



دانشکده مهندسی مکانیک

گروه طراحی کاربردی

تحليل تنشهاي حرارتي صفحات ناهمسانگرد بينهايت حاوي گشودگي با اشكال مختلف

تحت شار حرارتی یکنواخت

دانشجو : محمد جعفری

استاد راهنما :

دكتر محمد جعفرى

پایاننامه ارشد جهت اخذ درجه کارشناسی ارشد

شهريور ۱۳۹۶

### دانشگاه صنعتی شاهرود

دانشکده مهندسی مکانیک

گروه طراحی کاربردی

پایاننامه کارشناسی ارشد آقای محمد جعفری

تحت عنوان: تحليل تنشهاي حرارتي صفحات ناهمسانگرد بينهايت حاوي گشودگي با اشكال مختلف

تحت شار حرارتي يكنواخت

در تاریخ ...... توسیط کمیته تخصصی زیر جهت اخذ مدرک کارشناسی ارشد مورد ارزیابی و با درجه

..... مورد پذیرش قرار گرفت.

امضاء	اساتيد مشاور	امضاء	اساتيد راهنما
	نام و نام خانوادگی :		نام و نام خانوادگی : دکتر محمد جعفری
	نام و نام خانوادگی :		نام و نام خانوادگی :

امضاء	نماینده تحصیلات تکمیلی	امضاء	اساتيد داور
	نام و نام خانوادگی :		نام و نام خانوادگی : مهدی قناد کهتویی
			نام و نام خانوادگی : دکتر محمدباقر
			نظری
			نام و نام خانوادگی :
			نام و نام خانوادگی :

تقدیم به مادر دلسوز و مهربانم که زحمات بیدریغش با هیچ واژهای قابل قدردانی نیست.

خداوند بزرگ و مهربان را شاکرم که توفیق کسب علم و دانش را به من عطا فرمود، تا بتوانم این مرحله از علمآموزی را با موفقیت به پایان برسانم. شایسته است از زحمات بیدریغ و راهنماییهای ارزشمند استاد ارجمندم، جناب آقای دکتر محمد جعفری، صمیمانه سپاسگزاری و قدردانی نمایم. همچنین از تمامی عزیزانی که در راستای انجام این پروژه بنده را یاری نمودند، بهویژه آقایان مهندس رسولی و مهندس سعیدی، تشکر مینمایم.

٥

# تعهدنامه

اینجانب محمد جعفری دانشجوی دوره کارشناسی ارشد رشته مهندسی مکانیک گرایش طراحی کاربردی دانشکده مهندسی مکانیک دانشگاه صنعتی شاهرود نویسنده پایاننامه تحلیل تنشهای حرارتی صفحات ناهمسانگرد بینهایت حاوی گشودگی با اشکال مختلف تحت شار حرارتی یکنواخت تحت راهنمائی دکتر محمد جعفری متعهد میشوم.

- تحقیقات در این پایاننامه توسط اینجانب انجام شده است و از صحت و اصالت برخوردار است.
  - در استفاده از نتایج پژوهشهای محققان دیگر به مرجع مورد استفاده استناد شده است.
- مطالب مندرج در پایاننامه تاکنون توسط خود یا فرد دیگری برای دریافت هیچ نوع مدرک یا امتیازی در هیچ جا ارائه نشده
  است.
- کلیه حقوق معنوی این اثر متعلق به دانشگاه صنعتی شاهرود می باشد و مقالات مستخرج با نام «دانشگاه صنعتی شاهرود»
  و یا «Shahrood University of Technology» به چاپ خواهد رسید.
- حقوق معنوی تمام افرادی که در بهدست آمدن نتایج اصلی پایاننامه تأثیر گذار بودهاند در مقالات مستخرج از پایاننامه رعایت می گردد.
- در کلیه مراحل انجام این پایان نامه، در مواردی که از موجود زنده (یا بافتهای آنها) استفاده شده است ضوابط و اصول اخلاقی رعایت شده است.
- در کلیه مراحل انجام این پایاننامه، در مواردی که به حوزه اطلاعات شخصی افراد دسترسی یافته یا استفاده شده است اصل رازداری، ضوابط و اصول اخلاق انسانی رعایت شده است.

#### تاريخ

#### امضای دانش<del>ج</del>و

#### مالکیت نتایج و حق نشر

- کلیه حقوق معنوی این اثر و محصولات آن (مقالات مستخرج، کتاب، برنامه های رایانه ای، نرمافزارها و تجهیزات ساخته شده) متعلق به دانشگاه صنعتی شاهرود می باشد. این مطلب باید به نحو مقتضی در تولیدات علمی مربوطه ذکر شود.
  - استفاده از اطلاعات و نتایج موجود در پایاننامه بدون ذکر مرجع مجاز نمی باشد.

چکیدہ

یکی از مهمترین مسائل در طراحی سازههای مهندسی، جلوگیری از شکست سازه در اثر تنش ایجادشده در نواحی ناپیوستگی هندسی است. وجود گشودگی در ورق ناهمسانگرد تحت جریان حرارتی باعث ایجاد تنشهای حرارتی در اطراف گشودگی میشود. نوع هندسهی گشودگی یکی از پارامترهای مهم در نحوهی توزیع تنش در اطراف آن است. بر پایهی تئوری ترموالاستیسیتهی دوبعدی و با استفاده از روش متغیر مختلط لخنیتسکی، ورق ناهمسانگرد نامحدود حاوی گشودگی با اشکال مختلف با استفاده از نگاشت همنوا به ناحیهی بیرون دایرهای به شعاع واحد نگاشت میشود. در این پایان امه، میدان تنش و جابهجایی در اطراف گشودگی در صفحهی نامحدود ناهمسانگرد در حالت پایان امه، میدان تنش گرفته است. ورق در بینهایت تحت شار حرارتی یکنواخت بوده و مرز گشودگی عایق است. همچنین شرط مرزی نیومن اعمال شده است. با استفاده از توابع پتانسیل مختلط و حل معادلات انتگرالی، توزیع تنش و جابهجایی در اطراف گشودگی ارائه شده است. تأثیر پارامترهای مهم در توزیع تنش و جابهجایی نظیر زاویهی چرخش گشودگی، انحنای گوشههای گشودگی، زاویهی الیاف، زاویهی جریان حرارتی و کشیدگی گشودگی، مورد بررسی قرار گرفته است. صحت نتایج تحلیلی ارائهشده با حل اجزای محدود نظیر زاویهی چرخش گشودگی، انحنای گوشههای گشودگی، زاویهی الیاف، زاویهی جریان حرارتی و مورد تأیید قرار گرفته است. این نتایج نشان می دهند که پارامترهای مهم در توزیع تنش و جابهجایی توزیع تنش و جابهجایی در اطراف گشودگی، ایش می دهند که پارامترهای مهم در توزیع و خان خان حرارتی و توزیع تنش و موره برسی قرار گرفته است. صحت نتایج تحلیلی ارائهشده با حل اجزای محدود

## كلمات كليدي

روش متغیر مختلط، نگاشت همنوا، گشودگی، صفحه ناهمسانگرد، حل تحلیلی، تنش حرارتی

لیست مقالات مستخرج از پایاننامه

# فهرست مطالب

1	فصل۱ پیشگفتار
۲	۱–۱ مقدمه
۴	۱-۲ فرضيهها و اهداف تحقيق
۵	۱-۳ طرح کلی فصول پایاننامه
۷	فصل ۲ پیشینهی پژوهش
λ	۲-۱ مقدمه
٨	۲-۲ کامپوزیتھا
λ	۲-۲-۲ تعريف كامپوزيت
۹	۲-۲-۲ انواع كامپوزيتها
۱۰	۲-۲-۳ رفتار مکانیکی کامپوزیتها
11	۲-۳ مروری بر پژوهشهای پیشین
۱۹	۲-۲ تعريف مسأله
۲۳	فصل ۳ روش حل
74	۳-۱ مقدمه
76	۳-۲ ویژگیها و فرضیههای تحلیل
74	۳-۳ روابط مربوط به مواد کامپوزیت
75	٣-٣ نگاشت همنوا
79	۔ ۵–۳ معادلات اساسی
٣۴	۳-۶ بخش دمایی
٣٧	۲−۳ توابع مختلط تنش ♦ و ¢t در صفحهی نگاشت
f9	۳–۸ الگوريتھ حل تحليلي
<del>۴۶</del>	۳-۹ خواص مواد
۴۸	۳-۱۰ بررسی درستی نتایج
۵۵	فصل ۴ تأثیر پارامترهای مؤثر بر توزیع تنش
۵۶	۴–۱ مقدمه
۵۲	۲-۴ گشودگی مثلثی
ΔΥ	۴-۲-۴ تأثير زاويهي الياف ماده
۶۵	۴-۲-۲ تأثیر زاویهی چرخش گشودگی
٧٢	۴-۲-۴ تأثیر زاویهی شار حرارتی
٧٨	۴-۴ گشودگی چهارضلعی
٧٩	۴-۳-۱ تأثير زاويهي الياف ماده
λ۶	۴-۳-۲ تأثیر زاویهی چرخش گشودگی
٩٢	۴–۳–۳ تأثیر زاویهی شار حرارتی

٩٨	۴-۴ گشودگی پنجضلعی
٩٨	۴-۴-۱ تأثير زاویهی الیاف ماده
۱۰۵	۴-۴-۲ تأثیر زاویهی چرخش گشودگی
)))	۴–۴–۳ تأثیر زاویهی شار حرارتی
119	فصل ۵ نتیجهگیری و پیشنهادها
١٢٠	۵-۱ نتیجهگیری
١٢١	اھەلوىنشيې ۲-۵
١٢٠	مراجع

فهرست اشكال

شکل (۲-۱) صفحهی ناهمسانگرد نامحدود حاوی گشودگی تحت شار حرارتی یکنواخت
شکل (۳-۱) نگاشت همنوا
شکل (۳-۳) تأثیر پارامتر $\varpi$ بر انحنای گوشههای گشودگی۳۸
شکل (۳-۳) نمایش دستگاه مختصات مماسی در مرز گشودگی [۲۶]
شکل (۳-۴) نحوهی مشبندی در نرمافزار آباکوس ۴۹
شکل (۳-۵) نحوهی بارگذاری حرارتی در نرمافزار آباکوس ۴۹
شکل (۳-۶) مقایسهی حل حاضر و حل اجزای محدود برای توزیع تنش محیطی حول گشودگی مثلثی
شکل (۳-۷) مقایسهی حل حاضر با حل ارائهشده در [۴۰] و حل اجزای محدود برای تنشهای محیطی حول
گشودگی دایروی
شکل (۸-۳) مقایسهی حل حاضر با حل ارائهشده در [۴۰] و حل اجزای محدود برای تنشهای محیطی حول
گشودگی بیضوی۵۱
شکل (۳-۹) مقایسهی حل حاضر و حل اجزای محدود برای توزیع تنش محیطی حول گشودگی چهارضلعی ۵۲
شکل (۳-۱۰) مقایسهی حل حاضر و حل اجزای محدود برای توزیع تنش محیطی حول گشودگی پنجضلعی ۵۲
شکل (۴-۱) گشودگی مثلثی با 0.7=@
شكل (۴-۲) تأثير زاويهي الياف بر بيشترين تنش بيبعد
شکل (۴-۳) تأثیر زاویهی الیاف بر بیشترین تنش بی بعد در مقادیر مختلف کشیدگی گشودگی
شکل (۴-۴) تأثیر زاویهی الیاف بر بیشترین تنش بیبعد در مقادیر مختلف انحنای گوشههای گشودگی ۵۹
شکل (۴-۵) تأثیر زاویهی الیاف بر بیشترین تنش بیبعد در زوایای مختلف شار حرارتی
شکل (۴-۶) تأثیر زاویهی الیاف بر بیشترین تنش بی بعد در مقادیر مختلف زاویهی چرخش گشودگی۶۲
شکل (۴-۲) تأثیر زاویهی الیاف بر بیشترین جابهجایی بیبعد
شکل (۴-۸) تأثیر زاویهی الیاف بر بیشترین جابهجایی بیبعد در مقادیر مختلف کشیدگی گشودگی۶۳
شکل (۴-۹) تأثیر زاویهی الیاف بر بیشترین جابهجایی بیبعد در مقادیر مختلف انحنای گوشههای گشودگی۶۴
شکل (۴-۱۰) تأثیر زاویهی الیاف بر بیشترین جابهجایی بیبعد در زوایای مختلف شار حرارتی۶۴
شکل (۴-۱۱) تأثیر زاویهی الیاف بر بیشترین جابهجایی بیبعد در مقادیر مختلف زاویهی چرخش گشودگی۶۵
شکل (۴-۱۲) تأثیر زاویهی چرخش گشودگی بر بیشترین تنش بیبعد
شکل (۴-۱۳) تأثیر زاویهی چرخش گشودگی بر بیشترین تنش بیبعد در مقادیر مختلف کشیدگی گشودگی۶۶
شکل (۴-۱۴) تأثیر زاویهی چرخش گشودگی بر بیشترین تنش بیبعد در مقادیر مختلف انحنای گوشههای گشودگی
۶۸
شکل (۴-۱۵) تأثیر زاویهی چرخش گشودگی بر بیشترین تنش بیبعد در زوایای مختلف شار حرارتی۶۸
شکل (۴-۱۶) تأثیر زاویهی چرخش گشودگی بر بیشترین تنش بیبعد در مقادیر مختلف زاویهی الیاف۶۹
شکل (۴-۱۷) تأثیر زاویهی چرخش گشودگی بر بیشترین جابهجایی بیبعد
شکل (۴-۱۸) تأثیر زاویهی چرخش گشودگی بر بیشترین جابهجایی بیبعد در مقادیر مختلف کشیدگی گشودگی
٧٠
شکل (۴-۱۹) تأثیر زاویهی چرخش گشودگی بر بیشترین جابهجایی بیبعد در مقادیر مختلف انحنای گوشههای
گشودگی۷۱

شکل (۴-۲۰) تأثیر زاویهی چرخش گشودگی بر بیشترین جابهجایی بیبعد در زوایای مختلف شار حرارتی......۷۱ شکل (۴-۲۱) تأثیر زاویهی چرخش گشودگی بر بیشترین جابهجایی بیبعد در مقادیر مختلف زاویهی الیاف......۷۲ شکل (۴-۲۳) تأثیر زاویهی شار حرارتی بر بیشترین تنش بیبعد در مقادیر مختلف کشیدگی گشودگی ......۷۳ شکل (۴-۲۴) تأثیر زاویهی شار حرارتی بر بیشترین تنش بیبعد در مقادیر مختلف انحنای گوشههای گشودگی ۷۴ شکل (۴-۲۵) تأثیر زاویهی شار حرارتی بر بیشترین تنش بیبعد در مقادیر مختلف زاویهی الیاف .......۷۴ شکل (۴-۲۶) تأثیر زاویهی شار حرارتی بر بیشترین تنش بیبعد در مقادیر مختلف زاویهی چرخش گشودگی....۷۵ شکل (۴-۲۸) تأثیر زاویهی شار حرارتی بر بیشترین جابهجایی بیبعد در مقادیر مختلف کشیدگی گشودگی .....۷۶ شکل (۴-۲۹) تأثیر زاویهی شار حرارتی بر بیشترین جابهجایی بیبعد در مقادیر مختلف انحنای گوشههای گشودگی ٧٧..... شکل (۴-۳۰) تأثیر زاویهی شار حرارتی بر بیشترین جابهجایی بیبعد در مقادیر مختلف زاویهی الیاف .........۷۷ شکل (۴-۳۱) تأثیر زاویهی شار حرارتی بر بیشترین جابهجایی بیبعد در مقادیر مختلف زاویهی چرخش گشودگی ٢٨..... شکل (۴-۳۲) گشودگی چهارضلعی با ۵.5=۵..... شکل (۴-۳۳) تأثیر زاویهی الیاف بر بیشترین تنش بیبعد...... شکل (۴-۴) تأثیر زاویهی الیاف بر بیشترین تنش بیبعد در مقادیر مختلف کشیدگی گشودگی......... شکل (۴-۳۵) تأثیر زاویهی الیاف بر بیشترین تنش بیبعد در مقادیر مختلف انحنای گوشههای گشودگی ......۸۱ شکل (۴-۳۶) تأثیر زاویهی الیاف بر بیشترین تنش بیبعد در زوایای مختلف شار حرارتی............۸۱ شکل (۴-۳۷) تأثیر زاویهی الیاف بر بیشترین تنش بیبعد در مقادیر مختلف زاویهی چرخش گشودگی......۸۲ شکل (۴-۳۸) تأثیر زاویهی الیاف بر بیشترین جابهجایی بیبعد..... شکل (۴-۳۹) تأثیر زاویهی الیاف بر بیشترین جابهجایی بیبعد در مقادیر مختلف کشیدگی گشودگی......۸۴ شکل (۴-۴۰) تأثیر زاویهی الیاف بر بیشترین جابهجایی بیبعد در مقادیر مختلف انحنای گوشههای گشودگی...۸۴ شکل (۴-۴) تأثیر زاویهی الیاف بر بیشترین جابهجایی بیبعد در زوایای مختلف شار حرارتی .......۸۵ شکل (۴-۴۲) تأثیر زاویهی الیاف بر بیشترین جابهجایی بیبعد در مقادیر مختلف زاویهی چرخش گشودگی.....۸۵ شکل (۴-۴۴) تأثیر زاویهی چرخش گشودگی بر بیشترین تنش بیبعد در مقادیر مختلف کشیدگی گشودگی ....۸۷ شکل (۴۵-۴) تأثیر زاویهی چرخش گشودگی بر بیشترین تنش بیبعد در مقادیر مختلف انحنای گوشههای گشودگی ٨٧..... شکل (۴۶-۴) تأثیر زاویهی چرخش گشودگی بر بیشترین تنش بیبعد در زوایای مختلف شار حرارتی ......۸۸ شکل (۴-۴۷) تأثیر زاویهی چرخش گشودگی بر بیشترین تنش بیبعد در مقادیر مختلف زاویهی الیاف......۸۸ شکل (۴-۴۸) تأثیر زاویهی چرخش گشودگی بر بیشترین جابهجایی بیبعد ............................ شکل (۴۹-۴) تأثیر زاویهی چرخش گشودگی بر بیشترین جابهجایی بیبعد در مقادیر مختلف کشیدگی گشودگی ٩٠.... شکل (۴-۵۰) تأثیر زاویهی چرخش گشودگی بر بیشترین جابهجایی بیبعد در مقادیر مختلف انحنای گوشههای گشودگی ..... شکل (۴-۵۱) تأثیر زاویهی چرخش گشودگی بر بیشترین جابهجایی بیبعد در زوایای مختلف شار حرارتی.....۹۱ شکل (۴-۵۲) تأثیر زاویهی چرخش گشودگی بر بیشترین جابهجایی بیبعد در مقادیر مختلف زاویهی الیاف......۹۱

ننش بىبعد٩٢	شکل (۴-۵۳) تأثیر زاویهی شار حرارتی بر بیشترین ت
ننش بیبعد در مقادیر مختلف کشیدگی گشودگی۹۳	شکل (۴-۵۴) تأثیر زاویهی شار حرارتی بر بیشترین ت
ننش بیبعد در مقادیر مختلف انحنای گوشههای گشودگی ۹۳	شکل (۴-۵۵) تأثیر زاویهی شار حرارتی بر بیشترین ت
نش بیبعد در مقادیر مختلف زاویهی الیاف۹۴	شکل (۴-۵۶) تأثیر زاویهی شار حرارتی بر بیشترین ت
ننش بیبعد در مقادیر مختلف زاویهی چرخش گشودگی ۹۴	شکل (۴-۵۷) تأثیر زاویهی شار حرارتی بر بیشترین ت
جابهجایی بیبعد۵۵	شکل (۴-۵۸) تأثیر زاویهی شار حرارتی بر بیشترین -
جابهجایی بیبعد در مقادیر مختلف کشیدگی گشودگی۹۶	شکل (۴-۵۹) تأثیر زاویهی شار حرارتی بر بیشترین -
نابهجایی بیبعد در مقادیر مختلف انحنای گوشههای گشودگی	شکل (۴-۶۰) تأثیر زاویهی شار حرارتی بر بیشترین ج
۹۶	
جابهجایی بیبعد در مقادیر مختلف زاویهی الیاف۹۷	شکل (۴-۶۱) تأثیر زاویهی شار حرارتی بر بیشترین -
جابهجایی بیبعد در مقادیر مختلف زاویهی چرخش گشودگی	شکل (۴-۶۲) تأثیر زاویهی شار حرارتی بر بیشترین ۰
٩٧	
٩٨	شکل (۴-۶۳) گشودگی پنجضلعی با ۵.4=۵
٩٩	شکل (۴-۶۴) تأثیر زاویهی الیاف بر بیشترین تنش ہے
بعد در مقادیر مختلف کشیدگی گشودگی	شکل (۴-۶۵) تأثیر زاویهی الیاف بر بیشترین تنش بے
بعد در مقادیر مختلف انحنای گوشههای گشودگی	شکل (۴-۶۶) تأثیر زاویهی الیاف بر بیشترین تنش بے
بعد در زوایای مختلف شار حرارتی	شکل (۴-۶۷) تأثیر زاویهی الیاف بر بیشترین تنش بے
بعد در مقادیر مختلف زاویهی چرخش گشودگی	شکل (۴-۶۸) تأثیر زاویهی الیاف بر بیشترین تنش بے
یی بیبعد	شکل (۴-۶۹) تأثیر زاویهی الیاف بر بیشترین جابهجا
یی بیبعد در مقادیر مختلف کشیدگی گشودگی	شکل (۴-۷۰) تأثیر زاویهی الیاف بر بیشترین جابهجا
یی بیبعد در مقادیر مختلف انحنای گوشههای گشودگی ۱۰۳	شکل (۴-۷۱) تأثیر زاویهی الیاف بر بیشترین جابهجا
یی بیبعد در زوایای مختلف شار حرارتی	شکل (۴-۷۲) تأثیر زاویهی الیاف بر بیشترین جابهجا
یی بیبعد در مقادیر مختلف زاویهی چرخش گشودگی۱۰۴	شکل (۴-۷۳) تأثیر زاویهی الیاف بر بیشترین جابهجا
ترین تنش بیبعد	شکل (۴-۷۴) تأثیر زاویهی چرخش گشودگی بر بیش
ترین تنش بیبعد در مقادیر مختلف کشیدگی گشودگی۱۰۶	شکل (۴-۲۵) تأثیر زاویهی چرخش گشودگی بر بیشا
رین تنش بی بعد در مقادیر مختلف انحنای گوشههای گشودگی	شکل (۴-۷۶) تأثیر زاویهی چرخش گشودگی بر بیشتر
۱۰۶	
ترین تنش بیبعد در زوایای مختلف شار حرارتی	شکل (۴-۷۷) تأثیر زاویهی چرخش گشودگی بر بیش
ترین تنش بیبعد در مقادیر مختلف زاویهی الیاف	شکل (۴-۷۸) تأثیر زاویهی چرخش گشودگی بر بیشا
ترین جابهجایی بیبعد	شکل (۴-۷۹) تأثیر زاویهی چرخش گشودگی بر بیشا
لترین جابهجایی بیبعد در مقادیر مختلف کشیدگی گشودگی	شکل (۴-۸۰) تأثیر زاویهی چرخش گشودگی بر بیش
۱۰۹	
سترین جابهجایی بیبعد در مقادیر مختلف انحنای گوشههای	شکل (۴-۸۱) تأثیر زاویهی چرخش گشودگی بر بیث
۱۰۹	گشودگی
ترین جابهجایی بیبعد در زوایای مختلف شار حرارتی۱۱۰	شکل (۴-۸۲) تأثیر زاویهی چرخش گشودگی بر بیشا
ترین جابهجایی بیبعد در مقادیر مختلف زاویهی الیاف۱۱۰	شکل (۴-۸۳) تأثیر زاویهی چرخش گشودگی بر بیشا
نىش بىبعد	شکل (۴-۸۴) تأثیر زاویهی شار حرارتی بر بیشترین ت
ننش بیبعد در مقادیر مختلف کشیدگی گشودگی	شکل (۴-۸۵) تأثیر زاویهی شار حرارتی بر بیشترین ت

# فهرست جداول

۴۷	جدول (۳-۱) خواص مکانیکی مواد مختلف [۵۰]
۴۷	جدول (۲-۳) خواص حرارتی مواد مختلف [۵۰]

# فصل ۱ **پیش گفتار**

۱–۱ مقدمه

با توجه به کاربرد گستردهی ورقها در صنایع متنوع مهندسی، مطالعهی رفتار مکانیکی آنها تحت بارگذاریهای مختلف لازم به نظر میرسد. استفاده از ورقهای کامپوزیتی در ساخت صنایع هوایی مانند موتورهای موشک و جت و همچنین کاربرد آنها در ساخت توربینهای بخار و گاز و راکتورهای هستهای، اهمیت بررسی رفتار این گونه مواد را تحت بار مکانیکی و حرارتی آشکار میکند. در شرایط مختلف، مانند طراحی پنجره هواپیما و یا برای عبور کابلهای برق یا شیلنگهای هیدرولیک و انتقال جریان سوخت در بال، لزوم ایجاد گشودگی<sup>۲</sup> در صفحات حس می شود. همچنین در بسیاری موارد، گشودگی برای کاهش وزن سازهها ایجاد میشود. این قبیل سازهها اغلب تحت بارگذاری حرارتی بالا قرار می گیرند. بارگذاری حرارتی باعث ایجاد گرادیان دمایی شده و با توجه به ناهمسانگرد آ بودن مواد کامپوزیت، انبساط حرارتی بهطور غیریکنواخت در اجزای مختلف و در جهات مختلف به وجود می آید. وجود ناپیوستگیهای هندسی مثل ترک یا گشودگی، باعث اغتشاش در جریان حرارتی شده و این انبساط حرارتی غیریکنواخت نمی تواند آزادانه پیشرفت کند و درنتیجه باعث ایجاد تنشهای حرارتی می شود. به عبارت دیگر یک ورق نامحدود تحت جریان حرارتی پایدار در صورتی که هیچ گشودگی نداشته باشد و در مرزهای خارجی فاقد هر گونه قید مکانیکی باشد، تحت تنش حرارتی قرار نخواهد گرفت. تنش حرارتی وقتی ایجاد میشود که جریان حرارتی یکنواخت در حضور ناپیوستگیهای هندسی مثل گشودگی، مغشوش شود. این امر باعث تجمع تنش در اطراف گشودگی شده و بهدنبال آن، عمر مفید سازهی مهندسی کاهش یافته و دچار ازکارافتادگی میشود. مسألهی تنشهای حرارتی و شکست ناشی از آن، مسألهای تعیین کننده در شاخههای گوناگون از میکروالکترونیک گرفته تا حوزهی هوافضاست.

<sup>&</sup>lt;sup>\</sup> Composite

۲ Hole

<sup>&</sup>quot; Anisotropic

از آنجا که وجود گشودگی باعث ایجاد تنشهای شدید موضعی در اطراف آن میشود، بررسی تأثیر این گشودگیها بر نحوهی توزیع تنشهای ایجادشده بسیار مهم است. بهمنظور تحلیل جامع استحکام این-گونه سازهها، تعیین مقدار و نحوهی توزیع تنش حرارتی بسیار ضروری است. لذا تحقیق در مورد تمرکز تنش ایجادشده در اطراف گشودگیها، یکی از مسائل مهم در کاربردهای مهندسی و بهویژه مکانیک شکست است. کاربرد گستردهی فلزات و مواد مرکب در اجزای هواپیماها و سازههای هوافضایی و راکتورهای انرژی هستهای، در دهههای اخیر موجب علاقهی محققان به مطالعهی تأثیر تنشهای حرارتی روی این سازهها شده است؛ زیرا همهی این سازهها تحت تغییرات دمایی بالا قرار می گیرند.

پیشگویی رفتار این گونه سازههای حاوی گشودگی تحت جریان حرارتی، نیازمند دانستن توزیع تنش در اطراف گشودگی است. دانستن محل و مقدار تنش بیشینه، برای طراحی مناسب بسیار ضروری است. روابط مقدماتی طراحی بر اساس اعضایی است که سطح مقطع آنها ثابت است و یا تغییرات تدریجی دارد. ولی اجزای مکانیکی همیشه به این شکل نیستند. وجود پلهها، شیارها، رزوهها، جاخارها و گشودگیهای مختلف، تنشهای موضعی شدیدی در اطراف گشودگی ایجاد می کند. طراح بیشتر از آنکه مایل به دانستن شکل توزیع تنش در یک مقطع باشد، به دانستن مقدار بیشینهی تنش در آن مقطع علاقمند است. چرا که باید بررسی کند که مقدار تنش ایجادشده از مقدار تنش مجاز تجاوز می کند یا نه و اهمیتی ندارد که این تجاوز در چه محلی اتفاق میافتد.

پارامترهای زیادی بر توزیع تنش اطراف گشودگی تأثیرگذار هستند. نوع گشودگی، انحنای گوشههای گشودگی، زاویهی چرخش گشودگی، کشیدگی گشودگی، زاویهی اعمال شار حرارتی <sup>۱</sup> و زاویهی الیاف ماده، پارامترهایی هستند که بر توزیع تنش حول گشودگی مؤثر بوده و انتخاب صحیح آنها منجر به دستیابی به طرح موفق با کمترین تنش ممکن میشود. به این ترتیب، به منظور ارائه یک طرح بهینه، بررسی تأثیر این پارامترها ضروری به نظر میرسد.

<sup>&#</sup>x27; Heat flux

حلهای ترموالاستیک متعددی برای هندسههای مختلف وجود دارد که از میان تمامی آنها استفاده از روش متغیر مختلط برای محدودهی وسیعی از مسائل دوبعدی کاربرد دارد. بررسیهای علمی انجامشده بیشتر مسائل مربوط به بارگذاریهای مکانیکی را شامل بوده و کمتر به پدیدههایی نظیر تنشهای حرارتی پرداخته است. در حالی که وجود گشودگی باعث انسداد جریان حرارتی شده و اختلالات حرارتی موضعی ایجاد میکند. بنابراین بررسی تنشهای حرارتی ناشی از این اختلالات موضعی برای مطالعهی پدیدهی شکست مواد ضروری است.

### **۱–۲ فرضیهها و اهداف تحقیق**

با عنایت به موضوعات مطرحشده، در این پایاننامه سعی شده است تا پارامترهای مختلف مؤثر بر مقدار و نحوه ی توزیع تنش و جابهجایی در یک صفحه یناهمسانگرد نامحدود حاوی گشودگی با اشکال مختلف تحت شار حرارتی یکنواخت مورد مطالعه و بررسی قرار گیرد. یک صفحه یناهمسانگرد نامحدود که حاوی یک گشودگی در مرکز است، تحت شار حرارتی یکنواخت در جهت دلخواه قرار گرفته است. در حالت کلی، شکل گشودگی میتواند مثلثی، مستطیلی، پنچضلعی و بهطور کلی اضلعی باشد. شار حرارتی در بینهایت و با زاویه ی دلخواه اعمال شده است. صفحه ی مورد نظر، همگن<sup>4</sup> و الاستیک خطی در نظر گرفته شده که قانون عمومی هوک را ارضا میکند. الیاف ماده با زاویه ی دلخواه قرار گرفتهاند. گشودگی عایق بوده و مرز آن از بار خارجی آزاد است. اندازه ی گشودگی نسبت به ابعاد صفحه بهقدر کافی کوچک است که بتوان صفحه را بینهایت فرض کرد. به عبارت دیگر اثر وجود گشودگی در در اثر وجود گشودگی عایق مغشوش شده و این امر باعث ایجاد تنش حرارتی در اطراف گشودگی میشود. برای صحتسنجی نتایچ، جوابهای به دستآمده با دادههای تحلیلی و عددی موجود در مقالات

<sup>&</sup>lt;sup>\</sup> Homogenous

# ۱-۳ طرح کلی فصول پایاننامه

این پایاننامه در قالب پنج فصل پیش گفتار (فصل حاضر)، پیشینهی پژوهش، روش حل، نتایج و نهایتاً نتیجه گیری و پیشنهادها ارائه شده است. در فصل دوم، ابتدا به طور مختصر به معرفی کامپوزیت ها، کاربردها و رفتار مکانیکی آنها پرداخته شده است. سپس مروری بر مطالعات پیشین در زمینه ی توزیع تنش صورت گرفته است و مسأله یمورد نظر معرفی شده است. در فصل سوم، روش حل به طور کامل ارائه شده و روابط و معادلات مربوطه به تفصیل آمده است. در فصل چهارم، نتایج و نمودارهای استخراج-شده برای گشود گیهای مثلثی، مستطیلی و پنج ضلعی ارائه شده است و پارامترهای مؤثر بر توزیع تنش و جابه جایی اطراف گشود گی مورد مطالعه و بحث قرار گرفته است. در فصل پنجم، نتیجه گیری کلی و

# فصل ۲ پیشینهی پژوهش

#### ۲-۱ مقدمه

در این فصل ابتدا به معرفی کامپوزیتها و انواع آنها پرداخته شده است و رفتار مکانیکی مواد کامپوزیت توضیح داده شده است. در ادامه مروری بر مطالعات انجامشده در زمینهی توزیع تنش در ورقهای حاوی نقص هندسی انجام شده است و سپس مسألهی مورد نظر معرفی شده است. در فصلهای بعد، روش حل بهطور کامل ذکر شده است و روابط و معادلات مربوطه به تفصیل آمده است.

## ۲-۲ کامپوزیتها

از آنجا که مسألهی مورد نظر، تحلیل تنشهای حرارتی در صفحهی کامپوزیتی حاوی گشودگی است، مروری مختصر بر مواد کامپوزیت لازم به نظر میرسد. در این قسمت، مادهی کامپوزیت تعریف شده و انواع آن ذکر میشود. در فصل بعد نیز مروری بر روابط مربوط به مواد کامپوزیت صورت گرفته است.

### ۲-۲-۱ تعريف كامپوزيت

کامپوزیت، ترکیب حداقل دو ماده در مقیاس ماکروسکوپی است که یکی فاز تقویت کننده نامیده می شود و به صورت الیاف، صفحات و یا ذرات است و در فاز دیگر که ماتریس یا زمینه نامیده می شود، محصور است. این ترکیب به شکلی صورت می گیرد که ماده ی حاصل نسبت به هریک از اجزای تشکیل دهنده ی آن به تنهایی، خواص و ویژگی های متفاوت و مطلوب تری داشته باشد.

معیارهای مختلفی باید در نظر گرفته شود تا بتوان مادهای را در زمرهی مواد کامپوزیت قرار داد. اول این که نسبت قابل ملاحظه ای از هر دو ماده وجود داشته باشد. دوم این که فازهای تشکیل دهنده، خواص متفاوتی داشته باشند. به این ترتیب ممکن است خواص ماده ی کامپوزیت به طور قابل ملاحظه ای با خواص مواد تشکیل دهنده ی آن متفاوت باشد که در این شرایط می توان ماده را به عنوان کامپوزیت معرفی نمود. در نهایت سوم این که به طور معمول مواد کامپوزیت مصنوعی توسط مخلوط و ترکیب کردن مناسب اجزای تشکیل دهنده توسط وسایل مکانیکی مختلف تولید می شوند. از این رو یک آلیاژ ریختگی با ریزساختار دوفازی که حاصل فرآیند انجماد یک مذاب یکنواخت است را نمی توان یک کامپوزیت تلقی کرد. البته اگر ذرات سرامیک با نسبت مناسب با یک فلز مخلوط شده و ماده ای تولید کنند که از ذرات سرامیکی توزیع شده در داخل یک فلز تشکیل شده باشد، می توان این ماده را کامپوزیت نامید. همچنین پلاستیک ها اگرچه معمولاً دارای مقدار بسیار کمی روان ساز، مواد جاذب پر توهای ماورای بنفش و برخی افزودنی های دیگر هستند، باز هم در دسته ی کامپوزیت ها قرار نمی گیرند؛ چرا که هیچ کدام از این معیارها را دارا نیستند.

#### ۲-۲-۲ انواع کامپوزیتها

در کامپوزیتها، نگهداری الیاف در کنار هم و در جهت مربوطه و انتقال بار به آنها به عهدهی فاز زمینه میباشد. یکی از روش های دستهبندی مواد کامپوزیت، دستهبندی آنها با توجه به نوع مادهی مورد استفاده در زمینهی کامپوزیت است. کامپوزیتهای مهندسی از لحاظ فاز زمینه به سه دستهی اصلی کامپوزیتهای با زمینهی پلیمری<sup>۱</sup>، کامپوزیتهای با زمینهی فلزی<sup>۲</sup> و کامپوزیتهای با زمینهی سرامیکی<sup>۳</sup> تقسیم میشوند. کامپوزیتهای با زمینهی پلیمری از متداول ترین کامپوزیتها میباشند که در گذشته به نام فایبرگلاس مصطلح بودهاند. در ساخت این مواد از یک رزین<sup>4</sup> پایه بهعنوان زمینه و از مهای با زمینهی فلزی در صنایع خودروسازی بهطور گسترده استفاده میشود. در فرآیند ساخت این مواد از یک فلز مانند آلومینیوم بهعنوان زمینه استفاده میشود. در فرآیند ساخت این مواد از یک فلز مانند آلومینیوم بهعنوان زمینه استفاده میشود که با الیاف کاربید سیلیسیوم و یا ذرات

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup> Polymer Matrix Composites (PMC)

<sup>&</sup>lt;sup>r</sup> Metal Matrix Composites (MMC)

<sup>&</sup>lt;sup>\*</sup> Ceramic Matrix Composites (CMC)

<sup>&</sup>lt;sup>\*</sup> Resin

<sup>&</sup>lt;sup>a</sup> Aramid

می شوند. این مواد از سرامیک به عنوان زمینه استفاده نموده و با الیاف یا تار موهای کوتاه از جنسی مانند کاربید سیلیسیوم و یا نیترید بور <sup>۱</sup> تقویت می گردند.

کامپوزیتها را بر اساس نوع تقویت کننده می توان به دو دسته ی کلی کامپوزیتهای تقویت شده با فیبر <sup>۲</sup> (الیافی) و کامپوزیتهای تقویت شده با ذرات <sup>۳</sup> تقسیم بندی کرد. در این تحقیق از کامپوزیتهای الیافی استفاده شده است. کامپوزیتهای الیافی آن دسته از کامپوزیت ها هستند که زمینه ی آنها به وسیله ی استفاده شده است. می شود که تحمل کننده ی اصلی بارها هستند. الیاف از جنسهای مختلفی از جمله کربن، شیشه، آرامید و برون ساخته می شوند.

## ۲-۲-۳ رفتار مکانیکی کامپوزیتها

اغلب مواد مهندسی همسانگرد<sup>۴</sup> میباشند؛ به این معنی که در هر نقطه دارای خصوصیات یکسان در همه یجهات هستند. مواد کامپوزیت در حالت کلی غیرهمسانگرد هستند. جسم غیرهمسانگرد دارای خواص مختلف در جهات متفاوت است. در صورتی که جسم غیرهمسانگرد دارای دو یا سه صفحه ی تقارن عمود بر هم باشد، ارتوتروپ<sup>۵</sup> نامیده می شود. به عبارت دیگر جسم ارتوتروپ یک حالت خاص از ناهمسانگردی است که در حالت کلی دارای خواص مختلف در سه جهت عمود بر هم در یک نقطه از جسم می باشد. مواد کامپوزیت عموماً در دسته ی مواد ارتوتروپیک قرار می گیرند.

در مواد همسانگرد با شرط ثابت ماندن چگالی، تنشهای کششی نرمال باعث افزایش طول در جهت اعمال تنش و کاهش طول در جهت عمود بر راستای اعمال تنش می شوند. اعمال تنشهای فشاری نیز نتیجهی عکس خواهد داشت. همچنین تنشهای برشی باعث تغییر شکل برشی می گردند. در مواد ارتوتروپیک، اگر تنشهای نرمال در جهت محورهای اصلی ماده اعمال شوند، رفتاری همانند مواد

<sup>&#</sup>x27; Boron nitride

<sup>&</sup>lt;sup>r</sup> Fiber-reinforced Composite (FRC)

<sup>&</sup>lt;sup>r</sup> Particulate Reinforced Composites (PRC)

<sup>&</sup>lt;sup>\*</sup> Isotropic

<sup>&</sup>lt;sup>a</sup> Orthotropic

همسانگرد از خود نشان میدهند، اما کم و زیاد شدن طول در جهت عمود بر هم میتواند با مواد همسانگرد تحت بار مشابه و مدول الاستیسیتهی برابر در جهت اعمال نیرو متفاوت باشد. محور اصلی در مادهی ارتوتروپیک، در امتداد الیاف قرار دارد. در مواد غیرهمسانگرد، اعمال تنش نرمال نهتنها باعث ازدیاد طول در جهت اعمال نیرو و کاهش طول در جهت عمود بر آن میشود، بلکه تغییر شکل برشی نیز ایجاد می کند. همچنین اعمال تنش برشی نهتنها تغییر شکل برشی ایجاد می کند، بلکه در کم و زیاد شدن طول نیز تأثیر دارد. در مواد ارتوتروپیک نیز اگر جهت اعمال نیرو در راستای محورهای اصلی ماده نباشد، هر دو تغییر شکل طولی و برشی تحت یک نوع تنش به وجود می آید.

# ۲-۳ مروری بر پژوهشهای پیشین

نظریهی ترموالاستیسیته به عنوان یک مسألهی کلاسیک در مکانیک جامدات، از قرن نوزده تا کنون توسعه یافته است. با توجه به برخی از برنامههای کاربردی مهندسی جدید مانند مهندسی هستهای، زمینهی هوافضا و نیز بحث شکست و یا کاهش عمر سازهها در اثر حرارت، همچنان پژوهش در مورد مسألهی تنش حرارتی ادامه دارد.

تحقیقات متعددی از روش متغیر مختلط لخنیتسکی<sup>۱</sup> در مورد مسألهی ترموالاستیک ورقهای حاوی نقص هندسی انجام شده است. برخی از این تحقیقات مربوط به صفحاتی با جنس مواد همسانگرد و برخی دیگر مربوط به صفحاتی از جنس مواد ناهمسانگرد است. بخشی از این تحقیقات شامل بررسی تأثیر وجود گشودگی و بخش دیگر شامل بررسی وجود ترک در ورقهای نامحدود تحت جریان حرارتی میباشد.

<sup>\</sup> Lekhnitskii

فلورنس <sup>۱</sup> و گودیر <sup>۲</sup> [۱] و موشخلیشویلی <sup>۳</sup> [۲] پایه گذاران استفاده از روش متغیر مختلط برای مسائل مقدار مرزی صفحات همسانگرد در ترموالاستیسیته دوبعدی بودند. در زمینهی صفحات همسانگرد حاوی گشودگی، فلورنس و گودیر [۳] با به کار گیری روش متغیر مختلط، تنشهای حرارتی یک ورق همسانگرد الاستیک حاوی گشودگی دایروی و بیضی شکل را به دست آوردند. آنها با تبدیل مسألهی خود به یکی از مسائل بارگذاری مرزی ارائه شده توسط موشخلیشویلی، عبارات صریحی برای تنشها و جابه جاییها به دست آوردند. در سیویچ <sup>۴</sup> [۴] با بسط حل فلورنس و گودیر، توابع پتانسیل مختلط را برای گشودگی-هایی که مرز آنها قابل نگاشت به دایره ای به شعاع واحد است، ارائه کرد.

دندرس <sup>۵</sup> [۵] مسألهی یک صفحهی الاستیک دارای گشودگی دایرهای تحت گرادیان دمای یکنواخت را مورد بحث قرار داد. رائو<sup>۶</sup> و همکارانش [۶٫۷] با استفاده از روش حداقل مربعات در نقاط مرزی، توزیع دما و تنشهای درون صفحهای را در صفحهی الاستیک مستطیلی حاوی گشودگی دایروی و بیضی شکل تحت جریان حرارتی یکنواخت بهدست آوردند. تابع تنش مربوط به ورق نامحدود الاستیک تحت جریان حرارتی یکنواخت در حالت دوبعدی که در مرکز حاوی یک میانبار <sup>۷</sup> صلب با شکلی دلخواه است، به کمک روش پتانسیل مختلط توسط مکفال <sup>۸</sup> و همکارانش [۸] محاسبه شد. مرز میانبار صلب در دمای ثابت صفر و یا عایق در نظر گرفته شد. روابط مربوط به ضریب شدت تنش برای میانبارهای دارای

- \* Deresiewicz
- $^{\scriptscriptstyle \Delta}$  Dundurs
- ' Rao

- ^ McFall
- ۲ Takeuti

<sup>&#</sup>x27; Florence

<sup>&</sup>lt;sup>r</sup> Goodier

<sup>&</sup>quot; Muskhelishvili

<sup>&</sup>lt;sup>v</sup> Inclusion

و توابع تنش مختلط، توزیع تنشهای حرارتی در ورقی مستطیلی با ابعاد محدود حاوی گشودگی دایروی را بهدست آوردند.

سکین<sup>۱</sup> [۱۰] میدان تنش در نزدیکی نوک ترک مورب را در یک صفحه ینیمه بی نهایت همسانگرد تحت بار حرارتی یکنواخت مورد بررسی قرار داد. در چهار چوب مسائل ترموالاستیک صفحه ای و با استفاده از روش متغیر مختلط، تکینگی تمرکز تنش حرارتی و ضرایب شدت تنش در نوک ترک محاسبه شد. هاسبه<sup>۲</sup> و همکارانش [۱۱] تنش های حرارتی و توزیع دما را برای صفحه ینامحدود دارای گشودگی دایروی و ترک تحت جریان حرارتی یکنواخت در جهت دلخواه به دست آوردند. آنها از روش متغیر مختلط، تابع نگاشت کسری و روش نابجایی استفاده کردند و ضریب شدت تنش و تکینگی شار حرارتی در نوک ترک را به دست آوردند. نیسیتانی<sup>۳</sup> و همکارانش [۱۲] حلی برای یک ورق نامحدود دارای گشودگی دایروی تحت شار حرارتی یکنواخت به دست آورد. کاتیس<sup>۴</sup> [۱۳] با به کارگیری متغیرها و توابع مختلط، مسأله ی ترموالاستیک گشودگی های واقع در یک زمینه ی الاستیک نامحدود را با استفاده از نگاشت آن به دایره ی واحد مورد بررسی قرار داد.

تنش حرارتی، توزیع دما، ضرایب شدت تنش و تکینگی شار حرارتی برای یک صفحهی همسانگرد نامحدود تحت جریان حرارتی یکنواخت با ترکهایی متقارن در اطراف گشودگی لوزی شکل توسط هاسبه و همکارانش [۱۴] مورد تحلیل قرار گرفت. هاسبه و همکارانش [۱۵] در مقالهای دیگر، مسألهی تقابل یک گشودگی ترکدار و یک ترک خطی تحت جریان حرارتی یکنواخت را با استفاده از تابع گرین، تابع نگاشت و روش متغیر مختلط، مطالعه کردند. نتایج آنها نشان داد که این تقابل منجر به حذف ضرایب شدت تنش در نوک ترک لبهای گشودگی می شود. البته این امر برای حالت بار گذاری کششی یکنواخت در دوردست مشاهده نشد.

<sup>\</sup> Sekine

<sup>&</sup>lt;sup>r</sup> Hasebe

<sup>&</sup>quot; Nisitani

<sup>&</sup>lt;sup>f</sup> Kattis

در مقالهای توسط هاسبه [۱۶] روابط مربوط به حل مسألهی ترموالاستیک دوبعدی برای صفحه حاوی گشودگی تشریح شد؛ صفحه از مادهی الاستیک خطی همگن و همسانگرد ساخته شده و از قانون هوک تبعیت می *کرد.* روش متغیر مختلط به کار گرفته شد و توابع پتانسیل مختلط برای شرایط مرزی و دمایی مختلف استخراج شدند؛ حل عمومی مسائل با شرایط مرزی نیرویی، جابهجایی و ترکیبی، تحت شار حرارتی یکنواخت و یا در حضور یک منبع حرارتی نقطهای ارائه شد. بهولار <sup>۱</sup> [۱۷] مسألهی ترموالاستیک دوبعدی در یک ناحیهی شش ضلعی دارای منبع حرارتی یکنواخت با یک گشودگی بیضوی عایق در مرکز را مورد بررسی قرار داد. او توزیع دما و تنشهای حرارتی را با فرض عایق بودن مرزهای ناحیهی شش ضلعی به دست آورد. هاسبه و همکاران [۱۸] همچنین در مقالهای دیگر، مسألهی مقدار مرزی ترموالاستیک برای یک میان بار صلب در تقابل با یک ترک خطی در یک صفحهی نامحدود تحت جریان حرارتی یکنواخت را مطالعه کردند. در این مقاله، با استفاده از روش متغیر مختلط و با ارائهی تابع نگاشت

آسری<sup>۲</sup> [۱۹] با استفاده از روش متغیر مختلط، توابع پتانسیل و توابع گورست را برای صفحهی همسانگرد نامحدود حاوی گشودگیهایی با اشکال مختلف بهدست آورد. برای رسیدن به جوابی صریح، گشودگیها با استفاده از تابع نگاشت مناسب و همنوا به خارج دایرهای به شعاع واحد نگاشته میشوند. هاسبه و همکارانش [۲۰] با استفاده از روش متغیر مختلط و تابع نگاشت کسری مناسب، مسألهی توزیع جریان الکتریکی، دما و تنشهای حرارتی در یک صفحهی رسانای نامحدود حاوی گشودگی را تحلیل کردند. جریان الکتریکی یکنواخت در بینهایت به صفحهی رسانای نامحدود حاوی گشودگی بیضی شکل که در مرز گشودگی دارای یک ترک لبهای است، اعمال شد و ضرایب شدت تنش محاسبه شد. جعفری و همکاران [۲۱] با توسعهی روش گودیر و فلورنس برای مسألهی ترموالاستیک صفحهی همسانگرد

**Bhullar** 

<sup>&</sup>lt;sup>r</sup> Aseeri

شبهمستطیلی را مورد مطالعه قرار دادند. آنها ناحیهی نامحدود خارج گشودگی را با استفاده از نگاشت همنوا به ناحیهی بیرون دایرهی واحد نگاشتند و با فرض عایق بودن مرز گشودگی، تأثیر پارامترهای مهم در تنش حول گشودگی را بررسی کردند. بر پایهی تئوری ترموالاستیسیته دوبعدی در حالت پایدار، میدان تنش در اطراف گشودگی مثلثی در یک صفحهی همسانگرد نامحدود تحت شار حرارتی یکنواخت

و با فرض عایق بودن مرز گشودگی در مقالهای دیگر توسط جعفری و همکاران [۲۲] بهدست آمد. در مورد مواد ناهمسانگرد از تعمیم تئوریهای ارائهشده توسط لخنیتسکی [۲۳] برای تحلیل صفحات حاوی گشودگی استفاده شد. لخنیتسکی بررسیهای متعددی بر روی ضریب شدت تنش در مواد ارتوتروپیک انجام داد و روابطی برای این پارامتر در صفحات نامحدود حاوی گشودگی دایروی و بیضی-شکل تحت بار مکانیکی ارائه کرد. چن <sup>۱</sup> [۲۴] با استفاده از روش متغیر مختلط، عبارتی تحلیلی برای تنشهای اطراف گشودگی عایق دایروی و بیضوی در صفحهی ارتوتروپیک تحت جریان حرارتی یکنواخت بهدست آورد. آتکینسون <sup>۲</sup> و کلمنتس <sup>۳</sup> [۲۵] با به کارگیری روش متغیر مختلط، تئوری ترموالاستیسیته مربوط به صفحات ناهمسانگرد همگن و غیرهمگن حاوی ترک را ارائه کردند.

لی<sup>۴</sup> و چوی<sup>۵</sup> [۲۶] بر اساس تئوری ترموالاستیسیته دوبعدی و با استفاده از روش متغیر مختلط، ضرایب شدت تنش حرارتی را برای گشودگیهایی با نوک تیز و متقارن و ترکهای خطی عایق در یک ورق ناهمسانگرد نامحدود تحت جریان حرارتی یکنواخت مورد مطالعه قرار دادند. هووا<sup>۴</sup> [۲۷] بر اساس فرمول بندی اشترو<sup>۷</sup>، بر روی صفحهی ناهمسانگرد با گشودگی بیضی شکل عایق تحقیقاتی انجام داد.

<sup>\</sup> Chen

<sup>v</sup> Stroh

<sup>&</sup>lt;sup>r</sup> Atkinson

<sup>&</sup>lt;sup>r</sup> Clements

<sup>&</sup>lt;sup>¢</sup> Lee

<sup>&</sup>lt;sup>a</sup> Choi

<sup>&#</sup>x27; Hwu

تارن<sup>۱</sup> و وانگ<sup>۲</sup> [۲۸] با توسعه ی روش پتانسیل مختلط لخنیتسکی، تنشها ی حرارتی جسم الاستیک ناهمسانگرد نامحدود با یک میانبار صلب را در قالب شرط تنش صفحه ای و کرنش صفحه ای مورد مطالعه قرار دادند. آنها حل خود را برای حالتهای خاص صفحه ی ناهمسانگرد نامحدود تحت جریان حرارتی یکنواخت حاوی گشودگی بیضی شکل و یا ترک ارائه کردند. چاو<sup>۳</sup> و شن<sup>۴</sup> [۲۹] با استفاده از فرمول بندی لخنیتسکی و نگاشت همنوا، دما و تنش را در صفحه ی نامحدود ناهمسانگرد شامل یک گشودگی بیضی شکل تحت جریان حرارتی یکنواخت به دست آوردند. کین<sup>۵</sup> [۳۰] با استفاده از فرمول-بندی اشترو و روش نگاشت همنوا، حلی واحد برای یک صفحه ی ترموپیزوالکتریک<sup>۶</sup> نامحدود با

چاو و همکارش [۳۱] با استفاده از فرمول بندی اشترو و تکنیک نگاشت همنوا، حل تحلیلی عمومی برای یک میان بار بیضی شکل در یک صفحه ینامحدود ناهمسانگرد تحت جریان حرارتی یکنواخت را مورد بررسی قرار دادند. چاو و وانگ [۳۲] همچنین در مقالهای دیگر، حلی برای مسأله ی ترموالاستیسیته صفحه ی حاوی گشودگی دایروی و شبه دایروی ارائه کردند.

گائو<sup>۷</sup> [۳۳] با استفاده از روش متغیر مختلط، حل دقیقی برای مسألهی گشودگی بیضوی یا ترک در صفحهی ترموپیزوالکتریک ارائه کرد. چن [۳۴] یک ترک کمانی شکل در صفحهی نامحدود تحت بارگذاری حرارتی را به کمک تابع پتانسیل مختلط تحلیل کرد. ژانگ<sup>۸</sup> و همکارانش [۳۵] حل دقیقی برای تحلیل تنش حرارتی در صفحات ۴GM<sup>۹</sup> حاوی گشودگی دایروی که خواص آن در جهت شعاعی

<sup>△</sup> Qin

<sup>\</sup> Tarn

۲ Wang

۳ Chao

<sup>&</sup>lt;sup>t</sup> Shen

<sup>&</sup>lt;sup>\*</sup> Thermopiezoelectric

۲ Gao

<sup>^</sup> Zhang

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup> Functionally Graded Material

متغیر بود ارائه کردند. لی<sup>۱</sup> و کاردوماتیس<sup>۲</sup> [۳۶] پیشرفت ترک در یک ماده ناهمسانگرد تحت بارهای ترکیبی مکانیکی و حرارتی را با به کارگیری فرمول بندی نابجایی اشترو مورد بررسی قرار دادند. بهولار و وگنر<sup>۳</sup> [۳۷] با استفاده از روش متغیر مختلط و شرایط همدمایی در مرز گشودگی، تنش حرارتی در صفحهی ناهمسانگرد با یک گشودگی بیضی شکل را با فرض تنش صفحهای تحلیل کردند. عباس<sup>۴</sup> اهمسانگرد نامحدود تقویت شده با ایاف حاوی گشودگی دایروی ارائه کرد. جابه جاییها، میدان تنش و تنش ها به روش اجزای محدود بهدست آمد. رسولی و جعفری [۴۰] با توسعهی روش متغیر مختلط لخنیت کی و با استفاده از تکنیک نگاشت همنوا، توزیع تنش را حول گشودگی بیضوی در صفحهی ناهمسانگرد نامحدود تقد تشار حرارتی یکنواخت بهدست آوردند. در این مقاله، تأثیر پارامترهای مهم بر ناهمسانگرد نامحدود تحت شار حرارتی یکنواخت بهدست آوردند. در این مقاله، تأثیر پارامترهای مهم بر ناهمسانگرد نامحدود تحت شار حرارتی یکنواخت به دست آوردند. در این مقاله، تأثیر پارامترهای مهم بر ناهمسانگرد نامحدود تحت شار حرارتی یکنواخت به دست آوردند. در این مقاله، تأثیر پارامترهای مهم بر ناهمسانگرد نامحدود تحت شار حرارتی یکنواخت به دست آوردند. در این مقاله، تأثیر پارامترهای مهم بر ناهمسانگرد نامحدود تحت شار حرارتی یکنواخت به دست آوردند. در این مقاله، تأثیر پارامتره کره مهم بر ناهمسانگرد نامحدود تحت شار حرارتی یکنواخت به دست آوردند. در این مقاله، تأثیر پارامتره می مهم بر

بر پایهی تکنیک متغیر مختلط و با استفاده از روش نگاشت همنوا، مسألهی گشودگی بیضوی در یک مادهی ترموالاستیک تحت جریان الکتریکی و شار انرژی یکنواخت در بینهایت در حالت دوبعدی توسط ژانگ و وانگ [۴۱] مورد مطالعه قرار گرفت. وانگ و همکارش [۴۲] با استفاده از تکنیک متغیر مختلط، یک جواب صریح برای مسألهی گشودگی بیضی شکل واقع در مواد ترموالاستیک بهدست آوردند. نتایج نشان داد وقتی محور اصلی بیضی موازی با جهت بارگذاری باشد، تمرکز تنش به بیشترین حد می سد. مور<sup>۵</sup> [۴۳] فرآیند رشد ترک در چندلایههای کامپوزیتی حاوی گشودگی تحت بارگذاری ترکیبی مکانیکی و حرارتی را مورد بررسی قرار داد و تأثیر بارگذاری حرارتی در تمرکز تنش و فرآیند شکست را

- " Wegner
- f Abbas
- <sup>a</sup> Moure

۱ Li

<sup>&</sup>lt;sup>r</sup> Kardomateas

عموماً دو نوع روش در حل مسائل تنش حرارتی وجود دارد؛ یکی روش متغیر حقیقی و دیگری روش متغیر مختلط که هر دوی آنها به معرفی تابع پتانسیل ترموالاستیک نیاز دارند. بعد از اینکه بگدانوف<sup>۱</sup> [۴۴] و دیگر محققان به روش متغیر مختلط، تحلیلهای مربوط به تنشهای حرارتی مسائل ترموالاستیسیته صفحهای تحت توزیع دمای پایدار را پایهگذاری کردند، تحقیقات بسیاری با هدف محاسبه ضریب شدت تنش برای استفاده در مسائل مکانیک شکست انجام شد. تحقیقاتی که در زمینهی صفحات حاوی گشودگی دایرهای مربوط به تنشهای حرارتی مسائل محاسبه ضریب شدت تنش برای استفاده در مسائل مکانیک شکست انجام شد. تحقیقاتی که در زمینهی صفحات حاوی گشودگی تحت شار حرارتی یکنواخت انجام شده است، عموماً برای گشودگی دایرهای میباشند [۹] و به ندرت به طور کامل به بررسی گشودگیهای مختلف پرداخته شده است. تحقیقاتی هم میباشند [۹] و به ندرت به طور کامل به بررسی گشودگیهای مختلف پرداخته شده است. تحقیقاتی هم به روشهای عددی و تحلیلی در این زمینه صورت گرفته است که بیشتر شامل گشودگیهای دایروی هستند [۴۶] [۴۵]

واضح است که تکنیک نگاشت همنوا یکی از روشهای بسیار قوی برای حل مسائل مقدار مرزی برای نواحی با شکلهای هندسی پیچیده است. اگرچه تحقیقات گستردهای در زمینهی تحلیل تنشهای حرارتی صفحات حاوی گشودگی تحت جریان حرارتی یکنواخت صورت گرفته است، ولی در هیچیک از آنها تأثیر متقابل پارامترهای مهمی از قبیل زاویهی چرخش گشودگی، کشیدگی گشودگی، شعاع انحنای گوشههای گشودگی، زاویهی جریان حرارتی، زاویهی الیاف و نوع ماده بر توزیع تنش بررسی نشده است. مسألهی توزیع تنشهای حرارتی و جابهجایی در صفحات ناهمسانگرد نامحدود حاوی گشودگی با اشکال مختلف تحت شار حرارتی یکنواخت، با بهکارگیری تکنیک نگاشت همنوا و با استفاده از روش متغیر مختلط، بهطور کامل در تحقیق حاضر حل شده و به منظور دستیابی به کمترین تنش ممکن، تأثیر پارامترهای ذکرشده به تفصیل مشاهده و ارائه شده است.

<sup>&#</sup>x27; Bogdanoff

# ۲-۴ تعريف مسأله

موضوع تنش حرارتی، یکی از مسائل مهم در مکانیک جامدات است. وجود گشودگی باعث اغتشاش جریان حرارتی میشود که این امر تنشهای حرارتی بزرگی در اطراف گشودگی ایجاد میکند. وقتی مقدار شار حرارتی به اندازهی کافی بالا باشد، این تنشها میتوانند به حدی برسند که منجر به ازکارافتادگی سازه شوند. در این پایاننامه، هدف محاسبهی تنشهای حرارتی و جابهجایی در اطراف گشودگی با اشکال مختلف در صفحهی ناهمسانگرد نامحدود تحت شار حرارتی یکنواخت و بررسی پارامترهای مختلف از جمله زاویهی چرخش گشودگی، کشیدگی گشودگی، انحنای گوشههای گشودگی، زاویهی اعمال شار حرارتی و زاویهی الیاف آن است.

مطابق شکل (۲-۱)، یک صفحهی ناهمسانگرد نامحدود که حاوی یک گشودگی در مرکز است، تحت شار حرارتی یکنواخت p در جهت دلخواه قرار گرفته است. در حالت کلی، شکل گشودگی میتواند مثلثی، مستطیلی، پنچضلعی و بهطور کلی nضلعی باشد. شار حرارتی در بینهایت اعمال شده و زاویهی بین محور x و جهت شار حرارتی با  $\delta$  نشان داده شده است. صفحهی مورد نظر، همگن و الاستیک خطی در نظر گرفته شده که قانون عمومی هوک را ارضا میکند. زاویهی الیاف دلخواه بوده و با  $\gamma$  نشان داده میشود. گشودگی عایق بوده و اندازهی آن نسبت به ابعاد صفحه بهقدر کافی کوچک است که بتوان صفحه را بینهایت فرض کرد. بهعبارت دیگر اثر وجود گشودگی در دوردرست قابل صرفنظر است. گشودگی میتواند در هر جهت دلخواه باشد. زاویهی چرخش گشودگی که بیان گر نحوهی قرارگیری آن نسبت به افق است با  $\beta$  نمایش داده شده است. مرز گشودگی از بار خارجی آزاد بوده و شرط مرزی نیومن<sup>1</sup> در نظر گرفته شده است.

<sup>&</sup>lt;sup>\</sup> Neumann boundary condition



شکل (۲-۱) صفحهی ناهمسانگرد نامحدود حاوی گشودگی تحت شار حرارتی یکنواخت

جریان حرارتی یکنواخت در اثر وجود گشودگی عایق مغشوش شده و این امر باعث ایجاد تنش حرارتی در اطراف گشودگی میشود. از آنجا که منبع حرارتی در صفحه وجود ندارد، بیشترین تنش ایجادشده در صفحه، در ناحیهی حول گشودگی اتفاق میافتد. با توجه به شرایط مرزی و عدم وجود منبع حرارتی در داخل گشودگی، تنها تنش ایجادشده در مرز گشودگی σθ است. مسأله استاتیک، حالت تنش صفحهای و تغییر شکلها کوچک در نظر گرفته شده است.

برای حل مسأله از توابع پتانسیل مختلط و تکنیک متغیر مختلط استفاده شده است. این روش ابزار قدرتمندی جهت حل مسائل تنش حرارتی ارائه میدهد. تکنیک متغیر مختلط جهت استفاده از تابع نگاشت به کار گرفته شده است. به کارگیری این تکنیک، حل بسیاری از مسائل را که بررسی آنها به روشهای دیگر بسیار مشکل است، آسان میسازد. این روش با ارائهی مسائل مقدار مرزی الاستیسیته و استفاده از توابع پتانسیل مختلط، حل مسائل را ممکن میسازد. در این فرمول بندی، بسیاری از تکنیک-های پرقدرت و معتبر ریاضی موجود در روشهای متغیر مختلط به کار گرفته میشوند. برای صحتسنجی نتایج حل حاضر، جوابهای به دست آمده با دادههای تحلیلی و عددی موجود در مقالات و نرمافزارهای
حل عددی مقایسه شدهاند. بررسیها نشان داد که این نتایج تطابق قابل قبولی با هم دارند. در فصل بعد، فرضها و روابط و معادلات مربوطه برای حل مسألهی مورد نظر به تفصیل آمده است.

# فصل ۳ روش حل

#### ۳-۱ مقدمه

همانطور که در فصل قبل اشاره شد، هدف محاسبهی تنشهای حرارتی و جابهجایی در اطراف گشودگی با اشکال مختلف در صفحهی ناهمسانگرد نامحدود تحت شار حرارتی یکنواخت و بررسی پارامترهای مختلف از جمله زاویهی چرخش گشودگی، کشیدگی گشودگی، انحنای گوشههای گشودگی، زاویهی اعمال شار حرارتی و زاویهی الیاف آن است. فرضها و روابط و معادلات مربوطه برای حل مسأله در ادامه آمده است.

### ۲-۳ ویژگیها و فرضیههای تحلیل

برخی از ویژگیها و مفروضات حل مورد استفاده در این پایاننامه به شرح زیر است:

- صفحه همگن، ناهمسانگرد و الاستیک خطی در نظر گرفته شده که قانون عمومی هوک را ارضا میکند.
  - مسأله استاتیک، حالت تنش صفحهای و تغییر شکلها کوچک در نظر گرفته شده است.
- گشودگی عایق بوده و اندازهی آن نسبت به ابعاد صفحه بهقدر کافی کوچک است که بتوان صفحه را بینهایت فرض کرد. به عبارت دیگر اثر وجود گشودگی در دوردرست قابل صرفنظر است.
  - مرز گشودگی از بار خارجی آزاد است.
     صفحه تحت شار حرارتی یکنواخت در بینهایت قرار دارد.

همچنین جهت استفاده از تابع نگاشت، از روش متغیر مختلط استفاده شده است.

#### ۳-۳ روابط مربوط به مواد کامپوزیت

برای یک صفحهی کامپوزیتی تکلایه، معادلهی ساختاری که بیان گر رابطهی تنش و کرنش است، در حالت کلی به صورت زیر است:

$$\begin{cases} \varepsilon_{x} \\ \varepsilon_{y} \\ \varepsilon_{z} \\ \gamma_{yz} \\ \gamma_{xz} \\ \gamma_{xy} \end{cases} = \begin{bmatrix} \bar{S}_{11} & \bar{S}_{12} & \bar{S}_{13} & 0 & 0 & \bar{S}_{16} \\ \bar{S}_{12} & \bar{S}_{22} & \bar{S}_{23} & 0 & 0 & \bar{S}_{26} \\ \bar{S}_{13} & \bar{S}_{23} & \bar{S}_{33} & 0 & 0 & \bar{S}_{36} \\ 0 & 0 & 0 & \bar{S}_{44} & \bar{S}_{45} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \bar{S}_{45} & \bar{S}_{55} & 0 \\ \bar{S}_{16} & \bar{S}_{26} & \bar{S}_{36} & 0 & 0 & \bar{S}_{66} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \sigma_{x} \\ \sigma_{y} \\ \sigma_{z} \\ \tau_{yz} \\ \tau_{xz} \\ \tau_{xy} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \alpha_{1} \\ \alpha_{2} \\ \alpha_{3} \\ \alpha_{4} \\ \alpha_{5} \\ \alpha_{6} \end{pmatrix} T$$
(1- $\mathfrak{V}$ )

که در آن  $\overline{S}$  ماتریس نرمی در حالت off-axis و lpha شبهبردار ضرایب انبساط حرارتی در مختصات محلی است که مؤلفههای آن برای سادهنویسی معادلات با اندیسهای عددی مشخص شدهاند. درایههای

$$\begin{split} \bar{S}_{11} &= S_{11}m^4 + (2S_{12} + S_{66})m^2n^2 + S_{22}n^4 \\ \bar{S}_{12} &= (S_{11} + S_{22} - S_{66})m^2n^2 + S_{12}(m^4 + n^4) \\ \bar{S}_{13} &= S_{13}m^2 + S_{23}n^2 \\ \bar{S}_{16} &= (2S_{11} - 2S_{12} - S_{66})nm^3 - (2S_{22} - 2S_{12} - S_{66})n^3m \\ \bar{S}_{22} &= S_{11}n^4 + (2S_{12} + S_{66})n^2m^2 + S_{22}m^4 \\ \bar{S}_{23} &= S_{13}n^2 + S_{23}m^2 \\ \bar{S}_{26} &= (2S_{11} - 2S_{12} - S_{66})mn^3 - (2S_{22} - 2S_{12} - S_{66})m^3n \qquad (\Upsilon-\Upsilon) \\ \bar{S}_{33} &= S_{33} \\ \bar{S}_{36} &= 2mn(S_{13} - S_{23}) \\ \bar{S}_{44} &= S_{44}m^2 + S_{55}n^2 \\ \bar{S}_{45} &= mn(S_{55} - S_{44}) \\ \bar{S}_{55} &= S_{44}n^2 + S_{55}m^2 \\ \bar{S}_{66} &= 2(2S_{11} + 2S_{22} - 4S_{12} - S_{66})n^2m^2 + S_{66}(m^4 + n^4) \\ \bar{S}_{66} &= 2(2S_{11} + 2S_{22} - 4S_{12} - S_{66})n^2m^2 + S_{66}(m^4 + n^4) \\ \bar{S}_{55} &= c_{11}m^2 + c_{12}m^2 + c_{12}m^$$

$$S_{11} = \frac{1}{E_1} , \quad S_{12} = -\frac{v_{21}}{E_2} , \quad S_{13} = \frac{v_{31}}{E_3}$$

$$S_{22} = \frac{1}{E_2} , \quad S_{23} = -\frac{v_{32}}{E_3} , \quad S_{33} = \frac{1}{E_3}$$

$$S_{44} = \frac{1}{G_{23}} , \quad S_{55} = \frac{1}{G_{13}} , \quad S_{66} = \frac{1}{G_{12}}$$
(7-7)

<sup>،</sup> حالتی که محور x دستگاه مختصات محلی در راستای الیاف ماده نباشد.

درایههای بردار α در رابطهی (۲-۱) نیز با توجه به زاویهی الیاف ماده بهصورت زیر مشخص می شوند:

$$\begin{aligned}
\alpha_1 &= \alpha_{11}m^2 + \alpha_{22}n^2 \\
\alpha_2 &= \alpha_{11}n^2 + \alpha_{22}m^2 \\
\alpha_3 &= \alpha_{33} \\
\alpha_4 &= 0 \\
\alpha_5 &= 0 \\
\alpha_6 &= 2mn(\alpha_{11} - \alpha_{22})
\end{aligned}$$

که در آن،  $a_{11}$ ،  $a_{22}$  و  $a_{33}$  ضرایب انبساط حرارتی در جهات مختلف در مختصات اصلی ماده هستند.

#### ۳-۴ نگاشت همنوا

(۴-۳)

برای بسط روش تحلیلی مربوط به گشودگی دایرهای به گشودگی با اشکال مختلف و به منظور سادهسازی فرمول انتگرال کوشی، ابتدا ناحیهی نامحدود خارج از گشودگی مورد نظر مطابق شکل (۳-۱) بهوسیلهی نگاشت همنوا به ناحیهی بیرون دایرهی واحد نگاشته می شود. تابع نگاشت به صورت زیر تعریف می شود [۴۷]:

$$Z_k = w(\xi) = x + \mu_k y$$
  $k = 1, 2, 3, t$  ( $\Delta$ - $\Upsilon$ )

مقادیر ویژهی ¤µ در رابطهی (۵-۳) به تفصیل در بخشهای بعد معرفی میشوند. x و y در صفحهی گشودگی بوده و بهصورت زیر تعریف میشوند:

$$x = \lambda(\cos\theta + \omega\cos(n\theta))$$
  

$$y = \lambda(c\sin\theta - \omega\sin(n\theta))$$
(9-7)

متغیر مختلط \$ در صفحهی دایرهی واحد بوده و بهصورت زیر تعریف میشود:

$$\xi = \rho e^{i\theta} = \rho(\cos\theta + i\sin\theta) \tag{Y-$\vee$}$$

در رابطهی (۳-۶)،  $\lambda$  پارامتر تعیین کنندهی اندازهی گشودگی، c پارامتر کنترل کنندهی کشیدگی یا فشردگی گشودگی در راستای y، پارامتر  $\omega$  تعیین کنندهی انحنای گوشههای گشودگی و n تعیین کننده-ی هندسهی گشودگی میباشد. به این ترتیب که برای مثلث n=2، برای چهارضلعی n=3، برای پنجضلعی n=4، و به طور کلی برای mضلعی n=1 است.



شکل (۱-۳) نگاشت همنوا

$$e^{in\theta} = \cos(n\theta) + i\sin(n\theta)$$

$$e^{-in\theta} = \cos(n\theta) - i\sin(n\theta)$$
(A- $\tau$ )

$$\cos(n\theta) = \frac{1}{2} \left( e^{in\theta} + e^{-in\theta} \right) = \frac{1}{2} \left( \xi^n + \xi^{-n} \right)$$

$$\sin(n\theta) = \frac{1}{2i} \left( e^{in\theta} - e^{-n\theta} \right) = \frac{-i}{2} \left( \xi^n - \xi^{-n} \right)$$

$$(9-7)$$

$$\sin(n\theta) = \frac{1}{2i} \left( e^{in\theta} - e^{-n\theta} \right) = \frac{-i}{2} \left( \xi^n - \xi^{-n} \right)$$

$$(9-7)$$

$$(9-7)$$

$$(9-7)$$

$$(9-7)$$

$$(9-7)$$

$$(9-7)$$

$$(9-7)$$

$$(9-7)$$

$$(9-7)$$

$$(9-7)$$

$$(9-7)$$

$$(9-7)$$

$$(9-7)$$

$$(9-7)$$

$$(9-7)$$

$$(9-7)$$

$$(9-7)$$

$$(9-7)$$

$$(9-7)$$

$$(9-7)$$

$$(9-7)$$

$$(9-7)$$

$$(9-7)$$

$$(9-7)$$

$$(9-7)$$

$$(9-7)$$

$$(9-7)$$

$$(9-7)$$

$$(9-7)$$

$$(9-7)$$

$$(9-7)$$

$$(9-7)$$

$$(9-7)$$

$$(9-7)$$

$$(9-7)$$

$$(9-7)$$

$$(9-7)$$

$$(9-7)$$

$$(9-7)$$

$$(9-7)$$

$$(9-7)$$

$$(9-7)$$

$$(9-7)$$

$$(9-7)$$

$$(9-7)$$

$$(9-7)$$

$$(9-7)$$

$$(9-7)$$

$$(9-7)$$

$$(9-7)$$

$$(9-7)$$

$$(9-7)$$

$$(9-7)$$

$$(9-7)$$

$$(9-7)$$

$$(9-7)$$

$$(9-7)$$

$$(9-7)$$

$$(9-7)$$

$$(9-7)$$

$$(9-7)$$

$$(9-7)$$

$$(9-7)$$

$$(9-7)$$

$$(9-7)$$

$$(9-7)$$

$$(9-7)$$

$$(9-7)$$

$$(9-7)$$

$$(9-7)$$

$$(9-7)$$

$$(9-7)$$

$$(9-7)$$

$$(9-7)$$

$$(9-7)$$

$$(9-7)$$

$$(9-7)$$

$$(9-7)$$

$$(9-7)$$

$$(9-7)$$

$$(9-7)$$

$$(9-7)$$

$$(9-7)$$

$$(9-7)$$

$$(9-7)$$

$$(9-7)$$

$$(9-7)$$

$$(9-7)$$

$$(9-7)$$

$$(9-7)$$

$$(9-7)$$

$$(9-7)$$

$$(9-7)$$

$$(9-7)$$

$$(9-7)$$

$$(9-7)$$

$$(9-7)$$

$$(9-7)$$

$$(9-7)$$

$$(9-7)$$

$$(9-7)$$

$$(9-7)$$

$$(9-7)$$

$$(9-7)$$

$$(9-7)$$

$$(9-7)$$

$$(9-7)$$

$$(9-7)$$

$$(9-7)$$

$$(9-7)$$

$$(9-7)$$

$$(9-7)$$

$$(9-7)$$

$$(9-7)$$

$$(9-7)$$

$$(9-7)$$

$$(9-7)$$

$$(9-7)$$

$$(9-7)$$

$$(9-7)$$

$$(9-7)$$

$$(9-7)$$

$$(9-7)$$

$$(9-7)$$

$$(9-7)$$

$$(9-7)$$

$$(9-7)$$

$$(9-7)$$

$$(9-7)$$

$$(9-7)$$

$$(9-7)$$

$$(9-7)$$

$$(9-7)$$

$$(9-7)$$

$$(9-7)$$

$$(9-7)$$

$$(9-7)$$

$$(9-7)$$

$$(9-7)$$

$$(9-7)$$

$$(9-7)$$

$$(9-7)$$

$$(9-7)$$

$$(9-7)$$

$$(9-7)$$

$$(9-7)$$

$$(9-7)$$

$$(9-7)$$

$$(9-7)$$

$$(9-7)$$

$$(9-7)$$

$$(9-7)$$

$$(9-7)$$

$$(9-7)$$

$$(9-7)$$

$$(9-7)$$

$$(9-7)$$

$$(9-7)$$

$$(9-7)$$

$$(9-7)$$

$$(9-7)$$

$$(9-7)$$

$$(9-7)$$

$$(9-7)$$

$$(9-7)$$

$$(9-7)$$

$$(9-7)$$

$$(9-7)$$

$$(9-7)$$

$$(9-7)$$

$$(9-7)$$

$$(9-7)$$

$$(9-7)$$

$$(9-7)$$

$$(9-7)$$

$$(9-7)$$

$$(9-7)$$

$$(9-7)$$

$$(9-7)$$

$$(9-7)$$

$$(9-7)$$

$$(9-7)$$

$$(9-7)$$

$$(9-7)$$

$$(9-7)$$

$$(9-7)$$

$$(9-7)$$

$$(9-7)$$

$$(9-7)$$

$$(9-7)$$

$$(9-7)$$

$$(9-7)$$

$$(9-7)$$

$$(9-7)$$

$$(9-7)$$

$$(9-7)$$

$$(9-7)$$

$$(9-7)$$

$$(9-7)$$

$$(9-7)$$

$$(9-7)$$

$$(9-7)$$

$$(9-7)$$

$$(9-7)$$

$$(9-7)$$

$$(9-7)$$

$$(9-7)$$

$$(9-7)$$

$$(9-7)$$

$$(9-7)$$

$$(9-7)$$

$$(9-7)$$

$$(9-7)$$

$$(9-7)$$

$$(9-7)$$

$$(9-7)$$

$$(9-7)$$

$$(9-7)$$

$$(9-7)$$

$$(9-7)$$

$$(9-7)$$

$$(9-7)$$

$$(9-7)$$

$$(9-7)$$

$$(9-7)$$

$$(9-7)$$

$$(9-7)$$

.....

$$x = \frac{\lambda}{2} (\xi + \xi^{-1} + \omega \xi^n + \omega \xi^{-n})$$
  

$$y = \frac{-\lambda i}{2} (c\xi - c\xi^{-1} - \omega \xi^n + \omega \xi^{-n})$$
  
(1.-٣)



شکل (۳-۲) تأثیر پارامتر ω بر انحنای گوشههای گشودگی برای اعمال زاویهی چرخش گشودگی، از ماتریس دوران مطابق (۳-۱۱) استفاده میشود:

$$\begin{cases} X\\Y \end{cases} = \begin{bmatrix} \cos\beta & -\sin\beta\\\sin\beta & \cos\beta \end{bmatrix} \begin{cases} x\\y \end{cases}$$
(11-7)

که β زاویه ی چرخش گشودگی بوده و بیان گر نحوه ی قرار گیری گشودگی نسبت به افق است. X و Y نیز مختصات نقاط روی مرز گشودگی بعد از اعمال چرخش گشودگی میباشند. با استفاده از روابط (۱۰-۳) و رابطه ی (۱۰-۳):

$$X = \frac{\lambda}{2} (\xi + \xi^{-1} + \omega \xi^n + \omega \xi^{-n}) \cos \beta + \frac{\lambda i}{2} (c\xi - c\xi^{-1} - \omega \xi^n + \omega \xi^{-n}) \sin \beta$$
(17-7)

$$Y = \frac{\lambda}{2} (\xi + \xi^{-1} + \omega \xi^n + \omega \xi^{-n}) \sin \beta$$
$$-\frac{\lambda i}{2} (c\xi - c\xi^{-1} - \omega \xi^n + \omega \xi^{-n}) \cos \beta$$
با استفاده از روابط (۳-۱۲) و رابطهی (۳-۵)، تابع نگاشت به فرم نوشته می شود:

$$\begin{split} Z_k &= w(\xi) = \frac{\lambda}{2} \{ [(1 - ic\mu_k)\cos\beta + (ic + \mu_k)\sin\beta]\xi \\ &+ [(1 + ic\mu_k)\cos\beta + (-ic + \mu_k)\sin\beta]\xi^{-1} \\ &+ [(1 + i\mu_k)\cos\beta + (-i + \mu_k)\sin\beta]\omega\xi^n \\ &+ [(1 - i\mu_k)\cos\beta + (i + \mu_k)\sin\beta]\omega\xi^{-n} \} \\ &+ [(1 - i\mu_k)\cos\beta + (i + \mu_k)\sin\beta]\omega\xi^{-n} \} \end{split}$$

$$Z_k = m_{1k}\xi + m_{2k}\xi^{-1} + m_{3k}\xi^n + m_{4k}\xi^{-n}$$
(14-7)

$$m_{1k} = \frac{\lambda}{2} [(1 - ic\mu_k)\cos\beta + (ic + \mu_k)\sin\beta]$$

$$m_{2k} = \frac{\lambda}{2} [(1 + ic\mu_k)\cos\beta + (-ic + \mu_k)\sin\beta]$$

$$m_{3k} = \frac{\lambda\omega}{2} [(1 + i\mu_k)\cos\beta + (-i + \mu_k)\sin\beta]$$

$$m_{4k} = \frac{\lambda\omega}{2} [(1 - i\mu_k)\cos\beta + (i + \mu_k)\sin\beta]$$
(10-7)

به این ترتیب با انتخاب مناسب پارامترهای c ،n و ۵، میتوان گشودگیهایی با هندسههای مختلف مدل کرد.

## ۳-۵ معادلات اساسی

معادلهی ساختاری ترموالاستیک برای مواد ناهمسانگرد بهصورت زیر است:

$$arepsilon=ar{S}\sigma+lpha T$$
 (۱۶-۳)  
که در آن  $ar{S}$  ماتریس نرمی مادهی ناهمسانگرد،  $lpha$  بردار ضرایب انبساط حرارتی و T اختلاف دماست.  
مؤلفههای بردار  $lpha$  برای مواد ارتوتروپیک در حالت دوبعدی بهصورت زیر تعریف میشوند:

$$\begin{aligned}
\alpha_{1} &= \alpha_{11}m^{2} + \alpha_{22}n^{2} \\
\alpha_{2} &= \alpha_{11}n^{2} + \alpha_{22}m^{2} \\
\alpha_{3} &= \alpha_{33} \\
\alpha_{4} &= 0 \\
\alpha_{5} &= 0 \\
\alpha_{6} &= 2mn(\alpha_{11} - \alpha_{22})
\end{aligned}$$
(1V-T)

که در آن،  $\alpha_{11}$ ،  $\alpha_{22}$  و  $\alpha_{33}$  ضرایب انبساط حرارتی در جهات مختلف بوده و m و n به ترتیب کسینوس و سینوس زاویه  $\alpha_{33}$  و سینوس زاویه  $\gamma$  هستند. روابط ساز گاری به صورت زیر بیان می شوند:

$$\frac{\partial^{2} \varepsilon_{x}}{\partial y^{2}} + \frac{\partial^{2} \varepsilon_{y}}{\partial x^{2}} = \frac{\partial^{2} \gamma_{xy}}{\partial x \partial y}$$

$$\frac{\partial \gamma_{xz}}{\partial y} = \frac{\partial \gamma_{yz}}{\partial x}$$
(1A- $\mathfrak{T}$ )

با بسط رابطهی (۳-۱۶):

$$\begin{split} \varepsilon_{x} &= \bar{S}_{11}\sigma_{x} + \bar{S}_{12}\sigma_{y} + \bar{S}_{13}\sigma_{z} + \bar{S}_{14}\tau_{yz} + \bar{S}_{15}\tau_{xz} + \bar{S}_{16}\tau_{xy} + \alpha_{1}T \\ \varepsilon_{y} &= \bar{S}_{12}\sigma_{x} + \bar{S}_{22}\sigma_{y} + \bar{S}_{23}\sigma_{z} + \bar{S}_{24}\tau_{yz} + \bar{S}_{25}\tau_{xz} + \bar{S}_{26}\tau_{xy} + \alpha_{2}T \\ \gamma_{yz} &= \bar{S}_{14}\sigma_{x} + \bar{S}_{24}\sigma_{y} + \bar{S}_{34}\sigma_{z} + \bar{S}_{44}\tau_{yz} + \bar{S}_{45}\tau_{xz} + \bar{S}_{46}\tau_{xy} + \alpha_{4}T \\ \gamma_{xz} &= \bar{S}_{15}\sigma_{x} + \bar{S}_{25}\sigma_{y} + \bar{S}_{35}\sigma_{z} + \bar{S}_{45}\tau_{yz} + \bar{S}_{55}\tau_{xz} + \bar{S}_{56}\tau_{xy} + \alpha_{5}T \\ \gamma_{xy} &= \bar{S}_{16}\sigma_{x} + \bar{S}_{26}\sigma_{y} + \bar{S}_{36}\sigma_{z} + \bar{S}_{46}\tau_{yz} + \bar{S}_{56}\tau_{xz} + \bar{S}_{66}\tau_{xy} + \alpha_{6}T \\ \end{split}$$

$$\begin{split} \sigma_x &= \frac{\partial^2 F}{\partial y^2} \quad , \quad \sigma_y = \frac{\partial^2 F}{\partial x^2} \quad , \quad \tau_{xy} = -\frac{\partial^2 F}{\partial x \partial y} \\ \tau_{xz} &= \frac{\partial \psi}{\partial y} \quad , \quad \tau_{yz} = -\frac{\partial \psi}{\partial x} \end{split} \tag{(Y--T)}$$

$$\end{split}$$

$$\end{split}$$

$$\end{split}$$

$$\end{split}
$$$$$$

<sup>&</sup>lt;sup>\</sup> Airy stress functions

$$\begin{split} \bar{S}_{11} \frac{\partial^4 F}{\partial y^4} + \bar{S}_{12} \frac{\partial^4 F}{\partial x^2 \partial y^2} - \bar{S}_{14} \frac{\partial^3 \psi}{\partial x \partial y^2} + \bar{S}_{15} \frac{\partial^3 \psi}{\partial y^3} - \bar{S}_{16} \frac{\partial^4 \psi}{\partial x \partial y^3} + \alpha_1 \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \\ &+ \bar{S}_{11} \frac{\partial^4 F}{\partial x^2 \partial y^2} + \bar{S}_{22} \frac{\partial^4 F}{\partial x^4} - \bar{S}_{24} \frac{\partial^3 \psi}{\partial x^3} + \bar{S}_{25} \frac{\partial^3 \psi}{\partial x^2 \partial y} \\ &- \bar{S}_{26} \frac{\partial^3 F}{\partial x^3 \partial y} + \alpha_2 \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \\ &= \bar{S}_{16} \frac{\partial^4 F}{\partial x \partial y^3} + \bar{S}_{26} \frac{\partial^4 F}{\partial x^3 \partial y} - \bar{S}_{46} \frac{\partial^3 \psi}{\partial x^2 \partial y} + \bar{S}_{56} \frac{\partial^3 \psi}{\partial x \partial y^2} \\ &- \bar{S}_{66} \frac{\partial^4 F}{\partial x^2 \partial y^2} + \alpha_6 \frac{\partial^2 T}{\partial x \partial y} \\ \bar{S}_{15} \frac{\partial^3 F}{\partial y^3} + \bar{S}_{25} \frac{\partial^3 F}{\partial x^2 \partial y} - \bar{S}_{45} \frac{\partial^2 \psi}{\partial x \partial y} + \bar{S}_{55} \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2 \partial y} - \bar{S}_{66} \frac{\partial^3 F}{\partial x \partial y^2} + \alpha_5 \frac{\partial T}{\partial y} \\ &= \bar{S}_{14} \frac{\partial^3 F}{\partial x \partial y^2} + \bar{S}_{26} \frac{\partial^3 F}{\partial x^3} - \bar{S}_{44} \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \bar{S}_{45} \frac{\partial^2 \psi}{\partial x \partial y} - \bar{S}_{46} \frac{\partial^3 F}{\partial x^2 \partial y} \\ &+ \alpha_4 \frac{\partial T}{\partial x} \end{split}$$

با سادهسازی معادلات (۳-۲۱)، دو معادله مشخصه برای مادهی ناهمسانگرد بر حسب توابع تنش به-صورت زیر بهدست میآیند:

$$L_{4}F + L_{3}\psi = -\alpha_{2}\frac{\partial^{2}T}{\partial x^{2}} + \alpha_{6}\frac{\partial^{2}T}{\partial x\partial y} - \alpha_{1}\frac{\partial^{2}T}{\partial y^{2}}$$

$$L_{3}F + L_{2}\psi = \alpha_{4}\frac{\partial T}{\partial x} - \alpha_{5}\frac{\partial T}{\partial y}$$
(YY-Y)

که در آن L<sub>3</sub> ،L<sub>2</sub> و L<sub>4</sub>، اپراتورهای دیفرانسیلی به ترتیب از مرتبه ۲، ۳ و ۴ بوده و برای حالت تنش

صفحهای به فرم زیر میباشند:

$$L_{2} = \bar{S}_{44} \frac{\partial^{2}}{\partial x^{2}} - 2\bar{S}_{45} \frac{\partial^{2}}{\partial x \partial y} + \bar{S}_{55} \frac{\partial^{2}}{\partial y^{2}}$$

$$L_{3} = -\bar{S}_{24} \frac{\partial^{3}}{\partial x^{3}} + (\bar{S}_{25} + \bar{S}_{46}) \frac{\partial^{3}}{\partial x^{2} \partial y} - (\bar{S}_{14} + \bar{S}_{56}) \frac{\partial^{3}}{\partial x \partial y^{2}} + \bar{S}_{15} \frac{\partial^{3}}{\partial y^{3}}$$

$$L_{4} = \bar{S}_{22} \frac{\partial^{4}}{\partial x^{4}} - 2\bar{S}_{26} \frac{\partial^{4}}{\partial x^{3} \partial y} + (2\bar{S}_{12} + \bar{S}_{66}) \frac{\partial^{4}}{\partial x^{2} \partial x^{4}} - 2\bar{S}_{16} \frac{\partial^{4}}{\partial x \partial y^{3}}$$

$$+ \bar{S}_{11} \frac{\partial^{4}}{\partial y^{4}}$$
(Y"-")

حل کلی معادلات (۳-۲۲) بهصورت زیر است:  

$$F = F^{(h)} + F^{(p)}$$
  
 $\psi = \psi^{(h)} + \psi^{(p)}$   
برای حل قسمت همگن میتوان نوشت:

$$L_4 F^{(h)} + L_3 \psi^{(h)} = 0 \tag{72-7}$$

$$L_3 F^{(h)} + L_2 \psi^{(h)} = 0$$

با حذف ψ از رابطهی (۳-۲۵) و بازنویسی این رابطه بر حسب F:

$$[L_4 L_2 - L_3^2] F^{(h)} = 0 \tag{(79-7)}$$

معادلهی (۲۶-۳) به کمک شش اپراتور مشتق خطی مرتبه اول به صورت معادلهی (۲۷-۳) بیان می شود:  $D_6 D_5 D_4 D_3 D_2 D_1 F^{(h)} = 0$  $D_k = \frac{\partial}{\partial y} - \mu_k \frac{\partial}{\partial x}$ 

$$L_4(\mu)L_2(\mu) - {L_3}^2(\mu) = 0 \tag{7.4-7}$$

$$\begin{split} L_{2}(\mu) &= \bar{S}_{55}\mu^{2} - 2\bar{S}_{45}\mu + \bar{S}_{44} \\ L_{3}(\mu) &= \bar{S}_{15}\mu^{3} - (\bar{S}_{14} + \bar{S}_{56})\mu^{2} + (\bar{S}_{25} + \bar{S}_{46})\mu - \bar{S}_{24} \\ L_{4}(\mu) &= \bar{S}_{11}\mu^{4} - 2\bar{S}_{16}\mu^{3} + (2\bar{S}_{12} + \bar{S}_{66})\mu^{2} - 2\bar{S}_{26}\mu + \bar{S}_{22} \\ + \bar{L}_{4}(\mu) &= \bar{S}_{11}\mu^{4} - 2\bar{S}_{16}\mu^{3} + (2\bar{S}_{12} + \bar{S}_{66})\mu^{2} - 2\bar{S}_{26}\mu + \bar{S}_{22} \\ + \bar{L}_{4}(\mu) &= 0 \\ L_{2}(\mu) &= 0 \\ L_{2}(\mu) &= 0 \\ L_{2}(\mu) &= 0 \\ L_{2}(\mu) &= 0 \\ L_{3}(\mu) \\ L_{4}(\mu) &= 0 \\ L_{4}(\mu) &= 0 \\ L_{2}(\mu) &= 0 \\ L_{2}(\mu) &= 0 \\ L_{3}(\mu) \\ L_{4}(\mu) &= 0 \\ L_{4}(\mu) &= 0$$

$$F^{(h)} = 2Re \sum_{k=1}^{3} F_k(Z_k)$$

$$\psi^{(h)} = 2Re \sum_{k=1}^{3} \psi_k(Z_k)$$

$$(\tilde{V} - \tilde{V})$$

$$\psi^{\bar{1}} \to \psi^{\bar{1}}$$

$$Z_k = x + \mu_k y \qquad k = 1,2,3 \tag{(1-7)}$$

با جایگذاری روابط (۳۰-۳) در روابط (۳۵-۳) و انتگرال گیری نسبت به Z<sub>k</sub>، تابع ψ بر حسب تابع F محاسبه شده و روابط (۳۰-۳) به فرم (۳۲-۳) بازنویسی می شوند:

$$F^{(h)} = 2Re\{F_1(Z_1) + F_2(Z_2) + F_3(Z_3)\}$$

$$\psi^{(h)} = 2Re\{\lambda_1 F_1'(Z_1) + \lambda_2 F_2'(Z_2) + \frac{1}{\lambda_3} F_3'(Z_3)\}$$
(77-7)

که در آن:

$$\lambda_{k} = \frac{-L_{3}(\mu_{k})}{L_{2}(\mu_{k})} \qquad k = 1,2$$

$$_{3} = \frac{-L_{3}(\mu_{3})}{L_{4}(\mu_{3})}$$
(77-7)

با جایگذاری روابط (۳-۳۲) در روابط (۳-۲۴):

$$\phi_k(Z_k) = F_k'(Z_k)$$
  $k = 1,2,t$  (۳۵-۳)  
 $\phi_3(Z_3) = \frac{1}{\lambda_3} F_3'(Z_3)$  (۳۵-۳), (۳۱-۳), (۲۰-۳), e (۳۵-۳), and isometry of the second seco

$$\sigma_{x} = 2Re\{\mu_{1}^{2}\phi_{1}'(Z_{1}) + \mu_{2}^{2}\phi_{2}'(Z_{2}) + \mu_{3}^{2}\lambda_{3}\phi_{3}'(Z_{3})\} + \frac{\partial^{2}F^{(p)}}{\partial y^{2}}$$

$$\sigma_{y} = 2Re\{\phi_{1}'(Z_{1}) + \phi_{2}'(Z_{2}) + \lambda_{3}\phi_{3}'(Z_{3})\} + \frac{\partial^{2}F^{(p)}}{\partial x^{2}}$$
(3.1)

$$\begin{aligned} \tau_{xy} &= -2Re\{\mu_1\phi_1'(Z_1) + \mu_2\phi_2'(Z_2) + \mu_3\lambda_3\phi_3'(Z_3)\} - \frac{\partial^2 F^{(p)}}{\partial x \partial y} \\ \tau_{xz} &= 2Re\{\mu_1\lambda_1\phi_1'(Z_1) + \mu_2\lambda_2\phi_2'(Z_2) + \mu_3\phi_3'(Z_3)\} + \frac{\partial\psi^{(p)}}{\partial y} \\ \tau_{yz} &= -2Re\{\lambda_1\phi_1'(Z_1) + \lambda_2\phi_2'(Z_2) + \phi_3'(Z_3)\} - \frac{\partial\psi^{(p)}}{\partial x} \\ \text{a.e.} &= -2Re\{\lambda_1\phi_1'(Z_1) + \lambda_2\phi_2'(Z_2) + \phi_3'(Z_3)\} - \frac{\partial\psi^{(p)}}{\partial x} \\ \text{b.e.} &= -2Re\{\lambda_1\phi_1'(Z_1) + \lambda_2\phi_2'(Z_2) + \phi_3'(Z_3)\} - \frac{\partial\psi^{(p)}}{\partial x} \\ \text{b.e.} &= -2Re\{\lambda_1\phi_1'(Z_1) + \lambda_2\phi_2'(Z_2) + \phi_3'(Z_3)\} - \frac{\partial\psi^{(p)}}{\partial x} \\ \text{b.e.} &= -2Re\{\lambda_1\phi_1'(Z_1) + \lambda_2\phi_2'(Z_2) + \phi_3'(Z_3)\} - \frac{\partial\psi^{(p)}}{\partial x} \\ \text{b.e.} &= -2Re\{\lambda_1\phi_1'(Z_1) + \lambda_2\phi_2'(Z_2) + \phi_3'(Z_3)\} - \frac{\partial\psi^{(p)}}{\partial x} \\ \text{b.e.} &= -2Re\{\lambda_1\phi_1'(Z_1) + \lambda_2\phi_2'(Z_2) + \phi_3'(Z_3)\} - \frac{\partial\psi^{(p)}}{\partial x} \\ \text{b.e.} &= -2Re\{\lambda_1\phi_1'(Z_1) + \lambda_2\phi_2'(Z_2) + \phi_3'(Z_3)\} - \frac{\partial\psi^{(p)}}{\partial x} \\ \text{b.e.} &= -2Re\{\lambda_1\phi_1'(Z_1) + \lambda_2\phi_2'(Z_2) + \phi_3'(Z_3)\} - \frac{\partial\psi^{(p)}}{\partial x} \\ \text{b.e.} &= -2Re\{\lambda_1\phi_1'(Z_1) + \lambda_2\phi_2'(Z_2) + \phi_3'(Z_3)\} - \frac{\partial\psi^{(p)}}{\partial x} \\ \text{b.e.} &= -2Re\{\lambda_1\phi_1'(Z_1) + \lambda_2\phi_2'(Z_3) + \phi_3'(Z_3)\} - \frac{\partial\psi^{(p)}}{\partial x} \\ \text{b.e.} &= -2Re\{\lambda_1\phi_1'(Z_1) + \lambda_2\phi_2'(Z_3) + \phi_3'(Z_3)\} - \frac{\partial\psi^{(p)}}{\partial x} \\ \text{b.e.} &= -2Re\{\lambda_1\phi_1'(Z_3) + \lambda_2\phi_2'(Z_3) + \phi_3'(Z_3)\} - \frac{\partial\psi^{(p)}}{\partial x} \\ \text{b.e.} &= -2Re\{\lambda_1\phi_1'(Z_3) + \lambda_2\phi_2'(Z_3) + \phi_3'(Z_3)\} - \frac{\partial\psi^{(p)}}{\partial x} \\ \text{b.e.} &= -2Re\{\lambda_1\phi_1'(Z_3) + \lambda_2\phi_2'(Z_3) + \phi_3'(Z_3)\} - \frac{\partial\psi^{(p)}}{\partial x} \\ \text{b.e.} &= -2Re\{\lambda_1\phi_1'(Z_3) + \lambda_2\phi_2'(Z_3) + \phi_3'(Z_3)\} - \frac{\partial\psi^{(p)}}{\partial x} \\ \text{b.e.} &= -2Re\{\lambda_1\phi_1'(Z_3) + \lambda_2\phi_2'(Z_3) + \phi_3'(Z_3)\} - \frac{\partial\psi^{(p)}}{\partial x} \\ \text{b.e.} &= -2Re\{\lambda_1\phi_1'(Z_3) + \lambda_2\phi_2'(Z_3) + \phi_3'(Z_3)\} - \frac{\partial\psi^{(p)}}{\partial x} \\ \text{b.e.} &= -2Re\{\lambda_1\phi_1'(Z_3) + \lambda_2\phi_2'(Z_3) + \phi_3'(Z_3)\} - \frac{\partial\psi^{(p)}}{\partial x} \\ \text{b.e.} &= -2Re\{\lambda_1\phi_1'(Z_3) + \lambda_2\phi_2'(Z_3) + \phi_3'(Z_3)\} - \frac{\partial\psi^{(p)}}{\partial x} \\ \text{b.e.} &= -2Re\{\lambda_1\phi_1'(Z_3) + \lambda_2\phi_2'(Z_3) + \phi_3'(Z_3) + \phi_3'(Z_3)\} \\ \text{b.e.} &= -2Re\{\lambda_1\phi_1'(Z_3) + \lambda_2\phi_2'(Z_3) + \phi_3'(Z_3) +$$

## ۳-۶ بخش دمایی

رابطهی بین شار حرارتی q و گرادیان دما ∇T در یک مادهی ناهمسانگرد، بر اساس قانون فوریه بهصورت زیر است:

$$q_i = -K_{ij}T_{,j}$$
 (۳۷-۳)  
که در این رابطه، زنگ تانسور ضرایب رسانایی حرارتی و تانسوری متقارن میباشد. همچنین در یک  
صفحهی فاقد منبع حرارتی داخلی داریم:  
(۳۸-۳)  
(۳۸-۳)  
با جایگذاری رابطهی (۳۷-۳) در معادلهی (۳۰-۳)، معادله دمایی حاکم برای ماده همگن ناهمسانگرد  
بهصورت معادلهی (۳۷-۳) در معادلهی (۳۰-۳)، معادله دمایی حاکم برای ماده همگن ناهمسانگرد  
بهصورت معادلهی (۳۹-۳) بهدست میآید:  
(۳۹-۳)  
(۳۹-۳)  
تابع دمایی (۲(x,y) تابعی هارمونیک است که معادلهی (۳۰-۳) را ارضا می کند. حل کلی این معادله به  
فرم (۲۹-۳) است که بال ریشهی معادله مشخصهی (۳۰-۴) را ارضا می کند. حل کلی این معادله به  
 $K_{22}\mu_t^2 + 2K_{12}\mu_t + K_{11} = 0$  (۴۰-۳)

$$K_{11}K_{22} > K_{12}^2$$
 ، [۴۸]،  $^2$  ، [۴۸] <sup>2</sup> ، [۴۸] <sup>2</sup> ، [۴۸] <sup>2</sup> ، [۴۸] <sup>2</sup> · [۴۸] <sup>2</sup> · [۴۸] <sup>2</sup> · [۲۸] <sup>2</sup> · [۲۰۳) <sup>2</sup> · [۲۰۳] <sup>2</sup> · [۲۰] <sup>2</sup> · [۲۰۳] <sup>2</sup> · [۲۰] <sup>2</sup> ·

$$K_t = i(K_{11}K_{22} - K_{12}^2)^{\frac{1}{2}}$$
(47-7)

با جایگذاری رابطهی (۳-۴۱) در روابط (۳-۲۲)، جواب خصوصی توابع تنش F و ψ بهصورت زیر محاسبه می شود:

$$F^{(p)} = 2Re(\eta_1 F_t(Z_t)) \tag{ff-T}$$

$$\psi^{(p)} = 2Re(\eta_2 F_t'(Z_t))$$

که در آن:

$$\eta_{1} = \frac{(-\alpha_{2} + \alpha_{6}\mu_{t} - \alpha_{1}\mu_{t}^{2})L_{2}(\mu_{t}) - (\alpha_{4} - \alpha_{5}\mu_{t})L_{3}(\mu_{t})}{L_{4}(\mu_{t})L_{2}(\mu_{t}) - L_{3}^{2}(\mu_{t})}$$

$$\eta_{2} = \frac{(\alpha_{4} - \alpha_{5}\mu_{t})L_{4}(\mu_{t}) - (-\alpha_{2} + \alpha_{6}\mu_{t} - \alpha_{1}\mu_{t}^{2})L_{3}(\mu_{t})}{L_{4}(\mu_{t})L_{2}(\mu_{t}) - L_{3}^{2}(\mu_{t})}$$
(fa-r)

باید در نظر داشت که  $\mu_t$  نباید با هیچ یک از ریشههای معادله مشخصهی (۳–۲۸) برابر باشد، در غیر اینصورت جوابهای خصوصی (۳–۴۴) شکل دیگری خواهند گرفت [۴۹]. هرچند در اینصورت نیز میتوان برای موارد خاص با اعمال تغییر بسیار کوچکی در مقدار  $\mu_t$  محاسبات را ادامه داد. با جایگذاری روابط (۳–۴۴) در روابط (۳–۳۶)، تنشها و جابهجاییها به فرم زیر برحسب توابع تنش بهدست میآیند:  $\sigma_x = 2Re\{\mu_1^2\phi_1'(Z_1) + \mu_2^2\phi_2'(Z_2) + \mu_3^2\lambda_3\phi_3'(Z_3)\} + 2Re(\eta_1\mu_t^2\phi_t')$  (۴۶-۳)

$$\begin{aligned} \sigma_y &= 2Re\{\phi_1'(Z_1) + \phi_2'(Z_2) + \lambda_3\phi_3'(Z_3)\} + 2Re(\eta_1\phi_t') \\ \tau_{xy} &= -2Re\{\mu_1\phi_1'(Z_1) + \mu_2\phi_2'(Z_2) + \mu_3\lambda_3\phi_3'(Z_3)\} - 2Re(\eta_1\mu_t\phi_t') \\ \tau_{xz} &= 2Re\{\mu_1\lambda_1\phi_1'(Z_1) + \mu_2\lambda_2\phi_2'(Z_2) + \mu_3\phi_3'(Z_3)\} + 2Re(\eta_2\mu_t\phi_t') \\ \tau_{yz} &= -2Re\{\lambda_1\phi_1'(Z_1) + \lambda_2\phi_2'(Z_2) + \phi_3'(Z_3)\} - 2Re(\eta_2\mu_t\phi_t') \end{aligned}$$

$$u_1 = 2Re \sum_{k=1}^{3} p_k \phi_k + 2Re(p_t \phi_t)$$
$$u_2 = 2Re \sum_{k=1}^{3} q_k \phi_k + 2Re(q_t \phi_t)$$
$$u_3 = 2Re \sum_{k=1}^{3} r_k \phi_k + 2Re(r_t \phi_t)$$

$$\begin{split} p_{k} &= \bar{S}_{11} \mu_{k}^{2} - \bar{S}_{16} \mu_{k} + \lambda_{k} (\bar{S}_{15} \mu_{k} - \bar{S}_{14}) + \bar{S}_{12} \qquad k = 1,2 \\ p_{3} &= \lambda_{3} (\bar{S}_{11} \mu_{3}^{2} + \bar{S}_{12} - \bar{S}_{16} \mu_{3}) + \bar{S}_{15} \mu_{3} - \bar{S}_{14} \\ p_{t} &= \eta_{1} (\bar{S}_{11} \mu_{t}^{2} + \bar{S}_{12} - \bar{S}_{16} \mu_{t}) + \eta_{2} (\bar{S}_{15} \mu_{t} - \bar{S}_{14}) + \alpha_{1} \\ q_{k} &= \bar{S}_{12} \mu_{k} + \frac{\bar{S}_{22}}{\mu_{k}} - \bar{S}_{16} + \lambda_{k} \left( \bar{S}_{25} - \frac{\bar{S}_{24}}{\mu_{k}} \right) \qquad k = 1,2 \\ q_{3} &= \lambda_{3} \left( \bar{S}_{12} \mu_{3} + \frac{\bar{S}_{22}}{\mu_{t}} - \bar{S}_{26} \right) + \bar{S}_{25} - \frac{\bar{S}_{24}}{\mu_{3}} \\ q_{t} &= \eta_{1} \left( \bar{S}_{12} \mu_{t} + \frac{\bar{S}_{22}}{\mu_{t}} - \bar{S}_{26} \right) + \eta_{2} \left( \bar{S}_{25} - \frac{\bar{S}_{24}}{\mu_{t}} \right) + \frac{\alpha_{2}}{\mu_{t}} \end{split}$$

$$r_{k} &= \bar{S}_{14} \mu_{k} + \frac{\bar{S}_{24}}{\mu_{k}} - \bar{S}_{46} + \lambda_{k} \left( \bar{S}_{45} - \frac{\bar{S}_{44}}{\mu_{k}} \right) \qquad k = 1,2 \\ r_{3} &= \lambda_{3} \left( \bar{S}_{14} \mu_{3} + \frac{\bar{S}_{24}}{\mu_{t}} - \bar{S}_{46} \right) + \bar{S}_{45} - \frac{\bar{S}_{44}}{\mu_{3}} \\ r_{t} &= \eta_{1} \left( \bar{S}_{14} \mu_{t} + \frac{\bar{S}_{24}}{\mu_{t}} - \bar{S}_{46} \right) + \eta_{2} \left( \bar{S}_{45} - \frac{\bar{S}_{44}}{\mu_{t}} \right) + \frac{\alpha_{4}}{\mu_{t}} \\ r_{4} &= \eta_{1} \left( \bar{S}_{14} \mu_{t} + \frac{\bar{S}_{24}}{\mu_{t}} - \bar{S}_{46} \right) + \eta_{2} \left( \bar{S}_{45} - \frac{\bar{S}_{44}}{\mu_{t}} \right) + \frac{\alpha_{4}}{\mu_{t}} \\ r_{5} &= \lambda_{6} \left( \epsilon_{16} \rho_{6} \rho_{6} \rho_{6} \right) + \eta_{2} \left( \epsilon_{16} \rho_{6} \rho_{6} \rho_{6} \rho_{6} \rho_{6} \rho_{16} \rho_{16}$$

### ۲-۷ توابع مختلط تنش ¢ و ¢ در صفحهی نگاشت

با توجه به روابط (۳-۴۶)، با محاسبهی توابع تنش  $\phi$  و  $\phi$  در صفحهی نگاشت، میتوان تنشها و جابهجاییها را بهدست آورد. مرز گشودگی در مسألهی مورد نظر، از بار خارجی آزاد است. درنتیجه شرایط مرزی مکانیکی را میتوان بهصورت زیر نوشت:

$$\begin{split} \sigma_x n_1 + \tau_{xy} n_2 &= 0 \\ \tau_{xy} n_1 + \sigma_y n_2 &= 0 \\ \tau_{xz} n_1 + \tau_{yz} n_2 &= 0 \end{split} \tag{flow}$$

که بردار نرمال n با توجه به شکل (۳-۳) بهصورت زیر تعریف می شود:



شکل (۳-۳) دستگاه مختصات مماسی و تعریف بردار نرمال را حول هر گشودگی نشان میدهد.



شکل (۳-۳) نمایش دستگاه مختصات مماسی در مرز گشودگی [۲۳]

با جایگذاری روابط (۳-۲۰) و (۳-۴۹) در روابط (۳-۴۹)، شرایط مرزی مکانیکی به صورت زیر نوشته خواهند شد:

$$-\frac{\partial^2 F}{\partial y^2} \frac{dy}{ds} - \frac{\partial^2 F}{\partial x \partial y} \frac{dx}{ds} = 0$$

$$\frac{\partial^2 F}{\partial x \partial y} \frac{dy}{ds} + \frac{\partial^2 F}{\partial x^2} \frac{dx}{ds} = 0$$

$$-\frac{\partial \psi}{\partial y} \frac{dy}{ds} - \frac{\partial \psi}{\partial x} \frac{dx}{ds} = 0$$

$$(\Delta \cdot - \nabla)$$

با انتگرالگیری از روابط (۳-۵۰) نسبت به s

$$\frac{\partial F}{\partial y} = 0$$

$$\frac{\partial F}{\partial x} = 0$$

$$\psi = 0$$
(\Delta 1-\mathcal{F})

با توجه به روابط (۳-۳۴)، (۳-۳۵) و (۳-۴۴) و جایگذاری آنها در روابط (۳-۵۱)، شرایط مرزی مکانیکی بهصورت زیر نوشته خواهند شد:

$$\begin{split} -2Re\{\mu_{1}\phi_{1} + \mu_{2}\phi_{2} + \mu_{3}\phi_{3}\} - 2Re\{\eta_{1}\mu_{t}\phi_{t}\} &= 0 \\ 2Re\{\phi_{1} + \phi_{2} + \lambda_{3}\phi_{3}\} + 2Re\{\eta_{1}\phi_{t}\} &= 0 \\ -2Re\{\lambda_{1}\phi_{1} + \lambda_{2}\phi_{2} + \phi_{3}\} - 2Re\{\eta_{2}\phi_{t}\} \end{split}$$
(37-7)  
and the set of the s

$$2Re \sum_{k=1}^{3} p_k \phi_k + 2Re(p_t \phi_t) = 0$$

$$2Re \sum_{k=1}^{3} q_k \phi_k + 2Re(q_t \phi_t) = 0$$

$$2Re \sum_{k=1}^{3} r_k \phi_k + 2Re(r_t \phi_t) = 0$$

$$(\Delta \tilde{\mathbf{r}} \cdot \tilde{\mathbf{r}}) = 0$$

به منظور محاسبهی توابع تنش 🖗 و 💠 ، ماتریسهای (۳-۵۴) معرفی میشوند:

$$L = \begin{bmatrix} -\mu_1 & -\mu_2 & -\mu_3 \lambda_3 \\ 1 & 1 & \lambda_3 \\ -\lambda_1 & -\lambda_2 & -1 \end{bmatrix}$$
 (54-7)

$$\begin{split} l &= \begin{bmatrix} -\eta_1 \mu_t \\ \eta_1 \\ -\eta_2 \end{bmatrix} \\ A &= \begin{bmatrix} p_1 & p_2 & p_3 \\ p_1 & q_2 & q_3 \\ r_1 & r_2 & r_3 \end{bmatrix} \\ a &= \begin{bmatrix} p_t \\ q_2 \\ \phi_3 \end{bmatrix} \\ a &= \begin{bmatrix} p_t \\ \phi_3 \\ \phi_3 \end{bmatrix} \\ \vdots &= \begin{bmatrix} p_t \\ \phi_3 \\ \phi_3 \end{bmatrix} \\ \vdots &= \begin{bmatrix} p_t \\ \phi_3 \\ \phi_4 \end{bmatrix} \\ L\phi &= I\phi_t + I\phi_t + I\phi_t = 0 \\ (\Delta^{-T}) \\ \mu\phi_1 &= I\phi_t + I\phi_t + I\phi_t = 0 \\ (\Delta^{-T}) \\ \mu\phi_1 &= I\phi_1 + I\phi_1 + I\phi_t = 0 \\ (\Delta^{-T}) \\ \mu\phi_2 &= I\phi_2 + I\phi_2 + I\phi_1 + I\phi_1 + I\phi_2 \\ \mu\phi_1 &= I\phi_2 + I\phi_2 + I\phi_1 + I\phi_1 + I\phi_2 \\ \mu\phi_2 &= I\phi_2 + I\phi_2 + I\phi_2 + I\phi_2 \\ \mu\phi_3 &= I\phi_1 + I\phi_2 + I\phi_2 \\ \mu\phi_1 &= I\phi_2 + I\phi_2 + I\phi_2 + I\phi_2 \\ \mu\phi_1 &= I\phi_2 + I\phi_2 + I\phi_2 \\ \mu\phi_2 &= I\phi_2 + I\phi_2 + I\phi_2 \\ \mu\phi_1 &= I\phi_2 + I\phi_2 \\ \mu\phi_2 &= I\phi_2 + I\phi_2 \\ \mu\phi_1 &= I\phi_2 + I\phi_2 \\ \mu\phi_2 &= I\phi_2 + I\phi_2 \\ \mu\phi_1 &= I\phi_2 + I\phi_2 \\ \mu\phi_2 &= I\phi_2$$

که در آن L طول منحنی مرز گشودگی است. با در نظر گرفتن نقطهی  $\xi = \sigma$  روی مرز دایرهی واحد، شرط مرزی دمایی در صفحهی نگاشت بهصورت زیر خواهد بود:

$$\phi_t'(\sigma) - \overline{\phi_t'(\sigma)} = Q_0 \tag{(\%-\%)}$$

که در آن:

$$Q_0 = \frac{1}{K_t} \int_0^{2\pi} q_0 \, d\theta \tag{(91-7)}$$

با توجه به عایق بودن گشودگی،  $q_0=q_0$  بوده و شرط مرزی دمایی بهصورت زیر خواهد بود:

$$\phi_t'(\sigma) - \overline{\phi_t'(\sigma)} = 0 \tag{97-T}$$

اگر نقاط داخلی دایرهی واحد +S و نقاط خارجی دایرهی واحد S<sup>-</sup> فرض شوند، تابع φt'(ξ) را میتوان

به دو تابع 
$$f_t(\xi)$$
 و  $f_t(\xi)$  که به ترتیب در  $S^+$  و  $S^+$  هولومورفیک ( هستند، جداسازی کرد [۲۸]:  $\phi_t'(\xi) = f_t(\xi) + g_t(\xi)$  (۶۳-۳)

درنتیجه تابع 
$$\phi_t'(\xi)$$
 روی مرز دایرهی واحد بهصورت زیر نوشته میشود:

$$\phi_t'(\sigma) = f_t(\sigma) + g_t(\sigma) \tag{5.4}$$

$$\frac{1}{2\pi i} \oint \frac{f_t(\sigma)}{\sigma - \xi} d\sigma + \frac{1}{2\pi i} \oint \frac{g_t(\sigma)}{\sigma - \xi} d\sigma - \frac{1}{2\pi i} \oint \frac{\overline{f_t(\sigma)}}{\sigma - \xi} d\sigma - \frac{1}{2\pi i} \oint \frac{\overline{g_t(\sigma)}}{\sigma - \xi} d\sigma = 0 \quad (\mathcal{F}\Delta - \mathcal{T})$$

با استفاده از فرمول انتگرال کوشی برای ناحیهی نامحدود [۲] و با در نظر داشتن  $\overline{\sigma} = \sigma^{-1}$  برای دایرهی واحد، معادلهی (۳-۶۵) به فرم زیر ساده میشود:

<sup>&</sup>lt;sup>\</sup> Holomorphic

$$\begin{split} \phi_{l}^{l}(\xi) &= f_{t}(\xi) + \overline{f_{t}}(\xi^{-1}) & (\xi^{-\gamma}) \\ & (\xi^{-\gamma}$$

$$Lhlog\sigma + \overline{Lh}log\overline{\sigma} + l\Gamma log\sigma + \overline{l}\Gamma log\overline{\sigma} = 0$$
 (۷۳-۳)  
با ضرب معادلهی (۲-۷۲) در  $\frac{d\sigma}{2\pi i(\sigma-\xi)}$  و گرفتن انتگرال کوشی حول دایرهی واحد:

$$\frac{L}{2\pi i} \oint \frac{f(\sigma)}{\sigma - \xi} d\sigma + \frac{L}{2\pi i} \oint \frac{g(\sigma)}{\sigma - \xi} d\sigma + \frac{\bar{L}}{2\pi i} \oint \frac{\bar{f}(\sigma)}{\sigma - \xi} d\sigma + \frac{\bar{L}}{2\pi i} \oint \frac{\bar{g}(\sigma)}{\sigma - \xi} d\sigma + \frac{l}{2\pi i} \oint \frac{\bar{f}(\sigma)}{\sigma - \xi} d\sigma + \frac{l}{2\pi i} \oint \frac{\bar{f}_t(\sigma)}{\sigma - \xi} d\sigma + \frac{\bar{L}}{2\pi i} \oint \frac{\bar{f}_t(\sigma)}{\sigma - \xi} d\sigma + \frac{\bar{L}}{2\pi i} \oint \frac{\bar{f}_t(\sigma)}{\sigma - \xi} d\sigma + \frac{\bar{L}}{2\pi i} \oint \frac{\bar{f}_t(\sigma)}{\sigma - \xi} d\sigma = 0$$

$$(Y \notin -Y)$$

با استفاده از فرمول انتگرال کوشی برای ناحیهی نامحدود [۲] و با در نظر داشتن  $\overline{\sigma} = \sigma^{-1}$  برای دایرهی واحد، معادلهی (۳-۷۴) به فرم زیر ساده می شود:

$$Lg(\xi) = -\overline{L}\overline{f}(\xi^{-1}) - lG_t(\xi) - \overline{l}\overline{F}_t(\xi^{-1}) + Lg(\infty) + \overline{L}\overline{f}(0) + lG_t(\infty)$$

$$+ \overline{l}\overline{F}_t(0)$$
(Ya-T)

مقادیر ثابت رابطهی (۳-۷۵) با جایگذاری این رابطه در معادلهی (۳-۷۲) محاسبه میشوند. با توجه به اینکه مرز گشودگی از بار خارجی آزاد است و سمت راست معادلهی (۳-۷۲) است، رابطهی (۳-۷۵) به فرم زیر ساده میشود:

$$g(\xi) = -L^{-1}\bar{L}\bar{f}(\xi^{-1}) - L^{-1}lG_t(\xi) - L^{-1}\bar{l}\bar{F}_t(\xi^{-1})$$
(Y9-Y)

با توجه به اینکه در دایرهی واحد  $log \sigma = -log \sigma$  است، معادلهی (۳-۷۳) به شکل زیر نوشته می شود:

$$Lh - \overline{Lh} = -l\Gamma + \overline{l\Gamma} \tag{(YY-Y)}$$

به همین ترتیب با حل و سادهسازی معادلهی (۳-۶۹):

$$Ah - \overline{Ah} = -a\Gamma + \overline{a\Gamma} \tag{YA-T}$$

با استفاده از روابط (۳-۷۷) و (۳-۷۸)، h به صورت زیر محاسبه خواهد شد:

$$h = L^{-1}(\bar{B} - B)^{-1}(\Gamma a - \bar{\Gamma} a) + A^{-1}(\bar{B}^{-1} - B^{-1})^{-1}(\Gamma l - \bar{\Gamma} l)$$
(Y9-Y)

که در آن:

$$B = AL^{-1} \tag{($\lambda$ - ")}$$

با جایگذاری رابطهی (۳-۷۶) در رابطهی (۳-۷۱)، 
$$\phi(\xi)$$
 به صورت رابطهی (۳-۸۱) به دست می آید:

$$\phi(\xi) = f(\xi) - L^{-1}\bar{L}\bar{f}(\xi^{-1}) - L^{-1}lG_t(\xi) - L^{-1}\bar{l}\bar{F}_t(\xi^{-1}) + h\log\xi$$
 (A1-7)

وقتی جریان حرارتی [q],q2,0]=q به یک صفحهی ناهمسانگرد فاقد نقص هندسی اعمال میشود، رابطه-  
ی تابع تنش دمایی بهصورت زیر است [۲۹]:  
(۸۲-۳)  
عبارت <sup>$$\infty$$</sup>  $t^{\chi}$  بیان گر میدان دمایی خطی در یک صفحهی فاقد گشودگی است. این میدان دمایی خطی فقط باعث تغییر شکل در ورق میشود و هیچ تنشی ایجاد نمی کند. با جایگذاری رابطهی (۳-۸۲) و فقط باعث تغییر شکل در ورق میشود و هیچ تنشی ایجاد نمی کند. با جایگذاری رابطهی (۳-۸۲) و وابط (۳-۸۲) در روابط (۳-۲۹)، ۲ بهصورت زیر بهدست میآید:  
(۹-۳۲) در روابط (۳-۳۲)، ۲ بهصورت زیر بهدست میآید:  
حال در حضور یک گشودگی، میدان تنش دمایی (۳-۸۲) مغشوش شده و تنش حرارتی ایجاد میشود.  
حال در حضور یک گشودگی، میدان تنش دمایی (۳-۸۲) مغشوش شده و تنش حرارتی ایجاد میشود.  
بنابراین با استفاده از روش جمع آثار، علاوه بر  <sup>$\infty$</sup>   $t^{\phi}$ , تابع تنش  <sup>$m  $t^{\phi}$  که در خارج از دایره واحد  
هولومورفیک است، به تابع تنش دمایی اضافه میشود. درنتیجه [۲۸]:  
(۲۴-۳)$</sup> 

$$\phi_{t}'(\xi) = \kappa(m_{1t}\xi + m_{2t}\xi^{-1} + m_{3t}\xi^{n} + m_{4t}\xi^{-n}) + \phi_{t}^{m'}(\xi)$$
(A0-T)  

$$(\lambda - T)$$

$$f_t(\xi) = \kappa m_{1t}\xi + \kappa m_{3t}\xi^n \tag{A9-T}$$

درنتیجه تابع  ${\phi_t}'(\xi)$  را میتوان به فرم زیر نوشت:

$$\phi_t'(\xi) = \kappa m_{1t}\xi + \overline{\kappa m_{1t}}\xi^{-1} + \kappa m_{3t}\xi^n + \overline{\kappa m_{3t}}\xi^{-n} \tag{AV-W}$$

با انتگرال گیری از رابطهی (۳-۸۷)، تابع  $\phi_t(\xi)$  محاسبه میشود. باید توجه داشت که:

$$\phi_t'(\xi) = \frac{d\phi_t(\xi)}{dZ_t} \tag{AA-T}$$

درنتيجه انتگرال تابع  ${\phi_t}'(\xi)$  بهصورت (۳-۸۹) خواهد بود:

$$\phi_t(\xi) = \int \phi_t'(\xi) \frac{dZ_t}{d\xi} d\xi \tag{A9-T}$$

$$\frac{dZ_t}{d\xi} = m_{1t} - m_{2t}\xi^{-2} + nm_{3t}\xi^{n-1} - nm_{4t}\xi^{-n-1}$$
(9.-7)

$$\begin{split} \phi_{t}(\xi) &= \int (\kappa m_{1t}^{2}\xi - \kappa m_{1t}m_{2t}\xi^{-1} + n\kappa m_{1t}m_{3t}\xi^{n} - n\kappa m_{1t}m_{4t}\xi^{-n} \\ &+ \overline{\kappa m_{1t}}m_{1t}\xi^{-1} - \overline{\kappa m_{1t}}m_{2t}\xi^{-3} + n\overline{\kappa m_{1t}}m_{3t}\xi^{n-2} \\ &- n\overline{\kappa m_{1t}}m_{4t}\xi^{-n-2} + \kappa m_{3t}m_{1t}\xi^{n} - \kappa m_{3t}m_{2t}\xi^{n-2} \\ &+ n\kappa m_{3t}^{2}\xi^{2n-1} - n\kappa m_{3t}m_{4t}\xi^{-1} + \overline{\kappa m_{3t}}m_{1t}\xi^{-n} \\ &- \overline{\kappa m_{3t}}m_{2t}\xi^{-n-2} + n\overline{\kappa m_{3t}}m_{3t}\xi^{-1} - n\overline{\kappa m_{3t}}m_{4t}\xi^{-2n-1}) d\xi \end{split}$$
(91-7)

$$\Gamma = -m_{1t}(\kappa m_{2t} - \overline{\kappa m_{1t}}) - nm_{3t}(\kappa m_{4t} - \overline{\kappa m_{3t}})$$
همان طور که گفته شد،  $\phi_t^{\infty}$  بیان گر تابع تنش دمایی در یک صفحهی فاقد گشود گی است، درنتیجه  
فقط باعث تغییر شکل صفحه می شود و هیچ تنشی ایجاد نمی کند. بنابراین برای محاسبهی تنش های

حرارتی، کافی است 
$${\phi_t}^m$$
 محاسبه شود. با توجه به رابطهی (۸۴-۳):

$$\phi_{t}^{m'}(\xi) = \phi_{t}'(\xi) - \phi_{t}^{\infty'}(\xi)$$
  
=  $\kappa m_{1t}\xi + \overline{\kappa} \overline{m_{1t}}\xi^{-1} + \kappa m_{3t}\xi^{n} + \overline{\kappa} \overline{m_{3t}}\xi^{-n} - \kappa m_{1t}\xi$  (9°-°)  
-  $\kappa m_{2t}\xi^{-1} - \kappa m_{3t}\xi^{n} - \kappa m_{4t}\xi^{-n}$ 

درنتيجه:

$$\phi_t^{m'}(\xi) = -(\kappa m_{2t} - \overline{\kappa m_{1t}})\xi^{-1} - (\kappa m_{4t} - \overline{\kappa m_{3t}})\xi^{-n}$$
(9f-7)

با انتگرالگیری از رابطهی (۳-۹۴)، تابع تنش دمایی  $\phi_t^{\ m}(\xi)$  محاسبه میشود. باید توجه داشت که:

$$\phi_t^{m'}(\xi) = \frac{d\phi_t^m(\xi)}{dZ_t} \tag{92-7}$$

درنتیجه انتگرال تابع  ${\phi_t}^{m'}(\xi)$  بهصورت (۳-۹۶) خواهد بود:

$$\phi_t^{\ m}(\xi) = \int \phi_t^{\ m'}(\xi) \frac{dZ_t}{d\xi} d\xi$$
 (۹۶-۳)  
با توجه به رابطهی (۳-۹۰)، انتگرال تابع  $\phi_t^{\ m'}(\xi)$  به صورت (۳-۹۷) محاسبه می شود:

$$\begin{split} \phi_{t}^{\ m}(\xi) &= \int \{ [-m_{1t}(\kappa m_{2t} - \overline{\kappa m_{1t}}) - nm_{3t}(\kappa m_{4t} - \overline{\kappa m_{3t}})]\xi^{-1} \\ &+ [-m_{1t}(\kappa m_{4t} - \overline{\kappa m_{3t}})]\xi^{-n} + [m_{2t}(\kappa m_{2t} - \overline{\kappa m_{1t}})]\xi^{-3} \\ &+ [m_{2t}(\kappa m_{4t} - \overline{\kappa m_{3t}}) + nm_{4t}(\kappa m_{2t} - \overline{\kappa m_{1t}})]\xi^{-n-2} \\ &+ [-nm_{3t}(\kappa m_{2t} - \overline{\kappa m_{1t}})]\xi^{n-2} \\ &+ [nm_{4t}(\kappa m_{4t} - \overline{\kappa m_{3t}})]\xi^{-2n-1}\}d\xi \end{split}$$
(9V-7)

$$\begin{split} \phi_t^{\ m}(\xi) &= [-m_{1t}(\kappa m_{2t} - \overline{\kappa m_{1t}}) - nm_{3t}(\kappa m_{4t} - \overline{\kappa m_{3t}})] log\xi \\ &+ \frac{1}{n-1} [m_{1t}(\kappa m_{4t} - \overline{\kappa m_{3t}})] \xi^{-n+1} \\ &- \frac{1}{2} [m_{2t}(\kappa m_{2t} - \overline{\kappa m_{1t}})] \xi^{-2} \\ &- \frac{1}{n+1} [m_{2t}(\kappa m_{4t} - \overline{\kappa m_{3t}}) + nm_{4t}(\kappa m_{2t} - \overline{\kappa m_{1t}})] \xi^{-n-1} \\ &- \frac{1}{n-1} [nm_{3t}(\kappa m_{2t} - \overline{\kappa m_{1t}})] \xi^{n-2} \\ &- \frac{1}{2n} [nm_{4t}(\kappa m_{4t} - \overline{\kappa m_{3t}})] \xi^{-2n} \end{split}$$
(9.4)

در رابطهی (۳-۸۱)، تابع تنش 
$$(\xi) \phi$$
 بهدست میآید. همچنین شرط صفر شدن تنش در بی نهایت با در  
نظر گرفتن  $f(\xi) = 0$  برقرار میشود. با جایگذاری  $(\xi) \phi$  در روابط (۳-۴۶)، تنشها بهدست میآیند.  
برای اینکه از مقادیر  $\sigma_x$  و  $\sigma_x$ ، بتوان مقادیر  $\sigma_p$ ،  $\sigma_p$  و  $\sigma_p$  را بهدست آورد، میتوان از ماتریس انتقال  
زیر استفاده کرد:

$$\begin{cases} \sigma_{\rho} \\ \sigma_{\theta} \\ \tau_{\rho\theta} \end{cases} = \begin{bmatrix} m^2 & n^2 & 2mn \\ n^2 & m^2 & -2mn \\ -mn & mn & m^2 - n^2 \end{bmatrix} \begin{cases} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{cases}$$
(99-7)

که با توجه به شکل (۳-۳):

$$m = \sin \theta$$

$$n = \cos \theta$$

$$(1 \cdot \cdot - \tilde{v})$$

#### ۸-۳ الگوریتم حل تحلیلی

با توجه به مطالب بیان شده، الگوریتم حل تحلیلی مسألهی مورد نظر به ترتیب به شرح زیر است:

- ۱- تعیین فرم تابع نگاشت با توجه به هندسه ی گشودگی و جهت گیری آن با تعریف پارامترهای c،
   n و β در رابطه ی (۳-۱۴)
- ۲- تعیین ماتریس نرمی و بردار ضرایب انبساط حرارتی با توجه به نوع ماده و زاویه الیاف مطابق
   روابط (۳-۳) و (۳-۴)
  - ۳- تعیین ریشههای معادلهی مشخصهی (۳-۲۸)
  - ۴- تعیین مقادیر η1 و η2 با استفاده از روابط (۳-۴۵)
  - (۴۷-۳) مطابق روابط ( $\mathbf{p}_k$  و  $\mathbf{p}_k$  مطابق روابط ( $\mathbf{r}_{\mathsf{V}}$ -۳) -۵
- ا، A، l، L و مطابق روابط (۵۴-۳) و سپس محاسبه ی مقادیر  $\Gamma$  و A مطابق -9 مطابق مطابق (۵۴-۳) و (۹۲-۳) و (۵۴-۳) و (۹۲-۳)
  - (۹۸-۳) محاسبهی تابع تنش  $\phi_t(\xi)$  با استفاده از رابطهی (۳-۹۸) -۷
  - (۸۱-۳) محاسبهی تابع تنش  $\phi(\xi)$  با استفاده از رابطهی (۸-۱)
  - ۹- محاسبه یتنشها و جابه جایی ها با استفاده از روابط (۳-۴۶)

### ۳-۹ خواص مواد

مقدار و نحوهی توزیع تنش در صفحات ناهمسانگرد حاوی گشودگی، وابسته به جنس ماده و خواص مکانیکی و حرارتی آن میباشد. خواص مکانیکی و خواص حرارتی برای مواد مختلف به ترتیب در جدول (۳-۱) و جدول (۳-۲) آمده است. برای این مواد ارتوتروپیک در حالت دوبعدی، 20همتان در نظر گرفته شده است و نیز ضریب 3x مورد استفاده نخواهد بود. همچنین در مواد ارتوتروپیک هیچه میت در نتایج ارائهشده در این پایاننامه، ماده از جنس Graphite/Epoxy AS/3501 انتخاب شده است.

Material	E <sub>1</sub>	E <sub>2</sub>	E <sub>3</sub>	G <sub>12</sub>	G <sub>13</sub>	G <sub>23</sub>		<b>v</b> <sub>13</sub>	v 23
	(GPa)	(GPa)	(GPa)	(GPa)	(GPa)	(GPa)	U <sub>12</sub>		
Graphite/Epoxy	144/1	٩/٧	٩/٧	۴/۱	۴/۱	۴/۱	۰ /٣	۰ /٣	۰/٣
AS/3501									
E-glass/Epoxy	۳۵	٩	٩	۴/۷	٣/۵	۴/۷	•/٢٨	۰/۲۸	•/78
Wet									
Epoxy Carbon	٩١/٨٢	٩١/٨٢	٩	۱٩/۵	٣	٣	•/•۵	۰ /٣	۰/٣
Woven									
Epoxy Carbon	۵٩/١۶	۵٩/١۶	٧/۵	٧/٢	٧/٢	۷/۲	•/7٧	•/7٧	•/77
Woven Wet									
Epoxy Carbon	٢	٩/۴	٩/۴	۵/۵	٣/٩	۵/۵	•/YY	۰/۴	•/7٧
UD									

جدول (۳-۱) خواص مکانیکی مواد مختلف [۵۰]

جدول (۲-۳) خواص حرارتی مواد مختلف [۵۰]

Material	$\alpha_1 (K^{-1})$	$\alpha_2 (K^{-1})$	$K_1$ (Wm <sup>-1</sup> K <sup>-1</sup> )	K <sub>2</sub> (Wm <sup>-1</sup> K <sup>-1</sup> )	K <sub>3</sub> (Wm <sup>-1</sup> K <sup>-1</sup> )
Graphite/Epoxy AS/3501	-٣×1· <sup>-γ</sup>	۲۸/ ۱×۱۰ <sup>-۶</sup>	4/87	• / ٧ ٢	• /٧٢
E-glass/Epoxy Wet	۵/۵×۱۰ <sup>-۶</sup>	۲/۵×۱۰ <sup>-۵</sup>	۲/۲	١/٣۵	۱/۳۵
Epoxy Carbon Woven	۲/۵×۱۰ <sup>-۶</sup>	۲/۵×۱۰ <sup>-۶</sup>	٣/۵	• /80	• /80
Epoxy Carbon Woven Wet	۲/۲×۱۰ <sup>-۶</sup>	۲/۲×۱۰ <sup>-۶</sup>	• / ۸ ۱	۱/•۵٩	۱/۰۵۹
Epoxy Carbon UD	-•/٩×١• <sup>-۶</sup>	۲۷×۱۰ <sup>-۶</sup>	• /٧	١/٢١	١/٢١

#### ۳-۱۰ بررسی درستی نتایج

برای تأیید درستی نتایج بهدست آمده در این پایان نامه، جواب های حل تحلیلی حاضر با نتایج عددی به دست آمده از نرمافزار اجزای محدود آبا کوس و نیز نتایج ارائه شده در [۴۰] مقایسه شده است. رسولی و جعفری [۴۰] توزیع تنش را حول گشودگی بیضوی در صفحه یناهمسانگرد نامحدود تحت شار حرارتی یکنواخت به دست آوردند.

در این قسمت به برخی از نتایج حاصل از روش اجزای محدود و مقایسهی آن با حل تحلیلی حاضر اشاره شده است. ابتدا نحوهی مدلسازی، بار گذاری و مشبندی در محیط نرمافزار آباکوس توضیح داده می شود. صفحه از جنس Graphite/Epoxy AS/3501 انتخاب شده است که خواص مکانیکی و حرارتی آن به ترتیب در جدول (۱-۳) و جدول (۲-۳) آمده است. زاویهی الیاف و همچنین زاویهی چرخش گشودگی صفر در نظر گرفته شده است. نسبت ابعاد صفحه به قطر دایرهی محیط بر گشودگی بیشتر از ۲۰ انتخاب شده است تا صفحه بینهایت به نظر برسد. شکل (۴-۳) نحوهی مشبندی صفحه حاوی گشودگی مثلثی را نشان میدهد. مش از نوع مثلثی و به تعداد ۲۴۰ المان در اطراف گشودگی انتخاب شده است که همگرایی جواب را برای حالت گشودگی مثلثی و نیز گشودگیهای دایروی و بیضوی تأمین میکند. اندازهی تقریبی شبکه ۲ ۸/۸ انتخاب شده است. بهمنظور کاهش زمان حل و حجم محاسبات، مشبندی در نزدیکی گشودگی ریزتر از نقاط دور از گشودگی صورت گرفته است. شکل (۳-۵) نحوهی بارگذاری حرارتی در ورق را نشان میدهد. شار حرارتی به مقدار ۲۰۰ وات بر متر مربع و با زاویهی ۲۷۰ درجه نسبت به افق به ورق وارد می شود. جهت ایجاد حالت پایدار، همین مقدار شار حرارتی از سمت دیگر ورق خارج می شود. شکل (۳-۶) مقایسه ی حل حاضر و حل اجزای محدود را برای توزیع تنش محیطی  $\omega=0.25$  حول گشودگی مثلثی نشان میدهد. در این بررسی، پارامتر انحنای گوشههای گشودگی  $(\sigma_{\theta})$ انتخاب شده است.

۱ Abaqus

<sup>&</sup>lt;sup>r</sup> Approximate global size



شکل (۳-۴) نحوهی مشبندی در نرمافزار آباکوس



شکل (۳-۵) نحوهی بارگذاری حرارتی در نرمافزار آباکوس



شکل (۳-۶) مقایسهی حل حاضر و حل اجزای محدود برای توزیع تنش محیطی حول گشودگی مثلثی

با توجه به شکل (۳-۳) با انتخاب (0=0) میتوان به جوابهای مربوط به گشودگی دایروی رسید. همچنین با تغییر مقدار پارامتر c میتوان جوابهای مربوط به گشودگی بیضوی را بهدست آورد. شکل (۳-۷) مقایسه ی جوابهای حل حاضر با حل ارائه شده در [۴۰] و نیز حل حاصل از روش اجزای محدود را برای توزیع تنش محیطی حول گشودگی دایروی در یک صفحه ی ارتوتروپیک نامحدود نشان می دهد. این بررسی با در نظر گرفتن زاویه ی الیاف 0=7، زاویه ی شار حرارتی 200ه و نسبت کشیدگی گشودگی ا=c انجام شده است. مقایسه ی جوابهای حل حاضر با حل ارائه شده در [۴۰] و نیز حل حاصل از روش اجزای محدود برای توزیع تنش محیطی حول گشودگی بیضوی در یک صفحه ی ارتوتروپیک در شکل اجزای محدود برای توزیع تنش محیطی حول گشودگی بیضوی در یک صفحه ی ارتوتروپیک در شکل اجزای محدود برای توزیع تنش محیطی حول گشودگی بیضوی در یک صفحه ی ارتوتروپیک در شکل اجزای محدود برای توزیع تنش محیطی حول گشودگی بیضوی در یک صفحه ی ارتوتروپیک در شکل اجزای محدود برای توزیع تنش محیطی حول گشودگی بیضوی در یک صفحه ی ارتوتروپیک در شکل اجزای محدود برای توزیع تنش محیطی حول گشودگی بیضوی در یک صفحه ی ارتوتروپیک در شکل اجزای محدود برای توزیع تنش محیطی حول گشودگی بیضوی در یک صفحه ی ارتوتروپیک در شکل اجزای محدود برای توزیع تنش محیطی حول گشودگی بیضوی در یک صفحه ی ارتوتروپیک در شکل اجزای محدود برای توزیع تنش محیطی حول گشودگی بیضوی در یک صفحه ی ارتوتروپیک در شکل در ۲۰۰۸) نشان داده شده است. این بررسی با در نظر گرفتن زاویه ی الیاف 0=7، زاویه ی شار حرارتی می اسبت قطر عمودی به قطر افقی می باشد، انجام شده است. همان طور که مشاهده می شود، جوابهای حل تحلیلی حاضر برای گشودگیهای دایروی و بیضوی کاملا منطبق بر جوابهای ارائه شده در [۴۰]



شکل (۲-۳) مقایسهی حل حاضر با حل ارائهشده در [۴۰] و حل اجزای محدود برای تنشهای محیطی حول گشودگی دایروی



شکل (۳-۸) مقایسهی حل حاضر با حل ارائهشده در [۴۰] و حل اجزای محدود برای تنشهای محیطی حول گشودگی بیضوی مقایسهی حل حاضر و حل اجزای محدود برای توزیع تنش محیطی حول گشودگی چهارضلعی در شکل (۳-۳) نشان داده شده است. این بررسی با در نظر گرفتن زاویهی الیاف θ=γ، زاویهی شار حرارتی δ=270، زاویهی چرخش گشودگی θ=β و انحنای گوشههای گشودگی 20.125 انجام شده است.



شکل (۳-۹) مقایسهی حل حاضر و حل اجزای محدود برای توزیع تنش محیطی حول گشودگی چهارضلعی



شکل (۳-۱۰) مقایسهی حل حاضر و حل اجزای محدود برای توزیع تنش محیطی حول گشودگی پنجضلعی شکل (۳-۱۰) مقایسهی حل حاضر و حل اجزای محدود را برای توزیع تنش محیطی حول گشودگی پنجضلعی نشان میدهد. این بررسی نیز با در نظر گرفتن زاویهی الیاف 0=γ، زاویهی شار حرارتی 270=δ، زاویهی چرخش گشودگی 0=β و انحنای گوشههای گشودگی 0.08=∞ انجام شده است. همان طور که نشان داده شده است، نتایج حاصل از حل تحلیلی حاضر و حل اجزای محدود برای اشکال مختلف گشودگی کاملا به هم نزدیک هستند. نزدیکی نتایج دو روش، تأییدی بر صحت حل تحلیلی حاضر است. همچنین در مواردی که نتایج حاضر با نتایج حاصل از تحقیقات دیگران مقایسه شده است، درستی روابط و نتایج این حل اثبات می شود.

در این فصل، روابط و معادلات حاکم بر مسألهی مورد بررسی استخراج شد و نتایج حاصل از این حل تحلیلی با نتایج حاصل از روش اجزای محدود و نیز حل تحلیلی صورت گرفته توسط مراجع دیگر مقایسه شد. در فصل بعد، تأثیر پارامترهای زاویهی الیاف، زاویهی چرخش گشودگی، زاویهی شار حرارتی، کشیدگی گشودگی و انحنای گوشههای گشودگی بر بیشترین تنش و جابهجایی ایجادشده برای گشودگیهای مثلثی، چهارضلعی و پنجضلعی بررسی خواهد شد.

# فصل ۴ تأثیر پارامترهای مؤثر بر توزیع تنش

#### ۴–۱ مقدمه

در طراحی صفحات، بیشترین تنش ایجادشده در صفحه و به حداقل رساندن مقدار آن حائز اهمیت است. همان طور که گفته شد، از آنجا که منبع حرارتی در صفحه وجود ندارد، بیشترین تنش ایجادشده در صفحه در ناحیهی حول گشودگی اتفاق میافتد. همچنین با توجه به شرایط مرزی و عدم وجود منبع حرارتی در داخل گشودگی، تنها تنش ایجادشده در مرز گشودگی θ است.

در این فصل، تأثیر پارامترهای زاویهی چرخش گشودگی، کشیدگی گشودگی، زاویهی الیاف ماده، زاویهی شار حرارتی و انحنای گوشههای گشودگی بر بیشترین تنش حرارتی و بیشترین جابهجایی ایجادشده حول گشودگیهای مثلثی، چهارضلعی و پنجضلعی مورد بررسی قرار گرفته است. ابتدا تأثیر پارامترهای زاویهی الیاف ماده، زاویهی چرخش گشودگی و زاویهی شار حرارتی که پارامترهای اصلی نامیده میشوند، هرکدام بهطور مجزا و با ثابت بودن سایر پارامترها بررسی شده است. به این ترتیب که با تغییر هر یک از این سه پارامتر و ثابت نگه داشتن سایر پارامترها، بیشترین تنش و بیشترین جابهجایی گزارش شده است. سپس این نتایج با تغییر پارامترهای دیگر بررسی شده است.
#### ۲-۴ گشودگی مثلثی

اگر در رابطهی تابع نگاشت، مقدار n=2 انتخاب شود، میتوان گشودگی مثلثی را مدل کرد. در حالتی که c=1 باشد، مثلث ایجادشده منتظم خواهد بود. همان طور که در شکل (r-۳) مشاهده شد، با تغییر مقدار پارامتر ۵ میتوان انحنای گوشههای گشودگی را کنترل کرد. اگر مقدار این پارامتر از 0.5 بیشتر شود، با توجه به ماهیت تابع نگاشت، منحنی گشودگی مطابق شکل (۲۰۴) خود را در گوشههای مثلث قطع میکند و نتایج دیگر معتبر نیستند.



 $\omega=0.7$  شکل (۴-۱) گشودگی مثلثی با

#### ۴-۲-۲ تأثیر زاویهی الیاف ماده

یکی از پارامترهای مهم در مقدار و نحوهی توزیع تنش و جابهجایی اطراف گشودگی در صفحات کامپوزیتی، زاویهی الیاف ماده (γ) است. منظور از زاویهی الیاف ماده، زاویهای است که این الیاف با محور افق میسازند. برای بررسی تأثیر زاویهی الیاف ماده بر توزیع تنش و جابهجایی، ابتدا سایر پارامترها ثابت در نظر گرفته میشوند. سپس با تغییر سایر پارامترها، تأثیر همزمان آنها بر توزیع تنش و جابهجایی گزارش خواهد شد. تأثیر زاویهی الیاف ماده بر بیشترین تنش بیبعد حول گشودگی مثلثی در شکل (۴-۲) نشان داده شده است. این بررسی با در نظر گرفتن زاویهی شار حرارتی 270=۵، زاویهی چرخش گشودگی  $0=\beta$ ، نسبت کشیدگی گشودگی 1=c و انحنای گوشههای گشودگی 20.5=۵ انجام شده است. با توجه به شکل (۴-۲)، تنش مطلوب و تنش نامطلوب به ترتیب در زوایای الیاف نزدیک به  $0=\gamma$  و  $00=\gamma$  اتفاق میافتد. نتایج نشان داد در هر نقطه از گشودگی، هرچه زاویهی بین راستای الیاف ماده و شار حرارتی به صفر نزدیک تر شود، تنش در آن نقطه بیشتر شده و هرچه این زاویه به ۹۰ نزدیکتر شود، تنش در آن نقطه کمتر خواهد شد.



شکل (۴-۲) تأثیر زاویهی الیاف بر بیشترین تنش بیبعد

شکل (۴-۳)، تأثیر زاویهی الیاف بر بیشترین تنش بیبعد را در مقادیر مختلف کشیدگی گشودگی نشان میدهد. همان طور که در شکل (۴-۳) مشاهده میشود، با افزایش پارامتر نسبت کشیدگی ۵، بیشترین تنش ایجادشده افزایش مییابد. علت آن این است که با افزایش کشیدگی گشودگی در راستای ۷، علاوه بر بزرگتر شدن اندازهی گشودگی، شکل گشودگی از حالت مثلث متساوی الاضلاع خارج شده و مقدار زوایای دو رأس از مثلث کمتر میشود. با توجه به اینکه در این حالتها ماکزیمم تنش در گوشههای گشودگی اتفاق می فتد، با تیز شدن این دو گوشهی گشودگی، تمرکز تنش در این نقاط شدیدتر شده و مقدار تنش ایجادشده در آنها افزایش مییابد. لذا با افزایش کشیدگی گشودگی، تنش نامطلوب حاصل

مىشود.



شکل (۴-۳) تأثیر زاویهی الیاف بر بیشترین تنش بیبعد در مقادیر مختلف کشیدگی گشودگی



شکل (۴-۴) تأثیر زاویهی الیاف بر بیشترین تنش بیبعد در مقادیر مختلف انحنای گوشههای گشودگی

تأثیر زاویه یالیاف بر بیشترین تنش بیبعد در مقادیر مختلف انحنای گوشههای گشودگی در شکل (۴-۴) نشان داده شده است. همان طور که در شکل (۴-۴) مشاهده می شود، با افزایش پارامتر  $\omega$  و تیزتر شدن گوشههای گشودگی، تمرکز تنش در آنها بیشتر شده و تنش بیشتری ایجاد می شود. از آنجا که در این حالتها ماکزیمم تنش حول گشودگی مثلثی در ناحیه یگوشههای آن اتفاق می افتد، با کاهش شعاع انحنای گوشههای گشودگی و یا به عبارتی تیزتر شدن گوشههای گشودگی، تنش نامطلوب حاصل می شود.

با افزایش مقدار پارامتر  $\omega$ ، در قسمتهایی از برخی نمودارهای مربوط به بیشترین تنش، نوسانهای کوچکی مشاهده میشود. از آنجا که در این موارد بیشترین تنش در نواحی اطراف گوشههای گشودگی ایجاد میشود، بهدست آوردن مقدار بیشترین تنش مستلزم جستجو در این نواحی و یافتن بیشترین مقدار آن است. این نوسانها بهدلیل تغییر ناگهانی شیب منحنی گشودگی در این نواحی است. چرا که مقدار آن است. این نوسانها بهدلیل تغییر ناگهانی شیب منحنی گشودگی در این نواحی است. چرا که بسته به پارامترهای مختلف مانند زاویهی الیاف ماده، زاویهی شار حرارتی و زاویهی چرخش گشودگی، بیشترین تنش ممکن است. در الحیه مانند زاویهی الیاف ماده، زاویهی شار حرارتی و زاویهی چرخش گشودگی، بیشترین تنش ممکن است در ناحیهی قبل و یا بعد از نقطهی بازگشت منحنی اتفاق بیفتد. با توجه به فرم تابع نگاشت، هرچه مقدار پارامتر  $\omega$  افزایش یابد، ناحیهی تغییر شیب تنگ تر شده و در نتیجه نقطهی فرم تابع نگاشت، هرچه مقدار پارامتر  $\omega$  افزایش یابد، ناحیهی تغییر شیب منحنی می نده و در نتیجه نقطهی منب منحنی گشودگی، معدتی تنش دائماً بین نقاطی با بردار نرمالهای کاملاً متفاوت تغییر می کند. با افزایش ناپیوستگی مقدو بیشترین تنش دائماً بین نقاطی با بردار نرمالهای کاملاً متفاوت تغییر می کند. با افزایش ناپیوستگی مقاوی بیشترین تنش دائماً بین نقاطی با بردار نرمالهای کاملاً متفاوت تغییر می کند. با افزایش ناپیوستگی مقادیر بیشترین تنش دائماً بین نقاطی با بردار نرمالهای کاملاً متفاوت تغییر می کند. با افزایش ناپیوستگی مقادیر بیشترین تنش دائماً بین نقاطی با بردار نرمال و شیب منحنی گشودگی به طور پیوستگی مقادیر بیشترین تایج دیگر معتبر نیستند. با کمتر شدن مقدار پارامتر  $\omega$ ، بردار نرمال و شیب منحنی گشودگی به طور پیوسته می منجبری معندر نامی می در این پارامتر از 5.0 بیشتر شود، نتایج دیگر معتبر نیستند. اما اگر مقدار این پارامتر از 5.0 بیشتر شود، نتایج دیگر معتبر نیستند. با کمتر شدن مقدار پارامتر  $\omega$ ، بردار نرمال و شیب منحنی گشودگی بطور پیوسته می مندی معتبری معیبر می در حالت گشودگی مامور یا بی برود، می مندار این پارامتر و در نتیجه نوسانها کاهش پیدا می کند. در حالت گشودگی مامور یا بایز شری ماری و و میخی شده و ورد. درود و در تایج دیگر که می مندی می منوای می مارتی این مالور و بود مای ماردی و و بیفی می کا که مار می ماری و در نتی مارو و

شکل (۴-۵) تأثیر زاویهی الیاف بر بیشترین تنش بیبعد را در زوایای مختلف شار حرارتی نشان میدهد. بررسیها نشان داد با تغییر زاویهی شار حرارتی، محل وقوع بیشترین تنش حول گشودگی تغییر میکند. بهعبارتی دقیقتر، در گوشههای گشودگی هرچه زاویهی بین بردار نرمال بر منحنی گشودگی و بردار شار حرارتی به صفر نزدیکتر باشد، تنش ایجادشده در آن گوشه بیشتر و هرچه این زاویه به ۹۰ نزدیکتر باشد، تنش ایجادشده در آن گوشه کمتر خواهد بود. در شکل (۳-۶) این موضوع برای گشودگی مثلثی و نیز در شکل (۳-۷) و شکل (۳-۸) برای گشودگیهای دایروی و بیضی شکل که فاقد گوشه هستند در حالت 50=6 به وضوح مشاهده می شود.



شکل (۴-۵) تأثیر زاویهی الیاف بر بیشترین تنش بیبعد در زوایای مختلف شار حرارتی

تأثیر زاویه یالیاف بر بیشترین تنش بیبعد در مقادیر مختلف زاویه ی چرخش گشودگی در شکل (۴-۴) نشان داده شده است. با تغییر زاویه ی چرخش گشودگی، محل گوشههای گشودگی و نیز بردار نرمال بر منحنی گشودگی تغییر کرده و در نتیجه محل وقوع بیشترین تنش نیز تغییر می کند. همان طور که مشاهده می شود، در حالتی که زاویه ی اعمال شار حرارتی 270=6 باشد، اگر گشودگی به اندازه ی 90=β چرخیده باشد، تنشهای ایجادشده حول گشودگی به کمترین مقدار می رسند. با تغییر زاویه ی شار حرارتی، زاویه ی چرخش گشودگی برای دستیابی به تنش مطلوب تغییر می کند.



شکل (۴-۴) تأثیر زاویهی الیاف بر بیشترین تنش بیبعد در مقادیر مختلف زاویهی

چرخش گشودگی



شکل (۴-۷) تأثیر زاویهی الیاف بر بیشترین جابهجایی بیبعد تأثیر زاویهی الیاف ماده بر بیشترین جابهجایی بیبعد در شکل (۴-۷) نشان داده شده است. این بررسی با در نظر گرفتن زاویهی شار حرارتی δ=270، زاویهی چرخش گشودگی β=0، نسبت کشیدگی گشودگی

c=1 و انحنای گوشههای گشودگی 0.25=∞ انجام شده است. با توجه به شکل (۴-۷)، بیشینهی جابه-جایی در زاویهی 50=γ اتفاق میافتد. شکل (۴-۸)، تأثیر زاویهی الیاف بر بیشترین جابهجایی بیبعد را در مقادیر مختلف کشیدگی گشودگی نشان میدهد. همانطور که مشاهده میشود، با افزایش نسبت کشیدگی گشودگی در راستای y، علاوه بر تنشهای حرارتی، جابهجاییهای شعاعی نیز افزایش مییابند.



شکل (۴-۸) تأثیر زاویهی الیاف بر بیشترین جابهجایی بیبعد در مقادیر مختلف کشیدگی گشودگی تأثیر زاویهی الیاف بر بیشترین جابهجایی بیبعد در مقادیر مختلف انحنای گوشههای گشودگی در شکل (۴-۹) نشان داده شده است. همانطور که مشاهده میشود، علاوه بر تنشهای حرارتی، مقدار جابه-جاییهای شعاعی نیز با افزایش پارامتر ω و تیزتر شدن گوشههای گشودگی افزایش مییابد. شکل (۴-۱۰)، تأثیر زاویهی الیاف بر بیشترین جابهجایی بیبعد را در زوایای مختلف شار حرارتی نشان میدهد. همانطور که مشاهده میشود، اگر زاویهی شار حرارتی 90=6 انتخاب شود، کمترین جابهجایی شعاعی ایجاد میشود.



شکل (۴-۹) تأثیر زاویهی الیاف بر بیشترین جابهجایی بیبعد در مقادیر مختلف انحنای گوشههای گشودگی



شکل (۴-۱۰) تأثیر زاویهی الیاف بر بیشترین جابهجایی بیبعد در زوایای مختلف شار حرارتی

تأثیر زاویهی الیاف بر بیشترین جابهجایی بیبعد در مقادیر مختلف زاویهی چرخش گشودگی در شکل (۱۱-۴) نشان داده شده است.



شکل (۴-۱۱) تأثیر زاویهی الیاف بر بیشترین جابهجایی بیبعد در مقادیر مختلف زاویهی چرخش گشودگی

### ۴-۲-۲ تأثیر زاویهی چرخش گشودگی

یکی از پارامترهایی که اثر عمدهای بر توزیع تنش و جابهجایی اطراف گشودگیها میگذارد، زاویهی چرخش گشودگی (β) است. منظور از زاویهی چرخش گشودگی، زاویهای است که شکل گشودگی نسبت به حالت اولیهی خود چرخیده است. حالت اولیهی گشودگیها در شکل (۳-۲) برای انحناهای مختلف رسم شده است. برای بررسی تأثیر زاویهی چرخش گشودگی بر توزیع تنش و جابهجایی، ابتدا سایر پارامترها ثابت در نظر گرفته میشوند. سپس با تغییر سایر پارامترها، تأثیر همزمان آنها بر توزیع تنش و جابهجایی گزارش خواهد شد. در این بخش جوابها دارای دوره تناوب 120=β هستند.

تأثیر زاویهی چرخش گشودگی بر بیشترین تنش بیبعد حول گشودگی مثلثی در شکل (۴-۱۲) نشان داده شده است. این بررسی با در نظر گرفتن زاویهی شار حرارتی 270=۵، زاویهی الیاف  $0=\gamma$ ، نسبت کشیدگی گشودگی 1=c و انحنای گوشههای گشودگی 20.5=۵ انجام شده است. با توجه به شکل (۴-۱۲)، تنش مطلوب و تنش نامطلوب به ترتیب در زوایای 90=β و 30=β اتفاق میافتد. همان طور که گفته شد، در حالتی که زاویهی اعمال شار حرارتی 270=6 باشد، اگر گشودگی به اندازهی 90=β چرخیده باشد، تنشهای ایجادشده حول گشودگی به کمترین مقدار میرسند. با تغییر زاویهی شار حرارتی، زاویهی چرخش گشودگی برای دستیابی به تنش مطلوب تغییر میکند.



شکل (۴-۱۲) تأثیر زاویهی چرخش گشودگی بر بیشترین تنش بیبعد



شکل (۴-۱۳) تأثیر زاویهی چرخش گشودگی بر بیشترین تنش بیبعد در مقادیر مختلف کشیدگی گشودگی

شکل (۴-۱۳)، تأثیر زاویهی چرخش گشودگی بر بیشترین تنش بیبعد را در مقادیر مختلف کشیدگی گشودگی نشان میدهد. همانطور که گفته شد، با افزایش کشیدگی گشودگی در راستای ۷، علاوه بر بزرگتر شدن اندازهی گشودگی، شکل گشودگی از حالت مثلث متساویالاضلاع خارج شده و مقدار زوایای دو رأس از مثلث کمتر میشود. با توجه به اینکه در این حالتها ماکزیمم تنش در گوشههای گشودگی اتفاق میافتد، با تیز شدن این دو گوشهی گشودگی، تمرکز تنش در این نقاط شدیدتر شده و مقدار تنش ایجادشده در آنها افزایش مییابد. لذا با افزایش کشیدگی گشودگی، تنش نامطلوب حاصل میشود.

تأثیر زاویه ی چرخش گشودگی بر بیشترین تنش بیبعد در مقادیر مختلف انحنای گوشههای گشودگی در شکل (۴-۱۴) نشان داده شده است. همان طور که گفته شد، با افزایش پارامتر ω و تیزتر شدن گوشههای گشودگی، تمرکز تنش در آنها بیشتر شده و تنش بیشتری ایجاد می شود. از آنجا که در این حالتها ماکزیمم تنش حول گشودگی مثلثی در ناحیه ی گوشههای آن اتفاق می افتد، با کاهش شعاع انحنای گوشههای گشودگی و یا به عبارتی تیزتر شدن گوشههای گشودگی، تنش نامطلوب حاصل می-شود.

شکل (۴-۱۵)، تأثیر زاویهی چرخش گشودگی بر بیشترین تنش بیبعد را در زوایای مختلف شار حرارتی نشان میدهد. همانطور که مشاهده میشود، با تغییر زاویهی شار حرارتی، زاویهی چرخش گشودگی که برای دستیابی به تنش مطلوب مورد نیاز است تغییر میکند. بهعنوان مثال، در حالتی که زاویهی شار حرارتی صفر درجه باشد، با چرخش گشودگی به اندازهی 60=β میتوان بیشترین تنش ایجادشده را به کمترین حد رساند. این در حالی است که زاویهی چرخش گشودگی برای رسیدن به تنش مطلوب هنگامی که شار حرارتی با زاویهی 90=δ درجه نسبت به افق به گشودگی اعمال میشود، حدود را میباشد. با توجه به زاویهی شار حرارتی، میتوان با تغییر زاویهی چرخش گشودگی، تنش ایجادشده را به کمترین حد ممکن رساند.



شکل (۴-۱۴) تأثیر زاویهی چرخش گشودگی بر بیشترین تنش بیبعد در مقادیر مختلف انحنای گوشههای گشودگی



شکل (۴-۱۵) تأثیر زاویهی چرخش گشودگی بر بیشترین تنش بیبعد در زوایای مختلف شار حرارتی

تأثیر زاویهی چرخش گشودگی بر بیشترین تنش بیبعد در مقادیر مختلف زاویه الیاف در شکل (۴-۱۶) نشان داده شده است.



شکل (۴-۱۶) تأثیر زاویهی چرخش گشودگی بر بیشترین تنش بیبعد در مقادیر مختلف زاویهی الیاف



شکل (۴-۱۷) تأثیر زاویهی چرخش گشودگی بر بیشترین جابهجایی بیبعد تأثیر زاویهی چرخش گشودگی بر بیشترین جابهجایی بیبعد در شکل (۴-۱۷) نشان داده شده است. این بررسی با در نظر گرفتن زاویهی شار حرارتی 270=δ، زاویهی الیاف 0=γ، نسبت کشیدگی گشودگی c=1 و انحنای گوشههای گشودگی 0.25=∞ انجام شده است. با توجه به شکل (۴-۱۷)، در حالتی که زاویهی شار حرارتی 270=δ است، بیشینهی جابهجایی در زاویههای 80=β و 100=β اتفاق میافتد و اگر زاویهی چرخش گشودگی 30=β انتخاب شود، کمترین جابهجایی شعاعی ایجاد میشود. مقدار زاویهی چرخش گشودگی برای دستیابی به کمترین جابهجایی با تغییر پارامترهای دیگر تغییر می کند. شکل (۴-۱۸)، تأثیر زاویهی چرخش گشودگی بر بیشترین جابهجایی بیبعد را در مقادیر مختلف کشیدگی گشودگی نشان میدهد. همانطور که گفته شد، با افزایش نسبت کشیدگی گشودگی در راستای γ، علاوه بر تنشهای حرارتی، جابهجاییهای شعاعی نیز افزایش مییابند.



شکل (۴-۱۸) تأثیر زاویهی چرخش گشودگی بر بیشترین جابهجایی بیبعد در مقادیر مختلف کشیدگی گشودگی

تأثیر زاویه ی چرخش گشودگی بر بیشترین جابه جایی بی بعد در مقادیر مختلف انحنای گوشههای گشودگی در شکل (۴-۱۹) نشان داده شده است. همان طور که گفته شد، علاوه بر تنشهای حرارتی، مقدار جابه جایی های شعاعی نیز با افزایش پارامتر ۵ و تیزتر شدن گوشه های گشودگی افزایش می یابد. شکل (۴-۲۰)، تأثیر زاویه ی چرخش گشودگی بر بیشترین جابه جایی بی بعد را در زوایای مختلف شار حرارتی نشان می دهد. هرچه زاویه ی شار حرارتی از صفر به سمت ۹۰ تغییر کند، مقدار بیشترین جابه جایی ایجاد شده کمتر می شود. همان طور که گفته شد، اگر زاویه ی شار حرارتی و هدار بیشترین کمترین جابه جایی شعاعی ایجاد می شود.



شکل (۴-۱۹) تأثیر زاویهی چرخش گشودگی بر بیشترین جابهجایی بیبعد در مقادیر مختلف انحنای گوشههای گشودگی



شکل (۴-۲۰) تأثیر زاویهی چرخش گشودگی بر بیشترین جابهجایی بیبعد در زوایای مختلف شار حرارتی

تأثیر زاویه ی چرخش گشودگی بر بیشترین جابه جایی بی بعد در مقادیر مختلف زاویه ی الیاف در شکل (۲۱-۴) نشان داده شده است. همان طور که مشاهده می شود، هر چه زاویه ی چرخش گشودگی به زاویه ی الیاف نزدیک تر باشد، بیشترین جابه جایی ایجاد شده مقدار کمتری خواهد داشت.



شکل (۴-۲۱) تأثیر زاویهی چرخش گشودگی بر بیشترین جابهجایی بیبعد در مقادیر مختلف زاویهی الیاف

## ۴-۲-۳ تأثیر زاویهی شار حرارتی

همانطور که در بخشهای قبل مشاهده شد، زاویهی اعمال شار حرارتی به صفحه یکی از پارامترهای تعیینکننده در توزیع تنش و جابهجاییها و مقادیر بیشینهی آنها است. منظور از زاویهی شار حرارتی، زاویهای است که بردارهای شار حرارتی واردشده به ورق در بینهایت با محور افق میسازند.

تأثیر زاویه یشار حرارتی بر بیشترین تنش بیبعد حول گشودگی مثلثی در شکل (۴-۲۲) نشان داده شده است. این بررسی با در نظر گرفتن زاویه ی چرخش گشودگی  $\beta=0$ ، زاویه ی الیاف  $0=\gamma$ ، نسبت کشیدگی گشودگی c=1، زاویه الیاف c=1 نسبت کشیدگی گشودگی گشودگی c=1 انجام شده است. با توجه به شکل (۴-۲۲)، تنش مطلوب و تنش نامطلوب به ترتیب در زوایای  $\delta=0$  و  $\delta=\delta$  اتفاق می افتد.

شکل (۴-۲۳)، تأثیر زاویهی شار حرارتی بر بیشترین تنش بیبعد را در مقادیر مختلف کشیدگی گشودگی نشان میدهد. همان طور که گفته شد، با افزایش کشیدگی گشودگی در راستای ۷، علاوه بر بزرگتر شدن اندازهی گشودگی، شکل گشودگی از حالت مثلث متساوی الاضلاع خارج شده و مقدار زوایای دو رأس از مثلث کمتر می شود. با توجه به اینکه در این حالتها ماکزیمم تنش در گوشههای گشودگی اتفاق میافتد، با تیز شدن این دو گوشهی گشودگی، تمرکز تنش در این نقاط شدیدتر شده و مقدار تنش ایجادشده در آنها افزایش مییابد. لذا با افزایش کشیدگی گشودگی، تنش نامطلوب حاصل میشود.



شکل (۴-۲۲) تأثیر زاویهی شار حرارتی بر بیشترین تنش بیبعد



شکل (۴-۲۳) تأثیر زاویهی شار حرارتی بر بیشترین تنش بیبعد در مقادیر مختلف کشیدگی گشودگی



شکل (۴-۲۴) تأثیر زاویهی شار حرارتی بر بیشترین تنش بیبعد در مقادیر مختلف انحنای گوشههای گشودگی



شکل (۴-۲۵) تأثیر زاویهی شار حرارتی بر بیشترین تنش بیبعد در مقادیر مختلف زاویهی الیاف

تأثیر زاویه ی شار حرارتی بر بیشترین تنش بی بعد در مقادیر مختلف انحنای گوشههای گشودگی در شکل (۴-۲۴) نشان داده شده است. همان طور که گفته شد، با افزایش پارامتر ۵ و تیزتر شدن گوشههای گشودگی، تمرکز تنش در آنها بیشتر شده و تنش بیشتری ایجاد می شود. از آنجا که در این حالتها ماکزیمم تنش حول گشودگی مثلثی در ناحیهی گوشههای آن اتفاق میافتد، با کاهش شعاع انحنای گوشههای گشودگی و یا بهعبارتی تیزتر شدن گوشههای گشودگی، تنش نامطلوب حاصل میشود. شکل (۴-۲۵) تأثیر زاویهی شار حرارتی بر بیشترین تنش بیبعد را در مقادیر مختلف زاویهی الیاف نشان میدهد.

تأثیر زاویه ی شار حرارتی بر بیشترین تنش بیبعد در مقادیر مختلف زاویه چرخش گشودگی در شکل (۴-۴) نشان داده شده است. همان طور که مشاهده می شود، در هر زاویه ی شار حرارتی، با انتخاب زاویه ی چرخش مناسب می توان به تنش مطلوب دست یافت.



شکل (۴-۲۶) تأثیر زاویهی شار حرارتی بر بیشترین تنش بیبعد در مقادیر مختلف زاویهی چرخش گشودگی تأثیر زاویهی شار حرارتی بر بیشترین جابهجایی بیبعد در شکل (۴-۲۷) نشان داده شده است. این بررسی با در نظر گرفتن زاویهی چرخش گشودگی β=۵، زاویهی الیاف ۵=γ، نسبت کشیدگی گشودگی 1=2 و انحنای گوشههای گشودگی ۵=02 انجام شده است. با توجه به شکل (۴-۲۷)، بیشینهی جابهجایی در حدود زاویهی 170=6 اتفاق میافتد.



شکل (۴-۲۷) تأثیر زاویهی شار حرارتی بر بیشترین جابهجایی بیبعد



شکل (۴-۲۸) تأثیر زاویهی شار حرارتی بر بیشترین جابهجایی بیبعد در مقادیر مختلف کشیدگی گشودگی

شکل (۴-۲۸)، تأثیر زاویهی شار حرارتی بر بیشترین جابهجایی بیبعد را در مقادیر مختلف کشیدگی گشودگی نشان میدهد. همانطور که گفته شد، با افزایش نسبت کشیدگی گشودگی در راستای y، علاوه بر تنشهای حرارتی، جابهجاییهای شعاعی نیز افزایش مییابند.



شکل (۴-۲۹) تأثیر زاویهی شار حرارتی بر بیشترین جابهجایی بیبعد در مقادیر مختلف انحنای گوشههای گشودگی



شکل (۴-۳۰) تأثیر زاویهی شار حرارتی بر بیشترین جابهجایی بیبعد در مقادیر مختلف زاویهی الیاف

تأثیر زاویهی شار حرارتی بر بیشترین جابهجایی بیبعد در مقادیر مختلف انحنای گوشههای گشودگی در شکل (۴-۲۹) نشان داده شده است. همانطور که گفته شد، علاوه بر تنشهای حرارتی، مقدار جابهجاییهای شعاعی نیز با افزایش پارامتر ۵۰ و تیزتر شدن گوشههای گشودگی افزایش مییابد. شکل (۴-۳۰)، تأثیر زاویهی شار حرارتی بر بیشترین جابهجایی بیبعد را در مقادیر مختلف زاویهی الیاف نشان میدهد. تأثیر زاویهی شار حرارتی بر بیشترین جابهجایی بیبعد در مقادیر مختلف زاویهی چرخش گشودگی در شکل (۴-۳۱) نشان داده شده است. همانطور که مشاهده میشود، در هر زاویهی چرخش گشودگی با انتخاب زاویهی شار حرارتی 90=δ و یا 270=δ میتوان به کمترین جابهجاییها دست یافت. همچنین در حالت 90=δ، با انتخاب زاویهی چرخش گشودگی 90=β کمترین مقدار جابهجایی ممکن حاصل



شکل (۴-۳۱) تأثیر زاویهی شار حرارتی بر بیشترین جابهجایی بیبعد در مقادیر مختلف زاویهی چرخش گشودگی

## ۴-۳ گشودگی چهارضلعی

مىشود.

برای مدل کردن گشودگی چهارضلعی، در رابطهی تابع نگاشت باید مقدار n=3 انتخاب شود. در حالتی که c=1 باشد، چهارضلعی ایجادشده منتظم خواهد بود. همانطور که در شکل (r-۲) مشاهده شد، با تغییر مقدار پارامتر ω میتوان انحنای گوشههای گشودگی را کنترل کرد. اگر مقدار این پارامتر از 0.33 بیشتر شود، با توجه به ماهیت تابع نگاشت، منحنی گشودگی مطابق شکل (۴-۳۲) خود را در گوشههای چهارضلعی قطع میکند و نتایج دیگر معتبر نیستند.



شکل (۴-۳۲) گشودگی چهارضلعی با ۵.5

#### ۴–۳–۱ تأثیر زاویهی الیاف ماده

تأثیر زاویه ی الیاف ماده بر بیشترین تنش بیبعد حول گشودگی چهارضلعی در شکل (۴-۳۳) نشان داده شده است. این بررسی با در نظر گرفتن زاویه ی شار حرارتی 270 $=\delta$ ، زاویه ی چرخش گشودگی  $0=\beta$ ، شده است. این بررسی با در نظر گرفتن زاویه ی شار حرارتی 200 $=\delta$ ، زاویه ی چرخش گشودگی  $0=\beta$ ، نسبت کشیدگی گشودگی گشودگی 200=0 انجام شده است. با توجه به شکل (۴-۳۳)، تنش مطلوب و تنش نامطلوب به ترتیب در زوایای الیاف نزدیک به  $0=\gamma$  و 0=9 اتفاق می افتد. در مورد گشودگی 200=0 انجام شده است. با توجه به می افتد. در مورد گشودگی مطلوب و تنش نامطلوب به ترتیب در زوایای الیاف نزدیک به  $0=\gamma$  و 0=9 اتفاق می افتد. در مورد گشودگی چهارضلعی نیز نتایج نشان داد در هر نقطه از گشودگی، هرچه زاویه ی بین می افتد. در مورد گشودگی جهارضلعی نیز نتایج نشان داد در هر نقطه از گشودگی، هرچه زاویه ی بین با می افتای الیاف ماده و شار حرارتی به صفر نزدیک تر شود، تنش در آن نقطه بیشتر شده و هرچه این زاویه به ۹۰ نزدیک تر شود، تنش در آن نقطه بیشتر شده و هرچه این زاویه به ۹۰ نزدیک تر شود، تنش در آن نقطه بیشتر شده و مرجه این زاویه به ۹۰ نزدیک تر شود، تنش در آن نقطه بیشتر شده و مرجه این زاویه به ۹۰ نزدیک تر شود، تنش در آن نقطه بیشتر شده و مرجه این زاویه به ۹۰ نزدیک تر شود شد.

شکل (۴-۳۴)، تأثیر زاویهی الیاف بر بیشترین تنش بیبعد را در مقادیر مختلف کشیدگی گشودگی نشان میدهد. همان طور که در شکل (۴-۳۴) مشاهده می شود، در مورد گشودگی چهارضلعی نیز با افزایش پارامتر نسبت کشیدگی ۵، بیشترین تنش ایجادشده افزایش مییابد.



شکل (۴-۳۳) تأثیر زاویهی الیاف بر بیشترین تنش بیبعد



شکل (۴-۳۴) تأثیر زاویهی الیاف بر بیشترین تنش بیبعد در مقادیر مختلف کشیدگی گشودگی

تأثیر زاویهی الیاف بر بیشترین تنش بیبعد در مقادیر مختلف انحنای گوشههای گشودگی در شکل (۴-۳۵) نشان داده شده است. همان طور که در شکل (۴-۳۵) مشاهده می شود، در حالت گشودگی چهارضلعی نیز با افزایش پارامتر © و تیزتر شدن گوشههای گشودگی، تمرکز تنش در آنها بیشتر شده و تنش نامطلوب حاصل میشود.



شکل (۴-۳۵) تأثیر زاویهی الیاف بر بیشترین تنش بیبعد در مقادیر مختلف انحنای گوشههای گشودگی



شکل (۴-۳۶) تأثیر زاویهی الیاف بر بیشترین تنش بیبعد در زوایای مختلف شار حرارتی

شکل (۴-۳۶) تأثیر زاویه یالیاف بر بیشترین تنش بی بعد را در زوایای مختلف شار حرارتی نشان می دهد. در حالت گشودگی چهارضلعی نیز بررسی ها نشان داد با تغییر زاویه ی شار حرارتی، محل وقوع بیشترین تنش حول گشودگی تغییر می کند. به عبارتی دقیق تر، در گوشه های گشودگی هرچه زاویه ی بین بردار نرمال بر منحنی گشودگی و بردار شار حرارتی به صفر نزدیک تر باشد، تنش ایجادشده در آن گوشه بیشتر و هرچه این زاویه به ۹۰ نزدیک تر باشد، تنش ایجادشده در آن گوشه کمتر خواهد بود.



شکل (۴-۳۷) تأثیر زاویه الیاف بر بیشترین تنش بی بعد در مقادیر مختلف زاویه ی چرخش گشودگی تأثیر زاویه ی الیاف بر بیشترین تنش بی بعد در مقادیر مختلف زاویه ی چرخش گشودگی در شکل (۴-۳۷) نشان داده شده است. همان طور که پیش تر گفته شد، با تغییر زاویه ی چرخش گشودگی، محل گوشه های گشودگی و نیز بردار نرمال بر منحنی گشودگی تغییر کرده و در نتیجه محل وقوع بیشترین تنش نیز تغییر می کند. همان طور که مشاهده می شود، در حالتی که زاویه ی اعمال شار حرارتی 270=6 باشد، اگر گشودگی به اندازه ی 90=β چرخیده باشد، تنش های ایجاد شده حول گشودگی به کمترین مقدار می-رسند. با تغییر زاویه ی شار حرارتی، زاویه ی چرخش گشودگی بو کن محل وقوع بیشترین مقدار می-می کند. از آنجا که شکل گشودگی چهارضلعی منتظم است، با چرخش آن به اندازه ی ۹۰ درجه، شکل

 $\beta=45$  گشودگی و هندسه ی مسأله تغییر نخواهد کرد. به همین علت در شکل (۴-۳۷) جواب حالتهای  $\beta=45$  و 135 $=\beta$  با هم برابر هستند. و 135 $=\beta$  با هم و جواب حالتهای 90 $=\beta$  و 180 $=\beta$  با هم برابر هستند. تأثیر زاویه ی الیاف ماده بر بیشترین جابه جایی بیبعد در شکل (۴-۳۸) نشان داده شده است. این بررسی با در نظر گرفتن زاویه ی شار حرارتی 270 $=\delta$ ، زاویه ی چرخش گشودگی 0 $=\beta$ ، نسبت کشیدگی گشودگی با در نظر گرفتن زاویه ی شار حرارتی 270 $=\delta$ ، زاویه ی چرخش گشودگی 0 $=\beta$ ، نسبت کشیدگی گشودگی با در نظر دوایت گوشه های گشودگی 270=0 انجام شده است. با توجه به شکل (۴-۳۸)، بیشینه ی جابه جایی در زوایای 67 $=\gamma$  و 112 $=\gamma$  اتفاق می افتد.



شکل (۴-۳۹)، تأثیر زاویه ی الیاف بر بیشترین جابهجایی بیبعد را در مقادیر مختلف کشیدگی گشودگی شکل (۴-۳۹)، تأثیر زاویه ی الیاف بر بیشترین جابهجایی بیبعد را در مقادیر مختلف کشیدگی گشودگی نشان میدهد. همان طور که پیش تر گفته شد، با افزایش نسبت کشیدگی گشودگی در راستای y، علاوه بر تنشهای حرارتی، جابهجاییهای شعاعی نیز افزایش مییابند. تأثیر زاویه ی الیاف بر بیشترین جابهجایی بیبعد در مقادیر مختلف انحنای گوشههای گشودگی در شکل (۴-۴۰) نشان داده شده است. همان طور که گفته شد، علاوه بر تنشهای حرارتی، مقدار جابهجاییهای شعاعی نیز با افزایش پارامتر ۵ و تیزتر شدن گوشههای گشودگی افزایش مییابد.



شکل (۴-۳۹) تأثیر زاویهی الیاف بر بیشترین جابهجایی بیبعد در مقادیر مختلف کشیدگی گشودگی



شکل (۴-۴۰) تأثیر زاویهی الیاف بر بیشترین جابهجایی بیبعد در مقادیر مختلف انحنای گوشههای گشودگی

شکل (۴-۴۱)، تأثیر زاویهی الیاف بر بیشترین جابهجایی بیبعد را در زوایای مختلف شار حرارتی نشان میدهد. همانطور که مشاهده میشود، در حالت گشودگی چهارضلعی نیز اگر زاویهی شار حرارتی δ=90 انتخاب شود، به جز محدودهی کمی از زوایای الیاف، کمترین جابهجایی شعاعی ایجاد میشود.



شکل (۴-۴) تأثیر زاویهی الیاف بر بیشترین جابهجایی بیبعد در زوایای مختلف شار حرارتی



شکل (۴-۴۲) تأثیر زاویهی الیاف بر بیشترین جابهجایی بیبعد در مقادیر مختلف زاویهی چرخش گشودگی تأثیر زاویهی الیاف بر بیشترین جابهجایی بیبعد در مقادیر مختلف زاویهی چرخش گشودگی در شکل (۴۲-۴) نشان داده شده است. مشاهده میشود که جواب حالتهای β=45 و β=135 با هم و جواب حالتهای β=β و 180=β با هم برابر هستند.

۴-۳-۲ تأثیر زاویهی چرخش گشودگی

تأثیر زاویه ی چرخش گشودگی بر بیشترین تنش بیبعد حول گشودگی چهارضلعی در شکل (۴-۴۳) نشان داده شده است. این بررسی با در نظر گرفتن زاویه ی شار حرارتی  $\delta=270$ ، زاویه ی الیاف  $\rho=\gamma$ ، نشان داده شده است. این بررسی با در نظر گرفتن زاویه ی شار حرارتی 0=0.125 و ایجام شده است. با توجه به نسبت کشیدگی گشودگی 0=0.125 و انحنای گوشههای گشودگی 0=0.125 و 0=16 انجام شده است. با توجه به شکل (۴-۴۳)، تنش مطلوب و تنش نامطلوب به ترتیب در زوایای  $\beta=46$  و 0=8 اتفاق می افتد.



شکل (۴۳-۴) تأثیر زاویهی چرخش گشودگی بر بیشترین تنش بیبعد شکل (۴۴-۴)، تأثیر زاویهی چرخش گشودگی بر بیشترین تنش بیبعد را در مقادیر مختلف کشیدگی گشودگی نشان میدهد. همانطور که گفته شد، در حالت گشودگی چهارضلعی نیز با افزایش کشیدگی گشودگی در راستای y تنش نامطلوب حاصل میشود.

تأثیر زاویه ی چرخش گشودگی بر بیشترین تنش بی بعد در مقادیر مختلف انحنای گوشههای گشودگی در شکل (۴-۴۵) نشان داده شده است. همان طور که گفته شد، با افزایش پارامتر ω و تیزتر شدن گوشههای گشودگی، تمرکز تنش در آنها بیشتر شده و تنش نامطلوب حاصل می شود.



شکل (۴-۴۴) تأثیر زاویهی چرخش گشودگی بر بیشترین تنش بیبعد در مقادیر مختلف کشیدگی گشودگی



شکل (۴۵-۴) تأثیر زاویهی چرخش گشودگی بر بیشترین تنش بیبعد در مقادیر مختلف انحنای گوشههای گشودگی

شکل (۴-۴۶)، تأثیر زاویهی چرخش گشودگی بر بیشترین تنش بیبعد را در زوایای مختلف شار حرارتی نشان میدهد. همانطور که مشاهده میشود، با تغییر زاویهی شار حرارتی، زاویهی چرخش گشودگی که برای دستیابی به تنش مطلوب مورد نیاز است تغییر می کند. با توجه به زاویهی شار حرارتی، می توان با تغییر زاویهی چرخش گشودگی، تنش ایجادشده را به کمترین حد ممکن رساند.



شکل (۴-۴۶) تأثیر زاویهی چرخش گشودگی بر بیشترین تنش بیبعد در زوایای مختلف شار حرارتی



شکل (۴-۴۷) تأثیر زاویهی چرخش گشودگی بر بیشترین تنش بیبعد در مقادیر مختلف زاویهی الیاف

تأثیر زاویهی چرخش گشودگی بر بیشترین تنش بیبعد در مقادیر مختلف زاویه الیاف در شکل (۴-۴۷) نشان داده شده است.

تأثیر زاویه ی چرخش گشودگی بر بیشترین جابهجایی بیبعد در شکل (۴-۴۸) نشان داده شده است. این بررسی با در نظر گرفتن زاویه ی شار حرارتی 270=۵، زاویه ی الیاف  $0=\gamma$ ، نسبت کشیدگی گشودگی c=1 و انحنای گوشههای گشودگی 20.125=۵ انجام شده است. با توجه به شکل (۴-۴۸)، در حالتی که زاویه ی شار حرارتی 200=۶ است، بیشینه ی جابهجایی در زاویههای 27=۶ و 63=۶ اتفاق میافتد و اگر زاویه ی چرخش گشودگی 0=۶ انتخاب شود، کمترین جابهجایی شعاعی ایجاد می شود. مقدار زاویه ی چرخش گشودگی برای دستیابی به کمترین جابهجایی با تغییر پارامترهای دیگر تغییر می کند.



شکل (۴-۴۹)، تأثیر زاویهی چرخش گشودگی بر بیشترین جابهجایی بیبعد شکل (۴-۴۹)، تأثیر زاویهی چرخش گشودگی بر بیشترین جابهجایی بیبعد را در مقادیر مختلف کشیدگی گشودگی نشان میدهد. همانطور که گفته شد، با افزایش نسبت کشیدگی گشودگی در راستای y، علاوه بر تنشهای حرارتی، جابهجاییهای شعاعی نیز افزایش مییابند. تأثیر زاویهی چرخش گشودگی بر بیشترین جابهجایی بیبعد در مقادیر مختلف انحنای گوشههای گشودگی در شکل (۴-۵۰) نشان داده شده است. همانطور که گفته شد، علاوه بر تنشهای حرارتی، مقدار جابهجاییهای شعاعی نیز با افزایش پارامتر  $\omega$  و تیزتر شدن گوشههای گشودگی افزایش مییابد.



شکل (۴-۵۰) تأثیر زاویهی چرخش گشودگی بر بیشترین جابهجایی بیبعد در مقادیر مختلف انحنای گوشههای گشودگی شکل (۴-۵۱)، تأثیر زاویهی چرخش گشودگی بر بیشترین جابهجایی بیبعد را در زوایای مختلف شار حرارتی نشان میدهد. هرچه زاویهی شار حرارتی از صفر به سمت ۹۰ تغییر کند، مقدار بیشترین

جابهجایی ایجادشده کمتر میشود. همانطور که گفته شد، اگر زاویهی شار حرارتی δ=90 انتخاب شود، کمترین جابهجایی شعاعی ایجاد میشود.



شکل (۴-۵۱) تأثیر زاویهی چرخش گشودگی بر بیشترین جابهجایی بیبعد در زوایای مختلف شار حرارتی



شکل (۴-۵۲) تأثیر زاویهی چرخش گشودگی بر بیشترین جابهجایی بیبعد در مقادیر مختلف زاویهی الیاف

تأثیر زاویهی چرخش گشودگی بر بیشترین جابهجایی بیبعد در مقادیر مختلف زاویهی الیاف در شکل (۴-۵۲) نشان داده شده است. همان طور که گفته شد، هرچه زاویهی چرخش گشودگی به زاویهی الیاف نزدیک تر باشد، بیشترین جابهجایی ایجادشده مقدار کمتری خواهد داشت.

# ۴–۳–۳ تأثیر زاویهی شار حرارتی

تأثیر زاویه ی شار حرارتی بر بیشترین تنش بیبعد حول گشودگی چهارضلعی در شکل (۴-۵۳) نشان داده شده است. این بررسی با در نظر گرفتن زاویه ی چرخش گشودگی 0=8، زاویه ی الیاف  $0=\gamma$ ، نسبت کشیدگی گشودگی 1=2 و انحنای گوشههای گشودگی 0.125=0 انجام شده است. با توجه به شکل (۴-۵۳)، تنش مطلوب در زوایای 97 $=\delta$  و 263 $=\delta$  و تنش نامطلوب در زوایای  $0=\delta$  و 180 $=\delta$  اتفاق میافتد.



شکل (۴-۵۳) تأثیر زاویهی شار حرارتی بر بیشترین تنش بیبعد

شکل (۴-۵۴)، تأثیر زاویه ی شار حرارتی بر بیشترین تنش بی بعد را در مقادیر مختلف کشیدگی گشودگی نشان می دهد. همان طور که گفته شد، با افزایش کشیدگی گشودگی در راستای y، تنش نامطلوب حاصل می شود.


شکل (۴-۵۴) تأثیر زاویهی شار حرارتی بر بیشترین تنش بیبعد در مقادیر مختلف کشیدگی گشودگی



شکل (۴-۵۵) تأثیر زاویهی شار حرارتی بر بیشترین تنش بیبعد در مقادیر مختلف انحنای گوشههای گشودگی

تأثیر زاویه یشار حرارتی بر بیشترین تنش بی بعد در مقادیر مختلف انحنای گوشههای گشودگی در شکل (۴-۵۵) نشان داده شده است. همان طور که گفته شد، با افزایش پارامتر ۵۰ و تیزتر شدن گوشههای گشودگی، تمرکز تنش در آنها بیشتر شده و تنش نامطلوب حاصل می شود.



شکل (۴-۵۶) تأثیر زاویهی شار حرارتی بر بیشترین تنش بیبعد در مقادیر مختلف زاویهی الیاف

شکل (۴-۵۶) تأثیر زاویهی شار حرارتی بر بیشترین تنش بیبعد را در مقادیر مختلف زاویهی الیاف نشان

مىدھد.



شکل (۴-۵۷) تأثیر زاویهی شار حرارتی بر بیشترین تنش بیبعد در مقادیر مختلف زاویهی چرخش گشودگی

تأثیر زاویهی شار حرارتی بر بیشترین تنش بیبعد در مقادیر مختلف زاویه چرخش گشودگی در شکل (۵۷-۴) نشان داده شده است. مشاهده میشود که جواب حالتهای 45=β و 135=β با هم و جواب حالتهای 90=β و 180=β با هم برابر هستند. در هر زاویهی شار حرارتی، با انتخاب زاویهی چرخش مناسب میتوان به تنش مطلوب دست یافت.

تأثیر زاویهی شار حرارتی بر بیشترین جابهجایی بیبعد در شکل (۴-۵۸) نشان داده شده است. این بررسی با در نظر گرفتن زاویهی چرخش گشودگی  $\beta=0$ ، زاویهی الیاف  $0=\gamma$ ، نسبت کشیدگی گشودگی c=1 و انحنای گوشههای گشودگی 0=0.125 انجام شده است. با توجه به شکل (۴-۵۸)، بیشینهی جابهجایی در زاویهی در زاویهی میافتد.



شکل (۴-۵۹)، تأثیر زاویهی شار حرارتی بر بیشترین جابهجایی بیبعد شکل (۴-۵۹)، تأثیر زاویهی شار حرارتی بر بیشترین جابهجایی بیبعد را در مقادیر مختلف کشیدگی گشودگی نشان میدهد. همانطور که گفته شد، با افزایش نسبت کشیدگی گشودگی در راستای ۷، علاوه بر تنشهای حرارتی، جابهجاییهای شعاعی نیز افزایش مییابند. تأثیر زاویهی شار حرارتی بر بیشترین جابهجایی بیبعد در مقادیر مختلف انحنای گوشههای گشودگی در شکل (۴-۶۰) نشان داده شده است. همانطور که گفته شد، علاوه بر تنشهای حرارتی، مقدار جابهجاییهای شعاعی نیز با افزایش پارامتر  $\varpi$  و تیزتر شدن گوشههای گشودگی افزایش مییابد.



شکل (۴-۵۹) تأثیر زاویهی شار حرارتی بر بیشترین جابهجایی بیبعد در مقادیر مختلف کشیدگی گشودگی



شکل (۴-۶۰) تأثیر زاویهی شار حرارتی بر بیشترین جابهجایی بیبعد در مقادیر مختلف انحنای گوشههای گشودگی شکل (۴-۶۱)، تأثیر زاویهی شار حرارتی بر بیشترین جابهجایی بیبعد را در مقادیر مختلف زاویهی الیاف

نشان میدهد.



شکل (۴-۶۱) تأثیر زاویهی شار حرارتی بر بیشترین جابهجایی بیبعد در مقادیر مختلف زاویهی الیاف



شکل (۴-۶۲) تأثیر زاویهی شار حرارتی بر بیشترین جابهجایی بیبعد در مقادیر مختلف زاویهی چرخش گشودگی تأثیر زاویهی شار حرارتی بر بیشترین جابهجایی بیبعد در مقادیر مختلف زاویهی چرخش گشودگی در شکل (۴-۶۲) نشان داده شده است. همانطور که مشاهده میشود، در هر زاویهی چرخش گشودگی با انتخاب زاویهی شار حرارتی 90=δ و یا 270=δ میتوان به کمترین جابهجاییها دست یافت. همچنین

در حالت  $\delta=90$ ، با انتخاب زاویهی چرخش گشودگی  $\beta=90$  کمترین مقدار جابهجایی ممکن حاصل می شود. در این مورد نیز مشاهده می شود که جواب حالتهای  $\beta=45$  و  $\beta=135$  با هم و جواب حالتهای  $\beta=90$  و  $\beta=135$  با هم برابر هستند.

# ۴-۴ گشودگی پنجضلعی

برای مدل کردن گشودگی پنج ضلعی، در رابطه ی تابع نگاشت باید مقدار 4=n انتخاب شود. در حالتی که c=1 باشد، پنج ضلعی ایجاد شده منتظم خواهد بود. همان طور که در شکل (۳-۲) مشاهده شد، با تغییر مقدار پارامتر ۵ می توان انحنای گوشه های گشودگی را کنترل کرد. اگر مقدار این پارامتر از 0.25 بیشتر شود، با توجه به ماهیت تابع نگاشت، منحنی گشودگی مطابق شکل (۴-۶۳) خود را در گوشه های پنج ضلعی قطع می کند و نتایج دیگر معتبر نیستند. به طور کلی برای یک مضلعی، بیشترین مقدار مجاز مجاز مجاز مجاز مجاز مجاز برای پارامتر سازی پارامتر می توان انحنای می می می می می می می تابع نگاشت. منحنی کشودگی مطابق شکل (۴-۳) خود را در گوشه های پنج ضلعی قطع می کند و نتایج دیگر معتبر نیستند. به طور کلی برای یک مضلعی، بیشترین مقدار مجاز برای پارامتر سازی پارامتر سازی پارامتر می کند.



شکل (۴-۶۳) گشودگی پنجضلعی با ۵.4–

# ۴-۴-۱ تأثیر زاویهی الیاف ماده

تأثیر زاویهی الیاف ماده بر بیشترین تنش بیبعد حول گشودگی پنجضلعی در شکل (۴-۶۴) نشان داده شده است. این بررسی با در نظر گرفتن زاویهی شار حرارتی δ=270، زاویهی چرخش گشودگی β=0، نسبت کشیدگی گشودگی c=1 و انحنای گوشههای گشودگی  $0.08=\omega$  انجام شده است. با توجه به شکل (۴-۶۴)، تنش مطلوب و تنش نامطلوب به ترتیب در زوایای الیاف نزدیک به  $0=\gamma$  و 90= $\gamma$  اتفاق میافتد. میتوان نتیجه گرفت برای گشودگی با هر شکلی، در هر نقطه از گشودگی هرچه زاویهی بین راستای الیاف ماده و شار حرارتی به صفر نزدیکتر شود، تنش در آن نقطه بیشتر شده و هرچه این زاویه به ۹۰ نزدیکتر شود، تنش در آن نقطه کمتر خواهد شد.



شکل (۴-۶۴) تأثیر زاویهی الیاف بر بیشترین تنش بیبعد

شکل (۴-۴۵)، تأثیر زاویهی الیاف بر بیشترین تنش بیبعد را در مقادیر مختلف کشیدگی گشودگی نشان میدهد. همانطور که در شکل (۴-۴۵) مشاهده میشود، در مورد گشودگی پنجضلعی نیز با افزایش پارامتر نسبت کشیدگی c، بیشترین تنش ایجادشده افزایش مییابد.

تأثیر زاویه یالیاف بر بیشترین تنش بیبعد در مقادیر مختلف انحنای گوشههای گشودگی در شکل (۴-۶۶) نشان داده شده است. همان طور که در شکل (۴-۶۶) مشاهده می شود، در حالت گشودگی پنج ضلعی نیز با افزایش پارامتر ۵۰ و تیزتر شدن گوشه های گشودگی، تمرکز تنش در آنها بیشتر شده و تنش نامطلوب حاصل می شود.



شکل (۴-۶۵) تأثیر زاویهی الیاف بر بیشترین تنش بیبعد در مقادیر مختلف کشیدگی گشودگی



شکل (۴-۶۶) تأثیر زاویهی الیاف بر بیشترین تنش بیبعد در مقادیر مختلف انحنای گوشههای گشودگی اُشینا مدیر الراف میشتیم تیشیمی در ایمینی از مشار میلیت

شکل (۴-۶۷) تأثیر زاویه یالیاف بر بیشترین تنش بی بعد را در زوایای مختلف شار حرارتی نشان می دهد. در حالت گشودگی پنجضلعی نیز با تغییر زاویه ی شار حرارتی، محل وقوع بیشترین تنش حول گشودگی تغییر می کند. می توان نتیجه گرفت برای گشودگی با هر شکلی، در گوشه های گشودگی هرچه زاویه ی بین بردار نرمال بر منحنی گشودگی و بردار شار حرارتی به صفر نزدیکتر باشد، تنش ایجادشده در آن گوشه بیشتر و هرچه این زاویه به ۹۰ نزدیکتر باشد، تنش ایجادشده در آن گوشه کمتر خواهد بود.



شکل (۴-۶۷) تأثیر زاویهی الیاف بر بیشترین تنش بیبعد در زوایای مختلف شار حرارتی



شکل (۴-۶۸) تأثیر زاویهی الیاف بر بیشترین تنش بیبعد در مقادیر مختلف زاویهی چرخش گشودگی

تأثیر زاویه ی الیاف بر بیشترین تنش بیبعد در مقادیر مختلف زاویه ی چرخش گشودگی در شکل (۴-۶۸) نشان داده شده است. همان طور که مشاهده می شود، در حالتی که زاویه ی اعمال شار حرارتی 270=δ باشد، اگر گشودگی به اندازه ی β=90 چرخیده باشد، تنش های ایجاد شده حول گشودگی به کمترین مقدار می رسند. با تغییر زاویه ی شار حرارتی، زاویه ی چرخش گشودگی برای دستیابی به تنش مطلوب تغییر می کند.

تأثیر زاویه یالیاف ماده بر بیشترین جابه جایی بی بعد در شکل (۴-۶۹) نشان داده شده است. این بررسی با در نظر گرفتن زاویه ی شار حرارتی δ=270، زاویه ی چرخش گشودگی β=۵، نسبت کشیدگی گشودگی c=1 و انحنای گوشه های گشودگی 0.08هه انجام شده است. با توجه به شکل (۴-۶۹)، بیشینه ی جابه جایی در زاویه ی γ=74 اتفاق می افتد.



شکل (۴-۷۰)، تأثیر زاویه ی الیاف بر بیشترین جابهجایی بی بعد شکل (۴-۷۰)، تأثیر زاویه ی الیاف بر بیشترین جابه جایی بی بعد را در مقادیر مختلف کشیدگی گشودگی نشان می دهد. همان طور که پیش تر نیز گفته شد، با افزایش نسبت کشیدگی گشودگی در راستای ۷، علاوه بر تنش های حرارتی، جابه جایی های شعاعی نیز افزایش می یا بند. تأثیر زاویه ی الیاف بر بیشترین جابه جایی بی بعد در مقادیر مختلف انحنای گوشه های گشودگی در شکل (۲۱-۴) نشان داده شده است. همان طور که گفته شد، علاوه بر تنشهای حرارتی، مقدار جابه جایی های



شعاعی نیز با افزایش پارامتر lpha و تیزتر شدن گوشههای گشودگی افزایش مییابد.

شکل (۴-۷۰) تأثیر زاویهی الیاف بر بیشترین جابهجایی بیبعد در مقادیر مختلف کشیدگی گشودگی



شکل (۴-۷۱) تأثیر زاویهی الیاف بر بیشترین جابهجایی بیبعد در مقادیر مختلف انحنای گوشههای گشودگی



شکل (۴-۷۲) تأثیر زاویهی الیاف بر بیشترین جابهجایی بیبعد در زوایای مختلف شار حرارتی



شکل (۴-۷۳) تأثیر زاویهی الیاف بر بیشترین جابهجایی بیبعد در مقادیر مختلف زاویهی چرخش گشودگی شکل (۴-۷۲)، تأثیر زاویهی الیاف بر بیشترین جابهجایی بیبعد را در زوایای مختلف شار حرارتی نشان میدهد. میتوان نتیجه گرفت برای گشودگی با هر شکلی، اگر زاویهی شار حرارتی δ=90 انتخاب شود، کمترین جابهجایی شعاعی ایجاد میشود.

تأثیر زاویهی الیاف بر بیشترین جابهجایی بیبعد در مقادیر مختلف زاویهی چرخش گشودگی در شکل (۲-۴) نشان داده شده است.

# ۴-۴-۲ تأثیر زاویهی چرخش گشودگی

تأثیر زاویه ی چرخش گشودگی بر بیشترین تنش بیبعد حول گشودگی پنجضلعی در شکل (۲۰-۷۴) نشان داده شده است. این بررسی با در نظر گرفتن زاویه ی شار حرارتی 270= $\delta$ ، زاویه ی الیاف  $-\varphi$ ، نسبت کشیدگی گشودگی 1=c و انحنای گوشههای گشودگی 0.08= انجام شده است. با توجه به شکل (۲+۷)، تنش مطلوب و تنش نامطلوب به ترتیب در زوایای 18= و 54= اتفاق می افتد.



شکل (۴-۷۴) تأثیر زاویهی چرخش گشودگی بر بیشترین تنش بیبعد

شکل (۴-۷۵)، تأثیر زاویهی چرخش گشودگی بر بیشترین تنش بیبعد را در مقادیر مختلف کشیدگی گشودگی نشان میدهد. همان طور که گفته شد، با افزایش کشیدگی گشودگی در راستای y تنش نامطلوب حاصل می شود.

تأثیر زاویهی چرخش گشودگی بر بیشترین تنش بیبعد در مقادیر مختلف انحنای گوشههای گشودگی در شکل (۴-۷۶) نشان داده شده است. همانطور که گفته شد، با افزایش پارامتر  $\omega$  و تیزتر شدن



گوشههای گشودگی، تمرکز تنش در آنها بیشتر شده و تنش نامطلوب حاصل میشود.

شکل (۴-۷۵) تأثیر زاویهی چرخش گشودگی بر بیشترین تنش بیبعد در مقادیر مختلف کشیدگی گشودگی



شکل (۴-۷۶) تأثیر زاویهی چرخش گشودگی بر بیشترین تنش بیبعد در مقادیر مختلف انحنای گوشههای گشودگی شکل (۴-۷۷)، تأثیر زاویهی چرخش گشودگی بر بیشترین تنش بیبعد را در زوایای مختلف شار حرارتی نشان میدهد. همانطور که مشاهده میشود، با تغییر زاویهی شار حرارتی، زاویهی چرخش گشودگی

که برای دستیابی به تنش مطلوب مورد نیاز است تغییر می کند. با توجه به زاویهی شار حرارتی، می توان با تغییر زاویهی چرخش گشودگی، تنش ایجادشده را به کمترین حد ممکن رساند.



شکل (۴-۷۷) تأثیر زاویهی چرخش گشودگی بر بیشترین تنش بیبعد در زوایای مختلف شار حرارتی



شکل (۴-۷۸) تأثیر زاویهی چرخش گشودگی بر بیشترین تنش بیبعد در مقادیر مختلف زاویهی الیاف

تأثیر زاویهی چرخش گشودگی بر بیشترین تنش بیبعد در مقادیر مختلف زاویه الیاف در شکل (۴-۷۸) نشان داده شده است.

تأثیر زاویه ی چرخش گشودگی بر بیشترین جابهجایی بیبعد در شکل (۴-۷۹) نشان داده شده است. این بررسی با در نظر گرفتن زاویه ی شار حرارتی 270=δ، زاویه ی الیاف 0=γ، نسبت کشیدگی گشودگی 1=c و انحنای گوشههای گشودگی 0.08=ω انجام شده است. با توجه به شکل (۴-۷۹)، در حالتی که زاویه ی شار حرارتی 270=δ است، بیشینه ی جابهجایی در زاویههای 42=β و 66=β اتفاق میافتد و اگر زاویه ی چرخش گشودگی 18=β انتخاب شود، کمترین جابهجایی شعاعی ایجاد میشود. مقدار زاویه ی چرخش گشودگی برای دستیابی به کمترین جابهجایی با تغییر پارامترهای دیگر تغییر می کند.



شکل (۴-۸۰)، تأثیر زاویهی چرخش گشودگی بر بیشترین جابهجایی بیبعد شکل (۴-۸۰)، تأثیر زاویهی چرخش گشودگی بر بیشترین جابهجایی بیبعد را در مقادیر مختلف کشیدگی گشودگی نشان میدهد. همانطور که گفته شد، با افزایش نسبت کشیدگی گشودگی در راستای y، علاوه بر تنشهای حرارتی، جابهجاییهای شعاعی نیز افزایش مییابند. تأثیر زاویهی چرخش گشودگی بر بیشترین جابهجایی بیبعد در مقادیر مختلف انحنای گوشههای گشودگی در شکل (۴-۸۱) نشان داده شده است. همانطور که گفته شد، علاوه بر تنشهای حرارتی،



مقدار جابهجاییهای شعاعی نیز با افزایش پارامتر  ${\mathfrak o}$  و تیزتر شدن گوشههای گشودگی افزایش مییابد.

شکل (۴-۸۰) تأثیر زاویهی چرخش گشودگی بر بیشترین جابهجایی بیبعد در مقادیر مختلف کشیدگی گشودگی



شکل (۴-۸۱) تأثیر زاویه ی چرخش گشودگی بر بیشترین جابهجایی بی بعد در مقادیر مختلف انحنای گوشههای گشودگی شکل (۴-۸۲)، تأثیر زاویه ی چرخش گشودگی بر بیشترین جابهجایی بی بعد را در زوایای مختلف شار حرارتی نشان می دهد. هرچه زاویه ی شار حرارتی از صفر به سمت ۹۰ تغییر کند، مقدار بیشترین

جابهجایی ایجادشده کمتر میشود. همانطور که گفته شد، اگر زاویهی شار حرارتی δ=90 انتخاب شود، کمترین جابهجایی شعاعی ایجاد میشود.



شکل (۴-۸۲) تأثیر زاویهی چرخش گشودگی بر بیشترین جابهجایی بیبعد در زوایای مختلف شار حرارتی



شکل (۴-۸۳) تأثیر زاویهی چرخش گشودگی بر بیشترین جابهجایی بیبعد در مقادیر مختلف زاویهی الیاف

تأثیر زاویهی چرخش گشودگی بر بیشترین جابهجایی بیبعد در مقادیر مختلف زاویهی الیاف در شکل (۸۳-۴) نشان داده شده است.

۴–۴–۳ تأثیر زاویهی شار حرارتی

تأثیر زاویه ی شار حرارتی بر بیشترین تنش بی بعد حول گشودگی پنج ضلعی در شکل (۴-۸۴) نشان داده شده است. این بررسی با در نظر گرفتن زاویه ی چرخش گشودگی  $\beta=0$ ، زاویه ی الیاف  $0=\gamma$ ، نسبت کشیدگی گشودگی گشودگی  $\beta=0$ ، زاویه ی الیاف  $\gamma=0$  نسبت مکل گشیدگی گشودگی گشودگی گشودگی 0=8، زاویه به شکل (۸۴-۴) منبت مطودگی گشودگی گشودگی ایجام شده است. با توجه به شکل (۸۴-۴) می افتاد در زوایای  $0=\delta$  و 180 $=\delta$  و تنش نامطلوب در زوایای  $0=\delta$  و 180 $=\delta$  اتفاق می افتد.



شکل (۴-۸۹) تأثیر زاویهی شار حرارتی بر بیشترین تنش بیبعد شکل (۴-۸۵)، تأثیر زاویهی شار حرارتی بر بیشترین تنش بیبعد را در مقادیر مختلف کشیدگی گشودگی نشان میدهد. همان طور که گفته شد، با افزایش کشیدگی گشودگی در راستای y، تنش نامطلوب حاصل

مىشود.



شکل (۴-۸۵) تأثیر زاویهی شار حرارتی بر بیشترین تنش بیبعد در مقادیر مختلف کشیدگی گشودگی



شکل (۴-۸۶) تأثیر زاویهی شار حرارتی بر بیشترین تنش بیبعد در مقادیر مختلف انحنای گوشههای گشودگی

تأثیر زاویه یشار حرارتی بر بیشترین تنش بی بعد در مقادیر مختلف انحنای گوشههای گشودگی در شکل (۴-۸۶) نشان داده شده است. همان طور که گفته شد، با افزایش پارامتر ۵۰ و تیزتر شدن گوشههای گشودگی، تمرکز تنش در آنها بیشتر شده و تنش نامطلوب حاصل می شود.



شکل (۴-۸۷) تأثیر زاویهی شار حرارتی بر بیشترین تنش بیبعد در مقادیر مختلف زاویهی الیاف

شکل (۴-۸۷) تأثیر زاویهی شار حرارتی بر بیشترین تنش بیبعد را در مقادیر مختلف زاویهی الیاف نشان

مىدھد.



شکل (۴-۸۸) تأثیر زاویهی شار حرارتی بر بیشترین تنش بیبعد در مقادیر مختلف زاویهی چرخش گشودگی

تأثیر زاویه ی شار حرارتی بر بیشترین تنش بیبعد در مقادیر مختلف زاویه چرخش گشودگی در شکل (۸۸-۴) نشان داده شده است. در هر زاویه ی شار حرارتی، با انتخاب زاویه ی چرخش مناسب میتوان به تنش مطلوب دست یافت.

تأثیر زاویهی شار حرارتی بر بیشترین جابهجایی بیبعد در شکل (۴-۸۹) نشان داده شده است. این بررسی با در نظر گرفتن زاویهی چرخش گشودگی  $\beta=0$ ، زاویهی الیاف  $0=\gamma$ ، نسبت کشیدگی گشودگی c=1 و انحنای گوشههای گشودگی 0=0.08 انجام شده است. با توجه به شکل (۴-۸۹)، بیشینهی c=1 جابهجایی در زوایای 83=5 و 277=5 اتفاق میافتد.



شکل (۴-۹۰)، تأثیر زاویهی شار حرارتی بر بیشترین جابهجایی بیبعد شکل (۴-۹۰)، تأثیر زاویهی شار حرارتی بر بیشترین جابهجایی بیبعد را در مقادیر مختلف کشیدگی گشودگی نشان میدهد. همانطور که گفته شد، با افزایش نسبت کشیدگی گشودگی در راستای y، جابهجاییهای شعاعی افزایش مییابند.

تأثیر زاویهی شار حرارتی بر بیشترین جابهجایی بیبعد در مقادیر مختلف انحنای گوشههای گشودگی در شکل (۴-۹۱) نشان داده شده است. همانطور که گفته شد، مقدار بیشینهی جابهجاییهای شعاعی با افزایش پارامتر ۵۰ و تیزتر شدن گوشههای گشودگی افزایش مییابد.



شکل (۴-۹۰) تأثیر زاویهی شار حرارتی بر بیشترین جابهجایی بیبعد در مقادیر مختلف کشیدگی گشودگی



شکل (۴-۹۱) تأثیر زاویهی شار حرارتی بر بیشترین جابهجایی بیبعد در مقادیر مختلف انحنای گوشههای گشودگی شکل (۴-۹۲)، تأثیر زاویهی شار حرارتی بر بیشترین جابهجایی بیبعد را در مقادیر مختلف زاویهی الیاف

نشان میدهد. تأثیر زاویهی شار حرارتی بر بیشترین جابهجایی بیبعد در مقادیر مختلف زاویهی چرخش

گشودگی در شکل (۴-۹۳) نشان داده شده است. همانطور که مشاهده میشود، در هر زاویهی چرخش گشودگی با انتخاب زاویهی شار حرارتی 6=90 و یا 6=270 میتوان به کمترین جابهجاییها دست یافت.



شکل (۴-۹۲) تأثیر زاویهی شار حرارتی بر بیشترین جابهجایی بیبعد در مقادیر مختلف زاویهی الیاف



شکل (۴-۹۳) تأثیر زاویهی شار حرارتی بر بیشترین جابهجایی بیبعد در مقادیر مختلف زاویهی چرخش گشودگی

در این فصل، تأثیر پارامترهای زاویهی چرخش گشودگی، کشیدگی گشودگی، زاویهی الیاف ماده، زاویهی شار حرارتی و انحنای گوشههای گشودگی بر بیشترین تنش حرارتی و بیشترین جابهجایی ایجادشده حول گشودگیهای مثلثی، چهارضلعی و پنجضلعی مورد بررسی قرار گرفت. ابتدا تأثیر پارامترهای زاویهی الیاف ماده، زاویهی چرخش گشودگی و زاویهی شار حرارتی که پارامترهای اصلی نامیده میشوند، هرکدام بهطور مجزا و با ثابت بودن سایر پارامترها بررسی شد. به این ترتیب که با تغییر هر یک از این سه پارامتر و ثابت نگه داشتن سایر پارامترها، بیشترین تنش و بیشترین جابهجایی گزارش شد. سپس

معادلات استفاده شده، حل ارائه شده و نتایج استنباط شده در این پایان نامه برای گشودگی های با اضلاع بیشتر نیز صادق است. با افزایش تعداد اضلاع گشودگی، جواب ها به جواب های حالت گشودگی دایروی نزدیک تر می شوند که از گزارش نتایج برای آنها صرف نظر شده است. در فصل بعد، نتایج به دست آمده به طور کلی ذکر شده و پیشنهادهایی برای ادامه ی این پروژه و یا کارهای مرتبط ارائه شده است.

# فصل ۵ نتیجه گیری و پیشنهادها

### ۵–۱ نتیجهگیری

دانستن مقدار و محل بیشترین تنش ایجادشده در اثر اعمال شار حرارتی، در بحث طراحی بسیار حائز اهمیت است. شکل گشودگی و پارامترهای مختلف دیگر، بر محل و مقدار بیشترین تنش ایجادشده تأثیرگذار است. در این پایاننامه، مقدار و نحوهی توزیع تنش در صفحات حاوی گشودگی با اشکال مختلف و تأثیر پارامترهای مختلف بر بیشترین تنش ایجادشده حول گشودگی مورد بررسی قرار گرفت. همچنین تأثیر هر پارامتر بهطور مجزا و نیز بهطور همزمان، بر بیشترین تنش و جابهجایی ایجادشده بررسی شد. نتایج نشان داد که کشیدگی گشودگی، انحنای گوشههای گشودگی، زاویه ی چرخش گشودگی، زاویه الیاف ماده و نیز زاویه ی شار حرارتی اعمال شده، تأثیر بهسزایی در توزیع تنش و جابهجایی و مقادیر بیشینهی آنها حول گشودگی دارند. با توجه به نتایج ارائه شده میتوان در طراحی صفحات حاوی گشودگی، پارامترهای مختلف را به گونهای انتخاب کرد که تنشهای ایجاد شده در اثر اعمال شار حرارتی به حداقل برسند.

با تغییر زاویه ی شار حرارتی، محل وقوع بیشترین تنش حول گشودگی تغییر می کند. به عبارتی دقیق تر، در گوشه های گشودگی هرچه زاویه ی بین بردار نرمال بر منحنی گشودگی و بردار شار حرارتی به صفر نزدیک تر باشد، تنش ایجادشده در آن گوشه بیشتر و هرچه این زاویه به ۹۰ نزدیک تر باشد، تنش ایجادشده در آن گوشه کمتر خواهد بود.

در تمام حالات مشاهده می شود که با افزایش کشیدگی گشودگی، تنش نامطلوب و جابه جایی بیشتر حاصل می شود. علت آن این است که با افزایش کشیدگی گشودگی در راستای y، علاوه بر بزرگتر شدن اندازه ی گشودگی، شکل گشودگی از حالت منتظم خارج شده و مقدار برخی زوایای گوشههای گشودگی کمتر می شود. با توجه به اینکه در این حالتها ماکزیمم تنش در گوشههای گشودگی اتفاق می افتد، با تیزتر شدن گوشههای گشودگی، تمرکز تنش در این نقاط شدیدتر شده و مقدار تنش ایجادشده در آنها افزایش می یابد. لذا با افزایش کشیدگی گشودگی، تنش نامطلوب حاصل می شود. نتایج نشان داد با کاهش شعاع انحنای گوشههای گشودگی و یا بهعبارتی با تیزتر شدن گوشههای گشودگی، تنش نامطلوب و جابهجایی بیشتر میشود. علت این است که با افزایش پارامتر  $\omega$  و تیزتر شدن گوشههای گشودگی، تمرکز تنش در آنها بیشتر شده و تنش بیشتری ایجاد میشود. از آنجا که در این حالتها ماکزیمم تنش حول گشودگی در ناحیهی گوشههای آن اتفاق میافتد، با کاهش شعاع انحنای گوشههای گشودگی و یا بهعبارتی تیزتر شدن گوشههای گشودگی، تنش نامطلوب حاصل می-شود.

مساوی بودن زاویهی چرخش گشودگی و زاویهی الیاف، و یا بهعبارتی همجهت بودن الیاف با جهت گشودگی، مقدار بیشترین جابهجایی را به حداقل می ساند. با توجه به زاویهی شار حرارتی، می توان با انتخاب مناسب زاویهی چرخش گشودگی و نیز زاویهی الیاف ماده، بیشترین تنش ایجادشده حول گشودگی را به کمترین مقدار ممکن رساند. در حالتی که شار عمود بر امتداد گشودگی است، با افزایش کشیدگی گشودگی، تنش با شیب بیشتری افزایش می یابد. بنابراین در این گونه شرایط برای رسیدن به تنش مطلوب باید زاویهی شار به نحوی انتخاب شود که مماس بر امتداد گشودگی باشد.

#### ۲-۵ پیشنهادها

- بررسی شدت تنش در ورق ناهمسانگرد چندلایه حاوی گشودگی با اشکال مختلف تحت بارگذاری حرارتی
- بررسی شدت تنش در ورق ناهمسانگرد چندلایه حاوی گشودگی با اشکال مختلف تحت بارگذاری ترکیبی حرارتی و مکانیکی
- بررسی شدت تنش در ورق ناهمسانگرد چندلایه حاوی گشودگی با اشکال مختلف تحت منبع حرارتی داخل گشودگی
  - بررسی شدت تنش در ورق ناهمسانگرد حاوی ترک تحت بارگذاری حرارتی
- بررسی شدت تنش در ورق ناهمسانگرد حاوی ترک تحت بارگذاری ترکیبی حرارتی و مکانیکی

# مراجع

- A. L. Florence and J. N. Goodier, "Thermal Stress at Spherical Cavities and Circular Holes in Uniform Heat Flow," J. Appl. Mech, vol. 26, pp. 293–394, 1959.
- [2] N. I. Muskhelishvili, Some Basic Problems of the Mathematical Theory of Elasticity, 4th ed. Noordhoff: the Netherlands, 1962.
- [3] A. L. Florence and J. N. Goodier, "Thermal Stresses Due to Disturbance of Uniform Heat Flow by an Insulated Ovaloid Hole," J. Appl. Mech., vol. 27, no. 4, pp. 635–639, 1960.
- [4] H. Deresiewicz, "Thermal Stress in a Plate Due to Disturbance of Uniform Heat Flow by a Hole of General Shape," J. Appl. Mech., vol. 28, no. 1, pp. 147–149, 1961.
- [5] J. Dundurs and O. C. Zienkiewicz, "Stresses around Circular Inclusions Due to Thermal Gradients with Particular Reference to Reinforced Concrete," ACI J. Proc., vol. 61, no. 12, pp. 1523–1534, 1964.
- [6] K. S. Rao, M. N. Bapu Rao, and T. Ariman, "Thermal Stresses in Plates with Circular Holes," *Nucl. Eng. Des.*, vol. 15, no. C, pp. 97–112, 1971.
- K. S. Rao, M. N. Bapu Rao, and T. Ariman, "Thermal Stresses in Elastic Plates With Elliptic Holes," *J. Eng. Ind.*, vol. 96, no. 3, pp. 827–832, 1974.
- [8] A. L. McFall, T. Ariman, and L. H. N. Lee, "Thermal Analysis of Plates with Circular Inclusions," *Nucl. Eng. Des.*, vol. 30, no. 3, pp. 339–348, 1974.
- [9] Y. Takeuti and N. Sumi, "Thermal Stresses in Rectangular Plate with a Circular Hole Based on an Improved Complex Variable Approach," *Mech. Res. Commun.*, vol. 3, no. 2, pp. 133–138, 1976.
- [10] H. Sekine, "Thermal Stresses Near Tips of an Insulated Line Crack in a Semiinfinite Medium under Uniform Heat Flow," *Eng. Fract. Mech.*, vol. 9, no. 2, pp. 499–507, 1977.
- [11] N. Hasebe, K. Tamai, and T. Nakamura, "Analysis of Kinked Crack under Uniform Heat Flow," *J. Eng. Mech.*, vol. 112, no. 1, pp. 31–42, 1986.

- H. Nisitani, A. Saimoto, H. Noguchi, and D.-H. Chen, "Method of Analysis of Two-dimensional Stationary Thermo-elastic Problem by a Body Force Method (1st Report, The Basic Theory)," *Trans. Japan Soc. Mech. Eng. Ser. A*, vol. 57, no. 542, pp. 2561–2567, 1991.
- [13] M. A. Kattis, "Thermoelastic Plane Problems with Curvilinear Boundaries," Acta Mech., vol. 87, no. 1–2, pp. 93–103, 1991.
- [14] H. Norio, I. Hideaki, and N. Takuji, "Stress Intensity Factors of Cracks Initiating from a Rhombic Hole Due to Uniform Heat Flux," *Eng. Fract. Mech.*, vol. 42, no. 2, pp. 331–337, 1992.
- [15] P. C. Vinh, N. Hasebe, X. F. Wang, and T. Saito, "Interaction Between a Cracked Hole and a Line Crack under Uniform Heat Flux," *Int. J. Fract.*, vol. 131, no. 4, pp. 367–384, 2005.
- [16] N. Hasebe and X. Wang, "Complex Variable Method for Thermal Stress Problem," *J. Therm. Stress.*, vol. 28, no. 6–7, pp. 595–648, 2005.
- [17] S. K. Bhullar, "Thermal Stresses in a Hexagonal Region with an Elliptic Hole," Nonlinear Dyn. Syst. Theory, vol. 6, no. 3, pp. 245–256, 2006.
- [18] N. Hasebe, X. Wang, T. Saito, and W. Sheng, "Interaction Between a Rigid Inclusion and a Line Crack under Uniform Heat Flux," *Int. J. Solids Struct.*, vol. 44, no. 7–8, pp. 2426–2441, 2007.
- [19] S. Aseeri, "Goursat Functions for a Problem of an Isotropic Plate With a Curvilinear Hole, Int," Int. J. Open Probl. Compt. Math, vol. 1, no. 3, pp. 266–284, 2008.
- [20] N. Hasebe, C. Bucher, and R. Heuer, "Heat Conduction and Thermal Stress Induced by an Electric Current in an Infinite Thin Plate Containing an Elliptical Hole with an Edge Crack," *Int. J. Solids Struct.*, vol. 47, no. 1, pp. 138–147, 2010.
- [21] M. Jafari, M. B. Nazari, and A. Taheri Nasab, "Thermal Stress Analysis of Metallic Plate with Quasi-rectangular Hole," *Modares Mech. Eng.*, vol. 15, no. 3, pp. 19– 26, 2015.
- [22] M. Jafari, M. B. Nazari, and A. Taheri Nasab, "Study of the Effective Parameters on Stress Distribution around Triangular Hole in Metallic Plates Subjected to

Uniform Heat Flux," Eur. J. Mech. A/Solids, vol. 39, no. 3, pp. 333-344, 2016.

- [23] S. G. Lekhnitskii, Theory of elasticity of an anisotropic elastic body. San Francisco: Holden-Day Series in Mathematical Physics, 1963.
- [24] W. T. Chen, "Plane Thermal Stress at an Insulated Hole Under Uniform Heat Flow in an Orthotropic Medium," J. Appl. Mech., vol. 34, no. 1, pp. 133–136, 1967.
- [25] C. Atkinson and D. L. Clements, "On Some Crack Problems in Anisotropic Thermoelasticity," *Int. J. Solids Struct.*, vol. 13, no. 9, pp. 855–864, 1977.
- [26] K. Y. Lee and H. S. Choi, "Determination of Thermal Stress Intensity Factors for Rigid Cusp Cracks under Uniform Heat Flow," *Eng. Fract. Mech.*, vol. 32, no. 2, pp. 183–193, 1989.
- [27] C. Hwu, "Thermal Stresses in an Anisotropic Plate Disturbed by an Insulated Elliptic Hole or Crack," J. Appl. Mech., vol. 57, no. 4, pp. 916–922, 1990.
- [28] J. Tarn and Y. Wang, "Thermal Stresses in Anisotropic Bodies with a Hole or a Rigid Inclusion," J. Therm. Stress., vol. 16, no. 4, pp. 455–471, 1993.
- [29] C. K. Chao and M. H. Shen, "Thermal Stresses in a Generally Anisotropic Body With an Elliptic Inclusion Subject to Uniform Heat Flow," J. Appl. Mech., vol. 65, no. 1, pp. 51–58, 1998.
- [30] Q. H. Qin, "General Solutions for Thermopiezoelectrics with Various Holes under Thermal Loading," *Int. J. Solids Struct.*, vol. 37, no. 39, pp. 5561–5578, 2000.
- [31] C. K. Chao and B. Gao, "Mixed Boundary-value Problems of Two-dimensional Anisotropic Thermoelasticity with Elliptic Boundaries," *Int. J. Solids Struct.*, vol. 38, no. 34–35, pp. 5975–5994, 2001.
- [32] C. H. Wang and C. K. Chao, "On Perturbation Solutions for Nearly Circular Inclusion Problems in Plane Thermoelasticity," J. Appl. Mech., vol. 69, no. 1, pp. 36–44, 2002.
- [33] C. F. Gao, Y. T. Zhao, and M. Z. Wang, "An Exact and Explicit Treatment of an Elliptic Hole Problem in Thermopiezoelectric Media," *Int. J. Solids Struct.*, vol. 39, no. 9, pp. 2665–2685, 2002.
- [34] Y. Z. Chen, "General Solution for Arc Crack Problem in Thermoelastic Medium,"

Int. J. Eng. Sci., vol. 40, no. 20, pp. 2223–2234, 2002.

- [35] X. Z. Zhang, S. Kitipornchai, K. M. Liew, C. W. Lim, and L. X. Peng, "Thermal Stresses around a Circular Hole in a Functionally Graded Plate," *J. Therm. Stress.*, vol. 26, no. 4, pp. 379–390, 2003.
- [36] R. Li and G. A. Kardomateas, "Thermo-elastic Crack Branching in General Anisotropic Media," Int. J. Solids Struct., vol. 42, no. 3–4, pp. 1091–1109, 2005.
- [37] S. K. Bhullar and J. L. Wegner, "Thermal Stresses in a Plate with Hyperelliptical Hole," *J. Eng. Technol. Res.*, vol. 1, no. 8, pp. 152–170, 2009.
- [38] I. A. Abbas, "Three-phase Lag Model on Thermoelastic Interaction in an Unbounded Fiber-reinforced Anisotropic Medium with a Cylindrical Cavity," J. Comput. Theor. Nanosci., vol. 11, no. 4, pp. 987–992, 2014.
- [39] I. A. Abbas, "Fractional Order GN Model on Thermoelastic Interaction in an Infinite Fibre-reinforced Anisotropic Plate Containing a Circular Hole," J. Comput. Theor. Nanosci., vol. 11, no. 2, pp. 380–384, 2014.
- [40] M. Rasouli and M. Jafari, "Thermal Stress Analysis of Infinite Anisotropic Plate with Elliptical Hole under Uniform Heat Flux," J. Therm. Stress., vol. 39, no. 11, pp. 1341–1355, 2016.
- [41] A. B. Zhang and B. L. Wang, "Explicit Solutions of an Elliptic Hole or a Crack Problem in Thermoelectric Materials," *Eng. Fract. Mech.*, vol. 151, pp. 11–21, 2016.
- [42] P. Wang and B. L. Wang, "Thermoelectric Fields and Associated Thermal Stresses for an Inclined Elliptic Hole in Thermoelectric Materials," *Int. J. Eng. Sci.*, vol. 119, pp. 93–108, 2017.
- [43] M. M. Moure, S. K. García-Castillo, S. Sánchez-Sáez, E. Barbero, and E. J. Barbero, "Matrix Cracking Evolution in Open-hole Laminates Subjected to Thermo-mechanical Loads," *Compos. Struct.*, 2017.
- [44] J. L. Bogdanoff, "Note on Thermal Stresses," J. Appl. Mech., vol. 76, p. 88, 1954.
- [45] C. K. Chao, F. M. Chen, and M. H. Shen, "An Exact Solution for Thermal Stresses in a Three-phase Composite Cylinder under Uniform Heat Flow," *Int. J. Solids Struct.*, vol. 44, no. 3–4, pp. 926–940, 2007.

- [46] C. K. Chao, A. Wikarta, and A. M. Korsunsky, "Anti-plane Interaction of a Crack and Reinforced Elliptic Hole in an Infinite Matrix," *Theor. Appl. Fract. Mech.*, vol. 53, no. 3, pp. 205–210, 2010.
- [47] J. Rezaeepazhand and M. Jafari, "Stress Concentration in Metallic Plates with Special Shaped Cutout," *Int. J. Mech. Sci.*, vol. 52, no. 1, pp. 96–102, 2010.
- [48] H. S. Carslaw and J. C. Jaeger, *Conduction of Heat in Solids*, 2nd ed. Oxford: Clarendon Press, 1959.
- [49] C. H. Wu, "Plane Anisotropic Thermoelasticity," J. Appl. Mech., vol. 51, no. 4, pp. 724–726, 1984.

[50] م. رسولی، "تحلیل تنش های حرارتی صفحات ناهمسانگرد نامحدود حاوی گشودگی بیضوی

تحت شار حرارتی یکنواخت، "پایاننامه ارشد، دانشگاه صنعتی شاهرود، ۱۳۹۵.

## ABSTRACT

The presence of hole in an anisotropic plate under uniform heat flux causes thermal stress around the hole. In this study, on the basis of the two-dimensional thermoelastic theory and using the Likhnitskii'complex variable technique, the stress analysis of anisotropic infinite plate with a circular hole under a uniform heat flux is developed to the plate containing a hole with different shapes. For this purpose, using a conformal mapping function, an infinite plate containing a hole with different shapes is mapped to the outside of a unit circle. Stress and displacement distributions around the holes in an anisotropic infinite plate are investigated in thermal steady state condition. The plate is under uniform heat flux at infinity and Neumann boundary condition and thermal-insulated condition along with the hole boundary are considered. The rotation angle of the hole, fiber angle, the angle of heat flux, bluntness and the aspect ratio of hole size are important parameters investigated in the present study. The accuracy of the analytic results presented in this study is confirmed by finite element analysis.

### Keywords

Infinite Anisotropic Plate, Hole, Thermal Stress, Complex Variable Method, Conformal Mapping Function


Shahrood University of Technology

**Faculty of Mechanical Engineering** 

Thermal Stress Analysis of Infinite Anisotropic Plates with Different Hole Shapes

under Uniform Heat Flux

Mohammad Jafari

Supervisor:

Dr. Mohammad Jafari

September 2017