

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ



دانشکده مهندسی مکانیک

گروه حرارت و سیالات

بررسی عددی فرایند بیوشیمیایی غیر همدم در یک محیط متخلخل در حضور انتقال

حرارت جابجایی آزاد

دانشجو: اسماعیل شاکری نژاد

استاد راهنما

دکتر محمد حسن کیهانی

استاد مشاور

دکتر محسن نظری

پایان نامه ارشد جهت اخذ درجه کارشناسی ارشد

پائیز ۱۳۸۹

دانشگاه صنعتی شاهرود

دانشکده مهندسی مکانیک

گروه حرارت و سیالات

پایان نامه کارشناسی ارشد آقای ...اسماعیل شاکری نژاد.

تحت عنوان: بررسی عددی فرایند بیوشیمیایی غیر همدم در یک محیط متخلخل در حضور انتقال

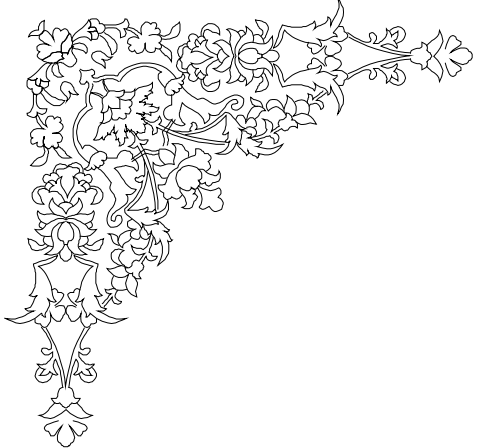
حرارت جابجایی آزاد

در تاریخ توسط کمیته تخصصی زیر جهت اخذ مدرک کارشناسی ارشد

مورد ارزیابی و با درجه مورد پذیرش قرار گرفت.

امضاء	اساتید مشاور	امضاء	اساتید راهنما
	دکتر محسن نظری		دکتر محمد حسن کیهانی

امضاء	نماینده تحصیلات تکمیلی	امضاء	اساتید داور



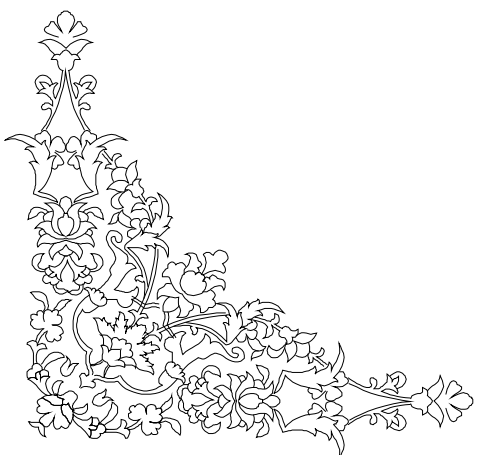
تقدیم بہ

پدرم: اسوہ صبر و استقامت

مادرم: اسوہ محبت و گذشت

خواهرم: کنینہ دکر می و مہربانی

و برادرانم: دریای سرور و شادی



باشکر و سپاس فراوان از اساتید فریخته:

«آقای دکتر محمد حسن کیهانی و دکتر محسن نظری»

که با کمک های بی دریغشان، من را در انجام هر چه بهترین پژوهش

یاری نمودند.

دانشجو تأیید می نماید که مطالب مندرج در این پایان نامه نتیجه تحقیقات خودش می باشد و در صورت استفاده از نتایج دیگران مرجع آن را ذکر نموده است.

کلیه حقوق مادی مترتب از نتایج مطالعات ، آزمایشات و نوآوری ناشی از تحقیق موضوع این پایان نامه متعلق به دانشگاه صنعتی شاهرود می باشد .

پائیز ۱۳۸۹

چکیده

در مطالعه حاضر، انتقال حرارت جابجایی آزاد در محیط متخلخل به صورت عددی و با استفاده از روش حجم محدود مورد بررسی قرار گرفته است. در این شبیه‌سازی، فرض بر آن است که یک فرایند بیوشیمیایی غیر هم‌دما در محیط صورت گرفته که منجر به تولید گرما در محفظه می‌گردد. این گرما تابعی از غلظت حل شده در محیط است. به منظور بیان نرخ رشد و مصرف غلظت‌ها از مدل مونود استفاده شده است. دیواره‌های عمودی محیط مورد نظر دما ثابت و دیواره‌های پایینی و بالایی، عایق می‌باشند. مساله در دو حالت متمایز مورد بررسی قرار می‌گیرد. در حالت اول به بررسی محیط متخلخل غیرهمگن در حالت تعادل حرارتی پرداخته شده و محیط متخلخل غیر همگن با تقسیم محیط به سه لایه با ضرایب تخلخل متفاوت مدل‌سازی می‌شود. در این حالت اثر تغییرات ضریب تخلخل بر روی انتقال حرارت، گرمای تولیدی، جریان سیال و انتقال جرم بررسی شده و نتایج با حالت ضریب تخلخل ثابت مقایسه می‌گردد. در حالت دوم محیط متخلخل همگن با فرض عدم تعادل حرارتی، با خصوصیات فیزیکی ثابت و گرمای تولیدی در فاز سیال، مورد بررسی قرار می‌گیرد. همچنین خطوط جریان، دما و غلظت برای مقادیر مختلف اعداد بدون بعد رسم شده و دمای سیال و جامد در مرکز حفره و روی خط فرضی عمودی واقع در مرکز حفره محاسبه شده است. سیال درون محفظه تراکم‌ناپذیر و نیوتنی بوده، از مدل داری برای بیان معادله مومنتوم و از فرض بوزینسک برای بیان تغییرات دانسیته استفاده شده است. جریان سیال دوبعدی و غیرپایا می‌باشد.

کلمات کلیدی: انتقال حرارت جابجایی آزاد، گرمای تولیدی، روش حجم محدود، واکنش بیوشیمیایی،

انتقال جرم، مدل داری، مدل عدم تعادل حرارت.

مقالات

مقالات استخراج شده از رساله حاضر به شرح زیر می‌باشند:

- 1) Nazari, M., Kayhani, M.H., Shakeri E., “The effects of fluid to solid conductivity ratio, Rayleigh number and interstitial heat transfer coefficient on the N.T.E. free convection in a porous enclosure”. Journal in Transport porous media, accepted.
- 2) Nazari, M., Kayhani, M.H., Shakeri E., “Natural Convection Heat Transfer in the Porous Cavity in the Presence of Biochemical Heat Source which is Dependent on Solute Concentration Generation Rate: Comparison Between Constant and Variable Porosity”. Journal of porous media, accepted.
- 3) Nazari, M., Kayhani, M.H., Shakeri E., “Thermal Non-Equilibrium Heat Transfer in a Porous Cavity in the Presence of Bio-Chemical Heat Source”. International Journal of Heat and Mass Transfer, submitted.

فهرست مطالب

صفحه	موضوع
ا.....	بسم ا... الرحمن الرحيم.....
ب.....	صفحه عنوان.....
ج.....	تصویب نامه.....
د.....	اهدا نامه.....
ه.....	قدردانی.....
و.....	اقرارنامه و واگذاری حقوق.....
ز.....	چکیده پایان نامه به زبان فارسی.....
ح.....	لیست مقالات.....
ط.....	فهرست مطالب.....
ل.....	فهرست شکل ها و نمودارها.....
س.....	فهرست جدول ها.....
ع.....	فهرست علامت‌ها و اختصارها.....

فصل اول

مقدمه	۱
۱-۱ روش‌های خنک‌کاری قطعات	۴
۱-۱-۱ جابجایی طبیعی	۴
۲-۱-۱ جابجایی اجباری	۴
۲-۱ تعریف مسئله	۱۲
۳-۱ کاربرد تحقیق حاضر	۱۴

فصل دوم

معادلات حاکم و شرایط مرزی در محیط متخلخل	۱۶
۱-۲ معادلات بقای جرم	۲۰
۲-۲ معادلات اندازه حرکت: قانون داریسی	۲۲
۳-۲ گسترش قانون داریسی	۲۵
۱-۳-۲ شتاب و اثرات درونی دیگر	۲۵
۲-۳-۲ معادله فورچهمیر	۲۵
۳-۳-۲ معادله بریکمن	۲۶
۴-۲ معادلات انرژی	۲۷
۱-۴-۲ حالت عدم تعادل حرارتی بین فازهای سیال و جامد	۲۷
۲-۴-۲ حالت تعادل حرارتی بین فازهای سیال و جامد	۲۹
۵-۲ معادله غلظت	۳۲
۶-۲ شرایط مرزی	۳۲
۶-۲ شرایط در سطح مشترک دو محیط	۳۲

فصل سوم

گسسته‌سازی و روش حل معادلات	۳۳
۱-۳ گسسته‌سازی معادلات	۳۴
۱-۱-۳ جابجایی و نفوذ دو بعدی غیر دائم	۳۵
۲-۱-۳ گسسته‌سازی معادله مومنتوم	۳۷

- ۳-۱-۳ گسسته سازی معادله انرژی ۴۰
- ۳-۱-۴ گسسته سازی معادله انتقال جرم ۴۲
- ۲-۳ مراحل حل عددی ۴۳

فصل چهارم

- جابجایی آزاد در یک محیط متخلخل با تعادل گرمایی ۴۴
- ۱-۴ محفظه پر شده با محیط متخلخل در حالت تعادل حرارتی ۴۵
- ۱-۱-۴ نتایج عددی محفظه متخلخل با تعادل گرمایی ۴۷
- ۲-۴ محفظه پر شده با محیط متخلخل در حالت عدم تعادل حرارتی ۴۸
- ۱-۲-۴ بحث و نتیجه‌گیری محیط متخلخل دارای عدم تعادل حرارتی ۵۱
- ۲-۲-۴ ارائه رابطه‌ای برای ناسلت سیال در حالت عدم تعادل حرارتی ۵۶

فصل پنجم

- جابجایی آزاد در حالت تعادل گرمایی با حضور فرایند بیو شیمیایی غیر همدم ۵۸
- ۱-۵ محفظه پر شده با محیط متخلخل با گرمای تولیدی ۵۹
- ۱-۱-۵ بحث و نتیجه‌گیری محفظه متخلخل با گرمای تولیدی ۶۳
- ۲-۵ بررسی جابجایی آزاد در حضور گرمای تولیدی و فرایند بیو شیمیایی ۷۰
- ۱-۲-۵ بحث و نتیجه‌گیری حضور گرمای تولیدی و فرایند بیو شیمیایی ۷۴
- ۳-۵ تاثیر تغییرات ضریب تخلخل بر فرایند بیو شیمیایی غیر هم دم ۸۰

فصل ششم

- جابجایی آزاد در حالت عدم تعادل گرمایی با حضور فرایند بیو شیمیایی غیر همدم ۸۷
- ۱-۶ جابجایی آزاد در حضور گرمای تولیدی و فرایند بیو شیمیایی بدون تعادل گرمایی ۸۸
- ۱-۱-۶ بحث و نتیجه‌گیری گرمای تولیدی و فرایند بیو شیمیایی بدون تعادل گرمایی ۹۳

فصل هفتم

- جمع‌بندی و پیشنهادات ۱۰۴
- ۱-۷ جمع‌بندی ۱۰۵
- ۲-۷ پیشنهادات ۱۰۷

فهرست شکل ها و نمودارها

- شکل ۱-۱: الف) خنک کاری وسایل الکتریکی، ب) نگهداری غلات در سیلوها، ج) ذخیره سازی سوخت هسته ای در استخر آب..... ۳
- شکل ۱-۲: ارتباط المان با اندازه ناحیه سیال و ناحیه متخلخل در المان حجم مشخص [۳]..... ۱۸
- شکل ۲-۲: معیار سرعت در محیط متخلخل..... ۱۹
- شکل ۳-۲: توزیع سرعت برای یک محیط متخلخل همگن [۳]..... ۲۰
- شکل ۴-۲: عبور از ناحیه دارسی به ناحیه فورچهمیر برای یک محیط متخلخل [۳]..... ۲۶
- شکل ۵-۲: المان یک بعدی برای قانون انرژی در محیط متخلخل همگن [۳]..... ۲۸
- شکل ۱-۳: قسمتی از حجم کنترل دو بعدی..... ۳۵
- شکل ۲-۳: تقسیم ناحیه محاسباتی به تعداد محدودی حجم کنترل [۳۴]..... ۳۶
- شکل ۳-۳: شبکه دو بعدی..... ۳۸
- شکل ۱-۴: محفظه دو بعدی متخلخل..... ۴۶
- شکل ۲-۴: کانتور دما و خطوط جریان (از راست به چپ) $Ra = 10^3$ ۴۸
- شکل ۳-۴: نمودار ناسلت برای سیال و جامد بر حسب تعداد گره برای $H = 10$, $\gamma = 10$, $Ra = 1000$ ۵۳
- شکل ۴-۴: نمودار ناسلت برای سیال و جامد برای $Ra = 10^3$ ۵۳
- شکل ۵-۴: نمودار ناسلت برای سیال و جامد برای $Ra = 10^3$ ۵۴
- شکل ۶-۴: نمودار ناسلت برای سیال و جامد برای $Ra = 500$ ۵۴
- شکل ۷-۴: نمودار ناسلت برای سیال و جامد برای $Ra = 1500$ ۵۵
- شکل ۸-۴: مقایسه بین ناسلت از حل عددی با رابطه ارائه شده الف) $Ra = 500$ ، ب) $Ra = 10^3$ ، ج) 0.0 ۵۸
- شکل ۱-۵: محفظه متخلخل بدون تعادل گرمایی..... ۶۱
- شکل ۲-۵: نمودار تابع جریان، جزء غلظت و خطوط هم دما به ترتیب از چپ به راست برای $Ra = 1000$ ۶۵

- شکل ۳-۵: نمودار تابع جریان، جزء غلظت و خطوط هم‌دما به ترتیب از چپ به راست برای $Le=10$,
 ۶۶ $Ra=1000$.
- شکل ۴-۵: نمودار تابع جریان، جزء غلظت و خطوط هم‌دما به ترتیب از چپ به راست برای
 ۶۶ $Ra=1000$.
- شکل ۵-۵: نمودار تابع جریان، جزء غلظت و خطوط هم‌دما به ترتیب از چپ به راست برای
 ۶۷ $Ra=1000$.
- شکل ۶-۵: نمودار تابع جریان، جزء غلظت و خطوط هم‌دما به ترتیب از چپ به راست برای $Ra=10^5$
 ۶۷
- شکل ۷-۵: نمودار تابع جریان، جزء غلظت و خطوط هم‌دما به ترتیب از چپ به راست برای $Ra=10^5$
 ۶۸
- شکل ۸-۵: گرمای تولیدی محاسبه شده برای اعداد لویس مختلف برای $Ra=1000$
 ۶۹
- شکل ۹-۵: گرمای تولیدی محاسبه شده برای اعداد لویس مختلف برای $Ra=10^4$
 ۶۹
- شکل ۱۰-۵: مقایسه گرمای تولیدی محاسبه شده با مقدر جاسمین برای $Ra=10^5$
 ۷۰
- شکل ۱۱-۵: گرمای تولیدی محاسبه شده برای اعداد لویس مختلف $Ra=0$
 ۷۰
- شکل ۱۲-۵: شماتیک محفظه متخلخل
 ۷۱
- شکل ۱۳-۵: خطوط جریان و کانتورهای دما از راست به چپ، در حالت پایا برای مقادیر جدول ۱-۶
 ۷۶
- شکل ۱۴-۵: نمودار دما و گرمای تولیدی در مرکز حفره برای مقادیر جدول ۱-۶
 ۷۷
- شکل ۱۵-۵: غلظت توده زنده و جزء ۱ در مرکز حفره برای مقادیر جدول ۱-۶
 ۷۷
- شکل ۱۶-۵: نرخ مصرف و تولید S_1 , S_2 در مرکز حفره برای مقادیر جدول ۱-۶
 ۷۸
- شکل ۱۷-۵: شماتیک محفظه متخلخل
 ۷۹
- شکل ۱۸-۵: مقایسه بین غلظت جزء ۱ و ۲ برای مقادیر جدول ۱-۶ در مرکز حفره در حالت $Ra=0$
 ۸۲
- شکل ۱۹-۵: گرمای تولیدی محاسبه شده برای مقادیر جدول ۱-۶ در مرکز حفره در حالت $Ra=10^5$
 ۸۲
- $Ra=0$ و $Ra=10^5$
 ۸۲
- شکل ۲۰-۵: خطوط جریان، کانتورهای دما، غلظت جزء ۱ و ۲ و حالت تعادل حرارتی
 ۷۹
- شکل ۲۱-۵: گرمای تولیدی محاسبه شده برای مقادیر جدول ۱-۶ در مرکز حفره در حالت پایا و
 $Ra=10^5$ و $Ra=0$
 ۸۰
- شکل ۲۲-۵: خطوط جریان، کانتورهای دما، کانتورهای غلظت جزء ۱ و ۲ و ضریب تخلخل متغیر و
 $t=0/05$
 ۸۳

- شکل ۵-۲۳: خطوط جریان، کانتورهای دما، کانتورهای غلظت جزء ۱ و ۲ و ضریب تخلخل متغیر و $0/1$
- ۸۳ $t =$
- شکل ۵-۲۴: خطوط جریان، کانتورهای دما، کانتورهای غلظت جزء ۱ و ۲ و ضریب تخلخل متغیر و
- ۸۴ $t = 0/15$
- شکل ۵-۲۵: کانتورهای غلظت جزء ۱ و ۲ در حالت ضریب تخلخل متغیر و حالت پایا
- ۸۴.....
- شکل ۵-۲۶: خطوط جریان و کانتورهای دما از راست به چپ در حالت ضریب تخلخل متغیر
- ۸۵.....
- شکل ۵-۲۷: مقایسه بین گرمای تولیدی در حالت ضریب تخلخل متغیر و ثابت در حالت پایا
- ۸۵.....
- شکل ۵-۲۸: غلظت‌های جزء ۱ و ۲ در حالت ضریب تخلخل متغیر و ثابت
- ۸۶.....
- شکل ۵-۲۹: مقایسه بین دما در حالت ضریب تخلخل متغیر و ثابت در مرکز حفره
- ۸۶.....
- شکل ۵-۳۰: گرمای تولیدی در حالت ضریب تخلخل متغیر و ثابت در مرکز حفره
- ۸۶.....
- شکل ۶-۱: محفظه متخلخل بدون تعادل گرمایی
- ۸۹.....
- شکل ۶-۲: گرمای تولیدی در حالت پایا در مرکز حفره برای $1/8$, $0/8 = \gamma$
- ۹۴.....
- شکل ۶-۳: غلظت‌های جزء ۱ و ۲ بر حسب زمان در مرکز حفره برای $1/8$, $0/8 = \gamma$
- ۹۴.....
- شکل ۶-۴: گرمای تولیدی بر حسب زمان در مرکز حفره
- ۹۵.....
- شکل ۶-۵: دمای فاز سیال و جامد بر حسب زمان در مرکز حفره
- ۹۶.....
- شکل ۶-۶: خطوط جریان، کانتور دمای سیال و جامد، غلظت جزء ۱ و ۲ و حالت عدم تعادل حرارتی و
- ۹۹..... $\gamma = 0/8$
- شکل ۶-۷: خطوط جریان، کانتور دمای سیال و جامد، غلظت جزء ۱ و ۲ و حالت عدم تعادل حرارتی و
- ۱۰۰..... $\gamma = 0/8$
- شکل ۶-۸: خطوط جریان، کانتور دمای سیال و جامد، غلظت جزء ۱ و ۲ و حالت عدم تعادل حرارتی و
- ۱۰۱..... $\gamma = 1/8$
- شکل ۶-۹: خطوط جریان، کانتور دمای سیال و جامد، غلظت جزء ۱ و ۲ و حالت عدم تعادل حرارتی و
- ۱۰۲..... $\gamma = 1/8$
- شکل ۶-۱۰: دما در خط عمودی فرضی واقع در مرکز حفره برای حالت عدم تعادل حرارتی
- ۱۰۳.....

فهرست جدول‌ها

- جدول ۱-۲: ضریب تخلخل و نفوذپذیری برای برخی از مواد متخلخل [۳]. ۲۳.....
- جدول ۱-۳: ضرایب مدل آپویند [۳۳]. ۳۷.....
- جدول ۲-۳: خلاصه گسسته سازی معادله مومنتوم. ۳۹.....
- جدول ۳-۳: خلاصه گسسته سازی معادله انرژی. ۴۲.....
- جدول ۴-۳: خلاصه گسسته سازی معادله انتقال جرم. ۴۳.....
- جدول ۱-۴: مقایسه مقادیر ناسلت در یک محفظه با تعادل حرارتی. ۴۹.....
- جدول ۲-۴: مقایسه مقادیر ناسلت در یک محفظه با عدم تعادل حرارتی برای $Ra=500$. ۵۱.....
- جدول ۳-۴: مقایسه مقادیر ناسلت در یک محفظه با عدم تعادل حرارتی برای $Ra=1000$. ۵۶.....
- جدول ۴-۴: مقایسه مقادیر ناسلت در یک محفظه با عدم تعادل حرارتی برای $Ra=1500$. ۵۶.....
- جدول ۱-۵: تست مستقل بودن شبکه از تعداد گره. ۶۴.....
- جدول ۲-۵: مقادیر اعداد بدون بعد. ۷۶.....
- جدول ۳-۵: تست مستقل بودن شبکه از تعداد گره. ۷۶.....
- جدول ۴-۵: مقادیر اعداد بدون بعد برای دو حالت B, C. ۸۱.....
- جدول ۱-۶: دمای سیال در مرکز حفره در حالت پایا و عدم تعادل حرارتی. ۹۷.....
- جدول ۲-۶: دمای جامد در مرکز حفره در حالت پایا و عدم تعادل حرارتی. ۹۷.....
- جدول ۳-۶: جزء غلظت ۱ در مرکز حفره در حالت پایا و عدم تعادل حرارتی. ۹۷.....
- جدول ۴-۶: جزء غلظت ۲ در مرکز حفره در حالت پایا و عدم تعادل حرارتی. ۹۷.....

فهرست علامتها و اختصارها

A	مساحت یا ضرایب ثابت معادله
C_E	ثابت بدون بعد درگ
C_P	ضریب گرمای ویژه
d	قطر ذرات در محیط متخلخل
D	ارتفاع محفظه یا قابلیت نفوذپذیری در سطوح سیال یا ضریب هدایت در معادله
D_p	قطر هیدرولیکی
E	نمایش گره در گسسته‌سازی
e	نمایش سطوح حجم کنترل در گسسته‌سازی
F	قدرت جابجایی
g	شتاب جاذبه
g_s	تابعی برای شرط مرزی
h	ضریب انتقال حرارت جابجایی با بعد بین دو فاز سیال و جامد
H	ضریب انتقال حرارت جابجایی در حالت بدون بعد یا ارتفاع حفره
k	ضریب هدایت حرارتی
k_D	ثابت مرگ و میر
k_s	نصف ثابت اشباع
K	ضریب نفوذ پذیری
L_e	عدد لوئیس
m	تکرار برای حل
M_s	وزن ملکولی
\dot{m}	دبی جرمی
N	نمایش گره در گسسته‌سازی
n	نمایش سطوح حجم کنترل در گسسته‌سازی
Nu	عدد ناسلت
p	فشار
q'''	نرخ حرارت تولیدی داخلی بر واحد حجم
q	گرمای تولیدی با بعد
Q	گرمای تولیدی بدون بعد
Ra	عدد رایلی
S	عبارت چشمه یا غلظت یا نمایش گره در گسسته‌سازی

s	نمایش سطوح حجم کنترل در گسسته‌سازی
\dot{s}	نرخ تولید یا مصرف غلظت
T	دما
T^*	پیچش محیط
t	زمان
u	مولفه سرعت افقی
U	مولفه سرعت افقی بدون بعد
v	مولفه سرعت عمودی
V	مولفه سرعت عمودی بدون بعد یا حجم
\vec{V}	برداری سرعت
W	عمق المان یا نمایش گره در گسسته‌سازی
w	نمایش سطوح حجم کنترل در گسسته‌سازی یا ثابت تناسب
x	برداری مختصات افقی با بعد
X	برداری مختصات افقی بدون بعد
y	برداری مختصات عمودی با بعد
Y	برداری مختصات عمودی بدون بعد
	علائیم یونانی
α	ضریب نفوذ حرارتی
β	ضریب انبساط حجمی
Γ	نسبت ضرایب پخش تصحیح شده محیط متخلخل
ΔH_s	آنتالپی واکنش
ε	میزان خطا یا ضریب تخلخل تغییر یافته
Φ	متغیر کلی
φ	ضریب تخلخل
γ	نسبت ضریب حرارتی هدایتی تصحیح شده در محیط متخلخل
μ	ویسکوزیته دینامیکی یا حداکثر نرخ رشد مخصوص
$\tilde{\mu}$	ویسکوزیته معادل
ν	ویسکوزیته سینماتیکی
θ	دمای بدون بعد
ρ	چگالی
σ	نسبت ظرفیت

τ	زمان بدون بعد
ψ	تابع جریان
A_v	زیر نویس ها متوسط
c	سرد
eff	مقدار موثر
f	سیال
h	گرم
max	ماکزیمم
o	مقدار اولیه
S	جامد
w	دیوار
x	جهت افقی
y	جهت عمودی
	بالا نویس ها
n	عمود
t	مماس
$-$	مقدار متوسط
$*$	پارامتر بعددار
$''$	بر واحد مساحت
$'''$	بر واحد حجم

فصل اول

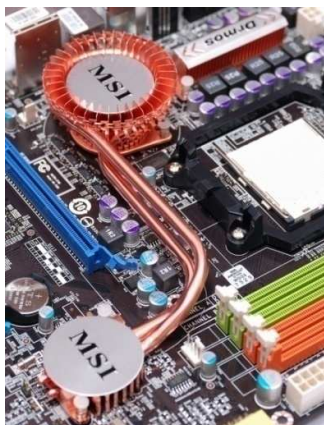
مقدمه

ماده متخلخل، محیط غیرهمگنی است که بین ذرات تشکیل دهنده آن فضای خالی وجود دارد. در صورت وجود تنها یک سیال بین ذرات جامد، محیط را اصطلاحاً محیط متخلخل اشباع می‌نامند. در محیط‌های متخلخل طبیعی، شکل و نحوه قرار گرفتن ذرات نسبت به هم کاملاً تصادفی بوده و هیچ قانون خاصی بر نحوه پراکندگی آن‌ها حاکم نیست. به عنوان مثال می‌توان به ذرات ماسه در یک بستر شنی اشاره کرد. واضح است که در این محیط مشخصات سیال مانند سرعت، فشار و دما از دیدگاه میکروسکوپی^۱ کاملاً تصادفی می‌باشند. البته نتایج تجربی نشان می‌دهد که مقادیر ماکروسکوپی^۲ این متغیرها کاملاً قانونمند و قابل پیش‌بینی می‌باشد، این متغیرها را اصطلاحاً متغیرهای میانگین فضایی^۳ می‌نامند.

انتقال حرارت جابجایی آزاد در یک محیط متخلخل، در دو دهه اخیر به دلیل کاربردهای فراوان به صورت گسترده مورد بررسی قرار گرفته است. برخی از کاربردهای محیط‌های متخلخل مربوط به خنک کردن وسایل الکتریکی (شکل ۱-۱ الف)، نگهداری از دانه‌ها، غلات، محصولات کشاورزی و جلوگیری از رشد آفات (مثل قارچ‌ها، کپک‌ها، جوانه‌زنی دانه‌ها) در انبارها و سیلوها (شکل ۱-۱ ب)، محکم‌کاری و استحکام ساحل‌ها، سیستم‌های ذخیره‌سازی انرژی خورشیدی، ساختن عایق‌های حرارتی، افزایش بازیافت مواد نفتی، استخرهای ذخیره سوخت، ذخیره‌سازی ضایعات هسته‌ای، طراحی راکتورهای هسته‌ای و شیمیایی و گرمادایی از آن‌ها (شکل ۱-۱ ج) و ... می‌باشند.

یکی از وسایل الکتریکی پیشرفته امروزی کامپیوتر است. در دنیای مدرن امروز از کامپیوترهای شخصی گرفته تا کامپیوترهای غول‌پیکر به صورت‌های مختلف در کارهای روزمره و نیز پژوهش‌های علمی استفاده می‌شود. به این ترتیب از کار افتادن هر یک از سیستم‌های کامپیوتر می‌تواند زیان‌های جبران ناپذیری را به بخش‌های مختلف وارد کند.

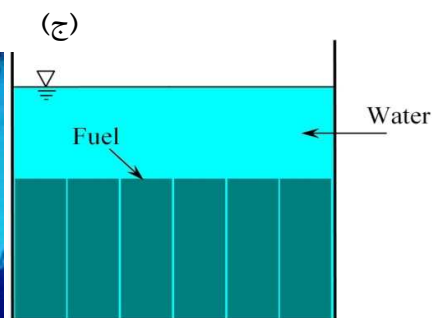
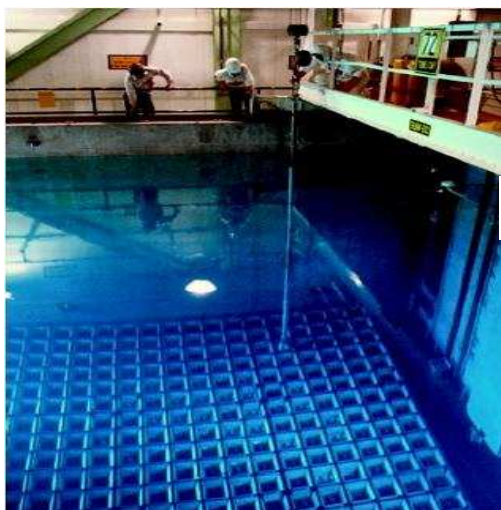
-
- 1-Microscopic
 - 2- Macroscopic
 - 3- Space average quantitie



(الف)



(ب)



(ج)

شکل ۱-۱: الف) خنک‌کاری وسایل الکتریکی، ب) نگهداری غلات در سیلوها، ج) ذخیره‌سازی سوخت هسته‌ای در استخر آب.

از مسایل عمده‌ای که سیستم‌های الکترونیکی با آن مواجه هستند میزان حرارت تولیدی توسط اجزا سیستم و چگونگی دفع آن است. هر چه تعداد قطعات الکتریکی بیشتر باشد این مسئله حادثتر می‌شود. از سوی دیگر با پیشرفت علم الکترونیک از حجم این قطعات کاسته و قطعات متنوع‌تر با کارایی بالاتر ساخته شده‌اند. اما هنوز مسئله تولید حرارت در این قطعات با توجه به مقدار زیاد آن غیر قابل چشم پوشی است. جهت مشخص شدن اهمیت این موضوع می‌توان به این نکته اشاره کرد که حرارت تولیدی از هر برد الکتریکی تا مرز یک مگاوات در هر متر مربع از سطح برد می‌رسد. بنابراین کنترل دما و پایین نگه‌داشتن آن جهت افزایش عمر یک سیستم مسئله‌ای حیاتی است. با این

وصف نقش انتقال حرارت از قطعات با توجه به مقدار زیاد نرخ تولید حرارت و نحوه خنک‌کاری آن‌ها حائز اهمیت می‌باشد. سطح خارجی قطعات الکتریکی اصولاً می‌تواند به کمک روش‌های اجباری یا طبیعی و یا مخلوطی از هر دو روش خنک شود. سیال خنک‌کن نیز می‌تواند هوا، آب، روغن و یا یک مایع غیر هادی باشد.

۱-۱ روش‌های خنک‌کاری قطعات

چنانچه گفته شد همزمان با رشد چشمگیری که در توان یک قطعه الکتریکی ایجاد شده نیاز به خنک‌کردن این قطعات نیز به دلیل افزایش توان حرارتی صادر شده از آن‌ها، به صورت موضوع مهمی در طراحی و ساخت بوردهای الکتریکی درآمده است. به این ترتیب پیش‌بینی توزیع دمای واقعی در هنگام کار جهت ایجاد جریان مناسب و انتخاب روش صحیح انتقال حرارت امری ضروری است. در اینجا لازم است مروری مختصر بر روش‌های متداول انتقال حرارت در این زمینه داشته باشیم.

۱-۱-۱ جابجایی طبیعی

در حالت ایده‌آل انتقال حرارت از قطعات به صورت جابجایی آزاد انجام می‌گیرد زیرا بی‌نیاز از انرژی و بری از هر نوع سر و صدا است. ولی متأسفانه توان حرارتی منتقل شده از این روش کم است و برای انتقال حرارت سریع از توان‌های حرارتی بالا نمی‌توان از این مکانیزم استفاده کرد.

۲-۱-۱ جابجایی اجباری

در بسیاری از دستگاه‌های الکترونیکی از جریان اجباری سیال برای انتقال سریع حرارت استفاده می‌شود. در اینجا قرار گرفتن قطعات گرمازا و ابعاد هندسی آن‌ها از پارامترهای مهم و موثر است. عموماً قطعات الکتریکی پس از نصب روی مدار به گونه‌ای کنار یکدیگر قرار می‌گیرند که کانال‌هایی در امتداد مسیر جریان سیال خنک‌کننده باشند.

در اینجا به ترتیب پژوهش‌های انجام شده در چهار زمینه مختلف، انتقال حرارت در یک محیط متخلخل همگن، روش حجم محدود، انتقال حرارت در محیط‌های نیمه متخلخل و اثر المان حرارتی بر انتقال حرارت و همچنین نتایج حاصل از این پژوهش‌ها به ترتیب زمان در هر مبحث بررسی خواهد شد. هدف از انجام این بررسی، آشنایی با پژوهش‌های انجام شده در این زمینه‌ها، روش انجام و نتایج حاصل از آن‌ها می‌باشد.

بیشتر مطالعات انجام شده در زمینه محیط‌های متخلخل بر پایه قانون داری و بین فازهای جامد و سیال می‌باشد. فرض تعادل حرارتی برای محیط‌های با خلل و فرج کوچک مثل مخازن زمین گرمایی و عایق‌های حرارتی صادق می‌باشد. برای محیط‌های متخلخل با سرعت بالای جریان سیال و یا محیط‌هایی که حرارت در یکی از فازهای جامد یا سیال تولید می‌شود، به مانند راکتورهای هسته‌ای و ... به دلیل اختلاف دمای زیاد بین فازهای سیال و جامد، شرط عدم تعادل حرارتی می‌بایست در نظر گرفته شود. شومان^۱ در ۸۰ سال قبل مدل عدم تعادل حرارتی کلاسیک را پیشنهاد کرد. در سال‌های اخیر نیز توجه بیشتری به بررسی این مدل در حل‌های عددی انتقال حرارت در محیط‌های متخلخل شده است. بیشتر فعالیت‌های انجام شده در زمینه‌ی محیط‌های متخلخل به طور مختصر در کتاب‌های اخیر کاویانی^۲ [۱]، وفایی^۳ [۲]، نیلد و بیژن^۴ [۳] و اینگ‌هام و پوپ^۵ [۴] بیان شده است.

بیتاس^۶ و پاپ [۵] عدم تعادل حرارتی را برای انتقال حرارت جابجایی آزاد در یک محفظه مربعی با استفاده از روش حجم محدود^۷ مدل‌سازی کردند. آن‌ها در این بررسی فرض کردند که محیط محیط متخلخل از قانون داری پیروی کرده و بین فازهای جامد و سیال تعادل حرارتی برقرار نمی‌باشد. بیتاس [۶] یک سال بعد انتقال حرارت جابجایی آزاد در حالت پایا برای یک مدل عدم

-
- 1- Schumann
 - 2- Kaviany
 - 3- Vafai
 - 4- Nield and Bejan
 - 5- Ingham and Pop
 - 6- Baytas
 - 7-Finite Volume

تبادل حرارتی در یک محفظه متخلخل مربعی را با در نظر گرفتن حرارت تولیدی در فاز جامد مورد بررسی قرار داد. در این بررسی او معادلات ناویر استوکس را همراه با ترم‌های داریسی- فورچهمیر- بریکمن^۱ در نظر گرفت و با استفاده از روش حجم محدود و الگوریتم سیمپل^۲، به حل معادلات پرداخت. او در این پژوهش به این نتیجه رسید که با افزایش ضریب انتقال حرارت جابجایی بین فازهای سیال و جامد، این دو فاز به حالت تعادل حرارتی می‌رسند.

سامیامورتی^۳ و همکارانش [۷] جابجایی آزاد در محفظه‌ای پر شده با محیط متخلخل که دمای دمای دیواره‌های آن به صورت خطی تغییر می‌کنند را مورد بررسی قرار دادند. مدل مورد بررسی آن‌ها از جملات داریسی- فورچهمیر پیروی کرده که با استفاده از روش المان محدود^۴ حل می‌گردد. آن‌ها اثر دیواره‌هایی خطی را بر انتقال حرارت و جریان سیال، برای عدد رایلی و داریسی‌های مختلف بررسی کردند.

ورال^۵ و همکارانش [۸] به مطالعه جابجایی آزاد در یک محفظه‌ی نیمه متخلخل که پروفیل دمای دیواره‌ی پایینی آن به صورت سینوسی تغییر می‌کند، پرداختند. قانون داریسی حاکم بر محیط متخلخل بوده و فاز سیال و جامد در تعادل حرارتی هستند. آن‌ها با استفاده از روش اختلاف محدود به بررسی اثر پروفیل سینوسی بر روی انتقال حرارت و جریان سیال پرداختند.

روش حجم محدود بر پایه متغیرهای اولیه یکی از روش‌های مهم در محاسبات عددی برای حل مسائل جریان سیال و انتقال حرارت است. در این روش معادلات حاکم شامل معادلات پیوستگی، اندازه حرکت و انرژی به صورت گسسته شده، بر روی حجم کنترل به کار گرفته می‌شود. برای معادلات فوق در سال ۱۹۷۲ پتانکار و اسپالدینگ^۶ [۹] یک روش نیمه ضمنی برای ارتباط بین

-
- 1-Darcy- Darcy- Brinkman
 - 2-SIMPLE Algorithm
 - 3-Sathiyamoorthy
 - 4-Finite Element
 - 5-Varol
 - 6- Patankar and Spalding

معادلات پیوستگی و اندازه حرکت به نام سیمپل^۱ ارائه کردند که بر اساس شبکه جابجا شده^۲ بنا شده است.

در سال ۱۹۸۰ پتانکار [۱۰] روش سیمپلر^۳ را که یک نسخه اصلاح شده برای سیمپل است را ارائه نمود. در سال ۱۹۸۴ وندورمال و رایتبی^۴ [۱۱] روش سیمپل سی^۵ را برای بهبود حل در روش‌های قبلی ارائه نمودند و در سال ۱۹۸۵ روش پیرو^۶ که شبیه روش سیمپلر می‌باشد توسط عیسی^۷ [۱۲] ارائه گردید.

کلیه روش‌های فوق مبتنی بر این فرض هستند که تصحیح سرعت فقط از طریق معادلات تصحیح فشار امکان‌پذیر است. در سال ۱۹۹۸ روش جدید سیمپل تی^۸ برای تصحیح این نقیصه توسط چانگ^۹ و همکاران [۱۳] ارائه شد. در مقاله آنها تغییرات شدید در نیروی شناوری در نظر گرفته نشده بوده. از این‌رو در مقاله جدیدی در همان سال مدل کاملی از روش سیمپل تی برای شبکه جابجا شده ارائه دادند [۱۴].

گوبین^{۱۰} و همکاران [۱۵] در یک محفظه دو لایه‌ای سیال- محیط متخلخل که دیواره‌های افقی آن عایق و دیواره‌های عمودی آن در دمای ثابت و مختلف قرار دارد، به بررسی جابجایی آزاد پرداختند. آن‌ها در این مقاله اثر ضخامت لایه متخلخل و نفوذپذیری را بر ساختار جریان، انتقال حرارت و انتقال جرم نشان دادند. نتایج به دست آمده توسط آن‌ها با نتایج حاصل از حل تحلیلی در حالت ساده مورد تایید قرار گرفته است.

-
- 1- SIMPLE
 - 2- Staggered Grid
 - 3- SIMPLER
 - 4- Van Doormal and Raithby
 - 5- SIMPLEC
 - 6- PISO
 - 7- Issa
 - 8- SIMPLT
 - 9- Chang
 - 10- Gobin

بیتاس و همکارانش [۱۶] موفق شدند جابجایی آزاد در محفظه‌ی متخلخل را به صورت عددی مورد مطالعه قرار دهند. محفظه شامل دو دیواره‌ی افقی با ضخامت محدود بوده و دیواره‌های عمودی آن در دمای یکنواخت ولی متفاوت قرار دارند. در این مقاله تمرکز بر روی نقش ضریب هدایت حرارتی دیواره‌های افقی بر روی انتقال حرارت و جریان سیال بود. نتایج به دست آمده توسط بیتاس نشان می‌داد که با افزایش ضریب هدایت حرارتی، دمای سطح مشترک سیال و دیواره افقی کاهش می‌یابد. لیاقت^۱ و بیتاس [۱۷] به کمک روش حجم کنترل، انتقال حرارت جابجایی آزاد در یک محفظه که دارای تولید حرارت است را بررسی کردند. این محفظه از اطراف توسط دیواره‌های با ضخامت محدود اشغال شده‌اند و همه‌ی دیواره‌های بیرونی در دمای یکنواخت قرار دارند. در حالت‌های خاص، نتایج به دست آمده توسط آن‌ها با نتایج حاصل از پژوهشگران دیگر هم‌خوانی خیلی خوبی داشت.

اوزتاپ و بیلجن^۲ [۱۸] توانستند جابجایی آزاد را در محفظه‌ای که درون آن یک تیغه وجود داشته و دیواره‌های افقی و عمودی آن به ترتیب عایق و در دمای ثابت قرار دارند به صورت عددی مدل‌سازی کنند. در این مقاله به مطالعه اثر وضعیت، اندازه و ضخامت این تیغه بر روی جریان سیال و انتقال حرارت پرداخته شد.

پرساد^۳ و همکارانش [۱۹] اثر یک بلوک درون یک محفظه بر روی انتقال حرارت را مورد بررسی قرار دادند. آن‌ها مسئله را برای حالت پایا و با استفاده از روش حجم کنترل و الگوریتم سیمپلر حل کردند و به یک مقدار بهینه برای اندازه بلوک در محفظه جهت بهتر شدن انتقال حرارت و جریان سیال دست یافتند.

1- Liaqat
2- Oztop and Bilgen
3- Prasad Bhave

نواف سعید^۱ [۲۰] جابجایی آزاد در محفظه‌ای متخلخل که توسط دو دیواره عمودی محدود شده است را مورد مطالعه قرار داد. سطح بیرونی دیواره‌های عمودی در دمای ثابت ولی متفاوت قرار داشته و دیواره‌های افقی آن عایق می‌باشند. مدل داری حاکم بر محیط بوده و دو فاز در تعادل حرارتی با هم می‌باشند. معادلات حاکم با استفاده از روش حجم کنترل گسسته‌سازی شده‌اند. در این مقاله به بررسی اثر ضخامت دیواره و ضریب هدایت حرارتی دیواره بر روی خصوصیات انتقال حرارت و جریان سیال پرداخته شده است. نواف یک سال بعد همین مدل را برای حالتی که فازهای سیال و جامد در تعادل حرارتی با هم نبودن نیز حل کرد [۲۱]. او همچنین در این مطالعه به بررسی اثر ضریب انتقال حرارت جابجایی و نسبت ضریب هدایت حرارتی فاز سیال به فاز جامد پرداخت و به این نتیجه رسید که با افزایش ضریب هدایت حرارتی جابجایی یا نسبت ضریب هدایت حرارتی فاز سیال به جامد، دو فاز به تعادل حرارتی رسیده و پروفیل دمای آن‌ها بر هم منطبق می‌شود.

عبدالله الامیری و همکارانش [۲۲] به بررسی اثر هدایت حرارتی دیواره بر روی انتقال حرارت جابجایی درون محفظه دو بعدی که با محیط متخلخل پر شده، پرداختند. محفظه مورد بررسی آن‌ها دارای دیواره‌های افقی عایق و دو دیواره‌ی عمودی با دمای ثابت و متفاوت می‌باشد. یکی از دیواره‌های افقی دارای ضخامت محدود است. معادلات مومنتوم مدل شده دارای ترم‌های فورچهمیر، داری و بریکمن بوده و شرایط تعادل حرارتی بین فازهای جامد و سیال برقرار می‌باشد. برای حل از فرمولاسیون اجزا محدود بر پایه روش گالرکین استفاده شد. خطوط جریان، خطوط دما ثابت، عدد ناسلت و ... برای مقادیر مختلف از اعداد بدون بعد رسم شده و مورد بررسی قرار گرفته است.

بیتاس و همکارانش [۲۳] توانستند با در نظر گرفتن مدل داری گسترش یافته برای محیط متخلخل به مطالعه جابجایی آزاد و انتقال جرم در محفظه‌ای با دو محیط سیال و محیط متخلخل بپردازند. مسئله برای دو حالت مختلف، یکی حالتی که سطح مشترک دو محیط به صورت افقی باشد و دیگری حالتی که این سطح مشترک دارای پله باشد حل شد. جریان سیال، انتقال جرم و انتقال

1- Nawaf H. Saeid

حرارت برای مقادیر مختلفی از ارتفاع پله، عدد رایلی و عدد دارسی مورد بررسی قرار گرفت. نتایج نشان داد که ارتفاع پله در سطح مشترک دو محیط اثر بسیار مهمی بر روی جریان، انتقال حرارت و انتقال جرم از دیواره‌ی سمت چپ به دیواره سمت راست دارد. معادلات نیز به روش حجم محدود گسسته‌سازی شده و با الگوریتم سیمپل بر روی یک شبکه متمرکز حل می‌شوند.

چن^۱ و همکاران [۲۴] با استفاده از روش حجم محدود و الگوریتم سیمپل‌سی انتقال حرارت جابجایی آزاد در یک محفظه که دیواره‌های بالایی و پایینی آن توسط محیط متخلخل پوشیده شده است را مدل‌سازی کردند. معادله مومنتوم حاکم بر محیط متخلخل دارای ترم‌های بریکمن و فورچهمیر بوده و فازهای جامد و سیال آن دارای تعادل حرارتی می‌باشند. شرایط مرزی اعمال شده برای جریان در سطح مشترک سیال- محیط متخلخل از نوع شرط پرش تنش برشی^۲ بوده که شامل هر دو اثر اینرسی و ویسکوزیته می‌باشد. خطوط دما ثابت، خطوط جریان، ناسلت محلی و متوسط و سرعت نقطه وسط برای مقادیر مختلف از پارامترهای بدون بعد مورد بررسی قرار گرفته است. نتایج این بررسی نشان داد که وجود لایه متخلخل درون محفظه باعث کاهش شدید سرعت جریان و انتقال حرارت جابجایی آزاد می‌شود.

آیدین و یانگ^۳ [۲۵] در یک محفظه متقارن مستطیلی که از هوا پر شده و از زیر توسط یک منبع حرارتی گرم و از اطراف خنک می‌شود، اثر انتقال حرارت را به صورت عددی مدل‌سازی کردند. محل منبع حرارتی در مرکز دیواره پایینی قرار داشته و برای آن چهار حالت طول مختلف در نظر گرفته‌اند. اثر پارامترهای مختلف بر انتقال حرارت، جریان سیال، ناسلت‌های متوسط و محلی نیز مطالعه شده است.

1- Chen X. B.
2- Shear stress jump condition
3- Aydin and Yang

ساریز^۱ و همکاران [۲۶] انتقال حرارت جابجایی آزاد در یک تانک مستطیلی که از زیر حرارت دریافت می‌کند را مورد بررسی قرار دادند. در آن مقاله اثر عدد رایلی، هندسه‌ی تانک و نوار حرارتی بر رفتار جریان و انتقال حرارت مطالعه شد. مسئله با روش حجم محدود گسسته‌سازی شده و توسط الگوریتم سیمپل، کوپل سرعت و فشار روی یک شبکه جابجا شده، حل شود. آن‌ها به این نتیجه رسیدند که با افزایش طول نوار حرارتی شدت جریان سیال و دمای آن افزایش پیدا می‌کند.

نادر^۲ و همکاران [۲۷] جابجایی آزاد در محفظه‌ای پر شده با هوا که به وسیله یک منبع حرارتی شار ثابت از پایین گرم شده و از بالا خنک می‌شود را به صورت عددی برای شرایط مرزی مختلف در دیواره‌های بالا و پایین شبیه‌سازی نمودند. این شبیه‌سازی برای دو نوع طول کوچک و بزرگ منبع حرارتی انجام شد. عدد رایلی نیز از 10^3 تا 10^7 تغییر می‌کند. معادلات حاکم با روش اختلاف محدود گسسته‌سازی شده‌اند. برای هر شرط مرزی خطوط دما و جریان و ماکزیمم دما در سطح گرم مورد بررسی قرار گرفت.

چی هنگ دنگ^۳ [۲۸] اثر المان‌های حرارتی بر روی جریان و انتقال حرارت سیال در محفظه مربعی که دیواره‌های عمودی آن دارای یک جفت المان حرارتی هستند را به صورت عددی مورد بررسی قرار داد. تمرکز اصلی بر روی اثر اندازه و آرایش المان‌های حرارتی بر ویژگی‌های انتقال حرارت و جریان سیال بود. مسئله از روش حجم محدود و با استفاده از روش کوپل^۴ بر روی یک شبکه غیریکنواخت گسسته‌سازی شده است. همچنین از الگوریتم سیمپل برای حل کوپل سرعت و فشار استفاده شده است. خطوط جریان و دما ثابت برای آرایش‌های مختلف المان‌های حرارتی مورد بررسی قرار گرفت.

-
- 1- Sarris
 - 2- Nader
 - 3- Qi-Hong Deng
 - 4- QUICK

پرادهم^۱ و جاسمین^۲ [۲۹] اثر فورم‌های مختلف گرمای تولیدی بر روی جریان سیال، انتقال حرارت و انتقال جرم در محفظه مربعی را به صورت عددی مورد بررسی قرار دادند. تمرکز اصلی آنها روی اثر گرمای تولیدی بر انتقال حرارت و جریان سیال بود. همچنین خطوط جریان، خطوط دما ثابت و غلظت ثابت برای فورم‌های مختلف گرمای تولیدی مورد بررسی قرار گرفت.

آزمایش‌ها با مغز و ساقه گیاهان و کاغذ باطله توسط لارسن^۳ و مکاری^۴ [۳۰] و دیگر نتایج تأیید می‌کند که پروسه‌های شامل مواد آلی و نباتی و کودهای مصرفی در اصل توسط گرمای داخلی از اکسیداسیون میکروبی کنترل می‌شود که یک رابطه قوی بین فعالیت میکروبی و نسبت غلظت حل شده شیمیایی وجود دارد. کنترل این پروسه نیازمند کنترل دما، غلظت و توزیع گرمای تولیدی در این سیستم است. در این زمینه مطالعات محدودی انجام شده که از آن جمله می‌توان به پرادهم و جاسمین [۳۱] اشاره کرد که میزان رشد میکروب‌ها و غلظت مصرفی آنها به همراه گرمای تولیدی در یک محفظه متخلخل مربعی را مورد بررسی قرار دادند. در این بررسی میکروب‌ها ثابت بوده و حرکتی نداشتند. همچنین از رابطه داری برای معادله مومنتوم و از تعادل حرارتی بین دو فاز برای معادله انرژی استفاده شده است. آنها پس از آن همین مساله را برای حالتی که میکروب‌ها دارای حرکت باشند را مورد بررسی قرار دادند [۳۲].

۲-۱ تعریف مساله

در این رساله، انتقال حرارت جابجایی آزاد در یک محفظه دو بعدی متخلخل همراه با فرایند بیوشیمیایی غیر همدما و گرمای تولیدی به صورت عددی و با استفاده از روش حجم محدود بررسی می‌شود. محیط غیرهمگن و جریان پایا، آرام، تراکم‌ناپذیر و دو بعدی در نظر گرفته می‌شود. در این

-
- 1- Prud'homme
 - 2- Jasmin
 - 3- Larsen
 - 4- McCartney

شبیه‌سازی، فرض بر آن است که دیواره‌های عمودی، دما ثابت بوده و دیواره پایینی و بالایی، به صورت عایق حرارتی باشند. از مدل داری برای معادله مومنتوم استفاده شده است. خصوصیات سیال و جامد، به جز دانسیته را ثابت در نظر گرفته و به دلیل اختلاف دمای کم از تقریب بوزینسک برای مدل کردن تغییرات دانسیته استفاده می‌شود. از بررسی پژوهش‌ها مشخص است که بیشتر تحقیقات انجام شده در زمینه‌ی محیط متخلخل بر پایه تعادل حرارتی بین فازهای جامد و سیال می‌باشد. همچنین بیشتر بررسی‌ها با فرض محیط‌های متخلخل همگن بوده به همین منظور با توجه به مطالب گفته شده، در پژوهش حاضر به بررسی میزان رشد میکروپها و غلظت مصرفی آنها در یک محفظه متخلخل مربعی پرداخته می‌شود و اثر عدم تعادل حرارتی و محیط متخلخل غیر همگن بر روی جابجایی آزاد، گرمای تولیدی در محیط، میزان رشد میکروپها و غلظت مصرفی آنها بررسی می‌شود.

این رساله در هفت فصل تنظیم گردیده است. در فصل اول، مقدمه رساله بیان شده و به بررسی پژوهش‌های پیشین درباره انتقال حرارت و جریان جابجایی آزاد در محیط متخلخل پرداخته شده است. همچنین در این فصل پژوهش حاضر معرفی شده و درباره ضرورت انجام آن به بحث و بررسی پرداخته شده است. در فصل دوم، معادلات حاکم بر محیط متخلخل و شرایط مرزی حاکم بر روی دیواره و سطح مشترک دو محیط ارائه می‌گردد. در فصل سوم گسسته‌سازی معادلات حاکم و الگوریتم مورد استفاده برای حل کوپل سرعت، دما و غلظت در شبکه متمرکز بیان می‌شود. در فصل چهارم انتقال حرارت و جریان سیال به ترتیب در حالت تعادل حرارتی و عدم تعادل حرارتی بررسی می‌شود. در فصل‌های پنجم و ششم، ابتدا به مدل‌سازی و حل پژوهش‌های مرتبط با پروژه پرداخته و بعد از اطمینان از صحت حل و درستی برنامه رایانه‌ای به بررسی هندسه مورد مطالعه اقدام می‌شود. در فصل هفت نیز نتیجه‌گیری و پیشنهادات ارائه می‌گردد. ضمناً برنامه رایانه‌ای این پایان نامه با استفاده از نرم افزار متلب^۱ نوشته شده و توسط نرم افزار تک‌پلات^۲ به رسم نتایج پرداخته شده است.

1- MATLAB
2- TECPLOT

۳-۱ کاربرد تحقیق حاضر

از کاربردهای این مساله می‌توان به رشد میکروبه‌ها در بدن موجودات زنده، گیاهان و کودهای شیمیایی اشاره کرد. همانطوری که می‌دانیم بافت‌های بدن موجودات، گیاهان و ساختار کودهای شیمیایی متخلخل بوده و موجودات برای فعالیتهای خود به یک محیط مرطوب نیاز دارند. از این رو می‌توان مساله را برای یک محیط متخلخل شامل یک سیال با جریان آرام مدل کرد. بدن همه موجودات از کربن، هیدروژن، اکسیژن و نیتروژن تشکیل شده و برای زنده ماندن به غذا نیاز دارند. غذای آنها می‌تواند سلولز، گلوکز، اسید استیک و متان باشد.

واکنش‌های گرمازا را واکنش‌های خودبه‌خودی گویند زیرا در این واکنش‌ها مواد سعی دارند از سطح انرژی بالاتر به سطح انرژی پایین‌تر بروند. همه فرایندهای زیستی که در بدن موجودات زنده انجام می‌پذیرد، فرایندهای خودبه‌خودی هستند یعنی این فرایندها همواره انرژی آزاد می‌کنند. اگر یک سلول زنده به تعادل ترمودینامیکی برسد، آنگاه مرگ سلول فراخواهد رسید. تعادل ترمودینامیکی زمانی اتفاق می‌افتد که کل اعضای مجموعه که در فرایند شرکت می‌کنند، نه گرما بگیرند نه گرما از دست دهند به عبارت دیگر هیچ تبادل گرمایی اتفاق نیفتد. پس مجموعه واکنش‌های موجود در بدن عموماً مرکب، خودبه‌خودی و با تولید انرژی هستند. منظور از واکنش مرکب واکنشی است که در چند مرحله صورت می‌گیرد و گرمای واکنش مجموعه گرمای هر واکنش است. برای مثال هنگام مصرف اسید استیک ابتدا سلولز هیدرولیز شده به گلوکز تبدیل می‌شود، سپس گلوکز هیدرولیز شده و اسید استیک آن مصرف می‌شود.

همچنین با استفاده از این مدل‌سازی می‌توان به بررسی رشد باکتری‌ها، ویروس‌ها و غده‌های سرطانی در قسمت‌های مختلف بدن پرداخت. از کاربردهای دیگر این بررسی می‌توان به تجزیه زباله‌هایی که شامل بقایای موجودات زنده هستند اشاره کرد.

فصل دوم

معادلات حاکم و شرایط

مرزی در محیط متخلخل

در این فصل، به بررسی معادلات حاکم بر محیط متخلخل و انواع شرایط مرزی حاکم بر این محیط پرداخته می‌شود. در سال‌های اخیر به علت کاربرد وسیع مسائل شامل جریان سیال و انتقال حرارت در محیط‌های متخلخل، این‌گونه مسائل مورد توجه زیادی قرار گرفته است. به عنوان مثال جریان هوا در سیلوهای مواد کشاورزی از جمله کاربردهای محیط‌های متخلخل می‌باشد. بهینه‌سازی خصوصیات حرارتی عایق‌های ساختمانی نظیر بتن‌های سبک و کف‌های سدیم سیلیکات از مسائل بسیار مورد توجه می‌باشد که در حوزه فوق قابل بررسی است.

در محیط‌های متخلخل توزیع سرعت و فشار و ... کاملاً غیرمنظم و پیچیده است، به همین دلیل برای این‌گونه محیط‌ها مقادیر فضایی (سطح- حجم) متوسط را تعریف می‌کنیم. دو راه برای انجام این متوسط‌گیری وجود دارد:

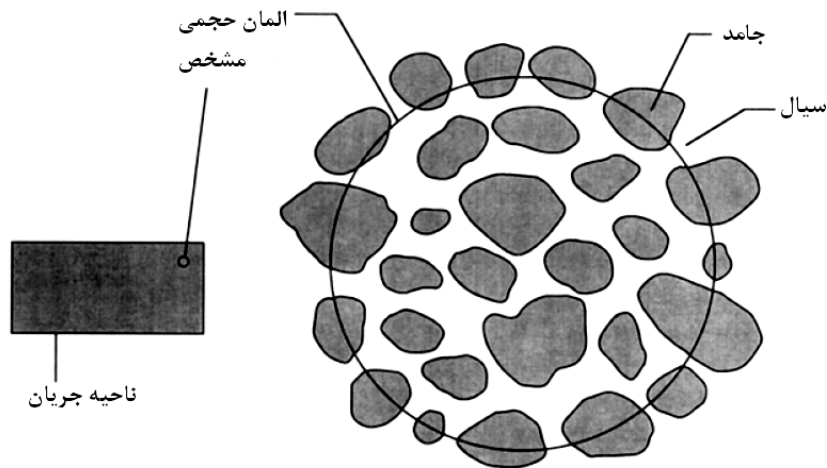
(۱) فضایی:

در این روش، متغیرهای ماکروسکوپی به صورت متوسط روی یک المان حجمی مشخص^۱ تعریف می‌شود و همچنین فرض می‌شود که این مقادیر مستقل از اندازه حجم المان می‌باشد. طول المان خیلی بزرگتر از طول خلل و فرج‌ها بوده، ولی از طول ماکروسکوپی ناحیه جریان خیلی کمتر می‌باشد (شکل ۲-۱).

(۲) آماری:

در این روش، متوسط‌گیری بر اساس دسته‌بندی ساختارها و محیط‌های متخلخلی صورت می‌گیرد که از لحاظ ماکروسکوپی معادل می‌باشد. اشکال این روش این است که اطلاعات آماری دسته‌بندی شده با روشی ساده جمع‌آوری می‌شوند. بنابراین برای انجام این متوسط‌گیری فرض می‌کنیم که ساختارهای آماری کاملاً همگن می‌باشند.

1- representative elementary volume (r.e.v.)



شکل ۱-۲: ارتباط المان با اندازه ناحیه سیال و ناحیه متخلخل در المان حجمی مشخص [۳].

با توجه به دو دیدگاه بیان شده و اینکه معادلات حاکم بر حرکت سیال درون محیط متخلخل در بعضی منابع کمی گیج کننده هستند، برخی محققین از سرعت متوسط واقعی سیال^۱ و دیگران از سرعت داری^۲ استفاده می کنند. شکل معادلات در این دو دیدگاه یکسان نمی باشد.

با توجه به شکل ۱-۲ ضریب تخلخل^۳ (ϕ) به عنوان بخشی از حجم کل محیط متخلخل که به وسیله فضای خالی V_f اشغال شده است. $(1 - \phi)$ نیز به عنوان بخشی از حجم محیط متخلخل که به وسیله فضای جامد V_s اشغال شده، تعریف می شود:

$$\phi = \frac{V_f}{V} = \frac{V_f}{V_f + V_s} \quad (1-2)$$

البته به علت ایزوتروپ فرض کردن محیط متخلخل، ضریب تخلخل در همه راستاها یکسان می باشد. سرعت متوسط واقعی سیال u_f به صورت حاصل تقسیم دبی عبوری سیال از یک سطح مقطع به مساحت فضاهای قابل عبور سیال A_f تعریف می شود:

-
- 1- Intrinsic average velocity
 - 2- Darcy velocity
 - 3- Porosity

$$u_f = \frac{1}{A_f} \int u dA \quad (2-2)$$

سرعت دارسی \bar{u} به صورت حاصل تقسیم دبی عبوری سیال از یک سطح مقطع به کل مساحت

سطح مقطع A تعریف می‌شود ($A = A_f + A_s$):

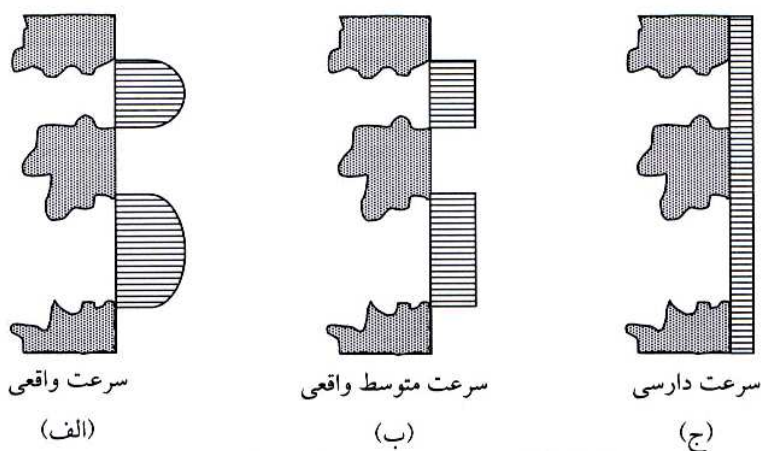
$$\bar{u} = \frac{1}{A} \int u dA \quad (3-2)$$

این دو سرعت u_f و \bar{u} توسط رابطه دوپیت-فورچهمیر^۱ به هم مربوط می‌شوند:

$$\bar{u} = \phi u_f \quad (4-2)$$

تفاوت بین سرعت واقعی u سیال درون محیط متخلخل با سرعت متوسط واقعی u_f و سرعت

دارسی \bar{u} در شکل ۲-۲ به وضوح نشان داده شده است.



شکل ۲-۲: معیار سرعت در محیط متخلخل.

دبی جرمی عبوری از مقطع Δy در هر سه بخش شکل ۲-۲ یکسان است. در این پروژه محیط

متخلخل را به صورت ایزوتروپ فرض کرده و کلیه خصوصیات فیزیکی این محیط ثابت در نظر گرفته

می‌شود.

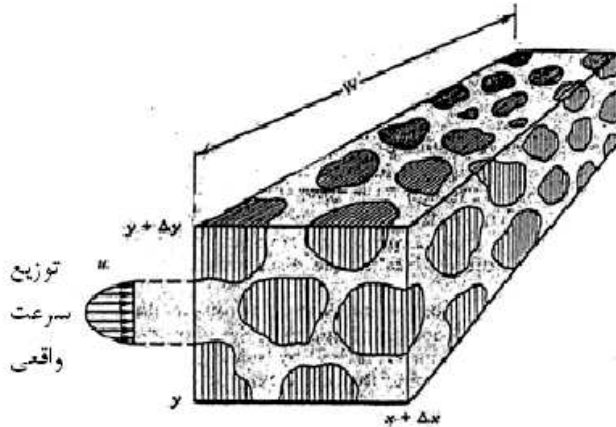
۱-۲ معادلات بقای جرم

در حالت واقعی جریان در این محیط را به صورت سه بعدی، ولی برای بررسی آن را دو بعدی در نظر می‌گیریم. مطابق شکل ۲-۳، یک المان به حجم $(w\Delta x\Delta y)$ که $w \gg \Delta x$ و Δy را در نظر می‌گیریم. با این فرض جریان در راستای x, y و در بخش‌های $w\Delta x$ و $w\Delta y$ خیلی بیشتر از جریان در راستای z و در بخش $\Delta x\Delta y$ می‌باشد. در ابتدا دبی جریان ورودی به المان $w\Delta x\Delta y$ را از سمت چپ و در صفحه x ثابت را به صورت زیر در نظر گرفته می‌شود:

$$\dot{m}_x = \rho \int_y^{y+\Delta y} \int_0^w u \, dzdy \quad (5-2)$$

که $u(y, z)$ توزیع سرعت بر روی سطح فضاهای خالی در صفحه x ثابت می‌باشد. با توجه به این که در یک سطح کنترل، $w\Delta y$ خیلی بزرگتر از خلل و فرج و قسمت‌های جامد سطح مقطع می‌باشد، یک سرعت متوسط داری در راستای x تعریف می‌کنیم:

$$\bar{u} = \frac{1}{w\Delta y} \int_y^{y+\Delta y} \int_0^w u(y, z) \, dzdy \quad (6-2)$$



شکل ۲-۳: توزیع سرعت برای یک محیط متخلخل همگن [۳۵].

به عبارت دیگر: $\dot{m}_x = \rho \bar{u}(w\Delta y)$

و سرعت متوسط داری در راستای y نیز چنین بیان می‌شود:

$$\bar{v} = \frac{1}{w\Delta x} \int_x^{x+\Delta x} \int_0^w v(x, z) dz dx \quad (7-2)$$

از این رو دبی جرمی در راستای y نیز بدین صورت تعریف می‌گردد: $\dot{m}_y = \rho \bar{v}(w\Delta x)$

با استفاده از سرعت متوسط داری \bar{v} و \bar{u} و تعاریف مربوط به دبی جریان در راستای x و y ،

متوسط جریان شبیه به جریان یک سیال همگن می‌شود. از این رو قانون بقای جرم در المان

$(w\Delta x\Delta y)$ به صورت زیر خواهد بود:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho\phi w\Delta x\Delta y) + \frac{\partial \dot{m}_x}{\partial x} \Delta x + \frac{\partial \dot{m}_y}{\partial y} \Delta y = 0 \quad (8-2)$$

که ϕ ضریب تخلخل، $\phi w\Delta x\Delta y$ بخش اشغال شده توسط سیال و $\rho\phi w\Delta x\Delta y$ دبی جرمی سیال آنی

قرار گرفته در المان می‌باشد. با ترکیب معادلات دبی جریان و معادله (8-2)، معادله بقای جرم خواهد

شد:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho\phi w\Delta x\Delta y) + \frac{\partial(\rho\bar{u}w\Delta y)}{\partial x} \Delta x + \frac{\partial(\rho\bar{v}w\Delta x)}{\partial y} \Delta y = 0 \quad (9-2)$$

$$\phi \frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(\rho\bar{u}) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho\bar{v}) = 0 \quad (10-2)$$

در حالت کلی می‌توان معادله بقای جرم در حالت سه بعدی را به صورت زیر نشان داد:

$$\phi \frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla(\rho\bar{V}) = 0 \quad (11-2)$$

که $\bar{V} = (\bar{u}, \bar{v}, \bar{w})$ بردار سرعت متوسط حجم است. در صورتیکه $\phi = 1$ (سیال خالص) باشد، همان

معادله بقای جرم برای سیال همگن می‌شود.

۲-۲ معادلات اندازه حرکت: قانون داریسی

در مکانیک سیالات اجسام متخلخل، معادلات مومنوم یا بالانس نیروها به وسیله مشاهدات تجربی- عددی به دست می‌آیند، که از لحاظ ریاضی به عنوان قانون داریسی شناخته می‌شوند. هنری داریسی بر اساس اندازه‌گیری‌هایی کشف کرد که سرعت متوسط سیال (سرعت داریسی) در یک ستون از مواد متخلخل با گرادیان فشار همان ستون متناسب می‌باشد. آزمایش‌های تجربی بعدی نشان داد که سرعت متوسط در حالت یک بعدی برای جریان اجباری، با ویسکوزیته (μ) رابطه معکوس دارد:

$$\bar{u} = \frac{K}{\mu} \left(-\frac{\partial p}{\partial x} \right) \quad (12-2)$$

در حالت سه بعدی:

$$\bar{V} = -\frac{K}{\mu} \cdot \nabla p \quad (13-2)$$

که در رابطه بالا K ثابتی تجربی به نام ضریب نفوذپذیری^۱ است که نشان دهنده میزان نفوذ سیال در محیط می‌باشد. از لحاظ ابعادی:

$$[K] = \frac{[\mu][\bar{u}]}{\left[-\frac{\partial p}{\partial x}\right]} = (Length)^2 \quad (14-2)$$

این ضریب مستقل از طبیعت سیال است، اما به هندسه سیال وابسته است. جدول ۱-۲ ضریب تخلخل و ضریب نفوذپذیری تعدادی از مواد متخلخل را نشان می‌دهد.

جدول ۱-۲: ضریب تخلخل و نفوذپذیری برای برخی از مواد متخلخل [۳].

ضریب نفوذپذیری ($K(m^2)$)	ضریب تخلخل (ϕ)	مواد متخلخل
$4/9 \times 10^{-10} - 1/2 \times 10^{-9}$	۰/۵۷-۰/۶۶	پودر زغال سنگ سیاه
$4/8 \times 10^{-11} - 2/2 \times 10^{-9}$	۰/۱۲-۰/۴۴	آجر
$3/3 \times 10^{-6} - 1/5 \times 10^{-5}$	۰/۰۹-۰/۳۴	پودر مس فشرده
$3/۰ \times 10^{-16} - 5/۰ \times 10^{-12}$	۰/۰۸-۰/۳۸	ماسه سنگ
$2/۰ \times 10^{-15} - 4/5 \times 10^{-14}$	۰/۰۴-۰/۱۰	سنگ آهک
$1/۰ \times 10^{-13} - 2/3 \times 10^{-11}$	۰/۰۲-۰/۰۷	بتن
$2/۰ \times 10^{-11} - 1/8 \times 10^{-1۰}$	۰/۳۸-۰/۵۰	شن
$2/9 \times 10^{-13} - 1/4 \times 10^{-11}$	۰/۴۳-۰/۵۴	خاک
-----	۰/۴۴-۰/۴۵	صخره‌ی شنی
-----	۰/۳۶-۰/۴۳	محیط متخلخل شامل دانه‌های کروی
$9/5 \times 10^{-14} - 1/2 \times 10^{-13}$	۰/۵۶-۰/۵۹	چرم
-----	۰/۰۲-۰/۱۲	زغال سنگ

همچنین با استفاده از روابط ریاضی نیز می‌توان ضریب نفوذپذیری هندسه‌های ساده را به دست آورد. به عنوان مثال، کارمن-کوزنی^۱ رابطه زیر را برای محاسبه ضریب نفوذپذیری در هندسه‌هایی با قطر هیدرولیکی D_p به دست آورد [۳]:

$$K = \frac{D_{p2}^2 \phi^3}{180(1 - \phi)^2} \quad (۱۵-۲)$$

که D_{p2} برابر:

$$D_{p2} = \int_0^\infty D_p^3 h(D_p) dD_p / \int_0^\infty D_p^2 h(D_p) dD_p \quad (۱۶-۲)$$

1- Carman-kozeny

مقدار عددی ۱۸۰ با تطبیق داده‌های تجربی به دست می‌آید.

همچنین اورگان^۱ رابطه زیر را برای ستون بستر کروی به قطر D و ضریب تخلخل ϕ ارائه کرد

[۳]:

$$K = \frac{D^2 \phi^3}{150(1 - \phi)^2} \quad (۱۷-۲)$$

اگر بخواهیم از فرم داری برای معادله مومنوم استفاده کنیم به این صورت عمل می‌کنیم:

$$u = -\frac{k}{\mu} \frac{\partial p}{\partial x} \quad v = -\frac{k}{\mu} \left(\frac{\partial p}{\partial y} + \rho g \right) \quad (۱۸-۲)$$

با استفاده از تقریب بوزینسک رابطه چگالی را جایگزین می‌کنیم:

$$\rho = \rho_0 (1 - \beta T) \quad (۱۹-۲)$$

اگر از معادله مولفه‌های سرعت نسبت به x و y مشتق بگیریم واز هم کم کنیم معادله

مومنوم به صورت زیر می‌شود:

$$\frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{k}{\mu} \frac{\partial^2 p}{\partial y \partial x} \quad (۲۰-۲)$$

$$\frac{\partial v}{\partial x} = \frac{k}{\mu} \left(-\frac{\partial^2 p}{\partial y \partial x} + \rho g \beta \frac{\partial T}{\partial x} \right) \quad (۲۱-۲)$$

$$\frac{\partial u}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial x} = -\frac{gK\beta}{v} \frac{\partial T}{\partial x} \quad (۲۲-۲)$$

$$u = \frac{\partial \psi}{\partial y} \quad v = -\frac{\partial \psi}{\partial x} \quad (۲۳-۲)$$

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} = -\frac{gK\beta}{v} \frac{\partial T}{\partial x} \quad (۲۴-۲)$$

۳-۲ گسترش قانون دارسی

۱-۳-۲ شتاب و اثرات درونی دیگر

فورچهمیر و دوپیت جمله‌های جابجایی را به معادله دارسی اضافه کردند (از جمله نیروی

حجمی صرف نظر شده است):

$$\rho_f \left[\phi^{-1} \frac{\partial \bar{V}}{\partial t} + \phi^{-2} (\bar{V} \cdot \nabla) \bar{V} \right] = -\nabla P - \frac{\mu}{K} \bar{V} \quad (25-2)$$

مشاهده می‌شود که معادله کاملاً شبیه به معادله ناویر استوکس است. جمله $(\bar{V} \cdot \nabla) \bar{V}$ معمولاً

کوچک بوده و در کارهای عددی از آن صرف نظر می‌شود. اما در سرعت‌های بالا و پدیده‌هایی مثل

شوک^۱ برای یک سیال تراکم‌پذیر (در حالت غیر چرخشی) می‌بایست مدنظر واقع گردد.

۲-۳-۲ معادله فورچهمیر

در سرعت‌های بالا، جمله‌ای معروف به جمله فورچهمیر به معادله دارسی اضافه می‌شود:

$$\nabla P = -\frac{\mu}{K} \bar{V} - C_E K^{-\frac{1}{2}} \rho_f |\bar{V}| \bar{V} \quad (26-2)$$

C_E ضریب ثابت بی‌بعد درگ است. مقدار آن بر حسب طبیعت سیال، با استفاده از روابط تجربی به

دست می‌آید.

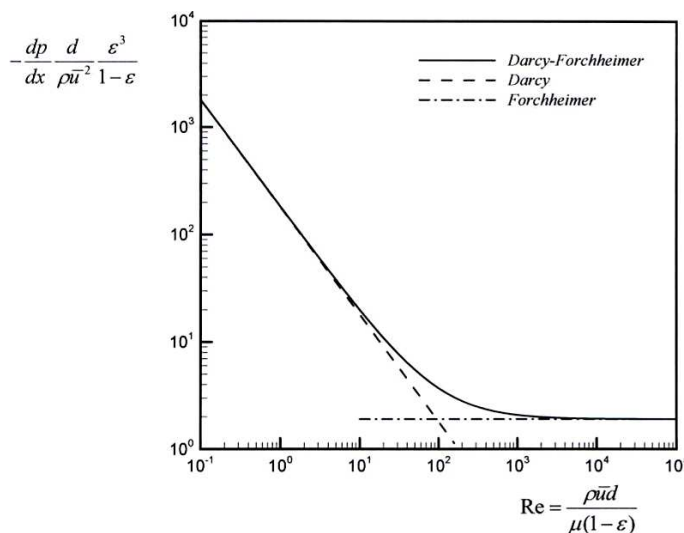
جمله دارسی در سرعت‌های کم در تمام مواد متخلخل صادق است. با افزایش سرعت سیال افت

فشار در محیط متخلخل از حالت خطی خارج شده و به صورت مرتبه دو ظاهر می‌گردد. شکل ۲-۴

بیانگر بازده صحیح عملکرد دو جمله دارسی و فورچهمیر در یک محیط متخلخل ایزوترپ و همگن

است. همان طور که در این شکل دیده می‌شود، جمله دارسی برای اعداد رینولدز کوچکتر از ۱۰

صحیح است. برای عدد رینولدزهای بالاتر، بایست از جمله فورچهمیر به همراه دارسی استفاده کرد.



شکل ۲-۴: عبور از ناحیه دارسی به ناحیه فورچهمیر برای یک محیط متخلخل [۳].

۳-۳-۲ معادله بریکمن^۱

در جاهایی که اثرات لزجت زیاد باشد، جمله بریکمن به معادله دارسی اضافه می‌شود:

$$\nabla P = -\frac{\mu}{K} \bar{V} + \tilde{\mu} \nabla^2 \bar{V} \quad (27-2)$$

که $\tilde{\mu}$ ویسکوزیته موثر است. حال دو جمله ویسکوزیته وجود دارد، جمله اول، جمله معمولی دارسی و جمله دوم مشابه جمله لاپلاس در معادله ناویر استوکس است. مقدار $\tilde{\mu}$ را معمولاً معادل با μ قرار می‌دهند، ولی در حالت کلی این دو ضریب یکی نبوده و با توجه به هندسه محیط متخلخل متفاوت می‌باشد. در سال ۱۹۹۰ بیر و بچمت^۲ برای محیط متخلخل ایزوتروپ رابطه زیر را ارائه کردند:

$$\frac{\tilde{\mu}}{\mu} = \frac{1}{\phi T^*} \quad (28-2)$$

1- Brinkman's Equation
2- Bear and Bachmat

که در رابطه بالا T^* کمیت پیچش محیط^۱ می‌باشد. دورلوفسکی و بردی^۲ در سال ۱۹۸۷ با استفاده از تابع گرین، جمله بریکمن را برای مواد متخلخل با ضریب تخلخل بزرگتر از $\phi > 0.95$ و رابین استن^۳ آن را برای مواد متخلخل با ضریب تخلخل به کوچکی 0.8 صحیح دانست.

دانشمندان اخیر جمله لاپلاس را به معادله فورچهمیر اضافه کرده و معادله بریکمن - فورچهمیر را به وجود آوردند. هسو وچانگ^۴ در سال ۱۹۹۰ معادله زیر به دست آوردند:

$$\rho_f \left[\frac{1}{\phi} \frac{\partial \bar{V}}{\partial t} + \frac{1}{\phi} \nabla \left(\frac{\bar{V} \cdot \bar{V}}{\phi} \right) \right] = -\nabla P + \frac{\tilde{\mu}}{\phi} \nabla^2 \bar{V} - \frac{\mu}{K} \bar{V} - \frac{C_E \rho_f}{K^2} |\bar{V}| \bar{V} \quad (29-2)$$

که برای یک سیال تراکم ناپذیر، $\nabla \cdot \bar{V} = 0$ و عبارت $\frac{1}{\phi} \nabla \left(\frac{\bar{V} \cdot \bar{V}}{\phi} \right)$ به عبارت $\frac{1}{\phi} \bar{V} \cdot \nabla \left(\frac{\bar{V}}{\phi} \right)$ کاهش پیدا می‌کند.

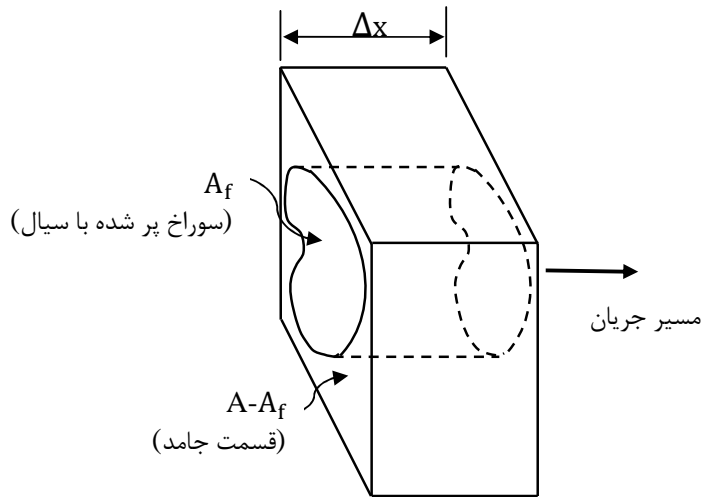
۴-۲ معادلات انرژی

در حالت کلی دمای محلی فاز سیال و جامد در محیط متخلخل یکسان نمی‌باشد، که این حالت را اصطلاحاً عدم تعادل حرارتی محلی^۵ می‌نامند. در این حالت معادله‌های انرژی فاز سیال و جامد در یک محیط متخلخل مجزا خواهند بود.

۱-۴-۲ حالت عدم تعادل حرارتی بین فازهای سیال و جامد

ساده‌ترین راه برای به دست آوردن فرم دیفرانسیلی معادلات انرژی برای یک محیط متخلخل، از طریق فرض کردن یک بعدی انتقال حرارت و جریان سیال در شکل ۲-۵ می‌باشد. برای این کار محیط متخلخل همگن فرض می‌شود. در ابتدا معادله انرژی برای فاز جامد و سیال را جداگانه حل کرده و سپس از این معادلات در المان حجم $A\Delta x$ متوسط‌گیری می‌کنیم.

-
- 1- Tortuosity of the medium
 - 2- Durlinsky and Brady
 - 3- Rubinstein
 - 4- Hsu and Chang
 - 5- Local Thermal Non-Equilibrium



شکل ۲-۵: المان یک بعدی برای قانون انرژی در محیط متخلخل همگن [۳۵].

معادله انرژی در فاز جامد:

$$\rho_s C_s \frac{\partial T_s}{\partial t} = k_s \frac{\partial^2 T_s}{\partial x^2} + q_s''' \quad (30-2)$$

در فاز جامد $(\rho, C, k)_s$ خصوصیات و q_s''' نرخ حرارت تولیدی داخلی بر واحد حجم در فاز جامد می‌باشند. فرض می‌کنیم که دمای T_s در فاز جامد بدون تغییر است. با انتگرال‌گیری از معادله (۳۰-۲) بر فضای اشغال شده توسط جامد عبارت زیر بدست می‌آید:

$$\Delta x (A - A_f) \rho_s C_s \frac{\partial T_s}{\partial t} = \Delta x (A - A_f) k_s \frac{\partial^2 T_s}{\partial x^2} + \Delta x (A - A_f) q_s''' \quad (31-2)$$

با تقسیم کردن معادله (۳۱-۲) بر حجم $A \Delta x$ و استفاده از تعریف ضریب تخلخل، معادله انرژی

برای فاز جامد به صورت زیر می‌شود:

$$(1 - \phi)(\rho C)_s \frac{\partial T_s}{\partial t} = (1 - \phi) k_s \frac{\partial^2 T_s}{\partial x^2} + (1 - \phi) q_s''' \quad (32-2)$$

معادله انرژی برای هر نقطه اشغال شده به وسیله سیال برابر:

$$\rho_f C_{p_f} \left(\frac{\partial T_f}{\partial t} + u \frac{\partial T_f}{\partial x} \right) = k_f \frac{\partial^2 T_f}{\partial x^2} + q_f''' \quad (33-2)$$

$(\rho, C_p, k)_f$ ویژگی‌های سیال هستند. نرخ حرارت تولیدی داخلی بر واحد حجم در فاز سیال می‌باشند. با انتگرال‌گیری از معادله بالا بر روی حجم خالی محیط $A_f \Delta x$:

$$A_f \Delta x \rho_f C_{p_f} \frac{\partial T_f}{\partial t} + A_f \Delta x \rho_f C_{p_f} u \frac{\partial T_f}{\partial x} = A_f \Delta x k_f \frac{\partial^2 T_f}{\partial x^2} + A_f \Delta x q_f''' \quad (34-2)$$

با استفاده از تعریف سرعت متوسط داری برای جمله دوم سمت چپ معادله (34-3):

$$A \bar{u} = \iint_{A_f} u \, dA_f \quad (35-2)$$

با تقسیم کردن معادله (34-2) بر حجم $A \Delta x$ و استفاده از تعریف ضریب تخلخل و معادله (2)-

(35)، معادله انرژی برای فاز سیال به صورت زیر به دست می‌آید:

$$\phi(\rho C_p) \frac{\partial T_f}{\partial t} + (\rho C_p) \bar{u} \frac{\partial T_f}{\partial x} = \phi \frac{\partial T_f}{\partial x} + \phi q_f''' \quad (36-2)$$

۲-۴-۲ حالت تعادل حرارتی بین فازهای سیال و جامد

توصیف ماکروسکوپی انتقال حرارت در محیط متخلخل با یک معادله انرژی، با این فرض همراه است که دمای فازهای سیال و جامد یکسان باشد ($T_s = T_f = T$). به عبارت دیگر فرض می‌شود، فاز سیال و جامد با هم در تعادل حرارتی محلی می‌باشند. این فرض اگرچه برای محیط‌های متخلخل کوچک مثل مخازن زمین گرمایی^۱ و فیبرهای عایق درست به نظر می‌رسد، ولی برای مطالعه راکتورهای هسته‌ای و سیم‌های الکتریکی که اختلاف دمای بین فازهای جامد و سیال تاثیر مهمی روی بقیه پارامترها می‌گذارد، غیرمنطقی به نظر می‌رسد.

با جمع کردن معادلات (2)-31 و (2)-34 و تقسیم کردن آنها بر حجم $A \Delta x$ ، معادله انرژی کل

ساختار متخلخل برای حالت تعادل حرارتی به دست می‌آید:

$$\left[\phi \rho_f C_{P_f} + (1 - \phi) \rho_s C_s \right] \frac{\partial T}{\partial t} + \rho_f C_{P_f} \bar{u} \frac{\partial T}{\partial x} \quad (37-2)$$

$$= [\phi k_f + (1 - \phi) k_s] \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + [\phi q_f''' + (1 - \phi) q_s''']$$

ضریب هدایت حرارتی موثر k_{eff} در محیط متخلخل، ترکیبی از ضریب هدایت در دو فاز

می‌باشد:

$$k_{eff} = \phi k_f + (1 - \phi) k_s \quad (38-2)$$

این عبارت ساده، در نتیجه مدل یک بعدی شکل ۳-۵ است که با مدل هدایتی موازی منطبق

است و برای مدل هدایتی سری از رابطه زیر استفاده می‌شود:

$$\frac{1}{k_{eff}} = \frac{\phi}{k_f} + \frac{1 - \phi}{k_s} \quad (39-2)$$

البته در حالت کلی ضریب هدایت حرارتی k_{eff} به صورت کاملاً تجربی اندازه‌گیری می‌شود.

اینرسی حرارتی^۱ محیط‌های متخلخل بستگی به اینرسی جامد و سیال دارد. این پیچیدگی با تعریف

نسبت ظرفیت^۲ تخمین زده می‌شود:

$$\sigma = \frac{\phi \rho_f C_{P_f} + (1 - \phi) \rho_s C_s}{\rho_f C_{P_f}} \quad (40-2)$$

نرخ حرارت تولیدی درونی بر واحد حجم q_{eff}''' در یک محیط متخلخل به صورت زیر تعریف

می‌گردد:

$$q_{eff}''' = \phi q_f''' + (1 - \phi) q_s''' \quad (41-2)$$

با استفاده از معادلات (۳۸-۲)، (۴۰-۲) و (۴۱-۲) معادله انرژی (۳۷-۲) برای یک محیط

متخلخل همگن به صورت زیر خلاصه می‌شود:

$$\rho_f C_{P_f} \left(\sigma \frac{\partial T}{\partial t} + \bar{u} \frac{\partial T}{\partial x} \right) = k_{eff} \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + q_{eff}''' \quad (42-2)$$

1- Thermal Inertia
2- Capacity ratio

در حالت سه بعدی معادله انرژی برابر است با:

$$\rho_f C_{Pf} \left(\sigma \frac{\partial T}{\partial t} + \bar{V} \cdot \nabla T \right) = k_{eff} \nabla^2 T + q_{eff}''' \quad (۴۳-۲)$$

توجه شود از این به بعد برای راحتی کار علامت متوسط از بالای سرعت \bar{V} برداشته و به جای

آن از V استفاده می‌شود. با توجه به مطلب گفته شده معادلات بقای جرم، مومنتوم و انرژی در محیط

متخلخل به صورت زیر باز نویسی می‌شوند:

معادله بقای جرم:

$$\phi \frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla(\rho V) = 0 \quad (۴۴-۲)$$

معادله مومنتوم:

$$\rho_f \left[\frac{1}{\phi} \frac{\partial V}{\partial t} + \frac{1}{\phi} \nabla \left(\frac{V \cdot V}{\phi} \right) \right] = -\nabla P + \frac{\tilde{\mu}}{\phi} \nabla^2 V - \frac{\mu}{K} V - \frac{C_E \rho_f}{K^{\frac{1}{2}}} |V| V \quad (۴۵-۲)$$

معادله انرژی در حالت تعادل حرارتی:

$$\rho_f C_{Pf} \left(\sigma \frac{\partial T}{\partial t} + V \cdot \nabla T \right) = k_{eff} \nabla^2 T + q_{eff}''' \quad (۴۶-۲)$$

معادلات انرژی در حالت عدم تعادل حرارتی:

فاز جامد:

$$(1 - \phi)(\rho C)_s \frac{\partial T_s}{\partial t} = (1 - \phi) \nabla \cdot (k_s \nabla T_s) + (1 - \phi) q_s''' + h(T_f - T_s) \quad (۴۷-۲)$$

فاز سیال:

$$\phi(\rho C_P) \frac{\partial T_f}{\partial t} + (\rho C_P) V \cdot \nabla T_f = \phi \nabla \cdot (k_f \nabla T_f) + \phi q_f''' + h(T_s - T_f) \quad (۴۸-۲)$$

که h ضریب انتقال حرارت فاز جامد و سیال بوده و نشان دهنده انتقال حرارت جابجایی بین این دو

فاز می‌باشد.

۵-۲ معادله غلظت

با استفاده از قانون دوم فیک، معادله غلظت در یک محیط متخلخل به صورت زیر بیان می‌شود:

$$\phi \frac{\partial s}{\partial t} + u \frac{\partial s}{\partial x} + v \frac{\partial s}{\partial y} = D_m \left(\frac{\partial^2 s}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 s}{\partial y^2} \right) \quad (۴۹-۲)$$

که D_m در رابطه بالا ثابت نفوذ غلظت نامیده می‌شود و واحد آن m^2/S می‌باشد. همچنین واحد غلظت در رابطه بالا mg/Lit است.

۶-۲ شرایط مرزی

در حالت کلی سرعت سیال بر روی دیوار نفوذ ناپذیر به صورت زیر است:

$$u = v = 0 \quad (۵۰-۲)$$

اعمال شرایط مرزی دما ثابت بر روی دیوار T_w بسیار ساده است. در حالت عدم تعادل گرمایی

داریم:

$$T_f = T_s = T_w \quad (۵۱-۲)$$

با فرض تعادل گرمایی رابطه فوق به علت برابر بودن دمای دو فاز به صورت زیر ساده می‌شود:

$$T = T_w \quad (۵۲-۲)$$

۷-۲ شرایط در سطح مشترک دو محیط

در حالت کلی سرعت در سطح مشترک دو محیط به علت شرط عدم لغزش با هم برابر بوده:

$$u_1 = u_2 \quad (۵۳-۲)$$

$$v_1 = v_2$$

تنش برشی نیز به مانند سرعت‌ها با هم برابر می‌باشند:

$$\mu_1 \left(\frac{\partial V^t}{\partial n} \right)_1 = \mu_2 \left(\frac{\partial V^t}{\partial n} \right)_2 \quad (54-2)$$

جهت پیوستگی شرایط دما در سطح مشترک دو محیط، بایستی دما و شار حرارتی با هم برابر

باشند:

$$T_1 = T_2$$

$$k_1 \left(\frac{\partial T}{\partial n} \right)_1 = k_2 \left(\frac{\partial T}{\partial n} \right)_2 \quad (55-2)$$

فشار در سطح مشترک دو محیط نیز از مقدار یکسانی برخوردارند:

$$p_1 = p_2 \quad (56-2)$$

در رابطه‌های بالا اندیس‌های ۱ و ۲ به ترتیب نشان دهنده محیط‌های اول و دومی می‌باشد که در یک سطح با هم مشترک هستند. n و t نیز به ترتیب نشان دهنده راستای عمود و مماس می‌باشد. V^t مولفه سرعت مماسی در سطح مشترک دو محیط است که با توجه به جهت سطح مشترک می‌تواند u یا v باشد.

فصل سوم

گسسته‌سازی و روش حل

معادلات

در این فصل ابتدا به گسسته‌سازی دسته معادلات حاکم بر جریان به روش حجم محدود در یک شبکه متمرکز^۱ بیان می‌گردد. در این پژوهش، معادلات برای جریان تراکم‌ناپذیر با استفاده از روش حجم محدود و عبارت غیر پایا به صورت کاملاً ضمنی^۲ گسسته‌سازی شده‌اند. فهرست حروف استفاده شده در به دست آوردن روابط این بخش عبارت‌اند از: حروف درشت E, W, N, S برای گره‌ها و حروف کوچک e, w, n, s برای سطوح حجم کنترل‌ها می‌باشد (شکل ۳-۱).

۳-۱ گسسته‌سازی معادلات

در مسائلی که جریان سیال نقش اساسی را بازی می‌کند، بایست به اثرات جابجایی توجه بیشتری شود. معادله نفوذ - جابجایی غیر دائم برای خاصیت کلی Φ به صورت زیر می‌باشد [۳۳]:

$$\frac{d}{dt}(\rho\Phi) + \text{div}(\rho u\Phi) = \text{div}(\Gamma \text{grad}\Phi) + S_{\Phi} \quad (۱-۳)$$

با انتگرال‌گیری کلی روی حجم:

$$\begin{aligned} \int_{CV} \frac{d}{dt}(\rho\Phi) dV + \int_{CV} \text{div}(\rho u\Phi) dV \\ = \int_{CV} \text{div}(\Gamma \text{grad}\Phi) dV + \int_{CV} S_{\Phi} dV \end{aligned} \quad (۲-۳)$$

این معادله تعادل شار را در یک حجم کنترل نشان می‌دهد. سمت چپ معادله، جابجایی خالص شار و سمت راست شار نفوذ خالص و تولید یا از بین رفتن خاصیت Φ در داخل حجم کنترل را نشان می‌دهد. مشکل اساسی در گسسته کردن بخش‌های جابجایی، محاسبه مقادیر منتقل شده خاصیت Φ از سطوح حجم کنترل از این مرزها می‌باشد.

1- Collocated grid
2- Implicit

۳-۱-۱ جابجایی و نفوذ دو بعدی غیر دائم

نفوذ و جابجایی طبیعی خاصیت Φ در یک میدان جریان دو بعدی از رابطه زیر پیروی می کند

[۴۱]:

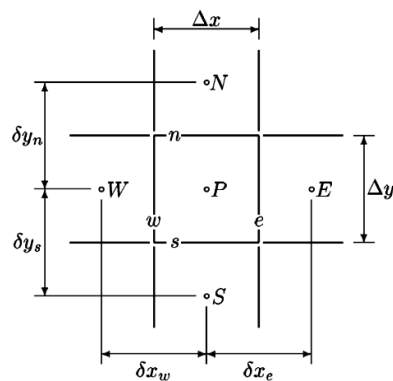
$$\frac{d}{dt}(\rho\Phi) + \frac{d}{dx}(\rho u\Phi) + \frac{d}{dy}(\rho v\Phi) = \frac{d}{dx}\left(\Gamma \frac{d\Phi}{dx}\right) + \frac{d}{dy}\left(\Gamma \frac{d\Phi}{dy}\right) + S_\phi \quad (3-3)$$

همچنین جریان باید پیوستگی را ارضا کند:

$$\frac{d}{dx}(\rho u) + \frac{d}{dy}(\rho v) = 0 \quad (4-3)$$

با انتگرال گیری از معادلات (۳-۳) بر روی حجم کنترل شکل ۳-۱ که گره اصلی با P ، گره های

همسایه را با N, W, E, S و سطوح حجم کنترل را با n, w, e, s نشان داده شده است:

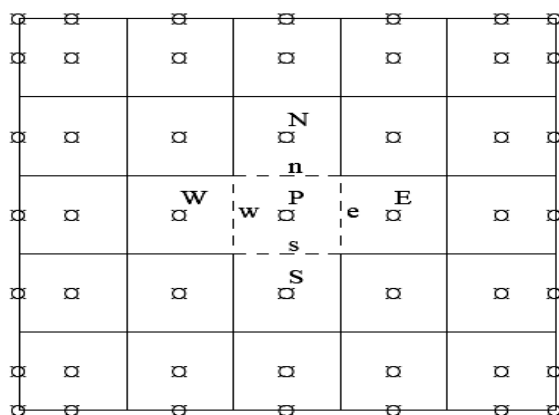


شکل ۳-۱: قسمتی از حجم کنترل دو بعدی.

شکل ۳-۲ تقسیم ناحیه محاسباتی را به تعدادی محدود حجم کنترل در حالت دو بعدی نشان

می دهد. نقاط اصلی در مرکز حجم کنترل ها قرار دارند، به جز در مرزها که مکان آن ها روی خود مرز

می باشد



شکل ۳-۲: تقسیم ناحیه محاسباتی به تعداد محدودی حجم کنترل [۳۴].

$$\frac{(\rho A \Phi)_P - (\rho A \Phi)_P^0}{\Delta t} + [(\rho u A \Phi)_e - (\rho u A \Phi)_w] + [(\rho v A \Phi)_n - (\rho v A \Phi)_s] \quad (5-3)$$

$$= \left[\left(\Gamma A \frac{d\Phi}{dx} \right)_e - \left(\Gamma A \frac{d\Phi}{dx} \right)_w \right] + \left[\left(\Gamma A \frac{d\Phi}{dy} \right)_n - \left(\Gamma A \frac{d\Phi}{dy} \right)_s \right] + S_\Phi \Delta V$$

انتگرال روی معادله پیوستگی (۳-۴) نتیجه می‌دهد:

$$[(\rho u A)_e - (\rho u A)_w] + [(\rho v A)_n - (\rho v A)_s] = 0 \quad (6-3)$$

با تعریف دو متغیر F و D به صورت زیر:

$$F = \rho u A \quad , \quad D = \frac{\Gamma A}{\delta x} \quad (7-3)$$

F نشان‌دهنده قدرت جابجایی است که با توجه به جهت سیال می‌تواند مثبت یا منفی باشد و D نفوذپذیری در سطوح سلول نامیده می‌شود و همیشه مثبت است.

با توجه به تعاریف (۳-۷) معادله نفوذ-جابجایی انتگرال‌گیری شده (۳-۵) به صورت زیر خلاصه

می‌شود:

$$\frac{(\rho A \Phi)_P - (\rho A \Phi)_P^0}{\Delta t} + [F_e \Phi_e - F_w \Phi_w] + [F_n \Phi_n - F_s \Phi_s] \quad (8-3)$$

$$= [D_e(\Phi_E - \Phi_P) - D_w(\Phi_P - \Phi_W)]$$

$$+ [D_n(\Phi_N - \Phi_P) - D_s(\Phi_P - \Phi_S)] + S_\Phi \Delta V$$

معادلات پیوستگی انتگرال‌گیری شده عبارتست از:

$$[F_e - F_w] + [F_n - F_s] = 0 \quad (9-3)$$

در نهایت فرم گسسته شده معادلات در حالت کلی را می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$a_p \Phi_P = a_W \Phi_W + a_E \Phi_E + a_N \Phi_N + a_S \Phi_S + a_p^0 \Phi_P^0 + S_u \quad (10-3)$$

که:

$$a_p = a_W + a_E + a_N + a_S + \frac{(\rho A)_P}{\Delta t} + \Delta F \quad (11-3)$$

ضرایب این معادله با توجه به نوع مدل مورد استفاده برای محاسبه جملات نفوذ-جابجایی

می‌تواند متفاوت باشد. در پژوهش حاضر، این ضرایب فقط برای مدل آپویند^۱ ارائه می‌گردد که به

صورت زیر می‌باشند:

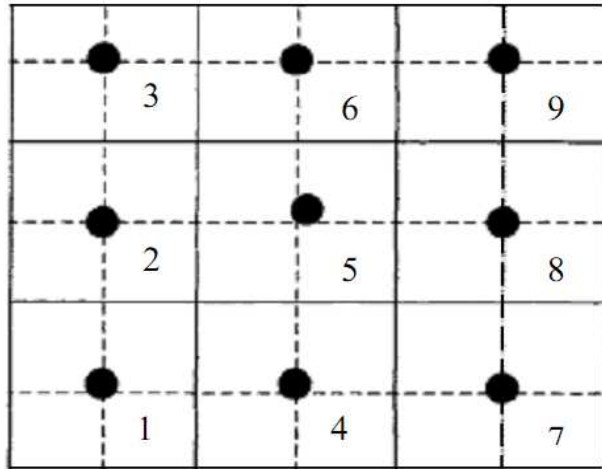
جدول ۳-۱: ضرایب مدل آپویند [۳۴].

a_W	$D_w + \max[0, +f_w]$
a_E	$D_e + \max[0, -f_e]$
a_S	$D_s + \max[0, +f_s]$
a_N	$D_n + \max[0, -f_n]$
ΔF	$F_e - F_w + F_n - F_s$
a_p^0	$\frac{(\rho A)_P^0}{\Delta t}$

۳-۱-۲ گسسته سازی معادله مومنتوم

در این مطالعه از قانون داریسی برای معادله مومنتوم استفاده شده است. که گسسته سازی آن

برای یک حفره (شکل ۳-۳) با شرایط مرزی $\psi = 0$ به صورت زیر است:



شکل ۳-۳: شبکه دو بعدی.

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} = -Ra \frac{\partial T}{\partial x} \quad (۱۲-۳)$$

با انتگرال گیری روی حجم کنترل (شکل ۴-۲) داریم:

$$\iint \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} dx dy + \iint \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} dx dy = \iint -Ra \frac{\partial T}{\partial x} dx dy \quad (۱۳-۳)$$

$$\iint \frac{\partial}{\partial y} \frac{\psi}{\partial y} dx dy + \iint \frac{\partial}{\partial x} \frac{\psi}{\partial x} dx dy = \iint -Ra \frac{\partial T}{\partial x} dx dy$$

$$\Delta x \frac{\partial \psi}{\partial y} \Big|_s + \Delta y \frac{\partial \psi}{\partial x} \Big|_w = -Ra(T_e - T_w)\Delta y \quad (۱۴-۳)$$

حال از اختلاف مرکزی داریم:

$$\begin{aligned} \Delta x \left(\frac{\psi_N - \psi_P}{\delta y} - \frac{\psi_P - \psi_S}{\delta y} \right) + \Delta y \left(\frac{\psi_E - \psi_P}{\delta x} - \frac{\psi_P - \psi_W}{\delta x} \right) \\ = -Ra \left(\frac{T_P + T_E}{2} - \frac{T_P + T_W}{2} \right) \Delta y \end{aligned} \quad (۱۵-۳)$$

که می توان معادله را به صورت زیر ساده کرد:

$$a_P \psi_P = a_E \psi_E + a_W \psi_W + a_N \psi_N + a_S \psi_S + b \quad (16-3)$$

که ضرایب معادله (۱۰-۳) به صورت زیر تعریف می‌شوند.

$$a_E = \frac{\Delta y}{\delta x} \quad a_W = \frac{\Delta y}{\delta x} \quad a_N = \frac{\Delta x}{\delta y} \quad a_S = \frac{\Delta x}{\delta y} \quad b = Ra(T_E - T_W) \frac{\Delta y}{2} \quad (17-3)$$

$$a_P = a_E + a_W + a_N + a_S$$

جدول ۲-۳: خلاصه گسسته سازی معادله مومنوم.

a_E	a_W	a_N	a_S	a_P	گره
$\frac{\Delta y}{\Delta x}$	صفر	$\frac{\Delta x}{\Delta y}$	صفر	$a_E + a_N + \frac{2\Delta x}{\Delta y} + \frac{2\Delta y}{\Delta x}$	۱
$\frac{\Delta y}{\Delta x}$	صفر	$\frac{\Delta x}{\Delta y}$	$\frac{\Delta x}{\Delta y}$	$a_E + a_N + a_S + \frac{2\Delta y}{\Delta x}$	۲
$\frac{\Delta y}{\Delta x}$	صفر	صفر	$\frac{\Delta x}{\Delta y}$	$a_E + \frac{2\Delta x}{\Delta y} + a_S + \frac{2\Delta y}{\Delta x}$	۳
$\frac{\Delta y}{\Delta x}$	$\frac{\Delta y}{\Delta x}$	$\frac{\Delta x}{\Delta y}$	صفر	$a_E + a_W + \frac{2\Delta x}{\Delta y} + a_N$	۴
$\frac{\Delta y}{\Delta x}$	$\frac{\Delta y}{\Delta x}$	$\frac{\Delta x}{\Delta y}$	$\frac{\Delta x}{\Delta y}$	$a_E + a_W + a_N + a_S$	۵
$\frac{\Delta y}{\Delta x}$	$\frac{\Delta y}{\Delta x}$	صفر	$\frac{\Delta x}{\Delta y}$	$a_E + a_W + \frac{2\Delta x}{\Delta y} + a_S$	۶
صفر	$\frac{\Delta y}{\Delta x}$	$\frac{\Delta x}{\Delta y}$	صفر	$a_W + a_N + \frac{2\Delta x}{\Delta y} + \frac{2\Delta y}{\Delta x}$	۷
صفر	$\frac{\Delta y}{\Delta x}$	$\frac{\Delta x}{\Delta y}$	$\frac{\Delta x}{\Delta y}$	$a_W + a_S + a_N + \frac{2\Delta y}{\Delta x}$	۸
صفر	$\frac{\Delta y}{\Delta x}$	صفر	$\frac{\Delta x}{\Delta y}$	$a_W + a_S + \frac{2\Delta y}{\Delta x} + \frac{2\Delta x}{\Delta y}$	۹

خلاصه گسسته سازی معادله مومنوم در جدول ۲-۳ برای شبکه آورده شده در شکل ۳-۳

آورده شده است.

۳-۱-۳ گسسته سازی معادله انرژی

حال می‌خواهیم معادله انرژی در حالت تعادل حرارتی برای یک حفره با شرایط مرزی و اولیه

صفر را گسسته کنیم

$$\frac{\partial T}{\partial t} + \frac{\partial \psi}{\partial y} \frac{\partial T}{\partial x} - \frac{\partial \psi}{\partial x} \frac{\partial T}{\partial y} = \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right) \quad (۱۸-۳)$$

با انتگرال گیری از معادله بالا روی حجم کنتری شکل ۳-۲ خواهیم داشت:

$$\begin{aligned} \iint \frac{\partial T}{\partial t} dx dy dt + \iint \frac{\partial \psi}{\partial y} \frac{\partial T}{\partial x} dx dy dt + \iint -\frac{\partial \psi}{\partial x} \frac{\partial T}{\partial y} dx dy dt \\ = \iint \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right) dx dy dt \end{aligned} \quad (۱۹-۳)$$

با ساده‌سازی معادله بالا داریم:

$$\begin{aligned} (T_P - T_P^0) \Delta x \Delta y + \left[\left(\frac{\partial \psi}{\partial y} \Delta y \right)_e T_e - \left(\frac{\partial \psi}{\partial y} \Delta y \right)_w T_w - \left(\frac{\partial \psi}{\partial x} \Delta x \right)_n T_n \right. \\ \left. + \left(\frac{\partial \psi}{\partial x} \Delta x \right)_s T_s \right] \Delta t = \Delta x \left(\frac{T_N - T_P}{\Delta y} - \frac{T_P - T_S}{\Delta y} \right) \Delta t + \\ \Delta y \left(\frac{T_E - T_P}{\Delta x} - \frac{T_P - T_W}{\Delta x} \right) \Delta t \end{aligned} \quad (۲۰-۳)$$

حال متغیر f را به صورت زیر تعریف می‌کنیم

$$f_e = \frac{\partial \psi}{\partial y} \Delta y)_e \quad f_w = \frac{\partial \psi}{\partial y} \Delta y)_w \quad f_n = -\frac{\partial \psi}{\partial x} \Delta x)_n \quad f_s = -\frac{\partial \psi}{\partial x} \Delta x)_s \quad (۲۱-۳)$$

اگر از اختلاف بالا دست حل کنیم و جهت جریان را به سمت راست بگیریم:

$$T_w = T_W \quad T_e = T_P \quad T_n = T_P \quad T_s = T_S \quad (۲۲-۳)$$

با جایگزینی رابطه بالا در معادله ۲۰-۳ داریم:

$$T_P \left(\frac{\Delta y \Delta x}{\Delta t} + f_e + f_n + \frac{\Delta y}{\Delta x} + \frac{\Delta y}{\Delta x} + \frac{\Delta x}{\Delta y} + \frac{\Delta x}{\Delta y} \right) = T_E \left(\frac{\Delta y}{\Delta x} \right) + T_N \left(\frac{\Delta x}{\Delta y} \right) \\ + T_S \left(\frac{\Delta x}{\Delta y} + f_s \right) + T_W \left(\frac{\Delta y}{\Delta x} + f_w \right) + \frac{T_P^0}{\Delta t} \Delta x \Delta y \quad (23-3)$$

اگر از اختلاف بالا دست حل کنیم و جهت جریان را به سمت چپ بگیریم:

$$T \quad (24-3)$$

با جایگزینی رابطه بالا در معادله ۲۰-۳ داریم:

$$T_P \left(\frac{\Delta y \Delta x}{\Delta t} - f_w - f_s + \frac{\Delta y}{\Delta x} + \frac{\Delta y}{\Delta x} + \frac{\Delta x}{\Delta y} + \frac{\Delta x}{\Delta y} \right) = T_E \left(\frac{\Delta y}{\Delta x} - f_e \right) \\ + \quad (25-3)$$

با ترکیب معادله ۲۳-۳ و ۲۵-۳ معادله به صورت زیر خلاصه می‌شود:

$$a_P T_P = a_E T_E + a_N T_N + a_S T_S + a_W T_W + b \quad (26-3) \\ a_P = a_N + a_E + a_W + a_S + f_e - f_w + f_n - f_s + \frac{\Delta y \Delta x}{\Delta t}$$

$$f_e = \frac{\partial \psi}{\partial y} \Delta y)_e \quad f_w = \frac{\partial \psi}{\partial y} \Delta y)_w \quad f_n = -\frac{\partial \psi}{\partial x} \Delta x)_n \quad f_s = -\frac{\partial \psi}{\partial x} \Delta x)_s \\ a_E = \frac{\Delta y}{\Delta x} + [[0, -f_e]] \quad a_N = \frac{\Delta x}{\Delta y} + [[0, -f_n]] \quad a_W = \frac{\Delta y}{\Delta x} + [[0, +f_w]] \quad (27-3)$$

$$a_S = \frac{\Delta x}{\Delta y} + [[0, +f_s]] \quad b = \frac{T_P^0}{\Delta t} \Delta x \Delta y$$

جدول ۳-۳: خلاصه گسسته سازی معادله انرژی.

a_E	a_W	a_N	a_S	گره
$\frac{\Delta y}{\Delta x} + [[0, -f_e]]$	صفر	$\frac{\Delta x}{\Delta y} + [[0, -f_n]]$	صفر	۱
$\frac{\Delta y}{\Delta x} + [[0, -f_e]]$	صفر	$\frac{\Delta x}{\Delta y} + [[0, -f_n]]$	$\frac{\Delta x}{\Delta y} + [[0, +f_s]]$	۲
$\frac{\Delta y}{\Delta x} + [[0, -f_e]]$	صفر	صفر	$\frac{\Delta x}{\Delta y} + [[0, +f_s]]$	۳
$\frac{\Delta y}{\Delta x} + [[0, -f_e]]$	$\frac{\Delta y}{\Delta x} + [[0, +f_w]]$	$\frac{\Delta x}{\Delta y} + [[0, -f_n]]$	صفر	۴
$\frac{\Delta y}{\Delta x} + [[0, -f_e]]$	$\frac{\Delta y}{\Delta x} + [[0, +f_w]]$	$\frac{\Delta x}{\Delta y} + [[0, -f_n]]$	$\frac{\Delta x}{\Delta y} + [[0, +f_s]]$	۵
$\frac{\Delta y}{\Delta x} + [[0, -f_e]]$	$\frac{\Delta y}{\Delta x} + [[0, +f_w]]$	صفر	$\frac{\Delta x}{\Delta y} + [[0, +f_s]]$	۶
صفر	$\frac{\Delta y}{\Delta x} + [[0, +f_w]]$	$\frac{\Delta x}{\Delta y} + [[0, -f_n]]$	صفر	۷
صفر	$\frac{\Delta y}{\Delta x} + [[0, +f_w]]$	$\frac{\Delta x}{\Delta y} + [[0, -f_n]]$	$\frac{\Delta x}{\Delta y} + [[0, +f_s]]$	۸
صفر	$\frac{\Delta y}{\Delta x} + [[0, +f_w]]$	صفر	$\frac{\Delta x}{\Delta y} + [[0, +f_s]]$	۹

۳-۱-۴ گسسته سازی معادله انتقال جرم

حال می‌خواهیم معادله انتقال جرم برای یک حفره با شرایط مرزی شار صفر روی چهار وجه آن

را گسسته کنیم.

$$\varepsilon \frac{\partial S}{\partial t} + \frac{\partial \psi}{\partial y} \frac{\partial S}{\partial x} - \frac{\partial \psi}{\partial x} \frac{\partial S}{\partial y} = \frac{1}{Le} \left(\frac{\partial^2 S}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 S}{\partial y^2} \right) \quad (3-28)$$

خلاصه گسسته سازی معادله بالا در جدول زیر آمده است.

جدول ۳-۴: خلاصه گسسته سازی معادله انتقال جرم.

گره	a_S	a_N	a_W	a_E
۱	صفر	$\frac{\Delta x}{Le\Delta y} + [[0, -f_n]]$	صفر	$\frac{\Delta y}{Le\Delta x} + [[0, -f_e]]$
۲	$\frac{\Delta x}{Le\Delta y} + [[0, +f_s]]$	$\frac{\Delta x}{Le\Delta y} + [[0, -f_n]]$	صفر	$\frac{\Delta y}{Le\Delta x} + [[0, -f_e]]$
۳	$\frac{\Delta x}{Le\Delta y} + [[0, +f_s]]$	صفر	صفر	$\frac{\Delta y}{Le\Delta x} + [[0, -f_e]]$
۴	صفر	$\frac{\Delta x}{Le\Delta y} + [[0, -f_n]]$	$\frac{\Delta y}{Le\Delta x} + [[0, +f_w]]$	$\frac{\Delta y}{Le\Delta x} + [[0, -f_e]]$
۵	$\frac{\Delta x}{Le\Delta y} + [[0, +f_s]]$	$\frac{\Delta x}{Le\Delta y} + [[0, -f_n]]$	$\frac{\Delta y}{Le\Delta x} + [[0, +f_w]]$	$\frac{\Delta y}{Le\Delta x} + [[0, -f_e]]$
۶	$\frac{\Delta x}{Le\Delta y} + [[0, +f_s]]$	صفر	$\frac{\Delta y}{Le\Delta x} + [[0, +f_w]]$	$\frac{\Delta y}{Le\Delta x} + [[0, -f_e]]$
۷	صفر	$\frac{\Delta x}{Le\Delta y} + [[0, -f_n]]$	$\frac{\Delta y}{Le\Delta x} + [[0, +f_w]]$	صفر
۸	$\frac{\Delta x}{Le\Delta y} + [[0, +f_s]]$	$\frac{\Delta x}{Le\Delta y} + [[0, -f_n]]$	$\frac{\Delta y}{Le\Delta x} + [[0, +f_w]]$	صفر
۹	$\frac{\Delta x}{Le\Delta y} + [[0, +f_s]]$	صفر	$\frac{\Delta y}{Le\Delta x} + [[0, +f_w]]$	صفر

۲-۳ مراحل حل عددی

مراحل حل عددی مختصراً به صورت زیر بیان می‌شود:

میدان‌های سرعت و به همراه دیگر میدان‌های اسکالر، با حدس اولیه مقادیر میدان و تکرار

مراحل I-III تا همگرایی کلیه جواب‌ها، بدست می‌آیند:

I. معادلات مومنتوم گسسته شده، حل شود:

II. دیگر معادلات گسسته شده (معادلات انتقال جرم و معادلات انرژی) حل می‌شوند.

III. دمای محاسبه شده با دمایی که در ابتدای کار حدس زده شد مقایسه شده و دمای

جدید در معادله مومنتوم جایگزین شود (معیار همگرایی چک شود).

فصل چهارم

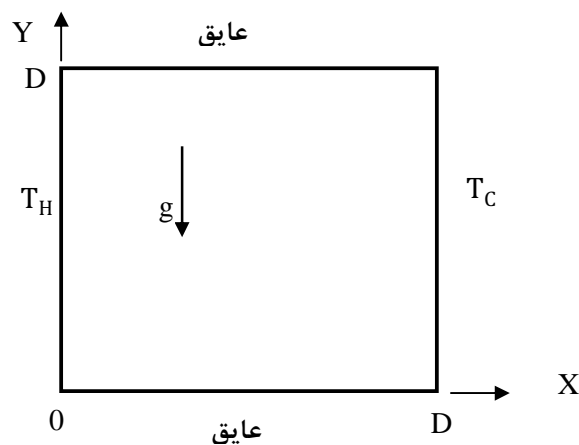
جابجایی آزاد در یک محیط متخلخل در

حالت تعادل و عدم تعادل گرمایی

در این فصل جریان در یک محیط متخلخل در دو حالت تعادل و عدم تعادل گرمایی مورد بررسی قرار می‌گیرد. در سال‌های اخیر به علت کاربرد گسترده، این‌گونه مسائل مورد توجه فراوان قرار گرفته‌اند. به عنوان مثال جریان در مواد عایق‌های ساختمانی یا در سیلوهای مواد کشاورزی از جمله کاربردهای این محیط‌ها می‌باشند.

۱-۴ محفظه پر شده با محیط متخلخل در حالت تعادل گرمایی

شکل ۱-۴ یک محفظه دو بعدی را نشان می‌دهد که این محفظه از طرف بالا و پایین کاملاً عایق بوده و دیوارهای سمت چپ و راست در دمای ثابت گرم و سرد قرار دارند.



شکل ۱-۴: محفظه دو بعدی متخلخل.

معادلات پیوستگی، اندازه حرکت و انرژی حاکم بر محیط در حالت بعددار به صورت زیر

می‌باشند:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (1-4)$$

$$\frac{\partial u}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial x} = \frac{-gK\beta}{\nu} \frac{\partial T_f}{\partial x} \quad (2-4)$$

$$\rho_f c_{pf} \left[\sigma \frac{\partial T}{\partial t} + u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} \right] = k_{eff} \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right) \quad (3-4)$$

پارامترهای بدون بعد به صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$X, Y = \frac{(x, y)}{D}, \quad U, V = \frac{(u, v)D}{\alpha}, \quad \theta = \frac{(T - T_0)}{(T_h - T_c)} \quad (۴-۴)$$

$$\tau = \frac{\alpha t}{\sigma D^2}$$

که $T_0 = (T_H + T_C)/2$ می‌باشد. شرایط اولیه و مرزی مسئله برابر است با:

$$\tau \leq 0 \quad T = \psi = u = v = 0$$

$$\tau > 0 \quad T(0, y) = T_H \quad T(D, y) = T_C \quad \frac{\partial T}{\partial y}(x, 0) = 0 \quad \frac{\partial T}{\partial y}(x, D) = 0 \quad (۵-۴)$$

معادلات حاکم به صورت بی‌بعد شده به صورت زیراند:

$$\frac{\partial^2 \Psi}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial Y^2} = -Ra \frac{\partial \theta}{\partial X} \quad (۶-۴)$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial \tau} + \frac{\partial \Psi}{\partial Y} \frac{\partial \theta}{\partial X} - \frac{\partial \Psi}{\partial X} \frac{\partial \theta}{\partial Y} = \frac{\partial^2 \theta}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial Y^2} \quad (۷-۴)$$

که پارامتر بی‌بعد عدد رایلی به صورت زیر بیان می‌شود:

$$Ra = \frac{gk\beta(T_H - T_C)D}{\alpha\nu} \quad (۸-۴)$$

شرایط اولیه و مرزی بدون بعد برابر است با:

$$\tau \leq 0 \quad \theta = \psi = U = V = 0 \quad (۹-۴)$$

$$\tau > 0 \quad \theta(0, Y) = 0.5 \quad \theta(1, Y) = -0.5 \quad \frac{\partial \theta}{\partial Y}(X, 0) = 0 \quad \frac{\partial \theta}{\partial Y}(X, 1) = 0 \quad (۱۰-۴)$$

عدد ناسلت محلی و متوسط به صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$NU = \left(-\frac{\partial \theta}{\partial X} \right)_{X=0,1} \quad (۱۱-۴)$$

$$\overline{NU} = \int_0^1 \left(-\frac{\partial \theta}{\partial X} \right)_{X=0,1} dY \quad (۱۲-۴)$$

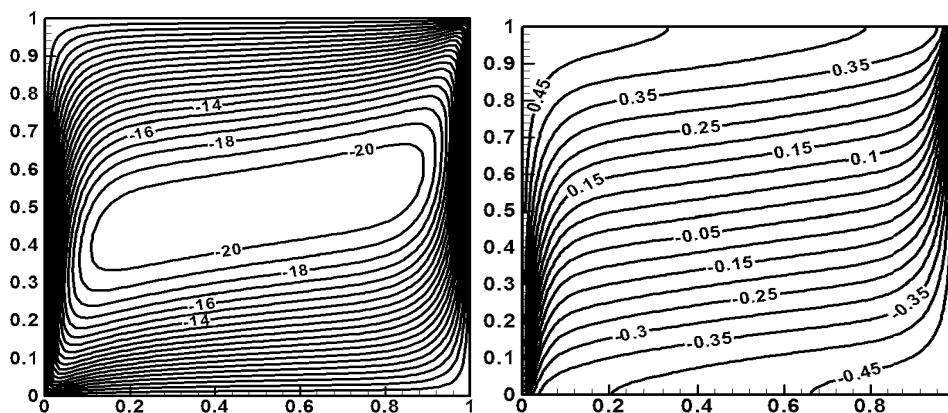
معادلات ۷-۴ و ۶-۴ به همراه شرایط مرزی ۴-۱۰ و ۴-۹ با استفاده از روش حجم محدود و طرح آپویند حل می‌شوند. جهت حل ماتریس سه قطری از تکرار خط به خط توسط الگوریتم توماس [۳۳] بهره گرفته شده است. شبکه مورد استفاده ۷۵×۷۵ و یکنواخت می‌باشد. تعداد تکرار تا جایی ادامه پیدا می‌کند که میزان خطا به ۵ رقم اعشار برسد حل به صورت غیر پایا و گام زمانی به کار رفته $\Delta\tau = 10^{-3}$ می‌باشد. شرط توقف دستگاه معادلات به صورت زیر است:

$$\sum_{i,j} |\zeta_{i,j}^m - \xi_{i,j}^{m-1}| / \sum_{i,j} |\zeta_{i,j}^m| \leq 10^{-5} \quad (13-4)$$

که در رابطه بالا ξ بیانگر کلیه متغیرها θ, ψ می‌باشد و m مرتبه تکرار است.

۴-۱-۱ نتایج عددی محفظه متخلخل با تعادل گرمایی

شکل‌های زیر خطوط جریان و کانتور دما را برای $Ra = 1000$ نشان می‌دهد.



شکل ۴-۲: کانتور دما و خطوط جریان (از راست به چپ) $Ra = 10^3$,

در جدول‌های ۴-۱ مقادیر ناسلت به دست آمده از حل عددی برای اعداد رایلی ۱۰ تا 10^4 ، با

مقادیر به دست آمده توسط سایر محققین مقایسه شده است:

جدول ۴-۱: مقایسه مقادیر ناسلت در یک محفظه با تعادل حرارتی.				
$Ra = 10^4$	$Ra = 10^3$	$Ra = 100$	$Ra = 10$	
۵۱/۰۰	۱۲/۹۶۰	۳/۰۹۷		[۳۵] والکر ^۱
۵۰/۸۰۰	۱۵/۸۰۰	۴/۲۰۰		[۳۶] بیژن
۴۲/۵۸۳	۱۳/۴۴۸	۳/۱۴۱		[۳۷] گروس ^۲
۴۸/۱۱۷	۱۳/۶۳۷	۳/۱۱۸		[۳۸] منوله ^۳
۴۸/۳۳۰	۱۴/۰۶۰	۳/۱۶۰		[۶] بیتاس
۴۳/۹۵۳	۱۳/۷۲۶	۳/۰۰۲		[۳۹] سعید و پاپ
۴۸/۳۳	۱۴/۰۶	۳/۱۶	۱/۰۷۹	[۵] بیتاس و پاپ
		۲/۸۰۱	۱/۰۶۵	[۴۰] مویا ^۴
۴۴/۳۰۳۰	۱۳/۷۲۰۸	۳/۱۱۷۴	۱/۰۸۲۰	پژوهش حاضر

مشاهده می‌شود که مقادیر به دست آمده برای ناسلت با مقادیر به دست آمده توسط محققین

دیگر همخوانی مطلوبی دارد.

۴-۲ محفظه پر شده با محیط متخلخل در حالت عدم تعادل حرارتی

بیتاس و پاپ [۵] انتقال حرارت جابجایی آزاد در حالت عدم تعادل حرارتی، در یک محفظه

متخلخل با دیواره‌های عمودی سرد و گرم (شکل ۴-۱)، را مورد بررسی قرار دادند. در شکل ۴-۱

محفظه‌ای به طول D که با محیط متخلخل اشباع پر شده، نشان داده شده است. همه‌ی خصوصیات

-
- 1- Walker
 - 2- Gross
 - 3- Manole
 - 4- Moya

فیزیکی، به جز دانسیته در جمله شناوری به دلیل استفاده از تقریب بوزینسک، ثابت در نظر گرفته می‌شود. علاوه بر این دمای فاز سیال با دمای فاز جامد برابر نبوده و از مدل عدم تعادل حرارتی بهره برده شده است. تحت این شرایط معادلات حاکم بر جریان، برای حالت دو بعدی و ناپایدار به صورت زیر می‌باشد:

معادله پیوستگی:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (14-4)$$

معادله اندازه حرکت:

$$\frac{\partial u}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial x} = \frac{-gK\beta}{\nu} \frac{\partial T_f}{\partial x} \quad (15-4)$$

معادله انرژی برای فاز سیال:

$$\phi(\rho c_p)_f \frac{\partial T_f}{\partial t} + (\rho c_p)_f \left(u \frac{\partial T_f}{\partial x} + v \frac{\partial T_f}{\partial y} \right) = \phi k_f \left(\frac{\partial^2 T_f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T_f}{\partial y^2} \right) + h(T_s - T_f) \quad (16-4)$$

معادله انرژی برای فاز جامد:

$$(1-\phi)(\rho c_p)_s \frac{\partial T_s}{\partial t} = (1-\phi)k_s \left(\frac{\partial^2 T_s}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T_s}{\partial y^2} \right) + h(T_f - T_s) \quad (17-4)$$

با شرایط مرزی:

$$\begin{aligned} \tau \leq 0 \quad T_f = T_s = \psi = u = v = 0 \\ \tau > 0 \quad T_f(0, y) = T_H \quad T_f(D, y) = T_C \quad \frac{\partial T_f}{\partial y}(x, 0) = 0 \quad \frac{\partial T_f}{\partial y}(x, D) = 0 \\ T_s(0, y) = T_H \quad T_s(D, y) = T_C \quad \frac{\partial T_s}{\partial y}(x, 0) = 0 \quad \frac{\partial T_s}{\partial y}(x, D) = 0 \end{aligned} \quad (18-4)$$

در روابط بالا x و y فاصله‌ی افقی و عمودی از مبدا مختصات می‌باشد. u و v نیز به ترتیب مولفه‌های سرعت در راستای x و y می‌باشد. α ویسکوزیته سینماتیک و ضریب نفوذ حرارتی، K ضریب

نفوذپذیری محیط و چگالی می‌باشد. T_C و T_H نیز به ترتیب دمای دیواره گرم و دیواره‌های سرد عمودی می‌باشند. با اعمال تغییر متغیرهای زیر:

$$X, Y = \frac{(x, y)}{D} \quad U, V = \frac{(u, v)D}{\varphi\alpha_f} \quad \tau = \frac{k_f}{(\rho c_p)_f} D^2 t \quad (19-4)$$

$$\theta_f = \frac{(T_f - T_0)}{(T_H - T_C)} \quad \theta_s = \frac{(T_s - T_0)}{(T_H - T_C)}$$

معادلات پیوستگی، مومنتوم و انرژی در حالت بدون بعد به صورت زیر خواهند شد:

معادله پیوستگی:

$$\frac{\partial U}{\partial X} + \frac{\partial V}{\partial Y} = 0 \quad (20-4)$$

معادله مومنتوم:

$$\frac{\partial^2 \Psi}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial Y^2} = -Ra \frac{\partial T_f}{\partial X} \quad (21-4)$$

معادله انرژی برای فاز سیال:

$$\frac{\partial \theta_f}{\partial \tau} + \frac{\partial \Psi}{\partial Y} \frac{\partial \theta_f}{\partial X} - \frac{\partial \Psi}{\partial X} \frac{\partial \theta_f}{\partial Y} = \frac{\partial^2 \theta_f}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \theta_f}{\partial Y^2} + H(\theta_s - \theta_f) \quad (22-4)$$

معادله انرژی برای فاز جامد:

$$\Gamma \frac{\partial \theta_s}{\partial \tau} = \frac{\partial^2 \theta_s}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \theta_s}{\partial Y^2} + H\gamma(\theta_f - \theta_s) \quad (23-4)$$

شرایط مرزی نیز در حالت بدون بعد به صورت زیر به دست می‌آیند:

$$\tau \leq 0 \quad \theta_f = \theta_s = \psi = U = V = 0$$

$$\tau > 0 \quad \theta_f(0, Y) = 0.5 \quad \theta_f(1, Y) = -0.5 \quad \frac{\partial \theta_f}{\partial Y}(X, 1) = 0 \quad \frac{\partial \theta_f}{\partial Y}(X, 0) = 0 \quad (24-4)$$

$$\theta_s(0, Y) = 0.5 \quad \theta_s(1, Y) = -0.5 \quad \frac{\partial \theta_s}{\partial Y}(X, 0) = 0 \quad \frac{\partial \theta_s}{\partial Y}(X, 1) = 0$$

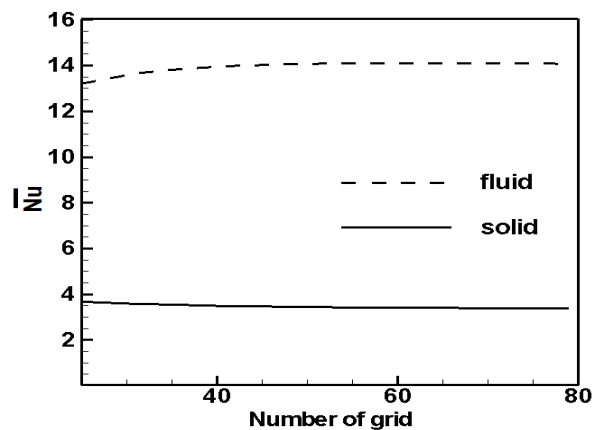
که در این حالت X و Y مختصات بدون بعد افقی و عمودی بوده و U و V مولفه‌های سرعت بدون بعد در این راستاها می‌باشد. θ دما و اندیس f, g به ترتیب مربوط به فاز سیال و جامد می‌باشند. Ra, γ, H, Γ به ترتیب عدد رایلی، نسبت هدایت حرارتی، ضریب انتقال حرارت بدون بعد و نسبت ضرایب پخش در مختصات بدون بعد می‌باشند. مسئله به روش حجم محدود بر روی یک شبکه 75×75 و به شیوه توضیح داده شده در فصل چهار حل می‌شود. تعداد تکرار تا جایی ادامه پیدا می‌کند که میزان خطا به ۵ رقم اعشار برسد حل به صورت غیر پایا و گام زمانی به کار رفته $\Delta\tau = 10^{-3}$ می‌باشد. شرط توقف دستگاه معادلات به صورت زیر است:

$$\sum_{i,j} |\zeta_{i,j}^m - \xi_{i,j}^{m-1}| / \sum_{i,j} |\zeta_{i,j}^m| \leq 10^{-5} \quad (25-4)$$

که در رابطه بالا ξ بیانگر کلیه متغیرها θ, ψ می‌باشد و m مرتبه تکرار است.

الگوریتم حل به این صورت است که ابتدا دمای فاز سیال را حدس زده و از معادله مومنتوم Ψ محاسبه می‌شود. سپس با استفاده از معادله ۴-۲۳ دمای فاز جامد بدست می‌آید. حال با داشتن Ψ و دمای فاز جامد، از معادله ۴-۲۲ توزیع دمای جدیدی برای فاز سیال بدست می‌آید. حال معادله ۴-۲۵ چک شود اگر برقرار باشد توزیع دمای حدس زده شده درست بوده و به مرحله زمانی بعدی می‌رویم در غیر این صورت توزیع دمای جدید بدست آمده به عنوان حدس اولیه در معادله مومنتوم قرار می‌گیرد.

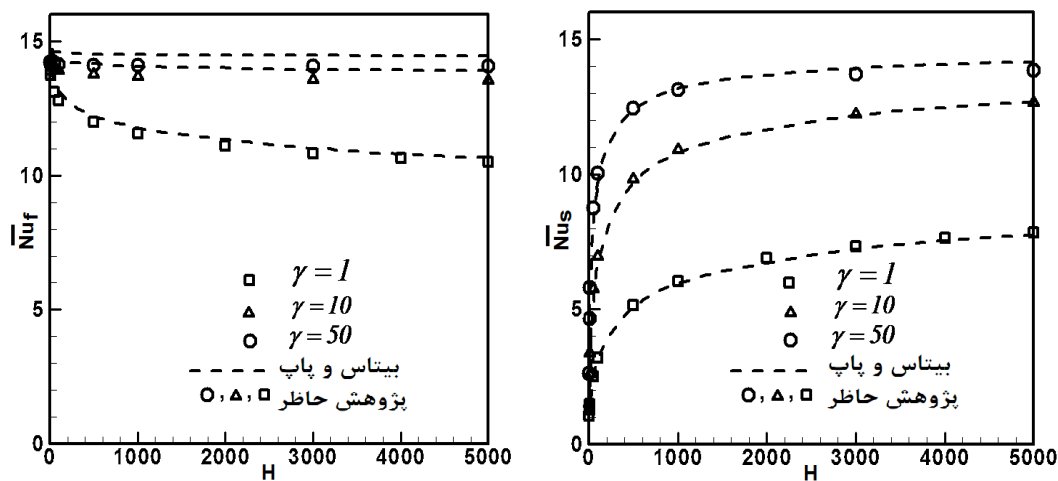
۴-۲-۱ بحث و نتیجه‌گیری محیط متخلخل دارای عدم تعادل حرارتی



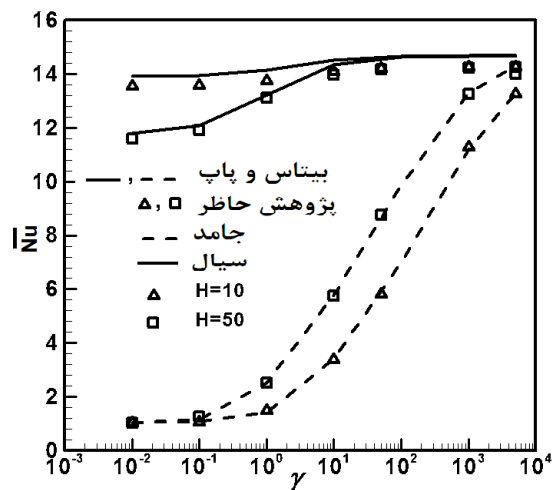
شکل ۳-۴: نمودار ناسلت برای سیال و جامد بر حسب تعداد گره برای $\gamma=10$, $H=10$, $Ra=1000$.

شکل ۳-۴ ناسلت سیال و جامد را بر حسب تعداد گره برای حالت عدم تعادل حرارتی نشان

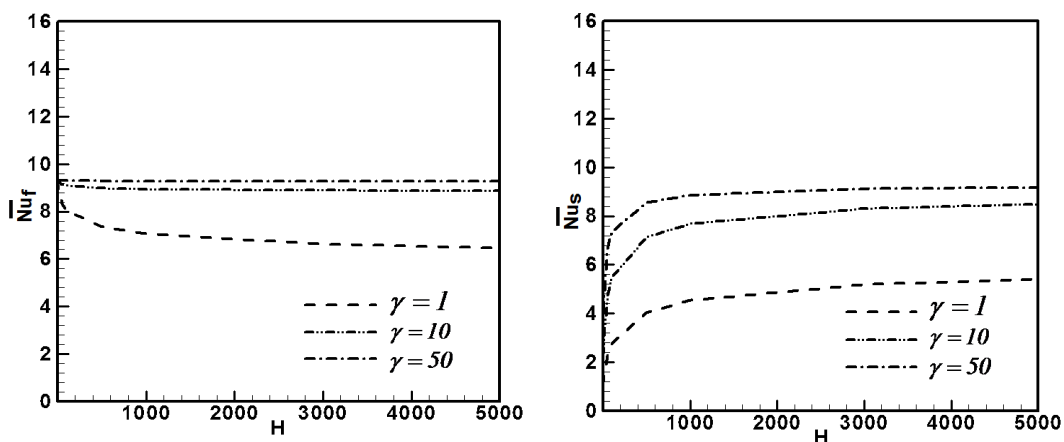
می‌دهد.



شکل ۴-۴: نمودار ناسلت برای سیال و جامد برای $Ra=10^3$.

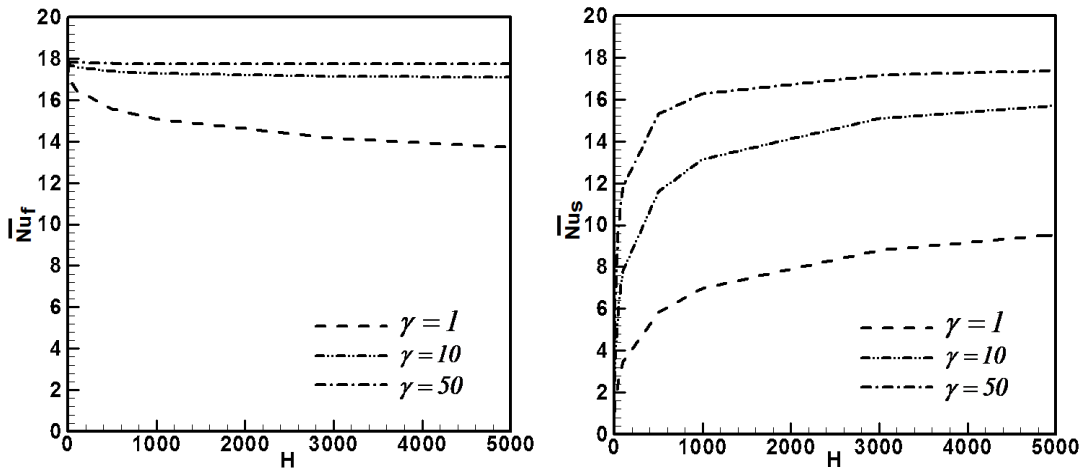


شکل ۴-۵: نمودار ناسلت برای سیال و جامد برای $Ra=10^3$.



شکل ۴-۶: نمودار ناسلت برای سیال و جامد برای $Ra=500$.

شکل‌های ۴-۴ و ۴-۵ مقادیر ناسلت برای سیال و جامد را بر حسب H, γ نشان می‌دهد. این دو نمودار برای $Ra = 1000$ می‌باشند. در این دو نمودار مقادیر ناسلت محاسبه شده با مقادیر پژوهش‌های پیشین مقایسه شده است. مشاهده می‌شود که مقادیر به دست آمده با مقادیر به دست آمده توسط محققین دیگر همخوانی مطلوبی دارد. شکل‌های ۴-۶ و ۴-۷ مقادیر ناسلت برای سیال و جامد را بر حسب H برای $Ra = 1500$ و $Ra = 500$ و برای $\gamma = 1, 10, 50$ نشان می‌دهد.



شکل ۴-۷: نمودار ناسلت برای سیال و جامد برای $Ra=1500$.

جدول ۴-۲: مقایسه مقادیر ناسلت در یک محفظه با عدم تعادل حرارتی برای $Ra=500$.

H	\overline{Nu}_f	\overline{Nu}_s	\overline{Nu}_f	\overline{Nu}_s	\overline{Nu}_f	\overline{Nu}_s
	$\gamma = 1$		$\gamma = 10$		$\gamma = 50$	
1	9/324163	1/061857	9/343421	1/436875	9/369699	2/379659
5	9/104429	1/228341	9/272024	2/368198	9/352136	3/967373
10	8/915430	1/421632	9/236760	2/977714	9/34386	4/772602
50	8/321601	2/251008	9/144330	4/700521	9/320359	6/645392
100	8/044489	2/757752	9/098433	5/490496	9/310330	7/354724
500	7/361229	4/37798	8/980910	7/138343	9/291797	8/559806
1000	7/060291	4/543184	8/945236	7/6889916	9/286030	8/860373
3000	6/629154	5/188006	8/894208	8/306602	9/280507	9/119358
5000	6/463820	5/410528	8/879447	8/490316	9/280112	9/180535

جدول ۴-۳: مقایسه مقادیر ناسلت در یک محفظه باعدم تعادل حرارتی برای $Ra=1000$

	\overline{Nu}_f	\overline{Nu}_s	\overline{Nu}_f	\overline{Nu}_s	\overline{Nu}_f	\overline{Nu}_s
H	$\gamma = 1$		$\gamma = 10$		$\gamma = 50$	
1	14/1819	1/0693	14/2017	1/5034	14/2288	2/6254
5	13/9529	1/2750	14/1274	2/6172	14/2099	4/6728
10	13/7533	1/4929	14/0900	3/3821	14/1997	5/8086
50	13/1123	2/5309	13/9858	5/7471	14/1675	8/7720
100	13/8072	3/2124	13/9280	6/9541	14/1516	10/0474
500	11/9895	5/1581	13/7606	9/8130	14/1173	12/4709
1000	11/5618	6/0491	13/6842	10/9041	14/1062	13/1328
3000	10/8338	7/3428	13/5845	12/2298	14/0960	13/7224
5000	10/5086	7/8488	13/5513	12/6428	14/0931	13/8616

جدول ۴-۴: مقایسه مقادیر ناسلت در یک محفظه با عدم تعادل حرارتی برای $Ra=1500$

	\overline{Nu}_f	\overline{Nu}_s	\overline{Nu}_f	\overline{Nu}_s	\overline{Nu}_f	\overline{Nu}_s
H	$\gamma = 1$		$\gamma = 10$		$\gamma = 50$	
1	17/8593	1/0730	17/8788	1/5370	17/9054	2/7544
5	17/6222	1/2934	17/8040	2/7478	17/8859	5/0782
10	17/4312	1/5288	17/7658	3/5997	17/8753	6/4131
50	16/7746	2/6775	17/6562	6/3583	17/8399	10/1417
100	16/4577	3/4578	17/5920	7/8459	17/8199	11/8559
500	15/5796	5/8240	17/3906	11/6154	17/7739	15/3054
1000	15/0867	6/9902	17/2902	13/1533	17/7584	16/2867
3000	14/1657	8/8004	17/1514	15/0972	17/7427	17/1745
5000	13/7214	9/5513	17/1042	15/7206	17/7402	17/3817

جدول‌های ۲-۴ تا ۴-۴ مقادیر ناسلت برای سیال و جامد را بر حسب H برای $Ra = 1500, 1000, 500$ و برای $\gamma = 1, 10, 50$ نشان می‌دهد. با توجه به مقادیر موجود در جدول با افزایش عدد رایلی عدد ناسلت سیال و جامد افزایش می‌یابد. همچنین در صورت ثابت ماندن عدد رایلی با افزایش H عدد ناسلت سیال کم و عدد ناسلت جامد زیاد می‌شود. چون با این کار انتقال حرارت بین دو فاز بیشتر شده و گرمای بیشتری از فاز سیال به فاز جامد منتقل می‌شود. افزایش γ نیز باعث افزایش ناسلت جامد و سیال می‌شود. علت آن این است که وقتی γ افزایش می‌یابد مثل این است که ضریب هدایت جامد کاهش یافته است که با کار فاز جامد مثل عایق شده و دو فاز از هم مستقل می‌شوند و دمای هر دو افزایش می‌یابد. مقادیر موجود در جدول‌های ۲-۴ تا ۴-۴ نشان می‌دهد که با افزایش H, γ حالت عدم تعادل حرارتی به حالت تعادل حرارتی میل می‌کند.

۲-۲-۴ ارائه رابطه‌ای برای ناسلت سیال در حالت عدم تعادل حرارتی

با استفاده از مقادیر جدول‌های ۲-۴ تا ۴-۴ رابطه‌ای برای عدد ناسلت سیال بر حسب Ra, γ, H ارائه گردید که برای مقادیر مختلف این متغیرها قابل استفاده باشد.

$$\begin{aligned}
 NU_f = & \left(A_1 H^2 Ra^{0.006} + A_2 H^{1.5} + A_3 + Ra^{0.0004} \right) \gamma^{0.5} Ra^{0.0001} + \\
 & \left(A_4 H^{0.8} + A_5 H^{1.6} + A_6 + Ra^{0.0008} \right) \gamma^{0.1} Ra^{0.008} + \\
 & \left(A_7 H Ra^{0.0004} + A_8 H^{0.04} + A_9 H^{0.9} + A_{10} + Ra^{0.3997} \right) Ra^{0.031}
 \end{aligned} \quad (26-4)$$

که ضرایب A_1 تا A_{10} به صورت زیر می‌باشند.

$$A_1 = 0.10000257$$

$$A_2 = -0.10001021$$

$$A_3 = -1/118$$

$$A_4 = 0.109463$$

$$A_5 = -0.10001964$$

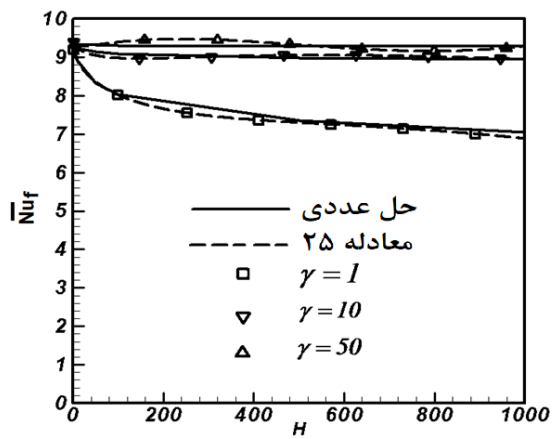
$$A_6 = 0.15719$$

$$A_7 = 0.109353$$

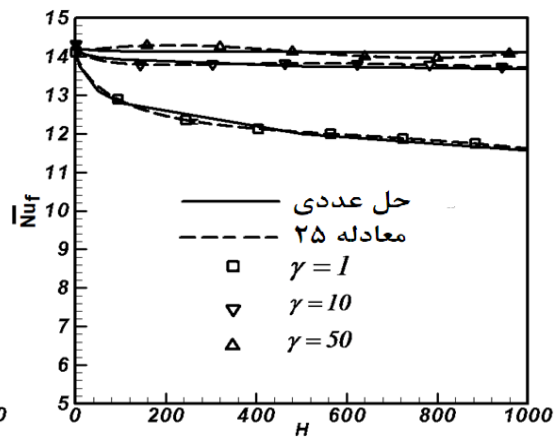
$$A_8 = -0.4778$$

$$A_9 = -0.2094$$

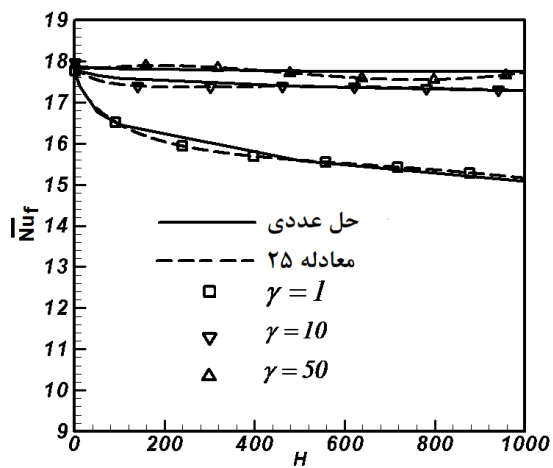
$$A_{10} = -5/167$$



(الف)



(ب)



(ج)

شکل ۴-۸: مقایسه بین مقادیر ناسلت از حل عددی با رابطه ارائه شده: (الف) $Ra = 500$, (ب) $Ra = 10^3$, (ج)

$Ra = 1500$.

فصل پنجم

جابجایی آزاد در حالت تعادل گرمایی با حضور

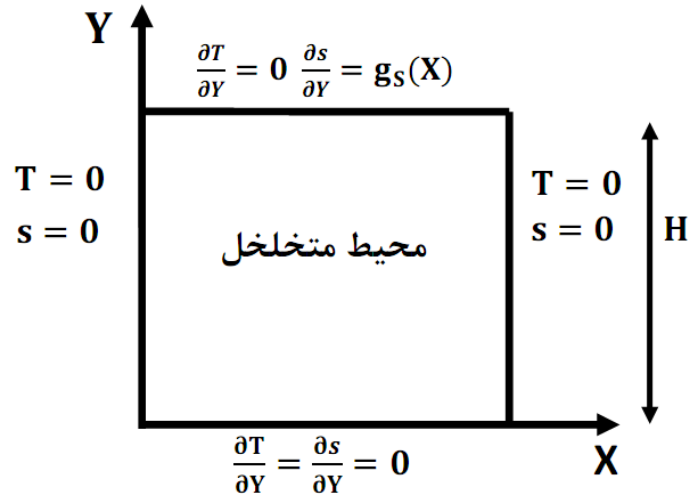
یک فرایند بیوشیمیایی غیرهمدما

در این فصل انتقال حرارت جابجایی آزاد در حضور فرایند بیوشیمیایی^۱ و گرمای تولیدی در محفظه متخلخل غیرهمگنی که بین فازهای جامد و سیال تعادل گرمایی برقرار است، بررسی می‌شود. جهت بررسی صحت عملکرد برنامه محاسباتی، ابتدا سه مقاله جاسمین و پرادهم^۲ بررسی و شبیه‌سازی می‌شود که اولی [۲۹] تاثیر حضور گرمای تولیدی در فاز سیال و حضور غلظت در معادلات است. دومی [۳۱] تاثیر حضور گرمای تولیدی و فرایند بیوشیمیایی غیرهمدمما در جریان جابجایی آزاد می‌باشد. که در این پژوهش از معادلات انتقال جرم برای بیان توده زیستی^۲ و جزء مصرفی آن در محیط استفاده می‌شود. همچنین توده زیستی در محیط نمی‌تواند حرکت کند. سومی [۳۲] فرایند بیوشیمیایی غیرهمدمما در جریان جابجایی آزاد همراه با توده زیستی متحرک در محیط است. پس از شبیه‌سازی این سه مقاله، اثر تغییرات ضریب تخلخل در این فصل و اثر عدم تعادل حرارتی بر روی پژوهش جاسمین [۳۲] در فصل بعد بررسی می‌شود.

۵-۱ محفظه پر شده با محیط متخلخل با گرمای تولیدی

جاسمین و پرادهم [۲۹] انتقال حرارت جابجایی آزاد در محفظه‌ای که بین فازهای سیال و جامد آن تعادل حرارتی برقرار است را شبیه‌سازی کردند. در پژوهش آنها گرمای داخلی در محیط ایجاد شده و یک جزء غلظت در محیط وجود دارد. شکل ۵-۱ شماتیکی از یک محفظه دو بعدی با دیواره‌های عمودی دما ثابت و دیواره‌های افقی عایق را نشان می‌دهد. همه دیواره‌های محفظه به غیر دیواره افقی بالا نفوذ ناپذیر می‌باشند. جهت تحلیل مسئله، فرض می‌شود که محیط متخلخل کاملاً همگن و ایزوتروپ می‌باشد. جریان سیال را غیرپایدار، دو بعدی و نیوتنی در نظر گرفته و به دلیل اختلاف کم دما از فرض بوزینسک استفاده شده است. معادلات حاکم با در نظر گرفتن مدل داری و انرژی درونی در محیط به صورت زیر نوشته می‌شوند:

1-Biochemical reaction
2-Biomass



شکل ۵-۱: محفظه متخلخل بدون تعادل گرمایی.

معادله پیوستگی:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (1-5)$$

معادله اندازه حرکت:

$$\frac{\partial u}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial x} = \frac{-gK\beta}{\nu} \frac{\partial T}{\partial x} \quad (2-5)$$

معادله انرژی:

$$\sigma \frac{\partial T}{\partial t} + u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} = \alpha \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right) + q(s) \quad (3-5)$$

معادله انتقال جرم:

$$\phi \frac{\partial s}{\partial t} + u \frac{\partial s}{\partial x} + v \frac{\partial s}{\partial y} = D_m \left(\frac{\partial^2 s}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 s}{\partial y^2} \right) \quad (4-5)$$

پارامترهای رابطه بالا μ, ϕ, ρ به صورت کاملاً مستقل اندازه گیری شده، اما پارامتر K وابسته به

هندسه‌ی محیط متخلخل می‌باشد، که آن را به صورت مستقیم نمی‌توان به دست آورد.

برای یک بستر کروی^۱، ضریب نفوذپذیری به صورت زیر خواهند بود:

$$K = \frac{d^2 \phi^3}{A(1-\phi)^2} \quad (5-5)$$

A یک ضریب تجربی است که اورگان مقدار $A=150$ را برای آنها پیشنهاد کرد. در حالت بدون بعد،

معادلات پیوستگی، اندازه حرکت، انرژی و انتقال جرم به صورت زیر خواهد بود:

معادله پیوستگی:

$$\frac{\partial U}{\partial X} + \frac{\partial V}{\partial Y} = 0 \quad (6-5)$$

معادله مومنتوم:

$$\frac{\partial^2 \Psi}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial Y^2} = -Ra \frac{\partial \theta}{\partial X} \quad (7-5)$$

معادله انرژی:

$$\frac{\partial \theta}{\partial \tau} + \frac{\partial \Psi}{\partial Y} \frac{\partial \theta}{\partial X} - \frac{\partial \Psi}{\partial X} \frac{\partial \theta}{\partial Y} = \frac{\partial^2 \theta}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial Y^2} + Q(S) \quad (8-5)$$

معادله انتقال جرم:

$$\varepsilon \frac{\partial S}{\partial \tau} + \frac{\partial \Psi}{\partial Y} \frac{\partial S}{\partial X} - \frac{\partial \Psi}{\partial X} \frac{\partial S}{\partial Y} = \frac{1}{Le} \left(\frac{\partial^2 S}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 S}{\partial Y^2} \right) \quad (9-5)$$

برای بی بعد سازی معادلات از تغییر متغیرهای زیر استفاده شده است:

$$X, Y = \frac{(x, y)}{H} \quad , \quad U, V = \frac{(u, v)H}{\alpha} \quad , \quad \tau = \frac{\alpha t}{\sigma H^2} \quad (10-5)$$

$$\theta = \frac{(T)}{\Delta T} \quad , \quad S = \frac{s}{\Delta s}$$

دیگر پارامترها به صورت زیر تعریف می گردند:

$$Ra = \frac{gK \beta_T L \Delta T}{\alpha_T \nu}, \quad Le = \frac{\alpha}{D_m}, \quad \varepsilon = \frac{\varphi}{\sigma} \quad (11-5)$$

که ε, Ra, Le به ترتیب اعداد لويس، رایلی و ضریب تخلخل تغییر یافته می‌باشند. شرایط مرزی

و اولیه در حالت بدون بعد به صورت زیر است:

$$\begin{aligned} \tau = 0 : U = V = \theta = \Psi = S = 0 \\ \tau > 0 \quad \theta(0, Y) = S(0, Y) = \theta(1, Y) = S(1, Y) = 0 \\ \frac{\partial \theta}{\partial Y}(X, 1) = 0, \quad \frac{\partial S}{\partial Y}(X, 1) = g_s(x), \quad \frac{\partial \theta}{\partial Y}(X, 0) = \frac{\partial S}{\partial Y}(X, 0) = 0 \end{aligned} \quad (12-5)$$

می‌توان فرض کرد که گرمای تولیدی برابر متوسط غلظت حل شده در جهت عمودی است که

به صورت زیر بیان می‌شود.

$$Q(S) = S_{av}(x, t) = \int_0^1 S(x, y, t) dy \quad (13-5)$$

تابع $g_s(x)$ که در شکل ۱-۵ معرفی شد برابر $\sin(\pi x)$ و در $y=1$ اعمال می‌شود. معادلات

بدون بعد (۶-۵) تا (۹-۵) به همراه شرایط مرزی (۱۲-۵) با استفاده از روش حجم کنترل دو بعدی

[۳۳] گسسته‌سازی می‌شوند. آرایش شبکه مورد استفاده از نوع یکنواخت بوده و اندازه‌ی شبکه

۴۱×۴۱ می‌باشد. برای محاسبه جملات نفوذ و جابجایی در ناحیه سیال از مدل آپویند^۱ استفاده شده

است. از الگوریتم توماس به منظور حل دستگاه معادلات (۷-۵) تا (۹-۵) به کار گرفته شده است. ترم

زمانی معادلات انتقال جرم و انرژی با استفاده از روش کاملاً ضمنی با $\Delta \tau = 10^{-6}$ گسسته می‌شوند.

تکرار حل عددی تا جایی ادامه پیدا می‌کند:

$$\frac{\sum |\Phi_{i,j}^{m+1} - \Phi_{i,j}^m|}{\sum |\Phi_{i,j}^{m+1}|} \leq \varepsilon \quad (15-5)$$

که در رابطه بالا Φ بیانگر کلیه‌ی متغیرها U, V, S, θ می‌باشد. m مرتبه تکرار و ε میزان خطا

برابر 10^{-5} می‌باشد. الگوریتم حل به این صورت است که ابتدا دما را حدس زده و معادله ۷-۵ حل

می‌شود سپس معادله ۵-۹ حل شده و غلظت محاسبه می‌شود و در نهایت معادله ۵-۸ حل می‌شود و دما محاسبه می‌شود. حال رابطه ۵-۱۵ چک می‌شود.

۵-۱-۱ بحث و نتیجه‌گیری محفظه متخلخل با گرمای تولیدی در فاز سیال

مطالعه عددی روی محیط متخلخل مورد نظر برای مقادیر عدد لویس و عدد رایلی به کار رفته در رنج $0.1 \leq Le \leq 10$ و $10^2 \leq Ra \leq 10^5$ صورت گرفته است.

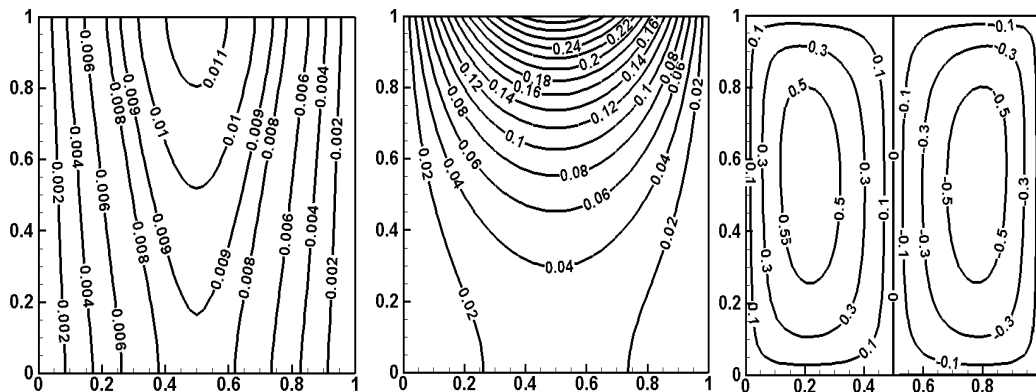
خطوط جریان، خطوط دما ثابت، خطوط غلظت ثابت و گرمای تولیدی در شکل‌های ۵-۲ تا ۵-۵ برای مقادیر متغیر از Le و Ra نشان داده شده است. با توجه به شکل با افزایش عدد لویس مقادیر خطوط جریان کمتر شده در نتیجه جابجایی آزاد با شدت کمتری صورت می‌گیرد. در این حالت انتقال حرارت بیشتر به صورت هدایت صورت می‌گیرد. کانتورهای غلظت به صورت لایه لایه و در اطراف دیواره بالا تشکیل می‌شود. که این امر نشان می‌دهد شرط مرزی دیواره بالا باعث ایجاد یک لایه مرزی در اطراف دیواره بالا می‌شود. همچنین افزایش عدد رایلی باعث می‌شود مقادیر خطوط جریان بیشتر شده و در نتیجه جابجایی آزاد با شدت بیشتری صورت گیرد.

به منظور اطمینان از مستقل بودن جواب‌ها از شبکه‌ی مورد استفاده، گرمای تولیدی برای سه شبکه ۲۱×۲۱، ۴۱×۴۱ و ۶۱×۶۱ مورد بررسی قرار گرفته است. با توجه به نمودارهای بدست آمده، شبکه ۴۱×۴۱ به عنوان شبکه مورد نظر و مناسب برای حل انتخاب شده است.

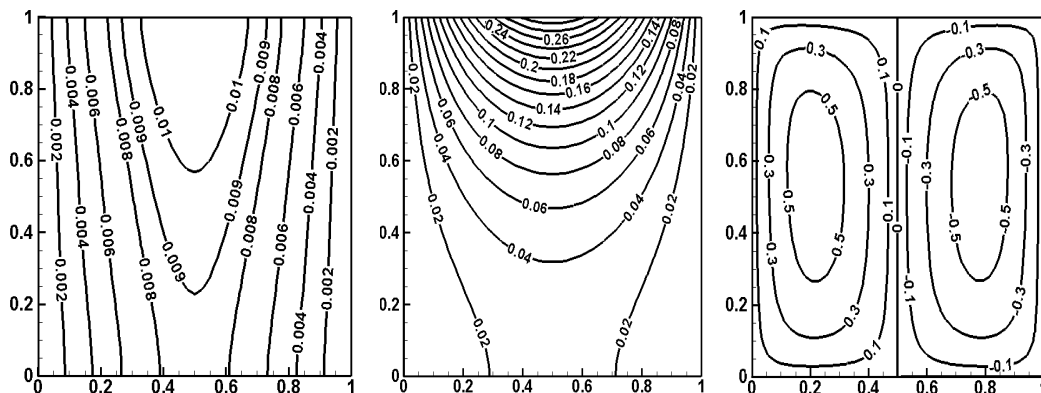
جدول ۵-۱: تست مستقل بودن شبکه از تعداد گره.

شبکه به کار رفته	۲۱×۲۱	۴۱×۴۱	۶۱×۶۱
ماکزیمم مقدار دما در مرکز حفره	۰/۰۷۹۲	۰/۰۸۳۰	۰/۰۸۳۴

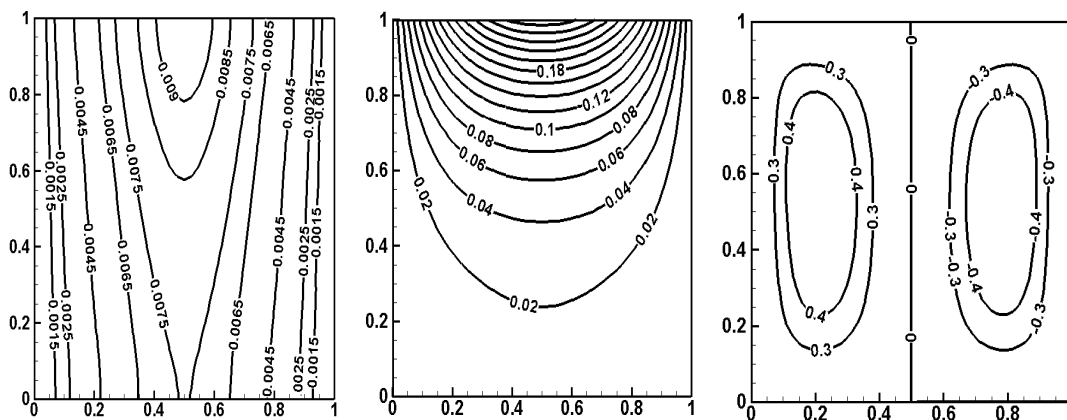
$Le = 0.1$



$Le = 0.1$

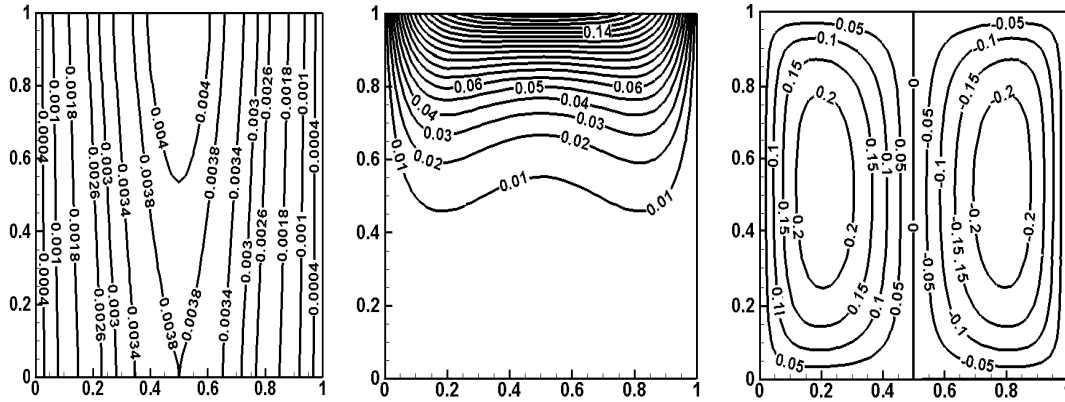


$Le = 1$



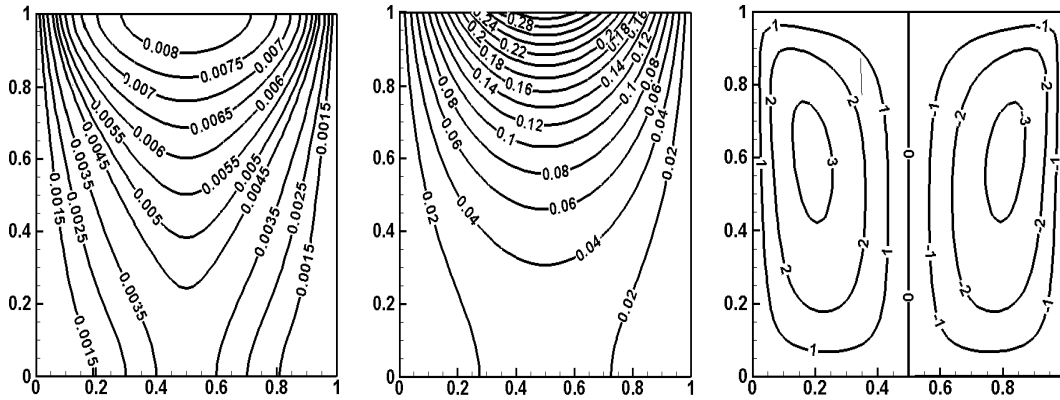
شکل ۵-۲: نمودار تابع جریان، جزء غلظت و خطوط هم‌دما به ترتیب از چپ به راست برای $Ra = 10^3$

$Le = 10$

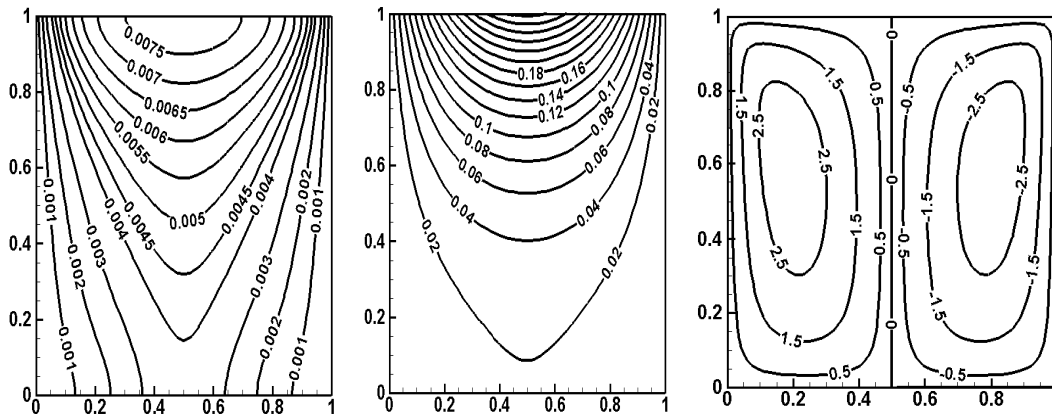


شکل ۳-۵: نمودار تابع جریان، جزء غلظت و خطوط هم‌دما به ترتیب از چپ به راست برای $Ra = 10^2$

$Le = 0.1$

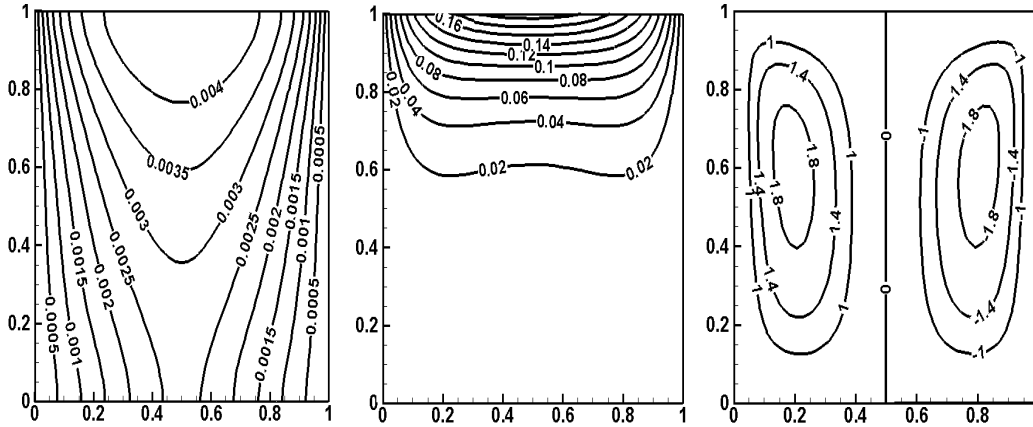


$Le = 0.1$

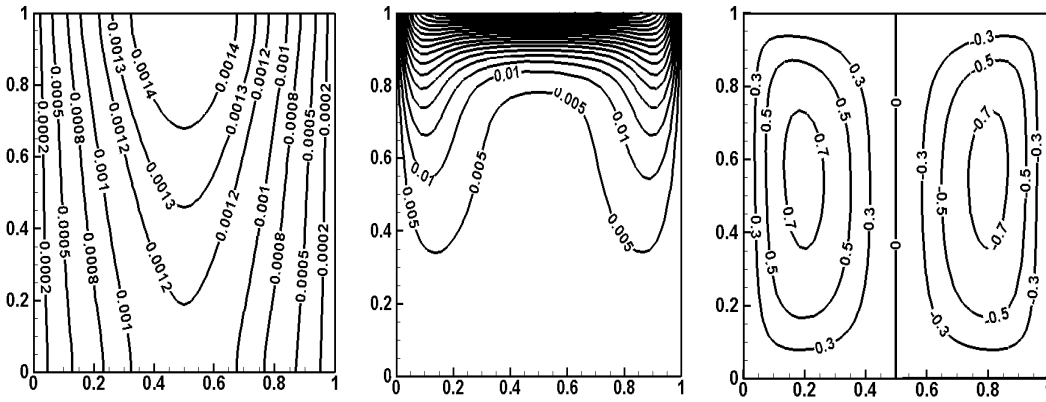


شکل ۴-۵: نمودار تابع جریان، جزء غلظت و خطوط هم‌دما به ترتیب از چپ به راست برای $Ra = 10^2$

$Le = 1$

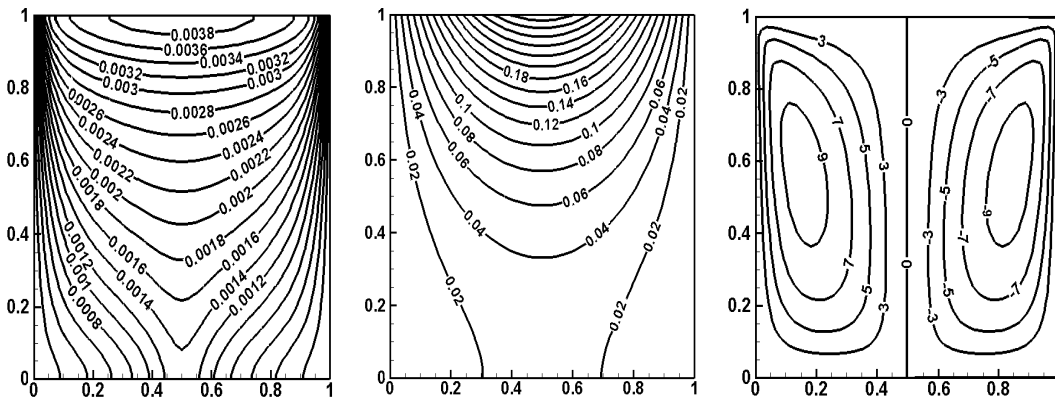


$Le = 10$



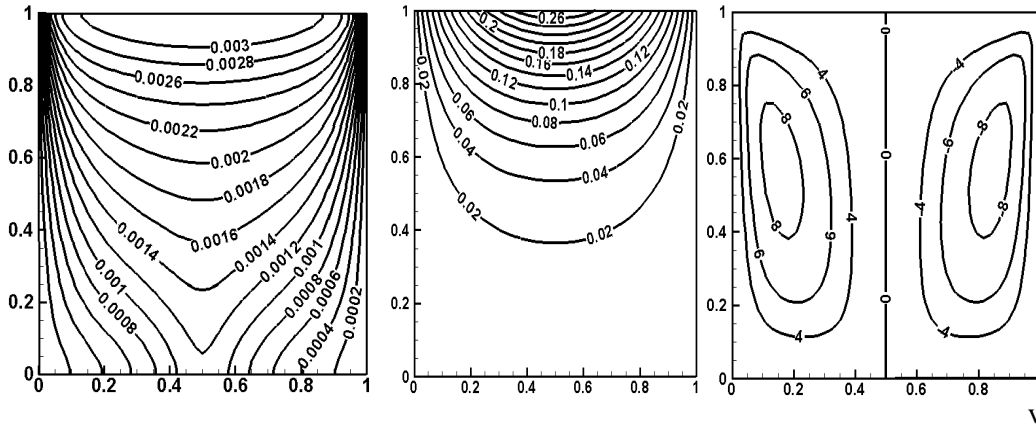
شکل ۵-۵: نمودار تابع جریان، جزء غلظت و خطوط هم‌دما به ترتیب از چپ به راست برای $Ra = 10^4$

$Le = 0.1$

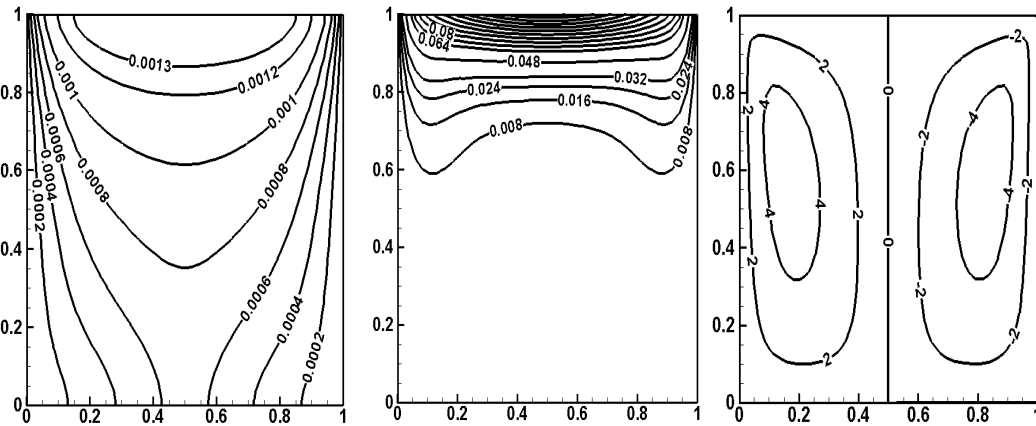


شکل ۵-۶: نمودار تابع جریان، جزء غلظت و خطوط هم‌دما به ترتیب از چپ به راست برای $Ra = 10^5$

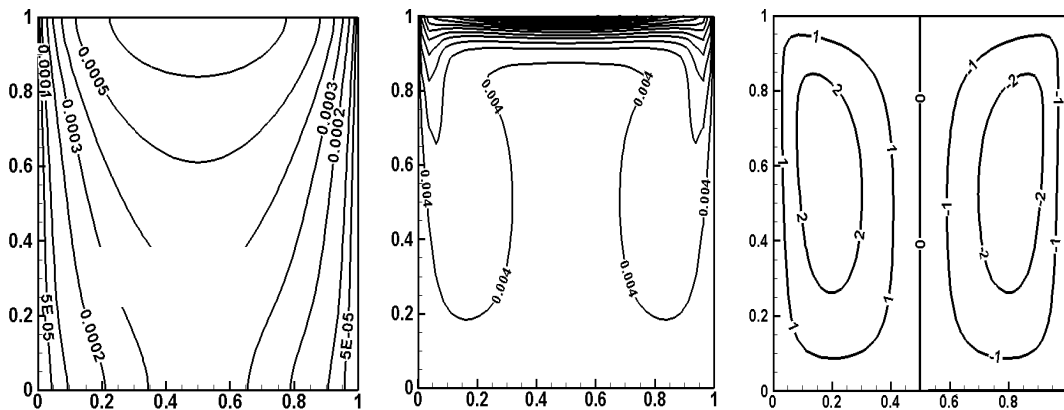
$Le = 0.1$



$Le = 1$

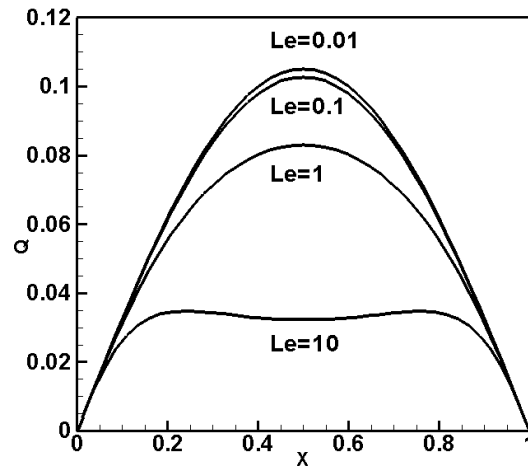


$Le = 10$

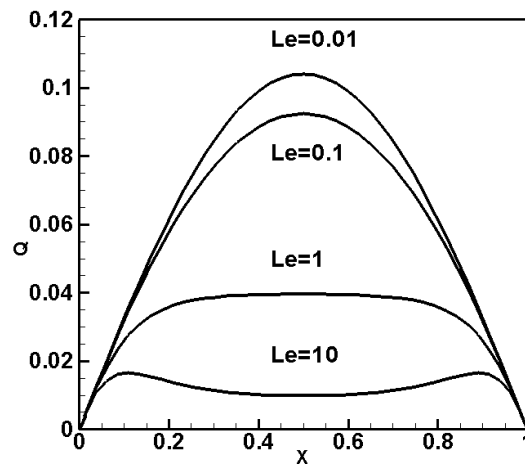


شکل ۵-۷: نمودار تابع جریان، جزء غلظت و خطوط هم‌دما به ترتیب از چپ به راست برای $Ra = 10^5$

در شکل‌های ۵-۸ تا ۵-۱۰ گرمای تولیدی محاسبه شده در حالت پایا، برای اعداد رایلی و لویس مختلف آورده شده است.

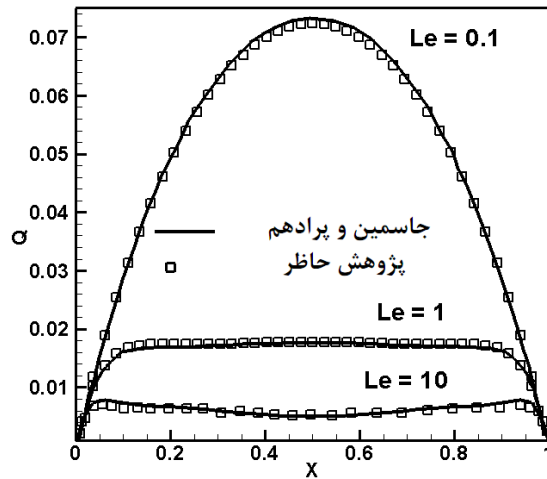


شکل ۵-۸: گرمای تولیدی محاسبه شده برای اعداد لویس مختلف برای $Ra=10^3$



شکل ۵-۹: گرمای تولیدی محاسبه شده برای اعداد لویس مختلف برای $Ra=10^4$

در شکل ۵-۱۰ مقایسه گرمای تولیدی محاسبه شده با مقادیر جاسمین در حالت پایا، برای اعداد لویس مختلف در $Ra=10^5$ را نشان می‌دهد. که با توجه به شکل تطابق خوبی دارند.



شکل ۵-۱۰: مقایسه گرمای تولیدی محاسبه شده با مقادیر جاسمین [۲۹] برای $Ra=10^5$

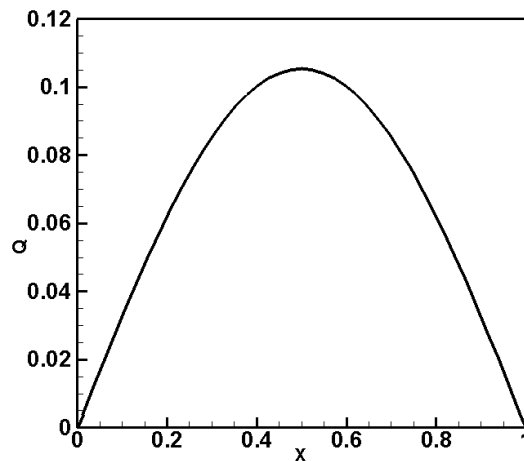
با توجه به شکل‌های ۵-۸ تا ۵-۱۰ با افزایش عدد لویس گرمای تولیدی کمتر می‌شود.

همچنین افزایش عدد رایلی باعث کاهش گرمای تولیدی می‌شود.

هر چه عدد رایلی کمتر شود گرمای تولیدی برای اعداد لویس مختلف به همدیگر نزدیکتر می‌شوند.

با توجه به شکل ۵-۱۱ وقتی عدد رایلی صفر می‌شود، گرمای تولیدی برای اعداد لویس مختلف بر

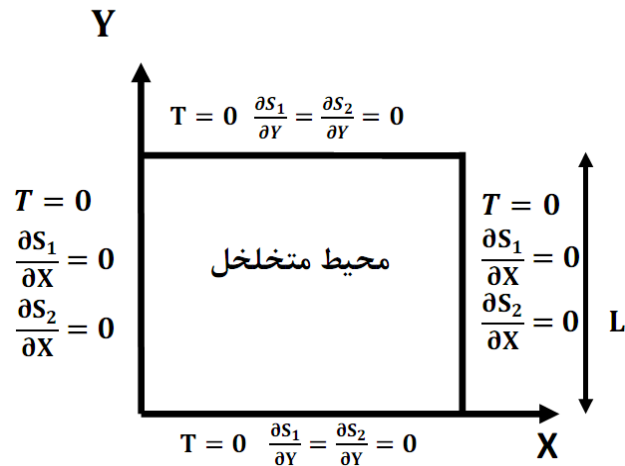
همدیگر منطبق می‌شوند.



شکل ۵-۱۱: گرمای تولیدی محاسبه شده برای $Ra=0$ و $Le=0.1, 1, 10$

۲-۵ بررسی جابجایی آزاد در حضور گرمای تولیدی و فرایند بیوشیمیایی

جاسمین و پرادهم [۳۱] انتقال حرارت جابجایی آزاد در محفظه‌ای که بین فازهای سیال و جامد آن تعادل حرارتی برقرار است را شبیه‌سازی کردند. در مطالعه آنها گرمای داخلی در محیط تولید می‌شود و یک جزء غلظت در محیط وجود دارد. همچنین محفظه شامل توده زیستی می‌باشد که این توده زیستی در محیط ثابت بوده و حرکت نمی‌کنند. توده زیستی و جزء غلظت توسط معادلات انتقال جرم مدل می‌شوند. جزء غلظت موجود در محیط توسط توده زیستی مصرف می‌شود. به عبارت دیگر در هر نقطه از محیط یک چاه و چشمه به ترتیب برای جزء غلظت و توده زیستی در نظر گرفته شده است. برای بیان این چاه و چشمه از مدل مونود^۱ استفاده شده است. همه دیواره‌های محفظه نفوذ ناپذیر می‌باشند. جهت تحلیل مسئله، فرض می‌شود که محیط متخلخل کاملاً همگن و ایزوتروپ می‌باشد. جریان سیال را غیرپایدار، دو بعدی و نیوتنی در نظر گرفته و به دلیل اختلاف کم دما از فرض بوزینسک استفاده شده است. محفظه‌ی مورد نظر در شکل ۵-۱۲ نشان داده شده است. محفظه دارای طول L و دیواره‌های افقی و عمودی در دمای ثابت قرار دارند.



شکل ۵-۱۲: شماتیک محفظه متخلخل

اوج رضایتمندی کشت میکروب در آزمایشگاه در سال ۱۹۶۰ بود. که در آن سال قابلیت تکثیر پذیری در مسائل اساسی در زمینه‌های شیمیایی، اکولوژی، ژنتیکی و فیزیکی مورد بررسی قرار گرفت. میزان رشد میکروبها موضوع اساسی در بسیاری از زمینه‌های میکروشناسی، فیزیکی، ژنتیکی، اکولوژی و زیست شناسی انسان می‌باشد. آقای مونود رابطه زیر را برای میزان رشد میکروبها بر حسب غلظت قابل استفاده توسط آنها ارائه داد:

$$\dot{s}_1 = \left[\frac{\mu_1^* s_1}{k_{s1}^* + s_1} \right] s_2 \quad , \quad \dot{s}_2 = \left[\frac{\mu_2^* s_1}{k_{s2}^* + s_1} - K_D^* \right] s_2 \quad (۱۶-۵)$$

s_2 غلظت توده زیستی و s_1 جزء غلظت مصرفی توسط توده زیستی می‌باشد. این مدل یک مدل ایده‌آل نیست بلکه نتیجه مشاهدات تجربی است که باعث ایجاد رابطه‌ای بین میزان مصرف و نرخ رشد می‌باشد. مدل‌های دیگری هم برای میزان رشد میکروبها وجود دارد ولی به دلیل سادگی و کاربردی بودن از مدل منود بیشتر استفاده می‌شود. معادلات بقای جرم، مومنتوم، انرژی و انتقال جرم برای جزء غلظت و توده زیستی برای محیط متخلخل به صورت زیر است:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (۱۷-۵)$$

$$\frac{\partial u}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial x} = \frac{-gK\beta}{\nu} \frac{\partial T}{\partial x} \quad (۱۸-۵)$$

$$\sigma \frac{\partial T}{\partial t} + u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} = \alpha \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right) + q(s) \quad (۱۹-۵)$$

$$\phi \frac{\partial s_1}{\partial t} + u \frac{\partial s_1}{\partial x} + v \frac{\partial s_1}{\partial y} = D_{m1} \left(\frac{\partial^2 s_1}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 s_1}{\partial y^2} \right) + \phi \left[\frac{-\mu_1^* s_1}{k_{s1}^* + s_1} \right] s_2 \quad (۲۰-۵)$$

$$\frac{\partial s_2}{\partial t} = \left[\frac{\mu_2^* s_1}{k_{s2}^* + s_1} - K_D^* \right] s_2 \quad (۲۱-۵)$$

S_1 در معادلات نشان‌دهنده جزء غلظت موجود در محیط و S_2 مربوط به غلظت توده زیستی می‌باشد. همچنین دو ترم آخر معادلات انتقال جرم رابطه موند برای مصرف و تولید S_1 و S_2 می‌باشند. پارامترهای ستاره‌دار حالت بعددار آنها را نشان می‌دهد. β ضریب انبساط حرارتی، α ضریب پخش گرما، ν ویسکوزیته سینماتیکی و φ ضریب تخلخل است. متغیرهای بدون بعد به صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$(X, Y) = \frac{(x, y)}{L}, \quad (U, V) = \frac{(u, v)L}{\alpha}, \quad \theta = \frac{(T - T_0)}{\Delta T} \quad (22-5)$$

$$S = \frac{S}{\Delta S}, \quad \tau = \frac{\alpha t}{\sigma L^2}$$

در رابطه بالا ΔT را به صورت زیر تعریف می‌کنیم:

$$\Delta T = -\frac{\Delta h_s \Delta S}{M_s (\rho c_p)_f} \quad (23-5)$$

که Δh_s و M_s آنتالپی واکنش و وزن ملکولی جزء غلظت می‌باشد. معادلات بدون بعد نیز به

صورت زیر است:

$$\frac{\partial U}{\partial X} + \frac{\partial V}{\partial Y} = 0 \quad (24-5)$$

$$\frac{\partial^2 \Psi}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial Y^2} = -Ra \frac{\partial \theta}{\partial X} \quad (25-5)$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial \tau} + \frac{\partial \Psi}{\partial Y} \frac{\partial \theta}{\partial X} - \frac{\partial \Psi}{\partial X} \frac{\partial \theta}{\partial Y} = \frac{\partial^2 \theta}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial Y^2} + Q (S_1, S_2) \quad (26-5)$$

$$\varepsilon \frac{\partial S_1}{\partial \tau} + \frac{\partial \Psi}{\partial Y} \frac{\partial S_1}{\partial X} - \frac{\partial \Psi}{\partial X} \frac{\partial S_1}{\partial Y} = \frac{1}{Le_1} \left(\frac{\partial^2 S_1}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 S_1}{\partial Y^2} \right) + S_1 \quad (27-5)$$

$$\varepsilon \frac{\partial S_2}{\partial \tau} = S_2 \quad (28-5)$$

دیگر پارامترهای بدون بعد به صورت زیر تعریف می‌گردند:

$$Ra = \frac{gK \beta L \Delta T}{\alpha \nu} \quad Le = \frac{\alpha}{D_m} \quad \varepsilon = \frac{\varphi}{\sigma} \quad (29-5)$$

که Le, Ra, ε به ترتیب اعداد لوئیس، عدد رایلی و ضریب تخلخل تغییر یافته^۱ می‌باشند. عدد لوئیس یکی از اعداد بدون بعد مهم در مسائلی است که غلظت وجود دارد که به صورت نسبت ضریب هدایت گرما به ضریب هدایت غلظت تعریف می‌شود. شرایط مرزی و اولیه در حالت بدون بعد به صورت زیر است:

$$\begin{aligned} \tau = 0 : U = V = \theta = \Psi = 0 \quad S_1 = 1 \quad S_2 = 2/5 \times 10^{-2} \\ \tau > 0 \quad \theta(0, Y) = \theta(1, Y) = \theta(X, 0) = \theta(X, 1) = 0 \\ \frac{\partial S_1}{\partial X}(0, Y) = \frac{\partial S_2}{\partial X}(0, Y) = \frac{\partial S_1}{\partial X}(1, Y) = \frac{\partial S_1}{\partial X}(1, Y) = 0 \\ \frac{\partial S_1}{\partial Y}(X, 0) = \frac{\partial S_2}{\partial Y}(X, 0) = \frac{\partial S_1}{\partial Y}(X, 1) = \frac{\partial S_2}{\partial Y}(X, 1) = 0 \end{aligned} \quad (30-5)$$

در ابتدا غلظت توده زیستی $2/5 \times 10^{-2}$ و غلظت جزء ۱ در محیط برابر ۱ می‌باشد. با گذشت زمان و شروع انتقال حرارت جابجایی و مصرف S_1 و رشد S_2 در محیط، غلظت جزء ۱ در محیط تغییر کرده و به صفر می‌رسد. و غلظت توده زیستی افزایش یافته تا به ۱ برسد. S_1 و S_2 در معادلات ۵-۱۹ و ۵-۲۰ به صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$\dot{S}_2 = \left[\frac{\mu_2 S_1}{K_{S_2} + S_1} - K_D \right] S_2, \quad \dot{S}_1 = \left[\frac{-\mu_1 S_1}{K_{S_1} + S_1} \right] S_2 \quad (31-5)$$

که μ حداکثر نرخ رشد مخصوص^۲، K_S نصف ثابت اشباع^۳ و K_D ثابت میزان مرگ و میر^۴ است. مقادیر بی‌بعد متغیرهای نامبرده به صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$\mu = \mu^* \frac{L^2 \phi}{\alpha_T}, \quad K_S = \frac{k_S^*}{\Delta S}, \quad K_D = K_D^* \frac{L^2 \phi}{\alpha_T} \quad (32-5)$$

که پارامترهای ستاره‌دار مربوط به حالت بعددار می‌باشد. در حالت واقعی گرمای تولید شده با میزان واکنش‌های انجام شده در نتیجه مصرف جزء غلظت ۱ توسط توده زیستی متناسب است [۴۱].

-
- 1-Normalized Porosity
 - 2-Maximum Specific Growth Rate Constant
 - 3-Half Saturation Constant
 - 4-Death Rate Constant

می‌توان فرض کرد که گرمای تولیدی برابر مصرف جزء غلظت توسط توده زیستی است که به صورت زیر بیان می‌شود:

$$Q(\dot{S}_1, \dot{S}_2) = w \dot{S}_1(S_1, S_2) = w \left[\frac{-\mu_1 S_1}{K_{S1} + S_1} \right] S_2 \quad (33-5)$$

در رابطه بالا w ثابت تناسب است که در واکنش‌های گرماده برابر ۱- است. واکنش گرماده واکنشی است که در آن گرما آزاد می‌شود یا به عبارت دیگر انرژی لازم برای انجام واکنش از انرژی آزاد شده از انجام واکنش کمتر است. این مطالعه با مفهوم فرایند زیستی غیر هم‌دما منطبق است که توسط گرمای داخلی کنترل می‌شود.

معادلات حاکم بر جریان (۲۴-۵) تا (۲۸-۵) به همراه شرایط مرزی (۳۰-۵) با استفاده از روش حجم محدود در یک شبکه یکنواخت گسسته‌سازی شده‌اند. جملات جابجایی و نفوذ با استفاده از روش آپویند محاسبه می‌شود. میزان تکرار تا موقعی ادامه پیدا می‌کند که میزان خطا در همه متغیرها به 10^{-5} برسد. الگوریتم حل به این صورت است که ابتدا دما را حدس زده و معادله ۲۵-۵ حل می‌شود سپس با کوپل معادلات معادله ۲۷-۵ و ۲۸-۵ غلظت‌های S_1, S_2 بدست می‌آیند حال با استفاده از معادله ۲۶-۵ دمای جدید محاسبه می‌شود و شرط توقف چک می‌شود.

۵-۲-۱ بحث و نتیجه‌گیری در محفظه متخلخل در حضور گرمای تولیدی و فرایند بیو

شیمیایی غیر هم دما

مساله برای مقادیر جدول زیر شبیه‌سازی می‌شود:

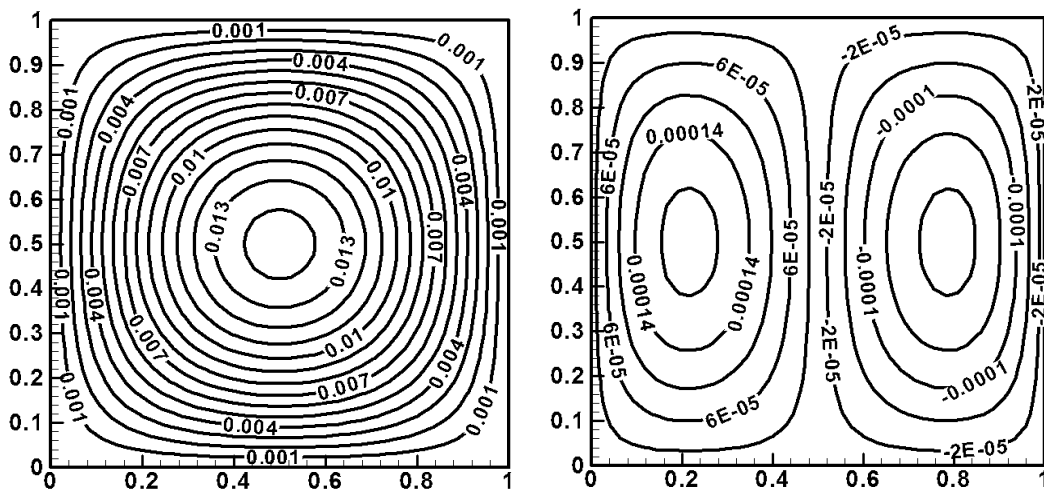
جدول ۵-۲: مقادیر اعداد بدون بعد [۳۱]

$Le_1 = Le_2 = 400, K_{S1} = K_{S2} = 0.001, \mu_1 = 1/15, \mu_2 = 1/15$
$Ra = 0.25, \varepsilon = 0.75, K_D = 0.00726$

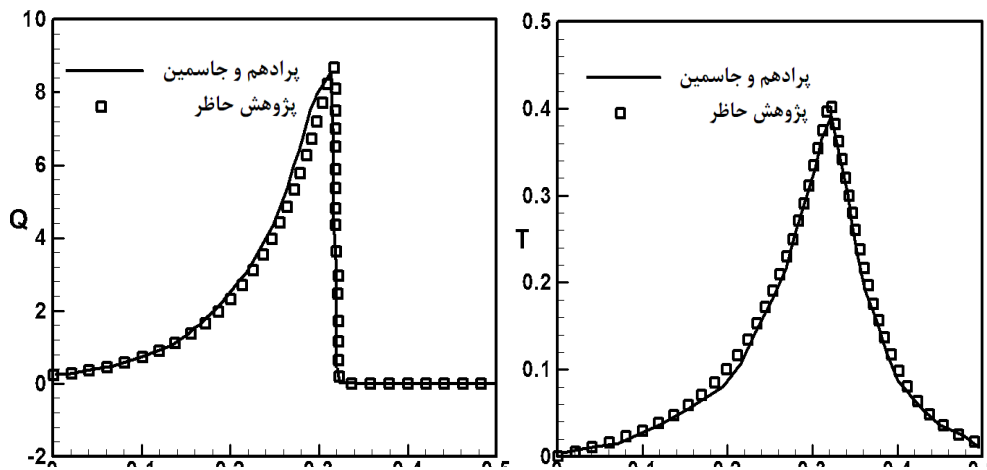
جهت اطمینان از مستقل بودن جواب‌ها از شبکه‌ی مورد استفاده، گرمای تولیدی محاسبه شده برای سه شبکه ۲۹×۲۹، ۳۹×۳۹ و ۴۹×۴۹ مورد بررسی قرار گرفت. با توجه به مقادیر به دست آمده، شبکه ۳۹×۳۹، شبکه‌ای مناسب برای حل معادلات بوده که مورد استفاده قرار گرفت. مقایسه بین نتایج جاسمین و پرادهم و حل عددی حاضر در شکل‌های ۵-۱۳ تا ۵-۱۷ آورده شده است که با توجه به شکل تطابق خوبی با هم دارند.

جدول ۵-۳: تست مستقل بودن شبکه از تعداد گره.

شبکه به کار رفته	۲۹×۲۹	۳۹×۳۹	۴۹×۴۹
ماکزیمم مقدار دما در مرکز حفره	۰/۴۰۱۶۷	۰/۴۰۸۸۵	۰/۴۰۸۸۱



شکل ۵-۱۳: خطوط جریان و کانتورهای دما از راست به چپ، در حالت پایا و برای مقادیر جدول ۶-۲.



شکل ۵-۱۴: نمودار دما و گرمای تولیدی در مرکز حفره برای مقادیر جدول ۶-۲.

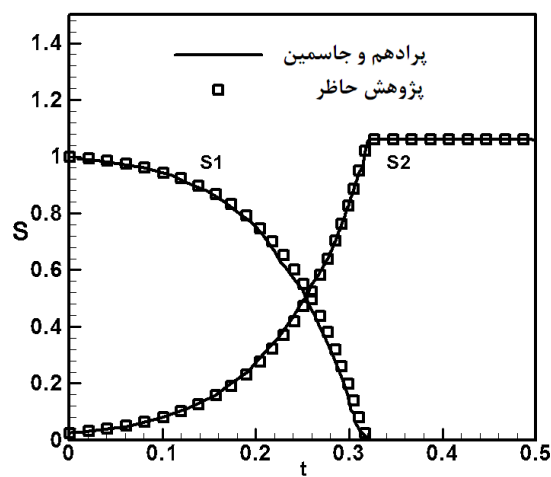
شکل ۵-۱۳ خطوط جریان و دما را در حالت پایا برای مقادیر جدول ۵-۲ نشان می‌دهد.

همچنین شکل ۵-۱۴ دما و گرمای تولیدی را در مرکز حفره بر حسب زمان نشان می‌دهد. در شکل

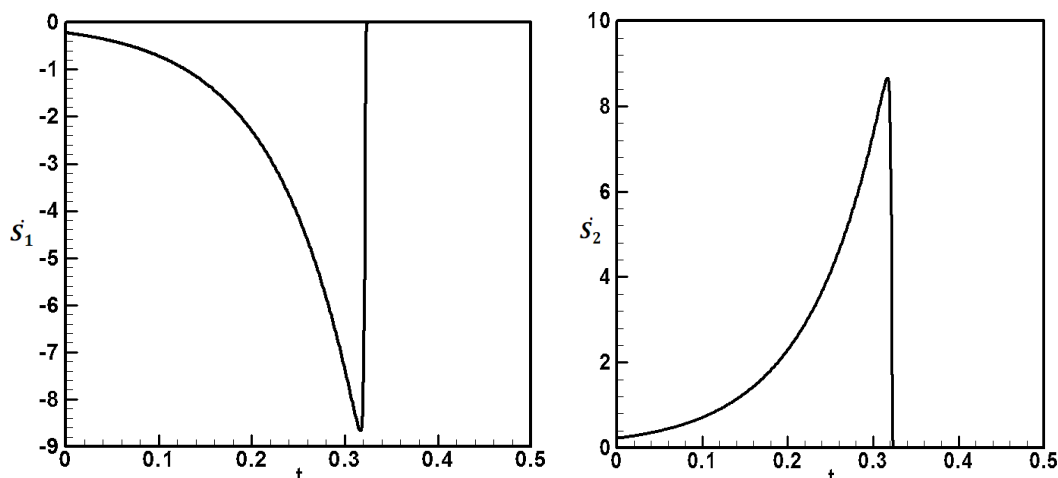
۵-۱۵ مقادیر غلظت جزء ۱ و توده زیستی از حل عددی با حل پرادهم مقایسه شده است که این

مقادیر مربوط به مرکز حفره می‌باشند. با توجه به شکل با گذشت زمان جزء ۱ توسط توده زیستی

مصرف شده و مقدار آن کاهش می‌یابد و همزمان غلظت توده زنده زیاد می‌شود.



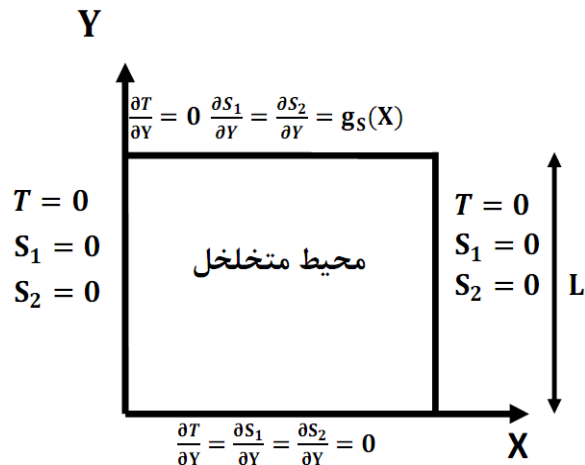
شکل ۵-۱۵: غلظت توده زنده و جزء ۱ برای مقادیر جدول ۶-۲ در مرکز حفره.



شکل ۵-۱۶: نرخ مصرف و تولید S_1, S_2 برای مقادیر جدول ۶-۲ در مرکز حفره.

در شکل ۵-۱۶ نرخ مصرف و تولید S_1, S_2 برای مقادیر جدول ۵-۱ در مرکز حفره آورده شده است. مقادیر منفی S_1 به معنی مصرف جزء ۱ و مقادیر مثبت S_2 به معنی تولید توده زنده می‌باشد در حالت پایا نرخ مصرف و تولید به صفر می‌رسد.

می‌خواهیم مساله قبل را در حالتی که معادله S_2 دارای ترم جابجایی و هدایت است بررسی کنیم [۳۲]. در این حالت از معادله انتقال جرم برای مدل سازی غلظت جزء ۲ استفاده می‌کنیم. همه دیواره‌های محفظه به غیر دیواره افقی بالا نفوذ ناپذیر می‌باشند. جهت تحلیل مسئله، فرض می‌شود که محیط متخلخل کاملاً همگن و ایزوتروپ می‌باشد. جریان سیال را غیرپایدار، دو بعدی و نیوتنی در نظر گرفته و به دلیل اختلاف کم دما از فرض بوزینسک استفاده شده است. محفظه‌ی مورد نظر در شکل ۵-۱۷ نشان داده شده است. محفظه دارای طول L ، دیواره‌های افقی عایق و دیواره‌های عمودی در دمای ثابت قرار دارند.



شکل ۵-۱۷: شماتیک محفظه متخلخل

معادلات بقای جرم، مومنتوم، انرژی و انتقال جرم برای جزء غلظت و توده زیستی برای محیط

متخلخل به صورت زیر است:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (۳۴-۵)$$

$$\frac{\partial u}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial x} = \frac{-gK\beta}{\nu} \frac{\partial T}{\partial x} \quad (۳۵-۵)$$

$$\sigma \frac{\partial T}{\partial t} + u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} = \alpha \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right) + q(s) \quad (۳۶-۵)$$

$$\phi \frac{\partial s_1}{\partial t} + u \frac{\partial s_1}{\partial x} + v \frac{\partial s_1}{\partial y} = D_{m1} \left(\frac{\partial^2 s_1}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 s_1}{\partial y^2} \right) + \phi \left[\frac{\mu_1^* s_1}{k_{s1}^* + s_1} \right] s_2 \quad (۳۷-۵)$$

$$\phi \frac{\partial s_2}{\partial t} + u \frac{\partial s_2}{\partial x} + v \frac{\partial s_2}{\partial y} = D_{m2} \left(\frac{\partial^2 s_2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 s_2}{\partial y^2} \right) + \phi \left[\frac{\mu_2^* s_1}{k_{s2}^* + s_1} - K_D^* \right] s_2 \quad (۳۸-۵)$$

S_1, S_2 در معادلات نشان‌دهنده جزء غلظت‌های موجود در محیط می‌باشند. از رابطه ۵-۲۲

برای بی‌بعد سازی مساله استفاده می‌کنیم. معادلات بی‌بعد به صورت زیر خواهند شد:

$$\frac{\partial U}{\partial X} + \frac{\partial V}{\partial Y} = 0 \quad (۳۹-۵)$$

$$\frac{\partial^2 \Psi}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial Y^2} = -Ra \frac{\partial \theta}{\partial X} \quad (۴۰-۵)$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial \tau} + \frac{\partial \Psi}{\partial Y} \frac{\partial \theta}{\partial X} - \frac{\partial \Psi}{\partial X} \frac{\partial \theta}{\partial Y} = \frac{\partial^2 \theta}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial Y^2} + Q(\dot{S}_1, \dot{S}_2) \quad (41-5)$$

$$\varepsilon \frac{\partial S_1}{\partial \tau} + \frac{\partial \Psi}{\partial Y} \frac{\partial S_1}{\partial X} - \frac{\partial \Psi}{\partial X} \frac{\partial S_1}{\partial Y} = \frac{1}{Le_1} \left(\frac{\partial^2 S_1}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 S_1}{\partial Y^2} \right) + \dot{S}_1 \quad (42-5)$$

$$\varepsilon \frac{\partial S_2}{\partial \tau} + \frac{\partial \Psi}{\partial Y} \frac{\partial S_2}{\partial X} - \frac{\partial \Psi}{\partial X} \frac{\partial S_2}{\partial Y} = \frac{1}{Le_2} \left(\frac{\partial^2 S_2}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 S_2}{\partial Y^2} \right) + \dot{S}_2 \quad (43-5)$$

شرایط مرزی و اولیه در حالت بدون بعد به صورت زیر است:

$$\tau = 0 : U = V = \theta = \Psi = S_1 = S_2 = 0$$

$$\tau > 0 \quad \theta(0, Y) = S_1(0, Y) = S_2(0, Y) = 0$$

$$\theta(1, Y) = S_1(1, Y) = S_2(1, Y) = 0$$

(44-5)

$$\frac{\partial \theta}{\partial Y}(X, 1) = 0, \quad \frac{\partial S_1}{\partial Y}(X, 1) = \frac{\partial S_2}{\partial Y}(X, 1) = g_s(x)$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial Y}(X, 0) = \frac{\partial S_1}{\partial Y}(X, 0) = \frac{\partial S_2}{\partial Y}(X, 0) = 0$$

در رابطه بالا $g_s(x) = \sin(\pi x)$ می‌باشد. در ابتدا غلظت توده زیستی و جزء غلظت ۱ در محیط

صفر می‌باشند. با گذشت زمان و شروع انتقال حرارت جابجایی و ورود غلظت‌های S_1, S_2 از مرز بالا،

غلظت جزء ۱ و ۲ در محیط تغییر می‌کنند. \dot{S}_1 و \dot{S}_2 در معادلات ۴۲-۵ و ۴۳-۵ به صورت زیر تعریف

می‌شوند:

$$\dot{S}_2 = \left[\frac{\mu_2 S_1}{K_{S_2} + S_1} - K_D \right] S_2, \quad \dot{S}_1 = \left[\frac{\mu_1 S_1}{K_{S_1} + S_1} \right] S_2 \quad (45-5)$$

در این حالت می‌توان فرض کرد که گرمای تولیدی برابر متوسط مصرف جزء غلظت توسط

توده زیستی در جهت عمودی است. که به صورت زیر بیان می‌شود:

$$Q(\dot{S}_1, \dot{S}_2) = w \dot{S}_{1AV}(x, t) = \int_0^1 w \dot{S}_1(x, y, t) dy \quad (46-5)$$

در رابطه بالا w ثابت تناسب است که در واکنش‌های گرماده ۱- گرفته می‌شود.

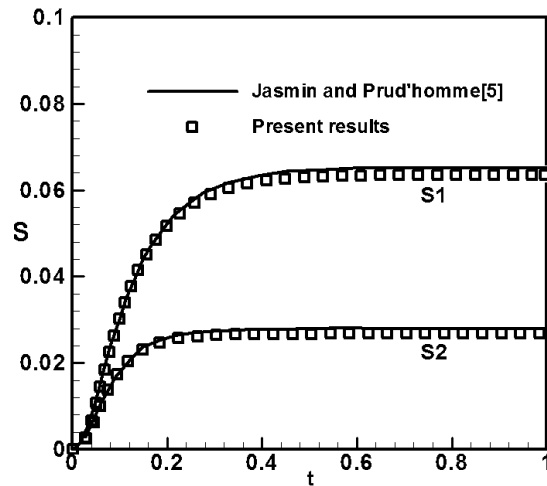
معادلات حاکم بر جریان (۳۹-۵) تا (۴۳-۵) به همراه شرایط مرزی (۴۴-۵) با استفاده از روش حجم محدود در یک شبکه یکنواخت گسسته‌سازی شده‌اند. جملات جابجایی و نفوذ با استفاده از روش آپویند محاسبه می‌شوند. میزان تکرار تا موقعی ادامه پیدا می‌کند که میزان خطا در همه متغیرها به 10^{-5} برسد. شبکه 39×39 ، شبکه‌ای مناسب برای حل معادلات بوده که مورد استفاده قرار گرفت. مساله برای مقادیر جدول ۴-۵ شبیه‌سازی می‌شود.

جدول ۴-۵: مقادیر اعداد بدون بعد [۳۲]

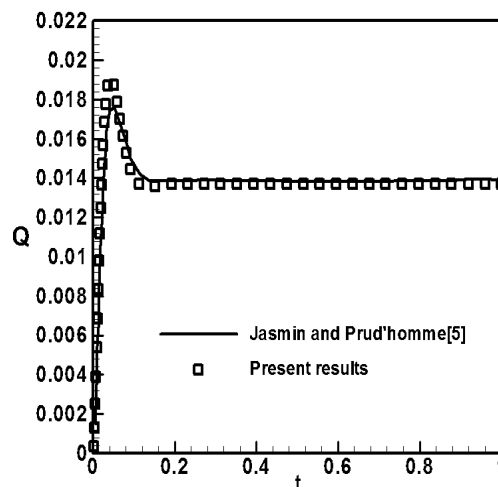
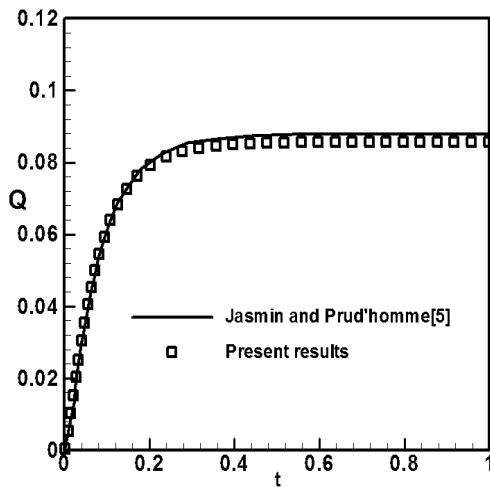
$Ra = 10^5$	$K_{S1} = K_{S2} = 1$	$\mu_1 = -10$	$K_D = 10$	$\mu_2 = 10$	$Le_1 = Le_2 = 1$	$\varepsilon = 1$
-------------	-----------------------	---------------	------------	--------------	-------------------	-------------------

مقایسه بین نتایج جاسمین و پرادهم و حل عددی حاضر در شکل‌های ۱۸-۵ و ۱۷-۵ آورده شده است که با توجه به شکل تطابق خوبی با هم دارند.

شکل ۱۸-۵ جزء غلظت ۱ و ۲ را بر حسب زمان برای $Ra = 0$ نشان می‌دهد. شکل ۵-۱۹ گرمای تولیدی را بر حسب زمان در مرکز حفره برای $Ra = 0, 10^5$ نشان می‌دهد. با توجه به شکل با افزایش رایلی زمان لازم برای رسیدن به حالت پایا کاهش می‌یابد. شکل ۶-۲۰ خطوط جریان، دما و غلظت را در حالت پایا برای $Ra = 0, 10^5$ نشان می‌دهد. با توجه به شکل کانتورهای غلظت دارای دو مینیمم بوده که با افزایش رایلی فاصله بین این دو مینیمم بیشتر، و مینیمم‌ها نوک‌تیزتر می‌شوند. شکل ۵-۲۱ گرمای تولیدی را در حالت پایا برای $Ra = 0, 10^5$ نشان می‌دهد که با توجه به شکل با افزایش رایلی گرمای تولیدی کاهش می‌یابد.



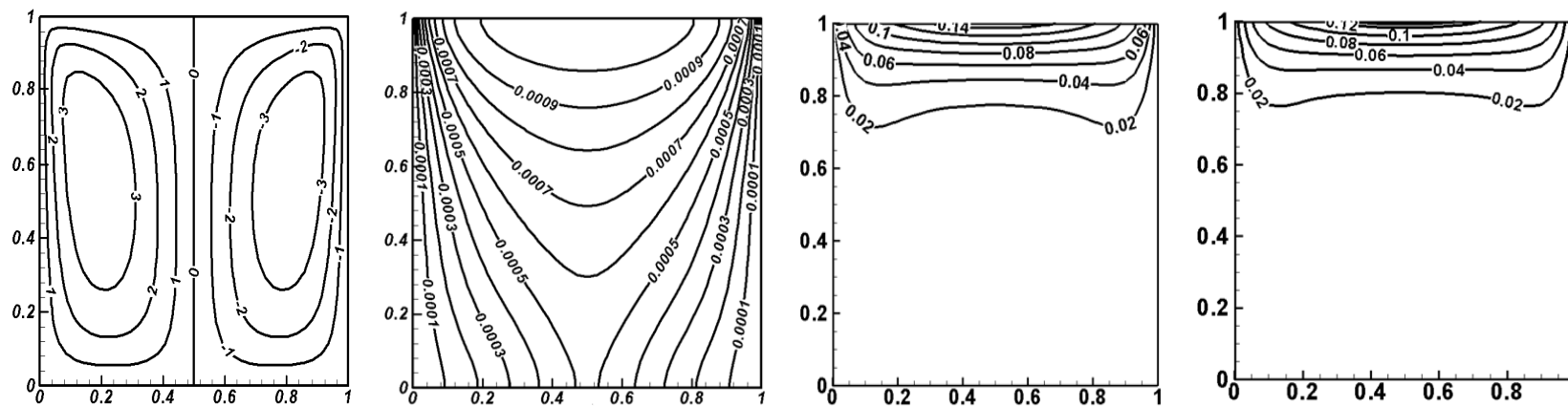
شکل ۵-۱۸: مقایسه بین غلظت جزء ۱ و ۲ برای مقادیر جدول ۶-۳ در مرکز حفره در حالت $Ra = 0$.



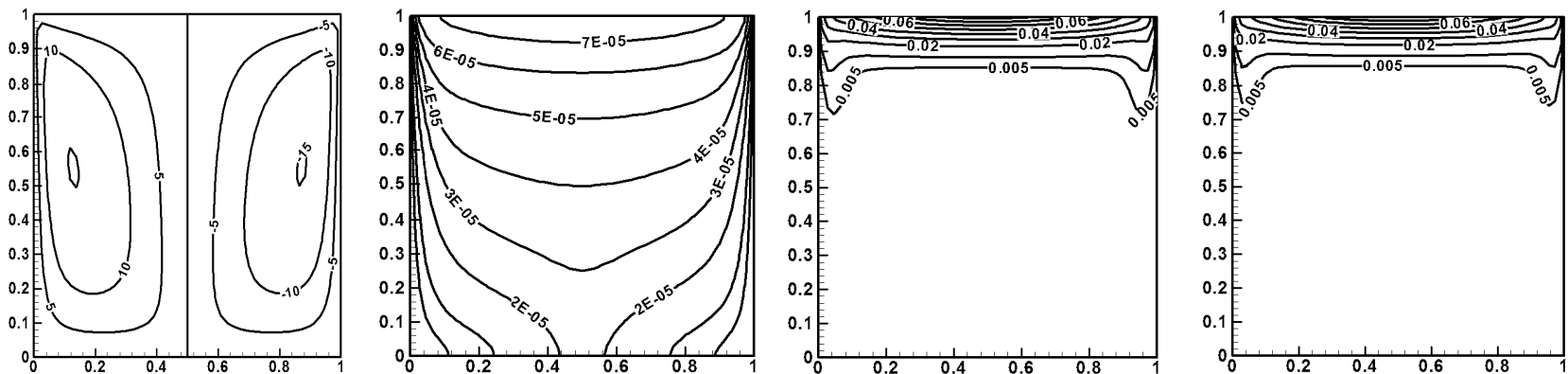
شکل ۵-۱۹: گرمای تولیدی محاسبه شده برای مقادیر جدول ۶-۳ در مرکز حفره (شکل چپ) $Ra = 0$

و (شکل راست) $Ra = 10^5$.

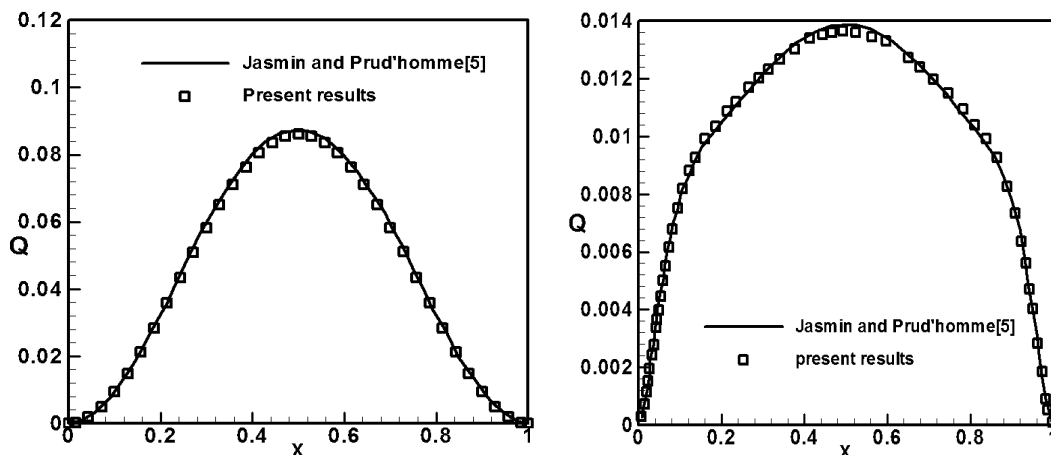
$$Ra = 10^5$$



$$Ra = 10^7$$



شکل ۵-۲۰: کانتور خطوط جریان و دما و غلظت جزء ۱ و ۲ (به ترتیب از چپ به راست) برای حالت تعادل حرارتی.



شکل ۵-۲۱: گرمای تولیدی محاسبه شده برای مقادیر جدول ۶-۳ در مرکز حفره در حالت پایا و

(شکل چپ) $Ra = 0$ و (شکل راست) $Ra = 10^5$.

۵-۳ تاثیر تغییرات ضریب تخلخل بر فرایند بیوشیمیایی غیر هم دما

حال می‌خواهیم مساله بالا را برای حالت ضریب تخلخل متغیر مورد بررسی قرار دهیم. در این بررسی فرض می‌کنیم که ضریب تخلخل تغییر یافته وابسته به X است. و با تغییر X تغییر می‌کند. به همین منظور محیط را به سه لایه تقسیم کرده و برای هر لایه یک ضریب تخلخل تغییر یافته تعریف می‌کنیم. لایه‌ها به صورت ایزوتروپ فرض می‌شوند. یعنی در هر لایه ضریب تخلخل با تغییر X, Y تغییر نمی‌کند. می‌خواهیم اثر تغییرات ضریب تخلخل تغییر یافته را بر روی گرمای تولیدی و انتقال حرارت جابجایی آزاد مورد بررسی قرار دهیم. مساله برای دو سری مقادیر مختلف مورد بررسی قرار می‌گیرد. هندسه مساله مانند شکل ۵-۱۷ می‌باشد. همانطوری که می‌دانیم ضریب هدایت موثر در محیط متخلخل به صورت $K_{eff} = \phi K_f + (1-\phi)K_s$ ، ضریب پخش به صورت $\alpha = K_{eff} / (\rho c_p)_f$ ، ضریب نفوذپذیری به صورت $K = d^2 \phi^3 / (150(1-\phi)^2)$ ، عدد لویس به صورت $Le = \alpha / D_m$ و عدد رایلی به صورت $Ra = (g K \beta H \Delta T) / (\alpha \nu)$ تعریف می‌شود. پس تغییرات ضریب تخلخل باعث تغییرات ضریب هدایت موثر و در نتیجه باعث متغیر بودن ضریب پخش می‌شود. متغیر بودن ضریب پخش باعث

متغیر بودن عدد لویس می‌شود. همچنین متغیر بودن ضریب پخش و ضریب نفوذپذیری باعث می‌شود که عدد رایلی در هر لایه از محیط با لایه دیگر متفاوت باشد. با توجه به رابطه ۵-۳۲، μ و K_D نیز با تغییر ضریب تخلخل تغییر می‌کنند. مقادیر متغیرهای بدون بعد در هر ناحیه برای دو حالت B, C به صورت زیر می‌باشند.

جدول ۵-۵: مقادیر اعداد بدون بعد برای دو حال B, C .

حالت C			حالت B		
Layer I: $0 < X < H/3$	Layer II: $H/3 < X < 2H/3$	Layer III: $2H/3 < X < H$	Layer I: $0 < X < H/3$	Layer II: $H/3 < X < 2H/3$	Layer III: $2H/3 < X < H$
$\varepsilon = 0.5$	$\varepsilon = 0.75$	$\varepsilon = 1$	$\varepsilon = 0.75$	$\varepsilon = 0.85$	$\varepsilon = 1$
$k_D = 5/3$	$k_D = 8/33$	$k_D = 10$	$k_D = 8/33$	$k_D = 9/16$	$k_D = 10$
$\mu_1 = -5/3$	$\mu_1 = -8/33$	$\mu_1 = -10$	$\mu_1 = -8/33$	$\mu_1 = -9/16$	$\mu_1 = -10$
$\mu_2 = 5/3$	$\mu_2 = 8/33$	$\mu_2 = 10$	$\mu_2 = 8/33$	$\mu_2 = 9/16$	$\mu_2 = 10$
$Le_1 = 1/0.78$	$Le_1 = 1/0.28$	$Le_1 = 1$	$Le_1 = 1/0.28$	$Le_1 = 1/0.13$	$Le_1 = 1$
$Le_2 = 1/0.78$	$Le_2 = 1/0.28$	$Le_2 = 1$	$Le_2 = 1/0.28$	$Le_2 = 1/0.13$	$Le_2 = 1$

در مساله بررسی شده در قسمت قبل کل محیط دارای ضریب تخلخل یکسان بود و مقادیر اعداد بدون بعد مربوطه در جدول جدول ۵-۴ آورده شده بود. ما در اینجا محیط را به سه قسمت تقسیم کردیم و قسمت سوم را مانند مساله قبل با همان مقادیر متغیرها در نظر گرفتیم. سپس ضریب تخلخل تغییر یافته را کاهش دادیم و اثر این کاهش را روی بقیه پارامترها اعمال کردیم. شکل‌های ۵-۲۲ تا ۵-۲۴ غلظت‌های جزء ۱ و ۲، دما و خطوط جریان را برای حالت ضریب تخلخل متغیر برای $t = 0.05, 0.1, 0.15$ نشان می‌دهد.

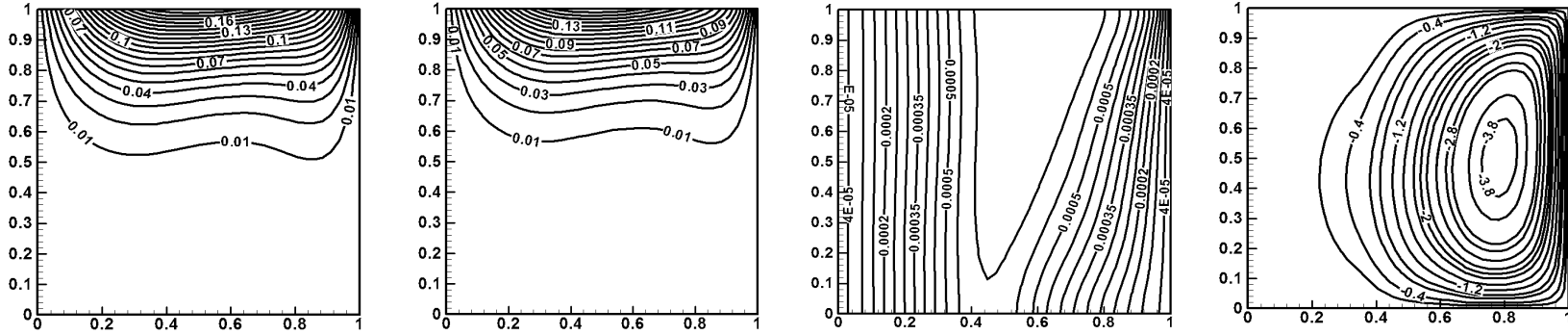
مقایسه این شکل‌ها با شکل ۵-۲۰ می‌توان فهمید که مقادیر غلظت‌های جزء ۱ و ۲، دما و خطوط جریان برای حالت ضریب تخلخل متغیر از مقادیر مربوطه برای ضریب تخلخل ثابت بیشتر

است. شکل‌های ۵-۲۵ و ۵-۲۶ جزء غلظت ۱ و ۲، خطوط جریان و دما را در حالت پایا نشان می‌دهد. با توجه به شکل ۵-۲۶ در حالت ضریب تخلخل متغیر یک گردابه قوی در سمت راست تشکیل می‌شود که بر توزیع غلظت و دما تاثیر می‌گذارد و با چرخش خود گرما را به سمت چپ منتقل می‌کند ولی با توجه به شکل ۵-۲۰ در حالت ضریب تخلخل ثابت یک جفت سلول چرخشی تشکیل می‌شود. جفت سلول چرخشی در تمام اعداد رایلی تشکیل می‌شود ولی برای اعداد رایلی مختلف مقدار متفاوتی خواهند داشت.

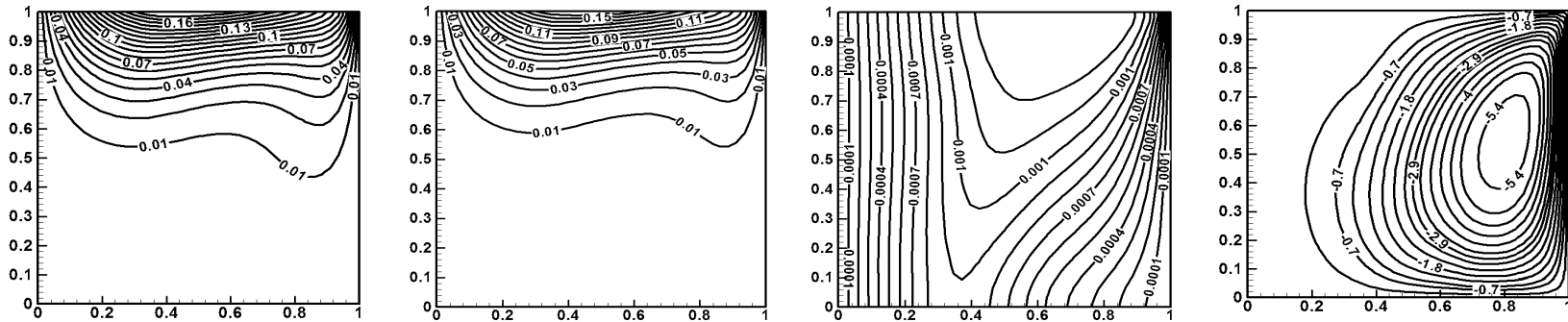
کانتورهای دما در حالت ضریب تخلخل ثابت و حالت ضریب تخلخل متغیر به صورت لایه لایه تشکیل می‌شوند که در دو حالت بیشترین مقدار مربوط به قسمت بالایی حفره است ولی در حالت ضریب تخلخل متغیر (شکل ۵-۲۶) در قسمت سمت چپ انتقال حرارت بیشتر به صورت هدایت صورت می‌گیرد. همچنین غلظت‌های جزء ۱ و ۲ در دو حالت ضریب تخلخل ثابت و حالت ضریب تخلخل متغیر به صورت لایه لایه و در اطراف لایه بالا تشکیل می‌شوند. کانتورهای غلظت فقط در اطراف دیواره بالا تشکیل می‌شوند و شکل‌گیری آنها مانند یک لایه مرزی در اطراف دیواره بالا است که نشان دهنده اهمیت شرط مرزی غلظت روی دیواره بالا است.

همچنین بیشترین مقدار غلظت مربوط به قسمت بالای حفره و در مرکز می‌باشد به همین دلیل مقدار واکنش‌های شیمیایی در اطراف خط عمودی فرضی واقع در مرکز حفره از اهمیت خاصی برخوردار است. شکل ۵-۲۷ گرمای تولیدی را در حالت پایا و برای دو حالت ضریب تخلخل ثابت و متغیر با هم مقایسه می‌کند. در شکل ۵-۲۸ مقایسه بین غلظت‌های جزء ۱ و ۲ در حالت ضریب تخلخل ثابت و ضریب تخلخل متغیر بر حسب زمان در مرکز حفره آورده شده است. همچنین در شکل ۵-۲۹ دمای مرکز حفره را در دو حالت ضریب تخلخل ثابت و ضریب تخلخل متغیر با هم مقایسه شده است که با توجه به شکل مقدار دما در حالت ضریب تخلخل متغیر بیشتر از ضریب تخلخل ثابت است.

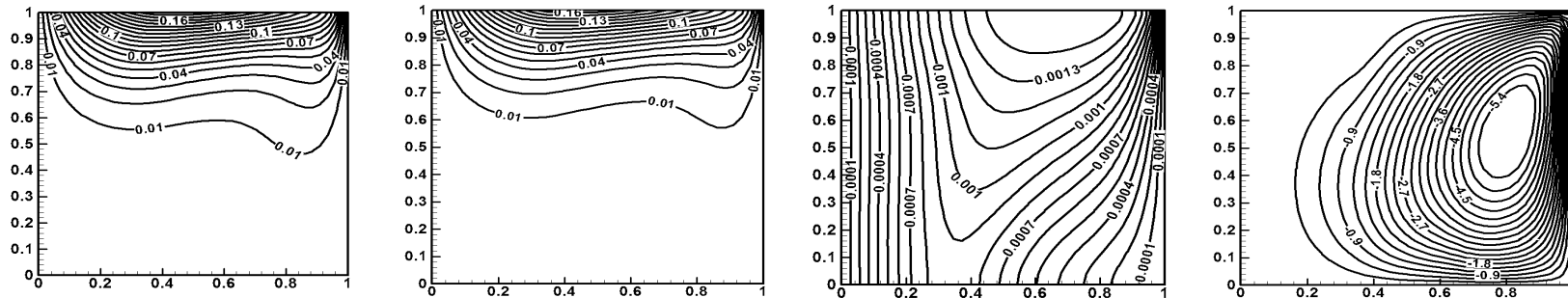
در شکل ۵-۳۰ گرمای تولیدی بر حسب زمان در مرکز حفره آورده شده است. تمام متغیرها در مرکز حفره در حالت ضریب تخلخل متغیر مقدار بیشتری نسبت به حالت ضریب تخلخل ثابت دارند. در دو حالت B, C متغیرهای لایه سوم مشابه حالت ضریب تخلخل ثابت گرفته شده‌اند. مقایسه سه حالت A, B, C در شکل ۵-۲۷ نشان می‌دهد که حالت B به حالت ضریب تخلخل ثابت نزدیکتر است. که این بدین معنی است که هر چه ضریب تخلخل در لایه‌ها به عدد ۱ (ضریب تخلخل در حالت A برابر ۱ است) نزدیکتر باشد حالت ضریب تخلخل متغیر به حالت ضریب تخلخل ثابت نزدیکتر می‌شود.



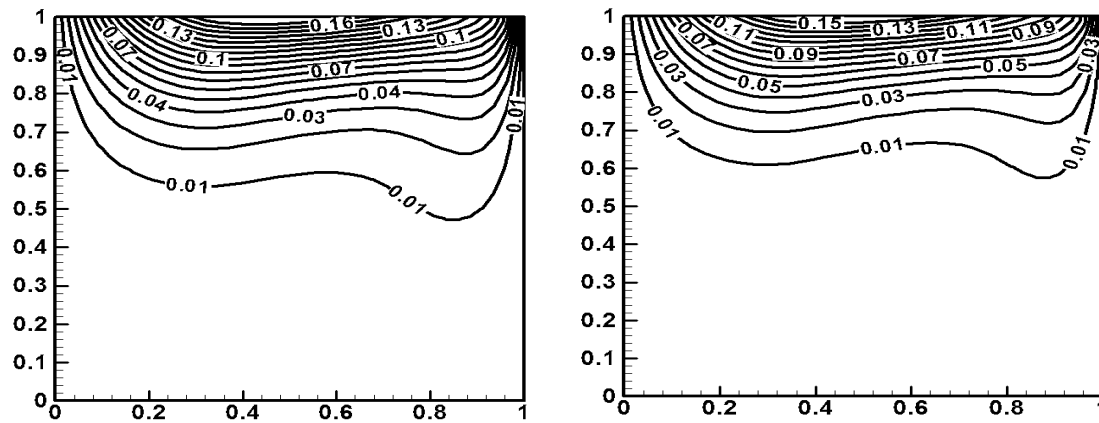
شکل ۵-۲۲: خطوط جریان، کانتورهای دما، کانتورهای غلظت جزء ۱ و ۲ به ترتیب از راست به چپ برای حالت ضریب تخلخل متغیر در $t = 0.05$ برای حالت C.



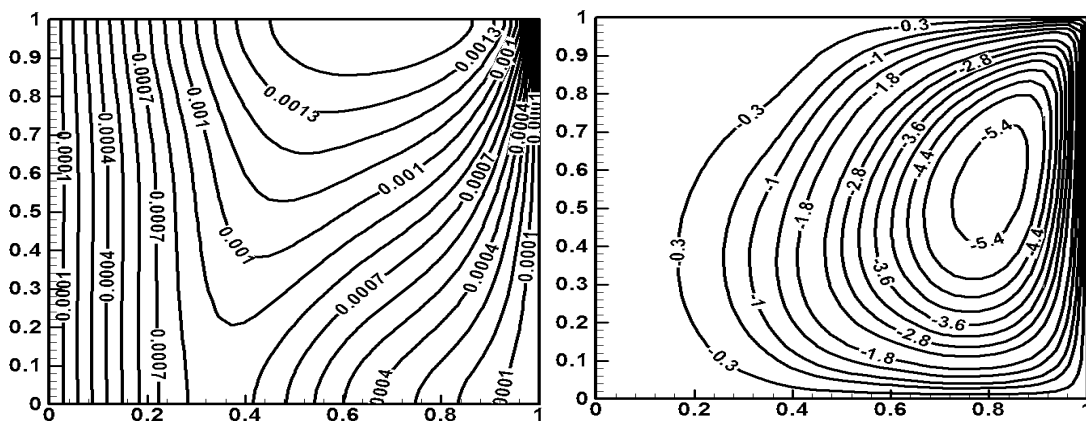
شکل ۵-۲۳: خطوط جریان، کانتورهای دما، کانتورهای غلظت جزء ۱ و ۲ به ترتیب از راست به چپ برای حالت ضریب تخلخل متغیر در $t = 0.1$ برای حالت C.



شکل ۵-۲۴: خطوط جریان، کانتورهای دما، کانتورهای غلظت جزء ۲ و ۱ به ترتیب از راست به چپ برای حالت ضریب تخلخل متغیر در $t = 0.115$ برای حالت C.

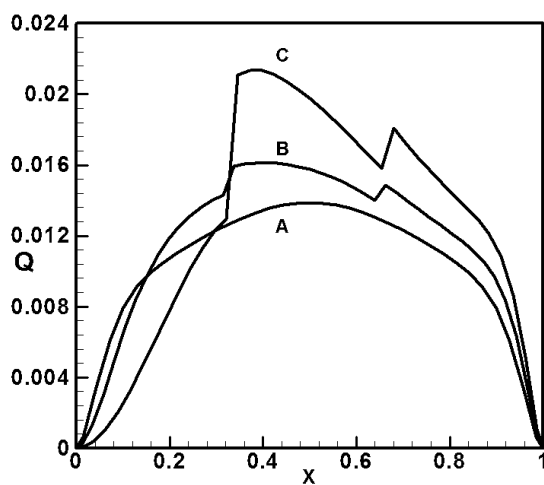


شکل ۵-۲۵: کانتورهای غلظت جزء ۲ و ۱ به ترتیب از راست به چپ برای حالت ضریب تخلخل متغیر در حالت پایا برای حالت C.



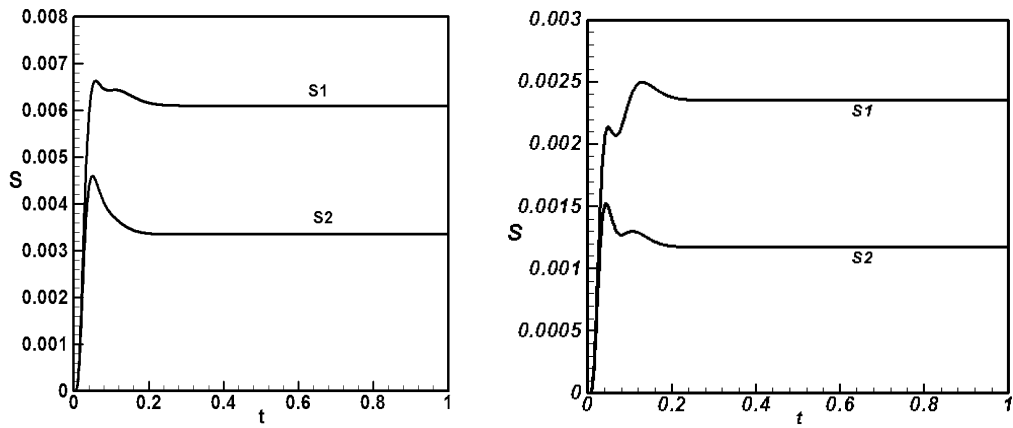
شکل ۵-۲۶: خطوط جریان و کانتورهای دما از راست به چپ برای حالت ضریب تخلخل متغیر در حالت پایا برای

حالت C.

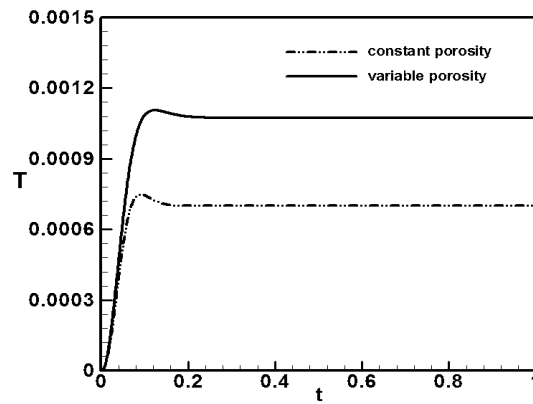


شکل ۵-۲۷: مقایسه بین گرمای تولیدی در حالت ضریب تخلخل متغیر با ضریب تخلخل ثابت در حالت پایا برای

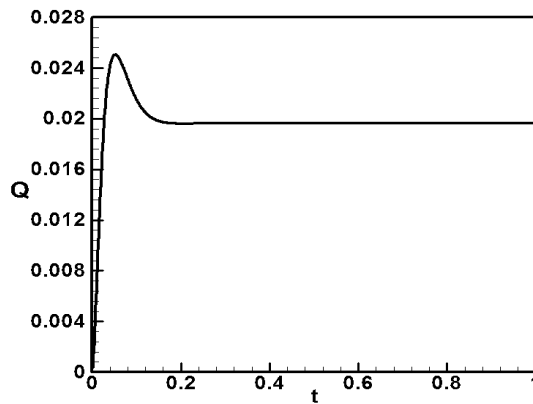
حالت C.



شکل ۵-۲۸: غلظت‌های جزء ۱ و ۲ در حالت ضریب تخلخل ثابت و متغیر از راست به چپ برای حالت C.



شکل ۵-۲۹: مقایسه بین دما در حالت ضریب تخلخل ثابت و متغیر در مرکز حفره برای حالت C.



شکل ۵-۳۰: گرمای تولیدی در حالت ضریب تخلخل متغیر در مرکز حفره برای حالت C.

فصل ششم

جابجایی آزاد در حالت عدم تعادل

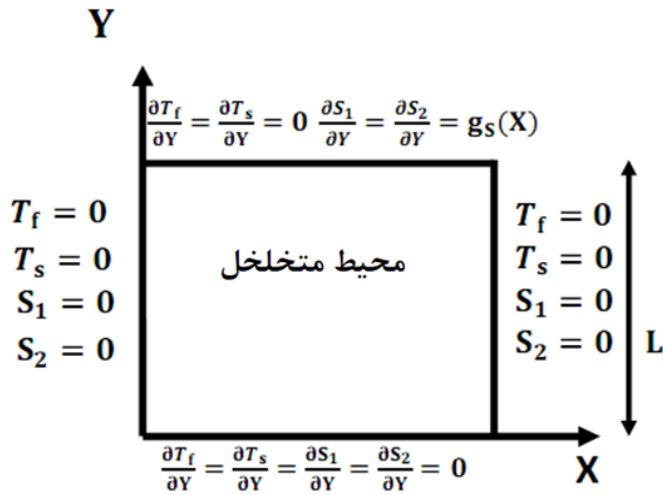
گرمایی با حضور یک فرایند بیوشیمیایی غیر

همدما

در این فصل انتقال حرارت جابجایی آزاد به همراه فرایند بیوشیمیایی و گرمای تولیدی در محفظه‌ای که بین فازهای جامد و سیال تعادل گرمایی برقرار نیست، بررسی می‌شود. بیشتر مطالعات انجام شده در زمینه محیط متخلخل در مورد محیط‌هایی است که تعادل حرارتی بین دو فاز برقرار است و در مورد محیط‌هایی که تعادل حرارتی برقرار نیست بررسی‌های جامع و کاملی صورت نگرفته است.

۱-۶ جابجایی آزاد در حضور گرمای تولیدی و فرایند بیوشیمیایی بدون تعادل گرمایی

شکل ۱-۶ شماتیکی از یک محفظه دو بعدی با دیواره‌های دما ثابت و عایق را نشان می‌دهد. محفظه با محیط متخلخل اشباع پر شده و در فاز سیال حرارت با نرخ غیریکنواخت تولید می‌گردد. همه دیواره‌های محفظه به غیر دیواره بالا نفوذ ناپذیر می‌باشند. جهت تحلیل مسئله، فرض می‌شود که محیط متخلخل کاملاً همگن و ایزوتروپ می‌باشد. جریان سیال را غیرپایدار، دو بعدی و نیوتنی در نظر گرفته و به دلیل اختلاف کم دما از فرض بوزینسک استفاده شده است. معادلات حاکم با در نظر گرفتن مدل داریسی و انرژی درونی در فاز سیال و مدل مونود برای بیان نرخ غلظت تولیدی در محیط به صورت زیر نوشته می‌شوند:



شکل ۱-۶: محفظه متخلخل بدون تعادل گرمایی.

معادله پیوستگی:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (۱-۶)$$

معادله اندازه حرکت:

$$\frac{\partial u}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial x} = -\frac{g \beta K}{\nu} \frac{\partial T_f}{\partial x} \quad (۲-۶)$$

معادله انرژی برای فاز جامد:

$$(1-\phi)(\rho c_p)_s \frac{\partial T_s}{\partial t} = (1-\phi)k_s \left(\frac{\partial^2 T_s}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T_s}{\partial y^2} \right) + h(T_f - T_s) \quad (۳-۶)$$

معادله انرژی برای فاز سیال:

$$\phi(\rho c_p)_f \frac{\partial T_f}{\partial t} + (\rho c_p)_f \left(u \frac{\partial T_f}{\partial x} + v \frac{\partial T_f}{\partial y} \right) = \phi k_f \left(\frac{\partial^2 T_f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T_f}{\partial y^2} \right) + h(T_s - T_f) + q(s_1, s_2) \quad (۴-۶)$$

معادله انتقال جرم برای جزء ۱:

$$\varphi \frac{\partial s_1}{\partial t} + u \frac{\partial s_1}{\partial x} + v \frac{\partial s_1}{\partial y} = D_{m1} \left(\frac{\partial^2 s_1}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 s_1}{\partial y^2} \right) + \varphi \left[\frac{\mu_1^* s_1}{k_{s1}^* + s_1} \right] s_2 \quad (5-6)$$

معادله انتقال جرم برای جزء ۲:

$$\varphi \frac{\partial s_2}{\partial t} + u \frac{\partial s_2}{\partial x} + v \frac{\partial s_2}{\partial y} = D_{m2} \left(\frac{\partial^2 s_2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 s_2}{\partial y^2} \right) + \varphi \left[\frac{\mu_2^* s_1}{k_{s2}^* + s_1} - K_D^* \right] s_2 \quad (6-6)$$

متغیرهای بدون بعد به صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$\begin{aligned} X, Y &= \frac{(x, y)}{L} & U, V &= \frac{(u, v)L}{\varphi \alpha_f} & \theta_f &= \frac{(T_f - T_0)}{\Delta T} & \theta_s &= \frac{(T_s - T_0)}{\Delta T} \\ S &= \frac{s}{\Delta S} & \tau &= \frac{k_f}{(\rho c_p)_f L^2} t \end{aligned} \quad (7-6)$$

در رابطه بالا ΔT را به صورت زیر تعریف می‌کنیم:

$$\Delta T = - \frac{\Delta h_s \Delta S}{M_s (\rho c_p)_f} \quad (8-6)$$

که Δh_s و M_s آنتالپی واکنش و وزن ملکولی جزء غلظت می‌باشد. با استفاده از معادلات ۶-۷

در حالت بدون بعد، معادلات پیوستگی، اندازه حرکت، انرژی و انتقال جرم به صورت زیر خواهند بود:

معادله پیوستگی:

$$\frac{\partial U}{\partial X} + \frac{\partial V}{\partial Y} = 0 \quad (9-6)$$

معادله مومنتوم:

$$\frac{\partial^2 \Psi}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial Y^2} = -Ra \frac{\partial \theta_f}{\partial X} \quad (10-6)$$

معادله انرژی برای فاز جامد:

$$\Gamma \frac{\partial \theta_s}{\partial \tau} = \frac{\partial^2 \theta_s}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \theta_s}{\partial Y^2} + H \gamma (\theta_f - \theta_s) \quad (11-6)$$

معادله انرژی برای فاز سیال:

$$\frac{\partial \theta_f}{\partial \tau} + \frac{\partial \Psi}{\partial Y} \frac{\partial \theta_f}{\partial X} - \frac{\partial \Psi}{\partial X} \frac{\partial \theta_f}{\partial Y} = \frac{\partial^2 \theta_f}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \theta_f}{\partial Y^2} + H (\theta_s - \theta_f) + Q (\dot{S}_1, \dot{S}_2) \quad (12-6)$$

معادله انتقال جرم برای جزء ۱:

$$\frac{\partial S_1}{\partial \tau} + \frac{\partial \Psi}{\partial Y} \frac{\partial S_1}{\partial X} - \frac{\partial \Psi}{\partial X} \frac{\partial S_1}{\partial Y} = \frac{1}{Le_1} \left(\frac{\partial^2 S_1}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 S_1}{\partial Y^2} \right) + \dot{S}_1 \quad (13-6)$$

معادله انتقال جرم برای جزء ۲:

$$\frac{\partial S_2}{\partial \tau} + \frac{\partial \Psi}{\partial Y} \frac{\partial S_2}{\partial X} - \frac{\partial \Psi}{\partial X} \frac{\partial S_2}{\partial Y} = \frac{1}{Le_2} \left(\frac{\partial^2 S_2}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 S_2}{\partial Y^2} \right) + \dot{S}_2 \quad (14-6)$$

عدد رایلی و لویس به صورت زیر تعریف می‌گردند:

$$Ra = \frac{gK \beta \Delta T L}{\phi \alpha_f \nu} \quad Le = \frac{\alpha_f}{D} \quad (15-6)$$

که در این حالت X و Y مختصات بدون بعد افقی و عمودی بوده و U و V مولفه‌های سرعت بدون بعد در این راستاها می‌باشد. θ دما و اندیس f, g به ترتیب مربوط به فاز سیال و جامد می‌باشند. β ضریب انبساط حرارتی، α_f ضریب پخش گرما برای سیال، ν ویسکوزیته سینماتیکی سیال و ϕ ضریب تخلخل است. دیگر پارامترها به صورت زیر تعریف می‌گردند:

$$\mu = \mu^* \frac{L^2}{\alpha_f} \quad K_S = \frac{k_s^*}{\Delta S} \quad K_D = K_D^* \frac{L^2}{\alpha_f} \quad H = \frac{hL^2}{\phi k_f} \quad (16-6)$$

$$\gamma = \frac{\phi k_f}{(1-\phi) k_s} \quad \Gamma = \frac{\alpha_f}{\alpha_s} \quad D_m = \phi D$$

که μ حداکثر نرخ رشد مخصوص^۱، K_S نصف ثابت اشباع^۲ و K_D ثابت میزان مرگ و میر^۳ است. پارامترهای ستاره‌دار مربوط به حالت بعددار می‌باشد. γ, H, Γ به ترتیب نسبت هدایت حرارتی، ضریب انتقال حرارت بدون بعد و نسبت ضرایب پخش در مختصات بدون بعد می‌باشند.

\dot{S}_1, \dot{S}_2 در رابطه ۷-۱۳ و ۷-۱۴ به صورت زیر تعریف می‌شوند.

$$\dot{S}_1 = \left[\frac{\mu_1^* S_1}{k_{S1}^* + S_1} \right] S_2, \quad \dot{S}_2 = \left[\frac{\mu_2^* S_1}{k_{S2}^* + S_1} - K_D^* \right] S_2 \quad (17-6)$$

در این حالت می‌توان فرض کرد که گرمای تولیدی برابر متوسط مصرف جزء غلظت توسط توده زیستی در جهت عمودی است که به صورت زیر بیان می‌شود.

$$Q(\dot{S}_1, \dot{S}_2) = w \dot{S}_{IAV}(x, t) = \int_0^1 w \dot{S}_1(x, y, t) dy \quad (18-6)$$

در رابطه بالا w ثابت تناسب است که در واکنش‌های گرماده ۱- گرفته می‌شود. شرایط مرزی و اولیه در حالت بدون بعد به صورت زیر است:

$$\begin{aligned} \tau \leq 0 \quad \theta_f = \theta_s = S_1 = S_2 = \psi = U = V = 0 \\ \tau > 0 \quad \theta_f(0, Y) = \theta_s(0, Y) = S_1(0, Y) = S_2(0, Y) = 0 \\ \theta_f(1, Y) = \theta_s(1, Y) = S_1(1, Y) = S_2(1, Y) = 0 \\ \frac{\partial \theta_f}{\partial Y}(X, 1) = \frac{\partial \theta_s}{\partial Y}(X, 1) = 0 \quad \frac{\partial S_1}{\partial Y}(X, 1) = \frac{\partial S_2}{\partial Y}(X, 1) = g_s(x) \\ \frac{\partial \theta_f}{\partial Y}(X, 0) = \frac{\partial \theta_s}{\partial Y}(X, 0) = \frac{\partial S_1}{\partial Y}(X, 0) = \frac{\partial S_2}{\partial Y}(X, 0) = 0 \end{aligned} \quad (19-6)$$

در رابطه بالا $g_s(x) = \sin(\pi x)$ می‌باشد. معادلات بدون بعد (۹-۶) تا (۱۴-۶) به همراه شرایط مرزی (۱۹-۶) با استفاده از روش حجم محدود گسسته‌سازی می‌شوند. شبکه مورد استفاده از نوع یکنواخت بوده و اندازه‌ی شبکه، 69×69 می‌باشد. برای محاسبه جملات نفوذ و جابجایی در ناحیه

-
- 1-Maximum Specific Growth Rate Constant
 - 2-Half Saturation Constant
 - 3-Death Rate Constant

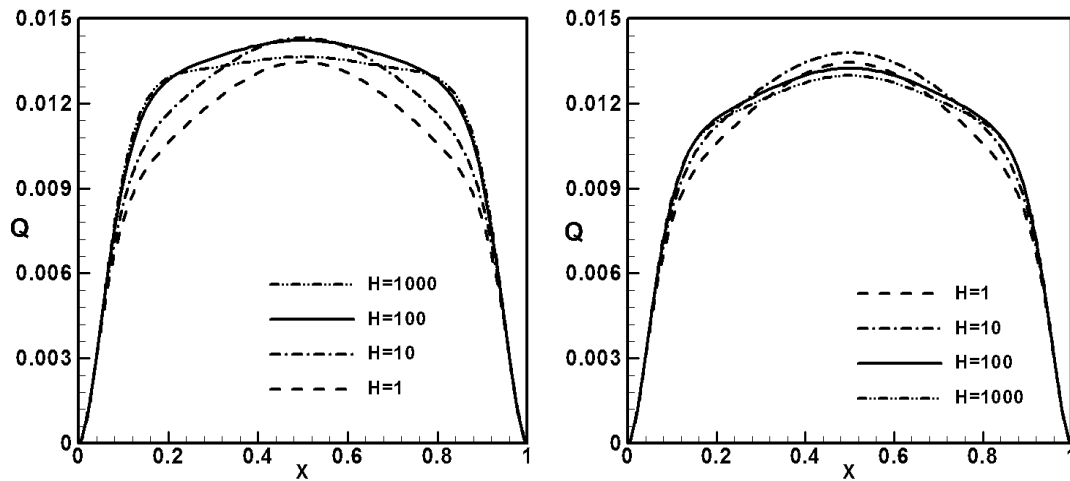
سیال از مدل آپویند استفاده شده است. گسسته سازی ترم زمان معادلات انرژی و انتقال جرم با استفاده از روش کاملاً ضمنی صورت گرفته و با الگوریتم توماس حل می‌شوند. تکرار حل عددی تا جایی ادامه پیدا می‌کند:

$$\frac{\sum |\Phi_{i,j}^{m+1} - \Phi_{i,j}^m|}{\sum |\Phi_{i,j}^{m+1}|} \leq \varepsilon \quad (20-6)$$

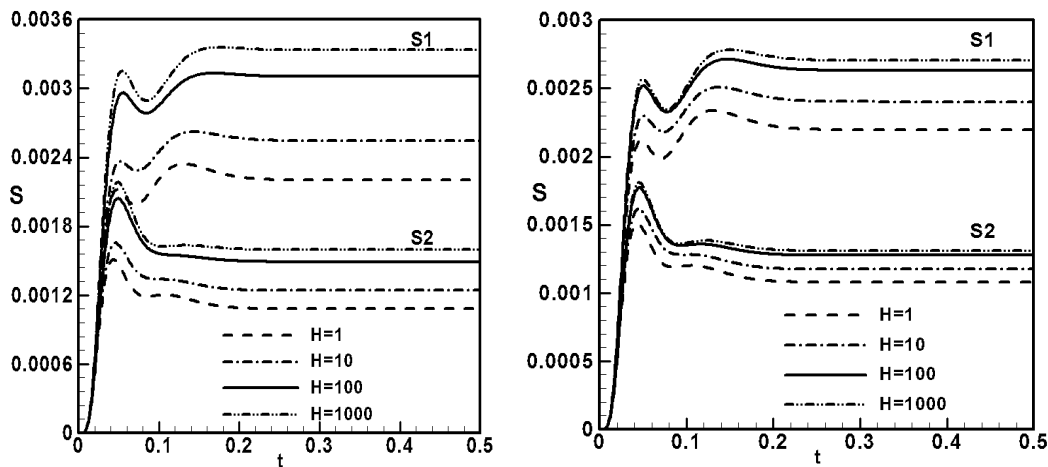
که در رابطه بالا Φ بیانگر کلیه متغیرها Ψ, θ, S می‌باشد. m مرتبه تکرار و ε میزان خطا برابر 10^{-5} می‌باشد.

۱-۱-۶ بحث و نتیجه‌گیری گرمای تولیدی و فرایند بیوشیمیای بدون تعادل گرمایی

در همه بررسی‌ها فرض می‌شود که پارامترهای $K_{S1} = K_{S2} = 1, \mu_1 = -10, Ra = 10^5$ در همه بررسی‌ها فرض می‌شود که پارامترهای $K_D = 10, \mu_2 = 10, \Gamma = 0.25$ و $0.18 < \gamma < 0.50$ و $1 < H < 1000$ بین H و γ تغییرات پارامترهای Ψ محاسبه می‌شود. سپس معادله ۱۱-۶ را حل کرده، دمای فاز جامد بدست می‌آید. در نهایت با کوپل معادلات ۱۳-۶ و ۱۴-۶ غلظت‌های S_1, S_2 بدست می‌آیند. حال با داشتن Ψ و دمای فاز جامد، از معادله ۱۲-۶ توزیع دمای جدیدی برای فاز سیال بدست می‌آید. حال معادله ۲۰-۶ چک شود. اگر برقرار باشد توزیع دمای حدس زده شده درست بوده و به مرحله زمانی بعدی می‌رویم در غیر این صورت توزیع دمای جدید بدست آمده به عنوان حدس اولیه در معادله مومنتوم قرار می‌گیرد.



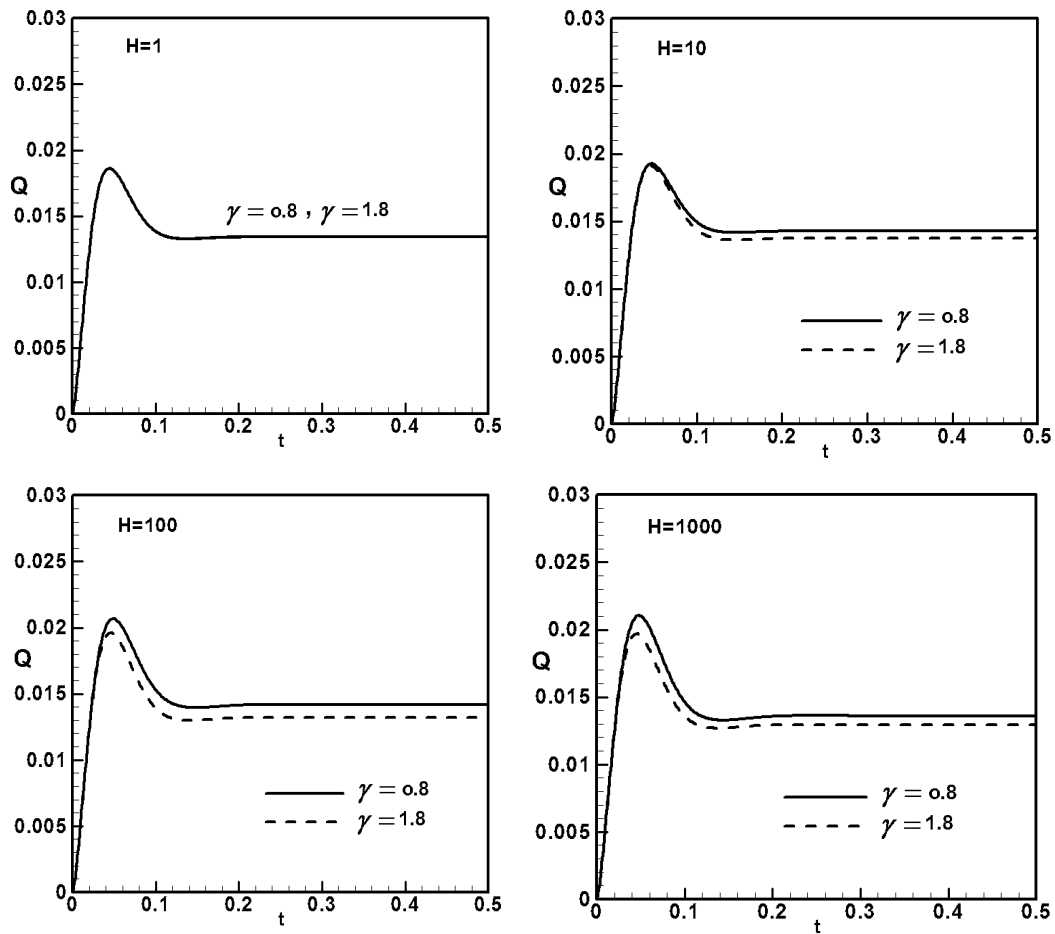
شکل ۲-۶: گرمای تولیدی در حالت پایا در مرکز حفره برای $\gamma = 0.18, 1.18$ (به ترتیب از چپ به راست)



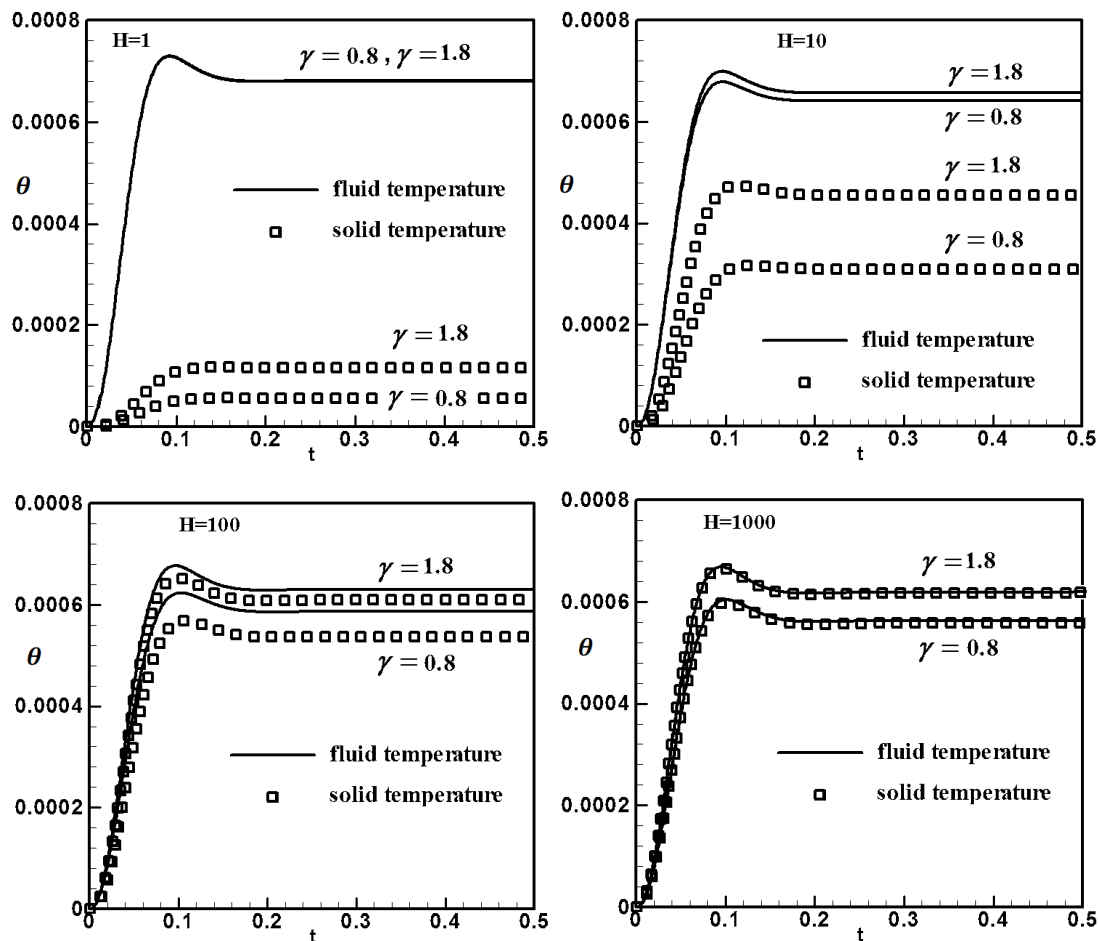
شکل ۳-۶: غلظت‌های جزء ۱ و ۲ بر حسب زمان در مرکز حفره برای $\gamma = 0.18, 1.18$ (به ترتیب از چپ به راست)

نمودار گرمای تولید شده در حالت پایا بر حسب X در شکل ۲-۶ آورده شده است. با توجه به نمودار با افزایش H شیب نمودار در مرکز حفره کاهش می‌یابد. همچنین افزایش پارامتر γ باعث کاهش مقدار گرمای تولیدی در مرکز حفره خواهد شد. شکل ۳-۶ مقادیر غلظت در مرکز حفره بر حسب زمان را نشان می‌دهد. افزایش پارامتر H باعث افزایش در مقادیر غلظت در مرکز حفره و

افزایش پارامتر γ باعث کاهش مقادیر غلظت در مرکز حفره خواهد شد. شکل ۴-۶ گرمای تولیدی در مرکز حفره بر حسب زمان برای $Ra = 10^5$ را نشان می‌دهد که با توجه به نمودار افزایش γ باعث کاهش گرمای تولیدی در مرکز حفره خواهد شد.



شکل ۴-۶: گرمای تولیدی بر حسب زمان در مرکز حفره برای



شکل ۵-۶: دمای فاز سیال و جامد بر حسب زمان در مرکز حفره برای

شکل ۵-۶ دمای فاز سیال و جامد در مرکز حفره بر حسب زمان برای $Ra = 10^5$ را نشان می‌دهد. افزایش پارامتر H باعث کاهش دمای سیال و افزایش دمای جامد در مرکز حفره خواهد شد و افزایش پارامتر γ باعث افزایش دمای سیال و جامد خواهد شد. جدول‌های ۱-۶ تا ۴-۶ مقادیر دمای سیال، دمای جامد، غلظت جزء ۱ و ۲ را در مرکز حفره در حالت عدم تعادل حرارتی در حالت پایا نشان می‌دهند. با توجه به جدول ۱-۶ و ۲-۶ افزایش پارامتر H, γ باعث برابر شدن دمای فاز سیال و فاز جامد در حالت عدم تعادل حرارتی در مرکز حفره خواهد شد. به ازای تمام مقادیر H, γ دمای فاز سیال بزرگتر یا مساوی دمای فاز جامد در مرکز حفره خواهد بود.

جدول ۶-۱: دمای سیال در مرکز حفره در حالت پایا و عدم تعادل حرارتی.

	$H = 1$	$H = 10$	$H = 100$	$H = 1000$
$\gamma = 0.18$	۰/۰۰۰۰۶۸۱	۰/۰۰۰۰۶۴۲	۰/۰۰۰۰۵۸۷	۰/۰۰۰۰۵۶۳
$\gamma = 1/8$	۰/۰۰۰۰۶۸۱	۰/۰۰۰۰۶۵۸	۰/۰۰۰۰۶۳	۰/۰۰۰۰۶۱۸
$\gamma = 50$	۰/۰۰۰۰۶۸۸	۰/۰۰۰۰۶۸۸	۰/۰۰۰۰۶۸۶	۰/۰۰۰۰۶۸۶

جدول ۶-۲: دمای جامد در مرکز حفره در حالت پایا و عدم تعادل حرارتی.

	$H = 1$	$H = 10$	$H = 100$	$H = 1000$
$\gamma = 0.18$	۰/۰۰۰۰۰۲۶	۰/۰۰۰۰۳۰۹	۰/۰۰۰۰۵۳۸	۰/۰۰۰۰۵۵۸
$\gamma = 1/8$	۰/۰۰۰۰۱۱۶	۰/۰۰۰۰۴۵۶	۰/۰۰۰۰۶۱	۰/۰۰۰۰۶۱۶
$\gamma = 50$	۰/۰۰۰۰۶۰۹	۰/۰۰۰۰۶۸	۰/۰۰۰۰۶۸۵	۰/۰۰۰۰۶۸۶

جدول ۶-۳: جزء غلظت ۱ در مرکز حفره در حالت پایا و عدم تعادل حرارتی.

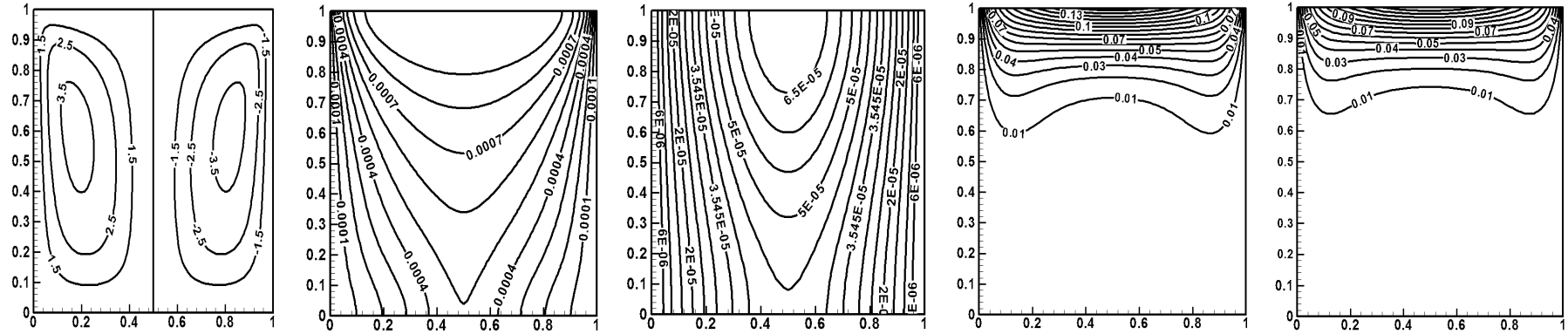
	$H = 1$	$H = 10$	$H = 100$	$H = 1000$
$\gamma = 0.18$	۰/۰۰۲۲۰۱	۰/۰۰۲۵۴۴	۰/۰۰۳۱۰۳	۰/۰۰۳۳۳۷
$\gamma = 1/8$	۰/۰۰۲۱۹۶	۰/۰۰۲۴۰۲	۰/۰۰۲۶۳۲	۰/۰۰۲۷۰۷
$\gamma = 50$	۰/۰۰۲۱۴۹	۰/۰۰۲۱۵۶	۰/۰۰۲۱۵۷	۰/۰۰۲۱۵۸

جدول ۶-۴: جزء غلظت ۲ در مرکز حفره در حالت پایا و عدم تعادل حرارتی.

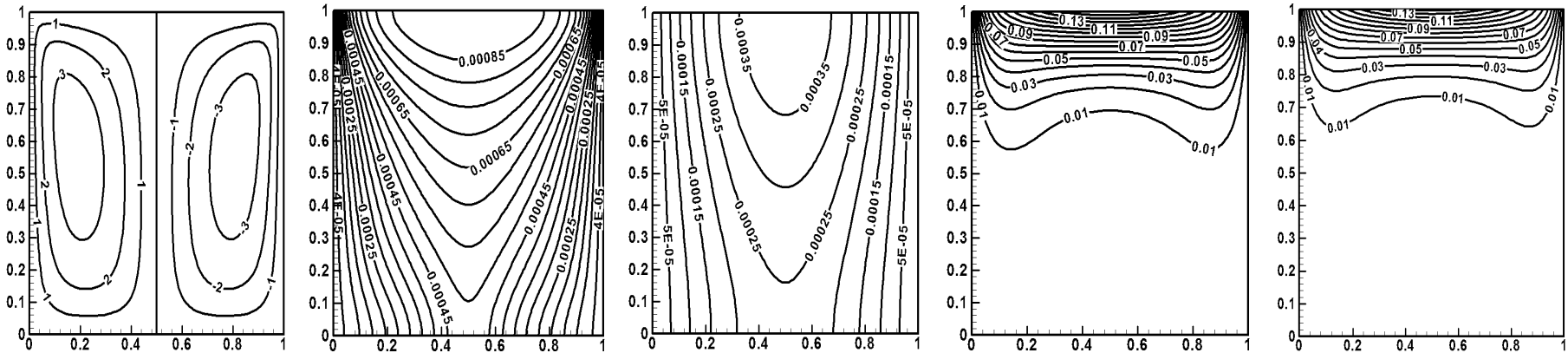
	$H = 1$	$H = 10$	$H = 100$	$H = 1000$
$\gamma = 0.18$	۰/۰۰۱۰۸۳	۰/۰۰۱۲۴۱	۰/۰۰۱۴۹	۰/۰۰۱۵۹۵
$\gamma = 1/8$	۰/۰۰۱۰۸۱	۰/۰۰۱۱۷۵	۰/۰۰۱۲۷۷	۰/۰۰۱۳۱۱
$\gamma = 50$	۰/۰۰۱۰۵۹	۰/۰۰۱۰۶۲	۰/۰۰۱۰۶۳	۰/۰۰۱۰۶۳

کانتورهای دما، خطوط جریان و غلظت‌های جزء ۱ و ۲ در شکل ۶-۶ تا ۶-۹ برای مقادیر $1 \leq H \leq 1000$ و $0.18 \leq \gamma \leq 50$ و $Ra = 10^5$ آورده شده‌اند که می‌توان تاثیر تغییرات H, γ را بر کانتورها مشاهده کرد. پروفایل دما در $X = 0.15$ برای Y مختلف برای سیال و جامد در شکل ۶-۱۰ در حالت عدم تعادل حرارتی برای $Ra = 10^5$ آورده شده است. با توجه به نمودار افزایش H باعث کاهش دمای سیال و افزایش دمای جامد خواهد شد و افزایش γ باعث افزایش دمای سیال و جامد خواهد شد. همچنین افزایش پارامتر H, γ باعث کاهش در اختلاف دمای بین فاز سیال و جامد می‌شود. دمای فاز سیال و جامد در ناحیه بالایی حفره بیشتر از ناحیه پایینی حفره است. وقتی H کم است انتقال حرارت بین فازها ناچیز است. بنابراین دمای فاز سیال بیشتر از فاز جامد است. چون گرما در فاز سیال تولید می‌شود. در این حالت فرض عدم تعادل حرارتی لازم و مهم است.

H = 1

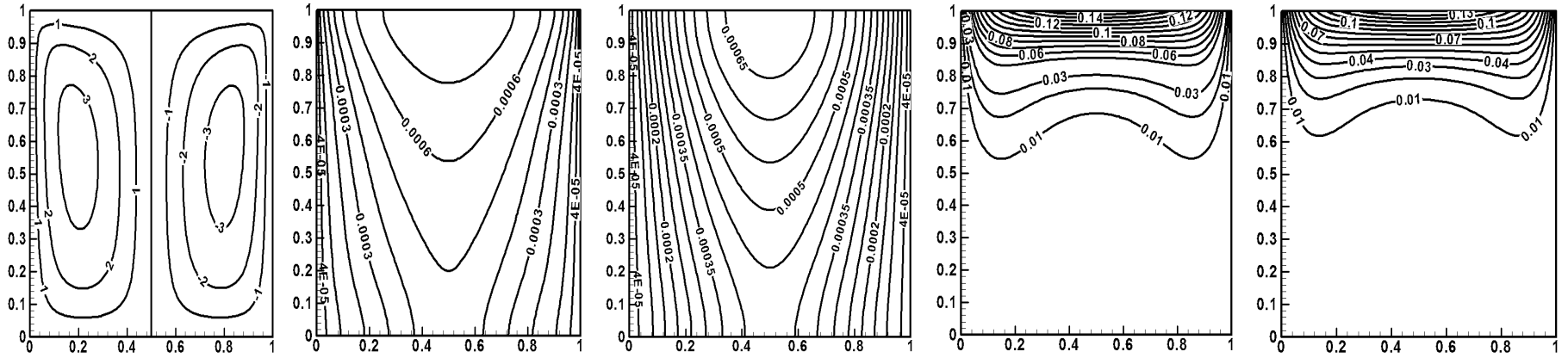


H = 10

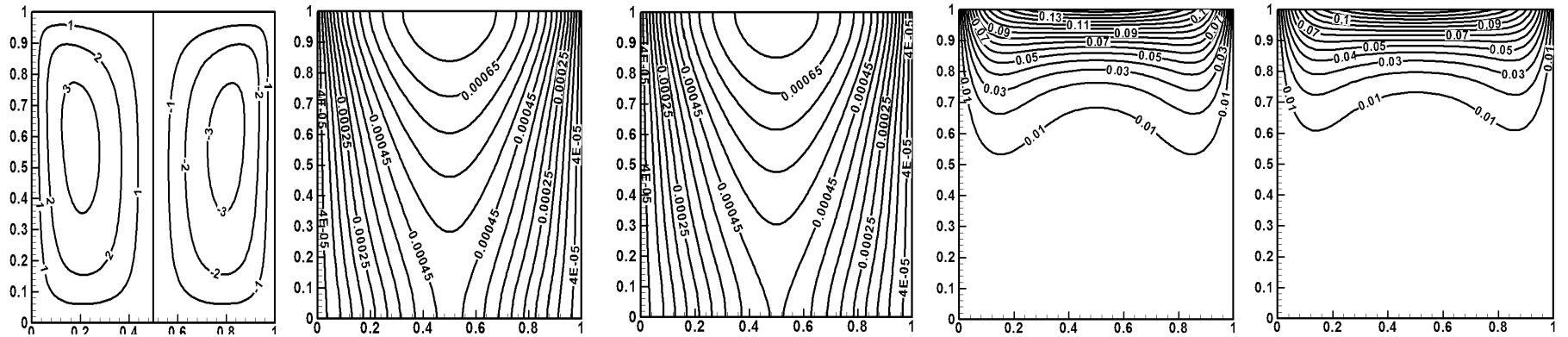


شکل ۶-۶: کانتور خطوط جریان دما برای فازهای سیال و جامد و غلظت جزء ۱ و ۲ (به ترتیب از چپ به راست) برای حالت عدم تعادل حرارتی و $\gamma = 0.18$.

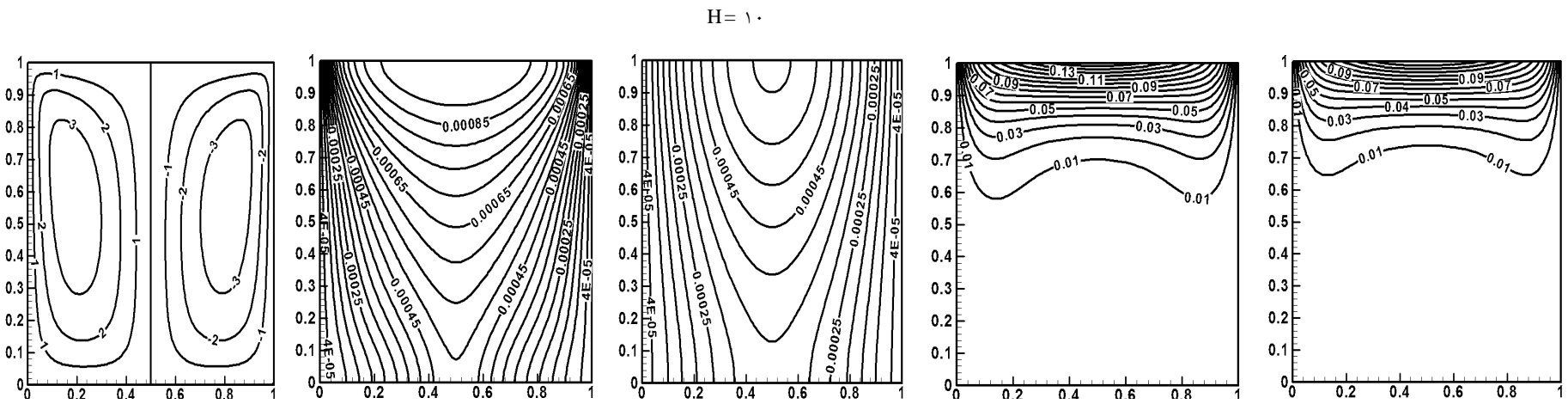
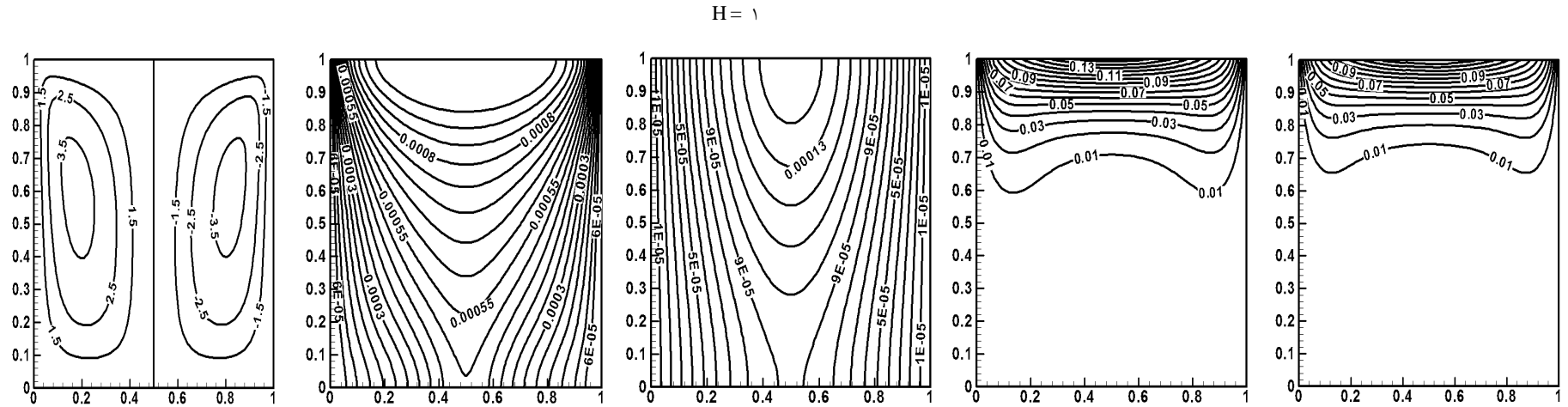
H = 100



H = 1000

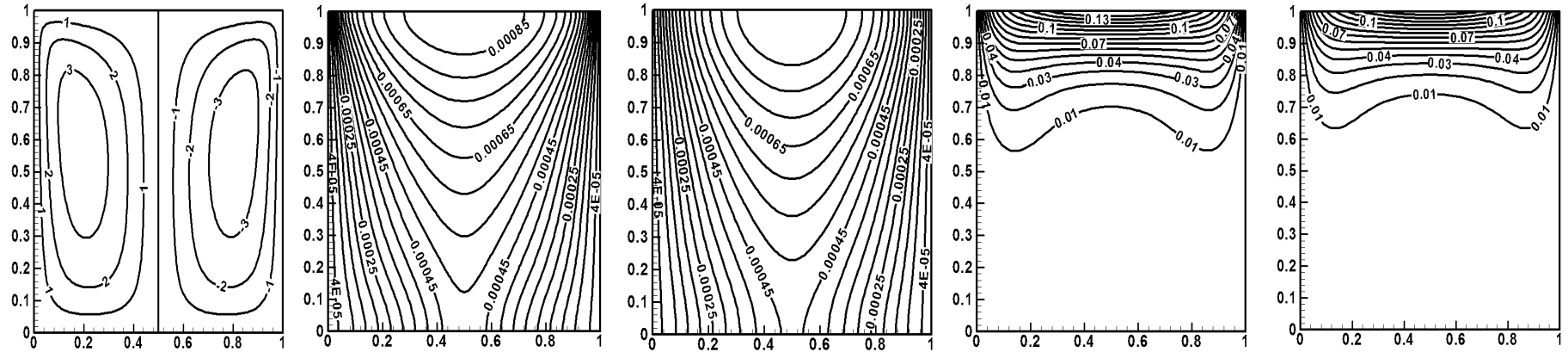


شکل ۶-۷: کانتور خطوط جریان دما برای فازهای سیال و جامد و غلظت جزء ۱ و ۲ (به ترتیب از چپ به راست) برای حالت عدم تعادل حرارتی و $\gamma = 0/8$.

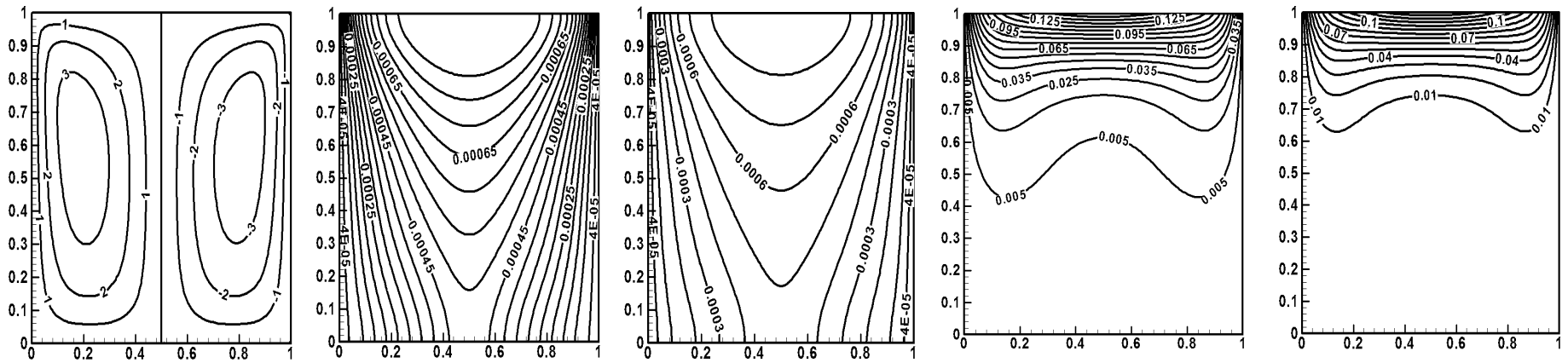


شکل ۶-۸: کانتور خطوط جریان دما برای فازهای سیال و جامد و غلظت جزء ۱ و ۲ (به ترتیب از چپ به راست) برای حالت عدم تعادل حرارتی و $\gamma = 1/8$.

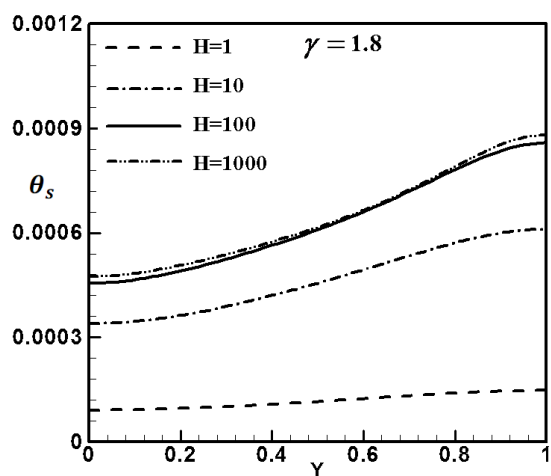
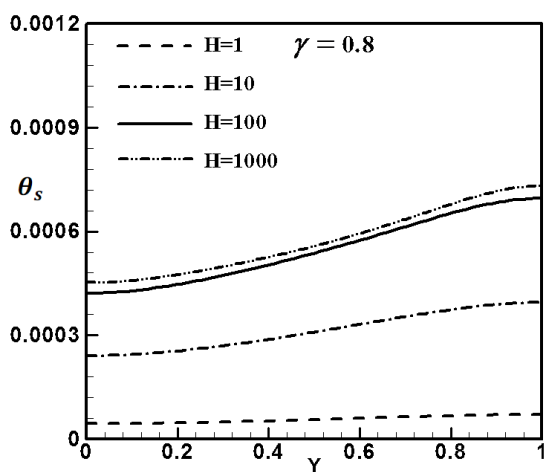
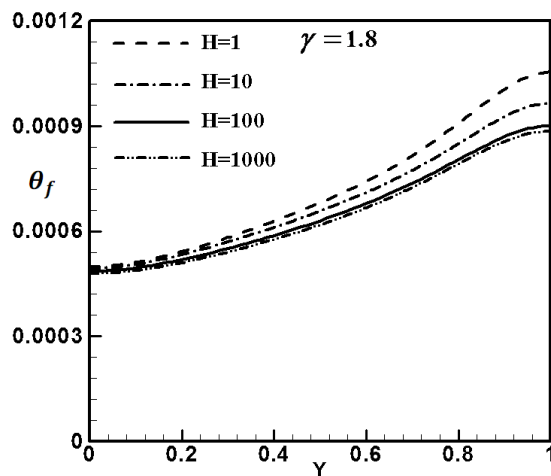
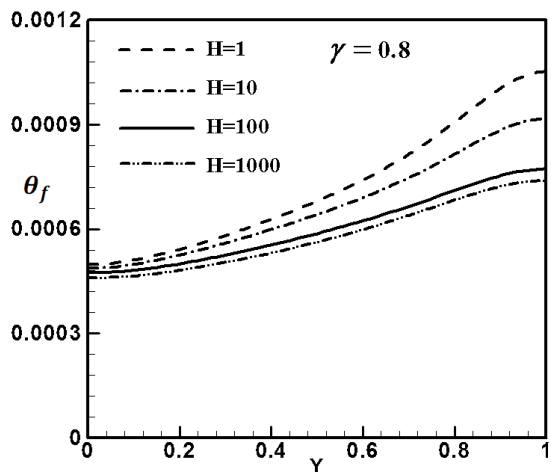
H = 100



H = 100



شکل ۶-۹: کانتور خطوط جریان دما برای فازهای سیال و جامد و غلظت جزء ۱ و ۲ (به ترتیب از چپ به راست) برای حالت عدم تعادل حرارتی و $\gamma = 1/8$.



شکل ۶-۱۰: دما در خط عمودی واقع در مرکز حفره برای حالت عدم تعادل حرارتی.

فصل هفتم

جمع‌بندی و پیشنهادات

هدف از این پروژه تحلیل جریان جابجایی آزاد در یک محیط متخلخل همراه با فرایند بیوشیمیایی و گرمای تولیدی می‌باشد. همچنین در پروژه حاضر به بررسی اثر گرمای تولیدی، فرایند بیوشیمیایی و تغییرات ضریب تخلخل بر انتقال حرارت و انتقال جرم در محفظه متخلخل در حالت تعادل حرارتی و عدم تعادل حرارتی پرداخته شد. بدین منظور در فصل‌های شش و هفت، چندین مسئله مورد بررسی قرار گرفت.

۱-۷ جمع‌بندی

در این پژوهش انتقال حرارت جابجایی آزاد همراه با فرایند بیوشیمیایی و گرمای تولیدی در محیط‌های متخلخل، مورد بررسی قرار گرفت. در فصل شش، این مساله برای حالت تعادل حرارتی و محیط غیرهمگن حل شده است. در فصل هفت به بررسی همان مساله در حالت عدم تعادل حرارتی پرداخته شد و اثر پارامترهای مختلف در تعادل حرارتی بین دو فاز بررسی شد. با توجه به مسائل بررسی شده، نتایج زیر حاصل می‌شود:

۱) عدد رایلی نشان دهنده میزان انتقال حرارت جابجایی بوده و با افزایش آن میزان جابجایی افزایش پیدا می‌کند. در رایلی‌های پایین چرخش سیال بسیار ضعیف بوده و انتقال حرارت تقریباً فقط از طریق هدایت صورت می‌گیرد. با افزایش عدد رایلی چرخش درون محفظه افزایش یافته و انتقال حرارت را به سمت جابجایی پیش می‌برد.

۲) در حالت ضریب تخلخل متغیر یک گردابه قوی در سمت راست تشکیل می‌شود که بر توزیع غلظت و دما تاثیر می‌گذارد و با چرخش خود گرما را به سمت چپ منتقل می‌کند ولی در حالت ضریب تخلخل ثابت یک جفت سلول چرخشی تشکیل می‌شود. جفت سلول چرخشی در تمام اعداد رایلی تشکیل می‌شود ولی برای اعداد رایلی مختلف مقدار متفاوتی خواهند داشت

۳) روی خط عمودی فرضی واقع در مرکز حفره افزایش H باعث کاهش دمای سیال و افزایش دمای جامد خواهد شد و افزایش γ باعث افزایش دمای سیال و جامد خواهد شد. همچنین افزایش پارامتر γ, H باعث کاهش در اختلاف دمای بین فاز سیال و جامد می‌شود. دمای فاز سیال و جامد در ناحیه بالای حفره بیشتر از ناحیه پایین حفره است. وقتی H کم است انتقال حرارت بین فازها ناچیز است. بنابراین دمای فاز سیال بیشتر از فاز جامد است. چون گرما در فاز سیال تولید می‌شود. در این حالت فرض عدم تعادل حرارتی لازم و مهم است

۴) در مقادیر کوچک γ انتقال حرارت بین دو فاز بسیار کم می‌باشد. با افزایش γ ، به علت زیاد بودن انتقال حرارت بین آن‌ها، دو فاز ممکن است در ضریب انتقال حرارت‌های (H) بالا به تعادل حرارتی برسند. به عبارت دیگر می‌توان گفت برای مقادیر بزرگ γ ، تعادل حرارتی با سرعت بیشتری نسبت به مقادیر کوچک اتفاق می‌افتد.

۵) هنگامی که ضریب انتقال حرارت جابجایی بین دو فاز (H) کوچک باشد، عدم تعادل حرارتی بین دو فاز به وجود می‌آید و با افزایش آن، محیط متخلخل به سمت تعادل حرارتی پیش می‌رود. همچنین توجه شود که افزایش H در یک محیط متخلخل با نسبت ضریب هدایت حرارتی (γ) پایین، بر میزان انتقال حرارت بین دو فاز تاثیر چندانی ندارد.

۲-۷ پیشنهادات

به منظور ادامه‌ی تحقیق در این زمینه، پیشنهادات زیر ارائه می‌گردد:

(۱) از مدل داریسی- فورچهمیر- بریکمن برای حل مساله استفاده شود.

(۲) مسئله برای جریان توربولانس حل شود.

(۳) به علت احتمال تبخیر سیال درون محیط متخلخل (اگر مایع باشد) اثر تبخیر نیز در نظر

گرفته شود.

(۴) محیط به صورت نیمه متخلخل در نظر گرفته شود.

- [1]- Kaviany M. (1995), “**Principles of Heat Transfer in Porous Media**”, New York: Second ed., Springer-Verlag.
- [2]- Vafai K. . (2005), “**Handbook of Porous Media**”, Boca Raton: 2nd edn. Taylor & Francis.
- [3]- Nield D.A. Bejan A. . (2006), “**Convection in Porous Media**”, New York: 3rd edn. Springer.
- [4]- Ingham D.B. Pop I. (2005), “**Transport Phenomena in Porous Media III**”, Elsevier, Oxford.
- [5]- Baytas A.C. Pop I. (2002) “Free Convection in a square porous cavity using a thermal nonequilibrium model” **J. of Thermal Sciences, Vol. 41**, pp. 861-870.
- [6]- Baytas A.C. (2003) “Thermal non-equilibrium natural convection in a square enclosure filled with a heat-generating solid phase, non-darcy porous media” **J. of Energy Research, Vol. 27**, pp. 975–988.
- [7]- Sathiyamoorthy M. Basak Tanmay Roy S. Pop I. (2007) “Steady natural convection flow in a square cavity filled with a porous medium for linearly heated side wall(s)” **J. of Heat and Mass Transfer, Vol. 50**, pp. 1892–1901.
- [8]- Varol Y. Oztop H.F. Pop I. (2008) “Numerical analysis of natural convection for a porous rectangular enclosure with sinusoidally varying temperature profile on the bottom wall” **J. of Heat and Mass Transfer, Vol. 35**, pp. 56–64.
- [9]- Patankar S.V. Spalding D.B. (1972), “**A calculation of heat mass and momentum transfer in three dimensional parabolic flows**”, Int. J. of Heat Mass Trans., Vol. 15, pp. 1787–1797.
- [10]- Patankar S.V. (1980), “**Numerical heat transfer and fluid flow**”, New York: McGraw-Hill.
- [11]- Van Doormaal J.P. Raithby G.D. (1984) “Enhancements of the simple method for predicting incompressible fluid flows” **J. of Numerical Heat Trans., Vol. 7**, pp. 147–163.
- [12]- Issa R.I. (1985) “Solution of the implicitly discretized fluid flow equations by operator-splitting” **J. Comput. Phys., Vol. 62**, pp. 40–65.
- [13]- Sheng Y. Shoukri M. Sheng G. Wood P. (1998) “A modification of the SIMPLE for buoyancy-driven flows” **Numer. Heat Trans., Part B, Vol. 33**, pp. 65–78.
- [14]- Sheng Y. Sheng G. Shoukri M. Wood P. (1998) “New version of the SIMPLE and its application to turbulent buoyancy-driven flows” **Numer. Heat Trans., Part A, Vol. 34**, pp. 821–846.
- [15]- Gobin D. Goyeau B. Songbe J.P. (1998) “Double diffusive natural convection in a composite fluid-porous layer” **J. of Heat Transfer, Vol. 120**, pp. 234–242.
- [16]- Baytas A.C. Liaqat A. Grosan T. Pop I. (2001) “Conjugate natural convection in a square porous cavity” **J. of Heat and Mass Transfer., Vol. 37**, pp. 467–473.
- [17]- Liaqat A. Baytas A.C. (2001) “Conjugate natural convection in a square enclosure containing volumetric sources” **J. of Heat and Mass Transfer, Vol. 44**, pp. 3273–3280.
- [18]- Oztop H. Bilgen E. (2006) “Natural convection in differentially heated and partially divided square cavities with internal heat generation” **J. of Heat and Fluid Flow, Vol. 27**, pp. 466–475.
- [19]- Prasad B. Narasimhan A. Rees A. (2006) “Natural convection heat transfer enhancement using adiabatic block: Optimal block size and Prandtl number effect” **J. of Heat and Mass Transfer., Vol. 49**, pp. 3807–3818.

- [20]- Nawaf H. Saeid (2007)“Conjugate natural convection in a vertical porous layer sandwiched by finite thickness walls”**J. of Heat and Mass Transfer., Vol. 34**, pp. 210–216.
- [21]- Nawaf H. Saeid (2008)“Conjugate natural convection in a enclosure sandwiched by finite walls under thermal nonequilibrium conditions”**J. of Porous Media., Vol. 11**, pp. 259–275.
- [22]- Abdalla Al-Amiri Khalil Khanafer Pop I. (2008)“Steady-state conjugate natural convection in a fluid-saturated porous cavity”**J. of Heat and Mass Transfer., Vol. 51**, pp. 4260–4275.
- [23]- Baytas A.C. Baytas A.F. Ingham D.B. Pop I. (2009)“Double diffusive natural convection in an enclosure filled with a step type porous layer: Non-Darcy flow” **Int. J. of Thermal Sciences, vol. 48**, pp. 665–673.
- [24]- Chen X.B. Yu P. Sui Y. Winoto S.H. Low H.T. (2009)“Natural Convection in a Cavity Filled with Porous Layers on the Top and Bottom Walls” **J. Transp. porous media, vol. 78**, pp. 259–276.
- [25]- Aydin O. Yang W.J. (2000)“Natural convection in enclosures with localized heating from below and symmetrical cooling from sides” **Int. J. of Numerical Methods for Heat and Flow, Vol. 10**, pp. 518–529.
- [26]- Sarris I.E. Lekakis I. Vlachos N.S. (2004)“Natural convection in rectangular tanks heated locally from below” **Int. J. of Heat and Mass Transfer, vol. 47**, pp. 3549–3563.
- [27]- Nader B.Ch. Brahim B.B. Taieb L. (2007)“Influence of thermal boundary conditions on natural convection in a square enclosure partially heated from below” **J. of Heat and Mass Transfer, vol. 34**, pp. 369–379.
- [28]- Qi-Hong Deng (2008)“Fluid flow and heat transfer characteristics of natural convection in square cavities due to discrete source–sink pairs” **J. of Heat and Mass Transfer, vol. 51**, pp. 5949–5957.
- [29]- Prud’homme M. Jasmin S. (2003)“ Determination of a heat source in porous medium With convective mass diffusion by an inverse method Mass Transfer” **International Journal of Heat and Mass Transfer, 2065-2075**.
- [30]- Larsen K.L. McCartney D.M.. (2000)“Effect of C:N ratio on microbial activity and N retention: bench-scale study using pulp and paper biosolids” **International Journal of Heat and Mass Transfer, 147-159**.
- [31]- Prud’homme M. Jasmin S. (2006)“Inverse solution for a biochemical heat source in a porous medium in the presence of natural convection” **ChemicalEngineeringScience, 1667-1675** .
- [32]- Jasmin S. Prud’homme M.. (2003)“Inverse determination of a heat source from a solute Concentration generation model in porous medium” **International Journal of Heat and Mass Transfer, 43-53**.
- [33]- Versteeg H.K. Malalasekera W. (1995) “An Introduction to Computational Fluid Dynamics. The finite Volume Method” **Longman, London**.
- [34]- Nilsoon H. Davidson L. (1998)“CALC–PVM: A parallel SIMPLEC multiblock solver for turbulent flow in complex domains” **Chalmers University of Technology, Gothenburg**.
- [35]- Walker K.L. Homsy G.M. (1978)“Convection in porous cavity” **J. FluidMech. 87**,pp 449–474.
- [36]- Bejan A. (1979), “On the boundary layer regime in a vertical enclosure filled with a porous medium”, **Lett. Heat Mass Transfer 6**,pp 93-102.

- [37]- Gross R.J. Bear M.R. Hickox C.E. (1986) "The application of flux-corrected transport (FCT) to high Rayleigh number natural convection in a porous medium" in: **Proc. 8th Int. Heat Transfer Conf., San Francisco, CA.**
- [38]- Manole D.M. Lage J.L. (1992) "Numerical benchmark results for natural convection in a porous medium cavity" **HTD-Vol.216, Heat and Mass Transfer in Porous Media , ASME Conference**, pp. **55-60.**
- [39]- Saeid N.H. Pop I. (2005) "Natural convection from a discrete heater in a square cavity filled with a porous medium" **J. Porous Media 8**,pp.**55-63.**
- [40]- Moya S.L. Ramos E. Sen M. (1996) "Numerical study of natural convection in a tilted rectangular porous material" **Int. J. Heat Mass Transfer 30**,pp. **741-756.**
- [41]- El-Fadel M. Findikakis A.N. Leckie J.O. (1996) "Numerical modeling of Generation and transport of gas and heat in landfill I" **Model Formulation.Waste Management and Research14**, pp.**483-504.**

Abstract

In the present study, natural convection in a porous cavity is investigated numerically by finite volume method. It is assumed that a non-isothermal bioprocess occurs, which may lead to make internal heat generation in the cavity. The source term in the energy equation is proportional to the generation rate of solute concentration governed by a Monod model. It is assumed that the vertical walls are at constant temperatures and bottom wall and top wall is with the isothermal temperatures. This problem is concerned for both cases, that in the one case the porous cavity is assumed to be a non-homogenous with thermal equilibrium. In this case three-layer porous medium is considered inside the cavity to investigate the effects of porosity variation and there is an internal heat source in this cavity. The effects of variable porosity on heat transfer, biochemical heat source, flow pattern and mass transfer is investigated. The obtained results in the case of variable porosity are compared with those of constant porosity condition. In two case the porous cavity is assumed to be an homogenous with thermal non-equilibrium, that there is a internal heat source in the fluid phase. The influences of the non-dimensional parameters on the flow pattern, temperature distribution and mass transfer are also presented. The temperature distribution is shown for both solid and fluid phases at the mid-plane and center of the cavity. The Darcy model was used as momentum equations in the porous medium region. The fluid inside the cavity is assumed to be an incompressible, Newtonian and Boussinesq. The fluid flow is assumed to be two-dimensional, unsteady and laminar.

Keywords: Natural convection, Biochemical heat source, finite volume method, Biochemical reaction, Mass transfer, Darcy model, local thermal non-equilibrium model.



Shahrood University of Technology
Department of Mechanical Engineering

**Numerical analysis of non-isothermal bio-process in a
porous medium in the presence of natural convection**

Student

Esmaeil Shakeri Nezhad

Supervisor

Dr. M. H. Kayhani

Consultant

Dr. M. Nazari

November 2010