

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ



دانشکده فنی مهندسی

گروه مکانیک

کنترل ارتعاشات تیر تیموشنکو یکسر گیر دار با استفاده از فیدبک

تاخیری

دانشجو : سمیه رحمتی

استاد راهنما :

دکتر اردشیر کرمی محمدی

پایان نامه ارشد جهت اخذ درجه کارشناسی ارشد

بهمن ماه ۹۰

## تشکر و قدر دانی:

با سپاس از خداوند متعال که به ما نعمت آموختن ارزانی داد. شایسته است از زحمات استاد گرانقدرم جناب آقای دکتر اردشیر کرمی محمدی که در طول تحقیق و تدوین پایان نامه، اینجانب را حمایت و راهنمایی کردند و حمایت های همه جانبه همسرم که همواره پشتیبان اینجانب بودند تقدیر و تشکر نمایم.

## چکیده

تاخیر زمانی به ناچار در سیستم های کنترل فعال وجود دارد، بنابراین استفاده از تاخیر زمانی به منظور کنترل ارتعاشات سازه های انعطاف پذیر کاربرد وسیعی در کنترل ارتعاشات دارد. تمرکز عمده این پایان نامه بر روی کنترل ارتعاشات تیر تیموشنکو با استفاده از فیدبک حالت تاخیری است. در ابتدا روش کنترلی مذکور بر روی تیر اویلر برنولی اعمال شده بدین منظور با استفاده از روش گالرکین مدل کاهش یافته که شامل دو مد اول می باشد استفاده شده است. معادلات حالت همراه با تاخیر زمانی می باشند و از آنجایی که طراحی کنترلر برای سیستم با تاخیر زمانی دشوار است با استفاده از انتقال معادلات مذکور را به معادله بدون تاخیر زمانی تبدیل کرده و سپس با استفاده از تئوری کنترل بهینه نیروی کنترل مورد نظر را بدست آوردیم. روندی مشابه برای تیر تیموشنکو نیز اجرا شده است، اما در ابتدا به بررسی پاسخ ارتعاشات آزاد و خاصیت تعامد توابع ویژه تیر پرداختیم. در نهایت تاخیر بهینه برای پاسخ به ورودی اولیه و پاسخ فرکانسی دو مد اول تیر اویلر برنولی و تیموشنکو یکسرگیردار با پیزوالکتریک با مشخصات معلوم تعیین شدند و پاسخ با پاسخ کنترل بهینه بدون تاخیر زمانی مقایسه شد. نشان دادیم که با تغییر پارامترهایی از قبیل طول تیر، طول و مکان پیزوالکتریک، ماتریس های کنترل، تاخیر بهینه تغییر می کند.

واژگان کلیدی: کنترل فعال، تیر تیموشنکو، فیدبک حالت تاخیری، کنترل بهینه، تاخیر بهینه

## فهرست مطالب

فصل ۱	مقدمه ای بر روش های کنترل ارتعاشات.....	۱
مقدمه.....		۲
۱-۱	میرایی غیر فعال.....	۳
۲-۱	میرایی نیمه غیر فعال.....	۳
۳-۱	میرایی نیمه فعال.....	۵
۴-۱	میرایی فعال.....	۶
۵-۱	سازه های هوشمند.....	۷
۶-۱	توسعه کنترل فعال سیستم ها.....	۸
۷-۱	مدل سازی.....	۹
۸-۱	کاهش مرتبه مدل.....	۱۱
فصل ۲	مقدمه ای بر روش های کنترل فعال.....	۱۲
۱-۲	کنترل فیدبک.....	۱۳
۲-۲	کنترل پیش خور.....	۱۵
۳-۲	جایدهی قطب ها.....	۱۶
۴-۲	کنترل مقاوم.....	۱۷
۵-۲	کنترل تطبیقی.....	۱۹

۲۱.....	۶-۲ اثر کنترل فعال بر روی پارامترهای سیستم.....
۲۲.....	۷-۲ کنترل بهینه.....
۲۳.....	۸-۲ مکان بهینه متحرک.....
۲۵.....	فصل ۳ مروری بر کنترل فعال با تاخیر زمانی.....
۲۶.....	مقدمه.....
۲۷.....	۱-۳ اثر کلی تاخیر زمانی روی سیستم.....
۲۷.....	۲-۳ مروری بر کارهای انجام شده.....
۳۲.....	فصل ۴ کنترل ارتعاشات تیر اویلر برنولی.....
۳۳.....	مقدمه.....
۳۴.....	۱-۴ مدل تیر اویلر برنولی.....
۳۴.....	۲-۴ معادلات حاکم بر سیستم.....
۳۷.....	۳-۴ معادلات فضای حالت.....
۳۹.....	۴-۴ طراحی کنترلر بهینه.....
۴۳.....	فصل ۵ کنترل ارتعاشات تیر تیموشنکو.....
۴۴.....	مقدمه.....
۴۵.....	۱-۵ مدل تیر تیموشنکو.....
۴۵.....	۲-۵ معادلات حاکم بر سیستم.....

۴۶.....	۳-۵ حل معادله ارتعاشات آزاد.....
۵۰.....	۴-۵ تعامد شکل مدها.....
۵۲.....	۵-۵ معادلات کنترلی.....
۵۶.....	فصل ۶ مطالعات موردی و نتایج بدست آمده.....
۵۷.....	۱-۶ تیر اویلر برنولی.....
۷۶.....	۲-۶ تیر تیموشنکو.....
۹۵.....	فصل ۷ نتیجه گیری و پیشنهاد برای مطالعات آینده.....
۹۶.....	۱-۷ نتیجه گیری.....
۹۸.....	۲-۷ پیشنهاد برای مطالعات آینده.....
۹۹.....	فهرست منابع.....

## فهرست شکل ها و نمودارها

- شکل ۱-۱: مکانیزم میرایی غیر فعال..... ۴
- شکل ۱-۲: نمایش کلی فیدبک..... ۱۳
- شکل ۲-۲: سیستم همراه با فیدبک حالت..... ۱۵
- شکل ۳-۲: سیستم همراه با فیدبک خروجی..... ۱۵
- شکل ۴-۲: سیستم همراه با کنترل پیش خور..... ۱۵
- شکل ۵-۲: دیاگرام جعبه ای کنترل مقاوم..... ۱۹
- شکل ۶-۲: مدل سیستم همراه با کنترل تطبیقی..... ۲۰
- شکل ۷-۲: سیستم فعال (یک درجه آزادی)..... ۲۲
- شکل ۱-۴: شکل شماتیکی از تیر تحت اثر جابجایی صفحه ای..... ۳۴
- شکل ۲-۴: تیر اویلر برنولی همراه با پیزوالکتریک و سنسور..... ۳۵
- شکل ۱-۵: تغییر شکل المان تیر تیموشنکو..... ۴۵
- شکل ۲-۵: تیر تیموشنکو همراه با سنسور و محرک..... ۵۳
- شکل ۱-۶: جابجایی انتهای تیر برای مد اول به ازای سه تاخیر زمانی (الف: طول پیزوالکتریک ۸cm ب: طول پیزوالکتریک ۱۶cm)..... ۵۸
- شکل ۲-۶: جابجایی انتهای تیر برای مد اول به ازای سه تاخیر زمانی (الف: طول پیزوالکتریک ۸cm ب: طول پیزوالکتریک ۱۶cm)..... ۵۹



شکل ۳-۶: جابجایی انتهای تیر برای مد اول به ازای سه تاخیر زمانی (الف: طول پیزوالکتریک ۸cm ب: طول پیزوالکتریک ۱۶cm).....

۵۹.....

شکل ۴-۶: جابجایی انتهای تیر برای مد اول به ازای سه تاخیر زمانی (الف: طول پیزوالکتریک ۸cm ب: طول پیزوالکتریک ۱۶cm).....

۶۰.....

شکل ۵-۶: جابجایی انتهای تیر برای مد اول به ازای سه تاخیر زمانی (الف: طول پیزوالکتریک ۸cm ب: طول پیزوالکتریک ۱۶cm).....

۶۰.....

شکل ۶-۶: جابجایی انتهای تیر برای مد اول به ازای سه تاخیر زمانی (الف: طول پیزوالکتریک ۸cm ب: طول پیزوالکتریک ۱۶cm).....

۶۱.....

شکل ۷-۶: جابجایی انتهای تیر برای مد اول به ازای سه تاخیر زمانی (الف: طول پیزوالکتریک ۸cm ب: طول پیزوالکتریک ۱۶cm).....

۶۲.....

شکل ۸-۶: جابجایی انتهای تیر برای مد اول به ازای سه تاخیر زمانی (الف: طول پیزوالکتریک ۸cm ب: طول پیزوالکتریک ۱۶cm).....

۶۳.....

شکل ۹-۶: نیروی کنترل مد اول به ازای سه تاخیر زمانی (الف: طول پیزوالکتریک ۸cm ب: طول پیزوالکتریک ۱۶cm).....

۶۴.....

شکل ۱۰-۶: جابجایی انتهای تیر برای مد اول در حالت کنترل بهینه بدون تاخیر و کنترل با تاخیر بهینه (الف: طول پیزوالکتریک ۸cm ب: طول پیزوالکتریک ۱۶cm).....

۶۴.....

شکل ۱۱-۶: جابجایی انتهای تیر برای مد دوم به ازای تاخیر زمانی های متفاوت (الف: طول تیر ۳۵cm ب: طول تیر ۷۰cm).....

۶۵.....

شکل ۶-۱۲: جابجایی انتهای تیر برای مد دوم به ازای تاخیر زمانی های متفاوت(الف: طول تیر ۳۵cm

ب: طول تیر ۷۰ cm).....۶۶

شکل ۶-۱۳: جابجایی انتهای تیر برای مد دوم به ازای تاخیر زمانی های متفاوت(الف: طول تیر ۳۵cm

ب: طول تیر ۷۰ cm).....۶۶

شکل ۶-۱۴: جابجایی انتهای تیر برای مد دوم به ازای تاخیر زمانی های متفاوت(الف: طول تیر ۳۵cm

ب: طول تیر ۷۰ cm).....۶۷

شکل ۶-۱۵: جابجایی انتهای تیر برای مد دوم به ازای تاخیر زمانی های متفاوت(الف: طول تیر ۳۵cm

ب: طول تیر ۷۰ cm).....۶۸

شکل ۶-۱۶: نیروی کنترل مد دوم به ازای سه تاخیر زمانی (الف: طول تیر ۳۵cm ب: طول تیر

۷۰ cm).....۶۸

شکل ۶-۱۷: جابجایی انتهای تیر برای دو مد اول به ازای سه تاخیر زمانی.....۶۹

شکل ۶-۱۸: جابجایی انتهای تیر برای دو مد اول به ازای سه تاخیر زمانی.....۷۰

شکل ۶-۱۹: جابجایی انتهای تیر برای دو مد اول به ازای سه تاخیر زمانی.....۷۱

شکل ۶-۲۰: جابجایی انتهای تیر برای دو مد اول به ازای سه تاخیر زمانی بهینه و بدون تاخیر زمانی.....۷۱

شکل ۶-۲۱: نیروی کنترل دو مد اول به ازای تاخیر زمانی بهینه و بدون تاخیر زمانی.....۷۲

شکل ۶-۲۲: پاسخ فرکانسی مد اول به ازای سه تاخیر.....۷۳

شکل ۶-۲۳: پاسخ فرکانسی مد اول به ازای سه تاخیر.....۷۳

شکل ۶-۲۴: پاسخ فرکانسی مد اول به ازای سه تاخیر.....۷۴

- شکل ۶-۲۵: پاسخ فرکانسی مددوم به ازای سه تاخیر..... ۷۴
- شکل ۶-۲۶: پاسخ فرکانسی مد اول به ازای سه تاخیر..... ۷۵
- شکل ۶-۲۷: پاسخ فرکانسی دو مد اول به ازای سه تاخیر..... ۷۶
- شکل ۶-۲۸: جابجایی انتهای تیر برای مد اول به ازای سه تاخیر زمانی (الف: طول پیزوالکتریک ۸cm  
ب: طول پیزوالکتریک ۱۶cm)..... ۷۷
- شکل ۶-۲۹: جابجایی انتهای تیر برای مد اول به ازای سه تاخیر زمانی (الف: طول پیزوالکتریک ۸cm  
ب: طول پیزوالکتریک ۱۶cm)..... ۷۸
- شکل ۶-۳۰: جابجایی انتهای تیر برای مد اول به ازای سه تاخیر زمانی (الف: طول پیزوالکتریک ۸cm  
ب: طول پیزوالکتریک ۱۶cm)..... ۷۸
- شکل ۶-۳۱: جابجایی انتهای تیر برای مد اول به ازای سه تاخیر زمانی (الف: طول پیزوالکتریک ۸cm  
ب: طول پیزوالکتریک ۱۶cm)..... ۷۹
- شکل ۶-۳۲: جابجایی انتهای تیر برای مد اول به ازای سه تاخیر زمانی (الف: طول پیزوالکتریک ۸cm  
ب: طول پیزوالکتریک ۱۶cm)..... ۷۹
- شکل ۶-۳۳: جابجایی انتهای تیر برای مد اول به ازای سه تاخیر زمانی (الف: طول پیزوالکتریک ۸cm  
ب: طول پیزوالکتریک ۱۶cm)..... ۸۰
- شکل ۶-۳۴: جابجایی انتهای تیر برای مد اول به ازای سه تاخیر زمانی طول پیزوالکتریک ۸cm..... ۸۰
- شکل ۶-۳۵: جابجایی انتهای تیر برای مد اول به ازای سه تاخیر زمانی طول پیزوالکتریک ۱۶cm..... ۸۱

شکل ۶-۳۶: جابجایی انتهای تیر برای مد اول در حالت کنترل بهینه بدون تاخیر و کنترل همراه با

تأخیر زمانی بهینه (الف: طول پیزوالکتریک ۸cm ب: طول پیزوالکتریک ۱۶cm) ..... ۸۱

شکل ۶-۳۷: جابجایی انتهای تیر برای مد اول به ازای سه تأخیر زمانی (الف: طول پیزوالکتریک ۸cm

ب: طول پیزوالکتریک ۱۶cm) ..... ۸۲

شکل ۶-۳۸: جابجایی انتهای تیر برای مد دوم به ازای سه تأخیر زمانی (الف: طول تیر ۳۵cm ب: طول

تیر ۷۰cm) ..... ۸۳

شکل ۶-۳۹: جابجایی انتهای تیر برای مد دوم به ازای سه تأخیر زمانی (الف: طول تیر ۳۵cm ب: طول

تیر

۷۰cm) ..... ۸۳

شکل ۶-۴۰: جابجایی انتهای تیر برای مد دوم به ازای سه تأخیر زمانی (الف: طول تیر ۳۵cm ب: طول

تیر ۷۰cm) ..... ۸۴

شکل ۶-۴۱: جابجایی انتهای تیر برای مد دوم به ازای سه تأخیر زمانی (الف: طول تیر ۳۵cm ب: طول

تیر ۷۰cm) ..... ۸۵

شکل ۶-۴۲: جابجایی انتهای تیر برای مد دوم در حالت کنترل بهینه بدون تأخیر زمانی و کنترل

همراه با تأخیر زمانی بهینه (الف: طول تیر ۳۵cm ب: طول تیر ۷۰cm) ..... ۸۶

شکل ۶-۴۳: نیروی کنترل مد دوم در حالت کنترل بهینه بدون تأخیر زمانی و کنترل همراه با تأخیر

زمانی بهینه (الف: طول تیر ۳۵cm ب: طول تیر ۷۰cm) ..... ۸۷

شکل ۶-۴۴: جابجایی انتهای تیر برای دو مد اول به ازای سه تأخیر زمانی (در حالت های الف و ب

ماتریس های کنترل تغییر داده شده اند) ..... ۸۸

- شکل ۶-۴۵: جابجایی انتهای تیر برای دو مد اول به ازای سه تاخیر زمانی (در حالت های الف و ب ماتریس های کنترل تغییر داده شده اند).....۸۹
- شکل ۶-۴۶: جابجایی انتهای تیر برای دو مد اول به ازای سه تاخیر زمانی (در حالت های الف و ب ماتریس های کنترل تغییر داده شده اند).....۹۰
- شکل ۶-۴۷: جابجایی انتهای تیر برای دو مد اول به ازای سه تاخیر زمانی (در حالت های الف و ب ماتریس های کنترل تغییر داده شده اند).....۹۱
- شکل ۶-۴۸: جابجایی انتهای تیر برای دو مد اول در حالت کنترل بهینه بدون تاخیر زمانی و کنترل همراه با تاخیر زمانی بهینه (در حالت های الف و ب ماتریس های کنترل تغییر داده شده اند).....۹۲
- شکل ۶-۴۹: پاسخ فرکانسی مد اول به ازای سه تاخیر.....۹۲
- شکل ۶-۵۰: پاسخ فرکانسی مد اول به ازای سه تاخیر.....۹۲
- شکل ۶-۵۱: پاسخ فرکانسی مد اول به ازای سه تاخیر.....۹۳
- شکل ۶-۵۲: پاسخ فرکانسی مد اول در حالت کنترل بهینه بدون تاخیر زمانی و همراه با تاخیر زمانی بهینه.....۹۳
- شکل ۶-۵۳: پاسخ فرکانسی مد دوم به ازای سه تاخیر.....۹۷
- شکل ۶-۵۴: پاسخ فرکانسی دو مد اول به ازای سه تاخیر.....۹۵

## فهرست جداول

جدول ۱-۲ مقایسه روش کنترل فیدبک و پیش خور..... ۱۷

جدول ۱-۶ خواص تیر و پیزوالکتریک مورد مطالعه..... ۵۷

فصل اول

# مقدمه ای بر روش های کنترل ارتعاشات

## مقدمه

همواره نویز<sup>۱</sup> و ارتعاشات ناخواسته مشکل عمده ای در محدوده فعالیت های بشر بوده است. از ساختمان ها تا میکروسکوپ های اتمی، هواپیماها و وسایل ورزشی، شاتل ها، اتومبیل ها، پل های بلند و ... همواره تحت تاثیر اغتشاشات ناخواسته بوده اند. یکی از روش های خنثی کردن اغتشاشات استفاده از روش های غیر فعال است. این سیستم ها ارتعاشات و نویز سیستم را با ائتلاف انرژی بصورت حرارت کاهش می دهند. متأسفانه عملکرد میرایی این سیستم ها به دلیل اینکه نمی توانند در طول زمان خود را با تغییرات سیستم تطبیق دهند ضعیف است، هر چند بخاطر سادگی عملکرد و ارزان بودن موارد استفاده زیادی دارند. با پیشرفت در تکنولوژی سازه های هوشمند و روش های کنترلی، امکان کنترل فعال سازه ها بوجود آمد. بیشترین کاربرد کنترل فعال دست یابی به پاسخ مطلوب در سازه های انعطاف پذیر است که محرک بر مبنای سیگنال اندازه گیری شده توسط سنسور سازه را تحریک می کند. پیزوالکتریک محرک ها کاربرد زیادی برای کنترل فعال سازه ها دارند. محرک ها براحتی کنترل می شوند، سریع پاسخ می دهند، ابعاد و وزن کمی دارند و با ولتاژ کمی کار می کنند.

---

<sup>۱</sup> -noise



## ۱-۱ میرایی غیر فعال<sup>۱</sup>

کنترل ارتعاشات مکانیکی و ساختاری کاربرد قابل توجهی در زیر بنای مهندسی، ساخت و تولید دارد. در مهندسی شهر سازی، ارتعاشات سازه ها، امنیت و راحتی بشر را کاهش می دهند. در زمینه های خودرو و فضایی، ارتعاشات عمر قطعه را کاهش داده و سر و صدای ایجاد شده بوسیله نویز آزار دهنده خواهد بود.

به منظور کنترل ارتعاشات در زمینه مهندسی، روش های متعددی بکار برده شده است. در گذشته برای ضعیف کردن ارتعاشات مکانیکی از جذب کننده ها و دمپرهای غیر فعال استفاده می شد. به عنوان مثال نصب پایه لاستیکی بین ماشین و فونداسیون یا اضافه کردن دمپرهای غیرفعال به سازه از متداول ترین کارها در ایزوله کردن و کاهش ارتعاشات بودند [۱]. هدف این روش ها تغییر مشخصه های دینامیکی سیستم، از جمله سختی و ضریب میرایی است. روش غیر فعال در فرکانس های بالا موثر است اما برای فرکانس های پایین روشی گران است و هم چنین عملکرد سازه را دچار مشکل می کند. روش های غیر فعال اغلب باعث افزایش وزن سازه می شوند که حمل و نقل سازه را مشکل می کند بخصوص در سازه های فضایی [۲].

## ۲-۱ میرایی نیمه غیر فعال<sup>۲</sup>

پیزوالکتریک ها این خاصیت را دارند که انرژی مکانیکی را به انرژی الکتریکی تبدیل کنند و برعکس. این توانایی دو جانبه باعث می شود آنها به عنوان دمپرهای ساختاری<sup>۳</sup> استفاده شوند [۳]. توانایی مواد پیزوالکتریک در تبدیل انرژی مکانیکی به الکتریکی و برعکس، یک قرن قبل توسط پییر و کوری کشف شد. دانشمندان فرانسوی گروهی از مواد را کشف کردند که هنگامی که تحت فشار قرار می گیرند شارژ الکتریکی تولید می کنند و هنگامی که در میدان الکتریکی قرار می گیرند کرنش مکانیکی ایجاد می کنند. پیزوالکتریسته که در اصل به معنای الکتریسته تولید شده بوسیله فشار است بطور طبیعی در بسیاری از مواد تک کریستالی مانند کوارتز،

---

<sup>1</sup> - Passive Damping

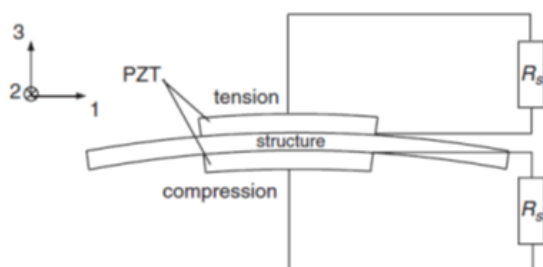
<sup>2</sup> -Semi-Passive Damping

<sup>3</sup> - Structural Damping

کهربا و یاقوت وجود دارد. هرچند این مواد برای استفاده به منظور کنترل ارتعاشات مناسب نیستند، در عوض مواد سرامیکی پلی کریستال ساخت بشر مانند PZT<sup>۱</sup> (سرب زیرکونیوم تیتانیوم) به طور مفید و موثر به عنوان پیزوالکتریک کاربرد دارند. سرامیک های PZT ساخت راحتی دارند و کوپلینگ قوی بین جابجایی مکانیکی و میدان الکتریکی ایجاد می کنند. این خاصیت آنها را قادر می سازد تا از ولتاژ نسبتا کم جابجایی یا نیروی زیادی تولید کنند و برعکس، بنابراین بطور وسیعی در ساخت مبدل های پیزوالکتریک استفاده می شوند.

مبدل های پیزوالکتریک در شکل های متفاوتی وجود دارند. متداول ترین شکل آنها بصورت ورقه های نازک است، بنابراین براحتی می توانند روی سازه های پیچیده مونتاژ شوند. مانند محرک ها که بطور وسیعی در سازه های انعطاف پذیر به منظور تولید ممان استفاده می شوند و سنسورها که برای اندازه گیری کرنش استفاده می شوند [۴].

در سال ۱۹۹۱، فلوتو و هاگوود [۵] مکانیزم میرایی غیر فعال را برای سیستمی که همراه با پیزوالکتریک بود نشان دادند. کار آنها بر مبنای کار فوروارد (۱۹۷۹) [۶] و ادوارد و میاکاوا (۱۹۸۰) [۷] بود که برای اولین بار از این نوع میرایی برای سیستم های رزونانسی استفاده کردند. طبق این دیدگاه الکترودهای پیزوالکتریک با یک مقاومت الکتریکی موازی می شوند. الکتریسیته تولید شده در پیزوالکتریک در اثر تغییر شکل سازه اصلی در قسمت مقاومتی به هدر می رود. (شکل ۱-۱)



شکل ۱-۱: مکانیزم میرایی نیمه غیر فعال [۳]

<sup>۱</sup> - lead-zirconate-titanate

در سال ۱۹۹۱ هاگوود و همکارانش [۵] فرمول هایی تحلیلی برای سیستم همراه با میرایی نیمه فعال ارائه دادند. آنها برهم کنش الکترومکانیکی بین سازه و پیزوالکتریک را بدست آوردند و برای اثبات آن آزمایشاتی را پیشنهاد دادند. در سال ۱۹۹۵ دیویس [۸] مطالعات قبلی را با استفاده از دیدگاه انرژی کرنشی مدال برای پیش بینی میرایی ساختاری تولید شده توسط المان های پیزوالکتریک و مقاومت موازی شده، گسترش داد. با استفاده از این دیدگاه میرایی اضافه شده در هر مد با استفاده از هر المان قابل محاسبه است. به علاوه مشخص شد که افزایش میرایی مشروط بر اینکه پیزوالکتریک ها در مکان های مناسبی قرار گرفته باشند، می تواند همزمان در چند مد اتفاق بیفتد. فین و گاول (۲۰۰۴) [۹] مبحث پیزوالکتریک های موازی را با جایگزین کردن مقاومت موازی با پتانسیل سنج دیجیتالی و اضافه کردن سنسور به سازه، گسترش دادند. بر اساس اطلاعات فرکانس تحریکات، به منظور تغییر مقاومت پتانسیل سنج از کنترل فیدبک<sup>۱</sup> استفاده می شود. این روش از روش قبل منعطف تر است بطوری که میرایی بهینه مدهای مختلف در آن امکان پذیر است.

### ۱-۳ میرایی نیمه فعال<sup>۲</sup>

مفهوم کنترل نیمه فعال در سال ۱۹۷۴ توسط کارنپ [۱۰] پیشنهاد شد. این مفهوم شامل استفاده از تئوری کنترل به منظور زیاد کردن میرایی المان های غیر فعال است. این روش اغلب به عنوان میرایی فعال- غیر فعال شناخته می شود. کنترل نیمه فعال به انرژی کمتری نسبت به کنترل فعال احتیاج دارد و می تواند با وزن و هزینه کمتر اعمال شود. چند روش برای دست یابی به میرایی نیمه فعال وجود دارد. متداول ترین این روش ها استفاده از میرا کننده ویسکوز با اریفیس متغیر است. استفاده از کنترل نیمه فعال برای کنترل سازه های انعطاف پذیر نخستین بار در سال ۱۹۷۶ توسط آلن و کارنپ [۱۱] و بعد در سال ۱۹۹۴ توسط دیویس [۱۲] مطالعه شد. میرایی اصطکاکی نیمه فعال اولین بار توسط آندرسن و فری [۱۳] برای کنترل سازه های انعطاف پذیر استفاده شد. این روش از تئوری کنترل برای تغییر نیروی عمودی و در نتیجه نیروی کنترل، استفاده می کند.

---

<sup>۱</sup> - Feedback

<sup>۲</sup> - Semi- Active Damping

## ۴-۱ میرایی فعال<sup>۱</sup>

کنترل فعال ارتعاشات، محدوده وسیعی از تحقیقات است که تکنولوژی علوم مختلف را بهم مربوط می سازد [1]. مبدل های پیزوالکتریک بطور وسیعی در کنترل فعال ارتعاشات سازه ها استفاده می شوند. برای کنترل فعال ارتعاشات، مبدل های پیزوالکتریک به سازه مورد نظر متصل می شوند اکثر این سازه ها، سازه های انعطاف پذیر می باشند که تابع تبدیل آنها مرتبه بالایی دارد و قطب ها میرایی کمی دارند [۴].

کنترل فعال شامل منبع تولید انرژی مجازی است که انرژی تولید شده توسط ارتعاشات ناخواسته را به منظور حذف یا کاهش اثر آن بر روی عملکرد کلی سیستم، جذب می کند [۳]. مبدل های پیزوالکتریک کاربرد وسیعی در کنترل ارتعاشات پیدا کرده اند. آنها به عنوان سنسور و محرک در کنترل ارتعاشات سیستم ها بکار برده می شوند.

اجزا اصلی برای هر سیستم کنترل فعال عبارت اند از سیستم مکانیکی که تحت تاثیر اغتشاش قرار گرفته است، سنسور (حسگر ارتعاشات)، کنترلر (که از سیگنال سنسور استفاده می کند و نیروی کنترل مورد نظر را تولید می کند) و محرک که اثر آشفتگی را در سازه خنثی می کند. تداخل امواج نیروی تولید شده توسط محرک، اثر اغتشاش را کاهش می دهد یا خنثی می کند [۱۴].

یکی از اولین تحقیقات پیرامون کنترل فعال توسط سوییگرت و فوروارد [۱۵] انجام شد. آنها مطالعات تئوری و آزمایشگاهی را که میراکننده های الکتریکی داشتند انجام دادند. در این مطالعات برای کنترل ارتعاشات مکانیکی دکل ها، مبدل های الکترومکانیکی ساخته شده از سرب- زیرکونیوم- تیتانیوم بکار برده شدند. سیگنال خروجی از سنسور تقویت شده و بطور مناسب برای تولید ورودی کنترل برای محرک انتقال داده شد. در سال ۱۹۸۵ بایلی و هووبارد [۱۶] سیستم های هوشمند ابتدایی را با استفاده از PVDF ها توسعه دادند. PVDF به عنوان المان فعال برای کنترل فعال ارتعاشات تیرها استفاده می شود. با اعمال ضریب تقویت و دامنه ثابت کنترلر، آزمایشات آنها نشان داد که محرک PVDF هنگامیکه سازه تحت اثر جابجایی اولیه قرار گیرد، می تواند میرایی را افزایش دهد.

---

<sup>1</sup>-Active Damping

در مطالعات بعدی فوولر و همکارانش (۱۹۶۶) [۱۷] دیدگاه سیستماتیکی را برای کنترل فعال ارتعاشات سازه ها توضیح دادند. آنها قوانین اصولی کنترل فعال ارتعاشات و کاربردهای عملی آنها با ترکیبی از علم ارتعاشات، مکانیک، پردازش سیگنال و تئوری کنترل، خلاصه کردند. پیشرفت های اخیر در پردازش سیگنال دیجیتال (DSP)<sup>۱</sup> و تکنولوژی سنسورها و محرک ها باعث کامل تر شدن مفهوم کنترل فعال ارتعاشات شد [۱].

امروزه دو دیدگاه مهم در کنترل وجود دارد کنترل فیدبک و کنترل پیش خور<sup>۲</sup>. در کنترل پیش خور از روش فیلترینگ تطبیقی استفاده می شود. مهم ترین مزیت این روش کنترلی این است که به مدل سازه احتیاج نیست و هم چنین می تواند در فرکانس های بالا اعمال شود. عمده ترین مشکل این روش این است که به سیگنال مبدا (مبنا) احتیاج است که اغلب تحت تاثیر اغتشاش قرار می گیرد.

روش کنترلی فیدبک نیز به دو قسمت تقسیم می شود: میرایی فعال و تکنیک های کنترلی بر پایه مدل. در دیدگاه میرایی فعال از سنسور و محرک استفاده می شود یکی از مزایای میرایی فعال این است که به مدل سازه احتیاجی نیست.

روش های متفاوتی برای فیدبک بر مبنای مدل وجود دارد که شامل روش های کنترل مقاوم، کنترل هوشمند و روش مدال می شود [۳].

## ۱-۵ سازه های هوشمند<sup>۳</sup>

سیستم هوشمند یا فعال به سیستمی اطلاق می شود که با سنسور و محرک همراه شده باشد. هدف این ترکیب دست یابی به عملکرد معینی در سیستم است بدون اینکه جرم سیستم تغییر چشمگیری داشته باشد یا انرژی زیادی، مصرف شود. مواد استفاده شده برای سازه های هوشمند خواص جالب و غیر معمولی دارند.

---

<sup>۱</sup> -digital signal processing

<sup>۲</sup> -Feed forward

<sup>۳</sup> - Smurt Structure

پیشرفت های اخیر در زمینه کنترل هوشمند، هوش مصنوعی، تکنولوژی ریزپردازنده ها و تکنولوژی محرک و سنسور برای توسعه و تحقق سازه های هوشمند مورد استفاده قرار می گیرند. سازه های هوشمند قابلیت های زیر را دارند:

۱- تشخیص حالت دینامیکی فعلی سازه و مونیتور و استنباط کردن خواص بحرانی سازه و ارزیابی عملکرد ساختاری سازه.

۲- شناسایی اغتشاشات داخلی و خارجی.

۳- تشخیص تغییر در خواص سازه و تغییر در اغتشاش داخلی و خارجی.

۴- پیش بینی و استنباط تغییر احتمالی ایجاد شده در آینده و تغییر اغتشاش داخلی و خارجی.

۵- اتخاذ تصمیم هوشمندانه راجع به تصحیح نیروی اغتشاش و نیروی تولید شده توسط محرک به اندازه کافی.

۶- شناسایی پتانسیل شکست در آینده و عوامل شکست در تصحیح فعلی.

۷- جبران شکست یا تغییر عامل مقتضی.

۸- بهبود عملکرد آینده سیستم از روی عملکرد گذشته.

دو روش مهم برای کنترل هوشمند سازه ها توسعه داده شده است: ۱- شبکه عصبی مصنوعی ۲- منطق فازی. شبکه عصبی مصنوعی روشی است که برای تقلید از شبکه عصبی انسان و منطق فازی به عنوان وسیله ای برای پردازش اطلاعات مبهم و غیر دقیق توسعه داده شده اند.

## ۱-۶ توسعه کنترل فعال سیستم ها

طراحی سیستم کنترل فعال به منظور کاهش ارتعاشات در سازه ها شامل چندین مرحله است، که عبارتند از:

۱- آنالیز سیستم ارتعاشی که قرار است کنترل شود.

۲- تعیین مدل ریاضی ایده آل برای سیستم با استفاده از ابزاری مانند آنالیز اجزا محدود (FE)<sup>۱</sup>، یا آنالیز مدال آزمایشی.

۳- کاهش مرتبه یا ساده کردن مدل در صورت نیاز، بگونه ای که معادلات جواب داشته باشند.

۴- آنالیز مدل ایجاد شده، تعیین خواص آن، معادله دینامیکی، نوع اغتشاش و پاسخ سیستم.

۵- تعیین تعداد سنسورها و محرک های مورد نیاز و تصمیم گیری برای نوع و محل قرار گرفتن آنها.

۶- آنالیز سنسورها و محرک ها در کل معادلات دینامیکی سیستم.

۷- تعیین معیارهای عملکرد و بررسی پایداری سیستم.

۸- تصمیم گیری در مورد الگوریتم کنترل مورد اجرا، طراحی کنترلر برای دست یابی به مشخصات مورد نظر.

۹- شبیه سازی نتایج سیستم کنترل شده در کامپیوتر و ارزیابی پتانسیل مورد نیاز برای رسیدن به هدف.

۱۰- اگر کنترلر انتخاب شده برای رسیدن به اهداف مورد نظر مناسب نبود، مشخصه های سیستم تغییر داده

می شود یا نوع کنترلر اصلاح می شود.

۱۱- انتخاب نرم افزار و سخت افزار و جمع بندی داده ها در چارچوب قابل قبول.

۱۲- فرمول بندی و تعیین عملکرد سیستم و بروز کردن مدل.

۱۳- اجرای کنترلر و تست کردن سیستم برای ارزیابی عملکرد کلی سیستم.

۱۴- در صورت نیاز بعضی از مراحل بالا یا همه آنها تکرار می شوند.

## ۱-۷ مدل سازی

اولین مرحله در طراحی کنترلر سیستم ایجاد مدل ریاضی سیستم به همراه اغتشاش است. برای نوشتن مدل ایده آل از قانون های فیزیک و اصول مکانیک استفاده می شود (میروویچ ۱۹۹۷). بر پایه مدل ریاضی، کنترلر می تواند برای ایجاد عملکرد مورد نظر طراحی شود. سیستم های مکانیکی و ساختمانی اغلب بصورت سیستم کاهش یافته یا سیستم با پارامترهای گسسته مدل می شوند. سیستم های گسسته با معادله دیفرانسیل معمولی و سیستم های پیوسته با معادله دیفرانسیل جزئی مدل می شوند. اغلب اوقات سیستم شکل پیچیده ای دارد که

---

<sup>۱</sup> -Finite Element

بسط و حل معادله دیفرانسیل جزئی را مشکل یا غیر ممکن می سازد. بهمین دلیل از روش های مختلف گسسته سازی مانند اجزاء محدود، آنالیز مدال، پارامترهای کاهش یافته استفاده می شود و معادلات دیفرانسیل جزئی با معادله دیفرانسیل معمولی تقریب زده می شود.

با استفاده از قوانین دینامیکی موجود در نهایت معادلات کلی سیستم به شکل زیر بدست می آیند:

$$M\ddot{q} + D\dot{q} + Kq = N_u + fy = Pq + R\dot{q} \quad (1-1)$$

که  $M, D, K$  ماتریس های گسسته سختی، میرایی و جرم می باشند.  $q = [q_1, q_2, \dots, q_n]^T$  بردارهای  $n$  بعدی جابجایی، سرعت و شتاب گره ای می باشند،  $fy$  بردار اغتشاش،  $y$  خروجی سیستم و  $P$  و  $R$  ماتریس های نشان دهنده مکان و ضریب تقویت الکترونیکی مربوط به سنسورهایی که برای اندازه گیری حالت استفاده می شوند، می باشند. زمانیکه میرایی سازه ناچیز باشد  $D=0$  در نظر گرفته می شود. برای در نظر گرفتن میرایی اغلب از نسبت میرایی ریلی<sup>1</sup> (میرایی تناسبی) استفاده می شود که می توان آنرا به شکل زیر بدست آورد:

$$D = \alpha_1 M + \alpha_2 K \quad (2-1)$$

که در آن  $\alpha_1, \alpha_2$  اعداد ثابتی می باشند.

از دیدگاه کنترل، سیستم دینامیکی بصورت فضای حالت یا معادله مرتبه اول نشان داده می شود. به عنوان مثال اگر  $z$  به عنوان متغیر حالت،  $u$  به عنوان بردار ورودی،  $y$  به عنوان بردار خروجی باشند. نمایش سیستم مرتبه اول کلاسیک (معادله فضای حالت) بصورت زیر است:

$$\dot{z} = Az + Bu \quad y = Cz \quad (3-1)$$

در کنترل، اغلب اوقات مدل مرتبه دوم با استفاده از معادلات زیر به مدل مرتبه اول تبدیل می شود.

$$z = \begin{Bmatrix} q \\ \dot{q} \end{Bmatrix}, A = \begin{bmatrix} 0 & I \\ -M^{-1}K & -M^{-1}D \end{bmatrix}, B = \begin{Bmatrix} M^{-1}N \\ 0 \end{Bmatrix}, C = [P \quad R] \quad (4-1)$$



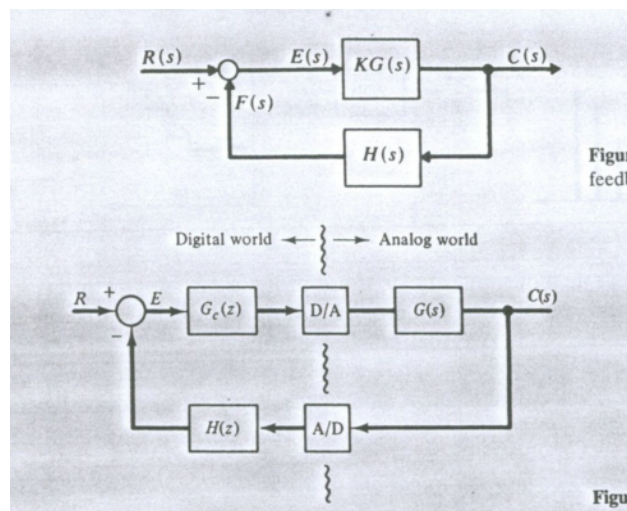
## ۸-۱ کاهش مرتبه مدل

معادلات سیستم های انعطاف پذیر معادلاتی با درجه آزادی بی نهایت هستند. بنابراین برای آنالیز دینامیکی، مرتبه سیستم کاهش داده می شود. به این منظور از تکنیک های کاهش مثل، کاهش گووآن (۱۹۶۵)، که مختصات های غیر ضروری (کم تاثیر) را حذف می کند یا روش گالرکین که بر اساس تعامد شکل مدها مرتبه معادله را کاهش میدهد، استفاده می شود [۱].

# مقدمه ای بر روش های کنترل فعال

## ۱-۲ کنترل فیدبک

اغلب سیستم های در نظر گرفته شده در تئوری کنترل کلاسیک، سیستم های کنترل پس خور (فیدبک) هستند. شکل کلی سیستم پیوسته تک ورودی تک خروجی همراه با فیدبک در شکل ۱-۲ نشان داده شده است. سیگنال ورودی  $R(s)$  سیگنال خروجی  $C(s)$  سیگنال خطا  $E(s)$  و سیگنال فیدبک  $F(s)$  است [۱۸]. با انتخاب مناسب  $F(s)$  می توان سیستم را کنترل کرد. سیگنال فیدبک با ورودی سیستم ترکیب شده و خروجی مورد نظر را برای سیستم نتیجه می دهد.



شکل ۱-۲: نمایش کلی فیدبک [۱۸]

لازم به ذکر است دو نوع فیدبک وجود دارد فیدبک حالت<sup>۱</sup> و فیدبک خروجی<sup>۲</sup>. در فیدبک حالت، حالت سیستم با ضرب شدن در ضریب تقویت به سیستم پس خور می شود اما در فیدبک خروجی، خروجی به سیستم پس خور می شود. در شکل ۲-۲ و ۳-۲ نمایش سیستم همراه با فیدبک حالت و فیدبک خروجی نشان داده شده است.

درست است که خروجی در هر لحظه قابل اندازه گیری است و در نگاه اول فیدبک خروجی راحت تر از فیدبک حالت است اما با توجه به دلایل زیر استفاده از فیدبک حالت همواره مورد توجه بوده است.

<sup>۱</sup>- State Feedback  
<sup>۲</sup>- Output Feedback

۱- حالت سیستم همه اطلاعات مربوط به سیستم را در بر دارد.

۲- با مساوی صفر قرار دادن ماتریس  $D$  (معادله ۱-۲) می توان همه حالت ها را بدست آورد (حالت را می توان بر حسب خروجی بدست آورد).

۳- روشهای کنترل بهینه بر اساس فیدبک حالت طراحی شده اند.

۴- هم از روی ورودی و هم خروجی سیستم می توان حالت های یک سیستم را تخمین زد.

همان گونه که قبلا گفته شد سیستم اغلب بصورت فضای حالت نمایش داده می شود. سیستم با معادله زیر را در نظر بگیرید:

$$\dot{x} = Ax + Bu \quad y = Cx + Du \quad (1-2)$$

با توجه به شکل ۲ در حالت فیدبک حالت ورودی سیستم عبارت است از :

$$u = Fv - Kx \quad (2-2)$$

با جایگذاری معادله ۲-۲ در معادله ۱-۲، معادله حالت سیستم بصورت زیر در می آید

$$\dot{x} = (A - BK)x + BFv \quad (3-2)$$

و در حالت فیدبک خروجی ورودی سیستم عبارت است از (شکل ۳-۲):

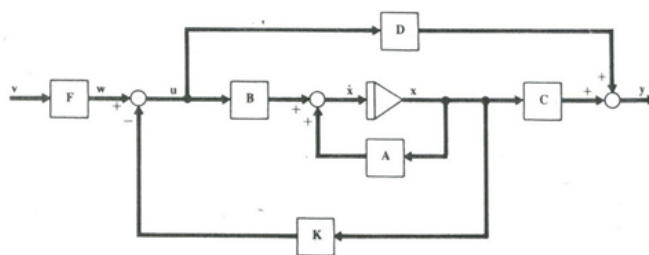
$$u = F'v' - K'y \quad (4-2)$$

در نتیجه معادله حالت سیستم به شکل زیر بدست می آید

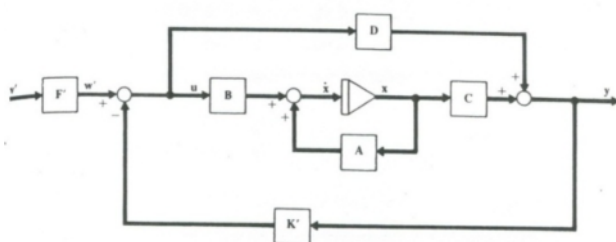
$$\dot{x} = \{A - BK'[I + DK']^{-1}C\}x + B[I + DK']^{-1}F'v' \quad (5-2)$$

هر دو نوع فیدبک تغییری در کنترل پذیری سیستم بوجود نمی آورند اما فیدبک حالت مشاهده پذیری را می

تواند کاهش دهد و فیدبک خروجی مشاهده پذیری را تغییر نمی دهد [۱۸].



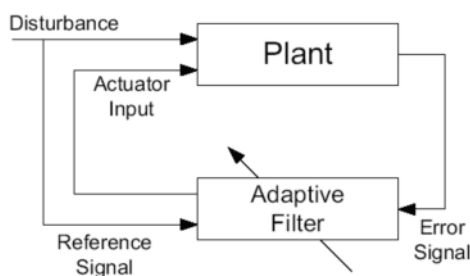
شکل ۲-۲: سیستم همراه با فیدبک حالت [۱۸]



شکل ۲-۳: سیستم همراه با فیدبک خروجی [۱۸]

## ۲-۲ کنترل پیش خور

در طول کنترل فیدبک ساده، هنگامیکه سیگنال مربوط به اغتشاش معلوم باشد، روش کنترلی پیش خور می تواند بطور قابل توجهی عملکرد سیستم را بهبود بخشد. توسعه اصلی این روش به منظور کنترل نویز بود اما سرانجام راه های کنترل ارتعاشات هم پیدا شد. طرح کنترل پیش خور در شکل ۲-۴ نشان داده شده است.



شکل ۲-۴: سیستم همراه با کنترل پیش خور

در ایده آل ترین حالت، کنترل پیش خور می تواند اثر آشفتگی اندازه گیری شده را در سیستم کاملاً حذف کند. فیلتر تطبیقی، سیگنال مربوط به اغتشاش ابتدایی را تصحیح می کند و خروجی توسط محرک به سیستم اعمال می شود. ضرایب فیلتر بگونه ای انتخاب می شوند که در یک یا چند نقطه بحرانی سیگنال خطا می نیمم شود.

هدف تولید آشفتگی ثانویه است که با آشفتگی اولیه بطور مخربی تداخل پیدا کرده و اثر آنرا از بین ببرد. تضمینی وجود ندارد که پاسخ عمومی در بقیه نقاط نیز کاهش پیدا کند که عمومی نبودن مدل را نشان می دهد. اگر پاسخ سازه یک مد غالب نداشته باشد، محرک ممکن است ارتعاشات را در نقطه ای که خطا اندازه گیری می شود کاهش دهد اما ارتعاشات در بقیه نقاط سازه افزایش پیدا کنند. بنابراین در مقایسه با فیدبک به عنوان روش محلی مطرح می شود.

کنترل پیش خور می تواند برای هر فرکانسی موثر باشد. این روش بدون نیاز به مدل سیستم کار می کند، اما روند تطبیقی شامل اندازه گیری پاسخ ضربه است. این روند در خنثی کردن آشفتگی ها با پهنای باند باریک کاربرد زیادی دارد هم چنین کاربردهایی برای پهنای باند زیاد نیز گزارش شده اند. بزرگترین محدودیت کاربرد فیلترینگ تطبیقی پیش خور دسترسی به سیگنال مرجع مربوط به آشفتگی است. توضیح کلی کنترل پیش خور و فیدبک در جدول ۱-۲ خلاصه شده است.

## ۳-۲ جایدهی قطب ها<sup>۱</sup>

جایدهی قطب ها یک روش ساده برای طراحی سیستم کنترل فیدبک است. هدف این روش اطمینان حاصل کردن از این است که مقادیر ویژه ماتریس سیستم حلقه بسته، نسبت به سیستم حلقه باز نزدیک تر به مناطقی که توسط طراح تعیین شده، قرار می گیرند. به عنوان مثال، مقادیر ویژه حلقه بسته ممکن است برای بهبود بخشیدن به پایداری سیستم بیشتر به سمت نیمه چپ صفحه مختلط حرکت کنند [۱].

---

<sup>۱</sup> - Pole Placement

جدول ۲-۱: مقایسه روش کنترل پیش خورو فیدبک [۱]

نوع کنترل	مزایا	معایب
میرایی فعال پس خور (فیدبک)	اعمال آن راحت است و به محاسبات کمی نیاز دارد	فقط در نزدیکی رزونانس موثر است
کنترل بر پایه کنترل مقاوم پس خور (فیدبک)	به مدل دقیقی از سیستم نیاز ندارد هنگامیکه محرک و سنسور در یک مکان قرار گرفته اند پایداری سیستم تضمین شده است	پهنای باند محدود برای پهنای باند زیاد تاخیر کمی احتیاج دارد امکان وقوع sppilover وجود دارد
فیلترینگ تطبیقی پیش خور	مدل آن عمومی است همه اغتشاشات را در محدوده پهنای باند خود از بین می برد	سیگنال مرجع خطا مورد نیاز است روشی محلی است و ممکن است خطا را در نقاط دیگر سیستم افزایش دهد به محاسبات زیادی نیاز دارد
	به مدل احتیاجی ندارد با تخمین نادرست و تغییر تابع تبدیل خود را وفق می دهد برای اغتشاشات با پهنای باند کم موثرتر است	

## ۲-۴ کنترل مقاوم

کنترل مقاوم بر مبنای سنجیدن عملکرد و پایداری، در حضور نامعینی در مدل سیستم پایه گذاری شده است. منابع نامعینی در مدل کردن سیستم به چهار دسته تقسیم می شوند: خطا در پارامترها، خطا در مرتبه مدل، اغتشاش صرف نظر شده و صرف نظر کردن از غیر خطی بودن سیستم. بنابراین کنترلر برای آدرس دادن نامعینی بوسیله سیستم توسعه داده شده است. توضیح ساده نتایج تئوری کنترل مقاوم از قرار زیر است. دیاگرام جعبه ای کلی کنترل سیستم در شکل ۲-۵ نشان داده شده است که  $p(s)$  سیستمی است که کنترل فعال روی آن

اجرا می شود و  $G(s)$ ، plant سیستم است که شامل: محرک برای تولید ورودی plant، سنسور برای اندازه گیری سیگنال های معین، تبدیل کننده دیجیتال به آنالوگ و آنالوگ به دیجیتال، منبع نویز خارجی یا اغتشاش و وسیله ای برای ارزیابی عملکرد برای طراحی و سنتز کنترلر.

دو بردار ورودی و بردار خروجی از plant کلی وجود دارد. سیگنال بردار ورودی خارجی  $d(s)$  شامل تمام اغتشاشات، نویز سنسور و سیگنال های منبع فرمان می شود. سیگنال بردار خروجی خطا  $z(s)$  شامل سیگنال هایی از تابع هزینه می شود که در طراحی کنترلر و عملکرد آن موثرند. بردار سیگنال  $y(s)$  شامل همه سیگنال های خروجی اندازه گیری شده  $p(s)$  که برای کاربرد کنترل سیستم مهم هستند، می باشد. به علاوه فیلتر  $W(s)$  ورودی و خروجی انتخاب شده plant را کوپل می کند، که شامل مدل نیز می شوند. فیلتر می تواند برای وزن دادن به ورودی و خروجی به منظور کنترل سیستم استفاده شود. خروجی فیلتر خطای خروجی استفاده شده برای ارزیابی عملکرد سیستم و تولید هزینه که در روند تولید استفاده می شود را تعریف می کند. ماتریس تابع انتقال plant تعمیم یافته می تواند طبق متغیرهای ورودی و خروجی جزء بندی شود.

$$\begin{bmatrix} z(s) \\ y(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G_{zd} & G_{zu} \\ G_{yd} & G_{yu} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} d(s) \\ u(s) \end{bmatrix} \quad (6-2)$$

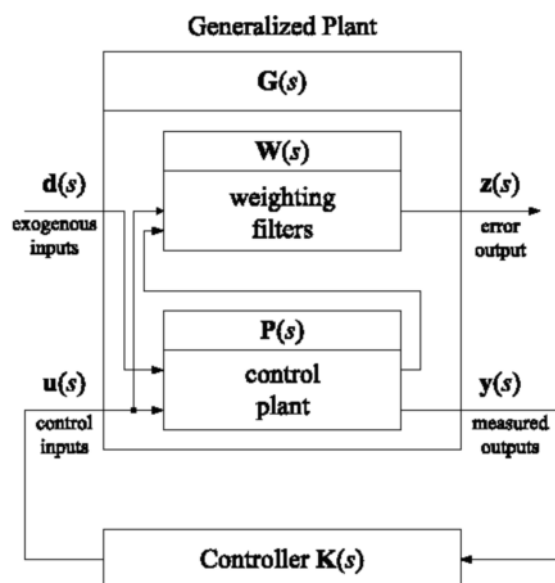
بردار خروجی  $y(s)$  اندازه گیری شده با ورودی  $u(s)$  کنترل در بین بعضی از تصحیح کننده های استاتیک یا دینامیک  $k(s)$  کوپل می شود. ماتریس تابع تبدیل  $H_{zd}$  از  $d(s)$  به  $z(s)$  به صورت زیر نوشته می شود:

$$H_{zd} = G_{zd} + G_{zu}K(I - G_{yu}K)^{-1}G_{yd} \quad (7-2)$$

این ماتریس تابع تبدیل شامل عملکرد اسمی و پایداری مقاوم است. هدف کنترل  $H_{zd}$  طراحی کنترلر قابل قبول  $u(s) = k(s)y(s)$  است که نرم بی نهایت ماتریس تابع تبدیل  $H_{zd}$  را می نیمم می کند. نرم  $H_{\infty}$  می تواند نمودی از بدترین وضعیت پاسخ سیستم در طول خطای مدل یا ورودی سیستم باشد.

تئوری  $H_{\infty}$  می تواند برای کنترل فعال ارتعاشات بعضی از سازه های مهندسی بکار برده شود.





شکل ۲-۵: دیاگرام جعبه ای کنترل مقاوم [۱]

## ۲-۵ کنترل تطبیقی

کنترل تطبیقی اغلب برای کنترل سیستم هایی که پارامترهای ناشناخته و نامعین دارند یا به آرامی تغییر می کنند، استفاده می شود.

طراحی کنترلر تطبیقی شامل چند مرحله است:

۱- انتخاب سازه کنترلر با میزان کردن پارامترها.

۲- انتخاب قانون انطباق برای تنظیم پارامترها.

۳- انتخاب شاخص عملکرد.

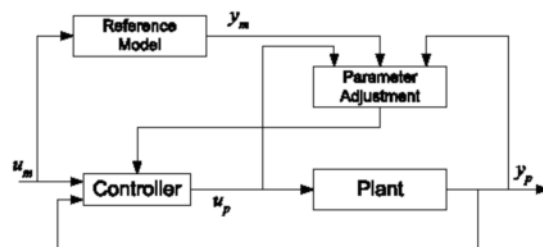
۴- ارزیابی سریع عملکرد سیستم با در نظر گرفتن بعضی از رفتارهای مطلوب.

۵- تعیین سریع plant و بروز کردن مدل.

۶- تنظیم سریع پارامترهای کنترلر برای نزدیک شدن عملکرد به رفتار مطلوب.

کنترل‌های تطبیقی در اصل شامل تکنیک شناسایی سریع سیستم همراه با الگوریتم کنترل می باشند. در واقع بروز کردن پارامترهای مدل plant بر پایه داده های ورودی و خروجی است، از مدل بروز شده برای تخمین سری جدید پارامترهای کنترلر استفاده می شود و سپس خروجی بعدی کنترل محاسبه می شود. تکنیک های کنترل تطبیقی در حالت کلی در روش های مستقیم یا غیر مستقیم دیده می شوند. در روش های مستقیم پارامترهای کنترلر بطور مستقیم بر پایه خطای بین خروجی اندازه گیری شده و خروجی مطلوب، میزان می شوند. زمانیکه پارامترهای کنترلر بطور مستقیم حل می شوند، هزینه تخمین کم می شود. در روش غیر مستقیم تخمین به دو فاز جدا و پی در پی تقسیم می شود. در هر مرحله زمانی پارامترهای مدل plant در ابتدا سریع تخمین زده می شوند. سپس پارامترهای کنترلر بر پایه پارامترهای plant که آخرین بار بروز شده اند، تنظیم می شوند. در این روش سیستم کنترلی می تواند در هر مرحله زمانی، در مشخصه های plant و اغتشاش، تغییر ایجاد کند. پارامترهای تخمین زده شده می توانند براحتی از روند پیدا کردن مجموعه ای از پارامترها که داده های ورودی و خروجی plant را تقریب می زنند، معلوم شوند. برای تخمین پارامترهای ناشناخته plant خطی تکنیک های زیادی موجود اند. متداول ترین تکنیک روش حداقل مربعات و بسط آن است.

حالت کلی مدل کنترل تطبیقی سیستم در شکل ۲-۶ نشان داده شده است. خروجی  $y_p$  plant برای اینکه کنترلر شود به دنبال کردن خروجی  $y_m$  مبنای مدل احتیاج دارد. پارامترهای کنترلر در مکانیزم تطبیقی که روشی است برای کاهش خطا بین  $y_m$  و  $y_p$  اصلاح می شوند.



شکل ۲-۶: مدل سیستم همراه با کنترل تطبیقی [۱]

## ۶-۲ اثر کنترل فعال روی پارامترهای سیستم

همان گونه که گفته شد برای کنترل فعال سیستم ها، از محرک ها استفاده می شود. سیستم مکانیکی خطی با یک درجه آزادی نشان داده شده در شکل ۷-۲ را در نظر بگیرید. نیروی کنترل با استفاده از محرک اعمال می شود (صرف نظر از دینامیک). با توجه به شکل ۷-۲ معادله حرکت سیستم عبارت است از

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = f_a + f \quad (۸-۲)$$

که  $m, c, k$  ضرایب جرم، میرایی و سختی فنر،  $f_a$  نیروی اعمال شده توسط محرک و  $f$  نیروی تحریک خارجی است.

تابع تبدیل سیستم بدون در نظر گرفتن اثر کنترل به صورت زیر است:

$$\frac{X(s)}{F(s)} = \frac{1}{ms^2 + cs + k} \quad (۹-۲)$$

با توجه به فرمول ۹-۲ پاسخ سیستم بر حسب ضرایب جرم، میرایی و سختی سیستم است. کنترل فیدبک تولید شده با کنترلر فعال می تواند به عنوان اصلاح کننده پارامترهای سیستم فرض شود. به عنوان مثال نیروی کنترلر می تواند بصورت  $f_a = -g_a\ddot{x} - g_v\dot{x} - g_d x$  در نظر گرفته شود بنابراین معادله حرکت سیستم کنترل شده بصورت زیر در می آید:

$$(m + g_a)\ddot{x} + (c + g_v)\dot{x} + (k + g_d)x = f \quad (۱۰-۲)$$

بسته به سیگنال بکار برده شده در حلقه فیدبک، کنترلر فعال، جرم، میرایی و سختی سیستم مکانیکی را کم یا زیاد می کند. تابع تبدیل سیستم با فیدبک به شکل زیر در می آید.

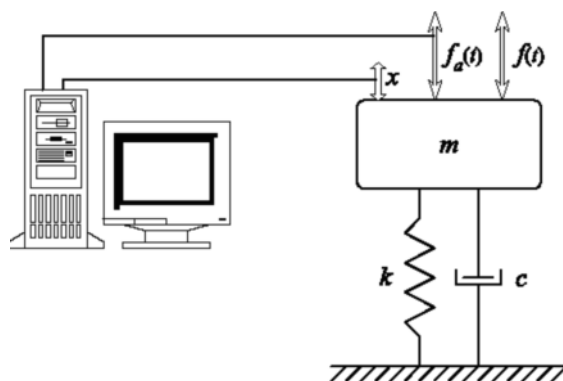
$$\frac{X(s)}{F(s)} = \frac{1}{(m + g_a)s^2 + (c + g_v)s + (k + g_d)} \quad (۱۱-۲)$$

یا

$$\frac{X(s)}{F(s)} = \frac{1}{\hat{m}s^2 + \hat{c}s + \hat{k}} \quad (۱۲-۲)$$

که جرم اصلاح شده،  $\hat{m} = m + g_a$ ، میرایی اصلاح شده،  $\hat{c} = c + g_v$  و سختی اصلاح شده است.  $\hat{k} = k + g_d$  بوسیله معیار راث هرویتس، پایداری سیستم حلقه بسته مشروط بر اینکه  $\hat{m}$ ,  $\hat{c}$ ,  $\hat{k}$  مثبت باشند، تضمین می شود. از نظر تئوری سه ضریب تقویت  $g_a, g_v, g_d$  در کنترلر فیدبک می توانند بطور مستقل، جرم، میرایی و سختی سیستم را اصلاح کنند و آنها را در هر محدوده ای بین صفر و مقادیر بزرگ قرار دهند.

با توجه به رابطه ۲-۱۲ رفتار هر سازه فعال در نتیجه جمع بندی رفتار زیرمجموعه های ساختاری سیستم شامل کنترلر، محرک ها و سنسورها می باشد. اضافه کردن کنترلر به سیستمی که از قبل موجود بوده یا طراحی کنترلر بدون در نظر گرفتن شکل ابتدایی ممکن است باعث دستیابی به عملکردی دور از عملکرد مورد انتظار شود.



شکل ۲-۷: سیستم فعال (یک درجه آزادی) [۱]

## ۲-۷ کنترل بهینه

هدف نهایی کنترل فیدبک ارتعاشات کاهش حرکت سیستم مکانیکی تا بیشترین حد ممکن است. یکی از روش های متداول مورد استفاده تئوری کنترل، کنترل بهینه نامیده می شود.

این روش ضریب تقویت فیدبک را با می نیم کردن تابع هزینه یا شاخص عملکرد حساب می کند. به عبارت دیگر کنترل  $u(t)$  به منظور می نیم کردن تابع هزینه یا شاخص عملکرد  $J(z, t, u(t)) = J$  با شرایط اولیه ثابت  $z(t_0), \dot{z}(t_0)$  برای آنکه داشته باشیم

$$\dot{z} = Az + Bu, \quad y = Cz \quad (۱۳-۲)$$

همراه با شرایط اولیه مورد نظر، طراحی می شود. یکی از تابع های هزینه مناسب کنترل ارتعاشات عبارت است از

$$J = \frac{1}{2} \int_{t_0}^{t_f} (z^T Q z + u^T R u) dt \quad (۱۴-۲)$$

که  $Q$  و  $R$  ماتریس های متقارن وزنی همیشه مثبت می باشند. مقدار کمیت اسکالر  $z^T Q z$  به توان دوم خروجی سیستم تحت اثر کنترل وابسته است و  $u^T R u$  به توان دوم کنترل سیستم وابسته است.

به منظور می نیمم شدن معادله ۱۴-۲ نیروی کنترل باید برابر با عبارت زیر باشد.

$$u(t) = -Gx(t) \quad (۱۵-۲)$$

که  $G$  ضریب تقویت ثابت ماتریس است که بصورت زیر تعریف می شود

$$G = R^{-1} B^T S \quad (۱۶-۲)$$

که  $S$  حل معادله ریکاتی زیر است

$$SA + A^T S - SBR^{-1}B^T S = Q \quad (۱۷-۲)$$

که معادله ای جبری و غیر خطی است.

## ۸-۲ مکان بهینه محرک

در کنترل بهینه ارتعاشات، مکان محرک روی سازه یکی از مسائل مهم است. مکان محرک اثر مستقیم روی بازده کنترل و هزینه دارد. به عنوان مثال ممکن است تعداد زیادی از مدها در باند فرکانسی باشند و تعداد زیادی محرک مورد نیاز باشد. به علاوه سازه های بزرگ انعطاف پذیر برای کنترل فعال ارتعاشات، به تعداد زیادی محرک نیاز دارند. در این مورد به منظور ماکزیمم کردن کنترل پذیری سیستم و بنابراین افزایش بازده، مسئله بهینه سازی مکان محرک ها بسیار مهم می شود، حتی ممکن است مسئله مکان محرک از خود قانون کنترل

هم مهم تر شود. انتخاب اختیاری مکان محرک، می تواند عملکرد سیستم را بدتر کند. هم چنین می تواند محدوده محرک ها را برای کاربرد عملی محدود کند. اگر محرک در مکان اشتباه قرار گرفته باشد سیستم به نیروی کنترل بزرگتری نیاز دارد. در این مورد گفته می شود سیستم درجه کنترل پذیری پایینی دارد. برای مشخص شدن این موضوع، حالتی را در نظر بگیرید که محرک روی خط گره ای مد مورد نظر (نقطه ای که جابجایی مد در آنجا صفر است) قرار گرفته باشد. در این حالت خنثی کردن این مد غیر ممکن است و سیستم کنترل ناپذیر می شود. تعداد زیادی از تحقیقات مرتبط با بهینه سازی تعداد و مکان سنسور و محرک انجام شده است [۱].

# مروری بر کنترل فعال با تاخیر زمانی

## مقدمه

یکی از محدودیت های عملکرد و کاربرد کنترل فعال ارتعاشات، تاخیر زمانی در محرک و کنترلرهاست. تاخیر زمانی به ناچار در سیستم های کنترل فعال وجود دارد. روند کنترل، شامل اندازه گیری داده های ارتعاشی، اصلاح و فیلتر کردن داده ها، محاسبه نیروی کنترلی، انتقال داده ها و سیگنال ها به محرک و اعمال نیروی کنترل به سازه می شود. این روندها با تاخیر زمانی همراه است.

در مورد تاخیر زمانی در کنترل دو دیدگاه وجود دارد: در دیدگاه اول تاخیر زمانی باعث ایجاد انتقال فاز می شود که عملکرد کنترلر را بدتر می کند و اگر محرک انرژی سیستم را در زمانی که به آن نیازی نیست افزایش دهد، حتی باعث ناپایداری سیستم می شود. تاخیر زمانی که ممکن است در حالت های درونی سیستم (فیدبک مدار بسته)، وجود داشته باشد، سیستم را پیچیده تر می کند و حتی ممکن است عملکرد کنترلر را نامطلوب تر کند [۱]. به منظور کاهش یا از بین بردن این اثرات مضر روش هایی از قبیل بسط سری تیلور، تکنیک انتقال فاز و ... استفاده می شوند. این روش ها می توانند در سیستم ها با تاخیر زمانی کوچک مفید واقع شوند.

از دیدگاه دیگر استفاده از تاخیر زمانی برای ایجاد حلقه فیدبک با تاخیر زمانی می تواند عملکرد کنترلر و پایداری سیستم را بهبود بخشد. به عنوان نمونه در سیستم های دینامیکی غیر خطی از تاخیر زمانی به منظور کنترل ارتعاشات سیستم، استفاده می شود. نتایج بدست آمده نشان داده اند تاخیر زمانی می تواند به عنوان راه حلی مناسب و ساده برای مسائل کنترلی استفاده شود [۱۹]. ثابت شده است که انتخاب دقیق و مناسب تاخیر زمانی می تواند میرایی قابل توجهی در سیستم بوجود آورد. در نتیجه تاخیر زمانی بطور موفق در کاهش پتانسیل ارتعاشات خطرناک در دکل ها و کنترل فعال تیرها بکار برده می شود [۱]. امروزه بدلیل وجود تاخیر زمانی در سیستم های کنترل فعال اغلب تحقیقات بر پایه استفاده از این تاخیر به منظور کنترل ارتعاشات سیستم و حل معادلات سیستم به همراه تاخیر زمانی استوار است.



### ۳-۱ اثر کلی تاخیر زمانی روی سیستم

در ابتدا به اثر کلی تاخیر زمانی بر روی معادلات سیستم و پایداری آن می پردازیم. برای تاخیر زمانی ثابت  $\tau$  در نیروی کنترل  $f_a(t)$ ، تابع تبدیل  $F_a(s)$  برای قسمت فیدبک، معادله ۲-۱۰، بصورت زیر اصلاح می شود (تبدیل لاپلاس نیروی کنترل)

$$F_a(s) = e^{-\tau s}(-g_a s^2 - g_v s - g_d)X(s) \quad (۱-۳)$$

اگر این تاخیر کوچک باشد می توان آنرا در حوزه فرکانس به صورت زیر نمایش داد

$$e^{-\tau s} \cong 1 - \tau s \quad (۲-۳)$$

تابع تبدیل مدار بسته همراه با تاخیر عبارت است از (معادله ۲-۱۲)

$$\frac{X(s)}{F(s)} = \frac{1}{(\tau g_a s)^3 + (m + g_a - \tau g_v)s^2 + (c + g_v - \tau g_d)s + (k + g_d)} \quad (۳-۳)$$

با استفاده از معیار پایداری راث هرویتس پارامترهای سیستم باید در رابطه زیر صدق کنند

$$(\tau g_a) > 0, \quad [(m + g_a - \tau g_v)(c + g_v - \tau g_d) - (\tau g_a)(k + g_d)] > 0 \quad (۴-۳)$$

$$(\tau g_a) > 0, (g_v g_d)\tau^2 + (mc + mg_v + g_a c + g_a g_v) > (mg_d + 2g_a g_d + g_v c + g_v^2 + kg_a)\tau \quad (۵-۳)$$

اگر معادلات بالا برقرار نباشند با تاخیر زمانی موجود ممکن است سیستم ناپایدار شود [۱].

### ۳-۲ مروری بر کارهای انجام شده

سیستم های کنترلی همراه با تاخیر در ورودی کنترل یا تاخیر در حالت ها، نقش مهمی در مدل سازی پدیده های مختلف ایفا می کنند. مقالات بسیاری پیرامون بررسی کنترل فعال همراه با تاخیر و پارامترهای موثر بر آنها وجود دارد. هوبرتوس و فیرداس (۲۰۰۳) [۲۰] با استفاده از بررسی های تحلیلی عددی و آزمایشی نشان دادند می توان از تاخیر زمانی برای بهبود عملکرد سیستم و پایداری آن استفاده کرد. بصورت تحلیلی اثر تاخیر زمانی را بر

روی سیستم های میرا بررسی کردند. نتایج نشان دادند عملکرد سیستم با اعمال تاخیر زمانی کوچک بهبود میابد.

خاراتیشویلی (۱۹۶۱) [۲۱] اولین کسی بود که از قانون ماکزیمم برای کنترل بهینه سیستم همراه با تاخیر زمانی استفاده کرد. هالانای (۱۹۶۸) [۲۲] قانون ماکزیمم را برای سیستم با تاخیر زمانی چندگانه در حالت و متغیرهای کنترل، اعمال کرد هرچند تاخیر را برای هر دو برابر در نظر گرفته بود. نتایج مشابهی توسط ری، سلیمان (۱۹۷۲) [۲۳] بدست آمد. گوین (۱۹۷۶) [۲۴] روش ساده ای را برای تعیین شرایط لازم برای کنترل مسائل همراه با تاخیر در حالت، طراحی کرد. او پیشنهاد کرد سیستم کنترلی همراه با تاخیر به سیستم بدون تاخیر اما با مرتبه بیشتر که قانون ماکزیمم روی آن قابل اعمال است تبدیل شود. بنکس (۱۹۶۸) [۲۵] قانون ماکزیمم را برای سیستم همراه با تاخیر زمانی متغیر با زمان در متغیرهای حالت نوشت.

نولس (۱۹۷۸) [۲۶] به مسئله کنترل بهینه سیستم های خطی سهموی مرتبه دوم با شرایط مرزی نیومن و همرا با تاخیر زمانی پرداخت.

کوالوسکی (۱۹۷۱) [۲۷] لیونس (۲۰۰۴) [۲۸] مسئله کنترل بهینه برای سیستم های هیپربولیک مرتبه دوم همراه با حالت اولیه را بررسی کردند.

فودزیه و رد (۲۰۰۲) به حل معادله دیفرانسیل همراه با تاخیر با استفاده از روش رانج کوتای مرتبه ۴ و درون یابی هرمیت پرداختند [۲۹].

در سال ۲۰۰۳، پینگ و همکاران [۳۰] به بررسی کنترل بهینه سیستم ها با استفاده از تاخیر زمانی پرداختند. در روش کنترلی پیشنهاد شده، توسط توابع انتقالی، معادلات حرکت سیستم کنترلی با تاخیر زمانی ابتدا به فرم استاندارد معادله دیفرانسیل مرتبه اول که شامل تاخیر زمانی نمی شود، تبدیل شدند. سپس کنترلر بهینه طبق تئوری کنترل بهینه طراحی شد. بدلیل وجود ترم انتگرالی در معادلات برای حل آنها از روش های عددی استفاده شده است.

در سال ۲۰۰۷ آموور جنیف [۳۱] کنترل فعال سازه های انعطاف پذیر را با استفاده از فیدبک تاخیری مکان بررسی کرد. آنالیز کنترل ارتعاشات بازوی مکانیکی و تعیین مقدار بحرانی تاخیر زمانی انجام شد و نشان داد مقدار بحرانی تاخیر زمانی با ضریب تقویت کنترلر تغییر می کند. سرانجام مقایسه ای بین سیگنال فیدبک تاخیری و روش LQR انجام داد. در این مقاله کنترل ارتعاشات بازوی انعطاف پذیر در نظر گرفته شده است.

از تابع درون یاب مرتبه سه هرمیت به عنوان تابع شکل نشان دهنده تغییر شکل بازو استفاده شده است. با استفاده از فرمول لاگرانژین معادله حرکت بازو به فرم ماتریسی نوشته شده است.

مدل سیستم کنترل نشده به فرم فضای حالت برده شده است. برای استفاده از کنترل فیدبک تاخیری فقط اولین متغیر حالت که نشان دهنده جابجایی زاویه ای توپی است به عنوان ورودی کنترل در نظر گرفته شده است. ورودی کنترل به صورت جابجایی تاخیر یافته در نظر گرفته شده است. نیروی کنترل مورد نظر در معادله حرکت سیستم قرار داده شده است بنابراین معادله حرکت سیستم همراه با فیدبک تاخیری مکان بدست می آید. از طرفین معادله بدست آمده لاپلاس گرفته شده و پایداری سیستم با توجه به ریشه های معادله مشخصه معادله بدست آمده بررسی شده است. معادله بدست آمده معادله ای غیر جبری است و بی شمار ریشه دارد. روش استفاده شده در این مقاله تعیین مقدار بحرانی تاخیر زمانی با استفاده از ریشه هایی که محور موهومی را قطع می کنند، می باشد. در ابتدا تابع مشخصه بصورت حاصل جمع دو تابع چند جمله ای نوشته شده است. هدف تعیین تاخیر زمانی است که در آن سیستم پایداری مرزی دارد. برای هر ضریب تقویت ریشه های سیستم بدست می آید با استفاده از ریشه هایی که روی محور موهومی قرار گرفته اند تاخیر زمانی بحرانی بدست می آید. روش کنترلی سیگنال فیدبک تاخیری (DFS) استفاده شده است. نشان داده شد که DSF تعداد زیادی قطب معرفی می کند که بسته به ضریب تقویت و تاخیر زمانی ممکن است پایدار و یا ناپایدار باشند. این روش با روش (LQR) مقایسه شده است. نتایج نشان داد که DSF بدون نیاز به ضریب تقویت بیشتر، سریعتر جواب می دهد مهم ترین مزیت DSF کاربرد ساده آن است. برای استفاده از روش LQR برای تخمین کنترل تمام حالت ها مورد نیاز اند اما در DSF فقط یک سنسور لازم است و از خروجی آن استفاده می شود.

بار متحرک روی سیستم ممکن است باعث ناپایداری آن شود. در سال ۲۰۰۸ کیان تانگ [۳۲] با استفاده از فیدبک تاخیری ارتعاشات غیر خطی تیر تحت بار متحرک را بررسی کرد. نتایج نسبت به تیر با بار استاتیک نشان دادند که اینرسی بار متحرک به دو روش، دینامیک سیستم را تغییر می دهد، اینرسی تغییر شکل تیر را بیشتر می کند و رزونانس در سرعت های پایین تر بار بوجود می آید. معادله کنترلی تیر همراه با بار محرک تحت اثر فیدبک مکان تاخیری نوشته شده است برای حل معادله از روش پرتوربیشن استفاده شده است.

تحریکات سریع می توانند روی مشخصه های معینی از سیستم مانند پایداری، سختی خطی و فرکانس های طبیعی اثر بگذارند. بالحق و همکارانش (۲۰۰۹) [۳۳] کنترل ارتعاشات خود تحریک تیر دو سر غلتک تحت اثر تحریک محوری با فرکانس بالا را بررسی کردند. ناحیه مربوط به رزونانس را در نظر نگرفتند. کنترل استفاده شده تصحیح فیدبک مکان با تاخیر زمانی است.

در سال ۲۰۰۸ الحازا و دغاغ [۳۴] بررسی های گسترده ای روی تاثیر فیدبک تاخیری بر ارتعاشات غیر خطی تیرهای یک سر گیر دار انجام دادند. در ابتدا پاسخ سیستم خطی و غیر خطی به فیدبک شتاب بررسی شده است و به بررسی تاثیر فیدبک تاخیری روی پاسخ تیری که تحت اثر ارتعاشات هارمونیک است پرداختند.

شتاب نقطه ای تیر همراه با تاخیر به انتهای تیر فیدبک داده شد. برای مد اول تاثیر تاخیر زمانی و ضریب تقویت سیستم را بر روی پایداری سیستم بررسی کردند با توجه به نتایج بدست آمده اندازه ضریب تقویت در مقدار تاخیر زمانی برای پایداری سیستم موثر است.

در سال ۲۰۰۹ نایفه و همکاران [۱۴] به منظور کنترل ارتعاشات آزاد تیر یک سرگیر دار اویلر برنولی از تاخیر زمانی استفاده کردند. به منظور طراحی کنترلر از مدل کاهش یافته استفاده شده است (کنترل ارتعاشات دو مد اول بررسی شده است).

معادله حرکت تیر همراه با ممان تولید شده توسط محرک نوشته شده است. سپس با استفاده از روش گالرکین مدل کاهش یافته سیستم بدست آمده است. معادله حرکت برای مد اول و دوم حل شده و با ازای تاخیر زمانی

های متفاوت مقادیر ویژه بدست آمدند معیار پایداری بر منفی بودن قسمت حقیقی مقادیر ویژه استوار است. در ابتدا برای یک ضریب تقویت مشخص مناطق پایداری را با تغییر تاخیر زمانی بدست آوردند.

در سال ۲۰۰۹، پینگ و همکاران [۱۹] مطالعات آزمایشی و تحلیلی را برای کنترل ارتعاشات ورق با استفاده از فیدبک تاخیری انجام دادند. از یک و دو محرک استفاده کردند و مکان بهینه محرک را برای کنترل ارتعاشات ورق مشخص کردند. معادله حرکت با استفاده از تاخیر نوشته شده سپس این معادله به معادله ای بدون تاخیر زمانی تبدیل شده و کنترلر بهینه برای معادله جدید طراحی شده است. آزمایشات و شبیه سازی کنترل در چند مرحله انجام شده است:

طراحی کنترلر بدون در نظر گرفتن تاخیر زمانی برای سیستم بدون تاخیر.

طراحی کنترلر بدون در نظر گرفتن تاخیر زمانی برای سیستم دارای تاخیر.

طراحی کنترلر با در نظر گرفتن تاخیر برای سیستم همراه با تاخیر زمانی برای سه تاخیر ۰/۴S و ۰/۰۵ و ۰/۰۰۵.

نتایج بدست آمده نشان دهنده این موضوع است که سیستم دارای تاخیر زمانی در حالت بدون کنترل در مقایسه با زمانی که طراحی کنترلر بدون در نظر گرفتن تاخیر زمانی انجام شده است، پاسخ مطلوب تری دارد. به عبارت دیگر دامنه پاسخ هنگامیکه کنترل اعمال می شود بیشتر از هنگامی است که کنترل اعمال نمی شود. نتایج بصورت آزمایشگاهی و عددی بدست آمدند. اختلاف بین نتایج عددی و آزمایشگاهی بدین دلیل است که نتایج شبیه سازی تحت شرایط ایده آلی بدست می آیند و ممکن است همه عامل های موجود و موثر در مطالعات آزمایشگاهی را نتوان در مطالعات عددی مد نظر قرار داد.

به منظور تکمیل نمودن مطالعات انجام شده در این زمینه در دو فصل بعد به کنترل ارتعاشات تیرها با استفاده از فیدبک حالت تاخیری و اعمال قانون کنترل بهینه می پردازیم. بدین منظور از پیزوالکتریکی در انتهای گیردار تیر استفاده کرده و حالت انتهای آزاد تیر را به آن فیدبک می کنیم.

فصل چهارم

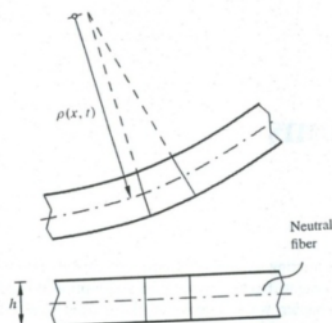
# کنترل ارتعاشات تیر اویلر برنولی

## مقدمه

همان گونه که گفته شد یکی از روش های موثر کنترل فعال استفاده از تاخیر زمانی است. در این فصل معادلات کنترلی تیر اویلر برنولی با استفاده از فیدبک حالت تاخیری و تئوری کنترل بهینه بدست آمده اند. ابتدا معادله تیر نوشته شده (نیروی کنترل بصورت فیدبک حالت همراه با تاخیر در نظر گرفته شده است) و با استفاده از روش گالرکین و خاصیت تعامد مدها مرتبه معادله کاهش داده شده است. معادله فضای حالت سیستم نوشته شده و با استفاده از قانون کنترل بهینه کنترلر همراه با تاخیر زمانی طراحی شده است.

#### ۴-۱ مدل تیر اویلر برنولی

در نظریه اویلر برنولی فقط اثر ممان خمشی در دینامیک تیر در نظر گرفته می شود. بنابراین لازم است نیروهای برشی آنقدر کوچک باشند که بتوان از جابجایی برشی تیر صرف نظر کرد، یا سختی تیر را در برش بی نهایت در نظر گرفت. همان گونه که در شکل ۴-۱ نشان داده شده است، فرض می شود که بعد از تغییر شکل سطح مقطع تیر صفحه ای باقی بماند. از تئوری الاستیسیته ابتدایی می دانیم که وقتی تیر تحت خمش قرار می گیرد یک سری از محورهای فرضی طولی کشیده و بقیه فشرده می شوند اما یک محور وجود دارد که نه فشرده و نه کشیده می شود و فقط تغییر شکل می دهد که به آن محور خنثی گفته می شود و در شکل ۴-۱ نشان داده شده است، به علاوه فرض می شود سطح مقطع قبل و بعد از تغییر شکل بر محور خنثی عمود است. این نظریه تا زمانی که نسبت ضخامت به شعاع انحنا محور خنثی بعد از تغییر شکل، خیلی کوچکتر از یک باشد ( $\frac{h}{\rho} \ll 1$ ) نتایج قابل قبولی را می دهد [۳۵].



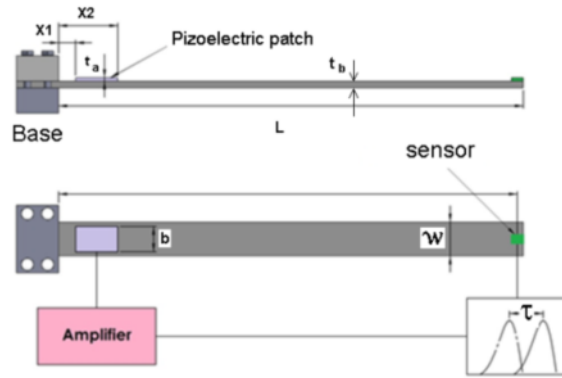
شکل ۴-۱: شکل شماتیکی از تیر تحت اثر جابجایی صفحه ای [۳۶]

اغلب این مدل به عنوان مدل کلاسیک شناخته می شود که اثر ممان خمشی را روی تنش و تغییر شکل بررسی می کند [۳۶].

#### ۴-۲ معادلات حاکم بر سیستم

مطابق شکل ۴-۲ برای کنترل تیر از پیزوالکتریک و سنسور استفاده می شود حالت انتهای آزاد تیر همراه با تاخیر به پیزوالکتریک پس خور می شود و محرک نیروی کنترل تولید شده را به تیر اعمال می کند.





شکل ۴-۲: تیر اویلر برنولی همراه با پیزوالکتریک و سنسور

معادله حرکت و شرایط مرزی تیر یک سر گیردار اویلر برنولی (با سطح مقطع ثابت) عبارت است از [۳۵].

$$\rho A \ddot{w} + c \dot{w} + EI w^{IV} = q \quad (1-4)$$

$$x = 0 \quad w = w' = 0, \quad x = L \quad w'' = w''' = 0 \quad (2-4)$$

که در آن  $w$  نشان دهنده مولفه جابجایی در راستای  $y$ ، علامت پریم نشان دهنده مشتق نسبت به  $x$  و نقطه نشان دهنده مشتق زمانی است.  $\rho$  چگالی تیر،  $A$  مساحت سطح مقطع،  $c$  ضریب میرایی بر واحد طول،  $E$  مدول الاستیسیته،  $I$  ممان اینرسی حول محور خنثی و  $L$  طول تیر می باشند.  $q$  نیروی کنترلی ناشی از پیزوالکتریک است و از رابطه زیر بدست می آید [۱۴].

$$q = \frac{\partial^2 M}{\partial x^2} = \frac{\partial^2}{\partial x^2} (b d_{31} E_a (t_a + t_b) V_a(t) [H(x - x_1) - H(x - x_2)]) \quad (3-4)$$

که در آن  $b$  پهنای پیزوالکتریک،  $t_b$  ضخامت تیر،  $t_a$  ضخامت پیزوالکتریک،  $d_{31}$  ثابت پیزوالکتریک،  $H$  تابع پله،  $V_a$  ولتاژ و  $E_a$  مدول یانگ محرک،  $x_1$  و  $x_2$  به ترتیب مکان ابتدا و انتهای محرک می باشند.

به منظور کاهش مرتبه معادله ۴-۱ از رابطه گالرکین استفاده می کنیم بنابراین می توان نوشت [۱۴]

$$w(x, t) = \sum_{n=1}^{\infty} w_n(x) p_n(t) \quad (4-4)$$

که  $p_n(t)$  مختصات تعمیم یافته و  $w_n(x)$  شکل مدهای متعامد ارتعاشات آزاد تیر است و از رابطه زیر بدست می

آید [۱۴]

$$w_n(x) = c_n(\cosh(r_n x) - \cos(r_n x) - \sigma_n\{\sinh(r_n x) - \sin(r_n x)\}) \quad (5-4)$$

$r_n$  فرکانس طبیعی است و با استفاده از معادله مشخصه زیر تعیین می شود [۱۴]

$$1 + \cosh(r_n L) \cos(r_n L) = 0 \quad (6-4)$$

$\sigma_n$  و نیز عبارت است از [۱۴]

$$\sigma_n = \frac{\cosh(r_n L) + \cos(r_n L)}{\sinh(r_n L) + \sin(r_n L)} \quad (7-4)$$

لازم به ذکر است که  $c_n$  با استفاده از نرمال کردن شکل مدها بدست می آید

$$\int_0^L w_n^2(x) dx = 1 \quad (8-4)$$

شکل مدها در رابطه تعامد صدق می کنند. بنابراین میتوان نوشت [۱۴]

$$\int_0^L w_i(x) w_j(x) dx = \delta_{ij} \quad (9-4)$$

که  $\delta_{ij}$  تابع دلتای کرانکر است.

با جایگزینی معادله ۴-۴ در معادله ۱-۴ داریم [۱۴]

$$\rho A \sum_{n=1}^{\infty} w_n(x) \ddot{p}_n(t) + c \sum_{n=1}^{\infty} w_n(x) \dot{p}_n(t) + EI \sum_{n=1}^{\infty} w_n^{IV}(x) p_n(t) = q \quad (10-4)$$

با توجه به معادله ۵-۴ می توان نوشت (چهار بار مشتق گیری بر حسب  $x$  از معادله ۵-۴):

$$w_n^{IV} = c_n r_n^4 (\cosh(r_n x) - \cos(r_n x) - \sigma_n\{\sinh(r_n x) - \sin(r_n x)\}) = r_n^4 w_n \quad (11-4)$$

با جایگذاری معادل  $w_n^{IV}$  از معادله ۱۱-۴ در معادله ۱۰-۴ داریم:

$$\sum_{n=1}^{\infty} w_n(x) \ddot{p}_n(t) + \frac{c}{\rho A} \sum_{n=1}^{\infty} w_n(x) \dot{p}_n(t) + \frac{EI}{\rho A} \sum_{n=1}^{\infty} r_n^4 w_n(x) p_n(t) = q \quad (12-4)$$

طرفین معادله ۱۲-۴ را در  $w_m$  ضرب کرده و در بازه  $0 - L$  انتگرال می گیریم [۱۴]

$$\sum_{n=1}^{\infty} \int_0^L w_n(x) w_m(x) \dot{p}_n(t) dx + \frac{c}{\rho A} \sum_{n=1}^{\infty} \int_0^L w_n(x) w_m(x) p_n(t) dx +$$

$$\frac{EI}{\rho A} \sum_{n=1}^{\infty} \int_0^L r^4 w_n(x) w_m(x) p_n(t) dx = bd_{31} E_a \left( \frac{t_a + t_b}{\rho A} \right) V_a \int_0^L w_m(x) \frac{\partial^2}{\partial x^2}$$

$$([H(x - x_1) - H(x - x_2)]) dx \quad (13-4)$$

عبارت های مستقل از  $x$  را از انتگرال بیرون می آوریم داریم:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \ddot{p}_n(t) \int_0^L w_n(x) w_m(x) dx + \frac{c}{\rho A} \sum_{n=1}^{\infty} \dot{p}_n(t) \int_0^L w_n(x) w_m(x) dx +$$

$$\frac{EI}{\rho A} \sum_{n=1}^{\infty} p_n(t) r^4 \int_0^L w_n(x) w_m(x) dx = bd_{31} E_a \left( \frac{t_a + t_b}{\rho A} \right) V_a \int_0^L w_m(x) \frac{\partial^2}{\partial x^2}$$

$$([H(x - x_1) - H(x - x_2)]) dx \quad (14-4)$$

با استفاده از تعامد شکل مدها (۹-۴) معادله بالا را بصورت زیر می نویسیم

$$\sum_{n=1}^{\infty} \ddot{p}_n(t) \delta_{nm} + \frac{c}{\rho A} \sum_{n=1}^{\infty} \dot{p}_n(t) \delta_{nm} + \frac{EI}{\rho A} \sum_{n=1}^{\infty} p_n(t) r^4 \delta_{nm} = bd_{31} E_a \left( \frac{t_a + t_b}{\rho A} \right) V_a (w'_m(x_2) -$$

$$w'_m(x_1)) \quad (15-4)$$

در نهایت معادله حرکت تیر به شکل زیر در می آید [۱۴]

$$\ddot{p}_m + \frac{c}{\rho A} \dot{p}_m + r^4 m \frac{EI}{\rho A} p_m = M_m V_a(t) \quad (16-4)$$

$$bd_{31} E_a \left( \frac{t_a + t_b}{\rho A} \right) V_a (w'_m(x_2) - w'_m(x_1)) = M_m \quad (17-4)$$

نمایش معادله حرکت سیستم بصورت ماتریسی عبارت است از

$$\ddot{p} + c\dot{p} + \Omega p = M V_a \quad (18-4)$$

### ۳-۴ معادلات فضای حالت

حالت های سیستم معادله ۱۸-۴ را به شکل زیر در نظر می گیریم:

$$z_1 = p, z_2 = \dot{z}_1 = \dot{p} \quad (۱۹-۴)$$

بنابراین معادلات فضای حالت سیستم به شکل زیر بدست می آیند:

$$\dot{z}_2 = -cz_2 - \Omega z_1 + MV_a(t)$$

$$\dot{z}_1 = z_2$$

$$\dot{z}(t) = Az(t) + BV_a(t) \quad (۲۰-۴)$$

که داریم:

$$z(t) = \begin{Bmatrix} p(t) \\ \dot{p}(t) \end{Bmatrix}, A = \begin{bmatrix} 0 & I \\ -\Omega & -c \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 \\ M \end{bmatrix}$$

از آنجاییکه کنترل با فیدبک تاخیری مد نظر است. حالت انتهای سیستم همراه با تاخیر زمانی  $\tau$  به محرک پس خور می شود. بنابراین معادله حرکت سیستم عبارت است از:

$$\dot{z}(t) = Az(t) + BV_a(t - \tau) \quad (۲۱-۴)$$

به منظور از بین بردن تاخیر زمانی در معادله حالت سیستم از انتقال زیر استفاده شده است [۳۷]

$$y = z + \int_{t-\tau}^t e^{-A(\eta-t+\tau)} BV_a(\eta) d\eta \quad (۲۲-۴)$$

با مشتق گیری از طرفین رابطه بالا می توان نوشت

$$\dot{y} = \dot{z} + e^{-A(t-t+\tau)} BV_a(t) - e^{-A(t-\tau-t+\tau)} BV_a(t - \tau) + A \int_{t-\tau}^t e^{-A(\eta-t+\tau)} BV_a(\eta) d\eta \rightarrow$$

$$\dot{y} = \dot{z} + e^{-A\tau} BV_a(t) - I \times BV_a(t - \tau) + A(y - z) \rightarrow$$

$$\dot{z} = \dot{y} - e^{-A\tau} BV_a(t) + I \times BV_a(t - \tau) - A(y - z), 21 - 4 \rightarrow$$

$$Az(t) + BV_a(t - \tau) = \dot{y} - e^{-A\tau}BV_a(t) + I \times BV_a(t - \tau) - Ay(t) + Az(t)$$

بنابراین با استفاده از انتقال مذکور معادله ۴-۲۱ تبدیل می شود به:

$$\dot{y}(t) = Ay(t) + e^{-A\tau} BV_a(t) \quad (۲۳-۴)$$

بنابراین می توان کنترلر بهینه را برای سیستم معادله ۴-۲۳ طراحی کرد. اگر معادله ۴-۲۳ پایدار باشد معادله ۴-۲۱ نیز پایدار خواهد بود.

#### ۴-۴ طراحی کنترلر

تابع هزینه سیستم بصورت زیر تعریف می شود [۳۸]

$$J = y^T(t)Qy(t) + V_a^T(t)RV_a(t) \quad (۲۴-۴)$$

که در آن  $Q$  ماتریسی مثبت نیمه معین<sup>۱</sup> با ابعاد  $2n \times 2n$  و  $R$  ماتریس مثبت معین<sup>۲</sup> با ابعاد  $1 \times 1$  است. به منظور می نیمم کردن تابع هزینه تابع هامیلتون  $H$  با استفاده از لاگرانژین و می نیمم کردن تابع هزینه، نیروی کنترلر به شکل زیر بدست می آید [۳۸]

$$V_a(t) = -\frac{\bar{T}}{3}R^{-1}[e^{-A\tau} B]^T Qy(t) \quad (۲۵-۴)$$

با جایگزینی معادله ۴-۲۲ در معادله ۴-۲۵ می توان نوشت (با استفاده از تغییر متغیر می توان ترم انتگرالی در معادله ۴-۲۲ را به شکل  $\int_{-\tau}^0 e^{-A(\eta+\tau)} BV_a(t+\eta)d\eta$  نشان داد):

$$V_a = -\frac{\bar{T}}{3}R^{-1}[e^{-A\tau} B]^T Q \left\{ z(t) + \int_{-\tau}^0 e^{-A(\eta+\tau)} BV_a(t+\eta)d\eta \right\} \quad (۲۶-۴)$$

از آنجایی که نیروی کنترل شامل ترم انتگرالی است در صدد آنیم که با استفاده از روش گسسته سازی آنرا بدست آوریم:

$$z_0 = \int_{-\tau}^0 e^{-A(\eta+\tau)} BV_a(t+\eta)d\eta \quad (۲۷-۴)$$

<sup>۱</sup>- positive- semidefinite

<sup>۲</sup>- positive-definite

تاخیر زمانی را می توان به شکل زیر نمایش داد [۳۸]

$$\tau = L\bar{T} - \bar{m} \quad (28-4)$$

که در آن  $\bar{T}$  دوره نمونه گیری،  $L > 0$  عدد صحیح است. اگر  $\bar{m} = 0$  باشد تاخیر زمانی مضرب صحیحی از بازه نمونه گیری است. به منظور ساده شدن معادلات، بازه گسسته کردن انتگرال برابر با دوره نمونه گیری در نظر گرفته می شود و بین هر دو نقطه نمونه گیری نیروی کنترل ثابت در نظر گرفته می شود بنابراین می توان نوشت:

$$K\bar{T} \leq t < (1 + K)\bar{T} \rightarrow V_a(t) = V_a(K\bar{T})$$

$K$  عدد صحیح است.

با جایگذاری معادله ۲۸-۴ در معادله ۲۷-۴ داریم:

$$z_0 = \int_{-(L\bar{T}-\bar{m})}^0 e^{-A(L\bar{T}-\bar{m})} e^{-A\eta} BV_a(t + \eta) d\eta = e^{-A(L\bar{T}-\bar{m})} \left[ \int_{-(L\bar{T}-\bar{m})}^{-(L-1)\bar{T}} e^{-A\eta} BV_a(t + \eta) d\eta + \int_{-(L-1)\bar{T}}^{-(L-2)\bar{T}} e^{-A\eta} BV_a(t + \eta) d\eta + \int_{-(L-2)\bar{T}}^{-(L-3)\bar{T}} e^{-A\eta} BV_a(t + \eta) d\eta + \dots + \int_{-\bar{T}}^0 e^{-A\eta} BV_a(t + \eta) d\eta \right] \quad (29-4)$$

از آنجاییکه اختلاف حد بالا و پایین همه انتگرالهای معادله ۲۹-۴ برابر  $\bar{T}$  است با استفاده از تغییر متغیر حدود همه انتگرالها را یکسان می کنیم:

به عنوان مثال می توان تبدیل یافته اولین انتگرال را به شکل زیر بدست آورد:

$$\int_{-(L\bar{T}-\bar{m})}^{-(L-1)\bar{T}} e^{-A\eta} BV_a(t + \eta) d\eta, \eta = \gamma - (L\bar{T} - \bar{m}), \xrightarrow{d\eta = d\gamma} \int_0^{\bar{T}-\bar{m}} e^{-A(\gamma-(L\bar{T}-\bar{m}))} BV_a(t + \gamma - (L\bar{T} - \bar{m})) d\gamma$$

به همین ترتیب کلیه انتگرالها را با استفاده از تغییر متغیر تبدیل می کنیم (در نهایت بجای  $\gamma$  در معادلات  $\eta$  قرار دادیم)

$$z_0 = e^{-A(L\bar{T}-\bar{m})} \left[ e^{A(L\bar{T}-\bar{m})} \int_0^{\bar{T}-\bar{m}} e^{-A\eta} d\eta BV_a(t - L\bar{T} + \bar{m}) + e^{A(L-1)\bar{T}} \int_0^{\bar{T}} e^{-A\eta} d\eta BV_a(t - (L-1)\bar{T}) + e^{A(L-2)\bar{T}} \int_0^{\bar{T}} e^{-A\eta} d\eta BV_a(t - (L-2)\bar{T}) + \dots + e^A \int_0^{\bar{T}} e^{-A\eta} d\eta BV_a(t - \bar{T}) \right] \quad (30-4)$$

با تعریف دو تابع زیر و جایگذاری آنها در معادله 30-4 می توان نوشت [38]

$$F(\xi) = e^{-A\xi}, G(\xi) = \int_0^\xi e^{-A\theta} d\theta$$

$$z_0 = I_{2n \times 2n} G(\bar{T} - \bar{m}) BV_a(t - L\bar{T} + \bar{m}) + F(\bar{m} + \bar{T}) G(\bar{T}) BV_a(t - (L-1)\bar{T}) + F(\bar{m} + 2\bar{T}) G(\bar{T}) BV_a(t - (L-2)\bar{T}) + F(\bar{m} + 3\bar{T}) G(\bar{T}) BV_a(t - (L-3)\bar{T}) + \dots + F(\bar{m} + (L-1)\bar{T}) G(\bar{T}) BV_a(t - \bar{T}) \quad (31-4)$$

تاخیر زمانی بصورت مضرب صحیحی از بازه نمونه گیری در نظر گرفته می شود ( $\bar{m} = 0$ ) در این صورت معادله 31-4 تبدیل می شود به:

$$z_0 = I_{2n \times 2n} G(\bar{T}) BV_a(t - L\bar{T}) + F(\bar{T}) G(\bar{T}) BV_a(t - (L-1)\bar{T}) + F(2\bar{T}) G(\bar{T}) BV_a(t - (L-2)\bar{T}) + F(3\bar{T}) G(\bar{T}) BV_a(t - (L-3)\bar{T}) + \dots + F((L-1)\bar{T}) G(\bar{T}) BV_a(t - \bar{T}) \quad (32-4)$$

در نهایت نیروی کنترل را می توان به شکل زیر نمایش داد:

$$V_a(t) = -\frac{\bar{T}}{3} R^{-1} [e^{-A\tau} B]^T Q \{ z(t) + I_{2n \times 2n} G(\bar{T}) BV_a(t - L\bar{T}) + F(\bar{T}) G(\bar{T}) BV_a(t - (L-1)\bar{T}) + F(2\bar{T}) G(\bar{T}) BV_a(t - (L-2)\bar{T}) + F(3\bar{T}) G(\bar{T}) BV_a(t - (L-3)\bar{T}) + \dots + F((L-1)\bar{T}) G(\bar{T}) BV_a(t - \bar{T}) \} \quad (33-4)$$

با توجه به معادله 33-4 میتوان گفت نیروی کنترل در زمان  $t$  علاوه بر حالت در این زمان به نیروهای کنترل قبل از آن تا تاخیر زمانی مورد نظر نیز وابسته است. با استفاده از معادله 33-4 در هر مرحله  $V_a(t)$  بدست آمده و برای بدست آوردن  $Z$  در زمان بعدی معادله 21-4 با استفاده از رانج کوتای مرتبه 4 حل شده و با استفاده از  $z$  بدست آمده  $V_a(t)$  بدست می آید بهمین ترتیب  $z(t)$  و  $V_a(t)$  در همه زمان ها بدست می آیند.

لازم به ذکر است مقدار  $F(\xi) = e^{-A\xi}$  را می توان با استفاده از روابط زیر بدست آورد [۱۸]:

$$e^{-\alpha A} = I - \alpha A + \frac{\alpha^2 A^2}{2!} - \frac{\alpha^3 A^3}{3!} + \dots + (-1)^k \frac{\alpha^k A^k}{k!} + \dots \quad (۳۴-۴)$$

و برای محاسبه  $\int_0^\xi e^{-A\theta} d\theta$  نیز می توان نوشت [۱۸]:

$$\begin{aligned} \int_0^t e^{-A\theta} d\theta &= \int_0^t I d\theta - A \int_0^t \theta d\theta + \frac{A^2}{2!} \int_0^t \theta^2 d\theta - \frac{A^3}{3!} \int_0^t \theta^3 d\theta + \dots + (-1)^k \frac{A^k}{k!} \int_0^t \theta^k d\theta = It - \\ &\frac{t^2 A}{2!} + \frac{t^3 A^2}{3!} - \dots + (-1)^{k-1} \frac{t^k A^{k-1}}{k!} + \dots \rightarrow -A \int_0^t e^{A\theta} d\theta + I = e^{-A\theta} \rightarrow \int_0^t e^{-A\theta} d\theta = (e^{-A\theta} - \\ &I)(-A)^{-1} \end{aligned} \quad (۳۵-۴)$$



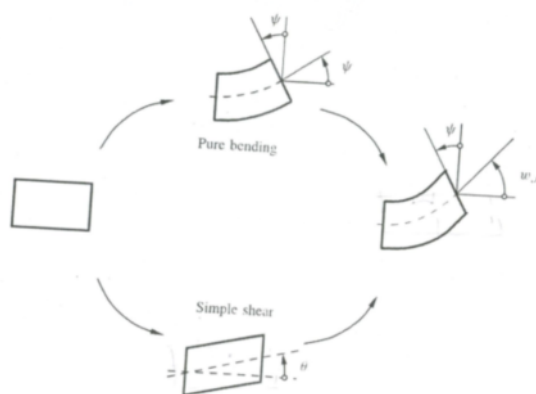
# کنترل ارتعاشات تیر تیموشنکو

## مقدمه

این فصل به کنترل ارتعاشات تیر تیموشنکو با استفاده از کنترلر پیشنهاد شده در فصل قبل پرداخته است. ابتدا معادله ارتعاشات آزاد تیر حل شده و تعامد شکل مدها بررسی شده است. با استفاده از رابطه گالرکین و تعامد شکل مدها مرتبه معادلات کاهش داده شده و معادله حرکت تیر همراه با نیروی کنترل (که حالت انتهای آزاد تیر همراه با تاخیر است) بدست آمده است با استفاده از انتقال معادله حالت بدست آمده به معادله به فرم بدون انتقال تبدیل شده و کنترل بهینه برای آن طراحی شده است.

## ۱-۵ مدل تیر تیموشنکو

نظریه تیر تیموشنکو با بررسی آثار اینرسی چرخشی و تغییر شکل برشی، نظریه بهتری درباره نوسان تیرها ارائه می‌کند. این مدل، مدل کلاسیک را همراه با اثر تغییر شکل برشی مرتبه اول در نظر می‌گیرد. در این مدل سطح مقطع تیر صفحه‌ای باقی می‌ماند و حول محور خنثی می‌چرخد اما همان گونه که در شکل ۱-۵ نشان داده شده است عمود بر محور طولی باقی نمی‌ماند شیب کل تیر در این مدل شامل دو قسمت خمش و برش است [۳۷].



شکل ۱-۵: تغییر شکل المان تیر تیموشنکو [۳۵]

## ۲-۵ معادلات حاکم بر سیستم

المان تیر نشان داده شده در شکل ۱-۵ را در نظر بگیرید. همان گونه که در شکل نشان داده شده است این المان تحت خمش و برش است. اگر تغییر شکل زاویه‌ای ناشی از ممان خمشی را با  $\varphi(x, t)$  و تغییر شکل ناشی از برش را با  $\theta(x, t)$  نشان دهیم. تغییر شکل نهایی محور خنثی را می‌توان بصورت زیر نوشت [۳۵]

$$w(x, t) = \varphi(x, t) + \theta(x, t) \quad (1-5)$$

انرژی جنبشی المان تیر از دو بخش انرژی جنبشی ناشی از چرخش و انتقال تشکیل شده و عبارت است از [۳۵]

$$T = \int_0^l \left( \frac{1}{2} \rho A w_t^2 + \frac{1}{2} \rho I \varphi_t^2 \right) dx \quad (2-5)$$

با استفاده از تئوری الاستیسیته انرژی پتانسیل نیز می تواند به شکل زیر نوشته شود:

$$v = \int_0^l \left( \frac{1}{2} EI \varphi_x^2 + \frac{1}{2} GAk (w_x - \varphi)^2 \right) dx \quad (3-5)$$

که در آن  $\rho$  چگالی تیر،  $A$  مساحت سطح مقطع،  $E$  مدول الاستیسیته و  $I$  ممان اینرسی حول محور خنثی و  $l$  طول تیر می باشند.  $K$  ضریب تصحیح برش نامیده می شود و به شکل سطح مقطع تیر وابسته است. برای تیر با سطح مقطع مستطیلی  $k \approx \frac{5}{6}$ ،  $G$  مدول برشی یا مدول صلبیت است. اندیس  $x$  و  $t$  بترتیب مشتق نسبت به مکان و زمان را نشان می دهند.

با قرار دادن در فرمول هامیلتون معادله حرکت تیر یک سرگیردار تیموشنکو همراه با شرایط مرزی به شکل زیر بدست می آید [۳۵]

$$\rho I \varphi_{tt} - GAk w_x + GAk \varphi - EI \varphi_{xx} = 0 \quad (4-5)$$

$$\rho A w_{tt} - GAk w_{xx} + GAk \varphi_x = 0 \quad (5-5)$$

$$w(0, t) = 0, \varphi(0, t) = 0, \frac{d\varphi}{dx} \Big|_{l,t} = 0, \left( \frac{dw}{dx} - \varphi \right) \Big|_{l,t} = 0 \quad (6-5)$$

همان گونه که در فصل چهارم اشاره شد، برای کاهش مرتبه سیستم از روش گالرکین استفاده می شود بنابراین در ابتدا باید به حل ارتعاشات آزاد تیر بپردازیم.

### ۳-۵ حل معادله ارتعاشات آزاد

با در نظر گرفتن حل معادلات ۴-۵ و ۵-۵ بصورت  $w(x, t) = W(x)e^{i\omega t}$  و  $\varphi(x, t) = \Phi(x)e^{i\omega t}$  (که  $\omega$  فرکانس و  $W(x)$  و  $\Phi(x)$  به ترتیب توابع ویژه جابجایی انتقالی و پیچشی می باشند) و قرار دادن در معادلات حرکت و شرایط مرزی (معادلات ۴-۵ تا ۶-۵) می توان نوشت:

$$-\omega^2 \rho I \Phi - GAk W' + GAk \Phi - EI \Phi'' = 0 \quad (7-5)$$

$$-\omega^2 \rho A W - GAk W'' + GAk \Phi' = 0 \quad (8-5)$$

$$W_0 = 0, \Phi_0 = 0, \Phi'_1 = 0, (W' - \Phi)_1 = 0 \quad (9-5)$$

علامت ' نشان دهنده مشتق نسبت به مکان است.

با توجه به معادله ۵-۸،  $\Phi'$  را بر حسب  $W$  و مشتقات آن بدست می آوریم داریم [۳۵]

$$\Phi' = \frac{\omega^2 \rho}{Gk} W + W'' \quad (10-5)$$

با مشتق گیری از طرفین معادله ۵-۷ نسبت به  $x$  داریم [۳۵]

$$-\omega^2 \rho I \Phi' - GAk W'' + GAk \Phi' - EI \Phi''' = 0 \quad (11-5)$$

با جایگذاری معادله ۵-۱۰ در معادله ۵-۱۱ معادله حرکت بر حسب  $W$  بدست می آید [۳۵]

$$W'''' + \left( \frac{\rho}{Gk} + \frac{\rho}{E} \right) \omega^2 W'' + \left( \frac{\rho^2}{kGE} \omega^2 - \frac{\rho A}{EI} \right) \omega^2 W = 0 \quad (12-5)$$

به همین ترتیب با توجه به معادله ۵-۷،  $W'$  را بر حسب  $\Phi$  و مشتقات آن بدست می آوریم:

$$W' = \Phi - \frac{EI}{kGA} \Phi'' - \omega^2 \frac{\rho I}{kGA} \Phi \quad (13-5)$$

با مشتق گیری از معادله ۵-۸ نسبت به  $x$  داریم:

$$-\omega^2 \rho A W' - GAk W'' + GAk \Phi'' = 0 \quad (14-5)$$

با جایگذاری معادله ۵-۱۳ در معادله ۵-۱۴ معادله حرکت بر حسب  $\Phi$  بدست می آید:

$$\Phi'''' + \left( \frac{\rho}{Gk} + \frac{\rho}{E} \right) \omega^2 \Phi'' + \left( \frac{\rho^2}{kGE} \omega^2 - \frac{\rho A}{EI} \right) \omega^2 \Phi = 0 \quad (15-5)$$

با توجه به معادلات ۵-۱۲ و ۵-۱۵ پیداست که جوابها بر حسب  $W$  و  $\Phi$  مشابه یکدیگر می باشند فقط ضرایب آنها

متفاوت است. به منظور راحتی پارامترهای زیر را در نظر گرفته و در دو معادله مذکور جایگذاری می کنیم [۳۹]

$$\frac{\rho A}{EI} = b^2, \frac{I}{A} = r^2, \frac{EI}{GAk} = s^2$$

$$W'''' + (r^2 + s^2)b^2\omega^2W'' - (1 - r^2b^2s^2\omega^2)b^2\omega^2W = 0 \quad (۱۶-۵)$$

$$\Phi'''' + (r^2 + s^2)b^2\omega^2\Phi'' - (1 - r^2b^2s^2\omega^2)b^2\omega^2\Phi = 0 \quad (۱۷-۵)$$

با جایگذاری  $\Phi = e^{\beta x}$ ,  $W = e^{\beta x}$  در معادلات ۱۶-۵ و ۱۷-۵ داریم:

$$\beta^4 + (r^2 + s^2)b^2\omega^2\beta^2 - (1 - r^2b^2s^2\omega^2)b^2\omega^2 = 0 \quad (۱۸-۵)$$

با حل معادله ۱۸-۵ یک مقدار مثبت و یک مقدار منفی برای  $\beta^2$  بدست می آید بنابراین می توان جواب را به شکل زیر در نظر گرفت:

$$\beta^2 = -\frac{b^2\omega^2}{2}(r^2 + s^2) \pm b^2\omega^2\sqrt{\left(\frac{r^2-s^2}{2}\right)^2 + \frac{1}{b^2\omega^2}}$$

ریشه منفی عبارت های مربوط به  $\sin$  و  $\cos$  را می سازد (ریشه دوم عبارت منفی بدون در نظر گرفتن منفی آن عبارت است از)

$$a = b\omega\sqrt{\left(\frac{r^2+s^2}{2}\right) + \sqrt{\left(\frac{r^2-s^2}{2}\right)^2 + \frac{1}{b^2\omega^2}}}$$

مقدار مثبت عبارت های مربوط به  $\sinh$  و  $\cosh$  را بوجود می آورد (ریشه دوم عبارت مثبت نیز به شکل زیر نمایش داده می شود)

$$B = b\omega\sqrt{-\left(\frac{r^2+s^2}{2}\right) + \sqrt{\left(\frac{r^2-s^2}{2}\right)^2 + \frac{1}{b^2\omega^2}}}$$

بنابراین جواب معادلات ۱۶-۵ و ۱۷-۵ عبارت اند از:

$$W = A_1 \cosh Bx + A_2 \sinh Bx + A_3 \cos ax + A_4 \sin ax \quad (۱۸-۵)$$

$$\Phi = C_1 \cosh Bx + C_2 \sinh Bx + C_3 \cos ax + C_4 \sin ax \quad (۱۹-۵)$$

با توجه به شرایط مرزی معادله ۹-۵ چهار معادله داریم بنابراین ابتدا باید ضرایب معادله ۱۸-۵ و ۱۹-۵ را بر حسب هم بدست آوریم. بدین منظور این معادلات را در معادله ۸-۵ جایگزین کرده بعد از ساده سازی داریم:

$$\cosh(Bx)(-\rho A\omega^2 A_1 - GAkB^2 A_1 + GAkBC_2) + \sinh(Bx)(-\rho A\omega^2 A_2 - GAkB^2 A_2 + GAkBC_1) + \cos(ax)(-\rho A\omega^2 A_3 + GAka^2 A_3 - GAkaC_4) + \sin(ax)(-\rho A\omega^2 A_4 + GAka^2 A_4 - GAkaC_3) = 0 \quad (20-5)$$

با مساوی صفر قرار دادن ضرایب می توان ضرایب W را بر حسب ضرایب  $\Phi$  بدست آورد.

$$A_1 = \frac{B}{b^2 s^2 \omega^2 + B^2} C_2 \quad (21-5)$$

$$A_2 = \frac{B}{b^2 s^2 \omega^2 + B^2} C_1 \quad (22-5)$$

$$A_3 = \frac{-a}{-b^2 s^2 \omega^2 + a^2} C_4 \quad (23-5)$$

$$A_4 = \frac{B}{-b^2 s^2 \omega^2 + a^2} C_3 \quad (24-5)$$

حال معادلات ۲۱-۵ تا ۲۴-۵ را در شرایط مرزی ۹-۵ قرار می دهیم در نهایت معادلات زیر بدست می آیند:

$$\frac{B}{b^2 s^2 \omega^2 + B^2} C_2 - \frac{a}{-b^2 s^2 \omega^2 + a^2} C_4 = 0 \quad (25-5)$$

$$C_1 + C_3 = 0 \quad (26-5)$$

$$B \sinh(Bl) + C_2 B \cosh(Bl) - C_3 a \sin(al) + C_4 a \cos(al) = 0 \quad (27-5)$$

$$C_1 \frac{b^2 s^2 \omega^2}{b^2 s^2 \omega^2 + B^2} \cosh(Bl) - C_2 \frac{b^2 s^2 \omega^2}{b^2 s^2 \omega^2 + B^2} \sinh(Bl) + C_3 \frac{b^2 s^2 \omega^2}{-b^2 s^2 \omega^2 + a^2} \cos(al) +$$

$$C_4 \frac{b^2 s^2 \omega^2}{-b^2 s^2 \omega^2 + a^2} \sin(al) = 0 \quad (28-5)$$

برای اینکه این معادله جواب غیر صفر داشته باشد باید دترمینان ماتریس ضرایب مساوی صفر باشد.

#### ۴-۵ تعامد شکل مدها

با توجه به معادله ۷-۵ و ۸-۵ مسئله مقدار ویژه را می توان به شکل زیر نوشت:

$$-\omega^2 Mq + Kq = 0 \quad (۲۹-۵)$$

که در آن

$$M = \begin{bmatrix} \rho I & 0 \\ 0 & \rho A \end{bmatrix}, \quad K = \begin{bmatrix} kGA - EI \frac{d^2}{dx^2} & -kGA \frac{d}{dx} \\ kGA \frac{d}{dx} & -kGA \frac{d^2}{dx^2} \end{bmatrix}, \quad q = \begin{Bmatrix} \Phi \\ W \end{Bmatrix}$$

با توجه به معادله ۲۹-۵ برای مد جام و k ام می توان نوشت:

$$-\omega_j^2 Mq_j + Kq_j = 0 \quad (۳۰-۵)$$

$$-\omega_k^2 Mq_k + Kq_k = 0 \quad (۳۱-۵)$$

طرفین معادله ۳۰-۵ را در  $q_k^T$  و طرفین معادله ۳۱-۵ را در  $q_j^T$  ضرب کرده طرفین دو معادله را از هم کم می کنیم.

$$-\omega_j^2 q_k^T Mq_j + q_k^T Kq_j - (-\omega_k^2 q_j^T Mq_k + q_j^T Kq_k) = 0 \quad (۳۲-۵)$$

معادله ۳۲-۵ را می توان به شکل زیر نمایش داد:

$$-\omega_j^2 \{\Phi_k \quad W_k\} \begin{bmatrix} \rho I & 0 \\ 0 & \rho A \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Phi_j \\ W_j \end{Bmatrix} + \{\Phi_k \quad W_k\} \begin{bmatrix} kGA - EI \frac{d^2}{dx^2} & -kGA \frac{d}{dx} \\ kGA \frac{d}{dx} & -kGA \frac{d^2}{dx^2} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Phi_j \\ W_j \end{Bmatrix} - (-\omega_k^2 \{\Phi_j \quad W_j\} \begin{bmatrix} \rho I & 0 \\ 0 & \rho A \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Phi_k \\ W_k \end{Bmatrix} + \{\Phi_j \quad W_j\} \begin{bmatrix} kGA - EI \frac{d^2}{dx^2} & -kGA \frac{d}{dx} \\ kGA \frac{d}{dx} & -kGA \frac{d^2}{dx^2} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Phi_k \\ W_k \end{Bmatrix}) = 0 \quad (۳۳-۵)$$

با انتگرال گیری از طرفین معادله ۳۳-۵ در بازه ۱ - ۰ داریم:



$$\int_0^1 \left( (-\omega_j^2 (\Phi_k \rho I \Phi_j + W_k \rho A W_j) + (\Phi_k k G A \Phi_j - \Phi_k E I \Phi_j'' - \Phi_k k G A W_j' + W_k k G A \Phi_j' - W_k k G A W_j'') + \omega_k^2 (\Phi_j \rho I \Phi_k + W_j \rho A W_k) - (\Phi_j k G A \Phi_k - \Phi_j E I \Phi_k'' - \Phi_j k G A W_k' + W_j k G A \Phi_k' - W_j k G A W_k'')) \right) dx = 0 \quad (34-5)$$

با مرتب کردن معادله ۳۴-۵ داریم:

$$\int_0^1 (\omega_k^2 - \omega_j^2) (\Phi_k \rho I \Phi_j + W_k \rho A W_j) dx + (\Phi_k k G A \Phi_j - \Phi_j k G A \Phi_k - \Phi_k E I \Phi_j'' + \Phi_j E I \Phi_k'' - \Phi_k k G A W_j' + \Phi_j k G A W_k' + W_k k G A \Phi_j' - W_j k G A \Phi_k' - W_k k G A W_j'' + W_j k G A W_k'') dx = 0 \quad (35-5)$$

با استفاده از روش جز به جزء می توان نوشت:

$$\int_0^1 -\Phi_k E I \Phi_j'' dx = -\Phi_k E I \Phi_j' \Big|_0^1 + \int_0^1 \Phi_k' E I \Phi_j' dx \quad (36-5)$$

$$\int_0^1 \Phi_j E I \Phi_k'' dx = \Phi_j E I \Phi_k' \Big|_0^1 - \int_0^1 \Phi_j' E I \Phi_k' dx \quad (37-5)$$

$$\int_0^1 -W_k k G A W_j'' dx = -W_k k G A W_j' \Big|_0^1 + \int_0^1 W_k' k G A W_j' dx \quad (38-5)$$

$$\int_0^1 W_j k G A W_k'' dx = W_j k G A W_k' \Big|_0^1 - \int_0^1 W_j' k G A W_k' dx \quad (39-5)$$

با قرار دادن معادلات ۳۶-۵ تا ۳۹-۵ در معادله ۳۵-۵ و با توجه به شرایط مرزی (معادله ۹-۵) می توان نوشت:

$$\int_0^1 (\omega_k^2 - \omega_j^2) (\Phi_k \rho I \Phi_j + W_k \rho A W_j) dx + (-\Phi_k k G A W_j' + \Phi_j k G A W_k' + W_k k G A \Phi_j' - W_j k G A \Phi_k') dx - W_k(1) k G A W_j'(1) + W_j(1) k G A W_k'(1) = 0 \quad (40-5)$$

از طرفی با توجه به معادله ۹-۵ می توان نوشت

$$W_k'(1) = \Phi_k(1), W_j'(1) = \Phi_j(1) \quad (41-5)$$

با قرار دادن عبارت بالا و اضافه کردن عبارت  $(0) - W_j(0) k G A \Phi_k(0) + W_k(0) k G A \Phi_j(0)$  که مساوی صفر است

به معادله ۴۰-۵ داریم:

$$\int_0^1 (\omega_k^2 - \omega_j^2) (\Phi_k \rho I \Phi_j + W_k \rho A W_j) dx + (-W_k(1) kGA \Phi_j(1) + W_k(0) kGA \Phi_j(0) + \int_0^1 W_k kGA \Phi_j' dx) + \int_0^1 (-\Phi_k kGA W_j' + \Phi_j kGA W_k') dx + W_j(1) kGA \Phi_k(1) - W_j(0) kGA \Phi_k(0) - \int_0^1 W_j kGA \Phi_k' dx = 0 \quad (42-5)$$

با استفاده از عکس رابطه جزء به جزء می توان معادله ۴۲-۵ را به شکل زیر نوشت:

$$\int_0^1 (\omega_k^2 - \omega_j^2) (\Phi_k \rho I \Phi_j + W_k \rho A W_j) dx - \int_0^1 W_k' kGA \Phi_j dx + \int_0^1 (-\Phi_k kGA W_j' + \Phi_j kGA W_k') dx + \int_0^1 W_j' kGA \Phi_k dx = 0 \quad (43-5)$$

بنابراین می توان نوشت

$$\int_0^1 (\omega_k^2 - \omega_j^2) (\Phi_k \rho I \Phi_j + W_k \rho A W_j) dx = 0 \quad (44-5)$$

یا به عبارت دیگر:

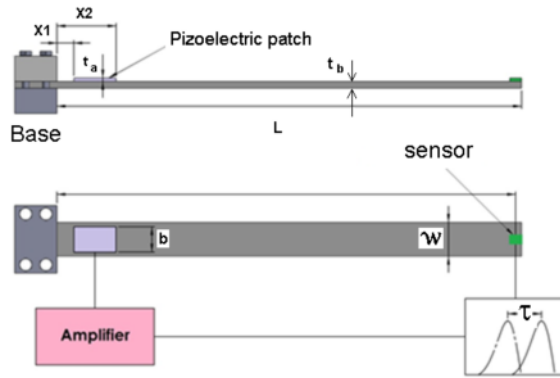
$$\int_0^1 q_k^T M q_j = \delta_{kj} \quad (45-5)$$

و با توجه به معادله ۳۰-۵ داریم:

$$\int_0^1 q_k^T K q_j dx = \omega_j^2 \delta_{kj} \quad (46-5)$$

## ۵-۵ معادلات کنترلی

تیر تیموشنوکو همراه با سنسور و محرک در شکل ۲-۵ نشان داده شده است. همان گونه که از شکل پیداست حالت انتهای تیر با تاخیر  $\tau$  برای تولید نیروی کنترل وارد محرک می شود.



شکل ۵-۲: تیر تیموشنکو همراه با سنسور و محرک

معادلات حرکت تیر یکسر گیر دار تیموشنکو همراه با نیرو عبارت است از

$$M\ddot{q} + Kq = F \quad (۴۷-۵)$$

که در آن

$$M = \begin{bmatrix} \rho I & 0 \\ 0 & \rho A \end{bmatrix}, \quad K = \begin{bmatrix} kGA - EI \frac{d^2}{dx^2} & -kGA \frac{d}{dx} \\ kGA \frac{d}{dx} & -kGA \frac{d^2}{dx^2} \end{bmatrix}, \quad q = \begin{Bmatrix} \Phi \\ W \end{Bmatrix}, \quad F = \begin{Bmatrix} 0 \\ f \end{Bmatrix}$$

شرایط مرزی برای تیر تیموشنکو یک سرگیر دار عبارت است از

$$w(0, t) = 0, \varphi(0, t) = 0, \frac{d\varphi}{dx}|_{l,t} = 0, \left( \frac{dw}{dx} - \varphi \right)|_{l,t} = 0 \quad (۴۸-۵)$$

که در آن  $f$  نیروی کنترل ناشی از پیزوالکتریک می باشد که با استفاده از رابطه ۴-۳ بدست می آید.

به منظور ایجاد مدل کاهش یافته جابجایی تیر را با استفاده از رابطه گالرکین به شکل زیر در نظر می گیریم:

$$q(x, t) = \sum_{n=1}^{\infty} q_n(x) p_n(t) \quad (۴۹-۵)$$

که در آن  $q_n(x)$  شکل مدهای متعامد ارتعاشات آزاد تیر یکسرگیردار تیموشنکو است که با استفاده از رابطه زیر

بدست می آید.

$$q_n = \left\{ \begin{array}{l} C(\cosh Bx + \gamma_n \sinh Bx - \cos ax + \gamma_n \partial_n \sin ax) \\ C(e_n \gamma_n \cosh Bx + e_n \sinh Bx + r_n \gamma_n \partial_n \cos ax - r_n \sin ax) \end{array} \right\} \quad (50-5)$$

که در آن داریم

$$\gamma_n = \frac{B \sinh(Bl) + a \sin(al)}{-B \cosh(Bl) - \frac{B(a^2 - b^2 s^2 \omega^2)}{(B^2 + b^2 s^2 \omega^2)} \cos(al)} \quad (51-5)$$

$$\partial_n = \frac{B(a^2 - b^2 s^2 \omega^2)}{a(B^2 + b^2 s^2 \omega^2)} \quad (52-5)$$

$$e_n = \frac{B}{b^2 s^2 \omega^2 + B^2} \quad (53-5)$$

$$r_n = \frac{-a}{a^2 - b^2 s^2 \omega^2} \quad (54-5)$$

ضریب ثابت C هم با استفاده از رابطه تعامد  $\int_0^1 q_j^T M q_j = 1$  بدست می آید.

با قرار دادن معادله ۴۹-۵ در معادله ۴۷-۵ و ضرب طرفین معادله در  $q_j^T$  و انتگرال گیری در طول تیر داریم:

$$\int_0^1 (q_j^T M q_n \ddot{p}_n + q_j^T K q_n p_n) dx = \int_0^1 q_j^T F dx \quad (55-5)$$

با استفاده از رابطه تعامد داریم:

$$\delta_{jn} \ddot{p}_n + \omega_n^2 \delta_{jn} p_n = \int_0^1 q_j^T \frac{\partial^2}{\partial x^2} (b d_{31} E_a (t_a + t_b) V_a(t) [H(x - x_1) - H(x - x_2)]) dx \quad (56-5)$$

که در نهایت معادله بالا تبدیل می شود به:

$$\ddot{p}_j + \omega_j^2 p_j = b d_{31} E_a (t_a + t_b) V_a(t) (q'_j(x_2) - q'_j(x_1)) \quad (57-5)$$

اگر قرار دهیم:

$$M_m = b d_{31} E_a (t_a + t_b) (q'_j(x_2) - q'_j(x_1))$$

معادله ۵۷-۵ را می توان به شکل زیر نوشت:

$$\ddot{p}_j + \omega_j^2 p_j = M_m V_a(t) \quad (58-5)$$

معادله حرکت سیستم بصورت ماتریسی عبارت است از:

$$\ddot{p} + \omega^2 p = M V_a(t) \quad (59-5)$$

در اینحالت نیروی کنترلی همان ولتاژ ناشی از محرک است که بعد از زمان  $\tau$  به سیستم اعمال می شود. بنابراین کنترل سیستم همراه با تاخیر زمانی  $\tau$  می باشد.

همه مراحل همانند آنچه در مورد تیر اویلر برنولی آورده شده می باشد، در نهایت نیروی کنترل را می توان به شکل زیر نمایش داد:

$$V_a(t) = -\frac{\bar{T}}{3} R^{-1} [e^{-A\tau} B]^T Q \{ z(t) + I_{2n \times 2n} G(\bar{T}) B V_a(t - L\bar{T}) + F(\bar{T}) G(\bar{T}) B V_a(t - (L-1)\bar{T}) + F(2\bar{T}) G(\bar{T}) B V_a(t - (L-2)\bar{T}) + F(3\bar{T}) G(\bar{T}) B V_a(t - (L-3)\bar{T}) + \dots + F((L-1)\bar{T}) G(\bar{T}) B V_a(t - \bar{T}) \} \quad (60-5)$$

با توجه به معادله ۵-۶۰ معلوم می شود که نیروی کنترل در زمان  $t$  علاوه بر حالت در این زمان به نیروهای کنترل قبل از آن تا تاخیر زمانی مورد نظر نیز وابسته است.

# مطالعات موردی و نتایج بدست آمده

## ۱-۶ تیر اویلر برنولی

به منظور کنترل ارتعاشات انتهای آزاد تیر و تعیین تاخیر زمانی بهینه مدهای اول و دوم، تیر یک سرگیردار اویلر برنولی و پیزوالکتریک با مشخصات زیر در نظر گرفته شده اند. به منظور مشخص تر شدن اثر روش کنترلی پیشنهاد شده، میرایی تیر صفر در نظر گرفته شده است. لازم به ذکر است کلیه ماتریس های کنترل بهینه برای تیر اویلر برنولی و تیموشنکو با استفاده از روش سعی و خطا بدست آمده اند:

جدول ۱-۶ خواص تیر و پیزوالکتریک مورد مطالعه [۱۴]

خواص تیر	خواص پیزوالکتریک (PZT PKI 552)
مدول الاستیسیته $70 \text{ Gpa}$	ضریب کوپلینگ الکترومکانیکی $d_{31}$
چگالی $\rho \left( \text{Kg/m}^3 \right) 2700$	مدول الاستیسیته $E$
طول $l$ (mm) 350	ضخامت $t_a$ (mm) 0.5
عرض $w$ (mm) 20	عرض $b$ (mm) 20
ضخامت $t_b$ (mm) 0.7	

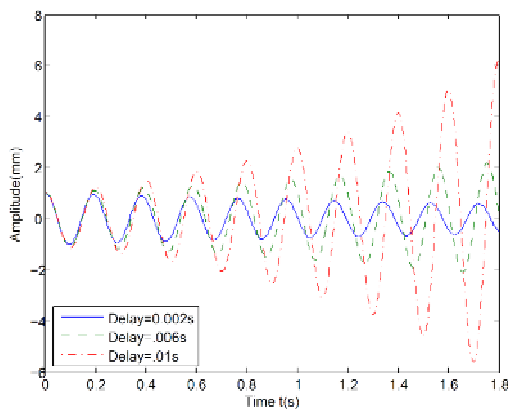
به منظور بدست آوردن تاخیر زمانی بهینه برای مد اول و دوم، ماتریس های کنترل به صورت زیر در نظر گرفته شده اند.

$$R = 9 \times 10^{-5}, Q = \begin{bmatrix} 19 \times 10^4 & 500 \\ 500 & 35 \end{bmatrix}$$

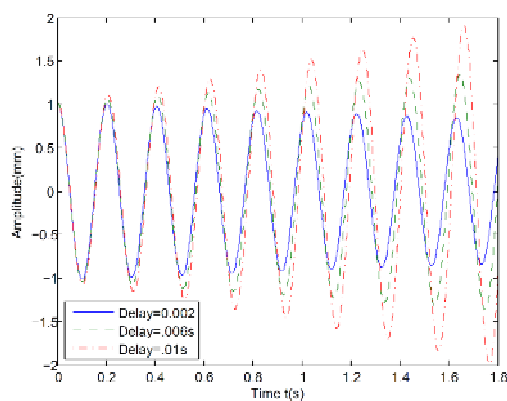
با توجه به معادلات ۳۴-۴ و ۲۱-۴ و حل آنها به ازای تاخیر زمانی های متفاوت جابجایی در انتهای تیر بدست آمده است. به منظور بدست آوردن تاخیر زمانی بهینه از مقدار تاخیر زمانی  $\tau = 0.02 \text{ s}$  شروع کرده و در طول کل محاسبات مقدار  $\bar{T} = 0.01 \text{ s}$  در نظر گرفته شده است.

محاسبات مربوط به تعامد شکل مدها و بدست آوردن مقدار  $C_n$  برای هر مد با استفاده از نرم افزار Maple و محاسبات مربوط به طراحی کنترلر با استفاده از نرم افزار Matlab انجام شده است.

نمودار های بدست آمده در پاسخ به ضربه برای جابجایی و نیرو در شکل های زیر نشان داده شده اند. در مورد مد اول دو حالت در نظر گرفته شده اند در حالت اول پیزوالکتریک در فاصله صفر تا ۸cm و در حالت دوم در فاصله صفر تا ۱۶cm انتهای گیردار تیر قرار داده شده است.



ب



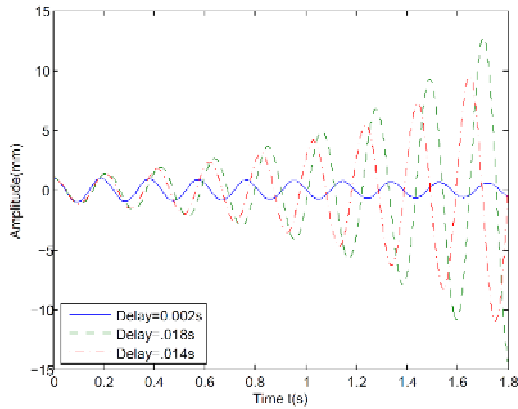
الف

شکل ۶-۱: جابجایی انتهای تیر برای مد اول به ازای سه تاخیر زمانی (الف: طول پیزوالکتریک ۸cm ب: طول

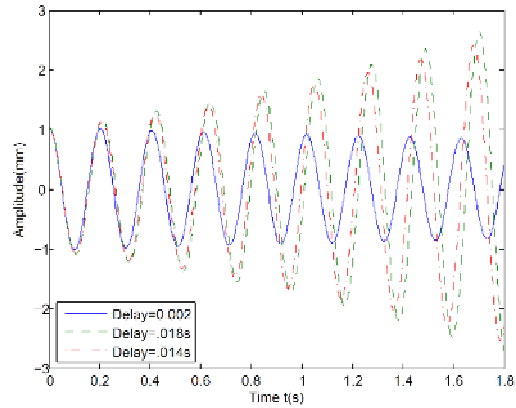
پیزوالکتریک ۱۶cm)

با توجه به شکل ۶-۱ در حالتی که تاخیر برابر  $0.002s$  است تیر در هر دو حالت پایدار و در حالت های  $0.006s$ ,  $0.01s$  ناپایدار است، اما دامنه ناپایداری در حالتی که طول پیزوالکتریک دو برابر شده است افزایش یافته است و این بدین دلیل است که با افزایش طول پیزوالکتریک نیروی کنترل تولید شده افزایش یافته و دامنه را بیشتر تغییر می دهد. با توجه به شکل ۶-۲ با افزایش تاخیر تیر ناپایدار است و دامنه پاسخ نیز افزایش پیدا می کند و هم چنان دامنه در حالت دوم بیشتر است.





ب

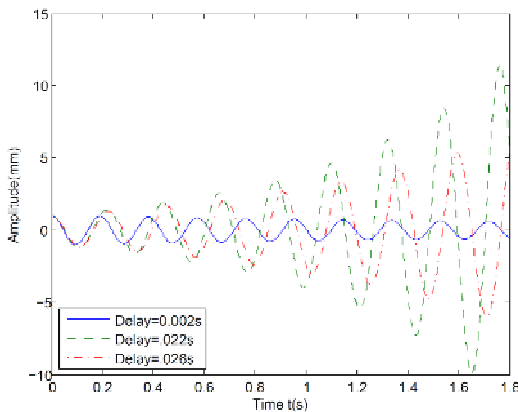


الف

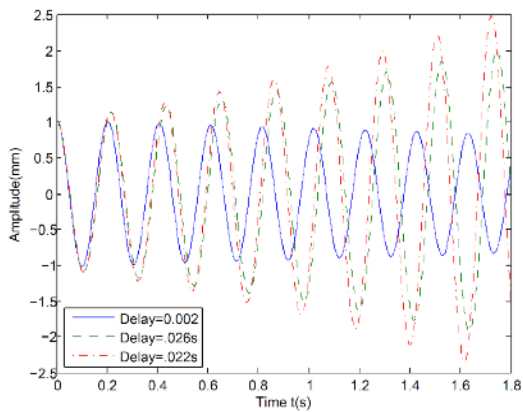
شکل ۶-۲: جابجایی انتهای تیر برای مد اول به ازای سه تاخیر زمانی (الف: طول پیزوالکتریک ۸cm ب: طول

پیزوالکتریک ۱۶cm)

با توجه به شکل ۶-۳ با افزایش تاخیر تیر ناپایدار است اما مقدار ناپایداری آن کاهش میابد در این شکل در حالی که تاخیر برابر  $0.026s$  است دامنه پاسخ کمتر از حالتی است که تاخیر  $0.022s$  است.



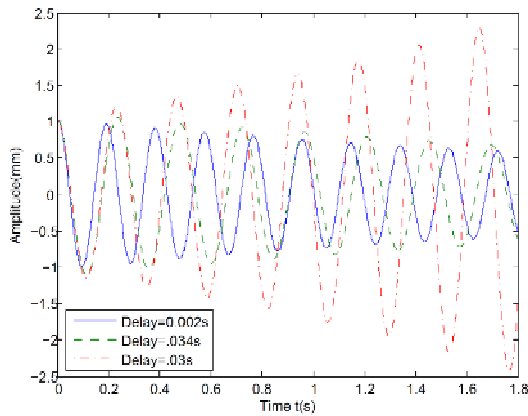
ب



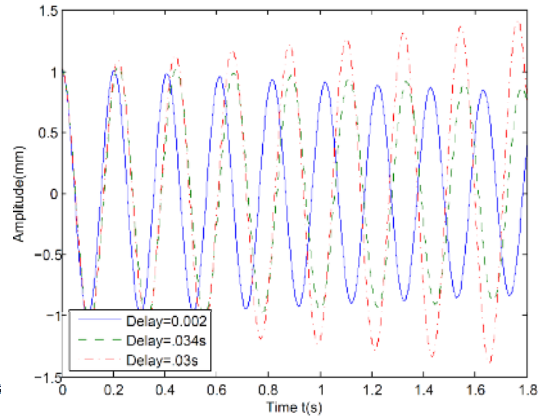
الف

شکل ۶-۳: جابجایی انتهای تیر برای مد اول به ازای سه تاخیر زمانی (الف: طول پیزوالکتریک ۸cm ب: طول

پیزوالکتریک ۱۶cm)



ب

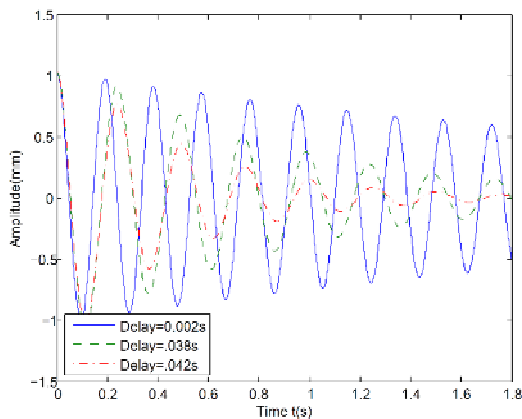


الف

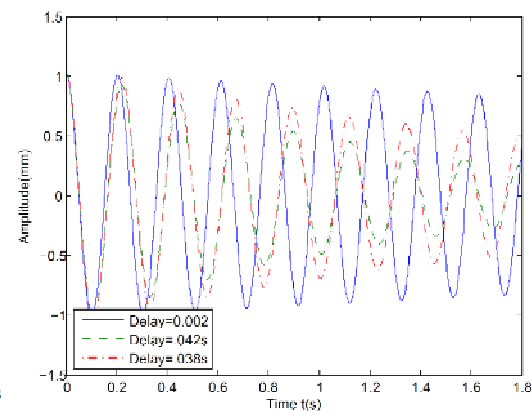
شکل ۴-۶: جابجایی انتهای تیر برای مد اول به ازای سه تاخیر زمانی (الف: طول پیزوالکتریک ۸cm ب: طول

پیزوالکتریک ۱۶cm)

با افزایش تاخیر تا مقدار  $0.034s$  تیر پایدار شده و دامنه پاسخ کاهش پیدا کرده و حتی از حالتی که تاخیر  $0.002s$  بود نیز کمتر می شود. با توجه به شکل ۶-۵ از این مرحله به بعد دامنه پاسخ در حالتی که طول پیزوالکتریک بیشتر است کمتر است همان گونه که قبلا گفته شد بخاطر افزایش ممان ایجاد شده و در نتیجه نیروی کنترل است بنابراین در حالت دوم تیر سریعتر پایدار می شود.



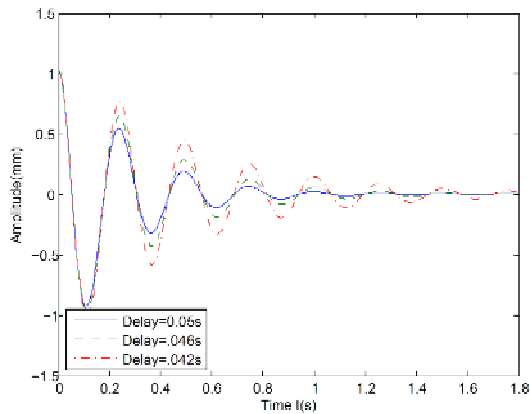
ب



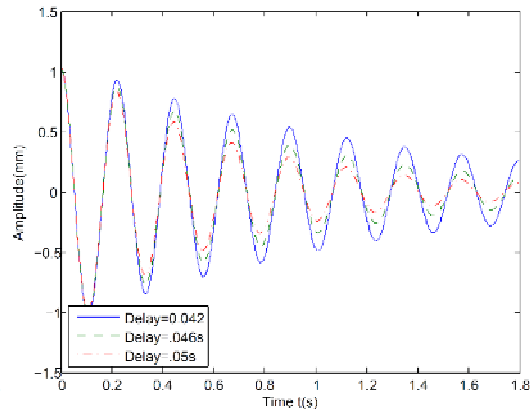
الف

شکل ۵-۶: جابجایی انتهای تیر برای مد اول به ازای سه تاخیر زمانی (الف: طول پیزوالکتریک ۸cm ب: طول

پیزوالکتریک ۱۶cm)



ب

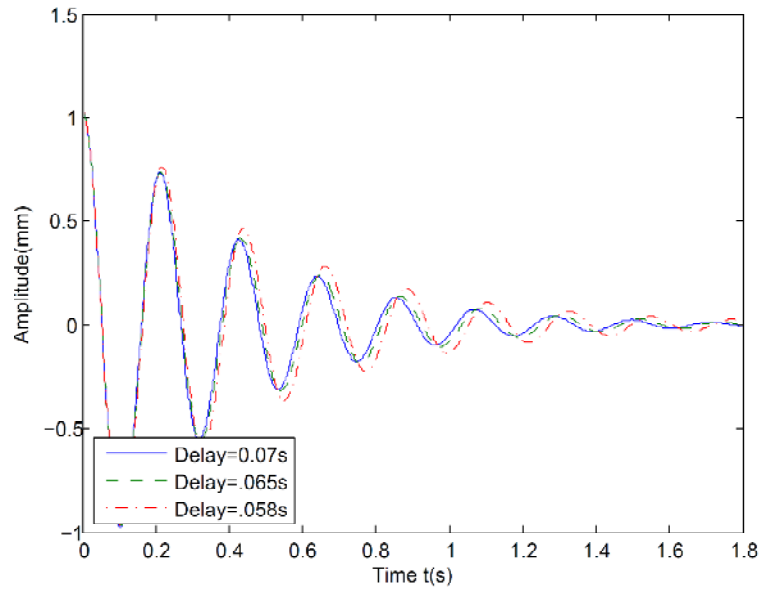


الف

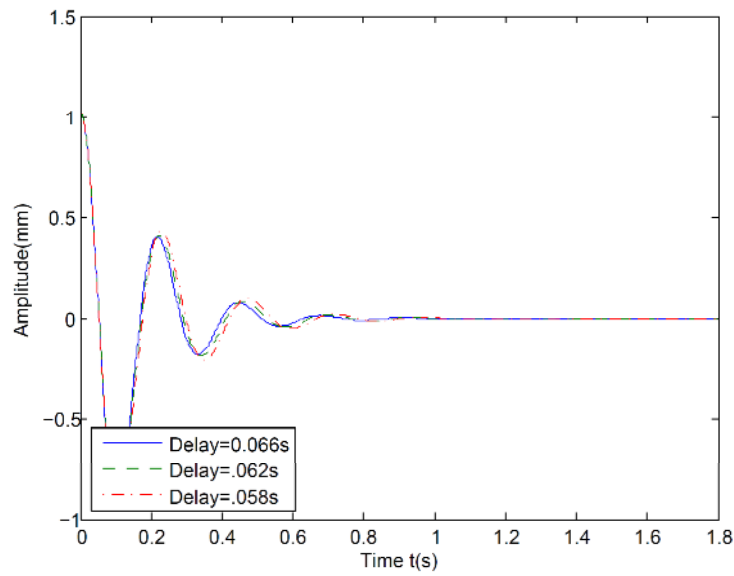
شکل ۶-۶: جابجایی انتهای تیر برای مد اول به ازای سه تاخیر زمانی (الف: طول پیزوالکتریک ۸cm ب: طول پیزوالکتریک ۱۶cm)

با توجه به نتایج بدست آمده بهمین ترتیب با افزایش تاخیر دامنه پاسخ کاهش پیدا کرده و پاسخ مطلوبتر می شود تا اینکه در حالت اول پاسخ در تاخیر  $0.107s$  و در حالت دوم در تاخیر  $0.066s$  به کمترین مقدار خود رسیده و بعد از آن با افزایش تاخیر دامنه نیز افزایش پیدا می کند بنابراین تاخیر بهینه مد اول در حالت الف برابر  $0.107s$  و در حالت دوم برابر  $0.066s$  می باشد بخاطر افزایش نیروی کنترل در حالت دوم تاخیر بهینه کاهش یافته است.

در شکل ۶-۹ نیروی کنترل در دو حالت نشان داده شده است همان گونه که از شکل پیداست در این روش به نیروی کنترل کمی نیاز است. به علاوه همان گونه که قبلا گفته شد با وجود کمتر بودن تاخیر زمانی در حالت دوم نیروی کنترل در این حالت بیشتر است.

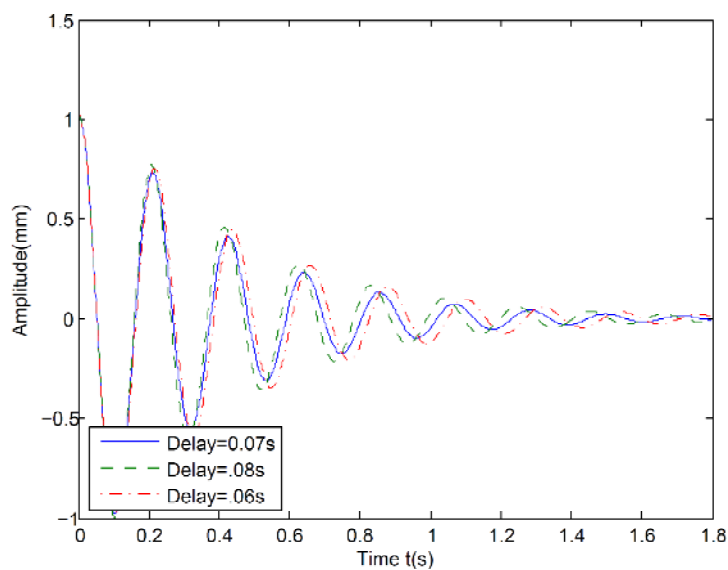


الف

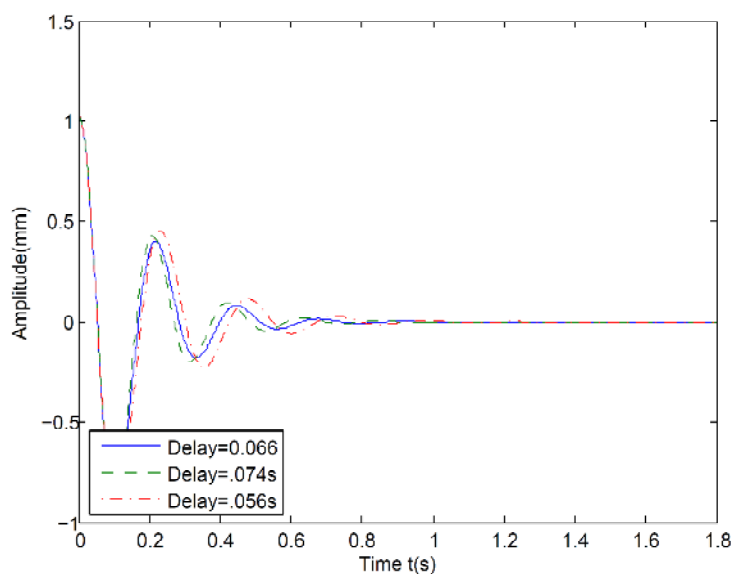


ب

شکل ۶-۷: جابجایی انتهای تیر برای مد اول به ازای سه تاخیر زمانی (الف: طول پیزوالکتریک ۸cm ب: طول پیزوالکتریک ۱۶cm)



الف

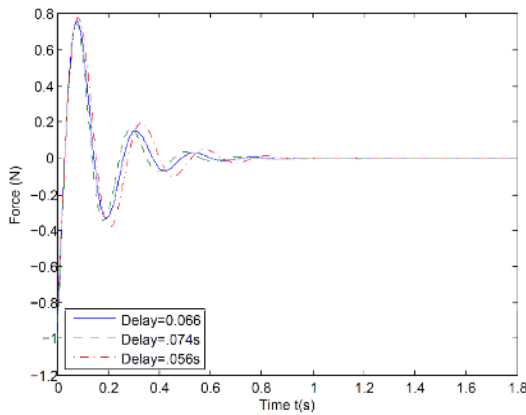


ب

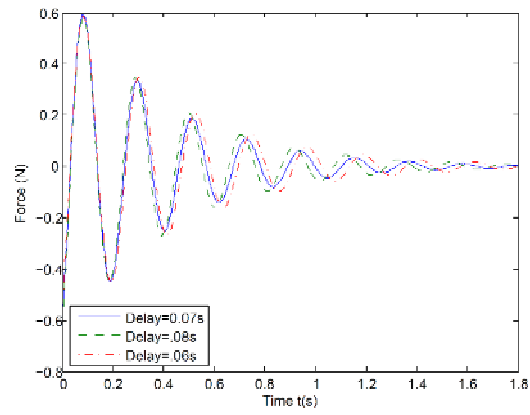
شکل ۶-۸: جابجایی انتهای تیر برای مد اول به ازای سه تاخیر زمانی (الف: طول پیزوالکتریک ۸cm ب: طول پیزوالکتریک ۱۶cm)

در شکل ۶-۱۰ پاسخ به ضربه در حالت کنترل بهینه بدون تاخیر زمانی و کنترل با تاخیر بهینه نشان داده شده است. می توان گفت اگر ماتریس های کنترل و تاخیر زمانی بدرستی انتخاب شوند می توانند سیستم را از حالت کنترل بهینه نیز مطلوبتر کنترل کنند. در حالتی که طول پیزوالکتریک

افزایش یافته است هم پاسخ با تاخیر بهینه و پاسخ کنترل بهینه بدون تاخیر مطلوبتر از حالت قبل است.

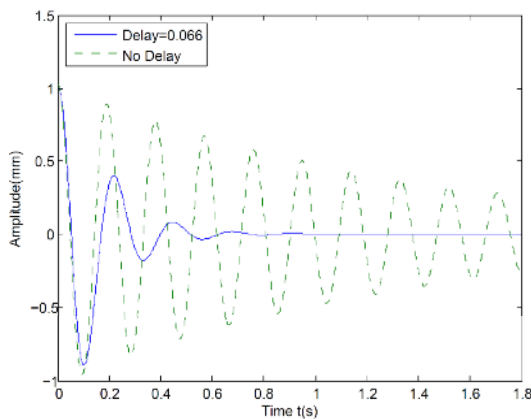


ب

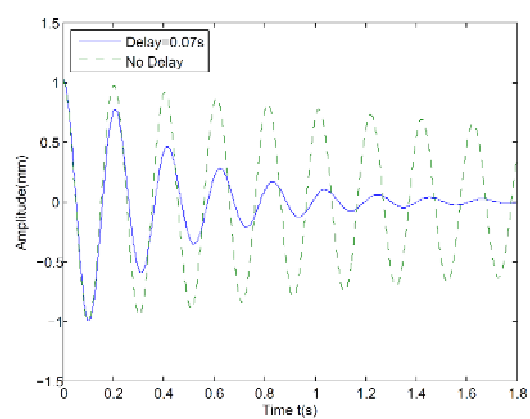


الف

شکل ۶-۹: نیروی کنترل مد اول به ازای سه تاخیر زمانی (الف: طول پیزوالکتریک ۸cm ب: طول پیزوالکتریک ۱۶cm)



ب



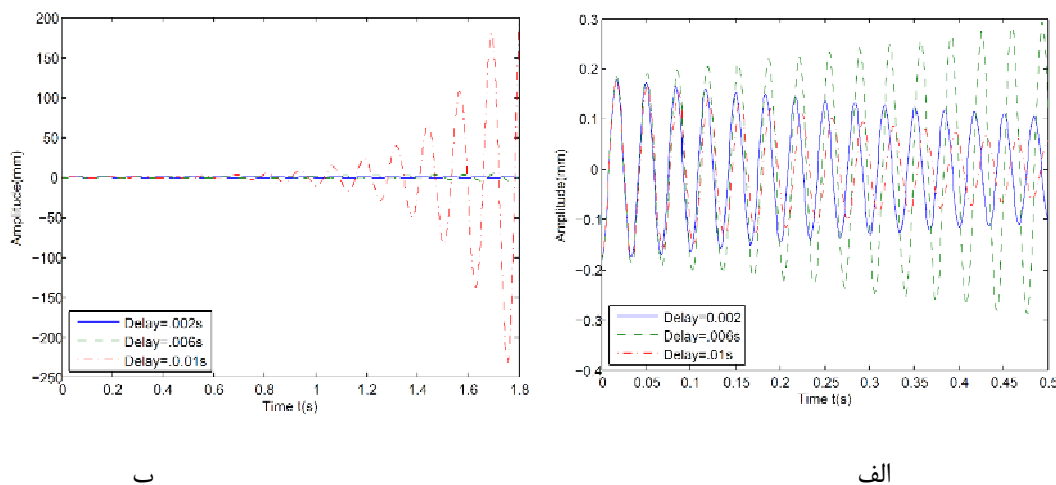
الف

شکل ۶-۱۰: جابجایی انتهای تیر برای مد اول در حالت کنترل بهینه بدون تاخیر و کنترل با تاخیر بهینه (الف: طول پیزوالکتریک ۸cm ب: طول پیزوالکتریک ۱۶cm)

با توجه به نتایج بدست آمده برای مد اول می توان گفت با افزایش طول پیزوالکتریک پاسخ سیستم و تاخیر بهینه تغییر می کند اگر طول پیزوالکتریک زیاد شود در محدوده ناپایداری سیستم دامنه پاسخ بیشتر است اما در محدوده پایداری کنترل مطلوبتری را ارائه می دهد.

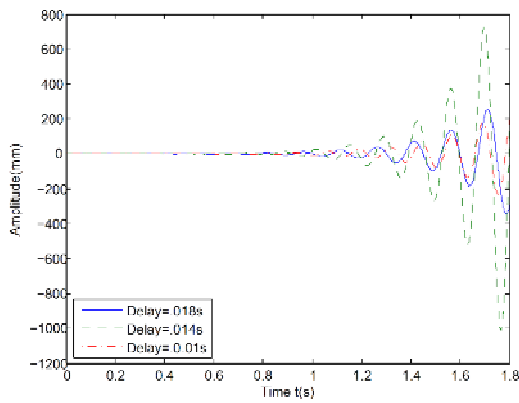
به منظور بدست آوردن تاخیر بهینه مد دوم نیز ماتریس های کنترل بهینه را همانند مد اول در نظر گرفته نمودارهای پاسخ به ورودی ضربه از قرار زیر اند. در اینحالت نیز مد دوم را با اطلاعات نمایش داده شده در جدول در نظر گرفتیم و یکبار طول تیر را دو برابر کرده و به ۷۰cm رسانده ایم.

با توجه به شکل ۶-۱۱ نیز در ابتدا تیر پایدار است اما با افزایش تاخیر به میزان ۰/۰۰۶s ناپایدار شده و از تاخیر ۰/۰۱s به بعد با افزایش تاخیر پایدار شده و میزان پایداری افزایش یافته تا تاخیر ۰/۰۱۴s که تاخیر بهینه مد دوم است و از آن به بعد دوباره با افزایش تاخیر دامنه پاسخ زیاد می شود، اما در حالتی که طول تیر افزایش پیدا کرده است اثر نیروی کنترل روی آن کمتر بوده و دامنه پاسخ بیشتر است.

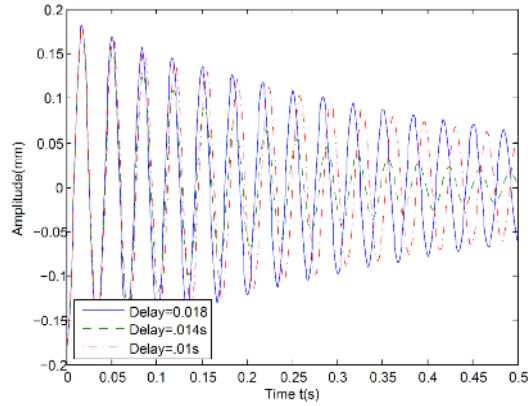


شکل ۶-۱۱: جابجایی انتهای تیر برای مد دوم به ازای سه تاخیر زمانی (الف: طول تیر ۳۵cm ب: طول تیر ۷۰cm)

شکل ۶-۱۲ جابجایی انتهای تیر را برای مد دوم به ازای سه تاخیر زمانی متفاوت نشان می دهد با توجه به شکل نشان داده شده و نتایج بدست آمده برای مد دوم در حالت اول با افزایش تاخیر تا مقدار ۰/۰۱۴s تیر پایدار شده و پاسخ سیستم مطلوب تر می شود اما با افزایش از این مقدار پاسخ نامطلوب تر می شود و در حالت دوم از تاخیر ۰/۰۱۸s با وجود ناپایداری اما با افزایش تاخیر دامنه کاهش میابد. همان گونه که گفته شد به دلیل افزایش طول تیر اثر نیروی کنترل روی آن کاهش پیدا کرده است و به همین دلیل است که تیر اول پایدار شد اما در حالت دوم هنوز پایدار نشده است.

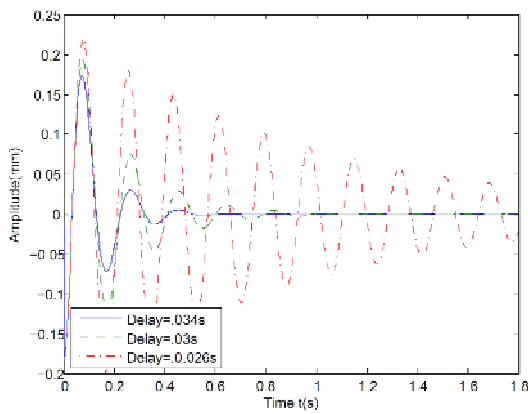


ب

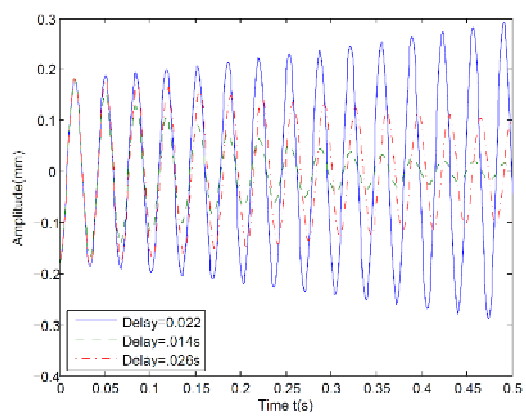


الف

شکل ۶-۱۲: جابجایی انتهای تیر برای مد دوم به ازای سه تاخیر زمانی (الف: طول تیر ۳۵cm: ب: طول تیر ۷۰cm)



ب



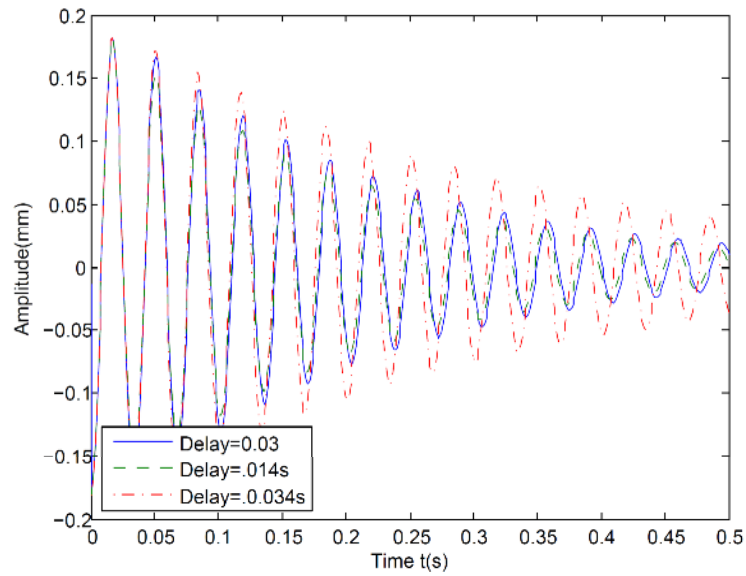
الف

شکل ۶-۱۳: جابجایی انتهای تیر برای مد دوم به ازای سه تاخیر زمانی (الف: طول تیر ۳۵cm: ب: طول تیر ۷۰cm)

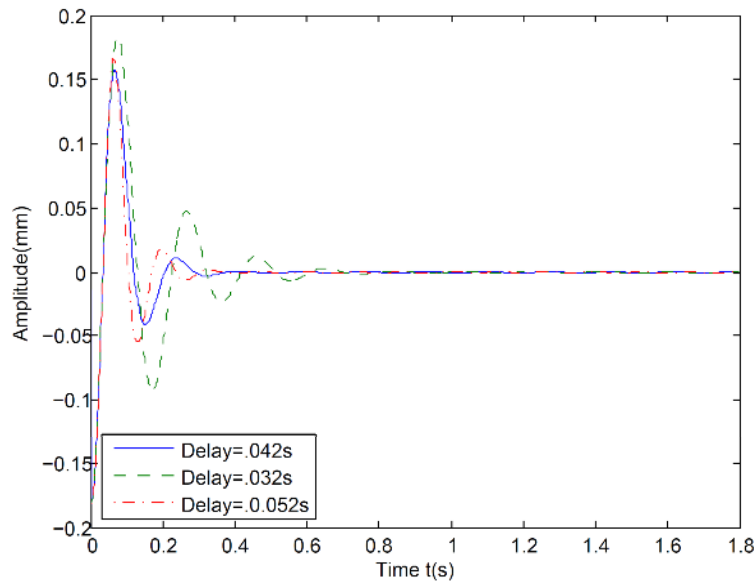
با توجه به شکل ۶-۱۳ در حالت الف با افزایش تاخیر زمانی تا مقدار ۰/۰۲۶s تیر ناپایدار می شود و در

شکل ب هم چنان با افزایش تاخیر دامنه پاسخ کاهش میابد.





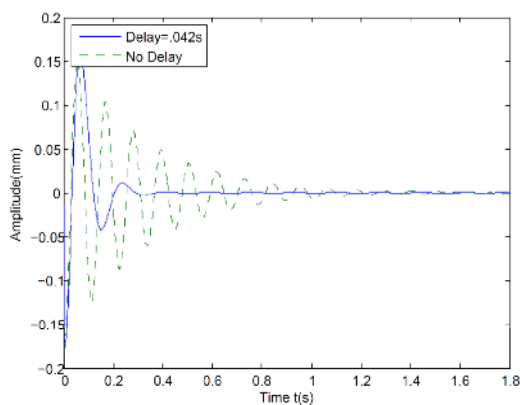
الف



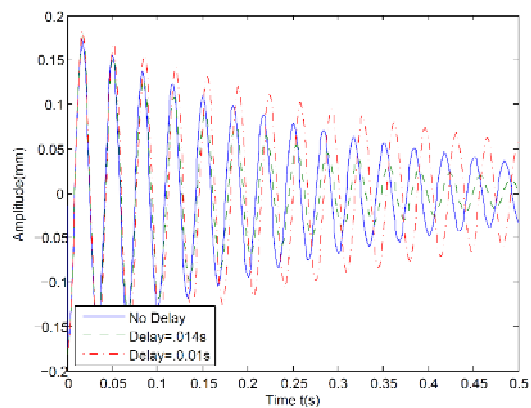
ب

شکل ۶-۱۴: جابجایی انتهای تیر برای مد دوم به ازای سه تاخیر زمانی (الف: طول تیر ۳۵cm ب: طول تیر ۷۰cm)

با توجه به شکل ۶-۱۴ در حالا الف تیر در تاخیر ۰/۰۳s پایدار می شود اما هم چنان دامنه پاسخ در حالت ۰/۰۱۴s کمتر است بنابراین تاخیر بهینه مد دوم در اینحالت ۰/۰۱۴s است و در حالت ب نیز با افزایش تاخیر تا مقدار ۰/۰۴۲s دامنه کاهش یافته و در اینحالت به کمترین مقدار خود می رسد و از آن به بعد با افزایش تاخیر دامنه افزایش میابد بنابراین تاخیر بهینه در حالت دوم ۰/۰۴۲s می باشد.

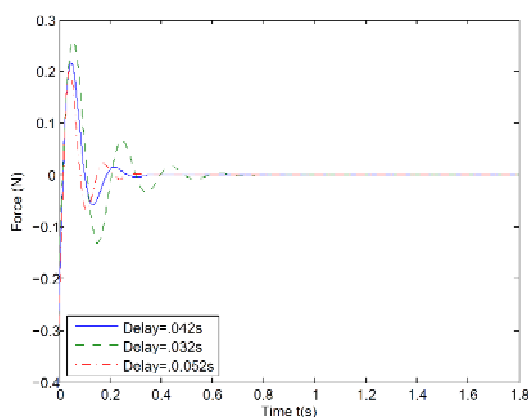


ب

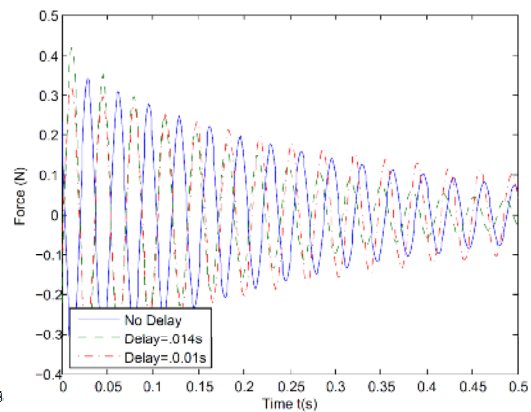


الف

شکل ۶-۱۵: جابجایی انتهای تیر برای مد دوم به ازای تاخیر زمانی های متفاوت (الف: طول تیر ۳۵cm ب: طول تیر ۷۰cm)



ب



الف

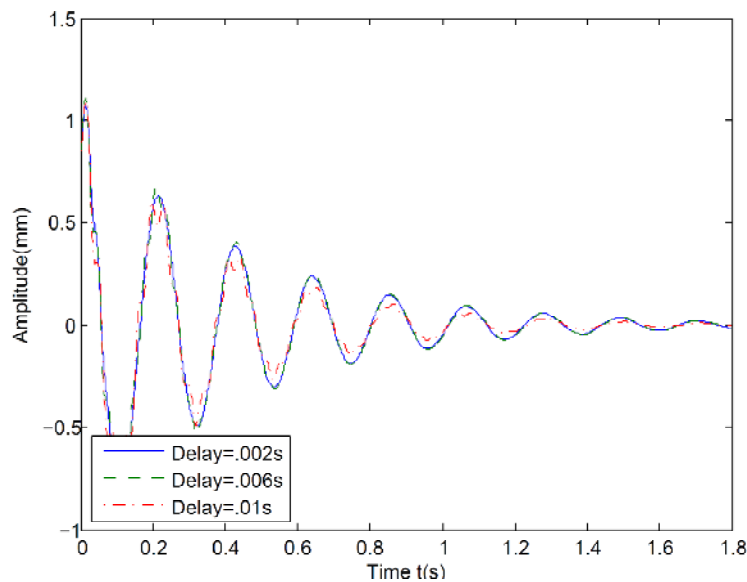
شکل ۶-۱۶: نیروی کنترل مد دوم به ازای سه تاخیر زمانی (الف: طول تیر ۳۵cm ب: طول تیر ۷۰cm)

در شکل ۶-۱۵ برای قسمت الف جابجایی تیر در حالت کنترل بدون تاخیر زمانی و همراه با تاخیر زمانی ۰/۰۱s و ۰/۰۱۴s نشان داده شده است با توجه به شکل در حالت بدون تاخیر پاسخ مطلوبتر از حالت با تاخیر ۰/۰۱s است اما در حالتی که کنترلر همراه با تاخیر بهینه اعمال می شود دامنه پاسخ از حالت کنترل بدون تاخیر نیز کمتر است و در حالت ب نیز مقایسه ای بین پاسخ در حالت تاخیر بهینه و کنترل بهینه بدون تاخیر صورت گرفته است در اینحالت نیز پاسخ در حالت تاخیر بهینه مطلوبتر است با توجه به شکل الف و ب با وجود اینکه تاخیر بهینه در حالت ب بیشتر شد اما دامنه پاسخ در

اینحالت کمتر از دامنه پاسخ در حالت تاخیر بهینه الف است هم چنین دامنه پاسخ در حالت بدون تاخیر نیز کمتر از حالت الف است.

در مرحله بعد دو مد اول و دوم تیر اویلر برنولی با هم در نظر گرفته شده اند و تاخیر زمانی بهینه برای آنها بدست آمده است. ماتریس های در نظر گرفته شده از قرار زیر می باشند در اینحالت نیز پاسخ به ضربه بدست آمده است:

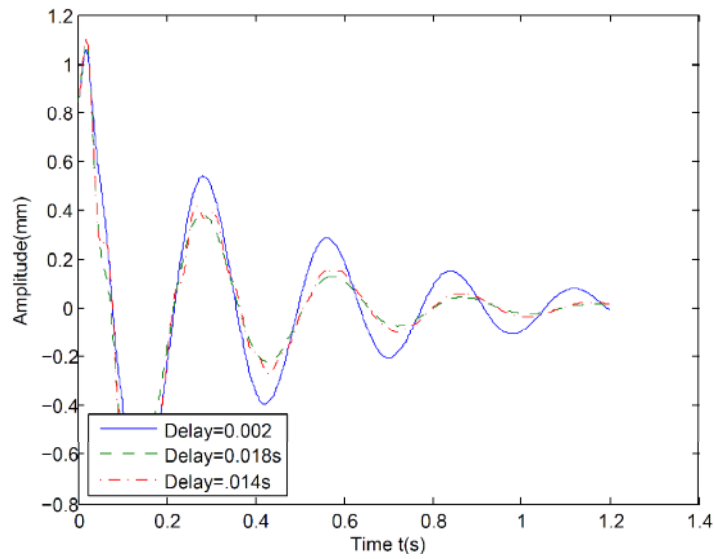
$$R = 3 \times 10^{-5}, Q = [1 \times 10^5 \ 0 \ 0 \ 0; 0 \ 100 \ 0 \ 0; 0 \ 0 \ 9 \times 10^4 \ 100; 0 \ 0 \ 0 \ 100]$$



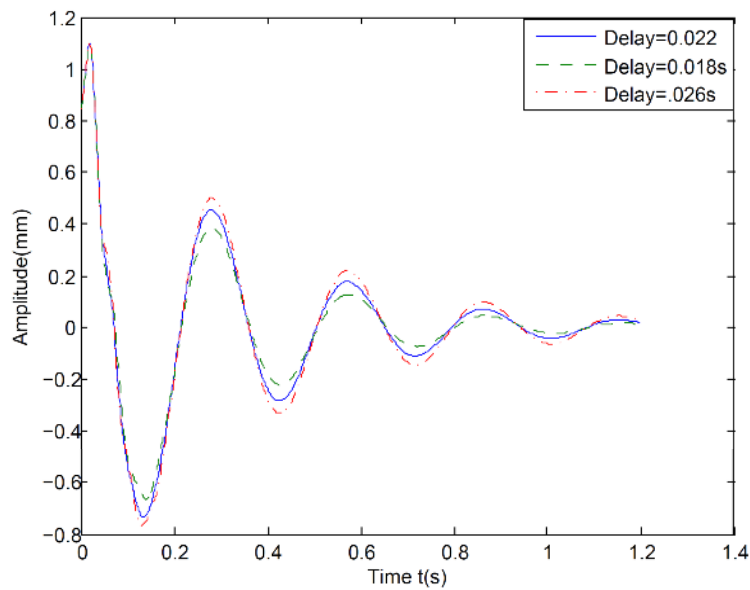
شکل ۶-۱۷: جابجایی انتهای تیر برای دو مد اول به ازای سه تاخیر زمانی

با توجه به شکل ۶-۱۷ و ۶-۱۸ دامنه پاسخ در حالت تاخیر ۰/۰۱۸s کمتر است.

با توجه به شکل ۶-۱۹ با افزایش تاخیر دامنه پاسخ افزایش میابد. بنابراین تاخیر بهینه دو مد اول برابر ۰/۰۱۸s بدست می آید. با توجه به نمودارها فرکانس دو مد اول تقریباً نزدیک فرکانس مد اول است و این بدین دلیل است که مد اول مد غالب است. هم چنین تاخیر بهینه دو مد عددی بین تاخیر بهینه مد اول و دوم بدست آمد.

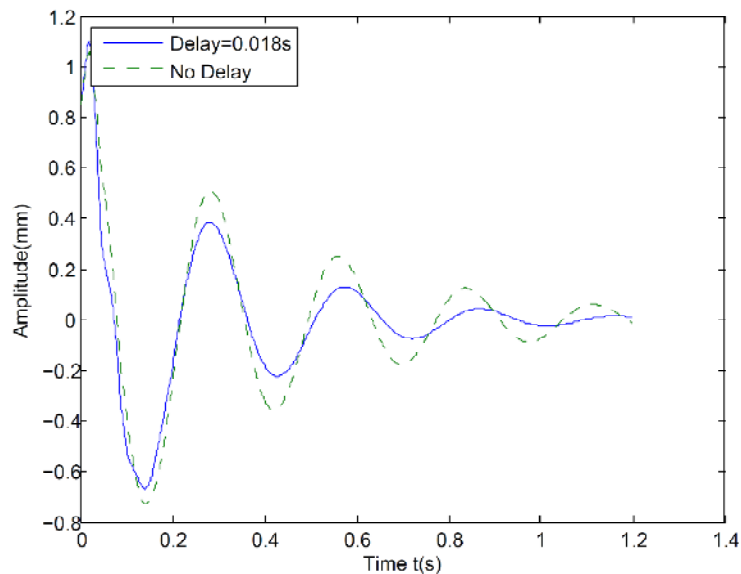


شکل ۶-۱۸: جابجایی انتهای تیر برای دو مد اول به ازای سه تاخیر زمانی

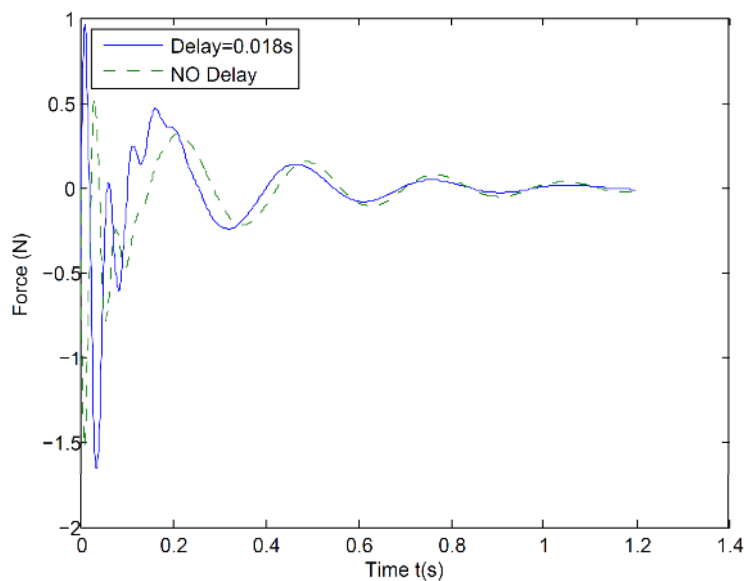


شکل ۶-۱۹: جابجایی انتهای تیر برای دو مد اول به ازای سه تاخیر زمانی

در شکل ۶-۲۰ نیز مقایسه ای بین پاسخ در حالت کنترل با تاخیر بهینه و بدون تاخیر صورت گرفته است همانند آنچه پیشتر گفته شد در صورتی که تاخیر بدرستی انتخاب شود سیستم را مطلوب تر از حالت کنترل بدون تاخیر زمانی کنترل می کند.



شکل ۶-۲۰: جابجایی انتهای تیر برای دو مد اول به ازای تاخیر زمانی بهینه و بدون تاخیر زمانی

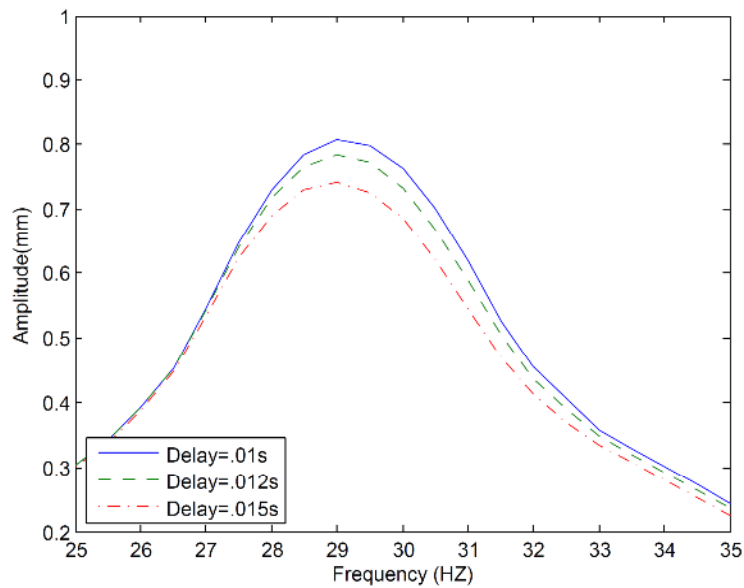


شکل ۶-۲۱: نیروی کنترل دو مد اول به ازای تاخیر زمانی بهینه و بدون تاخیر زمانی

در مرحله بعد پاسخ فرکانسی تیر را برای نیروی خارجی  $0.001\sin(\omega t)$  بدست می آوریم. که  $\omega$  فرکانس نیروی خارجی است. برای مد اول تیر ماتریس های کنترل بهینه بصورت  $R = 9 \times 10^{-5}$  در نظر گرفته شده اند. لازم به ذکر است که در غیاب کنترل با افزایش فرکانس تحریک دامنه پاسخ افزایش یافته و اگر میرایی صفر باشد در فرکانسی برابر فرکانس طبیعی

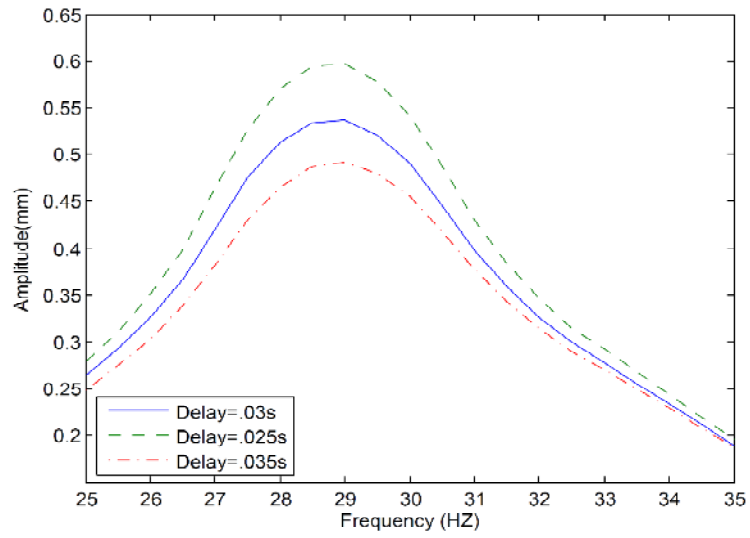
سیستم، دامنه بی نهایت خواهد شد (سیستم دچار رزونانس می شود). در حضور نیروی کنترل با افزایش فرکانس تحریک دامنه پاسخ افزایش میابد اما بینهایت نمی شود بلکه به ماکزیمم مقدار خود می رسد و از آنجاییکه نیروی کنترل بصورت فیدبک حالت در نظر گرفته شده است در فرکانسی نزدیک فرکانس طبیعی به ماکزیمم مقدار خود می رسد و نهایتاً دوباره با افزایش فرکانس دامنه پاسخ کاهش میابد.

در این مرحله نیز از تاخیر  $0.0025$  شروع کرده و در هر مرحله تاخیر را افزایش می دهیم. نمودار های پاسخ فرکانسی مد اول به ازای تاخیر زمانی های متفاوت در ادامه آمده است. با توجه به شکل های ۶-۲۲ تا ۶-۲۴ مشخص است با افزایش تاخیر پاسخ فرکانسی مطلوب تر می شود. دامنه پاسخ در تاخیر  $0.05$  به می نیمم مقدار خود رسیده و با افزایش تاخیر از آن به بعد دامنه پاسخ افزایش میابد. بنابراین تاخیر بهینه مد اول برابر  $0.05$  می باشد.

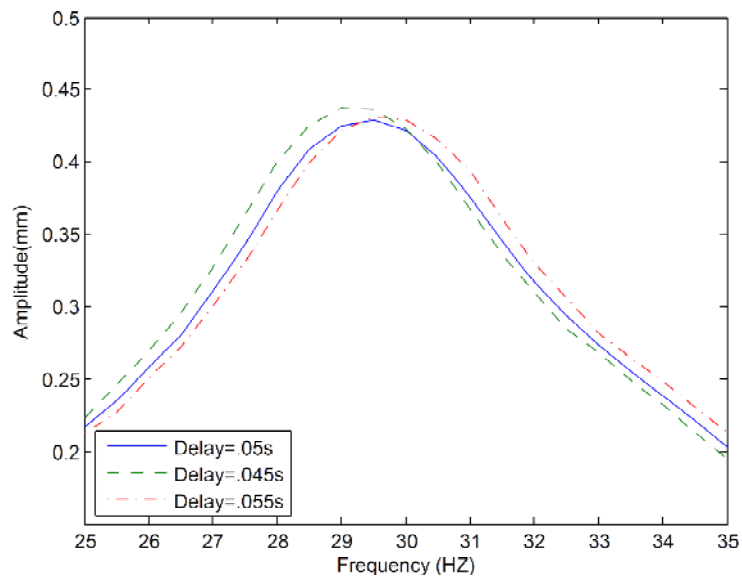


شکل ۶-۲۲: پاسخ فرکانسی مد اول به ازای سه تاخیر

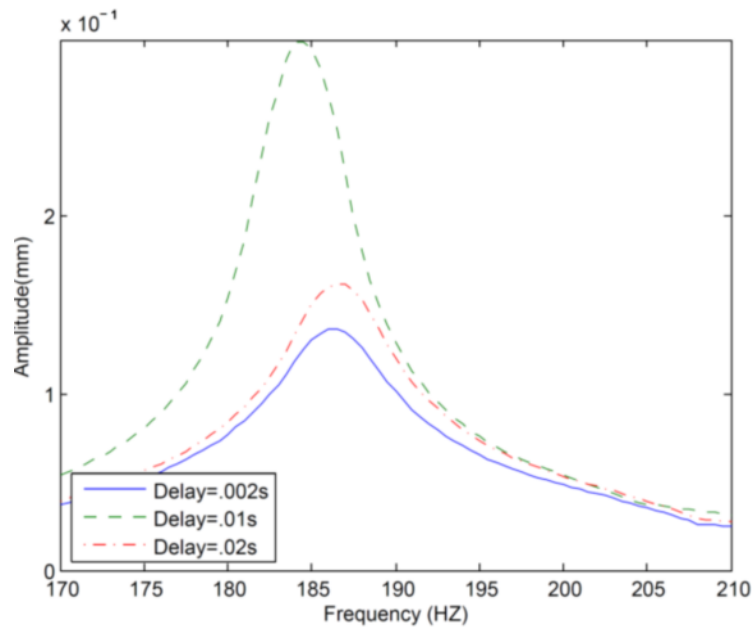
با روندی مشابه تاخیر بهینه مد دوم برابر  $0.0175$  بدست می آید.



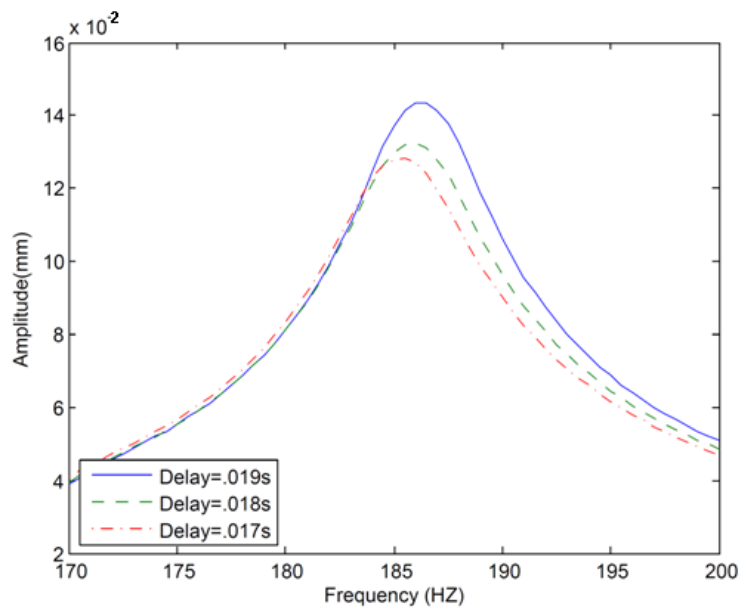
شکل ۶-۲۳: پاسخ فرکانسی مد اول به ازای سه تاخیر



شکل ۶-۲۴: پاسخ فرکانسی مد اول به ازای سه تاخیر



شکل ۶-۲۵: پاسخ فرکانسی مد دوم به ازای سه تاخیر

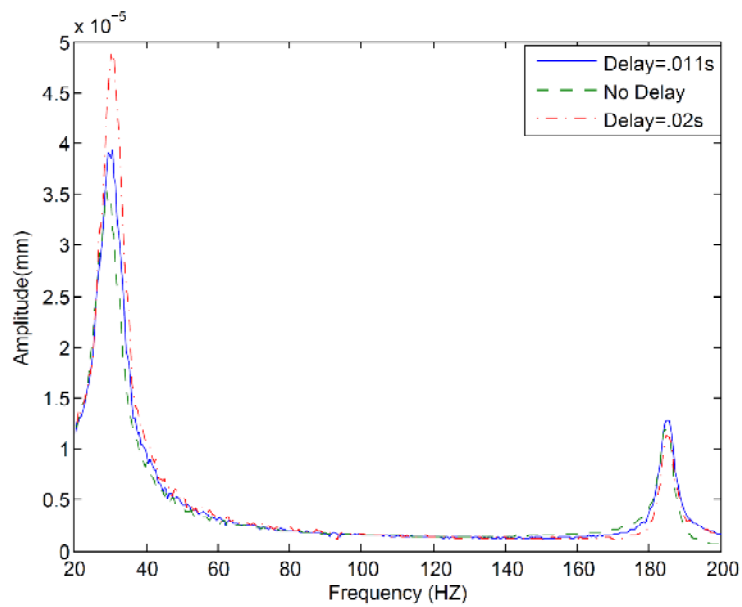


شکل ۶-۲۶: پاسخ فرکانسی مد دوم به ازای سه تاخیر

به منظور بدست آوردن پاسخ فرکانسی دو مد اول ماتریس های کنترل بهینه به شکل زیر در نظر گرفته شده اند:



در اینحالت نمودار دو ماکزیمم دارد یکی بخاطر فرکانس اول و دیگری بخاطر فرکانس دوم. از آنجایی که دامنه مد دوم نسبت به مد اول کمتر است ماکزیمم دوم نسبت به اول مقدار کمتری دارد. نمودار مورد نظر به ازای سه تاخیر زمانی در شکل ۶-۲۷ نشان داده شده است.



شکل ۶-۲۶: پاسخ فرکانسی دو مد اول به ازای سه تاخیر

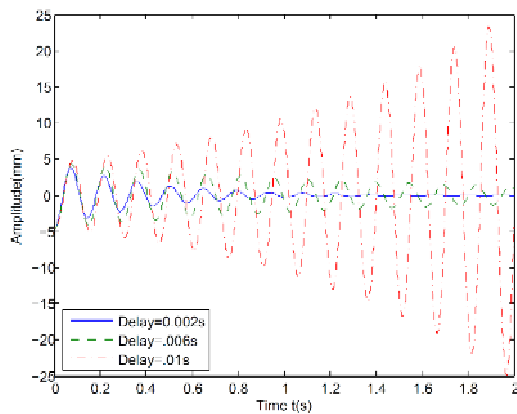
## ۲-۶ تیر تیموشنکو

در ابتدا به منظور تعیین فرکانس های تیر با توجه به داده های جدول ۱-۶ به حل معادلات ۵-۲۵ تا ۲۸-۵ می پردازیم. دو فرکانس اول بربرند با:  $29.53167996\text{Hz}$  و  $185.0703125\text{Hz}$

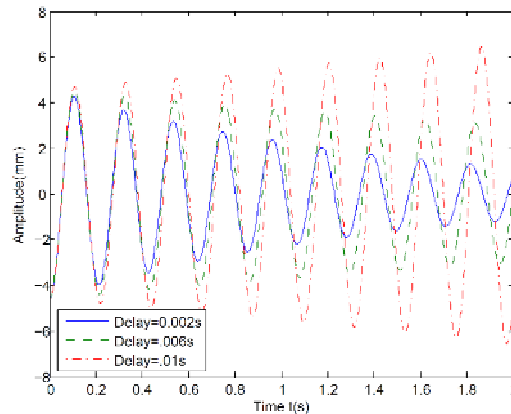
به منظور بدست آوردن تاخیر زمانی بهینه تیر یک سرگیردار تیموشنکو همراه با پیزوالکتریک با مشخصات ارائه شده در جدول ۱-۶ در نظر گرفته شده است با این تفاوت که ضریب تصحیح برش تیر  $k \approx \frac{5}{6}$ ، مدول برشی تیر  $G = \frac{E}{2.6}$  و میرایی تیر صفر در نظر گرفته شده است. به منظور بدست آوردن تاخیر زمانی بهینه برای مد اول و دوم ماتریس های کنترل بهینه به صورت زیر در نظر گرفته شده اند در طول کل محاسبات مقدار  $\bar{T} = 0.01\text{s}$  در نظر گرفته شده است.

$$R = 2 \times 10^{-4}, Q = \begin{bmatrix} 17 \times 10^5 & 100010 \\ 0 & 700 \end{bmatrix}$$

پاسخ مد اول در دو حالت با طول پیزوالکتریک ۸ cm و ۱۶ cm در حالتی که یک سر پیزوالکتریک در انتهای گیر دار تیر قرار داده است بدست آمده است.



ب

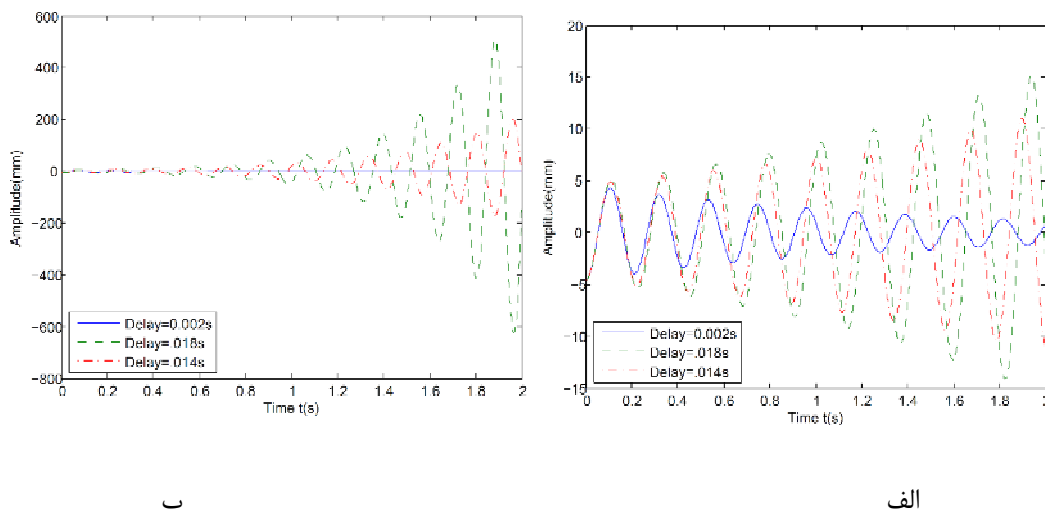


الف

شکل ۲۸-۶: جابجایی انتهای تیر برای مد اول به ازای سه تاخیر زمانی (الف: طول پیزوالکتریک ۸cm ب: طول

پیزوالکتریک ۱۶cm)

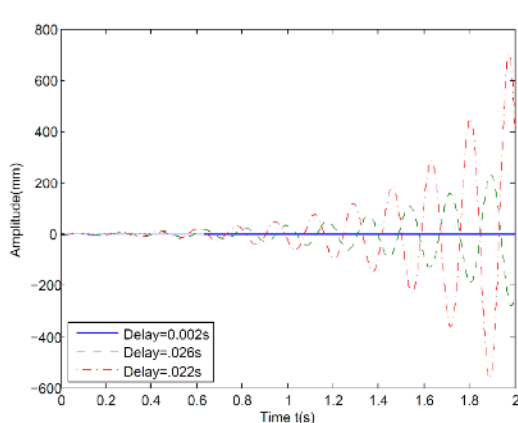
با توجه به شکل ۶-۲۸ در حالت الف و ب تیر در ابتدا پایدار است اما با افزایش تاخیر به میزان  $0/01s$  ناپایدار شده و دامنه پاسخ افزایش میابد اما دامنه ناپایداری در حالت الف بسیار کمتر از حالت ب است شاید بتوان گفت بخاطر افزایش طول پیزوالکتریک نیروی کنترل تولید شده نیز افزایش یافته و دامنه را بیشتر از حالت الف افزایش داده است.



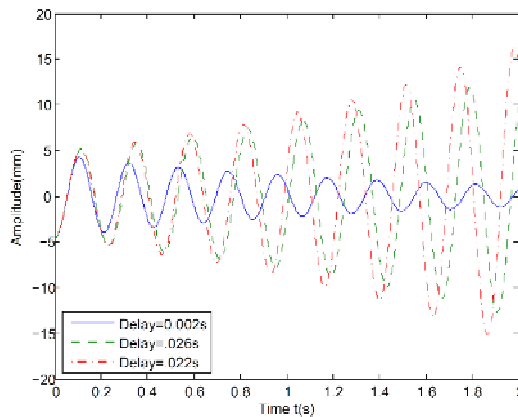
شکل ۶-۲۹: جابجایی انتهای تیر برای مد اول به ازای سه تاخیر زمانی (الف: طول پیزوالکتریک ۸cm ب: طول پیزوالکتریک ۱۶cm)

با توجه به شکل ۶-۲۹ با افزایش تاخیر در هر دو حالت تیر ناپایدار بوده و دامنه ناپایداری افزایش میابد اما هم چنان دامنه ناپایداری در حالت ب بیشتر است.

با توجه به شکل ۶-۳۰ با افزایش تاخیر تا مقدار  $0/026s$  تیر ناپایدار است اما در هر دو حالت دامنه پاسخ نسبت به تاخیر  $0/022s$  کمتر شده است. بنابراین از این تاخیر به بعد با افزایش تاخیر از ناپایداری کاسته می شود با توجه به شکل دامنه پاسخ در شرایط پایدار در حالت ب کمتر از الف است و این بدلیل افزایش طول پیزوالکتریک و هم چنین نیروی کنترل است.



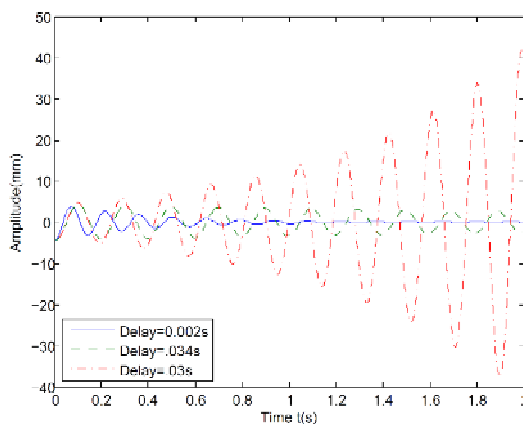
ب



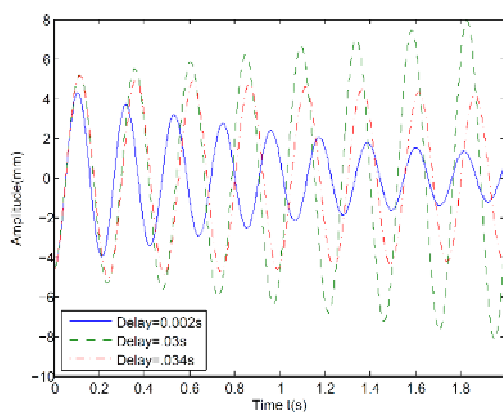
الف

شکل ۳۰-۶: جابجایی انتهای تیر برای مد اول به ازای سه تاخیر زمانی (الف: طول پیزوالکتریک ۸cm ب: طول

پیزوالکتریک ۱۶cm)



ب

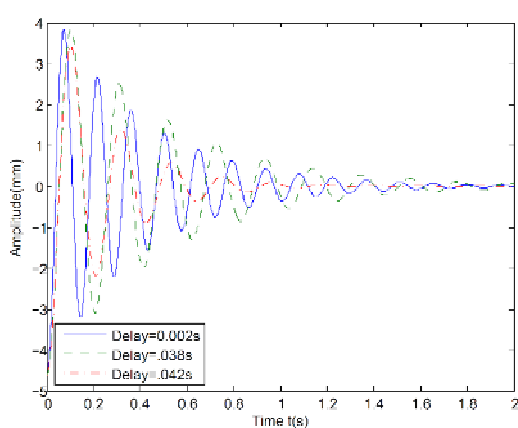


الف

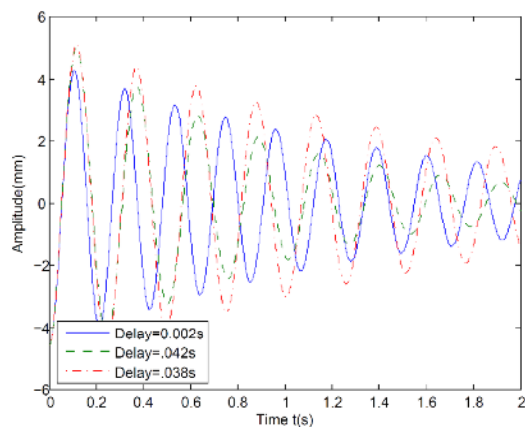
شکل ۳۱-۶: جابجایی انتهای تیر برای مد اول به ازای سه تاخیر زمانی (الف: طول پیزوالکتریک ۸cm ب: طول

پیزوالکتریک ۱۶cm)

با توجه به شکل ۳۱-۶ در حالت الف و ب از تاخیر  $0.034s$  به بعد تیر پایدار شده و با افزایش تاخیر دامنه پاسخ کاهش میابد در ناحیه پایداری دامنه ارتعاشات در حالت دوم کمتر است.



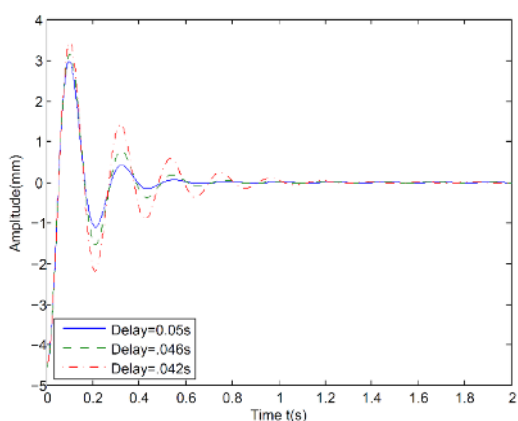
ب



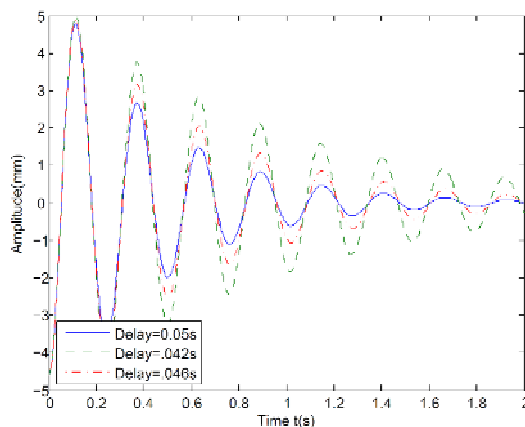
الف

شکل ۶-۳۲: جابجایی انتهای تیر برای مد اول به ازای سه تاخیر زمانی (الف: طول پیزوالکتریک ۸cm ب: طول

پیزوالکتریک ۱۶cm)



ب

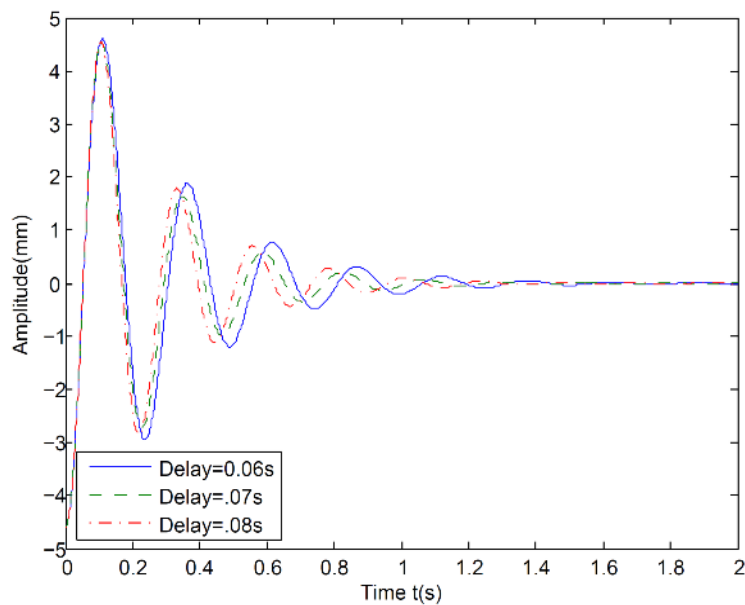


الف

شکل ۶-۳۳: جابجایی انتهای تیر برای مد اول به ازای سه تاخیر زمانی (الف: طول پیزوالکتریک ۸cm ب: طول

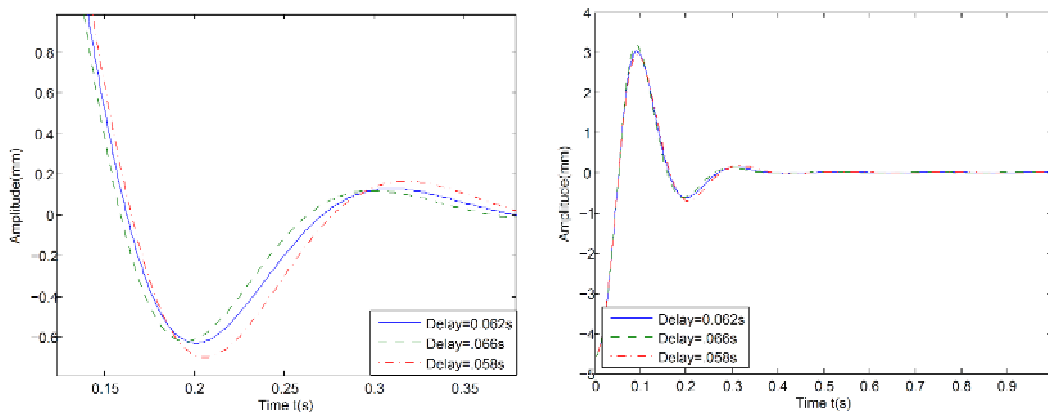
پیزوالکتریک ۱۶cm)

با توجه به شکل ۶-۳۳ با افزایش تاخیر پاسخ تیر مطلوب تر شده و ارتعاشات تیر در حالت ب سریعتر میرا می شود. در نهایت در حالت الف تاخیر بهینه برابر  $0.07s$  و در حالت ب برابر  $0.062s$  بدست می آید. علت کمتر شدن تاخیر بهینه حالت دوم نسبت به حالت اول را می توان افزایش نیروی کنترل در حالت ب گفت.

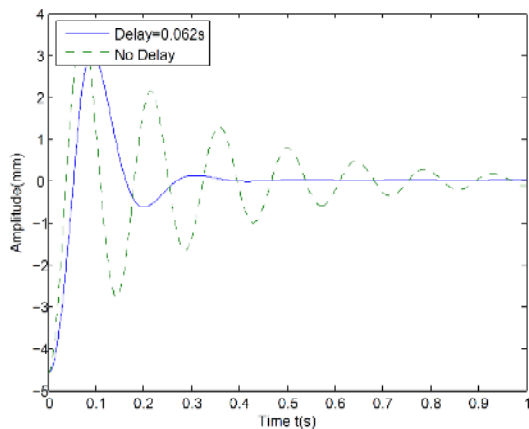


شکل ۳۴-۶: جابجایی انتهای تیر برای مد اول به ازای سه تاخیر زمانی طول پیزوالکتریک ۸cm

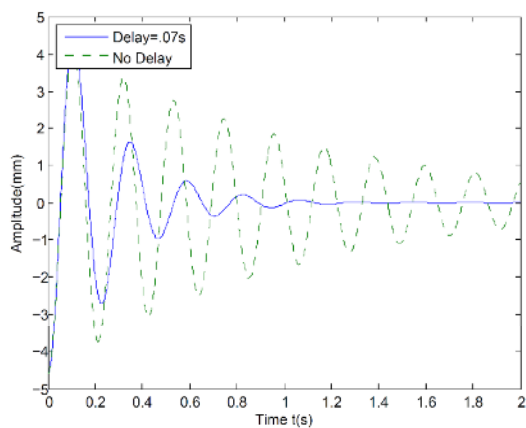
با توجه به شکل ۳۴-۶ تاخیر بهینه برای هنگامیکه طول پیزوالکتریک ۸cm است برابر  $0.07s$  بدست می آید. با توجه به شکل با افزایش تاخیر تا این مقدار دامنه کاهش پیدا کرده اما بعد از آن افزایش میابد. و هم چنین با توجه به شکل ۳۵-۶ در حالت دوم که طول پیزوالکتریک ۱۶cm است تا تاخیر  $0.062s$  دامنه کاهش و از آن به بعد افزایش میابد.



شکل ۳۵-۶: جابجایی انتهای تیر برای مد اول به ازای سه تاخیر زمانی طول پیزوالکتریک ۱۶cm



ب

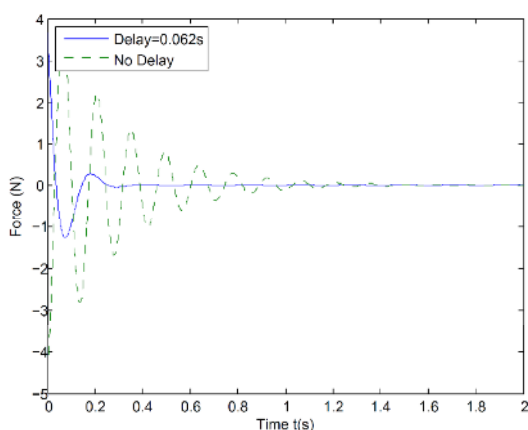


الف

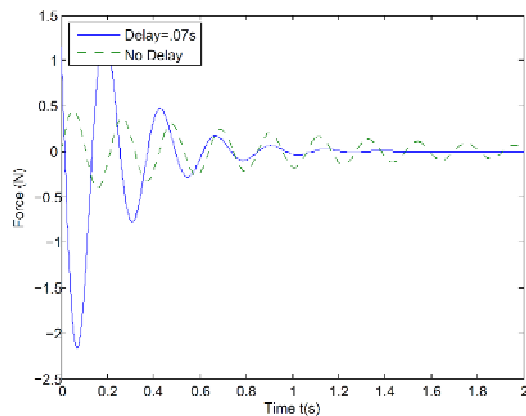
شکل ۶-۳۶: جابجایی انتهای تیر برای مد اول در حالت کنترل بهینه بدون تاخیر و کنترل همراه با تاخیر زمانی بهینه

(الف: طول پیزوالکتریک ۸cm ب: طول پیزوالکتریک ۱۶cm)

در شکل ۶-۳۶ نیز مقایسه ای بین کنترل بدون تاخیر و کنترل همراه با تاخیر زمانی انجام شده است. بنابراین می توان گفت در صورتیکه تاخیر و ماتریس های کنترل بدرستی انتخاب شوند کنترل همراه با تاخیر زمانی مطلوبتر از کنترل بدون تاخیر زمانی است. هم چنین در حالت بدون تاخیر زمانی و با تاخیر بهینه هنگامیکه طول پیزوالکتریک افزایش یافته پاسخ تیر مطلوبتر از حالت الف است.



ب



الف

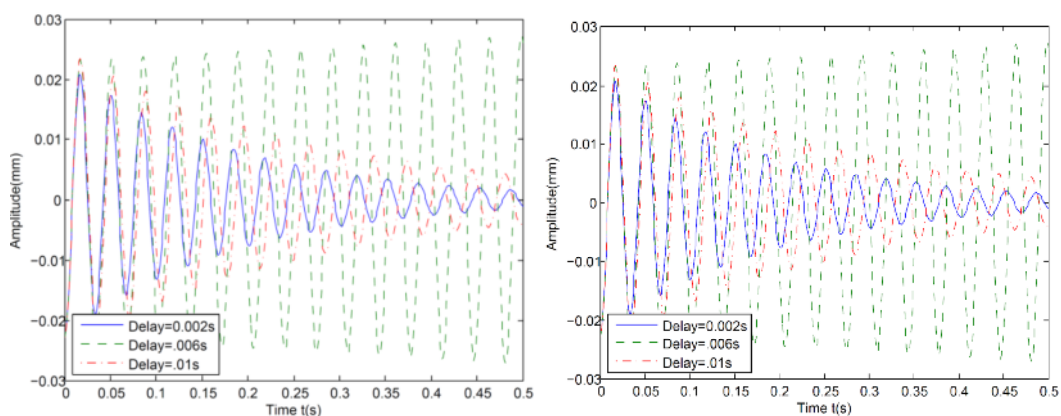
شکل ۶-۳۷: جابجایی انتهای تیر برای مد اول به ازای سه تاخیر زمانی (الف: طول پیزوالکتریک ۸cm ب: طول

پیزوالکتریک ۱۶cm)

در شکل ۶-۳۷ نیز نیروی کنترل در حالت کنترل با تاخیر زمانی بهینه و کنترل بدون تاخیر زمانی نشان داده شده است. در حالتی که تاخیر زمانی نداریم نیروی کنترل در حالت ب بیشتر شده است اما برای هنگامیکه تاخیر زمانی بهینه استفاده می شود نیروی کنترل در حالت الف بیشتر است. با وجود کمتر بودن نیروی کنترل در حالت ب از آنجاییکه دامنه ارتعاشات در ناحیه پایدار در حالت ب کمتر است در تاخیر بهینه نیز دامنه کمتر از دامنه پاسخ در تاخیر بهینه حالت الف شده است.

به منظور بدست آوردن تاخیر بهینه مد دوم ماتریس های کنترل و ورودی همانند مد اول در نظر گرفته شده اند. کنترل ارتعاشات مد دوم نیز در دو حالت با طول تیر ۳۵cm و ۷۰cm بررسی شده است.

در هر دو حالت با افزایش تاخیر از مقدار ۰/۰۰۲s به ۰/۰۰۶s تیر ناپایدار شده و با افزایش تاخیر به میزان ۰/۰۱s دو باره پایدار شده و با توجه به شکل های بعد با افزایش تاخیر میزان پایداری آن افزایش میابد اختلاف دامنه در این حالت نسبت به مد دوم تیر اوپلر برنولی کمتر است بنابراین می توان گفت دو برابر کردن طول تیر در تیر اوپلر برنولی موثرتر از تیر تیموشنکو است.

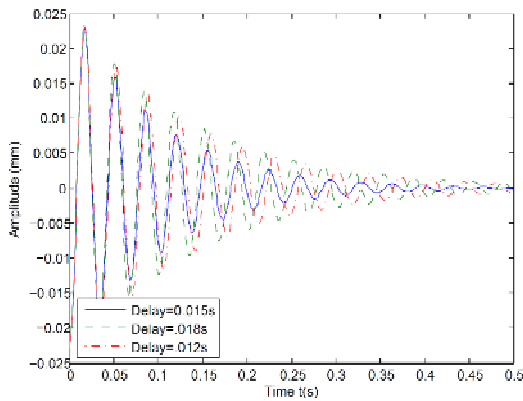


ب

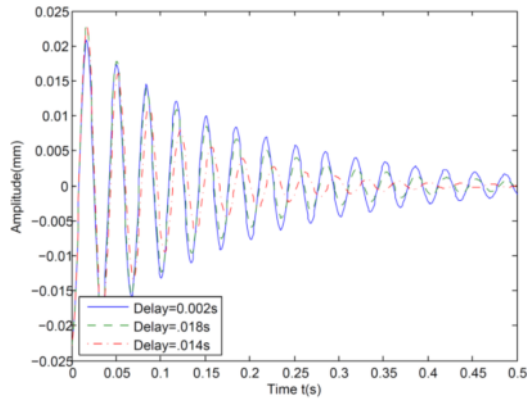
الف

شکل ۶-۳۸: جابجایی انتهای تیر برای مد دوم به ازای سه تاخیر زمانی (الف: طول تیر ۳۵cm: ب: طول تیر ۷۰cm)





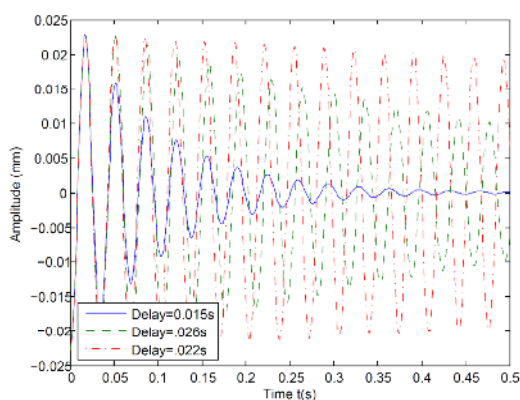
ب



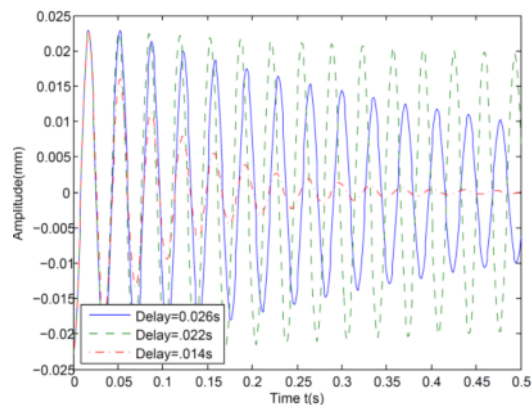
الف

شکل ۶-۳۹: جابجایی انتهای تیر برای مد دوم به ازای سه تاخیر زمانی (الف: طول تیر ۳۵cm ب: طول تیر ۷۰cm)

با توجه به شکل ۶-۳۹ در حالت اول با افزایش تاخیر، در تاخیر ۰/۰۱۴s و در حالت دوم در تاخیر ۰/۰۱۵s کمترین دامنه را داریم، اما هم چنان اختلاف دامنه ها در دو حالت کم است. با افزایش تاخیر دامنه ها افزایش پیدا می کنند و از تاخیر ۰/۰۲۲s به بعد با افزایش تاخیر دامنه ها کاهش میابد اما با توجه به شکل های ۶-۴۰ و ۶-۴۱ هم چنان دامنه در حالت تاخیر ۰/۰۱۴s (حالت اول) و ۰/۰۱۵s حالت دوم کمتر است بنابراین تاخیر های بهینه در دو حالت برابر این مقادیر می باشند. تاخیر های بهینه تفاوت زیادی ندارند.

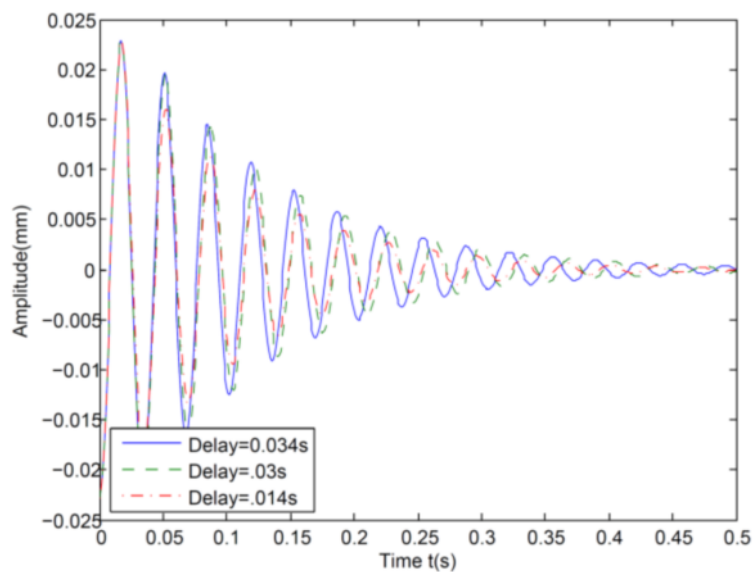


ب

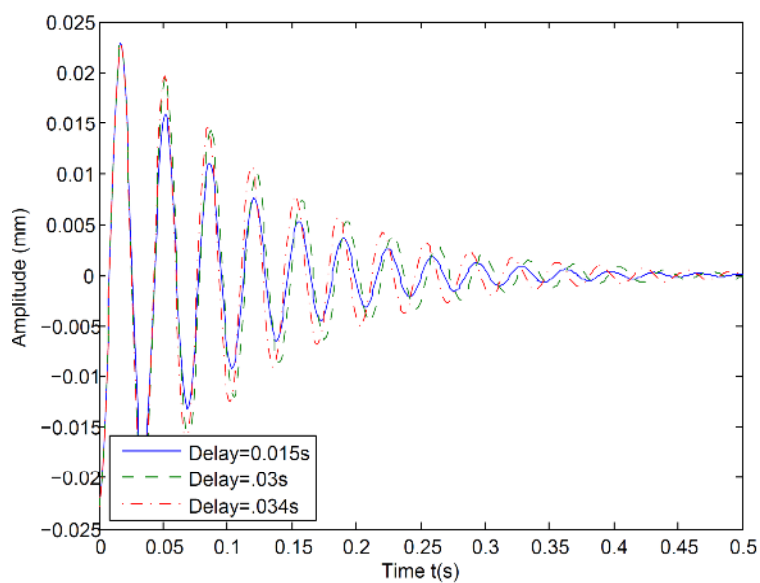


الف

شکل ۶-۴۰: جابجایی انتهای تیر برای مد دوم به ازای سه تاخیر زمانی (الف: طول تیر ۳۵cm ب: طول تیر ۷۰cm)



الف

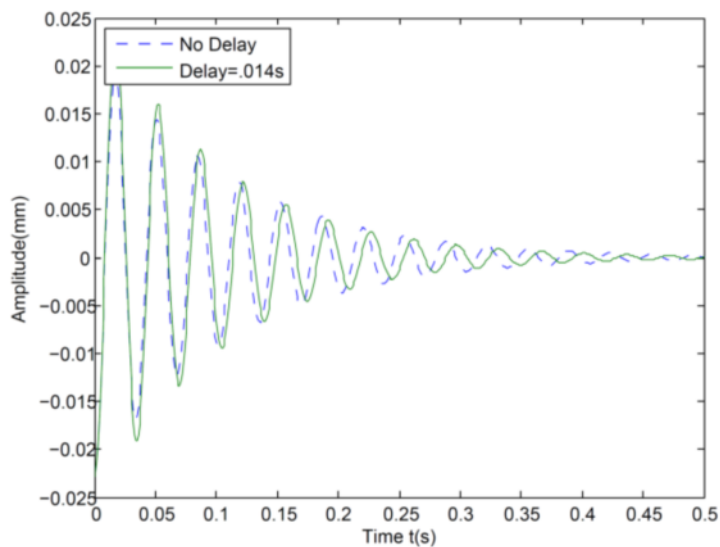


ب

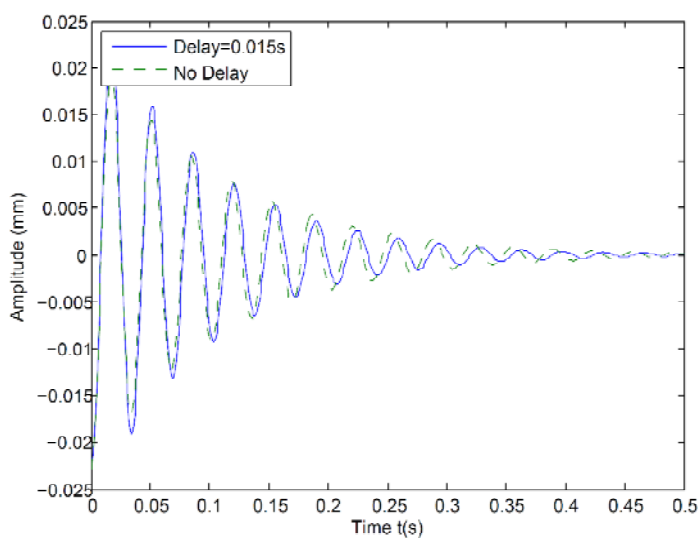
شکل ۶-۴۱: جابجایی انتهای تیر برای مد دوم به ازای سه تاخیر زمانی (الف: طول تیر ۳۵cm ب: طول تیر ۷۰cm)

در شکل ۶-۴۲ مقایسه ای بین پاسخ ها در حالت کنترل بدون تاخیر و همراه با تاخیر بهینه صورت گرفته است. همان گونه که از شکل پیداست پاسخ در حالت کنترل همراه با تاخیر بهینه مطلوبتر

است.



الف

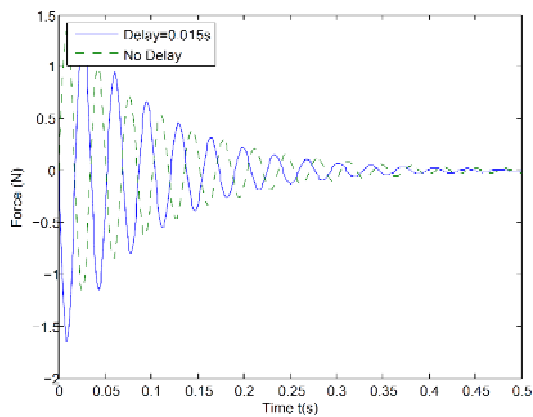


ب

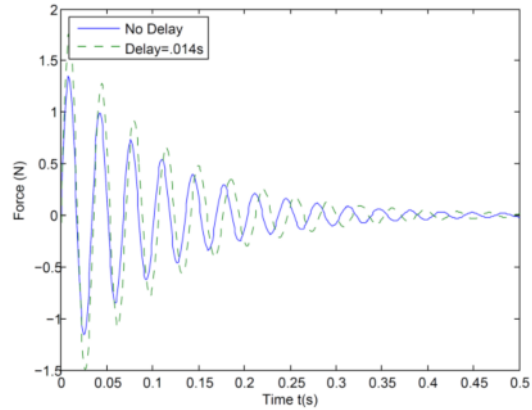
شکل ۶-۴۲: جابجایی انتهای تیر برای مد دوم در حالت کنترل بهینه بدون تاخیر زمانی و کنترل همراه با تاخیر زمانی

بهینه (الف: طول تیر ۳۵cm ب: طول تیر ۷۰cm)

در شکل ۶-۴۳ نیز نیروی کنترل مورد نیاز برای تاخیر بهینه و در حالت بدون تاخیر نشان داده شده است.



ب



الف

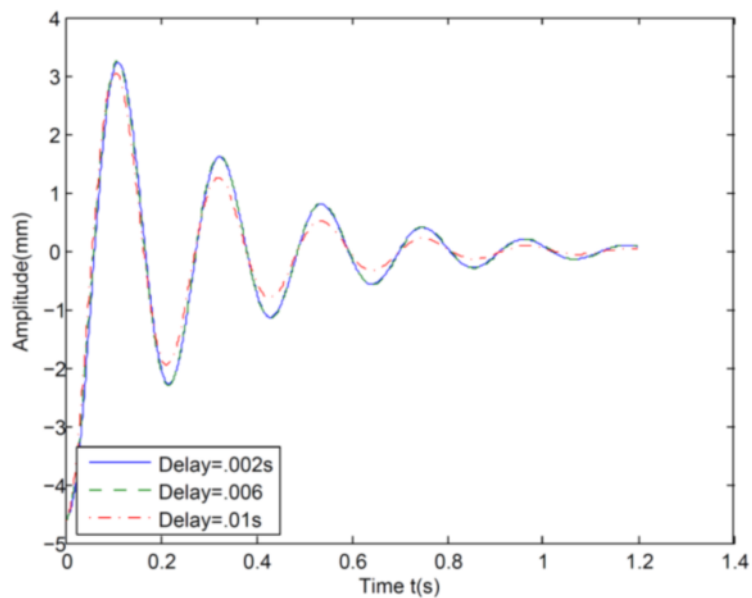
شکل ۶-۴۳: نیروی کنترل مد دوم در حالت کنترل بهینه بدون تاخیر زمانی و کنترل همراه با تاخیر زمانی بهینه (الف):

طول تیر ۳۵cm ب: طول تیر ۷۰cm

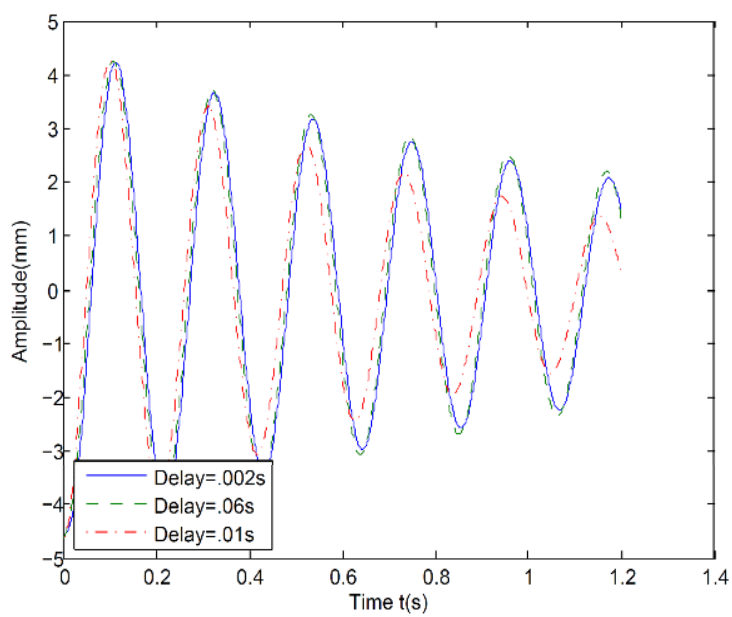
همانند قسمت قبل پاسخ ضربه دو مد اول را در تاخیر زمانی های متفاوت بدست می آوریم این بار نیز با تغییر ماتریس های کنترل بهینه دو حالت را بررسی می کنیم. ماتریس های کنترلر حالت الف و ب به ترتیب از قرار زیراند:

$$\text{حالت الف: } R = 3 \times 10^{-5}, Q = \text{diag}[4 \times 10^5 \quad 400 \quad 4 \times 10^6 \quad 500]$$

$$\text{حالت ب: } R = 3 \times 10^{-5}, Q = [1 \ 100 \ 0 \ 0; 0 \ 100 \ 1000 \ 0; 0 \ 100 \ 1 \ 0; 0 \ 0 \ 0 \ 1000]$$



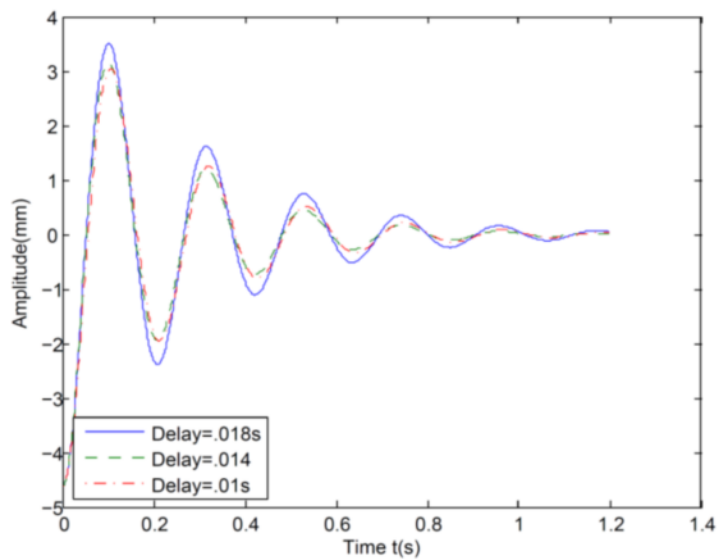
الف



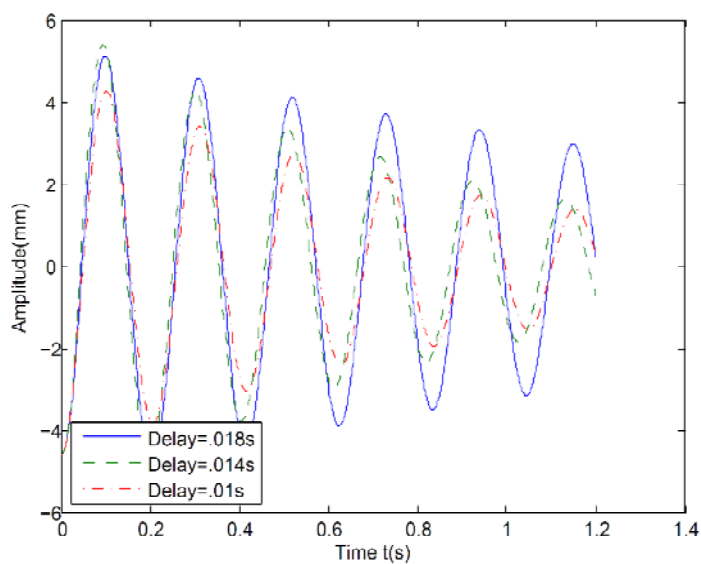
ب

شکل ۶-۴۴: جابجایی انتهای تیر برای دو مد اول به ازای سه تاخیر زمانی (در حالت های الف و ب ماتریس های کنترل تغییر داده شده اند)

با توجه به شکل ۴۴-۶ در حالت اول با افزایش تاخیر دامنه کاهش میابد. اما در حالت دوم با افزایش تاخیر از  $0.002s$  به  $0.006s$  دامنه افزایش و بعد از آن کاهش میابد، هم چنین پاسخ در حالت اول مطلوبتر است.



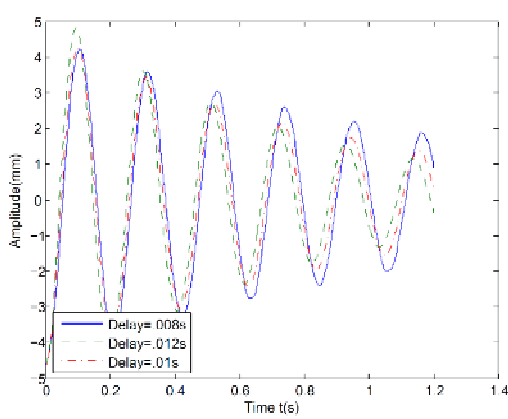
الف



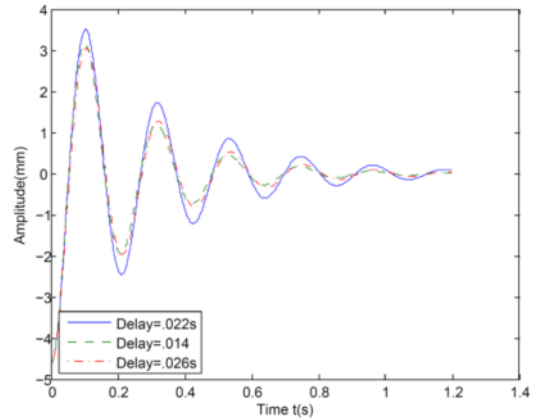
ب

شکل ۴۵-۶: جابجایی انتهای تیر برای دو مد اول به ازای سه تاخیر زمانی (در حالت های الف و ب ماتریس های کنترل تغییر داده شده اند)

همان گونه که در شکل ۶-۴۵ مشاهده می شود با افزایش تاخیر در حالت اول دامنه در  $0.014s$  کمتر می باشد و در حالت دوم هم چنان با افزایش تاخیر دامنه کاهش میابد.



ب

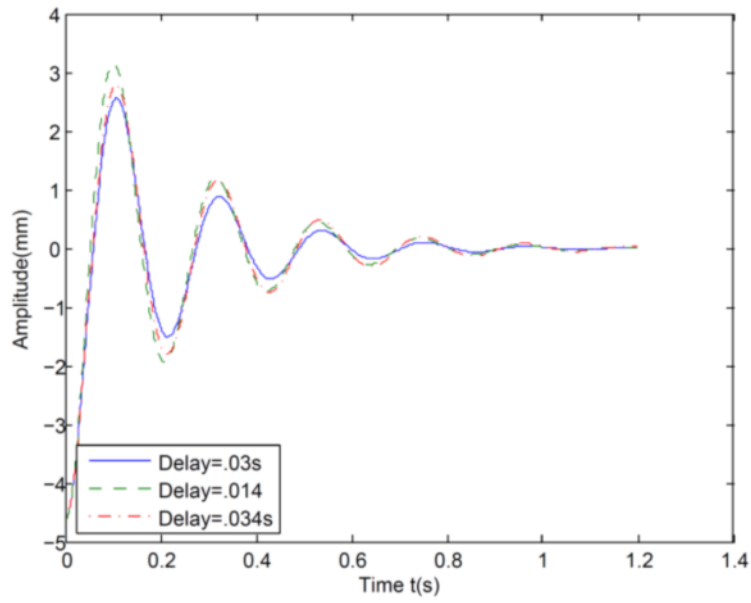


الف

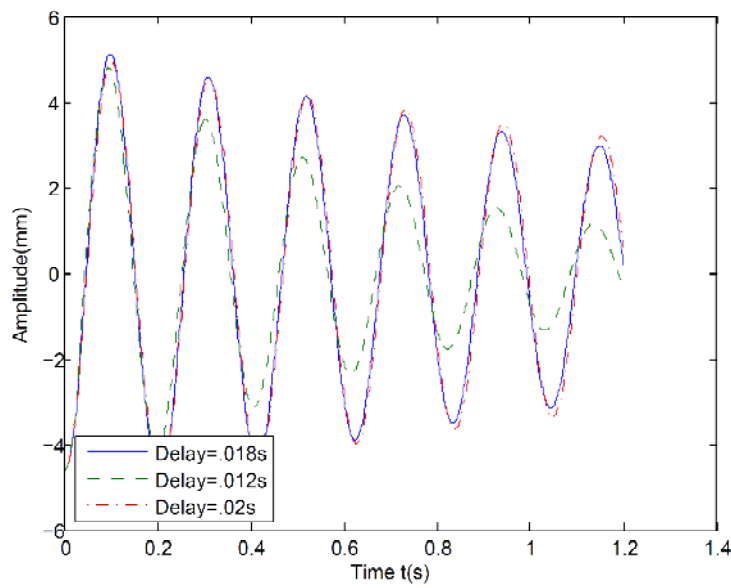
شکل ۶-۴۶: جابجایی انتهای تیر برای دو مد اول به ازای سه تاخیر زمانی (در حالت های الف و ب ماتریس های کنترل تغییر داده شده اند)

با توجه به شکل ۶-۴۶ هم چنان در حالت اول تاخیر  $0.014s$  بهینه است اما در حالت دوم با افزایش تاخیر تا مقدار  $0.012s$  دامنه کاهش و بعد از آن افزایش میابد. اما در حالت الف با افزایش از مقدار  $0.028s$  دامنه کاهش یافته و همان گونه که در شکل ۶-۴۷ نشان داده شده است در حالت الف تاخیر بهینه برابر  $0.03s$  و در حالت ب نیز برابر  $0.012s$  بدست می آید.

در شکل ۶-۴۸ نیز مقایسه ای بین کنترل با تاخیر بهینه و کنترل بدون تاخیر انجام گرفته است در هر دو حالت پاسخ با تاخیر بهینه مطلوبتر است اما حالت دوم نسبت به حالت اول در کنترل بهینه بدون تاخیر و کنترل همراه با تاخیر زمانی بهینه عملکردی ضعیف تر از خود نشان می دهد.



الف

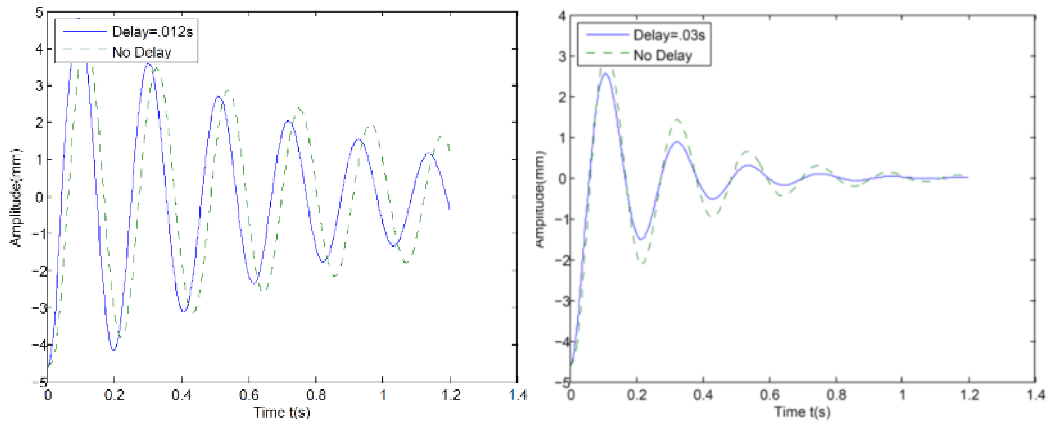


ب

شکل ۶-۴۷: جابجایی انتهای تیر برای دو مد اول به ازای سه تاخیر زمانی (در حالت های الف و ب ماتریس های کنترل

تغییر داده شده اند)





ب

الف

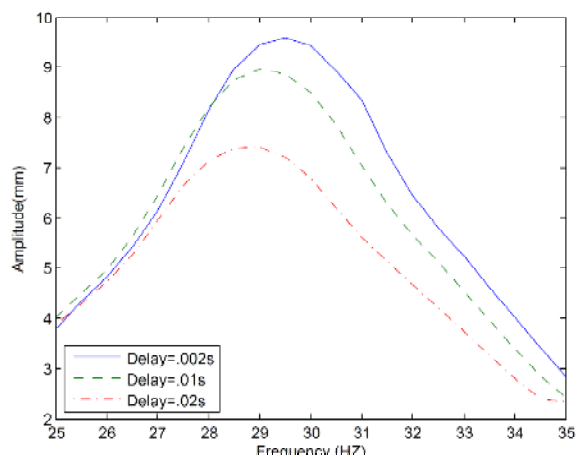
شکل ۶-۴۸: جابجایی انتهای تیر برای دو مد اول در حالت کنترل بهینه بدون تاخیر زمانی و کنترل همراه با تاخیر

زمانی بهینه (در حالت های الف و ب ماتریس های کنترل تغییر داده شده اند)

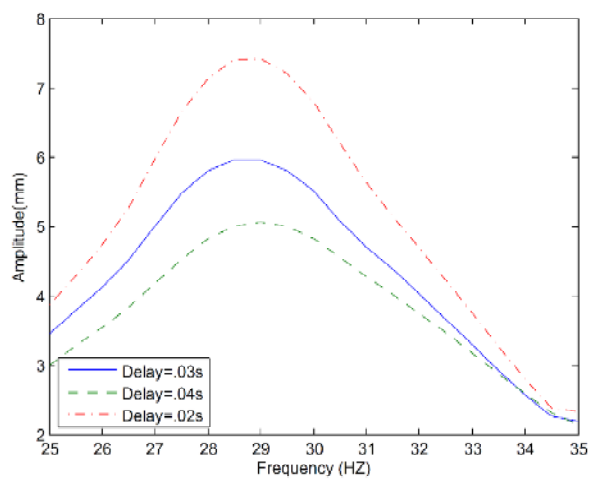
پاسخ فرکانسی تیر را برای نیروی خارجی  $0.001 \sin(\omega t)$  بدست می آوریم. که همانند آنچه که در مورد تیر اویلر برنولی دیدیم  $\omega$  فرکانس نیروی خارجی است. برای مد اول تیر ماتریس های کنترل

$$\text{بهینه بصورت } R = 9 \times 10^{-5} \quad Q = \begin{bmatrix} 19 \times 10^4 & 0 \\ 0 & 35 \end{bmatrix} \text{ در نظر گرفته شده اند.}$$

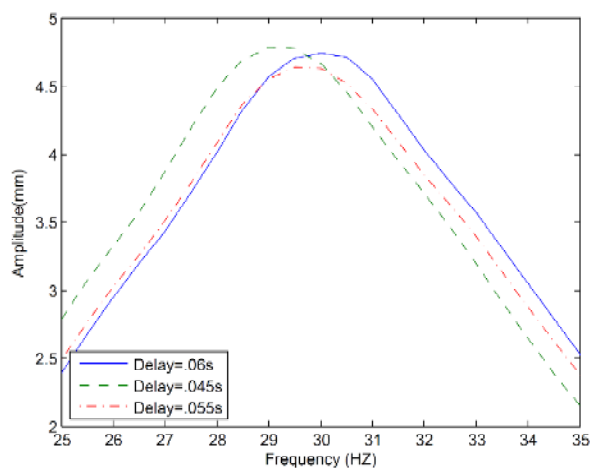
در این مرحله نیز از تاخیر  $0.002s$  شروع کرده و در هر مرحله تاخیر را افزایش می دهیم. نمودار های پاسخ فرکانسی مد اول به ازای تاخیر زمانی های متفاوت در ادامه آمده است. همانند آنچه در مورد تیر اویلر برنولی مشاهده شد با افزایش تاخیر دامنه پاسخ فرکانسی کاهش یافته و در تاخیر  $0.055s$  به کمترین مقدار خود رسیده و با افزایش تاخیر از این مقدار به بعد دوباره افزایش میابد. بنابراین پاسخ فرکانسی مد اول  $0.055s$  است.



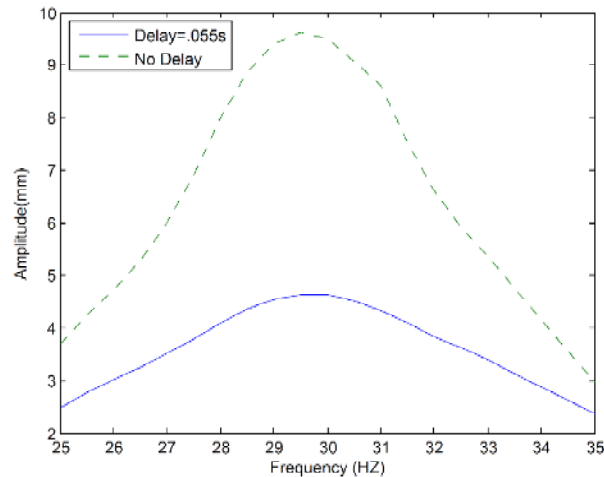
شکل ۶-۴۹: پاسخ فرکانسی مد اول به ازای سه تاخیر



شکل ۶-۵۰: پاسخ فرکانسی مد اول به ازای سه تاخیر



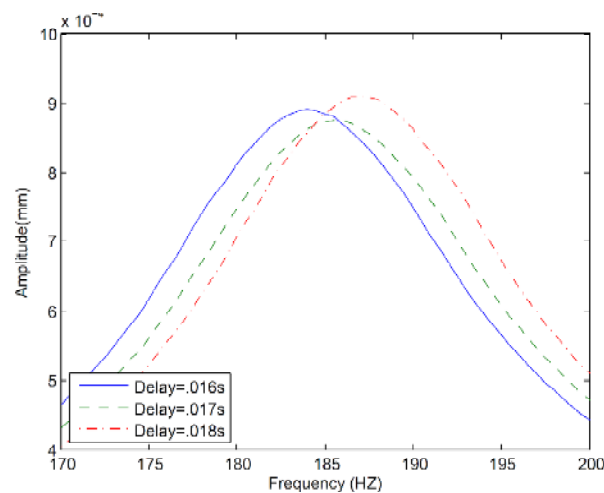
شکل ۶-۵۱: پاسخ فرکانسی مد اول به ازای سه تاخیر



شکل ۵۲-۶: پاسخ فرکانسی مد اول در حالت کنترل بهینه بدون تاخیر زمانی و همراه با تاخیر زمانی بهینه

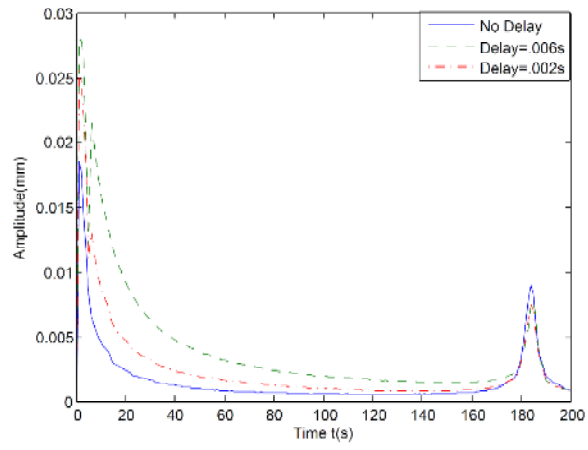
در شکل ۵۲-۶ پاسخ فرکانسی در حالت کنترل بهینه بدون تاخیر زمانی و کنترل همراه با تاخیر بهینه نشان داده شده است. با توجه به شکل پاسخ فرکانسی در حالت همراه با تاخیر زمانی دامنه کمتری دارد و مطلوبتر است.

به منظور تعیین تاخیر بهینه مد دوم ماتریس های کنترل همانند مد اول در نظر گرفته شده اند. با توجه به نتایج بدست آمده در اینحالت نیز با افزایش تاخیر تا میزان  $0.17s$  دامنه پاسخ کاهش پیدا کرده و از آن به بعد دامنه افزایش پیدا کرده است بنابراین تاخیر بهینه مد دوم برابر  $0.17s$  بدست آمده است.



شکل ۵۳-۶: پاسخ فرکانسی مد دوم به ازای سه تاخیر

پاسخ فرکانسی دو مد اول در شکل ۵۴-۶ نشان داده شده است.



شکل ۶-۵۴: پاسخ فرکانسی دو مد اول به ازای سه تاخیر

# نتیجه گیری و پیشنهاد برای مطالعات آینده

## ۱-۷ نتیجه گیری

هدف اصلی این پایان نامه کنترل ارتعاشات تیر یکسرگیر دار تیموشنکو بود. روش کنترلی پیشنهاد شده بر پایه استفاده از فیدبک حالت تاخیری و اعمال کنترل بهینه استوار بود. در ابتدا روش کنترلی مذکور بر روی تیر اویلر برنولی اعمال شد و تاخیر بهینه برای دو مد اول در پاسخ به ورودی ضربه و سینوسی بدست آورده شد. سپس روش مذکور بر روی تیر تیموشنکو اعمال شد. با توجه به نتایج و نمودار بدست آمده در فصل ششم می توان گفت در شرایط یکسان تاخیر بهینه مدهای بالاتر کمتر است. به عنوان نمونه در اینحالت تاخیر بهینه مد اول همواره از تاخیر بهینه مد دوم بیشتر بود. هم چنین اگر با پارامترهای انتخاب شده برای مد اول و دوم، در حالتیکه دو مد اول با هم در نظر گرفته شوند سیستم پایدار باشد تاخیر بهینه عددی بین تاخیر بهینه مد اول و دوم بدست می آید. به علاوه با تغییر هر از پارامترهای کنترل تاخیر بهینه تغییر می کند. در مورد مد اول تیر اویلر برنولی مشاهده شد که با دو برابر کردن طول پیزوالکتریک، نیروی کنترل افزایش یافته و تاخیر بهینه کمتر شد. هم چنین در تاخیرهای بهینه دو حالت، حالت دوم با اینکه تاخیر کمتر است دامنه بیشتر کاهش یافته و حتی در حالت کنترل بهینه بدون تاخیر نیز دامنه پاسخ در حالت دوم کمتر از حالت اول است. در تیر تیموشنکو نیز با دو برابر شدن طول پیزوالکتریک تاخیر بهینه کاهش یافت و این کاهش بیشتر از آنچه در مورد تیر اویلر برنولی دیده شد بود هم چنین دامنه پاسخ در حالت تاخیر بهینه حالت دوم تیر تیموشنکو کمتر از دامنه در حالت تاخیر بهینه حالت دوم تیر اویلر برنولی است بنابراین می توان نتیجه گرفت دو برابر کردن طول پیزوالکتریک در تیر تیموشنکو موثر تر از تیر اویلر برنولی است. در مورد مد دوم دو حالت در نظر گرفته شد حالت معمول و حالتی که طول تیر دو برابر شده است. انتظار می رود با دو برابر شدن طول تیر، ممان تولیدی پیزوالکتریک افزایش یافته و تاخیر بهینه در اینحالت کاهش یابد. اما با توجه به نتایج بدست آمده دامنه پاسخ در اینحالت در تیر اویلر برنولی بسیار بیشتر از حالت اول بوده و کنترل نامطلوبتر شده است در اینحالت دامنه پاسخ بیشتر از حالت اول بوده

و تاخیر بهینه نیز بیشتر از حالت اول است و دامنه پاسخ در طول تغییر تاخیر بهینه بیشتر از حالت اول بوده اما در تاخیر بهینه در حالت دوم دامنه پاسخ کمتر است. بنابراین با افزایش طول تیر در مد دوم اویلر برنولی تاخیر بهینه افزایش و دامنه کاهش یافته است اما در مورد تیر تیموشنکو تغییر زیادی در دامنه و تاخیر بهینه مشاهده نشد، دامنه ها در هر دو حالت تقریباً برابرند و تاخیر های بهینه نیز نزدیک هم بدست آمدند. در حالتی که دو مد اول تیر تیموشنکو با هم در نظر گرفته شدند نیز با تغییر ماتریس های کنترل بهینه تاخیر زمانی بهینه تغییر کرد. بنابراین می توان گفت روش مذکور کاملاً وابسته به متغیر های کنترل بوده و با تغییر هر از پارامترها از قبیل طول تیر، پیزوالکتریک، سنسور، مکان سنسور و پیزوالکتریک، نقطه ای که کنترل ارتعاشات آن مد نظر است و ماتریس های کنترل بهینه تاخیر بهینه و دامنه پاسخ تغییر می کنند. از مزایای استفاده از این روش این است که با نیروی کنترل کم می توان ارتعاشات سیستم را کاهش داد اما همان گونه که مشاهده شد کاملاً وابسته به شرایط است یعنی با کوچکترین تغییر در پارامترها ممکن است دامنه پاسخ افزایش یافته و یا حتی سیستم ناپایدار شود به عنوان نمونه همان گونه که در نمودارها مشاهده شد با افزایش طول تیر تیموشنکو در ابتدا تیر ناپایدار شده و دامنه به شدت افزایش یافت در حالی که در تاخیرهای مشابه در حالت قبل پایدار بود. در مورد تیر تیموشنکو و اویلر برنولی تاخیرهای زمانی بهینه نزدیک هم بدست آمدند و این شاید بدین دلیل است که تیر تیموشنکو نسبت به تیر اویلر برنولی برش را در نظر گرفته اما اثر آن کم است (بهمین دلیل فرکانس های طبیعی بسیار نزدیک بهم بدست می آیند) از طرفی برای تیر تیموشنکو هنگامی که از محرک استفاده می کنیم فقط اثر خمش را در تولید نیروی محرک در نظر می گیریم (همانند تیر اویلر برنولی) بهمین دلیل تاخیر بهینه ها برای مدهای یکسان تقریباً برابر می شوند. فقط مقدار جابجایی برای مدهای یکسان تحت اثر تاخیر یکسان متفاوت است و آن بدین دلیل است که  $w(x)$  برای هر دو تیر ساختاری کاملاً یکسان اما ضرایبی متفاوت دارد. برای کنترل جابجایی ناشی از خمش تیر تیموشنکو نیز بدلیل اینکه معادله آن کاملاً مشابه  $w(x)$  است فقط ضریب آن متفاوت است بنابراین می توان گفت اگر  $w(x)$  کنترل شود  $\varphi(x)$  نیز کنترل میشود.

نشان داده شد روش کنترلی پیشنهاد شده کاملاً وابسته به شرایط است بنابراین با تغییر هر یک از پارامترهای کنترل تاخیر بهینه و بازه پایداری تغییر می کنند. در صورت انتخاب صحیح ماتریس های کنترل و تاخیر می توان سیستم را از حالت کنترل بهینه بدون تاخیر نیز بهتر کنترل نمود. هم چنین با توجه به نتایج بدست آمده با نیروی کنترل کم نیز می توان دامنه ارتعاشات را تا میزان مطلوبی کاهش داد. از آنجایی که در مورد تعیین تاخیر بهینه تیر تیموشنکو و اوبلر برنولی همراه با اعمال کنترل بهینه مطالعه ای انجام نشده است داده ای موجود نیست تا نتایج بدست آمده را با آن تطبیق داد.

## ۲-۷ پیشنهاد برای مطالعات آینده

همان گونه که مشاهده شد در این پایان نامه به کنترل ارتعاشات تیر تیموشنکو با استفاده از فیدبک حالت تاخیری و اعمال قانون کنترل بهینه پرداخته شدو در ادامه پیشنهاداتی برای مطالعات آینده بیان شده است:

- ۱- تعیین تابع تغییر تاخیر بهینه با تغییر ماتریس های کنترل.
- ۲- در نظر گرفتن تابعی وزنی به منظور اعمال جابجایی کل طول تیر در نیروی کنترل.



## فهرست منابع

- [1]-Alkhatib Rabih, Golnaraghi. M.F, (2003), "Active Structural Vibration Control A Review" *The Shock and Vibration Digest*, **35, 5**, pp **367**
- [2]-Caia Guo-Ping, Limb. C.W, (2006), "Active control of a flexible hub-beam system using optimaltracking control method", *International Journal of Mechanical Sciences*, **48**, pp **1150**
- [3]-S. Hurlbausa, L. Gaul, (2006), "Smart structure dynamic", *Mechanical System and Signal processing*, **20**, pp **255**
- [4]-Qiu Zhi-cheng, Han Jian-da, Zhang Xian-min, Wang Yue-chao, Wu Zhen-wei, (2009), "Active vibration control of flexible beam using non-collocated acceleration sensor and piezoelectric patch actuator", *Journal of Sound and Vibration*, **326**, pp **438**
- [5]- Hagood. N, Flotow. A. von, (1991), "Damping of structural vibrations with piezoelectric materials and passive electrical networks", *Journal of Sound and Vibration*, **146, 2**, pp **243**
- [6]- Forward. R, (1979), "Electronic damping of vibrations in optical structures", *Journal of Applied Optics*, **18**, pp **690**
- [7]- Edwards. R, Miyakawa. R, "Large structure damping task report", Technical Report 132.22/1408, Huges Aircraft Co., 1980.
- [8]- Davis. C, Lesieutr. G. e, (1995) "A modal strain energy approach to the prediction of resistively shunted piezoceramic damping", *Journal of Sound and Vibration*, **184, 1**, pp **129**
- [9]- Fein. O, Gaul L, (2004), "An adaptive shunted piezo approach to reduce structural vibrations", *Proceedings Smart Structures*, **5386**, SPIE, pp **393**
- [10]- Karnopp. D, Crosby. M, Harwood. R, (1974), "Vibration control using semi-active force generators", *Journal of Engineering for Industry*, **96, 2**, pp **619**
- [11]- Karnopp. D, Allen. R, (1976), "Semiactive control of multimode vibratory systems using the ilsm concept", *Journal of Engineering for Industry*, **98, 3**, pp **914**
- [12]- Davis. P, Cunningham. D, Bicos. A, M. Enright, Adaptable passive viscous damper (an adatable D-struttm), in: *Proceedings of SPIE International Society of Optical Engineering*, vol. 2193, Orlando, FL, 1994, pp. 47–58.
- [13]- Anderson. J. R, Ferri. A, (1990), "Behavior of a single-degree-of-freedom system with a generalized friction law", *Journal of Sound and Vibrations*, **140, 2**, pp **287**

- [14]-AlhazaKhaled-A, Nayfeh Ali-H, Daqaq Mohammed-F, (2009), "On utilizing delayed feedback for active-multimode vibration control of cantilever beams", **Journal of Sound and Vibration**, **319**, pp 735
- [15]- Swigert. C, Forward. R, (1981), "Electronic damping of orthogonal bending modes in a cylindrical mast-theory", **Journal of Spacecraft and Rockets**, **18**, **1**, pp 5
- [16]- Bailey. T, Hubbard. J, (1985), "Distributed piezoelectric-polymer active vibration control of a cantilever beam", **Journal of Guidance and Control**, **8**, **5**, pp 605
- [17]- Fuller. C, Elliot. S, Nelson. P, "Active Control of Vibration", Academic Press, London, 1996
- [18]-Brogan William L, (1974), "Modern Control Theory", Third Edition, Prentice-Hall International
- [19]- Xiang Chen Long, Ping CaiGuo, (2009), "Experimental study of delayed feedback control for a flexible plate", **Journal of Sound and Vibration**, **322**, pp 629
- [20]-Firdaus E. Udwardia, Hubertus F. von Bremen, Ravi Kumar, Mohammad Hosseini, (2003), "Time delayed control of structural systems", **Earthquake engineering and structural dynamics**, **32**, pp 495
- [21]-L.Gollmann, D. Kern, H. Maurer, (2008), "Optimal control problems with delays in state and control variable subject to mixed control-state constraints", *Optimal Control Applications and Methods*, Published online in Wiley InterScience, DOI: 10.1002/oca.843
- [22]- Halanay. A, (1968), "Optimal controls for systems with time lag", **SIAM Journal on Control**, **6**, pp 215
- [23]- Soliman MA, Ray WH, (1972), "On the optimal control of systems having pure time delays and singular arcs", **International Journal of Control**, **16**, **5**, pp 963
- [24]- Guinn T, (1976), "Reduction of delayed optimal control problems to nondelayed problems", **Journal of Optimization Theory and Applications**, **18**, pp 371
- [25]- Banks. HT, (1968), "Necessary conditions for control problems with variable time lag", **SIAM Journal on Control**, **8**, **1**, pp 9
- [26]- Knowles, G, (1978), "Time optimal control of parabolic systems with boundary conditions involving time delays", **Journal of Optimization Theory and Applications**, **25**, **4**, pp 563
- [27]- Kowalewski. A, (2004), "Optimal control via initial state of a time delay hyperbolic system", In Proceedings of the 10th IEEE International Conference on Methods and Models in Automation and Robotics, 30 August - 2 September 2004, Mi, edzdroje, Poland, 565–568.

- [28]- Lions. J, (1971), "**Optimal Control of Systems Governed by Partial Differential Equations**", Springer-Verlag, Berlin and New York, pp **250**
- [29]-Fudziah Ismail, Read Ali Al-Khasawneh, (2002),"Numerical Treatment of Delay Differential Equations by Runge-Kutta Method Using Hermite Interpolation", **Matematika**, **18**, **2**, pp **79-90**
- [30]-Cai Guo-ping, Huang Jin-Zhi, Yang Simon-X, (2003), "An optimal control method for linear system with time delay" , **Computers and Structures**, **81**, pp **1539**
- [31]-Jenifene Amor, (2007), "Active vibration of flexible structures usind delayed position feedback", **Systems & Control Letters**, **56**, pp **215**
- [32]-Qian. C. Z, Tang. J. S, (2008), "A time delay control for nonlinear dynamic beam under moving loads", **Journal of Sound and Vibration**, **309**, pp **1**
- [33]- Hamid Mustapha, BelhaqMohamad, (2009), "Self-excited vibration control for axially fast excited beam by a time delay state feedback", **CHAOS SOLITON & FRACTALS**, **41**, pp **521**
- [34]- Daqaq. F. Mohamad, Alhazza. Khaled.A, Arafat. N. Haider, (2008), "Non-linear vibrations of cantilever beams with feedback delays, **International Journal of Non-Linear Mechanics**, **43**, pp **962**
- [35]- Hagedorn P., Dasgupa A, (2007) "**Vibration and Wave in Continuous Mechanical Systems**", Vol.1, Wiley &Son Ltd, Chichester, UK., pp 106
- [36]- Manjunath T.C; Bandyopadhyay B, (2009), "Vibration control of Timoshenko smart structures using multirate output feedback based discrete sliding mode control for SISO systems", **Journal of Sound and Vibration**, **326**, pp **50**
- [37]- W.H.Known, A.E.Pearson, (1980), "Feedback Stabilization of Linear Systems with Delayed Control", **IEEE TRANSACTIONS ON AUTOMATIC CONTROL**, **AC-25**, **2**, pp **266**
- [38]- Cai Guo-ping, Huang Jin-Zhi, (2003), "Instantaneous optimal method for vibration control of linear sampled-data systems with time delay in control", **Journal of Sound and Vibration**, **262**,pp **1057**
- [39]- Geist. B, McLaughlin. J. R, (1997), "Double Eigenvalues for the Uniform Timoshenko Beam", **Appl. Math.** , **10**, **3**, pp **129**