

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ



دانشکده مهندسی مکانیک و مکاترونیک
رشته مهندسی مکانیک گرایش طراحی کاربردی
پایان نامه کارشناسی ارشد

بهینه‌سازی توزیع تنش اطراف گشودگی‌های منظم واقع در مرکز صفحات ناهمسانگرد محدود تحت بار درون صفحه‌ای با استفاده از الگوریتم ژنتیک

نگارنده: بهاره بیگی

استاد راهنما

دکتر محمد جعفری

دی ماه ۱۳۹۸



دانشگاه صنعتی شاهرود

مدیریت تحصیلات تکمیلی

باسمه تعالی

شماره: ۱۰۳ / ۲۹۹ / ۳
تاریخ: ۱۱ / ۳ / ۹۹

فرم شماره (۳) صورتجلسه نهایی دفاع از پایان نامه دوره کارشناسی ارشد

با نام و یاد خداوند متعال، ارزیابی جلسه دفاع از پایان نامه کارشناسی ارشد خانم بهاره بیگی با شماره دانشجویی ۹۵۰۳۰۵۴ رشته مهندسی مکانیک گرایش طراحی کاربردی تحت عنوان تحلیل بهینه توزیع تنش اطراف گشودگی‌های منظم واقع در مرکز صفحات ناهمسانگرد محدود تحت بار درون صفحه‌ای با استفاده از الگوریتم ژنتیک که در تاریخ ۱۳۹۸/۱۱/۰۷ با حضور هیأت محترم داوران در دانشگاه صنعتی شاهرود برگزار گردید به شرح ذیل اعلام می‌گردد:

<input type="checkbox"/> الف) درجه عالی: نمره ۱۹-۲۰	<input type="checkbox"/> ب) درجه خیلی خوب: نمره ۱۸/۹۹-۱۸
<input checked="" type="checkbox"/> ج) درجه خوب: نمره ۱۷/۹۹-۱۶	<input type="checkbox"/> د) درجه متوسط: نمره ۱۵/۹۹-۱۴
<input type="checkbox"/> ه) کمتر از ۱۴ غیر قابل قبول و نیاز به دفاع مجدد دارد	
<input checked="" type="checkbox"/> نظری	<input type="checkbox"/> عملی

عضو هیأت داوران	نام و نام خانوادگی	مرتبه علمی	امضاء
۱- استاد راهنمای اول	دکتر محمد جعفری	دانشیار	
۲- استاد راهنمای دوم	---	---	---
۳- استاد مشاور	---	---	---
۴- نماینده تحصیلات تکمیلی	دکتر حسین توزنده جانی	استادیار	
۵- استاد ممتحن اول	دکتر سید مهدی حسینی فراش	استادیار	
۶- استاد ممتحن دوم	دکتر مهدی قنّاد کهنوبی	دانشیار	

نام و نام خانوادگی رئیس دانشکده: دکتر مهدی گردویی

تاریخ و امضاء و مهر دانشکده:

تقدیم به

تقدیم به نازنین پدر و مهربان مادرم که لحظه‌لحظه زندگی یار و همراهم بوده‌اند.

تقدیم به خانواده عزیز و دلسوزم، خواهرهای نازنین و مهربانم، مخصوصاً فخری خانم، خدیجه خانم، منیره خانم و طیبه خانم

با عشق، تقدیم به روح و روانم، آرام جانم، همسر مهربانم و عزیزتر از جانم، آقای مهندس وهاب بهرمن

تقدیم به دوستان بامحبت و دلسوزم مخصوصاً سهیلا یاری، فاطمه قدمیاری، معصومه جعفری، زهرا ثنایی، محدثه صادق پور، یاسمن هولاکویی، ناهید محمدی، اسما علیرضایی، فرزانه فعلی، آرزو احدی، ناهید محمدی، راضیه دباغی و همه دوستان عزیزم که در این دوران در کنار من بوده و به نحوی مرا یاری نموده‌اند.

قدردانی و تشکر

" من لم یشکر المنعم من المخلوقین لم یشکر الله عزّ و جلّ "

سپاس خدای را که سخنوران، در ستودن او بمانند و شمارندگان، شمردن نعمت‌های او ندانند و کوشندگان، حق او را گزاردن نتوانند و سلام و دورد بر محمد و خاندان پاک او، هم آنان که وجودمان وامدار وجودشان است.

سپاس بیکران بر همدلی و همراهی و همگامی مادر دلسوز و مهربانم که سجده‌ی ایثارش گل محبت را در وجودم پروراند و دامان گهربارش لحظه‌های مهربانی را به من آموخت و سپاس فراوان بر ایثار و صلابت و جسارت پدر نازنین، اسطوره تقوا و توکل که جرعه نوش جام تعلیم و تربیت، فضیلت و انسانیت ایشان بوده‌ام.

از استاد گران‌قدر و شایسته؛ جناب آقای دکتر محمد جعفری که در کمال سعه‌صدر، با حسن خلق و فروتنی، همواره راهنما و روشنگر راه من در این مسیر بوده‌اند؛ از استاد صبور و باتقوا، جناب آقای دکتر مسعود طهانی که مشاوره دلسوز و همراهی مهربان بوده‌اند و از استادهای فرزانه و بزرگوار؛ جناب آقای دکتر قنّاد کهتویی و جناب آقای دکتر حسینی فرّاش که زحمت داوری این رساله را متقبل شدند؛ کمال تشکر و قدردانی را دارم.

باشد که این خردترین، بخشی از زحمات آنان را سپاس گوید.

تعهدنامه

اینجانب بهاره بیگی دانشجوی دوره‌ی کارشناسی ارشد رشته‌ی مهندسی مکانیک-گرایش طراحی کاربردی دانشکده‌ی مهندسی مکانیک دانشگاه صنعتی شاهرود نویسنده‌ی پایان‌نامه‌ی بهینه‌سازی توزیع تنش اطراف گشودگی‌های منتظم واقع در مرکز صفحات ناهمسانگرد محدود تحت بار درون صفحه‌ای با استفاده از الگوریتم ژنتیک، تحت راهنمایی دکتر محمد جعفری متعهد می‌شوم.

- تحقیقات در این پایان‌نامه توسط اینجانب انجام شده است و از صحت و اصالت برخوردار است.
- در استفاده از نتایج پژوهش‌های محققان دیگر به مرجع مورداستفاده استناد شده است.
- مطالب مندرج در پایان‌نامه تاکنون توسط خود یا فرد دیگری برای دریافت هیچ نوع مدرک یا امتیازی در هیچ جا ارائه نشده است.
- کلیه حقوق معنوی این اثر متعلق به دانشگاه صنعتی شاهرود می‌باشد و مقالات مستخرج بانام «دانشگاه صنعتی شاهرود» و یا «Shahrood University of Technology» به چاپ خواهد رسید.
- حقوق معنوی تمام افرادی که در به دست آمدن نتایج اصلی پایان‌نامه تأثیرگذار بوده‌اند در مقالات مستخرج از پایان‌نامه رعایت می‌گردد.
- در کلیه مراحل انجام این پایان‌نامه، در مواردی که از موجود زنده (بافت‌های آن‌ها) استفاده شده است ضوابط و اصول اخلاقی رعایت شده است.
- در کلیه‌ی مراحل انجام این پایان‌نامه، در مواردی که به حوزه‌ی اطلاعات شخصی افراد دسترسی یافته یا استفاده شده است اصل رازداری، ضوابط و اصول اخلاق انسانی رعایت شده است.

تاریخ

امضای دانشجو

مالکیت نتایج و حق نشر

- کلیه‌ی حقوق معنوی این اثر و محصولات آن (مقالات مستخرج، کتاب، برنامه‌های رایانه‌ای، نرم‌افزارها و تجهیزات ساخته شده) متعلق به دانشگاه صنعتی شاهرود می‌باشد. این مطلب باید به نحو مقتضی در تولیدات علمی مربوطه ذکر شود.
- استفاده از اطلاعات و نتایج موجود در پایان‌نامه بدون ذکر مرجع مجاز نمی‌باشد.

چکیده

در طراحی های مهندسی بنا به کاربردهای گوناگون، انواع مختلفی از گشودگی ها و بریدگی ها با ابعاد و اشکال متفاوت در سازه ها ایجاد می گردند. در اثر این گشودگی ها، تنش موضعی شدیدی (تمرکز تنش) در اطراف گشودگی ایجاد می شود. هدف این پایان نامه، پیدا کردن حداقل تمرکز تنش و همچنین بررسی تأثیر پارامترهای مختلف بر توزیع تنش اطراف گشودگی های منتظم مختلف واقع در مرکز یک صفحه ی محدود ناهمسانگرد از نوع کامپوزیت، تحت بار درون صفحه ای می باشد. در ابتدا به کمک نگاشت همنا، مختصات نقاط روی صفحه ی محدود دارای گشودگی منتظم به نقاط روی صفحه دارای گشودگی دایروی با شعاع واحد تبدیل شده است. در ادامه برای محاسبه ی تابع تنش در صفحه محدود حاوی گشودگی، از جمع تابع تنش صفحه نامحدود حاوی همان گشودگی و صفحه محدود بدون گشودگی استفاده شده است. سپس به منظور یافتن ضرایب مجهول در محاسبه ی مؤلفه های تنش از روش حداقل مربعات مرزی استفاده شده است. در نهایت با بهره گیری از الگوریتم ژنتیک برای انواع گشودگی های منتظم، تأثیر پارامترهای مؤثر بر تنش موضعی نظیر زاویه ی چرخش گشودگی، شعاع انحنای گوشه ی گشودگی زاویه ی الیاف و نسبت اضلاع صفحه مورد بررسی قرار گرفته است.

واژه های کلیدی:

توزیع تنش، صفحه محدود ناهمسانگرد، گشودگی منتظم، الگوریتم ژنتیک

صفحه	فهرست مطالب
	۱
۱.....	۱ مقدمه و پیشینه پژوهش.....
۲.....	۱-۱ مقدمه.....
۳.....	۲-۱ معرفی کامپوزیت‌ها.....
۴.....	۱-۲-۱ کاربرد کامپوزیت‌ها.....
۶.....	۳-۱ الگوریتم ژنتیک.....
۸.....	۴-۱ پیشینه پژوهش.....
۹.....	۱-۴-۱ ورق همسانگرد نامحدود.....
۱۱.....	۲-۴-۱ ورق ناهمسانگرد نامحدود.....
۱۲.....	۳-۴-۱ ورقهای همسانگرد و ناهمسانگرد حاوی چند گشودگی.....
۱۳.....	۴-۴-۱ ورق همسانگرد محدود.....
۱۴.....	۵-۴-۱ ورق ناهمسانگرد محدود.....
۱۵.....	۵-۱ تعریف مسأله.....
۱۷.....	۶-۱ ضرورت انجام پژوهش.....
۱۷.....	۷-۱ اهداف و نوآوری‌ها.....
۱۸.....	۸-۱ محتوای پایان‌نامه.....
۱۹.....	۲ روش حل تحلیلی و معادلات حاکم.....
۲۰.....	۱-۲ مقدمه.....
۲۰.....	۲-۲ فرضیات.....
۲۱.....	۳-۲ نگاشت هم‌نوا.....
۲۴.....	۴-۲ معادلات حاکم و حل تحلیلی.....
۳۳.....	۵-۲ محاسبه ضرایب مجهول.....
۳۳.....	۱-۵-۲ تعیین نقاط.....
۳۴.....	۲-۵-۲ تعیین شرایط مرزی.....
۳۵.....	۳-۵-۲ مجذور باقی‌مانده مرزی.....
۳۶.....	۶-۲ الگوریتم حل تحلیلی.....
۳۸.....	۷-۲ جمع‌بندی.....
۳۹.....	۳ بهینه‌سازی و الگوریتم ژنتیک.....
۴۰.....	۱-۳ مقدمه.....
۴۰.....	۲-۳ مقدمه‌ای بر بهینه‌سازی و الگوریتم‌های موجود.....
۴۱.....	۳-۳ فرایند بهینه‌سازی.....
۴۲.....	۱-۳-۳ فرموله کردن مسأله.....
۴۲.....	۲-۳-۳ مدل‌سازی مسأله.....

۴۲	۳-۳-۳	بهبودسازی مسأله
۴۲	۴-۳-۳	استقرار مسأله
۴۳	۴-۳	الگوریتم‌های بهبودسازی
۴۳	۵-۳	الگوریتم‌های فراابتکاری
۴۴	۱-۵-۳	الگوریتم ژنتیک
۴۷	۲-۵-۳	پارامترهای الگوریتم ژنتیک
۴۷	۱-۲-۵-۳	جمعیت اولیه
۴۷	۱۲-۲-۵-۳	احتمال ترکیب
۴۸	۱۳-۲-۵-۳	احتمال جهش
۴۸	۴-۲-۵-۳	تابع هدف
۴۹	۵-۲-۵-۳	شرط خاتمه
۵۲	۶-۳	جمع‌بندی
۵۳		۴ بررسی و تحلیل نتایج
۵۴	۱-۴	مقدمه
۵۴	۲-۴	تنش بهبود اطراف گشودگی‌های مختلف تحت بارگذاری تک‌محوری
۵۵	۱-۲-۴	گشودگی مثلثی
۵۷	۲-۲-۴	گشودگی چهارضلعی
۵۹	۳-۲-۴	گشودگی پنج‌ضلعی منتظم
۶۱	۴-۲-۴	گشودگی شش‌ضلعی منتظم
۶۵	۳-۴	تنش بهبود اطراف گشودگی‌های مختلف تحت بارگذاری دو محوری
۶۵	۱-۳-۴	گشودگی مثلثی
۶۷	۲-۳-۴	گشودگی چهارضلعی
۶۹	۳-۳-۴	گشودگی پنج‌ضلعی منتظم
۷۱	۴-۳-۴	گشودگی شش‌ضلعی منتظم
۷۵	۴-۴	جمع‌بندی
۷۷		۵ نتیجه‌گیری
۷۸	۱-۵	نتیجه‌گیری
۷۹	۲-۵	پیشنهادها برای ادامه کار
۸۰		مراجع

فهرست شکل‌ها	صفحه
شکل ۱-۱ نمونه‌ای از کامپوزیت [۳].....	۳
شکل ۲-۱ صفحه محدود حاوی گشودگی مرتبی تحت کشش دومیوری [۵۵].....	۱۶
شکل ۱-۲ تأثیر پارامتر w بر گوشه‌های گشودگی‌های مختلف [۵۵].....	۲۲
شکل ۲-۲ دوران گشودگی مثلثی.....	۲۳
شکل ۳-۲ زاویه الیاف کامپوزیت.....	۲۵
شکل ۴-۲ مختصات منحنی الخط [۵۵].....	۲۸
شکل ۵-۲ موقعیت نقاط منتخب روی مرز داخلی و خارجی در صفحات ξ و z [۵۵].....	۳۳
شکل ۱-۳ الگوریتم تولید و انتخاب جمعیت.....	۴۶
شکل ۲-۳ ساختار الگوریتم ژنتیک.....	۴۶
شکل ۳-۳ مقادیر همگرایی در الگوریتم ژنتیک.....	۵۰
شکل ۱-۴ مقدار تنش بهینه برحسب انحنای گشودگی مثلثی به ازای نسبت ابعاد مختلف تحت بارگذاری تک‌محوری.....	۵۷
شکل ۲-۴ مقدار تنش بهینه برحسب انحنای گشودگی چهارضلعی به ازای نسبت ابعاد مختلف تحت بارگذاری تک‌محوری.....	۵۹
شکل ۳-۴ مقدار تنش بهینه برحسب انحنای گشودگی پنج‌ضلعی به ازای نسبت ابعاد مختلف تحت بارگذاری تک‌محوری.....	۶۱
شکل ۴-۴ مقدار تنش بهینه برحسب انحنای گشودگی شش‌ضلعی به ازای نسبت ابعاد مختلف تحت بارگذاری تک‌محوری.....	۶۲
شکل ۵-۴ مقدار تنش بهینه برحسب انحنای گشودگی برای گشودگی‌های چندضلعی مختلف به ازای نسبت اضلاع برابر تحت بارگذاری تک‌محوری.....	۶۳
شکل ۶-۴ مقدار تنش بهینه برحسب انحنای گشودگی برای گشودگی‌های چندضلعی مختلف به ازای نسبت اضلاع برابر با دو تحت بارگذاری تک‌محوری.....	۶۴
شکل ۷-۴ مقدار تنش بهینه برحسب انحنای گشودگی برای گشودگی‌های چندضلعی مختلف به ازای نسبت اضلاع برابر با سه تحت بارگذاری تک‌محوری.....	۶۴
شکل ۸-۴ مقدار تنش بهینه برحسب انحنای گشودگی مثلثی به ازای نسبت ابعاد مختلف تحت بارگذاری دومیوری.....	۶۷
شکل ۹-۴ مقدار تنش بهینه برحسب انحنای گشودگی چهارضلعی به ازای نسبت ابعاد مختلف تحت بارگذاری دومیوری.....	۶۹
شکل ۱۰-۴ مقدار تنش بهینه برحسب انحنای گشودگی پنج‌ضلعی به ازای نسبت ابعاد مختلف تحت بارگذاری دومیوری.....	۷۱
شکل ۱۱-۴ مقدار تنش بهینه برحسب انحنای گشودگی شش‌ضلعی به ازای نسبت ابعاد مختلف تحت بارگذاری دومیوری.....	۷۳

- شکل ۴-۱۲ مقدار تنش بهینه برحسب انحنای گشودگی برای گشودگی‌های چندضلعی مختلف به ازای نسبت اضلاع برابر تحت بارگذاری دومحوری..... ۷۳
- شکل ۴-۱۳ مقدار تنش بهینه برحسب انحنای گشودگی برای گشودگی‌های چندضلعی مختلف به ازای نسبت اضلاع برابر با دو تحت بارگذاری دومحوری..... ۷۴
- شکل ۴-۱۴ مقدار تنش بهینه برحسب انحنای گشودگی برای گشودگی‌های چندضلعی مختلف به ازای نسبت اضلاع برابر با سه تحت بارگذاری دومحوری..... ۷۴

صفحه	فهرست جدول‌ها
۴۵	جدول ۱-۳ هم‌ارزی مفاهیم بیولوژیکی و عناصر الگوریتم ژنتیک.....
۵۴	جدول ۱-۴ خواص مکانیکی شیشه/اپوکسی [۲۸].....
۵۵	جدول ۲-۴ مقادیر بهینه متغیرهای طراحی و تابع هدف در انحناهای گشودگی مختلف به ازای نسبت اضلاع برابر در گشودگی مثلثی تحت بارگذاری تک‌محوری.....
۵۶	جدول ۳-۴ مقادیر بهینه متغیرهای طراحی و تابع هدف در انحناهای گشودگی مختلف به ازای نسبت اضلاع برابر با دو در گشودگی مثلثی تحت بارگذاری تک‌محوری.....
۵۶	جدول ۴-۴ مقادیر بهینه متغیرهای طراحی و تابع هدف در انحناهای گشودگی مختلف به ازای نسبت اضلاع برابر با سه در گشودگی مثلثی تحت بارگذاری تک‌محوری.....
۵۷	جدول ۴-۵ مقادیر بهینه متغیرهای طراحی و تابع هدف در انحناهای گشودگی مختلف به ازای نسبت اضلاع برابر در گشودگی چهارضلعی تحت بارگذاری تک‌محوری.....
۵۸	جدول ۴-۶ مقادیر بهینه متغیرهای طراحی و تابع هدف در انحناهای گشودگی مختلف به ازای نسبت اضلاع برابر با دو در گشودگی چهارضلعی تحت بارگذاری تک‌محوری.....
۵۸	جدول ۴-۷ مقادیر بهینه متغیرهای طراحی و تابع هدف در انحناهای گشودگی مختلف به ازای نسبت اضلاع برابر با سه در گشودگی چهارضلعی تحت بارگذاری تک‌محوری.....
۵۹	جدول ۴-۸ مقادیر بهینه متغیرهای طراحی و تابع هدف در انحناهای گشودگی مختلف به ازای نسبت اضلاع برابر در گشودگی پنج‌ضلعی تحت بارگذاری تک‌محوری.....
۶۰	جدول ۴-۹ مقادیر بهینه متغیرهای طراحی و تابع هدف در انحناهای گشودگی مختلف به ازای نسبت اضلاع برابر با دو در گشودگی پنج‌ضلعی تحت بارگذاری تک‌محوری.....
۶۰	جدول ۴-۱۰ مقادیر بهینه متغیرهای طراحی و تابع هدف در انحناهای گشودگی مختلف به ازای نسبت اضلاع برابر با سه در گشودگی پنج‌ضلعی تحت بارگذاری تک‌محوری.....
۶۱	جدول ۴-۱۱ مقادیر بهینه متغیرهای طراحی و تابع هدف در انحناهای گشودگی مختلف به ازای نسبت اضلاع برابر در گشودگی شش‌ضلعی تحت بارگذاری تک‌محوری.....
۶۲	جدول ۴-۱۲ مقادیر بهینه متغیرهای طراحی و تابع هدف در انحناهای گشودگی مختلف به ازای نسبت اضلاع برابر با دو در گشودگی شش‌ضلعی تحت بارگذاری تک‌محوری.....
۶۲	جدول ۴-۱۳ مقادیر بهینه متغیرهای طراحی و تابع هدف در انحناهای گشودگی مختلف به ازای نسبت اضلاع برابر با سه در گشودگی شش‌ضلعی تحت بارگذاری تک‌محوری.....
۶۵	جدول ۴-۱۴ مقادیر بهینه متغیرهای طراحی و تابع هدف در انحناهای گشودگی مختلف به ازای نسبت اضلاع برابر در گشودگی مثلثی تحت بارگذاری دومحوری.....
۶۶	جدول ۴-۱۵ مقادیر بهینه متغیرهای طراحی و تابع هدف در انحناهای گشودگی مختلف به ازای نسبت اضلاع برابر با دو در گشودگی مثلثی تحت بارگذاری دومحوری.....
۶۶	جدول ۴-۱۶ مقادیر بهینه متغیرهای طراحی و تابع هدف در انحناهای گشودگی مختلف به ازای نسبت اضلاع برابر با سه در گشودگی مثلثی تحت بارگذاری دومحوری.....

جدول ۴-۱۷	مقادیر بهینه متغیرهای طراحی و تابع هدف در انحناهای گشودگی مختلف به ازای نسبت اضلاع برابر در گشودگی چهارضلعی تحت بارگذاری دومحوری.....	۶۷
جدول ۴-۱۸	مقادیر بهینه متغیرهای طراحی و تابع هدف در انحناهای گشودگی مختلف به ازای نسبت اضلاع برابر با دو در گشودگی چهارضلعی تحت بارگذاری دومحوری.....	۶۸
جدول ۴-۱۹	مقادیر بهینه متغیرهای طراحی و تابع هدف در انحناهای گشودگی مختلف به ازای نسبت اضلاع برابر با سه در گشودگی چهارضلعی تحت بارگذاری دومحوری.....	۶۸
جدول ۴-۲۰	مقادیر بهینه متغیرهای طراحی و تابع هدف در انحناهای گشودگی مختلف به ازای نسبت اضلاع برابر در گشودگی پنج‌ضلعی تحت بارگذاری دومحوری.....	۶۹
جدول ۴-۲۱	مقادیر بهینه متغیرهای طراحی و تابع هدف در انحناهای گشودگی مختلف به ازای نسبت اضلاع برابر با دو در گشودگی پنج‌ضلعی تحت بارگذاری دومحوری.....	۷۰
جدول ۴-۲۲	مقادیر بهینه متغیرهای طراحی و تابع هدف در انحناهای گشودگی مختلف به ازای نسبت اضلاع برابر با سه در گشودگی پنج‌ضلعی تحت بارگذاری دومحوری.....	۷۰
جدول ۴-۲۳	مقادیر بهینه متغیرهای طراحی و تابع هدف در انحناهای گشودگی مختلف به ازای نسبت اضلاع برابر در گشودگی شش‌ضلعی تحت بارگذاری دومحوری.....	۷۱
جدول ۴-۲۴	مقادیر بهینه متغیرهای طراحی و تابع هدف در انحناهای گشودگی مختلف به ازای نسبت اضلاع برابر با دو در گشودگی شش‌ضلعی تحت بارگذاری دومحوری.....	۷۲
جدول ۴-۲۵	مقادیر بهینه متغیرهای طراحی و تابع هدف در انحناهای گشودگی مختلف به ازای نسبت اضلاع برابر با سه در گشودگی شش‌ضلعی تحت بارگذاری دومحوری.....	۷۲

فهرست علائم

	علائم لاتین
اعضای ماتریس نرمی کاهش یافته	a
ضرایب ثابت سری لورنت	A
ضرایب ثابت سری لورنت	B
ماتریس سفتی	$[C]$
اپراتور مرتبه اول	D
مدول الاستسیته یانگ (GPa)	E
تابع تحلیلی دلخواه	F
مدول برشی (GPa)	G
عرض صفحه محدود	H
شمارنده نقاط منتخب	k
طول صفحه محدود	L
تعداد جملات سری لورنت	M
نوع هندسه گشودگی	n
تعداد اضلاع هندسه گشودگی	N
تعداد کل نقاط انتخابی	N_{tot}
تعداد نقاط منتخب روی مرز شرقی	NA
تعداد نقاط منتخب روی مرز شمالی	NB
تعداد نقاط منتخب روی مرز غربی	NC
تعداد نقاط منتخب روی مرز جنوبی	ND
باقی مانده شرایط مرزی	r
اندازه گشودگی	R
ریشه معادله مشخصه	s
ماتریس نرمی	$[S]$
ماتریس انتقال	$[T]$
تابع تنش	U

انحنای گوشه‌های گشودگی	w
تابع نگاشت	W
مختصات نقاط در دستگاه کارتزین در جهت افقی	x
مختصات نقاط در دستگاه کارتزین در جهت افقی پس از اعمال زاویه چرخش	X
مختصات نقاط در دستگاه کارتزین در جهت عمودی	y
مختصات نقاط در دستگاه کارتزین در جهت عمودی پس از اعمال زاویه چرخش	Y
متغیر مختلط	z

علائم یونانی

زاویه چرخش دستگاه کارتزین نسبت به دستگاه منحنی الخط	α
زاویه چرخش گشودگی	β
کرنش برشی	γ
مجدور باقی مانده مرزی	Δ^2
زاویه‌ی الیاف کامپوزیت	Γ
کرنش نرمال	ε
مختصات زاویه‌ای نقطه در دستگاه منحنی الخط	θ
ضریب پواسون	ν
متغیر مختلط در صفحه‌ی نگاشت	ξ
مختصات شعاعی نقطه در دستگاه منحنی الخط	ρ
تنش نرمال (MPa)	σ
تنش برشی (MPa)	τ
تابع تحلیلی و مشتق تابع F_1	φ
تابع تحلیلی و مشتق تابع F_2	ψ

زیرنویس‌ها

بارگذاری اولیه	0
تنش در مرز خارجی	n
در جهت محور افقی	x

در جهت محور عمودی	y
در جهت ارتفاع	z
در جهت زاویه	θ
در جهت شعاعی	ρ

فصل اوّل

مقدمه و پیشینه پژوهش

۱-۱ مقدمه

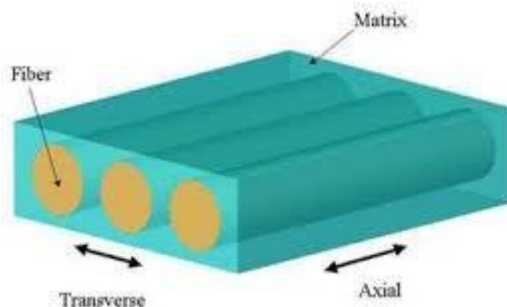
مواد کامپوزیتی به دلیل مقاومت و سفتی بالا نسبت به وزن کمی که دارند به طور گسترده در صنعت هوایی و نظامی مورد توجه قرار گرفته‌اند. در این میان ورق های کامپوزیتی به دلیل کاربرد وسیع در صنایع مختلف از اهمیت بسیاری برخوردار هستند. از جمله کاربرد آن‌ها می‌توان به انواع مخازن مستطیلی، بدنه ماشین‌آلات صنعتی و غیر صنعتی و طراحی انواع هواپیماها و بالگردها اشاره کرد. گشودگی با اشکال مختلف در سازه‌ها برای ارضای نیازهای طراحی به وجود می‌آیند. روش‌های مختلفی برای ساخت این سازه‌ها وجود دارد که به دلیل پیچیدگی در فرایند ساخت آن‌ها، نقایص و گشودگی‌های اجتناب‌ناپذیر در آن‌ها رخ می‌دهد که در استحکام نهایی سازه تأثیر بسزایی دارند. این گشودگی‌ها در بالا بردن تنش‌ها و به وجود آوردن شکست‌های فاجعه‌بار تأثیرگذار هستند. از جمله این موارد می‌توان به گشودگی درها و پنجره‌ها در بدنه هواپیماها و فضاپیماها، محل اتصال فشارسنج‌ها و دماسنج‌ها در بدنه کوره‌ها، محل اتصال دو ورق به همدیگر توسط پیچ‌ها و پرچ‌ها، وجود گشودگی‌هایی در پرده‌های توربین‌ها جهت جریان یافتن سیال خنک‌کننده در پرده‌ها و ... اشاره نمود؛ بنابراین برای طراحی دقیق صفحات کامپوزیتی حاوی گشودگی دانستن اطلاعات دقیق در مورد نوع ماده، تغییر شکل‌ها و توزیع تنش‌ها لازم است [۱]؛ بنابراین با شناخت کامل از ورق های کامپوزیتی می‌توان مقادیر تنش بهینه را به کمک الگوریتم‌های بهینه‌سازی به دست آورد.

در این فصل ابتدا به معرفی کامپوزیت‌ها و الگوریتم بهینه‌سازی ژنتیک پرداخته شده است. سپس با بیان تاریخچه پژوهشی در زمینه‌ی موضوع تحقیق، هدف از این پایان‌نامه ارائه شده است.

۱-۲ معرفی کامپوزیت‌ها

ترکیب دو یا چند ماده با یکدیگر به طوری که به صورت شیمیایی مجزا و غیرمحلول در یکدیگر باشند و بازده و خواص ساختاری این ترکیب نسبت به هر یک از اجزای تشکیل دهنده آن به تنهایی، در موقعیت برتری قرار بگیرد را کامپوزیت یا ماده مرکب می‌نامند. به عبارت دیگر کامپوزیت یا ماده مرکب به دسته‌ای از مواد اطلاق می‌شود که آمیزه‌ای از مواد مختلف و متفاوت در یک فرم و ترکیب باشند و اجزای تشکیل دهنده آن‌ها هویت خود را حفظ کرده، در یکدیگر حل نشده و باهم ممزوج نمی‌شوند. با توجه به این امر کامپوزیت و آلیاژ فلزی متفاوت می‌باشد؛ بنابراین کامپوزیت یا ماده مرکب ترکیبی از حداقل دو ماده مجزا با فصل مشترک مشخص بین هر جزء تشکیل دهنده است [۲].

در مهندسی مواد تقسیم بندی های متعددی برای کامپوزیت‌ها وجود دارد که یکی از آن‌ها کامپوزیت‌ها با الیاف پیوسته است و معمولاً به موادی اطلاق می‌شود که از یک فاز زمینه (ماتریس) و یک تقویت کننده (پرکننده) تشکیل شده باشند. در شکل ۱-۱ نمونه‌ای از یک کامپوزیت قابل مشاهده است. در این تصویر الیاف، ماتریس، جهت طولی و جهت عرضی نیز نشان داده شده‌اند.



شکل ۱-۱ نمونه‌ای از کامپوزیت [۳]

امروزه کامپوزیت‌ها با توجه به فازهای زمینه و تقویت کننده‌ی متفاوت به دسته‌های مختلفی تقسیم بندی می‌شوند. از جمله [۳]:

- کامپوزیت‌های با زمینه‌ی سرامیکی^۱

^۱ Ceramic Matrix Composite (CMC)

- کامپوزیت‌های با زمینه‌ی پلیمری^۱

- کامپوزیت‌های با زمینه‌ی فلزی^۲

مهم‌ترین مزیت مواد کامپوزیتی آن است که با توجه به نیازها، می‌توان خواص آن‌ها را کنترل کرد.

به‌طورکلی مواد کامپوزیتی دارای مزایای زیر هستند [۲]:

- مقاومت مکانیکی بالا نسبت به وزن
- مقاومت بالا در برابر خوردگی
- خصوصیات خستگی مطلوب‌تر نسبت به فلزات
- خواص عایق حرارتی خوب
- خیز کمتر نسبت به فلزات تحت یک بارگذاری معین، به دلیل صلبیت بیشتر
- استحکام بالا
- هزینه کمتر و صرفه‌جویی اقتصادی

۱-۲-۱ کاربرد کامپوزیت‌ها

مواد کامپوزیتی به دلیل خواص منحصر به فردشان نسبت به دیگر مواد بسیار مورد توجه مهندسان و صنعت‌گران قرار گرفته‌اند. امروزه کامپوزیت‌ها در صنایع بسیاری همچون صنایع حمل‌ونقل شامل حمل‌ونقل هوایی، جاده‌ای، ریلی و دریایی، صنایع نظامی و هوافضا، صنعت ساخت‌وساز شامل صنایع زیربنایی و صنعت ساختمان، صنایع خودرو و قطعه‌سازی، وسایل خانگی، لوازم ورزشی و غیره کاربردهای فراوانی دارد.

در علوم هوایی برای ساخت بدنه جنگنده‌های رادار گریز، بدنه‌ی انواع پهبادها و بخش زیادی از بدنه‌ی هواپیماهای مسافربری از کامپوزیت‌ها استفاده می‌شود. همچنین این مواد در ساخت قطعات صنایع

¹ Polimer Matrix Composite (PMC)

² Metal Matrix Composite (MMC)

انرژی در حوزه‌های تولید و انتقال برق، صنعت نفت، گاز و پتروشیمی استفاده‌ی بالایی دارند؛ همانند ساخت پره‌ی نیروگاه بادی، ساخت کابل‌های انتقال برق با هسته‌ی کامپوزیتی. از آنجایی که امروزه یکی از روش‌های مناسب تعمیر در دنیا، استفاده از کامپوزیت‌ها می‌باشد، از کامپوزیت‌ها به‌منظور ترمیم و تقویت سازه‌های فرسوده و ترمیم لوله‌های فرسوده نفت و گاز نیز استفاده می‌شود (لوله‌های انتقال گاز غالباً دچار خوردگی می‌گردند). هم‌چنین لوله‌های انتقال جدید نیز از جنس کامپوزیت‌ها ساخته شده‌اند [۳].

در صنایع ریلی از کامپوزیت‌ها در ساخت تراورس (چوب‌های عرضی که در زیر ریل راه‌آهن قرار می‌گیرند) استفاده می‌شود؛ زیرا قیمتی معادل قیمت بهترین نوع چوبی آن را دارد. هم‌چنین دارای عمر طولانی‌تر و کاربری راحت‌تری است. برخلاف چوب، این تراورس‌ها نمی‌شکنند، ترک بر نمی‌دارند، مستعد پوسیدگی نیستند، حشرات نمی‌توانند به آن‌ها آسیبی بزنند. هم‌چنین به علت عدم پوسیدگی، استفاده از این تراورس‌ها در مناطق مرطوب به‌صرفه‌تر از نوع چوبی آن است. لازم به ذکر است که در کشور ما سالیانه مقادیر بسیار زیادی تراورس راه‌آهن تعویض یا بهسازی می‌گردد و این جدای از هزینه‌ی هنگفت بستن خط و تغییر ریل‌ها و زیرسازی‌های لازم است؛ اما اگر همین تراورس‌ها با کامپوزیت تقویت شوند؛ عمر هفت ساله تراورس‌ها را تا سی سال می‌توان افزایش داد و درازای پرداخت هزینه‌ی اولیه دو یا سه برابر، هزینه‌ی تعمیر و تعویض تا چهار برابر کاهش می‌یابد و درنهایت صرفه‌ی اقتصادی دارد [۳].

در صنایع دیگر می‌توان به استفاده از کامپوزیت در ساخت قایق‌های بزرگ تفریحی و مسافرتی، قطعات ماشین‌های مسابقه‌ای، خطوط لوله آب‌رسانی، خطوط لوله و مخازن نگهداری، ظروف نگهدارنده‌ی مواد شیمیایی، کپسول‌های گاز CNG، کپسول‌های تنفسی آتش‌نشانی، کپسول‌های اطفاء حریق، تیرک‌ها و تیرهای حمل سقف ساختمان، استفاده در ساخت و تقویت پل‌ها، نردبان‌ها و

چارچوب‌ها، عایق‌ها در صنایع الکترونیک مانند و بسیاری استفاده‌های دیگر در صنایع گسترده‌ی دیگر اشاره نمود [۳].

۱-۳ الگوریتم ژنتیک

الگوریتم ژنتیک از روش‌های فراابتکاری بوده و به‌عنوان یکی از کاراترین و مؤثرترین روش‌های حل مسائل پیچیده بهینه‌سازی ترکیبی شناخته‌شده و در سال‌های اخیر بسیار مورد توجه پژوهشگران قرار گرفته است. واژه فراابتکاری (متهیوریستیک) را برای اولین بار گلوور^۱ در سال ۱۹۸۶ به کاربرد که از ترکیب دو واژه‌ی یونانی متا به معنای فراتر یا سطح بالاتر و هیوریستیک به معنای یافتن ساخته‌شده است [۴].

این الگوریتم فرایند تکامل تدریجی در طبیعت را به‌وسیله‌ی ترکیبی از الگوهای مختلف انتخاب، پیوند، جهش و جایگزینی شبیه‌سازی می‌کند. بدین منظور برای هر یک از این الگوها اپراتور یا اپراتورهای تعریف می‌گردد که پردازش آن‌ها به پارامترهای زیادی نظیر احتمال پیوند، احتمال جهش و ... وابسته می‌باشد. واضح است که ترکیبات مختلف این الگوها و پارامترها، الگوریتم را به جواب‌های متفاوتی از هر دو جنبه کیفیت جواب و زمان همگرایی سوق می‌دهند. از این رو داشتن یک الگوریتم ژنتیک کارا به طراحی اپراتورهای مختلف، انتخاب بهترین ترکیب از بین آن‌ها و یافتن مقادیر مناسب برای پارامترها وابسته است.

ابتدا بسته به نوع متغیرهای مسأله با یکی از روش‌های موجود آن‌ها را کدگذاری می‌کنند. هر رشته از متغیرهای کدگذاری شده (ژن) فرزند نام دارد که شایستگی آن با معیاری به نام تطابق که از تابع هدف مسأله به دست می‌آید، سنجیده می‌شود. این الگوریتم با جمعیتی از فرزندان اولیه به‌عنوان نسل اول کار خود را شروع کرده و تولید نسل‌های جدید را از پیوند افراد نسل‌های پیشین انجام می‌دهد.

¹ Glover

بدین منظور ابتدا فرزندان که اکنون والد خوانده می‌شوند، به وسیله روش‌هایی انتخاب می‌شوند تا از ترکیب آن‌ها به وسیله اپراتور پیوند و جهش، فرزندان جدید تولید شوند. در این مرحله فرزندان تولیدشده به وسیله یکی از روش‌های موجود انتخاب شده تا نسل جدید را تشکیل دهند. نسل‌های جدید معمولاً از تطابق بیشتری برخوردار می‌باشند و این روند تا تکامل الگوریتم ژنتیک که به وسیله یک شرط توقف بررسی می‌شود ادامه می‌یابد. تاکنون پژوهشگران زیادی به بهینه‌سازی الگوریتم ژنتیک پرداخته‌اند که اغلب این پژوهش‌ها با تنظیم مقدار پارامترهای الگوریتم سروکار داشته‌اند [۵].

الگوریتم ژنتیک برای تولید نسل بعدی از روی نسل کنونی از سه قانون اصلی تبعیت می‌کند:

- قوانین انتخاب: افرادی را که در جمعیت نسل بعدی شرکت می‌کنند، انتخاب می‌کند.
- قوانین ترکیب: برای تشکیل فرزندان نسل بعد، دو والد را باهم ترکیب می‌کند.
- قوانین جهش: برای تشکیل فرزندان، تغییرات تصادفی در والدین به وجود می‌آورد.

جعبه‌ابزار الگوریتم ژنتیک، کمینه تابع برازندگی را محاسبه می‌کند. الگوریتم با تولید یک جمعیت اولیه تصادفی شروع می‌شود. سپس رشته‌ای از جمعیت‌های جدید را به وجود می‌آورد. در هر مرحله الگوریتم از افراد نسل کنونی استفاده می‌کند تا جمعیت بعدی را بسازد. برای تولید جمعیت جدید، الگوریتم مراحل زیر را انجام می‌دهد.

- با محاسبه مقدار برازندگی، به هر عضو جمعیت کنونی نمره می‌دهد.
- نمرات خام تابع را تغییر مقیاس می‌دهد تا در محدوده‌ی قابل استفاده‌تری قرار بگیرد.
- والدین را بر اساس مقدار برازندگی آن‌ها انتخاب می‌کند.
- اعدادی از افراد جمعیت کنونی که برازندگی کمتری دارند، به‌عنوان نخبه انتخاب و مستقیماً به نسل بعد منتقل می‌شوند.
- از روی والدین فرزندان را تولید می‌کند. فرزندان یا به‌صورت جهش یا به‌صورت ترکیب تولید می‌شوند.

• جمعیت کنونی را با فرزندان جایگزین می‌کند تا نسل بعد را تولید کند. هنگامی که یکی از معیارهای توقف به وقوع بپیوندد، الگوریتم متوقف می‌شود. یکی از مهم‌ترین مزایای الگوریتم ژنتیک به‌عنوان یک ابزار بهینه‌سازی، توانایی آن برای مقابله با مسائل بهینه‌سازی چندهدفه و ترکیبی است.

۴-۱ پیشینه پژوهش

درزمینه‌ی تمرکز تنش ورق همسانگرد و ناهمسانگرد نامحدود دارای گشودگی، تحقیقات بسیاری انجام شده است. ابتدا اینگلیس^۱ [۶] با استفاده از دستگاه مختصات بیضوی و تابع پتانسیل حقیقی ایری^۲ توزیع تنش اطراف گشودگی بیضوی را به دست آورد. راه‌حل او دقیق و مناسب بود، اما به‌کارگیری آن به‌ویژه برای اشکال نوک‌تیز دشوار بود. حل او نشان می‌داد که تمرکز تنش با کوچک شدن شعاع انحنا در یک گوشه از گشودگی در مقایسه با دیگر نقاط گشودگی می‌تواند بسیار بزرگ شود. این نتایج باعث حساس شدن مهندسان در امکان خطر تمرکز تنش به‌طور مثال در گوشه‌های نوک‌تیز، شکاف‌ها، گشودگی‌ها، شیار پیچ‌ها و مشابه آن‌ها در سازه‌ها گردید. پس از او محققان زیادی مقالات و کتاب‌های مرجع متعددی در این زمینه منتشر کردند. هوولند^۳ [۷] روابطی برای ورق‌های بلند با گشودگی دایره‌ای و عرض محدود ارائه کرد. وسترگارد^۴ [۸] تابع تنشی با جمله‌هایی از توابع همساز برای تحلیل تنش اطراف گشودگی‌های تیز به دست آورد. تنش‌های به‌دست‌آمده از تابع تنش او معادلات تعادل، معادلات سازگاری و قانون هوک تعمیم‌یافته را ارضا می‌کرد. هیوود^۵ [۹] روابطی برای تصحیح ضریب تمرکز تنش در عرض محدود با استفاده از مقادیر ضریب تمرکز تنش ورق‌های

¹ Inlish

² Airy

³ Howland

⁴ Westergaard

⁵ Heywood

نامحدود استخراج کرد. هیوود این روابط را با استفاده از برآیند نیروهای تعادل برای ورق‌های دارای گشودگی تحت بارکشی ارائه کرد که در آن تأثیر عرض محدود به‌تنهایی اعمال شد.

در کتاب‌های استرنبرگ^۱ [۱۰]، نیوبر^۲ [۱۱]، پیترسون^۳ [۱۲] و پیلکی^۴ [۱۳]، برای محدوده‌ی وسیعی از گشودگی‌ها با اندازه‌های مختلف، ضرایب تمرکز تنش مناسبی برای مواد همسانگرد ارائه شده است. در بعضی از این مراجع معادلاتی نیز با استفاده از نتایج آزمایشگاهی ارائه شده است. برای نمونه پیترسون روابطی برای ورق‌های حاوی گشودگی‌های مختلف، هم برای ابعاد نامحدود و هم برای عرض محدود ارائه کرد. نتایجی که در این مراجع موجود است؛ معمولاً از آزمایش‌های تجربی به‌عنوان مثال فتوالاستیک به‌دست آمده است. بسیاری از طراحان در محاسبه‌ی ضریب تمرکز تنش از این کتاب‌ها و استانداردهای مرجع استفاده می‌کنند.

۱-۴-۱- ورق همسانگرد نامحدود

موشخلیشویلی^۵ [۱۴] بر پایه‌ی تئوری الاستیک دوبعدی، روش متغیر مختلط را معرفی کرد. با استفاده از این روش مسأله‌ی تعیین توزیع تنش ورق حاوی گشودگی، به محاسبه‌ی دو تابع تحلیلی هولومورفیک^۶ محدود می‌شد. او این روش را با نداشت هم‌نوا ترکیب کرد تا بتواند به‌صورت تحلیلی مسأله‌ی توزیع تنش اطراف گشودگی‌های غیر دایروی را در جسم الاستیک دوبعدی حل کند. ساوین^۷ [۱۵] با استفاده از روش متغیر مختلط موشخلیشویلی، توزیع تنش اطراف انواع مختلفی از گشودگی‌ها را در ورق نامحدود همسانگرد به دست آورد. او ناحیه‌ی نامحدود اطراف گشودگی در صفحه‌ی z را با

¹ Stenberg

² Nuber

³ Peterson

⁴ Pilky

⁵ Muskhelishvili

⁶ Holomorphic

⁷ Savin

استفاده از تابع نگاشت شوارتز-کرسٹفل^۱ به ناحیه‌ی داخل دایره‌ی واحد نگاشت داد و با استفاده از انتگرال کوشی^۲ تابع تنش را به دست آورد. او هم‌چنین تمرکز تنش گشودگی مثلثی با گوشه‌های گرد را در ورق نامحدود بررسی نمود. تئوکاریس^۳ و پترو^۴ [۱۶] از روش متغیر مختلط موشخلیشویلی و نگاشت همنوا، توزیع تنش اطراف گشودگی مثلثی را در ورق همسانگرد نامحدود بررسی و نتایج را با نتایج تجربی مقایسه کردند. گائو^۵ [۱۷] به منظور اجتناب از به‌کارگیری دو نگاشت همنوا، از دستگاه مختصات بیضوی هذلولی برای به دست آوردن صریح مؤلفه‌های تنش و جابجایی ورق نامحدود همسانگرد تحت بار دومحوری دلخواه استفاده کرد. موتوک^۶ [۱۸] به بررسی تأثیر شعاع انحنای گوشه‌های گشودگی‌های مختلف در ورق همسانگرد نامحدود تحت کشش پرداخت. سیمها^۷ و موهاپاترا^۸ [۱۹] از یک تابع نگاشت کلی برای یافتن توزیع تنش در اطراف انواع گشودگی‌ها در یک ورق همسانگرد نامحدود استفاده کردند. لی^۹ و همکارانش [۲۰] با اعمال ضرایب تصحیح در تابع نگاشت همنوا، توانستند توزیع تنش و جابجایی حول گشودگی مستطیلی شکل با ابعاد دلخواه در ورق نامحدود همسانگرد و تحت بار تک‌محوری را به دست آورند. رضایی پزند و جعفری [۲۱] از روش ساوین برای مطالعه‌ی تمرکز تنش حول گشودگی‌های مختلف در ورق نامحدود فلزی استفاده کردند و تأثیر پارامترهایی مانند نوع شکل گشودگی، انحنای گوشه و زاویه‌ی چرخش گشودگی را بر روی ضریب تمرکز تنش مطالعه کردند. باتیستا^{۱۰} [۲۲] با اصلاح روش متغیر مختلط موشخلیشویلی، توزیع تنش حول گشودگی‌های چندضلعی با هندسه‌های پیچیده در ورق نامحدود تحت بارگذاری کششی را

¹ Schwartz-Christoffel

² Cauchy integral

³ Theocaris

⁴ Petrou

⁵ Gao

⁶ Motok

⁷ Simha

⁸ Mohapatra

⁹ Lei

¹⁰ Batista

محاسبه کرد. شارما^۱ [۲۳] راه حلی عمومی برای توزیع تنش اطراف گشودگی‌های چندضلعی در ورق همسانگرد نامحدود را تحت بارگذاری دومحوری به دست آورد. او همچنین تأثیر هندسه‌ی گشودگی و الگوی بارگذاری بر توزیع تنش ورق را بررسی نمود.

۲-۴-۱ ورق ناهمسانگرد نامحدود

توسعه‌ی کامل روش موشخلیشویلی به مسائل الاستیسیته دوبعدی برای مواد ناهمسانگرد توسط اشلبای^۲ [۲۴]، اشترو^۳ [۲۵] و لخنیتسکی^۴ [۲۶] انجام شد. لخنیتسکی روش متغیر مختلط موشخلیشویلی را برای مواد الاستیک ناهمسانگرد بسط داد و حلی عمومی برای محاسبه‌ی مؤلفه‌های تنش و جابجایی در حالت تنش صفحه‌ای به دست آورد. او از روش سری‌ها برای به دست آوردن ضرایب تابع تنش استفاده کرد و راه حل بررسی توزیع تنش اطراف گشودگی‌ها با اشکال مختلف را در ورق نامحدود ناهمسانگرد ارائه نمود. بعدها پژوهشگران متعددی با استفاده از روابط ارائه‌شده توسط آن‌ها به مطالعه‌ی ورق‌های ناهمسانگرد حاوی گشودگی پرداختند. تان^۵ [۲۷] بررسی‌های متعددی بر روی ضریب تمرکز تنش در مواد ناهمسانگرد انجام داد. تان با اطلاعات مربوط به تمرکز تنش ورق ناهمسانگرد نامحدود حاوی گشودگی دایروی و بیضوی و با معرفی ضرایب تصحیح مناسب، تمرکز تنش ورق حاوی این گشودگی‌ها را با عرض محدود به دست آورد. داوست^۶ و هووا^۷ [۲۸] گشودگی مثلثی در ورق همسانگرد و ناهمسانگرد نامحدود را تحت بارکشی تک‌محوری، تحلیل کردند. آن‌ها با تعریف نسبت اضلاع به‌عنوان یک پارامتر، توانستند علاوه بر مثلث متساوی‌الاضلاع سایر مثلث‌ها با نسبت اضلاع مختلف را بررسی کنند. همچنین آن‌ها به بررسی پارامتر شعاع انحنای گشودگی نیز

¹ Sharma

² Eshelby

³ Stroh

⁴ Lekhnitskii

⁵ Tan

⁶ Daoust

⁷ Hoa

پرداختند. ابوالفوح^۱ [۲۹] رابطه‌ی واحدی را برای مؤلفه‌ی تنش مماس بر مرز گشودگی برای هندسه‌های دایروی، بیضوی، مثلثی و مربعی در ورق نامحدود از ماده‌ی ناهمسانگرد خاص، تحت بارکشی بیان نمود. یوکادگانکر^۲ و رائو^۳ [۳۰] توزیع تنش اطراف گشودگی مثلثی در ورق ناهمسانگرد نامحدود را تحت بارگذاری درون صفحه‌ای با استفاده از روش گائو و بدون استفاده از جمع آثار به دست آوردند. آن‌ها هم‌چنین به بررسی تأثیر زاویه‌ی الیاف بر توزیع تنش پرداختند و این روش را برای چندلایه‌های کامپوزیتی متقارن بسط دادند. رضایی پزند و جعفری [۳۱، ۳۲]، در ورق ناهمسانگرد نامحدود توزیع تنش در اطراف گشودگی‌های مختلف و تأثیر پارامترهایی مانند انحنای گوشه و زاویه‌ی چرخش گشودگی را بررسی نمودند. اسمر^۴ و جبور^۵ [۳۳] توزیع تنش اطراف گشودگی مربعی در یک ورق ناهمسانگرد نامحدود تحت بارکشی را به دست آوردند. آن‌ها هم‌چنین به بررسی تأثیر انحنای گشودگی و زاویه‌ی بار در این مقاله پرداختند. شارما و همکارانش [۳۴] در مورد ورق ناهمسانگرد نیز به بررسی توزیع تنش اطراف گشودگی مثلثی تحت بارگذاری درون صفحه‌ای پرداختند و پارامترهای زاویه‌ی بار، زاویه‌ی الیاف، جنس و انحنای گوشه‌ی گشودگی را نیز در نظر گرفتند. بیاتی چالشتی، ملک زاده فرد و همکاران [۵۳] به بررسی تأثیر زاویه بار در تعیین پارامترهای بهینه‌ی مؤثر بر صفحه‌های ارتوتروپیک نامحدود حاوی گشودگی مربعی پرداخته‌اند.

۱-۴-۳ ورق‌های همسانگرد و ناهمسانگرد حاوی چند گشودگی

در مورد ورق‌هایی که بیش از یک گشودگی دارند نیز تحقیقات زیادی صورت گرفته است. راه‌حل کلی برای گروهی از گشودگی‌های واقع در یک ورق نامحدود و ورق با عرض محدود اولین بار توسط

¹ Abulfoutouh

² Ukadgaonker

³ Rao

⁴ Asmar

⁵ Jabbour

هوولند^۱ و نایت^۲ [۶۳]، گرین^۳ [۷۳]، لینگ^۴ و ونگ^۵ [۸۳] به دست آمده است. آن‌ها به این منظور راه حل سری‌ها را گسترش دادند. در این روش، محاسبه‌ی ضرایب پارامتری سری‌ها برای ارضای شرایط مرزی، ساده اما نسبتاً طولانی است. تانگ^۶ [۹۳] با استفاده از روش متغیرهای مختلط، موفق به حل مسأله‌ی صفحات دارای چند گشودگی شد. برای حل این مشکل، هالبرت^۷ [۴۰]، همدا^۸ و همکارانش [۱۴] و واه^۹ [۲۴]، تعدادی از مسائل صفحه‌ای چند گشودگی را به وسیله‌ی روش عددی نقطه-نظیر^{۱۰} حل کردند. نتایج، کارایی و انعطاف‌پذیری این روش را نشان داد. ایسادا^{۱۱} و ایگوا^{۱۲} [۳۴] این روش را برای مسأله‌ی آرایش زیگ‌زاگی گشودگی‌های دایروی گسترش دادند. هم‌چنین تحقیقاتی به وسیله‌ی ژانگ^{۱۳} و همکارانش [۴۴] و یوکادگانونکر [۵۴] بر روی حل تحلیلی ورق‌های حاوی دو گشودگی با اشکال مختلف انجام شده است.

۴-۴-۱ ورق همسانگرد محدود

غالب روش‌های تحلیلی به کاررفته شده در مطالعات فوق، برای بررسی توزیع تنش ورق‌های نامحدود حاوی گشودگی مناسب می‌باشند؛ اما در موارد زیادی از کاربردهای عملی مهندسی، ورق‌ها را نمی‌توان نامحدود در نظر گرفت. از راه حل ارائه شده برای ورق‌های نامحدود حاوی گشودگی، نمی‌توان برای ورق‌های محدود استفاده نمود. زیرا در این حالت تأثیر شرایط مرزی خارجی بر توزیع تنش در نظر

¹ Howland

² Knight

³ Green

⁴ Ling

⁵ Wang

⁶ Tang

⁷ Hulbert

⁸ Hamada

⁹ Wah

¹⁰ Point-Matching

¹¹ Isida

¹² Igawa

¹³ Zhang

گرفته نمی‌شود. بنابراین مطالعه بر روی توزیع تنش ورق محدود دارای گشودگی مرکزی، نیازمند به‌کارگیری روابط جداگانه‌ای است.

وو^۱ و چن^۲ [۶۴] به‌منظور حل مسأله‌ی ورق همسانگرد محدود با تعداد و موقعیت دلخواه از گشودگی‌های دایروی، تابع تنشی را بر اساس روش متغیّر مختلط موشخلیشویلی و روش حداقل مربعات مرزی پیشنهاد کردند. در سال ۲۰۱۳ پن^۳ و همکارانش با استفاده از روش متغیّر مختلط و حداقل مربعات مرزی و با اصلاح تابع تنش ارائه‌شده توسط موشخلیشویلی، به بررسی توزیع تنش ورق محدود حاوی گشودگی مرتب‌ی تحت بارکشی تک‌محوری پرداختند. آن‌ها از تابع نگاشتی که توسط شارما بر اساس نگاشت شوارتز-کرسفل به‌دست‌آمده بود، استفاده کردند و یک گشودگی مرتب‌ی و دو گشودگی مستطیلی با نسبت ابعادی $3/2$ به 1 و 5 به 1 را بدون در نظر گرفتن پارامتر انحنا، تحت بارکشی تک‌محوری بررسی نمودند. آن‌ها همچنین پارامتر چرخش گشودگی را برای گشودگی مرتب‌ی در زوایای بسیار خاصی بررسی کردند. جعفری و اردلانی [۷۴] با ارائه‌ی تابع نگاشتی مناسب، توانستند گشودگی‌های مختلف را در صفحات محدود همسانگرد تحلیل کنند و تأثیر پارامترهای مختلف نظیر زاویه‌ی چرخش گشودگی و شعاع انحنای گوشه‌ی گشودگی را بررسی نمودند.

۵-۴-۱ ورق ناهمسانگرد محدود

اگونوسکی^۴ [۸۴] با استفاده از متغیّرهای مختلط و روش حداقل مربعات مرزی توزیع تنش حول گشودگی دایروی را در چندلایه‌های کامپوزیتی محدود به دست آورد. لین^۵ و کو^۶ [۹۴] با استفاده از تئوری مواد ناهمسانگرد لخنیتسکی به تحلیل چندلایه‌های کامپوزیتی محدود با گشودگی بیضوی

¹ Woo

² Chan

³ Pan

⁴ Ogonowski

⁵ Lin

⁶ Ko

پرداختند. برای این منظور آن‌ها از تابع تنش ایری و روش حداقل مربعات مرزی استفاده کردند. بریت^۱ [۵۰] توزیع تنش اطراف گشودگی‌های دایروی و بیضوی را در صفحات محدود ناهمسانگرد به دست آورد. زو^۲ و همکاران [۱۵] با استفاده از بسط سری فابر^۳ و روش حداقل مربعات مرزی، توزیع تنش اطراف گشودگی بیضوی در چندلایه‌ی کامپوزیتی محدود را به دست آوردند.

بیشتر مطالعاتی که تاکنون بر روی ورق‌های محدود ناهمسانگرد حاوی گشودگی انجام شده است؛ محدود به گشودگی دایروی و بیضی شکل می‌شود. چوچان^۴ و شارما [۲۵] توزیع تنش اطراف گشودگی مستطیلی را در صفحات محدود ناهمسانگرد به دست آوردند. هم‌چنین چوچان و شارما [۳۵] توانستند گشودگی‌های مختلف را در صفحات محدود ناهمسانگرد تحلیل کنند و تأثیر پارامترهای مختلف نظیر زاویه‌ی چرخش گشودگی و شعاع انحنای گوشه‌ی گشودگی را بررسی نمودند. پولادی [۴۵] توزیع تنش اطراف گشودگی‌های مختلف منتظم و اقع در مرکز ورق ناهمسانگرد محدود با استفاده از بسط حل تحلیلی متغیر مختلط لخنیتسکی و نگاشت همنوا با فرض تنش صفحه‌ای را مورد بررسی قرار داده است.

۵-۱ تعریف مسأله

ورق‌های نازک اغلب در سازه‌های فضایی، دریایی، ماشین‌آلات صنعتی و صنعت ساختمان‌سازی به کار می‌روند. در سازه‌های مهندسی بنا به کاربردهای گوناگون، انواع مختلفی از گشودگی‌ها و بریدگی‌ها با ابعاد و اشکال گوناگون در سازه‌ها ایجاد می‌گردند. از جمله دلایل ایجاد این گشودگی‌ها می‌توان به کاهش وزن سیستم، ایجاد قابلیت اتصال تجهیزات به سیستم‌ها و ایجاد راه‌های خروجی و ورودی در سازه اشاره کرد. به علت تغییر در هندسه‌ی صفحه در اثر این گشودگی‌ها، تنش موضعی شدیدی

¹ Britt

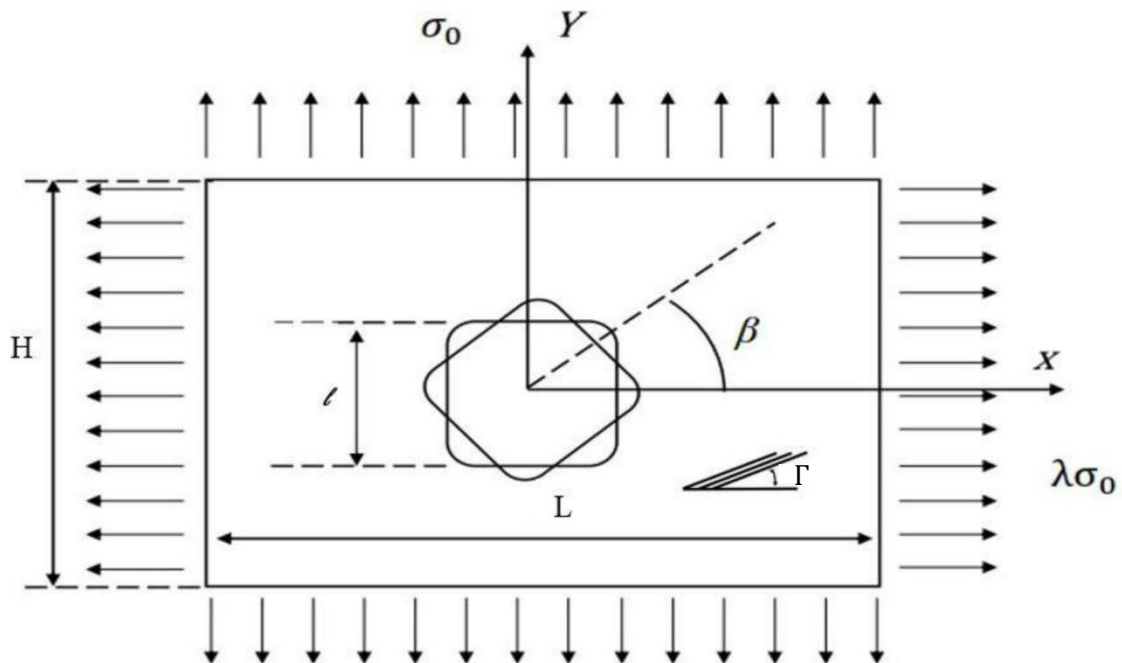
² Xu

³ Faber series

⁴ Chauhan

(تمرکز تنش) در اطراف گشودگی ایجاد می‌شود. در طراحی سازه‌ها دانستن مقدار تنش بیشینه در اطراف گشودگی و همچنین نقطه‌ای که این تنش بیشینه رخ می‌دهد، برای ارائه‌ی طرح بهینه بسیار مؤثر می‌باشد. لذا تمرکز تنش از دیرباز یکی از چالش‌های محققان و طراحان بوده است. هدف اصلی این پایان‌نامه، تحلیل تنش بهینه و به دست آوردن حدآقل تمرکز تنش و همچنین بررسی تأثیر پارامترهای مختلف بر توزیع تنش اطراف گشودگی‌های منتظم مختلف واقع در مرکز یک صفحه‌ی محدود ناهمسانگرد از نوع ارتوتروپیک، تحت بار درون صفحه‌ای می‌باشد.

صفحه‌ی نامحدود مورد مطالعه مطابق شکل ۱-۲ (برای مثال صفحه حاوی گشودگی شبه‌مربعی) تحت بارگذاری کشش دومحوری قرار گرفته است. نسبت قطر دایره‌ی محیط بر گشودگی به بزرگ‌ترین ضلع صفحه بیشتر از 0.2 است، بنابراین با اطمینان می‌توان صفحه را محدود در نظر گرفت [۴۵]. در شکل ۱-۲ زاویه‌ی چرخش گشودگی که بیانگر نحوه‌ی قرارگیری آن نسبت به افق است، با β و زاویه‌ی الیاف با Γ نمایش داده شده است و لاندای مساوی با یک فرض شده است.



شکل ۱-۲ صفحه محدود حاوی گشودگی مربعی تحت کشش دومحوری [۵۵]

در این تحقیق سعی می‌شود تا با استفاده از روش متغیر مختلط لخنیتسکی و با استفاده از نگاشت همنوا، توزیع تنش اطراف گشودگی‌های منتظم واقع در مرکز ورق محدود ناهمسانگرد و تأثیرات پارامترهای طراحی نظیر هندسه گشودگی، نوع بارگذاری، نسبت اضلاع صفحه، انحنای گشودگی، زاویه‌ی الیاف، زاویه‌ی چرخش گشودگی و تنش اطراف گشودگی برای دو حالت بارگذاری مورد بررسی قرار گیرد.

۶-۱ ضرورت انجام پژوهش

در اکثر تحقیقات انجام‌شده، ابعاد صفحه در مقابل اندازه‌ی گشودگی چنان بزرگ است که صفحه نامحدود در نظر گرفته می‌شود. در صفحات محدود همسانگرد، تحقیقاتی برای انواع گشودگی‌ها انجام‌گرفته است ولی در صفحات محدود ناهمسانگرد مطالعات بیشتر برای گشودگی‌های خیلی خاص مانند دایره و بیضی انجام‌شده است. در این پژوهش سعی می‌شود حل بهینه صفحات محدود ناهمسانگرد حاوی گشودگی‌های مختلف مانند مثلث، مربع و در حالت کلی چندضلعی مورد مطالعه قرار گیرد. همچنین متغیرهای طراحی مورد بحث در این پایان‌نامه شامل زاویه‌ی چرخش گشودگی، زاویه‌ی الیاف، شعاع انحنای گوشه‌ی گشودگی و نسبت اضلاع ورق خواهند بود.

۷-۱ اهداف و نوآوری‌ها

اگرچه مطالعاتی برای محاسبه تنش در اطراف گشودگی‌های واقع در صفحات کامپوزیتی محدود انجام‌شده ولی تاکنون مطالعه‌ای در زمینه‌ی معرفی پارامترهای بهینه برای کاهش تمرکز تنش در اطراف گشودگی‌های غیردایروی انجام‌نشده است. در این پایان‌نامه سعی می‌شود تا با استفاده از الگوریتم ژنتیک و در نظر گرفتن مقادیر مناسب برای پارامترهای مؤثر بر روش الگوریتم ژنتیک از

قبیل مقادیر ترکیب و جهش، مؤلفه‌های تنش صفحات دارای گشودگی‌های غیردایروی بهینه‌سازی شود.

۸-۱ محتوای پایان‌نامه

فصل‌بندی این پایان‌نامه به‌طور خلاصه به شکل زیر ارائه‌شده است.

همان‌طور که مشاهده گردید، در فصل اول به‌طور مختصر به معرفی کامپوزیت‌ها و الگوریتم ژنتیک پرداخته شد. سپس مروری بر ادبیات پیشین در زمینه‌ی صفحات ناهمسانگرد ارائه و در نهایت هدف و نوآوری پایان‌نامه بیان گردید.

در فصل دوم روش تحلیلی حاضر و معادلات حاکم بر مسأله و توابع تحلیلی به‌منظور محاسبه‌ی مؤلفه‌های تنش در صفحات ارتوتروپیک از [۵۵] استخراج شده است. روش‌های بهینه‌سازی و هدف از بهینه‌کردن مسأله در فصل سوم بیان‌شده است. از میان الگوریتم‌های بهینه‌سازی ارائه‌شده، از الگوریتم ژنتیک به‌منظور کمینه‌کردن تنش اطراف گشودگی استفاده‌شده است.

در فصل چهارم تأثیر پارامترهای مختلف نظیر نوع هندسه گشودگی، زاویه چرخش گشودگی، انحنای گوشه‌ی گشودگی، زاویه‌ی الیاف و نسبت اضلاع بر مؤلفه‌های تنش حول گشودگی‌های منتظم مختلف در اثر بارگذاری‌های مختلف موردبررسی قرار گرفته است.

در نهایت در فصل پنجم مطالب ارائه‌شده جمع‌بندی و پیشنهادهایی برای ادامه این پژوهش ارائه‌شده است.

فصل دوم

روش حل تحلیلی و معادلات حاکم

۱-۲ مقدمه

در این فصل، ابتدا به بیان فرضیاتی که در حل تحلیلی مدنظر قرار گرفته، پرداخته می‌شود. سپس نگاهی هم‌نوا معرفی و تابع تنش در صفحات ناهمسانگرد (ارتوتروپیک) به صورت عبارتی تحلیلی بر حسب متغیر مختلط نوشته می‌شود. حل تحلیلی حاضر بر پایه‌ی تئوری الاستیسیته مواد ناهمسانگرد ارائه شده توسط لخنیتسکی استوار می‌باشد. در انتها نیز با اعمال شرایط مرزی و به کمک روش حداقل مربعات مرزی، مؤلفه‌های تنش به دست می‌آیند.

۲-۲ فرضیات

فرض‌های حاکم بر این مسأله عبارت‌اند از:

۱. ورق محدود در نظر گرفته می‌شود؛ یعنی اندازه‌ی گشودگی در مقابل ابعاد ورق کوچک نیست.
۲. ورق ناهمسانگرد از نوع ارتوتروپیک در نظر گرفته می‌شود.
۳. ماده دارای رفتار الاستیک خطی است.
۴. مسأله با فرض تنش صفحه‌ای و در غیاب نیروهای حجمی مورد بررسی قرار می‌گیرد.
۵. گشودگی در مرکز صفحه فرض شده است.
۶. گشودگی عاری از هرگونه بار خارجی است؛ یعنی در مرکز گشودگی $\sigma_\rho = \tau_{\rho\theta} = 0$ و تنها تنش ایجاد شده در اطراف گشودگی σ_θ می‌باشد.
۷. ورق تحت بار درون صفحه‌ای قرار می‌گیرد.

۲-۳ نگاهت همنا

همان طور که در فصل اول اشاره شد، توزیع تنش اطراف گشودگی دایره‌ای توسط ساوین و لخنیتسکی [۲۶] با استفاده از روش تحلیلی مورد بحث، بررسی شد. برای بسط روش حل آن‌ها به سایر گشودگی‌ها، ابتدا باید با استفاده از یک تابع نگاهت ساده $z = x + iy$ نقاط روی هر نوع گشودگی خاص در صفحه‌ی مختلط z را به دایره به شعاع واحد در صفحه ξ تبدیل کرد. در این صورت مختصات نقاط روی دایره واحد در صفحه‌ی ξ ، $e^{i\theta}$ می‌باشد که x و y در تابع نگاهت همنا به صورت زیر تعیین می‌شوند:

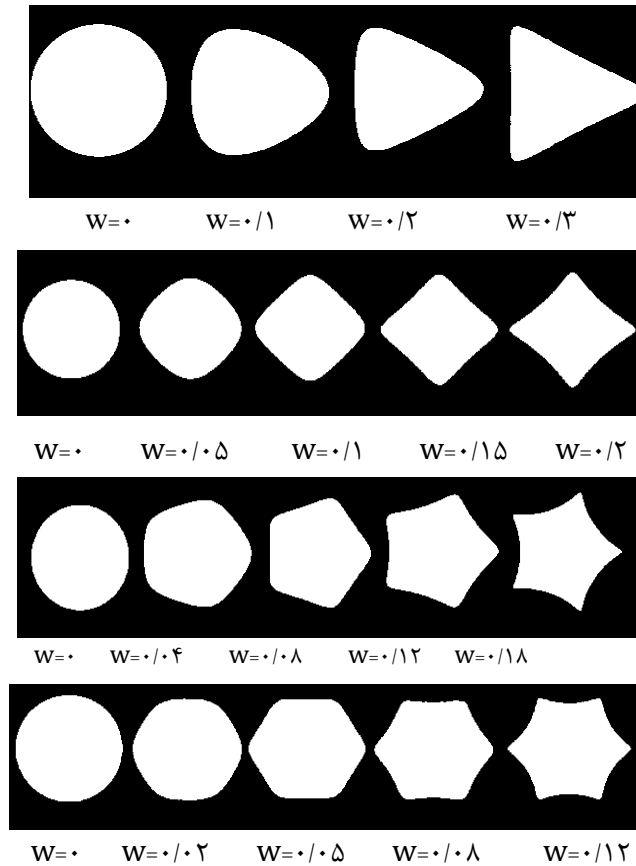
$$\begin{aligned} x &= R(\cos \theta + w \cos(n\theta)) \\ y &= R(\sin \theta - w \sin(n\theta)) \end{aligned} \quad (۱-۲)$$

در رابطه بالا، پارامترهای R ، w و n به ترتیب نشان‌دهنده‌ی اندازه‌ی گشودگی، انحنای گوشه‌های گشودگی و نوع هندسه می‌باشند.

اگر N تعداد اضلاع گشودگی باشد، پارامتر n که تعیین‌کننده نوع هندسه گشودگی است، برابر با $N - 1$ می‌باشد. به عنوان مثال، برای مثلث با تعداد اضلاع $N = 3$ ، مقدار n برابر با ۲ است. هم‌چنین منظور از انحنای گوشه‌های گشودگی (w)، میزان نرمی و تیزی گوشه‌ها می‌باشد. با تغییر این پارامتر (w) می‌توان انواع گشودگی‌های مختلف با شعاع انحنای متفاوت را ایجاد کرد. برای هر گشودگی وقتی w کاهش می‌یابد، گشودگی ملایم‌تر می‌شود تا این‌که انحنای گشودگی به کمترین مقدار خود، یعنی $w = 0$ برسد؛ در این حالت گشودگی به دایره تبدیل می‌شود. در شکل ۱-۲ تأثیر پارامتر w بر شعاع انحنای گوشه‌های گشودگی‌های مختلف را نشان می‌دهد.

با توجه به رابطه اوایلر خواهیم داشت:

$$\begin{aligned} e^{in\theta} &= \cos(n\theta) + i \sin(n\theta) \\ e^{-in\theta} &= \cos(n\theta) - i \sin(n\theta) \end{aligned} \quad (۲-۲)$$



شکل ۱-۲ تأثیر پارامتر W بر گوشه‌های گشودگی‌های مختلف [۵۵]

همان‌طور که قبلاً نیز به آن اشاره شد، مختصات نقاط روی مرز گشودگی در صفحه‌ی ξ را می‌توان به‌صورت زیر مدل کرد:

$$\xi = e^{i\theta} = (\cos\theta + i \sin\theta) \quad (۳-۲)$$

که با توجه به روابط (۲-۲) و (۳-۲) و از ترکیب آن‌ها خواهیم داشت:

$$\cos(n\theta) = \frac{1}{2} \left[\xi^n + \frac{1}{\xi^n} \right] \quad (۴-۲)$$

$$\sin(n\theta) = -\frac{i}{2} \left[\xi^n - \frac{1}{\xi^n} \right]$$

بنابراین می‌توان معادله (۱-۲) را به‌صورت زیر بازنویسی کرد.

$$x = \frac{R}{2} \left(\left(\xi + \frac{1}{\xi} \right) + w \left(\xi^n + \frac{1}{\xi^n} \right) \right) \quad (۵-۲)$$

$$y = -\frac{Ri}{2} \left(\left(\xi - \frac{1}{\xi} \right) + w \left(\xi^n - \frac{1}{\xi^n} \right) \right)$$

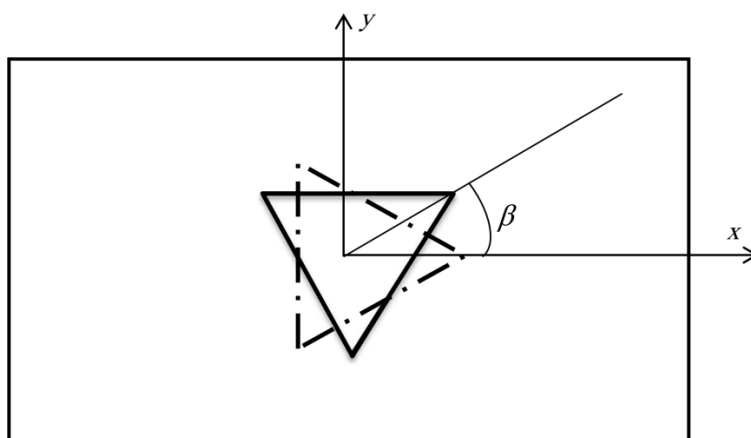
هندسه صفحه همسانگرد در صفحه‌ی مختلط z از رابطه $z = x + iy$ و هندسه صفحه ناهمسانگرد در صفحه‌ی z_i از رابطه $z_i = x + s_i y$ به دست می‌آید (s_i ریشه‌های معادله‌ی مشخصه هستند که به تفصیل در بخش بعد معرفی می‌شوند). در نتیجه تابع نگاشت برابر است با:

$$W(\xi) = \frac{R}{2} \left[\left(\left(\xi + \frac{1}{\xi} \right) + w \left(\xi^n + \frac{1}{\xi^n} \right) \right) - s_i \left(\xi - \frac{1}{\xi} \right) + w \left(\xi^n - \frac{1}{\xi^n} \right) \right] \quad (6-2)$$

به منظور مدل کردن زاویه چرخش گشودگی از ماتریس انتقال زیر استفاده می‌شود.

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \beta & -\sin \beta \\ \sin \beta & \cos \beta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} \quad (7-2)$$

که در معادله فوق، β زاویه چرخش گشودگی نسبت به افق می‌باشد که در شکل ۲-۲ نشان داده شده است. در این صورت X و Y مختصات نقاط روی مرز گشودگی بعد از اعمال زاویه چرخش گشودگی می‌باشند.



شکل ۲-۲ دوران گشودگی مثلی

۲-۴ معادلات حاکم و حل تحلیلی

معادلات استفاده شده در این بخش از [۵۵] استخراج شده است. با استفاده از قانون هوک تعمیم یافته [۵۶] در حالت سه بعدی می توان هر مؤلفه‌ی تنش را به تمام مؤلفه‌های تغییر شکل نسبی و هر مؤلفه‌ی تغییر شکل نسبی را به تمام مؤلفه‌های تنش مرتبط ساخت.

$$\sigma_i = C_{ij}\varepsilon_j \quad (۸-۲)$$

$$\varepsilon_i = S_{ij}\sigma_j$$

که در آن $[C]$ و $[S]$ به ترتیب ماتریس‌های سفتی و نرمی (انعطاف پذیری) ماده هستند و در مختصات اصلی ماده به صورت زیر به ثوابت مهندسی بستگی دارند:

$$[C] = [S]^{-1}$$

$$[S] = \begin{bmatrix} 1/E_1 & -\nu_{21}/E_2 & -\nu_{31}/E_3 & 0 & 0 & 0 \\ -\nu_{12}/E_1 & 1/E_2 & -\nu_{32}/E_3 & 0 & 0 & 0 \\ -\nu_{13}/E_1 & -\nu_{23}/E_2 & 1/E_3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1/G_{23} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1/G_{13} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1/G_{12} \end{bmatrix} \quad (۹-۲)$$

که E_i, G_{ij}, ν_{ij} ثوابت مهندسی در جهات اصلی ماده بوده و به ترتیب مدول الاستیسیته یانگ^۱ در جهت i ، مدول برشی^۲ و نسبت پواسون^۳ در دو جهت i و j نام دارند.

روابط کرنش-تنش برای مواد کامپوزیتی در حالت کلی off-Axis به صورت رابطه‌ی (۲-۱۰) بیان می شوند.

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_z \\ \gamma_{yz} \\ \gamma_{xz} \\ \gamma_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{S}_{11} & \bar{S}_{12} & \bar{S}_{13} & 0 & 0 & \bar{S}_{16} \\ \bar{S}_{12} & \bar{S}_{22} & \bar{S}_{23} & 0 & 0 & \bar{S}_{26} \\ \bar{S}_{13} & \bar{S}_{23} & \bar{S}_{33} & 0 & 0 & \bar{S}_{36} \\ 0 & 0 & 0 & \bar{S}_{44} & \bar{S}_{45} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \bar{S}_{45} & \bar{S}_{55} & 0 \\ \bar{S}_{16} & \bar{S}_{26} & \bar{S}_{36} & 0 & 0 & \bar{S}_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_z \\ \tau_{yz} \\ \tau_{xz} \\ \tau_{xy} \end{bmatrix} \quad (۱۰-۲)$$

که در آن ماتریس $[\bar{S}]$ به کمک فرمول زیر محاسبه می شود.

¹ Young's modulus

² Shear modulus

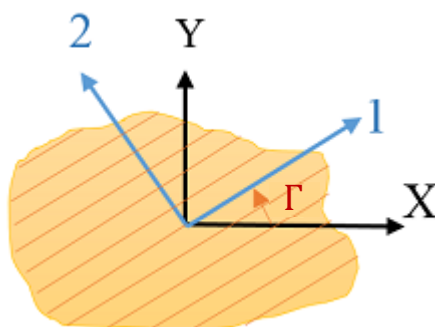
³ Poisson's ratio

$$[\bar{S}] = [T]^T [S] [T] \quad (11-2)$$

همچنین ماتریس تبدیل $[T]$ در معادله فوق از رابطه زیر به دست می‌آید.

$$[T] = \begin{bmatrix} \cos^2 \Gamma & \sin^2 \Gamma & 0 & 0 & 0 & 2 \cos \Gamma \sin \Gamma \\ \sin^2 \Gamma & \cos^2 \Gamma & 0 & 0 & 0 & -2 \cos \Gamma \sin \Gamma \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cos \Gamma & -\sin \Gamma & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \sin \Gamma & \cos \Gamma & 0 \\ -\cos \Gamma \sin \Gamma & \cos \Gamma \sin \Gamma & 0 & 0 & 0 & \cos^2 \Gamma - \sin^2 \Gamma \end{bmatrix} \quad (12-2)$$

در ماتریس بالا، Γ زاویه الیاف کامپوزیت است که با توجه به شکل ۲-۳ اگر دستگاه $X - Y$ ، مختصات کلی و دستگاه ۱-۲ مختصات اصلی ماده باشد، زاویه الیاف، زاویه بین جهت مثبت محور X دستگاه کلی و جهت مثبت محور ۱ دستگاه اصلی ماده تعریف می‌شود.



شکل ۲-۳ زاویه الیاف کامپوزیت

در حالت دوبعدی، ماتریس نرمی به صورت زیر تعریف می‌شود.

تنش صفحه‌ای:

$$a_{ij} = \bar{S}_{ij} \quad , \quad i, j = (1, 2, 6) \quad (13-2)$$

کرنش صفحه‌ای:

$$a_{ij} = \bar{S}_{ij} - \frac{\bar{S}_{i3} \bar{S}_{j3}}{\bar{S}_{33}} \quad , \quad i, j = (1, 2, 6) \quad (14-2)$$

که در این روابط a_{ij} اعضای ماتریس نرمی کاهش یافته هستند.

در مسائل دوبعدی تحت بار درون صفحه‌ای، ماتریس تنش در هر نقطه از ماده الاستیک دارای سه تنش $\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy}$ می‌باشد. این تنش‌ها در غیاب نیروهای خارجی معادلات تعادل را به صورت زیر ارضا می‌کنند.

$$\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} = 0 \quad (15-2)$$

$$\frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} = 0$$

هم‌چنین رابطه‌ی سازگاری به صورت زیر بیان می‌شود:

$$\frac{\partial^2 \varepsilon_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \varepsilon_y}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 \gamma_{xy}}{\partial x \partial y} \quad (16-2)$$

با جایگذاری روابط (۱۳-۲) و (۱۴-۲) در معادله (۱۰-۲)، رابطه‌ی تنش و کرنش برای ماتریس نرمی کاهش یافته به صورت زیر خلاصه می‌شوند:

$$\varepsilon_x = a_{11}\sigma_x + a_{12}\sigma_y + a_{16}\tau_{xy} \quad (17-2)$$

$$\varepsilon_y = a_{12}\sigma_x + a_{22}\sigma_y + a_{26}\tau_{xy}$$

$$\gamma_{xy} = a_{16}\sigma_x + a_{26}\sigma_y + a_{66}\tau_{xy}$$

از طرفی اگر تابع تنش را به صورت $U(x, y)$ تعریف کنیم خواهیم داشت.

$$\sigma_x = \frac{\partial^2 U}{\partial y^2}$$

$$\sigma_y = \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} \quad (18-2)$$

$$\tau_{xy} = -\frac{\partial^2 U}{\partial x \partial y}$$

با جایگذاری تابع تنش در رابطه‌ی سازگاری (۱۶-۲) معادله سازگاری برحسب تابع تنش U به صورت زیر بیان می‌شود [۵۷]:

$$a_{22} \frac{\partial^4 U}{\partial x^4} - 2a_{26} \frac{\partial^4 U}{\partial x^3 \partial y} + (2a_{12} + a_{66}) \frac{\partial^4 U}{\partial x^2 \partial y^2} - 2a_{16} \frac{\partial^4 U}{\partial x \partial y^3} + a_{11} \frac{\partial^4 U}{\partial y^4} = 0 \quad (19-2)$$

و برای مواد ارتوتروپیک در حالت تنش صفحه‌ای، طبق رابطه (۱۳-۲) به صورت زیر خواهد بود.

$$\frac{1}{E_2} \frac{\partial^4 U}{\partial x^4} + \left(\frac{1}{G_{12}} - \frac{2\nu_{12}}{E_1} \right) \frac{\partial^4 U}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{1}{E_1} \frac{\partial^4 U}{\partial y^4} = 0 \quad (20-2)$$

بنابراین با حل معادله‌ی سازگاری (۱۹-۲)، تابع تنش $U(x, y)$ محاسبه می‌شود. با تعریف چهار اپراتور مرتبه اول به صورت زیر، معادله دیفرانسیل مرتبه چهارم فوق خلاصه می‌شود.

$$D_1 D_2 D_3 D_4 U = 0 \quad (21-2)$$

$$D_i = \frac{\partial}{\partial y} - s_i \frac{\partial}{\partial x}, \quad i = 1, 2, 3, 4$$

با بازنویسی معادله سازگاری (۱۹-۲)، معادله مشخصه زیر استخراج می‌شود.

$$a_{11}s^4 - 2a_{16}s^3 + (2a_{12} + a_{66})s^2 - 2a_{26}s + a_{22} = 0 \quad (22-2)$$

در نتیجه ضرایب s_i را می‌توان به کمک ریشه‌های معادله مشخصه به دست آورد.

برای هر ماده الاستیک ایده آلی، ثابت‌های $a_{11}, a_{12}, a_{16}, a_{22}, a_{26}, a_{66}$ محدود هستند. اگر شرایط خاصی بین این ثوابت وجود نداشته باشد، ریشه‌های معادله مشخصه مختلط (دوبه‌دو مزدوج هم هستند) به دست می‌آیند. در این صورت پاسخ معادله دیفرانسیل مرتبه چهارم به صورت زیر نوشته می‌شود.

$$U(x, y) = F_1(z_1) + F_2(z_2) + \overline{F_1(z_1)} + \overline{F_2(z_2)} \quad (23-2)$$

که تابع‌های $\overline{F_1(z_1)}$ و $\overline{F_2(z_2)}$ به ترتیب مزدوج توابع $F_1(z_1)$ و $F_2(z_2)$ می‌باشند و به دلخواه انتخاب می‌شوند. با توجه به خواص مزدوج می‌توان نوشت:

$$U(x, y) = 2\text{Re}[F_1(z_1) + F_2(z_2)] \quad (24-2)$$

در معادله بالا Re نشان دهنده بخش حقیقی تابع و متغیرهای z_1 و z_2 به صورت زیر تعریف می‌شوند.

$$z_i = x + s_i y, \quad i = 1, 2 \quad (25-2)$$

برای ساده‌سازی و پایین آوردن مرتبه مشتق از فرض زیر استفاده می‌شود:

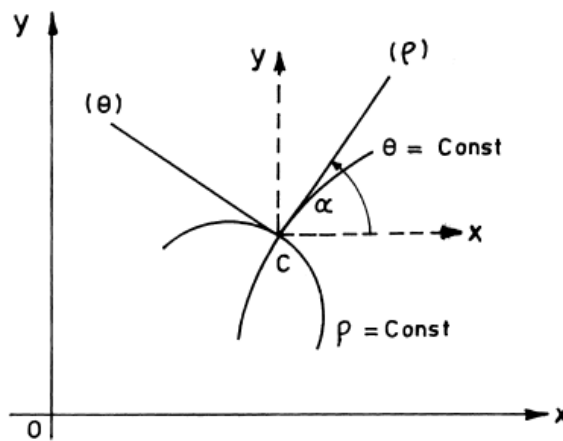
$$\frac{dF_1}{dz_1} = \varphi(z_1), \quad \frac{dF_2}{dz_2} = \psi(z_2) \quad (26-2)$$

$$\frac{d\bar{F}_1}{d\bar{z}_1} = \overline{\varphi(z_1)} \quad , \quad \frac{d\bar{F}_2}{d\bar{z}_2} = \overline{\psi(z_2)}$$

بنابراین حلّ مسأله تنش صفحه‌ای به تعیین توابع تحلیلی $\varphi(z_1)$ و $\psi(z_2)$ محدود می‌شود (در ادامه به‌طور تفصیلی، روش به دست آوردن توابع تحلیلی توضیح داده خواهد شد). با داشتن توابع تحلیلی تابع تنش و در نتیجه آن (با توجه به معادله (۲-۱۸))، مؤلفه‌های تنش به دست می‌آیند و می‌توان معادله (۲-۱۸) را برحسب توابع $\varphi(z_1)$ و $\psi(z_2)$ بیان نمود.

$$\begin{aligned} \sigma_x &= 2\text{Re}[s_1^2\varphi'(z_1) + s_2^2\psi'(z_2)] \\ \sigma_y &= 2\text{Re}[\varphi'(z_1) + \psi'(z_2)] \\ \tau_{xy} &= 2\text{Re}[s_1\varphi'(z_1) + s_2\psi'(z_2)] \end{aligned} \quad (2-27)$$

برای این که از $\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy}$ مقادیر $\sigma_\rho, \sigma_\theta, \tau_{\rho\theta}$ را به دست آورد، از روابط نگاشت هم‌نوا استفاده می‌شود. در شکل ۲-۴ مماس منحنی‌های $\rho = cte$ و $\theta = cte$ در نقطه c کشیده شده و جهت افزایش ρ و θ با نمادهای (ρ) و (θ) نشان داده شده است. مشخص است که زاویه محوری θ و ρ نسبت به دستگاه xy به اندازه α چرخیده است (جهت ρ عمود بر سطح گشودگی است).



شکل ۲-۴ مختصات منحنی‌الخط [۵۵]

با اعمال نگاشت، تنش‌ها در مختصات کارتزین به مختصات منحنی‌الخط عمودی تبدیل می‌شوند.

$$\begin{Bmatrix} \sigma_\rho \\ \sigma_\theta \\ \tau_{\rho\theta} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos^2 \alpha & \sin^2 \alpha & 2 \cos \alpha \sin \alpha \\ \sin^2 \alpha & \cos^2 \alpha & -2 \cos \alpha \sin \alpha \\ -\cos \alpha \sin \alpha & \cos \alpha \sin \alpha & \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} \quad (2-28)$$

با توجه به روابط فوق و با استفاده از معادلات (۲-۲۷)، مقادیر تنش $\sigma_\rho, \sigma_\theta, \tau_{\rho\theta}$ به صورت زیر به دست می‌آیند.

$$\begin{aligned}\sigma_\rho &= 2\text{Re}[(s_1^2 \cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha - 2s_1 \cos \alpha \sin \alpha)\varphi'(z_1) + (s_2^2 \cos^2 \alpha \\ &\quad + \sin^2 \alpha - 2s_2 \cos \alpha \sin \alpha)\psi'(z_2)] \\ \sigma_\theta &= 2\text{Re}[(s_1^2 \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha + 2s_1 \cos \alpha \sin \alpha)\varphi'(z_1) + (s_2^2 \sin^2 \alpha \\ &\quad + \cos^2 \alpha + 2s_2 \cos \alpha \sin \alpha)\psi'(z_2)] \\ \tau_{\rho\theta} &= 2\text{Re}[(-s_1^2 \sin \alpha \cos \alpha + \sin \alpha \cos \alpha - s_1(\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha))\varphi'(z_1) \\ &\quad + (-s_2^2 \sin \alpha \cos \alpha + \sin \alpha \cos \alpha - s_2(\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha))\psi'(z_2)]\end{aligned}\quad (2-29)$$

به منظور محاسبه مؤلفه‌های تنش بر حسب متغیر مختلط ξ ، ابتدا باید مشتق توابع $\varphi(z_1)$ و $\psi(z_2)$ را ساده‌سازی نمود. به این صورت که:

$$\begin{aligned}\varphi'(z_1) &= \frac{d\varphi(z_1)}{dz_1} = \frac{d\varphi(z_1)}{d\xi} \frac{d\xi}{dz_1} = \frac{\varphi'(\xi)}{z_1'(\xi)} \\ \psi'(z_2) &= \frac{d\psi(z_2)}{dz_2} = \frac{d\psi(z_2)}{d\xi} \frac{d\xi}{dz_2} = \frac{\psi'(\xi)}{z_2'(\xi)}\end{aligned}\quad (2-30)$$

با جایگذاری معادله (۲-۵) در معادله (۲-۲۵)، متغیر مختلط z_i بر حسب متغیر ξ بیان می‌شود. سپس با استفاده از ماتریس انتقال (۲-۷)، می‌توان مشتق $dz_i/d\xi$ را به صورت زیر محاسبه نمود.

$$\begin{aligned}z_1'(\xi) &= \frac{dz_1}{d\xi} = \frac{R}{2} \left(a_1 - \frac{b_1}{\xi^2} + wnb_1 \xi^{n-1} - \frac{wna_1}{\xi^{n-1}} \right) \\ z_2'(\xi) &= \frac{dz_2}{d\xi} = \frac{R}{2} \left(a_2 - \frac{b_2}{\xi^2} + wnb_2 \xi^{n-1} - \frac{wna_2}{\xi^{n-1}} \right)\end{aligned}\quad (2-31)$$

که ضرایب a_j و b_j از روابط زیر به دست می‌آیند.

$$\begin{aligned}a_j &= (1 - is_j) \cos \beta + (i + s_j) \sin \beta \\ b_j &= (1 + is_j) \cos \beta + (-i + s_j) \sin \beta\end{aligned}\quad (2-32)$$

بنابراین مؤلفه‌های تنش بر حسب متغیر مختلط ξ به صورت زیر بیان می‌شوند.

$$\begin{aligned}\sigma_x &= 2\text{Re} \left[s_1^2 \frac{\varphi'(\xi)}{z_1'(\xi)} + s_2^2 \frac{\psi'(\xi)}{z_2'(\xi)} \right] \\ \sigma_y &= 2\text{Re} \left[\frac{\varphi'(\xi)}{z_1'(\xi)} + \frac{\psi'(\xi)}{z_2'(\xi)} \right]\end{aligned}\quad (2-33)$$

$$\begin{aligned}\tau_{xy} &= 2\text{Re} \left[s_1 \frac{\varphi'(\xi)}{z_1'(\xi)} + s_2 \frac{\psi'(\xi)}{z_2'(\xi)} \right] \\ \sigma_\rho &= 2\text{Re} \left[(s_1^2 \cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha - 2s_1 \cos \alpha \sin \alpha) \frac{\varphi'(\xi)}{z_1'(\xi)} + (s_2^2 \cos^2 \alpha \right. \\ &\quad \left. + \sin^2 \alpha - 2s_2 \cos \alpha \sin \alpha) \frac{\psi'(\xi)}{z_2'(\xi)} \right] \\ \sigma_\theta &= 2\text{Re} \left[(s_1^2 \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha + 2s_1 \cos \alpha \sin \alpha) \frac{\varphi'(\xi)}{z_1'(\xi)} + (s_2^2 \sin^2 \alpha \right. \\ &\quad \left. + \cos^2 \alpha + 2s_2 \cos \alpha \sin \alpha) \frac{\psi'(\xi)}{z_2'(\xi)} \right] \\ \tau_{\rho\theta} &= 2\text{Re} \left[(-s_1^2 \sin \alpha \cos \alpha + \sin \alpha \cos \alpha - s_1(\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha)) \frac{\varphi'(\xi)}{z_1'(\xi)} \right. \\ &\quad \left. + (-s_2^2 \sin \alpha \cos \alpha + \sin \alpha \cos \alpha - s_2(\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha)) \frac{\psi'(\xi)}{z_2'(\xi)} \right]\end{aligned}$$

با مشخص شدن توابع تحلیلی $\varphi(\xi)$ و $\psi(\xi)$ و جایگذاری معادله‌ی (۲-۳۰) در معادلات فوق، مقادیر مؤلفه‌های تنش در دو دستگاه کارتزین و منحنی‌الخط به دست می‌آید.

به‌منظور محاسبه تابع تنش صفحه محدود حاوی گشودگی دایروی در صفحه مختلط ξ از خاصیت جمع آثار استفاده می‌شود که حاصل جمع تابع تنش صفحه نامحدود حاوی گشودگی دایروی و تابع تنش صفحه محدود بدون گشودگی می‌باشد. برای سادگی تحلیل تابع تنش صفحه‌ی محدود دارای گشودگی، می‌توان توابع $\varphi(\xi)$ و $\psi(\xi)$ را به‌صورت سری لورنت با جملات بی‌نهایت در نظر گرفت [۵۳].

$$\begin{aligned}\varphi(\xi) &= \alpha_1 \ln \xi + \sum_{k=1}^{\infty} (A_{1k} \xi^{-k} + B_{1k} \xi^k) \\ \psi(\xi) &= \alpha_2 \ln \xi + \sum_{k=1}^{\infty} (A_{2k} \xi^{-k} + B_{2k} \xi^k)\end{aligned}\tag{۲-۳۴}$$

که ضرایب α_j, A_{jk} و B_k ضرایب مجهول مسأله هستند. از آنجایی که برای ضرایب مجهول حالت کلی در نظر گرفته‌شده، ضرایب مختلط فرض می‌شوند. همچنین:

- جمله لگاریتمی رابطه فوق ناشی از نیروهای خارجی وارد بر مرز گشودگی است و با توجه به این که فرض شده صفحه در غیاب نیروهای حجمی مورد بررسی قرار می‌گیرد، جمله لگاریتمی حذف می‌گردد.
- صفحه نامحدود حاوی گشودگی دایروی را با سری لورنت شامل جملاتی با توان منفی که بر روی مرز گشودگی دایروی و ناحیه‌ی خارج آن تحلیلی می‌باشند، مدل می‌شوند.
- سری لورنت شامل جملاتی با توان مثبت که روی مرز خارجی صفحه تحلیلی می‌باشند، تابع تنش صفحه محدود بدون گشودگی را تشکیل می‌دهد.
- به دلیل همگرایی، مقادیر تنش در صفحه باید دارای مقادیر محدود باشند، در نتیجه از سری لورنت با تعداد جملات محدود استفاده می‌گردد.

در نتیجه خواهیم داشت:

$$\varphi(\xi) = \sum_{k=1}^M (A_k \xi^{-k} + B_k \xi^k) \quad (35-2)$$

$$\psi(\xi) = \sum_{k=1}^M (C_k \xi^{-k} + D_k \xi^k)$$

در این صورت به راحتی می‌توان مشتقات $\varphi(\xi)$ و $\psi(\xi)$ را محاسبه نمود.

$$\varphi'(\xi) = \sum_{k=1}^M (-A_k k \xi^{-k-1} + B_k k \xi^{k-1}) \quad (36-2)$$

$$\psi'(\xi) = \sum_{k=1}^M (-C_k k \xi^{-k-1} + D_k k \xi^{k-1})$$

سپس با جایگذاری معادله بالا در معادلات (۲-۳۳)، مؤلفه‌های تنش به شکل نهایی زیر به دست می‌آیند.

$$\sigma_x = 2\text{Re} \sum_{k=1}^M \left[\frac{s_1^2}{z_1'(\xi)} (-A_k k \xi^{-k-1} + B_k k \xi^{k-1}) + \frac{s_2^2}{z_2'(\xi)} (-C_k k \xi^{-k-1} \right. \quad (37-2)$$

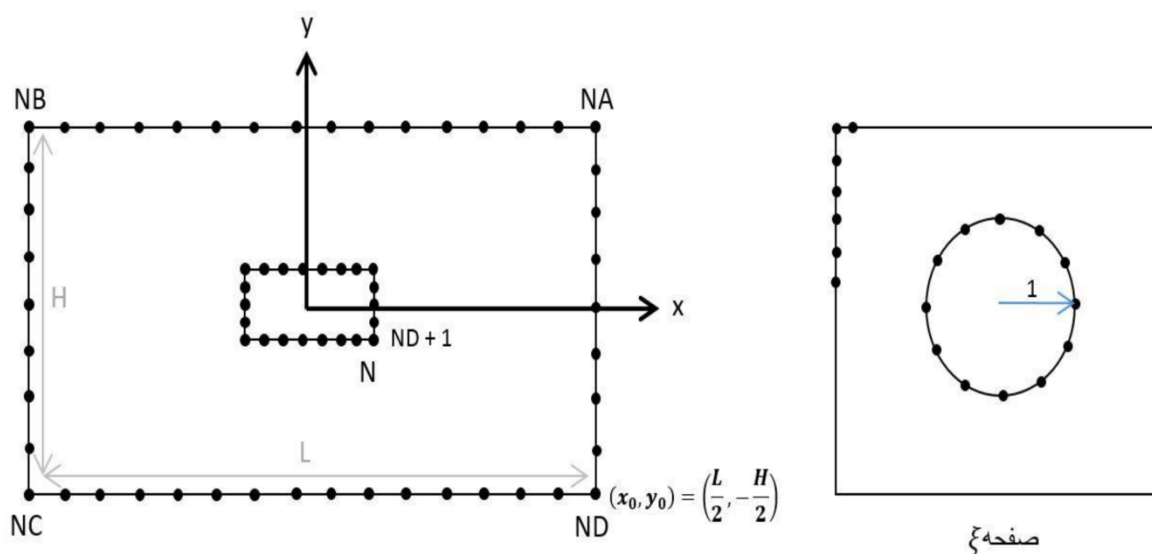
$$\begin{aligned}
 & \left. + D_k k \xi^{k-1} \right] \\
 \sigma_y = 2\text{Re} \sum_{k=1}^M & \left[\frac{1}{z_1'(\xi)} (-A_k k \xi^{-k-1} + B_k k \xi^{k-1}) + \frac{1}{z_2'(\xi)} (-C_k k \xi^{-k-1} \right. \\
 & \left. + D_k k \xi^{k-1}) \right] \\
 \tau_{xy} = 2\text{Re} \sum_{k=1}^M & \left[\frac{s_1}{z_1'(\xi)} (-A_k k \xi^{-k-1} + B_k k \xi^{k-1}) + \frac{s_2}{z_2'(\xi)} (-C_k k \xi^{-k-1} \right. \\
 & \left. + D_k k \xi^{k-1}) \right] \\
 \sigma_\rho = 2\text{Re} \sum_{k=1}^M & \left[\frac{s_1^2 \cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha - 2s_1 \cos \alpha \sin \alpha}{z_1'(\xi)} (-A_k k \xi^{-k-1} + B_k k \xi^{k-1}) \right. \\
 & \left. + \frac{s_2^2 \cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha - 2s_2 \cos \alpha \sin \alpha}{z_2'(\xi)} (-C_k k \xi^{-k-1} + D_k k \xi^{k-1}) \right] \\
 \sigma_\theta = 2\text{Re} \sum_{k=1}^M & \left[\frac{s_1^2 \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha + 2s_1 \cos \alpha \sin \alpha}{z_1'(\xi)} (-A_k k \xi^{-k-1} + B_k k \xi^{k-1}) \right. \\
 & \left. + \frac{s_2^2 \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha + 2s_2 \cos \alpha \sin \alpha}{z_2'(\xi)} (-C_k k \xi^{-k-1} + D_k k \xi^{k-1}) \right] \\
 \tau_{\rho\theta} = 2\text{Re} \sum_{k=1}^M & \left[\frac{-s_1^2 \sin \alpha \cos \alpha + \sin \alpha \cos \alpha - s_1 (\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha)}{z_1'(\xi)} \times \right. \\
 & (-A_k k \xi^{-k-1} + B_k k \xi^{k-1}) \\
 & \left. + \frac{-s_2^2 \sin \alpha \cos \alpha + \sin \alpha \cos \alpha - s_2 (\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha)}{z_2'(\xi)} \times \right. \\
 & \left. (-C_k k \xi^{-k-1} + D_k k \xi^{k-1}) \right]
 \end{aligned}$$

۲-۵ محاسبه ضرایب مجهول

همان طور که در بخش قبل به آن اشاره شد، با در اختیار داشتن ضرایب مجهول A_k, B_k, C_k و D_k و جایگذاری در سری ارائه شده در معادله (۲-۳۷) می توان مؤلفه های تنش در دستگاه کارتزین و منحنی الخط را محاسبه نمود. برای حل معادلات از روش حداقل مربعات مرزی استفاده می شود. در این روش پس از انتخاب نقاط و تعیین شرایط مرزی، تابع حداقل مربعات مرزی محاسبه می شود. به منظور کمینه کردن، مشتق حداقل مربعات نسبت به ضرایب مساوی صفر قرار داده می شود. در نهایت با حل دستگاه معادلات ایجاد شده، ضرایب مجهول محاسبه می شوند.

۲-۵-۱ تعیین نقاط

یک صفحه نازک مستطیلی ارتوئروپیک با ابعاد نشان داده شده در شکل ۲-۵ و یک گشودگی با هندسه چندضلعی منتظم واقع در مرکز صفحه (و مرکز دستگاه مختصات) در نظر گرفته می شود. برای استفاده از روش حداقل مربعات مرزی، باید مختصات نقاط انتخاب شده مرز داخلی و خارجی در صفحه ξ معین باشند.



شکل ۲-۵ موقعیت نقاط منتخب روی مرز داخلی و خارجی در صفحات ξ و z [۵۵]

مطابق با شکل ۲-۵ نقاط منتخب روی مرزهای خارجی صفحه مستطیلی باهم برابر و تعداد آن روی هر ضلع برابر با N_1 و تعداد نقاط انتخابی روی مرز داخلی برابر با N_2 فرض شده است. اگر تعداد کل نقاط با N_{tot} نمایش داده شود:

$$N_{tot} = NA + NB + NC + ND + N_2 = 4N_1 + N_2 \quad (۲-۳۸)$$

که در حالت کلی، NA ، NB ، NC و ND به ترتیب نشان‌دهنده تعداد نقاط منتخب روی مرز شرقی، شمالی، غربی و جنوبی صفحه مستطیلی می‌باشند.

نقاط بافاصله مساوی روی مرز انتخاب شده‌اند، در این صورت طول و عرض نقاط روی مرز خارجی و مرز گشودگی از روابط زیر به دست می‌آیند.

$$(x_k, y_k) = \begin{cases} \left(\frac{l}{2}, -\frac{H}{2} \right) & ; k = 0 \\ \left(x_{k-1}, y_{k-1} + \frac{H}{NA} \right) & ; 1 \leq k \leq NA \\ \left(x_{k-1} - \frac{L}{NB}, y_{k-1} \right) & ; NA + 1 \leq k \leq NB \\ \left(x_{k-1}, y_{k-1} - \frac{H}{NC} \right) & ; NB + 1 \leq k \leq NC \\ \left(x_{k-1} + \frac{L}{ND}, y_{k-1} \right) & ; NC + 1 \leq k \leq ND \\ (\text{Re}(z_k), \text{Im}(z_k)) & ; ND + 1 \leq k \leq N_{tot} \end{cases} \quad (۲-۳۹)$$

که در آن k شمارنده نقاط انتخابی است. در نتیجه با استفاده از تابع نگاشت (۲-۶)، نقاط منتخب از صفحه مختصات Z به صفحه مختلط ξ انتقال داده می‌شوند.

۲-۵-۲ تعیین شرایط مرزی

در صفحات محدود، علاوه بر هندسه‌ی گشودگی، شرایط مرز خارجی تأثیر بسزایی در توزیع تنش صفحه دارد. شرایط مرزی خارجی صفحه محدود حاوی گشودگی به صورت زیر بیان می‌شود.

$$\begin{aligned} \sigma_x \cos^2 \gamma + \sigma_y \sin^2 \gamma + 2\tau_{xy} \sin \gamma \cos \gamma &= \sigma_n \\ (\sigma_y - \sigma_x) \sin \gamma \cos \gamma + \tau_{xy} (\cos^2 \gamma - \sin^2 \gamma) &= \tau_n \end{aligned} \quad (۲-۴۰)$$

در معادله بالا، γ زاویه بین بردار عمود بر مرز خارجی صفحه و محور x می باشد. هم چنین پارامترهای σ_n و τ_n نیز نشان دهنده ی تنش نرمال و تنش برشی در مرز خارجی است.

شرایط مرزی داخلی در دستگاه مختصات قطبی روی مرز دایره واحد در صفحه ξ به صورت زیر تعریف می شود.

$$\sigma_\rho = \tau_{\rho\theta} = 0 \quad (41-2)$$

بنابراین با استفاده از معادلات فوق، شرایط مرزی برای دو نوع شرایط بارگذاری مورد بحث در پایان نامه به شرح زیر خواهد بود.

۱. بارگذاری کششی تک محوری در جهت محور y

$\sigma_\rho = \tau_{\rho\theta} = 0$	روی مرز داخلی
$\sigma_x = \sigma_n = 0 \quad ; \quad \tau_{xy} = \tau_n = 0$	روی ضلع های عمودی مرز خارجی (42-2)
$\sigma_y = \sigma_n = \sigma_0 \quad ; \quad \tau_{xy} = \tau_n = 0$	روی ضلع های افقی مرز خارجی

۲. بارگذاری کششی دو محوری

$\sigma_\rho = \tau_{\rho\theta} = 0$	روی مرز داخلی
$\sigma_x = \sigma_n = \lambda\sigma_0 \quad ; \quad \tau_{xy} = \tau_n = 0$	روی ضلع های عمودی مرز خارجی (43-2)
$\sigma_y = \sigma_n = \sigma_0 \quad ; \quad \tau_{xy} = \tau_n = 0$	روی ضلع های افقی مرز خارجی

۳-۵-۲ مجذور باقی مانده مرزی

در روش حداقل مربعات مرزی، مجذور باقی مانده مرزی به صورت زیر تعریف می شود.

$$\Delta^2 = \int_L r^2 dr \quad (44-2)$$

که L مرز خارجی و داخلی و r باقی مانده شرایط مرزی می باشد.

شکل گسسته مجذور باقی مانده مرزی به شکل زیر است.

$$\Delta^2 = \sum_{k=1}^N \{r_1^2(\xi_k) + r_2^2(\xi_k)\} \quad ; \quad N_{tot} = 4N_1 + N_2 \quad (45-2)$$

در فرم گسسته بالا، r_1 برابر با اختلاف تنش نرمال حاصل شرایط مرزی از تنش نرمال در نتیجه‌ی حل تحلیلی و r_2 نیز برابر با اختلاف تنش برشی حاصل شرایط مرزی از تنش برشی در نتیجه‌ی حل تحلیلی در نقاط منتخب روی مرزها می‌باشند.

در نهایت پس از به دست آوردن Δ^2 برای هر دو نوع بارگذاری (معادلات (2-42) و (2-43))، باید تابع اختلاف را کمینه کرد. بدین منظور مشتق ضمنی تابع نسبت به ضرایب مختلط A_k, B_k, C_k و D_k برابر با صفر قرار داده می‌شود و با حل دستگاه معادلات ایجادشده، ضرایب محاسبه می‌گردند. در انتها با جایگذاری ضرایب در معادلات (2-37)، مؤلفه‌های تنش به دست می‌آیند.

در صفحه‌های چند لایه استحکام شکست همه لایه‌ها باید با استفاده از یک معیار شکست خاص محاسبه گردد و سپس کمترین مقدار بعنوان استحکام شکست کلی در نظر گرفته می‌شود. در این بررسی، استحکام شکست با استفاده از معیار شکست تای-هیل محاسبه شده است که به صورت زیر بیان شده است:

$$\sigma_f^2 = \frac{1}{\left(\frac{\sigma_1}{\sigma}\right)^2 \frac{1}{X^2} + \left(\frac{\sigma_2}{\sigma}\right)^2 \frac{1}{Y^2} + \left(\frac{\tau_6}{\sigma}\right)^2 \frac{1}{S^2} - \left(\frac{\sigma_1 \sigma_2}{\sigma^2}\right)^2 \frac{1}{X^2}} \quad (46-2)$$

که σ_1, σ_2 و τ_6 تنش‌ها هستند.

۲-۶ الگوریتم حل تحلیلی

الگوریتم حل تحلیلی به منظور محاسبه مؤلفه‌های تنش به طور خلاصه در زیر شرح داده شده است:

۱. تعریف پارامترهای هندسی نظیر ابعاد صفحه (H, L) ، تعیین هندسه گشودگی (n) ، انحنای

گوشه‌های گشودگی (w) ، زاویه چرخش گشودگی (β)

۲. تعیین تابع نگاشت به کمک معادله (2-6)

۳. محاسبه ماتریس نرمی با توجه به نوع ماده و زاویه الیاف کامپوزیت
۴. به دست آوردن ریشه‌های معادله مشخصه در معادله‌ی (۲-۲۲)
۵. انتخاب نقاط روی مرز خارجی (معادله‌ی (۲-۳۹)) و داخلی، تبدیل نقاط از صفحه‌ی Z به نقاط متناظر آن‌ها در صفحه‌ی ξ
۶. تعیین نوع بارگذاری و شرایط مرزی با توجه به معادلات (۲-۴۲) و (۲-۴۳)
۷. محاسبه‌ی مجذور باقی‌مانده مرزی معادله (۲-۴۵)
۸. محاسبه مشتق مجذور باقی‌مانده مرزی مرحله هفتم نسبت به ضرایب مجهول
۹. حل دستگاه معادلات خطی ایجادشده در مرحله هشتم و استخراج ضرایب مجهول
۱۰. محاسبه مؤلفه‌های تنش به کمک معادله (۲-۳۷)

۲-۷ جمع بندی

این فصل به محاسبه مؤلفه‌های تنش با توجه به فرضیات حاکم در مسأله، اختصاص داده شد. ابتدا تابع نگاشت معرفی گردید و به کمک آن نقاط منتخب به صفحه مختلط انتقال یافت. برای محاسبه‌ی تنش توابعی تحلیلی معرفی شده و به منظور محاسبه ضرایب مجهول در این توابع تحلیلی تنش از روش حداقل مربعات مرزی استفاده گردید؛ بنابراین شرایط مرزی تعیین و از حاصل اختلاف شرایط مرزی و تابع تنش به دست آمده مشتق گرفته شد. در نهایت ضرایب مجهول به دست آمده و مؤلفه‌های تنش استخراج شدند. به کمک روابط به دست آمده در این فصل، می‌توان به بررسی تأثیر متغیرهای مختلف بر مؤلفه‌های تنش پرداخت.

فصل سوم

بهینه‌سازی و الگوریتم ژنتیک

۳-۱ مقدمه

در چند سال گذشته، نوع جدیدی از الگوریتم‌های تقریبی ظهور یافته‌اند که اساساً هدف آن‌ها ترکیب روش‌های ابتکاری در چارچوب‌های کلان‌تر به منظور کاهش کارا و اثربخش فضای جستجو می‌باشد. امروزه از این روش‌ها با عنوان روش‌های فراابتکاری نام‌برده می‌شود. الگوریتم ژنتیک یکی از روش‌های فراابتکاری بسیار رایج در حل مسائل بهینه‌سازی ترکیبی به شمار می‌رود. این الگوریتم فرایند تکامل تدریجی در طبیعت را به وسیله ترکیبی از الگوهای مختلف انتخاب، ترکیب، جهش و جایگزینی شبیه‌سازی می‌کند.

در این فصل ابتدا روش‌های مختلف بهینه‌سازی تشریح و سپس در میان انواع روش‌ها، از الگوریتم ژنتیک استفاده و نحوه به‌کارگیری آن بیان شده است.

۳-۲ مقدمه‌ای بر بهینه‌سازی و الگوریتم‌های موجود

هدف از بهینه‌سازی یافتن بهترین جواب قابل قبول، با توجه به محدودیت‌ها و نیازهای مسأله است. برای یک مسأله، ممکن است جواب‌های مختلفی موجود باشد که برای مقایسه آن‌ها و انتخاب جواب بهینه، تابعی به نام تابع هدف تعریف می‌شود. انتخاب این تابع به طبیعت مسأله وابسته است. به عنوان مثال، زمان سفر یا هزینه از جمله اهداف رایج بهینه‌سازی شبکه‌های حمل و نقل می‌باشد. به هر حال، انتخاب تابع هدف مناسب یکی از مهم‌ترین گام‌های بهینه‌سازی است. گاهی در بهینه‌سازی چند هدف به طور هم‌زمان مدنظر قرار می‌گیرد؛ این گونه مسائل بهینه‌سازی را که دربرگیرنده چند تابع هدف هستند، مسائل چند هدفی می‌نامند. ساده‌ترین راه در برخورد با این گونه مسائل، تشکیل یک تابع هدف جدید به صورت ترکیب خطی توابع هدف اصلی است که در این ترکیب میزان اثرگذاری هر تابع با وزن اختصاص یافته به آن مشخص می‌شود [۵۸].

هر مسأله‌ی بهینه‌سازی دارای تعدادی متغیر مستقل است که آن‌ها را متغیرهای طراحی می‌نامند. در بهینه‌سازی به تعیین مقادیر متغیرهای طراحی پرداخته می‌شود، به گونه‌ای که تابع هدف کمینه یا بیشینه شود.

مسائل مختلف بهینه‌سازی به دودسته زیر تقسیم می‌شود [۵۹]:

الف) مسائل بهینه‌سازی بدون محدودیت: در این مسائل هدف، بیشینه یا کمینه کردن تابع هدف بدون هرگونه محدودیتی بر روی متغیرهای طراحی می‌باشد.

ب) مسائل بهینه‌سازی با محدودیت: بهینه‌سازی در اغلب مسائل کاربردی، با توجه به محدودیت‌هایی صورت می‌گیرد؛ محدودیت‌هایی که در زمینه رفتار و عملکرد یک سیستم می‌باشد، محدودیت‌های رفتاری و محدودیت‌هایی که در فیزیک و هندسه مسأله وجود دارد، محدودیت‌های هندسی یا جانبی نامیده می‌شوند.

معادلات معرف محدودیت‌ها ممکن است به صورت مساوی یا نامساوی باشند که در هر مورد، روش بهینه‌سازی متفاوت می‌باشد. به هر حال محدودیت‌ها، ناحیه قابل قبول در طراحی را معین می‌کنند.

۳-۳ فرایند بهینه‌سازی

بهینه‌سازی یک فعالیت مهم و تعیین کننده در طراحی است. طراحان زمانی قادر خواهند بود طرح‌های بهتری تولید کنند که بتوانند با روش‌های بهینه‌سازی در صرف زمان و هزینه طراحی صرفه‌جویی نمایند. بسیاری از مسائل بهینه‌سازی در مهندسی، طبیعتاً پیچیده و مشکل هستند که با انجام مراحل زیر می‌توان فرایند بهینه‌سازی را ساده نمود.

۱-۳-۳ فرموله کردن مسأله

در این مرحله، یک مسأله‌ی تصمیم‌گیری، همراه با یک ساختار کلی از آن تعریف می‌شود. این ساختار کلی ممکن است خیلی دقیق نباشد اما وضعیت کلی مسأله را، که شامل فاکتورهای ورودی و خروجی و اهداف مسأله است، بیان می‌کند. شفاف‌سازی و ساختاردهی به مسأله، ممکن است برای بسیاری از مسائل بهینه‌سازی، کاری پیچیده باشد.

۲-۳-۳ مدل‌سازی مسأله

در این مرحله یک مدل ریاضی کلی برای مسأله، ساخته می‌شود. مدل‌سازی ممکن است از مدل‌های مشابه در پیشینه‌ی موضوع کمک بگیرد. این گام موجب تجزیه مسأله به یک یا چند مدل بهینه‌سازی می‌گردد.

۳-۳-۳ بهینه‌سازی مسأله

پس از مدل‌سازی مسأله، روال حل، یک راه‌حل خوب برای مسأله تولید می‌کند. این راه‌حل ممکن است بهینه یا تقریباً بهینه باشد. نکته‌ای که باید به آن توجه داشت این است که راه‌حل به دست آمده، راه‌حلی برای مدل طراحی شده است، نه برای مسأله‌ی واقعی. در هنگام فرموله کردن و مدل‌سازی ممکن است تغییراتی در مسأله‌ی واقعی به وجود آمده و مسأله‌ی جدید، نسبت به مسأله‌ی واقعی تفاوت زیادی داشته باشد.

۴-۳-۳ استقرار مسأله

راه‌حل به دست آمده توسط تصمیم‌گیرنده بررسی می‌شود و در صورتی که قابل قبول باشد، مورد استفاده قرار می‌گیرد و در صورتی که راه‌حل قابل قبول نباشد، مدل یا الگوریتم بهینه‌سازی باید توسعه داده شده و فرایند بهینه‌سازی تکرار گردد.

۳-۴ الگوریتم‌های بهینه‌سازی

هدف الگوریتم‌های اکتشافی، ارائه راه‌حل در چارچوب یک‌زمان قابل قبول است که برای حل مسأله مناسب باشد. ممکن است الگوریتم اکتشافی، بهترین راه‌حل واقعی برای حل مسأله نبوده ولی می‌تواند راه‌حل نزدیک به بهترین باشد. الگوریتم‌های اکتشافی با الگوریتم‌های بهینه‌سازی برای اصلاح کارایی الگوریتم می‌توانند ترکیب شوند. الگوریتم‌های فرااکتشافی ترکیبی از الگوریتم‌های اکتشافی هستند که برای پیدا کردن، تولید یا انتخاب هر اکتشاف در هر مرحله طراحی می‌شوند و راه‌حل خوبی برای مسائلی که مشکل بهینه‌سازی دارند، ارائه می‌دهند. الگوریتم‌های فرااکتشافی برخی از فرضیات مسائل بهینه‌سازی که باید حل شود را در نظر می‌گیرند [۵۸].

۳-۵ الگوریتم‌های فراابتکاری

الگوریتم‌های فراابتکاری الگوریتم‌هایی هستند که با الهام از طبیعت، فیزیک و انسان طراحی شده‌اند و در حل بسیاری از مسائل بهینه‌سازی استفاده می‌شوند. معمولاً از الگوریتم‌های فراابتکاری در ترکیب با سایر الگوریتم‌ها، جهت رسیدن به جواب بهینه یا خروج از وضعیت جواب بهینه محلی استفاده می‌گردد. در سال‌های اخیر یکی از مهم‌ترین و امیدبخش‌ترین تحقیقات، روش‌های ابتکاری برگرفته از طبیعت بوده است؛ این روش‌ها شباهت‌هایی با سیستم‌های اجتماعی و یا طبیعی دارند. کاربرد آن‌ها برگرفته از روش‌های ابتکاری پیوسته می‌باشد که در حل مسائل مشکل ترکیبی نتایج بسیار خوبی داشته است.

روش‌های به کاررفته شده برگرفته از فیزیک، زیست‌شناسی و جامعه‌شناسی هستند و به صورت زیر تشکیل شده‌اند:

- استفاده از تعداد مشخصی از سعی‌ها و کوشش‌های تکراری
- استفاده از یک یا چند عامل (نرون، خرده‌ریز، کروموزوم، مورچه و غیره)

- عملیات (در حالت چندعاملی) با یک سازوکار همکاری - رقابت

- ایجاد روش‌های خود تغییری و خود تبدیلی

طبیعت دارای دو تدبیر بزرگ می‌باشد:

۱- انتخاب پاداش برای خصوصیات فردی قوی و جزا برای فرد ضعیف‌تر

۲- جهش که معرفی اعضای تصادفی و امکان تولد فرد جدید را میسر می‌سازد.

به‌طورکلی دو وضعیت وجود دارد که در روش‌های ابتکاری برگرفته از طبیعت دیده می‌شود، یکی

انتخاب و دیگری جهش. انتخاب ایده‌ای مبنا برای بهینه‌سازی و جهش ایده‌ای مبنا برای جستجوی

پیوسته می‌باشد.

از خصوصیات روش‌های ابتکاری برگرفته از طبیعت، می‌توان به موارد زیر اشاره کرد:

- پدیده‌های حقیقی در طبیعت را مدل‌سازی می‌کنند.

- بدون قطع می‌باشند.

- اغلب بدون شرط، ترکیبی همانند (عامل‌های متعدد) را معرفی می‌نمایند.

- تطبیق‌پذیر هستند.

خصوصیات بالا باعث رفتاری معقول در جهت تأمین هوشمندی می‌شود. تعریف هوشمندی نیز عبارت

است از قدرت حل مسائل؛ بنابراین هوشمندی به حل مناسب مسائل بهینه‌سازی ترکیبی منجر

می‌شود [۵۸].

۳-۵-۱ الگوریتم ژنتیک

الگوریتم ژنتیک^۱، تکنیک جستجویی در علم رایانه برای یافتن راه‌حلی تقریبی برای بهینه‌سازی و

مسائل جستجو است. الگوریتم ژنتیک نوع خاصی از الگوریتم‌های تکامل است که از تکنیک‌های

¹ Genetic Algorithm (GA)

زیست‌شناسی فرگشتی مانند وراثت و جهش استفاده می‌کند. این الگوریتم برای اولین بار توسط جان هنری هلند^۱ معرفی شد [۶۰].

جان هلند، دانشمند علوم کامپیوتر و روانشناس، مبدع شاخه‌ای از علوم کامپیوتر به نام سیستم‌های تطبیقی پیچیده می‌باشد. او در کتاب خود یک سیستم تطبیقی را چنین شرح می‌دهد که سیستم مربوطه به‌طور یکنواخت و پیوسته خودش را تغییر می‌دهد تا از محیط اطراف خود بهتر استفاده کند. هلند در خلال توسعه تئوری خود برای سیستم‌های تطبیقی به شرح اپراتورهای ژنتیک برای تغییر حالت سیستم می‌پردازد. گرچه کتاب هلند، اختصاصاً برای سیستم‌های تطبیقی نگاشته شده است ولی یک مشخصه بسیار مهم دارد و آن ابداع و معرفی الگوریتم ژنتیک می‌باشد.

الگوریتم ژنتیک روشی برای بهینه‌سازی مسائل مختلف می‌باشد و بر اساس فلسفه انتخاب اصلح در طبیعت بنا شده است. در واقع الگوریتم‌های ژنتیک از اصول انتخاب طبیعی داروین^۲ برای یافتن فرمول بهینه جهت پیش‌بینی یا تطبیق الگو استفاده می‌کنند. در هوش مصنوعی الگوریتم ژنتیک یک تکنیک برنامه‌نویسی است که از تکامل ژنتیکی به‌عنوان یک الگوی حل مسأله استفاده می‌کند. در جدول ۱-۳ هم‌ارزی بین مفاهیم بیولوژیکی و عناصر الگوریتم ژنتیک بیان شده است.

جدول ۱-۳ هم‌ارزی مفاهیم بیولوژیکی و عناصر الگوریتم ژنتیک

سیر تکاملی طبیعی	محیط	جمعیت	تولید	فرد	والدین	اندازه انطباق
ژنتیک	مسأله	مجموعه جواب	گام تکرار	جواب داوطلب	جواب‌های برگزیده	تابع هدف

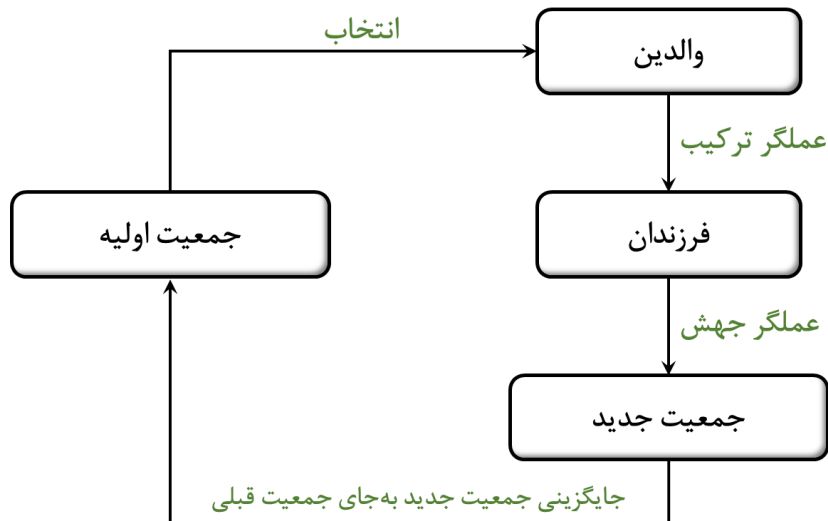
مسأله‌ای که باید حل شود دارای ورودی‌هایی می‌باشد که طی یک فرایند الگوبرداری شده از تکامل ژنتیکی به راه‌حل‌ها تبدیل می‌شود. سپس راه‌حل‌ها به‌عنوان کاندیداها توسط تابع هدف^۳ مورد ارزیابی قرار می‌گیرند. الگوریتم ژنتیک به‌صورت تکرار، جمعیتی از راه‌حل‌ها را اصلاح می‌کند. در هر مرحله،

^۱ John Henry Holland

^۲ Darwin

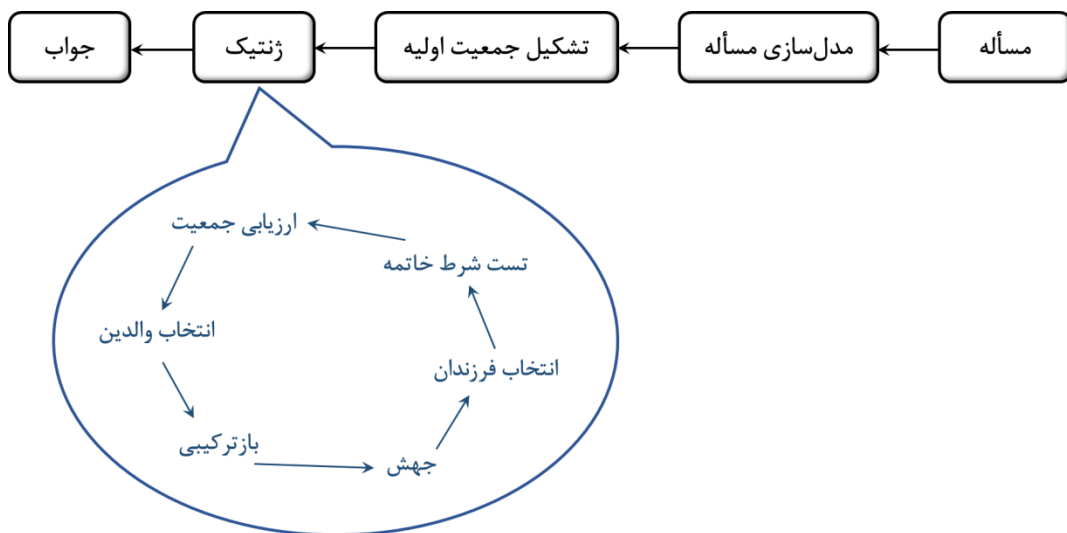
^۳ Fitness Function

الگوریتم ژنتیک تعدادی از افراد را به صورت تصادفی از جمعیت کنونی انتخاب می‌کند تا والدینی برای فرزندان مرحله بعد باشند. در شکل ۱-۳ نحوه تولید جمعیت و انتخاب آن نشان داده شده است.



شکل ۱-۳ الگوریتم تولید و انتخاب جمعیت

این مراحل تا رسیدن به شرط خاتمه ادامه پیدا می‌کند. فلوچارت مدل‌سازی و استفاده از الگوریتم ژنتیک در شکل ۲-۳ نشان داده شده است.



شکل ۲-۳ ساختار الگوریتم ژنتیک

۲-۵-۳ پارامترهای الگوریتم ژنتیک

همان‌طور که تا الان در مورد الگوریتم ژنتیک گفته شد، پارامترهای گوناگونی در الگوریتم ژنتیک تأثیر دارند که با انتخاب بهترین مقدار برای این پارامترها می‌توان بهینه‌سازی را به آسانی انجام داد. این پارامترهای مؤثر شامل جمعیت اولیه، احتمال ترکیب، احتمال جهش، تابع هدف و شرط خاتمه می‌باشند که در ادامه معرفی شده‌اند.

۱-۲-۵-۳ جمعیت اولیه

تعداد جمعیت اولیه تأثیر بسزایی بر عملکرد ژنتیک دارد. اگر جمعیت اولیه کم انتخاب شود، قسمت کمی از جمعیت مورد ارزیابی قرار می‌گیرد و الگوریتم نمی‌تواند کار بهینه‌سازی را به درستی انجام دهد. و اگر تعداد جمعیت اولیه زیاد فرض شود، سرعت الگوریتم ژنتیک را کم می‌کند و باعث هدر رفت زمان می‌شود. بدین منظور انتخاب بهینه جمعیت اولیه یک پارامتر مهم در بهبود عملکرد الگوریتم ژنتیک می‌باشد.

۲-۲-۵-۳ احتمال ترکیب

در هر نسل، تعدادی از والدین این فرصت را پیدا می‌کنند که تولیدمثل کنند. یکی از روش‌های انتخاب والدین استفاده از عملگر ترکیب می‌باشد. این عملگر خصوصیات والدین را برای تولید فرزندان ترکیب می‌کند تا جمعیت بهتری ایجاد شود. ممکن است عملگر روی چندین والد عمل کند و خصیصه‌های آن‌ها را ترکیب کند تا فرزند تولید گردد. هدف تولید فرزند جدید می‌باشد با این امید که خصوصیات خوب والد در فرزند جمع شده و موجود بهتری را تولید کند.

تعداد جمعیتی که در عمل ترکیب شرکت می‌کند به مقدار احتمال ترکیب بستگی دارد. اگر احتمال برابر صفر باشد، بدین معناست که ترکیب انجام نمی‌شود و اگر احتمال برابر یک باشد، تمام والدین در ترکیب شرکت می‌کنند. معمولاً این مقدار بین ۰/۵ تا ۰/۹ در نظر گرفته می‌شود. به کمک رابطه (۱-۳) می‌توان تعداد جمعیت فرزندان را محاسبه نمود [۶۱].

$$ncrossover = 2 \times round\left(npop \frac{p_c}{2}\right) \quad (1-3)$$

که $npop$ تعداد جمعیت و p_c احتمال ترکیب است.

۳-۲-۵-۳ احتمال جهش

بعد از اعمال ترکیب، به منظور جلوگیری از همگرایی به بهینه محلی و تولید جمعیت متنوع از عملگر جهش استفاده می‌شود. با این عمل فرزند با خصوصیات جدید که احتمالاً در جمعیت وجود نداشته است، تولید می‌گردد.

اگر احتمال جهش زیاد باشد، احتمال دارد خصوصیات خوب تغییر کنند و اثرشان از بین برود. و اگر احتمال کم باشد، همان ویژگی‌ها در نسل جدید تکرار می‌شود. بنابراین انتخاب احتمال جهش مطلوب مهم می‌باشد. در الگوریتم ژنتیک، احتمال جهش معمولاً بین ۰/۵ تا ۳ درصد انتخاب می‌شود. به کمک رابطه (۳-۲) نیز می‌توان جمعیت تولید شده توسط احتمال جهش را به دست آورد [۶۱].

$$nmut = npop \times p_m \quad (2-3)$$

که p_m احتمال جهش می‌باشد.

۴-۲-۵-۳ تابع هدف

همان‌طور که قبلاً به آن اشاره شد، برای این که بتوان افراد بهتر درون جمعیت را تشخیص داد بایستی معیاری تعریف شود که بر اساس آن افراد بهتر تعیین گردد. به این کار، یعنی میزان خوبی یک فرد، برازش و به تابع موردنظر تابع هدف گویند. برازش این گونه است که برحسب این که فرد چه مقدار خوب است، یک عدد به آن نسبت داده می‌شود و بزرگی (کوچکی) این عدد، شایستگی فرد نام دارد. بسته به نوع مسأله، هدف کمینه یا بیشینه کردن شایستگی می‌باشد.

با توجه به هدف مسأله مذکور، تابع برازش (هدف) تنش موضعی اطراف گشودگی منتظم در صفحه ناهمسانگرد محدود در نظر گرفته شده است. درواقع ماکزیمم تنش موضعی محاسبه شده توسط معادلات (۳۷-۲) کمینه می‌گردد.

۵-۲-۵-۳ شرط خاتمه

در نسل‌های متوالی، جمعیت به‌سوی راه‌حلّ بهینه پیش می‌رود و چنانچه شرط خروج مسأله فراهم شده باشد، الگوریتم خاتمه می‌یابد. از الگوریتم ژنتیک برای حلّ بسیاری از مسائل بهینه‌سازی که با الگوریتم‌های استاندارد هم‌خوانی ندارند، استفاده می‌شود.

از آنجایی که الگوریتم‌های ژنتیک بر پایه تولید و تست می‌باشند، جواب مسأله مشخص نیست و نمی‌توان متوجه شد که کدام‌یک از جواب‌های تولیدشده جواب بهینه است. به همین دلیل معیارهای مختلفی برای شرط خاتمه در نظر گرفته می‌شود:

۱- تعداد مشخصی نسل

۲- عدم بهبود در بهترین شایستگی جمعیت طیّ چند نسل متوالی

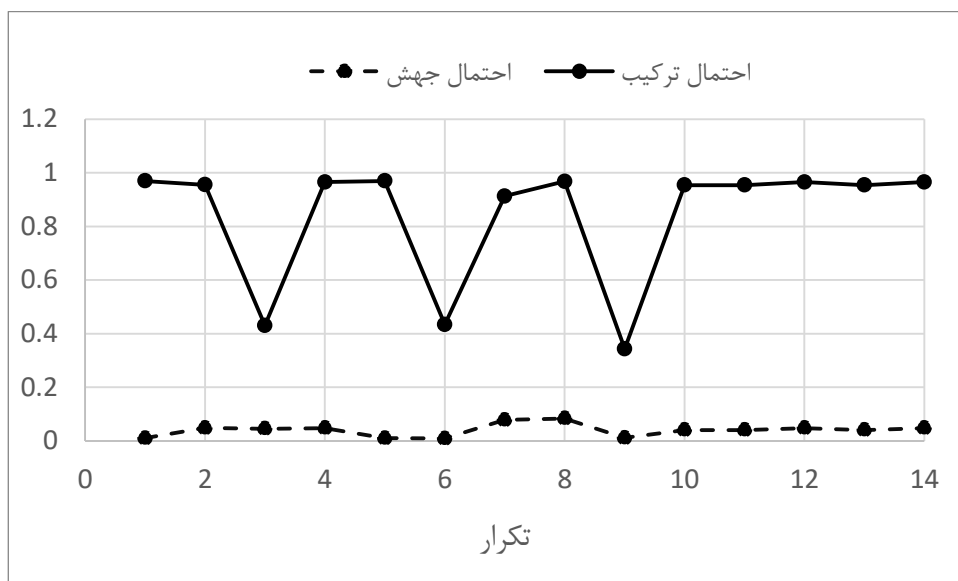
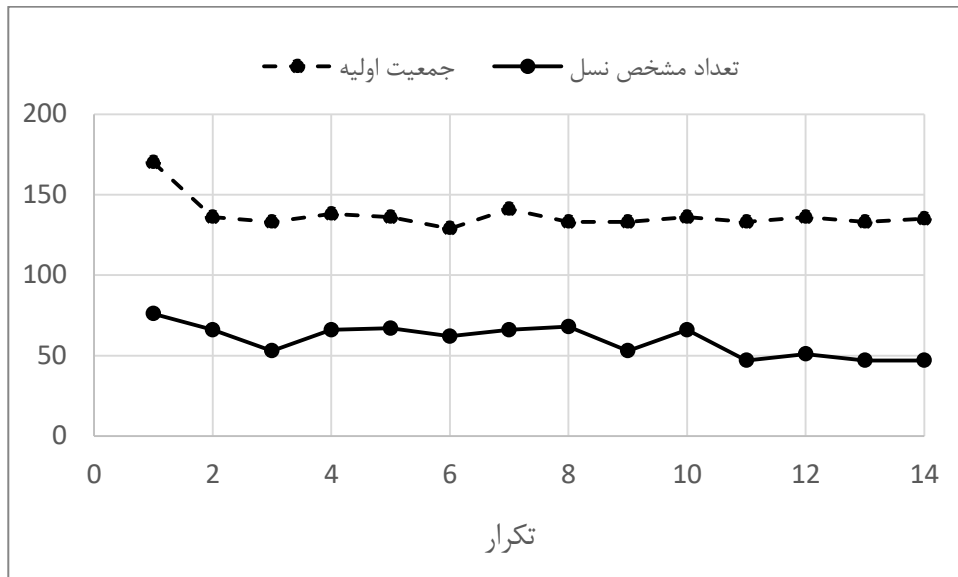
۳- واریانس شایستگی جمعیت از یک مقدار مشخصی پایین‌تر بیاید و یا این که طیّ چند نسل متوالی مشخص، تغییر نکند.

۴- بهترین شایستگی جمعیت از یک حدّ خاصی کمتر شود.

می‌توان شرایط دیگری تعریف کرد و یا ترکیبی از شرایط فوق را به‌عنوان شرط خاتمه به کار بست. در این پایان‌نامه از شرط اول (تعداد مشخصی نسل) استفاده شده است. همان‌طور که به آن اشاره شد، پارامترهایی نظیر جمعیت اولیه، تعداد مشخص نسل برای شرط خاتمه، احتمال ترکیب و جهش بر نتیجه الگوریتم ژنتیک تأثیر می‌گذارند. با انتخاب مقادیر بهینه می‌توان به نتایج بهتری رسید. بدین منظور از دستور Ga در نرم‌افزار متلب استفاده شده است.

در این صورت ابتدا برای هر چهار پارامتر مذکور، بازه اعداد معقولی (در بخش مربوط به هر پارامتر در مورد بازه اعداد صحبت شد) در نظر گرفته می‌شود. سپس متلب یک سری عدد برای پارامترهای یادشده فوق انتخاب می‌کند. با اعداد محاسبه شده سراغ بهینه‌سازی تنش می‌رود. بدین منظور مقدار تابع هدف (که همان تنش بهینه است) را به‌عنوان نمونه برای گشودگی مثلثی با شعاع انحنای 0.25

محاسبه می‌کند. این دستور تکرار می‌شود تا نتایج به همگرایی برسد که این همگرایی در شکل ۳-۳ نشان داده شده است.



شکل ۳-۳ مقادیر همگرایی در الگوریتم ژنتیک

با توجه به نتایج به دست آمده، مقادیر انتخابی دستور Ga به عنوان مقادیر بهینه جهت کمینه کردن تابع هدف انتخاب شده‌اند. در این صورت جمعیت اولیه و تعداد نسل جهت شرط خاتمه مسأله مورد بحث در این پایان نامه به ترتیب ۱۴۰ و ۵۰ در نظر گرفته شده است. هم‌چنین جهت تولید فرزندان، احتمال جهش ۰/۰۳ و جهت تولید جمعیت جدید، احتمال ترکیب ۰/۹ فرض شده است.

به دلیل جامع بودن نتایج ژنتیک، می‌توان از نتایج به دست آمده برای دیگر شعاع انحنای گشودگی و همچنین دیگر هندسه‌ها استفاده نمود.

۳-۶ جمع‌بندی

در این فصل، هدف از بهینه‌سازی و روش‌های اعمال الگوریتم بهینه معرفی گردید. از میان انواع روش‌های بهینه‌سازی، الگوریتم ژنتیک به دلیل انعطاف‌پذیری بالای آن انتخاب شد. در واقع الگوریتم ژنتیک با مجموعه جواب‌ها شروع به کار می‌کند و مستقل از تابع هدف و فضای جستجو برای هر گونه بهینه‌سازی عمل می‌کند. بنابراین از الگوریتم ژنتیک به منظور بهینه کردن تنش در اطراف گشودگی منتظم در صفحات محدود استفاده می‌شود. در انتهای فصل نیز بهینه مقادیر پارامترهای مؤثر در الگوریتم ژنتیک محاسبه گردید. در فصل بعد با استفاده از فلوجارت الگوریتمی گفته شده، مقادیر بهینه مؤلفه‌های تنش در اثر تغییر پارامترهای گوناگون مسأله مورد بررسی قرار خواهد گرفت.

فصل چهارم

بررسی و تحلیل نتایج

۴-۱ مقدمه

پارامترهای متعددی از جمله نوع هندسه‌ی گشودگی، جهت‌گیری گشودگی، شعاع انحنای گوشه‌ی گشودگی و زاویه‌ی الیاف و نسبت اضلاع صفحه بر توزیع تنش اطراف گشودگی در صفحات ناهمسانگرد محدود که تحت بارگذاری قرار می‌گیرند، تأثیرگذار است. در این فصل، با استفاده از کد نویسی معادلات و الگوریتم ژنتیک در نرم‌افزار متلب^۱ مقادیر بهینه‌ی پارامترهای فوق به منظور کمینه کردن تنش بی‌بعد در بارگذاری‌های مختلف محاسبه می‌شود. بدین منظور باید از روش محاسبه‌ی مؤلفه‌های تنش پیرامون گشودگی‌های مختلف و همچنین الگوریتم ژنتیک که در فصول قبل معرفی گردید، استفاده شود.

مقدار و نحوه‌ی توزیع تنش در صفحات ناهمسانگرد حاوی گشودگی، وابسته به جنس خواص مکانیکی ماده به کاررفته در آن می‌باشد که در این تحقیق از شیشه/اپوکسی استفاده شده است. خواص مکانیکی شیشه/اپوکسی در جدول ۴-۱ ارائه شده است.

جدول ۴-۱ خواص مکانیکی شیشه/اپوکسی [۲۸]

ν_{12}	$G_{12}(\text{GPa})$	$E_2(\text{GPa})$	$E_1(\text{GPa})$
۰/۲۶	۷	۱۶/۲	۴۷/۴

۴-۲ تنش بهینه اطراف گشودگی‌های مختلف تحت بارگذاری

تک‌محوری

مقادیر تنش بهینه در اثر تغییر پارامترهای مختلف طراحی نظیر نوع گشودگی، نسبت اضلاع صفحه محدود، زاویه‌ی الیاف، زاویه‌ی چرخش گشودگی و انحنای گشودگی با به کارگیری الگوریتم ژنتیک محاسبه می‌گردد.

^۱ Matlab Software

در این بخش صفحه محدود تحت بارگذاری تک‌محوری در جهت محور Y قرار دارد و مقادیر تنش بهینه به دست آمده، در واقع ماکزیمم تنش نسبت به تنش بارگذاری در جهت محور Y می‌باشند. در این پایان‌نامه σ_0 (معادله‌ی (۲-۴۲)) تنش کششی وارد شده بر مرز خارجی صفحه می‌باشد و مقدار آن ۱ MPa در نظر گرفته شده است.

۱-۲-۴ گشودگی مثلثی

الگوریتم ژنتیک جهت بهینه‌سازی متغیرهای طراحی نظیر زاویه‌ی الیاف، زاویه‌ی چرخش گشودگی به ازای انحنای گشودگی‌های مختلف اجرا و تنش کمینه محاسبه می‌گردد. مقادیر بهینه برای گشودگی مثلثی در صفحه مربعی محدود در جدول ۲-۴ نشان داده شده است. همان‌طور که قابل مشاهده می‌باشد؛ کمترین مقدار تابع هزینه (که منظور همان بیشترین تنش است) برای گشودگی مثلثی، در $w = 0$ که بیان‌کننده‌ی گشودگی دایروی می‌باشد، با مقدار برابر با $3/3894$ مگاپاسکال است.

جدول ۲-۴ مقادیر بهینه متغیرهای طراحی و تابع هدف در انحناهای گشودگی مختلف به ازای نسبت اضلاع برابر در گشودگی مثلثی تحت بارگذاری تک‌محوری

انحنای گشودگی	زاویه‌ی چرخش (درجه)	زاویه‌ی الیاف (درجه)	تنش بهینه (MPa)
۰	۱۳۴/۰۶۲۶	-۳۰/۴۸۹۱	۳/۳۸۹۴
۰/۰۵	۶۵/۴۷۱۲	۳۷/۶۸۷۰	۳/۷۱۶۸
۰/۱	۷۵/۶۰۸۸	۳۸/۰۷۲۳	۴/۱۸۲۷
۰/۱۵	۲۴/۸۸۲۵	۳۷/۸۶۲۴	۴/۷۸۱۶
۰/۲	۹۶/۳۶۸۱	۳۹/۲۶۸۹	۵/۵۸۳۰
۰/۲۵	۵۶/۳۵۲۲	۳۷/۴۹۵۷	۶/۶۹۸۶
۰/۳	۵۷/۹۵۷۱	۳۷/۲۶۷۵	۸/۳۷۶۲

به منظور بررسی تأثیر نسبت اضلاع صفحه محدود بر متغیرهای طراحی، نتایج بهینه به ازای نسبت اضلاع متفاوت مورد بررسی قرار می‌گیرد. مقادیر بهینه‌ی متغیرهای طراحی و تابع هدف به ازای $L/H = 2$ و $L/H = 3$ به ترتیب در جدول ۳-۴ و جدول ۴-۴ ارائه شده است. با توجه به جدول ۳-۴ کمترین مقدار تابع هدف در صفحه با نسبت ابعاد برابر با ۲ در $w = 0.1$ بوده و مقدار آن

۳/۴۰۳۳ مگاپاسکال می‌باشد. همچنین با توجه به جدول ۴-۴، کمترین مقدار تابع هدف در انحناهای گشودگی ۰/۱ و ۰/۱۵ با تقریب یک اعشار باهم برابر و اندازه‌ی آن‌ها ۳/۴ MPa می‌باشد.

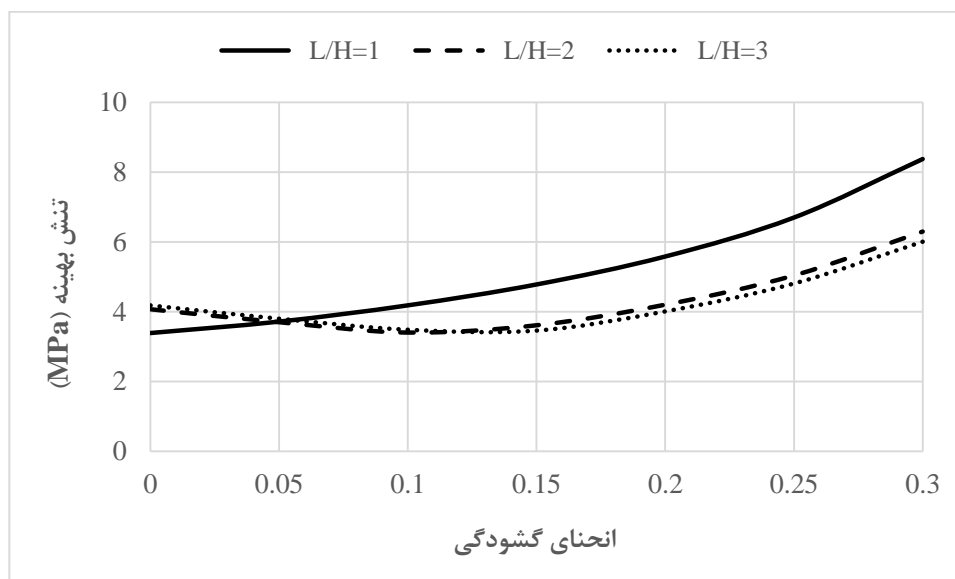
جدول ۳-۴ مقادیر بهینه متغیرهای طراحی و تابع هدف در انحناهای گشودگی مختلف به ازای نسبت اضلاع برابر با دو در گشودگی مثلثی تحت بارگذاری تک‌محوری

انحنای گشودگی	زاویه‌ی چرخش (درجه)	زاویه‌ی الیاف (درجه)	تنش بهینه (MPa)
۰	۱۱۷/۴۳۰۲	-۳۷/۹۴۱۰	۴/۰۷۰۹
۰/۰۵	۷۱/۳۲۳۵	-۳۷/۹۶۱۲	۳/۶۹۹۸
۰/۱	۱۲۱/۳۴۰۲	-۳۳/۷۵۵۲	۳/۴۰۳۳
۰/۱۵	۷۴/۴۰۷۴	۳۴/۷۱۲۷	۳/۶۱۱۳
۰/۲	۲۶/۵۰۹۵	۳۸/۲۴۳۴	۴/۲۰۱۹
۰/۲۵	۱۴/۳۰۴۷	۳۷/۸۶۴۲	۵/۰۳۹۸
۰/۳	۵۶/۸۹۴۰	۳۷/۴۰۶۸	۶/۲۹۷۲

جدول ۴-۴ مقادیر بهینه متغیرهای طراحی و تابع هدف در انحناهای گشودگی مختلف به ازای نسبت اضلاع برابر با سه در گشودگی مثلثی تحت بارگذاری تک‌محوری

انحنای گشودگی	زاویه‌ی چرخش (درجه)	زاویه‌ی الیاف (درجه)	تنش بهینه (MPa)
۰	۱۳۴/۹۶۱۹	-۳۷/۹۴۷۷	۴/۱۸۱۳
۰/۰۵	۶۷/۹۳۴۳	-۳۸/۰۰۷۷	۳/۸
۰/۱	۶۸/۹۳۸۵	-۳۶/۵۶۲۳	۳/۴۸۳۶
۰/۱۵	۱۱۸/۷۶۴۸	۳۲/۵۳۵۲	۳/۴۵۹۵
۰/۲	۷۱/۴۶۰۸	۳۷/۶۶۷	۴/۰۰۹
۰/۲۵	۱۱۰/۲۱۰۸	۳۷/۹۵۷۱	۴/۸۰۸۱
۰/۳	۱۵۷/۸۹۵۸	۳۷/۹۰۳۴	۶/۰۰۶۸

برای مقایسه تنش بهینه در نسبت ابعاد گوناگون، در شکل ۴-۱ نمودار مقدار تنش بهینه نسبت به تغییرات انحنای گشودگی مثلثی به ازای زاویه‌ی الیاف و زاویه‌ی چرخش گشودگی بهینه رسم شده است. همان‌طور که مشاهده می‌شود با افزایش نسبت اضلاع مقادیر تنش در انحنای گشودگی یکسان ابتدا افزایش و سپس کاهش می‌یابد.



شکل ۴-۱ مقدار تنش بهینه برحسب انحنای گشودگی مثلثی به ازای نسبت ابعاد مختلف تحت بارگذاری تک‌محوری

۲-۲-۴ گشودگی چهارضلعی

پس از بررسی مقادیر بهینه در گشودگی مثلثی، در این بخش با استفاده از الگوریتم ژنتیک، تأثیر پارامترهای طراحی در کمینه کردن تنش اطراف گشودگی چهارضلعی مورد بررسی قرار می‌گیرد. در جدول ۴-۵ مقادیر بهینه متغیرهای طراحی و تابع هدف در انحناهای گشودگی مختلف به ازای $L/H = 1$ ارائه شده‌اند. همانند گشودگی مثلثی، در گشودگی چهارضلعی با نسبت ابعاد صفحه برابر با یک نیز تنش بهینه در $w = 0$ کمترین مقدار خود را دارد و مقدار آن برابر با $3/4113$ MPa می‌باشد.

جدول ۴-۵ مقادیر بهینه متغیرهای طراحی و تابع هدف در انحناهای گشودگی مختلف به ازای نسبت اضلاع برابر در

گشودگی چهارضلعی تحت بارگذاری تک‌محوری

انحنای گشودگی	زاویه‌ی چرخش (درجه)	زاویه‌ی الیاف (درجه)	تنش بهینه (MPa)
۰	۶۲/۲۱۸۸	۳۰/۳۶۷۱	۳/۴۱۱۳
۰/۰۵	۸۳/۸۹۷۵	۳۳/۵۲۳۴	۳/۹۸۶۳
۰/۱	۴۸/۰۵۵۵	۳۱/۴۶۵۸	۴/۸۵۷۴
۰/۱۵	۷۴/۹۴۱۵	۳۲/۴۲۸۰	۶/۱۶۷۹
۰/۲	۱۲۰/۲۵۱۰	۳۲/۳۲۸۵	۸/۴۸۲۹
۰/۲۵	۱۰۲/۶۷۶۴	-۳۰/۵۶۱۰	۱۳/۶۳۴۷

مقادیر کمینه‌ی تنش در زاویه‌ی الیاف و زاویه‌ی چرخش گشودگی بهینه در انحناهای گشودگی گوناگون برای صفحه‌ی محدود با نسبت اضلاع برابر با ۲ و ۳ دارای گشودگی چهارضلعی به ترتیب در جدول ۴-۶ و جدول ۴-۷ ارائه شده است. همان‌طور که قابل مشاهده است، کمترین تنش اطراف گشودگی چهارضلعی در صفحه با نسبت ابعاد ۲ و ۳ به ترتیب برابر با ۴/۱۸۸۴ و مگاپاسکال و ۴/۳۱۴۵ مگاپاسکال می‌باشند که در انحنا‌ی گشودگی صفر یا همان گشودگی دایروی اتفاق افتاده است.

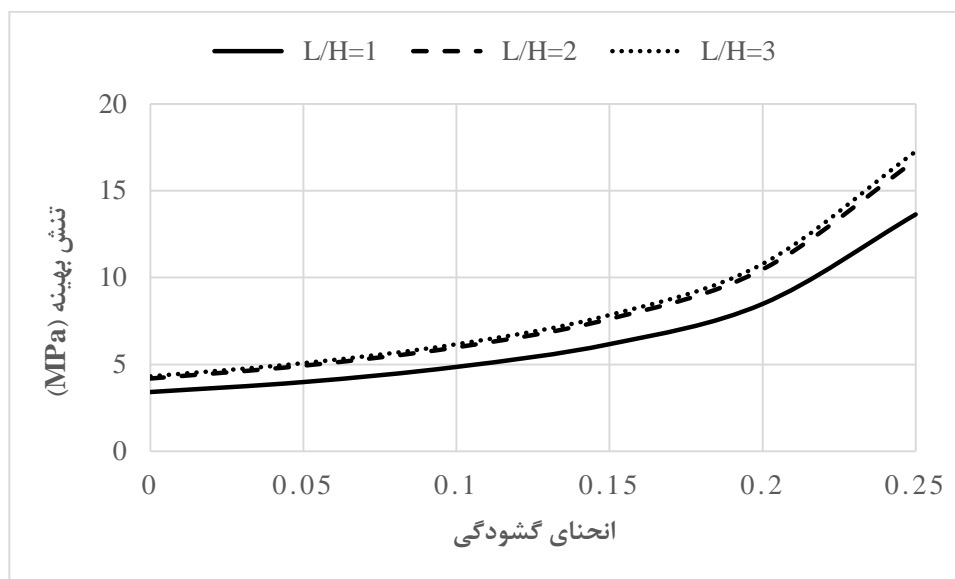
جدول ۴-۶ مقادیر بهینه متغیرهای طراحی و تابع هدف در انحناهای گشودگی مختلف به ازای نسبت اضلاع برابر با دو در گشودگی چهارضلعی تحت بارگذاری تک‌محوری

انحنای گشودگی	زاویه‌ی چرخش (درجه)	زاویه‌ی الیاف (درجه)	تنش بهینه (MPa)
۰	۳۴/۵۴۶۷	-۳۷/۸۴۹۷	۴/۱۸۸۴
۰/۰۵	۱۶۳/۳۵۸۵	-۳۷/۹۳۱۱	۴/۹۲۷۶
۰/۱	۵۷/۲۴۴۱	-۳۸/۰۰۵۹	۵/۹۸۳۶
۰/۱۵	۸۴/۱۱۴۱	-۳۷/۷۷۲۰	۷/۶۱۵۵
۰/۲	۶۴/۳۷۲۱	-۳۷/۷۳۳۸	۱۰/۴۷۱۴
۰/۲۵	۶۶/۲۴۰۴	-۳۸/۰۰۶۷	۱۶/۷۵۴۳

جدول ۴-۷ مقادیر بهینه متغیرهای طراحی و تابع هدف در انحناهای گشودگی مختلف به ازای نسبت اضلاع برابر با سه در گشودگی چهارضلعی تحت بارگذاری تک‌محوری

انحنای گشودگی	زاویه‌ی چرخش (درجه)	زاویه‌ی الیاف (درجه)	تنش بهینه (MPa)
۰	۱۲۸/۳۴۶۷	-۳۷/۹۶۸۳	۴/۳۱۴۵
۰/۰۵	۱۲۴/۰۸۴	-۳۷/۴۹۴	۵/۰۷۶۱
۰/۱	۱۲۱/۷۱۷۲	-۳۸/۰۳۴۴	۶/۱۶۳۷
۰/۱۵	۱۱۳/۵۳۴۶	-۳۷/۷۷۶۹	۷/۸۴۴۶
۰/۲	۹۸/۵۸۷	-۳۷/۸۷۷۴	۱۰/۷۸۶۳
۰/۲۵	۱۰۲/۷۶۰۲	-۳۸/۰۳۶۹	۱۷/۲۵۸۲

در شکل ۴-۲ نمودار تغییرات تنش بهینه برحسب انحنا‌ی گشودگی چهارضلعی به ازای نسبت ابعاد صفحه مختلف نشان داده شده است. با توجه به شکل ۴-۲، با افزایش انحنا‌ی گشودگی، مقدار تنش بهینه افزایش می‌یابد و هم‌چنین با افزایش نسبت اضلاع صفحه محدود دارای گشودگی، مقدار تنش بهینه بیشتر می‌شود.



شکل ۴-۲ مقدار تنش بهینه برحسب انحنای گشودگی چهارضلعی به ازای نسبت ابعاد مختلف تحت بارگذاری تک محوری

۳-۲-۴ گشودگی پنج ضلعی منتظم

در جدول ۴-۸ می توان تأثیر انحنای گشودگی بر تنش بهینه اطراف گشودگی پنج ضلعی منتظم در صفحه مربعی محدود را مشاهده نمود. تنش کمینه در صورت وجود گشودگی پنج ضلعی با شعاع انحنای $w = 0$ مقداری برابر با $3/4299$ مگاپاسکال دارد.

جدول ۴-۸ مقادیر بهینه متغیرهای طراحی و تابع هدف در انحناهای گشودگی مختلف به ازای نسبت اضلاع برابر در گشودگی پنج ضلعی تحت بارگذاری تک محوری

انحنای گشودگی	زاویه چرخش (درجه)	زاویه یالیاف (درجه)	تنش بهینه (MPa)
۰	۵۷/۱۰۲۴	-۳۰/۶۰۲۳	۳/۴۲۹۹
۰/۰۵	۹۹/۰۷۰۸	-۳۲/۶۷۸۶	۴/۲۷۳۶
۰/۱	۴۷/۸۶۴۰	-۳۲/۲۴۰۶	۵/۷۰۱۹
۰/۱۵	۱۰۴/۶۱۶۵	-۳۰/۷۴۲۱	۸/۵۵۴۱
۰/۲	۱۱۰/۷۶۱۶	-۳۰/۸۰۷۵	۱۷/۱۰۴۶

همین طور مقادیر زاویه یالیاف، زاویه چرخش و تنش بهینه به ازای $L/H = 2$ و $L/H = 3$ به ترتیب در جدول ۴-۹ و جدول ۴-۱۰ ارائه شده اند. با توجه به مقادیر ارائه شده، با افزایش انحنای گشودگی ابتدا تنش بهینه کاهش و سپس افزایش داشته به طوری که کمترین تنش بهینه در انحنای

برابر با ۰/۰۵ رخ داده است. این تنش بهینه در صفحه با نسبت ابعاد ۲ برابر با ۳/۶۷۶۵ مگاپاسکال و در صفحه با نسبت ابعاد ۳ برابر با ۳/۷۶۷۷ مگاپاسکال می باشد.

جدول ۴-۹ مقادیر بهینه متغیرهای طراحی و تابع هدف در انحناهای گشودگی مختلف به ازای نسبت اضلاع برابر با دو

در گشودگی پنج ضلعی تحت بارگذاری تک محوری

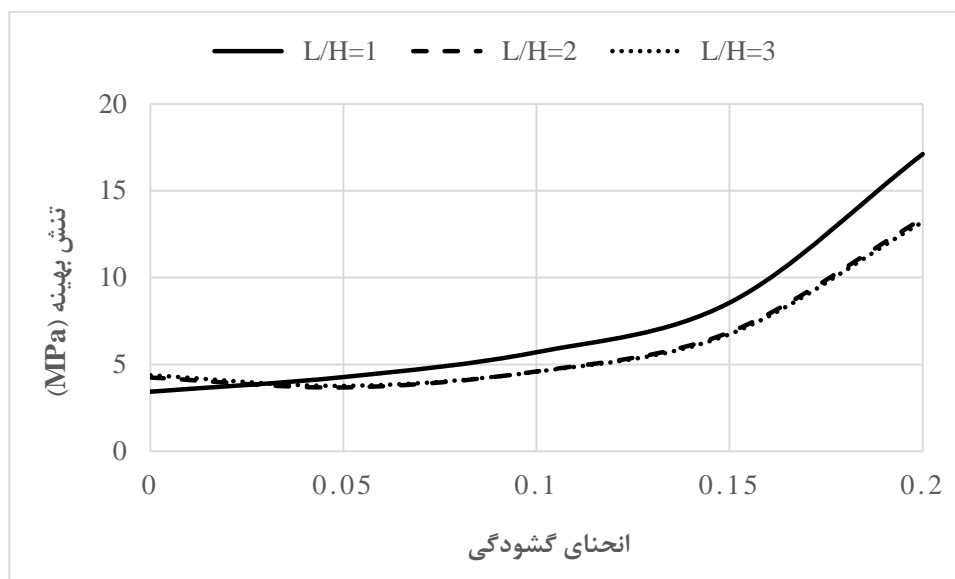
انحنای گشودگی	زاویه ی چرخش (درجه)	زاویه ی الیاف (درجه)	تنش بهینه (MPa)
۰	۸۱/۷۷۸۴	-۳۷/۷۹۷۵	۴/۲۴۵۶
۰/۰۵	۱۴۷/۳۶۲۶	-۴۷/۲۲۵۳	۳/۶۷۶۵
۰/۱	۱۴۶/۵۳۹۸	-۴۳/۲۵۱۹	۴/۵۹۵۹
۰/۱۵	۹۷/۴۴۵۹	-۴۱/۴۶۳۱	۶/۸۵۵۱
۰/۲	۸۹/۴۹۷۶	-۳۹/۰۱۱۸	۱۳/۳۸۹

جدول ۴-۱۰ مقادیر بهینه متغیرهای طراحی و تابع هدف در انحناهای گشودگی مختلف به ازای نسبت اضلاع برابر با

سه در گشودگی پنج ضلعی تحت بارگذاری تک محوری

انحنای گشودگی	زاویه ی چرخش (درجه)	زاویه ی الیاف (درجه)	تنش بهینه (MPa)
۰	۱۴۸/۵۲۳۹	-۳۷/۸۴۹۲	۴/۳۷۹۳
۰/۰۵	۹۳/۹۷۸۲	-۴۷/۴۸۷۷	۳/۷۶۷۷
۰/۱	۱۰/۶۴۳	-۴۶/۰۹۴۲	۴/۵۷۸۷
۰/۱۵	۱۶۸/۷۲۸۵	-۴۳/۷۰۱	۶/۷۴۰۴
۰/۲	۵۳/۱۲۵۵	-۴۲/۷۶۴۶	۱۳/۱۹۷۷

به منظور مقایسه راحت تر مقادیر تنش بهینه به ازای نسبت اضلاع صفحه متفاوت، شکل ۴-۳ رسم شده است. همان طور که مشاهده می شود، تنش بهینه در صفحه مربعی شکل نسبت به صفحه با نسبت ابعاد ۲ و ۳ تفاوت چشم گیری دارد و با افزایش نسبت ابعاد، تنش بهینه کاهش می یابد.



شکل ۴-۳ مقدار تنش بهینه برحسب انحنای گشودگی پنج ضلعی به ازای نسبت ابعاد مختلف تحت بارگذاری تک محوری

۴-۲-۴ گشودگی شش ضلعی منتظم

به عنوان چندضلعی با تعداد اضلاع بیشتر، به بررسی تنش بهینه اطراف گشودگی شش ضلعی منتظم پرداخته می شود. مقادیر بهینه متغیرهای طراحی و تابع هدف در انحناهای گشودگی مختلف به ازای نسبت اضلاع ۱، ۲ و ۳ به ترتیب در جدول ۴-۱۱، جدول ۴-۱۲ و جدول ۴-۱۳ ارائه شده اند. همان طور که قابل مشاهده است، مقدار تابع هدف در $w = 0$ (که همان گشودگی دایروی است) $3/433$ مگاپاسکال، $4/2769$ مگاپاسکال و $4/415$ مگاپاسکال به ترتیب به ازای نسبت اضلاع صفحه برابر با ۱، ۲ و ۳ می باشد.

جدول ۴-۱۱ مقادیر بهینه متغیرهای طراحی و تابع هدف در انحناهای گشودگی مختلف به ازای نسبت اضلاع برابر در گشودگی شش ضلعی تحت بارگذاری تک محوری

انحنای گشودگی	زاویه ی چرخش (درجه)	زاویه ی الیاف (درجه)	تنش بهینه (MPa)
۰	۵۱/۳۷۴۹	۳۰/۴۱۲۰	۳/۴۳۳۰
۰/۰۵	۶۱/۲۷۶۵	۳۴/۷۰۵۴	۴/۵۳۴۶
۰/۱	۱۲۹/۵۳۰۹	۳۲/۹۰۷۵	۶/۸۲۳۳
۰/۱۵	۱۱۴/۴۱۳۵	۳۲/۲۷۳۲	۱۳/۶۶۵۷

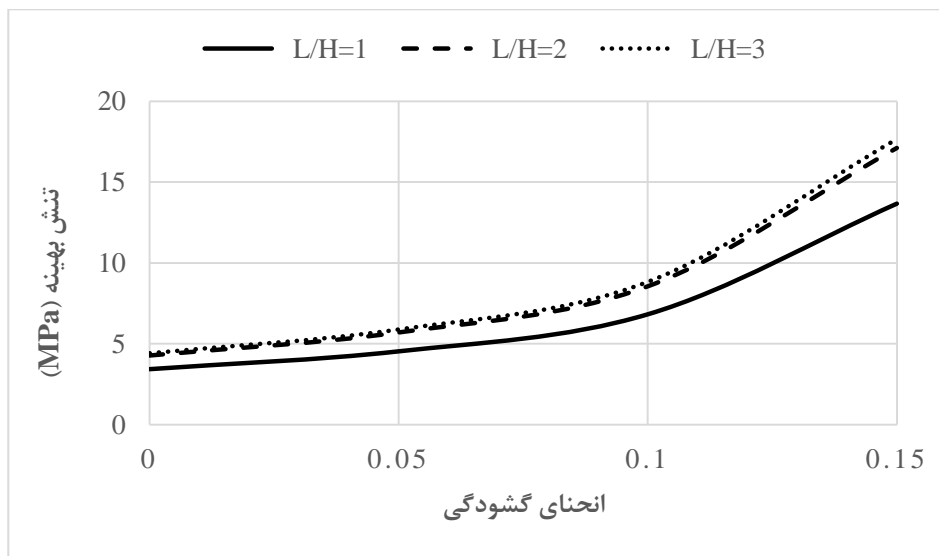
جدول ۴-۱۲ مقادیر بهینه متغیرهای طراحی و تابع هدف در انحناهای گشودگی مختلف به ازای نسبت اضلاع برابر با دو در گشودگی شش ضلعی تحت بارگذاری تک محوری

انحنای گشودگی	زاویه چرخش (درجه)	زاویه الیاف (درجه)	تنش بهینه (MPa)
۰	۱۱۳/۰۷۰۹	-۳۷/۶۳۴۶	۴/۲۷۶۹
۰/۰۵	۳۶/۶۶۳۴	-۳۷/۸۷۴	۵/۷۰۲۵
۰/۱	۱۰۷/۸۵۱۵	-۳۷/۷۶۷	۸/۵۵۳۷
۰/۱۵	۹۵/۴۸۸۵	-۳۸/۱۲۷۷	۱۷/۱۰۷۷

جدول ۴-۱۳ مقادیر بهینه متغیرهای طراحی و تابع هدف در انحناهای گشودگی مختلف به ازای نسبت اضلاع برابر با سه در گشودگی شش ضلعی تحت بارگذاری تک محوری

انحنای گشودگی	زاویه چرخش (درجه)	زاویه الیاف (درجه)	تنش بهینه (MPa)
۰	۱۰۸/۵۶۳۶	-۳۷/۴۶۶۱	۴/۴۱۵
۰/۰۵	۵۳/۲۹۴۳	-۳۷/۷۲۰۷	۵/۸۸۶۴
۰/۱	۵۰/۱۹۸۹	-۳۷/۸۶۲۴	۸/۸۲۹۶
۰/۱۵	۱۴۵/۴۱۷۹	-۳۷/۹۸۳۲	۱۷/۶۵۹۳

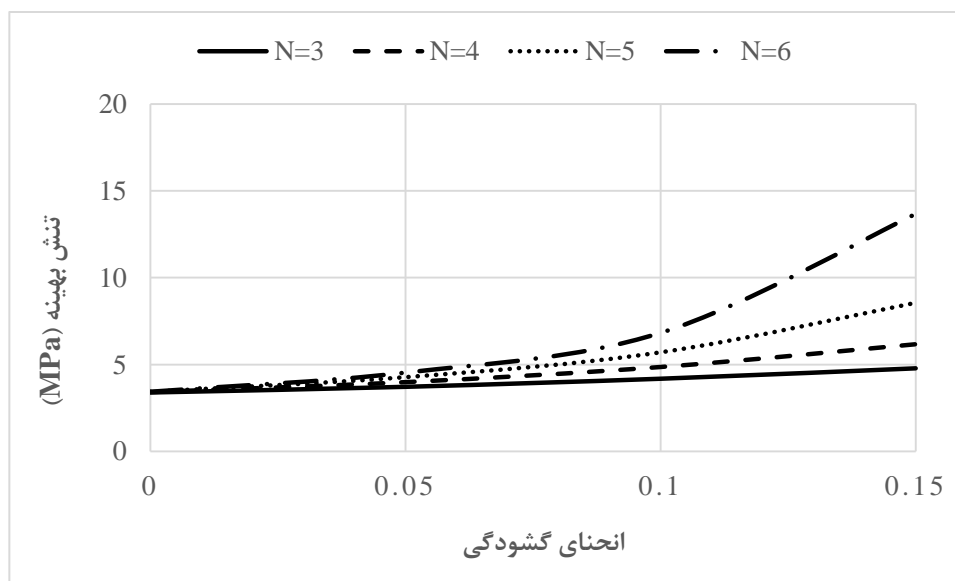
در شکل ۴-۴ تنش بهینه به ازای نسبت اضلاع متفاوت برحسب انحناهای گشودگی رسم شده است. همان طور که در شکل دیده می شود، با افزایش نسبت اضلاع تنش بهینه در انحناهای گشودگی یکسان افزایش می یابد. هم چنین به کمک شکل ۴-۴ می توان کمترین تنش بهینه در انحناهای گشودگی برابر با صفر را مشاهده نمود.



شکل ۴-۴ مقدار تنش بهینه برحسب انحناهای گشودگی شش ضلعی به ازای نسبت ابعاد مختلف تحت بارگذاری تک محوری

با مقایسه نمودارهای تنش بهینه برحسب انحنای گشودگی مختلف به ازای نسبت اضلاع گوناگون تحت بارگذاری تک‌محوری می‌توان به این نتیجه رسید که برای چندضلعی‌های با تعداد اضلاع فرد با افزایش نسبت اضلاع، تنش بهینه در انحنای گشودگی یکسان کاهش می‌یابد. هم‌چنین برای چندضلعی‌های با تعداد اضلاع زوج با افزایش نسبت اضلاع صفحه، تنش بهینه در انحنای گشودگی یکسان افزایش می‌یابد.

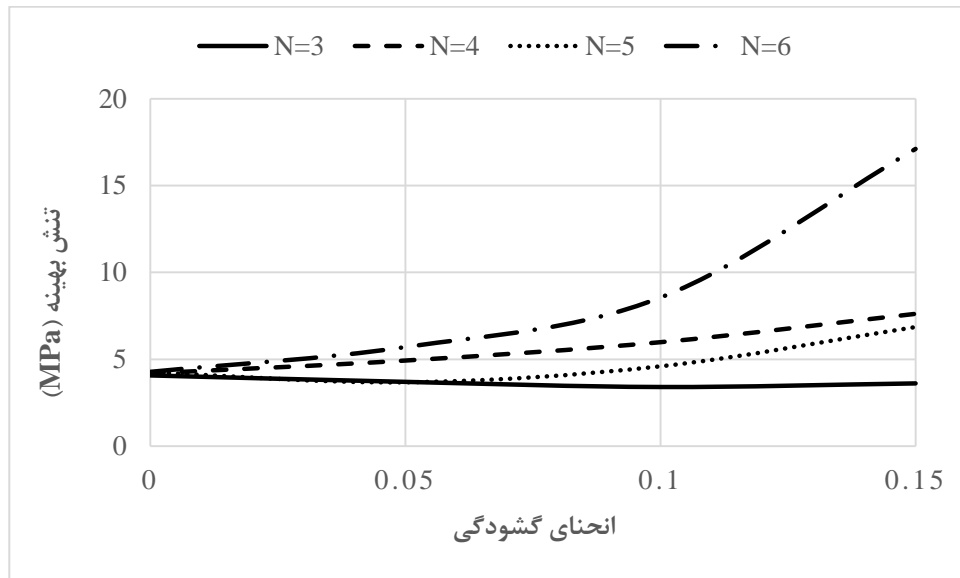
تا به اکنون تأثیر نسبت ابعاد صفحه محدود دارای گشودگی مورد بررسی قرار گرفت. حال به بررسی نوع هندسه‌ی گشودگی در تنش بهینه پرداخته می‌شود. در شکل ۴-۵ نمودار مقدار تنش بهینه برحسب انحنای گشودگی در صفحه مربعی شکل دارای گشودگی‌های منتظم مختلف رسم شده است. همان‌طور که مشاهده می‌شود در انحنای گشودگی یکسان، با افزایش تعداد اضلاع چندضلعی تنش بهینه نیز افزایش می‌یابد و این تفاوت با افزایش انحنای گشودگی بیشتر هم می‌شود.



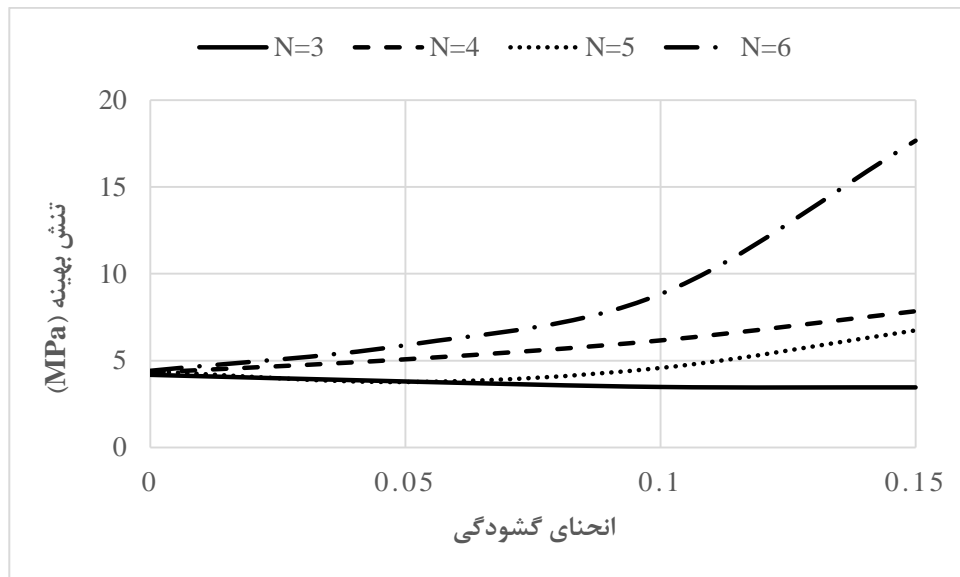
شکل ۴-۵ مقدار تنش بهینه برحسب انحنای گشودگی برای چندضلعی‌های مختلف به ازای نسبت اضلاع برابر تحت بارگذاری تک‌محوری

همانند صفحه با نسبت ابعاد برابر، برای صفحه محدود با نسبت اضلاع ۲ و ۳ نیز نمودار تابع هدف برحسب انحنای گشودگی برای چندضلعی‌های مختلف به ترتیب در شکل ۴-۶ و شکل ۴-۷

رسم شده است. روند تغییرات دو نمودار شبیه به هم بوده و به این صورت است که در انحناى گشودگی یکسان، با افزایش تعداد اضلاع چندضلعی با تعداد اضلاع زوج تنش بهینه نیز افزایش می‌یابد. به‌طور مشابه برای گشودگی‌های منتظم با تعداد اضلاع فرد، با افزایش تعداد اضلاع تنش بهینه افزایش می‌یابد.



شکل ۴-۶ مقدار تنش بهینه برحسب انحناى گشودگی برای گشودگی‌های چندضلعی مختلف به ازای نسبت اضلاع برابر با دو تحت بارگذاری تک‌محوری



شکل ۴-۷ مقدار تنش بهینه برحسب انحناى گشودگی برای گشودگی‌های چندضلعی مختلف به ازای نسبت اضلاع برابر با سه تحت بارگذاری تک‌محوری

۳-۴ تنش بهینه اطراف گشودگی‌های مختلف تحت بارگذاری

دومحوری

در ادامه به بررسی تنش بهینه صفحه محدود دارای گشودگی چندضلعی منتظم تحت بارگذاری کششی دومحوری پرداخته می‌شود. مقدار هر دو پارامتر σ_0 و λ در بارگذاری کششی دومحوری (معادله‌ی (۳-۲)) یک مگاپاسکال در نظر گرفته شده است.

۱-۳-۴ گشودگی مثلثی

مطابق بارگذاری تک‌محوری، ابتدا مقادیر بهینه تنش اطراف گشودگی مثلثی در زاویه‌ی الیاف و زاویه‌ی چرخش گشودگی بهینه برای صفحه محدود تحت بارگذاری دومحوری به دست آمده است. این مقادیر به ازای نسبت اضلاع برابر در جدول ۴-۱۴ ارائه شده و کمترین تنش بهینه را در $w = 0.15$ با مقداری برابر با $5/1762$ مگاپاسکال نشان می‌دهد.

جدول ۴-۱۴ مقادیر بهینه متغیرهای طراحی و تابع هدف در انحناهای گشودگی مختلف به ازای نسبت اضلاع برابر در گشودگی مثلثی تحت بارگذاری دومحوری

انحنای گشودگی	زاویه‌ی چرخش (درجه)	زاویه‌ی الیاف (درجه)	تنش بهینه (MPa)
۰	۸۱/۰۴۳۹	-۶/۵۰۹۹	۶/۳۱۷۱
۰/۰۵	۱۵۶/۳۹۹۳	-۳۰/۲۴۷۸	۵/۷۷۴۲
۰/۱	۹۷/۶۵۵۲	-۳۰/۰۷۰۲	۵/۲۹۲۹
۰/۱۵	۴۹/۵۵۰۵	-۲۹/۹۲۰۱	۵/۱۷۶۲
۰/۲	۹۰/۸۷۶	-۲۹/۹۳۹۴	۵/۷۵۷۸
۰/۲۵	۹۶/۸۲۹۹	-۲۹/۹۱۱۱	۶/۷۹۸۶
۰/۳	۱۰۶/۶۸۹۴	-۳۰/۱۳۸	۸/۴۸۹۱

در جدول ۴-۱۵ و جدول ۴-۱۶ به ترتیب مقادیر بهینه طراحی در انحناهای گشودگی مثلثی متفاوت به ازای نسبت اضلاع برابر با ۲ و ۳ ارائه شده است. همانند صفحه با ابعاد برابر، کمترین تنش بهینه

اطراف گشودگی با انحنای برابر با ۰/۱۵ اتفاق افتاده و اندازه‌ی آن به ترتیب برای $L/H = 2$ و $L/H = 3$ برابر با ۵/۰۶۳۷ مگاپاسکال و ۵/۱۵۰۴ مگاپاسکال می‌باشد.

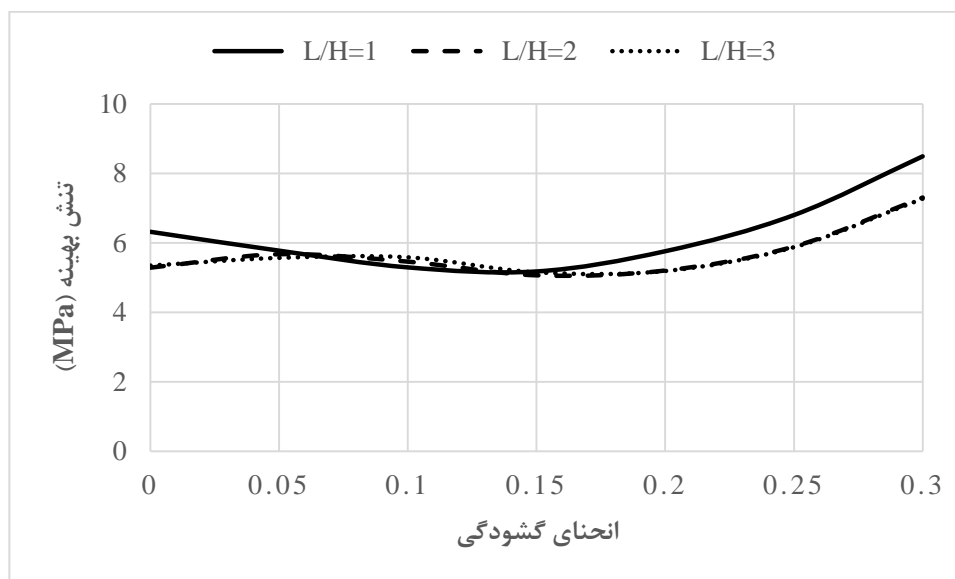
جدول ۴-۱۵ مقادیر بهینه متغیرهای طراحی و تابع هدف در انحناهای گشودگی مختلف به ازای نسبت اضلاع برابر با دو در گشودگی مثلثی تحت بارگذاری دوماحوری

انحنای گشودگی	زاویه‌ی چرخش (درجه)	زاویه‌ی الیاف (درجه)	تنش بهینه (MPa)
۰	۱۲۶/۷۴۰۵	۱۷/۲۷۳۴	۵/۲۸۴۷
۰/۰۵	۴۸/۵۴۱۱	-۰/۲۴۸۴	۵/۶۷۱۴
۰/۱	۸۷/۸۰۰۳	-۲۴/۵۵۸۱	۵/۴۵۷۸
۰/۱۵	۹۸/۰۸۵۳	-۲۸/۲۵۸۶	۵/۰۶۳۷
۰/۲	۹۴/۱۲۲۱	-۲۹/۲۱۱۳	۵/۲۰۳۲
۰/۲۵	۱۲۳/۹۹۹	-۳۰/۰۵۲۶	۵/۸۹۲۹
۰/۳	۸۱/۰۲۵۸	-۳۰/۴۰۸۴	۷/۳۰۳۷

جدول ۴-۱۶ مقادیر بهینه متغیرهای طراحی و تابع هدف در انحناهای گشودگی مختلف به ازای نسبت اضلاع برابر با سه در گشودگی مثلثی تحت بارگذاری دوماحوری

انحنای گشودگی	زاویه‌ی چرخش (درجه)	زاویه‌ی الیاف (درجه)	تنش بهینه (MPa)
۰	۱۰۲/۸۲۹۶	۲۰/۲۴۷۷	۵/۳۴۴۶
۰/۰۵	۷۶/۸۲۴۷	-۷۱/۲۴۵۵	۵/۵۶۶۷
۰/۱	۱۱۷/۴۳۶۵	-۲۹/۶۹۳	۵/۵۸۱۹
۰/۱۵	۸۴/۲۱۷۷	-۳۰/۰۹۸۹	۵/۱۵۰۴
۰/۲	۱۲۴/۹۵۵۲	-۳۱/۱۱۷	۵/۱۸۸
۰/۲۵	۶۷/۷۶۹۴	-۳۱/۵۱۵۶	۵/۸۷۳۸
۰/۳	۶۷/۶۵۲۸	-۳۱/۴۶۸	۷/۲۷۰۷

به‌منظور مقایسه‌ی تأثیر نسبت اضلاع مختلف صفحه دارای گشودگی مثلثی بر مقدار تنش بهینه در انحناهای گشودگی گوناگون شکل ۴-۸ رسم شده است. همان‌طور قبلاً نیز به آن اشاره شد، با توجه به شکل می‌توان فهمید که مینیمم تنش بهینه در انحنای گشودگی ۰/۱۵ رخ داده است. هم‌چنین تقریباً می‌توان گفت که با افزایش نسبت اضلاع صفحه، مقدار تنش بهینه کاهش می‌یابد.



شکل ۴-۸ مقدار تنش بهینه برحسب انحنای گشودگی مثلثی به ازای نسبت ابعاد مختلف تحت بارگذاری دومحوری

۲-۳-۴ گشودگی چهارضلعی

تنش بهینه اطراف گشودگی چهارضلعی و زاویه‌ی چرخش و زاویه‌ی الیاف بهینه در صفحه محدود با ابعاد برابر تحت بارگذاری دومحوری به کمک الگوریتم ژنتیک محاسبه و در جدول ۴-۱۷ ارائه شده است. همان‌طور که مشاهده می‌شود، کمترین تنش بهینه در انحنای گشودگی ۰/۰۵ با مقدار ۵/۵۶۱۷ مگاپاسکال رخ می‌دهد.

جدول ۴-۱۷ مقادیر بهینه متغیرهای طراحی و تابع هدف در انحناهای گشودگی مختلف به ازای نسبت اضلاع برابر در گشودگی چهارضلعی تحت بارگذاری دومحوری

انحنای گشودگی	زاویه‌ی چرخش (درجه)	زاویه‌ی الیاف (درجه)	تنش بهینه (MPa)
۰	۷۶/۶۹۶۴	۵/۵۲۴۴	۶/۳۴۳۹
۰/۰۵	۱۶۳/۸۴۲	-۴۵/۲۶۳۱	۵/۵۶۱۷
۰/۱	۷۵/۳۵۶۶	۴۵/۰۰۳۴	۶/۱۲۴۴
۰/۱۵	۹۲/۷۸۲۳	۴۵/۱۸۲۵	۷/۷۱۶
۰/۲	۱۴۹/۷۴۹۹	۴۵/۰۵۷۹	۱۰/۶۰۴۳
۰/۲۵	۱۰۹/۴۲۲۹	۴۴/۹۲۹۷	۱۶/۸۴

مقادیر بهینه متغیرهای طراحی و تابع هدف اطراف گشودگی چهارضلعی در انحناهای مختلف به ازای نسبت اضلاع برابر با ۲ و ۳ به ترتیب در جدول ۴-۱۸ و جدول ۴-۱۹ ارائه شده است. با توجه به مقادیر

ارائه شده می توان گفت که همانند نسبت اضلاع برابر، کمترین تنش بهینه در انحنای گشودگی ۰/۰۵ با مقدار ۵/۰۹۶ مگاپاسکال و ۵/۱۴۴۸ مگاپاسکال به ترتیب برای نسبت اضلاع ۲ و ۳ رخ داده است.

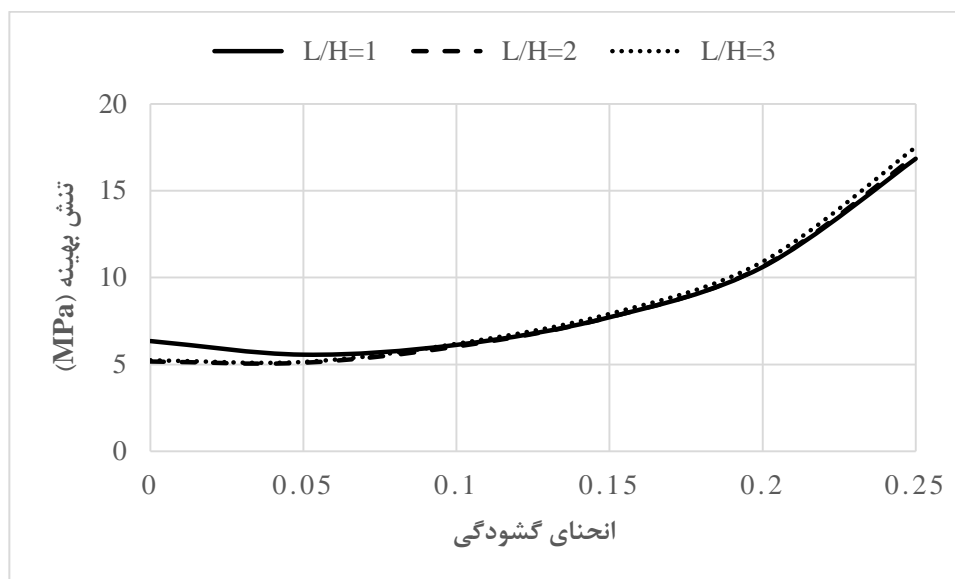
جدول ۴-۱۸ مقادیر بهینه متغیرهای طراحی و تابع هدف در انحنای گشودگی مختلف به ازای نسبت اضلاع برابر با دو در گشودگی چهارضلعی تحت بارگذاری دومحوری

انحنای گشودگی	زاویه چرخش (درجه)	زاویه الیاف (درجه)	تنش بهینه (MPa)
۰	۶۱/۹۱۵۹	۱۷/۴۶۷۲	۵/۱۶۹
۰/۰۵	۱۲۲/۲۷۳۶	۳۲/۲۹۹۶	۵/۰۹۶
۰/۱	۹۹/۲۷۸۶	۳۰/۹۲۷۶	۶/۰۲۸۸
۰/۱۵	۱۰۷/۶۱۰۳	۳۰/۷۳۸۱	۷/۷۱۳۷
۰/۲	۴۲/۱۲۶۷	۲۹/۹۲۹۷	۱۰/۶۳۷۵
۰/۲۵	۵۴/۱۸۸۶	۲۹/۵۱۰۲	۱۷/۰۲۳۵

جدول ۴-۱۹ مقادیر بهینه متغیرهای طراحی و تابع هدف در انحنای گشودگی مختلف به ازای نسبت اضلاع برابر با سه در گشودگی چهارضلعی تحت بارگذاری دومحوری

انحنای گشودگی	زاویه چرخش (درجه)	زاویه الیاف (درجه)	تنش بهینه (MPa)
۰	۹۴/۶۵۵۷	۲۰/۶۲۸۷	۵/۲۳۹
۰/۰۵	۷۷/۴۷۶۹	۳۲/۱۸۳	۵/۱۴۴۸
۰/۱	۱۲۷/۴۶۰۴	۳۱/۳۸۴۵	۶/۱۸۹۷
۰/۱۵	۸۳/۳۴۳۲	۳۰/۹۶۹۵	۷/۹۱۰۱
۰/۲	۷۸/۷۰۹۷	۳۰/۴۳۵۸	۱۰/۹۱۳۱
۰/۲۵	۱۲۴/۹۰۶۴	۳۰/۰۰۶۲	۱۷/۵۰۸۲

در شکل ۴-۹ مقدار تنش بهینه برحسب انحنای گشودگی به ازای نسبت ابعاد مختلف تحت بارگذاری دومحوری نشان داده شده است. همان طور که مشاهده می شود، مقدار تنش بهینه به جز بازه ی بین صفر تا ۰/۰۵ از انحنای گشودگی؛ در صفحات با نسبت ابعاد مختلف تغییر چندانی نمی کند.



شکل ۴-۹ مقدار تنش بهینه برحسب انحنای گشودگی چهارضلعی به ازای نسبت ابعاد مختلف تحت بارگذاری دومی

۳-۳-۴ گشودگی پنج ضلعی منتظم

به کمک جدول ۴-۲۰ می‌توان تأثیر انحنای گشودگی پنج ضلعی در صفحه مربعی تحت بارگذاری دومی بر زاویه چرخش، زاویه ییاف و تنش بهینه را مشاهده نمود. با افزایش انحنای گشودگی تنش بهینه ابتدا کاهش و سپس با روند بیشتری افزایش می‌یابد، به طوری که تنش کمینه در انحنای گشودگی ۰/۰۵ و با مقدار ۶/۰۸۳۹ مگاپاسکال رخ می‌دهد.

جدول ۴-۲۰ مقادیر بهینه متغیرهای طراحی و تابع هدف در انحنای گشودگی مختلف به ازای نسبت اضلاع برابر در

گشودگی پنج ضلعی تحت بارگذاری دومی

انحنای گشودگی	زاویه چرخش (درجه)	زاویه ییاف (درجه)	تنش بهینه (MPa)
۰	۱۶۲/۴۴۲۳	۵/۵۰۷۶	۶/۳۵۷۹
۰/۰۵	۲۵/۹۱۹۴	۱۷/۵۸۳۳	۶/۰۸۳۹
۰/۱	۶۵/۰۷۸	۱۷/۶۰۰۴	۸/۰۶۵۵
۰/۱۵	۷۵/۲۰۶۴	۱۷/۶۷۸۵	۱۲/۲۲۳۱
۰/۲	۱۴۱/۹۱۵	-۵۳/۹۲۵۸	۲۴/۱۶۴

در جدول ۴-۲۱ و جدول ۴-۲۲ مقادیر بهینه متغیرهای طراحی و تابع هدف در انحنای گشودگی مختلف به ترتیب به ازای $L/H = 2$ و $L/H = 3$ در گشودگی پنج ضلعی منتظم تحت بارگذاری

دومحوری ارائه شده است. با توجه به جدول ۴-۲۱، به ازای انحنای گشودگی صفر کمترین مقدار تنش بهینه ۵/۱۱۴۶ مگاپاسکال است. هم‌چنین با مشاهده جدول ۴-۲۲ می‌توان فهمید که با اختلاف کمی نسبت به انحنای گشودگی صفر، کمترین تنش بهینه در انحنای گشودگی ۰/۰۵ دارای مقداری برابر با ۵/۱۵۴ مگاپاسکال می‌باشد.

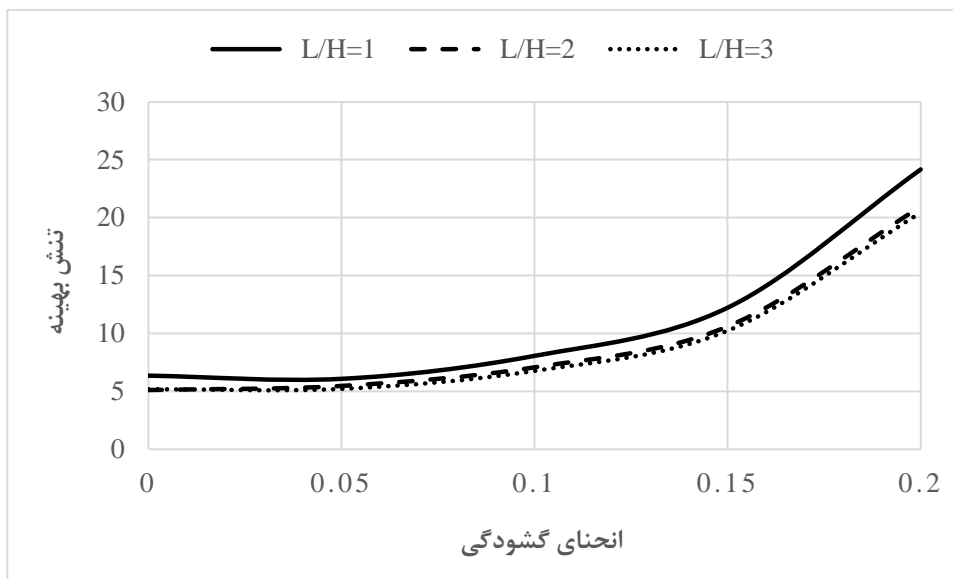
جدول ۴-۲۱ مقادیر بهینه متغیرهای طراحی و تابع هدف در انحنای گشودگی مختلف به ازای نسبت اضلاع برابر با دو در گشودگی پنج‌ضلعی تحت بارگذاری دومحوری

انحنای گشودگی	زاویه‌ی چرخش (درجه)	زاویه‌ی الیاف (درجه)	تنش بهینه (MPa)
۰	۶۲/۷۸۶۷	۱۷/۵۲۵۴	۵/۱۱۴۶
۰/۰۵	۷۹/۷۱۷	-۶۳/۲۷۹۷	۵/۴۷۱۶
۰/۱	۱۱۲/۲۹۴۹	-۶۵/۱۹۰۳	۷/۰۷۸
۰/۱۵	۶۵/۰۷۵۴	-۶۷/۰۶۸۵	۱۰/۶۰۴۷
۰/۲	۲۴/۰۰۹۸	-۷۴/۴۱۵۳	۲۰/۹۴۷۷

جدول ۴-۲۲ مقادیر بهینه متغیرهای طراحی و تابع هدف در انحنای گشودگی مختلف به ازای نسبت اضلاع برابر با سه در گشودگی پنج‌ضلعی تحت بارگذاری دومحوری

انحنای گشودگی	زاویه‌ی چرخش (درجه)	زاویه‌ی الیاف (درجه)	تنش بهینه (MPa)
۰	۶۱/۸۴۹۱	۲۰/۵۵۵۳	۵/۱۸۸۷
۰/۰۵	۶۰/۴۸۰۲	-۶۶/۱۸۲۱	۵/۱۵۴
۰/۱	۸۳/۹۷۳۵	-۶۸/۸۳۶۳	۶/۷۶۹۴
۰/۱۵	۹۵/۶۸۶۱	-۷۰/۶۶۵۷	۱۰/۲۳۸
۰/۲	۱۰/۰۱۳۵	-۷۲/۹۰۳۱	۲۰/۴۳۱۷

تغییرات مقدار تنش اطراف گشودگی پنج‌ضلعی بر حسب انحنای گشودگی در نسبت ابعاد صفحه مختلف در شکل ۴-۱۰ نشان داده شده است. همان‌طور که مشاهده می‌شود با افزایش نسبت ابعاد صفحه محدود دارای گشودگی پنج‌ضلعی، تنش بهینه کاهش می‌یابد. هم‌چنین مقادیر تنش برای صفحه با نسبت ابعاد ۲ و ۳ تقریباً باهم برابر هستند.



شکل ۴-۱۰ مقدار تنش بهینه برحسب انحنای گشودگی پنج ضلعی به ازای نسبت ابعاد مختلف تحت بارگذاری دومی

۴-۳-۴ گشودگی شش ضلعی منتظم

همانند بخش‌های قبل، اندازه‌ی انحنای گشودگی به منظور کمینه کردن تنش در صفحه محدود دارای گشودگی شش ضلعی منتظم محاسبه شده است. بدین منظور در جدول ۴-۲۳ مقادیر بهینه متغیرهای طراحی در انحنای گشودگی مختلف به ازای صفحه با ابعاد برابر ارائه شده است. کمترین مقدار تنش بهینه در انحنای گشودگی صفر یا همان گشودگی دایروی برابر با $6/3659$ مگاپاسکال می‌باشد.

جدول ۴-۲۳ مقادیر بهینه متغیرهای طراحی و تابع هدف در انحنای گشودگی مختلف به ازای نسبت اضلاع برابر در

گشودگی شش ضلعی تحت بارگذاری دومی

انحنای گشودگی	زاویه‌ی چرخش (درجه)	زاویه‌ی الیاف (درجه)	تنش بهینه (MPa)
۰	۹۳/۲۲۸۲	۶/۴۹۱۳	۶/۳۶۵۹
۰/۰۵	۶۳/۳۱۲۹	-۵۹/۹۵۹	۶/۹۱۰۶
۰/۱	۳۹/۶۴۶	-۵۹/۷۵۴۲	۱۰/۵۳۱۳
۰/۱۵	۵۰/۹۰۶۹	۶۰/۵۱۲۸	۲۱/۰۶۷۷

هم‌چنین مقادیر تنش، زاویه‌ی چرخش و زاویه‌ی الیاف بهینه در صفحه با نسبت ابعاد برابر ۲ و ۳ به ترتیب در جدول ۴-۲۴ و جدول ۴-۲۵ ارائه شده است. با توجه به مقادیر موجود، در انحنا‌ی گشودگی صفر، مقدار کمترین تنش بهینه به ترتیب برابر با ۵/۰۸۵۴ مگاپاسکال و ۵/۱۶۲۱ مگاپاسکال است.

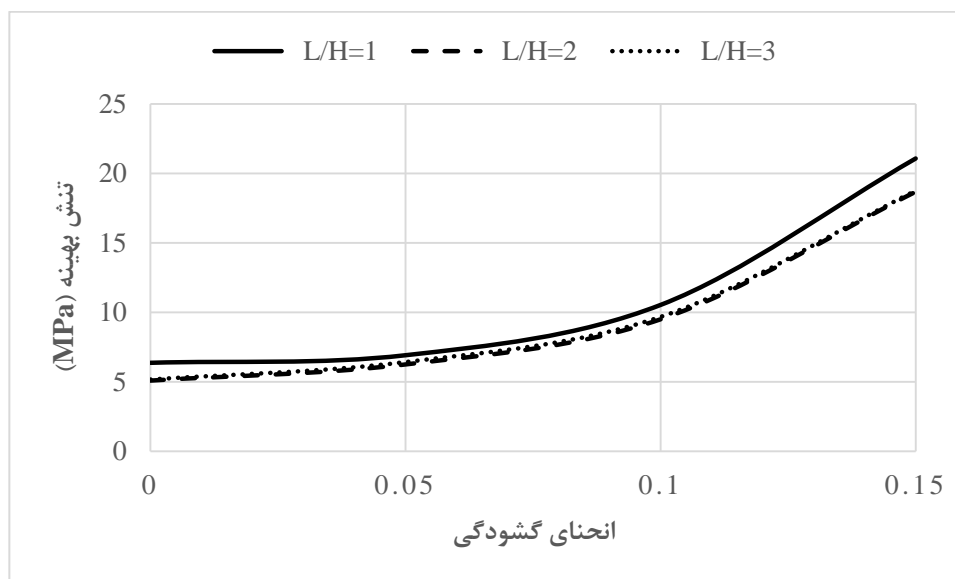
جدول ۴-۲۴ مقادیر بهینه متغیرهای طراحی و تابع هدف در انحنا‌های گشودگی مختلف به ازای نسبت اضلاع برابر با دو در گشودگی شش ضلعی تحت بارگذاری دوماحوری

انحنا‌ی گشودگی	زاویه‌ی چرخش (درجه)	زاویه‌ی الیاف (درجه)	تنش بهینه (MPa)
۰	۸۱/۳۹۴۹	۱۷/۵۵۹۴	۵/۰۸۵۴
۰/۰۵	۴۷/۹۷۹۹	۷/۴۶۱۹	۶/۲۴۹۴
۰/۱	۳۹/۷۷۹	۶/۸۹۶۸	۹/۴۹۶۷
۰/۱۵	۹۲/۹۸۰۵	۱۷/۴۶۸	۱۸/۶۷۳۹

جدول ۴-۲۵ مقادیر بهینه متغیرهای طراحی و تابع هدف در انحنا‌های گشودگی مختلف به ازای نسبت اضلاع برابر با سه در گشودگی شش ضلعی تحت بارگذاری دوماحوری

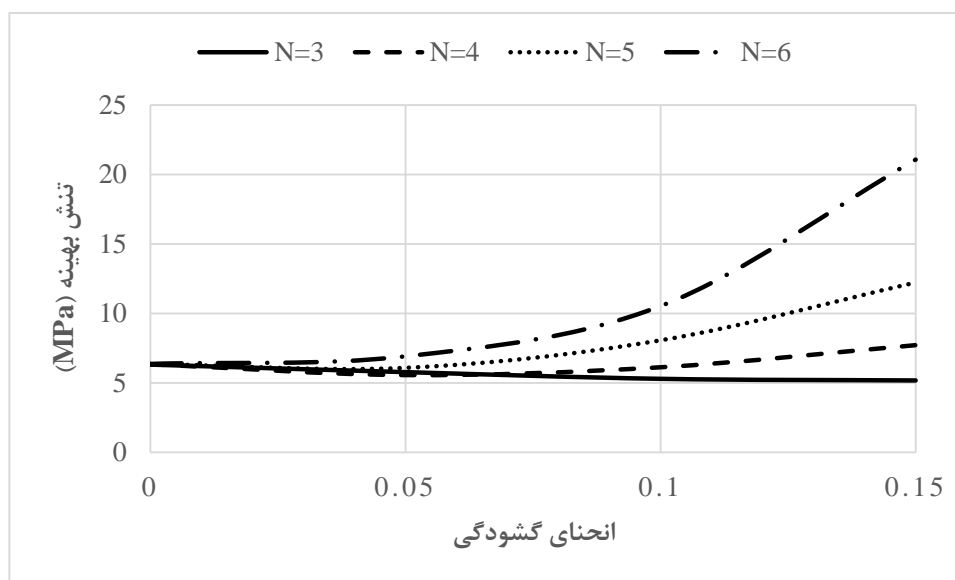
انحنا‌ی گشودگی	زاویه‌ی چرخش (درجه)	زاویه‌ی الیاف (درجه)	تنش بهینه (MPa)
۰	۶۰/۴۷۵۸	۲۰/۶۱۶۴	۵/۱۶۲۱
۰/۰۵	۹۸/۷۵۹	۹/۳۶۷۸	۶/۴۲۲۵
۰/۱	۸۷/۰۹۱۱	۸/۲۱۱۱	۹/۶۷۰۹
۰/۱۵	۹۹/۱۸۲۳	۱۸/۲۷۲	۱۸/۷۴۴۸

در شکل ۴-۱۱ تغییرات مقدار تنش بهینه به ازای نسبت اضلاع گوناگون برحسب انحنا‌ی گشودگی رسم شده است. مشابه صفحه دارای گشودگی پنج ضلعی، در انحنا‌ی گشودگی یکسان نیز، با افزایش نسبت ابعاد صفحه تنش بهینه کاهش می‌یابد. هم‌چنین مقادیر تنش برای صفحه با نسبت ابعاد ۲ و ۳ تقریباً باهم برابر هستند.



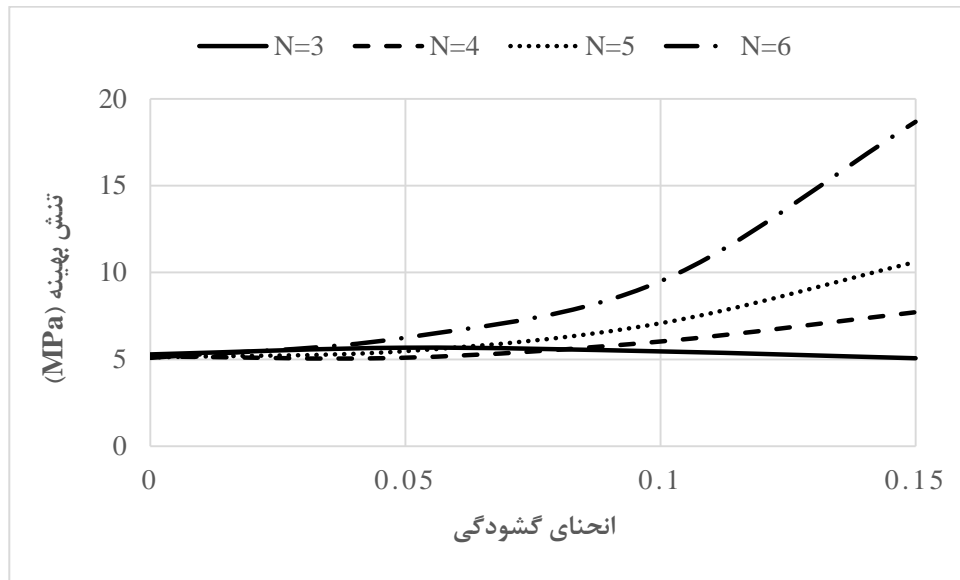
شکل ۴-۱۱ مقدار تنش بهینه برحسب انحنای گشودگی شش ضلعی به ازای نسبت ابعاد مختلف تحت بارگذاری دومیوری

در شکل ۴-۱۲ تغییرات تنش بهینه اطراف گشودگی‌های مختلف در صفحه با ابعاد برابر نشان داده شده است. با توجه به شکل، در انحنای گشودگی یکسان، با افزایش تعداد اضلاع گشودگی تنش بهینه نیز افزایش می‌یابد که این تفاوت با افزایش انحنای گشودگی بیشتر می‌شود.

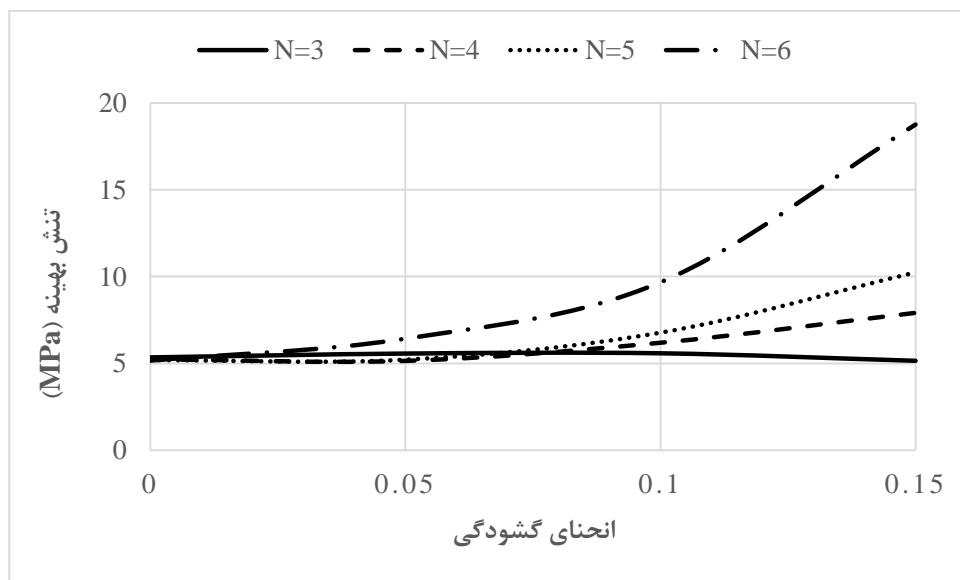


شکل ۴-۱۲ مقدار تنش بهینه برحسب انحنای گشودگی برای گشودگی‌های چندضلعی مختلف به ازای نسبت اضلاع برابر تحت بارگذاری دومیوری

مقدار تنش بهینه اطراف گشودگی‌های چندضلعی مختلف برای صفحه با نسبت ابعاد ۲ و ۳ به ترتیب در شکل ۱۳-۴ و شکل ۱۴-۴ رسم شده است. این نمودارها نیز روندی مشابه شکل ۱۲-۴ دارند، فقط با این تفاوت که دامنه تغییرات آن کمتر می‌باشد.



شکل ۱۳-۴ مقدار تنش بهینه برحسب انحنای گشودگی برای گشودگی‌های چندضلعی مختلف به ازای نسبت اضلاع برابر با دو تحت بارگذاری دومحوری



شکل ۱۴-۴ مقدار تنش بهینه برحسب انحنای گشودگی برای گشودگی‌های چندضلعی مختلف به ازای نسبت اضلاع برابر با سه تحت بارگذاری دومحوری

۴-۴ جمع‌بندی

در این فصل تأثیر پارامترهای طراحی نظیر هندسه گشودگی، نوع بارگذاری، نسبت اضلاع صفحه، انحنای گشودگی بر زاویه‌ی الیاف، زاویه‌ی چرخش گشودگی و تنش اطراف گشودگی برای دو حالت بارگذاری موردبررسی قرار گرفت. همان‌طور که مشاهده شد، با انتخاب بهینه‌ی این پارامترها می‌توان تنش اطراف گشودگی‌های مختلف را به میزان قابل‌توجهی کاهش داد.

فصل پنجم

نتیجه‌گیری و پیشنهادها

۵-۱ نتیجه‌گیری

در این پایان‌نامه با ارائه‌ی حلی تحلیلی بر پایه‌ی روش متغیر مختلط لختی‌سکی و با استفاده از تابع نگاشت هم‌نوا به بهینه‌سازی توزیع تنش اطراف گشودگی‌های غیردایروی منتظم واقع در مرکز صفحات محدود ناهمسانگرد تحت بارگذاری درون صفحه‌ای با استفاده از الگوریتم بهینه‌سازی ژنتیک پرداخته شد.

همان‌طور که نشان داده شد، پارامترهای متعددی بر توزیع تنش اطراف گشودگی تأثیرگذار هستند. این پارامترها شامل: شعاع انحنای گوشه‌های گشودگی، زاویه‌ی چرخش گشودگی، زاویه‌ی الیاف، نوع هندسه گشودگی، نسبت اضلاع صفحه و نوع بارگذاری می‌باشند. با انتخاب صحیح این پارامترها می‌توان به کمترین مقدار تنش بی‌بعد در اطراف گشودگی دست‌یافت. بدین منظور تأثیر پارامترهای مذکور مورد بررسی قرار گرفت و در نهایت مقادیر بهینه‌ی پارامترهای مورد بحث که منجر به کمینه کردن مؤلفه‌های تنش می‌شود؛ برای هر نوع گشودگی با شکل‌های مختلف و تحت بارگذاری گوناگون بررسی و معرفی شد.

در یک بررسی جامع، تأثیر پارامتر انحنای گوشه‌ی گشودگی برای گشودگی‌های مختلف در صفحه محدود تحت بارگذاری تک‌محوری مشاهده شد که نتایج به دودسته‌ی کلی تقسیم می‌شوند:

- برای گشودگی‌هایی که تعداد اضلاع آن‌ها زوج است؛ گشودگی دایروی برای هر صفحه با نسبت ابعاد مختلف بهترین هندسه برای کاهش مؤلفه‌های تنش بوده و با افزایش انحنای گوشه‌ی این گشودگی‌ها مقادیر تنش نیز افزایش می‌یابد.
- در گشودگی‌هایی با تعداد اضلاع فرد برای صفحه مربعی شکل، گشودگی دایروی باعث کمینه شدن تنش بهینه می‌شود؛ اما لزوماً چنین رفتاری برای صفحات با ابعاد مختلف وجود ندارد؛ به‌گونه‌ای که برای هر یک از این گشودگی‌ها با انتخاب انحنای مناسب می‌توان به تنش بی‌بعد

کمتری نسبت به گشودگی دایروی رسید و برخلاف انتظار در این گشودگی‌ها مشاهده می‌شود که دایره دارای کمترین تنش نیست.

نتایج مقادیر پارامترهای طرّاحی بهینه برای صفحه محدود تحت بارگذاری دوماحوری نشان داد که نسبت ابعاد صفحه تأثیری روی تنش بهینه و شعاع انحنای گشودگی ندارد؛ اما این شعاع انحنای گشودگی برای هر نوع هندسه‌ای متفاوت است؛ که با افزایش تعداد اضلاع گشودگی، شعاع انحنای گشودگی نیز کاهش می‌یابد.

هم‌چنین نتایج نشان داد که شعاع انحنای گوشه‌های گشودگی تنها پارامتر مؤثر بر کاهش مقدار تنش نیست، بلکه نسبت ابعاد صفحه و هندسه گشودگی نیز در این کاهش، تأثیر بسزایی دارد که با انتخاب مقادیر بهینه‌ی پارامترهای مذکور در یک انحنای خاص می‌توان مؤلفه‌های تنش را به مقدار قابل‌توجهی کاهش داد.

۵-۲ پیشنهادها برای ادامه کار

موارد زیر جهت ادامه‌ی تحقیقات بر توزیع تنش بهینه حول گشودگی در صفحات محدود پیشنهاد می‌گردد:

- بررسی تنش بهینه اطراف گشودگی‌های غیر منتظم در صفحات محدود ناهمسانگرد تحت بارگذاری درون صفحه‌ای
- بررسی تنش بهینه اطراف چند گشودگی در صفحات محدود ناهمسانگرد تحت بارگذاری درون صفحه‌ای
- بررسی تنش بهینه اطراف گشودگی‌های منتظم در صورت وجود بار داخلی و دخالت نیروهای حجمی در صفحات محدود ناهمسانگرد تحت بارگذاری درون صفحه‌ای

مراجع

- [1] بیاتی چالشتری م.ح.، ملک‌زاده فرد ک.، جعفری م.، پورموید ع.، "بررسی پارامترهای بهینه‌ی مؤثر بر صفحه ارتوتروپیک حاوی گشودگی پنج ضلعی با استفاده از الگوریتم بهینه‌سازی رقابت استعماری"، مجله علوم و فناوری کامپوزیت، دوره ۴، شماره ۲، صص ۱۶۱-۱۷۰، (۱۳۹۶)
- [2] <https://wikiplast.ir/news/4275/>, visited at 5. June 2019.
- [3] <https://marketcode.ir/>, visited at 5. June 2019.
- [4] Glover F. (1986), "Future paths for integer programming and links to artificial intelligence," **Comput. Operat. Research**, vol. 13, No.5, pp. 533-549.
- [5] https://fa.wikipedia.org/wiki/الگوریتم_ژنتیک, visited at 2. June 2019.
- [6] Inglis C. E. (1913), "Stresses in a plate due to the presence of cracks and sharp corners," **Trans. Inst. Nav. Archit.**, vol. 55, pp. 219-241.
- [7] Howland R. (1930), "On the stresses in the neighbourhood of a circular hole in a strip under tension," **Phil. Trans. Roy. Soc. London. Ser. A**, vol. 229, No.671, pp. 49-86.
- [8] Westergaard H. M. (1939), "Bearing pressures and cracks," **Trans AIME, J. Appl. Mech.**, vol. 6, pp. 49-53.
- [9] Heywood R. B. (1952), "**Designing by Photoelasticity**", Chapman and Hall, London.
- [10] Sternberg E. (1968), Couple-stresses and singular stress concentrations in elastic solids, Springer, verlag Berlin.
- [11] Neuber H. (1968), On the effect of stress concentration in cosserat continua, Springer, verlag Berlin.
- [12] Peterson R. (1974) "**Stress Concentration Factors**", John Wiley & Sons, New York.
- [13] Pilkey W. (1997), "**Peterson's Stress Concentration**", John Willey & Sons, New York.
- [14] Muskhelishvili N. (1953), "**Some basic problems of the mathematical theory of elasticity**", Netherlands: Noordhoff, Ggroningen, Holland.

- [15] Savin G. N. (1961), "**Stress concentration around holes**", Translation of Raspredeleniye Napryazheniy Okolo Otverstly, Naukova Dumka Press, NewYork.
- [16] Theocaris P. and Petrou L. (1986), "Stress distributions and intensities at corners of equilateral triangular holes", **Int. J. Fracture**, vol. 31, pp. 271-289.
- [17] Gao X.-L. (1996), "A general solution of an infinite elastic plate with an elliptic hole under biaxial loading", **Int. J. Pressure Vessels Piping**, vol. 67, pp. 95-104.
- [18] Motok M. (1997), "Stress concentration on the contour of a plate opening of an arbitrary corner radius of curvature", **Mar. struct.**, vol. 10, pp. 1-12.
- [19] Simha K. and Mohapatra S. (1998), "Stress concentration around irregular holes using complex variable method", **Sadhana**, vol. 23, pp. 393-412.
- [20] Lei G., Ng C. W., and Rigby D. (2001), "Stress and displacement around an elastic artificial rectangular hole", **J. Eng. Mech.**, vol. 127, pp. 880-890.
- [21] Rezaeepazhand J. and Jafari M. (2010), "Stress concentration in metallic plates with special shaped cutout," **Int. J. Mech. Sci.**, vol. 52, pp. 96-102.
- [22] Batista M. (2011), "On the stress concentration around a hole in an infinite plate subject to a uniform load at infinity," **Int. J. Mech. Sci.**, vol. 53, pp. 254-261.
- [23] Sharma D. S. (2012), "Stress distribution around polygonal holes", **Int. J. Mech. Sci.**, vol. 65, pp. 115-124.
- [24] Eshelby J., Read W., and Shockley W. (1953), "Anisotropic elasticity with applications to dislocation theory", **Acta metallurgica.**, vol. 1, pp. 251-259.
- [25] Stroh A. (1958), "Dislocations and cracks in anisotropic elasticity", **Philosophical Magazine**, vol. 3, pp. 625-646.
- [26] Lekhnitskii S. G. (1968), "**Anisotropic plates**", Second Editton, NewYork.
- [27] Tan S. C. (1988), "Finite-width correction factors for anisotropic plate containing a central opening", **J. Compo. Mat.**, vol. 22, pp. 1080-1097.
- [28] Daoust J. and Hoa S. (1991), "An analytical solution for anisotropic plates containing triangular holes," **Compos. Struct.**, vol. 19, pp. 107-130.
- [29] Abuelfoutouh N. (1993), "Preliminary design of unstiffened composite shells", **Symposium of 7th Tech.Conf. ASC**, pp. 693-786, NewYork.

- [30] Ukadgaonker V. and Rao D. (1999), "Stress distribution around triangular holes in anisotropic plates", **Compos. Struct.**, vol. 45, pp. 171-183.
- [31] Rezaeepazhand J. and Jafari M. (2005), "Stress analysis of perforated composite plates", **Compos. Struct.**, vol. 71, pp. 463-468.
- [32] Rezaeepazhand J. and Jafari M. (2008), "Stress analysis of composite plates with non-circular cutout", **Key Eng. Mater.**, vol 385, pp. 365-368.
- [33] Asmar G. and Jabbour T. (2007), "Stress analysis of anisotropic plates containing rectangular holes", **Int. J. Mech. Solids**, vol. 2, pp. 59-84.
- [34] Sharma D. S., Patel N. P. and Panchal K. C. (2010), "Stress distribution around triangular hole in orthotropic plate," **N. U. J. Eng. Tech.**, vol. 1, pp. 59-63.
- [۳۵] بیاتی چالشتی م.ح، ملک زاده فرد ک، جعفری م، پورموید ع، (۱۳۹۷) "بررسی تأثیر زاویه بار در تعیین پارامترهای بهینه ی مؤثر بر صفحه های ارتوتروپیک نامحدود حاوی گشودگی شبه مربعی"، مجله مهندسی مکانیک، دوره ۴۸، شماره ۱، صص ۶۵-۷۴
- [36] Howland R. and Knight R. (1939), "Stress functions for a plate containing groups of circular holes," **Phil. Trans. R. Soc. Lond. A**, vol. 238, pp. 357-392.
- [37] Green A. E. (1940), "General bi-harmonic analysis for a plate containing circular holes," **Proc. R. Soc. Lond. A**, vol. 176, pp. 121-139.
- [38] Ling C. and Wang P. (1943) , Technical Note, "Stresses in a perforated plate containing a ring of circular holes", Chinese Bureau of Aeronautical Research.
- [39] Li-min T. (1959), "Analysis of stress concentration for several adjacent circle holes on elastica! plate", **Sci. Record**, vol. 10, pp. 366-375.
- [40] Hulbert L. E. (1962), "The numerical solution of two-dimensional problems of the theory of elasticity", PhD. Thesis, Mech. Depart., Ohio State University.
- [41] Hamada M., Mizushima I., Hamamoto M. and Masuda T. (1974), "A numerical method for stress concentration problems of infinite plates with many circular holes subjected to uniaxial tension", **J. Eng. Mater. Tech.**, vol. 96, pp. 65-70.
- [42] Wah T. (1986), "Stresses in polygonal plates with circular holes", **Eng. Fract. Mech.**, vol. 23, pp. 489-493.
- [43] Isida M. and Igawa H. (1991), "Analysis of a zig-zag array of circular holes in an infinite solid under uniaxial tension", **Int. J. Solids Struct.**, vol. 27, pp. 849-864.

- [44] Zhang L., Yang Z., Lu A. (2001), "Analytics study on the problem of two holes having arbitrary shapes and arrangements in plane elastostatics", 2, 44, pp. 146-158.
- [45] Ukadgaonker V. and Patil D. (2008), "Stress analysis of a plate containing two elliptical holes subjected to uniform pressures and tangential stresses on hole boundaries", **J. Manuf. Sci. Eng.**, vol. 115, pp. 93-101.
- [46] Woo C. and Chan L. S. (1992), "Boundary collocation method for analyzing perforated plate problems", **Eng. Fract. Mech.**, vol. 43, pp. 757-768.
- [47] Jafari M. and Ardalani E. (2016), "Stress concentration in finite metallic plates with regular holes", **Int. J. Mech. Sci.**, vol. 106, pp. 220-230.
- [48] Ogonowski I. M. (1980), "Analytical study of finite geometry plate with stress concentration ", **AfAA/ASME/ AHS 21s SDM Conference.**, pp. 694-698.
- [49] Lin C.-C. and Ko C.-C. (1988), "Stress and strength analysis of finite composite laminates with elliptical holes", **J. Compos. Mater.**, vol. 22, pp. 373-385.
- [50] Britt V. O. (1992), "Analysis of stresses in finite anisotropic panels with centrally located cutouts", **Structural Mechanics Division NASA Langley Research Center**, pp. 1485-1505.
- [51] Xu X., Sun L. and Fan X. (1995), "Stress concentration of finite composite laminates with elliptical hol", **Comput. Struct.**, vol. 57, pp. 29-34.
- [52] Chauhan M. M., Sharma D. S. (2015), "Stresses in finite anisotropic plate weakened by rectangular hole", **Int. J. Mech. Sci.**, 101-102, pp. 272-279.
- [53] Chauhan M. M. and Sharma D. S. (2016), "Stress concentration at the corners of polygonal hole in finite plate," **Aerospace Science and Technology**, vol. 58, pp. 197-206.
- [54] Pan Z., Cheng Y. and Liu J. (2013), "Stress analysis of a finite plate with a rectangular hole subjected to uniaxial tension using modified stress functions," **Int. J. Mech. Sci.**, vol. 75, pp. 265-277.
- [55] پولادی ح.، (۱۳۹۷)، پایان نامه ارشد: "مطالعه ی توزیع تنش اطراف گشودگیهای منتظم واقع در مرکز صفحات ناهمسانگرد محدود تحت بار درون صفحه ای"، دانشکده مکانیک و مکاترونیک، دانشگاه صنعتی شاهرود
- [56] Beer, F.P. and Johnston Jr., E.R. (1992) *Mechanics of materials*. 2nd Edition, McGraw-Hill, New York.

- [57] Muskhelishvili N. I. (2013), "Some basic problems of the mathematical theory of elasticity", **Springer (American Mathematical Society)**, pp. 127–134
- [58] <http://www.artaseminar.com/BigRowPage.aspx?ID=7>, visited at 1. June 2019.
- [59] <http://behsanandish.com/learning/ai/روش‌ها/معرفی‌انواع‌مختلف‌روش‌ها/>, visited at 1. June 2019.
- [60] Holland J. H. (1992), **Adaptation in natural and artificial systems: an introductory analysis with applications to biology, control, and artificial intelligence**, MIT Press Cambridge, USA.
- [61] Lekhnitskii S. G. (1963), **Theory of elasticity of an anisotropic elastic body**, Holden-Day Series in Mathematical Physics, San Francisco.

Optimization of stress distribution around regular holes in finite anisotropic plates under in-plane loading using GA

Abstract

In engineering structures, according to different applications, different types of openings and cuts occur in different dimensions and shapes in structures. Due to the change in plate geometry due to these openings, severe local stress (stress concentration) is created around the openings. The purpose of this thesis is to find the minimum stress concentration as well as to investigate the effect of different parameters on the stress distribution around different planar openings located at the center of an anisotropic finite plane, under intra-plane load. Initially, with the help of homogeneous mapping, the coordinates of points on a finite plane of finite plane are transformed into points on a plane of uniform radius of circumference. In the following, to calculate the stress function in a finite plate containing an opening, the sum of the stress function of an infinite plate containing the same openings and a finite plate without an opening is used. Then, in order to find the unknown coefficients in the calculation of the stress components, the squared method is used. Finally, the effect of parameters on local stress such as angle of rotation, angle of curvature of the angle of inclination of the fibers and the ratio of the sides of the plate are investigated using genetic algorithm for a variety of regular openings. The results show that the radius of curvature of the open corners is not the only effective parameter in reducing the local stress. In other words, as expected, circular openings are not always the best way to reduce local stress, and by selecting the optimum values of these parameters in a particular curvature, the stress value can be significantly reduced.

Keywords:

Stress distribution, Anisotropic finite plate, Regression, Genetic algorithm



Shahrood University of Technology
Faculty of Mechanical & Mechatronics Engineering
M.Sc. Thesis in Applied Mechanics Engineering

**Optimization of stress distribution around regular
holes in finite Composite plates under in-plane loading
using GA**

By:
Bahare Beigi

Supervisor:
Dr. Mohammad Jafari

January 2020