





دانشکده مهندسی مکانیک و مکاترونیک

گروه طراحی کاربردی

پایان نامه کارشناسی ارشد

آنالیز ارتعاشی و حساسیت میکروسکوپ نیرو اتمی با تیر از جنس ماده هایپیرالاستیک

نگارنده:

صادق حبیب زاده خامنه

استاد راهنما:

دکتر اردشیر کرمی محمدی

بهمن ۱۳۹۷

شماره: ۱۵۵/۲۸۷/۳
تاریخ: ۹۷/۱۲/۴

باسمه تعالی



مدیریت تحصیلات تکمیلی

فرم شماره (۳) صورتجلسه نهایی دفاع از پایان نامه دوره کارشناسی ارشد

با نام و یاد خداوند متعال، ارزیابی جلسه دفاع از پایان نامه کارشناسی ارشد آقای صادق حبیب زاده خامنه با شماره دانشجویی ۹۴۳۹۶۸۴ رشته مهندسی مکانیک گرایش طراحی کاربردی تحت عنوان آنالیز ارتعاشی و حساسیت میکروسکوپ نیرو اتمی با تیر از جنس ماده هایپرالاستیک که در تاریخ ۱۳۹۷/۱۱/۷ با حضور هیأت محترم داوران در دانشگاه صنعتی شاهرود برگزار گردید به شرح ذیل اعلام می گردد:

قبول (با درجه: <input checked="" type="checkbox"/> عالی / <input type="checkbox"/> خوب)			
نوع تحقیق: <input checked="" type="checkbox"/> نظری / <input type="checkbox"/> عملی			
<input type="checkbox"/> مردود			
عضو هیأت داوران	نام و نام خانوادگی	مرتبه علمی	امضاء
۱- استاد راهنمای اول	دکتر اردشیر گرمی محمدی	دانشیار	
۲- استاد راهنمای دوم	-----	-----	-----
۳- استاد مشاور	-----	-----	-----
۴- نماینده تحصیلات تکمیلی	دکتر علی سینا	استادیار	
۵- استاد ممتحن اول	دکتر حبیب احمدی	استادیار	
۶- استاد ممتحن دوم	دکتر مهدی پامداد	استادیار	

نام و نام خانوادگی رئیس دانشکده: دکتر محمد محسن شاه مردان

تاریخ و امضاء و مهر دانشکده:

تصوه: در صورتی که کسی مردود شود حداکثر یکبار دیگر (در مدت مجاز تحصیل) می تواند از پایان نامه خود دفاع نماید (دفاع مجدد نباید زودتر از ۴ ماه برگزار شود).

تقدیم به پدر و مادر عزیز و مهربانم

به پاس تعبیر عظیم و انسانی شان از کلمه ایثار و از خودگذشتگی

به پاس عاطفه سرشار و گرمای امیدبخش وجودشان که در سردترین روزگاران بهترین پشتیبان است

به پاس قلبهای بزرگشان که فریادرس است و سرگردانی و ترس در پناهشان به شجاعت می‌گراید

و به پاس محبت‌های بی دریغشان که هرگز فروکش نمی‌کند

"و تقدیم به خانواده مهربانم که در تمام طول تحصیل همراه و همگام من بوده است."

سپاسگزاری

از جناب آقای دکتر اردشیر کرمی محمدی که در کمال سعه صدر، با حسن خلق و فروتنی، از هیچ کمکی در این عرصه بر من دریغ ننمودند و زحمت راهنمایی این پایان نامه را بر عهده گرفتند، کمال تشکر و قدردانی رادارم.

تعهدنامه

این جانب صادق حبیب زاده خامنه دانشجوی دوره کارشناسی ارشد رشته مهندسی مکانیک گرایش طراحی کاربردی دانشکده مهندسی مکانیک دانشگاه صنعتی شاهرود نویسنده پایان نامه آنالیز ارتعاشی و حساسیت میکروسکوپ نیرو اتمی با تیر از جنس ماده های پیرالاستیک تحت راهنمایی دکتر اردشیر کرمی محمدی متعهد می شوم.

- تحقیقات در این پایان نامه توسط این جانب انجام شده است و از صحت و اصالت برخوردار است.
- در استفاده از نتایج پژوهش های محققان دیگر به مرجع مورداستفاده استناد شده است.
- مطالب مندرج در پایان نامه تاکنون توسط خود یا فرد دیگری برای دریافت هیچ نوع مدرک یا امتیازی در هیچ جا ارائه نشده است.
- کلیه حقوق معنوی این اثر متعلق به دانشگاه صنعتی شاهرود است و مقالات مستخرج بانام "دانشگاه صنعتی شاهرود" و یا " Shahrood University of Technology " به چاپ خواهد رسید.
- حقوق معنوی تمام افرادی که در به دست آمدن نتایج اصلی پایان نامه تأثیرگذار بوده اند در مقالات مستخرج از پایان نامه رعایت می گردد.
- در کلیه مراحل انجام این پایان نامه، در مواردی که از موجود زنده (یا بافت های آن ها) استفاده شده است ضوابط و اصول اخلاقی رعایت شده است.
- در کلیه مراحل انجام این پایان نامه، در مواردی که به حوزه اطلاعات شخصی افراد دسترسی یافته یا استفاده شده است اصل رازداری ، ضوابط و اصول اخلاق انسانی رعایت شده است.

تاریخ

امضای دانشجو

مالکیت نتایج و حق نشر

- کلیه حقوق معنوی این اثر و محصولات آن (مقالات مستخرج، کتاب، برنامه های رایانه ای، نرم افزارها و تجهیزات ساخته شده است) متعلق به دانشگاه صنعتی شاهرود است. این مطلب باید به نحو مقتضی در تولیدات علمی مربوطه ذکر شود.
- استفاده از اطلاعات و نتایج موجود در پایان نامه بدون ذکر مرجع مجاز نیست.

چکیده

در این پایان‌نامه رفتارهای ارتعاشاتی و حساسیت تیر میکروسکوپ نیرو اتمی که از ماده هایپرالاستیک ساخته شده مورد بررسی و تحلیل قرار گرفته است. مواد هایپرالاستیک ذاتاً رفتار غیرخطی دارند و در این جا بررسی پارامترها و عوامل مختلف، نظیر ابعاد هندسی میکروتیر و نوک، جنس ماده میکروتیر بر رفتار ارتعاشاتی میکروتیر میکروسکوپ، حساسیت میکروتیر AFM و تحقیق در مورد تأثیر ماده هایپرالاستیک بر روی فرکانس و حساسیت AFM مورد نظر است. به علت دامنه پایین نوسان در مد تماسی، نیروهای برهم‌کنش بین نوک و سطح نمونه به صورت خطی فرض شده‌اند. برای به دست آوردن معادلات حاکم از روش همپلتون استفاده می‌شود، و برای انرژی کرنشی ماده هایپرالاستیک از مدل یئو استفاده شده است.

ارتعاش آزاد میکروتیر با استفاده از مدل اویلر برنولی با شرایط مرزی یکسر گیردار با جرم و فنر در انتها و با در نظر گرفتن مدل‌های هایپرالاستیک یئو بررسی می‌گردد. اثر پارامترهای مختلف همچون شماره مد، طول، ضخامت، جرم مؤثر، طول مخروط انتها تیر و نسبت لاغری، بر فرکانس بی‌بعد مورد مطالعه قرار می‌گیرد. در حل معادلات غیرخطی حاکم از روش‌های نیمه تحلیلی و تقریبی پوانکاره و گلرکین استفاده می‌شود.

مقادیر فرکانس و حساسیت برای میکروتیر AFM از جنس هایپرالاستیک افزایش زیادی نسبت به حالت معمول آن داشته است. پارامتر سختی عمودی تأثیر بسیار زیادی روی فرکانس و حساسیت AFM دارد، به طوری در مقادیر خیلی زیاد سختی عمودی تغییرات پارامترهندسی دیگر به چشم نمی‌آید. تا کنون هیچ تحلیل و بررسی در مورد کاربرد این مواد در میکروتیر میکروسکپ انجام نشده و نتایج به دست آمده به‌عنوان اولین نتایج در این زمینه است.

کلید واژگان: میکروسکوپ نیرو اتمی، ماده هایپرالاستیک، رفتار ارتعاشی، مدل یئو، حساسیت.

فهرست مطالب

فصل اول: کلیات میکروسکوپ نیرو اتمی با تیری از جنس های پیرالاستیک.....	۱
۱-۱- مقدمه.....	۲
۲-۱- تکنولوژی پراب روبش: مفاهیم بنیادی.....	۳
۱-۲-۱- میکروسکوپ نیرو اتمی شبه استاتیکی.....	۷
۲-۲-۱- میکروسکوپ نیرو اتمی دینامیکی.....	۸
۳-۲-۱- دقت میکروسکوپ نیرو اتمی.....	۱۰
۴-۲-۱- کاربردهای میکروسکوپ نیرو اتمی.....	۱۱
۳-۱- میکروتیر های متداول میکروسکوپ نیرو اتمی.....	۱۲
۴-۱- مدهای معمول میکروسکوپ نیرو اتمی.....	۱۳
۱-۴-۱- مد تماسی.....	۱۳
۲-۴-۱- مد غیر تماسی.....	۱۴
۳-۴-۱- مد متناوب.....	۱۴
۵-۱- نیروهای برهم کنش بین نوک و سطح نمونه.....	۱۵
۱-۵-۱- نیروهای واندروالسی.....	۱۷
۲-۵-۱- نیروهای موئینگی.....	۱۷
۳-۵-۱- نیروهای چسبندگی.....	۱۸
۴-۵-۱- نیروهای الکترواستاتیک.....	۱۹
۵-۵-۱- نیروهای مغناطیسی.....	۱۹
۶-۵-۱- نیروهای اصطکاکی.....	۱۹
۶-۱- تماس بین نوک و نمونه در میکروسکوپ نیرو اتمی.....	۱۹
۱-۶-۱- مدل تماسی هرتزین.....	۲۰
۲-۶-۱- مدل تماس JKR.....	۲۰
۳-۶-۱- مدل تماسی DMT.....	۲۱
۴-۶-۱- مدل تماسی موگیس.....	۲۱

۲۱	۷-۱- لاستیک
۲۱	۱-۷-۱- مرور تاریخی
۲۴	۲-۷-۱- ویژگی‌های مکانیکی لاستیک
۲۸	۸-۱- الاستیسیته غیر خطی
۲۸	۱-۸-۱- هایپرالاستیسیته
۳۰	۲-۸-۱- محاسبه رابطه تنش- کرنش از چگالی انرژی تغییر شکل [۳۲]
۳۱	۹-۱- مدل‌های سازگاری
۳۱	۱-۹-۱- مدل‌های پدیدارشناختی [۳۳]
۳۴	۲-۹-۱- مدل‌های فیزیکی [۳۳]
۳۵	۱۰-۱- تست‌های تعیین پارامترها ماده
۳۶	۱-۱۰-۱- تست کشش تک‌محوره
۳۷	۲-۱۰-۱- تست برش صفحه‌ای
۳۸	۳-۱۰-۱- تست کشش دو محوره
۴۵	۲- فصل دوم: مرور مقالات
۴۶	۱-۲- میکروسکوپ نیرواتمی
۵۰	۲-۲- هایپرالاستیک
۵۵	۳- فصل سوم: مدل‌سازی ریاضی
۵۶	۱-۳- مقدمه
۵۶	۲-۳- مدل ارتعاشاتی کلی برای تیر یکسر درگیر میکروسکوپ نیرواتمی
۵۷	۳-۳- تیر مستطیل شکل
۵۸	۴-۳- اصل همپلتون
	۵-۳- ارتعاش آزاد میکروتیر با شرط مرزی تکیه‌گاه ساده، تئوری اویلر برنولی و مدل‌های چندجمله‌ای
۵۸	هایپرالاستیک یئو
۶۱	۱-۵-۳- استخراج معادله حاکم بر مدل یئو
۶۵	۳-۶- بی‌بعد سازی و خطی سازی معادله حاکم

۶۷	۴- فصل چهارم: تحلیل خطی
۶۸	۴-۱- ارتعاشات خطی میکروتیر متداول میکروسکوپ نیرو اتمی
۶۹	۴-۲- حل معادله خطی و بررسی فرکانس و حساسیت
۷۴	۴-۳- تحلیل فرکانس‌های بی‌بعد AFM
۷۶	۴-۳-۱- تأثیر تغییرات نسبت طول به ضخامت بر روی فرکانس بی‌بعد اول و دوم
۷۹	۴-۳-۲- تأثیر تغییرات جرم بی‌بعد بر روی فرکانس بی‌بعد اول و دوم
۸۰	۴-۳-۳- تأثیر اندازه طول نوک میکروتیر AFM بر روی فرکانس بی‌بعد اول و دوم
۸۳	۴-۴- تحلیل حساسیت‌های بی‌بعد AFM
۸۴	۴-۴-۱- تأثیر تغییرات نسبت طول به ضخامت بر روی حساسیت بی‌بعد اول و دوم
۸۷	۴-۴-۱- تأثیر تغییرات جرم بی‌بعد نوک بر روی حساسیت بی‌بعد اول و دوم
۸۸	۴-۴-۲- تأثیر تغییرات طول نوک میکروتیر بر روی حساسیت بی‌بعد اول و دوم
۹۱	۵- فصل پنجم: تحلیل غیرخطی
۹۲	۵-۱- مقدمه
۹۳	۵-۲- تئوری اغتشاشات
۹۳	۵-۳- روش مختصات کشیده شده (Strained Coordinate)
۹۴	۵-۴- تحلیل غیرخطی میکروتیر AFM از جنس ماده هایپرالاستیک
۱۰۰	۵-۵- تحلیل تأثیر جرم بر رفتار غیرخطی میکروتیر AFM
۱۰۲	۵-۶- بررسی پاسخ زمانی میکروتیر AFM
۱۰۵	۵-۷- بررسی پارامترهای مؤثر بر فرکانس غیرخطی AFM
۱۰۵	۵-۷-۱- بررسی تأثیر سختی عمودی بر فرکانس غیرخطی AFM
۱۰۶	۵-۷-۲- بررسی تأثیر نسبت طول به ضخامت بر فرکانس غیرخطی AFM
۱۰۸	۵-۷-۳- بررسی تغییرات دامنه بر فرکانس غیرخطی AFM
۱۱۱	۶- نتیجه‌گیری
۱۱۲	۶-۱- نتیجه‌گیری

۱۱۵.....۲-۶- پیشنهاد برای کارهای آینده.....

۱۱۶.....۷- مراجع.....

فهرست جدول‌ها

- جدول ۱-۱: لیست برخی مدل‌ها به همراه تعداد پارامترهای مجهول [۳۳]..... ۳۵
- جدول ۲-۱: مشخصه‌های استاندارد برای تست کشش [۳۵]..... ۳۷
- جدول ۳-۱: نتایج انطباق با تست کشش تک‌محوره [۳۵]..... ۴۱
- جدول ۴-۱: نتایج انطباق با سه تست [۳۵]..... ۴۱
- جدول ۱-۴: پارامترهای میکروسکوپ نیرو اتمی [۷۶]، [۸۲]..... ۷۱

فهرست شکل‌ها

- شکل ۱-۱ اجزای یک دستگاه پروب روبشی ۴
- شکل ۲-۱: (a) اصول عملکرد میکروسکوپ نیرو اتمی; (b) شماتیک یک میکروسکوپ نیرو اتمی و اجزا الکتریکی مورد استفاده در آن [۵] ۵
- شکل ۳-۱: تأثیر تیزی نوک بر دقت میکروسکوپ نیرو اتمی [۱۲] ۱۱
- شکل ۴-۱ انواع میکروتیر های متداول میکروسکوپ نیرو اتمی ۱۲
- شکل ۵-۱ نمودار متداول برای نیرو در برابر تغییرات فاصله بین نوک و سطح نمونه در میکروسکوپ نیرو اتمی [۲۰] ۱۶
- شکل ۶-۱ نیروی موئینگی بین نوک و سطح به دلیل تشکیل آب بین آن‌ها ۱۸
- شکل ۷-۱ بیان شماتیک تئوری مولکول‌ها با زنجیره بلند: الف) مولکول‌های لاستیک طبیعی ب) اتصال عرضی- تقویت شده مولکول‌های لاستیک طبیعی [۲۶] ۲۲
- شکل ۸-۱: بیان کیفی رابطه غیرخطی تنش- کرنش در مواد لاستیکی که نشان از نرم شوندگی اولیه و سخت‌شوندگی در محدوده کشیدگی ماده دارد [۲۹] ۲۳
- شکل ۹-۱: بردار ترکشن و نرمال روی نقطه P [۲۹] ۲۷
- شکل ۱۰-۱: تست کشش تک‌محوره [۳۵] ۳۶
- شکل ۱۱-۱: اندازه‌های موردنظر نمونه تست [۳۵] ۳۷
- شکل ۱۲-۱: تست برش صفحه‌ای [۳۵] ۳۸
- شکل ۱۳-۱: نمونه تست برای کشش دو محوره [۳۹] ۳۸
- شکل ۱۴-۱: منحنی تنش- کرنش آزمایشگاهی برای الاستومر [۳۵] ۳۹
- شکل ۱۵-۱: تعیین ضرایب مدل از طریق دو مجموعه تست [۳۵] ۴۰
- شکل ۱-۳ شماتیکی از تیر میکروسکوپ نیرو اتمی و نوک ضمیمه شده ۵۷
- شکل ۲-۳: شماتیک یک تیر متداول میکروسکوپ نیرو اتمی در تماس با سطح نمونه [۷۶] ۵۹
- شکل ۳-۳: تیر اویلر برنولی تحت خمش [۹۶] ۶۰
- شکل ۱-۴ خیزهای میکروتیر AFM برای چهار مد اول ۷۲
- شکل ۲-۴: بررسی تأثیر جرم مؤثر بی‌بعد در مد اول بر روی خیز میکروتیر هایپرالاستیک AFM ۷۳
- شکل ۳-۴: بررسی تأثیر جرم مؤثر بی‌بعد در مد دوم بر روی خیز میکروتیر هایپرالاستیک AFM ۷۳
- شکل ۴-۴: بررسی تأثیر سختی عمودی در مد دوم بر روی خیز میکروتیر هایپرالاستیک AFM ۷۴
- شکل ۵-۴: نمودار فرکانس خطی بی‌بعد اول بر حسب سختی عمودی ۷۵
- شکل ۶-۴: نمودار فرکانس خطی بی‌بعد دوم بر حسب سختی عمودی ۷۵
- شکل ۷-۴: نمودار فرکانس خطی بی‌بعد اول بر حسب $Kn * L/d$ مختلف ۷۷

- شکل ۴-۸: بررسی فرکانس تشدید در مود اول برحسب سختی عمودی در تئوری گرادیان کرنشی [۷۶]..... ۷۷
- شکل ۴-۹: نمودار فرکانس خطی بی‌بعد دوم برحسب Kn برای L/d مختلف..... ۷۸
- شکل ۴-۱۰: بررسی فرکانس تشدید در مود دوم برحسب سختی عمودی در تئوری گرادیان کرنشی [۷۶]..... ۷۸
- شکل ۴-۱۱: نمودار تأثیرات جرم بی‌بعد نوک مختلف نسبت به سختی عمودی برای فرکانس اول بی‌بعد..... ۷۹
- شکل ۴-۱۲: نمودار تأثیرات جرم بی‌بعد نوک مختلف نسبت به سختی عمودی برای فرکانس دوم بی‌بعد..... ۸۰
- شکل ۴-۱۳: نمودار تأثیرات تغییرات طول نوک میکروتیر نسبت به سختی عمودی برای فرکانس اول بی‌بعد..... ۸۱
- شکل ۴-۱۴: نمودار تأثیرات تغییرات طول نوک میکروتیر نسبت به سختی عمودی برای فرکانس دوم بی‌بعد..... ۸۱
- شکل ۴-۱۵: نمودار تأثیرات تغییرات طول نوک میکروتیر نسبت به سختی عمودی برای فرکانس [۹۷]..... ۸۲
- شکل ۴-۱۶: نمودار حساسیت مد اول میکروسکوپ نیرواومی از جنس ماده هایپرالاستیک..... ۸۳
- شکل ۴-۱۷: نمودار حساسیت مد دوم میکروسکوپ نیرواومی با تیری از جنس ماده هایپرالاستیک..... ۸۴
- شکل ۴-۱۸: بررسی حساسیت مد اول برحسب سختی عمودی برای نسبت طول به ضخامت مختلف..... ۸۵
- شکل ۴-۱۹: بررسی حساسیت مد اول برحسب سختی عمودی در تئوری گرادیان کرنشی [۷۶]..... ۸۵
- شکل ۴-۲۰: بررسی حساسیت مد دوم برحسب سختی عمودی برای نسبت طول به ضخامت مختلف..... ۸۶
- شکل ۴-۲۱: بررسی حساسیت مد دوم برحسب سختی عمودی در تئوری گرادیان کرنشی [۷۶]..... ۸۶
- شکل ۴-۲۲: تأثیرات جرم بی‌بعد نوک بر روی حساسیت مد اول..... ۸۷
- شکل ۴-۲۳: تأثیرات جرم بی‌بعد نوک بر روی حساسیت مد دوم..... ۸۸
- شکل ۴-۲۴: تأثیرات تغییرات طول نوک میکروتیر نسبت به سختی عمودی برای حساسیت بی‌بعد مد اول..... ۸۹
- شکل ۴-۲۵: تأثیرات تغییرات طول نوک میکروتیر نسبت به سختی عمودی برای حساسیت بی‌بعد مد دوم..... ۸۹
- شکل ۵-۱: خیزهای میکروتیر AFM برای چهار مد اول..... ۹۹
- شکل ۵-۲: خیز میکروتیر تکیه‌گاه یکسر گیردار برای مد اول در زمان‌های مختلف..... ۹۹
- شکل ۵-۳: بررسی تأثیر مقدار سختی عمودی بر روی خیز میکروتیر AFM در مد دوم..... ۱۰۰
- شکل ۵-۴: بررسی تأثیر تغییرات مقدار جرم مؤثر بی‌بعد بر روی خیز میکروتیر AFM در مد اول..... ۱۰۱
- شکل ۵-۵: بررسی تأثیر تغییرات مقدار جرم مؤثر بی‌بعد بر روی خیز میکروتیر AFM در مد دوم..... ۱۰۱
- شکل ۵-۶: پاسخ زمانی میکروتیر یکسر درگیر در مود اول..... ۱۰۲
- شکل ۵-۷: پاسخ زمانی میکروتیر یکسر درگیر در مود دوم..... ۱۰۲
- شکل ۵-۸: پاسخ زمانی مد اول میکروتیر در $x = 0.3$ ۱۰۳
- شکل ۵-۹: پاسخ زمانی مد اول میکروتیر در $x = 0.6$ ۱۰۳
- شکل ۵-۱۰: پاسخ زمانی مد اول میکروتیر در $x = 0.9$ ۱۰۴
- شکل ۵-۱۱: بررسی تأثیر پاسخ زمانی میکروتیر در اثر تغییرات جرم نوک تیر در مد اول..... ۱۰۴
- شکل ۵-۱۲: اثر تغییرات سختی عمودی بر فرکانس غیرخطی میکروسکوپ نیرو اومی در مود اول..... ۱۰۶

- شکل ۵-۱۳: اثر نسبت منظر بر فرکانس غیرخطی میکروتیر میکروسکوپ نیرو اتمی در مود اول ۱۰۶
- شکل ۵-۱۴: اثر نسبت منظر بر فرکانس غیرخطی میکروتیر میکروسکوپ نیرو اتمی در مود دوم ۱۰۷
- شکل ۵-۱۵: اثر نسبت منظر بر فرکانس غیرخطی میکروتیر میکروسکوپ نیرو اتمی در مود سوم ۱۰۷
- شکل ۵-۱۶: اثر دامنه بر فرکانس غیرخطی میکروتیر میکروسکوپ نیرو اتمی در مود اول ۱۰۸
- شکل ۵-۱۷: اثر دامنه بر فرکانس غیرخطی میکروتیر میکروسکوپ نیرو اتمی در مود دوم ۱۰۹
- شکل ۵-۱۸: اثر دامنه بر فرکانس غیرخطی میکروتیر میکروسکوپ نیرو اتمی در مود سوم ۱۰۹

فهرست علائم

علائم لاتین

$A(\mu\text{m}^2)$	سطح مقطع
B	تانسور چپ کوشی-گرین
$b(\mu\text{m})$	عرض میکروتیر
C	تانسور راست کوشی-گرین
c_1, c_2, c_3	ثوابت مدل یئو
$d(\mu\text{m})$	ضخامت میکروتیر
E	کرنش لاگرانژی
F	تانسور گرادیان تغییر شکل
I_i	ثوابت کرنش
k_n	سختی نرمال
k_t	سختی جانبی
$L(\mu\text{m})$	طول میکروتیر
$m_t(\text{kg})$	جرم نوک مخروط
$q(\mu\text{m})$	طول نوک مخروط میکروتیر
T	انرژی جنبشی
Π	انرژی پتانسیل

u, v, w مؤلفه‌های جابجایی در راستای محورهای x, y, z

W چگالی انرژی کرنشی

ω_{dim} فرکانس با بعد خطی

ω (rad/s) فرکانس خطی بی‌بعد

$w(x, t)$ خیز تیر

S حساسیت میکروسکوپ نیرو اتمی

• علائم یونانی

σ تانسور تنش

δ تابع دلتا کرانکر

λ_i نسبت‌های کشیدگی

ε پارامتر کوچک اغتشاشی

ε_i مؤلفه کرنش

ρ (kg/m³) چگالی

• بالانویس‌ها

*

بی‌بعد

۱- فصل اول: کلیات میکروسکوپ نیرو اتمی با تیری از

جنس های پیرالاستیک

امروزه به دلیل نیازهای گسترده به شناخت فناوری‌های کلیدی و پیشرفت در عرصه فناوری نانو، به‌طور حتم نیاز فراوان به بالا بردن وضوح تصاویر تهیه‌شده در این مقیاس است. از میکروسکوپ نیرو اتمی^۱ به‌طور عمده برای مطالعه تصاویر سه‌بعدی مواد مختلف و اندازه‌گیری نیروهای بین مولکولی مواد در علوم مختلف نظیر علوم پزشکی و علوم مهندسی استفاده می‌گردد. [۱-۲]. با توجه به تناوب اختصاص جوایز نوبلی که در چند دهه گذشته به مخترعان و محققان که در این فیلد فعالیت می‌کردند، می‌توان به اهمیت این دستگاه پی برد.

میکروسکوپ پراب روبشی^۲ دارای حوزه عملکرد گسترده است که در آن‌ها از یک نوک تیز^۳ جهت روبش استفاده شده است تا بتواند خصوصیات سطح، نظیر تصویر سه‌بعدی سطح، نیرو، سختی و رسانایی ماده را اندازه‌گیری نماید. میکروسکوپ‌های پراب روبشی یکی از ضروری‌ترین دستگاه‌ها برای ساخت مواد در مقیاس‌های از چند میکرون تا کمتر از یک نانومتر است. حساسیت بسیار بالای آن‌ها در تشخیص نیروهای به کوچکی 10^{-18} نیوتن، این دستگاه را قادر ساخته تا به‌عنوان ابزارهای برای تصویربرداری سه‌بعدی از ساختار مولکول‌ها به کار برده شوند.

در سال ۸۱-۱۹۸۰ بینینگ و رهبر [۳] در لابراتوار تحقیقاتی زوریخ به نام IBM مشغول تحقیق بودند، موفق به اختراع اولین نوع میکروسکوپ پراب روبشی شدند و آن را میکروسکوپ جریان روبشی STM^۴ نامیدند. که در سال ۱۹۸۶ جایزه نوبل را برای آن‌ها ارمغان آورد. تحولی که STM در حوزه میکروسکوپ‌ها به وجود آورد و روش پراب روبشی SPM را بنیان نهاد، اگر پراهمیت‌تر از پیشرفت در دقت میکروسکوپ‌ها نباشد، کم‌اهمیت‌تر نیست.

¹ Atomic Force Microscopy

² Scanning probe Microscopy

³ Tip

⁴ Scanning Tunneling Microscopy

STM، تنها می‌تواند بر روی سطوح رسانا عمل کند و از این جهت دارای محدودیت است. در سال ۱۹۹۶ بینینگ و گربر [۴] توانستند با اتصال یک حساسه^۱ خیلی کوچک به انتهای یک تیر یکسر درگیر^۲، برای حس کردن بروی اجسام چه رسانا و چه غیر رسانا، عضو جدیدی از خانواده میکروسکوپ-های پراب روبشی را اختراع کنند که آن را میکروسکوپ نیرو اتمی AFM نامیدند.

هدف از این فصل، ارائه مقدمه‌ای مختصر و کلی در مورد میکروسکوپ پراب روبشی اما به صورت ویژه در مورد میکروسکوپ نیرو اتمی و کاربردهای آن در علوم است.

۱-۲- تکنولوژی پراب روبش: مفاهیم بنیادی

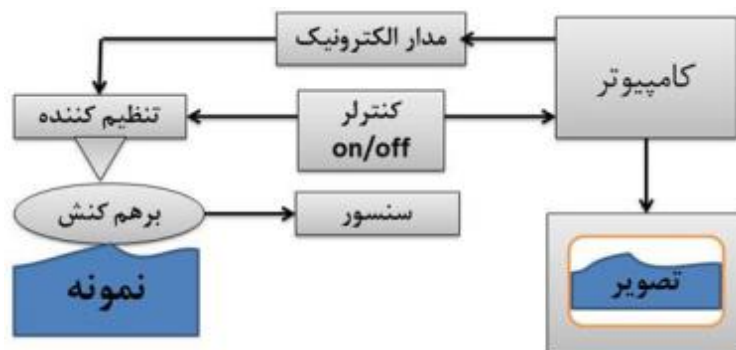
تمامی روش‌هایی که در زمره روش‌های پراب روبشی قرار می‌گیرند، باید دو شرط اصلی را داشته باشند: روبش و عملکرد نوک در نزدیکی میدان. عملکرد نوک در نزدیکی میدان به این معناست که نوک روبش کننده به اندازه کافی نزدیک به سطح نمونه حرکت کند. برای تصویربرداری از سطح نمونه ابتدا نوک در راستای طولی سطح نمونه روبش می‌کند تا نقشه محلی سطح، یعنی نقشه دوبعدی سطح نمونه حاصل گردد. با قرار دادن نقشه محلی در برابر موقعیت عرض نوک در هر لحظه، نقشه هندسی سه‌بعدی سطح بدست می‌آید. هنگامی که نوک سطح را روبش می‌کند، یک برهم‌کنش دینامیکی متغیر بین سطح نمونه به وجود می‌آید. اگر فاصله نوک و سطح در حد چند نانومتر باشد، نیروهای واندروالسی بین نوک و سطح ایجاد می‌شود. اگر علاوه بر این یک اختلاف پتانسیل الکتریکی به صورت خارجی اعمال شود، برهم‌کنش الکترواستاتیکی اتفاق می‌افتد. اگر جنس نوک و نمونه هردو از مواد فرو مغناطیس باشد، نیروهای مگنواستاتیکی ایجاد خواهد شد. در صورتی که فاصله نوک و نمونه به حدود یک نانومتر کاهش یابد، یک جریان محلی بین نمونه و سطح پیدا خواهد شد. البته این در صورتی است که هردوی آنها رسانا یا نیمه رسانا باشند.

¹ Probe

² Cantilever

اگر حساسه قادر به جذب یا انتشار اشعه در مقیاس پایین تر از طول موج باشد، سطح نمونه را می توان پایین تر از محدوده انتشار (پراش) تصویربرداری نمود. از این اصل در SNOM¹ استفاده می شود.

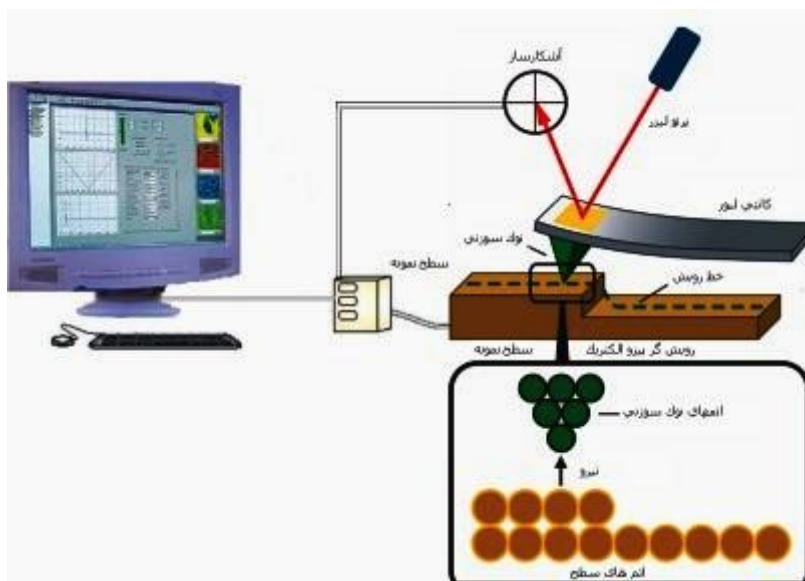
برهم کنش های دیگری نیز بین نوک و سطح وجود دارد که شامل آکوستیک میدان نزدیک، انتقال یون یا حرارت می باشند. صرف نظر از نوع پیکربندی نوک و سطح از پارامترهای اعمالی خارجی، برهم کنش های به وجود آمده بین نوک و سطح می توانند تحت تأثیر شرایط محیطی، چه محیط های گازی و چه مایع قرار گیرند. عملکرد میدان نزدیک، پیش نیازی جهت بدست آوردن دقت بالای سه بعدی به وسیله شکستن محدوده پراش است. اگرچه در عمل برای بدست آوردن وضوح بالا، باید از پتانسیلی جهت ثابت نگه داشتن نوک در منطقه میدان نزدیک در برابر موقعیت عمودی آن استفاده کرد و جایگیری عرضی باید به حد کافی دقیق باشد. برای اولین بار بینینگ و روهرر [۳] در سال ۱۹۸۲ توانستند به وسیله یک آرایش منظم لوله های پیزوالکتریک، به صورت یک سه پایه، به موقعیت یابی سه بعدی دست یابند. ضروری است که همواره نوک در میدان نزدیک برهم کنش بین نوک با نمونه نگاه داشته شود (شکل ۱-۱). در STM این برهم کنش ها با ایجاد یک جریان که بسیار وابسته به فاصله بین نوک و نمونه است، خود را نشان می دهد که تغییرات در فاصله به اندازه قطر اتم، بزرگی جریان را به طور چشمگیری تغییر می دهد. بنابراین کنترل فاصله بین نوک و نمونه به وسیله یک مکانیزم فیدبک کنترل که برهم کنش ایجاد شده را همواره ثابت نگاه دارد، ضروری هست.



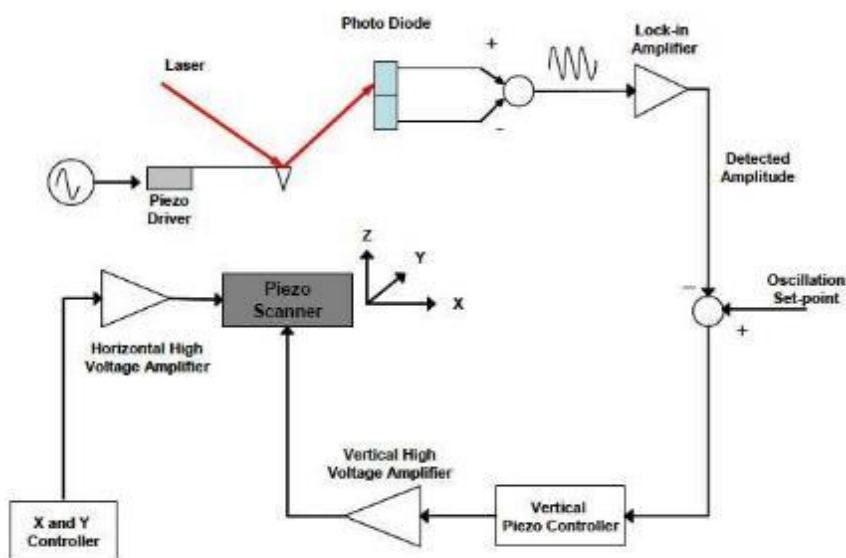
شکل ۱-۱ اجزای یک دستگاه پروب روبشی

¹ Scanning Near-Field Optical Microscopy

اصول عملکرد میکروسکوپ نیرو اتمی به زبان ساده را می‌توان به صورت شکل ۲-۱ (a) و (b) نشان داد. یک تیر نوک تیز با مکانیزم فیدبک که در انتهای تیر یکسر درگیر متصل شده است و به طور معمول شعاعی در حدود ۱۰ تا ۲۰ نانومتر دارد، سطح را روبش می‌نماید. هنگامی که نوک سطح را روبش می‌نماید، دچار خیز شده یا در صورت نوسان، تغییرات در نوسان آن روی خواهد داد. تغییرات در نوسان یا خیز میکروتیر یکسر درگیر به طور معمول به وسیله تابش و بازتاب یک پرتوی لیزر آشکار می‌گردد.



(a)



(b)

شکل ۲-۱: (a) اصول عملکرد میکروسکوپ نیرو اتمی؛ (b) شماتیک یک میکروسکوپ نیرو اتمی و اجزا الکتریکی مورد استفاده در آن [۵]

در این روش مطابق شکل ۱-۲(b)، یک پرتوی لیزر بر پشت تیر یکسر درگیر که حالت آینه‌ای دارد تابیده و سپس بازتاب می‌گردد و بازتاب آن توسط یک فوتو دیود دو یا چهار المانی دریافت می‌گردد. اگر فاصله بین محل تابش پرتو بر روی تیر تا فوتو دیود S و طول تیر L در نظر گرفته شود، می‌توان گفت که خیز تیر می‌تواند با فاکتوری در حدود $\frac{3s}{l}$ تقویت گردد [۶].

مطابق شکل ۱-۲ نمونه بر روی یک اسکنر ساخته شده از مواد پیزوالکتریک که قادر به حرکت در راستای هر سه بعد با دقت کسری از نانومتر است. حرکت اسکنر در راستای عمودی باعث می‌شود که سطح نمونه به نوک نزدیک‌تر گردد تا اینکه نوک به وسیله نیروهای بین اتمی با سطح نمونه برهم‌کنش نماید که در نتیجه باعث می‌گردد دامنه نوسان کاهش یابد (در مد تماسی تغییرات جریان DC افزایش یابد) هم‌زمان از یک سیستم فیدبک برای کنترل فاصله بین نوک و سطح نمونه با مقایسه بین سیگنال ناشی از نوسان تیر (با توجه به جریان DC) با سیگنال مطلوب پیش‌فرض استفاده می‌گردد.

سیستم فیدبک مستقل از موقعیت عرض نوک نسبت بر سطح نمونه، فاصله بین نوک با سطح نمونه را در هر لحظه کنترل می‌نماید. میکروسکوپ نیرو اتمی را بسته به عملکرد آن به دو دسته میکروسکوپ نیرو اتمی شبه استاتیکی^۱ و میکروسکوپ نیرو اتمی دینامیکی^۲ تقسیم‌بندی می‌نمایند. در میکروسکوپ نیرو اتمی دینامیکی میکروتیر یکسر درگیر به وسیله یک فرکانس تحریک وادار به نوسان می‌گردد. برای ایجاد این نوسان از دو روش مد صوتی^۳ و مد مغناطیسی^۴ استفاده می‌گردد.

مد صوتی یک روش معمول بخصوص در مواقعی که میکروسکوپ در محیط هوا روبش می‌نماید است. در این روش برای نوسان میکروتیر از المان‌های پیزوالکتریک که در قسمت نگه‌دارنده تیر^۵ متصل

¹ Quasi-static

² Daynamic Atomic Force Microscopy

³ Acoustic Mode

⁴ Magnetic Mode

⁵ Holder

شده‌اند، استفاده می‌گردد. مد مغناطیسی که در آن میکروتیر به وسیله مواد مغناطیسی پوشانده شده است، با ایجاد میدان مغناطیسی تحریک به نوسان می‌گردد که از این رو به طور عمده در محیط‌های مایع استفاده می‌شود [۷].

۱-۲-۱- میکروسکوپ نیرو اتمی شبه استاتیکی

هنگامی که میکروسکوپ نیرو اتمی در مد تماسی روبش می‌نماید، به علت اینکه برخلاف موده‌های عملکرد دیگر، میکروتیر یکسر درگیر وادار به ارتعاش نمی‌گردد، به آن میکروسکوپ نیرو اتمی شبه استاتیکی گفته می‌شود. این نوع میکروسکوپ اولین نسل از میکروسکوپ نیرو اتمی است و به علت برخی مزایا از جمله عملکرد ساده، هم‌اکنون نیز به صورت گسترده مورد استفاده قرار می‌گیرد.

چندین روش برای رهگیری خیز تیر به منظور ثابت نگاه داشتن آن وجود دارد. در اولین روش که توسط بینینگ، گربر و کوئت [۴] ارائه گردید، از اصول عملکرد STM الهام گرفته شده است. در این روش، یک نوک دوم بالای میکروتیر یکسر درگیر قرار داشته که با اندازه‌گیری جریان عبوری بین این نوک و میکروتیر، انحراف تیر اندازه‌گیری می‌گردد. حساسیت این روش به صورتی است که 1 \AA تغییرات در فاصله بین نوک و نمونه، بزرگی جریان را یک مرتبه افزایش می‌دهد و قادر است خیزهایی به کوچکی $0,01 \text{ \AA}$ را اندازه‌گیری نماید. روش دیگری که می‌تواند مورد استفاده قرار گیرد، استفاده از تداخل سنج است که روشی بسیار پیچیده است. مناسب‌ترین روش که بسیار رایج نیز است، تابش پرتوی لیزر بر روی تیر و ثبت تغییرات پرتویی بازتاب شده به وسیله یک فوتو دیود چهار المانی است (شکل ۱-۲).

در مد تماسی با آشکار شدن خیز تیر در هر لحظه، می‌توان نیروی برهم‌کنش بین نوک و سطح نمونه، F_{ts} که از نوع دافعه است را به صورت $F_{ts} = wK_{static}$ بدست آورد، که K_{static} سختی استاتیکی تیر سر درگیر است. اما به علت اینکه انحراف تیر باید به طور قابل ملاحظه بیشتر از تغییر شکل نوک و سطح نمونه باشد، K_{static} باید در محدوده مشخص قرار گیرد [۸].

مد تماسی علاوه بر سادگی عملکرد، مزایای دیگری نیز دارد که باعث شده این مد در حال حاضر

نیز در موارد بسیاری یک انتخاب مطلوب جهت انجام روبش باشد. به علت اینکه میکروتیر یکسر درگیر در معرض نیروی تماسی به سرعت واکنش داده و دچار انحراف می‌گردد، سرعت روبش در مد تماسی بسیار بالا است. از طرف دیگر میکروسکوپ نیرو اتمی شبه استاتیکی معایبی دارد که استفاده از آن، برای برخی از کاربردها دچار محدودیت می‌کند. اگرچه تماس بین نوک و سطح نمونه، وضوح و کیفیت تصویر حاصل شده و یا دقت داده بدست آمده را افزایش می‌دهد، اما نیروی جانبی وارد شده به نوک می‌تواند آسیب جدی به سطح ماده، بخصوص مواد نرم وارد کند و همچنین می‌تواند عمر نوک را به‌طور قابل ملاحظه کاهش دهد. علاوه بر این، به علت تماس نوک و سطح نمونه، بزرگی نیروهای برهم‌کنش به وجود آمده بین نوک و سطح ممکن است بسیار زیاد باشد که بزرگی این نیروها علاوه بر صدمه به سطح ماده، باعث به وجود آمدن یک جریان حرارتی می‌گردد. این جریان حرارتی به وجود آمده می‌تواند حساسیت فوتو دیود و دقت میکروسکوپ را کاهش دهد.

۱-۲-۲- میکروسکوپ نیرو اتمی دینامیکی

میکروسکوپ نیرو اتمی دینامیکی (DAFM) به‌طور گسترده برای بدست آوردن خصوصیات و ویژگی‌های سطوح نانو مواد مورد استفاده قرار می‌گیرد. این نوع میکروسکوپ در مقایسه با میکروسکوپ نیرو اتمی دیگر که در آن‌ها تیر یکسر درگیر در حرکت شبه استاتیکی است، قابلیت‌های بالاتری داشته و می‌تواند نسبت سیگنال به اختلال^۱ را افزایش داده و خصوصیات دقیق‌تر و تصاویر واضح‌تر از مواد و سطوح ارائه نماید.

در میکروسکوپ نیرو اتمی دینامیکی یک نوک تیز با ابعادی در مقیاس نانو که بر روی یک تیر مرتعش سوار شده است، به‌طور متناوب در طول روبش، با سطح نمونه برهم‌کنش می‌نماید. بر اساس روش ردیابی^۲ مورد استفاده، میکروسکوپ نیرو اتمی دینامیکی به دو دسته میکروسکوپ نیرو اتمی

¹ Noise

² Detection Technique

تلفیق فرکانسی^۱ (FM-AFM) و میکروسکوپ نیرو اتمی تلفیق دامنه^۲ (AM-AFM) تقسیم‌بندی می‌شود.

اصول عملکرد FM-AFM، استفاده از تیر مرتعش شونده همراه با ثابت نگاه داشتن فرکانس تشدید، جهت بدست آوردن خصوصیات موردنظر ماده، است [۹]. در FM-AFM از یک مدار PLL جهت رهگیری تغییرات فرکانس تشدید تیر ناشی از برهم‌کنش‌های بین سطح و نوک استفاده می‌گردد. به علت اینکه در اغلب موارد در FM-AFM، نوک در فاصله بیشتری نسبت به سطح قرار می‌گیرد به طوری که تماسی بین نوک و نمونه نیست. به روش تلفیق فرکانسی، مد غیر تماسی نیز گفته می‌شود و از این رو FM-AFM میکروسکوپ نیرو اتمی غیر تماسی NC-AFM نیز نامیده می‌شود، مد غیر تماسی حالت دیگری از مد تماسی است. به علت اینکه در مد تماسی احتمال صدمه به سطوح نرم مواد وجود داشت، برای غلبه بر این موضوع، فاصله‌ای بین نوک و سطح ایجاد گردید. اما این فاصله باعث می‌گردد که حساسیت نوک در طول روبش نسبت به نیروهای سطحی به شدت کاهش یابد از این رو در مدت روبش، نوک میکروسکوپ نیرو اتمی تحت یک نوسان با دامنه کوچک قرار می‌گیرد. با توجه به موارد گفته شده می‌توان نتیجه گرفت که در مد غیر تماسی، نوک به طور عمده تحت نیروهای جاذبه قرار می‌گیرد.

مد دیگری که میکروسکوپ نیرو اتمی به طور عمده در آن روبش می‌نماید، مد تلفیق دامنه است. در این مد به جای استفاده از فرکانس تشدید در حلقه کنترل، از دامنه نوسان به عنوان فیدبک استفاده می‌گردد و دامنه نوسان در یک مقدار مطلوب ثابت نگاه داشته می‌شود. همچنین در این مد، فرکانس تحریک نزدیک به فرکانس تشدید تنظیم می‌گردد.

برای اولین بار مارتین و همکاران [۱۰] در یک آزمایش خود از دامنه نوسان به صورت سیگنال فیدبک برای تصویربرداری استفاده نمودند. آن‌ها در آزمایش خود از دامنه نوسان بسیار پایین، کمتر از

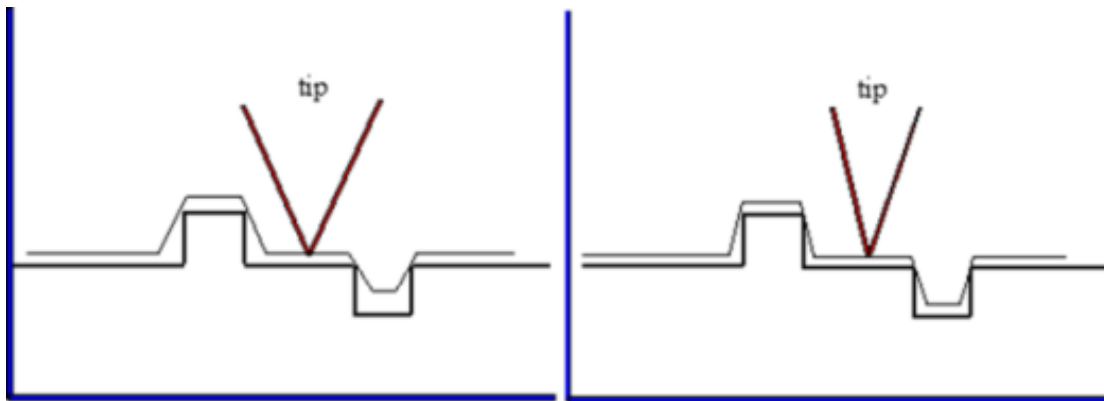
¹ Frequency Modulation AFM

² Amplitude Modulation AFM

یک نانومتر استفاده نمودند، که تغییرات در دامنه بیشتر تحت تأثیر نیروهای واندروالسی محدوده بالا قرار می‌گرفت. در این حالت به علت ایجاد یک جریان هلالی شکل از آب بین نوک و سطح نمونه، حرکت و نوسان نوک تحت تأثیر این جریان قرار گرفته و تصویر حاصل شده تحت تأثیر قرار می‌گیرد. برای غلبه بر این مشکل، زهانگ و همکاران [۱۱] با افزایش دامنه نوسان تا حدود ۱۰۰ نانومتر، AM-AFM را اصلاح نمودند. در این روش به علت دامنه بالای نوسان، مدت زمان تماس نوک با سطح نمونه کاهش یافته و از ایجاد جریان آب و محصور شدن نوک در این جریان جلوگیری می‌گردد. این مد، مد متناوب نام‌گذاری گردید و به میکروسکوپی که در این مد روبش می‌نماید، میکروسکوپ نیرو اتمی مد متناوب TM-AFM گفته می‌شود. برعکس مد تماسی، مد متناوب مدت زمان تماس بین نوک و سطح نمونه را کاهش داده و بدین ترتیب نیروهای اصطکاک و جانبی را به صورت قابل ملاحظه‌ای کاهش می‌دهد. همچنین در این مد با ثبت تغییرات فاز بین نوسانگر پیزو که بر روی نگه‌دارنده تیر قرار گرفته است و نوک مرتعش شده، می‌توان اطلاعات بسیار مفیدی در مورد ویژگی‌های سطح از قبیل اصطکاک، چسبندگی و خصوصیات ویسکوالاستیک ماده را بدست آورد. به علت تماس متناوب نوک با سطح، مد متناوب این امکان را فراهم می‌سازد تا بتوان تصاویر سه‌بعدی با وضوح بالا از سطح نمونه‌هایی که به راحتی تحت روبش صدمه می‌بینند، از لحاظ شیمیایی ناپایدارند یا با روش‌های دیگر میکروسکوپ نیرو اتمی نمی‌توان آن‌ها را روبش نمود، تهیه کرد.

۱-۲-۳- دقت میکروسکوپ نیرو اتمی

به‌طور کلی، دقت به تمایز بین دو نقطه متفاوت گفته می‌شود. به‌طور معمول، این تمایز با دقت افقی سنجیده می‌شود. مفهوم دقت در میکروسکوپ نیرو اتمی با میکروسکوپ‌های نوری متفاوت است. زیرا روش عکس‌برداری در میکروسکوپ نیرو اتمی روش سه‌بعدی است. به‌طور معمول برای بررسی دقت در میکروسکوپ نیرو اتمی، عرض مولکول DNA را که در حدود ۲nm است، معیار قرار می‌دهند. بهترین تصاویر گرفته شده با AFM از یک مولکول DNA، این مقدار در حدود ۳nm نشان می‌دهد [۱۲].



شکل ۱-۳: تأثیر تیزی نوک بر دقت میکروسکوپ نیرو اتمی [۱۲]

اما متأسفانه این تعریف از دقت تا حدی نامناسب است، زیرا که برجستگی‌های موجود در نمونه یا در اصطلاح ارتفاع نمونه نیز تأثیر بسزایی در دقت حاصل شده دارند. عوامل متفاوتی در دقت میکروسکوپ نیرو اتمی نقش دارند که یکی از مهم‌ترین آن‌ها، شعاع انحنا نوک است. تصاویر گرفته شده از DNA با نوک تیز تر، افزایش بسزایی در دقت عرض مولکول را نشان می‌دهد. نتایج نشان می‌دهد که هر قدر نوک میکروسکوپ تیزتر باشد، بر دقت تصویر افزوده می‌شود. با مقایسه دو تصویر نشان داده شده در شکل ۱-۳ دیده می‌شود که هنگامی که نوک تیزتر است، در برخورد با ناصافی‌های سطح، محدوده بیشتری از این ناصافی‌ها را تحت پوشش قرار می‌دهد.

۱-۲-۴- کاربردهای میکروسکوپ نیرو اتمی

همان‌طور که گفته شد میکروسکوپ نیرو اتمی قادر به گرفتن تصاویر توپولوژی سه‌بعدی و با وضوح بالا از سطوح تمام نمونه‌ها، چه رسانا و چه عایق، است. این عمل با استفاده از روبش رساناها و عایق‌ها در مقیاس اتمی صورت می‌گیرد. به‌علاوه، AFM برای حکاکی در مقیاس نانو بر روی سیستم‌های میکرو و نانو الکترومکانیکی (MEMS/NEMS)^۱ کاربرد دارد. از نوک AFM برای برش مواد در مقیاس نانو نیز استفاده می‌شود [۸، ۱۳-۱۷].

^۱ Micro Electro Mechanical System/Nano Electro Mechanical System

کاربردهای که بیشتر گفته شد تنها مختص به AFM نیست و مشترک بین میکروسکوپ پراب پویشی است. برای طراحی قابل اعتماد MEMS/NEMS داشتن اطلاعات از خصوصیات مواد در مقیاس نانو، آن هم درحالی که بیشتر خصوصیات مواد وابسته به اندازه قطعه می‌باشند، ضروری است. ویژگی که AFM را نسبت به سایر این میکروسکوپ‌ها متمایز می‌کند، ساخت سازه‌ها در مقیاس نانو و انجام آزمایش‌هایی برای تعیین خصوصیات مکانیکی آن‌ها است. از جمله آزمون خمش، تعیین مدول الاستیکی و مقاومت خمشی، تخمین عمر شکست و آزمایش‌های خستگی بر روی مواد در مقیاس نانو.

۱-۳- میکروتیرهای متداول میکروسکوپ نیرو اتمی

به‌طور معمول میکروتیرهای مورد استفاده برای روبش در میکروسکوپ نیرو اتمی شامل یک تیر یکسر درگیر^۱ و یک نوک در انتهای آن، جهت روبش سطوح مواد می‌باشند. به این نوع میکروتیرها در اصطلاح میکروتیرهای متداول گفته می‌شود. میکروتیرهای متداول میکروسکوپ نیرو اتمی به‌طور معمول مستطیل شکل می‌باشند، اما بسته به عملکرد خاص می‌توانند در شکل‌های متفاوت مانند خنجری شکل، V شکل و یا مثلثی شکل باشند (شکل ۱-۴)



شکل ۱-۴ انواع میکروتیرهای متداول میکروسکوپ نیرو اتمی

میکروتیرهای V شکل و مثلثی شکل می‌توانند چرخش جانبی را کاهش دهند و از حساسیت کمتری در برابر چرخش نسبت به نوع مستطیلی و خنجری شکل برخوردار می‌باشند. اکثر تیرها از مواد Si،

^۱Cantilever

SiO₄، Si₃N₄ و با استفاده از فرایندهای میکرو لیتوگرافی^۱ ساخته می‌شوند [18]. نوک تیر که نزدیک به قسمت انتهایی آن قرار می‌گیرد، نقشی مهم در کیفیت تصویر بازی می‌کند که بسته به عملکردهای مشخص، نوک‌های متفاوتی انتخاب می‌شوند. نوک‌هایی خیلی تیز در تهیه تصاویر سه‌بعدی از سطوحی که دارای زبری بالایی می‌باشند، استفاده می‌شوند و به همین ترتیب، نوک‌های کندتر برای سطوح دارای صافی سطح بالاتر استفاده می‌گردند. طراحی نوک کاری بسیار پیچیده است. اغلب نوک‌های تیز، هرمی، مخروطی یا چهارضلعی می‌باشند و در بیشتر اوقات قسمت فوقانی نوک در محاسبات به صورت بخشی از یک کره در نظر گرفته می‌شود [۱۹]. شعاع در انتهای تیر نیز بسته به عملکرد مورد نظر متفاوت است. معمولاً شعاع نوک قبل از استفاده حدود ۴۰ nm است که در طول کارکرد تا ۲۵۰ nm افزایش می‌یابد. در نتیجه، دقت تصویر با کند شدن نوک کاهش می‌یابد.

۱-۴- مدهای معمول میکروسکوپ نیرو اتمی

۱-۴-۱- مد تماسی

در پویش سطح، هنگامی که نوک نزدیک سطح حرکت می‌کند، به‌طور معمول در میکروسکوپ نیرو اتمی از مد تماسی استفاده می‌کند. در این حالت نیرویی از نوع دافعه با حداقل مقدار 10^{-9} N بر نوک اعمال می‌شود که این نیرو با فشار دادن تیر به سمت سطح نمونه به کمک المان پیزوالکتریک ثابت می‌ماند. به‌طور خلاصه روش کار میکروسکوپ در حالت تماسی بدین شرح است، ابتدا تیر با یک انحنا اولیه بر سطح نمونه قرار می‌گیرد (حس می‌شود). این انحنا در یک فیدبک امپلی فایر مقایسه شده و در مقدار مطلوب قرار می‌گیرد. در هنگام روبش، این انحنا در هر لحظه اندازه‌گیری می‌شود. اگر انحنا اندازه‌گیری شده با انحنا مطلوب متفاوت باشد، امپلی فایر ولتاژی بر پیزو اعمال می‌کند تا نمونه را به بالا یا پایین حرکت دهد و انحنا را در مقدار مطلوب قرار دهد. بدین ترتیب به‌وسیله ولتاژ اعمال شده توسط امپلی فایر تغییر مکان‌های اعمال شده بر روی نمونه در طول اسکن بدست می‌آید و سیمای سطح نمونه حاصل

¹ Microlithography Processes

می‌شود که به‌صورت تابعی از مکان افقی نمونه نمایش داده می‌شود تا نقشه سه‌بعدی سطح بدست آید. به‌جز تعدادی از میکروسکوپ‌ها که در شرایط ولتاژ بالا (UHV) کار می‌کنند، اکثر آن‌ها در شرایط اتمسفر یا داخل مایع کار می‌کنند. در شرایط محیط سطوح نمونه به‌وسیله لایه‌ای از گازهای جاذب که عمدتاً شامل ۱۰-۳۰ تک لایه مولکولی از بخار آب و نیتروژن می‌باشند، اشباع می‌شود. هنگامی که حساسه با این لایه آلاینده در تماس قرار می‌گیرد، این گازها بر روی سطح به شکل هلالی در آمده و تیر به‌وسیله کشش سطحی به وجود آمده به سمت سطح کشیده می‌شود. بزرگی این نیرو به شکل هندسی سطح بستگی دارد، اما معمولاً در حد 100nm است.

۱-۴-۲- مد غیر تماسی

از مد غیر تماسی هنگامی استفاده می‌شود که سطح نمونه حساس بوده و احتمال صدمه نوک به سطح وجود داشته باشد. در این حالت نوک ۵۰ تا ۱۵۰ آنگستروم بالاتر از سطح قرار می‌گیرد و نیروی‌های بین نوک و سطح نمونه، نیروهای واندروالسی جذبی می‌باشند. تصاویر توپوگرافی به‌وسیله اسکن نوک در بالای سطح نمونه بدست می‌آید. متأسفانه نیروهای جاذبه که از طرف سطح اعمال می‌شوند اساساً نسبت به نیروهای استفاده شده در مد تماسی ضعیف می‌باشند. در نتیجه باید به نوک نوسان کوچکی داده شود تا بتوان روش آشکارساز AC را برای اندازه‌گیری نیروهای کوچک بین نوک و نمونه به‌وسیله اندازه‌گیری تغییرات دامنه، فاز یا فرکانس نوسانات تیر در پاسخ به گرادیان نیرو از سطح، به کاربرد. برای وضوح بیشتر لازم است گرادیان نیروهای واندروالسی که ممکن است در طول سطح تنها چند نانومتر تفاوت کنند، اندازه‌گیری شود.

۱-۴-۳- مد متناوب^۱

از مد متناوب می‌توان به‌عنوان یک پیشرفت مهم در AFM نام برد. این روش قوی، این امکان را فراهم می‌سازد تا بتوان تصاویر سه‌بعدی با وضوح بالا از سطح نمونه‌هایی که به‌راحتی با اسکن صدمه

^۱ Tapping mode

می‌بینند، از لحاظ شیمیایی ناپایدارند یا با روش‌های دیگر میکروسکوپ نیرو اتمی نمی‌توان اسکن کرد، تهیه نمود. مد متناوب با قرار دادن متناوب نوک در تماس با سطح برای بالا بردن وضوح و سپس بالا بردن نوک از سطح برای جلوگیری از آسیب به سطح قادر است بر مشکلات ناشی از اصطکاک، چسبندگی، نیروهای الکتریکی و نارساهایی که در یک میکروسکوپ نیرو اتمی معمولی پدیدار می‌شوند، غلبه کند.

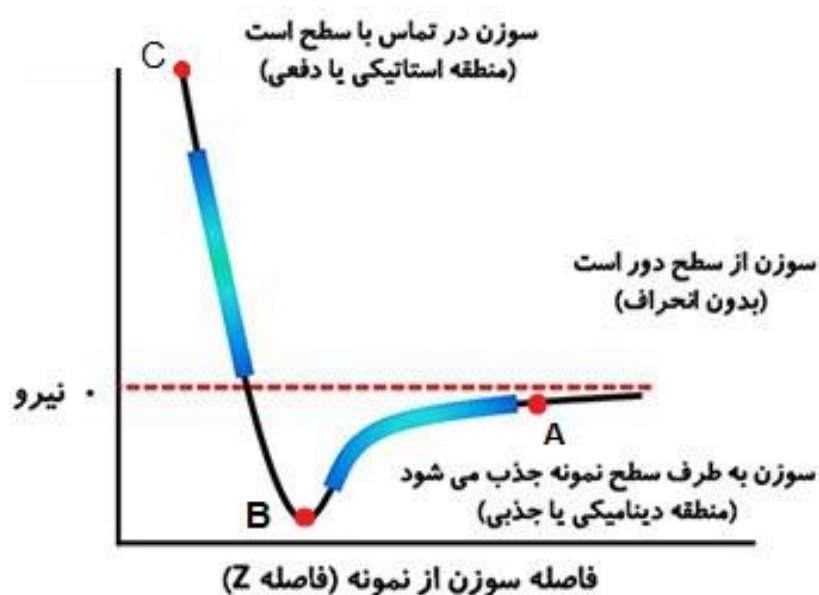
در طی اسکن با مد متناوب، دامنه نوسان تیر به وسیله یک حلقه فیدبک ثابت نگاه داشته می‌شود. انتخاب فرکانس نوسان بهینه با کمک نرم‌افزار مناسب انجام می‌پذیرد و نیروی وارد شده بر نمونه به‌طور خودکار تنظیم شده و در حداقل مقدار خود قرار می‌گیرد. وقتی که نوک از روی برآمدگی عبور می‌کند، تیر فضای کمی برای نوسان پیدا می‌کند و دامنه نوسان کاهش می‌یابد و به‌عکس هنگامی که نوک از روی یک فرورفتگی عبور می‌کند، ناگهان فضای نوسان تیر افزایش و متعاقباً دامنه نوسان افزایش می‌یابد (نهایتاً به حداکثر دامنه ممکن در فضای آزاد می‌رسد). دامنه نوسان به وسیله یک آشکارساز (فوتو دیود)، اندازه‌گیری می‌شود و سپس با استفاده از یک حلقه فیدبک دیجیتال، فاصله نوک و نمونه تنظیم می‌شود تا دامنه نوسان و نیرو ثابت گردد. مد متناوب به‌طور ذاتی از چسبندگی به سطح و صدمه به سطح در مدت اسکن جلوگیری می‌کند. برخلاف مد تماسی و غیر تماسی، در مد متناوب، هنگامی که نوک با سطح در تماس قرار می‌گیرد، دامنه نوسان به اندازه‌ای است که بر نیروهای چسبندگی سطح غلبه کند. همچنین در این دو مد نمونه به وسیله نیروهای برشی به اطراف کشیده می‌شود، اما در مد متناوب چون نیروهای اعمال شده بر جسم همیشه عمودی می‌باشند، این اتفاق نمی‌افتد. مزیت دیگر مد متناوب بازه عملکرد خطی و وسیع آن است که باعث می‌شود سیستم فیدبک از پایداری بالای برخوردار باشد.

۱-۵- نیروهای برهم‌کنش بین نوک و سطح نمونه

تحلیل دقیق برهم‌کنش‌های بین نوک و نمونه بسیار پیچیده است، زیرا که نیروهای بسیار زیادی از قبیل نیروهای واندروالسی، چسبندگی، اصطکاک، وزنی، الکترواستاتیکی و مغناطیسی در این

برهم‌کنش‌ها شرکت دارند. این نیروها را می‌توان به‌صورت نیروهای دافعه یا جاذبه و نیروهای محدوده پایین یا محدوده بالا طبقه‌بندی نمود. منظور از نیروهای محدوده بالا و پایین، بزرگی نیرو است. نیروهای بین مولکولی با اندازه قابل ملاحظه، در دسته نیروهای محدوده بالا قرار گرفته و نیروهای بین مولکولی با بزرگی ناچیز، در دسته نیروهای محدوده پایین قرار می‌گیرند. شماتیک نیرو در برابر فاصله در شکل ۵-۱ نشان داده شده است. مطابق این شکل، این نیروها به‌شدت تابع فاصله بین نوک و سطح نمونه می‌باشند. با توجه به شکل ۵-۱، نیروهای بین نوک و نمونه در ناحیه تماسی و غیر تماسی متفاوت می‌باشند. در ناحیه تماسی، فاصله بین نوک و سطح نمونه کمتر از چند آنگستروم است و با کاهش فاصله بین نوک و سطح، نیرو به‌صورت چشمگیری افزایش می‌یابد. هنگامی که این فاصله بین ۲ تا ۳ آنگستروم متر است، با نزدیک شدن فاصله به سمت صفر، نیروها به‌شدت افزایش می‌یابند.

در حالت غیر تماسی، نیروها بین صفر تا 10^{-12} نیوتن تغییر می‌کنند. به‌طور معمول اندازه‌گیری نیروهای با این مقیاس کوچک، مشکل است [۲۰]. در ابتدای ناحیه غیر تماسی، مقدار کل نیروهای جاذبه به‌سرعت افزایش می‌یابد. در نقطه B این نیروها به حداکثر مقدار خود می‌رسند و سپس با جدایش بین نوک و نمونه این نیروها ضعیف و ضعیف‌تر می‌گردند.



شکل ۵-۱ نمودار متداول برای نیرو در برابر تغییرات فاصله بین نوک و سطح نمونه در میکروسکوپ نیرو اتمی [۲۰]

۱-۵-۱- نیروهای واندروالسی

نیروهای واندروالسی در دسته نیروهای محدوده بالا که در فاصله‌های بیشتر بین نوک و سطح نمونه به وجود می‌آیند، قرار می‌گیرند [۲۱-۲۳]. این نوع نیروها بین اتم‌ها و مولکول‌ها وجود داشته و به صورت مجموع نیروهای جاذبه بین مولکول‌ها می‌باشند. نیروهای دوقطبی-دوقطبی که مهم‌ترین بخش نیروهای واندروالسی می‌باشند، بین مولکولهای قطبی دیده می‌شود. این مولکول‌ها دارای دوقطبی‌های دائمی هستند و تمایل به قرار گرفتن در راستای میدان الکتریکی دارند. پایدارترین حالت زمانی است که قطب مثبت یک مولکول تا حد امکان به قطب منفی مولکول مجاور نزدیک باشد. در این شرایط بین مولکول‌های مجاور، یک نیرو جاذبه الکتروستاتیکی به نام نیروی دوقطبی به وجود می‌آید، تأثیر نیروهای واندروالسی در فاصله بین چند ده تا چند صد آنگستروم متر است و بزرگی این نیروها بین ۱nN تا ۲۰nN است.

نیروهای واندروالسی F_{vdw} بین پروب و نمونه را می‌توان با فرض کروی بودن نوک پروب به شعاع R با استفاده از معادله زیر تخمین زد.

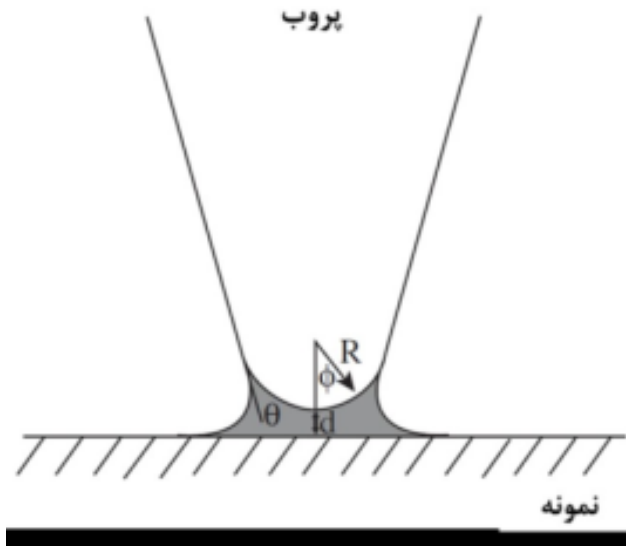
$$F_{vdw} = \frac{HR}{6d^2} \quad (1-1)$$

H ثابت هاماکر و d فاصله بین نوک پروب و اتم‌های سطح نمونه است. برای پروبی به شعاع ۳۰ نانومتر و فاصله خلأ ۰/۵ نانومتر، نیروهای واندروالسی در حدود ۲ نانو نیوتن است. نیروهای واندروالسی به شدت تحت تأثیر محیط بین پروب و نمونه هستند. برای مثال، زمانی که این محیط آب باشد، نیروها به میزان زیادی نسبت به حالتی که این محیط خلأ باشد کاهش می‌یابند، زیرا ثابت دی‌الکتریک و ضریب شکست نور آب به مقادیر جامد نزدیک‌تر است.

۱-۵-۲- نیروهای موئینگی

هنگامی که فاصله بین نوک و نمونه کوچک می‌شود، وجود فیلم نازک مایع روی نمونه و چگالش بخار آب، باعث به وجود آمدن نیروهایی با نام نیروهای موئینگی می‌گردد که به صورت طرح وار در

شکل ۶-۱ دیده می‌شود. نیروهای موئینگی از نوع نیروهای جاذبه بوده و از نیروهای واندروالسی بزرگ‌تر است، به طوری که بزرگی این نیروها در بازه بین 10 nN تا 100 nN قرار می‌گیرد و این نیروها در محدوده بین چند آنگستروم تا چند صد آنگستروم متر عمل می‌کنند.



شکل ۶-۱ نیروی موئینگی بین نوک و سطح به دلیل تشکیل آب بین آن‌ها

$$F_{cap} = \frac{4\pi R\gamma \cos \theta}{1 + d/[R(1 - \cos \theta)]} \quad (2-1)$$

معنای زاویه‌های θ و ϕ و d و R در شکل ۶-۱ نشان داده شده است. برای نوکی با شعاع 100 نانومتر، بیشینه نیروی موئینگی به 90 nN می‌رسد. این نیرو از سایر نیروهای بحث شده بسیار بزرگ‌تر است. اگر نیروی جاذبه به اندازه $10^{-7} - 10^{-8}$ نیوتن ثبت شود، این نیرو احتمالاً از نیروی موئینگی حاصل شده است. نیروهای موئینگی نقش مهمی را در اندازه‌گیری‌های AFM در هوا ایفا می‌کنند. با پوشاندن نمونه توسط مولکول‌های آب‌گریز، این نیروها را می‌توان کاهش داد.

۱-۵-۳- نیروهای چسبندگی

نیروهای چسبندگی بین نوک و نمونه و به علت پدیده‌ای با نام کشش سطحی به وجود می‌آیند.

چسبندگی یک فرایند غیر پایستار بوده و نیروهای چسبندگی متناسب با مساحت تماس و کار مورد نیاز برای جدایش نوک از سطح نمونه می‌باشند.

۱-۵-۴- نیروهای الکترواستاتیک

نیروهای الکترواستاتیک بین بارهای محلی، بر روی نوک و نمونه اثر می‌کنند [۲۳]. به طوری که مقاومت و فاصله عمل این نیروها از قانون کلمب پیروی می‌نماید. نیروهای الکترواستاتیک با اعمال ولتاژی بین نوک و سطح نمونه اندازه‌گیری می‌شوند.

$$F_{els} = \pi \epsilon_0 \frac{R}{d} (V_{bias} - V_{cpd})^2 \quad (۳-۱)$$

۱-۵-۵- نیروهای مغناطیسی

نیروهایی که بر دوقطبی‌های مغناطیسی واقع شده در میدان‌های مغناطیسی عمل می‌کنند، نیروهای مغناطیسی نامیده می‌شوند [۲۳]. در عملکرد میکروسکوپ نیرو اتمی، به طور معمول، دوقطبی‌های مغناطیسی، مواد فرو مغناطیس موجود بر روی نوک را احاطه کرده و میدان مغناطیسی به وسیله نمونه فرو مغناطیس یا یک جریان توزیع شده نزدیک به نوک به وجود می‌آید و بزرگی این نیروها در حدود چند صد نانو نیوتن است.

۱-۵-۶- نیروهای اصطکاکی

در هنگام روبش نوک بر روی سطح نمونه، نیروهای اصطکاکی یا بارهای مماسی در سطح تماس به وجود می‌آید. نیروهای اصطکاکی در ناحیه تماس به علت چرخش نوک و برهم‌کنش مواد ناهمسان نوک و نمونه نیز به وجود می‌آیند.

۱-۶- تماس بین نوک و نمونه در میکروسکوپ نیرو اتمی

مفهوم تماس در AFM بسیار پیچیده است و همان‌طور که در شکل ۱-۵ دیده می‌شود، رابطه بین نیرو و جابجایی به شدت غیرخطی بوده و به علت نامشخص بودن شکل دقیق نوک در محل تماس، مدل

کردن مکانیک تماس دشوار است. به همین علت برای ساده کردن مسئله، قسمت فوقانی نوک و سطح تماس کلی به صورت کروی فرض و مدل می‌شوند. بار عمودی در تماس، بار اصلی است و بار مماسی ناچیز بوده و معمولاً صرف‌نظر می‌شود. به همین خاطر از مدل تماس الاستیک هرتزین به عنوان پایه اکثر مدل‌های AFM استفاده می‌شود.

۱-۶-۱- مدل تماسی هرتزین^۱

تأثیرات هندسی بر روی ویژگی‌های تغییر شکل الاستیک موضعی از ابتدای سال ۱۸۸۰ با عنوان تئوری تغییر شکل‌های الاستیکی هرتزین مورد توجه قرار گرفت. این تئوری مساحت تماس دایروی یک کره با یک صفحه (به‌طور کلی تر بین دو کره) را به ویژگی‌های تغییر شکل الاستیکی مواد مربوط می‌سازد. در این تئوری از تمام برهم‌کنش‌های سطحی نظیر برهم‌کنش‌های واندروالس سطحی با چسبندگی سطحی صرف‌نظر می‌شود. هرتز تماس‌های بدون اصطکاک دو کره الاستیک به علت بارهای عمودی را مورد مطالعه قرار داد. اندازه تماس در مقایسه با شعاع کره بسیار کوچک تر فرض شده است.

۱-۶-۲- مدل تماس JKR

جانسون و گروهش توانستند پیشرفت‌هایی در تئوری هرتزین به وجود آورند و تئوری جدید با نام JKR^۲ را معرفی نمایند [۲۴]. در تئوری JKR تماس به صورت چسبنده در نظر گرفته می‌شود. از این رو این تئوری مساحت سطح تماس را به ویژگی‌های الاستیک مواد و مقاومت برهم‌کنش بین سطوح مرتبط می‌سازد. به علت تماس چسبندگی، تماس‌ها را می‌توان در سیکل بدون بار و نیز در ناحیه بار منفی (فشار) یافت. هنگامی که دو کره تماسی باهم ندارند، چسبندگی وجود ندارد. اما به محض برقراری تماس، چسبندگی به وجود می‌آید و بر ناحیه تماس اعمال می‌شود. تئوری JKR، مسئله تماس را به عنوان یک پدیده بخصوص در مکانیک شکست در نظر می‌گیرد و از اصل تساوی چسبندگی با انرژی ترک برای

¹ Hertzian Contact model

² Johnson, Kendall, Roberts

تحلیل این تئوری استفاده می‌کنند.

۱-۶-۳- مدل تماسی DMT

تئوری DMT، نسبت به دو تئوری قبلی کمی پیشرفته است. این تئوری برهم‌کنش‌های واندروالسی خارج ناحیه تماس الاستیک را نیز که به یکبار اضافی ختم می‌شود، در نظر می‌گیرد. مدل DMT در سال ۱۹۷۵ توسط درزاگوبن، مولر و توپوروف معرفی شد [۲۵]. این تئوری بر روی نوک صلب و سطح نمونه با چسبندگی پایین اعمال می‌شود. این تئوری برای نیروهای جاذبه در رنج بالا در پیرامون مساحت تماس با هندسه‌ای مشابه تئوری هرتزین مورد محاسبه قرار می‌گیرد. در این تئوری هیچ‌گونه انرژی تلف شده بین حالت بارگذاری و باربرداری وجود ندارد.

۱-۶-۴- مدل تماسی موگیس

مدل موگیس^۱ مدلی قابل‌درک‌تر و دقیق‌تر است که با استفاده از یک مدل پیچیده برای مکانیک تماس بین نوک و نمونه بسط داده شد [۲۵]. در این مدل با شبیه‌سازی منطقه پلاستیک برای یک نوک شکافدار، چسبندگی اعمال شده بر روی یک منطقه حلقوی دورتادور مساحت تماس ثابت فرض می‌شود.

۱-۷-۱- لاستیک^۲

۱-۷-۱- مرور تاریخی

لاستیک طبیعی در حقیقت از ترشحات درخت مو که در ظاهر شیری رنگ است. این مواد در حالت بکر، بیشتر شامل هیدروکربن (در حد ۹۲ تا ۹۸ درصد) بوده و به فرم‌های شیره گیاهی، صمغ، مواد معدنی، پروتئین‌ها و آب می‌باشند.

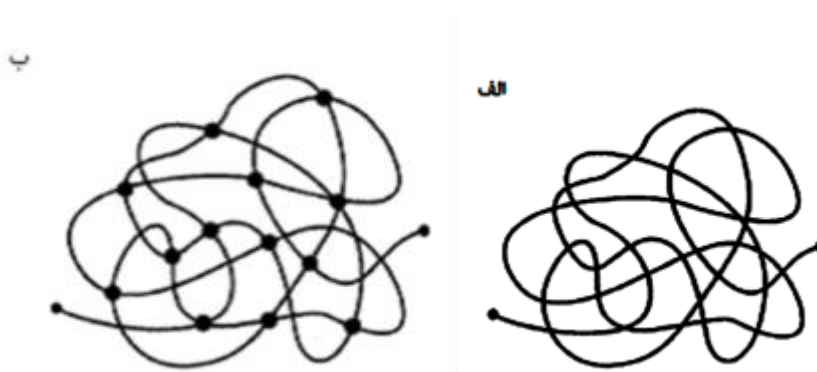
گفته می‌شود که مصریان اولین افرادی بودند که از لاستیک طبیعی استفاده نمودند. قبیله‌های آفریقایی و آمریکایی از مواد انعطاف‌پذیر برای ساخت کفش استفاده نموده و در ورزش‌ها نیز از

^۱ Maugis Contact Model

^۲ Rubber

ضربه زدن به توپ لاستیکی با زانو و شانه‌هایشان بهره می‌بردند؛ اما تا کشف روش ولکانیزاسیون^۱ لاستیک به دلیل حساسیت بالا به محیط، دارای کاربرد صنعتی چندانی نبود. لاستیک طبیعی در اثر حرارت دهی اندک، نرم و چسبنده، سپس سخت و در اثر سرد شدن شکننده می‌گردد. ولکانیزاسیون خواص فیزیکی لاستیک را طوری تغییر می‌دهد که قابلیت حل شدنش کاهش یافته، مقاومت کششی و مقاومتش به حرارت افزایش یافته و ضمناً حالت الاستیک خود را در دماهای پایین‌تر حفظ می‌کند.

لاستیک طبیعی در یک سطح معمولی متشکل از مولکول‌ها با زنجیره بلند است که در شکل ۷-۱ نشان داده شده است. ولکانیزاسیون فرآیندی است که با اتصالات شیمیایی، زنجیره‌ها را به هم وصل می‌کند تا یک شبکه سه‌بعدی الاستیک تشکیل دهد [۲۶]. اتصال عرضی مولکول‌ها با زنجیره بلند در شکل ۷-۱ آمده است.



شکل ۷-۱ بیان شماتیک تئوری مولکول‌ها با زنجیره بلند: الف) مولکول‌های لاستیک طبیعی ب) اتصال عرضی - تقویت شده مولکول‌های لاستیک طبیعی [۲۶]

ترکیبات لاستیک عموماً متشکل از لاستیک پایه (مثل لاستیک طبیعی)، یک پرکننده (مثل کربن سیاه) و سخت‌کننده (مثل سولفور) است. ویژگی‌های فیزیکی معمول که در ترکیبات اندازه‌گیری شده، شامل سختی، مقاومت کششی نهایی، کشیدگی^۲ نهایی و ... است. هر عامل و ذره‌ای می‌تواند مستقلاً بر

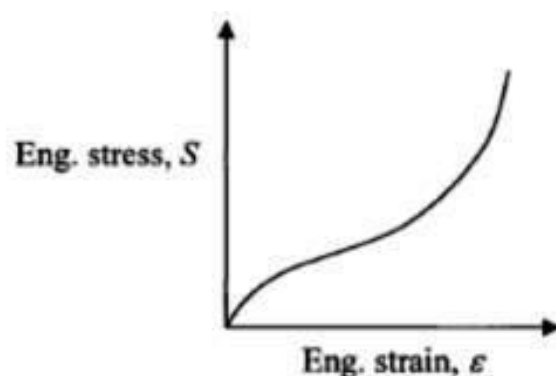
^۱ در طی این روش، لاستیک اکسیده می‌شود و سولفور کاهیده به سولفید تبدیل می‌شود که توسط گوگرد و هانکوک در سال ۱۸۳۹

^۲ Elongation

این ویژگی‌های فیزیکی اثرگذار باشد. بهبود دادن هر ویژگی، همواره منجر به تغییر دیگر ویژگی‌ها، چه بهتر و چه بدتر شدن، خواهد شد [۲۷].

اجزاء لاستیکی در کنار کاربرد در لاستیک اتومبیل در چندین نوع کاربرد استفاده می‌شوند. آن‌ها به دلیل هدایت حرارتی و الکتریکی پایین در روکش سیم، رینگ‌ها و آب بند وسایل الکتریکی، به دلیل ظرفیت جذب صدا و ارتعاش در ایزوله کردن یاتاقان‌ها [۲۸]، بوش‌ها و اتصالات و نیز به علت نفوذناپذیری در بارانی‌ها، آب‌بندها و... مورد استفاده قرار می‌گیرند. برخی مواد لاستیکی قابلیت کشیدگی ۵ تا ۶ برابری نسبت به طول اولیه خود را دارند.

رفتار غیرخطی تنش- کرنش در مواد لاستیکی با نرم شوندگی آنی مدول الاستیسیته در کرنش‌های کم و متوسط و سپس سخت شوندگی در نزدیکی بیشینه کرنش ماده مشخص می‌شود که این امر در شکل ۸-۱ نشان داده شده است. اولین تلاش‌ها برای بیان رفتار الاستیک در لاستیک نیازمند در نظر گرفتن تئوری تغییر شکل محدود بوده و منجر به قوانین سازگاری ماده از طریق توابع انرژی کرنشی گردیده و با عنوان هایپر الاستیسیته شناخته می‌شود [۲۹]. کارهای اولیه ترلوآر^۱ [۳۰] توسعه بیشتری را در مدل‌های هایپر الاستیک به راه انداخت که نشان از سخت شدگی مواد لاستیکی در نزدیکی حد کشیدگی^۲ آن‌ها داشت.



شکل ۸-۱: بیان کیفی رابطه غیرخطی تنش-کرنش در مواد لاستیکی که نشان از نرم شوندگی اولیه و سخت‌شوندگی در محدوده کشیدگی ماده دارد [۲۹]

¹ Treloar

² elongation limit

۱-۷-۲- ویژگی‌های مکانیکی لاستیک

از رفتار تنش- کرنش لاستیک موارد متعددی قابل استخراج است. یکی از مهم‌ترین پدیده‌های مشاهده‌شده رفتار الاستیک غیرخطی است که در این قسمت بررسی می‌شود. در ابتدا مفاهیم پایه مربوطه، سپس مواد هایپرالاستیسیته، مدل‌های در دسترس و درنهایت معرفی تست‌های موجود برای دستیابی به پارامترهای مدل و تکمیل آن‌ها ارائه می‌شود [۳۰].

۱-۲-۷-۱- تغییر شکل و کرنش

نقطه شروع مکانیک کوانتوم، اندازه‌گیری جابجایی و تغییر شکل است. نقطه p در یک جسم دارای بردار مکان مرجع $X = X_i e_i$ است. مکان جدید نقطه p در طی تغییر شکل و یا حرکت به نقطه \hat{p} بدل می‌شود که دارای بردار مکان $x = x_i e_i$ است. رابطه بردار مکان قدیم و بردار مکان جدید توسط بردار جابجایی u طبق معادله (۴-۱) است:

$$x_i = X_i + u_i \quad (۴-۱)$$

فرم دیفرانسیلی معادله (۴-۱) به این صورت زیر است:

$$dx_i = \frac{\partial x_i}{\partial X_j} dX_j = F_{ij} dX_j \quad (۵-۱)$$

که F_{ij} در معادله (۵-۱) تانسور گرادیان تغییر شکل است که به فرم ماتریسی با F نشان داده می‌شود. تانسور راست کوشی-گرین از گرادیان تغییر شکل بدست می‌آید که به صورت معادله (۶-۱) است.

$$C_{ij} = F_{mi} F_{mj} \quad (۶-۱)$$

یا به فرم ماتریسی معادله (۶-۱) به صورت معادله (۷-۱) است.

$$C = F^T F \quad (۷-۱)$$

به همین ترتیب تانسور چپ کوشی-گرین برابر است با معادله (۸-۱).

$$B_{ij} = F_{im} F_{jm} \quad (۸-۱)$$

یا به فرم ماتریسی معادله (۸-۱) عبارت است از معادله (۹-۱):

$$B = FF^T \quad (9-1)$$

تعریف این تانسورها منجر به تعریف کرنش می‌شود. از تانسور راست کوشی-گرین (C) برای یافتن تانسور کرنش لاگرانژی (تانسوری که کرنش را بر اساس حالت مرجع را بیان می‌کند که معادل با معادله (۱۰-۱) است.

$$E_{ij} = \frac{1}{2} (C_{ij} - \delta_{ij}) \quad (10-1)$$

که δ_{ij} تابع دلتای کرانکر است.

تانسور کرنش اوپلری که شکلی از کرنش نسبت به موقعیت تغییر شکل یافته را بیان می‌کند برابر است با معادله (۱۱-۱):

$$E_{ij} = \frac{1}{2} (\delta_{ij} - B_{ij}^{-1}) \quad (11-1)$$

همچنین نسبت کشیدگی^۱ برای المان یک‌بعدی با طول اولیه L_0 و طول ثانویه L برابر است با معادله (۱۲-۱) است.

$$\lambda = \frac{L}{L_0} \quad (12-1)$$

آشناترین تعریف برای کرنش، کرنش مهندسی یا اسمی است که بر اساس تغییر طول نسبت به طول اولیه بیان شده و مستقیماً از نسبت کشیدگی تعیین می‌شود (معادله ۱۳-۱):

$$\varepsilon_i = \lambda_i - 1 \quad (13-1)$$

گرادیان تغییر شکل F ، بر اساس دو تانسور یعنی تانسور دوران متعامد R و تانسور راست کشیدگی متقارن مثبت معین U یا تانسور چپ کشیدگی V به صورت معادله (۱۴-۱) قابل بیان است:

$$F = R \cdot U = V \cdot R \quad (14-1)$$

¹ Stretch ratio

مقادیر ویژه تانسور راست کشیدگی، نسبت‌های کشیدگی اصلی^۱ می‌باشند به صورت معادله (۱۵-۱):

$$\det[U_{ij} - \lambda_n \delta_{ij}] = 0 \quad (15-1)$$

این نسبت کشیدگی با مقادیر ویژه تانسور راست کوشی-گرین از طریق معادلات مشخصه مرتبط

است با معادله (۱۶-۱):

$$\det[C_{ij} - \lambda_n^2 \delta_{ij}] = 0 \quad (16-1)$$

یعنی مقادیر ویژه تانسور راست کوشی-گرین λ_n^2 است که این مقدار برای تانسور چپ کوشی-گرین

برابر λ_n^{-2} است.

۱-۷-۲-۲- ثوابت کرنش

ثوابت کرنش از طریق تانسور راست کوشی-گرین و بدون توجه به جهت مختصات قابل تعریف است:

$$I_1 = \lambda_1^2 + \lambda_2^2 + \lambda_3^2 = tr(C) \quad (17-1)$$

$$I_2 = \lambda_1^2 \lambda_2^2 + \lambda_2^2 \lambda_3^2 + \lambda_1^2 \lambda_3^2 = 0.5 (I_1^2 - tr(C^2)) \quad (18-1)$$

$$I_3 = \lambda_1^2 \lambda_2^2 \lambda_3^2 = det(C) \quad (19-1)$$

ثوابت کشیدگی λ_i ($i=1,2,3$) در معادله (۱۷-۱) تا (۱۸-۱) ریشه مربعی مقادیر ویژه تانسور چپ یا

راست کوشی-گرین می‌باشند.

به همین ترتیب، دترمینان تانسور راست کشیدگی برابر با J است که در معادله (۲۰-۱) ذکر شده:

$$J = det(U) = \lambda_1 \lambda_2 \lambda_3 \quad (20-1)$$

اگر همچون مسئله مورد بررسی ما، ماده غیرقابل فشرده باشد آنگاه J همواره برابر یک بوده و رابطه

سودمندی را بین نسبت‌های کشیدگی اصلی برقرار می‌سازد (معادله ۲۱-۱):

$$J = \lambda_1 \lambda_2 \lambda_3 = 1 \quad (21-1)$$

به همین ترتیب می‌توان ثوابت کرنش را از طریق تانسور تغییر شکل چپ کوشی-گرین تعریف کرد،

¹ Principle stretch ratios

به صورت معادلات (۲۲-۱) تا (۲۴-۱) آورده شده است.

$$I_1 = tr(B) = B_{kk} \quad (22-1)$$

$$I_2 = \frac{1}{2}(I_1^2 - B \cdot B) = \frac{1}{2}(I_1^2 - B_{ik}B_{ki}) \quad (23-1)$$

$$I_3 = \det(B) = J^2 \quad (24-1)$$

برای مواد غیرقابل فشرده‌گی، می‌توان مجموعه ثوابت زیر را نیز برای تانسور تغییر شکل چپ کوشی-

گرین به کاربرد که در معادلات (۲۵-۱) تا (۲۷-۱) اشاره شده است.

$$\bar{I}_1 = \frac{I_1}{J^{2/3}} = \frac{B_{kk}}{J^{2/3}} \quad (25-1)$$

$$\bar{I}_2 = \frac{I_2}{J^{4/3}} = \frac{1}{2}(\bar{I}_1^2 - \frac{B \cdot B}{J^{4/3}}) = \frac{1}{2}(\bar{I}_1^2 - \frac{B_{ik}B_{ki}}{J^{4/3}}) \quad (26-1)$$

$$J = \sqrt{\det B} \quad (27-1)$$

۳-۲-۷-۱- تنش‌های اصلی

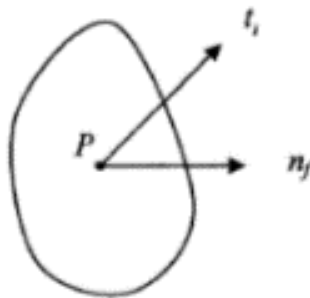
با در نظر گرفتن نقطه P در صفحه المان با بردار نرمال n_j و بردار ترکشن t_i طبق شکل ۹-۱

تنش کوشی با رابطه (۲۸-۱) تعریف می‌شود:

$$t_i = \sigma_{ji}n_j \quad (28-1)$$

این تعریف ایجاب می‌کند که تنش در حالت تغییر شکل یافته یک نقطه بیان شود و لذا به تنش

حقیقی^۲ نیز معروف است.



شکل ۹-۱: بردار ترکشن و نرمال روی نقطه P [۲۹]

¹ Traction vector

² True stress

گاهی راحت تر است که تنش مهندسی (که به تنش اسمی، لاگرانژین یا کرش هف اول نیز معروف است) را به فرم اندیسی به صورت معادله (۱-۲۹) نوشت.

$$S_{ij} = JF_{ij}^{-1}\sigma_{ij} \quad (۱-۲۹)$$

۱-۸-۱- الاستیسیته غیرخطی

۱-۸-۱-۱- هایپرالاستیسیته

قوانین سازگاری هایپرالاستیک برای مدل کردن موادی استفاده می‌شوند که حین مواجهه با کرنش‌های خیلی بزرگ، از خود رفتار الاستیک نشان می‌دهند. آن‌ها رفتار غیرخطی ماده و تغییر شکل‌های بزرگ را در خود جای می‌دهند. کاربرد این تئوری در دو مورد است: (۱) مدل کردن رفتار لاستیکی در مواد پلیمری (۲) مدل کردن فوم‌های پلیمری در معرض تغییر شکل‌های بزرگ برگشت پذیر [۳۱].

پاسخ مواد پلیمری شدیداً به دما، نرخ بارگذاری و کرنش‌های پیشین وابسته است. پلیمرها دارای محدوده‌های مختلف رفتاری همچون حالت شیشه‌ای^۱، ویسکوالاستیک و لاستیکی می‌باشند. در دمای بحرانی که به نام دمای گذار شیشه‌ای^۲ شناخته می‌شود، ماده پلیمری تحت تغییرات قابل توجه مکانیکی قرار می‌گیرد. در زیر این دما همچون حالت شیشه‌ای با رفتار نرم عمل کرده و در نزدیکی دمای گذار، تنش شدیداً به نرخ کرنش وابسته است. در خود دمای گذار افت قابل توجهی در مدول الاستیسیته رخ می‌دهد و در بالای این دما رفتار لاستیکی از ماده مشاهده می‌شود به طوری که رفتار الاستیک بوده، تنش وابستگی قابل توجهی به نرخ کرنش نداشته و مدول نیز با دما افزایش می‌یابد. تمام پلیمرها این رفتار کلی را دارند اما محدوده هر رفتار و جزئیات آن به ساختار مولکولی ماده بستگی دارد. در بین پلیمرها، پلیمرها با اتصال عرضی^۳ یا همان الاستومرها دارای ایده آل ترین رفتار الاستیک بوده که ماده موردنظر

¹ Glassy

² Glass transition temperature

³ Cross-linked polymers

ما در این پژوهش نیز است. مواد هایپر الاستیک چنین رفتار الاستیکی را تقریب می‌زنند.

(۱): ماده الاستیک ایده آل است یعنی الف) وقتی ماده در دمای ثابت یا آدیباتیک تغییر شکل می‌یابد، تنش صرفاً به کرنش آن لحظه وابسته بوده و مستقل از نرخ بارگذاری است. ب) رفتار برگشت پذیر دارد یعنی در طی یک سیکل بسته از کرنش در شرایط هم‌دما یا آدیباتیک، هیچ کار خالصی روی ماده انجام نمی‌شود.

(۲): ماده شدیداً در مقابل تغییرات حجمی مقاومت می‌کند.

(۳): مدول برشی آن در حدود 10^{-5} برابر اکثر مواد است.

(۴): ماده ایزوتروپیک است یعنی پاسخ تنش-کرنش مستقل از جهت گیری ماده است.

(۵): مدول برشی وابسته به دما بوده و ماده در اثر حرارت دهی سفت تر می‌شود.

(۶): وقتی ماده کشیده می‌شود از خود حرارت آزاد می‌کند.

تمامی مواد هایپر الاستیک از قوانین زیر پیروی می‌کنند:

(۱): رابطه تنش و کرنش برای ماده از طریق چگالی انرژی کرنشی W که تابعی از تانسور گرادیان تغییر شکل است بیان می‌شود: $W=W(F)$. این امر نشان می‌دهد که ماده کاملاً الاستیک بوده و نیز بدین معنی است که صرفاً نیازمند کار با یک تابع اسکالر است. شکل کلی تابع چگالی انرژی کرنشی با آزمایش‌های مشخص شده و فرمول استخراجی شامل ثوابتی است که برای هر ماده خاص قابل حصول است.

(۲): ماده تغییر شکل نیافته، ایزوتروپیک فرض می‌شود یعنی رفتار ماده مستقل از جهت گیری اولیه ماده نسبت به بارگذاری است. اگر تابع چگالی انرژی کرنشی تابعی از تانسور تغییر شکل چپ کوشی باشد معادله سازگاری حاصل به‌طور خودکار ایزوتروپیک است.

(۳): رابطه تنش-کرنش از طریق مشتق گیری نسبت به چگالی انرژی کرنشی حاصل می‌شود.

۸-۲- محاسبه رابطه تنش- کرنش از چگالی انرژی تغییر شکل [۳۲]

قانون سازگاری برای ماده هایپیرالاستیک ایزوتروپیک از طریق معادله (۳۰-۱) بیان می شود که چگالی انرژی کرنشی را به گرادیان تغییر شکل یا سه ثابت تانسور کرنش برای ماده ایزوتروپیک مرتبط می کند:

$$W(F) = U(I_1, I_2, I_3) = \bar{U}(\bar{I}_1, \bar{I}_2, J) = \tilde{U}(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3) \quad (30-1)$$

آنگاه رابطه تنش- کرنش باید از مشتق گیری چگالی انرژی کرنشی حاصل شود. در ادامه، رابطه تنش-کرنش برحسب انتخاب ثوابت آمده است:

- چگالی انرژی کرنشی برحسب گرادیان تغییر شکل به صورت معادله (۳۱-۱) است.

$$\sigma_{ij} = \frac{1}{j} F_{ik} \frac{\partial W}{\partial F_{jk}} \quad (31-1)$$

- چگالی انرژی کرنشی برحسب I_1, I_2, I_3 در معادله (۳۲-۱) آمده است.

$$\sigma_{ij} = \frac{2}{\sqrt{I_3}} \left[\left(\frac{\partial U}{\partial I_1} + I_1 \frac{\partial U}{\partial I_2} \right) B_{ij} - \frac{\partial U}{\partial I_2} B_{ik} B_{kj} \right] + 2\sqrt{I_3} \frac{\partial U}{\partial I_3} \delta_{ij} \quad (32-1)$$

- چگالی انرژی کرنشی برحسب \bar{I}_1, \bar{I}_2, J در معادله (۳۳-۱) آورده شده است.

$$\sigma_{ij} = \frac{2}{j} \left[\frac{1}{J^{2/3}} \left(\frac{\partial \bar{U}}{\partial \bar{I}_1} + \bar{I}_1 \frac{\partial \bar{U}}{\partial \bar{I}_2} \right) B_{ij} - \left(\bar{I}_1 \frac{\partial \bar{U}}{\partial \bar{I}_1} + 2\bar{I}_2 \frac{\partial \bar{U}}{\partial \bar{I}_2} \right) \frac{\delta_{ij}}{3} - \frac{1}{J^{4/3}} \frac{\partial \bar{U}}{\partial \bar{I}_2} B_{ik} B_{kj} \right] + \frac{\partial \bar{U}}{\partial J} \delta_{ij} \quad (33-1)$$

- چگالی انرژی کرنشی برحسب $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ به صورت معادله (۳۴-۱) اشاره شده است.

$$\sigma_{ij} = \frac{\lambda_1}{\lambda_1 \lambda_2 \lambda_3} \frac{\partial \tilde{U}}{\partial \lambda_1} b_i^{(1)} b_j^{(1)} + \frac{\lambda_2}{\lambda_1 \lambda_2 \lambda_3} \frac{\partial \tilde{U}}{\partial \lambda_2} b_i^{(2)} b_j^{(2)} + \frac{\lambda_3}{\lambda_1 \lambda_2 \lambda_3} \frac{\partial \tilde{U}}{\partial \lambda_3} b_i^{(3)} b_j^{(3)} \quad (34-1)$$

اکثر مواد لاستیکی شدیداً در مقابل تغییر حجم مقاومت می کنند و لذا به صورت مواد غیرقابل فشرده^۱

تقریب زده می شوند. مدل های مختص به مواد هایپیرالاستیک دارای این ویژگی ها می باشند

(۱): برای حفظ حجم باید $J=1$ باشد.

(۲): چگالی انرژی کرنشی صرفاً تابعی از دو ثابت کرنش است.

¹ Incompressible

۹-۱- مدل‌های سازگاری

مدل‌های هایپرلاستیک بسته به کاربردهای محققین از تابع انرژی کرنشی، به دو دسته کلی تقسیم می‌شوند [۳۳]:

- دسته اول ناشی از مفهوم ریاضی تابع انرژی کرنشی می‌باشند مانند سری ریولین^۱ یا اگدن^۲ به این دسته مدل‌های پدیدارشناختی^۳ می‌گویند. تعیین پارامترهای ماده در این مدل‌ها مشکل بوده و در خارج از محدوده تغییر شکل ممکن است منجر به خطا شوند.
- دومین نوع از مدل‌هایی هستند که از مفاهیم فیزیکی قابل استخراج‌اند. این مدل‌ها بر اساس فیزیک شبکه زنجیرهای پلیمر و روش‌های آماری می‌باشند. این امر بسته به پدیده‌های میکروسکوپی، منجر به توابع انرژی کرنشی متفاوتی می‌گردد و در اکثر موارد فرمول‌بندی ریاضی آن‌ها کمی پیچیده است. در این بخش تعدادی از مدل‌های حاکم بررسی می‌شوند.

۱-۹-۱-۱- مدل‌های پدیدارشناختی [۳۳]

۱-۹-۱-۱-۱- مدل مونی^۴ (مدل مونی-ریولین مرتبه اول)

مونی مشاهده کرد که رفتار لاستیکی تحت بارگذاری ساده برشی، خطی است. وی تابع چگالی انرژی کرنشی را به صورت معادله (۱-۳۵) در نظر گرفت:

$$W = C_1(I_1 - 3) + C_2(I_2 - 3) \quad (۱-۳۵)$$

که C_1 و C_2 دو پارامتر ماده هستند. این مدل به‌طور گسترده برای مواد لاستیکی با کرنش متوسط (زیر ۲۰۰٪) استفاده می‌شود.

¹ Rivlin

² Ogden

³ Phenomenological models

⁴ Mooney model

۱-۹-۱-۲- مدل مونی-ریولین^۱

ریولین مدل پیشین را از طریق بسط W به سری‌های چندجمله‌ای از $(I_1 - 3)$ و $(I_2 - 3)$ توسعه داد که به صورت معادله (۳۶-۱) است.

$$W = \sum_{i=0, j=0}^{\infty} C_{ij} (I_1 - 3)^i (I_2 - 3)^j \quad (36-1)$$

که C_{ij} پارامترهای ماده بوده و $C_{\infty} = 0$ است. معمولاً جملات سری موردنظر به جملات مرتبه دوم و سوم ختم می‌شود، به‌عنوان مثال، نیازمند تعیین ۹ پارامتر برای جملات تا مرتبه سوم است. مدل بیان‌شده ریولین قابل توسعه از طریق شکل‌های دیگر ثوابت کرنش است. در هر صورت، این شکل از کرنش انرژی به صورت کلاسیک برای کرنش‌های خیلی بزرگ استفاده می‌شود.

طبق رابطه اخیر، مدل سه پارامتری و پنج پارامتری مونی-ریولین به صورت معادلات (۳۷-۱) و (۳۸-۱) بیان می‌شود:

$$W = C_{10}(I_1 - 3) + C_{01}(I_2 - 3) + C_{11}(I_1 - 3)(I_2 - 3) \quad (37-1)$$

$$W = C_{10}(I_1 - 3) + C_{01}(I_2 - 3) + C_{11}(I_1 - 3)(I_2 - 3) + C_{20}(I_1 - 3)^2 + C_{02}(I_2 - 3)^2 \quad (38-1)$$

در مقالات، اثبات‌شده که مدل مونی-ریولین برای ترکیبات لاستیک پر نشده^۲ (به مواد لاستیکی خالی از مواد غیر آلی می‌گویند) مناسب است [۳۴].

۱-۹-۱-۳- مدل یئو^۳

یئو در سال ۱۹۹۰ مدل دیگری را پیشنهاد داد که در آن ثابت کرنش دوم (I_2) دارای مقدار ثابت کشیدگی بوده و در تابع انرژی کرنشی دخیل نمی‌شود (معادله ۳۹-۱):

$$W = \sum_{i=1}^3 c_i (I_1 - 3)^i \quad (39-1)$$

¹ The Mooney-Rivlin model

² Unfilled rubber

³ Yeoh model

این مدل دقت خوبی را برای لاستیک پر شده^۱ به همراه داشته و تنها نیازمند تست کشش دوماحوره متقارن برای تطابق با داده‌هاست.

۱-۹-۱-۴- مدل بیدرمن^۲

بیدرمن از معادله مونی-ریولین تنها جملات با $i = 0$ یا $j = 0$ را حفظ نمود و به این ترتیب سه جمله اول از I_1 و جمله اول از I_2 را مدنظر قرار داد که به صورت معادله (۴۰-۱) است:

$$W = C_{10}(I_1 - 3) + C_{01}(I_2 - 3) + C_{20}(I_1 - 3)^2 + C_{30}(I_1 - 3)^3 \quad (40-1)$$

این مدل به صورت موفقیت‌آمیز توسط الکساندر استفاده شد.

۱-۹-۱-۵- هینس-ویلسون^۳

جیمز و همکاران از مقایسه توصیف چگالی انرژی کرنشی برحسب ثوابت کرنش و ثوابت کشیدگی تصمیم به حفظ شش جمله اول از سری گرفتند که معادله (۴۱-۱) آن را نشان می‌دهد.

$$W = C_{10}(I_1 - 3) + C_{01}(I_2 - 3) + C_{20}(I_1 - 3)^2 + C_{11}(I_1 - 3)(I_2 - 3) + C_{02}(I_2 - 3)^2 + C_{30}(I_1 - 3)^3 \quad (41-1)$$

۱-۹-۱-۶- مدل اگدن^۴

در سال ۱۹۷۲ اگدن، چگالی انرژی کرنشی را برحسب ثوابت کشیدگی بیان نمود. او چگالی انرژی کرنشی را به صورت یک سری از توان‌های حقیقی $(\lambda_i)_{i=1,2,3}$ به صورت معادله (۴۲-۱) ارائه داد:

$$W = \sum_{n=1}^N \frac{\mu_n}{a_n} (\lambda_1^{a_n} + \lambda_2^{a_n} + \lambda_3^{a_n} - 3) \quad (42-1)$$

به طوری که پارامترهای ماده باید شرط زیر را ارضاء کنند:

$$\mu_n a_n > 0 \quad \forall n = 1, N \quad (43-1)$$

¹ Filled rubber

² The Biderman model

³ The Haines-Wilson model

⁴ Ogden model

۱-۹-۲- مدل‌های فیزیکی [۳۳]

مدل‌های فیزیکی بر اساس پاسخ میکروسکوپی زنجیره‌های پلیمری در شبکه می‌باشند. این مدل‌ها بر اساس فرض‌های انجام‌شده در رسیدن به پاسخ باهم تفاوت دارند.

۱-۹-۲-۱- مدل نئو-هوکین^۱

این مدل، ساده‌ترین مدل فیزیکی موجود برای مواد لاستیکی است. این مدل در تطابق با مدل مونی ریولین اما با یک پارامتر بوده و درعین حال از ارتباط زنجیره مولکولی بدست می‌آید. مواد لاستیکی از طریق شبکه‌ای از زنجیره‌های انعطاف‌پذیر بلند که با اتصالات شیمیایی به هم متصل‌اند حاصل می‌شود. الاستیسیته این شبکه عمدتاً به سبب تغییرات آنتروپی در طی تغییر شکل بوده که آنتروپی ماده نیز توسط تعداد ترکیب‌های ممکن از زنجیره‌های ماکرو مولکولی تعریف می‌گردد. ترلوآر^۲ از توزیع آماری گوسین^۳ استفاده و فرم انرژی کرنشی رابطه (۱-۴۴) را ارائه نمود:

$$W = \frac{1}{2}nkT(I_1 - 3) \quad (۱-۴۴)$$

که در آن n چگالی زنجیره در واحد حجم، k ثابت بولتزمن و T دمای مطلق است. ترلوآر برای کربن طبیعی سیاه^۴ مقدار $\frac{1}{2}nkT$ را برابر ۰٫۲ مگا پاسکال بدست آورد. مدل وی در تطابق مناسبی با تست‌های کشش، برش ساده و تست‌های دومحوره در تغییر شکل‌های کمتر از ۵۰٪ بوده است.

۱-۹-۲-۲- مدل ایشیهارا^۵

ایشیهارا تئوری غیرگوسین را به کار برده و با استفاده از خطی سازی معادلات مربوطه، سری ریولین را برای چگالی انرژی کرنشی بدست آورد (معادله ۱-۴۵):

$$W = C_{10}(I_1 - 3) + C_{20}(I_1 - 3)^2 C_{01}(I_2 - 3) \quad (۱-۴۵)$$

^۱ Neo-hookean

^۲ Treloar

^۳ Gaussian statistical distribution

^۴ Carbon black-filled natural rubber

^۵ Ishihara model

مدل مولکولی حاضر، شامل ثابت I_2 کرنش بوده که تا پیش از آن در مدل‌های فیزیکی ظاهر نشده بود. به این ترتیب مدل ایشیهارا نزدیک به روابط حاکم بر مدل بیدرمن یا مونی-ریولین است. در جدول ۱-۱ تعدادی از مدل‌ها به همراه تعداد پارامترهای مجهول نشان داده می‌شود.

جدول ۱-۱: لیست برخی مدل‌ها به همراه تعداد پارامترهای مجهول [۳۳]

Model	Year	N.m.p
Mooney	1940	2
Neo-Hookean	1943	1
3-chain	1943	2
Ishihara	1951	3
Bideman	1958	4
Gent and Thomas	1958	2
Hart-Smith	1966	3
Valanis and Landel	1967	1
Ogden	1972	6
Haines-Wilson	1975	6
Slip-link	1981	3
Constrained junctions	1982	3
van der Waals	1986	4
8-chain	1993	2
Gent	1996	2
Yeoh and Fleming	1997	4
Tube	1997	3
Extended-tube	1999	4
Shariff	2000	5
Micro-sphere	2004	5

۱-۱۰- تست‌های تعیین پارامترها ماده

برای استفاده از مدل‌های ارائه شده در مواردی همچون طراحی، ضروری است تا ویژگی‌های مواد در شرایط مناسب تست، تعیین شود. زمانی که از ترکیبی از تست‌ها برای استخراج ضرایب مدل استفاده می‌شود، این داده‌ها باید در دما و نرخ کرنش یکسان تعیین گردند. این تست‌ها عبارت‌اند از [۳۵]:

(۱): تست کشش تک‌محوره^۱

(۲): تست برش صفحه‌ای^۲

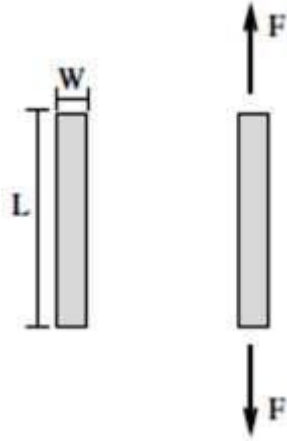
¹ Uniaxial tension test

² Planar Shear test

(۳): تست کشش دومحوره^۱

۱-۱۰-۱- تست کشش تکمحوره

همان طور در شکل ۱۰-۱ نشان داده شده است تست کشش تکمحوره ویژگی‌های ماده را تحت تنش صفحه‌ای تعیین می‌کند. برای انجام این تست و برای بدست آوردن کرنش خالص کششی، نمونه مورد آزمایش باید در جهت کششی نسبت به عرض و ضخامت دارای طول بیشتری باشد. قابل ذکر است که از تحلیل المان محدود می‌توان به این امر دست‌یافت که نیاز است تا طول نمونه حداقل ده برابر عرض باشد.



شکل ۱۰-۱: تست کشش تکمحوره [۳۵]

کرنش ناشی از کشش برابر خواهد بود با رابطه (۴۶-۱):

$$\lambda_1 = \frac{L}{L_0} \quad \lambda_2 = \lambda_3 = \lambda_1^{-1/2} \quad (46-1)$$

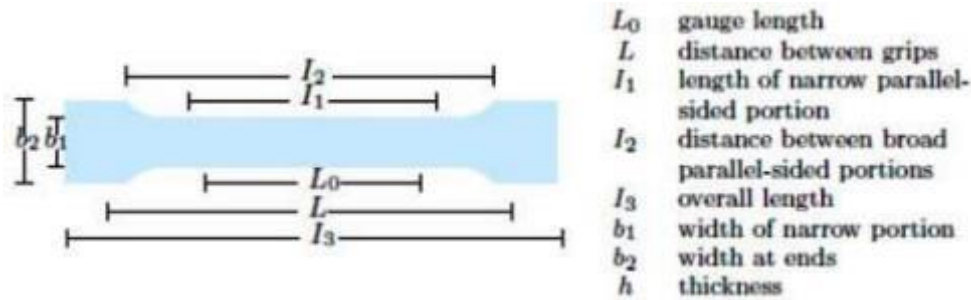
تنش ناشی از کشش با روابط (۴۷-۱) بیان می‌شود:

$$\sigma_1 = \sigma = \frac{F}{A_0} \quad \sigma_2 = \sigma_3 = 0 \quad (47-1)$$

که σ تنش، F بار اعمالی و A_0 سطح اولیه گونه است.

^۱ Equibiaxial tension test

استانداردهای مختلف برای تست کشش تک محوره برای پلاستیک [۳۶] و لاستیک [۳۷] موجود است. تفاوت اصلی بین روش‌ها برای پلاستیک و لاستیک، در هندسه نمونه و سرعت بارگذاری است. تست‌های مربوطه بر روی نمونه استخوانی طبق شکل ۱-۱۱ انجام می‌گردد.



شکل ۱-۱۱: اندازه‌های مورد نظر نمونه تست [۳۵]

جدول ۲-۱ تفاوت‌های مذکور را برای هر نوع ماده نشان می‌دهد.

جدول ۲-۱: مشخصه‌های استاندارد برای تست کشش [۳۵]

Standard	Type	I_3	I_2	I_1	b_2	b_1	h	L_0	L
Thermoplastic and thermosetting plastics									
ISO527-2	1A	≥ 150	104 - 113	80 ± 2	20 ± 0.2	10 ± 0.2	4 ± 0.2	50 ± 0.5	115 ± 1
ISO527-2	1B	≥ 150	106 - 120	60 ± 2	20 ± 0.2	10 ± 0.2	4 ± 0.2	50 ± 0.5	$I_2 + 5$
ISO527-2	1BA	≥ 75	58 ± 2	30 ± 0.5	10 ± 0.5	5 ± 0.5	≥ 2	25 ± 0.5	$58 + 2$
ISO527-2	1BA	≥ 75	23 ± 2	12 ± 0.5	4 ± 0.2	2 ± 0.2	≥ 2	10 ± 0.2	$23 + 2$
Rubbers and Elastomers									
ISO37	1	≥ 115	-	33 ± 2	25 ± 1	6 ± 0.4	2 ± 0.2	25 ± 0.5	≥ 115
ISO37	2	≥ 75	-	25 ± 1	12.5 ± 1	4 ± 0.1	2 ± 0.2	20 ± 0.5	≥ 75
ISO37	3	≥ 50	-	16 ± 1	8.5 ± 1	4 ± 0.1	2 ± 0.2	10 ± 0.5	≥ 50
ISO37	4	≥ 35	-	12 ± 0.5	6 ± 0.5	2 ± 0.1	1 ± 0.1	10 ± 0.5	≥ 35
ASTM 412	C	≥ 115	-	33 ± 2	25 ± 1	6 ± 0.05	1, 3... 3, 3	25 ± 0.25	≥ 115
ASTM 412	A	≥ 140	-	59 ± 2	25 ± 1	12 ± 0.05	1, 3... 3, 3	50 ± 0.5	≥ 140
Thin sheetings and films									
ISO527-3	2	≥ 150	-	-	-	10	≤ 1	50 ± 0.5	100 ± 0.5

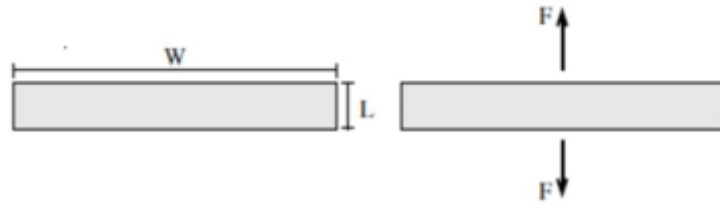
۱-۱۰-۲- تست برش صفحه‌ای

تنش در تست برش صفحه‌ای، همچون تست برش خالص است. مهم‌ترین جنبه در نمونه مورد آزمایش این است که بعد نمونه در راستای کشش بسیار کوتاه‌تر نسبت به عرض است، یعنی:

$$W \geq 10L \quad (۴۸-۱)$$

که طبق شکل ۱-۱۲ در رابطه (۴۸-۱) L طول و W عرض نمونه است. توصیه می‌شود که کمینه

نسبت عرض به طول معیار، برابر چهار باشد. مطالعات آزمایشگاهی روی نمونه با عرض ۲۰۰ میلی‌متر و طول ۶۰ میلی‌متر و با درگیر کردن طول‌های مختلف نشان داد که نسبت عرض به طول ۴ تا ۱۰ بر منحنی تنش-کرنش بی‌تأثیر است [۳۸]. پس در اینجا به‌جای تنش صفحه‌ای که در تست کشش تک‌محوره انجام می‌شود، گونه در حالت کرنش صفحه‌ای مورد آزمایش قرار می‌گیرد.



شکل ۱-۱۲: تست برش صفحه‌ای [۳۵]

کرنش صفحه‌ای: با توجه به تست، کرنش صفحه‌ای به‌صورت رابطه (۱-۴۹) خواهد بود.

$$\lambda_1 = \frac{L}{L_0} \quad \lambda_2 = \lambda_1^{-1} \quad \lambda_3 = 1 \quad (۱-۴۹)$$

که $(\lambda_i)_{i=1,2,3}$ نسبت‌های کشیدگی در جهت اعمال بار، L_0 طول اولیه و L طول ثانویه است.

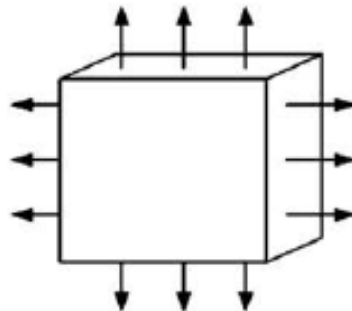
تنش صفحه‌ای: تنش صفحه‌ای به‌صورت رابطه (۱-۵۰) نشان داده شده است.

$$\sigma_1 = \sigma \quad \sigma_2 = 0 \quad \sigma_3 \neq 0 \quad (۱-۵۰)$$

۱-۱۰-۳- تست کشش دو محوره

این تست نیازمند اعمال تنش‌های کششی در دو راستای متعامد است که طرح‌واره آن در شکل

۱-۱۳ نشان داده شده است.



شکل ۱-۱۳: نمونه تست برای کشش دو محوره [۳۹]

کرنش برابر است با رابطه (۵۱-۱):

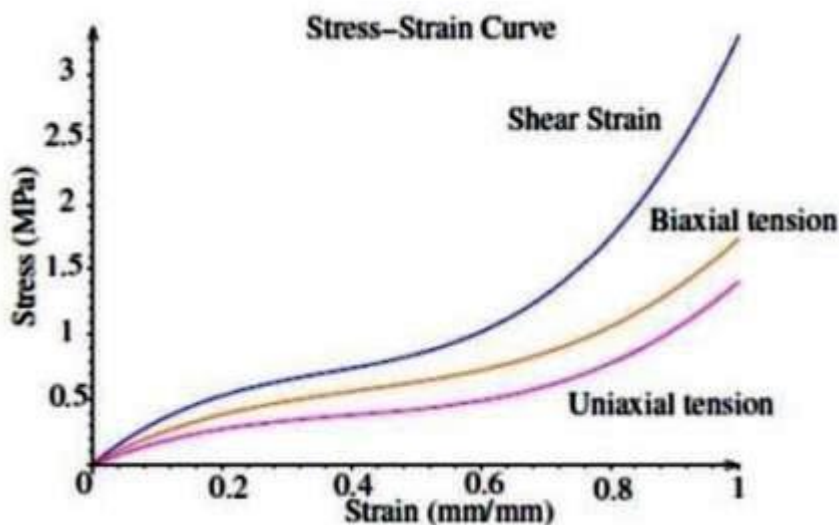
$$\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda = \frac{L}{L_0} \quad \lambda_3 = \lambda^{-2} \quad (51-1)$$

که λ کشیدگی در دو راستای عمود بر هم است.

تنش به صورت رابطه (۵۲-۱) است:

$$\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma \quad \sigma_3 = 0 \quad (52-1)$$

مدل سازی و طراحی موفقیت آمیز مواد هایپیرالاستیک بستگی به انتخاب مناسب تابع انرژی کرنشی و تعیین صحیح ضرایب در تابع دارد. در ادامه توضیح مختصری در ارتباط با کمترین تعداد تست ها برای یافتن مشخصه های ماده هایپیرالاستیک ارائه می شود. برخی از تست ها در شکل ۱-۱۴ آمده است.



شکل ۱-۱۴: منحنی تنش-کرنش آزمایشگاهی برای الاستومر [۳۵]

معمولاً تمامی تست های لازم برای تعیین مشخصه های ماده هایپیرالاستیک در دسترس نیست. تنها تست کشش تک محوره به طور معمول موجود است. هزینه بالای انجام تست هایی همچون کشش دو محوره و برشی، استفاده از آنها را محدود کرده است. برای مثال، تست دو محوره نیازمند ماشین تست گران قیمت با یک چفت و بست خاص است.

اگرچه در ظاهر به نظر می رسد استفاده همزمان از چندین تست، پاسخ های درست تر و منطبق تری

را با مدل‌های مختلف به دست می‌دهد که البته این‌گونه نیز هست اما قابل اثبات است که تفاوت استفاده از چندین تست و یا صرفاً یک تست (تست کشش تک‌محوره) تنها منجر به خطای اندکی می‌گردد که قابل اغماض است. این امر را مانوئل و همکارانش در سال ۲۰۰۵ نشان دادند [۳۵]. آن‌ها یک کره صلب را در تماس با ماده هایپرالاستیک قرار داده و دو حالت مختلف را در نظر گرفتند و برای هریک تطابق مدل‌های مختلف و نیز ضرایب را بدست آوردند: (۱) تست کشش تک‌محوری (۲): تست‌های برشی، کششی تک‌محوره و دو محوره.



شکل ۱-۱۵: تعیین ضرایب مدل از طریق دو مجموعه تست [۳۵]

آن‌ها مقدار خطای قابل قبول در تطابق داده‌های آزمایشگاهی با مدل‌های مختلف را با استفاده از روش حداقل مربعات^۱ به میزان ۳۰ درصد تعیین کردند.

$$E^2 = \sum_{i=1}^n \left(1 - \frac{\sigma_i^{TH}}{\sigma_i^{EXP}}\right)^2 \quad (۵۳-۱)$$

که تنش‌های تجربی، مقادیر تنش تئوریک و مقدار خطاست.

نتایج تطبیق داده‌های آزمایشگاهی در استفاده از تست کشش تک‌محوره طبق جدول ۳-۱ است.

^۱ Least square method

جدول ۳-۱: نتایج انطباق با تست کشش تک‌محوره [۳۵]

مدل های هایپر الاستیک		میزان تطابق تست	درصد خطا
Mooney-Rivlin	2 Parameters	-	60
	3 Parameters	acceptable	15
	5 Parameters	good	1
	9 Parameters	best	0.01
Ogden	Order 1	-	50
	Order 2	-	54
	Order 3	-	54
Neo-Hookean		-	65
Arruda-Boyce		acceptable	30
Gent		-	880
Yeoh	Order 1	-	60
	Order 2	-	40
	Order 3	good	5
Blatz-Ko		-	200

- نتایج تطبیق داده‌های آزمایشگاهی در استفاده از چندین تست نیز طبق جدول ۴-۱ ارائه شد.

جدول ۴-۱: نتایج انطباق با سه تست [۳۵]

مدل های هایپر الاستیک		میزان تطابق تست	درصد خطا
Mooney-Rivlin	2 Parameters	-	96
	3 Parameters	-	95
	5 Parameters	acceptable	30
	9 Parameters	good	18
Ogden	Order 1	-	180
	Order 2	-	-
	Order 3	-	-
Neo-Hookean		-	180
Arruda-Boyce		-	130
Gent		-	880
Yeoh	Order 1	-	180
	Order 2	-	140
	Order 3	-	100
Blatz-Ko		-	270

آن‌ها پس از تطابق مدل‌ها و یافتن مدل‌های متناسب با خطای مطلوب، مقدار خطای نرمال e که

نشان از درصد تفاوت بین دو مجموعه تست بود را با رابطه (۱-۵۴) بدست آوردند:

$$e = 100 \frac{\max_{1 \leq i \leq n} |\sigma_i^B - \sigma_i^A|}{\max_{1 \leq i \leq n} |\sigma_i^A|} \quad (54-1)$$

در این رابطه A و B به ترتیب بیانگر حالت اول و حالت دوم تست بوده، n تعداد نودها در دامنه (به دلیل استفاده از تحلیل المان محدود) و σ نیز بیانگر تنش است.

به این ترتیب خطای استفاده از صرفاً تست کشش تک محوره در کار آنها برابر ۱۵٪ بدست آمد و لذا برای سادگی کار می توان بدون وارد آمدن ایرادی به اصل کار، تست های دیگر از جمله کشش دو محوره و برشی را حذف نمود.

باید ذکر کرد که انجام تنها یک آزمایش برای تعیین پارامترهای ماده لاستیکی کفایت نمی کند. حتی اگر فرایند تطبیق برای یک تست مکانیکی همگرا شود هیچ اطمینانی از ارائه همان مقدار پارامترها در شرایط دیگر بارگذاری نخواهد بود. مثال مناسبی از این امر در کار سیبرت و شوچه^۱ موجود است [۳۹]. لذا این مسئله باید خاطرنشان شود که در مواردی که تست های دیگر در مواد مورد نظر در دسترس باشد، منطقی است که برای بالا بردن دقت انتخاب مدل ها و پارامترهای مربوطه از آنها استفاده نمود. برای استخراج پارامترهای مجهول در معادلات سازگاری همان طور که در بالا ذکر شد باید به یک سری از اطلاعات آزمایشگاهی دسترسی داشت و سپس از طریق تطبیق مدل های تئوریک با آنها به مقادیر مجهول دست یافت. در مجموع تعداد کارهای آزمایشگاهی قابل اعتماد اندک بوده که از بین آنها داده های مربوط به کار ترلوار^۱ بیشترین استفاده را در بین محققین داشته است [۳۰]. کار تطبیق با مدل های هایپرلاستیک توسط افراد مختلف با توجه به نوع تست انجام شده که در اینجا از نتایج آنها به عنوان مقادیر عددی پارامترهای مجهول در معادله استفاده و صرفاً برای اطلاع از چگونگی کلیت استخراج این پارامترها، مروری مختصر بر آن می شود.

داده های ترلوار برای لاستیک طبیعی پر نشده همراه با ۸٪ سولفور برای کشش تک و چند محوره و

¹ Seibert & Schoche

نیز برش خالص انجام شده است [۳۰]. در کنار کار وی، خروجی کار کاواباتا^۱ و همکاران را نیز که به صورت تست کشش دومحوره بر روی گونه پلی سوپرین پر نشده انجام شده نیز بیان می شود. دلیل انتخاب این کارهای آزمایشگاهی، در دسترس و قابل اعتماد بودن داده های بارهای کششی تک محوره و چند محوره در آن است که علاوه بر آن به خوبی توسط مدل های هایپرالاستیک مدل شده است و از خروجی هر یک از آن ها به دلیل مشابهت دو ماده می توان بهره برد.

برای تعیین پارامترهای ماده باید حل های تئوریک (\hat{Y}) با نتایج آزمایشگاهی (Y) تطبیق داده شوند. نتایج آزمایشگاهی با n نقطه Y_i مرتبط با n مقدار تئوری \hat{Y}_i تشکیل می شوند. تفاوت بین نتایج تئوریک و آزمایشگاهی به صورت کلاسیک بر حسب خطای حداقل مربعات در رابطه (۱-۵۵) بیان می گردد:

$$\emptyset = \sum_{i=1}^n (Y_i - \hat{Y}_i)^2 \quad (1-55)$$

گاهی در رابطه (۱-۵۵)، برای تعدیل اثر برخی داده ها، فاکتورهای وزنی اضافه می شوند. اگر $\emptyset = 0$ گردد مقادیر تئوریک و آزمایشگاهی منطبق می شوند، باین حال نتایج آزمایشگاهی همواره از خود عدم قطعیت نشان داده و مدل ها نیز به فرض های مختلفی وابسته اند، لذا هدف الگوریتم ها در کمینه سازی \emptyset است که در این راه از الگوریتم های کمینه سازی مختلفی همچون روش گرادیان کلاسیک، الگوریتم ژنتیک و... استفاده شده است. چون هدف در اینجا استخراج مجدد پارامترهای ماده نبوده و صرفاً قرار است از مقادیر موجود، در این رساله استفاده شود، لذا از ذکر جزییات و تکرار کارهای دیگران خودداری و برای مطالعه بیشتر به منابع [۴۰]-[۴۱] ارجاع داده می شود.

¹ Kawabata

۲- فصل دوم: مرور مقالات

۲-۱- میکروسکوپ نیرو اتمی

هنگامی که نوک میکروسکوپ نیرو اتمی، یک سطح را روبش می‌نماید، نیروهای برهم‌کنش دینامیکی بین سطح نمونه و نوک میکروسکوپ به وجود می‌آید. در مد تماسی، در عمل همیشه یک‌بار اولیه به نوک وارد شده که باعث به وجود آمدن انحراف در میکروتیر می‌گردد. در این مد، به علت اینکه انحراف اولیه به اندازه کافی بزرگ و دامنه به اندازه کافی کوچک است می‌توان مدل تماسی را به صورت خطی فرض نمود [۴۲]. از این رو اساسی‌ترین و ساده‌ترین روش برای مدل نمودن نیروهای برهم‌کنش بین نوک میکروسکوپ نیرو اتمی و سطح نمونه، استفاده از یک فنر خطی است. بررسی ارتعاشات خطی میکروتیر مستطیل شکل و موازی سطح نمونه با شرایط تماس خطی یک مسئله متداول بوده و حل دقیق آن در بسیاری از مراجع آمده است [۴۳]-[۴۴].

در حالت کلی، برای بررسی رفتار دینامیکی تیر میکروسکوپ نیرو اتمی دو نظریه متفاوت وجود دارد؛ نظریه مدل متمرکز [۴۵] و نظریه مدل پیوسته [۴۶].

رابه و همکاران [۸] از اولین افرادی بشمار می‌آیند که رفتار AFM را به وسیله مدل‌های بسیار ساده مورد بررسی قرار دادند. آن‌ها دامنه و فرکانس ارتعاشات تیر AFM را به صورت تئوری و آزمایشگاهی بدست آوردن و باهم مقایسه کردند.

تورنر و بن [۲۷] با تحلیل ارتعاشات پیچشی و خمشی یک تیر AFM، حساسیت‌های خمشی و پیچشی یک تیر یکنواخت را به وسیله روش حل دقیق و روش عددی ریلی ریتز^۱ [۴۷] مورد مطالعه قرار دادند. آن‌ها در مطالعات خود از پارامترهایی نظیر شکل هندسی نوک، مکان تماس و زاویه تیر صرف نظر کرده و با فرض پایین بودن دامنه ارتعاشات، مدل خود را خطی فرض کردند

چانگ [۴۸] حساسیت ارتعاشات خمشی یک تیر الاستیک مستطیل شکل را در مد تماسی مورد مطالعه قرار داد. چانگ در تحلیل خود، تأثیر پارامترهای مختلف به‌ویژه شیب اولیه را بر حساسیت

¹ Rayleigh-Ritz Method

ارتعاشات بررسی نمود و دریافت که مد اول از حساسیت بالاتری نسبت به بقیه مدها قرار دارد. شن، هرلی و تونر [۴۹] نیز رفتار ارتعاشاتی تیر خنجری شکل، از جمله حساسیت و فرکانس شدید را مورد بررسی قرار دادند. مهدوی و همکاران [۵۰] با در نظر گرفتن چهار فاکتور اینرسی چرخشی (RI) و تغییر شکل برشی (SD) تیر و همچنین جرم و ممان اینرسی نوک و با فرض تئوری تیر تیموشنکو، یک مدل جامع تر برای میکروسکوپ نیرو اتمی ارائه نمودند

حبیب نژاد و همکاران [۵۱] در سال ۲۰۱۷ تأثیرات هندسی مختلف و رفتار دینامیکی بر تیر AFM در حالت سه بعدی مورد تحلیل قرار داده اند. در مقالات زیادی نحوه بدست آوردن ضرایب سختی تیر AFM در حالت دوبعدی مورد بحث قرار گرفته است اما در این مقاله حالت سه بعدی که از نظر جهات نیرو و گشتاور اعمال شده به تیر متفاوت است مورد بحث قرار گرفت

لی و چانگ [۵۲] در سال ۲۰۱۵ حساسیت تیر AFM غوطه ور در آب را به کمک تئوری کوپل-استرس مورد بررسی قرار دادند. به کمک روش گرادیان مزدوج پارامترهای معادله فرکانسی را تخمین زده اند. با استفاده از تئوری اصلاح شده کوپل استرس پارامترهای دیگر را بدست آوردند و تأثیر حضور سیال بر فرکانس طبیعی و طول و حساسیت مورد بررسی قرار دادند.

حبیب نژاد و دامیرچلی [۵۳] در سال ۲۰۱۴ اثر خواص سیال و پارامترهای هندسی تیر AFM را روی پاسخ فرکانسی مورد تحلیل قرار دادند. مدل تیر AFM در این تحلیل تیر تیموشنکو بوده که با توجه به خواص سیال (ویسکوزیته، چگالی و...) در مایعات مختلف و پارامترهای هندسی (طول تیر، عرض، ضخامت) پاسخ فرکانسی مورد بررسی قرار گرفته است.

لی و چانگ [۵۴] در سال ۲۰۱۱ حساسیت میکروسکوپ نیرو اتمی با تیر V -شکل را به کمک تئوری کوپل استرس مورد بررسی قرار دادند نتایج نشان می دهد که حساسیت تیر AFM با استفاده از روش تئوری اصلاح شده کوپل استرس کوچک تر از تئوری کلاسیک تیر است.

عباسی و کرمی محمدی [۵۵-۵۷] تأثیر عوامل مختلف نظیر مکان نوک، زاویه تیر، میرایی و ممان اینرسی نوک را بر روی فرکانس تشدید ارتعاشات خمشی و پیچشی میکروتیر میکروسکوپ نیرو اتمی

مورد مطالعه قرار داده‌اند.

مطالعات بسیاری چه به صورت تحلیلی [۵۸-۶۰] و چه به صورت آزمایشگاهی [۶۱،۶۲] بر روی رفتارهای غیرخطی میکروسکوپ نیرو اتمی صورت گرفته است. بوکارا و همکاران [۶۳] از اولین افرادی بودند که تأثیر رفتار دینامیکی غیرخطی را در آزمایش‌های انجام گرفته بر STM مورد بررسی قرار دادند. رودریگز و گارسیا [۶۴] نتایج شبیه‌سازی عددی دینامیک غیرخطی حاصل از دو مدل پیوسته و جرم نقطه‌ای را با یکدیگر مورد مقایسه قرار دادند. تقریب خطی سازی از جمله این روش‌ها است، با خطی سازی برهم‌کنش‌های موجود بین نوک و سطح نمونه و با استفاده از روش عددی المان محدود، کرایم و همکاران [۶۵] پاسخ‌های فرکانسی میکروتیر میکروسکوپ نیرو اتمی متناوب را در محیط مایع و هوا مورد بررسی قرار دادند. روش نیمه تحلیلی تئوری اغتشاشات یکی دیگر از روش‌های پرکاربرد در تحلیل رفتارهای غیرخطی میکروتیر یکسر درگیر AFM است [۶۶].

لین و همکارانش [۶۷] تغییرات فرکانسی در مدهای ارتعاشاتی یک میکروتیر غیریکنواخت FM-AFM که در معرض نیروی جاذبه لنارد جونز قرار داشت را به وسیله روش تئوری اغتشاشات مورد تحلیل قرار دادند. با روش مشابه و با فرض شرایط یکسان، آن‌ها [۶۸] تغییرات فرکانسی یک میکروتیر میکروسکوپ نیرو اتمی در مد ارتعاشاتی FM-AFM که در حال روبش یک سطح شیب‌دار بود را نیز مطالعه نمودند

سابوت^۱ با استفاده از مدل هرتزین، میرایی را برای حالت تماس صفحه و کره، بدون چسبندگی و تحت بار نرمال هارمونیک مورد بررسی قرار داد [۶۹]. میرایی لزج با مساحت تماس، سختی تماس و شعاع کره متناسب است

هنگامی که دامنه ارتعاشات به اندازه کافی کوچک نباشد، شرایط تماس خطی دیگر با ارزش نمی‌باشند. تماس غیرخطی یکی از مهم‌ترین قسمت‌های ارتعاشات میکروسکوپ نیرو اتمی است و

¹ Sabot

تحقیقات بسیاری، هم در زمینه علمی و تئوری انجام گرفته است. نایفه^۱ تحقیقات بسیاری در زمینه تحلیل ارتعاشات غیرخطی نیز انجام داد [۷۰]. رابه [۱۳]، داینلی [۷۱]، بیوسگارد [۷۲]، کیو برس [۶۱] و لی^۲ [۶۲] رفتارهای غیرخطی تیر میکروسکوپ نیرو اتمی را به صورت عملی مورد بررسی قرار دادند. موراوکا^۳ پاسخهای غیرخطی را اندازه گیری نمود و روش تقریبی برای بررسی رفتارهای غیرخطی تیر میکروسکوپ نیرو اتمی با تماس در انتها معرفی نمود [۷۳].

وی^۴ رفتارهای غیرخطی تیر میکروسکوپ نیرو اتمی با تماس هرتزین در انتهای تیر را به وسیله حل هارمونیک تقریبی مورد بررسی قرار داد [۷۴]. تورنر^۵ از روش چند مقیاسی پرتوربیشن^۶ برای حل مسئله ای مشابه وی استفاده نمود و رفتارهای نرمی، برای تمام فرکانسهای AFM را نشان داد [۷۵]. اگرچه از محل تماس در این تحلیلها صرف نظر شد

کرمی محمدی و عباسی، حساسیت و فرکانس رزونانسی میکروتیر میکروسکوپ نیرو اتمی با استفاده از تئوری گرادیان کرنش^۷ بدست آورده اند. آنها معادلات حاکم و شرایط مرزی با ترکیب اصل همیلتون و تئوری اصلاح شده گرادیان کرنش حل نموده اند. در ادامه فرکانس رزونانسی و حساسیت را با کمک روشهای عددی بدست آوردند. نتایج بدست آمده با تئوری تنش کوپل^۸ و تئوری تیرهای کلاسیک مقایسه شده است [۷۶].

عباسی در سال ۲۰۱۸ شبیه سازی میکروتیر میکروسکوپ نیرو اتمی در مد متناوب یا ضربه ای با کمک تئوری تنش - کوپل را انجام داده است. رفتار ارتعاش غیرخطی میکروتیر AFM در مد متناوب

¹ Nayfeh

² Rabeh, Dinelli, Biosgard, Cuberes and Lee

³ Muraoka

⁴ Wei

⁵ Turner

⁶ Multi-scale Perturbative Method

⁷ Strain gradient theory

⁸ couple stress theory

که تحت تحریک آکوستیک مدل شده است را بررسی کرده است. در ابتدا معادله دیفرانسیل حاکم بر حرکت و شرایط مرزی را به کمک تئوری تنش-کوپل به دست آورده، پس از آن فرم بسته فرکانس غیرخطی و نسبت میرایی^۱ را به کمک تئوری اغتشاشات بررسی کرده است. نتایج این پژوهش نشان می‌دهد که فرکانس غیرخطی وابسته به اندازه است. افزایش میزان جدایی بین نوک و سطح نمونه باعث کاهش اثر کلی نیرو و اندروالسی بر فرکانس غیرخطی می‌شود، اما تأثیر آن بر نسبت ماندگاری غیرخطی مؤثر، ناچیز است [۷۷].

۲-۲- هایپراالاستیک

در این قسمت تلاش می‌شود تا تحقیقات صورت گرفته در زمینه مواد هایپراالاستیک، دی‌الکتریک‌های الاستومر در ترکیب‌بندی‌های مختلف و دیگر کارهای مرتبط به ترتیب موضوع و سال بیان گردد. در ابتدا مقالات مهم انجام‌شده در زمینه میکروتیر و میکرو ورق شامل عوامل غیرخطی، روش‌های حل، ترکیب‌بندی‌های مختلف، پایداری، تحریک الکتروستاتیک و شرایط مرزی مختلف ارائه می‌گردد و سپس کارهای انجام‌شده مرتبط با مدل‌های هایپراالاستیک مورد بررسی قرار می‌گیرد.

Chaterjee و Pohit در سال ۲۰۰۹ مدلی جامع از میکروتیر یکسر گیردار را با عوامل غیرخطی ناشی از نیروی الکتریکی، هندسی و جملات اینرسی ارائه کردند. مطالعات آن‌ها نشان داد که گرچه نیروی الکتروستاتیک موجب خصوصیات نرم شوندگی می‌شود اما عوامل هندسی غیرخطی موجب اثر سفت شوندگی بر میکرو سازه می‌شود [۷۸].

Mojahedi و همکاران در سال ۲۰۱۰ ناپایداری کشیدگی استاتیکی را در میکروتیرهای دوسرگیردار و یکسر گیردار بررسی نمودند. از روش گلرکین برای تبدیل به معادلات جبری استفاده شد و سپس حل تحلیلی با استفاده از روش هوموتوپی بدست آمد. عوامل در نظر گرفته شده در استخراج معادله، کشیدگی صفحه میانی، نیروی الکتروستاتیک و بارگذاری محوری بوده است. مقایسه نتایج تحلیلی با

¹ Damping ratio

نتایج عددی نشان می‌دهد که روش هوموتوبی می‌تواند ناپایداری کشیدگی را حتی در حضور کشیدگی صفحه میانی به‌درستی پیش‌بینی نماید [۷۹].

Fu و همکاران روش بالانس انرژی را در سال ۲۰۱۱ برای مطالعه ارتعاش غیرخطی ناشی از میکروتیرها با کشیدگی صفحه میانی و نیروی الکتروستاتیکی توزیع شده استفاده کردند. در بررسی ارتعاش آزاد تیر با تئوری اویلر برنولی، از ساده‌سازی معادلات توسط روش گالرکین بهره برده و سپس معادله حاصل را با روش بالانس انرژی حل کردند. نتایج حاصله را نیز با رانج - کوتای مرتبه چهارم حل نمودند که نشان از دقت بسیار بالای این روش داشت [۸۰].

Feng و همکاران در سال ۲۰۱۴ برای مطالعه دینامیک غیرخطی رزوناتور میکروتیر الاستومر دی-الکترونیک، ارتعاش غیرخطی را با در نظر گرفتن دامنه بزرگ، میرایی گاز و تحریک بررسی کردند. برای یافتن حل تقریبی از روش اغتشاشات استفاده شد. آن‌ها مشاهده کردند که افزایش دامنه موجب افزایش فرکانس طبیعی و کاهش فاکتور کیفیت رزوناتور می‌شود. همچنین مشخص شد که تنش اولیه و فشار محیطی به‌شدت فرکانس رزونانسی رزوناتور تغییر می‌دهد [۸۱].

Marckmann و Verron در سال ۲۰۰۵، ۲۰ مدل هایپیرالاستیک را برای مواد لاستیکی مورد مقایسه قرار دادند. توانایی این مدل‌ها در انواع مختلف بارگذاری‌ها و در قالب دو مجموعه کار آزمایشگاهی مورد بررسی قرار گرفت. پارامترهای ماده و محدوده اعتبار هر مدل با یک فرآیند تطبیق تعیین شد. آن‌ها به این نتیجه رسیدند که مدل‌های با دو یا سه پارامتر نمی‌توانند تمامی محدوده‌های کرنش را پیش‌بینی کنند. ناتوانی مدل‌ها زمانی آشکار می‌شود که در صورت تعیین پارامترهای آن‌ها با تست تک‌محوره^۱ دیگر قادر به پیش‌بینی پاسخ دو محوره^۲ مواد لاستیکی نیستند. همچنین نشان دادند که برای کرنش‌های متوسط در حد ۲۰۰ تا ۲۵۰ درصد مدل قدیمی مونی^۳ با دو پارامتر کفایت می‌کند. برای کرنش‌های

¹ Uniaxial

² Biaxial

³ Mooney

کوچک نیز مدل نئو-هوکیین پیشنهاد شده است [۳۳].

Martins و همکاران در سال ۲۰۰۶ مطالعه‌ای مبنی بر مقایسه بین مدل‌های مختلف برای پیش‌بینی خصوصیات مواد هایپرلاستیک انجام دادند که در لاستیک‌های سیلیکونی و بافت‌های نرم کاربرد داشته است. محققین در این مقاله از روش محاسباتی / تجربی برای مطالعه رفتار مکانیکی بافت نرم بیولوژیکی تحت کشش تک‌محوره استفاده نموده و برای تطبیق بر داده‌های آزمایشگاهی برای اولین بار مدل مارتین^۱ را ارائه نمودند. آن‌ها برای یافتن مقادیر بهینه در هر پارامتر از الگوریتم لونیبرگ-مارکوارت^۲ بهره بردند. این فرآیند برای نمونه لاستیک سیلیکونی نیز با تست کشش تک‌محور به کار برده شد. برخی نتایج حاصل شده از کار جامع آن‌ها به‌قرار زیر است: ۱- از هفت مدل ماده استفاده شده، شش مدل تطابق خوبی رابین داده‌های آزمایشگاهی و تئوریک بیان نمودند. ۲- بهترین نتایج برای مدل‌های اگدن^۳، یئو^۴ و مارتین بوده است. ۳- بدترین نتیجه مربوط به مدل نئو-هوکیین^۵ بوده که در هر دو ماده قابلیت بیان ویژگی‌های غیرخطی را ندارد [۸۲].

Kim و همکاران سه مدل مختلف از جمله مدل اگدن، مونی ریولین^۶ و نئوهوکیین را در سال ۲۰۱۱ برای لاستیک‌های کلروپرن مورد مقایسه قرار دادند. آن‌ها به این نتیجه رسیدند که گرچه مدل‌های مونی ریولین و نئوهوکیین برای استفاده در تحلیل مناسب می‌باشند اما برای تغییر شکل‌های بزرگ، محدودیت‌هایی دارند. لذا جهت دستیابی به نتایج بهتر در تغییر شکل بزرگ مواد لاستیکی، مدل‌های هایپرلاستیک پیشرفته‌تری نیاز است و آن‌ها در این مورد خاص، مدل اگدن مرتبه سوم را پیشنهاد نمودند. همچنین اشاره شده است که دو مدل مونی ریولین و نئوهوکیین می‌توانند برای تطابق‌های ساده در محدوده کرنش‌های کوچک در مواد هایپرلاستیک استفاده شوند. [۸۳].

¹ Martin

² Levenberg-Marquardt

³ Ogden

⁴ Yeoh

⁵ Neo-Hookean

⁶ Mooney-Rivlin

Soares و Goncalves در سال ۲۰۱۴ ارتعاش خطی و غیرخطی و پایداری غشاء مستطیلی هایپرالاستیک با کشیدگی اولیه را تحت فشار جانبی هارمونیک و تغییر شکل اولیه محدود بررسی نمودند. آن‌ها ماده را از نوع ایزوتروپیک، همگن و غیرقابل فشردگی و از نوع مونی ریولین انتخاب نمودند. نتایج را برای حالت خاص نئو-هوکین بدست آورده و با مدل اصلی مقایسه نمودند. آن‌ها پس از استخراج معادله، فرکانس‌های طبیعی و شکل مودهای غشاء را به صورت تحلیلی برای هر دو نوع ماده بدست آوردند. جزئیات تحلیل پارامتریک نشان از تأثیر نسبت کشیدگی و پارامترهای ماده بر نوسان خطی و غیرخطی ماده دارد [۸۴].

Breslavsky و همکارانش در سال ۲۰۱۴ خیز استاتیکی، ارتعاش آزاد و اجباری صفحات نازک مستطیلی لاستیکی را تحت توزیع فشار یکنواخت بررسی نمودند. آن‌ها عامل غیرخطی هندسی را از طریق رابطه فون-کارمن در صفحه و عامل فیزیکی را با در نظر گرفتن ساده‌ترین مدل یعنی نئو-هوکین مورد بررسی قرار دادند. آن‌ها روشی برای مدل موضعی که رفتار صفحه را حول حالت تغییر شکل یافته تقریب می‌زند ارائه کردند. این مدل موضعی که دارای عوامل غیرخطی مربعی و مرتبه سوم است از نوع معادلات دیفرانسیل معمولی است. آن‌ها نشان دادند که حساسیت خیز به عوامل غیرخطی فیزیکی در کرنش‌های متوسط قابل توجه است. همچنین خیز تحت فشار اولیه زمانی که عامل غیرخطی ماده حذف شود، تخمینی کمتر از حد معمول را می‌دهد [۸۵].

از خواص ویژه مواد هایپرالاستیک می‌توان به کرنش بالای آن، قیمت پایین، سادگی ساختار، استحکام بالا به دلیل استفاده از مواد پلیمری پایدار و خروجی انرژی بالا [۸۶، ۸۷] اشاره کرد. به همین دلیل کاربردهای فراوانی در حس‌گر ماهیچه مصنوعی، ژنراتور، تولیدکنندگان انرژی [۸۸، ۸۱]

دانایی بارفروش و کرمی محمدی [۸۹-۹۱] به مطالعه مدل یئو و نئو-هوکین در میکروتیرهای رزونانسی در دی‌الکترونیک پرداخته‌اند و همچنین تأثیر پارامترهای مختلف بر روی فرکانس غیرخطی میکروتیر هایپرالاستیک را مورد بررسی قرار داده‌اند. در سال ۲۰۱۲ ارتعاش آزاد غیرخطی نانوتیر هایپرالاستیک با در نظر گرفتن اثرات سطح پرداخته‌اند.

کریمی محمدی و دانایی [۹۲] در سال ۲۰۱۷ ارتعاشات اجباری غیرخطی دی الکتریک الاستومر بر اساس میکروتیر هایپرالاستیک با توجه به مدل یئو مورد تجزیه و تحلیل قرار گرفته است. شرایط غیرخطی ناشی از جنس تیر و هندسه آن است. هندسه غیرخطی از طریق روابط جابجایی کرنش فون-کارمن و ماده غیرخطی از طریق روابط یئو مدل سازی شده است.

۳- فصل سوم: مدل سازی ریاضی

۳-۱- مقدمه

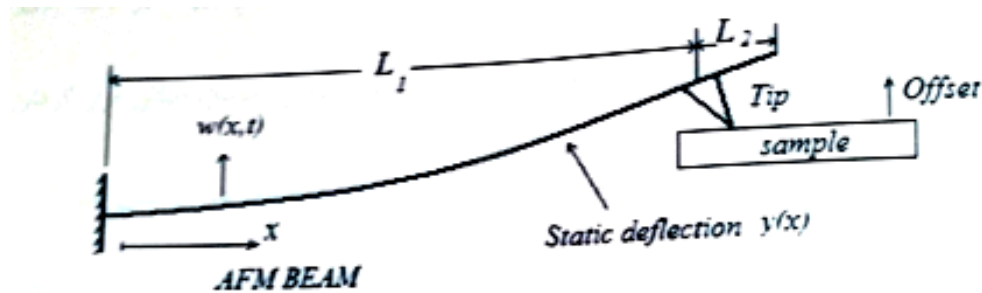
در این بخش ارتعاشات میکروتیر میکروسکوپ نیرو اتمی از جنس هایپیرالاستیک به صورت تیر با مدل تماسی بررسی شده است. معادلات حاکم، شرایط مرزی و شرایط پیوستگی بدست آمده است. معادلات مشخصه برای تیر با تماس نوک در انتها حاصل شده است. با استفاده از معادلات مشخصه، تأثیر عوامل مختلف نظیر نسبت طول به ضخامت^۱ میکروتیر، ارتفاع نوک، جرم نوک، سختی عمودی و حساسیت بررسی شده است. همان طور که در فصل اول نیز اشاره شد، منظور از تیر متداول میکروسکوپ نیرو اتمی، تیری متشکل از یک میکروتیر یکسر درگیر و یک نوک در انتهای آزاد آن بوده که به صورت گسترده برای روبش سطوح نانو مواد و یا به منظور انجام برخی عملیات مکانیکی بر روی آن‌ها نظیر لایه برداری، برش و انجام تست خمش، مورد استفاده قرار می‌گیرد.

۳-۲- مدل ارتعاشاتی کلی برای تیر یکسر درگیر میکروسکوپ نیرو اتمی

چهار نوع ارتعاشات متفاوت برای تیر میکروسکوپ نیرو اتمی از جنس هایپیرالاستیک وجود دارد، خمشی، پیچشی، کششی و فشاری. آزمایش‌های نشان می‌دهد که مؤثرترین مدهای ارتعاشات نیز ناشی از ارتعاشات خمشی با جابجایی عمودی بر سطح نمونه است. این ارتعاشات ناشی از لرزش‌های عمودی سطح نمونه در هنگام تماس با نوک میکروسکوپ است. ارتعاشات پیچشی تیر نیز از نیروهای برشی ناشی می‌شوند. به طور معمول، فرکانس مدهای ارتعاشاتی پیچشی بالاتر از فرکانس چند مد اول ارتعاشات خمشی می‌باشند؛ اما در اکثر تیرهای میکروسکوپ نیرو اتمی، مدهای کششی و فشاری را نمی‌توان به صورت مستقیم بدست آورد، زیرا که فرکانس‌های تشدید مدهای کششی و فشاری بسیار بالاتر از فرکانس‌های تشدید مدهای خمشی و پیچشی می‌باشند و به همین خاطر از مدهای کششی و فشاری در تحلیل ارتعاشات تیر میکروسکوپ نیرو اتمی صرف نظر می‌شود. بنابراین تحلیل ما به پاسخ‌های ارتعاشات خمشی تیر محدود می‌شود. تیرهای میکروسکوپ نیرو اتمی را می‌توان به صورت تیرهای همگن

¹ Aspect ratio

مدل نمود. یک نوک با شعاع کوچک در انتهای تیر متصل شده است. در مد تماسی، هنگامی که دامنه ارتعاشات به اندازه کافی کوچک است، نیروهای برهم کنش بین نوک و سطح نمونه را می توان خطی سازی نمود. در نتیجه می توان از مدل خطی برای توصیف برهم کنش های بین نوک و نمونه استفاده نمود. شکل ۱-۳ شماتیکی از تیر میکروسکوپ نیرو اتمی و نوک ضمیمه شده را نشان می دهد.



شکل ۱-۳ شماتیکی از تیر میکروسکوپ نیرو اتمی و نوک ضمیمه شده

۳-۳- تیر مستطیل شکل

تیر مستطیل شکل، اولین تیری است که در AFM مورد استفاده قرار گرفت. تحقیقات بسیاری بر روی پاسخ های ارتعاشات خمشی و پیچشی این نوع تیر با تماس خطی در انتها، انجام گرفته و پیشرفت های نیز حاصل شده است. اگرچه با تحلیل هایی که در آینده توسط تئوری های کلاسیک انجام گرفت، نشان داده شد که فرکانس های بدست آمده از روش های تئوری با فرکانس های بدست آمده از روش های آزمایشگاهی همیشه انطباق ندارند [۹۳]، [۹۴]. در نتیجه پیدا کردن یک مدل ارتعاشاتی با دقت بالاتر ضروری می نماید. در عمل، معمولاً تیر میکروسکوپ نیرو اتمی موازی سطح قرار نمی گیرد و روبش با یک زاویه اولیه نسبت به سطح، معمولاً حدود ۱۲ تا ۱۵ درجه انجام می گیرد [۹۵]، به علاوه به علت کوچک بودن مقیاس کارکرد، مونتاژ نوک دقیقاً در قسمت انتهایی تیر سخت است و فاصله ای بین نوک و تار خنثی نیز وجود دارد. اگرچه تحقیقات بسیاری بر روی پاسخ های ارتعاشات خمشی و پیچشی میکروسکوپ نیرو اتمی با تیر مستطیلی انجام گرفته است، اما در اکثر موارد توجهی به زاویه بین تیر و سطح نمونه و مخصوصاً محل تماس نشده است. در این بخش، ابتدا جرم نوک، ارتفاع نوک و سختی تماس را بر روی پاسخ های ارتعاشاتی مورد بررسی قرار گرفته است.

۳-۴- اصل همیلتون

برای استخراج معادله، از اصل همیلتون استفاده می‌شود. اصل همیلتون بیان می‌کند که از بین تمامی حالت‌های جابجایی وابسته به زمان که معادلات سازگاری، قیود و نیز شرایط مرزی در زمان‌های ابتدایی و انتهایی را ارضا می‌کند، پاسخی حقیقی است که تابع لاگرانژ را کمینه می‌کند؛ بنابراین اصل همیلتون به شکل کلی معادله (۳-۱) بیان می‌شود:

$$\delta \int_{t_1}^{t_2} L dt = 0 \quad (۳-۱)$$

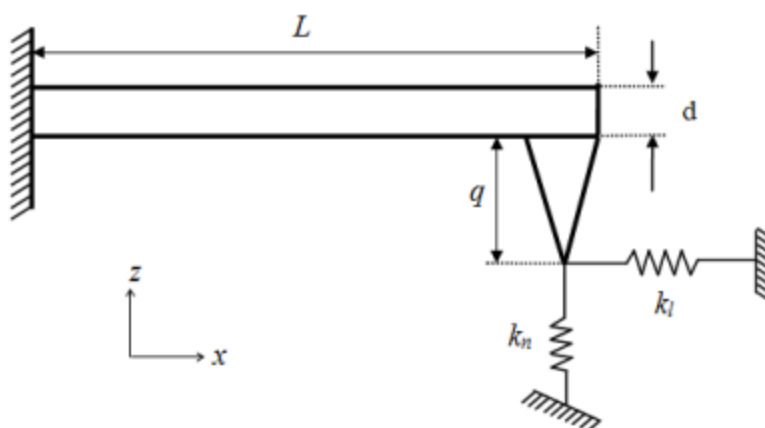
L در اصل همیلتون با رابطه (۳-۲) بیان می‌شود:

$$L = T - \Pi + W \quad (۳-۲)$$

T در این رابطه انرژی جنبشی، Π انرژی کرنشی و W کار نیروهای غیر پتانسیلی اعمالی به سیستم است. این سه پارامتر در ادامه محاسبه و در نهایت در اصل همیلتون جایگذاری می‌شود تا معادله حاکم استخراج گردد. بررسی رفتار ارتعاشی میکروتیر در دو بخش ارتعاشات آزاد خطی و غیرخطی انجام خواهد شد. در بخش ارتعاش آزاد از مدل یئو و تئوری اویلر برنولی استفاده می‌شود.

۳-۵- ارتعاش آزاد میکروتیر با تئوری اویلر برنولی و مدل چندجمله‌ای هایپرالاستیک یئو

شکل ۳-۲ شماتیک میکروتیر موردنظر برای تحلیل در این بخش را نشان می‌دهد. تیر مذکور، یک تیر هایپرالاستیک از ماده رابر طبیعی با عرض b ، ضخامت d و طول L است. مطابق شکل ۳-۲، محور x در امتداد طول تیر بوده و $w(x,t)$ خیز تیر در امتداد محور z و در زمان t است. یک انتهای میکروتیر در $x=0$ درگیر بوده و انتهای دیگر آن در $x=L$ دارای یک نوک مخروطی با طول q و جرم m_t است. همان‌طور که پیش‌تر نیز اشاره شد، به علت دامنه پایین نوسان در مد تماسی، نیروهای برهم‌کنش بین نوک و سطح نمونه به صورت خطی فرض شده‌اند. از این‌رو، برای مدل نمودن این نیروها، از دو فنر خطی، یکی برای مدل نمودن نیروهای نرمال با سختی k_n و دیگری برای مدل نمودن نیروهای جانبی با سختی k_l استفاده شده است.



شکل ۳-۲: شماتیک یک تیر متداول میکروسکوپ نیرواتمی در تماس با سطح نمونه [۷۶]

فرضیات مورد اعمال در این تئوری به شرح زیر می‌باشند:

(۱): سطح مقطع در صفحه خود کاملاً صلب بوده و لذا هیچ تغییر شکلی در صفحه سطح مقطع رخ

نمی‌دهد.

(۲): سطح مقطع در طی تغییر شکل به صورت صفحه باقی می‌ماند.

(۳): سطح مقطع پس از اعمال خیز نیز همچنان بر تار خنثی عمود است.

(۴): اینرسی دورانی در قسمت انرژی جنبشی در نظر گرفته نمی‌شود.

(۵): از ترم‌های غیرخطی در میدان کرنش صرف نظر نمی‌شود.

با توجه به تئوری تیر اویلر-برنولی و فرض‌ها فوق و شکل ۳-۳، مؤلفه‌های جابجایی میکروتیر مذکور

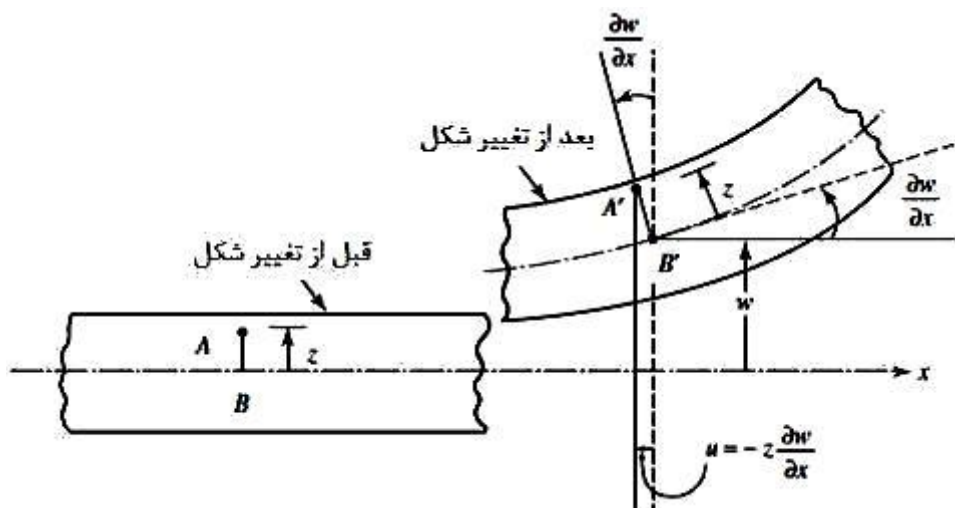
تحت خمش، به صورت معادلات (۳-۳) بدست می‌آیند:

$$u_1(x, y, z, t) = -z \frac{\partial w(x, t)}{\partial x} \quad (3-3)$$

$$u_2(x, y, z, t) = 0$$

$$u_3(x, y, z, t) = w(x, t)$$

که در روابط فوق، u_1 ، u_2 و u_3 به ترتیب جابجایی در راستای محورهای x ، y و z می‌باشند.



شکل ۳-۳ تیر اویلر برنولی تحت خمش [۹۶]

پس از اعمال تعریف کرنش لاگرانژی در خیز بزرگ برای هر مؤلفه از تانسور کرنش و صرف نظر از جملات کوچک و نیز جابجایی طولی، در نهایت مؤلفه‌های کرنش را به صورت معادلات (۳-۴) تا (۳-۶) ارائه می‌شود:

$$\epsilon_{xx} = \frac{\partial u_1}{\partial x} + \frac{1}{2} \left[\left(\frac{\partial u_1}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial u_2}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial u_3}{\partial x} \right)^2 \right] = -z \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 \quad (۴-۳)$$

$$\epsilon_{yy} = \frac{\partial u_2}{\partial y} + \frac{1}{2} \left[\left(\frac{\partial u_1}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial u_2}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial u_3}{\partial y} \right)^2 \right] = 0 \quad (۵-۳)$$

$$2\epsilon_{xy} = \frac{\partial u_1}{\partial y} + \frac{\partial u_2}{\partial x} + \frac{\partial u_1}{\partial x} \frac{\partial u_1}{\partial y} + \frac{\partial u_2}{\partial x} \frac{\partial u_2}{\partial y} + \frac{\partial u_3}{\partial x} \frac{\partial u_3}{\partial y} = 0 \quad (۶-۳)$$

از آنجاکه می‌توان ثوابت کرنش را بر اساس ثوابت کشیدگی بیان نمود و خود ثوابت کشیدگی از تانسور کوشی-گرین راست بدست می‌آیند، تانسور کرنش لاگرانژی و به دنبال آن تانسور کوشی-گرین راست را می‌توان یافت.

تانسور کرنش لاگرانژی با محاسبات ارائه شده برابر است با معادله (۳-۷):

$$E = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 2\epsilon_{xx} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (۷-۳)$$

تانسور کوشی-گرین راست نیز با تعریف قسمت پیشین برابر رابطه (۳-۸) است.

$$C = 2E + I = \begin{bmatrix} 2\varepsilon_{xx} + 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (۸-۳)$$

از طرفی ثوابت کشیدگی λ_i ریشه مربعی مقادیر ویژه تانسور چپ یا راست کوشی - گرین می باشد. بنابراین توسط تانسور راست کوشی - گرین تعریف شده در معادله (۸-۳) و یافتن ریشه مربعی مقادیر ویژه آن، مقادیر λ_i برابر خواهد بود با معادله (۹-۳):

$$\lambda_1 = 1 \quad \lambda_2 = 1 \quad \lambda_3 = \sqrt{1 + 2\varepsilon_{xx}} \quad (۹-۳)$$

ثوابت کرنش عبارت‌اند از:

$$I_1 = 2\varepsilon_{xx} + 3 \quad (۱۰-۳)$$

$$I_2 = 4\varepsilon_{xx} + 3 \quad (۱۱-۳)$$

از آنجاکه ماده مورد نظر در مدل، غیرقابل فشرده در نظر گرفته می شود و با در نظر گرفتن رابطه $I_3 = \lambda_1^2 \lambda_2^2 \lambda_3^2 = J^2 = \det(C)$ و اینکه طبق مطالب ارائه شده در فصل اول باید برای ثابت ماندن حجم $J=1$ باشد بنابراین چگالی انرژی کرنشی در مواد هایپرالاستیسیته صرفاً بر اساس دو ثابت کرنش اولیه بیان می گردد .

۳-۵-۱- استخراج معادله حاکم بر مدل یئو

برای استخراج معادلات تحت تئوری اویلر برنولی و مدل یئو، انرژی های جنبشی و کرنشی به ترتیب رابطه (۱۲-۳) در اصل همیلتون جایگزین می شود .

$$T = T_1 + T_2 = \frac{1}{2} \iiint_V \rho \left(\frac{\partial u_3}{\partial t} \right)^2 dV + \frac{1}{2} m \left(\frac{\partial w(L, t)}{\partial t} \right)^2 \quad (۱۲-۳)$$

که در آن T_1 انرژی جنبشی تیر و T_2 انرژی جنبشی جرم متمرکز است، به طوری که $\frac{\partial u_3}{\partial t} = \frac{\partial w}{\partial t}$ است، بنابراین داریم:

$$T = T_1 + T_2 = \frac{1}{2} \iiint_V \rho \left(\frac{\partial w}{\partial t} \right)^2 dV + \frac{1}{2} m \left(\frac{\partial w(L,t)}{\partial t} \right)^2 \quad (۱۳-۳)$$

با اعمال عملگر تغییرات در معادله (۱۳-۳) خواهیم داشت:

$$\begin{aligned} \delta \int_{t_1}^{t_2} T dt &= \delta \int_{t_1}^{t_2} T_1 dt + \delta \int_{t_1}^{t_2} T_2 dt \\ &= \int_{t_1}^{t_2} \int_0^L \rho A \frac{\partial w}{\partial t} \frac{\partial \delta w}{\partial t} dx dt + \int_{t_1}^{t_2} m \frac{\partial w(L,t)}{\partial t} \frac{\partial \delta w(L,t)}{\partial t} dt \quad (۱۴-۳) \\ &= - \int_{t_1}^{t_2} \int_0^L \rho A \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} \delta w dx dt - \int_{t_1}^{t_2} m \frac{\partial^2 w(L,t)}{\partial t^2} \delta w(L,t) dt \end{aligned}$$

چگالی انرژی کرنشی مدل یئو معادل است با معادله (۱۵-۳):

$$u = c_1(I_1 - 3) + c_2(I_1 - 3)^2 + c_3(I_1 - 3)^3 \quad (۱۵-۳)$$

به طوری که:

$$I_1 = 2\varepsilon_{xx} + 3 = 2 \left(-z \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 \right) + 3 = -2z \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 + 3 \quad (۱۶-۳)$$

با جایگذاری رابطه (۱۶-۳) در رابطه (۱۵-۳) خواهیم داشت:

$$\begin{aligned} u &= c_1 \left(-2z \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 \right) + c_2 \left(-2z \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 \right)^2 \\ &\quad + c_3 \left(-2z \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 \right)^3 \end{aligned} \quad (۱۷-۳)$$

بنابراین انرژی کرنشی که از انتگرال چگالی انرژی حاصل می شود را به صورت معادله (۱۸-۳) خواهیم

داشت:

$$U = \int_0^L \iint_A u dA dx = \int_0^L \iint_A \left(c_1 \left(-2z \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 \right) + \right. \quad (۱۸-۳)$$

$$\left. c_2 \left(-2z \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 \right)^2 + c_3 \left(-2z \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 \right)^3 \right) dA dx = \int_0^L \iint_A \left(c_1 \left(-2z \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \right.$$

$$\left(\frac{\partial w}{\partial x}\right)^2 + c_2 \left(4Z^2 \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}\right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial x}\right)^4 - 4Z \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \left(\frac{\partial w}{\partial x}\right)^2\right) + c_3 \left(-8Z^3 \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}\right)^3 - 6Z \left(\frac{\partial w}{\partial x}\right)^4 \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + 12Z^2 \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}\right)^2 \left(\frac{\partial w}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial x}\right)^6\right) dA dx$$

از طرفی می‌دانیم:

$$A = \iint_A dA, I = \iint_A z^2 dA \quad \iint_A z dA = 0, \iint_A z^3 dA = 0 \quad (19-3)$$

بنابراین انرژی کرنشی برابر رابطه (۲۰-۳) است:

$$U = \int_0^L \left(c_1 A \left(\frac{\partial w}{\partial x}\right)^2 + c_2 \left(4I \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}\right)^2 + A \left(\frac{\partial w}{\partial x}\right)^4\right) + c_3 \left(12I \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}\right)^2 \left(\frac{\partial w}{\partial x}\right)^2 + A \left(\frac{\partial w}{\partial x}\right)^6\right) \right) dx \quad (20-3)$$

با اعمال عملگر تغییرات خواهیم داشت:

$$\delta \int_{t_1}^{t_2} U dt = \int_{t_1}^{t_2} \int_0^L \left(2c_1 A \frac{\partial w}{\partial x} \frac{\partial \delta w}{\partial x} + c_2 \left(8I \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \frac{\partial^2 \delta w}{\partial x^2} + 4A \left(\frac{\partial w}{\partial x}\right)^3 \frac{\partial \delta w}{\partial x} \right) + c_3 \left(24I \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \left(\frac{\partial w}{\partial x}\right)^2 \frac{\partial^2 \delta w}{\partial x^2} + 24I \frac{\partial w}{\partial x} \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}\right)^2 \frac{\partial \delta w}{\partial x} + 6A \left(\frac{\partial w}{\partial x}\right)^5 \frac{\partial \delta w}{\partial x} \right) \right) dx dt \quad (21-3)$$

و با استفاده از انتگرال‌گیری جز به جز در معادله (۲۱-۳) خواهیم داشت:

$$\delta \int_{t_1}^{t_2} U dt = \int_{t_1}^{t_2} \left[\int_0^L \left(-2c_1 A \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + 8c_2 I \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} - \right. \right. \quad (22-3)$$

$$\left. 12c_2 A \left(\frac{\partial w}{\partial x}\right)^2 \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + 24c_3 I \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \left(\frac{\partial w}{\partial x}\right)^2\right) - 24c_3 I \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial w}{\partial x} \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}\right)^2\right) - \right.$$

$$\left. 30c_3 A \left(\frac{\partial w}{\partial x}\right)^4 \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) \delta w dx + \left(2c_1 A \frac{\partial w}{\partial x} - 8c_2 I \frac{\partial^3 w}{\partial x^3} + 4c_2 A \left(\frac{\partial w}{\partial x}\right)^3 - \right.$$

$$24c_3 I \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 \right) + 24c_3 I \frac{\partial w}{\partial x} \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right)^2 + 6c_3 A \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)^5 \delta w \Big|_0^L + \left(8c_2 I \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + 24c_3 I \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 \right) \frac{\partial \delta w}{\partial x} \Big|_0^L dt$$

بنابراین:

$$\delta \int_{t_1}^{t_2} U dt = \int_{t_1}^{t_2} \int_0^L \left(-2c_1 A \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + 8c_2 I \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} - 12c_2 A \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + 24c_3 I \left(\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 + 6 \frac{\partial^3 w}{\partial x^3} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \frac{\partial w}{\partial x} + 2 \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right)^3 \right) - 24c_3 I \left(\left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right)^3 + 2 \frac{\partial^3 w}{\partial x^3} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \frac{\partial w}{\partial x} \right) - 30c_3 A \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)^4 \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) \delta w dx + \left(2c_1 A \frac{\partial w}{\partial x} - 8c_2 I \frac{\partial^3 w}{\partial x^3} + 4c_2 A \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)^3 - 24c_3 I \left(\frac{\partial^3 w}{\partial x^3} \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 + 2 \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right)^2 \frac{\partial w}{\partial x} \right) + 24c_3 I \frac{\partial w}{\partial x} \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right)^2 + 6c_3 A \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)^5 \right) \delta w \Big|_0^L + \left(8c_2 I \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + 24c_3 I \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 \right) \frac{\partial \delta w}{\partial x} \Big|_0^L dt \quad (23-3)$$

انرژی پتانسیل خارجی در نظر گرفته به صورت رابطه (۳-۲۴) است:

$$V = \frac{1}{2} K_n w^2(L, t) + \frac{1}{2} K_l \left(q \frac{\partial w(L, t)}{\partial x} \right)^2 \quad (24-3)$$

با اعمال عملگر تغییرات خواهیم داشت:

$$\delta \int_{t_1}^{t_2} V dt = \int_{t_1}^{t_2} \left(K_n w(L, t) \delta w(L, t) + K_l q^2 \frac{\partial w(L, t)}{\partial x} \delta \frac{\partial w(L, t)}{\partial x} \right) dt \quad (25-3)$$

با استفاده از معادلات (۳-۳) تا (۳-۶) و به کارگیری رابطه کرنش لاگرانژی فون-کارمن، معادله نهایی

مدل یئو عبارت است از:

$$\rho A \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} - 2c_1 A \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + 8c_2 I \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} - 12c_2 A \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + 24c_3 I \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 + 96c_3 I \frac{\partial^3 w}{\partial x^3} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \frac{\partial w}{\partial x} + 24c_3 I \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right)^3 - 30c_3 A \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)^4 \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} = 0 \quad (26-3)$$

شرایط مرزی قابل استخراج از روش همیلتون عبارت‌اند از:

$$\left(-2c_1A \frac{\partial w}{\partial x} + 8c_2I \frac{\partial^3 w}{\partial x^3} - 4c_2A \left(\frac{\partial w}{\partial x}\right)^3 + 24c_3I \frac{\partial^3 w}{\partial x^3} \left(\frac{\partial w}{\partial x}\right)^2 + \right. \quad (27-3)$$

$$\left. 24c_3I \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}\right)^2 \frac{\partial w}{\partial x} - 6c_3A \left(\frac{\partial w}{\partial x}\right)^5\right) \delta w \Big|_{x=0} = 0$$

$$-\left(8c_2I \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + 24c_3I \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \left(\frac{\partial w}{\partial x}\right)^2\right) \frac{\partial \delta w}{\partial x} \Big|_{x=0} = 0 \quad (28-3)$$

$$\left(-2c_1A \frac{\partial w}{\partial x} + 8c_2I \frac{\partial^3 w}{\partial x^3} - 4c_2A \left(\frac{\partial w}{\partial x}\right)^3 + 24c_3I \frac{\partial^3 w}{\partial x^3} \left(\frac{\partial w}{\partial x}\right)^2 + 24c_3I \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}\right)^2 \frac{\partial w}{\partial x} - \right. \quad (29-3)$$

$$\left. 6c_3A \left(\frac{\partial w}{\partial x}\right)^5 - Kw(L, t) - m \frac{\partial^2 w(L, t)}{\partial t^2}\right) \delta w \Big|_{x=L} = 0$$

$$-\left(8c_2I \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + 24c_3I \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \left(\frac{\partial w}{\partial x}\right)^2 + K_l q^2 \frac{\partial w}{\partial x}\right) \frac{\partial \delta w}{\partial x} \Big|_{x=L} = 0 \quad (30-3)$$

۳-۶- بی بعد سازی معادله حاکم

ابتدا معادله با تعریف پارامترهای رابطه (۳۱-۳)، بی بعد سازی می شود:

$$x^* = \frac{x}{L}, w^* = \frac{w}{d}, t^* = \sqrt{\frac{c_1 I}{\rho A L^4}} t, \beta_1 = \frac{c_2}{c_1}, \beta_2 = \frac{c_3}{c_1}, \beta_3 = \frac{c_3}{c_2},$$

$$R = \frac{L}{d}, A^* = \frac{A d^2}{I}, K_n^* = \frac{L K_n}{c_1 A}, m^* = \frac{m_t}{\rho A L}, \quad (31-3)$$

$$K_l^* = \frac{L K_l}{c_2 A}, q^* = \frac{q}{L}$$

این پارامتر ابتدا محاسبه می شود و سپس بی بعد سازی انجام می گیرد. معادله حاکم بی بعد به صورت

رابطه (۳۲-۳) است:

$$\begin{aligned}
& \frac{\partial^2 w^*}{\partial t^{*2}} - 2A^*R^2 \frac{\partial^2 w^*}{\partial x^{*2}} + 8\beta_1 \frac{\partial^4 w^*}{\partial x^{*4}} - 12A^*\beta_1 \left(\frac{\partial w^*}{\partial x^*}\right)^2 \frac{\partial^2 w^*}{\partial x^{*2}} \\
& + 24 \frac{\beta_2}{R^2} \frac{\partial^4 w^*}{\partial x^{*4}} \left(\frac{\partial w^*}{\partial x^*}\right)^2 + 96 \frac{\beta_2}{R^2} \frac{\partial^3 w^*}{\partial x^{*3}} \frac{\partial^2 w^*}{\partial x^{*2}} \frac{\partial w^*}{\partial x^*} \\
& + 24 \frac{\beta_2}{R^2} \left(\frac{\partial^2 w^*}{\partial x^{*2}}\right)^3 - 30 \frac{A^*\beta_2}{R^2} \left(\frac{\partial w^*}{\partial x^*}\right)^4 \frac{\partial^2 w^*}{\partial x^{*2}} = 0
\end{aligned} \tag{۳۲-۳}$$

شرایط مرزی بی بعد هم به صورت معادلات (۳۳-۳) تا (۳۶-۳) است.

$$\begin{aligned}
& \left(-2 \frac{\partial w^*}{\partial x^*} + 8 \frac{\beta_1}{A^*R^2} \frac{\partial^3 w^*}{\partial x^{*3}} - 4 \frac{\beta_1}{R^2} \left(\frac{\partial w^*}{\partial x^*}\right)^3 + 24 \frac{\beta_2}{A^*R^4} \frac{\partial^3 w^*}{\partial x^{*3}} \left(\frac{\partial w^*}{\partial x^*}\right)^2 + \right. \\
& \left. 24 \frac{\beta_2}{A^*R^4} \left(\frac{\partial^2 w^*}{\partial x^{*2}}\right)^2 \frac{\partial w^*}{\partial x^*} - 6 \frac{\beta_2}{R^4} \left(\frac{\partial w^*}{\partial x^*}\right)^5 \right) \delta w^* \Big|_{x^*=0} = 0
\end{aligned} \tag{۳۳-۳}$$

$$- \left(8 \frac{\partial^2 w^*}{\partial x^{*2}} + 24 \frac{\beta_3}{R^2} \frac{\partial^2 w^*}{\partial x^{*2}} \left(\frac{\partial w^*}{\partial x^*}\right)^2 \right) \frac{\partial \delta w^*}{\partial x^*} \Big|_{x^*=0} = 0 \tag{۳۴-۳}$$

$$\begin{aligned}
& \left(-2 \frac{\partial w^*}{\partial x^*} + 8 \frac{\beta_1}{A^*R^2} \frac{\partial^3 w^*}{\partial x^{*3}} - 4 \frac{\beta_1}{R^2} \left(\frac{\partial w^*}{\partial x^*}\right)^3 + 24 \frac{\beta_2}{A^*R^4} \frac{\partial^3 w^*}{\partial x^{*3}} \left(\frac{\partial w^*}{\partial x^*}\right)^2 + \right. \\
& \left. 24 \frac{\beta_2}{A^*R^4} \left(\frac{\partial^2 w^*}{\partial x^{*2}}\right)^2 \frac{\partial w^*}{\partial x^*} - 6 \frac{\beta_2}{R^4} \left(\frac{\partial w^*}{\partial x^*}\right)^5 - K_n^* w^* - m^* \frac{1}{A^*R^2} \frac{\partial^2 w^*}{\partial t^{*2}} \right) \delta w^* \Big|_{x^*=1} = 0
\end{aligned} \tag{۳۵-۳}$$

$$- \left(8 \frac{\partial^2 w^*}{\partial x^{*2}} + 24 \frac{\beta_3}{R^2} \frac{\partial^2 w^*}{\partial x^{*2}} \left(\frac{\partial w^*}{\partial x^*}\right)^2 + K_l^* R^2 A^* q^{*2} \frac{\partial w^*}{\partial x^*} \right) \frac{\partial \delta w^*}{\partial x^*} \Big|_{x^*=1} = 0 \tag{۳۶-۳}$$

۴- فصل چهارم: تحلیل خطی

۴-۱- ارتعاشات خطی میکروتیر متداول میکروسکوپ نیرو اتمی

به علت اینکه ضخامت تیر میکروسکوپ نیرو اتمی در مقایسه با طول آن کوچک است، ارتعاشات سیستم را می‌توان به صورت دینامیک یک تیر تحلیل نمود. تیر و نوک، ایزوتروپ فرض شده‌اند و همان‌طور که پیش‌تر اشاره شد، تئوری بنیادی برای تحلیل ارتعاشات، تئوری کلاسیک تیر اویلر برنولی است که در آن پیچش المان در مقایسه با جابجایی آن صرف‌نظر می‌شود و همچنین تغییر شکل زاویه‌ای به علت برش در مقایسه با تغییر شکل خمشی کوچک فرض می‌شود، بنابراین، تئوری اویلر برنولی اثر اینرسی پیچشی و تغییر شکل برشی را نادیده می‌پندارد.

به‌طور کلی، میکروسکوپ نیرو اتمی در مد تماسی، بسته به خروجی مطلوب، در دو حالت می‌تواند عمل نماید. در صورتی که خروجی مطلوب، اطلاعات ارتفاع باشد، نیروی مابین نوک و سطح را ثابت نگاه داشته شده و در صورتی که خروجی مطلوب نیروی مابین نوک و سطح باشد، ارتفاع ثابت نگاه داشته می‌شود. در مد تماسی، نوک با دامنه بسیار کوچک، در حدود ۱ تا ۵ نانومتر به سمت بالا و پایین حرکت کرده و سطح نمونه را روبش می‌نماید. لذا می‌توان رفتار ارتعاشاتی میکروتیر میکروسکوپ نیرو اتمی را در این حالت به صورت خطی مورد تحلیل قرار داد.

تیرهای میکروسکوپ نیرو اتمی به‌طور معمول از جنس سیلیکون بوده اما نوک آن‌ها می‌تواند از جنس سیلیکون یا پلی‌سیلیکون باشد؛ که در این پایان‌نامه ما از ماده هایپرالاستیک به نام رابر طبیعی (سیس-۱ و ۴- پلی‌ایزوپرن) استفاده شده است. فرض شده است میکروسکوپ نیرو اتمی در مد تماسی سطح نمونه را روبش نماید.

۲-۴- حل معادله خطی و بررسی فرکانس و حساسیت

معادله حاکم بی بعد به صورت معادله (۱-۴) است:

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 w^*}{\partial t^{*2}} - 2A^*R^2 \frac{\partial^2 w^*}{\partial x^{*2}} + 8\beta_1 \frac{\partial^4 w^*}{\partial x^{*4}} - 12A^*\beta_1 \left(\frac{\partial w^*}{\partial x^*}\right)^2 \frac{\partial^2 w^*}{\partial x^{*2}} \\ + 24 \frac{\beta_2}{R^2} \frac{\partial^4 w^*}{\partial x^{*4}} \left(\frac{\partial w^*}{\partial x^*}\right)^2 + 96 \frac{\beta_2}{R^2} \frac{\partial^3 w^*}{\partial x^{*3}} \frac{\partial^2 w^*}{\partial x^{*2}} \frac{\partial w^*}{\partial x^*} \\ + 24 \frac{\beta_2}{R^2} \left(\frac{\partial^2 w^*}{\partial x^{*2}}\right)^3 - 30 \frac{A^*\beta_2}{R^2} \left(\frac{\partial w^*}{\partial x^*}\right)^4 \frac{\partial^2 w^*}{\partial x^{*2}} = 0 \end{aligned} \quad (1-4)$$

خطی شده معادله (۱-۴) برابر است با معادله (۲-۴):

$$\frac{\partial^2 w^*}{\partial t^{*2}} - 2A^*R^2 \frac{\partial^2 w^*}{\partial x^{*2}} + 8\beta_1 \frac{\partial^4 w^*}{\partial x^{*4}} = 0 \quad (2-4)$$

رابطه (۳-۴) حل پیشنهادی است که شرایط مرزی را ارضاء می کند.

$$w^*(x^*, t^*) = W(x^*)e^{i\omega^*t^*} \quad (3-4)$$

با جایگذاری معادله (۳-۴) در معادله (۲-۴) و ساده سازی آن خواهیم داشت:

$$-\omega^{*2}W - 2A^*R^2 \frac{d^2 W}{dx^{*2}} + 8\beta_1 \frac{d^4 W}{dx^{*4}} = 0 \quad (4-4)$$

حال این معادله یک معادله دیفرانسیل معمولی است که با فرض حل به صورت رابطه (۵-۴):

$$W(x^*) = Ce^{rx^*} \quad (5-4)$$

با جایگذاری رابطه (۵-۴) در رابطه (۴-۴) خواهیم داشت:

$$-\omega^{*2}Ce^{rx^*} - 2A^*R^2 Cr^2 e^{rx^*} + 8\beta_1 Cr^4 e^{rx^*} = 0 \quad (6-4)$$

با ساده سازی معادله (۶-۴) خواهیم داشت:

$$8\beta_1 r^4 - 2A^*R^2 r^2 - \omega^{*2} = 0 \quad (7-4)$$

$$r^2 = \frac{A^*R^2}{8\beta_1} \pm \sqrt{\frac{A^{*2}R^4}{64\beta_1^2} + \frac{\omega^{*2}}{8\beta_1}} \quad (8-4)$$

$$r_1^2 = \frac{A^*R^2}{8\beta_1} + \sqrt{\frac{A^{*2}R^4}{64\beta_1^2} + \frac{\omega^{*2}}{8\beta_1}}, \quad r_2^2 = -\frac{A^*R^2}{8\beta_1} + \sqrt{\frac{A^{*2}R^4}{64\beta_1^2} + \frac{\omega^{*2}}{8\beta_1}} \quad (9-4)$$

$$W(x^*) = C_1 \cosh r_1 x^* + C_2 \sinh r_1 x^* + C_3 \cos r_2 x^* + C_4 \sin r_2 x^* \quad (10-4)$$

شرایط مرزی بی بعد به صورت معادلات (۱۱-۴) تا (۱۴-۴) ایجاد می شود:

$$\left(-2 \frac{\partial w^*}{\partial x^*} + 8 \frac{\beta_1}{A^*R^2} \frac{\partial^3 w^*}{\partial x^{*3}} \right) \delta w^* \Big|_{x^*=0} = 0 \quad (11-4)$$

$$-\left(8 \frac{\partial^2 w^*}{\partial x^{*2}} \right) \frac{\partial \delta w^*}{\partial x^*} \Big|_{x^*=0} = 0 \quad (12-4)$$

$$\left(-2 \frac{\partial w^*}{\partial x^*} + 8 \frac{\beta_1}{A^*R^2} \frac{\partial^3 w^*}{\partial x^{*3}} - K_n^* w^* - m^* \frac{1}{A^*R^2} \frac{w^2 w^*}{\partial t^{*2}} \right) \delta w^* \Big|_{x^*=1} = 0 \quad (13-4)$$

$$-\left(8 \frac{\partial^2 w^*}{\partial x^{*2}} + K_l^* R^2 A^* q^{*2} \frac{\partial w^*}{\partial x^*} \right) \frac{\partial \delta w^*}{\partial x^*} \Big|_{x^*=1} = 0 \quad (14-4)$$

با توجه به معادلات (۷-۴) تا (۱۰-۴) و اعمال شرایط مرزی خواهیم داشت:

$$w^*(0, t^*) = 0 \rightarrow W(0) = 0 \rightarrow C_1 + C_3 = 0 \quad (1) \quad (15-4)$$

$$\frac{\partial w^*}{\partial x^*}(0, t^*) = 0 \rightarrow \frac{dW(0)}{dx^*} = 0 \rightarrow r_1 C_2 + r_2 C_4 = 0 \quad (2)$$

$$\begin{aligned}
& -2 \frac{\partial w^*(1, t^*)}{\partial x^*} + 8 \frac{\beta_1}{A^* R^2} \frac{\partial^3 w^*(1, t^*)}{\partial x^{*3}} - K_n^* w^*(1, t^*) - m^* \frac{1}{A^* R^2} \frac{\partial^2 w^*(1, t^*)}{\partial t^{*2}} = 0 \rightarrow -2 \frac{dW(1)}{dx^*} + \\
& 8 \frac{\beta_1}{A^* R^2} \frac{d^3 W(1)}{dx^{*3}} - K_n^* W(1) + m^* \frac{1}{A^* R^2} \omega^{*2} W(1) = 0 \rightarrow \left[(-2r_1 + 8 \frac{\beta_1}{A^* R^2} r_1^3) \sinh r_1 + \right. \\
& \left. (-K_n^* + m^* \frac{1}{A^* R^2} \omega^{*2}) \cosh r_1 \right] C_1 + \left[(-2r_1 + 8 \frac{\beta_1}{A^* R^2} r_1^3) \cosh r_1 + (-K_n^* + \right. \\
& \left. m^* \frac{1}{A^* R^2} \omega^{*2}) \sinh r_1 \right] C_2 + \left[(2r_2 + 8 \frac{\beta_1}{A^* R^2} r_2^3) \sin r_2 + (-K_n^* + \right. \\
& \left. m^* \frac{1}{A^* R^2} \omega^{*2}) \cos r_2 \right] C_3 + \left[(-2r_2 - 8 \frac{\beta_1}{A^* R^2} r_2^3) \cos r_2 + (-K_n^* + \right. \\
& \left. m^* \frac{1}{A^* R^2} \omega^{*2}) \sin r_2 \right] C_4 = 0 \tag{3}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& 8 \frac{\partial^2 w^*(1, t^*)}{\partial x^{*2}} + K_l^* R^2 A^* q^{*2} \frac{\partial w^*(1, t^*)}{\partial x^*} = 0 \rightarrow 8 \frac{d^2 W(1)}{dx^{*2}} + K_l^* R^2 A^* q^{*2} \frac{dW(1)}{dx^*} = 0 \\
& \rightarrow [8r_1^2 \cosh r_1 + K_l^* R^2 A^* q^{*2} r_1 \sinh r_1] C_1 \\
& + [8r_1^2 \sinh r_1 + K_l^* R^2 A^* q^{*2} r_1 \cosh r_1] C_2 \\
& + [-8r_2^2 \cos r_2 - K_l^* R^2 A^* q^{*2} r_2 \sin r_2] C_3 \\
& + [-8r_2^2 \sin r_2 + K_l^* R^2 A^* q^{*2} r_2 \cos r_2] C_4 = 0 \tag{4}
\end{aligned}$$

با حل دستگاه معادلات (۴-۱۵) و مقادیر داده شده در جدول ۴-۱ مقادیر فرکانس طبیعی سیستم

بدست می آید،

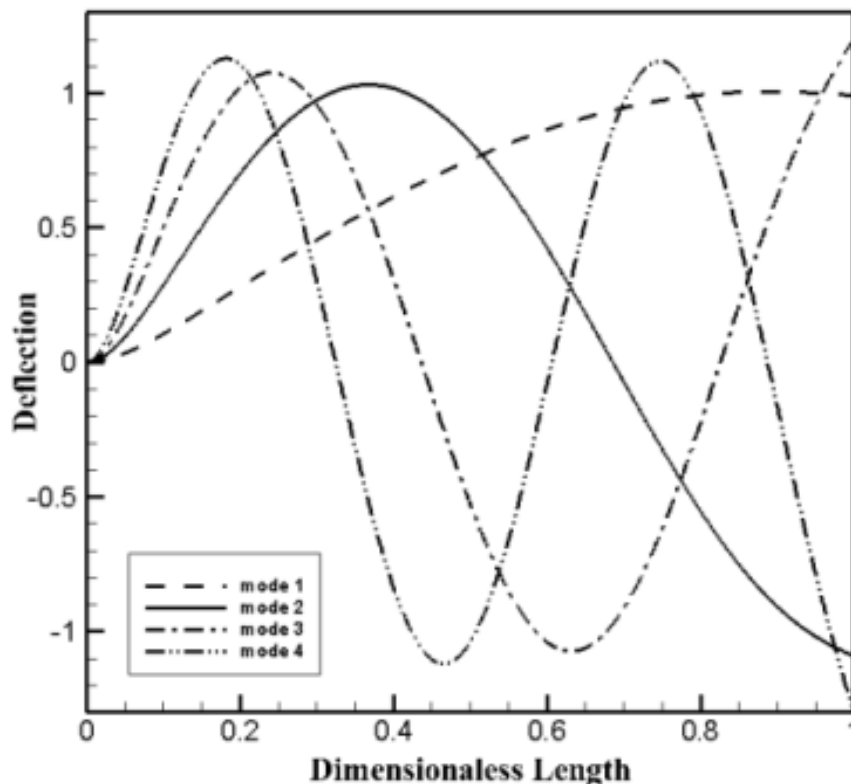
جدول ۴-۱: پارامترهای میکروسکوپ نیرو اتمی [۸۲]، [۷۶]

مقدار	پارامتر
0.24162MPa	C_1
0.19977MPa	C_2
-0.00541MPa	C_3
170 Gpa	E
0.95 Kg/m^3	ρ
$37 \mu m$	b
$225 \mu m$	L
$18 \mu m$	q
$2.3 \times 10^{-15} \text{ kg}$	m_t

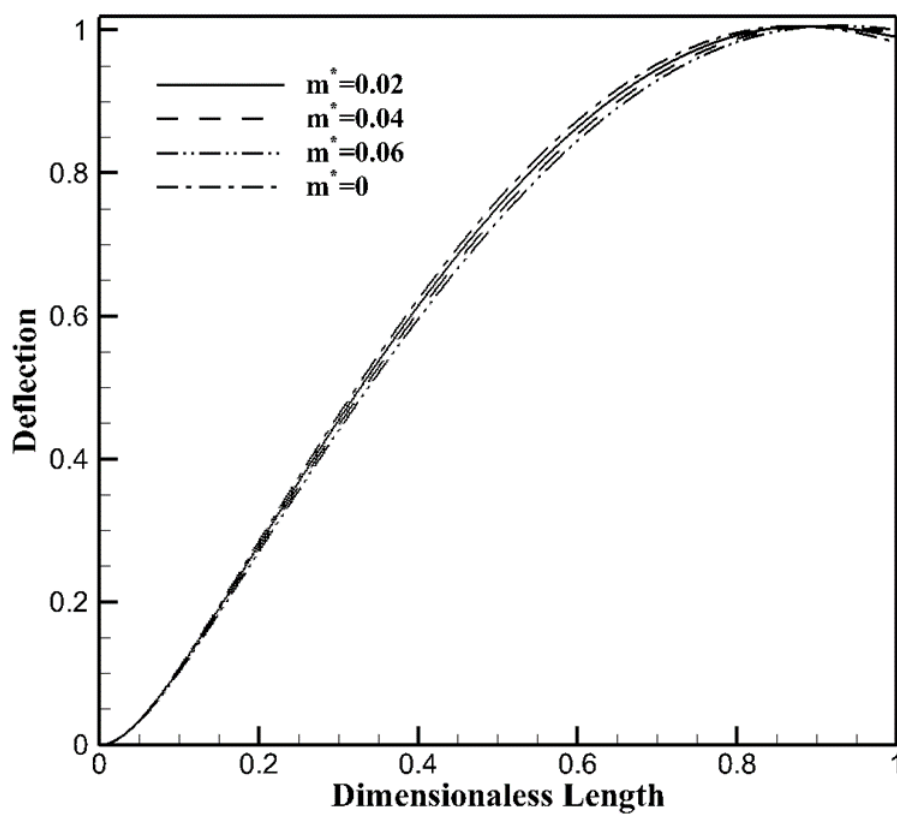
با توجه به جدول ۱-۴ و فرض سختی‌های نرمال و جانبی به صورت $K_l^* = 0.9K_n^*$ و $L = 15d$ ، نمودارهای فرکانس و حساسیت بر حسب K_n^* به صورت زیر است.

خیزها برای چهار مود اول رسم شده است که مطابق با شرایط مرزی تیر یکسر درگیر است. در ادامه به بررسی تأثیر عوامل هندسی بر روی رفتار شکل مدهای پرداخته شده است. در ابتدا تأثیر جرم مؤثر بی بعد را نمایش داده شده است. در نمودارهای پیش رو از جرم مؤثرها بی بعد ۰,۰۴، ۰,۰۶ و صفر استفاده شده است.

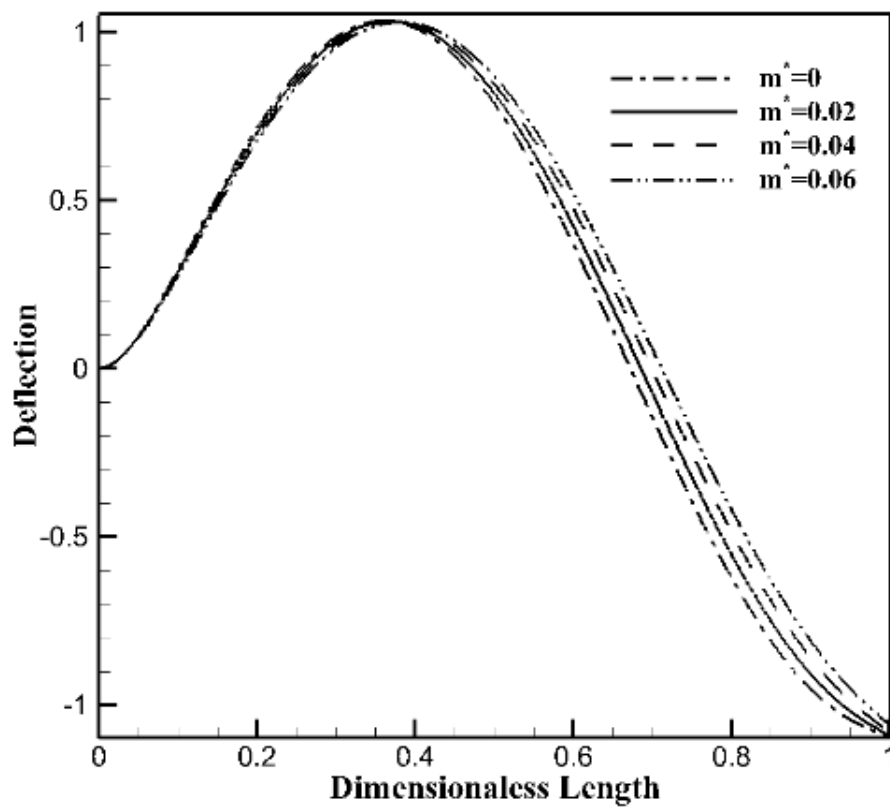
در ادامه بررسی تأثیر سختی عمودی موجود در انتها تیر پرداخته شده است، همان طور که نشان داده شده است با صفر شدن مقدار سختی عمودی رفتار نمودار عوض شده است و باعث نرم شوندگی سیستم شده است. در نتیجه پارامترهای خارجی عکس العمل بیشتری نشان داده و خیز زیاد می شود.



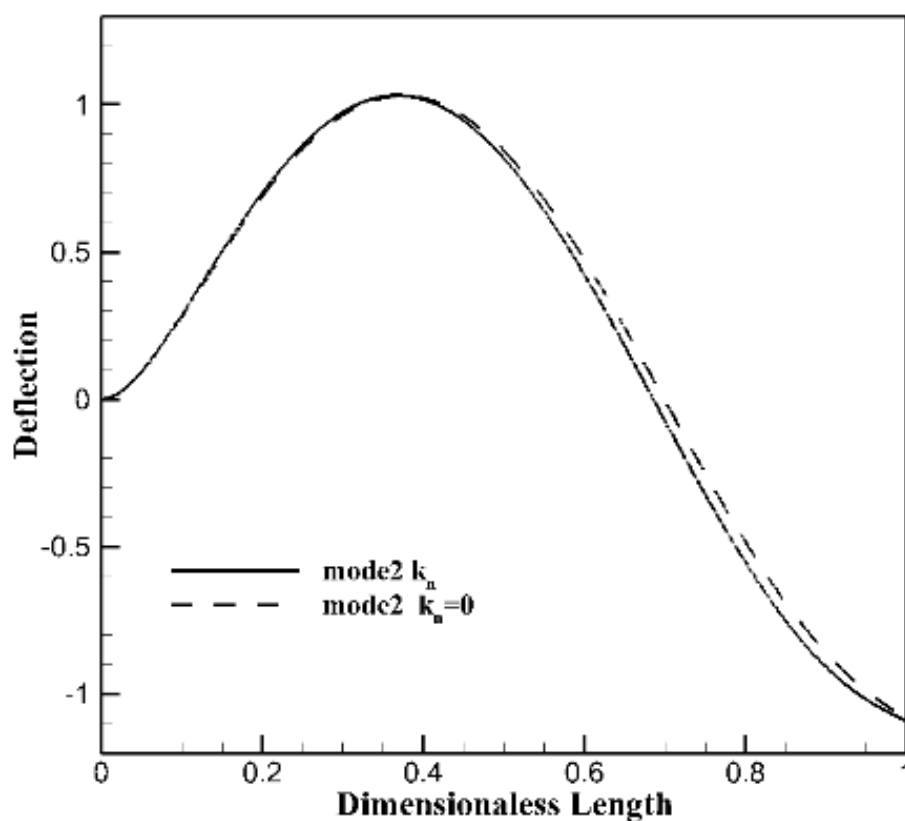
شکل ۱-۴ خیزهای میکروتیر AFM برای چهار مود اول



شکل ۴-۲: بررسی تأثیر جرم مؤثر بی‌بعد در مد اول بر روی خیز میکروتیبر هایپرالاستیک AFM



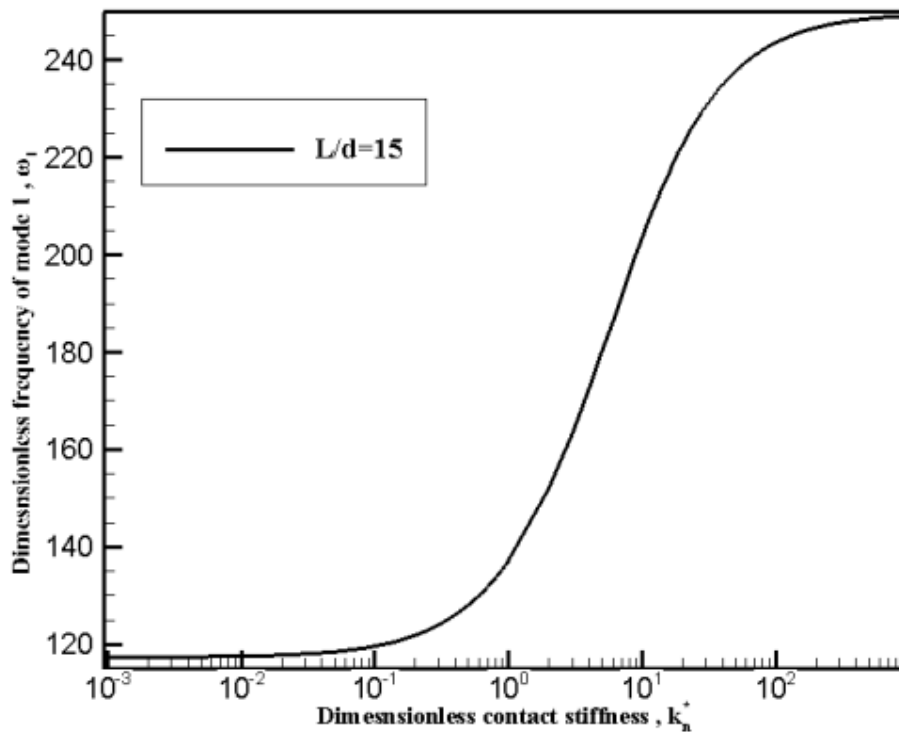
شکل ۴-۳: بررسی تأثیر جرم مؤثر بی‌بعد در مد دوم بر روی خیز میکروتیبر هایپرالاستیک AFM



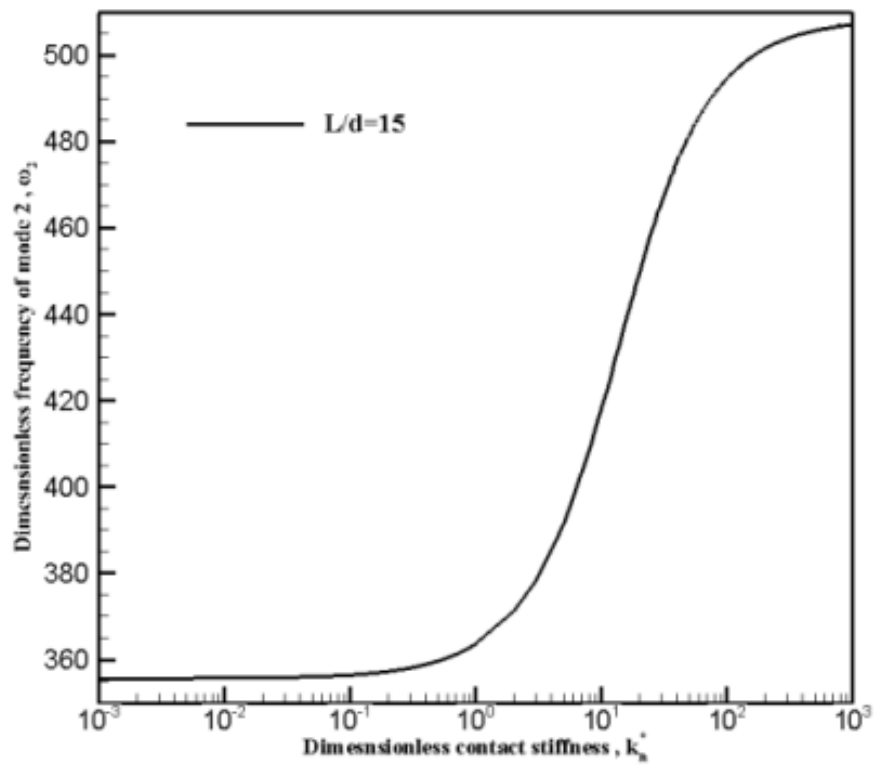
شکل ۴-۴: بررسی تأثیر سختی عمودی در مد دوم بر روی خیز میکروتیر هایپیرالاستیک AFM

۴-۳- تحلیل فرکانس‌های بی‌بعد AFM

با توجه به جدول ۴-۱ فرکانس‌های اول و دوم بی‌بعد برای میکروتیر میکروسکوپ نیرو اتمی به شکل ۴-۵ و ۴-۶ است. فرکانس اولیه بالا این میکروتیر ناشی از جنس هایپیرالاستیک آن است. از این نمودارها می‌توان مشاهده نمود که با افزایش سختی عمودی انتهای تیر فرکانس افزایش می‌یابد که این به دلیل افزایش سفتی ذاتی سیستم است و سیستم رفتار سفت شوندگی از خود نشان می‌دهد. همچنین می‌توان نتیجه گرفت که این رفتار مستقل از شماره مد سیستم است.



شکل ۴-۵: نمودار فرکانس خطی بی بعد اول بر حسب سختی عمودی



شکل ۴-۶: نمودار فرکانس خطی بی بعد دوم بر حسب سختی عمودی

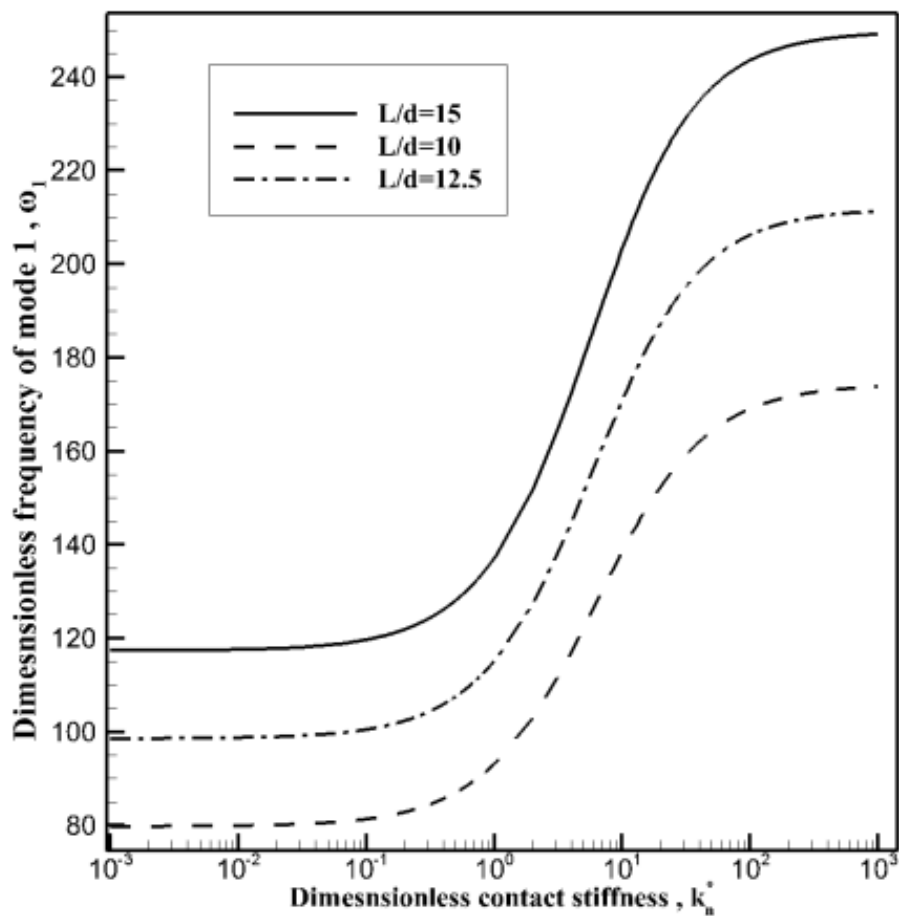
در شکل ۴-۵ و شکل ۴-۶ که حاصل از تحلیل میکروتیر میکروسکوپ نیرو اتمی از جنس هایپرالاستیک با ابعاد اصلی، مقادیر فرکانس‌های بی‌بعد برای مد اول و دوم بدست آمده است؛ که نشان‌دهنده این است فرکانس برای تغییرات سختی عمودی تا اندازه‌ی مستقل است و بعد از افزایش مقادیر سختی عمودی فرکانس هم افزایش شدید داشته و مقادیر آن زیاد می‌شود.

بزرگی فرکانس بی‌بعد ناشی از جنس مواد هایپرالاستیک است، به طوری که در تحلیل الاستومر دی الکتریک که توسط آقای کرمی و دانایی صورت گرفت مقدار فرکانس بابت حدود $2.134 \times 10^6 \text{ rad/s}$ بدست آمده است [۹۱]. فرکانس با بعد تیر از جنس هایپرالاستیک میکروسکوپ نیرو اتمی در تحقیق حاضر تقریباً برابر $1.134 \times 10^5 \text{ rad/s}$ است، که نشان‌دهنده بزرگ بودن مقدار فرکانس مواد هایپرالاستیک است، و اختلاف موجود در فرکانس به خاطر تفاوت در ابعاد و شرایط مرزی است.

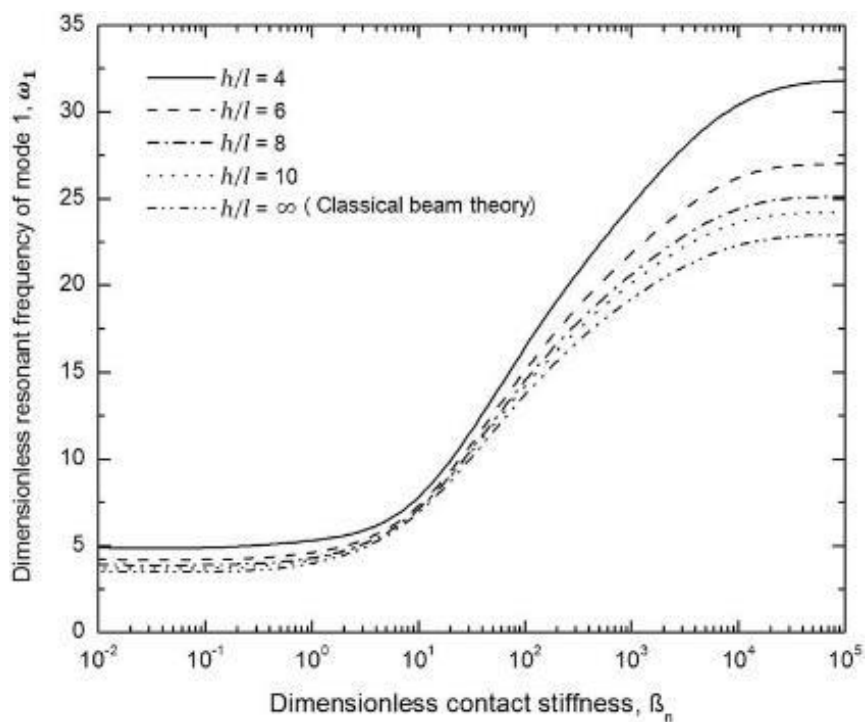
۴-۳-۱- تأثیر تغییرات نسبت طول به ضخامت بر روی فرکانس بی‌بعد اول و دوم

کرمی و دانایی ۲۰۱۳، به بررسی حساسیت و فرکانس یک میکروسکوپ نیرو اتمی که با تئوری گرادیان کرنشی مدل‌سازی شده بود پرداخته‌اند و نتایج زیر را به دست آوردند. [۷۶]

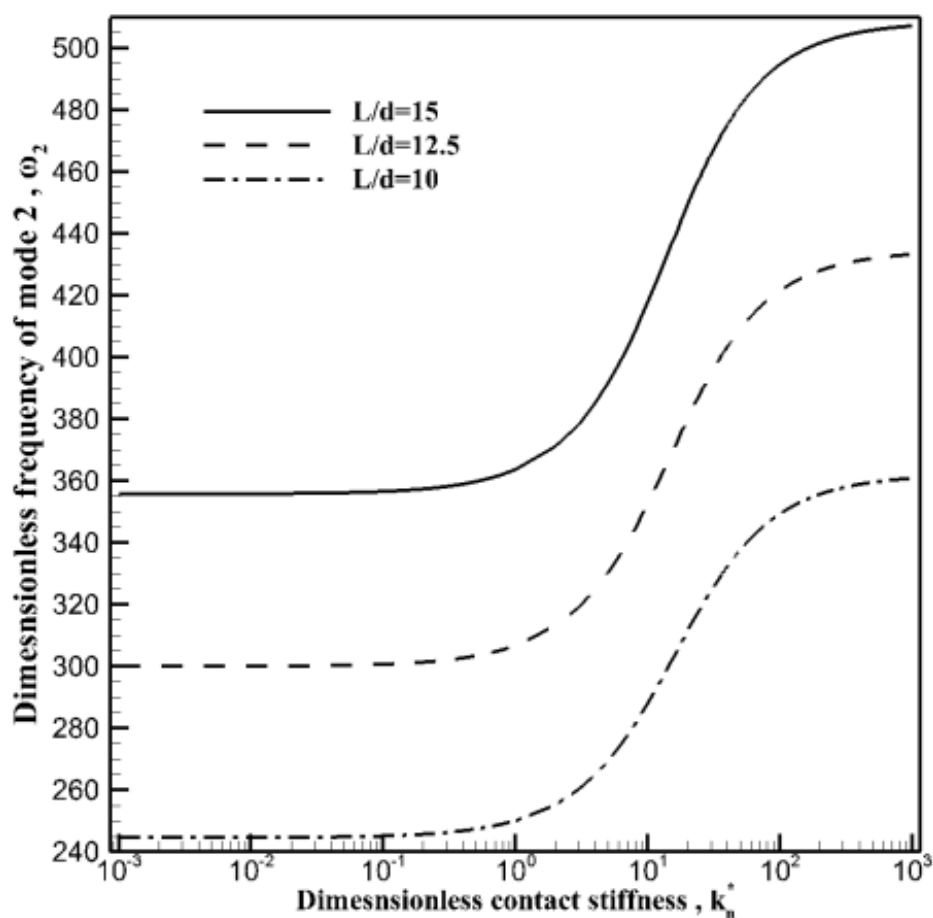
با توجه به شکل ۴-۷ مقدار فرکانس اول برای مقادیر مختلف نسبت طول به ضخامت مورد تحلیل قرار گرفته است و نمونه شکل‌های حاصل از این تحلیل با نتایج کار آقای کرمی و عباسی مورد ارزیابی قرار داده شده است؛ که نشان می‌دهد روند تغییرات دو نمودار مشابه است. توجه شود l مورد استفاده قرار گرفته در نتایج پژوهش آقای کرمی و عباسی مربوط به پارامتر مقیاس طول در تئوری گرادیان کرنش بوده است. به دلیل این که تا به امروز تحلیل فرکانسی میکروسکوپ نیرو اتمی با تیری از جنس هایپرالاستیک مورد مطالعه و بررسی قرار نگرفته است، ملزم به استفاده از پژوهش‌های نزدیک به موضوع این پایان‌نامه برای مقایسه است.



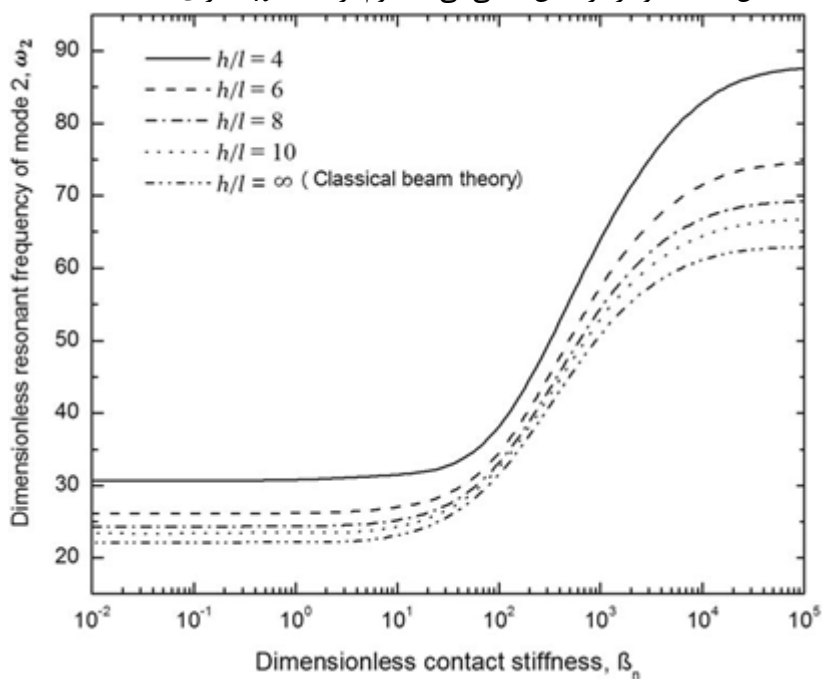
شکل ۴-۷: نمودار فرکانس خطی بی بعد اول بر حسب K_n^* برای L/d مختلف



شکل ۴-۸: بررسی فرکانس بی بعد در مود اول بر حسب سختی عمودی در تئوری گرادیان کرنشی [۷۶]



شکل ۴-۹: نمودار فرکانس خطی بی بعد دوم برحسب K_n^* برای L/d مختلف



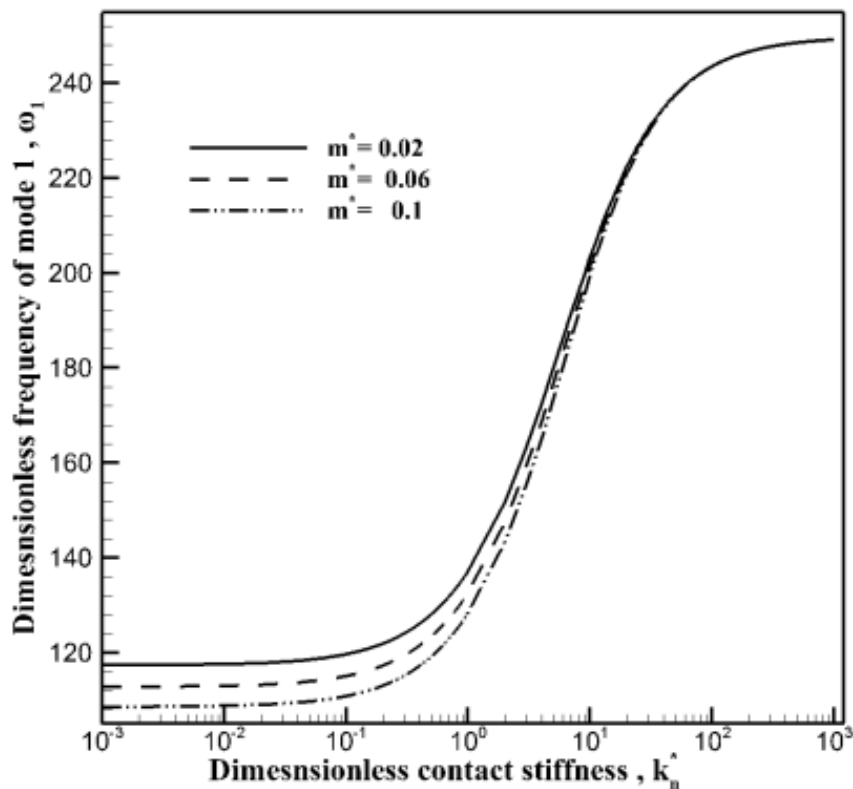
شکل ۴-۱۰: بررسی فرکانس بی بعد در مود دوم برحسب سختی عمودی در تئوری گرادیان کرنشی [۷۶]

با توجه به شکل ۷-۴ و شکل ۹-۴ می‌توان تأثیرات مقدار L/d مورد بررسی قرار دهیم. با کاهش نسبت L/d مقدار فرکانس بی‌بعد کاهش می‌یابد و حتی با افزایش سختی عمودی روند کاهش ادامه پیدا می‌کند؛ و این نشان از آن است که سیستم نرم می‌شود با توجه ماهیت مواد هایپیرالاستیک برای داشتن فرکانس پایین‌تر بی‌بعد در میکروتیر میکروسکوپ نیرو اتمی که از جنس ماده هایپیرالاستیک است، می‌توان با کاهش طول و ضخامت میکروتیر به این هدف رسید.

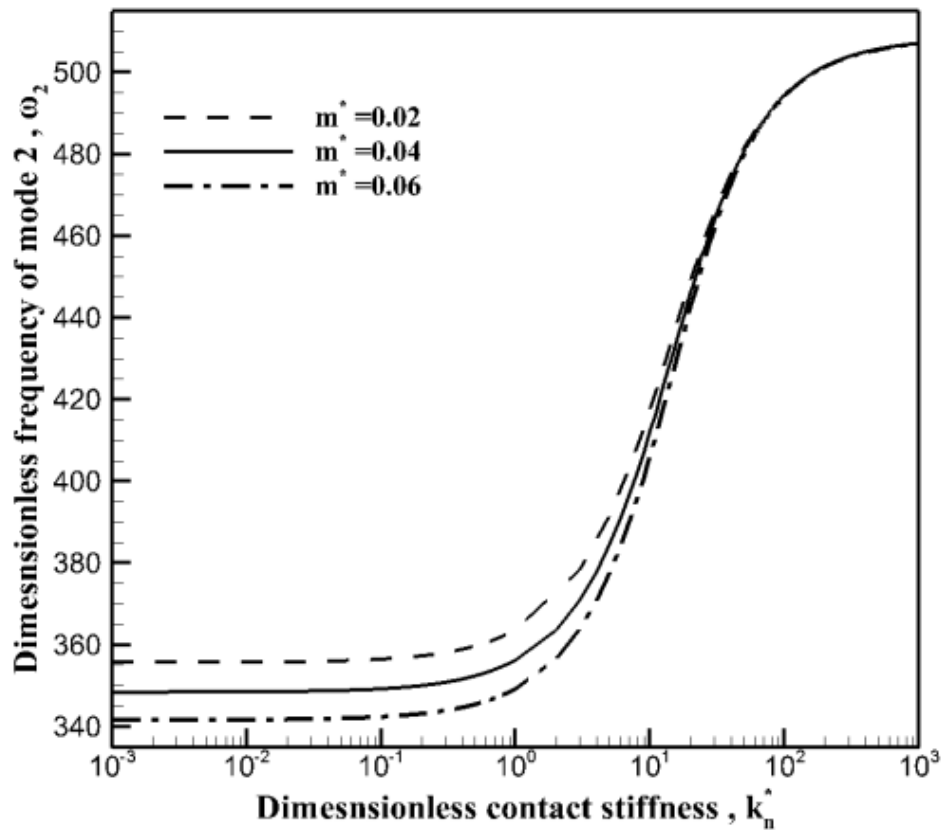
۴-۳-۲- تأثیر تغییرات جرم بی‌بعد بر روی فرکانس بی‌بعد اول و دوم

در مقایسه دیگری به بررسی تأثیرات جرم بی‌بعد نوک بر فرکانس اول و دوم که به صورت شکل زیر

است، می‌پردازیم:



شکل ۴-۱۱: نمودار تأثیرات جرم بی‌بعد نوک مختلف نسبت به سختی عمودی برای فرکانس اول بی‌بعد

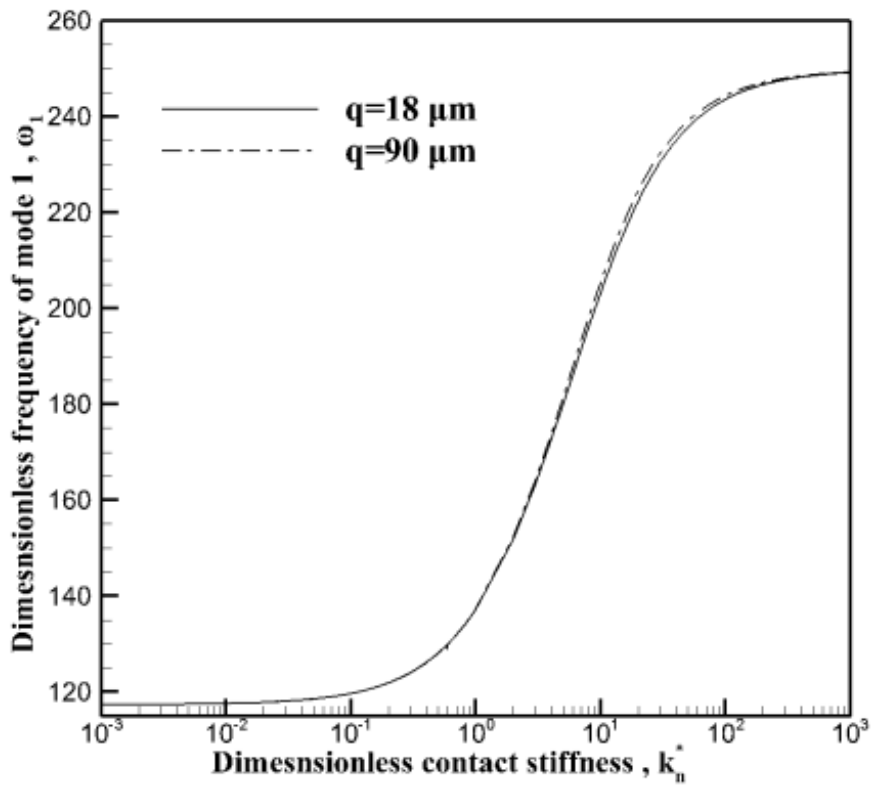


شکل ۴-۱۲: نمودار تأثیرات جرم بی‌بعد نوک مختلف نسبت به سختی عمودی برای فرکانس دوم بی‌بعد

همان‌طور مشاهده می‌شود با توجه به شکل ۴-۱۱ و شکل ۴-۱۲ درمی‌یابیم، مستقل از شماره مود با افزایش نسبت جرمی سیستم فرکانس کاهش می‌یابد و این نشان از کاهش سفتی ذاتی سیستم است که در نتیجه آن سیستم از خود رفتار نرم شونده‌گی نشان می‌دهد. این رفتار برای سختی‌های عمودی پایین نمایان‌تر است و در واقع برای سختی‌های عمودی بالا نسبت جرمی کارایی خود را از دست می‌دهد و فرکانس سیستم مستقل از این پارامتر است.

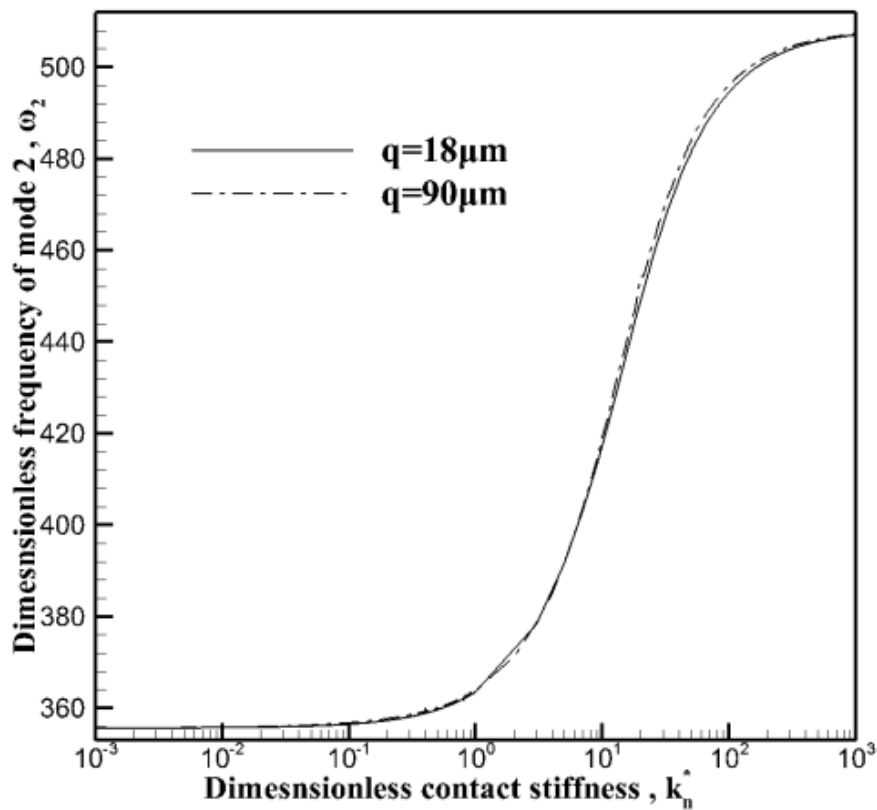
۴-۳-۳- تأثیر اندازه طول نوک میکروتیر AFM بر روی فرکانس بی‌بعد اول و دوم

حال تأثیرات یکی دیگر از پارامترهای مهم میکروسکوپ نیرو اتمی را مورد بررسی قرار می‌دهیم. طول مخروط انتها میکروتیر میکروسکوپ نیرو اتمی یکی از عوامل تأثیرگذار در فرکانس و حساسیت میکروسکوپ نیرو اتمی است. در شکل‌های زیر با تغییر مقدار q می‌توانیم تغییرات فرکانس بی‌بعد در مد اول و دوم را مشاهده می‌شود.



ز

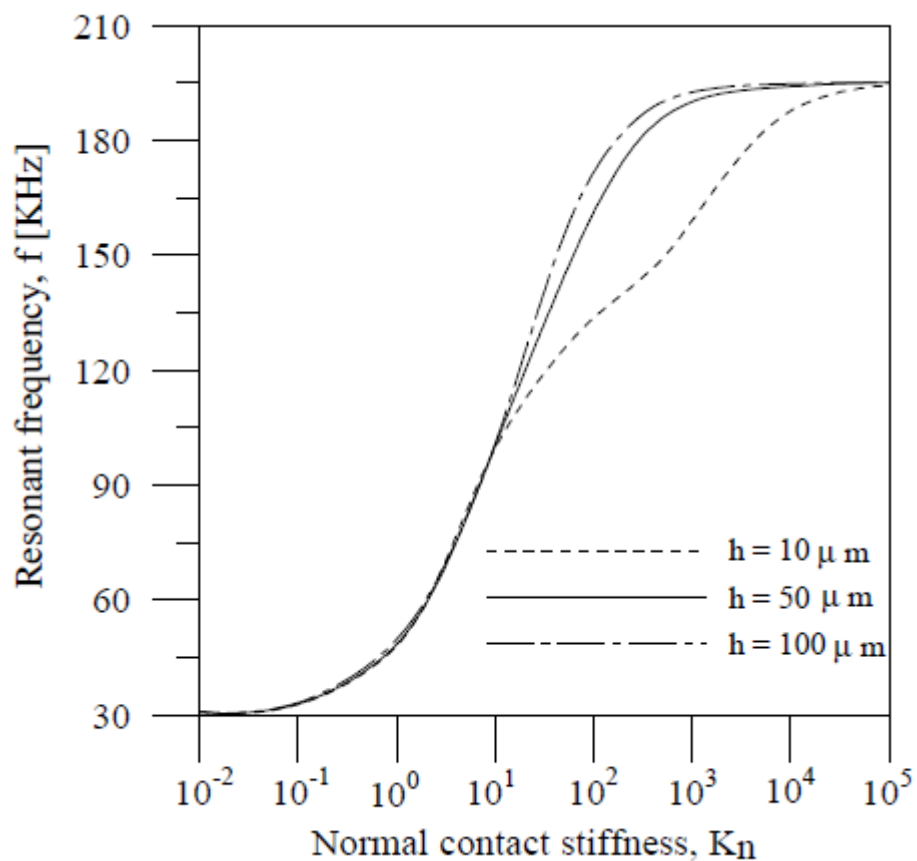
شکل ۴-۱۳: نمودار تأثیرات تغییرات طول نوک میکروتیتر نسبت به سختی عمودی برای فرکانس اول بی بعد



شکل ۴-۱۴: نمودار تأثیرات تغییرات طول نوک میکروتیتر نسبت به سختی عمودی برای فرکانس دوم بی بعد

با توجه به شکل ۴-۱۳ و شکل ۴-۱۴ می‌توان به این نتیجه رسید که تغییرات طول نوک میکروتیر میکروسکوپ نیرو اتمی باعث افزایش فرکانس بی‌بعد می‌شود که موجب افزایش سفتی سیستم می‌شود. با افزایش مقدار سختی عمودی مقدار فرکانس بی‌بعد مد اول و دوم افزایش می‌یابد و تأثیر افزایش طول نوک بیشتر مشهود می‌شود.

Wu و همکاران در سال ۲۰۰۴ به تحلیل اثر طول نوک و سختی تماسی نرمال و جانبی در حساسیت و پاسخ ارتعاش خمشی تیر میکروسکوپ نیرو اتمی پرداخته‌اند [۹۷]. نشان می‌دهد که تغییرات طول نوک میکروتیر میکروسکوپ نیرو اتمی موجب افزایش فرکانس می‌شود.



شکل ۴-۱۵: نمودار تأثیرات تغییرات طول نوک میکروتیر نسبت به سختی عمودی برای فرکانس [۹۷]

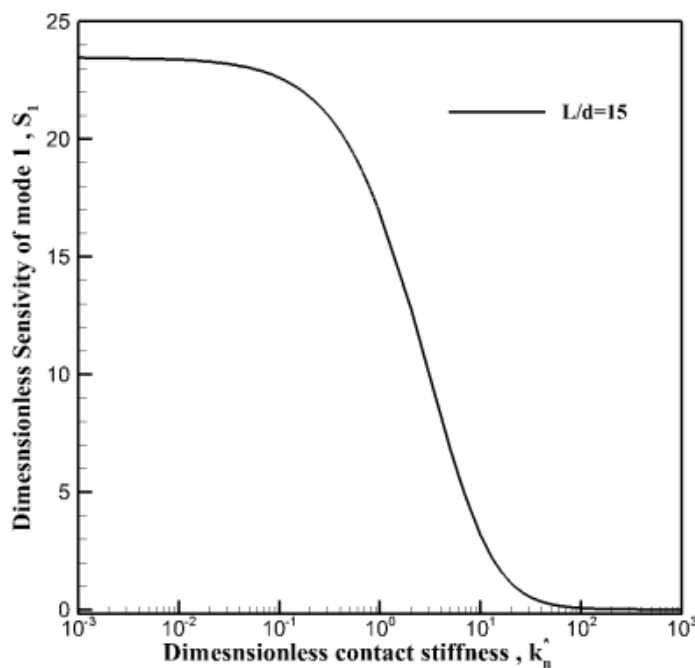
۴-۴- تحلیل حساسیت‌های بی‌بعد AFM

از مهم‌ترین پارامترهای میکروسکوپ نیرو اتمی، حساسیت است؛ که عامل مهمی برای تقسیم‌بندی میکروسکوپ نیرو اتمی است. در این پایان‌نامه ابتدا به بررسی حساسیت بی‌بعد مد اول و دوم برای میکروسکوپ نیرو اتمی با میکروتیری از جنس هایپیرالاستیک پرداخته شده است. در ادامه به تأثیرات عوامل هندسی میکروتیر اشاره شده و مورد مقایسه و بررسی قرار گرفته شده است.

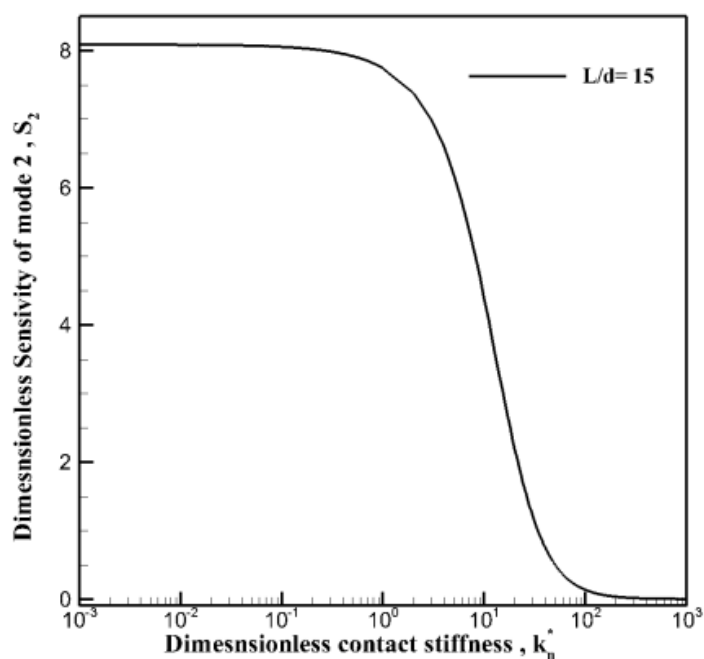
با تعیین مقادیر فرکانس طبیعی بی‌بعد، حساسیت بی‌بعد سیستم، S به صورت مشتق فرکانس نسبت

به سختی نرمال سطح محاسبه می‌گردد. [۴۲، ۷۶]

$$S = \frac{\partial \omega}{\partial k_n} = - \left(\frac{\partial D}{\partial k_n} \right) / \left(\frac{\partial D}{\partial \omega} \right) \quad (۱۳-۴)$$



شکل ۴-۱۶: نمودار حساسیت مد اول میکروسکوپ نیرو اتمی از جنس ماده هایپیرالاستیک

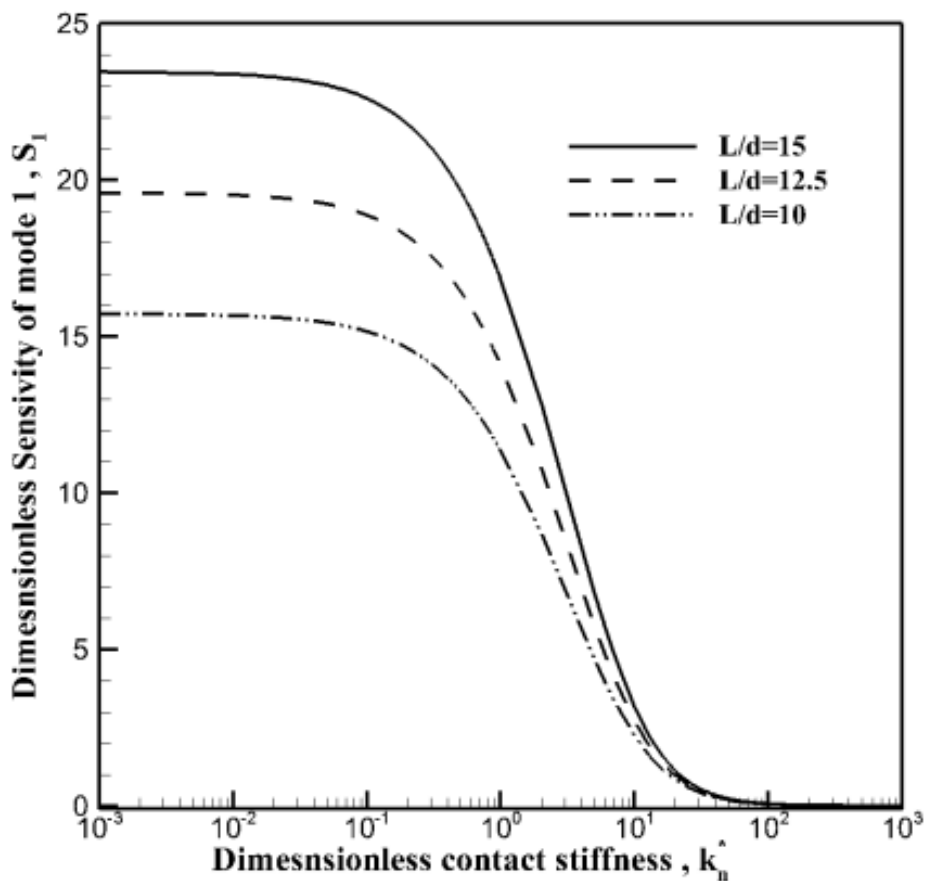


شکل ۴-۱۷: نمودار حساسیت مد دوم میکروسکوپ نیرواتمی با تیری از جنس ماده هایپیرالاستیک

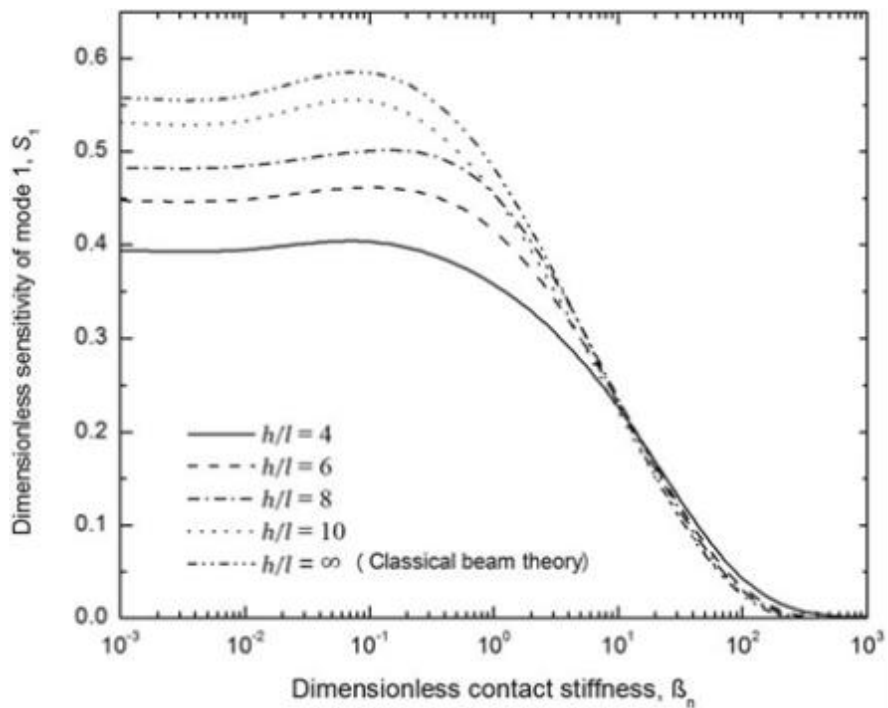
همان طور که در شکل ۴-۱۶ و شکل ۴-۱۷ مشاهده می شود حساسیت بی بعد مد اول و دوم میکروسکوپ نیرو اتمی در ابتدا مقادیر نزدیک به هم و تقریباً ثابتی دارند و با افزایش مقدار سختی عمودی حساسیت بی بعد کاهش یافته و در نهایت با افزایش زیاد سختی عمودی، حساسیت بی بعد سمت صفر همگرا می شود.

۴-۴-۱- تأثیر تغییرات نسبت طول به ضخامت بر روی حساسیت بی بعد اول و دوم

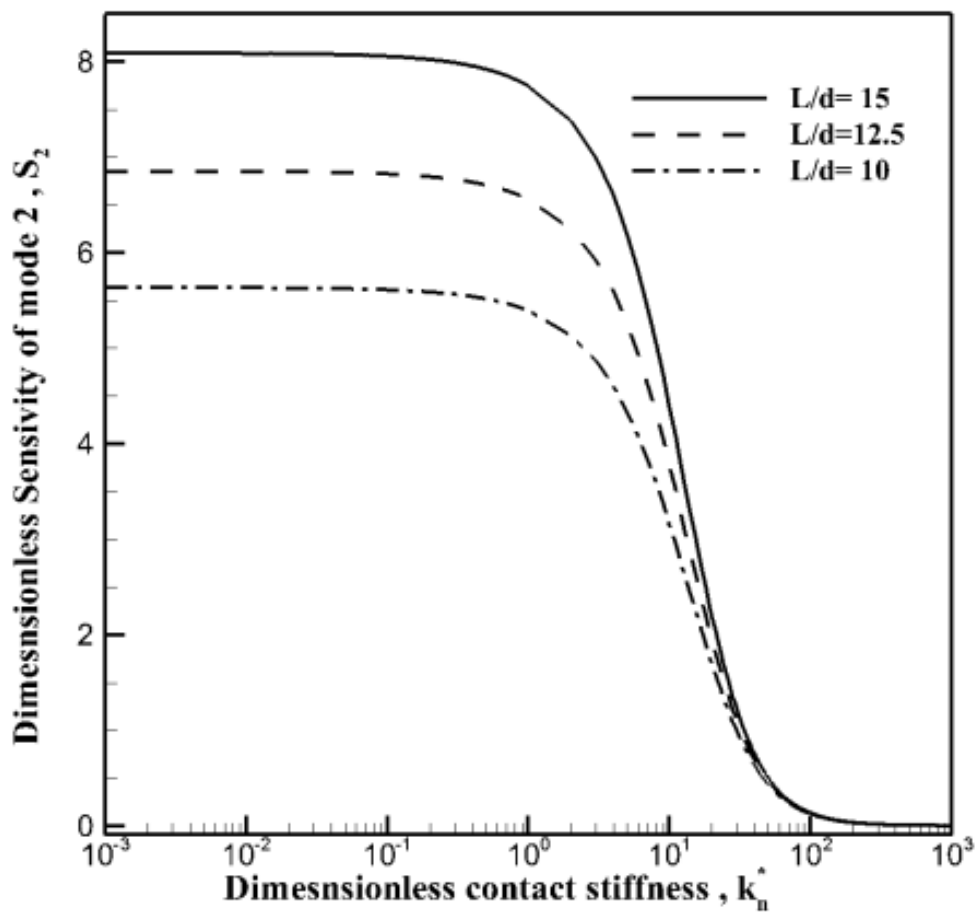
در ادامه به بررسی تغییرات نسبت طول به ضخامت میکروتیر میکروسکوپ نیرو اتمی و تأثیر آن بر حساسیت های مد اول و دوم پرداخته شده است. برای این تحلیل از نسبت های $L/d=15$ که از ابعاد اصلی در نظر گرفته شده است و نسبت های طول به ضخامت ۱۲,۵ و ۱۰ استفاده شده است.



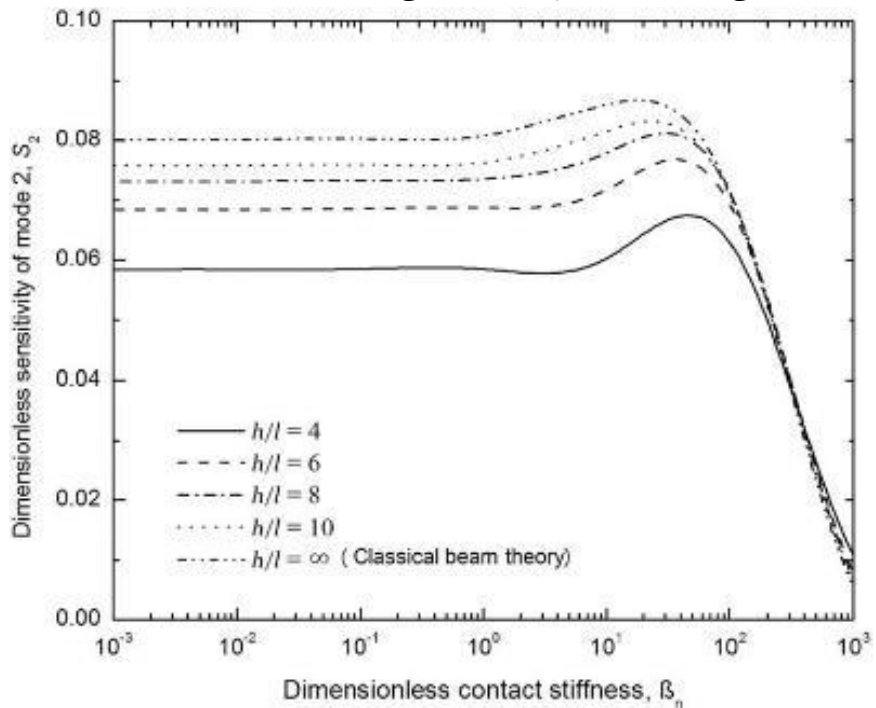
شکل ۴-۱۸: بررسی حساسیت مد اول بر حسب سختی عمودی برای نسبت طول به ضخامت مختلف



شکل ۴-۱۹: بررسی حساسیت مد اول بر حسب سختی عمودی در تئوری گرادیان کرنشی [۷۶]



شکل ۴-۲۰: بررسی حساسیت مد دوم بر حسب سختی عمودی برای نسبت طول به ضخامت مختلف

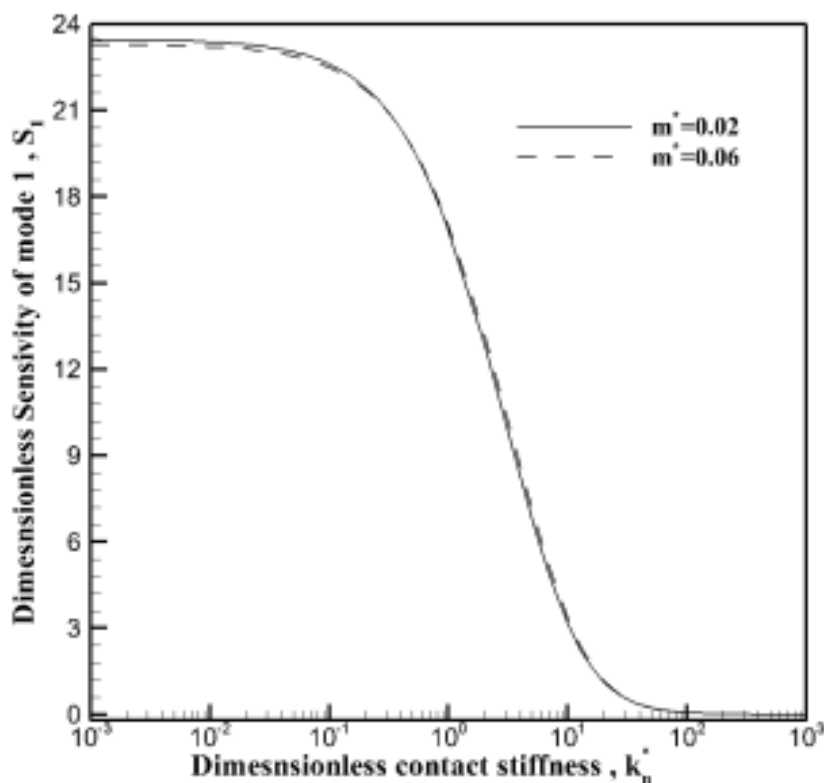


شکل ۴-۲۱: بررسی حساسیت مد دوم بر حسب سختی عمودی در تئوری گرادیان کرنشی [۷۶]

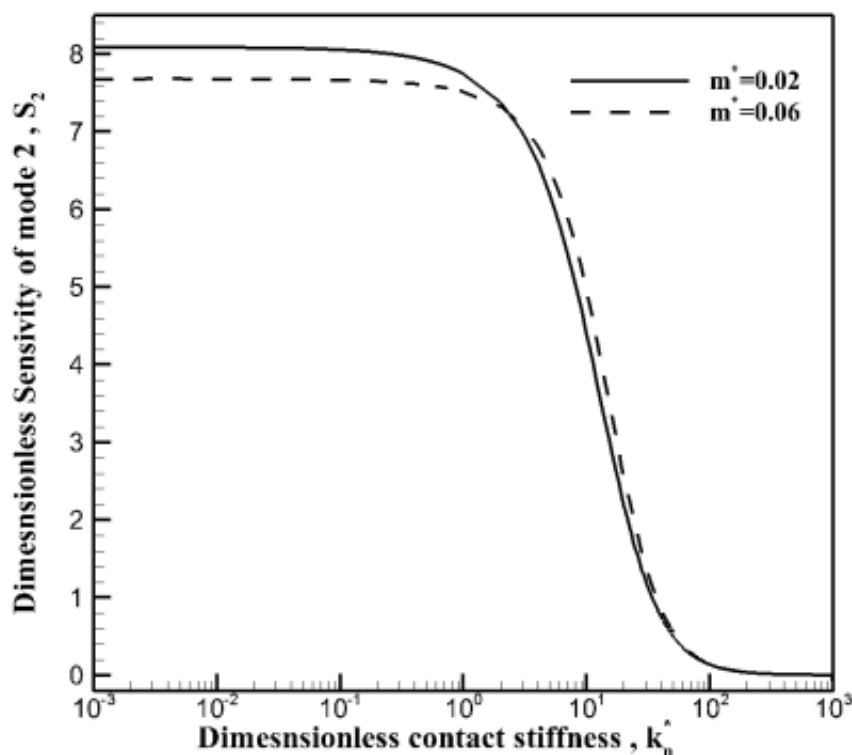
با توجه به شکل‌های (۴-۱۸) تا (۴-۲۱) می‌توان به این نتایج رسید که با کاهش مقادیر طول و ضخامت میکروتیر استفاده شده در میکروسکوپ نیرو اتمی، مقادیر حساسیت بی‌بعد در مدهای اول و دوم کاهش می‌یابد و با افزایش مقادیر سختی عمودی مقادیر حساسیت بی‌بعد کاهش یافته و در آخر تقریباً به صفر همگرا می‌شود. در واقع می‌توان مشاهده کرد که کاهش حساسیت برحسب پارامتر طول به ضخامت برای سختی‌های کمتر چشمگیرتر است و برای مقادیر بزرگ سختی عمودی حساسیت مستقل از طول به ضخامت می‌شود.

۴-۴-۱- تأثیر تغییرات جرم بی‌بعد نوک بر روی حساسیت بی‌بعد اول و دوم

یکی دیگر از عوامل هندسی مهم در میکروسکوپ نیرو اتمی جرم نوک است که تغییرات این پارامتر بر روی فرکانس تأثیرات دارد و قطعاً باعث تغییرات در حساسیت بی‌بعد مد اول و دوم می‌شود. در این قسمت با تغییرات جرم مؤثر بی‌بعد به بررسی مقادیر حساسیت بی‌بعد برای مد اول و دوم پرداخته شده است.



شکل ۴-۲۲: تأثیرات جرم بی‌بعد نوک بر روی حساسیت مد اول

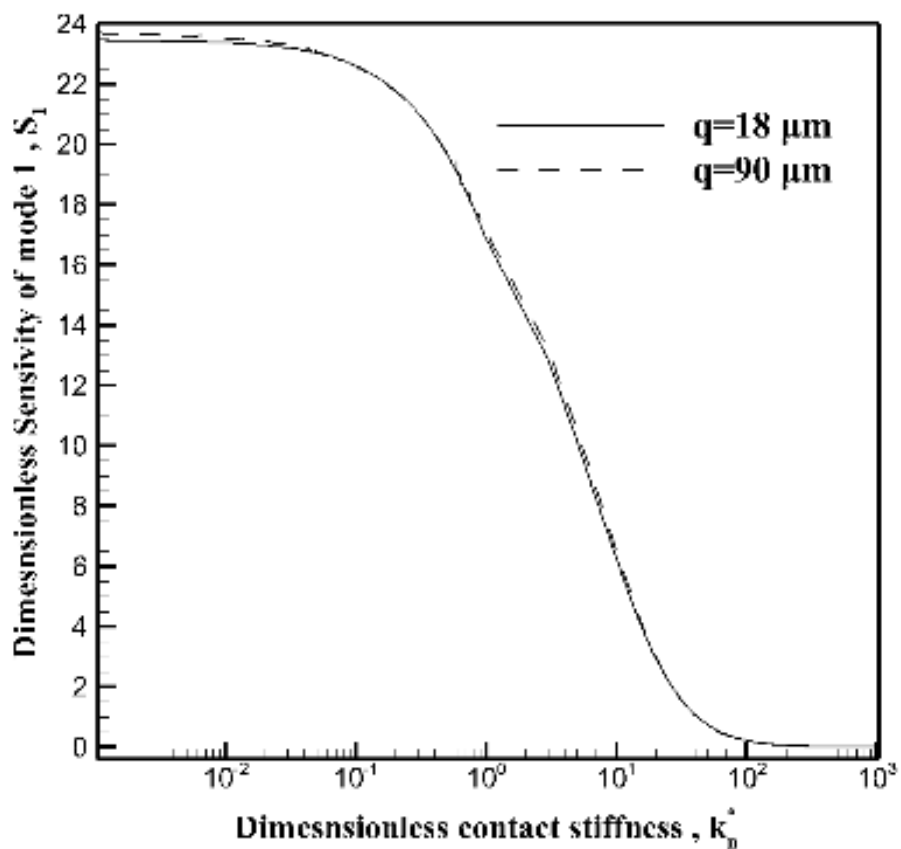


شکل ۴-۲۳: تأثیرات جرم بی‌بعد نوک بر روی حساسیت مد دوم

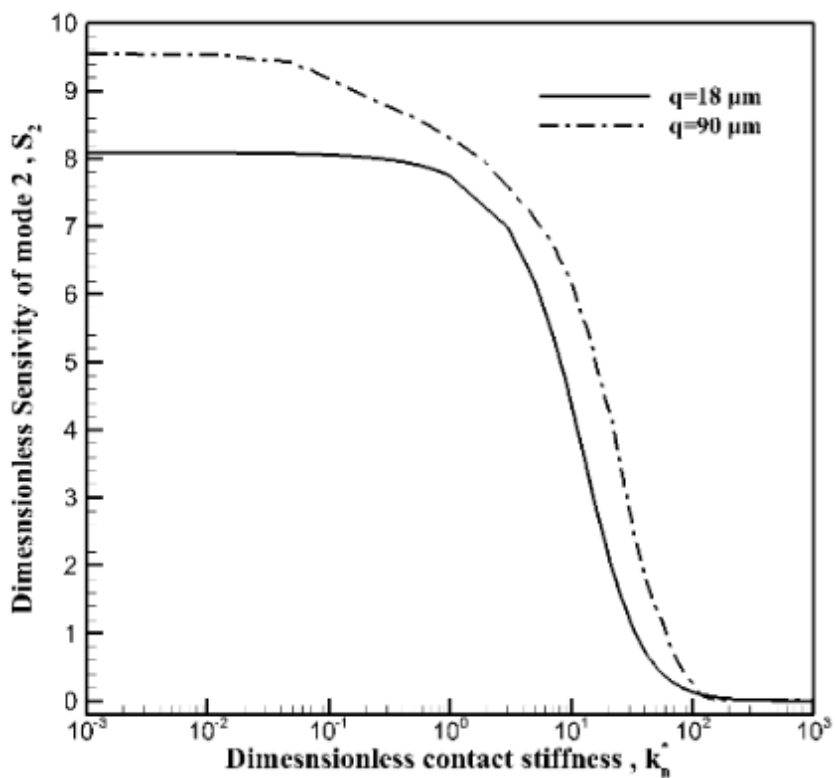
با توجه به شکل ۴-۲۲ و شکل ۴-۲۳ تأثیرات جرم مؤثر بی‌بعد بر روی حساسیت مدهای اول و دوم نمایش داده شده است. با افزایش جرم بی‌بعد نوک مقدار اولیه حساسیت کاهش یافته و هرچه مقادیر سختی عمودی افزایش پیدا می‌کند مقادیر حساسیت کم می‌شود و در سختی عمودی نهایی مقادیر حساسیت به سمت صفر می‌رود. مقادیر مختلف جرم مؤثر بی‌بعد در مقادیر بالا سختی عمودی تأثیری بر روی حساسیت بی‌بعد ندارد.

۴-۴-۲- تأثیر تغییرات طول نوک میکروتیر بر روی حساسیت بی‌بعد اول و دوم

در انتها به بررسی و تحلیل تأثیر طول نوک مخروط انتها میکروتیر میکروسکوپ نیرو اتمی پرداخته شده است. طول نوک عامل مهمی در مقدار حساسیت بی‌بعد است و همان‌طور که در شکل‌های زیر مشاهده می‌شود بر روی مقادیر حساسیت تأثیرگذار است و با تغییرات مقدار آن می‌توان نتایج موردنظر را بدست بیاوریم.



شکل ۴-۲۴: تأثیرات تغییرات طول نوک میکروتیر نسبت به سختی عمودی برای حساسیت بی بعد مد اول



شکل ۴-۲۵: تأثیرات تغییرات طول نوک میکروتیر نسبت به سختی عمودی برای حساسیت بی بعد مد دوم

با توجه به شکل ۴-۲۴ و شکل ۴-۲۵ می‌توان تأثیر مقادیر مختلف طول نوک بر روی حساسیت بی‌بعد مد اول و دوم در میکروسکوپ نیرو اتمی مورد بررسی قرار داد. با افزایش مقدار طول نوک مقدار حساسیت افزایش می‌یابد و هرچه مقدار سختی عمودی افزایش می‌یابد، همان‌طور که انتظار می‌رود مقادیر حساسیت بی‌بعد کم می‌شود و بعد از مقادیر خیلی بالا سختی عمودی مقادیر حساسیت بی‌بعد به سمت صفر می‌رود و در عمل تغییر طول نوک تأثیر نخواهد داشت.

۵- فصل پنجم: تحلیل غیر خطی

بسیاری از پدیده‌های اطراف ما به‌طور ذاتی غیرخطی هستند و با معادله‌های غیرخطی بیان یا توصیف می‌شوند. از زمان ظهور کامپیوترهای دیجیتالی، هرروزه حل معادلات خطی آسان‌تر می‌شود و این در حالی است که برای بسیاری از معادلات غیرخطی جواب دقیقی وجود ندارد. در بسیاری از موارد یافتن حل تحلیلی^۱ معادلات غیرخطی بسیار مشکل‌تر از بدست آوردن حل عددی آن است، باوجوداین هم‌اکنون با پیشرفت سخت‌افزار و وجود ابرکامپیوترها و برنامه‌های بسیار قدرتمندی همانند Maple و Mathematica که با متغیرهای سمبولیک^۲ کار می‌کنند، حل بسیاری از معادله‌ها آسان‌تر شده است. حل عددی به‌طور عمومی می‌تواند با محاسبات پیچیده کامپیوتری معادلات غیرخطی را حل نماید؛ این یک برتری حل عددی نسبت به حل تحلیلی است که قادر است در بعضی از مواقع مسائل غیرخطی را ساده‌تر حل نماید. اگرچه حل عددی نقاط ناپیوستگی یک نمودار را نمایان می‌سازد اما باوجوداین گاهی اوقات برای دریافت کل جواب بسیار هزینه‌بر و وقت‌گیر است و همچنین در کنار نتیجه‌های عددی، درک ماهیت مسئله غیرخطی مشکل می‌شود. مشکلات حل عددی زمانی ظاهر می‌شود که مسئله غیرخطی دارای تکینگی یا جواب‌های چندگانه باشد. حل عددی و تحلیلی مسائل غیرخطی مزایا و معایب جداگانه خود را داراست و همچنین محدودیت‌های خود را دارد؛ بنابراین این امر غیرضروری است که ما یک روش را برگزینیم و از دیگری صرف‌نظر نماییم.

¹ Analytical

² Symbolic

۵-۲- تئوری اغتشاشات

نظریه‌ی اغتشاشات، شامل روش‌های ریاضی است که برای یافتن پاسخ تقریبی برای مسئله‌ای که پاسخ دقیق آن قابل دسترسی نیست، به کار می‌رود. یافتن این جواب تقریبی با یک پاسخ دقیق در یک مسئله مرتبط آغاز می‌شود. نظریه اغتشاش می‌تواند به کاربرد که بتوان مسئله را با افزودن یک عبارت کوچک به توصیف ریاضی مسئله‌ای که قابل حل دقیق است، فرمول‌بندی نمود. نظریه اغتشاش به عبارتی به سری توانی از یک پارامتر کوچک برای پاسخ موردنظر منجر می‌شود که انحرافات از مسئله‌ی قابل حل کامل را به صورت کمی بیان می‌کند. اولین جمله از این سری توانی، پاسخ مسئله‌ی قابل حل دقیق است و جملات بعدی، انحراف از این پاسخ به دلیل انحراف از مسئله‌ی اصلی را توصیف می‌کند.

۵-۳- روش مختصات کشیده شده (Strained Coordinate)

این روش برای جلوگیری از بروز ترم‌های تکین^۱ توسط دو نفر به نام‌های لیندسثیت و پوانکاره^۲ ابداع گردید. به‌طور کلی مشکل به وجود آمده در این دسته معادلات از ترم‌های مرتبه بالاتر و در هنگام ظهور موده‌های اصلی فیزیک مسئله در سمت راست رخ می‌دهد. همان‌طور که می‌دانیم اگر جواب معادله همگن به صورت $u_H = A \sin \omega_0 t + B \cos \omega_0 t$ بوده و در سمت راست معادله همگن یکی از این دو ترم ظاهر شوند، جواب بخش خصوصی به صورت معادله (۵-۱) است.

$$u_p = t(C \sin \omega_0 t + D \cos \omega_0 t) \quad (۵-۱)$$

که مشاهده می‌شود وجود ضریب t باعث به وجود آمدن ترم‌های تکین می‌شود. برای حل این مشکل لیندسثیت و پوانکاره پیشنهاد دادند با وجود یک ترم غیرخطی فنری کوچک به معادله اولین چیزی که در جواب ظاهر می‌شود، تغییر فرکانس نوسانات آن است که آن را به صورت رابطه (۵-۲) می‌توان نمایش داد:

$$\omega = \omega_0 + \varepsilon \omega_1 + \dots \quad (۵-۲)$$

^۱ Singular Term

^۲ Poincare & Lindstedt

بنابراین ترم اول این معادله به صورت $u_0 = A \sin \omega t + B \cos \omega t$ خواهد بود. با این توضیح تغییر متغیر رابطه (۳-۵) تعریف می‌گردد.

$$\tau = \omega t = t(\omega_0 + \varepsilon\omega_1 + \dots) \quad (۳-۵)$$

بنابراین جواب معادله نیز به صورت رابطه (۴-۵) در معادله جایگذاری می‌گردد.

$$u(\tau) = u_0(\tau) + \varepsilon u_1(\tau) + \dots \quad (۴-۵)$$

۴-۵- تحلیل غیرخطی میکروتیر AFM از جنس ماده هایپرالاستیک

اگرچه رفتار دینامیکی خطی تیر میکروسکوپ نیرو اتمی توسط بسیاری از محققان مورد تحلیل و مطالعه قرار گرفته است، اما هنوز پیشرفت زیادی در بررسی رفتار غیرخطی تیر میکروسکوپ نیرو اتمی صورت نگرفته است. تحقیقات آزمایشگاهی انجام شده بر روی تیر AFM، نشان دهنده وجود رفتارهای به شدت غیرخطی است [۹۹، ۹۸] از این رو تحلیل‌های غیرخطی، برای درک بهتر رفتار ارتعاشاتی تیر میکروسکوپ نیرو اتمی و برهم کنش‌های موجود بین نوک و سطح نمونه ضروری می‌نماید. از بین مدهای عملکرد میکروسکوپ نیرو اتمی، مد متناوب (TM) به دلایل متفاوتی بیشتر از بقیه مدها در معرض رفتارهای غیرخطی قرار دارد [۵۸].

روش‌های بسیاری برای بررسی رفتار غیرخطی در میکروسکوپ نیرو اتمی بکار گرفته شده است [۱۰۰]. تقریب خطی سازی از جمله این روش‌ها است، با خطی سازی برهم کنش‌های موجود بین نوک و سطح نمونه و با استفاده از روش عددی المان محدود، کرایم و همکاران [۶۵] پاسخ‌ها فرکانسی میکروتیر میکروسکوپ نیرو اتمی متناوب را در محیط مایع و هوا مورد بررسی قرار دادند. روش نیمه تحلیلی تئوری اغتشاشات یکی دیگر از روش‌های پرکاربرد در تحلیل رفتارهای غیرخطی میکروتیر یکسر درگیر AFM است [۱۰۱].

هنگامی که دامنه ارتعاشات به اندازه کافی کوچک نباشد، شرایط تماس خطی دیگر با ارزش نمی‌باشند. تماس غیرخطی یکی از مهم‌ترین قسمت‌های ارتعاشات میکروسکوپ نیرو اتمی است و تحقیقات بسیاری، هم در زمینه علمی و تئوری انجام گرفته است.

معادله حاکم غیرخطی به صورت رابطه (۵-۵) است:

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 w^*}{\partial t^{*2}} - 2A^* R^2 \frac{\partial^2 w^*}{\partial x^{*2}} + 8\beta_1 \frac{\partial^4 w^*}{\partial x^{*4}} - 12A^* \beta_1 \left(\frac{\partial w^*}{\partial x^*}\right)^2 \frac{\partial^2 w^*}{\partial x^{*2}} \\ + 24 \frac{\beta_2}{R^2} \frac{\partial^4 w^*}{\partial x^{*4}} \left(\frac{\partial w^*}{\partial x^*}\right)^2 + 96 \frac{\beta_2}{R^2} \frac{\partial^3 w^*}{\partial x^{*3}} \frac{\partial^2 w^*}{\partial x^{*2}} \frac{\partial w^*}{\partial x^*} \\ + 24 \frac{\beta_2}{R^2} \left(\frac{\partial^2 w^*}{\partial x^{*2}}\right)^3 - 30 \frac{A^* \beta_2}{R^2} \left(\frac{\partial w^*}{\partial x^*}\right)^4 \frac{\partial^2 w^*}{\partial x^{*2}} = 0 \end{aligned} \quad (۵-۵)$$

معادله (۵-۵) توسط روش گالرکین به معادلات دیفرانسیل معمولی با توجه به معادلات (۶-۵) و

(۷-۵) تبدیل می‌شود:

$$w^*(x^*, t^*) = \varphi_i(x^*) q_i(t^*) \quad (۶-۵)$$

$$\ddot{q}(t^*) + \alpha_1 q(t^*) + \alpha_2 q^3(t^*) + \alpha_3 q^5(t^*) = 0 \quad (۷-۵)$$

به طوری که:

$$\alpha_1 = \frac{(-2A^* R^2) \int_0^1 \frac{d^2 \varphi_i}{dx^{*2}} \varphi_i dx^* + 8\beta_1 \int_0^1 \frac{d^4 \varphi_i}{dx^{*4}} \varphi_i dx^*}{\int_0^1 \varphi_i^2 dx^*} \quad (۸-۵)$$

$$\alpha_2 = \frac{-12A^* \beta_1 \int_0^1 \left(\frac{d\varphi_i}{dx^*}\right)^2 \frac{d^2 \varphi_i}{dx^{*2}} \varphi_i dx^* + 24 \frac{\beta_2}{R^2} \int_0^1 \left(\frac{d\varphi_i}{dx^*}\right)^2 \frac{d^4 \varphi_i}{dx^{*4}} \varphi_i dx^*}{\int_0^1 \varphi_i^2 dx^*} +$$

$$\frac{96 \frac{\beta_2}{R^2} \int_0^1 \frac{d^3 \varphi_i}{dx^{*3}} \frac{d^2 \varphi_i}{dx^{*2}} \frac{d\varphi_i}{dx^*} \varphi_i dx^* + 24 \frac{\beta_2}{R^2} \int_0^1 \left(\frac{d\varphi_i}{dx^*}\right)^3 \varphi_i dx^*}{\int_0^1 \varphi_i^2 dx^*}$$

$$\alpha_3 = - \frac{30 \frac{A^* \beta_2}{R^2} \int_0^1 \left(\frac{d\varphi_i}{dx^*}\right)^4 \frac{d^2 \varphi_i}{dx^{*2}} \varphi_i dx^*}{\int_0^1 \varphi_i^2 dx^*}$$

برای اعمال روش پوانکاره بر روی معادله استخراجی، پارامتر کوچک طبق رابطه (۹-۵) اعمال

می‌شود:

$$q = \varepsilon u \quad (۹-۵)$$

بنابراین معادلات حاکم به صورت رابطه (۱۰-۵) خواهد شد:

$$\varepsilon \ddot{u}(t^*) + \alpha_1 \varepsilon u(t^*) + \alpha_2 \varepsilon^3 u^3(t^*) + \alpha_3 \varepsilon^5 u^5(t^*) = 0 \quad (۱۰-۵)$$

با روش پوانکاره وابستگی ω به پارامتر غیرخطی ϵ را با توجه به رابطه (۱۱-۵) از بین خواهد برد.

$$\omega = \omega_0 + \epsilon\omega_1 + \epsilon^2\omega_2 + \dots \quad (11-5)$$

با استفاده از تبدیل به کمک رابطه (۱۲-۵):

$$\tau = \omega t^* \quad (12-5)$$

معادله حاکم را به صورت رابطه (۱۳-۵) خواهیم داشت:

$$\epsilon\omega^2 u''(\tau) + \alpha_1 \epsilon u(\tau) + \alpha_2 \epsilon^3 u^3(\tau) + \alpha_3 \epsilon^5 u^5(\tau) = 0 \quad (13-5)$$

با استفاده از تقریب مرتبه اول به صورت رابطه (۱۴-۵):

$$u(\tau; \epsilon) = u_0(\tau) + \epsilon u_1(\tau) + \epsilon^2 u_2(\tau) + \dots \quad (14-5)$$

معادله حاکم را به صورت معادله (۱۵-۵) خواهیم داشت:

$$\epsilon(\omega_0 + \epsilon\omega_1 + \epsilon^2\omega_2 + \dots)^2 (u_0'' + \epsilon u_1'' + \epsilon^2 u_2'' + \dots) + \quad (15-5)$$

$$\alpha_1 \epsilon (u_0 + \epsilon u_1 + \epsilon^2 u_2 + \dots) + \alpha_2 \epsilon^3 (u_0 + \epsilon u_1 + \epsilon^2 u_2 + \dots)^3 + \alpha_3 \epsilon^5 (u_0 + \epsilon u_1 + \epsilon^2 u_2 + \dots)^5 = 0$$

با صفر قرار دادن ضرایب مراتب ϵ در معادله (۱۵-۵) خواهیم داشت:

$$\epsilon^1: \quad \omega_0^2 u_0'' + \alpha_1 u_0 = 0 \quad (16-5)$$

$$\epsilon^2: \quad \omega_0^2 u_1'' + \alpha_1 u_1 = -2\omega_0 \omega_1 u_0'' \quad (17-5)$$

$$\epsilon^3: \quad \omega_0^2 u_2'' + \alpha_1 u_2 = -\omega_1^2 u_0'' - 2\omega_0 \omega_1 u_1'' - 2\omega_0 \omega_2 u_0'' - \alpha_2 u_0^3 \quad (18-5)$$

حل معادله (۱۶-۵) برای u_0 به صورت زیر است:

$$u_0(\tau) = a \cos\left(\sqrt{\frac{\alpha_1}{\omega_0^2}} \tau + \beta\right) \quad (19-5)$$

با جایگذاری در معادله (۱۷-۵) خواهیم داشت:

$$\omega_0^2 u_1'' + \alpha_1 u_1 = 2\omega_0 \omega_1 \frac{\alpha_1}{\omega_0^2} a \cos\left(\sqrt{\frac{\alpha_1}{\omega_0^2}} \tau + \beta\right) \quad (20-5)$$

با حذف جملاتی که ترم‌های سکولار ایجاد می‌کنند خواهیم داشت:

$$2\omega_0\omega_1 \frac{\alpha_1}{\omega_0^2} a = 0 \Rightarrow \omega_1 = 0 \quad (21-5)$$

حال حل خصوصی معادله (17-5) برای u_1 به صورت رابطه (22-5) است:

$$u_1(t) = 0 \quad (22-5)$$

با جایگذاری معادله (22-5) در معادله (18-5) خواهیم داشت:

$$\begin{aligned} \omega_0^2 u_2'' + \alpha_1 u_2 = & \left((\omega_1^2 + 2\omega_0\omega_2) \frac{\alpha_1}{\omega_0^2} a - \frac{3}{4} \alpha_2 a^3 \right) \cos \left(\sqrt{\frac{\alpha_1}{\omega_0^2}} \tau + \beta \right) \\ & - \frac{1}{4} \alpha_2 a^3 \cos \left(3 \sqrt{\frac{\alpha_1}{\omega_0^2}} \tau + 3\beta \right) \end{aligned} \quad (23-5)$$

با حذف جملاتی که سکولار ایجاد می کنند در معادله (23-5) خواهیم داشت:

$$\begin{aligned} (\omega_1^2 + 2\omega_0\omega_2) \frac{\alpha_1}{\omega_0^2} a - \frac{3}{4} \alpha_2 a^3 = 0 \Rightarrow \omega_2 & \quad (24-5) \\ = \frac{\left(\frac{3}{4} \alpha_2 a^3 - \omega_1^2 \frac{\alpha_1}{\omega_0^2} a \right)}{2\omega_0 \frac{\alpha_1}{\omega_0^2} a} \xrightarrow{\omega_1=0} \omega_2 = \frac{3\alpha_2 a^2}{8\omega_0 \frac{\alpha_1}{\omega_0^2}} \end{aligned}$$

حال حل خصوصی معادله (18-5) به صورت معادله (25-5) است:

$$u_2(t) = \frac{1}{32} \frac{\alpha_2}{\alpha_1} a^3 \cos \left(3 \sqrt{\frac{\alpha_1}{\omega_0^2}} \tau + 3\beta \right) \quad (25-5)$$

بنابراین حل کلی را به صورت رابطه (26-5) خواهیم داشت:

$$\begin{aligned} u(\tau; \epsilon) = u_0(\tau) + \epsilon u_1(\tau) + \epsilon^2 u_2(\tau) = & a \cos \left(\sqrt{\frac{\alpha_1}{\omega_0^2}} \tau + \beta \right) + \\ & \epsilon^2 \frac{1}{32} \frac{\alpha_2}{\alpha_1} a^3 \cos \left(3 \sqrt{\frac{\alpha_1}{\omega_0^2}} \tau + 3\beta \right) \end{aligned} \quad (26-5)$$

حال با جایگذاری معادله (27-5)

$$\tau = \omega t^* \xrightarrow{\omega_1=0} \tau = \left(\omega_0 + \epsilon^2 \frac{3\alpha_2 a^2}{8\omega_0 \frac{\alpha_1}{\omega_0^2}} + \dots \right) t \quad (27-5)$$

در معادله (26-5) خواهیم داشت:

$$u(t; \epsilon) = a \cos\left(\sqrt{\frac{\alpha_1}{\omega_0^2}}\left(\omega_0 + \epsilon^2 \frac{3\alpha_2 a^2}{8\omega_0 \frac{\alpha_1}{\omega_0^2}} + \dots\right)t + \beta\right) + \quad (28-5)$$

$$\epsilon^2 \frac{1}{32} \frac{\alpha_2}{\alpha_1} a^3 \cos\left(3\sqrt{\frac{\alpha_1}{\omega_0^2}}\left(\omega_0 + \epsilon^2 \frac{3\alpha_2 a^2}{8\omega_0 \frac{\alpha_1}{\omega_0^2}} + \dots\right)t + 3\beta\right) + \dots$$

با توجه به $q = \epsilon u$ و جایگذاری در معادله (28-5) خواهیم داشت:

$$q(t; \epsilon) = \epsilon \left[a \cos\left(\sqrt{\frac{\alpha_1}{\omega_0^2}}\left(\omega_0 + \epsilon^2 \frac{3\alpha_2 a^2}{8\omega_0 \frac{\alpha_1}{\omega_0^2}} + \dots\right)t + \beta\right) + \quad (29-5)$$

$$\epsilon^2 \frac{1}{32} \frac{\alpha_2}{\alpha_1} a^3 \cos\left(3\sqrt{\frac{\alpha_1}{\omega_0^2}}\left(\omega_0 + \epsilon^2 \frac{3\alpha_2 a^2}{8\omega_0 \frac{\alpha_1}{\omega_0^2}} + \dots\right)t + 3\beta\right) + \dots \right]$$

و پاسخ نهایی به صورت رابطه (30-5) است:

$$w^*(x^*, t^*) = \epsilon \left[a \cos\left(\sqrt{\frac{\alpha_1}{\omega_0^2}}\left(\omega_0 + \epsilon^2 \frac{3\alpha_2 a^2}{8\omega_0 \frac{\alpha_1}{\omega_0^2}} + \dots\right)t + \beta\right) + \quad (30-5)$$

$$\epsilon^2 \frac{1}{32} \frac{\alpha_2}{\alpha_1} a^3 \cos\left(3\sqrt{\frac{\alpha_1}{\omega_0^2}}\left(\omega_0 + \epsilon^2 \frac{3\alpha_2 a^2}{8\omega_0 \frac{\alpha_1}{\omega_0^2}} + \dots\right)t + 3\beta\right) + \dots \right] \varphi_i(x^*)$$

برای یافتن فرکانس غیرخطی سیستم تا مرتبه ϵ^2 نیاز به یافتن سه پارامتر فرکانسی ω_0 ، ω_1 و ω_2

است که فرکانس خطی سیستم در حالت بی بعد بوده و ω_1 و ω_2 از حذف جملات سکولار در حل

معادلات (17-5) و (18-5) حاصل می شود.

با توجه به معادله (11-5) و مقادیر ω_2 در معادله (24-5) و $\omega_1 = 0$ ، $\omega_0 = \sqrt{\alpha_1}$ معادله

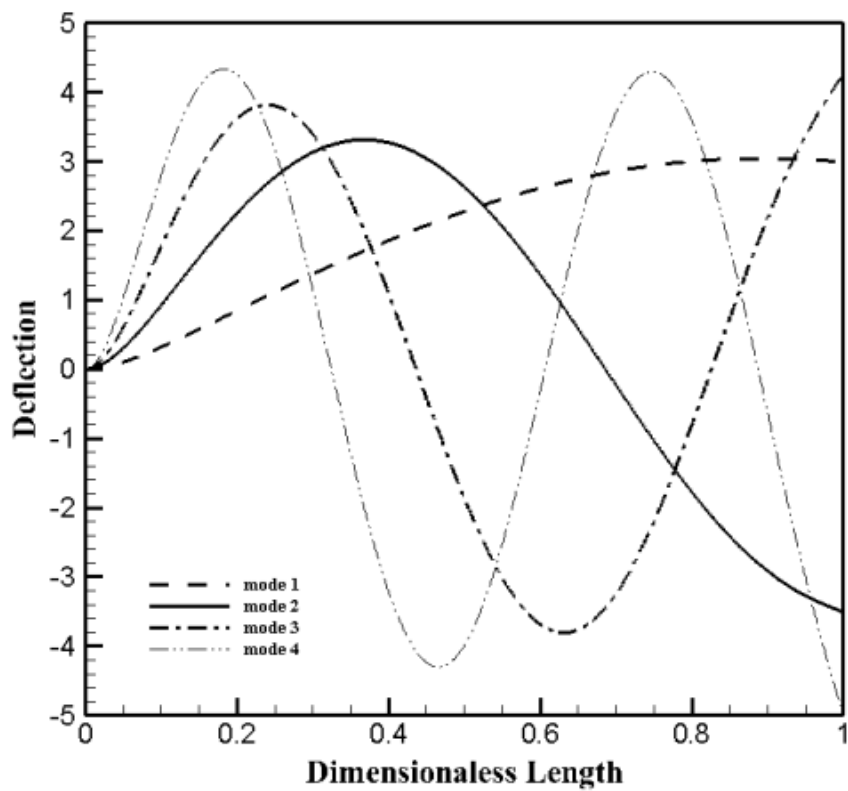
فرکانس غیرخطی میکروسکوپ نیرو اتمی به صورت معادله (31-5) است.

$$\omega_{NL} = \sqrt{\alpha_1} + \epsilon^2 \left(\frac{3\alpha_2 a^2}{8\omega_0}\right) + \dots \quad (31-5)$$

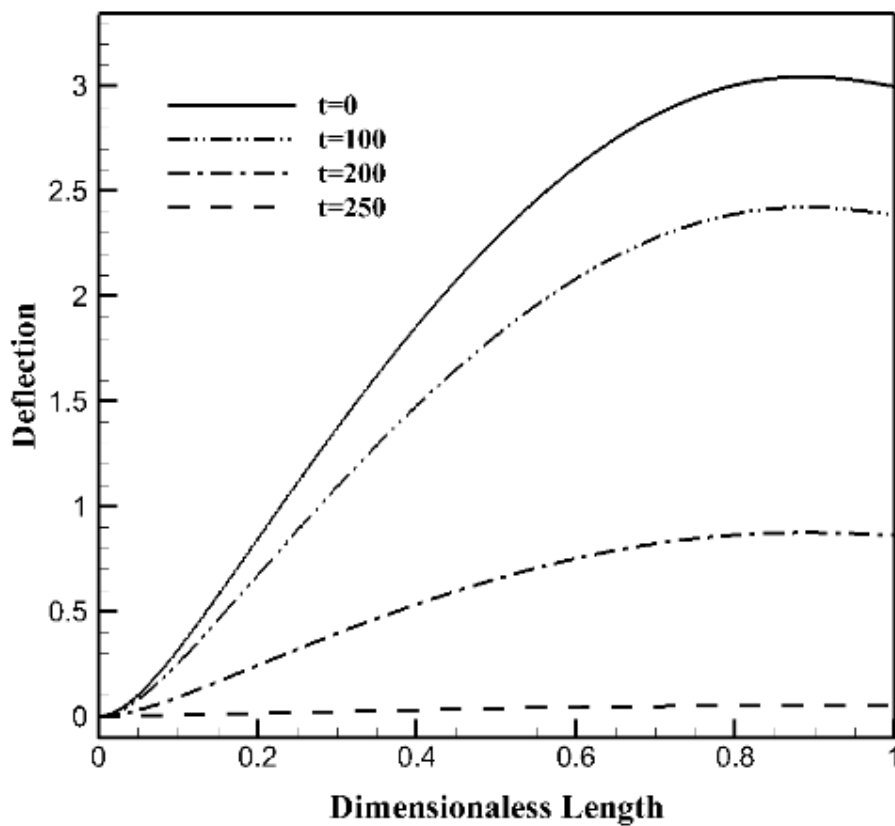
خیزها برای چهار مود اول رسم شده است و نیز به طور جداگانه برای مود اول در زمانهای مختلف

رسم شده که مطابق با شرایط مرزی یکسر گیردار با جرم و فنر در انتها است. شرایط اولیه سیستم

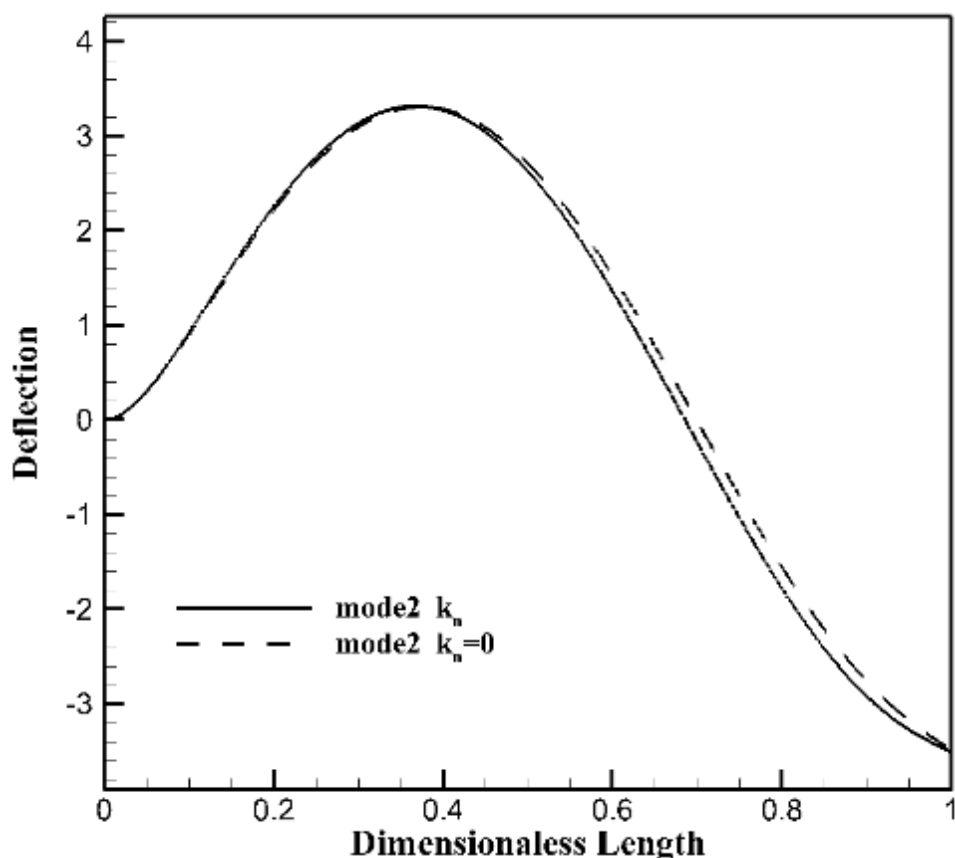
مشابه شرایط اولیه مدها در نظر گرفته شده است.



شکل ۱-۵: خیزهای میکروتیر AFM برای چهار مد اول



شکل ۲-۵: خیز میکروتیر تکیه‌گاه یکسر گیردار برای مد اول در زمان‌های مختلف



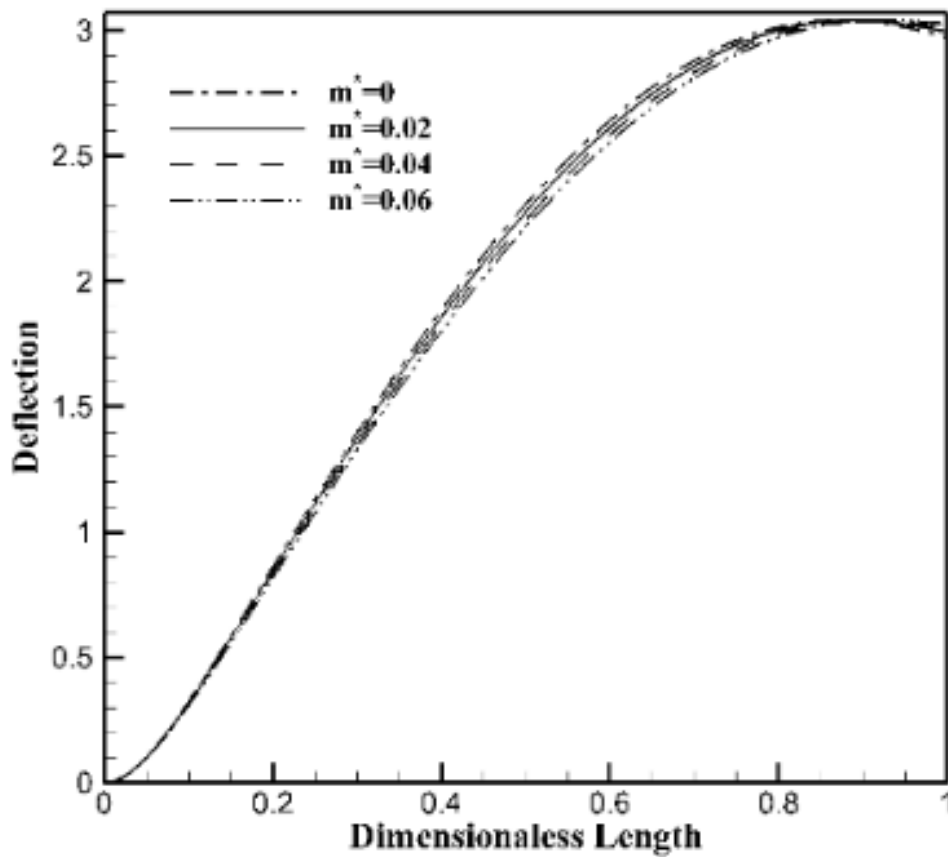
شکل ۳-۵: بررسی تأثیر مقدار سختی عمودی بر روی خیز میکروتیر AFM در مد دوم

۵-۵- تحلیل تأثیر جرم بر رفتار غیر خطی میکروتیر AFM

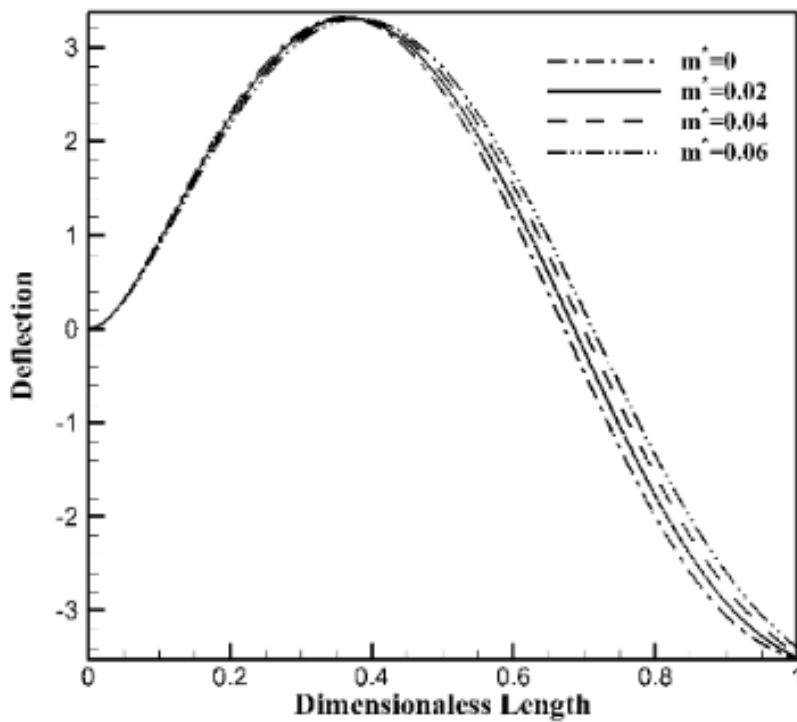
در ادامه به تحلیل تأثیر مقدار جرم مؤثر بی‌بعد برای مدهای میکروتیر پرداخته شده است. در مقادیر خیلی بزرگ سختی عمودی تغییرات پارامترهای هندسی تأثیری در خیز میکروتیر نداشته است. به عبارتی می‌توان گفت مستقل است.

در این بررسی از مقادیر ۰,۰۴ ، ۰,۰۶ و صفر برای جرم مؤثر بی‌بعد استفاده شده است و حالت جرم مؤثر برابر با ۰,۰۲ به عنوان حالت اصلی در نظر گرفته شده است.

زمانی که جرم بی‌بعد افزایش می‌یابد اینرسی سیستم افزایش می‌یابد، اینرسی زیاد باعث مقاومت در برابر حرکت می‌شود و این نشان از این است سیستم با دامنه کمتر از گذشته نوسان می‌کند.



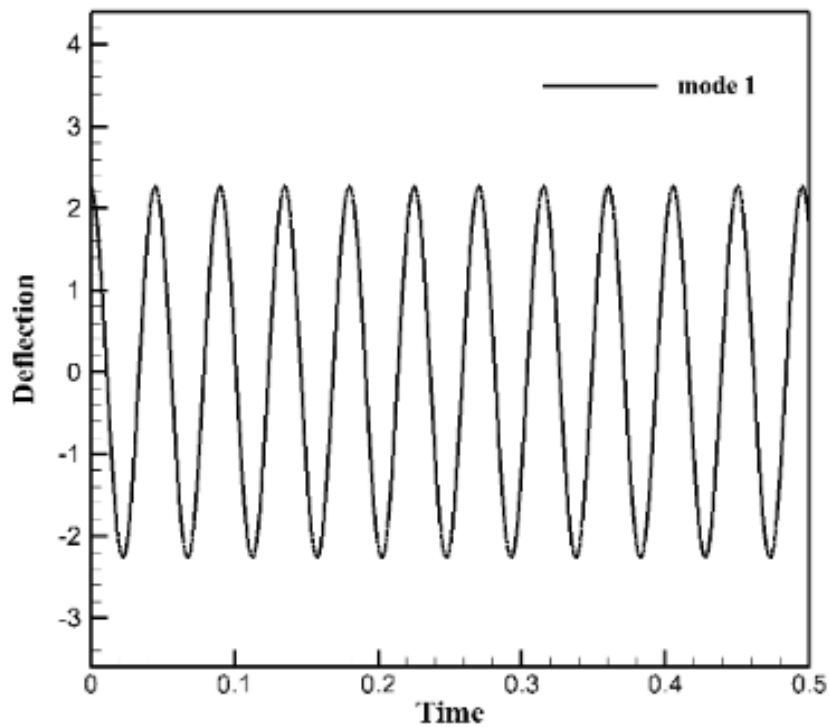
شکل ۴-۵: بررسی تأثیر تغییرات مقدار جرم مؤثر بی‌بعد بر روی خیز میکروتیپ AFM در مد اول



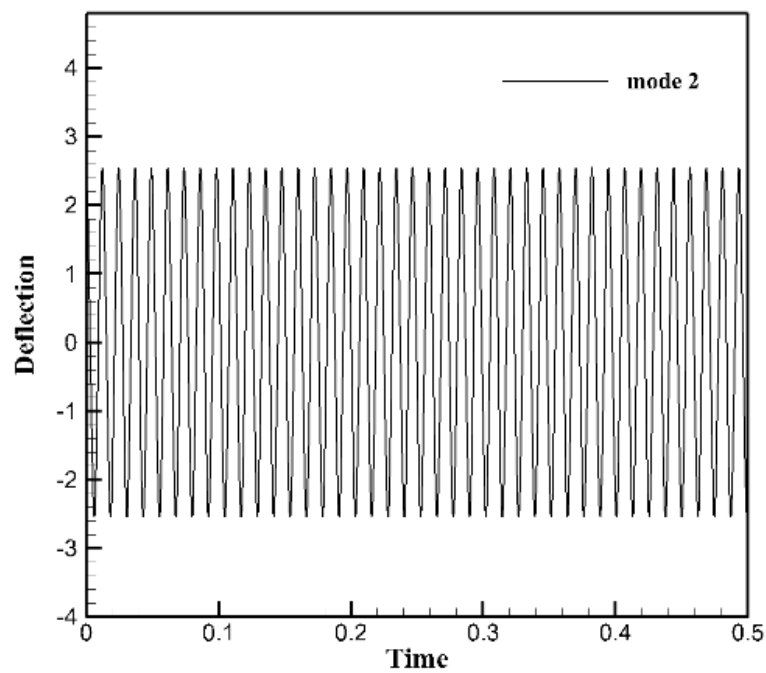
شکل ۵-۵: بررسی تأثیر تغییرات مقدار جرم مؤثر بی‌بعد بر روی خیز میکروتیپ AFM در مد دوم

۵-۶- بررسی پاسخ زمانی میکروتیر AFM

پاسخ زمانی میانه تیر برای مودهای مختلف در شکل ۵-۶ و شکل ۵-۷ رسم شده است.



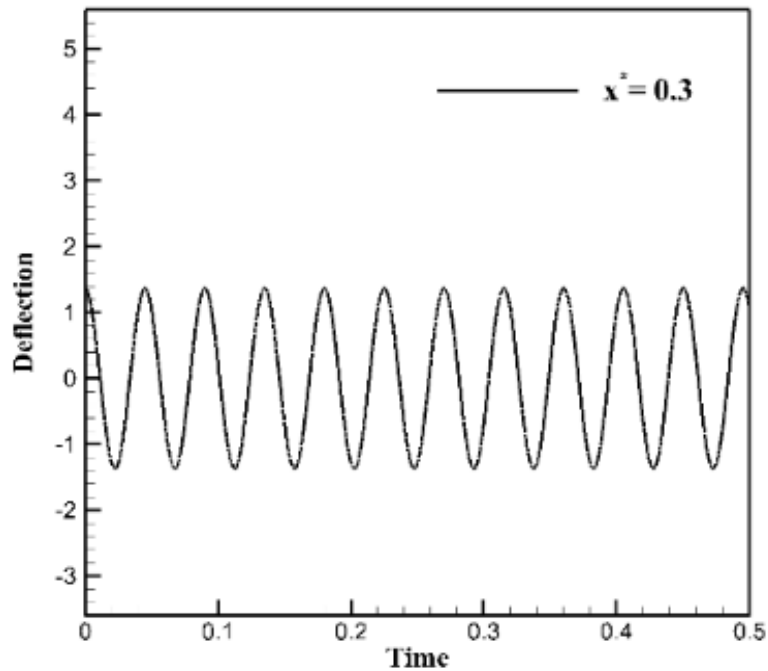
شکل ۵-۶: پاسخ زمانی میکروتیر یکسر درگیر در مود اول



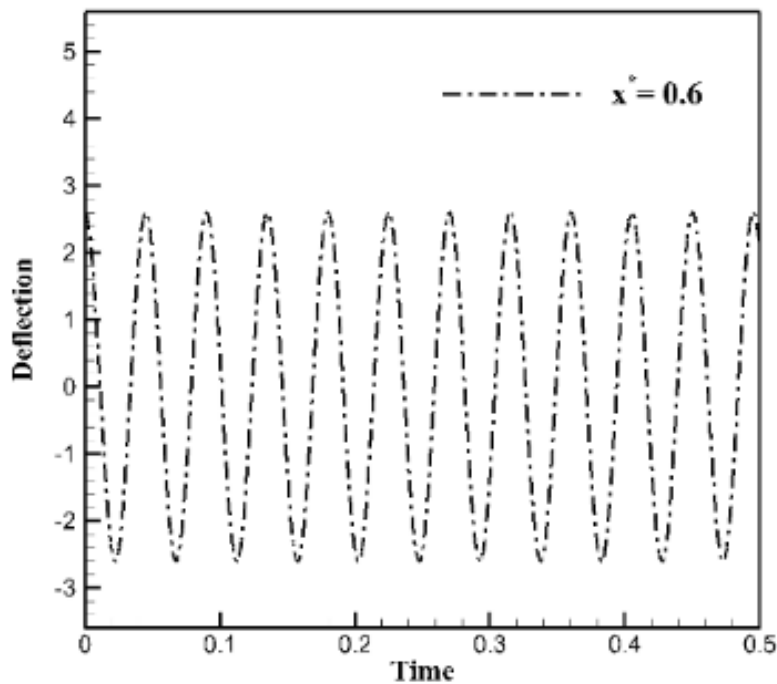
شکل ۵-۷: پاسخ زمانی میکروتیر یکسر درگیر در مود دوم

در اینجا به بررسی تأثیر محل مورد تحلیل بر روی میکروتیر نسبت به خیز میکروتیر پرداخته شده

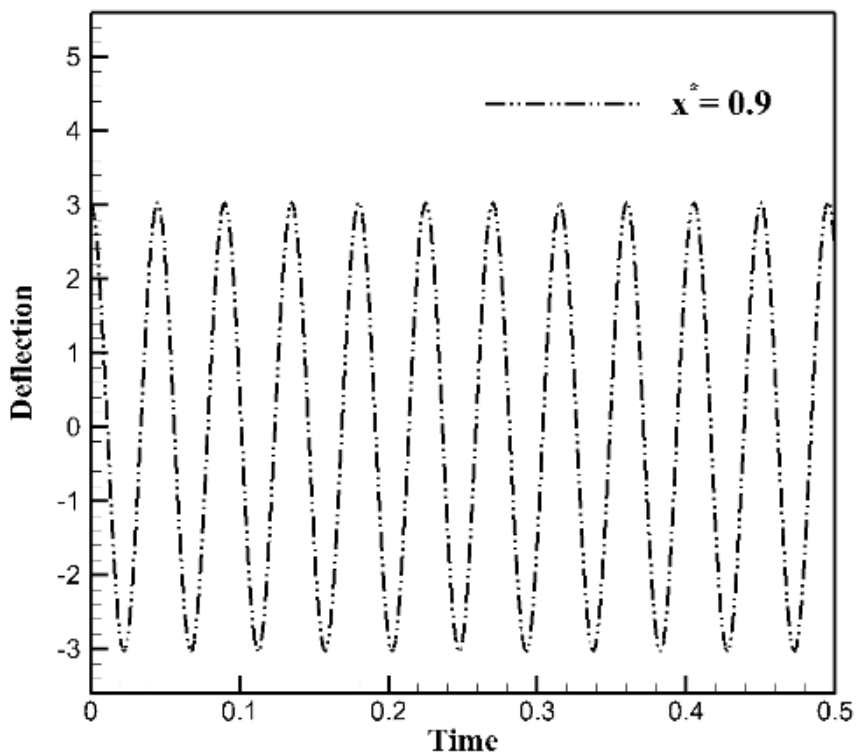
است. با توجه به شکل‌های (۵-۸)، (۵-۹) و (۵-۱۰)، هرچه x^* بیشتر شده و تحلیل در انتها بررسی می‌شود مقدار خیز هم افزایش می‌یابد. در شکل‌های زیر خیز میکروتیر میکروسکوپ نیرو اتمی از جنس هایپرالاستیک را در مد اول و برای x^* با مقادیر ۰,۳، ۰,۶ و ۰,۹ مورد تحلیل قرار گرفته است.



شکل ۵-۸: پاسخ زمانی مد اول میکروتیر در $x^* = 0.3$

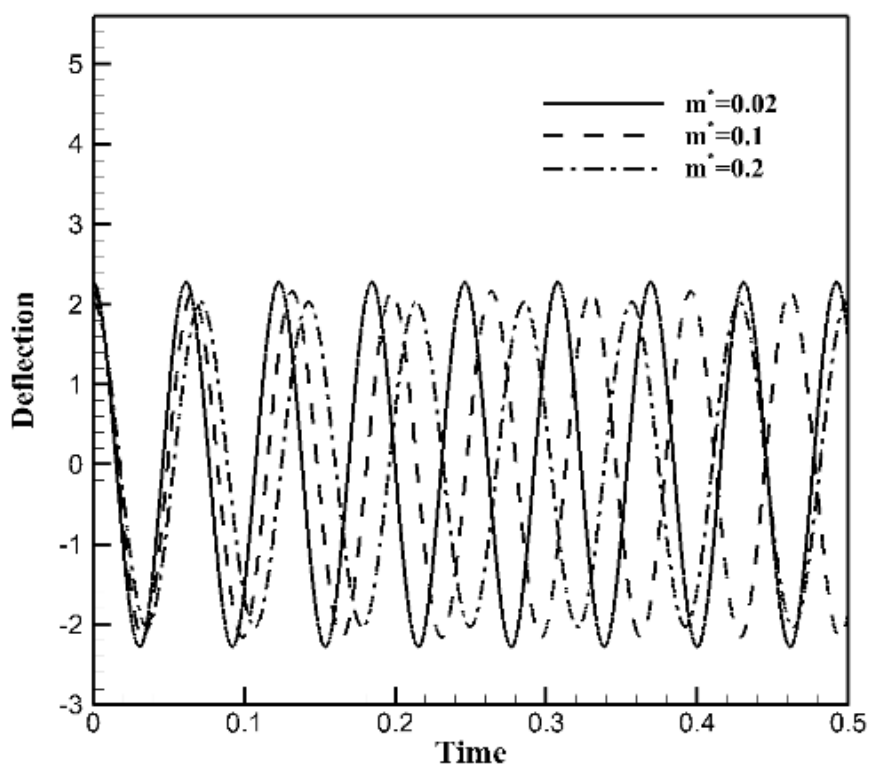


شکل ۵-۹: پاسخ زمانی مد اول میکروتیر در $x^* = 0.6$



شکل ۵-۱۰: پاسخ زمانی مد اول میکروتیر در $x^* = 0.9$

در شکل ۵-۱۱ تغییرات جرم بی بعد نوک و تاثیر آن بر خیز میکروتیر نمایش داده شده است.



شکل ۵-۱۱: بررسی تاثیر پاسخ زمانی میکروتیر در اثر تغییرات جرم نوک تیر در مد اول

۵-۷- بررسی پارامترهای مؤثر بر فرکانس غیرخطی AFM

همان‌طور که در بخش حل اغتشاشات بیان شد، فرکانس غیرخطی سیستم پس از حذف جملات سکولار به دست آمده که مطابق با معادله (۵-۳۱) است. در این بخش اثر پارامترهای مختلف زیر، بر فرکانس غیرخطی میکروسکوپ نیرواتمی مورد بحث، رسم و بررسی می‌شوند:

- اثر سختی عمودی سطح

- اثر نسبت طول به ضخامت (aspect ratio) در موده‌های مختلف

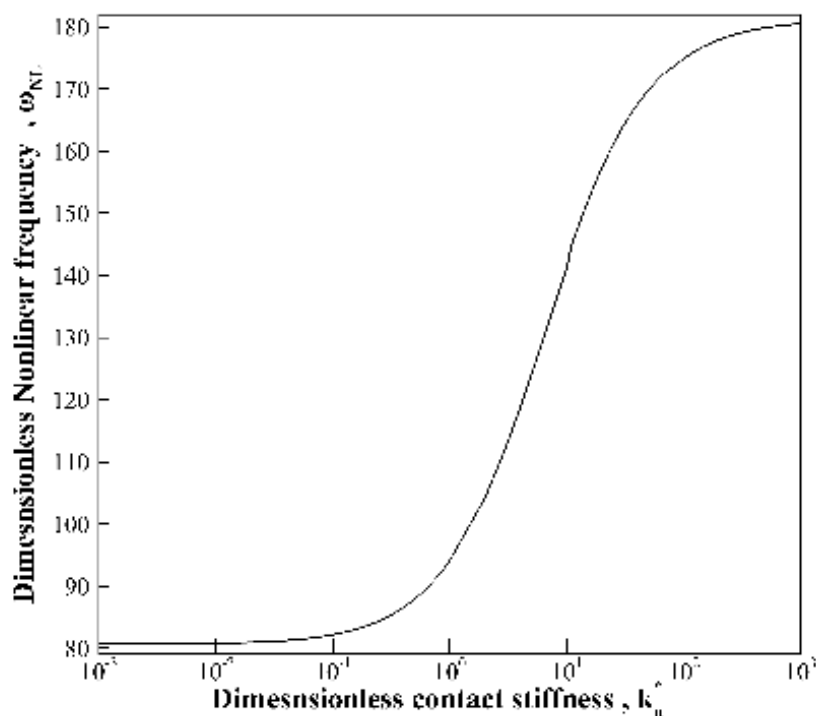
- اثر دامنه در موده‌های مختلف

در بخش‌های زیر به تحلیل کامل موارد گفته شده پرداخته شده است. پارامترهای دیگر بر روی فرکانس غیرخطی میکروسکوپ نیرو اتمی تأثیر قابل توجهی ندارند و می‌توان از تحلیل و بررسی آن‌ها صرف نظر کرد.

۵-۷-۱- بررسی تأثیر سختی عمودی بر فرکانس غیرخطی AFM

در این بخش اثر سختی عمودی بر فرکانس غیرخطی میکروسکوپ نیرو اتمی مورد بررسی قرار گرفته است. در فصل تحلیل خطی اثر سختی عمودی بر فرکانس AFM مورد تحلیل قرار گرفت و مشاهده شد با افزایش مقدار سختی عمودی فرکانس تا مقدار مشخصی افزایش یافته است و سپس تقریباً ثابت شده است.

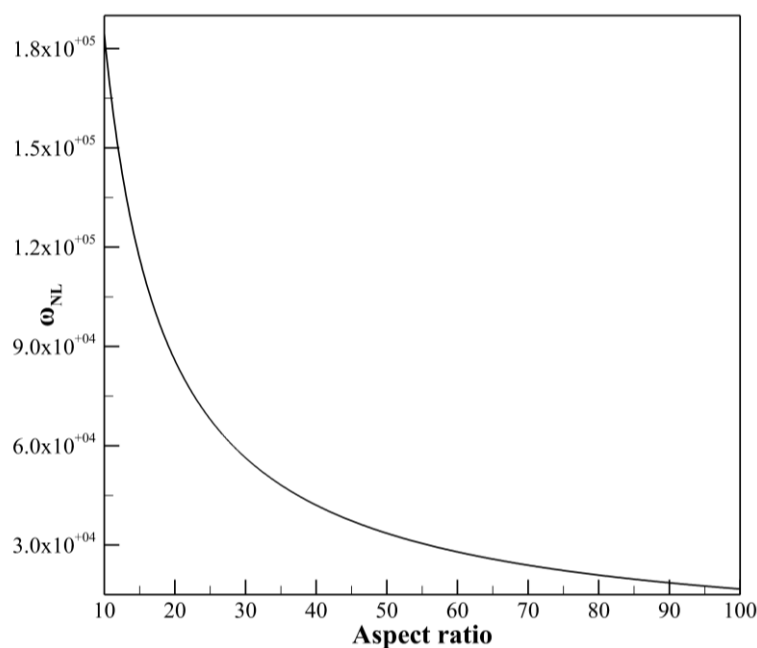
فرکانس غیرخطی میکروتیر میکروسکوپ نیرو اتمی تحت تأثیر سختی عمودی افزایش یافته و در مقادیر زیاد k_n مستقل از تغییرات شده است که افزایش سفتی را نشان می‌دهد. مقدار فرکانس غیرخطی برای نسبت طول به ضخامت ۱۰ در مقایسه با حالت خطی افزایش داشته است.



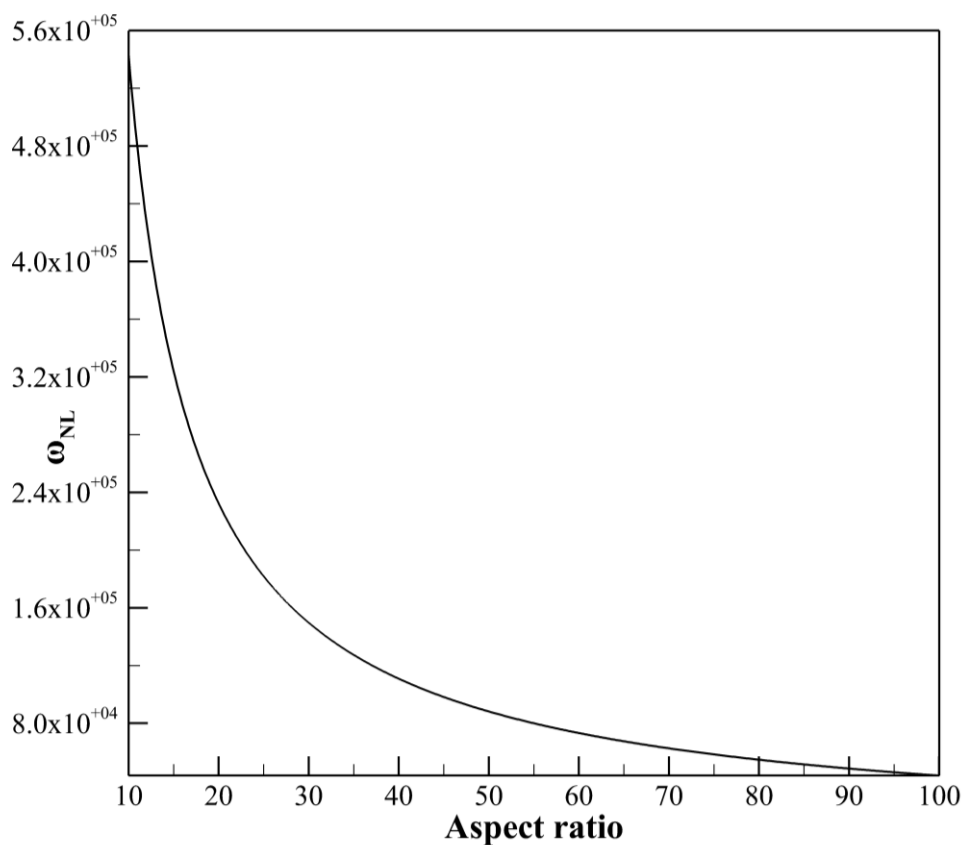
شکل ۵-۱۲: اثر تغییرات سختی عمودی بر فرکانس غیرخطی میکروسکوپ نیرو اتمی در مود اول

۵-۷-۲- بررسی تأثیر نسبت طول به ضخامت بر فرکانس غیرخطی AFM

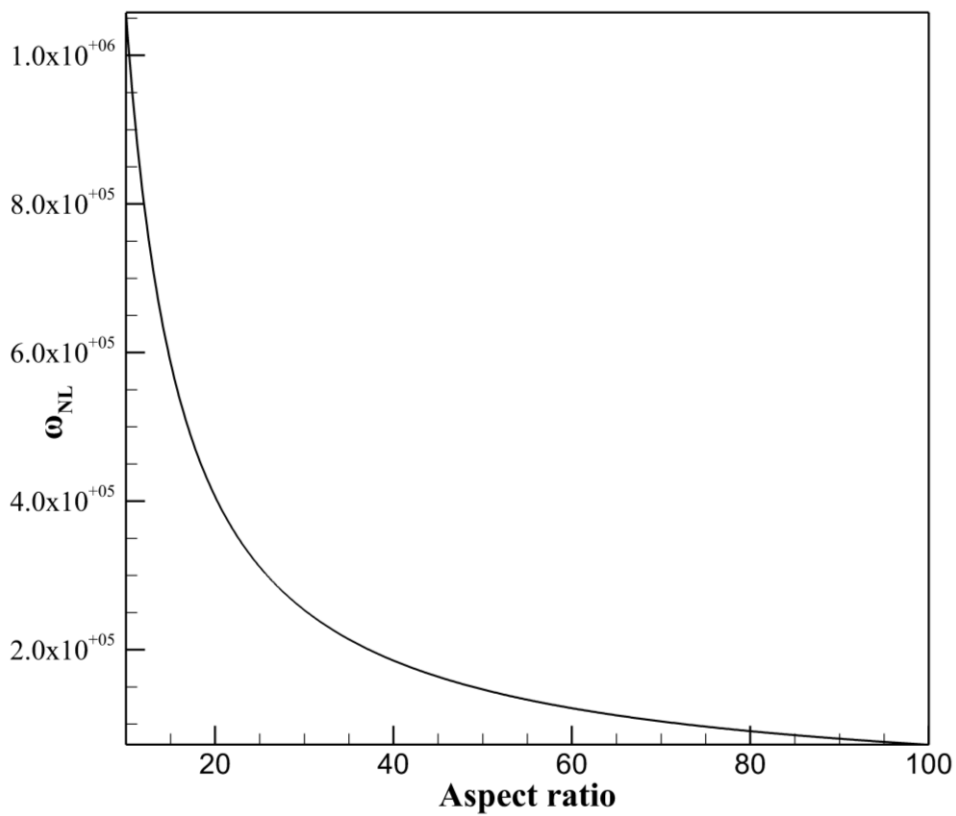
در ابتدا اثر نسبت منظر (طول به ضخامت) بر فرکانس غیرخطی در سه مود اول نشان داده شده است. محدوده در نظر گرفته شده با توجه به تئوری اویلر برنولی ۱۰-۱۰۰ است. این نمودار برای هر سه مود اول رسم شده است.



شکل ۵-۱۳: اثر نسبت منظر بر فرکانس غیرخطی میکروتیر میکروسکوپ نیرو اتمی در مود اول



شکل ۵-۱۴: اثر نسبت منظر بر فرکانس غیرخطی میکروتیر میکروسکوپ نیرو اتمی در مود دوم

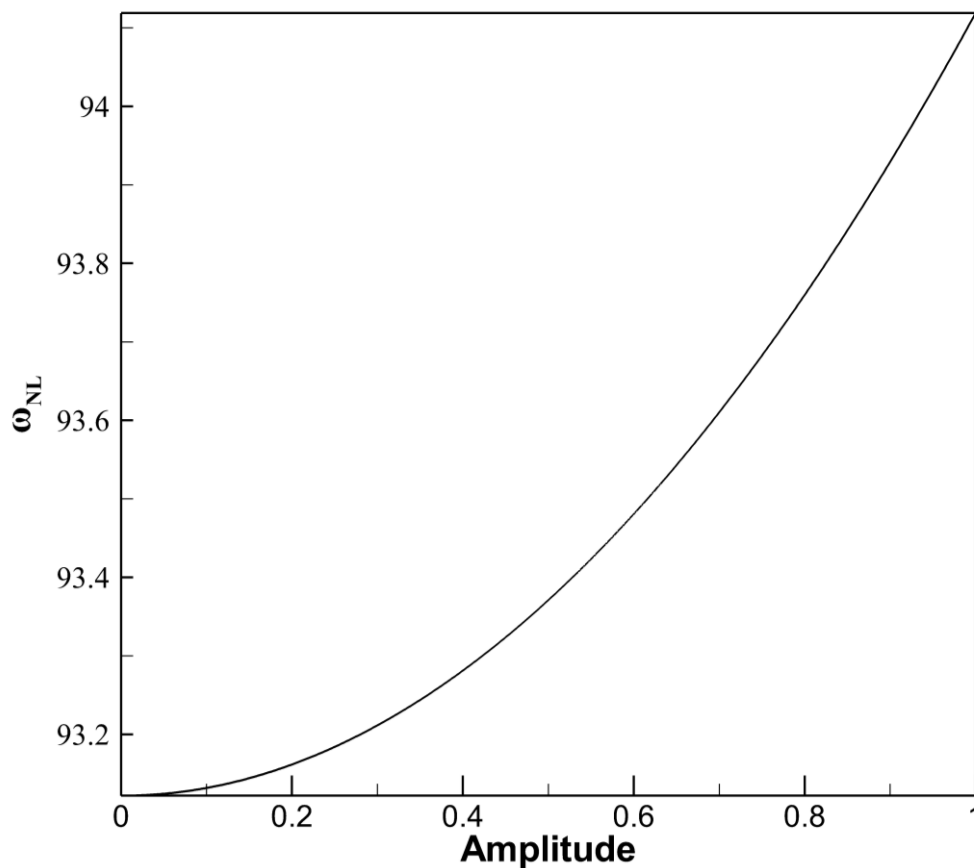


شکل ۵-۱۵: اثر نسبت منظر بر فرکانس غیرخطی میکروتیر میکروسکوپ نیرو اتمی در مود سوم

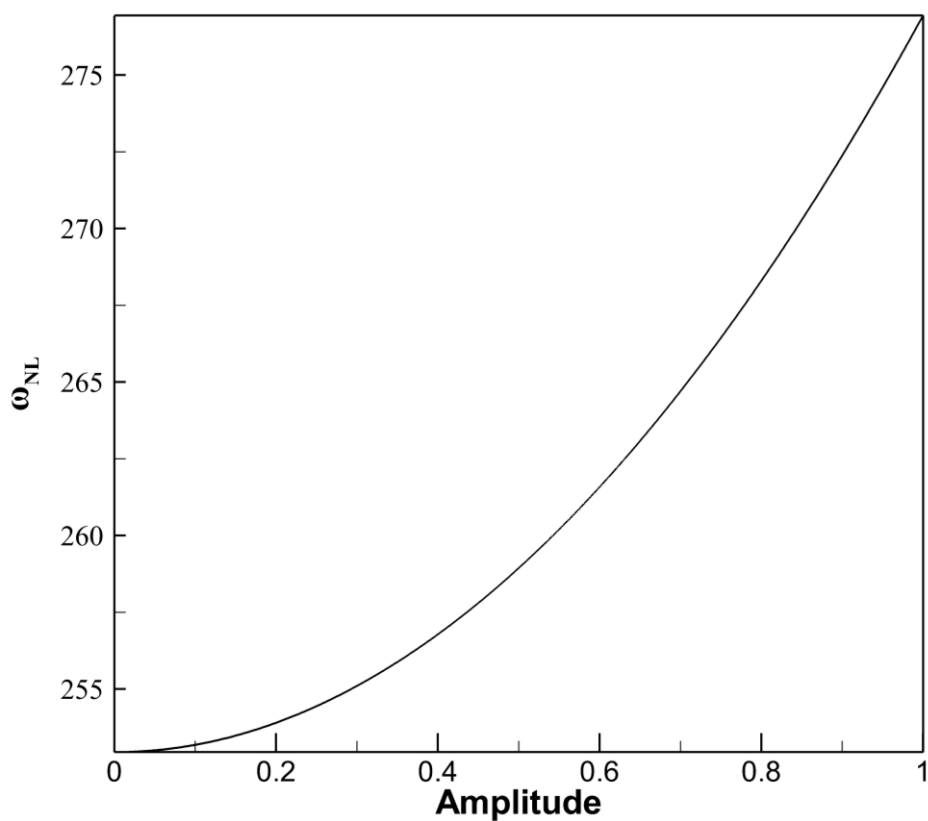
همان‌طور که در شکل‌های (۵-۱۳) تا (۵-۱۵) مشاهده می‌شود با افزایش طول تیر در ضخامت ثابت، فرکانس غیرخطی میکروتیر تا مقدار مشخص کاهش می‌یابد و سپس تقریباً ثابت می‌شود. از طرفی با مقایسه نمودار در هر مود واضح است که تاثیر این پارامتر در مودهای بالاتر بیشتر است.

۵-۷-۳- بررسی تغییرات دامنه بر فرکانس غیرخطی AFM

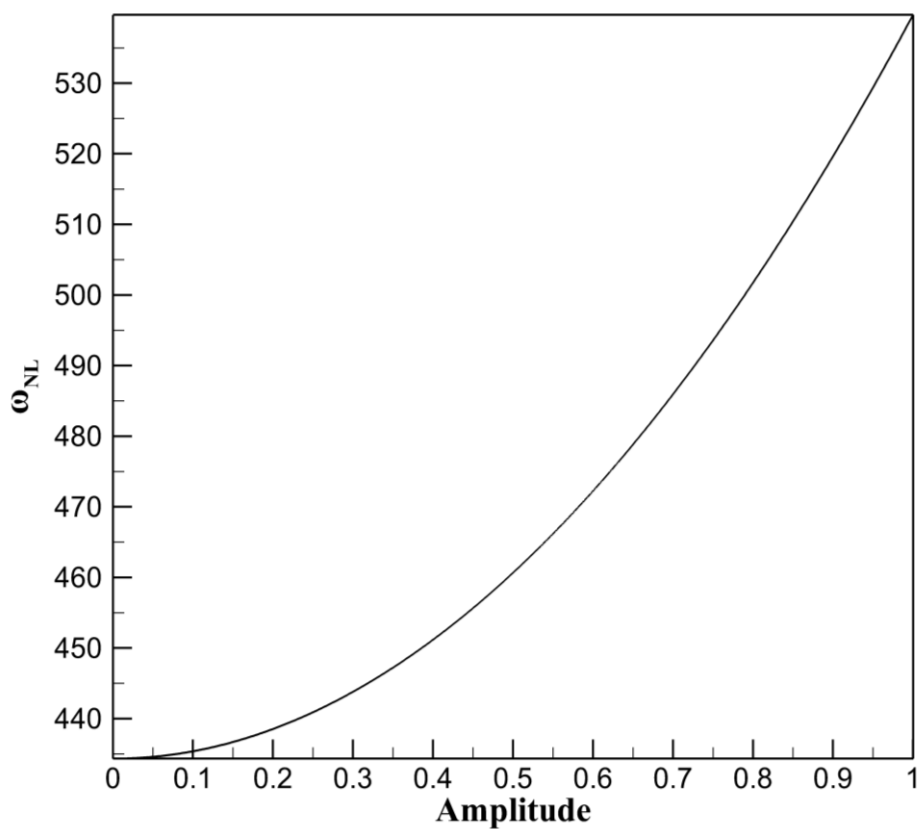
در نمودار شکل (۵-۱۶) تا شکل (۵-۱۸) وابستگی فرکانس غیرخطی به دامنه در سه مود اول نشان داده شده است. همان‌طور که معلوم است در هر مود با افزایش دامنه، میزان فرکانس افزایش می‌یابد. این میزان افزایش در مودهای بالاتر دارای نرخ بیشتری نسبت به مودهای پایین‌تر است.



شکل ۵-۱۶: اثر دامنه بر فرکانس غیرخطی میکروتیر میکروسکوپ نیرو اتمی در مود اول



شکل ۵-۱۷: اثر دامنه بر فرکانس غیرخطی میکروتیر میکروسکوپ نیرو اتمی در مود دوم



شکل ۵-۱۸: اثر دامنه بر فرکانس غیرخطی میکروتیر میکروسکوپ نیرو اتمی در مود سوم

۶- نتیجه گیری

۶-۱- نتیجه‌گیری

در پژوهش انجام گرفته در این پایان‌نامه، رفتارهای ارتعاشاتی و حساسیت میکروسکوپ نیرو اتمی با تیری از جنس هایپیرالاستیک مورد بررسی قرار گرفته است. مواد هایپیرالاستیک ذاتاً رفتار غیرخطی دارند.

پس از تشریح دینامیک سیستم موردنظر، معادلات حاکم بدست آمده است. وجود پارامترهای غیرخطی و جدید در معادلات حاکم از تأثیر ماده هایپیرالاستیک خبر می‌دهد. ابتدا حل خطی معادله حاکم انجام شده است که وجود ترم‌های جدید در مقایسه باحالت الاستیک میکروتیر AFM باعث تغییرات در فرکانس و حساسیت میکروسکوپ نیرو اتمی شده است.

میکروتیر میکروسکوپ نیرو اتمی در سختی عمودی (k_n) کم دارای فرکانس بی‌بعد تقریباً ثابت و کم است، هرچه مقادیر سختی عمودی زیاد می‌شود مقدار فرکانس بی‌بعد نیز افزایش می‌یابد. در مقادیر بزرگ سختی عمودی فرکانس بی‌بعد با جهش زیادی افزایش می‌یابد و در نهایت برای مقدارهای بالا k_n ، فرکانس تقریباً به سمت یک مقدار مشخص میل می‌کند.

مقادیر فرکانس بی‌بعد اول و دوم نشان می‌دهد، ماده هایپیرالاستیک چه تأثیری بر رفتار ارتعاشاتی میکروتیر، و حساسیت که از مشخصه‌های مهم برای انواع میکروسکوپ نیرو اتمی محسوب می‌شود گذاشته است.

حساسیت بی‌بعد میکروسکوپ نیرو اتمی وابسته به فرکانس بی‌بعد و سختی عمودی است. به طوری که در مقادیر کم k_n حساسیت میکروسکوپ نیرو اتمی مقدار بالایی است. با افزایش سختی عمودی مقدار حساسیت روند نزولی پیدا کرده و در انتها برای سختی‌های عمودی زیاد حساسیت تقریباً به سمت صفر میل می‌کند.

یکی از بررسی‌های مهم صورت گرفته در این پایان‌نامه تحلیل تأثیر پارامترهای هندسی طول و

ضخامت میکروتیر AFM است. با توجه به نتایج بدست آمده در فصل‌های قبل می‌توان به این نتیجه رسید با کاهش مقدار این دو پارامتر و کاهش نسبت طول به ضخامت، مقادیر فرکانس بی‌بعد کاهش می‌یابد. حساسیت بی‌بعد رفتاری مشابهی با فرکانس بی‌بعد دارد و با کاهش نسبت طول به ضخامت مقادیر حساسیت هم کاهش می‌یابد. هرچه قدر مقدار سختی عمودی افزایش می‌یابد تأثیر تغییر طول به ضخامت کاهش می‌یابد و مقادیر حساسیت برای L/d مختلف نزدیک به هم می‌شود و در نهایت در سختی عمودی خیلی بالا تقریباً حساسیت به سمت صفر می‌رود.

تحلیل تأثیر جرم نوک بی‌بعد بر روی فرکانس بی‌بعد یکی از دیگر از هدف‌های این پایان‌نامه است. به‌طوری‌که با افزایش مقدار جرم بی‌بعد، فرکانس بی‌بعد کاهش پیدا کرده است. این نشان از افزایش نرم‌شوندگی سیستم است. در نتیجه پارامترهای خارجی تأثیر بیشتری داشته است و خیز میکروتیر هم افزایش می‌یابد. البته تأثیر مقادیر بالا k_n باعث می‌شود تغییرات جرم بی‌تأثیر شود. به عبارتی میکروتیر AFM در سختی عمودی کم با افزایش مقدار جرم بی‌بعد، فرکانس بالایی دارد و هرچه سختی عمودی افزایش می‌یابد فرکانس بی‌بعد به سمت عددی مشخص میل می‌کند و در انتها در سختی عمودی خیلی زیاد رفتار میکروتیر میکروسکوپ نیرو اتمی مستقل از جرم مؤثر است. تغییرات جرم مؤثر بی‌بعد بر روی حساسیت بی‌بعد هم تأثیر می‌گذارد. هراندازه مقدار جرم نوک زیاد می‌شود حساسیت کاهش می‌یابد. مشابه گذشته این کاهش حساسیت در مقادیر پایین سختی عمودی است و هرچه مقدار سختی عمودی زیاد می‌شود کاهش حساسیت دیگر وابسته به تغییرات جرم بی‌بعد نیست، فقط تحت تأثیر سختی عمودی است. در مقادیر خیلی زیاد k_n حساسیت نزدیک صفر می‌شود.

یکی از پارامترهای که می‌توان با تغییر آن در رفتار ارتعاشاتی و حساسیت میکروسکوپ نیرو اتمی تغییر ایجاد کرد، طول نوک میکروتیر (q) است. با افزایش طول نوک تعبیه‌شده در انتهای میکروتیر AFM مقادیر فرکانس بی‌بعد افزایش می‌یابد. هرچه قدر مقادیر کم سختی عمودی این افزایش فرکانس زیاد محسوس نیست. با زیاد شدن k_n اختلاف فرکانس بی‌بعد قابل مشاهده می‌شود و در مقادیر خیلی

زیاد سختی عمودی افزایش فرکانس بی‌بعد با حالت پایه زیاد است. حساسیت بی‌بعد میکروسکوپ نیرو اتمی با افزایش طول نوک میکروتیر مقدار حساسیت AFM هم افزایش می‌یابد. این افزایش حساسیت در سختی عمودی کم صورت می‌گیرد و هرچه قدر مقدار سختی عمودی زیاد می‌شود، تأثیر تغییر طول کاهش می‌یابد و در انتها در سختی‌های عمودی خیلی زیاد به سمت صفر می‌رود و تقریباً حساسیت مستقل از تغییرات طول نوک می‌شود.

می‌توان نتیجه گرفت حساسیت بی‌بعد اول و دوم میکروسکوپ نیرو اتمی با تیری از جنس هایپرالاستیک در مقادیر کم سختی عمودی به شرایط هندسی میکروتیر بستگی دارد. هرچه سختی بیشتر می‌شود تأثیر تغییرات شرایط هندسی کم می‌شود و در نهایت در مقادیر بالا k_n مستقل از شرایط هندسی شده است و رفتار مشابه با میکروتیر پایه دارند.

در قسمت غیرخطی این پایان‌نامه شکل مدهای رفتار ارتعاشی میکروتیر AFM نشان داده شده است. با افزایش زمان تحلیل مشاهده می‌شود تغییرات مقادیر خیز کاهش می‌یابد و هرچه زمان بیشتر می‌شود، تغییرات خیز هم به سمت صفر میل می‌کند.

تأثیر سختی عمودی از عوامل مهم در رفتار میکروتیر AFM است، درحالی‌که $k_n = 0$ می‌شود رفتار میکروتیر تغییر کرده و مقدار فرکانس غیرخطی بی‌بعد کاهش یافته است و سفتی سیستم کم می‌شود و با افزایش قابل توجهی از خیز مواجه می‌شویم. تأثیر جرم مؤثر هم بر رفتار غیرخطی میکروتیر AFM از نکات مهم است.

بررسی فرکانس غیرخطی میکروسکوپ نیرو اتمی یکی از مهم‌ترین هدف‌های این پایان‌نامه است. از پارامترهای تاثیرگذار بر روی فرکانس غیرخطی می‌توان به پارامتر سختی عمودی سطح، دامنه و نسبت طول به ضخامت اشاره کرد. با افزایش k_n مقدار فرکانس غیر خطی افزایش یافته است و به سمت عددی مشخص می‌رود. فرکانس غیرخطی میکروتیر در مقادیر بالا سختی عمودی مستقل از تغییرات است. افزایش نسبت طول به ضخامت فرکانس غیرخطی کاهش یافته است و به عددی مشخص خواهد

رسید. در موده‌های بالاتر مقدار تاثیر این پارامتر بیشتر است.

با تحلیل تاثیر تغییرات دامنه حرکت بر فرکانس غیرخطی میکروتیر می‌توان به این نتیجه رسید که با افزایش دامنه مقدار فرکانس غیرخطی افزایش پیدا یافته است و در موده‌های بالاتر این افزایش فرکانس بیشتر است.

۶-۲- پیشنهاد برای کارهای آینده

- بررسی حساسیت و ارتعاشات AFM با تیر هایپیرالاستیک تماس نوک در نزدیکی انتها
- تأثیر ترک بر روی تیر میکروسکوپ نیرو اتمی
- استفاده از مدل‌های مختلف مواد هایپیرالاستیک برای انرژی کرنشی
- بررسی رفتار ارتعاشاتی میکروتیر در مد متناوب

٧- مراجع

- [1] García, R., and San Paulo, A., 2000, "Dynamics of a Vibrating Tip near or in Intermittent Contact with a Surface," *Phys. Rev. B*, **61**(20), pp. R13381–R13384.
- [2] Jalili, N., and Laxminarayana, K., 2004, "A Review of Atomic Force Microscopy Imaging Systems: Application to Molecular Metrology and Biological Sciences," *Mechatronics*, **14**(8), pp. 907–945.
- [3] Binnig, G. and H. R., 1998, "Scanning Tunneling Microscope," *Helv. Phys. Acta*, **55**., p. 726–735.
- [4] Binnig, G., Quate, C. F., and Gerber, C., 1986, "Atomic Force Microscope," *Phys. Rev. Lett.*, **56**(9), pp. 930–933.
- [5] A. V.Clemente, K. Gloystein, N. F., 2008, *Principles of Atomic Force Microscopy (AFM)*, Physics of Advanced Materials Winter School.
- [6] Sarid, D., "Scanning Force Microscopy with Applications to Electric," *Magn. At. Forces*, London: Ox.
- [7] Lantz, M., Liu, Y. Z., Cui, X. D., Tokumoto, H., and Lindsay, S. M., 1999, "Dynamic Force Microscopy in Fluid," *Surf. Interface Anal.*, **27**(5–6), pp. 354–360.
- [8] Rabe, U., Janser, K., and Arnold, W., 1998, "Vibrations of Free and Surface-coupled Atomic Force Microscope Cantilevers: Theory and Experiment," *Rev. Sci. Instrum.*, **67**(9), p. 3281.
- [9] Albrecht, T. R., Grütter, P., Horne, D., and Rugar, D., 1991, "Frequency Modulation Detection Using High- Q Cantilevers for Enhanced Force Microscope Sensitivity," *J. Appl. Phys.*, **69**(2), pp. 668–673.
- [10] Martin, Y., Williams, C. C., and Wickramasinghe, H. K., 1987, "Atomic Force Microscope–force Mapping and Profiling on a Sub 100-Å Scale," *J. Appl. Phys.*, **61**(10), pp. 4723–4729.

- [11] Zhong, Q., Inniss, D., Kjoller, K., and Elings, V. B., 1993, "Fractured Polymer/Silica Fiber Surface Studied by Tapping Mode Atomic Force Microscopy," *Surf. Sci. Lett.*, **290**(1–2), pp. L688–L692.
- [12] Li, H. Q., 1997, "AFM Resolution,," Available.
- [13] Rabe, U., Kester, E., and Arnold, W., 1999, "Probing Linear and Non-Linear Tip-Sample Interaction Forces by Atomic Force Acoustic Microscopy," *Surf. Interface Anal.*, **27**(5–6), pp. 386–391.
- [14] Rugar, D., and Hansma, P., 1990, "Atomic Force Microscopy," *Phys. Today*, **43**(10), pp. 23–30.
- [15] Bhushan, B., 1999, *Handbook of Micro/Nanotribology*, CRC Press.
- [16] Holmberg, K. (Kenneth), and Matthews, A. (Allan), 2009, *Coatings Tribology: Properties, Mechanisms, Techniques and Applications in Surface Engineering*, Elsevier Science.
- [17] Oden, P. I., Datskos, P. G., Thundat, T., and Warmack, R. J., 1998, "Uncooled Thermal Imaging Using a Piezoresistive Microcantilever," *Appl. Phys. Lett.*, **69**(21), p. 3277.
- [18] Albrecht, T. R., Akamine, S., Carver, T. E., and Quate, C. F., 1990, "Microfabrication of Cantilever Styli for the Atomic Force Microscope," *J. Vac. Sci. Technol. A Vacuum, Surfaces, Film.*, **8**(4), pp. 3386–3396.
- [19] Weihs, T. P., Nawaz, Z., Jarvis, S. P., and Pethica, J. B., 1991, "Limits of Imaging Resolution for Atomic Force Microscopy of Molecules," *Appl. Phys. Lett.*, **59**(27), pp. 3536–3538.
- [20] Burnham, N. A., Colton, R. J., and Pollock, H. M., 1993, "Interpretation of Force Curves in Force Microscopy," *Nanotechnology*, **4**(2), pp. 64–80.
- [21] Ciraci, S., Tekman, E., Baratoff, A., and Batra, I. P., 1992, "Theoretical Study of Short- and Long-Range Forces and Atom Transfer in Scanning Force Microscopy," *Phys. Rev. B*, **46**(16), pp. 10411–10422.

- [22] Lange, D., O. Brand, and H. B., 2002, *CMOS Cantilever Sensor Systems: Atomic Force Microscopy and Gas Sensing ... - D. Lange, O. Brand, H. Baltes - Google Books*.
- [23] Morris, V. J., Kirby, A. R., and Gunning, A. P., 1999, *Atomic Force Microscopy for Biologists*, Imperial College Press.
- [24] Johnson, K. L., Kendall, K., and Roberts, A. D., 1971, “Surface Energy and the Contact of Elastic Solids,” *Proc. R. Soc. A Math. Phys. Eng. Sci.*, **324**(1558), pp. 301–313.
- [25] Maugis, D., 1992, “Adhesion of Spheres: The JKR-DMT Transition Using a Dugdale Model,” *J. Colloid Interface Sci.*, **150**(1), pp. 243–269.
- [26] Bettinali, F., and Dusi, A., 2004, “Laminated Rubber Bearings for Seismic Applications,” *Mechanics and Thermomechanics of Rubberlike Solids*, Springer Vienna, Vienna, pp. 233–252.
- [27] Turner, J. A., and Wiehn, J. S., 2001, “Sensitivity of Flexural and Torsional Vibration Modes of Atomic Force Microscope Cantilevers to Surface Stiffness Variations,” *Nanotechnology*, **12**(3), pp. 322–330.
- [28] Dick, J. S., *How to Improve Rubber Compounds : 1800 Experimental Ideas for Problem Solving*.
- [29] Treloar, L. R. G., 1943, “The Elasticity of a Network of Long-Chain Molecules. I,” *Rubber Chem. Technol.*, **16**(4), pp. 746–751.
- [30] Treloar, L. R. G., 1944, “Stress-Strain Data for Vulcanised Rubber under Various Types of Deformation,” *Trans. Faraday Soc.*, **40**(0), p. 59.
- [31] Cai, K., Gao, D. Y., and Qin, Q. H., 2013, “Post-Buckling Solutions of Hyper-Elastic Beam by Canonical Dual Finite Element Method.”
- [32] Al, C. F. et, 2008, *Dielectric Elastomers as Electromechanical Transducers*, Elsevier.
- [33] Marckmann, G., and Verron, E., 2006, “Comparison of Hyperelastic Models for

- Rubber-Like Materials,” *Rubber Chem. Technol.*, **79**(5), pp. 835–858.
- [34] Yeoh, O. H., 1990, “Characterization of Elastic Properties of Carbon-Black-Filled Rubber Vulcanizates,” *Rubber Chem. Technol.*, **63**(5), pp. 792–805.
- [35] Carlos, M. J. G. R. O. E. R. S., 2005, “Technical Report, Hyperelastic Material Modeling. Laboratorio CAD/CAM/CAE,” **Department**.
- [36] *ISO 527-5:1997, Plastics - Determination of Tensile Properties - Part 5: Test Conditions for Unidirectional Fibre-Reinforced Plastic Composites: ISO TC 61/SC 2/WG 1: Amazon.Com: Books*, Annual Book of ASTM Standards.
- [37] ASTM, I., 2002, *ASTM D412 - 06 Standard Test Methods for Vulcanized Rubber and Thermoplastic Elastomers-Tension*, Annual Book of ASTM Standards.
- [38] Duncan, B. C., Maxwell, A. S., Crocker, L. E., and Hunt, R., 1999, “Verification of Hyperelastic Test Methods,” NPL Rep. No. C., **226**.
- [39] Seibert, D. J., and Schöche, N., 2000, “Direct Comparison of Some Recent Rubber Elasticity Models,” *Rubber Chem. Technol.*, **73**(2), pp. 366–384.
- [40] Holland, J. H. (John H., 1992, *Adaptation in Natural and Artificial Systems : An Introductory Analysis with Applications to Biology, Control, and Artificial Intelligence*, MIT Press.
- [41] Goldberg, D. E. (David E., Corruble, V., Ganascia, J.-G., and Holland, J., 1994, *Algorithmes Génétiques : Exploration, Optimisation et Apprentissage Automatique*, Addison-Wesley France.
- [42] Wu, T.-S., Chang, W.-J., and Hsu, J.-C., 2004, “Effect of Tip Length and Normal and Lateral Contact Stiffness on the Flexural Vibration Responses of Atomic Force Microscope Cantilevers,” *Microelectron. Eng.*, **71**(1), pp. 15–20.
- [43] Meirovich, L., 1986, *Elements of Vibration Analysis : Leonard Meirovitch : 9780071002714*.
- [44] Rao, J. S., 1992, *Advanced Theory of Vibration : (Nonlinear Vibration and One-Dimensional Structures)*, Wiley, New York :

- [45] Burnham, N. A., Behrend, O. P., Oulevey, F., Gremaud, G., Gallo, P.-J., Gourdon, D., Dupas, E., Kulik, A. J., Pollock, H. M., and Briggs, G. A. D., 1997, “How Does a Tip Tap?,” *Nanotechnology*, **8**(2), pp. 67–75.
- [46] Stark, R. W., Schitter, G., Stark, M., Guckenberger, R., and Stemmer, A., 2004, “State-Space Model of Freely Vibrating and Surface-Coupled Cantilever Dynamics in Atomic Force Microscopy,” *Phys. Rev. B*, **69**(8), p. 085412.
- [47] Meirovitch, L., 2010, *Fundamentals of Vibrations*, Waveland Press.
- [48] Chang, W.-J., 2002, “Sensitivity of Vibration Modes of Atomic Force Microscope Cantilevers in Continuous Surface Contact,” *Nanotechnology*, **13**(4), p. 314.
- [49] Shen, K., Hurley, D. C., and Turner, J. A., 2004, “Dynamic Behaviour of Dagger-Shaped Cantilevers for Atomic Force Microscopy,” *Nanotechnology*, **15**(11), pp. 1582–1589.
- [50] Mahdavi, M. H., Farshidianfar, A., Tahani, M., Mahdavi, S., and Dalir, H., 2008, “A More Comprehensive Modeling of Atomic Force Microscope Cantilever,” *Ultramicroscopy*, **109**(1), pp. 54–60.
- [51] Korayem, M. H., Saraie, M. B., and Saraee, M. B., 2017, “Analysis the Effect of Different Geometries of AFM’s Cantilever on the Dynamic Behavior and the Critical Forces of Three-Dimensional Manipulation,” *Ultramicroscopy*, **175**, pp. 9–24.
- [52] Lee, H.-L., and Chang, W.-J., 2016, “Sensitivity Analysis of Rectangular Atomic Force Microscope Cantilevers Immersed in Liquids Based on the Modified Couple Stress Theory,” *Micron*, **80**, pp. 1–5.
- [53] Korayem, M. H., and Damircheli, M., 2014, “The Effect of Fluid Properties and Geometrical Parameters of Cantilever on the Frequency Response of Atomic Force Microscopy,” *Precis. Eng.*, **38**(2), pp. 321–329.
- [54] Lee, H.-L., and Chang, W.-J., 2011, “Sensitivity of V-Shaped Atomic Force Microscope Cantilevers Based on a Modified Couple Stress Theory,” *Microelectron. Eng.*, **88**(11), pp. 3214–3218.

- [55] Abbasi, M., and Karami Mohammadi, A., 2010, “A New Model for Investigating the Flexural Vibration of an Atomic Force Microscope Cantilever,” *Ultramicroscopy*, **110**(11), pp. 1374–1379.
- [56] Abbasi, M., and Karami Mohammadi, A., 2009, “Effect of Contact Position and Tip Properties on the Flexural Vibration Responses of Atomic Force Microscope Cantilevers,” *Int Rev Mech Eng*, **3**, pp. 196–202.
- [57] Abbasi, M., and Karami Mohammadi, A., and Meisam, A., 2008, “Effect of Contact Position and Tip Properties on the Torsional Vibration Responses of Atomic Force Microscope Cantilever,” **16**.
- [58] San Paulo, A., and García, R., 2000, “High-Resolution Imaging of Antibodies by Tapping-Mode Atomic Force Microscopy: Attractive and Repulsive Tip-Sample Interaction Regimes,” *Biophys. J.*, **78**(3), pp. 1599–605.
- [59] Horng, T.-L., 2009, “Analyses of Vibration Responses on Nanoscale Processing in a Liquid Using Tapping-Mode Atomic Force Microscopy,” *Appl. Surf. Sci.*, **256**(1), pp. 311–317.
- [60] Mokhtari-Nezhad, F., Saidi, A. R., and Ziaei-Rad, S., 2009, “Influence of the Tip Mass and Position on the AFM Cantilever Dynamics: Coupling between Bending, Torsion and Flexural Modes,” *Ultramicroscopy*, **109**(9), pp. 1193–1202.
- [61] Cuberes, M. T., Briggs, G. A. D., and Kolosov, O., 2001, “Nonlinear Detection of Ultrasonic Vibration of AFM Cantilevers in and out of Contact with the Sample,” *Nanotechnology*, **12**(1), pp. 53–59.
- [62] Lee, S. I., Howell, S. W., Raman, A., and Reifenberger, R., 2002, “Nonlinear Dynamics of Microcantilevers in Tapping Mode Atomic Force Microscopy: A Comparison between Theory and Experiment,” *Phys. Rev. B*, **66**(11), p. 115409.
- [63] Gleyzes, P., Kuo, P. K., and Boccarda, A. C., 1991, “Bistable Behavior of a Vibrating Tip near a Solid Surface,” *Appl. Phys. Lett.*, **58**(25), pp. 2989–2991.
- [64] Rodríguez, T. R., and García, R., 2002, “Tip Motion in Amplitude Modulation (Tapping-Mode) Atomic-Force Microscopy: Comparison between Continuous and

- Point-Mass Models,” *Appl. Phys. Lett.*, **80**(9), pp. 1646–1648.
- [65] Habibnejad Korayem, M., Jiryaei Sharahi, H., and Habibnejad Korayem, A., 2012, “Comparison of Frequency Response of Atomic Force Microscopy Cantilevers under Tip-Sample Interaction in Air and Liquids,” *Sci. Iran.*, **19**(1), pp. 106–112.
- [66] Nayfeh, A. H., 2011, *Introduction to Perturbation Techniques.*, John Wiley & Sons.
- [67] Lin, S.-M., Liauh, C.-T., Wang, W.-R., and Ho, S.-H., 2006, “Analytical Solutions of the First Three Frequency Shifts of AFM Non-Uniform Probe Subjected to the Lennard–Jones Force,” *Ultramicroscopy*, **106**(6), pp. 508–515.
- [68] Lin, S.-M., Liauh, C.-T., Wang, W.-R., and Ho, S.-H., 2007, “Analytical Solutions of the Frequency Shifts of Several Modes in AFM Scanning an Inclined Surface, Subjected to the Lennard-Jones Force,” *Int. J. Solids Struct.*, **44**(3–4), pp. 799–810.
- [69] Sabot, J., Krempf, P., and Janolin, C., 1998, “NON-LINEAR VIBRATIONS OF A SPHERE–PLANE CONTACT EXCITED BY A NORMAL LOAD,” *J. Sound Vib.*, **214**(2), pp. 359–375.
- [70] Nayfeh, A. H., and Pai, P. F. (Perngjin F., 2004, *Linear and Nonlinear Structural Mechanics*, Wiley-Interscience.
- [71] Dinelli, F., Castell, M. R., Ritchie, D. A., Mason, N. J., Briggs, G. A. D., and Kolosov, O. V., 2000, “Mapping Surface Elastic Properties of Stiff and Compliant Materials on the Nanoscale Using Ultrasonic Force Microscopy,” *Philos. Mag. A*, **80**(10), pp. 2299–2323.
- [72] Boisgard, R., Michel, D., and Aimé, J. ., 1998, “Hysteresis Generated by Attractive Interaction: Oscillating Behavior of a Vibrating Tip–microlever System near a Surface,” *Surf. Sci.*, **401**(2), pp. 199–205.
- [73] MURAOKA, M., and ARNOLD, W., 2001, “A Method of Evaluating Local Elasticity and Adhesion Energy from the Nonlinear Response of AFM Cantilever Vibrations,” *JSME Int. J. Ser. A*, **44**(3), pp. 396–405.

- [74] Wei, B., 2001, "Vibration of Afm Cantilever with a Contact Boundary Condition," university of nebraska-lincoln.
- [75] Turner, J. ., 2004, "Non-Linear Vibrations of a Beam with Cantilever-Hertzian Contact Boundary Conditions," *J. Sound Vib.*, **275**(1–2), pp. 177–191.
- [76] Abbasi, M., and Mohammadi, A. K., 2014, "Study of the Sensitivity and Resonant Frequency of the Flexural Modes of an Atomic Force Microscopy Microcantilever Modeled by Strain Gradient Elasticity Theory," *Proc. Inst. Mech. Eng. Part C J. Mech. Eng. Sci.*, **228**(8), pp. 1299–1310.
- [77] Abbasi, M., 2018, "A Simulation of Atomic Force Microscope Microcantilever in the Tapping Mode Utilizing Couple Stress Theory," *Micron*, **107**, pp. 20–27.
- [78] Chaterjee, S., and Pohit, G., 2009, "A Large Deflection Model for the Pull-in Analysis of Electrostatically Actuated Microcantilever Beams," *J. Sound Vib.*, **322**(4–5), pp. 969–986.
- [79] Mojahedi, M., Moghimi Zand, M., and Ahmadian, M. T., 2010, "Static Pull-in Analysis of Electrostatically Actuated Microbeams Using Homotopy Perturbation Method," *Appl. Math. Model.*, **34**(4), pp. 1032–1041.
- [80] Fu, Y., Zhang, J., and Wan, L., 2011, "Application of the Energy Balance Method to a Nonlinear Oscillator Arising in the Microelectromechanical System (MEMS)," *Curr. Appl. Phys.*, **11**(3), pp. 482–485.
- [81] Feng, C., Yu, L., and Zhang, W., 2014, "Dynamic Analysis of a Dielectric Elastomer-Based Microbeam Resonator with Large Vibration Amplitude," *Int. J. Non. Linear. Mech.*, **65**, pp. 63–68.
- [82] Martins, P. A. L. S., Natal Jorge, R. M., and Ferreira, A. J. M., 2006, "A Comparative Study of Several Material Models for Prediction of Hyperelastic Properties: Application to Silicone-Rubber and Soft Tissues," *Strain*, **42**(3), pp. 135–147.
- [83] Kim, B., Lee, S. B., Lee, J., Cho, S., Park, H., Yeom, S., and Park, S. H., 2012, "A Comparison among Neo-Hookean Model, Mooney-Rivlin Model, and Ogden

- Model for Chloroprene Rubber,” *Int. J. Precis. Eng. Manuf.*, **13**(5), pp. 759–764.
- [84] Soares, R. M., and Gonçalves, P. B., 2014, “Large-Amplitude Nonlinear Vibrations of a Mooney–Rivlin Rectangular Membrane,” *J. Sound Vib.*, **333**(13), pp. 2920–2935.
- [85] Breslavsky, I. D., Amabili, M., and Legrand, M., 2014, “Physically and Geometrically Non-Linear Vibrations of Thin Rectangular Plates,” *Int. J. Non. Linear. Mech.*, **58**, pp. 30–40.
- [86] Feng, C., Jiang, L., and Lau, W. M., 2011, “Dynamic Characteristics of a Dielectric Elastomer-Based Microbeam Resonator with Small Vibration Amplitude,” *J. Micromechanics Microengineering*, **21**(9), p. 095002.
- [87] Stoyanov, H., Kofod, G., and Gerhard, R., 2008, “A Co-Axial Dielectric Elastomer Actuator,” *Adv. Sci. Technol.*, **61**, pp. 81–84.
- [88] Chakravarty, U. K., 2014, “On the Resonance Frequencies of a Membrane of a Dielectric Elastomer,” *Mech. Res. Commun.*, **55**, pp. 72–76.
- [89] Barforooshi, S. D., and Mohammadi, A. K., 2016, “Influence of Different Parameters on Nonlinear Frequency of Hyper-Elastic Micro-Resonators,” *ISME*, **17**, pp. 26–34.
- [90] Barforooshi, S. D., and Mohammadi, A. K., 2016, “Study Neo-Hookean and Yeoh Hyper-Elastic Models in Dielectric Elastomer-Based Micro-Beam Resonators,” *Lat. Am. J. Solids Struct.*, **13**(10), pp. 1823–1837.
- [91] Barforooshi, S. D., and Mohammadi, A. K., 2012, “Nonlinear Free Vibration Of Nanobeams With Considering Surface Effects,” *ISAV*, **17**, pp. 26–34.
- [92] Mohammadi, A. K., and Barforooshi, S. D., 2017, “Nonlinear Forced Vibration Analysis of Dielectric-Elastomer Based Micro-Beam with Considering Yeoh Hyper-Elastic Model,” *Lat. Am. J. Solids Struct.*, **14**(4), pp. 643–656.
- [93] Hurley, D. C., Shen, K., Jennett, N. M., and Turner, J. A., 2003, “Atomic Force Acoustic Microscopy Methods to Determine Thin-Film Elastic Properties.”

- [94] Shen, K., and Turner, J. A., 2002, “<Title>Finite Element Simulations of Nonlinear Vibrations of Atomic Force Microscope Cantilevers</Title>,” N. Meyendorf, G.Y. Baaklini, and B. Michel, eds., International Society for Optics and Photonics, pp. 93–104.
- [95] Oommen, B. K., 2006, “Effects of Nanoscale Film Thickness on Apparent Stiffness of and Cell-Mediated Strains in Polymers.”
- [96] Rao, S. S., 2006, *Vibration of Continuous Systems*, John Wiley & Sons, Inc., Hoboken, NJ, USA.
- [97] Wu, T.-S., Chang, W.-J., and Hsu, J.-C., 2004, “Effect of Tip Length and Normal and Lateral Contact Stiffness on the Flexural Vibration Responses of Atomic Force Microscope Cantilevers,” *Microelectron. Eng.*, **71**(1), pp. 15–20.
- [98] García, R., and San Paulo, A., 1999, “Attractive and Repulsive Tip-Sample Interaction Regimes in Tapping-Mode Atomic Force Microscopy,” *Phys. Rev. B*, **60**(7), pp. 4961–4967.
- [99] Lee, S. I., Howell, S. W., Raman, A., and Reifenberger, R., 2003, “Nonlinear Dynamic Perspectives on Dynamic Force Microscopy,” *Ultramicroscopy*, **97**(1–4), pp. 185–198.
- [100] Korayem, M. H., Ebrahimi, N., and Sotoudegan, M. S., 2011, “Frequency Response of Atomic Force Microscopy Microcantilevers Oscillating in a Viscous Liquid: A Comparison of Various Methods,” *Sci. Iran.*, **18**(5), pp. 1116–1125.
- [101] Dai, G., Wolff, H., Pohlenz, F., Danzebrink, H.-U., and Wilkening, G., 2006, “Atomic Force Probe for Sidewall Scanning of Nano- and Microstructures,” *Appl. Phys. Lett.*, **88**(17), p. 171908.

Abstract

In this thesis, vibration behavior and the sensitivity of atomic force microscopy cantilever which is made of hyperelastic material have been analysed. The hyperelastic materials are inherently nonlinear. The effects of various parameters such as the geometry of cantilever and tip, material of cantilever on the dynamic behavior of AFM microcantilever, and the frequency and sensitivity of AFM microcantilever have been investigated and analysed. Because of the amplitude in contact mode is low, the interaction force between tip and sample surface is assumed linear. To get the governing equation, the Hamilton method is used. Strain energy is obtained from hyperelastic Yeo Model.

Free vibration of the microcantilever is studied based on Euler -Bernoulli's model with one clamped end and a mass and spring at another end. The effects of different parameters such as the number of modes, length, thickness, effective mass, length of the cone of the tip and the ratio of slenderness to the non-dimensional frequency are studied. In solving nonlinear equations, semi-analytic and approximate methods of Poincaré and Galerkin are used.

Frequency and sensitivity values for Hyperelastic AFM microcantilever have increased significantly compared to the usual one. The vertical stiffness has a great influence on the frequency and AFM sensitivity. In the high vertical stiffness, no other geometric parameter changes would be effective.

Up to now, no investigation is performed on the AFM with hyperelastic microbeam and the results of this thesis are the first results.

Keywords: Atomic force microscope, Hyperelastic material, Vibration behavior, Yeo model, Sensitivity.



Shahrood University of Technology

Faculty of Mechanical and Mechatronics Engineering

M.Sc. Thesis in Applied Design Engineering

**Vibration and Sensitivity Analysis of
Atomic Force Microscope with a
Hyperelastic Cantilever**

By:

Sadegh Habib Zadeh Khameneh

Supervisor(s):

Dr. Ardeshir Karami Mohammadi

January 2019