

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ



دانشکده مهندسی مکانیک و مکاترونیک

پایان نامه کارشناسی ارشد مهندسی هوافضا/گرایش سازه‌های هوایی

تحلیل کمانش تیرهای کامپوزیتی تقویت شده با نانولوله‌های کربنی متغیّر تابعی در

محیط‌های حرارتی-رطوبتی

نگارنده: زهره مزروعی سبدانی

استاد راهنما

دکتر علیرضا شاطرزاده

شهریور ۱۳۹۸

شماره: ۱۳۱/۲۹۸/۹۸
تاریخ: ۲۱/۷/۹۸

باسمه تعالی



مدیریت تحصیلات تکمیلی

فرم شماره (۳) صورتجلسه نهایی دفاع از پایان نامه دوره کارشناسی ارشد

با نام و یاد خداوند متعال، ارزیابی جلسه دفاع از پایان نامه کارشناسی ارشد خانم زهره مزروعی سیدانی با شماره دانشجویی ۹۵۱۳۸۲۴ رشته مهندسی هوافضا گرایش سازه‌های هوایی تحت عنوان تحلیل کماتش تیرهای کامپوزیتی تقویت شده با نانولوله‌های کربنی متغیرتابعی تحت محیط های هیگروترمال که در تاریخ ۹۸/۰۶/۱۷ با حضور هیأت محترم داوران در دانشگاه صنعتی شاهرود برگزار گردید به شرح ذیل اعلام می‌گردد:

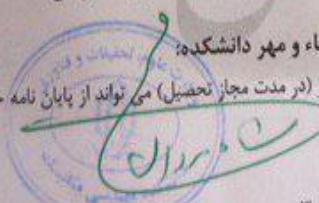
قبول (با درجه) مردود
نوع تحقیق: نظری عملی

عضو هیأت داوران	نام و نام خانوادگی	مرتبه علمی	امضاء
۱- استاد راهنمای اول	دکتر علیرضا شاطرزاده	استادیار	
۲- استاد راهنمای دوم	---	---	---
۳- استاد مشاور	---	---	---
۴- نماینده تحصیلات تکمیلی	دکتر حسین توننده جانی	استادیار	
۵- استاد ممتحن اول	دکتر مهدی حسینی فراش	استادیار	
۶- استاد ممتحن دوم	دکتر محمدباقر نظری	استادیار	

نام و نام خانوادگی رئیس دانشکده: دکتر محمدمحسن شاه مردان

تاریخ و امضاء و مهر دانشکده:

تصوه: در صورتی که کسی مردود شود حداکثر یکبار دیگر (در مدت مجاز تحصیل) می‌تواند از پایان نامه خود دفاع نماید (دفاع مجدد نباید زودتر از ۴ ماه برگزار شود).



تقدیم به عزیزترین‌ها

پدر و مادرم

به جبران قطره‌ای از دریای محبتشان

بدون شک جایگاه و منزلت معلم، اجّل از آن است که در مقام قدردانی از زحمات بی

شائبه ی او، با زبان قاصر و دست ناتوان، چیزی بنگاریم.

اما از آن جایی که تجلیل از معلم، سپاس از انسانی است که هدف و غایت آفرینش را

تأمین می کند و سلامت امانت‌هایی را که به دستش سپرده‌اند، تضمین؛ بر حسب وظیفه

و از باب

" من لم یشکر المنعم من المخلوقین لم یشکر الله عزوجل " :

از پدر و مادر عزیزم، این دو معلم بزرگوام، که همواره بر کوتاهی و درشتی من، قلم عفو

کشیده و کریمانه از کنار غفلت‌هایم گذشته‌اند و در تمام عرصه‌های زندگی یار و یآوری

بی چشم داشت برای من بود اند؛

و از استاد ارجمند و شایسته؛ جناب آقای دکتر علی‌رضا شاطرزاده که در کمال سعه

صدر، با حسن خلق و فروتنی، از هیچ کمکی در این عرصه بر من دریغ ننمودند و زحمت

راهنمایی این رساله را بر عهده گرفتند؛

کمال تشکر و قدردانی را دارم

باشد که این خردترین، بخشی از زحمات آنان را سپاس گوید.

طول عمر توأم با سر بلندی را آرزو مندم.

تعهدنامه

اینجانب زهره مزروعی سبدانی دانشجوی دوره کارشناسی ارشد رشته مهندسی هوافضا/گرایش سازه- های هوایی دانشکده مهندسی مکانیک دانشگاه صنعتی شاهرود نویسنده پایان نامه تحلیل کماتش تیرهای کامپوزیتی تقویت شده با نانولوله های کربنی متغیر تابعی در محیط های حرارتی-رطوبتی تحت راهنمایی دکتر علیرضا شاطرزاده متعهد می شوم.

- تحقیقات در این پایان نامه توسط این جانب انجام شده است و از صحت و اصالت برخوردار است.
- در استفاده از نتایج پژوهش های محققان دیگر به مرجع مورداستفاده استناد شده است.
- مطالب مندرج در پایان نامه تاکنون توسط خود یا فرد دیگری برای دریافت هیچ نوع مدرک یا امتیازی در هیچ جا ارائه نشده است.
- کلیه حقوق معنوی این اثر متعلق به دانشگاه صنعتی شاهرود است و مقالات مستخرج بانام "دانشگاه صنعتی شاهرود" و یا "**Shahrood University of Technology**" به چاپ خواهد رسید.
- حقوق معنوی تمام افرادی که در به دست آمدن نتایج اصلی پایان نامه تأثیرگذار بوده اند در مقالات مستخرج از پایان نامه رعایت می گردد.
- در کلیه مراحل انجام این پایان نامه، در مواردی که از موجود زنده (یا بافت های آن ها) استفاده شده است ضوابط و اصول اخلاقی رعایت شده است.
- در کلیه مراحل انجام این پایان نامه، در مواردی که به حوزه اطلاعات شخصی افراد دسترسی یافته یا استفاده شده است اصل رازداری ، ضوابط و اصول اخلاق انسانی رعایت شده است.

تاریخ

امضای دانشجو

مالکیت نتایج و حق نشر

- کلیه حقوق معنوی این اثر و محصولات آن (مقالات مستخرج، کتاب، برنامه های رایانه ای، نرم افزارها و تجهیزات ساخته شده است) متعلق به دانشگاه صنعتی شاهرود است. این مطلب باید به نحو مقتضی در تولیدات علمی مربوطه ذکر شود.
- استفاده از اطلاعات و نتایج موجود در پایان نامه بدون ذکر مرجع مجاز نمی باشد.

چکیده

پایان نامه حاضر رفتار کمانشی تیرهای کامپوزیتی تقویت شده با نانولوله‌های کربنی متغیر تابعی را در محیط‌های حرارتی-رطوبتی بر اساس تئوری‌های مختلف تغییر شکل برشی بررسی می‌کند. خواص ماده به طور متغیر در راستای ضخامت تیر شبیه سازی شده و شرایط مرزی تیر دو سر ساده در نظر گرفته شده است. خواص ماده تشکیل دهنده تابع دما و رطوبت می‌باشد. تغییرات دمای تیر در راستای ضخامت به صورت یکنواخت فرض شده است. برای استخراج معادلات تعادل از تئوری‌های تغییر شکل برشی، از جمله تئوری تغییر شکل برشی مرتبه اول و مراتب بالاتر استفاده شده است. معادله‌های حاکم با در نظر گرفتن تغییرات دما و رطوبت با استفاده از روش انرژی استخراج شده‌اند سپس نتایج پژوهش با مراجع دیگر مورد راستی آزمایی قرار گرفته است. نتایج نشان می‌دهد که استفاده از تیر کامپوزیتی تقویت شده با نانولوله کربنی در برابر کمانش بسیار مقاوم‌تر از تیر کامپوزیتی گرافیت-اپوکسی می‌باشد.

در رابطه با جزئیات تأثیرات هر یک از تئوری‌های تغییر شکل برشی متفاوت بر روی دما و رطوبت و دامنه کمانش تیرهای FG-CNTRC بحث صورت گرفته است. تیرهای کامپوزیتی تقویت شده با CNT به ترتیب با طرح‌های توزیع FGX و FGO به ترتیب دارای بیشترین و کمترین دمای کمانش می‌باشند.

کلمات کلیدی:

کامپوزیت‌های تقویت شده با نانولوله‌های کربنی، تیر متغیر تابعی، کمانش حرارتی، کمانش رطوبتی، تئوری تغییر شکل برشی مرتبه بالا.

فهرست مطالب

۱	فصل اوّل: معرفی پژوهش
۲	۱-۱-مقدمه.....
۳	۲-۱-کامپوزیت‌ها.....
۴	۱-۲-۱-دسته‌بندی کامپوزیت‌ها.....
۵	۲-۲-۲-کاربرد قطعات کامپوزیتی.....
۶	۳-۱-مواد متغیّر تابعی.....
۱۰	۴-۱-نانومواد.....
۱۱	۱-۴-۱-طبقه‌بندی نانوموادها بر اساس ساختار ظاهری آن‌ها.....
۱۴	۲-۴-۱-انواع نانولوله‌های کربنی.....
۱۶	۳-۴-۱-نانوکامپوزیت‌ها.....
۱۷	۴-۴-۱-ویژگی نانو کامپوزیت‌ها.....
۱۸	۵-۴-۱-کاربرد نانوکامپوزیت‌ها.....
۱۹	۵-۱-مکانیک غیرخطی و پدیده‌ی کمانش.....
۲۰	۱-۵-۱-مفهوم پایداری.....
۲۰	۲-۵-۱-انواع ناپایداری و کمانشِ سازه.....
۲۳	۶-۱-جمع‌بندی.....

۲۵

فصل دوم: مبانی نظری و پیشینه پژوهش

۲۶

.....۱-۲-۱-مقدمه

۲۷

.....۲-۲-تئوری تغییر شکل برشی تیرها

۲۸

.....۱-۲-۲-تئوری اویلر-برنولی (EBT)

۳۰

.....۲-۲-۲-تئوری تیموشنکو (TBT) یا تئوری تغییر شکل برشی مرتبه اول (FSDT)

۳۱

.....۳-۲-۲-تئوری تغییر شکل برشی مرتبه سوم (TSDT)

۳۱

.....۴-۲-۲-تئوری تغییر شکل برشی مثلثاتی (TRSDT)

۳۲

.....۵-۲-۲-تئوری تغییر شکل برشی نمایی (ESDT)

۳۲

.....۶-۲-۲-تئوری تغییر شکل برشی آیدوگدو (ASDT)

۳۳

.....۳-۲-مروری بر کارهای انجام شده

۴۳

فصل سوم: معادلات حاکم و روند حل

۴۴

.....۱-۳-۱-مقدمه

۴۴

.....۲-۳-مشخصات تیر

۴۷

.....۳-۳-فرضیات حاکم بر مسأله

۴۷

.....۴-۳-قانون اختلاط

۴۸

.....۵-۳-فرمول بندی مسأله

۵۶

.....۶-۳-پاسخ کمانش و پس کمانش تیر

۶۱

.....۷-۳-خواص وابسته به شرایط محیطی مواد

فصل چهارم: نتایج عددی ۶۵

۶۶ ۱-۴- مقدمه

۶۶ ۲-۴- روش تحلیل مسائل مهندسی

۶۷ ۳-۴- معرفی و انتخاب نرم افزار

۶۸ ۴-۴- خواص PMMA

۶۸ ۵-۴- خواص SWCNT نوع دسته صندلی (10,10)

۶۹ ۶-۴- صحت سنجی مدل

۷۵ ۷-۴- نتایج کار حاضر

فصل پنجم: نتیجه گیری و پیشنهادات ۸۹

۹۰ ۱-۵- مقدمه

۹۰ ۲-۵- نتیجه گیری

۹۱ ۳-۵- پیشنهادات

۹۳ مراجع

فهرست شکل‌ها

- شکل (۱-۱) فازهای تشکیل دهنده کامپوزیت ۳
- شکل (۲-۱) اهمیت نقش الیاف و ماتریس بر خواص مختلف کامپوزیت‌ها [4]..... ۴
- شکل (۳-۱) طبقه بندی انواع مختلف کامپوزیت‌ها [4]..... ۵
- شکل (۴-۱) وضعیت مصرف کامپوزیت در صنایع مختلف ۶
- شکل (۵-۱) تصویر شماتیک ریزساختاری دو ماده متغیّر تابعی متشکل از سرامیک-فلز..... ۹
- شکل (۶-۱) عکس برداری از مقطع یک ماده متغیّر تابعی از جنس Al/Sic توسط میکروسکوپ نوری ۹
- شکل (۷-۱) تغییر خواص در برش عرضی پوسته یک صدف [7]..... ۱۰
- شکل (۸-۱) ساختار مختلف swcnt [10] ۱۵
- شکل (۹-۱) ساختار SWCNT و MWCNT و DWCNT [10] ۱۶
- شکل (۱۰-۱) تعادل پایدار و ناپایدار و ایستایی [12] ۲۰
- شکل (۱۱-۱) تیر تحت بارگذاری محوری مسیر پس‌کمانش پایدار و مسیر خطی ناپایدار [12] ۲۱
- شکل (۱۲-۱) مسیر پس‌کمانش پایدار [12] ۲۲
- شکل (۱۳-۱) مسیر پس‌کمانش ناپایدار [12] ۲۲
- شکل (۱-۲) خمش یک تیر طبق تئوری اویلر-برنولی [17] ۲۹
- شکل (۲-۲) خمش یک تیر طبق تئوری تیموشنکو [17] ۳۱
- شکل (۱-۳) طرحی از یک تیر کامپوزیتی [53] و متفاوت توزیع CNT در سطح مقطع تیر [۵۶] ۴۵
- شکل (۱-۴) نمودار بارکمانش بر حسب دما برای تیر کامپوزیتی تقویت شده با گرافیت جهت مقایسه نتایج کار

- ۷۴ حاضر با مرجع [۵۶]
- شکل (۲-۴) نمودار دامنه کمانش بر حسب بار برای تیر کامپوزیتی تقویت شده با گرافیت جهت مقایسه نتایج
- ۷۵ کار حاضر با مرجع [۵۶]
- ۷۷ شکل (۳-۴) بار کمانش بر حسب دما برای تیر با تقویت‌کننده نانولوله کربنی
- ۷۸ شکل (۴-۴) دامنه کمانش بر حسب بار برای تیر با توزیع یکنواخت نانولوله کربنی
- ۷۹ شکل (۵-۴) دامنه کمانش بر حسب بار برای حالت توزیع FGX نانولوله کربنی در تیر
- ۸۰ شکل (۶-۴) دامنه کمانش بر حسب بار برای حالت توزیع FGO نانولوله کربنی در تیر
- ۸۲ شکل (۷-۴) دامنه کمانش بر حسب دما برای حالت توزیع UD نانولوله کربنی در تیر
- ۸۳ شکل (۸-۴) دامنه کمانش بر حسب دما برای حالت توزیع FGX نانولوله کربنی در تیر
- ۸۴ شکل (۹-۴) دامنه کمانش بر حسب دما برای حالت توزیع FGO نانولوله کربنی در تیر
- ۸۵ شکل (۱۰-۴) دامنه کمانش بر حسب بار برای حالت توزیع FGX نانولوله کربنی در تیر
- ۸۶ شکل (۱۱-۴) دامنه کمانش بر حسب بار برای حالت توزیع FGO نانولوله کربنی در تیر
- ۸۷ شکل (۱۲-۴) دامنه کمانش بر حسب بار برای حالت توزیع UD نانولوله کربنی در تیر

فهرست جدول‌ها

۳۳	جدول (۱-۲) تئوری‌های تغییر شکل برشی مورد استفاده در پژوهش حاضر [56].....
۴۶	جدول (۱-۳) توابع کسر حجمی CNT برای انواع مختلف تیرهای CNTRC.....
۶۱	جدول (۲-۳) مدول الاستیک گرافیت-اپوکسی به ازای مقادیر متفاوت رطوبت و حرارت [66].....
۶۳	جدول (۳-۳) پارامترهای بازدهی به ازای کسرهای حجمی کل متفاوت [53].....
۶۸	جدول (۱-۴) خواص در نظر گرفته شده برای PMMA [70].....
۶۹	جدول (۲-۴) خواص ترمومکانیکی نانولوله‌ی کربنی تک‌دیواره دسته‌صندلی (10، 10).....
۷۱	جدول (۳-۴) بارکمانش بحرانی بی‌بعد \bar{P} برای تیرهای کامپوزیتی سه لایه با انبساط حرارتی آزاد.....
۷۲	جدول (۴-۴) بار کمانش بحرانی بی‌بعد \bar{P} برای تیرهای کامپوزیتی سه‌لایه بدون انبساط حرارتی آزاد.....
۷۳	جدول (۵-۴) خواص ترمومکانیکی فرض شده برای تیر کامپوزیتی گرافیت-اپوکسی [53].....
	جدول (۶-۴) بار کمانش بی‌بعد تیرها با تقویت‌کننده گرافیت و نانولوله کربنی با استفاده از تئوری‌های تیر مرتبه
۷۶	بالا.....

فصل ۱

معرفی پژوهش

۱-۱- مقدمه

سازه‌های کامپوزیتی مانند تیرها، صفحات و پوسته‌ها در بسیاری از کاربردهای مهندسی، از جمله صنایع هوایی، خودرو، دریایی و دفاعی به دلیل امکانات مختلف برای فرآیند طراحی مورد استفاده قرار می‌گیرند. این سازه‌ها تحت شرایط شدید حرارتی قرار می‌گیرند و بارهای حرارتی در موارد خاص تبدیل به عامل اصلی طراحی آن‌ها می‌شود.

استفاده از مواد کامپوزیتی در طراحی سازه‌های جدار نازک مانند قطعاتی برای وسایل نقلیه هوافضا اعم از هواپیمای با سرعت بالا، موشک و فضاپیما، که همه آن‌ها به علت تابش گرمایی تحت بارهای حرارتی قرار می‌گیرند افزایش یافته است.

این قبیل سازه‌های کامپوزیتی جدار نازک ممکن است در اختلاف دمای نسبتاً کم ناپایدار شوند و این امر منجر به بروز کمناش سازه در منطقه الاستیک می‌شود. بنابراین کمناش حرارتی یک حالت شکست متداول است که در اجزای ساختاری جدار نازک در محیط‌های حرارتی شدید به وقوع می‌پیوندد.

در سال‌های اخیر، تلاش‌های بسیاری در زمینه دستیابی به مواد با قابلیت‌های مناسب برای ساخت محصولات با عمر و کیفیت بالا صورت گرفته است. با این وجود، ساخت و توسعه برخی محصولات با ویژگی‌های مورد نظر، در صنایعی مانند هوافضا بسیار چالش برانگیز است.

از این رو، در صنعت هوافضا محیط مناسبی برای رشد و توسعه فناوری‌های نوظهور همچون نانو و علوم مربوط به آن‌ها فراهم شده است. در این پژوهش، کمناش تیرهای کامپوزیتی تقویت شده با نانولوله‌های کربنی در محیط حرارتی و رطوبتی مورد تحلیل قرار می‌گیرد و همچنین تأثیر پارامترهای اساسی مختلف روی رفتار آن‌ها پیش‌بینی می‌شود.

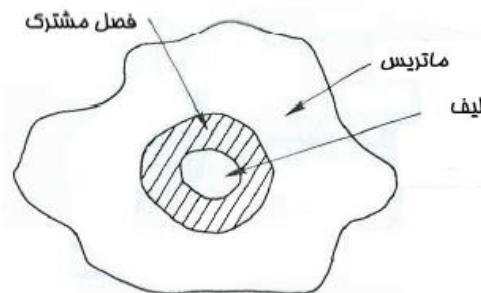
در ادامه این فصل به تعریفی مختصر از کامپوزیت‌ها، نانومواد، نانوکامپوزیت‌ها و انواع و کاربرد آن‌ها در صنعت هوایی پرداخته خواهد شد.

۱-۲- کامپوزیت‌ها

امروزه در بسیاری از کاربردهای مهندسی، به تلفیق خواص مواد نیاز است و امکان استفاده از یک نوع ماده که همه خواص مورد نظر را برآورده سازد، وجود ندارد. کامپوزیت‌ها از جمله این مواد هستند که شامل یک یا چند فاز غیر پیوسته در یک فاز پیوسته می‌شوند و خواص آن‌ها، با پراکنده شدن الیاف یا ذرات یک ماده در یک ماده زمینه تغییر می‌کند. فاز غیر پیوسته (الیاف یا لیف) خواص بالاتری نسبت به فاز پیوسته (ماده زمینه) دارد لذا به آن فاز تقویت‌کننده می‌گویند.

کامپوزیت‌ها موادی هستند که خواص آن‌ها، با پراکنده شدن الیاف یا ذرات یک ماده در یک ماده زمینه انتخاب می‌شوند [1]. سه ناحیه متمایز کامپوزیت‌ها شامل فاز پیوسته (ماده زمینه یا ماتریس)، فاز غیر پیوسته (تقویت‌کننده) و فصل مشترک این دو فاز وجود دارد، که تعیین‌کننده خواص و رفتار آن است [2].

در شکل (۱-۱) فازهای تشکیل‌دهنده کامپوزیت نشان داده شده است [3]. فصل مشترک، ناحیه اتصال بین تقویت‌کننده و زمینه است که نقش فراوانی در انتقال نیرو از ماتریس به الیاف دارد و در راستای آن اقدام به تقویت کامپوزیت می‌نماید. همبستگی بین الیاف و ماتریس باعث تقویت کامپوزیت و همچنین افزایش ضربه‌پذیری آن می‌شود [3].



شکل (۱-۱) فازهای تشکیل‌دهنده کامپوزیت‌ها [3].

اهمیت نقش الیاف و ماتریس بر خواص کامپوزیت‌ها در شکل (۲-۱) نشان داده شده است [4]. همان‌طور که مشاهده می‌شود استحکام و سختی کامپوزیت تأثیر بسیار زیادی از ماده تقویت‌کننده می‌گیرد، اما ماتریس هم سهم خود را به خواص می‌دهد. به عنوان مثال، مقاومت کامپوزیت در برابر گرما و جذب ضربه، به شدت به ماتریس بستگی دارد.

الیاف	ماده زمینه	خاصیت
		سفتی
		استحکام
		چقرمگی
		تخریب
		خستگی
		رفتار تحت ضربه
		مقاومت در برابر خوردگی
		مقاومت در برابر حرارت
		مقاومت در برابر واکنش شیمیایی
		خواص الکتریکی
		سادگی روند ساخت

شکل (۲-۱) اهمیت نقش الیاف و ماتریس بر خواص مختلف کامپوزیت‌ها [4].

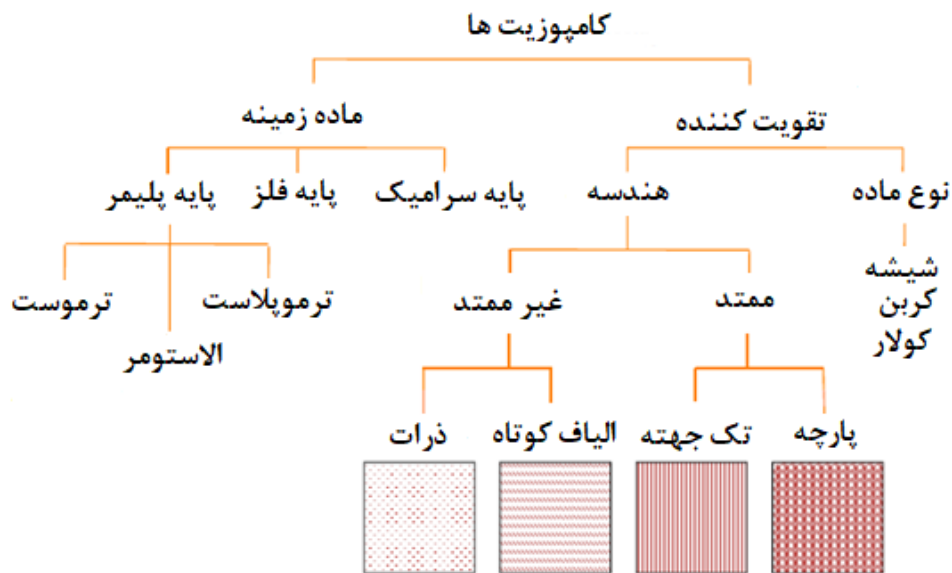
۱-۲-۱- دسته‌بندی کامپوزیت‌ها

کامپوزیت‌ها بر اساس نوع تقویت‌کننده، ماتریس و هندسه تقویت‌کننده به صورت شکل (۳-۱) طبقه بندی می‌شوند [4].

لازم به ذکر است در پژوهش حاضر از کامپوزیت‌های زمینه پلیمری از نوع زمینه پلی‌متیل متاکریلات (PMMA)^۱ استفاده خواهد شد. این پلیمر نوع مهمی از مواد ترموپلاستیک می‌باشد که کاربردهای وسیعی در حوزه‌های مختلف تکنولوژی و تولید دارد. از جمله ویژگی‌های این پلیمر می‌توان به خواص

^۱ Poly methyl methacrylate

بسیار خوب نوری (وضوح^۱، شفافیت^۲)، خنثی بودن شیمیایی، خواص مکانیکی خوب، پایداری حرارتی و قابلیت شکل گیری آسان اشاره نمود.



شکل (۳-۱) طبقه بندی انواع مختلف کامپوزیت ها [4].

۱-۲-۲- کاربرد قطعات کامپوزیتی

کامپوزیت ها به دلیل خواص مکانیکی برجسته، انعطاف پذیری مناسب و روش های ساخت نسبتاً آسان در صنایع مختلفی کاربرد دارند که در زیر خلاصه شده است [5]:

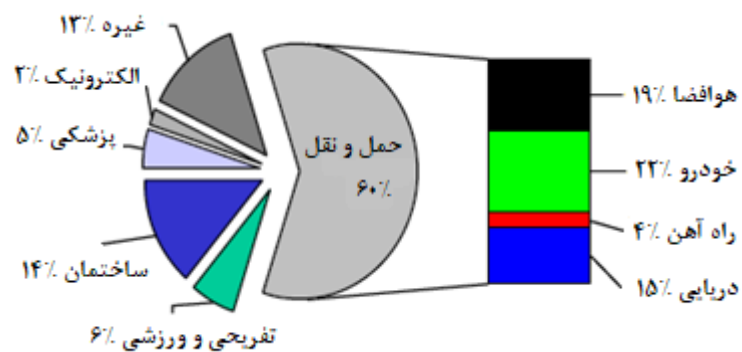
- صنایع خودرو
- صنایع ساختمان
- صنایع هوافضا
- صنایع دریایی

¹ Clarity

² Transparency

- صنایع برق و الکترونیک
- صنایع پزشکی
- صنایع تفریحی - ورزشی
- صنایع نظامی

وضعیت مصرف کامپوزیت در صنایع مختلف در شکل (۴-۱) نشان داده شده است. به طور کلی در مورد کاربرد مواد کامپوزیت در صنایع مختلف، آمار متفاوتی وجود دارد، اما نکته مشترک همه این گزارش‌ها این است که بیش‌ترین حجم کامپوزیت‌ها در صنایع خودرو مصرف می‌شود.



شکل (۴-۱) وضعیت مصرف کامپوزیت در صنایع مختلف [6].

۳-۱- مواد متغیر تابعی

نیاز بشر برای یافتن موادی که دارای ویژگی‌های بهتری نسبت به مواد خالص و مرکب موجود در صنایع بود دانشمندان را به سمت تولید مواد متغیر تابعی (FGM)^۱ هدایت نمود.

هر چند اولین پیشنهاد در مورد ساخت و تولید مواد دارای تغییرات تابعی در خواص را سال 1972 بور^۲ و دووز^۳ ارائه کردند و قبل از آن هم یک سری تحقیقات در مورد آن به صورت گسسته صورت

¹ Functionally graded material

² Bever

³ Duwez

گرفته بود ولی برای اولین بار نام مواد متغیّر تابعی توسط محققان ژاپنی در دهه 1980 به این مواد داده شد و پس از آن به تدریج این مواد در سطح بین‌المللی ساخته شدند.

نینو^۱ و کویزومی^۲ از جمله افرادی بودند که در آن زمان در ژاپن مأمور تحقیق در مورد مواد جدید شدند و به علت نیاز این کشور به این مواد برای توسعه صنایع هوایی این تحقیق‌ها به صورت جدی دنبال شد [7].

مواد متغیّر تابعی مواد کامپوزیتی با ریزساختار ناهمگنی می‌باشند که خواص مکانیکی آن‌ها به طور ملایم و پیوسته از یک سطح به سطح دیگر تغییر می‌کند. این خاصیت ویژه به وسیله تغییر یکنواخت در نسبت حجمی مواد تشکیل دهنده آن‌ها به دست می‌آید.

در سال‌های اخیر، با توسعه موتورهای پرقدرت الکتریکی، توربین‌ها، راکتورها، و تجهیزات صنایع هوافضا و دیگر ماشین‌آلات صنعتی، استفاده از موادی با مقاومت حرارتی بالا و مقاوم از لحاظ مکانیکی یک نیاز ضروری به شمار می‌رود.

مواد متغیّر تابعی یکی از کاربردی‌ترین مواد در صنعت به ویژه جهت استفاده در محیط‌هایی با درجه حرارت بسیار بالا مانند راکتورهای هسته‌ای به شمار می‌روند و پیش‌بینی می‌گردد با توجه به ویژگی‌های منحصربه‌فرد این مواد، کاربردهای صنعتی آن‌ها در طی سال‌های آتی توسعه یابد.

در سال‌های قبل، در صنایع هوافضا از مواد سرامیکی خالص جهت پوشش‌دهی و روکش نمودن قطعات تحت اثر دمای کاری بالا استفاده می‌شد. این مواد عایق‌های بسیار خوبی بودند ولی مقاومت زیادی در برابر تنش‌های اعمالی نداشتند. به ویژه تنش‌های پسماند در این مواد مشکلات زیادی از جمله حفره و ترک ایجاد می‌نمود.

¹ Nino

² Koizumi

بعدها برای رفع این مشکل از مواد کامپوزیت لایه‌ای استفاده شد. تنش‌های حرارتی در این مواد نیز موجب پدیده تورق^۱ می‌گردید.

با توجه به این مشکلات، طرح ماده‌ای مرکب که هم استحکام حرارتی و مکانیکی بالا داشته و هم مشکل لایه‌لایه شدن را نداشته باشد ضرورت پیدا کرد.

به این ترتیب با توجه به مشکلاتی که در صنایع مختلف برای مواد تحت تنش‌های حرارتی بالا وجود داشت، دانشمندان علم مواد برای اولین بار مواد متغیّر تابعی را به عنوان ماده‌ای با تحمل حرارتی بالا پیشنهاد نمودند و نخستین نمونه از این مواد را در سال 1984 در منطقه سندایی^۲ ژاپن در آزمایشگاه هوافضای نینو تولید کردند.

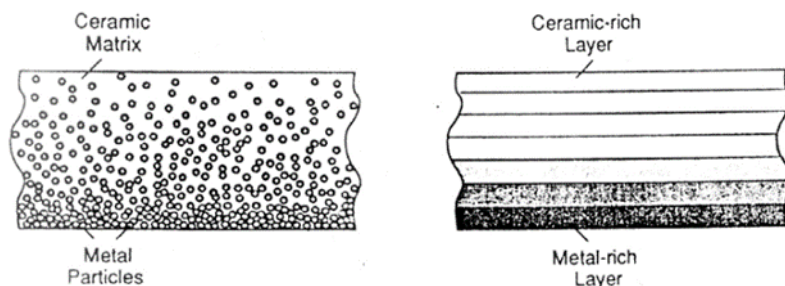
نوع رایج این مواد ترکیب پیوسته‌ای از فلزات و سرامیک‌ها می‌باشد که از مخلوط نمودن پودر آن‌ها به دست می‌آید به طوری که تغییر فلز و سرامیک از یک سطح به سطح دیگر کاملاً پیوسته است، به گونه‌ای که مثلاً یک سطح از جنس سرامیک خالص و سطح دیگر از جنس فلز خالص است و بین دو سطح ترکیب پیوسته‌ای از هر دو ماده است. از این رو خواص مکانیکی نیز با توجه به نوع ترکیب، تغییرات پیوسته‌ای در جهت ضخامت دارد.

این مواد با توجه به پیوستگی ترکیب اجزای تشکیل دهنده‌شان دارای خواص مکانیکی مؤثرتری نسبت به مواد کامپوزیت لایه‌ای هستند. نسبت این ترکیب در راستای ضخامت جسم متغیّر بوده و چگالی ذرات فلز معلق در بستر سرامیک از سطح فلزی تا سطح سرامیکی توسط یک تابع معین که می‌تواند خطی، غیرخطی یا نمایی باشد کاهش یا افزایش می‌یابد.

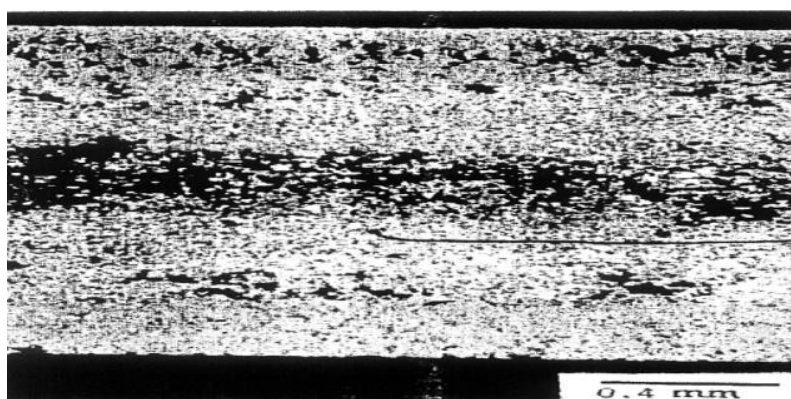
تصویر شماتیک دو ماده متغیّر تابعی متشکل از سرامیک-فلز در شکل (۱-۵) مشاهده می‌گردد. در شکل (۱-۶) تصاویر عکس‌برداری شده توسط میکروسکوپ نوری از مقطع یک ماده متغیّر تابعی از جنس الماس-آلومینیوم (Al/Sic) مشاهده می‌شود.

¹ Delamination

² Sendai



شکل (۵-۱) تصویر شماتیک ریزساختاری دو ماده متغیر تابعی متشکل از سرامیک-فلز [7].



شکل (۶-۱) عکس برداری از مقطع یک ماده متغیر تابعی از جنس (Al/Sic) توسط میکروسکوپ نوری [7].

همانگونه که اشاره شد یکی از امتیازهای مواد متغیر تابعی، مقاومت بسیار بالای آن‌ها در برابر محیط-هایی با درجه حرارت بالا و تغییرات دمایی بالا است، به گونه‌ای که مؤلفه سرامیکی ماده به دلیل ضریب هدایت حرارتی پایین باعث مقاومت در برابر دماهای بسیار بالا می‌گردد. از سوی دیگر مؤلفه فلزی باعث جلوگیری از رشد ترک و شکست ماده در اثر تنش‌های حرارتی ایجاد شده می‌شود.

همچنین پیوستگی تغییرات ریز ساختاری باعث امتیاز ماده متغیر تابعی نسبت به انواع مواد مرکب لایه‌ای گردیده است. همانند دیگر مواد ساخته شده به دست بشر که نمونه‌ای در طبیعت دارند، مواد متغیر تابعی نیز نمونه‌هایی در طبیعت دارند.

شکل (۷-۱) برش عرضی از پوسته یک صدف است. تغییر پیوسته این ماده در سطح این پوسته کاملاً در شکل ظاهری آن مشخص است.



شکل (۷-۱) تغییر خواص در برش عرضی پوسته یک صدف [7].

دندان‌ها، صدف‌ها، استخوان‌ها و درختان بامبو، مثال‌هایی هستند از اینکه نشان داده شود چگونه طبیعت به ساختمان میکروسکوپی مواد با قرار دادن عناصر قوی‌تر در جایی که تنش و کرنش در بالاترین حد خود هستند، نظم می‌دهد.

ساختارهای بیولوژیکی برای اینکه قدرت یکسانی را در تمام حالات فراهم نمایند، خلق شده‌اند تا از تنش زیاد جلوگیری کرده و شانس باقی ماندن را به وسیله کاهش دادن امکان شکست ساختاری در حالت شوک حرارتی و یا ضربه گسترش دهند [7].

۴-۱- نانومواد

موادی که حداقل یکی از ابعاد آن‌ها در مقیاس 1 الی 100 نانومتر باشد، مواد نانویی یا نانومواد خوانده می‌شوند. یک نانومتر برابر با یک میلیاردم متر (10^{-6}) است. این اندازه 18000 بار کوچکتر از قطر یک تار موی انسان است. به طور میانگین 3 تا 6 اتم در کنار یکدیگر طولی معادل یک نانومتر را می‌سازند که این خود به نوع بستگی دارد.

این مبحث در قالب موضوع‌های مربوط به نانوفناوری جای می‌گیرد. نانوفناوری، توانمندی تولید و ساخت مواد، ابزار و سیستم‌های جدید با در دست گرفتن کنترل در مقیاس نانومتری یا همان سطوح اتمی و مولکولی، و استفاده از خواصی است که در این سطوح ظاهر می‌شوند.

به طور کلی، فناوری نانو شامل گسترش، تولید و استفاده از ابزار و موادی است که ابعادشان در حدود 1 تا 100 نانومتر باشد.

این تعریف به وضوح انواع بسیار زیادی از ساختارها، اعم از ساخته دست بشر یا طبیعت را شامل می‌شود. فناوری نانو به سه سطح قابل تقسیم است: مواد، ابزارها و سیستم‌ها.

منظور از یک ماده نانو ساختار، ماده‌ای است که در سراسر بدنه آن انتظام اتمی، کریستال‌های تشکیل دهنده و ترکیب شیمیایی در مقیاس چند نانومتری گسترده شده باشند. در حقیقت این مواد متشکل از کریستال‌ها یا دانه‌های نانومتری هستند که هر کدام از آن‌ها ممکن است از لحاظ ساختار اتمی، جهات کریستالوگرافی یا ترکیب شیمیایی با یکدیگر متفاوت باشند.

همه مواد از جمله فلزات، نیمه هادی‌ها، شیشه‌ها، سرامیک‌ها و پلیمرها در ابعاد نانو می‌توانند وجود داشته باشند. همچنین محدوده فناوری نانو می‌تواند به صورت ذرات بی‌شکل (آمورف)^۱، کریستالی، آلی، غیرآلی یا به صورت منفرد، مجتمع، پودر، کلوئیدی^۲، سوسپانسیونی^۳ یا امولسیون^۴ باشد.

۱-۴-۱- طبقه‌بندی نانوموادها بر اساس ساختار ظاهری آنها

نانوموادها بر اساس ساختار ظاهری به گروه‌های مختلفی تقسیم بندی می‌شوند [8] که مهم‌ترین آنها عبارتند از:

¹ Amorphous

² Colloid

³ Suspension

⁴ Emulsion

- **نانوذرات:** نانوذرات از مدت‌ها قبل مورد استفاده بوده‌اند. شاید اولین مورد استفاده از آن‌ها در لعاب ظروف سفالی سلسله‌های اولیه چین باشد. از مهم‌ترین انواع آن‌ها می‌توان نانوذرات نیمه رسانا، نانوذرات سرامیکی، نانوذرات فلزات و غیره را نام برد. این ذرات در شکل‌هایی مانند کروی، سوزنی، ورقه‌ای، شاخه‌ای، میله‌ای و صفحه‌ای یافت می‌شوند.
- **نانوالیاف:** الیاف نسبتاً کوتاهی هستند که قطرشان در مقیاس نانومتری است. نانوالیاف‌ها به گروه‌های بسیار متنوعی تقسیم می‌شوند که از مهم‌ترین انواع آن‌ها نانوالیاف کربنی، نانوالیاف پلیمری و نانوالیاف معدنی هستند. نسبت سطح به حجم بالا و مقاومت زیاد در مقابل سایش از جمله خواص نانوالیاف است. از نانوالیاف‌ها برای تولید لباس‌های محافظ، تولید آینه‌های قابل استفاده در فضا، فیلتر هوا و ... استفاده می‌شود.
- **نانوکپسول‌ها:** نانوکپسول‌ها به نانوذره‌ای گفته می‌شود که دارای یک پوسته و یک فضای خالی جهت قرار دادن مواد مورد نظر در داخل آن باشد. نانوکپسول‌های پلیمری و نانواموسیون‌ها از این جمله هستند.
- **نانوسیم‌ها:** نانوسیم یک ساختار دو بعدی است و به دلیل اینکه در این ابعاد آثار کوانتومی مهم هستند، سیم‌های کوانتومی نیز نامیده می‌شوند. نانوسیم‌ها شامل انواع فلزی، آلی، پلیمری و نیمه هادی می‌شوند.
- **نانوروکش‌ها:** روکش‌ها، لایه‌هایی هستند که روی ماده‌ای دیگر نشانداده می‌شوند و ضخامتی کمتر از ماده دوم دارند. روکش‌ها کاربردهای متنوعی در صنایع مختلف از خودروسازی گرفته تا صنایع لوازم خانگی دارند. دلیل استفاده از این روکش محافظت یا تزئین محصولاتی چون شیشه‌ها، فلزات، پلاستیک‌ها، عینک‌های آفتابی، لوازم ورزشی، مبلمان، وسایل آشپزی، وسایل پزشکی، الکترونیک، خودروها و ... است. همچنین از این روکش‌ها برای محافظت از سطوح در

برابر آسیب‌هایی مانند باران، برف، اشعه‌ی ماورای بنفش، نور آفتاب و رطوبت استفاده می‌شود. نانوروکش‌ها در واقع لایه‌های نانومتری و روکش‌های نانوساختار هستند. نانوروکش‌ها دارای کاربردهای فراوانی هستند. فناوری نانو از خش برداشتن، تکه تکه شدن و خورده شدن روکش‌ها جلوگیری می‌کند. از جمله نانوروکش‌ها می‌توان به روکش‌های ضد انعکاس در مصارف خودروسازی و روکش‌های محافظ (ضدخش، غیرقابل رنگ‌آمیزی و قابل شستشوی آسان) و روکش‌های زینتی اشاره کرد.

- **مواد نانوحفره‌ای:** زئولیت^۱ ماده‌ای است که به‌عنوان کاتالیزگر استفاده می‌شود. ویژگی

قابل توجه زئولیت‌ها حفره‌های بسیار ریز یا نانومتری موجود در آن‌هاست. نسبت زیاد سطح به حجم این ساختار نانو متخلخل سبب شده‌است از آن به‌عنوان کاتالیزگر استفاده شود. همچنین، تخلخل‌های موجود در این مواد برای رشد دادن نانو مواد یک بعدی (نانوسیم‌ها و نانولوله‌ها) مناسب است.

مواد نانو حفره‌ای به‌طور گسترده در سیستم‌های زیستی موجود است. برای مثال بعضی از غشاهای نانوحفره‌ای موجود در طبیعت مانند دیواره‌ی سلول‌ها، قابلیت عبور دادن انتخابی مواد از خود را دارند. این مواد کاربردهای مختلف و فراوانی دارند. از این مواد برای ارسال داروها به قسمت‌های مورد نظر در بدن استفاده می‌شود.

- **نانولوله‌ها:** نانولوله‌ها به‌موادی گفته می‌شود که قطر آن‌ها تا حدود 100 نانومتر است و از

لوله شدن صفحه‌ی گرافیتی به شکل استوانه‌ای توخالی با ضخامت یک اتم، نانولوله‌های کربنی تولید می‌شوند که هزار برابر نازک‌تر از تار موی انسان هستند و اولین بار توسط سامیو ایجیما^۲ در دوده‌های حاصل از تخلیه‌ی قوس الکتریکی کشف شدند [9].

¹ Zeolite

² Samiu Iijima

لغت نانولوله در حالت کلی در مورد نانولوله‌های کربنی به کار می‌رود. به طور کلی علاوه بر ویژگی‌های منحصر به فرد نظیر مدول یانگ و استحکام کششی بالای نانولوله‌های کربنی، طبیعت کربن CNT^۱ها مبنی بر سبک وزن بودن، پایداری قابل قبول و مقرون به صرفه بودن نسبت به دیگر فلزات، موجب شدند که تحقیقات نظری و عملی مهمی روی روش‌های مختلف سنتز و کاربردهای مختلف این مواد صورت گیرد.

۱-۴-۲- انواع نانولوله‌های کربنی

نانولوله‌های کربنی بسته به چیدمان و تعداد استوانه‌ها انواع مختلفی دارند. نانولوله‌ی کربنی تک‌دیواره (SWCNT)^۲ هندسه‌ای ساده با شعاعی در بازه‌ی 0.4 تا 3 نانومتر دارد و از لوله کردن ورقه‌ی گرافیتی حاصل می‌شود (شکل ۱-۸) حال بر اساس این که چگونه دو سر صفحه‌ی گرافیتی به هم متصل شوند انواع مختلفی از SWCNTها به وجود می‌آید.

مشخصه‌ی این ساختارها با مختصه‌های (n, m) که n مربوط به ستون اتم‌ها و m مربوط به ردیف اتم‌ها می‌باشند، معرفی می‌شوند. در نتیجه نانولوله‌ها بر حسب آرایش الکترونی اتم‌های کربن مقطع لوله، در سه گروه دسته‌بندی^۳ $(n = m)$ ، زیگزاگ^۴ $(m = 0)$ و کایرال^۵ تقسیم‌بندی می‌شوند (شکل ۱-۸).

مثلاً در صورتی که اتم ابتدایی و اتمی که در وضعیت 45 درجه نسبت به آن قرار دارد، روی هم قرار بگیرند، نوع دسته‌بندی را خواهیم داشت.

به طور کلی نحوه پیچش نانولوله‌ها، تأثیر فراوانی روی خواص الکتریکی نانولوله‌ها دارد تا جایی که بر حسب آن نانولوله‌های فلزی یا نیمه‌هادی ارائه می‌شوند. حالت کایرال نیز مشابه دسته‌بندی است، با

¹ Carbn nanotube

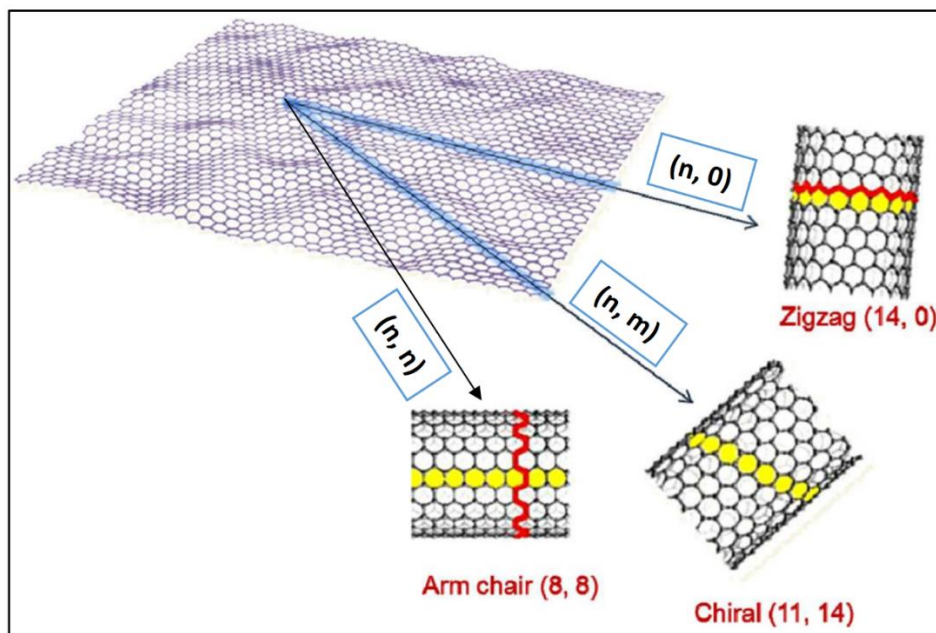
² Single wall carbon nanotube

³ Armchair

⁴ Zigzag

⁵ Chiral

این تفاوت که با یک بار چرخش افقی به دور نانولوله‌ها، مجموعه‌ای از صندلی‌ها نسبت به افق به صورت مایل قرار می‌گیرند ($m \neq n \neq 0$).



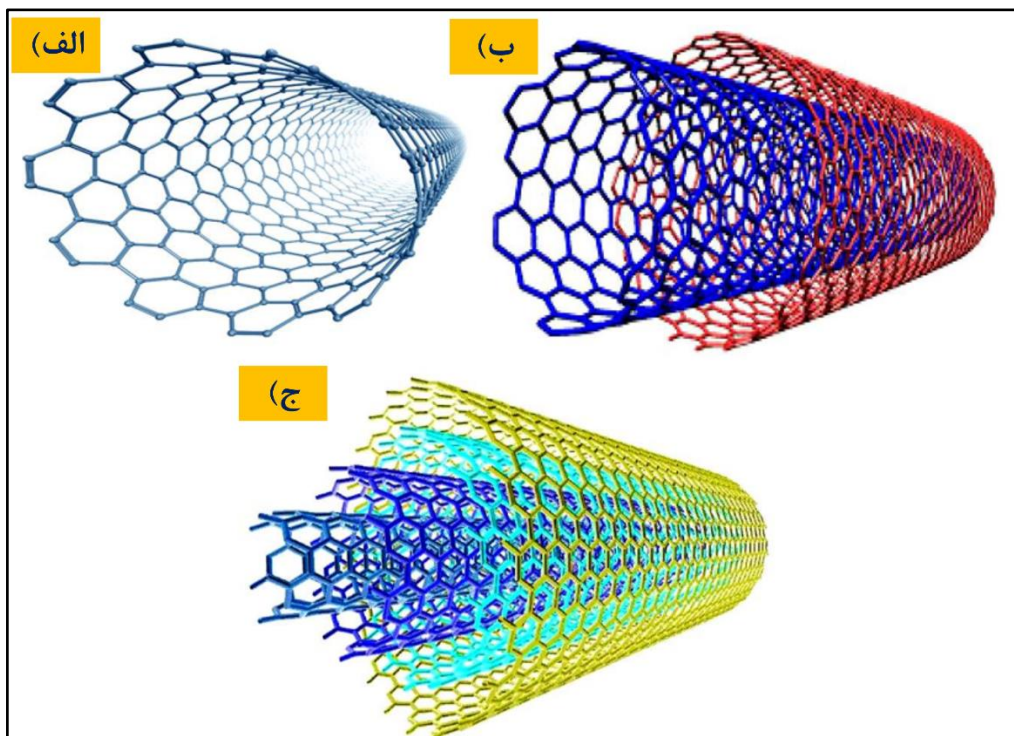
شکل (۸-۱) ساختارهای مختلف SWCNT [10].

نوع دیگر CNTها، نانولوله‌های کربنی چنددیواره (MWCNT)^۱ هستند که از چند استوانه‌ی کربنی هم محور و تودرتو تشکیل می‌شوند. یعنی می‌توان آن‌ها را به صورت دسته‌ای از نانولوله‌های هم مرکز با قطرهای متفاوت در نظر گرفت.

همچنین طول و قطر متفاوت‌شان در مقایسه با SWCNTها، خواص آن‌ها را نیز متفاوت کرده‌است. طبق شکل (۹-۱) در حالتی که دو استوانه‌ی هم مرکز داشته باشیم، نانولوله‌ی کربنی دودیواره (DWCNT)^۲ شکل می‌گیرد که نوعی MWCNT محسوب می‌شود [10].

¹ Multiwall carbon nanotubes

² Double wall carbon nanotube



شکل (۹-۱) ساختار الف (SWCNT، ب) DWCNT و ج) MWCNT [10].

در این پژوهش به دلیل موجود بودن مقادیرِ خواصِ وابسته به دما برای SWCNT های دسته‌صندلی (10، 10)، که در فصل‌های آتی به آن خواهیم پرداخت، این نوع از نانولوله‌ها استفاده خواهد شد.

۱-۴-۳- نانوکامپوزیت‌ها

در صورتی که فاز پراکنده مورد استفاده در کامپوزیت نانوذره باشد، ماده ترکیبی، نانوکامپوزیت خواهد بود. نانوکامپوزیت‌ها شامل انواع مختلفی همچون نانوکامپوزیت‌های پایه پلیمری، نانوکامپوزیت‌های پایه سرامیکی و نانوکامپوزیت‌های پایه فلزی می‌شوند [8].

از منظر ساختاری ذرات و الیاف معمولاً باعث ایجاد استحکام در بستر می‌شوند و بستر پلیمری می‌تواند با چسبیدن به مواد معدنی نیروهای اعمال شده به کامپوزیت‌ها را به نحو یکنواختی به ماده تقویت‌کننده منتقل کند. در این حالت خصوصیاتِ چون سختی، شفافیت و تخلخل بستر کامپوزیت

تغییر می‌کند. بستر پلیمری همچنین می‌تواند سطح تقویت‌کننده را از آسیب‌ها حفظ کند. طبیعت و درجه این تعاملات نقشی محوری بر خصوصیات مختلف نانوکامپوزیت همچون حلالیت، خواص نوری، جنبه‌های الکتریکی، مکانیکی و... دارد. در ادامه مهم‌ترین انواع نانو کامپوزیت‌ها معرفی خواهند شد.

نانوکامپوزیت‌های نانوذره‌ای: در این کامپوزیت‌ها از نانوذراتی همچون خاک رس و فلزات به عنوان تقویت‌کننده استفاده می‌شود.

برای مثال، در نانوکامپوزیت‌های پلیمری، از مقادیر کمی (کمتر از 10 درصد وزنی) ذرات نانومتری استفاده می‌شود. این ذرات علاوه بر افزایش استحکام پلیمرها، وزن آن‌ها را نیز کاهش می‌دهند. مهم‌ترین کامپوزیت‌های نانوذره‌ای، سبک‌ترین آن‌ها هستند.

نانوکامپوزیت‌های نانولوله‌ای کربنی: اتصال پلیمرها به نانولوله باعث افزایش حلالیت نانولوله‌ها و در نتیجه گسترش کاربرد آن‌ها می‌شود. علاوه بر این، خواص فیزیکی پلیمر از قبیل استحکام مکانیکی و پایداری حرارتی آن با اتصال به نانولوله بهبود می‌یابد و در نتیجه می‌توان با این روش نانوکامپوزیت‌هایی با ویژگی‌های قابل کنترل و مناسب کاربرد خاص آن تولید نمود.

۱-۴-۴- ویژگی نانوکامپوزیت‌ها

از خصوصیات متنوع نانوکامپوزیت‌ها می‌توان به بالا بودن نسبت سطح به حجم، انعطاف‌پذیری بالا بدون کاهش استحکام، مقاومت در برابر خراشیدگی و همچنین خواص نوری مطلوب مانند شفافیت که به اندازه ذرات بستگی دارد اشاره نمود. برخی از نانوکامپوزیت‌ها ترکیبی از نانوالیاف محکم کربن و الیاف محکم کولار با پلاستیک‌های مقاوم در برابر خوردگی هستند که بسیار بهتر از فولاد و آلومینیوم عمل می‌کنند. نانولوله‌های کربنی طویل یک ششم فولاد وزن و 50 برابر فولاد مقاومت کششی دارند. در سال‌های اخیر مشاهده شده که افزایش نانوذرات به کامپوزیت‌ها، موجب می‌شود تا مقاومت کششی آن 2.5 برابر فولاد شود. با استفاده از این مواد می‌توان بدنه هواپیماهای آینده را 15 تا 28

درصد سبک‌تر از هواپیماهای مشابه امروزی ساخت. این در حالی است که با دو برابر کردن ابعاد هواپیما (که از مواد سنتی ساخته شده است)، وزن آن سه تا چهار برابر می‌شود.

کامپوزیت‌های پلیمری تقویت شده توسط نانولوله‌های کربنی 50 درصد سبک‌تر و 6 برابر مقاوم‌تر از کامپوزیت‌های فیبر کربنی خواهد بود. پیشرفت فناوری در آینده برای تولید انبوه نانولوله‌های کربنی طویل موجب دگرگونی در کل محیط زندگی می‌شود [8].

البته نه در آینده دور که هم اکنون این نانولوله‌ها برای حصول کامپوزیت‌های سبک، بسیار مقاوم و رسانای الکتریسیته، به صورت نه چندان بلند ولی هم راستا برای اختلاط با پلاستیک‌ها استفاده می‌شوند؛ البته پیش از تولید تجاری ارزان این نانولوله‌ها برای مصارف نظامی که کیفیت بر قیمت غلبه دارد، می‌توان از این مواد بهره برد.

۱-۴-۵- کاربرد نانوکامپوزیت‌ها

نانوکامپوزیت‌های پیشرفته در بسیاری از اشیای روزمره نظیر بدنه‌ی قایق‌ها، چوب‌های ماهی‌گیری و راکت‌های تنیس قابل کاربرد است. در حوزه مهندسی مکانیک نیز شناخت رفتار نانوکامپوزیت‌ها و کاربرد آن‌ها برای طراحی سازه‌هایی مقاوم‌تر و سبک‌تر، مورد توجه زیادی قرار گرفته است. همچنین در صنایع هوایی از قبیل هواپیمای ترابری نظامی، بالگرد، جنگنده‌ها، موشک اندازه‌ها و سازه ماهواره‌ها رشد و توسعه قابل توجهی داشته است.

استفاده از آهن‌آلات به دلیل هزینه‌های بالا، وزن زیاد و خوردگی در برابر شرایط جوی مقرون‌به‌صرفه نیستند. به کارگیری کامپوزیت‌ها و نانوکامپوزیت‌ها علاوه بر استحکام خوب و ارزان قیمت بودن باعث سبکی و افزایش عمر مفید قطعه می‌گردد.

جایگزینی نانوکامپوزیت‌های سرامیکی و پلاستیکی در قطعات مکانیکی و بدنه خودروها و اشیای پرنده مثل موشک می‌تواند باعث کاهش مصرف سوخت، افزایش عمر مفید، افزایش برد و پنهان ماندن از دید رادار گردد.

اسکلت، بدنه و قطعات داخلی مهم‌ترین بخش سازه‌های هوایی از نظر وزن هستند. استفاده از نانوکامپوزیت‌ها در این بخش‌ها، بیشترین تأثیر را در کاهش وزن سازه‌های هوایی به همراه خواهد داشت. استفاده از کامپوزیت‌های پلیمری که توسط نانولوله‌های کربنی تقویت شده‌اند یکی از کاربردهای نانولوله‌های کربنی در ساخت بدنه هواپیما، اجزای مختلف بال و سطوح کنترلی خواهد بود. این مواد جدید به علت استحکام بیشتر و سبکی قادر خواهند بود به صورت بهتری شکل مورد نظر طراحان ایزوفویل را تأمین کنند. به این ترتیب با کاهش نیروی پسای هواپیما، هواپیما راندمان بهتری خواهد داشت و مصرف سوخت کاهش یافته و برد افزایش می‌یابد. هواپیما در زمان کوتاه‌تری از زمین بلند می‌شود و هزینه تعمیر و نگهداری نیز کاهش می‌یابد.

حفاظت از قطعات حساس در برابر تشعشعات مضر و یا آسیب‌های شیمیایی یکی دیگر از کاربردهای نانوکامپوزیت‌ها در صنعت هوایی خواهد بود. ارتباط دهنده‌ها در سازه‌های هوایی، به دلیل تعداد قابل توجه آن‌ها، از اهمیت زیادی برخوردار هستند.

استفاده از نانوکامپوزیت‌ها به عنوان اتصالات، می‌تواند کاهش محسوسی در وزن سازه ایجاد نماید. البته در آینده بلند مدت احتمالاً با چند منظوره شدن بسیاری از قطعات و سامانه‌ها این قطعات دیگر کاربرد خود را از دست می‌دهند.

۱-۵- مکانیک غیرخطی و پدیده‌ی کمانش

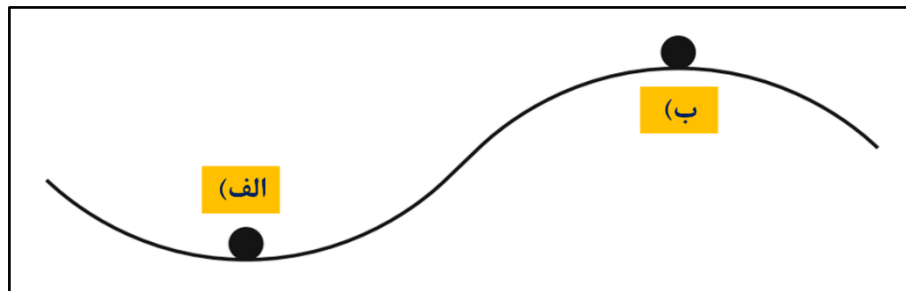
مطالعه‌ی کمانش سازه‌ها در حوزه‌ی مکانیک غیرخطی قرار می‌گیرد که به دو صورت فیزیکی یا هندسی می‌تواند نمود پیدا کند.

این اثرگذاری در تئوری مسأله، یا در روابط تنش-کرنش وارد می‌شود یا در عبارت‌هایی که نشان‌دهنده‌ی تأثیر چرخش عناصر ساختاری روی رفتار کلی سازه می‌باشند، پدیدار می‌شود.

از آن جایی که تنش‌ها و کرنش‌ها در روابط موجود از قانون هوک^۱ پیروی می‌کنند، عوامل غیرخطی در فیزیک مسأله حاضر نمی‌شوند و نتیجه می‌گیریم عامل غیرخطی در موضوع کمانش به طور خالص هندسی می‌باشد [11,12].

۱-۵-۱- مفهوم پایداری

وقتی یک سازه (عموماً تیرها، ورق‌ها و پوسته‌ها) تحت تنش فشاری ناشی از بارگذاری (حرارتی یا مکانیکی) قرار می‌گیرد، پایداری به عنوان موضوعی مهم مطرح می‌شود. به عبارتی زمانی به سازه‌ای پایدار گوییم که تحت تنش‌ها و نیروهای وارده، حالت خود را از دست ندهد و در اثر افزایش مقدار کوچکی از تنش یا بار وارده همچنان تعادل خود را حفظ نماید. نقطه‌ی مقابل این تعریف، حالت تعادل ناپایدار است که ضمن اعمال تغییر کوچکی در تنش یا نیروی اعمالی، سازه دچار انحراف می‌شود (شکل ۱-۱۰).



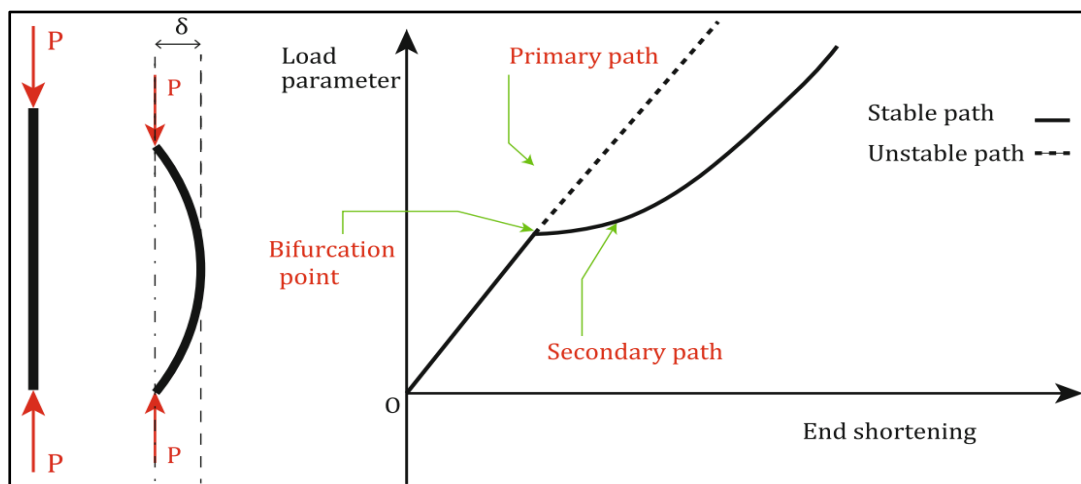
شکل (۱۰-۱) تعادل ایستایی الف) تعادل پایدار، ب) تعادل ناپایدار [12].

۱-۵-۲- انواع ناپایداری و کمانش سازه‌ها

به طور کلی سه نوع ناپایداری استاتیکی تعریف شده‌اند که عبارت‌اند از کمانش کلاسیک^۱ یا دوشاخه‌ای شدن^۲، کمانش اختلالی محدود^۳ و کمانش ناگهانی رو به جلو^۴. رخ دادن هر یک از این موارد به فاکتورهایی چون هندسه‌ی سازه، نقص هندسی اولیه، شرایط مرزی و توزیع مناسب مواد وابسته است.

^۱ Hook's law

در راستای تشریح و توصیف نوع اول ناپایداری، به طور مثال یک تیر الاستیک تحت نیروی محوری P تا قبل از کمانش، مسیر اولیه‌ی تغییر شکل را مطابق شکل (۱۱-۱) طی می‌کند یعنی تا نقطه‌ی انشعاب به طور خطی پیش می‌رود و پس از آن یا وارد مسیر پایدار پس‌کمانش ثانویه می‌شود یا مسیر اولیه را در حالت ناپایدار ادامه می‌دهد. در حقیقت مسیر تعادل پس‌کمانش و ماهیت آن مبنی بر پایدار یا ناپایدار بودن آن به هندسه‌ی سازه و نوع بارگذاری آن بستگی دارد.



شکل (۱۱-۱) تیر تحت بارگذاری محوری. مسیر پس‌کمانش پایدار و مسیر خطی ناپایدار [12].

نمونه‌ی دیگر می‌تواند تیر مستقیم و بدون نقصی باشد که تحت نیروی فشاری P در انتهای آزادش است. در این حالت با رسیدن مقدار بار وارده به نقطه‌ی انشعاب، تیر کمانش می‌کند و به ازای بار وارده‌ی بیشتر، مسیر پایدار پس‌کمانش را می‌پیماید.

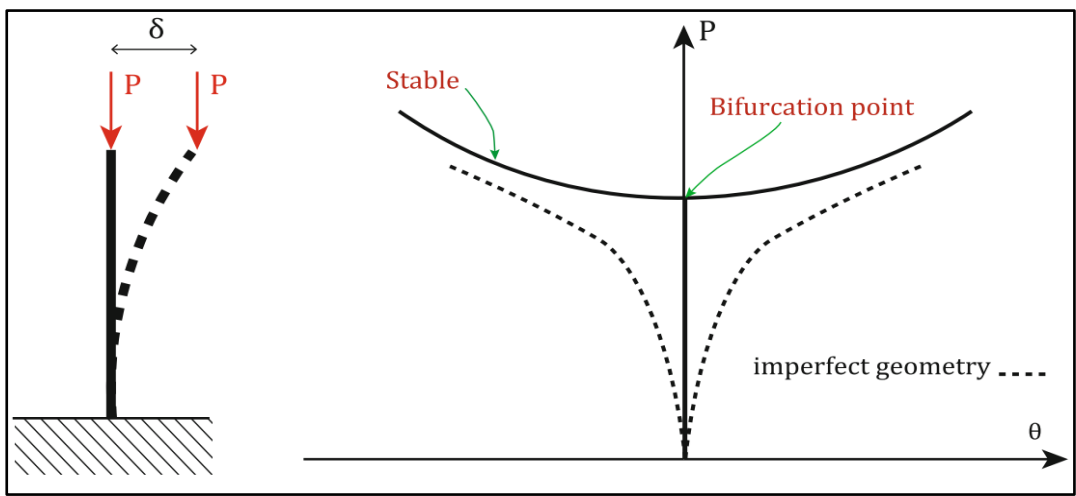
از طرفی اگر تیر دارای نقص اولیه باشد، اصلاً به نقطه‌ی دو شاخگی نمی‌رسد و طبق شکل (۱۲-۱) مسیر خط‌چین را طی می‌کند.

¹ Classical buckling

² Bifurcation

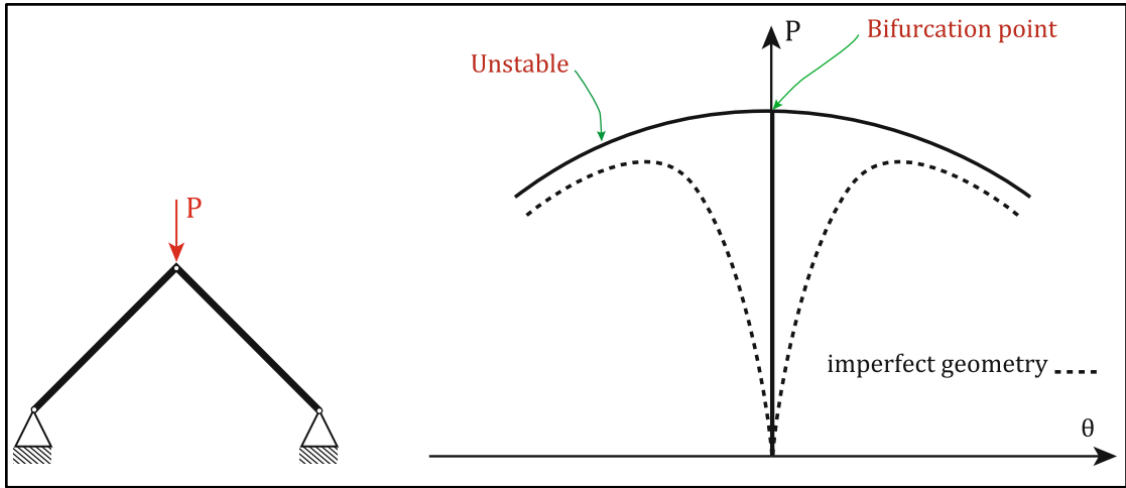
³ Finite disturbance buckling

⁴ Snapthrough buckling



شکل (۱۲-۱) مسیر پس کمانش پایدار [12].

البته امکان حالتی که در آن مسیر پس کمانش ثانویه ناپایدار باشد نیز وجود دارد. به عنوان نمونه برای خریای تحت نیروی متمرکز P که در شکل (۱۳-۱) هر دو شرایط با نقص هندسی اولیه و بدون آن نیز نشان داده شده است.



شکل (۱۳-۱) مسیر پس کمانش ناپایدار [12].

۱-۶- جمع بندی

در فصل اول به بیان مقدمه‌ای بر کامپوزیت‌ها و نانوکامپوزیت‌ها و مزیت به کارگیری آن‌ها در ساخت سازه‌های هوایی پرداخته شد. در فصل دوم، مروری بر منابع در زمینه رفتارکمانش و پس‌کمانش تیرهای کامپوزیتی تقویت شده با نانولوله کربنی در محیط حرارتی و رطوبتی ارائه خواهد شد. در فصل سوم روش تحقیق بیان می‌شود. نتایج و تحلیل نتایج در فصل‌های چهارم ارائه خواهند شد. در فصل پنجم خلاصه‌ای از پژوهش انجام شده به همراه نتیجه‌گیری و پیشنهادها بیان می‌شود.

فصل ۲

مبانی نظری و پیشینه پژوهش

۲-۱- مقدمه

استفاده گسترده و روزافزون از مواد مرکب در دهه اخیر، این مواد را به عنوان رقیبی جدی برای مواد سنتی معرفی کرده است. از این رو استفاده از مواد کامپوزیتی به سرعت در حال گسترش است و شاید سرعت این کاربردها بیش از پیش‌بینی‌ها نیز باشد.

همچنین مواد مدرج تابعی که مواد کامپوزیتی ایزوتروپ و غیرهمگن بوده و خواص مکانیکی آن‌ها از سطحی به سطح دیگر آهسته و پیوسته تغییر می‌کند، به دلیل خواص ویژه‌ای که دارا می‌باشد باعث پیدایش مسائل جدیدی در صفحات و ورق‌ها شده است. خواص مناسب، که به طور عمده در نسبت-های بالای مقاومت و سفتی به وزن و نیز خواص ویژه و ممتاز محیطی همچون مقاومت در مقابل خوردگی و دماهای بسیار بالا خلاصه می‌شوند، مواد مرکب را به عنوان جایگزینی مناسب در بسیاری از مصارف روزمره مطرح کرده‌اند.

صفحات تقویت شده با هندسه‌های مختلف، با توجه به کاربردهای خاص خود به عنوان عنصر سازه‌ای، در صنایع نظامی، دریایی، هوافضا و... شناخته می‌شوند. لذا با توجه به اهمیت کاربرد این سازه‌ها تحلیل کمانشی آن‌ها معیار مهمی محسوب می‌شود. بنابراین تا کنون کوشش زیادی صورت گرفته که بتوان تا حد امکان بار کمانش بحرانی این سازه‌ها را افزایش داد.

همان طور که در فصل قبل گفته شد سازه‌های کامپوزیتی جدار نازک ممکن است در اختلاف دمای نسبتاً کم ناپایدار شوند که این امر منجر به بروز کمانش سازه در منطقه الاستیک می‌شود. بنابراین، کمانش حرارتی یک حالت شکست متداول است که در اجزای ساختاری جدار نازک در محیط‌های حرارتی شدید به وقوع می‌پیوندد.

راه عمده مقابله با کماتش صفحات مدرج تابعی و کامپوزیتی، اعمال تقویت‌کننده‌ها به بدنه آن‌ها است. یکی از مباحث مهم در خصوص صفحات و پوسته‌های استوانه‌ای، مخروطی، مستطیلی و... وزن این سازه‌ها است، که باید تلاش شود تا حد امکان کم شود.

یکی دیگر از مزایای استفاده از تقویت‌کننده‌ها کاهش وزن سازه‌ها است که این امر در پارامتر طراحی بسیار خوشایند خواهد بود. از آن جایی که تیرهای تقویت‌شده با نانولوله‌های کربنی متغیّر تابعی^۱ می‌توانند در سازه‌های مهندسی بسیاری، به منظور دستیابی به عملکردهای چندگانه مورد نظر، مورد استفاده قرار گیرند، مطالعه و بررسی رفتار حرارتی آن‌ها از اهمیت بسیاری برخوردار است.

در این فصل مروری بر پژوهش‌های انجام شده در زمینه کماتش تیرهای تقویت شده با نانولوله‌ی کربنی به صورت متغیّر تابعی در محیط‌های هیگروترمال^۲ تحت اثر تئوری‌های مختلف تغییر شکل برشی ارائه خواهد شد. تئوری‌هایی که در بررسی رفتار سازه‌ها مورد استفاده قرار می‌گیرند به سه دسته اصلی تقسیم می‌شوند:

۱. تئوری کلاسیک

۲. تئوری تغییر شکل برشی مرتبه اول^۳

۳. تئوری تغییر شکل برشی مرتبه بالا^۴

۲-۲- تئوری تغییر شکل برشی تیرها

برای تعیین خصوصیات استاتیکی و دینامیکی و به دنبال آن تحلیل خمش، کماتش و ارتعاشات تیرها از تئوری‌های کلاسیک تیرها مثل اویلر-برنولی^۵ و تیموشنکو^۱ استفاده می‌شود. از طرفی محدودیت‌های

^۱ FG-CNTRC

^۲ Hygrothermal

^۳ First order shear deformation theory

^۴ Higher order shear deformation theory

^۵ Euler-Bernoulli

موجود در تئوری‌های کلاسیک تیرها، موجب شد تا پژوهشگرهای این حوزه به بهبود و تصحیح مدل‌های ارائه شده بپردازند و تئوری مراتب بالاتر تغییر شکل برشی تیرها را مطرح نمایند. مطالعه‌های بسیاری در راستای تحلیل دینامیکی و استاتیکی تیرها بر اساس تئوری‌های مختلف موجود انجام شده است [13-16].

لازم به ذکر است شاخصه‌ای به نام تابع شکل^۲ معرف چگونگی توزیع برش که شکل تغییرات برش را در طول ضخامت تیر تعیین می‌کند، وجود دارد.

چگونگی تأثیر تابع شکل در میدان جابه‌جایی در فصل بعد به طور مفصل توضیح داده خواهد شد. در این مرحله به معرفی نمونه‌هایی از تئوری‌های تغییر شکل برشی تیرها به همراه تابع شکل آن‌ها پرداخته می‌شود.

۲-۲-۱- تئوری اویلر-برنولی (EBT)^۳

در تئوری کلاسیک تیرها مانند تئوری کلاسیک ورق‌ها و پوسته‌ها از فرضیه‌ای استفاده شده است که برای نخستین بار لاو و کیرشهوف^۴ از این فرضیه در تئوری ورق-پوسته‌ها استفاده نمودند و در تئوری تیرها، اولین بار در سال 1744 میلادی برنولی^۵ از آن استفاده کرد و مدلی مرجع با چشم‌پوشی از اثر تغییر شکل برشی تیر، برای نشان دادن رفتار سازه تحت بار محوری و خمشی با عنوان تئوری اویلر-برنولی مطرح کرد. این تئوری با توجه به شکل (۲-۱) بر فرض‌های زیر استوار است [17]:

الف. سطح مقطع تیر در صفحه‌ی خودش صلب است.

¹ Timoshenko

² Shape function

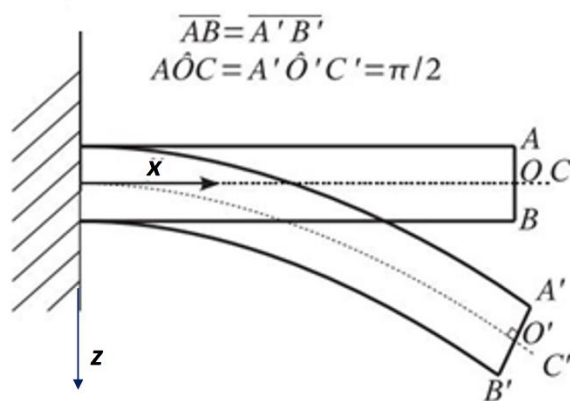
³ Euler-Bernoulli theory

⁴ Love and Kirchhof

⁵ Bernoulli

ب. سطح مقطع تیر ضمن چرخش حول محور عمود بر صفحه‌ی خودش، به صورت تخت باقی می‌ماند.

ج. سطح مقطع تیر پس از تغییر شکل همچنان عمود بر صفحه‌ی میانی باقی می‌ماند.



شکل (۱-۲) خمش یک تیر طبق تئوری اویلر-برنولی [17].

لازم به ذکر است تابع شکل مربوط به این مدل $f(z) = 0$ می‌باشد.

این فرض‌ها به این معنی هستند که اگر موقعیت ابتدایی و نهایی نقطه‌ای در صفحه میانی مشخص باشد، موقعیت نهایی تمامی نقاط تیر مشخص است و کرنش تمام نقاط بر اساس جابجایی صفحه میانی مشخص خواهد شد.

بر اساس این فرض‌ها از برش عرضی چشم پوشی می‌شود. برقراری این فرض‌ها سبب می‌شود که معادلات ورق و پوسته از سه بعد به دو بعد و معادله تیر از دو بعد به یک بعد کاهش بیابند.

۲-۲-۲- تئوری تیموشنکو (TBT) یا تئوری تغییر شکل برشی مرتبه اول (FSDT)^۲

مدل تیموشنکو (شکل ۲-۲) از سری تئوری‌های کلاسیک تیرها برای اولین بار در سال 1921 میلادی با در نظر گرفتن اثر تغییر شکل برشی در رفتار تیرها ارائه شد [18].

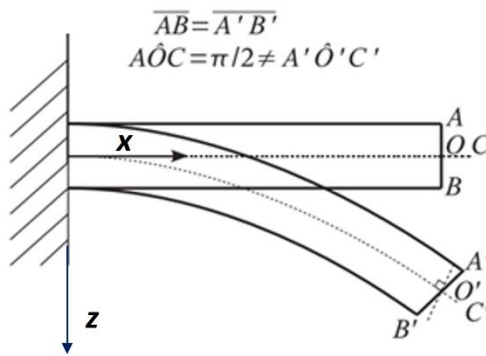
این تئوری به صورت گسترده با عنوان تئوری تغییر شکل برشی مرتبه‌ی اول تیرها جهت تعیین میدان جابه‌جایی تیرها مورد استفاده قرار گرفته است که در آن برخلاف فرض سوم تیر اویلر-برنولی، سطح مقطع تیر ضمن تغییر شکل، عمود بر صفحه‌ی میانی باقی نمی‌ماند. در حالی که دو فرض دیگر مربوط به مدل اویلر-برنولی هم‌چنان برای مدل تیموشنکو نیز پابرجاست. در تئوری‌های مرتبه بالاتر علاوه بر عمود بودن از مستقیم بودن خطوط نیز صرف نظر شده است.

لازم به ذکر است به واسطه‌ی ضریب تصحیح برشی (K_s)^۳ به کار گرفته شده در نیروی منته‌جه‌ی برشی، برای جبران خطای حاصل از ثابت در نظر گرفتن تنش برشی، نتایج درست‌تری به دست می‌آید. ضریب تصحیح برشی به شرایط مرزی، خواص مواد و نوع بارگذاری در نظر گرفته شده برای تیر بستگی دارد. از این رو تعیین مقدار دقیق آن آسان نیست اما در پژوهش‌ها تقریب‌های معادل $K_s = \frac{5}{6}$ یا $K_s = \frac{\pi^2}{12}$ به صورت گسترده استفاده شده‌اند. تابع شکل به کار گرفته در این تئوری $f(z) = z$ می‌باشد [17].

¹ Timoshenko beam theory

² First order shear deformation theory

³ Shear correction factor



شکل (۲-۲) خمش یک تیر طبق تئوری تیموشنکو [17].

۲-۲-۳- تئوری تغییر شکل برشی مرتبه‌ی سوم (TSDT)

تئوری تغییر شکل برشی مرتبه‌ی سوم که آن را مدل ردی^۲ نیز می‌نامند، ضمن در نظر گرفتن کرنش برشی جانبی در روابط، تغییرات سهمی‌گون^۳ برای کرنش برشی (تنش برشی) جانبی در طول ضخامت تیر فرض می‌کند و در صفحات بالایی و پایینی تنش و کرنش برشی صفر می‌باشد در نتیجه نیازی به استفاده از ضریب تصحیح برشی برای محاسبه‌ی تنش‌های برشی نیز نمی‌باشد. در مدل ردی مجهول‌های مسأله مشابه مجهول‌های تئوری تغییر شکل برشی مرتبه‌ی اول می‌باشد [14]. تابع شکل به کار گرفته شده در این تئوری $f(z) = z \left(1 - \frac{4z^2}{3h^2}\right)$ می‌باشد.

۲-۲-۴- تئوری تغییر شکل برشی مثلثاتی (TrSDT)

این تئوری از لحاظ پیچیدگی و مرتبه‌ی معادله‌ها مشابه تئوری تغییر شکل برشی مرتبه‌ی اول می‌باشد اما کارآمدتر از آن است و نیازی به به کارگیری ضریب تصحیح برشی ندارد. برش در طول ضخامت تیر طبق تابع سینوسی معینی تعیین می‌شود. همچنین این مدل برای سازه‌های چندلایه، از تیر یا ورق‌های خیلی نازک تا ضخیم کاربرد دارد.

¹ Third order shear deformation theory

² Reddy

³ Parabolic

⁴ Trigonometric shear deformation theory

تئوری این مدل را با این عنوان که یک مدل استاندارد و قابل تعمیم برای پوسته‌ها و به طور کلی قابل ارائه برای رفتار غیرخطی دیگر سازه‌ها نیز باشد، مطرح کرد [15]. $f(z) = \frac{h}{\pi} \sin\left(\frac{\pi z}{h}\right)$ تابع توصیف‌کننده‌ی تغییر شکل برشی در راستای ضخامت تیر می‌باشد.

۲-۲-۵- تئوری تغییر شکل برشی نمایی (ESDT)^۱

تلاش کاراما^۲ و همکارهایش در راستای بهبود روند حل و تکنیک‌های عددی برای پیش‌بینی رفتار مکانیکی سازه‌های کامپوزیتی چندلایه منجر به ارائه‌ی تابعی نمایی به عنوان تابع شکل و توصیف‌کننده‌ی توزیع برش در راستای ضخامت شد. نتایج حاصل از این مدل ارائه شده به مراتب از تئوری تغییر شکل برشی مثلثاتی قابل قبول‌تر می‌باشد [16]. چگونگی توزیع برش در راستای ضخامت در این تئوری با $f(z) = ze^{-2(z/h)^2}$ تعیین می‌شود.

۲-۲-۶- تئوری تغییر شکل برشی آیدوگدو (ASDT)^۳

تابع توصیف‌کننده‌ی تغییر شکل برشی در این مدل بر اساس حل الاستیسیته‌ی سه بعدی و به کمک روش معکوس^۴ توسط آیدوگدو معرفی شد و معادل $f(z) = z\alpha^{-2\frac{(z/h)^2}{\ln \alpha}}$ می‌باشد. نتایج به دست آمده از حل معادلات بر اساس تئوری آیدوگدو مانند سایر تئوری‌های تغییر شکل برشی معرفی شده از دقت خوبی برخوردار است.

به منظور جمع‌بندی توابع شکل معرفی شده برای هر یک از تئوری‌های مورد استفاده در پژوهش حاضر، جدول (۱-۲) ارائه شده است [16].

¹ Exponential shear deformation theory

² Karama

³ Aydogdu

⁴ Aydogdu shear deformation theory

⁵ Inverse method

جدول (۱-۲) تئوری‌های تغییر شکل برشی مورد استفاده در پژوهش حاضر.

تابع شکل	نام تئوری
$f(z) = 0$	تئوری اویلر-برنولی (EBT)
$f(z) = z$	تغییر شکل برشی مرتبه‌ی اول (FSDT)
$f(z) = z \left(1 - \frac{4z^2}{3h^2}\right)$	تغییر شکل برشی مرتبه‌ی سوم (TSDT)
$f(z) = \frac{h}{\pi} \sin\left(\frac{\pi z}{h}\right)$	تغییر شکل برشی مثلثاتی (TrSDT)
$f(z) = ze^{-2(z/h)^2}$	تغییر شکل برشی نمایی (ESDT)
$f(z) = z\alpha^{-2} \frac{(z/h)^2}{\ln \alpha}, \alpha = 3$	تغییر شکل برشی آیدوگدو (ASDT)

۲-۳- مروری بر کارهای انجام شده

مدل تیر تیموشنکو با در نظر گرفتن تغییر شکل برشی و پیچشی، این توانایی را دارد که رفتار تیرهای کوتاه را بررسی کند.

معادله حاصل، یک معادله مرتبه 4 می باشد که با معادله تیر معمولی (برنولی) دارای تفاوت هایی می باشد. اگر مدول برشی تیر به بی نهایت میل کرده و در نتیجه آن تیر به یک تیر صلب تبدیل شود و از ممان های چرخشی صرف نظر شود معادله تیر تیموشنکو به معادله برنولی همگرا می شود.

مطالعه و مقایسه تأثیر به کارگیری هر یک از تئوری ها در کنار برخی پارامترهای اساسی مؤثر دیگر به مهندسان و سازندگان سازه های مهندسی جهت پیش بینی و جلوگیری از مخاطرات احتمالی کمک خواهد کرد. لازم به ذکر است که در پژوهش های اشاره شده، گزارشی مبنی بر مطالعه رفتار کمانشی

تیرهای تقویت شده با نانولوله‌های کربنی متغیّر تابعی در محیط‌های حرارتی-رطوبتی تحت اثر تئوری‌های مختلف تغییر شکل برشی ارائه نشده است.

خدیر^۱ و ردی^۲ [19] با استفاده از روش فضای حالت نتایج تحلیلی راه‌حل‌های کمانشی تئوری‌های تغییر شکل برشی تیر و ارتباط آن‌ها با تئوری تیر کلاسیک اویلر-برنولی را بررسی کردند و نشان دادند که اختلاف نظر بین تئوری‌های مختلف تغییر شکل برشی بسیار کمتر از اختلاف بین هر یک از آن‌ها و تئوری کلاسیک است. ژن^۳ و وانجی^۴ [20] ارتعاش و پایداری کامپوزیت‌های چندلایه و تیرهای ساندویچی با هسته نرم را بررسی کردند. آن‌ها نتیجه گرفتند که تئوری‌های مرتبه بالاتر، در پیش‌بینی رفتار مکانیکی تیرهای ساندویچ نرم هسته، دقیق‌تر و کارآمدتر از تئوری تیر اویلر-برنولی کلاسیک است. امام^۵ و نایفه^۶ [21] یک حل دقیق برای تحلیل پس‌کمانش تیرهای کامپوزیت با لایه‌ها و شرایط مرزی مختلف ارائه دادند و متوجه شدند که معادله حاکم برای پس‌کمانش تیرهای کامپوزیتی متقارن یا نامتقارن مشابه معادله تیرهای ساخته شده از مواد ایزوتروپیک است.

امام [22] نشان داد که تئوری‌های کلاسیک و مرتبه اول دامنه کمانش را کمتر تخمین می‌زنند، در حالی که پاسخ همه تئوری‌های مرتبه بالا در حالت پس‌کمانش استاتیکی بسیار نزدیک به واقعیت هستند. متیو^۷ و همکاران [23] و آبراموویچ^۸ [24] کمانش حرارتی تیر تیموشنکو کامپوزیتی را بررسی کردند و نشان دادند که شرایط مرزی تأثیر عمده‌ای بر روی پاسخ کمانش دارد. لی^۹ و چوی^{۱۰} [25] به بررسی کمانش و پس‌کمانش حرارتی تیر کامپوزیت با آلیاژ حافظه‌دار^{۱۱} پرداختند. نتایج تحلیلی نشان می‌دهد که نیروهای اعمالی، میزان انبساط حرارتی را در تیرهای چندلایه کامپوزیتی، که منجر به

¹ Khdeir

² Reddy

³ Zhen

⁴ Wanji

⁵ Emam

⁶ Nayfe

⁷ Mathew

⁸ Abramovich

⁹ Lee

¹⁰ Choi

¹¹ Memory alloy

افزایش دمای بحرانی کمانش و همچنین کاهش ضخامت جانبی رفتارهای پس کمانش می‌شوند را کاهش می‌دهد. آیدوگدو^۱ [26] نشان داد که برخی از تیرها با لایه چینی‌های عمود برهم^۲، به جای اینکه در هنگام گرم شدن کمانش کنند، در هنگام سرد شدن دچار کمانش می‌شوند و برخی از آنها در صورت گرم یا سرد شدن، کمانش نمی‌کنند.

وثوقی^۳ و همکاران [27] از روش دیفرانسیل کوادریچر^۴ برای مطالعه کمانش و پس کمانش حرارتی تیرهای کامپوزیتی چندلایه، با خصوصیات مواد وابسته به دما استفاده کردند و نشان دادند که با افزایش سختی تیرهای چندلایه به علت کاهش نسبت طول به ضخامت، اثر وابستگی خواص مواد به دما بیشتر می‌شود و این وابستگی به دما سبب کاهش سفتی کلی تیر خواهد شد.

جشی^۵ [28] به طور تجربی ثابت کرد برای کامپوزیت‌های فیبر کربنی، مقدار مقاومت برشی به مقدار رطوبت بستگی دارد و مقاومت کششی زمانی که رطوبت جذب کامپوزیت می‌شود کاهش می‌یابد. یانگ و همکارانش [29] ویژگی‌های ارتعاشاتی تیر کامپوزیتی دوار تحت شرایط محیطی گرمایی را بررسی کردند و نشان دادند که افزایش میزان رطوبت موجب کاهش دو فرکانس طبیعی اول در سرعت زاویه‌ای کم می‌شود. که^۶ و همکاران [30] ارتعاشات آزاد غیرخطی تیرهای تقویت شده با نانولوله‌های کربنی متغیر تابعی را بر پایه تئوری تیر تیموشنکو^۷ و روابط هندسی غیر خطی فون کارمن^۸ مورد بررسی قرار دادند. با استفاده از روش ریتز^۹، معادلات مقادیر ویژه حاکم استخراج شد و دریافتند که افزایش کسر حجمی نانولوله‌های کربنی^{۱۰} منجر به فرکانس‌های خطی و غیرخطی بالاتر پخش همگن و متغیر تابعی فاز تقویت کننده می‌شود.

¹ Aydogdu

² Cross-ply

³ Vosoughi

⁴ Differential quadrature

⁵ Goshi

⁶ Ke

⁷ Timoshenko

⁸ Von Karman

⁹ Ritz

¹⁰ CNT

که و همکاران [31] در پژوهش دیگر خود کمانش تیرهای تقویت شده با نانولوله‌های کربنی متغیّر تابعی را تحت بارگذاری محوری بررسی کردند و نشان دادند که با افزایش کسر حجمی نانولوله‌های کربنی، بار بحرانی کمانش افزایش می‌یابد. یاس و صمدی [32] به تحلیل ارتعاشات و کمانش تیر تیموشنکو ساخته شده از نانوکامپوزیت‌های مدرّج تابعی که بر روی بستر الاستیک قرار گرفته است، پرداختند و معادلات حاکم را با استفاده از اصل همیلتون^۱ استخراج کردند. این معادلات با به کارگیری روش تفاضل مربعات تعمیم یافته^۲ حل شد.

کمانش و پس‌کمانش ورق‌های نانوکامپوزیتی مدرّج تابعی تحت بارگذاری حرارتی و مکانیکی توسط شن و همکارانش مورد بررسی قرار گرفت [33,34]. آن‌ها فرض کردند که توزیع تابعی نانولوله‌های کربنی در راستای ضخامت صورت گرفته و خواص مکانیکی نانوکامپوزیت مدرّج تابعی با استفاده از مدل‌های میکرومکانیکی به دست آمده است. نتایج نشان داد که با توزیع مدرج تابعی نانولوله‌های کربنی در راستای ضخامت، بار حرارتی و مکانیکی کمانش و همچنین مقاومت پس‌کمانش سازه افزایش می‌یابد.

مهرآبادی و همکارانش [35] نیز کمانش ورق‌های نانوکامپوزیتی تابعی را تحت بارگذاری تک محوره و دو محوره بررسی نمودند. معادلات تعادل و پایداری با استفاده از تئوری ورق میندیلین^۳ به دست آمد.

شن [36] کمانش حرارتی و پس‌کمانش پوسته‌های استوانه‌ای ساخته شده از نانوکامپوزیت‌های مدرج تابعی را بررسی نمود. در این کار فرض شده است که تقویت‌کننده‌های نانولوله‌ای تک جداره (SWCNTs)^۴ به صورت مستقیم و هم جهت در کنار هم قرار گرفته‌اند؛ شرایط مرزی پوسته در دو انتها به صورت تکیه‌گاه ساده در نظر گرفته شد و دو نوع توزیع یکنواخت و غیریکنواخت برای پوسته کامپوزیتی تقویت شده با نانولوله‌ی کربنی (CNTRC)^۵ مد نظر قرار گرفت؛ در این مقاله خواص

¹ Hamilton principle

² GDQ

³ Mindilin plate theory

⁴ Single wall carbon nanotube

⁵ Carbon nanotube-reinforced composite

مکانیکی در راستای ضخامت تغییر می‌کند و این خواص با استفاده از قاعده اختلاط (با تعریف پارامتر راندمان CNT) برآورده شده‌اند. معادلات حاکم بر اساس تئوری تغییر شکل برشی مرتبه بالاتر استخراج شدند. او اثر حرارت را نیز در نظر گرفت و فرض کرد خواص تقویت‌کننده‌های نانولوله‌های کربنی وابسته به حرارت است. نتایج نشان داد که توزیع غیر یکنواخت نانولوله‌ها در پوسته، دمای کمانش و همچنین استحکام پس‌کمانشی حرارتی را افزایش می‌دهد. در حالی که این اثر برای همان پوسته تحت بار فشاری محوری کمتر است. همچنین نتایج تأیید کردند که پوسته استوانه‌ای کامپوزیتی تقویت شده با نانولوله کربنی دارای مسیر تعادلی پس‌کمانشی حرارتی پایداری هستند.

همچنین شن و ژیانگ [37,38] ارتعاشات غیرخطی تحت بارگذاری حرارتی و پس‌کمانش تحت بارگذاری مکانیکی پوسته‌های استوانه‌ای نانوکامپوزیتی تابعی را بررسی نمودند. علاوه بر این، شن در تحقیق دیگری پس‌کمانش پوسته‌های استوانه‌ای ساخته شده از نانوکامپوزیت‌های مدرج تابعی را تحت بارگذاری پیچشی بررسی نمود [39].

در تمامی این تحقیقات که توسط شن و همکارانش صورت گرفته است، روابط حاکم بر اساس تئوری تغییر شکل برشی مرتبه بالا و روابط هندسی غیرخطی فون کارمن استخراج شد و با استفاده از روش اغتشاش بهبودیافته¹ حل گردید.

مهرآبادی و همکارانش [40] تنش‌های ایجاد شده ناشی از خمش صفحه‌ای استوانه‌ای نانوکامپوزیتی مدرج تابعی را تحت بارگذاری مکانیکی بررسی نمودند. نتایج نشان داد که کسر حجمی نانولوله‌های کربنی می‌تواند باعث کاهش تنش‌های محوری و محیطی در سطح داخلی پوسته شود.

گیکاس و همکارانش [41]، با افزودن نانولوله‌های کربنی چندجداره به ماتریس پلیمری، خواص ترمومکانیکی و چقرمگی نانوکامپوزیت حاصل را افزایش دادند. شرایط توزیع نانولوله‌های کربنی در ماتریس پلیمری از پارامترهای مهم تأثیرگذار بر خاصیت‌های ترمومکانیکی و چقرمگی در سیستم

¹ Improved perturbation technique

اصلاح شده است. افزایش قابل توجه در این خواص به دلیل بهبود توزیع نانولوله‌ها در ماتریس و همچنین بهبود پیوندهای فصل مشترک ماتریس پلیمری و نانولوله‌های کربنی است.

شن [42]، تحلیل پس‌کمانش برای پوسته‌های استوانه‌ای شکل تقویت شده با نانولوله‌های تک جداره که به صورت تصادفی جهت‌گیری شده بودند را تحت بارهای عرضی با فشار هیدرواستاتیکی در محیط

های حرارتی ارائه نمود. تئوری‌های تیر اویلر-برنولی و تیر تیموشنکو برای محاسبه خواص دینامیکی تیر مورد استفاده قرار گرفتند. دستگاه معادلات حرکت با استفاده از اصل همپلتون و فرض تئوری تیر تیموشنکو استخراج شدند. مقایسه نتایج مربوط به نمونه‌هایی که تقویت‌کننده به طور یکنواخت در راستای ضخامت توزیع شده (UD)¹ و در حالتی که توزیعی درجه بندی شده دارد (FG)، نشان می‌داد که توزیع خطی تقویت‌کننده‌ها در راستای ضخامت باعث افزایش فشار کمانشی می‌گردد. نتایج نشان دهنده تأثیر قابل توجه درصد حجمی نانولوله‌های کربنی بر فشارکمانشی و رفتار پس‌کمانشی این پوسته‌ها بودند. رفتار کمانشی و پس‌کمانشی پوسته‌های کامپوزیتی استوانه‌ای شکل تقویت شده با نانولوله کربنی تحت بار فشاری خارجی به طور قابل ملاحظه‌ای با رفتار این پوسته‌ها تحت بار فشاری محوری متفاوت است.

نتایج به دست آمده بر ناپایداری مسیر تعادل پس‌کمانشی برای هر دو پوسته استوانه‌ای و تقویت شده با نانولوله‌های کربنی دارای توزیعی یکنواخت (UD-CNTR)² و FG-CNTR تأیید می‌کردند. این در صورتی است که برای پوسته‌ها تحت بار فشاری خارجی، مسیر تعادل پس از کمانش پایدار است.

علی بیگلو و لیو [43]، رفتار خمشی ورق مستطیلی کامپوزیتی تقویت شده با نانولوله‌های کربنی را تحت بارگذاری حرارتی-مکانیکی و شرایط مرزی تکیه‌گاه ساده، مورد بررسی قرار دادند. در این مقاله، معادلات حاکم بر اساس تئوری سه بعدی الاستیسیته و با استفاده از سری فوریه دوپل در دو راستای

¹ Uniformly distributed

² Uniformly graded carbon nanotube reinforced composite

عرض و طول و تکنیک فضای حالت در جهت ضخامت، استخراج می‌شوند. توزیع نانولوله‌ها در جهت ضخامت به صورت مدرج تابعی و یکنواخت در نظر گرفته شده‌اند، بنابراین خواص ورق در راستای ضخامت متغیر بوده و با استفاده از قاعده اختلاط (با تعریف پارامتر راندمان CNT) تعیین می‌شوند.

لی و همکاران [44]، رفتار کمانشی ورق کامپوزیتی تقویت شده با نانولوله‌های کربنی را تحت بارگذاری مکانیکی بررسی کردند. در این پژوهش، از روش ریتز و تئوری تغییر شکل برشی مرتبه اول استفاده شده است. توزیع نانولوله‌ها در جهت ضخامت به صورت مدرج تابعی و یکنواخت در نظر گرفته شده‌اند، بنابراین خواص ورق در راستای ضخامت متغیر بوده و با استفاده از قاعده اختلاط (با تعریف پارامتر راندمان CNT) یا روش اشلیبی-موری-تاناکا تخمین زده می‌شوند.

لی [45]، یک حل تحلیلی برای بررسی استاتیکی و دینامیکی تیر از جنس مواد متغیر تابعی، با در نظر گرفتن اینرسی چرخشی و تغییر شکل برشی بیان کرد. همه ویژگی‌های مواد به طور اختیاری تابعی از ضخامت تیر در نظر گرفته شده‌اند. نتایج به دست آمده، تیر همگن تیموشنکو را با خواص ثابت و بدون تغییر مواد پوشش می‌دهند. روش پیشنهاد شده برای تیرهای تیموشنکوی لایه لایه قابل کاربرد می‌باشد. معادلات با فرض تئوری تیموشنکو به دست آمده‌اند. وقتی از تغییر شکل برشی و اینرسی چرخشی به طور همزمان صرف نظر شود، نتایج اوایلر-برنولی به دست می‌آید. تای و همکارانش [46]، خمش و ارتعاش تیر از جنس مواد متغیر تابعی با تئوری‌های مختلف مرتبه بالاتر تغییر شکل برشی را بررسی نمودند. پارداهان و همکارانش [47]، ارتعاش آزاد تیر از جنس مواد متغیر تابعی با تئوری اوایلر و تیموشنکو را به کمک روش ریلی-ریتز بررسی نمودند. توماس و همکارانش [48]، یک تیر نانوکامپوزیت از جنس مواد متغیر تابعی تقویت شده با نانولوله‌های کربنی با جانمایی تصادفی را از طریق المان محدود مدل کردند و ارتعاشات آزاد آن را بررسی نمودند. برای این تحلیل از تئوری تیر تیموشنکو بهره گرفته شد. همچنین از رویکرد موری-تاناکا برای تخمین خواص تیر استفاده شده است و معادلات حرکت با استفاه از قوانین همیلتون استخراج شده است. نتایج به دست آمده بهترین حالت

¹ Rayleigh-Ritz

جایگذاری نانولوله‌های کربنی را ارائه می‌دهد. محمدی مهر و همکارانش [49]، به تحلیل خمش و ارتعاشات تیر نانوکامپوزیت با خواص تابعی بر اساس مدل تیر تیموشنکو بر اساس تئوری تنش کوپل شده پرداختند. معادلات حرکت با استفاده از تئوری همیلتون و معادلات ناویر به دست آمد و خواص تابعی از جنس مواد متغیر تابعی به صورت توابع نمایی در نظر گرفته شد. حشمتی و همکارانش [50]، تحلیل ارتعاشات آزاد تیر نانوکامپوزیت با الیاف نانولوله کربنی با خواص مدرج تابعی را با استفاده از رویکرد اشلیبی-موری-تاناکا انجام دادند. در این مقاله معادلات حاکم بر اساس روش کار مجازی و با فرض تئوری تیر اوپلر-برنولی به دست آمده است. از روش المان محدود نیز برای برای تقریب بهتر استفاده شده است. تئوری‌های مختلفی از جمله تئوری اوپلر برنولی (کلاسیک)، تیموشنکو (تئوری مرتبه اول)، تئوری مراتب بالاتر برای مطالعه رفتار تیرها در پژوهش‌های مختلف مورد استفاده قرار گرفته است [51,52]. نتایج این پژوهش‌ها نشان می‌دهند که تئوری‌های مراتب بالاتر نسبت به تئوری‌های کلاسیک و مرتبه اول، جواب‌های دقیق‌تری دارند. وو و همکاران [53]، براساس تئوری تغییر شکل برشی مرتبه اول به تحلیل رفتار پس‌کمانشی تیرهای کامپوزیتی تقویت شده با نانولوله‌های کربنی پرداختند و دریافتند که توزیع نانولوله‌ها، نسبت لاغری و شرایط مرزی تأثیر چشم‌گیری روی رفتار پس‌کمانشی حرارتی دارند. همچنین تحلیل‌های پس‌کمانش حرارتی تیرهای متغیر تابعی بر روی بستر الاستیک طبق تئوری تغییر شکل برشی مرتبه ی بالای ردی توسط شن و ونگ¹ ارائه شده است [54]. شن و ژیانگ [55]، تحلیل ارتعاشات و خمش غیرخطی و همچنین پس‌کمانش تیرهای ساخته شده از نانوکامپوزیت‌های مدرج تابعی را بر روی بستر الاستیک و تحت شرایط حرارتی بررسی نمودند. روابط حاکم بر اساس تئوری تغییر شکل برشی مرتبه بالا استخراج گردید و خواص مکانیکی نانوکامپوزیت وابسته به دما در نظر گرفته شد. آن‌ها دریافتند که کسر حجمی بیشتر نانولوله‌های کربنی در ترکیب کامپوزیت، لزوماً منجر به فرکانس طبیعی و یا دمای بحرانی کمانش بالاتر نخواهد شد. امام و الطاهر [56] یک روش تحلیلی به منظور بررسی کمانش و پس‌کمانش تیرهای

¹ Wang

کامپوزیتی در محیط حرارتی-رطوبتی ارائه کردند. میدان جابجایی تیر بر اساس تئوری تغییر شکل برشی مراتب بالا بیان شد و خواص مکانیکی نانوکامپوزیت وابسته به دما و رطوبت در نظر گرفته شد و از روش انرژی برای استخراج معادلات تیر تقویت شده با گرافیت استفاده کردند و دریافتند که دما و رطوبت روی پاسخ کمانش و پس کمانش تیر کامپوزیتی تأثیر چشمگیری دارند .

در این پژوهش، میدان جابجایی تیر بر اساس تئوری تغییر شکل برشی مراتب بالاتر که دقت بالاتری دارد، بیان خواهد شد و طبق این تئوری به تحلیل رفتار کمانشی تیرهای کامپوزیت تقویت شده با نانولوله‌های کربنی پرداخته می‌شود. همچنین، اثر جنس و نوع توزیع تقویت‌کننده‌ها روی رفتار کمانشی حرارتی و رطوبتی بررسی خواهد شد.

فصل ۳

معادلات حاکم و روند حل

۳-۱- مقدمه

در این فصل، یک روش تحلیلی به منظور بررسی کمانش تیرهای کامپوزیتی تقویت شده با نانولوله-های کربنی در محیط حرارتی-رطوبتی ارائه خواهد شد. خواص این مواد وابسته به دما و رطوبت است و میدان جابجایی تیر در این پژوهش بر اساس تئوری تغییر شکل برشی مراتب بالاتر بیان خواهد شد.

$$u(x, z, t) = u(x, t) - z w'(x, t) f(z) \phi(x, t) \quad (۳-۱الف)$$

$$w(x, z, t) = w(x, t) \quad (۳-۱ب)$$

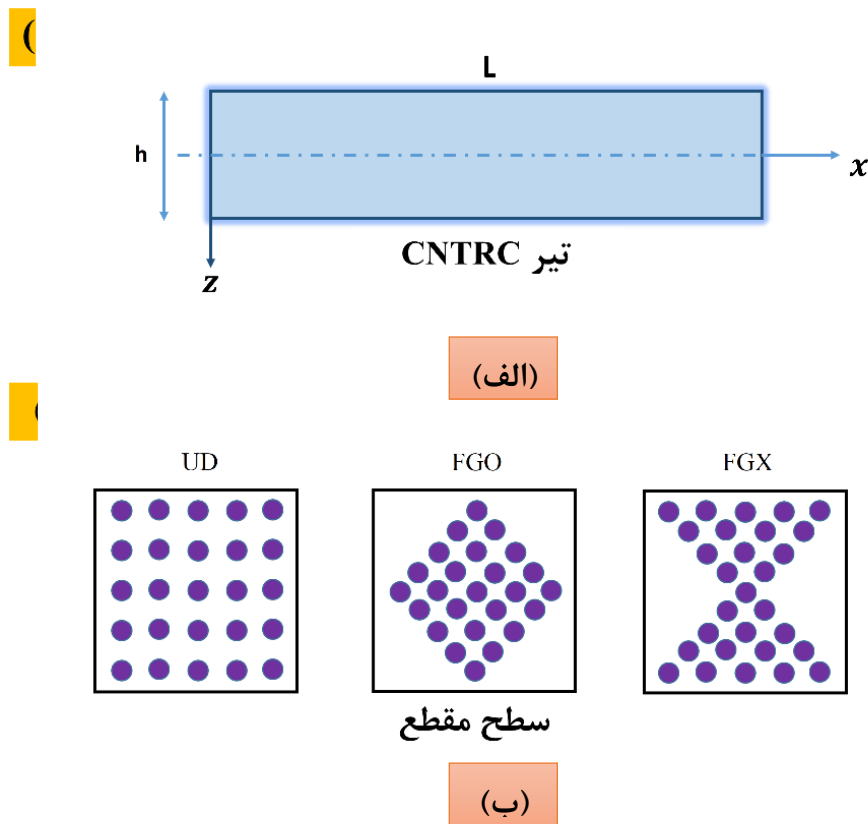
ϕ ، w و u مؤلفه‌ی چرخش حول محور y و جابجایی‌های صفحه میانی تیر در جهات z و x هستند. $f(z)$ یک تابع شکل است که بیانگر تغییر شکل برشی عرضی است و با توجه به نوع تئوری مورد استفاده، تغییر می‌کند.

در جدول (۲-۱) نام تئوری‌های مورد بررسی در این پژوهش به همراه تابع شکل آن‌ها نشان داده شده است، این تابع شکل یک المان کلیدی در توصیف توزیع تغییر شکل برشی عرضی است که بر اساس اصل کار مجازی با معادلات تعادل بیان شده است.

بار کمانش بحرانی در دما و رطوبت متغیر محاسبه می‌شود و در نهایت از روش انرژی برای استخراج معادلات تعادل تیر تقویت شده با نانولوله کربنی استفاده می‌شود.

۳-۲- مشخصات تیر

یک تیر تقویت شده با نانولوله‌های کربنی به طول L ، عرض b و ضخامت h ساخته شده از مخلوطی از نانولوله‌های کربنی و ماتریس ایزوتروپیک در یک سیستم مختصات دکارتی مطابق شکل (۳-۱) در نظر گرفته شده است.



شکل (۱-۳) الف) طرحی از یک تیر CNTRC [53]، ب) طرح‌های توزیع متفاوت CNT در سطح مقطع تیر [53].

جابجایی‌های یک نقطه‌ی دلخواه در تیر در راستاهای x و z به ترتیب با U و W مشخص می‌شود. مؤلفه‌های جابجایی صفحه‌ی میانی تیر نیز با u و w در رابطه (۳-الف) نشان داده شده است. به منظور بررسی تأثیر نحوه‌ی توزیع CNTها در زمینه‌ی پلیمری، حالت توزیع یکنواخت (UD) (که در آن کسر حجمی نانولوله‌ها $(V_{cn})^1$ در راستای ضخامت ثابت است) و حالت توزیع متغیر تابعی در نظر گرفته می‌شوند. برای حالت دوم دو نوع طرح توزیع در نظر گرفته شده است، که در آنها کسر حجمی CNTها به صورت پیوسته و معینی در جهت ضخامت تیر تغییر می‌کند (شکل ۳-ب) و در حقیقت تابعی از ضخامت تیر (راستای z) می‌باشند. در تیر FGX-CNTRC سطح بالایی و پایینی تیر غنی

¹ Volume fraction of CNTs

شده از نانولوله‌هاست و برای تیر FGO-CNTRC، این قضیه برعکس است و تمرکز CNTها در صفحه‌ی میانی تیر می‌باشد.

کسر حجمی سه نوع نانولوله‌ی کربنی شرح داده شده مطابق جدول (۱-۳) تعریف می‌شوند. لازم به ذکر است که توابع کسر حجمی مربوط به هر یک از انواع نانولوله‌های کربنی UD، FGX و FGO به منظور استفاده‌ی آنها در روند حل معادلات نهایی و همچنین جهت مقایسه‌ی نتایج، در نرم‌افزار متلب منظور شده‌اند.

جدول (۱-۳) توابع کسر حجمی CNT برای انواع مختلف تیرهای CNTRC.

کسر حجمی (V_{cn})	الگوی توزیع
V_{cn}^*	UD
$4 \frac{ z }{h} V_{cn}^*$	FGX
$\left(2 - 4 \frac{ z }{h}\right) V_{cn}^*$	FGO

V_{cn}^* معرف کسر حجمی کل است که بر اساس رابطه‌ی زیر به دست می‌آید:

$$V_{cn}^* = \frac{w_{cn}}{w_{cn} + (\rho_{cn}/\rho_m) - (\rho_{cn}/\rho_m) w_{cn}} \quad (۲-۳)$$

لازم به ذکر است که مقدار کسر حجمی کل برای انواع تیرهای CNTRC موجود در جدول (۱-۳)، برابر است.

در رابطه‌ی فوق، w_{cn} کسر جرمی نانولوله‌ها، ρ_{cn} و ρ_m به ترتیب چگالی‌های نانولوله و ماتریس می‌باشند.

۳-۳- فرضیات حاکم بر مسأله

تحلیل حاضر بر مبنای فرضیات زیر است:

- میدان جابجایی بر اساس تئوری‌های تیرکلاسیک اویلر-برنولی، مرتبه اول تیموشینکو، آیدگدو، کارما و همکاران و توریتیر و تئوری‌های مرتبه بالای ردی در نظر گرفته شده است.
- تیر از جنس مواد FG است.
- تقویت‌کننده از جنس نانولوله کربن است.
- خصوصیات مواد وابسته به رطوبت و حرارت است.
- ضریب پواسون^۱ ثابت در نظر گرفته شده است.
- توزیع دما و رطوبت در راستای ضخامت به صورت خطی و یکنواخت است.
- توزیع نانولوله‌های کربنی به صورت یکنواخت UD، FGX و FGO می‌باشد.

۳-۴- قانون اختلاط^۲

برای یک ماده‌ی کامپوزیتی حاصل از ترکیب دو ماده‌ی مجزا، اغلب اطلاعات دقیقی از اندازه و شکل و توزیع اجزای تشکیل‌دهنده‌ی آن در دسترس نیست. در نتیجه مدول الاستیک معادل یا هر خاصیت معادل مورد نیازِ دیگرِ ماده‌ی مورد نظر باید بر اساس توزیع کسر حجمی و شکل تقریبی فازهای تشکیل‌دهنده محاسبه شوند. در طول این سال‌ها چندین مدل جهت پیش‌بینی خواص معادل مواد کامپوزیتی ارائه شده است که قانون اختلاط یکی از تکنیک‌های معمول در این حوزه می‌باشد و به صورت زیر بیان می‌شوند [53]:

$$E_{11} = \eta_1 V_{cn} E_{11}^{cn} + V_m E_m \quad (3-3)$$

$$\frac{\eta_2}{E_{22}} = \frac{V_{cn}}{E_{22}^{cn}} + \frac{V_m}{E_m} \quad (4-3)$$

¹ Poisson's ratio

² Rule of mixture

$$\frac{\eta_3}{G_{12}} = \frac{V_{cn}}{G_{12}^{cn}} + \frac{V_m}{G_m} \quad (5-3)$$

که در روابط فوق، E_{11}^{cn} ، E_{22}^{cn} و G_{12}^{cn} به ترتیب مدول یانگ در راستای اصلی یا راستای قرار گیری تقویت کننده‌ها و راستای عمود بر راستای اصلی و مدول برشی نانولوله‌ی کربنی می‌باشند. G_m و E_m نیز به ترتیب مدول یانگ و مدول برشی زمینه‌ی پلیمری هستند. V_m و V_{cn} به ترتیب معرف کسر حجمی CNT و ماتریس می‌باشند که رابطه‌ی $V_{cn} + V_m = 1$ بر آن‌ها حاکم است.

ضرایب پواسون نانولوله‌های کربنی و زمینه‌ی ماده‌ی مرکب، به ترتیب با v_m و v_{12}^{cn} معرفی می‌شوند. $\eta_i (i=1,2,3)$ پارامترهای بازدهی^۱ می‌باشند که توصیف کننده‌ی تأثیر نانولوله‌های کربنی می‌باشد. مقادیر این پارامترها برای V_{cn}^* ها و ماتریس زمینه‌ی مختلف، متفاوت هستند و از به کارگیری قانون اختلاط و نتایج پژوهش‌های دینامیک مولکولی^۲ حاصل می‌شوند. دینامیک مولکولی یک روش شبیه‌سازی بر پایه‌ی فیزیک است که به عنوان روشی مؤثر در مطالعه‌ی رفتار فیزیکی مواد در مقیاس اتمی به کار می‌رود. به کمک این روش، با ایجاد برهم‌کنش بین اتم‌ها و مولکول‌ها در یک بازه‌ی زمانی ثابت می‌توان اطلاعات میکروسکوپی و جزئیاتی از برهم‌کنش بین مولکول‌ها را مطالعه کرد. در ادامه ضریب پواسون معادل طبق رابطه‌ی زیر به دست می‌آید:

$$v_{12} = V_{cn}v_{12}^{cn} + V_mv_m \quad (6-3)$$

عبارت‌های ارائه شده در رابطه‌های (۴-۳) تا (۶-۳) با در نظر گرفتن متغیر بودن خواص در جهت ضخامت تعیین شده‌اند.

۳-۵- فرمول بندی مسأله

کرش‌های نرمال و برشی برای یک تغییر به صورت زیر قابل بیان می‌باشد:

^۱ CNT efficiency parameters

^۲ Molecular dynamic

$$\varepsilon_x = \varepsilon_0 + zk_0 + f(z)\phi' \quad (7-3)$$

$$\gamma_{xz} = \phi f'(z) \quad (8-3)$$

ε_0 و k_0 به ترتیب کرنش و انحنای نرمال صفحه میانی هستند که به صورت رابطه زیر تعریف می شوند.

$$\varepsilon_0 = u' + \frac{1}{2}w'^2 \quad (9-3)$$

$$k_0 = -w'' \quad (10-3)$$

کرنش‌های به وجود آمده ناشی از تغییر درجه حرارت از رابطه زیر به دست می آید:

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_x^T \\ \varepsilon_y^T \\ \gamma_{xy}^T \end{Bmatrix} = [T]^T \begin{Bmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ 0 \end{Bmatrix} \Delta T = \begin{Bmatrix} \alpha_x \Delta T \\ \alpha_y \Delta T \\ \alpha_{xy} \Delta T \end{Bmatrix} \quad (11-3)$$

که $[T]$ ماتریس تبدیل است که به صورت رابطه زیر تعریف می شود:

$$[T] = \begin{bmatrix} m'^2 & n'^2 & m'n' \\ n'^2 & m'^2 & -m'n' \\ -2m'n' & 2m'n' & m'^2 - n'^2 \end{bmatrix} \quad (12-3)$$

ضرایب انبساط حرارتی درون صفحه‌ای عبارتند از:

$$\alpha_x = (m'^2 \alpha_1 + n'^2 \alpha_2) \quad (الف-13-3)$$

$$\alpha_y = (n'^2 \alpha_1 + m'^2 \alpha_2) \quad (ب-13-3)$$

$$\alpha_{xy} = 2m'n'(\alpha_1 - \alpha_2) \quad (ج-13-3)$$

α_1 و α_2 و α_2 ضرایب انبساط حرارتی در مختصات اصلی ماده هستند و ΔT تغییر درجه حرارت و θ ای است که الیاف با محور x می‌سازند. m' و n' به ترتیب برابر $\cos \theta$ و $\sin \theta$ می‌باشد.

کامپوزیت‌های پایه پلیمری در اثر جذب رطوبت دچار انبساط رطوبتی می‌شوند. معادلات آن مشابه تأثیر حرارت می‌باشد. کرنش‌های آزاد ناشی از جذب رطوبت (کرنش رطوبتی) به صورت زیر تعریف می‌شوند که فرض می‌شود با درصد جذب رطوبت (ΔC) متناسب است:

$$\begin{pmatrix} \varepsilon_x^c \\ \varepsilon_y^c \\ \gamma_{xy}^c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \beta_x \Delta C \\ \beta_y \Delta C \\ \beta_{xy} \Delta C \end{pmatrix} \quad (۱۴-۳)$$

$$\beta_x = (m'^2 \beta_1 + n'^2 \beta_2) \quad (الف-۱۵-۳)$$

$$\beta_y = (n'^2 \beta_1 + m'^2 \beta_2) \quad (ب-۱۵-۳)$$

$$\beta_{xy} = 2m'n'(\beta_1 - \beta_2) \quad (ج-۱۵-۳)$$

β_1 و β_2 ضرایب انبساط رطوبتی در مختصات اصلی هستند. درصد جذب رطوبت (ΔC) را می‌توان به صورت زیر تعریف کرد:

$$\Delta C = \frac{\Delta C_f + \Delta C_m}{C_f + C_m} \quad (۱۶-۳)$$

C_m و C_f

C_m و C_f به ترتیب رطوبت الیاف و ماتریس در محیط خشک هستند. ΔC_m و ΔC_f تغییرات رطوبت ماتریس و رطوبت الیاف بعد از جذب رطوبت هستند. قانون هوک با احتساب کرنش‌های حرارتی و

رطوبتی به شکل زیر قابل بیان است: τ_{xy}

$$\begin{pmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{Q}_{11} & \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{16} \\ \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{22} & \bar{Q}_{26} \\ \bar{Q}_{16} & \bar{Q}_{26} & \bar{Q}_{66} \end{bmatrix} \left(\begin{pmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} \varepsilon_x^T \\ \varepsilon_y^T \\ \gamma_{xy}^T \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} \varepsilon_x^c \\ \varepsilon_y^c \\ \gamma_{xy}^c \end{pmatrix} \right) \quad (۱۷-۳)$$

که σ_x ، σ_y و τ_{xy} تنش‌های برشی و نرمال درون صفحه‌ای هستند.

γ_{yz} و γ_{xy} از رطوبت و حرارت تأثیر نمی‌گیرند بنابراین بدون تغییر باقی می‌مانند. تنش برشی نیز به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\begin{Bmatrix} \tau_{yz} \\ \tau_{xz} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{Q}_{44} & \bar{Q}_{45} \\ \bar{Q}_{45} & \bar{Q}_{55} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \gamma_{yz} \\ \gamma_{xz} \end{Bmatrix} \quad (18-3)$$

\bar{Q}_{ij} مؤلفه‌های سفتی انتقال یافته^۱ هستند و Q_{ij} سفتی کاهش یافته انتقال یافته^۲ هستند. که با روابط زیر به هم مرتبط می‌شود [56]:

$$\begin{bmatrix} \bar{Q}_{11} & \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{16} \\ \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{22} & \bar{Q}_{26} \\ \bar{Q}_{16} & \bar{Q}_{26} & \bar{Q}_{66} \end{bmatrix} = [T]^{-1} \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} & 0 \\ Q_{12} & Q_{22} & 0 \\ 0 & 0 & Q_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix} [T] \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}^{-1} \quad (19-3)$$

و

$$\bar{Q}_{44} = m'^2 Q_{44} + n'^2 Q_{55} \quad (20-3)$$

$$\bar{Q}_{45} = m' n' (Q_{55} - Q_{44}) \quad (21-3)$$

$$\bar{Q}_{55} = m'^2 Q_{55} + n'^2 Q_{44} \quad (22-3)$$

Q_{ij} ها در حالت تنش صفحه‌ای از روابط زیر محاسبه می‌شوند:

$$Q_{11} = \frac{E_1}{1 - \nu_{12}\nu_{21}} \quad (23-3 \text{ الف})$$

$$Q_{12} = \frac{\nu_{12} E_2}{1 - \nu_{12}\nu_{21}} \quad (23-3 \text{ ب})$$

$$Q_{22} = \frac{E_2}{1 - \nu_{12}\nu_{21}} \quad (23-3 \text{ ج})$$

$$Q_{66} = G_{12} \quad (23-3 \text{ د})$$

$$Q_{55} = G_{13}$$

E_1 ، E_2 ، ν_{12} ، ν_{21} و G_{12} ثابت‌های مستقل‌اند و رابطه زیر (در مواد ارتوتروپیک) بین آن‌ها برقرار

است [53]:

¹ Transformed stiffness coefficients

² Transformed reduced stiffness coefficients

$$\frac{v_{12}}{E_1} = \frac{v_{21}}{E_2} \quad (۲۴-۳)$$

لازم به ذکر است که کرنش $(\varepsilon_x - \varepsilon_x^T - \varepsilon_x^c)$ ، کرنش مکانیکی در امتداد محور x است. تغییر طول (کرنش واقعی) نتیجه مجموع کرنش ε_x است، نه کرنش مکانیکی. به عبارت دیگر، برای یک تیر با انتهای متحرک که تحت بار هیگروترمال قرار دارد، تنش کلی صفر است، اما تنش مکانیکی صفر نیست. همان‌طور که در معادله (۱۸-۳) دیده می‌شود تنش‌هایی که در تیر ایجاد می‌شود، به تنش مکانیکی بستگی دارد. برای مطالعه بیشتر در مورد این موضوع به مرجع [57] مراجعه شود. این تیر در جهت y آزاد است، در نتیجه σ_y و τ_{xy} و τ_{yz} صفر هستند (حالت تنش صفحه‌ای برای یک ماده ارتوتروپیک)؛ بنابراین روابط زیر نتیجه می‌شوند:

$$\begin{Bmatrix} \sigma_x \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{Q}_{11} & \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{16} \\ \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{22} & \bar{Q}_{26} \\ \bar{Q}_{16} & \bar{Q}_{26} & \bar{Q}_{66} \end{bmatrix} \left(\begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} - \begin{Bmatrix} \varepsilon_x^T \\ \varepsilon_y^T \\ \gamma_{xy}^T \end{Bmatrix} - \begin{Bmatrix} \varepsilon_x^c \\ \varepsilon_y^c \\ \gamma_{xy}^c \end{Bmatrix} \right) \quad (۲۵-۳)$$

$$\begin{Bmatrix} 0 \\ \tau_{xz} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{Q}_{44} & \bar{Q}_{45} \\ \bar{Q}_{45} & \bar{Q}_{55} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \gamma_{yz} \\ \gamma_{xz} \end{Bmatrix} \quad (۲۶-۳)$$

از حل معادلات (۲۵-۳) و (۲۶-۳) داریم:

$$\begin{aligned} \bar{Q}_{11}(\varepsilon_x - \varepsilon_x^T - \varepsilon_x^c) + \bar{Q}_{12}(\varepsilon_y - \varepsilon_y^T - \varepsilon_y^c) + \bar{Q}_{16}(\gamma_{xy} - \gamma_{xy}^T - \gamma_{xy}^c) &= \sigma_x \quad (۲۷-۳ \text{ الف}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \bar{Q}_{12}(\varepsilon_x - \varepsilon_x^T - \varepsilon_x^c) + \bar{Q}_{22}(\varepsilon_y - \varepsilon_y^T - \varepsilon_y^c) + \bar{Q}_{26}(\gamma_{xy} - \gamma_{xy}^T - \gamma_{xy}^c) &= 0 \quad (۲۷-۳ \text{ ب}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \bar{Q}_{16}(\varepsilon_x - \varepsilon_x^T - \varepsilon_x^c) + \bar{Q}_{26}(\varepsilon_y - \varepsilon_y^T - \varepsilon_y^c) + \bar{Q}_{66}(\gamma_{xy} - \gamma_{xy}^T - \gamma_{xy}^c) &= 0 \quad (۲۷-۳ \text{ ج}) \end{aligned}$$

$$\bar{Q}_{44}\gamma_{yz} + \bar{Q}_{45}\gamma_{xz} = 0 \quad (۲۷-۳ \text{ د})$$

$$\bar{Q}_{45}\gamma_{yz} + \bar{Q}_{55}\gamma_{xz} = \tau_{xz} \quad (۲۷-۳ \text{ هـ})$$

از حل معادلات (۲۷-۳) زیر به دست می‌آید:

$$\sigma_x = \bar{Q}_{11}(\varepsilon_x - \varepsilon_x^T - \varepsilon_x^c) = \bar{Q}_{11}(\varepsilon_0 + z k_0 \phi' f(z) - \varepsilon_x^T - \varepsilon_x^c) \quad (۲۸-۳)$$

$$\tau_{xz} = \bar{Q}_{55} \gamma_{xz} \quad (29-3)$$

که:

$$\bar{Q}_{11} = \bar{Q}_{11} + \frac{\bar{Q}_{16} (\bar{Q}_{16} \bar{Q}_{22} - \bar{Q}_{12} \bar{Q}_{26}) + \bar{Q}_{12} (\bar{Q}_{12} \bar{Q}_{66} - \bar{Q}_{16} \bar{Q}_{26})}{\bar{Q}_{26}^2 - \bar{Q}_{22} \bar{Q}_{66}} \quad (30-3)$$

$$\bar{Q}_{55} = \bar{Q}_{55} - \frac{\bar{Q}_{45}^2}{\bar{Q}_{44}} \quad (31-3)$$

است. برای لمینیت‌های با ورقه‌های متقاطع^۱ که در آن زاویه بین صفحات 90° یا 0° است ضرایب \bar{Q}_{16} و \bar{Q}_{26} صفر هستند چون ماتریس \bar{Q} متقارن است و \bar{Q}_{16} و \bar{Q}_{26} از اهمیت ویژه‌ای برخوردارند زیرا آن‌ها کوپلینگ بین کشش و برش درون صفحه‌ای را ایجاد می‌کنند. برای مواد همسانگرد و مواد ارتوتروپیک با زاویه‌ی الیاف صفر و 90° درجه کوپلینگ بین کشش و برش وجود ندارد. در برخی از منابع اثر پیواسون به دلیل لبه‌های بدون محدودیت در جهت y (لبه‌های آزاد) نادیده گرفته شده و به همین دلیل به جای \bar{Q}_{11} از $\bar{\bar{Q}}_{11}$ استفاده شده است.

با تعریف p به عنوان بار فشاری و P به عنوان نیروی جانبی یکنواخت تغییرات کوچک انرژی پتانسیل به صورت زیر بیان می‌شود:

که داریم:

$$\delta V = \int_0^L \int (\sigma_x \delta \varepsilon_x + \tau_{xz} \delta \gamma_{xz}) dA dx - \int_0^L P w' \delta w' dx - \int_0^L p \delta w dx = \quad (33-3)$$

$$\int_0^L \int [\sigma_x (\delta \varepsilon_0 + z \delta k_0 + f(z) \delta \phi' + \tau_{xz} f'(z) \delta \phi) dA dx - \int_0^L P w' \delta w' dx - \int_0^L p \delta w dx$$

نیرو و ممان‌های منتهجه به صورت روابط زیر تعریف می‌شوند [56].

$$N = \int \sigma_x dA \quad (34-3 \text{ الف})$$

$$M = \int z \sigma_x dA \quad (34-3 \text{ ب})$$

¹ cross-ply

$$M_s = \int \sigma_x f(z) dA \quad (\text{ج-۳۴-۳})$$

$$Q_s = \int \tau_{xz} f'(z) dA \quad (\text{د-۳۴-۳})$$

با جایگذاری رابطه (۳۴-۳) در (۳۳-۳) داریم:

$$\delta V = \int_0^L (N\delta\varepsilon_0 + M\delta k_0 + M_s\delta\phi' + Q_s\delta\phi - Pw'\delta w' - p\delta w) dx \quad (\text{۳۵-۳})$$

با جایگذاری (۳۸-۳) در (۳۴-۳ الف)، (۳۴-۳ ب)، (۳۴-۳ ج) و (۲۹-۳) در (۳۴-۳ د) داریم:

$$N = \int \bar{Q}_{11}(\varepsilon_0 + zk_0 \phi' f(z) - \varepsilon_x^T - \varepsilon_x^C) dA \quad (\text{الف-۳۶-۳})$$

$$M = \int \bar{Q}_{11}z(\varepsilon_0 + zk_0 \phi' f(z) - \varepsilon_x^T - \varepsilon_x^C) dA \quad (\text{ب-۳۶-۳})$$

$$M_s = \int \bar{Q}_{11}f(z)(\varepsilon_0 + zk_0 \phi' f(z) - \varepsilon_x^T - \varepsilon_x^C) dA \quad (\text{ج-۳۶-۳})$$

$$Q_s = \int \bar{Q}_{55}\gamma_{xz}f'(z) dA = \int \bar{Q}_{55}\phi f''(z) dA \quad (\text{د-۳۶-۳})$$

با جایگذاری (۳۸-۳)، (۳۹-۳) و (۴۰-۳) در (۳۶-۳) داریم:

$$N = A_{11}\varepsilon_0 + B_{11}k_0 + E_{11}\phi' - N^T - N^C \quad (\text{الف-۳۷-۳})$$

$$M = B_{11}\varepsilon_0 + D_{11}k_0 + F_{11}\phi' - M^T - M^C \quad (\text{ب-۳۷-۳})$$

$$M_s = E_{11}\varepsilon_0 + f_{11}k_0 + H_{11}\phi' - M_s^T - M_s^C \quad (\text{ج-۳۷-۳})$$

$$Q_s = A_{55}\phi \quad (\text{د-۳۷-۳})$$

که:

$$A_{11} = \int \bar{Q}_{11} dA \quad (\text{الف-۳۸-۳})$$

$$B_{11} = \int z \bar{Q}_{11} dA \quad (\text{ب-۳۸-۳})$$

$$D_{11} = \int z^2 \bar{Q}_{11} dA \quad (\text{ج-۳۸-۳})$$

$$E_{11} = \int f(z) \bar{Q}_{11} dA \quad (\text{د-۳۸-۳})$$

$$f_{11} = \int z f(z) \bar{Q}_{11} dA \quad (\text{ه-۳۸-۳})$$

$$H_{11} = \int f^2(z) \bar{Q}_{11} dA \quad (3-38-و)$$

$$A_{55} = \int f'^2(z) \bar{Q}_{55} dA \quad (3-38-ی)$$

منتجه‌های دمایی نیرو و ممان به صورت زیر محاسبه می‌شوند:

$$\{N^T, M^T, M_s^T\} = \int \{1, z, f(z)\} \bar{Q}_{11} \alpha_x \Delta T dA \quad (3-39)$$

همچنین نتیجه‌های رطوبتی نیرو و ممان به صورت زیر بیان می‌شود:

$$\{N^C, M^C, M_s^C\} = \int \{1, z, f(z)\} \bar{Q}_{11} \beta_x \Delta C dA \quad (3-40)$$

با استفاده از اصل همیلتون و با جزء به جزء گیری از ضرایب δw و δu و $\delta \phi$ به ترتیب معادلات حرکت به صورت روابط زیر به دست می‌آیند:

$$N' = 0 \quad (3-41)$$

$$M'' + (N w')' - p w'' + p = 0 \quad (3-42)$$

$$M_s' - Q_s = 0 \quad (3-43)$$

شرایط مرزی حاصل را با استفاده از رابطه (3-44) به صورت روابط زیر به دست می‌آید:

$$N|_{x=0,L} = 0 \quad \text{یا} \quad u|_{x=0,L} = 0 \quad (3-44)$$

$$M|_{x=0,L} = 0 \quad \text{یا} \quad W'|_{x=0,L} = 0$$

$$W|_{x=0,L} = 0 \quad \text{یا} \quad Q_e|_{x=0,L} = 0$$

$$\Phi|_{x=0,L} = 0 \quad \text{یا} \quad Q_s|_{x=0,L} = 0$$

که شرایط مرزی برای تیر با تکیه‌گاه ساده که در سر پین دار بدون اصطکاک جابجایی (شرط مرزی هندسی) و ممان (شرط مرزی طبیعی) صفر است به صورت زیر می‌باشد:

$$w(0) = 0 \quad w(l) = 0 \quad (3-45)$$

$$EI w_{,xx}(0) = 0 \quad EI w_{,xx}(l) = 0$$

۳-۶- پاسخ کمانشی و پس کمانشی تیر

در این قسمت به یافتن پاسخ غیرخطی استاتیکی کمانش تیر کامپوزیتی پرداخته شده است. معادلات تعادل حاکم بر پاسخ استاتیکی تیر را می توان از طریق معادلات موجود در رابطه های (۳-۴۱)، (۳-۴۲) و (۳-۴۳) به دست آورد.

چون تیر نیروی محوری در دو انتها دارد، روش به کار گرفته شده در مرجع [22] دنبال می شود (جایگذاری روابط (۳-۹) و (۳-۱۰) در روابط (۳-۳۷) و قرار دادن معادله های حاصل شده در روابط (۳-۴۱)، (۳-۴۲) و (۳-۴۳) بدون در نظر گرفتن حرارت و دما) تا نیروی محوری N به صورت زیر محاسبه شود:

$$A_{11} \left(u' + \frac{1}{2} w'^2 \right)' - B_{11} (-w'')' + E_{11} \phi'' = 0 \quad (۳-۵۰)$$

$$B_{11} \left(u' + \frac{1}{2} w'^2 \right)'' - D_{11} w'''' + F_{11} \phi'''' + A_{11} \left(\left(u' + \frac{1}{2} w'^2 \right) w' \right)' - B_{11} (w' w'')' + E_{11} \phi'' w'' - p w'' + p = 0 \quad (۳-۵۱)$$

$$E_{11} \left(u' + \frac{1}{2} w'^2 \right)' - F_{11} w'''' + H_{11} \phi'' - A_{55} \phi = 0 \quad (۳-۵۲)$$

با انتگرال گیری از رابطه (۳-۵۰) داریم:

$$A_{11} \left(u' + \frac{1}{2} w'^2 \right) - B_{11} (-w'') + E_{11} \phi' = c_1 \quad (۳-۵۳)$$

$$= N$$

و با انتگرال گیری مجدد از رابطه (۳-۵۳) داریم:

$$u(x) = -\frac{1}{2} \int_0^x w'^2 dx + \frac{B_{11}}{A_{11}} w' - \frac{E_{11}}{A_{11}} \phi + \frac{c_1}{A_{11}} x + c_2 \quad (۳-۵۴)$$

شرایط مرزی برای تیر با تکیه گاه ساده به صورت $u=0$ در $x=0, L$ می باشد که با جایگذاری در رابطه (۳-۵۴) داریم:

$$c_1 = -\frac{A_{11}}{2L} \int_0^L w'^2 dx + \frac{E_{11}}{L} [\phi(L) - \phi(0)] - \frac{B_{11}}{L} [w'(L) - w'(0)] \quad (۳-۵۵-الف)$$

$$c_2 = \frac{1}{A_{11}} [E_{11}\phi(0) - B_{11}w'(0)] \quad (55-3 \text{ ب})$$

که از رابطه (55-3 الف) N به صورت زیر محاسبه شود:

$$N = \frac{A_{11}}{2L} \int_0^L w'^2 dx - N^T - N^C + \beta \quad (56-3)$$

که در آن β از طریق رابطه زیر تعریف می‌شود:

$$\beta = \frac{E_{11}}{L} (\phi(L) - \phi(0)) - \frac{B_{11}}{L} (w'(L) - w'(0)) \quad (57-3)$$

حال مقدار c_1 را در رابطه (53-3) قرار می‌دهیم:

$$u' + \frac{1}{2}w'^2 = \frac{1}{2L} \int_0^L w'^2 dx - \frac{E_{11}}{A_{11}} \phi' + \frac{B_{11}}{A_{11}} w'' + \frac{E_{11}}{LA_{11}} (\phi(L) - \phi(0)) - \frac{B_{11}}{LA_{11}} (w'(L) - w'(0)) \quad (58-3)$$

و طبق رابطه (50-3) داریم:

$$\left(u' + \frac{1}{2}w'^2\right)' = \frac{B_{11}}{A_{11}} (-w''')' + \frac{E_{11}}{A_{11}} \phi'' \quad (59-3)$$

با یک بار مشتق‌گیری از رابطه (59-3) داریم:

$$u''' = (-w'w''')' - \frac{E_{11}}{A_{11}} \phi'''' + \frac{B_{11}}{A_{11}} w'''' \quad (60-3)$$

حال معادلات (58-3)، (59-3) و (60-3) را در معادلات (51-3) و (52-3) قرار می‌دهیم و پاسخ

استاتیکی توابع حاکم بر تیر کامپوزیتی در محیط هیگروترمال بر اساس روابط زیر بیان می‌شوند.

$$\left(D_{11} - \frac{B_{11}^2}{A_{11}}\right) w'''' + \left(P + N^T + N^C - \frac{A_{11}}{2L} \int_0^L w'^2 dx - \beta\right) w'' + \left(\frac{B_{11}E_{11}}{A_{11}} - F_{11}\right) \phi'' = p \quad (61-3)$$

$$\left(H_{11} - \frac{E_{11}^2}{A_{11}}\right) \phi'' + \left(\frac{B_{11}E_{11}}{A_{11}} - F_{11}\right) w'' - A_{55} \phi = 0 \quad (62-3)$$

زمانی که تأثیر حرارت و رطوبت در نظر گرفته نشود این معادلات به شکل معادلات مرجع [22]

خواهند شد. در مورد تیرهای دو سر ساده، شرایط مرزی در هر دو انتها $\phi' = 0$ و $w = w'' = 0$ است و

جواب‌های فرضی که شرایط مرزی را ارضا می‌کنند به صورت معادلات (۶۳-۳) و (۶۴-۳) بیان می‌شوند.

$$w(x) = a \sin \frac{\pi}{L} x \quad (۶۳-۳)$$

$$\phi(x) = b \cos \frac{\pi}{L} x \quad (۶۴-۳)$$

با جایگذاری معادلات (۶۳-۳) و (۶۴-۳) در (۶۱-۳) و (۶۲-۳) داریم:

$$\begin{aligned} & \frac{\left(D_{11} - \frac{B_{11}^2}{A_{11}}\right) a \pi^4 \sin\left(\frac{\pi}{L} x\right)}{L^4} - \frac{1}{L^2} \left(\left(P + N^T + N^C - \frac{1}{4} \frac{\pi^2 a^2 A_{11}}{L^2} - \beta \right) a \pi^2 \sin\left(\frac{\pi}{L} x\right) \right. \\ & \left. + \frac{\left(\frac{B_{11} E_{11}}{A_{11}} - F_{11}\right) b \pi^3 \sin\left(\frac{\pi}{L} x\right)}{L^3} \right) = 0 \end{aligned} \quad (۶۵-۳)$$

$$\begin{aligned} & \frac{\left(H_{11} - \frac{E_{11}^2}{A_{11}}\right) b \pi^2 \cos\left(\frac{\pi}{L} x\right)}{L^2} - \frac{\left(\frac{B_{11} E_{11}}{A_{11}} - F_{11}\right) a \pi^3 \cos\left(\frac{\pi}{L} x\right)}{L^3} - A_{55} b \cos\left(\frac{\pi}{L} x\right) \\ & = 0 \end{aligned} \quad (۶۶-۳)$$

از حل معادله (۶۶-۳)، b بر حسب a به دست می‌آید:

$$\begin{aligned} b = & \frac{a \pi^3 A_{11} F_{11}}{L(A_{11} A_{55} L^2 + A_{11} H_{11} \pi^2 - E_{11}^2 \pi^2)} \\ & - \frac{a \pi^3 E_{11} B_{11}}{L(A_{11} A_{55} L^2 + A_{11} H_{11} \pi^2 - E_{11}^2 \pi^2)} \end{aligned} \quad (۶۷-۳)$$

و با جایگذاری روابط (۶۳-۳) و (۶۴-۳) در رابطه (۵۷-۳)، برای β به صورت رابطه زیر می‌شود:

$$\beta = -\frac{2bE_{11}}{L} + \frac{2a\pi B_{11}}{L^2} \quad (۶۸-۳)$$

با قرار دادن روابط (۶۷-۳) و (۶۸-۳) در رابطه (۶۵-۳) داریم:

$$Pa + aN^T + aN^C - \frac{\pi^2 a D_{11}}{L^2} - \frac{\pi^4 F_{11}^2 a}{L^2(L^2 A_{55} + \pi^2 H_{11})} - \frac{\pi^2 A_{11}}{4L^2} a^3 = 0 \quad (۶۹-۳)$$

و در نتیجه داریم:

$$(P + N^T + N^C)a - \frac{\pi^2}{L^2} \left(D_{11} - \frac{\pi^2 F_{11}^2}{L^2 A_{55} + \pi^2 H_{11}} \right) a - \frac{\pi^2 A_{11}}{4L^2} a^3 = 0 \quad (۷۰-۳)$$

بار کمانش را با حذف ترم غیرخطی و حل قسمت خطی معادله (۷۰-۳) می‌توان به دست آورد. بار کمانش بحرانی از طریق رابطه زیر محاسبه می‌شود.

$$(P + N^T + N^C)_{cr} = \frac{\pi^2}{L^2} \left(D_{11} - \frac{\pi^2 F_{11}^2}{L^2 A_{55} + \pi^2 H_{11}} \right) \quad (۷۱-۳)$$

معادلات فوق نشان می‌دهد که حرارت و رطوبت باعث کاهش بار کمانش بحرانی می‌شود. به عنوان نمونه، بار کمانش مکانیکی بحرانی می‌تواند به صورت زیر بیان شود:

$$P_{cr} = -N^T - N^C + \frac{\pi^2}{L^2} D_{11} - \frac{\pi^4 F_{11}^2}{L^4 A_{55} + \pi^2 L^2 H_{11}} \quad (۷۲-۳)$$

بدیهی است که با افزایش دما و رطوبت، بار محوری کششی به وجود می‌آید و خواص مواد نیز تغییر می‌کند. واز و همکارانش [58]، وثوقی و همکارانش [27]، اسدی و همکارانش [59]، بزا و همکارانش [60]، کویی و هو [61] و لی و کیاو [62] تأثیر دما و رطوبت بر خواص مواد را در نظر گرفتند؛ در حالی که آیدگو [26]، بارتن [63]، جیانگ و همکارانش [64] و شن [65] فرض می‌کنند که خواص مواد با تغییرات دما و رطوبت بدون تغییر باقی می‌ماند. در این پژوهش، هر دو روش در نظر گرفته شده است. بار کمانش بحرانی در محیط ایده‌آل، به عنوان مثال $T = T_0$ و $C = 0$ ، که به صورت $P_0 P_0$ مشخص شده است، به عنوان یک مقدار مرجع در نظر گرفته می‌شود.

از طرف دیگر، اگر تیر تنها تحت تأثیر تغییر دما یا رطوبت (بدون بار مکانیکی) قرار گیرد، می‌توان دمای بحرانی یا تغییر رطوبتی را تعیین کرد که موجب کمانش می‌شود. با توجه به معادله (۷۱-۳)، دمای بحرانی و تغییر رطوبت، به ترتیب از طریق روابط زیر محاسبه می‌شوند.

$$\Delta T_{cr} = 1/T_{11} \left\{ -P - N^C + \frac{\pi^2}{L^2} \left(D_{11} - \frac{\pi^2 F_{11}^2}{L^2 A_{55} + \pi^2 H_{11}} \right) \right\} \quad (۷۳-۳)$$

$$\Delta C_{cr} = 1/C_{11} \left\{ -P - N^T + \frac{\pi^2}{L^2} \left(D_{11} - \frac{\pi^2 F_{11}^2}{L^2 A_{55} + \pi^2 H_{11}} \right) \right\} \quad (۷۴-۳)$$

که در آن‌ها:

$$T_{11} = \int \alpha_x \bar{Q}_{11} dA \quad (۷۵-۳)$$

$$c_{11} = \int \beta_x \bar{Q}_{11} dA \quad (76-3)$$

است. برای پاسخ پس کمانش بر اساس معادله (70-3) سه حل وجود دارد: حل بدیهی $a = 0$ ، که اشاره به حالت بدون کمانش دارد، و دو پاسخ دیگر برای حالت پس کمانش است. دامنه کمانش تیر از طریق رابطه زیر به دست می آید.

$$a = \pm \frac{2}{\pi \sqrt{A_{11}}} \sqrt{L^2(P+N^T + N^C) - \pi^2 D_{11} + \frac{\pi^2 F_{11}^2}{L^2 A_{55} + \pi^2 H_{11}}} \quad (77-3)$$

این معادله علاوه بر بار مکانیکی اعمال شده، نشان دهنده سهم درجه حرارت و رطوبت است. با استفاده از این معادله می توان دامنه خیز کمانش در فرم بی بعد را به دست آورد. برای این منظور، دامنه کمانش بی بعد در نقطه میانی تیر می تواند به صورت $\bar{a} = \frac{a}{h}$ تعریف شود که h ضخامت تیر است. به عنوان یک نتیجه معادله (77-3) را می توان به صورت زیر بیان کرد.

$$\frac{a}{h} = \pm \frac{2}{\pi} \sqrt{\frac{L^2 P}{h^2 A_{11}} - \frac{L^2}{h^2 A_{11}} \left(-N^T - N^C + \frac{\pi^2 D_{11}}{L^2} - \frac{\pi^4 F_{11}^2}{L^4 A_{55} + \pi^2 L^2 H_{11}} \right)} \quad (78-3)$$

این معادله به صورت زیر خلاصه می شود:

$$\bar{a} = \pm \frac{2}{\pi} \sqrt{\bar{P} - \bar{P}_{cr}} \quad (79-3)$$

بار محوری بی بعد برای بارهای مکانیکی و هیگروترمال به صورت $\bar{P} = \frac{L^2 P}{h^2 A_{11}}$ تعریف می -

شود. با توجه به معادله (72-3)، بار کمانش بحرانی بی بعد به صورت زیر تعریف می شود:

$$\bar{P}_{cr} = \frac{L^2}{h^2 A_{11}} \left(-N^T - N^C + \frac{\pi^2 D_{11}}{L^2} - \frac{\pi^4 F_{11}^2}{L^4 A_{55} + \pi^2 L^2 H_{11}} \right) \quad (80-3)$$

این معادلات برای محاسبه بار کمانش بحرانی، دمای بحرانی و رطوبت بحرانی بیان شده است. در فصل بعد با استفاده از این معادلات نتایج عددی ارائه خواهد شد.

۷-۳- خواص وابسته به شرایط محیطی مواد

دو مدل برای نشان دادن وابستگی خواص مواد به دما و رطوبت استفاده شده است. اولین مدل، یک مدل گسسته است که در آن خصوصیات مواد در دمای خاص و غلظت رطوبت متفاوت نشان داده شده می‌شود. مدل دوم بر مبنای میکرومکانیک‌ها است. اولین مدل توسط پاتل و همکارانش [66] استفاده شد و نتایج در جدول (۲-۳) نشان داده شده است.

جدول (۲-۳) مدول الاستیک گرافیت-اپوکسی به ازای مقادیر متفاوت رطوبت و حرارت [66].

درصد رطوبت							مدول الاستیک (Gpa)
1.50	1.25	1.00	0.75	0.50	0.25	0.00	
130	130	130	130	130	130	130	E_1
8.5	8.5	8.5	8.75	9.0	9.25	9.5	E_2
6.0	6.0	6.0	6.0	6.0	6.0	6.0	G_{12}
حرارت $T(K)$							
	423	398	373	348	323	298	
	130	130	130	130	130	130	E_1
	6.75	7.0	7.5	8.0	8.5	9.5	E_2
	4.5	4.75	5.0	5.5	6.0	6.0	G_{12}

همان طور که مشاهده می‌شود، مدول الاستیسیته به دلیل افزایش دما یا رطوبت، کاهش می‌یابد.

در ضمن فرض بر این است که ضرایب انبساط حرارتی و رطوبت بدون تغییر باقی می‌مانند و همچنین می‌توان درجه حرارت و رطوبت را بطور هم زمان نیز تغییر داد.

خواص مکانیکی تیر تقویت شده با گرافیت به شرح زیر می‌باشد [56]:

$$E_1 = E_f V_f + E_m V_m \quad (3-81 \text{ الف})$$

$$v_{12} = v_f V_f + v_m V_m \quad (3-81 \text{ ب})$$

$$\rho = \rho_f V_f + \rho_m V_m \quad (3-81 \text{ ج})$$

زیر نویس f و m به ترتیب مشخص کننده فیبر و ماتریس؛ V کسر حجمی؛ E و G مدول یانگ و مدول برشی هستند. ν ضریب پواسون؛ ρ چگالی جرمی و $V_f + V_m = 1$ هستند.

ضرایب انبساط حرارتی و رطوبتی به صورت زیر تعریف می‌شود [56]:

$$\alpha_1 = \frac{V_f E_f \alpha_f + V_m E_m \alpha_m}{V_f E_f + V_m E_m} \quad (3-82 \text{ الف})$$

$$\beta_1 = \frac{V_f E_f \beta_f c_{fm} + V_m E_m \beta_m}{E_f (V_f \rho_f c_{fm} + \rho_m V_m)} \rho \quad (3-82 \text{ ب})$$

$$\beta_2 = \frac{V_f (1 + v_f) \beta_f c_{fm} + V_m (1 + v_m) \beta_m}{V_f \rho_f c_{fm} + \rho_m V_m} - v_{12} \beta_1 \quad (3-82 \text{ ج})$$

α ضریب انبساط حرارتی آزاد و β ضریب انبساط رطوبتی و c_{fm} ضریب غلظت رطوبت، کامپوزیت گرافیت-پوکسی هستند که در مراجع [67]، [68]، [69] و [56] ذکر شده‌اند.

α_{11} و α_{22} ضرایب انبساط حرارتی^۱ معادل به ترتیب در راستاهای طولی و جانبی هستند که طبق روابط زیر محاسبه می‌شوند:

$$\alpha_{11} = \frac{V_{cn} E_{11}^{cn} \alpha_{11}^{cn} + V_m E_m \alpha_m}{V_{cn} E_{11}^{cn} + V_m E_m} \quad (3-83 \text{ الف})$$

$$\alpha_{22} = (1 + v_{12}^{cn}) V_{cn} \alpha_{22}^{cn} + (1 + v_m) V_m \alpha_m - v_{12} \alpha_{11} \quad (3-83 \text{ ب})$$

α_{11}^{cn} و α_{22}^{cn} ضرایب انبساط حرارتی CNTها و α_m ضریب انبساط حرارتی زمینه می‌باشند.

^۱ Coefficient of thermal expansion

بنابراین بر اساس رفتار تنش-کرنش مواد در مقیاس اتمی و بنا بر آنچه در خصوص شبیه‌سازی دینامیک مولکولی توضیح داده شد، برای ماده‌ی مرکب مورد مطالعه در این پژوهش، پارامترهای بازدهی برای کسرهای حجمی کل 0.12، 0.17 و 0.28 طبق جدول (۳-۳) به دست آمده‌اند [53].

جدول (۳-۳) پارامترهای بازدهی به ازای کسرهای حجمی کل متفاوت [53]

η_3	η_2	η_1	کسر حجمی کل (V_{cn}^*)
$0.7\eta_2$	1.022	0.137	0.12
$0.7\eta_2$	1.626	0.142	0.17
$0.7\eta_2$	1.585	0.141	0.28

در ادامه ضریب پواسون معادل نیز که وابستگی کمی به تغییرات دما نشان می‌دهد، طبق رابطه‌ی زیر به دست می‌آید:

$$v_{12} = V_{cn}v_{12}^{cn} + V_m v_m \quad (۸۴-۳)$$

عبارت‌های ارائه شده در رابطه‌های (۸۳-۳) و (۸۴-۳) نیز با در نظر گرفتن وابستگی خواص مواد به دما و متغیر بودن خواص در جهت ضخامت تعیین شده‌اند.

ثابت‌های مواد برای پوسته‌های تقویت شده با نانولوله‌های تک دیواره که وابسته به دما هستند نیز با پارامترهای مؤثر نانولوله کربنی که با مدول خواص تقویت‌کننده‌های کامپوزیتی کربن نانوتیوبی محاسبه شده‌اند توسط قانون اختلاط با آن‌هایی که از شبیه‌سازی‌های دینامیکی مولکولی تعیین می‌شوند بیان شده است [70].

فصل ۴

نتایج عددی

۴-۱- مقدمه

در تحلیل، طراحی و پایش سلامت یک سازه واقعی، در نظر گرفتن حضور انواع وضعیت‌های ممکن آسیب‌ها، امری اجتناب ناپذیر است. از طرف دیگر، وجود آسیب در نقاطی از هسته تیرهای کامپوزیتی به عنوان نمونه رایج یک سازه واقعی مانند تیرک اصلی بدنه یک هواپیمای کامپوزیتی، بیش از پیش بر دشواری محاسبات مکانیکی به ویژه رفتار کمانشی می‌افزاید.

از طریق شبیه سازی آسیب در تیرهای کامپوزیتی، رفتار مکانیکی آن‌ها از منظر بار کمانشی، بسیار اهمیت بالایی دارد برای تقویت تیرهای کامپوزیتی راهکارهای مختلفی وجود دارد یکی از این راهکارها استفاده از نانولوله‌های کربنی برای تقویت هرچه بهتر این تیرها و مقابله با کمانش تیرها می‌باشد.

در این فصل به بررسی نتایج حاصل از تحلیل کمانش تیرهای کامپوزیتی تقویت شده با نانولوله‌های کربنی متغیّر تابعی در محیط‌های حرارتی-رطوبتی پرداخته خواهد شد.

۴-۲- روش تحلیل مسائل مهندسی

به طور کلی برای حل مسائل فیزیکی سه روش موجود است:

۱. روش تحلیل دقیق^۱

۲. روش عددی^۲

۳. روش تجربی^۳

^۱ Exact solution

^۲ Numerical solution

^۳ Experimental method

در حل دقیق همان طور که از نام آن پیداست به محاسبه دقیق پارامترهای معادلات دیفرانسیل حاکم بر میدان‌های فیزیکی همچون میدان تنش، میدان حرارتی یا میدان الکتریکی و... پرداخته می‌شود. در حالی که در روش دوم به حل تقریبی و عددی این مسائل پرداخته خواهد شد.

روش تجربی یا آزمایشگاهی نیز با توجه به اینکه مبتنی و برگرفته از خود واقعیات است، روشی مناسب اما پرهزینه و زمان بر است. در این میان روش‌های عددی از کاربردی‌ترین روش‌های مورد استفاده در حل مسائل مهندسی است.

از جمله مزیت‌های حل عددی نسبت به سایر روش‌ها به شرح زیر است:

۱. ضعف عمده روش‌های آزمایشگاهی، پرهزینه و زمان‌بر بودن آن است، در حالی که در روش حل عددی این چنین نیست.

۲. روش حل دقیق از تحلیل مدل‌های با هندسه پیچیده عاجز است و تنها روش‌های عددی در این زمینه مورد استفاده قرار می‌گیرند.

۳. در حل مسائلی که شرایط مرزی کمی پیچیده می‌شود نیز حل دقیق ناتوان است و تنها روش‌های مرسوم عددی در حل این گونه مسائل به کار می‌رود.

۴-۳- معرفی و انتخاب نرم‌افزار

در این پژوهش از نرم‌افزار متلب استفاده شده است. نرم افزار متلب امکان محاسبه‌ی آسان عملیات ماتریسی، محاسباتی و توابعی، استفاده از الگوریتم‌های مختلف و همچنین امکان ارتباط آسان با زبان‌های مختلف برنامه نویسی را به کاربر می‌دهد و نیز متلب دارای طیف کاربردی گسترده‌ای است، از جمله می‌توان به سیگنال و پردازش تصویر، ارتباطات، طراحی کنترلر، تست و اندازه‌گیری، مدل سازی مالی و تجزیه و تحلیل، و زیست‌شناسی محاسباتی اشاره نمود. همچنین امکان گسترش محیط متلب با استفاده از افزودن جعبه ابزار برای اهداف مختلف داده شده است.

۴-۴ - خواص PMMA^۱

ویژگی‌های پلی‌متیل‌متاکریلات را نیز می‌توان طبق جدول (۴-۱) ارائه نمود [70]. که در آن‌ها $T = T_0 + \Delta T$ و $T_0 = 300 K$ دمای مرجع^۲ می‌باشند. همچنین مقادیر مدول الاستیک و ضریب انبساط حرارتی وابسته به دما گزارش شده‌اند.

تمامی پارامترهای معرفی شده و فرمول‌های ارائه شده در ارتباط با قانون اختلاط در نرم‌افزار برنامه‌نویسی متلب پیاده‌سازی شده و در مراحل مربوط به حل معادلات نهایی حاکم بر مسأله به کار گرفته می‌شوند.

جدول (۴-۱) خواص در نظر گرفته شده برای PMMA [70].

خواص PMMA

$$\rho_m = 1150 \text{ kg/m}^3$$

$$v_m = 0.34$$

$$E_m = (3.52 - 0.0034T) \text{ Gpa}$$

$$\alpha_m = 45(0.0005\Delta T + 1) \times 10^{-6} / \text{K}$$

۴-۵ - خواص SWCNT نوع دسته‌صندلی (10,10)

به کمک جدول (۴-۲) که شامل خواص مواد وابسته به دما در پنج دمای مشخص است (دماهای ذکر شده در این پژوهش 300 و 500 و 700 و 1000 درجه کلوین می‌باشند)، می‌توان خواص ترمومکانیکی نانولوله‌ی کربنی تک‌دیواره از نوع دسته‌صندلی (10,10) را در دماهایی غیر از آنچه در جدول ارائه شده است را پیش‌بینی کرد.

¹ Poly methyl methacrylate

² Reference temperature

جدول (۲-۴) خواص ترمومکانیکی نانولوله‌ی کربنی تک دیواره دسته‌صندلی (10,10) در دماهای مشخص [53].

دما (K)	E_{11}^{cn} (TPa)	E_{22}^{cn} (TPa)	G_{12}^{cn} (TPa)	ν_{12}^{cn}	α_{11}^{cn} ($\times 10^{-6} / K$)	α_{22}^{cn} ($\times 10^{-6} / K$)
300	5.6466	7.0800	1.9445	0.175	3.4584	5.1682
400	5.5679	6.9814	1.9703	0.175	4.1496	5.0905
500	5.5308	6.9384	1.9643	0.175	4.5361	5.0189
700	5.4744	6.8641	1.9644	0.175	4.6677	4.8943
1000	5.4744	6.6220	1.9451	0.175	4.2800	4.7532

۴-۶- صحت‌سنجی مدل

اولین مدل برای تخمین بار کمانش بحرانی تیر در محیط ایده‌آل (در دمای 300 کلوین و رطوبت 0) می‌باشد.

به منظور مقایسه محاسبات انجام شده با سایر پژوهش‌های انجام شده در نرم افزار متلب جدول (۳-۴)

و جدول (۴-۴) اثر تغییرات دما روی بار کمانش بحرانی بی‌بعد $\bar{P} = \frac{L^2 p_0}{bh^3 A_{11}}$ برای تیرهای کامپوزیتی

سه‌لایه‌ی متعامد $(0^\circ, 90^\circ, 0^\circ)$ از جنس گرافیت-اپوکسی با خواص مواد وابسته به دما و با انبساط

حرارتی آزاد و بدون انبساط حرارتی آزاد با نسبت طول به ضخامت متفاوت و خواص مختلف در

دماهای مختلف، ارائه شده است.

تغییرات بار کمانش بحرانی بی‌بعد در صورتی که خواص مواد وابسته به تغییرات دما می‌باشند و تیر

تحت انبساط حرارتی آزاد در نظر گرفته می‌شود در جدول (۳-۴) نشان داده شده است.

اگر فرض شود که دما فقط خواص مواد را تحت تأثیر قرار دهد و به عنوان بار حرارتی در نظر گرفته

نشود نتایج جدول (۴-۴) به دست می‌آید.

به منظور ارزیابی اهمیت تغییر دما روی بارهای کمانش بحرانی، بار کمانش را در یک محیط ایده‌آل یعنی در $T_0 = 300K$ و $\Delta C = 0$ ارایه شده است. همانطور که در جدول (۴-۴) نشان داده شده است واضح است که وقتی به صورت افقی حرکت می‌کنیم، بار کمانش کاهش می‌یابد چون دما به ازای نسبت طول به ضخامت مشخصی افزایش می‌یابد.

همچنین می‌توان متوجه شد که نسبت لاغری ($\frac{L}{h}$) تأثیر قابل توجهی کمانش می‌گذارد. شایان ذکر است که این نتایج انبساط حرارتی آزاد را در نظر نگرفته و تنها تغییر خواص مواد را در نظر گرفته است.

مقایسه نتایج جدول‌های (۳-۴) و (۴-۴) نشان می‌دهد که انبساط حرارتی آزاد، بار کمانش بحرانی را کاهش می‌دهد.

نکته دیگر اینکه وقتی انبساط آزاد ناشی از تغییرات دما وجود داشته باشد، بار کمانش بی‌بعد حتی زمانی که تیر کلاسیک مورد استفاده قرار می‌گیرد به نسبت طول به ضخامت بستگی دارد، همانطور که از معادله (۳-۸۰) قابل مشاهده است.

ثابت‌های الاستیک نیز برای تیر گرافیت-اپوکسی در مرجع [56] طبق جدول (۴-۶) فرض می‌شود. تئوری‌های استفاده شده، تئوری تغییر شکل برشی کلاسیک یا اویلر-برنولی و تئوری مراتب بالاتر (تئوری مرتبه سوم یا مدل ردی) هستند. برای صحت سنجی مدل از مرجع [56] استفاده شده است.

جدول (۳-۴) بار کمانش بحرانی بی‌بعد $\bar{P} = \frac{L^2 p_0}{bh^3 A_{11}}$ برای تیرهای کامپوزیتی سه‌لایه با خواص مواد وابسته به دما و با انبساط حرارتی آزاد.

نتایج پژوهش حاضر				مرجع [56]	
TSDT	EBT	TSDT	EBT	دما (K)	l/h
0.3751	0.7942	0.3727	0.7942	298	5
0.3751	0.7940	0.3723	0.7937	323	
0.3581	0.7939	0.3552	0.7934	348	
0.3397	0.7938	0.3367	0.7931	373	
0.3299	0.7937	0.3268	0.7929	398	
0.3197	0.7936	0.3164	0.7927	423	
0.6196	0.7942	0.6179	0.7942	298	10
0.6195	0.7922	0.6167	0.7929	323	
0.6073	0.7910	0.6036	0.7919	348	
0.5934	0.7909	0.5889	0.7912	373	
0.5856	0.7908	0.5806	0.7906	398	
0.5772	0.7936	0.5116	0.7900	423	
0.7854	0.7942	0.7852	0.7942	298	50
0.7851	0.7940	0.7592	0.7682	323	
0.7842	0.7936	0.7370	0.7468	348	
0.7831	0.7938	0.7192	0.7299	373	
0.7825	0.7936	0.7063	0.7176	398	
0.7818	0.7936	0.6922	0.7041	423	

جدول (۴-۴) بار کمانش بحرانی بی بعد $\bar{P} = \frac{L^2 p_0}{bh^3 A_{11}}$ برای تیرهای کامپوزیتی سه لایه با خواص مواد وابسته به دما و بدون انبساط حرارتی آزاد.

نتایج پژوهش حاضر				مرجع [56]	
TSDT	EBT	TSDT	EBT	دما (K)	l/h
0.3751	0.7942	0.3727	0.7942	298	5
0.3751	0.7940	0.3726	0.7940	323	
0.3581	0.7939	0.3557	0.7939	348	
0.3397	0.7938	0.3373	0.7938	373	
0.3299	0.7936	0.3275	0.7936	398	
0.3197	0.7936	0.3173	0.7936	423	
0.6196	0.7942	0.6179	0.7942	298	10
0.6195	0.7940	0.6177	0.7940	323	
0.6073	0.7939	0.6055	0.7939	348	
0.5934	0.7938	0.5915	0.7938	373	
0.5856	0.7936	0.5836	0.7936	398	
0.5772	0.7936	0.5752	0.7936	423	
0.7854	0.7942	0.7852	0.7942	298	50
0.7551	0.7940	0.7850	0.7940	323	
0.7842	0.7939	0.7841	0.7939	348	
0.7831	0.7938	0.7830	0.7938	373	
0.7825	0.7936	0.7823	0.7936	398	
0.7818	0.7936	0.7817	0.7936	423	

جدول (۴-۵) خواص گرافیت-پوکسی [53].

$$\frac{E_1}{E_2} = 20$$

$$G_{12} = G_{13} = 0.6E_2$$

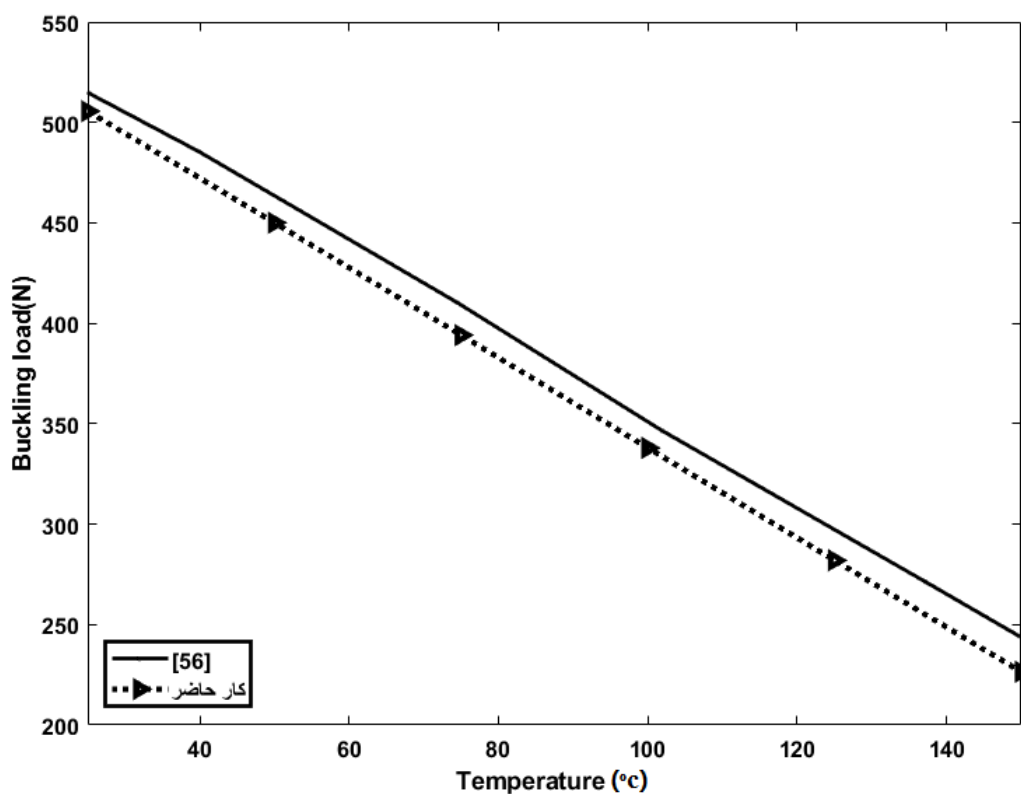
$$G_{23} = 0.5E_2$$

$$\frac{\alpha_{22}}{\alpha_{11}} = 3$$

$$\nu_{12} = 0.25$$

همانطور که مشاهده می‌شود، تطابق بسیار خوبی بین نتایج پژوهش حاضر با محاسبات مرجع [56] حاصل شده است.

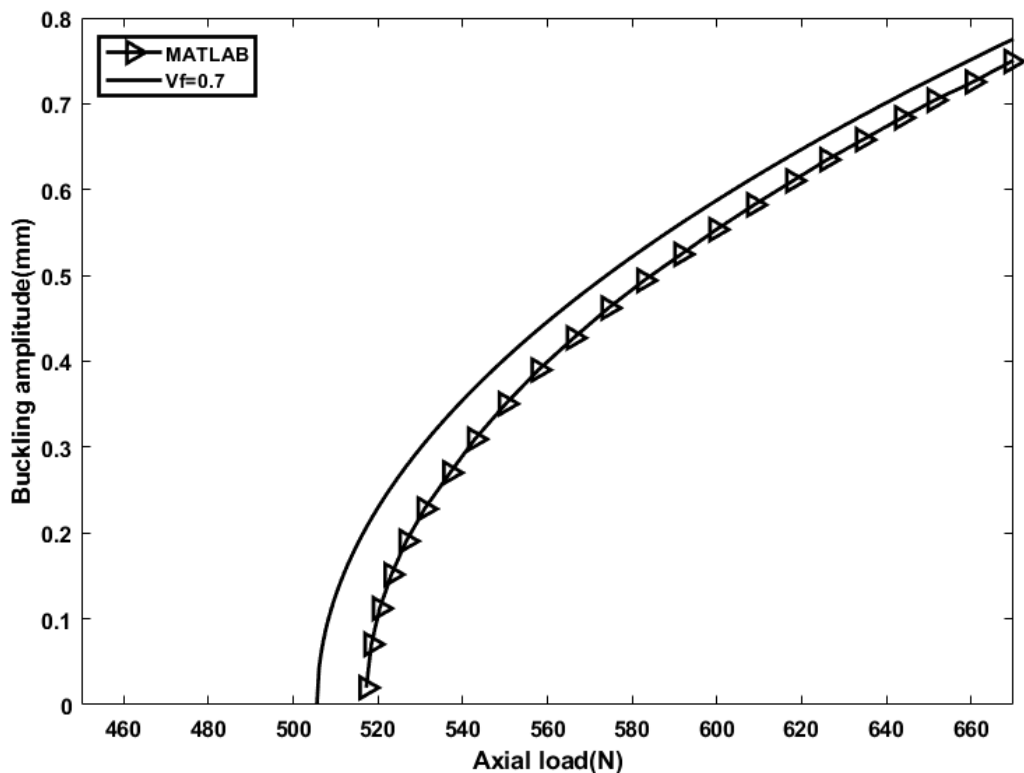
در ادامه در شکل (۴-۱) نمودار بارکمانش بر حسب دما برای تیر کامپوزیتی تقویت شده با گرافیت با $V_f = 0.7$ حاصل از کار حاضر و مرجع [56] نشان داده شده است. با مشاهده نمودار می‌توان دریافت که نتایج کار حاضر از دقت مطلوبی برخوردار است.



شکل (۴-۱) نمودار بار کمانش بر حسب دما برای تیر کامپوزیتی تقویت شده با گرافیت جهت مقایسه نتایج کار حاضر با مرجع [56].

در شکل (۴-۲) نمودار دامنه کمانش بر حسب بار محوری برای تیر کامپوزیتی تقویت شده با گرافیت با $V_f = 0.7$ حاصل از کار حاضر و مرجع [56] نشان داده شده است.

با مشاهده نمودار می توان دریافت که نتایج کار حاضر از دقت مطلوبی برخوردار است.



شکل (۲-۴) نمودار دامنه کمانش بر حسب بار برای تیر کامپوزیتی تقویت شده با گرافیت جهت مقایسه نتایج کار حاضر با مرجع [56].

۷-۴- نتایج کار حاضر

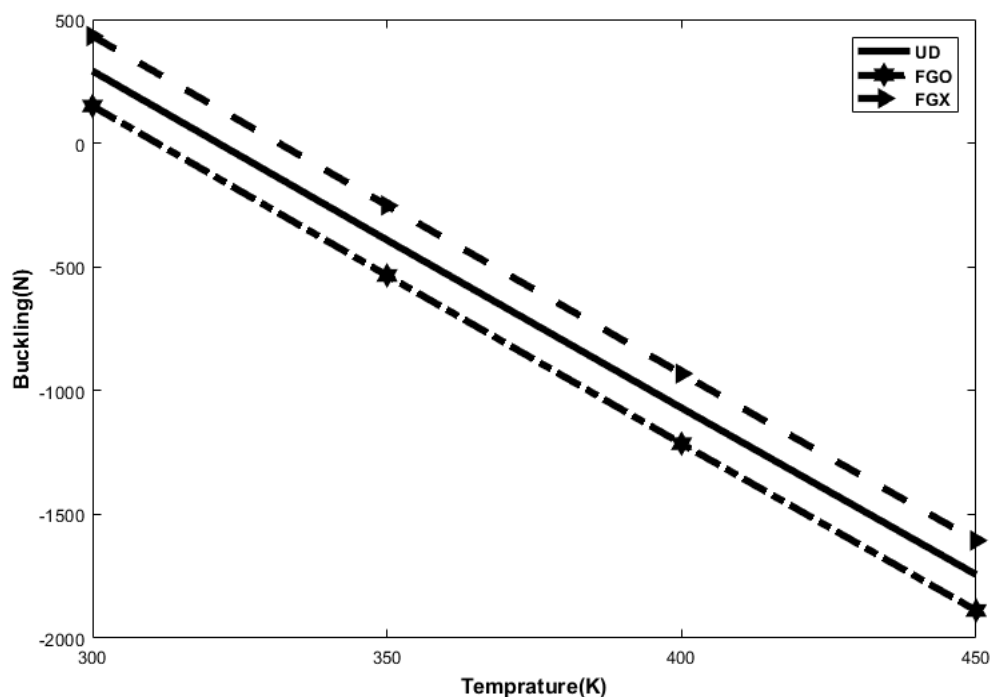
بررسی تأثیر نوع تقویت کننده بر کمانش تیر کامپوزیتی حائز اهمیت است. در جدول (۴-۶) پاسخ کمانش تیر تقویت شده با نانولوله کربنی به ازای کسر حجمی‌های مختلف و در درجه حرارت متفاوت برای تیرهای UD-CNTRC و FGX-CNTRC و FGO-CNTRC و تیر تقویت شده با گرافیت ارائه داده است. همانطور که در جدول ارائه شده است به ازای کسر حجمی یکسان 0.17 بار کمانش تیر تقویت شده با نانولوله کربنی در دمای 298 درجه کلون بیشتر از حالتی است که تیر با گرافیت تقویت شده است.

جدول (۴-۶) بار کمانش بی بعد $\frac{p_0 L^2}{bh^3 A_{11}}$ تیرها، با تقویت کننده گرافیت و نانولوله کربنی با استفاده از تئوری‌های تیر مرتبه بالا در دماها و کسر حجمی‌های مختلف و رطوبت صفر.

دما (K)	$V_f=0.17$	$V_f=0.4$	$V_f=0.5$	$V_f=0.6$	$V_f=0.7$	$V_{cn}=0.17$ FGX	$V_{cn}=0.17$ UD	$V_{cn}=0.17$ FGO
298	137.34	300.38	369.48	437.80	505.58	617.05	417.48	214.97
323	-4.63	195.78	281.14	365.74	450.06	123.54	-75.12	-278.14
348	-147.17	90.72	192.35	293.24	394.07	-368.79	-566.6	-770.04
373	-289.87	-14.40	103.49	220.64	337.94	-859.90	-1056.9	-1260.69
398	-431.95	-119.16	14.94	148.28	281.96	-1349.78	-1546	-1750.06
423	-573.21	-223.14	-72.91	76.51	226.46	-1838.38	-2033.86	-2238.11

در شکل (۴-۳) به بررسی کمانش تیرهای کامپوزیتی حاوی نانولوله‌های کربنی در سه حالت مختلف توزیع یکنواخت UD، توزیع نانولوله از وسط به سمت بالا و پایین FGO و توزیع نانو لوله از بالا و پایین به وسط FGX پرداخته شده است.

رفتار نمودار خطی است و برای بارهای کمانشی مثبت افزایش دما باعث کاهش بار کمانش شده و در ادامه با توجه به اینکه بار کمانش منفی شده افزایش دما منجر به افزایش بار کمانش شده؛ همچنین اختلاف زیادی بین سه نوع توزیع مشاهده نمی‌گردد با این حال بیشترین میزان تغییر مربوط به حالتی است که توزیع نانولوله‌های کربنی به صورت FGX می‌باشد.



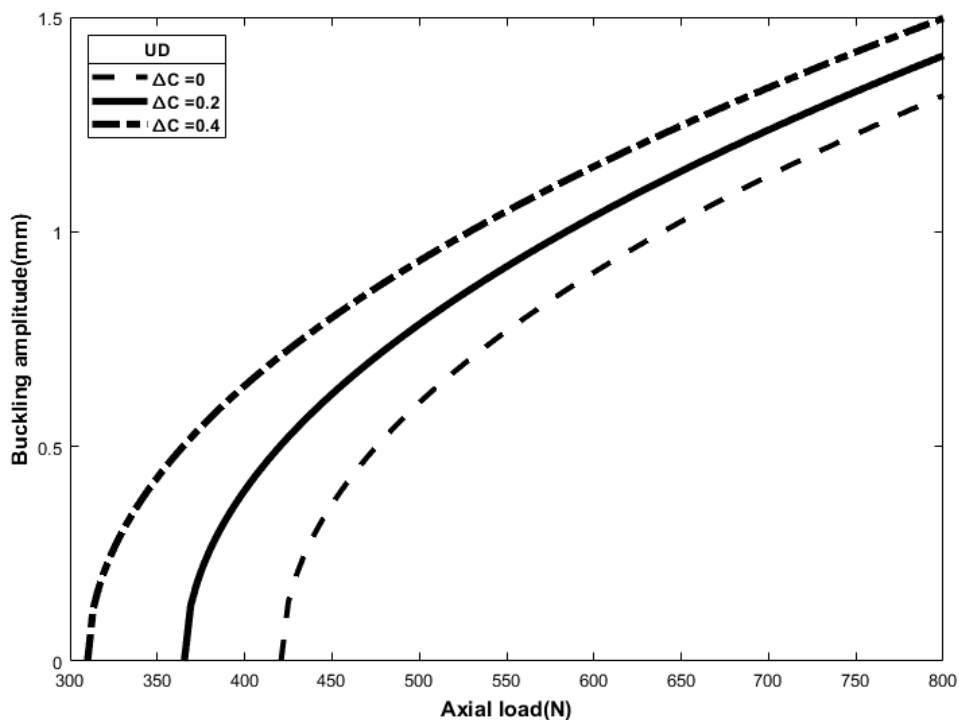
شکل (۳-۴) بار کمانش برحسب دما برای تیر با تقویت کننده نانولوله کربنی.

شکل‌های (۴-۴) تا (۶-۴) تغییرات دامنه کمانش که از طریق معادله (۳-۷۸) یا معادله خلاصه شده آن یعنی معادله (۳-۷۹) به دست می‌آید برای توزیع‌های مختلف نانولوله کربنی به همراه تغییرات بار محوری با تغییر رطوبت را نشان می‌دهد. همانطور که نمودارها نشان می‌دهد، با افزایش غلظت رطوبت، بار کمانش کاهش و دامنه کمانش افزایش می‌یابد.

به عنوان یک نتیجه تأثیر تغییرات حرارت روی دامنه کمانش برای حالت‌های مختلف توزیع تقویت کننده نانولوله کربنی روی تیر مورد بررسی قرار می‌گیرد.

همانگونه که در شکل (۴-۴) مشاهده می‌گردد، رطوبت سهم قابل توجهی را به دامنه کمانش و سهم کمتری را در بارهای کمانش بحرانی دارد و با افزایش غلظت رطوبت دامنه کمانش تیر کامپوزیتی در حالت توزیع یکنواخت نانولوله کربنی (UD) افزایش و بار کمانش بحرانی کاهش می‌یابد.

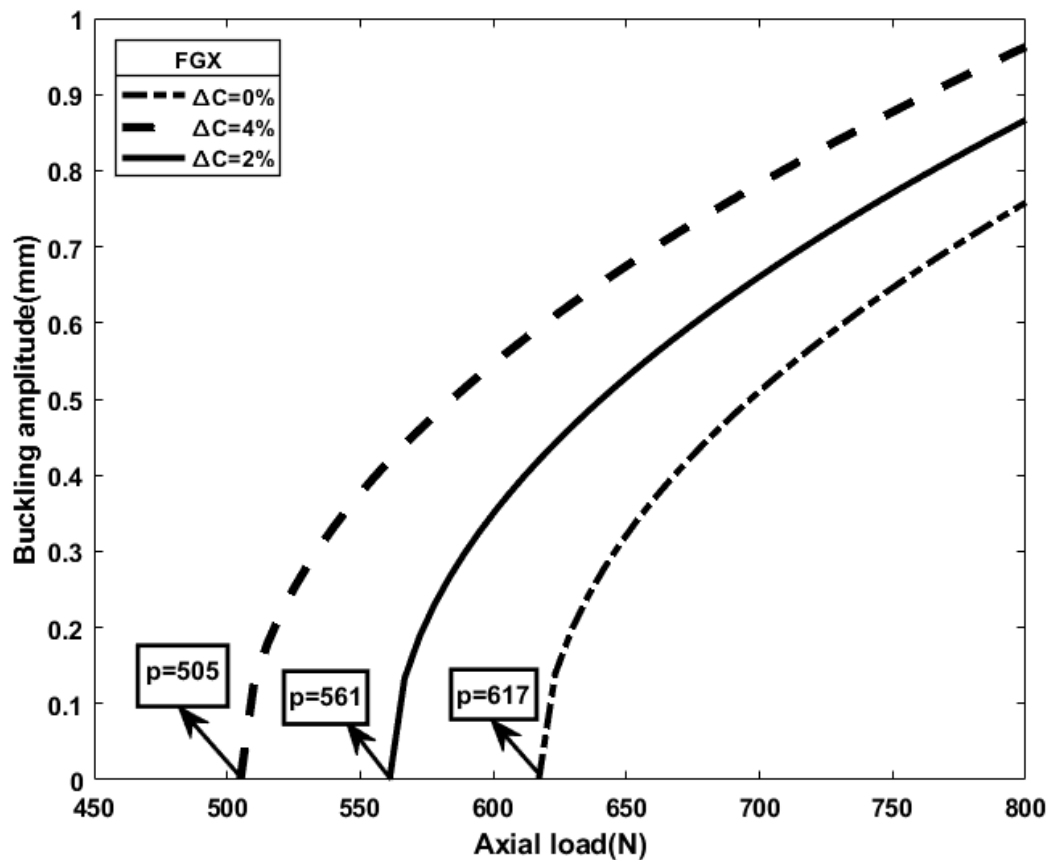
به طور مثال، در حالتی که غلظت رطوبت به 4% می‌رسد شروع بار کمانش بحرانی تیر در نیروی 306 نیوتن بوده است و در 2% نقطه شروع بار کمانش بحرانی 362 و در حالتی که غلظت رطوبت به صفر درصد می‌رسد شروع بار کمانش برابر با 417 نیوتن می‌باشد.



شکل (۴-۴) دامنه کمانش برحسب بار برای تیر با تقویت کننده UD.

همانگونه که در شکل (۴-۵) مشاهده می‌گردد، دامنه کمانش تیر کامپوزیتی در حالت توزیع FGX تحت تأثیر تغییرات غلظت رطوبت قرار گرفته است؛ با توجه به نمودارهای موجود مشخص می‌گردد که اگر غلظت رطوبت افزایش یابد دامنه کمانش تیر نیز افزایش و بار کمانش بحرانی کاهش می‌یابد.

به طور مثال در حالتی که غلظت رطوبت به میزان 4% برسد شروع بار کمانش بحرانی تیر 505 نیوتن بوده است و برای غلظت رطوبت 2%، 561 نیوتن و برای حالتی که غلظت رطوبت به صفر درصد می‌رسد شروع بار کمانش بحرانی برابر با 617 نیوتن می‌شود.



شکل (۴-۵) دامنه کمانش برحسب بار برای حالت توزیع FGX نانولوله کربنی در تیر.

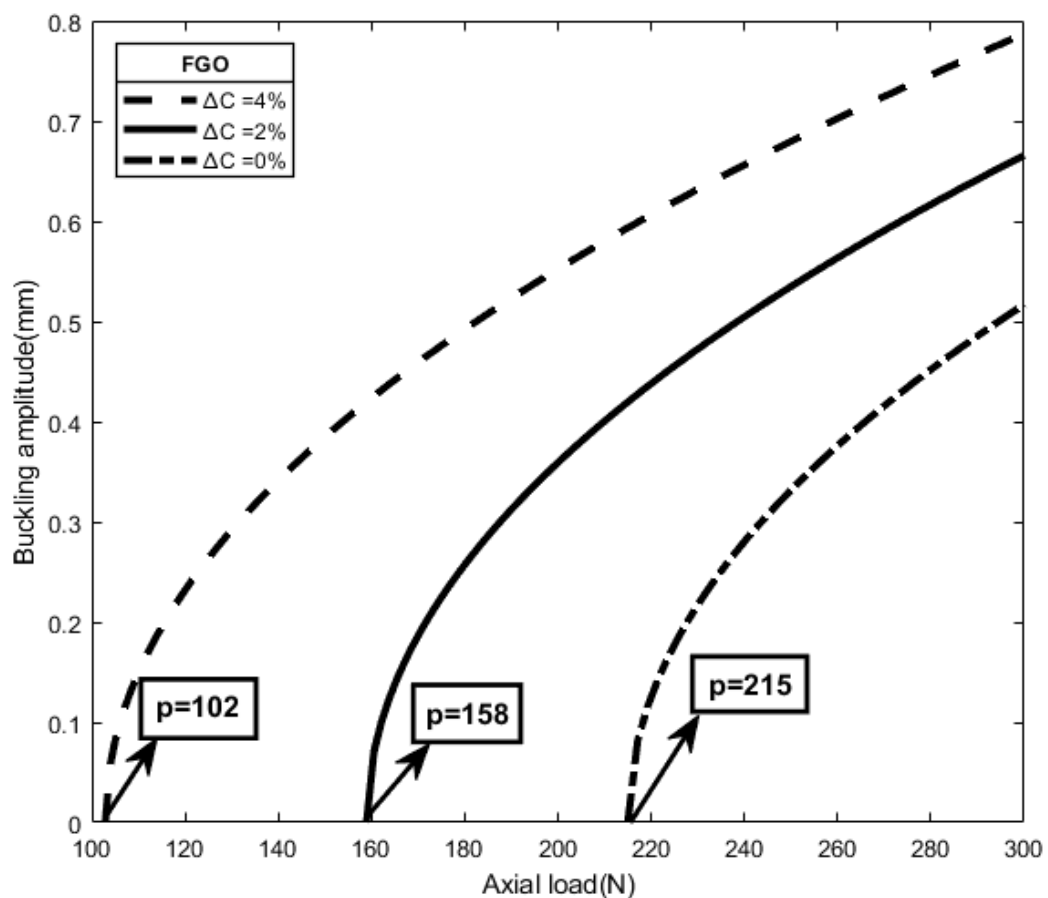
همانگونه که در شکل (۴-۶) مشاهده می‌گردد به بررسی تغییرات دامنه کمانش تیر کامپوزیتی در حالت توزیع FGO پرداخته شده است.

با توجه به شکل موجود مشخص می‌گردد که با افزایش غلظت رطوبت دامنه کمانش تیر نیز افزایش و بار کمانش بحرانی کاهش می‌یابد.

به طور مثال در حالتی که غلظت رطوبت 4% می‌باشد شروع بار کمانش بحرانی تیر در 102 نیوتن بوده است و در حالتی که غلظت رطوبت برابر با 2% می‌شود این مقدار برابر 158 نیوتن و برای صفر درصد نیز شروع بار کمانش بحرانی برابر نقطه 215 نیوتن می‌باشد؛ و به همان نسبت با افزایش غلظت رطوبت دامنه کمانش تیر در حالت توزیع FGO نیز افزایش قابل قبولی داشته است.

یعنی مقدار دامنه کمانش در حالتی که غلظت رطوبت 4% است از حالتی که این مقدار برابر 2% است بیشتر می‌باشد و برای حالتی که غلظت رطوبت به صفر درصد می‌رسد از حالتی که این مقدار به 2% می‌رسد کمتر است.

با توجه به محاسبات انجام گرفته بارکمانش بحرانی در تیر با توزیع FGX نسبت به توزیع UD و FGO با افزایش غلظت رطوبت کاهش چشم‌گیرتری داشته یعنی با افزایش غلظت رطوبت نقطه شروع بار کمانش بحرانی در تیر با توزیع FGX دیرتر از تیر با توزیع UD و FGO اتفاق افتاده است و دیرتر از دو حالت دیگر توزیع نانولوله‌های کربنی در تیر کمانش میکند، و همچنین افزایش دامنه کمانش بیشتری نیز نسبت به دو حالت دیگر توزیع در تیر به همراه دارد.



شکل (۴-۶) دامنه کمانش برحسب بار برای حالت توزیع FGO نانولوله کربنی در تیر.

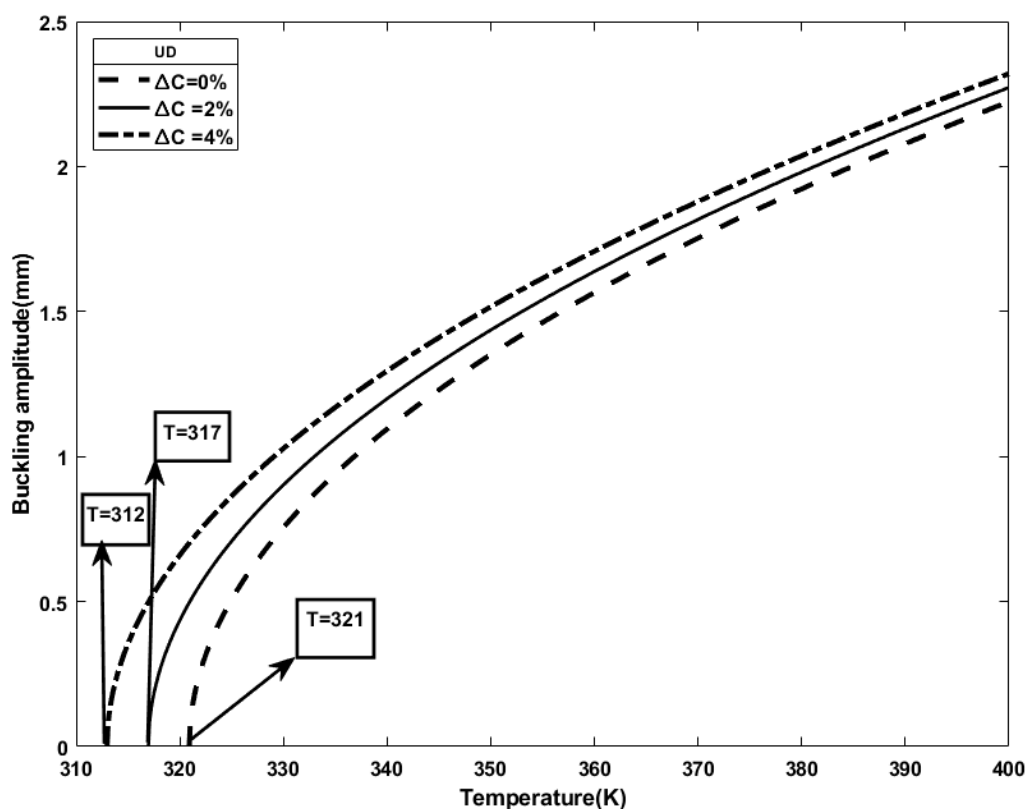
در ادامه کار پاسخ کمانش تیر با تغییر دما، بدون تأثیر بار مکانیکی در شکل‌های (۷-۴)، (۸-۴) و (۴-۹) نشان داده شده است.

در شکل‌های ارائه شده در زیر احتمال کمانش تیر تحت تأثیر حرارت مورد مطالعه و بررسی قرار گرفته است؛ همانطور که در این شکل‌ها نشان داده شده است افزایش غلظت رطوبت باعث افزایش دامنه کمانش و همچنین کاهش کمانش حرارتی شده است.

همانگونه که در شکل (۷-۴) مشاهده می‌گردد؛ تأثیر افزایش غلظت رطوبت بر روی دامنه کمانش تیر کامپوزیتی و کمانش حرارتی در حالت توزیع یکنواخت نانولوله کربنی (UD) مورد بررسی قرار گرفته است.

با توجه به شکل موجود مشخص می‌گردد که اگر غلظت رطوبت افزایش یابد دامنه کمانش تیر افزایش و کمانش حرارتی آن کاهش می‌یابد.

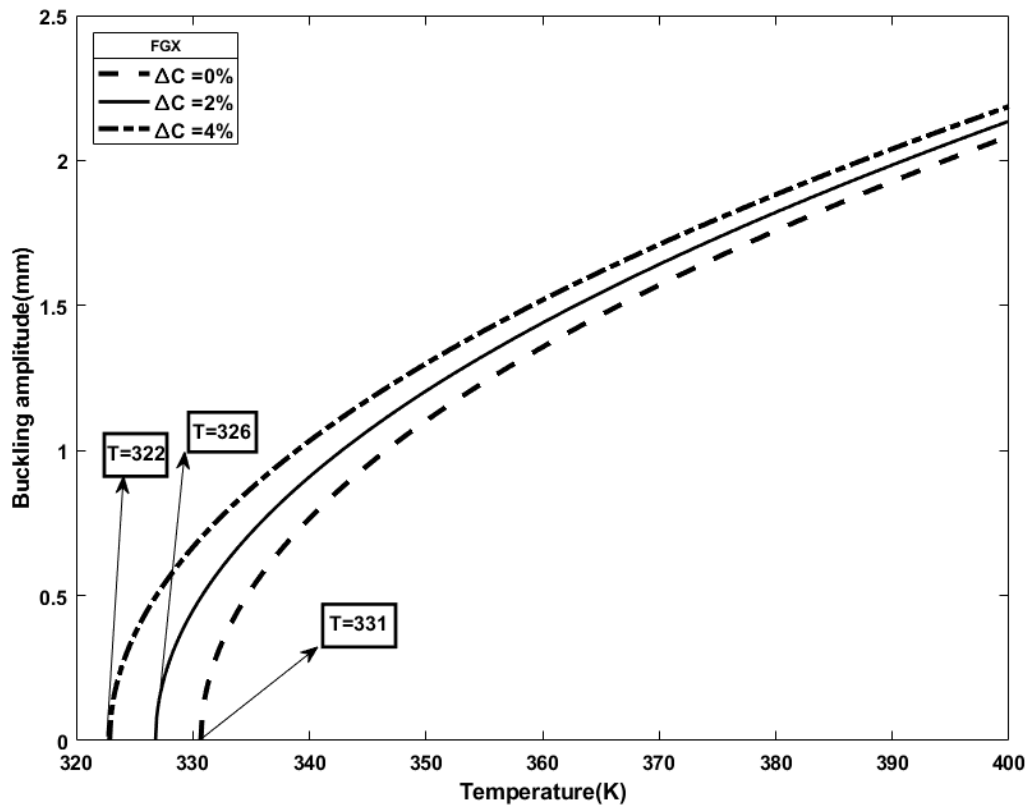
به طور مثال در حالتی که غلظت رطوبت به 4% می‌رسد شروع کمانش حرارتی تیر در دمای 312 درجه کلونین اتفاق می‌افتد و در غلظت رطوبت 2% شروع کمانش حرارتی 317 درجه کلونین و نیز در ΔC برابر با صفر درصد در دمای 321 درجه کلونین اتفاق می‌یافتد.



شکل (۷-۴) دامنه کمانش برحسب دما برای حالت توزیع UD نانولوله کربنی در تیر.

همانگونه که در شکل (۸-۴) مشاهده می‌گردد، دامنه کمانش تیر کامپوزیتی در حالت توزیع FGX با افزایش غلظت رطوبت افزایش می‌یابد و کمانش حرارتی تیر کاهش می‌یابد.

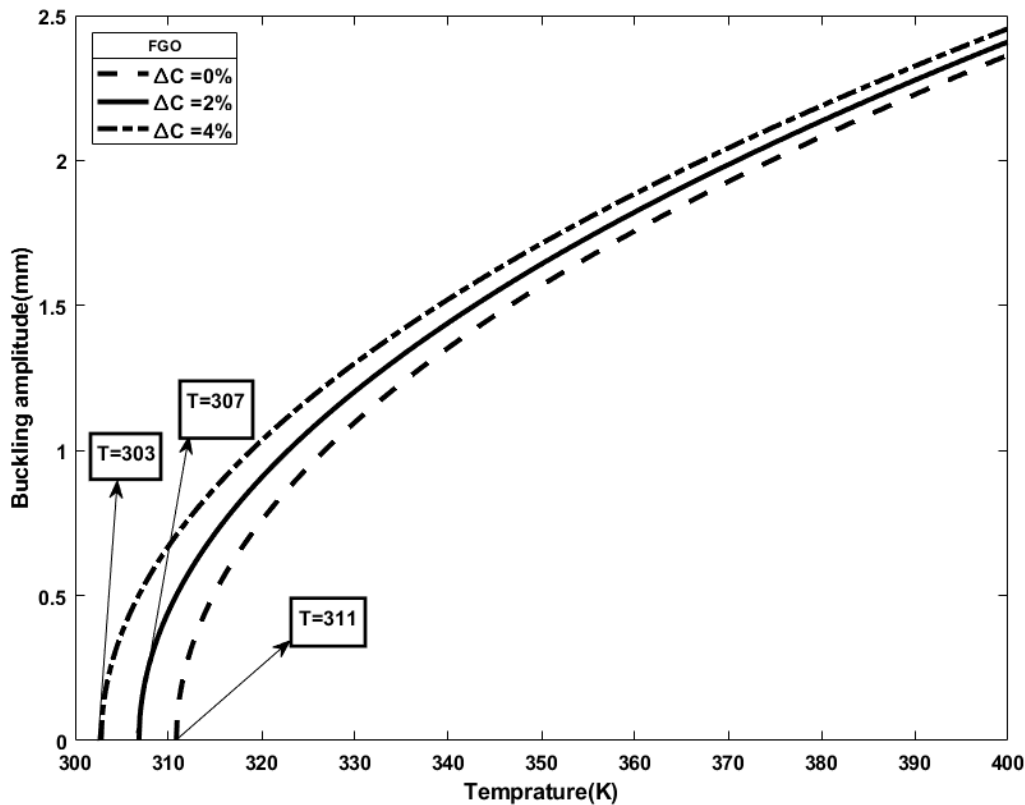
به طور مثال در حالتی که غلظت رطوبت 4% است شروع کمانش حرارتی تیر در دمای 322 درجه کلوین بوده است و در حالتی که این غلظت رطوبت به 2% می‌رسد شروع کمانش حرارتی به 326 درجه کلوین می‌رسد و برای غلظت رطوبت صفر درصد در دمای 331 درجه کلوین اتفاق می‌افتد، یعنی با افزایش غلظت رطوبت کمانش حرارتی کاهش می‌یابد. که این کاهش کمانش حرارتی دیرتر از زمانی اتفاق می‌افتد که تیر در حالت توزیع یکنواخت می‌باشد. یعنی با افزایش غلظت رطوبت به یک مقدار مشترک؛ در تیر با توزیع FGX کمانش حرارتی دیرتر از تیر با توزیع UD رخ می‌دهد.



شکل (۸-۴) دامنه کمانش بر حسب دما برای حالت توزیع FGX نانولوله کربنی در تیر.

همانگونه که در شکل (۹-۴) مشاهده می‌گردد، دامنه کمانش تیر کامپوزیتی بر حسب دما در حالت توزیع تیر FGO مورد بررسی قرار گرفته است، با توجه به شکل موجود مشخص می‌گردد که اگر غلظت رطوبت افزایش یابد دامنه کمانش تیر با توزیع FGO افزایش یافته و به موازات آن نیز با افزایش غلظت رطوبت کمانش حرارتی کاهش می‌یابد. به طور مثال در حالتی که غلظت رطوبت به 4% است شروع کمانش حرارتی تیر در دمای 303 درجه کلوین بوده است و در حالتی که این غلظت رطوبت به 2% می‌رسد کمانش حرارتی به 307 رسیده و برای غلظت رطوبت صفر درصد شروع کمانش در دمای 311 درجه کلوین اتفاق می‌افتد؛ یعنی با افزایش غلظت رطوبت کمانش حرارتی کاهش یافته می‌یابد. این کاهش کمانش حرارتی زودتر از زمانی که تیر در حالت توزیع یکنواخت می‌باشد به وقوع می‌پیوندد. یعنی تیر با توزیع UD در مقابل افزایش غلظت رطوبت بهتر از تیر با توزیع

FGO عمل کرده و دیرتر کمانش می‌کند، و تیر با توزیع FGX در مقابل افزایش غلظت رطوبت بهتر از تیر با توزیع UD عمل کرده و در آن کمانش حرارتی دیرتر به وقوع می‌پیوندد.

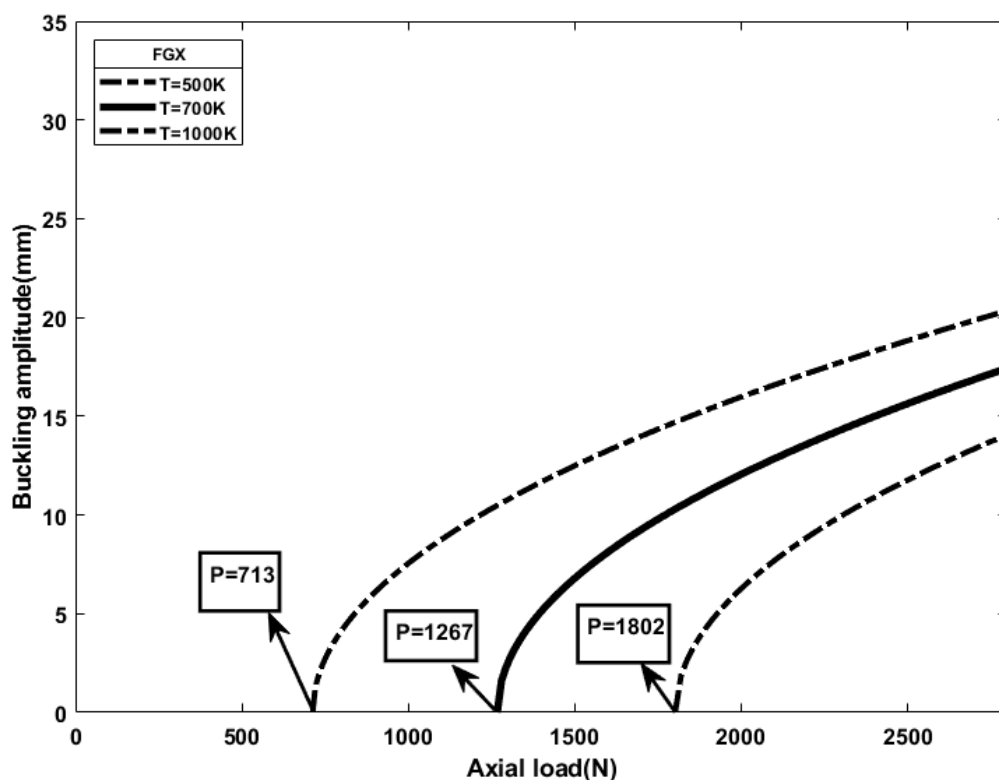


شکل (۹-۴) دامنه کمانش برحسب دما برای حالت توزیع FGO نانولوله کربنی در تیر.

در ادامه کار پاسخ کمانش تیر با تغییر دما، تحت تأثیر بار مکانیکی در شکل‌های (۴-۱۰)، (۴-۱۱) و (۴-۱۲) نشان داده شده است. در شکل‌های زیر احتمال کمانش تیر تحت تأثیر حرارت مورد مطالعه و بررسی قرار گرفته است. همانطور که مشاهده می‌شود افزایش درجه حرارت باعث کاهش دامنه کمانش و افزایش بار کمانش بحرانی می‌شود. همانطور که در شکل‌ها نشان داده می‌شود؛ تغییرات درجه حرارت در تغییر دامنه کمانش و بار کمانش بحرانی نقش عمده‌ای را ایفا می‌کند. در شکل (۴-۱۰) کمانش تیر کامپوزیتی بر حسب نیرو در تیر با توزیع FGX مورد بررسی قرار گرفته است. با توجه

به شکل موجود مشخص می‌گردد که با افزایش درجه حرارت دامنه کمانش تیر کاهش و بار کمانش بحرانی آن افزایش می‌یابد.

به طور مثال در حالتی که دما 500 درجه کلوین است شروع دامنه کمانش تیر نقطه‌ای با کمانش بحرانی 713 نیوتن است، در حالتی که این دما به 700 درجه کلوین برسد شروع بار کمانش بحرانی 1267 خواهد بود و در دمای 1000 درجه کلوین بار کمانش بحرانی در نیروی 1802 نیوتن اتفاق می‌افتد.

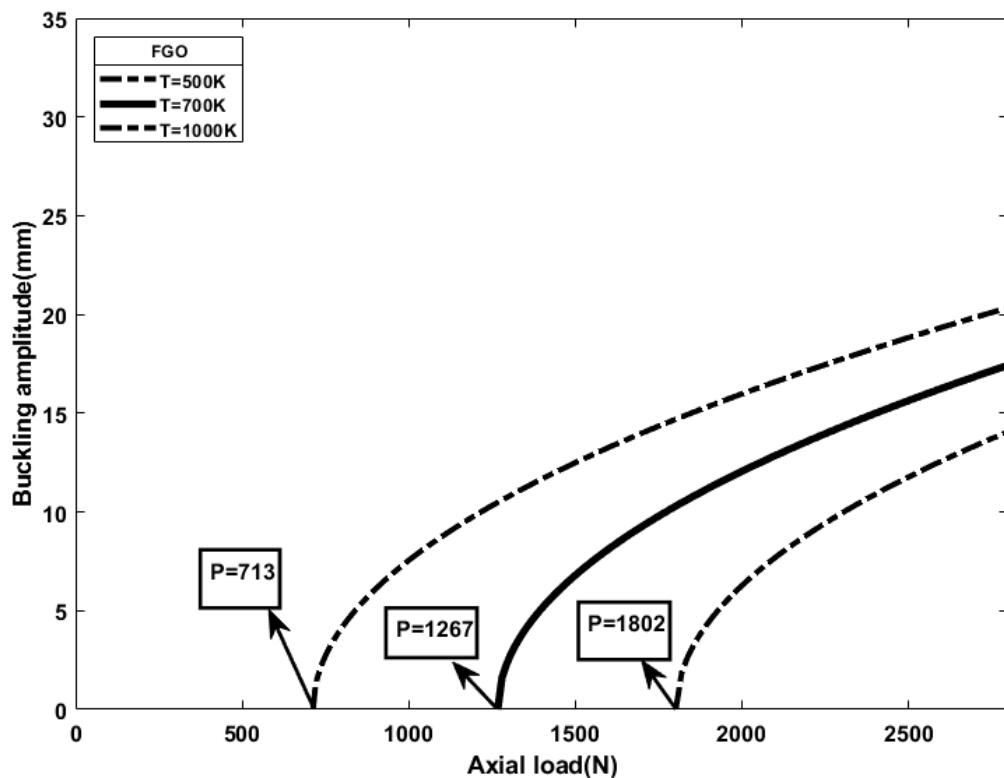


شکل (۱۰-۴) دامنه کمانش بر حسب بار برای توزیع FGX نانولوله کربنی در تیر.

در شکل (۱۱-۴) نیز مشاهده می‌گردد که کمانش تیر کامپوزیتی بر حسب بار کمانش بحرانی در تیر با توزیع FGO مورد بررسی قرار گرفته است.

با توجه به شکل موجود مشخص می‌گردد که اگر دما افزایش یابد بار کمانش بحرانی تیر نیز افزایش و دامنه کمانش تیر کاهش می‌یابد. به طور مثال در حالتی که دما 500 درجه کلوین است نقطه شروع بار کمانش بحرانی تیر نیروی 713 نیوتن است و در حالتی که این دما به 700 درجه کلوین می‌رسد نقطه شروع بار کمانش بحرانی 1267 می‌شود و برای دمای 1000 درجه کلوین کمانش در نیروی 1802 نیوتن اتفاق می‌افتد. یعنی با افزایش درجه حرارت بر حسب کلوین در تیر با توزیع FGO مقدار بار کمانش بحرانی افزایش و دامنه کمانش تیر کاهش پیدا می‌کند.

همانطور که از نتایج به دست آمده از شکل‌های (۴-۱۰) و (۴-۱۱) مشاهده می‌گردد با افزایش دما نقطه شروع بار کمانش بحرانی در تیر با توزیع FGX و FGO هم زمان اتفاق می‌افتد یعنی با افزایش دما کمانش در تیر با توزیع FGO و در تیر با توزیع FGX به صورت همزمان و در یک نقطه رخ می‌دهد.



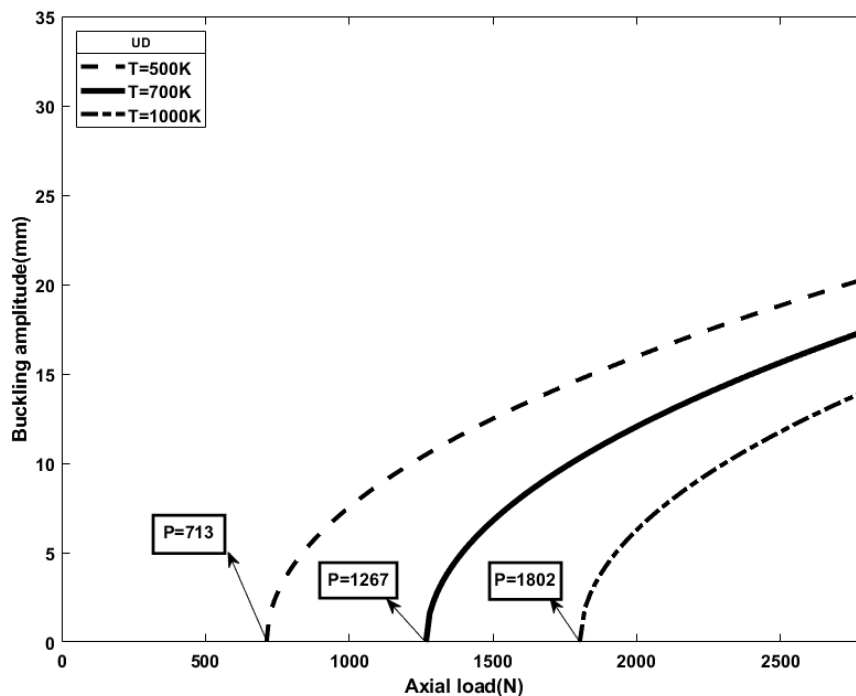
شکل (۴-۱۱) دامنه کمانش بر حسب بار برای تیر با تقویت کننده FGO.

همانگونه که در شکل (۴-۱۲) مشاهده می‌گردد دامنه کمانش تیر کامپوزیتی بر حسب بار در حالت توزیع یکنواخت (UD) مورد بررسی قرار گرفته است.

با توجه به شکل موجود مشخص می‌گردد که با افزایش دما دامنه کمانش تیر کاهش و نقطه شروع بار کمانش بحرانی افزایش می‌یابد.

به طور مثال، با توجه به شکل در دمای 500 درجه کلون شروع کمانش بحرانی تیر نیروی 713 نیوتن

باشد؛ در حالی که با افزایش دما و تغییر آن به 700 درجه کلون شروع کمانش بحرانی تیر نقطه 1267 نیوتن می‌شود؛ و نیز با افزایش مجدد دما و تغییر آن به 1000 درجه کلون شروع بار کمانش نقطه 1802 نیوتن می‌شود. این در حالی است که این افزایش بار کمانش بحرانی در تیر با توزیع FGX و تیر با توزیع UD و FGO به مقدار یکسانی می‌باشد.



شکل (۴-۱۲) دامنه کمانش بر حسب بار در حالت توزیع یکنواخت نانولوله کربنی در تیر.

همانطور که در شکل‌های ارائه شده نشان داده شد، رطوبت در افزایش و یا کاهش دامنه کمانش و بارهای کمانش بحرانی تأثیر قابل توجهی داشته و با افزایش غلظت رطوبت نقطه شروع بار کمانش بحرانی تغییر می‌کند. همچنین با توجه به نمونه‌های ذکر شده در بالا این تغییرات به نوع توزیع تقویت‌کننده‌ها هم بستگی داشت، و همچنین با توجه به شکل‌ها تغییرات دما نیز بر روی افزایش و یا کاهش دامنه کمانش و بارهای کمانش بحرانی تأثیر به‌سزایی دارد و افزایش درجه حرارت باعث کاهش دامنه کمانش و افزایش بار کمانش بحرانی می‌شود و این تغییرات به نوع توزیع تقویت‌کننده‌ها بستگی ندارد.

فصل ۵

نتیجه‌گیری و پیشنهادات

۵-۱- مقدمه

هر پژوهش، تلاشی منطقی، سازمان یافته و علمی برای دستیابی به پاسخ یک پرسش یا راه حل برای یک مسأله است. برای رسیدن به پاسخها و راه حلها که در حقیقت هدفهای اصلی یک پژوهش هستند باید مسیری طی شود که چگونگی طی این مسیر به عوامل گوناگونی چون ماهیت مسأله و پرسش و ... وابسته است. هر مسیر پژوهشی در واقع فرآیندی است که شامل گامها و مرحلههاست. پژوهش حاضر با هدف تحلیل کمانش تیرهای کامپوزیتی تقویت شده با نانولولههای کربنی متغیر تابعی در محیطهای هیگروترمال انجام شده است. گزارش حاضر در پنج فصل تدوین گشت. فصل اول به بیان کلیاتی در خصوص ضرورت انجام تحقیق، اهداف و سوالات تحقیق و توصیف اجمالی واژگان تخصصی اختصاص یافت. در فصل دوم مبانی نظری و پیشینه تحقیق و مطالعات مرتبط شرح داده شد. روش اجرای تحقیق و توضیحاتی در باب روش و ابزار گردآوری اطلاعات در فصل سوم ارائه شد. نتایج حاصل از تجزیه و تحلیل اطلاعات نیز در قالب شبیه سازی با نرم افزار MATLAB در فصل چهارم ارائه شد. فصل حاضر با عنوان فصل پنجم، به بیان خلاصه‌ای از نتایج تحقیق و نیز بحث در خصوص نتایج حاصله پرداخته و پس از یک نتیجه‌گیری کلی به بیان پیشنهادهایی جهت پیشرفت پژوهش‌های آتی می‌پردازد. در این فرآیند، نتایج پژوهش از اهمیت بسزایی برخوردار است، زیرا می‌تواند مبنایی برای رفع مشکلات یا بهبود وضعیت موجود شده و راه را برای رسیدن به وضعیت مطلوب هموار سازد.

۵-۲- نتیجه‌گیری

➤ با مقایسه نتایج در هر سه مدل UD، FGX و FGO در حالتی که فقط بار حرارتی به تیرها وارد شده است توزیع کمانش تیرها به صورت خطی بوده و اختلاف زیادی با یکدیگر ندارند؛ با این حال بار کمانش برای تیر با حالت توزیع FGO در کمترین مقدار ممکن نسبت به دو

حالت توزیع دیگر در تیر می‌باشد؛ ولی اختلاف زیاد نبوده و میتوان نتیجه گرفت مقدار بار حرارتی به تنهایی تأثیر چندانی بر روی کمانش تیرهای کامپوزیتی تقویت شده با نانولوله‌های کربنی ندارد.

➤ با مقایسه نتایج در هر سه مدل توزیع UD، FGX و FGO در حالتی که اثر رطوبت در تیرها لحاظ می‌شود و همچنین به تیرها نیرو نیز وارد می‌شود کمانش برای حالتی که توزیع نانولوله به صورت FGO می‌باشد زودتر از سایر موارد اتفاق افتاده و بیشترین میزان نیروی وارد شده برای کمانش در اثر وارد کردن نیرو مربوط به FGX می‌باشد که میتوان نتیجه گرفت در صورتی که عامل کمانش به تنهایی نیرو باشد تیر کامپوزیتی در حالت FGX عملکرد بهتری نسبت به حالت‌های دیگر دارد.

➤ با مقایسه نتایج در هر سه مدل توزیع UD، FGX و FGO در حالتی که اثر دما و نیرو با یکدیگر به تیرها وارد شود میزان کمانش در هر سه تیر به صورت یکسان بوده و تفاوت چندانی با یکدیگر ندارد در واقع میتوان اینگونه نتیجه گرفت که دما تأثیر چندانی بر تغییر کمانش در تیر با حالت‌های مختلف توزیع نانولوله‌های کربنی ندارد، و میتوان از این پارامتر برای مقایسه تیرها صرف نظر کرد.

۵-۳- پیشنهادات

با توجه به اهمیت این بحث و کاربرد آن در صنایع مکانیک و هوافضا نیاز به تحقیقات بیشتر در این زمینه امری ضروری به نظر می‌رسد. بنابراین موضوعات زیر برای ادامه کار پیشنهاد می‌گردند:

➤ تحلیل کمانش و پس‌کمانش تیر کامپوزیتی تقویت شده با نانولوله کربنی در محیط هیگروترمال با روش DQ و مقایسه با روش انجام شده

- تحلیل کمانش و پس‌کمانش تیر کامپوزیتی تقویت شده با نانولوله کربنی در محیط هیگروترمال به صورت تجربی (آزمایشگاهی)
- بررسی کمانش ورق و پوسته‌های کامپوزیتی تقویت شده با نانولوله‌های کربنی متغیر تابعی در محیط‌های هیگروترمال
- بررسی اثر نقص هندسی در تحلیل رفتار کمانشی تیرهای CNT

مراجع

1. Survey, J.M., "Structure and dynamics of the composites Industry (Abstract) ", 2005, <http://www.jeccomposites.com>.
2. Jones, R.M., Mechanics Of Composite Materials. 2nd ed. 1999: CRC Press.
3. CHou, T.W., McCullough.R.L, and R.B. Pipes, Composites, Scientific American, 1986, 254(10), pp. 193-203.
4. Schlarb, A.K., Grundlagen der Verbundwerkstoffe, in Arbeitsunterlagen zum Seminar, Entwicklung und Fertigung von Bauteilen aus langfaserverstärkten Faser-Kunststoff-Verbunden, Mannheim, Mai 2006, Germany, pp. 17-18.
5. م. بهشتی، و ا. رضادوست، "پلاستیکهای تقویت شده (کامپوزیت‌ها)", پژوهشگاه پلیمر و پتروشیمی ایران، ۱۳۸۴، صص ۳۹۳-۳۹۵.
6. <http://www.jeccomposites.com/events/jec-show-paris-2004>.
7. معین الدین، ح.س.، "مواد متغیر تابعی و روش ساخت آن"، مجله فنی مهندسی ساخت و تولید، ۱۳۹۲، ۴۵(۵۲)، صص ۳۹-۳۸.
8. Brock, j.R, "*nanostructured materials*", 1997, <http://www.nanotechnology.com>.
9. Iijima, S., "*Helical microtubules of graphitic carbon*", *nature*, 1991, 354, pp. 56-58.
10. Rafique, I., "*Exploration of epoxy resins, hardening systems, and epoxy/carbon nanotube composite designed for high performance materials*", Polymer-Plastics technology and engineering, 2016, 55(3), pp. 312-333.
11. Brush, D.O., and B.O. Almroth, "*Buckling of bars, plates, and shells*", 1975, McGraw-Hill, USA.
12. Eslami, M.R., "*Buckling and Postbuckling of beams, plates, and shells*", 2017: Springer International Publishing.
13. Matsunaga, H., "*Vibration and buckling of multilayered composite beams according to higher Order deformation theories*". *Journal of Sound and Vibration*, 2001, 246(1), pp. 47-62.
14. Reddy, J.N., "*A simple higher-order theory for laminated composite plates*", *Journal of Applied Mechanics*, 1984, 51(4), pp. 745-752.
15. Touratier, M., "*An efficient standard plate theory*", *International Journal of Engineering Science*, 1991, 29(8), pp. 901-916.
16. Karama, M., K.S. Afaq, and S. Mistou, "*Mechanical behaviour of laminated composite beam by the new multi-layered laminated composite structures model with transverse shear stress continuity*", *International Journal of Solids and Structures*, 2003, 40(6), pp. 1525-1546.
17. Carrera, E., G. Giunta, and M. Petrolo, "*Beam structures: classical and advanced theories*", 2011, John Wiley & Sons.
18. Timoshenko, S.P., "*On the correction for shear of the differential equation for transverse vibrations of prismatic bars*", *Philosophical Magazine*, 1921, 41, p. 744-746.

19. Khdeir, A. and J. Redd, "Buckling of cross-ply laminated beams with arbitrary boundary conditions", *Composite Structures*, 1997, 37(1), pp. 1-3.
20. Zhen, W. and C. Wanji, "An assessment of several displacement-based theories for the vibration and stability analysis of laminated composite and sandwich beams", *Composite Structures*, 2008, 84(4), pp. 337-349.
21. Emam, S.A. and A.H. Nayfeh, "Postbuckling and free vibrations of composite beams", *Composite Structures*, 2009, 88(4), pp. 636-642.
22. Emam, S.A., "Analysis of shear-deformable composite beams in postbuckling", *Composite Structures*, 2011, 94(1), pp. 24-30.
23. Mathew, T.C., G. Singh, and G.V. Rao, "Thermal buckling of cross-ply composite laminates", *Computers & structures*, 1992, 42(2), pp. 281-287.
24. Abramovich, H., "Thermal buckling of cross-ply composite laminates using a first-order shear deformation theory", *Composite structures*, 1994, 28(2), pp. 201-213.
25. Lee, J.J. and S. Choi, "Thermal buckling and postbuckling analysis of a laminated composite beam with embedded SMA actuators", *Composite Structures*, 1999, 47(1-4), pp. 695-703.
26. Aydogdu, M., "Thermal buckling analysis of cross-ply laminated composite beams with general boundary conditions", *Composites Science and Technology*, 2007, 67(6), pp. 1096-1104.
27. Vosoughi, A., et al., "Thermal buckling and postbuckling of laminated composite beams with temperature-dependent properties", *International Journal of Non-Linear Mechanics*, 2012, 47(3), pp. 96-102.
28. Joshi, O.K., "The effect of moisture on the shear properties of carbon fibre composites", *Composites*, 1983, 14(3), pp. 196-200.
29. Yang, J. and H.S. Shen, "Nonlinear bending analysis of shear deformable functionally graded plates subjected to thermo-mechanical loads under various boundary conditions", *Composites Part B: Engineering*, 2003, 34(2), pp. 103-115.
30. Ke, L.L., J. Yang, and S. Kitipornchai, "Nonlinear free vibration of functionally graded carbon nanotube-reinforced composite beams", *Composite Structures*, 2010, 92(3), pp. 676-683.
31. Ke, L.L., J. Yang, and S. Kitipornchai, "Dynamic stability of functionally graded carbon nanotube-reinforced composite beams", *Mechanics of Advanced Materials and Structures*, 2013, 20(1), pp. 28-37.
32. Yas, M., and N. Samadi, "Free vibrations and buckling analysis of carbon nanotube-reinforced composite timoshenko beams on elastic foundation", *International Journal of Pressure Vessels and Piping*, 2012, 98, pp. 119-128.
33. Shen, H.S., and C.-L. Zhang, "Thermal buckling and postbuckling behavior of functionally graded carbon nanotube-reinforced composite plates", *Materials & Design*, 2010, 31(7), pp. 3403-3411.
34. Shen, H.S., and Z.H. Zhu, "Buckling and postbuckling behavior of functionally graded nanotube-reinforced composite plates in thermal environments", 2010.
35. Mehrabadi, S., "Mechanical buckling of nanocomposite rectangular plate reinforced by aligned and straight single-walled carbon nanotubes", *Vol. 43*, 2012, pp. 2031–2040.

36. Shen, H.S., Thermal buckling and postbuckling behavior of functionally graded carbon nanotube-reinforced composite cylindrical shells. *Composites Part B: Engineering*, 2012. 43(3): p. 1030-1038.
37. Shen, H.S. and Y. Xiang, Nonlinear vibration of nanotube-reinforced composite cylindrical shells in thermal environments. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 2012. 213: p. 196-205.
38. Shen, H.S., and Y. Xiang, "Postbuckling of nanotube-reinforced composite cylindrical shells under combined axial and radial mechanical loads in thermal environment", *Composites Part B: Engineering*, 2013, 52, pp. 311-322.
39. Shen, H.S., "Torsional postbuckling of nanotube-reinforced composite cylindrical shells in thermal environments", *Composite Structures*, 2014, 116, pp. 477-488.
40. Mehrabadi, S.J., and B.S. Aragh, "Stress analysis of functionally graded open cylindrical shell reinforced by agglomerated carbon nanotubes" *Thin-Walled Structures*, 2014, 80, pp. 130-141.
41. Gkikas, G., N.M. Barkoula, and A. Paipetis, "Effect of dispersion conditions on the thermo-mechanical and toughness properties of multi walled carbon nanotubes-reinforced epoxy", *Composites Part B: Engineering*, 2012, 43(6), pp. 2697-2705.
42. Shen, H.S., "Postbuckling of nanotube-reinforced composite cylindrical shells in thermal environments, Part II: Pressure-loaded shells", *Composite Structures*, 2011, 93(10), pp. 2496-2503.
43. Alibeigloo, A. and K. Liew, "Thermoelastic analysis of functionally graded carbon nanotube-reinforced composite plate using theory of elasticity", *Composite Structures*, 2013, 106, pp. 873-881.
44. Lei, Z., K. Liew, and J. Yu, "Buckling analysis of functionally graded carbon nanotube-reinforced composite plates using the element-free kp-Ritz method", *Composite Structures*, 2013, 98, pp. 160-168.
45. Li, X.-F., "A unified approach for analyzing static and dynamic behaviors of functionally graded Timoshenko and Euler–Bernoulli beams", *Journal of Sound and vibration*, 2008, 318(4-5), pp. 1210-1229.
46. Thai, H.T., and T.P. Vo, "Bending and free vibration of functionally graded beams using various higher-order shear deformation beam theories", *International Journal of Mechanical Sciences*, 2012, 62(1), pp. 57-66.
47. Pradhan, K., and S. Chakraverty, "Free vibration of Euler and Timoshenko functionally graded beams by Rayleigh–Ritz method", *Composites Part B: Engineering*, 2013, 51, pp. 175-184.
48. Thomas, B., "Finite element modeling and free vibration analysis of functionally graded nanocomposite beams reinforced by randomly oriented carbon nanotubes", *Int. J. Theor. Appl. Res. Mech. Eng*, 2013, 2(4), pp. 2319-3182.
49. Mohammadimehr, M., and M. Mahmudian-Najafabadi, "Bending and free vibration analysis of nonlocal functionally graded nanocomposite Timoshenko beam model reinforced by SWBNNT based on modified coupled stress theory", *Journal of Nanostructures*, 2013, 3(4), pp. 483-492.
50. Heshmati, M., and M. Yas, "Free vibration analysis of functionally graded CNT-reinforced nanocomposite beam using Eshelby-Mori-Tanaka approach", *Journal of Mechanical Science and Technology*, 2013, 27(11), pp. 3403-3408.

51. Aydogdu, M., "Comparison of various Shear deformation theories for bending, buckling, and vibration of rectangular symmetric cross-ply Plate with simply supported edges", *Journal of Composite Materials*, 2006, 40(23), pp. 2143-2155.
52. Aydogdu, M., "A new shear deformation theory for laminated composite plates", *Composite Structures*, 2009, 89(1), pp. 94-101.
53. Wu, H., S. Kitipornchai, and J. Yang, "Imperfection sensitivity of thermal post-buckling behaviour of functionally graded carbon nanotube-reinforced composite beams", *Applied Mathematical Modelling*, 2017, 42, pp. 735-752.
54. Shen, H.S., and Z.-X. Wang, "Nonlinear analysis of shear deformable FGM beams resting on elastic foundations in thermal environments", *International Journal of Mechanical Sciences*, 2014, 81, pp. 195-206.
55. Shen, H.S., and Y. Xiang, "Nonlinear analysis of nanotube-reinforced composite beams resting on elastic foundations in thermal environments", *Engineering Structures*, 2013, 56, pp. 698-708.
56. Emam, S., and M. Eltaher, "Buckling and postbuckling of composite beams in hygrothermal environments. composite structures", 2016, 152, pp. 665-675.
57. Shen, H.S., "Nonlinear bending of functionally graded carbon nanotube-reinforced composite plates in thermal environments", *Composite Structures*, 2009, 91(1), pp. 9-19.
58. Vaz, M., J. Cyrino, and A. Neves, "Initial thermo-mechanical post-buckling of beams with temperature-dependent physical properties", *International Journal of Non-Linear Mechanics*, 2010, 45(3), pp. 256-262.
59. Asadi, H., "Exact solution for nonlinear thermal stability of hybrid laminated composite Timoshenko beams reinforced with SMA fibers", *Composite Structures*, 2014, 108, pp. 811-822.
60. Bouazza, M., "Hygrothermal effects on the postbuckling response of composite beams" *American Journal of Materials Research*, 2014, 1(2), pp. 35-43.
61. Cui, D., and H. Hu, Thermal buckling and natural vibration of the beam with an axial stick-slip-stop boundary, *Journal of Sound and Vibration*, 2014, 333(8), pp. 2271-2282.
62. Li, Z.M., and P. Qiao, "Thermal postbuckling analysis of anisotropic laminated beams with different boundary conditions resting on two-parameter elastic foundations", *European Journal of Mechanics-A/Solids*, 2015, 54, pp. 30-43.
63. Barton Jr, O., "Eigensensitivity analysis of moisture-related buckling of marine composite panels", *Ocean engineering*, 2007, 34(11-12), pp. 1543-1551.
64. Jiang, X., H. Kolstein, and F.S. Bijlaard, "Moisture diffusion in glass-fiber-reinforced polymer composite bridge under hot/wet environment" *Composites Part B: Engineering*, 2013, 45(1), pp. 407-416.
65. Shen, H.S., "Nonlinear analysis of functionally graded fiber reinforced composite laminated beams in hygrothermal environments", Part I: Theory and solutions, *Composite Structures*, 2015, 125, pp. 698-705.
66. Patel, B., M. Ganapathi, and D. Makhecha, "Hygrothermal effects on the structural behaviour of thick composite laminates using higher-order theory", *Composite Structures*, 2002, 56(1), pp. 25-34.

67. Adams, D.F., and A.K. Miller, "Hygrothermal microstresses in a unidirectional composite exhibiting inelastic material behavior", *Journal of Composite Materials*, 1977, 11(3), pp. 285-299.
68. Bowles, D.E., and S.S. Tompkins, "Prediction of coefficients of thermal expansion for unidirectional composites", *Journal of Composite Materials*, 1989, 23(4), pp. 370-388.
69. Shen, H.S., "Nonlinear analysis of functionally graded fiber reinforced composite laminated beams in hygrothermal environments", Part II: numerical results. *Composite Structures*, 2015, 125, p. 706-712.
70. Han, Y. and J. Elliott, "Molecular dynamics simulations of the elastic properties of polymer/carbon nanotube composites", *Computational Materials Science*, 2007, 39(2), pp. 315-323.

ABSTRACT

In present work, buckling behavior of functionally graded carbon nanotube-reinforced composite (FG-CNTRC) beams in hygrothermal environments based on different theories of shear deformation is investigated.

The material properties are significantly simulated in line with the beam thickness and the boundary conditions of the beam are considered simply support. The properties of these materials are dependent on temperature and humidity.

The distributions of temperature and humidity along the thickness line are uniform. In order to extract the equilibrium equation from shear deformation theories, the first and higher order shear deformation theories are used. The governing equations considering of the temperature and moisture are extracted using the energy method. The results of the research are verified with other references. The results show that the carbon nanotube- reinforced composite beam is much more resistant to buckling than graphite/epoxy composite beam.

The effects of various shear deformation theories on the temperature, moisture and amplitude of the buckling of FG-CNTRC is investigated. The FGX and FGO distributions of the FG-CNTRC beams have the highest and lowest buckling temperature, respectively.

Keywords:

Reinforced composite with carbon nanotubes, Functional variable beams, Thermal buckling, Moisture buckling, High-order shear deformation theory.



Faculty of Mechanical and Mechatronics Engineering

M.Sc. Thesis in Applied Airospaces Engineering

**Analysis of Buckling of Functionally Graded
Carbon Nanotubes-reinforced Composite Beams
in Hygrothermal Environments**

By: Zohreh Mazroei Sebdani

Under Supervision of:
Dr. Alireza Shaterzadeh

september 2019