

رسالة محمد





دانشکده مهندسی مکانیک و مکاترونیک  
پایان نامه کارشناسی ارشد مهندسی تبدیل انرژی

**بررسی آزمایشگاهی رابطه داری اولدروید برای سیالات باگر**

**در یک محیط متخلخل**

نگارنده:

**مصطفی رحیمی**

اساتید راهنما:

**دکتر علی عباس نژاد**

**دکتر محمود نوروزی**

شهریور ۱۳۹۷



شماره: ۳۰/۸۷/۱۲۸  
تاریخ: ۹۷/۷/۲

باسمه تعالی



مدیریت تحصیلات تکمیلی

فرم شماره (۳) صورتجلسه نهایی دفاع از پایان نامه دوره کارشناسی ارشد

با نام و یاد خداوند متعال، ارزیابی جلسه دفاع از پایان نامه کارشناسی ارشد آقای مصطفی رحیمی با شماره دانشجویی ۹۴۰۷۹۲۴ رشته مهندسی مکانیک گرایش تبدیل انرژی تحت عنوان بررسی آزمایشگاهی قانون داری-اولر وید برای سیالات با گر در یک محیط متخلخل که در تاریخ ۱۳۹۷/۰۶/۱۵ با حضور هیأت محترم داوران در دانشگاه صنعتی شاهرود برگزار گردید به شرح ذیل اعلام می گردد:

قبول (با درجه: عالی.....)  مردود   
نوع تحقیق: نظری  عملی

عضو هیأت داوران	نام و نام خانوادگی	مرتبه علمی	امضاء
۱- استادراهنمای اول	دکتر علی عباس نژاد	استادیار	
۲- استادراهنمای دوم	دکتر محمود نوروزی	دانشیار	
۳- استاد مشاور	-	-	-
۴- نماینده تحصیلات تکمیلی	دکتر محسن نظری	دانشیار	
۵- استاد ممتحن اول	دکتر علی خالقی	استادیار	
۶- استاد ممتحن دوم	دکتر علی سررشته داری	استادیار	

نام و نام خانوادگی رئیس دانشکده: دکتر محمد محسن شاه مردان

تاریخ و امضاء و مهر دانشکده:

تبصره: در صورتی که کسی مردود شود حداکثر یکبار دیگر (در مدت مجاز تحصیل) می تواند از پایان نامه خود دفاع نماید (دفاع مجدد نباید زودتر از ۴ ماه برگزار شود).



## تقدیم

این پایان‌نامه را ضمن تشکر و سپاس بیکران و در کمال افتخار و امتنان تقدیم می‌نمایم به

والدینی که بودنشان تاج افتخاری است بر سرم

و نامشان دلیلی است بر بودنم، چرا که این دو وجود، پس از پروردگار، مایه هستی‌ام بوده‌اند، دستم را گرفتند و راه رفتن را در این وادی زندگی پر از فراز و نشیب به من آموختند.

## تشکر و قدردانی

بدون شک جایگاه و منزلت معلم، اجل از آن است که در مقام قدردانی از زحمات بی‌شائبه‌ی او، با زبان قاصر و دست ناتوان، چیزی بنگاریم.

اما از آنجایی که تجلیل از معلم، سپاس از انسانی است که هدف و غایت آفرینش را تأمین می‌کند و سلامت امانت‌هایی را که به دستش سپرده‌اند، تضمین؛ برحسب وظیفه و از باب " من لم یشکر المنعم من المخلوقین لم یشکر الله عزّ و جلّ: "

از اساتید محترم جناب آقایان دکتر محمود نوروزی و دکتر علی عباس نژاد که در کمال سعه صدر، با حسن خلق و فروتنی، از هیچ کمکی در این عرصه بر من دریغ نمودند و زحمت راهنمایی این رساله را بر عهده گرفتند؛

همچنین از دوستان مهربانم: سرکارخانم مهندس مریم رضایی، جناب آقایان مهندس حسین نوری و مهندس سید امیدرضا حقی به جهت راهنمایی‌های بی‌چشم داشتشان که بسیاری از سختی‌ها را برایم آسان‌تر نمودند؛

کمال تشکر و قدردانی را دارم، باشد که این خردترین، بخشی از زحمات آنان را سپاس گوید.

مصطفی رحیمی

شهریور ۱۳۹۷

## تعهد نامه

اینجانب **مصطفی رحیمی** دانشجوی دوره کارشناسی ارشد رشته مهندسی مکانیک گرایش تبدیل انرژی دانشکده مکانیک و مکترونیک دانشگاه صنعتی شاهرود نویسنده پایان نامه بررسی آزمایشگاهی رابطه داری اولدروید برای سیالات باگر در یک محیط متخلخل تحت راهنمایی دکتر علی عباس نژاد و دکتر محمود نوروزی متعهد می‌شوم.

- تحقیقات در این پایان نامه توسط اینجانب انجام شده است و از صحت و اصالت برخوردار است.
- در استفاده از نتایج پژوهش‌های محققان دیگر به مرجع مورد استفاده استناد شده است.
- مطالب مندرج در پایان نامه تاکنون توسط خود یا فرد دیگری برای دریافت هیچ نوع مدرک یا امتیازی در هیچ جا ارائه نشده است.
- کلیه حقوق معنوی این اثر متعلق به دانشگاه صنعتی شاهرود می‌باشد و مقالات مستخرج با نام « دانشگاه صنعتی شاهرود » و یا « Shahrood University of Technology » به چاپ خواهد رسید.
- حقوق معنوی تمام افرادی که در به دست آمدن نتایج اصلی پایان نامه تأثیرگذار بوده‌اند در مقالات مستخرج از پایان نامه رعایت می‌گردد.
- در کلیه مراحل انجام این پایان نامه، در مواردی که از موجود زنده (یا بافت‌های آن‌ها) استفاده شده است ضوابط و اصول اخلاقی رعایت شده است.
- در کلیه مراحل انجام این پایان نامه، در مواردی که به حوزه اطلاعات شخصی افراد دسترسی یافته یا استفاده شده است اصل رازداری، ضوابط و اصول اخلاق انسانی رعایت شده است.

### تاریخ

#### امضای دانشجو

#### مالکیت نتایج و حق نشر

- کلیه حقوق معنوی این اثر و محصولات آن (مقالات مستخرج، کتاب، برنامه‌های رایانه‌ای، نرم افزارها و تجهیزات ساخته شده است) متعلق به دانشگاه صنعتی شاهرود می‌باشد. این مطلب باید به نحو مقتضی در تولیدات علمی مربوطه ذکر شود.
- استفاده از اطلاعات و نتایج موجود در پایان نامه بدون ذکر مرجع مجاز نمی‌باشد.



## چکیده

برای بررسی جریان سیالات نیوتنی در یک محیط متخلخل از قانون داری استفاده می‌شود که برای شاره‌های نیوتنی، تابعیت خطی بین سرعت و گرادیان فشار را پیش‌بینی می‌کند. اما این قانون برای جریان سیال غیرنیوتنی در محیط متخلخل معتبر نیست و برای بررسی جریان سیال غیرنیوتنی در یک محیط متخلخل، باید از قانون‌های اصلاح شده‌ی داری استفاده کرد. در مقایسه با جریان‌های سیالات نیوتنی، تعداد کمی مدل ماکروسکوپیک ریاضی برای جریان‌های سیالات غیرنیوتنی در محیط متخلخل، ارائه شده است. بر مبنای اصل تشابه با معادله‌ی ساختاری اولدروید-بی، مدل اصلاح شده‌ی داری-اولدروید که یک مدل پدیده‌شناسی محسوب می‌شود، برای جریان سیالات ویسکوالاستیک در محیط متخلخل، بدست آمده است. مدل اصلاح شده‌ی داری-اولدروید، رابطه‌ی افت فشار و سرعت را برای جریان سیالات ویسکوالاستیک در یک محیط متخلخل نشان می‌دهد و دارای دو ثابت زمانی، رهایی از تنش و تأخیر در تنش است که از خواص رئولوژیکی سیالات غیرنیوتنی محسوب می‌شوند. به دلیل عدم وجود مطالعات تجربی در مورد رابطه داری-اولدروید، هدف از پژوهش حاضر، راستی‌آزمایی این رابطه است. برای بررسی رابطه داری-اولدروید از سلول هل-شاو که شبیه‌ساز محیط متخلخل است، استفاده می‌شود. همچنین نیاز به سیالی است که از مدل ساختاری اولدروید-بی تبعیت کند. به همین منظور از محلول پلیمری باگر برای انجام آزمایش‌ها استفاده می‌شود و با توجه به اینکه رابطه داری-اولدروید، ناپایا است از دبی‌های متغیر استفاده می‌شود. براساس رابطه‌ی داری-اولدروید، رابطه‌ی تئوری اختلاف فشار دو سر سلول هل-شاو بدست می‌آید و با کمینه کردن اختلاف این رابطه تئوری با نتایج حاصل از داده‌های آزمایشگاهی، ثابت‌های زمانی رهایی از تنش و تأخیر در تنش بدست می‌آیند. از مقایسه قرار دادن ثابت‌های زمانی بدست آمده از مدل داری-اولدروید با نتایج حاصل از تست رئومتری مشخص شد که این مدل، با تقریب ضعیفی، با داده‌های آزمایشگاهی بدست آمده از سلول هل-شاو، تطابق دارد.

**کلمات کلیدی:** قانون داری، مدل داری-اولدروید، محیط متخلخل، سیال باگر

## فهرست مطالب

۱.....	فصل اول.....
۲.....	۱-۱- مقدمه.....
۴.....	۲-۱- مروری اجمالی بر مکانیک سیالات غیر نیوتنی.....
۱۰.....	۱-۲-۱- سیال باگر.....
۱۱.....	۲-۲-۱- معادلات ساختاری مواد ویسکوالاستیک.....
۲۰.....	۳-۱- مفاهیم و اصطلاحات.....
۲۱.....	۱-۳-۱- ناحیه‌ی متخلخل.....
۲۲.....	۲-۳-۱- سلول هل-شاو.....
۲۳.....	۴-۱- مروری بر کارهای گذشته.....
۲۶.....	۵-۱- معرفی تحقیق حاضر.....
۲۹.....	فصل دوم.....
۳۰.....	۱-۲- فرآیند انجام آزمایش.....
۳۳.....	۲-۲- تجهیزات مورد استفاده در آزمایش.....
۳۳.....	۱-۲-۲- فشارسنج روزمونت.....
۳۳.....	۲-۲-۲- دیتالاگر.....
۳۴.....	۳-۲-۲- پمپ پرستالتیک.....
۳۵.....	۴-۲-۲- دمپر پمپ.....
۳۶.....	۵-۲-۲- همزن صفحه حرارتی.....
۳۷.....	۶-۲-۲- ترازو.....
۳۸.....	۷-۲-۲- دستگاه رئومتر.....
۳۸.....	۳-۲- معرفی اجزای تجهیز آزمایشگاهی.....
۳۸.....	۱-۳-۲- سلول هل - شاو.....
۴۰.....	۲-۳-۲- شیر ورودی.....
۴۲.....	۳-۳-۲- کلکتور ورودی.....
۴۴.....	۴-۳-۲- خروجی سیال.....
۴۴.....	۴-۲- سنجش صحت تجهیز آزمایشگاهی.....
۴۵.....	۵-۲- تکرارپذیری آزمایش.....
۴۷.....	۶-۲- سیالات مورد استفاده.....
۴۷.....	۱-۶-۲- محلول پلیمری.....
۴۹.....	۷-۲- تستهای رئومتری.....
۴۹.....	۱-۷-۲- تست لزجت.....
۵۲.....	۲-۷-۲- زمان رهایی از تنش.....

۵۲	..... تست نوسان ۳-۷-۲
۵۷	..... تست خزش ۴-۷-۲
۶۳	..... فصل سوم
۶۴	..... ۱-۳- روابط تئوری
۶۴	..... ۱-۱-۳- روابط تئوری سیالات نیوتنی
۶۵	..... ۲-۱-۳- روابط تئوری سیالات غیرنیوتنی (سیالات باگر)
۶۹	..... فصل چهارم
۷۱	..... ۱-۴- نتایج حاصل از روابط تئوری سیالات نیوتنی
۷۲	..... ۲-۴- نتایج حاصل از روابط تئوری سیالات غیرنیوتنی
۷۳	..... ۳-۴- نتایج آزمایشگاهی
۷۵	..... ۱-۳-۴- مقایسه نتایج آزمایشگاهی سیالات باگر با سیالات نیوتنی
۷۶	..... ۴-۴- مقایسه ی نتایج تحلیلی با نتایج آزمایشگاهی
۷۶	..... ۱-۴-۴- نتایج حاصل از سیال نیوتنی-۱:
۷۷	..... ۲-۴-۴- نتایج حاصل از سیال نیوتنی-۲:
۷۸	..... ۳-۴-۴- نتایج حاصل از سیال باگر-۱:
۸۱	..... ۴-۴-۴- نتایج حاصل از سیال باگر-۲:
۸۵	..... ۵-۴-۴- نتایج حاصل از سیال باگر-۳:
۹۱	..... فصل پنجم
۹۲	..... ۱-۵- نتیجه گیری
۹۴	..... ۲-۵- پیشنهادات
۹۵	..... پیوست الف: نرم افزار VTASK STUDIO
۹۶	..... پیوست ب: محاسبه خطای مطلق، تکرارپذیری و عدم قطعیت
۹۹	..... مراجع

## فهرست اشکال

- شکل ۱-۱: تغییرات تنش برشی برحسب نرخ برش برای انواع سیالات مستقل از زمان [۲]..... ۶
- شکل ۲-۱: تغییرات لزجت برحسب نرخ برش [۲]..... ۶
- شکل ۳-۱: طرح شماتیک جریان برشی ساده [۴]..... ۸
- شکل ۴-۱: دیاگرام پیپکین [۴]..... ۱۰
- شکل ۵-۱: تمایل نیروی برشی به کشیده شدن و به خط کردن رشته‌های پلیمری [۲]..... ۱۱
- شکل ۶-۱: مدل شماتیک ماکسول..... ۱۳
- شکل ۷-۱: مدل شماتیک کلونین-ویت..... ۱۴
- شکل ۸-۱: مدل شماتیک برگرز..... ۱۴
- شکل ۹-۱: مدل شماتیک ماکسول توسعه یافته..... ۱۶
- شکل ۱۰-۱: مدل شماتیک ماکسول توسعه یافته..... ۱۷
- شکل ۱-۲: شماتیکی از سیستم آزمایشگاهی..... ۳۰
- شکل ۲-۲: نمای کلی از سلول هل-شاو و سایر وسایل جهت انجام آزمایش..... ۳۲
- شکل ۳-۲: تراز کردن تجهیز آزمایشگاه..... ۳۲
- شکل ۴-۲: دستگاه سنجش اختلاف فشار Rosmount3051..... ۳۳
- شکل ۵-۲: دستگاه ثبت داده..... ۳۴
- شکل ۶-۲: پمپ پرستالتیک مدل BT100-1F کمپانی Longer..... ۳۵
- شکل ۷-۲: دمپر پمپ پرستالتیک..... ۳۶
- شکل ۸-۲: همزن صفحه حرارتی..... ۳۷
- شکل ۹-۲: ترازوی شرکت RADWAG مدل PS 510/C/1..... ۳۷
- شکل ۱۰-۲: دستگاه رئومتر MCR300..... ۳۸
- شکل ۱۱-۲: نحوه کنار هم گذاشتن قطعات سلول هل-شاو..... ۴۰
- شکل ۱۲-۲: ابعاد سلول هل-شاو - نما از نماهای مختلف..... ۴۰
- شکل ۱۳-۲: مکانیسم شیر ورودی..... ۴۱
- شکل ۱۴-۲: شیر ورودی الف) محفظه قرارگیری توپی ب) توپی استوانه‌ای شیاردار ج) دستگیره..... ۴۱
- شکل ۱۵-۲: نحوه قرارگیری بسط روی شیر..... ۴۲
- شکل ۱۶-۲: کلکتور ورودی..... ۴۳

- شکل ۲-۱۷: نحوه‌ی اتصال کلکتور به سلول هل-شاو ..... ۴۳
- شکل ۲-۱۸: خروجی سیال ..... ۴۴
- شکل ۲-۱۹: صحت‌سنجی موازی بودن سلول در تمام نقاط و ثبت تصاویر در لحظات الف) ۱۰۰ ثانیه ب) ۱۶۰ ثانیه ج) ۲۲۰ ثانیه د) ۲۵۰ ثانیه ..... ۴۵
- شکل ۲-۲۰: (a) تزریق آب رنگی در آب بدون رنگ با دبی ۸ میلی لیتر بر دقیقه (b) تکرار آزمایش الف) لحظه‌ی ۱۰۰ ثانیه ب) ۱۶۰ ثانیه ج) ۲۲۰ ثانیه ..... ۴۶
- شکل ۲-۲۱: نمایی از پیوندهای مولکولی پلی آکریلامید ..... ۴۷
- شکل ۲-۲۲: پودر پلیمر پلی آکریلامید ..... ۴۸
- شکل ۲-۲۳: لزجت بر حسب نرخ برش سیال باگر-۱ ..... ۵۰
- شکل ۲-۲۴: لزجت بر حسب نرخ برش سیال باگر-۲ ..... ۵۱
- شکل ۲-۲۵: لزجت بر حسب نرخ برش سیال باگر-۳ ..... ۵۱
- شکل ۲-۲۶: رفتار مدولهای  $G'$  و  $G''$  برای سیال باگر-۱ ..... ۵۶
- شکل ۲-۲۷: رفتار مدولهای  $G'$  و  $G''$  برای سیال باگر-۲ ..... ۵۷
- شکل ۲-۲۸: رفتار مدولهای  $G'$  و  $G''$  برای سیال باگر-۳ ..... ۵۷
- شکل ۲-۲۹: الف) مقدار ضریب انعطاف پذیری برای سیال باگر-۱ در تنش ۵ پاسکال، ب) درصد خطای ضریب انعطاف پذیری نسبت به مقدار میانگین برای دو تنش ۵ و ۱۰ پاسکال ..... ۵۹
- شکل ۲-۳۰: الف) مقدار ضریب انعطاف پذیری برای سیال باگر-۲ در تنش ۵ پاسکال، ب) درصد خطای ضریب انعطاف پذیری نسبت به مقدار میانگین برای دو تنش ۵ و ۱۰ پاسکال ..... ۵۹
- شکل ۲-۳۱: الف) مقدار ضریب انعطاف پذیری برای سیال باگر-۳ در تنش ۵ پاسکال، ب) درصد خطای ضریب انعطاف پذیری نسبت به مقدار میانگین برای دو تنش ۵ و ۱۰ پاسکال ..... ۶۰
- شکل ۴-۱: نتایج تئوری اختلاف فشار سیال نیوتنی-۱ به ازای تغییرات سرعت با گام زمانی ۰/۱۵ ثانیه ..... ۷۲
- شکل ۴-۲: نتایج تئوری اختلاف فشار سیال باگر-۱ به ازای تغییرات سرعت با گام زمانی ۰/۱۵ ثانیه ..... ۷۳
- شکل ۴-۳: مقایسه اختلاف فشار ناشی از دبی‌های مختلف با گام زمانی ۰/۱۵ ثانیه مربوط به سیال باگر-۱ ..... ۷۵
- شکل ۴-۴: مقایسه اختلاف فشار دو سر سلول ناشی از جریان سیال باگر ۱- و سیال نیوتنی-۱ با دبی متغیر (mL/min) ۱-۸ و با گام زمانی ۰/۱۵ ثانیه ..... ۷۶
- شکل ۴-۵: مقایسه اختلاف فشار دو سر سلول ناشی از داده‌های آزمایشگاهی و رابطه تئوری مربوط به جریان سیال نیوتنی-۱ با دبی متغیر (mL/min) ۱-۸ و با گام زمانی ۰/۱۵ ثانیه ..... ۷۷
- شکل ۴-۶: مقایسه اختلاف فشار دو سر سلول ناشی از داده‌های آزمایشگاهی و رابطه تئوری مربوط به جریان سیال نیوتنی-۲ با دبی متغیر (mL/min) ۱-۸ و با گام زمانی ۰/۱۵ ثانیه ..... ۷۷
- شکل ۴-۷: مقایسه اختلاف فشار دو سر سلول ناشی از داده‌های آزمایشگاهی و رابطه تئوری مربوط به جریان سیال باگر-۱ ..... ۷۷



- شکل ۴-۲۳: مقایسه اختلاف فشار دو سر سلول ناشی از داده‌های آزمایشگاهی و رابطه تئوری مربوط به جریان سیال باگر-  
۳ با دبی متغیر (mL/min) ۱-۱۲ و با گام زمانی ۰/۲ ثانیه ..... ۸۸
- شکل ۴-۲۴: مقایسه اختلاف فشار دو سر سلول ناشی از داده‌های آزمایشگاهی و رابطه تئوری مربوط به جریان سیال باگر-  
۳ با دبی متغیر (mL/min) ۱-۱۲ و با گام زمانی ۰/۲ ثانیه ..... ۸۸
- شکل ۵-۱: محیط نرم افزار vTask studio ..... ۹۵

## فهرست جداول

- جدول ۱-۲: دقت و بازه تغییرات وسایل اندازه‌گیری ..... ۳۶
- جدول ۲-۲: خواص مربوط به سیالات مورد استفاده در آزمایش‌ها ..... ۵۲
- جدول ۱-۴: خطای مطلق و تکرارپذیری داده‌های مربوط به اختلاف فشار دو سر سلول هل-شاو ..... ۷۴
- جدول ۲-۴: مقادیر  $\lambda$  و  $\epsilon$  از برازش مدل ریاضی با داده‌های آزمایشگاهی اندازه‌گیری شده ..... ۸۹



## فهرست علائم و اختصارات

تنش برشی	$\tau$
لزجت سیال نیوتنی mpa.s	$\eta$
نرخ برش 1/s	$\dot{\gamma}$
لزجت سیال غیرنیوتنی mpa.s	$\eta$
شاخص پاورلو	$N$
اختلاف تنش نرمال اول	$N_1$
اختلاف تنش نرمال دوم	$N_2$
ثابت اختلاف تنش نرمال اول	$\Psi_1$
ثابت اختلاف تنش نرمال دوم	$\Psi_2$
عدد دبورا	$De$
عدد وایزبرگ	$Wi$
زمان رهایی از تنش S	$\lambda$
زمان مشخصه جریان S	$T$
فرکانس مشخصه جریان rad/s	$\omega$
زمان تاخیر در تغییر شکل S	$\varepsilon$
لزجت سیال در نرخ برش صفر	$\eta_0$
مشتق زمانی همبسته نرخ برش	$\gamma^{(n)}$
مشتق زمانی پاد همبسته نرخ برش	$\gamma^{(n)}$
مشتق زمانی همبسته تانسور تنش	$\tau^{(n)}$
مشتق زمانی پاد همبسته تانسور تنش	$\tau^{(n)}$
گرادیان فشار $pa/m$	$\nabla P$
فاصله بین دو صفحه در سلول هل-شاو mm	$\delta$

طول سلول هل - شاو $m$	$L$
سطح مقطع سلول هل - شاو $m^2$	$A$
سرعت جریان $m/s$	$\vec{u}$
دبی جریان $mL/min$	$Q$
نفوذپذیری محیط متخلخل $m^2$	$K$
چگالی سیال، $kg/m^3$	$P$
زمان $s$	$t$
تغییرات سرعت $m/s$	$V(t)$
تغییرات فشار $pa$	$\Delta p$
عدد رینولدز	$Re$

# فصل اول

## مقدمه و تاریخچه

## ۱-۱- مقدمه

در مباحث مهندسی شناخت انواع سیالات و رفتار آن‌ها می‌تواند کمک بسیاری در پیشبرد صنعت داشته باشد. نیوتن برپایه‌ی قوانین حاکم بر رفتار سینماتیکی سیالات، مدلی پیشنهاد کرد که بر طبق آن، تنش برشی در سیال بدون هیچ‌گونه رفتار تسلیم‌گونه‌ای (صفر بودن تنش برشی<sup>۱</sup> در نرخ برش<sup>۲</sup> صفر) تنها تابعی از نرخ برش است. سیالاتی که از این قانون تبعیت می‌کردند، سیالات نیوتنی<sup>۳</sup> نام گرفتند. بر این اساس، مدل نیوتن برای سیالات دارای وزن مولکولی کمتر از ۱۰۰۰، با دقت مناسبی قابل به کارگیری است. با گذشت زمان و پیشرفت دانش مکانیک سیالات، دانشمندان دریافتند که این مدل برای مواد درشت مولکول چندان دقیق نیست و جریان برخی محلول‌ها و مذاب‌های پلیمری رفتارهای متفاوت و بعضاً متضادی را نسبت به سیالات نیوتنی نشان می‌دهند. بدین ترتیب دسته دیگری از سیالات تحت عنوان سیالات غیرنیوتنی<sup>۴</sup> معرفی و طبقه‌بندی شدند. در حالت کلی سیال غیرنیوتنی به سیالی گفته می‌شوند که حداقل یکی از شرایط سیال نیوتنی را نداشته باشند. به دلیل ویژگی‌های خاص موجود در این‌گونه از سیالات، رفتارهای متفاوت و غیر قابل انتظاری از آن‌ها بروز می‌یابد [۱]. مطالعه جریان این سیالات منجر به پیدایش شاخه‌ی جدیدی از علم به نام رئولوژی<sup>۵</sup> گردید. رئولوژی از یک واژه یونانی به نام رئو که به معنای جریان است، اقتباس شده است [۲]. علم رئولوژی حدود یک قرن سابقه دارد و اولین بار در سال ۱۹۲۸، برای توصیف خواص سیالات توسط پروفیسور بینگهام مطرح گردید. با گذشت زمان دانش رئولوژی در جنبه‌های مختلف گسترش یافت و علاوه بر صنعت پلیمر، به سایر صنایع نظیر، صنعت نفت و پتروشیمی، صنایع غذایی، نظامی، صنایع شیمیایی، تولید انواع لاستیک‌ها، رنگ، مواد پوشش‌دهنده، تولید مواد آرایشی و بهداشتی، شوینده‌ها و صابون‌ها، تولید دارو، صنعت چاپ، تولید

---

<sup>1</sup> Stress shear

<sup>2</sup> Shear rate

<sup>3</sup> Newtonian fluid

<sup>4</sup> Non Newtonian fluid

<sup>5</sup> Rheology

سیمان، صنایع هسته‌ای و... گسترش یافته است [۳]. از گستردگی صنایع درگیر با سیالات غیرنیوتنی مشخص می‌شود که شناخت علم رئولوژی از ضرورت اجتناب‌ناپذیری برخوردار است و به دلیل پیچیدگی و تنوع خانواده‌های سیالات غیرنیوتنی، این شاخه از علم هنوز رشد چندانی نیافته و در بسیاری از زمینه‌ها قادر به پاسخگویی مشکلات عملی نیست.

رئولوژی علم بررسی جریان و تغییر شکل سیالات در اثر تنش‌های اعمالی بر آن‌ها تعریف می‌شود. در مطالعه رئولوژیکی مواد پلیمری اهداف عمده‌ای مطرح می‌شود که از جمله آن‌ها می‌توان به دست آوردن یک معادله بین نیروی اعمال شده و تغییر شکل ایجاد شده در مواد اشاره کرد که به این معادله، «معادله ساختاری»<sup>۱</sup> می‌گویند و به کمک این معادلات ساختاری، معادلات بقا را برای جریان سیالات غیرنیوتنی بدست می‌آورند.

با توجه به اینکه رفتار دینامیکی سیالات نیوتنی را با معادلات ناویر-استوکس<sup>۲</sup> توصیف می‌کنند، با قرار دادن قانون لزجت نیوتن در معادلات ناویر-استوکس، معادله‌ی حرکت سیالات نیوتنی بدست می‌آیند. اما با توجه به اینکه سیالات غیرنیوتنی از قانون لزجت نیوتن تبعیت نمی‌کنند، برای بدست آوردن معادله‌ی حرکت این سیالات از معادلات ساختاری استفاده می‌شود که در بخش‌های بعد معادلات ساختاری سیالات غیرنیوتنی مورد بررسی قرار می‌گیرند.

هنری داری، برای جریان سیالات نیوتنی در یک محیط متخلخل، معادله‌ی داری را ارائه کرد که این معادله تنها برای جریان سیالات نیوتنی ویسکوز با سرعت کم، در محیط متخلخل معتبر است. برای بررسی جریان سیالات غیرنیوتنی در محیط متخلخل باید از قانون‌های اصلاح شده‌ی داری استفاده کرد که تنها رابطه‌ای که برای جریان سیالات ویسکوالاستیک در محیط متخلخل وجود دارد، قانون داری-اولدروید می‌باشد به دلیل اینکه هیچ سابقه تجربی از این قانون وجود ندارد، در پژوهش

---

<sup>1</sup> Constitutive Equation

<sup>2</sup> Navier-Stokes Equation

حاضر، قصد بر این است که صحت این رابطه به صورت تجربی مورد ارزیابی قرار گیرد.

## ۱-۲- مروری اجمالی بر مکانیک سیالات غیرنیوتنی

سیالات در حالت کلی به دو دسته سیالات نیوتنی و غیرنیوتنی تقسیم می‌شوند. سیالات نیوتنی، سیالاتی هستند که در مقابل تنش برشی از خودشان مقاومت نشان می‌دهند و تنش برشی در آنها بدون هیچ‌گونه رفتار تسلیم‌گونه‌ای (صفر بودن تنش برشی در نرخ برش صفر)، با نرخ برش (گرادیان سرعت در راستای عمود بر نیروی برشی) رابطه‌ای خطی دارد. نیوتن با بررسی قوانین حاکم بر حرکت سیالات، رابطه تنش برشی و نرخ برش را به صورت رابطه (۱-۱) بیان کرد [۲].

$$\tau = \mu \dot{\gamma} \quad (1-1)$$

در رابطه‌ی (۱-۱)،  $\mu$  لزجت سیال نیوتنی است و مستقل از تنش برشی و نرخ برش می‌باشد و تنها به جنس ماده، دما و فشار بستگی دارد و در دما و فشار ثابت، لزجت این سیالات همواره مقداری ثابت می‌باشد. از جمله سیالات نیوتنی می‌توان به گازها، مایعات آلی ساده، محلول نمک‌های غیرآلی با وزن مولکولی پایین، نمک‌ها و فلزات مذاب، اشاره کرد.

سیالات غیرنیوتنی به سیالاتی گفته می‌شوند که حداقل یکی از شرایط سیال نیوتنی را نداشته باشند. به عبارت دیگر از قانون لزجت نیوتن، تبعیت نکنند. به طور کلی سیالات غیرنیوتنی به سه گروه زیر تقسیم می‌شوند [۲].

- سیالات غیرنیوتنی مستقل از زمان<sup>۱</sup>
- سیالات غیرنیوتنی وابسته به زمان<sup>۲</sup>
- سیالات ویسکوالاستیک<sup>۳</sup>

---

<sup>1</sup> Time independent fluids

<sup>2</sup> Time dependent fluids

<sup>3</sup> Viscoelastic fluids

سیالات غیرنیوتنی مستقل از زمان، این سیالات به دو گروه مواد دارای تنش تسلیم<sup>۱</sup> و مواد فاقد تنش تسلیم تقسیم می‌شوند. در موادی که دارای تنش تسلیم هستند برای اینکه ماده جریان پیدا کند، باید تنش به حد خاصی برسد و در تنش‌های کمتر از این مقدار مانند یک جامد عمل می‌کنند و تنش را تحمل می‌کند. معروف‌ترین این دسته از مواد، سیالات هرشل- بالکلی<sup>۲</sup> و پلاستیک بینگهام<sup>۳</sup> است. نمونه‌هایی از سیالات دارای تنش تسلیم عبارتند از: گل حفاری چاه نفت، شکلات مایع، کرم‌های طبی، دوغ آب‌های گچ و ماسه، خمیردندان، گریس‌ها و...

سیالاتی که فاقد تنش تسلیم هستند، سیالاتی هستند که در آن‌ها تنش برشی تابعی غیرخطی از نرخ برش است، به عبارت دیگر در این سیالات لزجت تابعی از نرخ برش می‌باشد. سیالات غیرنیوتنی مستقل از زمان که فاقد تنش تسلیم هستند به دو دسته سیالات رقیق‌شونده یا شبه پلاستیک<sup>۴</sup> و غلیظ‌شونده یا دایلاتنت<sup>۵</sup> تقسیم می‌شوند. سیالات شبه پلاستیک، سیالاتی هستند که افزایش نرخ برش باعث کاهش لزجت آن‌ها می‌شود. سیالات دایلاتنت رفتاری عکس این حالت را از خود نشان می‌دهند به طوریکه با افزایش نرخ برش، لزجت افزایش می‌یابد. شکل ۱-۱ رفتار تنش در برابر نرخ برش را برای انواع سیالات نمایش می‌دهد و در شکل ۲-۱ تغییرات لزجت برحسب نرخ برش برای سیالات نیوتنی، شبه پلاستیک و دایلاتنت نمایش داده شده است.

---

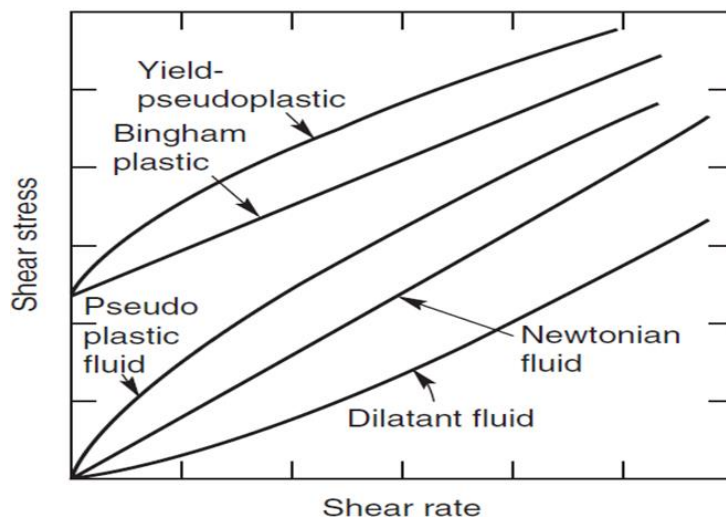
<sup>1</sup> Yield Stress

<sup>2</sup> Hershel bulkely

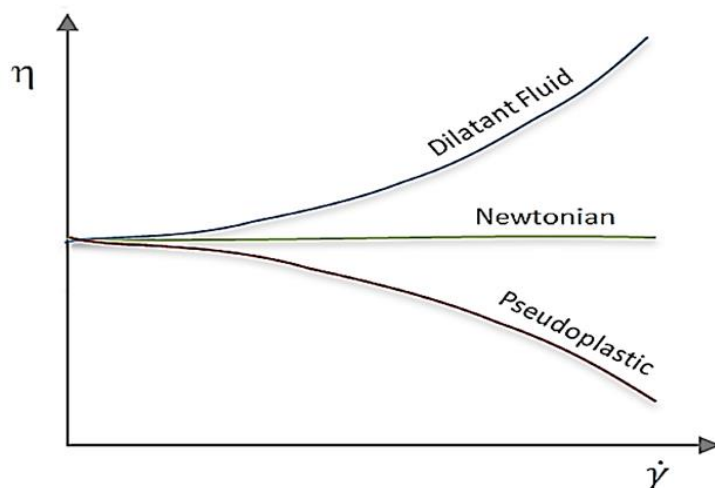
<sup>3</sup> Bingham plastic

<sup>4</sup> Pseudoplastic

<sup>5</sup> Dilatant



شکل ۱-۱: تغییرات تنش برشی برحسب نرخ برش برای انواع سیالات مستقل از زمان [۲]



شکل ۲-۱: تغییرات لزجت برحسب نرخ برش [۲]

سیالات غیرنیوتنی وابسته به زمان، در این دسته از سیالات، لزجت تابعی از نرخ برش و زمان می باشد. به عبارت دیگر در این سیالات در حین یک نرخ برش ثابت، ساختمان مولکولی ماده بطور مداوم در حال تغییر است تا اینکه لزجت به سمت مقدار ثابتی میل می کند. به طور کلی این مواد به دودسته



سیالات تیکسوتروپیک<sup>۱</sup> و سیالات رئوپکتیک<sup>۲</sup> تقسیم می‌شوند [۲].

سیالات ویسکوالاستیک، دسته‌ای از سیالات غیرنیوتنی هستند، که همزمان خواص ویسکوز سیال و الاستیک جامد را دارا می‌باشند. این مواد ممکن است در موقعیتی مانند سیال ویسکوز و در موقعیتی دیگر همچون جامد الاستیک قرار بگیرند. به عنوان مثال محلول‌های پلیمری، مذاب‌های پلیمری و صابون رفتار ویسکوالاستیک از خود نشان می‌دهند. اکثر سیالات ویسکوالاستیک، بخش ویسکوز آن‌ها، شبه‌پلاستیک است اما نوع خاصی از این سیالات وجود دارد که بخش ویسکوز آن‌ها، نیوتنی است. یعنی با افزایش نرخ برش، لزجت ثابتی دارند این نوع خاص از سیالات ویسکوالاستیک، سیالات باگر محسوب می‌شوند که در ادامه در مورد سیال باگر توضیح داده خواهد شد. ساده‌ترین آزمایشی که در مورد رفتار سیال ویسکوالاستیک می‌توان به آن اشاره کرد، آزمایش جریان برشی می‌باشد. در شکل ۱-۳ جریان سیال ویسکوالاستیک بین دو صفحه موازی نشان داده شده است که در آن صفحه بالایی با سرعت  $U$  حرکت می‌کند. اگر صفحه بالایی ناگهان متوقف شود، در مواد ویسکوالاستیک برخلاف سیالات نیوتنی، تنش برشی بطور آنی صفر نمی‌شود بلکه مدت زمانی طول می‌کشد تا تنش برشی صفر شود که به این بازه زمانی، زمان رهایی از تنش<sup>۳</sup> می‌گویند [۴].

همچنین برای سیال ویسکوالاستیک، چنانچه درحین حرکت صفحه بالایی تنش برشی بطور آنی قطع شود، صفحه بالایی کمی به عقب برمی‌گردد، در حالی که در سایر سیالات توقف صفحه بالایی نیز آنی می‌باشد. در واقع بازگشت صفحه بالایی ناشی از خاصیت الاستیک ماده است و مدت زمانی که طول می‌کشد که با قطع تنش، تغییر شکل صفر شود، زمان تأخیر در تغییر شکل<sup>۴</sup> نام دارد. بنابراین می‌توان ادعا کرد که مواد ویسکوالاستیک دارای حافظه جهت دار از تغییر شکل‌های خود بوده و از حالت قبلی خود

---

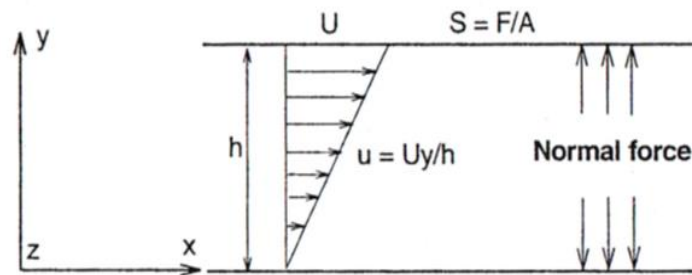
<sup>1</sup> Thixotropic

<sup>2</sup> Rheopectic

<sup>3</sup> stress relaxation time

<sup>4</sup> Strain retardation time

اطلاع دارند [۴].



شکل ۳-۱: طرح شماتیک جریان برشی ساده [۴]

خاصیت دیگر سیالات ویسکوالاستیک، وجود اختلاف تنش‌های نرمال اول و دوم است. معمولاً هنگامی که این مواد جریان پیدا می‌کنند، تنش‌های عمودی نابرابر ایجاد می‌شود. به عنوان مثال در جریان برشی ساده سیال نیوتنی، تنش عمودی همواره مقداری ثابت و برابر فشار هیدرواستاتیکی است. این در حالی است که در جریان برشی ساده سیالات ویسکوالاستیک، بین تنش‌های عمودی اختلاف وجود دارد. در جریان برشی ساده، جهت  $x$  معرف جهت جریان اصلی، جهت  $y$  معرف جهت تغییرات سرعت و جهت  $z$  نیز معرف جهت راستگرد عمود بر جهات  $x$  و  $y$  است. در یک سیال ویسکوالاستیک اختلاف تنش‌های نرمال اول و دوم به صورت روابط (۲-۱) و (۳-۱) تعریف می‌شود [۵].

$$N_1 = \sigma_{xx} - \sigma_{yy} \quad (۲-۱)$$

$$N_2 = \sigma_{xx} - \sigma_{zz} \quad (۳-۱)$$

بر این اساس ثابت‌های تنش نرمال به صورت روابط زیر قابل بیان هستند.

$$\Psi_1 = \frac{N_1}{\dot{\gamma}^2} \quad (۴-۱)$$

$$\Psi_2 = \frac{N_2}{\dot{\gamma}^2} \quad (۵-۱)$$

که در آن،  $\Psi_1$  و  $\Psi_2$  ثابت‌های اختلاف تنش نرمال و  $\dot{\gamma}$  نرخ برش می‌باشد. علاوه بر لزجت، ثابت‌های

اختلاف تنش نرمال اول و دوم نیز از جمله خواص رئولوژیکی سیال ویسکوالاستیک محسوب می‌شوند. بر اساس روابط مذکور لزجت و اختلاف تنش نرمال اول و دوم در سیال ویسکوالاستیک همگی تابعی از نرخ برش می‌باشند. شایان ذکر است که تقریباً در تمامی مواد پلیمری رفتار لزجت و ثابت‌های اختلاف تنش‌های نرمال بصورت نازک‌شونده (شبه‌پلاستیک) است. تقریباً در همه‌ی مواد  $N_1$  از  $N_2$  بزرگتر است. همچنین  $N_1$  مقداری مثبت و  $N_2$  اغلب دارای مقداری منفی است. در بیشتر کاربردهای عملی، معمولاً مقدار  $N_2$  اندازه‌گیری نمی‌شود و از نظر بزرگی مقدار آن ۱۰٪ مقدار  $N_1$  در نظر گرفته می‌شود [۶].

معمولاً برای بررسی جریان سیال ویسکوالاستیک، از دو عدد دبورا<sup>۱</sup> و وایزبرگ<sup>۲</sup> استفاده می‌کنند. عدد دبورا، بر اساس نسبت زمان رهایی از تنش به زمان مشخصه جریان تعریف می‌شود و مطابق رابطه‌ی (۶-۱) بیان می‌شود. عدد وایزبرگ، بر اساس نسبت نیروی ناشی از خاصیت الاستیک جامد به نیروی حاصل از لزجت سیال مطابق رابطه‌ی (۷-۱) بیان می‌شود [۴].

$$De = \lambda\omega = \frac{\lambda}{T} \quad (6-1)$$

$$Wi = \lambda\dot{\gamma} \quad (7-1)$$

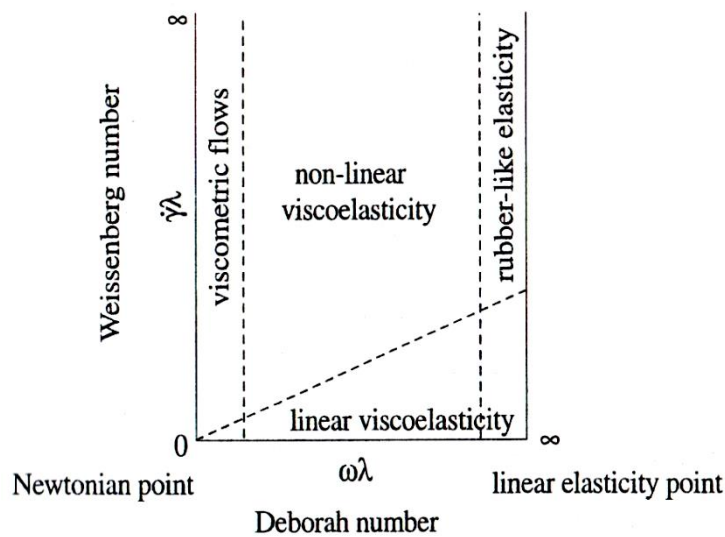
که در آن،  $\lambda$  زمان رهایی از تنش،  $T$  زمان مشخصه جریان،  $\omega$  فرکانس مشخصه جریان و  $\dot{\gamma}$  نرخ برش جریان می‌باشد. بنابراین، در یک سیال بخصوص، بالا بودن عدد وایزبرگ به معنای غیرنیوتنی بودن این سیال است. مسلم است که، اگر اعداد وایزبرگ و دبورا برای یک ماده مشخص مقدار کوچکی داشته باشند، ماده شانس جریان یافتن را پیدا می‌کند و بالعکس [۳]. معمولاً برای مشخص نمودن وضعیت ویسکوالاستیک یک ماده از دیاگرام پیپکین<sup>۳</sup> استفاده می‌شود (شکل ۴-۱) که ابزاری جهت انتخاب معادله ساختاری مناسب برای یک ماده در یک جریان مشخص است. در این دیاگرام، محور افقی

<sup>1</sup> Deborah

<sup>2</sup> Weissenberg

<sup>3</sup> Pipkin diagram

بر حسب عدد دבורا و محور قائم بر حسب عدد وایزنبرگ است.



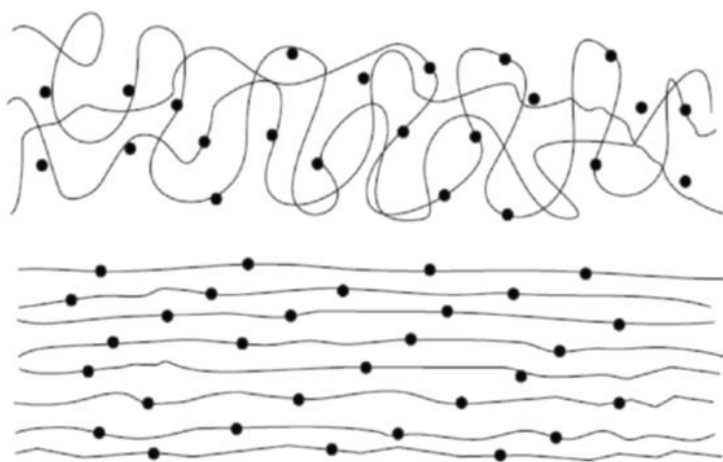
شکل ۱-۴: دیاگرام پیپکین [۴]

### ۱-۲-۱- سیال باگر

با توجه به اینکه بخش ویسکوز اکثر سیالات ویسکوالاستیک، رفتار باریک‌شودگی دارند اما نوع خاصی از این سیالات وجود دارند که بخش ویسکوز این سیالات، رفتاری نیوتنی دارند به این نوع از سیالات، سیالات باگر می‌گویند. اغلب مایعات ویسکوالاستیک، مخلوط‌ها یا محلول‌های پلیمری هستند که ذاتاً رقیق شونده (یعنی لزجت با افزایش نرخ برش کاهش می‌یابد) هستند با این وجود باگرها محلول‌های پلیمری رقیقی هستند و تاحدی رقیق هستند که تغییرات لزجت نسبت به نرخ برش قابل صرف نظر کردن است. خاصیت کلیدی باگرها، ثابت بودن (تقریبی) لزجت است. در یک محلول پلیمری، شبکه‌های پلیمری به صورت تصادفی پیچیده شده‌اند و معمولاً نامنظم، جهت‌دار هستند. نیروی برشی تمایل دارد رشته‌های پلیمری را بکشد و آن‌ها را در راستای خط برش به خط کند مطابق شکل ۱-۵. این کار باعث به حداقل رسیدن مقاومت در برابر برش می‌شود. هر چند اگر محلول به اندازه کافی رقیق باشد، لزجت پلیمر کسری از لزجت کل می‌باشد. بنابراین کاهش لزجت با افزایش نرخ برش به طور قابل قبولی، کوچک است و سیال تقریباً لزجت ثابتی دارد. باگرها به این دلیل مهم هستند که قادرند اثرات الاستیک را کاملاً

جدا از اثرات لزجت نشان دهند. قابلیت جداسازی اثرات الاستیک، یکی از شاخه‌های پیچیده علم رئولوژی است. الاستیسیته سیال با کشش شبکه‌ها و حرکت براونی حلال مرتبط است. حرکت براونی با کشیده شدن و به خط شدن شبکه‌ها مخالفت می‌کند چون این حرکت تلاش می‌کند، شبکه‌ها را در ساختاری نامنظم نگه دارد. در یک جریان، درجه کششی بستگی به این دارد که نیروهای لزج چه مقدار به حرکت براونی برتری دارند. در جریان هنگامی که تنش برداشته می‌شود (به عبارت دیگر جریان بایستد) شبکه‌ها به حالت تعادل خود می‌رسند (مانند پدیده عقب نشینی الاستیک). نرخ رهایی از تنش با عنوان "زمان رهایی از تنش" شناخته می‌شود. زمانی که برای سیال نیوتنی صفر است و معیاری برای سنجش الاستیسیته سیال در سیالات ویسکوالاستیک است [۲].

سیال باگر مورد استفاده در این پژوهش، محلول پلیمری (پلی‌آکرلامید- گلیسرین- آب) است که این ماده در دسته پرکاربردترین پلیمرها در صنایع مختلف به شمار می‌رود. در فصل آینده به نحوه انتخاب و ساخت سیال باگر مورد استفاده در مطالعه حاضر پرداخته خواهد شد.



شکل ۱-۵: تمایل نیروی برشی به کشیده شدن و به خط کردن رشته‌های پلیمری [۲]

### ۱-۲-۲- معادلات ساختاری مواد ویسکوالاستیک

در این بخش مروری اجمالی بر معادلات ساختاری سیالات ویسکوالاستیک صورت می‌گیرد. منظور از معادله ساختاری، معادله‌ای است که قادر به بیان رابطه‌ی بین تنش و تغییر شکل یک ماده مشخص

است. با توجه به اینکه سیال ویسکوالاستیک به طور همزمان، خواص ویسکوز سیال و الاستیک جامد را دارا می‌باشد، لذا برای توصیف معادلات ساختاری مواد ویسکوالاستیک، علم رئولوژی جامد الاستیک را به فنر و سیال ویسکوز را به دمپر مدل می‌کند و با ارتباط قراردادن فنرها و دمپرها معادلات ساختاری سیالات ویسکوالاستیک را به وجود می‌آورد [۷]. به طور کلی برای مواد ویسکوالاستیک می‌توان بی‌نهایت معادله ساختاری در نظر گرفت. این معادلات می‌توانند به اشکال متنوعی رابطه‌ای بین بسط مشتقات و انتگرال‌های تنش و نرخ برش را دربرگیرند. معادلات ساختاری مواد ویسکوالاستیک به مدل‌های خطی، غیرخطی و شبه‌خطی تقسیم می‌شوند. در ادامه تعدادی از معروفترین این معادلات معرفی می‌شوند.

### (۱) مدل‌های ویسکوالاستیک خطی

مدل‌های ویسکوالاستیک خطی بر پایه تلفیق خواص جامدات و سیالات نیوتنی ارائه شده‌اند. به عبارتی این مدل‌ها از ترکیب‌های مختلف مجموعه‌ای از فنرها و دمپرها حاصل شده‌اند. معادله ساختاری هر مدل ویسکوالاستیک خطی به صورت معادله (۸-۱) قابل بیان است [۸].

$$\begin{aligned} (1 + \lambda_1 \frac{\partial}{\partial t} + \lambda_2 \frac{\partial^2}{\partial t^2} + \dots + \lambda_n \frac{\partial^n}{\partial t^n}) \tau_{ij} \\ = \eta_0 \left( 1 + \varepsilon_1 \frac{\partial}{\partial t} + \varepsilon_2 \frac{\partial^2}{\partial t^2} + \dots + \varepsilon_m \frac{\partial^m}{\partial t^m} \right) \gamma_{ij} \end{aligned} \quad (8-1)$$

که در آن  $\lambda_i$  و  $\varepsilon_i$  به ترتیب زمان رهایی از تنش و زمان تأخیر سیال از مرتبه  $i$  بوده و  $\eta_0$  لزجت در نرخ برش صفر،  $\tau_{ij}$  تنش برشی و  $\gamma_{ij}$  نرخ برش است. همچنین مقادیر  $m$  و  $n$  به صورت  $n=m$  یا  $n=m+1$  با هم رابطه دارند. بنابراین با انتخاب اختیاری مقادیر  $n$  و  $m$  می‌توان مدل ویسکوالاستیک جدیدی را برای یک ماده تشکیل داد. همچنین به ازای  $\lambda_i = \xi_i = 0$  مدل فوق، مشابه مدل سیال نیوتنی خواهد شد. مقدار نرخ برش  $\gamma_{ij}$  نیز به شکل زیر تعریف می‌شود [۸].

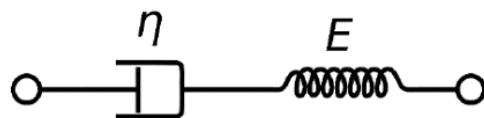
$$\gamma_{ij} = \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \quad (9-1)$$

که در آن،  $u$  سرعت و  $x$  جهت مختصات است. از مدل‌های ویسکوالاستیک خطی جهت محاسبات

مربوط به تجهیزات رئومتر و برای تغییر شکل‌های کوچک متداول است. از جمله مدل‌های ویسکوالاستیک خطی می‌توان به مدل‌های زیر اشاره کرد.

### • مدل ماکسول

اولین مدل ارائه شده برای بیان معادلات ساختاری سیال ویسکوالاستیک، مدل خطی ماکسول است. در این مدل قانون پایه براساس یک فنر و دمپر سری تعریف می‌شود.



شکل ۱-۶: مدل شماتیک ماکسول

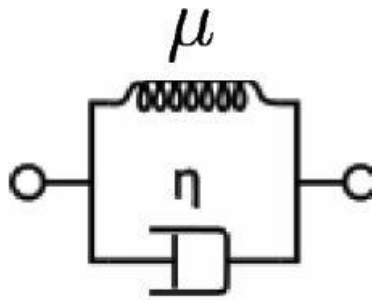
مدل ماکسول به شکل زیر قابل بیان است [۴].

$$\tau_{ij} + \frac{\eta}{G} \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial t} = \eta \frac{\partial \gamma_{ij}}{\partial t} \quad (1-10)$$

در رابطه فوق،  $\eta$  لزجت سیال و  $G$  مدول صلبیت (مدول برشی) ماده است. مطابق مدل ماکسول ماده دارای زمان‌هایی از تنش و فاقد زمان‌هایی از تغییر شکل است. در این مدل با توقف برش‌دهی، نرخ تغییر شکل در سراسر ماده به طور آنی صفر خواهد شد. بنابراین مدل ماکسول برای تغییر شکل‌های کوچک محلول‌های پلیمری رقیق (مواد ویسکوالاستیک دارای خواص ویسکوز و الاستیک تقریباً خطی) که دارای زمان‌هایی از تغییر شکل کوچک هستند، مناسب است.

### • مدل کلوین-ویت

در مدل کلوین-ویت، رفتار سیال ویسکوالاستیک براساس یک فنر و دمپر موازی شبیه‌سازی شده است.



شکل ۷-۱: مدل شماتیک کلوین-ویت

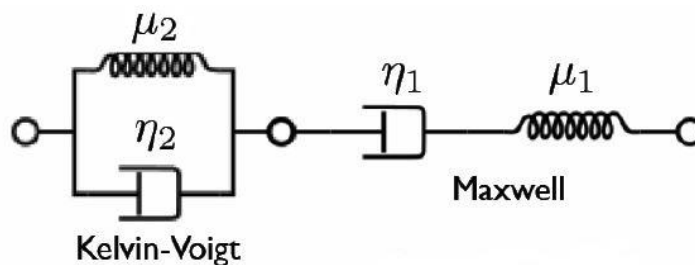
رابطه بین تنش و نرخ برش در این مدل به شکل زیر قابل بیان است [۴].

$$\dot{\tau}_{ij} = G \left( \gamma_{ij} + \frac{\eta}{G} \dot{\gamma}_{ij} \right) \quad (11-1)$$

رفتار این مدل برعکس مدل ماکسول است و هرچند در این مدل یک زمان رهایی از تغییر شکل لحاظ شده اما این مدل دارای زمانی از تنش نیست. از مدل کلوین-ویت عموماً برای مدل‌سازی پدیده خزش استفاده می‌شود. البته استفاده مستقیم از این مدل برای شبیه‌سازی‌های عددی چندان مرسوم نبوده و معمولاً جهت ارائه رفتار کامل‌تری از یک ماده ویسکوالاستیک از المان کلوین-ویت در ارتباط با سایر المان‌های ویسکوالاستیک استفاده می‌شود.

#### • مدل برگرز

در مدل برگرز یک المان ماکسول با یک المان کلوین-ویت سری شده است.



شکل ۸-۱: مدل شماتیک برگرز



مدل ساختاری برگرز به شکل زیر قابل بیان است [۴].

$$\tau_{ij} + (\lambda_1 + \lambda_2) \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial t} + \lambda_1 \lambda_2 \frac{\partial^2 \tau_{ij}}{\partial t^2} = (\eta_1 + \eta_2) \gamma_{ij} + (\lambda_1 \eta_2 + \lambda_2 \eta_1) \frac{\partial \gamma_{ij}}{\partial t} \quad (۱۲-۱)$$

مسلماً است که مدل برگرز رفتار کامل تری را از یک ماده ویسکوالاستیک ارائه می‌کند. مطابق مدل برگرز ماده دارای دو زمان رهایی از تنش می‌باشد. می‌توان نتیجه گرفت یک ماده ویسکوالاستیک بسته به میزان بارگذاری، زمان‌های رهایی از تنش متفاوتی را از خود نشان می‌دهد. می‌توان گفت که زمان رهایی از تنش یک عدد نیست، بلکه یک طیف می‌باشد.

#### • مدل جفریز

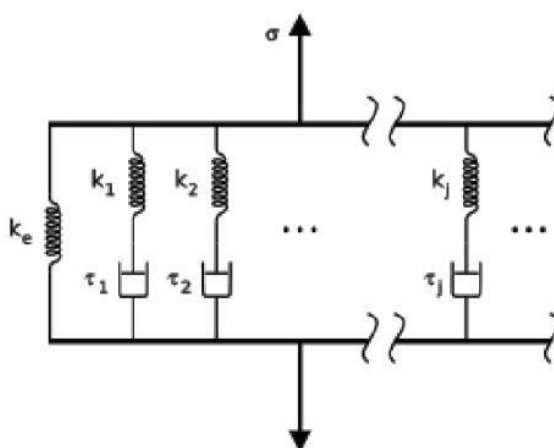
در حالت خاصی از مدل برگرز، چنانچه یکی از فنرها یا دمپرهای المان ماکسول حذف شود، مدل جدیدی به نام مدل جفریز، طبق رابطه زیر حاصل می‌شود [۴].

$$\tau_{ij} + \lambda_1 \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial t} = \eta \left( \gamma_{ij} + \lambda_2 \frac{\partial \gamma_{ij}}{\partial t} \right) \quad (۱۳-۱)$$

مدل جفریز مدل ساده و نسبتاً مناسبی برای بررسی رفتار یک ماده ویسکوالاستیک است. زیرا در آن یک زمان رهایی از تنش و یک زمان رهایی از تغییر شکل لحاظ شده است. همین ویژگی سبب شده تا از آن به عنوان رابطه پایه در توسعه مدل غیرخطی اولدروید-بی استفاده شود.

#### • مدل ماکسول تعمیم یافته

مدل ماکسول تعمیم یافته از طریق موازی کردن تعداد متناهی از المانهای ماکسول بدست می‌آید. اصولاً یک ماده پلیمری از تعداد زیادی مولکول‌های رشته‌ای با طول‌های مختلف و احیاناً با ساختارهای فضایی متنوع تشکیل شده که سبب ایجاد زمان‌های مختلف رهایی از تنش در این مواد می‌شود. به همین دلیل این مدل برای ایجاد زمان‌های متعدد رهایی از تنش ایجاد شده است.



شکل ۹-۱: مدل شماتیک ماکسول توسعه یافته

مدل ساختاری ماکسول تعمیم یافته به شکل زیر قابل بیان است [۴].

$$\begin{aligned} & \left( 1 + \lambda_1 \frac{\partial}{\partial t} + \lambda_2 \frac{\partial^2}{\partial t^2} + \dots + \lambda_n \frac{\partial^n}{\partial t^n} \right) \tau \\ & = \eta_0 \left( 1 + \xi_1 \frac{\partial}{\partial t} + \xi_2 \frac{\partial^2}{\partial t^2} + \dots + \xi_n \frac{\partial^m}{\partial t^m} \right) \gamma \end{aligned} \quad (14-1)$$

همچنین می‌توان نشان داد که در مدل ماکسول تعمیم یافته ضریب الاستیک و لزجت معادل

(تابعی از زمان هستند) به شکل زیر قابل تعریف است [۴].

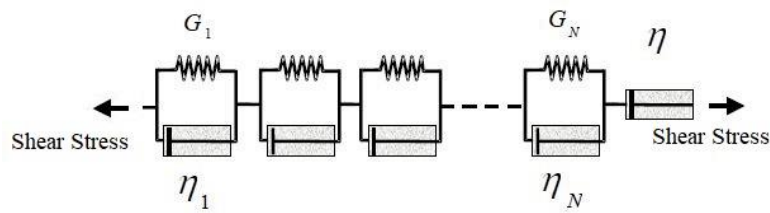
$$\eta(t) = \sum_{i=1}^n \eta_i (1 - \exp(-t/\lambda_i)) \quad (15-1)$$

$$G(t) = \sum_{i=1}^n G_i \exp(-t/\lambda_i) \quad (16-1)$$

#### • مدل کلوین-ویت تعمیم یافته

به طور مشابه، مدل کلوین-ویت تعمیم یافته نیز از طریق سری کردن المان های کلوین-ویت قابل تعریف

است (جهت ایجاد زمان های رهایی از تغییر شکل مختلف).



شکل ۱-۱: مدل شماتیک ماکسول توسعه یافته

## ۲) مدل‌های ویسکوالاستیک غیر خطی

مدل‌های ویسکوالاستیک خطی روابط دیفرانسیلی ساده‌ای را بین تنش و نرخ برش پیش‌بینی می‌کنند، اما این مدل‌ها دارای مشکلاتی هستند [۸].

به عنوان مثال رفتار ویسکوالاستیک خطی تنها در محلول‌ها و سوسپانسیون‌های رقیق پلیمری مناسب هستند درحالی‌که محلول‌های غلیظ، مذاب‌های پلیمری و سیالات بیولوژیک رفتاری کاملاً غیرخطی دارند. بنابراین این مدل‌ها قابل تعمیم به تمامی مواد ویسکوالاستیک نیستند. مدل‌های خطی، عمدتاً برای تغییر شکل‌های کوچک مناسب هستند و برای مدل‌سازی تغییر شکل‌های بزرگ (جریان ماده) دچار خطای بزرگی می‌شوند. همچنین مدل‌های خطی قادر به مدل‌سازی وابستگی توابع رئولوژیک به نرخ برش نیستند. به عبارت دیگر لزجت سیال در این مدل‌ها همواره دارای مقداری ثابت است. ( $\eta_0 = \eta$ ) و لزجت غیرخطی ندارد. بسیاری از رفتارهای متفاوت سیالات ویسکوالاستیک نسبت به سایر سیالات، وجود اختلاف تنش‌های نرمال در این مواد است که مدل‌های خطی قادر به بیان آن‌ها نیستند.

به دلیل پیچیدگی‌ها و ناپایایی‌های شدید عددی در مدل‌های غیرخطی، توصیه می‌شود که در ابتدا تحلیل جریان با استفاده از مدل‌های خطی انجام شود و پاسخ‌های حاصل از آن به عنوان ابزار در مدل‌های غیرخطی به کار گرفته شود. از جمله مهمترین مدل‌های ویسکوالاستیک غیرخطی می‌توان به

مدل‌های خانواده مدل‌های اولدروید، مدل گزیکس<sup>۱</sup>، مدل راینر-ریولین<sup>۲</sup>، مدل کریمینال-اریکسون-فیلیپی<sup>۳</sup>، مدل فان-تین-تنر<sup>۴</sup>، مدل کای-BKZ<sup>۵</sup> و مدل کورتیس-برد<sup>۶</sup> اشاره کرد.

### ۳) مدل‌های ویسکوالاستیک شبه خطی

دسته‌ای از خانواده مدل‌های اولدروید هستند که شبه خطی‌اند در واقع در تغییر شکل‌های بزرگ (جریان)، مدول‌های ثابتی دارند. مدل‌های اولدروید یک بسط خطی از تنش می‌باشند که حاوی جمله‌های درجه دوم گرادیان سرعت هستند. مدل‌های اولدروید، مدل‌هایی تجربی محسوب می‌شوند. برای تبیین مدل‌های اولدروید از دستگاه مختصات ویژه‌ای به نام دستگاه مختصات همرفتی که یک دستگاه منحنی‌الخط است، استفاده شده است. دستگاه مختصات همرفتی، دستگاهی است که بر ماده سوار بوده و همراه با آن در جریان حرکت می‌کند و تغییر شکل می‌آید. در دستگاه مختصات همرفتی کلیه پارامترهای دینامیکی جریان نظیر مولفه تنش و نرخ برش در آن محاسبه می‌شود [۹]. خانواده اولدروید مبحث مفصلی از مکانیک محیط‌های پیوسته است که پرداختن به آن از حوصله‌ی این بحث خارج است. در این مطالعه تنها به نتایج حاصل از معادلات ساختاری که در زمینه مدل‌سازی جریان سیالات ویسکوالاستیک کاربرد دارند، پرداخته شده است. مدل‌های اولدروید نیاز به محاسبه مشتق زمانی همرفتی همبسته و نیز مشتق‌زمانی همرفتی پاد همبسته تانسور تنش دارند که این مشتقات به ترتیب در روابط زیر آمده‌اند.

$$\tau^{(1)} = \frac{D\tau}{Dt} + \{(\nabla V) \cdot \tau + \tau \cdot (\nabla V)^T\} \quad (17-1)$$

<sup>1</sup> Giesekus model

<sup>2</sup> Reiner-Rivlin model

<sup>3</sup> Crineale-Filbey-Ericksen model

<sup>4</sup> Phan –Thein-Thanner model

<sup>5</sup> Kaye BKZ model

<sup>6</sup> Curtiss-Bird model

$$\tau^{(n)} = \frac{D\tau^{(n-1)}}{Dt} + \{(\nabla V) \cdot \tau^{(n-1)} + \tau^{(n-1)} \cdot (\nabla V)^T\} \quad (18-1)$$

$$\tau_{(1)} = \frac{D\tau}{Dt} - \{(\nabla V)^T \cdot \tau + \tau \cdot (\nabla V)\} \quad (19-1)$$

$$\tau_{(n)} = \frac{D\tau_{(n-1)}}{Dt} - \{(\nabla V)^T \cdot \tau_{(n-1)} + \tau_{(n-1)} \cdot (\nabla V)\} \quad (20-1)$$

در روابط فوق،  $\tau$  تانسور تنش،  $V$  بردار سرعت و  $T$  ترانهاده تانسور است. همچنین مشتقات زمانی همرفتی همبسته و مشتقات زمانی همرفتی پاد همسته نرخ برش نیز به ترتیب به شکل زیر تعریف می‌شوند.

$$\gamma^{(1)} = (\nabla V) + (\nabla V)^T \quad (21-1)$$

$$\gamma^{(2)} = \frac{D\gamma^{(1)}}{Dt} + \{(\nabla V) \cdot \gamma^{(1)} + \gamma^{(1)} \cdot (\nabla V)^T\} \quad (22-1)$$

$$\gamma^{(n)} = \frac{D\gamma^{(n-1)}}{Dt} + \{(\nabla V) \cdot \gamma^{(n-1)} + \gamma^{(n-1)} \cdot (\nabla V)^T\} \quad (23-1)$$

$$\gamma_{(1)} = (\nabla V) + (\nabla V)^T \quad (24-1)$$

$$\gamma_{(2)} = \frac{D\gamma_{(1)}}{Dt} - \{(\nabla V) \cdot \gamma_{(1)} + \gamma_{(1)} \cdot (\nabla V)^T\} \quad (25-1)$$

$$\gamma_{(n)} = \frac{D\gamma_{(n-1)}}{Dt} - \{(\nabla V) \cdot \gamma_{(n-1)} + \gamma_{(n-1)} \cdot (\nabla V)^T\} \quad (26-1)$$

در میان مدل‌های اولدروید، دو مدل اولدروید-ای<sup>۱</sup> و اولدروید-بی شبه خطی هستند که ساختاری این دو مدل به ترتیب در روابط (۲۷-۱) و (۲۸-۱) آمده است.

$$\tau + \lambda \tau^{(1)} = \eta_0 (\gamma^{(1)} + \varepsilon \gamma^{(2)}) \quad (27-1)$$

$$\tau + \lambda \tau_{(1)} = \eta_0 (\gamma_{(1)} + \varepsilon \gamma_{(2)}) \quad (28-1)$$

در روابط (۲۷-۱) و (۲۸-۱)،  $\eta_0$  لزجت سیال ویسکوالاستیک در نرخ برش صفر،  $\lambda$  زمان رهایی از

---

<sup>1</sup> Oldroyd-A

تنش،  $\varepsilon$  زمان تأخیر در تغییر شکل است. رابطه (۱-۲۷) معادله ساختاری مدل اولدروید-ای و رابطه (۱-۲۸) معادله ساختاری مدل اولدروید-بی می‌باشند. این دو مدل با الهام از مدل خطی جفریز بدست می‌آیند و به جای مشتق عادی از مشتق همرفتی استفاده می‌شود [۹]. در اکثر سیالات ویسکوالاستیک، اختلاف تنش نرمال دوم دارای مقداری نسبتاً کوچک و حداکثر ۲۰٪ اختلاف تنش نرمال اول است. در مدل اولدروید-ای ثابت تنش نرمال دوم، قرینه ثابت تنش نرمال اول است ( $\Psi_2 = -\Psi_1$ ) که از لحاظ فیزیکی درست نیست. درحالی‌که در مدل اولدروید-بی ثابت اختلاف تنش نرمال اول وجود داشته ( $\Psi_1 > 0$ )، اما ثابت تنش نرمال دوم برابر صفر می‌باشد ( $\Psi_2 = 0$ ). در اکثر مواد ویسکوالاستیک پاسخ‌های مدل اولدروید-بی نسبت به مدل اولدروید-ای دقیق‌تر بوده و به همین دلیل کارایی مدل اولدروید-بی بسیار بیشتر است. لذا استفاده از مدل اولدروید-ای چندان رایج نبوده، حال آن که تحقیقات عددی و تحلیلی فراوانی براساس مدل اولدروید-بی انجام شده است [۵].

مدل اولدروید-بی، مدلی است که قابلیت مدل‌سازی فرآیندهایی با تغییر شکل بزرگ را دارا است. این مدل برای مدل‌سازی رفتار محلول‌های پلیمری که لزجت آنها در طیف گسترده‌ای از نرخ برش، ثابت است (مانند سیالات باگر)، می‌تواند نتایج خوبی ارائه دهد. معادله ساختاری اولدروید-بی، یکی از ساده‌ترین قوانین ویسکوالاستیک است که مقدار تأثیر تنش نرمال را تخمین می‌زند و پاسخگوی پدیده‌های پریودیکی است که در سیالات ویسکوالاستیک اتفاق می‌افتد.

در پایان خاطر نشان می‌شود که یکی از روش‌های رایج در طبقه‌بندی سیالات ویسکوالاستیک، طبقه‌بندی یک سیال بر اساس مدل ویسکوالاستیکی است که به نحو بهتری نسبت به سایر مدل‌ها قادر به ارائه رفتار سیال است. به همین دلیل برخی از سیالات ویسکوالاستیک به صورت اولدروید-بی، سیال ماکسولین، سیال فان-تین-تنر و ... نامگذاری می‌شوند.

### ۱-۳- مفاهیم و اصطلاحات

برخی از اصطلاحات رایج به کار رفته برای جریان سیالات در محیط‌های متخلخل که در این مطالعه از

آن‌ها استفاده شده است، به شرح زیر بیان شده است:

### ۱-۳-۱- ناحیه‌ی متخلخل<sup>۱</sup>

در علوم مهندسی ناحیه‌ی متخلخل به ناحیه‌ای از جسم جامد اطلاق می‌شود که در آن حفره‌های خلاء وجود دارد و یا به نواحی گفته می‌شود که به علت تعداد بسیار زیاد و سلسله‌وار جسم، می‌توان آن را به عنوان یک ناحیه‌ی متخلخل در نظر گرفت. همچنین تعداد زیادی جسم کروی را که به طرق مختلف در کنار هم قرار گرفته‌اند نیز می‌توان به عنوان یک ناحیه‌ی متخلخل در نظر گرفت. پارامتر مهم در محاسبه هر ناحیه‌ی متخلخل، میزان تخلخل<sup>۲</sup> و نفوذپذیری<sup>۳</sup> آن است.

#### • تخلخل

معیاری برای تشخیص اندازه‌ی خلل و فرج موجود در محیط متخلخل می‌باشد و به صورت نسبت حجم منافذ و سوراخ‌های موجود در ماده به حجم کل آن می‌باشد. این پارامتر با عنوان تخلخل کامل شناخته می‌شود. عبارت دیگری در این زمینه به نام تخلخل مؤثر نیز ارائه شده است که فقط محدود به فضایی از محیط متخلخل می‌شود که در آن جریان وجود دارد. روش‌های بسیار زیادی در مطالعات مربوط به این مبحث برای تعیین مقادیر تخلخل کامل و تخلخل مؤثر وجود دارد.

#### • نفوذپذیری

یکی از کاربردی‌ترین خواص محیط متخلخل، میزان نفوذپذیری محیط است که به سیال اجازه می‌دهد، بدون اینکه تأثیر شیمیایی و یا فیزیکی از محیط بپذیرد، از محیط متخلخل عبور کند. هر چه مقدار این پارامتر برای محیط بیشتر باشد، عبور سیال از آن آسان‌تر است. این پارامتر یک خاصیت محیط متخلخل است و از لزجت یا چگالی سیال مستقل می‌باشد. در بررسی جریان در محیط متخلخل، معمولاً این

---

<sup>1</sup> Porous media

<sup>2</sup> Porosity

<sup>3</sup> Permeability

پارامتر همگن و ناهمسانگرد در نظر گرفته می‌شود. علاوه بر این اکثراً نسبت به زمان نیز ثابت فرض می‌شود. این پارامتر را با  $k$  نمایش می‌دهند.

### ۱-۳-۲- سلول هل-شاو<sup>۱</sup>

دینامیک سیالات نیوتنی در حالت کلی از معادله ناویر-استوکس تبعیت می‌کند که یک معادله تانسوری است و حل آن در حالت کلی بسیار پیچیده و مشکل است. لذا افراد زیادی تلاش‌هایی برای مطالعه سیالات در شرایط ساده‌تر و با هدف رسیدن به معادلات با جواب‌های قابل دسترس، انجام دادند که هنری داریسی (۱۸۵۴-۱۹۴۱) از جمله این افراد بود. او دریافت که اگر صفحات شیشه‌ای با فاصله مناسب  $\delta$  (۰/۰۲ اینچ) روی یکدیگر قرار بگیرند، جریان بین دو صفحه در تمام سرعت‌ها آرام خواهد بود [۱۰]. هنری داریسی در سال ۱۸۹۸ سلول معروفش را با نام سلول هل-شاو که در آن خطوط جریان قابل مشاهده است، اختراع کرد [۱۱]. از سلول هل-شاو به عنوان مثالی از میدان جریانی که در آن نیروهای اینرسی قابل صرف‌نظر کردن است، یاد می‌شود. لذا فاصله بین دو صفحه باید به اندازه‌ای کوچک باشد تا مطمئن شویم نیروهای لزج غالب هستند (نیروهای لزج  $\ll$  نیروهای اینرسی). فضای بین دو صفحه معمولاً با سیال و با قراردادن اختلاف فشار پایا بین دو سر سلول پر می‌شود. معادلات پیچیده حرکت سیال، که در واقع معادله ناویر-استوکس هستند، برای سلول هل-شاو به شکل روابط (۱-۲۹) و (۱-۳۰) تبدیل می‌شوند.

$$\nabla \vec{u} = 0 \quad (۱-۲۹)$$

$$\nabla \vec{p} = -\frac{\mu}{\delta^2/12} \vec{u} + \rho g \quad (۱-۳۰)$$

رابطه (۱-۳۰) به رابطه‌ی داریسی معروف است که در این رابطه،  $\delta$  فاصله‌ی بین دو صفحه،  $\vec{u}$  سرعت جریان سیال،  $\mu$  لزجت سیال نیوتنی،  $\nabla \vec{p}$  گرادیان فشار،  $g$  شتاب گرانش و  $\rho$  چگالی سیال

<sup>۱</sup> Hele-Shaw cell



می‌باشند. البته برای این قانون محدودیت‌هایی ذکر شده است که در زیر به آن‌ها اشاره می‌شود:

- این رابطه فقط برای جریان ویسکوز، با سرعت کم قابل استفاده است.
- فقط در مقیاس ماکروسکوپی قابل استفاده است.
- دما در آن ثابت فرض شده است.

اختراع سلول هل-شاو برای نیم قرن پیشرفتی نداشت در حدود ۵۰ سال بعد، داریسی که کارهای تجربی زیادی از جمله میانگین‌گیری سرعت جریان بر روی ساختار تصادفی متخلخل انجام داده بود معادله‌ای برای نفوذ سیال در محیط متخلخل به صورت رابطه (۳۱-۱) بیان کرد [۱۲]. فرم این معادله کاملاً شبیه فرم معادله‌ی داریسی می‌باشد.

$$\nabla \bar{p} = -\frac{\mu}{k} \bar{u} \quad (31-1)$$

از مقایسه دو معادله (۳۰-۱) و (۳۱-۱)، نفوذپذیری برای سلول هل-شاو بدست می‌آید که برابر است با  $K = \frac{\delta^2}{12}$ . در این رابطه،  $\delta$  فاصله‌ی بین دو صفحه می‌باشد. استفاده از سلول هل-شاو، همانند جریان در محیط متخلخل برای جریان‌هایی با رینولدز پایین امکان‌پذیر است. بر این اساس سلول هل-شاو را می‌توان شبیه‌ساز محیط متخلخل قلمداد کرد. جزئیات ساخت و نوع سلول انتخابی مورد استفاده در تحقیق حاضر در فصل آینده بحث خواهد شد.

#### ۴-۱- مروری بر کارهای گذشته

هنری داریسی با انجام آزمایشات متعدد به بررسی چگونگی رفتار جریان آب درون یک محیط متخلخل پرداخت و براساس نتایجی که بدست آورد قانون داریسی را که یک معادله‌ی تجربی برای جریان سیالات در محیط متخلخل است، ارائه کرد. معادله‌ی داریسی، معادله‌ی حاکم بر حرکت سیال نیوتنی در محیط متخلخل می‌باشد. این قانون برای سیالات غیرنیوتنی معتبر نیست. لذا برای توصیف رفتار سیالات غیرنیوتنی نیاز به قانون‌های اصلاح شده‌ی داریسی می‌باشد. در زمینه رفتار سیالات غیرنیوتنی در

محیط‌های متخلخل، سابقه تحقیقاتی چندانی وجود ندارد. اخیراً قانون‌های داری اصلاح شده‌ی زیادی برای جریان‌های سیال نیوتنی ویسکوز در محیط متخلخل ارائه شده است [۱۳]. اما در مقایسه با جریان‌های سیالات نیوتنی در محیط متخلخل، تنها تعداد کمی مدل اصلاح شده‌ی داری برای جریان سیالات ویسکوالاستیک در محیط متخلخل ارائه شده است [۱۴].

در ادامه به پیشینه مطالعاتی که در مورد مدل اصلاح شده داری انجام شده، پرداخته می‌شود. بن و همکاران<sup>۱</sup> [۱۵] در سال ۱۹۹۵ برای شاره‌های غیرنیوتنی یک قانون اصلاح شده داری را پیشنهاد کردند که در آن لزجت را تابع آهنگ برش در نظر گرفتند. لیندner و همکاران<sup>۲</sup> [۱۶] در سال ۲۰۰۰، این معادله را برای نوعی محلول پلیمری تأیید کردند. ملکی و همکاران [۱۷] در سال ۲۰۰۵ معادله‌ی پیشنهادی بن را به طور تجربی آزمودند و کاربردپذیری آن را برای سیالاتی که دارای تنش تسلیم هستند تأیید کردند. همچنین کندیک و همکاران<sup>۳</sup> [۱۸] در سال ۱۹۹۶ با بهره‌گیری از روش‌های شبیه‌سازی و پیش‌بینی تغییرات گرادیان فشار در نواحی مختلف، معادله‌ی دیگری پیشنهاد کردند که در آن لزجت را تابع مجذور گرادیان فشار در نظر گرفتند. کیم و همکاران<sup>۴</sup> [۱۹] در سال ۲۰۰۳، بر مبنای قانون داری اولدروید، ناپایای حرارتی یک سیال ویسکوالاستیک در محیط متخلخل را بررسی کردند. این مقاله آنالیز تئوری ناپایای حرارتی ناشی از نیروی شناوری در یک لایه متخلخل افقی در ابتدا ساکن را که با یک سیال ویسکوالاستیک اشباع شده است، در نظر گرفته است. مدل داری-اولدروید به علت نادیده گرفتن اثر برشی ویسکوز، مستقل از نرخ برش است. بدین‌گونه این مدل نمی‌تواند تمام شرایط مرزی را ارضاء کند و همچنین نمی‌تواند ناحیه‌ی لایه مرزی نزدیک مرزهای لایه‌ی متخلخل را پیش‌بینی کند [۲۰]. خوژایورو و همکاران<sup>۵</sup> [۲۱] در سال ۲۰۰۰، با استخراج از قانون فیلتراسیون

---

<sup>1</sup> D. Bonn et al.

<sup>2</sup> Lindner et al.

<sup>3</sup> L. Kondic et al.

<sup>4</sup> M. C. Kim et al.

<sup>5</sup> B. Khuzhayorov et al.

ماکروسکوپیک، جریان گذرای خطی سیال ویسکوالاستیک در محیط متخلخل را بررسی کردند. لذا این کار با تئوری همگن‌سازی انجام می‌شود. قانون فیلتراسیون ماکروسکوپیک در فضای فوری به صورت یک قانون داری کلی با یک تانسور نفوذپذیری دینامیکی بیان می‌شود لذا این مدل در اعداد دوبرا پایین معتبر است. تان و ماسوکا<sup>۱</sup> [۲۳, ۲۲] در سال ۲۰۰۵، بر مبنای قانون اصلاح شده‌ی داری برای سیالات ویسکوالاستیک، مسأله اول استوکس را برای سیال مرتبه دوم و سیال اولدرویید-بی در یک محیط نیمه متخلخل بررسی کرده‌اند. هیات و همکاران<sup>۲</sup> [۲۴] در سال ۲۰۰۸، بر مبنای قانون اصلاح شده‌ی داری برای سیالات ویسکوالاستیک، مسأله اول استوکس را برای سیال درجه سوم در یک محیط نیمه متخلخل بررسی کردند. رودرایه و همکاران<sup>۳</sup> [۲۵] در سال ۱۹۹۰، جابجایی رایلی-بنارد<sup>۴</sup> را برای یک سیال ویسکوالاستیک درون یک محیط متخلخل، بر اساس مدل داری-برینکمن-جفری<sup>۵</sup> مطالعه کردند اما نقصی در مقاله آن‌ها وجود دارد. به این ترتیب که آن‌ها مقاومت جریان سیال ویسکوالاستیک در محیط متخلخل را با قانون داری ارزیابی کردند در حالی که مشهور است، قانون داری برای جریان‌های سیال غیرنیوتنی در محیط متخلخل معتبر نیست. به تازگی، تان و ماسوکا<sup>۶</sup> [۲۲] در سال ۲۰۰۵، با موفقیت جریان حالت ناپایای سیالات ویسکوالاستیک در محیط متخلخل را با استفاده از مدل داری-برینکمن-اولدرویید<sup>۷</sup> مطالعه کردند. مالاشتی و همکاران<sup>۸</sup> [۲۶] در سال ۲۰۰۵، با استفاده از یک مدل غیرتعادلی حرارتی محلی، یک آنالیز پایداری خطی برای لایه متخلخل پر شده از یک سیال اولدرویید-بی انجام دادند. مدل اصلاح شده داری-برینکمن-اولدرویید بر اساس تکنیک متوسط‌گیری حجم محلی و تعادل نیروهای وارد بر یک المان حجمی از سیالات ویسکوالاستیک در

---

<sup>1</sup> Tan and Masuoka

<sup>2</sup> T. Hayat et al.

<sup>3</sup> Rudraiah and Radhadevi

<sup>4</sup> Rayleigh-Benard

<sup>5</sup> Darcy-Brinkman-Jeffrey

<sup>6</sup> Tan and Masuoka

<sup>7</sup> Darcy-Brinkman-Oldroyd

<sup>8</sup> Malashety et al.

محیط متخلخل گسترش یافته است. این مدل نه تنها نقایص مربوط به مدل داری-اولدروید را برطرف می‌کند، بلکه بر معایب مربوط به مدل داری-برینکمن-جفری نیز غلبه می‌کند.

### ۱-۵- معرفی تحقیق حاضر

هنری داری برای بررسی جریان سیالات نیوتنی در محیط متخلخل، یک رابطه‌ی تجربی ارائه کرد. این رابطه، با نام قانون داری شناخته می‌شود. قانون داری برای جریان سیال نیوتنی ویسکوز با سرعت کم، در محیط متخلخل به کار می‌رود. این رابطه برای شارهای نیوتنی، تابعیت خطی بین سرعت و گرادیان فشار را پیش‌بینی می‌کند. اما در سیالات غیرنیوتنی، قانون داری معتبر نیست [۲۲]. علاقه به جریان‌های ویسکوالاستیک در محیط متخلخل، به علت اهمیت در زمینه‌های مختلفی از قبیل: بیورولوژی، ژئوفیزیک، صنایع شیمی و نفتی رشد قابل توجهی داشته است [۱۳، ۲۷]. برای بررسی جریان سیالات ویسکوالاستیک در یک محیط متخلخل، از قانون اصلاح شده‌ی داری-اولدروید استفاده می‌شود. این قانون براساس آنالوژی بدست آمده است و به شکل رابطه (۱-۳۲)، نمایش داده می‌شود [۲۸].

$$\left(1 + \lambda \frac{\partial}{\partial t}\right) \nabla P = -\frac{\eta}{k} \left(1 + \varepsilon \frac{\partial}{\partial t}\right) \overline{V}_D \quad (1-32)$$

که در آن،  $k$  نفوذپذیری محیط متخلخل،  $\lambda$  زمان رهایی از تنش،  $\varepsilon$  زمان تأخیر در تغییر شکل،  $\eta$  اثر لزجت سیال غیرنیوتنی در محیط متخلخل و  $\overline{V}_D = \mathbf{V} \times \boldsymbol{\varphi}$  سرعت داری می‌باشد. اگر  $\lambda = \varepsilon = 0$  باشد و یا اینکه جریان در حالت پایا قرار داشته باشد، معادله‌ی (۱-۳۲) تبدیل به قانون ساده شده‌ی داری مطابق رابطه (۱-۳۱) خواهد شد. قانون اصلاح شده‌ی داری-اولدروید، رابطه‌ی گرادیان فشار و سرعت جریان را برای جریان سیالات ویسکوالاستیک در یک محیط متخلخل نشان می‌دهد. این قانون نشأت گرفته از مدل ساختاری اولدروید-بی می‌باشد و با توجه به اینکه مدل ساختاری اولدروید-بی یک مدل شبه‌خطی است، قانون داری-اولدروید نیز یک مدل شبه‌خطی محسوب می‌شود. بدین ترتیب در

این قانون، مدول‌ها ثابت هستند. مدل داری-اولدروید می‌تواند صورت تقریبی از یک معادله‌ی مومنتوم تجربی برای سیال اولدروید-بی در یک محیط متخلخل نامحدود، در نظر گرفته شود. منظور از سیال اولدروید-بی، سیالی است که از مدل اولدروید-بی پیروی می‌کند که محلول‌های پلیمری باگر جز این دسته از سیالات هستند.

به دلیل اینکه هیچ سابقه‌ی تجربی برای ارزیابی قانون اصلاح شده‌ی داری-اولدروید وجود ندارد، بنابراین هدف پژوهش حاضر این است که این رابطه به صورت تجربی مورد ارزیابی قرار گیرد.

در تحقیق حاضر برای بررسی رابطه داری-اولدروید از سلول هل-شاو که شبیه‌ساز محیط متخلخل است، استفاده می‌شود. از طرفی برای بررسی این رابطه نیاز به سیالی است که از مدل ساختاری اولدروید-بی تبعیت کند که سیال باگر می‌تواند کاندیدای خوبی برای انجام آزمایش باشد. با توجه به اینکه در رابطه داری-اولدروید، از مشتقات زمانی استفاده شده است، این قانون در حالت ناپایا است که برای اعمال این شرط از دبی‌های متغیر استفاده می‌شود.

مراحل کار برای بررسی رابطه‌ی داری-اولدروید به این ترتیب است که ابتدا با تزریق سیال باگر با دبی متغیر به داخل سلول هل-شاو، اختلاف فشار دو سر سلول اندازه‌گیری می‌شود. همچنین بر پایه‌ی مدل داری-اولدروید، رابطه‌ی تئوری اختلاف فشار دو سر سلول بدست می‌آید. سپس براساس رابطه‌ی تئوری بدست‌آمده از مدل داری-اولدروید و داده‌های آزمایشگاهی حاصل از تزریق سیال باگر درون سلول، یک تابع هدف بدست می‌آید که با کمینه‌کردن این تابع هدف با استفاده از الگوریتم ژنتیک، ثابت‌های زمانی رهایی از تنش و رهایی از تغییر شکل بدست می‌آیند. از طرف دیگر با استفاده از تست‌های رئومتر، ثابت‌های زمانی رهایی از تنش و رهایی از تغییر شکل برای سیال باگر محاسبه می‌شود. در نهایت با مقایسه قراردادن نتایج حاصل از تست‌های رئومتری با نتایج حاصل از مدل، می‌توان صحت رابطه‌ی داری-اولدروید را مورد ارزیابی قرارداد.



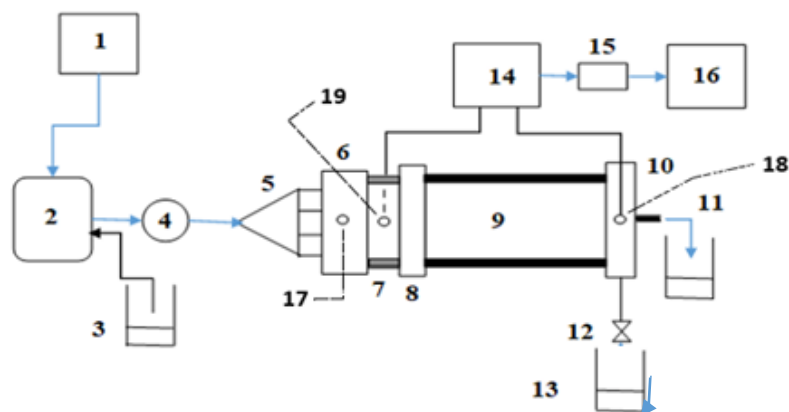
## فصل دوم

### روش آزمایش و تجهیزات مورد استفاده

در این فصل ابتدا فرآیند انجام آزمایش توضیح داده خواهد شد و سپس تجهیزات مورد استفاده و اجزای مختلف تجهیز آزمایشگاهی<sup>۱</sup> ساخته شده معرفی می‌شوند. پس از آن سیالات مورد استفاده و خواص آنها بررسی می‌شود و در نهایت، تست‌های رئومتر برای جهت اندازه‌گیری ثابت‌های زمانی رهایی از تنش و رهایی از تغییر شکل بیان می‌شوند.

## ۱-۲- فرآیند انجام آزمایش

برای مشخص شدن بهتر پارامترهای تشکیل دهنده تجهیز آزمایشگاهی و نحوه اتصال و ارتباط اجزاء با یکدیگر، شماتیکی از سیستم آزمایشگاهی در شکل ۱-۲ نشان داده شده است و با توجه به آن، فرآیند انجام آزمایش توضیح داده می‌شود.



شکل ۱-۲: شماتیکی از سیستم آزمایشگاهی

- (۱) کامپیوتر جهت انتقال دبی متغیر به پمپ (۲) پمپ پریستالتیک (۳) مخزن سیال جابجاکننده (۴)
- (۵) دمیپر (۵) شیلنگ‌های سیلیکونی (۶) کلکتور (۷) پایدارکننده کلکتور (۸) شیر خطی (۹) سلول هل-شاو (۱۰)
- خروجی سلول هل-شاو (۱۱) مسیر خروجی سیال از سلول (۱۲) شیر توپی (۱۳) مخزن حاوی سیال
- جابجاشونده (۱۴) ترانسدمتر فشار (۱۵) دیتالاگر (۱۶) کامپیوتر برای ثبت داده‌ها (۱۷) شیر هواگیری کلکتور
- (۱۸) محل اتصال فشار سنج به خروجی سلول (۱۹) محل اتصال فشارسنج به قسمت زیرین کلکتور

در ابتدا به منظور ثابت کردن و همچنین جلوگیری از خمیدگی سلول هل-شاو، سلول روی یک میز افقی نصب می‌شود. پس از آن، شیر خطی به سلول نصب و در پی آن، کلکتور به شیر خطی متصل

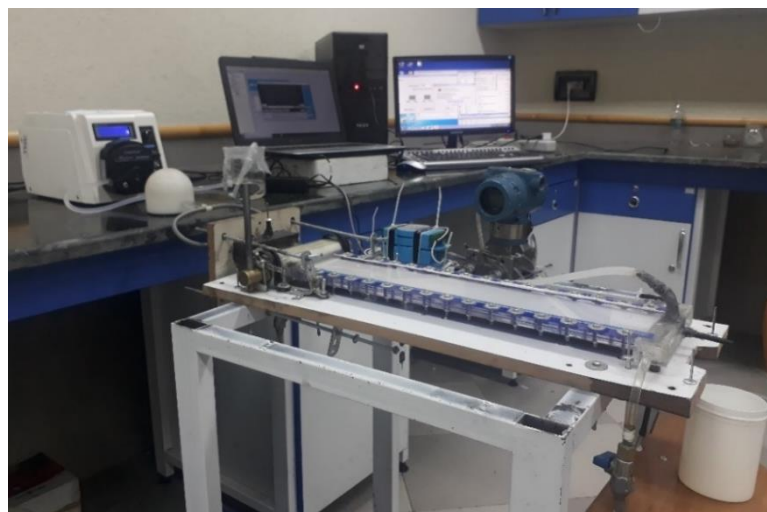
<sup>1</sup> Setup



می‌شود. سپس شیلنگ سیلیکونی ۴ راهه به درگاه‌های ورودی کلکتور متصل و از سمت دیگر شیلنگ به دمپر متصل می‌شود و دمپر نیز به واسطه یک شیلنگ دیگر به پمپ پرستالتیک متصل می‌گردد. برای اندازه‌گیری اختلاف فشار دو سر سلول، در پایین کلکتور و همچنین در بالای قسمت خروجی سلول، مجراهایی برای این منظور تعبیه شده است. لذا با استفاده از شیلنگ‌های سیلیکونی این دو قسمت به فشارسنج روزمونت متصل می‌شوند و برای اینکه بتوان اختلاف فشار را ثبت نمود، فشارسنج به دیتالاگر ADAM4019+ متصل می‌گردد. پس از نصب اتصالات تجهیز آزمایشگاهی، بستر سلول باید از سیال پر شود بدین منظور برای تزریق سیال، ابتدا شیرخطی و شیر قسمت خروجی سلول باز و قسمت هواگیری کلکتور و شیر تخلیه که در پایین کلکتور تعبیه شده‌اند، بسته می‌شوند. برای اینکه حبابی داخل سلول نماند تجهیز آزمایشگاهی را به حالت شیب‌دار قرار داده تا در صورت وجود حباب در سلول، به قسمت فوقانی برود و از قسمت خروجی سلول، خارج شود. لذا فرآیند ورود سیال باید به آهستگی انجام شود به همین منظور از دبی ثابت ( $8 \text{ mL/min}$ ) برای تزریق سیال به داخل کلکتور استفاده شده است. وقتی سلول کاملاً پر شد و سیال از قسمت خروجی سلول عبور کرد، تزریق را متوقف کرده و خروجی سلول و شیرخطی را بسته و سلول را به حالت افقی قرار داده می‌شود. دوباره قسمت خروجی سلول را باز گذاشته تا اینکه فشار نسبی داخل سلول صفر شود (فشار داخل سلول برابر فشار هوای بیرون شود).

حال باید کلکتور کاملاً از سیال اشباع شود بدین منظور به روش زیر عمل می‌شود. برای اینکه سیال تا پشت شیر ورودی سلول برسد، شیر هواگیری باز و شیر تخلیه زیر کلکتور بسته می‌شود. سپس تزریق سیال با دبی ثابت ( $8 \text{ mL/min}$ ) انجام می‌شود زمانی که کلکتور کاملاً پر شد و همه حباب‌ها از کلکتور خارج شدند، پمپ را متوقف کرده و قسمت هواگیری کلکتور را بسته و شیر تخلیه کلکتور باز گذاشته می‌شود. اندکی زمان لازم است تا اینکه فشار نسبی داخل کلکتور صفر شود. آنگاه شیر تخلیه را می‌بندیم. در این وضعیت دو سیال کاملاً در کنار هم قرار گرفته‌اند. به محض باز کردن شیر ورودی سلول، دو سیال با هم برخورد می‌کنند. با توجه به اینکه آزمایش باید در حالت گذرا انجام شود لذا

تزریق سیال باید با دبی متغیر به داخل سلول صورت گیرد. بدین منظور از نرم افزار vTask استفاده می شود (در قسمت پیوست الف در مورد این نرم افزار، توضیح داده شده است). لذا کامپیوتر برای انتقال تغییرات دبی به پمپ، با استفاده از کابل تبدیل RS485 به پمپ پرستالتیک، متصل می شود. لازم به ذکر است که قبل از انجام آزمایش، باید از تراز بودن سیستم آزمایشگاهی اطمینان حاصل نمود. در شکل ۲-۳ نحوه تراز کردن سلول با استفاده از یک ترازسنج نشان داده شده است. در این حالت شرایط برای انجام آزمایش آماده است. تقریباً به طور همزمان، شیر ورودی سلول در حالت باز قرار داده و نرم افزار را برای انتقال دبی متغیر اجرا می شود، در این حالت آزمایش انجام می گردد. شکل ۲-۲ نمای کلی از سلول هل-شاو و سایر وسایل جهت انجام آزمایش را نشان می دهد.



شکل ۲-۲: نمای کلی از سلول هل-شاو و سایر وسایل جهت انجام آزمایش



شکل ۲-۳: تراز کردن تجهیز آزمایشگاه

## ۲-۲- تجهیزات مورد استفاده در آزمایش

حال به اجمال به بررسی تک تک تجهیزات آزمایشگاهی لازم جهت انجام آزمایش، پرداخته می شود و نحوه کارکرد و دلیل استفاده از آنها تشریح داده می شود.

### ۲-۲-۱- فشارسنج روزمونت<sup>۱</sup>

با استفاده از دستگاه فشارسنج Rosmount3051 که به ابتدا و انتهای سلول هل-شاو متصل می شود، اختلاف فشار جریان سیال قابل اندازه گیری است. این دستگاه به صورت دیجیتال، افت فشار دو سر سلول هل-شاو را که توسط دو خط فرعی به دستگاه وصل می شوند، اندازه گیری می نماید. تغذیه این دستگاه توسط یک مبدل ۲۴ ولت است. در شکل ۲-۴، دستگاه سنجش اختلاف فشار نشان داده شده است.



شکل ۲-۴: دستگاه سنجش اختلاف فشار Rosmount3051

### ۲-۲-۲- دیتالاگر<sup>۲</sup>

برای ثبت فشار، تمامی سنسورها به دستگاه دیتالاگر دیجیتالی متصل شده اند. این دستگاه از نوع ADAM4019+ است که قابلیت اتصال ۷ سنسور را به طور همزمان داراست. دستگاه ADAM4019+

<sup>1</sup> Rosemount pressure transmitter

<sup>2</sup> Data logger adam4019+

نیز برای تبدیل داده‌ها، به اطلاعات قابل دسترس به رایانه استفاده شده است. نرم افزار شرکت ADAM با عنوان AdamApax.NET Utility برای ثبت اطلاعات در رایانه استفاده شده است. در شکل ۲-۵ دستگاه دیتالاگر نشان داده شده است.



شکل ۲-۵: دستگاه ثبت داده

### ۲-۲-۳- پمپ پریستالتیک<sup>۱</sup>

برای جابجایی مایع با دقت بالا و یکنواخت یکسان در زمان طولانی از پمپ پریستالتیک استفاده می‌گردد. این پمپ جریان را به صورت ضربه‌ای (پالس به پالس) انتقال می‌دهد. پمپ پریستالتیک از سه قسمت کلی تشکیل شده است:

درايو پمپ<sup>۲</sup> پریستالتیک که شامل مجموعه موتور دستگاه، سیستم کنترلر، نمایشگر، ورودی‌ها و خروجی‌ها و جعبه حاوی آن‌ها می‌باشد.

هد پمپ<sup>۳</sup> پریستالتیک که روی محور موتور دستگاه نصب می‌شود و دارای چند غلطک است که با ایجاد فشار روی بدنه بیرونی شیلنگ، درون آن ایجاد خلاء و فشار می‌نمایند و سبب جابجایی مایع از

---

<sup>1</sup> Prestaltic pump

<sup>2</sup> Pump drive

<sup>3</sup> Pump head

یک سر شیلنگ به سر دیگر آن می‌شوند.

شیلنگ منعطف<sup>۱</sup> (شیلنگ سیلیکون) که به دلیل انعطاف‌پذیری، امکان انحنای به درون توسط غلطک‌های هد و بازگشت به حالت اولیه را دارا می‌باشد.

پمپ مورد استفاده در این آزمایش که به صورت شکل ۲-۶ می‌باشد، مدل BT100-1F از سری دیسپنر<sup>۲</sup> پمپ‌های پرستالتیک کمپانی Linger می‌باشد که توانایی تامین دبی ۲-۵۰۰ میلی لیتر بر دقیقه را دارد.



شکل ۲-۶: پمپ پرستالتیک مدل BT100-1F کمپانی Linger

#### ۲-۲-۴- دمپر پمپ

برای حذف پالس‌هایی که پمپ پرستالتیک به جریان منتقل می‌کند، از دمپر استفاده می‌شود که در شکل ۲-۷ قابل مشاهده است. این دمپر در حقیقت یک مخزن تحت فشار است که از دو قسمت بالا و پایین تشکیل شده است. قسمت بالا از هوا پر شده است و هنگامی که سیال از قسمت پایین دمپر عبور می‌کند، پالس‌های جریان به قسمت بالای دمپر منتقل و جذب آن می‌شود و در خروجی دمپر، جریانی پایدار مشاهده می‌شود.

<sup>1</sup> Flexible tube

<sup>2</sup> Dispenser



شکل ۲-۷: دمپر پمپ پرستالتیک

جدول ۱-۲ دقت و بازه تغییرات وسایل آزمایشگاهی مورد استفاده ذکر شده است.

جدول ۱-۲: دقت و بازه تغییرات وسایل اندازه‌گیری

وسایل اندازه‌گیری	بازه تغییرات	دقت
دیتالاگر	۴ تا ۲۰ میلی آمپر	$\pm 0.032$ میلی آمپر
پمپ	۲ (میکرولیتتر بر دقیقه) تا ۵۰۰ (میلی لیتر بر دقیقه)	$\pm 0.1$ میلی لیتر بر دقیقه
دستگاه اندازه‌گیری افت فشار	۰ تا ۴۶۶/۲ میلیمتر جیوه	$\pm 0.466$ میلی متر جیوه

در ادامه تعدادی از وسایل آزمایشگاهی لازم جهت ساخت سیال معرفی می‌شوند.

### ۲-۲-۵- همزن صفحه حرارتی<sup>۱</sup>

دستگاه همزن صفحه حرارتی، دارای یک همزن مغناطیسی است که با استفاده از آن می‌تواند مایع درون ظرف را هم بزند. از طرفی این دستگاه دارای یک صفحه حرارت دهنده برای انتقال حرارت به سیال است که مایع را در حین مخلوط شدن، گرم می‌کند. با استفاده از صفحه کنترل روی دستگاه می‌توان دمای صفحه حرارت‌دهنده و سرعت چرخش سیستم مغناطیسی دستگاه را تنظیم نمود. برای آزمایش‌های گوناگون دما و سرعت چرخش به صورت مستقل قابل تنظیم می‌باشد. مایعات به کمک

<sup>1</sup> Hot plate stirrer

مگنت داخل ظرف و بدون ارتباط مکانیکی مخلوط می‌شوند. همزن صفحه حرارتی بدین صورت کار می‌کند که موتور داخل دستگاه، آهن‌ربایی را که در زیر صفحه اصلی قرار دارد، به حرکت در می‌آورد و با جابجا شدن قطب‌های آهن‌ربا و قرار گرفتن قطب‌های هم‌نام و دفع یکدیگر مگنت داخل بشر به حرکت در می‌آید. برای ساخت سیالات غیرنیوتنی در این آزمایش به منظور جلوگیری از تخریب رشته‌های مولکولی پلیمر، تمام فرآیندهای همگن‌سازی در دمای محیط (۲۴ درجه سانتی‌گراد) و با سرعت ۱۲۰ دور بر دقیقه انجام شده است. در شکل ۸-۲ همزن مورد استفاده در این پژوهش نشان داده شده است.



شکل ۸-۲: همزن صفحه حرارتی

## ۶-۲-۲- ترازو

برای نمونه‌برداری در آزمایش‌ها، ترازوی شرکت RADWAG مدل PS 510/C/1 با دقت ۰/۰۰۱ مورد استفاده قرار گرفت تصویر این ترازو به شکل ۹-۲ نمایش داده شده است. ساخت پلیمرهای با غلظت پایین نیازمند نمونه‌برداری با دقت بالا است.



شکل ۹-۲: ترازوی شرکت RADWAG مدل PS 510/C/1

## ۷-۲-۲- دستگاه رئومتر<sup>۱</sup>

اندازه‌گیری خواص رئومتری سیالات غیرنیوتنی در این پژوهش، با استفاده از دستگاه رئومتر MCR300 ساخت شرکت Anton Paar انجام شده است. در شکل ۱۰-۲ دستگاه رئومتر نشان داده شده است.



شکل ۱۰-۲: دستگاه رئومتر MCR300

## ۳-۲- معرفی اجزای تجهیز آزمایشگاهی

در این بخش به اجمال به بررسی هریک از اجزای تجهیز آزمایشگاهی و نحوه ساخت و کارکرد آنها پرداخته می‌شود.

### ۱-۳-۲- سلول هل - شاو

استفاده از یک محیط متخلخل واقعی همواره با مشکلات و سختی‌های بخصوصی همراه بوده است. این محیط‌ها غالباً کدر و غیرشفاف می‌باشند و در مطالعات آزمایشگاهی شرایط مناسبی برای مشاهده‌ی انواع فرآیندها (به عنوان مثال ناپایداری انگشتی لزج) فراهم نمی‌کنند. محیط متخلخل مورد استفاده باید به گونه‌ای شفاف باشد تا اینکه حرکت سیال در داخل سلول قابل ثبت و بررسی باشد. برای حل

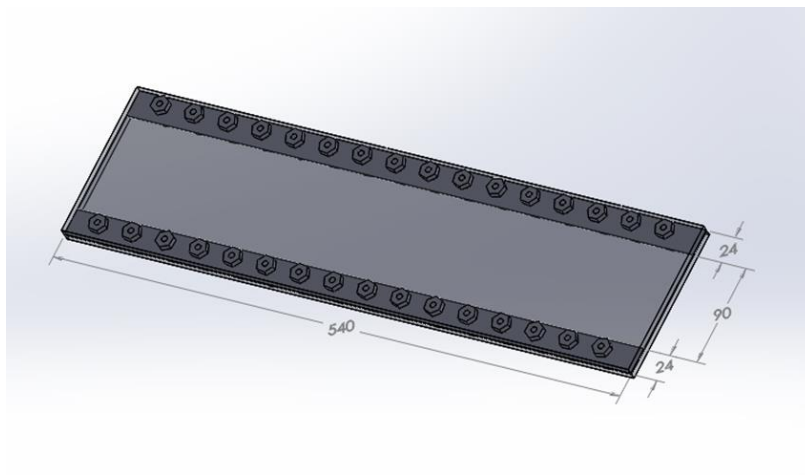
---

<sup>1</sup> Reometer set

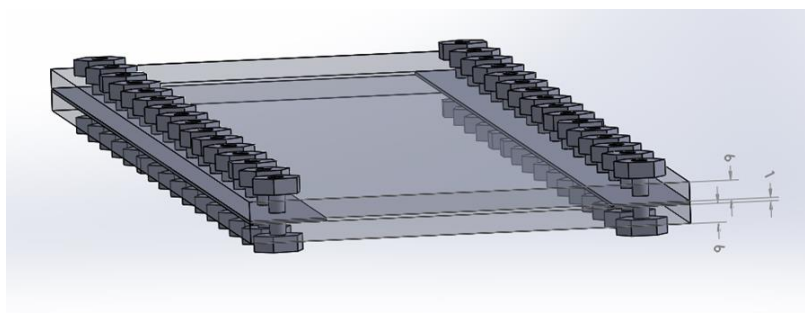


این مشکل، هنری داری با انجام آزمایش‌های متعدد دریافت که اگر دو صفحه‌ی شیشه‌ای به گونه‌ای روی هم قرار گیرند که فاصله‌ی آن‌ها خیلی کم باشد (به عنوان مثال کمتر از  $0.2/0$  اینچ)، جریان با هر سرعتی آرام است و فرم قانون داری کاملاً شبیه فرم معادله حاکم در محیط متخلخل خواهد شد. همانطور که در فصل اول ذکر شد، نفوذپذیری سلول هل-شاو از رابطه‌ی  $K = \frac{\delta^2}{12}$  محاسبه می‌شود. بدین ترتیب یک سلول هل-شاو با فاصله‌ی بین دو صفحه یک میلی‌متر، نفوذپذیری برابر با  $10^{-8} m^2$  خواهد داشت [۲۹].

برای ساخت سلول، از دو صفحه پلکسی شیشه‌ای شفاف به ضخامت ۶ میلی‌متر و یک صفحه ۱ میلی‌متری برای ایجاد فاصله بین دو صفحه، استفاده شده است. همانطور که در شکل ۲-۱۱ و شکل ۲-۱۲ مشاهده می‌شود، ابعاد سلول، ۵۴۰ میلی‌متر در جهت جریان و ۱۳۸ میلی‌متر در جهت عمود بر جریان می‌باشد. از مقدار ۱۳۸ میلی‌متر در جهت عمود بر جریان، ۲۴ میلی‌متر در هر دو طرف با استفاده از پلکسی با ضخامت ۱ میلی‌متری پر شده و ۹۰ میلی‌متر عرض شکاف جهت ورود سیال به محیط است. صفحات ابتدا با چسب آکواریوم کاملاً به هم چسبانده شده‌اند، سپس با تعدادی پیچ و مهره تقویت شده تا در مقابل فشار احتمالی سیال داخل مقاوم باشند. ابعاد سلول با الگو گرفتن از مقالاتی که پدیده‌ی انگشتی را در سلول هل-شاو بررسی می‌کنند، انتخاب شده است. بر این اساس، طول سلول طوری انتخاب شده که برای دبی‌های مدنظر، زمان نسبتاً کافی وجود داشته باشد تا اینکه پیشروی سیال در سلول دیده شود و بتوان در لحظات مختلف پیشروی سیال را بررسی نمود. همچنین عرض سلول میبایست به اندازه‌ای انتخاب شود که محدودکننده تولید انگشتی نباشد.



شکل ۱۱-۲: نحوه کنار هم گذاشتن قطعات سلول هل-شاو



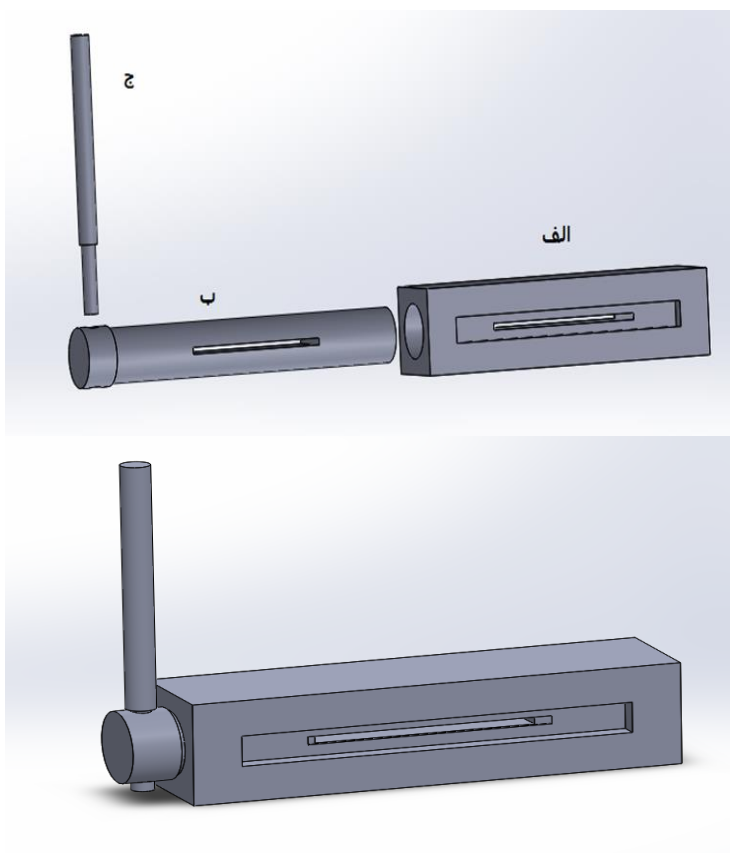
شکل ۱۲-۲: ابعاد سلول هل-شاو - نما از نماهای مختلف

### ۲-۳-۲- شیر ورودی

برای کنترل جریان در ورودی سلول هل-شاو، از مکانیزمی مشابه عملکرد شیر توپی مطابق شکل ۱۳-۲ استفاده شده است. شیرهای توپی برای قطع و وصل جریان به کار گرفته می‌شوند. در قسمت پایین این شیرها، از یک قطعه توپی شکل برای توقف و حرکت سیال استفاده می‌شود. با باز شدن دسته شیر، توپی چرخیده و سوراخی که در وسط آن وجود دارد، در مسیر ورود و خروج جریان سیال قرار می‌گیرد و در نتیجه سیال از شیر عبور می‌کند. وقتی توپی طوری بچرخد که سوراخ آن عمود بر مسیر سیال قرار گیرد، جریان سیال متوقف می‌گردد. با همین ایده، یک شیر ورودی در ابتدای سلول هل-شاو طراحی شد. در شکل ۱۴-۲ اجزای اصلی شیر و نحوه قرارگیری آن‌ها در کنار هم نشان داده شده است.



شکل ۲-۱۳: مکانیسم شیر ورودی



شکل ۲-۱۴: شیر ورودی الف) محفظه قرارگیری توپی ب) توپی استوانه‌ای شیردار ج) دستگیره

بدنه شیر از جنس پلی‌آمید ساخته شده است. پلی‌آمیدها موادی چقرمه<sup>۱</sup> با مقاومت سایشی بالا، ضربه‌پذیر، دارای مقاومت ترکیدگی بالا در خم شدن‌های متوالی هستند. توپی در این شیر، استوانه‌ای

<sup>۱</sup> High Fracture Toughness

برنجی است که شیاری به اندازه سطح مقطع سلول  $90 \times 1$  میلی‌متر دارد. در حالی که شیر باز شود، شکاف برابر مقطع ورودی و خروجی شیر قرار گرفته و جریان را از خود عبور می‌دهد. با چرخش  $45^\circ$  درجه‌ای دسته شیر، شکاف استوانه‌ای برنجی عمود بر مقطع ورود و خروج شیر قرار گرفته و جریان قطع می‌شود. یک واشر لاستیکی تخت از جنس سیلیکون برای آب‌بندی، در داخل شکافی که برای قرار گرفتن کلکتور ایجاد شده، قرار گرفته است. برای محکم نگه داشتن شیر از دو بسط نیم دایره‌ای استفاده شده است که در شکل ۲-۱۵ نحوه قرارگیری بسط روی شیر نشان داده شده است.



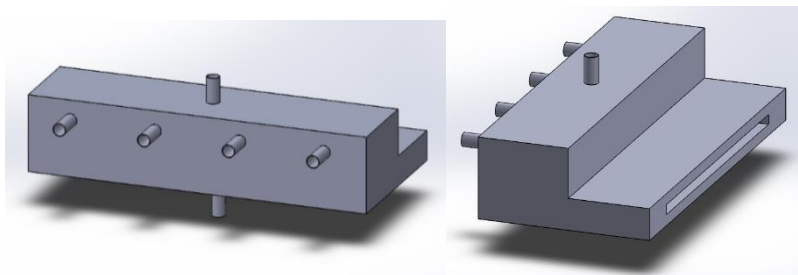
شکل ۲-۱۵: نحوه قرارگیری بسط روی شیر

### ۲-۳-۳- کلکتور ورودی

تزریق سیال توسط پمپ پرستالتیک و با استفاده از دمپر انجام می‌شود. به منظور یکنواخت و یکدست کردن جریان و حرکت جبهه سیال در تمام مقطع سلول هل-شاو به صورت خطی، از کلکتور ورودی استفاده شده است. شکل ۲-۱۶ مدل طراحی شده این کلکتور را نشان می‌دهد.

سیالی که از پمپ خارج می‌شود، توسط یک شیلنگ از جنس سیلیکون به چهار قسمت تقسیم شده و به چهار ورودی کلکتور که در شکل ۲-۱۶ دیده می‌شود، متصل شده‌اند. در ادامه سیال از مخزن کلکتور، وارد کانال پایدارکننده می‌شود. مقطع این کانال برابر با مقطع سلول هل-شاو است. برای مشاهده

سیال درون کلکتور و کانال پایدارکننده، این قسمت از پلکسی شیشه ای شفاف ساخته شده است. به منظور خارج کردن حباب‌های هوای احتمالی در کلکتور و جلوگیری از ورود آن داخل سلول، در بالای مخزن کلکتور یک شیر هوا تعبیه شده است. در کف مخزن نیز برای تخلیه و شست‌وشوی کلکتور و محیط داخل سلول، یک شیر خروجی پیش‌بینی شده است و برای بدست آوردن اختلاف فشار دو سر سلول هل-شاو، یک رابط خروجی در کف کلکتور و یک رابط خروجی دیگر در انتهای سلول ایجاد شده است و به وسیله شیلنگ‌های سیلیکونی این رابط‌های خروجی، به فشارسنج روزمونت متصل می‌شوند. کلکتور با استفاده از یک صفحه ام‌دی‌اف و چهار پیچ رزوه‌دار و همچنین با استفاده از چهار عدد پیچ متری که در بالا و پایین میز تعبیه شده‌اند، به شیر متصل می‌شود (شکل ۲-۱۷).



شکل ۲-۱۶: کلکتور ورودی



شکل ۲-۱۷: نحوه‌ی اتصال کلکتور به سلول هل-شاو

## ۲-۳-۴- خروجی سیال

در انتهای سلول، یک جمع‌کننده سیال قرارداده شده است که هم مسیری برای خروجی سیال در حین آزمایش و هم یک ورودی برای پر کردن محیط از سیال جابجا شونده است. به همین منظور بین این مجرای استوانه‌ای خروجی و شیلنگ متصل به آن، یک شیر توپی قرار داده شده است. در این خروجی به منظور خارج کردن سیال، هنگامی که تزریق سیال جابجا کننده انجام می‌شود، مطابق شکل ۲-۱۸ مسیری در جلوی آن تعبیه شده است و در بالای آن برای اندازه‌گیری فشار، یک رابط خروجی تعبیه شده است.



شکل ۲-۱۸: خروجی سیال

## ۲-۴- سنجش صحت تجهیز آزمایشگاهی

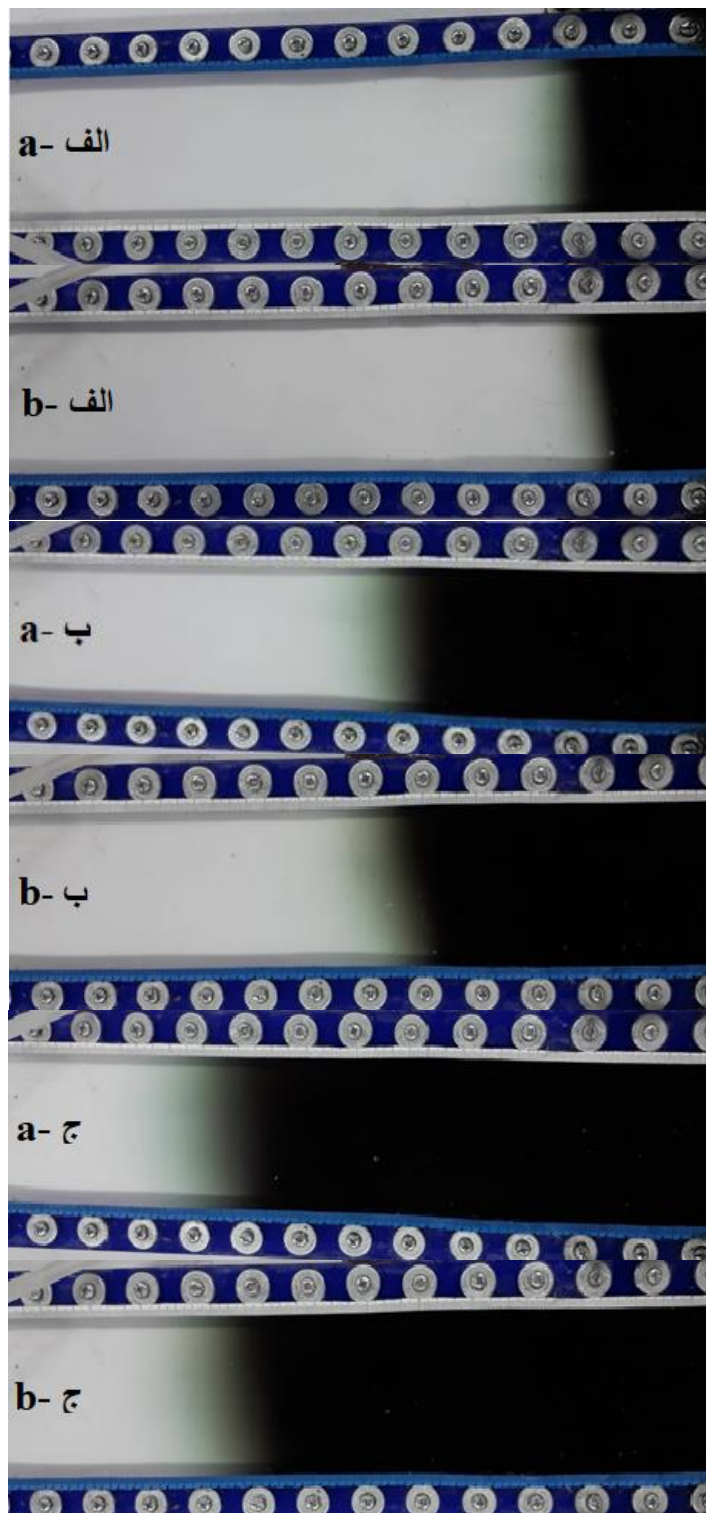
به منظور اطمینان بیشتر از یکنواخت ساخته شدن سلول، آزمایشی طراحی شد تا بررسی شود آیا فاصله بین دو صفحه در سلول در همه نقاط یکسان است و جریان به طور یک دست مسیر را طی می‌کند یا خیر. به این منظور سلول از آب مقطر بدون رنگ، پر شد. سپس در ظرفی دیگر، مقداری رنگ خوراکی با آب مخلوط شد و این مخلوط که لزجتی برابر با آب دارد، با دبی ۸ میلی‌لیتر بر دقیقه در سلول تزریق شد. شکل ۲-۱۹ جبهه حرکت را در فواصل زمانی یکسان نشان می‌دهد. مشاهده می‌شود که پیشروی جبهه پایدار و یکنواخت است.



شکل ۲-۱۹: صحت‌سنجی موازی بودن سلول در تمام نقاط و ثبت تصاویر در لحظات الف) ۱۰۰ ثانیه ب) ۱۶۰ ثانیه ج) ۲۲۰ ثانیه د) ۲۵۰ ثانیه

## ۲-۵- تکرارپذیری آزمایش

تکرارپذیری، دقت بدست آمده تحت شرایط یکسان با روش‌ها و تجهیزات یکسان است که توسط یک اپراتور بر روی نمونه‌های معادل آمده است. با این تعریف، یک آزمایش را در شرایط یکسان و با نمونه‌های یکسان در دو زمان مختلف تکرار شده است. شکل ۲-۲۰ مقایسه این آزمایش‌ها را در لحظات یکسان نشان می‌دهد.



شکل ۲-۲۰: (a) تزریق آب رنگی در آب بدون رنگ با دبی ۸ میلی لیتر بر دقیقه (b) تکرار آزمایش الف) لحظه‌ی ۱۰۰ ثانیه (ب) ۱۶۰ ثانیه (ج) ۲۲۰ ثانیه



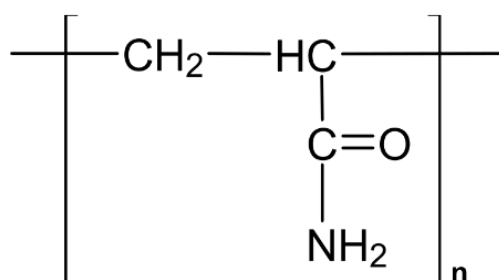
## ۲-۶- سیالات مورد استفاده

سیالات مورد استفاده در این مطالعه عبارتند از:

- محلول‌های پلیمری (سیال باگر) ساخته شده از پلی‌آکریل‌آمید<sup>۱</sup> با غلظت پایین
- سیالات نیوتنی (آب مقطر و محلول آب و گلیسرین با درصد حجمی مشخص)

### ۲-۶-۱- محلول پلیمری

یک بافت پلیمری را می‌توان مجموعه‌ای از ساختارهای کوچک دانست (مونومرها) که این ساختار به تعداد بسیار زیادی تکرار شده است. تولید پلیمر طی فرآیندی انجام می‌شود که پلیمریزاسیون نامیده می‌شود و دو نوع عمده آن تغلیظ و اضافه کردن می‌باشد. پلیمریزاسیون به روش اضافه کردن، وقتی اتفاق می‌افتد که یک رادیکال آزاد به ماده اضافه شود. رادیکال آزاد به موادی که اتصالات دوتایی دارند، حمله می‌کند تا تمام این اتصالات بشکنند و واکنش بین زنجیرهای پلیمری انجام شود. پلیمریزاسیون به روش تغلیظ به حالتی گفته می‌شود که دو مونومر در آب به هم متصل شوند. پلیمریزاسیون رادیکال‌های آزاد مونومرهای آکریلامید در آب، منجر به تولید پلی‌آکریل‌آمید می‌شود. در شکل ۲-۲۱ ساختار مولکولی این پلیمر نمایش داده شده است. فرمول شیمیایی این پلیمر در دما و فشار استاندارد  $C_{35}H_{49}O_{29}$  می‌باشد.



شکل ۲-۲۱: نمایی از پیوندهای مولکولی پلی‌آکریلامید

<sup>1</sup> Polyacrylamide

پلی‌آکریل‌آمید در دسته پرکاربردترین پلیمرها در صنایع مختلف است. در اکثر کاربردهای صنعتی، از این ماده به صورت محلول در آب استفاده می‌شود. پلی‌آکریل‌آمید ماده شیمیایی مصنوعی است که ارزان قیمت است و هیچ‌گونه تأثیرات مخربی بر روی محیط زیست ندارد. این دسته از مواد، جزء موادی هستند که قابلیت جذب بالای آب را دارند. این پلیمر به صورت پودری سفید رنگ و بدون بو، مطابق شکل ۲-۲۲ موجود است و در فرمولاسیون داروها نیز استفاده می‌شود.



شکل ۲-۲۲: پودر پلیمر پلی‌آکریل‌آمید

در این مطالعه از پلی‌آکریل‌آمید با جرم مولکولی  $5 \times 10^5$  گرم بر مول برای ساخت پلیمر استفاده شده است. برای ساخت محلول پلیمری (سیال باگر)، ابتدا مقدار کمی از پودر پلی‌آکریل‌آمید (به اندازه درصد جرمی موردنظر) را به همراه آب مقطر درون بشر ریخته و سپس محلول را به مدت ۲۴ ساعت با سرعت ۱۲۰ دور بر دقیقه در دمای محیط توسط همزن صفحه حرارتی مخلوط می‌شود. پس از اطمینان از حل شدن کامل پودر پلیمر در آب و همگن بودن آن، به آرامی گلیسیرین را طی ۴ مرحله (هر ۶ ساعت) به محلول اضافه شده و سیال برای مدت ۲۴ ساعت هم خورده تا به یک محلول کاملاً همگن تبدیل شود. محلول باید حداقل یک هفته استراحت نماید تا کاملاً پایدار شود و تنش‌های موجود در آن از بین رود. لازم به ذکر است که افزایش درصد پلیمر، موجب اندکی تغییر در لزجت می‌شود و همچنین خاصیت الاستیک سیال رشد می‌کند که این امر سبب بالا رفتن زمان رهایی از تنش می‌شود. گلیسیرین و آب به راحتی در یکدیگر حل می‌شوند و به عنوان فاز حلال استفاده شده‌اند. از گلیسیرین به عنوان عامل تنظیم لزجت (به منظور ایجاد لزجت بالا) استفاده می‌گردد. این نکته قابل توجه است که چنانچه

ماده پلیمری به خوبی در آب حل نشده باشد، تشخیص آن کار ساده‌ای نیست. لذا با افزودن گلیسیرین، ناهمگنی‌ها به صورت رگه در محلول نمایان خواهند شد [۳۰].

سیال‌های منتخب باید به گونه‌ای باشند که با توجه به محدودیت‌های آزمایشگاهی امکان ساخت آن وجود داشته باشد. با ساخت نمونه‌های مختلف، در نهایت سه سیال با گرانتخاب گردیدند که در ادامه درصد ترکیب اجزای آنها اشاره شده است.

- **نمونه محلول پلیمری اول:** در این نمونه، ۰/۰۱٪ جرمی (۱۰۰ppm) پلی‌آکریل‌آمید با جرم مولکولی  $5 \times 10^5$  گرم بر مول در حلال آب و گلیسیرین با نسبت ۲۰ به ۸۰ حجمی، حل شده است. از این پس جهت راحتی، این ترکیب تحت عنوان "باگر-۱" نام برده می‌شود.

- **نمونه‌های محلول پلیمری دوم و سوم:** ساخت نمونه‌های پلیمری دوم و سوم نیز کاملاً مشابه نمونه اول می‌باشند و تفاوت آنها تنها در نسبت حجمی آب و گلیسیرین به کاررفته است. از این پس جهت راحتی، این نمونه‌ها تحت عنوان "باگر-۲" و "باگر-۳" نام برده می‌شوند. خواص سیالات باگر ساخته شده در جدول ۲-۲ ارائه شده است.

همچنین برای ساخت سیال نیوتنی با لزجت معادل سیال باگر، از محلول آب و گلیسیرین با درصد حجمی مشخص مطابق جدول ۲-۲ استفاده می‌شود.

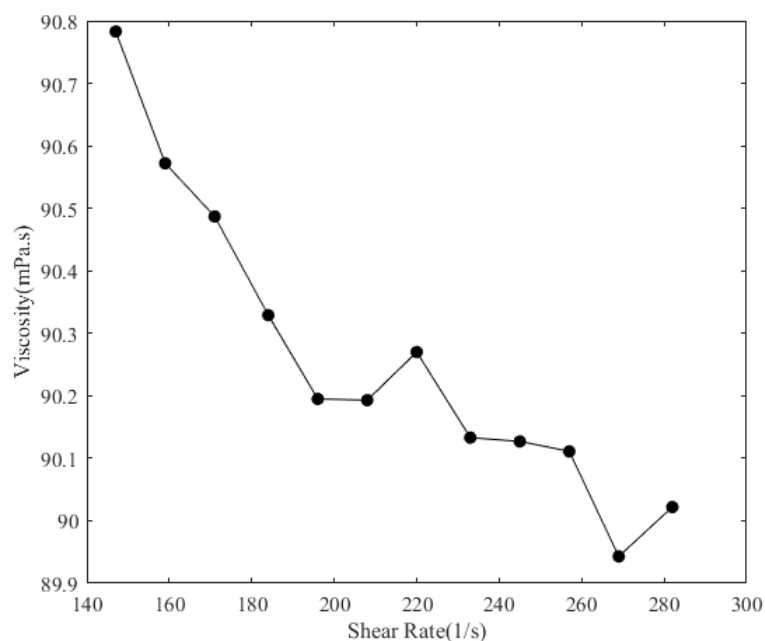
## ۲-۷- تست‌های رئومتری

مجموعه آزمایش‌های مربوط به اندازه‌گیری خواص ویسکوالاستیک به تست‌های رئومتری معروف هستند. این آزمایش‌ها منجر به شناسایی خواص اصلی سیال می‌شوند.

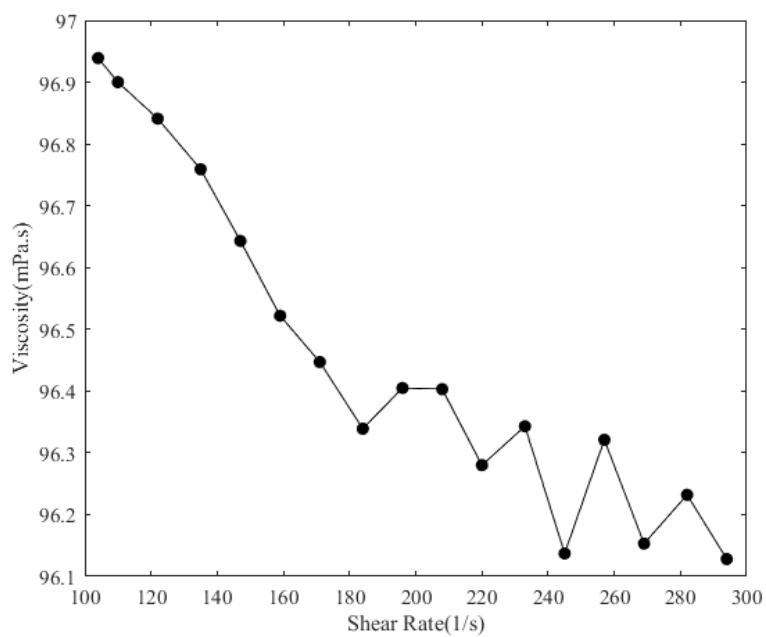
### ۲-۷-۱- تست لزجت

یکی از مشخصه‌های رفتار رئولوژیکی سیالات ویسکوالاستیک، تغییرات لزجت سیالات با افزایش نرخ

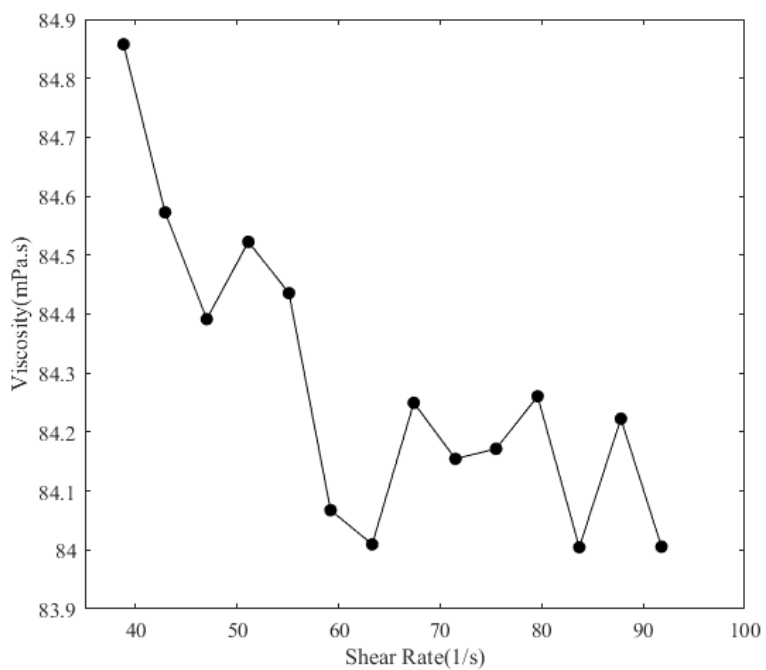
برش می‌باشد. بر این اساس، شکل ۲-۲۳ تا شکل ۲-۲۵، تغییرات لزجت در برابر نرخ برش را برای سیالات باگر مورد استفاده در این پژوهش، نشان می‌دهند. همانطور که مشاهده می‌شود با افزایش نرخ برش، تغییرات جزئی در لزجت به وجود می‌آید و تقریباً در نرخ برش‌های مختلف، لزجت ثابت می‌ماند. همانطور که در تست لزجت نشان داده شده است، لزجت سیال باگر-۱،  $90/31$  (mPa.s)، لزجت سیال باگر-۲،  $96/47$  (mPa.s) و لزجت سیال باگر-۳،  $84/4$  (mPa.s) شده است.



شکل ۲-۲۳: لزجت بر حسب نرخ برش سیال باگر-۱



شکل ۲-۲۴: لزجت بر حسب نرخ برش سیال باگر-۲



شکل ۲-۲۵: لزجت بر حسب نرخ برش سیال باگر-۳

جدول ۲-۲: خواص مربوط به سیالات مورد استفاده در آزمایش‌ها

ردیف	نام نمونه	درصد حجمی گلیسرین در نمونه (%)	چگالی در دمای ۲۵°C (kg/m <sup>3</sup> )	لزجت در دمای ۲۵°C (mPa.s)
۱	آب	۰	۹۹۶/۸۵	۰/۸۹
۲	گلیسرین	۱۰۰	۱۲۵۸	۹۰۵
۳	باگر-۱	۸۰	۱۲۱۹/۲	۹۰/۳۱
۴	باگر-۲	۸۲	۱۲۱۹/۲	۹۶/۴۷
۵	باگر-۳	۷۸	۱۲۱۹/۱	۸۴/۴
۶	نیوتنی-۱	۸۲/۹۰۸	۱۲۲۰/۵	۹۰/۳۱
۷	نیوتنی-۲	۸۳/۵۱۵	۱۲۲۳/۸	۹۶/۴۷
۸	نیوتنی-۳	۸۲/۲۸	۱۲۱۹/۷	۸۴/۴

### ۲-۷-۲- زمان رهایی از تنش

زمان رهایی از تنش معرف فاصله زمانی بین تنش اعمالی و تغییر شکل حاصل از آن است. یکی از راه‌های تخمین زمان رهایی از تنش، تفسیر نتایج  $G'$  و  $G''$  براساس مدل ماکسول است. مدول‌های  $G'$  و  $G''$  مدول‌های مادی هستند که از آزمون نوسان حاصل می‌شوند. به این صورت که با ترسیم نمودار تغییرات مدول‌های  $G'$  و  $G''$  بر حسب فرکانس اعمالی، اولین نقطه برخورد این مدول‌ها بر حسب فرکانس برابر با عکس زمان رهایی از تنش اول  $\frac{1}{\lambda}$  می‌باشد. اما برای حالتی که مدول‌های  $G'$  و  $G''$  تلاقی نداشته باشند، باید با استفاده از روابط مربوطه، مقدار میانگین زمان رهایی از تنش را بدست آورد که نحوه استخراج این روابط در ادامه بیان شده است.

### ۲-۷-۳- تست نوسان

تست نوسان یکی از معروف‌ترین تست‌های سیالات ویسکوالاستیک است. در این تست ماده تحت یک تنش نوسانی قرار گرفته و تغییر شکل ماده مورد بررسی قرار می‌گیرد. انتظار می‌رود که تغییر شکل و

تنش، همفرکانس باشند اما یک اختلاف فاز به اندازه  $\delta$  در آن‌ها طبق رابطه (۲-۲) مشاهده می‌شود.

$$\tau = \tau_0 \cos \omega t \quad (۱-۲)$$

$$\gamma = \gamma_0 \cos(\omega t - \delta) \quad (۲-۲)$$

در این تست مقدار  $\gamma_0$  بسیار کوچک لحاظ شده است تا از تغییر شکل‌های بزرگ اجتناب گردد.

بدین منظور طبق روابط (۳-۲) و (۴-۲) از تنش و برش مختلط استفاده شده است که قسمت حقیقی

آن تنش و برش هستند:

$$\tau^* = G^* \gamma^* \quad (۳-۲)$$

$$\tau^* = \eta^* \dot{\gamma}^* \quad (۴-۲)$$

همچنین  $G^*$  دارای یک بخش حقیقی و یک بخش موهومی است:

$$G^* = G' + iG'' \quad (۵-۲)$$

که در رابطه (۵-۲)،  $G''$  معرف بخش سیال ماده (ویسکوز) و  $G'$  معرف بخش جامد ماده

(الاستیک) است. براساس مدل‌سازی جامد داریم:

$$G^* = \frac{\tau^*}{\gamma^*} = \frac{\tau e^{i\omega t}}{\gamma e^{i(\omega t - \delta)}} \quad (۶-۲)$$

از طرفی خود اختلاف فاز می‌تواند تابع فرکانس باشد. می‌توان نوشت:

$$G' = \frac{\tau_0}{\gamma_0} \cos \delta \quad (۷-۲)$$

$$G'' = \frac{\tau_0}{\gamma_0} \sin \delta \quad (۸-۲)$$

از تقسیم دو رابطه اخیر می‌توان نوشت:

$$\tan \delta = \frac{G''}{G'} \quad (9-2)$$

یکی از بهترین مدل‌ها برای تفسیر نتایج تست نوسان، مدل ماکسول است. که از طریق آن می‌توان زمان رهایی از تنش سیال ویسکوالاستیک را بدست آورد. با جایگذاری روابط (۱-۲) و (۲-۲) در رابطه ماکسول (۱۰-۱)، رابطه زیر بدست می‌آید:

$$\tau_0 \cos \omega t - \lambda \tau_0 \sin \omega t = \eta \dot{\gamma} \quad (10-2)$$

با توجه به روابط مشاهده می‌شود:

$$\gamma_0 = \frac{\lambda \tau_0}{\eta \cos \theta} \quad \& \quad \tan \delta = \frac{1}{\lambda \omega} \quad (11-2)$$

در نتایج آزمایشگاهی، برای مکانی که دو نمودار یکدیگر را قطع می‌کنند مدول‌های مادی برابر هستند ( $G'' = G'$ ) بنابراین از رابطه (۱۱-۲)، نتیجه زیر حاصل می‌شود:

$$\tan \delta = \frac{1}{\lambda \omega} = 1 \rightarrow \omega = \frac{1}{\lambda} \quad (12-2)$$

مدول‌های  $G'$  و  $G''$  با استفاده از دستگاه رئومتر Anton Paar ۳۰۲ اندازه‌گیری می‌شوند. یکی از مشکلات اساسی در آزمون فرکانس جاروبی<sup>۱</sup> برای محلول‌های پلیمری خیلی رقیق، تأثیرات اینرسی است. برای دستیابی به داده‌های فیزیکی بهتر و بدون اثرات اینرسی، آزمایش‌ها با استفاده از یک سیستم اندازه‌گیری اسپیندل صفحه و مخروط<sup>۲</sup> به قطر  $50\text{mm}$  برای هر سه سیال باگر انجام می‌شوند. در همه آزمایش‌ها دما در  $25^\circ\text{C}$  ثابت نگه داشته می‌شود. به منظور دستیابی به پاسخ خطی برای آزمون فرکانس جاروبی، برای هر دو سیال باگر، آزمون دامنه جاروبی<sup>۳</sup> نیز در فرکانس پایین ( $1\text{Hz}$ ) انجام

<sup>1</sup> Sweep frequency

<sup>2</sup> Cone and plate

<sup>3</sup> Sweep amplitude



می‌گردد. مشخص می‌شود که هر دو مدول  $G'$  و  $G''$  در بیش از ۴۰٪ از تغییر شکل ثابت‌اند و داده‌ها می‌توانند در این محدوده خطی باشند. بنابراین به مقدار ثابت ۱۰٪ از تغییر شکل برای تست‌های فرکانس جاروبی در نظر گرفته می‌شود. نمودارهای  $G'$  و  $G''$  در برابر فرکانس زاویه‌ای، در شکل ۲-۲۶ تا شکل ۲-۲۸ برای سیالات باگر استفاده شده در این پژوهش، رسم شده‌اند. محدوده زمانی رهایی از تنش، از برازش مدل تعمیم‌یافته ماکسول با نتایج حاصل از آزمون فرکانس جاروبی تخمین زده می‌شود. در این مدل،  $G'$  و  $G''$  به صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$G' = \sum_{i=1}^n \frac{\eta_i \lambda_i \omega^2}{1 + \lambda_i^2 \omega^2} \quad (۱۳-۲)$$

$$G'' = \eta_s \omega + \sum_{i=1}^n \frac{\eta_i \omega^2}{1 + \lambda_i^2 \omega^2} \quad (۱۴-۲)$$

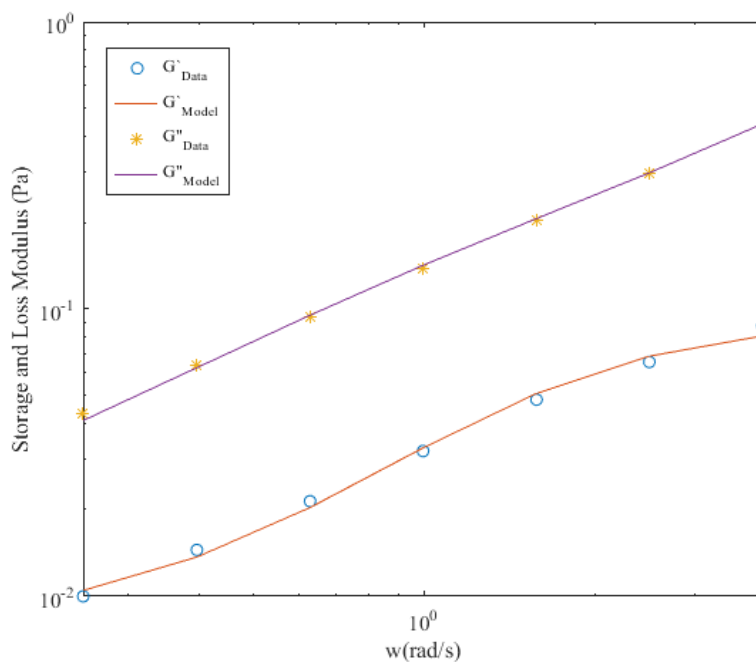
روابط  $G'$  و  $G''$  را به  $n$  مؤلفه تقسیم می‌کنند که هر مؤلفه با یک زمان رهایی از تنش  $\lambda_i$  و یک ضریب لزجت  $\eta_i$  برای هر مود، مشخص می‌شود. مقدار  $n$  برای هر مود، تا زمانی که به یک برازش خوب برای داده‌ها برسیم، افزایش می‌یابد. بدین منظور تابع خطا  $f$  به صورت زیر تعریف می‌شود.

$$f_{min} = \sum_{i=1}^m \left[ \text{abs} \left( 1 - \frac{G'_{model}(\omega)}{G'_{data}(\omega)} \right) + \text{abs} \left( 1 - \frac{G''_{model}(\omega)}{G''_{data}(\omega)} \right) \right] \quad (۱۵-۲)$$

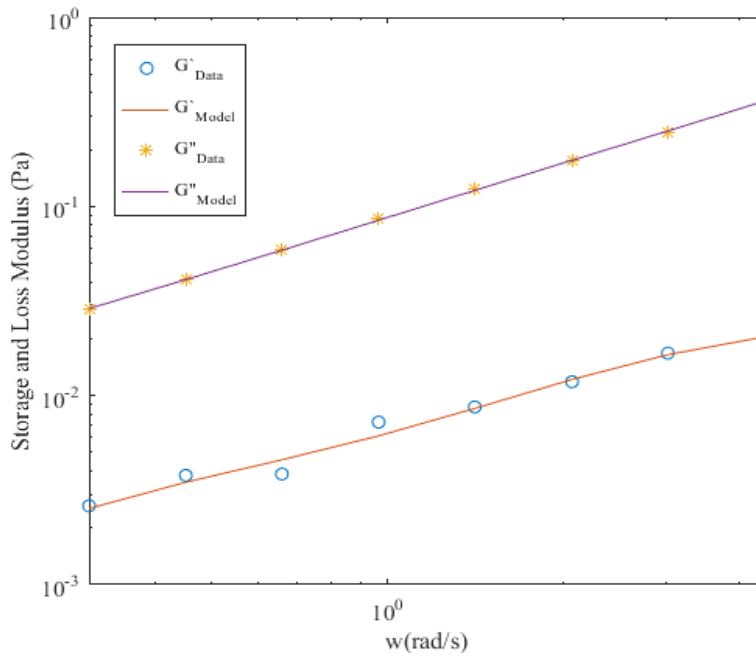
که در آن  $m$  تعداد داده‌های آزمایشگاهی برای  $G'$  و  $G''$  است. در رابطه‌ی فوق،  $G'_{model}$  و  $G''_{model}$  به ترتیب ناشی از روابط (۱۳-۲) و (۱۴-۲) می‌باشند و  $G'_{data}$  و  $G''_{data}$  ناشی از داده‌های بدست آمده از دستگاه رئومتر می‌باشند. در اینجا دو مود از مدل تعمیم‌یافته ماکسول روی داده‌های آزمون‌های فرکانس جاروبی برازش شده است. با کمینه کردن تابع خطا (۱۵-۲)، ضریب اطمینان مناسبی برای برازش حاصل می‌شود. به دلیل تعداد زیاد متغیرهای بهینه ( $\lambda_i$  و  $\eta_i$ )، روش الگوریتم ژنتیک به‌عنوان یک روش بهینه‌سازی غیرخطی استفاده می‌شود. با مشخص بودن مقادیر  $\lambda_i$  و  $\eta_i$ ، مقدار متوسط زمان رهایی از تنش برای نمونه‌های غیرنیوتنی به صورت معادله زیر قابل محاسبه خواهد بود.

$$\bar{\lambda} = \frac{\sum \eta_i \lambda_i}{\sum \eta_i} \quad (16-2)$$

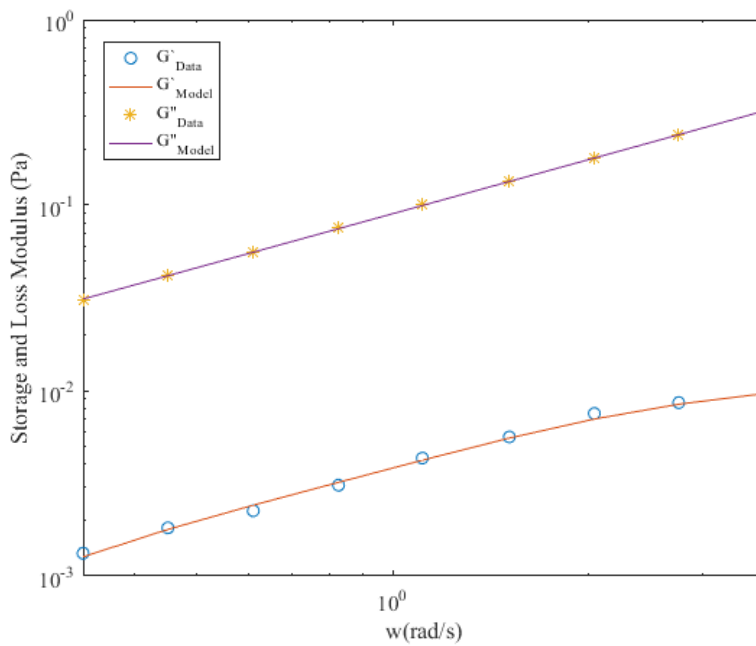
نمودار  $G'$  و  $G''$  برای مدل برازش شده نیز در شکل ۲۶-۲ تا شکل ۲۸-۲ مربوط به سیالات باگر مورد استفاده در این پژوهش، رسم شده است. ضریب اطمینان مناسب بین داده‌ها و پاسخ مدل تعمیم یافته ماکسول (به عنوان یک مدل خطی)، دومین دلیل برای خطی بودن داده‌هاست.



شکل ۲۶-۲: رفتار مدولهای  $G'$  و  $G''$  برای سیال باگر-۱



شکل ۲-۲۷: رفتار مدولهای  $G'$  و  $G''$  برای سیال باگر-۲



شکل ۲-۲۸: رفتار مدولهای  $G'$  و  $G''$  برای سیال باگر-۳

#### ۲-۷-۴- تست خزش

جهت محاسبه زمان تأخیر از تفسیر تست خزش استفاده می‌شود. مطابق رابطه (۲-۱۷)، در این تست ماده تحت یک تنش ناگهانی و ثابت  $\tau_0$  قرار می‌گیرد و سپس ( $\gamma$ ) ایجاد شده در ماده اندازه‌گیری

می شود.

$$\tau = \begin{cases} \tau_0 & t > 0 \\ 0 & t = 0 \end{cases} \quad (17-2)$$

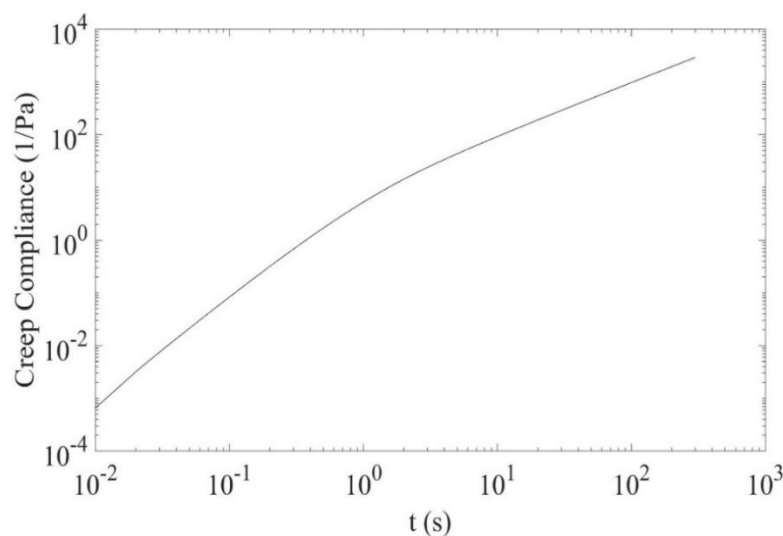
ضریب انعطاف پذیری (Creep Compliance) یکی از مدول های مادی است که به صورت زیر

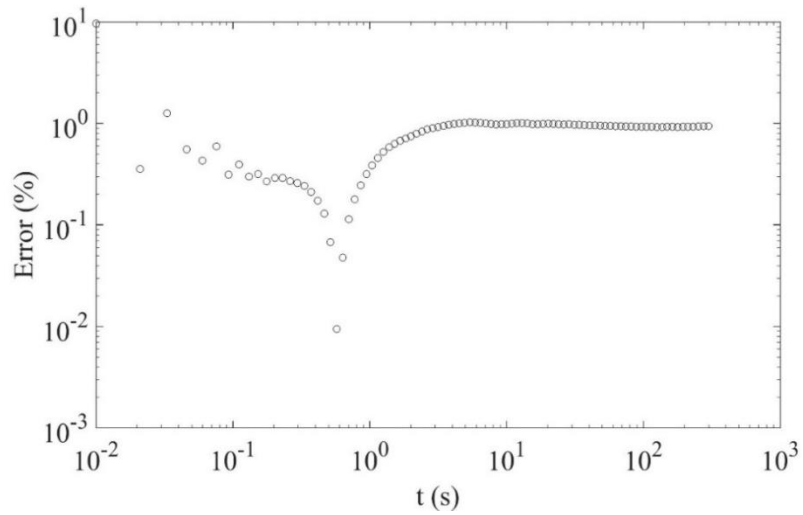
تعریف می شود.

$$J = \frac{\gamma}{\tau} = \frac{1}{G} \quad (18-2)$$

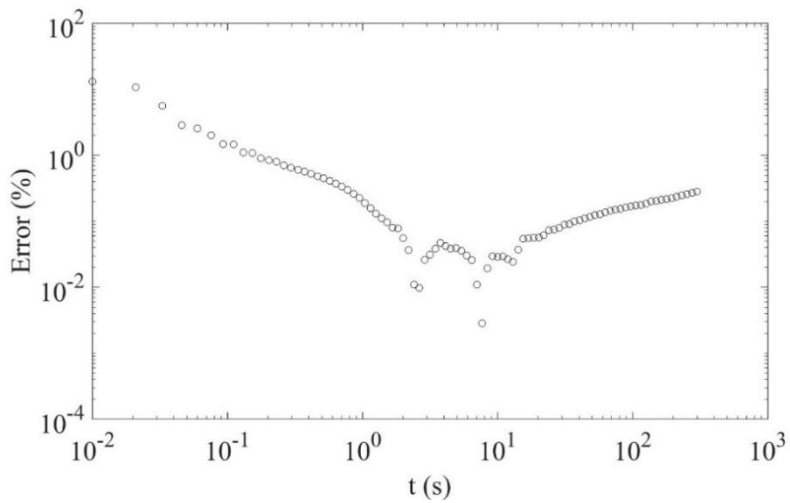
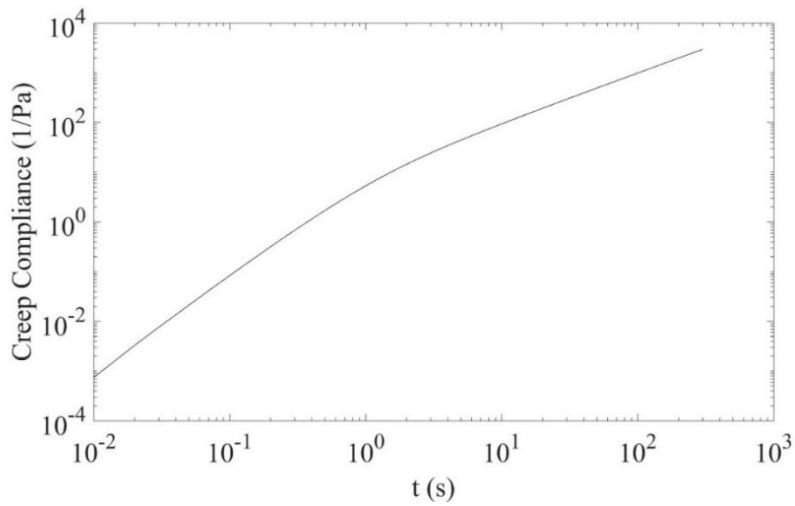
در تست خزش پس از اندازه گذاری برش، مقدار این مدول مادی از رابطه (۱۸-۲) محاسبه می شود.

در این تحقیق، تست خزش توسط دستگاه رئومتر و با استفاده از اسپیندل صفحه و مخروط با قطر ۵۰ میلیمتر برای هر سه سیال باگر، انجام شده است. در این آزمایش نیز در دما ۲۵ درجه سانتی گراد ثابت نگه داشته شده است. جهت اطمینان از خطی بودن داده ها، تست در دو تنش ثابت ۵ و ۱۰ پاسکال انجام شده و انتظار می رود که در ناحیه ویسکوالاستیک خطی مقدار ضریب انعطاف پذیری تغییری نکند. در شکل های زیر مقدار ضریب انعطاف پذیری برای هر سه سیال باگر و انحراف آن نسبت به مقدار میانگین ترسیم شده است. مطابق شکل ۲-۲۹ تا شکل ۲-۳۱ درصد خطا در عمده موارد بسیار اندک بوده و این مبین خطی بودن داده ها است.

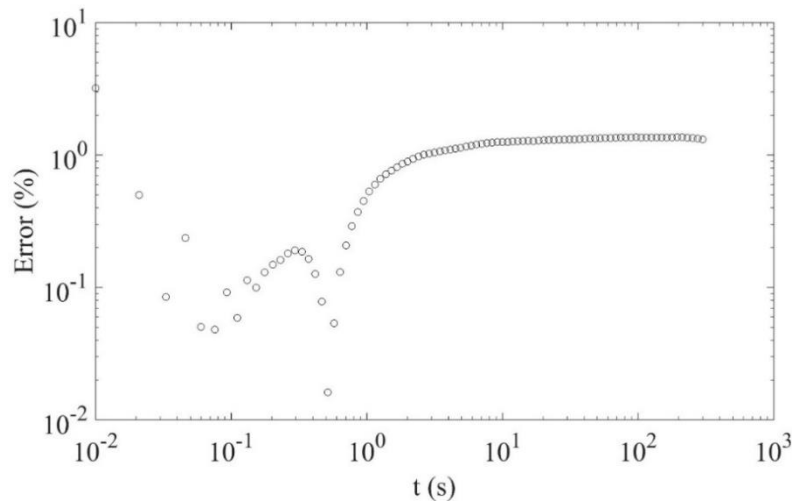
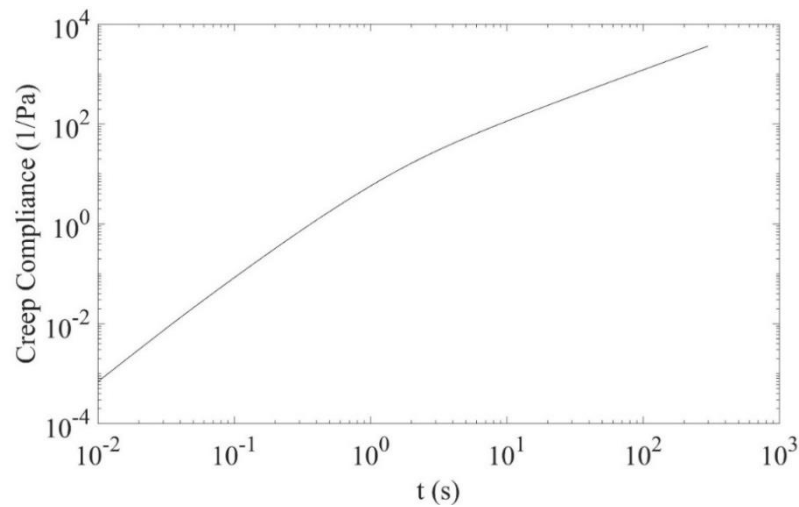




شکل ۲-۲۹: الف) مقدار ضریب انعطاف پذیری برای سیال باگر-۱ در تنش ۵ پاسکال، ب) درصد خطای ضریب انعطاف پذیری نسبت به مقدار میانگین برای دو تنش ۵ و ۱۰ پاسکال



شکل ۲-۳۰: الف) مقدار ضریب انعطاف پذیری برای سیال باگر-۲ در تنش ۵ پاسکال، ب) درصد خطای ضریب انعطاف پذیری نسبت به مقدار میانگین برای دو تنش ۵ و ۱۰ پاسکال



شکل ۲-۳۱: الف) مقدار ضریب انعطاف پذیری برای سیال باگر-۳ در تنش ۵ پاسکال، ب) درصد خطای ضریب انعطاف پذیری نسبت به مقدار میانگین برای دو تنش ۵ و ۱۰ پاسکال

برای تفسیر نتایج تست خزش معمولاً از مدل کلوین-ویت تعمیم یافته استفاده می‌شود. المان پایه این مدل (معروف به المان کلوین) شامل یک فنر و دمپر موازی است که در حالت تعمیم یافته، این المان‌ها با هم سری می‌شوند. معمولاً برای سیالات ویسکوالاستیک توصیه می‌شود که یک المان دمپری هم به صورت سری به انتهای مدل اضافه شود تا توصیف بهتری از رفتار جریان خزشی ماده به‌ویژه در زمان‌های بزرگ ارائه گردد. می‌توان نشان داد که پاسخ مدل تعمیم‌یافته کلوین ویت به تست خزش بصورت زیر است:

$$J = \frac{t}{\eta} + \sum_{i=1}^N J_i (1 - e^{-t/\varepsilon_i}) \quad (19-2)$$

در رابطه فوق  $\eta$  سهم المان نیوتنی،  $J_i$  ضریب انعطاف پذیری و  $\varepsilon_i$  ثابت زمان تاخیر ( $\varepsilon_i = \eta_i/G_i$ ) هر مود است. این مدول‌های مادی با استفاده از برازش رابطه فوق بر داده‌های تجربی بدست می‌آیند. برای این منظور تابع خطای زیر بین داده‌های تجربی و پاسخ مدل تعریف و با استفاده از الگوریتم ژنتیک کمینه شده است.

$$f = \sum_{i=1}^n \left( 1 - \frac{J_{Model,i}}{J_{Data,i}} \right)^2 \quad (20-2)$$

در اینجا ثابت‌زمان تاخیر متوسط از رابطه زیر محاسبه شده است:

$$\bar{\varepsilon} = \frac{\sum_{i=1}^N J_i \varepsilon_i}{\sum_{i=1}^N J_i} \quad (21-2)$$





## فصل سوم

### روابط تئوری

### ۱-۳- روابط تئوری

در این فصل روابط تئوری اختلاف فشار دو سر سلول هل-شاو مربوط به سیالات نیوتنی و غیرنیوتنی در حالت گذرا بدست خواهند آمد و در فصل بعد این روابط تئوری بدست آمده، با داده‌های آزمایشگاهی مورد مقایسه قرار داده می‌شود. در نهایت صحت مدل داری-اولدروید مورد بررسی قرار خواهد گرفت.

### ۱-۱-۳- روابط تئوری سیالات نیوتنی

در این قسمت، روابط تئوری اختلاف فشار، بر پایه‌ی رابطه‌ی داری، برای سیالات نیوتنی بدست آورده می‌شود. رابطه‌ی داری به صورت معادله (۱-۳) بیان می‌شود:

$$\nabla \vec{p} = -\frac{\mu}{k} \vec{u} \quad (1-3)$$

از طرفی مشاهده می‌شود:

$$\nabla \vec{p} = \frac{dp}{dx} \cong \frac{\Delta p}{\Delta x} \quad (2-3)$$

با قرار دادن رابطه‌ی (۲-۳) در رابطه‌ی داری خواهیم داشت:

$$\Delta p = \frac{\mu L}{k} \vec{u} \quad (3-3)$$

رابطه‌ی (۳-۳) صورت دیگری از رابطه‌ی داری می‌باشد. برای در نظر گرفتن حالت گذرا، سیال باید با دبی متغیر جریان پیدا کند. بدین ترتیب معادله‌ی سرعت برحسب زمان، طبق رابطه (۴-۳) بیان می‌شود.

$$\vec{u}(t) = at \quad (4-3)$$

که در آن  $a$  شیب نمودار سرعت برحسب زمان می‌باشد. با قراردادن رابطه‌ی (۴-۳) در معادله داری (۳-۳)، داریم:

$$\Delta p = \frac{\mu L}{k} (at) \quad (5-3)$$

معادله‌ی فوق، اختلاف فشار دو سر سلول هل-شاو برای سیالات نیوتنی در حالت گذرا را نشان می‌دهد. در این پژوهش از دبی‌های مختلف (۸-۱ mL/min)، (۱۰-۱ mL/min) و (۱۲-۱ mL/min) با گام‌دبی ۰/۰۱ و با گام‌های زمانی ۰/۱۵ ثانیه و ۰/۲ ثانیه استفاده شده است. با در نظر گرفتن مقدار دبی (۸-۱ mL/min)، به ازای گام زمانی ۰/۱۵ ثانیه، مقدار  $a$  برابر است با  $1/235 \times 10^{-5}$  و به ازای گام زمانی ۰/۲ ثانیه، مقدار  $a$  برابر با  $9/259 \times 10^{-6}$  می‌باشد. با توجه به مقادیر  $a$ ، هرچه گام زمانی بیشتر باشد، شیب نمودار سرعت بر حسب زمان کاهش می‌یابد. در نهایت با قرار دادن مقادیر  $L=0/6$  m برای طول سلول هل-شاو،  $k=8/33 \times 10^{-8}$  m<sup>2</sup> برای نفوذپذیری سلول، لزجت سیالات نیوتنی و همچنین مقدار شیب معادله‌ی سرعت از رابطه‌ی (۵-۳)، رابطه تئوری اختلاف فشار دو سر سلول هل-شاو بر حسب زمان بدست می‌آید. لازم به ذکر است که برای اینکه جریان در سلول هل-شاو صورت گیرد، باید مقدار  $\Delta p$  که اختلاف فشار دو سر سلول است، منفی باشد. چرا که همواره سیال، از سمتی که فشار بیشتری دارد به سمتی که فشار کمتری دارد، جریان می‌یابد.

### ۳-۱-۲- روابط تئوری سیالات غیرنیوتنی (سیالات باگر)

در این قسمت، روابط تئوری اختلاف فشار دو سر سلول هل-شاو، بر پایه‌ی مدل دارسی-اولدروید برای سیالات باگر بدست می‌آید. همانطور که در فصل ۱ بیان شد، مدل دارسی-اولدروید مطابق رابطه (۱-۳۲) بیان می‌شود. لذا با ضرب  $\nabla P$  و  $\bar{V}_D$  در عوامل داخل پرانتز، این معادله به شکل زیر بدست می‌آید.

$$\nabla P + \lambda \frac{\partial(\nabla P)}{\partial t} = -\frac{\eta}{k} \left( \bar{V}_D + \varepsilon \frac{\partial(\bar{V}_D)}{\partial t} \right) \quad (6-3)$$

با توجه به اینکه در معادله‌ی دارسی-اولدروید از مشتقات زمانی استفاده شده است لذا این معادله در حالت گذرا مورد بررسی قرار می‌گیرد. در این صورت با قرار دادن معادله سرعت (۳-۴) در رابطه‌ی (۳-۶)، داریم:

$$\nabla P + \lambda \frac{\partial(\nabla P)}{\partial t} = -\frac{\eta}{k}(at + \varepsilon a) \quad (7-3)$$

رابطه (7-3)، معادله دیفرانسل مرتبه اول می‌باشد که با حل آن، مشاهده می‌شود:

$$\nabla P = \left\{ -\frac{\eta a}{k}(t - \lambda + \varepsilon) + c \times \exp\left(-t/\lambda\right) \right\} \quad (8-3)$$

برای بدست آوردن ثابت  $c$ ، با توجه به اینکه در لحظه شروع آزمایش، هنوز دبی اعمال نشده، اختلاف فشار دو سر سلول، صفر می‌باشد. بدین ترتیب با قرار دادن شرایط اولیه ( $\nabla P = 0, t = 0$ ) در رابطه (8-3)، مقدار  $c$  بدست می‌آید و با قرار دادن مقدار  $c$  در رابطه (8-3)، این معادله تبدیل به رابطه زیر می‌شود.

$$\nabla P = \left\{ -\frac{\eta a}{k}(t - \lambda + \varepsilon) + \left(\frac{\eta a}{k}(-\lambda + \varepsilon)\right) \exp\left(-t/\lambda\right) \right\} \quad (9-3)$$

حال با قرار دادن رابطه (9-3) در رابطه فوق، رابطه تئوری اختلاف فشار دو سر سلول برای سیالات باگر در حالت گذرا، بدست می‌آید.

$$\Delta p = \left\{ -\frac{\eta a L}{k}(t - \lambda + \varepsilon) + \left(\frac{\eta a L}{k}(-\lambda + \varepsilon)\right) \exp\left(-t/\lambda\right) \right\} \quad (10-3)$$

که می‌تواند به صورت رابطه (11-3) ساده شود:

$$\Delta p = \left\{ \frac{\eta a L}{k} \left( -t + \lambda - \varepsilon + (-\lambda + \varepsilon) \exp\left(-t/\lambda\right) \right) \right\} \quad (11-3)$$

با قرار دادن مقادیر پارامترهای  $L$  طول سلول،  $K$  نفوذپذیری سلول،  $\mu$  لزجت سیال باگر (جدول 2-2) و همچنین مقدار شیب معادله سرعت، در رابطه (11-3)، رابطه تئوری اختلاف فشار دو سر سلول هل-شاو بر حسب  $\lambda$ ،  $\varepsilon$ ،  $t$  بدست می‌آید. ثابت‌های زمانی  $\lambda$  و  $\varepsilon$  از جمله خواص رئولوژیکی سیالات باگر محسوب می‌شوند. در این پژوهش با کمک گرفتن از الگوریتم ژنتیک، ثابت‌های زمانی  $\lambda$  و

ε بدست می‌آیند.

در این پژوهش از الگوریتم ژنتیک که یک الگوریتم بهینه‌سازی است جهت بدست آوردن ثابت‌های زمانی استفاده می‌شود. هدف از الگوریتم‌های بهینه‌سازی، یافتن بهترین جواب قابل قبول با توجه به محدودیت‌ها و نیازهای مساله می‌باشد. برای حل یک مساله ممکن است جواب‌های مختلفی وجود داشته باشد که برای انتخاب یک جواب بهینه، از تابع هدف<sup>۱</sup> استفاده می‌شود. الگوریتم ژنتیک با کمینه کردن تابع هدف متغیرهای موردنظر را تعیین می‌کند در صورتیکه خروجی الگوریتم مورد قبول نباشد، فرآیند بهینه‌سازی آنقدر تکرار می‌شود، تا اینکه جواب قابل قبولی بدست آید. با توجه به اینکه الگوریتم ژنتیک مبتنی بر تکرار است و اغلب نتایج حاصل از آن به صورت تصادفی انتخاب می‌شوند لذا نتایج حاصل قطعیت ندارند. در این پژوهش تابع هدف از اختلاف رابطه‌ی تئوری با نتایج حاصل شده از داده‌های آزمایشگاهی مطابق رابطه‌ی (۳-۱۲) تشکیل می‌شود که با کمینه کردن آن به واسطه‌ی الگوریتم ژنتیک، ثابت‌های زمانی λ و ε حاصل می‌شوند. در فصل بعد نتایج حاصل شده گزارش خواهد شد.

$$f_{min} = \sum_{i=1}^m \left[ \text{abs} \left( 1 - \frac{\Delta p_{model}}{\Delta p_{data}} \right) \right] \quad (۳-۱۲)$$

در رابطه‌ی فوق  $\Delta p_{model}$  اختلاف فشار بدست‌آمده از مدل داری-اولدروید است و  $\Delta p_{data}$  اختلاف فشار دو سر سلول هل-شاو ناشی از انجام آزمایش می‌باشد.

---

<sup>۱</sup> Fitness Function



## فصل چهارم

### نتایج و بحث

در این فصل نتایج حاصل از حل تئوری رابطه‌ی داری و همچنین رابطه‌ی اصلاح شده‌ی داری- اولدروید و داده‌های آزمایشگاهی مربوط به جریان سیالات نیوتنی و سیالات باگر در سلول هل-شاو، ارائه می‌شود و از مقایسه‌ی داده‌های آزمایشگاهی با روابط تئوری، مقادیر ثابت‌های زمانی، رهایی از تنش و تأخیر در تغییر شکل حاصل می‌شوند که با مقایسه‌ی این مقادیر با نتایج حاصل از تست رئومتری می‌توان صحت رابطه‌ی اصلاح شده‌ی داری-اولدروید را برای سیالات باگر در سلول هل-شاو، بررسی کرد. با توجه به اینکه رابطه داری-اولدروید باید در حالت گذرا بررسی شود، از دبی‌های متغیر استفاده می‌شود که در این پژوهش از دبی‌های مختلف (mL/min) ۱-۸، (mL/min) ۱-۱۰ و (mL/min) ۱-۱۲ با گام دبی ۰/۰۱ و با گام‌های زمانی ۰/۱۵ ثانیه و ۰/۲ ثانیه استفاده شده است. روش حل تئوری در فصل سوم بیان شد و روابط تئوری اختلاف فشار بر پایه‌ی رابطه‌ی داری برای سیالات نیوتنی و همچنین روابط تئوری اختلاف فشار بر پایه‌ی رابطه داری-اولدروید برای سیالات باگر، بدست آمدند. در قسمت آزمایشگاهی از مخلوط آب و گلیسیرین به عنوان سیال نیوتنی و محلول آب و گلیسیرین و پلی‌آکریل‌آمید به عنوان سیال باگر استفاده شده است. دلیل استفاده از سیال باگر، این است سیالات باگر، دسته‌ی خاصی از محلول‌های پلیمری هستند که لزجت ثابتی دارند و از مدل ساختاری اولدروید-بی به خوبی تبعیت می‌کنند. در این پژوهش از سه سیال باگر ۱۰۰ ppm با لزجت‌های متفاوت (جدول ۲-۲) در آزمایش‌ها استفاده می‌شود. همچنین در این پژوهش به جای استفاده از محیط متخلخل واقعی از سلول هل-شاو استفاده شده است. زمانی می‌توان سلول هل-شاو را شبیه‌ساز محیط متخلخل قلمداد کرد که جریان در داخل سلول هل-شاو در رینولدزهای پایینی صورت گیرد. بر این اساس حداکثر دبی برای سیالاتی با کمترین لزجت در آزمایش‌ها رینولدزی برابر ۱۹/۰۶ را تجربه کرده است که تقریب مناسبی می‌باشد.

در این فصل ابتدا به بررسی نتایج حاصل از روابط تئوری سیالات نیوتنی و غیرنیوتنی پرداخته می‌شود و سپس نتایج آزمایشگاهی را مورد بررسی قرار می‌دهد و در نهایت مقایسه‌ی نتایج آزمایشگاهی



با نتایج تئوری صورت می‌گیرد.

#### ۱-۴- نتایج حاصل از روابط تئوری سیالات نیوتنی

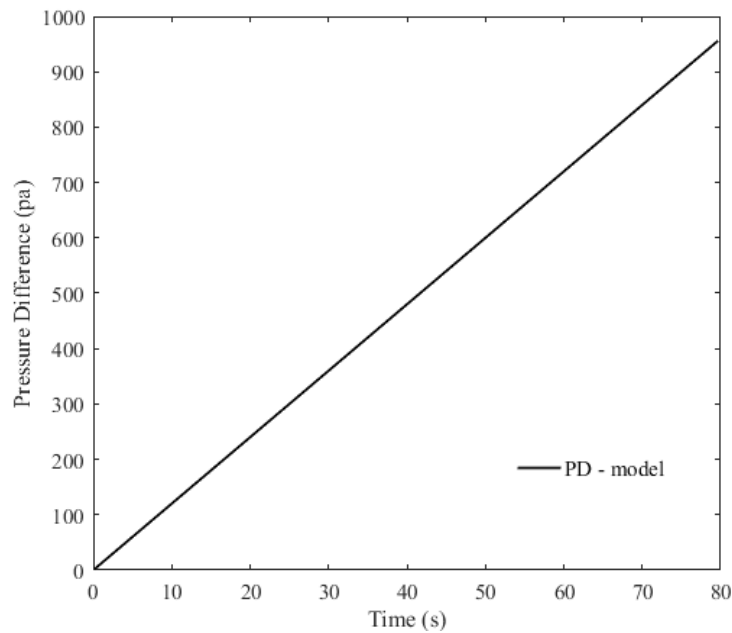
همانطور که در فصل سوم بیان شد، بر پایه‌ی رابطه‌ی داریسی (۱-۳۱)، رابطه تئوری اختلاف فشار، با در نظر گرفتن معادلات سرعت با گام‌های زمانی مختلف، مطابق رابطه (۳-۵) برای سیالات نیوتنی بدست آمد. در این رابطه با توجه به ثابت بودن ضرایب لزجت سیال نیوتنی  $\mu$ ، طول سلول هل-شاو  $L$  و نفوذپذیری سلول  $k$ ، با افزایش سرعت جریان با گام زمانی ثابت، اختلاف فشار دو سر سلول هل-شاو در حالت گذرا برای سیالات نیوتنی به صورت خطی افزایش می‌یابد.

به عنوان مثال با قرار دادن مقادیر، لزجت سیالات نیوتنی-۱ ( $\mu = 90/31 \text{ mPa}\cdot\text{s}$ )، طول سلول هل-شاو ( $L = 0/6 \text{ m}$ )، نفوذپذیری سلول ( $k = 8/33 \times 10^{-8} \text{ m}^2$ ) و همچنین شیب تغییرات سرعت با گام زمانی  $0/15$  ثانیه ( $a = 1/235 \times 10^{-5}$ ) در رابطه (۳-۵)، رابطه اختلاف فشار در حالت گذرا برای سیال نیوتنی-۱ به صورت زیر بدست می‌آید.

$$\Delta p = 8.03t \quad (1-4)$$

طبق رابطه فوق، اختلاف فشار دو سر سلول هل-شاو در حالت گذرا، خطی است بدین ترتیب شکل ۱-۴ نتایج حاصل از این رابطه را نشان می‌دهد.

بایستی توجه داشت که  $\Delta P$  مقداری منفی است اما در این اینجا قدرمطلق آن گزارش می‌شود.



شکل ۴-۱: نتایج تئوری اختلاف فشار سیال نیوتنی-۱ به ازای تغییرات سرعت با گام زمانی ۰/۱۵ ثانیه

#### ۴-۲- نتایج حاصل از روابط تئوری سیالات غیر نیوتنی

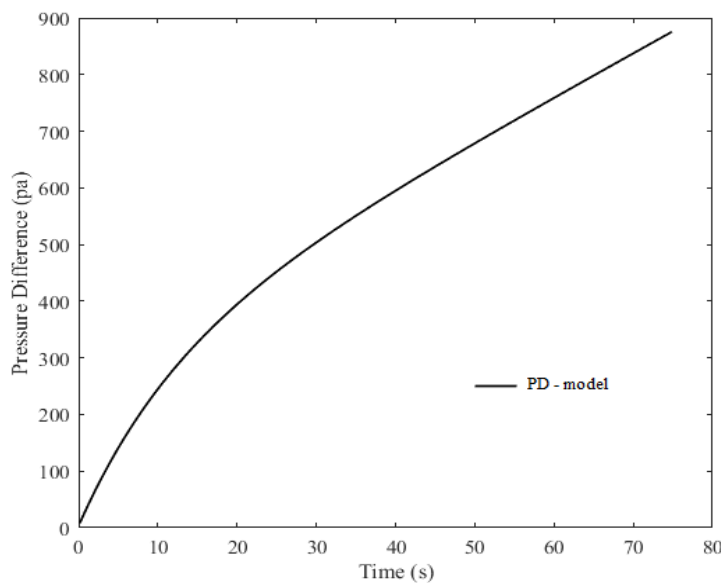
همانطور که در فصل ۳ بیان شد، بر پایه‌ی مدل داریسی-اولدروید، رابطه تئوری اختلاف فشار دو سر سلول هل-شاو با در نظر گرفتن معادلات سرعت با دو گام زمانی ۰/۱۵ و ۰/۲ ثانیه، مطابق رابطه (۳-۱۱) برای سیالات با گر بدست آمده است. این رابطه به دلیل خواص رئولوژیکی سیال، بر خلاف قانون داریسی، خطی نیست. با توجه به رابطه (۳-۱۱)، با افزایش سرعت جریان، اختلاف فشار دو سر سلول هل-شاو در حالت گذرا برای سیال با گر، به صورت غیر خطی افزایش می‌یابد. برای رسم نمودار اختلاف فشار رابطه (۳-۱۱) بر حسب زمان، ابتدا باید مقادیر مربوط به ثابت‌های زمانی  $\lambda$  و  $\varepsilon$  تعیین تکلیف شوند. همانطور که در فصل سوم در بند ۳-۱-۲ بیان شد در این پژوهش از الگوریتم ژنتیک برای بدست آوردن ثابت‌های زمانی  $\lambda$  و  $\varepsilon$  استفاده می‌شود که بر اساس آن یک تابع هدف طبق رابطه (۳-۱۲) تشکیل داده و با کمینه کردن آن به واسطه‌ی الگوریتم ژنتیک، ثابت‌های زمانی  $\lambda$  و  $\varepsilon$  حاصل می‌شوند.

به عنوان مثال با قرار دادن مقادیر، لزجت سیالات با گر-۱ ( $\mu = 90/31 \text{ mPa.s}$ )، طول سلول هل-شاو ( $L = 0/6 \text{ m}$ )، نفوذپذیری سلول ( $k = 8/33 \times 10^{-8} \text{ m}^2$ )، همچنین شیب تغییرات سرعت با گام زمانی

۰/۱۵ ثانیه ( $a = 1/235 \times 10^{-5}$ ) و مقادیر  $\lambda$  و  $\varepsilon$  مطابق جدول ۲-۴، در رابطه (۳-۱۱)، رابطه اختلاف فشار در حالت گذرا برای سیال باگر-۱ به صورت زیر بدست می‌آید.

$$\Delta p = -8.03t + 293.33 \exp(-t/12.64) - 293.33 \quad (2-4)$$

طبق رابطه فوق، اختلاف فشار دو سر سلول هل-شاو در حالت گذرا، غیرخطی است بدین ترتیب شکل ۲-۴ نتایج حاصل از این رابطه را نشان می‌دهد.



شکل ۲-۴: نتایج تئوری اختلاف فشار سیال باگر-۱ به ازای تغییرات سرعت با گام زمانی ۰/۱۵ ثانیه

### ۳-۴- نتایج آزمایشگاهی

در این بخش نتایج تست‌های انجام شده، طبق توضیحات ارائه شده در مباحث پیشین، تشریح خواهد شد. در این پژوهش از سه سیال باگر ۱۰۰ ppm با لزجت ۹۰/۳۱ mpa.s، ۹۶/۴۷ و ۸۴/۴ استفاده شده است. دلیل استفاده از سه سیال باگر، صحت‌سنجی آزمایش‌ها می‌باشد و به منظور افزایش دقت، هر آزمایش در شرایط یکسان و با نمونه‌های یکسان، سه مرتبه تکرار شده و مقادیر میانگین برای تکرارها محاسبه گردیده و از مقدار میانگین در محاسبات استفاده شده است. جدول ۱-۴ مقادیر خطا و عدم قطعیت

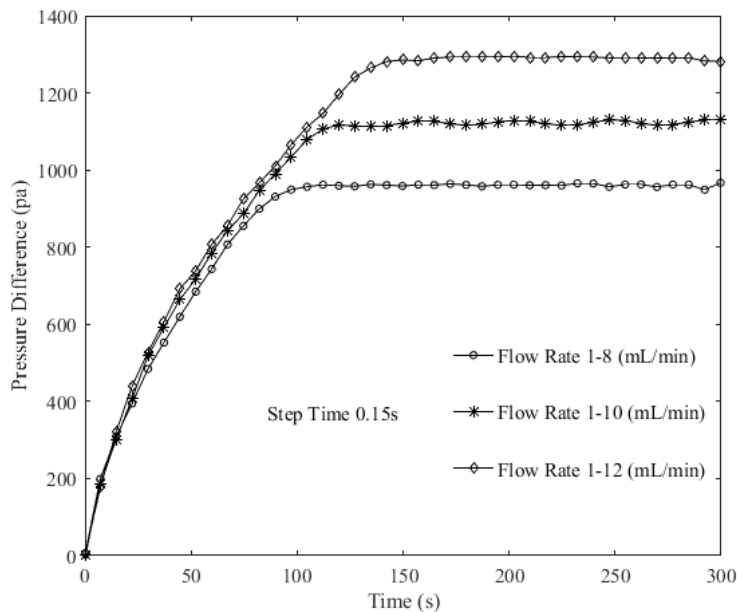
برای داده‌های آزمایشگاهی مربوط به اختلاف فشار دو سر سلول، محاسبه شده است. روابط مربوط به محاسبه این مقادیر در پیوست ب، ارائه شده است.

جدول ۴-۱: خطای مطلق و تکرارپذیری داده‌های مربوط به اختلاف فشار دو سر سلول هل-شاو

انواع باگر	گام زمانی	دبی	تکرار اول	تکرار دوم	تکرار سوم	مقدار میانگین	خطای مطلق	انحراف معیار	عدم قطعیت
	s	(mL/min)	$\Delta p(pa)$	$\Delta p(pa)$	$\Delta p(pa)$	$\Delta p(mmHg)$	Error	$\sigma$	$\sigma_E$
باگر-۱	۰/۱۵	۸	۹۷۸/۸۹	۹۴۹/۷۷	۹۱۹/۶۴	۹۴۹/۴۴	۰/۰۰۲۴۹	۰/۱۶۲۹	۰/۰۹۲۹
		۱۰	۱۱۱۴/۵۰	۱۱۱۴/۴۴	۱۱۳۸/۶۶	۱۱۲۲/۵۶	۰/۱۲۰۸	۰/۰۵۲۹	۰/۰۳۰۵
		۱۲	۱۲۸۶/۷۲	۱۲۸۷/۲۲	۱۲۸۷/۷۶	۱۲۸۷/۲۲	۰/۰۰۰۲۸	۰/۰۲۷۴	۰/۰۱۵۸۶
	۰/۲	۸	۹۲۳/۰۳	۹۶۹/۴۸	۹۹۴/۸۹	۹۶۲/۴۵	۰/۲۴۳۲	۰/۲۳۴۸	۰/۱۳۵۵
		۱۰	۱۰۶۱/۴۳	۱۱۱۴/۹۳	۱۱۱۴/۸۵	۱۱۰۷/۰۶	۰/۰۵۸۹۶	۰/۳۱۸۳	۰/۱۸۳
		۱۲	۱۲۶۸/۸۳	۱۲۶۹/۳۰	۱۲۷۱/۲۵	۱۲۶۹/۸۰	۰/۰۱۰۹۱	۰/۰۳۸۰۲۹	۰/۰۲۱۹۵
باگر-۲	۰/۱۵	۸	۱۰۱۰/۷۶	۹۹۴/۲۳	۹۹۴/۴۱	۹۹۹/۹۰	۰/۰۸۲۲	۰/۰۸۱۰۶	۰/۰۴۶
		۱۰	۱۱۳۳/۲۴۰	۱۱۴۹/۲۳	۱۱۸۶/۵۶	۱۱۵۹/۹۰	۰/۲۴۶۰	۰/۲۲۲	۰/۱۲۸
		۱۲	۱۳۱۲/۴۲	۱۳۴۴/۱۶۹	۱۲۹۵/۸۹	۱۳۱۷/۰۹	۰/۳۰۳۰	۰/۱۸۸۶۴	۰/۱۰۸۹
	۰/۲	۸	۱۰۱۲/۴۶	۱۰۱۷/۱۹۶	۱۰۱۸/۴۴	۱۰۱۶/۰۶۳	۰/۰۱۸۵۱	۰/۰۳۸۲۵	۰/۰۲۲۰۸
		۱۰	۱۱۴۸/۰۵۲	۱۱۵۵/۶۲۴	۱۱۶۲/۳۹	۱۱۵۵/۳۵	۰/۰۵۲	۰/۰۷۶۴	۰/۰۴۴۱
		۱۲	۱۳۱۰/۹۴	۱۳۳۰/۷۱	۱۳۵۳/۲۲	۱۳۳۲/۰۵	۰/۱۶۸۲	۰/۱۶۵۵	۰/۱۹۵
باگر-۳	۰/۱۵	۸	۹۰۰/۹۲	۹۰۲/۵۳	۹۰۴/۷۵	۹۰۲/۷۳	۰/۰۳۳	۰/۰۵	۰/۰۳۱
		۱۰	۱۰۵۳/۱۱	۱۰۵۹/۴۵	۱۰۶۱/۵۹	۱۰۵۸/۰۹	۰/۰۷۸	۰/۰۸۳	۰/۰۴۳
		۱۲	۱۲۰۸/۹۵	۱۲۱۲/۱۶	۱۲۱۷/۹۶	۱۲۱۰/۰۹۵	۰/۰۴	۰/۰۴۵	۰/۰۲
	۰/۲	۸	۸۷۶/۸۲	۸۷۸/۷۵	۸۷۸/۲	۸۷۷/۹۳	۰/۰۵۹	۰/۰۷	۰/۰۴
		۱۰	۱۰۳۶/۴۶	۱۰۴۶/۳۹	۱۰۳۳/۸۴	۱۰۳۸/۹۲	۰/۰۴۵	۰/۰۹۱	۰/۰۵۳
		۱۲	۱۱۸۶/۵۶	۱۱۹۶/۹۲	۱۱۹۹/۲۴	۱۱۹۴/۴۷	۰/۰۵۶	۰/۰۹۴	۰/۰۵۶

شکل ۴-۳ نمودار اختلاف فشار دو سر سلول را که در اثر تزریق سیال باگر-۱ به درون سلول با دبی‌های متغیر، ۸-۱ (mL/min)، ۱۰-۱ (mL/min) و ۱۲-۱ (mL/min) با گام زمانی ۰/۱۵ ثانیه انجام

شده است، نشان می‌دهد. همانطور که مشاهده می‌شود، در حالت گذرا با افزایش دبی جریان، اختلاف فشار دو سر سلول به صورت نمایی افزایش یافته است و در حالت پایا با توجه به اینکه مدل اصلاح شده داری-اولدروید مشابه معادله داری است، لذا با اعمال دبی ثابت، اختلاف فشار دو سر سلول، ثابت است.



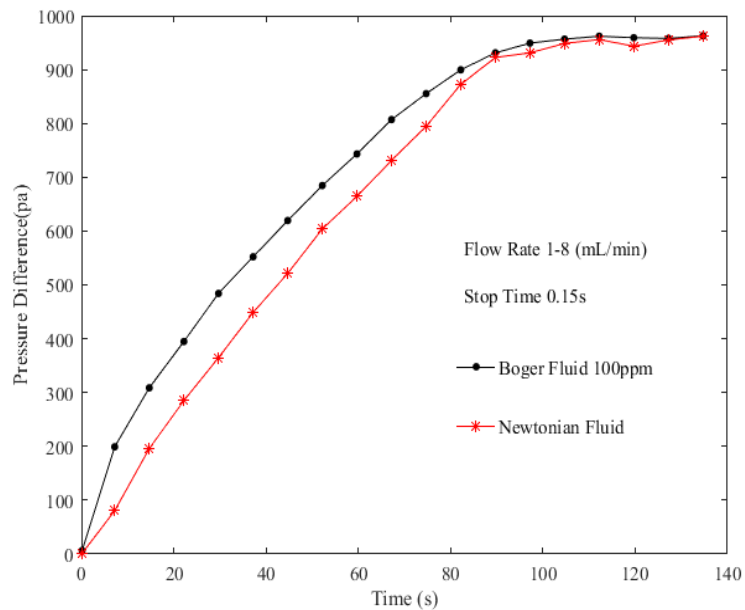
شکل ۴-۳: مقایسه اختلاف فشار ناشی از دبی‌های مختلف با گام زمانی ۰/۱۵ ثانیه مربوط به سیال

باگر-۱

#### ۴-۳-۱- مقایسه نتایج آزمایشگاهی سیالات باگر با سیالات نیوتنی

در این قسمت مقایسه نتایج حاصل از سیالات باگر با سیالات نیوتنی انجام می‌شود. مطابق شکل ۴-۴ سیال باگر-۱ و سیال نیوتنی-۱ هر کدام به طور جداگانه به داخل سلول هل-شاو با دبی متغیر (۸-۱ mL/min) و با گام زمانی ۰/۱۵ ثانیه تزریق می‌شوند. همانطور که ملاحظه می‌شود، انحرافی که در قسمت گذرا بین دو سیال باگر و نیوتنی ایجاد شده، به خاطر وجود ثابت‌های زمانی رهایی از تنش و تأخیر در تغییر شکل است. در حالت پایا نیز، اختلاف فشار دو سر سلول به ازای تزریق جداگانه سیال باگر و سیال نیوتنی در سلول هل-شاو، یکسان بدست آمده است که به این علت است که رابطه‌ی اصلاح

شده داری-اولدروید در حالت پایا مشابه رابطه‌ی داری است.



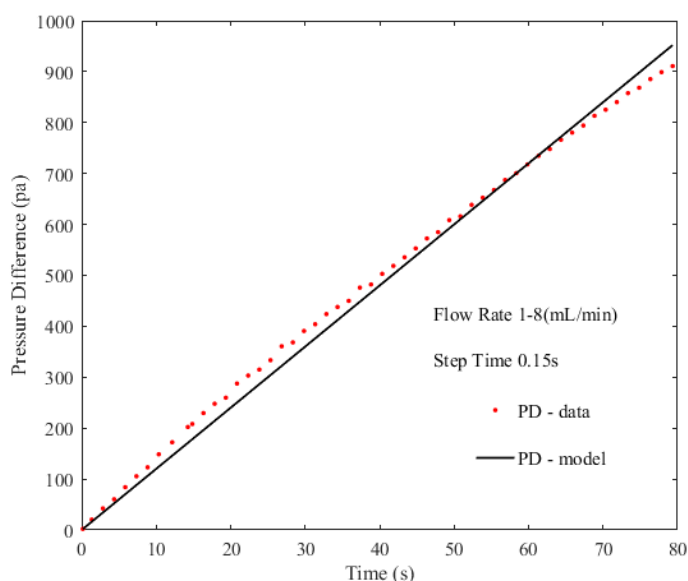
شکل ۴-۴: مقایسه اختلاف فشار دو سر سلول ناشی از جریان سیال باگر ۱- و سیال نیوتنی ۱- با دبی متغیر (mL/min) ۱-۸ و با گام زمانی ۰/۱۵ ثانیه

#### ۴-۴-۴ مقایسه ی نتایج تحلیلی با نتایج آزمایشگاهی

در این قسمت مقایسه نتایج حاصل از روابط تئوری بدست آمده در فصل ۳، با داده‌های آزمایشگاهی مربوط به سیالات نیوتنی و سیالات باگر در سلول هل-شاو، ارائه می‌شود.

#### ۴-۴-۴-۱ نتایج حاصل از سیال نیوتنی ۱-

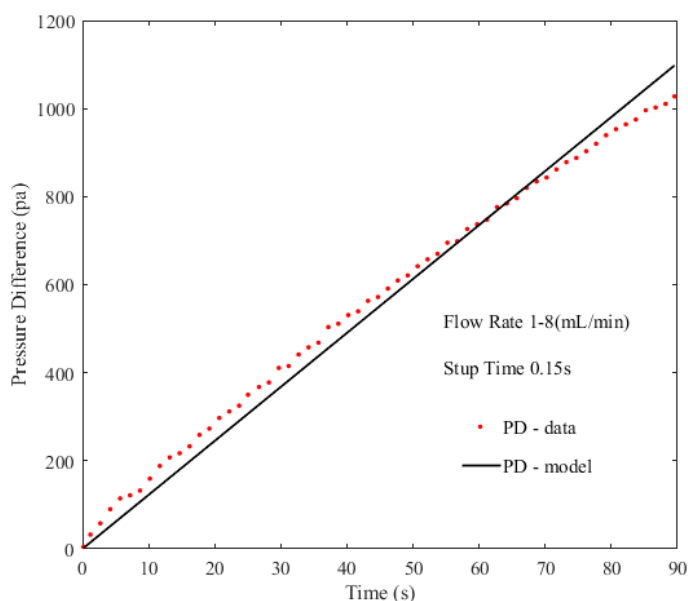
با مقایسه نتایج حاصل از رابطه تئوری (۳-۵) با نتایج آزمایشگاهی مربوط به سیال نیوتنی ۱-، مطابق شکل ۴-۵، مشاهده می‌شود که با افزایش دبی، اختلاف فشار دو سر سلول نیز به صورت خطی افزایش یافته است که با نتایج رابطه تئوری همخوانی قابل قبولی دارد.



شکل ۴-۵: مقایسه اختلاف فشار دو سر سلول ناشی از داده‌های آزمایشگاهی و رابطه تئوری مربوط به جریان سیال نیوتنی-۱ با دبی متغیر (۱-۸ mL/min) و با گام زمانی ۰/۱۵ ثانیه

#### ۲-۴-۴- نتایج حاصل از سیال نیوتنی-۲:

با مقایسه نتایج حاصل از رابطه تئوری (۳-۵) با نتایج آزمایشگاهی مربوط به سیال نیوتنی-۲، مطابق شکل ۴-۶، مشاهده می‌شود که با افزایش دبی، اختلاف فشار دو سر سلول نیز به صورت خطی افزایش یافته است که با نتایج رابطه تئوری همخوانی دارد.



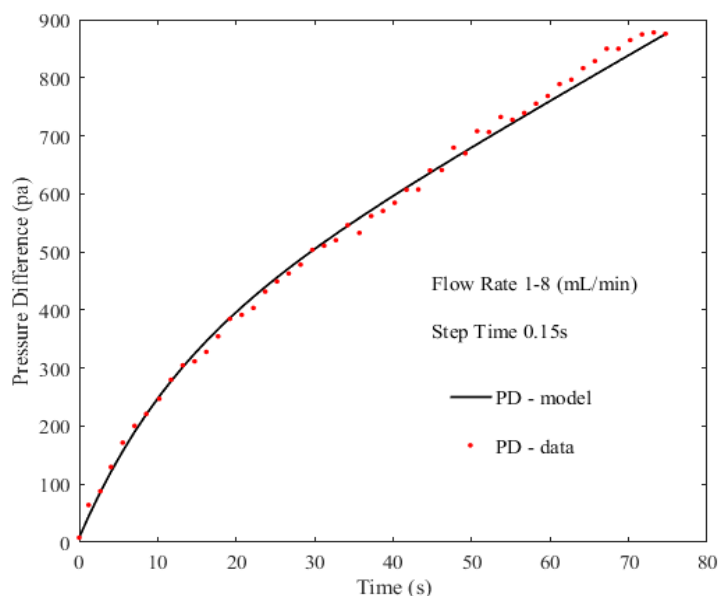
شکل ۴-۶: مقایسه اختلاف فشار دو سر سلول ناشی از داده‌های آزمایشگاهی و رابطه تئوری مربوط به جریان سیال نیوتنی-۲ با دبی متغیر (۱-۸ mL/min) و با گام زمانی ۰/۱۵ ثانیه

#### ۳-۴-۴- نتایج حاصل از سیال باگر-۱:

شکل ۷-۴ تا شکل ۱۲-۴ مقایسه داده‌های آزمایشگاهی مربوط به سیال باگر-۱ و نتایج بدست آمده از حل تئوری، با در نظر گرفتن دبی‌های متغیر (۱-۸ (mL/min)، ۱-۱۰ (mL/min) و ۱-۱۲ (mL/min) با دوگام زمانی ۰/۱۵ و ۰/۲ ثانیه را نشان می‌دهد. با توجه به اینکه در این پژوهش از دوگام زمانی در دبی‌های متغیر استفاده شده، لذا از نتایج بدست آمده، مشاهده می‌شود که هرچه گام زمانی کمتر باشد. درصد خطای نسبی داده‌ها کمتر خواهد شد که در جدول ۲-۴ مقادیر درصد خطای نسبی، گزارش شده است.

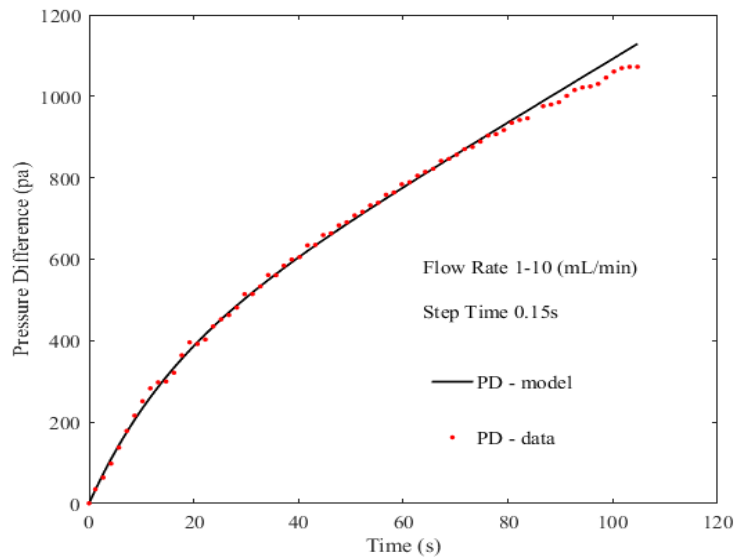
#### • نتایج حاصل از دبی‌های متغیر با گام زمانی ۰/۱۵ ثانیه:

همانطور که در شکل ۷-۴ تا شکل ۹-۴ مشاهده می‌شود با افزایش دبی، اختلاف فشار دو سر سلول نیز به صورت نمایی افزایش یافته است که با نتایج رابطه تئوری (۳-۱۱) همخوانی دارد. همچنین مشاهده می‌شود که داده‌های آزمایشگاهی با درصد خطای نسبی قابل قبولی که در جدول ۲-۴ گزارش شده است، به نتایج تئوری نزدیک است.

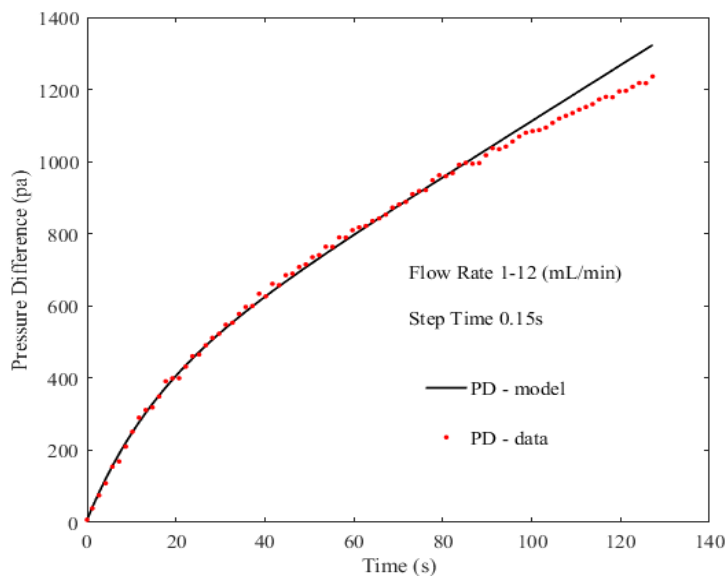


شکل ۷-۴: مقایسه اختلاف فشار دو سر سلول ناشی از داده‌های آزمایشگاهی و رابطه تئوری مربوط به جریان سیال باگر-۱ با دبی متغیر (۱-۸ (mL/min) و با گام زمانی ۰/۱۵ ثانیه





شکل ۴-۸: مقایسه اختلاف فشار دو سر سلول ناشی از داده‌های آزمایشگاهی و رابطه تئوری مربوط به جریان سیال با گر ۱ با دبی متغیر (mL/min) ۱۰-۱ و با گام زمانی ۰/۱۵ ثانیه

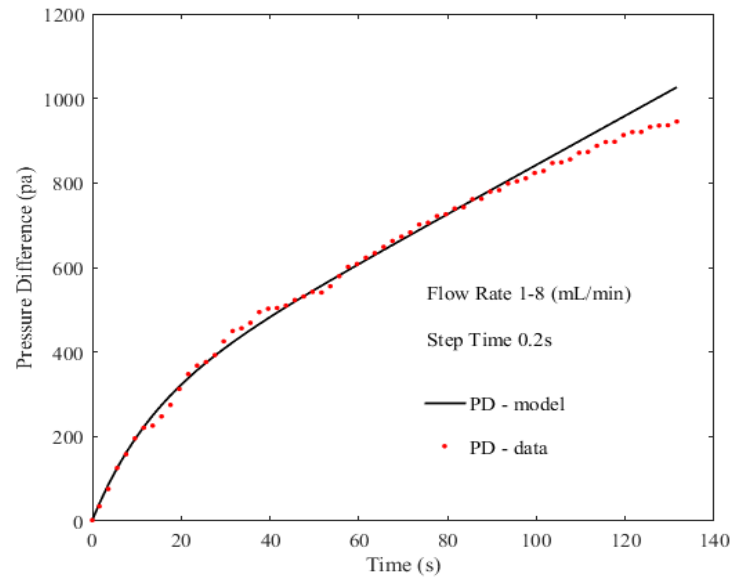


شکل ۴-۹: مقایسه اختلاف فشار دو سر سلول ناشی از داده‌های آزمایشگاهی و رابطه تئوری مربوط به جریان سیال با گر ۱ با دبی متغیر (mL/min) ۱۲-۱ و با گام زمانی ۰/۱۵ ثانیه

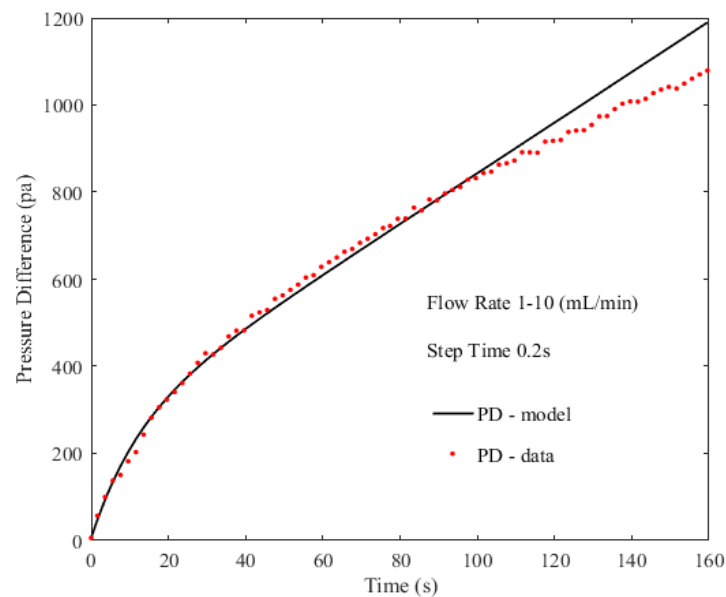
• نتایج حاصل از دبی‌های متغیر با گام زمانی ۰/۲ ثانیه:

همانطور که در شکل ۴-۱۰ تا شکل ۴-۱۲ مشاهده می‌شود با افزایش دبی، اختلاف فشار دو سر سلول

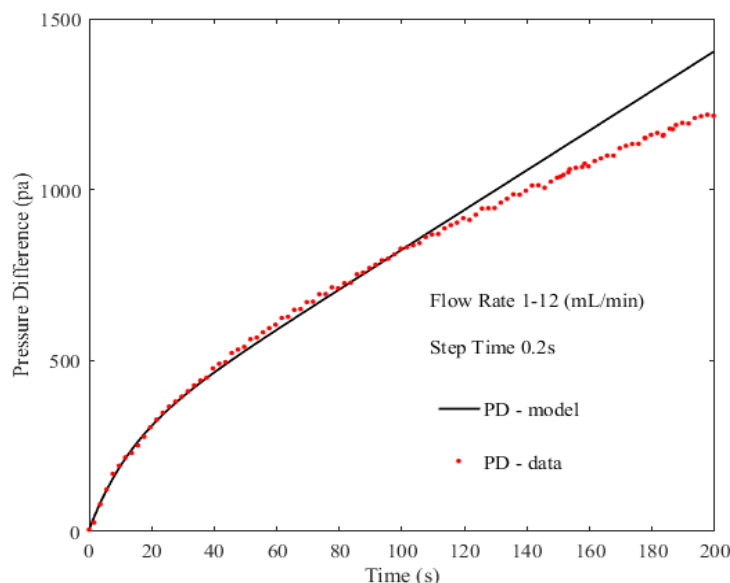
همانند نتایج روابط تئوری از رابطه‌ای نمایی تبعیت می‌کنند که درصد خطای نسبی داده‌های آزمایشگاهی با داده‌های تئوری در جدول ۴-۲ قابل مشاهده است.



شکل ۴-۱۰: مقایسه اختلاف فشار دو سر سلول ناشی از داده‌های آزمایشگاهی و رابطه تئوری مربوط به جریان سیال با گر-۱ با دبی متغیر (۸-۱) و با گام زمانی ۰/۲ ثانیه



شکل ۴-۱۱: مقایسه اختلاف فشار دو سر سلول ناشی از داده‌های آزمایشگاهی و رابطه تئوری مربوط به جریان سیال با گر-۱ با دبی متغیر (۱۰-۱) و با گام زمان ۰/۲ ثانیه



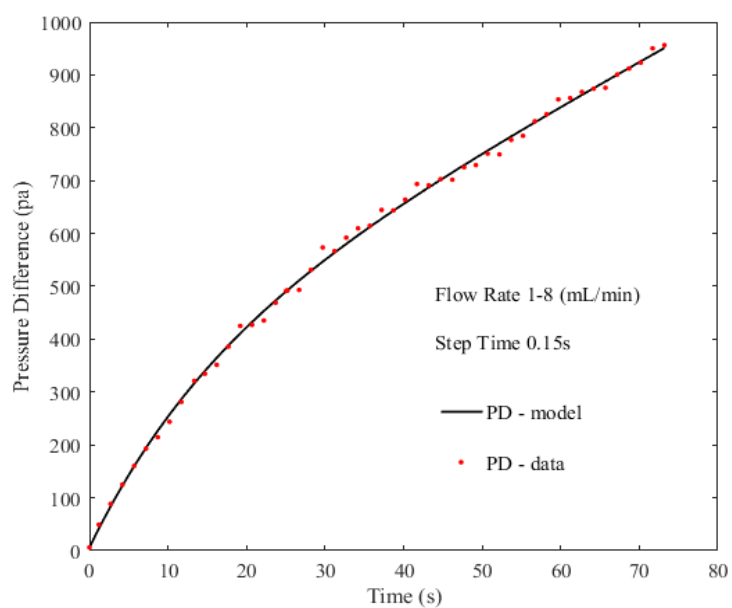
شکل ۱۲-۴: مقایسه اختلاف فشار دو سر سلول ناشی از داده‌های آزمایشگاهی و رابطه تئوری مربوط به جریان سیال باگر-۱ با دبی متغیر (۱-۱۲ mL/min) و با گام زمان ۰/۲ ثانیه

#### ۴-۴-۴- نتایج حاصل از سیال باگر-۲:

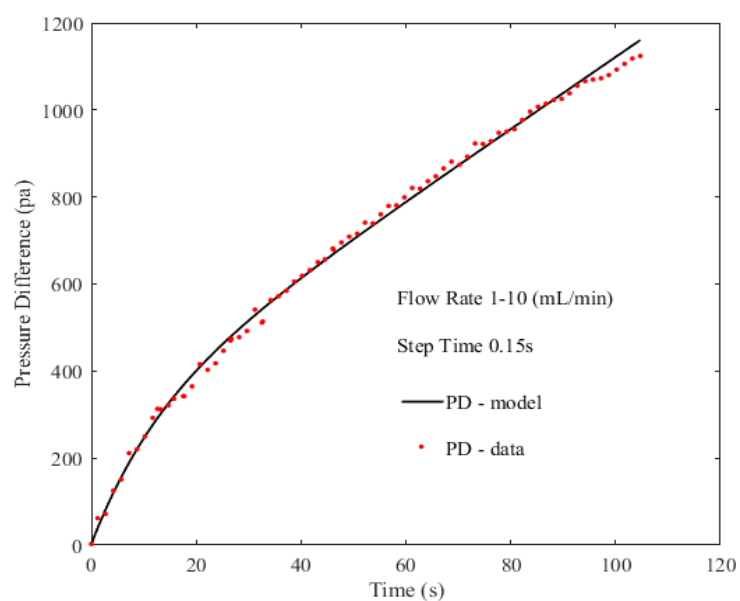
شکل ۱۳-۴ تا شکل ۱۸-۴ مقایسه داده‌های آزمایشگاهی مربوط به سیال باگر-۲ و نتایج بدست آمده از حل تئوری، با در نظر گرفتن دبی‌های متغیر (۱-۸ mL/min)، (۱-۱۰ mL/min) و (۱-۱۲ mL/min) با دوگام زمانی ۰/۱۵ و ۰/۲ ثانیه را نشان می‌دهد. نتایج برگرفته از آزمایش‌های سیال باگر-۲ نیز رفتاری همانند سیال باگر-۱ دارند و رفتار آن‌ها نزدیک به داده‌های تئوری است.

#### • نتایج حاصل از دبی‌های متغیر با گام زمانی ۰/۱۵ ثانیه:

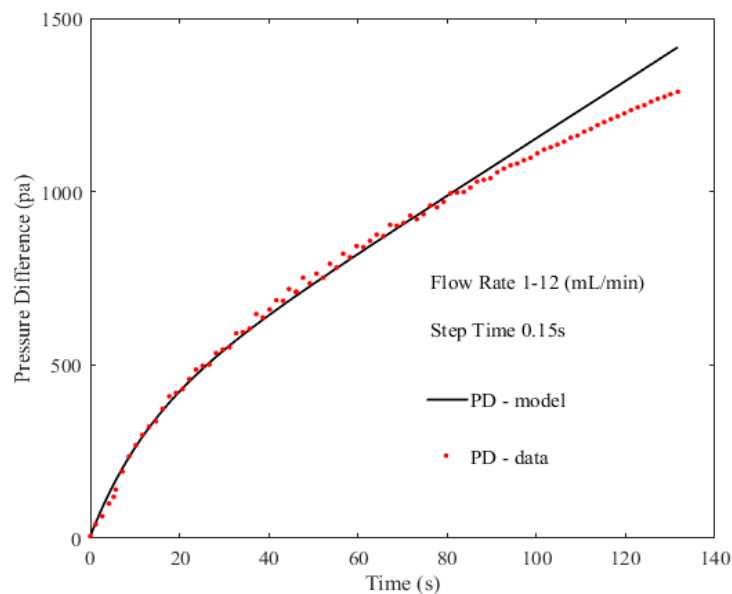
در شکل ۱۳-۴ تا شکل ۱۵-۴ نتایج داده‌های آزمایشگاهی به ترتیب به ازای دبی‌های (۱-۸ mL/min)، (۱-۱۰ mL/min) و (۱-۱۲ mL/min) با داده‌های تئوری مقایسه شده‌اند لذا با استفاده از الگوریتم ژنتیک، مقادیر ثابت‌های زمانی رهایی از تنش و تأخیر در تغییر شکل، بدست می‌آیند و مقادیر این ثابت‌ها و همچنین درصد خطای نسبی هر کدام از حالت‌ها نیز در جدول ۲-۴ گزارش شده است.



شکل ۴-۱۳: مقایسه اختلاف فشار دو سر سلول ناشی از داده‌های آزمایشگاهی و رابطه تئوری مربوط به جریان سیال با گر-۲ با دبی متغیر (۱-۸ mL/min) و با گام زمانی ۰/۱۵ ثانیه



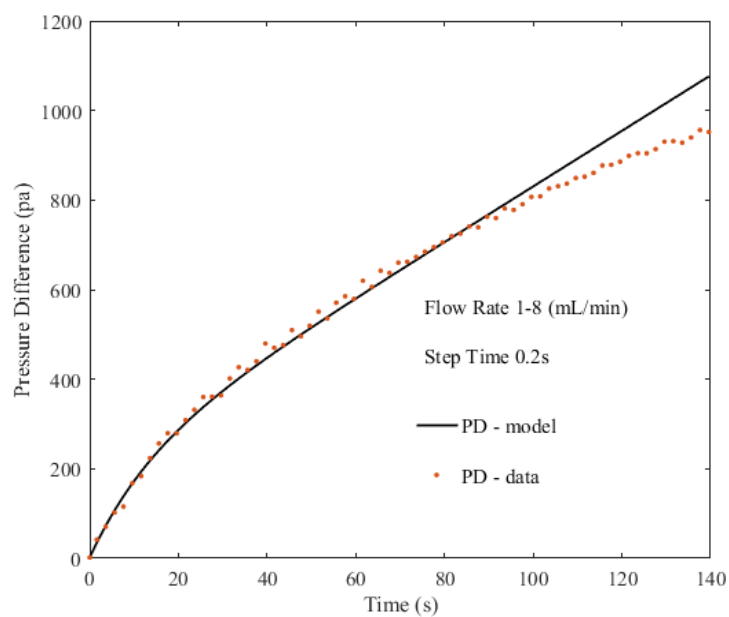
شکل ۴-۱۴: مقایسه اختلاف فشار دو سر سلول ناشی از داده‌های آزمایشگاهی و رابطه تئوری مربوط به جریان سیال با گر-۲ با دبی متغیر (۱-۱۰ mL/min) و با گام زمانی ۰/۱۵ ثانیه



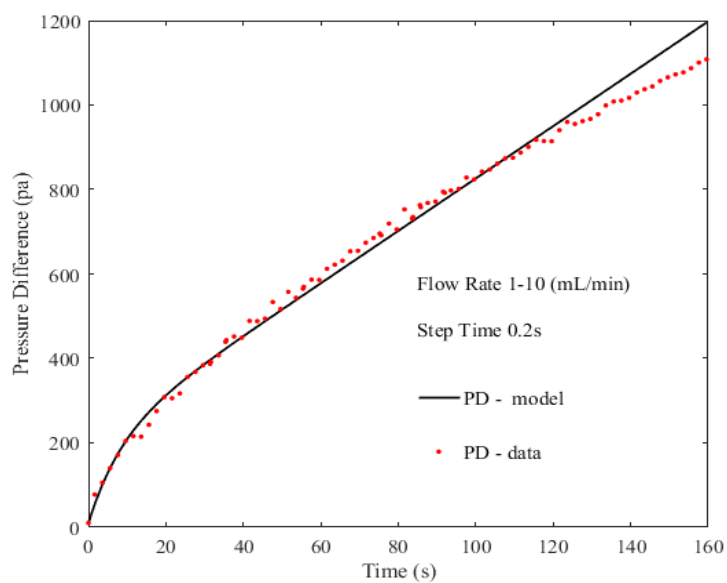
شکل ۴-۱۵: مقایسه اختلاف فشار دو سر سلول ناشی از داده‌های آزمایشگاهی و رابطه تئوری مربوط به جریان سیال با گر-۲ با دبی متغیر (۱-۱۲ mL/min) و با گام زمانی ۰/۱۵ ثانیه

• نتایج حاصل از دبی‌های متغیر با گام زمانی ۰/۲ ثانیه:

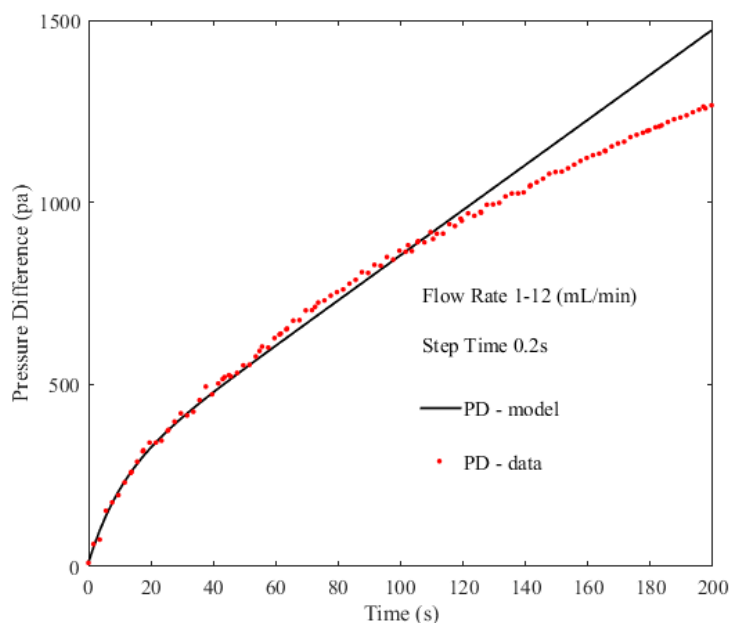
شکل ۴-۱۶ تا شکل ۴-۱۸ مقایسه داده‌های حاصل شده از روابط تئوری با نتایج داده‌های آزمایشگاهی، به ترتیب به ازای دبی‌های (۱-۸ mL/min)، (۱-۱۰ mL/min) و (۱-۱۲ mL/min) را نشان می‌دهند. لذا با استفاده از الگوریتم ژنتیک، مقادیر ثابت‌های زمانی رهایی از تنش و تأخیر در تغییر شکل، بدست می‌آیند و مقادیر این ثابت‌ها و همچنین درصد خطای نسبی هرکدام از حالت‌ها نیز در جدول ۴-۲ گزارش شده است.



شکل ۴-۱۶: مقایسه اختلاف فشار دو سر سلول ناشی از داده‌های آزمایشگاهی و رابطه تئوری مربوط به جریان سیال با گر-۲ دبی متغیر (۱-۸ mL/min) و با گام زمانی ۰/۲ ثانیه



شکل ۴-۱۷: مقایسه اختلاف فشار دو سر سلول ناشی از داده‌های آزمایشگاهی و رابطه تئوری مربوط به جریان سیال با گر-۲ با دبی متغیر (۱-۱۰ mL/min) و با گام زمانی ۰/۲ ثانیه



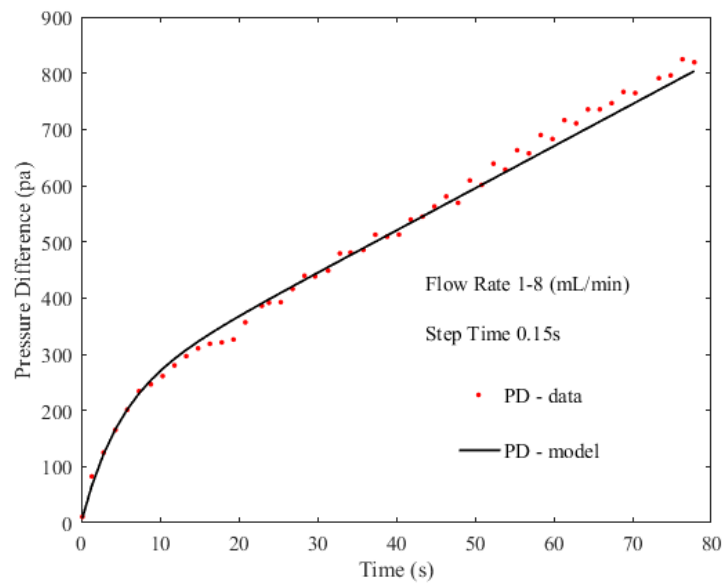
شکل ۴-۱۸: مقایسه اختلاف فشار دو سر سلول ناشی از داده‌های آزمایشگاهی و رابطه تئوری مربوط به جریان سیال باگر-۲ با دبی متغیر (۱-۱۲ mL/min) و با گام زمانی ۰/۲ ثانیه

#### ۴-۴-۵- نتایج حاصل از سیال باگر-۳

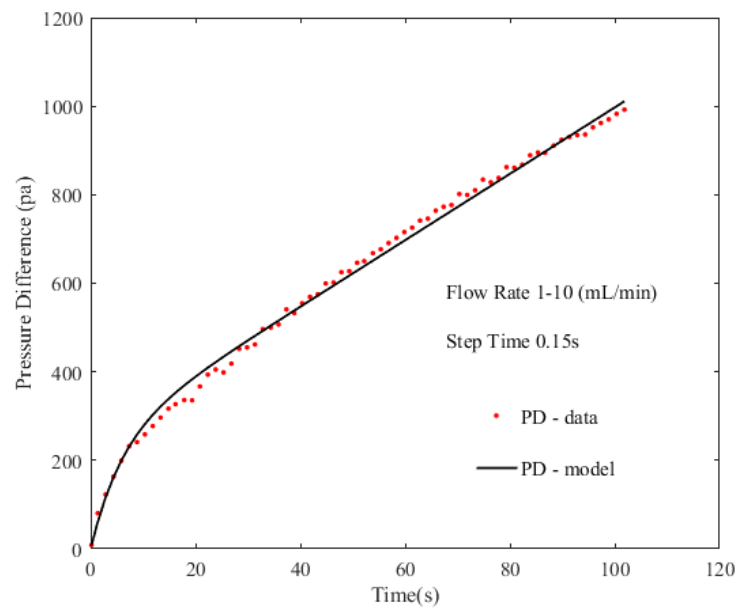
شکل ۴-۱۹ تا شکل ۴-۲۴ مقایسه داده‌های آزمایشگاهی مربوط به سیال باگر-۳ و نتایج بدست آمده از حل تئوری، با در نظر گرفتن دبی‌های متغیر (۱-۸ mL/min)، (۱-۱۰ mL/min) و (۱-۱۲ mL/min) با دوگام زمانی ۰/۱۵ و ۰/۲ ثانیه را نشان می‌دهد. نتایج برگرفته از آزمایش‌های سیال باگر-۳ نیز رفتاری همانند سیال باگر-۱ و ۲ دارند و رفتار آن‌ها نزدیک به داده‌های تئوری است.

#### • نتایج حاصل از دبی‌های متغیر با گام زمانی ۰/۱۵ ثانیه:

در شکل ۴-۱۹ تا شکل ۴-۲۱ نتایج داده‌های آزمایشگاهی به ترتیب به ازای دبی‌های (۱-۸ mL/min)، (۱-۱۰ mL/min) و (۱-۱۲ mL/min) با داده‌های تئوری مقایسه شده‌اند و درصد خطای نسبی هرکدام از حالت‌ها و همچنین ثابت‌های زمانی رهایی از تنش و تأخیر در تغییر شکل حاصل شده توسط الگوریتم ژنتیک، در جدول ۴-۲ گزارش شده است. همانطور که مشاهده می‌شود نتایج داده‌های آزمایشگاهی با نتایج حاصل از رابطه تئوری، همخوانی قابل قبولی دارند.

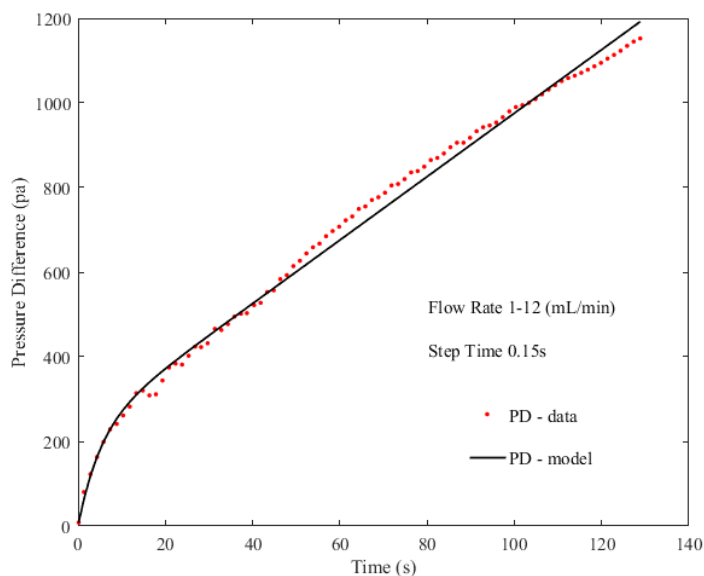


شکل ۴-۱۹: مقایسه اختلاف فشار دو سر سلول ناشی از داده‌های آزمایشگاهی و رابطه تئوری مربوط به جریان سیال با گر-۳ با دبی متغیر (۱-۱۲ mL/min) و با گام زمانی ۰/۱۵ ثانیه



شکل ۴-۲۰: مقایسه اختلاف فشار دو سر سلول ناشی از داده‌های آزمایشگاهی و رابطه تئوری مربوط به جریان سیال با گر-۳ با دبی متغیر (۱-۱۲ mL/min) و با گام زمانی ۰/۱۵ ثانیه

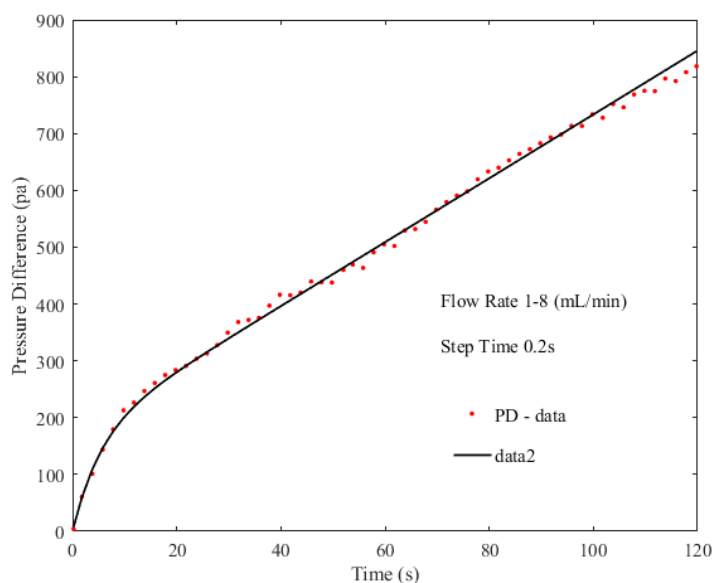




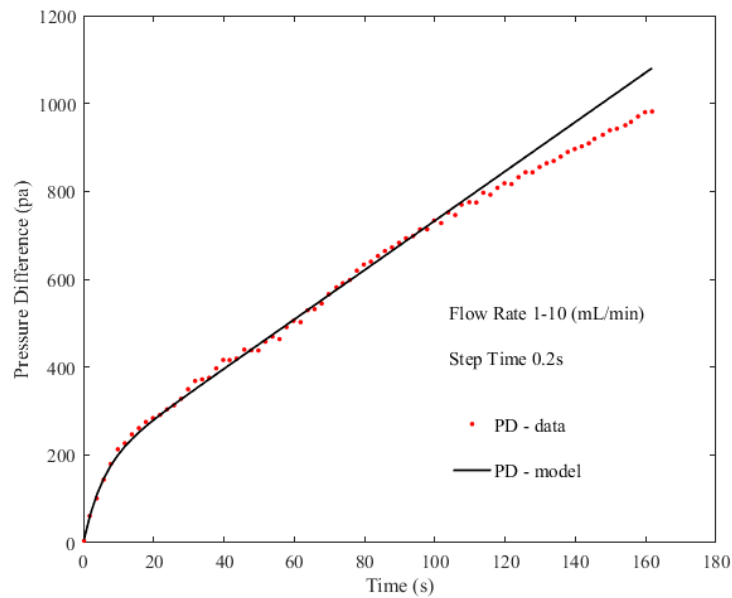
شکل ۴-۲۱: مقایسه اختلاف فشار دو سر سلول ناشی از داده‌های آزمایشگاهی و رابطه تئوری مربوط به جریان سیال باگر-۳ با دبی متغیر (mL/min) ۱-۱۲ و با گام زمانی ۰/۱۵ ثانیه

• نتایج حاصل از دبی‌های متغیر با گام زمانی ۰/۲ ثانیه:

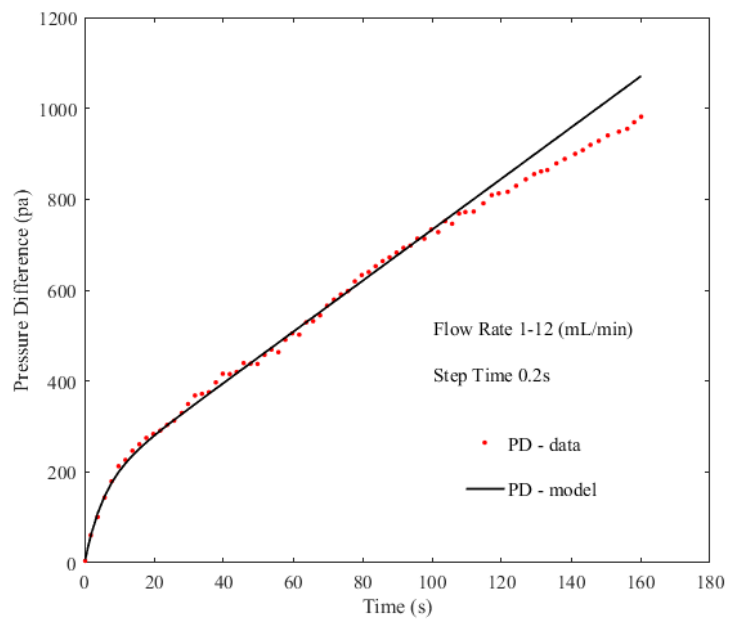
در شکل ۴-۱۶ تا شکل ۴-۱۸ نتایج داده‌های آزمایشگاهی به ترتیب به ازای دبی‌های (mL/min) ۱-۸، (mL/min) ۱-۱۰ و (mL/min) ۱-۱۲ با داده‌های تئوری مقایسه شده‌اند و نتایج حاصل در جدول ۴-۲ گزارش شده است.



شکل ۴-۲۲: مقایسه اختلاف فشار دو سر سلول ناشی از داده‌های آزمایشگاهی و رابطه تئوری مربوط به جریان سیال باگر-۳ با دبی متغیر (mL/min) ۱-۱۲ و با گام زمانی ۰/۲ ثانیه



شکل ۴-۲۳: مقایسه اختلاف فشار دو سر سلول ناشی از داده‌های آزمایشگاهی و رابطه تئوری مربوط به جریان سیال با گر-۳ با دبی متغیر (۱-۱۲ mL/min) و با گام زمانی ۰/۲ ثانیه



شکل ۴-۲۴: مقایسه اختلاف فشار دو سر سلول ناشی از داده‌های آزمایشگاهی و رابطه تئوری مربوط به جریان سیال با گر-۳ با دبی متغیر (۱-۱۲ mL/min) و با گام زمانی ۰/۲ ثانیه

جدول ۴-۲: مقادیر  $\lambda$  و  $\varepsilon$  از برازش مدل ریاضی با داده‌های آزمایشگاهی اندازه‌گیری شده

انواع باگر	گام زمانی	تغییرات دبی جریان (ml/min)	تغییرات رینولدز ( $\rho L$ )/ $\eta$	زمان رهایی از تنش $\lambda$ (s)	زمان تاخیر در تنش $\varepsilon$ (s)	متوسط خطای نسبی	مقادیر بهینه از مدل داری اولدروید		نتایج تست رئومتر		درصد خطای حاصل از مدل یا نتایج تست رئومتري %																			
							$\varepsilon$ (s)	$\lambda$ (s)	$\varepsilon$ (s)	$\lambda$ (s)	$\varepsilon$ (s)	$\lambda$ (s)																		
باگر-۱	۰/۱۵	۱-۸	۱/۵-۱۱/۹۹	۱۲/۶۴	۴۹/۱۷	۳/۱۵	۴۹/۴۴	۱۲/۱۳	۱۱/۱۲	۶۲/۴	۹/۰۸	۲۰/۷۶																		
													۱-۱۰	۱/۵-۱۵	۱-۱۲	۱/۵-۱۱/۹۹	۱-۸	۰/۲												
																			۱-۱۰	۱/۵-۱۵	۱-۱۲	۱/۵-۱۱/۹۹	۱-۸	۰/۲						
																									۱-۱۰	۱/۵-۱۵	۱-۱۲	۱/۵-۱۱/۹۹	۱-۸	۰/۲
باگر-۲	۰/۱۵	۱-۸	۱/۴-۱۱/۲۳	۱۱/۹۲	۴۵/۸۷	۲/۵۵	۴۴/۲	۱۱/۴۸	۱-۰/۷۵	۵۸/۲	۶/۷۹	۲۴/۰۵																		
													۱-۱۰	۱/۴-۱۴/۰۴	۱-۱۲	۱/۴-۱۱/۲۳	۱-۸	۰/۲												
																			۱-۱۰	۱/۴-۱۴/۰۴	۱-۱۲	۱/۴-۱۱/۲۳	۱-۸	۰/۲						
																									۱-۱۰	۱/۴-۱۴/۰۴	۱-۱۲	۱/۴-۱۱/۲۳	۱-۸	۰/۲
باگر-۳	۰/۱۵	۱-۸	۱/۶-۱۲/۸۳	۵/۳۵	۳۵/۹۸	۳/۳۲	۳۵/۸۸	۵/۳۲	۴/۹۱	۵۰/۷	۸/۳۵	۲۹/۲۳																		
													۱-۱۰	۱/۶-۱۶/۰۵	۱-۱۲	۱/۶-۱۲/۸۳	۱-۸	۰/۲												
																			۱-۱۰	۱/۶-۱۶/۰۵	۱-۱۲	۱/۶-۱۲/۸۳	۱-۸	۰/۲						
																									۱-۱۰	۱/۶-۱۶/۰۵	۱-۱۲	۱/۶-۱۲/۸۳	۱-۸	۰/۲
۱-۱۰	۱/۶-۱۶/۰۵	۱-۱۲	۱/۶-۱۲/۸۳	۱-۸	۰/۲																									



## فصل پنجم

### نتیجه‌گیری و پیشنهادات

## ۵-۱- نتیجه گیری

برای بررسی جریان سیالات ویسکوالاستیک در محیط متخلخل، از قانون اصلاح شده‌ی داری-اولدروید استفاده می‌شود که این قانون بر مبنای اصل تشابه با معادله ساختاری اولدروید-بی، بدست آمده است. با توجه به عدم سابقه تجربی این رابطه، لازم گردید تا این رابطه به صورت تجربی مورد بررسی قرارگیرد تا اینکه از صحت آن اطمینان حاصل شود. با توجه به اینکه رابطه داری-اولدروید ناپایا است، برای برقراری این شرط از دبی‌های متغیر (mL/min) ۸-۱، ۱۰-۱ و ۱۲-۱ با گام دبی ۰/۰۱ و گام‌های زمانی ۰/۲ و ۰/۱۵ ثانیه استفاده شده است. علت استفاده از گام‌های زمانی مختلف جهت صحت‌سنجی آزمایشات می‌باشد و با توجه به نتایج بدست آمده، نشان می‌دهد که نتایج حاصل از گام‌های زمانی ۰/۱۵ و ۰/۲ ثانیه هم‌مرتب هستند. با توجه به شکل ۴-۴ انحرافی در حالت گذرا بین سیال نیوتنی و باگر دیده می‌شود و دلیل آن، این است که سیالات باگر دارای خواص رئولوژیکی از قبیل ثابت‌های زمانی رهایی از تنش و تأخیر در تغییر شکل می‌باشند که باعث شده تا اختلاف فشار دو سر سلول به صورت نمایی افزایش یابد در صورتی که اختلاف فشار دو سر سلول برای سیالات نیوتنی به صورت خطی افزایش یافته است. همانطور که در شکل ۴-۴ مشاهده می‌شود با اعمال دبی ثابت (حالت پایا)، اختلاف فشار دو سر سلول برای سیال باگر و سیال نیوتنی، یکی شده است و دلیل آن، این است که رابطه‌ی داری-اولدروید در حالت پایا، مشابه رابطه‌ی داری می‌باشد.

بر پایه‌ی مدل داری اولدروید، روابط تئوری اختلاف فشار دو سر سلول هل-شاو بدست آمد که با کمینه کردن تابع هدف بدست آمده از این روابط تئوری با نتایج حاصل از داده‌های آزمایشگاهی، به واسطه‌ی الگوریتم ژنتیک، ثابت‌های زمانی رهایی از تنش و تأخیر در تغییر شکل، بدست آمدند و نتایج آن‌ها در جدول ۴-۲ گزارش شده است.

همچنین با استفاده از تست‌های رئومتری، مقادیر ثابت‌های زمانی رهایی از تنش و تأخیر در تغییر شکل برای سیالات باگر، بدست آمدند به این صورت که از تست نوسان، زمان رهایی از تنش و از تست

خزش، زمان تأخیر در تغییر شکل بدست آمدند و نتایج آن‌ها در جدول ۲-۴ گزارش شده است. حال با مقایسه قرار دادن ثابت‌های زمانی بدست آمده از مدل داریسی-اولدروید با نتایج حاصل از تست رئومتری می‌توان صحت رابطه‌ی اصلاح شده‌ی داریسی-اولدروید را در سلول هل-شاو بررسی نمود. با توجه به اینکه ثابت‌های زمانی گزارش شده در جدول ۲-۴ با استفاده از الگوریتم ژنتیک بدست آمده‌اند، این مقادیر قطعیت ندارند و از نتایج بدست آمده می‌توان نتیجه گرفت که مدل داریسی-اولدروید (۱-۳۲) که از طریق آنالوژی بدست آمده، با تقریب ضعیفی مطابق جدول ۲-۴، با داده‌های آزمایشگاهی بدست آمده از سلول هل-شاو، تطابق دارد. در نهایت می‌توان نتیجه گرفت که مدل داریسی-اولدروید در سلول هل-شاو قابل استفاده است.

## ۵-۲- پیشنهادات

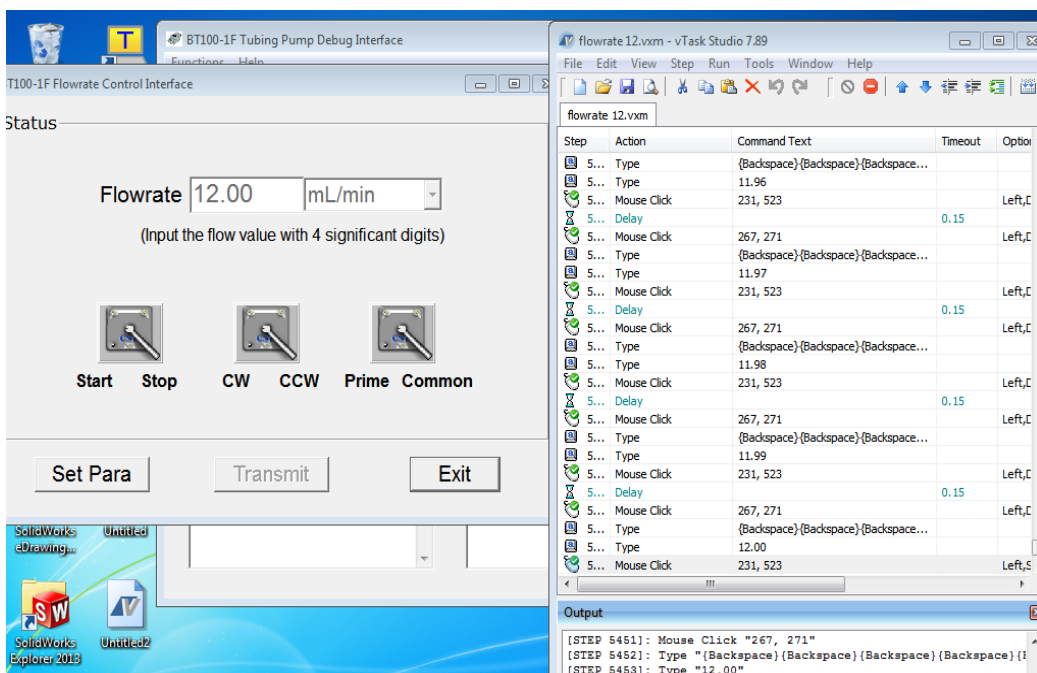
برای ادامه تحقیق، می‌توان با در نظر گرفتن شرایط زیر رابطه‌ی داری اولدروید را صورت تجربی بررسی نمود:

- بررسی تجربی رابطه داری-اولدروید با در نظر گرفتن دبی‌های متغیر بیشتری با گامهای زمانی مختلف
- استفاده از از سیالات باگر با خواص مختلف
- استفاده از ابزارهای دقیق‌تری جهت کاهش خطا.
- بررسی مدل داری-اولدروید در یک محیط متخلخل واقعی
- مدل داری-اولدروید با توجه به اینکه مدلی تک موده است، ذاتا مدل ضعیفی می‌باشد از طرفی سیالات ویسکوالاستیک چند موده می‌باشند برای تحقیقات آینده پیشنهاد می‌شود که مدل داری-اولدروید در حالت چند موده بررسی شود.



## پیوست الف: نرم افزار vTask Studio

vTask Studio نرم‌افزاری است که می‌توان برای انجام کارها به صورت اتوماتیک از آن بهره گرفت. برنامه‌های کاربردی که با دارا بودن قابلیت‌های بسیار، کمک می‌کند به راحتی بتوان دستورات را به دلخواه از طریق نرم‌افزار به صورت خودکار و طبق زمانبندی انجام داد. کنترل کردن ماوس، کیبورد و دیگر برنامه‌ها، بدون نیاز به برنامه نویسی از ویژگی‌های این نرم‌افزار است. تمام ویژگی‌های مورد نیاز برای اتوماسیون کردن سیستم موردنظر را داراست. پشتیبانی از قابلیت کشیدن و رها کردن، مدیریت برنامه‌های راه‌اندازی، عملیات ماوس، حلقه‌ها و... از ویژگی‌های دیگر این نرم‌افزار است. شکل ۵-۱ تصویر محیط نرم‌افزار vTask studio در حال انجام آزمایش را نشان می‌دهد.



شکل ۵-۱: محیط نرم افزار vTask studio

## پیوست ب: محاسبه خطای مطلق، تکرارپذیری و عدم قطعیت

### ب-۱- خطای مطلق:

اگر اندازه‌گیری یک کمیت مشخص چندین مرتبه تکرار شود، مقدار واقعی کمیت به مقدار میانگین آنها نزدیک است. اختلاف بزرگترین مقدار اندازه‌گیری شده با مقدار میانگین، خطای مطلق<sup>۱</sup> تعریف می‌شود.

### ب-۱- خطای نسبی:

منظور از خطای نسبی، حاصل تقسیم خطای مطلق بر مقدار واقعی کمیت است که معمولاً بر حسب درصد نیز می‌توان بیان کرد و بدون بعد است.

$$\text{ب-۱) درصد خطای نسبی} = \frac{\text{نتیجه آزمایش} - \text{مقدار واقعی}}{\text{مقدار واقعی}} \times 100$$

### ب-۲- تکرارپذیری:

منظور از تکرارپذیری<sup>۲</sup>، دقت بدست آمده در شرایط، روش‌ها و تجهیزات یکسان است. تکرارپذیری به صورت رابطه (ب-۲) تعریف می‌شود.

$$\text{ب-۲) } R = \frac{\text{مقدار میانگین} - \text{حداکثر انحراف از مقدار واقعی}}{100} \times 100$$

### ب-۳- عدم قطعیت:

عدم قطعیت تجربی به معنی تعیین مقدار احتمالی خطا می‌باشد و نشان می‌دهد که تا چه حد اندازه‌گیری به مقدار واقعی نزدیک است. برای محاسبه عدم قطعیت باید ابتدا انحراف معیار<sup>۳</sup> محاسبه گردد.

---

<sup>1</sup> Absolut error

<sup>2</sup> Reaptibility

<sup>3</sup> Standard deviation

انحراف معیار، یکی از شاخص‌های پراکندگی است که نشان می‌دهد به طور میانگین داده‌ها چه مقدار از مقدار متوسط فاصله دارند. اگر انحراف معیار مجموعه‌ای از داده‌ها نزدیک به صفر باشد، نشانه‌ی آن است که داده‌ها نزدیک به میانگین هستند و پراکندگی اندکی دارند. انحراف معیار، طبق رابطه (ب-۳) برابر با ریشه دوم واریانس است.

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n - 1}} \quad (\text{ب-۳})$$

در نهایت اندازه‌گیری عدم قطعیت برای کمیت  $x_i$  است. در  $n$  بار تکرار آزمایش از رابطه (ب-۴) محاسبه می‌شود:

$$\sigma_E = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \quad (\text{ب-۴})$$



مراجع

- [1] S.-C. Xue, N. Phan-Thien, and R. Tanner, "Numerical study of secondary flows of viscoelastic fluid in straight pipes by an implicit finite volume method ", *Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics*, vol. 59, pp. 191-213, 1995.
- [۲] شیخی نارانی م، (۱۳۷۱) "بررسی خواص، جریان، انتقال حرارت و اختلاط سالات غیر نیوتنی"، چاپ اول، جهاد دانشگاهی صنعتی امیرکبیر، تهران
- [3] A. I. A. k. Malkin and A. Y. Malkin, *Rheology fundamentals*: ChemTec Publishing, 1994.
- [4] N. Thin, "Understanding Viscoelasticity ", ed: Springer, Heidelberg, Germany, 2002.
- [5] R. B. Bird, R. Armstrong, and O. Hassager, "Fluid Mechanics, Dynamics of Polymeric Liquids, Vol. 1 ", ed: New York: Wiley, 1987.
- [6] R. I. Tanner, *Engineering rheology* vol. 52: OUP Oxford, 2000.
- [۷] لی م، رابین د و کرمپل ا، مترجم، شعرباغ غ ر، (۱۳۷۸) "مقدمه‌ای بر مکانیک محیط‌های پیوسته"، انتشارات دانشگاه تربیت مدرس، تهران
- [8] R. Larson, "Constitutive Equations for Polymer Melts and Solutions Buttherworths ", *Stoneham, MA*, 1988.
- [9] J. Oldroyd, "Non-Newtonian effects in steady motion of some idealized elasto-viscous liquids ", *Proc. R. Soc. Lond. A*, vol. 245, pp. 278-297, 1958.
- [10] P. Coussot, "Saffman–Taylor instability in yield-stress fluid", *Journal of Fluid Mechanics*, vol. 380, pp. 363-376, 1999.
- [11] A. Vasilev, "Hele-Shaw Flows: Historical Overview", *University of Bergen, Norway*, 2007.
- [12] E. S. Leandro, J. A. Miranda, and F. Moraes, "Symmetric flows and Darcy's law in curved spaces", *Journal of Physics A: Mathematical and General*, vol. 39, p. 1619, 2006.
- [13] A.-R. Khaled and K. Vafai, "The role of porous media in modeling flow and heat transfer in biological tissues", *International Journal of Heat and Mass Transfer*, vol. 46, pp. 4989-5003, 2003.
- [14] M. Kaviany, *Principles of heat transfer in porous media*: Springer Science & Business Media, 2012.
- [15] D. Bonn, H. Kellay, M. B. Amar, and J. Meunier, "Viscous finger widening with surfactants and polymers", *Physical Review Letters*, vol. 75, p. 2132, 1995.
- [16] A. Lindner, P. Coussot, and D. Bonn, "Viscous fingering in a yield stress fluid", *Physical Review Letters*, vol. 85, p. 314, 2000.
- [17] N. Maleki-Jirsaraei, A. Lindner, S. Rouhani, and D. Bonn, "Saffman–Taylor instability in yield stress fluids", *Journal of Physics: Condensed Matter*, vol. 17, p. S1219, 2005.
- [18] L. Kondic, P. Palffy-Muhoray, and M. J. Shelley, "Models of non-newtonian Hele-Shaw flow", *Physical Review E*, vol. 54, p. R4536, 1996.

- [19] M. C. Kim, S. B. Lee, S. Kim, and B. J. Chung, "Thermal instability of viscoelastic fluids in porous media", *International journal of heat and mass transfer*, vol. 46, pp. 5065-5072, 2003.
- [20] K. Vafai and C. Tien, "Boundary and inertia effects on flow and heat transfer in porous media", *International Journal of Heat and Mass Transfer*, vol. 24, pp. 195-203, 1981.
- [21] B. Khuzhayorov, J.-L. Auriault, and P. Royer, "Derivation of macroscopic filtration law for transient linear viscoelastic fluid flow in porous media", *International Journal of Engineering Science*, vol. 38, pp. 487-504, 2000.
- [22] W. Tan and T. Masuoka, "Stokes' first problem for an Oldroyd-B fluid in a porous half space", *Physics of Fluids*, vol. 17, p. 023101, 2005.
- [23] W. Tan and T. Masuoka, "Stokes' first problem for a second grade fluid in a porous half-space with heated boundary", *International Journal of Non-Linear Mechanics*, vol. 40, pp. 515-522, 2005.
- [24] T. Hayat, F. Shahzad, M. Ayub, and S. Asghar, "Stokes' first problem for a third grade fluid in a porous half space", *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation*, vol. 13, pp. 1801-1807, 2008.
- [25] N. Rudraiah, P. Radhadevi, and P. Kaloni, "Convection in a viscoelastic fluid-saturated sparsely packed porous layer", *Canadian journal of physics*, vol. 68, pp. 1446-1453, 1990.
- [26] M. Malashetty, I. Shivakumara, S. Kulkarni, and M. Swamy, "Convective instability of Oldroyd-B fluid saturated porous layer heated from below using a thermal non-equilibrium model", *Transport in Porous Media*, vol. 64, pp. 123-139, 2006.
- [27] Y. Anis "On modeling the multidimensional complex fluid flow and heat or mass transport in porous media", *Int. J. Heat Mass Transfer* vol. 46, pp. 367-379, 2003.
- [28] M. Alishaev and A. K. Mirzadjanzade, "For the calculation of delay phenomenon in filtration theory", *Izvestiya Vysshikh Uchebnykh Zavedeniy. Neft'i Gaz*, vol. 6, pp. 71-78, 1975.
- [29] B. K. Hartline and C. Lister, "An experiment to verify the permeability of Hele-Shaw cells", *Geophysical Research Letters*, vol. 5, pp. 225-227, 1978.
- [30] D. F. James, "Boger fluids", *Annual Review of Fluid Mechanics*, vol. 41, pp. 129-142, 2009.

## **Abstract**

The Darcy's law is used to study the flow of Newtonian fluids in a porous media. The Darcy's law predicts a linear relationship between velocity and pressure gradient for Newtonian Fluid flow, but it is not valid for non- Newtonian fluid flow in a porous media. Therefore, in order to investigate the non- Newtonian fluid flow in a porous media, Darcy's modified law should be used. Compared to Newtonian fluid flow, only a small number of mathematical macroscopic models are presented for non- Newtonian fluid flow in a porous media. By analogy with Oldroyd-B constitutive relationship, the modified Darcy-Oldroyd model, which is a phenomenological model, is obtained for the flow of viscoelastic fluids in a porous media. The modified Darcy-Oldroyd model relates pressure drop and velocity for a viscoelastic fluid in a porous media and has two time constants, relaxation time and retardation time, which are the rheological properties of non-Newtonian fluids. Since there is no empirical evidence for the Darcy-Oldroyd model, the aim of current study is to verify this model. The Hel-Shaw cell was used to simulate the porous media and a polymeric Boger solution is used to carry out experiments because it follows the Oldroyd-B model. Since the Darcy-Oldroyd model is inherently unsteady, variable flow rates are considered. Based on the Darcy-Oldroyd model, The relaxation and retardation times are calculated by minimizing the difference of theoretical and experimental results. Comparing the time constraints obtained by the Darcy-Oldyod model with the results of the rheometer tests, it was found that the Darcy-Oldroyd model has acceptable agreement with the obtained experimental results.

**Keywords:** Darcy's law, Darcy-Oldroyd model, porous medium, Boger fluid.





Faculty of Mechanical and Mechatronics Engineering  
M.Sc. Thesis in Energy Conversion Engineering

**Experimental investigation of Darcy-Oldroyd model for  
Boger fluids in a porous media**

**By: Mostafa Rahimi**

**Supervisors:**

**Dr. Ali Abbas Nejad**

**Dr. Mahmood Norouzi**

**September 2018**