل ویسکوزیته دینامیکی حلال نیوتنی (etaS) و ماده پلیمری (etaP)، چگالی (rho)، زمان آسودگی از تنش (lambda) و همچنین ثوابت مدل EPTT (epsilon و zeta) در فایل "viscoelasticProperties" تعیین می‌شود. به عنوان مثال یک نمونه از کد در ادامه آورده شده است.

```
rheology
{
        type multiMode;

        models
        (
         first
              {
           type PTT-Exponential;
```

```
        rho                 rho [1 -3 0 0 0 0 0] 1226;
        etaS                etaS [1 -1 -1 0 0 0 0] 0.27;
        etaP                etaP [1 -1 -1 0 0 0 0] 2.5;
        lambda              lambda [0 0 1 0 0 0 0]0.00502;
        epsilon             epsilon [0 0 0 0 0 0 0] 0.02;
        zeta                zeta [0 0 0 0 0 0 0] 0.04;
            }

    second
            {
        type PTT-Exponential;
        rho                 rho [1 -3 0 0 0 0 0] 1226;
        etaS                etaS [1 -1 -1 0 0 0 0] 0.27;
        etaP                etaP [1 -1 -1 0 0 0 0] 0.9;
        lambda              lambda [0 0 1 0 0 0 0]0.00502;
        epsilon             epsilon [0 0 0 0 0 0 0] 0.02;
        zeta                zeta [0 0 0 0 0 0 0] 0.04;
            }

    third
            {
        type PTT-Exponential;
        rho                 rho [1 -3 0 0 0 0 0] 1226;
        etaS                etaS [1 -1 -1 0 0 0 0] 0.27;
        etaP                etaP [1 -1 -1 0 0 0 0] 0.3;
        lambda              lambda [0 0 1 0 0 0 0]0.00502;
        epsilon             epsilon [0 0 0 0 0 0 0] 0.02;
        zeta                zeta [0 0 0 0 0 0 0] 0.04;
            }

    fourth
            {
        type PTT-Exponential;
        rho                 rho [1 -3 0 0 0 0 0] 1226;
        etaS                etaS [1 -1 -1 0 0 0 0] 0.27;
        etaP                etaP [1 -1 -1 0 0 0 0] 0.1;
        lambda              lambda [0 0 1 0 0 0 0]0.00502;
        epsilon             epsilon [0 0 0 0 0 0 0] 0.02;
        zeta                zeta [0 0 0 0 0 0 0] 0.04;
            }
);
```

```
}
```

این کد در فایل createFields.H وارد شده و پس از آن، این فایل در کد حلگر فراخوانده می‌شود. در پوشه "polyMesh" اطلاعات شبکه وارد شده و نوع شرط مرزی برای هریک از مرزها تعیین می‌گردد. لازم به ذکر است که در این پژوهش از نرم افزار "Gambit" برای ایجاد شبکه داخل کانال استفاده شده است. ابتدا در نرم افزار "Gambit" شبکه بندی هندسه، شرط مرزی و نام‌گذاری صفحات مرزی تعیین می گردد و پس از فراخوانی شبکه تولید شده در نرم افزار OpenFOAM، مشخصات سلول‌های شبکه و نامگذاری صفحات مرزی در فایل "boundary "، داخل پوشه "polyMesh" ایجاد می گردد.

```
(
    wall
    {
        type            wall;
        nFaces          1280;
        startFace       50520;
    }
    outlet
    {
        type            patch;
        nFaces          40;
        startFace       51800;
    }
    inlet
    {
        type            patch;
        nFaces          40;
        startFace       51840;
    }
    frontAndBackPlanes
    {
        type            empty;
        nFaces          51200;
        startFace       51880;
    }
```

)

۴-۸-۳- کنترل فرآیند حل عددی

پوشه "system" شامل سه فایل به نام‌های"controlDict", "fvSchemes" و "fvSolution" می‌باشد که برای کنترل حل به کار گرفته می‌شوند.

در فایل "controlDict" تنظیم‌های مورد نیاز برای زمان بندی حل انجام می‌گیرد. به عنوان نمونه، زمان شروع و پایان حل، فاصله زمانی برای خروجی حل و گام زمانی در این فایل تنظیم می‌شود. در ادامه نمونه‌ای از کد مورد استفاده در این فایل آورده شده است.

```
application       viscoelasticFluidFoam;
startFrom         latestTime;
startTime         0.0;
stopAt            endTime;
endTime           300;
deltaT            1e-5;
writeControl      adjustableRunTime;
writeInterval     0.5;
purgeWrite        0;
writeFormat       ascii;
writePrecision    6;
writeCompression uncompressed;
timeFormat        general;
timePrecision     6;
graphFormat       raw;
```

```
runTimeModifiable yes;
adjustTimeStep on;
maxCo          0.8;
maxDeltaT      0.001;
```

همانطور که در کد بالا مشاهده می‌شود، زمان از صفر شروع می شود و در زمان ۳۰۰ ثانیه پایان می یابد.گام زمانی برابر 1e-5 ثانیه می باشد و هر ۰/۵ ثانیه یک بار، نتایج حل ذخیره می‌شود.

در فایل "fvSchemes" گسسته سازی هر یک از عملگرهای دیفرانسیلی از قبیل گرادیان، دیورژانس، لاپلاسین و کرل تعیین می شود. تعریف هر یک از عملگرهای دیفرانسیلی موجود در نرم افزار OpenFOAM در ۴-۵-جدول (۴-۵) آورده شده است.

جدول (۴-۵)   تعریف عملگرهای دیفرانسیلی در نرم‌افزار OpenFOAM [۷۵].

کلید واژه	عملگرهای ریاضی
مقادیر درونیابی نقطه به نقطه	interpolationShemes
مولفه گرادیان عمود بر سطح هر سلول	snGradSchemes
گرادیان	gradSchemes
دیورژانس	divSchemes
لاپلاسین	laplacianShemes
مشتق زمانی مرتبه اول و دوم	timeSchemes
میدان مورد نیاز برای تولید جریان	fluxRequired

نحوه استفاده و گسسته سازی هر یک از این عملگرها در این تحقیق، در ادامه توضیح داده شده و کد مربوط به آن آورده شده است.

برای گسسته سازی جمله مشتق زمانی از روش کرانک نیکلسون[1] استفاده شده است.

```
ddtSchemes
{
    default          CrankNicholson 1;

}
```

در گسسته سازی جملات شامل گرادیان سرعت و فشار از روش گوسین خطی[2] (اویلر) استفاده شده است.

```
gradSchemes
{
  default          Gauss linear;
  grad(p)          Gauss linear;
  grad(U)          Gauss linear;
}
```

جملات شامل عملگر دیورژانس با استفاده از روش گوسین بالادست[3] گسسته شده‌اند.

```
divSchemes
{
    default                     none;
    div(phi,U)                  Gauss upwind;

    div(phi,taufirst)             Gauss upwind;
    div(phi,tausecond)            Gauss upwind;
    div(phi,tauthird)             Gauss upwind;
    div(phi,taufourth)            Gauss upwind;

    div(tau)                    Gauss linear;
}
```

1. Crank Nicholson
2. Gauss linear
3. Gauss upwind

در گسسته سازی جملات شامل عملگر لاپلاسین از روش گوسین خطی تصحیح شده[1] استفاده شده است.

```
laplacianSchemes
{
    default                          none;
    laplacian(etaPEff,U)             Gauss linear corrected;
    laplacian(etaPEff+etaS,U)        Gauss linear corrected;
    laplacian((1|A(U)),p)            Gauss linear corrected;
}
```

همچنین کد مربوط به درونیابی نقطه به نقطه، مولفه گرادیان عمود بر سطح هر سلول و میدان مورد نیاز برای تولید جریان به صورت زیر می باشد.

```
interpolationSchemes
{
    default             linear;
    interpolate(HbyA) linear;
}
snGradSchemes
{
    default           corrected;
}

fluxRequired
{
    default           no;
    p;
}
```

در فایل "fvSolution" نحوه حل دستگاه معادلات، مقدار خطای نسبی و تعداد تکرار در هرگام زمانی تعیین می شود. برای حل دستگاه معادلات حاصل از گسسته سازی، روش‌های مختلفی وجود دارد. در جدول (۴-۶)کلیدواژه انواع روش‌های حل دستگاه معادلات خطی که به طور عمده در نرم افزار OpenFOAM مورد استفاده قرار می‌گیرد، آورده شده است. در ادامه، نحوه حل دستگاه معادلات

1. Gauss linear corrected

مربوط به هریک از میدان‌های حل توصیف شده و همچنین خطای نسبی و تعداد تکرار در هر گام زمانی به همراه کد مربوطه آورده شده است.

جدول (۴-۶)   انواع روش‌های حل دستگاه معادلات خطی [۷۵].

کلید واژه	توضیحات
PBiCG	**P**reconditioned **Bi**-**C**onjugate **G**radient solver for asymmetric lduMatrices using a run-time selectable preconditiioner.
BICCG	Diagonal incomplete LU preconditioned BiCG solver derived from the general preconditioned BiCG solver PBiCG but with the choice of preconditioner pre-selected. This solver is present for backward-compatibility and the PBiCG solver should be used for preference.
ICCG	**I**ncomplete **C**holesky preconditioned **CG** solver derived from the general preconditioned CG solver PCG but with the choice of preconditioner pre-selected. This solver is present for backward-compatibility and the PCG solver should be used for preference.
PCG	**P**reconditioned **C**onjugate **G**radient solver for symmetric lduMatrices using a run-time selectable preconditiioner
GAMG	**G**eometric **A**gglomerated algebraic **M**ulti**G**rid solver

در این تحقیق برای حل دستگاه معادلات در میدان فشار از روش گرادیان مزدوج پیش‌شرط PCG استفاده شده است، که کد مربوط به آن در زیر آورده شده است.

```
p CG
    {
        preconditioner
        {
//          type            Cholesky;
            type             AMG;
            cycle            W-cycle;
            policy           AAMG;
```

```
            nPreSweeps       0;
            nPostSweeps      2;
            groupSize        4;
            minCoarseEqns    20;
            nMaxLevels       100;
            scale            off;
            smoother         ILU;
        }

        tolerance        1e-07;
        relTol           0.0;
        minIter          0;
        maxIter          800;
    };
```

به منظور حل دستگاه معادلات حاصل برای میدان سرعت از روش BiCGStab استفاده شده است.

```
U BiCGStab
    {
        preconditioner
        {
            type            Cholesky;
        }

        minIter          0;
        maxIter          1000;
        tolerance        1e-6;
        relTol           0.0;
    };
```

همچنین برای حل دستگاه معادلات در تمام میدان‌های تنش نیز از روش BiCGStab استفاده شده است.

```
taufirst BiCGStab
    {
        preconditioner
        {
```

```
            type            Cholesky;
        }

        minIter             0;
        maxIter             1000;
        tolerance           1e-6;
        relTol              0.0;
    };

     tausecond BiCGStab
     {
        preconditioner
        {
            type            Cholesky;
        }

        minIter             0;
        maxIter             1000;
        tolerance           1e-6;
        relTol              0.0;
    };

     tauthird BiCGStab
     {
        preconditioner
        {
            type            Cholesky;
        }

        minIter             0;
        maxIter             1000;
        tolerance           1e-6;
        relTol              0.0;
   };

     taufourth BiCGStab
     {
        preconditioner
        {
            type            Cholesky;
        }
```

```
        minIter             0;
        maxIter             1000;
        tolerance           1e-6;
        relTol              0.0;
    };
```

برای افزایش همگرایی حل و تسریع سرعت، در الگوریتم تکرار PISO از ضرایب تخفیف استفاده می شود، که تعیین ضرایب تخفیف در فایل "fvSolution" صورت می گیرد. در ادامه کد مربوط به این ضرایب آورده شده است.

```
PISO
{
    momentumPredictor yes;
    nCorrectors     2;
    nNonOrthogonalCorrectors 1;
    pRefCell        0;
    pRefValue       0;
}

relaxationFactors
{
    p                    0.3;

    U                    0.5;

    taufirst             0.3;
    tausecond            0.3;
    tauthird             0.3;
    taufourth            0.3;

}
```

همانطور که مشاهده می‌شود برای میدان‌های فشار و تنش از ضریب تخفیف 0.3 و برای میدان سرعت از ضریب تخفیف 0.5 استفاده شده است.

۵- فصل پنجم

نتایج

۵-۱- مقدمه

در این فصل، نتایج حاصل از حل عددی برای شبیه‌سازی جریان سیال نیوتنی و ویسکوالاستیک در تبدیل واگرای تدریجی در حالت صفحه‌ای برای سه زاویه ۳۰، ۴۵ و ۶۰ درجه بررسی شده است. همانطور که در فصل دوم به آن اشاره شد، جریان سیال نیوتنی و ویسکوالاستیک در تبدیل واگرای تدریجی صفحه‌ای قبلاً بررسی نشده است. از آنجایی که در بیشتر تحقیقات صورت گرفته برای تبدیل واگرای ناگهانی نسبت تبدیل برابر با ۳ می باشد، در این تحقیق نیز مقدار نسبت تبدیل برابر ۳ در نظر گرفته شده است.

در ابتدای این فصل، استقلال حل عددی از شبکه محاسباتی بررسی و صحت نتایج حاصل از حل عددی ارزیابی می‌شود. جهت ارزیابی صحت نتایج عددی، جریان سیال نیوتنی در زاویه ۹۰ درجه بررسی شده و با نتایج مطالعات قبلی مقایسه شده است. در قسمت‌های بعدی نیز، نتایج حل میدان جریان به صورت نمودارها و جداولی ارائه شده است.

۵-۲- بررسی استقلال حل از شبکه محاسباتی

برای بررسی استقلال حل عددی از شبکه محاسباتی، سرعت روی خط مرکزی[1] کانال (U_{CL}) با زاویه ۳۰ درجه در عدد رینولدز ۷۰ و طول گردابه‌های مجاور دیوار بالا و پایین (LX_1/h) در عدد رینولدز ۶۰ با زاویه ۴۵ درجه برای ۳ نوع شبکه ترسیم شده است. تعداد سلول‌های مورد استفاده برای این شبکه‌ها به ترتیب در جدول (۵-۱) و جدول (۵-۲) ارائه شده است که نامگذاری این سه نوع شبکه براساس تراکم شبکه به ترتیب M۱ ، M۲ و M۳ می باشد.

1. Center Line

جدول (۵-۱) تعداد سلول سه نوع شبکه برای زاویه ۳۰ درجه

نوع شبکه	تعداد سلول بخش اول	تعداد سلول بخش دوم	تعداد سلول بخش سوم	تعداد سلول تمام بخش‌ها
M1	۲۰۰۰	۳۴۰	۶۰۰۰	۸۳۴۰
M2	۶۰۰۰	۱۳۶۰	۱۸۰۰۰	۲۵۳۶۰
M3	۱۰۰۰۰	۳۴۵۰	۳۰۰۰۰	۴۳۴۵۰

جدول (۵-۲) تعداد سلول سه نوع شبکه برای زاویه ۴۵ درجه

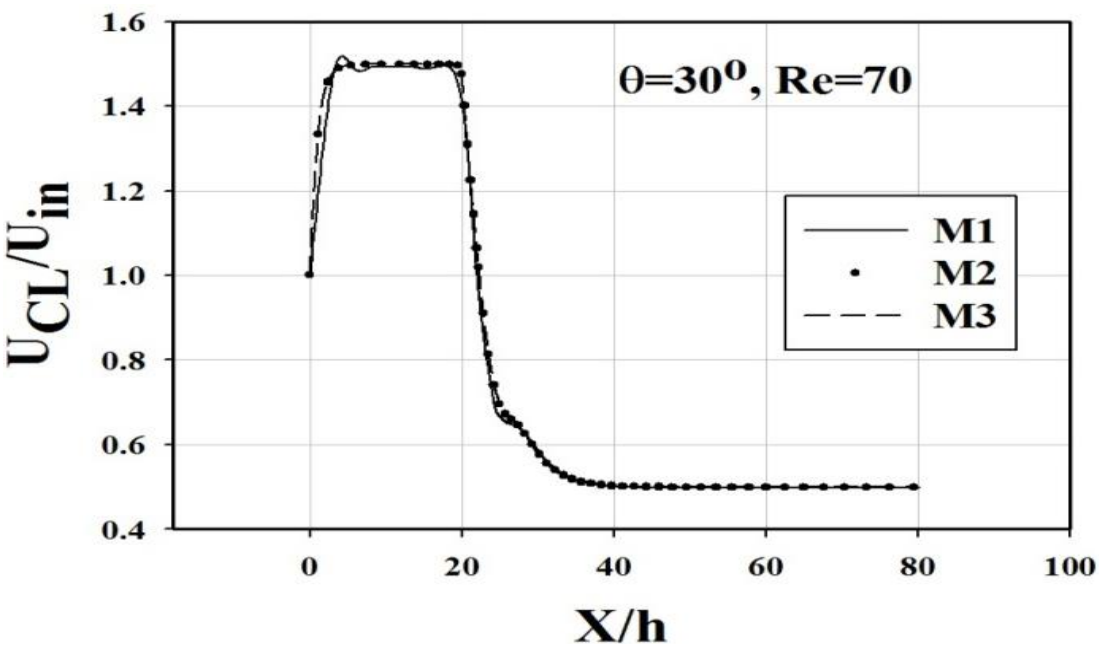
نوع شبکه	تعداد سلول بخش اول	تعداد سلول بخش دوم	تعداد سلول بخش سوم	تعداد سلول تمام بخش‌ها
M1	۳۰۰۰	۳۹۰	۹۰۰۰	۱۲۳۹۰
M2	۶۰۰۰	۸۰۰	۱۸۰۰۰	۲۴۸۰۰
M3	۱۰۰۰۰	۲۰۰۰	۳۰۰۰۰	۴۲۰۰۰

حال برای آنکه بتوانیم استقلال حل عددی را از شبکه نشان دهیم نیاز به یک مقدار مرجع برای طول گردابه داریم. از آنجایی که هرچه تراکم شبکه بیشتر باشد، دقت آن شبکه نیز بالاتر است. پس در این تحقیق شبکه M3 به عنوان شبکه مرجع در نظر گرفته شده است و طول گردابه مربوط به شبکه M1 و M2 با شبکه مرجع مورد مقایسه قرار گرفته است. که نتایج این مقایسه و درصد خطای نسبی ناشی از این مقایسه (ER) در جدول (۵-۳) آورده شده است و خطای نسبی برای شبکه‌های M1 و M2 به ترتیب با ERM1 و ERM2 نامگذاری شده است.

جدول (۵-۳) مقایسه طول گردابه‌ها در ۳ نوع شبکه برای زاویه ۴۵ درجه همراه با درصد خطای نسبی

دیواره کانال	M1	M2	M3	ERM1 %	ERM2 %
پایین	**۶/۷۰۶۵**	**۶/۶۶۱۷**	**۶/۶۲۶۸**	**۱/۲۰**	**۰/۵۳**
بالا	**۴/۸۴۴۱**	**۴/۸۷۷۷**	**۴/۹۱۱۵**	**۱/۳۷**	**۰/۶۹**

همانطور که در شکل(۵-۱) نیز مشاهده می شود، سرعت ترسیم شده روی خط مرکزی کانال برای شبکه M۲ نسبت به M۱ ، دارای اختلاف بسیار کمی با شبکه M۳ می باشد و حتی توزیع سرعت در بخش یک کانال برای شبکه M۱ دارای نوسانات زیادی می باشد.



شکل(۵-۱) سرعت روی خط مرکزی کانال برای سه نوع شبکه

بدیهی است که افزایش تعداد سلول های شبکه، باعث افزایش دقت و کاهش خطای کل می شود، ولی باید توجه داشت که این امر باعث افزایش شدید حجم و زمان محاسبات می شود. با توجه به اطلاعات

جدول (۵-۳) و شکل(۵-۱)، می توان با تقریب خوبی از شبکه M2 استفاده نمود. در مطالعه حاضر نیز برای بررسی مشخصات گردابه‌ها از شبکه M2 استفاده شده است.

۵-۳- بررسی صحت نتایج

همانطور که قبلاً ذکر شد، هندسه انبساط ناگهانی (زاویه ۹۰ درجه) برای حالت دوبعدی توسط محققین زیادی مورد بررسی قرار گرفته است. در ارزیابی صحت نتایج تحقیق حاضر، برای مقایسه با مطالعات گذشته از انبساط ناگهانی (زاویه ۹۰ درجه) با نسبت انبساط ۱:۳در محدوده اعداد رینولدز مختلف استفاده شده است. بهترین پارامتری که می‌توان با استدلال به آن از صحت حل مسئله مطمئن شد، طول گردابه‌های ایجاد شده به صورت بی بعد (Dv1، Dv2) و نمودارهای حاصل از آن می‌باشد.

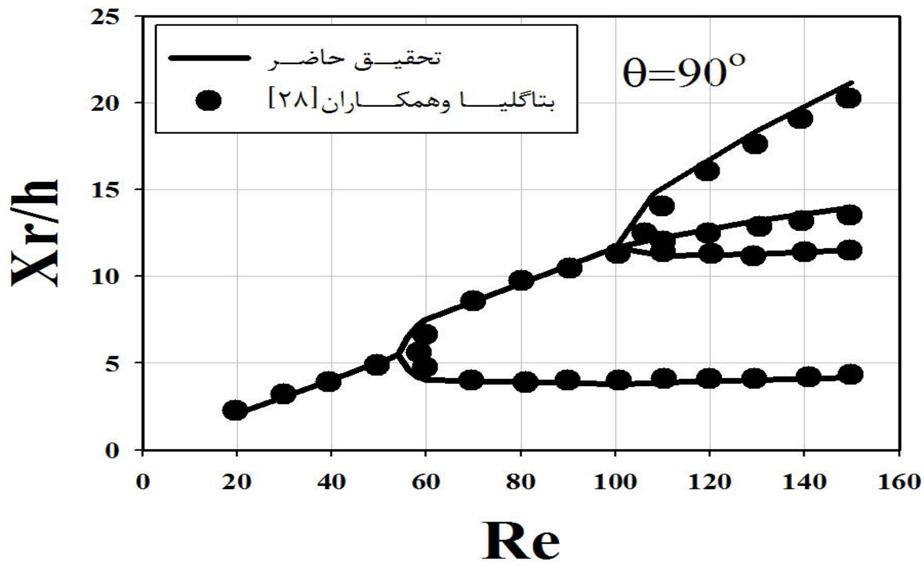
الیویرا [۳۳] در سال ۲۰۰۲ جریان سیال نامتقارن غیرنیوتنی را برای تبدیل واگرای ناگهانی متقارن صفحه‌ای مورد بررسی قرار داد. او در تحقیق خود قبل از بررسی جریان سیال غیرنیوتنی به بررسی جریان سیال نیوتنی پرداخته و طول گردابه‌ها را در اعداد رینولدز مختلف $۰/۱\leq Re\leq ۱۰۰$ و در نسبت تبدیل۱:۳ گزارش کرده است.

در جدول (۵-۴)، طول گردابه‌های حاصل از حل عددی تحقیق حاضر برای اعداد رینولدز مختلف در زاویه ۹۰ درجه به صورت بی‌بعد ($Dv_1=Dx_1/h$, $Dv_2=Dx_2/h$) با نتایج الیویرا [۳۳] مقایسه شده و خطای مطلق این مقایسه (Er) نیز آورده شده است. همانطور که از جدول (۵-۴) مشخص است، بیشترین اختلاف با تحقیق الیویرا [۳۳] به صورت مطلق برابر ۰/۱ است و این به دلیل یکسان نبودن شبکه بندی به کار برده شده و طول گام شبکه در راستای x و y می باشد.

جدول (۵-۴) مقایسه طول گردابه‌ها با نتایج الیویرا [۳۳]

عدد Re	تحقیق حاضر		تحقیق الیویرا [۳۳]		خطای مطلق	
	Dv_2	Dv_1	Dv_2	Dv_1	Er1	Er2
۲۰	۲/۰۹۴	۲/۰۹۴	۲/۱۱۱	۲/۱۱۱	۰/۰۱۷	۰/۰۱۷
۴۰	۴/۰۴۵	۴/۰۴۵	۴/۰۷۵	۴/۰۷۵	۰/۰۳۰	۰/۰۳۰
۵۰	۵/۰۶۶	۵/۰۶۶	۵/۰۸۰	۵/۰۸۰	۰/۰۱۴	۰/۰۱۴
۶۰	۴/۰۱۰	۷/۵۱۰	۳/۹۴۰	۷/۶۱	۰/۰۷	۰/۱
۸۰	۳/۶۷۰	۱۰/۰۴	۳/۶۵۸	۱۰/۰۶	۰/۰۱۲	۰/۰۲
۱۰۰	۳/۷۷۰	۱۱/۶۳	۳/۷۸۱	۱۱/۶۶	۰/۰۱۱	۰/۰۳۰

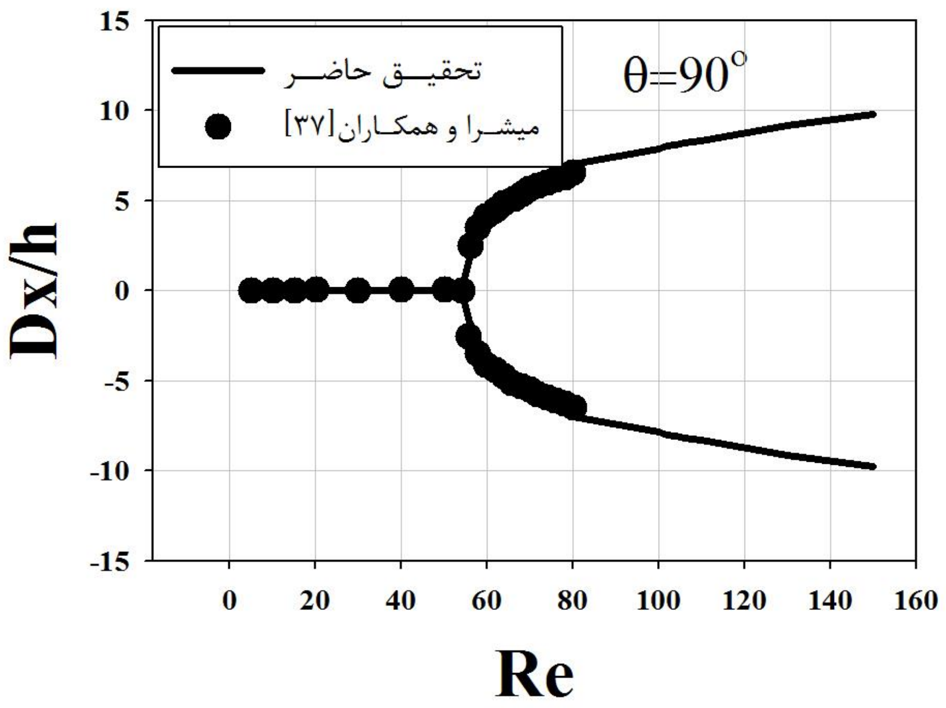
همچنین در شکل(۵-۲)، برای ارزیابی صحت پدیده دو شاخه‌ای ناشی از طول گردابه‌ها در زاویه ۹۰ درجه، مقایسه‌ای با تحقیق بتاگلیا و همکارانش [۲۸] انجام گرفته است. آنها در تحقیق خود، شبیه سازی عددی را با روش حجم محدود انجام داده‌اند.



شکل(۵-۲) مقایسه طول گردابه‌ها با تحقیق بتاگلیا و همکارانش [۲۸]

اندک تفاوتی که در شکل(۵-۲) مشاهده می شود؛ به دلیل وابستگی نقطه انشعاب دو شاخه‌ای و انشعاب سه شاخه‌ای به عواملی مانند اندازه سلول شبکه، دقت حل عددی و روش‌های عددی مورد استفاده می باشد.

همچنین در شکل(۵-۳) نیز مقایسه دیگری با تحقیق میشرا و همکارانش [۳۷] در زاویه ۹۰ درجه صورت گرفته است، که این مقایسه برای صحت پدیده دو شاخه‌ای ناشی از اختلاف طول گردابه ها می باشد. میشرا و همکارانش [۳۷] در مطالعات خود از روش اختلال[1] و روش المان محدود برای بررسی طول گردابه‌ها استفاده کرده‌اند.



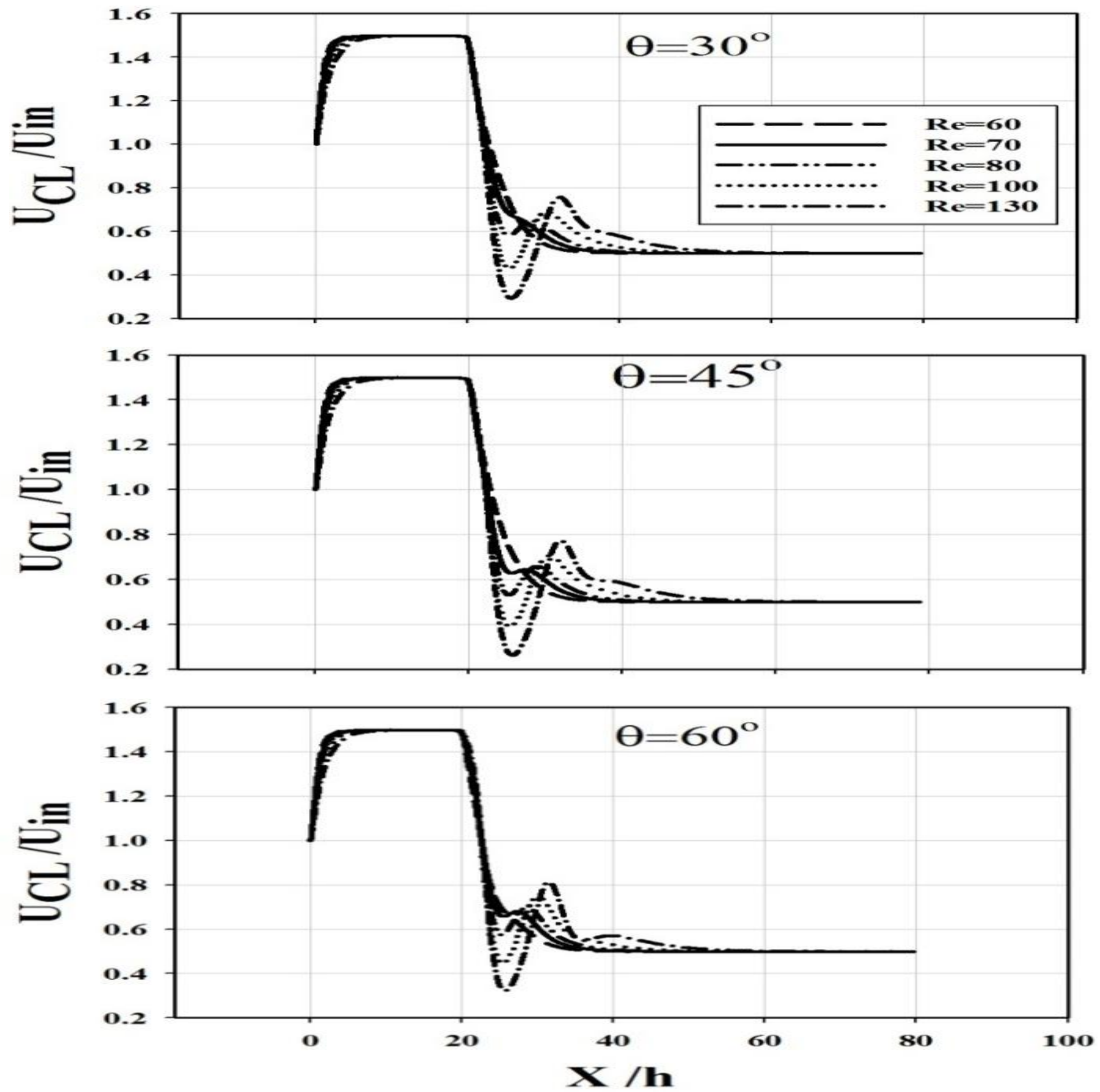
شکل(۵-۳) مقایسه اختلاف طول گردابه‌ها با تحقیق میشرا و همکارانش [۳۷]

همانطور که در شکل(۵-۲) و شکل(۵-۳) مشاهده می شود مطابقت خوبی بین نتایج حاضر و تحقیقات دیگران وجود دارد.

1. Perturbation

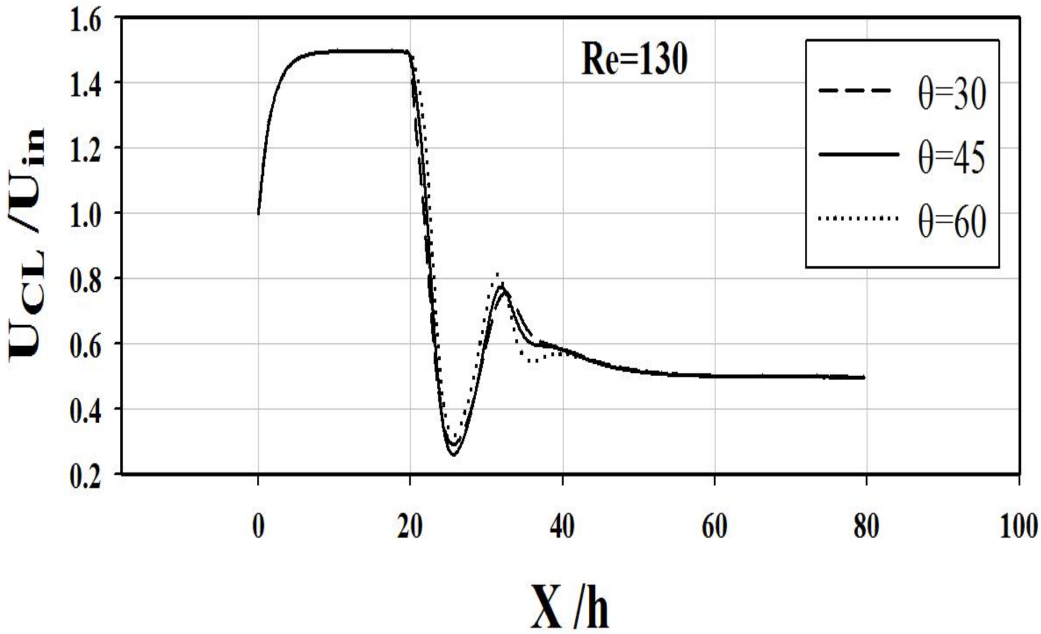
۵-۴- بحث در نتایج

برای بررسی شرط توسعه‌یافتگی جریان سیال نیوتنی در بخش پایین دست و بالادست جریان (بخش اول و بخش سوم) از سرعت خط مرکزی کانال (U_{CL}) به عنوان یک مشخصه استفاده شده است. از آنجایی که برای افزایش عدد رینولدز، تنها پارامتر سرعت ورودی به عنوان متغیر و باقی پارامترها ثابت در نظر گرفته شده است، پس با افزایش عدد رینولدز طول توسعه‌یافتگی در هر دو بخش اول و سوم کانال افزایش می یابد، که این به وضوح در شکل(۵-۴) برای هر سه زاویه ۳۰، ۴۵ و۶۰ درجه دیده می شود.



شکل(۵-۴) مقایسه سرعت روی خط مرکزی کانال در اعداد رینولدز مختلف برای سیال نیوتنی

همانطور که در شکل(۵-۴) مشاهده می شود، در ابتدا که جریان سیال دارای رژیـم جریـانی پایـدار و متقارن است، سرعت خط مرکزی بعد از افت ناگهانی به حالت توسعه یافتگی می‌رسد امـا بـا افـزایش عدد رینولدز، رژیم جریان پایدار و نامتقارن می‌شود و اثرات گردابه‌های ناشی از جریان معکوس باعـث می شود که سرعت خط مرکزی بعد از بیشترین کاهش، دوباره افزایش یابد. هرچه عدد رینولدر بیشتر باشد به دلیل افت فشار بیشتر در یک سمت ، قدرت و طول یک گردابه بزرگتر و گردابه دیگر کوچکتر می‌شود به طوری که تأثیر قابل ملاحظه هر دو گردابه باعث می شود که با افزایش عدد رینولدز، میزان اولین افت ناگهانی سرعت و اوج دوباره آن نیز افزایش یابد. همچنـین بـرای نشـان دادن تـأثیر زوایـا، سرعت روی خط مرکزی کانال برای عدد رینولدز ۱۳۰ در شکل(۵-۵) ترسیم شده است.



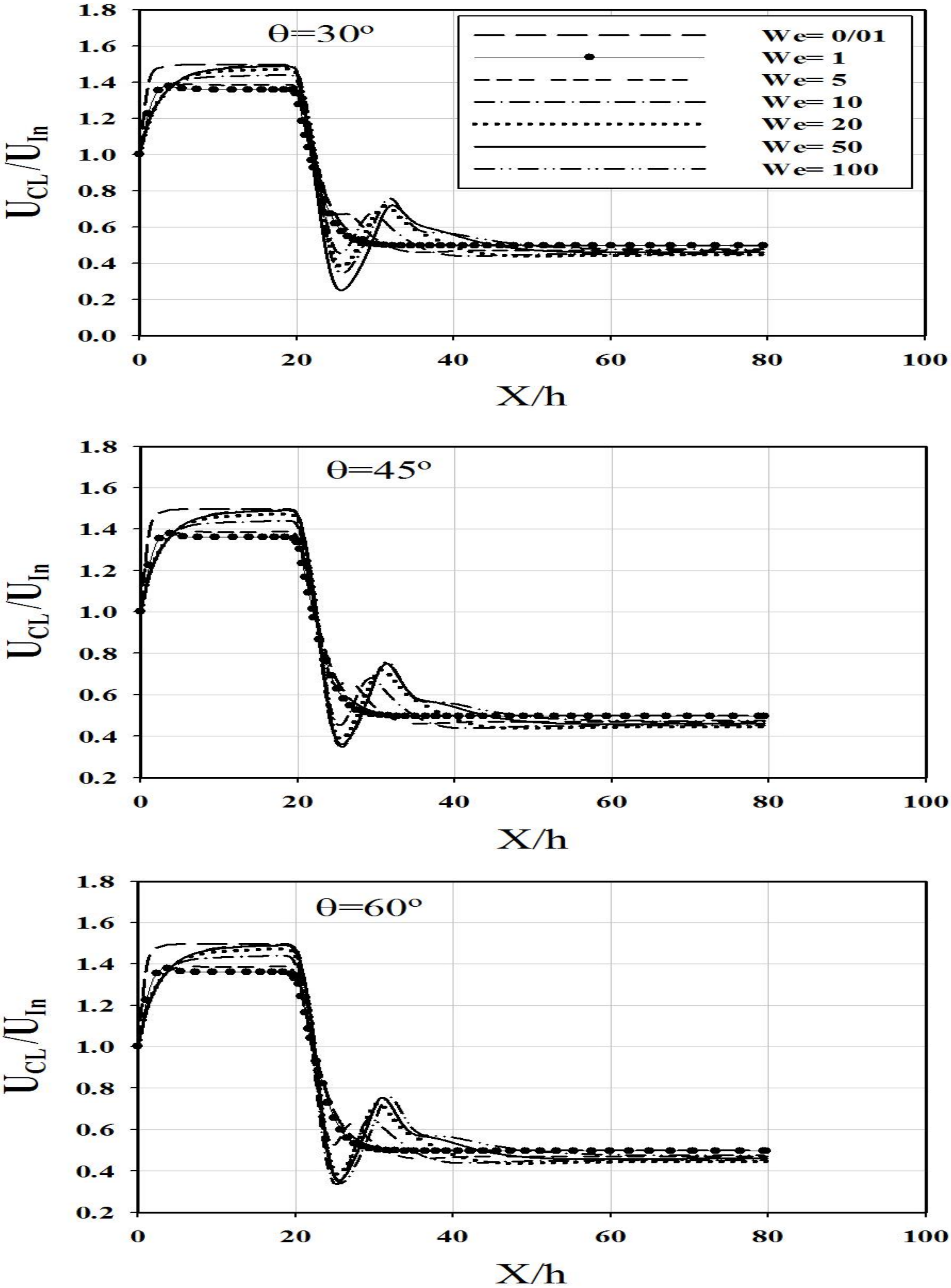
شکل(۵-۵) سرعت روی خط مرکزی کانال در زوایای مختلف برای سیال نیوتنی

برای سیال ویسکوالاستیک نیز سرعت روی خط مرکزی کانال برای عدد رینولدز ۶۰ ترسیم شده است و از آنجایی که مدل مورد استفاده در این تحقیق غیر خطی است، نمی توان انتظار داشت که در تمام اعداد وایزنبرگ سرعت در روی خط مرکزی کانال ۱/۵ برابر سرعت متوسط باشد.

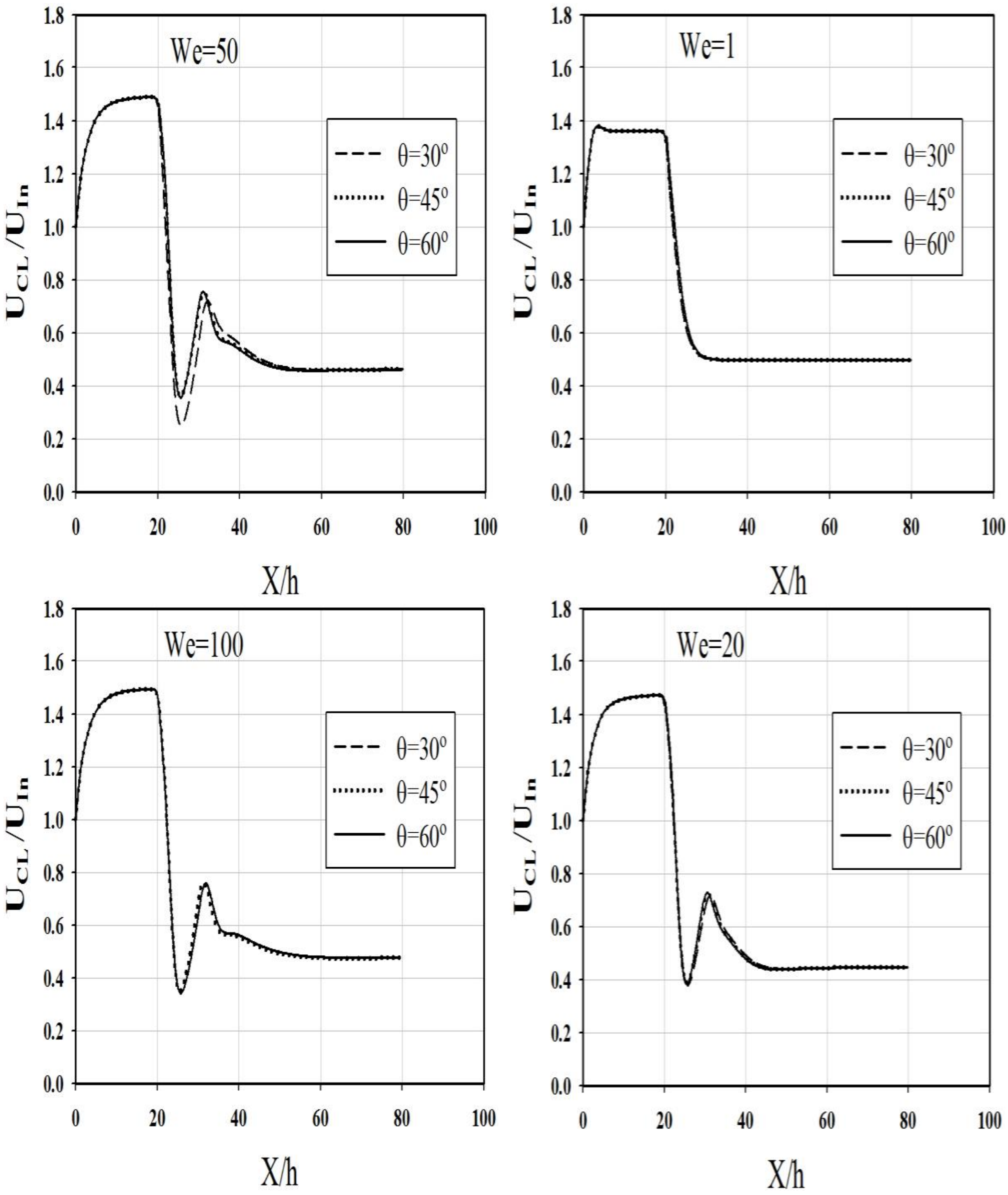
در اعداد وایزنبرگ خیلی کوچک سیال رفتار نیوتنی دارد و همانطور که از شکل(۵-۶) نیز مشاهده می شود، نمودار سرعت در عدد رایزنبرگ ۰/۰۱مشابه سرعت در سیال نیوتنی می باشد. همانطور که از شکل(۵-۶) مشاهده می شود در اعداد وایزنبرگ کوچک دیگر سرعت بیشینه ۱/۵ برابر سرعت متوسط نیست؛ ولی در اعداد وایزنبرگ بزرگ این شرط توسعه یافتگی برقرار می گردد و هرچه عدد وایزنبرگ بزرگتر باشد، جریان سیال برای رسیدن به شرط توسعه یافتگی، طول بیشتری از کانال را طی می کند. همچنین با افزایش عدد وایزنبرگ، عدد رینولدز بحرانی اول و دوم نیز کاهش پیدا می کند.

برای تأثیر زوایا بر روی سرعت خط مرکزی کانال در جریان سیال ویسکو الاستیک سرعت در زوایای ۳۰، ۴۵ و ۶۰ درجه برای اعداد وایزنبرگ ۱، ۲۰، ۵۰ و ۱۰۰ در شکل(۵-۷) ترسیم شده است.

همانطور که از شکل(۵-۷) مشاهده می شود، در اعداد وایزنبرگ کوچک و بزرگ توزیع سرعت روی خط مرکزی کانال، مستقل از اندازه زاویه می شود و در اعداد وایزنبرگ متوسط با افزایش مقدار زاویه انبساطی، تغییرات سرعت نیز بیشتر می شود.



شکل(۵-۶) مقایسه سرعت روی خط مرکزی کانال در اعداد وایزنبرگ مختلف و در عدد رینولدز ۶۰



شکل(۵-۷) سرعت روی خط مرکزی کانال در زوایای مختلف برای سیال ویسکوالاستیک

و در عدد رینولدز ۶۰

جریان سیال نیوتنی در هر زاویه دارای نمودار انشعابی متفاوتی برای طول گردابه می باشد؛ که در آن DX_r مربوط به اختلاف فاصله ابتدا و انتهای هر گردابه از فاصله ابتدای گردابه اول از ورودی بخش دوم

است که بر حسب اعداد رینولدز مختلف در شکل(۵-۸) ترسیم شده است.

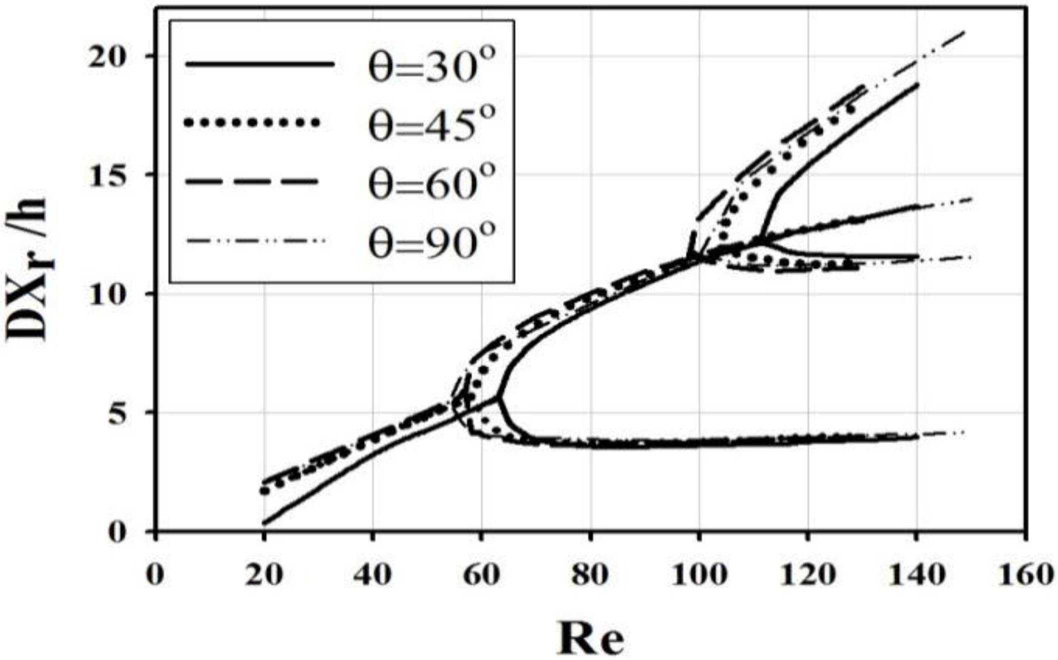
افزایش عدد رینولدز (ناشی از افزایش سرعت) سبب افزایش فشار انبساطی می شود. در عدد رینولدز بحرانی نیروهای فشاری بر نیروی ویسکوز غلبه می کنند و دیگر نیروی ویسکوز قادر به حفظ ساختار میدان جریان به شکل یک جفت گردابه متقارن نخواهد بود. در این حالت ناپایداری در جریان بوجود می آید و گردابه های در شرایط نامتقارنی پدید می آیند. بنابراین برای رسیدن به یک حالت پایدار جدید، طول یک گردابه کاهش و طول گردابه دیگر افزایش می یابد و این منجر بـه دو شاخه شدن[1] نمودار طول گردابه‌ها در عدد رینولدز بحرانی می شود.

همانطور که از شکل(۵-۸) مشاهده می شود، برای پدیده دو شاخه شدن، باید قدرمطلق طول گردابه در زوایای مختلف به یک مقدار مشخص برسد که با توجه به نتایج تحقیق حاضر، قدرمطلق طول گردابه ۵/۵ برابر ارتفاع بخش بالادست جریان می باشد. افزایش زاویه انبساطی، باعث افزایش قدرت و طول گردابه می شود. در نتیجه با افزایش زاویه، مقدار عدد رینولدز بحرانی کاهش می یابد و نقطه دو شاخه شدن به سمت چپ متمایل می شود. با افزایش بیشتر عدد رینولدز پدیده سه شاخه‌ای شدن نیز در نمودار مشاهده می شود.

تا قبل از رینولدز بحرانی اول، جریان متقارن و طول هر دو گردابه برابر است. در نتیجه، نمودار شکل(۵-۸) به صورت تک شاخه می باشد. با بیشتر شدن عدد رینولدز از مقدار بحرانی اول، جریان نامتقارن شده و نمودار شکل(۵-۸) دو شاخه‌ای می شود. به طوری که شاخه پایین طول گردابه کوچکتر و شاخه بالا طول گردابه بزرگتر را نشان می دهد. بعد از عدد رینولدز بحرانی اول با انحراف جریان و ایجاد موازنه جدید بین نیروهای اینرسی، فشاری و ویسکوز حالت جدیدی از پایداری برای جریان ایجاد می شود. به همین دلیل شاخه پایین ابتدا کمی افت دارد و بعد از اندکی افزایش عدد رینولدز به صورت خط صاف ظاهر می شود. بعد از عدد رینولدز دوم نمودار شکل(۵-۸) سه شاخه‌ای

1. Bifurcation Phenomena

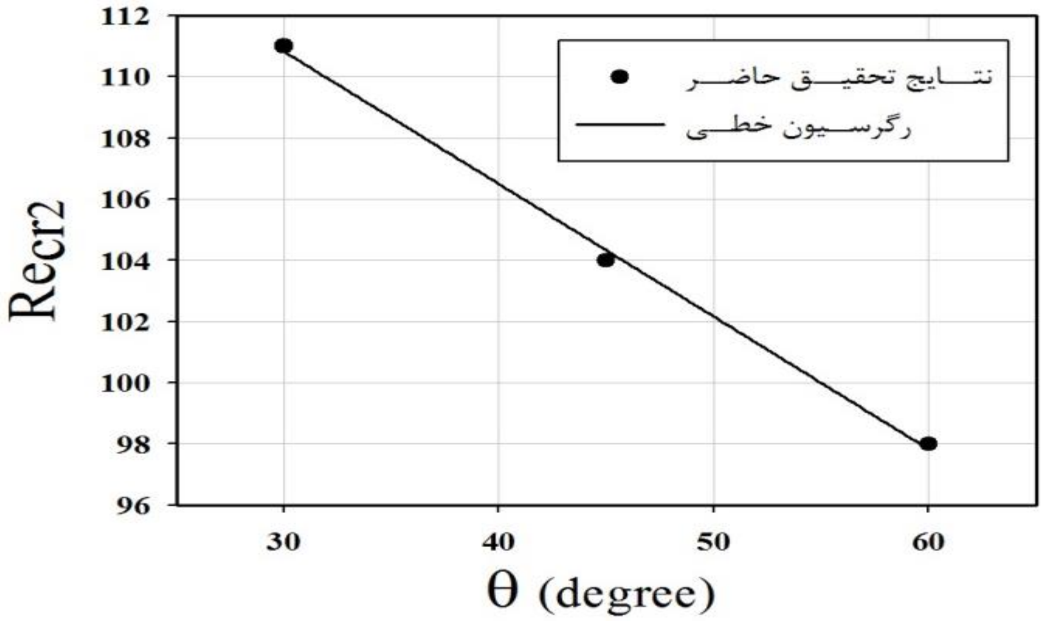
شده، که شاخه وسطی طول گردابه بزرگتر و فاصله بین شاخه پایین و بالا، طول گردابه سوم را نشـان می دهد.



شکل(۵-۸) مقایسه نمودار چند شاخه‌ای در زوایای مختلف برای سیال نیوتنی

همانطور که در شاخه وسط قسمت سه شاخه‌ای نمودار شکل(۵-۸) مشاهده می شود مقادیر رینولـدز بحرانی دوم برای هر زاویه انبساطی تقریباً بر روی یک خط راست قرار دارد. در شکل(۵-۹) با استفاده از رگرسیون خطی رابطه‌ای، برای مقدار عدد رینولدز بحرانی دوم بر حسب زاویه انبساطی بـه صـورت زیر ارائه شده است.

$$Re_{Crr} = ۱۲۳ / ۸۳۳۳ + (-۰/۴۳۳۳ \cdot \theta^{o}) \qquad (۱-۵)$$



شکل(۵-۹) رگرسیون خطی برای عدد رینولدز بحرانی دوم

مقدار عدد رینولدز بحرانی برای تبدیل گردابه‌ها از حالت متقارن به حالت نامتقـارن و نیـز تبـدیل دو گردابه به سه گردابه در سه زاویه ۳۰، ۴۵ و ۶۰ درجه به صورت منظم در جـدول (۵-۵) آورده شـده است. که این مقادیر بیان شده برای عدد رینولدز بحرانی اول و دوم، در نقطه دو شاخه‌ای و سه شاخه-ای نمودار شکل(۵-۸) نیز قابل مشاهده می باشد.

جدول (۵-۵) اعداد رینولدز بحرانی اول و دوم برای جریان سیال نیوتنی

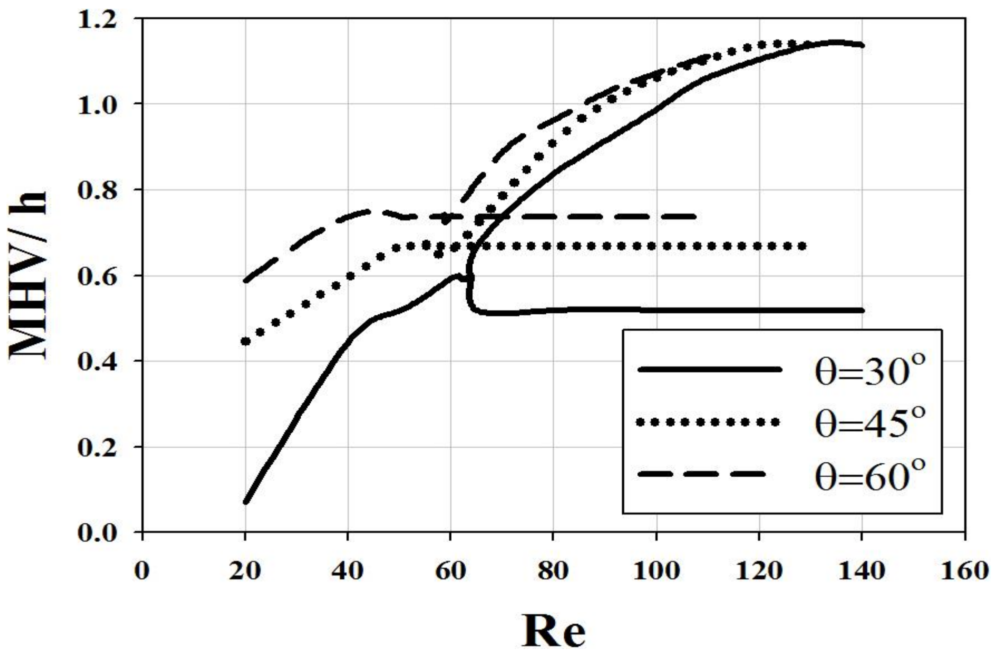
عدد رینولدز بحرانی	$\theta = ۳۰$	$\theta = ۴۵$	$\theta = ۶۰$
$Re_{Cr۱}$	**۶۳**	**۵۹**	**۵۷**
$Re_{Cr۲}$	**۱۱۱**	**۱۰۴**	**۹۸**

در جداول (۵-۶) تا (۵-۱۷) برای هر گردابه مشخصات طول، بیشترین ارتفاع و طول بیشترین ارتفاع، نقطه شروع و خاتمه گردابه از ابتدای بخش انبساطی به ازای زوایای ۳۰، ۴۵ و ۶۰ درجه در محـدوده اعداد رینولدز $۲۰ \le \mathrm{Re} \le ۱۳۰$ به صورت منظم و طبقه بندی شده ارائه شده است.

در شکل(۵-۱۰) نمودار دوشاخه‌ای ماکزیمم ارتفاع گردابه[1] (MHV) در مجاورت دیوار بالا و پایین کانال بر حسب عدد رینولدز نشان داده شده است. با افزایش زاویه انبساطی، به دلیل افزایش نیروی فشاری، اندازه MHV برای هر دو گردابه بالا و پایین بیشتر می شود (یعنی بیشینه ارتفاع افزایش می یابد). هر چه زاویه انبساطی بزرگتر باشد میزان افزایش ارتفاع گردابه نیز بیشتر شده و در نتیجه فاصله بین دو شاخه MHV کمتر می شود. با افزایش عدد رینولدز تا عدد رینولدز بحرانی اول، اندازه MHV برای هر دو گردابه مجاور دیوار بالا و پایین کانال به دلیل تقارن جریان، یکسان می باشد.

در هر زاویه انبساطی با افزایش عدد رینولدز تا قبل از مقدار بحرانی اول، نیروی اینرسی و فشاری نیز افزایش یافته و به دلیل غلبه نیروی فشاری بر نیروی اینرسی و ویسکوز در مجاورت دیوار، ارتفاع هر دو گردابه زیاد می شود. اما بعد از عدد رینولدز بحرانی اول، به دلیل کاهش سطح مقطع عبور جریان توسط هر دو گردابه، نیروی اینرسی بسیار افزایش می یابد و دیگر نیروی فشاری قادر به غلبه بر آن نخواهد بود؛ در نتیجه برای ایجاد حالت تعادلی جدید جریان نامتقارن می شود. این تعادل جدید نیروهای فشاری و ویسکوز، باعث می شود که اندازه MHV برای گردابه کوچکتر ثابت بماند ولی برای گردابه بزرگتر به دلیل نبودن نواحی چرخشی در مجاورت بیشترین ارتفاع گردابه بزرگتر، با افزایش عدد رینولدز جریان به سمت دیگر کانال منحرف شده و اندازه MHV برای گردابه بزرگتر افزایش می یابد. با بیشتر شدن عدد رینولدز از مقدار ۱۴۰، دیگر اندازه MHV برای گردابه بزرگتر به مقدار زاویه انبساطی بستگی ندارد.

[1]. Maximum Height Vortex



شکل(۵-۱۰) مقایسه نمودار دوشاخه‌ای برای ارتفاع در زوایای مختلف

همچنین برای بررسی جزئیات مشخصات عرضی گردابه‌ها به صورت دقیق در جریان سیال نیوتنی نیاز به بررسی داده‌های مربوط به آن در جداول (۵-۶) تا (۵-۱۷) می باشد، که نتایج حاصل از این بررسی به طور خلاصه در ادامه آورده شده است.

در زوایای ۳۰ و ۴۵ درجه، بیشینه ارتفاع برای گردابه اول در مجاورت دیوار پایین تا بعد از عدد رینولدز بحرانی اول و در مجاورت دیوار بالا در تمام محدوده اعداد رینولدز بدون طول می باشد، یعنی فقط یک نقطه است. اما برای زاویه ۶۰ درجه، بیشینه ارتفاع برای گردابه‌های اول در مجاور دیوار بالا و دیوار پایین دارای طول می باشد. همچنین بعد از عدد رینولدز بحرانی دوم که گردابه دوم در مجاور دیوار بالا تشکیل می شود؛ برای هر سه زاویه بیشنه ارتفاع دارای طول می باشد. به عبارت دیگر در اعداد رینولدز کوچک با افزایش مقدار زاویه انبساطی، بیشینه ارتفاع گردابه‌های اول در مجاور دیوار بالا و پایین از حالت یک نقطه تبدیل به یک خط می شود و با افزایش زاویه انبساطی برای گردابه دوم در مجاور دیوار بالا (بعد از عدد رینولدز بحرانی دوم)، طول بیشینه ارتفاع نیز افزایش می یابد.

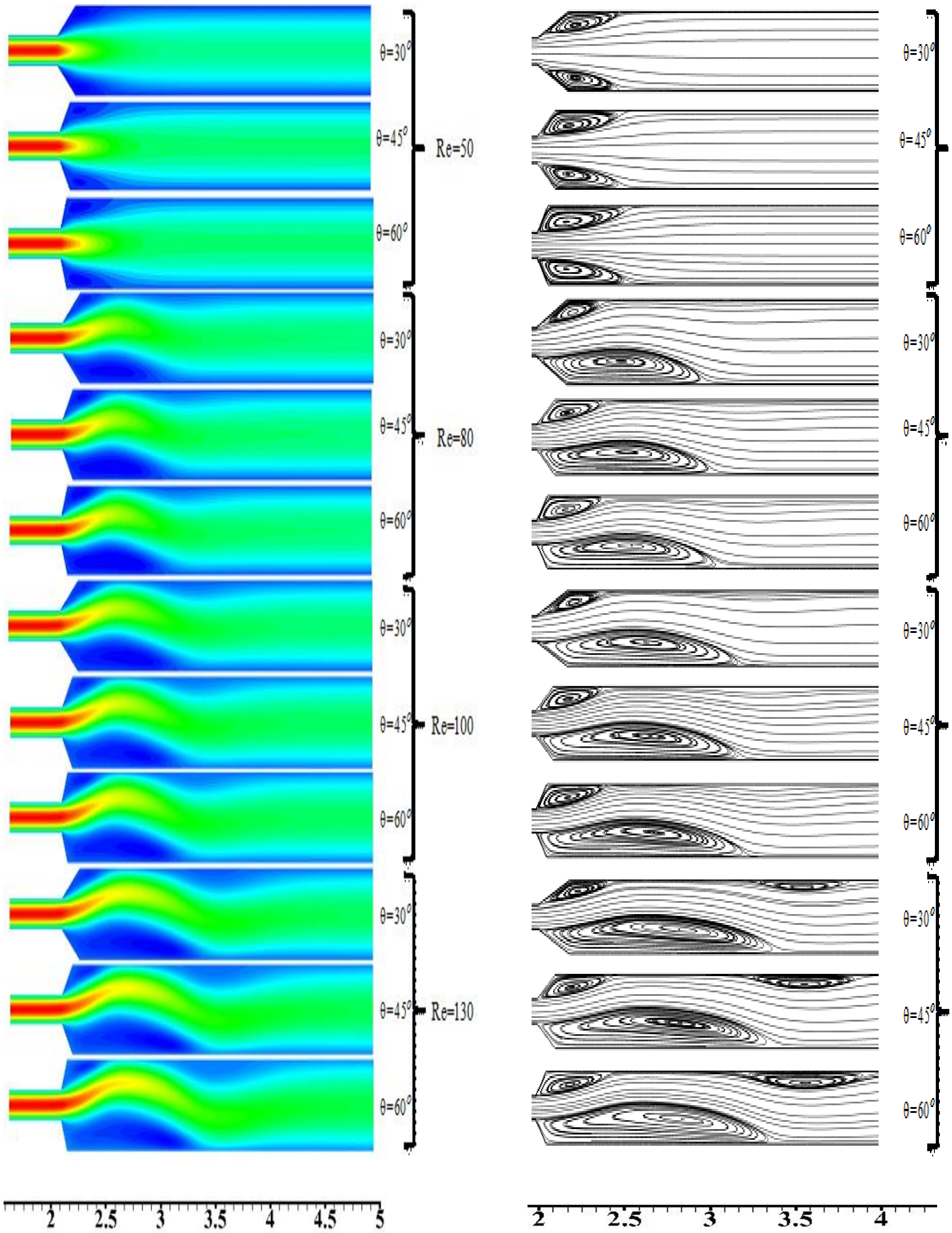
برای بررسی طول گردابه، نقطه شروع و خاتمه در هـر گردابـه، عـلاوه بـر ذکـر مشخصـات طـولی در جداول، نمودارهای خطوط جریان و کانتور سرعت نیز ترسیم شـده اسـت، کـه نتـایج حاصـل از ایـن بررسی داده‌ها و نمودارها در ادامه آورده شده است.

۱- با افزایش عدد رینولدز، بعد از عدد رینولدز بحرانی اول به دلیل ناپایدار شـدن رژیـم جریـان، یـک تغییر ناگهانی در طول گردابه بزرگتر به وقوع می پیوندد و هرچه زاویه انبسـاطی بزرگتـر باشـد، ایـن تغییر طول ناگهانی برای گردابه مجاور دیوار پایین (گردابـه بزرگتـر) بیشـتر اسـت. بـا افـزایش زاویـه انبساطی، نیروی فشاری افزایش یافته و فاصله ابتدای گردابه اول در مجاور دیوار بالا و پایین از ابتدای بخش انبساطی کاهش می یابد.

۲- با افزایش اندازه زاویه تا قبل از عدد رینولدز بحرانی دوم، فاصله انتهایی گردابه اول در مجاور دیوار پایین از ابتدای بخش انبساطی افزایش می یابد ولی در رینولدزهای بالاتر مقدار این فاصله کاهش می یابد. همانطور که از شکل ۲ نیز مشاهده می شود، فاصله انتهایی گردابـه اول در مجـاور دیـوار بـالا از ابتدای بخش انبساطی، با افزایش زاویه تا قبل از عدد رینولدز بحرانی اول بیشـتر شـده و در محـدوده بین عدد رینولدز بحرانی اول تا عدد رینولدز بحرانی دوم کم می شود. همچنین این فاصله بعد از عدد رینولدز بحرانی دوم در تمام زوایا به صورت افزایشی می باشد. برای گردابه دوم در مجاورت دیوار بـالا با زیاد شدن اندازه زاویه انبساطی، کاهش فاصله ابتدایی و افـزایش فاصـله انتهـایی گردابـه از ابتـدای بخش انبساطی را شاهد هستیم، که منجر به افزایش طول گردابه‌ها می شود.

۳- در زاویه ۳۰ درجه با افزایش عدد رینولدز فاصله ابتدایی گردابه اول مجاور دیوار پایین و دیوار بـالا از ابتدای بخش انبساطی کاهش می یابد و هرچه عدد رینولدز بیشتر باشد، نـرخ ایـن کـاهش فاصـله، کمتر می شود؛ ولی برای زوایای ۴۵ و ۶۰ درجه این فاصله برای گردابه اول در مجاور دیـوار پـایین و دیوار بالا در تمام محدوده اعداد رینولدز ثابت می ماند. همچنین تغییرات فاصله انتهایی گردابه اول در مجاور دیوار بالا با تغییرات فاصله انتهایی گردابه اول در مجاور دیوار پـایین بـا افـزایش عـدد رینولـدز

یکسان نمی باشد.

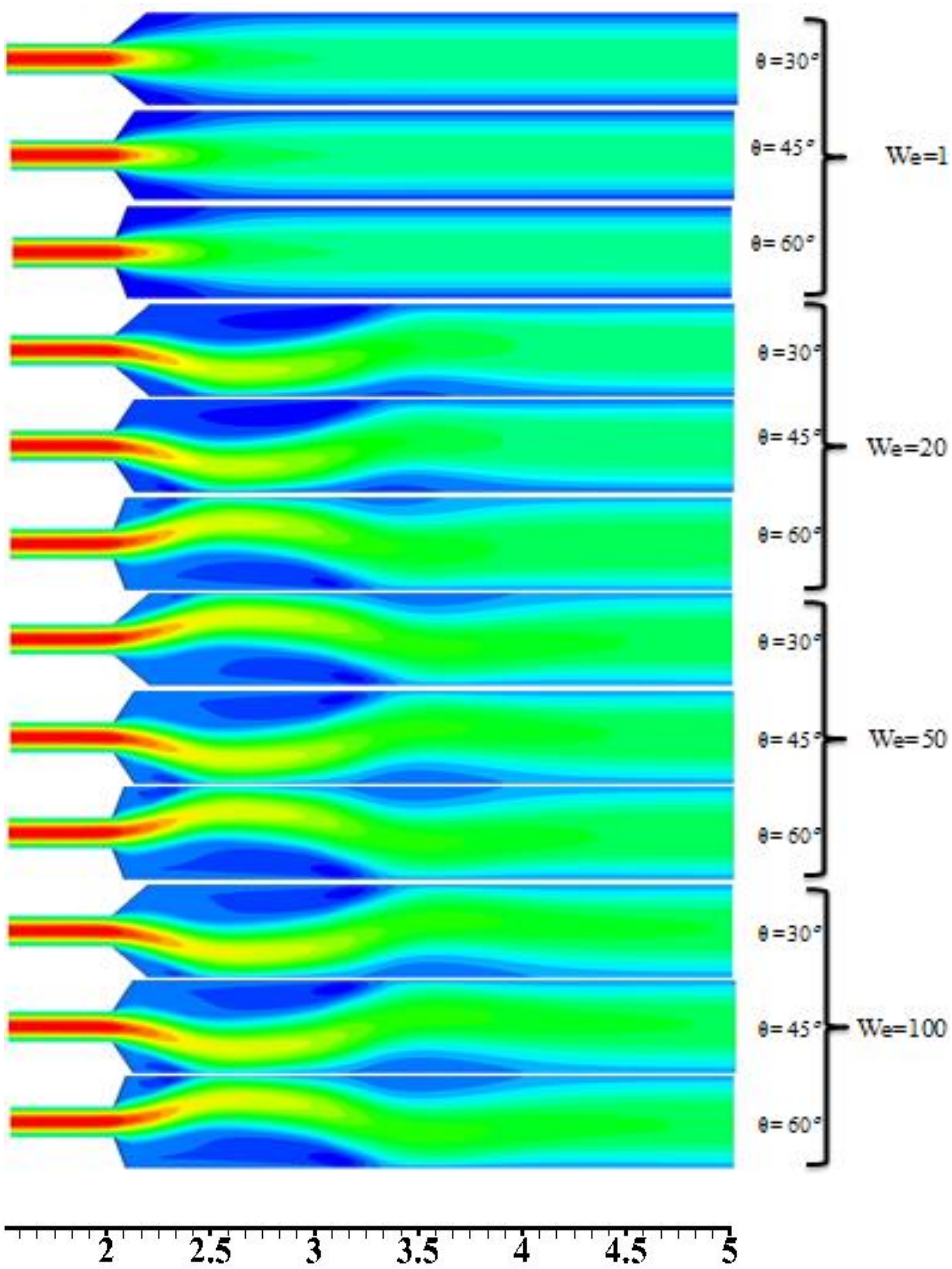


شکل(۵-۱۱) خطوط جریان و کانتور سرعت سیال نیوتنی برای اعداد رینولدز مختلف در زوایای مختلف

فاصله انتهایی گردابه اول در مجاور دیوار پایین برای هر سه زاویه با افزایش عدد رینولدز افـزایش مـی یابد و بیشترین تغییرات آن در عدد رینولدز بحرانی ظاهر می شود. با زیاد شدن عدد رینولـدز فاصـله انتهایی گردابه اول در مجاور دیوار بالا تا قبل از مقدار بحرانی اول به صورت افزایشی و از مقدار بحرانی اول تا مقدار بحرانی دوم به صورت کاهشی و بعد از مقدار بحرانی دوم دوباره به صورت افزایشی ولی با نرخ تغییرات کمتر ظاهر می شود. این توصیفات در شکل(۵-۱۱) نیز قابل مشاهده می باشد.

۴- برای گردابه دوم در مجاور دیوار بالا که بعد از رینولدز بحرانی دوم ظاهر می شود، با افزایش عـدد رینولدز تغییرات فاصله ابتدایی و انتهایی از ابتدای بخش انبسـاطی بـه ترتیـب بـه صـورت کاهشـی و افزایشی می باشد و این زیاد شدن عدد رینولدز، منجر به افزایش طول گردابه می شود.

همچنین کانتور سرعت برای زوایای ۳۰، ۴۵ و ۶۰ درجه و عدد رینولدز ۶۰ برای اعـداد وایزنبـرگ ۱، ۲۰، ۵۰ و ۱۰۰ در شکل(۵-۱۲) آورده شده است و همانطور که در این شکل مشـاهده مـی شـود، در اعداد وایزنبرگ خیلی کوچک جریان متقارن می باشد و هر دو گردابه کاملاً مشابه می باشد. با افزایش عدد وایزنبرگ (مانند افزایش عدد رینولدز) طول یکی از گردابه‌ها کاهش و طول گردابه دیگر افـزایش می یابد و با افزایش بیشتر عدد وایزنبرگ به دلیل افزایش خاصیت الاستیک عـلاوه بـر اینکـه گردابـه سوم تشکیل می گردد، جای گردابه کوچکتر با گردابه بزرگتر نیز عوض می گردد. افزایش میزان زاویه بر افزایش طول و قدرت گردابه نیز تأثیر گذار می باشد.



شکل(۵-۱۲) کانتور سرعت سیال ویسکوالاستیک برای اعداد وایزنبرگ مختلف در زوایای ۳۰، ۴۵ و ۶۰ درجه و در عدد رینولدز ۶۰

جدول (۵-۶) مشخصات طولی گردابه‌ها در مجاورت دیوار پایین کانال برای سیال نیوتنی در زاویه ۳۰ درجه

طول گردابه‌ها				فاصله ابتدا و انتهای هر گردابه از ورودی بخش انبساطی				$\theta = ۳۰^{o}$
DX4	DX3	DX2	DX1	LX4	LX3	LX2	LX1	Re
_	_	_	۳۶۱۱/۰	_	_	۱/۸۳۳۳	۱/۴۷۲۲	۲۰
_	_	_	۳/۲۴۵	_	_	۳/۶۷۸	۰/۴۳۳	۴۰
_	_	_	۴/۲۸۵۴	_	_	۴/۶۳۱۸	۰/۳۴۶۴	۵۰
_	_	_	۵/۳۲۰۴	_	_	۵/۵۸۰۲	۰/۲۵۹۸	۶۰
_	_	_	۵/۵۱۶۶	_	_	۵/۷۷۶۴	۰/۲۵۹۸	۶۲
_	_	_	۵/۶۴۸۷	_	_	۵/۹۰۸۵	۰/۲۵۹۸	۶۳
_	_	_	۶/۲۵۵۷	_	_	۶/۵۱۵۵	۰/۲۵۹۸	۶۴
_	_	_	۶/۸۱۲۷	_	_	۷/۰۷۲۵	۰/۲۵۹۸	۶۵
_	_	_	۸/۰۲۲۳	_	_	۸/۲۳۸۸	۰/۲۱۶۵	۷۰
_	_	_	۹/۳۸۴۸	_	_	۹/۵۵۸	۰/۱۷۳۲	۸۰
_	_	_	۱۱/۳۵۳۸	_	_	۱۱/۴۸۳۷	۰/۱۲۹۹	۱۰۰
_	_	_	۱۲/۰۶۴	_	_	۱۲/۱۹۳۹	۰/۱۲۹۹	۱۱۰
_	_	_	۱۲/۱۵۴۴	_	_	۱۲/۲۸۴۳	۰/۱۲۹۹	۱۱۱
_	_	_	۱۲/۲۴۴۹	_	_	۱۲/۳۷۴۸	۰/۱۲۹۹	۱۱۲
_	_	_	۱۲/۷۰۳۴	_	_	۱۲/۸۳۳۳	۰/۱۲۹۹	۱۲۰
_	_	_	۱۳/۱۷۰۶	_	_	۱۳/۳۰۰۵	۰/۱۲۹۹	۱۳۰

جدول (۵-۷) مشخصات طولی گردابه‌ها در مجاورت دیوار بالای کانال برای سیال نیوتنی در زاویه ۳۰ درجه

طول گردابه‌ها				فاصله ابتدا و انتهای هر گردابه از ورودی بخش انبساطی				$\theta = ۳۰^{o}$
DX_4	DX_3	DX_2	DX_1	LX_4	LX_3	LX_2	LX_1	Re
_	_	_	۰/۳۶۱۱	_	_	۱/۸۳۳۳	۱/۴۷۲۲	۲۰
_	_	_	۳/۲۴۵	_	_	۳/۶۷۸	۰/۴۳۳	۴۰
_	_	_	۴/۲۸۵۴	_	_	۴/۶۳۱۸	۰/۳۴۶۴	۵۰
_	_	_	۵/۳۲۰۴	_	_	۵/۵۸۰۲	۰/۲۵۹۸	۶۰
_	_	_	۵/۵۱۶۶	_	_	۵/۷۷۶۴	۰/۲۵۹۸	۶۲
_	_	_	۵/۶۴۸۷	_	_	۵/۹۰۸۵	۰/۲۵۹۸	۶۳
_	_	_	۵/۱۲۶۴	_	_	۵/۳۸۶۲	۰/۲۵۹۸	۶۴
_	_	_	۴/۶۱۹۷	_	_	۴/۸۷۹۵	۰/۲۵۹۸	۶۵
_	_	_	۳/۸۸۷۹	_	_	۴/۱۴۷۷	۰/۲۵۹۸	۷۰
_	_	_	۳/۵۹۲۶	_	_	۳/۸۵۲۴	۰/۲۵۹۸	۸۰
_	_	_	۳/۶۳۵۹	_	_	۳/۸۵۲۴	۰/۲۱۶۵	۱۰۰
_	_	_	۳/۶۹۴۵	_	_	۳/۹۱۱	۰/۲۱۶۵	۱۱۰
_	_	_	۳/۶۹۴۵	_	_	۳/۹۱۱	۰/۲۱۶۵	۱۱۱
_	۱۳/۲۷۳۳	۱۲/۳۴۰۷	۳/۶۹۴۵	۱۳/۴۸۹۸	۱۲/۵۵۷۲	۳/۹۱۱	۰/۲۱۶۵	۱۱۲
_	۱۵/۳۹۴۱	۱۱/۶۶۳	۳/۷۹۶۶	۱۵/۵۶۷۳	۱۱/۸۳۶۲	۳/۹۶۹۸	۰/۱۷۳۲	۱۲۰
_	۱۷/۱۷۱۴	۱۱/۵۷۴۴	۳/۸۵۵۷	۱۷/۳۴۴۶	۱۱/۷۴۷۶	۴/۰۲۸۹	۰/۱۷۳۲	۱۳۰

جدول (۵-۸) مشخصات عرضی گردابه‌ها در مجاورت دیوار پایین کانال برای سیال نیوتنی در زاویه ۳۰ درجه

$\theta = ۳۰^{o}$	ماکزیمم ارتفاع گردابه‌ها		فاصله ماکزیمم ارتفاع گردابه از ورودی بخش انبساطی				طول ماکزیمم ارتفاع گردابه‌ها	
Re	MHX_1	MHX_2	$DMHX_1$	$DMHX_2$	$DMHX_3$	$DMHX_4$	$LMHX_1$	$LMHX_2$
۲۰	۰/۰۷۰۶	_	۱/۷۱۷۶	۱/۷۱۷۶	_	_	۰	_
۴۰	۰/۴۴۳۵	_	۱/۷۱۷۶	۱/۷۱۷۶	_	_	۰	_
۵۰	۰/۵۱۸۱	_	۱/۷۱۷۶	۱/۷۱۷۶	_	_	۰	_
۶۰	۰/۵۹۲۷	_	۱/۷۱۷۶	۱/۷۱۷۶	_	_	۰	_
۶۲	۰/۵۹۲۷	_	۱/۷۱۷۶	۱/۷۱۷۶	_	_	۰	_
۶۳	۰/۵۹۲۷	_	۱/۷۱۷۶	۱/۷۱۷۶	_	_	۰	_
۶۴	۰/۵۹۲۷	_	۱/۷۱۷۶	۱/۷۱۷۶	_	_	۰	_
۶۵	۰/۶۶۷۳	_	۱/۷۱۷۶	۱/۷۱۷۶	_	_	۰	_
۷۰	۰/۶۶۷۳	_	۱/۷۱۷۶	۱/۷۱۷۶	_	_	۰	_
۸۰	۰/۸۳۷۵	_	۲/۸۵۳	۵/۷۵۴۵	_	_	۲/۹۰۱۵	_
۱۰۰	۰/۹۸۷۵	_	۳/۶۳۹۴	۶/۳۵۶۱	_	_	۲/۷۱۶۷	_
۱۱۰	۱/۰۶۲۵	_	۴/۲۸۷۳	۶/۱۵۳۳	_	_	۱/۸۶۶	_
۱۱۱	۱/۰۶۲۵	_	۴/۲۲۷۳	۶/۲۸۸۲	_	_	۲/۰۶۰۹	_
۱۱۲	۱/۰۶۲۵	_	۴/۱۶۷۵	۶/۳۵۶۱	_	_	۲/۱۸۸۶	_
۱۲۰	۱/۰۶۲۵	_	۳/۸۷۱۹	۷/۰۴۹	_	_	۳/۱۷۷۱	_
۱۳۰	۱/۱۳۷۵	_	۴/۵۹۰۹	۶/۴۹۲۶	_	_	۱/۹۰۱۷	_

جدول (۵-۹) مشخصات عرضی گردابه‌ها در مجاورت دیوار بالای کانال برای سیال نیوتنی در زاویه ۳۰ درجه

$\theta = ۳۰^{o}$	ماکزیمم ارتفاع گردابه‌ها		فاصله ماکزیمم ارتفاع گردابه از ورودی بخش انبساطی				طول ماکزیمم ارتفاع گردابه‌ها	
Re	MHX_1	MHX_2	$DMHX_1$	$DMHX_2$	$DMHX_3$	$DMHX_4$	$LMHX_1$	$LMHX_2$
۲۰	۰/۰۷۰۶	_	۱/۷۱۷۶	۱/۷۱۷۶	_	_	۰	_
۴۰	۰/۴۴۳۵	_	۱/۷۱۷۶	۱/۷۱۷۶	_	_	۰	_
۵۰	۰/۵۱۸۱	_	۱/۷۱۷۶	۱/۷۱۷۶	_	_	۰	_
۶۰	۰/۵۹۲۷	_	۱/۷۱۷۶	۱/۷۱۷۶	_	_	۰	_
۶۲	۰/۵۹۲۷	_	۱/۷۱۷۶	۱/۷۱۷۶	_	_	۰	_
۶۳	۰/۵۹۲۷	_	۱/۷۱۷۶	۱/۷۱۷۶	_	_	۰	_
۶۴	۰/۵۹۲۷	_	۱/۷۱۷۶	۱/۷۱۷۶	_	_	۰	_
۶۵	۰/۵۱۸۱	_	۱/۷۱۷۶	۱/۷۱۷۶	_	_	۰	_
۷۰	۰/۵۱۸۱	_	۱/۷۱۷۶	۱/۷۱۷۶	_	_	۰	_
۸۰	۰/۵۱۸۱	_	۱/۷۱۷۶	۱/۷۱۷۶	_	_	۰	_
۱۰۰	۰/۵۱۸۱	_	۱/۷۱۷۶	۱/۷۱۷۶	_	_	۰	_
۱۱۰	۰/۵۱۸۱	_	۱/۷۱۷۶	۱/۷۱۷۶	_	_	۰	_
۱۱۱	۰/۵۱۸۱	_	۱/۷۱۷۶	۱/۷۱۷۶	_	_	۰	_
۱۱۲	۰/۵۱۸۱	۰/۰۷۵	۱/۷۱۷۶	۱/۷۱۷۶	۱۲/۵۸۷۷	۱۳/۴۵۸۱	۰	۰/۸۷۰۴
۱۲۰	۰/۵۱۸۱	۰/۱۶۲۵	۱/۷۱۷۶	۱/۷۱۷۶	۱۲/۸۶۴۱	۱۴/۷۲۳	۰	۱/۸۵۸۹
۱۳۰	۰/۵۱۸۱	۰/۳۱۲۵	۱/۷۱۷۶	۱/۷۱۷۶	۱۴/۰۰۱۸	۱۵/۴۳۰۴	۰	۱/۴۲۸۶

جدول (۵-۱۰) مشخصات طولی گردابه‌ها در مجاورت دیوار پایین کانال برای سیال نیوتنی در زاویه ۴۵ درجه

طول گردابه‌ها				فاصله ابتدا و انتهای هر گردابه از ورودی بخش انبساطی				$\theta = ۴۵^{\circ}$
DX_4	DX_3	DX_2	DX_1	LX_4	LX_3	LX_2	LX_1	Re
_	_	_	۱/۷۲۵۵	_	_	۱/۹۳۹۸	۰/۲۱۴۳	۲۰
_	_	_	۳/۸۶۴۱	_	_	۳/۸۹۹۸	۰/۰۳۵۷	۴۰
_	_	_	۴/۸۷۷۷	_	_	۴/۹۱۳۴	۰/۰۳۵۷	۵۰
_	_	_	۵/۶۷۹۳	_	_	۵/۷۱۵	۰/۰۳۵۷	۵۸
_	_	_	۵/۷۴۷۸	_	_	۵/۷۸۳۵	۰/۰۳۵۷	۵۹
_	_	_	۶/۶۶۱۷	_	_	۶/۶۹۷۴	۰/۰۳۵۷	۶۰
_	_	_	۶/۶۶۱۷	_	_	۶/۶۹۷۴	۰/۰۳۵۷	۶۱
_	_	_	۸/۷۱۰۳	_	_	۸/۷۴۶	۰/۰۳۵۷	۷۰
_	_	_	۹/۸۵۸	_	_	۹/۸۹۳۷	۰/۰۳۵۷	۸۰
_	_	_	۱۱/۶۰۷۱	_	_	۱۱/۶۴۲۸	۰/۰۳۵۷	۱۰۰
_	_	_	۱۱/۶۹۸۱	_	_	۱۱/۷۳۳۸	۰/۰۳۵۷	۱۰۲
_	_	_	۱۱/۸۸۱۱	_	_	۱۱/۹۱۶۸	۰/۰۳۵۷	۱۰۴
_	_	_	۱۱/۸۸۱۱	_	_	۱۱/۹۱۶۸	۰/۰۳۵۷	۱۰۵
_	_	_	۱۲/۲۵۱۴	_	_	۱۲/۲۸۷۱	۰/۰۳۵۷	۱۱۰
_	_	_	۱۲/۷۲۲۱	_	_	۱۲/۷۵۷۸	۰/۰۳۵۷	۱۲۰
_	_	_	۱۳/۲۰۱۹	_	_	۱۳/۲۳۷۶	۰/۰۳۵۷	۱۳۰

جدول (۵-۱۱) مشخصات طولی گردابه‌ها در مجاورت دیوار بالای کانال برای سیال نیوتنی در زاویه ۴۵ درجه

طول گردابه‌ها				فاصله ابتدا و انتهای هر گردابه از ورودی بخش انبساطی				$\theta = ۴۵^{\circ}$
DX_4	DX_3	DX_2	DX_1	LX_4	LX_3	LX_2	LX_1	Re
_	_	_	۱/۷۲۵۵	_	_	۱/۹۳۹۸	۰/۲۱۴۳	۲۰
_	_	_	۳/۸۶۴۱	_	_	۳/۸۹۹۸	۰/۰۳۵۷	۴۰
_	_	_	۴/۸۷۷۷	_	_	۴/۹۱۳۴	۰/۰۳۵۷	۵۰
_	_	_	۵/۶۷۹۳	_	_	۵/۷۱۵	۰/۰۳۵۷	۵۸
_	_	_	۵/۷۴۷۸	_	_	۵/۷۸۳۵	۰/۰۳۵۷	۵۹
_	_	_	۴/۸۷۷۷	_	_	۴/۹۱۳۴	۰/۰۳۵۷	۶۰
_	_	_	۵/۰۷۴۷	_	_	۵/۱۱۰۴	۰/۰۳۵۷	۶۱
_	_	_	۳/۸۶۴۱	_	_	۳/۸۹۹۸	۰/۰۳۵۷	۷۰
_	_	_	۳/۷۴۱۷	_	_	۳/۷۷۷۴	۰/۰۳۵۷	۸۰
_	_	_	۳/۸۰۲۸	_	_	۳/۸۳۸۵	۰/۰۳۵۷	۱۰۰
_	_	_	۳/۸۰۲۸	_	_	۳/۸۳۸۵	۰/۰۳۵۷	۱۰۲
_	_	_	۳/۸۶۴۱	_	_	۳/۸۹۹۸	۰/۰۳۵۷	۱۰۴
_	۱۳/۱۰۵۱	۱۱/۹۷۳۲	۳/۸۶۴۱	۱۳/۱۴۰۸	۱۲/۰۰۸۹	۳/۸۹۹۸	۰/۰۳۵۷	۱۰۵
_	۱۴/۵۹۴۶	۱۱/۵۱۶۶	۳/۸۶۴۱	۱۴/۶۳۰۳	۱۱/۵۵۲۳	۳/۸۹۹۸	۰/۰۳۵۷	۱۱۰
_	۱۶/۴۹۷۳	۱۱/۲۴۶۷	۳/۹۸۷۵	۱۶/۵۳۳	۱۱/۲۸۲۴	۴/۰۲۳۲	۰/۰۳۵۷	۱۲۰
_	۱۸/۰۶۹۸	۱۱/۳۳۶۳	۴/۰۴۹۵	۱۸/۱۰۵۵	۱۱/۳۷۲	۴/۰۸۵۲	۰/۰۳۵۷	۱۳۰

جدول (۵-۱۲) مشخصات عرضی گردابه‌ها در مجاورت دیوار پایین کانال برای سیال نیوتنی در زاویه ۴۵ درجه

طول ماکزیمم ارتفاع گردابه‌ها		فاصله ماکزیمم ارتفاع گردابه از ورودی بخش انبساطی				ماکزیمم ارتفاع گردابه‌ها		$\theta = ۴۵^{\circ}$
$LMHX_2$	$LMHX_1$	$DMHX_4$	$DMHX_3$	$DMHX_2$	$DMHX_1$	MHX_2	MHX_1	Re
–	۰	–	–	۰/۹۸۸۱	۰/۹۸۸۱	–	۰/۴۴۶۱	۲۰
–	۰	–	–	۰/۹۸۸۱	۰/۹۸۸۱	–	۰/۵۹۴۹	۴۰
–	۰	–	–	۰/۹۸۸۱	۰/۹۸۸۱	–	۰/۶۶۹۳	۵۰
–	۰	–	–	۰/۹۸۸۱	۰/۹۸۸۱	–	۰/۶۶۹۳	۵۸
–	۰	–	–	۰/۹۸۸۱	۰/۹۸۸۱	–	۰/۶۶۹۳	۵۹
–	۰	–	–	۰/۹۸۸۱	۰/۹۸۸۱	–	۰/۶۶۹۳	۶۰
–	۰	–	–	۰/۹۸۸۱	۰/۹۸۸۱	–	۰/۶۶۹۳	۶۱
–	۱/۳۲۱۲	–	–	۴/۶۹۷۱	۳/۳۷۵۹	–	۰/۸۳۷۵	۷۰
–	۲/۵۰۳۱	–	–	۵/۷۶۰۶	۳/۲۵۷۵	–	۰/۹۱۲۵	۸۰
–	۱/۷۹۸۹	–	–	۵/۹۶۷۲	۴/۱۶۸۳	–	۱/۰۶۲۵	۱۰۰
–	۲/۱۳۲۵	–	–	۶/۱۷۶۳	۴/۰۴۳۸	–	۱/۰۶۲۵	۱۰۲
–	۲/۴۰۵۸	–	–	۶/۳۸۷۷	۳/۹۸۱۹	–	۱/۰۶۲۵	۱۰۴
–	۲/۵۳۸۴	–	–	۶/۴۵۸۷	۳/۹۲۰۳	–	۱/۰۶۲۵	۱۰۵
–	۳/۰۲۰۲	–	–	۶/۸۱۷۹	۳/۷۹۷۷	–	۱/۰۶۲۵	۱۱۰
–	۲/۰۳۸۷	–	–	۶/۴۵۸۷	۴/۴۲	–	۱/۱۳۷۵	۱۲۰
–	۲/۹۴۱۸	–	–	۷/۱۱۰۱	۴/۱۶۸۳	–	۱/۱۳۷۵	۱۳۰

جدول (۵-۱۳) مشخصات عرضی گردابه‌ها در مجاورت دیوار بالای کانال برای سیال نیوتنی در زاویه ۴۵ درجه

طول ماکزیمم ارتفاع گردابه‌ها		فاصله ماکزیمم ارتفاع گردابه از ورودی بخش انبساطی				ماکزیمم ارتفاع گردابه‌ها		$\theta = ۴۵^{\circ}$
$LMHX_2$	$LMHX_1$	$DMHX_4$	$DMHX_3$	$DMHX_2$	$DMHX_1$	MHX_2	MHX_1	Re
–	۰	–	–	۰/۹۸۸۱	۰/۹۸۸۱	–	۰/۴۴۶۱	۲۰
–	۰	–	–	۰/۹۸۸۱	۰/۹۸۸۱	–	۰/۵۹۴۹	۴۰
–	۰	–	–	۰/۹۸۸۱	۰/۹۸۸۱	–	۰/۶۶۹۳	۵۰
–	۰	–	–	۰/۹۸۸۱	۰/۹۸۸۱	–	۰/۶۶۹۳	۵۸
–	۰	–	–	۰/۹۸۸۱	۰/۹۸۸۱		۰/۶۶۹۳	۵۹
–	۰	–	–	۰/۹۸۸۱	۰/۹۸۸۱	–	۰/۶۶۹۳	۶۰
–	۰	–	–	۰/۹۸۸۱	۰/۹۸۸۱	–	۰/۶۶۹۳	۶۱
–	۰	–	–	۰/۹۸۸۱	۰/۹۸۸۱	–	۰/۶۶۹۳	۷۰
–	۰	–	–	۰/۹۸۸۱	۰/۹۸۸۱	–	۰/۶۶۹۳	۸۰
–	۰	–	–	۰/۹۸۸۱	۰/۹۸۸۱	–	۰/۶۶۹۳	۱۰۰
–	۰	–	–	۰/۹۸۸۱	۰/۹۸۸۱	–	۰/۶۶۹۳	۱۰۲
–	۰	–	–	۰/۹۸۸۱	۰/۹۸۸۱	–	۰/۶۶۹۳	۱۰۴
۱/۰۶۹۱	۰	۱۳/۱۰۸۷	۱۲/۰۳۹۶	۰/۹۸۸۱	۰/۹۸۸۱	۰/۰۷۵	۰/۶۶۹۳	۱۰۵
۰/۵۱۴۷	۰	۱۳/۳۹۹۵	۱۲/۸۸۴۸	۰/۹۸۸۱	۰/۹۸۸۱	۰/۱۶۲۵	۰/۶۶۹۳	۱۱۰
۲/۷۳۰۳	۰	۱۵/۴۲۴۸	۱۲/۶۹۴۵	۰/۹۸۸۱	۰/۹۸۸۱	۰/۲۳۷۵	۰/۶۶۹۳	۱۲۰
۲/۴۰۲۳	۰	۱۶/۰۶۳	۱۳/۶۶۰۷	۰/۹۸۸۱	۰/۹۸۸۱	۰/۳۸۷۵	۰/۶۶۹۳	۱۳۰

جدول (۵-۱۴) مشخصات طولی گردابه‌ها در مجاورت دیوار پایین کانال برای سیال نیوتنی در زاویه ۶۰ درجه

$\theta = ۶۰^{o}$	فاصله ابتدا و انتهای هر گردابه از ورودی بخش انبساطی				طول گردابه‌ها			
Re	LX_1	LX_2	LX_3	LX_4	DX_1	DX_2	DX_3	DX_4
۲۰	۰/۰۲۵۱	۲/۱۲۳۵	_	_	۲/۰۹۸۴	_	_	_
۴۰	۰/۰۲۵۱	۴/۱۰۳۱	_	_	۴/۰۷۸	_	_	_
۵۰	۰/۰۲۵۱	۵/۰۸۸۱	_	_	۵/۰۶۳	_	_	_
۵۶	۰/۰۲۵۱	۵/۷۰۶۶	_	_	۵/۶۸۱۵	_	_	_
۵۷	۰/۰۲۵۱	۵/۸۴۶۹	_	_	۵/۸۲۱۸	_	_	_
۵۸	۰/۰۲۵۱	۷/۰۸۳۸	_	_	۷/۰۵۸۷	_	_	_
۶۰	۰/۰۲۵۱	۷/۵۳۹۷	_	_	۷/۵۱۴۶	_	_	_
۷۰	۰/۰۲۵۱	۹/۰۵۳۸	_	_	۹/۰۲۸۷	_	_	_
۸۰	۰/۰۲۵۱	۱۰/۰۶۷۹	_	_	۱۰/۰۴۲۸	_	_	_
۹۶	۰/۰۲۵۱	۱۱/۴۰۲۲	_	_	۱۱/۳۷۷۱	_	_	_
۹۸	۰/۰۲۵۱	۱۱/۴۹۳۸	_	_	۱۱/۴۶۸۷	_	_	_
۹۹	۰/۰۲۵۱	۱۱/۵۸۵۹	_	_	۱۱/۵۶۰۸	_	_	_
۱۰۰	۰/۰۲۵۱	۱۱/۶۷۸۳	_	_	۱۱/۶۵۳۲	_	_	_
۱۱۰	۰/۰۲۵۱	۱۲/۲۳۹۹	_	_	۱۲/۲۱۴۸	_	_	_
۱۲۰	۰/۰۲۵۱	۱۲/۷۱۷۸	_	_	۱۲/۶۹۲۷	_	_	_
۱۳۰	۰/۰۲۵۱	۱۳/۱۰۶۷	_	_	۱۳/۰۸۱۶	_	_	_

جدول (۵-۱۵) مشخصات طولی گردابه‌ها در مجاورت دیوار بالای کانال برای سیال نیوتنی در زاویه ۶۰ درجه

$\theta = ۶۰^{o}$	فاصله ابتدا و انتهای هر گردابه از ورودی بخش انبساطی				طول گردابه‌ها			
Re	LX_1	LX_2	LX_3	LX_4	DX_1	DX_2	DX_3	DX_4
۲۰	۰/۰۲۵۱	۲/۱۲۳۵	_	_	۲/۰۹۸۴	_	_	_
۴۰	۰/۰۲۵۱	۴/۱۰۳۱	_	_	۴/۰۷۸	_	_	_
۵۰	۰/۰۲۵۱	۵/۰۸۸۱	_	_	۵/۰۶۳	_	_	_
۵۶	۰/۰۲۵۱	۵/۷۰۶۶	_	_	۵/۶۸۱۵	_	_	_
۵۷	۰/۰۲۵۱	۵/۸۴۶۹	_	_	۵/۸۲۱۸	_	_	_
۵۸	۰/۰۲۵۱	۴/۳۶۰۳	_	_	۴/۳۳۵۲	_	_	_
۶۰	۰/۰۲۵۱	۴/۱۰۳۱	_	_	۴/۰۷۸	_	_	_
۷۰	۰/۰۲۵۱	۳/۷۲۴۵	_	_	۳/۶۹۹۴	_	_	_
۸۰	۰/۰۲۵۱	۳/۷۲۴۵	_	_	۳/۶۹۹۴	_	_	_
۹۶	۰/۰۲۵۱	۳/۷۸۷	_	_	۳/۷۶۱۹	_	_	_
۹۸	۰/۰۲۵۱	۳/۷۸۷	_	_	۳/۷۶۱۹	_	_	_
۹۹	۰/۰۲۵۱	۳/۸۴۹۷	۱۱/۷۷۱	۱۲/۷۱۷۸	۳/۸۲۴۶	۱۱/۷۴۵۹	۱۲/۶۹۲۷	_
۱۰۰	۰/۰۲۵۱	۳/۸۴۹۷	۱۱/۴۹۳۸	۱۳/۲۰۵	۳/۸۲۴۶	۱۱/۴۶۸۷	۱۳/۱۷۹۹	_
۱۱۰	۰/۰۲۵۱	۳/۹۱۲۷	۱۱/۰۳۹	۱۵/۴۶۱۳	۳/۸۸۷۶	۱۱/۰۱۳۹	۱۵/۴۳۶۲	_
۱۲۰	۰/۰۲۵۱	۳/۹۷۵۹	۱۱/۰۳۹	۱۷/۱۱۱۳	۳/۹۵۰۸	۱۱/۰۱۳۹	۱۷/۰۸۶۲	_
۱۳۰	۰/۰۲۵۱	۴/۰۳۹۴	۱۱/۱۲۹۳	۱۸/۷۳۸۳	۴/۰۱۴۳	۱۱/۱۰۴۲	۱۸/۷۱۳۲	_

جدول (۵-۱۶) مشخصات عرضی گردابه‌ها در مجاورت دیوار پایین کانال برای سیال نیوتنی در زاویه ۶۰ درجه

$\theta = ۶۰^\circ$	ماکزیمم ارتفاع گردابه‌ها		فاصله ماکزیمم ارتفاع گردابه از ورودی بخش انبساطی				طول ماکزیمم ارتفاع گردابه‌ها	
Re	MHX_1	MHX_2	$DMHX_1$	$DMHX_2$	$DMHX_3$	$DMHX_4$	$LMHX_1$	$LMHX_2$
۲۰	۰/۵۸۷۵	_	۰/۵۹۳۸	۰/۷۶۳۳	_	_	۰/۱۶۹۵	_
۴۰	۰/۷۳۷۵	_	۰/۵۹۳۸	۰/۶۱۰۷	_	_	۰/۰۱۶۹	_
۵۰	۰/۷۳۷۵	_	۰/۵۹۳۸	۰/۷۱۲۲	_	_	۰/۱۱۸۴	_
۵۶	۰/۷۳۷۵	_	۰/۵۹۳۸	۰/۷۶۳۳	_	_	۰/۱۶۹۵	_
۵۷	۰/۷۳۷۵	_	۰/۵۹۳۸	۰/۷۶۳۳	_	_	۰/۱۶۹۵	_
۵۸	۰/۷۳۷۵	_	۰/۵۹۳۸	۰/۹۱۷۶	_	_	۰/۳۲۳۸	_
۶۰	۰/۷۳۷۵	_	۰/۵۹۳۸	۱/۰۷۳۷	_	_	۰/۴۷۹۹	_
۷۰	۰/۸۸۷۵	_	۳/۸۷۰۷	۴/۵۹۹۵	_	_	۰/۷۲۸۸	_
۸۰	۰/۹۶۲۵	_	۳/۸۰۷۸	۵/۴۰۶۲	_	_	۱/۵۹۸۴	_
۹۶	۱/۰۳۷۵	_	۳/۸۷۰۷	۶/۱۷۸۶	_	_	۲/۳۰۷۹	_
۹۸	۱/۰۳۷۵	_	۳/۸۰۷۸	۶/۳۲۲۵	_	_	۲/۵۱۴۷	_
۹۹	۱/۰۳۷۵	_	۳/۷۴۵۳	۶/۳۹۴۹	_	_	۲/۶۴۹۶	_
۱۰۰	۱/۰۳۷۵	_	۳/۶۸۲۹	۶/۵۴۰۵	_	_	۲/۸۵۷۶	_
۱۱۰	۱/۱۱۲۵	_	۴/۳۱۷۱	۶/۲۵۰۴	_	_	۱/۹۳۳۳	_
۱۲۰	۱/۱۱۲۵	_	۴/۰۶۰۶	۶/۹۰۹۳	_	_	۲/۸۴۸۷	_
۱۳۰	۱/۱۸۷۵	_	۴/۷۷۵۶	۶/۲۵۰۴	_	_	۱/۴۷۴۸	_

جدول (۵-۱۷) مشخصات عرضی گردابه‌ها در مجاورت دیوار بالای کانال برای سیال نیوتنی در زاویه ۶۰ درجه

$\theta = ۶۰^\circ$	ماکزیمم ارتفاع گردابه‌ها		فاصله ماکزیمم ارتفاع گردابه از ورودی بخش انبساطی				طول ماکزیمم ارتفاع گردابه‌ها	
Re	MHX_1	MHX_2	$DMHX_1$	$DMHX_2$	$DMHX_3$	$DMHX_4$	$LMHX_1$	$LMHX_2$
۲۰	۰/۵۸۷۵	_	۰/۵۹۳۸	۰/۷۶۳۳	_	_	۰/۱۶۹۵	_
۴۰	۰/۷۳۷۵	_	۰/۵۹۳۸	۰/۶۱۰۷	_	_	۰/۰۱۶۹	_
۵۰	۰/۷۳۷۵	_	۰/۵۹۳۸	۰/۷۱۲۲	_	_	۰/۱۱۸۴	_
۵۶	۰/۷۳۷۵	_	۰/۵۹۳۸	۰/۷۶۳۳	_	_	۰/۱۶۹۵	_
۵۷	۰/۷۳۷۵	_	۰/۵۹۳۸	۰/۷۶۳۳	_	_	۰/۱۶۹۵	_
۵۸	۰/۷۳۷۵	_	۰/۵۹۳۸	۰/۶۶۱۴	_	_	۰/۰۶۷۶	_
۶۰	۰/۷۳۷۵	_	۰/۵۹۳۸	۰/۶۶۱۴	_	_	۰/۰۶۷۶	_
۷۰	۰/۷۳۷۵	_	۰/۵۹۳۸	۰/۶۶۱۴	_	_	۰/۰۶۷۶	_
۸۰	۰/۷۳۷۵	_	۰/۵۹۳۸	۰/۶۶۱۴	_	_	۰/۰۶۷۶	_
۹۶	۰/۷۳۷۵	_	۰/۵۹۳۸	۰/۷۱۲۲	_	_	۰/۱۱۸۴	_
۹۸	۰/۷۳۷۵	_	۰/۵۹۳۸	۰/۷۱۲۲	_	_	۰/۱۱۸۴	_
۹۹	۰/۷۳۷۵	۰/۰۶۲۵	۰/۵۹۳۸	۰/۷۱۲۲	۱۱/۸۰۲	۱۲/۶۸۵۷	۰/۱۱۸۴	۰/۸۸۳۷
۱۰۰	۰/۷۳۷۵	۰/۰۶۲۵	۰/۵۹۳۸	۰/۷۱۲۲	۱۱/۵۲۴۵	۱۳/۱۷۲۲	۰/۱۱۸۴	۱/۶۴۷۷
۱۱۰	۰/۷۳۷۵	۰/۲۱۲۵	۰/۵۹۳۸	۰/۷۶۳۳	۱۲/۵۵۷۵	۱۴/۱۷۳۲	۰/۱۶۹۵	۱/۶۱۵۷
۱۲۰	۰/۷۳۷۵	۰/۳۶۲۵	۰/۵۹۳۸	۰/۷۶۳۳	۱۳/۶۳۴۶	۱۴/۷۹۲۳	۰/۱۶۹۵	۱/۱۵۷۷
۱۳۰	۰/۷۳۷۵	۰/۴۳۷۵	۰/۵۹۳۸	۰/۸۱۴۵	۱۳/۶۳۴۶	۱۶/۱۸۳	۰/۲۲۰۷	۲/۵۴۸۴

۵-۵- جمع بندی

در این تحقیق اثر زاویه انبساط و عدد رینولدز بر ناپایداری جریان سیال نیوتنی در تبدیل گردابه‌ها از حالت متقارن به حالت دو گردابه نامتقارن و سپس سه گردابه، مطالعه شده و نتایج آن در زیر ارائه شده است.

۱- در اعداد رینولدز پایین، میدان جریان پایدار بوده و گردابه ها بصورت متقارن با جهت چرخش متضاد پدید می آیند. با افزایش عدد رینولدز و وقوع ناپایداری در میدان جریان، گردابه ها بصورت یک جفت گردابه نامتقارن ظاهر می شوند. با افزایش هرچه بیشتر عدد رینولدز و تشدید ناپایداری گردابه سومی نیز بوجود می آید.

۲- در اعداد رینولدز بزرگ، گردابه‌ها تأثیر قابل ملاحظه‌ای بر افزایش میزان اولین افت ناگهانی سرعت و اوج دوباره آن دارند. به طوری که گردابه کوچکتر در افت سرعت و گردابه بزرگتر در افزایش مجدد سرعت نقش بیشتری را ایفا می کند.

۳- در عدد رینولدز بحرانی اول برای هر زاویه انبساطی، رابطه زیر (طول گردابه برابر ارتفاع جریان بالادست) برقرار می باشد.

$$Xr=۵/۵.h \qquad (۲-۵)$$

۴- برای هر زاویه انبساطی، مقدار عدد رینولدز بحرانی دوم را می توان از معادله زیر۵/۵ بدست آورد.

$$Re_{\mathbf{Cr2}} = ۱۲۳/۸۳۳۳ + (-۰/۴۳۳۳۰ \cdot \theta^{o}) \qquad (۳-۵)$$

۵- با افزایش زاویه انبساطی، مقادیر اعداد رینولدز بحرانی اول $(Re_{Cr۱})$ برای انشعاب دوشاخه‌ای (تبدیل جریان متقارن به نامتقارن) و مقادیر اعداد رینولدز بحرانی دوم $(Re_{Cr۲})$ برای انشعاب سه - شاخه‌ای کاهش می یابد.

همچنین مقدار طول گردابه به همراه بیشترین ارتفاع آن و طول بیشترین ارتفاع در سه زاویه ۳۰، ۴۵ و ۶۰ بررسی شده است و تمام نتایج محاسباتی به صورت منظم در جداول ارائه شده است، که داده-

های موجود در جداول و نمودارهای منتج از آن مبین نتایج زیر می باشد:

۱- با افزایش اندازه زاویه انبساطی، نرخ افزایش بیشینه ارتفاع کاهش می یابد. به طوری کـه اخـتلاف ارتفاع ماکزیمم در هر دو گردابه مجاور دیوار بالا و پایین کم می شود.

۲- با بیشتر شدن عدد رینولدز از مقدار ۱۴۰، دیگر اندازه MHV برای گردابه بزرگتر به مقـدار زاویـه انبساطی بستگی ندارد.

۳- اندازه MHV برای هر دو گردابه مجاور دیوار بالا و پایین کانال تا قبل از عدد رینولدز بحرانـی اول، یکسان می باشد و بعد از آن اندازه MHV برای گردابه کوچکتر ثابت می ماند.

۴- در اعداد رینولدز کوچک با افزایش مقدار زاویه انبساطی، بیشینه ارتفاع گردابه‌هـای اول در مجـاور دیوار بالا و پایین از حالت یک نقطه تبدیل به یک خط می شود و در اعداد رینولدز بـزرگ (بیشـتر از عدد رینولدز بحرانی دوم)، بیشتر شدن زاویه انبساطی سبب افزایش طول این خط می شود.

۵- گردابه مجاور دیوار بالا و پایین کانال تا قبل از عدد رینولدز بحرانی اول کاملاً متقارن مـی باشـد و با افزایش اندازه زاویه، طول گردابه هم از ابتدا و هم از انتهای آن گسترش می یابد؛ به عبارت دیگر بـا افزایش زاویه طول گردابه از دو طرف زیاد می شود. همچنین رشد انتهای گردابه سـریعتر و بیشـتر از ابتدای گردابه می باشد.

۶- با افزایش عدد رینولدز تا قبل از عدد رینولدز بحرانـی دوم طـول گردابـه بزرگتـر افـزایش و طـول گردابه کوچکتر کاهش (گردابه اول مجاور دیوار بالا) می یابد و بعد عدد رینولدز بحرانی دوم که منجر به ایجاد گردابه دوم در مجاور دیوار بالا می شود، طول گردابـه بزرگتـر کـاهش و طـول گردابـه‌هـای کوچکتر (گردابه‌های اول و دوم مجاور دیوار بالا) افزایش می یابد.

برای جریان سیال ویسکوالاستیک نیز نتایج زیر بدست آمده است.

۱- برای جریان سیال ویسکوالاستیک در اعداد رینولدز بسیار کوچک و بسیار بزرگ میـزان زاویـه بـر سرعت مرکزی روی خط مرکزی کانال تأثیر ندارد و در اعداد وایزنبرگ بزرگ سرعت ماکزیمم نیز ۱/۵

برابر سرعت متوسط می شود و در این اعداد طول در حال توسعه یافتگی کانال نیز بـزرگ اسـت و بـا افزایش عدد وایزنبرگ این طول افزایش می یابد.

۲- در اعداد رینولدز کم با افزایش عدد وایزنبرگ جریان سیال ویسکوالاستیک نامتقارن شـده و طـول یک گردابه کاهش و طول گردابه دیگر افزایش می یابد و با افزایش بیشتر عدد وایزنبرگ گردابه سـوم نیز ظاهر شده و جای دو گردابه کوچک و بزرگ با یکـدیگر عـوض مـی گـردد. افـزایش بیشـتر عـدد وایزنبرگ باعث افزایش طول و قدرت گردابه می گردد.

۵-۶- پیشنهادات

می‌توان برای ادامه تحقیق در زمینه جریان سیال نیوتنی و غیر نیوتنی در تبدیلات واگرا، موضوعات زیر را مورد بررسی قرار داد:

- حل عددی جریان در تبدیلات تدریجی واگرا در حالت غیر دائم.
- حل عددی همزمان جریان و انتقال حرارت سیال ویسکوالاستیک در تبدیلات واگرا (اعمال وابستگی لزجت و تنش به دما)
- حل عددی جریان سیال ویسکوالاستیک در تبدیلات واگرا با استفاده از مدل‌های مختلف ویسکوالاستیک و مقایسه نتایج آن‌ها.

منابع و مراجع

[۱] شیخی نارانی (۱۳۷۱) "*بررسی خواص، جریان، انتقال حرارت و اختلاط سیالات غیر نیوتنی*"، چاپ اول، جهاد دانشگاهی صنعتی امیر کبیر، تهران.

[2] Bird, B. R., Armstrong, R. C., and Hassager, O. (1987). "*Dynamics of Polymer Liquids*", Vol. 1, Second Edition, John Wiley & Sons.

[3] Malkin, A. Y. (1994), "*Rheology Fundamentals*", First Edition, Chem. Tech. Publishing, Toronto.

[4] Phan-Thien, N. (2002), "*Understanding Viscoelasticity*", First Edition, Springer, Berlin.

[5] Tanner, R. I. (2000), "*Engineering Rheology*", Second Edition, Oxford University Press, London.

[6] Shaw, M. T. and Macknight, W. J. (2005), "*Introduction to Polymer Viscoelasticity*", Third Edition, John Wiley & Sons.

[۷] لی م، رابین د و کرمپل ا، مترجم، شعرباف غ ر، (۱۳۷۸) "*مقدمه ای بر مکانیک محیط های پیوسته*"، انتشارات دانشگاه تربیت مدرس، تهران.

[8] Bird, R. B. and Wiest, J. M., (1995), "*Constitutive equations for polymeric liquids*", Annu. Rev. Fluid Mech., 27, pp. 169-193.

[9] Larson R. G. (1988), "*Constitutive Equations for Polymer Melts and Solutions*", Butterworths, Boston.

[۱۰] نوروزی م.، (۱۳۸۸)، پایان‌نامه دکتری: "بررسی جریان و انتقال حرارت سیال ویسکوالاستیک در مجاری خمیده دارای مقطع مستطیلی و در حالت‌های ایستا و چرخان"، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی شاهرود.

[11] Oldroyd, J. G. (1958), "*Non-Newtoniaenff effects in steady motion of some idealized elasticoviscous fluids*", Proc. Roy.Soc., London Ser A 245, pp. 278-297.

[12] Phan-Thien, N and Tanner, R. I. (1977), "*A new constitutive equation derived from network theory*", J. Non-Newton. Fluid, 2, pp. 353-365.

[13] Giesekus, H. (1982), "*A simple constitutive equation for polymer fluids based on the concept of deformation-dependent tensorial mobility*", J. Non-Newton. Fluid, 11, pp. 69-109.

[14] Wedgewood, L. E, Bird, R. B. (1988), "*From molecular models to the solution of flow problems*", Ind. Eng. Chem. Res., 27, pp. 1313-1320.

[15] Armstrong, R. C. and Ishikawa, S. (1980), "*A rheological equation of state for dilute solutions of nearly Hookeand umbbells*", J. Rheol., 24, pp. 143-165.

[16] Bird, R. B. and DeAguiar, J. R. (1983), "*An encapsulated dumbbell model for concentrated polymer solutions and melts*", J. Non-Newtonian Fluid Mech., 13, pp.149-160.

[17] Wiest, J. M. (1989), "*A differential constitutive equation for polymer melts*", Rheol. Acta, 28, pp. 4-12.

[18] Ng, R. C. Y. and Leal, L. G. (1993), "*A study of the interacting FENE dumbbell model for semi-dilute polymer solutions in extensional flows*", Rheol. Acta, 32, pp. 25-35.

[19] Wiest, J. M. and Tanner, R. I. (1989), "*Rheology of bead-nonlinear spring chain macro- molecules*", J. Rheol., 33, pp. 281-316.

[20] Bird, B. R., Armstrong, R. C., and Hassager, O. (1987), "*Dynamics of Polymer Liquids*", Vol. 2, Second Edition, John Wiley & Sons.

[21] Schieber, J. D, Curtiss, C. F, and Bird, R. B. (1986), "*Kinetic theory of polymer melts. 7. Poly-dispersity effects*", Ind. Eng. Chem. Fundam., 24, pp, 471-475.

[22] Schieber J. D. (1987), "*Kinetic theory of polymer melts. VIII. Rheological properties of poly-disperse mixtures*", J. ChemP. hys., 87, pp. 4917-4927.

[23] Durst F., Melling A., Whitelaw J. H., (1974), "*Low Reynolds number flow over a plane symmetric sudden expansion*", J. Fluid Mechanics, Vol. 64, pp. 111–128.

[24] Cherdron W., Durst F., Whitelaw J. H., (1978), "*Asymmetric flows and instabilities in symmetric ducts with sudden expansions*", J. Fluid Mechanics, Vol. 84, pp. 13–31.

[25] Ouwa Y., Watanabe M., Asawo H., (1981), "*Flow visualization of a two-dimensional water jet in a rectangular channel*", Jpn. J. Appl. Phys, Vol. 20, pp. 243–247.

[26] Fearn R. M., Mullin T., Cliffe K. A. , (1990), "*Nonlinear flow phenomena in a symmetric sudden expansion*", J. Fluid Mechanics, Vol. 211, pp. 595–608.

[27] Durst F., Pereira J. C. F., Cliffe K. A., (1993), "*The plane symmetric sudden expansion flow at low Reynolds number*", J. Fluid Mechanics, Vol. 248, pp. 567.

[28] Battaglia F., Tavener S. J., Kulkarni A. K., Merkle C. L., (1997), "*Bifurcation of low Reynolds number flows in symmetric channels*", J. AIAA, Vo. 35, pp. 99–105.

[29] Allerborn N., Nandakumar K., Raszillier H., Durst F., (1997), "*Further contributions on the two-dimensional flow in a sudden expansion*", J. Fluid Mechanics, Vol. 330, pp. 169.

[30] Revuelta A., (2005), "*On the two-dimensional flow in a sudden expansion with large expansion ratios*", Phys. Fluids Vol. 17, No. 028102.

[31] Abbott D. E., Kline S.J., (1962), "*Experimental investigation of subsonic turbulent flow over single and double backward facing steps*", J. Basic Eng. Trans. ASME, Vol. 84,No. 317.

[32] Mizushima J., Shiotani Y., (2000), "*Structural instability of the bifurcation diagram for two-dimensional flow in a channel with a sudden expansion*", J. Fluid Mechanics, Vol. 420,No. 131.

[33] Paulo J. Oliveira,(2003), "*Asymmetric flows of viscoelastic fluids in symmetric planar expansion geometries*", J. Non-Newtonian Fluid Mech. Vol.114, pp.33–63.

[34] Ternik P., Marn J., Zunic Z., (2006), *" Non-Newtonian fluid flow through a planar symmetric expansion: shear-thickening fluids*", J. Non-Newtonian Fluid Mechanics, Vol. 135, pp. 136–148.

[35] Drikakis D., (1997), "*Bifurcation phenomena in incompressible sudden expansion flows*", j. Phys. Fluids, Vol. 9, pp. 76–86.

[36] Hawa T., Rusak Z., (2001), "*The dynamics of a laminar flow in a symmetric channel with a sudden expansion*", J. Fluid Mechanics, Vol. 436, pp. 283–320.

[37] Mishra S., Jayaraman K., (2002), "*Asymmetric flows in planar symmetric channels with large expansion ratio*", Int. J. Numer. Methods Fluids, Vol. 38, pp. 945–962.

[38] Dagtekin I., Unsal M., (2011), "*Numerical analysis of axisymmetric and planar sudden expansion flows for laminar regime*". Int J Numer Meth Fluids 65: 1133–1144.

[39] Scott P.S., Mirza F.A., (1986), "*A finite element analysis of laminar flows through planer and axisymmetric abrupt expansions*". Computers & Fluids 14(4): 423-432.

[40] Oliveira P.J., Pinho F.T., Schulte A., (1998), "*A general correlation for the local loss coefficient in Newtonian axisymmetric sudden expansions*". Int J of Heat and Fluid Flow 19: 655-660.

[41] Schreck E., Schafer M., (2000), "*Numerical study of bifurcation in hreedimensional sudden channel expansions*". Comput. Fluids 29(583).

[42] Shapira M., Degani D., Weihs D., (1990), "*Stability and existence of multiple solutions for viscous flow in suddenly enlarged channels*". Comp.Fluids 18: 239–258.

[43] Durst F., Pereira J. C. F., Tropea C., (1993), "*The plane symmetric sudden expansion flow at low Reynolds numbers*". J Fluid Mech 248(567).

[44] Fletcher D. F., Maskell S. J., Patrick M. A., (1985), "*Heat and mass transfer computations for laminar flow in an axisymmetric sudden expansion*". Comp Fluids 13: 207–221.

[45] Pinho F. T., Oliveira P. J. , Miranda J. P., (2003), "*Pressure losses in the laminar flow of shear-thinning power-law fluids across a sudden axisymmetric expansion*". Int J of Heat and Fluid Flow 24: 747–761.

[46] Hawa T., Rusak Z., (2000), "*Viscous flow in a slight asymmetric channel with a sudden expansion*". Phys Fluids 12: 22-57.

[47] Bell B. C., Surana K. S., (1994), "*p-Version least squares finite element formulation for two-dimensional incompressible non-Newtonian isothermal and nonisothermal fluid flow*". Int J Numer Methods Fluids 18: 127–162.

[48] Ternik P.,(2009), "Planar sudden symmetric expansion flows and bifurcation phenomena of purely viscous shear-thinning fluids, J. Non-Newtonian Fluid Mech. Vol.157, pp. 15–25.

[49] Ternik P., (2010), "*New contributions on laminar flow of inelastic non-Newtonian rued in the two-dimensional symmetric expansion: Creeping and slowly moving flow conditions*". J. Non-Newtonian Fluid Mech. Vpl. 165, pp. 1400–1411.

[50] Manica R., De Bortoli A. L., (2004), "*Simulation of sudden expansion flows for power-law fluids*", J. Non-Newtonian Fluid Mech. Vol. 121, pp.35–40.

[51] Neofytou P., (2006), "*Transition to asymmetry of generalised Newtonian fluid flows through a symmetric sudden expansion*", J. Non-Newtonian Fluid Mech. Vol. 133 pp. 132–140.

[52] Ternik P., Marn J., Zuni Z., (2006), "*Non-Newtonian fluid flow through a planar symmetric expansion: Shear-thickening fluids*", J. Non-Newtonian Fluid Mech. Vol. 135, pp. 136–148.

[53] Poole R.J., Pinho F.T., Alves M.A. and Oliveira P.J., (2009). "*The effect of expansion ratio for creeping expansion flows of UCM fluids*". J. Non-Newtonian Fluid Mech. 163, pp. 35-44.

[54] Poole R. J., Alves M. A., Oliveira P. J., Pinho F. T., (2007), "*Plane sudden expansion flows of viscoelastic liquids*", J. Non-Newtonian Fluid Mech. Vol. 146, pp. 79–91.

[55] Bloach A., Townsend P., Webster M. F.,(1996), "*On vortex development in viscoelastic expansion and contraction flows*", J. Non-Newtonian Fluid Mech., Vol. 65, pp. 133-149.

[56] Rocha G. N., Poole J. R., Oliveira J., (2007), "*Bifurcation phenomena in viscoelastic flows through a symmetric 1:4 expansion*, J. Non-Newtonian Fluid Mech. Vol. 141, pp.1–17.

[۵۷] مسیبی درچه س.، (۱۳۹۰)، پایان‌نامه کارشناسی ارشد: " بررسی عددی جریان و انتقال حرارت سیال ویسکوالاستیک در تبدیلات همگرا و واگرا "، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی شاهرود.

[58] Layek G.C., Mukhopadhyay S., (2008), "Laminar flow separation in an axi-symmetric sudden smooth expanded circular tube". J. Appl Math Comput. 28, pp. 235–247.

[59] Rosa S., Pinho F. T., (2006), "*Pressure drop coefficient of laminar Newtonian flow in axisymmetric diffusers*". International Journal of Heat and Fluid Flow. 27, pp. 319–328.

[60] Pak B., Cho Y. I., and Choi S. U. S., (1990), "*Seperation and reattachment of non-newtonian fluid flows in a sudden expansion pipe*", Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics, Vol. 37, pp. 175-199.

[61] Cruz D. O. A., Pinho F. T., (2007), "*Fully-developed pipe and planar flows of multimode viscoelastic fluids*". J. Non-Newtonian Fluid Mech, Vol. 141, pp. 85–98.

[۶۲] واردی س. ر.، (۱۳۹۰)، پایان‌نامه کارشناسی ارشد: "بررسی عددی جریان سیال ویسکوالاستیک حول سیلندر"، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی شاهرود.

[63] Sibley D. N., (2010), for the degree of Doctor of Philosophy, "*Viscoelastic Flows of PTT Fluids*", Department of Mathematical Sciences, University of Bath

[64] Cross M. M., (1965), "*Rheology of non-Newtonian Fluids: A New Flow Equation for Pseudoplastic Systems*", Journal of Colloid Science, Vol. 20, pp. 417-437.

[65] Darbandi, M., (1996), “*A Momentum Variable Calculation Procedure for Solving Flow at All Speeds*”, PhD Dissertation, University of Waterloo, Ontario, Canada.

[66] Harlow, F. M., and Welch, J. E., (1965), “*Numerical Solution of Time Dependent Viscous Incompressible Flow with Free Surface*”, Physics of Fluids, Vol. 8, pp. 2182-2189.

[67] Raithby, G. D., and Schneider, G. E., (1979), “*Numerical Solution of Problems in Incompressible Fluid Flow; Treatment of the Velocity-Pressure Coupling*”, Numerical Heat Transfer, Vol. 2, pp. 417-440.

[68] Patankar, S. V., (1981), “*A Calculation Procedure for Two Dimensional Elliptic Situations*”, Numerical Heat Transfer, Vol. 4, pp.409-425.

[69] Zedan, M., Schneider, G. E., (1985), “*A Coupled Strongly Implicit Procedure for Velocity and Pressure Computation in Fluid Flow Problems*”, Numerical Heat Transfer, Vol. 8, pp.537-557.

[70] Patankar, S. V., and Spalding, D. B., (1972), “*A Calculation Procedure for Heat, Mass and Momentum Transfer in Three-Dimensional Parabolic Flows*”, Int. J. of Heat and Mass Transfer, Vol. 15, pp.1787-1806.

[71] Baliga, B.R., and Patankar, S.V., (1983), “*A Control-Volume Finite-Element Method for Two Dimensional Fluid Flow and Heat Transfer*”, Numerical Heat Transfer, Vol. 6, pp.245-261.

[72] Prakash, C., and Patankar, S. V., (1985), “*A Control-Volume Based Finite-Element Method for Solving the Navier-Stokes Equation Using Equal Order Variable Interpolation*”, *Numerical Heat Transfer*, Vol. 8, pp.259-280.

[73] Vanka S., (1986), "*Block-implicit multigrid solution of Navier-Stokes equations in primitive variables*", J. of computational physics, no. 65, pp. 138-158.

[74] The Open Source CFD Toolbox OpenFOAM, (2010), “*User Guide*”, GNU Free Documentation License.

[75] The Open Source CFD Toolbox OpenFOAM, (2009), “*Programmers Guide*”, GNU Free documentation.

Abstract

Subsonic flows are the major problems in expansion channels of fluid mechanics. They have many applications in diffuser, conversion of piping, heat exchangers, casting, forming and etc. Therefore, in recent decades, many researchers have examined the analytical, experimental and numerical flows. Unlike the previous studies which have been focused on the planar flow in sudden expansions, the flow instability in gradual expansions with different expansion angles is investigated which is the main innovation of current study.

In the present study, the ratio expansion 1:3 and extension angles of 30, 45, 60 and 90 degrees is considered. The main goal of this research is to better understand the effects of angles, Reynolds number and Weissenberg number on the structure and flow pattern at different angles. In order to modeling this process in open source software OpenFoam that is toolkit CFD software has used. First of all, the continuity and momentum equations are expressed in Cartesian coordinates and then the general form of fluid viscoelastic structural equation (MPTT model) and viscosity viscometric functions are used.

In this study, for explicit discretization of governing equations finite volume method is used. For marching in time, the PISO algorithm is used in the transient state so that the flow parameters in step time have been constant and steady. Furthermore, the time step is increased until convergence of the parameters to be reasonably accurate answers. The accuracy of numerical results is checked based on the results of sudden expansion (at 90 degree).

Finally, for a Newtonian fluid flow, all characterized are presented by transverse and longitudinal vortices in the vicinity of the upper and lower walls of the channel on a regular basis. Then the results classified in tables. Also results of numerical investigation for Newtonian fluid and viscoelastic fluid presented like streamline, velocity contour, velocity on the center line. At the final chapter, the results of the survey are presented in detail.

Keywords: Numerical investigation; Non-Newtonian fluid; Fluid flow; Gradual expansions

Shahrood University of Technology

Engineering Department

Numerical Investigation of Non-Newtonian Flow in Gradual Expansions

A Thesis Submitted in Partial Fulfillment of the Requirements for the Degree of Master of Science

By:

Amin Shahbani Zahiri

Supervisor:

Dr. Mohammad Mohsen Shahmardan

Advisor:

Dr. Mahmood Norouzi

August 2012