

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ



دانشکده مهندسی مکانیک و مکاترونیک

پایان نامه کارشناسی ارشد مهندسی تبدیل انرژی

بررسی روش پیش شرط توانی در بهبود هگرایی شبیه سازی عددی جریان های
مغشوش ناپایا

نگارنده:

محمد امین شهنازی

استاد راهنما:

دکتر پوریا اکبرزاده

شهریور ۱۳۹۷

شماره: ۱۲۹، ۲۵۷، ۱۳
تاریخ: ۱۳۹۷ / ۷ / ۱۰

باسمه تعالی



مدیریت تحصیلات تکمیلی

فرم شماره (۳) صورتجلسه نهایی دفاع از پایان نامه دوره کارشناسی ارشد

با نام و یاد خداوند متعال، ارزیابی جلسه دفاع از پایان نامه کارشناسی ارشد آقای محمدامین شهنازی با شماره دانشجویی ۹۴۱۰۶۷۴ رشته مهندسی مکانیک گرایش تبدیل انرژی تحت عنوان بررسی روش پیش شرط توانی در بهبود همگرایی شبکه سازی عددی جریان های مغشوش ناپایا که در تاریخ ۱۳۹۷/۰۶/۱۵ با حضور هیأت محترم داوران در دانشگاه صنعتی شاهرود برگزار گردید به شرح ذیل اعلام می گردد:

قبول (با درجه: <u>ب.ا</u>) ☒ ☐ مردود نوع تحقیق: ☒ نظری ☐ عملی			
عضو هیأت داوران	نام و نام خانوادگی	مرتبه علمی	امضاء
۱- استاد راهنمای اول	دکتر پوریا اکبرزاده	دانشیار	
۲- استاد راهنمای دوم	-	-	-
۳- استاد مشاور	-	-	-
۴- نماینده تحصیلات تکمیلی	دکتر علی عباس نژاد	استادیار	
۵- استاد ممتحن اول	دکتر علی خالقی	استادیار	
۶- استاد ممتحن دوم	دکتر محمود نوروزی	دانشیار	

نام و نام خانوادگی رئیس دانشکده: دکتر محمدمحسن شاه مردان

تاریخ و امضاء و مهر دانشکده:

تبصره: در صورتی که کسی مردود شود حداکثر یکبار دیگر (در مدت مجاز تحصیل) می تواند از پایان نامه خود دفاع نماید (دفاع مجدد نباید زودتر از ۴ ماه برگزار شود).



تقدیم نامہ

خدای را بسی شاکرم کہ از روی کرم، پدر و مادری خداکار نصیم ساخته تا در سایہ درخت پیار وجودشان بیسایم و از ریشہ آن شاخ و برگ کیرم و از سایہ وجودشان در راہ کسب علم و دانش تلاش نمایم. والدینی کہ بودند نشان تاج افتخاری است بر سرم و نشان دلیلی است بر بودنم، چرا کہ این دو وجود، پس از پروردگار، مایہ ہستی ام بودند و دستم را گرفتند و راہ رفتن را در این وادی زندگی پر از فراز و نشیب آموختند. آموزگاری کہ برایم زندگی، بودن و انسان بودن را معنا کردند.

تقدیم بہ وجود ما از نشان...

سپاس‌گزاری

شکرتیان نثار ایزدمنان که توفیق رارفق را هم ساخت تا این پایان نامه را به پایان برسانم. از استاد فاضل و اندیشمند جناب آقای دکتر پوریا اکبرزاده به عنوان استاد راهنما که همواره محارذه را مورد لطف و محبت خود قرار داده اند، کمال تشکر را دارم.

تعهدنامه

این جانب محمدمبین شهنازی دانشجوی دوره کارشناسی ارشد رشته مکانیک – تبدیل انرژی دانشکده‌ی مکانیک دانشگاه صنعتی شاهرود نویسنده پایان‌نامه بررسی روش پیش‌شرط توانی در بهبود همگرایی شبیه‌سازی عددی جریان‌های مغشوش ناپایا تحت راهنمایی دکتر پوریا اکبرزاده متعهد می‌شوم:

- تحقیقات در این پایان‌نامه توسط اینجانب انجام شده است و از صحت و اصالت برخوردار است.
- در استفاده از نتایج پژوهش‌های محققان دیگر به مرجع مورد استفاده استناد شده است.
- مطالب مندرج در پایان‌نامه تاکنون توسط خود یا فرد دیگری برای دریافت هیچ نوع مدرک یا امتیازی در هیچ جا ارائه نشده است.
- کلیه حقوق معنوی این اثر متعلق به دانشگاه شاهرود می‌باشد و مقالات مستخرج با نام «دانشگاه صنعتی شاهرود» و یا «Shahrood University Technology» به چاپ خواهد رسید.
- حقوق معنوی تمام افرادی که در به دست آمدن نتایج اصلی پایان‌نامه تأثیرگذار بوده‌اند در مقالات مستخرج از پایان‌نامه رعایت می‌گردد.
- در کلیه مراحل انجام این پایان‌نامه، در مواردی که از موجود زنده (یا بافت‌های آنها) استفاده شده است ضوابط و اصول اخلاقی رعایت شده است.
- در کلیه مراحل انجام این پایان‌نامه، در مواردی که به حوزه اطلاعات شخصی افراد دسترسی یافته یا استفاده شده است، اصل رازداری، ضوابط و اصول اخلاق انسانی رعایت شده است.

تاریخ

امضای دانشجو

مالکیت نتایج و حق نشر

- کلیه حقوق معنوی این اثر و محصولات آن (مقالات مستخرج، کتاب، برنامه‌های رایانه‌ای، نرم‌افزارها و تجهیزات ساخته‌شده است) متعلق به دانشگاه صنعتی شاهرود می‌باشد. این مطلب باید به نحو مقتضی در تولیدات علمی مربوطه ذکر شود.
- استفاده از اطلاعات و نتایج موجود در پایان‌نامه بدون ذکر مرجع مجاز نمی‌باشد.

متن این صفحه باید در ابتدای نسخه‌های تکثیر شده پایان‌نامه وجود داشته باشد

چکیده

با توجه به افزایش روزافزون کاربردهای صنعتی و مهندسی جریان‌های آشفته و قرارگیری جریان‌های درون توربوماشین‌ها، لوله‌های انتقال سیال، مبدل‌های حرارتی، موتورهای احتراقی، اتمسفر و اقیانوس‌ها و ... در این دسته خاص از جریان، احتیاج به تحلیل، بررسی و مدل‌سازی این نوع از جریان بیش‌ازپیش احساس می‌گردد. در تحقیق حاضر، برای نخستین بار از روش پیش‌شرط‌سازی توانی محلی، جهت شبیه‌سازی جریان‌های تراکم‌ناپذیر آشفته پایا و ناپایا در اطراف ایرفویل‌ها در اعداد رینولدز بالا استفاده شده است. در این روش، معادلات حاکم با تغییر در جملات مشتق زمانی اصلاح می‌گردند. معادلات حاکم به کمک روش عددی حجم محدود جیمسون از نوع مرکزیت-سلول گسسته‌سازی می‌شوند. همچنین برای حل جریان ناپایا از الگوریتم ضمنی دوزمانه و برای شبیه‌سازی عددی جریان آشفته از مدل جبری بالدوین و لومکس استفاده شده است. محاسبات برای جریان پایا و ناپایای آشفته‌ی عبوری از ایرفویل‌های NACA0012 و ONERA-A در اعداد رینولدز و زوایای حمله مختلف ارائه شده است. نتایج ارائه شده در این مطالعه شامل پروفیل‌های سرعت، فشار و لزجت گردابه‌ای، توزیع ضریب فشار، ضرایب برآ و پسا و تاثیر روش پیش‌شرط توانی بر نرخ همگرایی می‌باشد. حل عددی ارائه شده و استفاده از روش پیش‌شرط توانی در هر دو جریان آشفته پایا و ناپایا در اعداد رینولدز بالا از دقت قابل‌قبولی برخوردار می‌باشد. همچنین استفاده از این روش سرعت همگرایی را تا حد زیادی افزایش داده به‌طوری‌که تعداد تکرار گام حل عددی و به‌تبع آن زمان در هر دو جریان پایا و ناپایا را به شکل قابل توجهی کاهش می‌دهد.

واژگان کلیدی: جریان آشفته پایا و ناپایا تراکم‌ناپذیر، روش پیش‌شرط توانی، ایرفویل NACA0012 و

ONERA_A، مدل جبری بلدوین-لومکس

مقالات استخراج شده از این پایان نامه

- [۱] پ. اکبرزاده، س. م. درازگیسو، م. ا. شهنازی، ا. عسکری، "روش پیش شرط توانی در تسریع نرخ همگرایی جریان های تراکم ناپذیر پایا و ناپایای آشفته"، نشریه مهندسی مکانیک / میکرو، ۲۰۱۷.
- [۲] پ. اکبرزاده، س. م. درازگیسو، م. ا. شهنازی، ا. عسکری، "روش پیش شرط توانی جهت حل جریان های تراکم ناپذیر آشفته پایا و ناپایا"، هفدهمین کنفرانس دینامیک شاره ها، دانشگاه صنعتی شاهرود، شاهرود، ۵-۷ شهریور ۱۳۹۶.

فهرست عنوان‌ها

مقالات استخراج شده از این پایان‌نامه ب.

فهرست شکل‌ها ت.

فهرست جدول‌ها د.

فهرست نشانه‌ها ذ.

فصل ۱ مقدمه ۱.

۱-۱- مقدمه ۱.

۱-۲- شبیه‌سازی جریان آشفته پایا و ناپایا ۳.

۱-۳- تعریف مساله ۸.

۱-۳-۱- نواروری مطالعات حاضر ۹.

۱-۳-۲- مروری بر فصل‌های پایان‌نامه ۹.

فصل ۲ پیش‌شرط‌سازی معادلات ناویر-استوکس تراکم‌ناپذیر ۱۱.

۲-۱- تراکم‌پذیری مصنوعی ۱۱.

۲-۲- روش پیش‌شرط پیشنهادی ترکل ۱۳.

۲-۳- روش پیش‌شرط پیشنهادی مالان ۱۴.

۲-۴- روش پیش‌شرط توانی ۱۶.

فصل ۳ گسسته‌سازی معادلات حاکم با بهره‌گیری از روش پیش‌شرط توانی ۱۹.

۳-۱- دستگاه معادلات پیش‌شرط ۱۹.

۳-۲- روش حجم محدود جیمسون ۲۲.

۳-۲-۱- محاسبات جریان ناپایا ۲۲.

۳-۲-۲- گسسته‌سازی معادلات حاکم ۲۲.

۳-۲-۳- گسسته‌سازی معادلات جریان توربولانس ۲۵.

۳-۲-۴- گسسته‌سازی حسگرهای فشار، سرعت و لزجت ۲۷.

۳-۳- شرایط مرزی ۲۸.

فصل ۴ نتایج عددی ۲۹.

۴-۱- انتخاب شبکه محاسباتی ۲۹.

۳۱	۲-۴- انتخاب ضرایب ثابت عددی
۳۱	۲-۴-۱ اعتبارسنجی نتایج عددی
۳۴	۲-۴-۲ اعتبارسنجی نتایج عددی جریان پایا
۳۹	۲-۴-۳ اعتبارسنجی نتایج عددی جریان ناپایا
۴۳	۴-۳- بررسی روش پیش شرط توانی در بهبود نرخ همگرایی
۴۶	۴-۳-۱ نتایج جریان پایا
۵۶	۴-۳-۲ نتایج جریان ناپایا

فصل ۵ نتیجه گیری و پیشنهادها ۷۱

۷۱	۵-۱- بحث و نتیجه گیری
۷۲	۵-۲- پیشنهادها

منبع ها ۷۵

فهرست شکل‌ها

شکل ۱-۱: رشد لایه مرزی روی یک صفحه تخت و زیر لایه‌های تشکیل‌دهنده لایه مرزی آشفته [۲۵]..... ۶

شکل ۱-۴: مقایسه نتایج شبکه 220×110 برای فواصل مختلف اولین گره در $Re = 1 \times 10^6$ و $AOA = 5^\circ$ برای جریان ناپایا روی ایرفویل NACA0012 (الف) توزیع ضریب فشار روی ایرفویل (ب) تعداد تکرار حل عددی ۳۰

شکل ۲-۴: (الف) نمایی نزدیک از شبکه‌بندی حول ایرفویل NACA0012، (ب) نمایی نزدیک از شبکه‌بندی حول ایرفویل ONERA-A (ج) نمای نزدیک از سلول‌های لایه مرزی ایرفویل NACA0012 در لبه حمله ۳۲

شکل ۳-۴: نتایج جریان پایای آشفته عبوری از ایرفویل NACA0012 (الف) تاثیر تغییرات ضریب تراکم‌پذیری مصنوعی بر سرعت همگرایی روش عددی (ب) تاثیر تغییرات عدد CFL بر سرعت همگرایی روش عددی ۳۳

شکل ۴-۴: نتایج جریان پایای آشفته عبوری از ایرفویل NACA0012 (الف) توزیع ضریب فشار (C_p) روی ایرفویل در $AOA = 10^\circ$ و $Re = 6 \times 10^6$ (ب) توزیع ضریب فشار (C_p) روی ایرفویل در $AOA = 5.4^\circ$ و $Re = 2.88 \times 10^6$ ۳۵

شکل ۵-۴: نتایج تغییرات ضریب برآ (Cl) در زوایای حمله مختلف و رینولدز $Re = 2.88 \times 10^6$ در جریان پایا عبوری از روی ایرفویل NACA0012 ۳۶

شکل ۶-۴: نتایج توزیع ضریب فشار (C_p) برای جریان پایای آشفته عبوری از ایرفویل ONERA-A در $AOA = 8^\circ$ (الف) $Re = 5.25 \times 10^6$ (ب) $Re = 2.07 \times 10^6$ ۳۶

شکل ۷-۴: نتایج تغییرات ضریب برآ (Cl) در زوایای حمله مختلف و رینولدز $Re = 2.07 \times 10^6$ در جریان پایا عبوری از روی ایرفویل ONERA_A ۳۷

شکل ۸-۴: نتایج تغییرات ضریب پسا (Cd) در زوایای حمله مختلف و رینولدز $Re = 2.07 \times 10^6$ در جریان پایا عبوری از روی ایرفویل ONERA_A ۳۸

شکل ۹-۴: نتایج تغییرات ضریب اصطکاک (Cf) در جریان پایا عبوری از روی ایرفویل ONERA-A در زاویه حمله $AOA = 8^\circ$ (الف) رینولدز $Re = 2.07 \times 10^6$ (ب) رینولدز $Re = 5.25 \times 10^6$ ۳۸

- شکل ۴-۱۰: نتایج جریان پایای آشفته عبوری از ایرفویل ONERA-A در $AOA = 20^\circ$ و $Re = 5.25 \times 10^6$
- الف) خطوط هم‌تراز فشار همراه با خطوط جریان ب) خطوط هم‌تراز سرعت در جهت محور X ها ج) خطوط هم‌تراز سرعت در جهت محور Y ها د) خطوط هم‌تراز لزجت آشفته ۳۹
- شکل ۴-۱۱: نتایج جریان ناپایای آشفته عبوری از ایرفویل NACA0012 در $AOA = 0^\circ$ و $Re = 1 \times 10^6$ ۴۱
- شکل ۴-۱۲: نتایج تغییرات توزیع ضریب فشار متوسط (C_p) جریان ناپایای آشفته عبوری از ایرفویل NACA0012 در $AOA = 0^\circ$ و $Re = 1 \times 10^6$ ۴۲
- شکل ۴-۱۳: نتایج جریان ناپایای آشفته عبوری از ایرفویل NACA0012 در $AOA = 5^\circ$ و $Re = 5 \times 10^6$
- الف) تغییرات ضریب برآ (Cl) نسبت به زمان، ب) تغییرات ضریب پسا (Cd) نسبت به زمان ۴۴
- شکل ۴-۱۴: نتایج جریان ناپایای آشفته عبوری از ایرفویل NACA0012 در $AOA = 12^\circ$ و $Re = 1 \times 10^6$
- الف) تغییرات ضریب برآ (Cl) نسبت به زمان ب) تغییرات توزیع ضریب فشار متوسط (C_p) روی سطح ایرفویل ۴۵
- شکل ۴-۱۵: خطوط جریان برای جریان آشفته ناپایای عبوری از روی ایرفویل NACA0012 در زوایای حمله مختلف و $Re = 1 \times 10^6$ سمت راست: مطالعه حاضر، سمت چپ: رستمی و همکارانش [۴۶] ۴۶
- شکل ۴-۱۶: خطوط جریان برای جریان آشفته ناپایای عبوری از روی ایرفویل NACA0012 در زاویه حمله $AOA = 20^\circ$ و $Re = 1 \times 10^6$ سمت راست: مطالعه حاضر، سمت چپ: رستمی و همکارانش [۴۶] ۴۷
- شکل ۴-۱۷: نتایج تغییرات ضریب برآ متوسط (Cl) در زوایای حمله مختلف در جریان ناپایای عبوری از روی ایرفویل NACA0012 الف) رینولدز $Re = 1 \times 10^6$ ب) رینولدز $Re = 2 \times 10^6$ ۴۸
- شکل ۴-۱۸: نتایج تغییرات ضریب پسا متوسط (Cd) در زوایای حمله مختلف در جریان ناپایای عبوری از روی ایرفویل NACA0012 در رینولدز $Re = 1 \times 10^6$ ۴۸
- شکل ۴-۱۹: نتایج مربوط به تاریخچه باقی‌مانده (Res) برای جریان آشفته پایای عبوری از روی ایرفویل NACA0012 در رینولدز $Re = 6 \times 10^6$ و زاویه حمله $AOA = 10^\circ$ ۴۹
- شکل ۴-۲۰: تغییرات ضریب فشار (C_p) برای جریان آشفته پایای عبوری از روی ایرفویل NACA0012 در رینولدز $Re = 6 \times 10^6$ و زاویه حمله $AOA = 10^\circ$ ۴۹
- شکل ۴-۲۱: نتایج مربوط به تاریخچه باقی‌مانده (Res) در جریان آشفته پایای عبوری از روی ایرفویل ONERA-A در رینولدز $Re = 1 \times 10^6$ و زاویه حمله $AOA = 12^\circ$ ۵۱

- شکل ۴-۲۲: تغییرات ضریب فشار (C_p) برای جریان آشفته پایا عبوری از روی ایرفویل ONERA-A در رینولدز $Re = 1 \times 10^6$ و زاویه حمله $AOA = 12^\circ$ ۵۱
- شکل ۴-۲۳: نتایج مربوط به تاریخچه باقی مانده (Res) برای جریان آشفته پایا عبوری از روی ایرفویل NACA0012 در رینولدز $Re = 2.88 \times 10^6$ و زاویه حمله $AOA = 5.4^\circ$ ۵۲
- شکل ۴-۲۴: تغییرات ضریب فشار (C_p) برای جریان آشفته پایا عبوری از روی ایرفویل NACA0012 در رینولدز $Re = 2.88 \times 10^6$ و زاویه حمله $AOA = 5.4^\circ$ ۵۲
- شکل ۴-۲۵: نتایج مربوط به تاریخچه باقی مانده (Res) برای جریان آشفته پایا عبوری از روی ایرفویل NACA0012 در رینولدز $Re = 6 \times 10^6$ و زاویه حمله $AOA = 0^\circ$ ۵۴
- شکل ۴-۲۶: تغییرات ضریب فشار (C_p) برای جریان آشفته پایا عبوری از روی ایرفویل NACA0012 در رینولدز $Re = 5.25 \times 10^6$ و زاویه حمله $AOA = 8^\circ$ ۵۴
- شکل ۴-۲۷: نتایج مربوط به تاریخچه باقی مانده (Res) در جریان آشفته پایا عبوری از روی ایرفویل ONERA-A در رینولدز $Re = 6 \times 10^6$ و زاویه حمله $AOA = 0^\circ$ ۵۵
- شکل ۴-۲۸: تغییرات ضریب فشار (C_p) برای جریان آشفته پایا عبوری از روی ایرفویل ONERA-A در رینولدز $Re = 5.25 \times 10^6$ و زاویه حمله $AOA = 8^\circ$ ۵۵
- شکل ۴-۲۹: نتایج جریان آشفته ناپایا عبوری از روی ایرفویل NACA0012 در رینولدز $Re = 1 \times 10^6$ و زاویه حمله $AOA = 5^\circ$ (الف) تغییرات ضریب برآ (Cl) نسبت به زمان ب) تغییرات ضریب پسا (Cd) نسبت به زمان ۵۶
- شکل ۴-۳۰: نتایج مربوط به تاریخچه باقی مانده (Res) در جریان آشفته ناپایا عبوری از روی ایرفویل NACA0012 در رینولدز $Re = 1 \times 10^6$ و زاویه حمله $AOA = 5^\circ$ ۵۷
- شکل ۴-۳۱: تغییرات ضریب فشار متوسط (C_p) برای جریان آشفته ناپایا عبوری از روی ایرفویل NACA0012 در رینولدز $Re = 1 \times 10^6$ و زاویه حمله $AOA = 5^\circ$ ۵۷
- شکل ۴-۳۲: خطوط هم‌تراز فشار برای جریان آشفته ناپایا عبوری از روی ایرفویل NACA0012 در رینولدز $Re = 1 \times 10^6$ و زاویه حمله $AOA = 5^\circ$ در لحظه $t = 20s$ ۵۸

شکل ۴-۳۳: جریان آشفته ناپایا عبوری از روی ایرفویل NACA0012 در رینولدز $Re = 1 \times 10^6$ و زاویه حمله $AOA = 5^\circ$ در لحظه $t = 20s$ (الف) خطوط هم‌تراز سرعت افقی (u) (ب) خطوط هم‌تراز سرعت عمودی (v) ۶۰

شکل ۴-۳۴: نتایج جریان آشفته ناپایا عبوری از روی ایرفویل NACA0012 در رینولدز $Re = 6 \times 10^6$ و زاویه حمله $AOA = 5^\circ$ (الف) تغییرات ضریب برآ (Cl) نسبت به زمان (ب) تغییرات ضریب پسا (Cd) نسبت به زمان ۶۱

شکل ۴-۳۵: نتایج مربوط به تاریخچه باقی‌مانده (Res) در جریان آشفته ناپایا عبوری از روی ایرفویل NACA0012 در رینولدز $Re = 6 \times 10^6$ و زاویه حمله $AOA = 5^\circ$ ۶۱

شکل ۴-۳۶: تغییرات ضریب فشار متوسط (Cp) برای جریان آشفته ناپایا عبوری از روی ایرفویل NACA0012 در رینولدز $Re = 6 \times 10^6$ و زاویه حمله $AOA = 5^\circ$ ۶۲

شکل ۴-۳۷: نتایج جریان آشفته ناپایا عبوری از روی ایرفویل NACA0012 در رینولدز $Re = 1 \times 10^6$ و زاویه حمله $AOA = 10^\circ$ (الف) تغییرات ضریب برآ (Cl) نسبت به زمان (ب) تغییرات ضریب پسا (Cd) نسبت به زمان ۶۲

شکل ۴-۳۸: نتایج مربوط به تاریخچه باقی‌مانده (Res) در جریان آشفته ناپایا عبوری از روی ایرفویل NACA0012 در رینولدز $Re = 1 \times 10^6$ و زاویه حمله $AOA = 10^\circ$ ۶۳

شکل ۴-۳۹: تغییرات ضریب فشار متوسط (Cp) برای جریان آشفته ناپایا عبوری از روی ایرفویل NACA0012 در رینولدز $Re = 1 \times 10^6$ و زاویه حمله $AOA = 10^\circ$ ۶۳

شکل ۴-۴۰: خطوط هم‌تراز فشار برای جریان آشفته ناپایا عبوری از روی ایرفویل NACA0012 در رینولدز $Re = 1 \times 10^6$ و زاویه حمله $AOA = 5^\circ$ در لحظه $t = 20s$ ۶۴

شکل ۴-۴۱: جریان آشفته ناپایا عبوری از روی ایرفویل NACA0012 در رینولدز $Re = 1 \times 10^6$ و زاویه حمله $AOA = 5^\circ$ در لحظه $t = 20s$ (الف) خطوط هم‌تراز سرعت افقی (u) (ب) خطوط هم‌تراز سرعت عمودی (v) ۶۵

شکل ۴-۴۲: نتایج جریان آشفته ناپایا عبوری از روی ایرفویل NACA0012 در رینولدز $Re = 5 \times 10^6$ و زاویه حمله $AOA = 12^\circ$ (الف) تغییرات ضریب برآ (Cl) نسبت به زمان (ب) تغییرات ضریب پسا (Cd) نسبت به زمان ۶۶

شکل ۴-۴۳: نتایج مربوط به تاریخچه باقی مانده (Res) در جریان آشفته ناپایا عبوری از روی ایرفویل

NACA0012 در رینولدز $Re = 5 \times 10^6$ و زاویه حمله $AOA = 12^\circ$ ۶۶

شکل ۴-۴۴: تغییرات ضریب فشار متوسط (C_p) برای جریان آشفته ناپایا عبوری از روی ایرفویل

NACA0012 در رینولدز $Re = 5 \times 10^6$ و زاویه حمله $AOA = 12^\circ$ ۶۷

شکل ۴-۴۵: نتایج مربوط به تاریخچه باقی مانده (Res) برای جریان آشفته ناپایا عبوری از روی ایرفویل

ONERA-A در رینولدز $Re = 1 \times 10^6$ و زاویه حمله $AOA = 8^\circ$ ۶۷

شکل ۴-۴۶: تغییرات ضریب فشار متوسط (C_p) برای جریان آشفته ناپایا عبوری از روی ایرفویل ONERA-A

در رینولدز $Re = 1 \times 10^6$ و زاویه حمله $AOA = 8^\circ$ ۶۸

شکل ۴-۴۷: نتایج مربوط به تاریخچه باقی مانده (Res) برای جریان آشفته ناپایا عبوری از روی ایرفویل

ONERA-A در رینولدز $Re = 5 \times 10^6$ و زاویه حمله $AOA = 12^\circ$ ۶۹

شکل ۴-۴۸: تغییرات ضریب فشار متوسط (C_p) برای جریان آشفته ناپایا عبوری از روی ایرفویل ONERA-A

در رینولدز $Re = 5 \times 10^6$ و زاویه حمله $AOA = 12^\circ$ ۷۰

فهرست جدول‌ها

جدول ۴-۱- نتایج مربوط به شبکه‌های عددی متفاوت برای ایرفویل NACA0012 در زاویه حمله

۳۰ $AOA = 5^\circ$ و رینولدز $Re = 1 \times 10^6$

جدول ۴-۲- پارامترهای مربوط به هر حالت و تعداد گام‌های تکراری مربوط به هر روش و میزان بهبود در

۷۰ سرعت

فهرست نشانه‌ها

m^2	A	مساحت حجم کنترل
	A_p	سنسور فشار محلی
	A_u	سنسور سرعت محلی
	A_m	سنسور لزجت دینامیکی محلی
	C_d	ضریب پسا، ضریب پسا متوسط
	C_l	ضریب برآ، ضریب برآ متوسط
	C_p	ضریب فشار، ضریب فشار متوسط
	C_f	ضریب اصطکاک
	CFL	عدد کورنت-فردریچ-لوی
	d	جملات اتلافی
	G	تابع شار جریان
	k	عدد حالت
m	L	طول
	N	تعداد سلول‌های فضای محاسباتی
$Kgm^{-1}s^{-2}$	P	فشار
$Kgm^{-1}s^{-2}$	P_∞	فشار جریان آزاد
	Res	نرم خطا

	عدد رینولدز	Re
s	زمان	t
ms ⁻¹	سرعت جریان آزاد	U
ms ⁻¹	سرعت در راستای محور x	u
ms ⁻¹	سرعت جریان آزاد در راستای محور x	u _∞
ms ⁻¹	سرعت در راستای محور y	v
ms ⁻¹	سرعت جریان آزاد در راستای محور y	v _∞
s	گام زمانی حقیقی	Δt
s	گام زمانی مجازی	Δτ
علائم یونانی:		
Kgm ⁻¹ s ⁻¹	لزجت دینامیکی	μ
Kgm ⁻³	چگالی	ρ
Kgs ⁻² m ⁻¹	تنش	τ
	مقدار ویژه	λ
	ضریب تراکم پذیری مصنوعی	β
	ضریب پیش شرط	σ
	ضریب لزجت مصنوعی	ε ₂
	ضریب اتلاف مصنوعی	ε ₄

Π^{-1} ماتریس پیش شرط

زیروندها:

bc سلول مرزی

diff پخش

max بیشینه

min کمینه

w دیوار

∞ شرایط جریان آزاد

فصل ۱ مقدمه

۱-۱- مقدمه

بعد از آنکه پراتل [۱] در سال ۱۹۰۴ برای اولین بار، در مقاله جریان سیالات با لزجت^۱ بسیار کوچک، مفهوم لایه مرزی^۲ و معادلات حاکم بر جریانات لزج^۳ را بیان کرد و به طور واضح مفهوم واماندگی^۴ و جدایش جریان را به عنوان یک نتیجه از لایه مرزی توصیف نمود، همواره دانشمندان و محققان بسیاری به دنبال بررسی جریان سیالات مختلف، در سرعت‌ها و شرایط متفاوت، حول و درون اجسام، به صورت آزمایشگاهی و شبیه‌سازی عددی بوده‌اند. اما در چند دهه اخیر شبیه‌سازی عددی جریان‌های آشسته^۵ پایا و ناپایا به دلیل محدودیت‌های موجود در انجام تست‌های آزمایشگاهی از لحاظ هزینه‌ها و عدم امکان توسعه روی همه نمونه‌های مورد نیاز، به صورت خاصی مورد توجه قرار گرفته است. از این رو با توجه به افزایش روزافزون کاربردهای صنعتی و مهندسی این نوع از جریان‌ها و قرارگیری اکثر جریان‌هایی که با آن‌ها مواجه هستیم در این شاخه خاص، روش‌های مختلفی برای شبیه‌سازی آن‌ها در طول سال‌های اخیر ارائه و توسعه داده شده است که بیانگر اهمیت این موضوع در ایرودینامیک اجسام می‌باشد. از طرفی با توجه به محدودیت‌های دستگاه‌های سخت‌افزاری، افزایش سرعت و

¹ Viscosity

² Boundary layer

³ Viscos

⁴ Stall

⁵ Turbulence

دقت شبیه‌سازی عددی نیز به‌عنوان یک اصل مهم در نظر گرفته می‌شود، یکی از روش‌هایی که به‌منظور بهبود عملکرد شبیه‌سازی عددی و کاهش نرخ همگرایی مورد استفاده قرار می‌گیرد، روش پیش‌شرط^۱ است [۲].

شبیه‌سازی عددی میدان جریان‌های تراکم‌ناپذیر^۲ دارای پیچیدگی‌های خاص خود بوده و استفاده از الگوریتم‌های عددی موثر در حل میدان جریان‌های تراکم‌پذیر^۳ برای حل میدان جریان تراکم‌ناپذیر چندان موثر نخواهند بود. این مشکل از آنجا ناشی می‌شود که در میدان جریان تراکم‌ناپذیر، تغییرات چگالی نسبت به سایر متغیرها، از جمله فشار و سرعت، ناچیز است که باعث یک بدرفتاری در حل و به طبع آن کاهش سرعت همگرایی حل عددی معادلات حاکم بر جریان سیال می‌گردد. اما در حل عدد معادلات تراکم‌پذیر به دلیل وجود مشتق زمانی چگالی در معادلات حاکم بر جریان سیال این مشکل وجود ندارد [۳].

دو رویکرد اصلی برای حل معادلات ناویر-استوکس تراکم‌ناپذیر، روش‌های تابع چرخش جریان و متغیرهای اولیه هستند. روش تابع چرخش جریان، بر اساس تعریف تابع چرخش و تابع جریان که تنها به مولفه‌های سرعت وابسته هستند، می‌باشند و با جایگذاری تعریف این توابع در معادلات حاکم، معادلات انتقال چرخش جایگزین معادلات ممنتوم و تابع جریان جایگزین متغیرهای معادله پیوستگی شده و به‌این‌ترتیب، فشار از مجهولات حذف و توابع چرخش و جریان جایگزین متغیرهای وابسته در دستگاه معادلات می‌شوند. با حل این معادلات و به دست آوردن تابع جریان، میدان سرعت و سپس فشار محاسبه می‌گردد. کاهش تعداد معادلات مورد نیاز برای حل جریان در این روش باعث کاهش زمان محاسبات می‌گردد. ویژگی این روش این است که در حل جریان‌های پایا و ناپایا می‌توان از آن بهره برد، اما به دلیل آنکه در جریان‌های سه‌بعدی تابع جریان قابل تعریف نیست، استفاده از این روش در حل معادلات سه‌بعدی باعث پیچیدگی بسیار در فرآیند حل خواهد شد [۳]. در این پایان‌نامه، برای شبیه‌سازی عددی معادلات حاکم بر جریان تراکم‌ناپذیر از روش متغیرهای اولیه بهره گرفته شده است.

¹ Preconditioning Method

² Incompressible

³ Compressible

۱-۲- شبیه‌سازی جریان آشفته پایا و ناپایا

یکی از الگوریتم‌های مناسب برای شبیه‌سازی عددی جریان ناپایا، الگوریتم دو زمانه^۱ است که اولین بار توسط جیمسون [۴] در سال ۱۹۹۱ پیشنهاد گردیده است. الگوریتم دو زمانه با افزودن یک عبارت مشتق زمانی حقیقی به معادلات حاکم بر جریان به شکل ضمنی ایجاد می‌گردد که با این روش، فرایند حل سیستم معادلات به دو حلقه‌ی تکرار خارجی و داخلی که به ترتیب مربوط به زمان حقیقی و زمان مجازی می‌باشند، تبدیل خواهد شد و با هر بار همگرایی حل در زمان مجازی، یک گام زمانی حقیقی از حل معادلات ناپایا طی خواهد شد و تنها محدودیت این روش در انتخاب گام زمانی حقیقی، فیزیک و ماهیت جریان می‌باشد. بعد از جیمسون، آرنون و همکارانش [۵] در سال ۱۹۹۳، ناپایداری روش جیمسون را برای گام‌های زمانی حقیقی هم‌مرتبه و یا با مرتبه کوچک‌تر از گام زمانی مجازی، نشان دادند. بعد از آن‌ها ملسون و همکارانش [۶] به اصلاح روش جیمسون به شکلی که به ازای هر گام زمانی حقیقی، پایداری الگوریتم دو زمانه حفظ گردد، پرداختند. در سال‌های بعد، محققان دیگری به مطالعه روش‌های مختلف افزایش سرعت همگرایی حل عددی جریان ناپایا و بهبود الگوریتم‌های آن‌ها پرداختند و هر یک کارهایی را برای بهبود عملکرد این الگوریتم‌ها انجام دادند [۷-۹]. در سال ۲۰۰۷ حافظ و همکارانش روش جدیدی را با استفاده از برهم‌کنش لزج-غیرلزج^۲ و کوپل کردن تابع پتانسیل و محاسبات لایه مرزی ارائه دادند. آن‌ها با استفاده از تجزیه سرعت از نوع هلمهولتز^۳ و قانون اصلاح‌شده برنولی^۴ برای جمله فشار به فرمول‌بندی جدیدی دست یافتند. آن‌ها با استفاده از این روش، شبیه‌سازی عددی جریان‌های تراکم‌ناپذیر آرام پایا و ناپایا را انجام دادند. برخلاف روش تابع چرخش جریان، روش پیشنهادی آن‌ها قابلیت توسعه جهت حل جریان‌های سه‌بعدی را نیز دارا بود [۳، ۱۰].

امروزه محققان بسیاری به‌منظور شبیه‌سازی عددی جریان تراکم‌پذیر، از الگوریتم‌های پیمایش زمانی استفاده می‌کنند. ویژگی این الگوریتم، قابلیت کوپل شدن با هر روش گسسته‌سازی مکانی و استفاده برای جریان‌های لزج و غیرلزج می‌باشد. اما با توجه به آن‌که دستگاه معادلات تراکم‌ناپذیر پایا، از نظر ریاضی به دلیل عدم وجود متغیر فشار در معادله پیوستگی یک دستگاه معادلات هذلولوی نیست، استفاده از الگوریتم‌های پیمایش زمانی برای آن‌ها امکان‌پذیر نخواهد بود. از طرفی دستگاه معادلات تراکم‌ناپذیر ناپایا، به دلیل افزودن جملات وابسته

¹ Dual-Time Method

² Viscous-Inviscid Interaction Procedure

³ Helmholtz-Type Velocity Decomposition

⁴ Modified Bernoulli's Law

به زمان به دستگاه معادلات و عدم وجود جمله فشار در معادله پیوستگی دارای ساختاری سهموی است که به تبع آن استفاده از الگوریتم‌های پیمایش زمانی برای آن‌ها موجب ایجاد ناپایداری‌هایی در روش عددی می‌گردد. به همین خاطر تا سال‌ها برای شبیه‌سازی جریان‌های ناپایا از روشی که پتنکار [۱۱] در سال ۱۹۸۰ پیشنهاد داده بود، استفاده می‌شد. مبنای روش او حدس یک مقدار اولیه برای میدان فشار، محاسبه میدان سرعت بر اساس معادله ممنوم و بررسی صحت میدان سرعت بر اساس معادله پیوستگی بود که بسیار زمان‌بر نشان می‌داد. اما به منظور حل مشکل شبیه‌سازی عددی جریان‌های تراکم‌ناپذیر اولین بار کورین [۱۲] در سال ۱۹۶۷ روشی را پیشنهاد داد که در سال‌های بعد با توسعه آن، روش پیش‌شرط شکل گرفت. روش او بر پایه اضافه کردن یک جمله غیر فیزیکی، شامل ضریبی از مشتق زمانی فشار به معادله پیوستگی بود که ارتباط بین معادله ممنوم و پیوستگی را که در جریان تراکم‌ناپذیر تنها بر پایه سرعت استوار است، را افزایش دهد. این جمله با طی فرایند تکرار و همگرایی به جواب پایا صفر شده و تنها نقش یک جمله کاذب را بر عهده دارد. روش او، با عنوان روش تراکم‌پذیری مصنوعی^۱ شناخته شده است.

در سال‌های بعد مطالعات محدودی با استفاده از این روش انجام شد [۱۳، ۱۴]. اما اولین مطالعات برای توسعه روش کورین توسط ترکل در سال ۱۹۸۷ انجام شد. او سعی کرد تا با افزودن جملات مشتق زمانی مصنوعی به معادلات ممنوم، سرعت همگرایی حل عددی را افزایش دهد. روش مورد استفاده او برای حل معادلات حاکم، روش پیش‌شرط نام گرفت [۳، ۱۵]. در سال ۱۹۹۱ ون‌لیر و همکارانش یک روش پیش‌شرط بهینه برای معادلات اوایلر در تمامی اعداد ماخ به دست آوردند. از مزایای این روش پیش‌شرط، قابلیت استفاده از روش‌های پیمایش زمانی به گونه‌ای است که قابلیت میرایی مدهای خطای فرکانس بالا را نیز دارا می‌باشد. با این وجود ماتریس پیشنهادی آن‌ها در مقایسه با ماتریس ترکل به زاویه جریان حساسیت بیشتری نشان می‌داد [۳، ۱۶]. بعد از او، لی [۱۷] در سال ۱۹۹۲ مطالعاتی را برای بهبود روش عددی در اعداد ماخ نزدیک به صفر و جریان‌های زیر صوت انجام داد. در بین سال‌های ۱۹۹۵ تا ۱۹۹۸ مطالعات دیگر محققان [۱۸-۲۰]، منجر به پیدایش ماتریس‌های پیش‌شرط اولیه‌ای شد که برای انواع جریان قابل استفاده بود. مالان و همکارانش [۲۱، ۲۲] در سال ۲۰۰۲، در دو مقاله مجزا بهبود خود را روی روش تراکم‌پذیری مصنوعی ارائه و با استفاده از آن جریان روی اجسام و در شرایط مختلف را بررسی کردند. آن‌ها به جای استفاده از یک ضریب ثابت در ماتریس پیش‌شرط از یک رابطه وابسته به تغییرات فشار محلی برای محاسبه ضریب پیش‌شرط استفاده کردند. هدف

¹ Artificial compressibility

آن‌ها افزایش سرعت همگرایی و دقت حل روش تراکم‌پذیری مصنوعی بود. روش آن‌ها توانست روی یک محدوده وسیع از اعداد رینولدز و رایی دقیق عمل کند و در بسیاری موارد باعث بهبود سرعت همگرایی روش عددی گردد. در ادامه اصفهانیان و اکبرزاده [۲۳، ۲۴] در سال ۲۰۰۸ با استفاده از روش پیش‌شرط ترکل به تحلیل جریان تراکم‌ناپذیر لزج و غیرلزج عبوری از روی یک سیلندر و یک مانع دایروی پرداختند و در مقاله دوم خودشان در سال ۲۰۱۲ شکل جدیدی از ماتریس پیش‌شرط را، بر پایه روش جدید محاسبه ضریب پیش‌شرط محلی ترکل، ارائه کردند و روش خود را، روش پیش‌شرط توانی^۱ نامیدند. در این پایان‌نامه برای افزایش سرعت همگرایی حل عددی، از روش پیشنهادی اکبرزاده و اصفهانیان با توان‌های ثابت متفاوت استفاده شده است.

همان‌طور که پیش‌تر نیز گفته شد، با توجه به افزایش روزافزون کاربردهای صنعتی و مهندسی جریان‌های آشفته و قرارگیری جریان‌های درون توربومشین‌ها، لوله‌های انتقال سیال، مبدل‌های حرارتی، موتورهای احتراقی، اتمسفر و اقیانوس‌ها و جریان‌های روی اجسام متحرک و ... [۲۵] در این دسته خاص از جریان، احتیاج به تحلیل، بررسی و مدل‌سازی این نوع از جریان بیش‌ازپیش احساس می‌گردد.

در یک جریان آشفته، سیال تحت نوسانات جریانی^۲ و فرآیند اختلاطی شدید قرار می‌گیرد و سرعت در هر نقطه از سیال به‌طور پیوسته تحت تاثیر همین نوسانات، هم در اندازه و هم در راستای حرکتی تغییر می‌کند. درواقع گردابه‌های موجود در جریان آشفته موجب ایجاد نوسان در میدان سرعت، دما، فشار و چگالی و به تبع آن ایجاد عدم قطعیت در تعیین مقادیر صریح متغیرهای جریان می‌گردند. این گردابه‌ها بر اثر حرکت نامنظم و اتفاقی جریان در جهت عمود بر جریان، ایجاد می‌شوند و در واقعیت امر یک پدیده‌ی وابسته به زمان هستند [۲۵] که این امر، لزوم بررسی جریان‌های آشفته به‌صورت ناپایا را نشان می‌دهد.

به‌طور کلی لایه مرزی در جریان آشفته، همان‌طور که در شکل ۱-۱ قابل مشاهده است، از سه زیر لایه اصلی تشکیل شده است که عبارت‌اند از:

۱. زیر لایه لزج یا ناحیه مجاور دیوار که در آن جریان شبه آرام است و انتشار^۳ مولکولی نقش اصلی را در انتقال ممنوم بر عهده دارد.

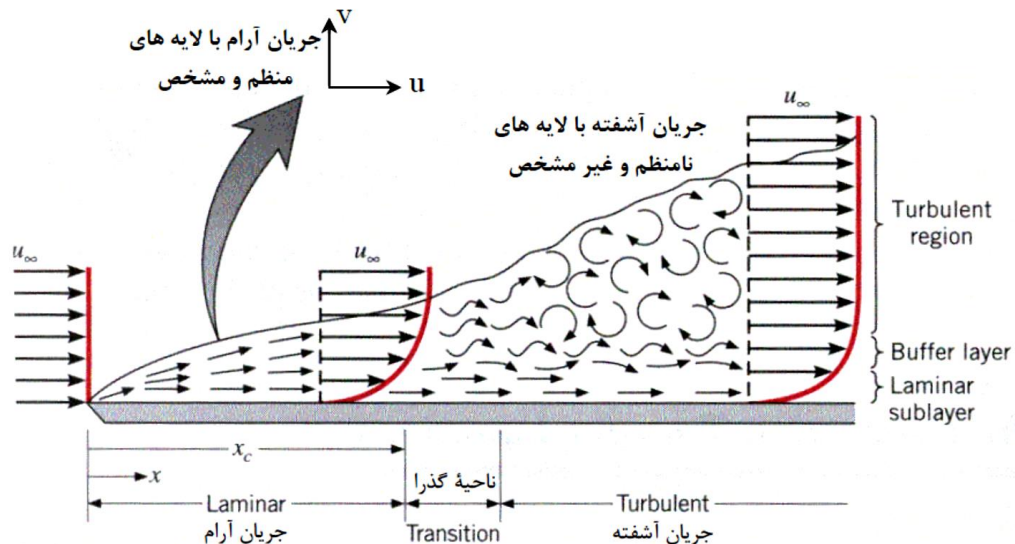
^۱ Power_Law Preconditioning Method

^۲ Fluctuation

^۳ Diffusion

۲. لایه گذار یا ناحیه میانی که انتشار مولکولی و گردابه‌ها نقش یکسانی در انتقال ممنوم ایجاد می‌کنند.

۳. لایه تمام آشفته که در آن گردابه‌ها نقش غالب را در انتقال ممنوم دارند.



شکل ۱-۱: رشد لایه مرزی روی یک صفحه تخت و زیر لایه‌های تشکیل‌دهنده لایه مرزی آشفته [۲۵]

معادلات ناویر-استوکس با توجه به فرضیاتی که برای محاسبه آن‌ها صورت گرفته است، در محدوده این فرضیات توانایی پیش‌بینی کامل رفتار جریان سیال را دارا هستند. اما این معادلات برای پیش‌بینی جریان‌های آشفته نیاز به استفاده از شبکه‌های بسیار ریز دارند که این امر سبب افزایش هزینه و زمان محاسبات می‌گردد. روش حل معادلات جریان به شکل مستقیم برای جریان‌های آشفته را شبیه‌سازی عددی مستقیم می‌گویند. این روش با توجه به محدودیت‌های سخت‌افزاری موجود عملاً فقط برای یکسری از الگوهای ساده جریان قابل اجرا هستند. روش دیگر آن است که نحوه‌ی تاثیر آشفتگی روی جریان به صورت مجزا مدل‌سازی گردد. با انجام این مدل‌سازی می‌توان بدون نیاز به ریز نمودن بیش‌ازحد شبکه محاسباتی، پدیده‌های مرتبط با آشفتگی را مورد بررسی قرارداد [۲۶]. مدل‌های آشفتگی به‌طور کلی با توجه به فرضیات که از آن‌ها استفاده می‌کنند به دو دسته مدل‌های تنش رینولدز و مدل‌های لزجت گردابه‌ای قابل تقسیم‌بندی هستند.

مدل‌های لزجت گردابه‌ای، بر اساس تعداد معادلات دیفرانسیل جزئی مورد نیاز برای شبیه‌سازی عددی

جریان آشفته به صورت زیر تقسیم‌بندی می‌شوند:

۱. مدل‌های صفر معادله‌ای یا جبری

۲. مدل‌های نیم معادله‌ای (یک معادله دیفرانسیل غیر جزئی)

۳. مدل‌های یک معادله‌ای

۴. مدل‌های دو معادله‌ای

۵. مدل‌های چند معادله‌ای

در این پایان‌نامه برای شبیه‌سازی عددی جریان آشفته از مدل جبری بلدوین-لومکس بهره گرفته شده است. مدل‌های جبری برای شبیه‌سازی عددی جریان آشفته از تئوری طول اختلاط رینولدز که مقیاسی از اندازه گردابه‌ها می‌باشد، استفاده می‌کنند. وقتی پرانتل در سال ۱۹۲۵ برای اولین بار پیشنهاد داد که می‌توان یک جریان آشفته را به صورت انتقال اتفاقی از ذرات در راستای یک طول مقیاس اختلاطی در نظر گرفت (طول مقیاس اختلاطی معیاری از اندازه ادی^۱ می‌باشد) و با استفاده از فرضیات ریاضی و مشاهدات آزمایشگاهی فرض نمود که در داخل لایه مرزی اندازه نوسانات سرعت را می‌توان به گرادیان سرعت میدان جریان در راستای عمود بر صفحه مرتبط دانست [۱، ۲]، هیچ‌گاه فکر نمی‌کرد که فرضیات و آزمایش‌های او پایه بسیاری از مدل‌های عددی تحلیل جریان آشفته گردد و بر پایه همین فرض مدل‌های محاسباتی زیادی شکل گیرد. اسمیت و سبسی [۲۷] در سال ۱۹۶۷ مدل جبری خود را برای جریان‌های تراکم‌پذیر و تراکم‌ناپذیر ارائه کردند. در مدل آن‌ها از مفهوم طول اختلاط برای حذف جمله تنش برشی رینولدز استفاده شده است. همچنین لزوم یافتن ضخامت لایه مرزی حذف و برای اولین بار لایه مرزی به دو قسمت بیرونی و داخلی تقسیم‌بندی شد [۲]، [۲۷]. بالدوین و لومکس در سال ۱۹۷۸ بر پایه مدل اسمیت و سبسی [۲۷] یک مدل آشفته‌ی جبری جدید برای شبیه‌سازی عددی جدایش، در جریان‌های دوبعدی و سه‌بعدی ارائه کردند که در آن نیز نیازی به پیدا کردن ضخامت لایه مرزی وجود ندارد. آن‌ها در محاسبات خود از معادلات ناویر-استوکس به عنوان معادلات اصلی استفاده و جمله لزجت مولکولی^۲ (μ) را با جمله مجموع لزجت مولکولی و آشفته^۳ $(\mu_t + \mu)$ جایگزین نمودند. برای محاسبه مقدار لزجت آشفته (μ_t) جریان سیال به دو لایه داخلی و خارجی تقسیم و مقدار لزجت آشفته برای هر لایه به صورت مجزا محاسبه گردید. آن‌ها مدل خود را برای یک موج شوک روی صفحه تخت، جدایش جریان برای یک پله و جریان صوت روی یک ایرفویل مورد مقایسه قرار دادند که همخوانی خوبی با

¹ Eddy

² Molecular viscosity

³ Turbulence viscosity

نتایج تجربی نشان داد [۲, ۲۸]. همان طور که چی وو و همکارانش [۲۹] در سال ۱۹۸۹ با مقایسه میزان دقت و سرعت مدل های بلدوین-لومکس، جیسون-کینگ و K-ε برای انواع شرایط پایا و ناپایا روی یک بال و اندازه گیری بارهای استاتیکی و دینامیکی در حالت دوبعدی نشان دادند، مدل بلدوین لومکس نسبت به مدل جیسون-کینگ، ۴۲ درصد سریع تر و نسبت به مدل دو معادله ای K-ε، ۲۱ درصد سریع تر به جواب پایا همگرا می گردد و همه مدل ها دقت نسبتاً یکسانی نسبت به نتایج تجربی از خود ارائه دادند. همچنین گلیمینیو و همکارانش [۳۰] با مقایسه سه مدل جبری بلدوین-لومکس، یک معادله ای بلدوین-بارت و دو معادله ای K-ω نشان دادند که برای رینولدزها از مرتبه 10^6 و زوایای حمله پیش از واماندگی بهترین نتایج توسط مدل بلدوین-لومکس به دست آمده است و از آنجا که مدل بلدوین-لومکس در رینولدزهای بالا و زوایای حمله قبل از واماندگی نتایج بهتری نسبت به مدل های با درجه بالاتر از خود نشان می دهد و در ضمن دارای هزینه محاسباتی بسیار پایین تری است، در سال های اخیر همچنان مورد توجه محققان در شبیه سازی جریان آشفته بوده است [۳۱]. لذا در این پایان نامه نیز برای شبیه سازی جریان آشفته پایا و ناپایا از این مدل بهره گرفته شده است.

۱-۳- تعریف مساله

در این پایان نامه شبیه سازی در اطراف ایرفویل های NACA0012 و ONER-A در جریان آزاد سیال در محدوده رینولدزهای بالاتر از 10^6 انجام شده است. بدین منظور ابتدا معادلات حاکم پیش شرط سازی شده و سپس روش پیش شرط توانی ارائه می گردد که در آن به منظور محاسبه ضریب پیش شرط محلی از سنسورهای محلی فشار، سرعت و یا لزجت و از یک رابطه توانی استفاده شده است که در هر گام زمانی مجازی مقدار آن اصلاح می گردد. برای گسسته سازی معادلات ناویر-استوکس از روش حجم محدود جیمسون به شکل مشتقات مکانی مرتبه چهارم بهره گرفته شده است. همچنین برای انتگرال گیری زمان از روش رانج-کوتای چهار مرحله ای^۱ و برای حل جریان ناپایا از الگوریتم ضمنی دوزمانه و برای شبیه سازی جریان آشفته از مدل جبری بلدوین-لومکس بهره گرفته شده است. حل عددی ارائه شده با نتایج آزمایشگاهی و عددی دیگر محققان مقایسه و میزان دقت حل عددی تعیین گردیده و سپس تاثیر روش پیش شرط توانی با توان های متفاوت بررسی گردیده است.

¹ Explicit Four-Stage Runge-Kutta Scheme

۱-۳-۱ نواروری مطالعات حاضر

همان‌طور که گفته شد در این پایان‌نامه برای نخستین بار به‌منظور شبیه‌سازی عددی جریان آشفته پایا و ناپایا تراکم‌ناپذیر از ترکیب روش‌های پیش‌شرط توانی و مدل جبری بلدوین-لومکس به همراه گسسته‌سازی مدل جیمسون بهره گرفته‌شده و تاثیر آن بر دقت و سرعت همگرایی حل عددی و مقایسه سرعت همگرایی به جواب دائمی، با دیگر روش‌های پیش‌شرط مورد بررسی قرار گرفته است. همچنین مدل پیش‌شرط اولین بار است که به‌عنوان یک روش افزایش سرعت حل عددی در جریان ناپایا آشفته مورد استفاده قرار می‌گیرد. گذشته از آن در این مطالعه به‌منظور بررسی بهبود سرعت حل عددی علاوه بر استفاده از سنسورهای محلی فشار و سرعت از سنسور محلی لزجت دینامیکی نیز به‌عنوان یک متغیر برای محاسبه ضریب معادله پیش‌شرط توانی بهره گرفته‌شده است.

۱-۳-۲ مروری بر فصل‌های پایان‌نامه

این پایان‌نامه شامل یک فصل به‌عنوان مقدمه (فصل حاضر)، ۳ فصل اصلی، یک فصل به‌عنوان نتیجه‌گیری و پیشنهادها و یک بخش به‌منظور معرفی مراجع می‌گردد. در فصل دوم روش‌های مختلف پیش‌شرط ارائه و سیر تکاملی روش پیش‌شرط توانی ارائه می‌گردد. در فصل سوم گسسته‌سازی معادلات ناویر-استوکس و پیش‌شرط‌سازی آن‌ها و مدل صفر معادله‌ای بلدوین-لومکس برای جریان آشفته پایا و ناپایا تراکم‌ناپذیر آورده خواهد شد. در فصل چهارم ابتدا دقت نتایج حاصل با کارهای سایر محققان سنجیده شده، سپس تاثیر روش پیش‌شرط بر سرعت همگرایی حل ارائه و با سرعت همگرایی با سایر روش‌های پیش‌شرط مقایسه می‌گردد و در فصل آخر نتیجه‌گیری آورده و پیشنهادهایی برای توسعه تحقیقات این پایان‌نامه به‌صورت مختصر ارائه خواهد شد.

فصل ۲ پیش‌شرط‌سازی معادلات ناویر-استوکس تراکم‌ناپذیر

همان‌طور که در فصل قبل بیان گردید مشکلی که باعث ایجاد روش تراکم‌پذیری مصنوعی و بعدازآن روش پیش‌شرط گردید، عدم امکان استفاده از روش پیمایش زمانی به‌عنوان یک روش پایدار و قدرتمند در شبیه‌سازی عددی جریان‌های تراکم‌ناپذیر بود. با ارائه روش تراکم‌پذیری مصنوعی برای رفع این مشکل توسط کورین و توسعه آن در سال‌های بعد، روش‌های مختلف پیش‌شرط ایجاد گردید. در ادامه این فصل به تفصیل مفهوم روش تراکم‌پذیری مصنوعی و انواع روش‌های پیش‌شرط ترکل، مالان و توانی پرداخته خواهد شد.

۲-۱- تراکم‌پذیری مصنوعی

طبق آنچه بیان گردید در معادلات حاکم بر جریان تراکم‌ناپذیر، به دلیل حذف جملات وابسته به زمان از معادله پیوستگی و عدم وجود متغیر فشار در معادله پیوستگی ارتباط این معادله و معادله ممنتوم تنها از طریق متغیرهای سرعت برقرار می‌گردد. روش‌های سنتی حل چنین معادلاتی بر پایه حدس میدان فشار، حل میدان سرعت به کمک معادلات ممنتوم و سپس بررسی صحت میدان سرعت به‌دست‌آمده به‌وسیله معادله پیوستگی استوار می‌باشد که زمان‌بر و به لحاظ محاسباتی غیراقتصادی هستند. معادلات جریان تراکم‌پذیر از نوع معادلات هذلولوی می‌باشند و در نتیجه مشخصه‌های حقیقی دارند و لذا امواج فشاری با سرعت محدود و مشخص حرکت می‌کنند. درحالی‌که معادلات جریان تراکم‌ناپذیر ترکیبی از خواص معادلات سهموی و بیضوی را دارا هستند که این اختلاف فقط ناشی از عدم وجود جمله مشتق زمانی در معادله پیوستگی است [۳].

کورین [۱۲] برای رفع این مشکل پیشنهاد داد که با اضافه کردن یک عبارت کاذب غیرفیزیکی به صورت مشتق زمانی فشار به معادله پیوستگی و نرمال کردن آن به وسیله توان دوم سرعت صوت مجازی^۱، معادلات حاکم بر جریان تراکم‌ناپذیر، به شکل یک دستگاه معادلات هذلولوی مجازی تبدیل گردد. ویژگی این روش آن است که امکان استفاده از روش‌های پیمایش زمانی را فراهم و با طی شدن گام‌های زمانی مجازی حل به سمت جواب پایا همگرا و مقدار جمله کاذب اضافه‌شده ناچیز خواهد شد. این روش به عنوان روش تراکم‌پذیری مصنوعی شناخته می‌شود.

معادلات حاکم بر جریان تراکم‌ناپذیر ناپایا غیرلزج به ترتیب در رابطه (۱-۲) آورده شده است:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (1-2)$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{\partial p}{\partial x}$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} = -\frac{\partial p}{\partial y}$$

که مشتقات زمانی موجود در معادله جریان ناپایا مربوط به گام زمانی حقیقی می‌باشد. هیچ‌یک از این دو دستگاه معادلات خاصیت هذلولوی ندارند. طبق آنچه کورین پیشنهاد داد برای تغییر ماهیت آن‌ها به دستگاه معادلات هذلولوی یک مشتق زمانی فشار، نرمال شده با توان دوم سرعت صوت مجازی، به معادله پیوستگی اضافه خواهد شد که معادلات جریان تراکم‌ناپذیر ناپایا را به شکل رابطه (۲-۲) تغییر می‌دهد.

$$\frac{1}{\beta^2} \frac{\partial p}{\partial \tau} + \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (2-2)$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{\partial p}{\partial x}$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} = -\frac{\partial p}{\partial y}$$

¹ Pseudo-Acoustic Speed

β سرعت صوت مجازی در سیال است و با توجه به رابطه (۳-۲) هر چه مقدار آن بزرگ‌تر باشد مقدار پارامتر تراکم‌پذیری مصنوعی کاهش یافته و لختی معادلات بیشتر شده و به تبع آن معادلات حاکم به شکل معادلات اصلی جریان تراکم‌ناپذیر نزدیک‌تر خواهد شد. تامامیدیس و همکارانش [۳۲] در مقاله خود در سال ۱۹۹۶ بیان کردند که مقدار متغیر سرعت صوت مجازی می‌تواند با توجه به شرایط جریان، هندسه جسم و تجربیات برنامه‌نویس در محدوده اعداد 10^{-1} - ۱۰ انتخاب گردد و مقدار این عبارت تاثیر به سزایی در میزان پایداری و سرعت همگرایی حل عددی دارد. برای دستیابی به شکل بقایی دستگاه معادلات حاکم بر جریان تراکم‌ناپذیر ناپایا که کورین در مقاله خود پیشنهاد داده بود باید معادله پیوستگی، در دستگاه معادلات (۲-۲) در u و v ضرب گردد و سپس با معادلات دوم و سوم جمع گردد تا به صورت معادلات زیر تبدیل گردد:

$$\frac{1}{\beta^2} \frac{\partial p}{\partial \tau} + \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} + \frac{u}{\beta^2} \frac{\partial p}{\partial \tau} + \frac{\partial(u^2 + p)}{\partial x} + \frac{\partial(uv)}{\partial y} = 0 \quad (۳-۲)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + \frac{v}{\beta^2} \frac{\partial p}{\partial \tau} + \frac{\partial(v^2 + p)}{\partial y} + \frac{\partial(uv)}{\partial x} = 0$$

همچنین برای یک سیال تراکم‌پذیر مقدار سرعت صورت طبق رابطه زیر قابل محاسبه خواهد بود.

$$c^2 = \frac{\partial p}{\partial \rho} \quad (۴-۲)$$

به راحتی با حذف جملات مربوط به لزجت و تغییرات چگالی می‌توان نشان داد که دستگاه معادلاتی که کورین برای جریان تراکم‌ناپذیر پیشنهاد داده است درواقع همان دستگاه معادلات اوایلر می‌باشد.

۲-۲- روش پیش‌شرط پیشنهادی ترکل

ترکل [۱۵] در سال ۱۹۸۷ برای شبیه‌سازی جریان تراکم‌ناپذیر دستگاه معادلات دیگری، که درواقع توسعه یافته دستگاه معادلات پیشنهادی کورین بود، پیشنهاد داد. او به منظور بهبود سرعت همگرایی حل عددی مشتقات زمانی مصنوعی، به معادلات ممنوم اضافه کرد. دستگاه معادلات کورین درواقع شکل خاصی از دستگاه

پیشنهادی ترکل است که به‌عنوان اولین روش پیش‌شرط شناخته می‌شود. دستگاه معادلات او برای جریان تراکم‌ناپذیر غیرلزج ناپایا به شکل زیر است.

$$\frac{1}{\beta^2} \frac{\partial p}{\partial \tau} + \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\alpha u}{\beta^2} \frac{\partial p}{\partial \tau} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{\partial p}{\partial x} \quad (۵-۲)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + \frac{\alpha v}{\beta^2} \frac{\partial p}{\partial \tau} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} = -\frac{\partial p}{\partial y}$$

اگر در این معادلات مقدار α برابر صفر قرار گیرد به فرم (۲-۲) که همان معادلات اولیه کورین هست خواهیم رسید. به ازای $\alpha=1$ شکل ثانویه معادلات کورین یعنی دستگاه معادلات (۳-۲) حاصل خواهد شد. اما ترکل پیشنهاد داد به‌منظور بهبود نرخ همگرایی مقدار $\alpha=2$ قرار داده شود. با تغییر در مقدار α خواص مختلفی در معادلات حاکم ایجاد خواهد شد. که به‌طور خلاصه در زیر بیان می‌شود:

✓ $\alpha = 0$: با انتخاب این مقدار، معادلات فوق به همان شکل معادلات تراکم‌پذیری مصنوعی کورین تبدیل می‌شود. که نرخ همگرایی جواب بسیار کند ولی پایداری و انعطاف‌پذیری روش بسیار بالا است.

✓ $\alpha = 1$: با این مقدار تراکم‌پذیری مصنوعی به‌منظور سازگاری دستگاه معادلات علاوه بر معادله پیوستگی در معادلات ممنتوم نیز اعمال می‌شود.

✓ $\alpha = 2$: این مقدار توسط ترکل پیشنهاد شده است و از نرخ همگرایی بسیار سریع برخوردار می‌باشد. با این وجود، با توجه به آزمایش‌های عددی انجام‌شده، پایداری و مقاومت کمتری از خود نشان می‌دهد. دلیل کارآمدی کمتر باوجود نرخ همگرایی بالاتر به ازای این مقدار به‌خوبی معلوم نبوده و بحث در مورد آن پیچیده است [۳، ۲۱].

۲-۳- روش پیش‌شرط پیشنهادی مالان

همان‌طور که در فصل قبل گفته شد مالان و همکارانش [۲۱] در سال ۲۰۰۲ پیشنهاد دادند که به‌جای استفاده از مقادیر ثابت به‌عنوان ضریب پیش‌شرط که پیشنهاد کورین و ترکل بود از مقادیر متغیر با زمان و مکان با توجه به مقادیر گرادیان فشار استفاده گردد. بدین منظور آن‌ها از همان دستگاه معادلات پیشنهادی ترکل

استفاده کردند با این تفاوت که آن ها سرعت و دقت شبیه سازی عددی را به طور هم زمان مورد توجه قرار دادند و از سنسورهای محلی فشار برای محاسبه مقدار ضریب پیش شرط در هر گام زمانی بهره گرفتند. رابطه پیشنهادی آن ها برای محاسبه ضریب پیش شرط به شکل زیر است:

$$\sigma = 2(1 - A_p) \quad (۶-۲)$$

که در این رابطه A_p حسگر موضعی فشار است و از رابطه (۷-۲) قابل محاسبه است و برای محاسبه مقدار گرادیان فشار از رابطه (۸-۲) استفاده می گردد:

$$A_p = \lim_{x \rightarrow x_m^+} \frac{|\nabla p(x_m) - \nabla p(x)|}{|\nabla p(x_m)| - |\nabla p(x)|} \quad (۷-۲)$$

$$\nabla p(x_m) = \lim_{x \rightarrow x_m^-} \frac{p(x) - p(x_m)}{x - x_m} \quad (۸-۲)$$

در این روابط $\nabla p(x_m)$ گرادیان فشار در نقطه $x = x_m$ و $p(x_m)$ فشار در نقطه $x = x_m$ می باشد. با توجه به پیشنهاد مالان و همکارانش [۲۱] می توان معادلات حاکم بر جریان لزج تراکم ناپذیر ناپایای ترکل را بعد از اضافه نمودن جملات مربوط به لزجت به صورت زیر باز نویسی می شود:

$$\begin{aligned} \frac{1}{\beta^2} \frac{\partial p}{\partial \tau} + \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} &= 0 \\ \frac{\partial u}{\partial t} + \frac{2(1 - A_p)u}{\beta^2} \frac{\partial p}{\partial \tau} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} &= -\frac{\partial p}{\rho \partial x} + \frac{\partial}{\rho \partial x} \left(\frac{(\mu + \mu_t) \partial u}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\rho \partial y} \left(\frac{(\mu + \mu_t) \partial u}{\partial y} \right) \end{aligned} \quad (۹-۲)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial v}{\partial t} + \frac{2(1 - A_p)v}{\beta^2} \frac{\partial p}{\partial \tau} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} &= -\frac{\partial p}{\rho \partial y} + \frac{\partial}{\rho \partial x} \left(\frac{(\mu + \mu_t) \partial v}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\rho \partial y} \left(\frac{(\mu + \mu_t) \partial v}{\partial y} \right) \end{aligned}$$

با توجه به رابطه پیشنهادی مالان برای محاسبه مقدار ضریب پیش شرط، مقدار آن می تواند از ۲ در نواحی با گرادیان فشار ناچیز تا نزدیکی صفر در نواحی با گرادیان فشارهای شدید تغییر کند.

۲-۴- روش پیش‌شرط توانی

اکبرزاده [۳۳] در رساله دکتری خود در سال ۱۳۸۹ با مقایسه سنسورهای مختلف محلی برای دستگاه معادلات پیشنهادی مالان برای جریان حول ایرفویل‌ها نشان داد که با جایگزینی متغیر سرعت به جای متغیر فشار می‌توان نرخ همگرایی حل عددی را به میزان چشمگیری بهبود داد و رابطه زیر را برای محاسبه ضریب پیش‌شرط در جریان‌های آرام و لزج پیشنهاد داد:

$$\sigma = 2(1 - A_u) \quad (۱۰-۲)$$

برای محاسبه مقدار حسگر موضعی سرعت (A_u) مشابه آنچه برای حسگر موضعی فشار داشتیم خواهیم داشت:

$$A_u = \lim_{x \rightarrow x_m^+} \frac{|\nabla u(x_m) - \nabla u(x)|}{|\nabla u(x_m)| - |\nabla u(x)|} \quad (۱۱-۲)$$

$$\nabla u(x_m) = \lim_{x \rightarrow x_m} \frac{u(x) - u(x_m)}{x - x_m} \quad (۱۲-۲)$$

مشابه قبل $\nabla u(x_m)$ گرادیان سرعت و $u(x_m)$ سرعت در نقطه $x = x_m$ می‌باشد.

با توجه به آنچه ترک‌ل در مطالعات خود نشان داد به لحاظ تئوریک بهترین نرخ همگرایی برای $\sigma = 2$ ایجاد خواهد شد، اما توانمندی کمتری نسبت به حالت $\sigma = 0$ خواهد داشت [۳، ۱۵، ۳۴، ۳۵]. در نتیجه اکبرزاده [۳۳] در رساله دکتری خود پیشنهاد داد تا به منظور کاهش مقدار ضریب پیش‌شرط، یک رابطه توانی برای محاسبه ضریب پیش‌شرط به شکل زیر ارائه داد:

$$\sigma = 2(1 - A_u)^m \quad (۱۳-۲)$$

که در آن ($m \geq 2$) و یک عدد صحیح است.

اما در این پایان‌نامه با استفاده از روش پیشنهادی اکبرزاده و همچنین استفاده از سنسور محلی لزجت دینامیکی و مقایسه این دو باهم و با روش‌های دیگر پیش‌شرط میزان بهبود در نرخ همگرایی روش‌های مختلف را برای جریان آشفته تراکم‌ناپذیر پایا و ناپایا روی دو ایرفویل مورد بررسی قرار گرفته است و بهترین ضریب

پیش شرط را برای بهبود سرعت همگرایی تعیین گردد. لذا رابطه زیر را برای محاسبه ضریب پیش شرط توانی و بهبود سرعت همگرایی روش های پیش شرط در جریان آشفته ارائه می گردد:

$$\alpha = 2(1 - A_m)^m \quad (۱۴-۲)$$

که مشابه قبل در آن $(m \geq 2)$ و یک عدد صحیح است.

همچنین به منظور بررسی سایر متغیرها برای محاسبه مقدار حسگر موضعی علاوه بر فشار و سرعت از مقدار لزجت آشفته نیز استفاده می شود. درواقع نرخ همگرایی حل عددی برای هر سه سنسور سرعت، فشار و لزجت آشفته به صورت جداگانه مورد بررسی قرار خواهد گرفت.

همچنین برای محاسبه ضرایب آیرودینامیکی شامل ضریب فشار (C_p) ، ضریب برآ (C_l) ، ضریب پسا (C_d) و ضریب اصطکاک (C_f) می توان بر طبق رابطه (۱۵-۲) محاسبات را انجام نمود.

$$C_p = \frac{2(p_w - p_\infty)}{\rho_\infty U_\infty^2}$$

$$C_l = \frac{2F_L}{\rho_\infty U_\infty^2 c} \quad (۱۵-۲)$$

$$C_d = \frac{2F_D}{\rho_\infty U_\infty^2 c}$$

$$C_f = \frac{\tau}{\rho_\infty U_\infty^2}$$

که در آن F_D نیروی پسا (مجموع نیروهای پسای فشاری و اصطکاکی)، F_L نیروی برآ، c طول وتر ایرفویل می باشد. همچنین برای محاسبه مقدار رینولدز جریان خواهیم داشت:

$$Re = \frac{\rho_\infty U_\infty c}{\mu} \quad (۱۶-۲)$$

و برای رسیدن به حالت ناپایا معادلات حاکم در حالت لزج باید فرمول های تعریف شده مالان را به شکل معادله (۱۷-۲) بازنویسی کرد و بعد از بی بعد سازی معادلات می توان از آن ها در حل جریان لزج تراکم ناپذیر استفاده نمود.

$$\frac{1}{\beta^2} \frac{\partial p}{\partial \tau} + \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} + \frac{2(1-A_p)u}{\beta^2} \frac{\partial p}{\partial \tau} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{\partial p}{\rho \partial x} + \frac{\mu + \mu_t}{\rho} \left(\left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \right) + \left(\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) \right) \quad (۱۷-۲)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + \frac{2(1-A_p)v}{\beta^2} \frac{\partial p}{\partial \tau} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} = -\frac{\partial p}{\rho \partial y} + \frac{\mu + \mu_t}{\rho} \left(\left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} \right) + \left(\frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) \right)$$

متغیرهای بی‌بعد به شکل زیر تعریف شده‌اند:

$$\begin{aligned} \hat{u} &= \frac{U}{U_\infty} & \hat{v} &= \frac{V}{U_\infty} \\ \hat{x} &= \frac{x}{L} & \hat{y} &= \frac{y}{L} \\ \hat{p} &= \frac{p}{\rho_\infty U_\infty^2} & \hat{\rho} &= \frac{\rho}{\rho_\infty} \end{aligned} \quad (۱۸-۲)$$

که در این روابط $\hat{u}$ و $\hat{v}$ به ترتیب سرعت در جهت محورهای مختصات کارتزین x و y ، $\hat{p}$ فشار استاتیکی، $\hat{\rho}$ چگالی نسبی، L طول مرجع، U_∞ سرعت مرجع و $\hat{t} = \frac{t U_\infty}{L}$ زمان می‌باشند که بعد از بی‌بعد سازی متغیرها معادله حاکم پیش‌شرط‌سازی شده به صورت رابطه (۱۸-۲) تبدیل می‌گردد:

$$\frac{1}{\beta^2} \frac{\partial \hat{p}}{\partial \hat{\tau}} + \frac{\partial \hat{u}}{\partial \hat{x}} + \frac{\partial \hat{v}}{\partial \hat{y}} = 0$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \hat{u}}{\partial \hat{t}} + \frac{2(1-A_p)\hat{u}}{\beta^2} \frac{\partial \hat{p}}{\partial \hat{\tau}} + \hat{u} \frac{\partial \hat{u}}{\partial \hat{x}} + \hat{v} \frac{\partial \hat{u}}{\partial \hat{y}} \\ = -\frac{\partial \hat{p}}{\partial \hat{x}} + \frac{1}{\text{Re}} \left(\left(\frac{\partial^2 \hat{u}}{\partial \hat{x}^2} \right) + \left(\frac{\partial^2 \hat{u}}{\partial \hat{y}^2} \right) \right) + \frac{\mu_t}{\hat{\rho}} \left(\left(\frac{\partial^2 \hat{u}}{\partial \hat{x} \partial \hat{x}^2} \right) + \left(\frac{\partial^2 \hat{u}}{\partial \hat{y} \partial \hat{y}^2} \right) \right) \end{aligned} \quad (۱۹-۲)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \hat{v}}{\partial \hat{t}} + \frac{2(1-A_p)\hat{v}}{\beta^2} \frac{\partial \hat{p}}{\partial \hat{\tau}} + \hat{u} \frac{\partial \hat{v}}{\partial \hat{x}} + \hat{v} \frac{\partial \hat{v}}{\partial \hat{y}} \\ = -\frac{\partial \hat{p}}{\partial \hat{y}} + \frac{1}{\text{Re}} \left(\left(\frac{\partial^2 \hat{v}}{\partial \hat{x}^2} \right) + \left(\frac{\partial^2 \hat{v}}{\partial \hat{y}^2} \right) \right) + \frac{\mu_t}{\hat{\rho}} \left(\left(\frac{\partial^2 \hat{v}}{\partial \hat{x} \partial \hat{x}^2} \right) + \left(\frac{\partial^2 \hat{v}}{\partial \hat{y} \partial \hat{y}^2} \right) \right) \end{aligned}$$

فصل ۳ گسسته‌سازی معادلات حاکم با بهره‌گیری از روش پیش‌شرط توانی

همان‌طور که در فصل‌های قبل نیز ذکر گردید، ترکل با معرفی روش پیش‌شرط سعی کرد تا سرعت همگرایی روش تراکم‌پذیری مصنوعی را بیش‌ازپیش افزایش دهد. اما علی‌رغم عملکرد خوب روش ترکل در افزایش سرعت همگرایی، این روش از پایداری پایینی برخوردار بود، بعد از وی مالان با ارائه فرمول جدیدی بر اساس مقدار محلی گرادیان فشار سعی کرد تا پایداری و سرعت همگرایی حل عددی را به‌طور هم‌زمان بهبود بخشد، اما همگرایی در روش مالان برای جریان‌های لزج آرام در مرتبه پایینی رخ خواهد داد علاوه بر آن اعمال این روش روی جریان‌های غیر لزج موجب واگرایی روش عددی می‌گردد [۳، ۳۳]، بنابراین اکبرزاده و اصفهانیان [۲۳] در سال ۲۰۰۸ روش پیش‌شرط توانی را به‌منظور بهبود سرعت همگرایی نسبت به روش مالان و بهبود پایداری حل نسبت به روش ترکل معرفی کردند. آن‌ها همچنین به‌منظور بهبود روش عددی به‌جای استفاده از حس‌گرهای محلی فشار، پیشنهاد دادند تا از حس‌گرهای محلی سرعت برای محاسبه ضریب پیش‌شرط محلی استفاده گردد. استفاده از این روش برای جریان عبوری حول هیدروفویل‌ها گاهی تا ۶۰ درصد موجب بهبود سرعت همگرایی روش عددی گردیده است [۳۳]. لذا در این فصل علاوه بر معادلات حاکم پیش‌شرط‌سازی شده، اصلاحاتی در روش پیش‌شرط توانی را به‌منظور بهبود سرعت همگرایی ارائه خواهیم داد.

۳-۱- دستگاه معادلات پیش‌شرط

دستگاه معادلات حاکم پیش‌شرط‌سازی شده بی‌بعد در حالت برداری به شکل زیر تعریف می‌گردد:

$$\Gamma \frac{\partial \vec{Q}}{\partial t} + \Pi \frac{\partial \vec{Q}}{\partial \tau} + \frac{\partial \vec{F}}{\partial x} + \frac{\partial \vec{E}}{\partial y} = 0 \quad (۱-۳)$$

در این معادله t معرف گام زمانی حقیقی و τ معرف گام زمانی مجازی می‌باشند، همچنین ماتریس Γ به شکل زیر تعریف می‌گردد:

$$\Gamma = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & \rho & 0 \\ 0 & 0 & \rho \end{bmatrix} \quad (۲-۳)$$

و بردارهای Q و E و F به شکل زیر معرفی می‌شوند:

$$\vec{Q} = \begin{bmatrix} p \\ u \\ v \end{bmatrix}, \vec{F} = \begin{bmatrix} \rho u \\ p + \rho u^2 - \xi \tau_{xx} \\ \rho uv - \xi \tau_{yx} \end{bmatrix}, \vec{E} = \begin{bmatrix} \rho v \\ \rho uv - \xi \tau_{xy} \\ p + \rho v^2 - \xi \tau_{yy} \end{bmatrix} \quad (۳-۳)$$

همچنین ماتریس معکوس Π یا همان ماتریس پیش‌شرط به شکل زیر نمایش داده می‌شود:

$$\Pi^{-1} = \begin{bmatrix} \beta^2 & 0 & 0 \\ \frac{-\sigma u}{\rho} & \frac{1}{\rho} & 0 \\ \frac{-\sigma v}{\rho} & 0 & \frac{1}{\rho} \end{bmatrix} \quad (۴-۳)$$

که در آن‌ها τ_{yx} و τ_{xy} ، τ_{xx} ، τ_{yy} مولفه‌های تانسور تنش و مقدار متغیر ξ برای جریانات لزج برابر ۱ خواهد بود، همچنین سایر متغیرهای بی‌بعد همان‌طور که در فصل قبل نیز ذکر شد، به شکل زیر تعریف شده‌اند:

$$\begin{aligned} \hat{u} &= \frac{U}{U_{\infty}} & \hat{v} &= \frac{V}{U_{\infty}} \\ \hat{x} &= \frac{x}{L} & \hat{y} &= \frac{y}{L} \\ \hat{p} &= \frac{p}{\rho_{\infty} U_{\infty}^2} & \hat{\rho} &= \frac{\rho}{\rho_{\infty}} \end{aligned} \quad (۵-۳)$$

که در این روابط $\hat{u}$ و $\hat{v}$ به ترتیب سرعت در جهت محورهای مختصات کارتزین x و y ، $\hat{p}$ فشار استاتیکی، $\hat{\rho}$ چگالی نسبی، L طول مرجع، U_{∞} سرعت مرجع و $\hat{t} = \frac{t U_{\infty}}{L}$ زمان می‌باشند.

ترکل نشان داد که در جریان غیر لزج، تراکم‌پذیری مصنوعی باید تا حد امکان به سرعت جابجایی جریان نزدیک باشد. در این حالت به آن ضریب تراکم‌پذیری مصنوعی جابجایی^۱ می‌گوییم که از رابطه زیر قابل محاسبه است [۳، ۱۵]:

$$\beta_{conv}^2 = \begin{cases} \max[(3 - \alpha)V^2, kV_{max}^2] & \alpha < 2 \\ K_{max}[(\alpha - 1)V^2, kV_{max}^2] & \alpha \geq 2 \end{cases} \quad (۶-۳)$$

که $V_{max}^2 = (u^2 + v^2)_{max}$ و ضرایب k و K دو عدد ثابت دلخواه بوده و به ترتیب در محدوده‌ی ۰/۱۶-۱ و ۱-۱/۱ انتخاب می‌شوند. معادله‌ی (۶-۳) نشان می‌دهد که ضریب تراکم‌پذیری مصنوعی تابعی از سرعت جریان بوده و مقدار آن در سراسر فضای محاسباتی متغیر خواهد بود. اما اصفهانیان و اکبرزاده [۲۳] نشان دادند که با انتخاب یک مقدار ثابت برای این ضریب نتایج بهتری در سرعت همگرایی رخ خواهد داد. در این پایان‌نامه برای جریان لزج و $Re > 10^6$ مقدار این متغیر یک عدد ثابت فرض شد و مطالعاتی برای انتخاب مقدار بهینه این متغیر صورت گرفت.

همان‌طور که پیش‌تر نیز گفته شد، ضریب پیش‌شرط توانی در کارهای گذشته، طبق رابطه زیر محاسبه می‌گردد:

$$\sigma = 2(1 - A_u)^m \quad (۷-۳)$$

در این رابطه چنانچه مقدار m برابر صفر قرار گیرد، α عددی ثابت و غیر صفر خواهد بود که ضریب پیش‌شرط ترکل را ایجاد می‌کند و اگر مقدار m به سمت بی‌نهایت میل کند، با در نظر گرفتن این موضوع که مقدار عبارت داخل پرانتز همواره بین ۰ و ۱ است، α به سمت صفر میل خواهد کرد که درواقع روش تراکم‌پذیری مصنوعی کورین ایجاد خواهد شد و در صورتی که مقدار m برابر ۱ قرار داده شود ضریب پیش‌شرط مالان و همکارانش ظاهر می‌گردد. در این پایان‌نامه به‌منظور سهولت کار به ترتیب روش‌های تراکم‌پذیری مصنوعی کورین و پیش‌شرط ترکل و مالان را به‌اختصار با علائم SAC^2 و SPM^3 و MPM^4 نمایش داده خواهد شد.

^۱ Convective Artificial Compressibility

^۲ Standard Artificial Compressibility

^۳ Standard Preconditioning Method

^۴ Malan's Preconditioning Method

۳-۲-۲ روش حجم محدود جیمسون

در این بخش روش حجم محدود جیمسون [۳۶، ۳۷] که در سال ۸۲-۱۹۸۱ توسط جیمسون به‌منظور شبیه‌سازی عددی جریان سیالات در حالات پایا و ناپایا ارائه‌شده است را معرفی نموده و معادلات حاکم بر جریان پایا و ناپایا را پایه این روش گسسته‌سازی خواهد شد. همچنین بعداز آن، روش جبری بلدوین-لومکس را که به‌منظور شبیه‌سازی جریان توربولانس و محاسبه لزجت توربولانسی از آن بهره گرفته‌شده است، شرح و بست داده خواهد شد.

۳-۲-۱ محاسبات جریان ناپایا

برای شبیه‌سازی جریان‌های ناپایا از الگوریتم پیمایش زمانی و الگوریتم دو زمانه و استفاده از گام‌های زمانی رانج-کوتا چهار مرحله‌ای بهره گرفته‌شده است. بنابراین برای حجم کنترل Ω که با سطح $\partial\Omega$ محصورشده است، از معادله پیش‌شرط شده (۳-۱) انتگرال می‌گیریم و با در نظر گرفتن قضیه دیورژانس^۱ خواهیم داشت:

$$\Pi^{-1}\Gamma \frac{\partial}{\partial t} \int_{\Omega} \vec{Q} dA + \frac{\partial}{\partial \tau} \int_{\Omega} \vec{Q} dA + \Pi^{-1} \int_{\partial\Omega} (\vec{F}dx - \vec{E}dy) = 0 \quad (۳-۸)$$

۳-۲-۲ گسسته‌سازی معادلات حاکم

به‌طور کلی در روش حجم محدود، گسسته‌سازی حجم کنترل‌ها می‌تواند به دو روش سلول-مرکزی^۲ و گره-سلولی^۳ انجام داد. در این پایان‌نامه از روش سلول-مرکزی بهره گرفته‌شده است و بر اساس روش حجم محدود، ابتدا با یک روش جبری یا دیفرانسیلی فضای محاسباتی شبکه‌بندی می‌گردد و سپس معادلات مربوط برای هر حجم کنترل برحسب مختصات نقاط وسط حجم‌ها گسسته‌سازی می‌گردد. بدین ترتیب با تقریب زدن جمله‌ی $\frac{\partial \vec{Q}}{\partial t}$ و $\frac{\partial \vec{Q}}{\partial \tau}$ از معادله (۳-۸) با مقدار آن در وسط حجم کنترل و خارج کردن این جملات از داخل انتگرال و همچنین اضافه کردن جملات اتلافی جیمسون، شکل گسسته شده معادله (۳-۸) به شکل زیر خواهد شد [۳۷، ۲۳، ۲۱]:

^۱ Divergence Theorem

^۲ Cell-Center

^۳ Cell-Vertex

$$\Pi^{-1}\Gamma A_{i,j} \frac{\partial Q_{i,j,k}}{\partial t} + A_{i,j} \frac{\partial Q_{i,j,k}}{\partial \tau} = -G_{i,j,k} + D_{i,j,k} \quad (9-3)$$

که (i,j) معرف شماره‌های المان، $k = 1, 2, 3$ اندیس مولفه‌های بردار و $A_{i,j}$ مساحت المان (i,j) می‌باشد. همچنین $G_{i,j,k}$ معرف شار عددی روی وجوه هر المان بوده که از رابطه زیر محاسبه خواهد شد [۳]:

$$G_{i,j,1} = \beta^2 \sum_{\text{edges}} (F_1 dy - E_1 dx)_{i,j}$$

$$G_{i,j,2} = -\frac{\sigma u_{i,j} G_{i,j,1}}{\rho \beta^2} + \left(\frac{1}{\rho}\right) \sum_{\text{edges}} (F_2 dy - E_2 dx)_{i,j} \quad (10-3)$$

$$G_{i,j,3} = -\frac{\sigma v_{i,j} G_{i,j,1}}{\rho \beta^2} + \left(\frac{1}{\rho}\right) \sum_{\text{edges}} (F_3 dy - E_3 dx)_{i,j}$$

با همگرایی معادله (۱۰-۳) در زمان مجازی τ ، حل معادله در زمان حقیقی t ، حاصل می‌گردد. عبارت زمان حقیقی با استفاده از تفاضل پس‌روی سه نقطه‌ای و به‌صورت ضمنی گسسته‌سازی می‌شود [۳، ۲۱، ۴، ۳]:

$$\Pi^{-1}\Gamma A_{i,j} \frac{\partial Q_{i,j,k}}{\partial t} = \Pi^{-1}\Gamma A_{i,j} \frac{3Q_{i,j,k}^{n+1} - 4Q_{i,j,k}^n + Q_{i,j,k}^{n-1}}{2\Delta t} \quad (11-3)$$

که در آن n بیانگر زمان فیزیکی است.

به‌طورکلی یکی از مشکلات اصلی در روش گسسته‌سازی مرکزی این است که گره‌های زوج و فرد در شبکه‌ی محاسباتی از هم جدا بوده و شرایط ایجاد نوسان بین این گره‌ها فراهم خواهد بود. برای جلوگیری از ایجاد این نوسانات، بر اساس روش پیشنهادی جیمسون، معادلات گسسته‌سازی شده مذکور، با اضافه کردن جملات اتلافی مرتبه چهار و دوم اصلاح می‌شوند [۳]:

$$D_{i,j,k} = \left(d_{i+\frac{1}{2},j} - d_{i-\frac{1}{2},j} + d_{i,j+\frac{1}{2}} - d_{i,j-\frac{1}{2}} \right)_k \quad (12-3)$$

که به‌عنوان مثال برای عبارت $d_{i+1/2,j}$ داریم:

$$d_{i+\frac{1}{2},j} = \frac{A_{i+\frac{1}{2},j}}{\Delta t} \left(\varepsilon_2^{i+\frac{1}{2},j} \delta_2 - \varepsilon_4^{i+\frac{1}{2},j} \delta_4 \right) \quad (13-3)$$

$$\delta_2 = Q_{i+1,j,k} - Q_{i,j,k} \quad (۱۴-۳)$$

$$\delta_4 = Q_{i+2,j,k} - 3Q_{i+1,j,k} + 3Q_{i,j,k} - Q_{i-1,j,k} \quad (۱۵-۳)$$

$$A_{i+\frac{1}{2},j} = \frac{1}{2} \left(A_{i+\frac{1}{2},j} + A_{i,j} \right) \quad (۱۶-۳)$$

که در این رابطه، ε_2 و ε_4 به ترتیب ضرایب لزجت مصنوعی و اتلاف مصنوعی نامیده می‌شود که از روش زیر محاسبه می‌شوند [۳، ۳۶، ۳۷، ۳۹، ۴۰]:

$$\varepsilon_2^{i+\frac{1}{2},j} = k_2 \text{Max}\{v_{i+1,j}, v_{i,j}\} + k_3 \text{Max}\{\gamma_{i+1,j}, \gamma_{i,j}\} \quad (۱۷-۳)$$

$$\varepsilon_4^{i+\frac{1}{2},j} = \text{Max}\left\{0, \left[k_4 - \varepsilon_2^{i+\frac{1}{2},j}\right]\right\} \quad (۱۸-۳)$$

در رابطه بالا، k_3 و k_2 و k_1 ضرایب ثابت هستند که به‌طور دلخواه تعیین می‌شوند و γ و v به ترتیب پارامترهایی هستند که در نواحی با گرادیان فشار شدید و جریان‌های کاویتاسیونی فعال می‌شوند و با توجه به اینکه در جریان‌های تراکم‌ناپذیر، گرادیان‌های شدید فشاری و چگالی در سیال رخ نمی‌دهد می‌توان مقادیر γ و v را صفر فرض کرد و مقادیر $\varepsilon_2 = 0$ و $\varepsilon_4 = k_4$ قرار داد.

به‌منظور گسسته‌سازی مشتق زمانی از روش رانج-کوتای اصلاح‌شده‌ی چهار مرحله‌ای استفاده‌شده است که برای شکل نیمه گسسته معادلات ناپایا به‌صورت زیر بیان می‌گردد [۳، ۹، ۲۱، ۲۴]:

$$\begin{aligned} Q_{i,j,k}^{(0)} &= Q_{i,j,k}^{(N)} \\ Q_{i,j,k}^{(\kappa)} &= Q_{i,j,k}^{(0)} - \alpha_k \frac{\Delta\tau_{i,j}}{A_{i,j} \left(I + \Pi^{-1}\Gamma \frac{3}{2} \frac{\Delta\tau_{i,j}}{\Delta t} \right)} \left[G(Q_{i,j,k}^{(\kappa-1)}) - D(Q_{i,j,k}^{(0)}) \right. \\ &\quad \left. + A_{i,j} \Pi^{-1}\Gamma \left(\frac{-3Q_{i,j,k}^{n+1} + 4Q_{i,j,k}^n - Q_{i,j,k}^{n-1}}{2\Delta t} \right) \right] \end{aligned} \quad (۱۹-۳)$$

$$Q_{i,j,k}^{(N+1)} = Q_{i,j,k}^{(4)}$$

در رابطه بالا n و N به ترتیب بیانگر زمان فیزیکی و زمان مجازی هستند، همچنین $k = 1, 2, 3, 4$ و ضرایب α_k به ترتیب برابر ۱ و ۰/۵ و ۰/۳۳ و ۰/۲۵ خواهند بود.

با توجه به ماهیت ضمنی گسسته‌سازی جمله زمان حقیقی، محدودیتی از نظر اندازه گام زمانی وجود نداشته و تنها قید موجود در انتخاب گام زمانی حقیقی، دقت مورد نیاز در مساله خواهد بود. همچنین در این پایان‌نامه به‌منظور تسریع در همگرایی حل از گام‌های زمانی محلی بهره گرفته شده است [۳]:

$$\Delta\tau_{i,j} = CFL \times \frac{\Delta L_{i,j}^{\min}}{\lambda_{i,j}^{\max}} \quad (20-3)$$

که $\Delta L_{i,j}^{\min}$ کوچک‌ترین طول وجه المان (i,j) ام و CFL عدد کورانت_فردریچ_لوی^۱ می‌باشد. همچنین $\lambda_{i,j}^{\max}$ مقدار ویژه بیشینه^۲ برای هر المان خواهد بود. برای اندازه‌گیری نرخ همگرایی از نرم خطای فشار و سرعت عمودی موضعی استفاده شده است و به‌طور مثال برای نرم خطا فشاری به شکل زیر داریم [۳، ۲۴]:

$$Res = \log \sqrt{\sum_{i=1}^N \frac{\left(\frac{\Delta p_{i,j}}{p_{i,j}}\right)^2}{N}} \quad (21-3)$$

که در آن N نشان‌دهنده تعداد سلول‌های موجود در فضای محاسباتی است.

۳-۲-۳ گسسته‌سازی معادلات جریان توربولانس

همان‌طور که در فصل‌های قبل نیز گفته شد برای شبیه‌سازی جریان توربولانس از مدل جبری بالدوین-لومکس، استفاده شده است. در این مدل جریان سیال به دو لایه داخلی و خارجی تقسیم‌بندی شده و برای هر لایه مقدار لزجت گردابه‌ای به شکل زیر محاسبه می‌گردد [۲۸]:

$$\mu_t = \begin{cases} \mu_{t_{inner}} & y \leq y_{crossover} \\ \mu_{t_{outer}} & y > y_{crossover} \end{cases} \quad (22-3)$$

که y فاصله نرمال از دیوار و $y_{crossover}$ کوچک‌ترین مقدار y است که در آن $\mu_{t_{outer}} = \mu_{t_{inner}}$ می‌گردد. مقادیر μ_t برای لایه داخلی به شکل زیر محاسبه خواهد شد [۲۸]:

$$\mu_{t_{inner}} = \rho l^2 |\omega| \quad (23-3)$$

¹ Courant-Friedrichs-Lewy

² Maximum Eigenvalue

که برای محاسبه مقدار طول مقیاس اختلاطی رینولدز^۱ داریم :

$$l = ky \left[1 - \exp \left(\frac{-y^+}{A^+} \right) \right] \quad (۲۴-۳)$$

همچنین برای محاسبه $|\omega|$ که مقدار اندازه ورتیسیته است در حالت سه‌بعدی طبق رابطه (۲۵-۳) خواهیم داشت:

$$|\omega| = \left[\left(\frac{\partial u}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial z} - \frac{\partial w}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial z} \right)^2 \right]^{0.5} \quad (۲۵-۳)$$

و داریم :

$$y^+ = \frac{\rho_w u_z y}{\mu_w} = \frac{\sqrt{\rho_w \tau_w} y}{\mu_w} \quad (۲۶-۳)$$

همچنین برای محاسبه مقادیر μ_t برای لایه خارجی باید از رابطه زیر استفاده گردد [۲۸]:

$$\mu_{t_{outer}} = \rho R C_{cp} F_{wake} F_{kelb}(y) \quad (۲۷-۳)$$

R و C_{cp} ثابت‌هایی هستند که مقادیر آن‌ها طبق مقادیر مدل اصلی در انتها ذکر می‌گردد. همچنین داریم:

$$F_{wake} = \text{Minimum}(y_{max} F_{max}, \frac{C_{wk} y_{max} u_{dif}^2}{F_{max}}) \quad (۲۸-۳)$$

و مقادیر y_{max} و F_{max} توسط تابع زیر تعیین می‌شود:

$$F(y) = y |\omega| \left[1 - \exp \left(\frac{-y^+}{A^+} \right) \right] \quad (۲۹-۳)$$

در گردابه‌ها قسمت $\exp$ در معادله بالا برابر صفر خواهد بود و مقدار F_{max} بیشترین مقدار $F(y)$ است که در یک پروفیل رخ می‌دهد و y_{max} مقداری از y است که در آن F_{max} رخ می‌دهد. همچنین تابع $F_{kelb}(y)$ به‌صورت زیر تعریف می‌گردد [۲۸, ۲]:

¹ Reynolds Mixing Length

$$F_{kelb}(y) = \left[1 + 5.5 \times \left(\frac{C_{kelb} y}{y_{max}} \right)^6 \right]^{-1} \quad (3-30)$$

مقدار u_{dif} تفاوت بین ماکزیمم و مینیمم سرعت کلی در پروفیل است (به‌طور مثال برای یک موقعیت x ثابت):

$$u_{dif} = \left(\sqrt{u^2 + v^2 + w^2} \right)_{max} - \left(\sqrt{u^2 + v^2 + w^2} \right)_{min} \quad (3-31)$$

به‌جز در مورد گردابه‌ها، که u_{dif} در بخش دوم رابطه صفر فرض می‌گردد. همچنین ثابت‌های ظاهر شده در روابط قبلی به‌صورت زیر تعیین شده‌اند [۲۸، ۲]:

$$A^+ = 26; C_{cp} = 1.6; C_{kelb} = 0.3; C_{wk} = 0.25; k = 0.4; R = 0.0168 \quad (3-32)$$

۳-۲-۴ گسسته‌سازی حسگرهای فشار، سرعت و لزجت

برای محاسبه مقدار σ در روابط (۳-۱۰)، باید مقدار فشار، سرعت و لزجت در مرکز هر سلول محاسباتی اندازه‌گیری شده و با توجه به رابطه (۲-۱۲) برای گسسته‌سازی حسگرهای فشار، سرعت و لزجت طبق رابطه‌ی پیشنهادی مالان و همکارانش [۲۱] می‌توان نوشت:

$$A_u^{i,j} = \frac{|4u_{i,j} - u_{i+1,j} - u_{i-1,j} - u_{i,j+1} - u_{i,j-1}|}{|u_{i,j} - u_{i+1,j}| + |u_{i,j} - u_{i-1,j}| + |u_{i,j} - u_{i,j+1}| + |u_{i,j} - u_{i,j-1}|} \quad (3-33)$$

همچنین برای محاسبه مقادیر حسگرها روی مرزهای شبکه محاسباتی (برای نمونه وجه $(i, j - \frac{1}{2})$ روی مرز قرار گرفته است)، از رابطه زیر بهره گرفته شده است:

$$A_u^{i,j} = \frac{|5u_{i,j} - 2u_{i+1,j} - 2u_{i-1,j} - u_{i,j+1}|}{2|u_{i,j} - u_{i+1,j}| + 2|u_{i,j} - u_{i-1,j}| + |u_{i,j} - u_{i,j+1}|} \quad (3-34)$$

۳-۳- شرایط مرزی

برای جریان‌های لزج، شرط مرزی سرعت روی دیواره، شرط عدم لغزش خواهد بود. همچنین برای مرزهای ورودی و خروجی جریان سیال از یک شرط مرزی کلاسیک مختص به جریان‌های تراکم‌ناپذیر استفاده می‌شود. بدین ترتیب که در مرز ورودی، اندازه مولفه‌های سرعت ثابت و برابر مقدار جریان آزاد قرار داده می‌شود و مقدار فشار از داخل میدان برون‌یابی می‌گردد و در مرزهای خروجی، فشار برابر با فشار جریان آزاد و مولفه‌های سرعت با استفاده از برون‌یابی از داخل میدان تعیین می‌گردند. بدین ترتیب برای جریان ورودی و خروجی از فضای محاسباتی بر طبق رابطه زیر مقادیر متغیرها مختلف محاسبه خواهد شد [۳]:

$$\begin{cases} \rho_i = \rho_\infty \\ u_i = U_\infty \cos \alpha \\ v_i = U_\infty \sin \alpha \\ p_i = 2p_1 - p_2 \end{cases} \quad (35-3)$$

$$\begin{cases} \rho_o = 2\rho_m - \rho_{m-1} \\ u_o = 2u_m - u_{m-1} \\ v_o = 2v_m - v_{m-1} \\ p_o = p_\infty \end{cases} \quad (36-3)$$

که در این روابط زیرنویس‌های i و o به ترتیب بیانگر مرز خروجی و ورودی، زیرنویس‌های 1 و 2 مربوط به اولین و دومین سلول مرز ورودی، زیرنویس‌های m و $m-1$ مربوط به اولین و دومین سلول مرز خروجی و زیرنویس ∞ مربوط به جریان آزاد می‌باشد.

فصل ۴ نتایج عددی

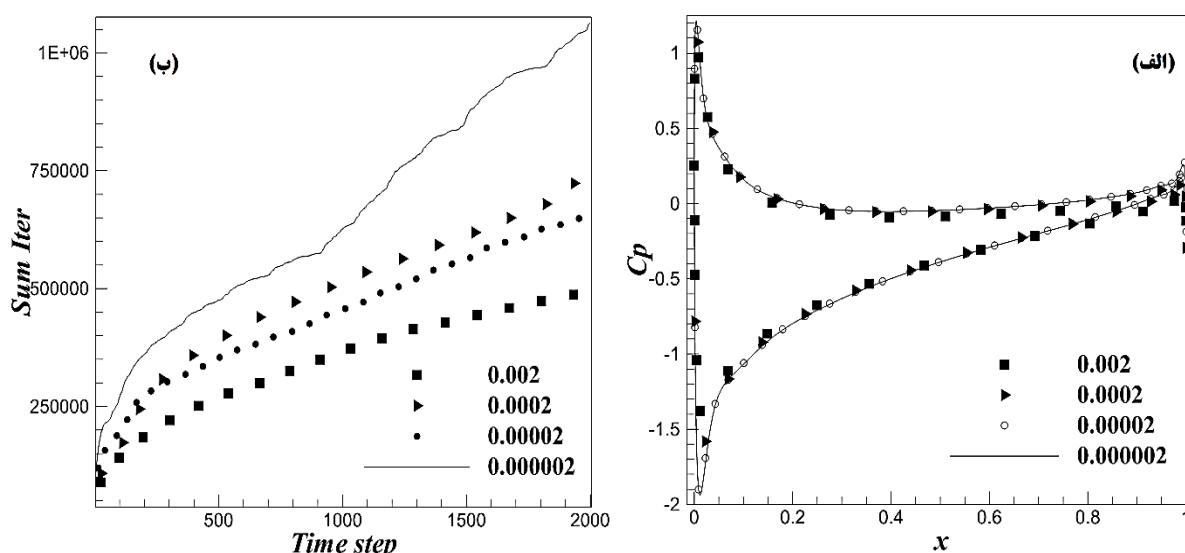
در این فصل ابتدا نتایج عددی مربوط به شبیه‌سازی عددی جریان آشفته پایا و ناپایا با نتایج عددی و تجربی مربوط به سایر محققان مقایسه و اعتبارسنجی می‌گردد، سپس تاثیر استفاده از روش پیش‌شرط توانی، نسبت به سایر روش‌های مشابه، در بهبود سرعت همگرایی و دقت حل عددی روی دو ایرفویل NACA0012 و ONERA-A در زوایا و رینولدزهای مختلف مورد بررسی قرار می‌گیرد. به‌منظور شبیه‌سازی عددی از برنامه‌ای با زبان C++ و قابلیت‌های شی‌گرایی^۱ این زبان استفاده شده است. همچنین همان‌طور که در فصل‌های پیشین ذکر گردیده است برای شبیه‌سازی عددی جریان از الگوریتم حجم محدود جیمسون از نوع مرکزیت سلول و برای شبیه‌سازی خواص آشفته‌گی جریان از مدل بلدوین-لومکس بهره گرفته شده است.

۴-۱- انتخاب شبکه محاسباتی

شبکه مورد استفاده در این مطالعه از نوع پیکربندی O بوده و برای انتخاب یک شبکه محاسباتی بهینه که هم از نظر دقت حل عددی و هم از نظر سرعت انجام محاسبات مناسب باشد، مطالعاتی صورت گرفته است. بدین منظور نتایج مربوط به شبکه‌های مختلف از نظر تعداد المان‌های محاسباتی و فاصله اولین گره تا سطح ایرفویل برای جریان پایا و ناپایا به‌صورت مجزا مورد بررسی قرار گرفته است. برای نمونه در شکل ۴-۱ برای شبکه‌ای با ابعاد 220×110 تغییرات توزیع ضریب فشار و تعداد تکرار حل عددی روی ایرفویل NACA0012 در عدد

¹ Object-Oriented

رینولدز 10^6 و زاویه حمله ۵ درجه برای فواصل مختلف اولین گره روی ایرفویل، نسبت به طول وتر، آورده شده است. همچنین در جدول ۴-۱ نتایج مربوط به برخی از شبکه‌های عددی مورد بررسی آورده شده است که با توجه به نتایج به دست آمده و اختلاف اندک موجود در آن‌ها به خوبی می‌توان استقلال حل عددی از شبکه عددی را مشاهده کرد.



شکل ۴-۱: مقایسه نتایج شبکه 220×110 برای فواصل مختلف اولین گره در $Re = 1 \times 10^6$ و $AOA = 5^\circ$ برای جریان ناپایا روی ایرفویل NACA0012 (الف) توزیع ضریب فشار روی ایرفویل (ب) تعداد تکرار حل عددی

جدول ۴-۱- نتایج مربوط به شبکه‌های عددی متفاوت برای ایرفویل NACA0012 در زاویه حمله $AOA = 5^\circ$ و رینولدز $Re = 1 \times 10^6$

ابعاد شبکه	فاصله اولین گره از ایرفویل	فاصله مرز خارجی از ایرفویل نسبت به طول وتر آن	مقدار ضریب برا متوسط	مقدار ضریب پسا متوسط	تعداد گام‌های زمانی برای همگرایی
180×90	۰/۰۰۰۰۲	۱۰	۰/۵۲۱۷۱	۰/۰۲۳۱۲	۹۲۲۵۱۰
180×90	۰/۰۰۰۰۰۲	۱۰	۰/۵۲۰۲۰	۰/۰۲۵۶۸	۱۱۶۸۷۸۰
220×110	۰/۰۰۰۰۲	۱۰	۰/۵۲۴۴۵	۰/۰۱۸۰۶	۶۵۷۳۶۰
220×110	۰/۰۰۰۰۰۲	۱۰	۰/۵۲۶۰۷	۰/۰۲۱۴۴	۹۶۲۷۶۰
220×110	۰/۰۰۰۰۲	۲۰	۰/۵۲۶۲۴	۰/۰۱۷۹۴	۷۴۳۴۸۰
220×110	۰/۰۰۰۰۰۲	۲۰	۰/۵۲۸۱۵	۰/۰۲۲۳۹	۷۲۴۵۶۰
280×140	۰/۰۰۰۰۲	۲۰	۰/۵۲۰۹۱	۰/۰۱۷۲۷	۷۱۰۷۲۰
280×140	۰/۰۰۰۰۰۲	۲۰	۰/۵۲۲۵۱	۰/۰۱۹۴۵	۷۶۱۵۴۰
320×160	۰/۰۰۰۰۲	۲۰	۰/۵۰۴۷۱	۰/۰۱۶۹۵	۸۹۳۱۹۰
360×180	۰/۰۰۰۰۲	۲۰	۰/۵۰۶۹۳	۰/۰۱۶۲۰	۸۱۰۸۰۰

با توجه به نتایج به دست آمده از مطالعه شبکه در جریان پایا و ناپایا و به منظور ایجاد تعادل بین سرعت انجام حل عددی و دقت محاسبات برای ایرفویل NACA0012 شبکه‌ای با ابعاد 220×110 به عنوان بهترین شبکه برای ایجاد تعادل در سرعت همگرایی حل عددی و دقت نتایج انتخاب گردید و فاصله اولین گره از سطح ایرفویل برای ایرفویل NACA0012، 2×10^{-5} برابر طول وتر و برای ایرفویل ONERA-A، 2×10^{-6} برابر طول وتر با همان ابعاد شبکه انتخاب شد. همچنین فاصله مرزهای بیرونی از سطح ایرفویل ۱۰ برابر طول وتر می‌باشد. نمای نزدیک از شبکه مورد استفاده برای ایرفویل‌ها و سلول‌های لایه مرزی در لبه حمله ایرفویل NACA0012 در شکل ۴-۲ آورده شده است که در آن به خوبی ابعاد سلول‌های لایه مرزی و فاصله اولین سلول از دیواره ایرفویل قابل مشاهده است.

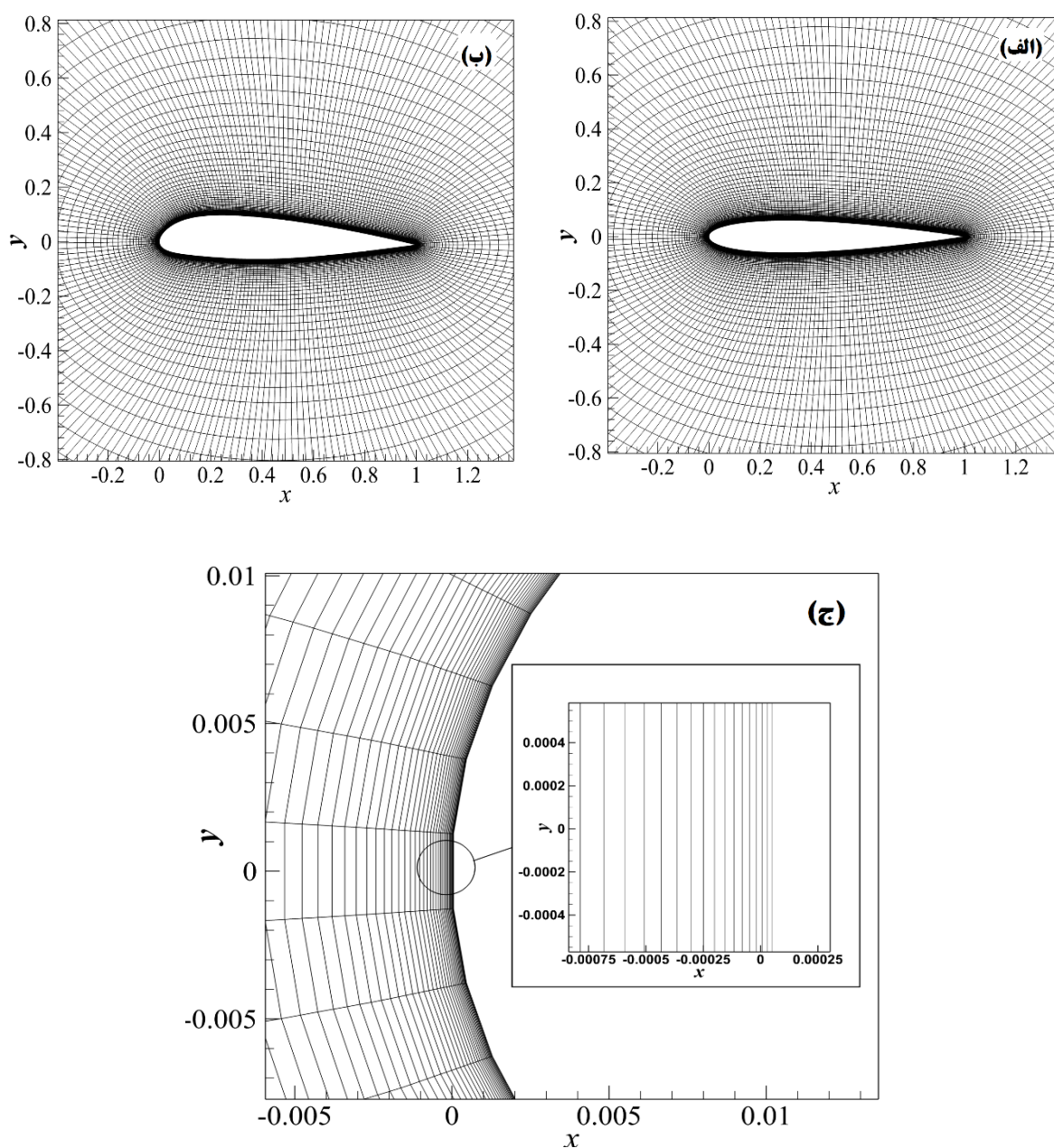
۴-۲- انتخاب ضرایب ثابت عددی

همان‌طور که در فصل قبل ذکر گردید با توجه به مطالعات اصفهانیان و اکبرزاده [۲۳] با انتخاب یک مقدار ثابت برای β^2 نتایج بهتری در سرعت همگرایی حاصل خواهد شد، اما برای محاسبه مقدار مناسب این متغیر، مطالعاتی روی ایرفویل NACA0012 در عدد رینولدز 6×10^6 و زاویه حمله ۱۰ درجه صورت گرفته است که در شکل ۴-۳ ب تغییرات β^2 نسبت به نرم خطای فشاری ارائه گردیده است. همان‌طور که مشخص است با افزایش مقدار β^2 پایداری و سرعت همگرایی حل عددی بهبود می‌یابد، اما با رسیدن مقدار آن به ۱۰، دیگر افزایشی در سرعت همگرایی حل عددی مشاهده نمی‌گردد، بنابراین مقدار بهینه برای این متغیر ۱۰ انتخاب گردید. همچنین مطالعات مجزایی برای محاسبه مقدار بهینه عدد CFL روی ایرفویل NACA0012 در همان عدد رینولدز و زاویه حمله صورت گرفت که در شکل ۴-۳ الف تغییرات این متغیر نسبت به نرم خطای فشاری آورده شده است و به‌طور مشابه برای این متغیر با افزایش مقدار آن، بهبود در پایداری و سرعت همگرایی حل عددی مشاهده می‌گردد که با افزایش بیشتر آن این روند معکوس می‌گردد، بنابراین مقدار بهینه برای عدد CFL، ۰/۰۹ انتخاب گردیده است.

۴-۲-۱ اعتبارسنجی نتایج عددی

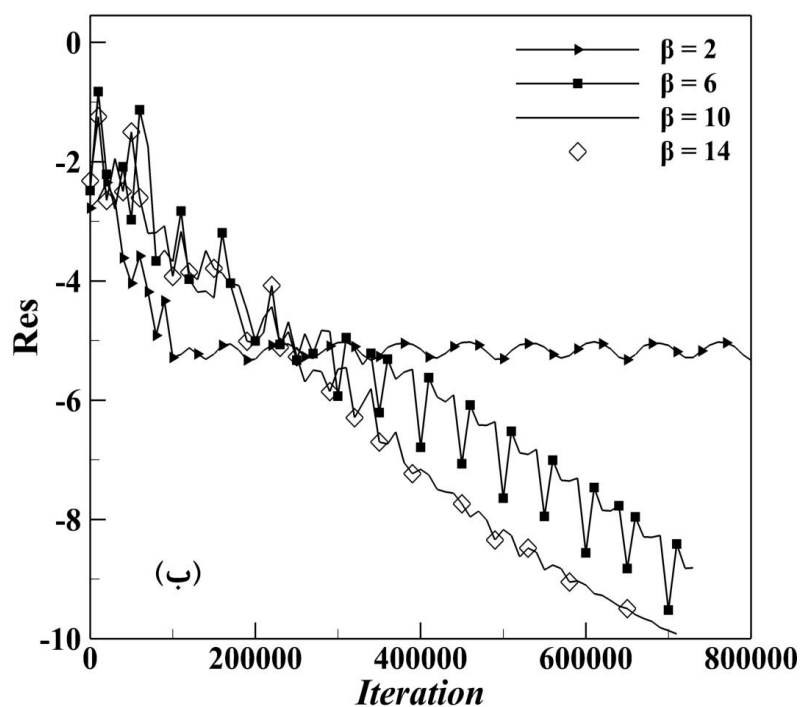
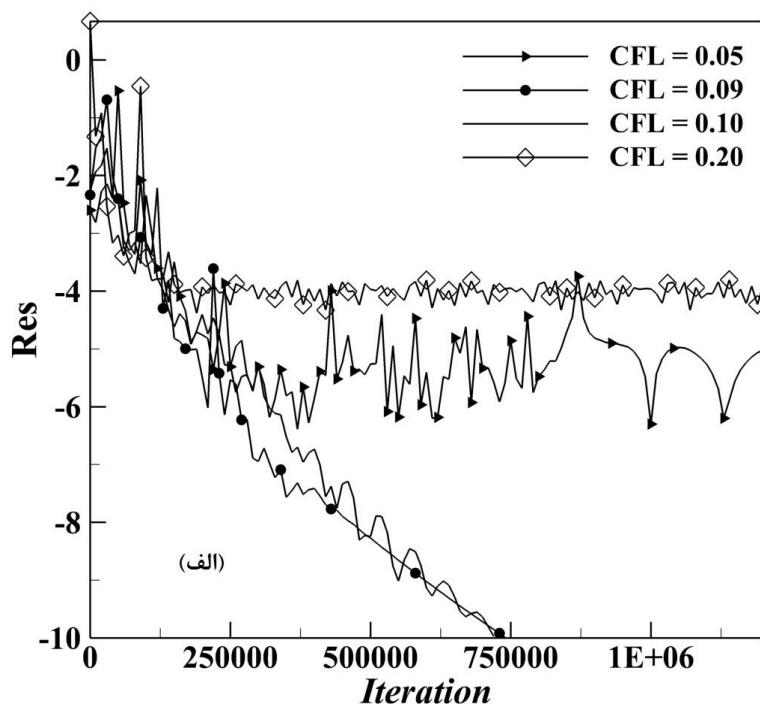
در این بخش همان‌طور که در ابتدای فصل بیان شد نتایج عددی مربوط به مطالعه حاضر، با نتایج مربوط به مطالعات تجربی و عددی سایر محققان در جریان پایا و ناپایا مقایسه می‌گردد تا اعتبار کار حاضر مورد بررسی قرار گیرد. باید توجه داشت که جریان آشفته، یک جریان سه‌بعدی و گذرا با زمان می‌باشد لذا مطالعه این نوع

از جریان به صورت دوبعدی و یا به صورت پایا باعث افزایش خطای حل عددی نسبت به نتایج تجربی خواهد شد، با این وجود، به دلیل محدودیت‌های سخت‌افزاری و زمانی، مطالعه این نوع از جریان به صورت دوبعدی، فرآیندی متداول در امر تحقیقات است و شبیه‌سازی‌های دوبعدی علی‌رغم ساده‌سازی، می‌تواند اطلاعات ارزشمندی در خصوص مشخصه‌های جریان در اختیار محققان قرار دهد.



شکل ۴-۲: (الف) نمایی نزدیک از شبکه‌بندی حول ایرفویل NACA0012، (ب) نمایی نزدیک از شبکه‌بندی حول

ایرفویل ONERA-A (ج) نمای نزدیک از سلول‌های لایه مرزی ایرفویل NACA0012 در لبه حمله



شکل ۴-۳: نتایج جریان پایای آشفته عبوری از ایرفویل NACA0012 (الف) تاثیر تغییرات ضریب تراکم‌پذیری

مصنوعی بر سرعت همگرایی روش عددی (ب) تاثیر تغییرات عدد CFL بر سرعت همگرایی روش عددی

برای اعتبارسنجی شبیه‌سازی عددی جریان پایای آشفته، نتایج مطالعات موجود با نتایج مطالعات گرگوری و اوریلی [۴۱] و بکسوانو و فیداروس [۴۲] مقایسه و ارائه می‌گردد، همچنین برای اعتبارسنجی نتایج جریان

نایا از مطالعات شلدال و کلیماس [۴۳]، ایدلسون و همکارانش [۴۴]، جین و برازا [۴۵] و رستمی و همکارانش [۴۶] بهره گرفته شده است.

۴-۲-۲ اعتبارسنجی نتایج عددی جریان پایا

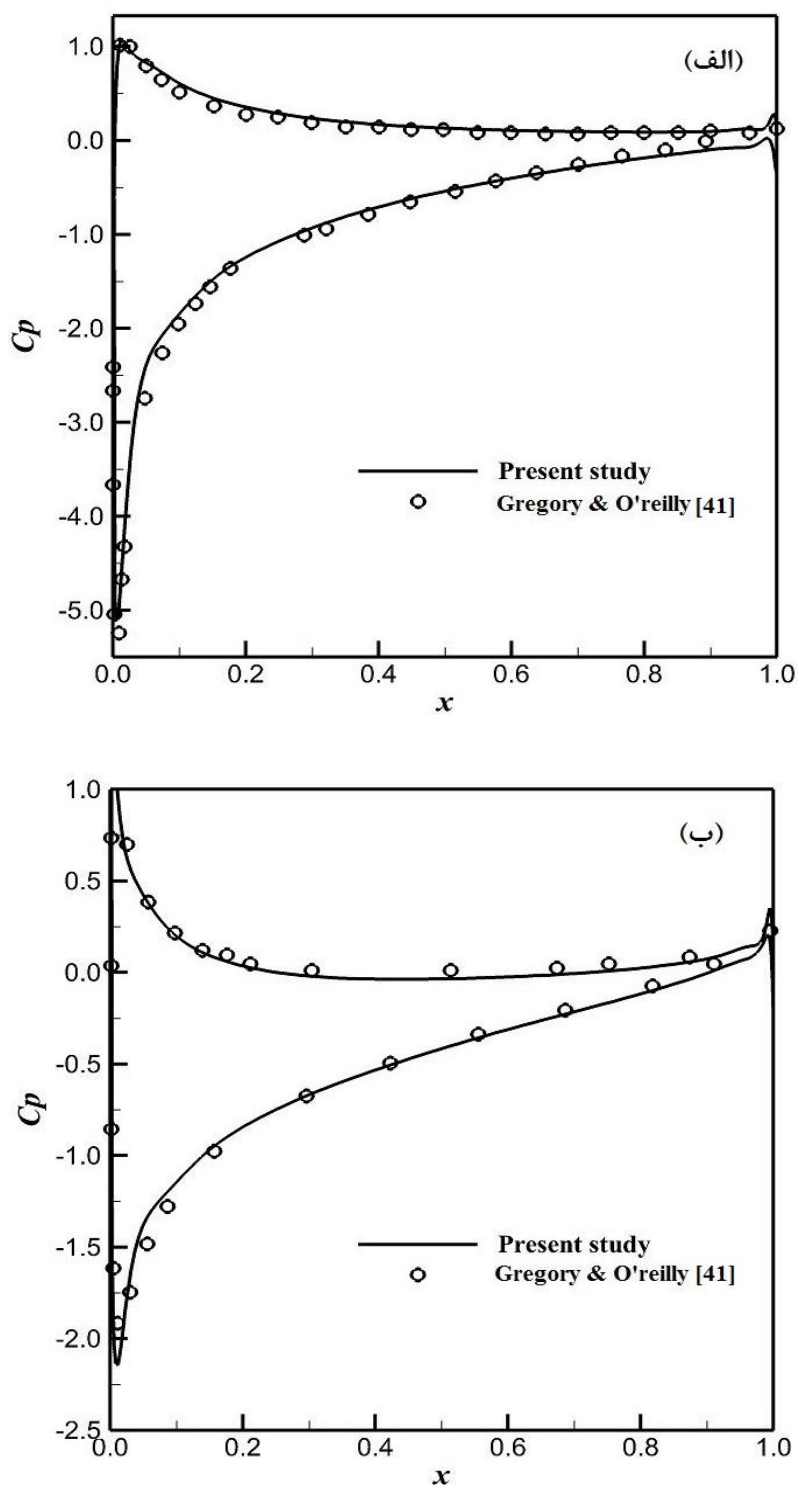
در این بخش همان طور که پیش تر ذکر شد به منظور بررسی دقت مطالعه حاضر در جریان آشفته پایا به مقایسه نتایج حاضر با کارهای دیگر محققان پرداخته خواهد شد. بدین منظور در جریان آشفته پایا نتایج عددی تا خطای 10^{-1} همگرا شده اند و پارامترهای مختلف جریان از جمله توزیع ضریب فشار، ضریب برآ، ضریب پسا و سایر متغیرها برای ایرفویل NACA0012 در رینولدزها و در زوایای حمله مختلف با مطالعات آزمایشگاهی مرجع [۴۱] و برای ایرفویل ONERA_A با نتایج مربوط به مراجع [۴۲, ۴۷] مقایسه گردیده است.

در شکل ۴-۴ نتایج توزیع ضریب فشار در رینولدز $Re = 6 \times 10^6, 2.88 \times 10^6$ و در زاویه حمله $AOA = 5.4^\circ, 10^\circ$ برای ایرفویل NACA0012 در حالت پایا در مقایسه با نتایج مطالعات تجربی مربوط به گرگوری و اوریلی [۴۱] آورده شده است. همان طور که به خوبی قابل مشاهده است نتایج با مطالعات تجربی مربوط به مرجع فوق به خوبی تطبیق دارد.

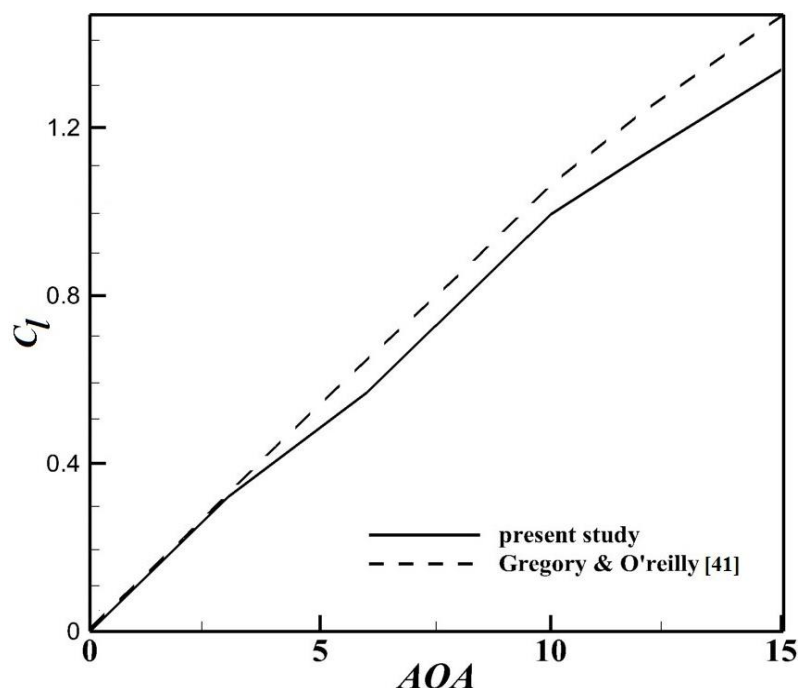
همچنین در شکل ۴-۵ نتایج مربوط به ضریب برآ در حالت آشفته پایا در زوایای مختلف حمله روی ایرفویل NACA0012 و در رینولدز $Re = 2.88 \times 10^6$ در مقایسه با نتایج مربوط به مطالعات گرگوری و اوریلی [۴۱] آورده شده است که در زوایای حمله مختلف انطباق خوبی با نتایج مطالعات عددی نشان می دهد.

در شکل ۴-۶ نتایج توزیع ضریب فشار برای جریان آشفته پایا روی ایرفویل ONERA_A در زاویه حمله $AOA = 8^\circ$ و رینولدز $Re = 5.25 \times 10^6$ در مقایسه با نتایج عددی مربوط به مرجع [۴۲] آورده شده است. همان طور که به خوبی قابل مشاهده است، نتایج شبیه سازی عددی انطباق بسیار خوبی با نتایج عددی مرجع یاد شده دارد.

به طور مشابه با ایرفویل NACA0012 برای ایرفویل ONERA_A، در شکل ۴-۷ نتایج مربوط به ضریب برآ در زوایای حمله مختلف و در رینولدز $Re = 2.07 \times 10^6$ با نتایج موجود در مرجع [۴۲] مقایسه گردیده است. که در زوایای حمله کوچک تر از زاویه حمله واماندگی انطباق کامل نتایج و برای زوایای نزدیک به زاویه حمله واماندگی و بعد از آن زاویه تطبیق خوبی از خود نشان می دهد.

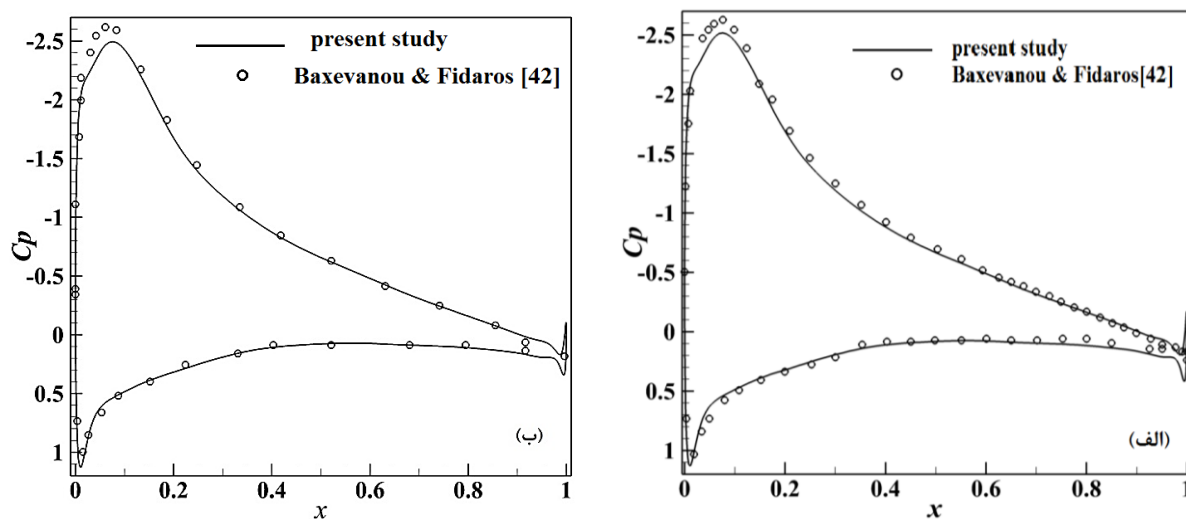


شکل ۴-۴: نتایج جریان پایای آشفته عبوری از ایرفویل NACA0012 (الف) توزیع ضریب فشار (C_p) روی ایرفویل در $AOA = 10^\circ$ و $Re = 6 \times 10^6$ (ب) توزیع ضریب فشار (C_p) روی ایرفویل در $AOA = 5.4^\circ$ و $Re = 2.88 \times 10^6$



شکل ۴-۵: نتایج تغییرات ضریب برآ (C_l) در زوایای حمله مختلف و رینولدز $Re = 2.88 \times 10^6$ در جریان پایا

عبوری از روی ایرفویل NACA0012



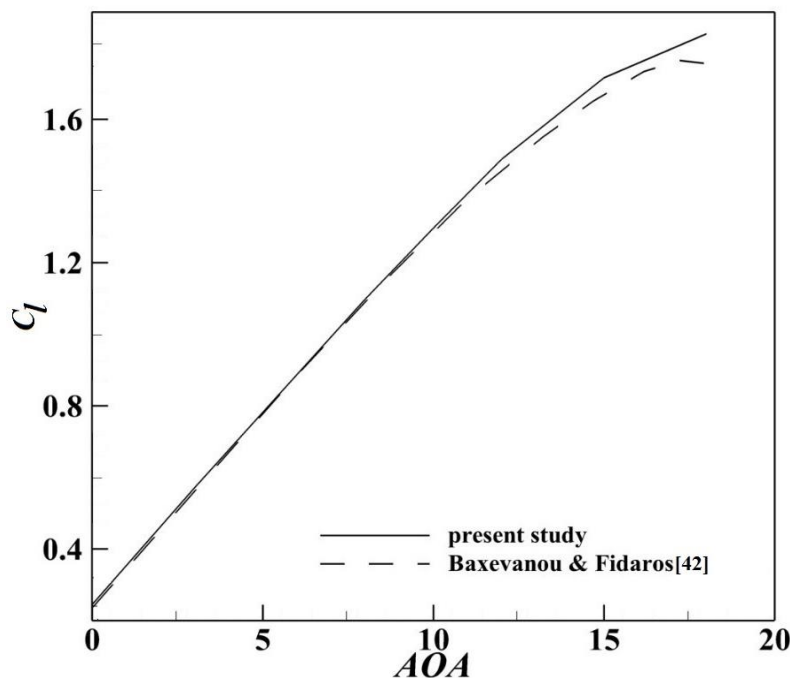
شکل ۴-۶: نتایج توزیع ضریب فشار (C_p) برای جریان پایای آشفته عبوری از ایرفویل ONERA-A در

$Re = 2.07 \times 10^6$ (ب) $Re = 5.25 \times 10^6$ (الف) $AOA = 8^\circ$

همچنین در شکل ۴-۸ تغییرات ضریب پسا در همان رینولدز و زوایای حمله مختلف ارائه شده است. که نتایج مربوط به مطالعات عددی حاضر نسبت به نتایج مرجع [۴۲] دارای مقداری خطا است و با افزایش میزان زاویه حمله مقدار این خطا نیز افزایش پیدا می کند. به صورتی که در بالاترین زاویه مقدار خطا به مقدار ۱۵

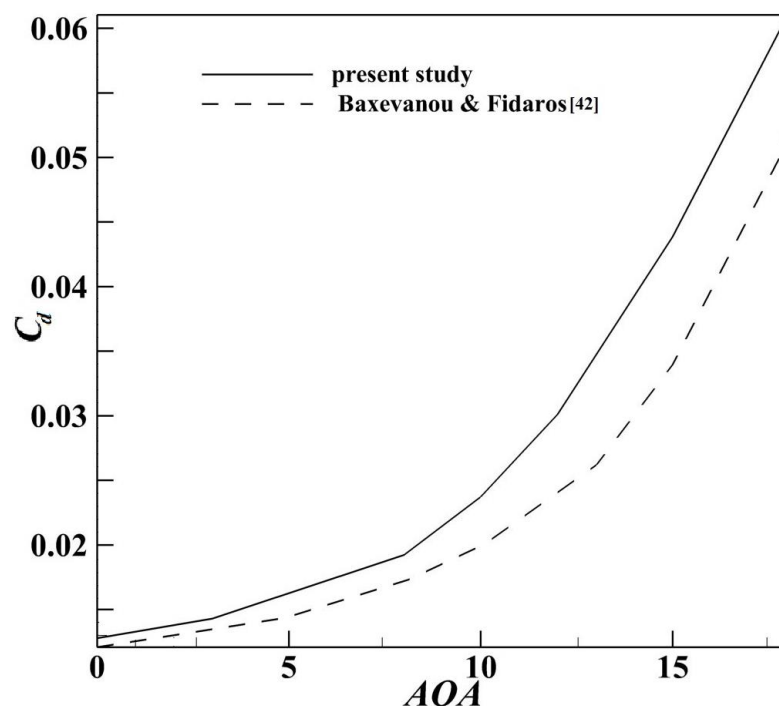
درصد افزایش پیدا کرده است. در شکل ۴-۹، نتایج مربوط به تغییرات ضریب اصطکاک در مقایسه با نتایج تجربی مربوط به آزمایش‌های پکین و کسیدیسل [۴۷] روی ایرفویل ONERA-A در زاویه حمله $AOA = 8^\circ$ و رینولدز $Re = 5.25 \times 10^6, 2.07 \times 10^6$ نشان داده شده است. همان‌طور که مشخص است نتایج مطالعه حاضر دارای دقت قابل قبولی نسبت به نتایج تجربی این مرجع از خود نشان می‌دهد.

همچنین در شکل ۴-۱۰، به ترتیب نمونه‌ای از خطوط هم‌تراز فشار به همراه خطوط جریان، خطوط هم‌تراز سرعت در جهت محور Xها، خطوط هم‌تراز سرعت در جهت محور Yها و همچنین خطوط هم‌تراز لزجت آشسته برای ایرفویل ONERA-A در زاویه حمله $AOA = 8^\circ$ و رینولدز $Re = 5.25 \times 10^6$ نشان داده شده است. نتایج ارائه شده الگوی جدایش جریان، گردابه‌ها و گرادیان‌های سرعت منفی در لبه فرار ایرفویل را به خوبی نشان می‌دهد. همان‌طور که قابل مشاهده است، مقدار لزجت گردابه‌ای در پشت ایرفویل افزایش چشم‌گیری داشته و در محل تشکیل گردابه و جدایش جریان، بیشترین مقدار لزجت گردابه‌ای به وجود آمده است و این افزایش مقدار لزجت گردابه‌ای با کاهش سرعت و افزایش فشار همراه بوده است.



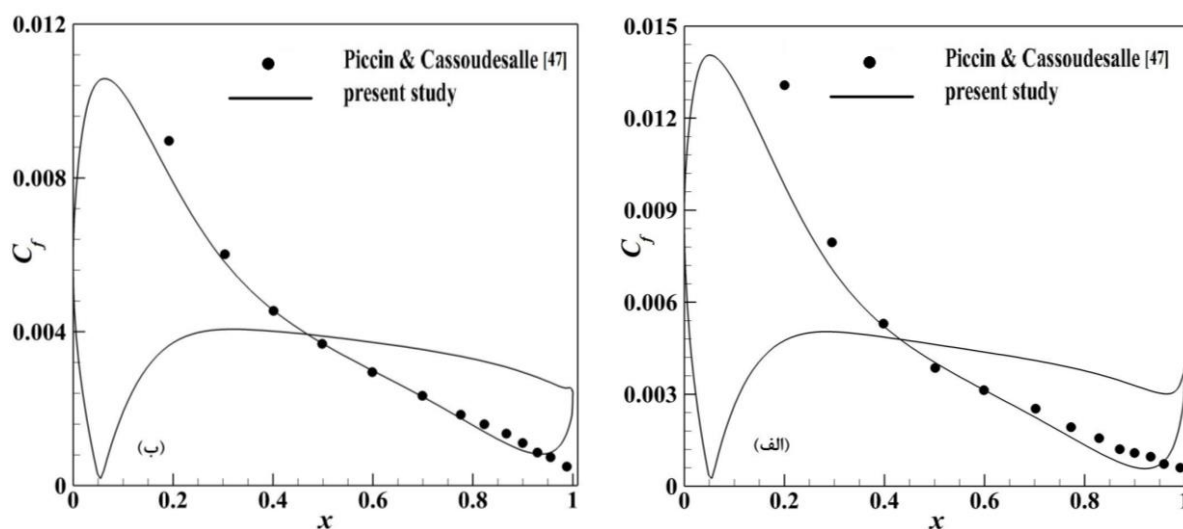
شکل ۴-۷: نتایج تغییرات ضریب برآ (C_l) در زوایای حمله مختلف و رینولدز $Re = 2.07 \times 10^6$ در جریان پایا

عبوری از روی ایرفویل ONERA_A



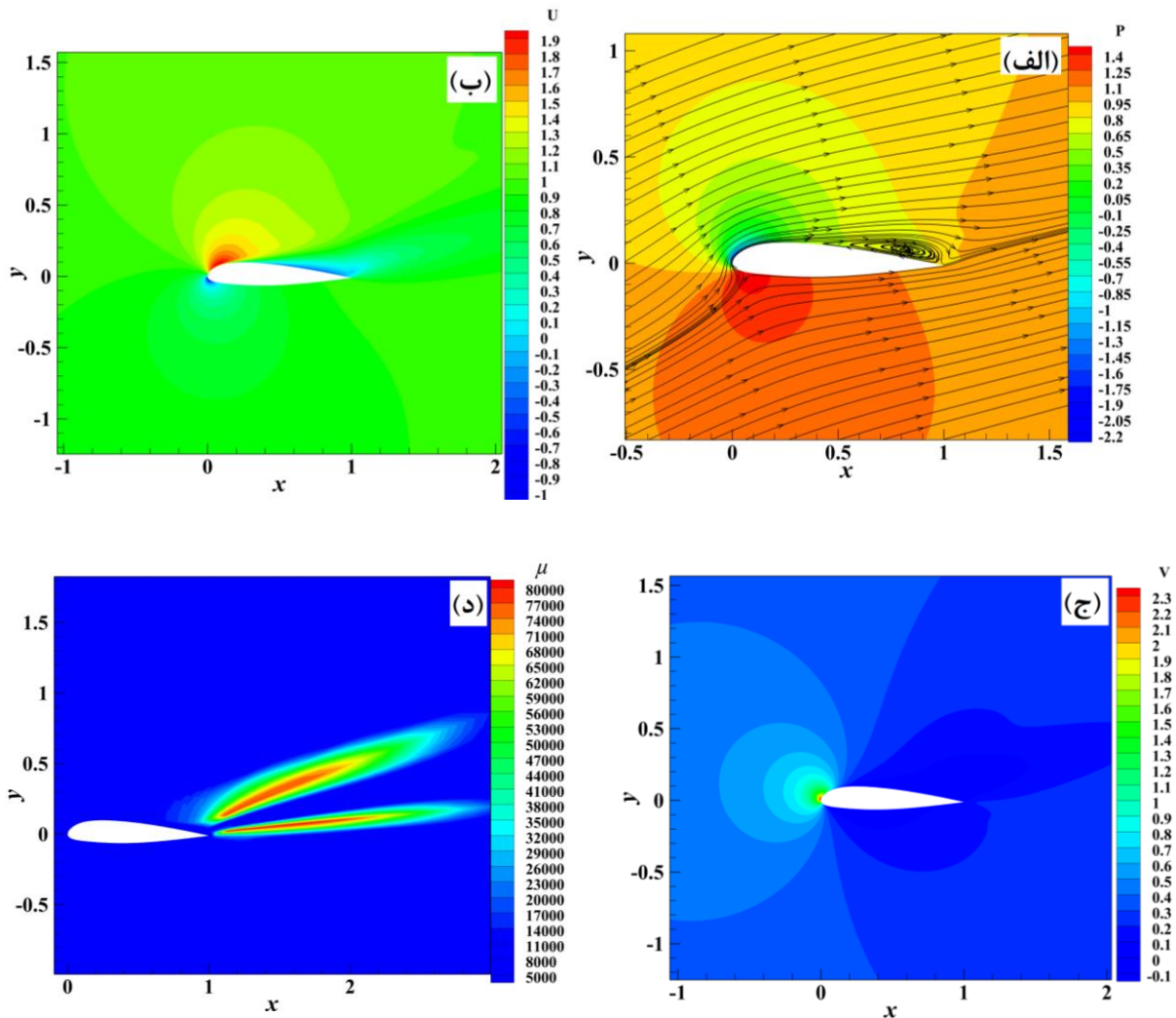
شکل ۴-۸: نتایج تغییرات ضریب پسا (C_d) در زوایای حمله مختلف و رینولدز $Re = 2.07 \times 10^6$ در جریان پایا

عبوری از روی ایرفویل ONERA_A



شکل ۴-۹: نتایج تغییرات ضریب اصطکاک (C_f) در جریان پایا عبوری از روی ایرفویل ONERA-A در زاویه

حمله $AOA = 8^\circ$ (الف) رینولدز $Re = 2.07 \times 10^6$ (ب) رینولدز $Re = 5.25 \times 10^6$



شکل ۴-۱۰: نتایج جریان پایای آشفته عبوری از ایرفویل ONERA-A در $AOA = 20^\circ$ و $Re = 5.25 \times 10^6$

الف) خطوط هم‌تراز فشار همراه با خطوط جریان ب) خطوط هم‌تراز سرعت در جهت محور x ها ج) خطوط هم‌تراز سرعت در جهت محور y ها د) خطوط هم‌تراز لزجت آشفته

۴-۲-۳ اعتبارسنجی نتایج عددی جریان ناپایا

در این بخش دقت به بررسی مطالعات عددی حاضر در جریان آشفته ناپایا در مقایسه با نتایج عددی و تجربی دیگر محققان پرداخته خواهد شد. برای نمایش میزان دقت مطالعات حاضر در جریان آشفته ناپایا، تغییرات ضریب فشار و پسا متوسط روی سطح ایرفویل و تغییرات ضریب برآ و پسا نسبت به زمان روی ایرفویل‌های NACA0012 و ONERA_A در زوایای حمله و اعداد رینولدز مختلف با مطالعات سایر محققین مقایسه شده است.

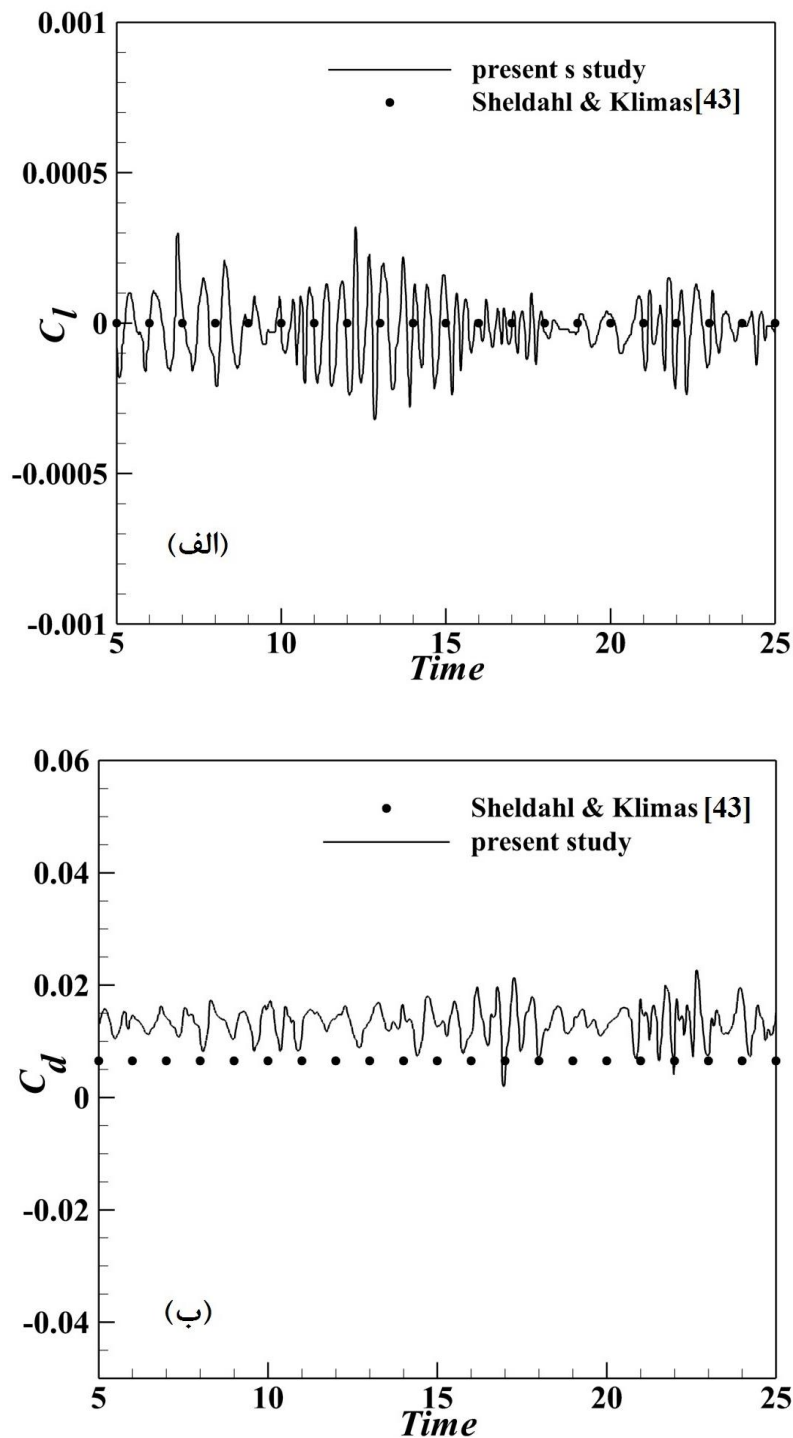
شکل ۴-۱۱ تغییرات ضریب برآ و پسا در رینولدز $Re = 1 \times 10^6$ و در زاویه حمله $AOA = 0^\circ$ برای ایرفویل NACA0012 در مقایسه با مطالعات آزمایشگاهی مرجع [۴۳] را نشان می‌دهد و در این مرجع نتایج تجربی ارائه شده، به صورت مقدار متوسط زمانی آورده شده است و همان طور که مشخص است تغییرات ضریب پسا نسبت به زمان دارای اختلاف اندکی با نتایج آزمایشگاهی است، اما تغییرات ضریب برآ نسبت به زمان انطباق بسیار خوبی با مقدار متوسط زمانی نتایج آزمایشگاهی دارد. همچنین در شکل ۴-۱۲ تغییرات ضریب فشار متوسط زمانی در مقایسه با نتایج مطالعات عددی مرجع [۴۴] نشان داده شده است که انطباق بسیار خوبی با نتایج مرجع عددی را نشان می‌دهد. قابل به ذکر که علت ارائه نتایج عددی از ثانیه ۵ به بعد عدم پایداری جواب‌های حل عددی در ابتدای محاسبات می‌باشد که امری معمول در ارائه نتایج مربوط به مطالعات عددی است.

در شکل ۴-۱۳، به ترتیب نتایج مربوط به تغییرات ضریب برآ و پسا نسبت به زمان در رینولدز $Re = 5 \times 10^6$ و زاویه حمله $AOA = 5^\circ$ روی ایرفویل NACA0012 در مقایسه با نتایج آزمایشگاهی مرجع [۴۳] ارائه شده است. که همان طور که ذکر گردید نتایج مربوط به مرجع به صورت متوسط زمانی است. متوسط نتایج مربوط به مقایسه ضریب برآ، اختلاف کمتر از ۱۰ درصد با نتایج آزمایشگاهی نشان می‌دهد و درباره مقایسه نتایج مربوط به ضریب پسا با نتایج آزمایشگاهی همان مرجع، میزان انطباق نیاز بسیار بیشتر است.

شکل ۴-۱۴، به ترتیب نشان‌دهنده تغییرات ضریب برآ نسبت به زمان و تغییرات ضریب فشار متوسط زمانی روی سطح ایرفویل NACA0012 در $AOA = 12^\circ$ و $Re = 1 \times 10^6$ است. ضریب برآ با مطالعات آزمایشگاهی شلدال و کلیماس [۴۳] و مطالعات عددی جین و برازا [۴۵] مقایسه گردیده است که نتایج با مطالعات هر دو مرجع عددی و آزمایشگاهی انطباق مناسبی دارد و ضریب فشار متوسط با مطالعات عددی مربوط به جین و برازا [۴۵] مقایسه شده است که نتایج آن اختلاف اندکی با مطالعات عددی را نشان می‌دهد.

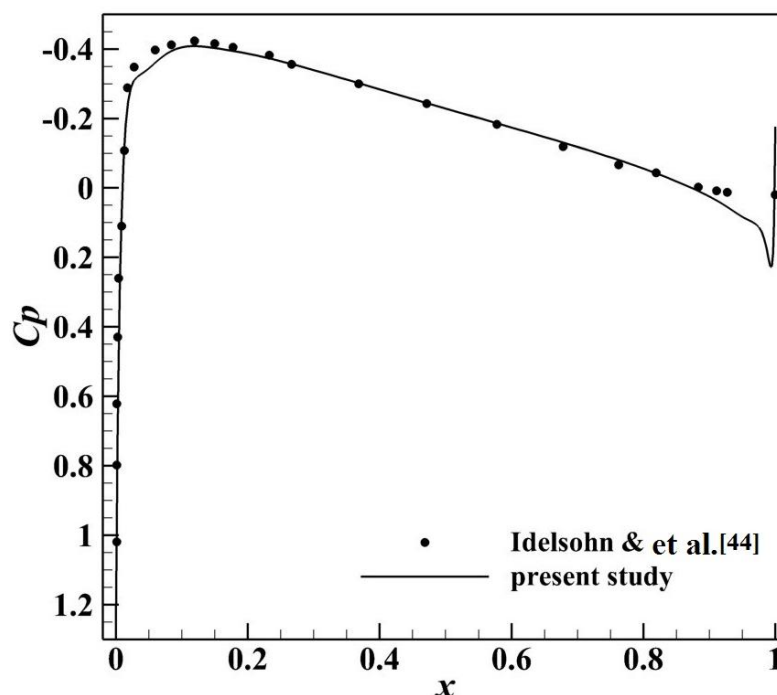
در شکل ۴-۱۵ خطوط جریان برای ایرفویل NACA0012 در جریان آشفته ناپایا در سه زاویه حمله مختلف در یک زمان خاص نسبت به مطالعات عددی رستمی و همکارانش [۴۶] در رینولدز $Re = 1 \times 10^6$ آورده شده است. همان طور که قابل مشاهده است خطوط جریان در زوایای مختلف از نظر شکل گردابه‌ها و اندازه و محل تشکیل آن‌ها در پشت ایرفویل دارای دقت مناسبی است و با افزایش زاویه حمله ایرفویل اندازه گردابه‌ها و تعداد آن‌ها در پشت ایرفویل نیز افزایش یافته است به طوری که در زاویه حمله $AOA = 14^\circ$ تنها یک گردابه

کوچک در پشت ایرفویل ایجاد شده است، در صورتی که در زاویه حمله $AOA = 18^\circ$ تعداد و اندازه گردابه‌ها به‌طور چشمگیری افزایش یافته است.



شکل ۴-۱۱: نتایج جریان ناپایای آشفته عبوری از ایرفویل NACA0012 در $AOA = 0^\circ$ و $Re = 1 \times 10^6$

الف) تغییرات ضریب برآ (C_l) نسبت به زمان، ب) تغییرات ضریب پسا (C_d) نسبت به زمان



شکل ۴-۱۲: نتایج تغییرات توزیع ضریب فشار متوسط (C_p) جریان ناپایای آشفته عبوری از ایرفویل

NACA0012 در $AOA = 0^\circ$ و $Re = 1 \times 10^6$

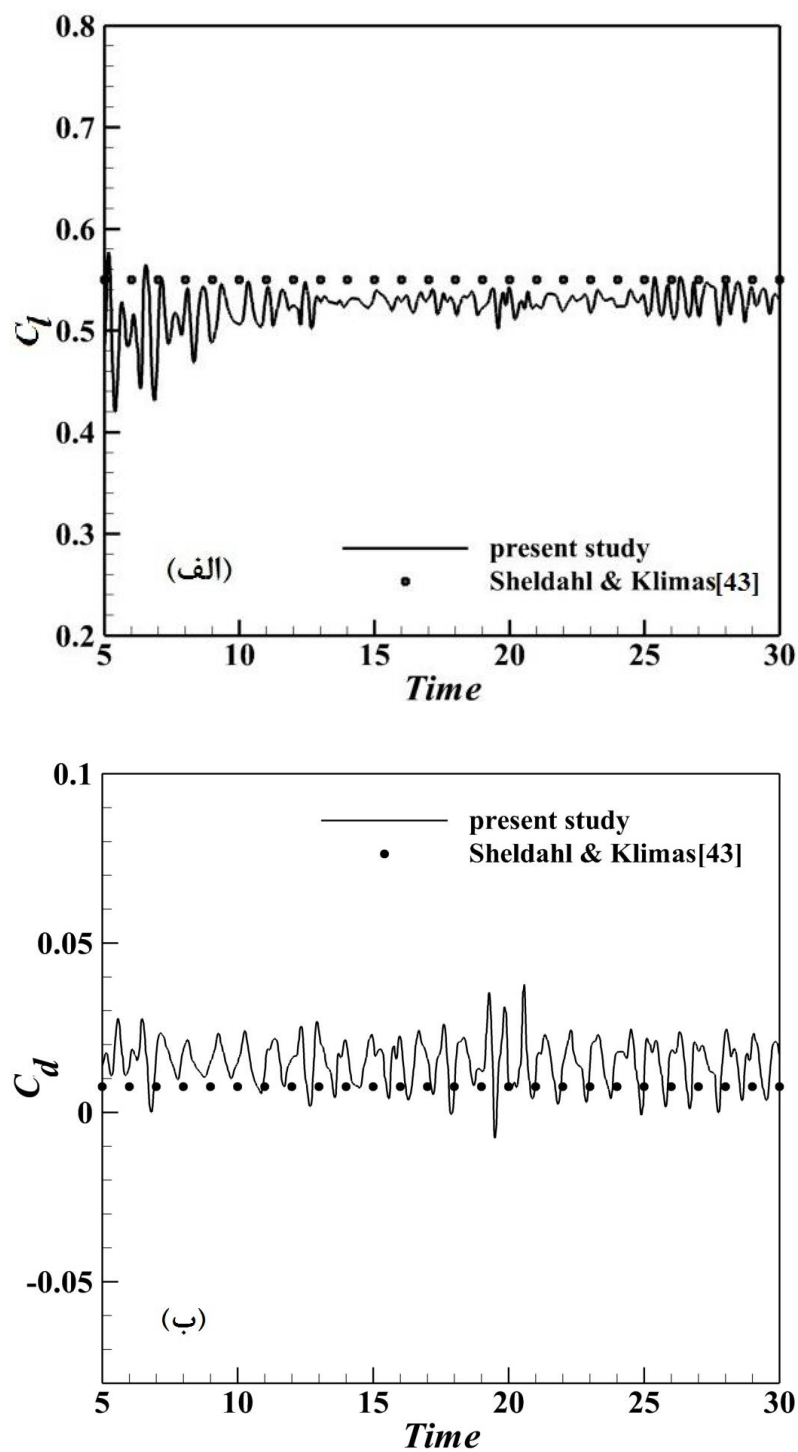
در شکل ۴-۱۶، خطوط جریان برای جریان آشفته ناپایا روی ایرفویل NACA0012 در زاویه حمله $AOA = 20^\circ$ و رینولدز $Re = 1 \times 10^6$ برای یک سیکل کامل چرخش گردابه‌ها در مقایسه با مطالعات عددی رستمی و همکارانش [۴۶] آورده شده است. با مقایسه خطوط جریان، اندازه و تعداد گردابه‌ها و جهت چرخش آن‌ها، دقت مطالعات حاضر نسبت به مطالعات عددی مرجع ذکر شده، قابل قبول نشان می‌دهد، البته باید توجه داشت که اختلاف موجود در خطوط جریان مربوط به اختلاف در زمان ثبت اطلاعات است و با توجه به اینکه در این پایان‌نامه اطلاعات حل عددی برای هر 0.1 ثانیه ثبت گردیده، این خطا به وجود آمده است. در یک سیکل کامل تقریباً همیشه دو گردابه بزرگ روی سطح ایرفویل به‌خوبی قابل مشاهده است اما جهت چرخش گردابه‌ها به‌طور پی‌درپی در حال تغییر است، به‌گونه‌ای که در ابتدای سیکل دو گردابه بزرگ با جهت چرخش ساعت‌گرد روی ایرفویل ایجاد شده است و در لحظه $T = 0.25$ همچنان دو گردابه با چرخش ساعت‌گرد روی ایرفویل وجود دارد اما اندازه گردابه‌ها کوچک‌تر شده است که با پیشروی در زمان جهت چرخش یکی از گردابه پادساعت‌گرد می‌گردد و مجدد با رسیدن به لحظه $T = 0.75$ جهت چرخش گردابه‌ها ساعت‌گرد شده است.

شکل ۴-۱۷ تغییرات ضریب برآ متوسط نسبت به زاویه حمله را برای جریان ناپایا عبوری از روی ایرفویل NACA0012 در رینولدزهای $Re = 1 \times 10^6, 2 \times 10^6$ در مقایسه با مطالعات مرجع [۴۴] نشان می‌دهد. برای

هر دو شکل نتایج به دست آمده در زوایای قبل از واماندگی انطباق بسیار خوبی از خود نشان می دهد و با بیشتر شدن میزان زاویه حمله و عبور از زاویه واماندگی خطای محاسبات عددی افزایش یافته است. همچنین در شکل ۴-۱۸ تغییرات ضریب پسا متوسط نسبت به زاویه حمله برای جریان ناپایا عبوری از روی ایرفویل NACA0012 در رینولدزهای $Re = 1 \times 10^6$ در مقایسه با مطالعات مراجع [۴۴, ۴۶] نشان داده شده است. نتایج به دست آمده نشان دهنده آن است که روش عددی مورد استفاده در مقایسه با مراجع، واماندگی در زوایای پایین تری پیش بینی کرده و به طبع آن رشد سریع میزان ضریب پسا در زوایای پایین تر رخ داده است که موجب افزایش میزان خطای محاسبات در این زوایای گردیده است.

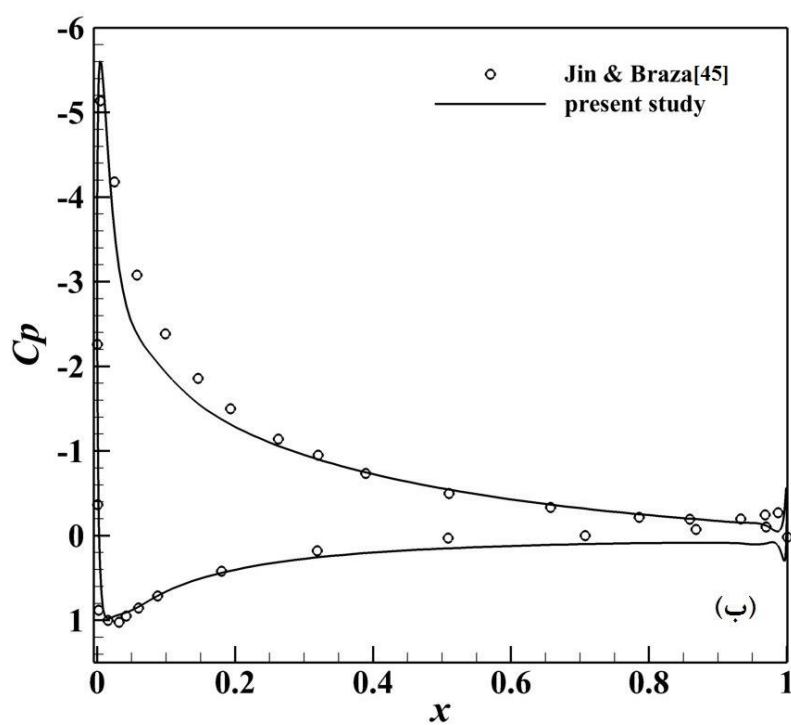
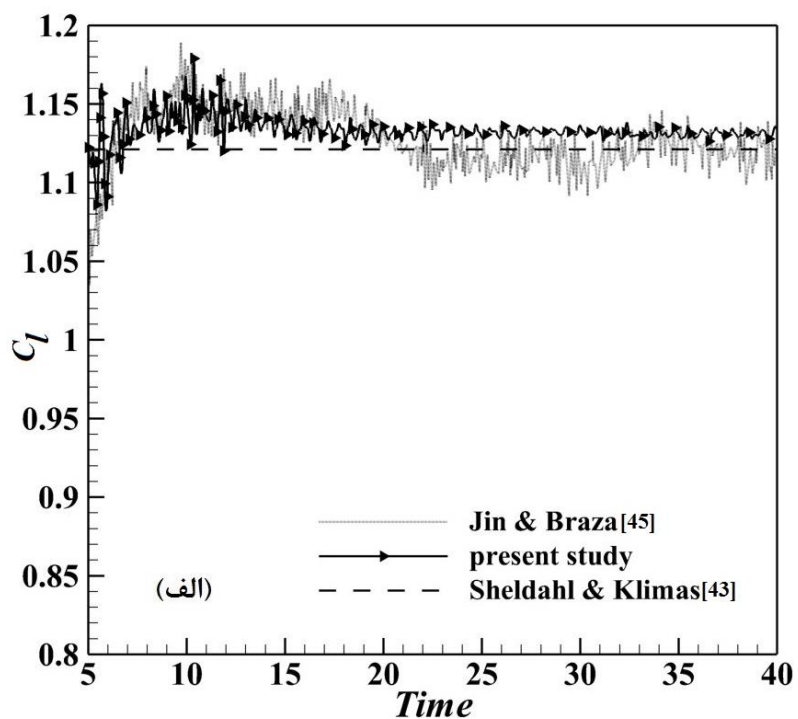
۴-۳- بررسی روش پیش شرط توانی در بهبود نرخ همگرایی

در این بخش توانایی روش پیش شرط توانی، در مقایسه با سایر روش های پیش شرط و روش تراکم پذیری مصنوعی در دو جریان پایا و ناپایا مورد بررسی قرار می گیرد. همچنین از سنسورهای محلی فشار، سرعت و لزجت دینامیکی به منظور بررسی میزان کارایی هر یک از این سنسورها در بهبود سرعت همگرایی حل عددی استفاده شده است و نتایج به دست آمده باهم مقایسه گردیده است. بدین منظور از شرط جریان یکنواخت به عنوان شرط اولیه در این پایان نامه بهره گرفته شد و در جریان ناپایا سه گام اول حقیقی به عنوان مرجع تعداد تکرار حل عددی در نظر گرفته و نتایج تا نرم خطا 10^{-7} همگرا و با یکدیگر مقایسه شده اند. و برای جریان پایا نتایج تا نرم خطای 10^{-10} همگرا و سپس با یکدیگر مقایسه شده اند. ذکر این نکته قابل توجه است که برای جریان پایا نرم خطا مربوط به فشار به عنوان مرجع محاسبه خطا و در جریان ناپایا نرم خطا مربوط به سرعت عمودی به عنوان مرجع محاسبه نرم خطا در نظر گرفته شده است.



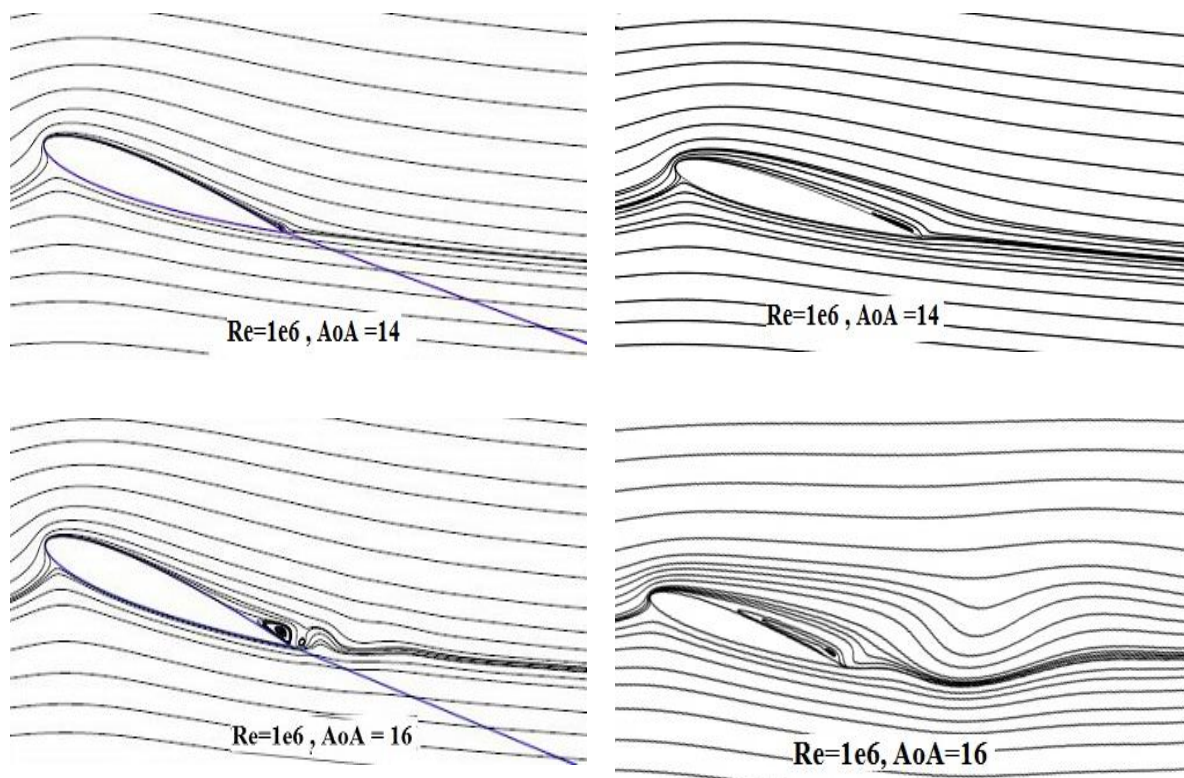
شکل ۴-۱۳: نتایج جریان ناپایای آشفته عبوری از ایرفویل NACA0012 در $AOA = 5^\circ$ و $Re = 5 \times 10^6$

الف) تغییرات ضریب برآ (C_l) نسبت به زمان، ب) تغییرات ضریب پسا (C_d) نسبت به زمان



شکل ۴-۱۴: نتایج جریان ناپایای آشفته عبوری از ایرفویل NACA0012 در $AOA = 12^\circ$ و $Re = 1 \times 10^6$

الف) تغییرات ضریب برآ (C_l) نسبت به زمان ب) تغییرات توزیع ضریب فشار متوسط (C_p) روی سطح ایرفویل



شکل ۴-۱۵: خطوط جریان برای جریان آشفته ناپایا عبوری از روی ایرفویل NACA0012 در زوایای حمله

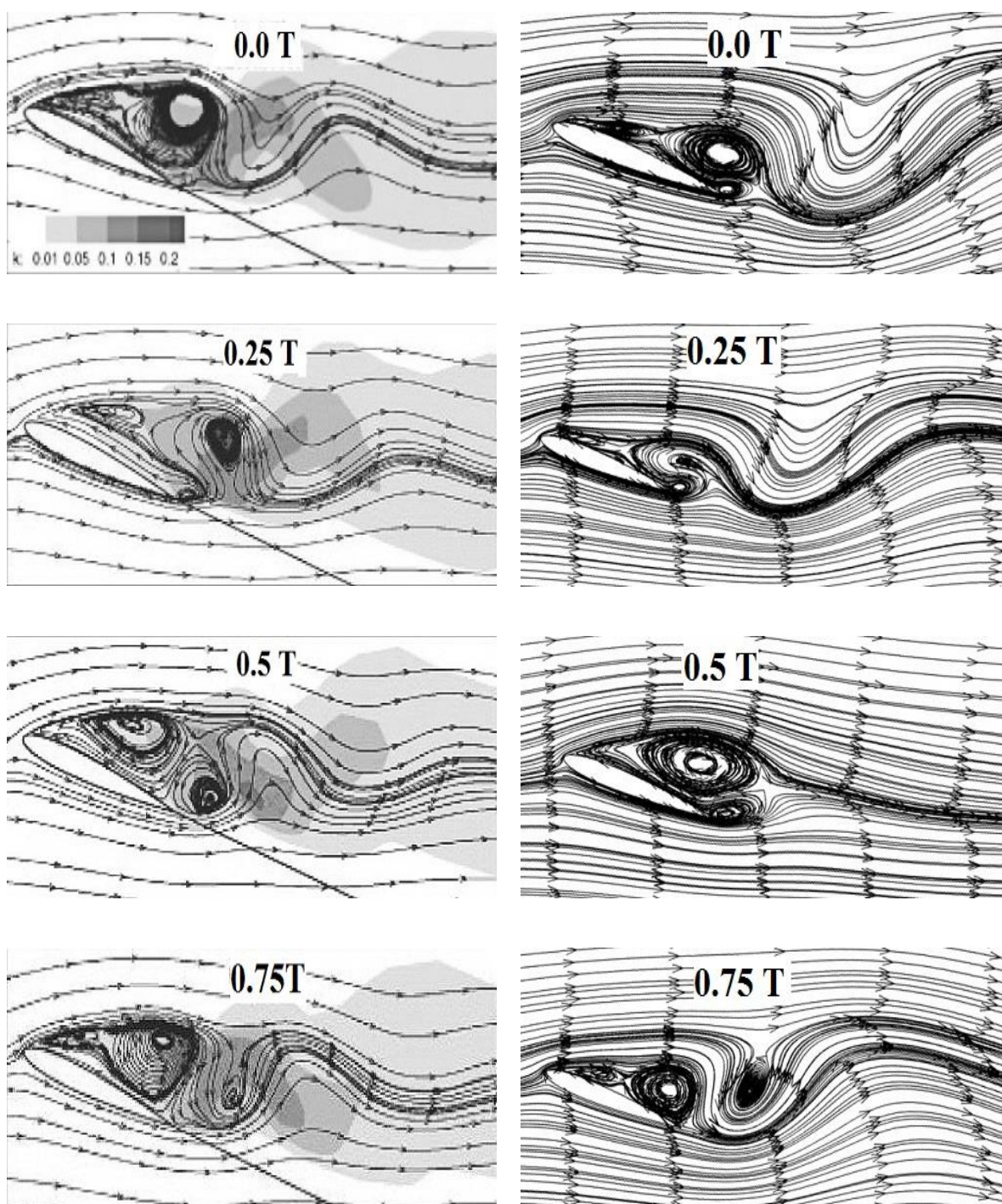
مختلف و $Re = 1 \times 10^6$ سمت راست: مطالعه حاضر، سمت چپ: رستمی و همکارانش [۴۶]

۴-۳-۱ نتایج جریان پایا

حالت اول: ایرفویل NACA0012، رینولدز $Re = 6 \times 10^6$ ، زاویه حمله $AOA = 10^\circ$

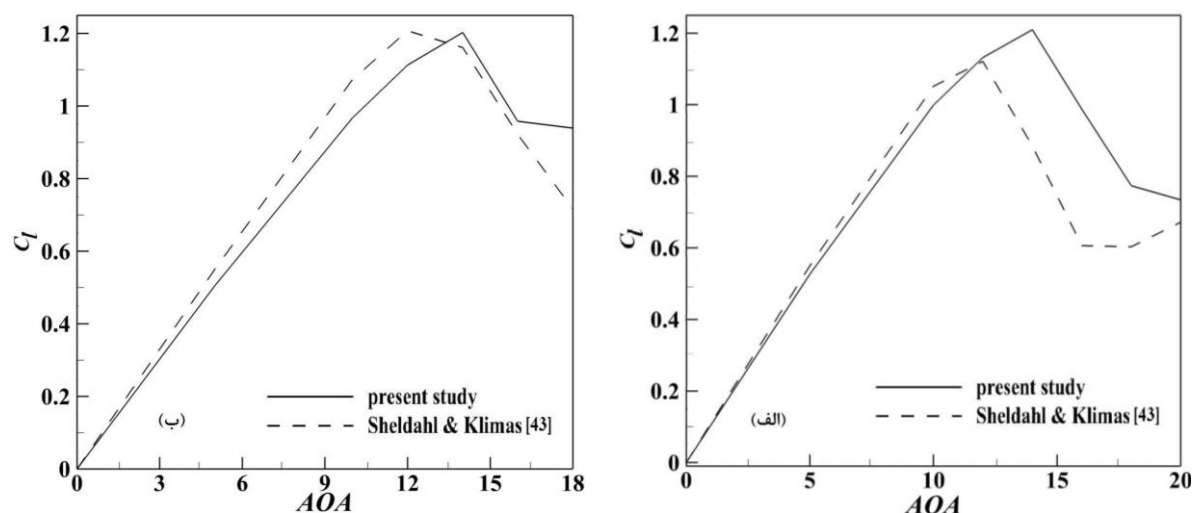
در شکل ۴-۱۹، تاثیر مقادیر متفاوت توان معادله ضریب پیش شرط محلی روی سرعت همگرایی آن در مقایسه با روش پیشنهادی ترکل (SPM) و روش تراکم‌پذیری مصنوعی (SAC) در $Re = 6 \times 10^6$ و $AOA = 10^\circ$ برای ایرفویل NACA0012 در جریان آشفته پایا نشان داده شده است. همان‌طور که مشهود است استفاده از روش پیش شرط توانی سرعت همگرایی (بیش از ۴۰ درصد کاهش در تعداد گام‌های تکرار حل مساله) و کاهش نوسانات خطای عددی در رسیدن به همگرایی شده است. اگرچه توان انتخاب شده بهینه نبوده و برای مسائل متفاوت ممکن است متفاوت باشد اما نکته قابل توجه این است که تغییر در مقدار ضریب پیش شرط توانی تقریباً تاثیری در دقت حل نداشته و تعیین مقادیر مناسب آن تاثیر به سزایی در افزایش سرعت همگرایی خواهد داشت. اگرچه استفاده از بهترین توان سنسور محلی لزجت دینامیکی تنها قادر بوده تا نرم خطا را به

10^{-7} کاهش دهد و بعدازآن نرم خطا ثابت شده است. شکل ۴-۲۰، تغییرات ضریب فشار روی سطح ایرفویل NACA0012 در همان شرایط جریان را نشان می‌دهد.



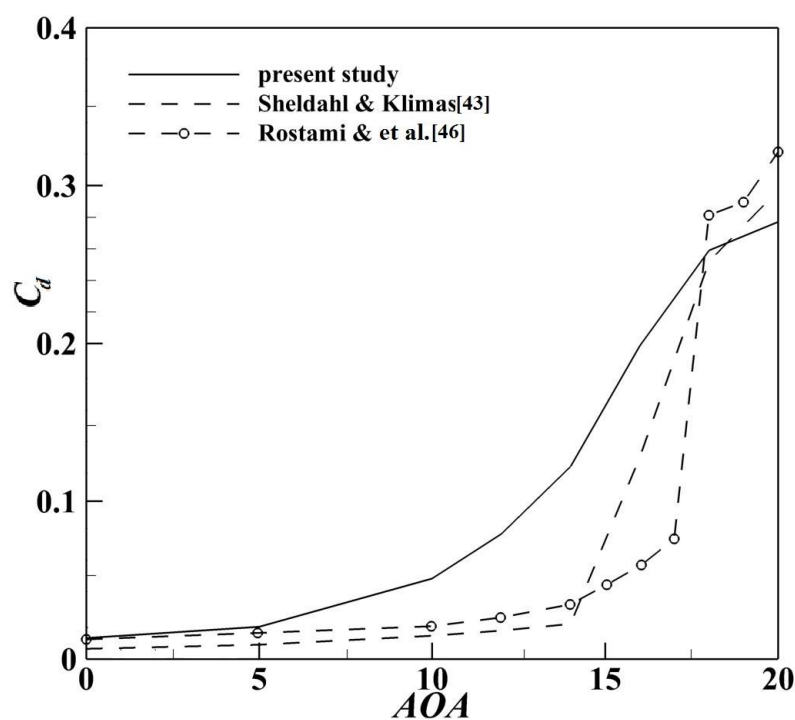
شکل ۴-۱۶: خطوط جریان برای جریان آشفته ناپایا عبوری از روی ایرفویل NACA0012 در زاویه حمله

$Re = 1 \times 10^6$ و $AOA = 20^\circ$ سمت راست: مطالعه حاضر، سمت چپ: رستمی و همکارانش [۴۶]



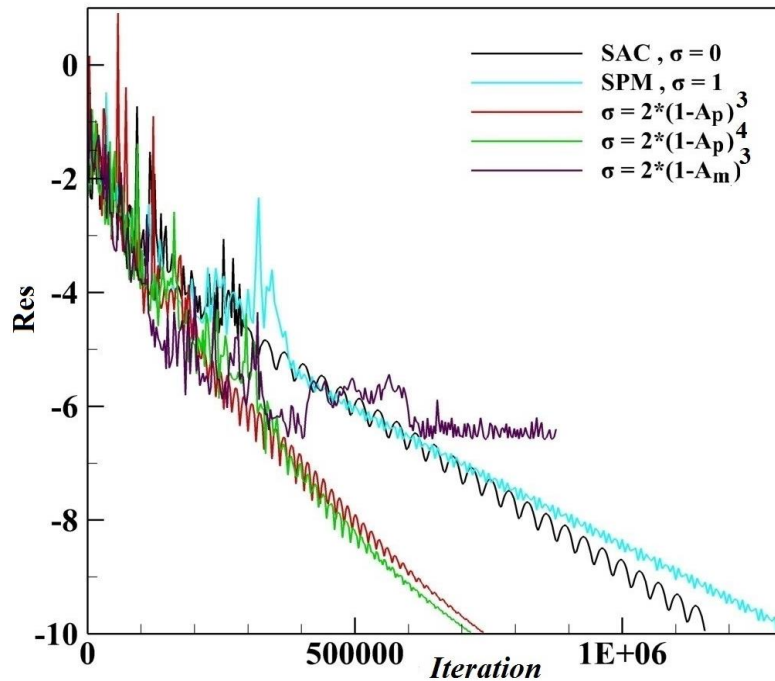
شکل ۴-۱۷: نتایج تغییرات ضریب برآ متوسط (C_l) در زوایای حمله مختلف در جریان ناپایا عبوری از روی

ایرفویل NACA0012 (الف) رینولدز $Re = 1 \times 10^6$ (ب) رینولدز $Re = 2 \times 10^6$



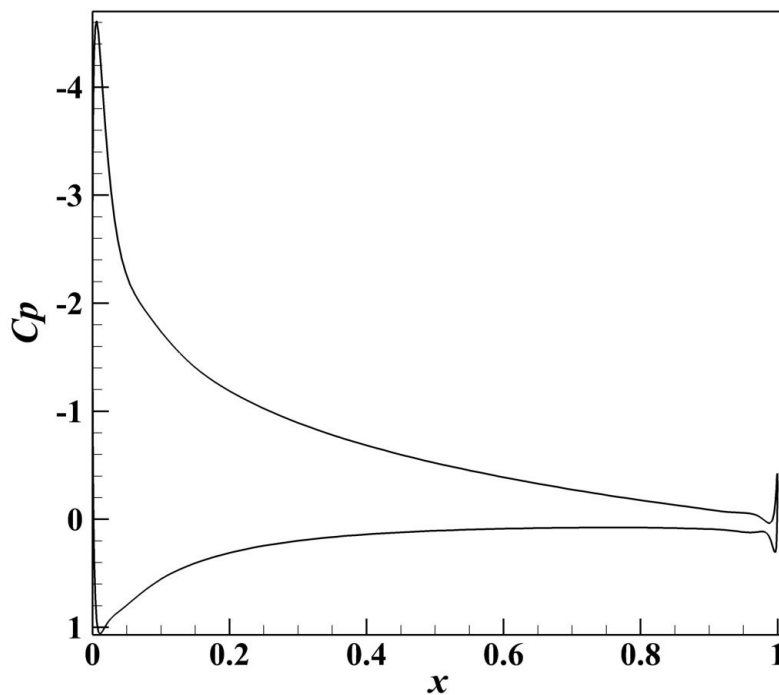
شکل ۴-۱۸: نتایج تغییرات ضریب پسا متوسط (C_d) در زوایای حمله مختلف در جریان ناپایا عبوری از روی

ایرفویل NACA0012 در رینولدز $Re = 1 \times 10^6$



شکل ۴-۱۹: نتایج مربوط به تاریخچه باقی مانده (Res) برای جریان آشفته پایا عبوری از روی ایرفویل

NACA0012 در رینولدز $Re = 6 \times 10^6$ و زاویه حمله $AOA = 10^\circ$



شکل ۴-۲۰: تغییرات ضریب فشار (C_p) برای جریان آشفته پایا عبوری از روی ایرفویل NACA0012 در رینولدز

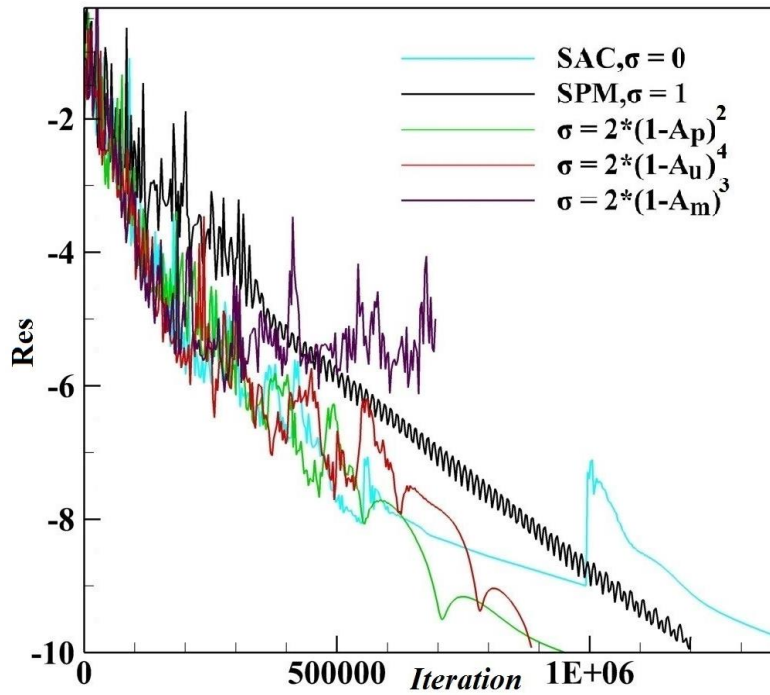
$Re = 6 \times 10^6$ و زاویه حمله $AOA = 10^\circ$

حالت دوم: ایرفویل ONERA-A، رینولدز $Re = 1 \times 10^6$ ، زاویه حمله $AOA = 12^\circ$

شکل ۴-۲۱، تاثیر مقادیر متفاوت توان معادله ضریب پیش‌شرط توانی را روی سرعت همگرایی آن در مقایسه با روش پیشنهادی ترکل (SPM) و تراکم‌پذیری مصنوعی (SAC) در $Re = 1 \times 10^6$ و $AOA = 12^\circ$ برای ایرفویل ONERA-A در جریان آشفته پایا نشان می‌دهد. مانند شکل ۴-۱۹ استفاده از روش پیش‌شرط توانی بدون تاثیر در دقت حل عددی، موجب افزایش سرعت همگرایی (بیش از ۱۵ درصد کاهش در تعداد گام‌های تکرار حل مساله) نسبت به روش ترکل گردیده است همچنین نسبت به روش تراکم‌پذیری مصنوعی حدود ۳۵ درصد سرعت همگرایی را کاهش داده است و همچنین استفاده از بهترین توان سنسور محلی لزجت دینامیکی باعث کاهش نوسانات خطای حل عددی و افزایش سرعت همگرایی گردیده است، اما همانند قبل استفاده از این سنسور موجب شده تا نرم خطا تنها تا حدود 10^{-6} کاهش یابد و بعداز آن نرم خطا ثابت گردیده است. همچنین شکل ۴-۲۲ تغییرات ضریب فشار در همین شرایط جریان و روی همین ایرفویل را نشان می‌دهد.

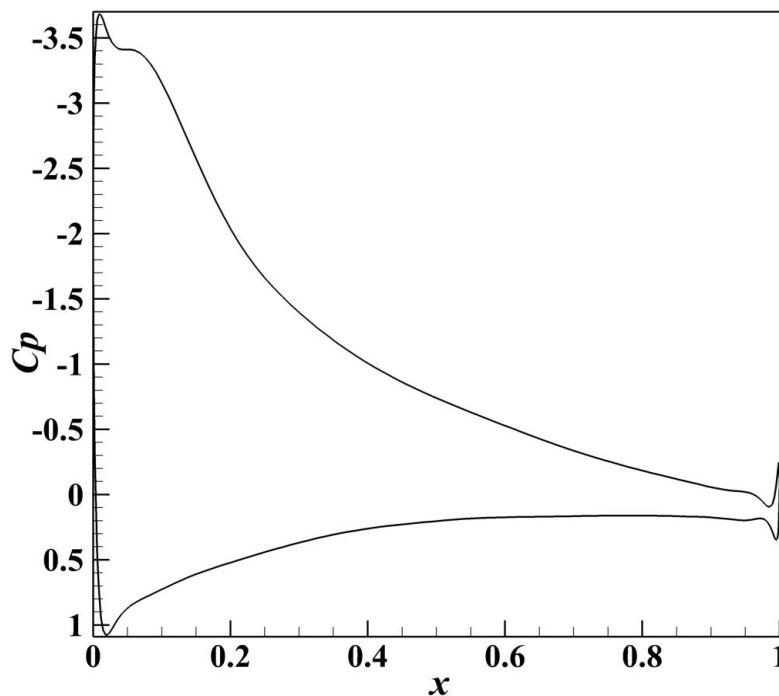
حالت سوم: ایرفویل NACA0012، رینولدز $Re = 2.88 \times 10^6$ ، زاویه حمله $AOA = 5.4^\circ$

شکل ۴-۲۳، تاثیر مقادیر متفاوت توان معادله ضریب پیش‌شرط توانی را روی سرعت همگرایی آن در مقایسه با روش پیشنهادی ترکل (SPM) و روش تراکم‌پذیری مصنوعی (SAC) در $Re = 2.88 \times 10^6$ و $AOA = 5.4^\circ$ برای ایرفویل NACA0012 در جریان آشفته پایا نشان می‌دهد. مانند شکل ۴-۱۹ استفاده از روش پیش‌شرط توانی بدون تاثیر در دقت حل عددی، موجب افزایش چشم‌گیر سرعت همگرایی (بیش از ۵۰ درصد کاهش در تعداد گام‌های تکرار حل مساله) نسبت به روش ترکل گردیده است همچنین نوسانات خطای حل عددی را نیز کاهش داده، اما نسبت به روش تراکم‌پذیری مصنوعی تنها حدود ۱۰ درصد سرعت همگرایی کاهش یافته است. شکل ۴-۲۴ نیز تغییرات ضریب فشار را در همین شرایط جریان و روی همین ایرفویل را نشان می‌دهد.



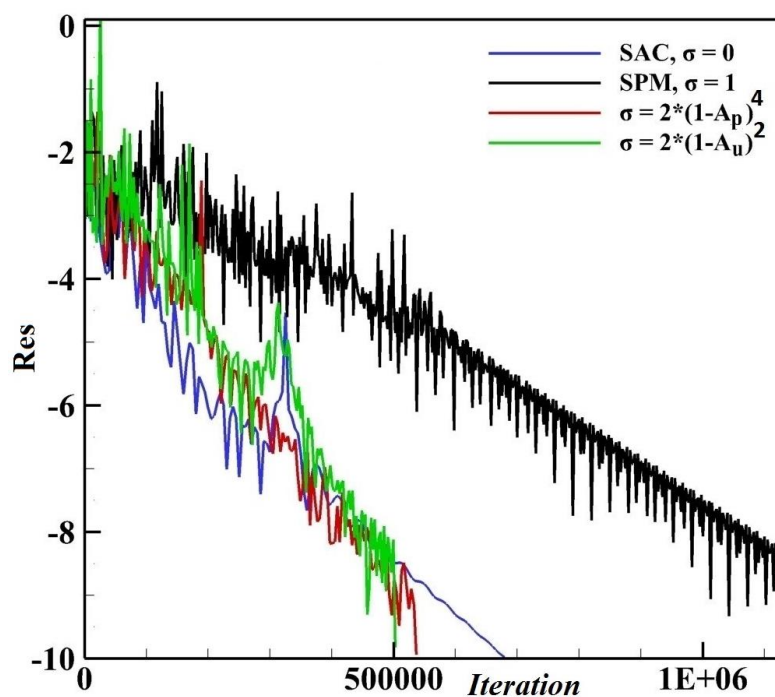
شکل ۴-۲۱: نتایج مربوط به تاریخچه باقی‌مانده (Res) در جریان آشفته پایا عبوری از روی ایرفویل ONERA-A

در رینولدز $Re = 1 \times 10^6$ و زاویه حمله $AOA = 12^\circ$



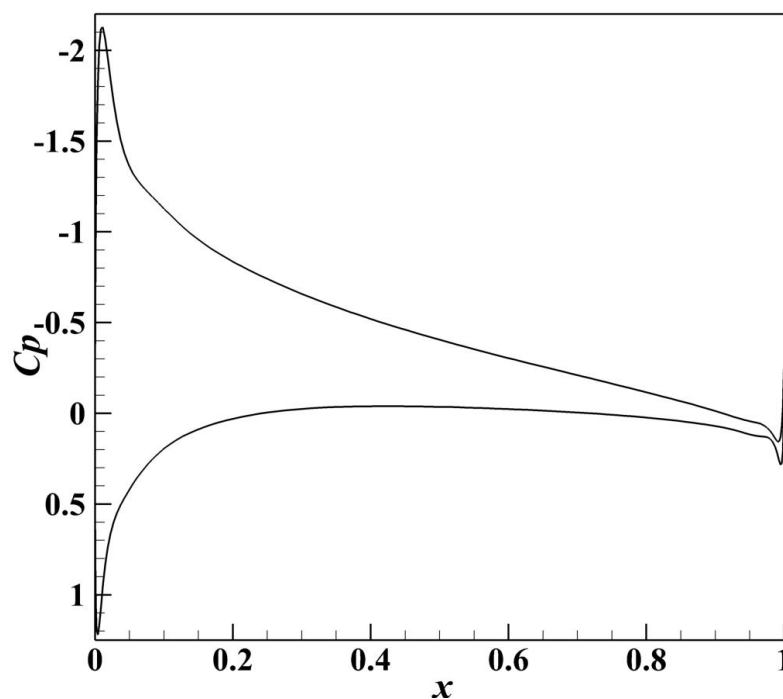
شکل ۴-۲۲: تغییرات ضریب فشار (C_p) برای جریان آشفته پایا عبوری از روی ایرفویل ONERA-A در رینولدز

$Re = 1 \times 10^6$ و زاویه حمله $AOA = 12^\circ$



شکل ۴-۲۳: نتایج مربوط به تاریخچه باقی‌مانده (Res) برای جریان آشفته پایا عبوری از روی ایرفویل

NACA0012 در رینولدز $Re = 2.88 \times 10^6$ و زاویه حمله $AOA = 5.4^\circ$



شکل ۴-۲۴: تغییرات ضریب فشار (C_p) برای جریان آشفته پایا عبوری از روی ایرفویل NACA0012 در رینولدز

$AOA = 5.4^\circ$ و زاویه حمله $Re = 2.88 \times 10^6$

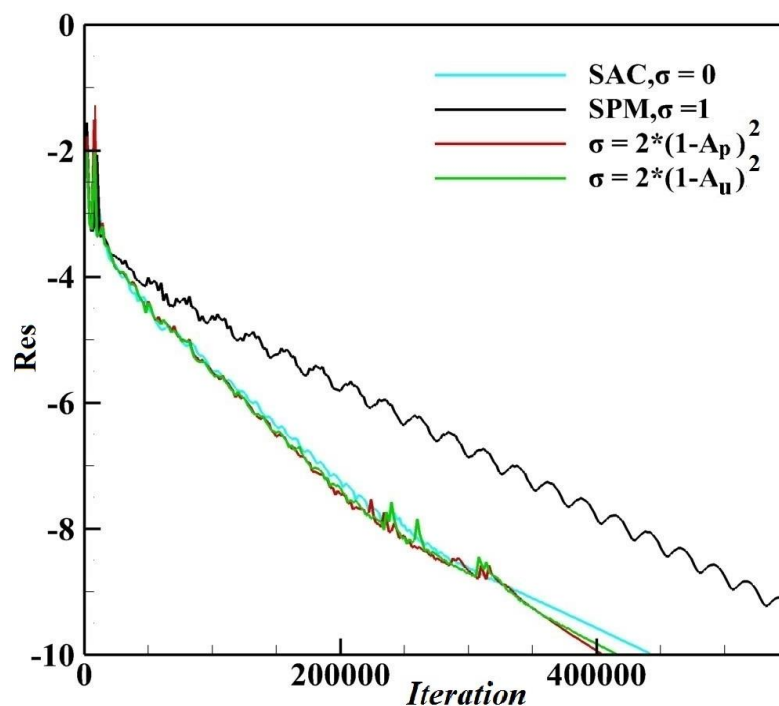
حالت چهارم: ایرفویل NACA0012، رینولدز $Re = 6 \times 10^6$ ، زاویه حمله $AOA = 0^\circ$

شکل ۴-۲۵ نیز تاثیر مقادیر متفاوت توان معادله ضریب پیش‌شرط محلی را روی سرعت همگرایی در مقایسه با روش پیشنهادی ترکل (SPM) و روش تراکم‌پذیری مصنوعی (SAC) در $Re = 6 \times 10^6$ و $AOA = 0^\circ$ برای ایرفویل NACA0012 در جریان آشفته پایا نشان می‌دهد. مشخص است که استفاده از روش پیش‌شرط توانی نسبت به روش ترکل موجب کاهش قابل توجه در تعداد گام‌ها و به تبع زمان رسیدن به همگرایی گردیده است اما نسبت به روش تراکم‌پذیری مصنوعی میزان این کاهش در حل تعداد گام‌ها تنها به حدود ۱۰ درصد می‌رسد. همچنین شکل ۴-۲۶ تغییرات ضریب فشار در همین زاویه و رینولدز و برای همین ایرفویل را نشان می‌دهد.

حالت پنجم: ایرفویل ONERA-A، رینولدز $Re = 5.25 \times 10^6$ ، زاویه حمله $AOA = 8^\circ$

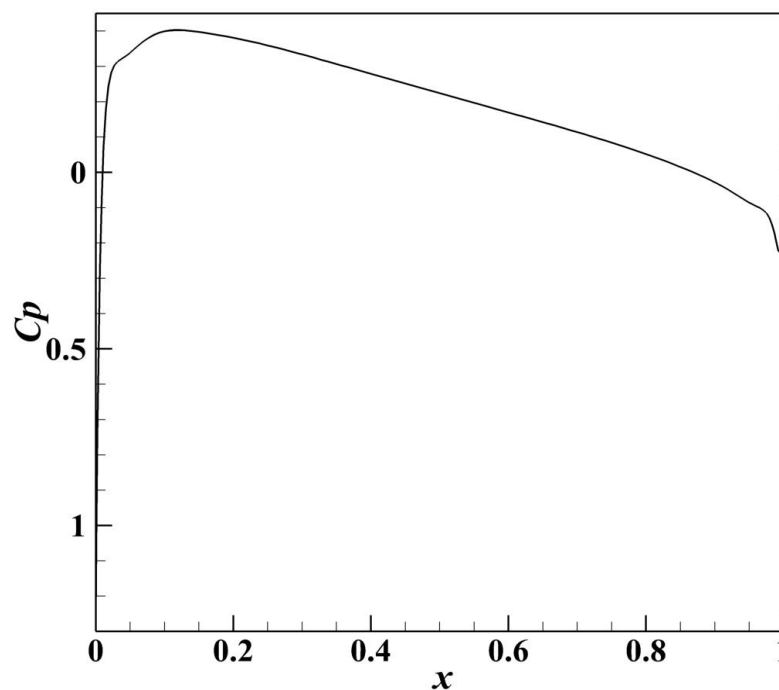
شکل ۴-۲۷ نیز تاثیر مقادیر متفاوت توان معادله ضریب پیش‌شرط محلی را روی سرعت همگرایی در مقایسه با روش پیشنهادی ترکل (SPM) و روش تراکم‌پذیری مصنوعی (SAC) در $Re = 5.25 \times 10^6$ و $AOA = 8^\circ$ برای ایرفویل ONERA-A در جریان آشفته پایا نشان می‌دهد. استفاده از روش پیش‌شرط توانی نسبت به هردو روش ترکل و تراکم‌پذیری مصنوعی موجب یک کاهش حدود ۲۵ درصدی در تعداد گام‌های حل عددی گردد. با این تفاوت که استفاده از روش پیش‌شرط توانی توانسته موجب کاهش نواسانات حل عددی نیز گردد. در شکل ۴-۲۸ نیز تغییرات ضریب فشار در همین شرایط جریان و همین ایرفویل آورده شده است.

باید توجه داشت که استفاده از روش پیش‌شرط توانی در حالت آشفته پایا با سنسورهای محلی فشار و سرعت تقریباً در تمام حالات موجب کاهش چشم‌گیر تعداد گام تکراری نسبت به روش ترکل و روش تراکم‌پذیری مصنوعی شده است. اما استفاده از سنسور محلی لزجت دینامیکی همان‌طور که در دو حالت اول نیز نشان داده شد نتوانست نرم خطا را 10^{-10} کاهش دهد و نرم خطا در یک عدد خاص باقی ماند. همان‌طور که پیش‌تر نیز ذکر شد اگرچه توان انتخاب‌شده بهینه نبوده و برای مسائل متفاوت بر اساس فیزیک جریان و نوع ایرفویل ممکن است متفاوت باشد اما نکته قابل توجه این است که تغییر در مقدار ضریب پیش‌شرط توانی تقریباً تاثیری در دقت حل نداشته و تعیین مقادیر مناسب آن تاثیر به سزایی در افزایش سرعت همگرایی خواهد داشت.



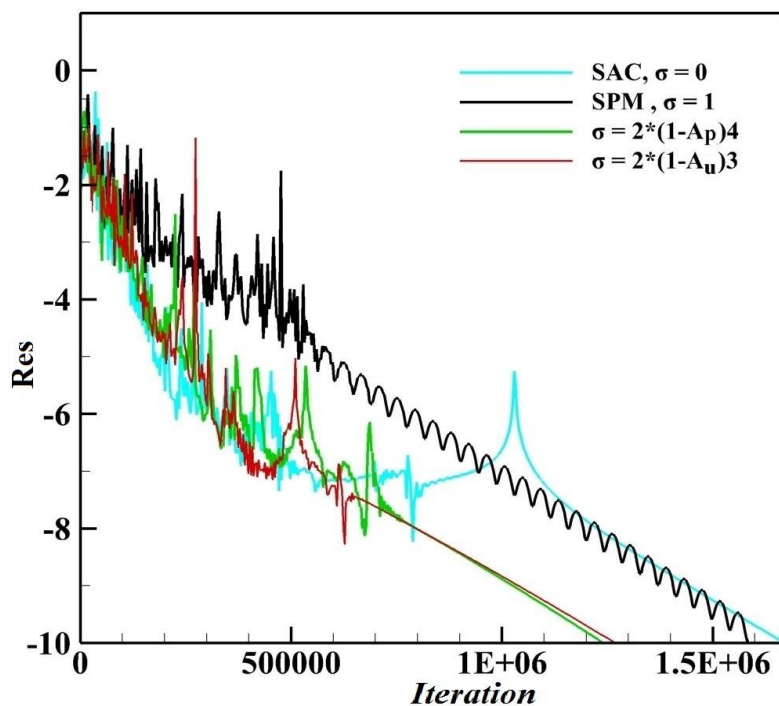
شکل ۴-۲۵: نتایج مربوط به تاریخچه باقی مانده (Res) برای جریان آشفته پایا عبوری از روی ایرفویل

NACA0012 در رینولدز $Re = 6 \times 10^6$ و زاویه حمله $AOA = 0^\circ$



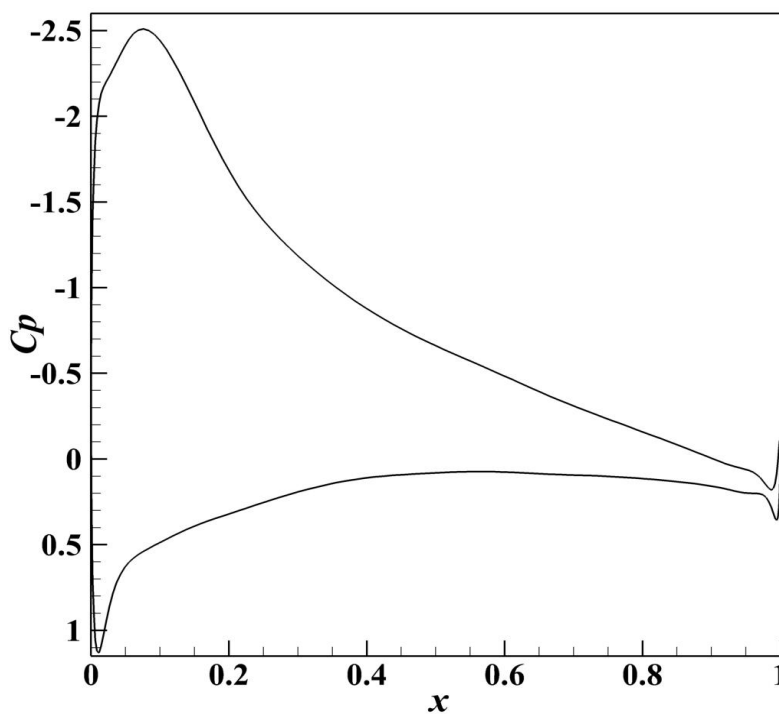
شکل ۴-۲۶: تغییرات ضریب فشار (C_p) برای جریان آشفته پایا عبوری از روی ایرفویل NACA0012 در رینولدز

$Re = 5.25 \times 10^6$ و زاویه حمله $AOA = 8^\circ$



شکل ۴-۲۷: نتایج مربوط به تاریخچه باقی مانده (Res) در جریان آشفته پایا عبوری از روی ایرفویل ONERA-A

در رینولدز $Re = 5.25 \times 10^6$ و زاویه حمله $AOA = 8^\circ$



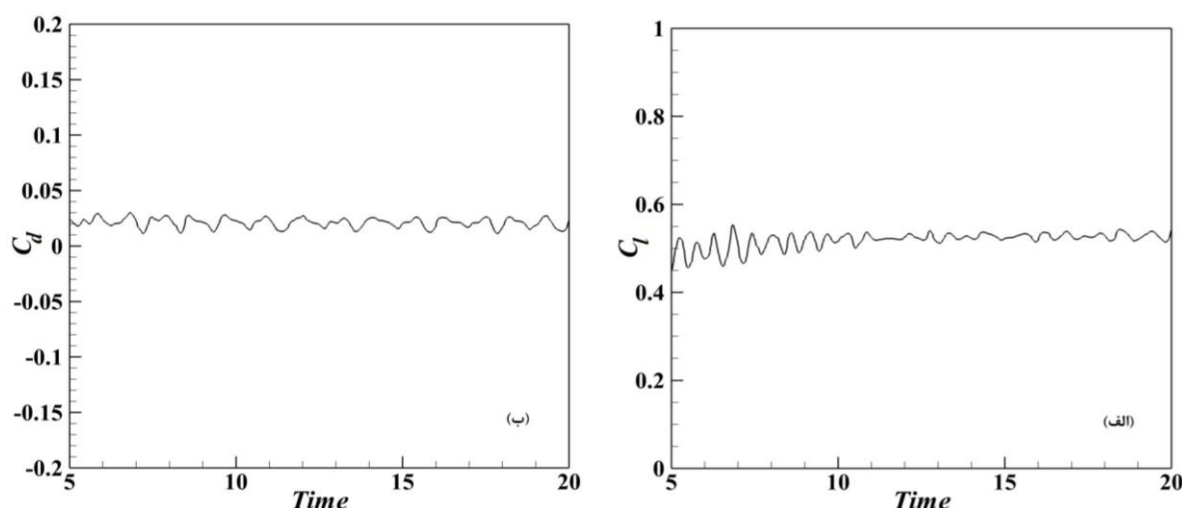
شکل ۴-۲۸: تغییرات ضریب فشار (C_p) برای جریان آشفته پایا عبوری از روی ایرفویل ONERA-A در رینولدز

$AOA = 8^\circ$ و زاویه حمله $Re = 5.25 \times 10^6$

۴-۳-۲ نتایج جریان ناپایا

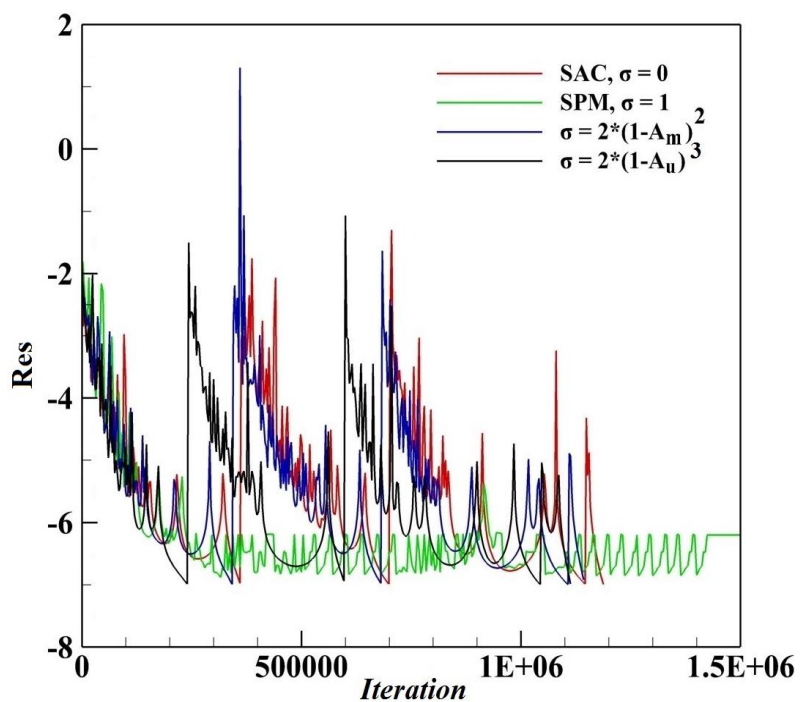
حالت اول: ایرفویل NACA0012، رینولدز $Re = 1 \times 10^6$ ، زاویه حمله $AOA = 5^\circ$

در شکل ۴-۲۹، نتایج تغییرات ضریب برآ و ضریب پسا نسبت به زمان برای جریان آشفته ناپایا در رینولدز $Re = 1 \times 10^6$ و زاویه حمله $AOA = 5^\circ$ برای ایرفویل NACA0012 آورده شده است. همچنین شکل ۴-۳۰، تاثیر مقادیر متفاوت توان معادله ضریب پیش‌شرط محلی روی سرعت همگرایی آن در مقایسه با روش پیشنهادی ترکل (SPM) و روش تراکم‌پذیری مصنوعی (SAC) در همان شرایط جریان و برای ایرفویل NACA0012 نشان داده شده است. همان‌طور که مشهود است استفاده از روش ترکل نتوانسته است نرم خطای حل عددی را به 10^{-7} کاهش دهد و هیچ گام زمانی حقیقی طی نشده است، اما نسبت به روش تراکم‌پذیری مصنوعی استفاده از روش پیش‌شرط توانی حدود ۱۰ درصد کاهش داده است. نکته جالب‌توجه این است که استفاده از سنسور محلی لزجت نیز نتوانسته سرعت حل عددی را کاهش دهد و موجب همگرایی حل عددی در هر سه گام زمانی حقیقی شده است. همچنین باید توجه داشت که در حالت ناپایا تنها به دلیل طولانی شدن فرآیند حل عددی همان‌طور پیش‌تر نیز ذکر شد تنها سه گام زمانی حقیقی مدنظر قرار گرفته است. شکل (۴-۳۱)، تغییرات ضریب فشار متوسط روی سطح همین ایرفویل در همین شرایط جریان را نشان می‌دهد. علاوه بر این خطوط هم‌تراز فشار در شکل ۴-۳۲ در لحظه ۲۰ ثانیه و در شکل ۴-۳۳ خطوط هم‌تراز سرعت عمودی و افقی در همان لحظه تحت همان شرایط جریان نشان داده شده است.



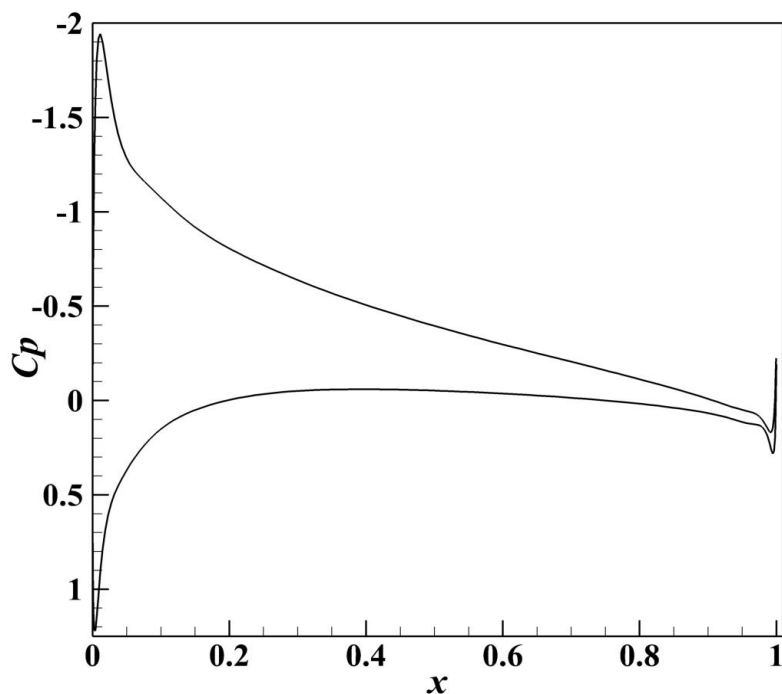
شکل ۴-۲۹: نتایج جریان آشفته ناپایا عبوری از روی ایرفویل NACA0012 در رینولدز $Re = 1 \times 10^6$ و زاویه

حمله $AOA = 5^\circ$ (الف) تغییرات ضریب برآ (C_l) نسبت به زمان (ب) تغییرات ضریب پسا (C_d) نسبت به زمان



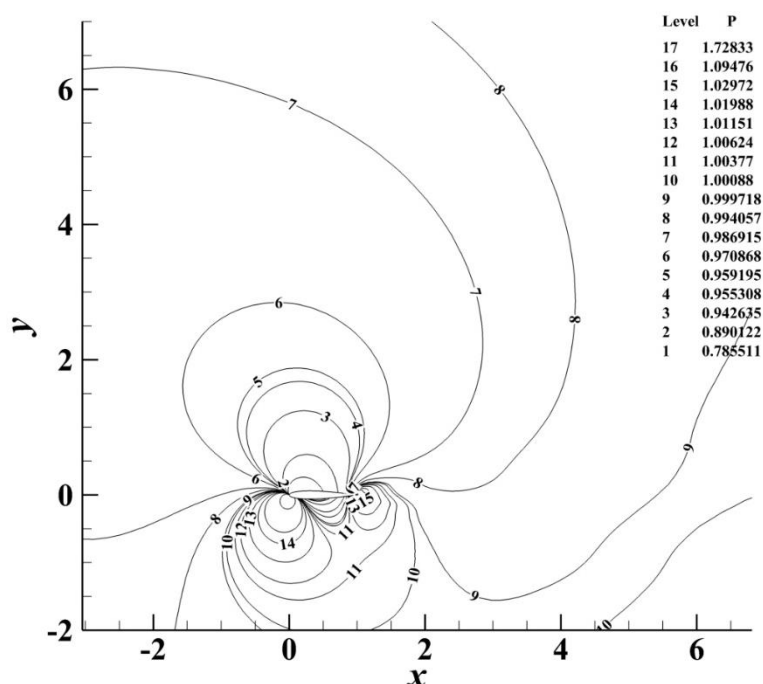
شکل ۴-۳: نتایج مربوط به تاریخچه باقی مانده (Res) در جریان آشفته ناپایا عبوری از روی ایرفویل

NACA0012 در رینولدز $Re=1 \times 10^6$ و زاویه حمله $AOA=5^\circ$



شکل ۴-۳۱: تغییرات ضریب فشار متوسط (C_p) برای جریان آشفته ناپایا عبوری از روی ایرفویل NACA0012

در رینولدز $Re=1 \times 10^6$ و زاویه حمله $AOA=5^\circ$



شکل ۴-۳۲: خطوط هم‌تراز فشار برای جریان آشفته ناپایا عبوری از روی ایرفویل NACA0012 در رینولدز

$Re = 1 \times 10^6$ و زاویه حمله $AOA = 5^\circ$ در لحظه $t = 20s$

حالت دوم: ایرفویل NACA0012، رینولدز $Re = 6 \times 10^6$ ، زاویه حمله $AOA = 5^\circ$

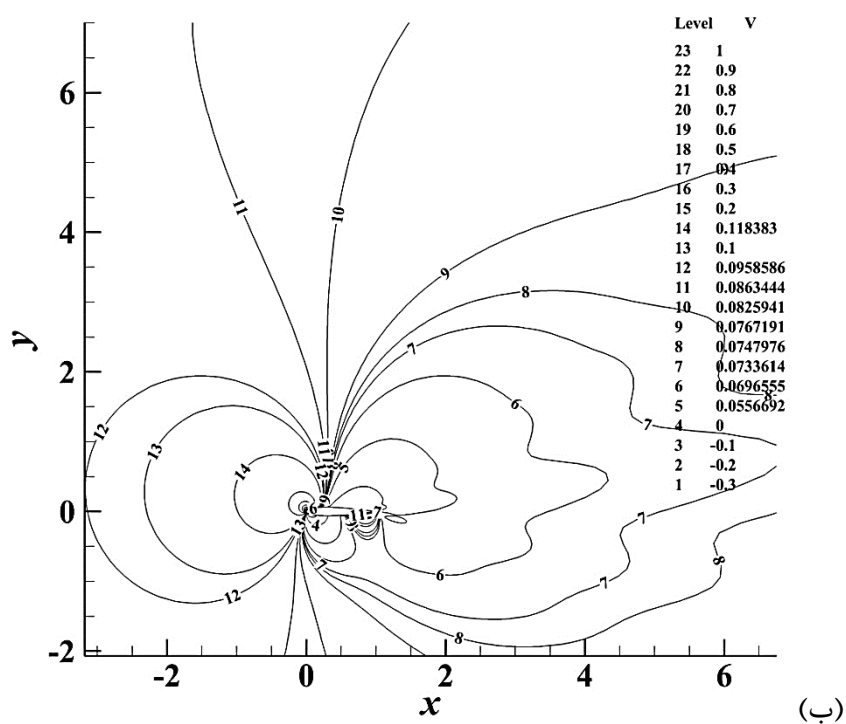
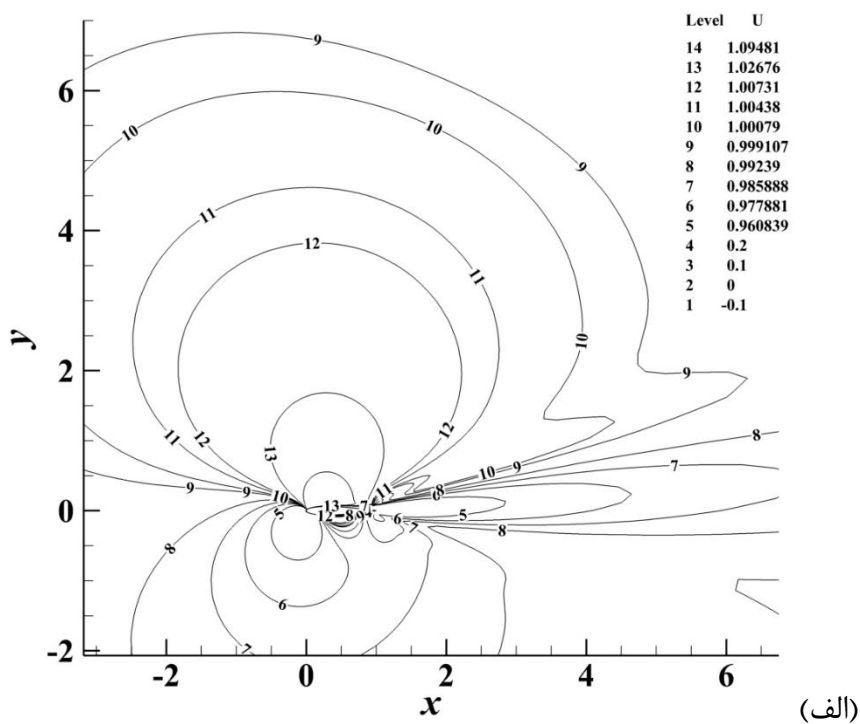
در شکل ۴-۳۴، نتایج تغییرات ضریب برآ و ضریب پسا نسبت به زمان برای جریان آشفته ناپایا در رینولدز $Re = 6 \times 10^6$ و زاویه حمله $AOA = 5^\circ$ برای ایرفویل NACA0012 آورده شده است. همچنین شکل ۴-۳۵، تاثیر مقادیر متفاوت توان معادله ضریب پیش‌شرط محلی روی سرعت همگرایی آن در مقایسه با روش پیشنهادی ترکل (SPM) و روش تراکم‌پذیری مصنوعی (SAC) در همان شرایط جریان و برای همین ایرفویل نشان داده شده است. نسبت به روش‌های تراکم‌پذیری مصنوعی و ترکل استفاده از سنسور محلی فشار و توان بهینه آن توانسته است به میزان ۱۵ درصد سرعت رسیدن به حل عددی در سه گام زمانی را افزایش دهد، همچنین استفاده از توان بهینه سنسور لزجت دینامیکی نیز توانسته میزان سرعت را به میزان اندکی افزایش دهد. شکل ۴-۳۶، نیز تغییرات ضریب فشار متوسط روی سطح همین ایرفویل در همین شرایط جریان را نشان می‌دهد.

حالت سوم: ایرفویل NACA0012، رینولدز $Re = 1 \times 10^6$ ، زاویه حمله $AOA = 10^\circ$

در شکل ۴-۳۷، نتایج تغییرات ضریب برآ و ضریب پسا نسبت به زمان برای جریان آشفته ناپایا در رینولدز $Re = 1 \times 10^6$ و زاویه حمله $AOA = 10^\circ$ برای ایرفویل NACA0012 آورده شده و شکل ۴-۳۸، تاثیر مقادیر متفاوت توان معادله ضریب پیش شرط محلی روی سرعت همگرایی آن در مقایسه با روش پیشنهادی ترکل (SPM) و روش تراکم پذیری مصنوعی (SAC) در همان شرایط جریان و برای همین ایرفویل نشان داده شده است. استفاده از توان بهینه سنسور محلی سرعت موجب یک افزایش ۱۸ درصدی نسبت به روش ترکل و یک افزایش ۳۵ درصدی نسبت به روش تراکم پذیری مصنوعی در سرعت رسیدن به حل عددی در سه گام زمانی حقیقی شده است. شکل ۴-۳۹، نیز تغییرات ضریب فشار متوسط روی سطح همین ایرفویل در همین شرایط جریان را نشان می دهد. علاوه بر این خطوط هم تراز فشار در شکل ۴-۴۰ در لحظه ۲۰ ثانیه و در شکل ۴-۴۱ خطوط هم تراز سرعت عمودی و افقی در همان لحظه تحت همان شرایط جریان نشان داده شده است.

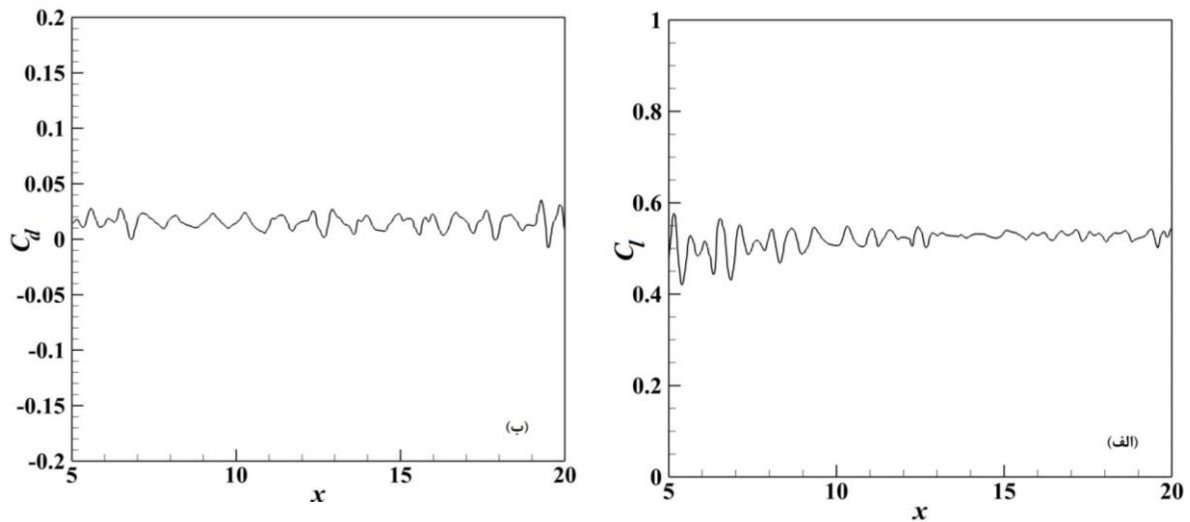
حالت چهارم: ایرفویل NACA0012، رینولدز $Re = 5 \times 10^6$ ، زاویه حمله $AOA = 12^\circ$

در شکل ۴-۴۲، نتایج تغییرات ضریب برآ و ضریب پسا نسبت به زمان برای جریان آشفته ناپایا در رینولدز $Re = 5 \times 10^6$ و زاویه حمله $AOA = 12^\circ$ برای ایرفویل NACA0012 آورده شده و شکل ۴-۴۳، تاثیر مقادیر متفاوت توان معادله ضریب پیش شرط محلی روی سرعت همگرایی آن در مقایسه با روش پیشنهادی ترکل (SPM) و روش تراکم پذیری مصنوعی (SAC) در همان شرایط جریان و برای همین ایرفویل نشان داده شده است. استفاده از توان بهینه سنسور محلی فشار موجب یک افزایش ۲۱ درصدی نسبت به روش ترکل و یک افزایش ۳۸ درصدی نسبت به روش تراکم پذیری مصنوعی در سرعت رسیدن به حل عددی در سه گام زمانی حقیقی شده است. همچنین استفاده از توان بهینه سنسور لزجت دینامیکی توانسته است یک افزایش ۳۵ درصدی نسبت به روش تراکم پذیری مصنوعی در سرعت همگرایی حل عددی ایجاد کن که بسیار قابل توجه است. شکل ۴-۴۴، نیز تغییرات ضریب فشار متوسط روی سطح همین ایرفویل در همین شرایط جریان را نشان می دهد.

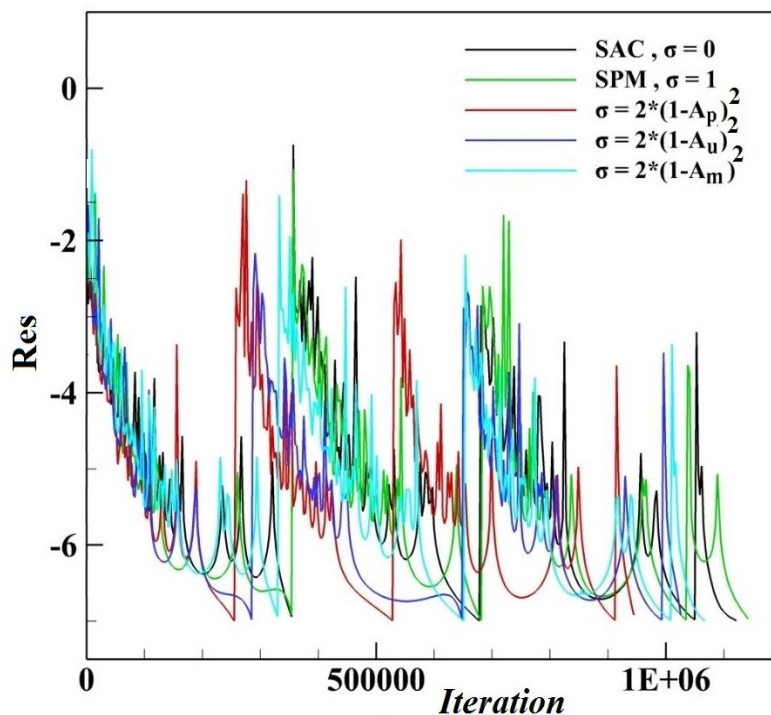


شکل ۴-۳: جریان آشفته ناپایا عبوری از روی ایرفویل NACA0012 در رینولدز $Re = 1 \times 10^6$ و زاویه حمله

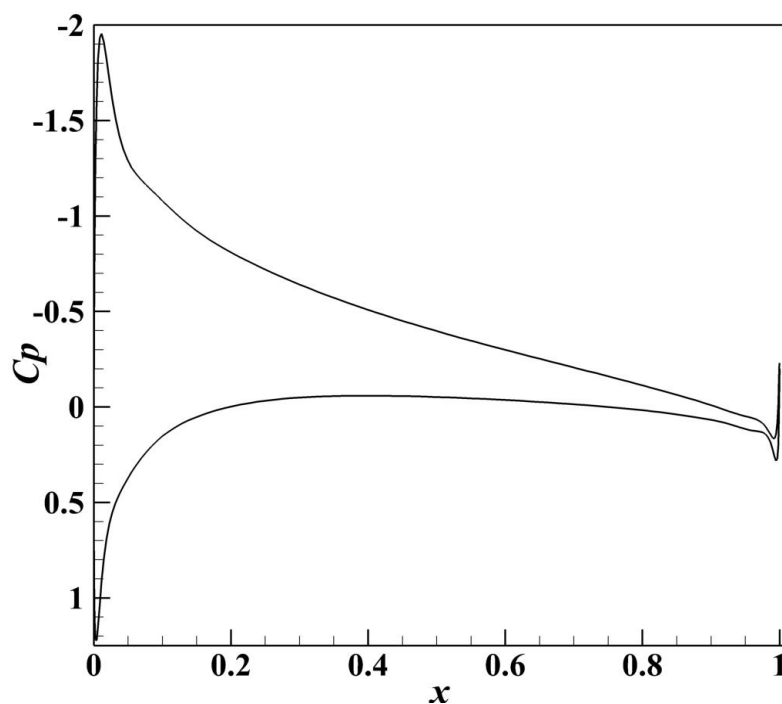
$AOA = 5^\circ$ در لحظه $t = 20s$ (الف) خطوط هم‌تراز سرعت افقی (u) (ب) خطوط هم‌تراز سرعت عمودی (v)



شکل ۴-۳۴: نتایج جریان آشفته ناپایا عبوری از روی ایرفویل NACA0012 در رینولدز $Re = 6 \times 10^6$ و زاویه حمله $AOA = 5^\circ$ (الف) تغییرات ضریب برآ (C_l) نسبت به زمان ب) تغییرات ضریب پسا (C_d) نسبت به زمان

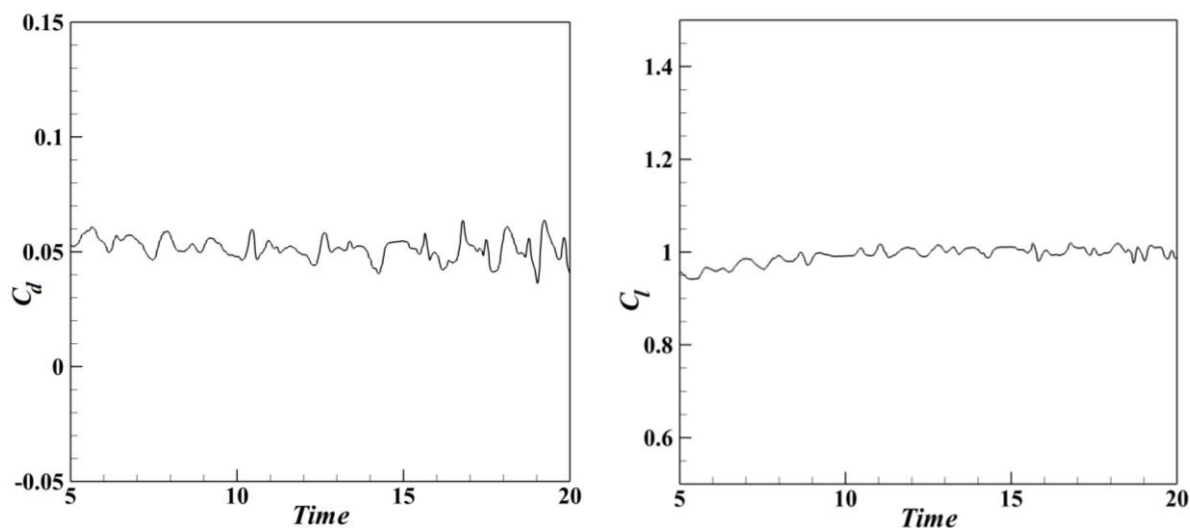


شکل ۴-۳۵: نتایج مربوط به تاریخچه باقی مانده (Res) در جریان آشفته ناپایا عبوری از روی ایرفویل NACA0012 در رینولدز $Re = 6 \times 10^6$ و زاویه حمله $AOA = 5^\circ$



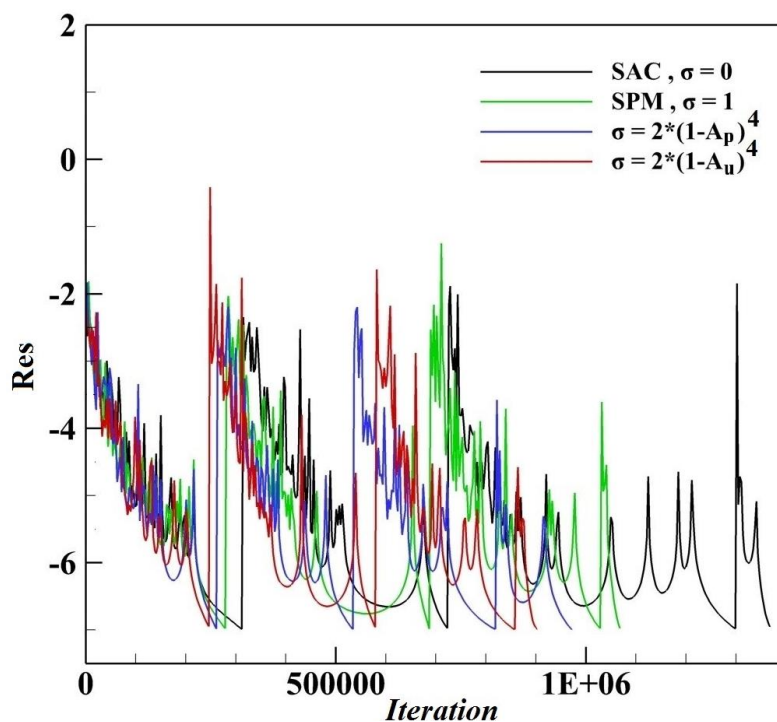
شکل ۴-۳۶: تغییرات ضریب فشار متوسط (C_p) برای جریان آشفته ناپایا عبوری از روی ایرفویل NACA0012

در رینولدز $Re = 6 \times 10^6$ و زاویه حمله $AOA = 5^\circ$



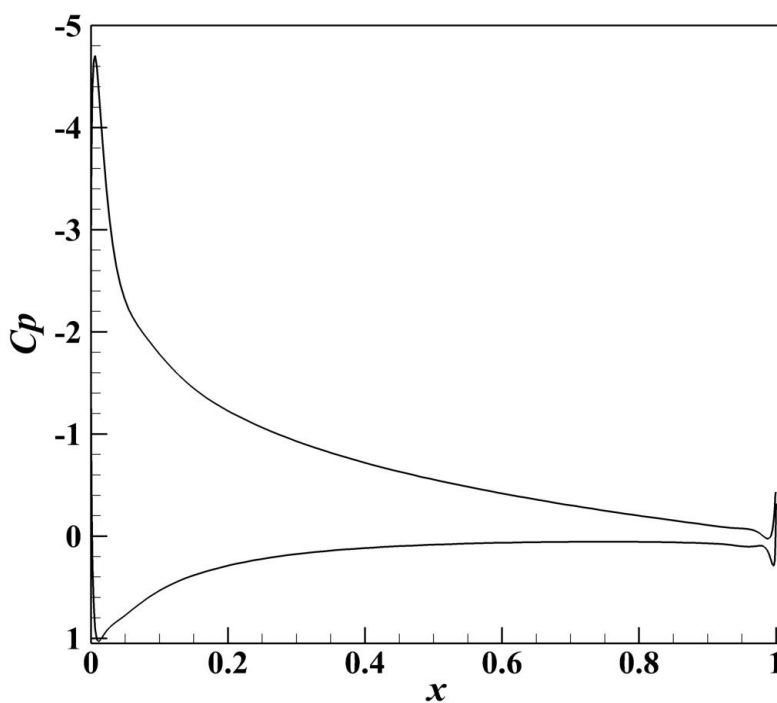
شکل ۴-۳۷: نتایج جریان آشفته ناپایا عبوری از روی ایرفویل NACA0012 در رینولدز $Re = 1 \times 10^6$ و زاویه

حمله $AOA = 10^\circ$ الف) تغییرات ضریب برآ (C_l) نسبت به زمان ب) تغییرات ضریب پسا (C_d) نسبت به زمان



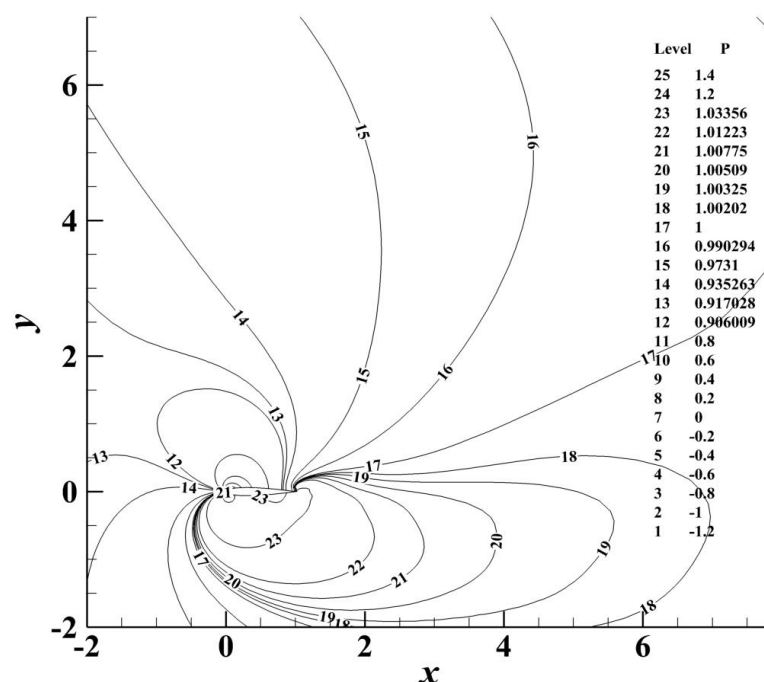
شکل ۴-۳۸: نتایج مربوط به تاریخچه باقی مانده (Res) در جریان آشفته ناپایا عبوری از روی ایرفویل

NACA0012 در رینولدز $Re = 1 \times 10^6$ و زاویه حمله $AOA = 10^\circ$



شکل ۴-۳۹: تغییرات ضریب فشار متوسط (C_p) برای جریان آشفته ناپایا عبوری از روی ایرفویل NACA0012

در رینولدز $Re = 1 \times 10^6$ و زاویه حمله $AOA = 10^\circ$

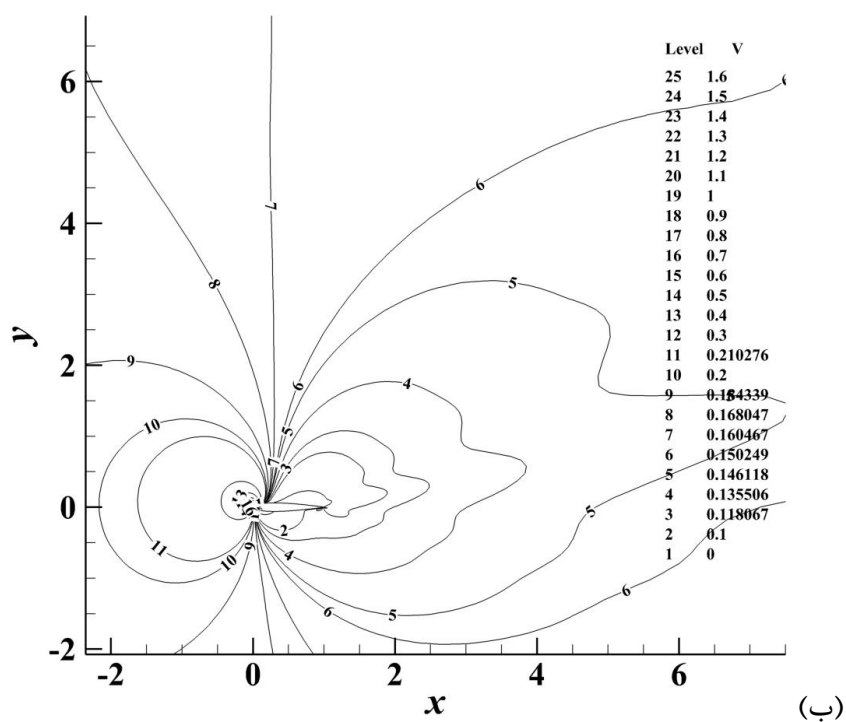
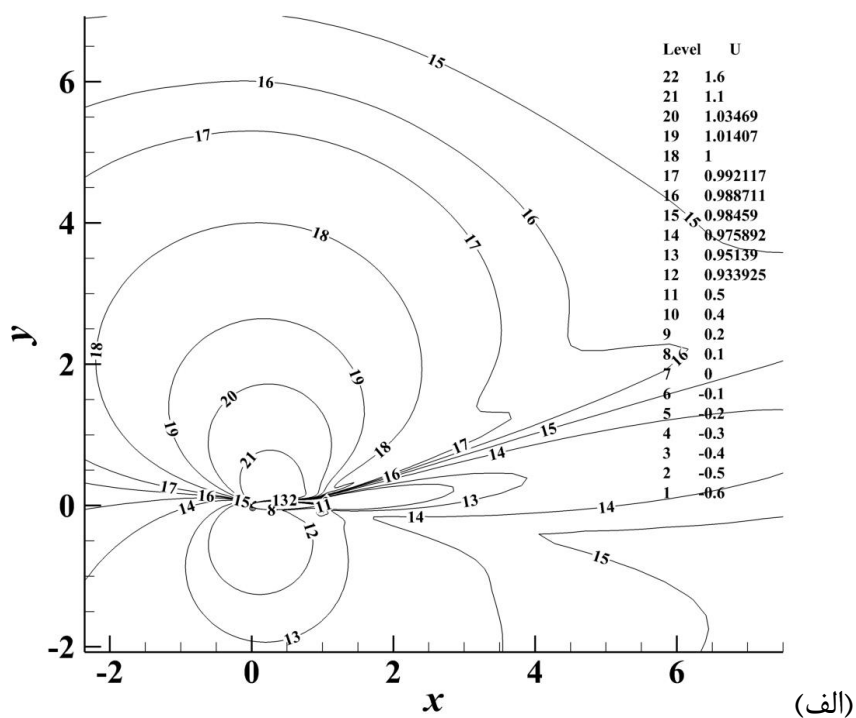


شکل ۴-۴: خطوط هم‌تراز فشار برای جریان آشفته ناپایا عبوری از روی ایرفویل NACA0012 در رینولدز

$Re = 1 \times 10^6$ و زاویه حمله $AOA = 10^\circ$ در لحظه $t = 20s$

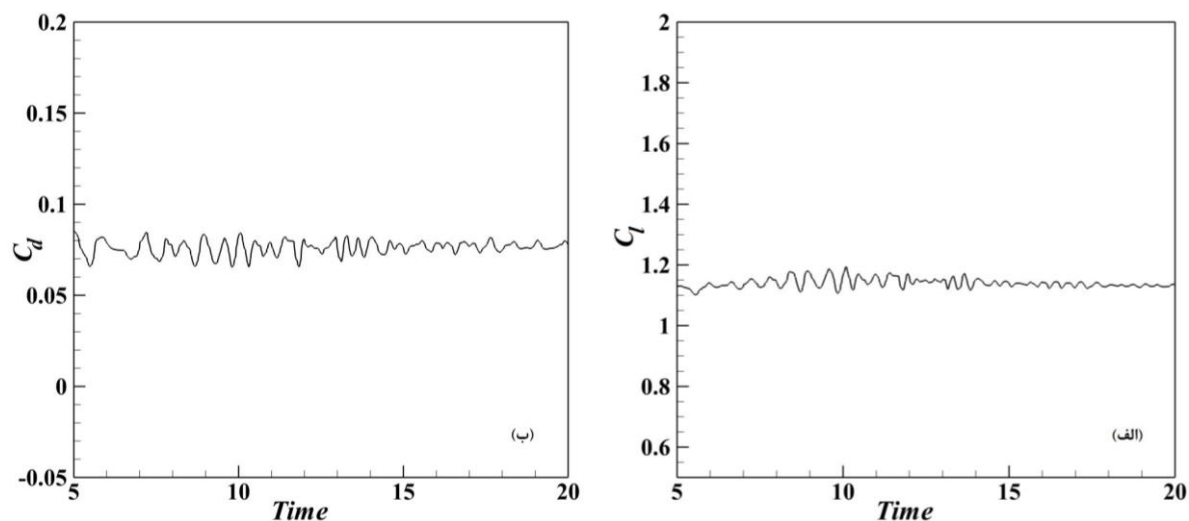
حالت پنجم: ایرفویل ONERA-A، رینولدز $Re = 1 \times 10^6$ ، زاویه حمله $AOA = 8^\circ$

در شکل ۴-۴۵، تاثیر مقادیر متفاوت توان معادله ضریب پیش‌شرط محلی روی سرعت همگرایی آن در مقایسه با روش پیشنهادی ترکل (SPM) و روش تراکم‌پذیری مصنوعی (SAC) در برای جریان آشفته ناپایا در رینولدز $Re = 1 \times 10^6$ و زاویه حمله $AOA = 8^\circ$ برای ایرفویل ONERA-A نشان داده شده است. استفاده از توان بهینه سنسور محلی فشار و سرعت می‌تواند موجب یک افزایش ۱۰ درصدی نسبت به روش ترکل و یک افزایش ۲۵ درصدی نسبت به روش تراکم‌پذیری مصنوعی در سرعت رسیدن به حل عددی در سه گام زمانی حقیقی شده است. در شکل ۴-۴۶، نیز تغییرات ضریب فشار متوسط روی سطح همین ایرفویل در همین شرایط جریان نشان داده شده است.

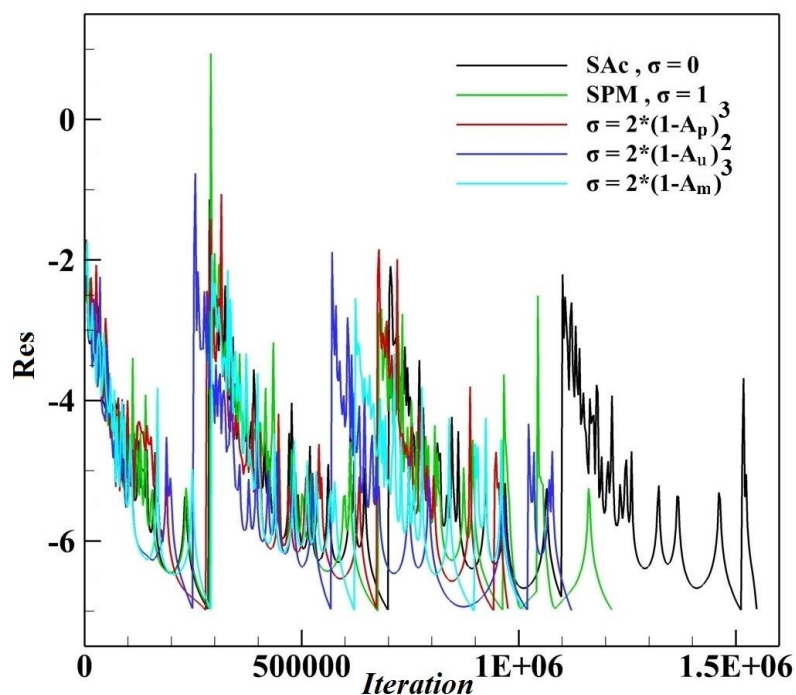


شکل ۴-۴: جریان آشفته ناپایا عبوری از روی ایرفویل NACA0012 در رینولدز $Re=1 \times 10^6$ و زاویه حمله

$AOA = 10^\circ$ در لحظه $t = 20s$ (الف) خطوط هم‌تراز سرعت افقی (u) (ب) خطوط هم‌تراز سرعت عمودی (v)

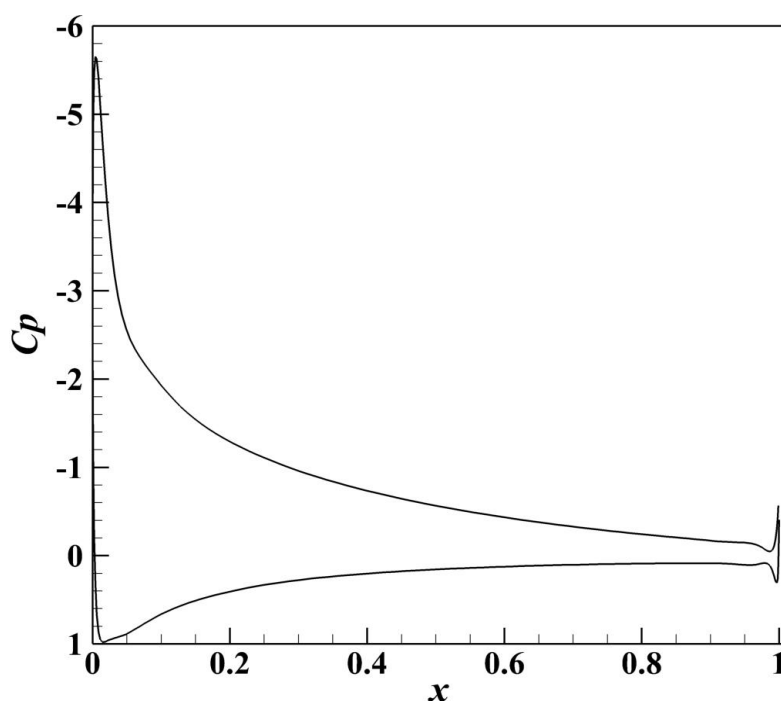


شکل ۴-۴۲: نتایج جریان آشفته ناپایا عبوری از روی ایرفویل NACA0012 در رینولدز $Re = 5 \times 10^6$ و زاویه حمله $AOA = 12^\circ$ (الف) تغییرات ضریب برآ (C_l) نسبت به زمان (ب) تغییرات ضریب پسا (C_d) نسبت به زمان



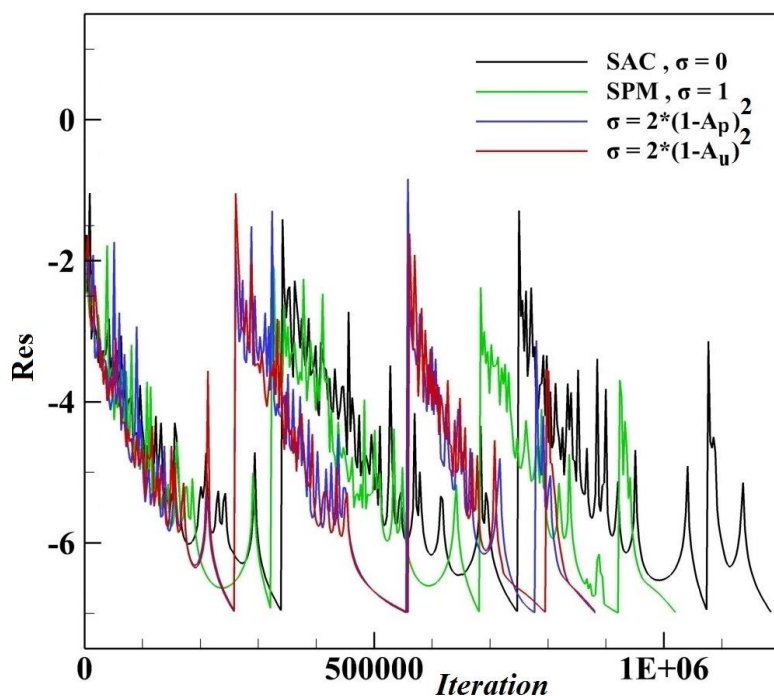
شکل ۴-۴۳: نتایج مربوط به تاریخچه باقی مانده (Res) در جریان آشفته ناپایا عبوری از روی ایرفویل

NACA0012 در رینولدز $Re = 5 \times 10^6$ و زاویه حمله $AOA = 12^\circ$



شکل ۴-۴۴: تغییرات ضریب فشار متوسط (C_p) برای جریان آشفته ناپایا عبوری از روی ایرفویل NACA0012

در رینولدز $Re = 5 \times 10^6$ و زاویه حمله $AOA = 12^\circ$

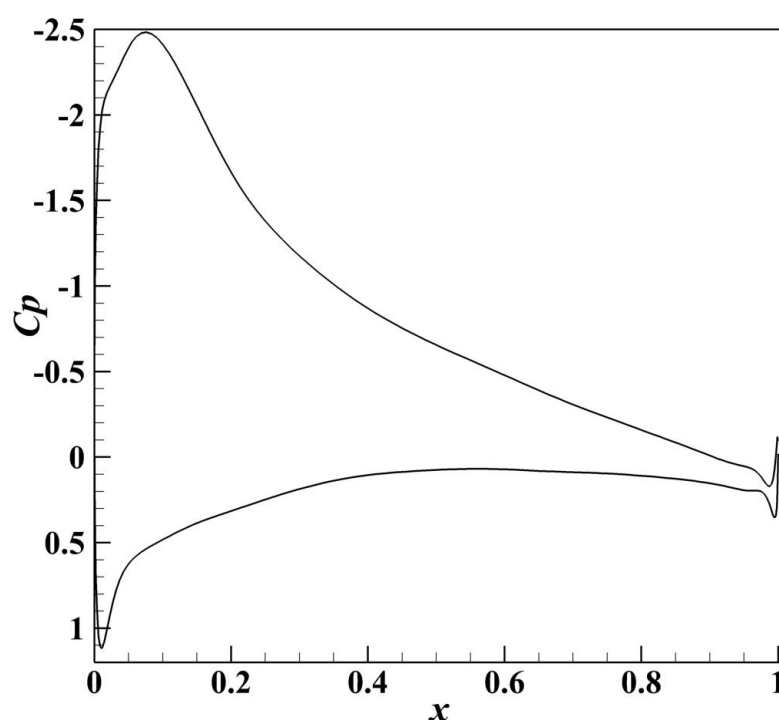


شکل ۴-۴۵: نتایج مربوط به تاریخچه باقی مانده (Res) برای جریان آشفته ناپایا عبوری از روی ایرفویل

ONERA-A در رینولدز $Re = 1 \times 10^6$ و زاویه حمله $AOA = 8^\circ$

حالت ششم: ایرفویل ONERA-A، رینولدز $Re = 5 \times 10^6$ ، زاویه حمله $AOA = 12^\circ$

شکل ۴-۴۷، تاثیر مقادیر متفاوت توان معادله ضریب پیش‌شرط محلی روی سرعت همگرایی آن در مقایسه با روش پیشنهادی ترکل (SPM) و روش تراکم‌پذیری مصنوعی (SAC) در برای جریان آشفته ناپایا در رینولدز $Re = 5 \times 10^6$ و زاویه حمله $AOA = 12^\circ$ برای ایرفویل ONERA-A را نشان می‌دهد. استفاده از توان بهینه سنسور محلی سرعت می‌تواند موجب یک افزایش حدود ۱۰ درصدی نسبت به روش ترکل و یک افزایش ۱۵ درصدی نسبت به روش تراکم‌پذیری مصنوعی در سرعت رسیدن به حل عددی در سه گام زمانی حقیقی شده است اما استفاده از توان بهینه سنسور محلی فشار نسبت به روش نتوانسته است سرعت حل عددی را افزایش دهد. در شکل ۴-۴۸، نیز تغییرات ضریب فشار متوسط روی سطح همین ایرفویل در همین شرایط جریان نشان داده شده است.



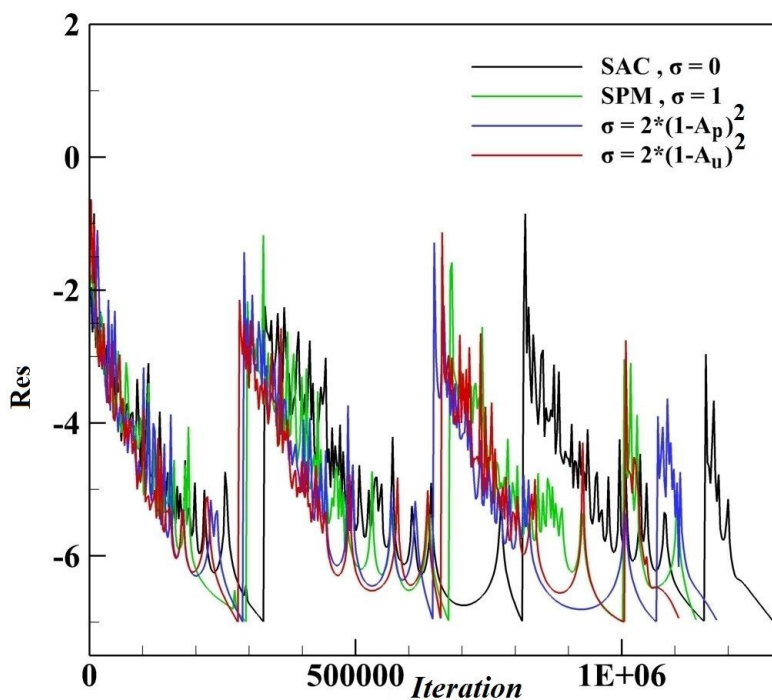
شکل ۴-۴۶: تغییرات ضریب فشار متوسط (C_p) برای جریان آشفته ناپایا عبوری از روی ایرفویل ONERA-A در

رینولدز $Re = 1 \times 10^6$ و زاویه حمله $AOA = 8^\circ$

باید توجه داشت که استفاده از روش پیش‌شرط توانی در حالت آشفته ناپایا با سنسورهای محلی فشار و سرعت و لزجت دینامیکی تقریباً در تمام حالات موجب کاهش چشم‌گیر تعداد گام تکراری حل عددی نسبت به روش ترکل و روش تراکم‌پذیری مصنوعی شده است. اما استفاده از سنسور محلی لزجت دینامیکی همان‌طور

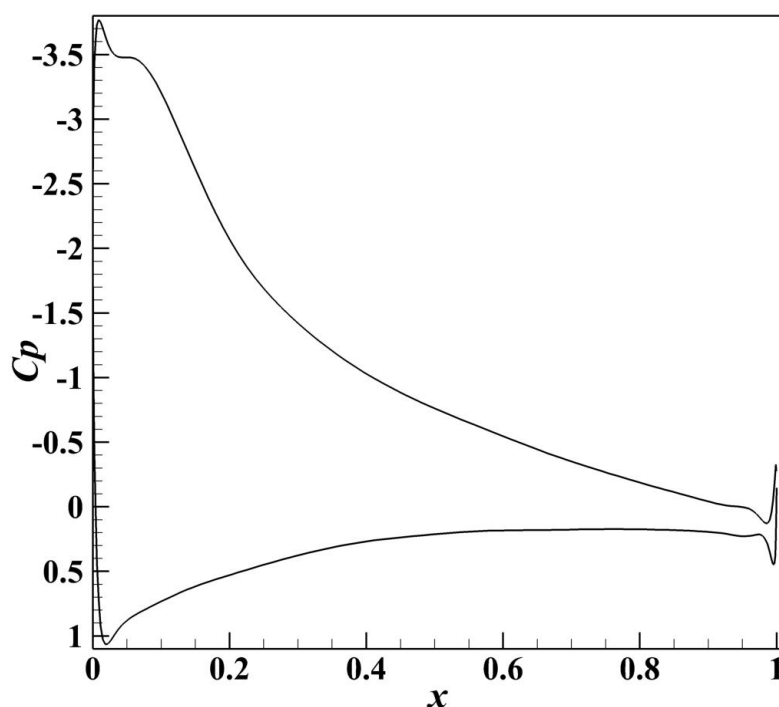
که دیده شد در همه زوایا و رینولدزها نمی‌تواند موجب همگرایی حل عددی تا نرم خطای 10^{-7} گردد. اما در مواردی که همگرایی تا این میزان ایجاد شده است توانسته است سرعت همگرایی حل به‌خوبی افزایش دهد. همچنین همان‌طور که قبلاً برای حالت پایا نیز گفته شد تغییر در مقدار ضریب پیش‌شرط توانی تقریباً تاثیری در دقت حل نداشته و تعیین مقادیر مناسب آن تاثیر به‌سزایی در افزایش سرعت همگرایی خواهد داشت. لذا استفاده از آن در حل جریان‌های ناپایا کاملاً مناسب نشان می‌دهد.

همچنین به‌منظور ایجاد درک بهتر و یک توصیف کلی از میزان توانایی روش پیش‌شرط توانی در بهبود سرعت همگرایی حل عددی آنچه تاکنون آورده شد به‌طور خلاصه در جدول ۴-۲ آورده شده که میزان کاهش تعداد گام‌های تکراری، برای بهترین توان و سنسور در هر حالت نسبت به روش پیش‌شرط ترکل و تراکم‌پذیری مصنوعی در این جدول قابل مشاهده است.



شکل ۴-۴۷: نتایج مربوط به تاریخچه باقی‌مانده (Res) برای جریان آشفته ناپایا عبوری از روی ایرفویل

ONERA-A در رینولدز $Re = 5 \times 10^6$ و زاویه حمله $AOA = 12^\circ$



شکل ۴-۴۸: تغییرات ضریب فشار متوسط (C_p) برای جریان آشفته ناپایا عبوری از روی ایرفویل ONERA-A در

رینولدز $Re = 5 \times 10^6$ و زاویه حمله $AOA = 12^\circ$

جدول ۴-۲- پارامترهای مربوط به هر حالت و تعداد گام‌های تکراری مربوط به هر روش و میزان بهبود در سرعت

نوع ایرفویل	نوع جریان	زاویه حمله (درجه)	عدد رینولدز ($\times 10^6$)	تعداد گام روش SPM ($\times 10^6$)	تعداد گام روش SAC ($\times 10^6$)	تعداد گام تکرار پیش شرط محلی ($\times 10^6$)	کاهش تعداد تکرار نسبت به SAC (%)	کاهش تعداد تکرار نسبت به SPM (%)
NACA0012	پایا	۱۰	۶	۱/۲۹۰	۱/۱۵۴	۰/۷۱۷	۳۷	۴۵
ONERA-A	پایا	۱۲	۱	۱/۱۹۷	۱/۳۷۴	۰/۸۸۵	۳۵,۵	۲۶
NACA0012	پایا	۵/۴	۲/۸۸	۱/۳۴۴	۰/۶۸۰	۰/۵۰۲	۲۶	۶۰
NACA0012	پایا	۰	۶	۰/۶۱۳	۰/۴۴۲	۰/۴۰۴	۸	۳۴
ONERA-A	پایا	۸	۵/۲۵	۱/۵۸۲	۱/۶۶۸	۱/۲۳۹	۲۶	۲۱
NACA0012	ناپایا	۵	۱	—	۱/۱۸۸	۱/۱۱۲	۷	—
NACA0012	ناپایا	۵	۶	۱/۱۴۳	۱/۱۲۲	۰/۹۴۵	۱۶	۱۷
NACA0012	ناپایا	۱۰	۱	۱/۰۶۸	۱/۳۶۸	۰/۹۰۳	۳۴	۱۵
NACA0012	ناپایا	۱۲	۵	۱/۲۱۵	۱/۵۴۸	۰/۹۷۵	۳۷	۲۰
ONERA-A	ناپایا	۸	۱	۱/۰۲۰	۱/۱۸۵	۰/۸۸۲	۲۵,۵	۱۴
ONERA-A	ناپایا	۱۲	۵	۱/۱۴۰	۱/۲۴۸	۱/۱۰۶	۱۲	۳

فصل ۵ نتیجه‌گیری و پیشنهادها

در این فصل خلاصه از کارهای صورت گرفته در این پایان‌نامه به همراه دستاوردها ارائه می‌گردد. همچنین برای ارتقا و ادامه روند این پایان‌نامه و یا ارائه موضوعات جدید پیشنهادهایی مطرح می‌گردد.

۵-۱- بحث و نتیجه‌گیری

همان‌طور که گفته شد با توجه به افزایش روزافزون کاربردهای صنعتی و مهندسی جریان‌های آشفته و قرارگیری جریان‌ها در این دسته خاص از جریان، احتیاج به تحلیل، بررسی و مدل‌سازی این نوع از جریان بیش‌ازپیش احساس می‌گردد. از طرفی در چند دهه اخیر شبیه‌سازی عددی جریان‌های آشفته پایا و ناپایا به دلیل محدودیت‌های موجود در انجام تست‌های آزمایشگاهی از لحاظ هزینه‌ها و عدم امکان توسعه روی همه نمونه‌های مورد نیاز، به‌صورت خاصی مورد توجه قرار گرفته است.

همچنین شبیه‌سازی عددی میدان جریان‌های تراکم‌ناپذیر دارای پیچیدگی‌های خاص خود بوده و استفاده از الگوریتم‌های عددی موثر در حل میدان جریان‌های تراکم‌پذیر برای حل میدان جریان تراکم‌ناپذیر چندان موثر نخواهند بود. این مشکل از آنجا ناشی می‌شود که در میدان جریان تراکم‌ناپذیر، تغییرات چگالی نسبت به سایر متغیرها، از جمله فشار و سرعت، ناچیز است که باعث یک بدرفتاری در حل و به طبع آن کاهش سرعت همگرایی حل عددی معادلات حاکم بر جریان سیال می‌گردد. اما در حل عدد معادلات تراکم‌پذیر به دلیل وجود مشتق زمانی چگالی در معادلات حاکم بر جریان سیال این مشکل وجود ندارد. برای حل این مشکل در

مطالعه حاضر از روش متغیرهای اولیه برای شبیه‌سازی عددی معادلات حاکم بر جریان تراکم‌ناپذیر استفاده شد.

همچنین برای نخستین بار از روش پیش‌شرط‌سازی توانی محلی، جهت شبیه‌سازی جریان‌های تراکم‌ناپذیر آشفته پایا و ناپایا در اطراف ایرفویل‌ها در اعداد رینولدز بالا استفاده شد. در این روش، معادلات حاکم با تغییر در جملات مشتق زمانی اصلاح می‌گردند. معادلات حاکم به کمک روش عددی حجم محدود جیمسون از نوع مرکزیت-سلول گسسته‌سازی می‌شوند. همچنین برای حل جریان ناپایا از الگوریتم ضمنی دوزمانه و برای شبیه‌سازی عددی جریان آشفته از مدل جبری بالدوین و لومکس استفاده شد. محاسبات برای جریان پایا و ناپایای آشفته‌ی عبوری از ایرفویل‌های NACA0012 و ONERA-A در اعداد رینولدز و زوایای حمله مختلف مورد بررسی قرار گرفت.

نتایج ارائه‌شده با بهره‌گیری از روش تراکم‌پذیری مصنوعی و استراتژی پیش‌شرط در جریان‌های تراکم‌ناپذیر پایا و ناپایا، با مقایسه با داده‌های عددی و آزمایشگاهی سایر محققان مورد اعتبار سنجی قرار گرفت و برای این کار ضرایب برآ، پسا، اصطکاک و فشار و همچنین خطوط جریان در زوایا و رینولدزهای مختلف ارائه گردید. نتایج همخوانی بسیار خوبی از خود نشان دادند. همچنین با اعمال روش پیش‌شرط توانی مشاهده شد که در مقایسه با دیگر روش‌ها نظیر SPM و SAC تعداد گام‌های تکرار حل عددی کاهش و به تبع، سرعت همگرایی افزایش و زمان حل کاهش یافت و با استفاده از توان بهینه می‌توان تعداد گام‌ها را در مقایسه با سایر روش‌ها تا بیش از ۵۰ درصد کاهش داد. استفاده از سنسورهای لزجت دینامیکی نتوانست در حالت پایا همگرایی موجب همگرایی نرم خطا تا 10^{-10} گردد اما در حالت ناپایا با توجه به اینکه نرم خطا 10^{-7} قرار داده شد بود نتوانست موجب همگرایی حل عددی و کاهش چشم‌گیر در تعداد گام‌های تکراری گردد. در انتها باید یادآور شد که مقدار بهینه برای ضریب پیش‌شرط ثابت نیست و با توجه به فیزیک جریان در بازه $2 \leq m \leq 4$ تغییر می‌کند.

۵-۲- پیشنهادها

به‌منظور بهبود سطح کیفی این پایان‌نامه و انجام مطالعات جامع‌تر و مکمل، در راستای این پایان‌نامه، پیشنهادهای زیر قابل بررسی خواهد بود:

✓ استفاده از یک روش عددی با مرتبه بالاتر به‌عنوان روش پایه برای گسسته‌سازی معادلات حاکم و

ترکیب آن با روش پیش‌شرط توانی در حل جریان‌های ناپایا

- ✓ استفاده از شبکه‌بندی از نوع C^1 در شبکه محاسباتی مورد استفاده در برنامه عددی
- ✓ توسعه برنامه محاسباتی برای شبیه‌سازی جریان‌های کاویتاسیونی
- ✓ استفاده از مدل‌های با مرتبه بالاتر و استفاده از توابع دیوار به‌منظور شبیه‌سازی جریان آشفته و افزایش دقت محاسبات
- ✓ ارتقای برنامه محاسباتی به‌منظور شبیه‌سازی جریان‌های سه‌بعدی
- ✓ شبیه‌سازی جریان با در نظر گرفتن حالت غیر صلب برای سطح ایرفویل و در نظر گرفتن تغییرات ابعادی و شکلی با توجه به نیروی‌های وارده بر آن
- ✓ استفاده از روش‌های چند شبکه‌ای² و ترکیب آن با روش پیش‌شرط توانی به‌منظور بهبود هم‌زمان سرعت و دقت حل عددی
- ✓ در نظر گرفتن روش‌های کنترل جریان روی ایرفویل به‌منظور بهبود عملکرد و ضرایب ایرودینامیکی آن

¹ C-Grid

² Multigrid methods

منبع‌ها

- [1] L. Prandtl, Turbulent flow, National Advisory Committee for Aeronautics, Technical Memorandum, vol. 435, 1927.
- [۲] پ. اکبرزاده، س. م. درازگیسو، م. ا. شهنازی و ا. عسکری، "روش پیش‌شرط توانی در تسریع نرخ همگرایی جریان‌های تراکم‌ناپذیر پایا و ناپایای آشفته"، *نشریه مهندسی مکانیک/میرکبیر*, ۲۰۱۷.
- [۳] س. م. درازگیسو، "روش پیش‌شرط توانی در بهبود همگرایی شبیه‌سازی عددی جریان‌های ناپایای عبوری از هیدور فویل‌ها"، رساله کارشناسی ارشد، دانشگاه شاهرود، شاهرود، ۱۳۹۵.
- [4] A. Jameson, "Time dependent calculations using multigrid, with applications to unsteady flows past airfoils and wings," in *10th Computational Fluid Dynamics Conference*, 1991, p. 1596.
- [5] A. Arnone, M.-S. Liou, and L. POVINELLI, "Multigrid time-accurate integration of Navier-Stokes equations," in *11th Computational Fluid Dynamics Conference*, 1993, p. 3361.
- [6] N. D. Melson, H. L. Atkins, and M. D. Sanetrik, "Time-accurate Navier-Stokes calculations with multigrid acceleration," 1993.
- [7] J. M.-J. Hsu, An implicit-explicit flow solver for complex unsteady flows vol. 206: Citeseer, 2004.
- [8] A. V. Shatalov, "Numerical simulations of incompressible laminar flows using viscous-inviscid interaction procedures," 2006.
- [9] V. Venkatakrishnan and D. Mavriplis, "Implicit method for the computation of unsteady flows on unstructured grids," *Journal of Computational Physics*, vol. 127, pp. 380-397, 1996.
- [10] M. Hafez, A. Shatalov, and M. Nakajima, "Improved numerical simulations of incompressible flows based on viscous/inviscid interaction procedures," in *Computational Fluid Dynamics 2006*, ed: Springer, 2009, pp. 309-314.
- [11] S. Patankar, Numerical heat transfer and fluid flow: CRC press, 1980.
- [12] A. J. Chorin, "A numerical method for solving incompressible viscous flow problems," *Journal of computational physics*, vol. 2, pp. 12-26, 1967.
- [13] W. Briley, H. McDonald, and S. Shamroth, "A low Mach number Euler formulation and application to time-iterative LBI schemes," *AIAA journal*, vol. 21, pp. 1467-1469, 1983.
- [14] H. Viviand, "Pseudo-unsteady systems for steady inviscid flow calculations," *Numerical Methods for the Euler Equations of Fluid Dynamics*, vol. 334, 1985.
- [15] E. Turkel, "Preconditioned methods for solving the incompressible and low speed compressible equations," *Journal of computational physics*, vol. 72, pp. 277-298, 1987.
- [16] B. Van Leer, W.-T. Lee, and P. L. Roe, "Characteristic time-stepping or local preconditioning of the Euler equations," 1991.

- [17] W.-T. Lee, "Local preconditioning of the Euler equations," 1992.
- [18] C. L. Merkle, "Preconditioning methods for viscous flow calculations," *Computational fluid dynamics review*, pp. 419-436, 1995.
- [19] C. L. Merkle, J. Y. Sullivan, P. E. O. Buelow, and S. Venkateswaran, "Computation of flows with arbitrary equations of state," *AIAA journal*, vol. 36, pp. 515-521, 1998.
- [20] J. M. Weiss and W. A. Smith, "Preconditioning applied to variable and constant density flows," *AIAA journal*, vol. 33, pp. 2050-2057, 1995.
- [21] A. Malan, R. Lewis, and P. Nithiarasu, "An improved unsteady, unstructured, artificial compressibility, finite volume scheme for viscous incompressible flows: Part I. Theory and implementation," *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, vol. 54, pp. 695-714, 2002.
- [22] A. Malan, R. Lewis, and P. Nithiarasu, "An improved unsteady, unstructured, artificial compressibility, finite volume scheme for viscous incompressible flows: Part II. Application," *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, vol. 54, pp. 715-729, 2002.
- [23] V. Esfahanian and P. Akbarzadeh, "The Jameson's numerical method for solving the incompressible viscous and inviscid flows by means of artificial compressibility and preconditioning method," *Applied Mathematics and Computation*, vol. 206, pp. 651-661, 2008.
- [24] V. Esfahanian, P. Akbarzadeh, and K. Hejranfar, "An improved progressive preconditioning method for steady non - cavitating and sheet - cavitating flows," *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, vol. 68, pp. 210-232, 2012.
- [۲۵] م. صنیعی‌نژاد، "مقدمه ای بر مفاهیم جریان‌های آشفته و مدل‌سازی آن‌ها"، ویراست سوم، خرداد ۱۳۸۳.
- [۲۶] ک. هجران‌فر، ا. عزت‌نشان، ک. فتاح‌حصاری، "الگوریتم پیش‌شرطی جهت تسریع همگرایی حل جریان‌های تراکم‌ناپذیر غیرلزج/لزج"، هفدهمین کنفرانس سالانه بین‌المللی مهندسی مکانیک، دانشگاه تهران، تهران، ۱۳۸۸.
- [27] A. Smith and T. Cebeci, "Numerical solution of the turbulent-boundary-layer equations," DOUGLAS AIRCRAFT CO LONG BEACH CA AIRCRAFT DIV1967.
- [28] B. Baldwin and H. Lomax, "Thin-layer approximation and algebraic model for separated turbulentflows," in *16th aerospace sciences meeting*, 1978, p. 257.
- [29] J.-C. Wu, L. Sankar, and D. HUFF, "Evaluation of three turbulence models for the prediction of steady and unsteady airloads," in *27th Aerospace Sciences Meeting*, 1988, p. 609.
- [30] E. Guilmineau, J. Piquet, and P. Queutey, "On the use of turbulence models for the simulation of incompressible viscous flow past airfoils at high-lift static and dynamic incidence," in *Fifteenth International Conference on Numerical Methods in Fluid Dynamics*, 1997, pp. 540-545.
- [31] K. T. Edquist and B. R. Hollis, "Mars science laboratory heatshield aerothermodynamics: design and reconstruction," in *44th AIAA Thermophysics Conference*, 2013, p. 2781.

[32] P. Tamamidis, G. Zhang, and D. N. Assanis, "Comparison of pressure-based and artificial compressibility methods for solving 3D steady incompressible viscous flows ", *Journal of Computational Physics*, vol. 124, pp. 1-13, 1996.

[۳۳] پ. اکبرزاده، "روش‌های پیش‌شرط در شبیه‌سازی عددی جریان‌های کاویتاسیون"، رساله دکتری، دانشگاه تهران، تهران، ۱۳۸۹.

[34] E. Turkel, "Review of preconditioning methods for fluid dynamics," INSTITUTE FOR COMPUTER APPLICATIONS IN SCIENCE AND ENGINEERING HAMPTON VA1992.

[35] E. Turkel, A. Fiterman, and B. Van Leer, "Preconditioning and the limit to the incompressible flow equations," Institute for Computer Applications in Science and Engineering Hampton VA1993.

[36] A. Jameson, "Steady-state solution of the Euler equations for transonic flow," in *Transonic, Shock, and Multidimensional Flows*, ed: Elsevier, 1982, pp. 37-70.

[37] A. Jameson, W. Schmidt, and E. Turkel, "Numerical solution of the Euler equations by finite volume methods using Runge Kutta time stepping schemes," in *14th fluid and plasma dynamics conference*, 1981, p. 1259.

[38] A. Belov, L. Martinelli, and A. Jameson, "A new implicit algorithm with multigrid for unsteady incompressible flow calculations," in *33rd Aerospace sciences meeting and exhibit*, 1995, p. 49.

[39] O. Coutier - Delgosha, R. Fortes - Patella, J.-L. Reboud, N. Hakimi, and C. Hirsch, "Numerical simulation of cavitating flow in 2D and 3D inducer geometries," *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, vol. 48, pp. 135-167, 2005.

[40] O. Coutier - Delgosha, J. Reboud, and Y. Delannoy, "Numerical simulation of the unsteady behaviour of cavitating flows," *International journal for numerical methods in fluids*, vol. 42, pp. 527-548, 2003.

[41] N. Gregory and C. O'reilly, Low-Speed aerodynamic characteristics of NACA 0012 aerofoil section, including the effects of upper-surface roughness simulating hoar frost: HM Stationery Office London, 1973.

[42] C. Baxevanou and D. Fidaros, "Validation of numerical schemes and turbulence models combinations for transient flow around airfoil," *Engineering Applications of Computational Fluid Mechanics*, vol. 2, pp. 208.۲۰۰۸, ۲۲۱-

[43] R. E. Sheldahl and P. C. Klimas, "Aerodynamic characteristics of seven symmetrical airfoil sections through 180-degree angle of attack for use in aerodynamic analysis of vertical axis wind turbines," Sandia National Labs., Albuquerque, NM (USA)1981.

[44] S. Rodolfo Idelsohn, N. Marcelo Nigro, J. Marcelo Gimenez, R. Rossi, and J. Marcelo Marti, "A fast and accurate method to solve the incompressible Navier-Stokes equations," *Engineering Computations*, vol. 30, pp. 197-222, 2013.

[45] G. Jin and M. Braza, "Two-equation turbulence model for unsteady separated flows around airfoils," *AIAA journal*, vol. 32, pp. 2316-2320, 1994.

[46] M. V. Rostami, M. Saghafian, A. Sedaghat, and M. Miansari, "Numerical investigation of turbulent flow over a stationary and oscillatory NACA0012 airfoil using overset grids

method," *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, vol. 67, pp. 135-154, 2011.

- [47] O. Piccin and D. Cassoudeulle, "Etude dans la soufflerie F1 des profils AS239 et AS240," *ONERA Technical Report PV 73/1685 AYG*, 1987.

Abstract

According to increasing industrial and engineering use of turbulent flows and placement of the flows in turbo machines, fluid transfer in pipes, heat exchangers, combustion engines, the atmosphere and the oceans and etc. in this particular category of flows, it is more necessary to analyze, study and model this type of the flow than before. In the this study, for the first time, the locally power-law preconditioning method for analyzing steady and unsteady incompressible turbulent flows around airfoils in high Reynolds numbers is utilized. In this method, the governing equations are modified by altering the time derivatives terms. The governing equations are discretized by the numerical method derived from the cell-centered Jameson's finite volume algorithm. In addition, for solving the unsteady flows, an implicit dual-time procedure and for simulating the turbulent flows, Baldwin and Lomax algebraic model have been employed. The computations are presented for steady and unsteady turbulent flows around NACA0012 and ONERA-A airfoils at various angles of attack and Reynolds number. Results presented in this study focus on the velocity, pressure and eddy viscosity profiles, distribution of pressure coefficient, lift and drag coefficients and the effect of the power-law preconditioning method on the convergence rate. The numerical solution indicates an acceptable accuracy with the aid of the power-law preconditioning method in both steady and unsteady turbulent flows for high Reynolds numbers. Moreover, using the power-law preconditioning method improves the convergence speed significantly and reduces the iteration number of solution steps and time simultaneously in both steady and unsteady flows.

Keywords: Incompressible steady and unsteady Turbulent flow, Power-law preconditioning method, NACA0012 and ONERA_A airfoils, Baldwin and Lomax algebraic model.



Shahrood University of technology
Faculty of Mechanical and Mechatronics Engineering
M.Sc. Thesis in Energy conversion engineering

**Investigation of the power preconditioning method
for improving the convergence of numerical
simulation of unsteady turbulent flows**

by :
Mohammad Amin Shahnazi

Supervisor:
Dr. Pooria Akbarzadeh

September 2018