

الله
محمد
الكرين



دانشگاه صنعتی شاهرود

دانشکده مهندسی مکانیک و مکاترونیک
رشته مهندسی مکانیک گرایش ساخت و تولید

پایان نامه کارشناسی ارشد مهندسی ساخت و تولید

تحلیل فرآیند پرسکاری لوله فلزی در کانال‌های همسان زاویه‌دار به روش حد بالا و
مقایسه با روش المان محدود

نگارنده

رضا بصیری امین

استاد راهنما

دکتر مهدی گردویی

بهمن ماه ۱۳۹۸

فرم شماره ۳: صورتجلسه نهایی دفاع از پایان نامه دوره کارشناسی ارشد

با تأییدات خداوند متعال و با استعانت از حضرت ولی عصر (عج) ارزیابی جلسه دفاع از پایان نامه کارشناسی ارشد آقای رضا بصیری امین به شماره دانشجویی ۹۴۰۳۶۸۴ رشته مهندسی مکانیک گرایش ساخت و تولید تحت عنوان تحلیل فرآیند پرسکاری لوله فلزی در کانال‌های همسان زاویه دار به روش حد بالا و مقایسه با روش المان محدود که در تاریخ ۹۸/۱۱/۸ با حضور هیأت محترم داوران در دانشگاه صنعتی شاهرود برگزار گردید به شرح ذیل اعلام می‌گردد:

<input type="checkbox"/> قبول (با درجه : _____ امتیاز _____)	<input type="checkbox"/> دفاع مجدد	<input type="checkbox"/> مردود
<input type="checkbox"/> نظری	<input type="checkbox"/> عملی	

۱- عالی (۲۰ - ۱۹)

۲- بسیار خوب (۱۸/۹۹ - ۱۸)

۳- خوب (۱۶ - ۱۷/۹۹)

۴- قابل قبول (۱۴ - ۱۵/۹۹)

۵- نمره کمتر از ۱۴ غیر قابل قبول

عضو هیأت داوران	نام و نام خانوادگی	مرتبه علمی	امضاء
۱- استادراهنمای اول	دکتر مهدی گردویی	استادیار	
۲- استادراهنمای دوم	-----	-----	
۳- استاد مشاور	-----	-----	
۴- نماینده شورای تحصیلات تکمیلی	دکتر مهدی حیدری	استادیار	
۵- استاد ممتحن اول	دکتر سید هادی قادری	استادیار	
۶- استاد ممتحن دوم	دکتر مهدی وحدتی	استادیار	

نام و نام خانوادگی رئیس دانشکده: دکتر مهدی گردویی

تاریخ و امضاء و مهر دانشکده:

تقدیم‌نامه

شکر شایان نثار ایزد منان که توفیق را رفیق را هم ساخت تا این پایان نامه را به پایان برسانم. این پایان نامه را ضمن تشکر و سپاس بیکران و در کمال افتخار و امتنان تقدیم می‌نمایم به:

- محضر ارزشمند پدر و مادر عزیزم به خاطر همه‌ی تلاش‌های محبت آمیزی که در دوران مختلف زندگی‌ام انجام داده‌اند و با مهربانی چگونه زیستن را به من آموخته‌اند.
- همسر مهربانم که در تمام طول تحصیل همراه و همگام من بوده است و محنت دوری کشید و اگر زحمات و بردباری او نبود، اتمام این مهم میسر نمی‌شد.
- استادان فرزانه و فرهیخته‌ای که در راه کسب علم و معرفت مرا یاری نمودند.
- آنان که در راه کسب دانش راهنمایم بودند.
- آنان که نفس خیرشان و دعای روح پرورشان بدرقه‌ی راهم بود.
- بارالها کمک کن تا بتوانم ادای دین کنم و به خواسته‌ی آنان جامه‌ی عمل ببوشانم.
- پروردگارا حسن عاقبت، سلامت و سعادت را برای آنان مقدر فرما.

سپاس‌گزاری

در طی گذر زمان انسان در راه‌هایی قدم می‌گذارد که گاهی عدم کمک و توجه دیگران باعث مشقت دوچندان می‌شود اما با زحمات و تلاش‌ها و یاری دیگران رنج و محنت مسیر چون شهد گوارا می‌گردد و به موجب این امر باید کمال تشکر و قدردانی را نسبت به تمامی اشخاصی که بنده را در این راه همراهی نمودند به ویژه استاد راهنمای ارجمند جناب آقای دکتر مهدی گردویی را داشته باشم. همچنین می‌بایست تشکر فراوان از محضر اساتید ارزشمند گروه ساخت و تولید دانشکده مهندسی مکانیک و مکاترونیک دانشگاه صنعتی شاهرود داشت که از محضر آنها بهره علمی بسیار برده و مشق اخلاق نموده‌ام و از خداوند منان برای یکایک این بزرگواران عزت و سلامتی خواهانم.

رضا بصیری امین

ومن ... التوفیق

تعهدنامه

اینجانب رضا بصیری امین دانشجوی دوره کارشناسی ارشد رشته مهندسی مکانیک دانشکده مهندسی مکانیک و مکاترونیک دانشگاه صنعتی شاهرود نویسنده پایان نامه «تحلیل فرآیند پرسکاری لوله فلزی در کانال‌های زاویه‌دار همسان به روش کران بالا و مقایسه با روش المان محدود» تحت راهنمایی جناب آقای دکتر مهدی گردویی متعهد می‌شوم:

- تحقیقات در این پایان نامه توسط اینجانب انجام شده است و از صحت و اصالت برخوردار است.
- در استفاده از نتایج پژوهش‌های محققان دیگر به مرجع مورد استفاده استناد شده است.
- مطالب مندرج در پایان نامه تاکنون توسط خود یا فرد دیگری برای دریافت هیچ نوع مدرک یا امتیازی در هیچ جا ارائه نشده است.
- کلیه حقوق معنوی این اثر متعلق به دانشگاه صنعتی شاهرود می‌باشد و مقالات مستخرج با نام «دانشگاه صنعتی شاهرود» و یا «Shahrood University of Technology» به چاپ خواهد رسید.
- حقوق معنوی تمام افرادی که در به دست آمدن نتایج اصلی پایان نامه تأثیرگذار بوده اند در مقالات مستخرج از پایان نامه رعایت می‌گردد.
- در کلیه مراحل انجام این پایان نامه، در مواردی که از موجود زنده (یا بافت‌های آنها) استفاده شده است ضوابط و اصول اخلاقی رعایت شده است.
- در کلیه مراحل انجام این پایان نامه، در مواردی که به حوزه اطلاعات شخصی افراد دسترسی یافته یا استفاده شده است، اصل رازداری، ضوابط و اصول اخلاق انسانی رعایت شده است.

تاریخ

امضای دانشجو

مالکیت نتایج و حق نشر

- کلیه حقوق معنوی این اثر و محصولات آن (مقالات مستخرج، کتاب، برنامه های رایانه‌ای، نرم افزارها و تجهیزات ساخته شده است) متعلق به دانشگاه صنعتی شاهرود می‌باشد. این مطلب باید به نحو مقتضی در تولیدات علمی مربوطه ذکر شود.
- استفاده از اطلاعات و نتایج موجود در پایان نامه بدون ذکر مرجع مجاز نمی‌باشد.

متن این صفحه باید در ابتدای نسخه‌های تکثیر شده پایان نامه وجود داشته باشد

چکیده

فرآیند ایکپ یا «فشردن در کانال زاویه دار همسان» یکی از روش‌های شکل‌دهی پلاستیک شدید است که برای استحکام بخشی مکانیکی فلزات با ریزدانه نمودن میکرو ساختار مورد استفاده قرار می‌گیرد. در این تحقیق به مطالعه ایکپ لوله فلزی حاوی فشار داخلی با روش کران بالا و مقایسه با روش المان محدود پرداخته شده است. در ایکپ لوله فلزی برای جلوگیری از اعوجاج مقطع و حفظ هندسه سطح مقطع نیاز به اعمال فشار بر روی سطح داخلی لوله است. برای این منظور محققین از ماندل‌هایی از جنس‌های فلزی و پلی‌اورتان و موادی نظیر: گریس، ماسه و... استفاده کرده‌اند. در بخش تحلیل تئوری، نخست به استخراج روابط ایکپ میله فلزی توپر و سپس به محاسبه فرآیند ایکپ لوله با ماندل فلزی پرداخته شده است. در پایان تحلیل ایکپ لوله با اعمال فشار داخلی انجام شده است. برای استخراج میدان تغییرشکل، تانسور کرنش و نرخ کرنش از خطوط جریان بزیر مرتبه سه استفاده شد. در تحلیل کران بالا ماده به صورت صلب-کاملاً پلاستیک و همسانگرد در نظر گرفته شد. همچنین از مدل اصطکاکی چسبنده بین قطعه و دیواره قالب استفاده شده است. برای صحت‌سنجی، نتایج تحلیل حاضر با مقالات معتبر مقایسه شده است. شبیه‌سازی فرآیند ایکپ لوله با استفاده از حلگر صریح نرم‌افزار آباکوس انجام شد. در این بخش نتایج تحلیل کران بالا با شبیه‌سازی به ازای مقادیر مختلف نسبت فشار داخلی به تنش تسلیم و همچنین ضخامت‌های مختلف لوله مورد ارزیابی قرار گرفت. نتایج نشان داد که با افزایش فشار داخلی، اعوجاج ایجاد شده در مقطع کاهش می‌یابد اما از سوی دیگر نیروی فرایند ایکپ بیشتر می‌شود. این اثر با کاهش ضخامت لوله بیشتر خواهد شد. همچنین با کاهش ضخامت لوله، در یک فشار داخلی ثابت، اعوجاج ایجاد شده در مقطع افزایش می‌یابد در حالی که نیروی فرایند ایکپ کاهش می‌یابد. نتایج نشان داد که با افزایش فشار داخلی، میزان کرنش پلاستیک معادل به مقدار $12/5$ درصد افزایش یافته است. همچنین با کاهش 34 درصدی در ضخامت لوله، نیروی لازم برای انجام فرآیند به میزان $33/3$ درصد کاهش داشت.

واژگان کلیدی: تحلیل کران بالا، ECAP، لوله فلزی، منحنی بزیر، فشار داخلی، تحلیل المان محدود

فهرست عنوان‌ها

ج.....تصویب نامه

و.....تعهدنامه

ک.....فهرست شکل‌ها

س.....فهرست جدول‌ها

ع.....فهرست نشانه‌ها

۱.....فصل ۱ مقدمه

۱-۱- معرفی روش‌های شکل‌دهی پلاستیک شدید.....۲

۱-۲- فرآیندهای تغییر شکل پلاستیک شدید حجمی.....۴

۱-۳- فرآیندهای تغییر شکل شدید برای ورق‌ها.....۷

۱-۳-۱- فرآیندهای تغییر شکل پلاستیک شدید برای لوله‌ها.....۹

۱-۴- معرفی روش ایکپ.....۱۱

۱-۵- پیشینه تحقیق.....۱۲

۱-۵-۱- ایکپ ماده توپر.....۱۲

۱-۵-۲- ایکپ لوله.....۱۴

۱-۵-۳- تحلیل کران بالا.....۱۷

۱-۶- ساختار و اهداف پایان‌نامه.....۱۹

۲۱.....فصل ۲ حل تحلیلی و المان محدود فرآیند ایکپ میله و لوله

۲-۱- مبانی تحلیل کران بالا.....۲۲

۲-۲- تئوری مسئله ایکپ.....۲۵

۲-۲-۱- روش سطوح تغییر شکل.....۲۵

۲-۲-۲- روش انتگرال J.....۲۸

۲-۳- تئوری کران بالا برای ایکپ میله گرد.....۳۱

۲-۴- تئوری کران بالا برای ایکپ لوله.....۳۵

۲-۴-۱- منحنی‌های بزییر.....۳۵

۲-۵- استخراج معادلات کران بالا ایکپ لوله با ماندنرل فلزی.....۴۱

۲-۶- تئوری کران بالا برای ایکپ لوله حاوی فشار داخلی به کمک روش جمع آثار.....۵۵

فصل ۳ شبیه‌سازی المان محدود..... ۶۳

- ۳-۱- مدل‌سازی عددی فرآیند ایکپ به روش المان محدود ۶۴
- الف) ایجاد مدل هندسی مسئله ۶۴
- ب) تعریف خواص مواد ۶۵
- ج) تعیین نوع تحلیل، مراحل تحلیل و خروجی ۶۶
- د) شرایط مرزی و بارگذاری ۶۷
- ه) شبکه بندی و تحلیل ۶۸
- و) استقلال مش ۶۸
- ز) حالت‌های شبیه‌سازی ۶۹

فصل ۴ ارائه نتایج و بحث..... ۷۱

- ۴-۱- صحت سنجی مدل ۷۱
- ۴-۲- ارائه نتایج و بحث ۷۲
- ۴-۲-۱- اثر فشار داخلی بر توزیع تنش و کرنش در فرآیند ایکپ ۷۴
- ۴-۲-۲- مقایسه نیروی کران بالا و المان محدود فرآیند ۷۸

فصل ۵ نتیجه‌گیری و پیشنهادها..... ۸۵

- ۵-۱- نتیجه‌گیری ۸۵
- ۵-۲- پیشنهادها ۸۶

پیوست ۱ اثبات روابط انتگرال I برای کانال با مقطع مربعی ۸۷

پیوست ۲ اثبات روابط ایکپ میله‌گرد ۹۰

پیوست ۳ روابط برنشتاین والگوریتیم دوکاستل جو ۹۳

پیوست ۴ اثبات روابط ایکپ لوله حاوی ماندلر فلزی ۹۵

پیوست ۵ اثبات روابط ایکپ لوله حاوی فشار داخلی ۹۶

منبع‌ها ۹۹

فهرست شکل‌ها

- شکل ۱-۱: دسته‌بندی کلی روش‌های تغییر شکل پلاستیک شدید بر اساس شکل محصول..... ۴
- شکل ۲-۱: طرح‌واره فرآیند ایکپ با هندسه مکعبی (مقطع چهارگوش) و زاویه کانال ۹۰ درجه [۱۲]..... ۵
- شکل ۳-۱: فرآیند پیچش با فشار بالا، الف) با سنبه چرخان، ب) با قالب چرخان، ج) قطعه کار [۱۲]..... ۵
- شکل ۴-۱: طرح‌واره فرآیند فورج چند جهته [۱۲]..... ۶
- شکل ۵-۱: طرح‌واره فرآیند اکستروژن- فشار تناوبی [۱۲]..... ۷
- شکل ۶-۱: مراحل مختلف فرآیند ARB [۲۲]..... ۸
- شکل ۷-۱: شمای کلی از فرآیند RCS [۱۲]..... ۸
- شکل ۸-۱: مقایسه دو روش CGP (بالا) و RCS (پایین) [۱۲]..... ۹
- شکل ۹-۱: مراحل مختلف فرآیند PTCAP برای ایجاد تغییر شکل پلاستیک شدید روی لوله‌ها [۲۴]..... ۱۰
- شکل ۱۰-۱: شمای کلی و مراحل فرآیند TCP [۲۶]..... ۱۰
- شکل ۱۱-۱: مسیرهای مختلف اصلی برای روش ایکپ [۲۹]..... ۱۲
- شکل ۱۲-۱: مونتاژ فرآیند ایکپ لوله، الف) نحوه قرارگیری لوله در قالب، ب) نحوه آب‌بندی سیال داخل لوله [۲۲]..... ۱۵
- شکل ۱-۲: برش یک المان در صفحه برشی [۵۰]..... ۲۳
- شکل ۲-۲: طرح‌واره اکستروژن در کانال همسان زاویه دار به روش سطوح تغییرشکل [۵۳]..... ۲۶
- شکل ۳-۲: طرح‌واره قالب ایکپ با زاویه گوشه ψ و زاویه قالب ϕ [۵۵]..... ۲۹
- شکل ۴-۲: سرعت‌های ناپیوستگی، الف) سطح ورودی، ب) سطح خروجی [۵۵]..... ۲۹
- شکل ۵-۲: کانال دایروی و تقسیمات نواحی [۵۵]..... ۳۲
- شکل ۶-۲: منحنی بزیر خطی در لحظه $t = 0$ ۳۶
- شکل ۷-۲: منحنی بزیر درجه ۲ در لحظه $t = 0/25$ ۳۷
- شکل ۸-۲: منحنی بزیر درجه ۳ در لحظه $t = 0/25$ ۳۸
- شکل ۹-۲: منحنی بزیر درجه ۲ در لحظه $t = 0/25$ ۴۰
- شکل ۱۰-۲: منحنی بزیر درجه ۳ در لحظه $t = 0/25$ ۴۰
- شکل ۱۱-۲: منحنی بزیر درجه ۴ در لحظه $t = 0/25$ ۴۱

- شکل ۲-۱۲: مختصات قرار گیری نقاط شروع و پایان [۶۰]..... ۴۲
- شکل ۲-۱۳: مقطع AC [۶۰]..... ۴۴
- شکل ۲-۱۴: نمایی از خطوط کانال و میله در حال تغییر شکل [۶۱]..... ۴۴
- شکل ۲-۱۵: صفحه ورودی ناحیه تغییر شکل AC [۶۱]..... ۴۵
- شکل ۲-۱۶: طرحواره صفحه نهایی برش روی صفحه y-z [۶۰]..... ۴۶
- شکل ۲-۱۷: طرحواره لوله حاوی فشار داخلی..... ۵۶
- شکل ۲-۱۸: دیاگرام تحلیل لوله حاوی فشار داخلی..... ۵۶
- شکل ۳-۱: مدل هندسی ماده اولیه، الف) میله گرد، ب) لوله با ماندلر فلزی، ج) لوله تحت فشار داخلی..... ۶۵
- شکل ۳-۲: مشخصات ابعادی ماده اولیه، الف) میله گرد، ب) لوله با ماندلر فلزی، ج) لوله تحت فشار داخلی..... ۶۵
- شکل ۳-۳: نمودار انرژی جنبشی و انرژی داخلی بر حسب زمان..... ۶۷
- شکل ۳-۴: بارگذاری داخلی لوله..... ۶۸
- شکل ۳-۵: شبکه بندی ماده اولیه، الف) میله گرد توپر، ب) لوله با ماندلر فلزی، ج) لوله تحت فشار داخلی..... ۶۸
- شکل ۳-۶: مش بندی لوله در اندازه های مختلف..... ۶۹
- شکل ۳-۷: نمودار نیرو-جابجایی برای اندازه مش های متفاوت..... ۶۹
- شکل ۴-۱: کرنش اعمال شده بر ماندلر آلومینیومی در تحقیق مرجع [۶۱]..... ۷۲
- شکل ۴-۲: کرنش اعمال شده بر ماندلر آلومینیومی در شبیه سازی انجام شده..... ۷۲
- شکل ۴-۳: تنش میز اعمالی به ماندلر فلزی..... ۷۳
- شکل ۴-۴: تنش میز اعمالی به لوله مسی..... ۷۳
- شکل ۴-۵: توزیع تنش موثر میز بر لوله در حین فرآیند ایکپ بر حسب $\frac{a}{b} = 0/83$ و $\frac{P_{in}}{Y} = 0$ MPa..... ۷۴
- شکل ۴-۶: توزیع تنش موثر میز بر لوله در حین فرآیند ایکپ بر حسب $\frac{a}{b} = 0/83$ و $\frac{P_{in}}{Y} = 1$ MPa..... ۷۵
- شکل ۴-۷: کرنش پلاستیک معادل اعمالی بر لوله در حین فرآیند در شرایط $\frac{a}{b} = 0/83$ و $\frac{P_{in}}{Y} = 0$ ۷۶
- شکل ۴-۸: کرنش پلاستیک معادل اعمالی بر لوله در حین فرآیند در شرایط $\frac{a}{b} = 0/83$ و $\frac{P_{in}}{Y} = 1$ ۷۷
- شکل ۴-۹: نمودار نیرو-جابجایی حالت ۱..... ۷۸
- شکل ۴-۱۰: نمودار نیرو-جابجایی حالت ۲..... ۷۹
- شکل ۴-۱۱: نمودار نیرو-جابجایی حالت ۳..... ۷۹

- شکل ۴-۱۲: نمودار نیرو- جابجایی حالت ۴ ۸۰
- شکل ۴-۱۳: نمودار نیرو- جابجایی حالت ۵ ۸۰
- شکل ۴-۱۴: نمودار نیرو- جابجایی حالت ۹ ۸۱
- شکل ۴-۱۵: نمودار نیرو- جابجایی حالت ۲۱ ۸۱
- شکل ۴-۱۶: نمودار نیرو- جابجایی حالت ۲۵ ۸۲
- شکل ۴-۱۷: نمودار نیرو- جابجایی حالت ۲۸ ۸۳
- شکل ۴-۱۸: نمودار $(F - \frac{P_{in}}{Y})$ در دو حالت المان محدود و کران بالا ۸۳

فهرست جدول‌ها

- جدول ۱-۳ مقادیر پارامترهای ابعادی ۶۵
- جدول ۲-۳ جدول خواص فیزیکی و مکانیکی آلومینیوم و مس [۶۱ و ۶۲] ۶۵
- جدول ۳-۳ خواص پلاستیک آلومینیوم [۶۲] ۶۶
- جدول ۴-۳ خواص پلاستیک مس بر اساس معیار جانسون-کوک [۶۳] ۶۶
- جدول ۵-۳ جدول حالت‌های شبیه‌سازی ۷۰

فهرست نشانه‌ها

نشانه‌های یونانی	نشانه‌های لاتین
β زاویه ورودی ناحیه تغییرشکل	A مساحت
γ کرنش برشی	F_{ECAP} نیروی فرآیند ایکپ
Δ میزان تغییرات	J تابع انرژی
ϵ_0 پیش کرنش اولیه	k تنش برشی تسلیم
ϵ_{ij}^p تانسور کرنش پلاستیک	m ضریب اصطکاک
$\dot{\epsilon}_{ij}^p$ تانسور نرخ کرنش پلاستیک	n توان کارسختی
ν ضریب پواسون	Pl حالت پلاستیک
σ_{ij} تانسور تنش	Ps حالت کرنش صفحه‌ای
σ_y تنش تسلیم	P_{ECAP} فشار فرآیند ایکپ
τ تنش برشی	S_D سطح ناپیوستگی
φ زاویه قالب ایکپ	S_u سطح جابجایی
ψ زاویه گوشه	S_f سطح اعمال نیرو
	t_0 ضخامت اولیه
	U^* میدان تغییر مکان مجازی
	V سرعت
	W کار
	\dot{W} نرخ کار
	Y تنش تسلیم

فصل ۱ مقدمه

شکل‌دهی فلزات یکی از روش‌های تولید است که با ایجاد تغییر شکل پلاستیک در فلز به تولید قطعات مختلف می‌پردازد. این قطعات را می‌توان براساس پیچیدگی تولید، قطعه اولیه، فرآیند تولید و ... طبقه‌بندی کرد و شکل‌دهی فلزات با روش‌های مختلفی مانند شکل‌دهی ورق، شکل‌دهی لوله، شکل‌دهی حجمی قابل تقسیم‌بندی است. در سال‌های اخیر روش‌های نوینی مانند شکل‌دهی انفجاری، روش‌های شکل‌دهی پلاستیک شدید و هیدروفرمینگ مورد توجه قرار گرفته است.

از فرآیندهای تغییر شکل پلاستیک شدید گوناگونی برای ایجاد دانه‌بندی فوق ریزدانه استفاده شده است [۱] و [۲]. امروزه اعمال تغییر شکل پلاستیک شدید فلزات درشت دانه، روش با ارزشی برای تولید مواد با اندازه دانه میکرومتری است [۱ و ۳]. چندین روش تغییر شکل پلاستیک شدید مورد استفاده است ولی توجه عمده به روش تغییر شکل در کانال‌های زاویه‌دار همسان^۲، تغییر شکل پیچشی تحت فشار زیاد^۳ و نورد تجمعی^۴ است

^۱Metal forming

^۲Equal Channel Angular Pressing (ECAP)

^۳High Pressure Torsion [HPT]

^۴Accumulative Roll Bonding (ARB)

[۴ و ۵]. تاکنون مطالعات بسیاری در تکامل ریزساختار، خواص کششی و پایداری حرارتی مواد فوق ریزدانه‌ی تولید شده با فرآیند تغییر شکل پلاستیک شدید انجام شده است [۱ و ۴]. خواص فیزیکی و مکانیکی مواد تحت تاثیر فاکتورهای متعددی می‌باشند که اندازه متوسط دانه در تعیین این خواص تاثیر بسزایی دارد [۲، ۳ و ۵]. از میان روش‌های SPD، روش فشار در کانال‌های زاویه‌دار همسان برای تولید مواد با ساختار فوق ریزدانه، استحکام بالا و خواص مکانیکی مطلوب و پرکاربردتر است [۲، ۳ و ۶]. این روش به گونه‌ای طراحی شده است که ابعاد نمونه در طی فرآیند تغییری نمی‌کند [۳]. از طرفی تغییر شکل ایجاد شده در این فرآیند از نوع برش ساده است و این امر به وسیله فشردن نمونه درون کانال صورت می‌گیرد [۳]. این فرآیند تاکنون بر روی مقاطع مختلفی مانند مقاطع مستطیلی، گرد و مربعی انجام شده است و برخی نیز آن را بر روی مقطع لوله‌ای شکل انجام داده‌اند [۲]. البته با توجه به نیاز روزافزون قطعات لوله‌ای با استحکام بالا تحقیقات در جهت تولید لوله‌های فوق ریزدانه انجام شده است. یکی از راه‌های تولید این لوله‌ها استفاده از روش‌های تغییر شکل پلاستیک شدید است [۷].

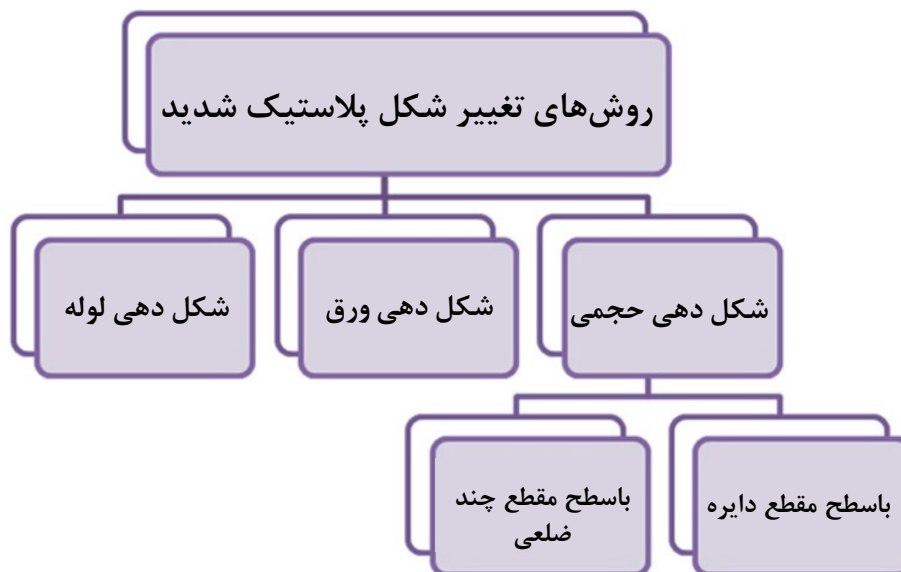
۱-۱- معرفی روش‌های شکل دهی پلاستیک شدید

روش‌های تغییر شکل پلاستیک شدید، از جمله روش‌های تولید مواد نانوساختار است که در دو دهه اخیر بسیار مورد توجه قرار گرفته است [۸-۱۰] و از مجموعه روش‌های بالا به پایین است. این فرآیندها که با توجه به شکل محصول آن دسته‌بندی می‌شوند، با اعمال تغییر شکل پلاستیک شدید به فلز، باعث تغییرات ریزساختاری در آن شده و اندازه دانه را تا حد نانومتری کاهش می‌دهد.

هنگامی که یک فلز در دماهای نه چندان بالا، تحت تغییر شکل پلاستیک قرار می‌گیرد، ساختار درونی فلز شروع به مقاومت در برابر تغییر شکل بیشتر می‌کند؛ در نتیجه برای ادامه تغییر شکل، باید مقدار تنش بیشتری اعمال نمود، به این حالت ایجاد شده در فلز، کار سختی و یا کرنش سختی گفته می‌شود. در واقع، کار سختی باعث افزایش استحکام و سختی فلز در اثر تغییر شکل می‌شود. در مقابل این افزایش استحکام، فلز چقرمگی خود را از دست می‌دهد و قابلیت تغییر شکل بیشتر را از دست می‌دهد. بنابراین این محدودیت باعث می‌شود که افزایش استحکام بیشتر فلز توسط اعمال کار مکانیکی محدود شود، چرا که باعث شکست ماده خواهد شد.

بسیاری از فرآیندهای شکل دهی صنعتی که بر روی فلزات انجام می‌گیرد، به خاطر این محدودیت فلزات، امکان

افزایش استحکام فلز را تا مقدار مورد نظر ندارند. در روش‌های مرسوم، در برخی موارد هم محدودیت ابزار وجود دارد، به این معنی که اعمال کرنش بالاتر به ماده باعث خرابی دستگاه و ابزار آلات می‌شود. تغییر شکل پلاستیک شدید، در واقع مجموعه روش‌هایی است که طی آن می‌توان کار مکانیکی نسبتاً زیادی را به فلز اعمال نمود، بدون اینکه فلز دچار شکست و ترک خوردگی شود. واژه «شدید» به این خاطر بیان می‌شود که با توجه به ملاحظات که در این روش انجام می‌گیرد، میدان کرنش قابل توجهی را می‌توان در مقایسه با سایر روش‌های معمولی شکل‌دادن فلزات اعمال نمود. اصول این روش، اعمال کرنش به ماده فلزی بدون تغییر ابعاد ظاهری آن است [۴، ۶ و ۱۱]. تاکنون فرآیندهای متفاوتی برای اعمال تغییر شکل پلاستیک شدید در مواد فلزی برای رسیدن به ساختارهای نانومتری پیشنهاد شده است [۱۰، ۱۲ و ۱۳]. از مزایای روش‌های شکل‌دهی پلاستیک شدید می‌توان امکان تولید مستقیم قطعات فلزی با ابعاد بزرگ و اندازه دانه نانومتری، قابلیت انجام فرآیند به وسیله دستگاه‌ها و قالب‌های معمولی و امکان اعمال کرنش‌های پلاستیک شدید بدون تغییر ابعاد نمونه، عدم وجود محدودیت در اعمال کرنش‌ها (زیرا از لحاظ نظری تعداد دفعات انجام فرآیند نامحدود است) را نام برد. نکته جالب در روش تغییر شکل پلاستیک شدید این است که نه تنها موجب افزایش استحکام فلز می‌شود، بلکه در بسیاری از اوقات افت شکل‌پذیری حذف شده و گاهی افزایش نرمی نیز مشاهده می‌شود. این موضوع دقیقاً وجه تمایز این روش با سایر روش‌های تغییر شکل پلاستیک است که علت این ویژگی خاص را باید در ساختار فوق ریزدانه ایجاد شده در فلز توسط روش تغییر شکل پلاستیک شدید جستجو نمود [۵ و ۱۳]. روش‌های تغییر شکل پلاستیک شدید را با توجه به هندسه محصول این فرآیند، می‌توان به سه دسته اصلی شامل تغییر شکل شدید حجمی، تغییر شکل شدید ورق و لوله تقسیم نمود که در شکل ۱-۱، دسته‌بندی کلی از روش‌های تغییر شکل پلاستیک شدید را می‌توان مشاهده کرد.



شکل ۱-۱: دسته‌بندی کلی روش‌های تغییر شکل پلاستیک شدید بر اساس شکل محصول

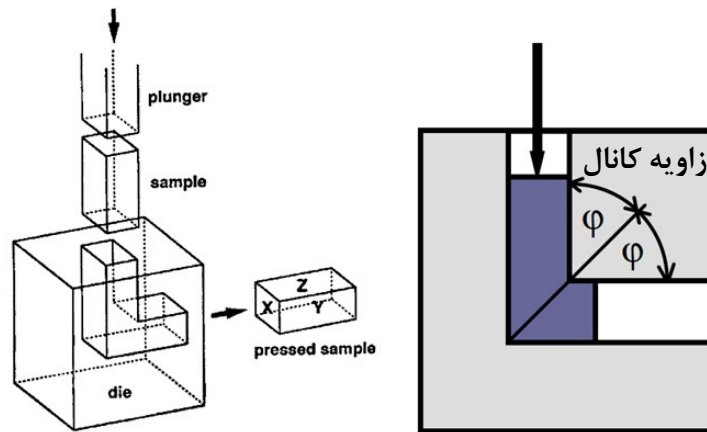
اگرچه این فرآیندها از نظر ماهیت تغییرات ریزساختاری تفاوت چندانی با همدیگر ندارند و همگی دچار تغییر شکل پلاستیک شدید می‌شوند، اما از نظر نحوه توزیع میدان‌های تنش و کرنش در فلز تحت تغییر شکل متفاوت خواهند بود. در ادامه به معرفی برخی از مهمترین و پرکاربردترین این روش‌ها پرداخته می‌شود.

۱-۲- فرآیندهای تغییر شکل پلاستیک شدید حجمی

• فرآیند پرسکاری در کانال‌های زاویه‌دار همسان

این روش که در اوایل دهه ۹۰ میلادی مطرح گردید [۶، ۱۵-۱۳] اکستروژن در کانال‌های زاویه‌دار همسان^۱ نیز نامیده می‌شود. تغییر شکل در کانال‌های زاویه‌دار همسان روشی برای ایجاد شمشال فلزی به وسیله برش ساده است [۱۶-۱۹]. قالب این روش، دارای یک کانال برای ورود قطعه مورد نظر است که در مسیر کانال، دارای یک تغییر زاویه است. در این فرآیند کانال دارای دو زاویه مهم است که زاویه کانال و زاویه انحنای گوشه نامیده می‌شود و ماده هنگام عبور از تقاطع دوکانال دچار تغییر شکل برشی می‌شود و بر اثر آن کرنش برشی به اندازه تقریبی ۱ در ماده صورت می‌گیرد و با توجه به حجم ثابت ماده و ثابت بودن مقطع، کرنش‌ها در هر مرحله درون ماده ذخیره شده و دانه‌ها کوچک و کوچکتر می‌شوند [۳]. طرح‌واره این روش در شکل ۱-۲ نشان داده شده است.

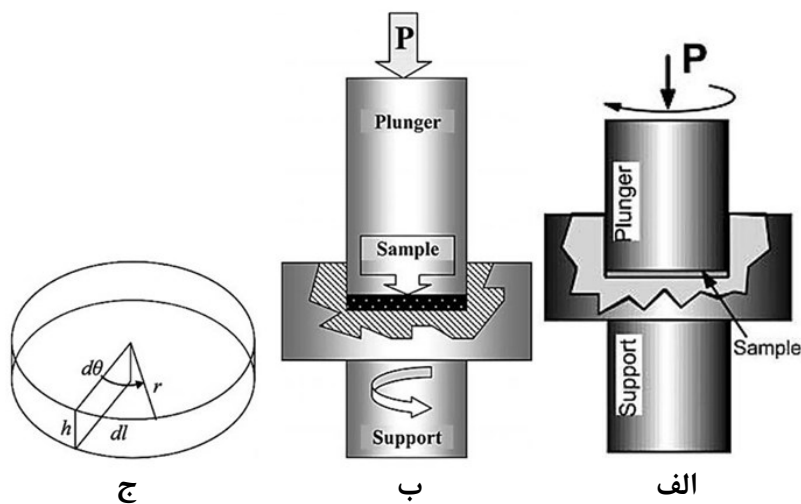
^۱ Equal Channel Angular Extrusion (ECAE)



شکل ۱-۲: طرح‌واره فرآیند ایکپ با هندسه مکعبی (مقطع چهارگوش) و زاویه کانال ۹۰ درجه [۱۲]

• پیچش با فشار بالا

طرح‌واره این روش در شکل ۱-۳ آمده است. در سال ۱۹۸۹ توسط والیف معرفی شد، در این روش یک قطعه دیسکی شکل، همزمان تحت فشار عمودی و نیروی پیچشی قرار می‌گیرد [۱۰، ۱۲، ۱۳ و ۱۶]. به این صورت که ابتدا دیسک فلزی درون قالب قرار گرفته، سپس یک سنبه وارد قالب شده و بر روی دیسک فشار مشخصی را وارد می‌کند، سپس همزمان و در حالی که فشار در حال اعمال شدن به دیسک فلزی است، سنبه شروع به چرخش خواهد نمود. البته در برخی حالت‌ها، پس از اعمال فشار، سنبه ثابت بوده و قالب می‌چرخد [۱۶، ۱۸ و ۲۰].



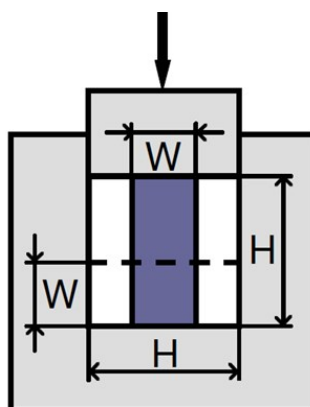
شکل ۱-۳: فرآیند پیچش با فشار بالا، (الف) با سنبه چرخان، (ب) با قالب چرخان، (ج) قطعه کار [۱۲]

این فرآیند نیاز به نیروهای نسبتاً بالایی دارد. پارامترهای کنترلی اصلی، فشار اعمالی و زاویه دوران است. در این

فرآیند، مقدار تغییر شکلی که به دیسک اعمال می‌شود، با حرکت از لبه‌ها به سمت مرکز کاهش می‌یابد؛ به طوری که مرکز دیسک تقریباً کرنشی را متحمل نمی‌شود. بنابراین در این فرآیند شیب کرنشی در راستای شعاعی به وجود می‌آید [۱۳، ۱۶ و ۱۹].

• فرآیند فورج چند جهته^۱

در این فرآیند، یک قطعه مکعب مستطیل شکل از یک محور با مقطعی به عرض W و ارتفاع H ، درون قالبی به عرض H تا ارتفاع W فشرده می‌شود. شکل ۴-۱، طرح‌واره این فرآیند را نشان می‌دهد.



شکل ۴-۱: طرح‌واره فرآیند فورج چند جهته [۱۲]

طی این فرآیند، قطعه پس از یک تغییر شکل پلاستیک شدید، مجدداً به شکل مکعب مستطیلی با ابعاد اولیه باز می‌گردد. این فرآیند مانند فرآیند ایکپ می‌تواند طی مسیرهای مختلفی در پاس‌های بعدی اجرا شود؛ به خصوص اگر بُعد سوم قطعه نیز دارای عرض W باشد. در این فرآیند باید دقت شود که نمونه به طور کامل در وسط قالب قرار بگیرد تا میزان کرنش به طور کنترل شده اعمال شود [۱۳، ۱۹ و ۲۰].

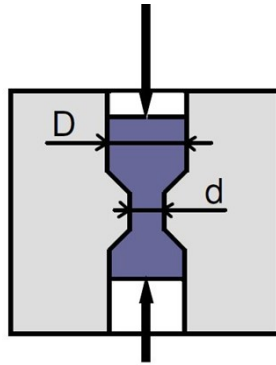
• فرآیند اکستروژن با فشردن تناوبی^۲

طرح‌واره فرآیند CEC در شکل ۵-۱ نشان داده شده است. در این روش که اولین بار توسط ریچارد و همکارانش ابداع شد یک میله با قطر D ، از قالبی که قطر داخلی آن در وسط مسیر به d کاهش می‌یابد توسط یک سنبه از بالا فشار داده شده تا در کانال کوچکتر اکستروژد شود. بلافاصله پس از خروج ماده از کانال اکستروژن، یک سنبه با فشار، نمونه را به سمت بالا فشرده می‌کند ولی فشار سنبه پایین به گونه‌ای است که مانع از اکستروژن

^۱Multi-Directional Forging (MDF)

^۲Cyclic Extraction-Compression (CEC)

ماده به سمت پایین نمی‌شود [۱۰، ۱۶ و ۱۸].



شکل ۱-۵: طرح‌واره فرآیند اکستروژن - فشار تناوبی [۱۲]

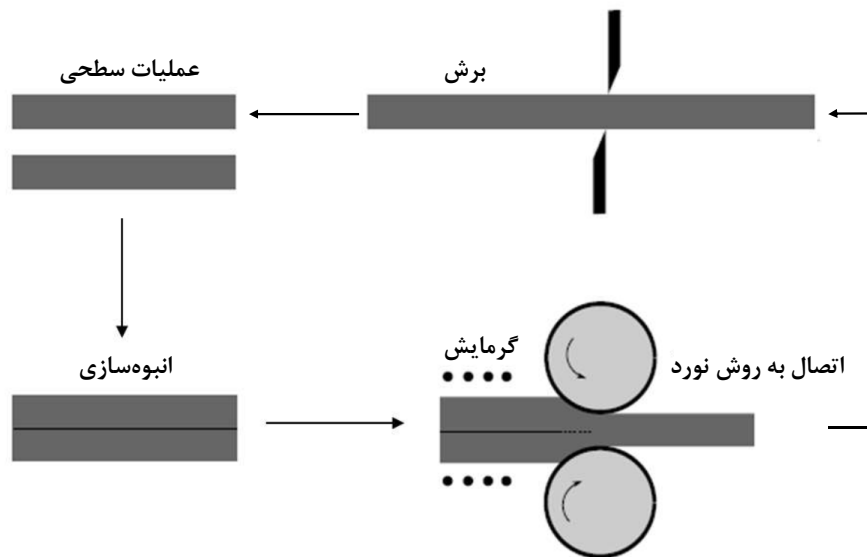
این فرآیند قابلیت انجام روی میله‌های با مقطع مستطیلی را نیز دارد که در این حالت و به خصوص در صورت مربعی بودن مقطع، باز هم می‌توان مانند دو فرآیند ECPA و MDF، مسیرهای مختلفی برای پاس‌های بعدی فرآیند تعریف نمود.

۱-۳- فرآیندهای تغییر شکل شدید برای ورق‌ها

ورق‌ها به دلیل اینکه یکی از بُعدهای سطح مقطع خیلی کوچکتر از بُعد دیگر است، امکان اعمال فشار عمود بر راستای ضخامت را ندارند و به ناچار باید اعمال تغییر شکل بالا در راستای بُعد ضخامت می‌شود.

• فرآیند پیوند نورد تجمعی

در این فرآیند که توسط سایتو و همکارانش معرفی شد [۱۰، ۱۲ و ۲۱] دو ورق با ضخامت t که یک سمت از هر کدام مقداری زبر شده است، از قسمت زبر شده روی یکدیگر قرار گرفته و تحت عملیات نورد قرار می‌گیرند [۲۱]. فرآیند نورد باید به گونه‌ای باشد که ۵۰ درصد کاهش ضخامت ایجاد کند. سپس این ورق دولایه از وسط نصف شده، یک سمت از هر کدام مجدداً زبر شده و روی هم قرار می‌گیرد. مجدداً تحت فرآیند نورد به صورت ذکر شده، قرار خواهند گرفت. تکرار این فرآیند باعث می‌شود که در هر پاس، تغییر شکل نسبتاً بالایی به هر لایه اعمال گردد [۱۲ و ۲۱]. طرح‌واره این فرآیند در شکل ۱-۶ نشان داده شده است.

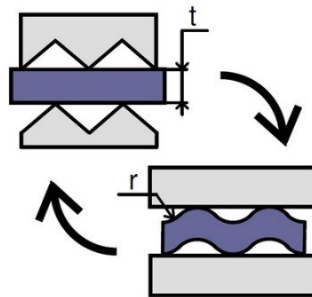


شکل ۱-۶: مراحل مختلف فرآیند ARB [۲۲]

طبق این روش، پس از ۱۰ پاس ARB با ساختار لایه‌ای متشکل از ۱۰۲۴ لایه ایجاد می‌شود.

• روش کنگره دار کردن و صاف کردن متوالی^۱

در این روش مطابق شکل ۱-۷، ورق ابتدا در یک قالب به صورت کنگره ای، شکل داده می‌شود. سپس در یک قالب دیگر تخت می‌شود. تکرار این فرآیند سبب کرنش‌های پلاستیک شدید در ورق می‌شود [۱۰، ۱۹ و ۲۰].

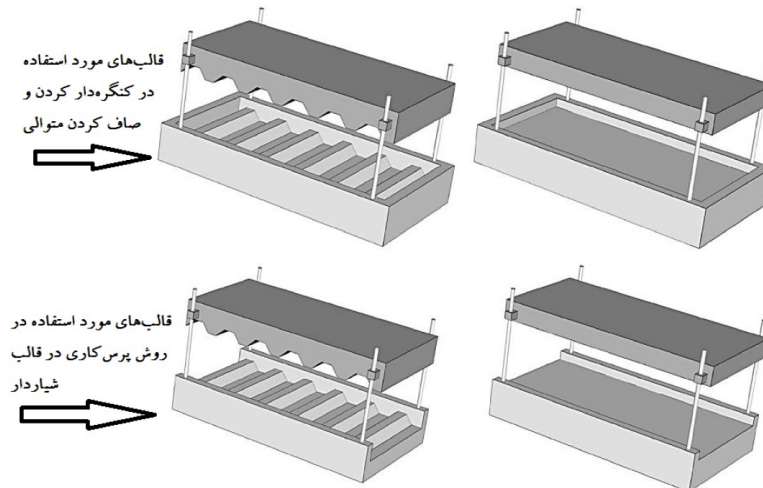


شکل ۱-۷: شمای کلی از فرآیند RCS [۱۲]

این روش، مانند برخی از روش‌های ذکر شده در بالا، خود دارای زیر مجموعه‌هایی است که به نوعی مدل‌های اصلاح شده این فرآیند است. به طور مثال، کنگره‌دار شدن ورق می‌تواند به جای یک مرحله، در دو مرحله انجام بگیرد، یعنی در پاس اول، نوارهایی از ورق بدون تغییر شکل باقی بماند. یکی از مشکلاتی که در روش RCS وجود دارد، مقداری افزایش در طول نمونه است که منجر به کرنش ناهمگن در ورق می‌شود. به همین خاطر

^۱Repetitive Corrugation and Straightening (RCS)

روش پرس کاری در قالب شیاردار (CGP) که به نوعی منتج شده از روش RCS است ابداع گردید. در این روش نیز مانند روش قبل، کنگره دار شدن ورق در دو مرحله اتفاق می‌افتد. شکل ۱-۸ مقایسه ای بین دو روش RCS و CGP را از نظر نوع قالب و نحوه اجرای فرآیند کنگره‌دار کردن در دو مرحله را نشان می‌دهد [۲۳].



شکل ۱-۸: مقایسه دو روش CGP (بالا) و RCS (پایین) [۱۲]

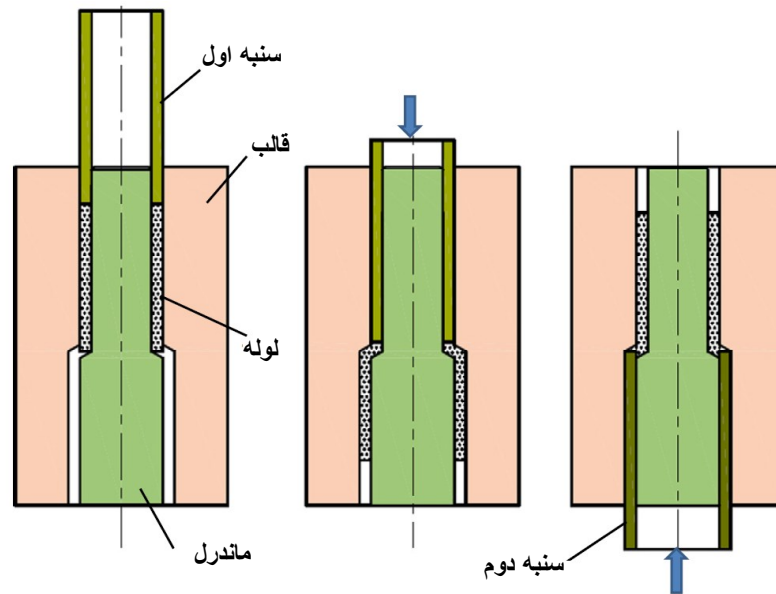
۱-۳-۱- فرآیندهای تغییر شکل پلاستیک شدید برای لوله‌ها

روش‌های تغییر شکل پلاستیک شدید برای لوله‌ها، از جمله روش‌های جدید است و قدمت کمتری نسبت به سایر روش‌های SPD دارد. از جمله برخی از این روش‌ها می‌توان به پیچش لوله با فشار بالا^۱ و یا روش پیوند چرخشی تجمعی^۲ اشاره نمود. ولی روش بهتری توسط فرجی و همکارانش با نام روش فشردن در کانال زاویه‌دار لوله‌ای موازی^۳ ارائه شد که به نوعی شبیه فرآیند ایکپ است. تصویر این فرآیند در شکل ۱-۹ نشان داده شده است [۱۰، ۱۲، ۱۹ و ۲۳].

^۱High- Pressure Tube Twisting (HPTT)

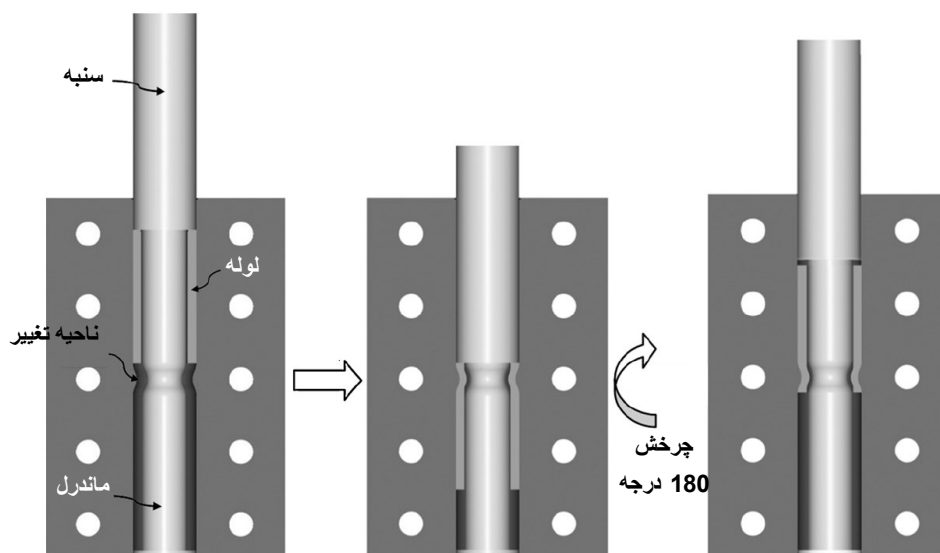
^۲Accumulative spin-bonding

^۳Parallel tubular channel angular pressing (PTCAP)



شکل ۱-۹: مراحل مختلف فرآیند PTCAP برای ایجاد تغییر شکل پلاستیک شدید روی لوله‌ها [۲۴]

در این فرآیند دو مرحله‌ای، ابتدا لوله به درون منطقه با قطر بزرگتر اکستروود شده که در نتیجه آن، قطر لوله بیشتر می‌شود، سپس مجدداً از همان مسیر اکستروژن معکوس شده تا به قطر اولیه خود باز گردد. دو مرحله‌ای بودن و همچنین افزایش قطر لوله در اثر این فرآیند می‌تواند یکی از عیوب این فرآیند محسوب شود. اخیراً برای لوله‌ها روشی توسط زنگی آبادی و کاظمی نژاد [۲۵] با عنوان فشردن در کانال لوله‌ای ارائه شده است. طرحواره این فرآیند در شکل ۱-۱۰ آورده شده است.



شکل ۱-۱۰: شمای کلی و مراحل فرآیند TCP [۲۶]

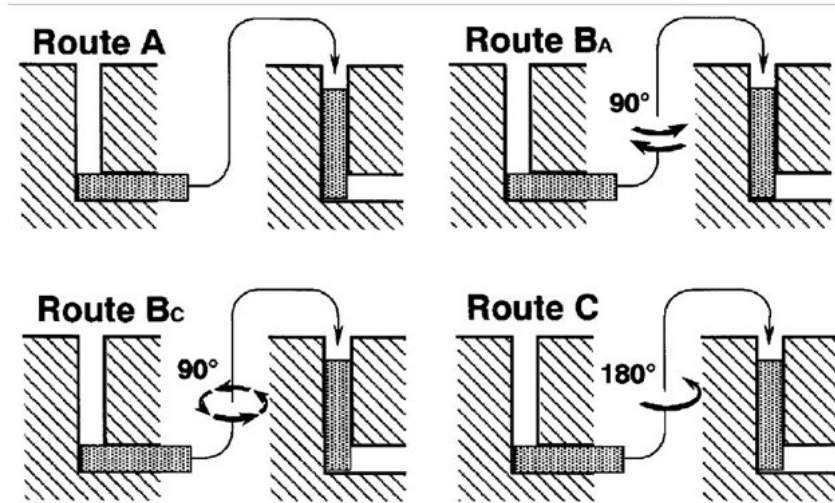
این فرآیند شامل یک قالب با کانال استوانه‌ای است که در وسط مسیر کانال، دارای یک گلوگاه با قطر کمتر از قطر اولیه است. قطر داخلی لوله توسط ماندرل کنترل می‌شود که در وسط میله ماندرل، جایی که به گلوگاه کانال می‌رسد، قطر آن مشابه با گلوگاه کاهش می‌یابد؛ به طوری که فاصله بین گلوگاه و ماندرل همواره برابر قطر اولیه لوله است. سپس با یک سنبه لوله‌ای شکل (هم قطر با لوله تحت فرآیند) از بالا، لوله به داخل کانال فشرده می‌شود.

طی این فرآیند که به نوعی با فرآیند CEC برای مواد حجمی مشابهت دارد، لوله با رسیدن به گلوگاه، قطر آن کاهش یافته و با ادامه حرکت داخل کانال، مجدداً به قطر اولیه باز می‌گردد. هنگامی که سنبه به گلوگاه قالب رسید برای انجام پاس بعدی، فرآیند را می‌توان از سمت دیگر تکرار نمود. با توجه به ابعاد قالب، می‌توان از دو لوله پشت سر هم استفاده کرد تا کل لوله از سمت دیگر خارج شود.

۴-۱- معرفی روش ایکپ

فرآیند ایکپ برای نخستین بار توسط سگال و همکارانش در اوایل دهه ۹۰ میلادی ارائه شد [۹، ۱۴، ۱۵، ۱۷] و [۲۷] در این روش، فلزی که قرار است تحت تغییر شکل پلاستیک شدید قرار بگیرد، در کانال قرار گرفته و از بالا توسط یک سنبه به داخل کانال، فشرده می‌شود [۱۷]. قطعه فلزی حین عبور از کانال، با رسیدن به محل تغییر زاویه، شروع به خم و سپس بازخم می‌کند. در اثر این تغییر شکل سرتاسری که در قطعه اتفاق می‌افتد، کل قطعه به شدت تغییر شکل یافته و از انتهای دیگر قالب خارج می‌شود. شدت تغییر شکل به زاویه کانال بستگی داشته و همچنین شعاع گوشه‌ها و انحنای رئوس کانال در محل تغییر زاویه نیز از جمله پارامترهای کنترلی این فرآیند است [۳، ۸، ۹ و ۱۷]. در اینجا باید توجه شود که چون قطعه فلزی تحت فرآیند، درون قالب مقید است و تحت تنش هیدرواستاتیک فشاری بالا قرار دارد، امکان ترک خوردن و شکست قطعه وجود ندارد که این موضوع، همان وجه تمایز روش‌های تغییر شکل پلاستیک شدید با روش‌های مرسوم شکل‌دهی است [۸، ۱۰ و ۱۷]. مهم‌ترین و پرکاربردترین نوع قالب دارای زاویه ۹۰ درجه است که کرنشی نزدیک یک را در هر پاس به قطعه اعمال می‌کند [۱۶ و ۱۷]. با توجه به سطح مقطع نمونه‌ی تحت ایکپ، می‌توان مسیرهای مختلفی برای این فرآیند انتخاب نمود. این مسیرها می‌تواند شامل چرخاندن نمونه برای پاس بعدی به میزان ۱۸۰ درجه حول محور اصلی نمونه و یا ۹۰ درجه (در صورت وجود تقارن) و همچنین شامل سر و ته کردن نمونه باشد [۳، ۸، ۹ و ۲۸]. برخی از این مسیرها تنها برای نمونه‌های با مقطع چند ضلعی قابل اعمال است. شکل ۱-۱۱ نمونه‌ای

از این مسیرها را که به عنوان مسیرهای اصلی هستند، مشخص کرده است. هر کدام از این مسیرها، میدانهای تنش و کرنش متفاوتی در نمونه‌ها ایجاد می‌کند [۲۸ و ۸].



شکل ۱-۱۱: مسیرهای مختلف اصلی برای روش ایکپ [۲۹]

نتایج نشان داده اند که مسیر BC موثرترین روش جهت دستیابی به یک ساختار با دانه‌بندی هم محور و مرزهای بزرگ زاویه‌ای است [۳ و ۸].

۱-۵- پیشینه تحقیق

در این بخش به بیان مرتبط‌ترین تحقیقات انجام شده در مورد فرآیند ایکپ میله و لوله پرداخته می‌شود.

۱-۵-۱- ایکپ ماده توپر

مهمترین پارامترهای اثر گذار بر روی فرآیند ایکپ عبارتند از: مسیر حرکت، هندسه قالب (زاویه گوشه و زاویه-کانال)، هندسه کانال عبوری، اصطکاک، تعداد پاس، رفتار ماده و شرایط مرزی، دما و سرعت سنبه که به تشریح آنها پرداخته می‌شود.

• اثر هندسه قالب

تکامل میکرو ساختارهای مواد فلزی از طریق تغییر شکل پلاستیک توسط سویلانو [۲۲] مورد بررسی قرار گرفت و به طور کلی پذیرفته شد که در محدوده دمای متوسط اندازه دانه در اثر انباشته شدن کرنش در مواد فلزی کاهش می‌یابد. بنابراین شناخت پدیده‌های مرتبط با کرنش در تکامل فرآیند موثر است. تحقیقات زیادی در همین

راستا جهت شناخت اثر پارامترهای هندسی قالب بر روی کرنش، نیرو و... انجام شده است. به عنوان مثال جانرودی و همکاران [۱۳] به بررسی چهارزاویه کانال، سه زاویه گوشه و عبور تا هشت مرحله پرداختند و تاثیر آن را بر رفتار توزیع کرنش در طی فرآیند ایکپ مورد سنجش قرار دادند. آنها به این نتیجه رسیدند که بهترین میزان کرنش در زاویه قالب ۶۰ درجه و زاویه گوشه ۱۵ درجه و بیشترین مقدار کرنش در زاویه ۱۲۰ درجه با زاویه گوشه ۱۵ یا ۶۰ درجه می‌باشد. همچنین کیم و همکاران به طراحی قالب برای به دست آوردن تغییر شکل پلاستیک همگن [۳۰] پرداختند و آنها اثر زاویه گوشه و قابلیت کارسختی را بر رفتار جریان پلاستیک و غیرهمگنی تغییرشکل در طی فرآیند را مورد سنجش قرار دادند و بیان داشتند که در حالت کرنش سخت شونده هندسه تغییر شکل مستقل از زاویه گوشه است. در سال ۲۰۱۰ نیز جانرودی و همکاران [۸] مجدداً به بررسی اثر پارامترهای قالب بر خواص مواد در طی فرآیند ایکپ پرداختند و نتیجه گرفتند که پارامترهای قالب نقش مهمی در میزان و همگن بودن کرنش موثر دارند. از سوی دیگر نتایج نشان داد که زاویه کانال، بیشتر بر روی مقدار و نه یکنواختی کرنش موثر است و کاهش زاویه کانال موجب می‌شود که مقدار کرنش موثر بالاتری بر روی نمونه اعمال شود و نیروی فشاری بیشتری اعمال گردد. در یک جمع‌بندی کلی می‌توان نتیجه گرفت که کاهش زاویه قالب، افزایش مقدار کرنش و تغییر زاویه گوشه در مقدار همگنی کرنش دخیل هستند [۸ و ۲۲].

• اثر اصطکاک

اصطکاک یکی از پارامترهای مهم فرآیندی است که باعث افزایش کرنش برشی محصول می‌شود. اصطکاک رفتار کلی تغییرشکل، نیرو مورد نیاز و کرنش را تحت تاثیر قرار می‌دهد و گزارش شده است که تغییر شکل ناهمگن با افزایش اصطکاک افزایش می‌یابد. با عین حال نتایج متناقض نیز وجود دارد که کرنش در مواد سخت شونده مستقل از اصطکاک بیان شده است [۲۲]. در مدل‌های تحلیلی برای تعیین اثر اصطکاک بر کرنش، از مدل‌های اصطکاکی کولمب و اصطکاک چسبیده استفاده شده است [۳۱].

• اثر دما و سرعت پرس

سرعت پرس یکی از عوامل مهم فرآیندی است که می‌تواند بر الگوی تولید دما در طی فرآیند اثر گذاشته و باعث تغییر در فاز، ریزساختار و اندازه دانه‌ها شود. به عنوان یک نتیجه از این امر، جریان تنش در ماده و همچنین خواص مکانیکی می‌تواند با سرعت پرس ماده تغییر کند. همچنین تولیدگرما داخلی به علت تغییر شکل می‌تواند

در قطعه کاربماند و برکنش و تنش در ماده اثر گذار باشد [۲۲]. از طرفی دمای تولید شده توسط اصطکاک نیز که از تماس قطعه و قالب حاصل می‌شود بر این امر تاثیرگذار است و موازنه انرژی را تغییر می‌دهد [۱۸]. از طرفی سرعت بیشتر پرس باعث افزایش سرعت حرکت ماده، و در نهایت تولید گرما بیشتر می‌شود. نتایج نشان داده است که سرعت پرس اثر معناداری بر اندازه دانه‌ها دارد [۲۲].

۱-۵-۲- ایکپ لوله

در دهه گذشته با توجه به نیاز روزافزون به قطعات لوله‌ای با استحکام بالا، تحقیقاتی در جهت تولید لوله‌های فوق ریزدانه صورت گرفته است [۳۲]. یکی از راه‌های تولید لوله‌های ریزدانه استفاده از روش‌های تغییر شکل پلاستیک شدید است [۷]. توس در سال ۲۰۰۹ لوله‌های فوق ریزدانه را با استفاده از روش پیچش در فشار بالا تولید نمود [۳۳]. محبی در سال ۲۰۱۰ روشی جدید را تحت عنوان چرخش اتصال تجمعی جهت تولید این نوع لوله معرفی نمود [۳۴]. زنگی آبادی و همکارانش در سال ۲۰۱۱ با استفاده از روش فشار در کانال لوله‌ای اقدام به تولید لوله‌های با استحکام بالا کردند [۲۶]. پس از آن فرجی و همکاران در سال ۲۰۱۱ فرآیند فشار در کانال زاویه‌دار لوله‌ای را به عنوان روشی بهینه، ارزان و با قابلیت صنعتی ابداع نمودند [۳۵]. در سال ۲۰۱۲ فرآیند فشار در کانال زاویه‌دار لوله‌ای به صورت موازی توسط او و همکارانش ارائه شد [۲۴].

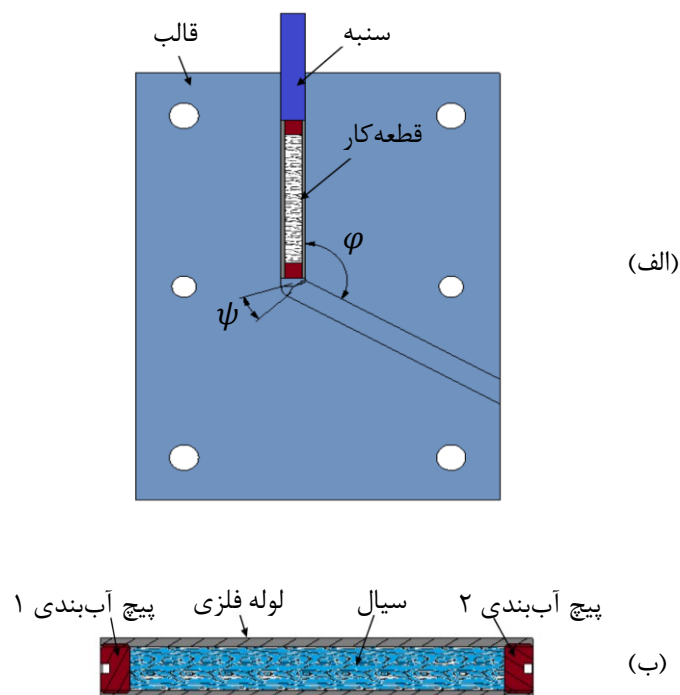
بابایی و همکاران در سال ۲۰۱۴ با دو روش نوین انبساط و اکستروژن متناوب و تراکم و اکستروژن متناوب لوله توانستند گامی نوآورانه در جهت تولید لوله‌های مستحکم بردارند [۳۶]. پس از آن جعفرزاده و همکاران روشی را تحت عنوان انبساط و انقباض تناوبی معرفی نمودند و توانستند با این روش به موفقیت‌هایی دست یابند [۳۷]. پس از آن نیز فرجی در سال ۲۰۱۵ با روش افزایش و کاهش تناوبی قطر، موفق به تولید لوله‌های ریزدانه مستحکم شدند [۷]. از طرفی لزوم بهینه‌سازی روش‌های شکل‌دهی پلاستیک شدید جهت تولید لوله‌های ریزدانه یکی از دغدغه‌های محققین علم شکل‌دهی بوده است [۳۲]. روش‌های گوناگونی از فرآیند ایکپ لوله مانند استفاده از قالب دوار، چند مرحله‌ای، ایکپ عبوری، اکستروژن جانبی نام برد [۳۲]. نگبور و همکارانش روش اکستروژن چرخشی [۳۸] را ابداع نمودند که ماده با تغییر شکل چرخشی استحکام می‌یابد. در روش HPTT که توسط توس و همکارانش [۳۳] توسعه یافته است لوله به صورت یک دیسک مونتاژ می‌شود و زمانی که ماندرل درون لوله است توزیع کرنش در جهت ضخامت یکنواخت خواهد بود [۳۲]. هر کدام از این روش‌های SPD سختی‌های خود را دارند که شامل تنظیمات، هزینه و ... است و همان‌گونه که بیان شد ساده‌ترین، اقتصادی‌ترین این روش‌ها فرآیند ایکپ است. در این روش‌ها اصلی‌ترین فرآیند یعنی ایکپ برای تولید لوله‌های ریزدانه مدنظر

قرارگرفت و توسط نگاسکار و همکاران [۳۹] درون لوله، ماسه به عنوان پایه برای حفظ مقطع لوله استفاده شد و لوله مقید شده توسط ماسه از طریق قالب ایکپ شد. این تکنیک مقدار نیروی مورد نیاز فرآیند را به علت کم شدن اصطکاک قطعات کاهش می‌دهد و اصطکاک بین ماسه و سطح داخلی لوله، به فشار دادن نمونه و حفظ شکل آن کمک می‌نماید. اما کاظمی نژاد و همکاران قالبی استوانه‌ای را مدنظر قرار دادند و ماندلر فلزی که لوله به درون آن ایکپ می‌شد [۲۶]. که با این تفاسیر دوروش کلی ساخت لوله‌های فوق ریزدانه طبق روش ایکپ شکل گرفت:

- استفاده مستقیم از قالب ایکپ سنتی

- استفاده از قالب ایکپ لوله‌ای [۳۲]

در تمام این روش‌ها سطح بیرونی لوله توسط قالب مقید شده و سطح داخلی لوله با روغن هیدرولیک، ماسه، پدپلی یورتان و ... فشرده می‌شود. پر شده تا از شکست نمونه در طی پردازش جلوگیری شود [۲۳]. نمونه‌ای از این فرآیندها در شکل ۱-۱۲ آمده است:



شکل ۱-۱۲: مونتاژ فرآیند ایکپ لوله، الف) نحوه قرارگیری لوله در قالب، ب) نحوه آب‌بندی سیال داخل لوله [۲۲]

البته با توجه به نیروی زیاد اعمالی برای تغییر شکل، آب بندی نمونه برای جلوگیری از نشت سیال مهم است. در تحقیقات بعدی محققان از پد پلی‌یورتان برای پر کردن فضای داخلی لوله بهره بردند [۵، ۶ و ۳۲] که این امر

نسبت به روش قبل راحت تر بوده و دیگر نیازی به آب بند نمودن نداشته و تحقیقات نیز نشان داده است که استفاده از این پد نیز مانند روش های قبل موفق آمیز است [۳۲ و ۵].

جوانرودی و همکارانش [۴۰] آلومینیوم خالص تجاری را به وسیله روش CTC توسط روکش مس پوشش داده و تحت فرآیند ایکپ قرار دادند و هدف محققین در این تحقیق بررسی اثر CTC بر توزیع کرنش در یک میدان کرنش یکنواخت طولی بوده است که برای اعتبار سنجی، تحقیق به صورت تجربی و المان محدود مورد بررسی قرار گرفته است. در آزمون های تجربی برای سنجش سختی از تست سختی ویکرز بهره گرفتند. در این تحقیق، قالب آزمون دارای زاویه کانال ۹۰ درجه، زاویه گوشه بیرونی ۱۷ درجه، و قطر کانال ۱۹ میلی متر است. آزمون بر روی آلومینیوم خالص تجاری و مس خالص انجام شد. نمونه تهیه شده به مدت زمان یک ساعت در دمای ۳۸۰ درجه سانتی گراد آنیل شده و سپس در دمای ۵۰۰ درجه سانتیگراد برای مدت یک ساعت نرم شد. آلومینیوم معمولی و سپس آلومینیوم پوشش داده شده با روش CTC تحت آزمون قرار داده شد. نیروی فرآیند و مقدار کرنش در دو حالت مورد سنجش قرار گرفت. غلاف باعث افزایش توان مورد نیاز جهت افزایش کرنش می شود و همچنین کاهش ناهمگنی و کمتر بودن مقاومت را نتیجه می شود که کمتر بودن مقاومت در مقایسه با میزان کاهش ناهمگنی و کاهش ناهمگنی کرنش قابل چشم پوشی است.

شاعری و همکاران [۴۱] اثر پوشش لوله مس بر کرنش موثر و میکرو سختی سنجی و توزیع کرنش بر روی آلومینیوم ۷۰۷۵ را تا ۴ پاس بررسی و از مس به عنوان غلاف استفاده کردند. اعتبارسنجی داده ها از طریق مقایسه داده های تجربی و شبیه سازی انجام شد. قالب دارای زاویه ۹۰ درجه، زاویه گوشه بیرونی ۲۰ درجه بود. اثر ضخامت غلاف مسی مورد بررسی قرار گرفت. نمونه مورد نظر در دمای ۴۱۵ درجه سانتی گراد به مدت یک ساعت آنیل شده است و در دمای ۸۰۰ درجه برای مدت یک ساعت نرم شد. دی سولفید مولیبدن به عنوان روانکار استفاده شد و مشخص شد که نیروی فرآیند در مقایسه با حالت بدون غلاف به کمتر از نیم کاهش می یابد. همچنین وجود لوله مسی باعث همگن تر شدن تغییر شکل و افزایش ضخامت منجر به کاهش ناهمگنی می شود. متوسط میکرو سختی و استحکام نمونه با پوشش ۱۰ درصد بیشتر از نمونه بی پوشش است و افزایش میزان سختی با افزایش ضخامت مس مشاهده شده است.

جوانرودی و همکاران [۶] روش جدیدی برای تولید لوله های فوق ریزدانه مطرح کردند و آزمایش با استفاده از کانال زاویه دار با زاویه کانال ۹۰ درجه که مطابق با تحقیقات پیشین است صورت گرفت و نکته حائز اهمیت در

این تحقیق استفاده از پد الاستیک به عنوان ماندنرل است. لوله مس خالص تجاری پس از چهار عبور میکرو سختی شده و پس از اولین عبور، افزایش سختی قابل توجهی مشاهده شد. دی سولفید مولیبدن به عنوان روانکار استفاده شد. نتایج نشان داد که افزایش قابل ملاحظه‌ای در سختی پس از پاس اول (افزایش از 91HV به 120HV معادل ۳۲ درصد افزایش) به وجود می‌آید علاوه بر این اندازه دانه‌ها در عبور اول و سوم ۵۰ درصد و ۶۲ درصد کاهش یافت و به طور خلاصه این روش جدید برای افزایش خواص مواد در اشکال استوانه‌ای و لوله‌ای مطلوب است.

در تحقیقی دیگر جوانرودی و همکاران [۶] لوله‌های مسی خالص تجاری را از طریق عبور از مسیر c به وسیله شن و ماسه (S-ECAP)، لاستیک (R-ECAP) و روغن‌های پلاستیکی (G-ECAP) به عنوان ماندنرل جهت حفظ لوله‌ای بودن نمونه در طول پروسه تغییر شکل استفاده نمودند. نتایج نشان داد که اگرچه همه روش‌های تولید سه لوله منجر به بهبود سختی می‌شود و نمونه‌های G-ECAP سختی بالاتر و یکنواختی توزیع سختی دارند اما نمونه R-ECAP حداقل تغییرات ضخامت دیواره را نسبت به S-ECAP و G-ECAP دارند. مقایسه سه روش نشان می‌دهد G-ecap بهترین توزیع سختی را دارد. S-ecap بهترین روش برای تغییر ضخامت است. و فرایند R-ecap مقاومت بالا و تغییر اندازه ضخامت لوله یا یکنواختی تر نسبت به S-ecap و G-ecap دارد.

جعفرلو و همکاران [۴۲] به ایکپ قطعات آلیاژی آلومینیوم ۶۰۶۱ و میله‌های فولادی SAE1018 پرداختند. تاثیر استفاده از ۰٫۱ میلی‌متر غلاف 60Ag-30Sn-10Sn بین دو قطعه کار که در چهار حالت مورد باز پخت (دماهای ۲۱۰ و ۳۲۰ و ۴۲۰ و ۵۲۰ برای مدت ۱ ساعت) قرار گرفته است با تحلیل XRD و EDX به عنوان تست دندان و برش نانو مورد ارزیابی قرار گرفت. نتایج نشان داد که دمای بالاتر باعث همگنی بیشتر و استفاده از لایه میانی باعث افزایش استحکام برشی می‌شود. همچنین مشخص شد استحکام برشی ۳۲ مگاپاسکال برای لایه میانی مناسب است. مواد مورد استفاده در این آزمون فولاد SAE1018 و آلیاژ آلومینیوم 6061-0 است. ضخامت داخلی ۰٫۱ میلی‌متر از 60Ag-30Cu-10Sn به عنوان فویل پوششی در مابین این دو فلز قرار داده شد.

۱-۵-۳- تحلیل کران بالا

پرز و همکاران [۵] به تحلیل کران بالا اثر شعاع فیلتر قالب بر فشار اکستروژن و مقایسه آن با تحلیل المان محدود پرداختند. کانال‌های زاویه‌دار همسان راهکاری برای ایجاد تغییر شکل پلاستیکی شدید است. پیشنهاد کران بالا می‌تواند برای تعیین بار کل اکستروژن مواد از طریق قالب، هم برای اصطکاک و هم شرایط غیر اصطکاک

مورد استفاده قرار گرفت .

فرجی و همکاران [۴۳] فرآیند ریزدانه سازی لوله را در کانال همسان لوله ای (TCAP) به عنوان یک تکنیک جدید تغییر شکل پلاستیک شدید برای تولید قطعات ریز دانه پیشنهاد دادند. در این مقاله رویکرد تحلیل کران بالا برای فرایند TCAP انجام شد. تغییر شکل مواد حین TCAP در تحلیل کران بالا برای تعیین حداکثر بار مورد نیاز با روش‌های آماری است. اثر پارامترهای TCAP مانند زاویه کانال و انحناء، نسبت تغییر شکل ($R1/R2$) و جنس لوله بر نیروی مورد نیاز فرآیند مورد بررسی قرار گرفت. نتایج نشان داد که افزایش در زاویه کانال و کاهش نسبت $\frac{R1}{R2}$ منجر به کاهش بار می‌شود. با افزایش توان کرنش سختی n نیروی سنبه افزایش می‌یابد. برای تایید نتایج نظری مدل المان محدود (FE) استفاده شد و بین فشار پیش بینی شده از تجزیه و تحلیل کران بالا و المان محدود هم پوشانی خوبی مشاهده شده است.

صالحی و همکاران [۴۴] به حل کران بالا اکستروژن چرخشی پرداختند و بیان کردند که روش اکستروژن چرخشی، روشی مناسب برای ریزدانه کردن میکرو ساختارها است. در این مطالعه فرآیند اکستروژن چرخشی با شکل مقطع مربعی مورد تحلیل قرار گرفت. با استفاده از تحلیل کران بالا نیروی مورد نیاز تغییر شکل و شرایط بهینه فرآیند ارزیابی شد. نتایج نشان داد که پارامترهای هندسه و فرایند به طرز چشمگیری می‌تواند نیرو فرآیند را تحت تاثیر قرار دهد.

سیمسیر کانر و همکاران [۴۵] به بررسی اثر کرنش سختی در فرآیند فشار در کانال همسان پرداختند و بیان داشتند که فرآیند ایکپ یک روش تغییر شکل پلاستیک شدید است. اثر سخت‌شوندگی بر ویژگی‌های مواد، با قانون هولومن انجام شد. از تحلیل کران بالا برای تایید یافته‌های المان محدود کار استفاده شد. مجموعه‌ای از شبیه‌سازی‌های المان محدود نشان داد که عملکرد فرایند می‌تواند با تغییر انحنای گوشه قالب بهبود یابد و بدون اجرای شبیه‌سازی‌های وقت گیر بهبود در فرآیند را داشت.

آلتان و همکاران [۴۶] به تحلیل کران بالای فرآیند ECAE پرداختند و تغییر شکل مواد در طول فرآیند اکستروژن در کانال زاویه دار همسان ۹۰ درجه را بررسی کردند. مدل پیشنهادی شامل اثر اصطکاک بین نمونه و دیوار قالب، شعاع گوشه درونی قالب و ناحیه مرده در الگوهای تغییر شکل در ECAE می‌باشد. پارامترهای مدل با تغییر شکل مواد در طول فرآیند دارای رابطه هستند و بیشتر جهت پیشرفت در تجزیه و تحلیل تغییر شکل در فرآیندهای پلاستیک شدید در نظر گرفته شده اند.

ابراهیمی و همکاران [۴۷] با بررسی کران بالا در تجزیه و تحلیل فرآیند اکستروژن در کانال‌های زاویه‌دار همسان از طریق سرعت حرکت مواد درون کانال نتایج را اینگونه بیان داشتند که تجزیه تحلیل فرآیند اکستروژن در کانال زاویه دار همسان با رویکرد تحلیل کران بالا در زمینه سرعت، چرخشی و خطی است. با استفاده از این مدل، تغییر شکل پلاستیک منطقه (PDZ) به ۳ رشته سرعت چرخشی تقسیم می‌شود. معادلات و محور مرکزی سرعت‌ها از سطوح ناپیوستگی مشتق شده است. نتایج نشان داد که با افزایش ضریب اصطکاک ثابت و شعاع گوشه درونی مقدار PDZ افزایش می‌یابد و همچنین نیروهای تجربی و نظری مورد نیاز برای فرآیند اکستروژن در کانال همسان انطباق خوبی دارند.

سیلوا و همکاران [۴۸] به توصیف ویژگی‌های ترمومکانیکی تانتال خالص از طریق معیار سختی جانسون-کوک پرداختند. نیروی فرآیند با روش کران بالا توسعه یافته توسط پرز و لری برای مواد الاستیک و پلاستیک با معیارهای ایزوتروپی فون میزز و دراگر مشخص شد. با استفاده از معیار دراگر تجزیه و تحلیل نظری نشان داد که کاهش نرخ افزایش دمای نمونه، درجه ارزش بالاتری از زاویه کانال دارد.

الکورتا و همکاران در تحقیقی مبنی بر تحلیل المان محدود و کران بالا فرآیند ایکپ، بدون حضور اصطکاک برای میله و برای مواد کاملاً پلاستیک یا کرنش سخت شده به بررسی فشار پشت قطعه کار پرداختند. راه حل های تقریبی با المان محدود برای زوایای مختلف قالب و یا مواد مختلف هم پوشانی خوبی داشتند. استفاده از فشار پشت برای بهبود همگنی الگوی تغییر شکل مواد و کرنش سختی نیز در این مقاله بررسی شده است.

لپتیو و همکاران [۴۹] تحقیقی مبنی بر اکستروژن در کانال زاویه‌دار همسان (ECAE) از طریق قالب مستطیلی انجام دادند. از تئوری کران بالا و شبیه سازی المان محدود برای شناسایی منطقه تغییر شکل برای شناخت فرآیند با استفاده از مدل بلوک صلب استفاده کردند. کرنش برشی انباشته شده در ECAE و بعد از منطقه مرده با ضریب اصطکاک تحلیلی تعیین شد. افزایش نیروی فرآیند، برش انباشته شده و اندازه "منطقه مرده" با افزایش در اصطکاک بررسی شد. نتایج به دست آمده نسبت به راه حل بر اساس معیار خط لغزش اعتبار سنجی شد. سرانجام نتایج تجزیه کران بالا همراه با نتایج تحقیقات تجربی و تحلیل المان محدود مورد بحث قرار گرفت.

۱-۶- ساختار و اهداف پایان نامه

علیرغم مطالعات گسترده صورت گرفته در خصوص فرآیند ایکپ میله‌ها، تحقیقات ثبت شده در مورد استحکام

بخشی لوله‌های فلزی اندک است. با توجه به هزینه‌بر بودن سعی و خطای تجربی در طراحی و ساخت قالب‌های ایکپ، مطالعه تحلیلی و المان محدود به منظور دستیابی به شرایط بهینه فرآیند و حصول اطمینان از عدم شکست‌های احتمالی ضروری می‌نماید. در تحقیقات ثبت شده در خصوص استفاده از تئوری کران بالا برای مطالعه تغییر شکل پلاستیک شدید لوله در کانال همسان زاویه‌دار مواردی مشاهده نشد. لذا مهم‌ترین نوآوری این تحقیق تحلیل فرآیند ایکپ لوله فلزی به روش کران بالا و مقایسه با نتایج المان محدود و تجربی خواهد بود.

در فصل دوم به تحلیل ریاضی فرآیند ایکپ میله و لوله فلزی به روش تحلیل کران بالا پرداخته می‌شود و در فصل سوم به تعریف مسئله شبیه سازی المان محدود فرآیند پرداخته خواهد شد. در فصل چهارم به ارائه نتایج و بحث پرداخته می‌شود و در فصل پایانی جمع‌بندی و ارائه پیشنهادها مطرح می‌شود.

فصل ۲ حل تحلیلی و المان محدود فرآیند ایکپ میله و لوله

در این فصل به بیان روش تحلیل کران بالا برای محاسبه نیروی شکل‌دهی پرداخته شده است. برای حل مسائل مکانیک جامدات و بررسی تغییر شکل آنها به معادلات تعادل و معادلات ساختاری نیاز است. تحلیل حدی تنها تعدادی از این معادلات حل می‌شوند و در نتیجه جواب به‌دست آمده از جواب واقعی بسته به روش حل کوچکتر یا بزرگتر است و باید توجه داشت که تعیین دقیق مقدار نیروی فرآیند برای تغییر شکل پلاستیک فلزات دشوار است. روند اجمالی حل در تحلیل کران بالا به شرح زیر است:

۱- ابتدا یک میدان جریان که تغییر شکل خواسته شده را پوشش می‌دهد در نظر گرفته می‌شود.

۲- نرخ اتلاف انرژی داخلی محاسبه می‌شود.

۳- نرخ اتلاف انرژی داخلی با نرخ کار خارجی مساوی قرار داده و در نتیجه نیروی شکل‌دهی محاسبه می‌شود.

فرض‌های مسئله نیز به شرح زیر است:

۱- ماده همسانگرد و همگن است.

۲- سطح تماس ماده با قالب می‌تواند بدون اصطکاک یا همراه اصطکاک در نظر گرفته شود.

۳- تغییر شکل روی چند صفحه محدود مجزا اتفاق می‌افتد و در نقاط دیگر ماده صلب است.

۱-۲- مبانی تحلیل کران بالا

جسمی به حجم V و سطح کل S را در نظر گرفته که در آن S_f سطح اعمال نیرو و S_u سطح جابجایی است و S_D سطحی است که در آن ناپیوستگی (برش داخلی) صورت می‌گیرد. اگر توزیع تنش و کرنش حقیقی را σ_{ij} و ϵ_{ij} در نظر بگیریم با فرض آنکه تغییر مکان مجازی U^* باشد که شرایط مرزی را ارضا نماید (یعنی در سطح اعمال جابجایی S_u ، $U^* = U$ و روابط تراکم ناپذیری را ارضا کند) طبق اصل کار مجازی داریم [۵۰]:

$$\int_V \sigma_{ij} \epsilon_{ij}^* dv + \int_{S_D} k |\Delta U^*| ds = \int_S F_i U_i^* ds \quad (1-2)$$

از آن جاکه انرژی تغییر شکل مجازی بیشتر از انرژی تغییر شکل است $\sigma_{ij}^* \epsilon_{ij}^* \geq \sigma_{ij} \epsilon_{ij}^*$ و نیز $k |\Delta U^*| \geq \tau |\Delta U^*|$ لذا رابطه بالا بازنویسی می‌شود:

$$\int_V \sigma_{ij}^* \epsilon_{ij}^* dv + \int_{S_D} k |\Delta U^*| ds \geq \int_S F_i U_i^* ds \quad (2-2)$$

رابطه ۲-۲ قضیه کلی کران بالا نام می‌گیرد و کار نیروی خارجی به دو بخش کار اصطکاک و کار نیروی خارجی تقسیم می‌شود.

$$\int_{S_u} F_i U_i^* ds + \int_{S_f} F_i U_i^* ds = \int_S F_i U_i^* ds \quad (3-2)$$

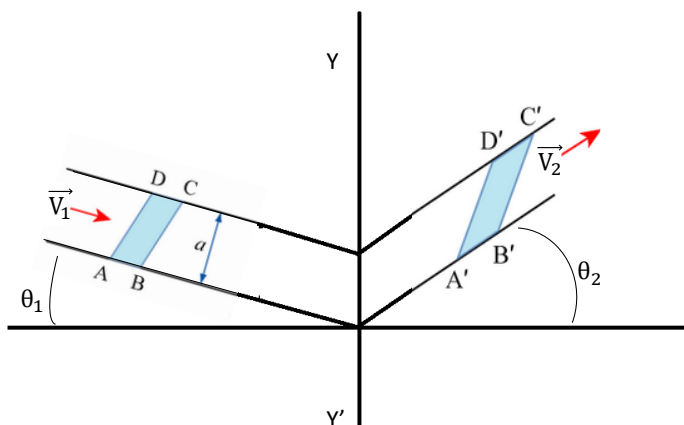
لذا کار حاصل از نیروی ابزار به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$\int_V \sigma_{ij}^* \epsilon_{ij}^* dv + \int_{S_D} k |\Delta U^*| ds - \int_{S_f} F_i U_i^* ds \geq \int_{S_u} F_i U_i^* ds \quad (4-2)$$

تحلیل کران بالا قابل اعمال به فرآیندهای شکل‌دهی دو بعدی و سه بعدی است. از آنجایی که در این تحلیل نیاز به تعریف یک میدان تغییر مکان مجاز به لحاظ سینماتیکی می‌باشد، اعمال آن به مسائل سه بعدی بسیار پیچیده است.

در یک مسئله کرنش صفحه ای مطابق شکل ۱-۲ مواد با سرعت اولیه \vec{V}_1 و تحت زاویه θ_1 نسبت به افق در حال

حرکت است. ضخامت المان در جهت عمود بر صفحه کاغذ واحد در نظر گرفته شده است و کرنش در جهت ضخامت صفر است. المان ABCD با برخورد به صفحه YY' برش خورده و در نتیجه جهت، شکل و سرعت آن تغییر می‌کند. المان اولیه، بعد از برش در صفحه YY' به المان A'B'C'D' تبدیل شده است که با سرعت \vec{V}_2 و تحت زاویه θ_2 نسبت به افق در حال حرکت است.



شکل ۲-۱: برش یک المان در صفحه برشی [۵۰]

در واقع سرعت مطلق ماده از \vec{V}_1 به \vec{V}_2 تغییر می‌یابد به نحوی که تراکم ناپذیری ماده در حین تغییر شکل پلاستیک حفظ شده و دبی حجمی آن ثابت بماند. از آنجایی که حجم ماده ورودی به صفحه YY' با حجم ماده خروجی برابر است، \vec{V}_1 و \vec{V}_2 باید مولفه افقی \vec{V}_x یکسان داشته باشند. \vec{V}_{12}^* اختلاف سرعت بین \vec{V}_1 و \vec{V}_2 است که ناپیوستگی یا انفصال سرعت در امتداد صفحه YY' نامیده می‌شود. در اینجا تغییر شکل فقط برشی است که در صفحه YY' رخ می‌دهد و انرژی مصرفی فقط صرف این برش خواهد شد. در حالت کلی برای کار در واحد حجم داریم:

$$w = \int \sigma d\varepsilon \quad (۵-۲)$$

از آنجایی که تنش و کرنش هردو از نوع برشی هستند لذا می‌توان نوشت:

$$w = \int \tau d\gamma \quad (۶-۲)$$

حال با توجه به این مسئله که از سخت‌شوندگی ماده در طی تغییر شکل پلاستیک صرف‌نظر شده است، برای وقوع تغییر شکل پلاستیک بایستی تنش برشی با استحکام تسلیم برشی ماده (k) برابر شود.

$$\gamma = \frac{dy}{dx} \quad (۷-۲)$$

لذا کار واحد حجم را می توان نوشت:

$$w = \tau\gamma = k \frac{dy}{dx} \quad (۸-۲)$$

برای محاسبه دبی حجمی، از حاصل ضرب مولفه افقی سرعت در سطح مقطع استفاده می شود:

$$\frac{Volume}{time} = S(1)V_x \quad (۹-۲)$$

که طول S در شکل ۱-۲ نشان داده شده است. نهایتاً برای نرخ انرژی مصرفی در صفحه YY' می توان نوشت:

$$\frac{dW}{dt} = w \times \frac{Vol}{time} = \left(k \frac{dy}{dx}\right)(SV_x) \quad (۱۰-۲)$$

که با توجه به تشابه مثلثها در شکل ۱-۲ می توان نتیجه گرفت که:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{V_{12}^*}{V_x} \quad (۱۱-۲)$$

$$\frac{dW}{dt} = \sum_1^i kSV_{12} \quad (۱۲-۲)$$

$$\frac{dW}{dt} = \sum_1^i kS_i V_i^* \quad (۱۳-۲)$$

که در آن V_i^* و S_i مربوط به هر کدام از صفحات برش می باشد و زمانی استفاده می شود که بیش از یک صفحه برش موجود باشد. اگر سطوح انفصال سرعت خمیده باشد می بایست از انتگرال گیری برای به دست آوردن رابطه استفاده نمود زیرا که V^* می تواند در امتداد ds تغییرات داشته باشد.

۲-۲- تئوری مسئله ایکپ

در این روش، فلزی که قرار است تحت تغییر شکل پلاستیک شدید قرار بگیرد، در کانال قرار گرفته و از بالا توسط یک سنبه به داخل کانال، فشرده می‌شود [۱۷]. قطعه فلزی حین عبور از کانال، با رسیدن به محل تغییر زاویه، شروع به خم و سپس بازخم می‌کند. در اثر این تغییر شکل سرتاسری که در قطعه اتفاق می‌افتد، کل قطعه به شدت تغییر شکل یافته و از انتهای دیگر قالب خارج می‌شود. شدت تغییر شکل به زاویه کانال بستگی داشته و همچنین شعاع گوشه‌ها و انحنای رئوس کانال در محل تغییر زاویه نیز از جمله پارامترهای کنترلی این فرآیند است [۳، ۸، ۹ و ۱۷]. نیروی اعمالی برای شروع تغییر شکل بر روی قطعه کار اعمال می‌شود و همچنین می‌توان کار اعمالی و انرژی مصرفی توسط هربخش را محاسبه نمود.

برای محاسبه این انرژی‌ها دو روش مطرح است:

۱- روش سطوح تغییر شکل

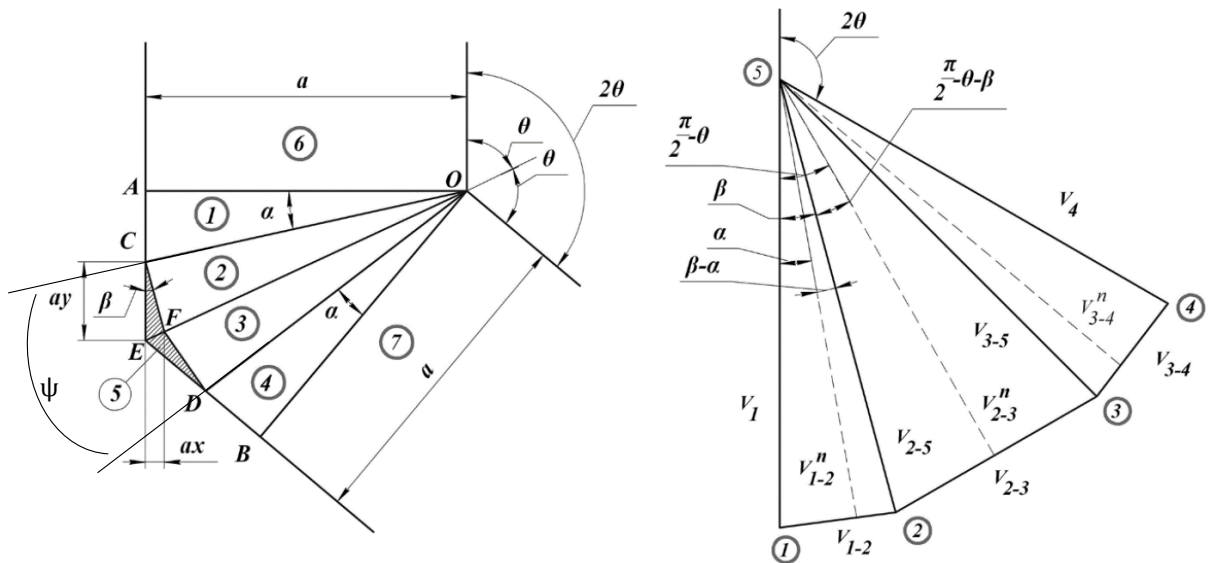
۲- روش انتگرال J

در روش نخست که روشی ساده‌تر است با اندازه‌گیری سرعت‌ها، سطح مقطع تغییر سرعت و داشتن تنش برشی بیشینه که به سطوح وارد می‌شود می‌توان به محاسبه نیروی فرآیند پرداخت [۵۳-۵۱]. اما روش دوم که به انتگرال‌گیری روی نواحی می‌پردازد و تمامی بازه زاویه تغییر شکل را در نظر می‌گیرد، سخت‌تر و به نسبت دقیق‌تر می‌باشد [۴۹، ۵۴ و ۵۵]. حال به ارائه حل کران بالا برای فرآیند ایکپ ماده با مقطع مربع یا مستطیلی می‌پردازیم.

۲-۲-۱- روش سطوح تغییر شکل

برای حل با استفاده از این روش همان‌گونه که از نام آن مشخص است باید بتوان سطوح تغییر شکل و اعمال سرعت را به دست آورد. با دانستن این عبارتها می‌توان توان را محاسبه نمود که معادل حاصل ضرب سرعت، سطح و نیرو است. برای ناحیه خمش و باز خمش (شروع انحناء تا پایان آن) می‌توان نواحی مختلفی تعیین نمود و برخی از محققین این ناحیه را به سه بخش تقسیم نموده‌اند که شامل محدوده زاویه گوشه β و دو ناحیه کناری آن که حاوی زاویه β است. البته لازم به ذکر است که شیوه تقسیم بندی با توجه به نظر محققان، متفاوت است و مشاهده شده است که برخی ناحیه را به هفت بخش [۵۳] یا به سه بخش [۴۹ و ۵۲] تقسیم کرده‌اند. هرچه تعداد این تقسیم‌ها بیشتر باشد تغییرات کوچکتر در مقدار سرعت و سطح و ... را می‌توان مطالعه کرد و

لذا محاسبات دقیق تر می شود [۵۰]. حال فرض شود که قالبی با زاویه کانال 2θ که ناحیه مدنظر به هفت بخش تقسیم شده است و در شکل ۲-۲ طرحواره تقسیمات قابل مشاهده است موجود است.



شکل ۲-۲: طرحواره اکستروژن در کانال همسان زاویه دار به روش سطوح تغییر شکل [۵۳]

همان گونه که بیان شد نرخ کار مصرفی بر روی هر سطح برابر با حاصل ضرب نیرو و سرعت می باشد به عبارتی:

$$\dot{w} = F \times \vec{V} \quad (14-2)$$

برای به دست آوردن مقدار نرخ کار مصرفی روی هر سطح باید سرعت ناپیوستگی را معین نمود و باتوجه به اندازه سطح اثر آن مقدار نرخ کار قابل محاسبه است. به عنوان مثال نرخ کار مصرفی روی سطح بین ناحیه ۱ و ۲ در معادله ۱۵-۲ قابل مشاهده است:

$$\dot{w}_{1-2} = F_{1-2} \times V_{1-2} = kA_{1-2} \cdot [V_{1-2}] \quad (15-2)$$

و به طور مشابه مقدار نرخ کار مصرفی برای سایر سطوح به دست می آید. که با توجه به داشتن تنش برشی در این تحلیل برای تبدیل تنش به نیرو، آن را در سطح مقطع موثر در هر ناحیه ضرب نمود:

$$F = \tau \times A_{i-j} \cdot \tau_{max} = k \quad (16-2)$$

لذا انرژی مصرفی کل که از جمع تمام انرژی های مصرفی به دست می آید معادله ۱۷-۲ خواهد بود:

$$k(A_{1-2} \cdot [V_{1-2}] + A_{2-3} \cdot [V_{2-3}] + A_{3-4} \cdot [V_{3-4}] + A_{2-5} \cdot [V_{2-5}] + A_{3-5} \cdot [V_{3-5}]) + mk \cdot (A_{AC} \cdot [V_1] + A_{DB} \cdot [V_3]) \quad (۱۷-۲)$$

که در رابطه ۱۷-۲ داریم:

$$A = L_{i-j} \times a \quad (۱۸-۲)$$

و از طرفی نرخ کارآمدی از نیروی فرآیند از رابطه ۱۹-۲ محاسبه می‌شود:

$$\dot{W} = J = PAV_1 = Pa^2V_1 \quad (۱۹-۲)$$

از برابری دو رابطه حاصل می‌شود که:

$$Pa^2V_1 = k(A_{1-2} \cdot [V_{1-2}] + A_{2-3} \cdot [V_{2-3}] + A_{3-4} \cdot [V_{3-4}] + A_{2-5} \cdot [V_{2-5}] + A_{3-5} \cdot [V_{3-5}]) + mk \cdot (A_{AC} \cdot [V_1] + A_{DB} \cdot [V_3]) \quad (۲۰-۲)$$

که با ساده‌سازی به دست می‌آید که:

$$PaV_1 = k(l_{1-2} \cdot [V_{1-2}] + l_{2-3} \cdot [V_{2-3}] + l_{3-4} \cdot [V_{3-4}] + l_{2-5} \cdot [V_{2-5}] + l_{3-5} \cdot [V_{3-5}]) + mk \cdot (l_{AC} \cdot [V_1] + l_{DB} \cdot [V_3]) \quad (۲۱-۲)$$

البته روابط فوق را می‌توان برای هر تعداد تقسیم نوشت و مهم به دست آوردن همین طول‌ها و سرعت‌ها است [۵۳]. برای محاسبه نیروی F یا فشار P در فرآیند ابتدا می‌بایست سرعت‌های ناپیوستگی را محاسبه و جایگزین نمود که آنها همگی بر اساس سرعت ورودی هستند و در نهایت مقدار فشار یا نیرو قابل محاسبه است. حالت مهم دیگری که در اینجا پیش می‌آید آن است که ماده کرنش سخت‌شونده می‌باشد که در این حالت در طی فرآیند ایکپ و با رسیدن ماده به نقطه تسلیم ماده با توجه به خاصیت کرنش سخت‌شوندگی، سخت‌تر شده و لذا نیروی بیشتری برای تغییر شکل و ادامه فرآیند نیاز دارد. به دست آوردن الگو آن نیازمند دانستن الگو سخت‌شوندگی ماده است و الگوهای زیادی در این راستا وجود دارد. فرض کنیم که الگوی سخت‌شوندگی ماده از قانون هولومن^۱ و ماده از قانون تسلیم فون میزر پیروی نماید لذا:

^۱Holloman law

$$\sigma(\varepsilon) = \sigma_0 \varepsilon^n \quad (22-2)$$

$$\frac{\sigma(\varepsilon)}{\sqrt{3}} = \tau_{max} = k \quad (23-2)$$

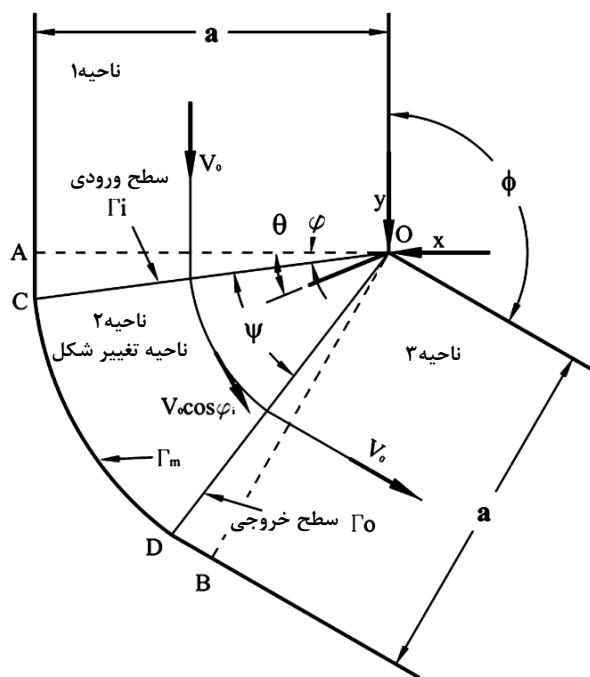
در این حالت ماده در طی عبور از هر بخش دچار مقداری کرنش می‌شود و با قرار دادن آن کرنش در رابطه می‌توان تنش جدید و تنش تسلیم برشی شدید را برای ماده به دست آورد. با قرار دادن این تنش و تنش برشی جدید به دست آمده در روابط اولیه می‌توان مجدداً به بررسی و به دست آوردن نیرو یا فشار فرآیند پرداخت و این نیرو یا فشار برای ماده دارای خاصیت کرنش سخت شوندگی است. لذا رابطه می‌تواند به صورت رابطه ۲-۲۴ و ۲-۲۵ اصلاح شود:

$$\frac{\sigma_{i-j}(\varepsilon)}{\sqrt{3}} = \frac{\sigma_0 \varepsilon_{i-j}^n}{\sqrt{3}} = k_{i-j} \quad (24-2)$$

$$P(\varepsilon) a V_1 = (k_{1-2} \cdot l_{1-2} \cdot [V_{1-2}] + k_{2-3} \cdot l_{2-3} \cdot [V_{2-3}] + k_{3-4} \cdot l_{3-4} \cdot [V_{3-4}] \\ + k_{2-5} \cdot l_{2-5} \cdot [V_{2-5}] + k_{3-5} \cdot l_{3-5} \cdot [V_{3-5}]) \\ + m \cdot (k_1 \cdot l_{AC} \cdot [V_1] + k_4 \cdot l_{DB} \cdot [V_3]) \quad (25-2)$$

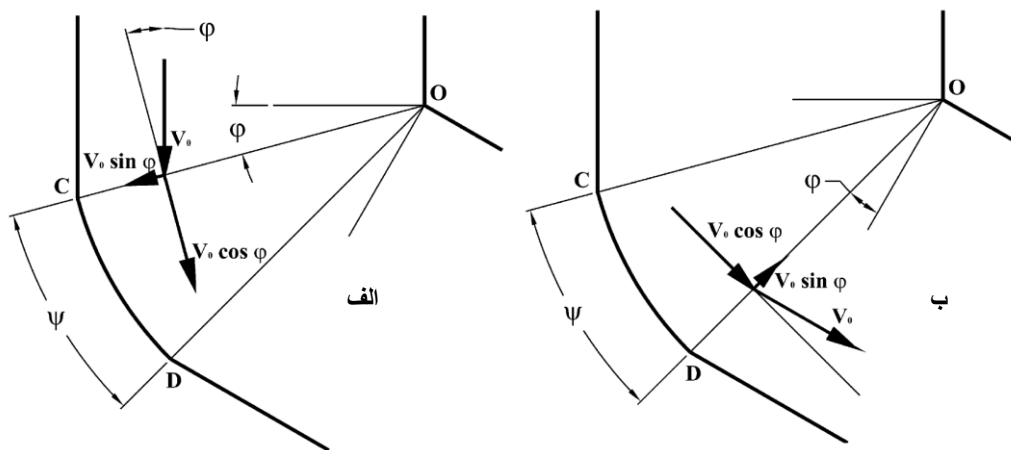
۲-۲-۲-۲ روش انتگرال I

در این روش برای به دست آمدن مقادیر انرژی از انتگرال گیری استفاده می‌شود و می‌توان بیان داشت که این روش و روش قبلی تقریباً یکسان هستند و تفاوت آنها در این است که در حالت انتگرال گیری تمام ناحیه به صورت نمودی محاسبه می‌شود اما در حالت سطوح کل ناحیه به چند بخش یا نمود تقسیم شده است و اگر این تقسیمات زیاد باشد اندازه نمود کوچک شده و کار دقیق تر و اختلاف دو روش کمتر می‌شود. در اینجا فرض شده است که زاویه قالب ϕ همان 2θ حالت قبل باشد. از طرفی زاویه گوشه قالب می‌تواند معادل $0 \leq \psi \leq \pi - \phi$ باشد [۴۹، ۵۵ و ۵۶] لذا کانال به صورت شکل ۳-۲ می‌باشد.



شکل ۲-۳: طرح‌واره قالب ایکپ با زاویه گوشه ψ و زاویه قالب ϕ [۵۵]

همان گونه که دیده می‌شود ماده با سرعت اولیه \vec{V}_0 وارد کانال شده و پس از طی مسیر به سطح ورودی ناحیه تغییر شکل پلاستیک شدید رسیده و پس از اعمال تغییر و رسیدن به سطح خروجی، مجدداً با سرعت اولیه اش خارج می‌شود. ابتدا برای شروع به تعیین سرعت روی مرزهای تغییر شکل پرداخته شد که در شکل ۲-۴ مشاهده می‌شود و شامل سرعت عمودی و مماس بر سطح تغییر شکل است.



شکل ۲-۴: سرعت های ناپیوستگی، الف) سطح ورودی، ب) سطح خروجی [۵۵]

لذا سرعت هارا در راستا محورهای r, θ, z می‌توان نوشت که به شرح معادله ۲-۲۶ است:

$$\vec{V}_r = 0 \quad . \quad \vec{V}_\theta = \vec{V}_0 \cos \phi \quad . \quad \vec{V}_z = 0 \quad (2-26)$$

در این مرحله به محاسبه نرخ کرنش‌ها در ناحیه تغییر شکل پرداخته شده است [۵۵] که با توجه به سرعت های ذکر شده بیشتر آنها صفر خواهند بود و عبارت غیرصفر در رابطه ۲-۳۰ قابل مشاهده است:

$$\dot{\epsilon}_{rr} = \frac{\partial \vec{V}_r}{\partial r} = 0 \quad (27-2)$$

$$\dot{\epsilon}_{\theta\theta} = \frac{\vec{V}_r}{r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \vec{V}_\theta}{\partial \theta} = 0 \quad (28-2)$$

$$\dot{\epsilon}_{zz} = \frac{\partial \vec{V}_z}{\partial z} = 0 \quad (29-2)$$

$$\dot{\epsilon}_{r\theta} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial \vec{V}_r}{\partial \theta} + \frac{\partial \vec{V}_\theta}{\partial r} - \frac{\vec{V}_\theta}{r} \right) = -\frac{1}{2} \frac{\vec{V}_0 \cos \varphi}{r} \quad (30-2)$$

$$\dot{\epsilon}_{rz} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \vec{V}_r}{\partial z} + \frac{\partial \vec{V}_z}{\partial r} \right) = 0 \quad (31-2)$$

$$\dot{\epsilon}_{\theta z} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \vec{V}_\theta}{\partial z} + \frac{1}{r} \frac{\partial \vec{V}_z}{\partial \theta} \right) = 0 \quad (32-2)$$

از سوی دیگر با توجه به شرط تراکم ناپذیری داریم:

$$\dot{\epsilon}_{\theta\theta} + \dot{\epsilon}_{rr} + \dot{\epsilon}_{zz} = 0 \quad (33-2)$$

با به دست آمدن نرخ کرنش‌ها، سطح‌ها و طول این سطح‌ها، نرخ کار اعمالی از نیروی خارجی قابل محاسبه است و می‌توان بیان کرد که:

$$J = FV_0 = Pa^2V_0 \quad (34-2)$$

که در رابطه فوق F و P به ترتیب نیرو و فشار فرآیند است که از سوی سنبه اعمال می‌شود و a نیز عرض مقطع کانال است. انرژی مصرفی در فرآیند به شرح معادله ۲-۳۵ قابل محاسبه است:

$$\dot{W}_{tot} = \dot{W}_d + \dot{W}_i + \dot{W}_o + \dot{W}_m + \dot{W}_{w(AC)} + \dot{W}_{w(BD)} + \dot{W}_{l(i)} + \dot{W}_{l(o)} \quad (35-2)$$

که در آن به ترتیب انرژی مصرفی کل، توان مصرفی در ناحیه تغییرات، توان مصرفی در سطح ورودی و خروجی، توان مصرفی سطح تماس بین قالب و ماده (توان مصرفی اصطکاکی)، توان مصرف نیروی دیواره AC قالب، توان مصرفی روی دیواره BD قالب، توان مصرفی سطح بین ماده و دیواره قالب قبل از نقطه A در شکل ۲-۳ و توان مصرفی سطح بین ماده و قالب بعد از نقطه B قرار دارند. اثبات روابط مربوط به هر کدام از این پارامترها در پیوست ۱ قابل مشاهده است. در نهایت نرخ توان مصرفی کل برابر خواهد بود با:

$$\dot{W}_{tot} = a^2 \tau_0 V_0 (1 + m) \left[2 \cot \left(\frac{\phi + \psi}{2} \right) + \psi \right] + 4 m a \tau_0 V_0 (l_i + l_o) \quad (36-2)$$

و باتوجه به نرخ کار انجام شده توسط نیروی فرآیند و با برابر قرار دادن روابط ۲-۲۵، ۲-۲۷ و ساده سازی:

$$F = a^2 \tau_0 (1 + m) \left[2 \cot \left(\frac{\phi + \psi}{2} \right) + \psi \right] + 4 m a \tau_0 (l_i + l_o) \quad (37-2)$$

و مطابق با ارتباط نیرو و فشار فرآیند طبق رابطه ۲-۲۵ نتیجه می شود:

$$P = \tau_0 (1 + m) \left[2 \cot \left(\frac{\phi + \psi}{2} \right) + \psi \right] + 4 m \tau_0 \frac{(l_i + l_o)}{a} \quad (38-2)$$

با به دست آمدن میزان نیرو یا فشار مورد نیاز فرآیند، برای انجام فرآیند برنامه ریزی می شود. تا این لحظه تمام این محاسبات برای حالت ساده یعنی مقطع مربعی انجام شده است و باید آن را به حالت دایروی نیز تعمیم داد تا پس از آن بتوان رفته رفته به حالت لوله رسید [۴۹، ۵۱ و ۵۴].

۲-۳- تئوری کران بالا برای ایکپ میله گرد

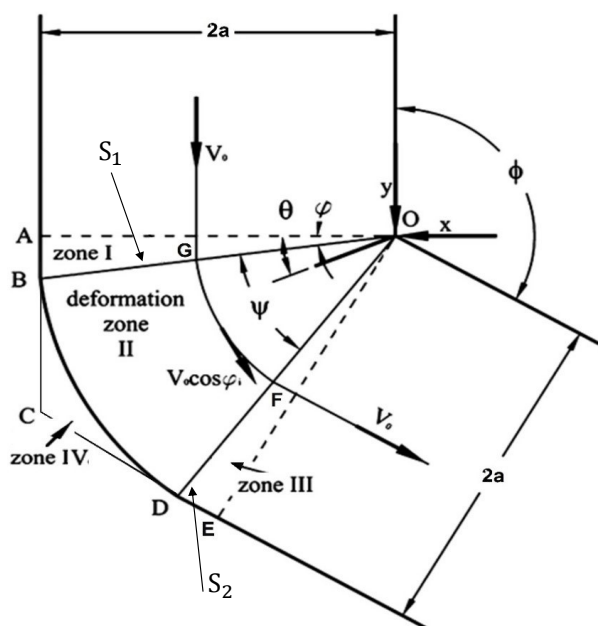
اولین گام برای به دست آوردن روابط ایکپ لوله آن است که روابط را برای نزدیک ترین حالت به لوله یعنی مقطع دایروی توپر بررسی نمود. در مرحله قبل به بررسی روابط برای فرآیند ایکپ در مقطع مربعی پرداخته شد که شروعی برای به دست آوردن روابط تحلیل کران بالا است و حال آن روابط، کنش و واکنش های درون قالب و سایر عواملی که باعث صرف انرژی می شوند مطالعه می شود و لذا به مطالعه ایکپ میله گرد پرداخته خواهد شد. روش کران بالا روشی برای تعادل انرژی است که نیرویی بیش از نیروی واقعی فرآیند را محاسبه می نماید و این مدل به معرفی مواد صلب-کاملاً پلاستیک، و براساس معیار تسلیم ترسکا (جهت محاسبه k) و سرعت های

ناپیوستگی عمل می‌نماید و رابطه اصلی آن به صورت زیر است:

$$J = 2k \int_v \sqrt{\frac{1}{2} \dot{\epsilon}_{ij} \dot{\epsilon}_{ij}} dv + \int_{S_v} k |\Delta v| ds + \int_{S_f} mk \Delta v ds - \int_{S_t} T_i v_i ds \quad (39-2)$$

که در این رابطه k تنش برشی تسلیم بر اساس معیار ترسکا (یا هرمعیار مدنظر)، $\dot{\epsilon}_{ij}$ نرخ کرنش، m عامل اصطکاک چسبنده، v حجم ناحیه تغییر شکل پلاستیک، S_v و S_f به ترتیب سطح اعمال سرعت ناپیوستگی و سطح اصطکاک، S_t سطحی است که تراکنش‌ها به آن اعمال می‌شود، $\Delta \vec{v}$ تغییرات سرعت ناپیوستگی بر روی سطح ناپیوستگی و سطح اصطکاکی، \vec{v}_i و T_i سرعت و تراکنش اعمالی به سطح S_t است.

اولین عبارت در این معادله، توان مصرفی در ناحیه تغییرشکل؛ دومین و سومین عبارت آن توان مصرفی بر اثر تغییرات سرعت ناپیوستگی و سطح اصطکاکی است و آخرین عبارت اثر توان بر تراکنش‌های ماده است. برای درک بهتر مسئله می‌توان به شکل ۲-۵ مراجعه نمود که یک کانال با مقطع عبوری دایروی را نشان می‌دهد که حجم مورد بررسی توسط روش کران بالا با مرزهای OABCDEO محصور شده است که به چهار بخش تقسیم‌بندی شده است. در ناحیه یک و سه ماده به صورت صلب با سرعت \vec{v}_0 حرکت می‌نماید و ناحیه دوم، ناحیه ای است که ماده تغییر شکل پلاستیک شدید می‌دهد و سرعت‌های ناپیوستگی بر روی سطوح S_1 و S_2 عمل می‌نمایند که به صورت بیضوی با عرض $2a$ و طول $\frac{2a}{\cos \phi}$ است.



شکل ۲-۵: کانال دایروی و تقسیمات نواحی [۵۵]

با توجه به شکل و متغیر بودن زاویه ϕ لذا روابط به دست آمده کلی بوده و برای هر زاویه قالب و گوشه ای صادق خواهند بود. سطح S_1 محصور مرزهای $OGBG'O$ است که نقطه G' نقطه متناظر G در طرف دیگر کانال است و خط OB خطی است که این صفحه را به دو بخش متقارن تقسیم می‌نماید و با سطح افقی زاویه φ را می‌سازد و همین مسئله برای سطح S_2 وجود دارد که محصور به مرزهای $OFDF'O$ است و خط تقارن آن OD بوده و با سطح OE زاویه φ را می‌سازد. از طرفی خطوط OA و OE عمود بر سطوح قالب می‌باشند و با توجه به این امر مقدار زاویه ψ قابل محاسبه خواهد بود و رابطه ۲-۴۰ بیان‌گر آن است:

(۴۰-۲)

$$\psi = \pi - (\phi + 2\varphi)$$

بر اساس شکل، ناحیه تغییر شکل پلاستیک از سطح S_1 در زاویه φ شروع شده و تا سطح S_2 در زاویه $(\varphi + \psi)$ پیش می‌رود. ناحیه چهارم مشخص شده در شکل ناحیه مرده نام دارد و محدوده آن بین سطح $G'BG'FDF'$ با دیواره قالب است. سرعت در ناحیه دوم به صورت $\vec{V}_0 \cos \varphi$ است که می‌توان نوشت:

(۴۱-۲)

$$\vec{V}_r = 0 \quad . \quad \vec{V}_\theta = \vec{V}_0 \cos \varphi \quad . \quad \vec{V}_z = 0$$

که این سرعت‌ها پایه‌ای برای محاسبه نرخ کرنش خواهد بود [۵۶] لذا نرخ کرنش غیرصفر در این مسئله در رابطه ۲-۴۲ قابل بیان خواهد بود:

(۴۲-۲)

$$\dot{\epsilon}_{r\theta} = \dot{\epsilon}_{\theta r} = -\frac{1}{2} \frac{\vec{V}_0 \cos \varphi}{r}$$

در رابطه بالا r فاصله از نقطه O می‌باشد. حال به محاسبه توان مصرفی و بیان مناطق مصرف انرژی پرداخته می‌شود:

(۴۳-۲)

$$\dot{W}_{tot} = \dot{W}_{ideal} + \dot{W}_{S_1} + \dot{W}_{S_2} + \dot{W}_{S_{Dead\ zone}} + \dot{W}_{S_{AOB}} + \dot{W}_{S_{DOE}} + \dot{W}_{S_{GFOF'G'}} + \dot{W}_{S_{channel\ wall}}$$

که در آن \dot{W}_{ideal} توان مصرفی در ناحیه تغییر شکل پلاستیک، \dot{W}_{S_1} و \dot{W}_{S_2} توان مصرفی بر روی سطوح ورودی و خروجی S_1 و S_2 می‌باشد. $\dot{W}_{S_{AOB}}$ و $\dot{W}_{S_{DOE}}$ و $\dot{W}_{S_{GFOF'G'}}$ توان مصرفی بر روی سطح استوانه ای شکل قالب در

AOB ، DOE و GFOF'G' است و در نهایت $\dot{W}_{S_{channel\ wall}}$ توان مصرفی دیواره قالب است که دارای اصطکاک می‌باشد. لذا نرخ کارمصرفی کل در رابطه ۲-۴۴ قابل بیان است:

$$\begin{aligned} \dot{W}_{tot} = & \pi a^2 k V_0 \psi + 2(\pi a^2 k V_0 \tan \varphi) + 2a^2 k V_0 \psi \left(\frac{3 \tan^2 \varphi}{2} + 1 \right) \cos \varphi \\ & + 2(2\pi a^2 m k V_0 \tan \varphi) + 2a^2 m k V_0 \psi \left(\frac{\tan^2 \varphi}{2} + 1 \right) \cos \varphi \\ & + 2\pi a l m k V_0 \end{aligned} \quad (44-2)$$

و نرخ کار نیروی اعمالی عبارت است از:

$$J = P(\pi a^2) V_0 \quad (45-2)$$

لذا می‌توان فشار فرآیند را از برابر قرار دادن روابط ۲-۳۶ و ۲-۳۵ به دست آورد:

$$\begin{aligned} P(\pi a^2) V_0 = & \pi a^2 k V_0 \psi + 2(\pi a^2 k V_0 \tan \varphi) \\ & + 2a^2 k V_0 \psi \left(\frac{3 \tan^2 \varphi}{2} + 1 \right) \cos \varphi + 2(2\pi a^2 m k V_0 \tan \varphi) \\ & + 2a^2 m k V_0 \psi \left(\frac{\tan^2 \varphi}{2} + 1 \right) \cos \varphi + 2\pi a l m k V_0 \end{aligned} \quad (46-2)$$

که پس از ساده سازی داریم:

$$\begin{aligned} P = & k \left[\psi + 2(\tan \varphi) + \frac{2\psi}{\pi} \left(\frac{3 \tan^2 \varphi}{2} + 1 \right) \cos \varphi + 4(m \tan \varphi) \right. \\ & \left. + \frac{2m\psi}{\pi} \left(\frac{\tan^2 \varphi}{2} + 1 \right) \cos \varphi + 2m \left(\frac{l}{a} \right) \right] \end{aligned} \quad (47-2)$$

روابط کامل در پیوست ۲ موجود است و با قرار دادن آنها در رابطه ۲-۳۴ رابطه نرخ کار مصرفی حاصل می‌شود. برای اطمینان خاطر از روند اثبات معادلات، نتیجه با مرجع [۵۷] به ازای زاویه کانال ۹۰ درجه مقایسه شد که رابطه ۲-۴۸ حاصل می‌گردد:

$$\begin{aligned} \dot{W}_{tot} = \pi akV \left\{ \left[\left(\frac{\pi}{2} - 2\varphi \right) + 4m \tan \varphi + 2 \tan \varphi \right. \right. \\ \left. \left. + \left(\frac{2}{\pi} \right) \left(\frac{\pi}{2} - 2\varphi \right) \left(\frac{3 \tan^2 \varphi}{2} + 1 \right) \cos \varphi \right. \right. \\ \left. \left. + m \left(\frac{2}{\pi} \right) \left(\frac{\pi}{2} - 2\varphi \right) \left(\frac{\tan^2 \varphi}{2} + 1 \right) \cos \varphi \right] + 2m \left(\frac{1}{a} \right) \right\} \end{aligned} \quad (48-2)$$

اگر این مسئله دقیقاً با همین نقاط مصرف انرژی، با مقطع مربعی حل شود، صرف نظر از شکل ناحیه مرده که در این دو حالت متفاوت است؛ برای حالت مربعی با طول ضلع b به دست خواهد آمد:

$$\begin{aligned} P(b^2)V_0 = b^2kV_0\psi + 2(b^2kV_0 \tan \varphi) \\ + \frac{2b^2kV_0\psi}{\pi} \left(\frac{3 \tan^2 \varphi}{2} + 1 \right) \cos \varphi + 2(2b^2mkV_0 \tan \varphi) \\ + \frac{2b^2mkV_0\psi}{\pi} \left(\frac{\tan^2 \varphi}{2} + 1 \right) \cos \varphi + 2blmkV_0 \end{aligned} \quad (49-2)$$

که تفاوت این دو رابطه فقط در سطح مقطع خواهد بود و اگر b به طوری تعیین گردد که مساحت مقطع مربعی با دایروی برابر باشد، مقدار P برابر خواهد شد که باید به چنین فرض ساده سازی توجه داشت.

۲-۴- تئوری کران بالا برای ایکپ لوله

در فرآیند ایکپ لوله، ضخامت جداره قطعه کار در تعیین نیروی لازم فرآیند نقش ایفا خواهد نمود. باتوجه به سطح مقطع لوله برای محاسبه منحنی‌های جریان در قطاع لوله و سپس محاسبه جریان ماده و نیروی فرآیند از منحنی‌های بزیر استفاده می‌شود.

۲-۴-۱- منحنی‌های بزیر

منحنی‌های بزیر در دوران رقابت دو مهندس اروپایی در دهه ۱۹۶۰ به منظور طراحی اجزای ماشین کشف شد. پیر بزیر^۲ که در کارخانه رنو و دیگری پل دوکاستل جو^۳ که در کارخانه سیتروئن فعالیت داشتند [۵۸]. این منحنی‌ها به نام بزیر ثبت شد، ولی دوکاستل جو اولین کسی بود که از این منحنی‌ها استفاده کرد ولی بزیر زودتر

^۱Bezier curve

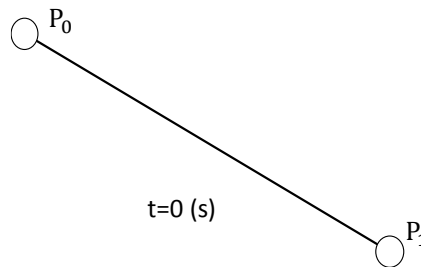
^۲Pierre Bezier

^۳Paul de casteljau

آن را به چاپ رسانید، لذا این منحنی‌ها به نام او شهرت یافت [۵۹]. این منحنی‌ها برخلاف تکنیک‌های رایج درون‌یابی که از نقاط داده شده عبور می‌کردند، نمی‌گذشت و نقاط تنها برای کنترل شکل منحنی استفاده می‌شدند. منحنی‌های بزیر و بی-اسپیلاین^۱ منحنی‌هایی هستند که از تعداد دلخواهی نقاط کنترل که یک خط راهنما برای ارزیابی منحنی درست می‌کنند تشکیل شده‌اند. تقریب و تخمین در منحنی‌ها به عواملی چون وزن نقاط کنترل، بردارهای گره و درجه‌های مختلف منحنی بستگی دارند [۵۹]. منحنی‌های بزیر توسط مجموعه‌ای از نقاط کنترل از P_0 تا P_n تعریف می‌شود که در آن n مرتبه آن را مشخص می‌کند ($n=1$ برای خطی، $n=2$ برای درجه دوم و غیره). اولین و آخرین نقاط کنترل همیشه نقطه پایان منحنی هستند؛ با این حال، نقاط کنترل متوسط (در صورت وجود) عموماً در منحنی استفاده می‌شوند. منحنی خطی بزیر با توجه به نقاط متمایز P_0 و P_1 به سادگی بین این دونقطه خط مستقیمی رسم می‌نماید و رابطه آن به صورت زیر خواهد بود:

$$B(t) = P_0 + t(P_1 - P_0) = (1 - t)P_0 + tP_1 \quad 0 \leq t \leq 1 \quad (۵۰-۲)$$

و همچنین در شکل ۶-۲ قابل رویت می‌باشد.



شکل ۶-۲: منحنی بزیر خطی در لحظه $t = 0$

و معادله آن با درون‌یابی خطی است و برای حالت درجه ۲ که منحنی‌های بیضوی چهارگانه نیز نامیده می‌شود و یا همان منحنی درجه ۲، مسیری است که توسط تابع $B(t)$ ردیابی شده است و با توجه به P_0 ، P_1 و P_2 بیان می‌شود:

$$B(t) = (1 - t)[(1 - t)P_0 + tP_1] + t[(1 - t)P_1 + tP_2] \quad 0 \leq t \leq 1 \quad (۵۱-۲)$$

که می‌توان به عنوان ضریب خطی نقاط متناظر در منحنی خطی بزیر از P_0 تا P_1 و از P_1 تا P_2 تفسیر شود. از بازنویسی مجدد معادله قبلی خواهیم داشت:

^۱ B-Spline Curves

$$B(t) = (1-t)^2 P_0 + 2t(1-t)P_1 + t^2 P_2 \quad 0 \leq t \leq 1 \quad (52-2)$$

و مشتق منحنی بزیر نسبت به t را داریم که:

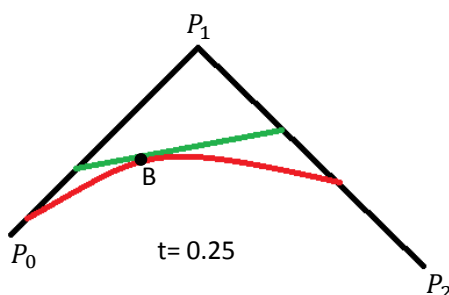
$$B'(t) = 2(1-t)(P_1 - P_0) + 2t(P_2 - P_1) \quad 0 \leq t \leq 1 \quad (53-2)$$

و از آن می توان به این نتیجه رسید که منحنی ها در P_0 و P_2 در P_1 متقاطع می شوند. همانطور که t از ۰ به ۱ افزایش می یابد، منحنی از P_0 می گذرد و سپس خم شده و از P_2 عبور می نماید.

مشتق دوم از منحنی بزیر به شرح معادله ۵۴-۲ قابل بیان است:

$$B''(t) = 2(P_2 - 2P_1 + P_0) \quad 0 \leq t \leq 1 \quad (54-2)$$

و این منحنی در شکل ۷-۲ قابل مشاهده است.



شکل ۷-۲: منحنی بزیر درجه ۲ در لحظه $t = 0/25$

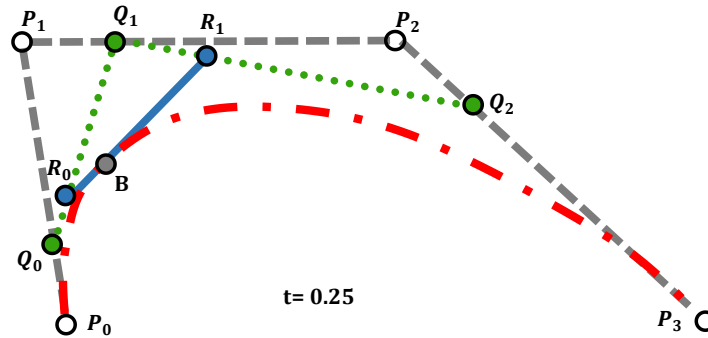
حال در منحنی درجه سه، چهار نقطه P_0 ، P_1 ، P_2 و P_3 در صفحه یا در فضایی با ابعاد بالاتر منحنی را تعریف می نماید. منحنی در P_0 به سمت P_1 شروع می شود و به P_3 از جهت P_2 می رسد. معمولاً از P_1 و P_2 عبور نمی کند. نوشتن $B_{P_1 P_j P_k}(t)$ برای منحنی بزیر درجه ۴ یا مکعبی توسط نقاط P_i ، P_j و P_k تعریف می شود، منحنی بزیر مکعبی را ارائه می دهد و به عنوان ترکیبی وابسته، از دو منحنی بزیر درجه ۲ تعریف می شود:

$$B(t) = (1-t)B_{P_0, P_1, P_2}(t) + tB_{P_1, P_2, P_3}(t) \quad 0 \leq t \leq 1 \quad (55-2)$$

و شکل صریح منحنی رابطه ۵۶-۲ است:

$$B(t) = (1-t)^3 P_0 + 3(1-t)^2 t P_1 + 3(1-t)t^2 P_2 + t^3 P_3 \quad 0 \leq t \leq 1 \quad (56-2)$$

و منحنی درجه ۳ بزیر در شکل ۸-۲ قابل مشاهده است:



شکل ۸-۲: منحنی بزیر درجه ۳ در لحظه $t = 0/25$

هر مجموعه ای از ۴ نقطه متمایز می‌توانند به یک منحنی بزیر مکعبی تبدیل شوند و با توجه به نقاط شروع و پایان، بعضی از این منحنی‌های بزیر مکعبی و نقاط در امتداد منحنی مربوط به $t=1/3$ و $t=2/3$ ، نقاط کنترل منحنی بزیر اصلی می‌تواند باشد. مشتق منحنی بزیر مکعبی نسبت به t نیز رابطه ۵۷-۲ خواهد بود:

$$B'(t) = 3(1-t)^2(P_1 - P_0) + 6(1-t)t(P_2 - P_1) + 3t^2(P_3 - P_2) \quad 0 \leq t \leq 1 \quad (57-2)$$

ومشتق دوم عبارت است از:

$$B''(t) = 6(1-t)^1(P_2 - 2P_1 - P_0) + 6t(P_3 - 2P_2 + P_1) \quad 0 \leq t \leq 1 \quad (58-2)$$

با توجه به مباحث مطرح شده، منحنی‌های بزیر را می‌توان برای درجه n به شرح معادله ۵۹-۲ تعریف کرد:

$$B(t) = \sum_{i=0}^n \binom{n}{i} (1-t)^{n-i} t^i P_i = (1-t)^n P_0 + \binom{n}{1} (1-t)^{n-1} t P_1 + \dots + \binom{n}{n-1} (1-t)^1 t^{n-1} P_{n-1} + t^n P_n \quad 0 \leq t \leq 1 \quad (59-2)$$

که در آن $\binom{n}{i}$ ضرایب دوجمله ای هستند.

حال پارامترهای منحنی به شرح رابطه ۶۰-۲ می‌باشد:

$$B(t) = \sum_{i=0}^n b_{i,n}(t) P_i \quad 0 \leq t \leq 1 \quad (60-2)$$

که در آن:

$$b_{i,n}(t) = \binom{n}{i} t^i (1-t)^{n-i} \quad i = 0, \dots, n; \quad 0 \leq t \leq 1 \quad (61-2)$$

وبه عنوان چند جمله ای مبتنی بر برنشتاین^۱ درجه n شناخته می شود و لذا:

$$\binom{n}{i} = \frac{n!}{i!(n-i)!} \quad i = 0, \dots, n; \quad 0 \leq t \leq 1 \quad (62-2)$$

ونقاط P_i نقاط کنترلی برای منحنی بزیر نامیده می شوند و چند ضلعی تشکیل شده توسط اتصال نقاط بزیر که شروع با P_0 و پایان با P_n است چند ضلعی بزیر یا چند ضلعی کنترل نامیده می شود.

گاهی اوقات مطلوب است که منحنی بزیر را بر حسب چند جمله ای های ساده تر برنشتاین نوشت (برای مطالعه این چند جمله ای ها به مرجع [۵۸] مراجعه شود). در این حالت از قضیه دوجمله ای^۲ به تعریف منحنی و پس از آن بازسازی منحنی پرداخته شد که:

$$B(t) = \sum_{j=0}^n t^j C_j \quad 0 \leq t \leq 1 \quad (63-2)$$

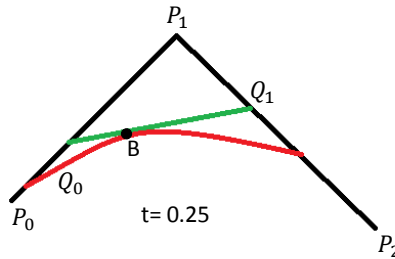
که در این رابطه C_j از رابطه تکمیلی ۶۴-۲ به دست می آید:

$$C_j = \frac{n!}{(n-j)!} \sum_{i=0}^j \frac{(-1)^{i+j} P_i}{i!(j-i)!} = \prod_{m=0}^{j-1} (n-m) \sum_{i=0}^j \frac{(-1)^{i+j} P_i}{i!(j-i)!} \quad 0 \leq t \leq 1 \quad (64-2)$$

اگر در حالت بالا، منحنی ثبات عددی نداشته باشد باید از الگوریتم دوکاستل جو بهره گرفت.

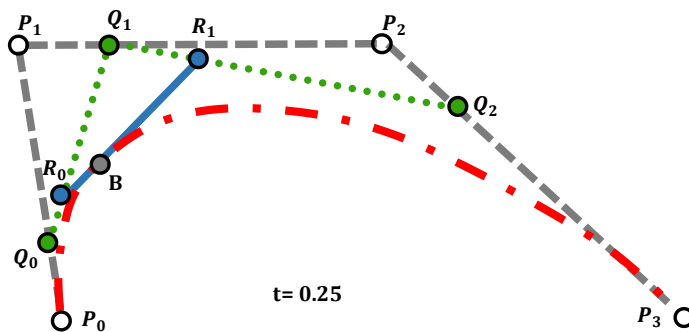
^۱ Bernstein
^۲ Binomial

برای منحنی های بزییر درجه دو می توان نقطه های متوسط Q_0 و Q_1 را به طوری تنظیم کرد که از $t=0$ به $t=1$ تغییر یابد و نقطه $Q_0(t)$ از P_0 تا P_1 و نقطه $Q_1(t)$ از P_1 تا P_2 تغییر نماید. لذا نقطه $B(t)$ به طور خطی بین $Q_0(t)$ تا $Q_1(t)$ تغییر میکند و این امر در شکل ۹-۲ مشخص است.



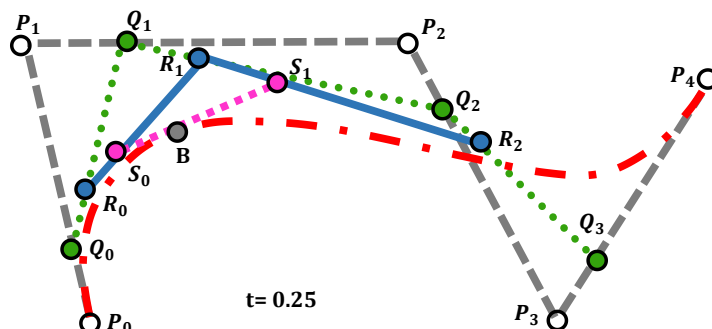
شکل ۹-۲: منحنی بزییر درجه ۲ در لحظه $t = 0.25$

برای منحنی های مرتبه بالاتر، به ترتیب نیاز به نقاط متوسط بیشتر است و برای منحنی مکعبی می توان نقاط متوسط Q_0, Q_1, Q_2 را که منحنی خطی بزییر را توصیف می کند و نقاط R_0 و R_1 که منحنی بزییر درجه دوم را توصیف می کنند در نظر گرفت که در شکل ۱۰-۲ این موارد قابل مشاهده می باشد.



شکل ۱۰-۲: منحنی بزییر درجه ۳ در لحظه $t = 0.25$

برای منحنی مرتبه چهار می توان از نقاط متوسط Q_0, Q_1, Q_2, Q_3 و نقاط R_0, R_1, R_2 که منحنی مکعبی را توصیف می کند استفاده نمود و نقاط S_0 و S_1 که توصیف منحنی های بزییر مکعبی اند و در شکل ۱۱-۲ می توان این نقاط را به طور کامل مشاهده نمود.



شکل ۲-۱۱: منحنی بزیر درجه ۴ در لحظه $t = 0/25$

با توجه به این که برای ایکپ لوله از ماندنرل استفاده شده است لذا جنس لوله و داخل آن متفاوت خواهد شد و این مسئله به معنای جریان متفاوت ماده است و با استفاده از منحنی های بزیر، جریان ماده برای لوله و همچنین جریان ماده ماندنرل مدل سازی شد و می توان معادله آنها را به دست آورد. با داشتن معادله حرکت ماده می توان سرعت، کرنش، نرخ کرنش را برای ذرات ماده که همان نقاط کنترلی اند به دست آورد؛ همچنین چند جمله ای های برنشتاین و روش دوکاستل جو و ارتباط آنها با روش بزیر را می توان در پیوست ۳ مشاهده نمود [۵۸].

۲-۵- استخراج معادلات کران بالا ایکپ لوله با ماندنرل فلزی

در گام نخست تحلیل فرآیند ایکپ لوله حاوی ماندنرل فلزی با استفاده از ترکیب روش بزیر و کران بالا پرداخته می شود.

• محاسبه پارامترهای بزیر

روش ریاضی بزیر یک روش منحنی یابی است که با استفاده از n نقطه منحنی ترسیم می شود و معادله آن منحنی به دست می آید. اهمیت این روش در آن است که بتوان نمو حرکت ماده درون کانال را با این منحنی ها مرتبط کرد و پس از آن مقادیر کرنش، سرعت و غیره را به دست آورد و این مقادیر به دست آمده متناظر با نقاط روی منحنی است و با توجه به حضور لوله و ماندنرل که جنس آنها می تواند متفاوت یا یکسان باشد؛ می توان در هرناحیه منحنی مرتبط را به دست آورده و مسئله را حل نمود. نقاط کنترلی، اولین بخشی است که برای به دست آوردن معادله منحنی مورد نیاز است و این نقاط باید در فضای R^3 انتخاب شوند. لذا:

(۶۵-۲)

$$\{P_1, P_2, \dots, P_n\} \in R^3$$

و لذا معادله بزیر به شکل رابطه ۶۶-۲ خواهد بود:

$$B(t) = \sum_{i=0}^n b_{i,n}(t) P_i \quad 0 \leq t \leq 1 \quad (۶۶-۲)$$

و مقدار $b_{i,n}(t)$ از رابطه ۶۷-۲ قابل محاسبه است:

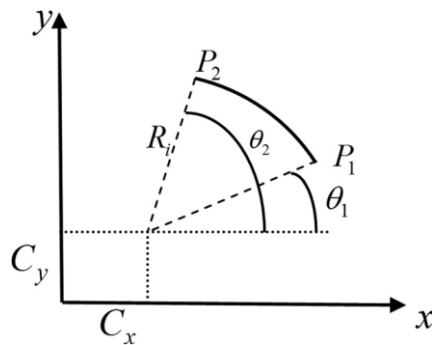
$$b_{i,n}(t) = \binom{n}{i} t^i (1-t)^{n-i} = \frac{n!}{i!(n-i)!} (1-t)^{n-i} t^i \quad i = 0, \dots, n; \quad 0 \leq t \leq 1 \quad (۶۷-۲)$$

اگر نقطه P_0 و P_3 نقاط شروع و پایان منحنی باشد و P_1 و P_2 نقاط کنترل کننده شیب و انحنای منحنی باشند می توان معادله بزیر درجه ۳ را به صورت رابطه ۶۸-۲ نوشت :

$$B(t) = (1-t)^3 P_0 + 3(1-t)^2 t P_1 + 3t^2 (1-t) P_2 + t^3 P_3 \quad 0 \leq t \leq 1 \quad (۶۸-۲)$$

حال اگر P_0 نقطه شروع باشد θ_1 زاویه شروع و P_3 نقطه پایان و θ_2 زاویه پایان برای نقطه ها نسبت به افق می باشد (شکل ۱۲-۲). لذا:

$$E(\theta) = \begin{cases} X = C_x + R_i \cos \theta_i \\ Y = C_y + R_i \sin \theta_i \end{cases} \quad (۶۹-۲)$$



شکل ۱۲-۲: مختصات قرار گیری نقاط شروع و پایان [۶۰]

حال مختصات هر نقطه را نسبت به مرجع 0 به دست می آوریم:

$$P_0 = E(\theta_1) = \begin{cases} X_0 = C_x + R_1 \cos \theta_1 \\ Y_0 = C_y + R_1 \sin \theta_1 \end{cases} \quad (۷۰-۲)$$

$$P_3 = E(\theta_2) = \begin{cases} X_3 = C_x + R_2 \cos \theta_2 \\ Y_3 = C_y + R_2 \sin \theta_2 \end{cases} \quad (۷۱-۲)$$

با به دست آوردن P_0 و P_3 ، P_1 و P_2 محاسبه می شود و از آنجایی که این دونقطه، نقاط کنترلی انحناء هستند با مشتق گیری از رابطه بزیر می توان جهت محاسبه آنها اقدام نمود. لذا می توان نوشت:

$$\begin{cases} B'(0) = \lambda_1 E'(\theta_1) = 3(P_1 - P_0) \\ B'(1) = \lambda_2 E'(\theta_2) = 3(P_3 - P_2) \end{cases} \quad (۷۲-۲)$$

که با ساده سازی رابطه فوق داریم:

$$\begin{cases} P_1 = \frac{\lambda_1}{3} E'(\theta_1) + P_0 \\ P_2 = P_3 - \frac{\lambda_1}{3} E'(\theta_1) \end{cases} \quad \begin{cases} \alpha_1 = \frac{\lambda_1}{3} \\ \alpha_2 = \frac{\lambda_2}{3} \end{cases} \quad (۷۳-۲)$$

برای به دست آوردن α_1 و α_2 می‌بایست انحنای منحنی پارامتری (C) را با انحنای منحنی سازنده برابر گرفت که منحنی سازنده همان $B(t)$ است و از مشتق دوم آن می‌توان به معادله انحنای منحنی رسید.

$$\begin{cases} B''(0) = 6(P_2 - 2P_1 + P_0) \\ B''(1) = 6(P_3 - 2P_2 + P_1) \end{cases} \quad (۷۴-۲)$$

$$C = \frac{X'Y'' - X''Y'}{(X'^2 + Y'^2)^{\frac{3}{2}}} \quad (۷۵-۲)$$

با برابر قرار دادن انحنای حاصل از معادله سازنده و انحنای منحنی پارامتری داریم که:

$$\begin{cases} (1 - \cos(\theta_2 - \theta_1)) - 2\alpha_1 \sin(\theta_2 - \theta_1) - 3\alpha_2^2 = 0 \\ (1 - \cos(\theta_2 - \theta_1)) - 2\alpha_2 \sin(\theta_2 - \theta_1) - 3\alpha_1^2 = 0 \end{cases} \quad (۷۶-۲)$$

از بررسی معادله بالا نتیجه می‌شود دو ریشه مثبت موجود است اما ریشه‌ها باید در محدوده $0 \leq \theta_1 \leq \theta_1 + \frac{\pi}{2}$ باشد. لذا:

$$\begin{cases} \alpha_1 = \frac{1}{\sqrt{3}} \sin(\theta_2 - \theta_1) \left[1 - \tan\left(\frac{\theta_2 - \theta_1}{2}\right) \right] \\ \alpha_2 = \frac{1}{\sqrt{3}} \sin(\theta_2 - \theta_1) \left[1 + \tan\left(\frac{\theta_2 - \theta_1}{2}\right) \right] \end{cases} \quad (۷۷-۲)$$

با به دست آوردن مقادیر α_1 و α_2 ، مقدار P_1 و P_2 محاسبه می‌شود و می‌توان رابطه اصلی بزیر را نوشت که:

$$B_X(t) = (1-t)^3 P_{0x} + 3(1-t)^2 t P_{1x} + 3t^2(1-t) P_{2x} + t^3 P_{3x} \quad 0 \leq t \leq 1 \quad (۷۸-۲)$$

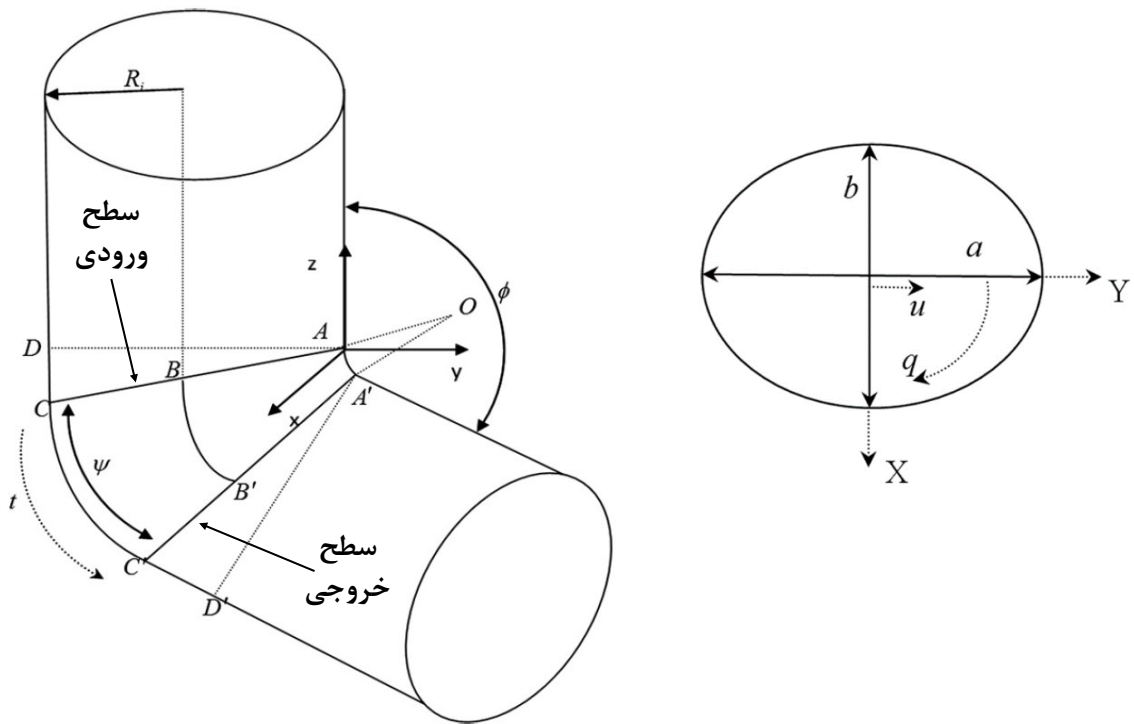
$$B_Y(t) = (1-t)^3 P_{0y} + 3(1-t)^2 t P_{1y} + 3t^2(1-t) P_{2y} + t^3 P_{3y} \quad 0 \leq t \leq 1 \quad (۷۹-۲)$$

$$B_Z(t) = (1-t)^3 P_{0z} + 3(1-t)^2 t P_{1z} + 3t^2(1-t) P_{2z} + t^3 P_{3z} \quad 0 \leq t \leq 1 \quad (۸۰-۲)$$

• روابط ناحیه تغییر شکل

با توجه به این موضوع که قطاع کانال به صورت دایره‌ای است و زمانی که تحت زاویه β دوران نماید، یک بیضی را تشکیل می‌دهد که در شکل ۱۳-۲ مشخص است. اگر قطر بزرگ این بیضی a و قطر کوچک آن b (که همان قطر دایره است) باشد، داریم که:

$$\begin{cases} a = \frac{R_i}{\cos \beta} \\ b = R_i \end{cases} \quad (۸۱-۲)$$



شکل ۱۴-۲: نمایی از خطوط کانال و میله در حال تغییر شکل [۶۱]

شکل ۱۳-۲: مقطع AC [۶۰]

زاویه β ، زاویه بین خطوط AD و AC (یا $A'D'$ و $A'C'$) می‌باشد و در رابطه ۸۲-۲ بیان می‌شود (شکل ۱۴-۲):

$$\beta = \widehat{CAD} = \widehat{C'A'D'} = \frac{\pi}{2} - \left(\frac{\varphi + \psi}{2} \right) \quad (۸۲-۲)$$

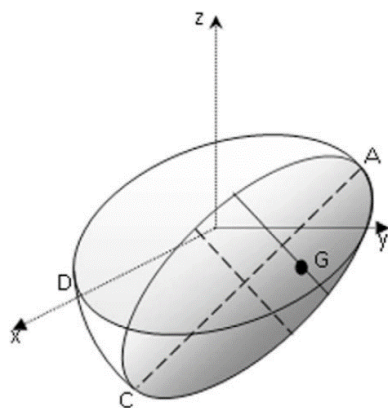
با توجه به داشتن پارامترهای هندسی به محاسبه مختصات نقاط کنترلی می‌پردازیم. در شکل ۲-۱۵ صفحات برش مشاهده می‌شود (صفحه بیضی سایه زده شده) و اگر نقطه دلخواه G را روی آن در نظر بگیریم و تصویر آن روی سطح دایروی فوقانی آن G' باشد که با محورهای مختصات X و Y رابطه دارد و OG' با محور Y زاویه $2\pi q$ را می‌سازد لذا:

$$\begin{cases} X_{P_0} = X_G = X_{G'} = uR_i \sin 2\pi q \\ Y_{P_0} = Y_G = Y_{G'} = uR_i \cos 2\pi q \end{cases} \quad (۸۳-۲)$$

و از آنجایی که محور مختصات بر روی سطح دایروی در نظر گرفته شده است لذا $Z_G = 0$ است اما برای نقطه G' که روی سطح AC قرار دارد و با سطح AD زاویه β می‌سازد:

$$\tan \beta = \frac{|Z_G|}{R_i - uR_i \cos 2\pi q} \quad (۸۴-۲)$$

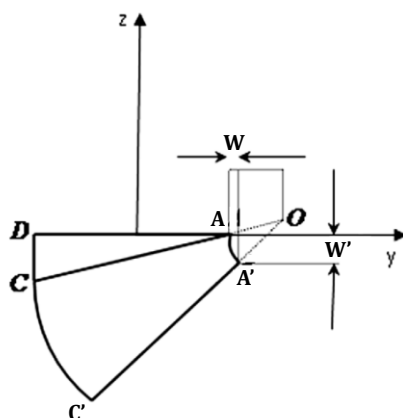
$$Z_{P_0} = Z_G = -R_i [1 - u \cos(2\pi q)] \cot\left(\frac{\varphi + \psi}{2}\right) \quad (۸۵-۲)$$



شکل ۲-۱۵: صفحه ورودی ناحیه تغییرشکل AC [۶۱]

بنابراین مختصات اولین نقطه کنترلی P_0 در سطح برش اولیه به دست می‌آید. آخرین نقطه بر روی صفحه برش $A'C'$ قرار دارد که زاویه $\beta + \psi$ را با محور AD می‌سازد که X های ثابت و تغییر در Z و Y خواهند داشت. برای به دست آوردن نقطه P_3 مشابه نقطه G که روی سطح AC قرار داشت عمل کرده و نقطه P_3 را روی سطح $A'C'$ به دست می‌آید. برای این امر باید صفحه $A'C'$ را روی صفحه AD تصویر شود (مانند اقدام انجام شده برای نقطه G که صفحه AC بر روی AD تصویر شد) که با این عمل نقطه A' در صفحه $Y-Z$ نسبت به A دارای اختلاف w

در مختصات y و w' در مختصات z می‌باشد (شکل ۲-۱۶).



شکل ۲-۱۶: طرح‌واره صفحه نهایی برش روی صفحه $y-z$ [۶۰]

لذا نقطه P_3 نیز نسبت به G' و G باید اختلاف w داشته باشد. که:

$$w = R_i + OA \cos \beta - OA' \cos(\beta + \psi) \quad (۸۶-۲)$$

$$\begin{aligned} Y_{P_3} &= w - [1 - u \cos(2\pi q)] \frac{R_i}{\cos \beta} \cos(\beta + \psi) \\ &= R_i + r \sin\left(\frac{\varphi + \psi}{2}\right) - r \sin\left(\frac{\varphi - \psi}{2}\right) \\ &\quad - \frac{[1 - u \cos(2\pi q)] R_i \sin\left(\frac{\varphi - \psi}{2}\right)}{\sin\left(\frac{\varphi + \psi}{2}\right)} \end{aligned} \quad (۸۷-۲)$$

$$w' = OA' \sin(\beta + \psi) - OA \sin \beta \quad (۸۸-۲)$$

$$\begin{aligned} Z_{P_3} &= w' - [1 - u \cos(2\pi q)] \frac{R}{\cos \beta} \sin(\beta + \psi) \\ &= r \cos\left(\frac{\varphi + \psi}{2}\right) - r \cos\left(\frac{\varphi - \psi}{2}\right) \\ &\quad - \frac{[1 - u \cos(2\pi q)] R_i \cos\left(\frac{\varphi - \psi}{2}\right)}{\sin\left(\frac{\varphi + \psi}{2}\right)} \end{aligned} \quad (۸۹-۲)$$

و با توجه به ثبات محور X در تصویر $A'C'$ بر روی AC داریم که:

$$X_{P_3} = u R_i \sin(2\pi q) \quad (۹۰-۲)$$

با به دست آمدن P_0 و P_3 می توان P_1 و P_2 را با توجه به روابط به دست آورد. البته می توان انحنای قوس را از P_0 به P_3 محاسبه نمود و نقاط P_1 و P_2 که روی این قوس قرار دارند را نیز به دست آورد. به عنوان مثال قوس خط BB' در شکل ۱۴-۲ به صورت:

$$\rho = r + \frac{R_i}{\cos \beta} - u \frac{R_i}{\cos \beta} \cos(2\pi q) \quad (91-2)$$

لذا با توجه به ثابت بودن X خواهیم داشت که:

$$\begin{cases} X_{P_1} = X_{P_0} \\ Y_{P_1} = Y_{P_0} + \alpha \rho \sin \beta = Y_{P_0} + \alpha \rho \cos\left(\frac{\varphi + \psi}{2}\right) \\ Z_{P_1} = Z_{P_0} - \alpha \rho \cos \beta = Z_{P_0} - \alpha \rho \sin\left(\frac{\varphi + \psi}{2}\right) \end{cases} \quad (92-2)$$

و همچنین برای مختصات نقطه دیگر داریم:

$$\begin{cases} X_{P_2} = X_{P_3} \\ Y_{P_2} = Y_{P_3} + \alpha \rho \sin(\beta + \psi) = Y_{P_3} + \alpha \rho \cos\left(\frac{\varphi - \psi}{2}\right) \\ Z_{P_2} = Z_{P_3} - \alpha \rho \cos(\beta + \psi) = Z_{P_3} - \alpha \rho \sin\left(\frac{\varphi - \psi}{2}\right) \end{cases} \quad (93-2)$$

لذا با جایگذاری روابط فوق در معادلات اصلی مختصات نقاط P_0 ، P_1 ، P_2 و P_3 به شرح زیر در می آید:

$$\begin{cases} X_{P_0} = u R_i \sin 2\pi q \\ Y_{P_0} = u R_i \cos 2\pi q \\ Z_{P_0} = -R_i [1 - u \cos(2\pi q)] \cot\left(\frac{\varphi + \psi}{2}\right) \end{cases} \quad (94-2)$$

$$\begin{cases} X_{P_1} = X_{P_3} \\ Y_{P_1} = Y_{P_0} + \alpha \left\{ r + [1 - u \cos(2\pi q)] \frac{R_i}{\sin\left(\frac{\varphi + \psi}{2}\right)} \right\} \cos\left(\frac{\varphi + \psi}{2}\right) \\ Z_{P_1} = Z_{P_0} - \alpha \left\{ r + [1 - u \cos(2\pi q)] \frac{R_i}{\sin\left(\frac{\varphi + \psi}{2}\right)} \right\} \sin\left(\frac{\varphi + \psi}{2}\right) \end{cases} \quad (95-2)$$

(۹۶-۲)

$$\begin{cases} X_{P_2} = X_{P_3} \\ Y_{P_2} = Y_{P_3} + \alpha \left\{ r + [1 - u \cos(2\pi q)] \frac{R_i}{\sin\left(\frac{\varphi + \psi}{2}\right)} \right\} \cos\left(\frac{\varphi - \psi}{2}\right) \\ Z_{P_2} = Z_{P_3} - \alpha \left\{ r + [1 - u \cos(2\pi q)] \frac{R_i}{\sin\left(\frac{\varphi + \psi}{2}\right)} \right\} \sin\left(\frac{\varphi - \psi}{2}\right) \end{cases}$$

(۹۷-۲)

$$\begin{cases} X_{P_3} = u R_i \sin(2\pi q) \\ Y_{P_3} = R_i + r \sin\left(\frac{\varphi + \psi}{2}\right) - r \sin\left(\frac{\varphi - \psi}{2}\right) - \frac{[1 - u \cos(2\pi q)] R_i \sin\left(\frac{\varphi - \psi}{2}\right)}{\sin\left(\frac{\varphi + \psi}{2}\right)} \\ Z_{P_3} = r \cos\left(\frac{\varphi + \psi}{2}\right) - r \cos\left(\frac{\varphi - \psi}{2}\right) - \frac{[1 - u \cos(2\pi q)] R_i \cos\left(\frac{\varphi - \psi}{2}\right)}{\sin\left(\frac{\varphi + \psi}{2}\right)} \end{cases}$$

در این بخش باید به سه نکته اشاره شود که:

۱- دو شعاع به صورت R_i بیان شده اند که یکی از آنها شعاع بیرونی R_{outer} و دیگری شعاع داخلی است که R_{inner} می باشد و در مواد و قطعات چند ماده ای استفاده می شود و به ازای هریک از R ها یک مجموعه نقطه کنترلی حاصل می شود که یکی برای قطعه داخلی و یکی برای قطعه خارجی است.

۲- شعاع گوشه داخلی قالب است و برای جلوگیری از منفرود شدن روابط در گوشه قالب لحاظ شده است [۶۱].

۳- پارامترهای t, u, q محدوده ای بین ۰ و ۱ را در جهت نشان داده شده اختیار می نمایند و کل تغییر شکل را در منطقه مورد نظر پوشش می دهند.

• میدان سرعت

در طی تغییر شکل، حجم تغییر نمی کند لذا:

(۹۸-۲)

$$\dot{\epsilon}_x + \dot{\epsilon}_y + \dot{\epsilon}_z = 0$$

(۹۹-۲)

$$\frac{\partial V_x}{\partial x} + \frac{\partial V_y}{\partial y} + \frac{\partial V_z}{\partial z} = 0$$

که در اینجا $\dot{\epsilon}_i$ و \vec{V}_i بیانگر نرخ کرنش و سرعت در سیستم مختصات دکارتی می باشند و بردار سرعت مماس

برمسیر خطوط جریان ماده است. بنابراین :

$$\frac{V_x}{X_t} = \frac{V_y}{Y_t} = \frac{V_z}{Z_t} \quad (۱۰۰-۲)$$

برای به دست آوردن سرعت ها می توان از روابط ۱۰۱-۲ الی ۱۱۷-۲ بهره برد که بردار سرعت در ناحیه تغییر شکل رابطه ۱۰۱-۲ می باشد:

$$U_v = \frac{1}{\sqrt{V_x^2 + V_y^2 + V_z^2}} [V_x i + V_y j + V_z k] \quad (۱۰۱-۲)$$

که در آن بردارهای واحد متعامد هستند و بردار سرعت مماسی واحد در رابطه ۱۰۲-۲ بیان شده است:

$$U_T = \frac{1}{\sqrt{X_t^2 + Y_t^2 + Z_t^2}} [X_t i + Y_t j + Z_t k] \quad (۱۰۲-۲)$$

و با توجه به این مسئله که سرعت های مماسی، مماس بر مسیر حرکت هستند؛ بنابراین بردار سرعت مماس و سرعت متناسب هستند:

$$\frac{U_{V_x}}{U_{T_x}} = \frac{U_{V_y}}{U_{T_y}} = \frac{U_{V_z}}{U_{T_z}} \quad (۱۰۳-۲)$$

لذا معادله بزیر در فضای u. q. t بیان شده است و باید بین آنها و فضای x-y ارتباط پیدا شود. بنابراین:

$$\frac{\partial V_i}{\partial X_k} = \frac{\partial V_i}{\partial u_j} \cdot \frac{\partial u_j}{\partial X_k} \quad (۱۰۴-۲)$$

رابطه بالا در مکانیک محیط پیوسته به خوبی شناخته شده است و می توان ماتریس رابطه ۱۰۵-۲ را نوشت :

$$A = \begin{bmatrix} \frac{\partial V_x}{\partial x} & \frac{\partial V_x}{\partial y} & \frac{\partial V_x}{\partial z} \\ \frac{\partial V_y}{\partial x} & \frac{\partial V_y}{\partial y} & \frac{\partial V_y}{\partial z} \\ \frac{\partial V_z}{\partial x} & \frac{\partial V_z}{\partial y} & \frac{\partial V_z}{\partial z} \end{bmatrix} = \frac{\partial V_i}{\partial X_k} \quad (105-2)$$

وهمچنین برای شرایط سمت راست داریم:

$$B = \begin{bmatrix} \frac{\partial V_x}{\partial u} & \frac{\partial V_x}{\partial q} & \frac{\partial V_x}{\partial t} \\ \frac{\partial V_y}{\partial u} & \frac{\partial V_y}{\partial q} & \frac{\partial V_y}{\partial t} \\ \frac{\partial V_z}{\partial u} & \frac{\partial V_z}{\partial q} & \frac{\partial V_z}{\partial t} \end{bmatrix} = \frac{\partial V_i}{\partial U_k} \quad (106-2)$$

و ماتریس ژاکوبین طبق رابطه ۱۰۷-۲ قابل بیان است:

$$j = \begin{bmatrix} \frac{\partial x}{\partial u} & \frac{\partial x}{\partial q} & \frac{\partial x}{\partial t} \\ \frac{\partial y}{\partial u} & \frac{\partial y}{\partial q} & \frac{\partial y}{\partial t} \\ \frac{\partial z}{\partial u} & \frac{\partial z}{\partial q} & \frac{\partial z}{\partial t} \end{bmatrix} = \frac{\partial(x.y.z)}{\partial(u.q.t)} \quad \rightarrow \quad A = B j^{-1} \quad (107-2)$$

لذا با استفاده از رابطه ۱۰۷-۲ می توان نرخ کرنش را مورد محاسبه قرارداد:

$$\dot{\epsilon}_x = \frac{\partial V_x}{\partial x} \quad (108-2)$$

$$\dot{\epsilon}_y = \frac{\partial V_y}{\partial y} \quad (109-2)$$

$$\dot{\epsilon}_z = \frac{\partial V_z}{\partial z} \quad (110-2)$$

$$\dot{\epsilon}_{xy} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial V_x}{\partial y} + \frac{\partial V_y}{\partial x} \right) \quad (111-2)$$

$$\varepsilon_{xz} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial V_x}{\partial z} + \frac{\partial V_z}{\partial x} \right) \quad (112-2)$$

$$\varepsilon_{yz} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial V_z}{\partial y} + \frac{\partial V_y}{\partial z} \right) \quad (113-2)$$

با استفاده از روابط ۲-۱۰۸ الی ۲-۱۱۳ و روابط ۲-۹۹ الی ۲-۱۰۱ خواهیم داشت :

$$A_1 \frac{\partial V_z}{\partial t} + A_2 V_z = 0 \quad (114-2)$$

که A_1 و A_2 در پیوست ۴ قابل مشاهده است. لذا نتیجه می شود که:

$$A_2 = \frac{\partial A_1}{\partial t} - 2 \frac{\partial^2 Z}{\partial t^2} \frac{A_1}{\frac{\partial Z}{\partial t}} \quad (115-2)$$

و یا :

$$\frac{A_2}{A_1} = \frac{\partial \ln A_1}{\partial t} - 2 \frac{\partial \ln \frac{\partial Z}{\partial t}}{\partial t} \quad (116-2)$$

و با ساده سازی رابطه بالا خواهیم داشت که:

$$\frac{\partial \ln V_z}{\partial t} = - \frac{\partial \ln A_1}{\partial t} + 2 \frac{\partial \ln \frac{\partial Z}{\partial t}}{\partial t} \quad (117-2)$$

و در نهایت با توجه به شرایط مرزی در ناحیه تغییر شکل که $V_{z@t=0} = V_p$ خواهیم داشت:

$$\begin{cases} V_x = \frac{CX_t}{Z_t(X_u Y_q - X_q Y_u) + Z_q(X_t Y_u - X_u Y_t) + Z_u(X_q Y_t - X_t Y_q)} \\ V_y = \frac{CY_t}{Z_t(X_u Y_q - X_q Y_u) + Z_q(X_t Y_u - X_u Y_t) + Z_u(X_q Y_t - X_t Y_q)_u} \\ V_z = \frac{CX_t}{Z_t(X_u Y_q - X_q Y_u) + Z_q(X_t Y_u - X_u Y_t) + Z_u(X_q Y_t - X_t Y_q)_u} \end{cases} \quad (118-2)$$

(۱۱۹-۲)

$$C = \left(\frac{Z_t(X_u Y_q - X_q Y_u) + Z_q(X_t Y_u - X_u Y_t) + Z_u(X_q Y_t - X_t Y_q)}{Z_t} V_P \right)_{t=0}$$

که در روابط بالا V_P سرعت حرکت سنبه است. لازم به ذکر است که سرعت ها از حالت کلی مشتق شده است و به عبارت دیگر این میدان سرعت از وضعیت ثبات حجم و معادله بزییر حاصل شده است. لذا این روش برای تعیین نقاط کنترلی و معادلات درمنطقه تغییرشکل و میدان سرعت قابل استفاده است.

• مقادیر کرنش و نرخ کرنش

نرخ کرنش در دستگاه مختصات دکارتی را می توان برحسب سرعت به دست آورد:

(۱۲۰-۲)

$$\dot{\epsilon}_x = \frac{\partial V_x}{\partial x}$$

(۱۲۱-۲)

$$\dot{\epsilon}_y = \frac{\partial V_y}{\partial y}$$

(۱۲۲-۲)

$$\dot{\epsilon}_z = \frac{\partial V_z}{\partial z}$$

(۱۲۳-۲)

$$\dot{\epsilon}_{xy} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial V_x}{\partial y} + \frac{\partial V_y}{\partial x} \right)$$

(۱۲۴-۲)

$$\dot{\epsilon}_{xz} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial V_x}{\partial z} + \frac{\partial V_z}{\partial x} \right)$$

(۱۲۵-۲)

$$\dot{\epsilon}_{yz} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial V_z}{\partial y} + \frac{\partial V_y}{\partial z} \right)$$

و سرعت های به دست آمده \vec{V}_x ، \vec{V}_y و \vec{V}_z برحسب u, q, t است و برای تبدیل شدن نیازمند ماتریس ژاکوبین است که قبلاً به دست آمده است. مقادیر کرنش با انتگرال گیری از نرخ کرنش ها بر حسب زمان به دست خواهد آمد:

(۱۲۶-۲)

$$\epsilon_x = \int_0^1 \dot{\epsilon}_x dt$$

(۱۲۷-۲)

$$\varepsilon_y = \int_0^1 \dot{\varepsilon}_y dt$$

(۱۲۸-۲)

$$\varepsilon_z = \int_0^1 \dot{\varepsilon}_z dt$$

(۱۲۹-۲)

$$\varepsilon_{xy} = \int_0^1 \dot{\varepsilon}_{xy} dt$$

(۱۳۰-۲)

$$\varepsilon_{xz} = \int_0^1 \dot{\varepsilon}_{xz} dt$$

(۱۳۱-۲)

$$\varepsilon_{yz} = \int_0^1 \dot{\varepsilon}_{yz} dt$$

حال با به دست آمدن کرنش، نرخ کرنش و سرعت‌ها و قرار دادن آنها در معادلات کران بالا می‌توان به محاسبه نیروی مورد نیاز فرآیند پرداخت.

• محاسبه نیروی مورد نیاز فرآیند

توان کل \dot{W}_t مصرف شده برابر است با جمع توان تغییرشکل ایده آل \dot{W}_i و برش در ورودی \dot{W}_e و خروجی \dot{W}_f و برش حاصل از اصطکاک بین سطح ماده و دیواره قالب \dot{W}_{fri} لذا \dot{W}_t به صورت رابطه ۲-۱۳۲ می‌باشد:

(۱۳۲-۲)

$$\dot{W}_t = \dot{W}_i + \dot{W}_e + \dot{W}_f + \dot{W}_{fri}$$

که البته باید توجه داشت که هریک از توان‌های مصرفی باید برای هر دو قطعه محاسبه شود. برای مثال انرژی مصرفی در تغییر شکل پلاستیک ایده آل از رابطه ۲-۱۳۳ و ۲-۱۳۴ قابل محاسبه است:

(۱۳۳-۲)

$$\dot{W}_{i_{inner}} = k \iint \dot{\varepsilon} dA$$

$$= k_{inner} \int_0^{U_{inner}} \int_0^1 \int_0^1 \sqrt{\frac{1}{2}(\dot{\varepsilon}_x^2 + \dot{\varepsilon}_y^2 + \dot{\varepsilon}_z^2) + \dot{\varepsilon}_{xy}^2 + \dot{\varepsilon}_{xz}^2 + \dot{\varepsilon}_{yz}^2} \det(j) du dq dt$$

$$\begin{aligned} \dot{w}_{i_{outer}} &= k \iint \dot{\varepsilon} dA \\ &= k_{outer} \int_0^{U_{outer}} \int_0^1 \int_0^1 \sqrt{\frac{1}{2}(\dot{\varepsilon}_x^2 + \dot{\varepsilon}_y^2 + \dot{\varepsilon}_z^2) + \dot{\varepsilon}_{xy}^2 + \dot{\varepsilon}_{xz}^2 + \dot{\varepsilon}_{yz}^2} \det(j) du dq dt \end{aligned} \quad (134-2)$$

که در روابط قبلی \mathbf{k}_{inner} و \mathbf{k}_{outer} تنش برشی تسلیم قسمت بیرونی و داخلی برای میله دوفلزی است و \mathbf{U}_{inner} و \mathbf{U}_{outer} درجهت مسیر U و مرز انتگرال گیری می باشد و با روابط ۲-۱۳۵ و ۲-۱۳۶ تعریف خواهد شد:

$$U_{inner} = \frac{R_{inner}}{R_{outer}} \quad (135-2)$$

$$U_{outer} = 1 - \frac{R_{inner}}{R_{outer}} \quad (136-2)$$

و در معادلات قبل $\text{Det}(j)$ در واقع، دترمینان ماتریس ژاکوبین است و به طور مشابه توان برشی مصرفی روی صفحات برش از روابط ۲-۱۳۷ و ۲-۱۳۸ محاسبه می شود:

$$\begin{aligned} \dot{w}_{e_{inner}} &= k \int \int_A |\Delta V| dA \\ &= k_{inner} \int_0^{U_{inner}} \int_0^1 \sqrt{(V_x^2 + V_y^2 + (V_z - V_p)^2)} \left[\frac{\partial(x,y)}{\partial(u,q)} \right]_{@t=0} du dq \end{aligned} \quad (137-2)$$

$$\begin{aligned} \dot{w}_{e_{outer}} &= k \int \int_A |\Delta V| dA \\ &= k_{outer} \int_0^{U_{outer}} \int_0^1 \sqrt{(V_x^2 + V_y^2 + (V_z - V_p)^2)} \left[\frac{\partial(x,y)}{\partial(u,q)} \right]_{@t=0} du dq \end{aligned} \quad (138-2)$$

که در معادلات بالا عبارت $\Delta \vec{V}$ نشان دهنده تغییرات سرعت ناپیوستگی است و $\frac{\partial(x,y)}{\partial(u,q)}$ نشان دهنده ژاکوبین در طی تغییرات، در انتگرال گیری روی مرز است و در رابطه ۲-۱۳۹ تعریف می شود:

$$\frac{\partial(x,y)}{\partial(u,q)} = \frac{\partial X}{\partial u} \cdot \frac{\partial Y}{\partial q} - \frac{\partial X}{\partial q} \cdot \frac{\partial Y}{\partial u} \quad (139-2)$$

و مقدار توان در خروجی نیز به همین مقدار است. توان مصرفی اصطکاک در بخشی از قطعه که در تماس با دیواره قالب در ناحیه تغییر شکل است و از رابطه ۲-۱۴۰ محاسبه می‌شود:

$$\dot{w}_{fri_1} = mk \int_0^1 \int_0^1 \sqrt{(V_x^2 + V_y^2 + V_z^2)} \frac{\partial(x,y)}{\partial(u,q)} (sec \gamma)_{@u=1} du dq \quad (140-2)$$

که در رابطه بالا m ضریب اصطکاک، γ زاویه المان‌های سطح قالب با صفحات منحنی عبوری از خطوط در $u=0$ و $q=0$ است. لازم به ذکر است که در قالب در شرایط ثابت، سرعت بین قطعه و قالب در ناحیه تغییر شکل متغیر است و با $\sqrt{(\vec{V}_x^2 + \vec{V}_y^2 + \vec{V}_z^2)}$ قابل محاسبه اند. بنابر این $u=1$ نشان می‌دهد که سطح نمونه در تماس با قالب است. توان اصطکاکی روی دیواره قالب، در صفحه برش ورودی AD و صفحه برش خروجی $A'D'$ نشان داده شده در شکل ۲-۱۴ از رابطه ۲-۱۴۱ به دست می‌آید:

$$\dot{w}_{fri_2} = mk_{outer} [2\pi R_{outer} (L - 2R_{outer})] V_P \quad (141-2)$$

که در اینجا L طول میله فلزی است. توان اصطکاکی روی صفحه ACD و $A'C'D'$ به روش زیر به دست می‌آید:

$$\dot{w}_{fri_3} = mk_{outer} [(2\pi R_{outer}) (R_{outer} \cot \beta)] V_P \quad (142-2)$$

لذا با استفاده از روابط فوق می‌توان توان کل اصطکاک را در رابطه ۲-۱۴۳ مطرح نمود:

$$\dot{w}_{fri} = \dot{w}_{fri_1} + \dot{w}_{fri_2} + \dot{w}_{fri_3} \quad (143-2)$$

و در نهایت با جایگذاری و ساده نمودن روابط توان مصرفی می‌توان مقدار نیروی فرآیند را محاسبه و بیان نمود:

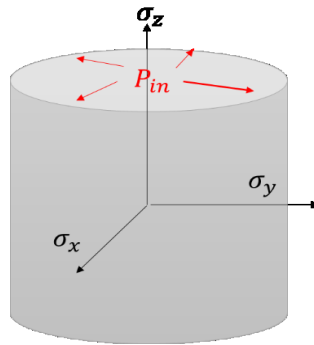
$$P_{ECAE} = \frac{\dot{w}_{i_{inner}} + \dot{w}_{e_{inner}} + \dot{w}_{fri} + \dot{w}_{f_{inner}}}{\pi R_{outer}^2 V_P} + \frac{\dot{w}_{i_{outer}} + \dot{w}_{e_{outer}} + \dot{w}_{f_{outer}}}{\pi (R_{outer}^2 - R_{inner}^2) V_P} \quad (144-2)$$

۲-۶- تئوری کران بالا برای ایکپ لوله حاوی فشار داخلی به کمک روش جمع آثار^۱

زمانی که لوله تحت فشار داخلی قرار می‌گیرد با توجه به محصور بودن، این فشار به دیواره های لوله منتقل و

^۱Superposition

به صورت متناظر تنش های کششی محیطی اعمال خواهد شد و لذا می توان این حالت را با استوانه های تحت فشار مدل کرده و تنش ها، کرنش ها و سایر روابط را که برگرفته از فشار داخلی است را به دست آورد و تاثیر فشار داخلی را بر لوله به دست آورد. با انجام این کار می توان مقادیر تنش و کرنش اعمال شده از سوی فشار داخلی را محاسبه و با توجه به روابط کران بالا، تاثیرات فشار داخلی را نیز درون معادلات وارد نمود. برای این امر لازم است که در آغاز روابط استوانه تحت فشار به طور کامل بیان گردد. در حالت کلی در یک استوانه حاوی سیال تحت فشار تنش طولی و محیطی ایجاد خواهد شد. فرض کنید این استوانه حاوی سیالی با فشار P است. قطر و ضخامت این استوانه به ترتیب برابر با D و t و طول آن برابر با L در نظر گرفته شده اند و در شکل ۲-۱۷ قابل مشاهده است. تنش محیطی در این استوانه برابر σ_t است:

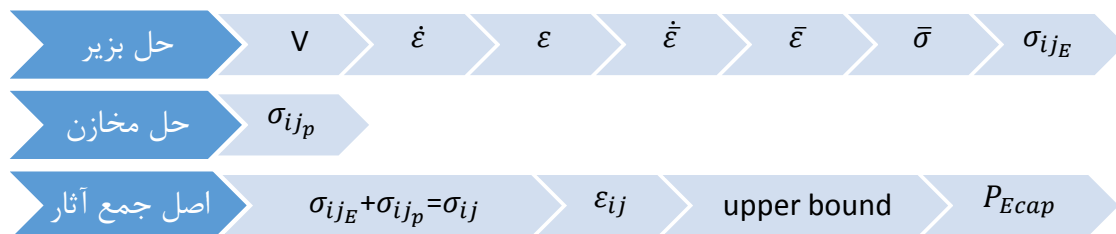


شکل ۲-۱۷: طرحواره لوله حاوی فشار داخلی

$$\sigma_t = \frac{PD}{2t}$$

(۱۴۵-۲)

برای مشخص شدن روند حل در این بخش می توان به دیاگرام شکل ۲-۱۸ توجه داشت:



شکل ۲-۱۸: دیاگرام تحلیل لوله حاوی فشار داخلی

همانطور که در دیاگرام فوق مشخص شده است، ابتدا روابط حاکم بر لوله در اثر فرآیند ایکپ محاسبه شد. طبق بخش لوله حاوی ماندلر فلزی روابط بزیر را برای نقاط بزیر، معادله مکان، معادله کرنش، نرخ کرنش و سرعت داریم؛ لذا از روابط این بخش برای رسیدن به گام اول دیاگرام فوق یعنی معادله سرعت بهره برده شده است.

به دست آوردن حالت فشار داخلی باید از اصل جمع آثار استفاده نمود و برای این امر باید برآیند تنش‌ها در حالت ایکپ و حالت فشار داخلی را به دست آورد. اکنون طبق روابط بخش ایکپ لوله حاوی ماندلر فلزی، کرنش‌ها و نرخ کرنش‌ها را داریم و می‌توان کرنش موثر را به دست آورد و سپس با استفاده از آن تنش موثر و در نهایت مولفه‌های تنش را به دست آورد و علت این امر آن است که در ناحیه تغییر شکل پلاستیک، برای تبدیل تنش و کرنش باید از روابط تنش و کرنش موثر و قانون جریان بهره برد. برای محاسبه کرنش‌های اصلی با توجه به دارا بودن کرنش‌های ایکپ خواهیم داشت:

$$\varepsilon^3 - I'_1 \varepsilon^2 + I'_2 \varepsilon - I'_3 = 0 \quad (۱۴۶-۲)$$

$$I'_1 = \varepsilon_{xx} + \varepsilon_{yy} + \varepsilon_{zz} = \varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3 \quad (۱۴۷-۲)$$

$$I'_2 = \varepsilon_{xx}\varepsilon_{yy} + \varepsilon_{yy}\varepsilon_{zz} + \varepsilon_{zz}\varepsilon_{xx} - (\varepsilon_{xy}^2 + \varepsilon_{xz}^2 + \varepsilon_{yz}^2) = \varepsilon_1\varepsilon_2 + \varepsilon_2\varepsilon_3 + \varepsilon_3\varepsilon_1 \quad (۱۴۸-۲)$$

$$I'_3 = \varepsilon_{xx}\varepsilon_{yy}\varepsilon_{zz} + 2\varepsilon_{xy}\varepsilon_{xz}\varepsilon_{yz} - (\varepsilon_{zz}\varepsilon_{xy}^2 + \varepsilon_{yy}\varepsilon_{xz}^2 + \varepsilon_{xx}\varepsilon_{yz}^2) = \varepsilon_1\varepsilon_2\varepsilon_3 \quad (۱۴۹-۲)$$

برای حل معادلات فوق و به دست آمدن کرنش‌های اصلی، از روش دلتا بهره می‌بریم و خواهیم داشت:

$$a = -I'_1 \quad . \quad b = I'_2 \quad . \quad c = -I'_3 \quad \rightarrow \begin{cases} p = b - \frac{a^2}{3} \\ q = \frac{2a^3}{27} - \frac{ab}{3} + c \end{cases} \rightarrow \Delta = \frac{q^2}{27} + \frac{p^3}{27} \quad (۱۵۰-۲)$$

$$IF \Delta > 0 \rightarrow \varepsilon = \left(-\frac{q}{2} + \sqrt{\Delta}\right)^{\frac{1}{3}} + \left(-\frac{q}{2} - \sqrt{\Delta}\right)^{\frac{1}{3}} - \frac{a}{3} \quad (۱۵۱-۲)$$

$$IF \Delta = 0 \rightarrow \begin{cases} \varepsilon_1 = -2\left(\frac{q}{2}\right)^{\frac{1}{3}} - \frac{a}{3} \\ \varepsilon_2 = \varepsilon_3 = \left(\frac{q}{2}\right)^{\frac{1}{3}} - \frac{a}{3} \end{cases} \quad (۱۵۲-۲)$$

(۱۵۳-۲)

$$IF \Delta < 0 \rightarrow \begin{cases} \varepsilon_a = \frac{2}{\sqrt{3}} \sqrt{-p} \sin \left(\frac{1}{3} \sin^{-1} \left(\frac{3\sqrt{3}q}{2(\sqrt{-p})^3} \right) \right) - \frac{a}{3} \\ \varepsilon_b = \frac{-2}{\sqrt{3}} \sqrt{-p} \sin \left(\frac{1}{3} \sin^{-1} \left(\frac{3\sqrt{3}q}{2(\sqrt{-p})^3} \right) + \frac{\pi}{3} \right) - \frac{a}{3} \\ \varepsilon_c = \frac{2}{\sqrt{3}} \sqrt{-p} \cos \left(\frac{1}{3} \sin^{-1} \left(\frac{3\sqrt{3}q}{2(\sqrt{-p})^3} \right) + \frac{\pi}{6} \right) - \frac{a}{3} \end{cases}$$

تذکر: پارامترهای p, q, a, b, c و استفاده شده در این بخش فقط برای محاسبه میزان دلتا و کرنش های اصلی است و ارتباطی با مقادیر مشابه خود در روابط بزرگ ندارند. با به دست آمدن مقادیر کرنش های اصلی به محاسبه کرنش معادل می پردازیم.

$$\bar{\varepsilon} = \left[\frac{2}{3} (\varepsilon_1^2 + \varepsilon_2^2 + \varepsilon_3^2) \right]^{\frac{1}{2}} \quad (154-2)$$

با به دست آمدن مقادیر $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3$ و $\bar{\varepsilon}$ می توان به محاسبه تنش های اصلی و تنش معادل پرداخت.

$$\varepsilon_1 = \frac{\bar{\varepsilon}}{\bar{\sigma}} \left[\sigma_1 - \frac{1}{2} (\sigma_2 + \sigma_3) \right] \quad (155-2)$$

$$\varepsilon_2 = \frac{\bar{\varepsilon}}{\bar{\sigma}} \left[\sigma_2 - \frac{1}{2} (\sigma_1 + \sigma_3) \right] \quad (156-2)$$

$$\varepsilon_3 = \frac{\bar{\varepsilon}}{\bar{\sigma}} \left[\sigma_3 - \frac{1}{2} (\sigma_1 + \sigma_2) \right] \quad (157-2)$$

$$\bar{\sigma} = \left[\frac{1}{2} [(\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2 + (\sigma_1 - \sigma_2)^2] \right]^{\frac{1}{2}} \quad (158-2)$$

از طرفی در بالا سه معادله و سه مجهول داریم لذا مقادیر $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ به دست می آید. با به دست آمدن این مقادیر، مقدار $\bar{\sigma}$ نیز قابل محاسبه خواهد بود. با محاسبه مقدار تنش موثر می توان تنش های راستاهای x, y, z را محاسبه نمود که داریم:

(۱۵۹-۲)

$$\varepsilon_x = \frac{\bar{\varepsilon}}{\bar{\sigma}} \left[\sigma_x - \frac{1}{2} (\sigma_y + \sigma_z) \right]$$

(۱۶۰-۲)

$$\varepsilon_y = \frac{\bar{\varepsilon}}{\bar{\sigma}} \left[\sigma_y - \frac{1}{2} (\sigma_x + \sigma_z) \right]$$

(۱۶۱-۲)

$$\varepsilon_z = \frac{\bar{\varepsilon}}{\bar{\sigma}} \left[\sigma_z - \frac{1}{2} (\sigma_x + \sigma_y) \right]$$

که در روابط بالا مقادیر کرنش‌ها قبلاً محاسبه شده است و برای به‌دست آمدن کرنش موثر از آنها استفاده شده است. لذا مقادیر σ_{ijE} فرآیند ایکپ لوله به‌دست خواهد آمد. پس از این بخش باید به محاسبه تنش‌های حاصل از فشار داخلی بر لوله پرداخت و با به‌دست آمدن σ_{ijp} و نوشتن معادله تعادل، برآیند نیروهای وارده بر لوله را به‌دست آورد. فرض می‌کنیم که لوله تحت فشار داخلی P_{in} قرار دارد، خواهیم داشت:

(۱۶۲-۲)

$$\sigma_z = 0$$

(۱۶۳-۲)

$$\sigma_y = -P_{in}$$

(۱۶۴-۲)

$$\sigma_x = \frac{P_{in} R_{in}}{2t}$$

حال تنش‌های حاصل از فشار داخلی P_{in} را داریم که با روابط تعادل خواهیم داشت:

(۱۶۵-۲)

$$\begin{cases} \sigma_{X_T} = \sigma_{X_E} + \sigma_{X_P} \\ \sigma_{Y_T} = \sigma_{Y_E} + \sigma_{Y_P} \\ \sigma_{Z_T} = \sigma_{Z_E} + \sigma_{Z_P} \end{cases}$$

(۱۶۶-۲)

$$\begin{cases} \tau_{XY_T} = \frac{\sigma_{X_T} - \sigma_{Y_T}}{2} \\ \tau_{XZ_T} = \frac{\sigma_{X_T} - \sigma_{Z_T}}{2} \\ \tau_{YZ_T} = \frac{\sigma_{Y_T} - \sigma_{Z_T}}{2} \end{cases}$$

حال تنش‌های معادل حاصل از فشار داخلی و فرآیند ایکپ را داریم و براساس این تنش‌ها، کرنش‌های معادل نهایی را به‌دست می‌آوریم و با جایگذاری این کرنش‌ها در روابط کران بالا می‌توان مقدار نیروی مورد نیاز را برای فرآیند به‌دست آورد.

$$\sigma^3 - I_1\sigma^2 + I_2\sigma - I_3 = 0 \quad (۱۶۷-۲)$$

$$I_1 = \sigma_{xx} + \sigma_{yy} + \sigma_{zz} = \sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3 \quad (۱۶۸-۲)$$

$$I_2 = \sigma_{xx}\sigma_{yy} + \sigma_{yy}\sigma_{zz} + \sigma_{zz}\sigma_{xx} - (\sigma_{xy}^2 + \sigma_{xz}^2 + \sigma_{yz}^2) = \sigma_1\sigma_2 + \sigma_2\sigma_3 + \sigma_3\sigma_1 \quad (۱۶۹-۲)$$

$$I_3 = \sigma_{xx}\sigma_{yy}\sigma_{zz} + 2\sigma_{xy}\sigma_{xz}\sigma_{yz} - (\sigma_{zz}\sigma_{xy}^2 + \sigma_{yy}\sigma_{xz}^2 + \sigma_{xx}\sigma_{yz}^2) = \sigma_1\sigma_2\sigma_3 \quad (۱۷۰-۲)$$

که برای به دست آوردن جواب‌های این معادله خواهیم داشت:

$$a = -I_1 \quad b = I_2 \quad c = -I_3 \rightarrow \begin{cases} p = b - \frac{a^2}{3} \\ q = \frac{2a^3}{27} - \frac{ab}{3} + c \end{cases} \rightarrow \Delta = \frac{q^2}{27} + \frac{p^3}{27} \quad (۱۷۱-۲)$$

$$IF \Delta > 0 \rightarrow \sigma = \left(-\frac{q}{2} + \sqrt{\Delta}\right)^{\frac{1}{3}} + \left(-\frac{q}{2} - \sqrt{\Delta}\right)^{\frac{1}{3}} - \frac{a}{3} \quad (۱۷۲-۲)$$

$$IF \Delta = 0 \rightarrow \begin{cases} \sigma_a = -2\left(\frac{q}{2}\right)^{\frac{1}{3}} - \frac{a}{3} \\ \sigma_b = \sigma_c = \left(\frac{q}{2}\right)^{\frac{1}{3}} - \frac{a}{3} \end{cases} \quad (۱۷۳-۲)$$

$$IF \Delta < 0 \rightarrow \begin{cases} \sigma_a = \frac{2}{\sqrt{3}}\sqrt{-p} \sin\left(\frac{1}{3}\sin^{-1}\left(\frac{3\sqrt{3}q}{2(\sqrt{-p})^3}\right)\right) - \frac{a}{3} \\ \sigma_b = \frac{-2}{\sqrt{3}}\sqrt{-p} \sin\left(\frac{1}{3}\sin^{-1}\left(\frac{3\sqrt{3}q}{2(\sqrt{-p})^3}\right) + \frac{\pi}{3}\right) - \frac{a}{3} \\ \sigma_c = \frac{2}{\sqrt{3}}\sqrt{-p} \cos\left(\frac{1}{3}\sin^{-1}\left(\frac{3\sqrt{3}q}{2(\sqrt{-p})^3}\right) + \frac{\pi}{6}\right) - \frac{a}{3} \end{cases} \quad (۱۷۴-۲)$$

$$\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3 \rightarrow \bar{\sigma}_T \quad (۱۷۵-۲)$$

$$\bar{\sigma}_T = \left[\frac{1}{2}[(\sigma_{2T} - \sigma_{3T})^2 + (\sigma_{3T} - \sigma_{1T})^2 + (\sigma_{1T} - \sigma_{2T})^2]\right]^{\frac{1}{2}} \quad (۱۷۶-۲)$$

حال $\bar{\sigma}_T$ ، σ_{1T} ، σ_{2T} و σ_{3T} را داریم و لذا مقادیر ε_{1T} ، ε_{2T} و ε_{3T} را به دست می‌آوریم.

$$\varepsilon_{1T} = \frac{\bar{\varepsilon}_T}{\bar{\sigma}_T} \left[\sigma_{1T} - \frac{1}{2} (\sigma_{2T} + \sigma_{3T}) \right] \quad (۱۷۷-۲)$$

$$\varepsilon_{2T} = \frac{\bar{\varepsilon}_T}{\bar{\sigma}_T} \left[\sigma_{2T} - \frac{1}{2} (\sigma_{1T} + \sigma_{3T}) \right] \quad (۱۷۸-۲)$$

$$\varepsilon_{3T} = \frac{\bar{\varepsilon}_T}{\bar{\sigma}_T} \left[\sigma_{3T} - \frac{1}{2} (\sigma_{2T} + \sigma_{1T}) \right] \quad (۱۷۹-۲)$$

$$\bar{\varepsilon}_T = \left[\frac{2}{3} (\varepsilon_{1T}^2 + \varepsilon_{2T}^2 + \varepsilon_{3T}^2) \right]^{\frac{1}{2}} \quad (۱۸۰-۲)$$

لذا باتوجه به سه معادله و سه مجهول بالا، مقادیر کرنش‌های اصلی نهایی به دست خواهد آمد و در نهایت می‌توان $\bar{\varepsilon}_T$ را به دست آورد. پس از به دست آمدن $\bar{\varepsilon}_T$ و داشتن $\bar{\sigma}_T$ می‌توان کرنش‌های راستاهای X ، Y و Z را به دست آورد.

$$\varepsilon_{xT} = \frac{\bar{\varepsilon}_T}{\bar{\sigma}_T} \left[\sigma_{xT} - \frac{1}{2} (\sigma_{yT} + \sigma_{zT}) \right] \quad (۱۸۱-۲)$$

$$\varepsilon_{yT} = \frac{\bar{\varepsilon}_T}{\bar{\sigma}_T} \left[\sigma_{yT} - \frac{1}{2} (\sigma_{xT} + \sigma_{zT}) \right] \quad (۱۸۲-۲)$$

$$\varepsilon_{zT} = \frac{\bar{\varepsilon}_T}{\bar{\sigma}_T} \left[\sigma_{zT} - \frac{1}{2} (\sigma_{xT} + \sigma_{yT}) \right] \quad (۱۸۳-۲)$$

برای به دست آمدن کرنش‌های برشی نیاز به مدول پلاستیک داریم که به شرح ذیل معرفی خواهد شد:

$$\frac{1}{E_p} = \frac{\bar{\varepsilon}_T}{\bar{\sigma}_T} \quad \text{or} \quad E_p = \frac{\bar{\sigma}_T}{\bar{\varepsilon}_T} \quad (۱۸۴-۲)$$

با به دست آمدن E_p خواهیم داشت:

(۱۸۵-۲)

$$\begin{cases} G_P = \frac{E_P}{2(1+\nu)} \\ \nu_P = \frac{1}{2} \end{cases} \rightarrow G_P = \frac{E_P}{3}$$

ولذا می‌توان کرنش برشی را محاسبه نمود.

(۱۸۶-۲)

$$\gamma_{xy_T} = \frac{1}{G_P} \tau_{xy_T}$$

(۱۸۷-۲)

$$\gamma_{yz_T} = \frac{1}{G_P} \tau_{yz_T}$$

(۱۸۸-۲)

$$\gamma_{xz_T} = \frac{1}{G_P} \tau_{xz_T}$$

(۱۸۹-۲)

$$\varepsilon_{xz_T} = \frac{\gamma_{xz_T}}{2}$$

(۱۹۰-۲)

$$\varepsilon_{xy_T} = \frac{\gamma_{xy_T}}{2}$$

(۱۹۱-۲)

$$\varepsilon_{yz_T} = \frac{\gamma_{yz_T}}{2}$$

پس از حل معادلات بالا، تمام مقادیر کرنش را برای حالت نهایی لوله حاوی فشار داخلی P_{in} خواهیم داشت و در نهایت می‌توان این کرنش‌ها را در روابط کران بالا قرار داده و P_{ECAP} را محاسبه نمود. البته باید توجه داشت که به دلیل دارا بودن مقطع لوله‌ای، لذا از U_{in} تا U_{out} را دارا هستیم و همچنین اثر ماندن بر روی کرنش لحاظ گردیده است. بدین ترتیب می‌توان نیروی فرآیند را محاسبه نمود که خواهیم داشت:

(۱۹۲-۲)

$$P_{ECAP} = \frac{\dot{W}_{i_{outer}} + \dot{W}_{e_{outer}} + \dot{W}_{f_{outer}}}{\pi(R_{out}^2 - R_{in}^2)V_P}$$

محاسبات مربوط به هر یک از پارامترهای بالا در پیوست ۵ آمده است.

فصل ۳ شبیه‌سازی المان محدود

روش المان محدود^۱ یک روش عددی برای حل مسائل موجود در حوزه‌های مهندسی و ریاضی فیزیک است. این روش در مسائلی نظیر تحلیل سازه‌ها، انتقال حرارت، دینامیک سیالات، انتقال جرم و پتانسیل الکترومغناطیسی کاربرد دارد. برای حل این‌گونه مسائل از طریق روش‌های تحلیلی (فرم بسته)، باید جواب چندین مسئله مقدار مرزی را برای معادلات دیفرانسیل با مشتقات جزئی به دست آورد.

فرآیند کلی حل مسئله در روش المان محدود دارای دو مرحله است. در ابتدا، محدوده مسئله به مجموعه‌ای از محدوده‌های کوچک‌تر تقسیم می‌شود. هر یک از این محدوده‌های کوچک بیانگر یک دستگاه معادلات مختص به هر یک از المان‌ها هستند. در مرحله اول، معادله مرتبط با هر یک از المان‌ها به صورت مجموعه معادلات ساده‌ای است که معادلات پیچیده اصلی (اغلب معادلات دیفرانسیل با مشتقات جزئی) را در نواحی مختلف تخمین می‌زند. این فرآیند در ریاضیات، با انتگرال‌گیری از ضرب داخلی توابع وزنی و باقیمانده و همچنین برابر با صفر قرار دادن حاصل انتگرال صورت می‌گیرد. به عبارت ساده‌تر، این فرآیند با برازش توابع آزمایشی به معادلات دیفرانسیل با مشتقات جزئی، میزان خطای تخمین را به حداقل می‌رساند. فرآیند مذکور، تمام مشتقات فضایی معادلات دیفرانسیل با مشتقات جزئی را حذف می‌کند و آن‌ها را از طریق دو دستگاه زیر به صورت

^۱Finite Element Method

ناحیه‌ای تخمین می‌زند:

○ دستگاه معادلات جبری برای مسائل حالت پایدار

○ دستگاه معادلات دیفرانسیل معمولی برای مسائل گذرا

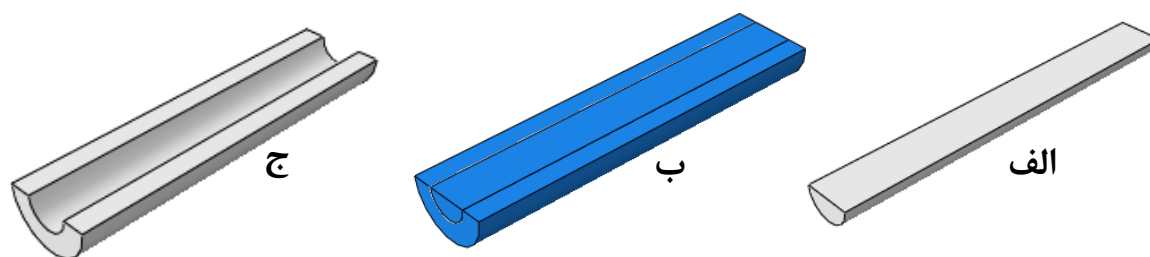
این دو دستگاه معادلات مختص به المان‌های مسئله هستند. اگر معادلات دیفرانسیل با مشتقات جزئی به صورت خطی باشند، معادلات المان‌ها نیز خطی خواهند بود. تاکنون مفاهیم کلی روش المان محدود بیان گردید و در ادامه به بیان تحلیل المان محدود مسئله ایکپ پرداخته شده است.

۳-۱- مدل‌سازی عددی فرآیند ایکپ به روش المان محدود

در این پژوهش برای انجام شبیه‌سازی‌های مورد نظر از نرم‌افزار آباکوس نسخه 2-6.14 بهره گرفته شده است. تمام تجهیزات قالب صلب در نظر گرفته شده است و در تمامی شبیه‌سازی‌ها لوله به صورت سه‌بعدی تغییرشکل-پذیر مدل شده است و از تحلیل صریح بهره گرفته شده است. جهت تسریع در امر شبیه‌سازی از مقیاس‌دهی جرمی استفاده شده است. یکی از عمومی‌ترین مدل‌سازی‌های موجود در فرآیند ایکپ، مدل‌سازی المان محدود ایکپ میله‌گرد است که جهت بررسی موارد بسیاری چون ضریب اصطکاک، نیروی فرآیند و ... انجام می‌گیرد. برای مدل‌سازی المان محدود فرآیند ایکپ لوله باید به این موضوع توجه داشت که این بخش شامل دو حالت اساسی است که شامل لوله با ماندلر فلزی و لوله با فشار داخلی است. در ادامه به تعریف مدل هندسی و سایر اطلاعات مورد نیاز تحلیل المان محدود پرداخته شده است.

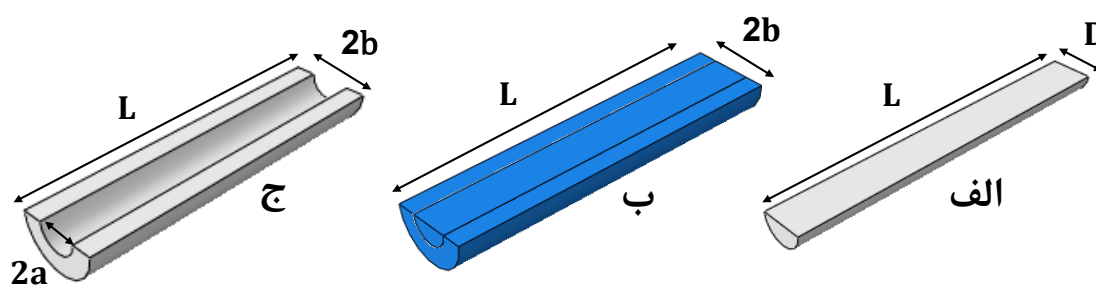
الف) ایجاد مدل هندسی مسئله

اولین گام در شبیه‌سازی، ایجاد مدل هندسی مسئله است. در نرم‌افزار آباکوس می‌توان نمونه‌های دارای تقارن را به صورت نیمه مدل‌سازی و تحلیل کرد. کاهش حجم نمونه باعث کاهش محاسبات و تعداد المان‌های مسئله شده و زمان تحلیل کاهش خواهد یافت. در شکل ۳-۱ نمونه میله‌گرد، لوله با ماندلر فلز و لوله با فشار داخلی مدل شده قابل مشاهده است.



شکل ۱-۳: مدل هندسی ماده اولیه، الف) میله گرد، ب) لوله با ماندرل فلزی، ج) لوله تحت فشار داخلی

ابعاد نمونه های مورد بحث در شکل ۱-۳ را می توان در شکل ۲-۳ و جدول ۱-۳ مشاهده نمود.



شکل ۲-۳: مشخصات ابعادی ماده اولیه، الف) میله گرد، ب) لوله با ماندرل فلزی، ج) لوله تحت فشار داخلی

جدول ۱-۳ مقادیر پارامترهای ابعادی

a (mm)	b (mm)	L (mm)	D (mm)
۵، ۴، ۳، ۲	۶	۵۰	۶

ب) تعریف خواص مواد

برای شبیه‌سازی ماده در نرم افزار می بایست خواص فیزیکی و مکانیکی ماده تعریف گردد و این کار پس از تعریف خواص مدل هندسی در بخش Property انجام می شود.

جدول ۲-۳ جدول خواص فیزیکی و مکانیکی آلومینیوم و مس [۶۱ و ۶۲]

چگالی ρ ($\frac{kg}{m^3}$)	مدول کشسان E (GPa)	ضریب پواسون ν	
۲۷۰۰	۶۹	۰/۳۳	آلومینیوم ۶۰۶۱
۸۹۶۰	۱۲۴	۰/۳۴	مس خالص

جدول ۳-۱ خواص پلاستیک آلومینیوم [۶۲]

کرنش پلاستیک	تنش (MPa)
۰	۶۵,۷۷
۰/۰۲	۷۸/۲۲
۰/۰۳	۸۶/۵۶
۰/۰۴	۹۳/۰۲
۰/۰۵	۹۸/۳۵
۰/۰۶	۱۰۲/۹۴
۰/۰۷	۱۰۶/۹۸
۰/۰۸	۱۱۰/۶۲

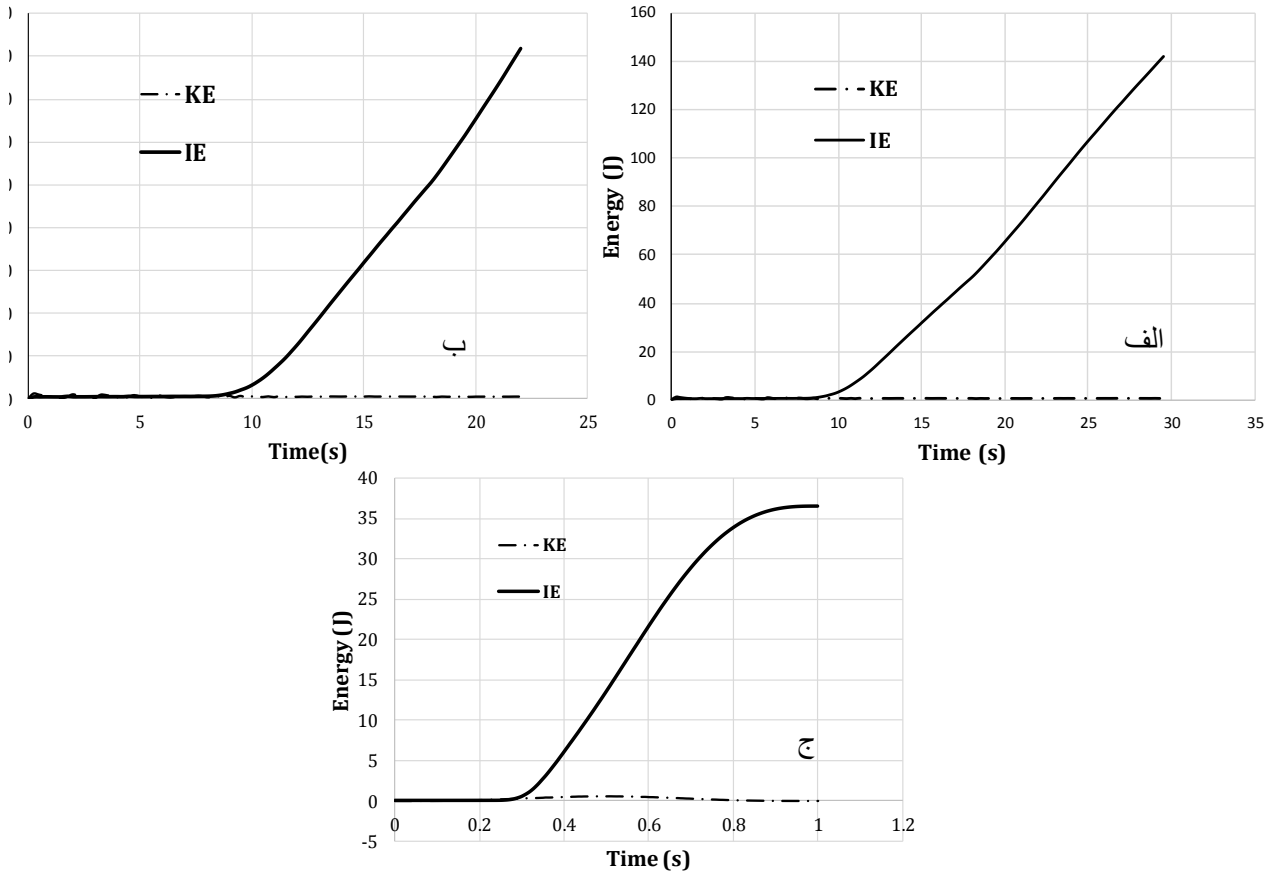
که داده های جدول فوق باتوجه به نمودار تنش-کرنش آلومینیوم و تنش جریان از معادله $\sigma_0 = 208\varepsilon^{0/25}$ بدست آمده است.

جدول ۳-۴ خواص پلاستیک مس بر اساس معیار جانسون-کوک [۶۳]

A (MPa)	B (MPa)	n	m	Melting temp (°C)	Transition temp (°C)	مس خالص
۹۰	۲۹۲	۰/۳۱	۱/۰۹	۱۰۵۸	۲۵	

ج) تعیین نوع تحلیل، مراحل تحلیل و خروجی

در نرم‌افزار آباکوس جهت حل فرآیند ایکپ از حل گر صریح استفاده شده است. در این مسئله مدل سازی در یک گام و در بازه زمانی ۰ تا ۵۰ در نظر گرفته شده است. همچنین در این بخش قسمتی با عنوان مقیاس دهی جرمی وجود دارد که برای افزایش سرعت محاسبات استفاده می‌گردد. با مقداردهی این بخش سرعت حل با توجه به افزایش مصنوعی چگالی ماده، افزایش می‌یابد و ممکن است خطاهایی رخ دهد و برای جلوگیری از این امر می‌بایست نمودار انرژی جنبشی و انرژی داخلی بررسی گردد که در شکل ۳-۳ قابل مشاهده است.



شکل ۳-۳: نمودار انرژی جنبشی و انرژی داخلی بر حسب زمان، الف) میله توپر، ب) لوله با ماندرل فلزی، ج) لوله تحت فشار داخلی

بامشاهده و بررسی شکل ۳-۳ در هر سه حالت قطعه کار نتیجه می‌گردد که انرژی داخلی بسیار بیشتر از انرژی جنبشی است و لذا استنباط می‌گردد که داده‌های تحلیل صحیح است و مقیاس‌دهی جرمی بر صحت داده‌ها نتیجه منفی نگذاشته است.

د) شرایط مرزی و بارگذاری

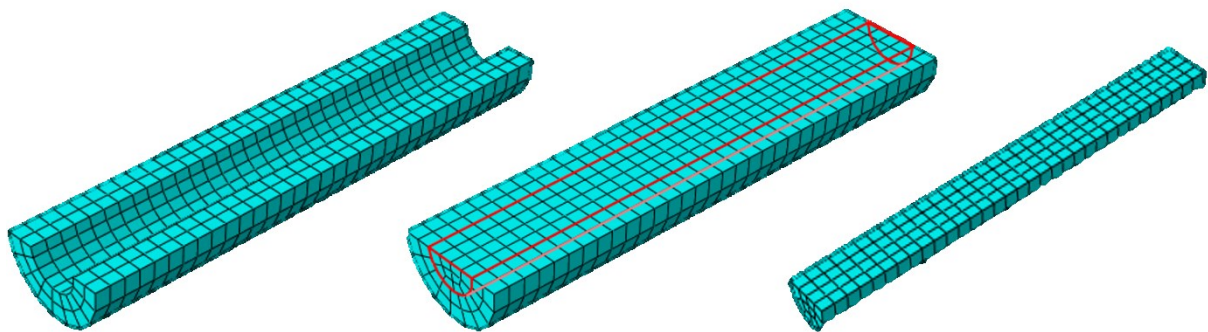
این تحلیل با توجه به مدل خاص قطعه، نیمی از قطعه کار مدل شده است و شرایط تماسی عمومی برای قطعه کار در نظر گرفته شد. علاوه بر شرایط تماسی در بخش بارگذاری و جابجایی‌ها، هرگونه جابجایی و چرخش برای قالب مقید شد و سرعت حرکت سنبه $1 \frac{mm}{s}$ در نظر گرفته شد. شرایط مرزی و بارگذاری میله توپر و لوله با ماندرل فلزی در شرایط عمومی است اما در لوله با فشار داخلی باید توجه شود که در این حالت در سطح داخلی لوله نیز بارگذاری داریم لذا بر روی سطح داخلی از بارگذاری فشاری استفاده شده است. همچنین با توجه به حالت‌های گوناگون، ۷ حالت فشار داخلی در نظر گرفته شده است.



شکل ۳-۴: بارگذاری داخلی لوله

ه) شبکه بندی و تحلیل

در شبیه‌سازی ایکپ با توجه به شکل قطعه از مش‌بندی ساختاری بهره گرفته شده است.



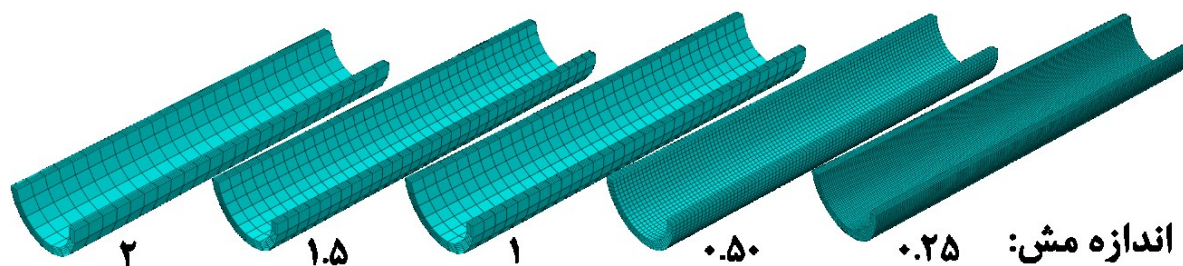
شکل ۳-۵: شبکه‌بندی ماده اولیه، الف) میله‌گرد توپیر، ب) لوله با ماندول فلزی، ج) لوله تحت فشار داخلی

همچنین باید بیان داشت که جهت مش‌بندی نمونه‌ها از المان C3D8R بهره گرفته شده است و این نوع المان یک المان ۸ نقطه‌ای خطی با استفاده از انتگرال کاهش یافته است و دارای یک نقطه انتگرال‌گیری است.

و) استقلال مش

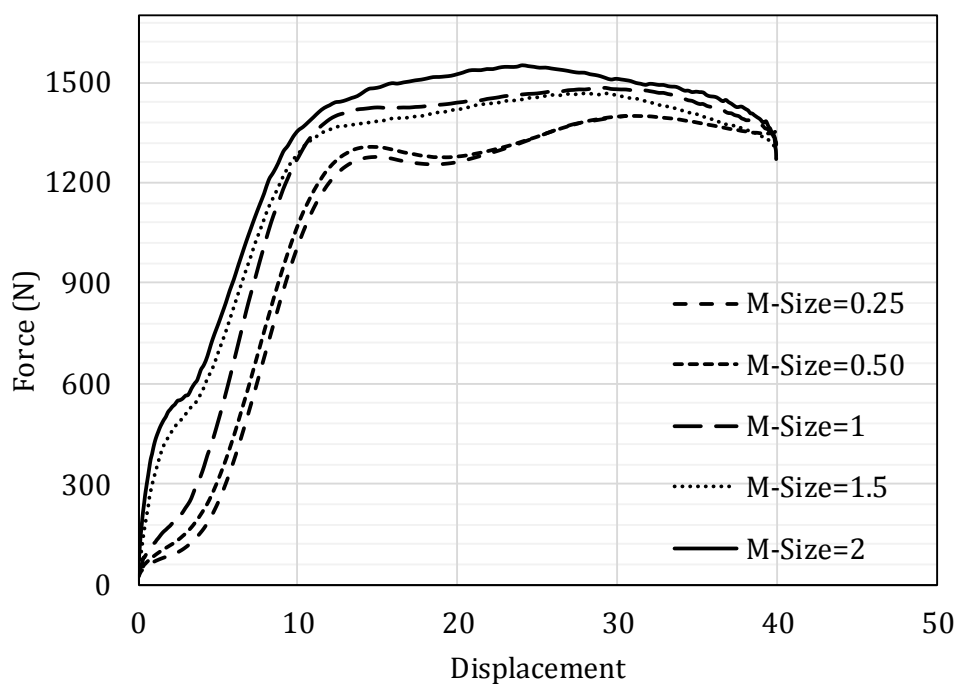
در شبیه‌سازی المان محدود برای اعتماد به داده‌ها باید مقدار جواب‌های حاصل از شبیه‌سازی را به روش‌های مختلف مورد بازبینی قرار داد. در شبیه‌سازی المان محدود برای اعتماد به مش‌بندی نمونه و توجه به این مسئله که مش‌بندی انجام شده صحیح است یا خیر نمونه در چند اندازه مش مورد بررسی قرار خواهد گرفت. لذا شبیه‌سازی المان محدود برای اندازه مش ۰/۲۵، ۰/۵۰، ۱، ۱/۵ و ۲ مورد سنجش قرار گرفت و مقدار نیروی

بیشینه فرآیند برای ۵ حالت مورد مطالعه قرار گرفت.



شکل ۳-۶: مش‌بندی لوله در اندازه‌های مختلف

در شکل ۳-۷ منحنی نیروی فرآیند بر حسب جابجایی نشان داده شده است. مطابق شکل می‌توان نتیجه گرفت که با ریز شدن مش تا اندازه ۰/۵۰ نتایج به یکنواختی خواهد رسید، لذا همین اندازه به عنوان حالت مطلوب در شبیه‌سازی انتخاب شد.



شکل ۳-۷: نمودار نیرو-جابجایی برای اندازه‌های متفاوت

ز) حالت‌های شبیه‌سازی

برای تحلیل لوله حاوی فشار داخلی ۲۸ حالت در نظر گرفته شد که عبارتند از:

جدول ۳-۵ جدول حالت‌های شبیه‌سازی

حالت	$\frac{a}{b}$	$\frac{P_{in}}{Y}$	حالت	$\frac{a}{b}$	$\frac{P_{in}}{Y}$
۱	۰/۳۳	۰	۱۵	۰/۶۶	۰/۴
۲	۰/۵۰	۰	۱۶	۰/۸۳	۰/۴
۳	۰/۶۶	۰	۱۷	۰/۳۳	۰/۶
۴	۰/۸۳	۰	۱۸	۰/۵۰	۰/۶
۵	۰/۳۳	۰/۱	۱۹	۰/۶۶	۰/۶
۶	۰/۵۰	۰/۱	۲۰	۰/۸۳	۰/۶
۷	۰/۶۶	۰/۱	۲۱	۰/۳۳	۰/۸
۸	۰/۸۳	۰/۱	۲۲	۰/۵۰	۰/۸
۹	۰/۳۳	۰/۲	۲۳	۰/۶۶	۰/۸
۱۰	۰/۵۰	۰/۲	۲۴	۰/۸۳	۰/۸
۱۱	۰/۶۶	۰/۲	۲۵	۰/۳۳	۱
۱۲	۰/۸۳	۰/۲	۲۶	۰/۵۰	۱
۱۳	۰/۳۳	۰/۴	۲۷	۰/۶۶	۱
۱۴	۰/۵۰	۰/۴	۲۸	۰/۸۳	۱

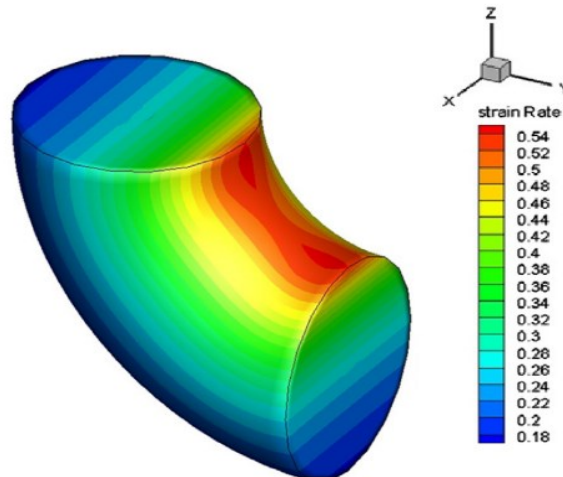
باتوجه به حالت‌های موجود، شبیه‌سازی برای ۲۸ حالت ذکر شده انجام گردیده است و همچنین کد تحلیل کران بالا برای هریک از حالات نگاشته شد و نتیجه با یکدیگر مورد قیاس قرار داده شده است. لازم به ذکر است که جهت بررسی استقلال پاسخ تحلیل المان محدود از مش‌بندی در حالت ۴، شبیه‌سازی در ۵ حالت با اندازه مش متفاوت بررسی گردیده است.

فصل ۴ ارائه نتایج و بحث

در این فصل به تحلیل و مقایسه داده‌های حاصل از تحلیل کران بالا و تحلیل المان محدود برای ایکپ لوله حاوی فشار داخلی پرداخته شده است و نتایج حاصل از این دو تحلیل مورد مقایسه قرار گرفته و نتایج بیان شده است.

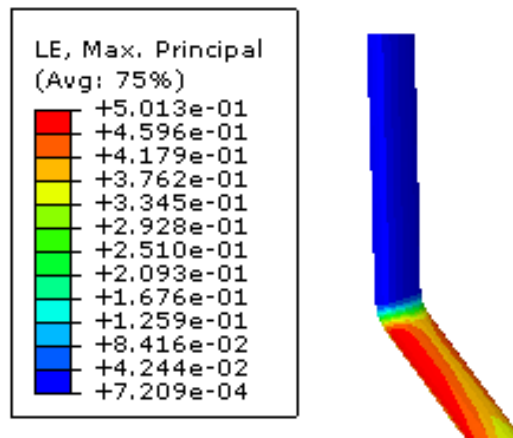
۴-۱- صحت سنجی مدل

تمامی تحقیقات و شبیه‌سازی‌ها جهت حصول اطمینان نسبت به صحت نتایج و شیوه عملکرد نیازمند صحت سنجی و الگویی جهت سنجش روش انجام و اخذ نتایج می‌باشند. در بخش کدنویسی معادلات به دست آمده برای ایکپ لوله با معادلات مقالات مشابه [۶۱] به ازای شرایط خاص (زاویه قالب ۹۰ درجه) مورد مقایسه قرار گرفت. در تحلیل المان محدود داده‌های شبیه‌سازی با داده‌های کدنویسی صحت سنجی شده مورد بررسی قرار گرفت و همچنین با داده‌های مقاله اخیر مورد سنجش قرار گرفت. در ادامه مقدار کرنش ماندربل آلومینیومی حاصل از شبیه‌سازی و موجود در مقاله مورد بحث ارائه خواهد شد.



شکل ۴-۱: کرنش اعمال شده بر ماندنرل آلومینیومی در تحقیق مرجع [۶۱]

و همچنین در شکل ۴-۲ می‌توان کرنش اعمال شده بر ماندنرل آلومینیومی در شبیه سازی انجام گرفته را مشاهده نمود:

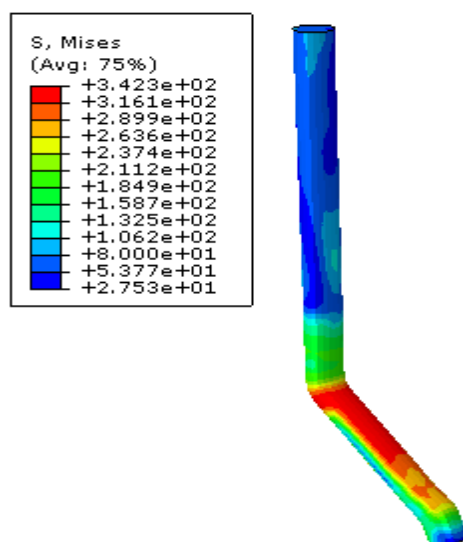


شکل ۴-۲: کرنش اعمال شده بر ماندنرل آلومینیومی در شبیه سازی انجام شده

که در شبیه سازی انجام شده مقدار کرنش اعمال شده بر ماندنرل در حالت بیشینه حدود ۰.۵ است و لذا با توجه به انطباق داده‌های شبیه‌سازی صورت گرفته با داده‌های حاصل از کد کران بالا نتیجه می‌شود که داده‌ها مورد اطمینان است.

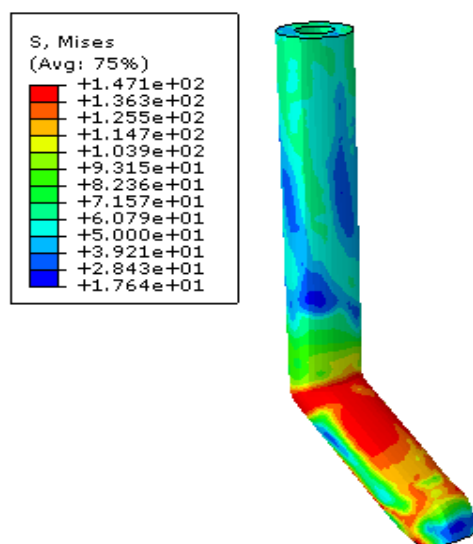
۴-۲- ارائه نتایج و بحث

در این بخش به بیان نتایج و تحلیل و ارزیابی آنها پرداخته شده است. به همین منظور ابتدا به بررسی دیاگرام‌های تنش و کرنش و تحلیل آنها پرداخته شده است و در گام‌های بعدی به تحلیل داده‌های المان محدود و کران بالا پرداخته شده است. پس از انجام تحلیل و بررسی نمودارها و داده‌های حاصل، نتایج زیر قابل بیان است:



شکل ۴-۳: تنش میزز اعمالی به ماندردل فلزی

در شکل ۴-۳ که تنش میزز وارد شده بر ماندردل فلزی قابل مشاهده است و می توان مقدار میانگین این تنش را بر روی ماندردل آلومینیومی در طی فرآیند مشاهده نمود. همچنین می توان این نمودار را برای بررسی تنش میزز اعمال شده بر لوله نیز به دست آورد و به شرح زیر ارائه نمود و مقادیر تنش و نحوه توزیع تنش میزز را در قطعه کار مورد بررسی قرار داد.

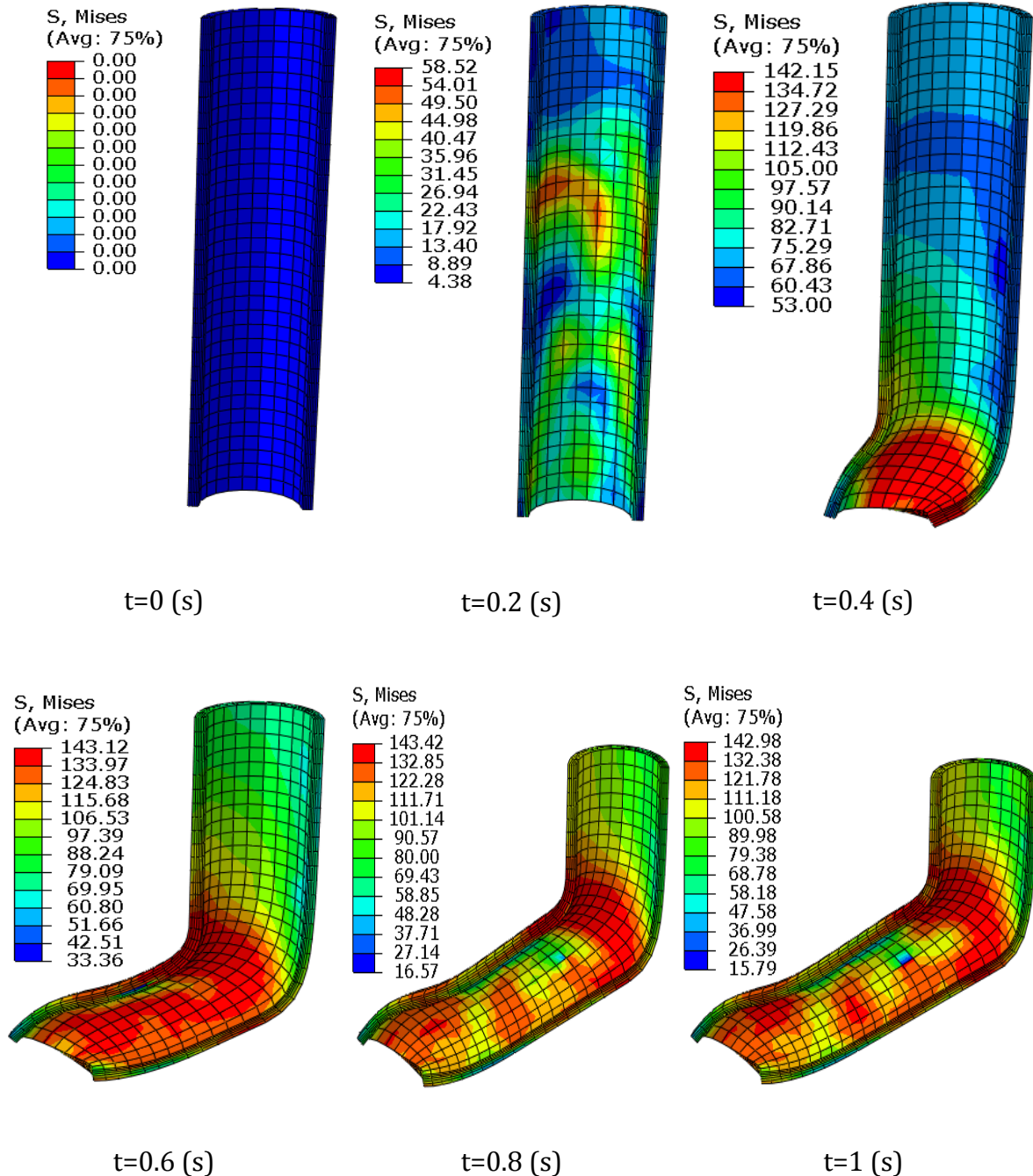


شکل ۴-۴: تنش میزز اعمالی به لوله مسی

در شکل ۴-۴ همان گونه که بیان گردید توزیع تنش میزز در قطعه کار مشخص می باشد و می توان دریافت که بیشترین تنش در ناحیه تغییر شکل پلاستیک یا همان بازه تغییر زاویه کانال است.

۴-۲-۱- اثر فشار داخلی بر توزیع تنش و کرنش در فرآیند ایکپ

درگام نخست ارائه نتایج به بررسی تنش موثر میزز بر روی لوله در حین فرآیند ایکپ در شرایط $\frac{P_{in}}{Y} = 0$ و $\frac{a}{b} = 0/83$ پرداخته شد که تنش اعمالی برقطعه در شکل ۴-۵ نشان داده شده است:

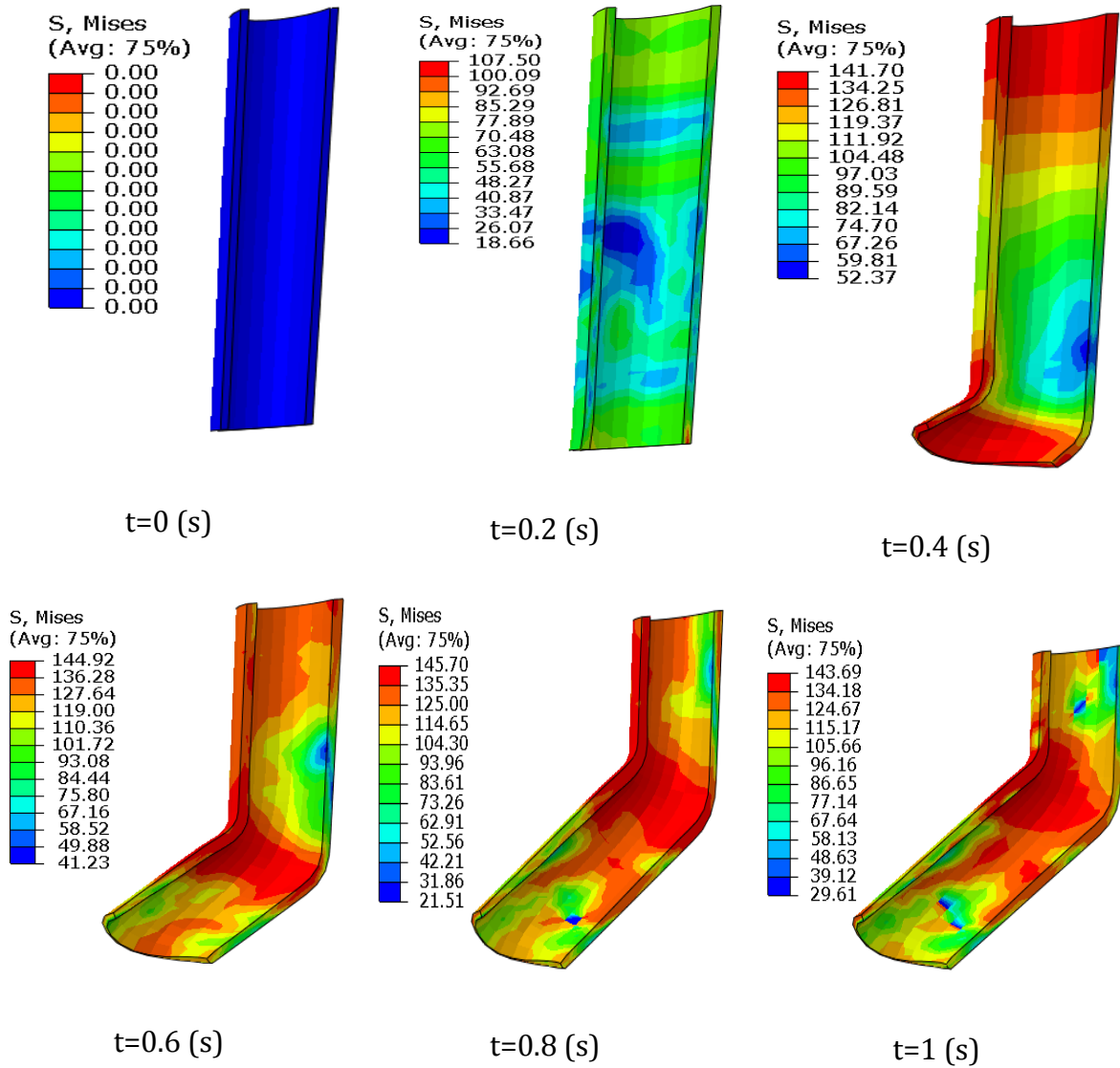


شکل ۴-۵: توزیع تنش موثر میزز بر لوله در حین فرآیند ایکپ بر حسب $\frac{P_{in}}{Y} = 0$ و $\frac{a}{b} = 0/83$

با توجه به شکل ۴-۵ نتیجه می شود که بیشترین تنش اعمالی به قطعه در لحظه عبور ماده از محل گوشه کانال است و تنش بیشینه در این بخش به قطعه کار وارد می آید. از طرفی با توجه به عدم اعمال فشار داخلی و

ضخامت کم لوله اعوجاج مقطع دایره مشاهده می‌شود.

درگام دوم ارائه نتایج به بررسی تنش میز بر روی لوله در حین فرآیند ایکپ در شرایط $\frac{a}{b} = 0/83$ و $\frac{P_{in}}{Y} = 1$ پرداخته شد که تنش اعمالی برقطعه در شکل ۴-۶ قابل مشاهده است:

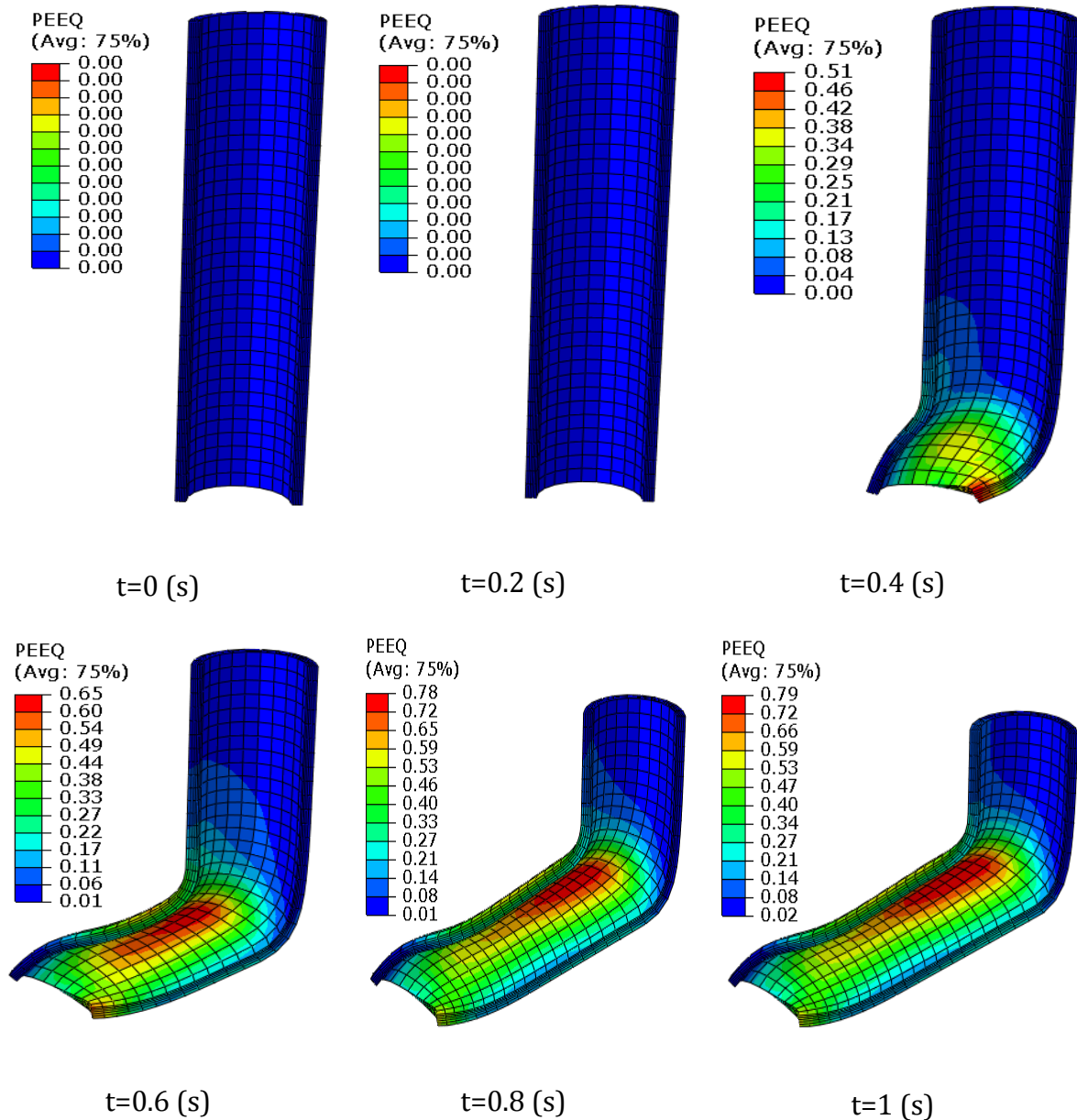


شکل ۴-۶: توزیع تنش موثر میز بر لوله در حین فرآیند ایکپ بر حسب $\frac{a}{b} = 0/83$ و $\frac{P_{in}}{Y} = 1$ MPa

باتوجه به فشار اعمالی بالا ($P_{in} = Y$) اعوجاج مقطع به شدت کاهش یافته ولی ضخامت لوله نیز کاهش می‌یابد. تنش در دیواره بالایی لوله نیز افزایش معناداری پیدا کرده است. بررسی شکل ۴-۵ و شکل ۴-۶ مربوط به تنش میز در حالت ۱ و ۲۸ تحلیل یا به عبارتی $\frac{P_{in}}{Y} = 0$ و $\frac{a}{b} = 0/83$ و $\frac{P_{in}}{Y} = 1$ نشان دهنده آن است که با افزایش نسبت فشار داخلی به تنش تسلیم $\frac{P_{in}}{Y}$ مقدار تنش میز وارد شده بر لوله افزایش خواهد داشت و افزایش میانگین این تنش نشان دهنده آن است هرچه تنش اعمالی در بعد دوم افزایش پیدا کند میزان نیروی لازم

فرآیند افزایش می‌یابد. البته اعوجاج مقطع نیز کاهش می‌یابد.

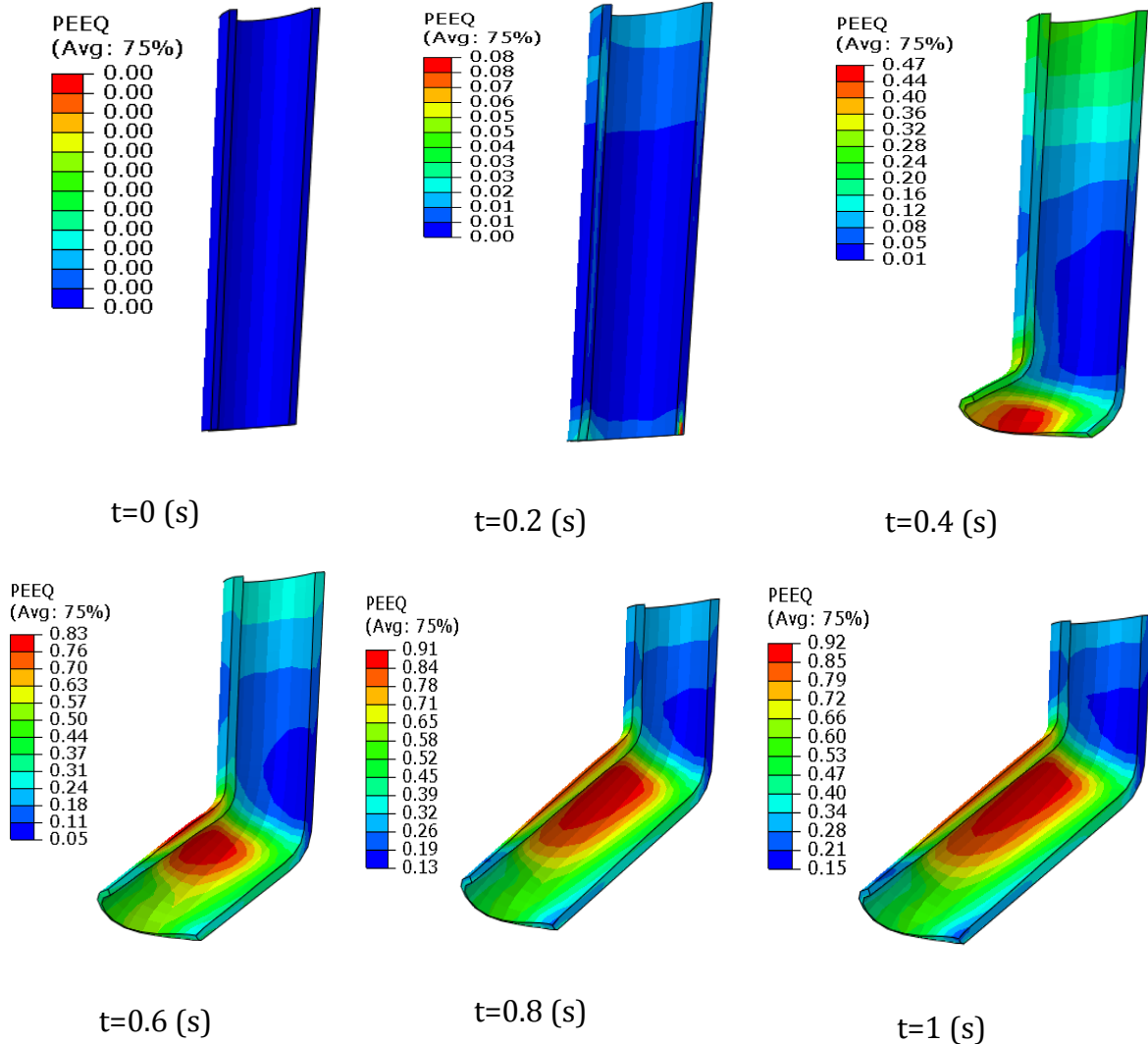
درگام سوم ارائه نتایج به بررسی کرنش پلاستیک معادل بر روی لوله در حین فرآیند ایکپ در شرایط $\frac{P_{in}}{Y} = 0$ و $\frac{a}{b} = 0/83$ پرداخته شد که در شکل ۴-۷ قابل مشاهده است:



شکل ۴-۷: کرنش پلاستیک معادل اعمالی بر روی لوله در حین فرآیند در شرایط $\frac{P_{in}}{Y} = 0$ و $\frac{a}{b} = 0/83$

در این مرحله از تحلیل همان‌گونه که از تصاویر مشخص است مقدار کرنش اعمالی در محل تغییر زاویه کانال از باقی حالت‌ها بیشتر است که انطباق خوبی با داده‌های بخش قبل و تنش اعمالی به قطعه کار دارد. در مقایسه داده‌ها باید به این امر توجه داشت که کرنشی در حدود ۰/۸ به قطعه وارد می‌شود.

درگام چهارم ارائه نتایج به مطالعه کرنش پلاستیک معادل بر روی لوله در حین فرآیند ایکپ در شرایط $\frac{P_{in}}{Y} = 1$ و $\frac{a}{b} = 0/83$ پرداخته شد که در شکل ۸-۴ قابل مشاهده است.



شکل ۸-۴: کرنش پلاستیک معادل اعمالی بر لوله در حین فرآیند در شرایط $\frac{P_{in}}{Y} = 1$ و $\frac{a}{b} = 0/83$

مقدار کرنش اعمالی در محل تغییر زاویه کانال از باقی حالت ها بیشتر است که انطباق خوبی با داده های بخش قبل و تنش اعمالی به قطعه کار دارد. در مقایسه داده ها باید به این امر توجه داشت که کرنشی بیشتر از ۰/۹ به قطعه وارد می شود. از طرفی با توجه به وجود فشار داخلی بالا باعث شده است که کرنش موثر اعمال شده بر قطعه نسبت به گام سوم ارائه نتایج بیشتر شود. از طرفی با مطالعه کرنش پلاستیک معادل حاصله از تحلیل المان محدود در مرحله $t=0.6$ ، $t=0.8$ ، $t=1$ کاملاً مشخص است که با افزایش نسبت $\frac{P_{in}}{Y}$ مقدار کرنش موثر فرآیند افزایش پیدا نموده است و این به آن معناست که با افزایش مقدار نیروی فرآیند افزایش پیدا خواهد نمود. و به طور کلی می توان بیان داشت که افزایش فشار داخلی علاوه بر حفظ شکل و ساختار لوله باعث افزایش

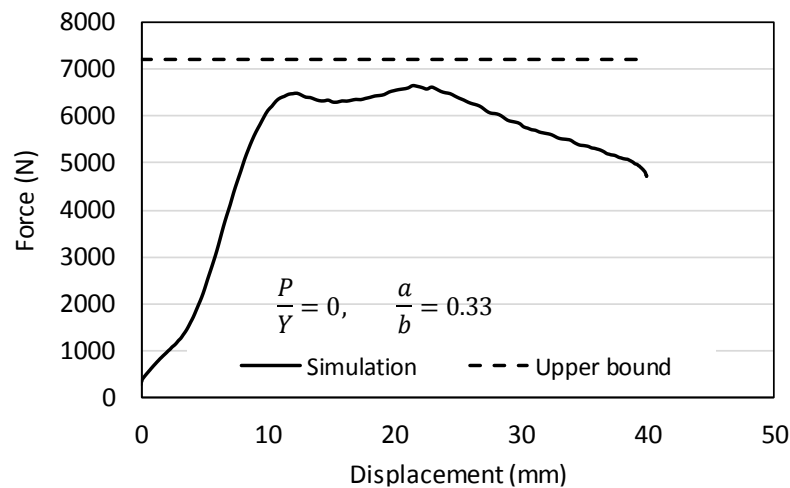
نیروی فرآیند نیز می‌شود.

۴-۲-۲- مقایسه نیروی کران بالا و المان محدود فرآیند

در این بخش به بیان نتایج و بحث پیرامون مقایسه داده های المان محدود و کران بالا پرداخته شده است و با توجه به حالت های مختلف شبیه سازی به بیان داده ها پرداخته شد.

الف) حالت $P_{in} = 0$ و $\frac{a}{b}$ متفاوت

در این بخش به بررسی حالت ۱ شبیه سازی پرداخته شد که در این حالت $P_{in} = 0$ و $\frac{a}{b} = 0/33$ در نظر گرفته شد. در تحلیل المان محدود در حالت عدم وجود فشار داخلی جهت سنجش صحت تحلیل به بررسی نمودارهای انرژی جنبشی و داخلی پرداخته شد و با توجه به صحت این نمودارها به اخذ نمودارهای نیرو-جابجایی پرداخته شد. پس از اخذ نمودارهای نیروی لازم با توجه به پرش های نیرویی نمودارهای نیرو به صورت هموار^۱ مورد استفاده قرارگیرد که نمودار S10 نسبت به جابجایی در شکل ۴-۹ قابل مشاهده است:

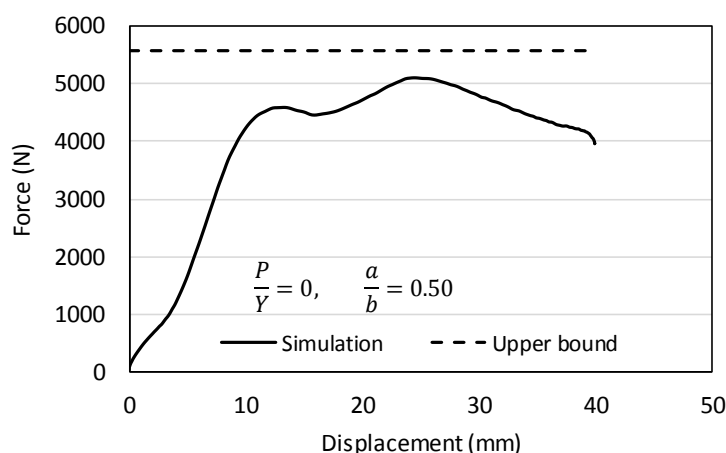


شکل ۴-۹: نمودار نیرو-جابجایی حالت ۱

که در شکل ۴-۹ نیروی بیشینه حاصل از شبیه سازی المان محدود ۶۸۸۱ نیوتن است و پس از وارد نمودن تمامی شرایط شبیه سازی به تحلیل المان محدود، نیروی حاصل از تحلیل کران بالا به میزان ۷۲۲۵ نیوتن حاصل شد که اختلاف حدودی ۴/۹۹ درصد را نشان می‌دهد. همچنین از این نمودار می‌توان استنباط نمود که نیروی کران بالا بیشتر از نیروی المان محدود است و با توجه به عدم وجود فشار داخلی و بالابودن ضخامت قطعه نیروی لازم جهت تغییر شکل زیاد است.

^۱Smooth (X, I)

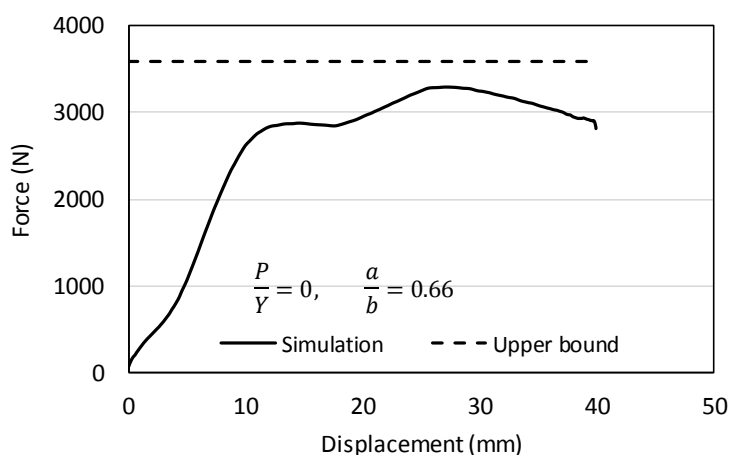
در گام بعد نتایج شبیه‌سازی حالت ۲ با $P_{in} = 0$ و $\frac{a}{b} = 0/50$ ارائه می‌شود که پس از انجام مراحل قبلی نمودار نیرو-جابجایی به صورت زیر حاصل گردید:



شکل ۴-۱۰: نمودار نیرو-جابجایی حالت ۲

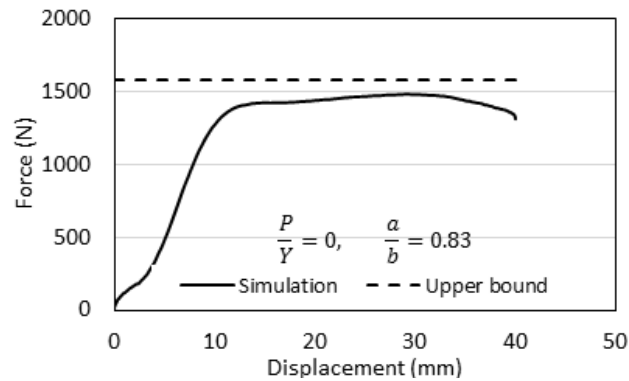
که در شکل ۴-۱۰ نیروی بیشینه شبیه سازی المان محدود به میزان ۵۲۷۹ نیوتن و نیروی کران بالای فرآیند به میزان ۵۵۸۵,۸۴ نیوتن حاصل گردید. اما نکته قابل ذکر آن است که چون ضخامت نسبت به مرحله قبل کمتر است لذا سطح نیرو فرآیند نسبت به مرحله قبل کمتر است.

نتایج حاصل از شبیه سازی $P_{in} = 0$ و $\frac{a}{b} = 0/66$ که پس از تحلیل و رسم نمودار نیرو-جابجایی در حالت S10 نمودار در شکل ۴-۱۱ قابل مشاهده است:



شکل ۴-۱۱: نمودار نیرو-جابجایی حالت ۳

که در این حالت نیروی بیشینه حاصل از شبیه سازی المان محدود به مقدار ۳۳۷۳ نیوتن و نیروی حاصل از حل کران بالا فرآیند ۳۵۸۲ نیوتن به دست آمد. نتایج شبیه سازی حالت چهارم $P_{in} = 0$ و $\frac{a}{b} = 0/83$ طبق مراحل قبل، نمودار S10 نیرو-جابجایی در شکل ۴-۱۲ قابل مشاهده است:



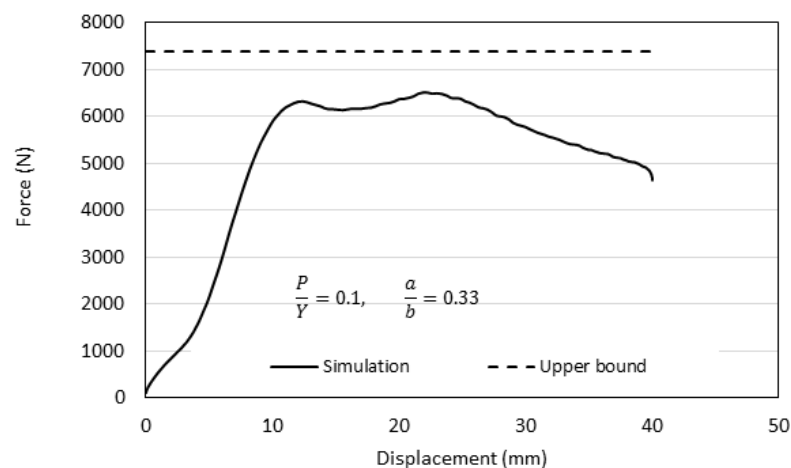
شکل ۴-۱۲: نمودار نیرو-جابجایی حالت ۴

که نیروی بیشینه حاصل از شبیه سازی المان محدود به مقدار ۱۵۲۰ نیوتن و نیروی حاصل از کران بالا به مقدار ۱۵۸۲ نیوتن حاصل گردید. که ۳,۹ درصد خطا مشاهده می شود.

مقایسه مراحل قبل برای حالت های $\frac{a}{b} = 0/83, \frac{a}{b} = 0/66, \frac{a}{b} = 0/50, \frac{a}{b} = 0/33, \frac{a}{b} = 0$ است و می توان نتیجه گرفت که با افزایش $\frac{a}{b}$ میزان نیروی فرآیند کاهش می یابد که با توجه به کاهش سطح مقطع لوله این کاهش میزان نیرو امری منطقی است. همچنین در تمامی حالات شبیه سازی نیروی حاصل از تحلیل کران بالا تفاوت منطقی بیشتر از نیروی تحلیل المان محدود می باشد و با توجه به این مسئله که تحلیل کران بالا می بایست نیرویی بیشتر از نیروی تحلیل ارائه دهد و این امر به ذات و روش حل مسئله بستگی دارد لذا نتیجه ای مثبت و صحیح است.

ب) حالت $\frac{a}{b} = 0/33$ و $\frac{P_{in}}{Y}$ متفاوت

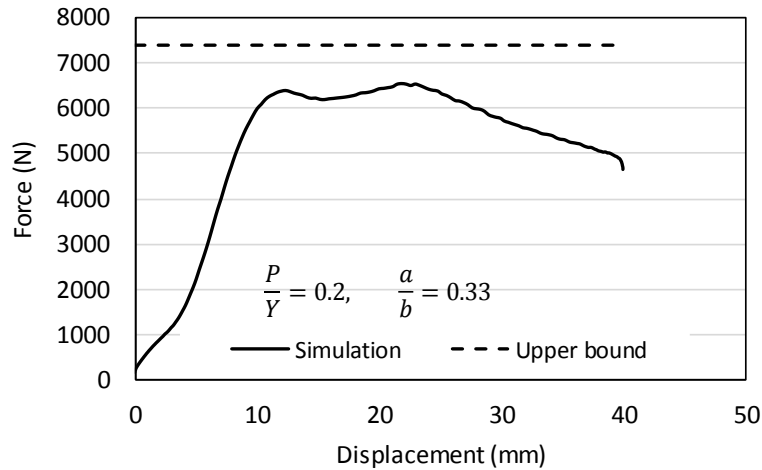
در این بخش نتایج حاصل از تحلیل شبیه سازی با در نظر گرفتن $\frac{P_{in}}{Y} = 0/1$ و $\frac{a}{b} = 0/33$ ارائه شده است.



شکل ۴-۱۳: نمودار نیرو-جابجایی حالت ۵

که در شکل ۴-۱۳ حالت نیروی بیشینه حاصل از شبیه سازی المان محدود به میزان ۷۰۳۷ نیوتن و نیروی حاصل از تحلیل کران بالا به میزان ۷۳۷۸ نیوتن قابل بیان است. از شکل ۴-۱۳ نتیجه می شود که با افزایش فشار داخلی، نیروی فرآیند افزایش دارد و همچنان نیروی المان محدود از نیروی کران بالا کمتر می باشد.

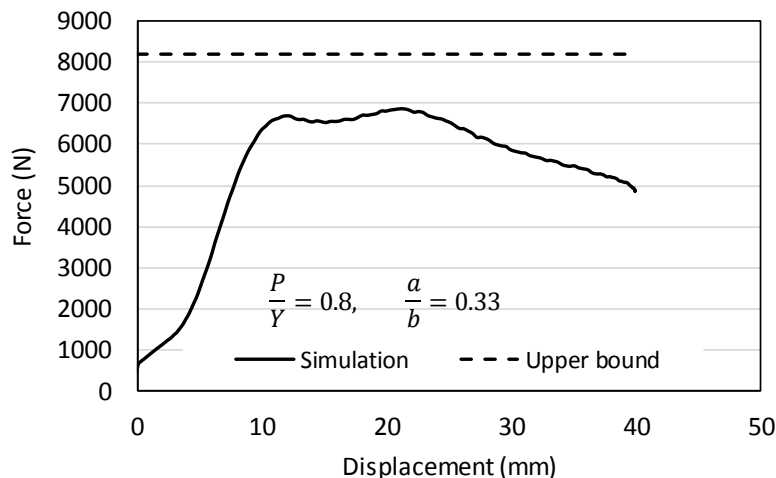
در این بخش ارائه نتایج به بیان حالت ۹ شبیه سازی المان محدود شامل $\frac{P_{in}}{Y} = 0/2$ و $\frac{a}{b} = 0/33$ پرداخته شده است و در شکل ۴-۱۴ قابل مشاهده است:



شکل ۴-۱۴: نمودار نیرو-جابجایی حالت ۹

که در این حالت نیروی بیشینه تحلیل المان محدود به میزان ۶۹۸۲ نیوتن و نیروی حاصل از تحلیل کران بالا به میزان ۷۳۹۴ نیوتن قابل بیان می باشد.

در بخش بعدی ارائه نتایج به بیان حالت ۲۱ شبیه سازی پرداخته شد که در این حالت $\frac{P_{in}}{Y} = 0/8$ و $\frac{a}{b} = 0/33$ است و نمودار نیرو-جابجایی این حالت در شکل ۴-۱۵ قابل مشاهده است:



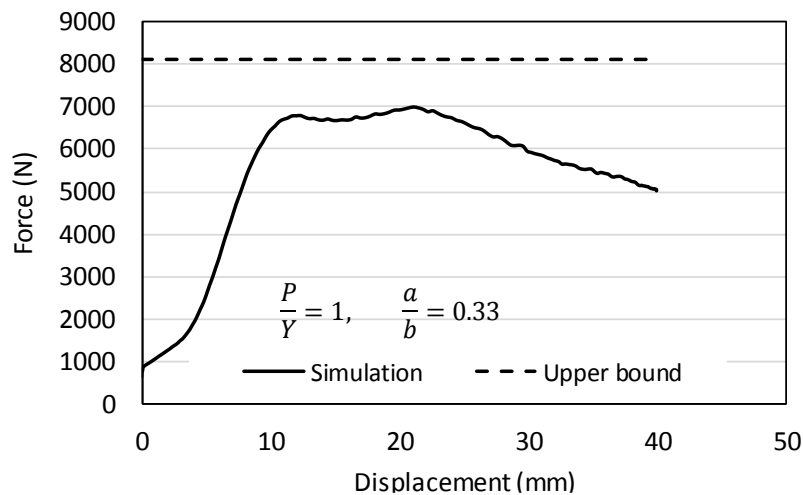
شکل ۴-۱۵: نمودار نیرو-جابجایی حالت ۲۱

که در این حالت نیروی بیشینه تحلیل المان محدود به مقدار ۷۵۸۹ نیوتن و نیروی حاصل از تحلیل کران بالا ۸۱۸۳ نیوتن است.

از شکل ۴-۱۵ نتیجه می‌شود که با افزایش فشار داخلی مقدار کلی نیروی فرآیند کاهش دارد و همچنان نیروی المان محدود از نیروی کران بالا کمتر می‌باشد. همچنین در این حالت نسبت به گام دهم مقدار نیروی فرآیندی کاهش یافته است که در ضخامت یکسان به دلیل افزایش فشار داخلی است. باتوجه به حالت های ۱، ۵، ۹، ۲۱، ۲۵ که در آنها $\frac{a}{b}$ ثابت و میزان $\frac{P}{Y}$ در حال افزایش است، مقدار نیروی مورد نیاز فرآیند افزایش پیدا می‌کند و باتوجه به نمودارهای $F - \frac{P_{in}}{Y}$ که در آن هردو حالت کران بالا و تحلیل المان محدود نشان داده شده است می‌توان این نتیجه را استنباط نمود که با افزایش $\frac{P}{Y}$ در هردو حالت شبیه سازی و کران بالا نیروی ایکپ افزایش خواهد داشت.

ج) حالت $\frac{P_{in}}{Y} = 1$ و $\frac{a}{b} = 0/33$ & $0/83$

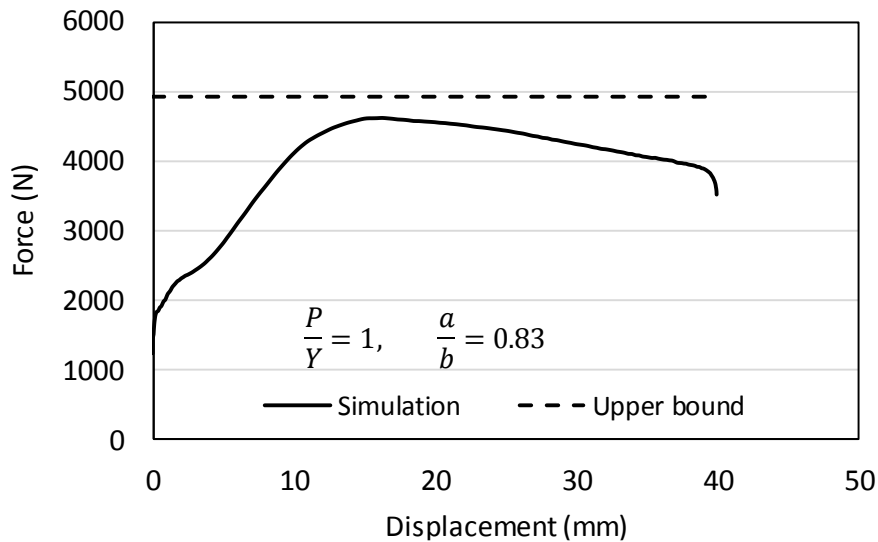
نتایج بررسی حالت ۲۵ شبیه سازی المان محدود که $\frac{P_{in}}{Y} = 1$ و $\frac{a}{b} = 0/33$ است و در شکل ۴-۱۶ قابل مشاهده است، نتیجه می‌دهد:



شکل ۴-۱۶: نمودار نیرو- جابجایی حالت ۲۵

که در این حالت نیروی بیشینه تحلیل المان محدود به مقدار ۷۷۹۰ نیوتن و نیروی حاصل از تحلیل کران بالا ۸۱۲۹ نیوتن است.

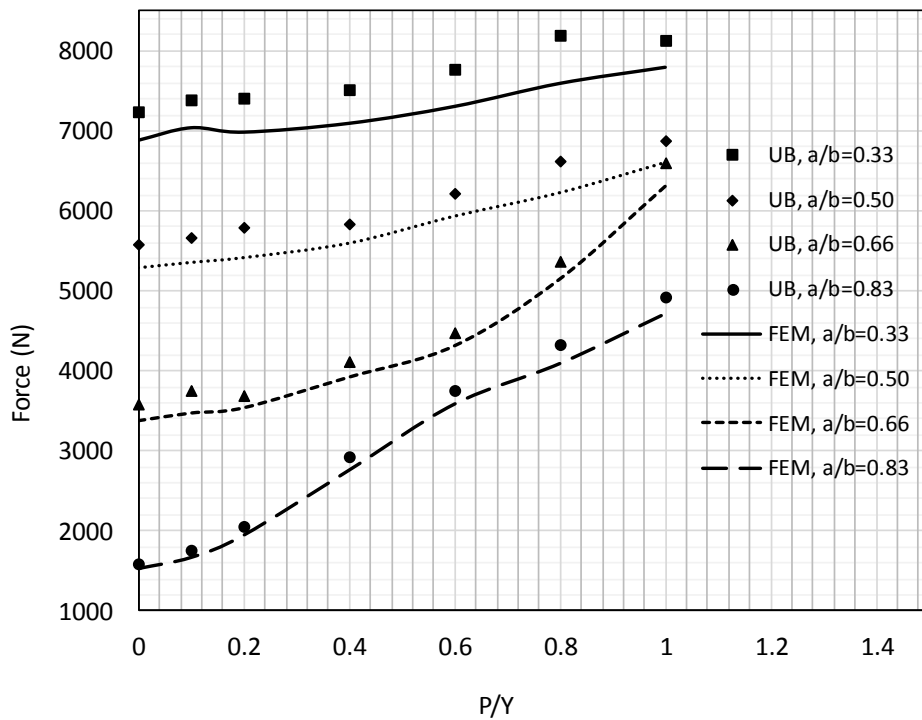
نتایج حالت ۲۸ شبیه سازی المان محدود در شکل ۴-۱۷ قابل رویت است که $\frac{P_{in}}{Y} = 1$ و $\frac{a}{b} = 0/83$ نشان می‌دهد:



شکل ۴-۱۷: نمودار نیرو-جابجایی حالت ۲۸

که در این حالت نیروی بیشینه تحلیل المان محدود به مقدار ۴۷۰۹ نیوتن و نیروی حاصل از تحلیل کران بالا ۴۹۱۳ نیوتن می‌باشد. در مقایسه دو حالت فوق نیز نتیجه می‌گردد که با کاهش سطح مقطع در حالتی که فشار داخلی یکسان است نیروی فرآیند به شدت کاهش خواهد داشت و یکی از عوامل مهم در تعیین نیروی فرآیند است.

د) مقایسه نتایج تحلیل کران بالا و شبیه‌سازی برای حالت‌های مختلف



شکل ۴-۱۸: نمودار $(F - \frac{P_{in}}{Y})$ در دو حالت المان محدود و کران بالا

شکل ۴-۱۸ نمودار نیرو به فشار بی بعد شده را برای چهار نسبت مختلف $\frac{a}{b}$ برای شبیه سازی المان محدود و حل تحلیلی کران بالا نمایش می دهد. با بررسی نمودار فوق می توان نتیجه گرفت که:

(۱) با افزایش فشار داخلی اگرچه تغییرشکل یکنواخت در سطح مقطع اتفاق افتاده و از شدت اعوجاج کاسته می شود ولی به علت بالا رفتن تنش نرمال بر سطح و افزایش تنش های مماسی اصطکاکی، نیروی فرآیند افزایش می یابد.

(۲) با افزایش نسبت $\frac{a}{b}$ (کاهش ضخامت لوله) اثر فشار داخلی بر نیروی فرآیند افزایش می یابد. یعنی در لوله های جدار ضخیم تاثیر فشار ناچیز است و این به علت بالا رفتن صلبیت لوله در اثر افزایش ضخامت است.

(۳) با افزایش نسبت $\frac{a}{b}$ (کاهش ضخامت) نیروی فرآیند کاهش می یابد این مسئله در فشارهای داخلی کمتر معنادارتر است.

(۴) با افزایش ضخامت لوله، خطای حل کران بالا در مقایسه با شبیه سازی افزایش می یابد و این افزایش خطا به علت فرض جدار نازک بودن در تحلیل کران بالاست.

(۵) با افزایش نسبت $\frac{P_{in}}{Y}$ مقدار نیروی فرآیند افزایش می یابد که با توجه به دو محوره بودن بارگذاری مرز تسلیم گسترش داشته و نیروی لازم جهت تغییر شکل پلاستیک و رسیدن ماده به شرایط تسلیم افزایش می یابد.

فصل ۵ نتیجه‌گیری و پیشنهادها

۵-۱- نتیجه‌گیری

در این تحقیق روابط ایکپ میله فلزی توپر، لوله با ماندنرل فلزی و ایکپ لوله با اعمال فشار داخلی مورد بررسی قرار گرفت. برای استخراج میدان تغییرشکل، تانسور کرنش و نرخ کرنش از خطوط جریان بزیر مرتبه سه استفاده شد. برای صحت‌سنجی، نتایج تحلیل حاضر با مقالات معتبر مقایسه شده است. شبیه‌سازی فرآیند ایکپ لوله با استفاده از حلگر صریح نرم‌افزار آباکوس انجام شد. همچنین برای سرعت بخشیدن به حل از مقیاس‌دهی جرمی استفاده شده است. در این بخش نتایج تحلیل کران بالا با شبیه‌سازی به ازای مقادیر مختلف نسبت فشار داخلی به تنش تسلیم و همچنین ضخامت‌های مختلف لوله مورد ارزیابی قرار گرفت.

در یک نتیجه‌گیری کلی از این تحقیق نتایج زیر به دست آمد:

(۱) با افزایش فشار داخلی اگرچه تغییرشکل یکنواخت در سطح مقطع اتفاق افتاده و از شدت اعوجاج کاسته می‌شود ولی به علت بالا رفتن تنش نرمال بر سطح و افزایش تنش‌های مماسی اصطکاکی، نیروی فرآیند افزایش می‌یابد. افزایش $2/65$ درصدی در نیروی فرآیند با توجه به افزایش 25 درصدی فشار داخلی و همچنین افزایش $8/70$ درصدی نیروی فرآیند در افزایش 75 درصدی فشار داخلی نشان دهنده اثر مستقیم فشار داخلی بر نیروی لازم فرآیند می‌باشد.

(۲) با افزایش نسبت $\frac{a}{b}$ (کاهش ضخامت لوله) اثر فشار داخلی بر نیروی فرآیند افزایش می‌یابد. یعنی

در لوله‌های جدار ضخیم تاثیر فشار ناچیز است و این به علت بالا رفتن صلبیت لوله در اثر افزایش ضخامت است. که این امر در کاهش ضخامت لوله به میزان ۳۴ درصد و کاهش ۳۰/۳۴ درصدی در نیروی لازم فرآیند مشاهده می‌شود و از سوی دیگر اگر پس از یک مرحله کاهش ضخامت، مجدداً کاهش ضخامت ادامه یابد و لوله ضخامت کمتری پیدا نماید تغییرات نیروی لازم فرآیند مشخص تر خواهد شد و این امر با کاهش ۵۶/۵۰ درصدی نیروی لازم فرآیند در کاهش مجدد ضخامت لوله به میزان ۲۵ درصد، نتیجه فوق را تصدیق کرده و استنباط می‌گردد که تاثیر فشار در ضخامت های بالا کمتر می‌باشد.

(۳) با افزایش نسبت $\frac{a}{b}$ (کاهش ضخامت) نیروی فرآیند کاهش می‌یابد این مسئله در فشارهای داخلی کمتر معنادارتر است. با کاهش ضخامت لوله به میزان ۶۰/۲۴ درصد در $\frac{P_{in}}{Y} = 0$ می‌توان مشاهده نمود که نیروی لازم فرآیند به میزان ۳۵۲/۷۰ درصد کاهش می‌یابد درحالی که با کاهش ضخامت لوله به میزان ۶۰/۲۴ درصد در $\frac{P_{in}}{Y} = 1$ میزان کاهش نیرو کمتر و به مقدار ۶۵/۴۲ درصد می‌باشد و این امر نشان دهنده معنادارتر بودن تغییرات نیروی فرآیند در فشارهای داخلی کمتر می‌باشد.

(۴) با افزایش ضخامت لوله خطای حل کران بالا در مقایسه با شبیه‌سازی افزایش می‌یابد و این افزایش خطا به علت فرض جدار نازک بودن در تحلیل کران بالاست. که افزایش ضخامت لوله به میزان ۲۵/۷۵ درصد و افزایش ۲ درصدی خطا نشانه‌ای بر این امر می‌باشد.

۵-۲- پیشنهادها

در ادامه مراحل تحلیلی این پایان نامه پیشنهاد می‌شود به موارد زیر پرداخته شود:

- (۱) بررسی اثر لزجت و چگالی سیال بر نیروی فرآیند در ایکپ لوله
- (۲) بررسی اثر تعداد مراحل ایکپ بر نیروی فرآیند در ایکپ لوله
- (۳) بررسی اثر متغیرهای جنس لوله مانند توان کار سختی، ناهمسانگردی و ...
- (۴) مقایسه نتایج تحلیلی با نتایج تجربی آزمایشگاهی برای یک فشار مشخص

پیوست ۱ اثبات روابط انتگرال برای کانال با مقطع مربعی

سرعت ناپیوستگی در ناحیه تغییر شکل به صورت زیر است:

$$V_r = 0 \quad . \quad V_\theta = V_0 \cos \phi \quad . \quad V_z = 0 \quad (\text{پیوست-۱})$$

مقدار نرخ کرنش در مختصات استوانه ای به صورت زیر به دست می آید:

$$\dot{\epsilon}_{r\theta} = \dot{\epsilon}_{\theta r} = -\frac{V_0 \cos \phi}{2r} \quad (\text{پیوست-۲})$$

وسایر نرخ کرنش هاسفر می باشد. کرنش معادل نیز به صورت زیر قابل بیان است:

$$\bar{\epsilon} = \frac{2}{\sqrt{3}} \sqrt{\frac{1}{2} \dot{\epsilon}_{ij} \dot{\epsilon}_{ij}} \quad (\text{پیوست-۳})$$

که:

$$\dot{\epsilon}_{ij} \dot{\epsilon}_{ij} = 2\dot{\epsilon}_{r\theta}^2 \quad (\text{پیوست-۴})$$

برای مواد با خاصیت رفتاری وون - میسز توان ناپیوستگی در ناحیه تغییر شکل به صورت زیر است:

$$\dot{W} = 2\tau_0 \int_{V_d} \sqrt{\frac{1}{2} \dot{\epsilon}_{ij} \dot{\epsilon}_{ij}} dV \quad (\text{پیوست-۵})$$

که با ساده سازی خواهیم داشت:

$$\dot{W} = 2a\tau_0 \int_0^{r_0} \int_0^{\phi+\psi} \frac{V_0 \cos \phi}{2r} r dr d\phi = a^2 V_0 \tau_0 \psi \quad (\text{پیوست-۶})$$

سرعت ناپیوستگی روی سطح Γ_i به صورت $V_0 \sin \phi$ می باشد و لذا توان روی سطح ورودی به صورت زیر محاسبه

می شود:

$$\dot{W}_i = a \int_0^{r_0} \tau_0 V_0 \sin \phi \, dr = a \tau_0 \sin \phi r_0 = a^2 \tau_0 V_0 \cot\left(\frac{\phi + \psi}{2}\right) \quad (\text{پیوست-۷})$$

که r_0 شعاع گوشه بیرونی قالب است. از طرفی باتوجه به یکسان بودن سطوح ورودی و خروجی مقدار توان مصرفی روی این دوسطح یکسان است.

$$\dot{W}_i = \dot{W}_o \quad (\text{پیوست-۸})$$

از طرفی سرعت ناپیوستگی بر روی سطح Γ_m برابر خواهد بود با $\Delta V_m = V_0 \cos \phi$ که اگر ضریب اصطکاک ثابت باشد، داریم:

$$\dot{W}_m = ma^2 \tau_0 V_0 \psi \quad (\text{پیوست-۹})$$

همچنین توان اصطکاکی بر روی سطوح AC و DB به صورت زیر خواهد بود:

$$\dot{W}_{WAC} = \dot{W}_{WDB} = ma^2 \tau_0 V_0 \tan \phi = ma^2 \tau_0 V_0 \cot\left(\frac{\phi + \psi}{2}\right) \quad (\text{پیوست-۱۰})$$

توان اصطکاکی مابین دیواره قالب و قطعه نیز به صورت زیر قابل محاسبه است:

$$\dot{W}_{L_i} = 4ma\tau_0 V_0 L_i \quad (\text{پیوست-۱۱})$$

$$\dot{W}_{L_o} = 4ma\tau_0 V_0 L_o \quad (\text{پیوست-۱۲})$$

و اما در ناحیه تغییر شکل نرخ کرنش به صورت زیر خواهد بود:

$$\bar{\epsilon} = \frac{2}{\sqrt{3}} \sqrt{\frac{1}{2} \epsilon_{ij} \epsilon_{ij}} = \frac{1}{\sqrt{3}} \frac{V_0 \cos \phi}{r} \quad (\text{پیوست-۱۳})$$

که r شعاع حرکت مواد می باشد و لذا برای به دست آوردن نرخ کرنش با استفاده از انتگرال گیری در بازه θ ، با

استفاده از رابطه $\dot{\epsilon} = \frac{d\epsilon}{dt}$ و به دست آمدن $\bar{\epsilon}$ خواهیم داشت:

$$\bar{\varepsilon}_d = \int_{t=0}^t \bar{\varepsilon} dt \quad (\text{پیوست-۱۴})$$

که t در رابطه بالا مدت زمان حرکت ماده درون ناحیه تغییر شکل است. اگر $ds = v dt$ که s و v به ترتیب طول انحنا ناحیه تغییر شکل پیرامون شعاع و سرعت حرکت ماده است. لذا داریم:

$$dt = \frac{ds}{v} = \frac{rd\theta}{V_0 \cos \phi} \quad (\text{پیوست-۱۵})$$

لذا کرنش موثر ناحیه تغییر به صورت زیر خواهد بود:

$$\bar{\varepsilon}_d = \frac{1}{\sqrt{3}} \int_{\phi}^{\phi+\psi} d\theta = \frac{\psi}{\sqrt{3}} \quad (\text{پیوست-۱۶})$$

برروی سطوح برشی OC و OD و با استفاده از کرنش برشی بر سرعت ناپیوستگی خواهیم داشت:

$$\gamma_i = \gamma_o = \tan \phi = \cot\left(\frac{\phi + \psi}{2}\right) \quad (\text{پیوست-۱۷})$$

که γ_o و γ_i کرنش های برشی برروی سطوح ورودی و خروجی در ناحیه تغییر شکل است. باتوجه به این موارد کرنش موثر به صورت زیر است:

$$\bar{\varepsilon} = \frac{2}{\sqrt{3}} \sqrt{\frac{1}{2} \dot{\varepsilon}_{ij} \dot{\varepsilon}_{ij}} \quad (\text{پیوست-۱۸})$$

بنابراین کرنش برشی موثر برروی سطوح ورودی و خروجی به صورت زیر تعیین می گردد:

$$\varepsilon_{S(i)} = \varepsilon_{S(0)} = \frac{1}{\sqrt{3}} \tan \phi = \frac{1}{\sqrt{3}} \cot\left(\frac{\phi + \psi}{2}\right) \quad (\text{پیوست-۱۹})$$

پیوست ۲ اثبات روابط ایکپ میله گرد

در این بخش به توضیح برخی از روابط بکار گرفته شده برای ایکپ میله گرد می پردازیم که برای شروع می بایست بیان داشت که نرخ کرنش درمختصات استوانه ای به صورت زیر است:

$$\dot{\epsilon}_{r\theta} = \dot{\epsilon}_{\theta r} = -\frac{V_0 \cos \phi}{2r} \quad (\text{پیوست-۲۰})$$

همچنین می دانیم که سایر کرنش ها صفر می باشد لذا نرخ کرنش های متناظر نیز صفر می باشد و با دانستن این موضوع به سراغ محاسبه کار مصرفی در فرآیند می رویم.

بر اساس رابطه اصلی روش کران بالا خواهیم داشت:

$$\dot{W}_{ideal} = 2k \int_V \sqrt{\frac{1}{2} \dot{\epsilon}_{ij} \dot{\epsilon}_{ij}} dV \quad (\text{پیوست-۲۱})$$

که:

$$\dot{\epsilon}_{ij} \dot{\epsilon}_{ij} = 2 \dot{\epsilon}_{r\theta}^2 \quad (\text{پیوست-۲۲})$$

همچنین مقدار V در بالا، حجم المان عبوری از ناحیه تغییر شکل می باشد و می توان از رابطه زیر آن را محاسبه نمود:

$$dV = 2zr dr d\theta \quad (\text{پیوست-۲۳})$$

همچنین با در نظر گرفتن معادله بیضی و تبیین قطر بزرگ و کوچک می توان رابطه بین r و z را به صورت زیر به دست آورد:

$$z = (2ar \cos \phi - r^2 \cos^2 \phi)^{\frac{1}{2}} \quad (\text{پیوست-۲۴})$$

و در نهایت معادله نرخ کارایده آل به صورت زیر در خواهد آمد:

$$\begin{aligned} \dot{W}_{ideal} &= 2k \int_{\emptyset}^{\frac{\pi}{2}-\emptyset} \int_0^{\frac{2a}{\cos \emptyset}} \left(\frac{V_0 \cos \emptyset}{r} \right) \times (2ar \cos \emptyset - r^2 \cos^2 \emptyset)^{\frac{1}{2}} r dr d\theta \quad (\text{پیوست-۲۵}) \\ &= \pi a^2 k V_0 \left(\frac{\pi}{2} - 2\emptyset \right) \end{aligned}$$

حال به محاسبه نرخ کارمصرفی بر روی سطوح سرعت ناپیوستگی می پردازیم، البته باید توجه داشت که این سطوح نیز به صورت بیضی می باشند و لذا خواهیم داشت:

$$\dot{W}_{S_1} = \dot{W}_{S_2} = \int_{S_v} k \Delta v ds = \pi a^2 k V_0 \tan \emptyset \quad (\text{پیوست-۲۶})$$

پس از محاسبه نرخ کارمصرفی بر روی سطوح سرعت، نوبت به محاسبه کار مصرفی در ناحیه مرده می باشد که نرخ کارمصرفی بر روی سطح ناحیه مرده به صورت زیر است:

$$\dot{W}_{S_{dead\ zone}} = \int_{S_{dead\ zone}} k \Delta v ds \quad (\text{پیوست-۲۷})$$

که سطح ds به صورت زیر قابل بیان می باشد:

$$ds = \left(\frac{\pi}{2} - 2\emptyset \right) (r \sin^2 \emptyset + a \cos \emptyset) dr \quad (\text{پیوست-۲۸})$$

در نهایت خواهیم داشت که:

$$\begin{aligned} \dot{W}_{S_{dead\ zone}} &= 2 \int_{a/\cos \emptyset}^{2a/\cos \emptyset} k V_0 \cos \emptyset \left(\frac{\pi}{2} - 2\emptyset \right) (r \sin^2 \emptyset + a \cos \emptyset) dr \quad (\text{پیوست-۲۹}) \\ &= 2a^2 k V_0 \left(\frac{\pi}{2} - 2\emptyset \right) \left(\frac{3 \tan^2 \emptyset}{2} + 1 \right) \cos \emptyset \end{aligned}$$

پس از محاسبه نرخ کارمصرفی ناحیه مرده، به محاسبه نرخ کار مصرفی دیواره قالب (اصطکاک) می پردازیم که داریم:

$$\dot{W}_f = \int_{S_f} mk \Delta v ds \quad (\text{پیوست-۳۰})$$

که برای دیواره های قالب استوانه ای $\Delta v = V_0$ و $\Delta s = 2\pi a^2 \tan \phi$ ، لذا خواهیم داشت:

$$\dot{W}_{S_{AOB}} = \dot{W}_{S_{DOE}} = 2\pi a^2 mk V_0 \tan \phi \quad (\text{پیوست-۳۱})$$

و اما برای دیواره قالب GFOF'G' داریم:

$$\Delta v = V_0 \cos \phi \quad (\text{پیوست-۳۲})$$

و همچنین:

$$ds = \left(\frac{\pi}{2} - 2\phi\right) (r \sin^2 \phi + a \cos \phi) dr \quad (\text{پیوست-۳۳})$$

در نتیجه نرخ کار مصرفی به صورت زیر در خواهد آمد:

$$\begin{aligned} \dot{W}_{S_{GFOG'F'}} &= \int_0^{\frac{a}{\cos \phi}} mk V_0 \cos \phi \left(\frac{\pi}{2} - 2\phi\right) (r \sin^2 \phi + a \cos \phi) dr \\ &= 2a^2 mk V_0 \left(\frac{\pi}{2} - 2\phi\right) \left(\frac{\tan^2 \phi}{2} + 1\right) \cos \phi \end{aligned} \quad (\text{پیوست-۳۴})$$

همچنین برای سایر دیواره های باقی مانده قالب داریم:

$$\dot{W}_{S_{channel\ wall}} = 2\pi a l mk V_0 \quad (\text{پیوست-۳۵})$$

پیوست ۳ روابط برنشتاین والگوریتم دوکاستل جو

منحنی‌های بزیمرمتنی بر چندجمله‌ای‌های برنشتاین می‌باشند که به نام سرگئی ناتانویچ برنشتاین نامگذاری شده اند و صورت کلی چندجمله‌ای‌های برنشتاین به صورت زیر می‌باشد:

$$B_{i,n}(t) = \binom{n}{i} (1-t)^{n-i} t^i \quad .0 \leq i \leq n \quad (\text{پیوست-۳۶})$$

که به ازای هر n مقدار $n+1$ جمله را ایجاد می‌نماید. این منحنی‌ها خواص ویژه‌ای دارند که عبارتند از:

۱- شرایط مرزی

۲- خاصیت نرمال بودن

۳- خاصیت مثبت بودن

۴- بیشینه چندجمله‌ای

این خواص باعث می‌شوند که چند جمله‌ای تنها دارای یک بیشینه یا کمینه باشد و همچنین به دلیل این امر که بر اساس درون یابی به دست می‌آیند الزامی به عبور از نقاط مرجع ندارند.

با دانستن رابطه برنشتاین می‌توان منحنی بزیمر را بازنویسی نمود که داریم:

$$B(t) = \sum_{j=0}^n t^j C_j \quad 0 \leq t \leq 1 \quad (\text{پیوست-۳۷})$$

الگوریتم دوکاستل جو، توسط پل دوکاستل جو ابداع شد. این الگوریتم روشی تکراری برای محاسبه منحنی‌های بزیمر می‌باشد. این الگوریتم برای نقاط کنترلی P_0, \dots, P_n به صورت زیر است:

$$P_i^0(t_0) = P_i \quad .i = 0, \dots, n \quad (\text{پیوست-۳۸})$$

$$P_i^j(t_0) = P_i^{j-1}(1-t_0) + P_{i+1}^{j-1}t_0 \quad .i = 0, \dots, n-j, j = 1, \dots, n \quad (\text{پیوست-۳۹})$$

$$C(t_0) = P_0^n \quad (\text{پیوست-۴۰})$$

که این الگوریتم از مرتبه دوم است و علت آن تکرار $(1-1)$ ، به میزان $n+1$ دفعه است.

حال با استفاده از این چند جمله ای ها والگوریتم مذکور می توان روابط منحنی های بزیر را بازنویسی نمود که این روابط در بخش منحنی های بزیر به صورت کامل تشریح گردیده است.

پیوست ۴ اثبات روابط ایکپ لوله حاوی ماندنرل فلزی

در بخش تحلیل کران بالا لوله حاوی ماندنرل فلزی به بیان روابط بزیر پرداخته شده است و تمامی روابط مورد نیاز بیان گردیده است.

در بخش به دست آوردن معادله سرعت ها دو پارامتر A_1 ، A_2 وجود دارد که با توجه به ماتریس های A ، J و B و همچنین جایگذاری معادلات نرخ کرنش بیان شده و حل رابطه تشکیل شده می توان روابط را فاکتورگیری نمود و روابط زیر را بیان داشت:

$$\begin{aligned}
 A_1 = & -\frac{\partial X}{\partial t} \frac{\partial Z}{\partial t} \frac{\partial Y}{\partial u} \frac{\partial Z}{\partial q} \frac{\partial Z}{\partial t} + \frac{\partial^2 X}{\partial q \partial t} \frac{\partial Z}{\partial t} \frac{\partial Y}{\partial t} \frac{\partial Z}{\partial u} + \frac{\partial Y}{\partial t} \frac{\partial^2 Z}{\partial t^2} \frac{\partial X}{\partial u} \frac{\partial Z}{\partial q} + \frac{\partial^2 X}{\partial u \partial t} \left(\frac{\partial Z}{\partial t} \right)^2 \frac{\partial Y}{\partial q} \\
 & - \frac{\partial^2 X}{\partial q \partial t} \left(\frac{\partial Z}{\partial t} \right)^2 \frac{\partial Y}{\partial u} - \frac{\partial^2 Y}{\partial u \partial t} \left(\frac{\partial Z}{\partial t} \right)^2 \frac{\partial X}{\partial q} + \frac{\partial^2 Y}{\partial t \partial q} \left(\frac{\partial Z}{\partial t} \right)^2 \frac{\partial X}{\partial u} \\
 & - \frac{\partial^2 X}{\partial u \partial t} \frac{\partial Z}{\partial t} \frac{\partial Y}{\partial t} \frac{\partial Z}{\partial u} + \frac{\partial X}{\partial t} \frac{\partial^2 Z}{\partial t \partial q} \frac{\partial Y}{\partial u} \frac{\partial Z}{\partial t} + \frac{\partial^2 X}{\partial t^2} \frac{\partial Z}{\partial t} \frac{\partial Y}{\partial u} \frac{\partial Z}{\partial q} \\
 & - \frac{\partial X}{\partial t} \frac{\partial^2 Z}{\partial t^2} \frac{\partial Y}{\partial u} \frac{\partial Z}{\partial q} + \frac{\partial X}{\partial t} \frac{\partial^2 Z}{\partial t^2} \times \frac{\partial Y}{\partial q} \frac{\partial Z}{\partial u} + \frac{\partial^2 Y}{\partial u \partial t} \frac{\partial Z}{\partial t} \frac{\partial X}{\partial t} \frac{\partial Z}{\partial q} \\
 & + \frac{\partial^2 Z}{\partial u \partial t} \frac{\partial Y}{\partial t} \frac{\partial X}{\partial q} \frac{\partial Z}{\partial t} - \frac{\partial^2 Y}{\partial t \partial q} \frac{\partial Z}{\partial t} \frac{\partial X}{\partial t} \frac{\partial Z}{\partial u} - \frac{\partial Y}{\partial t} \frac{\partial^2 Z}{\partial t \partial q} \frac{\partial X}{\partial u} \frac{\partial Z}{\partial t} \\
 & - \frac{\partial^2 Y}{\partial t^2} \frac{\partial Z}{\partial t} \frac{\partial X}{\partial u} \frac{\partial Z}{\partial q} + \frac{\partial^2 Y}{\partial t^2} \frac{\partial Z}{\partial t} \frac{\partial X}{\partial q} \frac{\partial Z}{\partial u} - \frac{\partial Y}{\partial t} \frac{\partial^2 Z}{\partial t^2} \frac{\partial X}{\partial q} \frac{\partial Z}{\partial u}
 \end{aligned}
 \tag{پیوست-۴۱}$$

$$\begin{aligned}
 A_2 = & \left(\frac{\partial Z}{\partial t} \right)^2 \frac{\partial X}{\partial u} \frac{\partial Y}{\partial q} - \left(\frac{\partial Z}{\partial t} \right)^2 \frac{\partial X}{\partial q} \frac{\partial Y}{\partial u} + \frac{\partial X}{\partial t} \frac{\partial Z}{\partial t} \frac{\partial Y}{\partial u} \frac{\partial Z}{\partial q} - \frac{\partial X}{\partial t} \frac{\partial Z}{\partial t} \frac{\partial Y}{\partial q} \frac{\partial Z}{\partial u} \\
 & - \frac{\partial Y}{\partial t} \frac{\partial Z}{\partial t} \frac{\partial X}{\partial u} \frac{\partial Z}{\partial q} + \frac{\partial Y}{\partial t} \frac{\partial Z}{\partial t} \frac{\partial X}{\partial q} \frac{\partial Z}{\partial u}
 \end{aligned}
 \tag{پیوست-۴۲}$$

پیوست ۵ اثبات روابط ایکپ لوله حاوی فشار داخلی

در این بخش به روابط مورد استفاده در فرآیند ایکپ لوله حاوی فشار داخلی می‌پردازیم که داریم:

- کار ایده‌آل:

$$\dot{w}_{i_{outer}} = k \iint \dot{\epsilon}_T dA \quad (\text{پیوست-۴۳})$$

$$= k \int_0^{U_{outer}} \int_0^1 \int_0^1 \sqrt{\frac{1}{2}(\dot{\epsilon}_x^2 + \dot{\epsilon}_y^2 + \dot{\epsilon}_z^2) + \dot{\epsilon}_{xy}^2 + \dot{\epsilon}_{xz}^2 + \dot{\epsilon}_{yz}^2} \det(j) du dq dt$$

$$U_{inner} = \frac{R_{inner}}{R_{outer}} \quad . \quad U_{outer} = 1 - \frac{R_{inner}}{R_{outer}} \quad (\text{پیوست-۴۴})$$

- کار بر روی سطوح برشی ورودی:

$$\dot{w}_{i_{outer}} = k \int \int_A |\Delta V| dA \quad (\text{پیوست-۴۵})$$

$$= k \int_{U_{inner}}^{U_{outer}} \int_0^1 \sqrt{(V_x^2 + V_y^2 + (V_z - V_p)^2)} \left[\frac{\partial(x.y)}{\partial(u.q)} \right]_{@t=0} du dq$$

که در رابطه فوق داریم:

$$\frac{\partial(x.y)}{\partial(u.q)} = \frac{\partial X}{\partial u} \cdot \frac{\partial Y}{\partial q} - \frac{\partial X}{\partial q} \cdot \frac{\partial Y}{\partial u} = X_u Y_q - X_q Y_u \quad (\text{پیوست-۴۶})$$

- کار حاصل از اصطکاک در ناحیه تغییر شکل

$$\dot{w}_{fri_1} = mk \int_0^1 \int_0^1 \sqrt{(V_x^2 + V_y^2 + V_z^2)} \frac{\partial(x.y)}{\partial(u.q)} (\sec \gamma)_{@u=1} du dq \quad (\text{پیوست-۴۷})$$

که در رابطه بالا m ضریب اصطکاک، γ زاویه المان های سطح قالب با صفحات منحنی عبوری از خطوط در $u=0$ و $q=0$ است.

- کار حاصل از اصطکاک دیواره قالب و سطوح ACD و A'C'D' :

$$\dot{W}_{fri_2} = mk[2\pi R_{outer} (L - 2R_{outer})]V_P \quad (\text{پیوست-۴۸})$$

$$\dot{W}_{fri_3} = mk[(2\pi R_{outer}) (R_{outer} \cot \beta)]V_P \quad (\text{پیوست-۴۹})$$

لذا با استفاده از روابط فوق می توان توان کل اصطکاک را به صورت زیر مطرح نمود:

$$\dot{W}_{fri} = \dot{W}_{fri_1} + \dot{W}_{fri_2} + \dot{W}_{fri_3} \quad (\text{پیوست-۵۰})$$

با جایگذاری روابط فوق در رابطه اصلی، می توان رابطه نهایی P_{ECAP} را محاسبه نمود.

منبع‌ها

- [1] H. Masiha, H. Bagheri, M. Ghitani, A. Saboor, M. A. khazraee, and t. shahrabi, "Effect of severe plastic deformation on wear resistance of alloys," *Iran Surface Coatings Magazine*, vol. 41, pp. 56-60, 1391.(In Persian)
- [2] P. M. Kashtiban, M. shokoian, and G. Faraji, "Optimization of geometrical parameters affecting the pressing process in repeated angular channels," *Modares Mechanical Engineering*, vol. 16, pp. 275-282, 2016. (In Persian)
- [3] M. A. Ranaei, A. Afsari, S. Y. A. Brooghani, and m. M. Moshksar, "Microstructure, Mechanical and Electrical Properties of Commercially Pure Copper Deformed Severely by Equal Channel Angular Pressing," *Modares Mechanical Engineering*, vol. 14, pp. 257-266, 2015. (In Persian)
- [4] R. Z. Valiev and T. G. Langdon, "Developments in The use of Ecap PProcessing for Grain Refinement," *Rev.Adv.Mater.Sci*, vol. 13, pp. 15-26, 2006.
- [5] F. Djavanroodi, A. A. Zolfaghari, and M. Ebrahimi, "Experimental investigation of three different tube equal channel angular pressing techniques," *Kovove Mater*, vol. 53, pp. 27-34, 2015.
- [6] F. Djavanroodi, A. A. Zolfaghari, M. Ebrahimi, and K. Nikbin, "Route Effect on Equal Channel Angular Pressing of Copper Tube," *Acta Metallurgica Sinica (English Letters)*, vol. 27, pp. 95-100, 2014.
- [7] H. T. kashi and G. Faraji, "Cyclic flaring and sinking (CFS) as new severe plastic deformation method for thin-walled cylindrical tubes," *Modares*, vol. 15, pp. 411-416, 2015. (In Persian)
- [8] F. Djavanroodi and M. Ebrahimi, "Effect of die parameters and material properties in ECAP with parallel channels," *Materials Science and Engineering: A*, vol. 527, pp. 7593-7599, 2010.
- [9] S. Dumoulin, H. J. Roven, J. C. Werenskiold, and H. S. Valberg, "Finite element modeling of equal channel angular pressing: Effect of material properties, friction and die geometry," *Materials Science and Engineering: A*, vol. 410-411, pp. 248-251, 2005.
- [10] Y. Estrin and A. Vinogradov, "Extreme grain refinement by severe plastic deformation: A wealth of challenging science," *Acta Materialia*, vol. 61, pp. 782-817, 2013.
- [11] K. O. Sanusi, O. D. Makinde, and G. J. Oliver, "Equal channel angular pressing technique for the formation of ultra-fine grained structures," *S Afr J Sci*, pp. 1-7, 2012.
- [12] A. Azushima, R. Kopp, A. Korhonen, D. Y. Yang, F. Micari, G. D. Lahoti, *et al.*, "Severe plastic deformation (SPD) processes for metals," *CIRP Annals*, vol. 57, pp. 716-735, 2008.
- [13] F. Djavanroodi, B. Omranpour, M. Ebrahimi, and M. Sedighi, "Designing of ECAP parameters based on strain distribution uniformity," *Progress in Natural Science: Materials International*, vol. 22, pp. 452-460, 2012.
- [14] M. Reihanian, R. Ebrahimi, and M. M. Moshksar, "Upper-bound analysis of equal channel angular extrusion using linear and rotational velocity fields," *Materials & Design*, vol. 30, pp. 28-34, 2009.
- [15] M. H. Goodarzy, H. Arabi, M. A. Boutorabi, S. H. Seyedein, and S. H. Hasani Najafabadi, "The effects of room temperature ECAP and subsequent aging on mechanical properties of 2024 Al alloy," *Journal of Alloys and Compounds*, vol. 585, pp. 753-759, 2014.

- [16] H. Masiha, H. Bagheri, M. Ghitani, A. Saboor, M. A. khazraee, and t. shahrabi. (1392) Nano-crystallization of metals through severe plastic deformation. *Nanotechnology Monthly*. 31-35. (In Persian)
- [17] B. Verlinden, "Severe plastic deformation of metals," *The second and third Int. Conf. On Ultrafine Grained Materials*, pp. 3-18, 2004.
- [18] W. J. Kim, C. S. Chung, D. S. Ma, S. I. Hong, and H. K. Kim, "Optimization of strength and ductility of 2024 Al by equal channel angular pressing (ECAP) and post-ECAP aging," *Scripta Materialia*, vol. 49, pp. 333-338, 2003.
- [19] R. Z. Valiev, Y. Estrin, Z. Horita, T. G. Langdon, M. J. Zehetbauer, and Y. T. Zhu, "Producing Bulk Ultrafine-Grained Materials by Severe Plastic Deformation," *Nanostructured Materials*, pp. 33-39, 2006.
- [20] R. Z. Valiev and T. G. Langdon, "Principles of equal-channel angular pressing as a processing tool for grain refinement," *Progress in Materials Science*, vol. 51, pp. 881-981, 2006.
- [21] Saito, Y. Utsunomiya, H. Suzuki, H. Sakai, and Tomokazu, "Improvement in the r-value of aluminum strip by a continuous shear deformation process," *SCRIPTA MATER*, vol. 42, pp. 1139-1144, 2000.
- [22] D. M. Jafarlou, "Study on Equal Channel Angular Extrusion of Circular Cross Section Components and its Application for Joining Dissimilar Metals," PhD, FACULTY OF ENGINEERING, MALAYA KUALA LUMPUR, 2016.
- [23] D. M. Jafarlou, E. Zalnezhad, M. A. Hassan, M. A. Ezazi, N. A. Mardi, A. M. S. Hamouda, *et al.*, "Severe plastic deformation of tubular AA 6061 via equal channel angular pressing," *Materials & Design*, vol. 90, pp. 1124-1135, 2016.
- [24] G. Faraji, M. M. Mashhadi, and K. Abrinia, "Parallel tubular channel angular pressing (PTCAP) as a new severe plastic deformation method for cylindrical tubes," *Materials Letters*, vol. 77, pp. 82-85, 2012.
- [25] N. BayatTork, N. Pardis, and R. Ebrahimi. (1389) Evaluation of deformation ability of pure magnesium and alloy at low temperature using simple shear extrusion process. *New materials*. 41-48.
- [26] A. Zangiabadi and M. Kazeminezhad, "Development of a novel severe plastic deformation method for tubular materials: Tube Channel Pressing (TCP)," *Materials Science and Engineering: A*, vol. 528, pp. 5066-5072, 2011.
- [27] R. A. Parshikov, A. I. Rudskoy, A. M. Zolotov, and O. V. Tolochko, "Technological Problems of Equal Channel Angular Pressing," *Rev. Adv. Mater. Sci*, vol. 34, pp. 26-36, 2013.
- [28] J. Wang, H. Zhu, K. V. Sudhakar, and A. H. Price, "Influence of equal-channel angular extrusion on impact toughness of aluminum and brass at room and low temperatures," *International Journal of Mechanical and Materials Engineering*, vol. 9, pp. 1-10, 2014.
- [29] J. C. Werenskiold, "Equal Channel Angular Pressing (ECAP) of AA6082: Mechanical Properties, Texture and Microstructural Development," PhD, Norwegian, 2004.
- [30] S. C. Yoon, P. Quang, S. I. Hong, and H. S. Kim, "Die design for homogeneous plastic deformation during equal channel angular pressing," *Journal of Materials Processing Technology*, vol. 187-188, pp. 46-50, 2007.
- [31] I. Balasundar and T. Raghu, "Effect of friction model in numerical analysis of equal channel angular pressing process," *Materials & Design*, vol. 31, pp. 449-457, 2010.
- [32] F. Al-Mufadi and F. Djavanroodi, "Equal-Channel Angular Pressing of Thin-Walled Copper Tube," *Arabian Journal for Science and Engineering*, vol. 40, pp. 2785-2794, 2015.

- [33] L. Toth, M. Arzaghi, J. Funderberger, B. Beausir, O. Bouaziz, and R. Arruffat-Massion, "Severe plastic deformation of metals by high-pressure tube twisting," *Scripta Materialia*, vol. 60, pp. 175-177, 2009.
- [34] M. Mohebbi and A. Akbarzadeh, "Accumulative spin-bonding (ASB) as a novel SPD process for fabrication of nanostructured tubes," *Materials Science and Engineering: A*, vol. 528, pp. 180-188, 2010.
- [35] G. Faraji, M. Mashhadi, A. Bushroa, and A. Babaei, "TEM analysis and determination of dislocation densities in nanostructured copper tube produced via parallel tubular channel angular pressing process," *Materials Science and Engineering: A*, vol. 563, pp. 193-198, 2013.
- [36] A. Babaei, M. Mashhadi, and H. Jafarzadeh, "Tube Cyclic Extrusion-Compression (TCEC) as a novel severe plastic deformation method for cylindrical tubes," vol. 598, ed: Elsevier, 2014, pp. 1-6.
- [37] H. Jafarzadeh and K. Abrinia, "Fabrication of ultra-fine grained aluminium tubes by RTES technique," *Materials Characterization*, vol. 102, pp. 1-8, 2015.
- [38] R. Neugebauer, R. Glass, M. Kolbe, and M. Hoffmann, "Optimisation of processing routes for cross rolling and spin extrusion," *Journal of Materials Processing Technology*, vol. 125, pp. 856-862, 2002.
- [39] A. Nagasekhar, U. Chakkingal, and P. Venugopal, "Candidature of equal channel angular pressing for processing of tubular commercial purity-titanium," *Journal of Materials Processing Technology*, vol. 173, pp. 53-60, 2006.
- [40] F. Djavanroodi, M. Daneshtalab, and M. Ebrahimi, "A novel technique to increase strain distribution homogeneity for ECAPed materials," *Materials Science and Engineering: A*, vol. 535, pp. 115-121, 2012.
- [41] M. Shaeri, F. Djavanroodi, M. Sedighi, S. Ahmadi, M. Salehi, and S. Seyyedain, "Effect of copper tube casing on strain distribution and mechanical properties of Al-7075 alloy processed by equal channel angular pressing," *The Journal of Strain Analysis for Engineering Design*, vol. 48, pp. 512-521, 2013.
- [42] D. Jafarlou, E. Zalnezhad, M. Ezazi, N. Mardi, and M. Hassan, "The application of equal channel angular pressing to join dissimilar metals, aluminium alloy and steel, using an Ag-Cu-Sn interlayer," *Materials & Design*, vol. 87, pp. 553-566, 2015.
- [43] G. Faraji, K. Abrinia, M. Mashhadi, and M. Hamdi, "An upper-bound analysis for frictionless TCAP process," *Archive of Applied Mechanics*, vol. 83, pp. 1-11, 2013.
- [44] M. S. Salehi, N. Anjabin, and H. Kim, "An upper bound solution for twist extrusion process," *Metals and Materials International*, vol. 20, pp. 825-834, 2014.
- [45] C. Simsir, P. Karpuz, and C. H. Gür, "Quantitative analysis of the influence of strain hardening on equal channel angular pressing process," *Computational Materials Science*, vol. 48, pp. 633-639, 2010.
- [46] B. Altan, G. Purcek, and I. Miskioglu, "An upper-bound analysis for equal-channel angular extrusion," *Journal of materials processing technology*, vol. 168, pp. 137-146, 2005.
- [47] M. Reihanian, R. Ebrahimi, and M. Moshksar, "Upper-bound analysis of equal channel angular extrusion using linear and rotational velocity fields," *Materials & Design*, vol. 30, pp. 28-34, 2009.
- [48] J. Alkorta and J. G. Sevillano, "A comparison of FEM and upper-bound type analysis of equal-channel angular pressing (ECAP)," *Journal of Materials Processing Technology*, vol. 141, pp. 313-318, 2003.
- [49] A. M. Laptev, A. V. Perig, and O. Y. Vyal, "Analysis of equal channel angular extrusion by upper bound method and rigid blocks model," *Materials Research*, vol. 17, pp. 359-366, 2014.

- [50] R. M. Caddell, *Metal Forming Mechanics and Metallurgy*, 2007.
- [51] J. Alkorta and J. Gil Sevillano, "A comparison of FEM and upper-bound type analysis of equal-channel angular pressing (ECAP)," *Journal of Materials Processing Technology*, vol. 141, pp. 313-318, 2003.
- [52] A. M. Laptev, A. V. Perig, P. A. Kakavas, K. N. Anyfantis, and Y. A. Erfort, "Upper Bound Analysis of Equal Channel Angular Extrusion," *8th International Conference Research and Development in Mechanical Industry*, pp. 236-240, 2008.
- [53] A. Perig, "Two-parameter Rigid Block Approach to Upper Bound Analysis of Equal Channel Angular Extrusion Through a Segal 20-die," *Materials Research*, vol. 18, pp. 628-638, 2015.
- [54] S. Li, M. A. M. Bourke, I. J. Beyerlein, D. J. Alexander, and B. Clausen, "Finite element analysis of the plastic deformation zone and working load in equal channel angular extrusion," *Materials Science and Engineering: A*, vol. 382, pp. 217-236, 2004.
- [55] A. R. Eivani and A. Karimi Taheri, "An upper bound solution of ECAE process with outer curved corner," *Journal of Materials Processing Technology*, vol. 182, pp. 555-563, 2007.
- [56] M. H. Paydar, M. Reihanian, R. Ebrahimi, T. A. Dean, and M. M. Moshksar, "An upper-bound approach for equal channel angular extrusion with circular cross-section," *Journal of Materials Processing Technology*, vol. 198, pp. 48-53, 2008.
- [57] M. Vaseghi, A. K. Taheri, and H. S. Kim, "Upper bound analysis of deformation and dynamic ageing behavior in elevated temperature equal channel angular pressing of Al-Mg-Si alloys," *Metals and Materials International*, vol. 16, pp. 363-369, 2010.
- [58] S. M. A. z. Shearbafe, "Curves and Surfaces and their Applications," Master's Faculty of Mathematical Sciences, Mashhad Ferdowsi University, 1389. (In Persian)
- [59] N. Eliaspour, "Overview of the two-dimensional Bezier and B-spline functions and their application," masters, Department of Mathematics, PNU Tehran, 1391. (In Persian)
- [60] A. K. T. K. Narooei, "A new model for prediction the strain field and extrusion pressure in ECAE process of circular cross section," *Applied Mathematical Modelling*, vol. 34, pp. 1901-1917, 2010.
- [61] K. Narooei and A. Karimi Taheri, "Strain field and extrusion load in ECAE process of bi-metal circular cross section," *Applied Mathematical Modelling*, vol. 36, pp. 2128-2141, 2012.
- [62] P. Basavaraj, "3D finite element simulation of equal channel angular pressing with different material models," *Journal of Emerging Technologies and Innovative Research (JETIR)*, vol. 3, pp. 16-28, 2016.
- [63] <http://www.matweb.com/>

Abstract

Equal Channel Angular Pressing (ECAP) is one of the severe plastic deformation methods which can be utilized to mechanical strengthening of metals through the ultrafined grain structure. In this present research ECAP of a metallic tube subjected to an inner pressure was investigated using upper bound and finite element method. In order to keep the circularity of the section during the ECAP of metallic tubes, it is necessary to apply a pressure on the inner surface of the tube. For this purpose, different types of mandrel such as metallic, polyurethane, grease and sand have been employed in the last researches. In the analytical section, firstly the mathematical relations for ECAP of a solid rod was presented by upper bound approach. Then, the similar formula for ECAP of a hollow tube by using a metallic mandrel was achieved. Finally, the needed force for ECAP of a tube subjected to the inner pressure was investigated. The Bezier curves were used to obtain the deformation field, strain and strain rate tensors. A rigid-perfect plastic material as well as isotropic property was considered. The sticking friction model was used between the rigid die and the tube. Simulation of the ECAP of a tubular sample was performed by Abaqus/Explicit solver and the numerical results were compared with the analytical outcomes obtained from different inner pressures and tube thicknesses. The results showed that by increasing the inner pressure, the unwanted distortion of the tube section decreases while the ECAP load rises. This effect will increase by decreasing the tube thickness. Moreover, by decreasing the tube thickness in a constant inner pressure, the section distortion will rise and the ECAP load decreases. The results showed that by increasing the inner pressure, the magnitude of equivalent plastic strain will increase about 12.5%. Also, when the tube thickness decreases 34%, the required forming force decreases 33.3%

Keywords: Upper bound analysis, ECAP, Metallic tube, Bezier curve, Inner pressure, Numerical simulation



**Shahrood University of Technology
Faculty of Mechanical and Mechatronics Engineering**

MSc Thesis in Manufacturing and Production Engineering

**Analysis of equal channel angular pressing of metallic tube using
upper bound method versus finite element method**

By: Reza Bassiri Amin

**Supervisor:
Dr. Mahdi Gerdooei**

January 2020