

دانشگاه صنعتی شاهرود

دانشکده مهندسی مکانیک

گروه حرارت و سیالات

رساله دکتری

شبیه‌سازی نانوسیالات با استفاده از روش شبکه بولتزمن

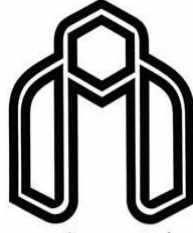
احد ضرغامی

استاد راهنما:

دکتر محمد جواد مغربی

پاییز ۱۳۹۰





دانشگاه صنعتی شاهرود

دانشکده مهندسی مکانیک

گروه حرارت و سیالات

شبیه سازی نانوسیالات با استفاده از روش شبکه بولتزمن

دانشجو: احد ضرغامی

استاد راهنما: دکتر محمد جواد مغربی

استاد مشاور: دکتر جلال قاسمی

رساله جهت اخذ درجه دکتری در رشته مهندسی مکانیک – تبدیل انرژی

زمستان ۱۳۹۰



دانشگاه صنعتی شاهرود

دانشکده مکانیک

گروه حرارت و سیالات

رساله دکتری آقای احد ضرغامی

تحت عنوان: شبیه سازی نانوسیالات با استفاده از روش شبکه بولتزمن

در تاریخ توسط کمیته تخصصی زیر جهت اخذ مدرک دکتری مورد ارزیابی و با درجه مورد پذیرش قرار گرفت.

امضاء	رتبه علمی	استاد راهنما
	دانشیار	دکتر محمد جواد مغربی

امضاء	رتبه علمی	استاد مشاور
	استادیار	دکتر جلال قاسمی

امضاء	رتبه علمی	اساتید داور

امضاء	رتبه علمی	نماینده تحصیلات تکمیلی

این رساله را با افتخار تقدیم می‌کنم به:

همسر م

اسطوره زندگیم، پناه محبتگیم و امید بودنم

او که سایه مهربانش سایه سار و وجودش کرمانش زندگیم می‌باشد، او که اسوه صبر و تحمل بوده و از آغاز راه بهواره مشوق، پشتیبان

و بهکام من بوده و مشکلات مسیر را برایم تسهیل نموده است.

من لم يشكر المخلوق، لم يشكر الخالق

الهی! ای کریمی که بنشده عطایی و ای حکیمی که پوشنده خطایی و ای صدی که از ادراک خلق جدایی و ای صدی که در ذات و صفات بی‌همتایی و ای خالق که راهنمایی، جان ما را صفای خودده و دل ما را هوای خودده و چشم ما را ضیای خودده و ما را آن ده که ما را به و مگذارد ما را به که و مده. الهی! دی ده که طاعت افزاید. طاعتی ده که به بهشت رساند. عملی ده که در او آتش بواند. عملی ده که در او آب ریاند. دیده ای ده که غر ربوبیت تو بیند و جانی ده که زهر حکمت را به طبع نوش کند. الهی! به لطف ما را دستگیر و به کرم پای دار. جان در انتظار و در پیش، حجابها بسیار. حجابها از پیش ما بردار و ما را به ما و مگذارد. یا رحیم! یا غفار! یا حلیم و یا سار... .

خداوند مهربان را شاکرم که مرا توفیق بخشید تا نگارش رساله پیش رو را به اتمام برسانم. اکنون بر خود لازم می‌دانم کمال تقدیر و تشکر خود را نثار کسانی کنم که در این مسیر پر فراز و نشیب لحظه ای از راهنمایی، پشتیبانی و تشویق من دریغ نوریذند.

از پدر بزرگوارم که از کودکی، شور دانستن و لذت جستجو را در من بیدار کرد و استقامت در تلاش را به من آموخت، سپاسگزارم. از مادرم، دریای بی کران فداکاری و عشق که وجودم برایش همه رنج بود و وجودش برایم همه مهر نیز با تمام وجود قدردانی می‌کنم. دعاها و امیدواری‌های این دو عزیز در تمامی این سالها بسیاری دشواری‌ها را بر من آسان می‌نمود. حال پس از گذشت سالها نه می‌توانم موهایشان را که در راه عزت من سفید شد، سیاه کنم و نه برای دستهای پینه بسته شان که ثمره تلاش برای افتخار من است، مرهمی گذارم. پس خدایا از تو می‌خواهم که توفیقم دهی که هر لحظه شکر گزارشان باشم و ثنیه‌های عمرم را در عصای دست بودنشان بگذرانم.

از استاد ارجمندم، جناب آقای دکتر محمد جواد مغربی، دانشیار دانشگاه فردوسی مشهد، که بیش از هفت سال افتخار شاگردی ایشان را داشته‌ام، نهایت تشکر را دارم. سالهایی که تحت نظارت ایشان مشغول به تحصیل بودم همواره سرشار از آموختن توأمان علم و اخلاق بود.

از استاد مشاور گرامی جناب آقای دکتر جلال قاسمی، استادیار دانشگاه زنجان، که قدم به قدم در تمامی مراحل این پژوهش مرا همراهی کردند نیز کمال تشکر را دارم. همچنین لازم است از اساتید محترم، پروفیسور Sauro Succì استاد برجسته دانشگاه هاروارد آمریکا و موسسه تحقیقات ملی ایتالیا و پروفیسور Stefano Ubertini استاد دانشگاه ناپل ایتالیا که دوستانه در تکمیل و ارتقاء سطح کیفی این رساله و مقالات مستخرج از آن مرا یاری نمودند، تشکر نمایم. از خداوند متعال برای همگی آرزوی سلامتی و موفقیت روزافزون مسئلت می‌کنم.

دانشجو تأیید می نماید که مطالب مندرج در این رساله نتیجه تحقیقات خودش می باشد و در صورت استفاده از نتایج دیگران مرجع آن را ذکر نموده است.

کلیه حقوق مادی مترتب از نتایج مطالعات، آزمایشات و نوآوری ناشی از تحقیق موضوع این رساله متعلق به دانشگاه صنعتی شاهرود می باشد .

زمستان ۱۳۹۰

چکیده

در این رساله سعی بر آن شده است که با استفاده از روش شبکه بولتزمن و ترکیب آن با روش حجم محدود، رفتارهای ترمو - هیدرودینامیکی جریانهای سیالات و نانوسیالات دوبعدی تراکم ناپذیر مورد بررسی قرار گیرند. برای این منظور مدل متداول D_2Q_9 انتخاب و از طرح مرکزیت سلول برای گسسته سازی معادلات جریان و انرژی بولتزمن بر روی شبکه چهارضلعی بی سازمان استفاده گردیده است. با قرار دادن یک شبکه مجازی بر روی ضلع منطبق بر مرز، اعمال شرایط مرزی برای روش مورد استفاده به خوبی و با دقت بالایی قابل اجرا گردید. به منظور افزایش پایداری حل از فاکتورهای تصحیح برای محاسبه جمله شار در معادلات جریان و انرژی استفاده شده است. همچنین برای کاهش نوسانات عددی در هنگام شبیه سازی به خصوص در جریانهایی با رینولدزهای بالاتر و یا توام با جریانهای برگشتی از جمله ائتلاف مصنوعی مرتبه چهارم بهره گرفته شده است. استفاده از موارد فوق به همراه بهره گیری از روش رانگ - کوتای مرتبه پنجم برای پیشروی معادلات در زمان باعث افزایش چشمگیر دقت و صحت نتایج و کاهش مدت زمان شبیه سازی گردید. جهت تحلیل گرمایی جریان از روش تابع توزیع دوگانه استفاده گردید که دارای پایداری بهتری نسبت به سایر روشها می باشد. همچنین از روش تجزیه تابع توزیع انرژی به دو بخش تعادلی و غیرتعادلی برای اعمال شرایط مرزی گرمایی استفاده شد که در نتیجه آن نتایج قابل قبولی بدست آمد. به منظور تحلیل نانوسیالات مختلف نیروهای وارده از سیال به نانوذره که شامل نیروی شناوری و جاذبه، براونی، درگ و جاذبه و دافعه DLVO در معادلات بولتزمن وارد گردیدند. به منظور ارزیابی نتایج و دقت روش مورد استفاده آنالیز رفتارهای ترمو - هیدرودینامیکی طیف وسیعی از جریانهای متداول در مکانیک سیالات انجام گردید و تلاش شد که نتایج بدست آمده از شبیه سازیهای انجام شده با نتایج معتبر سایر محققان مقایسه گردد. بطور کلی نتایج بیانگر دقت خوب و قابل قبول روش پیشنهادی در تحلیل جریانهای سیال و نانوسیال می باشد. تحلیل نتایج نانوسیالات نشان داد که نانوسیالات توام با نانوذرات با چگالی کمتر دارای سرعت بیشتری نسبت به نانوسیالات توام با ذرات سنگین تر می باشند. همچنین نشان داده شد که در نواحی خارج از جریانهای برگشتی، نانوذراتی که دارای ضریب هدایت حرارتی بزرگتری هستند، باعث رشد بیشتر عدد ناسلت و در نتیجه انتقال حرارت می شوند در حالیکه در داخل جریانهای برگشتی این مطلب برعکس می باشد، یعنی نانوذرات با ضریب هدایت حرارتی کوچکتر افزایش بیشتری در مقدار ناسلت را نشان می دهند.

► *ISI Journals:*

- 1- **A. Zarghami**, M.J.Maghrebi, S. Ubertini, S. Succi, "Modeling of bifurcation phenomena in suddenly expanded flows with a new finite volume lattice Boltzmann method", *International Journal of Modern Physics C*, Vol. 22, No. 9, pp. 977-1003, 2011. (DOI: 10.1142/S0129183111016737)
- 2- **A. Zarghami**, M.J. Maghrebi, J.Ghasemi, S. Ubertini, "Lattice Boltzmann Finite Volume Formulation with Improved Stability", *Communications in Computational Physics*, Vol. 12, No. 1, pp. 42-64, 2012. (DOI: 10.4208/cicp.151210.140711a)
- 3- **A. Zarghami**, M.J. Maghrebi, "Mixing Flow Calculations using Lattice Boltzmann Method", (Under Review)
- 4- **A. Zarghami**, M.J. Maghrebi, "FV-LB Method for Incompressible Nano-Fluids", (Under Review).

► *Other Peer Reviewed Journals*

- 5- M.J. Maghrebi, **A. Zarghami**, "Thermo-Hydrodynamic Analysis of Fluid Flow using Lattice Boltzmann Method", *Journal of Structures and Fluid Mechanics* (Accepted).
- 6- **A. Zarghami**, M.J. Maghrebi, J. Ghasemi, "Finite Volume-Lattice Boltzmann Modeling of Viscous Flows", *Majlesi Journal of Mechanical Engineering*, Vol.4, No.2, pp.11-19, 2011.

► *Presentation in Conference*

- 7- **A. Zarghami**, M.J.Maghrebi, J.Ghasemi, "Analysis of Expansion Ratio in Suddenly Enlarged Flows using Lattice Boltzmann Method", The 19th Annual/International Conference on Mechanical Engineering, *ISME2011*, May 10-12, 2011, Birjand, Iran.

فهرست مطالب

۱	۱. مقدمه
۳	۱-۱- دینامیک سیالات محاسباتی: معادلات ناویر- استوکس
۴	۲-۱- دینامیک سیالات محاسباتی: روش شبکه بولتزمن
۵	۳-۱- اهداف رساله
۶	۴-۱- ساختار رساله
۷	۲. مروری بر تحقیقات گذشته
۸	۱-۲- مقدمه
۸	۲-۲- روش شبکه گاز
۹	۱-۲-۲- مدل HPP
۱۲	۱-۲-۲- مدل FHP
۱۴	۳-۲- تاریخچه روش شبکه بولتزمن و هیدرودینامیک
۱۷	۴-۲- تاریخچه روش شبکه بولتزمن و ترموهیدرودینامیک
۱۹	۳. نانوسیالات (معرفی، کاربرد و تحقیقات پیشین)
۲۰	۱-۳- مقدمه
۲۰	۲-۳- معرفی، کاربرد و تحقیقات پیشین
۲۳	۳-۳- رسانش گرمایی نانوسیالات
۲۳	۱-۳-۳- حرکت براونی ذرات
۲۵	۲-۳-۳- لایه بندی ملکولی سیال بر روی نانوذرات
۲۵	۳-۳-۳- ماهیت انتقال حرارت در نانوذرات
۲۶	۴-۳-۳- توده‌ای شدن نانوذرات
۲۷	۴-۳- نیروهای وارد بر نانوذرات
۳۷	۴. تئوری روش شبکه بولتزمن
۳۸	۱-۴- مقدمه
۳۸	۲-۴- از معادله بولتزمن تا معادله شبکه بولتزمن
۳۹	۳-۴- روش شبکه بولتزمن
۴۲	۳-۴- اعمال نیروی خارجی در روش شبکه بولتزمن
۴۴	۱-۳-۴- تعریف نیرو به شکل تابع پتانسیل
۴۴	۲-۳-۴- محاسبه تابع توزیع تعادلی با سرعت اصلاح شده
۴۴	۳-۳-۴- افزودن جمله اضافی به جمله برخورد
۴۵	۴-۳-۴- روش ترکیبی
۴۵	۳-۴- مدل گرمایی روش شبکه بولتزمن
۴۵	۱-۳-۴- روش تابع توزیع دوگانه
۴۸	۴-۴- مدل شبکه بولتزمن برای نانوسیالات

۵۰	۵. فرمول بندی ریاضی
۵۱	۵-۱- مقدمه
۵۱	۵-۲- روش حجم محدود - شبکه بولتزمن
۵۵	۵-۲-۱- پیشرفت معادلات در زمان
۵۶	۵-۳- شرایط مرزی جریان
۵۶	۵-۳-۱- شرط مرزی ورودی و خروجی
۵۷	۵-۳-۲- شرط مرزی لغزش آزاد
۵۸	۵-۳-۳- شرط مرزی تناوبی
۵۹	۵-۳-۴- شرط مرزی دیوار صلب
۵۹	۵-۳-۴- شرط مرزی دیوار متحرک
۶۰	۵-۳-۵- شرط مرزی دیوار در گوشه ها
۶۱	۵-۳-۶- شرایط مرزی در هندسه پیچیده
۶۲	۵-۴- شرایط مرزی گرمایی
۶۳	۵-۴-۱- شرط مرزی دما ثابت
۶۴	۵-۴-۲- شرط مرزی آدیاباتیک
۶۴	۵-۴-۳- شرط مرزی ورودی با دمای ثابت
۶۵	۶. نتایج ۱ (هیدرودینامیک)
۶۶	۶-۱- مقدمه
۶۶	۶-۲- جریان پوزیه صفحه‌ای
۶۷	۶-۲-۱- هندسه و شرایط مرزی
۶۹	۶-۲-۲- نتایج شبیه‌سازی
۷۸	۶-۳- جریان تیلور - ورتکس
۸۰	۶-۴- جریانهای برشی آزاد
۸۱	۶-۴-۱- جریان لایه مرزی آرام
۸۴	۶-۴-۲- جریان لایه اختلاطی صفحه‌ای
۸۶	۶-۴-۳- جریان جت صفحه‌ای
۹۰	۶-۵- جریان انبساط ناگهانی در کانال متقارن
۹۰	۶-۵-۱- هندسه و شرایط مرزی
۹۱	۶-۵-۲- بررسی تاثیر فاکتورهای تصحیح بر شبیه سازی
۹۳	۶-۵-۳- بررسی تاثیر روش پیشروی زمانی در محاسبات
۹۵	۶-۵-۴- نتایج شبیه سازی
۱۱۳	۶-۶- جریان حول استوانه مدور
۱۱۳	۶-۶-۱- هندسه و شرایط مرزی
۱۱۴	۶-۶-۲- آنالیز خطا
۱۱۶	۶-۶-۳- نتایج شبیه سازی

۱۲۳	۷. نتایج ۲ (ترموهیدرودینامیک)
۱۲۴	۷-۱- مقدمه
۱۲۴	۷-۲- جریانهای توام با انتقال گرما
۱۲۴	۷-۲-۱- انتقال حرارت در جریان پوازی صفحه‌ای
۱۲۷	۷-۲-۲- انتقال حرارت در جریان پله وارون
۱۳۶	۷-۲-۳- جریان گرمایی حول استوانه
۱۴۲	۷-۳- ترمو - هیدرودینامیک نانوسیالات
۱۴۴	۷-۳-۱- جریان نانوسیال بین دو صفحه موازی
۱۴۸	۷-۳-۲- جریان نانوسیال درون پله وارون
۱۵۵	۸. نتیجه‌گیری و پیشنهادات
۱۵۶	۸-۱- جمع بندی
۱۵۷	۸-۲- پیشنهادات
۱۵۸	۹. مراجع
۱۷۲	۱۰. ضمیمه الف
۱۷۳	۱۰-۱- بدست آوردن معادله ناویر - استوکس و معادله شبکه بولتزمن
۱۷۶	چکیده انگلیسی

فهرست شکلها و نمودارها

فصل دوم: مروری بر تحقیقات گذشته

- شکل ۱-۲: بردارهای سرعت مدل HPP. ۱۰
- شکل ۲-۲: حرکت ذرات در مدل HPP در طی یک گام زمانی. ۱۰
- شکل ۳-۲: قانون برخورد سر به سر بین دو ذره در مدل HPP. ۱۱
- شکل ۴-۲: بردارهای سرعت مدل FHP. ۱۳
- شکل ۵-۲: قانون برخورد سر به سر در مدل FHP و مسیرهای مجاز پس از برخورد. ۱۳
- شکل ۶-۲: قانون برخورد بین سه ذره در مدل FHP. ۱۴
- شکل ۷-۲: شماتیک روش شبکه بولتزمن در برابر روش شبکه گاز. ۱۵

فصل سوم: نانوسیالات (معرفی، کاربرد و تحقیقات پیشین)

- شکل ۱-۳: شماتیک حرکت تصادفی یک ذره درون سیال آب. ۲۴
- شکل ۲-۳: دیاگرام تغییرات انرژی در برابر جدایش ذرات بر طبق تئوری DLVO. انرژی خالص بصورت مجموع نیروهای جاذبه واندروالس و دافعه الکترواستاتیک ذرات که به هنگام نزدیک شده به یکدیگر تجربه می کنند، محاسبه می شود [۸۳]. ۳۰
- شکل ۳-۳: دیاگرام امکان وجود نقطه مینیمم ثانویه در یک محلول غلیظ نمک [۸۳]. ۳۰
- شکل ۴-۳: تغییرات پتانسیل زتا برای نانوسیال آب- اکسید آلومینیوم و آب - اکسید تیتانیوم بصورت تابعی از PH [۸۴]. ۳۳
- شکل ۵-۳: تغییرات پتانسیل زتا در برابر نسبت جرمی های مختلف برای نانوسیال آب - اکسید آلومینیوم در PH=8 [۸۵]. ۳۴

فصل چهارم: تئوری روش شبکه بولتزمن

- شکل ۱-۴: مدل‌های مورد استفاده در شبیه سازی دوبعدی، راست: D_2Q_5 ، وسط: D_2Q_7 و چپ: D_2Q_9 . ۴۰
- شکل ۲-۴: انواع مدل‌های مورد استفاده در شبیه سازی سه بعدی، راست: D_3Q_{15} و چپ: D_3Q_{19} . ۴۱
- شکل ۳-۴: جهت سرعت های گسسته در مدل D_2Q_9 . ۴۱

فصل پنجم: فرمول بندی ریاضی

- شکل ۱-۵: روش حجم محدود با طرح مرکزیت سلول ۵۲
- شکل ۲-۵: شماتیک شرایط مرزی در دامنه محاسباتی ۵۸
- شکل ۳-۵: شماتیک شرایط مرزی دیوار صلب و دیوار متحرک ۶۰
- شکل ۴-۵: گره مرزی در گوشه. سطح هاشور خورده بیانگر فضای خارج از دامنه محاسباتی می باشد. ۶۱
- توابع توزیع معلوم یعنی f_3, f_4, f_7 که از داخل دامنه محاسبه می شوند با خطوط ممتد نشان داده شده اند و دیگر توابع توزیع مجهول با خط چین مشخص گردیده اند.
- شکل ۵-۶: گره مجازی مرزی در مرز ورودی و خروجی ۶۱
- شکل ۶-۵: گره مجازی مرزی بر روی دیوار صلب نامنظم ۶۲

فصل ششم: نتایج ۱ (هیدرودینامیک)

- ۶۷ شکل ۶-۱: شکل شماتیک جریان پوازی صفحه ای
- ۶۷ شکل ۶-۲: قسمتی از شبکه بندی جریان پوازی صفحه‌ای
- ۶۸ شکل ۶-۳: پروفیل جریان در ناحیه ورودی جریان پوازی در $Re = 1600$
- ۶۹ شکل ۶-۴: بردارهای سرعت حاصل از شبیه سازی در قسمتی از دامنه در $Re = 29$
- ۷۰ شکل ۶-۵: کانتور بردار سرعت، الف) مولفه در جهت جریان و ب) مولفه عرضی جریان در $Re = 29$
- ۷۱ شکل ۶-۶: پروفیل مولفه سرعت u در ایستگاههای مختلف در $Re = 29$
- ۷۱ شکل ۶-۷: توزیع سرعت در ناحیه توسعه یافته و مقایسه آن با حل تحلیلی [۱۰۹]
- ۷۲ شکل ۶-۸: پروفیل مولفه سرعت v در ایستگاههای مختلف در $Re = 29$
- ۷۳ شکل ۶-۹: سرعت خط مرکزی جریان بین دو صفحه و مشخص کردن طول توسعه یافتگی در $Re=29$
- ۷۳ شکل ۶-۱۰: کانتور فشار (چگالی شبکه) در جریان بین دو صفحه در $Re = 29$
- ۷۳ شکل ۶-۱۱: توزیع فشار در خط مرکزی کانال در $Re = 29$
- ۷۴ شکل ۶-۱۲: شکل شماتیک المان سیال به طول dx و نیروهای وارد بر آن
- ۷۵ شکل ۶-۱۳: ضریب اصطکاک دارسی در جریان بین دو صفحه
- ۷۶ شکل ۶-۱۴: توزیع سرعت سهموی در $Re = 72$
- ۷۹ شکل ۶-۱۵: مقایسه بین نتایج عددی و تحلیلی پروفیل سرعت در جهت جریان u ، الف) $\tau = 0.1, 0.01$ و ب) $time=5, 250$
- ۸۱ شکل ۶-۱۶: هندسه و شبکه بندی مورد استفاده برای جریانهای لایه اختلاطی و جت
- ۸۲ شکل ۶-۱۷: شکل شماتیک جریان لایه مرزی بر روی صفحه مسطح
- ۸۲ شکل ۶-۱۸: بردارهای سرعت جریان لایه مرزی در $Re=25$
- ۸۳ شکل ۶-۱۹: رفتار خودتشابهی الف) سرعت و ب) گردابه در ایستگاههای مختلف در جریان لایه مرزی و مقایسه آن با حل تحلیلی
- ۸۳ شکل ۶-۲۰: رشد ضخامت لایه مرزی آرام و مقایسه آن با حل تحلیلی
- ۸۴ شکل ۶-۲۱: شکل شماتیک جریان لایه اختلاطی صفحه‌ای
- ۸۵ شکل ۶-۲۲: الف) رشد لایه اختلاطی در جهت طولی جریان که با $\delta_w = 0.2875\sqrt{x+12.371}$ تطبیق داده شده است و ب) پروفیل سرعت بی‌بعد در $x = L_x$ و در سرعت های مختلف
- ۸۶ شکل ۶-۲۳: رفتار خودتشابهی یا تغییرات عرضی الف) سرعت و ب) گردابه در ایستگاههای مختلف جریان لایه اختلاطی
- ۸۷ شکل ۶-۲۴: شکل شماتیک جریان جت صفحه ای آرام
- ۸۸ شکل ۶-۲۵: الف) رشد نیم عرض جت و ب) کاهش سرعت خط مرکزی جت
- ۸۹ شکل ۶-۲۳: رفتار خودتشابهی یا تغییرات عرضی الف) سرعت و ب) گردابه در ایستگاههای مختلف جریان جت
- ۹۰ شکل ۶-۲۴: شکل شماتیک جریان انبساط ناگهانی
- ۹۲ شکل ۶-۲۵: مقایسه همگرایی حل با استفاده از روشهای مختلف محاسبه شار الف) $Re=25, ER=3$ و ب) $Re=50, ER=3$
- ۹۳ شکل ۶-۲۶: تاثیر افزودن جمله اتلاف مصنوعی به روش محاسبه شار با استفاده از ضرایب تصحیح، الف) $Re=25, ER=3$ و ب) $Re=120, ER=3$

- شکل ۶-۲۷: تاثیر روش پیشروی در زمان بر همگرایی (الف) $Re=25, ER=3$ و (ب) $Re=50, ER=3$
- شکل ۶-۲۸: سه نوع مختلف شبکه بندی مورد استفاده در شبیه سازی برای $ER = 3$. (الف) شبکه بندی مربعی، (ب) شبکه بندی مستطیلی یکنواخت، (ج) شبکه بندی مستطیلی فشرده
- شکل ۶-۲۹: مقایسه سرعت محور تقارن کانال با استفاده از شبکه بندیهای مختلف در $Re = 26$ و $ER = 3$ و مقایسه با نتایج آزمایشگاهی [۱۱۷].
- شکل ۶-۳۰: (الف) بردارهای سرعت، (ب) خطوط جریان بدست آمده از شبیه سازی در $Re = 26$ و $ER = 3$ و مقایسه آن با (ج) نتایج آزمایشگاهی [۱۱۷]
- شکل ۶-۳۱: پروفیل سرعت در فواصل $x = 1.25h, 2.5h, 5h$ ، $Re = 26$ ، $ER = 3$ و مقایسه نتایج با نتایج آزمایشگاهی [۱۱۷].
- شکل ۶-۳۲: خطوط جریان در کانال با نسبت انبساط $ER = 3$ و (الف) $Re = 9$ ، (ب) $Re = 16$ (ج) $Re = 35$. در اینجا عدد رینولدز بصورت $Re = U_{ave} h / \nu$ تعریف شده است.
- شکل ۶-۳۳: طول جریان برگشتی نسبت به رینولدز در $ER = 3$ و $ER = 4$.
- شکل ۶-۳۴: شکل شماتیک جریان پایدار نامتقارن در هندسه انبساط ناگهانی
- شکل ۶-۳۵: خطوط جریان در (الف) $Re = 44$ ، (ب) $Re = 46$ و (ج) $Re = 48$ برای $ER = 3$.
- شکل ۶-۳۶: نمودار دوشاخگی و مقایسه نتایج شبیه سازی با نتایج تجربی و عددی [۱۱۷]
- شکل ۶-۳۷: (الف) بردارهای سرعت، (ب) خطوط جریان بدست آمده از شبیه سازی در $Re = 80$ ، $ER = 3$ و مقایسه آن با (ج) نتایج آزمایشگاهی [۱۱۷]
- شکل ۶-۳۸: پروفیل سرعت در فواصل $x = 1.25h, 2.5h, 5h, 10h, 20h$ ، $Re = 80$ ، $ER = 3$ و مقایسه نتایج با نتایج آزمایشگاهی [۱۱۷]
- شکل ۶-۳۹: خطوط جریان در (الف) $Re = 120$ ، (ب) $Re = 125$ و (ج) $Re = 130$ برای $ER = 3$
- شکل ۶-۴۰: خطوط جریان در $Re = 140$ برای $ER = 3$ ، (الف) روش حجم محدود - شبکه بولتزمن و (ب) نتایج عددی [۱۱۷]
- شکل ۶-۴۱: پروفیل سرعت در فواصل $x = 1.25h, 2.5h, 5h, 10h, 20h, 40h$ ، $Re = 140$ ، $ER = 3$ و مقایسه نتایج با نتایج آزمایشگاهی [۱۱۷]
- شکل ۶-۴۲: نمودار دوشاخگی در $ER = 3$ و مقایسه نتایج شبیه سازی با نتایج عددی [۱۱۷].
- شکل ۶-۴۳: خطوط جریان در (الف) $ER = 3$ ، (ب) $ER = 4$ (ج) $ER = 5$ و (د) $ER = 10$ برای $Re = 60$
- شکل ۶-۴۴: اندازه جریانهای برگشتی در رینولدزهای مختلف برای $ER = 3, 5$.
- شکل ۶-۴۵: ضریب اصطکاک C_f برای $ER = 3$ ، (الف) $Re = 25$ (ب) $Re = 80$ (ج) $Re = 130$
- شکل ۶-۴۶: ضریب اصطکاک C_f در $Re = 60$ برای (الف) $ER = 3$ (ب) $ER = 4$ و (ج) $ER = 5$
- شکل ۶-۴۷: هندسه و دامنه محاسباتی مورد استفاده در شبیه سازی جریان حول استوانه
- شکل ۶-۴۸: بخشی از شبکه بندی مورد استفاده در شبیه سازی جریان حول استوانه
- شکل ۶-۴۹: تاثیر استفاده از جمله اتلاف مصنوعی ($\varepsilon_x = \varepsilon_y = 5$) در همگرایی جریان حول استوانه، (الف) روش میانگین گیری در $Re=80$ و (ب) روش محاسبه شار با استفاده از فاکتورهای تصحیح در $Re=100$
- شکل ۶-۵۰: خطوط جریان و گردابه های حول استوانه در (الف) $Re=10$ ، (ب) $Re=20$ و (ج) $Re=40$

- ۱۱۹ شکل ۶-۵۱: رفتار همگرایی جریان در حالت ناپایدار و نوسانات تشکیل گردابه ها در $Re=60,65,100$
- ۱۱۹ شکل ۶-۵۲: ضریب پسا برای جریان حول استوانه در $Re=100$
- ۱۲۰ شکل ۶-۵۳: الف و ب) خطوط جریان، ج و د) گردابه در جریان حول استوانه در $Re=100$
- ۱۲۱ شکل ۶-۵۴: خطوط جریان در دو زمان متفاوت برای جریان حول استوانه در $Re=150$
- ۱۲۲ شکل ۶-۵۵: مقایسه گرافیکی عدد استروهال بدست آمده با استفاده از روش حجم محدود - شبکه بولتزمن با دیگر نتایج معتبر.

فصل هفتم: نتایج ۲ (ترموهیدرودینامیک)

- ۱۲۶ شکل ۷-۱: توزیع ناسلت بر روی دیواره پایینی کانال برای الف) حالت ۱، ب) حالت ۲، ج) حالت ۳ و د) حالت ۴.
- ۱۲۷ شکل ۷-۲: الف) شماتیک و ب) شبکه بندی دامنه محاسباتی جریان پله وارون
- ۱۲۸ شکل ۷-۳: خطوط جریان پله وارون با $ER=2$ در الف) $Re=100$ ، ب) $Re=200$ ، ج) $Re=300$ ، د) $Re=400$ ، ه) $Re=500$ ، و) $Re=600$
- ۱۲۹ شکل ۷-۴: نمودار دوشاخگی جریان پله وارون با $ER=2$
- ۱۳۱ شکل ۷-۵: الف) توزیع ناسلت بدست آمده از روش عددی برای جریان پله با $ER = 1.5$ و $Pr = 0.7$ برای شرط مرزی گرمایی حالت اول و مقایسه آن با نتایج [۱۵۱] و ب) توزیع ناسلت در برابر x/X_1
- ۱۳۲ شکل ۷-۶: الف) تاثیر نسبت انبساط بر روی توزیع ناسلت در حالت ۱ شرط مرزی گرمایی و $Re = 105$ و $Pr = 0.7$ و ب) توزیع ناسلت در برابر x/X_1
- ۱۳۳ شکل ۷-۷: توزیع عدد ناسلت در دیواره پایینی کانال برای شرایط مرزی گرمایی حالت ۲، $ER = 2$ و $Pr = 0.7$ و مقایسه آن با نتایج [۱۴۶]
- ۱۳۴ شکل ۷-۸: تاثیر نسبت انبساط کانال بر روی توزیع عدد ناسلت برای شرط مرزی گرمایی حالت ۲، $Re = 105$ و $Pr = 0.7$. نتایج عددی با نتایج مرجع [۱۵۲] مقایسه شده‌اند.
- ۱۳۴ شکل ۷-۹: تاثیر عدد پراتل بر روی توزیع ناسلت برای شرط مرزی گرمایی حالت ۲، $Re = 100$ و $ER = 2$
- ۱۳۵ شکل ۷-۱۰: تاثیر فاکتورهای تصحیح دما بر روی دقت و همگرایی حل در جریان درون پله برای الف) $Re=100$ و ب) $Re=200$
- ۱۳۶ شکل ۷-۱۱: شکل شماتیک جریان گرمایی حول استوانه با شرایط مرزی و ابعاد در نظر گرفته شده برای شبیه سازی
- ۱۳۷ شکل ۷-۱۲: پروفیل بی بعد سرعت در ایستگاههای مختلف در بالادست استوانه برای الف) $BR=0.2$ و ب) $BR=0.5$
- ۱۳۸ شکل ۷-۱۳: پروفیل بی بعد سرعت در ایستگاههای مختلف در پایین دست استوانه برای الف) $BR=0.2$ و ب) $BR=0.5$
- ۱۳۹ شکل ۷-۱۴: پروفیل بی بعد دما در ایستگاههای مختلف در بالا دست استوانه برای الف) $BR=0.2$ و ب) $BR=0.5$
- ۱۴۰ شکل ۷-۱۵: پروفیل بی بعد دما در ایستگاههای مختلف در پایین دست استوانه برای الف) $BR=0.2$ و ب) $BR=0.5$

- شکل ۷-۱۶: توزیع ناسلت بر روی سطح استوانه برای $BR=0.2$ و $BR=0.5$ ۱۴۱
- شکل ۷-۱۷: تاثیر فاکتورهای تصحیح دما بر روی دقت و همگرایی حل در جریان گرمایی حول استوانه در $Re=40$ ۱۴۱
- شکل ۷-۱۸: توزیع عدد ناسلت در طول کانال برای نانوذرات مختلف ۱۴۵
- شکل ۷-۱۹: بردارهای نیروهای وارد بر نانوسیال آب - مس ۱۴۵
- شکل ۷-۲۰: تغییرات ناسلت متوسط جریان برای نانوسیالات مختلف در جریان بین دو صفحه موازی و $Re=75$ ۱۴۶
- شکل ۷-۲۱: مقایسه بین حل دوفازی و تک فازی در پیش بینی تغییرات ناسلت در جریان آب - اکسید مس ۱۴۶
- شکل ۷-۲۲: مقایسه ضریب هدایت حرارتی موثر جریان نانوسیال آب - اکسید مس با نتایج معتبر تجربی ۱۴۷
- شکل ۷-۲۳: پروفیل سرعت u برای نانوذرات مختلف در جریان درون پله در الف) $x=h$ ب) $x=2h$ و ج) $x=40h$ ۱۴۹
- شکل ۷-۲۴: شرایط مرزی گرمایی برای جریان نانوسیال درون پله وارون ۱۵۰
- شکل ۷-۲۵: توزیع عدد ناسلت بر روی دیواره های الف) بالا و ب) پایین کانال برای جریان نانوسیال آب - مس با کسر حجمی متفاوت در $Re=200$ ۱۵۱
- شکل ۷-۲۶: توزیع عدد ناسلت بر روی دیواره های الف) بالا و ب) پایین کانال برای جریان نانوسیال آب - مس با کسر حجمی متفاوت در $Re=400$ ۱۵۲
- شکل ۷-۲۷: توزیع ناسلت برای نانوذرات مختلف با $\phi = 0.1$ و $Re=400$ برای الف) دیوار بالا و ب) دیوار پایین ۱۵۳
- شکل ۷-۲۸: مقدار ناسلت متوسط برای نانوذرات مختلف، الف) دیوار بالا و ب) دیوار پایین ۱۵۴
- شکل ۷-۲۹: تاثیر نیروهای مختلف بر روی افزایش انتقال حرارت و توزیع ناسلت، الف) نیروی پسا، ب) نیروی شناوری و گرانش، ج) نیروی پتانسیل DLVO و د) نیروی براونی ۱۵۵

فهرست جداول

فصل سوم: نانوسیالات (معرفی، کاربرد و تحقیقات پیشین)

جدول ۳-۱: خاصیت هدایت حرارتی مواد مختلف در دمای ۲۰ درجه سانتیگراد ۲۱

فصل ششم: نتایج ۱ (هیدرودینامیک)

جدول ۶-۱: خطای نسبی سرعت بر اثر تغییرات گام زمانی در روش میانگین گیری شار ۷۸

جدول ۶-۲: خطای نسبی سرعت بر اثر تغییرات گام زمانی در روش بالادست ۷۸

جدول ۶-۳: خطای نسبی سرعت در زمان $time=200$ ۸۰

جدول ۶-۴: خطای نسبی ویسکوزیته در زمان $time=200$ و $\Delta t = \tau/2$ ۸۰

جدول ۶-۵: مقایسه عدد رینولدز بحرانی بدست آمده از تحقیقات مختلف عددی و تجربی با نتایج شبیه سازی ۱۰۳

جدول ۶-۶: نتایج بررسی تراکم شبکه برای جریان حول استوانه در $Re=30$ ۱۱۳

جدول ۶-۷: خطای نسبی روشهای مختلف محاسبه شار در جریان حول استوانه ۱۱۶

جدول ۶-۸: مقایسه بین پارامترهای فیزیکی و دینامیکی جریان هوا استوانه با نتایج معتبر. در اینجا L طول گردابه، d شعاع سیلندر و θ_s معرف زاویه جدایش می باشد. ۱۱۸

جدول ۶-۹: مقایسه بین ضریب پسا و عدد استروهل برای جریان حول استوانه در $Re=100$ ۱۲۰

فصل هفتم: نتایج ۲ (ترموهیدرودینامیک)

جدول ۷-۱: مقایسه بین عدد ناسلت در ناحیه کاملاً توسعه یافته با شرایط مرزی مختلف ۱۲۷

جدول ۷-۲: مقایسه بین مقادیر بی بعد شده X_1, X_2 و X_3 برای جریان پله وارون با نسبت انبساط $ER=2$ ۱۲۹

جدول ۷-۳: مشخصات ترموفیزیکی مواد مختلف ۱۴۲

جدول ۷-۴: درصد افزایش ناسلت در ناحیه توسعه یافته برای نانوسیالات مختلف ۱۴۶

جدول ۷-۵: مقدار ناسلت متوسط جریان نانوسیال آب - مس و مقایسه آن با نتایج مرجع [۱۷۰] ۱۴۸

"Boltzmann's work met with mixed reactions during his life and continuous to do so even today..."

Stanford Encyclopedia of Philosophy

"Everything should be made as simple as possible, but no simpler..."

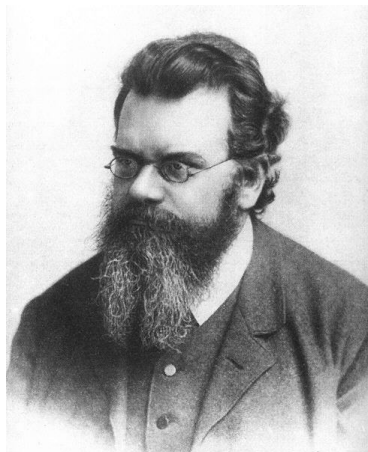
Albert Einstein

"Reaching full maturity is just a matter of time and labour, no conceptual hurdles in sight..."

Sauro Succi

فصل اول

مقدمه



Ludwig Eduard Boltzmann (1844 – 1906)

جریانهای مختلف سیالات بطور گسترده‌ای جوانب مختلف زندگی بشر را احاطه کرده‌اند که این موضوع توجه دانشمندان را به بررسی این جریانات معطوف کرده است. پیچیدگی و غیرقابل پیش‌بینی بودن رفتار سیالات در بسیاری از پدیده‌های مهندسی، باعث شگفتی دانشمندان می‌شود که نتیجه گرفته می‌شود که تجزیه و تحلیل این جریانات پیچیده جز با افزایش دانش و فهم عمیق تر دینامیک سیال امکان پذیر نمی‌باشد. بطوریکه می‌توان گفت امروزه ساخت بسیاری از تجهیزات صنعتی و کاربردی بدون داشتن دانشی پیشرفته و بینشی عمیق نسبت به دینامیک سیالات امکان پذیر نمی‌باشد.

معمولاً تحلیل جریان سیال به تنهایی بیانگر تمامی جوانب پیچیدگی رفتار سیال نمی‌باشد بلکه در بسیاری موارد می‌بایست تعامل بین جریان سیال با دیگر پدیده‌های فیزیکی، شیمیایی و بیولوژیکی نیز مد نظر قرار گیرد. در چنین مواردی نیاز به روشهای حلی می‌باشد که تمامی این موارد را در بر گیرد تا تفسیری دقیق از رفتار سیال ارائه شود. این روشها به روشهای چند فیزیکی^۱ موسوم می‌باشند. یک ابزار موسیقی در هنگام ارتعاش نمونه‌ای از جریان چند فیزیکی می‌باشد که در آن می‌بایستی تعامل بین رفتار سیال و ارتعاش زه به همراه ساختار مکانیکی ساز با هم مورد بررسی قرار گیرند.

پیش‌بینی دقیق پدیده‌های مختلف سیال بطور کلی مبتنی بر سه روش آزمایشگاهی یا تجربی، حل تحلیلی و شبیه‌سازی عددی می‌باشد. از آنجا که حل تحلیلی فقط برای معادلات حاکم بر جریانهای ساده با شرایط مرزی مشخص وجود دارد، ساخت تجهیزات آزمایشگاهی مانند تونل باد یا آب از مهمترین پیشرفت‌ها در تحلیل جریانهای سیال در گذشته می‌باشد. نیاز به زمان طولانی جهت نصب و اجرای آزمایشهای مختلف، گران بودن تجهیزات آزمایشگاهی و دقت بسیار بالای لازم برای نصب و اجرای هر تست از جمله مواردیست که باعث می‌شود روشهای آزمایشگاهی بطور گسترده مورد توجه قرار نگیرند. اما با این حال باید اشاره کرد که روشهای آزمایشگاهی و نتایج بدست آمده از این روشها، مبنای بسیاری از پیشرفت‌های امروزی می‌باشند.

در عین حال در طی پنجاه سال گذشته، در دسترس بودن کامپیوترهای گوناگون توام با پیشرفت علم کامپیوتر در زمینه نرم افزار و سیستم‌های پردازش امکان شبیه‌سازی عددی جریانهای پیچیده سیال را فراهم آورده است. این روشهای عددی که بطور کلی به دینامیک سیالات محاسباتی^۲ معروف می‌باشند در مقایسه با روشهای آزمایشگاهی دارای منافع زیادی می‌باشند که ارزانی و سریع تر بودن سرعت تحلیل از مهمترین آن می‌باشد. بنابراین می‌توان گفت

^۱- Multi-physics

^۲- Computational Fluid Dynamics (CFD)

که امروزه چالش نحوه نصب و راه اندازی دقیق تجهیزات گران آزمایشگاهی جای خود را به چالش استفاده از روشهای کارآمدتر و دقیق تر عددی در تحلیل جریانهای پیچیده داده است.

۱-۱- دینامیک سیالات محاسباتی: معادلات ناویر- استوکس

گسسته‌سازی معادلات ناویر- استوکس^۳ که در واقع معادلات حاکم بر جریان سیال های ساده می‌باشند، متداول ترین روش در دینامیک سیالات محاسباتی می‌باشد. طی پنجاه سال گذشته محققان بی‌شماری در این زمینه به فعالیت پرداخته‌اند که نتایج تحقیقات آنها منجر به انتشار میلیونها مقاله و تهیه هزاران کد برنامه نویسی شده است. به عنوان مثالی از پیشرفت های انجام گرفته در این زمینه کلاسیک از دینامیک سیالات محاسباتی، می‌توان به روشهای گوناگون حل معادلات گسسته ناویر - استوکس اشاره کرد. شکل ساده معادلات ناویر- استوکس برای یک سیال ساده بصورت زیر می‌باشد:

$$\bar{\nabla}(\rho \cdot \bar{v}) = 0 \quad (1-1)$$

و

$$\frac{\partial \bar{v}}{\partial t} + (\bar{v} \bar{\nabla}) \bar{v} = -\frac{1}{\rho} \bar{\nabla} p + \frac{\mu}{\rho} \Delta \bar{v} \quad (1-2)$$

در معادلات فوق، \bar{v} بردار سرعت، ρ چگالی سیال، μ ویسکوزیته دینامیک^۴ و p فشار می‌باشد. بطور کلی معادلات ناویر - استوکس برای یک حجم کنترل دلخواه و با ارضاء معادلات بقا، مومنتوم و انرژی نوشته می‌شود. این معادلات در واقع رابطه بین سرعت، فشار، دما و چگالی سیال را بیان می‌کنند.

معادلات ناویر - استوکس برای جریانهای مختلف سیالات بصورت معادلات دیفرانسیل جزئی می‌باشد که حل تحلیلی برای آن، به جز در موارد بسیار معدودی، وجود ندارد. با حل این معادلات با استفاده از روشهای گوناگون، می‌توان کمیت‌های ماکروسکوپی مانند سرعت را در زمان و مکان مشخص بدست آورد و در نهایت کمیت‌های دیگر مانند نیروی درگ^۵ را با استفاده از نتایج اولیه شبیه‌سازی محاسبه نمود.

³ - Navier-Stokes equations

⁴ - Dynamic viscosity

⁵ - Drag force

۱-۲- دینامیک سیالات محاسباتی: روش شبکه بولتزمن

روش شبکه بولتزمن^۶ یک روش جدید در شبیه سازی و حل جریانهای مختلف سیالات به شمار می‌رود. بطور کلی برای تحلیل جریان سیال سه دیدگاه میکروسکوپی^۷، مزوسکوپی^۸ و ماکروسکوپی وجود دارد. از دیدگاه میکروسکوپی، حرکت منفرد ذرات در مسافت آزاد متوسط^۸ آنها بررسی می‌شود. این روش مدل‌سازی برای حل مسایل مهندسی غیرممکن بوده و یا مقرون به صرفه نیست. دیدگاه مزوسکوپیکی میان دو دیدگاه میکروسکوپیکی و ماکروسکوپیکی قرار دارد و به جای یک مولکول یا یک ذره منفرد از سیال، مجموعه ای از مولکولها به عنوان یک ذره در نظر گرفته می‌شود. این ذرات می‌توانند در هر جهتی حرکت کنند، طوری که معادله حرکت آنها (برخورد و ارتباطشان) به صورت آماری و به وسیله معادلات توزیع بیان می‌گردد.

برخلاف روشهای کلاسیک که معادلات بقا را برای خواص ماکروسکوپی (جرم، مومنتوم و انرژی) حل می‌کند، روش شبکه بولتزمن جریان سیال را بر مبنای توابع توزیع ذره حل می‌کند. این روش یکی از مهمترین روشهای مزوسکوپیکی می‌باشد که در آن تعداد ذرات توزیع شده در میدان، با تعداد ملکولها نسبتی ندارد و در عوض فقط به تعداد شبکه‌ها و گره‌ها بستگی دارد. ایده اصلی شبکه بولتزمن، ساختن مدل‌های جنبشی ساده‌ای است که فیزیک جریان را در ابعاد میکروسکوپیکی و مزوسکوپیکی در نظر می‌گیرد و خصوصیات ماکروسکوپیکی میانگیری شده، معادلات ماکروسکوپیکی را ارضاء می‌کنند. مزایای این روش نسبت به روشهای معمول حل معادله ناویر استوکس عبارت است از:

- ۱- داشتن الگوریتم ساده و امکان پردازش موازی
- ۲- در محدوده تراکم ناپذیری، می‌توان از مدل شبکه بولتزمن، معادلات ناویر - استوکس تراکم‌ناپذیر را بدست آورد. همچنین فشار در مدل شبکه بولتزمن از معادله حالت گاز محاسبه می‌شود در حالی که در شبیه‌سازهای کلاسیک ناویر - استوکس، فشار از معادله پواسون بدست می‌آید.
- ۳- پروسه میانگیری در این روش شامل تمام اطلاعات از فضای مکان و سرعت می‌باشد و از آنجاییکه تعداد جهت‌های و حرکت محدود می‌باشد، تبدیل توابع توزیع میکروسکوپیکی به متغیرهای ماکروسکوپیکی ساده می‌باشد. بطور کلی می‌توان گفت که هدف اصلی از استفاده از روش شبکه بولتزمن بدست آوردن خواص ماکروسکوپیکی از دینامیک مولکولی و استفاده از آمار می‌باشد.

⁶ - Lattice Boltzmann Method (LBM)

⁷ - Mesoscopic

⁸ - Mean free path

۱-۳- اهداف رساله

استفاده از روش شبکه بولتزمن برای تحلیل عددی جریان سیال و انتقال گرما در سیال تراکم ناپذیر و تراکم پذیر، سیالهای چند جزئی، کریستالهای مایع، جدایش فاز مایع، جریانهای گاز-مایع، نفوذ سیال در محیط های متخلخل و جریان آشفته بسیار کارآمد می باشد. نانوسیالها که مدل سازی و تحلیل آنها به لحاظ بهبود چشمگیر در خواص انتقال گرما نسبت به سیال پایه، بسیار اهمیت دارد، جزو سیالات دو جزئی محسوب می گردند. مدل های تجربی و یا نیمه تجربی در این زمینه برای انواع نانوسیالها ارایه گردیده که تصحیحاتی براساس خواص فیزیکی و یا شکل هندسی نانوذرات در معادلات پیوستگی، ممنتوم و انرژی سیال پایه صورت گرفته است. در این مدلها عوامل اصلی بهبود انتقال گرما که ناشی از برخوردها و نیروهای داخلی است، در نظر گرفته نشده در حالی که در روش شبکه بولتزمن این عوامل مستقیماً قابل اعمال به معادلات می باشند. همین دلیل موجب استفاده از روش شبکه بولتزمن برای تحلیل جریان نانوسیالات در سالهای اخیر بوده است.

یکی از مشکلات اصلی روش شبکه بولتزمن، ناپایداری آن می باشد. لذا یکی از اهداف اصلی این رساله ارائه یک روش پایدار و دقیق در تحلیل جریان و انتقال گرما می باشد. بدین منظور در ابتدا با استفاده از روش شبکه بولتزمن و ترکیب آن با روش حجم محدود و استفاده از ضرایب تصحیح به تحلیل چندین جریان سیال متفاوت خواهیم پرداخت تا صحت و دقت الگوریتم پیشنهادی ارزیابی گردد. در مرحله بعد، حل برای شبیه سازی جریانهای توام با انتقال حرارت توسعه خواهد یافت و نتایج آن برای جریانهای متداول در مکانیک سیالات بررسی خواهد شد. در نهایت شبیه سازی نانوسیالها برای بررسی و آنالیز میزان افزایش انتقال حرارت در نتیجه اضافه شدن نانوذرات به سیال پایه صورت خواهد گرفت. به منظور افزایش دقت تحلیل نانوسیالها، نیروهای خارجی نیز به معادلات بولتزمن افزوده خواهد شد.

۱-۴- ساختار رساله

در این رساله تلاش شده است که از یک روند منطقی جهت ارائه مطالب و نتایج استفاده شود. در ابتدا مروری بر تحقیقات گذشته خواهد شد و سپس روش شبکه بولتزمن و طرح پیشنهادی مورد استفاده در این پایان نامه بطور کامل معرفی خواهد شد. در نهایت نتایج شبیه سازی برای جریان سیال، انتقال گرما و نانوسیالات ارائه خواهند شد. فصول و پیوست ها به ترتیب بصورت زیر خواهند بود:

- ✓ **فصل اول: مقدمه:** (فصل پیش رو)
- ✓ **فصل دوم: مروری بر تحقیقات گذشته:** که در آن مروری بر تحقیقات دانشمندان بر روی روش شبکه بولتزمن خواهد شد.
- ✓ **فصل سوم: نانوسیالات (معرفی، کاربرد و تحقیقات پیشین):** در این فصل ضمن معرفی نانوسیالات مروری نیز بر تحقیقات انجام شده در این زمینه خواهد شد. همچنین معرفی عوامل موثر در بهبود انتقال گرما در نانوسیالات نیز در این فصل مورد بررسی قرار خواهد گرفت.
- ✓ **فصل چهارم: تئوری روش شبکه بولتزمن:** که در این فصل جزئیات روش شبکه بولتزمن بطور کامل مطرح خواهد شد..
- ✓ **فصل پنجم: فرمول بندی ریاضی:** در این قسمت نحوه استفاده از روش حجم محدود با طرح مرکزیت سلول جهت گسسته سازی توابع توزیع جریان و انتقال گرما شبکه بولتزمن ارائه شده است. بررسی انواع شرایط مرزی نیز از دیگر موضوعات این فصل می باشد.
- ✓ **فصل ششم: نتایج ۱ (هیدرودینامیک):** در این فصل نتایج مربوط به شبیه سازی چند جریان مختلف سیال مانند جریان بین دو صفحه، جریان انبساط ناگهانی و جریانهای برشی آزاد ارائه شده اند. محاسبه ویسکوزیته جریان نیز از دیگر مباحث این فصل می باشد.
- ✓ **فصل هفتم: نتایج ۲ (ترموهیدرودینامیک):** تحلیل انتقال گرما در جریانهای تراکم ناپذیر مختلف مانند جریان پله وارون و همچنین ارائه نتایج شبیه سازی نانوسیالها برای چند مساله از مباحث این فصل می-باشد.
- ✓ **فصل هشتم: نتیجه گیری و پیشنهادات:** که در آن به خلاصه ای از روش ارائه شده و نتایج حاصل از آن اشاره شده است. به دلیل جدید بودن روش و گستردگی موضوع، بطور یقین تمامی جوانب در این رساله مورد بررسی قرار نگرفته است. لذا پیشنهاداتی برای تحقیقات آینده نیز در این بخش آورده شده است.
- ✓ **مراجع:** که در آن به تمامی کتب و مقالات استناد شده به ترتیب اشاره خواهد شد.
- ✓ **پیوست الف:** که در آن نحوه بدست آوردن معادله ناویر – استوکس از معادله شبکه بولتزمن ارائه شده است.

و در نهایت پس از پیوست، عنوان و چکیده انگلیسی پایان نامه آورده شده است.

فصل دوم

مروری بر تحقیقات گذشته



Portrait U. Frisch
Born: 1940 France



Yves Pomeau
Born: 1942 USA



Sauro Succi
Born: 1954 Italy



Prabha Lal Bhatnagar
1912-1976



Eugent P. Gross
1926-1991



Brosel Hasslacher
1941-2005

۲-۱- مقدمه

در سالهای اخیر روش شبکه بولتزمن بعنوان یک نگرش جدید برای حل مسایل پیچیده دینامیک سیالات مورد توجه بسیار قرار گرفته است. در این روش، سیال بصورت مجموع ذرات بسیاری در نظر گرفته می‌شود که در اثر برخورد در گره‌های یک شبکه منظم با یکدیگر در حال تعامل می‌باشند. ساده بودن برنامه‌نویسی و قابلیت ترکیب کردن تعاملات میکروسکوپی، این روش را بعنوان روشی جذاب برای شبیه‌سازی جریان سیالات با هندسه پیچیده معرفی کرده است. در این فصل مروری بر تحقیقات گذشته در زمینه پیشرفت شبیه‌سازی‌های عددی با استفاده از روش شبکه بولتزمن ارائه خواهد شد. همچنین توسعه این روش برای شبیه‌سازی جریانهای توام با انتقال گرما نیز مرور خواهد شد. بررسی تحقیقات گذشته در زمینه نانوسیالات در فصل بعد ارائه شده است. در ابتدا از آنجا که روش شبکه بولتزمن از روش شبکه گاز نتیجه شده است، به معرفی روش شبکه گاز و پیشرفت‌های انجام گرفته در این زمینه خواهیم اشاره خواهد شد.

۲-۲- روش شبکه گاز^۱

روش شبکه بولتزمن نتیجه پیشرفت‌های انجام گرفته در روش شبکه گاز می‌باشد، لذا مروری بر روش شبکه گاز مفید به نظر می‌رسد. هدف اصلی روش شبکه گاز، شبیه‌سازی رفتار و تعاملات تعداد بی‌شماری ذره گاز منفرد بصورت ساده‌ترین حالت ممکن می‌باشد. این روش را می‌توان جزء ساده‌ترین روشهای دینامیک مولکولی طبقه بندی کرد که در آن کمیت‌های ماکروسکوپی مانند چگالی و سرعت را می‌توان از کمیت‌های میکروسکوپی بدست آورد. در این روش مولکولها همانند ذرات کروی سختی در نظر گرفته می‌شوند که بر روی گره‌های مشخصی قرار دارند. هر ذره دارای تعدادی سرعت گسسته مشخص \vec{c}_i می‌باشد. برخورد بین ذرات از یک سری قانون برخورد الاستیک تبعیت می‌کند که باعث ارضای معادلات بقای جرم و مومنتوم می‌گردد. در ادامه به معرفی مدل‌های ارائه شده برای این روش خواهیم پرداخت.

¹- Lattice Gas Automata (LGA)

۲-۲-۱- مدل HPP^۲

این مدل بوسیله هاردی، پومئو و پازیس در سال ۱۹۷۳ ارائه گردید [۲۱]. شبکه مورد استفاده در این مدل، دوبعدی و مربعی می‌باشد. بنابراین هر گره در شبکه دارای چهار گره همسایه خواهد بود. در این مدل ذرات می‌توانند حداکثر دارای چهار سرعت بصورت $\bar{c}_1 = (1, 0)$, $\bar{c}_2 = (0, 1)$, $\bar{c}_3 = (-1, 0)$, $\bar{c}_4 = (0, -1)$ باشند (شکل (۲-۱)) و در هر گام زمانی ذرات فقط قادر خواهند بود در مسیر این سرعت‌ها جابجا شوند (شکل (۲-۲)).

هنگامیکه دو یا چند ذره پس از یک گام زمانی در یک گره به هم می‌رسند، برخورد بین آنها اتفاق می‌افتد. قوانین برخورد به گونه‌ای هستند که قبل و بعد از برخورد، بقای جرم و مومنتوم برقرار بوده و تعداد ذرات و سرعت کل آنها در هر گره یکسان می‌باشد. هنگامیکه دو ذره از سر با یکدیگر برخورد می‌کنند، آنها در جهت زوایای قائمه چرخیده و با سرعت خود در این راستای جدید حرکت می‌کنند (شکل (۲-۳)). این موضوع بقای مومنتوم را در پی دارد زیرا مجموع سرعت‌های دو ذره در دو جهت برابر با صفر خواهد بود. هنگامیکه سه یا چهار ذره در یک گره با یکدیگر برخورد می‌کنند، تنها حالتی که بقای جرم و مومنتوم را در پی خواهد داشت، همان حالت قبل از برخورد می‌باشد، بنابراین برخورد بین سه یا چهار ذره در واقع همانند این است که برخوردی بین ذرات رخ نداده است و ذرات به حرکت خود در راستای اولیه خود ادامه خواهند داد. در این روش تمام ذرات جرم واحد دارند و از اندازه حرکت صفر برخوردارند، در نتیجه ذرات از یک گره به گره دیگر در یک واحد زمانی حرکت می‌کنند.

برای یک شبکه مربعی HPP، حداکثر چهار ذره بر روی هر گره قرار می‌گیرند. در هر گره مجموعه‌ای از متغیرهای بولین^۳ $n_i(x, t)_{(i=1,2,\dots,M)}$ برای تعیین موقعیت ذره مورد استفاده واقع می‌شوند. M بیانگر تعداد سرعت‌هایی است که ذرات قابلیت حرکت بر روی آنها را دارند و عدد n موقعیت ذره را بیان می‌کند. بدین ترتیب که اگر $n_i = 1$ باشد، ذره ای در جهت i قرار دارد و اگر $n_i = 0$ باشد، ذره ای در موقعیت i قرار ندارد. بطور کلی معادله تکامل روش شبکه گاز بصورت زیر می‌باشد:

$$n_i(\bar{x} + \bar{c}_i, t + 1) - n_i(\bar{x}, t) = \Omega_i(\bar{x}, t) \quad (1-2)$$

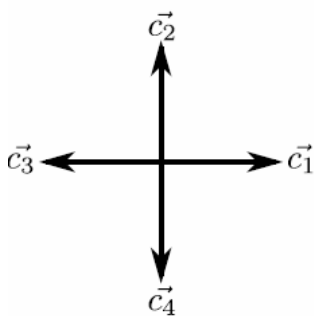
که v_i بیانگر سرعت‌های موضعی ذره و Ω_i اپراتور برخورد^۴ می‌باشد. بطور کلی قوانین در نظر گرفته شده برای این مدل و بطور کلی روش شبکه گاز عبارتند از:

^۲- Hardy, Pomeau and Pazzis (HPP)

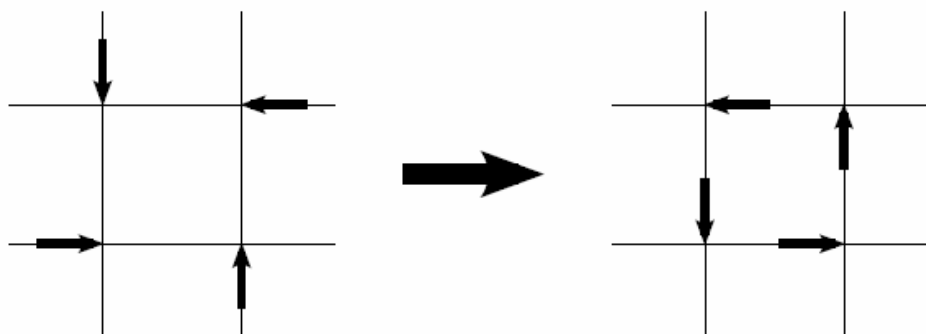
^۳- Boolean

^۴- Collision

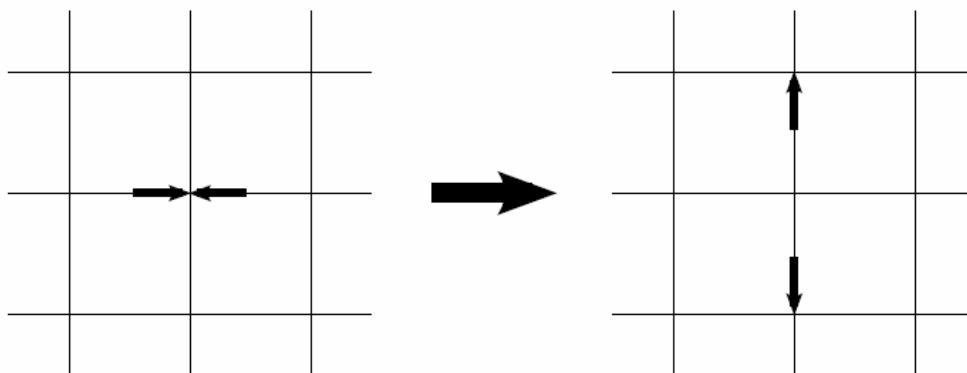
- ذرات دارای جرم یکسانند.
 - حرکت ذرات مقید به جهت های مشخص می باشد.
 - در یک گام زمانی، ذرات به نزدیکترین گره مجاور حرکت می کنند.
 - هیچ دو ذره ای در یک گره هم جهت حرکت نمی کنند.
 - برخوردها کشسان بوده و بقای جرم و اندازه حرکت برقرار می باشد.
- با توجه به قوانین برخورد می توان گفت که در این مدل هر برخورد، فقط و فقط یک نتیجه در بر خواهد داشت. لذا می توان با استفاده از این مدل و انجام شبیه سازی معکوس در زمان به حالت اولیه جریان دست یافت. اعمال نیروی خارجی در این مدل با تغییر دادن تصادفی سرعت چند ذره در جهت نیرو، در محاسبات وارد می شود [۳].



شکل ۱-۲: بردارهای سرعت مدل HPP.



شکل ۲-۲: حرکت ذرات در مدل HPP در طی یک گام زمانی.



شکل ۲-۳: قانون برخورد سر به سر بین دو ذره در مدل HPP.

با شروع شبیه سازی قوانین برخورد و جاری شدن ذرات ادامه خواهد یافت تا مادامیکه سیستم به حالت تعادل برسد. سپس چگالی و مومنتوم ماکروسکوپی با میانگین گیری کمیات متناظر میکروسکوپی در زمان و مکان بدست آورده می شوند.

از مزایای اصلی این مدل با توجه به ساده بودن آن، عدم احتیاج به حافظه محاسباتی زیاد می باشد. همانطور که اشاره شد، در این مدل اگر ذره ای در یک گره وجود داشته باشد به آن گره عدد یک و در غیر اینصورت عدد صفر نسبت داده می شود. این سیستم عددگذاری که به سیستم بولین موسوم می باشد باعث می شود که اعداد اعشاری در این مدل استفاده نشوند و تمام اعداد صحیح باشند، لذا هیچگونه خطای عددی ناشی از گرد کردن وجود نخواهد داشت. مزیت دیگر استفاده از این مدل امکان استفاده از پردازش موازی می باشد. از آنجا که برخوردهای هر گره مستقل از گره دیگر می باشد و تعاملات بین ذرات هر گره فقط در طی مرحله جاری شدن^۵ ذرات رخ می دهد، لذا می توان از پردازشگرهای جداگانه برای انجام محاسبات بر روی مراحل برخورد و جاری شدن ذرات بهره گرفت. جدا از مزایای فوق، این مدل دارای ضعف هایی نیز می باشد که در ادامه به آنها اشاره می شود.

از آنجا که ماهیت این روش مولکولی است هیچگاه نمی توان گفت که سیستم به حالت تعادل رسیده است. لذا رسیدن به حالتی که تمام خواص سیستم برابر با خواص گام زمانی قبلی باشد و سیستم به حالت تعادل رسیده باشد تا بتوان شبیه سازی را خاتمه داد، وجود ندارد. بنابراین چاره ای جز نسی در نظر گرفتن حالت تعادل برای سیستم نمی باشد. از طرفی دیگر با توجه به اینکه خواص ماکروسکوپی با میانگین گیری از خواص میکروسکوپی بدست می آید،

⁵ - Streaming

نتیجه حاصل منجر به متغیر بودن کمیات ماکروسکوپی خواهد شد، یعنی به عبارت دیگر همواره اغتشاشات آماری در محاسبه کمیات ماکروسکوپی وجود خواهد داشت.

با انجام تحقیقات بسیار بر روی این مدل به ضعف آن در شبیه سازی جریان سیالات بیشتر پی برده شد و با پیشنهاد مدل جدید و ایزوتروپیک FHP، این مدل در اواخر دهه ۱۹۸۰ کنار گذاشته شد.

۲-۲-۱- مدل FHP^۶

مدل FHP توسط فریش، هاسلاچر و پومئو در سال ۱۹۸۶ معرفی گردید [۴]. با استفاده از این مدل نشان داده شد که با استفاده از یک شبکه^۷ شش ضلعی به جای شبکه چهار ضلعی می توان معادلات ناویر استوکس را در حالت تراکم ناپذیر بدست آورد [۶-۴ و ۱]. بردارهای سرعت در مدل FHP مطابق شکل (۲-۴) در شش جهت و بصورت $\bar{c}_1 = (1, 0)$ ، $\bar{c}_2 = (1/2, \sqrt{3}/2)$ ، $\bar{c}_3 = (-1/2, \sqrt{3}/2)$ ، $\bar{c}_4 = (-1, 0)$ ، $\bar{c}_5 = (-1/2, -\sqrt{3}/2)$ ، $\bar{c}_6 = (1/2, -\sqrt{3}/2)$ می باشند.

همانطور که در شکل (۲-۵) نشان داده شده است در یک شبکه شش ضلعی FHP برخلاف شبکه چهارضلعی HPP برای برخورد سر به سر ذرات دو مسیر بازگشت متفاوت وجود دارد که در هر دو مسیر بقای جرم و مومنتوم برقرار خواهد بود. عبور از این مسیرها در مرحله برخورد بین ذرات، دارای احتمال مساوی بوده و بصورت تصادفی برای هر برخورد انتخاب می شوند. بنابراین دیگر نمی توان برای این مدل FHP بطور قطع بیان کرد که مسیر برگشت در مرحله برخورد در کدام جهت خواهد بود. در مدل FHP احتمال برخورد سه ذره در یک گره نیز وجود دارد (شکل (۲-۶)). در چنین حالتی ذرات به مسیری که از آن به گره وارد شده اند، برگشت داده می شوند [۴ و ۶].

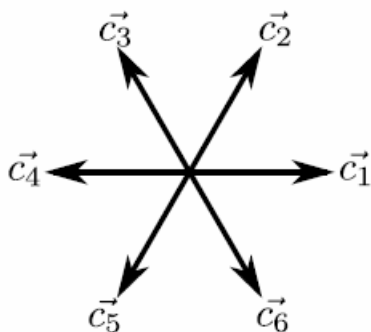
مدلهای جدیدتر FHP که در تحقیقات بعدی معرفی شدند به نام مدل های FHP-II و FHP-III نامگذاری شده اند. تفاوت این مدلها با مدل اولیه یا کلاسیک در معرفی برخوردهای اضافی می باشد، اما قوانین برخورد همچنان ثابت می باشند.

توجه شود که مدل FHP همانند مدل HPP می باشد که تنها شکل شبکه و قوانین برخورد آن تغییر کرده است، لذا تمامی مزایای مدل HPP مانند امکان پردازش موازی و نیاز به حافظه کم را دارد. همچنین به دلیل افزایش جهات حرکت ذرات امکان شبیه سازی جریانهای مختلف با استفاده از این مدل بوجود آمد اما همچنان مشکل

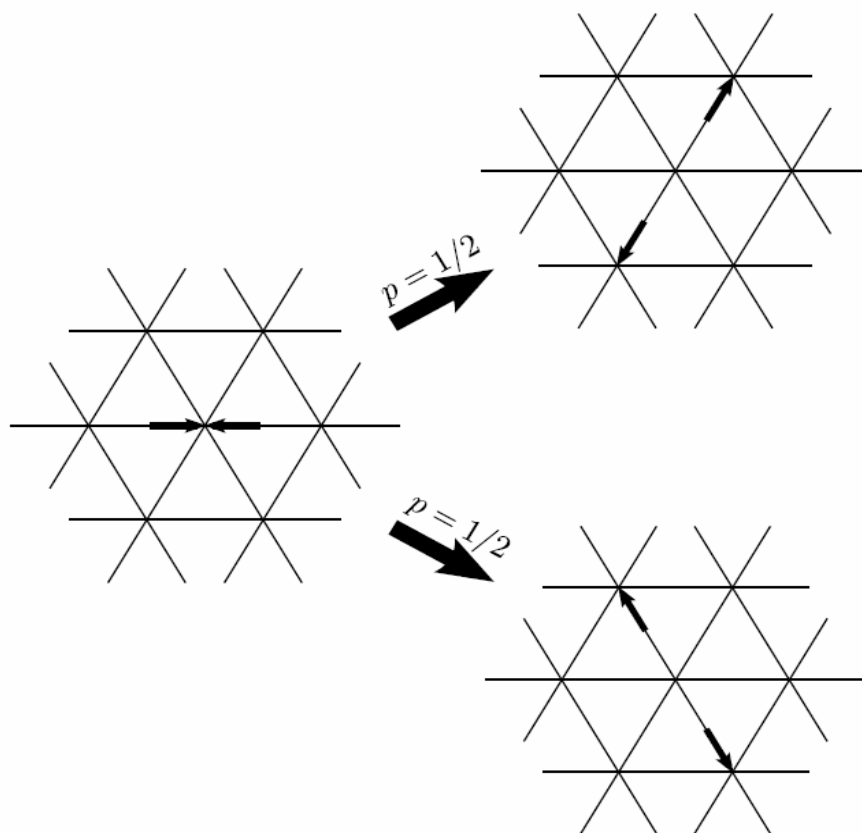
^۶ - Frisch, Hasslacher and Pomeau (FHP)

^۷ - Lattice

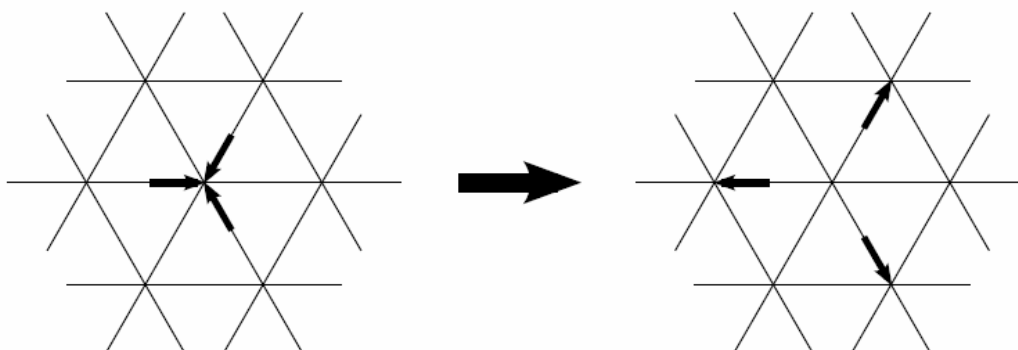
اغتشاشات آماری در این مدل نیز وجود دارد. البته با میانگین‌گیری و افزایش شبکه میزان این نوسان کاهش می‌باشد که البته افزایش هزینه محاسباتی را نیز به همراه دارد. همچنین برای انجام مرحله برخورد احتیاج به حل ماتریس می‌باشد که این ماتریسها برای شبیه‌سازی سه بعدی بسیار بزرگ بوده و روش را پرهزینه می‌کنند.



شکل ۲-۴: بردارهای سرعت مدل FHP.



شکل ۲-۵: قانون برخورد سر به سر در مدل FHP و مسیرهای مجاز پس از برخورد.



شکل ۲-۶: قانون برخورد بین سه ذره در مدل FHP.

۲-۳- تاریخچه روش شبکه بولتزمن و هیدرودینامیک

همانطور که اشاره شد روش شبکه بولتزمن از روش شبکه گاز نتیجه شده است [۲]. برای اولین بار روش شبکه بولتزمن توسط مک نامارا و زانتی در سال ۱۹۸۸ و بر اساس توابع توزیع احتمال^۸ مطرح گردید [۷]. آنها جمله برخورد را همانند جمله برخورد در روش شبکه گاز پیشنهاد کردند و برای توابع توزیع تعادلی ذرات از توزیع فرمی - دیراک^۹ استفاده کردند. مهمترین ویژگی شبکه بولتزمن، استفاده از تابع توزیع ذرات بجای متغیرهای صفر و یکی و صرفنظر کردن از حرکات ملکولهای تکی و برخورد ملکول با ملکول می‌باشد. این روند، اختلالات آماری و ناپایداری روش شبکه گاز را حذف می‌کند [۲]. این الگوریتم از روش شبکه بولتزمن که به روش استاندارد معروف می‌باشد همانند روش شبکه گاز بطور کلی از دو مرحله جاری شدن^{۱۰} و برخورد^{۱۱} تشکیل شده است.

این روش بر اساس مدل FHP-III بنا شده است که در فضا، زمان و مومنتوم گسسته می‌گردد. در روش شبکه بولتزمن متغیرهای بولین با متغیرهای حقیقی $f_i = \langle n_i \rangle$ جایگزین شده است که $\langle \rangle$ بیانگر میانگین مجموع می‌باشد، یعنی مجموعه‌ای از تابع توزیع سرعت ذرات بجای یک شبه ذره بکار می‌رود و محاسبات دینامیکی بر روی این مجموع انجام می‌شود (شکل (۲-۷)).

^۸ - Probability function

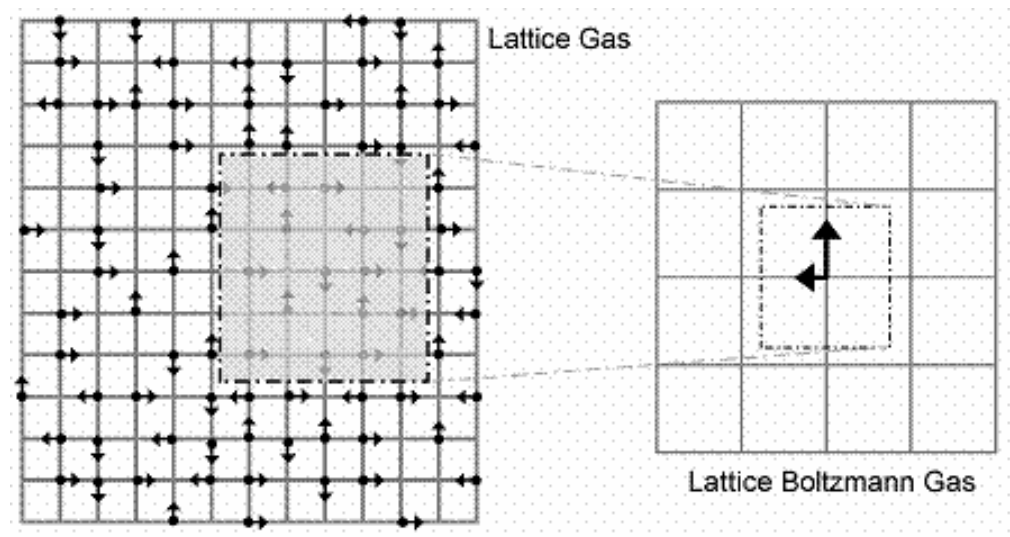
^۹ - Fermi-Dirac

^{۱۰} - Streaming

^{۱۱} - Collision

به بیان دیگر، تابع توزیع ذرات $f_i(\bar{x}, \bar{c}, t)$ نشان دهنده تعداد ذراتی است که در زمان t ، در مکان \bar{x} با سرعت \bar{c} در حال حرکتند. سرعت ذرات در این روش متغیرهای صفر و یکی بولین نبوده بلکه اعداد حقیقی می‌باشند، بنابراین f_i دارای مقداری بین صفر و یک می‌باشد. با توجه به این موارد، معادله تکامل برای روش بولتزمن به جای معادله (۱-۲) بصورت زیر خواهد بود:

$$f_i(\bar{x} + \bar{c}_i dt, t + dt) - f_i(\bar{x}, t) = \Omega_i(\bar{x}, t) \quad (۲-۲)$$



شکل ۲-۷: شماتیک روش شبکه بولتزمن در برابر روش شبکه گاز.

همانطور که قبلاً نیز اشاره شد، روش شبکه بولتزمن در واقع یک روش مزوسکوپی است که با استفاده از آن می‌توان پدیده‌های ناپیوسته مانند جریانهای چند فازی را نیز به راحتی مدل کرد. استفاده از این روش در بسیاری از مسایل مهم و پیچیده مهندسی از جمله جریانهای تراکم ناپذیر^{۱۲} [۹ و ۸ و ۲]، جریانهای چندفازی^{۱۳} [۱۱ و ۱۰]، شبیه سازی جریانهای حبابدار^{۱۴} [۱۲]، جریانهای عبور کننده از محیط های متخلخل^{۱۵} [۱۳]، جریانهای با واکنش شیمیایی [۱۴] و پارگی و ترکیب قطرات^{۱۶} [۱۵] رواج یافته است. که برای مطالعه بیشتر می‌توان به مراجع ذکر شده مراجعه کرد.

¹² - Incompressible flows

¹³ - Multiphase flows

¹⁴ - Bubble flows

¹⁵ - Porous media

¹⁶ - Droplets breakup & coalescence

در عین حال استفاده از روش شبکه بولتزمن دارای محدودیت هایی نیز می باشد. از آن جمله می توان به این موضوع اشاره کرد که این روش برای شبکه های یکنواخت و سازمان یافته بنا شده است. قابل ذکر است که استفاده از شبکه یکنواخت در بسیاری از مسایل مهندسی مشکل و شاید غیرممکن باشد. لذا در سالهای اخیر، محققان بسیاری سعی در استفاده از شبکه های بی سازمان^{۱۷} نموده اند تا به نحوی بر این مشکل غلبه کنند.

هی و همکاران [۱۶] در تحقیقی مدلی برای شبکه بندی مربعی دلخواه ارائه کردند که در آن الگوریتمی ارائه شد که بواسطه آن یک گام میانمایی به روش استاندارد بولتزمن اضافه گردید. سوچی و همکاران [۱۷] برای اولین بار فرمول بندی حجم محدود را در ترکیب با شبکه بولتزمن پیشنهاد کردند. در این فرمول بندی اگرچه نقاط شبکه تشکیل یک شبکه مربعی را نمی دهند اما از دیدگاه توپولوژیک، روشهای فوق احتیاج به شبکه سازی با سازمان دارند. این محققان در تحقیقات دیگری [۱۸ و ۱۹] روش پیشنهادی خود را با تمرکز بر روی آنالیز تئوریک، گسسته سازی معادلات در زمان و مکان و پیاده سازی شرایط مرزی توسعه دادند.

پنگ و همکاران [۲۰] انتگرال گیری از فرم دیفرانسیلی معادله شبکه بولتزمن را در ترکیب با روش حجم محدود در اطراف گره های شبکه پیشنهاد کرد که به روش Cell-Vertex FV معروف می باشد. آنها در این روش از شبکه D_2Q_7 استفاده نمودند و برای محاسبه متغیرهای میکروسکوپی هر شبکه از شش نقطه مجاور استفاده کردند. با استفاده از این روش می توان دامنه محاسباتی را به دامنه ای با شبکه مثلثی یا مربعی بی سازمان تجزیه کرد. خطای این روش در بیشترین حالت به ۱٪ می رسد. با وجود دقت خوب، زمان محاسبه در این روش بسیار بالا می باشد و علاوه بر آن این روش دارای اشکالات زیادی در پایداری عددی می باشد.

برای رفع مشکل پایداری عددی تحقیقات مختلفی انجام گرفت، که از آن جمله می توان به تحقیق انجام شده توسط استیبلر و همکاران [۲۱] اشاره کرد. این محققان اپراتور جابجایی (جمله شار) را بر خلاف ایده گسسته سازی مرکزی انجام گرفته توسط پنگ [۲۰]، با ایده بالادست^{۱۸} گسسته نمودند. آنها ثابت کردند که پایداری عددی روش پیشنهادی آنها در مقایسه با فرمول بندیهای دیگر بهبود و هزینه محاسباتی در حدود ۵۰٪ کاهش یافته است. اما مشکل اصلی این روش، دقت پایین آن در نتایج شبیه سازی می باشد.

¹⁷ - Unstructured grids

¹⁸ - Upwind

در زمینه استفاده از روش شبکه بولتزمن در جریانهای متلاطم^{۱۹} تاکنون تحقیقاتی کمی انجام گرفته است. شاید بتوان گفت برای اولین بار سوچی [۲] استفاده از روش شبکه بولتزمن در جریانهای متلاطم را بررسی نمود. پس از آن لو و همکاران [۲۲] از دیگر محققانی بودند که دست به تحقیقاتی در این زمینه زدند. آنها جریان متلاطم در لایه مرزی را با استفاده از روش شبکه بولتزمن استاندارد شبیه سازی نمودند و به نتایج خوبی دست یافتند.

اعمال شرایط مرزی در روش شبکه بولتزمن و سازگار نمودن آن با قوانین بقاء جرم، اندازه حرکت و انرژی بر حسب متغیرهای ماکروسکوپیکی، از مسایل مهم در این روش است. چن و مارتینز [۲۳] شرط مرزی عدم لغزش در دیواره و شرط فشار در جریان اطراف استوانه را با استفاده از برونیابی و بر حسب متغیرهای میکروسکوپیکی بر معادله بولتزمن اعمال کردند و نتایج خوبی را در مقایسه با روش تفاضل محدود بدست آوردند. زو و هی [۲۴] شرط مرزی انعکاسی^{۲۰} در روش شبکه بولتزمن را با تقریب BGK بررسی نمودند و نشان دادند که شرط مرزی انعکاسی برای شرط عدم لغزش در دیواره ساکن بسیار مناسب است. علاوه بر آن روشهایی را برای اعمال شرایط ورودی، خروجی و فشار نیز ارائه دادند.

برای توسعه روش شبکه بولتزمن و استفاده از این روش در هندسه های پیچیده تحقیقات دیگری در ترکیب این روش با روش تفاضل محدود^{۲۱} [۲۵ - ۲۷] و المان محدود^{۲۲} [۲۸ - ۳۰] نیز انجام گرفته است که برای مطالعه بیشتر می توان به مراجع ذکر شده رجوع کرد. در نهایت می توان گفت که امروزه ترکیب روش حجم محدود با روش شبکه بولتزمن^{۲۳} و تکنولوژی شبکه بی سازمان بدلیل توانمندی، انعطاف پذیری زیاد و سازگاری فیزیکی آن در تحلیل مسایل پیچیده، مورد توجه محققان بسیاری قرار گرفته است [۳۱ - ۳۶].

۲-۴- تاریخچه روش شبکه بولتزمن و ترموهیدرودینامیک

برخلاف رشد قابل توجه تحلیل جریانهای مختلف با استفاده از روش شبکه بولتزمن، تحلیل مسائل توام با انتقال گرما به تازگی مورد توجه دانشمندان قرار گرفته است و بطور کلی بعنوان یک مبحث جدید معرفی می شود. مدل های گرمایی

¹⁹ - Turbulent

²⁰ - Bounce-back

²¹ - FD-LBM

²² - FE-LBM

²³ - FV-LBM

مورد استفاده در روش شبکه بولتزمن^{۲۴} را می توان به مدل‌های چندسرعتی^{۲۵}، اسکالر غیر فعال^{۲۶} و تابع توزیع دوگانه^{۲۷} تقسیم بندی نمود.

در روش چند سرعتی از یک تابع توزیع برای جریان سیال و انتقال گرما استفاده می‌شود و سپس از جملات مرتبه بالاتر سرعت در تقریب تابع توزیع تعادلی استفاده می‌شود [۳۷]. به دلیل استفاده از یک زمان رهایش^{۲۸}، این روش محدود به عدد پرناتل^{۲۹} برابر با نیم می‌باشد که این موضوع مهمترین ضعف این مدل می‌باشد [۳۸]. همچنین تحقیقات برخی محققین نشان داد که پایداری عددی این روش کم می‌باشد [۳۹]. فورنیر و همکاران [۴۰] در تحقیقی به بهبودی قابل توجهی در پایداری عددی این روش برای اعداد ماخ پایین دست یافتند. اما همچنان محدودیت این روش برای پرناتل همچنان پابرجاست.

در روش اسکالر غیرفعال از یک تابع توزیع مجزا برای حل توزیع گرما استفاده می‌شود [۳۷]. این روش دارای پایداری عددی بهتری نسبت به روش چند سرعتی می‌باشد اما پنگ و همکاران [۴۱] در تحقیقی نشان دادند که این روش محدود به جریاناتی است که در آنها می توان از اتلافات ناشی از لزجت سیال و همچنین کار تراکمی ناشی از تغییرات فشار صرفنظر کرد. شی و همکاران [۴۲] در تحقیقی مدلی از این روش پیشنهاد دادند که با استفاده از آن می توان اتلافات ناشی از لزجت سیال را در محدوده تراکم ناپذیری در محاسبات در نظر گرفت.

روش تابع توزیع دوگانه در واقع شکل تکامل یافته روش اسکالر غیر فعال می‌باشد که در آن اتلافات ناشی از لزجت سیال و همچنین کار تراکمی ناشی از تغییرات فشار در معادله انرژی بولتزمن در نظر گرفته می‌شود [۴۳ و ۴۴]. در این روش دو تابع توزیع مجزا برای میدانهای جریان و انرژی در نظر گرفته می‌شوند که بطور همزمان حل می‌شوند. همچنین برای هر تابع توزیع یک زمان رهایش جداگانه تعریف می‌شود که این موضوع محدودیت روش چند سرعتی را نیز مرتفع می‌سازد. علاوه بر این پایداری این روش نیز بسیار خوب می‌باشد. در سالهای اخیر، این مدل بطور موفقی در تحلیل مسائل مختلف توام با انتقال گرما مورد استفاده قرار گرفته است [۴۵ و ۴۸].

²⁴- *Thermal Lattice Boltzmann Method (TLBM)*

²⁵- *Multi-speed approach*

²⁶- *Passive-scalar model*

²⁷- *Double Distribution Function (DDF)*

²⁸- *Relaxation time*

²⁹- *Prandtl number (Pr)*

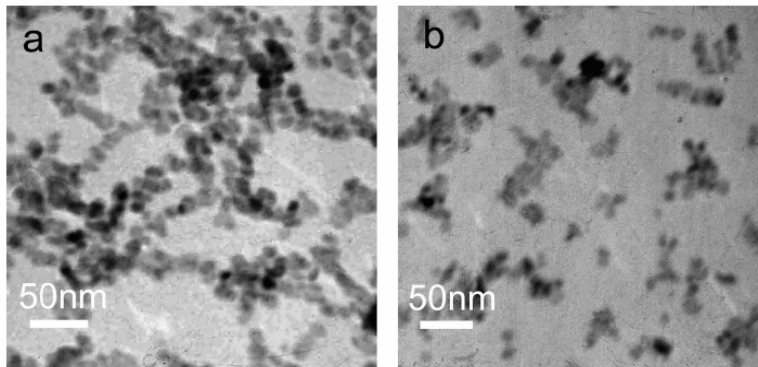
فصل سوم

نانوسیالات

(معرفی، کاربرد و تحقیقات پیشین)



Richard Phillips Feynman 1918-1988



Images of CuO nano-fluids prepared with different concentrations (a) 0.1 Mol/L;(b) 0.4 Mol/L.

۳-۱- مقدمه

افزایش کارایی سیستمهایی نظیر رآکتورهای هسته‌ای، موتورهای احتراق داخلی و یا نیروگاههای خورشیدی مستلزم استفاده از روشهای نوین در انتقال گرمای این گونه تجهیزات می‌باشد. یکی از روشهای موثر در این زمینه استفاده از نانوسیالات^۱ می‌باشد. استفاده از نانوسیالات که متشکل از یک سیال پایه^۲ و ذرات بسیار ریز فلز در اندازه های میکرومتر و نانومتر می‌باشد، باعث بهبود خواص انتقال گرمایی سیستم ها خواهد شد. همچنین به علت بسیار ریز بودن اندازه ذرات فلزی، در سیستمهایی که از نانوسیالات استفاده می‌کنند، مشکلاتی نظیر رسوب گذاری، خوردگی و افت فشار بروز نخواهد کرد. در این فصل ضمن مروری بر تاریخچه پیدایش نانوسیالات و پیشرفت‌های انجام شده در این زمینه به معرفی عوامل موثر در بهبود انتقال گرما در نانوسیالات نیز پرداخته خواهد شد.

۳-۲- معرفی، کاربرد و تحقیقات پیشین

در یونان باستان، مردم و بخصوص دانشمندان بر آن باور بودند که می‌توان مواد را آنقدر به اجزاء کوچک تر تقسیم کرد تا به ذراتی رسید که تقسیم ناشدنی هستند و این ذرات بسیار ریز بنیان مواد را تشکیل می‌دهند. شاید بتوان **دموکریتوس**^۳، فیلسوف یونانی را پدر فناوری نانو نامید چرا که در حدود ۴۰۰ سال قبل از میلاد مسیح، او اولین کسی بود که واژه اتم را به معنی تقسیم نشدنی در زبان یونانی برای توصیف ذرات سازنده مواد بکار برد. اما در ۲۹ دسامبر سال ۱۹۵۹، **ریچارد پی فینمن**^۴ یک سخنرانی در مورد قابلیت‌های فناوری نانو در انجمن فیزیک آمریکا در دانشگاه کالیفرنیا ارائه کرد که با وجود موفقیت‌هایی که توسط افراد بسیاری تا آن زمان کسب شده بود، وی بعنوان پایه‌گذار علم نانو شناخته می‌شود.

فناوری نانو واژه‌ای است کلی که به تمام فناوریهای پیشرفته در عرصه تعامل با مقیاس نانو اطلاق می‌شود. مقیاس نانو شامل ابعادی بین 1nm تا 100nm می باشد که در علوم مختلف کاربرد وسیعی دارد. به عنوان مثال می‌توان به کاربرد نانوذرات در انتقال دارو در بدن، نانو لوله‌های کربنی و کاربرد نانوسیالات در صنایع مختلف مانند نفت، روغنکاری و عبور جریان در محیط های متخلخل اشاره کرد.

¹ - Nano-fluids

² - Base fluid

³ - Democritus

⁴ - Richard P. Feynman

بسیاری از سیالات مورد استفاده در کاربردهای مهندسی مانند آب، اتیلن گلیکول و یا روغنها دارای خواص انتقال حرارتی ضعیفی می‌باشند که این امر می‌تواند موجب بروز مشکلاتی در بسیاری از کاربردهای گرمایی این سیالات شود. در عین حال بیشتر جامدات، بخصوص فلزات، دارای خواص هدایت حرارتی بزرگتری^۵، حدود ۱ تا ۳ برابر سیالات، می‌باشند. از اینرو می‌توان انتظار داشت که سیال شامل ذرات جامد، دارای خواص هدایت حرارتی بزرگتری نسبت به سیال بدون ذره باشد. جدول (۳-۱) اندازه خاصیت هدایت حرارتی را برای مواد مختلف نشان می‌دهد [۴۹].

جدول ۳-۱: خاصیت هدایت حرارتی مواد مختلف در دمای ۲۰ درجه سانتیگراد.

ماده	هدایت حرارتی (W/m.K)
الماس	۱۰۰۰
نقره	۴۰۶
مس	۳۸۵
طلا	۳۱۴
آلمینیوم	۲۰۵
برنز	۱۰۹
آهن	۷۹،۵
چرم	۳۴،۷
یخ	۱،۶
آب	۰،۶
چوب	۰،۱۲ - ۰،۰۴
هوا	۰،۰۲۴
هیدروژن	۰،۱۷۲

همانطور که اشاره شد، نانوسیالات از اضافه نمودن مقدار ناچیزی از نانوذرات یا نانوتیوبها به سیال پایه بدست می‌آیند. در نتیجه افزودن این ذرات، ضریب رسانش گرمایی و جابجایی سیال افزایش چشمگیری پیدا می‌کند. تجربه نشان داده است که با اضافه شدن مقدار ناچیزی (کمتر از ۱٪ کسر حجمی) از نانوذرات مس به سیال پایه‌ای مانند اتیلن گلیکول و روغن، هدایت حرارتی این سیالات به ترتیب ۴۰٪ و ۱۵۰٪ افزایش می‌یابد [۵۱ و ۵۰]. همچنین داس و

^۵- Thermal conductivity

همکاران [۵۲] در تحقیقی دیگر نشان دادند که در یک محدوده گرمایی کوچک (۲۱ تا ۵۱ درج سانتیگراد)، هدایت حرارتی آب با نانوذرات اکسید آلومینیوم^۶ یا اکسید مس^۷ به مقدار قابل توجهی افزایش می‌یابد. بطور کلی افزایش خواص حرارتی نانوسیالات به شکل، اندازه، غلظت و خواص گرمایی نانو ذرات بستگی دارد. در حالت کلی، نانوسیال پایدار بوده، دارای افت فشار کم می‌باشد و می‌تواند در میان نانوکانه‌ها نیز به راحتی جریان یابد [۵۳]، اما گاهی اوقات پایدارکننده‌هایی نیز به نانوسیال افزوده می‌گردد تا باعث پایداری نانوذرات در مخلوط شود [۵۴]. تاکنون تحقیقات گوناگونی توسط دانشمندان مختلف در زمینه پایداری نانوسیالات انجام گرفته است. به عنوان نمونه، شوان و همکاران [۵۵] در تحقیقی آزمایشگاهی هدایت حرارتی نانوسیال آب - مس را با کسر حجمی ۷.۵٪ و قطر ذرات 100nm بدست آوردند. آنها مشاهده کردند که این نانوسیال با کسر حجمی ۵٪ تا ۳۰ ساعت بدون هیچگونه نوسانی، پایدار می‌ماند.

بدلیل فقدان یک تئوری مناسب برای پیش بینی ضریب هدایت حرارتی موثر نانوسیال، تحقیقات مختلفی برای ارائه مدلی جهت محاسبه ضریب هدایت حرارتی موثر نانوسیالات انجام گرفته است [۵۶-۵۹]. رایج ترین این مدلها، مدل معروف به HC می‌باشد که در آن ضریب رسانش گرمایی نانوسیال بصورت زیر تعریف می‌شود [۵۷].

$$k_{eff,HC} = \left(\frac{k_p + (n-1)k_{bf} - (n-1)(k_{bf} - k_p)\phi}{k_p + (n-1)k_{bf} + (k_{bf} - k_p)\phi} \right) \cdot k_{bf} \quad (1-3)$$

در رابطه فوق، k_p و k_{bf} به ترتیب ضریب رسانایی ذرات و سیال پایه و ϕ کسر حجمی ذرات جامد در سیال پایه می‌باشد. همچنین $n = 3/\psi$ می‌باشد که در آن ψ برابر با نسبت سطح کره هم حجم با نانوذرات غیر کروی می‌باشد.

بطور کلی مدل‌های ارائه شده، ضریب هدایت حرارتی موثر را بطور تقریبی پیش‌بینی می‌کنند، بطوریکه در برخی موارد این پیش‌بینی با خطای قابل توجهی همراه می‌باشد. با انجام تحقیقات آزمایشگاهی می‌توان اعتبار این مدلها را در پیش بینی ضریب هدایت حرارتی موثر بررسی نمود. بعنوان مثال در تحقیق آزمایشگاهی انجام شده توسط کینگ [۶۰] افزایش هدایت حرارتی نانوتیوب با کسر حجمی ۱٪ در نوعی روغن در حدود ۱۶۰٪ محاسبه گردید در حالیکه این افزایش رسانش گرمایی توسط مدل‌های مختلف، حداکثر ۱۱۰٪ می‌باشد.

⁶ - Al_2O_3

⁷ - CuO

۳-۳-۳- رسانش گرمایی نانوسیالات

کبلینسکی و همکاران [۶۱] در تحقیقی نشان دادند که فاکتورهای گوناگونی بر افزایش انتقال حرارت در نانوسیالات تاثیر می‌گذارند که عبارتند از: حرکت براونی^۸ نانوذرات، لایه بندی سطح ملکولی^۹ سیال بر روی سطح نانوذرات، ماهیت انتقال حرارت در نانوذرات و تاثیرات توده‌ای شدن^{۱۰} نانوذرات. در ادامه به اختصار اثر هر یک از موارد فوق بر افزایش انتقال گرما و تحقیقات انجام شده در زمینه موارد فوق بررسی خواهد شد.

۳-۳-۳-۱- حرکت براونی ذرات: بطور کلی وقتی ذره‌ای ریز جامد درون سیالی قرار می‌گیرند، تحت تاثیر مولکولهای سیال اطراف خود قرار گرفته و مطابق شکل (۳-۱) دارای حرکت های نامنظم می‌شوند. این مطلب اولین بار در سال ۱۸۲۷ توسط گیاه شناس اسکاتلندی، **رابرت براون**^{۱۱} مطرح گردید. وی مشاهده کرد که گرده‌های گیاهان در آب ساکن، دارای حرکت تصادفی می‌باشند. لذا این رفتار ذرات به رفتار براونی و نیروهای موثر در آن به نیروهای براونی معروف می‌باشند. اما، اولین نظریه ریاضی درباره حرکت براونی در سال ۱۹۰۵ توسط فیزیکدان برجسته آلمانی، **آلبرت انیشتین**^{۱۲} ارائه گردید. وی در نظریه خود، ضریب نفوذ ذره را در نتیجه حرکت براونی محاسبه کرد.

در تحقیقی **کومار** و همکاران [۶۲] با فرض اینکه حرکت براونی ذرات نقش اصلی را در افزایش انتقال گرما در نانوسیالات بر عهده دارد، مدلی را برای هدایت حرارتی ارائه دادند. فاصله پویش آزاد ملکولی نانو ذرات در این مدل از مرتبه 1cm در نظر گرفته شد که در نتیجه نقش حرکت براونی ذرات در انتقال گرما در نانوسیالات بسیار حائز اهمیت نشان داده شد. اما پس از آن، کبلینسکی و همکار [۶۳] در تحقیقی بیان کردند که نقش حرکت براونی ذرات در افزایش انتقال گرما با در نظر گرفتن ۶ درجه آزادی که توسط **کومار** و همکاران [۶۲] در نظر گرفته شده است، مبالغه‌آمیز می‌باشد. آنها بر این موضوع تاکید کردند که در نظر گرفتن مسافت آزاد متوسط ذرات از مرتبه 1cm واقعی نبوده و بایستی این فاصله برابر با اندازه نانو ذرات (۱ نانومتر) در نظر گرفته شود.

جیانگ و **چوئی** [۶۴] مدلی را برای ضریب هدایت حرارتی موثر نانوسیالات با در نظر گرفتن حرکت براونی ذرات پیشنهاد کردند. با استفاده از این مدل، وابستگی هدایت حرارتی نانوسیال به دما و اندازه ذرات بخوبی پیش‌بینی

⁸ - Brownian motion

⁹ - Molecular-level layering

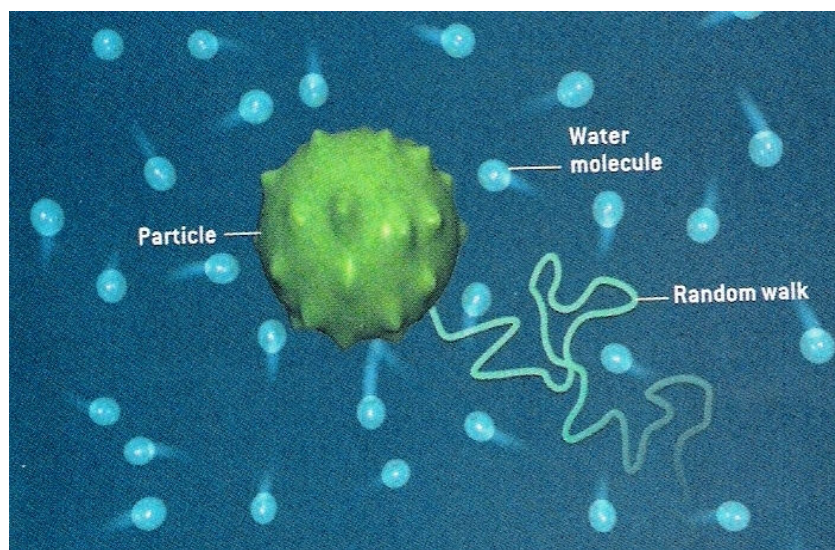
¹⁰ - Clustering

¹¹ - Robert Brown, 1773-1858

¹² - Albert Einstein, 1879-1955

می‌شود. پراشر و همکاران [۶۵] در تحقیق خود نتایج بدست آمده توسط جیانگ و چوئی را رد کردند. آنها بیان کردند که در مدل ارائه شده توسط جیانگ و چوئی، بطور قراردادی و دلخواه فرض شده است که لایه مرزی حرارتی بر روی نانوذرات، سه برابر بزرگتر از نسبت اندازه ملکولهای سیال پایه به عدد پرانتل می‌باشد. همچنین فرض اینکه انتقال حرارت توسط سیال پایه و نانوذرات بصورت موازی صورت می‌گیرد از لحاظ فیزیکی صحیح نمی‌باشد. پراشر و همکاران در نهایت بصورت تجربی یک همبستگی^{۱۳} را برای هدایت حرارتی موثر با در نظر گرفتن حرکت براونی بصورت انتقالی^{۱۴}، وجود پتانسیل بین ملکولی و جابجایی در سیال پایه در اثر حرکت براونی ارائه کردند. اوانس و همکاران [۶۶] نیز بر مبنای تئوری جنبشی و شبیه سازی دینامیک ملکولی، نقش هیدرودینامیک حرکت براونی را بر روی هدایت حرارتی نانوسیالات آنالیز کردند. آنها نتیجه گرفتند که اثرات هیدرودینامیکی همراه با حرکت براونی نقش ناچیزی در هدایت حرارتی نانو سیالات بر عهده دارد.

آنچه مشخص است این است که دیدگاههای گوناگونی در زمینه تاثیر حرکت براونی در هدایت حرارتی نانوسیالات وجود دارد و این امر همچنان یک موضوع بحث برانگیز بین محققان تا امروز بوده است.



شکل ۳-۱: شماتیک حرکت تصادفی یک ذره درون سیال آب.

¹³ - Corrolation

¹⁴ - Translational Brownian motion

۳-۳-۲- لایه بندی ملکولی سیال بر روی نانوذرات: ساختار اتمی لایه سیال در نزدیکی سطح نانوذرات بطور کلی بسیار منظم تر از توده سیال می باشد که این لایه بندی می تواند باعث بالا رفتن هدایت حرارتی شود [۶۷]. تحقیقاتی توسط دانشمندان مختلف در این زمینه انجام گرفته است. بعنوان نمونه زو [۶۸] مدلی را بر مبنای تئوری لایه بندی سیال توام با دو پارامتر قابل تنظیم پیشنهاد کرد. این دو پارامتر عبارت بودند از: ضخامت و هدایت حرارتی لایه سیال. همچنین وی با همکار خود در تحقیقی دیگر [۶۹] با در نظر گرفتن توزیع دما و لایه بندی سیال، مدلی برای هدایت حرارتی نانوسیال بر روی نانوپوسته ارائه کرد. آنها هدایت حرارتی نانوسیالهای آب-اکسید آلومینیوم، آب - اکسید مس و اتیلن گلیکول - اکسید مس را بر روی نانوپوسته‌ای به ضخامت $3nm$ پیش‌بینی کردند که نتایج بدست آمده از این مدل تطابق خوبی با نتایج آزمایشگاهی داشت.

یو و چوئی [۷۰ و ۷۱] به منظور بررسی اثر لایه بندی سیال در رسانش گرمایی نانوسیالات از مدل‌های تصحیح شده ماکسول^{۱۵} و همیلتون - کروسر^{۱۶} استفاده نمودند. آنها نشان دادند که لایه سطحی^{۱۷} نقش مهمی را در افزایش هدایت حرارتی نانوسیال ایفا می کند.

نقص مدل‌های فوق در این است که می بایست از روشهای آزمایشگاهی برای تعیین ضخامت لایه بندی سیال استفاده کرد. به بیان دیگر با این مدل‌ها نمی توان ضخامت لایه بندی سیال را تعیین کرد. همچنین برای استفاده از این مدل‌ها، می بایست ضخامتی در حدود $2-3nm$ برای ضخامت لایه سیال در نظر گرفت که بسیار بزرگتر از ضخامت بدست آمده از نتایج آزمایشگاهی و دینامیک ملکولی [۷۳] می باشد. در تحقیقی دیگر زو و همکاران [۷۲] بیان کردند که لایه بندی سیال در بر روی سطح نانوذرات تاثیر ناچیزی در افزایش انتقال حرارت نانوسیال بر عهده دارد که تایید یا تکذیب این مطلب همچنان موضوعی مهم و قابل بحث در زمینه نانوسیالات می باشد.

۳-۳-۳- ماهیت انتقال حرارت در نانوذرات: فونون^{۱۸} یا انتشار ارتعاشات شبکه، عامل انتقال گرما در جامد بلورین می باشد. تئوری متداول انتقال حرارت دیفیوژیو^{۱۹} (نفوذ - انتشار) وقتی معتبر می باشد که مسیر آزاد متوسط فونون، بسیار کوچکتر از اندازه بلورهای جامد باشد. لذا اگر مسیر آزاد متوسط فونون هم مرتبه یا بزرگتر از اندازه بلور جامد

¹⁵ - Maxwell model

¹⁶ - Hamilton – Crosser model

¹⁷ - Interfacial layer

¹⁸ - Phonon

¹⁹ - Diffusive heat transport theory

باشد، این تئوری معتبر نمی‌باشد. در این حالت استفاده از تئوری انتقال بالستیک^{۲۰} واقع بینانه‌تر می‌باشد. در نانوذرات متداول مانند اکسید آلومینیوم، مسیر متوسط آزاد فونون در دمای اتاق برابر با $35nm$ می‌باشد [۶۱]. این بدان معنی است که فونون نمی‌تواند در یک نانوذره با قطر $10nm$ (که قطر متداول ذرات در نانوسیالات می‌باشد) انتشار یابد و بنابراین فونونها بایستی بصورت بالستیک در نانوذره حرکت نمایند. حرکت براونی و لایه‌بندی سیال بر روی نانوذرات، بصورت بالقوه کمک به حرکت بالستیک فونون از ذره‌ای به ذره دیگر می‌کنند. نقش حرکت فونون بالستیک در افزایش هدایت حرارتی، محتاج تحقیقات و توجه بیشتر از سوی دانشمندان می‌باشد.

۳-۳-۴- توده‌ای شدن نانوذرات: مکانیزم ممکن دیگر که می‌تواند موجب افزایش هدایت حرارتی در نانوسیالات شود، توده‌ای شدن نانوذرات می‌باشد. این مکانیزم زمانی مطرح می‌شود که نانوذرات بصورت مطلوب در سیال پایه پراکنده نشده باشند. برای اولین بار **شوان** و همکاران [۷۳] به این موضوع اشاره کردند که در خلال حرکت اتفاقی نانوذرات معلق در سیال پایه، ممکن است که توده شدن^{۲۱} بین نانوذرات منفرد و تفرق^{۲۲} بین دسته‌های نانوذرات رخ دهد. در تحقیقی دیگر، **وانگ** و همکاران [۷۴] بر مبنای تقریب متوسط موثر^{۲۳} و تئوری فراکتال^{۲۴} روشی را برای مدل کردن هدایت حرارتی موثر نانوسیالات با در نظر گرفتن اثر توده ای شدن ذرات ارائه نمودند. تحقیقات بیشتر در زمینه نقش دسته‌بندی نانوذرات در افزایش انتقال حرارت نانوسیالات ادامه دارد.

در نهایت بطور خلاصه می‌توان گفت که بهبود انتقال گرما در نانوسیالها به غلظت، شکل و خواص فیزیکی نانوذرات و سیال پایه بستگی دارد. امروزه اکثر تحقیقات، متمرکز بر روی بررسی اثر پارامترهای ماکروسکوپیکی جریان بر روی افزایش انتقال گرما در نانوسیالات می‌باشد [۷۵-۷۷]. در ادامه نیروهای اصلی وارد بر نانوذرات که نقش مهمی در بهبود انتقال گرما در نانوسیالات دارند، بررسی خواهند شد. در این رساله، این نیروها به منظور تحلیل جریان نانوسیالات در افزایش رسانش گرمایی مد نظر قرار گرفته‌اند.

²⁰ - Ballistic transport

²¹ - Aggregation

²² - Dispersion

²³ - Effective medium approximation

²⁴ - Fractal theory

۳-۴- نیروهای وارد بر نانوذرات

همانطور که اشاره شد نانوسیال نوعی سوسپانسیون کلوئیدی می‌باشد، لذا می‌توان از نظریه سیالهای کلوئیدی برای تحلیل حرکت نانوذرات در سیال پایه استفاده کرد. برای شبیه‌سازی نانوسیال با استفاده از روشهایی مانند روش شبکه بولتزمن بایستی در ابتدا فاکتورهای دینامیک تاثیرگذار بر روی جریان نانو سیال تحلیل شوند. از دیدگاه مزوسکوپیک بدلیل وجود پتانسیل درون ذره‌ای و نیروهای دیگر وارد بر نانو ذرات، نانو سیالات دارای رفتاری متفاوت با سیال ساده می‌باشند. نانوسیالات در مقایسه با مخلوطهای معمول جامد - مایع، دارای راندمان بالاتری در انتقال انرژی و همچنین پایداری^{۲۵} بیشتری می‌باشند. در صورت عدم وجود سایر میدانهای موثر خارجی، نانو ذرات تحت تاثیر نیروی شناوری^{۲۶}، نیروی جاذبه^{۲۷}، نیروی براونی^{۲۸}، نیروی پسا^{۲۹} و نیروی جاذبه - تفرق^{۳۰} (از هم گسیختگی) ناشی از پتانسیل بین ذرات می‌باشند.

اگر نیروی براونی نیروی غالب باشد، ممکن است نانوذرات تمایل به توده‌شدن و تشکیل دسته‌هایی^{۳۱} توأم با حرکت تصادفی داشته باشند. اگر نیروی دافعه میان ذرات نیروی غالب باشد، دسته‌های ذرات تشکیل شده ممکن است شکسته شوند، در نتیجه روند توده‌شدن ذرات متوقف خواهد شد. همچنین در نتیجه اثر نیروی جاذبه، ذرات تمایل به ته نشین شدن^{۳۲} خواهند داشت که در این صورت، دسته ذرات با اندازه بزرگتر تا اندازه‌ای سریعتر ته‌نشین خواهند شد. نیروهای وارد بر هر نانوذره را می‌توان بصورت جمع برداری نیروهای شناوری و گرانش، نیروی درگ، نیروی براونی و پتانسیل متقابل بیان کرد [۷۸]. در ادامه بطور مجزا عبارتهای بیانگر این نیروهای وارد بر نانو ذرات معلق در نانو سیال، بیان خواهند شد.

الف: برآیند نیروهای شناوری و گرانشی

$$\mathbf{F}_H = -\frac{4}{3}\pi R_n^3 g \Delta\rho \quad (۲-۳)$$

که R_n شعاع متوسط نانوذره و $\Delta\rho$ اختلاف دانسیته جرمی بین نانوذره و سیال پایه می‌باشد.

²⁵ - Stabilization

²⁶ - Buoyancy force

²⁷ - Gravitational force

²⁸ - Brownian force

²⁹ - Drag force

³⁰ - Dispersion force

³¹ - Clusters

³² - Sedimentation

ب: نیروی پسا بین نانوذره و سیال پایه

$$\mathbf{F}_D = -6\pi\mu R_n \Delta \mathbf{u} \quad (۳-۳)$$

که در این رابطه μ لزجت سیال و $\Delta \mathbf{u}$ اختلاف سرعت متوسط بین نانوذره و سیال پایه می‌باشد.

ج: نیروی براونی

همانطور که اشاره شد حرکت براونی در اثر برخورد نانوذرات با مولکولهای سیال و تبادل اندازه حرکت بین آنها به وجود می‌آید و منشا این حرکت انرژی جنبشی نانوذرات است. اندازه نیروی براونی با دمای نانوذرات و سیال نسبت مستقیم دارد. حرکت نانوذرات در نتیجه این نیرو نقش مهمی در بهبود انتقال گرمای نانوسیالها دارد [۶۴]. انرژی گرمایی ایجاد شده توسط حرکت براونی ذرات بصورت زیر می‌باشد [۷۹]:

$$E_B = K_B T \quad (۴-۳)$$

که K_B ثابت بولتزمن و T دمای مطلق سیال می‌باشد. فرض می‌شود که در حال تعادل، انرژی جنبشی ذره بطور مساوی بر روی سه جهت انتقالی تفکیک می‌شود. لذا با بررسی آماری، مقدار این نیرو به صورت زیر می‌باشد [۸۰]:

$$\mathbf{F}_B = C_B \frac{K_B T}{R_n} \quad (۵-۳)$$

که در این رابطه C_B ضریب هم‌بعد سازی است و بایستی توجه داشت که نیروی براونی نسبت به جهات، تصادفی می‌باشد.

د: نیروی پتانسیل DLVO^{۳۳}

تئوری لخته‌شدن^{۳۴} یا پایداری کلوئید^{۳۵} در سال ۱۹۴۰ میلادی توسط دو دانشمند روس به نامهای درجاگوئین^{۳۶} و لاندای^{۳۷} و همزمان توسط دو محقق هلندی به نامهای وروی^{۳۸} و آورییک^{۳۹} بطور مستقل مطرح شد. به همین خاطر این تئوری به نامهای این دانشمندان ثبت گردید. این تئوری برای دو نوع نیروی موجود در یک کلوئید پایدار در نظر

33 - Abbreviation of Derjaguin-Landau-Verwey-Overbeek

34 - *colloid flocculation*

35 - *Colloid stability*

36 - Boris Derjaguin

37 - Lev Landau

38 - Evert Verwey

39 - Theo Overbeek

گرفته می‌شود. یکی نیروی واندروالس^{۴۰} می‌باشد که نیرویی جاذبه‌ای بوده و باعث متصل شده ذرات به یکدیگر می‌شود، و دیگری نیروی دافعه الکترواستاتیک^{۴۱} می‌باشد که منجر به دور شدن ذرات از یکدیگر می‌شود. بطور کلی این تئوری بیان می‌کند که پایداری یک ذره در یک محلول کلئیدی به انرژی پتانسیل کل بستگی دارد. پتانسیل متقابل را وقتی که یک کلئید به حالت پایدار رسیده است را می‌توان بصورت تابعی از فاصله محاسبه کرد. حالت پایدار وقتی ایجاد می‌شود که دو نیروی جاذبه و دافعه یکدیگر را متعادل نمایند. تئوری DLVO پایه و اساس فهم پایداری کلئید می‌باشد و نیاز به تجهیزات آزمایشگاهی دقیق و مجهزی جهت تحقیق در این زمینه دارد. به بیان دیگر، تئوری DLVO بیان می‌کند که وقتی که ذرات درون محلول کلئیدی در نتیجه حرکت براونی به یکدیگر نزدیک می‌شوند، پایداری سیستم کلئیدی با محاسبه مجموع نیروی جاذبه واندروالس و نیروی دافعه الکترواستاتیک بین ذرات محاسبه می‌شود. این تئوری به این مطلب اشاره می‌کند که سد انرژی ناشی از نیروی دافعه، مانع نزدیک شدن ذرات به یکدیگر و چسبیدن آنها به هم خواهد شد (شکل (۲-۳)). اما اگر ذرات به نحوی با یکدیگر برخورد نمایند که بتوانند بر سد انرژی دافعه غلبه نمایند، بنابراین اگر ذرات دارای نیروی دافعه بزرگی باشند، آنگاه پراکندگی محکم و بازگشت ناپذیری به یکدیگر بچسبند. بنابراین اگر ذرات دارای نیروی دافعه بزرگی باشند، آنگاه پراکندگی ذرات از یکدیگر مانع لخته شدن^{۴۲} و چسبیدن ذرات به یکدیگر خواهد شد و سیستم کلئیدی پایدار خواهد بود. در غیر اینصورت ذرات به یکدیگر خواهند چسبید. این حالت در یک موقعیت مشخص با حداقل فاصله اتفاق می‌افتد که در آن نیروی جاذبه بر دافعه غلبه خواهد کرد.

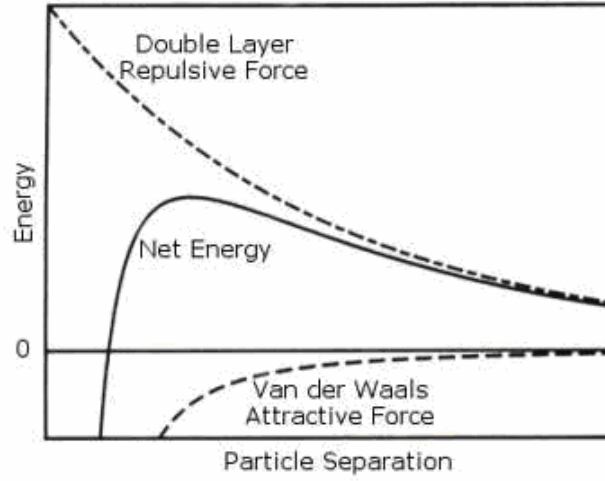
در حالاتی مشخص (مانند محلول غلیظ نمک)، امکان بوجود آمدن یک فاصله مینیمم ثانویه^{۴۳} در انرژی وجود دارد. در این نقطه، چسبندگی‌هایی بسیار ضعیف‌تر و از لحاظ پتانسیلی بازگشت پذیر بین ذرات بوجود خواهد آمد (شکل (۳-۳)). این لخته‌های ضعیف ذرات آنقدر پایدار هستند که با نیروی براونی شکسته نشوند، اما ممکن است در اثر یک نیروی خارجی مانند هم زدن شدید، شکسته شوند.

⁴⁰ - Van der Waals force

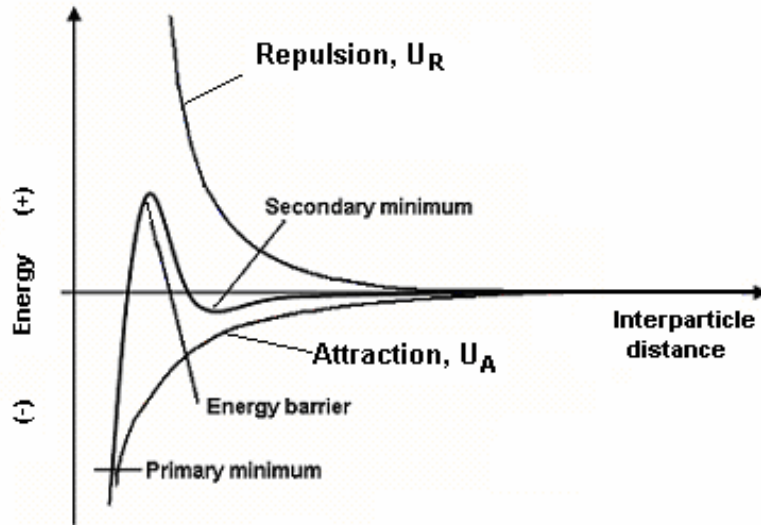
⁴¹ - Electrostatic repulsion

⁴² - Flocculation

⁴³ - Secondary minimum



شکل ۳-۲: دیاگرام تغییرات انرژی در برابر جدایش ذرات بر طبق تئوری DLVO. انرژی خالص بصورت مجموع نیروهای جاذبه واندروالس و دافعه الکترواستاتیک ذرات که به هنگام نزدیک شده به یکدیگر تجربه می کنند، محاسبه می شود [۸۳].



شکل ۳-۳: دیاگرام امکان وجود نقطه مینیمم ثانویه در یک محلول غلیظ نمک [۸۳].

با توجه به توضیحات فوق و با توجه به اینکه نانوسیالات نیز جزء محلولهای کلئیدی می‌باشند، لذا از این تئوری جهت بررسی پایداری نانوسیالات استفاده می‌شود. انرژی پتانسیل کل یک محلول کلئیدی را با $V_T = V_{DLVO}$ نشان می‌دهیم. این تئوری، انرژی پتانسیل کل را بصورت بالانس چند انرژی و به شکل زیر معرفی می‌کند.

$$V_T = V_A + V_R + V_S \quad (۶-۳)$$

که V_S انرژی پتانسیل ناشی از حلال یا سیال پایه می‌باشد. این انرژی نقش ناچیزی در انرژی پتانسیل کل دارد. دو انرژی جاذبه V_A و دافعه V_R نقش اصلی را در تحلیل پایداری محلول کلئیدی و محاسبه انرژی پتانسیل کل را بر عهده دارند. این پتانسیل‌ها اصولاً بزرگتر از انرژی V_S بوده و از فاصله‌های دورتر، اثرات خود را بر روی ذرات نشان می‌دهند. پتانسیل جاذبه‌ای واندروالس با نزدیکتر شدن ذرات با بارهای متفاوت (یونهای مثبت و منفی) به یکدیگر افزایش یافته و بصورت زیر بیان می‌شود.

$$V_A = -\frac{1}{12} A_H \left[\frac{D_n^2}{r_n^2 - D_n^2} + \frac{D_n^2}{r_n^2} + 2 \ln \left(1 - \frac{D_n^2}{r_n^2} \right) \right] \quad (۷-۳)$$

که A_H ضریب هاماکر^{۴۴} بوده که مستقل از هندسه ذرات می‌باشد و بستگی به جنس ذرات جامد و سیال پایه دارد. D_n قطر نانوذره و r_n فاصله خط‌المرکزین دو ذره است. پتانسیل دیگر، دافعه ذرات از هم است که با نزدیکتر شدن ذرات با بار یکسان به یکدیگر، میزان پتانسیل دافعه^{۴۵} به شدت افزایش می‌یابد و بصورت زیر بیان می‌شود [۸۱]:

$$V_R = \frac{(Ze)^2}{\varepsilon} \left(\frac{\exp(\kappa_D R_n)}{1 + \kappa_D R_n} \right)^2 \frac{\exp[-\kappa_D r_n]}{r_n} \quad (۸-۳)$$

در این رابطه، ε ثابت دی‌الکتریک سیال پایه، R_n شعاع نانوذره و Ze بار الکتریکی سطح نانوذره می‌باشد (Z پتانسیل زتا^{۴۶} و $e = 1.602 \times 10^{-19}$ بار الکتریکی پروتون^{۴۷} می‌باشد). پتانسیل زتا معمولاً بصورت آزمایشگاهی برای یک محلول کلئیدی اندازه‌گیری می‌شود، اما یک رابطه موسوم به فرمول اسمولوچاوسکی^{۴۸} نیز در محاسبه این پتانسیل کاربرد دارد که بصورت زیر می‌باشد:

$$Z = \frac{4\pi\eta}{\varepsilon} \times U \times 300 \times 300 \times 1000 \quad (۹-۳)$$

^{۴۴} - Hamaker Coefficient

^{۴۵} - Electrical double layer repulsive

^{۴۶} - Zeta potential

^{۴۷} - Proton charge

^{۴۸} - Smoluchowski's formula

در رابطه فوق، η ویسکوزیته محلول، ε ثابت دی الکتریک سیال پایه و $U = vL/V$ پویایی الکتروفوریتیک^{۴۹}، v سرعت ذره بر حسب cm/s ، V ولتاژ و L با شرط هموزن بودن محلول برابر با مسافت آزاد متوسط^{۵۰} می باشد. توجه شود که مسافت آزاد متوسط طبق رابطه توزیع ماکسول^{۵۱} و بصورت زیر محاسبه می شود:

$$L = \frac{k_B T}{\sqrt{2\pi} d^2 p} \quad (10-3)$$

در رابطه فوق، p فشار محیط و d قطر ذرات سیال می باشد. همچنین مسافت آزاد متوسط را می توان در فشار معمول محیط برابر با $L = 68nm$ در نظر گرفت. در رابطه (۱۰-۳) κ_D^{-1} نیز تابعی از ترکیب یونی محلول می باشد که به طول پرش دی^{۵۲} معروف می باشد و بصورت زیر محاسبه می شود:

$$\kappa_D = \sqrt{\frac{2e^2 N_A C Z^2}{\varepsilon \cdot k_B T (1 - \phi)}} \quad (10-3)$$

ملاحظه می شود که در رابطه فوق، اثر حضور نانوذرات بصورت $(1 - \phi)$ ظاهر شده است که ϕ کسر حجمی نانوذرات می باشد. همچنین، $k_B = 1.23 \times 10^{-23}$ ثابت بولتزمن، e بار الکتریکی، N_A ثابت آووگادرو^{۵۳} و C مولاریته الکترولیت^{۵۴} می باشد. در نهایت نیروی ناشی از این پتانسیل ها از رابطه زیر محاسبه بدست می آید:

$$F_{DVVO} = \sum_{i=1}^8 \frac{\partial V_T}{\partial r} \quad (11-3)$$

لذا مجموع برداری نیروهای وارد بر n_p نانو ذره در واحد حجم یک شبکه برابر است با [۷۸]:

$$\hat{F} = \frac{n_p \cdot (F_{DLVO} + F_B + F_D + F_H)}{Vol.} \quad (12-3)$$

در انتها به این نکته اشاره می شود که پایداری محلول از موضوعات مهم در نانوسیالات می باشد. چرا که به علت انرژی سطحی زیاد نانوذرات، امکان انعقاد^{۵۵} این ذرات در یک محلول بسیار محتمل می باشد. لذا با انعقاد ذرات با یکدیگر، پایداری نانوسیال کاهش یافته و در نتیجه انتقال حرارت توسط نانوسیال نیز کاهش می یابد. بنابراین کنترل پایداری نانوسیالات از موضوعات مهم و قابل توجه می باشد. از راههای معمول برای افزایش پایداری نانوسیالات، افزودن مواد

⁴⁹- Electrophoretic mobility

⁵⁰- Mean free path

⁵¹- Maxwell distribution

⁵²- Debye screening length

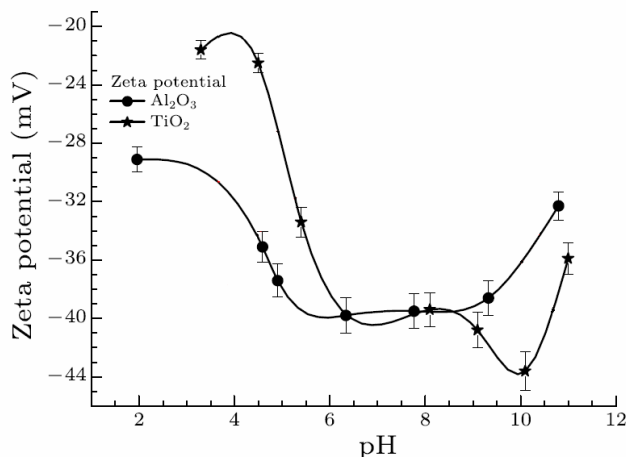
⁵³- Avogadro constant

⁵⁴- Molarity of electrolyte

⁵⁵- Coagulation

شیمیایی فعال^{۵۶} یا متلاطم کردن جریان^{۵۷} می باشد. اما تحقیقات جدید نشان داد که می توان با باردار کردن نانوذرات، پایداری نانوسیال را بهبود بخشید. زیرا ذرات باردار تحت تاثیر نیروهای دافعه ای که به یکدیگر وارد می کنند، موجب پراکندگی بیشتر و در نتیجه پایداری بیشتر در سیال پایه خواهند شد. این مطلب مترادف با افزایش پتانسیل زتا نانوذرات می باشد که در بخش قبلی و در رابطه (۳-۸) معرفی گردید.

نکته مهمی دیگری که باید مورد توجه قرار گیرد این است که هر نانو ذره ای دارای رفتار پایداری متفاوتی با توجه به مقدار PH سیال پایه می باشد. برای درک بهتر این مطلب شکل (۳-۴) را در نظر بگیرید. این شکل میزان پتانسیل زتا را برای دو نوع متداول نانوذرات یعنی TiO_2 و Al_2O_3 در PH های مختلف سیال پایه (آب) نشان می دهد [۸۴]. این نتایج با اعمال ولتاژی برابر با ۱۰ ولت به سیال در دمای ۲۵ درجه سانتیگراد و با فرض کروی بودن شکل نانوذرات بدست آمده است. همچنین، کسر جرمی برای اکسید تیتانیوم، ۰.۰۵٪ و برای اکسید آلومینیوم ۰.۰۱٪ در نظر گرفته شده است. نتایج نشان می دهد که پایداری نانوسیال بسیار وابسته به خواص الکترو - جنبشی^{۵۸} آن می باشد. یک پایداری یا پراکندگی خوب با افزایش چگالی بار الکتریکی سطحی یا همان پتانسیل زتا بدست خواهد آمد. به بیان دیگر، افزایش پتانسیل زتا یعنی افزایش پایداری محلول کلوییدی. با توجه به شکل ملاحظه می شود که حالت بهینه برای نانوذره اکسید آلومینیوم در $\text{PH}=6$ رخ می دهد که در آن اندازه پتانسیل زتا ماکزیمم بوده و برابر با $Z=39.8$ می باشد. این نقطه برای اکسید تیتانیوم در $\text{PH}=9.5$ اتفاق می افتد که در آن $Z=43.9$ می باشد.



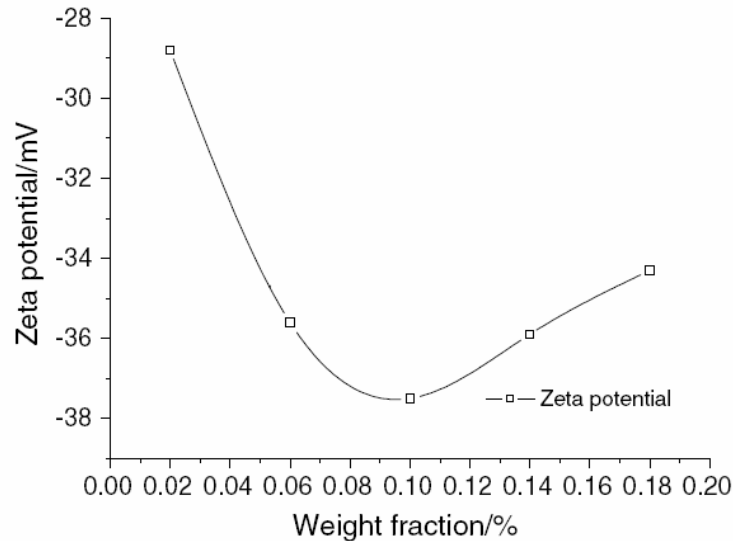
شکل ۳-۴: تغییرات پتانسیل زتا برای نانوسیال آب- اکسید آلومینیوم و آب - اکسید تیتانیوم بصورت تابعی از PH [۸۴].

⁵⁶ - Surfactants

⁵⁷ - Agitation

⁵⁸ - Electrokinetic properties

شکل (۳-۵) نیز تغییرات پتانسیل زتا را برای نانوذره اکسید آلومینیوم در PH=8 در برابر نسبت های جرمی متفاوت نشان می دهد [۸۵]. ملاحظه می شود که شرایط بهینه پایداری تقریباً در نسبت جرمی ۰٫۱٪ اتفاق می افتد که در آن مقدار مطلق پتانسیل زتا ماکزیمم می باشد. در نهایت می توان گفت که هر کدام از عوامل اندازه ذرات، شکل ذرات، جنس ذرات، PH و جنس سیال پایه، درصد حجمی ذرات و دما موثر بر شرایط لازم برای داشتن مقدار مناسب پتانسیل زتا جهت پایداری نانوسیال می باشند.



شکل ۳-۵: تغییرات پتانسیل زتا در برابر نسبت جرمی های مختلف برای نانوسیال آب - اکسید آلومینیوم در PH=8 [۸۵].

در نهایت در این رساله در نظر است که برای محاسبه خواص موثر جریان نانوسیال، از یک مدل کامل استفاده شود که اثر تمامی نیروهای خارجی مطرح شده را در نظر می گیرد. این مدل بسیار کامل تر از مدل HC بوده و بصورت زیر بیان می شود:

$$\frac{k_{eff}}{k_{bf}} = \left(\frac{k_p + (n-1)k_{bf} - (n-1)(k_{bf} - k_p)\phi}{k_p + (n-1)k_{bf} + (k_{bf} - k_p)\phi} \right) + \frac{nk_B \hat{C}T}{6\mu ak_{bf}} + \frac{n^2 k_B}{6\mu ak_{bf}} \left(\int_0^\infty r^2 \Gamma^{eq} \Psi(r, T) dr \right) - \frac{n^2 \hat{C}T}{6\mu ak_{bf}} \left(\int_0^\infty r^3 \Gamma^{eq} \frac{\partial^2 \Psi(r, T)}{\partial T \partial r} dr \right) - \frac{n^2 \hat{C}}{6\mu ak_{bf} k_B T} \left(\int_0^\infty r^3 \Gamma^{eq} \Psi(r, T) \frac{\partial \Psi(r, T)}{\partial r} dr \right) \quad (۳-۱۳)$$

در رابطه فوق \hat{C} ظرفیت گرمایی ذره، μ لزجت سیال پایه، a شعاع نانوذره و r فاصله بین دو ذره از یکدیگر می‌باشد. Γ^{eq} تابع توزیع تعادلی برخوردهای محلی دوتایی^{۵۹} است که بیانگر توزیع ذرات در همسایگی یک ذره می‌باشد. این تابع برای یک مخلوط سوسپانسیونی رقیق مانند نانوسیالات که درصد کمی نانوذره در آن وجود دارد،

بصورت تابع پله $\Gamma^{eq} = H(r - 2a)$ ^{۶۰} تخمین زده می‌شود [۸۳]، بنابراین:

$$\text{if } r < 2a \quad \Gamma^{eq} = 0 \quad (14-3)$$

$$\text{if } r > 2a \quad \Gamma^{eq} = 0$$

با توجه به معادله (۱۳-۳) متوجه می‌شویم که جمله اول سمت راست این رابطه مربوط به رسانش گرما در سیال پایه به همراه نانوذرات مطابق مدل HC می‌باشد. جمله دوم نیز بهبود خواص رسانشی نانوسیال را در نتیجه حرکت براونی نشان می‌دهد و جملات سوم، چهارم و پنجم نیز به ترتیب اثر وجود پتانسیل جاذبه و دافعه بین نانوذرات در رسانش نانوسیال را توصیف می‌کند. توجه شود که بدست آوردن رابطه (۱۳-۳) مستلزم بیان روابط ریاضی بسیار زیادی می‌باشد که در اینجا از بیان آنها صرفنظر شده است. برای مطالعه بیشتر می‌توان به مراجع [۸۲ و ۷۹ و ۷۷ و ۵۵] رجوع کرد. با در نظر گرفتن روابط (۷-۳) و (۸-۳) و جایگذاری آنها در رابطه (۱۳-۳)، رابطه کلی ضریب رسانش گرمایی موثر در نانوسیالات بصورت زیر خواهد بود:

$$\begin{aligned} \frac{k_{eff}}{k_{bf}} = & \left(\frac{k_p + (n-1)k_{bf} - (n-1)(k_{bf} - k_p)\phi}{k_p + (n-1)k_{bf} + (k_{bf} - k_p)\phi} \right) + \\ & \phi \frac{\rho k_B \hat{C} T}{6\mu\pi a} \times \left(\frac{(1-\phi)Z}{8(1+\rho_i/nZ)} \right) \times \left(\frac{nk_B T}{6\mu\pi a} \right) \times \left(\frac{3.29(a\kappa_D)^2 + 3.61a\kappa_D + 1.89}{a\kappa_D(1+a\kappa_D)^2} \right) + \\ & \phi \frac{\rho k_B \hat{C} T}{6\mu\pi a} \times \left(\frac{(1-\phi)Z}{16(1+\rho_i/nZ)} \right) \times \left(\frac{9.87(a\kappa_D)^2 + 21.64a\kappa_D + 17.05}{a\kappa_D(1+a\kappa_D)^2} \right) + \\ & \phi \frac{\rho k_B \hat{C} T}{6\mu\pi a} \times \left(\frac{(1-\phi)^2 Z^2}{48\phi(1+\rho_i/nZ)^2} \right) \times \\ & \left(\frac{1.92(a\kappa_D)^4 + 1.8(a\kappa_D)^3 + 1.05(a\kappa_D)^2 + 0.29a\kappa_D}{(1+a\kappa_D)^4} \right) - \\ & 5 \times 10^{-3} A_H (16.5 \times 10^{37} a^3 - 1.5 \times 10^{30} a^2) \end{aligned} \quad (15-3)$$

بنابراین، دیگر پارامترهای موثر جریان بصورت زیر خواهند بود:

⁵⁹- Local equilibrium pair distribution function

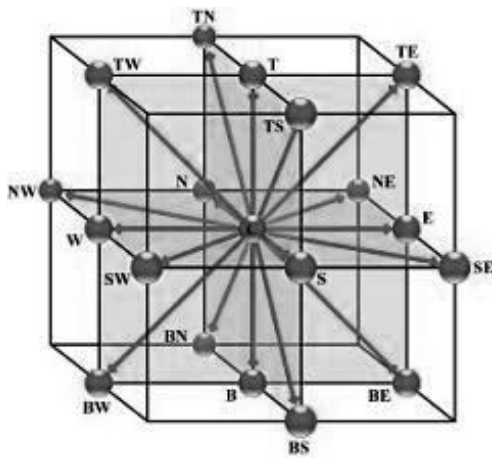
⁶⁰ -- Heaviside step function

$$\begin{aligned}
 \rho_{eff} &= (1 - \phi)\rho_{bf} + \phi \cdot \rho_{np} \\
 c_{p,eff} &= (1 - \phi)c_{p,bf} + \phi \cdot c_{p,np} \\
 \mu_{eff} &= (1 - \phi)\mu_{bf} + \phi \cdot \mu_{np}
 \end{aligned}
 \tag{۱۶-۳}$$

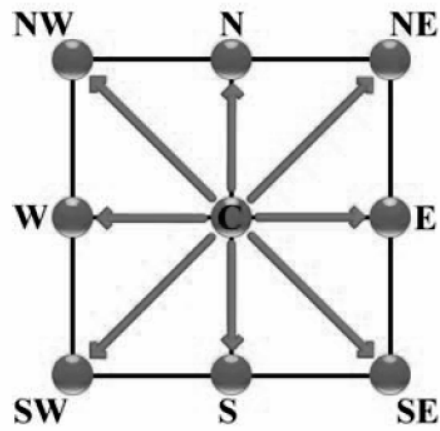
در این رساله در نظر است که به تحلیل جریان نانوسیالات بصورت دو جزئی پرداخته شود، یعنی نیروهای ذکر شده در این فصل را به معادلات جریان و انرژی بولتزمن اعمال کرده و شبیه سازی را برای یک جفت معادلات جریان و انرژی برای سیال پایه و نانوذرات انجام گیرد. در مواردی نیز که احتیاج به استفاده از ضریب هدایت حرارتی موثر برای محاسبه عدد ناسلت باشد، از رابطه (۱۵-۳) استفاده خواهد شد.

توجه شود که راه دیگر برای شبیه سازی جریان نانوسیالات استفاده از خواص موثر برای جریان سیال پایه و انجام شبیه سازی بصورت تک فازی می باشد. بدین منظور می توان با استفاده از روابط فوق، پارامترهای سیال پایه را تصحیح و به مقادیر موثر تبدیل کرد و سپس به انجام شبیه سازی فقط برای سیال پایه با خواص موثر و بدون در نظر گرفتن نیروهای خارجی پرداخت.

تئوری روش شبکه بولتزمن



D₃Q₁₉ Model



D₂Q₉ Model

۴-۱- مقدمه

همانطور که قبلاً اشاره شد، روش شبکه بولتزمن تکامل یافته روش شبکه گاز می‌باشد. در این روش به جای متغیرهای بولین روش شبکه گاز، از توابع توزیع استفاده می‌شود که بصورت $f \equiv f(\bar{x}, \bar{v}_i, t) = \langle n_i \rangle$ نشان داده می‌شوند. تابع توزیع ذرات $f_i(\bar{x}, \bar{v}, t)$ نشان دهنده تعداد ذراتی است که در زمان t ، در مکان \bar{x} با سرعت \bar{c} در حال حرکتند. بنابراین همانطور که در فصل دوم بیان شد، معادله تکامل برای روش بولتزمن بصورت زیر خواهد بود:

$$f_i(\bar{x} + \bar{v}_i dt, t + dt) - f_i(\bar{x}, t) = \Omega_i(\bar{x}, t) \quad (۱-۴)$$

بنابراین با استفاده از این روش دیگر نیازی به حل مسائل مختلف در مقیاس میکروسکوپی نبوده و در عوض مجموعی از ذرات در مقیاس مزوسکوپی وجود خواهند داشت.

در این فصل معادلات شبکه بولتزمن لازم برای شبیه سازی جریان و انتقال گرما ارائه خواهند شد. همچنین به انواع روشهای گسسته سازی جمله نیروی خارجی و همچنین انواع روشهای تحلیل گرما با استفاده از روش شبکه بولتزمن اشاره خواهد شد. قابل ذکر است، مدلی که برای تحلیل جریانهای توام با انتقال گرما در این رساله مورد استفاده قرار گرفته است، به تفصیل بررسی خواهد شد. در خاتمه نیز به نحوه استفاده از روش شبکه بولتزمن برای شبیه سازی نانوسیالات اشاره خواهد شد.

۴-۲- از معادله بولتزمن تا معادله شبکه بولتزمن

قابل ذکر است که معادله شبکه بولتزمن دارای شباهت های بسیاری با معادله بولتزمن تعریف شده در مکانیک آماری دارد [۲]. در معادله بولتزمن، چگالی ذرات در موقعیت مکانی $\bar{x} + d\bar{x}$ و با مومنتوم $\bar{p} + d\bar{p}$ و در زمان t بصورت تابع پیوسته $f(\bar{x}, \bar{p}, t) d\bar{x} d\bar{p}$ بیان می‌شود. اگر از برخورد بین ذرات صرفنظر شود، ذرات در مسیر حرکت خود بدون هیچگونه برخوردی با یکدیگر، به حرکت خود ادامه خواهند داد. با دانستن توزیع ذرات در زمان t می‌توان توزیع ذرات را در زمان $t + dt$ بدست آورد:

$$f\left(\bar{x} + \frac{\bar{p}}{m} dt, \bar{p} + d\bar{p}, t + dt\right) d\bar{x} d\bar{p} = f(\bar{x}, \bar{p}, t) d\bar{x} d\bar{p} \quad (۲-۴)$$

حال اگر از برخورد بین ذرات صرفنظر نشود دیگر این معادله صحیح نخواهد بود. در چنین حالتی بعضی از ذرات از موقعیت (\bar{x}, \bar{p}, t) وارد موقعیت $\left(\bar{x} + \frac{\bar{p}}{m} dt, \bar{p} + d\bar{p}, t + dt\right)$ نخواهند شد و این بدلیل این است که این ذرات

بر اثر برخورد با ذرات دیگر از این مسیر منحرف شده اند. می توان این اختلاف در چگالی ذرات را با $\Omega d\bar{x}d\bar{p}dt$ نشان داد و معادله را بصورت زیر بازنویسی کرد:

$$f(\bar{x} + \bar{v}dt, \bar{p} + \bar{F}dt, t + dt)d\bar{x}d\bar{p} - f(\bar{x}, \bar{p}, t)d\bar{x}d\bar{p} = \Omega d\bar{x}d\bar{p}dt \quad (3-4)$$

در این معادله $d\bar{p} = \bar{F}dt$ و $\bar{v} = \bar{p}/m$ می باشد که \bar{v} بیانگر سرعت و \bar{F} معرف نیروی خارجی در مکان \bar{x} می باشد. با اعمال بسط تیلور مرتبه اول به سمت چپ معادله (۳-۴) به معادله ای می رسیم که به معادله بولتزمن معروف می باشد [۲].

$$[\bar{v} \cdot \bar{\nabla}_x + \bar{F} \cdot \bar{\nabla}_p + \partial_t]f(\bar{x}, \bar{p}, t) = \Omega \quad (4-4)$$

در این معادله $\bar{\nabla}_x = (\partial/\partial x_\alpha, \partial/\partial x_\beta, \dots)$ و $\bar{\nabla}_p = (\partial/\partial p_\alpha, \partial/\partial p_\beta, \dots)$ می باشد.

معادله تکامل شبکه بولتزمن (معادله (۴-۱)) را می توان صورت گسسته معادله (۴-۳) در نظر گرفت. اگر از نیروی خارجی صرف نظر کرده و جرم نیز نرمالایز شده و برابر با یک در نظر گرفته شود، آنگاه نتیجه می شود: $\bar{p} = \bar{v}$. حال اگر \bar{v} را محدود به جهات برداری مشخصی مانند \bar{v}_i نماییم، آنگاه با در نظر گرفتن این سرعت های گسسته می توان $f(\bar{x}, \bar{v}_i, t)$ را بدون از دست دادن هیچگونه اطلاعاتی بصورت $f(\bar{x}, t)$ نوشت. همچنین با گسسته در نظر گرفتن زمان می توان عبارت Ωdt را نیز بصورت $\Omega_i(\bar{x}, t)$ بیان کرد. عبارت $\Omega_i(\bar{x}, t)$ بیانگر تعداد ذراتی است که در زمان t و مکان \bar{x} در جهت \bar{v}_i با یکدیگر برخورد کرده اند. بنابراین در نهایت خواهیم داشت:

$$f_i(\bar{x} + \bar{v}_i dt, t + dt) - f_i(\bar{x}, t) = \Omega_i(\bar{x}, t)$$

که این معادله برابر با معادله تکاملی روش شبکه بولتزمن (معادله (۴-۱)) می باشد.

۳-۴- روش شبکه بولتزمن

همانطور که در بخش قبلی بیان شده معادله (۴-۱) معادله اصلی و نقطه شروع روش شبکه بولتزمن می باشد که می توان آن را با گسسته سازی در فضای فازی بصورت زیر نوشت [۲]:

$$\frac{\partial f_i}{\partial t} + \bar{v}_i \cdot \nabla f_i = \Omega_i(\bar{x}, t) \quad (5-4)$$

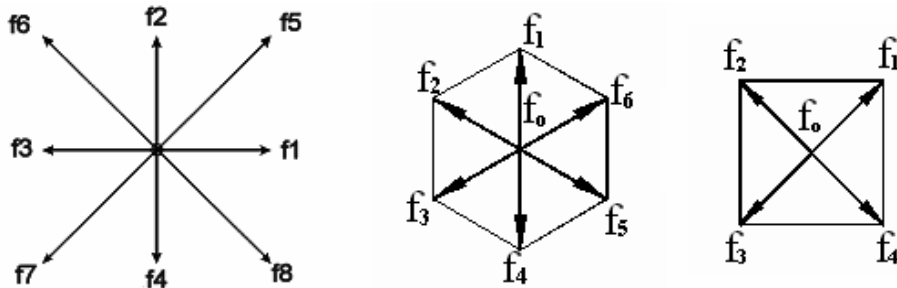
اولین موضوع مهم در حل معادله شبکه بولتزمن، تعیین جمله برخورد می باشد. جمله برخورد در حالت کلی بصورت زیر توصیف می شود [۲]:

$$\Omega(f) = \int d\Omega = \int \psi |v_1 - v_2| [f(x, v'_2, t) \cdot f(x, v'_1, t) - f(x, v_2, t) \cdot f(x, v_1, t)] dv_2 \quad (۶-۴)$$

در رابطه فوق ψ سطح مقطع پراکندگی ذرات برخوردی است. v_1 و v_2 سرعت‌های قبل از برخورد و v'_1 و v'_2 سرعت‌های بعد از برخورد ذرات می‌باشد. با توجه به پیچیدگی معادله فوق در مسائل عملی، جمله‌ای جایگزین ساده‌تری توسط محققین مختلف برای تابع برخورد ارائه شده است که مهمترین و پرکاربردترین آنها خطی فرض کردن جمله برخورد و استفاده از زمان آرامش یگانه^۱ می‌باشد. این مدل به تقریب BGK^۲ معروف می‌باشد [۸۷ و ۸۶]. لذا با استفاده از این تقریب شکل استاندارد معادله شبکه بولتزمن با زمان آرامش یگانه بصورت زیر خواهد بود:

$$\frac{\partial f_i}{\partial t} + \bar{v}_i \cdot \nabla f_i = -\frac{1}{\tau_f} (f_i - f_i^{eq}) \quad (۷-۴)$$

در معادله فوق، τ_f زمان آرامش بوده و تابعی از لزجت سیال می‌باشد و f^{eq} تابع توزیع تعادلی ماکسول-بولتزمن و \bar{v} بیانگر جهت‌های ممکن سرعت برای شبکه مورد نظر می‌باشد. موضوع دیگری که در شبیه‌سازی با استفاده از روش شبکه بولتزمن باید مورد توجه قرار گیرد، انتخاب مدل شبکه^۳ به منظور تعیین سرعت‌های گسسته، \bar{v}_i در معادله می‌باشد. تاکنون مدل‌های گوناگونی ارائه شده اند که بصورت کلی با توجه به بعد مساله و دقت مورد نیاز، بصورت $D_m Q_n$ نامگذاری می‌شوند که m بیانگر بعد شبکه می‌باشد که در واقع همان بعد فیزیکی مساله می‌باشد. همچنین، n نیز معرف جهت‌های تعیین شده برای حرکت ذرات می‌باشد. شکل (۴-۱) و (۴-۲) مدل‌های رایج در شبیه‌سازیهای دوبعدی و سه بعدی را نشان می‌دهد.

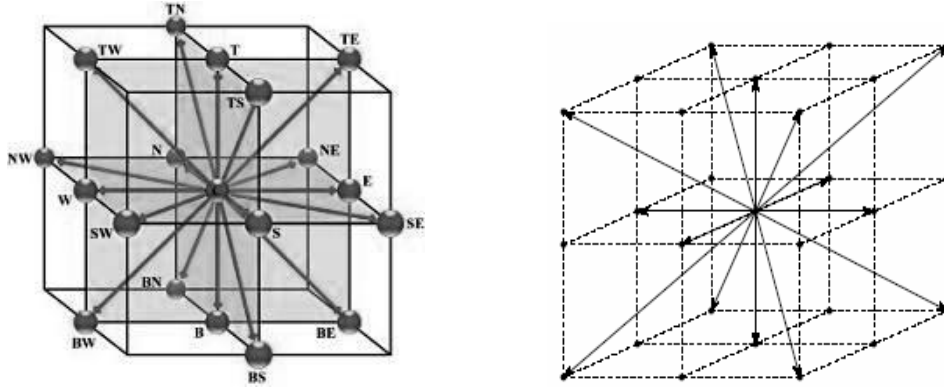


شکل ۴-۱: انواع مدل‌های مورد استفاده در شبیه‌سازی دوبعدی، راست: D_2Q_5 ، وسط: D_2Q_7 و چپ: D_2Q_9 .

^۱ - Single relaxation time

^۲ - Suggested by Bhatnagar, Gross and Krook

^۳ - Lattice model

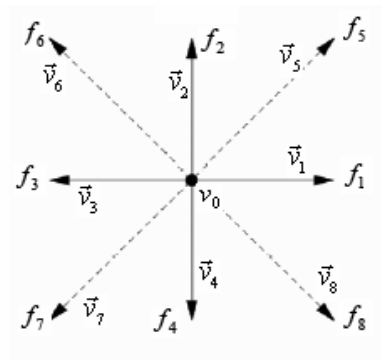


شکل ۲-۴: انواع مدل‌های مورد استفاده در شبیه‌سازی سه بعدی، راست: D_3Q_{15} و چپ: D_3Q_{19}

در این پایان نامه از مدل D_2Q_9 برای گسسته سازی سرعت در جهت های مشخص استفاده شده است. بنابراین، سرعت های گسسته با توجه به شکل (۳-۴) بصورت زیر خواهند بود:

$$\vec{v}_i = \left\{ \begin{array}{l} (0, 0) \dots \dots \dots i = 0 \\ \left[\cos\left(\frac{i-1}{2}\pi\right), \sin\left(\frac{i-1}{2}\pi\right) \right] c \dots \dots \dots i = 1, 2, 3, 4 \\ \sqrt{2} \left[\cos\left(\frac{i-5}{2} + \frac{1}{4}\right)\pi, \sin\left(\frac{i-5}{2} + \frac{1}{4}\right)\pi \right] c \dots \dots \dots i = 5, 6, 7, 8 \end{array} \right. \quad (۸-۴)$$

که در آن $c = \sqrt{3RT} = \delta x / \delta t$ سرعت شبکه بوده که \bar{T} دمای متوسط می‌باشد. به بیانی دیگر $c^2 = 3k_B T / m$ و $k_B = 1.38 \times 10^{-23} (N.m.k^{-1})$ ثابت بولتزمن است.



شکل ۳-۴: جهت سرعت های گسسته در مدل D_2Q_9

برای حل عددی می بایست که تابع f^{eq} نیز گسسته می شود که برای مدل D_2Q_9 تابع توزیع تعادلی را می توان بصورت زیر نوشت [۸۸]:

$$f_i^{eq}(\bar{x}, t) = w_i \rho \left[c_1 + c_2 (\bar{v}_i \cdot \mathbf{u}) + c_3 (\bar{v}_i \cdot \mathbf{u})^2 + c_4 (\mathbf{u} \cdot \mathbf{u}) \right] \quad (۹-۴)$$

در معادله فوق، ضرایب $c_1 = 1, c_2 = 1/c_s^2, c_3 = 1/(2c_s^4), c_4 = -1/2c_s^2$ ثابتهای شبکه می باشند. همچنین $c_s = c/\sqrt{3}$ سرعت صوت در شبکه می باشد. توابع وزنی w_i در معادله فوق بصورت زیر می باشند:

$$w_i = \left\{ \begin{array}{l} \frac{4}{9} \dots \dots \dots i = 0 \\ \frac{1}{9} \dots \dots \dots i = 1 \sim 4 \\ \frac{1}{36} \dots \dots \dots i = 5 \sim 8 \end{array} \right\} \quad (۱۰-۴)$$

چگالی و سرعت ماکروسکوپی نیز با میانگین گیری از توابع توزیع و بصورت زیر بدست می آیند:

$$\rho = \sum_{i=0}^{i=8} f_i \quad (۱۱-۴)$$

$$\mathbf{u} = \sum_{i=0}^{i=8} f_i \bar{v}_i / \rho$$

فشار در روش شبکه بولتزمن با استفاده از معادله حالت گاز کامل بدست می آید:

$$p = c_s^2 \rho \quad (۱۲-۴)$$

لزجت یا ویسکوزیته نیز توجه به اینکه از روش حجم محدود برای حل معادله شبکه بولتزمن استفاده می شود از رابطه زیر بدست می آید [۸۹ و ۹۰]:

$$\nu = c_s^2 \tau_f \quad (۱۳-۴)$$

۴-۳- اعمال نیروی خارجی در روش شبکه بولتزمن

در این قسمت شکل کلی روش شبکه بولتزمن مورد بررسی قرار خواهد گرفت، یعنی نحوه اعمال نیروی خارجی بر ذرات در معادله را تحلیل خواهد شد. در صورتیکه نیروی خارجی به ذرات موجود در سیستم اعمال شود، معادله

(۷-۴) بصورت زیر نوشته می شود [۸۸]:

$$\frac{\partial f_i}{\partial t} + \bar{v}_i \cdot \nabla f_i + \mathbf{a} \cdot \nabla_v f_i = -\frac{1}{\tau_f} (f_i - f_i^{eq}) \quad (14-4)$$

در معادله فوق $\mathbf{a} = \bar{F}/m$ شتاب ناشی از نیروی خارجی \bar{F} بر ذره به جرم m می‌باشد. برای حل معادله فوق می‌بایست که جمله $\mathbf{a} \cdot \nabla_v f_i$ گسسته شود. برای این جمله روابط زیر باید برقرار باشند [۹۱]:

$$\begin{aligned} \int \mathbf{a} \cdot \nabla_v f_i dv &= \int \mathbf{a} \cdot \nabla_v f_i^{eq} dv = 0 \\ \int (\mathbf{a} \cdot \nabla_v f_i)_i v dv &= \int (\mathbf{a} \cdot \nabla_v f_i^{eq}) v dv = -\rho \mathbf{a} \\ \int (\mathbf{a} \cdot \nabla_v f_i)_i v_i v_j dv &= \int (\mathbf{a} \cdot \nabla_v f_i^{eq}) v_i v_j dv = -\rho (a_i u_j + a_j u_i) \end{aligned} \quad (15-4)$$

با در نظر گرفتن تقریب زیر برای جمله نیرو [۹۱]:

$$\mathbf{a} \cdot \nabla_v f_i = \rho (v_i w_i) [\sigma^0 + \sigma_i^1 v_i + \sigma_{ij}^2 v_i v_j + \dots] \quad (16-4)$$

و با توجه شرایط معادلات (۱۵-۴)، ضرایب موجود در معادله فوق بصورت زیر خواهند بود:

$$\begin{aligned} \sigma^0 &= \frac{3}{c^2} \mathbf{a} \cdot \bar{u} \\ \sigma_i^1 &= -\frac{3}{c^2} \bar{a}_i \\ \sigma_i^1 &= -\frac{9}{2c^4} (\bar{a}_i \bar{u}_j + \bar{a}_j \bar{u}_i) \end{aligned} \quad (17-4)$$

و در نهایت جمله نیرو در معادله (۱۴-۴) را می‌توان بصورت زیر نوشت:

$$\bar{F}_i = \mathbf{a} \cdot \nabla_v f_i = -3w_i \rho \left[\frac{1}{c^2} (\bar{v}_i - \bar{u}) + 3 \frac{(\bar{v}_i \cdot \bar{u})}{c^4} \bar{v}_i \right] \cdot \mathbf{a} \quad (18-4)$$

توجه شود که در تحلیل معادله می‌بایست هر سه شرط موجود در رابطه (۱۵-۴) باید مورد توجه قرار گیرند تا اثر نیروی خارجی در معادلات مومنتوم و انرژی ظاهر شود و موازنه برقرار گردد.

با این حال رابطه فوق بدلیل پیچیدگی الگوریتم عددی، مورد توجه زیادی قرار ندارد. به همین دلیل دانشمندان مختلفی سعی کردند که به منظور ساده سازی، افزایش همگرایی و کاهش زمان محاسبات، روشهای مختلفی برای جایگزین کردن نیروی خارجی با عبارتی معادل پیشنهاد شده است که در ادامه به مهمترین و رایجترین آنها اشاره می‌شود.

۴-۳-۱- تعریف نیرو به شکل تابع پتانسیل

این روش محدود به حالاتی است که در آن بتوان نیروی خارجی مانند گرانش را به شکل تابع پتانسیل، $\nabla\phi$ تعریف کرد [۸۸]. در چنین حالاتی اثر نیروی خارجی در تابع توزیع تعادلی اعمال می شود. بطور کلی این روش محدود به جریاناتی است که تغییرات چگالی در آنها وجود ندارد و یا قابل صرفنظر کردن باشد. این روش از کارایی نسبتاً مناسبی برخوردار می باشد اما برای سیالات تراکم پذیر یا سیالات با تغییر چگالی زیاد، مناسب نمی باشد. جزئیات کامل این روش در مرجع [۸۸] ذکر شده است که برای مطالعه بیشتر می توان به آن مراجعه کرد.

۴-۳-۲- محاسبه تابع توزیع تعادلی با سرعت اصلاح شده

در این روش اثر نیروی خارجی بصورت تغییر مومنوم ذرات در تابع توزیع تعادلی وارد می شود و در نتیجه تابع توزیع تعادلی بر اساس یک سرعت اصلاح شده ماکروسکوپی و بصورت زیر محاسبه می گردد [۹۲]:

$$\bar{f}^{eq} = f^{eq}(\rho, \bar{u}^*) \quad (19-4)$$

که در معادله فوق، \bar{u}^* سرعت اصلاح شده بوده و بصورت زیر تعریف می شود:

$$\rho \bar{u}^* = \rho \bar{u} + \tau_f \bar{F} \quad (20-4)$$

در این روش حذف جمله مربوط به تغییرات مومنوم ذرات در اثر نیروهای خارجی در معادله بولتزمن و اعمال آن در f^{eq} موجب ساده شدن تحلیل عددی می گردد، اما بطور کلی دقت زیادی در مقایسه با نتایج نظری ندارد.

۴-۳-۳- افزودن جمله اضافی به جمله برخورد

در این روش، جمله نیرو با ضریب مشخصی که بستگی به بعد مساله و مدل شبکه انتخابی دارد به جمله برخورد اضافه می گردد [۹۳ و ۹۴]. در این حالت جمله برخورد بصورت زیر نوشته می شود

$$\Omega = -\frac{1}{\tau_f} (f_i - f_i^{eq}) + \frac{D}{bc^2} \bar{v}_i \cdot \bar{F} \quad (21-4)$$

که در معادله فوق D بعد مساله و b تعداد مسیرهای سرعت گسسته با توجه به مدل انتخابی برای شبکه می باشد. این روش دارای دقت مرتبه دوم می باشد ولی پایداری عددی آن کم می باشد.

۴-۳-۴- روش ترکیبی

این روش، ترکیبی از دو روش اخیر می‌باشد که در آن بخشی از نیرو در جمله برخورد و بخشی دیگر آن در توابع توزیع تعادلی اثر داده می‌شود [۸۸]. یعنی:

$$\Omega_i = -\frac{1}{\tau_f} (f_i - f_i^{eq}) + \frac{2\tau_f - 1}{2\tau_f} \frac{D}{bc^2} \bar{v}_i \cdot \bar{F} \quad (22-4)$$

که در آن D بعد مساله بوده و b تعداد لینکهای موجود در هر گره می‌باشد. پس برای یک مساله دوبعدی و با استفاده از مدل D_2Q_9 خواهیم داشت: $D = 2, b = 8$. همچنین:

$$\bar{f}_i^{eq} = f_i^{eq}(\rho, \mathbf{u} + \mathbf{F}/2\rho) \quad (23-4)$$

این روش دقت مرتبه دوم داشته و از پایداری عددی بهتری نسبت به روشهای قبلی برخوردار می‌باشد. بنابراین در این رساله از این روش در تحلیل عددی بهره گرفته شده است.

۴-۳-۴- مدل گرمایی روش شبکه بولتزمن^۴

همانطور که در فصل دوم اشاره شد در سالهای اخیر استفاده از روشهای مختلف برای تحلیل انتقال حرارت با استفاده از روش شبکه بولتزمن معرفی شده است که روش تابع توزیع دوگانه بدلیل دقت و پایداری مناسب بیشتر مورد توجه قرار گرفته است. در این روش می‌توان اتلافات گرمایی ناشی از لزجت و تولید انرژی داخل سیال را نیز در معادلات وارد نمود. بنابراین، در این رساله از روش تابع توزیع دوگانه به منظور تحلیل میدان انتقال گرما در جریان استفاده خواهد شد.

۴-۳-۱- روش تابع توزیع دوگانه

معادله شبکه بولتزمن بدون در نظر گرفتن نیروی خارجی (معادله (۴-۵)) را در نظر بگیرید:

$$\frac{\partial f_i}{\partial t} + \bar{v}_i \cdot \nabla f_i = \Omega_i(\bar{x}, t)$$

طبق نظریه انرژی جنبشی، رابطه دما و تابع توزیع ذرات بصورت زیر می‌باشد [۳۷]:

⁴- Thermal Lattice Boltzmann Method (TLBM)

$$\rho T = \int \frac{(\bar{v} - \bar{u})^2}{DR} f dV \quad (24-4)$$

در معادله فوق D بعد مساله و R ثابت جهانی گازها می باشد. جمله $(\bar{v} - \bar{u})^2 f / DR$ در حقیقت بیانگر انرژی حمل شده توسط ذرات با تابع توزیع f می باشد. با ضرب طرفین معادله شبکه بولتزمن (معادله (۴-۵)) در $(\bar{v} - \bar{u})^2 f / DR$ و انجام عملیات ریاضی نتیجه می شود:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \left(\frac{(\bar{v} - \bar{u})^2}{DR} f \right)}{\partial t} + \bar{v}_i \cdot \frac{\partial \left(\frac{(\bar{v} - \bar{u})^2}{DR} f \right)}{\partial \bar{r}} &= \left(\frac{(\bar{v} - \bar{u})^2}{DR} \right) \Omega_i + \\ f \left[\frac{\partial \left(\frac{(\bar{v} - \bar{u})^2}{DR} \right)}{\partial t} \right] + f(\bar{v}) \cdot \frac{\partial \left(\frac{(\bar{v} - \bar{u})^2}{DR} \right)}{\partial \bar{r}} & \end{aligned} \quad (25-4)$$

در رابطه فوق \bar{r} بردار مکان ذره می باشد. با جایگذاری $g = \left(\frac{(\bar{v} - \bar{u})^2}{DR} f \right)$ در معادله فوق به معادله انرژی بولتزمن دست یافته که بصورت زیر می باشد:

$$\frac{\partial g_i}{\partial t} + \bar{v}_i \cdot \nabla g_i = \left(\frac{(\bar{v} - \bar{u})^2}{DR} \right) \Omega_g + \Theta \quad (26-4)$$

در معادله فوق، Ω_g جمله برخورد در معادله انرژی بولتزمن می باشد. همچنین:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \left(\frac{(\bar{v} - \bar{u})^2}{DR} f \right)}{\partial t} + \bar{v}_i \cdot \frac{\partial \left(\frac{(\bar{v} - \bar{u})^2}{DR} f \right)}{\partial \bar{r}} &= \left(\frac{(\bar{v} - \bar{u})^2}{DR} \right) \Omega_i + \\ f \left[\frac{\partial \left(\frac{(\bar{v} - \bar{u})^2}{DR} \right)}{\partial t} \right] + f(\bar{v}) \cdot \frac{\partial \left(\frac{(\bar{v} - \bar{u})^2}{DR} \right)}{\partial \bar{r}} & \end{aligned} \quad (27-4)$$

در اینجا می توان از تقریب BGK استفاده نمود و معادله انرژی بولتزمن را بصورت زیر نوشت:

$$\frac{\partial g_i}{\partial t} + \bar{v}_i \cdot \nabla g_i = \frac{1}{\tau_g} (g - g^{eq}) + \Theta \quad (28-4)$$

در معادله فوق، Θ جمله اتلاف و τ_g زمان آرامش معادله انرژی می باشد که طبق رابطه زیر با ضریب پخش حرارتی^۵، α مرتبط می باشد [۹۶ و ۹۵]:

$$\alpha = 2\tau_g RT = 2c_s^2 \tau_g \quad (29-4)$$

بنابراین عدد پرانتل نیز بصورت زیر بدست می آید:

⁵ - Thermal diffusivity

$$\text{Pr} = \frac{\nu}{\alpha} = \frac{c_s^2 \tau_f}{2c_s^2 \tau_g} = \frac{\tau_f}{2\tau_g} \quad (۳۰-۴)$$

تابع توزیع تعادلی انرژی g^{eq} در معادله (۴-۲۸) برای شبکه D_2Q_9 بصورت زیر می‌باشد [۹۷]:

$$g_0^{eq} = -\frac{2\rho\varepsilon}{3} \frac{\mathbf{u}^2}{c^2}$$

$$g_{1-4}^{eq} = \frac{\rho\varepsilon}{9} \left[\frac{3}{2} + \frac{3}{2c^2} \bar{v}_i \cdot \mathbf{u} + \frac{9}{2c^4} (\bar{v}_i \cdot \mathbf{u})^2 - \frac{3}{2c^2} \mathbf{u}^2 \right] \quad (۳۱-۴)$$

$$g_{5-8}^{eq} = \frac{\rho\varepsilon}{36} \left[3 + \frac{6}{c^2} \bar{v}_i \cdot \mathbf{u} + \frac{9}{2c^4} (\bar{v}_i \cdot \mathbf{u})^2 - \frac{3}{2c^2} \mathbf{u}^2 \right]$$

در رابطه فوق، $\varepsilon = DRT/2$ انرژی داخلی می‌باشد و با میانگین‌گیری از توابع توزیع گرمایی و بصورت

$$\varepsilon = \sum_i g_i \quad \text{بدست می‌آید.}$$

آخرین موضوعی که در انتهای این بخش تشریح خواهد شد، ماهیت جمله اتلاف، Θ در معادله (۴-۲۸) می‌باشد.

این جمله را می‌توان بصورت زیر نوشت [۴۲]:

$$\Theta = \Theta_1 + \Theta_2 + \Theta_3 \quad (۳۲-۴)$$

که در آن

$$\Theta_1 = -\frac{2f}{DR} \left[(\bar{c} - \bar{u}) \frac{\partial \bar{u}}{\partial r} \right]^2$$

$$\Theta_2 = -f^{eq} \frac{2}{DR} (\bar{c} - \bar{u}) \left[\frac{\partial u}{\partial r} + \left(\bar{u} \cdot \frac{\partial}{\partial r} \right) \bar{u} \right] \quad (۳۳-۴)$$

$$\Theta_3 = -(f - f^{eq}) \frac{2}{DR} \left[(\bar{c} - \bar{u}) \frac{\partial u}{\partial r} \right]^2$$

همانطور که از معادلات فوق متوجه می‌شویم، جمله Θ_2 مربوط به کار تراکمی می‌باشد. همچنین توجه شود که

پایین بودن عدد ماخ^۶ از فرضیات روش شبکه بولتزمن با تقریب BGK می‌باشد. لذا می‌توان از جمله Θ_2 صرفنظر

نمود. از طرفی دیگر ملاحظه می‌شود که جمله Θ_1 از مرتبه دوم عدد ماخ می‌باشد که در جریانهای با عدد ماخ کم

سهم ناچیزی در اتلاف گرما خواهد داشت. لذا می‌توان از این جمله نیز در محاسبات صرفنظر نمود [۴۲]. بنابراین

معادله انرژی بولتزمن با تقریب BGK برای سیال تراکم ناپذیر بصورت زیر در خواهد آمد:

^۶ - Mach number

$$\frac{\partial g_i}{\partial t} + \bar{v}_i \cdot \nabla g_i = \frac{1}{\tau_g} (g - g^{eq}) + \Theta_3 \quad (34-4)$$

علاوه بر موارد فوق بایستی به این نکته توجه شود که عدد پراتل یا اکرت^۷ در بسیاری از مسائل مهندسی، کوچک می باشند. لذا اتلاف حرارت در اینگونه مسائل کم اهمیت می باشد. بنابراین می توان در این گونه مسایل از جمله Θ_3 نیز صرف نظر نمود. لذا در نهایت نسخه ای از معادله انرژی بولتزمن بدست می آید که برای جریاناتی معتبر است که اتلاف حرارتی ویسکوز در آنها ناچیز می باشد. این معادله بصورت زیر خواهد بود و در این رساله از این رابطه به منظور تحلیل مسائل توام با انتقال گرما استفاده شده است.

$$\frac{\partial g_i}{\partial t} + \bar{v}_i \cdot \nabla g_i = \frac{1}{\tau_g} (g - g^{eq}) \quad (35-4)$$

۴-۴- مدل شبکه بولتزمن برای نانوسیالات

معادلات بولتزمن مورد استفاده برای شبیه سازی جریان نانوسیالها که در واقع جزء سیالات چند جزئی محسوب می شوند، همانند معادلات تشریح شده در قسمت های قبلی می باشد. به بیان دیگر، معادلات جریان و انتقال گرما برای یک سیال چند جزئی بصورت زیر خواهد بود:

$$\frac{\partial f_i^\sigma}{\partial t} + \bar{v}_i^\sigma \cdot \nabla f_i^\sigma = \frac{1}{\tau_f^\sigma} (f^\sigma - f^{\sigma,eq}) \quad (36-4)$$

$$\frac{\partial g_i^\sigma}{\partial t} + \bar{v}_i^\sigma \cdot \nabla g_i^\sigma = \frac{1}{\tau_g^\sigma} (g^\sigma - g^{\sigma,eq})$$

در این معادله τ_f^σ و τ_g^σ به ترتیب معرف زمان آرامش معادله جریان و انرژی مربوط جزء σ ام سیال می باشند. در این رساله، نانوسیال های دو جزئی مورد استفاده قرار می گیرند، یعنی محلولی متشکل از یک سیال پایه و نانوذرات، لذا نتیجه می شود: $\sigma = 1, 2$ ، که $\sigma = 1$ معرف سیال پایه و $\sigma = 2$ بیانگر نانوذره می باشد. همچنین با در نظر گرفتن نیروی خارجی، معادله (۳۳-۴) بصورت زیر بازنویسی می شود:

$$\bar{f}_i^{\sigma,eq} = f_i^{\sigma,eq} (\rho^\sigma, u^\sigma + \frac{1}{2\rho^\sigma} \hat{F}^\sigma) \quad (37-4)$$

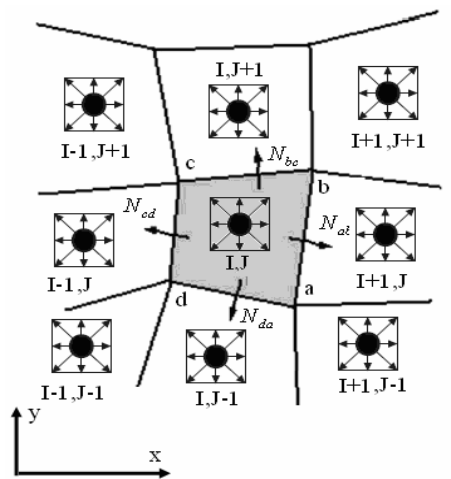
⁷ - Eckret number

با توجه به ناچیز بودن غلظت نانوذرات، از نیروهای وارد از طرف نانوذرات به سیال پایه ($\sigma=1$) صرفنظر خواهد شد و تنها نیروهای وارد از طرف سیال پایه با نانوذرات که در فصل سوم تشریح گردیدند، در معادلات اعمال خواهند شد. لذا چگالی و سرعت متوسط ماکروسکوپیکی برای هر جزء به صورت زیر محاسبه خواهد شد [۷۹]:

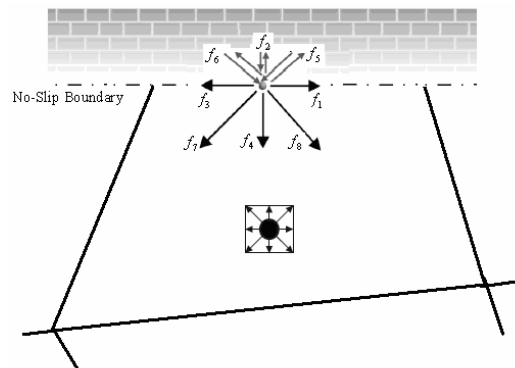
$$\rho^\sigma(\vec{x}, t) = \sum_{i=0}^8 m^\sigma f_i^\sigma(\vec{x}, t) \quad , \quad \rho^\sigma(\vec{x}, t) \mathbf{u}^\sigma(\vec{x}, t) = m^\sigma \sum_{i=0}^8 v_i^\sigma f_i^\sigma(\vec{x}, t) \quad (۳۸-۴)$$

که m^σ جرم ملکولی جزء σ ام می‌باشد.

فرمول بندی ریاضی



Cell-centered FV scheme



Schematic of bounce-back rule

۵-۱- مقدمه

نحوه حل و گسسته سازی معادلات شبکه بولتزمن تاثیر زیادی در کاربرد روش شبکه بولتزمن در مسائل گوناگون دارد. در روش استاندارد که مبتنی بر دو مرحله جاری شدن و برخورد می باشد، گسسته سازی توابع توزیع در جهت‌های مشخص سرعت، انجام می‌گیرد. امکان انجام محاسبات بصورت موازی و داشتن الگوریتم ساده از مزایای روش استاندارد می‌باشد. اما محدودیت اصلی این روش در لزوم استفاده از شبکه مربعی یکنواخت^۱ می‌باشد. لذا، دقت این روش در مسائل با مرزهای پیچیده، کم می‌باشد. تاکنون تحقیقاتی در جهت افزایش قابلیت‌های این روش صورت گرفته است که در این تحقیقات سعی شده است با متراکم تر کردن شبکه و استفاده از سری تیلور در مرزهای منحنی، دقت معادلات و حل تا مرتبه دوم ارتقا داده شود [۹۹ و ۹۸]. اما در سالهای اخیر ترکیب روش شبکه بولتزمن با روش حجم محدود به دلیل فیزیکی بودن و قابلیت‌های بالای آن، مورد توجه محققان زیادی قرار گرفته است.

در این رساله قصد داریم که از ترکیب روش حجم محدود با روش شبکه بولتزمن^۲ بر روی شبکه مربعی غیریکنواخت برای انجام شبیه‌سازی‌ها استفاده نماییم. لذا در این فصل، روش مورد نظر تشریح خواهد شد. موضوع دیگری که در این فصل مورد بررسی قرار می‌گیرد، نحوه اعمال انواع شرایط مرزی در روش شبکه بولتزمن می باشد.

۵-۲- روش حجم محدود - شبکه بولتزمن

در این قسمت به تشریح روش حجم محدود - شبکه بولتزمن با استفاده از طرح مرکزیت سلول^۳ می پردازیم. برای شروع، شکل انتگرالی معادله بولتزمن را در نظر بگیرید:

$$\frac{\partial \varphi}{\partial t} + \bar{v}_i \cdot \nabla \varphi = -\frac{1}{\tau_\varphi} (\varphi - \varphi^{eq}) \quad (۱-۵)$$

در معادله فوق اگر $\varphi = f$ باشد، معادله بولتزمن برای جریان و اگر $\varphi = g$ باشد، معادله بولتزمن برای انتقال حرارت می باشد. توجه شود که برای سیال دوفازی، یعنی نانوذرات موجود در نانوسیالات نیز همین رویه‌ای که در ادامه تشریح خواهد شد، صورت می‌گیرد.

^۱- Structured

^۲- FV-LBM

^۳- Cell-centered

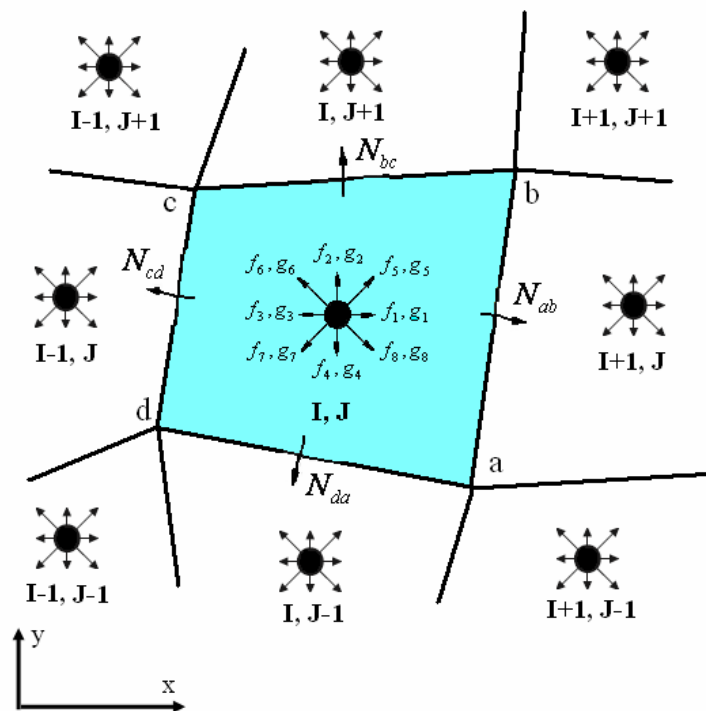
حال به گسسته سازی معادله فوق با استفاده از طرح مرکزیت سلول می پردازیم. شکل شماتیک طرح مرکزیت سلول در شکل (۱-۵) نشان داده شده است. تقریب جمله اول معادله (۱-۵) برای سلول (I, J) بصورت زیر خواهد بود:

$$\int_{abcd} \frac{\partial \varphi_i}{\partial t} dA \approx \left[\frac{\partial \varphi_i}{\partial t} \right]_{I,J} \cdot A_{I,J} \quad (2-5)$$

$A_{I,J}$ مساحت سلول $abcd$ می باشد. معمولاً از روش اویلر^۴ مرتبه اول برای تقریب معادله (۲-۵) استفاده می شود:

$$\left[\frac{\partial \varphi_i}{\partial t} \right]_{I,J} = \frac{(\varphi_i)_{I,J}^{n+1} - (\varphi_i)_{I,J}^n}{\Delta t} \quad (3-5)$$

البته از روش رانگ - کوتای مرتبه پنجم نیز برای پیشرفت معادلات در زمان استفاده خواهد شد که در قسمت بعدی همین فصل به آن اشاره می شود.



شکل ۱-۵: روش حجم محدود با طرح مرکزیت سلول

^۴- first-order Eulerian time marching scheme

گسسته سازی جمله شار بصورت زیر خواهد بود:

$$\int_{abcd} v_i \cdot \nabla \varphi_i dA = \int_{abcd} \left\{ v_{ix} \frac{\partial \varphi_i}{\partial x} + v_{iy} \frac{\partial \varphi_i}{\partial y} \right\} dA \quad (۴-۵)$$

در این معادله v_{ix} و v_{iy} ثابت می باشند. با اعمال قضیه گرین، انتگرال فوق را می توان بصورت زیر نوشت:

$$\begin{aligned} \int_{abcd} v_i \cdot \nabla \varphi_i dA &= \int_{abcd} \left\{ \frac{\partial(v_{ix} \cdot \varphi_i)}{\partial x} + \frac{\partial(\varphi_i \cdot v_{iy})}{\partial y} \right\} dx dy = \oint_{\text{around } I,J} (v_{ix} \varphi_i dy - v_{iy} \varphi_i dx) \\ &\approx \left\{ \frac{[\varphi_i]_{I,J} + [\varphi_i]_{I+1,J}}{2} v_i \cdot N_{ab} + \frac{[\varphi_i]_{I-1,J} + [\varphi_i]_{I,J}}{2} v_i \cdot N_{bc} + \right. \\ &\quad \left. \frac{[\varphi_i]_{I,J} + [\varphi_i]_{I,J+1}}{2} v_i \cdot N_{cd} + \frac{[\varphi_i]_{I,J-1} + [\varphi_i]_{I,J}}{2} v_i \cdot N_{da} \right\} \end{aligned} \quad (۵-۵)$$

در این معادله، بردار نرمال اضلاع $k = ab, bc, cd, da$ می باشد. این فرمول بندی محاسبه شار به روش میانگین گیری شار^۵ معروف می باشد. این تقریب دارای دقت مرتبه دوم در شبکه کارترین می باشد ولی در حالت کلی پایداری عددی آن کم می باشد [۱۰۰]. اما می توان با استفاده از تئوری دیورژانس^۶ و استفاده از تقریب بالادست مرتبه اول، جمله شار را بصورت زیر گسسته کرد [۲۱]:

$$\begin{aligned} \int_{abcd} v_i \cdot \nabla \varphi_i dA &= \begin{cases} [\varphi_i]_{I,J} v_i \cdot N_{ab} & \text{if } v_i \cdot N_{ab} \geq 0 \\ [\varphi_i]_{I+1,J} v_i \cdot N_{ab} & \text{if } v_i \cdot N_{ab} < 0 \end{cases} \\ &+ \begin{cases} [\varphi_i]_{I,J} v_i \cdot N_{bc} & \text{if } v_i \cdot N_{bc} \geq 0 \\ [\varphi_i]_{I,J+1} v_i \cdot N_{bc} & \text{if } v_i \cdot N_{bc} < 0 \end{cases} + \begin{cases} [\varphi_i]_{I,J} v_i \cdot N_{cd} & \text{if } v_i \cdot N_{cd} \geq 0 \\ [\varphi_i]_{I-1,J} v_i \cdot N_{cd} & \text{if } v_i \cdot N_{cd} < 0 \end{cases} \\ &+ \begin{cases} [\varphi_i]_{I,J} v_i \cdot N_{da} & \text{if } v_i \cdot N_{da} \geq 0 \\ [\varphi_i]_{I,J-1} v_i \cdot N_{da} & \text{if } v_i \cdot N_{da} < 0 \end{cases} \approx \sum_k \bar{v}_i \cdot N_k (f_i)_k \end{aligned} \quad (۶-۵)$$

این تقریب که به روش بالادست^۷ معروف می باشد، نوسانات عددی را بطور موثری کاهش می دهد و باعث پایداری عددی شبیه سازی می گردد. اما همانطور که ملاحظه می شود دقت این روش از مرتبه اول می باشد. در این رساله در نظر است از فاکتورهای وزنی مبتنی بر فشار و دما برای معادلات جریان و انرژی بولتزمان و به منظور افزایش دقت و پایداری جمله شار استفاده شود. این ضرایب بصورت زیر تعریف می شوند [۱۰۱]:

⁵- Flux-averaging scheme

⁶- Divergence theorem

⁷- Upwind scheme

$$\begin{aligned}\xi_{ab-Left} &= \frac{\theta_{I-1,J}}{\theta_{I-1,J} + \theta_{I,J}}, \xi_{ab-Right} = \frac{\theta_{I,J}}{\theta_{I,J} + \theta_{I+1,J}} \rightarrow \xi_{ab} = \frac{\xi_{ab-Left} + \xi_{ab-Right}}{2} \\ \xi_{bc-Bottom} &= \frac{\theta_{I,J-1}}{\theta_{I,J} + \theta_{I,J-1}}, \xi_{bc-Top} = \frac{\theta_{I,J}}{\theta_{I,J+1} + \theta_{I,J}} \rightarrow \xi_{bc} = \frac{\xi_{bc-Bottom} + \xi_{bc-Top}}{2} \\ \xi_{cd-Right} &= \frac{\theta_{I+1,J}}{\theta_{I,J} + \theta_{I+1,J}}, \xi_{cd-Left} = \frac{\theta_{I,J}}{\theta_{I,J} + \theta_{I-1,J}} \rightarrow \xi_{cd} = \frac{\xi_{cd-Right} + \xi_{cd-Left}}{2} \\ \xi_{da-Top} &= \frac{\theta_{I,J+1}}{\theta_{I,J} + \theta_{I,J+1}}, \xi_{da-Bottom} = \frac{\theta_{I,J}}{\theta_{I,J} + \theta_{I,J-1}} \rightarrow \xi_{da} = \frac{\xi_{da-Top} + \xi_{da-Bottom}}{2}\end{aligned}\quad (Y-5)$$

در معادله فوق اگر $\theta = p$ باشد، ضرایب تصحیح برای معادله جریان و اگر $\theta = T$ باشد، ضرایب تصحیح برای معادله انتقال گرما مورد استفاده قرار می‌گیرند. ماهیت این ضرایب از این مطلب ناشی می‌شود که فشار یا دما عامل اصلی انتقال جریان یا گرما از یک سلول به سلول دیگر می‌باشد. نحوه اثر گذاری این ضرایب در مسائل گوناگون مورد بررسی قرار گرفته است که در فصل های بعدی ارائه خواهند شد. بنابراین جمله شار را می‌توان بصورت زیر نوشت:

$$\begin{aligned}S_i &= \int \bar{v}_i \cdot \nabla f_i dA \approx \bar{v}_i \cdot N_{ab} (\xi_{ab} [f_i]_{I,J} + (1 - \xi_{ab}) [f_i]_{I+1,J}) \\ &+ \bar{v}_i \cdot N_{bc} (\xi_{bc} [f_i]_{I,J} + (1 - \xi_{bc}) [f_i]_{I,J+1}) + \bar{v}_i \cdot N_{cd} (\xi_{cd} [f_i]_{I,J} + (1 - \xi_{cd}) [f_i]_{I-1,J}) \\ &+ \bar{v}_i \cdot N_{da} (\xi_{da} [f_i]_{I,J} + (1 - \xi_{da}) [f_i]_{I,J-1})\end{aligned}\quad (8-5)$$

با فرض رفتار خطی f_i, f_i^{eq} در هر سلول داخلی، انتگرال گیری از جمله برخورد در معادله شبکه بولتزمن بصورت زیر خواهد بود [۱۰۲]:

$$\begin{aligned}Q_i &= - \int_{abcd} \frac{1}{\tau_\phi} (\varphi_i - \varphi_i^{eq}) dA = - \frac{A_{I,J}}{\tau_\phi} \left[\frac{1}{4} [\varphi_i^{ne}]_{I,J} + \right. \\ &\left. \frac{1}{8} \{ [\varphi_i^{ne}]_{I+1,J} + [\varphi_i^{ne}]_{I,J+1} + [\varphi_i^{ne}]_{I-1,J} + [\varphi_i^{ne}]_{I,J-1} \} + \right. \\ &\left. \frac{1}{16} \{ [\varphi_i^{ne}]_{I+1,J-1} + [\varphi_i^{ne}]_{I+1,J+1} + [\varphi_i^{ne}]_{I-1,J+1} + [\varphi_i^{ne}]_{I-1,J-1} \} \right]\end{aligned}\quad (9-5)$$

در رابطه فوق $\varphi_i^{ne} = \varphi_i - \varphi_i^{eq}$ بیانگر بخش غیرتعادلی تابع توزیع می باشد. توجه شود که در مرزها، انتگرال گیری از جمله برخورد بصورت زیر خواهد بود:

$$- \int_{abcd} \frac{1}{\tau_\phi} \varphi_i^{ne} dA = - \frac{A_{I,J}}{\tau_\phi} [(\varphi_i)_{I,J} - (\varphi_i^{eq})_{I,J}]\quad (10-5)$$

همانطور که می دانیم در شبیه سازیهای عددی، گرد کردن اعداد می تواند منجر به ایجاد خطا در نتایج شود. این خطا ممکن است در بسیاری از مسائل مانند جریانهای با گرادیان شدید، منجر به واگرا شدن حل گردد. بنابراین برای جلوگیری از این مشکل می بایست که جمله اتلاف مصنوعی^۸ در محاسبات اعمال گردد. توجه شود که جمله اتلاف مصنوعی نتیجه مستقیم مشتق های مرتبه دوم در یک معادله بهینه می باشد. جزئیات کامل نحوه بدست آوردن یک معادله بهینه در مرجع [۱۰۳] آورده شده است. بنابراین از آنجا که روش شبکه بولتزن در رینولدزهای بالا با نوسانات عددی همراه می باشد، لذا از جمله اتلاف مصنوعی مرتبه چهارم به منظور افزایش پایداری در محاسبات استفاده می کنیم:

$$[D^{(4)}f_i]_{I,J} = \varepsilon_x \cdot (\nabla\Delta)_x^2 \cdot [f_i]_{I,J} + \varepsilon_y \cdot (\nabla\Delta)_y^2 \cdot [f_i]_{I,J} \quad (11-5)$$

در معادله فوق، ε_x و ε_y ضرایب میرایی^۹ در جهت های x و y می باشند که با انتخاب مقادیر مناسب برای آنها می توان دقت و همگرایی حل را بهبود بخشید. همچنین در معادله فوق، گرادیان مرتبه چهارم بصورت زیر می باشد:

$$(\nabla\Delta)_x^2 \cdot [\varphi_i]_{I,J} = [\varphi_i]_{I+2,J} - 4[\varphi_i]_{I+1,J} + 6[\varphi_i]_{I,J} - 4[\varphi_i]_{I-1,J} + [\varphi_i]_{I-2,J} \quad (12-5)$$

$$(\nabla\Delta)_y^2 \cdot [\varphi_i]_{I,J} = [\varphi_i]_{I,J+2} - 4[\varphi_i]_{I,J+1} + 6[\varphi_i]_{I,J} - 4[\varphi_i]_{I,J-1} + [\varphi_i]_{I,J-2}$$

بنابراین انتگرال گیری بر روی هر سلول برابر با مجموع جملات شار، برخورد و اتلاف مصنوعی در هر گام زمانی می باشد.

۵-۲-۱- پیشرفت معادلات در زمان

در این بخش به معرفی روش رانگ - کوتای مرتبه پنجم^{۱۰} می پردازیم که از این طرح برای پیشرفت معادلات در زمان استفاده می شود. در این روش:

$$f_i^{n+1} = f_i^n + \alpha_l \Delta f_i^{l-1} \quad (13-5)$$

$$\therefore l = 1, 2, \dots, 5 \therefore \alpha_1 = 0.0695, \alpha_2 = 0.1602, \alpha_3 = 0.2898, \alpha_4 = 0.5, \alpha_5 = 1.$$

در معادله فوق، n بیانگر گام زمانی می باشد و

$$\Delta f_i^{l-1} = \Delta t \cdot (S_i^{l-1} + Q_i^{l-1}) / A_{I,J} \quad (14-5)$$

⁸ - Artificial dissipation term

⁹ - Damping factors

¹⁰ - Fifth-order Runge-Kutta scheme

بنابراین تابع توزیع در زمان جدید بصورت زیر محاسبه می‌شود:

$$f_i^{n+1} = f_i^n + \alpha_l \frac{\Delta t}{A_{I,J}} (S_i^{l-1} + Q_i^{l-1}) \quad (15-5)$$

همچنین گام زمانی بر اساس رابطه CFL¹¹ و بصورت زیر در نظر گرفته می‌شود:

$$\Delta t = CFL \times \left(\frac{\text{Min}(\sqrt{\Delta x_{I,J}^2 + \Delta y_{I,J}^2})}{\text{Max}(\sqrt{u_{I,J}^2 + v_{I,J}^2})} \right) \quad (16-5)$$

$\Delta x_{I,J}, \Delta y_{I,J}$ بیانگر تصویر طول اضلاع سلول با مساحت مینیمم در جهت های x, y می باشد. توجه شود که به

منظور داشتن پایداری بالاتر، عدد $CFL < 0.7$ در نظر گرفته می‌شود.

۵-۳- شرایط مرزی جریان

یکی از پیچیدگی‌های روش شبکه بولتزمان نحوه اعمال شرایط مرزی می‌باشد که می‌بایست متغیرهای ماکروسکوپی در مرزها را بصورت توابع توزیع تعادلی بیان کرد. در این بخش انواع شرایط مرزی جریان معرفی خواهند شد. بایستی به این نکته اشاره شود که در این پایان نامه به منظور اعمال شرایط مرزی، یک گره اضافی بر روی مرزها در نظر گرفته شده است. بنابراین هر گره مرزی همانند گره های داخل دامنه محاسباتی رفتار می‌کنند به جز اینکه جمله شار در مرزها بایستی به نحو صحیحی در نظر گرفته شوند. تعیین توابع توزیع در مرزها و یا به عبارت دیگر تعیین جمله شار در مرز، بسته به نوع شرایط مرزی مشخص می‌گردد که در ادامه به انواع شرایط مرزی اشاره خواهیم نمود.

۵-۳-۱- شرط مرزی ورودی و خروجی

برای نشان دادن نحوه اعمال شرایط مرزی، شکل (۵-۲) را در نظر بگیرید. شرایط مرزی ماکروسکوپی را بصورت

کلی در مرز ورودی می‌توان بصورت زیر نشان داد:

$$\begin{cases} u_{inlet} = u_{\infty} \\ v_{inlet} = v_{\infty} \\ \rho_{inlet} = \rho_{\infty} \end{cases} \quad (17-5)$$

بنابراین با معلوم بودن مقادیر ماکروسکوپی در مرز ورودی، برای هر سلول $(I=1, J)$ خواهیم داشت:

¹¹ - Suggested by Courant-Friedrichs-Lewy

$$\begin{cases} (\rho u)_{inlet} = \left(\sum_{i=1}^8 v_{ix} f_i \right)_{inlet} = \rho_{\infty} u_{\infty} \\ (\rho v)_{inlet} = \left(\sum_{i=1}^8 v_{iy} f_i \right)_{inlet} = \rho_{\infty} v_{\infty} \\ \rho_{inlet} = \left(\sum_{i=1}^8 f_i \right)_{inlet} = \rho_{\infty} \end{cases} \quad (18-5)$$

با توجه به شکل مشخص می باشد که در مرز ورودی، توابع توزیع در سه جهت ۱، ۵ و ۸ مجهول می باشند که بصورت زیر از توابع توزیع معلوم بدست می آیند:

$$\begin{aligned} f_1 &= f_3 + 2(\rho_{inlet} \cdot u_{inlet})/3 \\ f_5 &= f_7 + 0.5(f_4 - f_2) + (\rho_{inlet} \cdot u_{inlet})/6 \\ f_8 &= f_6 + 0.5(f_2 - f_4) + (\rho_{inlet} \cdot u_{inlet})/6 \end{aligned} \quad (19-5)$$

رابطه فوق معمولاً به روش زو و هی موسوم می باشد، چرا که توسط این دو محقق برای اولین بار معرفی شد [۱۰۴]. توجه شود که دیگر توابع توزیع در مرز ورودی که تحت عنوان توابع توزیع معلوم از آنها یاد شد با استفاده از برونمایی از درون دامنه تعیین می شوند:

$$f_i(I=1, J) = 1.5f_i(I=2, J) - 0.5f_i(I=3, J) \quad i = 0, 2, 3, 4, 6, 7 \quad (20-5)$$

در مرز خروجی، یعنی $I = N_x$ نیز معمولاً از شرط مرزی فشار استفاده می شود. بدین منظور از توابع توزیع تعادلی برای تعیین توابع مجهول (جهت های ۳، ۶ و ۷) در خروجی استفاده می شود، یعنی $f_i = f_i^{eq}$. دیگر توابع توزیع نیز همانند ورودی با برونمایی از گره های مرزی و بصورت زیر بدست می آیند [۱۰۵ و ۱۰۶]:

$$f_i(I = N_x, J) = 1.5f_i(I = N_x - 1, J) - 0.5f_i(I = N_x - 2, J) \quad (21-5)$$

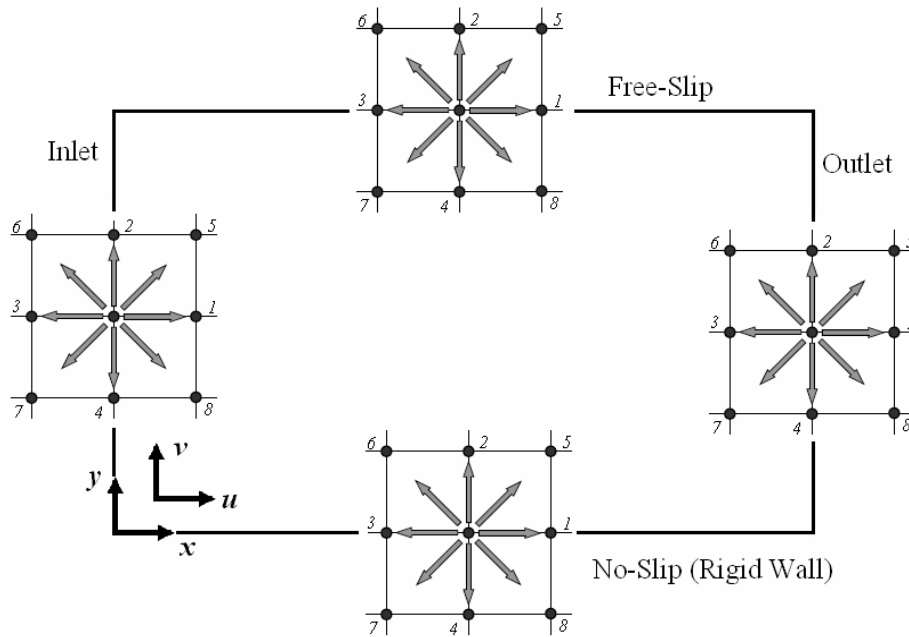
۵-۳-۲- شرط مرزی لغزش آزاد^{۱۲}

این نوع شرط مرزی معمولاً برای مرزهایی در نظر گرفته می شود که در آن اصطکاک بین سیال با محیط یا جسم دیگر ناچیز باشد. در چنین حالتی، حرکت مماسی سیال در مرز کاملاً آزادانه بوده و هیچگونه تبادل مومنتومی در خلال حرکت مماسی سیال با مرز رخ نمی دهد. مرز بالای کانال در شکل (۵-۲) بصورت شماتیک بیانگر شرط مرزی لغزش آزاد می باشد. در این حالت توابع مجهول بصورت زیر تعیین می شوند:

$$f_7 = f_6, \quad f_4 = f_2, \quad f_8 = f_5 \quad (22-5)$$

¹² - Free-slip boundary condition

روابط فوق عدم تبادل مومنوم بین سیال و مرز را تضمین می کند. توجه شود که عدم وجود سرعت عمود بر مرز توسط رابطه $f_4 = f_2$ ایجاد می شود.



شکل ۲-۵: شماتیک شرایط مرزی در دامنه محاسباتی

۵-۳-۳- شرط مرزی تناوبی^{۱۳}

این شرط مرزی ساده ترین نوع شرایط مرزی در شبیه سازی با استفاده از روش شبکه بولترمن می باشد. در این نوع شرط مرزی نیازی به ارتباط بین پارامترهای ماکروسکوپی با توابع توزیع تعادلی نمی باشد. در این نوع شرط مرزی، از این مفهوم استفاده می شود که ذرات در مرز خروجی دارای همان خواص ذرات در مرز ورودی می باشند. برای نشان دادن نحوه اعمال شرایط مرزی تناوبی، شکل (۲-۵) را در نظر بگیرید. فرض شود که شرایط مرزی ورودی و خروجی دامنه بصورت تناوبی باشند. بنابراین، همانطور که در شکل مشخص می باشد، در مرز ورودی کانال، توابع توزیع در سه

¹³ - Periodic boundary condition

جهت ۱، ۵ و ۸ مجهول می‌باشند. همچنین در خروجی کانال توابع توابع توزیع در جهت های ۳، ۶ و ۷ مجهول می‌باشند. لذا با توجه به مفهوم شرط مرزی تناوبی، توابع توزیع مجهول بصورت زیر تعیین می‌شوند:

$$f_1^{inlet} = f_1^{outlet} \quad , \quad f_5^{inlet} = f_5^{outlet} \quad , \quad f_8^{inlet} = f_8^{outlet} \quad (23-5)$$

$$f_3^{outlet} = f_3^{inlet} \quad , \quad f_6^{outlet} = f_6^{inlet} \quad , \quad f_7^{outlet} = f_7^{inlet} \quad (24-5)$$

۵-۳-۴- شرط مرزی دیوار صلب^{۱۴}

در بسیاری از مسایل شرط مرزی دیوار صلب یا بدون لغزش^{۱۵} وجود دارد. اعمال شرط دیوار صلب در روش شبکه بولتزمن تحت عنوان قانون بازگشت آینه‌ای^{۱۶} انجام می‌گیرد. این قانون بطور کلی برای مرزهایی که در آنها اصطکاک بین سیال و مرز وجود دارد یا یک جسم صلب در مسیر جریان قرار دارد، اعمال می‌شود. این قانون بیان می‌کند که در مرز دیوار صلب، توابع توزیع مجهول از توابع توزیع معلومی که در خلاف جهت آنها در گره مرزی وجود دارند، بدست می‌آیند [۱۰۴]. برای بیان بهتر این موضوع، مرز پایینی کانال شکل (۵-۲) را که بیانگر شرط مرزی دیوار صلب می‌باشد را در نظر بگیرید. توابع توزیع مجهول بصورت زیر بدست می‌آیند:

$$f_5 = f_7 \quad , \quad f_2 = f_4 \quad , \quad f_6 = f_8 \quad (26-5)$$

این روابط بیان می‌کنند که ذرات پس از برخورد به مرز، به همان مسیر قبلی بازگشت داده می‌شوند. یا به عبارت دیگر، ذرات به همان گره ای که از آن منتشر شده اند، بازمی‌گردند. این روش به طرح نیمه راه^{۱۷} معروف می‌باشد و دارای دقت مرتبه دوم برای دیوارهای راست می‌باشد [۱۹]. توجه شود که دیگر توابع توزیع با برونیایی از گره‌های داخل دامنه محاسبه می‌شوند.

۵-۳-۴- شرط مرزی دیوار متحرک^{۱۸}

با توسعه روش زو و هی می‌توان شرط مرزی دیوار متحرک را نیز بیان کرد. فرض کنید که دیوار بالایی در شکل (۵-۲) متحرک باشد و دارای سرعت افقی u_w باشد. در این صورت، توابع توزیع مجهول بصورت زیر تعیین می‌شوند:

¹⁴- Rigid wall boundary condition

¹⁵- No-slip boundary condition

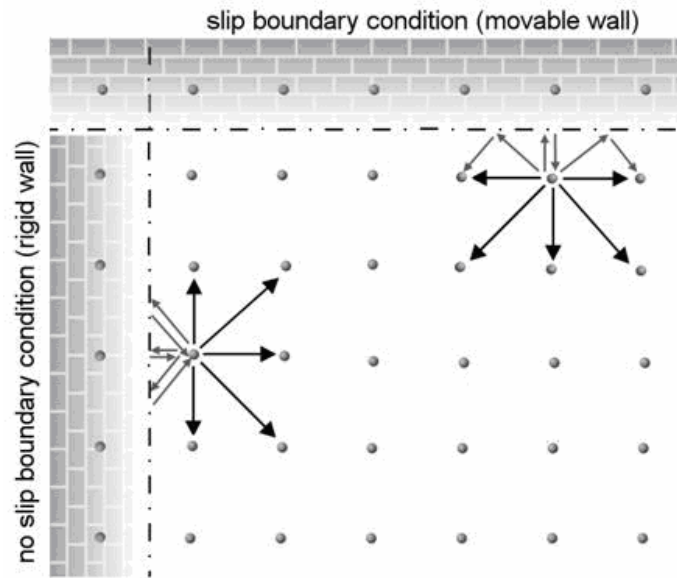
¹⁶- Bounce-back rule

¹⁷- Half-way scheme

¹⁸- Moving wall

$$\begin{aligned}
 f_2 &= f_4 \\
 f_5 &= f_7 - 0.5(f_1 - f_3) + (\rho \cdot u_w)/2 \\
 f_6 &= f_8 + 0.5(f_1 - f_3) - (\rho \cdot u_w)/2
 \end{aligned}
 \tag{۲۷-۵}$$

شکل شماتیک شرط مرزی دیوار صلب و متحرک در شکل (۳-۵) نشان داده شده است.



شکل ۳-۵: شماتیک شرایط مرزی دیوار صلب و دیوار متحرک

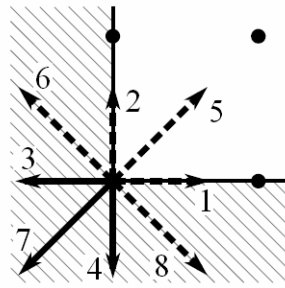
۵-۳-۵- شرط مرزی دیوار در گوشه‌ها

لازم است که به شرایط مرزی دیوار در گوشه‌ها توجه بیشتری شود. برای این منظور شکل (۴-۵) را در نظر بگیرید.

در گوشه‌ها، چه در مرز ورودی باشند چه در مرز خروجی، بدلیل وجود شرط عدم لغزش می بایست که $\bar{u} = 0$

باشد. لذا با توجه به مشخص بودن چگالی، توابع توزیع برای یک گره در گوشه بصورت زیر تعیین می‌شوند:

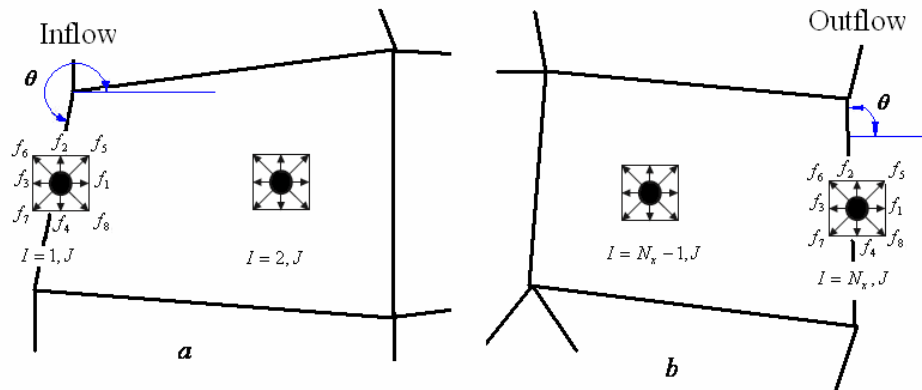
$$\begin{aligned}
 f_1 &= f_3 \\
 f_2 &= f_4 \\
 f_5 &= f_7 \\
 f_6 &= f_8 = 0.5[\rho - (f_1 + f_2 + f_3 + f_4 + f_5 + f_7)]
 \end{aligned}
 \tag{۲۸-۵}$$



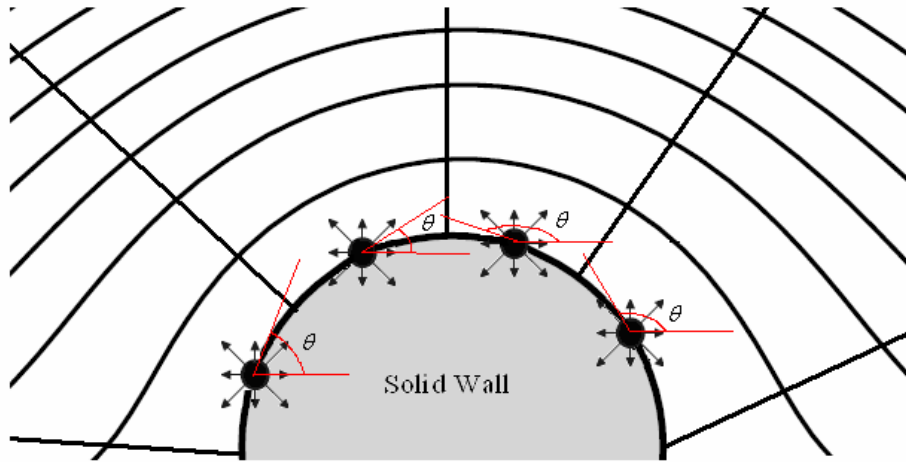
شکل ۵-۴: گره مرزی در گوشه. سطح هاشور خورده بیانگر فضای خارج از دامنه محاسباتی می‌باشد. توابع توزیع معلوم یعنی f_3, f_4, f_7 که از داخل دامنه محاسبه می‌شوند با خطوط ممتد نشان داده شده اند و دیگر توابع توزیع مجهول با خط چین مشخص گردیده اند.

۵-۳-۶- شرایط مرزی در هندسه پیچیده

روش مورد استفاده در این پایان نامه قابلیت اجرا بر روی هندسه های پیچیده را با استفاده از شبکه چهارضلعی نامنظم دارد. برای این منظور، همانطور که در ابتدای این بخش اشاره شد، یک گره و در نتیجه یک شبکه D_2Q_0 مجازی در ضلع سلولهای منطبق بر مرز قرار می‌دهیم. در نتیجه می‌توان به راحتی از شرایط مرزی گفته شده در این بخش، استفاده کرد. شکل (۵-۵) سلولهای مرزی را برای مرز ورودی و خروجی و شکل (۵-۶) این سلول های مرزی را برای دیوار صلب با شکل نامنظم نشان می‌دهد. در چنین حالتی با محاسبه زاویه θ برای ضلع مرزی (زاویه بین سطح افق با خط مماس بر مرز)، می‌توان به سادگی توابع توزیع مجهول را مشخص نمود و در نتیجه مقادیر این مجهولات را بر اساس پارامترهای ماکروسکوپی و یا با استفاده از طرح بازگشت آینه ای تعیین کرد. همچنین، همانند مرزهای منظم، مقادیر توابع توزیع معلوم نیز با برونمایی از گره‌های درون دامنه، تعیین می‌شوند.



شکل ۵-۶: گره مجازی مرزی در مرز ورودی و خروجی



شکل ۵-۶: گره مجازی مرزی بر روی دیوار صلب نامنظم

۵-۴- شرایط مرزی گرمایی

در این رساله در نظر است از روش مطرح شده توسط **تانگ** و همکاران [۱۰۷] برای اعمال شرایط مرزی گرمایی استفاده گردد. در این روش، توابع توزیع مجهول انرژی در گره مرزی به دو بخش تعادلی و غیر تعادلی تجزیه می‌شوند و سپس قسمت غیر تعادلی با استفاده از برونیایی مرتبه اول از گره های مجاور درون دامنه تعیین می‌شود. بنابراین تابع توزیع انرژی g_i در گره مرزی بصورت زیر محاسبه می‌شود:

$$g_i(x_b) = g_i^{eq}(x_b, \rho_b, \varepsilon_b) + [g_i(x_f) - g_i^{eq}(x_f, \rho_f, \varepsilon_f)] \quad (۲۹-۵)$$

در رابطه فوق زیرنویس های b و f به ترتیب بیانگر گره مرزی و نزدیک ترین گره همسایه به مرز می‌باشند. همچنین ρ_b چگالی جریان در گره مرزی است که با یک تقریب مناسب می‌توان چگالی در نقطه x_f را به جای آن در نظر گرفت. همچنین در رابطه فوق $\varepsilon_b = C_v T_b + u_b^2/2$ است که T_b دمای دیواره می‌باشد. در ادامه به اختصار به معرفی نحوه اعمال شرایط مرزی گرمایی دما ثابت، بی دررو یا آدیاباتیک^{۱۹} و ورودی با دمای ثابت با توجه به مرجع [۱۰۷] خواهیم پرداخت.

¹⁹- Adiabatic

۵-۴-۱- شرط مرزی دما ثابت

شکل (۲-۵) را با فرض اینکه دمای دیوار پایینی می بایست برابر با T_w باشد را در نظر بگیرید. توابع توزیع انرژی با استفاده از روش تانگ [۱۰۷] بصورت زیر می باشند:

$$g_{i=1-4} = \frac{1}{9} \left(\frac{3}{2} \rho R T_w \right) \quad (30-5)$$

$$g_{i=5-8} = \frac{1}{36} (3 \rho R T_w) \quad , \quad g_{i=9} = 0$$

۵-۴-۲- شرط مرزی آدیاباتیک

اگر دیواره پایینی شکل (۲-۵) بصورت آدیاباتیک در نظر گرفته شوند، آنگاه توابع توزیع انرژی در سلولهای مرزی $(x = I, y = J = 1)$ بصورت زیر تعیین می شوند. توجه شود که دمای دیوار در مرز می باشد.

$$g_{i=1-4} = \frac{1}{9} \left(\frac{3}{2} \rho(x, y) R T_w(x, y) \right) + g_i(x, y+1) - \left[\frac{3}{2} + \frac{3}{2} [v_{ix} u(x, y+1) + v_{iy} v(x, y+1)] + \frac{1}{9} \rho(x, y+1) R T(x, y+1) \times \left(\frac{9}{2} [v_{ix} u(x, y+1) + v_{iy} v(x, y+1)]^2 - \frac{3}{2} [u(x, y+1)^2 + v(x, y+1)^2] \right) \right] \quad (31-5)$$

9

$$g_{i=6-8} = \frac{1}{36} (3 \rho(x, y) R T_w(x, y)) + g_i(x, y+1) - \left[\frac{3}{6} + 6 [v_{ix} u(x, y+1) + v_{iy} v(x, y+1)] + \frac{1}{36} \rho(x, y+1) R T(x, y+1) \times \left(\frac{9}{2} [v_{ix} u(x, y+1) + v_{iy} v(x, y+1)]^2 - \frac{3}{2} [u(x, y+1)^2 + v(x, y+1)^2] \right) \right] \quad (32-5)$$

و در نهایت

$$g_{i=9} = g_i(x, y+1) - \left[\frac{2}{3} \rho(x, y+1) RT(x, y) \times (u(x, y+1)^2 + v(x, y+1)^2) \right] \quad (۳۳-۵)$$

۵-۴-۳- شرط مرزی ورودی با دمای ثابت

شکل (۵-۲) را در نظر بگیرید و فرض کنید که سیال با سرعت متوسط (u_{in}, v_{in}) و دمای ثابت T_{in} از مرز وارد

می‌شود. در چنین شرایط توابع توزیع انرژی بصورت زیر تعیین می‌شوند:

$$g_{i=1-4} = \frac{1}{9} (\rho(x, y) RT_{in}) \times \left(\frac{3}{2} + \frac{3}{2} [v_{ix} u_{in} + v_{iy} v_{in}] + \frac{9}{2} [v_{ix} u_{in} + v_{iy} v_{in}]^2 - \frac{3}{2} [u_{in}^2 + v_{in}^2] \right) \quad (۳۴-۵)$$

و

$$g_{i=5-8} = \frac{1}{36} (\rho(x, y) RT_{in}) \times \left(3 + 6 [v_{ix} u_{in} + v_{iy} v_{in}] + \frac{9}{2} [v_{ix} u_{in} + v_{iy} v_{in}]^2 - \frac{3}{2} [u_{in}^2 + v_{in}^2] \right) \quad (۳۵-۵)$$

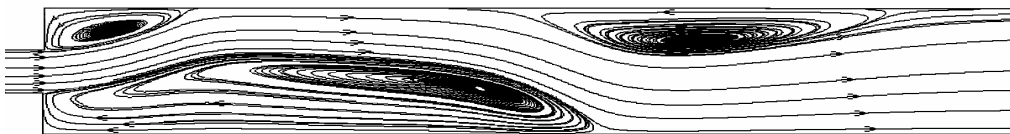
و در نهایت

$$g_{i=9} = -\frac{2}{3} (\rho(x, y) RT_{in}) \times (u_{in}^2 + v_{in}^2) \quad (۳۶-۵)$$

نتایج ۱ (هیدرودینامیک)



Plot of streamlines for flow over circular cylinder at $Re=150$



Bifurcation Phenomena in symmetric sudden expansion flow at $Re=140$

۶-۱- مقدمه

در این فصل نتایج شبیه‌سازی با استفاده از روش حجم محدود - شبکه بولتزن ارائه خواهند شد. توجه شود که نتایج این قسمت محدود به نتایج هیدرودینامیک چند جریان رایج در دینامیک سیالات می‌باشد و نتایج انتقال گرما و نانوسیالات در فصل بعد ارائه خواهند شد. بدین منظور، جریان پوزی صفحه‌ای^۱، جریانهای برشی آزاد^۲ (شامل جریان لایه مرزی^۳، لایه اختلاطی^۴ و جت صفحه‌ای^۵)، جریان انبساط ناگهانی در کانال متقارن^۶ و جریان حول استوانه تحلیل گردیده‌اند. بررسی تاثیر فاکتورهای تصحیح جمله شار در افزایش دقت و همگرایی حل و محاسبه ویسکوزیته جریان در جریان تیلور - ورتکس^۷ از دیگر موضوعات این فصل می‌باشد. همچنین به منظور بررسی صحت و دقت شبیه‌سازی، نتایج بدست آمده با نتایج معتبر آزمایشگاهی، عددی و یا تحلیلی دیگر محققان مقایسه شده‌اند. بررسی نتایج بیانگر دقت مناسب روش استفاده شده در این رساله در شبیه‌سازی جریانهای مختلف می‌باشد. بخشی از نتایج حاصله برای اولین بار با استفاده از روش حجم محدود - شبکه بولتزن بدست آمده اند که به نوبه خود بیانگر گامی رو به جلو در تحلیل جریانهای مختلف با استفاده از این روش می‌باشد.

۶-۲- جریان پوزی صفحه‌ای

به جریان سیال بین دو صفحه موازی ساکن، جریان پوزی صفحه‌ای گفته می‌شود که این جریان معمولاً بر اثر وجود یک اختلاف فشار در راستای موازی با صفحات ساکن، به راه می‌افتد (شکل (۶-۱)). علاوه بر حل تحلیلی، شبیه‌سازی این جریان به روشهای مختلف در دینامیک سیالات محاسباتی انجام گرفته است. در این شبیه‌سازها برای به راه انداختن جریان از ایجاد اختلاف فشار در طول جریان یا اعمال یک پروفیل ثابت سرعت در ورودی استفاده شده است. بنابراین شبیه‌سازی این جریان و مقایسه نتایج بدست آمده با نتایج تحلیل و عددی معتبر، می‌تواند بیانگر دقت و صحت روش مورد استفاده باشد.

^۱- Plane Poiseuille flow

^۲- Free shear flows

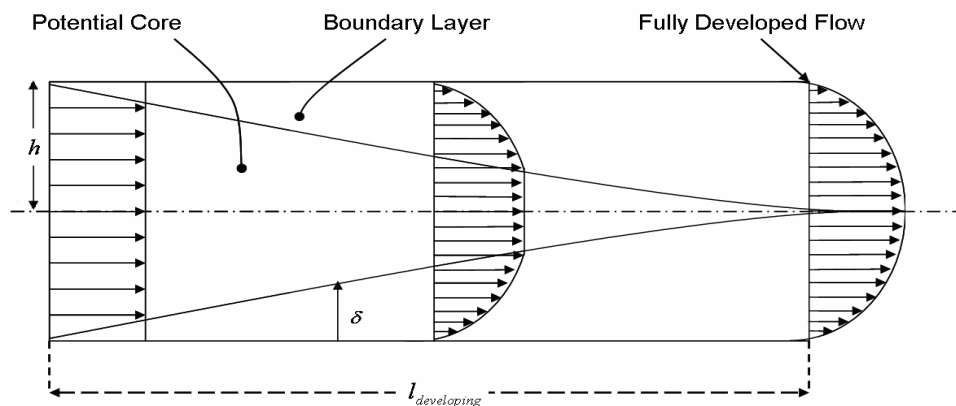
^۳- Boundary layer flow

^۴- Mixing layer flow

^۵- Plane jet flow

^۶- Symmetric sudden expansion flow

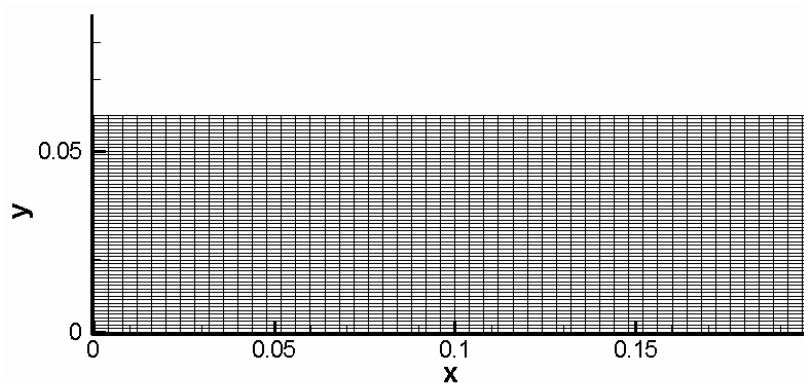
^۷- Taylor-vortex flow



شکل ۶-۱: شکل شماتیک جریان پوازی صفحه‌ای

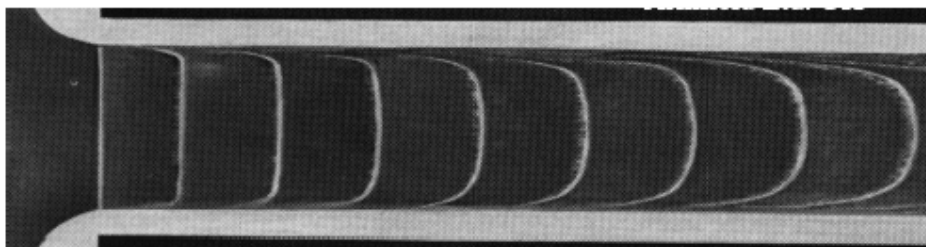
۶-۲-۱- هندسه و شرایط مرزی

شکل (۶-۲) نحوه شبکه بندی را برای جریان پوازی صفحه‌ای دوبعدی نشان می‌دهد. جهت انجام شبیه‌سازی، یک جریان یکنواخت با سرعت U_{avr} وارد یک کانال با طول $L = 0.8$ و عرض $H = 0.06$ می‌شود. تراکم شبکه‌بندی $N_x \times N_y = 205 \times 31$ انتخاب شده است که در شکل (۶-۲) قسمتی از آن نشان داده شده است. شبیه‌سازی این جریان برای اعداد رینولدز مختلف انجام گرفته است. عدد رینولدز بصورت $Re = U_{avr}H/\nu$ تعریف می‌شود که در آن ν ویسکوزیته سیال و H طول مشخصه مساله است که در اینجا عرض کانال می‌باشد.



شکل ۶-۲: قسمتی از شبکه بندی جریان پوازی صفحه‌ای

با شروع جریان، لایه های مرزی بر روی دیواره های بالایی و پایینی رشد کرده تا نهایتاً در یک نقطه به هم می رسند که فاصله این نقطه تا مرز ورودی را طول توسعه یافتگی^۸ می نامند. همچنین به ناحیه قبل از این نقطه نیز ناحیه در حال توسعه^۹ و به ناحیه بعد از آن، ناحیه کاملاً توسعه یافته^{۱۰} اطلاق می شود. شکل (۳-۶) نتایج تجربی را برای جریان بین دو صفحه نشان می دهد که در آن شکل پروفیل سرعت در ناحیه در حال توسعه و کاملاً توسعه یافته به خوبی مشخص می باشد [۱۰۸].



شکل ۳-۶: پروفیل جریان در ناحیه ورودی جریان پوازی در $Re = 1600$ [۱۰۸].

همانطور که اشاره شد برای جریان پوازی صفحه ای، حل تحلیلی وجود دارد [۱۰۹]. حل تحلیلی نشان داده است که توزیع پروفیل سرعت در ناحیه توسعه یافته، برای جریان بین دو صفحه که در فاصله $H = 2h$ از یکدیگر قرار گرفته اند بصورت سهمی شکل می باشد. این توزیع سهموی با رابطه زیر بیان می شود.

$$u(y) = U_{\max} \left(1 - \left(\frac{y}{h}\right)^2\right) \quad (1-6)$$

که در آن

$$U_{\max} = \frac{h^2}{8\mu} \cdot \frac{dp}{dx} = 1.5 \times U_{avr} \quad (2-6)$$

قابل ذکر است که تحقیقات تجربی مختلفی نیز برای بدست آوردن یک رابطه جهت محاسبه طول توسعه یافتگی انجام گرفته است که مهمترین آنها تحقیقی است که توسط چن [۱۱۰] انجام گرفته است و در آن یک رابطه تحلیلی - تجربی بصورت معادله (۳-۶) برای محاسبه این طول در رینولدزهای پایین ارائه داده است. در شبیه سازیهای

⁸ - Developing Length

⁹ - Developing Region

¹⁰ - Fully Developed Region

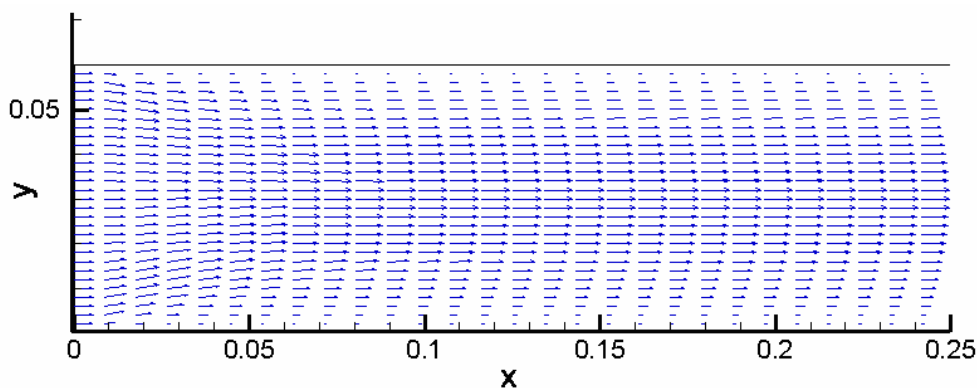
عددی، نقطه‌ای را که در آن سرعت خط مرکزی کانال به ۰٫۹۹، سرعت خروجی یا $U_{C.L.} = 0.99U_{max}$ رسیده است را محاسبه کرده و بعنوان طول توسعه یافتگی معرفی می‌کنند.

$$\frac{l_{developing}}{H} = \frac{0.63}{0.035 Re + 1} + 0.044 Re \quad (3-6)$$

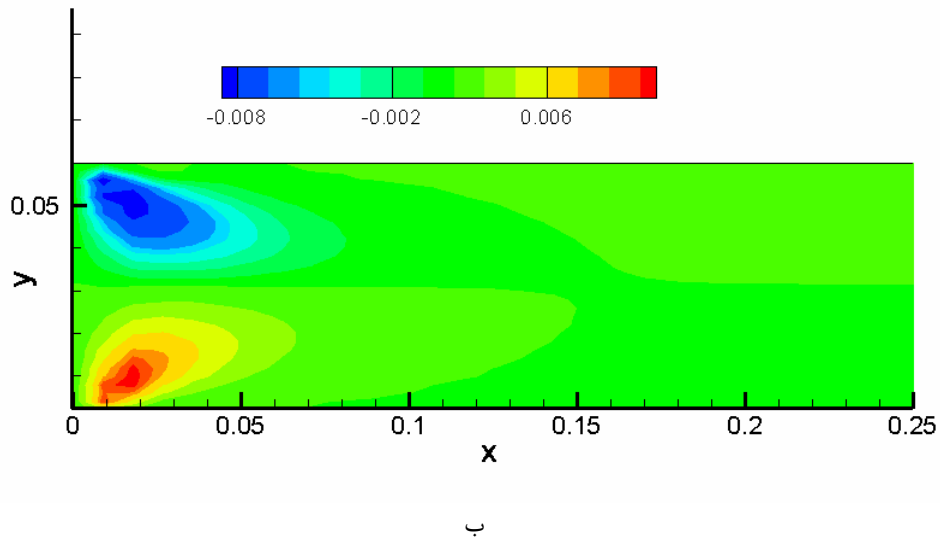
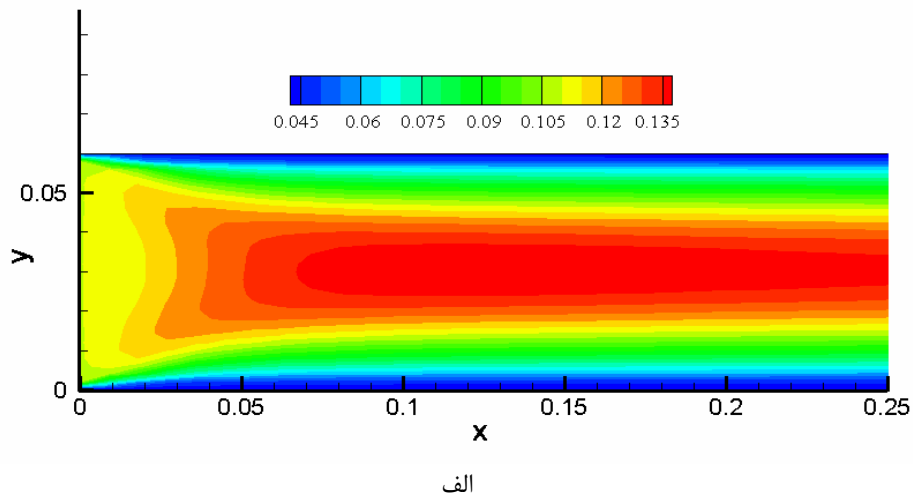
برای انجام شبیه‌سازی، یک پروفیل سرعت یکنواخت برای مرز ورودی در نظر گرفته شده است. در این حالت بدون نیاز به جایگزینی گرادیان فشار با یک نیروی خارجی، می‌توان جریان پوازیه را شبیه‌سازی کرد. در این شبیه‌سازی، از روش برونیابی برای تعیین توابع توزیع تعادلی در مرز خروجی استفاده نشده است بلکه مقادیر توابع توزیع تعادل در مرز خروجی برابر با مقادیر متناظر در یک ایستگاه قبل در نظر گرفته شده است. بایستی توجه کرد که برای اعمال این روش در خروجی می‌بایست مطمئن بود که طول مسیر جریان چند برابر بزرگتر از طول توسعه یافتگی باشد تا نتیجه مطلوب حاصل شود. همچنین از عرض کانال، H و بیشینه سرعت، U_{max} به ترتیب بعنوان طول مشخصه و سرعت مشخصه برای بی‌بعدسازی نتایج استفاده شده است.

۶-۲-۲- نتایج شبیه‌سازی

شکل (۴-۶) بردارهای سرعت را در قسمتی از دامنه جریان برای $Re = 29$ نشان می‌دهد. اندازه سرعت یکنواخت در ورودی برابر با $U_{avr} = 0.1$ در نظر گرفته شده است. در این شکل، رشد لایه مرزی بر روی دیواره‌ها به خوبی قابل مشاهده می‌باشد. کانتورهای سرعت در جهت جریان، u ، در شکل (۵-۶-الف) نشان داده شده است. در شبیه‌سازی این جریان، مولفه بردار سرعت در جهت عرضی، v ، نیز مشاهده گردید که دارای مرتبه بسیار کوچکتری نسبت به سرعت u می‌باشند. شکل (۵-۶-ب) کانتورهای سرعت در جهت عرضی جریان را نشان می‌دهد.



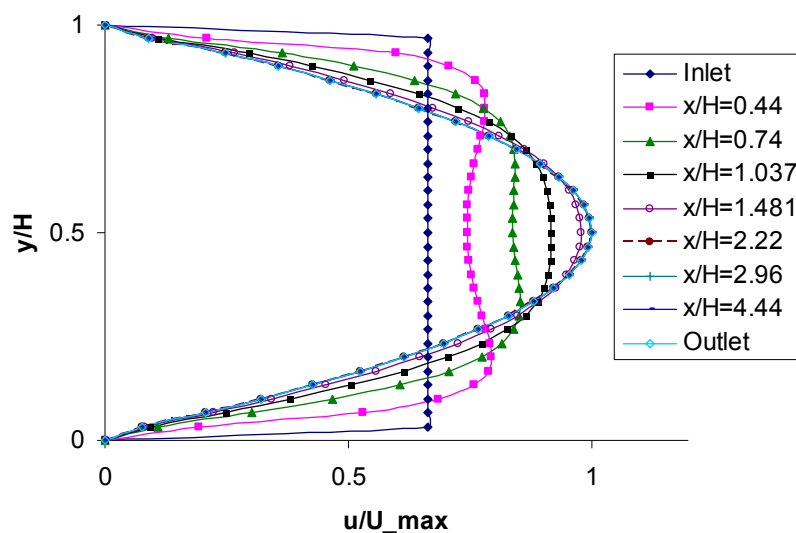
شکل ۴-۶: بردارهای سرعت حاصل از شبیه‌سازی در قسمتی از دامنه در $Re = 29$



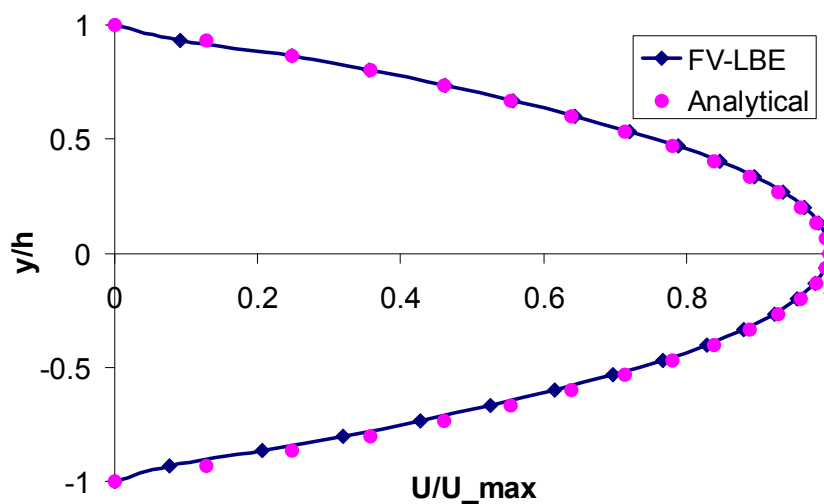
شکل ۶-۵: کانتور بردار سرعت، الف) مولفه در جهت جریان و ب) مولفه عرضی جریان در $Re = 29$

شکل (۶-۶) پروفیل مولفه افقی بردار سرعت جریان را در ایستگاههای مختلف نشان می‌دهد. همانطور که در شکل (۶-۶) مشاهده می‌شود، مولفه افقی سرعت با فاصله گرفتن از مقطع ورودی به شکل سهمی شکل در می‌آید که در واقع همان شکل پروفیل سرعت در ناحیه کاملاً توسعه یافته می‌باشد. لذا می‌توان گفت که جریان در ناحیه کاملاً توسعه یافته بصورت خودتشابهی رفتار می‌کند. مقایسه نتایج حاصله با حل تحلیلی نیز بیانگر دقت بالای روش شبیه‌سازی می‌باشد که در شکل (۷-۶) نشان داده شده است. حداکثر خطای اندازه‌گیری شده با حل تحلیلی در

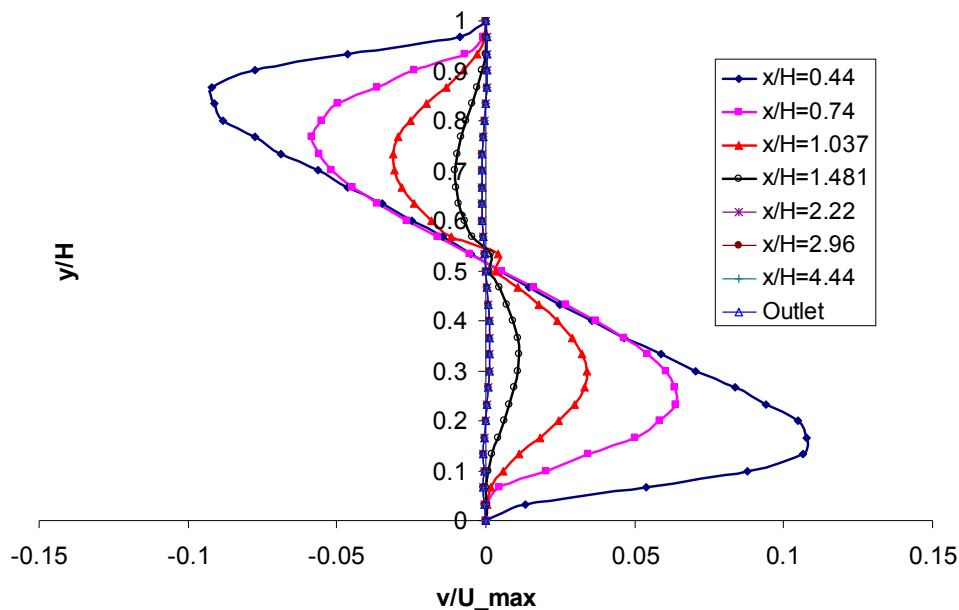
حدود ۳٪ می باشد. همچنین شکل (۶-۸) نشان می دهد که مقدار مولفه عمودی سرعت با فاصله گرفتن از مقطع ورودی، کاهش می یابد، بطوریکه در ناحیه توسعه یافته می توان از مقدار آن صرف نظر کرد.



شکل ۶-۶: پروفیل مولفه سرعت u در ایستگاههای مختلف در $Re = 29$



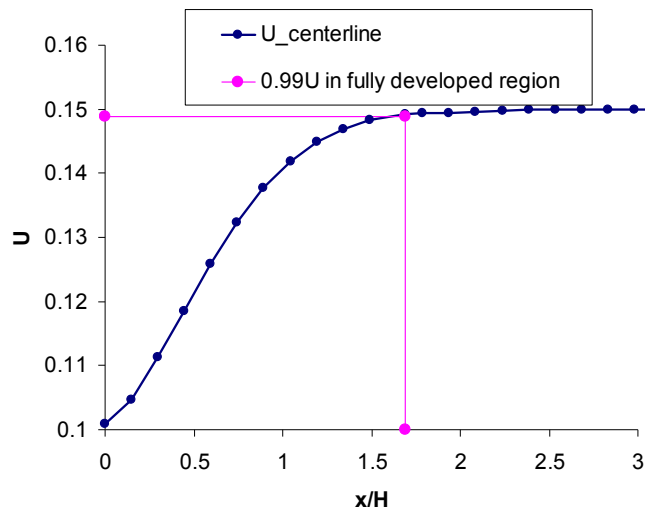
شکل ۶-۷: توزیع سرعت در ناحیه توسعه یافته و مقایسه آن با حل تحلیلی [۱۰۹]



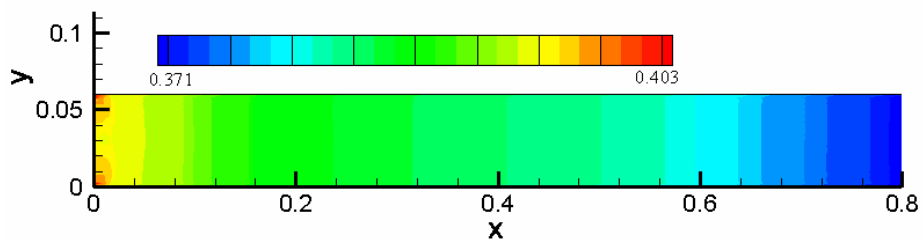
شکل ۶-۸: پروفیل مولفه سرعت v در ایستگاههای مختلف در $Re = 29$

شکل (۶-۹) تغییرات سرعت خط مرکزی را تا ناحیه کاملاً توسعه یافته برای $Re = 29$ نشان می‌دهد. برای بدست آوردن این طول، فاصله نقطه‌ای را که در آن سرعت به 0.99 سرعت ماکزیمم در خروجی کانال، که همان ناحیه کاملاً توسعه یافته است، را تا ورودی تعیین می‌کنیم که در این شبیه سازی این فاصله $l_{developing} = 1.68H$ بدست آمد. با استفاده از رابطه (۶-۳) مقدار این طول $l_{developing} = 1.58H$ بدست می‌آید که با نتیجه عددی حاصل حدود 6.5% اختلاف دارد. البته باید توجه داشت که رابطه (۶-۳) یک رابطه تقریبی است.

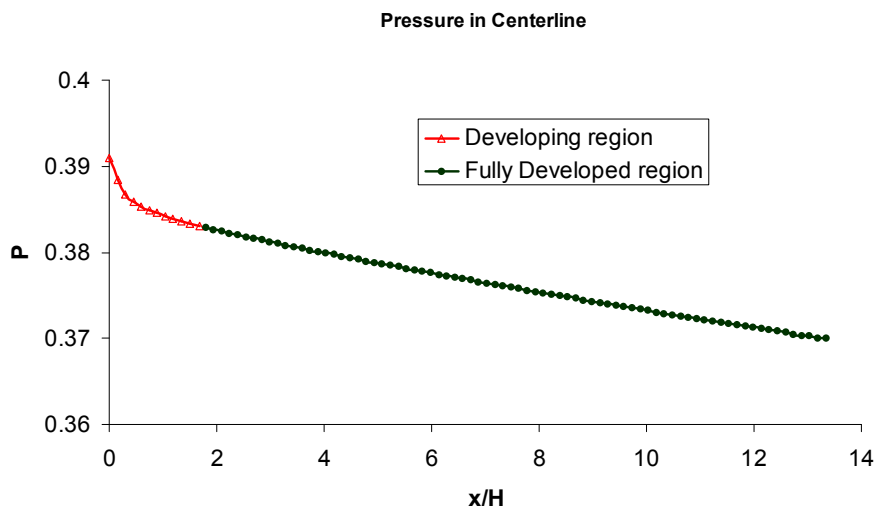
کانتور توزیع فشار در دامنه جریان در شکل (۶-۱۰) نشان داده شده است. همچنین شکل (۶-۱۱) نیز توزیع فشار را در خط مرکزی کانال نشان می‌دهد. در ناحیه جریان در حال توسعه، توزیع فشار خطی نیست اما در ناحیه توسعه یافته رفتار توزیع فشار خطی شده با یک شیب ثابت کاهش می‌یابد.



شکل ۶-۹: سرعت خط مرکزی در جریان بین دو صفحه و مشخص کردن طول توسعه یافتگی در $Re = 29$



شکل ۶-۱۰: کانتور فشار (چگالی شبکه) در جریان بین دو صفحه در $Re = 29$



شکل ۶-۱۱: توزیع فشار در خط مرکزی کانال در $Re = 29$

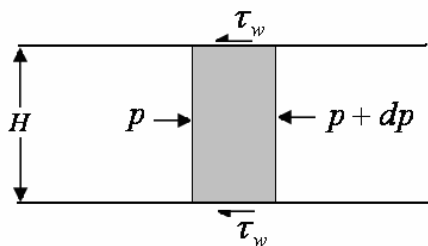
پارامتر دیگری که به منظور بررسی صحت نتایج مورد بررسی قرار می‌گیرد، ضریب اصطکاک دارسی^{۱۱}، λ ، می‌باشد که بصورت $\lambda = 8\tau_w / \rho \bar{u}^2$ تعریف می‌شود که در آن \bar{u} سرعت متوسط و $\tau_w = 3\mu \cdot \bar{u} / h$ تنش برشی دیوار می‌باشد [۱۰۹]. ضریب اصطکاک سطحی یا فانیگ^{۱۲} نیز طبق رابطه $C_f = \lambda/4$ با ضریب اصطکاک دارسی مرتبط می‌باشد. با توجه به روابط فوق و معادلات (۱) و (۲) برای جریان بین دو صفحه موازی خواهیم داشت:

$$\lambda = 24/\text{Re}_h \quad \therefore \text{Re}_h = \bar{u} \cdot h/\nu \quad (۴-۶)$$

لذا $C_f = 6/\text{Re}_h$ و عدد پوازیه^{۱۳} برای این جریان برابر است با

$$Po = C_f \cdot \text{Re}_h = 6 \quad (۵-۶)$$

توجه شود که معادلات فوق برای ناحیه کاملاً توسعه یافته معتبر می‌باشند. با در نظر گرفتن یک المان از سیال (شکل ۶-۱۲) و نوشتن معادلات تعادل بر روی آن، می‌توان ضریب اصطکاک را با گرادیان فشار بی‌بعد مرتبط کرد و از این رابطه برای بدست آوردن ضریب اصطکاک در شبیه سازی های عددی بهره گرفت.



شکل ۶-۱۲: شکل شماتیک المان سیال به طول dx و نیروهای وارد بر آن

با توجه به شکل فوق، معادله تعادل نیروها برای المان فوق بصورت زیر می‌باشد:

$$|dp| \cdot H = 2\tau_w \cdot dx \rightarrow \tau_w = \left| \frac{dp}{dx} \right| \cdot \frac{H}{2} \quad (۶-۶)$$

توجه شود که در این روابط $H = 2h$ می‌باشد. با تعریف فشار و طول بی‌بعد بصورت $p^* = p / (0.5\rho \cdot \bar{u}^2)$ و

$x^* = x/H$ و ترکیب آنها با معادله فوق نتیجه می‌شود:

$$\tau_w = \left(\frac{1}{2} \rho \cdot \bar{u}^2 \right) \left| \frac{dp^*}{H dx^*} \right| \cdot \frac{H}{2} \quad (۷-۶)$$

¹¹- Darcy Friction Factor

¹²- Fanning Friction Factor

¹³- Poiseuille number

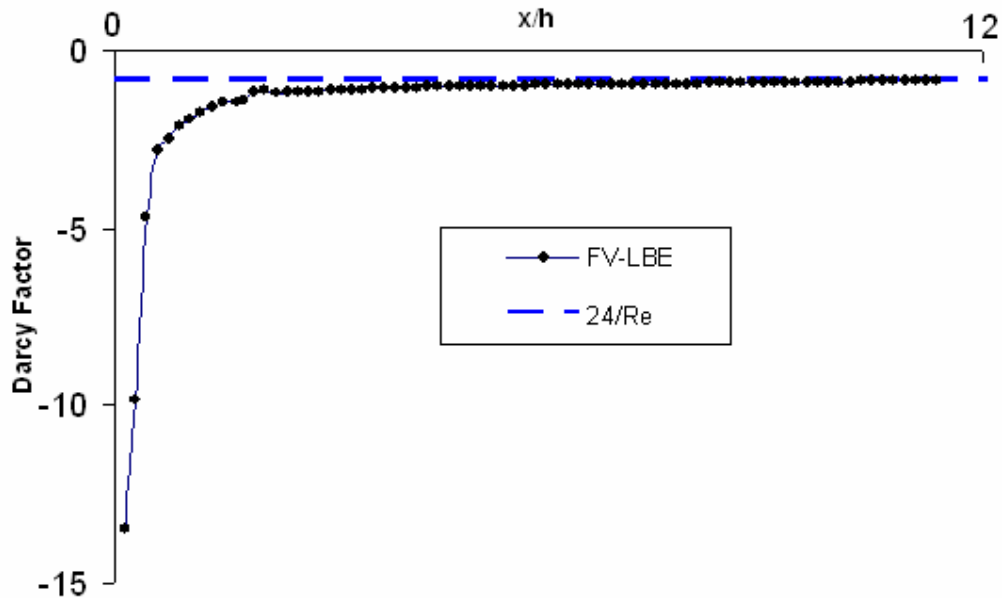
رابطه زیر با استفاده از معادله فوق و روابط معرف ضریب اصطکاک دارسی نتیجه می‌شود:

$$\text{Re}_h \cdot \left| \frac{dp^*}{dx^*} \right| = 24 \Rightarrow \left| \frac{dp^*}{dx^*} \right| = \lambda = \frac{24}{\text{Re}_h} \quad (۸-۶)$$

شکل (۶-۱۳) رفتار ضریب اصطکاک دارسی را در طول جریان در $\text{Re} = 29$ نشان می‌دهد. ملاحظه می‌شود که در ناحیه کاملاً توسعه یافته مقدار ضریب اصطکاک به خط $24/\text{Re} = 0.827$ میل می‌کند. با توجه به اینکه در شبیه‌سازی عددی انجام شده، نمودار در $\left| dp^*/dx^* \right| = 0.841$ به شیب صفر رسیده است، خطای نسبی بصورت زیر محاسبه می‌شود:

$$\text{Error} = 100 \times (0.841 - 0.82758) / 0.827 = 1.69\% \quad (۹-۶)$$

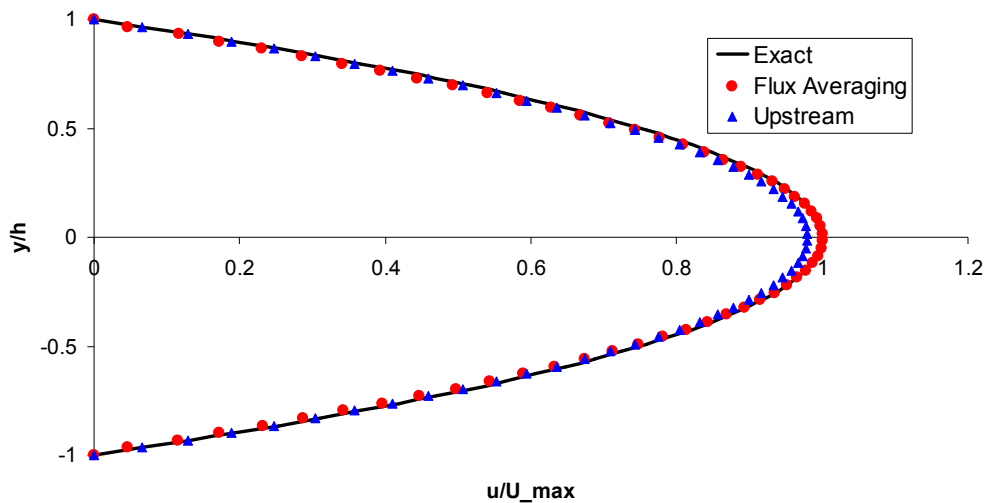
که این میزان خطا به نوعی دیگر بیانگر دقت روش مورد استفاده می‌باشد.



شکل ۶-۱۳: ضریب اصطکاک دارسی در جریان بین دو صفحه

حال در ادامه توجه خود را بر روی حالت خاصی از جریان بین دو صفحه معطوف می‌کنیم. در اینجا فرض می‌شود که سیال بین دو صفحه در ابتدا در حالت سکون (سرعت صفر) قرار دارد و سپس با اعمال یک پروفیل سرعت سهموی در ورودی، به راه می‌افتد. حداکثر میزان سرعت در پروفیل سهموی را برابر با $U_{\max} = 0.08$ در نظر می‌گیریم. گسسته سازی جمله شار به دو روش میانگین گیری (معادله (۵-۵)) و بالادست (معادله (۵-۶)) در $Re = 72$ انجام گرفته است و نتایج بدست آمده با دیگر مقایسه شده‌اند.

شکل (۶-۱۴) پروفیل سرعت در جهت طولی را نشان می‌دهد که نتایج حاصل از روشهای مختلف با حل تحلیلی مقایسه شده‌اند. خطای موجود بین نتیجه حاصل از روش میانگین گیری با حل دقیق حدود ۴٪ می‌باشد که این خطا برای روش بالادست در این مساله مورد نظر ۵٪ می‌باشد. همانطور که قبلاً اشاره شد، روش میانگین گیری دارای دقت مرتبه دوم می‌باشد در حالیکه روش بالادست (بدون استفاده از فاکتورهای تصحیح) دارای دقت مرتبه اول می‌باشد. همچنین عیب اصلی در استفاده از روش میانگین گیری برای محاسبه جمله شار، ناپایداری آن می‌باشد که با افزایش عدد رینولدز، زیادتر می‌شود، اما در روش بالادست مشکل اصلی دقت کمتر می‌باشد.



شکل ۶-۱۴: توزیع سرعت سهموی در $Re = 72$

در انتهای این قسمت اثر اندازه گام زمانی را در روشهای رانگ - کوتای مرتبه پنجم و طرح پیشرو مرتبه اول^{۱۴} (اولر) و تاثیر آنها بر روی پایداری شبیه سازی را بررسی خواهد شد. این بررسی بر روی روشهای میانگین گیری جمله شار و بالادست (بدون استفاده از فاکتورهای تصحیح) انجام گرفته است. برای این منظور گامهای زمانی را برابر با $\Delta t = 2\tau, \tau, \tau/2, \tau/10$ در نظر گرفته و میزان خطای نسبی سرعت را با توجه به رابطه زیر بدست می آوریم.

$$E_1 = \frac{\sum_{I,J} \left| \sqrt{(u_{I,J}^2 + v_{I,J}^2)^{n+1}} - \sqrt{(u_{I,J}^2 + v_{I,J}^2)^n} \right|}{\sum_{I,J} \left| \sqrt{(u_{I,J}^2 + v_{I,J}^2)^{n+1}} \right|} \quad (10-6)$$

از آنجا که حل دقیق و تحلیلی برای جریان بین دو صفحه وجود دارد، مقدار مرجع این خطا را برابر با صفر انتخاب می کنیم. قابل ذکر است که در این بررسی، سرعت ماکزیمم در ورودی را برابر با ۰.۱ و عدد رینولدز را برابر با ۱۰۰ در نظر گرفته شده و وقتی که سرعت در نقطه مرکزی مرز خروجی به اندازه سرعت ماکزیمم برسد، شبیه سازی متوقف شده و مقدار خطا را ثبت می گردد.

در ابتدا گامهای زمانی مختلف را برای روش میانگین گیری جمله شار اعمال گردیده است که نتایج مربوط به آن در جدول (۱-۶) نشان داده شده اند. همانطور که انتظار می رود دقت طرح زمانی رانگ - کوتا مرتبه پنجم به مراتب بیشتر از روش پیشرو می باشد و این به دلیل ماهیت و دقت ذاتی موجود در آن می باشد، زیرا در این طرح هر گام زمانی در این روش به پنج زیر بازه تقسیم می شود و پیشروی زمانی معادلات در هر یک از این زیر بازه ها انجام می گیرد. موضوع دیگری که می توان به آن توجه کرد این است که در هر دو طرح زمانی با افزایش گام زمانی به $\Delta T = \tau$ ، شبیه سازی واگرا می شود که بدلیل ناپایداری موجود در روش میانگین گیری می باشد. قابل ذکر است که با افزایش عدد رینولدز، این ناپایداری سریعتر خود را نشان می دهد.

جدول (۲-۶) نیز اثرات تغییر در گام زمانی را در شبیه سازی با استفاده از روش بالادست نشان می دهد. ملاحظه می شود که اگر از روش رانگ - کوتا مرتبه پنجم برای پیشروی در گام زمانی استفاده شود، نسبت به روش پیشرو می توان گامهای زمانی بزرگتری را انتخاب کرد.

¹⁴ - Forward 1st Order Time-Marching

جدول ۶-۱: خطای نسبی سرعت بر اثر تغییرات گام زمانی در روش میانگین گیری شار

روش میانگین گیری جمله شار		
خطا (E_I)	ΔT	طرح پیشروی در زمان
5.32×10^{-4}	$\tau/10$	پیشرو مرتبه اول
8.06×10^{-3}	$\tau/2$	پیشرو مرتبه اول
واگرا	τ	پیشرو مرتبه اول
4.08×10^{-5}	$\tau/10$	رانگ - کوتاه مرتبه پنجم
3.39×10^{-3}	$\tau/2$	رانگ - کوتاه مرتبه پنجم
واگرا	τ	رانگ - کوتاه مرتبه پنجم

جدول ۶-۲: خطای نسبی سرعت بر اثر تغییرات گام زمانی در روش بالادست

روش بالادست		
خطا (E_I)	ΔT	طرح پیشروی در زمان
6.35×10^{-3}	$\tau/2$	پیشرو مرتبه اول
واگرا	τ	پیشرو مرتبه اول
2.08×10^{-3}	τ	رانگ - کوتاه مرتبه پنجم

۶-۳- جریان تیلور - ورتکس

به منظور محاسبه ویسکوزیته عددی با استفاده از روش حجم محدود - شبکه بولتزمن، شبیه سازی جریان تیلور - ورتکس دو بعدی را مد نظر قرار می دهیم. هندسه جریان شامل یک جعبه با عرض W و طول L و با مرزهای تناوبی می باشد. نتایج بدست آمده با حل تحلیلی زیر مقایسه می شوند:

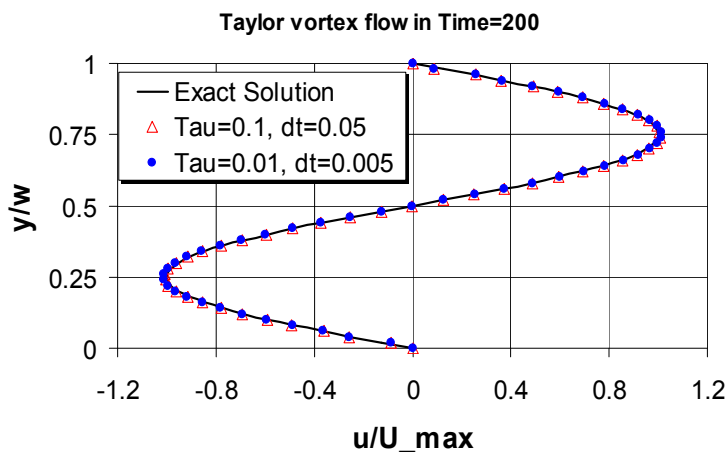
$$u(x, y) = -u_0 \cos(p_1 x) \sin(p_2 y) \cdot e^{-v(p_1^2 + p_2^2)t} \quad (11-6)$$

$$v(x, y) = u_0 \sin(p_1 x) \cos(p_2 y) \cdot e^{-v(p_1^2 + p_2^2)t}$$

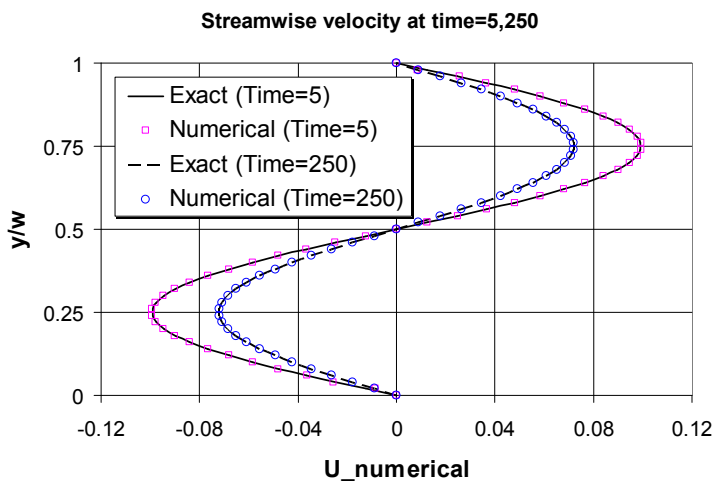
در جریان تیلور - ورتکس، جریان با نرخ $-v(p_1^2 + p_2^2) \cdot t$ میرا می شود. در معادله فوق، v ویسکوزیته کینماتیک سیال می باشد، همچنین $p_1 = 0$ و $p_2 = 2\pi/W$ عددهای موج در جهت های x و y می باشند. در این شبیه سازی متغیرها بصورت $u_0 = 0.1$ ، $W = 10$ ، $c_s^2 = 1/3$ و $dt = \tau/2$ انتخاب شده اند و دامنه محاسباتی

نیز شامل یک شبکه $N_x \times N_y = 50 \times 50$ می‌باشد. بدین ترتیب با انتخاب متغیرهای فوق، معادلات (۶-۱۱) بعنوان شرط اولیه در دامنه محاسباتی اعمال شده و پس از گذشت مدت زمان مشخص، نتایج بدست آمده با نتایج تحلیلی مقایسه خواهند شد.

نتایج این شبیه‌سازی نشان داد که برای مقادیر مختلف زمان آسودگی (τ)، ویسکوزیته کینماتیک بسیار نزدیک به مقدار $\nu = c_s^2 \tau = \tau/3$ می‌باشد. شکل (۶-۱۵ الف) مقایسه بین حل عددی و حل تحلیلی را برای دو مقدار مختلف τ نشان می‌دهد. همچنین شکل (۶-۱۵ ب) نتایج را در زمانهای مختلف برای $\tau = 0.01$ نشان می‌دهد. همانطور که ملاحظه می‌شود تطابق خوبی بین نتایج بدست آمده با نتایج تحلیلی وجود دارد.



الف



ب

شکل ۶-۱۵: مقایسه بین نتایج عددی و تحلیلی پروفیل سرعت در جهت جریان u ، الف) $\tau = 0.1, 0.01$ و ب) $time=5, 250$

خطای نسبی سرعت بین حل عددی و حل دقیق در جدول (۳-۶) آورده شده است که در آن خطای نسبی سرعت بصورت $E1 = |(u - u_{exact}) / U_{max}| \times 100$ تعریف شده است. برای این منظور، خطای ماکزیمم بین تمام گره ها در موقعیت $x = w/2$ محاسبه شده است. خطای نسبی ویسکوزیته برای مقادیر مختلف τ نیز در جدول (۴-۶) ارائه شده است. خطای نسبی ویسکوزیته بصورت $E2 = (|v_{numerical} - v_{theoretical}| / v_{theoretical}) \times 100$ تعریف شده است.

جدول ۳-۶: خطای نسبی سرعت در زمان $time=200$

<i>Time (t)</i>	<i>Iteration</i>	$u_{exact_maximum}$	$u_{numerical_maximum}$	<i>E1</i>
$\tau = 0.1$	4000	0.007194203	0.007219020	0.34%
$\tau = 0.01$	40000	0.076859628	0.077255092	0.51%

جدول ۴-۶: خطای نسبی ویسکوزیته در زمان $time=200$ و $\Delta t = \tau/2$

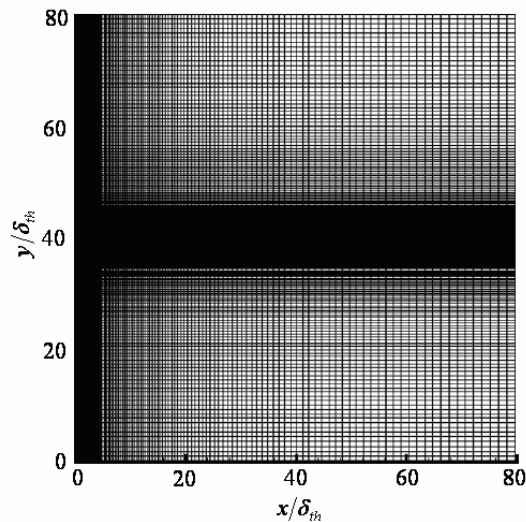
<i>Time (t)</i>	<i>Calculated Viscosity</i>	<i>Numerical Viscosity Error (E2)</i>
$\tau = 0.1$	0.03328972	0.13%
$\tau = 0.01$	3.268E-03	1.96%

۴-۶- جریانهای برشی آزاد

در این بخش نتایج شبیه سازی برای جریانهای لایه مرزی، لایه اختلاطی و جریان جت صفحه ای که هر سه جزء جریانهای برشی آزاد محسوب می شوند، ارائه خواهد شد. این جریانها دارای یک یا دو مرز با شرط لغزش آزاد می باشند و به همین دلیل به جریانهای برشی آزاد معروف می باشند. جریانهای برشی آزاد مورد بحث در این قسمت همگی دارای حل تحلیلی می باشند که بطور کامل در مرجع [۱۰۹] به آن پرداخته شده است. پیش از ارائه نتایج به نحوه شبکه سازی برای شبیه سازی اشاره خواهد شد.

برای انجام شبیه سازی، طول و عرض دامنه محاسباتی را برابر با $L_x = L_y = 80\delta_{th}$ در نظر گرفته که در آن δ_{th} ضخامت تئوری لایه برشی در موقعیت $x = L_x$ می باشد. این ضخامت تئوری با توجه به حل تحلیلی برای جریان لایه مرزی و با توجه به پروفیل سرعت ورودی، برای جریان لایه اختلاطی و جت تعیین می شود. توجه شود که برای جریان لایه مرزی $L_y = 40\delta_{th}$ در نظر گرفته شده است. شکل (۱۶-۶) شبکه بندی دامنه محاسباتی را برای

جریانهای لایه اختلاطی و جت نشان می‌دهد. در این شبکه بندی تعداد $N_x \times N_y = 261 \times 521$ گره بکار رفته است. همانطور که از شکل (۶-۱۶) مشاهده می‌شود، مرکز جریان در موقعیت $x_c = 0$ و $y_c = 40\delta_{th}$ قرار دارد. به منظور افزایش دقت حل، از شبکه بندی متراکم در دامنه محاسباتی استفاده شده است، بدین صورت که در جهت عرضی جریان، y ، از یک شبکه بندی با فاصله های یکسان در محدوده $35\delta_{th} < y < 45\delta_{th}$ استفاده شده است و سپس این شبکه بندی از هر دو جهت منبسط می‌شود. همچنین، در جهت طولی جریان نیز از یک شبکه بندی یکنواخت در محدوده $0 < x < 5\delta_{th}$ استفاده شده است که پس از این محدود، شبکه منبسط می‌شود. برای جریان لایه مرزی نیز روندی مشابه مورد استفاده قرار گرفته است.

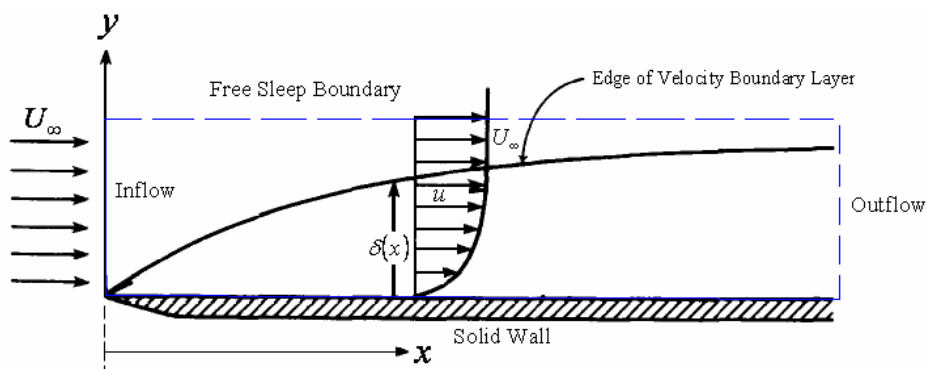


شکل ۶-۱۶: هندسه و شبکه بندی مورد استفاده برای جریانهای لایه اختلاطی و جت

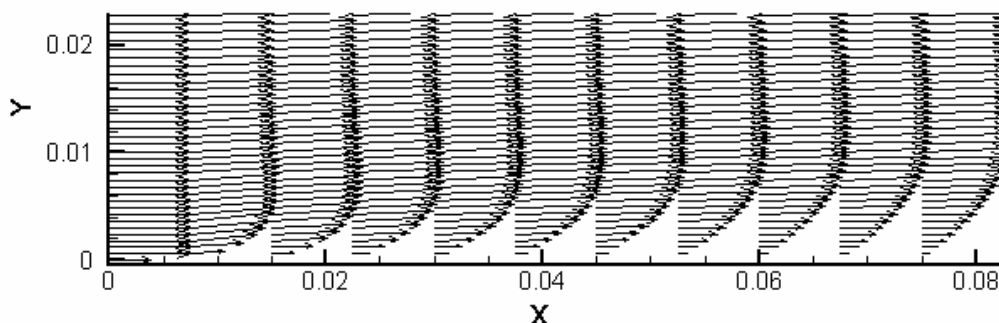
۶-۴-۱- جریان لایه مرزی آرام

از جریان لایه مرزی آرام می‌توان بعنوان یک معیار مناسب برای ارزیابی دقت و صحت الگوریتم مورد استفاده و نتایج حاصل از آن یاد کرد. شکل (۶-۱۷) شماتیک این جریان را نشان می‌دهد. همانطور که مشاهده می‌شود این جریان دارای مرزی با شرط عدم لغزش در سطح پایینی و مرزی با شرط لغزش آزاد در سطح بالایی خود می‌باشد. سرعت جریان سیال در مرز ورودی بصورت یکنواخت بوده که با فاصله گرفتن از مرز ورودی، ضخامت لایه مرزی، δ ،

افزایش می‌یابد. شکل (۶-۱۸) قسمتی از دامنه محاسباتی را به همراه بردارهای سرعت نشان می‌دهد. نتایج بیانگر رشد لایه مرزی آرام در رینولدزهای پایین می‌باشد.



شکل ۶-۱۷: شکل شماتیک جریان لایه مرزی بر روی صفحه مسطح

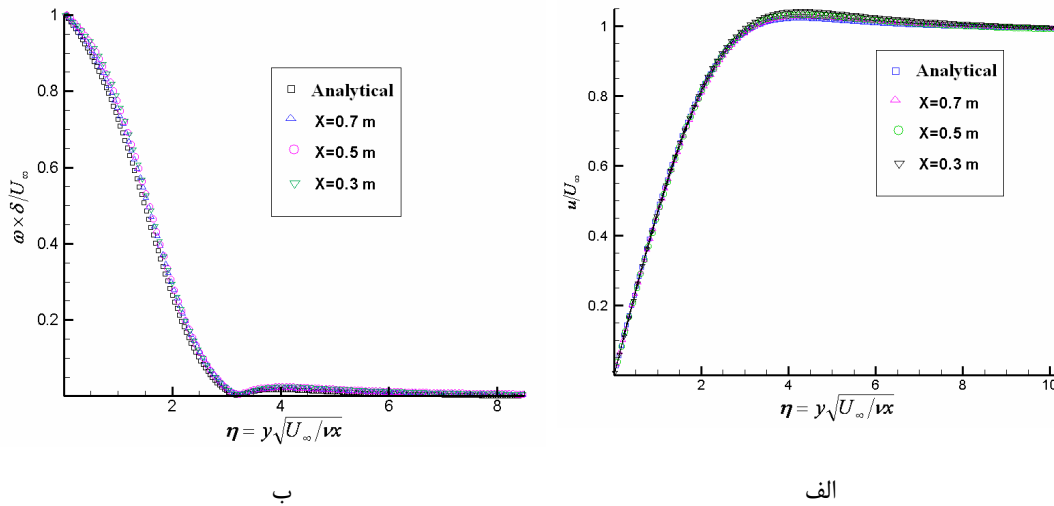


شکل ۶-۱۸: بردارهای سرعت جریان لایه مرزی در $Re=25$

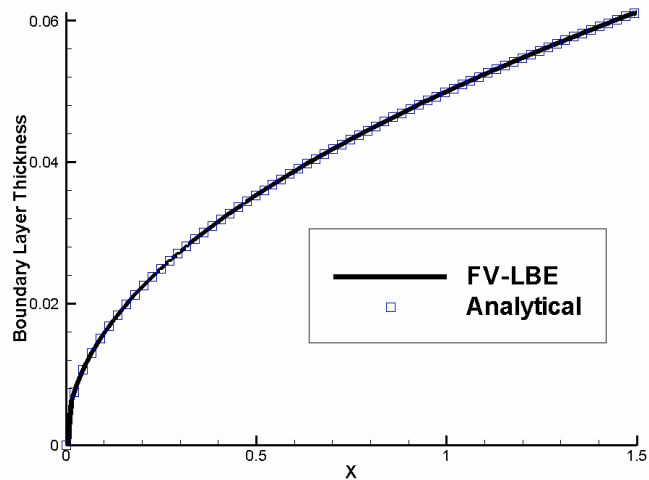
یکی از موضوعات جالبی که در مورد جریانهای برشی آزاد وجود دارد، رفتار خود تشابهی^{۱۵} آنها می‌باشد. این بدان معنی است که پروفیل‌های سرعت و گردابه با فاصله گرفتن از مرز ورودی، بطور یکنواخت در لایه برشی تشکیل شده، گسترش می‌یابند. بنابراین اگر پروفیل‌های سرعت یا گردابه در ایستگاههای مختلف با پارامترهای مناسب، بی‌بعد گردند، دارای رفتاری کاملاً مشابه با یکدیگر خواهند بود و این رفتار مشابه، مستقل از فاصله ایستگاه مورد نظر از مرز ورودی خواهد بود. نتایج خود تشابهی برای سرعت u در شکل (۶-۱۹-الف) نشان داده شده است که با نتایج حاصل از حل تحلیلی بلازیوس [۱۰۹] مقایسه شده‌اند. از ضخامت لایه مرزی δ و سرعت یکنواخت ورودی U_∞

¹⁵ - Self-similarity

برای بی‌بعد سازی طول و سرعت استفاده شده است. رفتار خود تشابهی گردابه^{۱۶} نیز در شکل (۶-۱۹-ب) نشان داده شده است. گردابه بصورت $\omega = \partial u / \partial y + \partial v / \partial x$ محاسبه شده است. نتایج به خوبی بیانگر وجود یک لایه برشی خود مشابه می‌باشند. شکل (۶-۲۰) نیز رشد ضخامت لایه مرزی را نشان می‌دهد که دارای تطابق خوبی با حل تحلیلی می‌باشد.



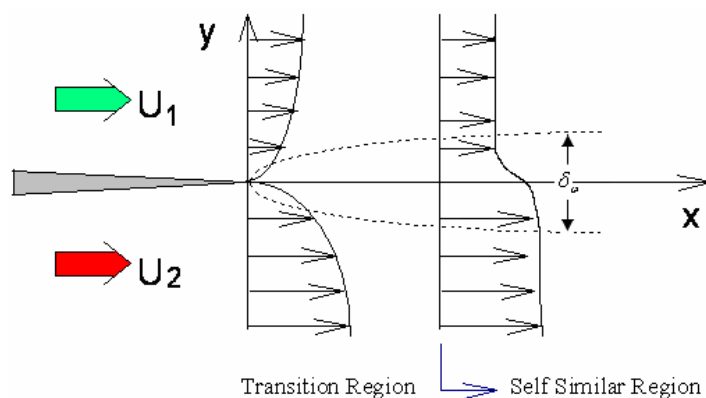
شکل ۶-۱۹: رفتار خود تشابهی (الف) سرعت و (ب) گردابه در ایستگاههای مختلف در جریان لایه مرزی و مقایسه آن با حل تحلیلی



شکل ۶-۲۰: رشد ضخامت لایه مرزی آرام و مقایسه آن با حل تحلیلی

۶-۴-۲- جریان لایه اختلاطی صفحه‌ای

جریان لایه اختلاطی صفحه‌ای از اختلاط دو جریان سیال هم جهت و با سرعت‌های مختلف، تشکیل می‌شود. در نقطه شروع، این دو جریان هم جهت بوسیله یک مرز نازک و صلب از یکدیگر جدا شده‌اند. شکل شماتیک این جریان در شکل (۶-۲۱) نشان داده شده است. در پایین دست جریان، تبادل مومنتوم بین دو جریان در اثر اختلاط با یکدیگر، رخ می‌دهد. به ناحیه‌ای که در آن این اختلاط اتفاق می‌افتد، لایه اختلاطی گفته می‌شود. بدلیلی سادگی نحوه تشکیل این جریان، لایه اختلاطی یکی از متداول‌ترین جریانهای موجود در طبیعت می‌باشد. همچنین این جریان در بسیاری از کاربردهای مهندسی مانند کوره‌های احتراق و لبه فرار توربین‌ها رخ می‌دهد.

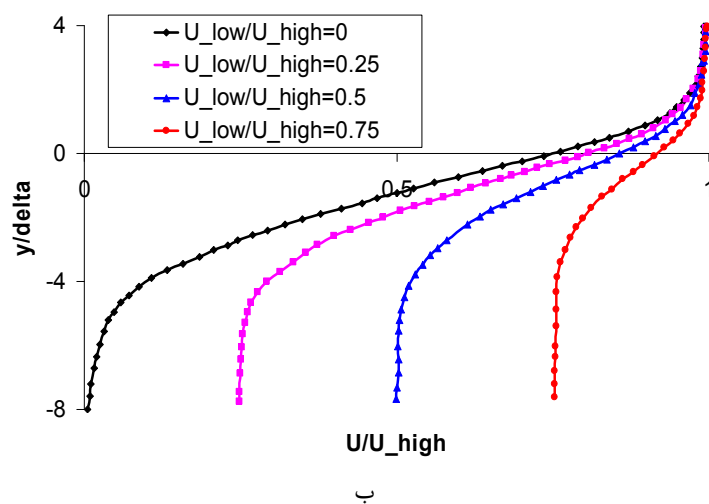
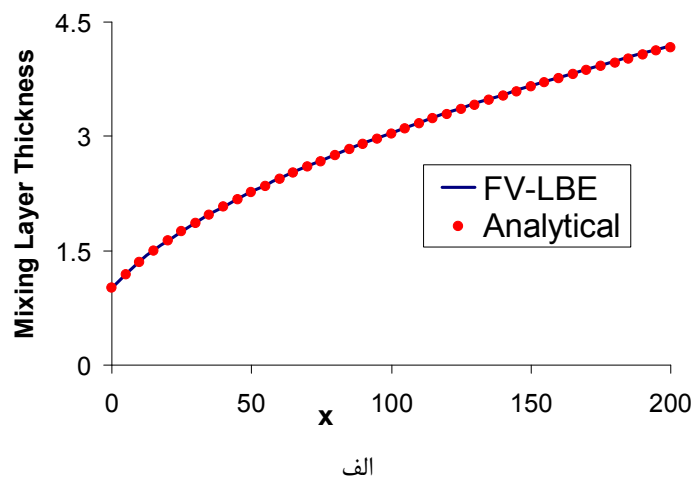


شکل ۶-۲۱: شکل شماتیک جریان لایه اختلاطی صفحه‌ای

در این لایه اختلاطی دو جریان یکنواخت و آرام با سرعت‌های U_1 و U_2 با حرکت به سمت پایین دست جریان بر اثر اصطکاک با یکدیگر تبادل مومنتوم انجام می‌دهند. همانطور که اشاره شد این تبادل در یک لایه نازک بین دو جریان اتفاق می‌افتد که ضخامت این لایه در مقایسه با طول جریان، بسیار کم می‌باشد.

برای شروع شبیه‌سازی فرض می‌شود که جریان در کل دامنه محاسباتی، ساکن باشد و سپس جریان با اعمال یک پروفیل سرعت هایپربولیک در ورودی بصورت $U_{inlet}(y) = 0.5\left\{\frac{1}{\lambda} + \tanh(y)\right\}$ به راه می‌افتد. در رابطه سرعت ورودی با فرض $U_1 < U_2$ مقدار $\lambda = [U_2 - U_1] / [U_1 + U_2]$ معیاری برای اندازه‌گیری شدت اختلاط در لایه می‌باشد. شبیه‌سازی برای $Re = 300$ انجام گرفته است. توجه شود که رینولدز بصورت $Re_{\delta_{e0}} = \Delta U \delta_{e0} / \nu$ تعریف شده است که در آن δ_{e0} بیانگر ضخامت لایه محاسبه شده بر مبنای سرعت ورودی و $\Delta U = U_2 - U_1$ می‌باشد.

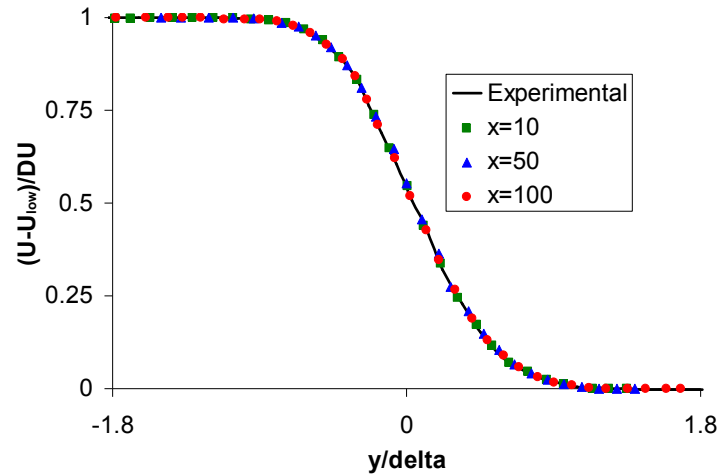
شکل (۶-۲۲-الف) رشد ضخامت لایه را که بصورت $\delta_w = 1/(\partial\bar{U}/\partial y)_{\max}$ محاسبه شده است، نشان می‌دهد که در آن $\bar{U} = 0.5(U_1 + U_2)$ انتخاب شده است. ملاحظه می‌شود که نتایج بیانگر رشد یک لایه برشی آرام می‌باشد که با یک منحنی ریشه دوم تطبیق داده شده است [۱۱۱]. شکل (۶-۲۲-ب) نیز پروفیل سرعت بی‌بعد جریان لایه اختلاطی را در $x = L_x$ و در حالتی که دو جریان دارای سرعت‌های مختلف می‌باشند، نشان می‌دهد.



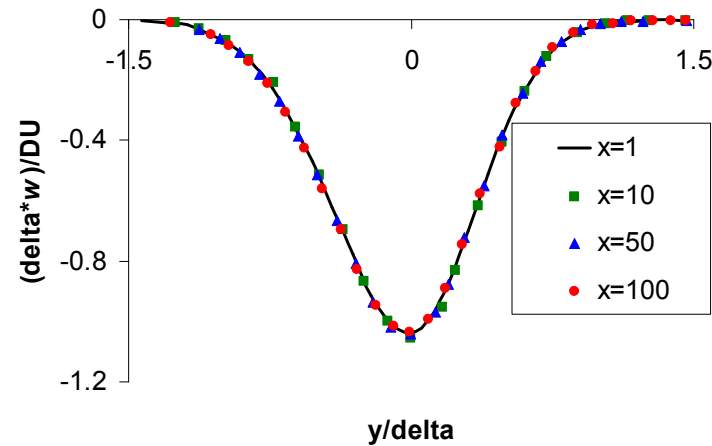
شکل (۶-۲۲-الف) رشد لایه اختلاطی در جهت طولی جریان که با حل تحلیلی $\delta_w = 0.2875\sqrt{x+12.371}$ تطبیق داده شده است و (ب) پروفیل سرعت بی‌بعد در $x = L_x$ و در سرعت‌های مختلف

نتایج خودتشابهی برای جریان لایه اختلاطی نیز بررسی شده است که نتایج آن برای سرعت u و گردابه در شکل (۶-۲۳-الف) و (۶-۲۳-ب) نشان داده شده است. به منظور اعتبار سنجی، نتایج خودتشابهی سرعت با نتایج

آزمایشگاهی اوسترو و ویگنانسکی مقایسه شده اند [۱۱۲]. نتایج به خوبی نشان می دهند که جریان لایه اختلاطی آرام دارای رفتار خودتشابهی می باشد.



الف



ب

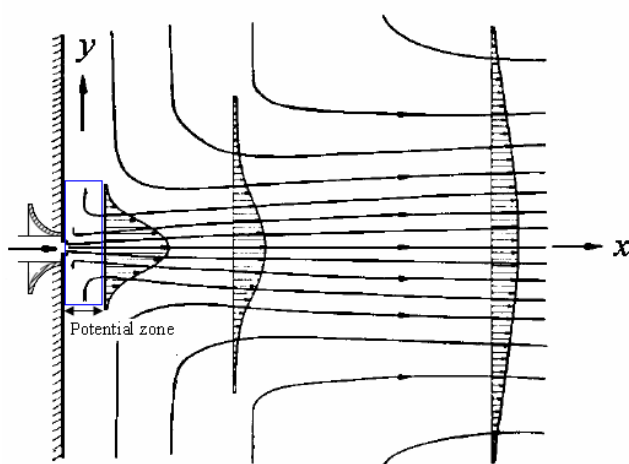
شکل ۶-۲۳: رفتار خودتشابهی یا تغییرات عرضی الف (سرعت و ب) گردابه در ایستگاههای مختلف جریان لایه اختلاطی

۶-۴-۳- جریان جت صفحه‌ای

در این قسمت نتایج شبیه‌سازی برای جریان جت صفحه‌ای ارائه خواهند شد. بطور کلی به جریان سیالی که از یک نازل به درون سیال محیط وارد می شود، جت گفته می‌شود. در جریان جت، سرعت سیال خروجی از نازل با سرعت سیال محیط متفاوت می‌باشد. اگر سرعت سیال محیط صفر باشد و یا به عبارت دیگر سیال محیط ساکن باشد، به

این جریان، جت آزاد گفته می‌شود. جریان جت در بسیاری از کاربردهای مهندسی مانند موتورهای جت، چاپگرها و غیره کاربرد دارد. شکل (۶-۲۴) شماتیک جریان جت را نشان می‌دهد.

به بخش مرکزی جریان جت که در فاصله نزدیکی از دهانه نازل قرار دارد و پروفیل سرعت در این ناحیه را می‌توان یکنواخت در نظر گرفت، هسته پتانسیلی^{۱۷} گفته می‌شود. با رشد لایه برشی و گسترش آن به طرفین، این هسته پتانسیلی در فاصله چهار تا شش برابری قطر نازل از ورودی، ناپدید می‌شود. پس از ناپدید شدن این هسته، رشد لایه برشی به طرفین باعث می‌شود که پروفیل سرعت در طول مسیر زنگی شکل^{۱۸} گردد. شماتیک این موضوع در شکل (۶-۲۴) نشان داده شده است.



شکل ۶-۲۴: شکل شماتیک جریان جت صفحه ای آرام

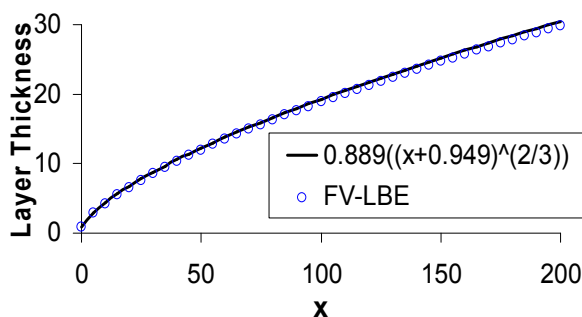
برای شروع شبیه سازی فرض می‌کنیم که سرعت اولیه در تمام گره ها برابر با صفر می باشد و به عبارت دیگر، سیال محیط ساکن باشد. سپس جریان با اعمال یک سرعت هایپربولیک بصورت $U_{inlet}(y) = 1/\cosh^2(y)$ پس از هسته پتانسیلی به راه می افتد. U_m بعنوان سرعت خط مرکزی یا همان سرعت ماکزیمم محلی در نظر گرفته می‌شود. $\delta_{1/2}$ نیز بیانگر ضخامت نیم عرض جت^{۱۹} می‌باشد که برابر با فاصله محور تقارن تا نقطه‌ای است که سرعت در آن نقطه برابر با نصف سرعت ماکزیمم محلی یا همان U_m می‌باشد. شیلختینگ نشان داد که اگر x بعنوان فاصله از نقطه مرز ورودی در نظر گرفته شود آنگاه، ضخامت نیم عرض جت با نسبت $x^{2/3}$ افزایش پیدا می کند، در حالی که سرعت ماکزیمم محلی با نسبت $x^{-1/3}$ کاهش می‌یابد [۱۰۹].

¹⁷- Potential core

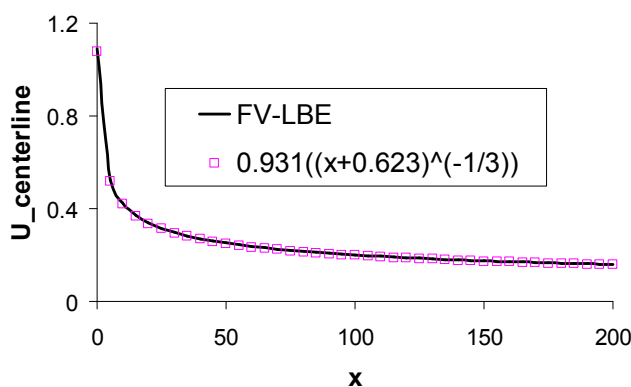
¹⁸- Bell-shaped

¹⁹- Jet half-width

شکل (۶-۲۵-الف) رشد ضخامت نیم عرض جت را در $Re = 300$ نشان می‌دهد. رشد ضخامت لایه به نوعی بیانگر نرخ گسترش لایه برشی جت با حرکت به سمت پایین دست جریان می‌باشد. نتایج بدست آمده برای ضخامت نیم عرض جت به خوبی با نمودار $\delta = 0.889(x + 0.949)^{2/3}$ تطبیق داده شده است. همانطور که بیان شد، با گسترش لایه برشی جت، سرعت U_m با فاصله گرفتن از هسته پتانسیلی کاهش می‌یابد. شکل (۶-۲۵-ب) سرعت خط مرکزی جت را نشان می‌دهد که با نرخ $x^{-1/3}$ کاهش می‌یابد. منحنی تطبیق داده شده با این نمودار نیز در شکل (۶-۲۵-ب) نشان داده شده است. ملاحظه می‌شود که تطابق خوبی بین نتایج عددی با نمودار وجود دارد.



الف

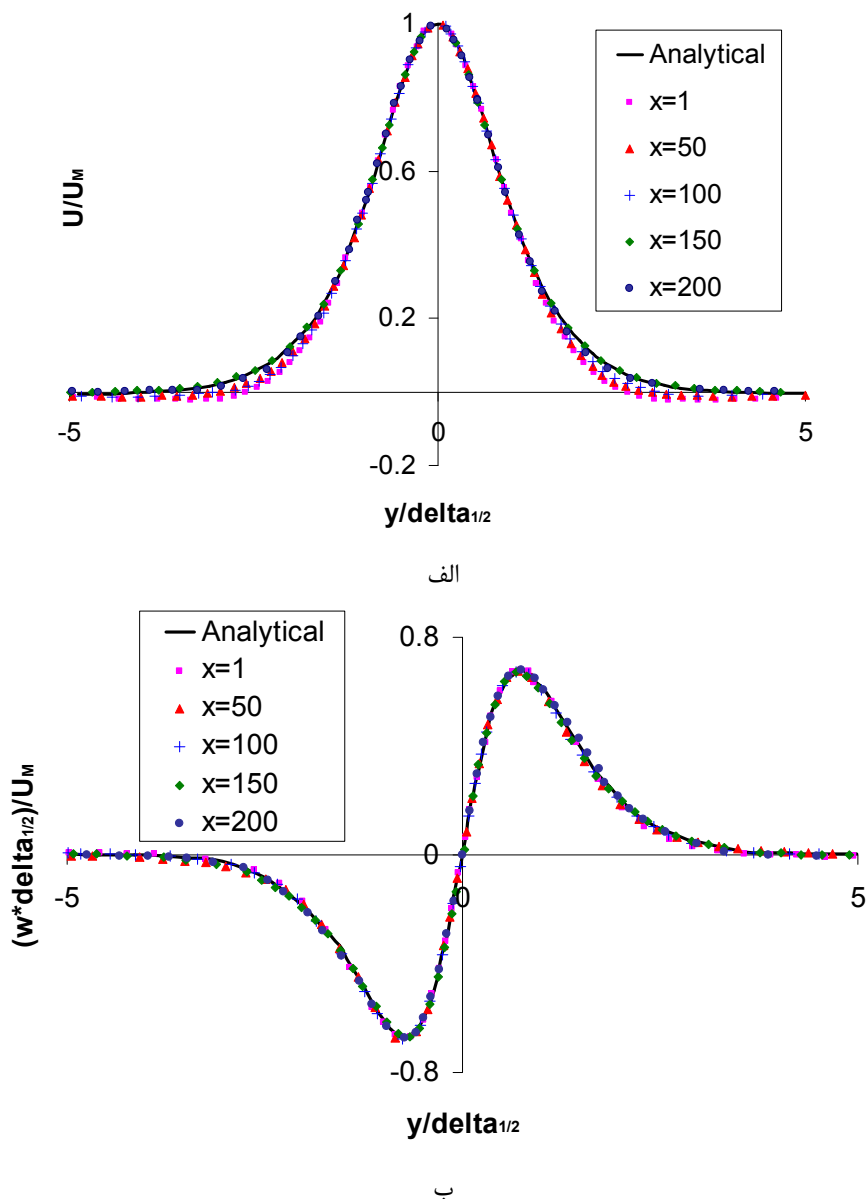


ب

شکل ۶-۲۵: الف) رشد نیم عرض جت و ب) کاهش سرعت خط مرکزی جت

بررسی رفتار خودتشابهی جت توسط شیلختینگ با حل تحلیلی انجام گرفته است [۱۰۹]. پروفیل های بی بعد سرعت و گردابه در ایستگاههای مختلف در شکل (۶-۲۶-الف) و (۶-۲۶-ب) نشان داده شده‌اند که به منظور مقایسه با نتایج تحلیلی نیز مقایسه شده‌اند. بی بعد سازی طول و سرعت به ترتیب بر اساس ضخامت نیم عرض جت و سرعت

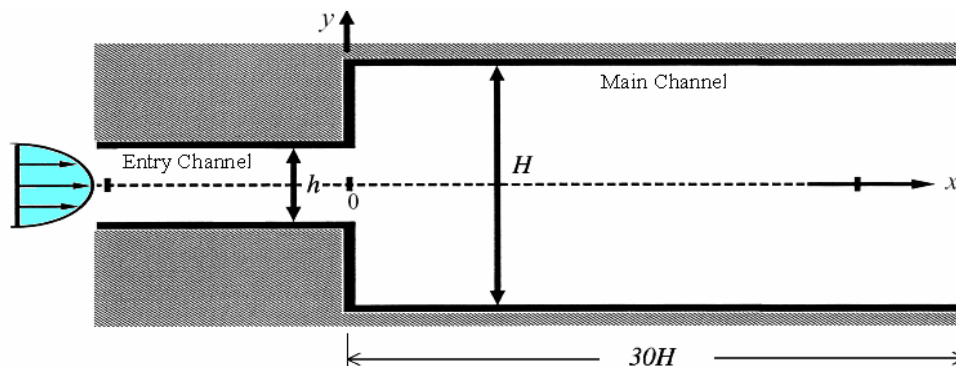
خط مرکزی جت انجام گرفته است. شکل (۶-۲۶-الف) به خوبی رفتار خود تشابهی سرعت را در ایستگاههای مختلف نشان می دهد. مشاهده می شود که پروفیل های بی بعد سرعت از دو طرف مختصات $U = U_M$ و $y = \delta_{1/2}$ شروع به کاهش یافتن و یا به عبارتی دیگر، میرا شدن می کنند. شکل (۶-۲۶-ب) نیز به خوبی بیانگر وجود یک لایه خودمشابه برای جریان جت در رینولدزهای پایین می باشد. نتایج عددی به خوبی با نتایج تحلیلی تطبیق داده شده اند، فقط اندکی اختلاف بین نتایج عددی با نتایج تحلیلی در چند ایستگاه نزدیک به ورودی جت وجود دارد.



شکل ۶-۲۳: رفتار خودتشابهی یا تغییرات عرضی الف (سرعت و ب) گردابه در ایستگاههای مختلف جریان جت

۶-۵- جریان انبساط ناگهانی در کانال متقارن

در این قسمت نتایج شبیه سازی برای جریان آرام سیال تراکم ناپذیر در طول یک کانال دوبعدی با انبساط ناگهانی متقارن، ارائه خواهد شد (شکل ۶-۲۴). از آنجا که این هندسه بطور گسترده توسط محققان مختلف بصورت عددی [۱۱۳-۱۱۵] و آزمایشگاهی [۱۱۶ و ۱۱۷] بررسی گردیده است، می تواند به عنوان معیار مناسبی جهت بررسی صحت نتایج بدست آمده از روش حجم محدود - شبکه بولتزمن با نتایج آزمایشگاهی و عددی کلاسیک، مورد استفاده قرار گیرد. علاوه بر اینکه این جریان در رینولدزهای بالاتر از رینولدز بحرانی، رفتار غیرخطی جالبی از خود نشان می دهد که شبیه سازی این رفتار می تواند به نوعی بیانگر توانمندی روش مورد استفاده برای شبیه سازی رفتارهای غیرخطی جریانهای مختلف باشد.



شکل ۶-۲۴: شکل شماتیک جریان انبساط ناگهانی

۶-۵-۱- هندسه و شرایط مرزی

مهمترین مشخصه جریان انبساط ناگهانی متقارن، نسبت انبساط^{۲۰} می باشد که بیانگر نسبت ارتفاع کانال اصلی (پایین دست) به ارتفاع کانال ورودی (بالادست) می باشد و بصورت $ER = H/h$ نشان داده می شود. نسبت عرض کانال (در جهت Z) به ارتفاع کانال ورودی نیز نسبت منطری^{۲۱} یا نسبت دید نامیده می شود که در اینجا $AR = \infty$ در نظر گرفته شده است.

²⁰ - Expansion Ratio

²¹ - Aspect Ratio

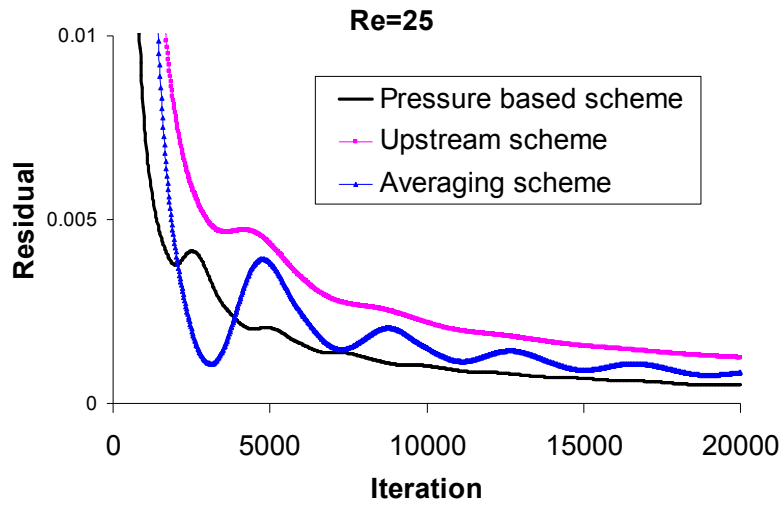
با اعمال یک جریان سهموی با ماکزیمم سرعت U_{max} در ابتدای کانال ورودی، جریان شروع می‌شود. شبیه‌سازی برای نسبت انبساط و اعداد رینولدز مختلف انجام گرفته است. عدد رینولدز بصورت $Re = U_{max} h / 2\nu$ تعریف می‌شود که در آن ν ویسکوزیته سیال می‌باشد. قابل ذکر است که در شبیه‌سازی این جریان می‌بایست طول کانال اصلی به اندازه کافی بزرگ انتخاب شود تا ضمن اینکه اثرات مرز خروجی تداخلی با جریانهای برگشتی نداشته باشد، بتوان شرط مرزی با گرادیان صفر را نیز در خروجی اعمال کرد و صحت نتایج تضمین شود. برای این منظور در اینجا $L = 30h$ انتخاب گردیده است. در این هندسه از شرایط مرزی بازگشت آینه‌ای نیز برای دیوارهای ساکن استفاده شده است. همچنین سرعت متوسط جریان (و در بعضی موارد ماکزیمم سرعت در مرز ورودی) و ارتفاع کانال ورودی به عنوان پارامترهای بی بعدسازی سرعت و طول مورد استفاده قرار خواهند گرفت.

۶-۵-۲- بررسی تاثیر فاکتورهای تصحیح بر شبیه‌سازی

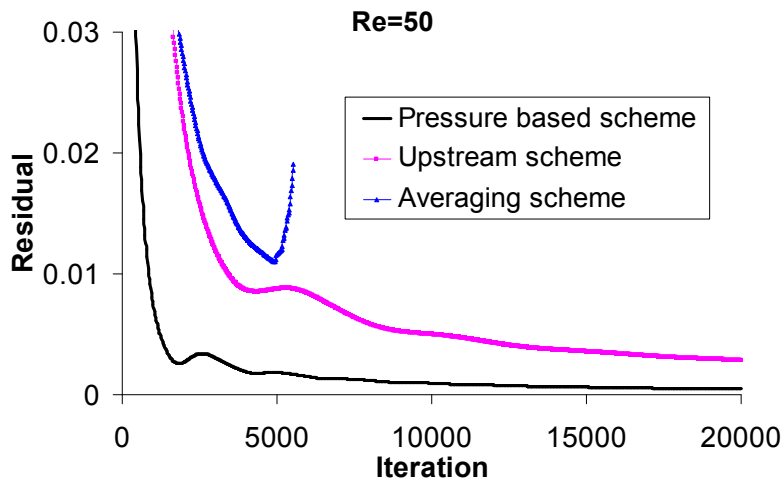
در ابتدا و پیش از ارائه نتایج شبیه‌سازی، تاثیر فاکتورهای بر مبنای فشار را در شبیه‌سازی بررسی خواهند شد. برای این منظور، مقایسه‌ای را بین روشهای مختلف محاسبه شار، یعنی روش میانگین گیری (معادله (۵-۵))، روش بالادست (معادله (۶-۵)) و روش توام با ضرایب تصحیح (معادله (۸-۵)) انجام خواهد گرفت. شکل (۵-۲۵) همگرایی این سه روش را برای جریان انبساط ناگهانی با نسبت انبساط $ER=3$ و در رینولدزهای 50، $Re=25$ نشان می‌دهد. توجه شود که معیار همگرایی یا همان باقیمانده سرعت ها بر اساس رابطه زیر محاسبه شده اند:

$$Res = \frac{\sum_{I,J} \left| \sqrt{(u_{I,J}^2 + v_{I,J}^2)^{n+1}} - \sqrt{(u_{I,J}^2 + v_{I,J}^2)^n} \right|}{\sum_{I,J} \left| \sqrt{(u_{I,J}^2 + v_{I,J}^2)^{n+1}} \right|} \quad (۱۲-۶)$$

از هر دو شکل مشهود است که استفاده از ضرایب تصحیح منجر به افزایش دقت و همگرایی و از طرفی دیگر نیز کاهش تکرار برای رسیدن به دقت مورد نظر می‌شود. همانطور که از شکل (۵-۲۵-ب) مشهود است با افزایش رینولدز، روش میانگین‌گیری سریع‌اً واگرا می‌شود که این بدلیل ناپایداری ذاتی این روش می‌باشد.



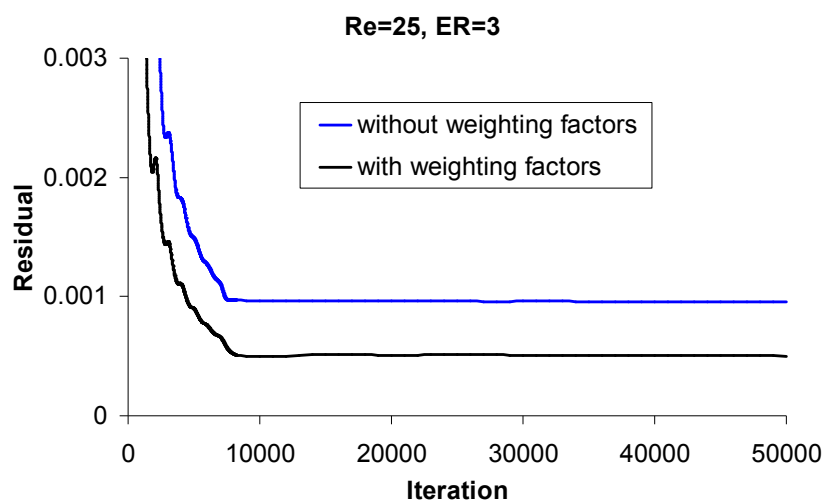
الف



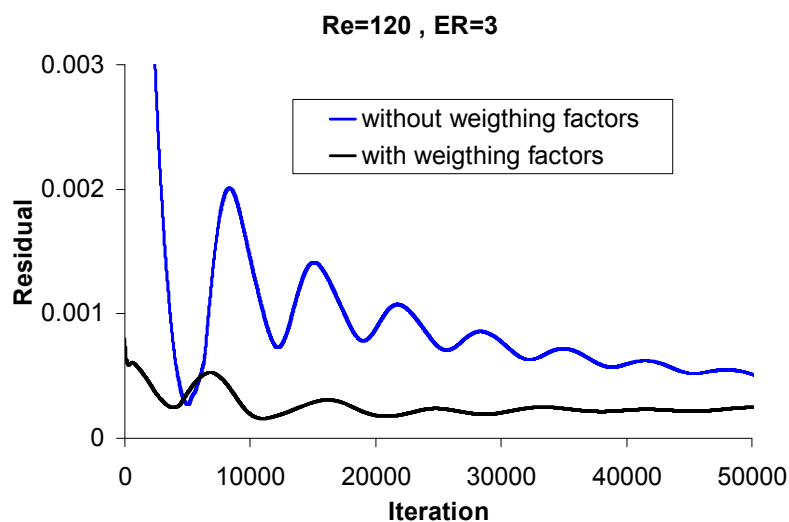
ب

شکل ۶-۲۵: مقایسه همگرایی حل با استفاده از روشهای مختلف محاسبه شار الف ($Re=25, ER=3$) و ب ($Re=50, ER=3$).

در شکل (۶-۲۶) نیز تاثیر جمله اتلافات مصنوعی (۵-۱۱) در شبیه سازی جریان انبساط ناگهانی در دو رینولدز مختلف، بررسی گردیده است. ملاحظه می شود که افزودن جمله اتلاف مصنوعی به محاسبات، منجر به افزایش همگرایی و داشتن حلی پایدارتر می شود. این مطلب در رینولدزهای بالاتر مشهودتر می باشد.



الف



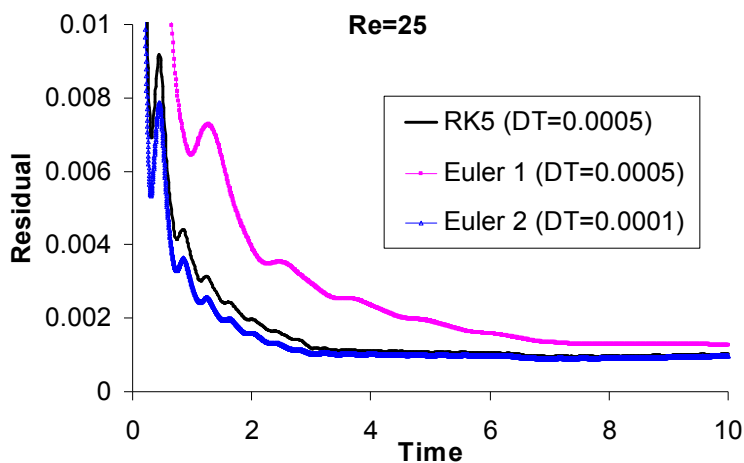
ب

شکل ۶-۲۶: تاثیر افزودن جمله اتلاف مصنوعی به روش محاسبه شار با استفاده از ضرایب تصحیح، الف) $Re=25$, $ER=3$ و ب) $Re=120$, $ER=3$

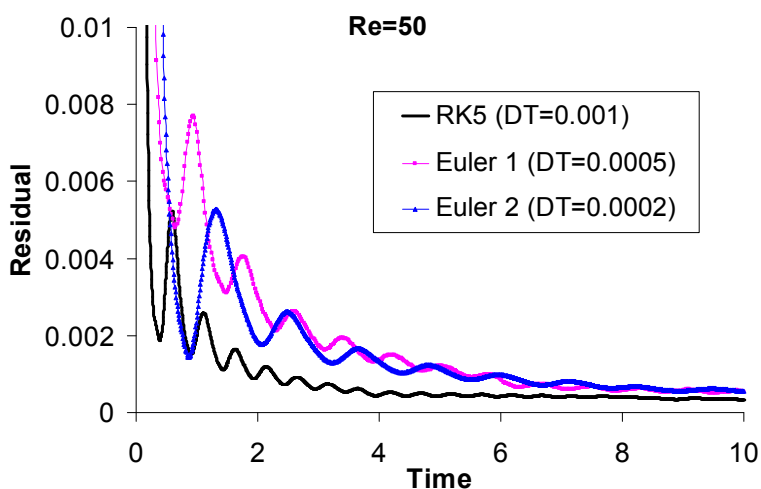
۶-۵-۳- بررسی تاثیر روش پیشروی زمانی در محاسبات

در این بخش اثر استفاده از روش رانگ - کوتای مرتبه پنجم در افزایش همگرایی شبیه سازی بررسی می شود. شکل (۶-۲۷) مقایسه بین روش رانگ - کوتای مرتبه پنجم و روش اویلر (پیشرو) مرتبه اول را برای جریان انبساط ناگهانی با نسبت انبساط $ER=3$ نشان می دهد. شکل (۶-۲۷-الف) برای $Re=25$ و شکل (۶-۲۷-ب) برای $Re=50$ می -

باشد. در این مقایسه $DT_{Euler2}=DT_{RK5}/5$ و $DT_{Euler1}=DT_{RK5}$ ، $DT=DT_{RK5}=0.0005$ می‌باشد. توجه شود که زیرنویس های Euler2 و Euler1 هر دو معرف روش اویلر مرتبه اول می‌باشند و تنها تفاوت آنها در انتخاب گام زمانی می‌باشد. مشاهده می‌شود که در $Re=25$ (شکل (۶-۲۷-الف)) روش رانگ - کوتای مرتبه پنجم و Euler2 دارای دقتی یکسان می‌باشند که این دقت بیشتر از روش Euler1 می‌باشد. از طرفی با افزایش رینولدز به ۵۰ (شکل (۶-۲۷-ب)) روش Euler1 سریعاً واگرا می‌شود. ملاحظه می‌شود که استفاده از روش رانگ - کوتای مرتبه پنجم موجب افزایش دقت و همگرایی و در نتیجه کاهش تکرار می‌شود. توجه شود که در شکل (۶-۲۷-ب) نمودار Euler1 بیانگر روش اویلر با گام زمانی برابر با $DT_{Euler1}=DT_{RK5}/2$ می‌باشد.



الف



ب

شکل ۶-۲۷: تاثیر روش پیشروی در زمان بر همگرایی (الف) $Re=25$, $ER=3$ و (ب) $Re=50$, $ER=3$

۶-۵-۴- نتایج شبیه سازی

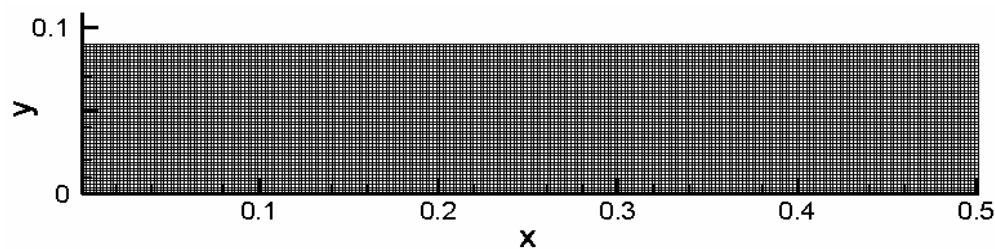
در ابتدا نتایج حاصل از شبیه سازی با نتایج معتبر آزمایشگاهی [۱۱۷] مقایسه خواهد شد که برای این منظور $ER = 3$ و $Re = 26$ انتخاب گردیده است. به منظور بهینه کردن زمان شبیه سازی، شبکه‌هایی با اندازه‌های مختلف مورد بررسی قرار گرفته‌اند که در نهایت بهینه ترین آنها برای انجام محاسبات آتی، مورد استفاده قرار گرفته است.

سه نوع شبکه بندی برای کانال اصلی مورد بررسی قرار گرفته‌اند که عبارتند از: شبکه بندی مربعی (شکل ۶-۲۸ - الف)، شبکه بندی مستطیلی یکنواخت (شکل ۶-۲۸ - ب) و شبکه بندی مستطیلی فشرده^{۲۲} (شکل ۶-۲۸ - ج). برای شبکه بندی مربعی تراکم مش $N_x \times N_y = 385 \times 49$ انتخاب شده است که نتایج بدست آمده با این نوع شبکه بندی، بعنوان مرجع مد نظر قرار گرفته‌اند. برای شبکه بندی مستطیلی یکنواخت نیز دو تراکم مختلف $N_x \times N_y = 193 \times 49$ و $N_x \times N_y = 97 \times 49$ استفاده شده است.

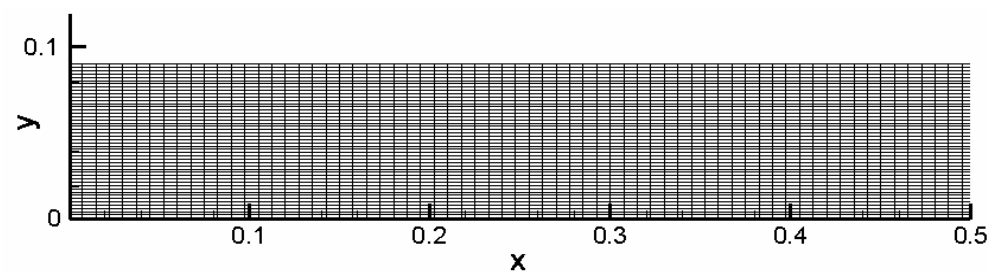
از آنجا که در جریان انبساط ناگهانی، جریانهای برگشتی در ابتدای کانال اصلی و در مجاورت دیوارها تشکیل می‌گردد، نیاز به دقت بیشتری (تراکم شبکه بیشتر) در این نواحی است تا بتوان خواص جریان را به خوبی نشان داد. برای این منظور می‌توان به جای استفاده از شبکه های یکنواخت با تعداد گره های زیاد، نقاط شبکه را در این نواحی متراکم کرد که در نتیجه آن تعداد کل نقاط شبکه کاهش یافته و راندمان شبیه‌سازی نیز بالا می‌رود. لذا در حالت بعدی انتخاب نوع شبکه برای شبیه سازی، تراکم $N_x \times N_y = 97 \times 49$ انتخاب گردیده است که با استفاده از یک عبارت جبری، در مجاورت دیوارهای بالا و پایین، متراکم گردیده است.

شکل (۶-۲۹) پروفیل سرعت در جهت طولی جریان، u_x ، که بوسیله شبکه بندی‌های مختلف در خط مرکزی کانال اصلی بدست آمده است را نشان می‌دهد. نتایج بدست آمده با نتایج آزمایشگاهی [۱۱۷] مقایسه شده‌اند. همانطور که از شکل مشخص است، نتایج بدست آمده از شبکه بندی‌های مختلف دارای تطابق خوبی با نتایج آزمایشگاهی می‌باشند. همچنین ملاحظه می‌شود که سرعت خط مرکزی در شبکه بندی مستطیلی فشرده در مقایسه با شبکه بندی‌های مستطیلی یکنواخت، دارای اختلاف کمتری با سرعت خط مرکزی شبکه بندی مربعی (که به عنوان مرجع انتخاب شده است) می‌باشد. این اختلاف در بیشترین حالت نزدیک به ۳٪ می‌باشد. لذا ملاحظه می‌شود که با استفاده از یک فشرده سازی مناسب می‌توان تراکم شبکه و در نتیجه زمان محاسبات را کاهش داد. در ادامه از شبکه بندی مستطیلی فشرده جهت انجام شبیه سازی استفاده خواهد شد.

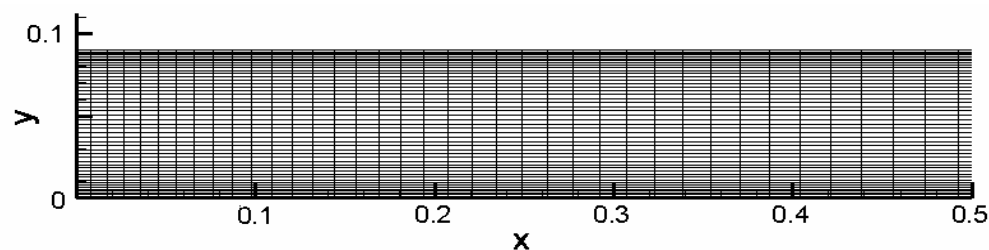
²² - Mapped Rectangular Meshes



الف



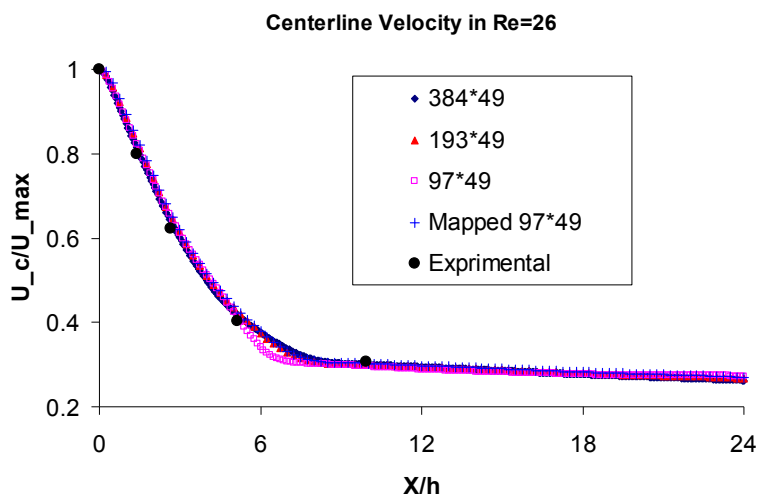
ب



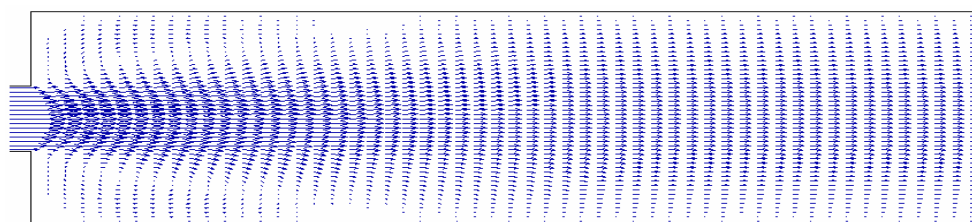
ج

شکل ۶-۲۸: سه نوع مختلف شبکه بندی مورد استفاده در شبیه سازی برای $ER = 3$. الف) شبکه بندی مربعی، ب) شبکه بندی مستطیلی یکنواخت، ج) شبکه بندی مستطیلی فشرده

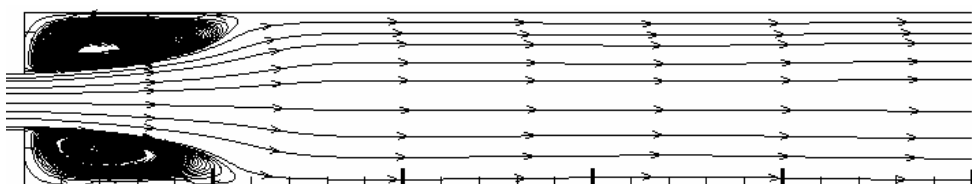
بردارهای سرعت و خطوط جریان در $Re = 26$ در شکل (۶-۳۰) نشان داده شده است که با نتایج آزمایشگاهی [۱۱۷] مقایسه شده‌اند. ملاحظه می‌شود که خطوط جریان بدست آمده از شبیه‌سازی بسیار مشابه خطوط جریان آزمایشگاهی می‌باشد. توجه شود که جریانهای برگشتی، بصورت کاملاً متقارن در بالا و پایین کانال تشکیل می‌شود که این رفتار در محدوده تمام رینولدزهای کمتر از رینولدز بحرانی، وجود خواهد داشت. در این حالات، در صورت بلند بودن طول کانال به اندازه کافی، پروفیل سرعت در خروجی کانال بصورت کاملاً توسعه یافته خواهد بود. با افزایش عدد رینولدز به مقادیری بیشتر از حد بحرانی، جریان ناپایدار شده و رفتارهای غیرخطی از خود نشان خواهد داد که در نتیجه آن تقارن جریانهای برگشتی نیز از بین خواهد رفت. این موضوع در قسمت بعد به تفصیل بررسی خواهد شد.



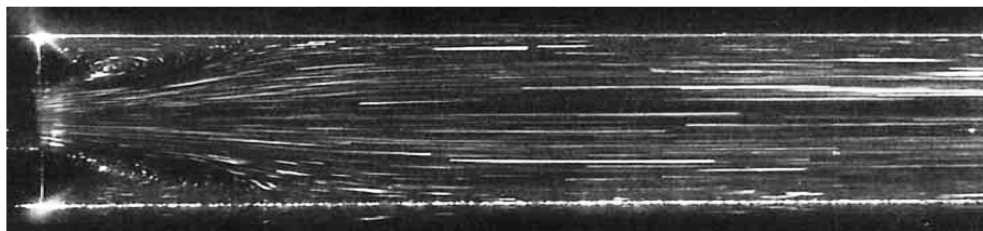
شکل ۶-۲۹: مقایسه سرعت محور تقارن کانال با استفاده از شبکه بندیهای مختلف در $Re = 26$ ، $ER = 3$ و مقایسه با نتایج آزمایشگاهی [۱۱۷].



الف



ب

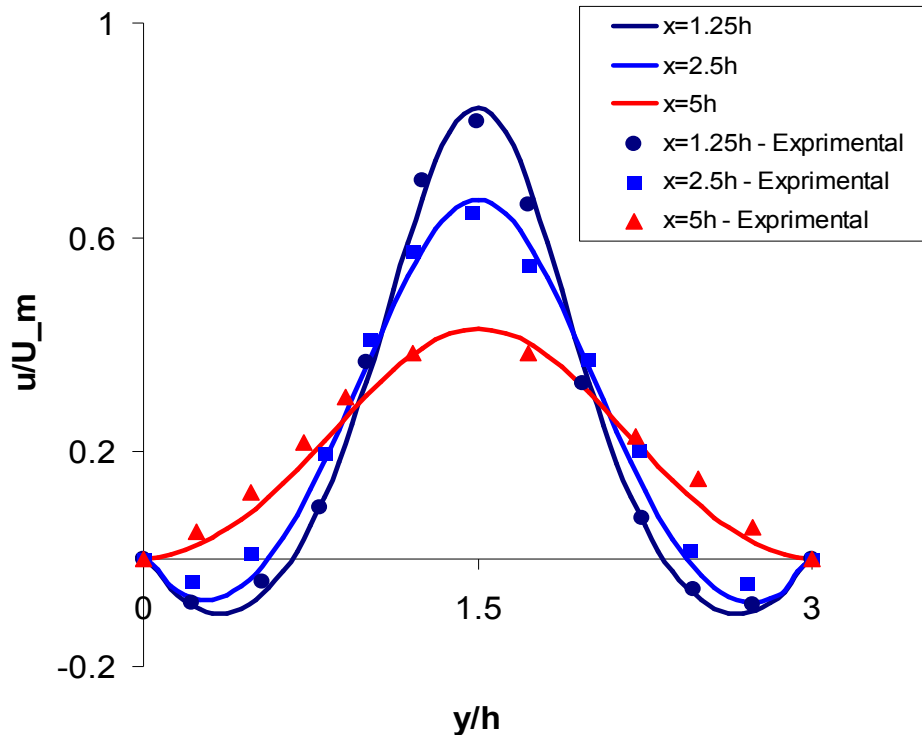


ج

شکل ۶-۳۰: الف) بردارهای سرعت، ب) خطوط جریان بدست آمده از شبیه سازی در $Re = 26$ ، $ER = 3$ و مقایسه آن با ج) نتایج آزمایشگاهی [۱۱۷]

شکل (۳۱-۶) پروفیل سرعت u_x را در سه فاصله مختلف، $x = 1.25h, 2.5h, 5h$ ، از ابتدای کانال اصلی نشان می‌دهد که با نتایج آزمایشگاهی [۱۱۷] مقایسه شده‌اند. ملاحظه می‌شود که ایستگاههای $x = 1.25h, 2.5h$ بدلیل اینکه در ناحیه جریانهای برگشتی^{۲۳} قرار دارند، در نواحی نزدیک به دیوارها دارای مقادیر منفی سرعت می‌باشند. نتایج بدست آمده دارای تطابق خوبی با نتایج تجربی می‌باشند. ماکزیمم خطا بین نتایج بدست آمده و نتایج تجربی در حدود ۰.۸٪ می‌باشد. قابل ذکر است که قسمتی از این خطا را می‌توان ناشی از عدم تقارن دقیق در تجهیزات و در نتیجه نتایج آزمایشگاهی دانست.

velocity profile in Re=26

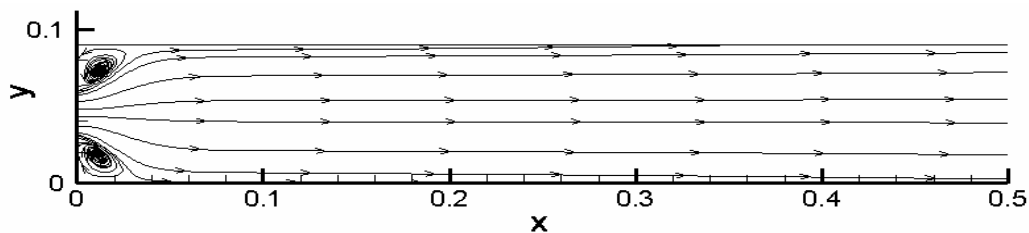


شکل ۳۱-۶: پروفیل سرعت در فواصل $x = 1.25h, 2.5h, 5h$ ، $Re = 26$ ، $ER = 3$ و مقایسه نتایج با نتایج آزمایشگاهی [۱۱۷].

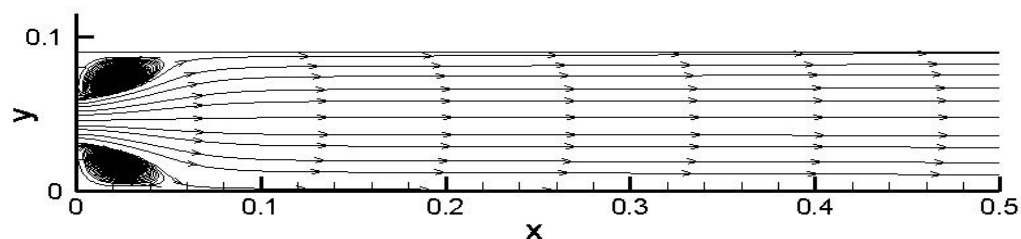
پس از اطمینان از دقت حل از نظر وابستگی به شبکه، افزایش عدد رینولدز را در جریان انبساط ناگهانی مورد بررسی قرار می‌دهیم. شکل (۳۲-۶) خطوط جریان را برای رینولدزهای مختلف در کانال با نسبت انبساط $ER = 3$ نشان

²³ - Recirculation Region

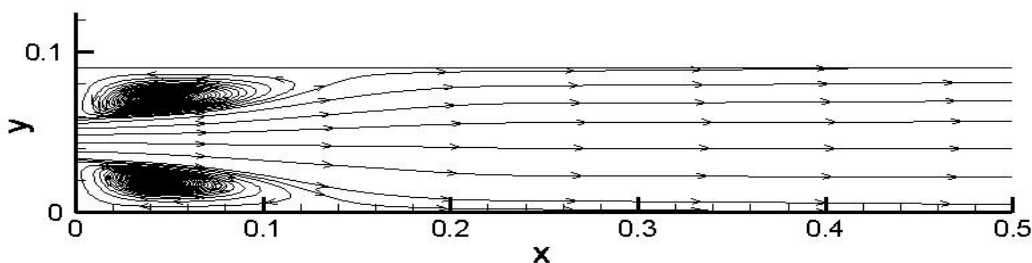
می‌دهد. همانطور که بیان شد در اعداد رینولدز پایین، جریان کاملاً متقارن بوده و دو گردابه با اندازه‌های یکسان در بالا و پایین کانال تشکیل می‌شوند. اندازه این گردابه‌ها بصورت خطی با افزایش عدد رینولدز، بزرگتر می‌شوند. این موضوع در شکل (۶-۳۳) برای دو نسبت انبساط مختلف نشان داده شده است که نتایج بدست آمده از شبیه‌سازی با رابطه معرفی شده توسط اسکات و همکاران [۱۱۸] مقایسه شده اند که نتایج بدست آمده بیانگر دقت بالای شبیه‌سازی انجام شده می‌باشد.



الف



ب

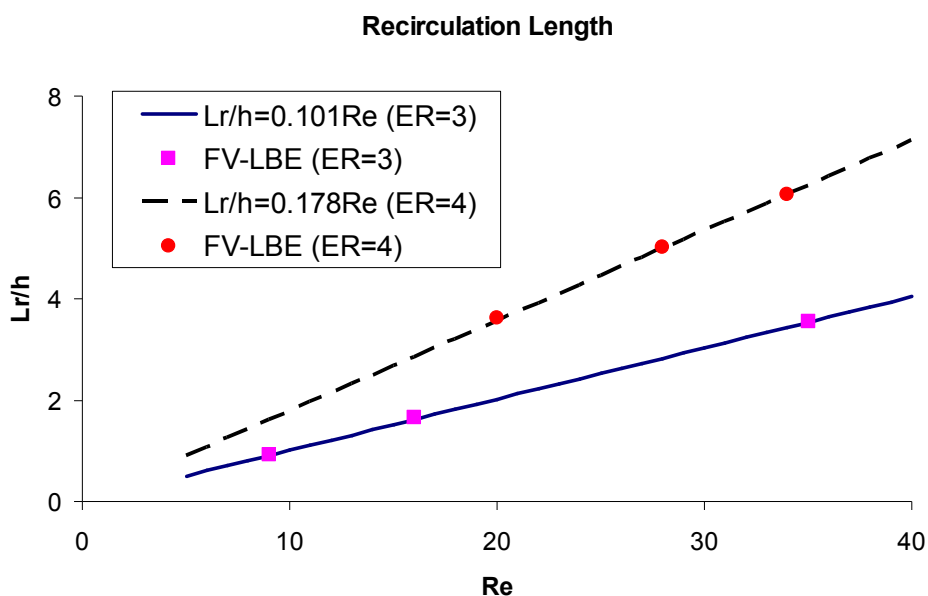


ج

شکل ۶-۳۲: خطوط جریان در کانال با نسبت انبساط $ER = 3$ و الف) $Re = 9$ ، ب) $Re = 16$ (ج) $Re = 35$. در اینجا عدد رینولدز بصورت $Re = U_{ave} h / \nu$ تعریف شده است.

اسکات و همکاران [۱۱۴] در تحقیق خود، L_r را بعنوان طول جریان برگشتی، d را بعنوان قطر کانال ورودی و عدد رینولدز را بصورت $Re = U_{ave} h / \nu$ در نظر گرفتند و روابط $L_r/h = 0.178Re$ و $L_r/h = 0.101Re$ را به ترتیب برای نسبت انبساط‌های $ER = 3$ و $ER = 4$ بدست آوردند. نکته قابل توجه این است که روابط ارائه

شده توسط اسکات و همکاران برای رینولدزهای متوسط و بالا معتبر بوده و با کاهش عدد رینولدز بخصوص برای جریانهای خزشی ($Re < 1$)، از اعتبار آن کاسته می‌شود [۱۱۴].



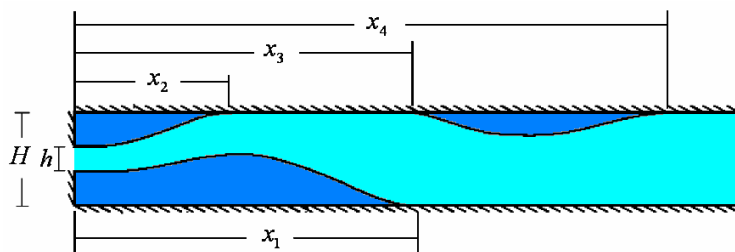
شکل ۶-۳: طول جریان برگشتی نسبت به رینولدز در $ER = 4$ و $ER = 3$.

موضوع مهمی که بایستی مورد توجه قرار گیرد این است که هنگامیکه عدد رینولدز به مقداری بالاتر از ۳۵ افزایش پیدا کند، جریان از حالت پایدار متقارن^{۲۴} خارج شده و به حالت پایدار نامتقارن^{۲۵} تبدیل می‌شود [۱۱۷]. این حالت که به شکست تقارن^{۲۶} معروف می‌باشد در شکل (۶-۳۴) بصورت شماتیک نشان داده شده است. مختصات جریانهای ثانویه تشکیل شونده جهت بررسی های بعدی بصورت x_1, \dots, x_4 نشان داده شده است. در ادامه به این پدیده با استفاده از روش حجم محدود - شبکه بولتزن شبیه‌سازی خواهد شد. برای این منظور طول کانال بزرگ را به $L = 50h$ افزایش داده و از یک شبکه فشرده شده در نزدیک دیوارها با تراکم $N_x \times N_y = 256 \times 111$ استفاده می‌گردد.

²⁴- Stable Symmetric Flow

²⁵- Stable Asymmetric Flow

²⁶- Symmetry Breaking



شکل ۶-۳۴: شکل شماتیک جریان پایدار نامتقارن در هندسه انبساط ناگهانی

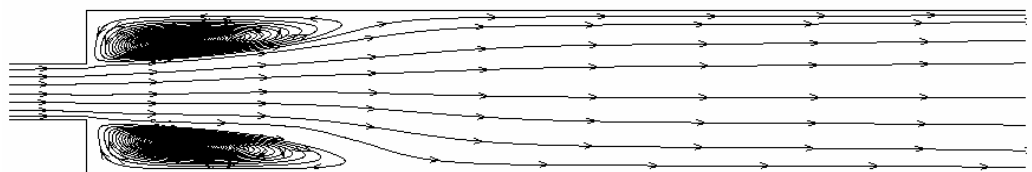
این تغییر که در آن جریان از حالت تقارن پایدار خارج شده و به حالت نامتقارن پایدار تبدیل می شود در نقطه دوشاخگی شکست تقارن^{۲۷} رخ می دهد و عدد رینولدز مرتبط با آن به رینولدز بحرانی^{۲۸} معروف می باشد که تابعی از نسبت انبساط کانال می باشد. شبیه سازی عددی جریان در نقطه شکست تقارن به سادگی ممکن نیست زیرا احتیاج به تراکم زیاد شبکه و شبیه سازیهای بسیار به منظور تعیین دقیق رینولدز بحرانی دارد. اما می توان به راحتی جریانهای پایدار متقارن و نامتقارن را در رینولدزهای کمتر و بیشتر از رینولدز بحرانی شبیه سازی نمود. برای انجام این شبیه سازی، یک پروفیل سرعت کاملاً توسعه یافته را در مرز ورودی کانال کوچک قرار می دهیم و از شرط اولیه نامتقارن در دامنه حل استفاده می شود. یعنی سرعت $U = 0.1 \cdot U_{\max}$ را برای نیمه بالایی کانال ($y > 0$) و $U = 0$ را برای نیمه پایینی کانال ($y < 0$) بعنوان شرط اولیه در نظر می گیریم. همچنین سرعت در جهت عرضی جریان در کل دامنه، صفر انتخاب شده است ($V = 0$). این شرط اولیه نامتقارن رسیدن به حالت شکست تقارن و نقطه دوشاخگی را در جریانهایی با رینولدز بالاتر از مقدار بحرانی، تضمین می کند. شبیه سازی تا زمانی که نتایج به یک حالت پایدار برسد، ادامه خواهد یافت.

شکل (۶-۳۵) خطوط جریان را برای نسبت انبساط $ER = 3$ در رینولدزهای مختلف نشان می دهد. ملاحظه می شود که در $Re = 44$ جریان بصورت متقارن پایدار می باشد که با افزایش رینولدز این پایداری از بین می رود. بطوریکه در $Re = 46$ این تقارن از بین رفته و جریان بصورت نامتقارن پایدار تشکیل خواهد شد. بنابراین با استفاده از روش حجم محدود - شبکه بولتزمن عدد رینولدز بحرانی برای نسبت انبساط $ER = 3$ بین ۴۴ تا ۴۶ می باشد. بطور مشابه همین روند برای تسبب انبساط $ER = 5$ صورت گرفت که عدد رینولدز بحرانی بین ۲۰ تا ۲۴ محاسبه گردید. مقایسه ای بین عدد رینولدز بحرانی بدست آمده از شبیه سازی و نتایج عددی و آزمایشگاهی دیگر محققان در جدول (جدول ۶-۵) آورده شده است که بیانگر نتایج قابل قبول شبیه سازی انجام شده می باشد.

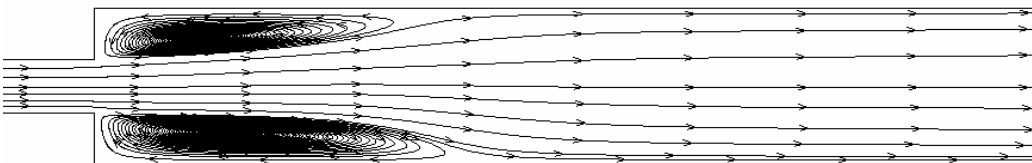
²⁷ - Symmetry-Breaking Bifurcation Point

²⁸ - Critical Reynolds Number

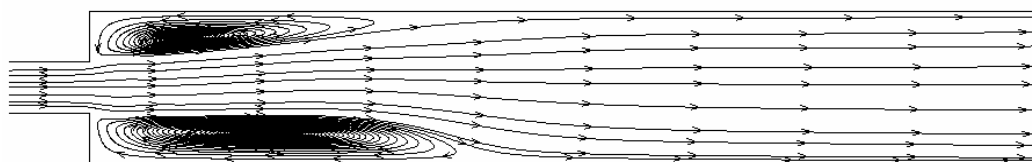
همچنین به منظور بررسی پایداری جریان، اغتشاشاتی با حداکثر دامنه $10\%U_{avr}$ به سرعت ورودی اضافه گردید که در اثر آن تغییری در حل ایجاد نگردید و شبیه سازی های انجام گرفته تحت این اغتشاشات بصورت پایدار باقی ماندند. آنچه از انجام این شبیه سازیها می توان نتیجه گرفت این است که با افزایش نسبت انبساط، مقدار رینولدز بحرانی کاهش می یابد بطوریکه انتقال جریان از حالت متقارن پایدار به نامتقارن پایدار در رینولدزهای پایین تری اتفاق می افتد.



الف



ب



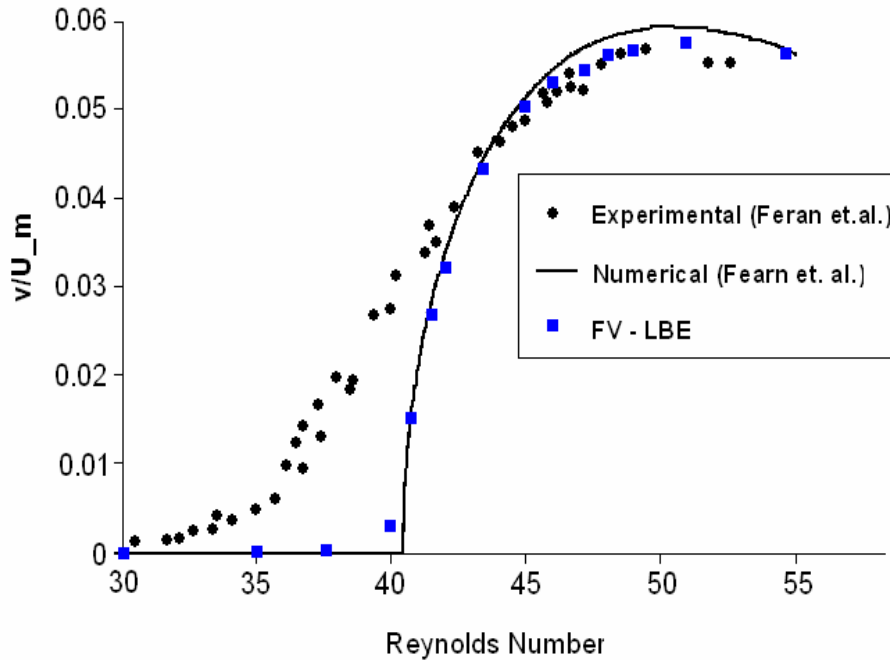
ج

شکل ۶-۳۵: خطوط جریان در الف) $Re = 44$ (ب) $Re = 46$ (ج) $Re = 48$ برای $ER = 3$.

شکل (۶-۳۶) نمودار دوشاخگی را در رینولدزهای مختلف و برای $ER = 3$ نشان می دهد. در این نمودار نتایج شبیه سازی انجام شده با نتایج آزمایشگاهی و عددی [۱۱۷] مقایسه شده اند. توجه شود که در این شکل سرعت در جهت عرضی جریان (v) که با سرعت متوسط بی بعد شده است، در خط مرکزی کانال و در فاصله $x = 25.5mm$ که معادل $x = 6.375h$ می باشد، نشان داده شده است. ملاحظه می شود که در رینولدزهای کمتر از رینولدز بحرانی که جریان بصورت متقارن می باشد، مقدار سرعت عرضی برابر صفر می باشد که با افزایش رینولدز به مقادیری بالاتر از مقدار بحرانی این موضوع از بین می رود. این نمودار به خوبی نشان می دهد که با افزایش عدد رینولدز میزان عدم تقارن در جریان نیز افزایش پیدا می کند.

جدول ۵-۶: مقایسه عدد رینولدز بحرانی بدست آمده از تحقیقات مختلف عددی و تجربی با نتایج شبیه‌سازی

Authors	ER	Definition of Reynolds	AR	Re _c
Cherdron et al. [116]	2	U_{\max}, h	∞	150-180
Fearn et al. [117]	3	$U_{\max}, h/2$	∞	40.45
Durst et al. [119]	2	U_{\max}, h	∞	125
Shapira et al. [120]	2	U_{\max}, h	∞	215
	3			82.6
Drikakis [121]	2	U_{\max}, h	∞	216
	3		∞	80
	4		∞	53
	5		∞	41
	6		∞	33
Battaglia et al. [115]	1.5	U_{avr}, h	∞	446
	2		∞	215
	3		∞	81
	4		∞	54
	5		∞	43
	7		∞	16
Hawa and Rusak [121]	3	U_{avr}, h	∞	80.7
Alleborn et al. [124]	2	U_{\max}, h	∞	218
	3			80
	5			42.5
	1000			8.5
Kudela [125]	3	U_{\max}, h	∞	84-187
Li-Shi Luo [126]	3	U_{\max}, h	∞	92.4
Manica et al. [127]	3	U_{\max}, h	∞	80-100
Schreck and Schäfer [122]	3	U_{\max}, h	∞	81
	3		2	113
	3		5	91
Present Study	3	$U_{\max}, h/2$	∞	44- 46
	5		∞	20- 24



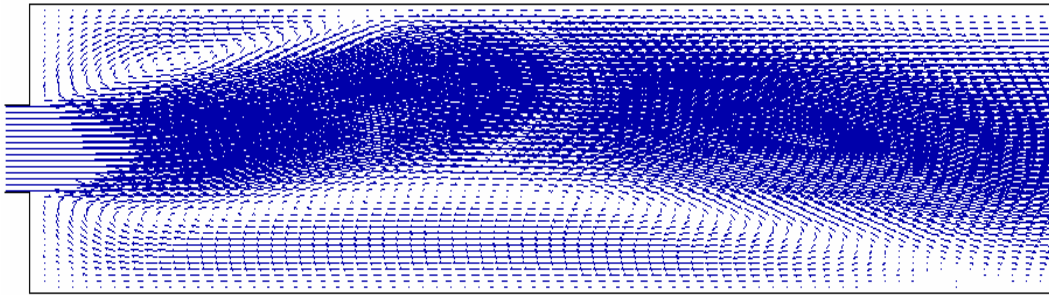
شکل ۶-۳۶: نمودار دوشاخگی و مقایسه نتایج شبیه سازی با نتایج تجربی و عددی [۱۱۷]

همانطور که گفته شد با افزایش عدد رینولدز میزان عدم تقارن در جریان افزایش می‌یابد، یعنی اختلاف بین اندازه جریانهای برگشتی بالایی و پایینی بیشتر می‌شود. شکل (۶-۳۷) بردارها و خطوط جریان را برای $Re = 80$ نشان می‌دهد که با نتایج آزمایشگاهی [۱۱۷] مقایسه شده‌اند. ملاحظه می‌شود که خطوط جریان بدست آمده از شبیه‌سازی بسیار مشابه خطوط جریان آزمایشگاهی می‌باشند.

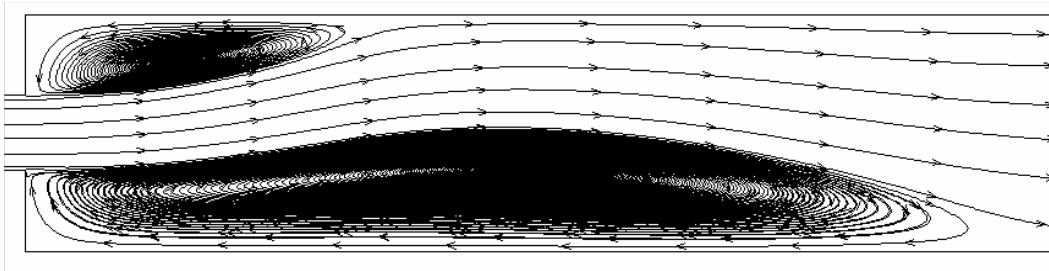
شکل (۶-۳۸) نیز پروفیل سرعت را در ایستگاههای مختلف در $Re = 80$ و $ER = 3$ نشان می‌دهد که همانطور که مشاهده می‌شود تطابق خوبی بین نتایج بدست آمده و نتایج آزمایشگاهی [۱۱۷] وجود دارد. با توجه به این شکل مشخص می‌شود که در ایستگاههای دورتر از ورودی کانال، از عدم تقارن پروفیل سرعت کاسته شده و جریان به حالت توسعه یافته نزدیک می‌شود بطوریکه در $x = 20h$ جریان به حالت توسعه یافته برگشته و پروفیل سرعت بصورت سهموی می‌باشد.

با افزایش عدد رینولدز به مقادیری بالاتر از $Re = 120$ ناحیه سوم جریان برگشتی در کانال مشاهده می‌شود. به عبارت دیگر این جریان برگشتی سوم بر روی دیواری که جریان برگشتی اولیه کوچکتری دارد تشکیل می‌شود و نقطه شروع آن بعد از اتمام ناحیه جریان برگشتی اصلی و در سمت مخالف آن می‌باشد. شکل (۶-۳۹) خطوط جریان را برای رینولدزهای مختلف نشان می‌دهد.

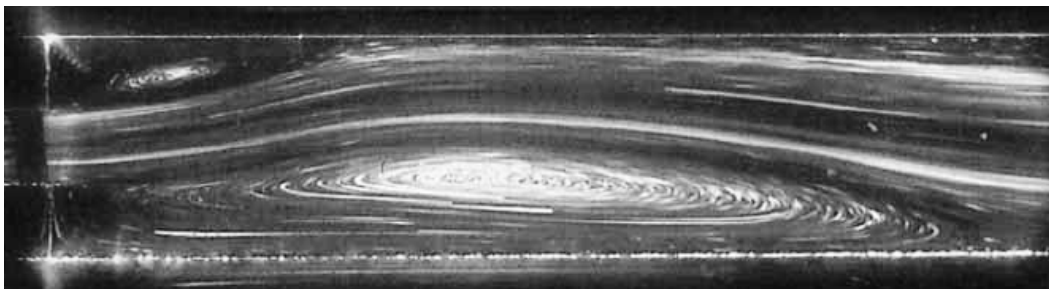
در اینجا نیز به منظور انجام مقایسه نتایج بدست آمده با نتایج معتبر آزمایشگاهی، جریان را در $Re = 140$ در نظر می‌گیریم که خطوط جریان در شکل (۶-۴۰) نشان داده شده است. مشاهده می‌شود که خطوط جریان دارای رفتاری مشابه نتایج عددی ارائه شده در [۱۱۷] می‌باشند. در شکل (۶-۴۱) نیز مقایسه ای بین نتایج بدست آمده از شبیه سازی با نتایج تجربی [۱۱۷] انجام گرفته است. برای این منظور پروفیل سرعت در فواصل مختلف نسبت به ورودی کانال بزرگ در شکل (۶-۴۱) رسم شده‌اند. نتایج بیانگر دقت مناسب روش مورد استفاده می‌باشد.



الف

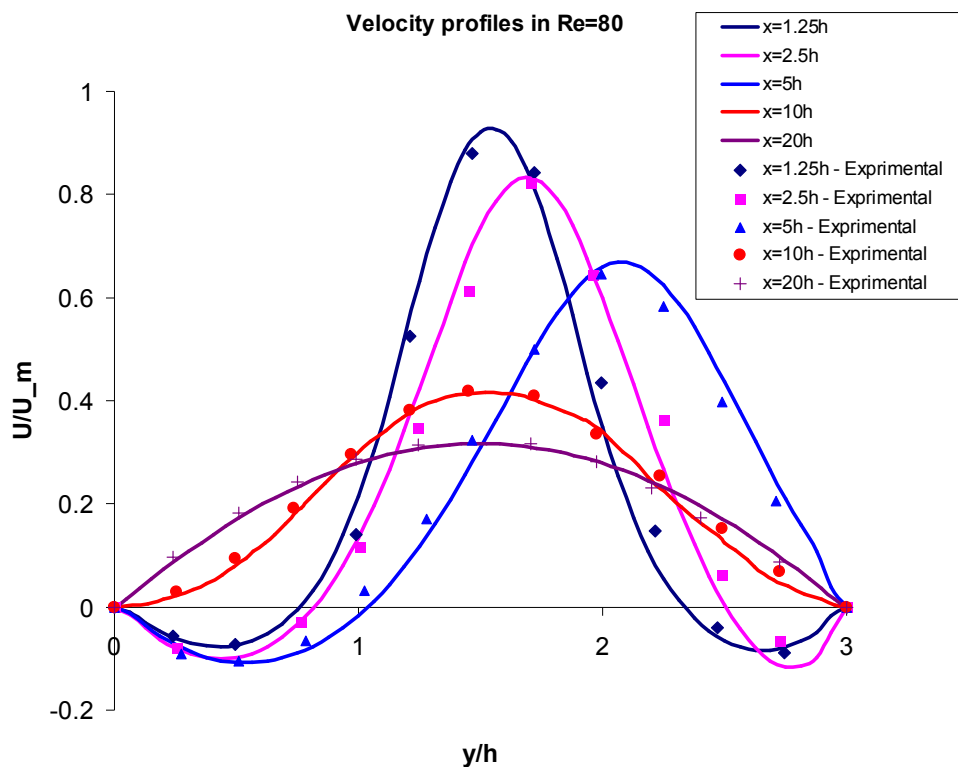


ب

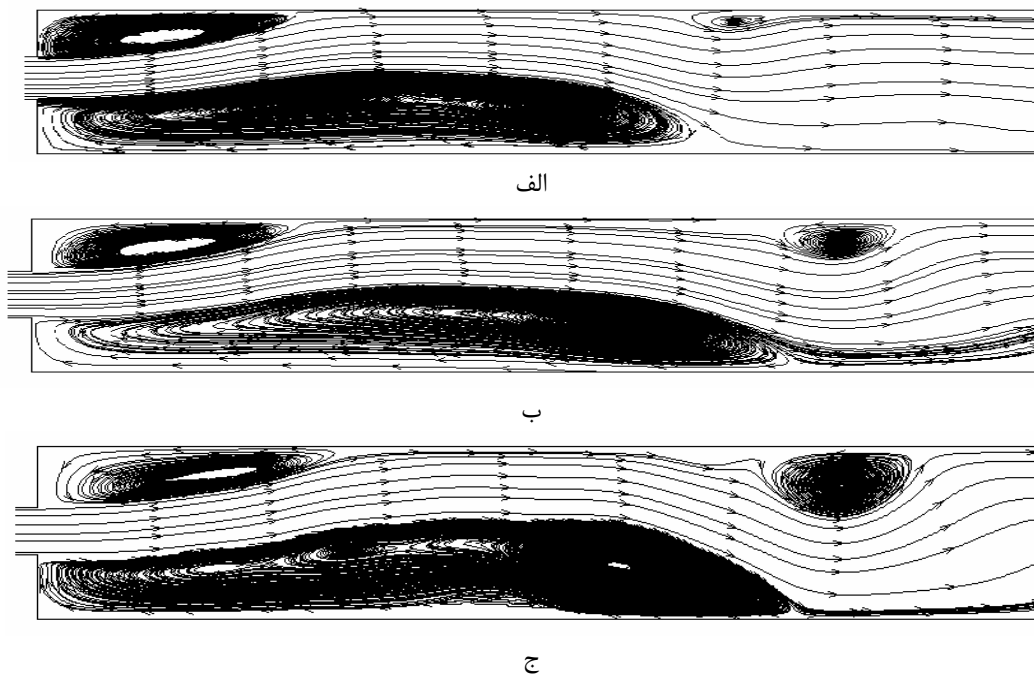


ج

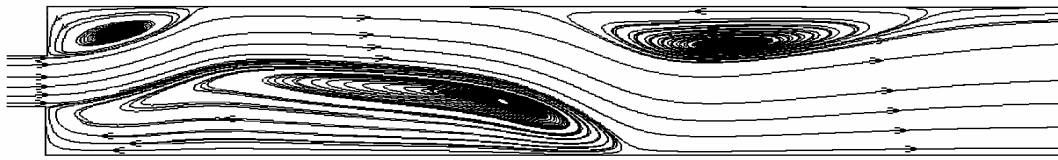
شکل ۶-۴۷: الف) بردارهای سرعت، ب) خطوط جریان بدست آمده از شبیه سازی در $Re = 80$ ، $ER = 3$ و مقایسه آن با ج) نتایج آزمایشگاهی [۱۱۷]



شکل ۶-۳۸: پروفیل سرعت در فواصل $x = 1.25h, 2.5h, 5h, 10h, 20h$ ، $Re = 80$ ، $ER = 3$ و مقایسه نتایج با نتایج آزمایشگاهی [۱۱۷]



شکل ۶-۳۹: خطوط جریان در الف) $Re = 120$ ، ب) $Re = 125$ و ج) $Re = 130$ برای $ER = 3$

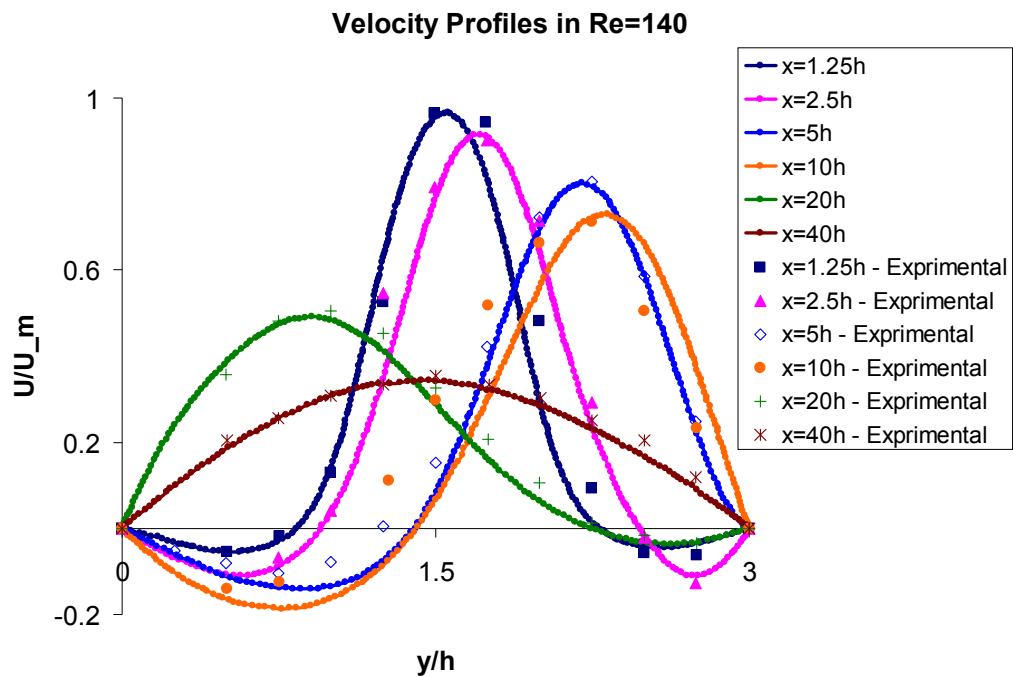


الف



ب

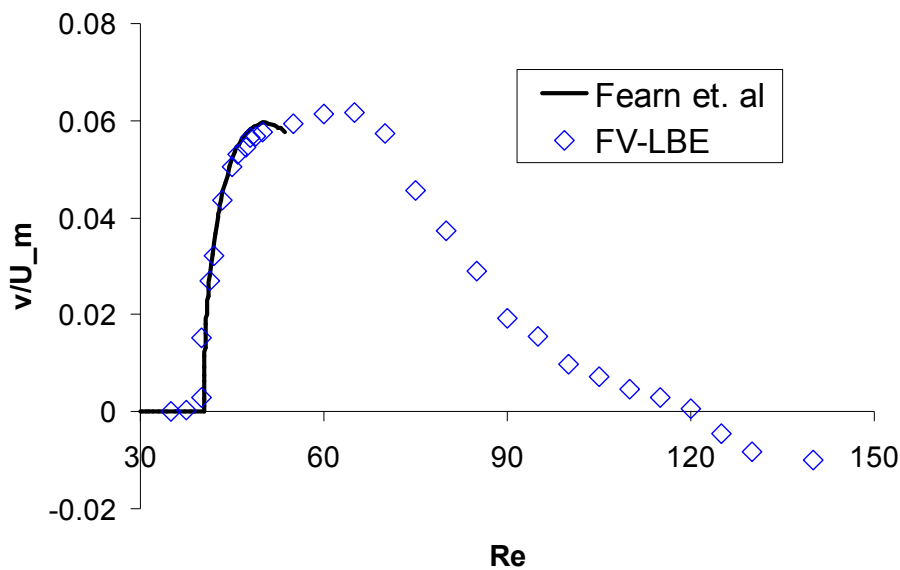
شکل ۶-۴: خطوط جریان در $Re = 140$ برای $ER = 3$ ، الف) روش حجم محدود - شبکه بولتزمن و ب) نتایج عددی [۱۱۷]



شکل ۶-۴۱: پروفیل سرعت در فواصل $x = 1.25h, 2.5h, 5h, 10h, 20h, 40h$ ، $Re = 140$ ، $ER = 3$ و مقایسه نتایج با نتایج آزمایشگاهی [۱۱۷]

در اینجا مجدداً نمودار دوشاخگی را تا رینولدزهای بالاتر مورد بررسی قرار می‌دهیم. همانطور که در شکل (۶-۴۲) نشان داده شده است، اندازه سرعت عرضی جریان در فاصله $x = 25.5mm$ از ورودی با افزایش رینولدز به مقادیری بالاتر از $Re = 65$ کاهش می‌یابد. این کاهش در مقدار سرعت عرضی جریان ادامه می‌یابد تا اینکه در حدود $Re = 120$ علامت آن منفی می‌شود.

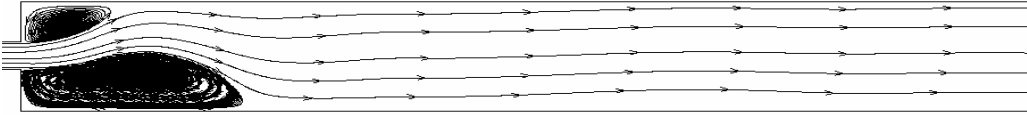
قابل ذکر است که با افزایش نسبت انبساط، مرحله شکست تقارن در رینولدزهای پایین‌تری اتفاق می‌افتد. شکل (۶-۴۳) خطوط جریان را برای نسبت انبساط‌های مختلف در $Re = 60$ و در محدوده $x = 50h$ نشان می‌دهد. قابل ذکر است که برای $ER = 10$ به منظور دستیابی به جواب دقیق‌تر، طول دامنه محاسباتی بزرگتر در نظر گرفته شده است. با توجه به شکل مشخص است که با افزایش نسبت انبساط، یک جریان برگشتی در درون گردابه بزرگتر تشکیل می‌گردد که این نتیجه توسط محققان دیگر نیز گزارش شده است [۱۱۳]. نکته‌ای که شایان توجه است این است که این نتایج تاکنون توسط هیچ‌یک از روش‌های شبکه بولتزمن گزارش نشده است که بیانگر دقت بالای روش مورد استفاده می‌باشد.



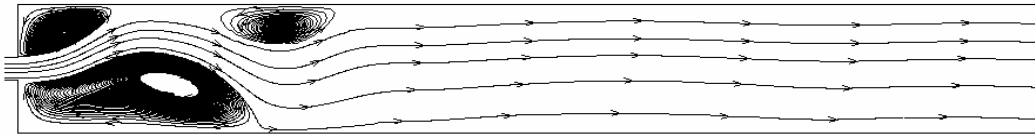
شکل ۶-۴۲: نمودار دوشاخگی در $ER = 3$ و مقایسه نتایج شبیه‌سازی با نتایج عددی [۱۱۷].



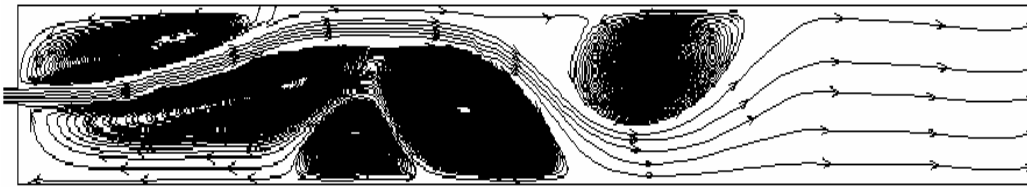
الف



ب



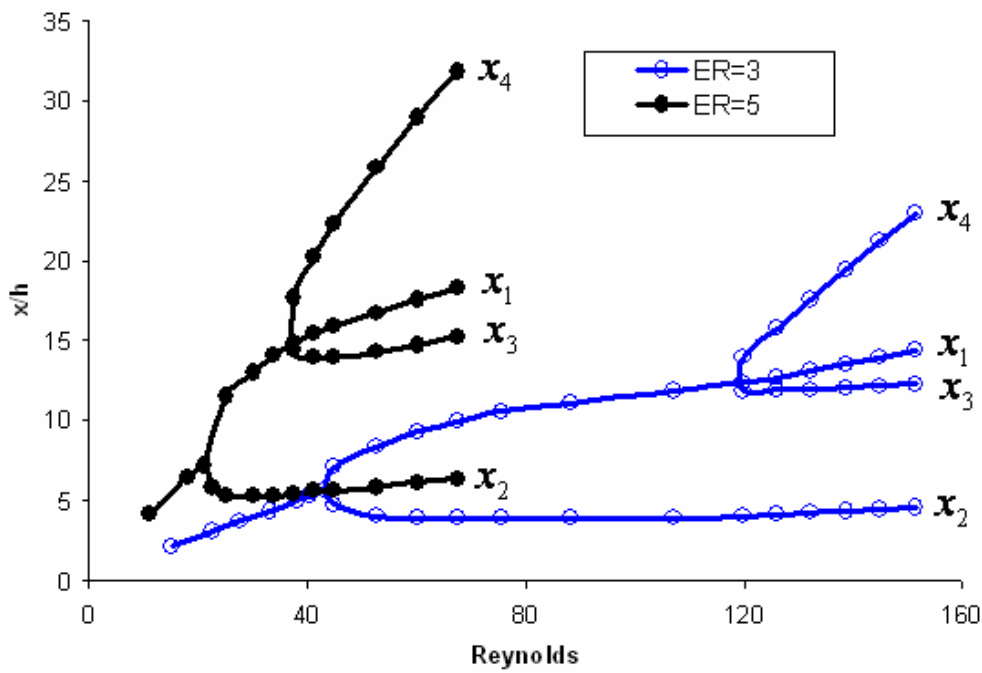
ج



د

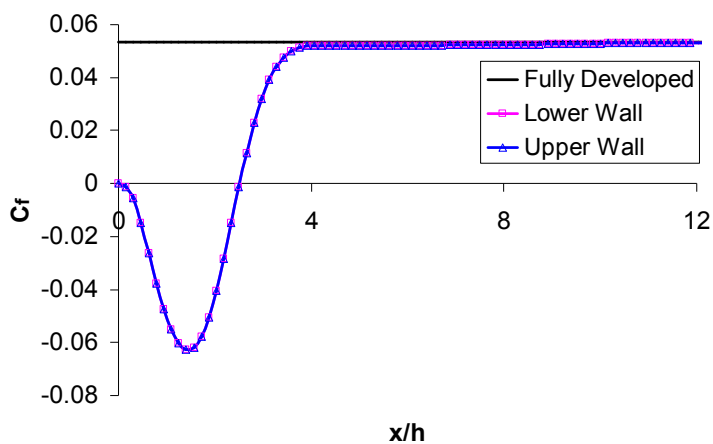
شکل ۶-۴۳: خطوط جریان در الف) $ER = 3$ ، ب) $ER = 4$ (ج) $ER = 5$ و د) $ER = 10$ برای $Re = 60$

نمودار دوشاخگی را به گونه دیگر نیز می‌توان مورد بررسی قرار داد. برای این منظور، طول جریانهای برگشتی را در جریانهای متقارن و نامتقارن مورد ارزیابی قرار می‌دهیم. شکل (۶-۴۴) نمای شماتیک جریانهای برگشتی را در یک کانال متقارن نشان می‌دهد. شکل (۶-۴۴) طول جریانهای برگشتی را برای $ER = 3$ و $ER = 5$ نشان می‌دهد. ملاحظه می‌شود که در هر دو حالت در اعداد رینولدز پایین، طول هر دو جریان اصلی برگشتی با هم برابر می‌باشند. افزایش این طول (همانطور که قبلاً بحث شد) دارای یک رابطه خطی با رینولدز می‌باشد. با افزایش عدد رینولدز به مقدار بحرانی، جریانهای برگشتی اصلی نامتقارن شده و نمودار دوشاخه می‌شود. ملاحظه می‌شود که مقدار عدد رینولدز بحرانی با افزایش نسبت انبساط، کاهش می‌یابد. با افزایش عدد رینولدز، یک جریان برگشتی سوم نیز در کانال تشکیل می‌شود که با مشخصه های x_3 و x_4 مشخص می‌گردد.

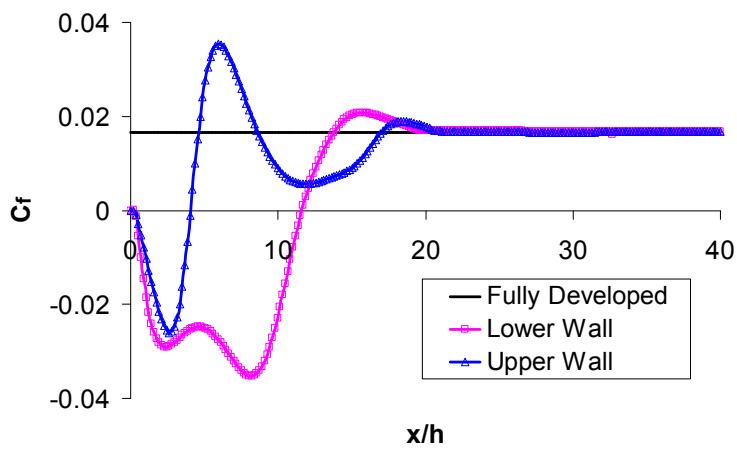


شکل ۶-۴۴: اندازه جریانهای برگشتی در رینولدزهای مختلف برای $ER = 3,5$.

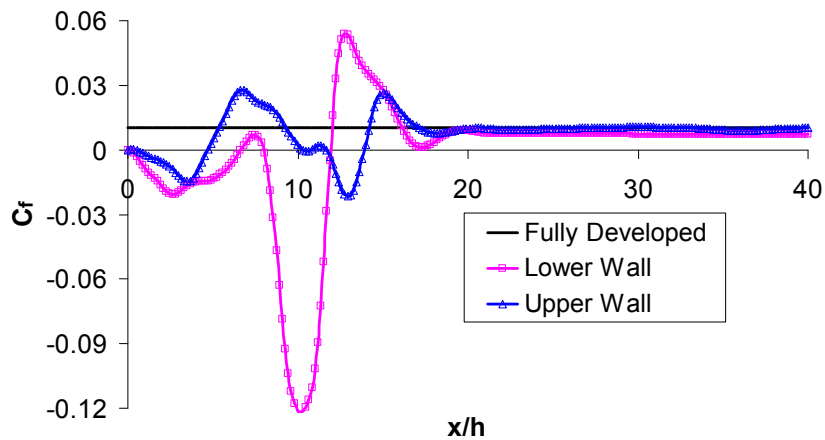
در انتهای این بخش ضریب اصطکاک $C_f = \tau / 0.5 \rho u_{av}^2$ را برای حالات مختلف مورد بررسی قرار می‌دهیم. شکل (۴۵-۶) ضریب اصطکاک را در رینولدزهای مختلف و برای $ER = 3$ و شکل (۴۶-۶) نیز ضریب اصطکاک را در $Re = 60$ و در نسبت انبساط‌های مختلف نشان می‌دهد. ملاحظه می‌شود که در این شکل‌ها، نمودار ضریب اصطکاک در ناحیه مربوط به جریانهای برگشتی، رفتاری متغیر نشان را می‌دهد ولی در پایین دست جریان به مقدار ضریب اصطکاک در ناحیه کاملاً توسعه یافته یعنی $C_f = (12/Re) \times (h/D)^2$ نزدیک می‌شود [۱۱۴].



الف

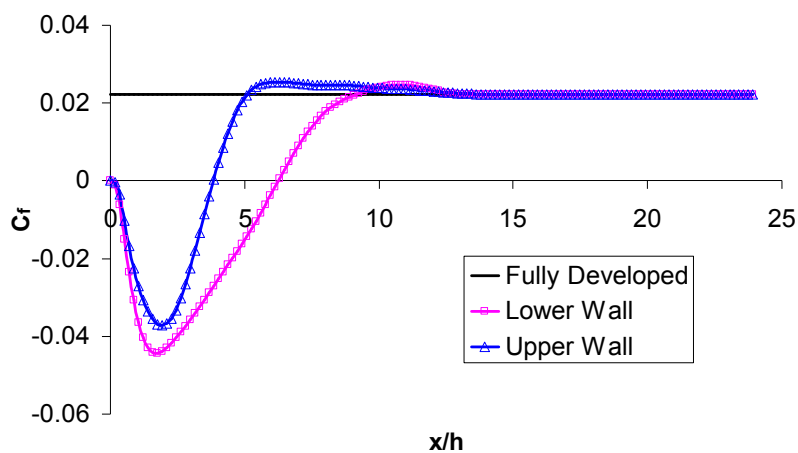


ب

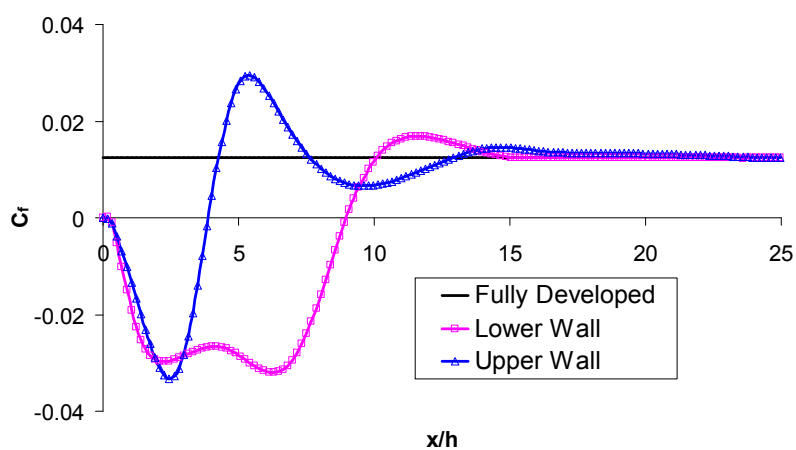


ج

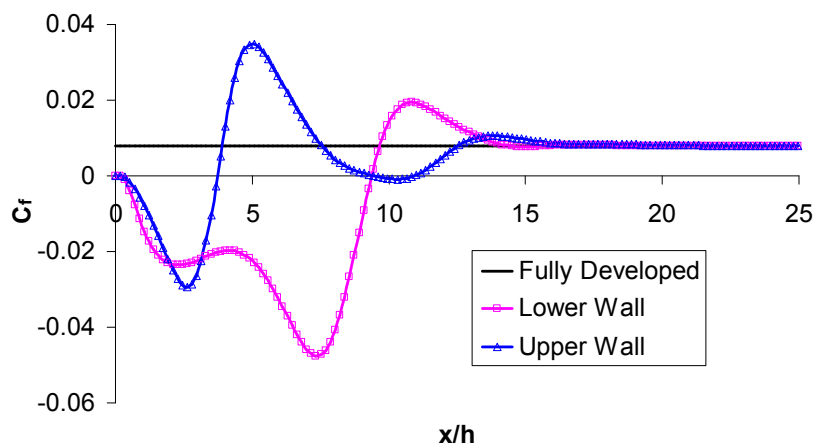
شکل ۶-۴۵: ضریب اصطکاک C_f برای $ER = 3$ در الف) $Re = 25$ ب) $Re = 80$ و ج) $Re = 130$



الف



ب



ج

شکل ۶-۴: ضریب اصطکاک C_f در $Re = 60$ برای الف) $ER = 3$ ب) $ER = 4$ و ج) $ER = 5$

۶-۶- جریان حول استوانه مدور^{۲۹}

جریان حول استوانه یکی از مطالعات موردی مهم در شبیه سازی دینامیک سیالات با استفاده از روش های عددی می باشد. در این قسمت نتایج شبیه سازی برای جریان حول استوانه مدور را با استفاده از روش حجم محدود - شبکه بولتزمن ارائه خواهد شد. با انجام این شبیه سازی، توانایی روش پیشنهادی در استفاده بر روی شبکه های چهار ضلعی نامنظم نیز ارزیابی می شود. علاوه بر این می دانیم که در رینولدزهای بالاتر از رینولدز بحرانی، جریان ناپایدار می شود، لذا با شبیه سازی این جریان، توانایی روش مورد استفاده در شبیه سازی جریانهای ناپایدار نیز سنجیده خواهد شد.

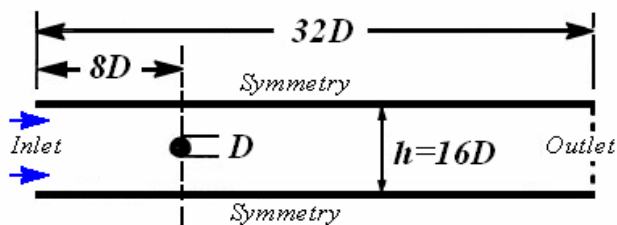
۶-۶-۱- هندسه و شرایط مرزی

شکل (۶-۴۷) شکل شماتیک جریان حول یک استوانه مدور به قطر D را به همراه ابعاد و شرایط مرزی مورد استفاده نشان می دهد. توجه شود که به منظور جلوگیری از تاثیر دیواره های بالایی و پایینی کانال بر روی گردابه های پشت استوانه، شرط مرزی لغزش آزاد برای دیواره های کانال در نظر گرفته شده است. شبیه سازی در یک کانال بزرگ به ابعاد $32D \times 16D$ انجام گرفته است تا از اثرات مرز خروجی بر روی گردابه های تشکیل شده در پشت استوانه نیز جلوگیری شود. سرعت جریان در ورودی یکنواخت می باشد. به منظور انتخاب تراکم شبکه مناسب جهت انجام شبیه سازی، نسبت طول گردابه، (L) ، به شعاع استوانه، (d) ، برای رینولدز $Re=30$ بررسی گردیده است که نتایج آن در جدول (۶-۶) آورده شده است. بنابراین یک شبکه غیریکنواخت با تراکم 200×120 برای شبیه سازی جریان آرام مورد استفاده قرار گرفته است که بخشی از این شبکه در شکل (۶-۴۸) نشان داده شده است. توجه شود که در شبیه سازی جریان ناپایدار، از تراکم بیشتری برای شبکه استفاده خواهد شد. توجه شود که عدد رینولدز نیز بصورت $Re = UD/\nu$ تعریف می شود که در آن U سرعت یکنواخت در ورودی می باشد.

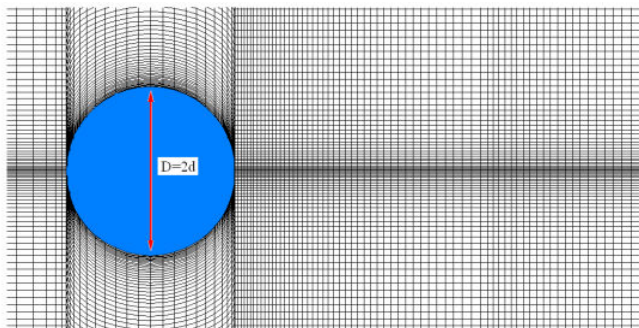
جدول ۶-۶: نتایج بررسی تراکم شبکه برای جریان حول استوانه در $Re=30$

Number of grids	120×70	150×80	180×100	200×120
L/d	2.88	3.06	3.1	3.1

²⁹- Circular cylinder



شکل ۶-۴۷: همدسه و دامنه محاسباتی مورد استفاده در شبیه سازی جریان حول استوانه



شکل ۶-۴۸: بخشی از شبکه بندی مورد استفاده در شبیه سازی جریان حول استوانه

۶-۶-۲- آنالیز خطا

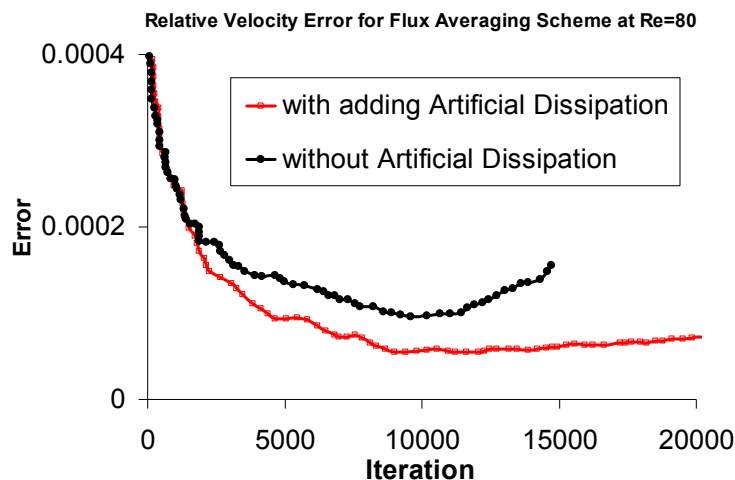
در این بخش نیز به منظور بررسی اثر استفاده از فاکتورهای محاسبه شار بر مبنای فشار^{۳۰} بر روی شبیه سازی بر روی مرزهای منحنی، رابطه زیر را برای خطای نسبی سرعت، مد نظر قرار می دهیم.

$$E^{n+1} = \frac{\sum_{I,J} \left| \sqrt{(u_{I,J}^2 + v_{I,J}^2)^{n+1}} - \sqrt{(u_{I,J}^2 + v_{I,J}^2)^n} \right|}{\sum_{I,J} \left| \sqrt{(u_{I,J}^2 + v_{I,J}^2)^{n+1}} \right|}$$

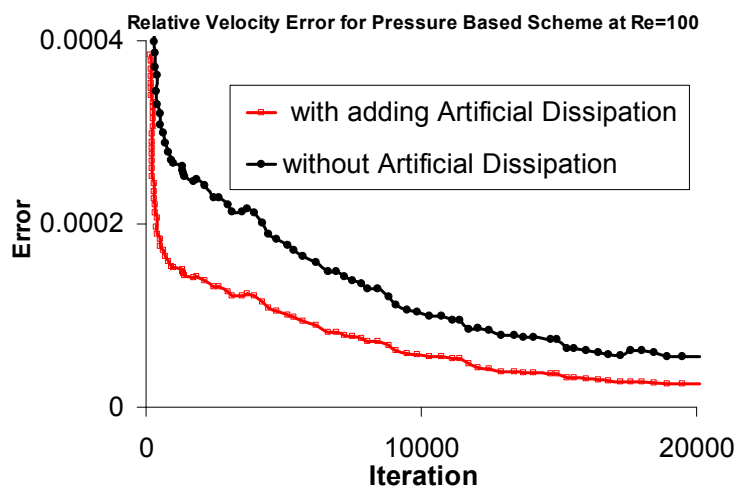
که در این رابطه، n بیانگر زمان می باشد. جدول (۶-۷) مقدار خطای نسبی را برای روشهای مختلف مدل سازی شار نشان می دهد. در این جدول، نتایج برای $\tau = 0.01$ و $Iteration = 20000$ ارائه شده اند. همانطور که ملاحظه می شود، روش محاسبه شار با استفاده از فاکتورهای تصحیح دارای دقت بالاتر و یا به عبارتی دیگر خطای نسبی کمتری نسبت به سایر روشها می باشد. همچنین، مشاهده می شود که استفاده از جمله اتلاف مصنوعی نیز منجر به بهبود همگرایی و در نتیجه کاهش تکرار محاسبات می شود. همچنین در شکل (۶-۴۹) روند همگرایی را برای

³⁰ - Pressure based scheme

روشهای میانگین‌گیری (شکل ۶-۴۹-الف) و محاسبه شار با استفاده از فاکتورهای تصحیح (شکل ۶-۴۹-ب) نشان می‌دهد. در هر یک از این روش‌ها اثر افزودن جمله اتلاف مصنوعی بررسی گردیده است. مشاهده می‌شود که همگرایی بهتر و یا خطای نسبی کوچکتری در نتیجه استفاده از جمله اتلاف مصنوعی بدست آمده است. بنابراین می‌توان گفت که استفاده توأم از روش محاسبه شار با استفاده از فاکتورهای تصحیح و جمله اتلاف مصنوعی منجر به افزایش پایداری و دقت شبیه‌سازی و در نتیجه کاهش تکرار محاسبات می‌شود.



الف



ب

شکل ۶-۴۹: تاثیر استفاده از جمله اتلاف مصنوعی ($\varepsilon_x = \varepsilon_y = 5$) در همگرایی جریان حول استوانه، الف) روش میانگین‌گیری در $Re=80$ و ب) روش محاسبه شار با استفاده از فاکتورهای تصحیح در $Re=100$

جدول ۶-۷: خطای نسبی روشهای مختلف محاسبه شار در جریان حول استوانه

Flux Modeling Scheme	Reynolds Number			
	20	40	80	100
Flux Averaging Scheme (Eq. 5-5)	1.1E-04	4.5E-04	diverged	diverged
Upwind Scheme (Eq. 5-6)	6.4E-04	3.3E-03	8.7E-03	diverged
Pressured based Scheme (Eq. 5-8)	4.8E-05	4.6E-05	4.6E-05	4.5E-05
Flux Averaging Scheme with Artificial Dissipation ($\varepsilon_x = \varepsilon_y = 5$)	5.9E-05	6.4E-05	7.3E-05	diverged
Pressured based Scheme with Artificial Dissipation ($\varepsilon_x = \varepsilon_y = 5$)	1.4E-05	1.5E-05	1.7E-05	2.5E-05

۶-۳-۳ نتایج شبیه سازی

با اعمال یک جریان یکنواخت در مرز ورودی، جریان حول استوانه شبیه سازی شروع می‌شود و پس از رسیدن پروفیل جریان در مرز خروجی به حالت کاملاً توسعه یافته، شبیه سازی خاتمه می‌یابد. در انتهای شبیه‌سازی سه پارامتر مهم جریان یعنی طول گردابه پشت استوانه، زاویه جدایش^{۳۱} و نیروی پسا^{۳۲} اندازه گیری می‌شوند. توجه شود که نیروی پسا بصورت زیر محاسبه می‌شود:

$$C_D = F_D / (0.5 \rho U D) \quad (۱۳-۶)$$

که در آن F_D نیروی درگ می باشد که بصورت زیر محاسبه می‌شود:

$$F_D = \int_l \left(\rho v \frac{\partial \mathbf{u}_t}{\partial n} n_y + p n_x \right) dl \quad (۱۴-۶)$$

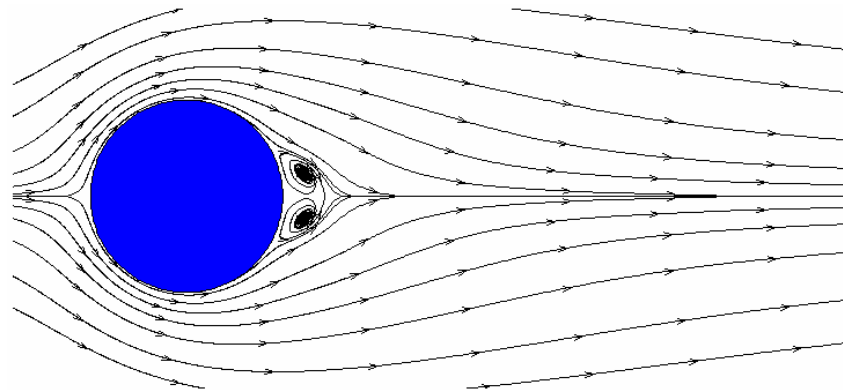
در رابطه فوق، l محیط سیلندر، n_x و n_y مولفه های افقی و عمودی بردار نرمال بر سطح سیلندر و \mathbf{u}_t مولفی مماسی سرعت می‌باشد.

تحقیقات تجربی نشان داده است که جریان حول استوانه در $Re = 46 \pm 1$ ناپایدار می شود [۱۲۸]. در این کمتر از این رینولدز شکل جریان نسبت به محور افقی استوانه کاملاً متقارن بوده و با گذشت زمان تغییری نمی‌کند. شکل (۵۰-۶) خطوط جریان حول استوانه را در رینولدزهای 10, 20, 40 نشان می دهد. همانطور که انتظار می‌رفت

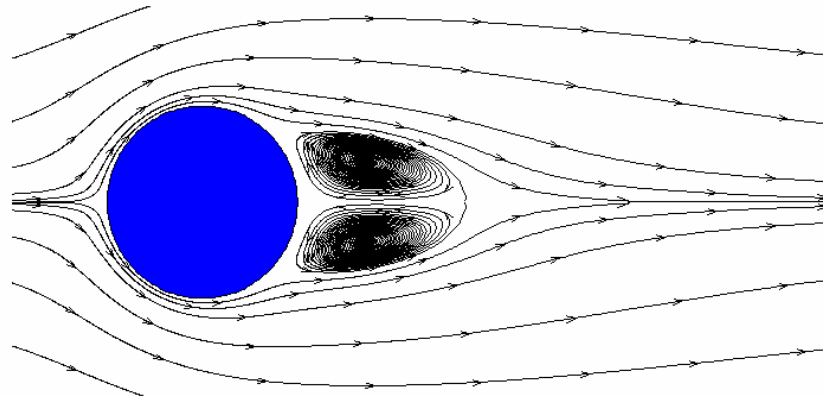
³¹ - Separation angle

³² - Drag force

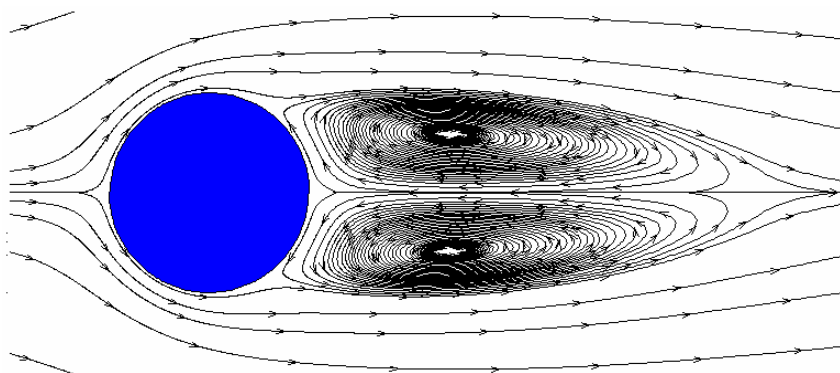
جریان پایدار بوده و دو گردابه با اندازه های یکسان در پشت سیلندر تشکیل می شوند. در جدول (۶-۸) نیز نتایج بدست آمده از شبیه سازی با نتایج عددی و آزمایشگاهی معتبر مقایسه شده است. ملاحظه می شود که تطابق خوبی بین نتایج بدست آمده با استفاده از روش حاضر با دیگر نتایج معتبر وجود دارد.



الف



ب

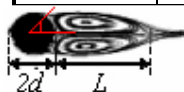


ج

شکل ۶-۵: خطوط جریان و گردابه های حول استوانه در الف) $Re=10$ ، ب) $Re=20$ و ج) $Re=40$

جدول ۶-۸: مقایسه بین پارامترهای فیزیکی و دینامیکی جریان هوا استوانه با نتایج معتبر. در اینجا L طول گردابه، d شعاع سیلندر و θ_s معرف زاویه جدایش می‌باشد.

Re	Authors	L/d	θ_s	C_D
20	Ye et al. [128]	1.84	-	2.03
	Coutanceau and Bouard [129]	1.86	44.8	-
	Dennis and Chang [130]	1.88	43.7	2.045
	Nieuwstadt and Keller [131]	1.786	43.37	2.053
	He and Doolen [132]	1.842	42.96	2.152
	Patil and Lakshmisha [133]	1.884	42.81	1.949
	Fornberg [134]	1.82	-	2
	Calhoun [135]	1.82	-	2.19
	Ubertini et al. [136]	-	-	2.09
	Present	1.82	42.5	2.205
40	Ye et al. [128]	2.27	-	1.52
	Coutanceau and Bouard [129]	4.26	53.5	-
	Dennis and Chang [130]	4.69	53.8	1.552
	Nieuwstadt and Keller [131]	4.357	53.34	1.550
	He and Doolen [132]	4.49	52.84	1.499
	Patil and Lakshmisha [133]	4.284	52.74	1.558
	Fornberg [134]	4.48	-	1.5
	Calhoun [135]	2.18	-	1.62
	Ubertini et al. [136]	-	-	1.56
	Present	4.47	52.8	1.551

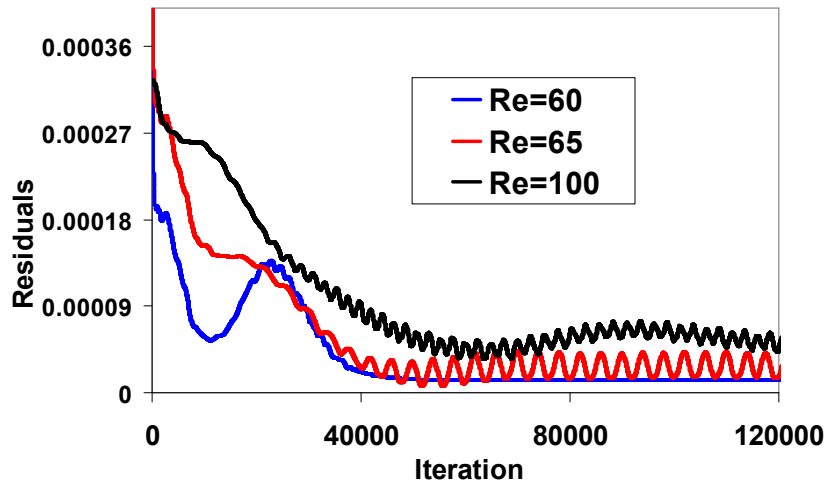


همانطور که اشاره شد با افزایش عدد رینولدز به مقادیری بالاتر از رینولدز بحرانی، جریان ناپایدار می‌شود. مرز این ناپایداری معمولاً وابسته به روش عددی مورد استفاده می‌باشد. در هر صورت در رینولدزهای بالاتر از رینولدز بحرانی با کوچکترین اغتشاشی، جریان ناپایدار شده و از حالت تقارن خارج می‌شود. در چنین حالتی شکل جریان و گردابه‌های تشکیل شده در پشت سیلندر با زمان تغییر می‌کنند و به بیانی دیگر گردابه‌های فن - کارمن^{۳۳} تشکیل می‌گردد.

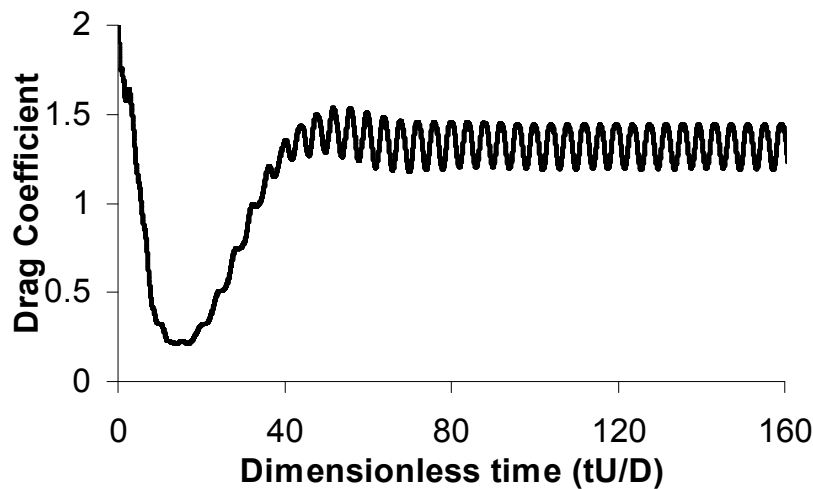
برای انجام شبیه‌سازی جریان ناپایدار، تراکم شبکه را به منظور افزایش دقت به 320×240 افزایش داده می‌شود. با انجام چندین شبیه‌سازی این نتیجه بدست آمد که جریان در رینولدز $65 \sim 62 = \text{Re}$ از حالت تقارن خارج شده و ناپایدار می‌شود. شکل (۶-۵۱) رفتار معیار همگرایی (رابطه ۶-۱۲) را در سه عدد رینولدز متفاوت نشان

³³ - Von-Karman vortex shedding

می‌دهد. ملاحظه می‌شود که از $Re=65$ رفتار همگرایی حالت تناوبی به خود می‌گیرد که به نوعی بیانگر رفتار تناوبی و وابسته به زمان جریان می‌باشد. لذا با توجه به این شکل به خوبی می‌توان بسامد^{۳۴} تشکیل گردابه‌ها را در یک رینولدز مشخص با توجه به تعداد تکرار حل و زمان هر تکرار بدست آورد. شکل (۶-۵۲) نیز ضریب پسا را برای $Re=100$ نشان می‌دهد که بیانگر رفتار تناوبی جریان با گذشت زمان می‌باشد.



شکل ۶-۵۱: رفتار همگرایی جریان در حالت ناپایدار و نوسانات تشکیل گردابه‌ها در $Re=60,65,100$



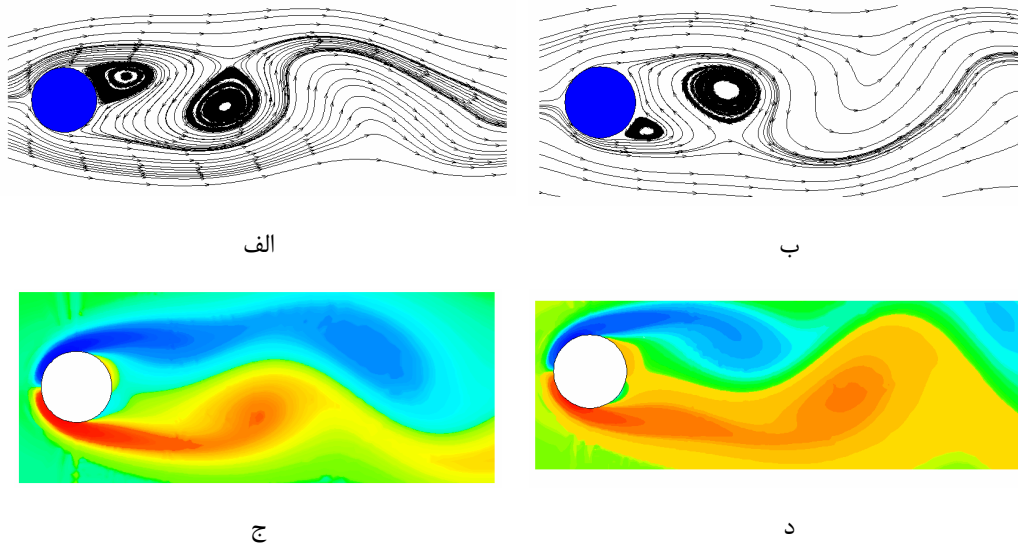
شکل ۶-۵۲: ضریب پسا برای جریان حول استوانه در $Re=100$

³⁴- Frequency

در ارزیابی دقت روش های عددی در شبیه سازی جریان های تناوبی در زمان از عدد استروهال^{۳۵} استفاده می شود. این عدد بصورت $St = f_s D / U$ تعریف می شود که در آن f_s بسامد تشکیل گردابه می باشد. جدول (۶-۹) عدد استروهال و ضریب پسا بدست آمده با استفاده از روش حجم محدود - شبکه بولتزمن را در $Re=100$ ارائه می کند که با نتایج معتبر مقایسه شده اند. همچنین خطوط جریان و کانتورهای گردابه در $Re=100$ در شکل (۶-۵۳) در دو زمان انتخابی متفاوت نشان داده شده اند که به خوبی بیانگر تشکیل گردابه های کلاسیک فن - کارمن می باشند. همچنین خطوط جریان در $Re=150$ نیز در دو زمان متفاوت در شکل (۶-۵۴) نشان داده شده اند.

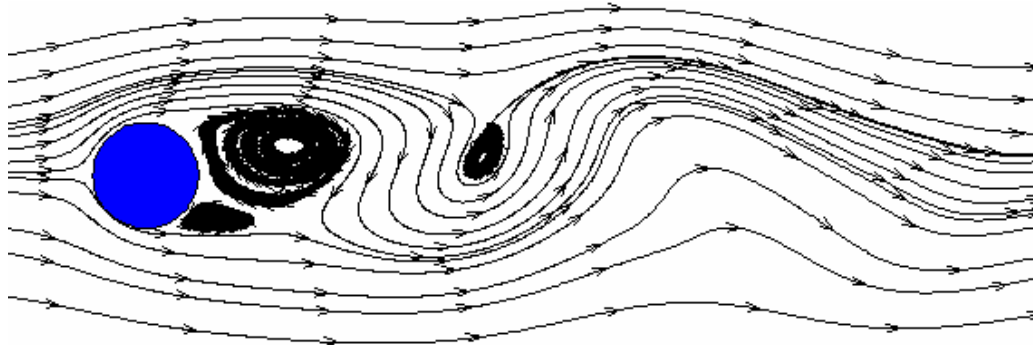
جدول ۶-۹: مقایسه بین ضریب پسا و عدد استروهال برای جریان حول استوانه در $Re=100$

Authors	Strouhal Number	C_D
Calhoun [135]	-	1.33
Ding et al. [137]	0.166	1.391
Liu et al. [138]	0.164	1.350
Braza et al. [139]	-	1.364
Present	0.161	1.310



شکل ۶-۵۳: الف و ب) خطوط جریان، ج و د) گردابه در جریان حول استوانه در $Re=100$

³⁵ - Strouhal number



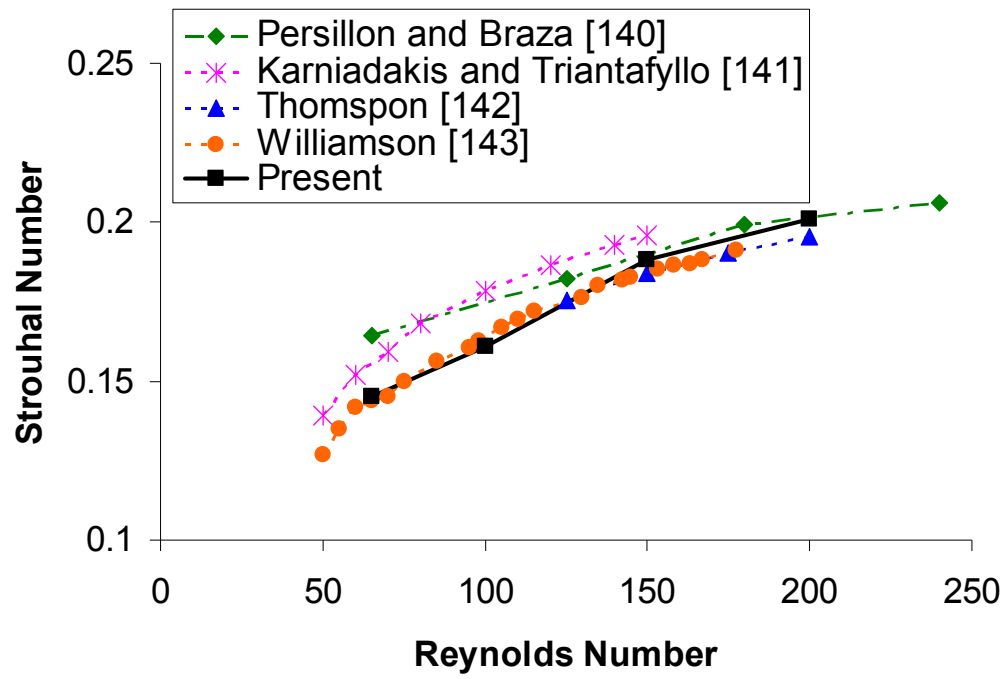
الف



ب

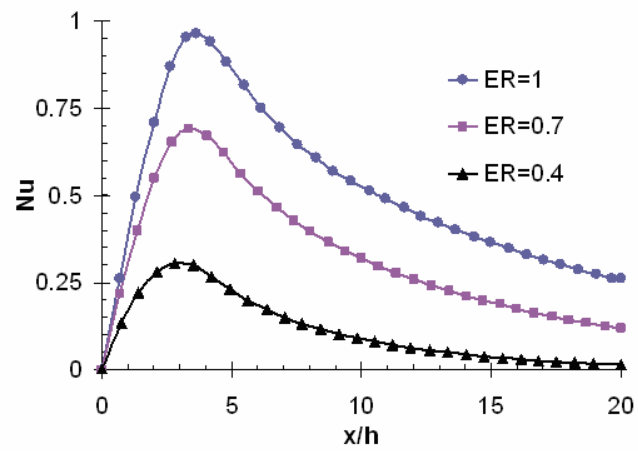
شکل ۶-۵۴: خطوط جریان در دو زمان متفاوت برای جریان حول استوانه در $Re=150$

شکل (۶-۵۵) نتایج بدست آمده برای عدد استروهل را نسبت به عدد رینولدز نشان می‌دهد که با دیگر نتایج محققان مقایسه شده است. مشاهده می‌شود که اگر چه در روشهای عددی / تجربی مختلف، مقادیر متفاوتی برای عدد استروهل بدست آمده است، اما مشاهده می‌شود که رفتار تمامی این روشها در نمودار $St-Re$ تقریباً مشابه می‌باشد. مشاهده می‌شود که نتایج بدست آمده از روش عددی مورد استفاده نیز دارای تطابق خوبی با دیگر نتایج می‌باشد.



شکل ۶-۵۵: مقایسه گرافیکی عدد استروهال بدست آمده با استفاده از روش حجم محدود - شبکه بولتزمن با دیگر نتایج سایر محققان.

نتایج ۲ (ترموهیدرودینامیک)



Influence of Prandtl number on local Nusselt distribution for backward facing step flow at $Re=100$

۷-۱- مقدمه

در این فصل به بررسی نتایج شبیه‌سازی جریانهای سیال توام با انتقال حرارت و همچنین جریان نانوسیالات تراکم-ناپذیر خواهیم پرداخت. سعی بر آن شده است که با مقایسه نتایج بدست آمده با نتایج معتبر قبلی، صحت و دقت روش مورد استفاده در شبیه‌سازی مسایل انتقال حرارت، بررسی شود. نتایج این فصل در دو بخش کلی ارائه خواهند شد. در بخش اول نتایج مربوط به جریانهای تراکم‌ناپذیر همراه با انتقال گرما ارائه خواهد شد و در بخش دوم به تحلیل جریانهای نانو سیالات خواهیم پرداخت.

۷-۲- جریانهای توام با انتقال گرما

در این قسمت به منظور بررسی و معتبر سازی روش عددی، الگوریتم پیشنهادی برای شبیه‌سازی جریانهای پوازی صفحه‌ای همراه با انتقال گرما، جریان گرمایی درون پله وارون^۱ و جریان گرمایی حول استوانه دوار مورد استفاده قرار خواهد گرفت و نتایج آن بررسی خواهد شد. توجه شود که در هر مساله مورد بررسی، شرایط مرزی گرمایی گوناگونی مورد بررسی قرار گرفته است تا قابلیت روش عددی در شبیه‌سازیهای مختلف به خوبی مورد آزمایش قرار گیرد.

۷-۲-۱- انتقال حرارت در جریان پوازی صفحه‌ای

در این بخش تحلیل جریان پوازی صفحه‌ای را با شرایط مرزی مختلف مد نظر قرار می‌دهیم. همانطور که در فصل قبل نیز مطرح شد به جریان بین دو صفحه موازی ثابت که در فاصله H از یکدیگر قرار دارند، جریان پوازی صفحه‌ای گفته می‌شود. در اینجا ضریب شکل^۲ کانال برابر با $L/H=10$ انتخاب شده است که L طول صفحه‌های ثابت یا دیواره‌ها می‌باشد. به مرز ورودی، سیال با سرعت یکنواخت $U_{in} = 0.01$ و دمای یکنواخت T_{in} اعمال می‌شود. شبیه‌سازی برای چهار گونه شرط مرزی گرمایی مختلف انجام گرفته است که نتایج آن با نتایج معتبر قبلی مقایسه شده است. این چهار شرط مرزی مختلف عبارتند از:

حالت ۱: دیوار پایینی و دیوار بالایی به ترتیب در دمای ثابت $T_{low}=1$ و $T_{up}=3$ قرار دارند.

حالت ۲: دیوار پایینی و بالایی هر دو در شار ثابت $q_{low} = q_{up} = 0.01$ قرار دارند.

^۱ - Backward facing step

^۲ - Channel aspect ratio

حالت ۳: دیوار پایینی و بالایی هر دو در شار ثابت $q_{low}=1.5q_{up}=0.015$ قرار دارند.

حالت ۴: دیوار پایینی در دمای ثابت $T_{low}=1$ قرار دارد در حالیکه دیوار بالایی در شار ثابت $q_{up}=0.002$ قرار دارد.

توجه شود که دمای یکنواخت ورودی در حالت‌های ۱ و ۴ برابر با $T_{in}=5$ و در حالت‌های ۲ و ۳ برابر با $T_{in}=1$ می‌باشد.

همچنین، در تمام شبیه‌سازیهای انجام شده، عدد پرانتل برابر با $Pr = \nu/\alpha = 0.7$ انتخاب شده است.

شکل‌های (۱-۷) تا (۷-۱) توزیع عدد ناسلت^۳ را در دیوار پایینی کانال بصورت تابعی از عدد گراتز^۴ نشان

می‌دهد که با نتایج **تانگ** و همکاران [۱۰۷] مقایسه شده است. توجه شود که عدد گراتز و ناسلت بصورت زیر تعریف

می‌شوند:

$$Gz = (x/H)Re \cdot Pr \quad (1-7)$$

و

$$Nu_x = D_h q_{w,x} / [k(T_{w,x} - T_{b,x})] \quad (2-7)$$

در رابطه فوق، D_h قطر هیدرولیکی، k ضریب رسانش گرمایی^۵، $q_{w,x} = k(\partial T/\partial y)_w$ شار گرمایی دیوار^۶ و T_b

دمای بالک^۷ می‌باشد که بصورت زیر محاسبه می‌شود:

$$T_b = \int_0^H T \rho \cdot u dy / \int_0^H \rho \cdot u dy \quad (3-7)$$

نتایج نشان داده شده بیانگر تطابق خوب بین روش مورد استفاده با نتایج [۱۰۷] می‌باشد. ملاحظه می‌شود که طول

گرمایی ورودی به خوبی با استفاده از روش مورد استفاده پیش‌بینی شده است.

در حالتی که جریان از نظر گرمایی به حالت کاملاً توسعه یافته می‌رسد، عدد ناسلت یک مقدار ثابت می‌باشد که با

استفاده از روشهای تحلیلی قابل محاسبه می‌باشد [۱۴۴]. این مقدار تحلیلی برای شرایط مرزی مختلف با مقدار

عددی مقایسه شده است که نتایج آن در جدول (۱-۷) برای دیوار پایینی کانال آورده شده است. مشاهده می‌شود که

در تمام حالاتی که مورد بررسی قرار گرفته‌اند، خطای کمی بین نتایج عددی با نتایج تحلیلی وجود دارد. در این

جدول خطای نسبی بصورت $100 \left| \frac{Nu_{analytical} - Nu_{numerical}}{Nu_{analytical}} \right|$ تعریف شده است.

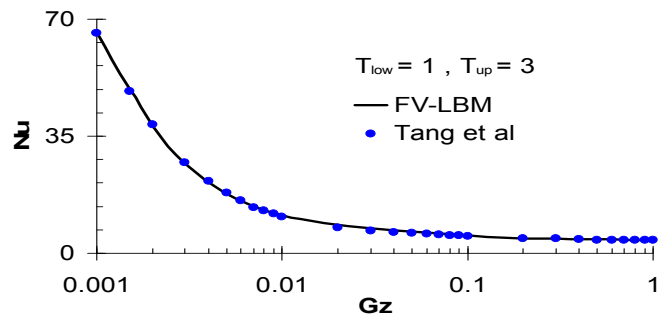
³ - Nusselt number

⁴ - Graetz number

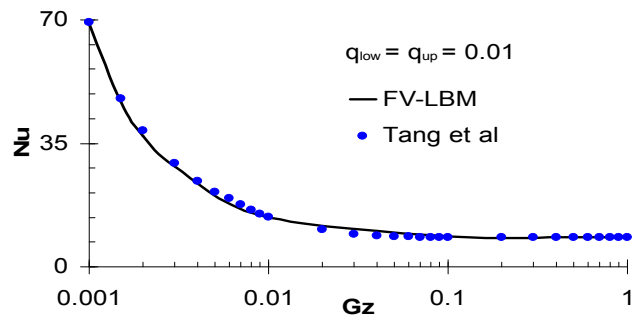
⁵ - Thermal conductivity coefficient

⁶ - wall local heat flux

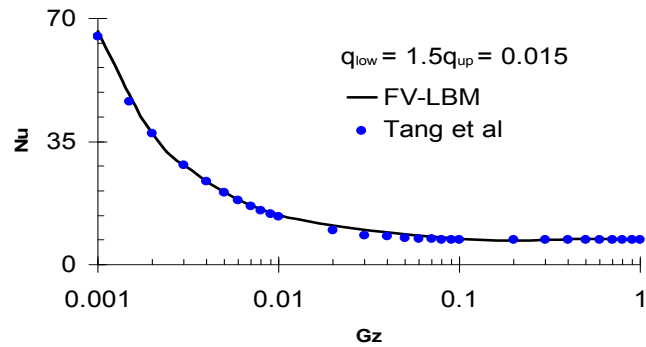
⁷ - Bulk temperature



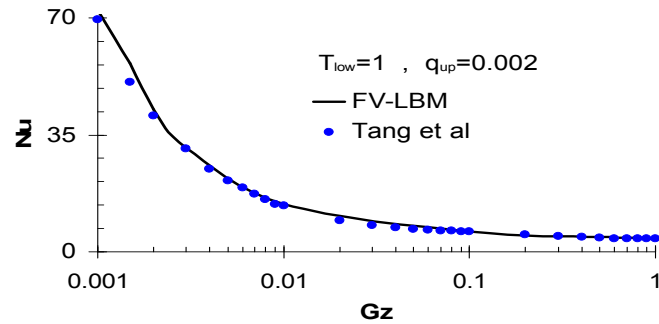
(الف)



(ب)



(ج)



(د)

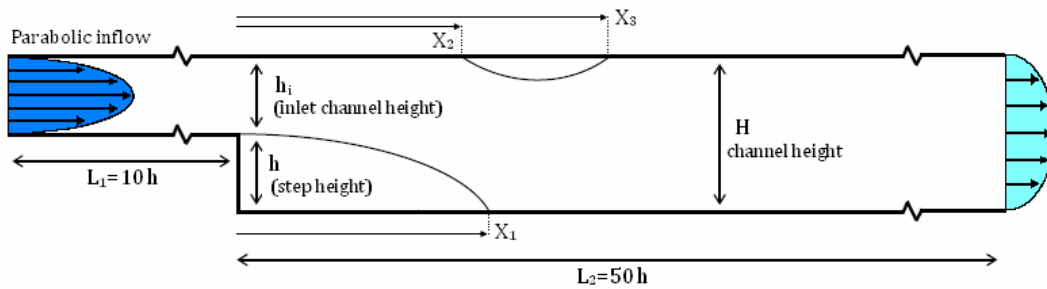
شکل ۷-۱: توزیع عدد ناسلت بر روی دیواره پایینی کانال برای الف) حالت ۱، ب) حالت ۲، ج) حالت ۳ و د) حالت ۴.

جدول ۱-۷: مقایسه بین عدد ناسلت در ناحیه کاملاً توسعه یافته با شرایط مرزی مختلف

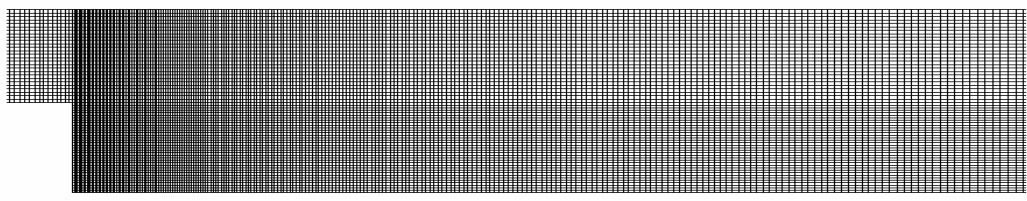
Boundary Conditions	Nu analytical	Nu numerical	Relative Error
Case 1	4.0	3.94	1.50%
Case 2	8.24	8.41	2.06%
Case 3	7.0	7.07	1.00%
Case 4	4.0	4.06	1.50%

۲-۲-۷- انتقال حرارت در جریان پله وارون

شماتیک جریان پله وارون در شکل (۲-۷-الف) نشان داده شده است. بارتون [۱۴۴] در تحقیقی اثر طول کانال ورودی را بر روی جریان درون پله وارون بررسی کرد و نشان داد که طول کانال ورودی، تاثیر زیادی بر روی هیدروپنایمیک جریان به خصوص در رینولدزهای پایین دارد. بنابراین در اینجا برای به حداقل رساندن اثرات نامطلوب طول کانال ورودی بر روی جریان، از یک طول بزرگ یعنی ده برابر ارتفاع پله، $L_1=10h$ برای کانال ورودی استفاده می‌نماییم. طول کانال اصلی را نیز برابر با $L_2=50h$ در انتخاب می‌کنیم تا اثرات مرز خروجی بر روی هیدروپنایمیک جریان از بین برود. همچنین، به منظور داشتن یک حل دقیق از یک شبکه غیریکنواخت 1800×101 استفاده شده است که قسمتی از این شبکه بندی در شکل (۲-۷-ب) نشان داده شده است.



(الف)

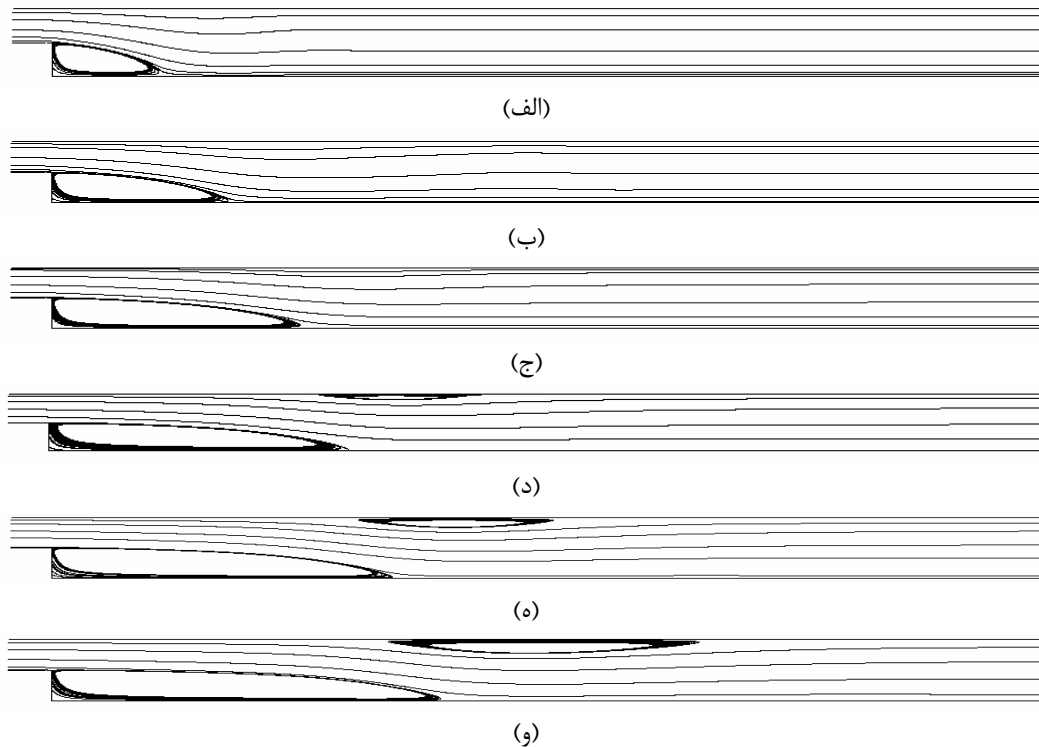


(ب)

شکل ۲-۷: شماتیک و (ب) شبکه بندی دامنه محاسباتی جریان پله وارون

نسبت انبساط کانال بصورت $ER=H/h$ می‌باشد که در آن h ارتفاع پله و H ارتفاع کانال اصلی می‌باشد. همچنین عدد رینولدز بصورت $Re=4U_{max}(H-h)/3\nu$ تعریف می‌شود که در آن U_{max} حداکثر سرعت در ورودی می‌باشد. توجه شود که در مرز ورودی از پروفیل سرعت کاملاً توسعه یافته برای شروع شدن جریان استفاده شده است. در اینجا و قبل از ارائه نتایج انتقال حرارت مفید به نظر می‌رسد که نگاهی گذرا به هیدرودینامیک جریان درون پله وارون بپردازیم. فراوان بودن تحقیقات معتبر با استفاده از روشهای مختلف عددی و آزمایشگاهی می‌تواند معیار مناسبی برای بررسی صحت و دقت نتایج شبیه‌سازی باشد [۱۴۵-۱۴۷].

شکل (۳-۷) خطوط جریان را برای حالت $ER=2$ و در رینولدزهای مختلف نشان می‌دهد. همانطور که ملاحظه می‌شود با افزایش عدد رینولدز، وسعت جریان برگشتی نیز افزایش می‌یابد. با افزایش عدد رینولدز به مقادیر بالاتر از ۴۰۰، یک جریان برگشتی ثانویه نیز در دیواره بالایی کانال تشکیل می‌گردد. توجه شود که شبیه‌سازی جریان برگشتی ثانویه با استفاده از فاکتورهای تصحیح در محاسبه شار امکان پذیر شده است که منجر به افزایش دقت و بالارفتن همگرایی حل گردیده است.



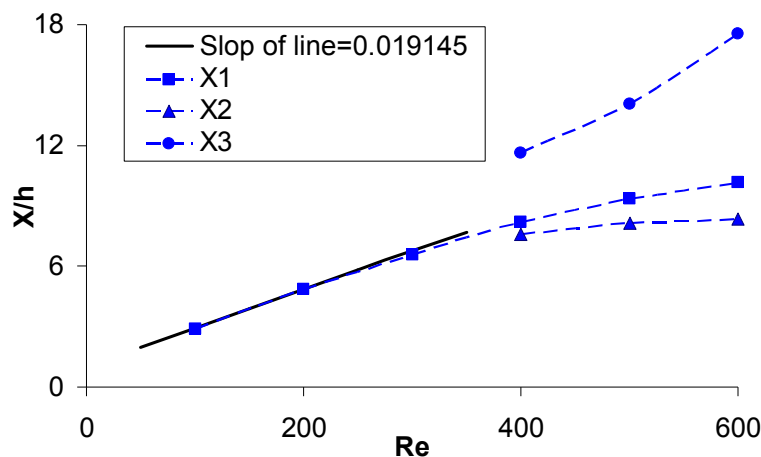
شکل ۳-۷: خطوط جریان پله وارون با $ER=2$ در الف) $Re=100$ ، ب) $Re=200$ ، ج) $Re=300$ ، د) $Re=400$ ، ه) $Re=500$ ، و) $Re=600$

نتایج عددی بدست آمده برای طول جریان برگشتی اصلی، X_1 ، و نقاط شروع و اتمام جریان برگشتی ثانویه، X_2 و X_3 ، برای رینولدزهای مختلف در جدول (۲-۷) ارائه شده‌اند. توجه شود که به منظور انجام مقایسه با دیگر نتایج معتبر، تمام طولها با ارتفاع پله بی‌بعد شده‌اند. ملاحظه می‌شود که تطابق خوبی بین نتایج بدست آمده از روش عددی مورد استفاده و نتایج سایر محققین وجود دارد.

شکل (۴-۷) نیز مقادیر بی‌بعد شده X_1 ، X_2 و X_3 را بصورت تابعی از رینولدز نشان می‌دهد که در واقع بیانگر نمودار دوشاخگی برای جریان با $ER=2$ می‌باشد. با توجه به شکل می‌توان گفت که طول جریان برگشتی اصلی، X_1 ، تقریباً بصورت خطی نسبت به رینولدزهای کمتر از ۳۵۰ تغییر می‌کند. اما با نزدیک شده به ناحیه دوشاخگی، رفتار آن تغییر می‌کند.

جدول ۲-۷: مقایسه بین مقادیر بی‌بعد شده X_1 ، X_2 و X_3 برای جریان پله وارون با نسبت انبساط $ER=2$

Authors	Re=200		Re=400		Re=600		
	X_1	X_2	X_1	X_2	X_1	X_2	X_3
Ubertini & Succi [19]	4.79	-	-	-	-	-	-
Armly et al. [146]	4.51	8.11	8.3	-	11.31	9.42	-
Guj & Stella [147]	4.31	7.81	7.46	8.88	9.84	7.72	14.97
Barton [148]	5.13	8.51	8.09	10.22	10.64	8.74	16.07
Barber & Fonty [149]	5.27	8.53	8.13	10.14	10.59	8.80	16.07
Erturk [150]	4.982	8.237	7.731	10.037	10.349	8.486	15.830
Present	4.82	8.19	7.60	11.65	10.14	8.32	17.54



شکل ۴-۷: نمودار دوشاخگی جریان پله وارون با $ER=2$

حال به تحلیل انتقال حرارت در جریان پله وارون می‌پردازیم. برای این منظور دو حالت مختلف برای شرط مرزی گرمایی در نظر گرفته می‌شود:

حالت ۱: دمای دیواره پایینی کانال اصلی ثابت بوده و بیشتر از دمای جریان ورودی می‌باشد. سایر دیوارها نیز آدیاباتیک می‌باشند.

حالت ۲: تمام دیوارها در دمای ثابتی که کمتر از دمای جریان ورودی می‌باشد، قرار دارند.

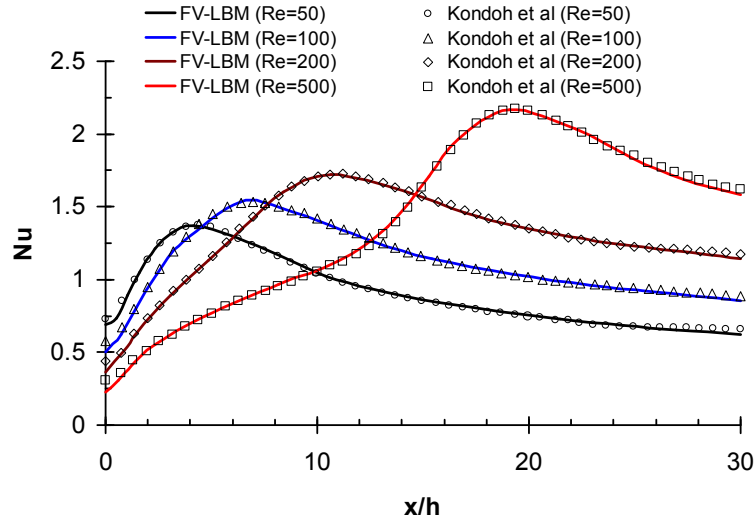
شکل (۷-۵-الف) توزیع عدد ناسلت را بر روی دیوار پایینی کانال اصلی با شرایط $ER = 1.5$ و $Pr = 0.7$ نشان می‌دهد که در رینولدزهای مختلف برای حالت ۱ رسم شده‌اند. محور افقی در این شکل بیانگر فاصله از پله می‌باشد که با ارتفاع پله بی‌بعد شده است. نتایج نشان می‌دهد که با افزایش x/h مقدار ناسلت ابتدا افزایش و سپس کاهش می‌یابد. نتایج بدست آمده با نتایج ارائه شده در مرجع [۱۵۱] مقایسه شده‌اند که همانطور که ملاحظه می‌شود به جز چند نقطه نزدیک به مرز ورودی و خروجی، تطابق خوبی بین نتایج وجود دارد.

از طرفی دیگر با توجه به شکل (۷-۵-الف) در می‌یابیم که با افزایش عدد رینولدز، مقدار ماکزیمم ناسلت نیز در عین حالی که افزایش پیدا می‌کند به سمت پایین دست جریان نیز تمایل پیدا می‌کند. این تمایل به سمت پایین دست جریان را می‌توان مرتبط با اندازه جریان برگشتی اصلی یعنی X_1 دانست. برای بررسی بیشتر این موضوع، توزیع ناسلت در دیواره پایینی مجدداً در شکل (۷-۵-ب) رسم شده است با این تفاوت که محور افقی با طول جریان برگشتی اصلی، یعنی X_1 بی‌بعد شده است.

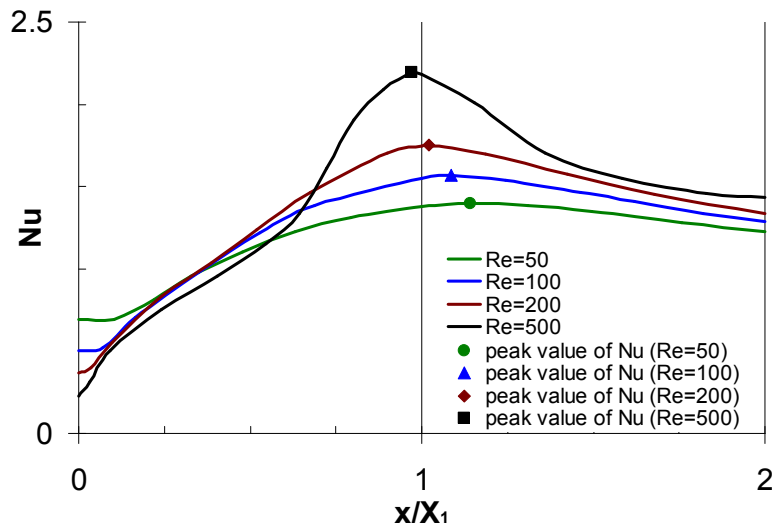
در شکل (۷-۵-ب) نقطه ماکزیمم توزیع ناسلت در هر رینولدز با علامت های توپر مشخص شده است. ملاحظه می‌شود که این نقطه ماکزیمم همواره منطبق بر نقطه $x/X_1=1$ که معرف نقطه انتهایی جریان برگشتی اصلی می‌باشد، نیست. نتایج نشان می‌دهد که رابطه بین ماکزیمم مقدار ناسلت و X_1 وابسته به مقدار رینولدز می‌باشد. بنابراین تنها می‌توان گفت که مقدار ماکزیمم توزیع ناسلت، تقریباً در نقطه انتهایی جریان برگشتی اصلی رخ می‌دهد.

شکل (۷-۶-الف) تاثیر نسبت انبساط کانال را بر روی توزیع ناسلت برای شرط مرزی گرمایی حالت ۱ و $Re=105$ و $Pr=0.7$ نشان می‌دهد. ملاحظه می‌شود که با افزایش نسبت انبساط، مقدار ماکزیمم ناسلت نیز افزایش پیدا کرده و به سمت بالادست جریان تمایل پیدا می‌کند. این مطلب را می‌توان مجدداً مرتبط با حرکت نقطه انتهایی جریان برگشتی اصلی به سمت بالادست جریان با افزایش نسبت انبساط دانست. توجه شود که افزایش نسبت انبساط متناظر با کاهش ارتفاع پله می‌باشد که در نتیجه این کاهش، طول جریان برگشتی در یک رینولدز خاص نیز کاهش می‌یابد.

برای بررسی بیشتر توزیع ناسلت مجدداً در شکل (۷-۶-ب) رسم می‌گردد با این تفاوت که محور افقی با طول جریان برگشتی، X_1 ، بی‌بعد شده است. در این شکل، نقاط ماکزیمم در توزیع ناسلت با علامت‌های توپر مشخص شده است. نتایج نشان می‌دهد که با افزایش نسبت انبساط، نقطه ناسلت ماکزیمم به نقطه انتهای جریان برگشتی اصلی، $x/X_1=1$ نزدیک می‌شود.

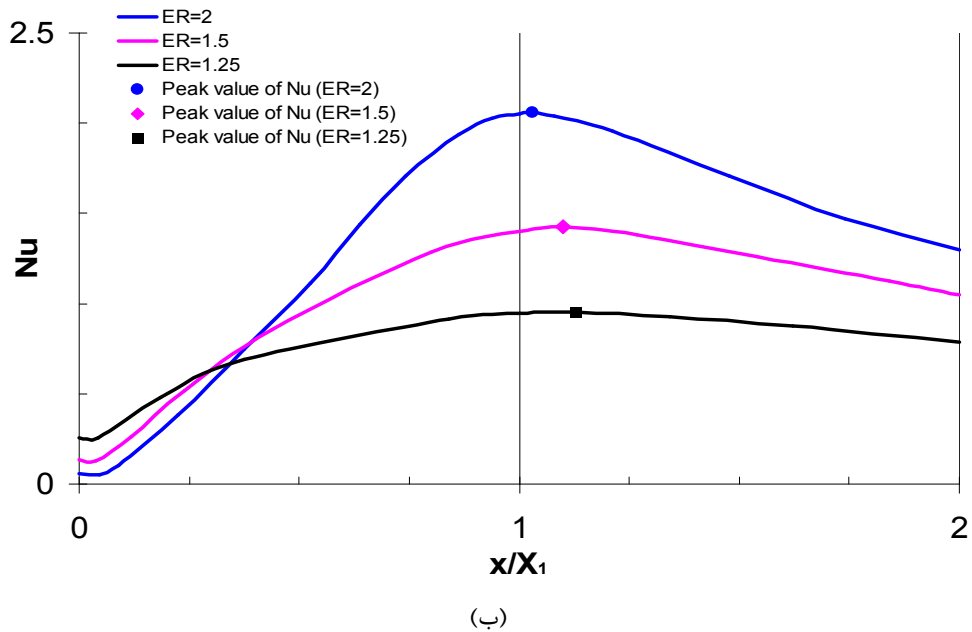
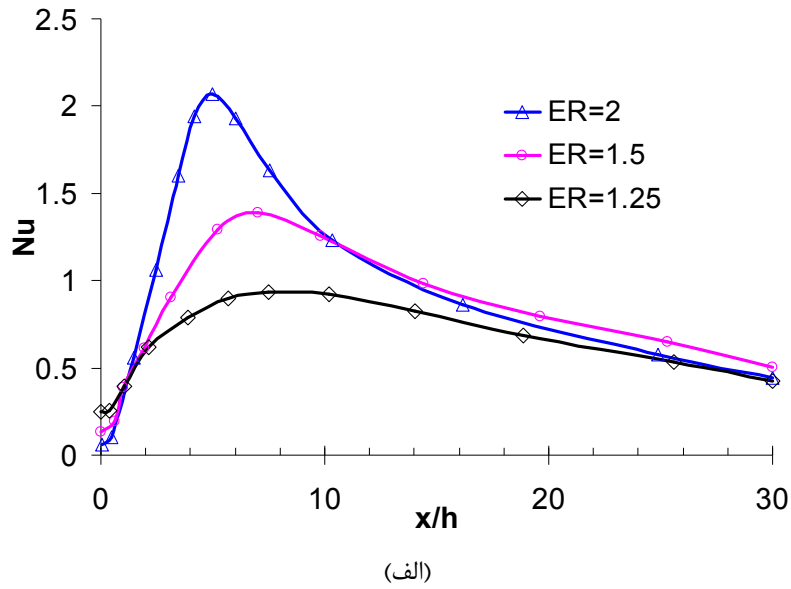


(الف)



(ب)

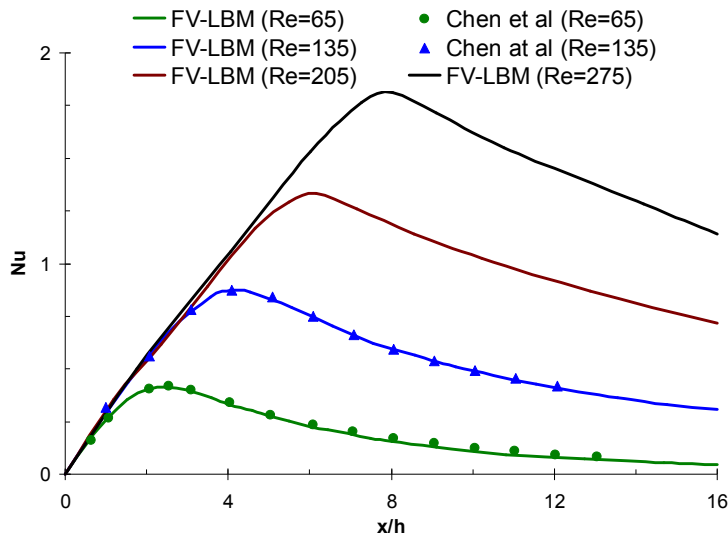
شکل ۷-۵: الف) توزیع ناسلت بدست آمده از روش عددی برای جریان پله با $ER = 1.5$ و $Pr = 0.7$ برای شرط مرزی گرمایی حالت اول و مقایسه آن با نتایج [۱۵۱] و ب) توزیع ناسلت در برابر x/X_1



شکل ۷-۶: الف) تاثیر نسبت انبساط بر روی توزیع ناسلت در حالت ۱ شرط مرزی گرمایی و $Re = 105$ و $Pr = 0.7$ و ب) توزیع ناسلت در برابر x/X_1

شکل (۷-۷) توزیع عدد ناسلت را بر روی دیوار پایینی کانال برای شرط مرزی گرمایی حالت دوم و $ER=2$ و $Pr=0.7$ نشان می‌دهد. همانطور که ملاحظه می‌شود رفتاری مشابه شکل (۷-۵) الف) در این شکل نیز وجود دارد با

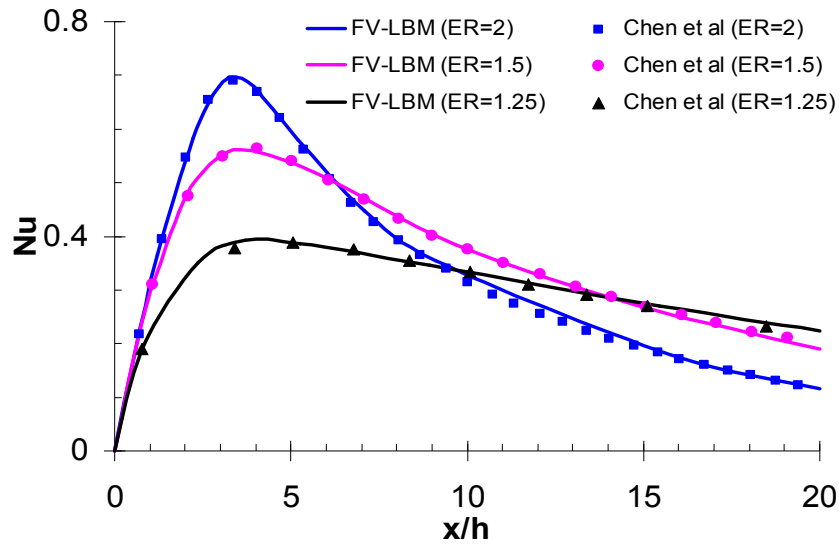
این تفاوت که در نقطه نزدیک به پله، مقدار ناسلت از صفر شروع می‌شود که این به دلیل نوع شرط مرزی انتخاب شده می‌باشد. با این حال، مقدار ماکزیمم ناسلت همچنان مرتبط با رینولدز و طول جریان برگشتی اصلی می‌باشد. نتایج عددی با نتایج ارائه شده توسط چن و همکاران [۱۵۲] مقایسه شده است که تطابق خوبی مشاهده می‌شود.



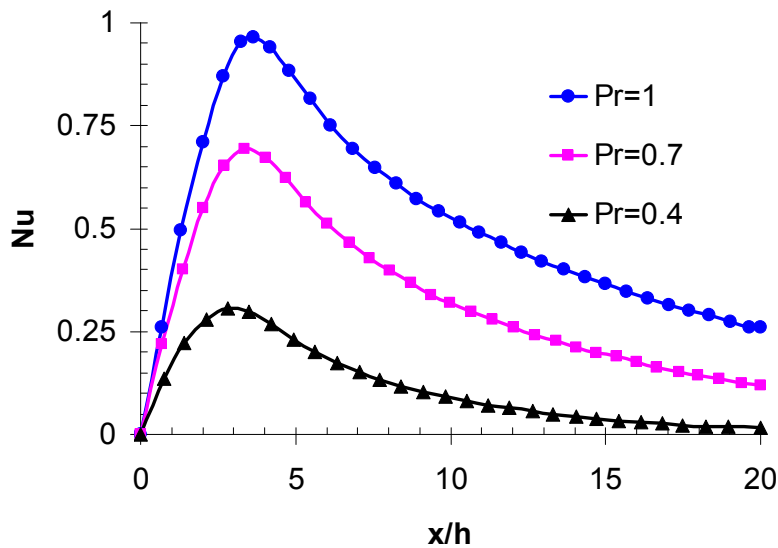
شکل ۷-۷: توزیع عدد ناسلت در دیواره پایینی کانال برای شرایط مرزی گرمایی حالت ۲، $ER = 2$ و $Pr = 0.7$ و مقایسه آن با نتایج [۱۴۶]

تأثیر نسبت انبساط بر روی توزیع ناسلت نیز در شکل (۷-۸) برای شرط مرزی گرمایی حالت ۲ نشان داده شده است. در این شکل $Re = 105$ و $Pr = 0.7$ انتخاب شده‌اند. مشاهده می‌شود که با افزایش نسبت انبساط، مقدار ماکزیمم ناسلت افزایش یافته و به سمت بالادست جریان متمایل می‌شود. این تمایل به سمت بالادست جریان را مجدداً می‌توان ناشی از کاهش طول جریان برگشتی اصلی در نتیجه افزایش نسبت انبساط کانال دانست. مشاهده می‌شود که تطابق خوبی بین نتایج بدست آمده با نتایج مرجع [۱۵۲] وجود دارد.

موضوع مهم دیگری که در این قسمت بررسی می‌گردد تأثیر عدد پرناتل بر روی توزیع عدد ناسلت می‌باشد. شکل (۷-۹) توزیع عدد ناسلت را برای مقادیر مختلف عدد پرناتل برای شرط مرزی گرمایی حالت ۲ نشان می‌دهد. در این شکل $Re = 100$ و $ER = 2$ انتخاب شده‌اند. ملاحظه می‌شود که با افزایش عدد پرناتل مقدار ناسلت نیز در اطراف ناحیه جریان برگشتی بصورت قابل توجهی افزایش می‌یابد.



شکل ۷-۸: تاثیر نسبت انبساط کانال بر روی توزیع عدد ناسلت برای شرط مرزی گرمایی حالت ۲، $Re = 105$ و $Pr = 0.7$. نتایج عددی با نتایج مرجع [۱۵۲] مقایسه شده‌اند.

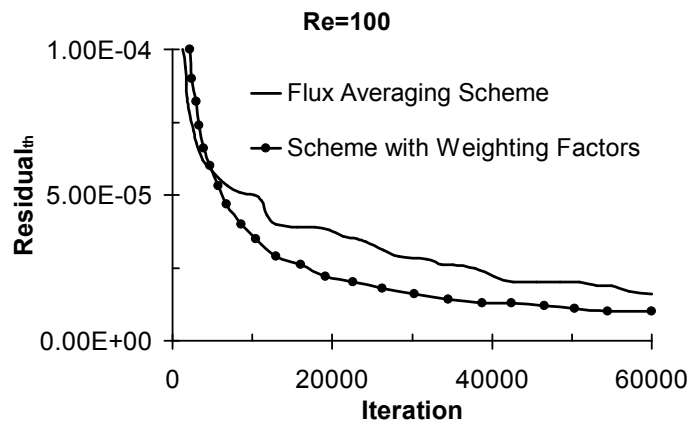


شکل ۷-۹: تاثیر عدد پیرانتل بر روی توزیع ناسلت برای شرط مرزی گرمایی حالت ۲، $Re = 100$ و $ER = 2$

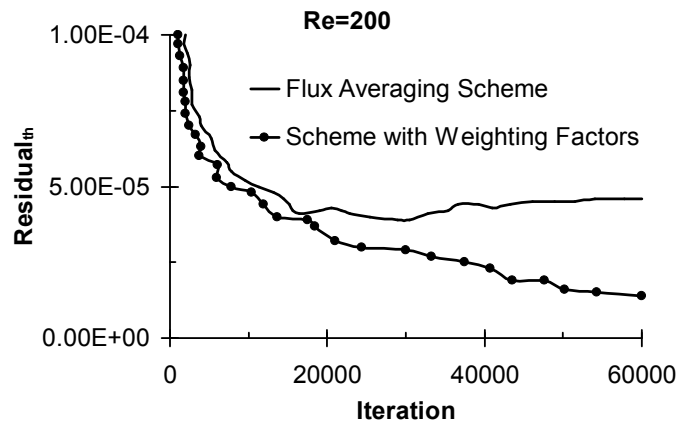
در انتهای این بخش نحوه تاثیر فاکتورهای تصحیح بر پایه دما بر روی حل بررسی می‌شود. برای این منظور رابطه باقیمانده دما (یا خطا) را بصورت زیر در نظر می‌گیریم:

$$Res_{th} = \frac{\sqrt{\sum_{I,J} |T_{I,J}^{n+1} - T_{I,J}^n|}}{\sqrt{\sum_{I,J} |T_{I,J}^n|^{n+1}}} \quad (۴-۷)$$

شکل (۷-۱۰) نمودار همگرایی و خطای دما را در اعداد رینولدز مختلف برای شرط مرزی گرمایی حالت ۲ پله وارون نشان می‌دهد. ملاحظه می‌شود که استفاده از این ضرایب تصحیح، تاثیر قابل توجهی در پایداری و افزایش سرعت همگرایی حل دارد.



(الف)

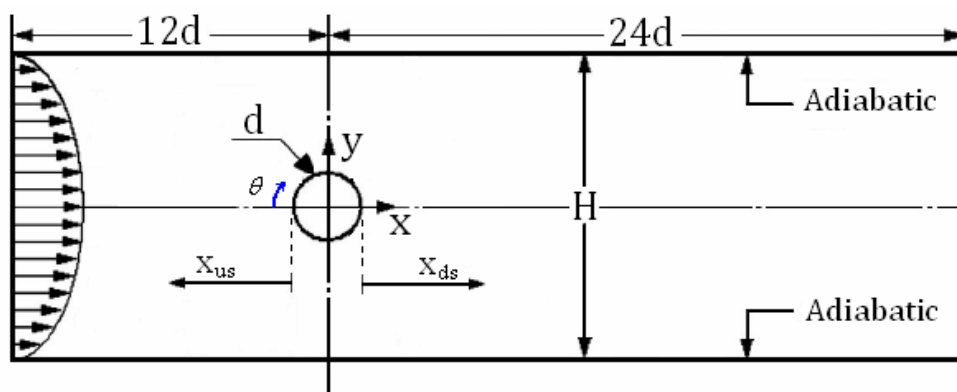


(ب)

شکل (۷-۱۰): تاثیر فاکتورهای تصحیح دما بر روی دقت و همگرایی حل در جریان درون پله برای (الف) $Re=100$ و (ب) $Re=200$

۷-۲-۳- جریان گرمایی حول استوانه

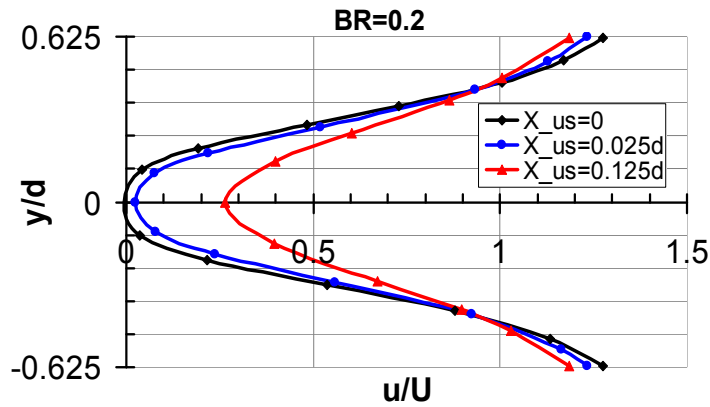
در این بخش رفتار ترموهیدرودینامیک جریان حول استوانه در $Re=40$ تحلیل می‌شود. در این جریان، عدد رینولدز بصورت $Re = Ud/\nu$ تعریف می‌شود که در این رابطه، d قطر سیلندر و U سرعت میانگین در ورودی می‌باشد. شکل شماتیک جریان به همراه ابعاد و شرایط مرزی در نظر گرفته شده در شکل (۷-۱۱) نشان داده شده است. همانطور که مشاهده می‌شود دیوارهای کانالی که استوانه بین آنها قرار دارد بصورت آدیباتیک در نظر گرفته شده‌اند. نسبت انسداد^۸ در نظر گرفته شده در این شبیه‌سازی برابر با $BR=0.2$ و $BR=0.5$ می‌باشد. توجه شود که نسبت انسداد بصورت $BR=d/H$ تعریف می‌شود که در آن H فاصله بین دو صفحه از یکدیگر می‌باشد. سیال بصورت آرام و با پروفیل کاملاً توسعه یافته با دمای یکنواخت T_∞ وارد کانال می‌شود و استوانه نیز در دمای ثابت $T_c > T_\infty$ و با فرض $\Delta T = T_c - T_\infty = 40$ قرار دارد. مبدا مختصات نیز منطبق بر مرکز استوانه در نظر گرفته شده است.



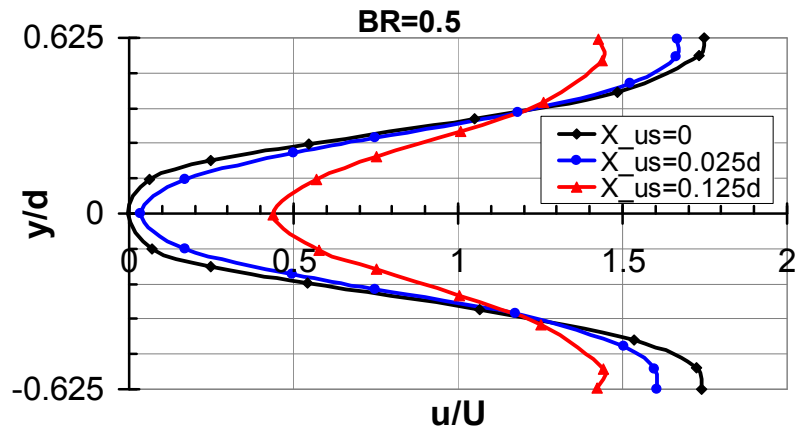
شکل ۷-۱۱: شکل شماتیک جریان گرمایی حول استوانه با شرایط مرزی و ابعاد در نظر گرفته شده برای شبیه‌سازی

پروفیل‌های بی‌بعد سرعت در ایستگاههای مختلف بالادست استوانه که با X_{us} مشخص شده‌اند، برای $BR=0.2$ و $BR=0.5$ در شکل (۷-۱۲) نشان داده شده‌اند. با توجه به این شکل می‌توان فهمید که اثر استوانه بر روی هیدرودینامیک جریان با نزدیک شدن به استوانه، بیشتر می‌شود که این مطلب برای $BR=0.5$ مشهودتر می‌باشد. همچنین ملاحظه می‌شود که در نقطه تقاطع بین پروفیل‌های سرعت، مرتبه بزرگی پروفیل‌های سرعت معکوس می‌شود.

⁸ - Blockage ratio



(الف)

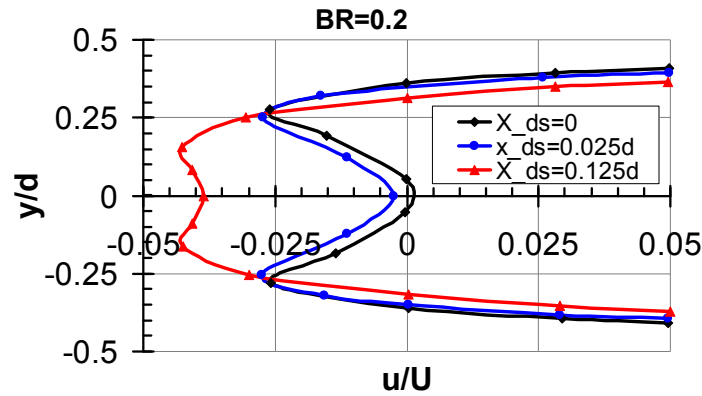


(ب)

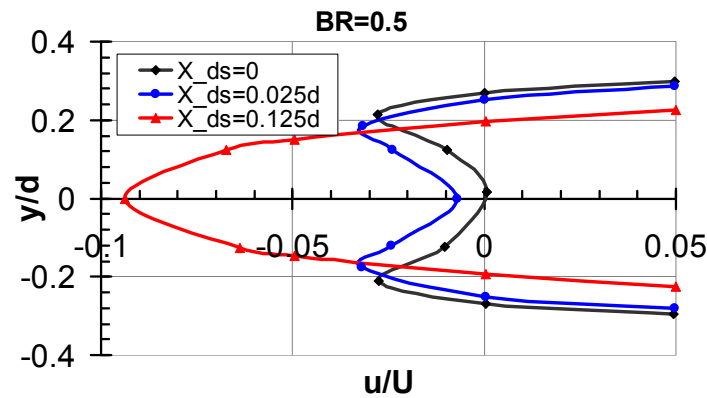
شکل ۷-۱۲: پروفیل بی بعد سرعت در ایستگاههای مختلف در بالادست استوانه برای الف) $BR=0.2$ و ب) $BR=0.5$

پروفیل های بی بعد سرعت در نقاط پایین دست استوانه، X_{ds} ، برای نسبت انسداد $BR=0.2$ و $BR=0.5$ در شکل (۷-۱۳) نشان داده شده اند. همانطور که در فصل ششم مطرح شد، در جریان آرام، در پشت استوانه یک جفت گردابه متقارن تشکیل می شوند که اندازه این گردابه های متقارن با افزایش نسبت انسداد، کاهش می یابد [۱۵۴ و ۱۵۳]. با توجه به این شکل مشخص می شود جریان برگشتی، $u/U < 0$ ، برای هر دو حالت نسبت انسداد وجود دارد با این تفاوت که برای حالت $BR=0.5$ شدت این جریان برگشتی بیشتر می باشد. از دیدگاه انتقال مومنتوم می توان این گونه بیان کرد که رشد جریان برگشتی در پشت استوانه بسیار وابسته به مقادیر سرعت در ناحیه بین استوانه و کانال که به ناحیه گلویی موسوم است، می باشد. بطوریکه با توجه به شکل های (۷-۱۲) و (۷-۱۳) می توان گفت که در

نسبت انسدادهای بالاتر نه تنها انتقال مومنوم در ناحیه گلویی افزایش می‌یابد بلکه نقطه جدایش جریان نیز به سمت زوایای بزرگتر متمایل می‌شود [۱۵۶ و ۱۵۵].



(الف)



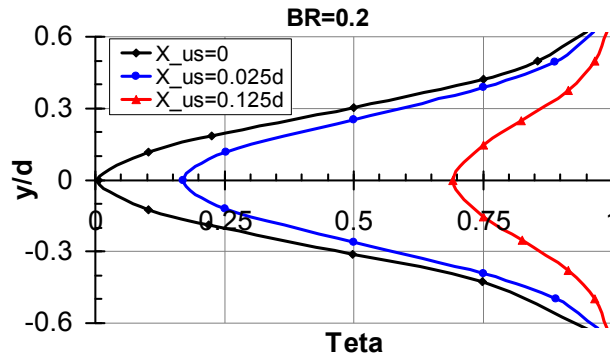
(ب)

شکل ۷-۱۳: پروفیل بی بعد سرعت در ایستگاههای مختلف در پایین دست استوانه برای الف) $BR=0.2$ و ب) $BR=0.5$

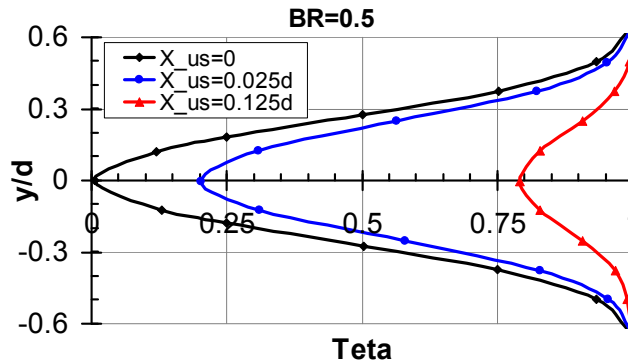
شکل ۷-۱۴) پروفیل های بی بعد دما، $\theta = (T - T_c) / (T_\infty - T_c)$ ، را در ایستگاههای مختلف بالادست استوانه برای $BR=0.2$ و $BR=0.5$ نشان می‌دهد. ملاحظه می‌شود که کاهش قابل توجهی در دما با نزدیک شده به نقطه سکون^۹ جلوی استوانه، $(X_{us} = y/d = 0)$ ، رخ می‌دهد. علاوه بر این، همانند توسعه لایه مرزی جریان، ضخامت لایه

^۹ - Stagnation point

مرزی گرمایی روی استوانه نیز با افزایش نسبت انسداد، کاهش می‌یابد. علاوه بر این، با توجه به این شکل‌ها می‌توان فهمید که تاثیر انسداد بر روی نرخ میزان انتقال حرارت با نزدیک شده به استوانه و بخصوص در نقطه سکون، کاهش می‌یابد.



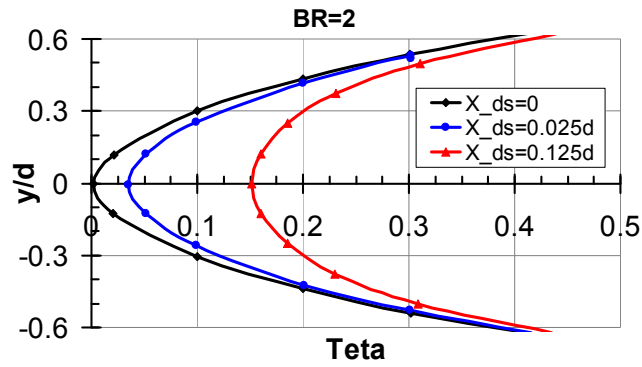
(الف)



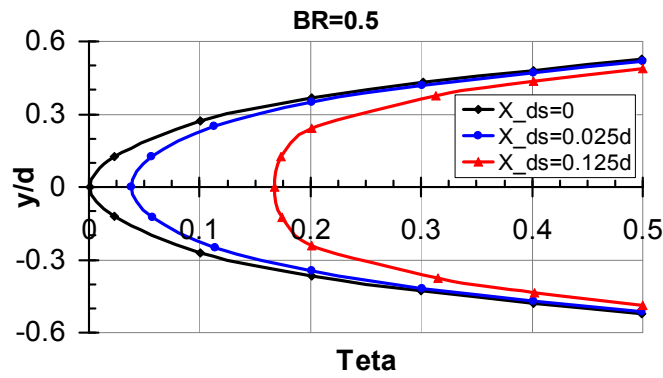
(ب)

شکل ۷-۱۴: پروفیل بی بعد دما در ایستگاههای مختلف در بالا دست استوانه برای الف) $BR=0.2$ و ب) $BR=0.5$

شکل (۷-۱۵) نیز تغییرات پروفیل بی بعد دما را در ایستگاههای مختلف در پایین دست استوانه نشان می‌دهد. نتایج نشان می‌دهد که افزایش انسداد منجر به گرم تر شدن سیال نزدیک به استوانه می‌شود. با بررسی شکل‌های (۷-۱۴) و (۷-۱۵) می‌توان گفت که نقطه سکون نسبت به جریانهای برگشتی پشت استوانه، اثر بیشتری بر روی نرخ انتقال حرارت دارد.



(الف)

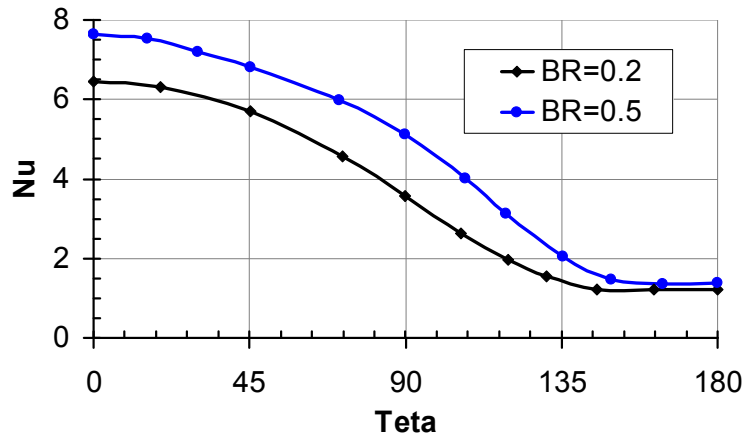


(ب)

شکل ۷-۱۵: پروفیل بی بعد دما در ایستگاههای مختلف در پایین دست استوانه برای الف) $BR=0.2$ و ب) $BR=0.5$

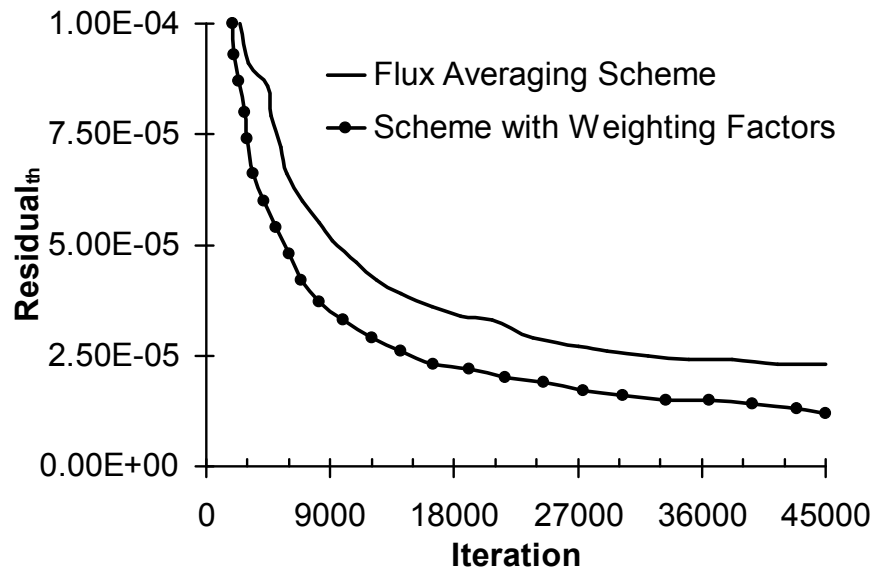
تغییرات عدد ناسلت بر روی سطح استوانه در شکل (۷-۱۶) نشان داده شده است. توجه شود که عدد ناسلت بصورت $Nu = h_{\theta} d / k$ تعریف شده است که در این رابطه $h_{\theta} = -(k \partial T / \partial n) / (T_c - T_{bulk})$ ضریب انتقال حرارت جابجایی محلی^{۱۰} می باشد. نتایج نشان می دهد که با افزایش نسبت انسداد، مقدار ناسلت و در نتیجه نرخ انتقال حرارت از سطح افزایش می یابد. این نتیجه در تطابق با نتیجه ارائه شده در مراجع [۱۵۶ و ۱۵۷] می باشد. همچنین نتایج نشان می دهد که با نزدیک شدن زاویه ای به نقطه سکون، مقدار ناسلت افزایش می یابد.

¹⁰- local convective heat transfer coefficient



شکل ۷-۱۶: توزیع ناسلت بر روی سطح استوانه برای $BR=0.5$ و $BR=0.2$

در انتها نیز نمودار خطا برای جریان حول استوانه در $Re=40$ در شکل (۷-۱۷) نشان داده شده است. ملاحظه می‌شود که استفاده از این فاکتورها موجب افزایش همگرایی و در نتیجه کاهش تکرار در شبیه‌سازی می‌شود.



شکل ۷-۱۷: تاثیر فاکتورهای تصحیح دما بر روی دقت و همگرایی حل در جریان گرمایی حول استوانه در $Re=40$

۳-۷- ترموهیدرودینامیک نانوسیالات

در این بخش نتایج مربوط با نانوسیالات بررسی خواهند شد. در تمام شبیه سازیهای مد نظر، سیال پایه آب در شرایط خنثی یعنی $\text{PH}=7$ در نظر گرفته شده است. مشخصات ترمو - فیزیکی مربوط به نانوذرات متداول محلول در آب در جدول (۳-۷) نشان داده شده است [۱۶۰ - ۱۵۸]. همچنین، ثابت دی الکتریک آب در دمای ۲۵ درجه سانتیگراد برابر با $\varepsilon = 80$ می باشد.

جدول ۳-۷: مشخصات ترمو - فیزیکی مواد مختلف

	Water	Ag	Cu	CuO	TiO ₂
$\rho(kg/m^3)$	997.1	10500	8933	6500	4250
$c_p(J/kg \cdot K)$	4179	235	385	535.6	686.2
$k(W/m \cdot K)$	0.613	429	400	20	8.954
$\alpha \times 10^7(m^2/s)$	1.47	1738.6	1163.1	57.45	30.7
$A_H \times 10^{-20}(J)$	-	28.2	17.5	8	6
$d_{np}(nm)$	0.384	100	100	30	30

توجه شود که ضریب هاماکر، A_H ، وابسته به جنس نانوذره و سیال پایه دارد و با تغییر هر یک، مقدار آن نیز تغییر می کند. نکته دیگری که می بایست مد نظر قرار گیرد این است که در غلظت های بسیار رقیق می بایست مقدار تصحیح شده ای برای ضریب هدایت حرارتی نانو ذره، k_{np} ، برای رابطه (۳-۱۵) در نظر گرفت. این مقدار متفاوت از ضریب رسانایی جنس نانوذره است که در جدول فوق ذکر شده است. در چنین حالتی می بایست تاثیر رقیق بودن و همچنین تشکیل لایه ای از سیال در اطراف نانوذره را در نظر گرفت چرا که لایه سیال در اطراف نانوذرات ایجاد مقاومت حرارتی می کند که تابعی از پیوند سطح نانو ذره با مولکولهای سیال پایه می باشد [۵۹]. لذا در نانوسیال بسیار رقیق، به دلیل درصد حجمی کم نانوذرات نسبت به سیال پایه می توان با یک تقریب قابل قبول $k_{np} = k_{bf}$ در نظر گرفت [۸۲].

بطور کلی نتایج آزمایشهای تجربی نشان می دهد که استفاده از نانوذرات در یک سیال پایه مانند آب منجر به افزایش چشمگیر انتقال گرمای همرفتی نسبت به سیال پایه می شود. تاکنون مدل های و روش های مختلفی جهت محاسبه

پارامترهای انتقال گرمای همرفتی در نانوسیالات مورد استفاده قرار گرفته است که عمدتاً بر مبنای اصلاح معادلات مومنوم و انرژی سیالات تک جزئی می‌باشد [۱۶۳-۱۶۱]. نتایج این تحقیقات نشان می‌دهد که عدد ناسلت و در نتیجه انتقال گرمای همرفتی اجباری در نانوسیالات تابعی از پارامترهای زیر می‌باشد [۱۶۴]:

$$\text{Nu}_{\text{nanofluids}} = f(\text{Re}, \text{Pr}, \text{Pe}, k_{bf}, k_{np}, \text{Kn}, c_{p,bf}, c_{p,np}, \phi)$$

توجه شود که شکل نانوذرات و رژیم جریان نیز از دیگر پارامترهای موثر در انتقال حرارت نانوسیالات می‌باشند. در ادامه چند جریان نانوسیال متداول تحلیل خواهند شد. برای این منظور نیروهای وارد بر نانوذرات که در فصل سوم بررسی گردیدند، در معادله شبکه بولتزمن اعمال خواهد شد. مقادیر متوسط دما و سرعت با استفاده از روابط زیر بدست خواهند آمد:

$$\bar{u} = \frac{\left[\sum_{\sigma=1}^2 (\rho^{\sigma} \bar{u}^{\sigma} / \tau^{\sigma}) \right]}{\left[\sum_{\sigma=1}^2 (\rho^{\sigma} / \tau^{\sigma}) \right]} \quad (5-7)$$

و

$$\bar{T} = \frac{\sum_{\sigma=1}^2 T^{\sigma}}{\sum_{\sigma=1}^2 \rho^{\sigma} C_p^{\sigma}} \quad (6-7)$$

و

$$\bar{\rho} = \rho^{\sigma} / \sum_{\sigma=1}^2 \rho^{\sigma} \quad (7-7)$$

همچنین عدد ناسلت جریان نانوسیال نیز با استفاده از دمای بی‌بعد θ بصورت زیر محاسبه می‌شود:

$$\text{Nu}(x) = - \frac{D_h}{\theta_w - \theta_{bulk}} \frac{k_{eff}}{k_{bf}} \frac{\partial \theta}{\partial y} \quad (8-7)$$

که در این رابطه، θ_{bulk} دمای بالک بی‌بعد، θ_w دمای بی‌بعد دیوار، D_h قطر هیدرولیکی، k_{bf} ضریب هدایت حرارتی سیال پایه و k_{eff} نیز ضریب هدایت حرارتی موثر نانوسیال می‌باشد. توجه شود که دمای بی‌بعد بصورت $\theta = (T - T_c) / (T_h - T_c)$ تعریف شده است که در آن T_h و T_c به ترتیب دمای سردترین و گرمترین نقاط جریان می‌باشند. همچنین، رابطه ناسلت متوسط جریان نیز بصورت زیر می‌باشد:

$$\text{Nu}_{ave} = (1/L) \cdot \int_0^L \sqrt{(\text{Nu}(x))^2} dx \quad (9-7)$$

۷-۳-۱- جریان نانوسیال بین دو صفحه موازی

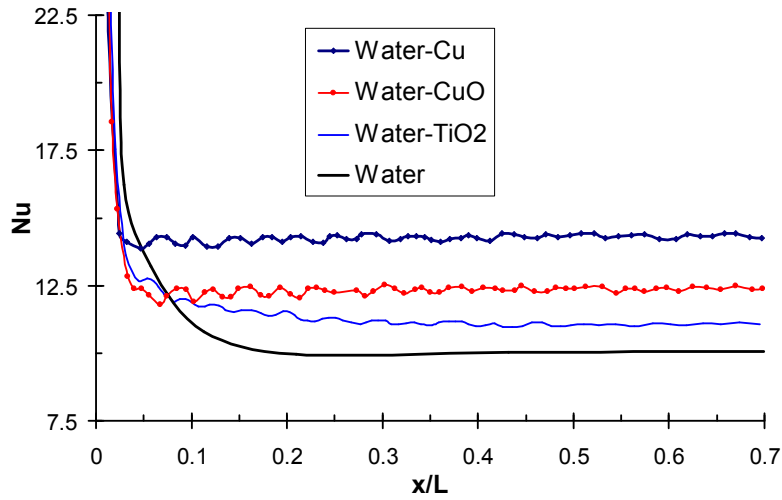
برای بررسی جریان نانوسیال بین دو صفحه موازی، یک کانال دوبعدی با نسبت منظری $L/H = 10$ در نظر گرفته شده است که در آن L طول کانال و H فاصله دیوارها از یکدیگر می‌باشد. جریان نانوسیال با سرعت یکنواخت $U_{in} = 0.01$ و دمای یکنواخت $T_{in} = 5$ وارد کانال می‌شود. همچنین دمای دیوارهای برابر با $T_w = 1$ و عدد پرانتل نیز برابر با $Pr=1$ انتخاب شده‌اند.

شکل (۷-۱۸) توزیع عدد ناسلت را بر روی دیواره پایینی کانال برای نانوذرات مختلف با $\phi = 0.01$ و $Re=75$ نشان می‌دهد. بررسی نتایج نشان می‌دهد که انتقال حرارت در سیال پایه با افزودن هر یک از انواع نانوذرات افزایش یافته است. علاوه بر این با توجه به نتایج مشخص می‌شود که نانوسیالاتی که شامل فلزاتی مانند مس هستند، در مقایسه با نانوسیالات شامل اکسیدهای فلزی، افزایش بیشتری در انتقال حرارت را موجب می‌شوند که به دلیل اختلاف قابل توجه خصوصیات انتقال حرارت ذرات فلزی در مقایسه با اکسیدهای فلزی می‌باشد. همچنین ملاحظه می‌شود که افزودن نانوذرات اکسید مس با آب در مقایسه با اکسید تیتانیوم باعث افزایش بیشتر انتقال حرارت توسط نانوسیال خواهد شد که این بدلیل بهتر بودن خواص حرارتی اکسید مس می‌باشد.

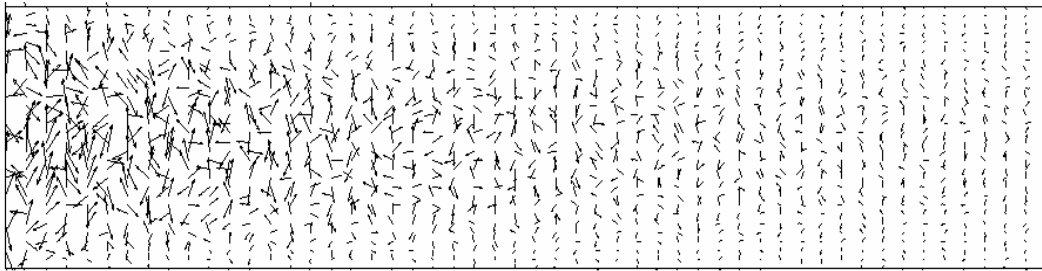
علاوه بر موارد فوق با توجه به شکل (۷-۱۸) ملاحظه می‌گردد که توزیع عدد ناسلت برای نانوسیالات با نوسانات جزئی همراه می‌باشد که این نوسانات در ناحیه ورودی کانال مشخص تر می‌باشند. علت این امر را می‌توان مرتبط با نیروی براونی که ماهیتی تصادفی دارند، دانست. شکل (۷-۱۹) بردارهای نیروی براونی در جریان بین دو صفحه را برای نانوسیال آب - مس نشان می‌دهد. ملاحظه می‌شود که این نیرو در نواحی نزدیک به ورودی بزرگتر از سایر نواحی می‌باشد که به دلیل بالاتر بودن دما در ورودی می‌باشد. بطور کلی، برآیند نیروهای وارد بر سیال، بخصوص نیروهای ناشی از نیروی براونی و دافعه الکتریکی، در مناطقی از جریان که دارای دمای بالاتری است می‌تواند باعث مغشوش شدن جریان در ابعاد میکروسکوپی و در نهایت افزایش انتقال حرارت توسط نانوسیال شود.

از شکل (۷-۱۸) پیداست که توزیع عدد ناسلت در ناحیه توسعه یافته به یک عدد همگرا می‌شود. نتایج مربوط به این نانوسیالات مختلف در جدول (۷-۴) آورده شده است. ملاحظه می‌شود که نانوسیال آب - مس منجر به افزایش عدد ناسلت و در نتیجه انتقال حرارت به میزان تقریباً ۴۱٫۸٪ نسبت به سیال پایه شده است. میزان افزایش عدد ناسلت برای سایر نانوسیالات نیز در جدول محاسبه شده است که این رفتار همسو با سایر نتایج معتبر می‌باشد [۱۶۶ و ۱۶۵]. شکل (۷-۲۰) تغییرات ناسلت متوسط را برای نانوسیالات مختلف نسبت به درصد حجمی نانوذرات در

افزایش می‌یابد. ملاحظه می‌شود که با افزایش تراکم نانوذرات در سیال پایه، میزان انتقال حرارت $Pr=1$ و $Re=75$ نشان می‌دهد. افزایش می‌یابد.



شکل ۷-۱۸: توزیع عدد ناسلت در طول کانال برای نانوذرات مختلف



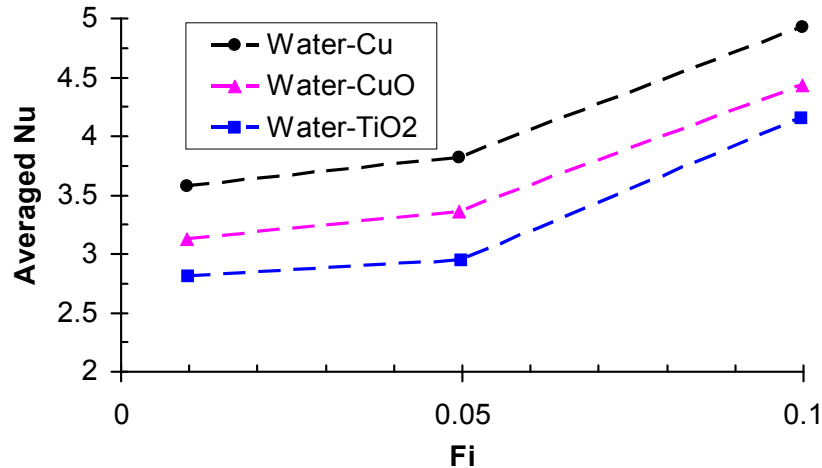
شکل ۷-۱۹: بردارهای نیروهای وارد بر نانوسیال آب - مس

جدول ۷-۴: درصد افزایش ناسلت در ناحیه توسعه یافته برای نانوسیالات مختلف

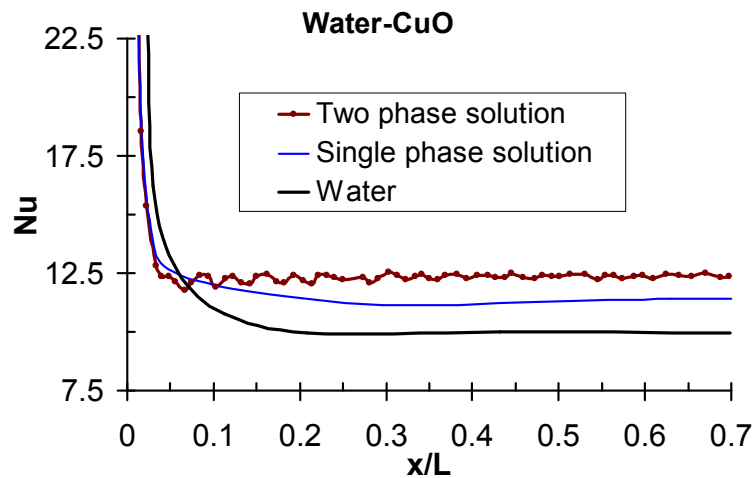
	H ₂ O	H ₂ O-TiO ₂	H ₂ O-CuO	H ₂ O-Cu
Nusselt	10.54	11.08	12.38	14.25
% Enhancement	-	10.2%	23.3%	41.8%

شکل (۷-۲۱) تغییرات عدد ناسلت را در جهت جریان بر روی دیواره کانال نشان می‌دهد که برای نانوسیال آب - اکسید مس با $\phi = 0.01$ و در $Re=75$ رسم شده است. نتایج نشان داده شده برای حل دوفازی (یعنی اعمال

نیروها در معادلات بولتزمن) و حل تک فاز (استفاده از مقادیر موثر جریان، معادله (۳-۱۵)) نشان داده شده اند. درصد افزایش ناسلت با استفاده از حل تک فاز در حدود ۱۷٪ بیشتر از آب خالص می‌باشد که در عین حال در حدود ۷٪ نیز کمتر از مقدار پیش بینی شده توسط حل دوفازی می‌باشد.



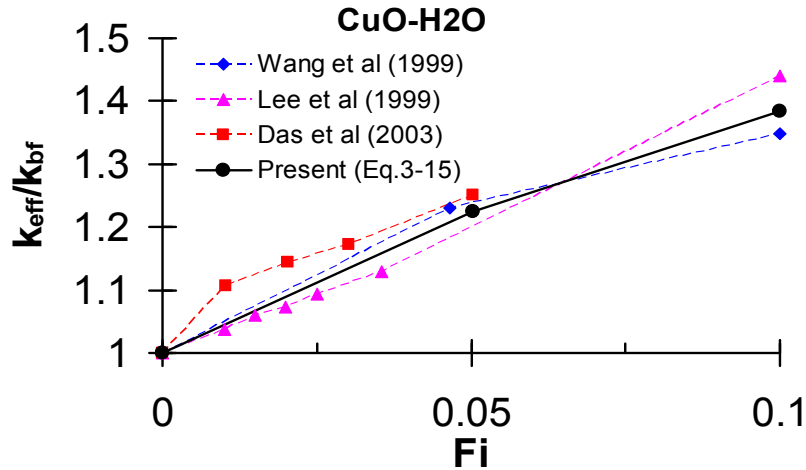
شکل ۷-۲۰: تغییرات ناسلت متوسط جریان برای نانوسیالات مختلف در جریان بین دو صفحه موازی و $Re=75$



شکل ۷-۲۱: مقایسه بین حل دوفازی و تک فاز در پیش بینی تغییرات ناسلت در جریان آب - اکسید مس

در شکل (۷-۲۲) مقایسه ای بین نتایج تجربی معتبر [۱۶۸ و ۱۶۹ و ۵۲] با نتایج حاصل از رابطه (۳-۱۵) نشان داده شده است. در این شکل، نسبت ضریب هدایت موثر جریان نانوسیال به آب برای نانوذره اکسید مس برای کسر

حجمی های مختلف و قطر ذرات $d = 23nm$ نشان داده شده است. ملاحظه می شود که نتایج بدست آمده همراستا با دیگر نتایج معتبر می باشد و با افزایش کسر حجمی نانوذرات میزان انتقال حرارت نیز افزایش می یابد.



شکل ۷-۲۲: مقایسه ضریب هدایت حرارتی موثر جریان نانوسیال آب - اکسید مس با نتایج معتبر تجربی

حال فرض می کنیم که جریان نانوسیال نقش خنک کنندگی در کانال را بر عهده داشته باشد. به بیان دیگر فرض می شود که دیوارهای کانال همدمما ($T_w = 30$) و در دمایی بیشتر از دمای ورودی ($T_{in} = 20$) قرار دارند. از نانوذرات مس در $Re=100$ و $Pr=7$ برای شبیه سازی استفاده شده است. مقدار ناسلت متوسط بدست آمده در کسر حجمی های مختلف در جدول (۷-۵) آورده شده است که با نتایج **سانترا** و همکاران [۱۶۹] مقایسه شده است. ملاحظه می شود که نتایج حاصل از شبیه سازی دوفازی بیانگر افزایش بیشتری در مقدار ناسلت میانگین می باشد. علت این امر نیز در کامل تر بودن روش مورد استفاده نسبت به روش دیگر می باشد. **سانترا** و همکاران در تحقیق خود جریان نانوسیال را بصورت تک فازی و با استفاده از مدل **پاتل** و همکاران [۱۷۰] شبیه سازی نموده اند. در مدل **پاتل**، ضریب هدایت موثر جریان نانوسیال بصورت زیر تخمین زده می شود:

$$k_{eff}/k_{bf} = 1 + (k_{np} A_{np} / k_{bf} A_{bf}) + ck_{np} Pe (A_{np} / k_{bf} A_{bf})$$

در رابطه فوق، $A_{np}/A_{bf} = (d_{bf}/d_{np})[\phi/(1-\phi)]$ ، $Pe = u_{np} d_{np} / \alpha_{bf}$ و $u_{np} = 2k_B T / \pi \mu_{bf} d_{np}^2$ سرعت نانوذره می باشد.

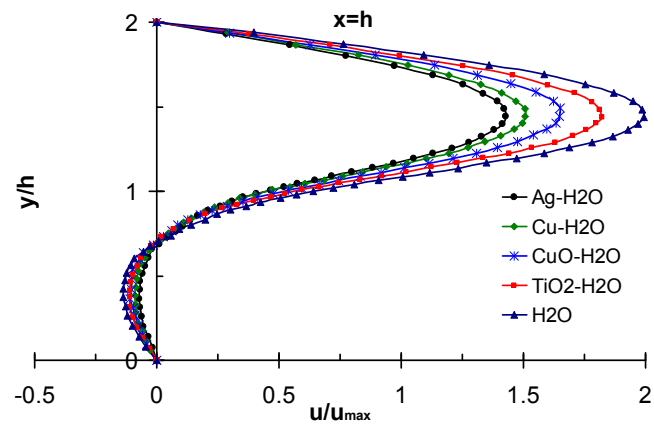
جدول ۷-۵: مقدار ناسلت متوسط جریان نانوسیال آب - مس و مقایسه آن با نتایج مرجع [۱۷۰]

ϕ (%)	Santra et al [170]	Present
0	0	0
1	4.57419	5.28
2	8.73821	9.59
5	19.0220	21.05

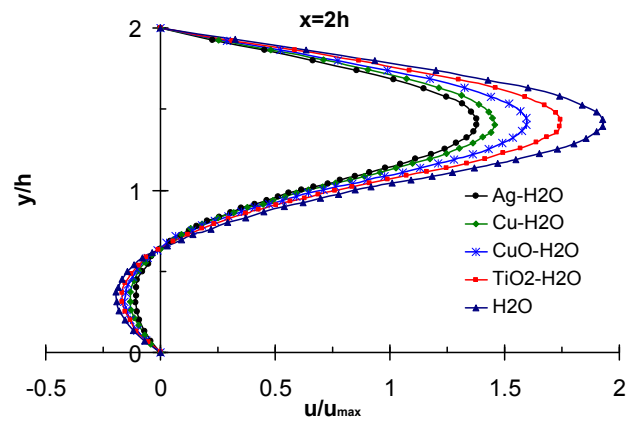
۷-۳-۲- جریان نانوسیال درون پله وارون

در این بخش به بررسی رفتار ترموهیدرودینامیکی جریان نانوسیالات درون هندسه پله وارون خواهیم پرداخت. برای این منظور ابتدا هیدرودینامیک جریان را بررسی کرده و سپس نتایج مربوط به انتقال حرارت ارائه خواهند شد. نسبت انبساط و طول کانال اصلی انتخاب شده برای جریان پله وارون برابر با $ER=2$ و $L=50h$ می‌باشد که در آن h ارتفاع پله می‌باشد. همچنین، نانوذرات با کسر حجمی ۵٪ درون سیال پایه قرار دارند. برای شروع شدن جریان، یک پروفیل سرعت توسعه یافته به ورودی کانال کوچک اعمال می‌شود.

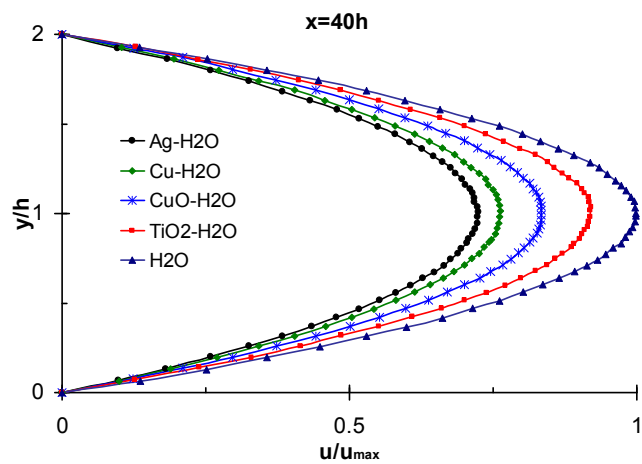
شکل (۷-۲۳) پروفیل سرعت نانوسیالات مختلف را در فاصله‌های $x=h$ ، $x=2h$ و $x=40h$ در $Re=180$ نشان می‌دهد. همانطور که قبلاً بحث شد، در جریان پله وارون در رینولدزهای کمتر از ۴۰۰ فقط یک جریان برگشتی اصلی وجود خواهد داشت که با افزایش رینولدز، وسعت آن هم افزایش می‌یابد (شکل (۷-۲۳)). جریان سیال پس از این جریان برگشتی، مجدداً به حالت توسعه یافته نزدیک می‌شود تا اینکه در انتهای کانال به شرایط کاملاً توسعه یافته خواهد رسید. ملاحظه می‌شود که شکل‌های (۷-۲۳ الف) و (۷-۲۳ ب) بیانگر وجود جریان برگشتی می‌باشند، زیرا در قسمتی از محدوده مورد نظر، پروفیل سرعت دارای مقادیر منفی می‌باشد. توجه شود که در شکل (۷-۲۳) از ارتفاع پله و ماکزیمم سرعت در مرز خروجی، u_{max} ، به ترتیب برای بی‌بعد سازی طول و سرعت استفاده شده است. با توجه به شکل (۷-۲۳) متوجه می‌شویم که نانوسیال آب - نقره دارای کمترین سرعت و نانوسیال آب - اکسید تیتانیوم دارای بیشترین سرعت در مقایسه با آب می‌باشند که علت این امر را می‌توان مرتبط با چگالی این نانوذرات دانست.



(الف)



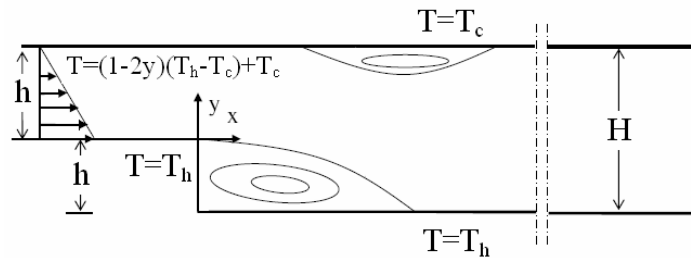
(ب)



(ج)

شکل ۷-۲۳: پروفیل سرعت u برای نانوذرات مختلف در جریان درون پله در الف) $x=h$ ب) $x=2h$ و ج) $x=40h$

حال به تحلیل انتقال حرارت جریان نانوسیال درون پله وارون می‌پردازیم. شرایط مرزی گرمایی مطابق شکل (۷-۲۴) در نظر گرفته شده است. تمامی دیواره های پایین کانال در دمای T_h که بزرگتر از دمای دیواره بالایی کانال، T_c می‌باشد، قرار دارند. یک پروفیل دمای خطی نیز در ورودی کانال کوچک اعمال شده است که مقدار آن از T_h بر روی سطح پایینی مرز ورودی شروع شده و به T_c در دیواره بالایی مرز ورودی کاهش می‌یابد. جریان نانوسیال با $Pr=6$ و کسر حجمی $\phi = 0, 0.1, 0.2$ در این شبیه سازی مورد بررسی قرار گرفته‌اند.



شکل ۷-۲۴: شرایط مرزی گرمایی برای جریان نانوسیال درون پله وارون

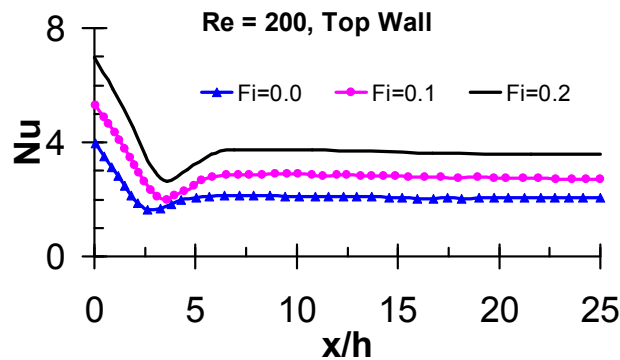
شکل‌های (۷-۲۵) و (۷-۲۶) توزیع عدد ناسلت را بر روی دیواره های بالایی و پایینی کانال اصلی برای $Re=200$ و $Re=400$ نشان می‌دهند. نتایج برای نانوسیال آب - مس و با کسر حجمی های مختلف ارائه شده‌اند. در این نمودارها سعی شده است که نوسانات ناشی از نیروی براونی با میانگین‌گیری از روی نمودار ناسلت حذف شوند.

با توجه به شکل‌های (۷-۲۵) و (۷-۲۶) متوجه می‌شویم که با افزایش کسر حجمی نانوذرات، مقدار ناسلت نیز افزایش می‌یابد. همچنین با توجه به مطالب بیان شده در بخش (۷-۲-۲) و شکل‌های (۷-۲۴-ب) و (۷-۲۵-ب) مجدداً می‌توان بیان کرد که ماکزیمم مقدار ناسلت در نقطه انتهایی جریان برگشتی اصلی اتفاق می‌افتد. ملاحظه می‌شود که در دیوار پایینی کانال و پس از اتمام جریان برگشتی، مقدار ناسلت با افزایش کسر حجمی، بزرگتر می‌شود در حالیکه مقدار ناسلت در ناحیه درون جریان برگشتی دارای رفتاری متفاوت می‌باشد بطوریکه برای تمام مقادیر کسر حجمی دارای مقداری یکسان می‌باشد. به بیانی دیگر می‌توان گفت که مقدار ناسلت در ناحیه جریان برگشتی تحت تاثیر میزان حضور نانوذرات نمی‌باشد.

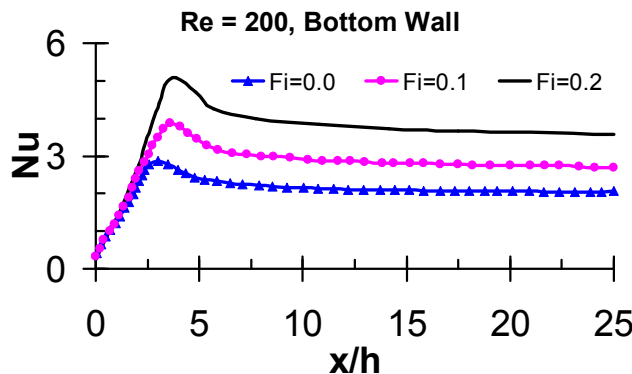
علت این امر را می‌توان بدین صورت تشریح کرد که افزایش حضور نانوذرات در نانوسیال منجر به افزایش خواص موثر نانوسیال خواهد شد. لذا با افزایش کسر حجمی نانوذرات، نسبت k_{eff}/k_{bf} در رابطه ناسلت افزایش می‌یابد. اما از طرفی دیگر افزایش ضریب هدایت حرارتی موثر معادل با مقادیر بزرگتر ضریب پخش حرارتی می‌باشد، یعنی با

افزایش کسر حجمی نانوذرات، میزان پخش حرارتی نیز افزایش یافته و در نتیجه گرادیان دما، $(\partial\theta/\partial y)$ ، کاهش می‌یابد. لذا با توجه به نتایج می‌توان گفت که در رابطه ناسلت، نتیجه ضرب نسبت خواص موثر (که با افزایش کسر حجمی نانوذرات، بزرگتر می‌شود) در گرادیان دما (که با افزایش کسر حجمی نانوذرات، کاهش می‌یابد) تقریباً باعث ثابت ماندن مقدار ناسلت خواهد شد. به همین دلیل است که در ناحیه جریان برگشتی رفتار ناسلت بصورت مستقل از کسر حجمی نانوذرات رفتار می‌کند. لذا می‌توان گفت که مقدار ناسلت در ناحیه جریان برگشتی فقط متأثر از خواص ترموفیزیکی نانوذرات می‌باشد.

مطلب دیگری که می‌توان بیان کرد این است که مقدار ناسلت در ناحیه جریان برگشتی بطور کمی تحت تاثیر رینولدز جریان قرار دارد که این بدلیل کوچک بودن نیروهای اینرسی در این ناحیه می‌باشد. اما در خارج از ناحیه جریان برگشتی هم رینولدز جریان و هم خواص ترموفیزیکی نقش عمده‌ای در مقدار ناسلت جریان ایفا می‌کنند.

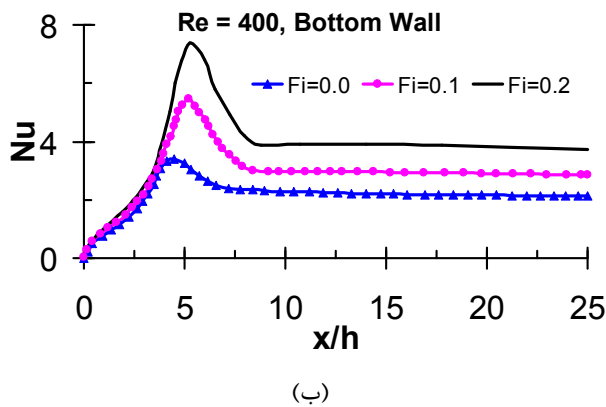
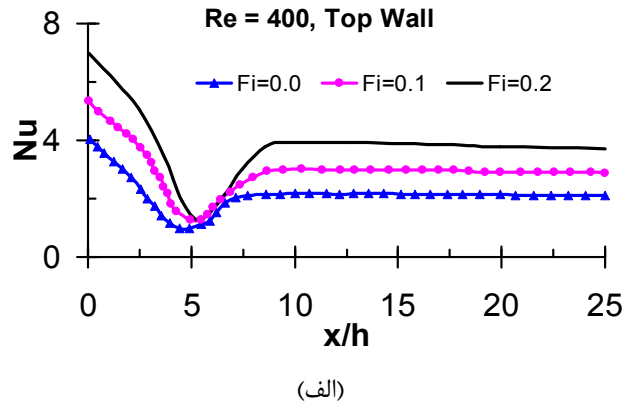


(الف)



(ب)

شکل ۷-۲۵: توزیع عدد ناسلت بر روی دیواره‌های الف) بالا و ب) پایین کانال برای جریان نانوسیال آب - مس با کسر حجمی متفاوت در $Re=200$

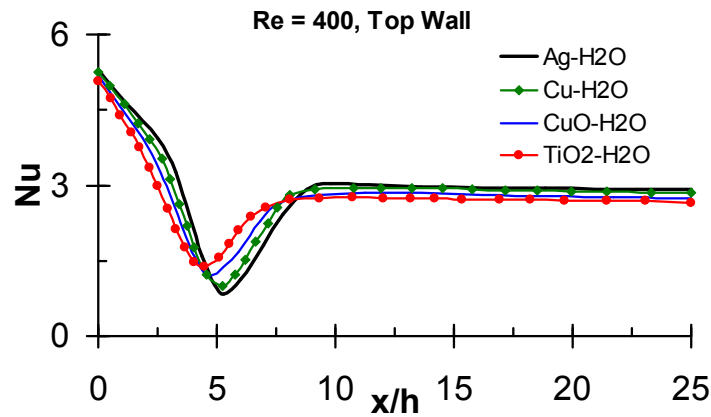


شکل ۷-۲۶: توزیع عدد ناسلت بر روی دیواره های الف) بالا و ب) پایین کانال برای جریان نانوسیال آب - مس با کسر حجمی متفاوت در $Re=400$

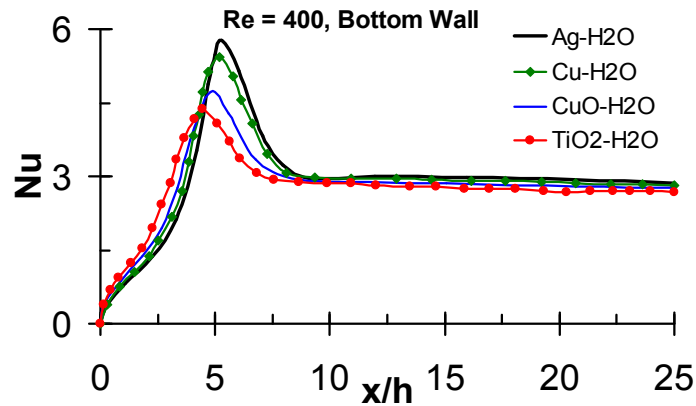
همانطور که پیش از بیان شد، با افزایش عدد رینولدز به مقادیری بالاتر از ۳۵۰ یک جریان برگشتی ثانویه نیز بر روی دیوار بالایی کانال تشکیل می‌گردد. با توجه به شکل (۷-۲۵-ب) ملاحظه می‌شود که رفتار ناسلت در محدوده جریان برگشتی ثانویه همانند رفتار آن در جریان برگشتی اصلی می‌باشد. بعنوان نتیجه‌گیری این مطالب می‌توان گفت که برای دستیابی به مقادیر بزرگتر ناسلت در جریانهای برگشتی می‌بایست از نانوذراتی که دارای ضریب پخش و هدایت حرارتی کوچکتری هستند، استفاده کرد.

در شکل (۷-۲۷) مقایسه ای بین توزیع ناسلت نانوسیالات مختلف با $\phi = 0.1$ و در $Re=400$ انجام شده است. نتیجه جالبی که از این شکل حاصل می‌شود این است که در دیوار بالایی (شکل ۷-۲۶-الف) و قبل از شروع جریان برگشتی ثانویه، نانوذراتی که دارای ضریب هدایت حرارتی بزرگتری هستند، مقادیر بزرگتری از ناسلت را نشان می‌دهند در حالیکه در داخل جریان برگشتی این مطلب برعکس می‌شود، یعنی نانوذراتی که دارای ضریب هدایت

حرارتی کوچکتری هستند دارای توزیع ناسلت بزرگتری هستند. بنابراین می‌توان گفت که نانوذراتی که دارای ضریب هدایت یا پخش حرارتی کوچکتری هستند برای استفاده در جریانهای برگشتی مناسب‌تر می‌باشند در حالیکه در نواحی خارج از محدوده جریان برگشتی، نانوذرات با ضریب هدایت حرارتی بزرگتر، مناسب‌تر می‌باشند.



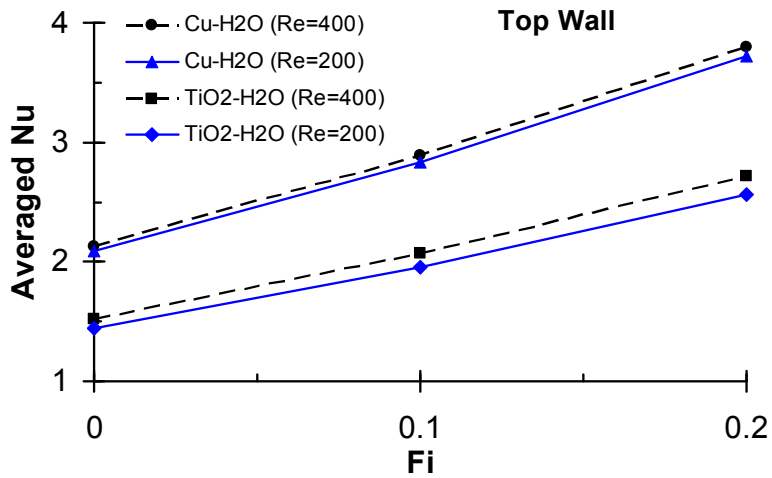
(الف)



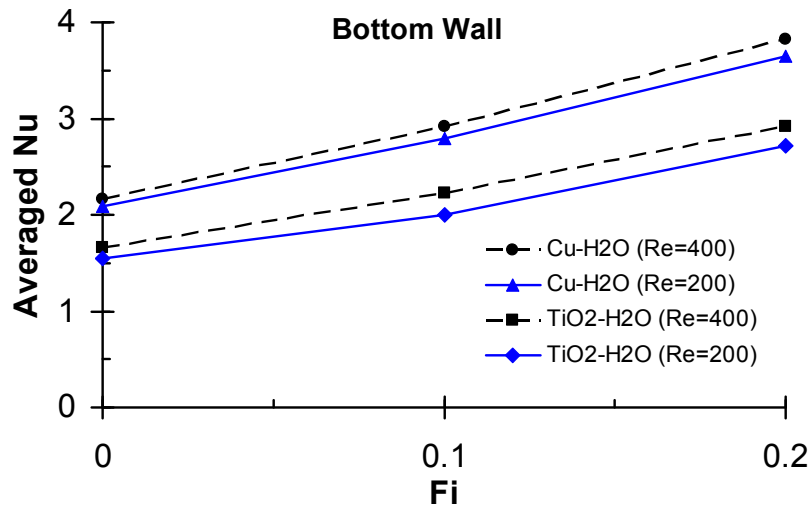
(ب)

شکل ۷-۲۷: توزیع ناسلت برای نانوذرات مختلف با $\phi = 0.1$ و $Re=400$ برای دیوار بالا و (ب) دیوار پایین

شکل (۷-۲۸) مقدار ناسلت میانگین را برای نانوسیال آب - مس و آب - اکسید تیتانیوم بر روی دیوارهای بالایی و پایینی کانال نسبت به مقادیر مختلف کسر حجمی نشان می‌دهد. مشاهده می‌شود که در تمامی رینولدزها با افزایش کسر حجمی نانوذره، مقدار ناسلت میانگین هم افزایش می‌یابد. موضوع دیگری که با توجه به این شکل‌ها می‌توان فهمید این است که حساسیت ناسلت میانگین به کسر حجمی نانوذرات بیشتر از حساسیت آن به رینولدز می‌باشد.



(الف)



(ب)

شکل ۷-۲۸: مقدار ناسلت متوسط برای نانوذرات مختلف، الف) دیوار بالا و ب) دیوار پایین

فصل هشتم

نتیجه گیری و پیشنهادات



۸-۱- جمع بندی

در این رساله تلاش گردید که با استفاده از ترکیب روش حجم محدود با طرح مرکزیت سلول و روش شبکه بولتزمن گامی رو به جلو در توسعه شبیه‌سازی ترموهیدرودینامیک نانوسیالات برداشته شود. استفاده از روش حجم محدود در شبیه‌سازی جریان با هندسه پیچیده بسیار کارآمد می‌باشد و در نتیجه استفاده از آن، نتایج قابل قبولی در مقایسه با دیگر روشهای متداول حاصل می‌شود.

استفاده از فاکتورهای تصحیح جریان و گرما به همراه استفاده از جمله اتلاف مصنوعی کمک زیادی در افزایش دقت و همگرایی و از طرف دیگر، کاهش تکرار محاسبات نمود. در این راستا نتایجی بدست آمد که تاکنون با استفاده از دیگر روشهای شبکه بولتزمن حاصل نشده بود. شبیه‌سازی پدیده دوشاخگی در جریان انبساط ناگهانی، جریان غیردائم حول استوانه و تشکیل جریانهای برگشتی ثانویه در جریان پله وارون نمونه‌ای از این نتایج می‌باشند.

همچنین، از آنجا که در روش حجم محدود - شبکه بولتزمن استفاده از طرح بازگشت به عقب برای اعمال شرط مرزی دیوار در بسیاری از موارد غیر ممکن یا مشکل می‌باشد، بر آن شدیم که یک شبکه مجازی در ضلع منطبق بر مرز حجم‌های تولید شده قرار دهیم. در نتیجه با توجه به زاویه ضلع منطبق بر مرز و محاسبه شار در شبکه مجازی، نتایج خوبی در شبیه‌سازی فیزیک جریان بخصوص در مرزها بدست آمد.

ناپایداری حل از محدودیت‌های مهم روش شبکه بولتزمن در تحلیل انتقال گرما می‌باشد که در این پایان نامه سعی شد با استفاده از ترکیب روش حجم محدود و همچنین استفاده از فاکتورهای تصحیح این محدودیت را برطرف نماییم که با بررسی نتایج شبیه‌سازی‌های انجام شده، بهبود قابل توجه حل عددی و افزایش پایداری ملاحظه شد. قابل ذکر است که استفاده از روش حجم محدود با طرح مرکزیت سلول و ترکیب آن با روش شبکه بولتزمن ایده جدیدی در تحلیل مسایل توام با انتقال گرما می‌باشد که در این پایان نامه مورد استفاده قرار گرفت. نتایج نشان داد که اعمال شرایط مرزی گرما به روش تجزیه تابع توزیع انرژی به دو قسمت تعادلی و غیرتعادلی سازگاری خوبی با روش حجم محدود - شبکه بولتزمن دارد.

اعمال نیروهای شناوری، پسا، براونی و جاذبه و دافعه DLVO در شبیه‌سازی نانوسیالات با استفاده از روش حجم محدود - شبکه بولتزمن نیز از کارهای جدید می‌باشد که در این پایان نامه انجام شد. لذا می‌توان گفت که از یک مدل نسبتاً کاملی برای شبیه‌سازی نانوسیالات استفاده شده است بطوریکه در تحلیل نتایج بدست آمده به این نتیجه رسیدیم که مدل مورد استفاده، نتایج قابل قبولی در مقایسه با دیگر نتایج معتبر ارائه می‌کند.

۲-۸- پیشنهادات

* از موارد دیگری که منجر به افزایش دقت و همگرایی روش شبکه بولتزمن می‌شود استفاده از شبکه بندی بی‌سازمان مثلثی و همچنین استفاده از زمان آسودگی چندگانه می‌باشد که در سالهای اخیر مورد توجه محققان قرار گرفته است. لذا پیشنهاد می‌شود که روش استفاده شده در این پایان نامه در ترکیب با یک یا هر دو مورد ذکر شده مورد ارزیابی قرار گیرد، چرا که انتظار می‌رود به دقت‌های بالاتری بتوان دست یافت و در نتیجه بتوان جریانهای پیچیده تر را تحلیل کرد.

* وجود نیروهای تصادفی مانند براونی در تحلیل نانو سیالات بطور کلی منجر به کاهش پایداری عددی می‌شود. لذا پیشنهاد می‌گردد با اصلاح روشهای اعمال نیرو، جهت های این نیروهای تصادفی در راستای جهت های انتشار ذرات تعریف شود و برای گسسته‌سازی آن از روش‌هایی که جهت را تشخیص می‌دهند، استفاده گردد.

* ترکیب روش شبکه بولتزمن با مدل‌های توربولانس نیز از دیگر پیشنهاداتی است که می‌توان مطرح کرد تا بتوان با استفاده از آن به شبیه‌سازی جریانهای آشفته پرداخت.

* توسعه روش مورد استفاده در تحلیل جریانهای غیر نیوتونی مانند سیالات ویسکوالاستیک نیز از زمینه های دست نخورده می‌باشد و این بدلیل وجود نیروهای گوناگون در این سیالات و پیچیدگی اعمال این نیروها در روش شبکه بولتزمن می‌باشد. روش مورد استفاده در این پایان نامه نشان داد که توانایی تحلیل نیروهای خارجی موجود در جریان نانو سیالات را به خوبی دارد، لذا با انجام مطالعات کافی و استفاده از روش پیشنهادی در این پایان نامه می‌توان به تحلیل سیالات غیر نیوتونی نیز پرداخت.

پایان



مراجع



-
- [1] B. Chopard and M. Droz, Cellular Automata Modeling of Physical Systems, Cambridge University Press, 1998.
- [2] S. Succi, The Lattice Boltzmann Equation for Fluid Dynamics and Beyond, Oxford University Press, 2001.
- [3] M. Sukop and D. Thorne, Lattice Boltzmann Modeling: An Introduction for Geoscientists and Engineers, Springer, 2006.
- [4] U. Frisch, B. Hasslacher, and Y. Pomeau, "Lattice-Gas Automata for the Navier-Stokes Equation," Physical Review Letters, vol. 56, No. 14, pp. 1505-1508, 1986.
- [5] B. Chopard, P. O. Luthi, and A. Masselot, "Cellular Automata and Lattice Boltzmann Techniques: An Approach to Model and Simulate Complex Systems," Advances in Complex Systems, vol. 5, no. 2/3, pp. 103-246, 2002
- [6] U. Frisch, D. d'Humieres, B. Hasslacher, P. Lallemand, Y. Pomeau, and J.-P. Rivet, "Lattice gas hydrodynamics in two and three dimensions," Complex Systems, vol. 1, No. 4, pp. 649-707, 1987.
- [7] G. McNamara and G. Zanetti, "Use of the Boltzmann Equation to Simulate Lattice-Gas Automata," Physical Review Letters, vol. 61, No. 20, pp. 2332-2335, 1988.
- [8] Benzi, R., Succi, S. and Vergassola, M. 'The Lattice Boltzmann equation: theory and applications', Phys. Rep., Vol. 222, pp.145-197, 1992.
- [9] Bella, G., Ubertini, S. and Bertolino, M., 'Computational fluid dynamics for low and moderate Reynolds numbers through the Lattice Boltzmann method', Int. J. Comp. Num. Analysis Applications, IJCNAA, Vol. 3, No. 1, pp.83-115, 2003.
- [10] Rothman, D.H. and Zaleski, S., 'Lattice-gas model of phase separation: interfaces, phase transitions, and multiphase flow', Rev. Mod. Phys., Vol. 66, No. 4, pp.1417-1479, 1994.
- [11] Chen, S. and Doolen, G., 'Lattice Boltzmann method for fluid flows', Ann. Rev. Fluid Mech., Vol. 30, pp.329-364, 1998.
- [12] Takada, N., Misawa, M., Tomiyama, A. and Hosokawa, S., 'Simulation of bubble motion under gravity by Lattice Boltzmann method', J. Nuc. Sci. Tech., Vol. 38, No. 5, pp.330-341, 2001.
- [13] Bella, G., Presti, M. and Succi, S., 'Mass Transfer Improvements in Catalytic Converter Channels: a Hybrid BGK-Finite Volume Numerical Simulation Method', Society Automotive Engineers Paper, No. 972907, 1997.
- [14] He, X. and Li, N., 'Lattice Boltzmann simulation of electrochemical systems', Comp. Phys. Comm., Vol. 129, pp.158-166, 2000.

-
- [15] Watanabe, T. and Ebihara, K., 'Numerical simulation of coalescence and breakup of rising droplets', *Comp. Fluids*, Vol. 32, pp.823–834, 2003.
- [16] He X, Luo L-S, Dembo M., 'Some progress in lattice Boltzmann method: Part I. Nonuniform mesh grids', *J Comput Phys.*, 129, pp.357–63, 1996.
- [17] Higuera, F., Succi, S. And Benzi, R., 'Lattice gas dynamics with enhanced collisions', *Europhys. Lett.*, Vol.9, pp.345-349, 1989.
- [18] F. Nannelli and S. Succi, The lattice Boltzmann equation on irregular lattices, *J. Stat. Phys.*, 68 (1992), 401.
- [19] Ubertini, S., Succi, S., 'Recent advances of Lattice Boltzmann techniques on unstructured grids', *Progress in Computational Fluid Dynamics*, Vol.5, Nos.1/2, 2005.
- [20] Peng G, Xi H, Duncan C, Chou S-H., 'Finite volume scheme for the lattice Boltzmann method on unstructured meshes', *Phys Rev.*, 59, pp.4675–82, 1999.
- [21] Stiebler, M., Tolke, J. and Krafczyk M., 'An upwind discretization scheme for the finite volume lattice boltzmann method', *Computer & Fluids*, Vol. 35, pp.814-819, 2006.
- [22] Luo, L-S, Wang, L.P., Qi, D.W., 'Application of the lattice Boltzmann method to complex and turbulent flows', *Proceeding of the 3rd international conference on HPSEC*, 2001.
- [23] Chen S., Martinez, D., 'On boundary conditions in Lattice Boltzmann Methods', *Phys. Fluids*, Vol. 8, pp.2527-2536,1996.
- [24] Zoh, Q. and He, X., 'On pressure and velocity flow boundary conditions and bounceback for the Lattice Boltzmann BGK model', *Physics of Fluids*, Vol. 9, pp.1591-1598, 1997.
- [25] Filippova, O. and Hänel, D., 'Grid refinement for lattice-BGK models', *J. Comput. Phys.* 147, pp.219–228, 1998.
- [26] Sofonea, V. and Sekerka, R.F., 'Viscosity of finite difference lattice Boltzmann models', *J. Comput. Phys.*, 184, pp.422–434, 2003.
- [27] Cao, N., Chen, S. and Martinez, S Jin D., 'Physical symmetry and lattice symmetry in the lattice Boltzmann method', *Phys. Rev.*, E 55, R21. 1997.
- [28] Li, Y., LeBoeuf, E.J. and Basu, P.K., 'Least-squares finite-element scheme for the lattice Boltzmann method on an unstructured mesh', *Phys. Rev.*, E 72, 046711, 2005.
- [29] Bardow, A., Karlin, I.V. and Gusev, A.A., 'General characteristic-based algorithm for off-lattice Boltzmann simulations', *Europhys. Lett.*, 75 (3), pp.434–440, 2006.

- [30] Düster, A., Demkowicz, L. and Rank, E., 'High-order finite elements applied to the discrete Boltzmann equation', *Int. J. Numer. Meth. Engng.* 67, pp.1094–1121, 2006.
- [31] Barth, T.J. and Jespersen, D.C., 'The design and application of upwind schemes on unstructured meshes', *AIAA Paper*, No. 89–0366, 1989.
- [32] Frink, N.T., 'Upwind scheme for solving the Euler equations on unstructured tetrahedral meshes', *AIAA J.* 30, pp.70–77, 1992.
- [33] Tamamidis, P., 'A new upwind scheme on triangular meshes using the finite volume method', *Comput. Methods Appl. Mech. Engng.*, 124, pp.15–21, 1995.
- [34] Sofonea, V. and Sekerka, R.F., 'Boundary conditions for the upwind finite difference lattice Boltzmann model: evidence of slip velocity in micro-channel flow', *J. Comput. Phys.*, 207, pp 639–659, 2005.
- [35] Patil, Dhiraj V. and Lakshmisha, K.N., 'Finite volume TVD formulation of lattice boltzmann simulation on unstructured mesh', *J. Computational Physics*, 228, pp.5262-5279, 2009.
- [36] Premnath, Kannan N., Pattison, Martin J. and Banerjee, Sanjoy, 'Dynamic subgrid scale modeling of turbulent flows using lattice-Boltzmann method,' *Physica A*, 338, pp.2640-2658, 2009.
- [37] X. He, S. Chen, G.D. Doolen, A novel thermal model for the lattice Boltzmann method in incompressible limit, *J. Comput. Phys.* 146 (1998) 282.
- [38] [8] F. Alexanders, S. Chen, J. Sterling, Lattice Boltzmann thermohydrodynamics, *Phys. Rev. E* 47 (1993) R2249–R2252.
- [39] Pavlo, P., Vahala, G., Vahala, L., 'Linear stability analysis of thermo-lattice Boltzmann models', *J. Comput. Phys.*, 139 (1), pp. 79-91,1998.
- [40] Piaud, B., Blanco, S., Fournier, R., Clifton, M.J., 'Energy conserving of lattice Boltzmann thermal model in two dimensions, *Journal of Statistical Physics*, 121(1-2), pp.119-131, 2005.
- [41] Y. Peng, C. Shu, Y.T. Chew, Simplified thermal lattice Boltzmann model for incompressible thermal flows, *Phys. Rev. E* 68 (2003) 026701.
- [42] Y. Shi, T.S. Zhao, Z.L. Guo, Thermal lattice Bhatnagar-Gross-Krook model for flows with viscous heat dissipation in the incompressible limit, *Phys. Rev. E* 70 (2004) 066310.
- [43] R.G.M. Van der Sman, Lattice Boltzmann scheme for natural convection in Porous media, *Internat. J. Modern Phys. C* 8 (1997) 879-888.

- [44] B.J. Palmer, D.R. Rector, Lattice Boltzmann algorithm for simulating thermal flow in compressible fluids, *J. Comput. Phys.* 161 (2000) 1-20.
- [45] J. Onishi, Y. Chen, H. Ohashi, Lattice Boltzmann simulation of natural convection in a square cavity, *JSME Int. J. Ser. B* 44 (2001) 53.
- [46] C. Shu, Y. Peng, Y.T. Chew, Simulation of natural convection in a square cavity by Taylor series expansion- and least squarebased lattice Boltzmann method, *Int. J. Mod. Phys. C* 13 (10) (2002) 1399–1414.
- [47] C. Huber, A. Parmigiani, B. Chopard, M. Manga, O. Bachmann, 'Lattice Boltzmann model for melting with natural convection', *International Journal of Heat and Fluid Flow* 29 (2008) 1469–1480.
- [48] L. Zheng, Z. Guo, B. Shi, C. Zheng, 'Kinetic theory based lattice Boltzmann equation with viscous dissipation and pressure work for axisymmetric thermal flows', *J. Comput. Physics*, 2010, pp. 5843-5856.
- [49] Young, Hugh D., *University Physics*, 7th Ed. Table 15-5, *CRC Handbook of Chemistry and Physics*.
- [50] Eastman, J.A., Choi, S.U.S., Li, S., Yu, W. and Thompson, L.J., 'Anomalously increased effective thermal conductivities of ethylene glycolbased nano-fluids containing copper nano-particles', *Appl. Phys. Lett.*, 78, pp.718–720. 2001.
- [51] Choi, S.U.S., Zhang, Z.G., Yu, W., Lockwood, F.E. and Grulke, E.A., 'Anomalous thermal conductivity enhancement in nano-tube suspensions', *Appl. Phys. Lett.*, 79, pp.2252–2254, 2001.
- [52] Das, S.K., Putra, N., Thiesen, P. and Roetzel, W., 'Temperature dependence of thermal conductivity enhancement for nanofluids', *ASME J. Heat Transfer*, 125, pp.567–574, 2003.
- [53] Zhou, D.W., 'Heat transfer enhancement of copper nanofluid with acoustic cavitation', *Int. J. Heat Mass Transfer*, 47, pp.3109–3117, 2004.
- [54] Patel, H.E., Das, S.K., Sundarajan, T., Nair, A.S., George, B. and Pradeep, T., 'Thermal conductivities of naked and monolayer protected metal nanoparticle based nanofluids: Manifestation of anomalous enhancement and chemical effects', *Appl. Phys. Lett.*, 83, pp.2931–2933, 2003.
- [55] Xuan, Y. and Li, Q., 'Heat transfer enhancement of nanofluids', *Int. J. Heat Fluid Flow*, 21, pp.58–64, 2001.
- [56] Lee, S., Choi, S., Eastman, J.A., 'Measuring thermal conductivity of fluids containing oxide nanoparticles', *ASME J. Heat Transfer*, 121, 99.280-289, 1999.

- [57] Hamilton, R.L., Crosser, O.K., 'Thermal conductivity of heterogeneous two component systems', I & EC Fundamentals, 1~3, pp.186-191, 1962.
- [58] Tillman, P., Hill, J.M., 'Modeling the thermal conductivity of nano-fluids', Appl. Phys. Lett., 88, 09316, 2006.
- [59] Ghe, Z., Cahill, D.G., Braun, P.V., 'Thermal conductivity of hydrophilic and hydrophobic interface', Phys. Rev. Lett., 96, 186101, 2006.
- [60] Qing-Zhong Xue, 'Model for effective thermal conductivity of nanofluids', Physica Letter A, 307, pp.313-317, 2003.
- [61] Keblinski, P., Phillpot, S.R. and Choi, S.U.S., 'Eastman, Mechanisms of heat flow in suspensions of nano-sized particles (nanofluids)', Int. J. Heat Mass Transfer, 45, pp.855–863, 2002.
- [62] Kumar, D.H., Patel, H.E., Kumar, V.R.R., Sundararajan, T., Pradeep, T. and Das, S.K., 'Model for heat conduction in nanofluids', Phys. Rev. Lett., 93, 144301, 2004.
- [63] Keblinski, P. and Cahill, D.G., 'Comment on "model for heat conduction in nano fluids"', Phys. Rev. Lett., 95, 209401, 2005.
- [64] Jiang, S.P. and Choi, S.U.S., 'Role of Brownian motion in the enhanced thermal conductivity of nanofluids', Appl. Phys. Lett., 84, pp.4316–4318, 2004.
- [65] Prasher, R., Bhattacharya, P. and Phelan, P.E., 'Thermal conductivity of nanoscale colloidal solutions (nanofluids)', Phys. Rev. Lett., 94, 025901, 2005.
- [66] Evans, W., Fish, J. and Keblinski, P., 'Role of Brownian motion hydrodynamics on nanofluid thermal conductivity', Appl. Phys. Lett., 88, 093116, 2006.
- [67] Yuwen Zhang, Ma, H.B., 'Nonequilibrium heat conduction in a nanofluid layer with periodic heat flux' International Journal of Heat and Mass Transfer, 51, pp.4862–4874, 2008.
- [68] Xue, Q., 'Model for effective thermal conductivity of nanofluids', Phys. Lett. A, 307, pp.33–317, 2003.
- [69] Xue, Q., Xu, W.M., 'A model of thermal conductivity of nanofluids with interfacial shells', Mater. Chem. Phys., 90, pp.298–301, 2005.
- [70] W. Yu, S.U.S. Choi, 'The role of interfacial layers in the enhanced thermal conductivity of nanofluids: a renovated Maxwell model', J. Nanoparticle Res., 5, pp.167–171, 2003.
- [71] W. Yu, S.U.S. Choi, 'The role of interfacial layers in the enhanced thermal conductivity of nanofluids: a renovated Hamilton–Crosser model', J. Nanoparticle Res., 6, pp.355–361, 2004.

- [72] L. Xue, P. Keblinski, S.R. Phillpot, S.U.S. Choi, J.A. Eastman, 'Effect of liquid layering at the liquid–solid interface on thermal transport', *Int. J. Heat Mass Transfer*, 47, pp.4277–4284, 2004.
- [73] Y. Xuan, Q. Li, W. Hu, 'Aggregation structure and thermal conductivity of nanofluids', *AIChE J.*, 49, pp.1038–1043, 2003.
- [74] B.X. Wang, L.P. Zhou, X.F. Peng, 'A fractal model for predicting the effective thermal conductivity of liquid with suspension of nanoparticles', *Int. J. Heat Mass Transfer*, 46, pp.2665–2672, 2003.
- [75] Maiga, S.E.B., Nguyen, C.T., Galanis, N., Roy, G., 'Heat transfer enhancement in forced convection laminar tube flow by using nanofluids', *Int. Proc. CHT-04 ICHMT. Symposium Advances Computational Heat Transfer*, April 19–24, Norway, Paper No. CHT-04-101, 2004.
- [76] Li Q., Xuan Y., 'Convective heat transfer performances of fluids with nanoparticles', *In. Proc. 12th Int. Heat Transfer Conference*, Grenoble, France, pp.483–488, 2002.
- [77] Buongiorno J., 'Preliminary Assesment of water-based nanofluids foruse as coolants in PWRs', *The 11th International Topical Meeting on Nuclear Reactor Thermal-Hydraulics (NURETH-11) Popes Palace Conference Center*, Avignon, France, October 2-6, 2005.
- [78] Yimin Xuan, Zhengping Yao, 'Lattice Boltzmann model for nanofluids', *Heat Mass Transfer*, 41, pp.199-205, 2005.
- [79] Russel WB, Saville DA, Schowalter WR, 'Colloidal dispersion', *Cambridge University Press*, Cambridge, 1989.
- [80] Dazhi Y., Renwei M., Luo L., Shyy W., 'Viscous flow computations with the method of lattice Boltzmann equation', *Progress in Aerospace Sciences*, Vol. 39, pp.329-367, 2003.
- [81] Roij R., 'Attraction or repulsion between charged colloids? A connection with Debye–Huckel theory', *J. Phys. Condens. Matter*, Vol 12, pp.263-267, 2000.
- [82] Ratnesh, K., Shukla, V., Dhir, K., 'Effect of Brownian motion on thermal conductivity of nanofluids', *J. Heat Trans.*, 130, pp.1-13, 2008.
- [83] J.A. Fornes, 'Secondary minimum analysis in the DLVO-theory', *Colloid & Polymer Science*, Volume 263, Number 12 / December, 1985.
- [84] WANG Xian-Ju, LI Hai, LI Xin-Fang, 'Stability of TiO₂ and Al₂O₃ Nanofluids', *Chin. Phys. Lett.* Vol. 28, No. 8 (2011) 086601.

- [85] Dongsheng Zhu, Xinfang Li, Nan Wang, Xianju Wang, Jinwei Gao, Hua Li, Dispersion behavior and thermal conductivity characteristics of $\text{Al}_2\text{O}_3\text{-H}_2\text{O}$ nanofluids, *Current Applied Physics* 9 (2009) 131–139
- [86] Qina Y.H., Humieres D., Lallemand, 'Lattice BGK models for Navier-Stokes equation', *Europhys. Lett.*, Vol. 17, pp.479-484, 1992.
- [87] Simon T. E., 'Benchmarking the 2D Lattice Boltzmann BGK Model', *Complex Simulation Report.*, Universiteit van Amsterdam, Faculty of Naturkunde, 2002.
- [88] Buick J. M., Greated C.A., 'Gravity in a Lattice Boltzmann model', *Physical Review E.*, Vol. 61, pp.5307-5320, 1999.
- [89] Ubertini, S., Succi, S., Recent advances of Lattice Boltzmann techniques on unstructured grids, *Progress in Computational Fluid Dynamics*, Vol.5, No ½, 2005.
- [90] Ubertini, S., Succi, S., A Generalised Lattice Boltzmann Equation on Unstructured Grids", *Communication in Computational Physics*, Vol.3, No.2, pp. 342-356, 2008.
- [91] He, X., Luo, Li-Shi, 'Theory of the lattice Boltzmann method: from the Boltzmann equation to the lattice Boltzmann equation', *Physical Review E*, 56, 6811, 1997.
- [92] N. S. Martys, H. Chen, 'Simulation of multi-component fluids in complex 3D geometries by the lattice Boltzmann method', *Phys. Rev.*, E 53, pp.743-751, 1996.
- [93] I. Ginzbourg and P. M. Alder, Boundary condition analysis for the three-dimensional lattice Boltzmann model, *J. Phys. II*, 4, 191, 1994.
- [94] He, X., Zou, Q., Luo, L.S. and Dembo, M., Analytical solutions of simple flows and analysis of non-slip boundary conditions for the Lattice Boltzmann BGK model, *J. Stat. Phys.*, 87, pp.115-136, 1997.
- [95] A. D'Orazio, S. Succi, Simulating two-dimensional thermal channel flows by means of a lattice Boltzmann method with new boundary conditions, *Future Generation Computer Systems* 20 (2004) 935–944
- [96] Z. Guo, Ch. Zheng, and B. Shi, T.S. Zhao, Thermal lattice Boltzmann equation for low Mach number: Decoupling model, *Physical Review E*, 75 (2007) 036704.
- [97] S. Gokaltun, G.S. Dulikravich, 'Lattice Boltzmann computations of incompressible flow and heat transfer in a constricted channel', *Computers and Mathematics with Applications*, Article in Press.
- [98] Flippova, O., Hanrl, D., 'Grid refinement for lattice BGK model', *J. Comput. Phys.*, 147, pp.219-228, 1998.

-
- [99] Ching-Long, L., Young, L., 'Lattice Boltzmann method on composite grids', *Physical Review E*, 62(2), pp.2219-2225, 2000.
- [100] C. Hirsch, *Numerical Computation of Internal and External Flows, Vol. I: Fundamentals of Numerical Discretization*, Wiley, Chichester, 1988.
- [101] J.ghasemi. S.E.Razavi, On the finite volume lattice boltzmann modeling of thermo-hydrodynamics, *Computers and Mathematics with Applications*, 60, pp: 1135-1144, 2010.
- [102] Xi, H., Peng, G., Chou, S.H., 'Finite-volume lattice Boltzmann method', *Physical Review E*, 59(5), pp.6202-6205, 1999.
- [103] J.C. Tanehill, D.A Anderson, R.H. Pletcher, *Computational Fluid Mechanics and Heat Transfer*, Taylor & Francis, 2nd Edition, pp.101-126, 1997.
- [104] Q. Zou, and X. He, "On pressure and velocity boundary conditions for the lattice Boltzmann BGK model," *Phys. Fluids* 9, 1591,1997.
- [105]. S. Chen, D. Martinez, and R. Mei, "On boundary conditions in lattice Boltzmann methods," *Phys. Fluids* 8 (9), September 1996
- [106]. Z. Guo, C. Zheng and B. Shi, "An extrapolation method for boundary conditions in lattice Boltzmann method," *Phys. Of Fluids, Brief Communications*, 14(6), 2002.
- [107] G.H. Tang, W.Q. Tao, Y.L. He, Thermal boundary condition for the thermal lattice Boltzmann equation, *Phys. Rev. E*, 72, 016703, 2005.
- [108] Japan Society of Mechanical Engineers: *Visualized Flow*, Pergamon Press, New York, 1988.
- [109] Schlichting, H. *Boundary Layer Theory*, Springer-Verlag, 3rd Ed., 2005.
- [110] Chen. R.Y., Flow in the entrance region at low Reynolds numbers, *Journal of Fluid Engineering*, Vol.95, 1973, pp.153-158.
- [111] P.S. Lowery and W. Reynolds, Numerical simulation of spatially developing forced plane mixing layer, NASA Technical Report NCC2-015, 1986.
- [112] D. Oster and I. Wygnanski, The forced mixing layer between paralell streams, *J. Fluid Mech.*, 123, 91, 1982.
- [113] Sanjay Patel and Dimitris Drikakis, Large Eddy Simulation of Bifurcation and Transitional Suddenly Expansion Flows, *ECCOMAS CFD 2006*, pp.1-20, 2006.
- [114] E.M. Wahba, Iterative solvers and inflow boundary conditions for plane sudden expansion flows, *Applied Mathematical Modelling* 31, pp. 2553–2563, 2007.

-
- [115] Francine Battaglia, George Papadopoulos, Bifurcation Characteristics of Flows in Rectangular Sudden Expansion Channels, *Journal of Fluids Engineering*, Vol. 128, pp.671-679, 2006.
- [116] W. Chedron, F. Durst, and J. H. Whitelaw, Asymmetric flows and instabilities in symmetric ducts with sudden expansions, *Journal of Fluid Mechanics*, 84:13–31, 1978.
- [117] R. M. Fearn, T. Mullin, and K. A. Cliffe, Nonlinear flow phenomena in a symmetric sudden expansion, *Journal of Fluid Mechanics*, 211:595–608, 1990.
- [118] P.S. Scott, F.A. Mirza, J. Vlachopoulos, A finite element analysis of laminar flows through planar and axisymmetric abrupt expansions, *Comp. Fluids* 14, pp.423–432, 1986.
- [119] F. Durst, J.C.F. Pereira, C. Tropea, The plane symmetric sudden expansion flow at low Reynolds numbers, *J. Fluid Mech.* 248, 567, 1993.
- [120] M. Shapira, D. Degani, D. Weihs, Stability and existence of multiple solutions for viscous flow in suddenly enlarged channels, *Comput. Fluids* 18, 239, 1990.
- [121] D. Drikakis, Study of bifurcation flow phenomena in incompressible sudden expansion flows, *Phys. Fluids* 9 (1997) 76.
- [122] T. Hawa, Z. Rusak, Viscous flow in a slightly asymmetric channel with a sudden expansion, *Phys. Fluids* 12 (2000) 2257.
- [123] E. Schreck, M. Schäfer, Numerical study of bifurcation in three-dimensional sudden channel expansions, *Comput. Fluids* 29 (2000) 583-593.
- [124] Alleborn, N., Nandakumar, K., Raszillier, H., and Durst, F., “Further Contributions on the Two-Dimensional Flow in a Sudden Expansion,” *J. Fluid Mech.*, 330, pp. 169–188, 1997.
- [125] Kudela, H., “Viscous Flow Simulation of a Two-Dimensional Channel Flow With Complex Geometry Using the Grid-Particle Vortex Method,” *Proceedings, Third International Workshop on Vortex Flow and Related Numerical*, 1999.
- [126] Luo, L.-S., 1997, “Symmetry Breaking of Flow in 2D Symmetric Channels: Simulations by Lattice-Boltzmann Method,” *Int. J. Mod. Phys. C*, 8_4_, pp. 859–867.
- [127] Manica, R., and De Bortoli, A., “Simulation of Sudden Expansion Flows for Power-Law Fluids,” *J. Non-Newtonian Fluid Mech.*, 121, pp. 35–40, 2004.
- [128] Ye, T., Mittal, R., Udaykumar, H., Shyy, W., An Accurate Cartesian Grid Method for Viscous Incompressible Flow with Complex Immersed Boundaries”, *Journal of Computational Physics*, 156:209-240, 1999.

- [129] Coutanceau, M., Bouard, R., 1977, Experimental determination of the main features of the viscous flow in the wake of a circular cylinder in uniform translation. Part 1. Steady flow. Part 2. Unsteady flow, *J. Fluid Mech*, 79:231–256.
- [130] Dennis, S.C.R., Chang, G.Z., 1970, Numerical solutions for steady flow past a circular cylinder at Reynolds numbers up to 100, *J. Fluid Mech*. 42:471–489.
- [131] Nieuwstadt, F., Keller, H.B., 1973, Viscous flow past circular cylinders, *Comput. Fluids*, 1:59–71.
- [132] He, X., Doolen, G., 1997, Lattice Boltzmann method on curvilinear coordinates system: flow around a circular cylinder, *J. Comput. Phys.*, 134:306–315.
- [133] Dhiraj V. Patil, K.N. Lakshminisha, 2009, Finite volume TVD formulation of lattice Boltzmann simulation on unstructured mesh, *Journal of Computational Physics*, 228:5262–5279.
- [134] Fornberg, B., 1980, A numerical study of steady viscous flow past a circular J. *Fluid Mech*. 101, 583-587.
- [135] Calhoun, D., 2002, A Cartesian Grid Method for Solving the Two-Dimensional Streamfunction-Vorticity Equations in Irregular Regions", *Journal of Computational Physics*, 176(2):231-275
- [136] Ubertini, S., Succi, S., Bella, G., 2004, Lattice Boltzmann schemes without coordinates, *Phil. Trans. R. Soc. Lond. A*, 362:1763–1771.
- [137] Ding, H., Shu, M., and Ca, Q.D., 2007, Application of Stencil-Adaptive Finite Difference Method to Incompressible Viscous Flows with Curved Boundary, *Computers and Fluids*, 36:786-793.
- [138] Liu, C., Zheng, X., and Sung, S.H., 1998, Preconditioned Multi-grid Methods for Unsteady Incompressible Flows, *Journal of Computational Physics*, 139:35-57.
- [139] Braza, M., Chassaing, P., Ha Minh, H., 1986, Numerical study and physical analysis of the pressure and velocity fields in the near wake of a circular cylinder, *J. Fluid Mech*. 165:79-130.
- [140] Persillon, H., Braza, M., 1998, Physical analysis of the transition to turbulence in the wake of a circular cylinder by three-dimensional Navier-Stokes simulation, *J. Fluid Mech.*, 365:23-88.
- [141] Karniadakis, G. M., Triantafyllou G. S., 1992, Three-dimensional dynamics and transition to turbulence in the wake of blu_ objects, *J. Fluid Mech*, 238:1-30.
- [142] Thompson, M., Hourigan, K., Sheridan J., 1996, Three-dimensional instabilities in the wake of a circular cylinder, *Experimental Thermal and Fluid Science*, 12:190-196.

- [143] Williamson, C. H. K., 1988, Defining a universal and continuous Strouhal-Reynolds number relationship for the laminar vortex shedding of a circular cylinder, *Phys. Fluids*, 31 (10):2742- 2744.
- [144] R. K. Shah and A. L. London, *Advances in Heat Transfer* _Academic Press, New York, 1978.
- [145] Barton I.E., The entrance effect of laminar flow over a backwardfacing step geometry. *Int J Numer Methods Fluids* 1997; 25:633–44.
- [146] Armaly, B.F., Durst, F., Pereira, J.C.F. and Schonung, B. (1983), “Experimental and theoretical investigation of backward-facing step flow”, *J. Fluid Mechanics*, Vol. 127, pp. 473-496.
- [147] Guj, G. and Stella, F. (1988), “Numerical solutions of high-Re recirculating flows in vorticity-velocity form”, *Int. J. for Numerical Methods in Fluids*, Vol. 8, pp. 405-416.
- [148] Barton I.E., ‘A numerical study of floe over a confined backward-facing step’, *Int. J. Num. Meth, Fluids*, 21, 1995, 653-665.
- [149] Barber, R. W., Fonty, A., ‘A numerical study of laminar flow over a confined backward facing step using a novel viscous-splitting vortex algorithm’, 4th GRACM Congress on Computational Mechanics GRACM 2002, Patra, 27-29 June, 2002
- [150] Erturk, E., Numerical solutions of 2-D steady incompressible flow over a backward-facing step, Part I: High Reynolds number solutions, *Computers & Fluids* 37 (2008) 633–655.
- [151] T. Kondoh, Y. Nagano, T. Tsuji, Computational study of laminar heat transfer downstream of a backward-facing step, *Int. J. Heat Mass Transfer* 36 (1993) 577–591.
- [152] C.K. Chen, T.S. Yen, Y.T. Yang, Lattice Boltzmann method of a cylinder in the backward-facing step with field synergy principle, *Int. J. Therm. Sci.* 45, (2006) 982-989.
- [153] X. He, G. Doolen, Lattice Boltzmann method on curvilinear coordinates system: flow around a circular cylinder, *J. Comput. Phys.* 134 (1997) 306–315.
- [154] Buyruk, E., Johnson, M. W., and Owen, I., 1998, “Numerical and Experimental Study of Flow and Heat Transfer around a Tube in Cross-Flow at Low Reynolds Number,” *Int. J. Heat Fluid Flow*, 19, pp. 223–232.
- [155] Sen, S., Mittal, S., and Biswas, G., 2009, “Steady Separated Flow Past a Circular Cylinder at Low Reynolds Numbers,” *J. Fluid Mech.*, 620, pp. 89–119.

- [156] Khan, W. A., Culham, J. R., and Yovanovich, M. M., 2004, "Fluid Flow and Heat Transfer from a Cylinder between Parallel Planes," *J. Thermophys. Heat Transfer*, 18, pp. 395–403.
- [157] Dhiman, A. K., Chhabra, R. P., and Eswaran, V., 2005, "Flow and Heat Transfer across a Confined Square Cylinder in the Steady Flow Regime: Effect of Peclet Number," *Int. J. Heat Mass Transfer*, 48, pp. 4598–4614.
- [158] Eiyad Abu-Nada, Application of nanofluids for heat transfer enhancement of separated flows encountered in a backward facing step, *International Journal of Heat and Fluid Flow* 29 (2008) 242–249.
- [159] M.A. Mansour, R.A. Mohamed, M.M. Abd-Elaziz, Sameh E. Ahmed, Numerical simulation of mixed convection flows in a square lid-driven cavity partially heated from below using nanofluid , *International Communications in Heat and Mass Transfer* 37 (2010) 1504–1512.
- [160] H. Nemati, M. Farhadi, K. Sedighi, E. Fattahi, A.A.R. Darzi, Lattice Boltzmann simulation of nanofluid in lid-driven cavity, *International Communications in Heat and Mass Transfer* 37 (2010) 1528–1534.
- [161] Ali, A., Vafaei, K., Khaled, A.R.A., 'comparative study between parallel and counter flow configuration between air and falling film desiccant in the presence of nanofluids suspensions', *Int. J. Energy Res.*, 27, pp. 725-745, 2003.
- [162] Khanafer, K., Vafaeim K., Lightstone, M., 'Buoyancy driven heat transfer enhancement in two-dimensional enclosure utilizing nanofluids', *Int. J. Heat Mass Transfer*, 46, pp. 3639-3653, 2003.
- [163] Khaled, A.R.A., Vafaei, K., 'Heat transfer enhancement trough control of thermal dispersion effects', *Int. J. Heat Mass Transfer*, 48, pp. 2172-2185, 2005.
- [164] Kakac, S., Pramuanjaroenkij, A., 'Review of convective heat transfer enhancement with nanofluids', *Int. J. Heat Mass Transfer*, 52, pp. 3187-3196, 2009.
- [165] S. Zeinali Heris, S. Gh. Etamad, M. Nasr Esfahani, 'Heat transfer enhancement of nanofluid laminar flow', 14th Annual (International) Mechanical Engineering Conference – May 2006, Isfahan University of Technology, Isfahan, Iran.
- [166] S. Ozerinc, 'Heat transfer enhancement with nanofluids', MSc Thesis, Middle East Technical University, 2010.
- [167] X. Wang, X. Xu, S.U.S. Choi, Thermal conductivity of nanoparticle–fluid mixture, *Journal of Thermophysics and Heat Transfer* 13 (4) (1999) 474–480.
- [168] S. Lee, S.U.S. Choi, S. Li, J.A. Eastman, Measuring thermal conductivity of fluids containing oxide nanoparticles, *Journal of Heat Transfer* 121, (1999), 280-289. (1999) 280–289.

[169] Santraa, A.K., Sen, S., Chakrabort, N., "Study of heat transfer due to laminar flow of copper–water nanofluid through two isothermally heated parallel plates," *International Journal of Thermal Sciences*, 48(2), 2009, pp.391-400.

[170] H.E. Patel, T. Pradeep, T. Sundarrajan, A. Dasgupta, N. Dasgupta, S.K. Das, A micro-convection model for thermal conductivity of nanofluid, *Pramana–J. Phys.*, 65 (2005) 863–869.

ضميمه الف



۱۰-۱- بدست آوردن معادله ناویر - استوکس و معادله شبکه بولتزمن

معادله گسسته شبکه بولتزمن را در نظر بگیرید:

$$f_i(\bar{x} + \bar{e}_i \delta_t, t + \delta_t) = f_i(\bar{x}, t) + \frac{1}{\tau_f} (f_i^{eq} - f_i) \quad (\text{الف})$$

در ادامه به منظور سهولت $f_i(\bar{x}, t)$ را بصورت f_i می‌نویسیم. حال بسط تیلور^۱ مرتبه دوم را بر سمت چپ معادله فوق اعمال می‌کنیم.

$$\frac{\partial f_i}{\partial t} + \bar{e}_i \nabla f_i + K \left(\frac{1}{2} \bar{e}_i \bar{e}_i : \nabla \nabla f_i + \bar{e}_i \cdot \nabla \frac{\partial f_i}{\partial t} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 f_i}{\partial t^2} \right) = \frac{1}{K \tau_f} (f_i^{eq} - f_i) \quad (\text{ب})$$

توجه شود که علامت : بیانگر ضرب ستونی می‌باشد. حال تابع توزیع تعادلی را بصورت یک بخش تعادلی و یک بخش غیر تعادلی در نظر می‌گیریم:

$$\begin{aligned} f_i &= f_i^{eq} + K f_i^{neq} \\ f_i^{neq} &= f_i^{(1)} + K \cdot f_i^{(2)} + O(K^2) \end{aligned} \quad (\text{ج})$$

توجه شود که توابع توزیع تعادلی و غیر تعادلی فوق می‌بایست معادلات زیر را ارضاء نمایند:

$$\begin{aligned} \rho &= \sum_i f_i^{eq} \quad , \quad \rho \cdot \bar{u} = \sum_i f_i^{eq} \bar{e}_i \\ 0 &= \sum_i f_i^{(k)} \quad , \quad 0 = \sum_i f_i^{(k)} \bar{e}_i \quad \therefore k = 1, 2 \end{aligned} \quad (\text{د})$$

حال از بسط چاپمن - انسگوک^۲ استفاده می‌نماییم که در آن از یک عدد کوچک به نام عدد نودسن^۳ (K) برای بسط متغیرهای زمان، مکان و مشتقات مربوطه استفاده می‌شود. با اعمال بسط چاپمن - انسگوک به معادله (ب) می‌توان معادله فوق را به جملات مختلف بر حسب اندازه بزرگی عدد نودسن تجزیه کرد. این بسط بصورت زیر می‌باشد:

^۱ - Taylor expansion

^۲ - Chapman-Enskog expansion

^۳ - Knudsen number

$$\frac{\partial}{\partial t} = K \frac{\partial}{\partial t_1} + K^2 \frac{\partial}{\partial t_2}, \quad \frac{\partial}{\partial x} = K \frac{\partial}{\partial x_1} \quad (ه)$$

با جایگذاری توابع توزیع تعادلی و غیرتعادلی با استفاده از بسط چاپمن - انسگوک در معادله شبکه بولتزمن و مرتب‌سازی جملات حاصل با توجه به مرتبه بزرگی عدد نودسن به روابط زیر می‌رسیم که بسیار شبیه به معادله پیوستگی می‌باشد:

$$K^0: \quad \frac{\partial f_i^{eq}}{\partial t_1} + \bar{e}_i \nabla_1 f_i^{eq} = -\frac{f_i^{(1)}}{\tau}$$

$$K^1: \quad \frac{\partial f_i^{(1)}}{\partial t_1} + \frac{\partial f_i^{eq}}{\partial t_2} + \bar{e}_i \nabla f_i^{(1)} + \frac{1}{2} \bar{e}_i \bar{e}_i : \nabla \nabla f_i^{eq} + \bar{e}_i \cdot \nabla \frac{\partial f_i^{eq}}{\partial t_1} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 f_i^{eq}}{\partial t_1^2} = \frac{f_i^{(2)}}{\tau} \quad (و)$$

معادله دوم رابطه فوق را نیز می‌توان با یک سری عملیات جبری بصورت زیر بازنویسی کرد:

$$\frac{\partial f_i^{(1)}}{\partial t_2} + \left(1 - \frac{2}{\tau}\right) \left[\frac{\partial f_i^{(1)}}{\partial t_1} + \bar{e}_i \nabla f_i^{(1)} \right] = -\frac{f_i^{(2)}}{\tau} \quad (ز)$$

با اعمال روابط بین تابع توزیع ذرات و متغیرهای ماکروسکوپی، معادلات بقای جرم و مومنتوم بدست خواهند آمد:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot \rho \bar{u} = 0, \quad \frac{\partial \rho \bar{u}}{\partial t} + \nabla \cdot \Pi = 0 \quad (ح)$$

در رابطه فوق، تانسور مومنتوم شار، Π ، بصورت زیر می‌باشد:

$$\Pi_{xy} = \sum_i \bar{e}_{ix} \bar{e}_{iy} \left[f_i^{eq} + \left(1 - \frac{1}{2\tau}\right) f_i^{(1)} \right] \quad (ط)$$

در رابطه فوق روابط زیر برقرار می‌باشند:

$$\left(\sum_x \bar{e}_{ix} \right)^2 = \sum_x \sum_y \bar{e}_{ix} \bar{e}_{iy} \quad (ی)$$

$$f_i^{eq} = \omega_i \rho \left(1 + \frac{3 \cdot \bar{e}_i \bar{u}}{c^2} + \frac{9(\bar{e}_i \bar{u})^2}{2c^4} - \frac{3(\bar{u})^2}{2c^2} \right) \quad (ک)$$

توجه شود که تابع توزیع تعادل تنها برای سرعت های کم یا به بیانی دیگر عدد ماخ کوچک معتبر می باشد. با جایگذاری تابع توزیع در تانسور شار خواهیم داشت:

$$\Pi_{xy}^0 = \sum_i \bar{e}_{ix} \bar{e}_{iy} f_i^{eq} = p \delta_{xy} + \rho \bar{u}_x \bar{u}_y \quad (ل)$$

$$\Pi_{xy}^{(1)} = \left(1 - \frac{1}{2\tau} \right) \sum_i \bar{e}_{ix} \bar{e}_{iy} f_i^{(1)} = \nu \left(\nabla_x (\rho \cdot \bar{u}_y) + \nabla_y (\rho \cdot \bar{u}_x) \right)$$

در نهایت معادله ناویر استوکس با فرض اینکه تغییرات چگالی بسیار ناچیز می باشد، بدست خواهد آمد:

$$\rho \left(\frac{\partial \bar{u}_x}{\partial t} + \nabla_y \cdot \bar{u}_x \bar{u}_y \right) = -\nabla_x p + \nu \nabla_y \cdot \left(\nabla_x (\rho \bar{u}_y) + \nabla_y (\rho \bar{u}_x) \right) \quad (م)$$

قابل ذکر است که روند فوق بر اساس مرجع [۱۱] انجام گرفته است.

Abstract

In this thesis, numerical simulation of heat transfer and flow analysis of two dimension incompressible nano-fluids are developed using the combination of finite volume and lattice Boltzmann method. The flow and energy distribution functions are discretized based on cell-centered scheme. Also, the D_2Q_9 lattice is used in conjunction with unstructured quadrilateral volumes. To enhance stability, an upwind second order pressure and temperature biasing factors are used as flux correctors on each lattice for flow and energy fluxes, respectively.

The fourth-order artificial dissipation terms are taken into account to damp out spurious oscillations. Also, additional lattices at the edge of each boundary cell are introduced, which allow a much better description of the actual geometrical shape.

These factors with combination of fifth-order Runge-Kutta time marching scheme has improved the accuracy and convergence of the results significantly. In order to demonstrate the temperature field, the double distribution function model is used. The unknown energy distribution function at the boundary node is decomposed into equilibrium and non-equilibrium parts. Then, the non-equilibrium part is approximated with a first order extrapolation of the non-equilibrium part of populations at the neighboring domain cells. This treatment enhances the domain stability and let for a faster convergence.

Due to performance of lattice Boltzmann method, it is possible to implement the main factors in enhancement of heat transfer properties such as gravity, drag force, buoyancy, Brownian forces and attraction and repulsion DLVO forces for simulation of nano-fluids.

The resulting model has been verified against different fluid and nano-fluid problems at low and moderate Reynolds numbers. Comparing with previous lattice Boltzmann simulations, the proposed approach greatly enhances the computational stability, which demonstrates the robustness of the proposed scheme on two dimensional unsteady flows. The results also indicate that the nano-fluids with low dense nano-particles such have higher velocity than those with high dense. Furthermore, it was found that outside the recirculation zones, nano-particles having high thermal conductivity (such as Ag or Cu) have more enhancements on the Nusselt number. However, within recirculation zones, nano-particles having low thermal conductivity (such as TiO_2) have better enhancement on heat transfer

Keywords: Lattice Boltzmann Method, Finite Volume, Stability, Cell-Centered Scheme, Nano-Fluids, Double Distribution Function model.



SHAHROOD UNIVERSITY OF TECHNOLOGY

**SIMULATION OF NANOFUIDS USING LATTICE
BOLTZMANN METHOD**

By

AHAD ZARGHAMI

A DISSERTATION
SUBMITTED TO THE DEPARTMENT OF MECHANICAL ENGINEERING
IN PARTIAL FULFILLMENT OF THE REQUIREMENTS FOR THE
DEGREE OF DOCTOR OF PHILOSOPHY

DIVISION OF HEAT AND FLUIDS

January 2012



Shahrood University of Technology
Department of Mechanical Engineering
Division of Heat and Fluids

Simulation of Nanofluids using Lattice Boltzmann Method

Ahad Zarghami

Supervisor:

Associate Prof. Mohammad Javad Maghrebi

January 2012