

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ



دانشگاه صنعتی شاهرود

دانشکده مهندسی مکانیک و مکترونیک

پایان نامه کارشناسی ارشد مهندسی تبدیل انرژی

تحلیل عددی ناپایداری انگشتی لزوج در سیال ویسکوالاستیک مخلوط نشدنی

مکاننده

عالیه عباسی یزدی

استاد راهنما

دکتر محمود نوروزی

بهمن ۱۳۹۶

شماره: ۳/۲۸۶/۱۷۳
تاریخ: ۹۶/۱۱/۲۵

باسمه تعالی



مدیریت تحصیلات تکمیلی

فرم شماره (۳) صورتجلسه نهایی دفاع از پایان نامه دوره کارشناسی ارشد

با نام و یاد خداوند متعال، ارزیابی جلسه دفاع از پایان نامه کارشناسی ارشد خانم عالیہ عباسی یزدی با شماره دانشجویی ۹۴۱۱۹۰۴ رشته مهندسی مکانیک گرایش تبدیل انرژی تحت عنوان "تحلیل عددی ناپایداری انگشتی لزج در سیال ویسکوالاستیک مخلوط نشدنی" که در تاریخ ۹۶/۱۱/۹ با حضور هیأت محترم داوران در دانشگاه صنعتی شاهرود برگزار گردید به شرح ذیل اعلام می گردد:

قبول (با درجه: عالی) <input checked="" type="checkbox"/> مردود <input type="checkbox"/>			
نوع تحقیق: نظری <input checked="" type="checkbox"/> عملی <input type="checkbox"/>			
عضو هیأت داوران	نام و نام خانوادگی	مرتبۀ علمی	امضاء
۱- استاد راهنمای اول	دکتر محمود نوروزی	دانشیار	
۲- استاد راهنمای دوم	_____	_____	_____
۳- استاد مشاور	_____	_____	_____
۴- نماینده تحصیلات تکمیلی	دکتر احمد نظری	استادیار	
۵- استاد ممتحن اول	دکتر محمد محسن شاه مردان	دانشیار	
۶- استاد ممتحن دوم	دکتر علی خالقی	استادیار	

نام و نام خانوادگی رئیس دانشکده:

تاریخ و امضاء و مهر دانشکده:

تبصره: در صورتی که کسی مردود شود حداکثر یکبار دیگر (در مدت مجاز تحصیل) می تواند از پایان نامه خود دفاع نماید (دفاع مجدد نباید زودتر از ۴ ماه برگزار شود).



تقدیم به

پدر و مادرم

به پاس محبت‌های بی‌کرانشان

تقدیر و تشکر

تاد طلب کوہر کانی، کانی

تاد ہوس لقمہ ی نانی، نانی

این نکتہ ی رمز اگر بدانی، دانی

ہر چیز کی کہ در جست آئی، آئی

نخستین سپاس و ستایش از آن پروردگاری که نور شناختش را به قلب ما تابانید و شکرش را بر وجودمان الہام فرمود. دروازه بی پایان دانش به پروردگاریش را، بر ما گشود و ما را به وادی پرفیض توحید خالصانه اش راہبری نمود و از ہلاک در ورطہ انکار و شک بازمان داشت. لذا اکنون کہ در سایہ سار بندہ نوازی ہایش پایان نامہ حاضر بہ انجام رسیدہ است، بر خود لازم می دانم تا مراتب سپاس را از بزرگواری بہ جا آورم کہ اگر دست یاریگرشان نبود، ہرگز این پایان نامہ بہ انجام نمی رسید.

از جناب آقای دکتر محمود نوروزی استاد بزرگواریم، بہ پاس ہمراہی صمیمانہ، نکتہ سنجی ہای علمی و از ہمہ مہم تر، رفتار و برخورد نیکویشان و ہمچنین فراہم آوردن محیطی مناسب و آرام برای فعالیت، کمال سپاس را دارم.

از اساتید گرامی کہ زحمت داوری این رسالہ را پذیرفتند صمیمانہ تشکر می کنم.

ہمچنین از تمامی اساتید محترم دانشکدہ مکانیک دانشگاہ صنعتی شہرود کہ در این مدت افتخار شاگردی ایشان را داشتیم، سپاس گذاری نمودہ و از خداوند منان آرزوی سلامت و توفیق روزافزون برایشان دارم. سپاس آخر را بہ مہربان ترین ہمراہان زندگی، بہ پدر و مادر عزیزم تقدیم می کنم کہ حضورشان در فضای زندگی مصداق بی ریای سخاوت بودہ است.

عالیہ عباسی یزدی

بہمن ۹۶

تعهد نامه

اینجانب عالیبه عباسی یزدی دانشجوی دوره کارشناسی ارشد رشته مهندسی مکانیک دانشکده مهندسی مکانیک و مکاترونیک دانشگاه صنعتی شاهرود نویسنده پایان نامه تحلیل عددی ناپایداری انگشتی لزوج در سیال ویسکوالاستیک مخلوط نشدنی متعهد می شوم.

- تحقیقات در این پایان نامه توسط اینجانب انجام شده است و از صحت و اصالت برخوردار است.
- در استفاده از نتایج پژوهش های محققان دیگر به مرجع مورد استفاده استناد شده است.
- مطالب مندرج در پایان نامه تاکنون توسط خود یا فرد دیگری برای دریافت هیچ نوع مدرک یا امتیازی در هیچ جا ارائه نشده است.
- کلیه حقوق معنوی این اثر متعلق به دانشگاه شاهرود است و مقالات مستخرج با نام « دانشگاه صنعتی شاهرود » و یا « Shahrood University of Technology » به چاپ خواهد رسید.
- حقوق معنوی تمام افرادی که در به دست آمدن نتایج اصلی پایان نامه تأثیرگذار بوده اند در مقالات مستخرج از پایان نامه رعایت می گردد.
- در کلیه مراحل انجام این پایان نامه ، در مواردی که از موجود زنده (یا چینی جاهای آن ها) استفاده شده است ضوابط و اصول اخلاقی رعایت شده است.
- در کلیه مراحل انجام این پایان نامه، در مواردی که به حوزه اطلاعات شخصی افراد دسترسی یافته یا استفاده شده است اصل رازداری ، ضوابط و اصول اخلاق انسانی رعایت شده است

تاریخ ۹۶/۱۲/۹

امضای دانشجو

عباسی یزدی

مالکیت نتایج و حق نشر

- کلیه حقوق معنوی این اثر و محصولات آن (مقالات مستخرج، کتاب، برنامه های رایانه ای، نرم افزار ها و تجهیزات ساخته شده است) متعلق به دانشگاه صنعتی شاهرود می باشد. این مطلب باید به نحو مقتضی در تولیدات علمی مربوطه ذکر شود.
- استفاده از اطلاعات و نتایج موجود در پایان نامه بدون ذکر مرجع مجاز نمی باشد

* متن این صفحه نیز باید در ابتدای نسخه های تکثیر شده پایان نامه وجود داشته باشد.

چکیده

ناپایداری سافمن-تیلور یکی از ناپایداری‌های سطح مشترک است که در آن سیال با ویسکوزیته کمتر سیالی با ویسکوزیته بیشتر را جابه‌جا می‌کند و در سطح مشترک آن الگوهای انگشت مانند به وجود می‌آید. در مطالعه عددی حاضر، ناپایداری سافمن-تیلور برای اولین بار در جابه‌جایی امتزاج‌ناپذیر ویسکوالاستیک-نیوتنی بررسی شده است. هندسه موردنظر در این شبیه‌سازی یک سلول هل-شاو مستطیلی است که در آن دو صفحه موازی با فاصله بسیار کمی از یکدیگر واقع شده‌اند. در این تحقیق، سیال ویسکوالاستیک به‌عنوان سیال جابه‌جا کننده در نظر گرفته شده که باعث جابه‌جایی سیال نیوتنی درون سلول می‌شود. برای شبیه‌سازی رفتار رئولوژیکی سیال ویسکوالاستیک از مدل غیرخطی گزیکس و حالت‌های خاص آن استفاده شده است. یکی از حالت‌های خاص مدل غیرخطی گزیکس مدل شبه خطی اولدریوید-بی است که با صرف‌نظر از ضریب تحرک مدل گزیکس، این مدل به دست می‌آید. حالت دیگر مدل ویسکوالاستیک فوق همرفتی ماکسول است که در ضریب تحرک صفر و نسبت ویسکوزیته یک پدیدار می‌شود. به‌منظور درک بهتر و بررسی دقیق‌تر تأثیر پارامترهای حاکم بر مسئله علاوه بر مدل گزیکس این دو مدل نیز مورد بررسی قرار گرفته است. از روش حجم سیال جهت تعیین سطح مشترک میان دو فاز استفاده شده است و معادلات حاکم بر مسئله در یک محدوده محاسباتی سه‌بعدی با استفاده از نرم‌افزار آپن‌فوم حل شده‌اند. هدف اصلی این مطالعه بررسی تأثیر خواص رئولوژیکی سیال ویسکوالاستیک و نیروهای موینگی بر ناپایداری سافمن-تیلور در جابه‌جایی امتزاج‌ناپذیر ویسکوالاستیک-نیوتنی است. نتایج در قالب اعداد بی‌بعد گزارش شده است و پارامترهای مورد ارزیابی نسبت تحرک، نسبت ویسکوزیته سیال ویسکوالاستیک، ضریب تحرک مدل گزیکس، عدد الاستیسیته و عدد موینگی است. به‌منظور بررسی تأثیر این پارامترها، نمودار بازده جاروبی و کانتورهای فاز برای مقادیر مختلف پارامترهای بی‌بعد رسم شده است. نتایج حاصل از این شبیه‌سازی عددی نشان می‌دهد، افزایش پارامترهای نسبت ویسکوزیته سیال ویسکوالاستیک، عدد الاستیسیته و عدد موینگی باعث

افزایش بازده جاروبی و همچنین پایدارتر شدن جریان می‌شود. درحالی‌که افزایش نسبت تحرک و ضریب تحرک باعث کاهش بازده جاروبی و افزایش ناپایداری می‌شود. همچنین نتایج نشان می‌دهد پارامترهای مسئله تأثیر چشم‌گیری بر مکانیسم‌های موجود در الگوهای انگشتی ناپایداری سافمن-تیلور دارد. به‌عنوان دستاورد کلی مطالعه‌ی اخیر می‌توان اظهار کرد، خواص الاستیک در سیال جابه‌جا کننده ویسکوالاستیک در حضور نیروهای موئینگی تأثیر پایدارکننده‌ای بر جریان ناپایداری سافمن-تیلور دارد درحالی‌که خاصیت باریک شونده‌ی سیال ویسکوالاستیک بر شدت ناپایداری می‌افزاید. نتایج حاصل از تحقیق حاضر در روش‌های ازدیاد برداشت نفت در صنعت تولید و استخراج منابع نفتی بسیار حائز اهمیت است.

کلید واژگان: ناپایداری سافمن-تیلور، ناپایداری انگشتی لزج، امتزاج‌ناپذیر، سیال ویسکوالاستیک، مدل گزیکس، روش کسر حجمی.

فهرست مطالب

۱- فصل اول:	۱
۱-۱- مقدمه	۲
۲-۱- سلول هل-شاو	۴
۳-۱- سیالات غیرنیوتنی	۶
۴-۱- مروری بر پژوهش‌های پیشین	۱۰
۱-۴-۱- مطالعات نیوتنی	۱۱
۲-۴-۱- مطالعات غیرنیوتنی	۱۷
۵-۱- معرفی مطالعه حاضر	۲۶
۱-۵-۱- تعریف مسئله	۲۶
۲-۵-۱- ضرورت، اهمیت و کاربرد موضوع	۲۷
۳-۵-۱- جنبه‌های نوآوری	۲۹
۴-۵-۱- مروری بر فصل‌های پایان‌نامه	۳۰
۲- فصل دوم:	۳۱
۱-۲- مقدمه	۳۲
۲-۲- فرضیات فیزیکی	۳۲
۳-۲- پارامترهای بی‌بعد	۳۲
۴-۲- معادلات حاکم بر جریان	۳۵
۵-۲- معادله ساختاری مدل گزیکس	۳۶
۶-۲- معادلات ساختاری مدل اولدرویید-بی	۳۸
۷-۲- معادلات ساختاری مدل فوق همرفتی ماکسول	۴۰
۸-۲- شرایط مرزی و شرایط اولیه	۴۱
۳- فصل سوم:	۴۳

۴۴	۳-۱- مقدمه.....
۴۴	۳-۲- شبکه‌بندی دامنه محاسباتی.....
۴۴	۳-۳- گسسته‌سازی معادلات حاکم.....
۴۶	۳-۴- روش مدل‌سازی جریان دو فازی.....
۴۹	۳-۵- روش حجم سیال.....
۵۴	۳-۶- الگوریتم حل عددی.....
۵۷	۴- فصل چهارم.....
۵۸	۴-۱- مقدمه.....
۵۸	۴-۲- پارامترهای ارزیابی نتایج.....
۵۹	۴-۲-۱- بازده جاروبی.....
۶۱	۴-۲-۲- طول اختلاط.....
۶۱	۴-۲-۳- مکانیزم‌های موجود در الگوهای انگشتی.....
۶۴	۴-۳- شبکه‌بندی و استقلال از شبکه‌بندی.....
۶۸	۴-۴- اعتبارسنجی مدل مسئله.....
۷۴	۴-۵- رژیم جریان.....
۷۶	۴-۶- مدل ویسکوالاستیک فوق همرفتی ماکسول.....
۷۷	۴-۶-۱- اثرات نسبت تحرک در مدل فوق همرفتی ماکسول.....
۷۹	۴-۶-۲- اثرات عدد الاستیسیته در مدل فوق همرفتی ماکسول.....
۸۲	۴-۶-۳- اثرات عدد موینگی در مدل فوق همرفتی ماکسول.....
۸۴	۴-۷- مدل ویسکوالاستیک اولدروید-بی.....
۸۴	۴-۷-۱- اثرات نسبت تحرک در مدل اولدروید.....
۸۷	۴-۷-۲- اثرات نسبت ویسکوزیته در مدل اولدروید.....
۸۹	۴-۷-۳- اثرات عدد الاستیسیته در مدل اولدروید-بی.....
۹۱	۴-۷-۴- اثرات عدد موینگی در مدل اولدروید-بی.....
۹۳	۴-۸- مدل ویسکوالاستیک گزیکس.....

۹۳.....۱-۸-۴ اثرات نسبت تحرک در مدل گزیکس

۹۴.....۲-۸-۴ اثرات نسبت ویسکوزیته در مدل گزیکس

۹۸.....۳-۸-۴ اثرات ضریب تحرک در مدل گزیکس

۹۹.....۴-۸-۴ اثرات عدد الاستیسیته در مدل گزیکس

۱۰۲.....۵-۸-۴ اثرات عدد موینگی در مدل گزیکس

۱۰۷.....۵- فصل پنجم:

۱۰۸.....۱-۵- مقدمه

۱۰۸.....۲-۵- نتیجه گیری

۱۱۲.....۳-۵- پیشنهادات

فهرست جداول

- جدول ۴-۱: مشخصات شبکه‌های محاسباتی..... ۶۵
- جدول ۴-۲: پارامترهای بی‌بعد به کار رفته در شبکه‌بندی..... ۶۵
- جدول ۴-۳: نتایج حاصل از شبکه‌بندی..... ۶۶
- جدول ۴-۴: ویسکوزیته‌ی محلول‌های آب و گلیسرین..... ۶۸
- جدول ۴-۵: مقادیر دبی جریان برای محلول آب-گلیسرین ۲۰٪ در محلول آب-گلیسرین ۸۰٪..... ۶۹
- جدول ۴-۶: پارامترهای ثابت موردنظر برای بررسی تغییرات نسبت تحرک در شبیه‌سازی با مدل اولدروید-بی..... ۸۴
- جدول ۴-۷: پارامترهای ثابت موردنظر برای بررسی تغییرات نسبت ویسکوزیته در شبیه‌سازی با مدل اولدروید-بی..... ۸۷
- جدول ۴-۸: پارامترهای ثابت موردنظر برای بررسی تغییرات عدد الاستیسیته در شبیه‌سازی با مدل اولدروید-بی..... ۸۹
- جدول ۴-۹: پارامترهای ثابت موردنظر برای بررسی تغییرات عدد موینگی در شبیه‌سازی با مدل اولدروید-بی..... ۹۱
- جدول ۴-۱۰: پارامترهای ثابت موردنظر برای بررسی تغییرات نسبت تحرک در شبیه‌سازی با مدل گزیکس..... ۹۳
- جدول ۴-۱۱: پارامترهای ثابت موردنظر برای بررسی تغییرات نسبت ویسکوزیته در شبیه‌سازی با مدل گزیکس..... ۹۴
- جدول ۴-۱۲: پارامترهای ثابت موردنظر برای بررسی تغییرات ضریب تحرک در شبیه‌سازی با مدل گزیکس..... ۹۸
- جدول ۴-۱۳: پارامترهای ثابت موردنظر برای بررسی تغییرات عدد الاستیسیته در شبیه‌سازی با مدل گزیکس..... ۱۰۰
- جدول ۴-۱۴: پارامترهای ثابت موردنظر برای بررسی تغییرات عدد موینگی در شبیه‌سازی با مدل گزیکس..... ۱۰۲

فهرست اشکال

- شکل ۱-۱: ناپایداری انگشتی لزج..... ۴
- شکل ۲-۱: تصویری شماتیک از یک سلول هل-شاو..... ۶
- شکل ۳-۱: طبقه‌بندی سیالات..... ۱۰
- شکل ۴-۱: سیر تکاملی سطح مشترک بین دو سیال آب و محلول گلیسیرین ۸۹٪ در جابه‌جایی مخلوط شدنی [۱۴]..... ۱۳
- شکل ۵-۱: الف: سطح مشترک در زمان $t=40$ برای سلول کارترین متناوب (خط)، و سلول یکنواخت (نقطه‌چین)..... ۱۷
- شکل ۶-۱: پدیده‌ی انگشتی لزج در سطح مشترک بین سیال پوششی و سیال شسته شده. سیال پوششی: (a) محلول آب و گلیسیرین. (b) سیال باگر (c) محلول رقیق PAM. (d) آب [۴۶]..... ۲۰
- شکل ۷-۱: ناپایداری انگشتی با لگاریتم نسبت تحرک (الف) - مثبت و (ب) - منفی [۵۸]..... ۲۳
- شکل ۸-۱: شماتیکی از هندسه مسئله و فازهای جریان..... ۲۷
- شکل ۱-۲: شماتیکی از هندسه‌ی مسئله همراه با شرایط مرزی..... ۴۲
- شکل ۱-۳: روش کلی تعیین مرز مشترک [۵۲] الف - روش اویلری ب - روش لاگرانژی..... ۴۹
- شکل ۲-۳: نمونه‌ای از توزیع تابع کسر حجمی در سطح مشترک بین دو سیال..... ۵۰
- شکل ۳-۳: تقریب مرز مشترک به روش‌های SLIC و PLIC..... ۵۳
- شکل ۴-۳: شماتیک الگوریتم محاسبات عددی شبیه‌سازی جریان دوفازی مخلوط ناپذیر..... ۵۵
- شکل ۱-۴: بازده جاروبی ماکزیمم و در عدم رخداد انگشتی لزج برای دبی ۱۲ میلی لیتر بر دقیقه..... ۶۰
- شکل ۲-۴: مقایسه شبکه‌بندی‌های M_1 ، M_2 ، M_3 و M_4 ۶۷
- شکل ۳-۴: مقایسه‌ی نتایج حاصل از شبیه‌سازی عددی و داده‌های آزمایشگاهی در جابه‌جایی امتزاج‌پذیر گلیسیرین ۲۰٪ در ۸۰٪ در نسبت تحرک ثابت $R=3.32$ و دبی‌های مختلف: $A(Q=5ml/min)$ ، $B(Q=12ml/min)$ ، $C(Q=20ml/min)$ ۷۰
- شکل ۴-۴: مقایسه‌ی بین نتایج عددی (سمت چپ) و عکس‌های آزمایشگاهی (سمت راست) از جابه‌جایی محلول

- گلیسیرین ۸۰٪ توسط محلول گلیسیرین ۲۰٪ در دبی‌های متفاوت [۹۱]..... ۷۱
- شکل ۵-۴: مقایسه‌ی بین پروفیل‌های طول اختلاط در نتایج آزمایشگاهی و عددی..... ۷۲
- شکل ۶-۴: مقایسه‌ی الگوهای ناپایداری جابه‌جایی آب-گلیسیرین ۳۰٪ در آب-گلیسیرین ۸۳/۵٪..... ۷۳
- شکل ۷-۴: دیاگرام رژیم جریان دو فاز ارائه شده توسط لنورمند و همکاران [۳]؛ ناحیه قرمز رنگ رژیم جریان بررسی شده در مطالعه حاضر را نشان می‌دهد..... ۷۶
- شکل ۸-۴: نمودار بازده جاروبی برای مقادیر مختلف نسبت تحرک در شبیه‌سازی با مدل UCM..... ۷۸
- شکل ۹-۴: الگوهای ناپایداری برای نسبت تحرک‌های مختلف در شبیه‌سازی با مدل UCM..... ۷۹
- شکل ۱۰-۴: : نمودار بازده جاروبی برای مقادیر مختلف عدد الاستیسیته در مدل ویسکوالاستیک UCM..... ۸۱
- شکل ۱۱-۴: الگوهای ناپایداری برای مقادیر مختلف عدد الاستیسیته در مدل ویسکوالاستیک UCM..... ۸۱
- شکل ۱۲-۴: نمودار بازده جاروبی برای مقادیر مختلف عدد موینگی در مدل ویسکوالاستیک UCM..... ۸۳
- شکل ۱۳-۴: الگوهای ناپایداری برای مقادیر مختلف عدد موینگی در مدل ویسکوالاستیک UCM..... ۸۳
- شکل ۱۴-۴: نمودار بازده جاروبی برای نسبت تحرک‌های مختلف در شبیه‌سازی با سیال اولدروید-بی..... ۸۶
- شکل ۱۵-۴: الگوهای ناپایداری برای مقادیر مختلف نسبت تحرک در شبیه‌سازی با مدل اولدروید-بی..... ۸۶
- شکل ۱۶-۴: نمودار بازده جاروبی برای مقادیر مختلف نسبت ویسکوزیته در شبیه‌سازی با مدل اولدروید-بی..... ۸۸
- شکل ۱۷-۴: الگوهای ناپایداری برای مقادیر مختلف نسبت ویسکوزیته در شبیه‌سازی با مدل اولدروید-بی..... ۸۸
- شکل ۱۸-۴: بازده جاروبی برای مقادیر مختلف عدد الاستیسیته در شبیه‌سازی با مدل اولدروید-بی..... ۹۰
- شکل ۱۹-۴: الگوهای ناپایداری برای مقادیر مختلف عدد الاستیسیته در شبیه‌سازی با مدل اولدروید-بی..... ۹۰
- شکل ۲۰-۴: نمودار بازه جاروبی برای مقادیر مختلف عدد موینگی در شبیه‌سازی با مدل اولدروید-بی..... ۹۲
- شکل ۲۱-۴: الگوهای ناپایداری برای مقادیر مختلف عدد موینگی در شبیه‌سازی با مدل اولدروید-بی..... ۹۲
- شکل ۲۲-۴: نمودار بازده جاروبی برای مقادیر مختلف نسبت تحرک در شبیه‌سازی با مدل گزیکس..... ۹۵
- شکل ۲۳-۴: الگوهای ناپایداری برای نسبت تحرک‌های مختلف در شبیه‌سازی با مدل گزیکس..... ۹۵
- شکل ۲۴-۴: نمودار بازده جاروبی برای مقادیر مختلف نسبت ویسکوزیته در شبیه‌سازی با مدل گزیکس..... ۹۷

- شکل ۴-۲۵: الگوهای ناپایداری برای مقادیر ویسکوزیته مختلف در شبیه‌سازی با مدل گزیکس ۹۷
- شکل ۴-۲۶: نمودار بازده جارویی برای مقادیر مختلف ضریب تحرک در شبیه‌سازی با مدل گزیکس ۱۰۰
- شکل ۴-۲۷: نمودار تغییرات ویسکوزیته کشسان در مقادیر مختلف ضریب تحرک [۹۴] ۱۰۱
- شکل ۴-۲۸: الگوهای ناپایداری برای مقادیر مختلف ضریب تحرک در شبیه‌سازی با مدل گزیکس ۱۰۱
- شکل ۴-۲۹: نمودار بازده جارویی برای مقادیر مختلف عدد الاستیسیته در شبیه‌سازی با مدل گزیکس ۱۰۳
- شکل ۴-۳۰: الگوهای ناپایداری برای مقادیر مختلف عدد الاستیسیته در شبیه‌سازی با مدل گزیکس ۱۰۳
- شکل ۴-۳۱: نمودار بازده جارویی برای مقادیر مختلف عدد موینگی در شبیه‌سازی با مدل گزیکس ۱۰۵
- شکل ۴-۳۲: الگوهای ناپایداری برای مقادیر مختلف عدد موینگی در شبیه‌سازی با مدل گزیکس ۱۰۵

فهرست علائم

علائم لاتین

A	تانسور قراردادی
b	عمق سلول هل-شاو (m)
Ca	عدد مویبگی
D	تانسور نرخ تغییر شکل (s^{-1})
d	اپراتور مشتق همرفتی
En	عدد الاستیسیته
G	مدول برشی
k	نفوذپذیری (m^2)
K_{If}	انحنای سطح مشترک
L	طول سلول هل-شاو (m)
M	قابلیت تحرک
P	فشار ($kgm^{-1}s^{-2}$)
Q	دبی (ml/s)

R	نسبت تحرک
Re	عدد رینولدز
t*	زمان نرمالیزه
U	سرعت ثابت ورودی (m/s)
u	مؤلفه سرعت در جهت (m/s) x
V	سرعت کل (m/s)
Wi	عدد وایزبرگ

علائم یونانی

α	ضریب تحرک
β	نسبت ویسکوزیته سیال ویسکوالاستیک
$\dot{\gamma}$	نرخ برش (s^{-1})
ζ	تابع کسر حجمی
η	ویسکوزیته (Pas)
η_1	ویسکوزیته سیال جابه‌جا کننده (Pas)
η_2	ویسکوزیته سیال جابه‌جا شونده (Pas)

η_p	ویسکوزیته بخش پلیمری سیال ویسکوالاستیک (Pas)
η_s	ویسکوزیته حلال نیوتنی سیال ویسکوالاستیک (Pas)
λ	زمان رهایی از تنش (s)
ρ	چگالی (kgm^{-3})
σ	کشش سطحی (N/m)
τ	تنش (pa)
τ_p	تنش ناشی از افزودنی‌های پلیمری (pa)
τ_s	تنش حلال نیوتنی سیال ویسکوالاستیک (pa)
v	مؤلفه سرعت در جهت y (m/s)

زیرنویس

Cell	سلول
Fluid1	سیال جابه‌جا کننده
Fluid2	سیال جابه‌جا شونده
p	توزیع پلیمری
s	حلال نیوتنی
Vol	حجم

1

سيال جابه جا كننده

2

سيال جابه جا شونده

فصل اول:

مقدمه

۱-۱- مقدمه

ناپایداری سافمن-تیلور^۱ به عنوان یک پدیده مهم و پرکاربرد با الگوهای انگشت‌مانند، یکی از ناپایداری‌های شناخته‌شده در دینامیک سیالات است. این ناپایداری حاصل از جابه‌جایی سیالات در محیط متخلخل^۲ یا سلول هل-شاو^۳ است. هنگامی که سیالی با ویسکوزیته کمتر، سیالی با ویسکوزیته بیشتر را در این محیط‌ها جابه‌جا کند ناپایداری انگشتی لزج^۴ یا سافمن-تیلور اتفاق می‌افتد. در این جریان دوفازی سطح مشترک بین دو سیال ناپایدار شده و طرح‌هایی شبیه به انگشت در این سطح مشترک ایجاد می‌شوند. این انگشتی‌ها تغییر شکل و پیشروی تصادفی دارند و از الگوهای منظمی پیروی نمی‌کنند.

سافمن و تیلور اولین کسانی بودند که این ناپایداری را به‌طور جامع و کامل بررسی کردند [۱]. مطالعات آن‌ها محققین بسیاری را به بررسی این ناپایداری علاقه‌مند کرد. از این‌رو این ناپایداری امروزه ناپایداری سافمن-تیلور نامیده می‌شود.

ناپایداری سافمن-تیلور هم در حالت مخلوط‌شدنی^۵ و هم مخلوط‌نشدنی^۶ مشاهده می‌شود. در جا به‌جایی مخلوط‌شدنی، سیالی با خواص ρ_1 و η_1 سیال دیگری با خواص ρ_2 و η_2 را در یک محیط متخلخل همگن با نفوذپذیری ثابت k جابه‌جا می‌کند. در این پدیده سطح مشترک به اندازه δx جابه‌جا شده و باعث اعمال نیروی فشاری $(p_1 - p_2)$ به سیال جابه‌جا کننده می‌شود که به‌صورت زیر قابل توصیف است [۲]:

¹ Saffman-Taylor

² Porous media

³ Hele-Shaw

⁴ Viscous fingering instability

⁵ Miscible

⁶ Immiscible

$$(p_1 - p_2) = \left[\frac{(\eta_2 - \eta_1)U}{k} + (\rho_1 - \rho_2)g \right] \delta x \quad (1-1)$$

در صورتی که نیروی خالص فشاری مثبت باشد، هر جابجایی کوچک موجب تقویت ناپایداری خواهد شد؛ بنابراین ترکیبی از اختلاف ویسکوزیته یا چگالی‌ها باعث ناپایداری جریان می‌شود. با توجه به مثبت یا منفی بودن اختلاف ویسکوزیته و اختلاف چگالی، هر کدام می‌توانند عامل پایدارکننده یا ناپایدارکننده جریان باشند. معمولاً در اکثر مطالعات انجام شده در این زمینه از تغییرات چگالی صرف نظر شده است و تنها عامل ناپایدارکننده جریان اختلاف ویسکوزیته است.

ناپایداری سافمن-تیلور در جابه‌جایی مخلوط‌نشدنی یکی از سخت‌ترین مسائل در حیطه‌ی جریان در محیط متخلخل است. در ناپایداری سافمن-تیلور مخلوط‌نشدنی علاوه بر نیروهای ویسکوز نیروهای مویینگی^۱ نیز بر تغییر شکل الگوهای این ناپایداری مؤثر است [۳]. در جابه‌جایی مخلوط‌ناپذیر علاوه بر اختلاف فشار ناشی از اختلاف ویسکوزیته که ذکر شد، کشش سطحی نیز باعث اختلاف فشار می‌شود.

$$p_2 - p_1 = \sigma K_n \quad (2-1)$$

در اینجا σ کشش سطحی بین دو سیال و K_n انحنای سطح مرز مشترک را نشان می‌دهد.

جابه‌جایی مخلوط‌نشدنی اولین بار توسط چوک^۲ و همکاران با استفاده از تحلیل خطی بررسی شد و با در نظر گرفتن کشش سطحی در یک جابه‌جایی مستقیم، نسبت اغتشاشات برای ثابت رشد ناپایداری σ_r به صورت زیر تعریف شد [۴]:

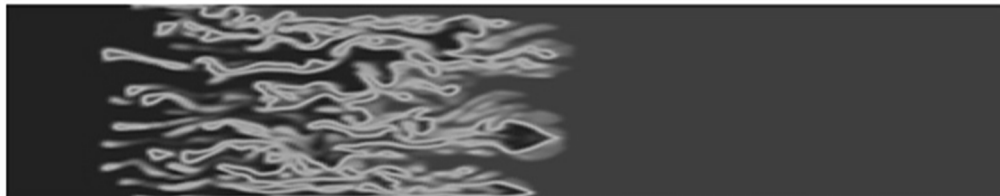
¹ Capillary

² Chouk

$$(\eta_1 + \eta_2)\sigma_r = \left[u(\eta_1 - \eta_2) + \frac{(\rho_1 - \rho_2)gb^2}{12} \right] k - \frac{\sigma b^2 k^3}{12} \quad (3-1)$$

نتایج این مطالعه این بود که کشش سطحی امواج کوتاه را کاهش می‌دهد، در حالی که سازوکارهای پایه آن‌ها را تشدید می‌کند و با ایجاد اثرات رقابتی به یک حالت مطلوب همانند سایر مسائل ناپایداری هدایت می‌کند.

تفسیر فیزیکی ساده‌ی این موضوع این است که در جابه‌جایی مخلوط‌نشده علاوه بر این که نیروی مثبت فشاری سیال جابه‌جا کننده باعث توسعه ناپایداری می‌شود، کشش سطحی دو سیال نیز باعث ربایش سیال جابه‌جا کننده توسط جابه‌جا شونده شده و ناپایداری را تشدید می‌کند. در ادامه این فصل به بیان برخی مفاهیم به‌کاررفته در ناپایداری انگشتی پرداخته خواهد شد. همچنین تاریخچه‌ای از مطالعات انجام شده در زمینه این ناپایداری ارائه می‌شود و اهداف موردنظر از انجام این مطالعه مشخص خواهد شد.



شکل ۱-۱: ناپایداری انگشتی لزج

۱-۲- سلول هل-شاو^۱

سلول هل-شاو یکی از پرکاربردترین روش‌ها در مطالعه جریان‌های سیالات در محیط متخلخل است. به علت پیچیدگی بررسی جریان سیالات در محیط متخلخل، می‌توان سلول هل-شاو را جایگزین این محیط کرد و به راه حلی سریع‌تر و دقیق‌تر دست یافت.

¹ Hele-Shaw cell

از جمله مشکلات و سختی‌های موجود در بررسی ناپایداری انگشتی در یک محیط متخلخل واقعی می‌توان به دشواری پیاده‌سازی معادلات برای این‌گونه پدیده‌های پیچیده در شبیه‌سازی عددی اشاره کرد و استفاده از یک محیط متخلخل واقعی در مقیاس میکروسکوپی جواب قابل قبول و معناداری برای معادلات ناوراستوکس ارائه نمی‌دهند. به همین دلیل با در نظر گرفتن حرکت سیال در مقیاس مایکروسکوپی، با فرض حفظ پیوستگی در آن، می‌توان به یک راه ساده‌تر برای حل این مشکل رسید. همچنین در مطالعات آزمایشگاهی شرایط مناسبی برای مشاهده‌ی انواع فرایندها فراهم نمی‌شود زیرا این محیط‌ها غالباً کدر و غیر شفاف است. با توجه به مشکلات ذکر شده، استفاده از سلول هل-شاو در مطالعات محیط‌های متخلخل بسیار پرکاربرد است.

جریان در سلول هل-شاو، با جریان دوبعدی تراکم‌ناپذیر در محیط متخلخل مشابه است. این هندسه برای توصیف جریان‌های دوبعدی خزشی با صرف‌نظر از نیروهای اینرسی قابل استفاده خواهد بود. این محیط از کنار هم قرار گرفتن دو صفحه موازی با ضخامت بسیار کم به وجود می‌آید و فضای بین دو صفحه معمولاً با سیال پر می‌شود. فاصله فضای خالی بین دو صفحه δ به اندازه‌ای کوچک است که نیروهای لزج غالب هستند. سلول هل-شاو در هندسه‌های متفاوتی از جمله هندسه دایره‌ای، مستطیلی، شش ضلعی، هندسه‌هایی با ضخامت متغیر و ... یافت می‌شود. استفاده از این سلول همانند جریان در محیط متخلخل برای جریان‌هایی با رینولدز پایین امکان‌پذیر است. تصویری شماتیک از سلول هل-شاو مستطیلی در شکل ۱-۲ آورده شده است. در این تصویر b ضخامت سلول و W عرض آن را نشان می‌دهند. جریان بین دو صفحه موازی که از یکدیگر به اندازه b فاصله دارند با سرعت U جریان می‌یابد.

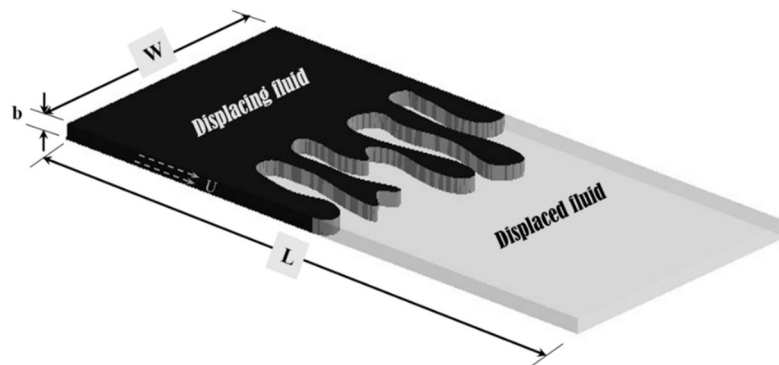
نفوذپذیری^۱ از جمله خواص محیط متخلخل بوده و به سیال اجازه می‌دهد تا بدون تأثیرپذیری شیمیایی و یا فیزیکی، از محیط متخلخل عبور کند. هرچه مقدار این پارامتر برای یک محیط بیشتر

¹ Permeability

باشد، عبور سیال از آن نیز آسان تر است. این پارامتر از ویسکوزیته یا چگالی سیال مستقل است و در بررسی جریان در محیط متخلخل، معمولاً این پارامتر همگن و همسانگرد در نظر گرفته می‌شود. همچنین نفوذپذیری معمولاً نسبت به زمان نیز ثابت فرض می‌شود. سلول هل-شاو دارای نفوذپذیری ثابتی است که از رابطه زیر محاسبه می‌شود.

$$k = \frac{b^2}{12} \quad (4-1)$$

سافمن و تیلور [۱] نشان دادند که معادلات حاکم بر سلول هل-شاو برای دو فاز مخلوط ناپذیر نیز حاکم است.



شکل ۱-۲: تصویری شماتیک از یک سلول هل-شاو

۱-۳- سیالات غیرنیوتنی

نقش سیالات در پدیده‌های طبیعی زندگی روزمره و به‌عنوان عاملی تأثیرگذار در کاربردهای صنعتی بر کسی پوشیده نیست. بهره‌وری از خواص سیالات در زمینه‌های گوناگون موجب شده است تلاش‌های بی شماری جهت شناخت ویژگی‌های این مواد صورت گیرد. در این میان جریان سیالات غیرنیوتنی در علم مکانیک سیالات از اهمیتی ویژه برخوردار شده‌اند.

ساده‌ترین معادله ساختاری، سیال نیوتنی است ($\tau = \eta\dot{\gamma}$) است. سیالاتی که از این معادله پیروی نمی‌کنند سیالات غیرنیوتنی نامیده می‌شوند. سیالات غیرنیوتنی عموماً به سه گروه عمده تقسیم می‌شوند که در زیر بیان شده است. طبقه‌بندی کامل سیالات نیز در شکل ۱-۳ نشان داده شده است.

۱. سیالات غیرنیوتنی مستقل از زمان:

در این مواد ویسکوزیته صرفاً تابعی از نرخ برش است و معمولاً سیال نیوتنی تعمیم‌یافته^۱ نامیده می‌شود. سیالات مستقل از زمان به دو گروه مواد دارای تنش تسلیم^۲ و مواد فاقد تنش تسلیم تقسیم می‌شوند.

از جمله مواد دارای تنش تسلیم می‌توان به سیالات بینگهام اشاره کرد. در این سیالات تا حدی از تنش به نام تنش تسلیم سیال مانند جامدات عمل نموده و از تنش تسلیم به بعد سیال، رفتار نیوتنی از خود بروز می‌دهد. (سوسپانسیون شن در آب).

سیالات فاقد تنش تسلیم به سیالات شبه‌پلاستیک^۳ و سیالات دایلاتنت^۴ تقسیم می‌شود. سیالات شبه‌پلاستیک مانند محلول‌ها و مذاب‌های پلیمری و سوسپانسیون‌های رنگ‌ها و خمیر کاغذ که ویسکوزیته ظاهری سیال با افزایش نرخ برش کاهش می‌یابد. در سیالات دایلاتنت نیز ویسکوزیته ظاهری سیال با افزایش نرخ برش افزایش می‌یابد مانند نشاسته، سوسپانسیون‌های میکا، توده، شن‌های ساحلی.

۲. سیالات غیرنیوتنی تابع زمان:

¹ Generalized Newtonian Fluids

² Yield Stress

³ Pseudoplastic

⁴ Dilatant

بیشتر سیالات واقعی دارای رفتار پیچیده‌تری هستند. بسیاری از مایعات غیرنیوتنی نه‌تنها ویسکوزیته وابسته به نرخ برش^۱ دارند، بلکه ساختمانشان نیز تابع زمان است. البته طبیعی است که ساختمان سیال با نرخ برش تغییر پیدا کند ولی اگر تطبیق یافته ساختمان سیال با نرخ برش اعمال شده نیازمند زمان قابل توجهی باشد در آن صورت ملاحظه خواهد شد که ویسکوزیته اندازه‌گیری شده در یک آزمایش برش ساده نه‌تنها با شدت برش تغییر می‌کند بلکه تابع زمان نیز هست.

سیالات غیرنیوتنی تابع زمان به دو گروه سیالات تیکسوتروپیک^۲ و سیالات رئوپکتیک^۳ تقسیم می‌شوند. تیکسوتروپی به پدیده کاهش ویسکوزیته ظاهری سیالات تحت تنش برشی ثابت با گذشت زمان گفته می‌شود. تیکسوتروپی نوعی کار نرمی است که در آن با حذف تنش برشی خارجی، ویسکوزیته به حالت قبل بازمی‌گردد. رئوپکسی به پدیده افزایش ویسکوزیته سیالات تحت تنش برشی ثابت با گذشت زمان گفته می‌شود.

۳. سیالات ویسکوالاستیک

این دسته از سیالات هم خاصیت ویسکوز و هم خاصیت الاستیک را توأمأً دارا می‌باشند. در یک جامد الاستیک ایده‌آل رابطه بین تنش و کرنش مستقل از زمان است، ولی در یک ماده ویسکوالاستیک تنش لازم جهت حفظ یک کرنش ثابت به مرور زمان کاهش می‌یابد. از طرف دیگری برخلاف سیالات مستقل از زمان پس از قطع تنش که موجب جریان یافتن یک سیال ویسکوالاستیک شده است، بخشی از تغییر شکل به تدریج بازیافت خواهد شد.

در مواد ویسکوالاستیک ماده دارای یک حافظه^۴ جهت‌دار از تغییر شکل‌های نهایی است. این موضوع

¹ Shear Rate

² Thixotropic

³ Rheopetic

⁴ Memory

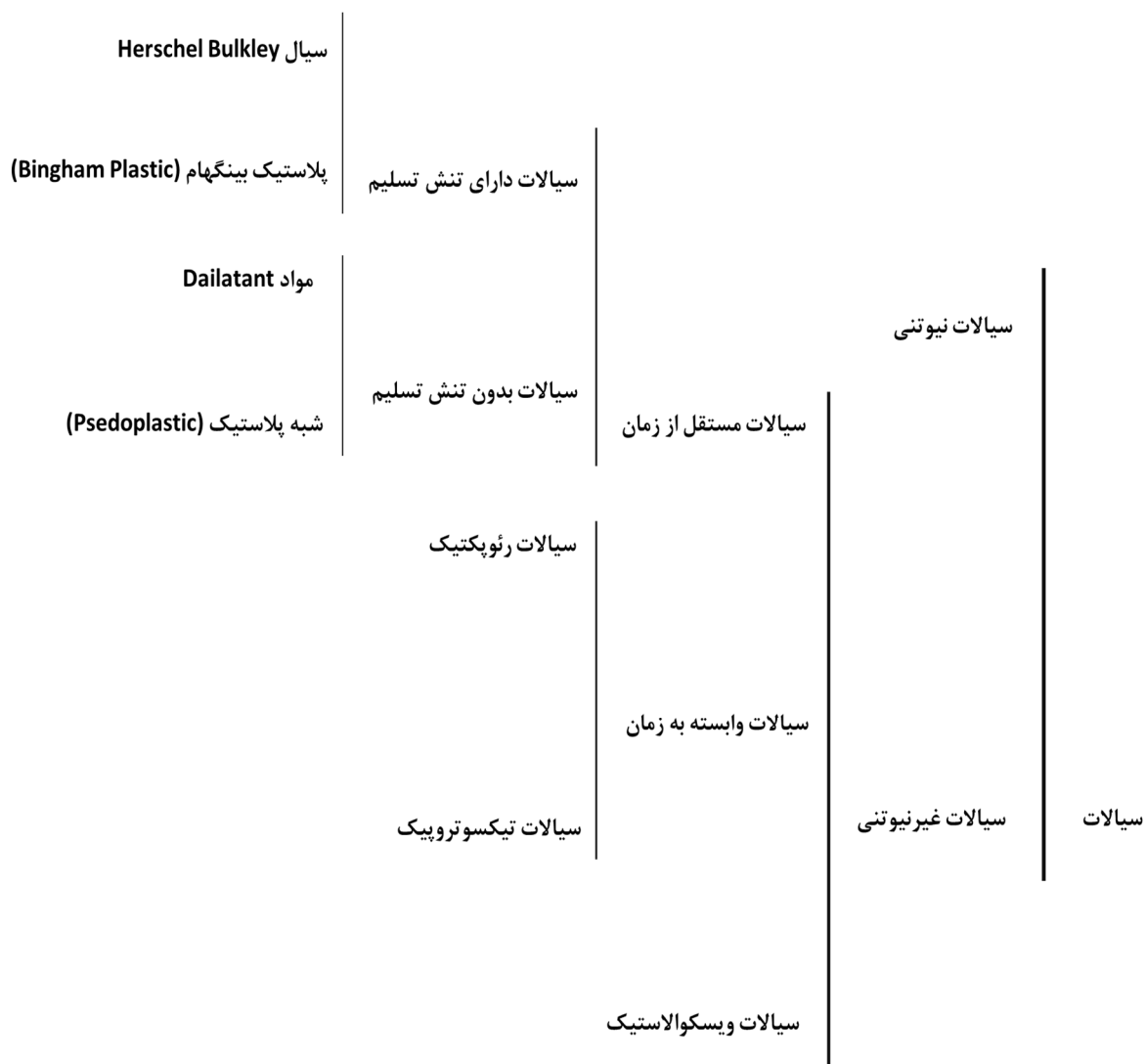
سبب بروز پدیده‌هایی چون آسودگی از تنش^۱ و بازگشت الاستیک^۲ می‌شود.

خواص رئولوژیکی مواد ویسکوالاستیک در هر لحظه تابع وضعیت پیشین آن است و نمی‌توان آن‌ها را صرفاً با رابطه بین تنش برشی و نرخ برش بیان کرد. بدین منظور استفاده از مشتقات زمانی این دو کمیت نیز ضروری است. در تئوری‌های مختلف ویسکوالاستیسیته عکس‌العمل ماده به شکل‌های گوناگونی در مدل‌های رئولوژیکی وارد گردیده است. خواص رئولوژیکی ماده شامل خواص ویسکومتريک و خواص ویسکوالاستیک است که برای به‌دست آوردن خاصیت ویسکوالاستیک مواد پلیمری از آزمایش‌های نوسانی با دامنه کوتاه^۳ (SAOS) استفاده می‌شود. کاربردهای فراوان سیالات ویسکوالاستیک در فناوری صنعت و نمونه‌هایی عینی در پیرامون ما نشان دهنده لزوم توجه به این پدیده در پیش‌برد دانش سیالات است.

¹ Stress Relaxation

² Elastic Recovery

³ Small Amplitude Oscillatory Shear



شکل ۱-۳: طبقه‌بندی سیالات

۴-۱- مروری بر پژوهش‌های پیشین

به منظور مطالعه و انجام پژوهش‌های جدید نیاز به مرور مطالعات قبلی و دستاوردهای پیشین ضروری است. از این رو در این بخش مروری بر پژوهش‌های پیشین در زمینه ناپایداری سافمن-تیلور صورت می‌گیرد. مطالعات انجام شده در این زمینه به چند بخش کلی قابل تقسیم‌بندی هستند که از جمله آن‌ها می‌توان به مطالعات سیالات نیوتنی و غیرنیوتنی اشاره کرد. در یک دسته‌بندی جزئی‌تر بررسی این ناپایداری به دو بخش مربوط به جریان‌های مخلوط شدنی و مخلوط نشدنی تقسیم‌بندی می‌شود.

شود که هرکدام روابط و اصول کاملاً مجزایی در روند شبیه‌سازی و آزمایش دارند. با توجه به بررسی های انجام شده می‌توان دریافت که مطالعات در زمینه جریان‌های مخلوط‌نشدنی به مراتب کمتر از جریان‌های مخلوط‌شدنی صورت گرفته است. به ویژه در بررسی ناپایداری سافمن-تیلور در سیالات غیر نیوتنی، مطالعات مربوط به جابه‌جایی مخلوط‌نشدنی کمتر دیده می‌شود.

بررسی این ناپایداری همان‌گونه که ذکر شد، از حدود دهه ۶۰ میلادی شدت بیشتری پیدا کرد و با در نظر گرفتن شرایط متفاوت و حالت‌های خاص، گسترش یافت. این ناپایداری در طول چند دهه‌ی اخیر هم به صورت عددی و هم آزمایشگاهی مورد بررسی قرار گرفته است. چوک^۱ و همکاران [۴] و همچنین هیل^۲ [۵] اولین کسانی بودند که این نوع ناپایداری سطح مشترک را مورد توجه قرار دادند. سافمن و تیلور^۳ [۶ و ۷] این ناپایداری را به‌طور سیستماتیک و جامع هم به صورت تحلیلی و هم آزمایشگاهی مطالعه کردند. نتایج کار آن‌ها بسیار فراگیر بود به‌طوری‌که امروزه این ناپایداری به عنوان ناپایداری سافمن-تیلور شناخته می‌شود.

در این فصل ابتدا به بررسی مطالعات انجام شده در زمینه نیوتنی پرداخته می‌شود سپس مطالعات غیرنیوتنی انجام گرفته مورد بررسی و مقایسه قرار می‌گیرد.

۱-۴-۱- مطالعات نیوتنی

۱-۱-۴-۱- مطالعات آزمایشگاهی

ناپایداری سافمن-تیلور اولین بار توسط هیل و همکاران [۵] در جریان‌های مخلوط‌شدنی به‌صورت آزمایشگاهی بررسی شد. او بر پایه نیرویی بر اساس اختلاف فشار و نیز اغتشاشی در سطح مشترک دو سیال مورد آزمایش، به بررسی این ناپایداری پرداخت. در ادامه اسلوباد و کوودل^۴ [۸] با استفاده از

¹ Chouke

² Hil

³ Saffman & Taylor

⁴ Slobod & Caudle

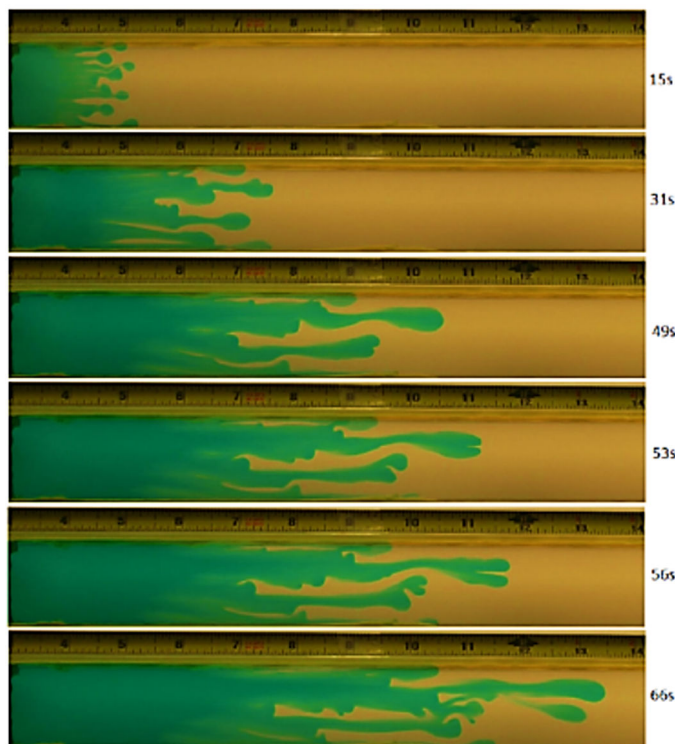
تکنیک پرتو ایکس، به اندازه‌گیری بازده جاروبی در جابه‌جایی مخلوط‌شدنی پرداختند. همچنین با استفاده از این روش الگوهای انگشتی متفاوت ایجاد شده در نسبت ویسکوزیته‌های مختلف نیز مورد مشاهده و بررسی قرار گرفت. بررسی‌های آزمایشگاهی متعددی نیز توسط هابرمَن^۱ [۹] در زمینه تأثیرات نسبت تحرک بر راندمان جابجایی و همچنین چگونگی شکل‌گیری ناپایداری انگشتی صورت گرفت. نتایج این تحقیق نشان داد که نسبت تحرک دو سیال تأثیر بیش‌تری نسبت به ناهمگنی محیط متخلخل در توسعه ناپایداری دارد. تأثیر نسبت تحرک همچنین در یک مطالعه آزمایشگاهی برای جابه‌جایی مخلوط‌شدنی با استفاده از پرتو ایکس توسط پرکینس و جانستون^۲ [۱۰] انجام شد. همچنین اثر نیروی گرانش بر شکل‌گیری و نیز سرعت پیش‌روی انگشتی‌ها توسط اسلوباد و توماس [۱۱] بررسی شد. در ادامه این مطالعات، صغیر و همکاران [۱۲] به بررسی تأثیر اختلاف دما بر ناپایداری انگشتی لزج به صورت آزمایشگاهی پرداختند. در این آزمایش از گلیسرین و آب استفاده شده و مشاهدات نشان می‌دهد تزریق آب داغ به سیستم باعث کاهش طول الگوهای انگشتی می‌شود. همچنین نتایج نشان داد که نیروی شناوری از پیشرفت سریع انگشتی‌ها جلوگیری می‌کند. از جمله جدیدترین مطالعات آزمایشگاهی انجام شده در زمینه مطالعات نیوتنی انگشتی لزج می‌توان به مطالعه آزمایشگاهی ملهترا^۳ و همکاران [۱۳] اشاره کرد. آن‌ها میزان رشد ناحیه اختلاط در پدیده انگشتی لزج را با استفاده از یک جریان جابجایی مخلوط‌شدنی در یک سلول هل-شاو بررسی کردند. در این آزمایش محدوده وسیعی از مقادیر نسبت ویسکوزیته با تزریق آب داخل محلول‌های گلیسرین در دبی‌های متفاوت مورد آزمایش قرار گرفت. نتایج نشان داد که افزایش رشد ناحیه اختلاط متناسب با افزایش نسبت ویسکوزیته دو سیال است.

¹ Habermann

² Perkins & Johnston

³ Malhotra

فرانکو گومز^۱ و همکاران [۱۴] به بررسی حساسیت الگوهای انگشتی ناپایداری سافمن-تیلور به تغییرات عمق کانال پرداختند. در این مطالعه آزمایشگاهی یک انسداد مستطیلی قابل کنترل در مرکز سلول هل-شاو در نظر گرفته شد. با بررسی عرض انگشتی‌ها و پارامتر عدد موینگی نتایج نشان داد که با افزایش نسبت طول به عرض انسداد الگوهای ناپایداری حساسیت بیش‌تری نسبت به عمق کانال پیدا می‌کنند.



شکل ۱-۴: سیر تکاملی سطح مشترک بین دو سیال آب و محلول گلیسرین ۸۹٪ در جابه‌جایی مخلوط شدنی [۱۴]

۱-۴-۲- مطالعات عددی

همان‌طور که گفته شد یکی از اولین مطالعات ناپایداری انگشتی لزج توسط چوک و همکاران [۴] انجام گرفت. در این تحقیق با استفاده از تحلیل پایداری خطی به بررسی این ناپایداری در جریان‌های مخلوط‌نشده پرداخته شد و عدد موج‌هایی که جریان ناپایدارتری را فراهم می‌ساخت، مورد بررسی قرار گرفت. همچنین ناپایداری انگشتی لزج مخلوط‌نشده به صورت آزمایشگاهی نیز بررسی شد و در نهایت

¹ Franco-Gomez

نتایج تئوری حاصل با نتایج آزمایشات انجام شده در سلول‌های هل-شاو مورد مقایسه قرار گرفت. پس از آن پرین^۱ به تحلیل پایداری خطی جابه‌جایی مخلوط‌شدنی نفت و یک محلول با ویسکوزیته کمتر از نفت پرداخت [۱۵]. او با استفاده از روش حساب اغتشاشات، روش‌ها و مکانیزم‌های پخش یک سیال در سیال دیگر را بررسی کرد.

راگرسون و میبورگ^۲ [۱۶ و ۱۷] با استفاده از روش پایداری خطی و همچنین شبیه‌سازی غیرخطی تأثیرات برش مماسی بر پایداری جریان‌های اختلاط‌پذیر را مطالعه کردند. آن‌ها با در نظر گرفتن جزء مماسی سرعت بر سطح مشترک، به بررسی تغییرات اضافه کردن این عامل در هر دو روش پرداختند. نتایج حاصل از پایداری خطی نشان داد که این عامل، باعث افزایش پایداری جریان‌های مخلوط‌شدنی می‌شود. این نتیجه با نتایج به‌دست‌آمده در شبیه‌سازی غیرخطی متفاوت بود. در شبیه‌سازی غیرخطی بررسی‌ها نشان داد که برش مماسی عاملی بر ناپایداری بیشتر جریان است. علاوه بر این دی‌ویت و هومسی^۳ [۱۸] نیز محیط‌های متخلخلی با نفوذپذیری نسبی پریودیک را با استفاده از تحلیل پایداری خطی و همچنین شبیه‌سازی غیرخطی مورد بررسی قرار دادند.

میشرا و همکاران^۴ [۱۹] ناپایداری سافمن-تیلور را در لوله‌های کروماتوگرافی بررسی کردند. آن‌ها در این مطالعه از جذب سطحی خطی برای محیط متخلخل استفاده کردند. نتایج نشان داد که با افزایش این پارامتر، جریانی پایدارتر در جابجایی‌های مخلوط‌شدنی فراهم می‌شود. از دیگر مطالعات با استفاده از تحلیل پایداری خطی می‌توان به مطالعه قسمت و همکاران [۲۰] اشاره کرد. در این بررسی محیط با تانسور پراکندگی ناهمسانگرد و وابسته به سرعت جریان در نظر گرفته شد و طول موج‌های بحرانی این ناپایداری در حالت‌های خاص معرفی شد. تن و هومسی [۲۱] اولین بار روش دقیق طیفی را برای

¹ Prin

² Rogerson & Meiburg

³ De Wit & Homsey

⁴ Mishra

شبیه‌سازی ناپایداری انگشتی لزج معرفی کرده و با استفاده از این روش به بررسی ناپایداری در محیطی با پراکندگی همسانگرد پرداختند. آن‌ها، با استفاده از روش طیفی^۱ و تبدیلات فوریه^۲ یک مدل دو بعدی شبیه‌سازی کردند و نتایجی مطابق با نتایج آزمایشگاهی به دست آوردند.

زیمرمن و هومسی^۳ [۲۲] به بررسی ناپایداری در محیط‌هایی با پراکندگی ناهمسانگرد پرداختند. آن‌ها پراکندگی را وابسته به سرعت در نظر گرفتند و اثرات این ناهمسانگردی را در شکل‌گیری انگشتی‌ها بررسی کردند. این دو همچنین این ناپایداری را در جریان مخلوط‌شدنی به صورت سه بعدی نیز شبیه‌سازی کردند و با مشاهده نتایج حاصل متوجه شدند که هیچ مکانیزم جدیدی در شکل‌گیری انگشتی‌ها در حالت سه بعدی قابل مشاهده نیست [۲۳]. بررسی این ناپایداری در محیط متخلخلی با نفوذپذیری ناهمگن نیز به صورت عددی، توسط تن و هومسی [۲۴] انجام پذیرفت. همچنین قسمت و عزیز [۲۵] به بررسی ناپایداری انگشتی در محیط متخلخلی با تانسور پراکندگی وابسته به سرعت، پرداختند که در آن مکانیزم‌های موجود در پدیده انگشتی لزج مورد تحلیل واقع شد. همچنین در این شبیه‌سازی پارامتر جدید راندمان جاروبی در ناپایداری انگشتی معرفی شد. پس از آن سجادی و عزیز [۲۶] تأثیرات انتقال حرارت را در ناپایداری انگشتی زمانی که هر سیال دمای متفاوتی دارد مطالعه کردند. آن‌ها نیز پارامترهایی مانند راندمان جاروبی و طول اختلاط را تحت شرایط جدید مورد بررسی قرار دادند.

از جمله مطالعات عددی اخیر، که به بررسی این ناپایداری در سیال نیوتنی پرداخته است می‌توان به مطالعه عددی نوروژی و شوقی [۲۷] اشاره کرد. در این تحقیق، ناپایداری انگشتی لزج مخلوط‌شدنی در یک محیط متخلخل با پراکندگی و نفوذپذیری ناهمسانگرد بررسی شده است. تأثیرات این ناهمسانگردی بر پیدایش و رشد انگشتی‌ها به روش تحلیل پایداری خطی و همچنین شبیه‌سازی

¹ Spectral Method

² Fourier transform

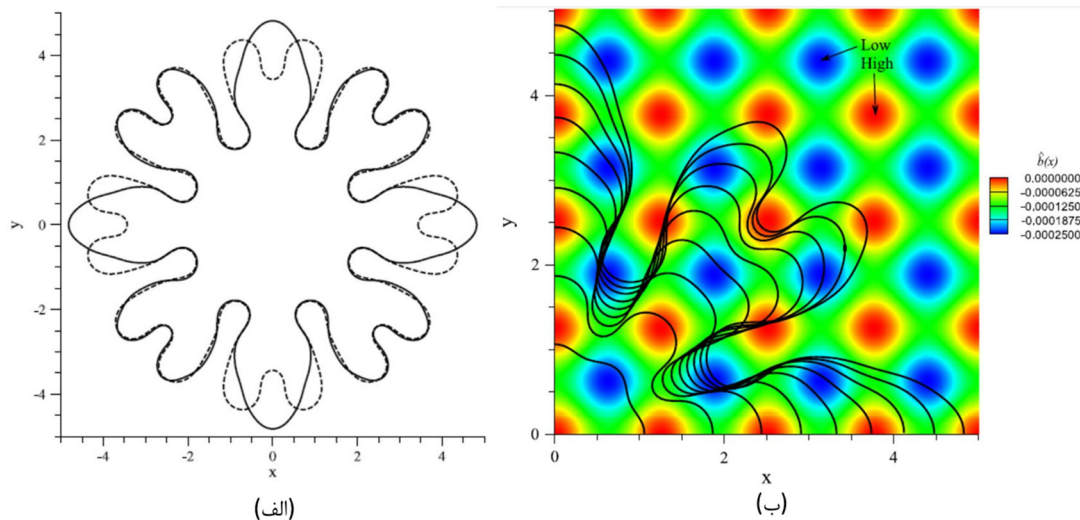
³ Zimmerman & Homsy

غیرخطی مورد بررسی قرار گرفته است. در بخش پایداری خطی با استفاده از تقریب شبه خطی و روش شوتینگ، نرخ رشد اغتشاشات در طول موج‌های مختلف برحسب پارامترهای موجود در مسئله محاسبه شده است. در این روش مشاهده شد که با افزایش نفوذپذیری و پراکندگی در جهت جریان نسبت به جهت عمود بر جریان، جریانی پایدارتر فراهم می‌شود. در بخش شبیه‌سازی غیرخطی نیز از روش طیفی در حل معادلات غیرخطی و همچنین از تبدیل هارتلی^۱ استفاده شده است. نتایج نشان می‌دهد که ناهمسانگردی در تانسور نفوذپذیری و ناهمگنی پراکندگی اثر چشم‌گیری در توسعه انگشتی‌ها و همچنین در مکانیزم‌های موجود در پدیده انگشتی دارد. همچنین در این مطالعه به بررسی پارامترهای میانگین غلظت عرضی، طول اختلاط و بازده جاروبی در این ناپایداری پرداخته شده است.

اخیراً پاور^۲ و همکاران [۲۸] پایداری جریان انگشتی لزج مخلوط نشدنی را در یک سلول هل-شاو با پراکندگی ناهمگن و نفوذپذیری ناهمسانگرد برای مقادیر مختلفی از عدد موینگی به صورت عددی مورد بررسی قرار دادند. آن‌ها با مقایسه سیر تکامل و نرخ رشد در سلول‌هایی با نفوذپذیری متفاوت و سلول‌هایی با نفوذپذیری یکسان به اثر نفوذپذیری ناهمگن روی پایداری نسبی اغتشاشات پی بردند. دستاورد این مطالعه، تأثیر سه پارامتر روی کنترل این ناپایداری در نفوذپذیری ناهمگن بود: ۱- گرادیان‌ها در فشار موینگی، ۲- تغییرات محلی قابلیت تحرک سیال، ۳- تغییرات گرادیان فشار ویسکوز.

¹ Hartly transform

² Power



شکل ۱-۵: الف: سطح مشترک در زمان $t=40$ برای سلول کارتیزین متناوب (خط)، و سلول یکنواخت (نقطه‌چین)

ب: کانتور نمونه سلول کارتیزین متناوب از زمان $t=0$ تا $t=40$ [۲۸].

تعداد زیادی از مطالعات و مقالات مروری در زمینه ناپایداری انگشتی لزج به‌ویژه برای جابجایی نیوتنی-نیوتنی حاضر شده است که از جمله این مقالات مروری می‌توان به کارهای بنسیمان^۱ و همکاران [۲۹]، هومسی [۱]، هوهلوو^۲ [۳۰]، تنویر^۳ [۳۱ و ۳۲]، کودر [۳۳]، هویسان^۴ [۳۴]، مقاله آزمایشگاهی مروری ام سی کلود و ماهر^۵ [۳۵] و مطالعه پلکه و لیبچابر^۶ [۳۶] اشاره کرد که منابع بسیار جامعی برای درک بیشتر این ناپایداری در زمینه سیالات نیوتنی هستند.

۱-۴-۲- مطالعات غیرنیوتنی

در طول چند سال اخیر توجه محققین در زمینه ناپایداری سافمن-تیلور به دسته متفاوتی از مطالعات جلب شده است؛ مطالعاتی که رفتار سیالات غیرنیوتنی را در این ناپایداری بررسی می‌کند. سیالات غیرنیوتنی الگوهای انگشتی متفاوت و پیچیده‌تری نسبت به سیالات نیوتنی ارائه می‌دهد. اولین مطالعات

¹ Bensimon

² Hohlov

³ Tanveer

⁴ Howison

⁵ Mc Cloud & Maher

⁶ Pelce & Libchaber

در این زمینه توسط مارشال و همکاران [۳۷]، داکورد و همکاران [۳۸] و نیتمن و همکاران^۱ [۳۹] انجام شد.

۱-۴-۲-۱- مطالعات آزمایشگاهی

اولین مطالعه آزمایشگاهی در جریان سیالات غیرنیوتنی توسط مارشال و همکاران [۳۷] انجام شد. آن‌ها تأثیر گرانش را در رشد الگوهای انگشتی در محیط متخلخل بررسی کردند. پس از آن داکرد و همکاران [۳۸] جریان سیالات غیرنیوتنی را در سلول هل-شاو شعاعی به‌طور آزمایشگاهی بررسی کردند. آن‌ها جابجایی یک سیال غیرنیوتنی توسط سیالی نیوتنی را بررسی کرده و تشکیل انگشتی‌هایی با شاخه‌های زیاد را گزارش کردند. همچنین در این آزمایش مشاهده شد که در این حالت انگشتی‌ها بیشتر تمایل به شکافته شدن دارند و میل چندانی به ایجاد انگشتی‌های پهن‌تر و عریض‌تر از خود نشان نمی‌دهند.

آلن و باگر^۲ [۴۰] یک مطالعه آزمایشگاهی برای سه نوع از سیالات: سیال نیوتنی، سیال باریک‌شونده و سیال کاملاً الاستیک، در یک سلول هل-شاو فراهم کردند. این آزمایش نشان داد که خواص رئولوژیکی اثر چشم‌گیری روی الگوهای انگشتی و پروفیل بازده جاروبی دارد. همچنین سیالات باریک‌شونده ناپایداری بیشتری در سطح مشترک دو سیال نسبت به حالت‌های دیگر ایجاد می‌کنند. در ادامه تحقیق تجربی دیگری نیز روی پدیده ناپایداری انگشتی لزج توسط اسمیت^۳ و همکاران [۴۱] صورت گرفت. در این مطالعه از محلول‌های رقیق پلی-استایرن در دی-اکتیل-فاتالات استفاده شد و نتایج نشان داد که ناپایداری در محلول‌های پلی-استایرن زودتر از محلول‌های نیوتنی اتفاق می‌افتد. مطالعه آزمایشگاهی دیگری توسط ژائو و ماهر^۴ [۴۲] مهیا شد. آن‌ها انگشتی لزج را در یک سلول هل-شاو شعاعی برای محلول‌های آبی پلی-اتیلن-اکسید و هیدروفوبیک پلی-اتیلن-اکسید که توسط آب جابه‌جا می‌شد،

¹ Nittman

² Allen & Boger

³ Smith

بررسی کردند. بن و همکاران^۱ [۴۳] ناپایداری سافمن-تیلور را در یک جابه‌جایی مخلوط‌نشدنی مورد آزمایش قرار دادند. در این مطالعه عرض انگشتی‌ها تابعی از سرعت پیش‌روی نوک انگشتی‌ها است و اثر ویسکوزیته و کشش سطحی بر ناپایداری انگشتی بررسی شده است. سیالات مورد استفاده در این آزمایش، مواد پلیمری و سورفکتانت^۲ است که تفاوت‌های ناشی از استفاده‌ی این مواد بررسی شده است. همچنین در بخش دیگری از این مطالعه آزمایشگاهی به مقایسه الگوهای انگشتی ناشی از جابه‌جایی هوا توسط یک محلول پلیمری باریک شونده پرداخته شده است. نتایج نشان داد که در سرعت‌های کم، انگشتی‌هایی باریک و نوک‌تیز به‌وجود می‌آید درحالی‌که در سرعت‌های بالاتر انگشتی‌هایی پهن‌تر قابل مشاهده است. دستاورد دیگر این مطالعه تأثیر کشش سطحی بر شکل انگشتی‌ها است. بن و همکاران با افزودن سورفکتانت‌ها و مقایسه‌ی آن با حالتی که از محلول‌های پلیمری استفاده شده، به این نتیجه رسیدند که کشش سطحی تأثیر چشم‌گیری بر الگوهای انگشتی ندارد.

ولد و ماهر [۴۴] ناپایداری انگشتی لزج را در سلول هل-شاو برای سیال باگر بررسی کردند. آن‌ها مشاهده کردند که جابه‌جایی مخلوط‌نشدنی سیال باگر در سرعت‌های پایین ناپایداری را به شکل چند شاخه‌ای شدن سوق می‌دهد. از جمله مطالعات دیگری که به صورت آزمایشگاهی روی انگشتی لزج در سیال غیرنیوتنی متمرکز شده است می‌توان به مطالعه پربار لیندر و همکاران^۳ [۴۵] اشاره کرد. آن‌ها آزمایشی به منظور بررسی اثر خواص مختلف سیالات غیرنیوتنی روی ناپایداری انگشتی لزج فراهم کردند. در این آزمایش انگشتی لزج در محلول‌های رقیق و نیمه رقیق پلیمری که توسط هوا جابه‌جا می‌شود بررسی شده است. نتایج نشان داد که برای محلول‌هایی با غلظت پلیمری بالا اثرات غیرنیوتنی بیشتر از محلول‌هایی با غلظت پایین حائز اهمیت است. برای محلول‌های باریک‌شونده انگشتی‌های باریک‌تری نسبت به حالت نیوتنی مشاهده شده است، برخلاف نتایج پلیمرهای الاستیک که باعث

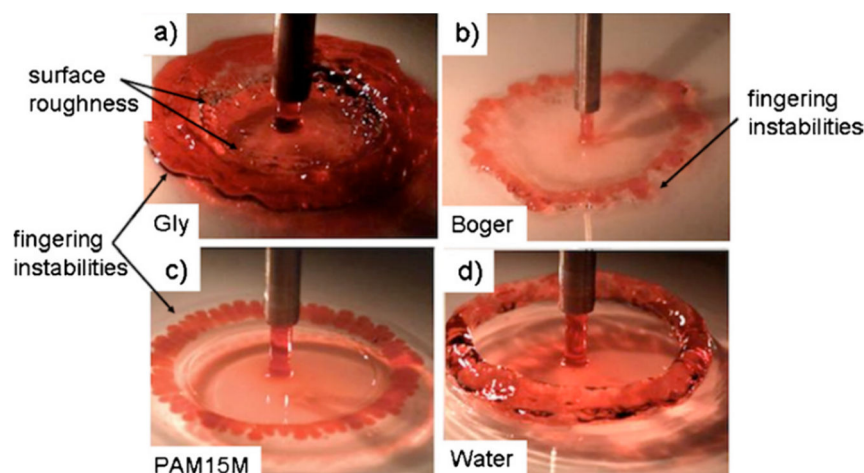
¹ Bonn

² surfactant

³ Linder

تشکیل انگشتی‌های عریض‌تری نسبت به حالت نیوتنی می‌شود. همچنین مشاهده شد که سرعت انگشتی‌ها تفاوتی با حالت نیوتنی ندارد.

ناپایداری سافمن-تیلور همچنین می‌تواند در موقعیت‌های دیگری نیز مشاهده شود. به عنوان مثال در جابه‌جایی یک سیال معمولی توسط جتی از سیال مخلوط شونده این ناپایداری ظاهر می‌شود. فولر^۱ و همکاران [۴۶] اثر الاستیسیته را روی دینامیک جریانی با شیب صعودی بررسی کردند. در این مطالعه آزمایشگاهی، پدیده‌ی انگشتی لزج در سطح مشترک بین جت ویسکوالاستیک با ویسکوزیته کم و سیال نیوتنی با ویسکوزیته زیاد مشاهده شد. نتایج نشان داد که خواص الاستیک نمونه روی الگوی انگشتی‌ها تأثیر می‌گذارد و به سمت از بین بردن اغتشاشات در حوالی پرش هیدرولیکی میل می‌کند.



شکل ۱-۶: پدیده‌ی انگشتی لزج در سطح مشترک بین سیال پوششی و سیال شسته شده. سیال پوششی: (a) محلول آب و گلیسرین. (b) سیال باگر (c) محلول رقیق PAM. (d) آب [۴۶]

مطالعه‌ی آزمایشگاهی دیگری توسط اوندانو و همکاران [۴۷] گزارش شده است. در این آزمایش جابه‌جایی نفت به‌عنوان یک سیال نیوتنی توسط سه نوع سیال نیوتنی، باریک شونده و ویسکوالاستیک در یک سلول هل-شاو در حضور نیروهای گرانش در نظر گرفته شده است. آن‌ها مشاهده کردند که پروفیل سطح مشترک در جابه‌جایی نیوتنی و باریک‌شونده تنها به سرعت وابسته است و از ویسکوزیته

¹ Fuller

سیال جابه‌جا شونده و رفتار باریک شونده مستقل است. همچنین سطح مشترک دو سیال در محلول های پلیمری با تغییرات سرعت تغییر نمی‌کند. اخیراً نیز، مالهوترا و شرما [۴۸] با استفاده از سیال با گر به مطالعه‌ی کیفی اثرات الاستیک بر سیال جابه‌جاشونده پرداختند. در این آزمایش مشاهده شد که حضور اثرات الاستیک باعث تغییر الگوی انگشتی‌ها می‌شود و همچنین تعداد انگشتی‌ها در مقایسه با نوع نیوتنی خود، بیشتر می‌شود.

۱-۴-۲-۲- مطالعات عددی

مطالعات عددی انجام شده در زمینه‌ی سیالات غیرنیوتنی در مقایسه با سیالات نیوتنی به مراتب کمتر می‌باشند. نیتمن و همکاران [۳۹] یک جابه‌جایی از سیالات پلیمری توسط آب در یک سلول هل-شاو ارائه کردند. نتایج این تحقیق برای ضخامت‌های مختلف سلول هل-شاو و غلظت‌های مختلف پلیمری فراهم شد و در نهایت با نتایج نیوتنی مقایسه گردید. همچنین یک مطالعه عددی برای شبیه‌سازی جریان سیال توانی توسط مک‌دونالد [۴۹] ارائه شد که در آن از سلول‌های هل-شاو شعاعی استفاده شده بود. در این تحقیق مشاهده شد، استفاده از پارامترها و خواص نفت خام در شبیه‌سازی نسبت به استفاده از سیالی با خواص توانی^۱ خطای کمتری به همراه دارد. پس‌از آن، ویو و همکاران [۵۰] نیز مطالعاتی به صورت عددی و تحلیلی در زمینه ناپایداری انگشتی در جریانی با مدل‌های قانون توانی و بینگهام^۲ در محیط متخلخل انجام دادند. آن‌ها نتایج به‌دست‌آمده برای سیالات متفاوت را با یکدیگر مقایسه کرده و تفاوت‌های آن‌ها را بیان کردند. مطالعات بسیاری نیز در زمینه ناپایداری انگشتی در جابه‌جایی غیرنیوتنی توسط پاسکال فراهم شده است [۵۱-۵۳]. در این مطالعات، سیال باریک شونده^۳ (مدل توانی) دو نوع سیال نیوتنی و باریک شونده را در یک جابه‌جایی مخلوط نشدنی جابه‌جا می‌کند. او با استفاده از روش دینامیک سطح مشترک متحرک نتیجه گرفت، هنگامی که سرعت جابه‌جایی زیر یک مقدار معین آستانه

^۱ Power-law

^۲ Bingham fluid

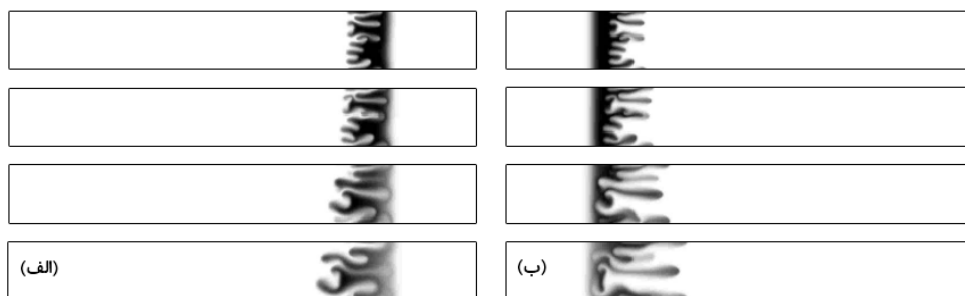
^۳ Shear-thinning fluids

است (این مقدار توسط توان مدل قانون توانی و ثابت‌های سیال ارائه می‌شود)، جریان برای مقادیر متفاوت توان قانون توانی ($n_1 \neq n_2$) پایدار باقی می‌ماند. در مطالعه دیگری که در زمینه‌ی جریان سیال باریک‌شونده در لوله‌های موئین ارائه شد، هوزارویز و همکاران^۱ [۵۴] گزارش کردند که حاصل ضرب ضریب اصطکاک و عدد رینولدز در مقادیر پایین عدد رینولدز، ثابت باقی می‌ماند. تحلیلی نیز توسط ویلسون^۲ [۵۵] برای جریان‌های الاستیک و باریک‌شونده در یک سلول مستقیم‌الخط هل-شاو فراهم شد. او دریافت که تنها الاستیسیته سیال مسئول ایجاد الگوهای انگشتی جدید است و خاصیت باریک‌شوندگی تأثیری روی پدیده‌ی انگشتی لزج ندارد. پس از آن سادر و همکاران [۵۶] یک تحلیل خطی از جابه‌جایی مخلوط نشدنی سیال باریک‌شونده و یک سیال نیوتنی با ویسکوزیته کم در یک سلول هل-شاو شعاعی ارائه کردند. آن‌ها به این نتیجه رسیدند که با کاهش شاخص سیال توانی، نرخ رشد آشفستگی‌ها نیز کاهش می‌یابد. در ادامه مطالعات در زمینه سیالات غیرنیوتنی، تأثیر سیال تیکسوتروپیک^۳ بر ناپایداری سافمن-تیلور توسط پریتچارد و پیرسن [۵۷] بررسی شد. آن‌ها نرخ رشد و طول موج بحرانی را در شرایط مختلف برای ناپایداری معرفی کردند. همچنین میسرا و همکاران [۵۸] به بررسی ناپایداری انگشتی در حالتی که نسبت تحرک دو سیال منفی در نظر گرفته شود پرداختند. سپس نتایج حاصل با حالتی که نسبت تحرک مثبت است مقایسه شد. در این مطالعه مشاهده شد که باوجود شرایط اولیه و مرزی یکسان برای هر دو حالت، رشد الگوهای انگشتی با یکدیگر تفاوت دارند. این دستاورد با بررسی جهت جریان و طول اختلاط قابل توجیه بود. در شکل ۱-۷ نتایج این تحقیق نشان داده شده است.

¹ Huzarewicz

² Wilson

³ Thixotropic



شکل ۱-۷: ناپایداری انگشتی با لگاریتم نسبت تحرک (الف)- مثبت و (ب)- منفی [۵۸]

در ادامه مطالعات انگشتی لزج در زمینه سیالات غیرنیوتنی، دو تحلیل عددی روی جریان مخلوط شدنی سیالات باریک شونده در یک سلول مستقیم هل-شاو توسط سینق و عزیز [۵۹ و ۶۰] فراهم شد. آن‌ها از دو روش تحلیل پایداری خطی و تکنیک عددی سودا-اسپکترال^۱ بر پایه تبدیل هارتلی استفاده کردند. شبیه‌سازی‌های عددی الگوهای ناپایداری و مکانیزم‌های جدیدی را در سیال باریک‌شونده نشان داد. آن‌ها از تحلیل خطی نیز به این نتیجه رسیدند که در جابجایی سیال باریک شونده توسط سیال نیوتنی جریان پایدارتر از حالت برعکس آن است. مورا و مانا [۶۱ و ۶۲] یک پایداری خطی برای بررسی یک سیال ماکسول در سلول هل-شاو فراهم کردند. آن‌ها دریافتند که یک پارامتر منحصر به فرد (هم‌ارز با زمان آسایش) اثر الاستیک و نرخ رشد اغتشاشات را کنترل می‌کند. این پارامتر زمانی به گرا دیان فشار، مدول الاستیک، ضخامت سلول و کشش سطحی وابسته است. همچنین در این تحقیق نشان داده شد که واگرایی در نرخ رشد با الگوهای شکسته مانند در مقادیر بالای پارامترهای بی‌بعد همراه است.

بررسی ناپایداری انگشتی لزج در سیالات مستقل از زمان در جابه‌جایی مخلوط نشدنی در دو مطالعه‌ی عددی توسط شی و تانگ [۶۳ و ۶۴] فراهم شد. در این بررسی، شبیه‌سازی تغییر شکل سطح مشترک با استفاده از روش شبکه‌بندی بولتزمن صورت گرفته است. معادله ساختاری قانون توانی برای سیال باریک‌شونده برشی و ضخیم‌شونده برشی استفاده شده و نتایج با حالت نیوتنی مقایسه شده است. اثر عدد موپینگی، نسبت ویسکوزیته، هندسه، ترشوندگی، شتاب گرانشی و توان مدل قانون توانی بررسی

¹ Sodo-Spectral

شده و نتایج حاکی از این است که الگوهای انگشتی در حالت سه‌بعدی متفاوت با حالت دوبعدی است و ضخامت انگشتی‌ها به هندسه سه‌بعدی و ترشوندگی وابسته است. آن‌ها همچنین نشان دادند که جریان با تغییر ویسکوزیته مدل قانون توانی در سیال ضخیم‌شونده برشی پایدارتر می‌شود. علاوه بر آن یک مطالعه عددی به منظور بررسی جابه‌جایی مخلوط‌نشده‌ی سیال دارای تنش تسلیم توسط برونی و همکاران [۶۵] فراهم شده است. آن‌ها از روش المان محدود برای شبیه‌سازی عددی استفاده کرده و نتایج را با سه نوع آزمایش مختلف اعتبارسنجی کردند. نتایج نشان داد که نرخ کاهش فعالیت سیال دارای تنش تسلیم به‌طور قابل ملاحظه‌ای کمتر از سیال نیوتنی است. همچنین نوری و شوقی [۶۶] و [۶۷]، ناپایداری انگشتی لزج را در جابه‌جایی مخلوط‌شدنی سیال غیرنیوتنی در یک محیط متخلخل ناهمسانگرد، با استفاده از تحلیل خطی و شبیه‌سازی غیرخطی مورد مطالعه قرار دادند. در این تحقیقات تأثیرات ناهمسانگردی‌های تانسورهای نفوذپذیری و پراکندگی و نیز تأثیر پارامترهای رئولوژیکی حاکم بر مدل کاریو-یاسودا و تفاوت آن با حالت نیوتنی، در حالت‌های متفاوتی از ناپایداری انگشتی مورد بررسی قرار گرفته‌اند. در شبیه‌سازی غیرخطی، با استفاده از روش طیفی و تبدیلات هارتلی به بررسی ویژگی‌های ناپایداری انگشتی در یک محیط متخلخل ناهمسانگرد پرداخته شده است. در این پژوهش‌ها سه نوع جریان بررسی و مطالعه شده‌اند؛ در حالت نخست، هر دو سیال جابه‌جاکننده و جابه‌جاشده، نیوتنی هستند و در دو حالت بعدی یکی از سیالات جابه‌جاکننده یا جابه‌جاشده نیوتنی و دیگری غیرنیوتنی است. همچنین پارامترهای مشخص‌کننده رشد و گسترش ناپایداری انگشتی شامل طول اختلاط، بازده جاروبی و کانتورهای غلظت در حالت‌های متنوعی از جابه‌جایی سیالات نیوتنی و غیرنیوتنی مورد ارزیابی و مقایسه قرار گرفته‌اند. در هر سه نوع جابه‌جایی، با افزایش نفوذپذیری در جهت جریان نسبت به جهت عمود بر جریان، از شدت رشد ناپایداری‌ها کاسته شده و جریان پایدارتری به‌دست می‌آید در حالی که با افزایش پراکندگی محیط متخلخل در جهت جریان نسبت به جهت عمود بر آن، جریان ناپایدارتر شده و ناپایداری‌ها با شدت بیشتری رشد می‌کنند. همچنین آن‌ها گزارش کردند که در جابه‌جایی سیال نیوتنی توسط سیال غیرنیوتنی، با افزایش شاخص توانی و نیز کاهش عدد دبور، جریان

پایدارتر می‌شود، درحالی‌که در جابه‌جایی سیال غیرنیوتنی توسط سیال نیوتنی، عکس حالت پیش اتفاق می‌افتد.

صادقی و همکاران [۶۸] اثر رفتار سیال تیکسوتروپیک را روی پدیده‌ی انگشتی لزج در یک سلول هل-شاو مستطیلی بررسی نمودند. در این تحقیق فرض شد که یک سیال نیوتنی یک سیال تیکسوتروپیک را در یک جریان مخلوط‌شدنی جابه‌جا می‌کند. نتایج نشان داد که شکل انگشتی‌ها تحت تأثیر رفتار تیکسوتروپیک سیال جابه‌جا شده است.

آرورا و دوشی^۱ [۶۹] با استفاده از تحلیل پایداری خطی و شبیه‌سازی عددی جریان یک سیال قانون توانی را روی یک دیسک چرخان بررسی کردند. آن‌ها دریافتند که نرخ انتشار سیال به توان این مدل و اثر موینگی وابسته است و با افزایش ثابت مدل قانون توانی جریان ناپایدارتر می‌شود.

کیهانی و همکاران [۷۰] جابه‌جایی مخلوط‌شدنی یک سیال نیوتنی توسط یک سیال ویسکوالاستیک را مورد بررسی قرار دادند. در این مطالعه‌ی عددی سیال ویسکوالاستیک توسط معادله ساختاری کریمینال-اریکسون-فیلیپی صورت گرفته است. در شبیه‌سازی غیرخطی، با کمک روش طیفی و تبدیلات هارتلی به بررسی توابع رئولوژیکی سیال ویسکوالاستیک جابه‌جا کننده بر روی این ناپایداری پرداخته شده است. نتایج این تحقیق نشان داد که با تغییر پارامترها در جهت افزایش ویسکوزیته سیال ویسکوالاستیک جابه‌جاکننده، از شدت ناپایداری کاسته شده و افزایش بازده جاروبی و کاهش طول اختلاط مشاهده می‌شود. همچنین تغییر پارامترها در جهت افزایش ضریب اختلاف تنش نرمال اول در این سیال، در زمان‌های اولیه بازده جاروبی را افزایش داده و سپس با پیشروی انگشتی‌ها، کاهش می‌دهد. همچنین مشاهده شده است که این عامل تأثیر چندانی بر طول اختلاط ندارد. علاوه بر این آن‌ها در یک مطالعه دیگر به بررسی جابه‌جایی مخلوط‌پذیر سیال نیوتنی توسط سیال ویسکوالاستیک و

¹Arora & Doshi

همچنین جابه‌جایی سیال ویسکوالاستیک توسط سیال نیوتنی پرداختند. در اینجا نیز از هردوروش تحلیل پایداری خطی و شبیه‌سازی غیرخطی استفاده شده و مدل شبه‌خطی اولدریود به عنوان معادله ساختاری سیال ویسکوالاستیک به کار گرفته شده است. نتایج این تحقیق نشان داد که الاستیسیته اثر چشم‌گیری در کاهش ناپایداری انگشتی لزج دارد و همچنین افزایش عدد بی‌بعد وایزنبرگ باعث پایداری شدن جریان می‌شود [۷۱].

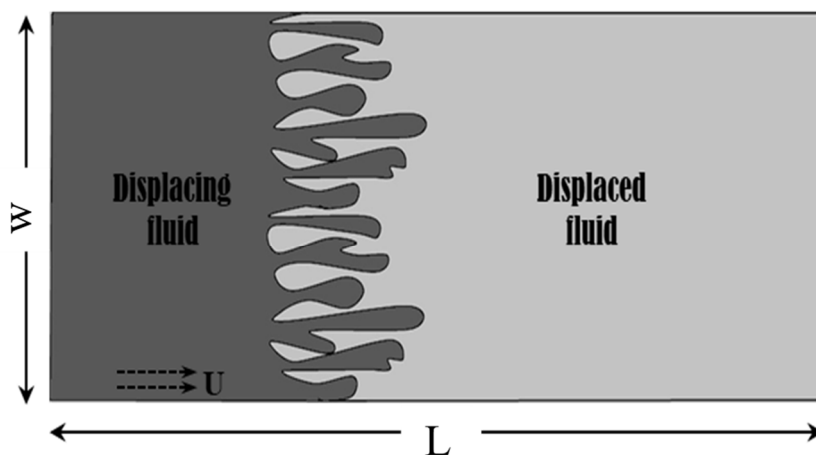
۵-۱- معرفی مطالعه حاضر

در این بخش ابتدا به معرفی تحقیق حاضر و بیان مشخصات کلی آن پرداخته خواهد شد. سپس اهمیت، کاربردها و موارد نوآوری موضوع بیان می‌شود و در پایان مروری اجمالی بر ساختار کلی این پژوهش صورت می‌گیرد.

۱-۵-۱- تعریف مسئله

در پژوهش حاضر، تأثیر سیالات ویسکوالاستیک روی پدیده‌ی انگشتی لزج در حالتی که دو سیال غیرقابل اختلاط هستند، بررسی می‌شود. به این منظور جابه‌جایی سیال نیوتنی با ویسکوزیته بیشتر توسط سیال ویسکوالاستیک با ویسکوزیته کمتر در یک سلول هل-شاو مستطیلی فراهم شده است. در شکل ۱-۸ شماتیکی از هندسه موردنظر نشان داده شده است. در این جا جریان خزشی، تراکم‌ناپذیر و هم‌دما در نظر گرفته شده که از تغییرات خواص فیزیکی از جمله چگالی، ویسکوزیته و کشش‌سطحی و همچنین به‌علت افقی بودن سلول هل-شاو از نیروی گرانش صرف‌نظر شده است. در این تحقیق فرض شده است که کشش سطحی موجود در مرز دو سیال مقداری ثابت بوده و با زمان تغییر نمی‌کند. در مطالعه حاضر از روش حجم سیال (VOF) جهت تعیین سطح مشترک میان دو فاز سیال استفاده شده است. برای بررسی رفتار ویسکوالاستیک فاز جابه‌جا کننده از مدل ویسکوالاستیک غیرخطی گزیکس استفاده شده است. همچنین حالت‌های خاص این مدل نیز به‌منظور بررسی دقیق‌تر خواص ویسکوالاستیک مورد بررسی قرار گرفته است که در این حالت‌های خاص مدل غیرخطی گزیکس به

مدل شبه‌خطی اولدروید و در نهایت به مدل ماکسول فوق همرفتی تبدیل می‌شود. سیال ویسکوالاستیک با ویسکوزیته کمتر با سرعتی ثابت وارد سلول شده و باعث جابه‌جا شدن سیال نیوتنی با ویسکوزیته بیش‌تر می‌شود. در این مسئله اثر پارامترها و گروه‌های بی‌بعد حاکم بر مسئله روی ناپایداری سافمن-تیلور و مکانیسم‌های موجود در الگوهای انگشتی بررسی شده است. در این راستا نمودار بازده جاروبی و کانتورهای فاز به‌کارگرفته شده است. گزارش کاملی از نتایج عددی در فصل ۴ ارائه شده است.



شکل ۸-۱: شماتیکی از هندسه مسئله و فازهای جریان

۱-۵-۲- ضرورت، اهمیت و کاربرد موضوع

بررسی ناپایداری سافمن-تیلور به‌طور گسترده از دهه ۶۰ میلادی آغاز شد. این ناپایداری توجه بسیاری از محققین را به دلیل کاربرد گسترده و مهم به‌خصوص در بازیابی مخازن نفت جلب کرده است. در بازیابی مخازن هیدروکربنی، معمولاً یک سیال با ویسکوزیته کم از طریق حفره‌های عمیقی که در کنار مخزن اصلی حفر شده است به درون مخزن فرستاده می‌شود و نفت باقیمانده در مخزن را که دارای ویسکوزیته بیش‌تر از سیال تزریقی است به بیرون هدایت می‌کند. در این فرایند ناپایداری سافمن-تیلور در سطح مشترک دو سیال رخ می‌دهد. با توجه به ظاهر شدن پدیده انگشتی در فرایندهای سیلاب زنی

در مراحل برداشت ثانویه^۱ نفت خام، بررسی این ناپایداری اهمیت چشم‌گیری پیدا کرد. در ابتدا بررسی ناپایداری انگشتی تنها محدود به بررسی جریان سیالات نیوتنی می‌شد. پس از آن، تحقیقات نشان داد که با تزریق پلیمرهای خاص در آب تزریقی به مخازن، بازده استخراج نفت افزایش می‌یابد. با توجه به این که این پلیمرها در دسته‌ای از سیالات غیرنیوتنی طبقه‌بندی می‌شدند که در تهیه امولسیون‌ها و فوم‌هایی تزریقی به آب برای افزایش بازده استخراج نفت مورد استفاده قرار می‌گرفتند بررسی این ناپایداری در سیالات غیرنیوتنی نیز اهمیت ویژه‌ای پیدا کرد. در نتیجه این دستاورد، نیاز به مطالعه و بررسی رفتار این پدیده در جریان سیالات غیرنیوتنی بسیار ضروری است.

ناپایداری سافمن-تیلور امروزه علاوه بر اهمیت چشم‌گیر در فرایندهای ازدیاد برداشت نفت، در محدوده وسیعی از علوم و صنایع نیز کاربرد گسترده‌ای دارد. این پدیده در پراکندگی آلودگی‌های زیست محیطی ناشی از مواد هیدروکربنی در مخازن مشاهده می‌شود [۷۲]. همچنین در سفره‌های آب زیرزمینی [۷۳] از خواص این ناپایداری به طور گسترده‌ای استفاده می‌شود. از دیگر کاربردهای این ناپایداری به فرایندهای موجود در مطالعات آزمایشگاهی و شیمی می‌توان اشاره کرد. در بررسی آزمایش‌های مربوط به لوله‌های کروماتوگرافی^۲، ناپایداری سافمن-تیلور از اهمیت ویژه‌ای برخوردار است [۷۴]. از ستون‌های کروماتوگرافی برای جداسازی اجزای شیمیایی یک محلول استفاده می‌شود. به این صورت که با عبور محلول از درون لوله‌ای متخلخل، اجزا محلول بر اساس خواص جذب سطحی متفاوتی که دارند، سرعت‌های متفاوتی در مسیر خروج پیدا کرده و بر همین اساس نیز شناسایی می‌شوند. علاوه بر موارد ذکر شده این ناپایداری در فرایند پولیش‌کاری^۳ نیز مشاهده می‌شود. آشکار شدن الگوهای انگشتی ناشی از ناپایداری سافمن-تیلور در پولیش‌کاری باعث جابه‌جایی ذرات می‌شود. پولیش‌کاری فرایندی است که معمولاً در رنگ‌کاری اتومبیل‌ها، گیتارها و پرینت‌های سه‌بعدی برای صیقلی شدن و

¹ Secondary oil recovery

² Chromatography

³ Wet standing

آینه‌ای شدن سطوح استفاده می‌شود. همچنین ناپایداری سافمن-تیلور در پروژه‌های آب‌شناختی، مطالعه جریان آب‌های سطحی و زیرسطحی و صنایع فیلتراسیون نیز مورد توجه قرار می‌گیرد [۷۵].

۱-۵-۳- جنبه‌های نوآوری

در این پژوهش با توجه به کاربرد و اهمیت موضوع ناپایداری سافمن-تیلور، برای اولین بار به بررسی عددی این پدیده در جابه‌جایی مخلوط‌ناپذیر ویسکوالاستیک-نیوتنی پرداخته شده است.

در اینجا سیال ویسکوالاستیک به‌عنوان سیال جابه‌جا کننده در یک جریان مخلوط‌نشدنی در نظر گرفته شده که سیالی نیوتنی را در یک سلول هل-شاو مستطیلی جابه‌جا می‌کند. در این راستا استفاده از مدل غیرخطی گزیکس و حالت‌های خاص این مدل یعنی مدل شبه‌خطی اولدروید و مدل فوق همرفتی ماکسول برای بررسی رفتار سیالات پلیمری روی این پدیده مدنظر است.

مطالعات مربوط به جریان سیالات غیرنیوتنی در ناپایداری سافمن-تیلور، به‌ویژه در دسته سیالات ویسکوالاستیک به‌ندرت انجام شده است. از آنجایی که معادلات ساختاری ویسکوالاستیک، سیالات پلیمری را به‌خوبی مدل می‌کنند، اهمیت استفاده از سیالات ویسکوالاستیک در شبیه‌سازی‌ها حائز اهمیت است. علاوه‌برآن حضور کشش سطحی در بررسی ناپایداری سافمن-تیلور مخلوط‌نشدنی یکی از ضروریات بنیادی این ناپایداری است که به دلیل دشواری اعمال نیروهای موینگی در شبیه‌سازی‌ها و آزمایش‌ها در سیالات غیرنیوتنی کمتر به آن پرداخته شده است.

جنبه‌های نوآوری مطالعه‌ی عددی حاضر در زیر آورده شده است:

- مطالعه اثر سیال جابه‌جا کننده ویسکوالاستیک بر جابه‌جایی مخلوط‌نشدنی در ناپایداری سافمن-تیلور
- مطالعه اثر کشش سطحی و نیروهای موینگی در ناپایداری ویسکوالاستیک سافمن-تیلور
- استفاده از مدل غیرخطی گزیکس و حالت‌های خاص آن شامل مدل شبه‌خطی اولدروید-

- بی و مدل فوق همرفتی ماکسول در شبیه‌سازی جریان مخلوط ناپذیر در سلول هل-شاو
- بررسی اثر گروه‌های بی‌بعد نسبت تحرک، عدد الاستیسیته، ضریب تحرک مدل گزیکس، نسبت ویسکوزیته سیال ویسکوالاستیک و همچنین عدد موینگی بر مکانیزم‌های انگشتی و همچنین بازده جاروبی
 - مطالعات تأثیر ویسکوزیته کشسان بر ناپایداری سافمن-تیلور

۱-۵-۴- مروری بر فصل‌های پایان‌نامه

به‌طور خلاصه ساختار کلی تحقیق حاضر به‌صورت زیر است:

در فصل دوم، روابط حاکم بر جریان درون سلول هل-شاو، معادلات ساختاری موردنظر در شبیه‌سازی سیال ویسکوالاستیک و بی‌بعد سازی معادلات موردنظر ارائه می‌شود. همچنین در این فصل، شرایط اولیه و مرزی اعمال شده مورد بحث قرار می‌گیرد.

در فصل سوم روش عددی به‌کار گرفته شده در تحقیق حاضر معرفی شده و نحوه گسسته‌سازی معادلات ارائه می‌شود. در نهایت الگوریتم حل به‌کار رفته در شبیه‌سازی بیان می‌شود.

در فصل چهارم نتایج حاصل از شبیه‌سازی ارائه شده است. در این فصل پس از بررسی استقلال از شبکه، صحت نتایج به‌دست آمده از حل عددی با مقایسه با نتایج آزمایشگاهی ارزیابی می‌شود. نتایج حاصل از شبیه‌سازی به‌ازای مقادیر متفاوتی از پارامترهای مؤثر در مسئله، نمایش داده می‌شوند. همچنین مکانیزم‌های متفاوتی که موجب رشد و پیش‌روی انگشتی‌ها در این پدیده شده معرفی و تحلیل می‌شوند.

نهایتاً در فصل پنجم به جمع‌بندی فعالیت‌های انجام شده در این مطالعه و بیان کلی نتایج به‌دست آمده پرداخته می‌شود. برخی از پیشنهادات نیز برای پیش‌برد فعالیت‌های آینده در زمینه این ناپایداری ارائه خواهد شد.

فصل دوم:

روابط فیزیکی

۱-۲- مقدمه

در این بخش به معرفی و پیاده‌سازی معادلات حاکم بر ناپایداری انگشتی لزج شامل معادلات بقای جرم در سیستم‌های چندفازی و بقای ممنتوم حاکم بر هر فاز پرداخته می‌شود. همچنین معادلات ساختاری مدل UCM، اولدروید و گزیکس به منظور بررسی رفتار سیال ویسکوالاستیک به عنوان سیال جابه‌جا کننده در این بخش ارائه شده است. در ادامه، فرضیات فیزیکی، شرایط اولیه و مرزی به کار رفته در شبیه‌سازی حاضر مورد بحث و بررسی قرار می‌گیرد. شایان ذکر است که در این تحقیق کلیه پارامترهای جریان به صورت بی‌بعد بررسی شده‌اند.

۲-۲- فرضیات فیزیکی

برای نوشتن معادلات حاکم بر ناپایداری انگشتی طبق شکل ۱-۸، سیال تراکم‌ناپذیری از سمت راست با سرعت ثابت U درون سلول هل-شاو تزریق می‌شود. فاز ۱ سیال جابجا کننده با ویسکوزیته کمتر و فاز ۲ سیال جابجا شونده با ویسکوزیته بیشتر است. همچنین در این تحقیق فرض شده است که کشش سطحی موجود در مرز مشترک دو سیال، مقداری ثابت بوده و با زمان تغییر نمی‌کند. مسئله موجود در سلول مستقیم‌الخط هل-شاو با فرضیات زیر فرمول‌بندی شده است:

- هر دو سیال تراکم‌ناپذیرند.
- محیط همگن و همسانگرد است.
- ضخامت سلول نسبت به طول و عرض بسیار کوچک است.
- از گرانش صرف‌نظر شده است.

۲-۳- پارامترهای بی‌بعد

اغلب پدیده‌های موجود در طبیعت و علم مکانیک سیالات به متغیرهای زیادی وابسته‌اند. این پیچیدگی سبب می‌شود که تجزیه و تحلیل این پدیده‌ها کاری دشوار بوده و نیازمند صرف هزینه و زمان زیادی گردد. آنالیز ابعادی راهی برای رهایی از این مشکل است، که با کمک آن می‌توان به‌جای استفاده از

تک تک پارامترها و بررسی تأثیرات فیزیکی آنها بر مسئله، اعداد بی بعد مربوطه را شناسایی کرده و از آنها در تجزیه و تحلیل نتایج بهره مند گردید. در همین راستا در پژوهش حاضر نیز متغیرهای موجود در معادلات ناویر استوکس و معادله ساختاری با استفاده از پارامترهای اصلی و ثابت مسئله بی بعد شده است.

متغیرها و پارامترهای بدون بعد به کار رفته در این تحقیق عبارتند از:

$$\begin{aligned}
 t^* &= \frac{U}{2b} t, & u^* &= \frac{u}{U}, & p^* &= \frac{2b}{\eta_1 U} p, & \nabla^* &= 2b \nabla, \\
 \tau^* &= \frac{2b}{\eta_1 U} \tau, & D^* &= \frac{2bD}{U}, & d^* &= \frac{2db}{U}, & Re &= \frac{2\rho b U}{\eta_1}, \\
 Wi &= \lambda \dot{\gamma}, & En &= \frac{\eta_1 \lambda}{4\rho b^2}, & Ca &= \frac{\eta_1 U}{\sigma}, & R &= \ln \frac{\eta_2}{\eta_1}
 \end{aligned} \tag{۱-۲}$$

در رابطه بالا η_1 و η_2 به ترتیب نمایان گر ویسکوزیته سیال ویسکوالاستیک و سیال نیوتنی هستند. Re عدد رینولدز^۱، R نسبت تحرک^۲، Ca عدد موینگی^۳ و σ کشش سطحی بین دو سیال را نشان می دهد. همچنین El عدد الاستیسیته^۴، λ زمان رهایی از تنش، d اپراتور مشتق همرفتی، Wi عدد وایزبرگ^۵ و $\dot{\gamma}$ مشخصه نرخ برش است. از آنجایی که برش اصلی در سلول هل-شاو در جهت عمود بر صفحات اصلی اتفاق می افتد، بنابراین میانگین نرخ برش از تقسیم سرعت سیال بر فاصله ی دو صفحه به صورت زیر به دست می آید:

¹ Reynolds

² Mobility ratio

³ Capillary number

⁴ Elasticity number

⁵ Wiesenber number

$$(\dot{\gamma}) = V / b, V^2 = u^2 + v^2 \quad (2-2)$$

در اینجا قطر هیدرولیکی سلول هل-شاو $2b$ است و سرعت ورودی U به عنوان مقیاس سرعت در نظر گرفته شده است. عدد رینولدز یکی از معروفترین اعداد بی بعد است که بیانگر نسبت نیروی اینرسی به نیروی ویسکوزیته^۱ است. رابطه این عدد در معادله (۱-۲) آورده شده است. عدد بی بعد وایزنبرگ که در سیالات ویسکوالاستیک از اهمیتی ویژه برخوردار است از دیگر پارامترهای حاکم بر مسئله است. این عدد نسبت نیروی الاستیک به نیروی ویسکوز را نشان می دهد و در معادله (۱-۲) نشان داده شده است. نسبت نیروی الاستیک به نیروی اینرسی نیز به عنوان عدد الاستیسیته شناخته شده است [۷۶]. این پارامتر از تقسیم عدد رینولدز بر عدد وایزنبرگ فراهم می شود. این عدد در معادله (۱-۲) آورده شده است. می توان مشاهده کرد که عدد الاستیسیته مستقل از سینماتیک مسئله و تنها وابسته به خواص سیال و هندسه موردنظر است.

عدد بی بعد دیگری که در این تحقیق مورد بررسی قرار گرفته عدد موئینگی است. این عدد به صورت نسبت اثر نیروی ویسکوزیته به نیروی کشش سطحی در یک جابه جایی مخلوط نشدنی بیان می شود. این پارامتر در معادله (۱-۲) بیان شده است. قابلیت تحرک^۲ یک سیال در محیط متخلخل، به صورت نسبت نفوذپذیری محیط به ویسکوزیته سیال تعریف می شود.

$$M = \frac{k}{\eta} \quad (3-2)$$

نسبت تحرک از دیگر پارامترهای مورد بررسی است که به طور کلی از تقسیم قابلیت تحرک فاز جابه جا کننده بر فاز جابه جا شونده به دست می آید. و به صورت زیر بیان می شود.

¹ Viscous

² Mobility

$$MR = \frac{M_1}{M_2} = \frac{(k/\eta)_1}{(k/\eta)_2} \quad (4-2)$$

برای محیط متخلخلی که نفوذپذیری آن ثابت باشد، نسبت تحرک به صورت ساده‌تر، نسبت ویسکوزیته سیال جابجا شونده به جابجا کننده است. که رابطه‌ی آن در معادله‌ی (۱-۲) نشان داده شده است. پلیمرها ویسکوزیته بالا یا به عبارتی قابلیت تحرک کمتری نسبت به آب دارند.

۴-۲- معادلات حاکم بر جریان

در تحقیق حاضر جابه‌جایی جریان دو سیال تراکم‌ناپذیر مخلوط‌نشده در یک سلول هل-شاو در نظر گرفته شده است. با توجه به اینکه جریان مورد نظر آرام، تراکم‌ناپذیر و هم‌دما است و از نیروی گرانش صرف‌نظر شده است معادلات حاکم برای سیال ویسکوالاستیک را می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$\nabla \cdot u = 0 \quad (5-2)$$

$$\frac{\partial(\rho u)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho u u) = -\nabla p + \nabla \cdot \tau_s + \nabla \cdot \tau_p \quad (6-2)$$

معادله (۵-۲) و معادله (۶-۲) به ترتیب بیان‌گر قانون بقای جرم و معادله‌ی مومنوم در این مسئله هستند که در آن u بردار سرعت، p فشار، t زمان، ρ چگالی، τ_s نشان‌دهنده‌ی تانسور تنش حلال نیوتنی و τ_p تانسور تنش ناشی از افزودنی‌های پلیمری را توصیف می‌کند. به منظور ساده‌سازی معادلات حاکم مرسوم است از حالت بی‌بعد آن‌ها استفاده شود در این جا برای بی‌بعد کردن این معادلات از پارامترهای بی‌بعدی که در معادله (۱-۲) فراهم شده است، استفاده شده و معادلات به صورت زیر بیان می‌شود.

$$\nabla^* \cdot u^* = 0 \quad (7-2)$$

$$\frac{\partial u^*}{\partial t^*} + \nabla^* \cdot (u^* u^*) = \frac{1}{\text{Re}} (-\nabla^* p^* + \nabla^* \cdot \tau_s^* + \nabla^* \cdot \tau_p^*) \quad (8-2)$$

باید توجه داشت که این روند منحصر به فرد نبوده و باتوجه به کاربرد مسئله در موارد مشخص، می‌توان معادله بقای ممنتوم را برحسب گروه‌های بی‌بعد دیگری نیز بیان نمود.

۲-۵- معادله ساختاری مدل گزیکس

در تحقیق حاضر از مدل گزیکس برای تحلیل رفتار سیال ویسکوالاستیک استفاده شده است. مدل گزیکس در سال ۱۹۸۲ توسط گزیکس از دیدگاه ملکولی به دست آمد و از جمله مدل‌های غیرخطی به شمار می‌رود [۷۷]. این مدل به دلیل قادر بودن به ارائه رفتار مدل قانون توانی برای ویسکوزیته و ثابت‌های اختلاف تنش‌های نرمال از امتیاز ویژه‌ای برخوردار است.

تنش‌های مدل گزیکس براساس جمع آثار از دو قسمت تنش ناشی از افزودنی‌های پلیمری τ_p و تنش حلال نیوتنی τ_s تشکیل شده است و به صورت زیر است.

$$\tau = \tau_s + \tau_p \quad (9-2)$$

$$\tau_s = 2\eta_s D \quad (10-2)$$

که در آن η_s ویسکوزیته حلال نیوتنی و D تانسور نرخ تغییر شکل بوده و به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$D = \frac{1}{2}(\nabla u + (\nabla u)^T) \quad (11-2)$$

فرم ساختاری مدل گزیکس به صورت زیر بیان می‌شود:

$$\tau_p + \lambda \nabla \tau_p + \alpha \frac{\lambda}{\eta_p} (\tau_p \cdot \tau_p) = 2\eta_p D \quad (12-2)$$

در این رابطه η_p ویسکوزیته بخش پلیمری، λ زمان رهایی از تنش و α ضریب تحرک^۱ است. همچنین d اپراتور مشتق همرفتی است که برای یک تانسور قراردادی A در معادله (۱۳-۲) تعریف شده است.

$$\overset{\nabla}{A} \equiv d(A) = \frac{\partial A}{\partial t} + u \cdot \nabla A - ((\nabla u)^T \cdot A) - (A \cdot (\nabla u)) \quad (13-2)$$

در نهایت با جمع تنش‌های پلیمری و حلال نیوتنی تنش غیرخطی مدل گزیکس حاصل می‌شود. از دیگر ویژگی‌های مدل گزیکس می‌توان به محاسبه تنش‌های نرمال اول و دوم متفاوت و غیرصفر و مناسب برای مدل‌سازی محلول‌های رقیق پلیمری اشاره کرد.

صورت بی‌بعد معادله گزیکس برای سیال ویسکوالاستیک، با توجه به پارامترهای بی‌بعد موجود در

معادله (۱-۲) به صورت زیر است:

$$\tau_s^* = 2(1 - \beta) D^* \quad (14-2)$$

$$\tau_p^* + Wi^* \nabla \tau_p^* + \frac{\alpha}{\beta} Wi^* (\tau_p^* \cdot \tau_p^*) = 2\beta D^* \quad (15-2)$$

در این جا β بیان‌گر نسبت ویسکوزیته بخش پلیمری سیال ویسکوالاستیک جابه‌جاکننده در نرخ برش

¹ Mobility factor

صفر به ویسکوزیته کل سیال در نرخ برش صفر است که در معادله ی (۱۶-۲) تعریف شده است. لذا چنانچه بخش پلیمری سیال ویسکوالاستیک افزایش یافته و از سهم بخش نیوتنی سیال کاسته شود، β افزایش می‌یابد. این پارامتر بی‌بعد برای هر سیال ویسکوالاستیک مقادیر بین صفر تا یک را شامل می‌شود. کمترین مقدار این پارامتر ($\eta_p = 0, \eta = \eta_s, \beta = 0$) سیال نیوتنی را توصیف می‌کند و بیشترین مقدار آن $\beta = 1$ است که در آن $\eta = \eta_p$ و $\eta_s = 0$ است.

$$\beta = \frac{\eta_p}{\eta_p + \eta_s} = \frac{\eta_p}{\eta} \quad (۱۶-۲)$$

چنانچه در این معادله ساختاری ضریب تحرک $\alpha = 0$ باشد در این صورت، مدل گزیکس به مدل اولدرویید-بی تبدیل می‌شود که در ادامه این معادله ساختاری به تفصیل شرح داده می‌شود. همچنین با صفر قرار دادن ضرایب α و λ ، معادله ساختاری به مدل سیال نیوتنی تبدیل می‌شود.

۲-۶- معادلات ساختاری مدل اولدرویید-بی

یکی از حالت‌های خاص مدل گزیکس مدل شبه‌خطی اولدرویید است و هنگامی که ضریب تحرک مدل گزیکس α برابر صفر باشد این معادله ظاهر می‌شود. معادله ساختاری اولدرویید-بی یکی از مشهورترین مدل‌ها برای شرح جریان سیالات ویسکوالاستیک است. با وجود این که نزدیک به ۶۰ سال است که از معرفی این مدل توسط اولدرویید^۱ می‌گذرد اما همچنان این مدل یکی از پرکاربردترین مدل‌های ویسکوالاستیک است [۷۸]. این مدل از تعمیم مدل خطی جفری نیز به دست می‌آید که در آن به جای مشتق عادی از مشتق همرفتی استفاده می‌شود. مدل اولدرویید-بی مدلی است که قابلیت مدل‌سازی فرآیندهای با تغییر شکل بزرگ را دارا است و در آن زمان رهایی از تنش و تغییر شکل به خوبی شبیه سازی می‌شود. همچنان این مدل با معادله ساختاری ساده‌ای قادر است رفتار ویسکوالاستیک محلول‌های پلیمری را تحت شرایط کلی جریان شرح دهد. به‌رغم سادگی ظاهری روابط ساختاری، دینامیکی

¹ James G. Oldroyd

که در بسیاری از جریان‌ها رخ می‌دهد پیچیدگی لازم را برای ارائه‌ی چالش‌های موردنظر در شبیه‌سازی عددی داراست. این مدل یک مدل شبه‌خطی است که یک ویسکوزیته ثابت، ضریب اختلاف تنش نرمال اول ثابت و ضریب اختلاف تنش نرمال دوم صفر را ارائه می‌دهد و می‌توان رفتار سیال باگر را با استفاده از آن مدل کرد. سیال باگر دسته‌ای از سیالات معروف در رئولوژی هستند که ویسکوزیته ثابتی را با تغییرات نرخ برش مشاهده می‌کنند. مدل اولدرویید-بی دارای دو ثابت زمانی برای محلول‌های پلیمری است؛ یک زمان رهایی از تنش و یک زمان تأخیر و به صورت جمع آثار دو تانسور تنش حلال نیوتنی τ_s و تنش ناشی از افزودنی‌های پلیمری τ_p بیان می‌شود که در زیر توصیف شده است.

$$\tau = \tau_s + \tau_p \quad (17-2)$$

$$\tau_s = 2\eta_s D \quad (18-2)$$

که در آن η_s ویسکوزیته حلال نیوتنی و D تانسور نرخ تغییر شکل بوده و به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$D = \frac{1}{2}(\nabla u + (\nabla u)^T) \quad (19-2)$$

و توزیع تنش پلیمری محاسبه شده از مشتق همرفتی مدل ماکسول به صورت زیر است:

$$\tau_p + \lambda \tau_p^\nabla = 2\eta_p D \quad (20-2)$$

در معادله‌ی بالا η_p ویسکوزیته بخش پلیمری و λ زمان رهایی از تنش است. مشتق همرفتی نیز برای یک تانسور قراردادی A در معادله (۲-۱۳) تعریف شده است. در نهایت معادله‌ی اولدرویید-بی با جایگذاری معادلات (۲-۱۸) و (۲-۲۰) در معادله‌ی (۲-۱۷) به دست می‌آید.

صورت بی‌بعد معادله‌ی اولدروید-بی برای فاز جابه‌جاکننده ، باتوجه به پارامترهای بی‌بعد معادله (۱-۲) به صورت زیر است.

$$\tau_s^* = 2(1-\beta)D^* \quad (21-2)$$

$$\tau_p^* + Wi \tau_p^* = 2\beta D^* \quad (22-2)$$

در این جا β نسبت ویسکوزیته است که به تفصیل در قسمت ۲-۵- توصیف شده است. این پارامتر در معادله (۱۶-۲) بیان شده است. می‌توان اظهار کرد که اگر $\beta = 1$ یا $\varepsilon = 0$ باشد معادله‌ی ماکسول فوق همرفتی (UCM)^۱ ظاهر می‌شود و اگر $\lambda = \varepsilon = 0$ باشد به سیال نیوتنی تبدیل می‌شود. در ادامه مدل ویسکوالاستیک ماکسول فوق همرفتی معرفی خواهد شد.

ثابت زمانی تأخیر ε در مدل اولدروید-بی به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\varepsilon = \lambda \frac{\eta_s}{\eta} \quad (23-2)$$

۲-۷- معادلات ساختاری مدل فوق همرفتی ماکسول

با در نظر گرفتن ضریب $\alpha = 0$ و $\beta = 1$ در مدل غیرخطی گزیکس این مدل به مدل ویسکوالاستیک فوق همرفتی ماکسول ساده می‌شود.

مدل‌های ویسکوالاستیک خطی بر پایه‌ی تلفیق خواص جامد خطی و سیال نیوتنی بنا شده‌اند. یکی از اولین و معروفترین مدل‌های ویسکوالاستیک خطی مدل ماکسول است که در این مدل معادله ساختاری بر اساس یک فنر و دمپر سری تعریف می‌شود [۷۹]. مدل فوق همرفتی ماکسول یک مدل شبه‌خطی است. توزیع تنش پلیمری مدل فوق همرفتی ماکسول به صورت معادله زیر قابل بیان است:

¹ Upper convected Maxwell (UCM)

$$\tau + \lambda \nabla \tau = 2\eta D \quad (24-2)$$

در این رابطه η ویسکوزیته سیال ویسکوالاستیک و D تانسور نرخ تغییر شکل است که در قسمت‌های قبل معرفی شده است. همچنین λ زمان رهایی از تنش است که به صورت نسبت ویسکوزیته سیال پلیمری η به مدول صلبیت (مدول برشی) G تعریف می‌شود: صورت بی‌بعد معادله‌ی ساختاری فوق همرفتی ماکسول نیز در زیر آمده است.

$$\tau^* + Wi \nabla \tau^* = 2D^* \quad (25-2)$$

در این رابطه Wi عدد وایزنبرگ است. در این مدل اگر مقدار زمان رهایی از تنش به صفر میل کند از جمله مشتق صرف‌نظر شده و معادله ساختاری سیال نیوتنی پدیدار می‌شود.

۲-۸- شرایط مرزی و شرایط اولیه

دامنه‌ی محاسباتی در نظر گرفته شده در این تحقیق یک سلول هل-شاو مستطیلی افقی است، بنابراین از اثرات گرانش صرف‌نظر شده است. فرض شده است که جریان در طول سلول (جهت x) وارد و خارج می‌شود. باتوجه به شکل ۱-۲، شرایط مرزی و اولیه به کار رفته جهت حل معادلات حاکم بر مسئله به شرح زیر است. در لحظه‌ی $t = 0$ ، سلول حاوی مقدار بسیار کمی سیال ویسکوالاستیک است و حجم بیشتر سلول شامل فاز نیوتنی است.

الف- شرایط مرزی

ورودی جریان (Inlet): در ورودی سلول پروفیل سرعت یکنواخت است و گرادیان فشار و گرادیان و تنش صفر در نظر گرفته شده است. از آنجایی که سیال جابه‌جا کننده در ابتدا تزریق می‌شود مقدار کسر حجمی در این مرز یک در نظر گرفته شده است.

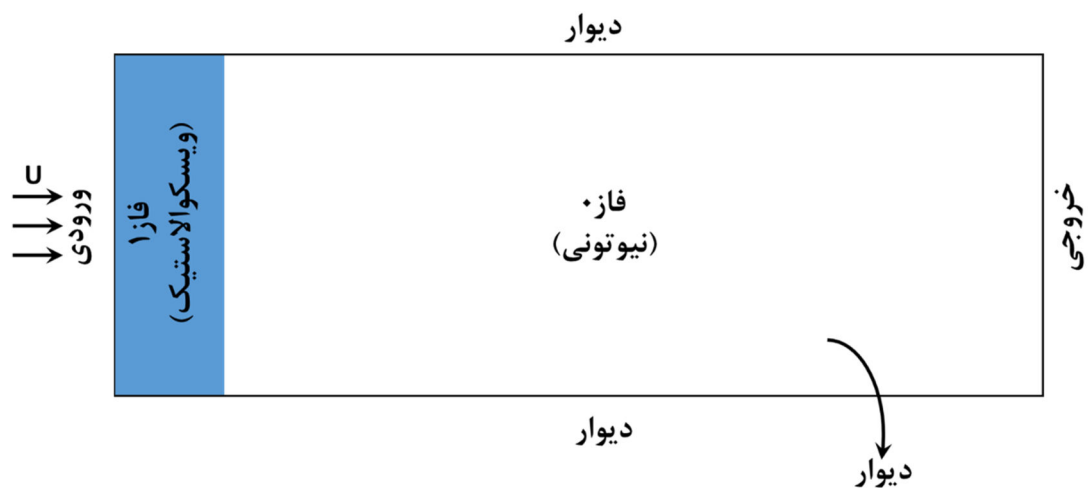
خروجی جریان (Outlet): سرعت و تنش در خروجی جریان با شرط گرادیان صفر ظاهر می‌شود و

شرط فشار نسبی صفر در این مرز در نظر گرفته شده است. در این جا گرادینان کسرحجمی برابر صفر است.

دیواره‌ها (Wall): بر روی دیواره‌های جانبی و بالا و پایین سلول هل-شاو شرط عدم لغزش اعمال می‌شود.

ب- شرایط اولیه

الگوهای تغییر شکل انگشتی به‌طور طبیعی یک توزیع اتفاقی دارند. از آنجایی که در شبیه‌سازی عددی الگوهای تقریباً منظم و باقاعده تشکیل می‌شود یک شرط اغتشاش اولیه کوچک سرعت در سلول در نظر گرفته شده است تا علاوه بر افزایش نرخ رشد الگوهای انگشتی باعث برهم زدن نظم موجود در حل عددی شود.



شکل ۱-۲: شماتیکی از هندسه‌ی مسئله همراه با شرایط مرزی

فصل سوم:

روش عددی

۳-۱- مقدمه

در این تحقیق، پدیده‌ی انگشتی لزج با بهره‌گیری از روش دینامیک سیالات محاسباتی و نرم‌افزار منبع باز آپن‌فوم^۱ مورد مطالعه قرار گرفته است. در این فصل نحوه شبیه‌سازی ناپایداری انگشتی لزج ویسکوالاستیک-نیوتنی برای دو فاز مخلوط نشدنی ارائه می‌گردد. در این مطالعه، از روش حجم سیال جهت تعیین سطح مشترک میان دو فاز و از روش نیروی سطحی پیوسته برای اعمال نیروی کشش سطحی استفاده شده است. در نهایت، جهت ارتباط میان مؤلفه‌های فشار و سرعت از الگوریتم پیزو^۲ استفاده شده است. الگوریتم مورد استفاده در مدل‌سازی عددی حاضر در انتهای این فصل ارائه شده است.

۳-۲- شبکه‌بندی دامنه محاسباتی

شبکه‌بندی مناسب دامنه محاسباتی یکی از اساسی‌ترین نیازها در حل مناسب معادلات است. در دینامیک سیالات محاسباتی دو نوع شبکه‌بندی با ساختار و بی‌ساختار استفاده می‌شود که با توجه به هندسه و شرایط مسئله مورد نظر هر یک از این نوع شبکه‌بندی‌ها دارای معایب و مزایایی هستند. شبکه‌های با ساختار به اطلاعات کمتری برای انجام محاسبات نیاز دارد از این رو برای هندسه‌های ساده مناسب تر است. در هندسه‌های پیچیده با توجه به حجم بالای ذخیره‌سازی اطلاعات برای حل معادلات، شبکه‌های بی‌ساختار بیش تر مورد استفاده قرار می‌گیرد. در تحقیق حاضر به منظور ردیابی مرز میانی شبکه ثابت (کارتزین) از روش حجم سیال استفاده شده است. این روش بر پایه کسر حجمی استوار است و شبکه‌بندی ثابت دارد.

۳-۳- گسسته‌سازی معادلات حاکم

در مطالعه‌ی حاضر برای مدل‌سازی جریان دوفازی مخلوط‌ناپذیر ویسکوالاستیک-نیوتنی از حل‌گر viscoelasticInteFoam استفاده شده است. تمام معادلات موجود در فصل ۲ در روش عددی حاضر

¹ OpenFoam

² PISO

استفاده شده است. نحوه‌ی گسسته‌سازی معادلات در این تحقیق و کد مربوط در زیر فراهم شده است.

معادلات غیرخطی حاکم بر مسئله در حوزه‌ی زمانی با استفاده از روش اویلر مرتبه اول گسسته

سازی شده‌اند.

```
ddtSchemes
{
    default Euler;
}
```

در گسسته‌سازی گرادیان سرعت و کسر حجمی از روش گوسین خطی استفاده شده است.

```
gradSchemes
{
    default Gauss linear;
    grad(U) Gauss linear;
    grad(alpha) Gauss linear;
}
```

در گسسته‌سازی جملات شامل عمل گر دیورژانس نیز به ترتیب زیر عمل شده است.

```
divSchemes
{
    div(rho*phi,U) Gauss limitedLinearV 1;
    div(phi,alpha) Gauss vanLeer;
    div(phirb,alpha) Gauss interfaceCompression;
    div(phi,taufirst) Gauss upwind;
    div(phi,tau) Gauss upwind;
    div(tau) Gauss linear;
}
```

همچنین در گسسته‌سازی جملات شامل عمل گر لاپلاس از روش گوسین خطی تصحیح شده استفاده

شده است.

```
laplacianSchemes
{
    default Gauss linear corrected;
    laplacian(etaPEff,U) Gauss linear corrected;
    laplacian(etaPEff+etaS,U) Gauss linear corrected;
    laplacian((1|A(U)),p) Gauss linear corrected;
}
```

برای درون‌یابی نقطه به نقطه، مؤلفه گرادیان عمود بر سطح و همچنین میدان مورد نیاز برای تولید جریان به صورت زیر عمل شده است:

```
interpolationSchemes
{
    default      linear;
}

snGradSchemes
{
    default      corrected;
}

fluxRequired
{
    default      no;
    pd;
    pcorr;
    alpha;
}
```

پس از گسسته‌سازی معادلات به حل دستگاه معادلات حاصل از گسسته‌سازی پرداخته شده است. به منظور حل دستگاه معادلات در میدان‌های فشار از روش گرادیان مزدوج پیش شرط^۱ PCG استفاده شده است. همچنین برای حل دستگاه معادلات گسسته شده برای میدان سرعت از روش^۲ PBiCG استفاده شده است و روش BICGStab برای حل دستگاه معادلات در تمام میدان‌های تنش به کار رفته است. در نهایت جهت ارتباط میان مؤلفه‌های فشار و سرعت از الگوریتم پیزو استفاده شده است.

۳-۴- روش مدل‌سازی جریان دو فازی

امروزه مطالعه جریان‌های چند فازی در صنعت و آزمایشگاه‌ها بسیار حائز اهمیت است. با توجه به کاربرد گسترده این نوع جریان‌ها در مقیاس‌های مختلف، از جمله فرایندهای مربوط به استخراج، دستگاه‌های

¹ Preconditioned Conjugated Gradient

² Preconditioned Bi-Conjugated Gradient

میکروفلوئیدیک، پاشش سوخت انژکتور، جت‌های باریک میکروسکوپی، دستگاه‌های خنک‌کننده و خطوط انتقال مشاهده می‌شود. یکی از مهم‌ترین مسائل در طراحی دستگاه‌های دوفازی نحوه بررسی و درک این دستگاه‌ها است. مطالعه و درک رژیم‌های جریان چند فازی در صنعت، ابتدا محدود به مشاهدات آزمایشگاهی بوده است. به همین دلیل مطالعه و بررسی این پدیده‌ها نیازمند تجهیزات مانیتورینگ گران‌قیمت بوده و سبب اختلالاتی در عملیات متعارف کارآمد می‌گردد. طراحی دستگاه‌های چند فازی نیازمند مطالعات تجربی در مقیاس کوچک‌تر و جایگزینی مناسب برای سیال به‌کاررفته است که در برخی موارد محدودیت‌های بسیاری دارد [۸۰]. همچنین، این نوع مطالعات نیازمند سرمایه‌گذاری اولیه و طولانی‌مدت و هزینه عملیاتی بالایی است. از این‌رو استفاده از دینامیک سیالات محاسباتی در پیش‌بینی پدیده‌های موجود در جریان‌های دوفازی و دستیابی به جزئیات کاملی از جریان در سراسر دامنه محاسباتی بسیار حائز اهمیت است. از مهم‌ترین مراحل در مدل‌سازی عددی جریان‌های دو یا چند فازی، می‌توان به تعیین و ردیابی مرز مشترک دو فاز اشاره کرد. روش‌های عددی متنوعی جهت تعیین موقعیت و رفتار مرز میان دو فاز ارائه شده است که می‌توان این روش‌ها را در دو دیدگاه لاگرانژی و اویلری دسته‌بندی نمود. در دیدگاه لاگرانژی مرز مشترک به صورت صریح ردگیری می‌شود (شکل ۳-۱)، به این معنی که شبکه المان کاملاً بر مرز منطبق است. لذا در روش‌های لاگرانژی از روش مش متحرک^۱ برای ردگیری مرز دو فاز استفاده می‌شود. در این روش اگر شیب سلول‌ها و المان‌های شبکه افزایش چشم‌گیری پیدا کند، شبکه‌بندی مجدد جهت جلوگیری از خطاهای محاسباتی ضروری است. به همین دلیل استفاده از این روش بسیار پرهزینه بوده و دارای الگوریتم پیچیده‌ای است. در این روش مرز میانی سطحی با ضخامت صفر است. از مزیت‌های این روش می‌توان به توصیف دقیق انحناهای مرز میانی اشاره کرد، که اجازه می‌دهد تا محاسبات کشش سطحی با درجه بالایی از دقت انجام شود و بقای جرم را نیز تضمین کند. این دیدگاه توانایی شبیه‌سازی تغییر شکل‌های زیاد و از هم جدا

¹ Moving mesh technique

شدن مرز میانی را ندارد.

روش ردگیری مرز میانی^۱: این روش ماهیت لاگرانژی داشته و شبکه حل در آن‌ها متحرک در نظر گرفته می‌شود و برای هر سیال یک شبکه وجود دارد همچنین سطح مشترک، مرز بین دو ناحیه حل خواهد بود. در این حالت، مرز شبکه روی سطح مشترک بوده و با در نظر گرفتن چند نقطه روی سطح مشترک و ردیابی این نقاط، سطح مشترک ردیابی و موقعیت جدید دو شبکه مشخص می‌شود. در مسائلی که در آن‌ها گرادیان‌های شدید سرعت ایجاد می‌شود، شکل جریان پیچیده شده و باعث به وجود آمدن خطا در روش‌های لاگرانژی می‌شود. بنابراین در حالتی که هندسه سطوح پیچیده بوده و یا پدیده‌هایی نظیر شکست^۲ و یا پیوستن^۳ دو سطح روی دهد، استفاده از این روش با مشکلاتی همراه خواهد بود [۸۱].

در دیدگاه اوپلری از یک شبکه‌بندی ثابت استفاده شده و مرز میانی سلول‌ها به صورت دلخواه قطع می‌کند (شکل ۳-۱). در این روش تغییر شکل زیاد و جدا شدن مرز میانی به راحتی شبیه‌سازی می‌شود و از دیدگاه محاسباتی و کاربردی برای شبیه‌سازی جریان‌های دوفازی روش بهتری است. مرز میانی از ضخامت محدود با تغییراتی هموار در خواص تشکیل شده و از معایب این روش می‌توان به دقیق نبودن مرز میانی اشاره کرد، که برای افزایش دقت در مرز مشترک لازم است از شبکه ریزتری نسبت به روش‌های لاگرانژی استفاده شود.

روش گرفتن مرز میانی^۴: این روش ماهیت اوپلری دارد و یک شبکه حل ثابت در آن مدنظر است. در این روش یک دستگاه معادلات حاکم برای کل محیط تعریف می‌شود و سطح مشترک نیز جزء ناحیه حل خواهد بود. در معادلات ممنوم برای ناحیه‌ای که سطح مشترک وجود دارد، نیروی کشش سطحی

¹ Tracking method

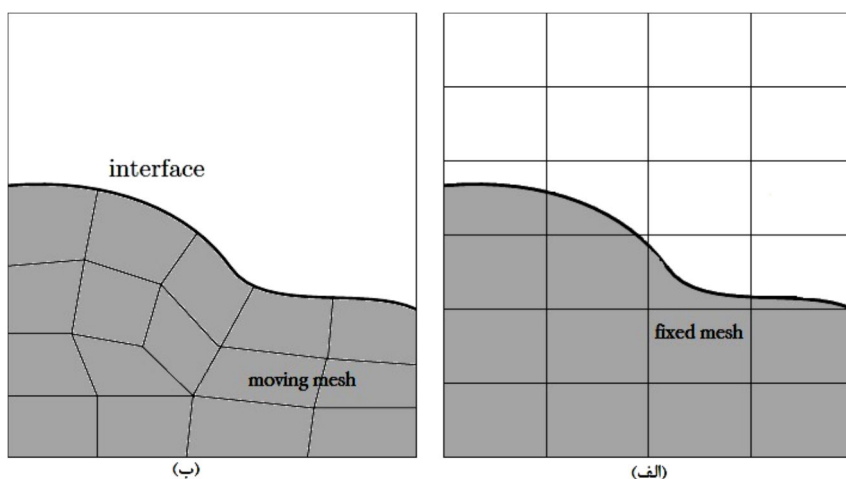
² Break Up

³ Coalescence

⁴ Capturing method

وارد می‌شود. در این روش‌ها، سطح مشترک متحرک خواهد بود و برای تعیین موقعیت سطح مشترک روش‌های مختلفی وجود دارد. اساس اکثر روش‌ها استفاده از دو تابع است؛ تابع فاصله که در روش لولست استفاده می‌شود و دیگری تابع کسر حجمی یا تابع مشخص‌کننده فاز^۱ که در آن برای هر فاز سیال یک مقدار تعیین می‌شود و معمولاً برای یک‌فاز مقدار ۱ و برای فاز دیگر مقدار صفر دارد. در روش VOF که تحقیق حاضر به کار گرفته شده از تابع کسر حجمی استفاده شده است [۸۱].

روش‌های بسیار دیگری نیز همانند، انتگرال مرزی^۲، تناسب سطح مشترک^۳ و روش‌های لاگرانژی المان محدود وجود دارد که در اغلب این روش‌ها دیدگاه حل، لاگرانژی و یا ترکیب روش‌های لاگرانژی-اویلری خواهد بود. در ادامه روش حجم سیال و چگونگی اعمال آن برای شبیه‌سازی مرز میانی توضیح داده می‌شود.



شکل ۳-۱: روش کلی تعیین مرز مشترک [۸۲] الف- روش اویلری ب- روش لاگرانژی.

۳-۵- روش حجم سیال

بر اساس بررسی‌های مقدماتی انجام شده و باتوجه به تغییر شکل قابل توجه مرز مشترک دو فاز مخلوط ناپذیر در ناپایداری سافمن-تیلور، در پژوهش اخیر از تکنیک گرفتن مرز مشترک و روش حجم سیال

¹ Indicator Phase Function

² Boundary integral method

³ Interface fitting

جهت مدل‌سازی ناپایداری سافمن-تیلور مخلوط‌نشدنی استفاده شده است. این روش یکی از محبوب‌ترین روش‌ها در مدل‌سازی جریان‌های دوفازی در چارچوب روش‌های اویلری است. روش حجم سیال اولین بار توسط هیرت و نیکولز برای گرفتن مرز میانی به صورت ضمنی با کمک تابع کسر حجمی ابداع شد [۸۳]. در این روش سطح مشترک بر روی یک شبکه‌بندی ثابت تعیین می‌گردد. اساس روش حجم سیال بر تابع کسر حجمی استوار است. به این صورت که ناحیه مربوط به هر سیال توسط تابع کسر حجمی در هر سلول $F_{vol} = \xi V_{cell}$ مشخص می‌گردد، که در آن ξ بیان‌گر کسر حجمی مایع^۱ و V_{cell} حجم سلول محاسباتی است. در صورتی که مقدار کسر حجمی بین صفر و یک باشد، بیان‌گر آن است که مرز بین دو فاز در این حجم محدود قرار دارد. همچنین جمع تمامی مقادیر کسرهای حجمی در یک حجم کنترل باید برابر یک باشد. این اطلاعات برای ساختن مرز بین دو سیال در یک حجم کنترل استفاده می‌شود.

همان‌طور که در شکل ۲-۳ مشاهده می‌شود، با حرکت سطح مشترک، مقدار کسر حجمی در هر سلول بین صفر تا یک تغییر می‌کند.

0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0.95	0.45	0.1	0	0	0	0	0	0
1	1	0.97	0.35	0	0	0	0	0
1	1	1	1	0.45	0	0	0	0
1	1	1	1	0.97	0.1	0	0	0
1	1	1	1	1	0.6	0	0	0
1	1	1	1	1	0.85	0	0	0

شکل ۲-۳: نمونه‌ای از توزیع تابع کسر حجمی در سطح مشترک بین دو سیال

مقدار ξ در سلول‌های حاوی سیال ویسکوالاستیک برابر یک و در سلول‌های شامل سیال نیوتنی

¹ Liquid fraction

مقدار صفر را دارد و همچنین در نواحی مرزی بین دو فاز سیال شکل و موقعیت سطح مشترک بر حسب زمان از طریق معادله‌ی زیر مشخص می‌شود:

$$\frac{d\xi}{dt} + \nabla \cdot (\xi u) + \nabla \cdot (\xi (1 - \xi) u_r) = 0 \quad (1-3)$$

که در آن u_r میدان سرعت واقع شده در مرز بین دو سیال است [۸۴].

در روش حجم سیال، جریان دو سیال مختلف مخلوط نشدنی برای هر سیال مورد محاسبه قرار می‌گیرد، به بیان دیگر معادلات حاکم بر جریان هر دو سیال، یکسان بوده و تنها تفاوت در خواص فیزیکی و رئولوژیکی به کار رفته برای هر یک از دو سیال است. در واقع این مدل با به کار بردن خواص فیزیکی و رئولوژیکی در هر حجم کنترل از دامنه حل، که با کسر حجمی مایع در آن حجم کنترل متناسب است، شبیه‌سازی را ممکن می‌سازد. بیان ریاضی این عبارت با در نظر گرفتن خاصیت کلی ω به صورت زیر تعریف می‌شود.

$$\omega = \omega_{fluid1} \xi + \omega_{fluid2} (1 - \xi) \quad (2-3)$$

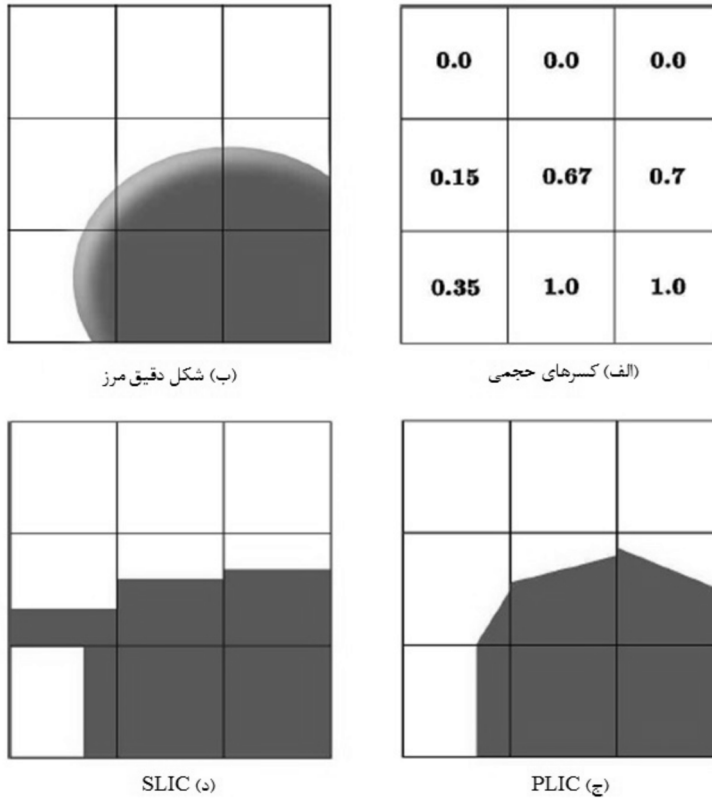
در این روش مرز مشترک میان دو فاز از مجموعه‌ای از پاره‌خطها تشکیل می‌شود، لذا با ریزتر شدن شبکه‌ی محاسباتی شکل مرز بین دو فاز بهتر نمایش داده می‌شود. باید توجه داشت که معادله (۱-۳) به تنهایی نمی‌تواند شکل دقیق مرز مشترک را تعیین کند از این‌رو با گذشت زمان روش‌های متعددی جهت تعیین مرز مشترک پدید آمده است. یکی از رویدادهای اساسی در تعیین مرز مشترک بین دو سیال، روش SLIC^۱ است که توسط نوح و داوود [۸۵] ارائه شده است. همان‌طور که در شکل

¹ Simple Line Interface Construction

۳-۳ نشان داده شده است بر اساس این روش سطح مشترک بین دو سیال به صورت خطوط عمودی یا افقی در نظر گرفته می‌شود. اگرچه این روش بقای حجم را رعایت کرده و سطح گذار بین فازها را در یک حجم کنترل نگه می‌دارد، اما از دقت مرتبه اول برخوردار بوده و توانایی بسیار محدودی در ارائه شکل دقیق مرز مشترک از خود نشان می‌دهد. در واقع این روش انحنای محلی را حفظ نمی‌کند و محدود بودن آن به شبکه‌های دکارتی از دیگر معایب این روش به حساب می‌آید.

از دیگر روش‌های ردگیری مرز میانی می‌توان به روش ^۱ PLIC اشاره کرد که از دقت و کارایی بالایی نسبت به سایر روش‌ها برخوردار است. در این روش سطح مشترک بین دو فاز با یک خط شیب دار تقریب زده می‌شود. شیب این خط توسط داده‌های به دست آمده از سلول‌های مجاور تعیین می‌گردد. در شکل ۳-۳ نمونه‌ای از تقریب مرز مشترک دایره‌ای با استفاده از دو روش SLIC و PLIC نشان داده شده است. در تحقیق حاضر نیز با توجه به دقت بالای روش PLIC نسبت به سایر روش‌ها، از این روش جهت تعیین مرز مشترک استفاده شده است.

¹ Piecewise Linear Interface Calculation



شکل ۳-۳: تقریب مرز مشترک به روش‌های SLIC و PLIC

از مهم‌ترین مزیت‌های روش حجم سیال نسبت به سایر روش‌ها، می‌توان به کم بودن حجم اطلاعات ذخیره شده اشاره نمود. این روش قانون بقای جرم را به‌طور کامل تضمین می‌کند، اما به دلیل اینکه از یک میدان کسر حجمی متوسط استفاده می‌کند، اطلاعات دقیقی در مورد مرز میانی ارائه نمی‌دهد.

در روش VOF، پس از تعیین مرز مشترک و در نظر گرفتن خواص و مقادیر مورد نیاز روی مرز مشترک، تأثیر کشش سطحی روی مرز مشترک اعمال می‌شود. به این منظور معادله مومنتم با در نظر گرفتن تأثیر کشش سطحی اصلاح می‌شود. در اینجا به منظور پیوسته بودن خواص روی سطح مشترک از روش مرز مشترک پیوسته^۱ CIM استفاده شده است. کشش سطحی در مرز مشترک یک گرادینان فشار اضافه تولید می‌کند و در نتیجه‌ی آن، یک نیرو بر واحد حجم بر اساس روش نیروی سطحی

¹ Continuouse interface method

پیوسته^۱ CSF تولید می‌شود. این نیروی حجمی در معادله مومنتوم ظاهر شده و معادله مومنتوم اصلاح می‌شود. در نتیجه تأثیر کشش سطحی در مرز مشترک نمایان می‌شود.

$$\frac{\partial u}{\partial t} + \nabla \cdot (u \cdot u) = -\nabla p + \nabla \cdot T + \sigma K_{ff} \nabla \zeta \quad (3-3)$$

که σ کشش سطحی ثابت و K_{ff} انحنای سطح مشترک را نشان می‌دهد.

۳-۶- الگوریتم حل عددی

پس از انتخاب روش موردنظر، معادلات حاکم و شبکه محاسباتی، گسسته‌سازی خواهد شد و مسئله در هر گام زمانی حل می‌گردد و این روند تا همگرا شدن پاسخ ادامه می‌یابد. الگوریتم محاسباتی انجام شده در هر گام زمانی، به شرح زیر می‌باشد:

۱. با استفاده از مقادیر اولیه برای ζ و سرعت، معادله (۳-۱) حل شده و خواص فیزیکی و رئولوژیکی سیال براساس ζ^* جدید تعریف می‌شود.

۲. با استفاده از مقادیر اولیه سرعت u ، فشار p و تنش τ ، گرادیان فشار و دیورژانس تنش به طور صریح محاسبه می‌گردد، سپس معادله مومنتوم به‌طور ضمنی برای هر مؤلفه از بردار سرعت حل شده و میدان سرعت جدید u^* تخمین زده می‌شود.

۳. از آنجایی که سرعت‌های به‌دست آمده در مرحله پیشین لزوماً معادله بقای جرم را ارضا نمی‌کنند؛ لازم است که یک معادله جهت تصحیح فشار تعریف گردد. سپس این معادله حل شده و میدان فشار، سرعت و شار جرمی به‌منظور حل معادله پیوستگی برای هر فاز اصلاح می‌شود. در این مرحله از هر دو الگوریتم سیمپل^۲ و پیزو می‌توان استفاده کرد. مطالعات نشان می‌دهد که برای جریان‌های پایا هیچ تفاوتی میان این دو الگوریتم وجود

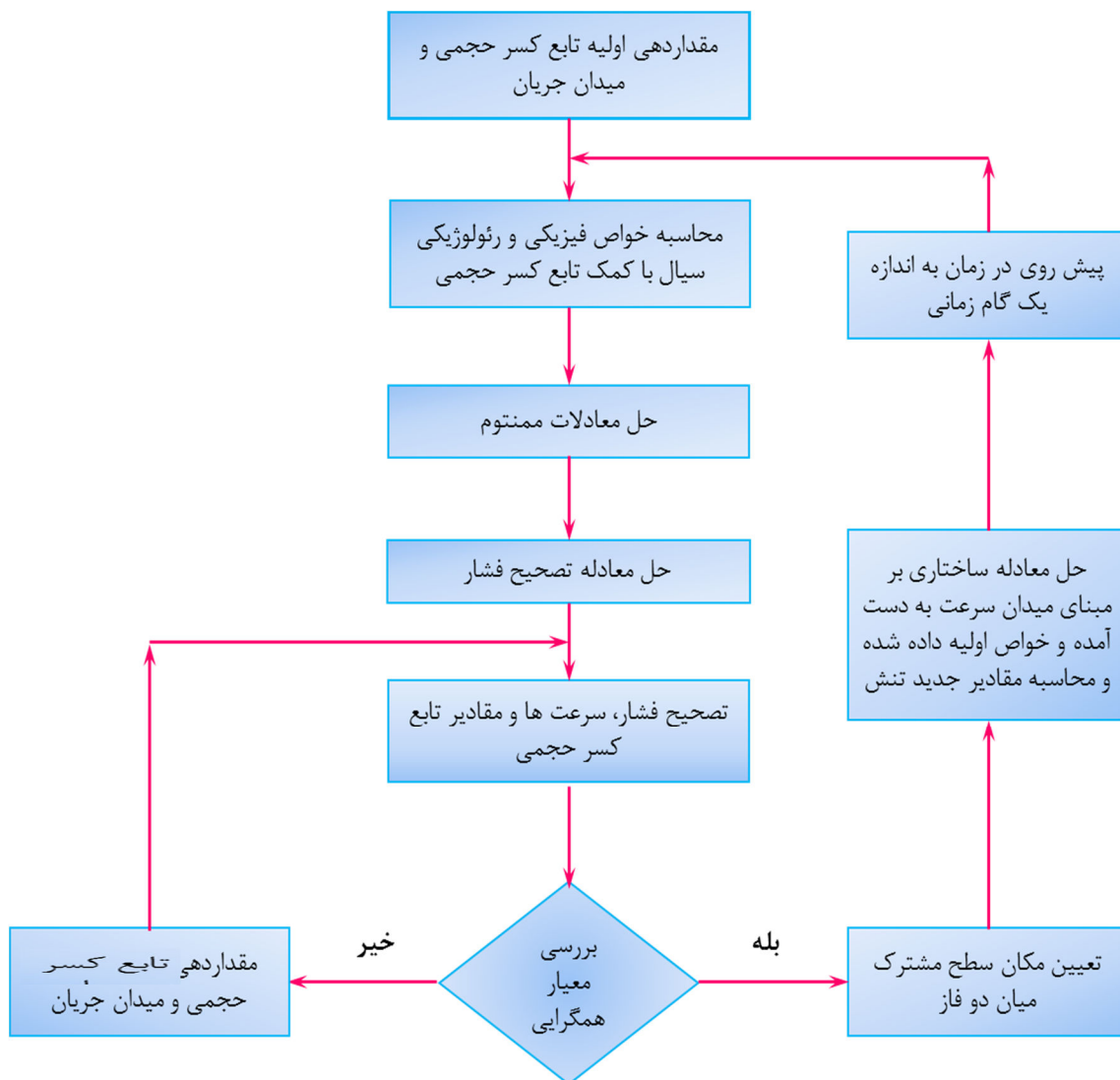
¹ Continuouse surface force

² SIMPLE

ندارد، درحالی که در مسائل ناپایا همانند مسئله حاضر الگوریتم پیرو نسبت به سیمپل عملکرد بهتری دارد.

۴. معادله ساختاری با استفاده از میدان سرعت تصحیح شده در مرحله ی قبلی، حل شده و مقادیر تنش جدید τ^* برای میدان تانسور تنش ارائه می گردد.

۵. برای دستیابی به حل دقیق تر، مراحل قبلی در هر گام زمانی تکرار می شود.



شکل ۳-۴: شماتیک الگوریتم محاسبات عددی شبیه سازی جریان دوفازی مخلوط ناپذیر

فصل چهارم

بحث و بررسی نتایج

۴-۱- مقدمه

در این بخش به بررسی نتایج حاصل از مطالعه‌ی عددی ناپایداری سافمن-تیلور در جابه‌جایی امتزاج ناپذیر ویسکوالاستیک-نیوتنی پرداخته شده است. در شبیه‌سازی مسئله از روش حجم سیال و الگوریتم ارائه شده در فصل قبل استفاده شده است.

در ابتدای این فصل به بیان پارامترهای مورد ارزیابی و استقلال از شبکه پرداخته می‌شود سپس نتایج به دست آمده از حل عددی مورد اعتبارسنجی قرار می‌گیرد. به منظور شبیه‌سازی سیال ویسکوالاستیک از مدل گزیکس استفاده شده است و همچنین برای بررسی تأثیر دقیق‌تر خواص سیال ویسکوالاستیک حالت‌های خاص مدل گزیکس نیز مورد بررسی قرار گرفته است. در این حالت‌ها معادله ساختاری غیرخطی گزیکس به معادلات ساختاری شبه‌خطی اولدریوید-بی و مدل فوق همرفتی ماکسول تبدیل شده است. در مطالعه‌ی حاضر تأثیر تغییر پارامترهای بی بعد حاکم بر مسئله بر ناپایداری انگشتی لزج بررسی می‌شود و در این راستا نمودار بازده جارویی که اهمیت بسزایی در فرایندهای مربوط به انتقال مواد هیدروکربنی دارد، معرفی شده و تغییرات آن در اثر تغییر پارامترهای مورد نظر بررسی خواهد شد. در ادامه کانتورهای فاز برای جابه‌جایی امتزاج‌ناپذیر ویسکوالاستیک-نیوتنی در سلول هل-شاو رسم شده و تغییر و رشد انگشتی‌ها در مقادیر مختلف پارامترهای حاکم بررسی خواهد شد. بررسی تغییرات انگشتی‌ها در کانتورهای فاز با توجه به مکانیزم‌های مختلفی که در انگشتی‌ها اتفاق می‌افتد صورت می‌پذیرد. این مکانیزم‌ها نیز در ادامه معرفی خواهد شد.

۴-۲- پارامترهای ارزیابی نتایج

پیش از ارائه نتایج حاصل از تحقیق حاضر پارامترهای به کار گرفته شده در ارزیابی نتایج معرفی و نحوه‌ی محاسبه و ارزیابی آن‌ها بیان می‌شود.

۴-۲-۱- بازده جارویی

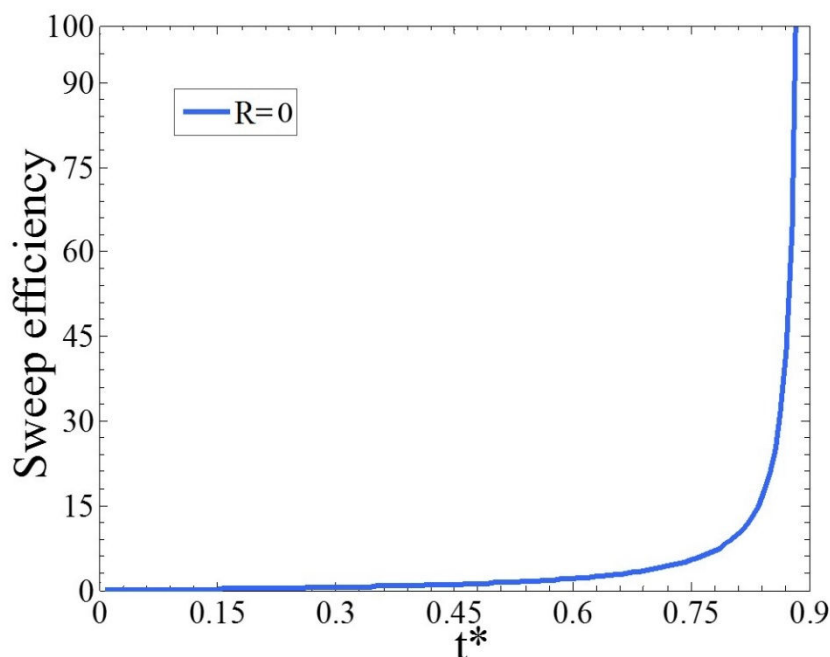
بازده جارویی^۱ به عنوان یک ویژگی پرکاربرد در صنعت، تعیین کننده میزان مؤثر بودن جابه‌جایی است. این پارامتر با توجه به اهمیت و گستره کاربرد، در انواع مختلفی تعریف می‌شود که می‌توان به بازده جارویی حجمی، بازده جارویی سطحی و بازده جارویی عمودی اشاره کرد که به انتخاب پارامترهای کلیدی موجود در مسئله مانند نسبت تحرک، همگن بودن، نفوذپذیری، الگوهای تزریق و غیره وابسته است.

در فرایندهای استخراج نفت و ازدیاد برداشت، بازده جارویی تعیین کننده میزان بهره‌وری روش استخراجی است. این پارامتر نسبت حجم کل مواد هیدروکربنی موجود در مخزن به حجم جاروب شده از این مواد هیدروکربنی را که توسط سیال تزریقی جابه‌جا شده است گزارش می‌دهد. در بررسی ناپایداری انگشتی نیز، بازده جارویی میزان رشد انگشتی‌ها در جریان سیال را نشان می‌دهد.

افزایش بازده جارویی با پایداری سطح مشترک بین دو فاز امتزاج‌ناپذیر همراه است. در مطالعات پیشین نیز تأثیر بازده جارویی توسط قسمت و عزایز [۲۵]، شوقی و نوروزی [۲۷] و شکری و همکاران [۸۶] مورد بررسی قرار گرفته است. در مطالعه‌ی اخیر بازده جارویی به صورت نسبت مساحت سیال نیوتنی جابه‌جا شده به مساحتی از آن سیال که در سلول باقی مانده است تعریف می‌شود. محاسبه‌ی این پارامتر در مدت زمانی است که اولین انگشتی به انتهای سلول می‌رسد و با t^* (زمان نرمالیزه شده) نشان داده شده است. این لحظه نشان‌گر یک استخراج کاربردی و خالص است و تلاش تمام محققین برای بررسی خواص موارد مختلف برای به تأخیر انداختن این لحظه است. در شبیه‌سازی عددی، بازده جارویی از طریق تقسیم تعداد گره‌ها با کسر حجمی بزرگ‌تر یا مساوی ۰/۵ به تعداد گره‌هایی که کسر حجمی کمتر از ۰/۵ دارد در هر گام زمانی محاسبه می‌شود. بیش‌ترین بازده جارویی تا لحظه رسیدن انگشتی به انتهای سلول، معیاری از بازده استخراج خواهد بود. نمودار مطلوب بازده جارویی وقتی که

¹ Sweep efficiency

ناپایداری انگشتی لزج اتفاق نیفتد و مرز مشترک دو سیال به صورت یک خط تا انتها باقی بماند، دارای



شکل ۴-۱: بازده جاروبی ماکزیمم و در عدم رخداد انگشتی لزج برای دبی ۱۲ میلی لیتر بر دقیقه

یک مجانب قائم است. البته این مجانب برحسب دبی‌های مختلف، جایگاه متفاوتی خواهد داشت. در این حالت نسبت تحرک دارای مقدار صفر است. به‌عنوان مثال برای دبی 21.6 ml/min که بیش‌ترین کاربرد را در این مطالعه داشته است، نمودار دقیق نقطه مطلوب برای بازده جاروبی در شکل ۴-۱ رسم شده است. همان‌طور که از نمودار هم قابل برداشت است، شیب این مؤلفه برحسب زمان ابتدا کم و سپس زیاد می‌شود.

در مقیاس‌های مخازن نفتی، مقادیر کوچک تغییرات بازده جاروبی اثر چشم‌گیری روی استخراج نفت دارد بنابراین تلاش برای کشف ویژگی‌هایی که این معیار را افزایش دهند، تلاشی بسیار کاربردی برای کمک به صنعت کشور خواهد بود. از این رو در این تحقیق تأثیر پارامترهای حاکم بر مسئله بر روی تغییرات نمودار بازده جاروبی مورد بررسی قرار گرفته است.

۴-۲-۲- طول اختلاط

در جریان دو سیال مخلوط‌پذیر، طول اختلاط^۱ به منظور شرح ناحیه مخلوط شدن دو سیال استفاده می‌شود. این پارامتر میزان پیش‌روی سیال با ویسکوزیته کمتر را درون سیال با بیش‌تر، نشان می‌دهد. در ناپایداری انگشتی برای بیان میزان رشد انگشتی‌ها در سیال جابه‌جا شونده از طول اختلاط استفاده می‌شود به این صورت که بیش‌ترین طول اختلاط نشان‌دهنده بیش‌ترین طول انگشتی است. در مطالعه‌ی عددی حاضر، طول اختلاط طول بزرگ‌ترین انگشتی در هر گام زمانی تعریف می‌شود و برای محاسبه‌ی این پارامتر، در هر گام زمانی بزرگ‌ترین x که دارای کسر حجمی $0/5$ است انتخاب شده و نسبت به طول سلول بی‌بعد شده است.

۴-۲-۳- مکانیزم‌های موجود در الگوهای انگشتی

انتشار غیر خطی الگوهای انگشتی در ناپایداری سافمن-تیلور توسط مکانیزم‌های مختلفی توصیف شده است. انواع مختلفی از این مکانیزم‌ها در مطالعات پیشین توسط محققین بسیاری مورد بررسی قرار گرفته‌اند. تن و هومسی [۲۱] برای اولین بار به‌طور جامع، به معرفی و بررسی مکانیزم‌های موجود در الگوهای انگشتی در جابجایی مخلوط‌شدنی و در محیط متخلخلی با پراکندگی همسانگرد پرداختند. پس‌از آن زیمرمن و هومسی [۲۲] در محیط متخلخلی با پراکندگی ناهمسانگرد این مطالعات را ادامه دادند. قسمت و عزایز [۲۵] نیز به بررسی مکانیزم‌های موجود در محیط متخلخلی که پراکندگی آن وابسته به سرعت جریان بود، پرداختند. پس از آن، عزایز و سینق [۶۰] مکانیزم‌های جدید قابل مشاهده در جریان سیالات باریک شونده را برای اولین بار مورد بررسی قرار دادند. همچنین، اسلام و عزایز^۲ [۸۷] با استفاده از یک روش طیفی اصلاح شده، توانستند این ناپایداری را در نسبت تحرک‌های بالاتر شبیه‌سازی کرده و مکانیزم‌های جدید ظاهر شده در آن را مشاهده کنند. در کنار این مطالعات، نوروزی و همکاران نیز با استفاده از روش‌های جدیدتر شبیه‌سازی، به گسترش مطالعات قبلی و به بررسی

¹ Mixing length

² Islam and Azaiez

مکانیزم‌های ایجاد شده در شرایطی که قبلاً امکان شبیه‌سازی آن‌ها وجود نداشت، پرداختند [۶۷ و ۲۷].

از مهم‌ترین مکانیزم‌های معرفی شده در الگوهای تغییر شکل ناپایداری انگشتی لزج می‌توان به مکانیزم‌های زیر اشاره کرد:

انتشار^۱: در این فرایند انگشتی‌ها فرم افقی خود را از دست می‌دهند و پهن‌تر می‌شوند. این پهن‌شدگی به علت حرکت‌های بسیار کوچک عمود بر جهت جریان ناشی می‌شود. این فرایند با نام فرایند انتشار در مطالعات مربوط به ناپایداری انگشتی معرفی می‌شود.

اثر پوششی^۲: در زمان‌های اولیه رشد انگشتی‌ها، نوک یک انگشتی درون انگشتی در حال رشد کناری نفوذ می‌کند. انگشتی پوشش داده شده رشد کرده و در نتیجه این فرایند انگشتی بزرگ‌تر و پهن‌تری به دست می‌آید. این مکانیزم به نام اثر پوششی شناخته می‌شود.

محوشدگی^۳: این پدیده اولین بار توسط زیمرمن و هومسی [۲۲] در یک شبیه‌سازی غیرخطی در محیطی با پراکندگی ناهمسانگرد مشاهده شد. پس از آن، تن و هومسی [۲۱] نیز در بررسی ناپایداری انگشتی در محیط‌های همسانگرد، این مکانیزم را مشاهده کردند. در این مکانیزم، یک انگشتی درون انگشتی کناری خود نفوذ کرده و با آن درون سیال ویسکوزتر نفوذ می‌کند.

به هم پیوستگی^۴: این مکانیزم اولین بار توسط زیمرمن و هومسی [۲۲] در محیط متخلخل ناهمسانگرد نشان داده شد. در ادامه این پدیده در شرایط همسانگرد نیز توسط این نویسندگان مشاهده شد. در فرآیند بهم پیوستگی نوک یک انگشتی درون بدنه انگشتی همسایه ترکیب می‌شود. در نتیجه این ترکیب انگشتی بزرگ‌تر و با ضخامت بیشتر به وجود می‌آید.

¹ Spreading

² Shielding

³ Fading

⁴ Coalescence

در شبیه‌سازی‌های غیرخطی انجام گرفته در محیط متخلخلی با نفوذپذیری و پراکندگی ناهمسانگرد توسط شوقی و نوروزی [۲۷] و شگری و همکاران [۸۶] نیز فرایندهای جدیدی مشاهده شده است. یکی از این فرایندها با عنوان مکانیزم چند شاخه‌ای شدن انگشتی^۱ از کناره، شناخته شده و در مطالعات زیادی مورد بحث و بررسی قرار گرفته است. علاوه بر این، مکانیزم دیگری نیز در این مطالعات بررسی شده است که در آن بخشی از سیال با ویسکوزیته بیشتر، بین دو انگشتی ناشی از سیال با ویسکوزیته کمتر، حبس می‌شود. با گذشت زمان و رشد انگشتی‌ها، سیال محبوس شده، در سیال جابه‌جاکننده حل شده و اثری از آن مشاهده نمی‌شود. این مکانیزم نیز با نام قسمت گمشده^۲ در شبیه‌سازی‌های غیرخطی شناخته می‌شود.

مکانیزم‌های معرفی شده، معمولاً در جابه‌جایی سیالات نیوتنی قابل مشاهده هستند. علاوه بر این مکانیزم‌ها، مکانیزم‌های خاص دیگری نیز در حضور سیالات غیرنیوتنی قابل مشاهده هستند که یکی از معروفترین آن‌ها، مکانیزم شکافتن نوک انگشتی^۳ است. این فرایند اولین بار توسط تن و هومسی [۲۱] گزارش شد و بعد از آن در مطالعات بسیاری از محققین در شبیه‌سازی‌های عددی مورد بررسی قرار گرفت. در مطالعات آزمایشگاهی نیز، وودینگ [۸۸] توانست این مکانیزم را در جابجایی سیالات مخلوط شدنی مشاهده کند. از جمله افراد دیگری که در مطالعات عددی و آزمایشگاهی خود به بررسی این مکانیزم پرداختند می‌توان به پارک و هومسی [۸۹] و نیز کاواگوچی [۹۰] و کیهانی و همکاران [۷۱] اشاره کرد. این مکانیزم به صورت زیر تعریف می‌شود:

شکافتگی نوک انگشتی: در این مکانیزم، نوک انگشتی پس از رشد به حدی پهن می‌شود که در آن یک موج ایجاد می‌شود. سپس با گذشت زمان و رشد موج‌ها، نوک انگشتی شکافته و دو انگشتی

¹ Side-branching

² Trailing lobe

³ Tip-splitting

جدید از آن به وجود می‌آید.

نوع خاصی از مکانیزم به هم پیوستگی نیز در جابه‌جایی با سیال غیر نیوتنی دیده می‌شود که در آن نوک انگشتی به سمت بدنه‌ی انگشتی همسایه خم شده ولی مانند حالت نیوتنی به‌طور کامل در آن غرق نشده و به یک انگشتی کامل از ترکیب هر دو تبدیل نمی‌شود. در این فرایند جدید، بعد از پیوستن نوک انگشتی به بدنه انگشتی دیگر، قسمت باقی‌مانده انگشتی پهن‌تر شده و به صورت جداگانه به رشدش ادامه می‌دهد.

با توجه به پارامترهای معرفی شده در این قسمت به بررسی نتایج حاصل از شبیه‌سازی عددی حاضر پرداخته خواهد شد.

۴-۳- شبکه‌بندی و استقلال از شبکه‌بندی

اولین قدم در حل مناسب معادلات، شبکه‌بندی دامنه محاسباتی است. در دینامیک سیالات محاسباتی عموماً دو نوع شبکه‌بندی شامل شبکه‌بندی با ساختار و شبکه‌بندی بی‌ساختار وجود دارد. انتخاب هر یک از این شبکه‌بندی‌ها تابع هندسه و شرایط مسئله بوده و دارای مزایا و معایب خاص خود هستند. عموماً در شبکه‌بندی‌های با ساختار، ساختار اطلاعاتی در شبکه واضح بوده و مرزبندی‌ها در آن با قاعده و مشخص است. در این نوع شبکه‌بندی حجم محاسبات کمتر شده و حجم ذخیره‌سازی اطلاعات در هنگام حل معادلات نیز کاهش می‌یابد. در حالی که در شبکه‌بندی بی‌ساختار مرزبندی ساختار و قاعده مشخصی ندارد از این‌رو این شبکه‌بندی نیازمند حجم بالای ذخیره‌سازی اطلاعات برای حل معادلات است. عموماً استفاده از شبکه‌بندی با ساختار در هندسه‌های پیچیده مشکل بوده و با دشواری‌های فراوانی همراه است. لذا اغلب در هندسه‌های ساده که در آن ایجاد شبکه‌بندی با ساختار راحت‌تر است سعی می‌شود از این نوع شبکه‌بندی استفاده شود.

در این تحقیق از یک شبکه‌بندی ثابت و با ساختار که در آن شبکه‌بندی با فصل مشترک بین دو فاز حرکت نمی‌کند، استفاده شده است. شبیه‌سازی عددی حاضر در یک سلول هل-شاو مستطیلی با

طول L ، عرض W و فاصله‌ی کوچک بین دو صفحه b در نظر گرفته شده است. به منظور بررسی شبکه بندی مناسب برای هندسه‌ی موردنظر چندین مش مکعبی مورد بررسی قرار گرفته است و باتوجه به این که کوچک کردن شبکه محاسباتی در کنار این که سبب دقیق‌تر شدن حل می‌گردد باعث افزایش هزینه‌های محاسباتی نیز می‌شود سعی شده مش مناسب و قابل قبولی انتخاب شود. به این منظور چهار شبکه مختلف $M1$ ، $M2$ ، $M3$ و $M4$ در این شبیه‌سازی در نظر گرفته شده است و مشخصات آن در جدول ۱-۴ آورده شده است. شماتیکی از شبکه‌های موردنظر نیز در شکل ۲-۴ نشان داده شده است. دقت محاسبات روی شبکه‌های انتخاب شده برای یک جریان امتزاج‌ناپذیر ویسکوالاستیک غیرخطی در نیوتنی که بحرانی‌ترین حالت غیرخطی را داشته است بررسی شده است. خواص و پارامترهای این جریان در جدول ۳-۴ فراهم شده است. در این شبکه‌بندی‌ها تعداد انگشتی‌ها در ابتدای جریان با یکدیگر مقایسه شده است و نتایج در جدول ۳-۴ نشان داده شده است. همان‌طور که نتایج جدول ۳-۴ نشان می‌دهد تعداد انگشتی‌ها در شبکه‌بندی $M3$ و $M4$ یکسان است بنابراین به منظور کاهش هزینه‌های محاسباتی شبکه‌ی $M3$ مورد قبول واقع می‌شود.

جدول ۱-۴: مشخصات شبکه‌های محاسباتی

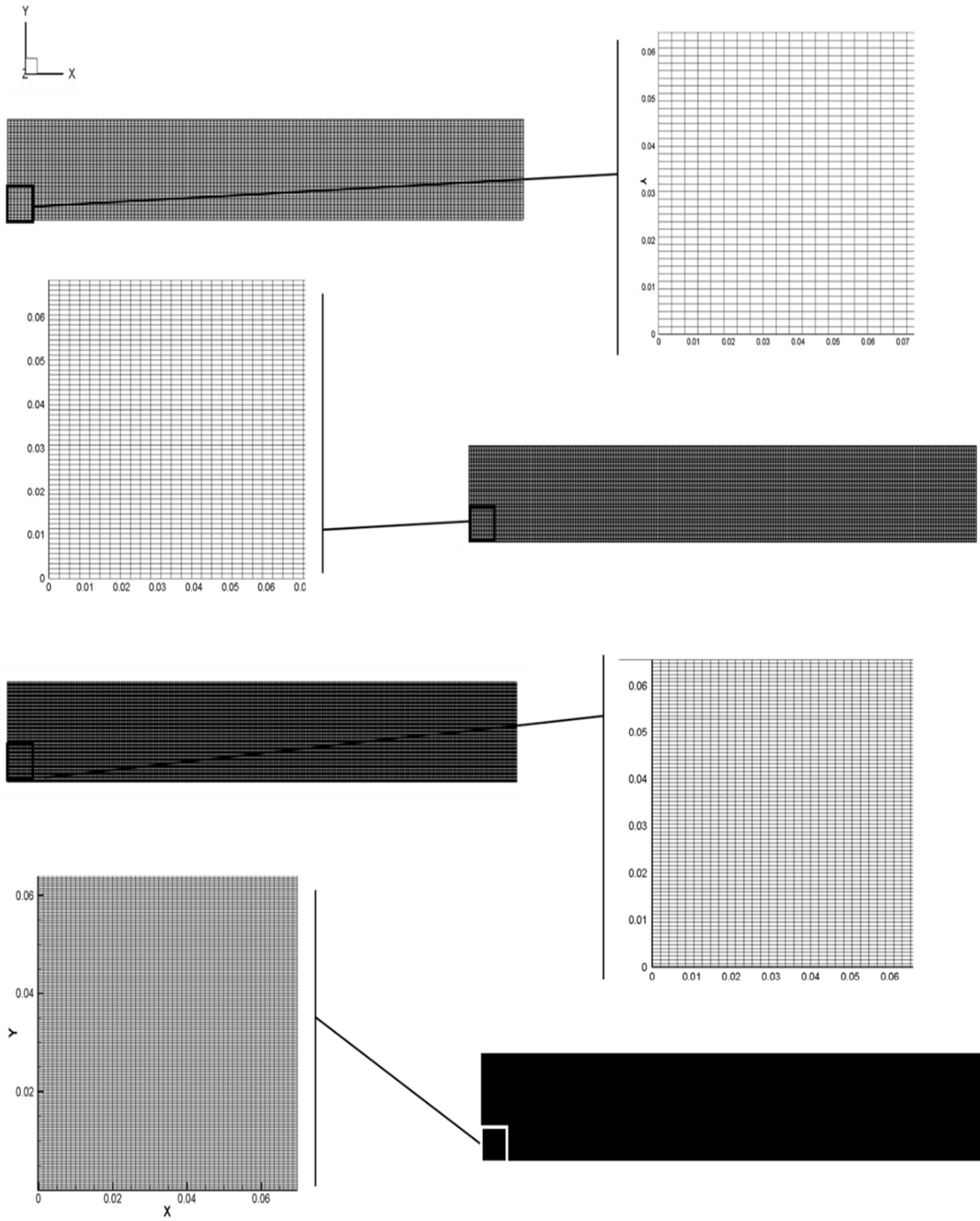
تعداد کل سلول‌ها	تعداد گره در جهت Z	تعداد گره در جهت Y	تعداد گره در جهت X	شبکه
۴۵۰۰۰	۶	۵۰	۱۵۰	M1
۹۸۰۰۰	۷	۷۰	۲۰۰	M2
۲۴۰۰۰۰	۸	۱۰۰	۳۰۰	M3
۶۰۰۰۰۰	۱۰	۱۵۰	۴۰۰	M4

جدول ۲-۴: پارامترهای بی‌بعد به کار رفته در شبکه‌بندی

Ca	En	α	β	R	Re
۰/۰۹	۰/۷	۰/۵	۰/۷	۲	۰/۰۹۹

جدول ۴-۳: نتایج حاصل از شبکه‌بندی

تعداد انگشتی‌ها	سایز شبکه در جهت Z	سایز شبکه در جهت y	سایز شبکه در جهت x	شبکه
۷-۱۱	۰/۰۰۰۱۷	۰/۰۰۱۶	۰/۰۰۳۷	M1
۱۰-۱۳	۰/۰۰۰۱۴	۰/۰۰۱۱	۰/۰۰۲۸	M2
۱۵-۱۸	۰/۰۰۰۱۲	۰/۰۰۰۸	۰/۰۰۱۸	M3
۱۵-۱۸	۰/۰۰۰۱	۰/۰۰۰۵۳	۰/۰۰۱۲	M4



شکل ۴-۲: مقایسه شبکه‌بندی‌های M1، M2، M3 و M4

۴-۴- اعتبارسنجی مدل مسئله

به منظور صحت‌سنجی شبیه‌سازی عددی حاضر، نتایج حاصل با کار آزمایشگاهی واعظی [۹۱] مقایسه شده است. در این مقایسه با به کار گرفتن خواص مشابه و هندسه یکسان، شبیه‌سازی برای دو فاز امتزاج پذیر انجام شده است. آب و محلول‌های رقیق آب و گلیسیرین به عنوان فاز جابه‌جا کننده و محلول‌های غلیظ‌تر آب و گلیسیرین برای فاز جابه‌جا شونده در نظر گرفته شده است. غلظت و ویسکوزیته محلول‌های استفاده شده در جدول ۴-۴ فراهم شده است. آزمایش در یک سلول هل-شاو با طول $L=0.56$ cm عرض $W=8$ cm و عمق $b=1$ mm انجام شده و به منظور امتزاج‌پذیر بودن محلول‌ها از اثر کشش سطحی صرف نظر شده است. پارامتر نسبت تحرک $R=3.32$ است و برای پارامترهای عدد وایزنبرگ (Wi) ، عدد الاستیسیته (En) ، نسبت ویسکوزیته (β) و ضریب تحرک (α) مقدار صفر در نظر گرفته شده است.

جدول ۴-۴: ویسکوزیته محلول‌های آب و گلیسیرین

شماره	۱	۲	۳	۴	۵
درصد جرمی گلیسیرین در محلول	۲۰٪	۳۰٪	۷۸٪	۸۰٪	۸۳/۵٪
ویسکوزیته (cp)	۱/۵	۲/۱	۲۷	۴۲	۵۸

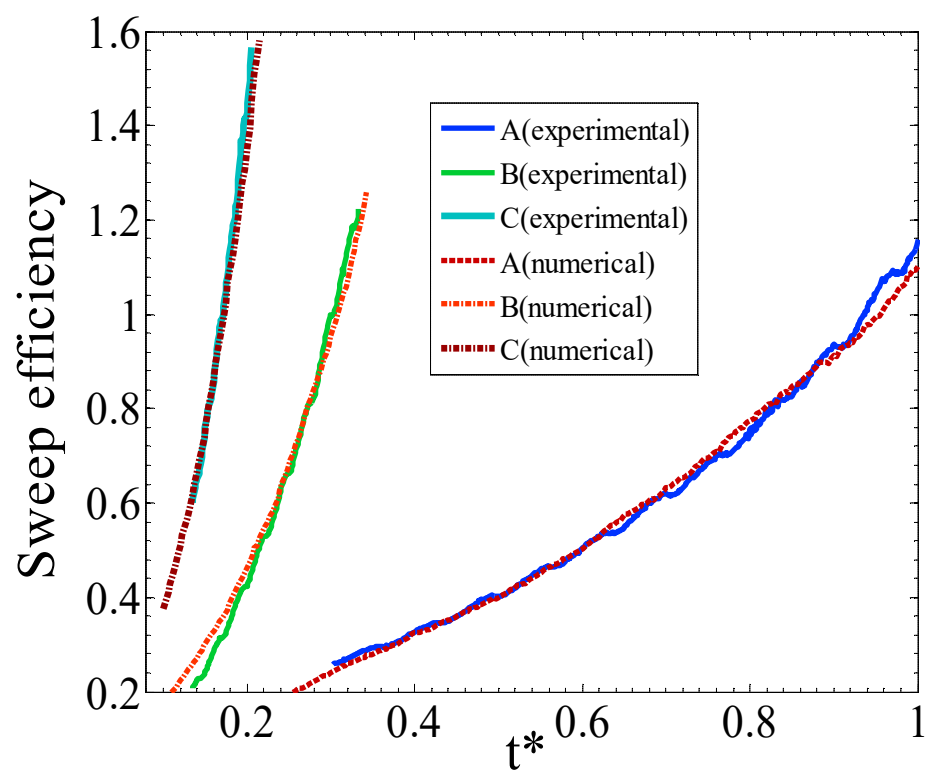
اعتبارسنجی مدل‌سازی صورت گرفته به دو روش صورت گرفته است. ابتدا نمودار بازده جاروبی و کانتورهای فاز برای دبی‌های مختلف رسم شده و با کار آزمایشگاهی مقایسه شده است. سیال جابه‌جا کننده محلول آب و گلیسیرین ۲۰٪ و سیال جابه‌جا شونده محلول آب و گلیسیرین ۸۰٪ است. مقادیر دبی به کار گرفته شده در این اعتبارسنجی در جدول ۴-۵ ارائه شده است.

جدول ۴-۵: مقادیر دبی جریان برای محلول آب-گلیسرین ۲۰٪ در محلول آب-گلیسرین ۸۰٪

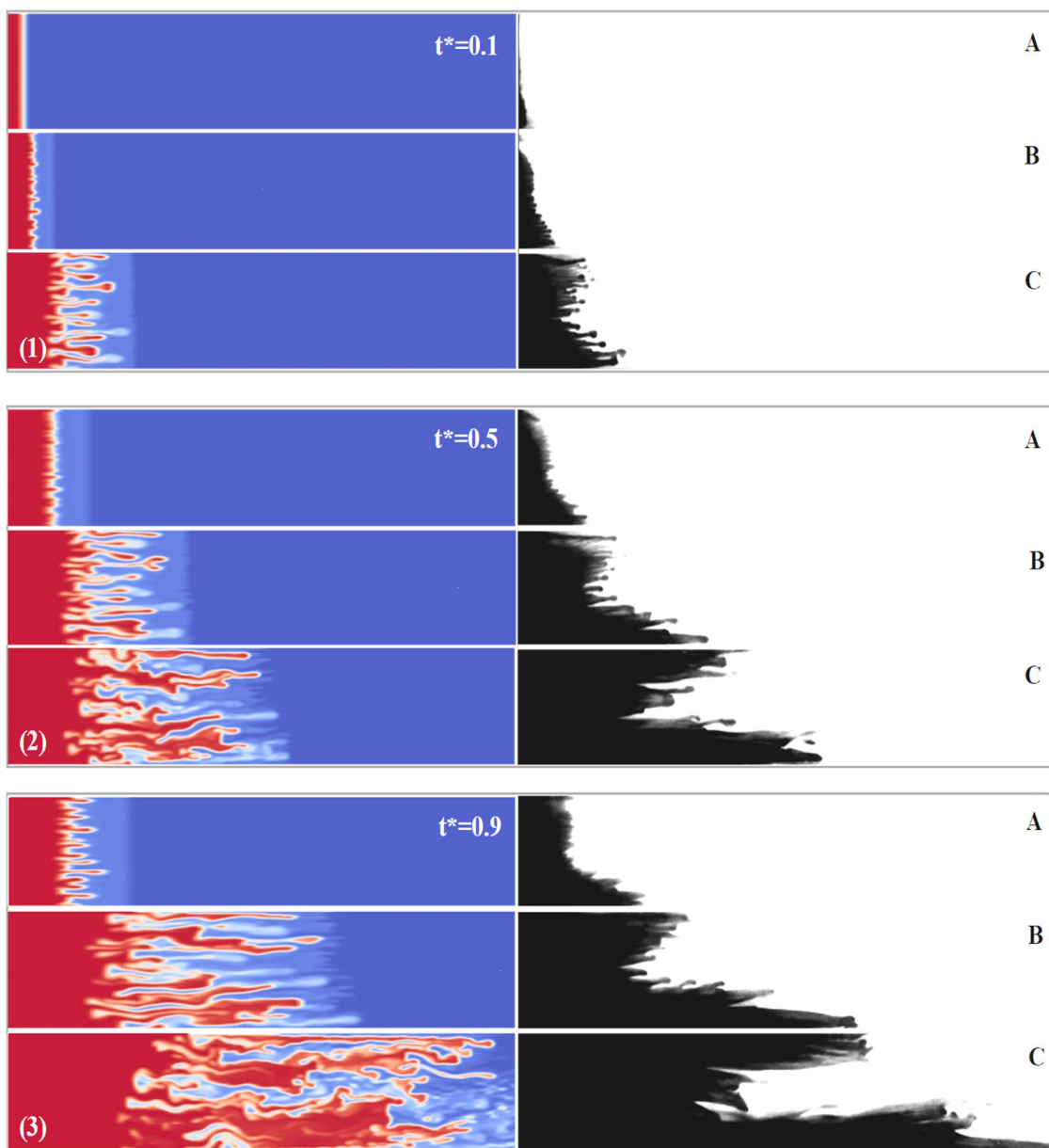
نوع سیال	A	B	C
دبی سیال (mlitr/min)	۵	۱۲	۲۰

نتایج توزیع بازده جاروبی حاصل از شبیه‌سازی دینامیک سیالات محاسباتی و داده‌های آزمایشگاهی به کار گرفته شده برای دبی‌های مختلف در شکل ۴-۳ ارائه شده است. همان‌طور که در این شکل دیده می‌شود، در سیال نیوتنی بازده جاروبی با افزایش دبی افزایش می‌یابد. واضح است که نتایج کار عددی تطابق خوبی با مشاهدات آزمایشگاهی دارد و خطای کم موجود بین این نتایج را می‌توان به ماهیت تصادفی بودن پدیده‌ی انگشتی لزج نسبت داد. همچنین به منظور مقایسه‌ی الگوهای جریان، جابه‌جایی محلول آب-گلیسرین ۸۰٪ به وسیله‌ی محلول آب-گلیسرین ۲۰٪ در مشاهدات آزمایشگاهی و شبیه‌سازی عددی در شکل ۴-۴ نشان داده شده است.

بر طبق شکل ۴-۴، الگوهای انگشتی در گام‌های زمانی مختلف تقریباً تشابه دارند، همچنین، اثر تغییر دبی روی الگوهای انگشتی در شبیه‌سازی عددی با نتایج آزمایشگاهی مشابه است و جریان محلول نیوتنی آب و گلیسرین با افزایش دبی با سرعت بیشتری توسعه پیدا می‌کند.



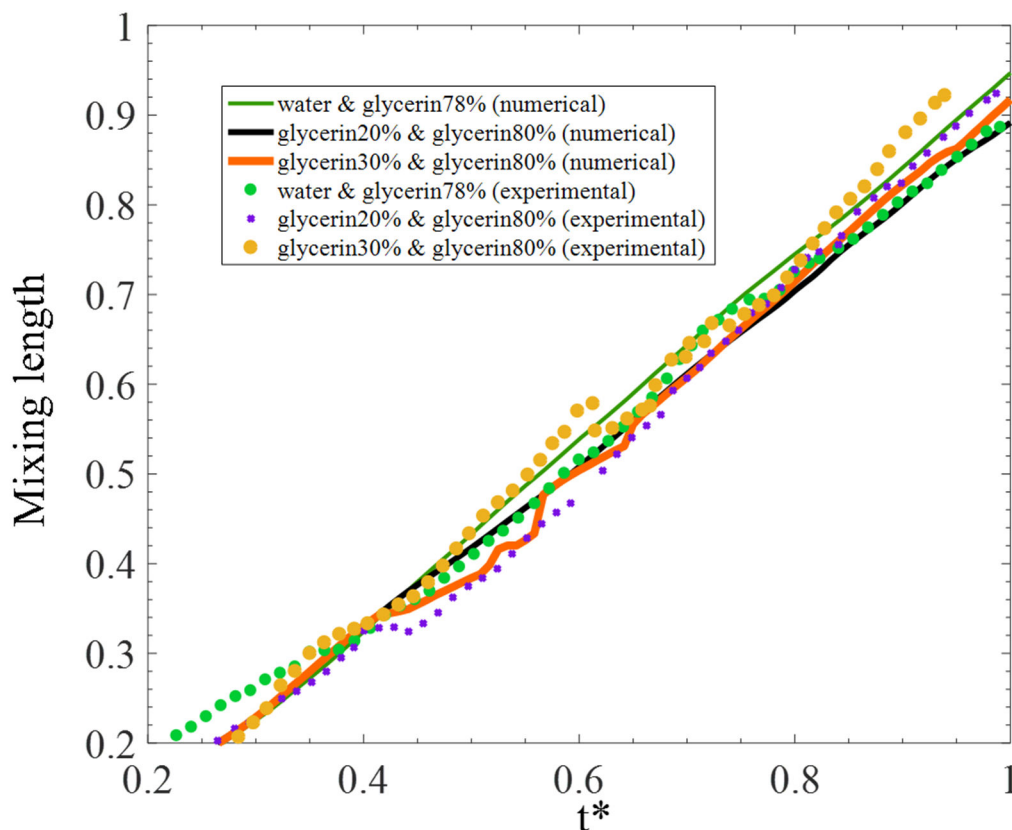
شکل ۳-۴: مقایسه‌ی نتایج حاصل از شبیه‌سازی عددی و داده‌های آزمایشگاهی در جابه‌جایی امتزاج‌پذیر



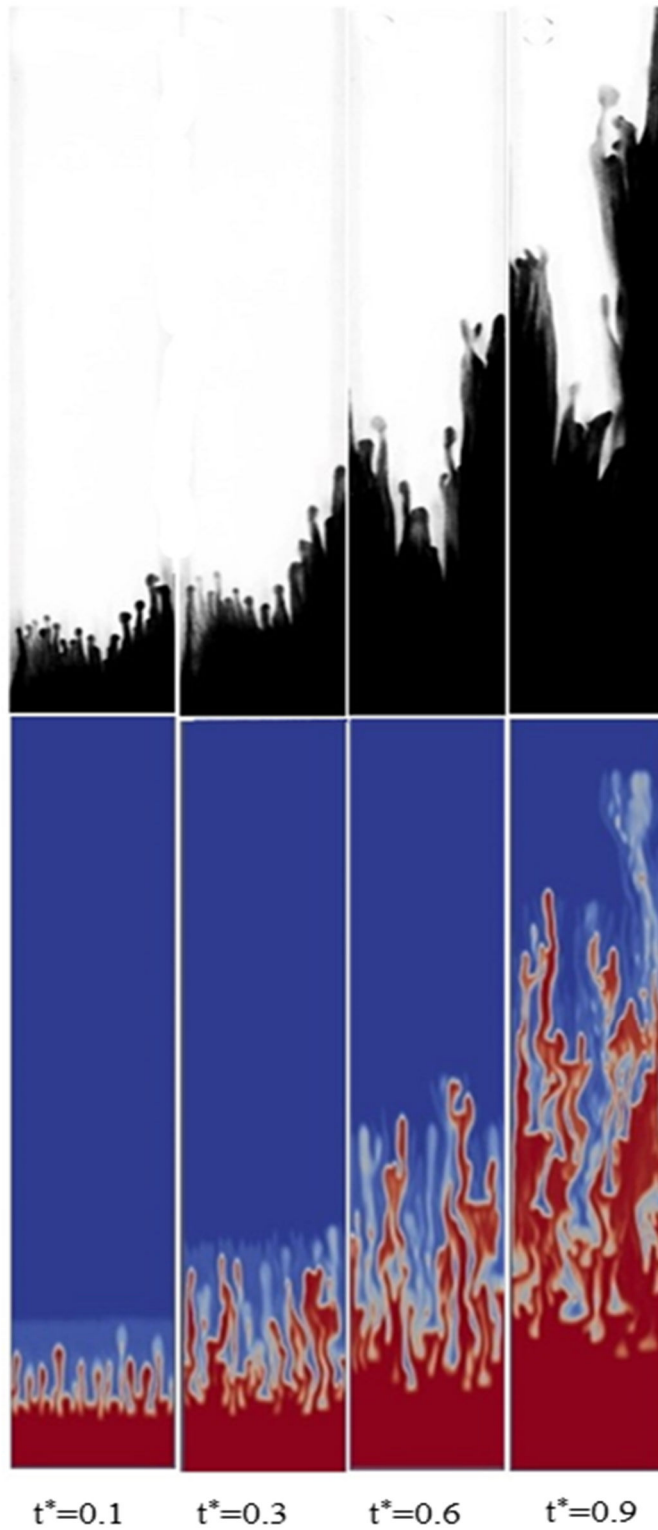
شکل ۴-۴: مقایسه‌ی بین نتایج عددی (سمت چپ) و عکس‌های آزمایشگاهی (سمت راست) از جابه‌جایی محلول گلیسرین ۸۰٪ توسط محلول گلیسرین ۲۰٪ در دبی‌های متفاوت [۹۱].

زمان نرمالیزه شده در هر مرحله $t^*=0.1$ (1)، $t^*=0.5$ (2) و $t^*=0.9$ (3) می‌باشد.

در ادامه‌ی صحت‌سنجی نتایج، سه نوع جابه‌جایی متفاوت از محلول‌های آب و گلیسرین با نسبت تحرک ثابت $R=3.32$ انتخاب شده است. این جابه‌جایی‌ها در دبی ثابت $Q=12\text{ml/min}$ مورد بررسی قرار گرفته و نمودار طول اختلاط برای آن‌ها رسم شده است. با توجه به مشاهده می‌شود، طول اختلاط برای جریان‌های امتزاج‌پذیر نیوتنی با نسبت تحرک ثابت مقادیر یکسانی دارد. این نتیجه در شبیه‌سازی عددی و داده‌های آزمایشگاهی تقریباً مشابه است و این نمودارها تطابق خوبی با یکدیگر دارند. به منظور مقایسه الگوهای انگشتی ناشی از شبیه‌سازی عددی و داده‌های آزمایشگاهی در جابه‌جایی‌های موردنظر در نمودارهای بالا، الگوهای جابه‌جایی محلول آب و گلیسرین ۸۳/۵٪ توسط محلول آب و گلیسرین ۳۰٪ در شکل ۴-۶ نشان داده شده است. بر اساس این شکل، الگوهای ناپایداری تقریباً برای گام‌های زمانی مختلف مشابه است.



شکل ۴-۵: مقایسه‌ی بین پروفیل‌های طول اختلاط در نتایج آزمایشگاهی و عددی.



شکل ۴-۶: مقایسه‌ی الگوهای ناپایداری جابه‌جایی آب-گلیسرین ۳۰٪ در آب-گلیسرین ۸۳/۵٪

نتایج آزمایشگاهی (شکل بالا) [۹۱] - نتایج عددی (شکل پایین)

پس از اطمینان از صحت روش به کار گرفته شده، به شبیه‌سازی ناپایداری سافمن-تیلور در جابه‌جایی مخلوط نشدنی ویسکوالاستیک-نیوتنی پرداخته می‌شود. به این منظور جابه‌جایی یک سیال نیوتنی توسط یک سیال ویسکوالاستیک در سلول هل-شاو مورد بررسی قرار می‌گیرد. به منظور بررسی پارامترهای موردنظر مسئله، حالت‌های مختلفی با خواص فیزیکی و رئولوژیکی مختلف مورد مطالعه قرار می‌گیرد. نتایج به دست آمده در قالب اعداد و پارامترهای بدون بعد بیان شده است تا بتوان داده‌های حاصل از حالت‌های مختلف را با یکدیگر مقایسه نمود. به منظور بررسی تأثیر مجزای پارامترها بر الگوهای جریان ناپایداری، معمولاً یک گروه بی‌بعد تغییر کرده و سایر پارامترهای بی‌بعد ثابت در نظر گرفته شده است. همچنین برای بررسی دقیق‌تر تأثیر خواص ویسکوالاستیک سیال جابه‌جاکننده بر ناپایداری، علاوه بر مدل گزیکس حالت‌های خاص آن نیز مورد بررسی واقع شده است. در ادامه به بررسی تأثیر پارامترهای بی‌بعد حاکم بر مسئله نظیر نسبت تحرک، نسبت ویسکوزیته، ضریب تحرک سیال گزیکس، عدد مویینگی و عدد الاستیسیته پرداخته می‌شود.

۴-۵- رژیم جریان

پیش از ارائه نتایج حاصل از مطالعه عددی حاضر به بررسی محدوده جریان‌های مطالعه شده در این تحقیق و بررسی جایگاه آن در رژیم‌های جریان ناپایداری انگشتی پرداخته می‌شود. به این منظور از رژیم‌های بررسی شده در مطالعه عددی لنورمند و همکاران استفاده شده است [۳]. آن‌ها رژیم‌های جریان ناپایداری انگشتی را وابسته به عدد مویینگی (Ca) و نسبت ویسکوزیته سیال جابه‌جاکننده به جابه‌جا شونده (M') معرفی کردند. M' برعکس پارامتر نسبت تحرک (R) در مطالعه حاضر است و هر دو پارامتر عدد مویینگی و نسبت تحرک در معادله (۱-۲) معرفی شده است. در مطالعه‌ی آن‌ها جریان ناپایداری انگشتی در سه رژیم مختلف جابه‌جایی پایدار I، انگشتی مویینگی II و انگشتی لزج III تقسیم شده است.

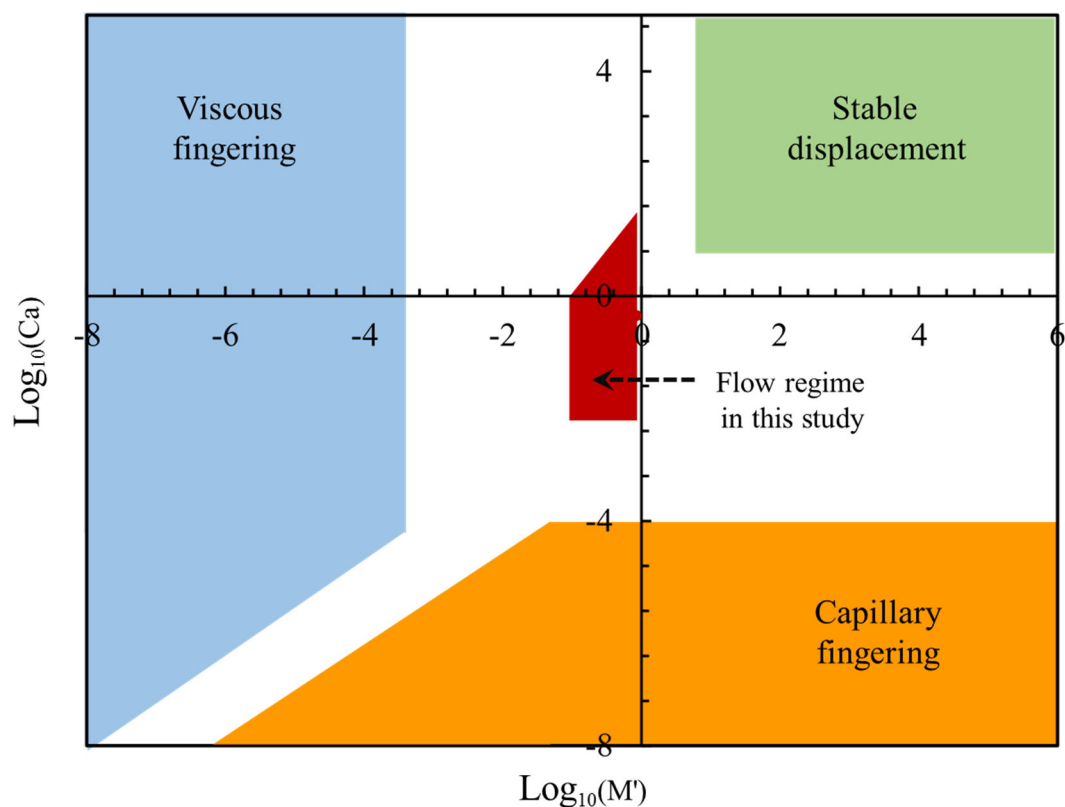
رژیم I رژیم جابه‌جایی پایدار است که در آن نرخ تزریق بالا بوده و نیروهای مویینگی و نیروهای

فشاری بسیار کوچک است. در این رژیم جریان به سمت پایداری پیش می‌رود.

رژیم II رژیم انگشتی موینگی است که در آن نرخ تزریق بسیار پایین در نظر گرفته می‌شود و نیروهای ویسکوزیته قابل صرف‌نظر می‌باشند.

رژیم III نیز بیان‌گر ناپایداری انگشتی لزج است که در آن مقدار نسبت ویسکوزیته بالا است.

در جابه‌جایی دو فاز امتزاج‌ناپذیر مطالعه حاضر، نرخ تزریق پایین بوده در نتیجه جریان خزشی است و همچنین مقادیر مختلف نیروهای موینگی و فشاری در قالب اعداد بی‌بعد موینگی و نسبت ویسکوزیته بررسی شده است. بنابراین می‌توان پیش‌بینی کرد نتایج حاصل بین دو رژیم انگشتی موینگی و انگشتی لزج قرار گیرد. نمودار شکل ۴-۷ رژیم‌های مورد بررسی در مطالعه لنورمند و همکاران [۳]، و مطالعه عددی حاضر را نشان می‌دهد. با توجه به این نمودار، نتایج این مطالعه عددی در بازه موردنظر واقع شده است.



شکل ۴-۷: دیاگرام رژیم جریان دو فازی ارائه شده توسط لنورمند و همکاران [۳]؛ ناحیه قرمز رنگ رژیم جریان بررسی شده در مطالعه حاضر را نشان می‌دهد.

۴-۶- مدل ویسکوالاستیک فوق همرفتی ماکسول

یکی از حالت‌های خاص مدل گزیکس مدل ویسکوالاستیک فوق همرفتی ماکسول است. با در نظر گرفتن ضریب تحرک $\alpha = 0$ و همچنین نسبت ویسکوزیته $\beta = 1$ معادله ساختاری گزیکس به معادله UCM تبدیل می‌شود. مدل ویسکوالاستیک فوق همرفتی ماکسول در بخش ۲-۷ به تفصیل شرح داده شده است.

در این بخش به شبیه‌سازی غیرخطی ناپایداری انگشتی لزج در جابه‌جایی مخلوط نشدنی ویسکوالاستیک-نیوتنی توسط سیال UCM پرداخته می‌شود. موارد مورد مطالعه شامل اثر گروه‌های بی بعد عدد موینگی، عدد الاستیسیته و نسبت تحرک است که در این راستا کانتورهای غلظت و نمودار

های بازده بررسی شده‌اند.

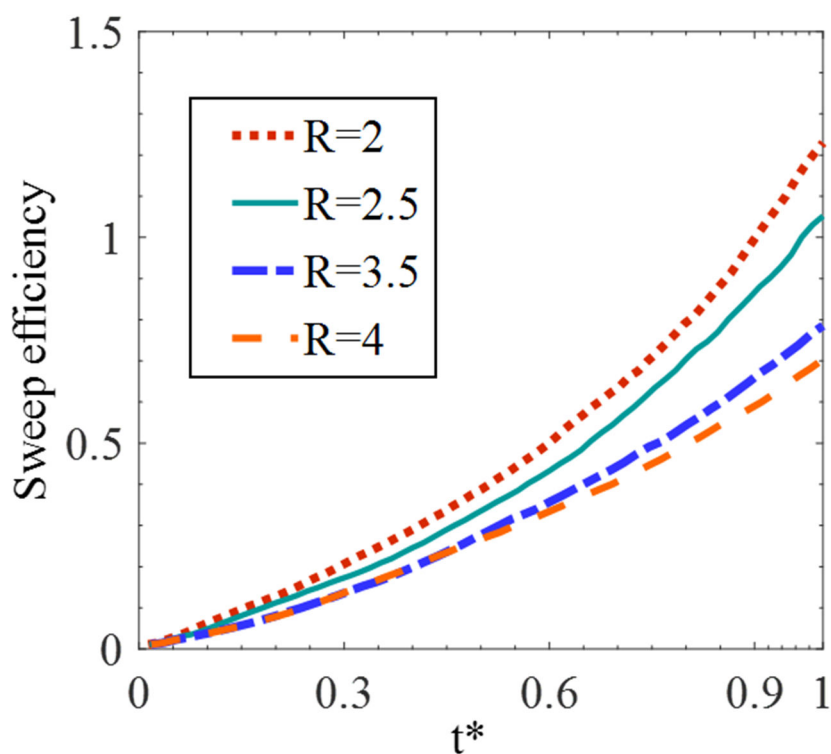
۴-۶-۱- اثرات نسبت تحرک در مدل فوق همرفتی ماکسول

همان‌طور که در فصل‌های قبل ذکر شد، نسبت تحرک به طور کلی از تقسیم قابلیت تحرک فاز جابه‌جا کننده به قابلیت تحرک فاز جابه‌جا شونده محاسبه می‌شود. در نفوذپذیری ثابت نسبت تحرک می‌تواند به نسبت ویسکوزیته سیال جابه‌جا کننده به جابه‌جا شونده ساده شود که در معادله (۲-۱) ارائه شده است. در این مطالعه با توجه به این‌که شبیه‌سازی در سلول هل-شاو انجام شده است و نفوذپذیری سلول هل-شاو مقدار ثابتی است، نسبت تحرک به نسبت ویسکوزیته دو سیال ساده می‌شود. وقتی مقدار نسبت تحرک صفر شود بازده جاروبی در حالت بیشینه قرار دارد و انگشتی رخ نمی‌دهد.

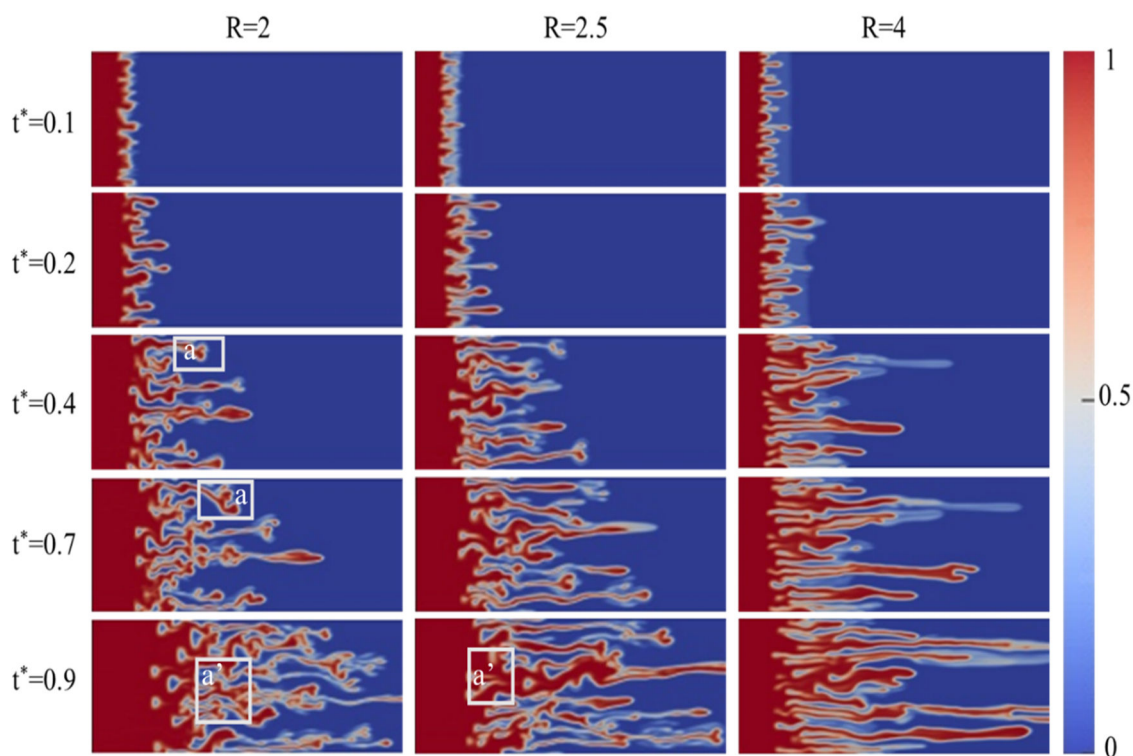
در این بخش برای دستیابی به مقادیر مختلف نسبت تحرک، ویسکوزیته سیال جابه‌جا کننده ثابت در نظر گرفته شده است و ویسکوزیته سیال جابه‌جا شونده تغییر می‌کند. در این قسمت سایر پارامترها ثابت در نظر گرفته شده است: $Ca=0.09$ ، $En=31.82$. تغییرات بازده جاروبی در زمان نرمالیزه شده برای مقادیر مختلف نسبت تحرک در شکل ۴-۸ نشان داده شده است. بر طبق این شکل با کاهش نسبت تحرک، بازده جاروبی سیال افزایش می‌یابد. از نقطه نظر فیزیکی با کاهش اختلاف ویسکوزیته دو سیال در یک جابه‌جایی مخلوط‌ناپذیر، ناپایداری جریان کاهش می‌یابد بنابراین باعث افزایش بازده جاروبی می‌شود. همچنین شکل ۴-۸ نشان می‌دهد در شبیه‌سازی با مدل فوق همرفتی ماکسول بازده جاروبی با افزایش نسب تحرک تقریباً با نسبت یکسانی کاهش می‌یابد. با توجه به کاهش نسبت تحرک با افزایش ویسکوزیته سیال جابه‌جا کننده می‌توان نتیجه گرفت که در فرایند افزایش ازدیاد برداشت نفت، افزودن مواد پلیمری به سیال جابه‌جا کننده باعث کاهش نسبت تحرک شده و بازده جاروبی را در فرایند استخراج بهبود می‌بخشد.

شکل ۴-۹ کانتورهای فاز جریان را در محدوده زمان نرمالیزه شده برای $R=2$ ، $R=2.5$ و $R=4$ نشان می‌دهد. همان‌طور که واضح است، افزایش نسبت تحرک، ناپایداری را تشدید می‌کند و همچنین اثر

قابل توجهی روی مکانیزم‌های موجود در پدیده انگشتی دارد. با توجه به این شکل با افزایش نسبت تحرک طول انگشتی‌ها افزایش یافته و همچنین رژیم کانالی می‌شود. در حالی که با کاهش نسبت تحرک، انگشتی‌های ریزتری مشاهده می‌شود و جبهه‌ی جریان سیال جابه‌جا کننده به صورت صاف‌تری پیش‌روی می‌کند. علاوه بر آن همان‌طور که نشان داده شده است با کاهش اختلاف ویسکوزیته دو سیال، شاهد افزایش مکانیزم شکافتگی نوک انگشت هستیم. مکانیزم شکافتگی نوک انگشت در شکل ۹-۴ در مستطیل‌های a در زمان‌های مختلف نشان داده شده است. در این مکانیزم نوک انگشتی‌ها ابتدا پهن‌تر شده و سپس به دو شاخه و یا چند شاخه‌ی نامتقارن تقسیم شده است. همچنین، مکانیزم‌های انتشار، به هم‌پیوستگی نیز در مستطیل‌های a' در کانتورهای شکل ۹-۴ نشان داده شده است.



شکل ۹-۴: نمودار بازده جارویی برای مقادیر مختلف نسبت تحرک در شبیه‌سازی با مدل UCM



شکل ۴-۹: الگوهای ناپایداری برای نسبت تحرک‌های مختلف در شبیه‌سازی با مدل UCM

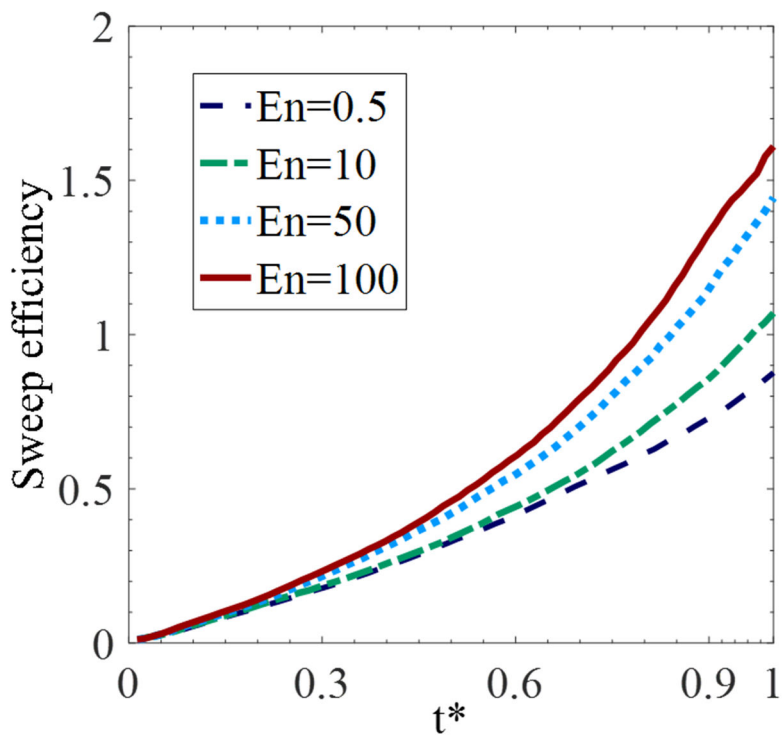
۴-۶-۲- اثرات عدد الاستیسیته در مدل فوق همرفتی ماکسول

اثر رفتار سیال ویسکوالاستیک خطی در جابه‌جایی مخلوط شدنی توسط مورا و مانا [۶۰] بررسی شده است. در این پژوهش گزارش شد که زمان رهایی از تنش به مدول الاستیک، کشش سطحی و گرادیان فشار وابسته است. در مطالعه‌ی دیگری نیز در این زمینه مالهوترا و شرما [۴۸] از عدد دבורا برای بررسی اثر زمان رهایی از تنش استفاده کردند. عدد دבורا به صورت نسبت زمان رهایی از تنش پلیمر به زمان آزمایشگاهی یا زمان مشاهدات تعریف می‌شود. اثر عدد دבורا در یک مطالعه‌ی آزمایشگاهی برای یک جابه‌جایی مخلوط‌شدنی بررسی شده است.

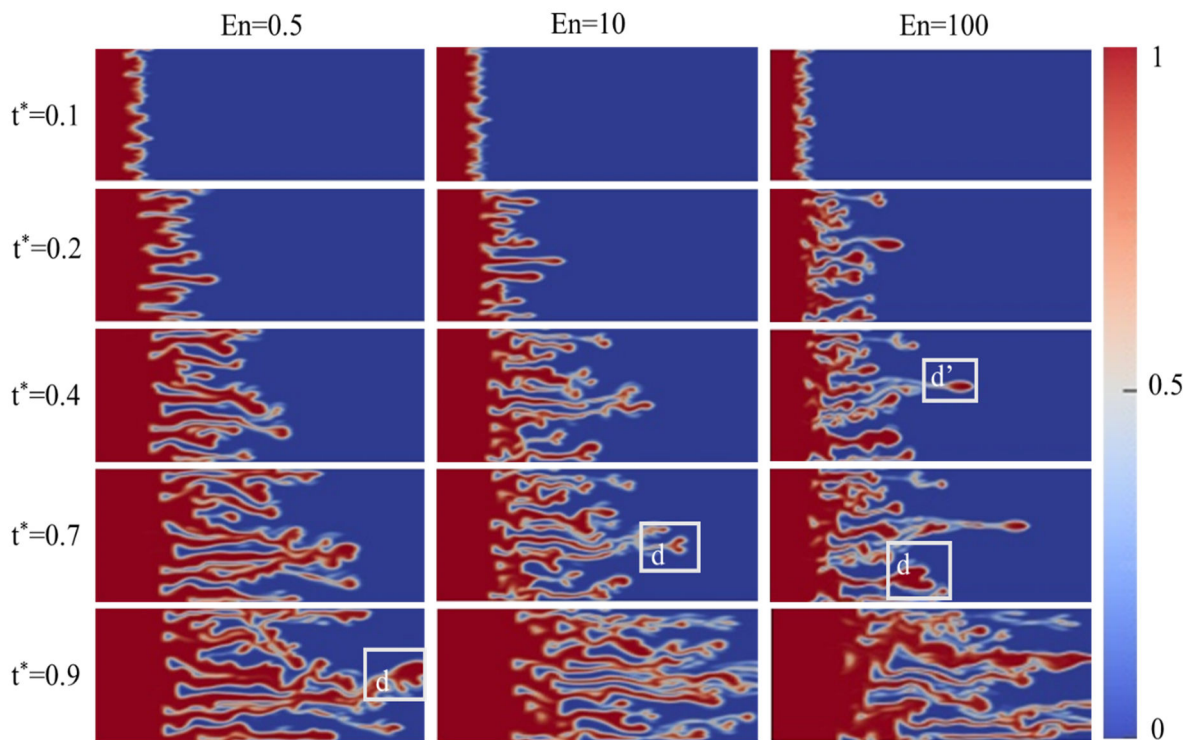
در مطالعه‌ی حاضر اثر عدد الاستیسیته و خاصیت ویسکوالاستیک سیال جابه‌جا کننده در جریان مخلوط‌شدنی برای اولین بار بررسی شده است. شکل ۴-۱۰ اثر عدد الاستیسیته را روی بازده جارویی در گام‌های زمانی مختلف نشان می‌دهد. برای بررسی این پارامتر، گروه‌های بی‌بعد دیگر با مقادیر ثابت

Ca=0.09 و $R=2$ در نظر گرفته شده است. باتوجه به شکل بازده جارویی با افزایش مقادیر عدد الاستیسیته افزایش می‌یابد. این افزایش در زمان‌های بالا شدیدتر است. واضح است که افزایش خواص الاستیک سیال ویسکوالاستیک شدت ناپایداری را کاهش می‌دهد.

کانتورهای فاز برای سه مقدار مختلف عدد الاستیسیته در شکل ۴-۱۱ نشان داده شده است. همان طور که در این شکل مشخص شده است افزایش عدد الاستیسیته طول انگشتی‌ها را کاهش می‌دهد. در مقادیر کوچک این پارامتر بی‌بعد رژیم کانالی‌تری قابل مشاهده است که با افزایش عدد الاستیسیته از کانالی بودن آن کم شده و بر شدت مکانیزم‌ها افزوده می‌گردد. مکانیزم شکافتگی نوک انگشت در شکل ۴-۱۱ در مستطیل‌های d در زمان‌های مختلف نشان داده شده است. علاوه بر آن مکانیزم انتشار نیز در این کانتورها قابل مشاهده است که در مستطیل d' نشان داده شده است.



شکل ۴-۱۰: نمودار بازده جارویی برای مقادیر مختلف عدد الاستیسیته در مدل ویسکوالاستیک UCM



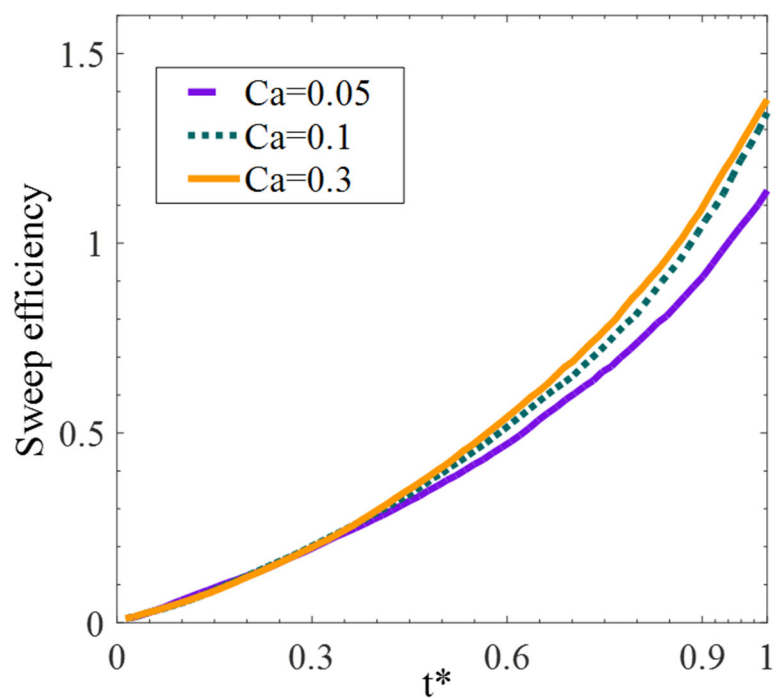
شکل ۴-۱۱: الگوهای ناپایداری برای مقادیر مختلف عدد الاستیسیته در مدل ویسکوالاستیک UCM

۴-۶-۳- اثرات عدد موینگی در مدل فوق همرفتی ماکسول

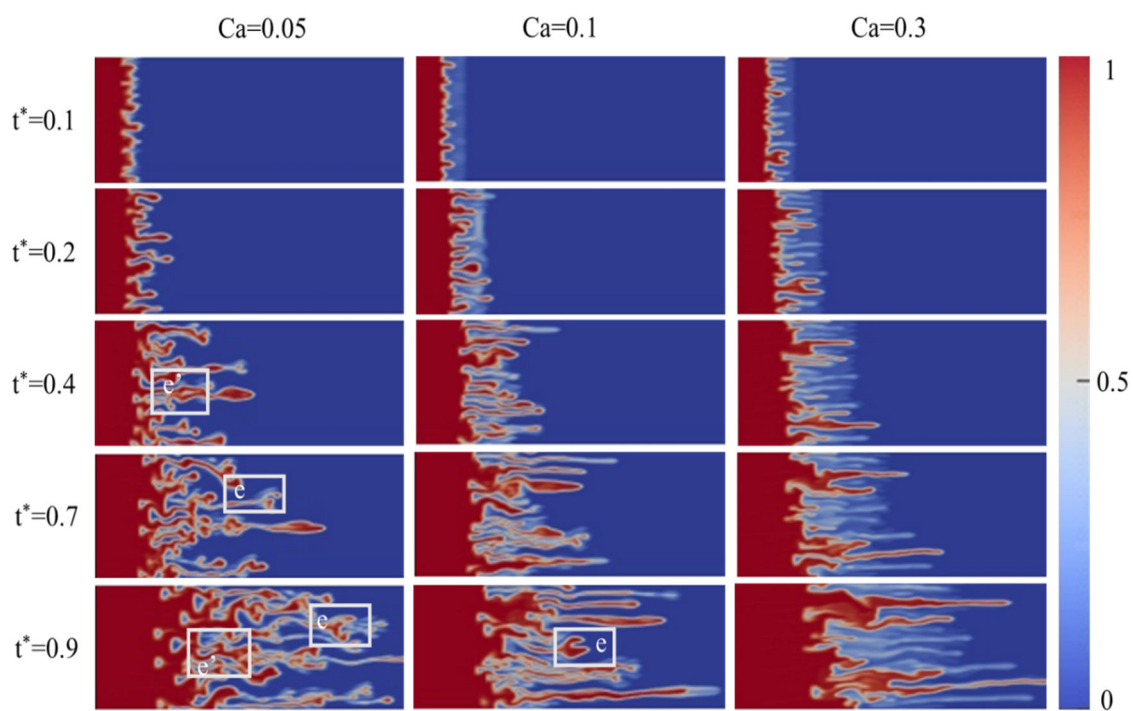
عدد موینگی ارائه دهنده تأثیر نسبی نیروهای ویسکوزیته نسبت به کشش سطحی، در طول یک جابه جایی مخلوطناپذیر است. این پارامتر در معادله‌ی (۲-۱) توصیف شده است.

مطالعات ناپایداری سافمن-تیلور در زمینه جابه‌جایی مخلوط‌نشده سیالات غیرنیوتنی همانند جا به‌جایی مخلوط‌نشده توسعه نیافته است. در این مطالعه عددی، تأثیر عدد موینگی در جابه‌جایی یک سیال نیوتنی توسط یک سیال ویسکوالاستیک خطی برای اولین بار بررسی شده است. در اینجا، شبیه سازی با در نظر گرفتن مقادیر ثابت $En=31.82$ و $R=2$ انجام شده است. شکل ۴-۱۲ منحنی بازده جاروبی را در مقیاس زمانی نشان می‌دهد. مقادیر مختلف عدد موینگی شامل $Ca=0.05$ ، $Ca=0.1$ و $Ca=0.3$ مورد بررسی قرار گرفته است. بر طبق شکل ۴-۱۲، نمودار بازده جاروبی با افزایش عدد موینگی افزایش می‌یابد و این افزایش در انتهای جریان شدیدتر است. بنابراین افزایش عدد موینگی یا به عبارتی کاهش کشش سطحی تأثیر پایدارکننده‌ای روی جریان ناپایداری دارد.

الگوهای ناپایداری برای مقادیر مختلف عدد موینگی در شکل ۴-۱۳ رسم شده است. این شکل مقایسه‌ی بین کانتورهای فاز را در سه حالت مختلف عدد موینگی نشان می‌دهد. می‌توان مشاهده کرد که با افزایش عدد موینگی رژیم کانالی‌تر شده و مکانیزم‌های موجود در الگوهای انگشتی کاهش می‌یابند. همچنین با افزایش عدد موینگی جبهه‌ی صاف پشت انگشتی‌ها بیش‌تر پیش‌روی می‌کند. در اعداد موینگی پایین مکانیزم‌های شکافتگی نوک انگشتی بیشتر خود را نشان می‌دهند. اثر شکافتگی نوک انگشت در مستطیل‌های e در کانتورهای شکل ۴-۱۳ نشان داده شده است. همان‌طور که مشاهده می‌شود نوک انگشتی‌ها ابتدا عریض شده و سپس به دو شاخه یا چند شاخه به صورت متقارن یا نامتقارن شکافته شده است. همچنین، مکانیزم‌های دیگر موجود، مانند به‌هم‌پیوستگی، انتشار و اثر پوششی در این شکل قابل شناسایی است که در مستطیل‌های e نشان داده شده است. مشاهده می‌شود که انگشتی‌ها با هم برخورد کرده و در هم ادغام شده و مکانیزم‌های جدید ایجاد می‌شود.



شکل ۴-۱۲: نمودار بازده جارویی برای مقادیر مختلف عدد موینگی در مدل ویسکوالاستیک UCM



شکل ۴-۱۳: الگوهای ناپایداری برای مقادیر مختلف عدد موینگی در مدل ویسکوالاستیک UCM

۴-۷- مدل ویسکوالاستیک اولدروید-بی

مدل شبه‌خطی اولدروید-بی نیز یکی از حالت‌های خاص مدل گزیکس به شمار می‌رود. وقتی ضریب تحرک سیال گزیکس (α) صفر باشد معادله ساختاری غیرخطی گزیکس به معادله ساختاری شبه‌خطی اولدروید-بی تبدیل می‌شود. این مدل علاوه بر این که به عنوان یک حالت خاص مدل گزیکس به شمار می‌رود و بررسی آن به درک بهتر تأثیر خواص رئولوژیکی سیال ویسکوالاستیک بر ناپایداری سافمن-تیلور کمک می‌کند، همچنین می‌تواند خواص رئولوژیکی سیال باگر را مدل کند. بنابراین نتایج حاصل در صنعت و کارهای تجربی بسیار مفید واقع می‌گردد.

در این بخش نیز اثر پارامترهای بی‌بعد نسبت تحرک، نسبت ویسکوزیته، عدد الاستیسیته و عدد موینگی در جابه‌جایی ویسکوالاستیک-نیوتنی با استفاده از مدل شبه‌خطی اولدروید-بی بررسی می‌شود. در این راستا از نمودارهای بازده جاروبی و کانتورهای فاز برای بررسی اثر پارامترهای حاضر استفاده می‌شود.

۴-۷-۱- اثرات نسبت تحرک در مدل اولدروید

همان‌طور که در فصول قبل بیان شد، نسبت تحرک دو سیال در مطالعه‌ی حاضر، نسبت ویسکوزیته سیال جابه‌جا شونده به جابه‌جا کننده تعریف می‌شود. مقادیر پارامترهای ثابت مسئله برای رسم نمودار بازده جاروبی و الگوهای تغییر شکل در جدول ۴-۶ ارائه شده است.

جدول ۴-۶: پارامترهای ثابت موردنظر برای بررسی تغییرات نسبت تحرک در شبیه‌سازی با مدل اولدروید-بی

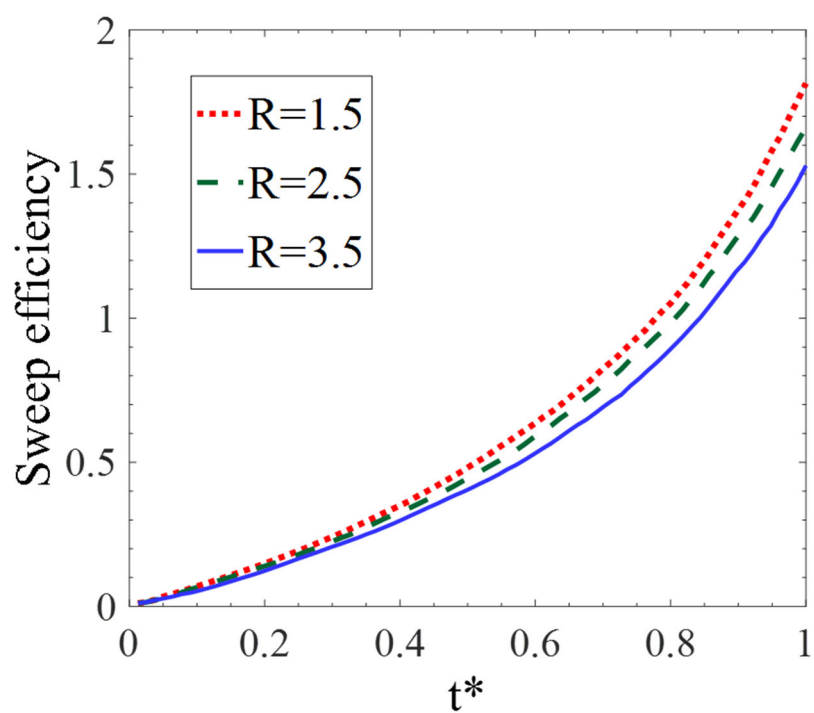
Ca	En	β	Re
۰/۰۷۶	۷/۱	۰/۲۵	۰/۳۲

تغییرات نمودار بازده جاروبی در زمان نرمالیزه شده برای مقادیر مختلف نسبت تحرک در شکل ۴-۱۴ رسم شده است. بر طبق شکل نمودار بازده جاروبی با کاهش نسبت تحرک کاهش می‌یابد. از دیدگاه فیزیکی این کاهش به دلیل ناپایداری‌تر شدن جریان ناشی از افزایش اختلاف ویسکوزیته دو فاز

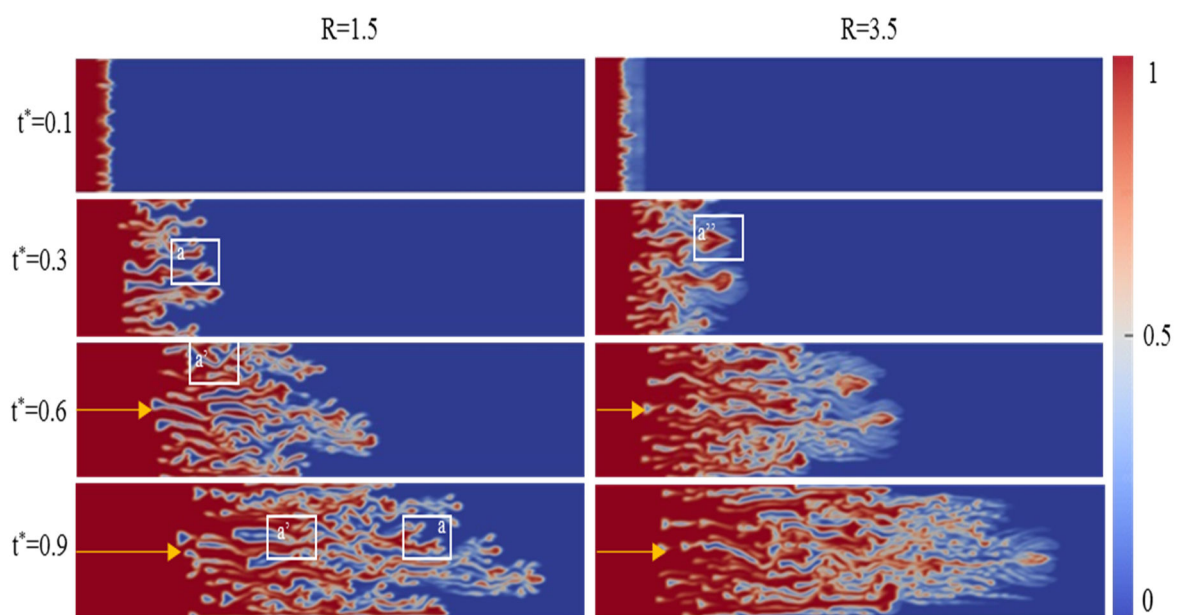
قابل تفسیر است. با تغییر مقادیر نسبت تحرک نمودارهای بازده جاروبی نیز به طور متناسب با یکدیگر تغییر می کند و تغییرات نسبتاً یکسانی دارد. این تغییرات با پیش روی جریان شدت می یابد.

همچنین الگوهای تغییر شکل متناسب با تغییرات نسبت تحرک در مدل سازی با مدل ویسکوالاستیک اولدریوید-بی در شکل ۴-۱۵ نشان داده شده است. این الگوها برای دو مقدار $R=1.5$ و $R=3.5$ بررسی شده است. با توجه به شکل واضح است که افزایش نسبت تحرک ناپایداری را شدت می بخشد و همچنین تأثیر قابل توجهی بر مکانیزم های موجود در الگوهای انگشتی دارد. بر طبق شکل ۴-۱۵ با کاهش نسبت تحرک می توان شاهد افزایش جبهه صاف سیال جابه جا کننده در پشت الگوهای انگشتی بود. این اثر توسط بردارهایی در الگوهای شکل ۴-۱۵ نشان داده شده است. همچنین تعداد انگشتی ها با افزایش نسبت تحرک افزایش می یابد و جریان ناپایدارتر می شود. این پدیده می تواند کاهش بازده جاروبی را نیز در شکل ۴-۱۴ از نقطه نظر فیزیکی توجیه کند.

یکی از مکانیزم هایی که در این الگوها قابل مشاهده است مکانیزم شکافتگی نوک انگشت است. همان طور که از شکل پیداست نوک انگشتی ها به دو یا چند بخش شکافته شده است. این مکانیزم در مستطیل های a در شکل ۴-۱۵ نشان داده شده است و میزان ظاهر شدن این مکانیزم در نسبت تحرک های پایین بیشتر است زیرا در این مقادیر سیال جابه جا کننده بیشتر دارای خواص ویسکوالاستیک است. همچنین مکانیزم به هم پیوستگی نیز در این الگوها قابل مشاهده است که در مستطیل های a' مشاهده می شود. از جمله تغییرات دیگری نیز که در این الگوها (مستطیل a) مشاهده می شود، تیز شدن نوک انگشتی ها با افزایش نسبت تحرک و برعکس افزایش انحنای آن با کاهش نسبت تحرک است. معمولاً در جابه جایی سیالات نیوتنی الگوهای انگشتی نوک تیز قابل مشاهده است، در این جا نیز این پدیده را می توان به دلیل اختلاف ویسکوزیته بالای دو سیال و نزدیک بودن خواص به کار رفته در شبیه سازی به سیال نیوتنی در مقادیر نسبت تحرک بالا نسبت داد.



شکل ۴-۱۴: نمودار بازده جارویی برای نسبت تحرک‌های مختلف در شبیه‌سازی با سیال اولدروید-بی



شکل ۴-۱۵: الگوهای ناپایداری برای مقادیر مختلف نسبت تحرک در شبیه‌سازی با مدل اولدروید-بی

۴-۷-۲- اثرات نسبت ویسکوزیته در مدل اولدروید

نسبت ویسکوزیته بخش پلیمری سیال ویسکوالاستیک در نرخ برش صفر به ویسکوزیته کل محلول ویسکوالاستیک در نرخ برش صفر تعریف می‌شود و در معادله (۲-۱) معرفی شده است. این پارامتر بی بعد برای هر سیال ویسکوالاستیک در بازه صفر و یک قرار دارد. در این قسمت تأثیر این پارامتر، با ثابت در نظر گرفتن سایر پارامترها بررسی می‌شود. گروه‌های بی بعد موردنظر در جدول ۴-۷ ارائه شده است.

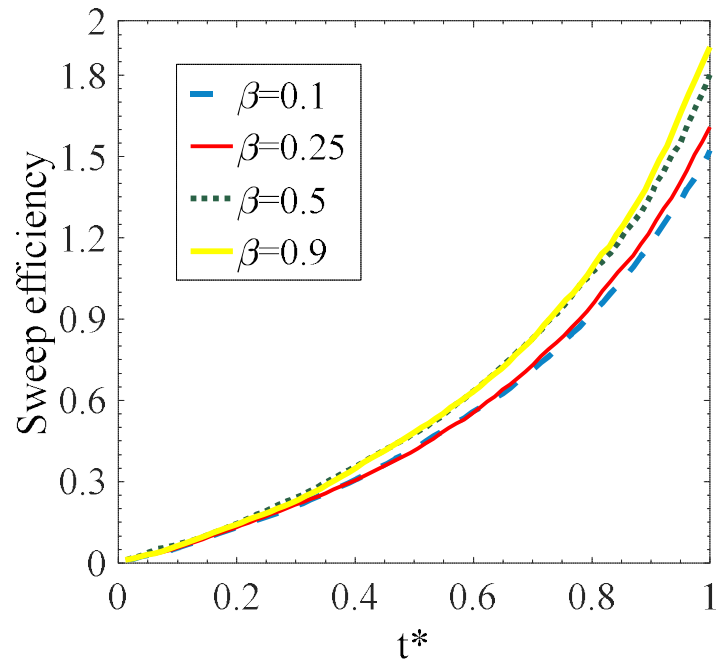
جدول ۴-۷: پارامترهای ثابت موردنظر برای بررسی تغییرات نسبت ویسکوزیته در شبیه‌سازی با مدل اولدروید-بی

Ca	En	R	Re
۰/۰۶	۷/۱	۳/۲	۰/۳۲

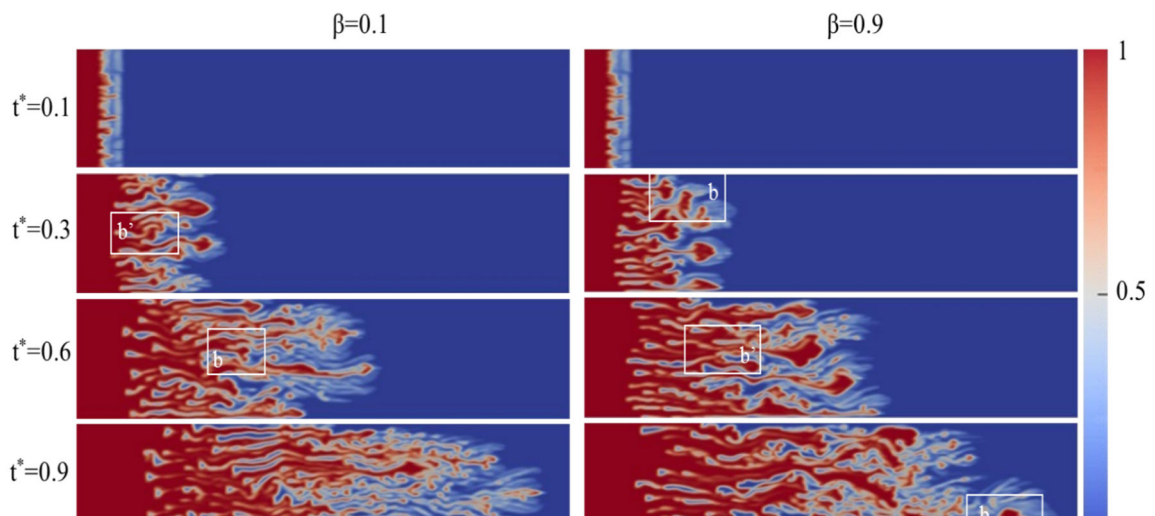
تأثیر مقادیر مختلف نسبت ویسکوزیته بر نمودار بازده جاروبی در شکل ۴-۱۶ نشان داده شده است. با توجه به دیاگرام رسم شده بازده جاروبی با افزایش نسبت ویسکوزیته افزایش می‌یابد. بنابراین افزایش نسبت ویسکوزیته و به عبارتی افزایش ویسکوزیته بخش پلیمری عمل کرد مؤثری در پایداری جریان دارد. همان‌طور که در شکل پیداست بازده جاروبی افزایش چشم‌گیری در $\beta = 0.5$ داشته است و افزایش بازده جاروبی در مقادیر قبل و بعد این مقدار کم‌تر است.

در ادامه الگوهای جریان ناپایداری برای دو مقدار مختلف نسبت ویسکوزیته در شکل ۴-۱۷ رسم شده است. همان‌طور که در این شکل مشاهده می‌شود ضخامت الگوهای انگشتی با افزایش نسبت ویسکوزیته افزایش یافته و از تعداد آن‌ها کاسته می‌شود. این افزایش ضخامت در نوک انگشتی‌ها به‌ویژه در مقادیر بالای β شدیدتر است. در مستطیل b مکانیزم شکافتگی نوک انگشتی در این الگوها قابل مشاهده است و این پدیده در مقادیر بالای نسبت ویسکوزیته بیشتر دیده می‌شود. در نتیجه، می‌توان دریافت که افزایش ویسکوزیته بخش پلیمری سیال ویسکوالاستیک شدت مکانیزم شکافتگی نوک انگشتی‌ها را افزایش می‌دهد. همچنین مکانیزم‌های به‌هم‌پیوستگی، اثر پوششی و محو شدگی نیز در شکل قابل مشاهده است. به دلیل ریز بودن الگوهای انگشتی همه این مکانیزم‌ها در مستطیل‌های b'

نشان داده شده است. به طور کلی می توان شاهد افزایش اکثر مکانیزم ها با افزایش نسبت ویسکوزیته بود. به عنوان نتیجه کلی می توان اظهار کرد از آن جایی که افزایش نسبت ویسکوزیته به معنی افزایش سهم ویسکوزیته پلیمری سیال ویسکوالاستیک است، افزایش ویسکوزیته پلیمری باعث پایدارتر شدن جریان می شود.



شکل ۴-۱۶: نمودار بازده جاروبی برای مقادیر مختلف نسبت ویسکوزیته در شبیه سازی با مدل اولدریوید-بی



شکل ۴-۱۷: الگوهای ناپایداری برای مقادیر مختلف نسبت ویسکوزیته در شبیه سازی با مدل اولدریوید-بی

۴-۷-۳- اثرات عدد الاستیسیته در مدل اولدروید-بی

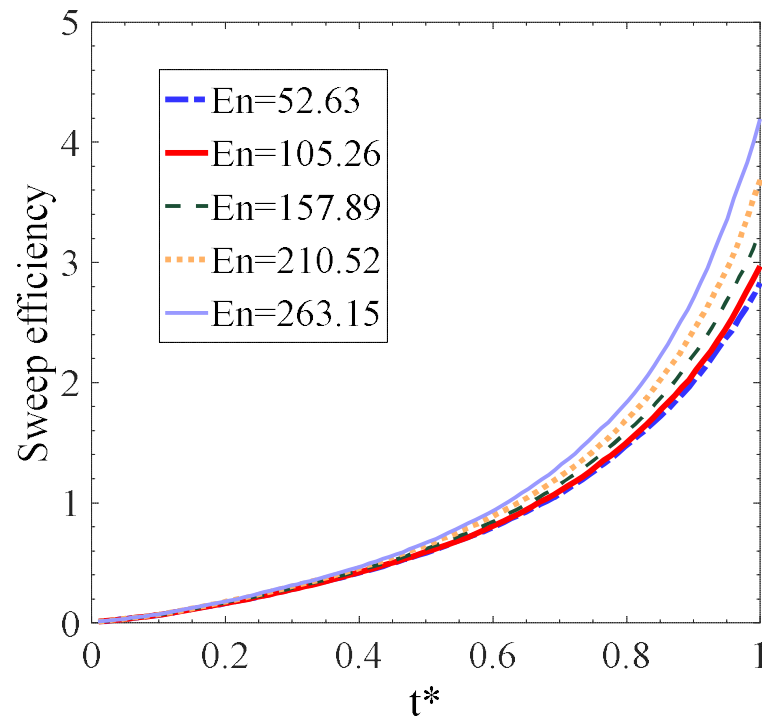
عدد الاستیسیته به صورت نسبت نیروی الاستیک به اینرسی تعریف می‌شود. این پارامتر از تقسیم دو پارامتر بی بعد وایزنبرگ و رینولدز قابل محاسبه است. در این عدد بی بعد تأثیر سینماتیک جریان حذف شده و تنها می‌توان بر خواص الاستیک سیال ویسکوالاستیک متمرکز شد. معادله مربوط به این پارامتر در معادله (۱-۲) ارائه شده است. در این جا تأثیر عدد بی بعد الاستیسیته در سیال شبه‌خطی اولدروید-بی برای اولین بار بررسی می‌شود. مقادیر ثابت سایر پارامترهای بی بعد در جدول ۴-۸ ارائه شده است.

جدول ۴-۸: پارامترهای ثابت موردنظر برای بررسی تغییرات عدد الاستیسیته در شبیه‌سازی با مدل اولدروید-بی

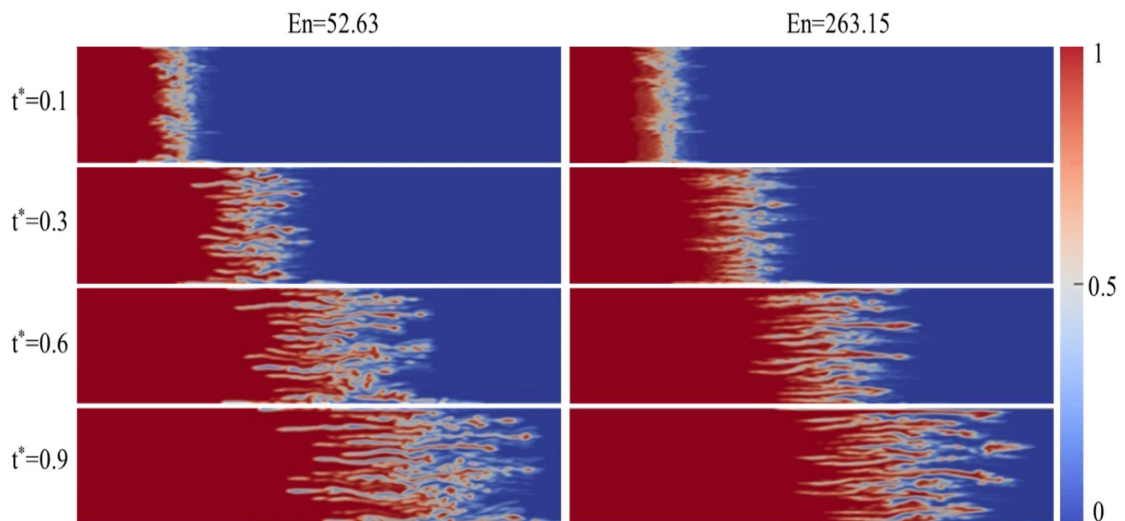
Ca	β	R	Re
۰/۴۵	۰/۲۵	۱/۲	۰/۴۲

نمودار شکل ۴-۱۸ تأثیر عدد الاستیسیته را بر بازده جاروبی در زمان‌های مختلف نشان می‌دهد. بر طبق این شکل بازده جاروبی با افزایش مقادیر عدد الاستیسیته افزایش می‌یابد و این افزایش در مقادیر بالای عدد الاستیسیته بیش‌تر دیده می‌شود. با توجه به شکل ۴-۱۸ واضح است که افزایش خاصیت الاستیک سیال ویسکوالاستیک باعث پایدارتر شدن جریان می‌شود. این نتیجه افزایش بازده جاروبی را از دیدگاه فیزیکی توجیه می‌کند. علاوه بر آن می‌توان به تأثیر خواص رئولوژیکی افزودنی‌های پلیمری به سیال تزریقی در چاه‌های نفتی نیز پی برد و بهبود استخراج را با افزایش مواد پلیمری توجیه کرد [۹۲].

الگوهای تغییر شکل در پدیده سافمن-تیلور برای دو مقدار مختلف عدد الاستیسیته در شکل ۴-۱۹ نشان داده شده است. الگوها نشان می‌دهد، در این بازه از مقادیر عدد الاستیسیته ساختار انگشتی‌ها بسیار پیچیده است.



شکل ۴-۱۸: بازده جارویی برای مقادیر مختلف عدد الاستیسیته در شبیه‌سازی با مدل اولدروید-بی



شکل ۴-۱۹: الگوهای ناپایداری برای مقادیر مختلف عدد الاستیسیته در شبیه‌سازی با مدل اولدروید-بی

۴-۷-۴- اثرات عدد موینگی در مدل اولدروید-بی

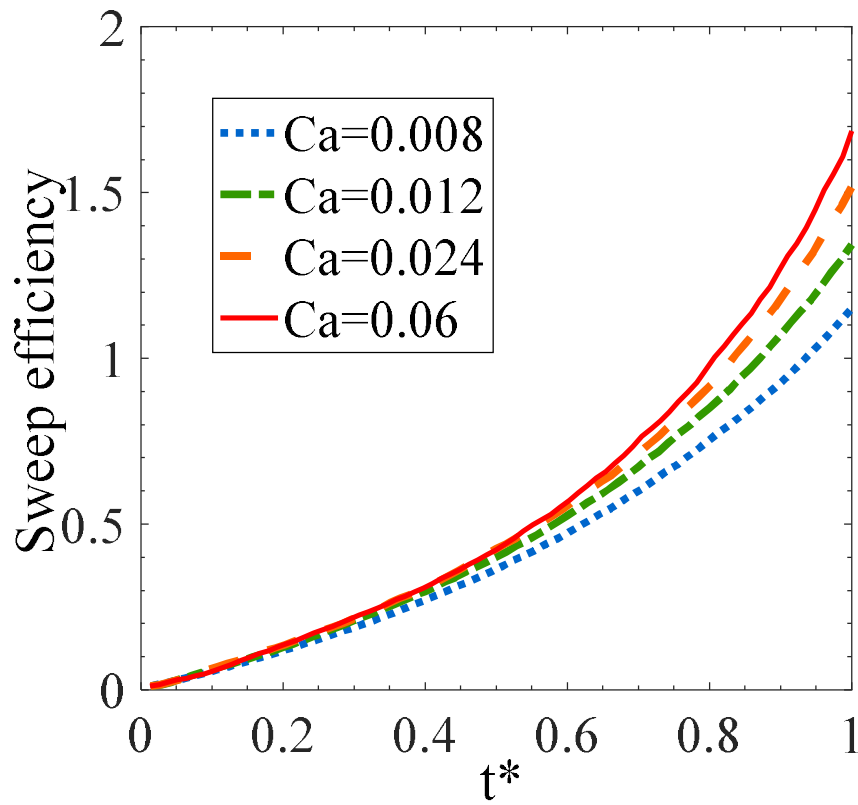
عدد بی بعد موینگی بیان گر تأثیر نسبی نیروهای ویسکوز در مقابل کشش سطحی در طول یک مسیر جابه جایی امتزاج ناپذیر است. این پارامتر در معادله (۲-۱) معرفی شده است. در این قسمت تأثیر عدد موینگی در جابه جایی یک سیال نیوتنی توسط سیال شبه خطی ویسکوالاستیک اولدروید-بی بررسی شده است. پارامترهای ثابت بی بعد به کار رفته در جدول ۴-۹ ارائه شده است.

جدول ۴-۹: پارامترهای ثابت مورد نظر برای بررسی تغییرات عدد موینگی در شبیه سازی با مدل اولدروید-بی

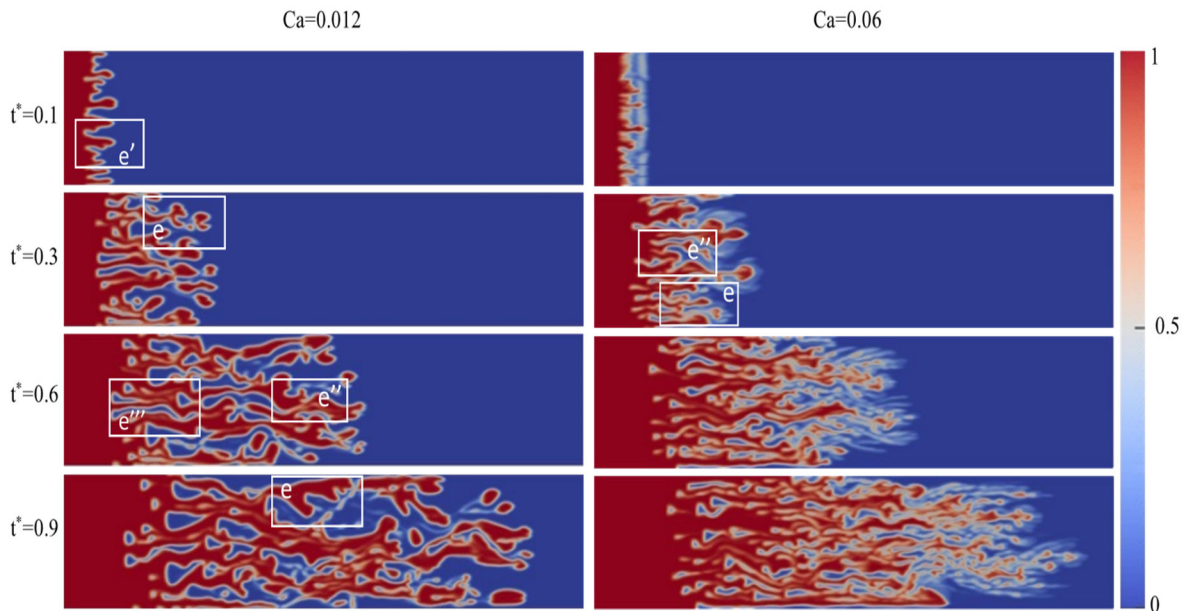
En	β	R	Re
۷/۱	۰/۲۵	۳/۲	۰/۳۲

شکل ۴-۲۰ منحنی بازده جاروبی را در مقیاس زمانی نرمالیزه شده برای مقادیر مختلف عدد موینگی نشان می دهد. بر طبق شکل بازده جاروبی با افزایش عدد موینگی افزایش می یابد و این افزایش در زمان های بالاتر شدیدتر است. همچنین تغییرات بازده جاروبی در مقادیر عدد موینگی کمتر بیشتر از اعداد موینگی بالا است.

الگوهای ناپایداری برای دو مقدار مختلف عدد موینگی در شکل ۴-۲۱ نشان داده شده است. در این الگوها مکانیزم های انگشتی به خوبی نمایان شده است. مکانیزم شکافتگی نوک انگشتی در مستطیل های e نشان داده شده است. همان طور که در شکل مشخص شده در این مکانیزم انگشتی ها به دو یا چند شاخه نامتقارن تقسیم شده است. مکانیزم دیگری که در اینجا قابل مشاهده است مکانیزم اثر پوششی است که در ابتدای رشد انگشتی ها اتفاق می افتد و در شکل ۴-۲۱ در مستطیل e' نشان داده شده است. مکانیزم به هم پیوستگی نیز در مستطیل های e'' در این شکل نشان داده شده است که در آن نوک انگشتی در بدنه یا نوک انگشتی دیگر ادغام می شود. همچنین مکانیزم محوشدگی نیز در مستطیل e''' نمایان شده است.



شکل ۴-۲۰: نمودار بازه جارویی برای مقادیر مختلف عدد موینگی در شبیه‌سازی با مدل اولدروید-بی



شکل ۴-۲۱: الگوهای ناپایداری برای مقادیر مختلف عدد موینگی در شبیه‌سازی با مدل اولدروید-بی

۸-۴- مدل ویسکوالاستیک گزیکس

در این قسمت ناپایداری سافمن-تیلور در جابه‌جایی امتزاج‌ناپذیر نیوتنی-ویسکوالاستیک که با استفاده از مدل غیرخطی گزیکس شبیه‌سازی شده است مورد بررسی قرار می‌گیرد. هدف از این مطالعه، بررسی تأثیر خواص رئولوژیکی سیال ویسکوالاستیک از طریق مدل غیرخطی گزیکس بر ناپایداری امتزاج‌ناپذیر سافمن-تیلور است. از این رو پارامترهای بی‌بعد حاکم بر مسئله در مدل گزیکس مورد بررسی قرار گرفته‌اند و نمودارهای بازده جاروبی و همچنین کانتورهای فاز برای نمایش الگوهای جریان با جزئیات بررسی شده است. پارامترهای بی‌بعد موردنظر در این قسمت، نسبت تحرک، نسبت ویسکوزیته، ضریب تحرک، عدد الاستیسیته و عدد موینگی می‌باشند.

۴-۸-۱- اثرات نسبت تحرک در مدل گزیکس

همان‌طور که بیان شده است نسبت تحرک در اینجا نسبت ویسکوزیته بین دو سیال نیوتنی جابه‌جا شونده به جابه‌جا کننده تعریف می‌شود؛ این پارامتر در معادله (۲-۱) ارائه شده است. در این قسمت اثر تغییرات نسبت تحرک در بازده جاروبی و الگوهای انگشتی در حضور پارامترهای بی‌بعد ثابت ارائه شده در جدول ۴-۱۰ بررسی شده است.

جدول ۴-۱۰: پارامترهای ثابت موردنظر برای بررسی تغییرات نسبت تحرک در شبیه‌سازی با مدل گزیکس

α	En	β	Ca	Re
۰/۲	۲۲/۷	۰/۷	۰/۰۹	۰/۰۹۹

شکل ۴-۲۲ نمودار بازده جاروبی را در مقادیر زمانی نرمالیزه شده برای نسبت تحرک‌های مختلف نشان می‌دهد. همان‌طور که ذکر شد، اگر نسبت تحرک صفر باشد جابه‌جایی حالت پایدار دارد و ناپایداری رخ نمی‌دهد بنابراین بازده جاروبی در حالت بیشینه قرار خواهد داشت. از این رو افزایش مقدار بازده جاروبی با کاهش نسبت تحرک قابل توجیه است. این اتفاق نتایج حاصل در شکل ۴-۲۲ را نیز تأیید می‌کند و نشان می‌دهد درازای کاهش نسبت تحرک، جریان پایدارتر شده و در نتیجه بازده جاروبی افزایش می‌

یابد. همچنین از این نمودار می‌توان نتیجه گرفت، تغییرات بازده جارویی در نسبت تحرک‌های بالا بیش تر آشکار می‌شود.

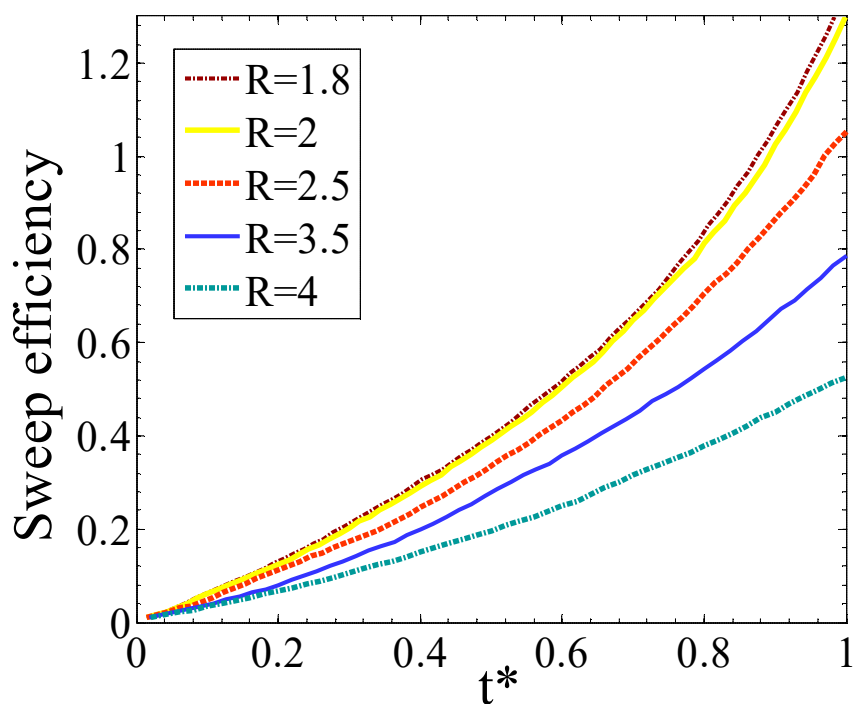
کانتورهای فاز برای نسبت تحرک‌های مختلف در شکل ۴-۲۳ ارائه شده است. در این شکل الگوهای ناپایداری برای دو مقدار $R=2$ و $R=3.5$ با یکدیگر مقایسه شده است. الگوهای انگشتی نمایان‌گر این است که افزایش نسبت تحرک ناپایداری را تشدید می‌کند و همچنین تأثیر قابل توجهی روی مکانیزم‌های موجود در الگوهای تغییر شکل شامل مکانیزم به‌هم‌پیوستگی، اثر پوششی و شکافتگی نوک انگشتی دارد. همان‌طور که در شکل نشان داده شده است با افزایش نسبت تحرک طول انگشتی‌ها افزایش یافته و انگشتی‌ها به‌طور مجزا رشد می‌کنند و مکانیزم‌ها کمتر مشاهده می‌شود. درحالی‌که می‌توان مشاهده کرد که در مقادیر کمتر نسبت تحرک جبهه صاف سیال جابه‌جا کننده در پشت انگشتی‌ها بیشتر توسعه می‌یابد و طول انگشتی‌ها کمتر است. این نتیجه با بردار در شکل ۴-۲۳ نشان داده شده است. همچنین مکانیزم‌های شکافتگی نوک انگشتی (در مستطیل‌های a)، اثر پوششی (در مستطیل‌های a')، مکانیزم محوشدگی (در مستطیل a'') و به‌هم‌پیوستگی (در مستطیل‌های a''') در شکل ۴-۲۳ مشاهده می‌شود که با کاهش نسبت تحرک افزایش یافته‌اند.

۴-۸-۲- اثرات نسبت ویسکوزیته در مدل گزیکس

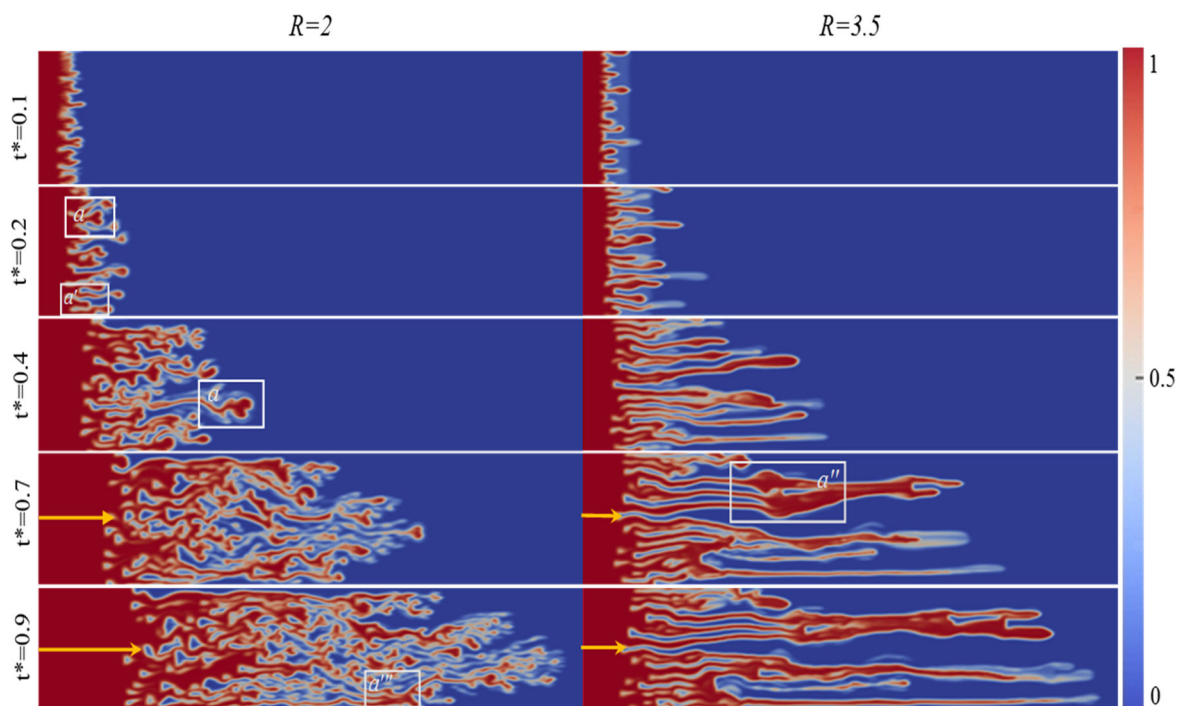
همان‌طور که در بخش‌های قبل بیان گردید، نسبت ویسکوزیته، به نسبت ویسکوزیته بخش پلیمری سیال ویسکوالاستیک در نرخ برش صفر به ویسکوزیته کل محلول ویسکوالاستیک در نرخ برش صفر گفته می‌شود؛ این پارامتر در معادله (۲-۱) معرفی شده است. پارامترهای بی‌بعد موردنظر نیز در جدول ۴-۱۱ ارائه شده است.

جدول ۴-۱۱: پارامترهای ثابت موردنظر برای بررسی تغییرات نسبت ویسکوزیته در شبیه‌سازی با مدل گزیکس

α	En	R	Ca	Re
۰/۲	۲۲/۷	۲	۰/۰۹	۰/۰۹۹



شکل ۴-۲۲: نمودار بازده جارویی برای مقادیر مختلف نسبت تحرک در شبیه‌سازی با مدل گزیکس

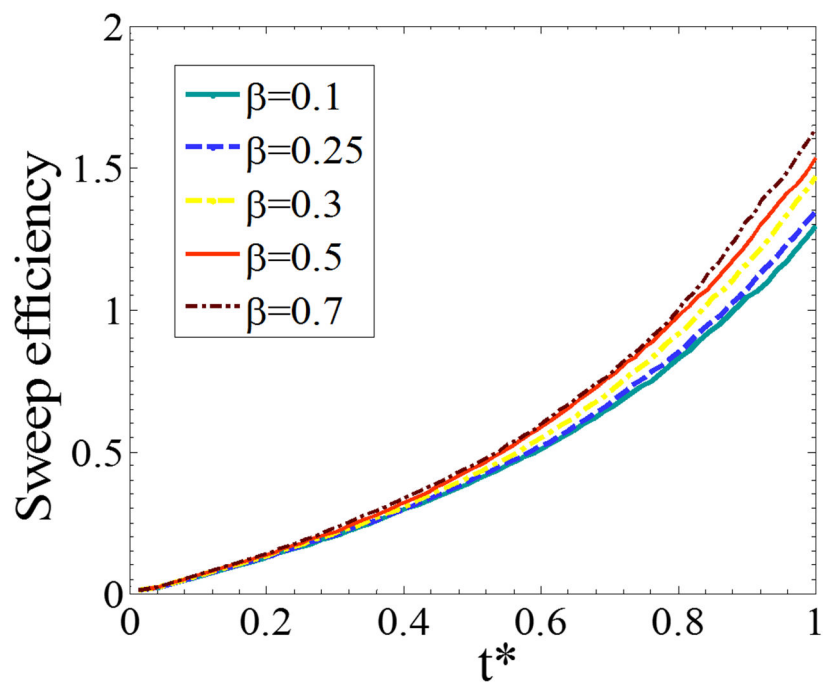


شکل ۴-۲۳: الگوهای ناپایداری برای نسبت تحرک‌های مختلف در شبیه‌سازی با مدل گزیکس

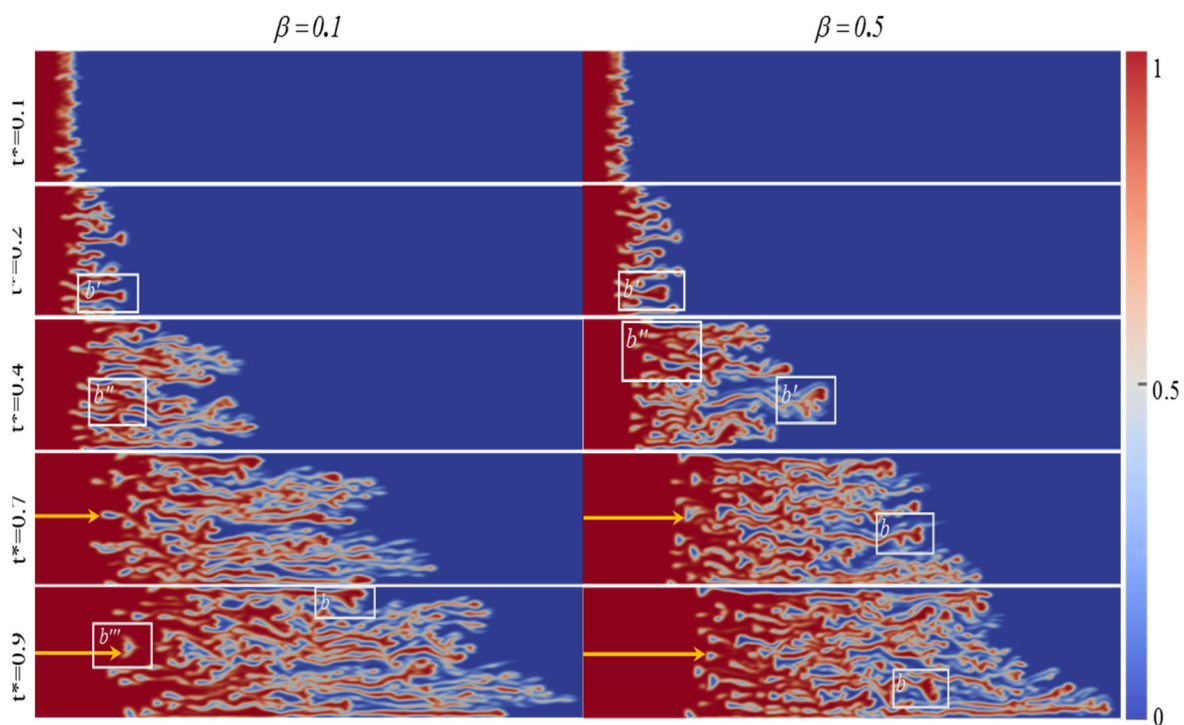
تأثیر تغییرات نسبت ویسکوزیته بر بازده جاروبی در شکل ۴-۲۴ نشان داده شده است. بر طبق این شکل نمودار بازده جاروبی با افزایش نسبت ویسکوزیته افزایش یافته است. از دیدگاه فیزیکی افزایش رفتار الاستیک ویسکوزیته سیال جابه‌جا کننده جریان را پایدارتر می‌کند. با توجه به این شکل تغییرات بازده جاروبی با تغییر نسبت ویسکوزیته با نسبت یکسان تغییر می‌کند. الگوهای ناپایداری نیز برای دو حالت مختلف نسبت ویسکوزیته در شکل ۴-۲۵ نشان داده شده است. بر طبق شکل ۴-۲۵ عرض انگشتی‌ها با افزایش نسبت ویسکوزیته افزایش می‌یابد، همچنین جبهه سیال جابه‌جا کننده صاف‌تر پیش‌روی می‌کند. مکانیزم شکافتگی نوک انگشتی در شکل در مستطیل b نمایان شده است. همان‌طور که مشاهده می‌شود این افزایش نسبت ویسکوزیته باعث افزایش مکانیزم شکافتگی انگشتی، نامتقارن شدن شاخه‌ها و افزایش تعداد شاخه‌ها در این پدیده می‌شود. علاوه بر آن مکانیزم انتشار نیز در این الگوها قابل مشاهده است که در مستطیل b' به وضوح نشان داده شده است. مکانیزم دیگری که در این شکل می‌توان مشاهده کرد مکانیزم محوشدگی (در مستطیل b'') است. علاوه بر مکانیزم‌های ذکر شده مکانیزم دیگری به نام مکانیزم قسمت گم شده^۱ نیز در این شکل (مستطیل b''') دیده می‌شود. این مکانیزم هنگامی اتفاق می‌افتد که بخشی از سیال با ویسکوزیته بیشتر درون مکانیزم با ویسکوزیته کمتر حبس شده و به مرور زمان محو می‌شود.

افزایش نسبت ویسکوزیته با افزایش سهم ویسکوزیته بخش پلیمری سیال متناسب است بنابراین دلیل پیش‌روی جبهه جابه‌جا کننده با طول ناپایداری کم‌تر را می‌توان به این خاصیت سیال ویسکوالاستیک نسبت داد.

¹ Training lobe



شکل ۴-۲۴: نمودار بازده جارویی برای مقادیر مختلف نسبت ویسکوزیته در شبیه‌سازی با مدل گزیکس



شکل ۴-۲۵: الگوهای ناپایداری برای مقادیر ویسکوزیته مختلف در شبیه‌سازی با مدل گزیکس

۴-۸-۳- اثرات ضریب تحرک در مدل گزیکس

ضریب تحرک α یک پارامتر مهم در مدل غیرخطی گزیکس است. این ضریب رفتار ناهمسانگرد براونی در هیدرودینامیک ملکولی ماده ویسکوالاستیک را لحاظ می‌کند و پارامتری بی‌بعد و همواره مثبت به شمار می‌رود که مقادیر بین صفر و یک را شامل می‌شود. در این مطالعه اثر ضریب تحرک سیال ویسکوالاستیک بر ناپایداری سافمن-تیلور برای اولین بار مورد مطالعه قرار گرفته است. در اینجا به منظور نزدیک کردن خواص رئولوژیکی به مقادیر واقعی (به‌ویژه اختلاف تنش نرمال دوم)، مقادیر بین صفر تا ۰/۵ برای نسبت تحرک لحاظ شده است. و با استفاده از مقادیر موجود در این محدوده اثر پارامتر ضریب تحرک بر الگوهای انگشتی بررسی شده است. سایر پارامترهای بی‌بعد مسئله نیز ثابت در نظر گرفته شده است و مقادیر آن در جدول ۴-۱۲ لحاظ شده است.

جدول ۴-۱۲: پارامترهای ثابت موردنظر برای بررسی تغییرات ضریب تحرک در شبیه‌سازی با مدل گزیکس

β	En	R	Ca	Re
۰/۲	۲۲/۷	۲	۰/۰۹	۰/۰۹۹

در شکل ۴-۲۶ نمودار بازده جاروبی به ازای مقادیر مختلف ضریب تحرک سیال گزیکس، بر حسب زمان رسم شده است. می‌توان مشاهده کرد که نمودار بازده جاروبی با افزایش ضریب تحرک کاهش می‌یابد و روند تغییرات نمودارها در مقادیر مختلف تقریباً یکسان است. این پارامتر رفتار باریک‌شونده سیال ویسکوالاستیک جابه‌جا کننده را ارائه می‌دهد بنابراین می‌توان نتیجه گرفت که افزایش خاصیت باریک‌شوندگی سیال جابه‌جا کننده باعث افزایش ناپایداری می‌شود.

در علم رئولوژی، خاصیت باریک‌شوندگی یک رفتار غیرنیوتنی در سیالات است که در آن ویسکوزیته با افزایش نرخ برش کاهش می‌یابد. ضریب نسبت تحرک علاوه بر خاصیت باریک‌شوندگی، ویسکوزیته کشسان سیال ویسکوالاستیک را نیز توصیف می‌کند. رفتار یک سیال در معرض کشش به وسیله ویسکوزیته کشسان قابل توصیف است؛ این پارامتر اولین بار توسط تروتون ابداع شد [۹۳].

ویسکوزیته کشسان به عنوان یک ضریب ویسکوزیته توصیف می‌شود و هنگامی که تنش به کار رفته تنش کششی باشد ظاهر می‌شود. این مشخصه به فرم‌های تک‌محوری، دو‌محوری و دووجهی ارائه می‌شود. دیاگرام ویسکوزیته کشسان در مقابل نرخ کشش طولی در تست دو محوری برای مقادیر مختلف ضریب تحرک در شکل ۴-۲۷ نشان داده شده است. بر طبق این شکل ویسکوزیته کشسان مدل گزیکس با کاهش ضریب تحرک افزایش می‌یابد و این افزایش در مقادیر کوچک ضریب تحرک محسوس‌تر است. بنابراین به عنوان نتیجه دیگری از شکل ۴-۲۶ می‌توان دریافت که افزایش ویسکوزیته کشسان باعث افزایش بازده جاروبی شده و تأثیر پایدارکننده‌ای روی ناپایداری سافمن-تیلور دارد. همچنین تأثیر این پارامتر بر ناپایداری می‌تواند اثر چشم‌گیری در جریان محلول‌های پلیمری در فرایند سیلاب‌زنی پلیمری در روش‌های ازدیاد برداشت نفت داشته باشد.

در ادامه الگوهای ناپایداری برای ضریب تحرک‌های مختلف در شکل ۴-۲۸ رسم شده است. همان‌طور که در شکل نشان داده شده است در زمان‌های اولیه تغییرات انگشتی‌ها بسیار اندک و نامحسوس است اما با گذشت زمان و توسعه جریان تغییرات در الگوهای انگشتی بیش‌تر آشکار می‌شود. با دقت در این الگوها می‌توان متوجه شد که با پیش‌روی جریان، شدت ناپایداری در ضریب تحرک‌های بالاتر بیش‌تر می‌شود و همچنین عرض انگشتی‌ها کاهش می‌یابد.

از جمله مکانیزم‌هایی که در الگوهای شکل ۴-۲۸ ظاهر شده است می‌توان به مکانیزم شکافتگی نوک انگشتی (مستطیل c) و مکانیزم محوشدگی در مستطیل 'c' اشاره کرد که در آن دو انگشتی با یکدیگر ادغام می‌شود.

۴-۸-۴- اثرات عدد الاستیسیته در مدل گزیکس

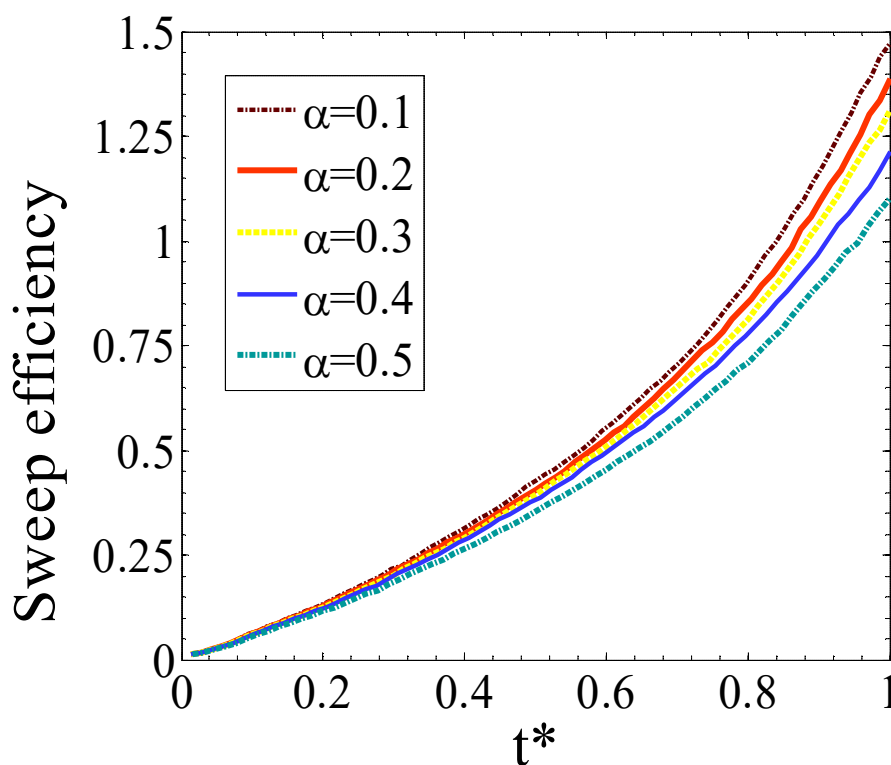
عدد بی‌بعد الاستیسیته پیش‌تر معرفی شد و بیان شد که این پارامتر نسبت نیروی الاستیک به نیروی اینرسی تعریف می‌شود. در معادله (۲-۱) نیز این پارامتر معرفی شده است. در این قسمت تغییرات این پارامتر با در نظر گرفتن مقادیر ثابت حاضر در جدول ۴-۱۳ برای سایر پارامترهای بی‌بعد بررسی شده

است.

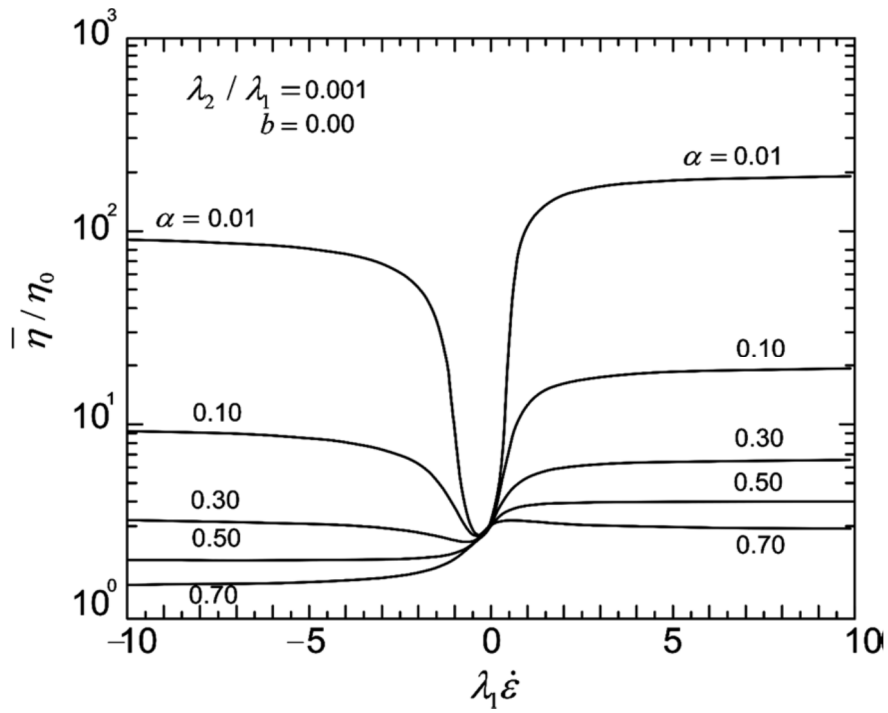
جدول ۴-۱۳: پارامترهای ثابت موردنظر برای بررسی تغییرات عدد الاستیسیته در شبیه‌سازی با مدل گزیکس

β	α	R	Ca	Re
۰/۷	۰/۲	۲	۰/۰۹	۰/۰۹۹

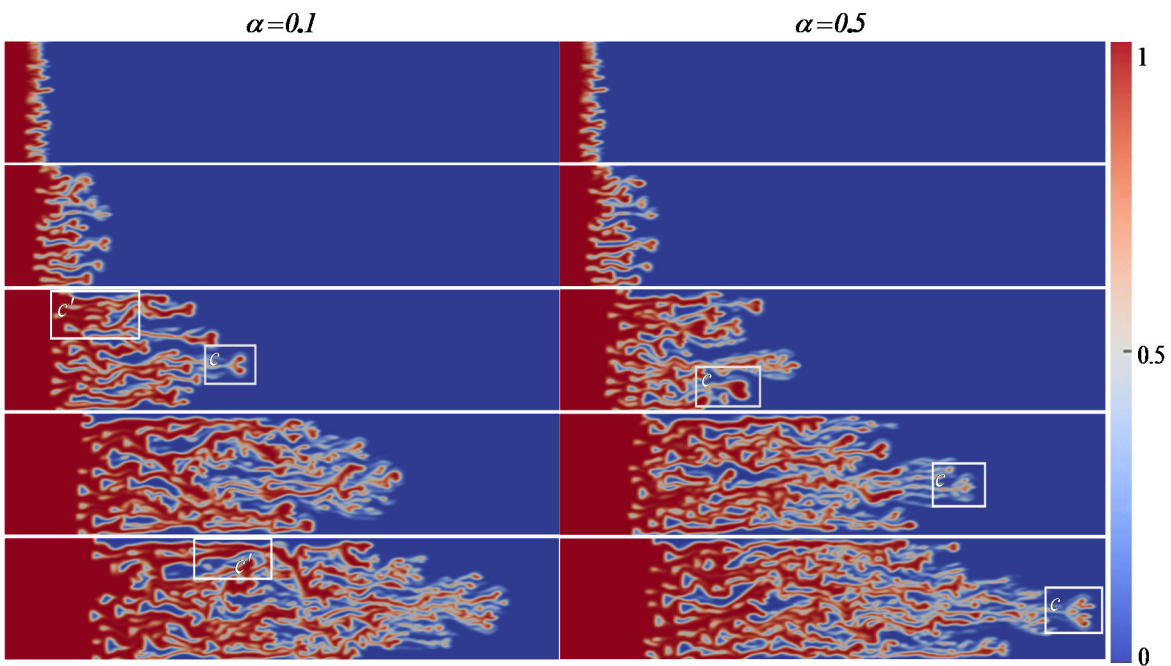
شکل ۴-۲۹ منحنی‌های بازده جاروبی را در مقیاس زمانی نرمالیزه شده برای مقادیر مختلف عدد الاستیسیته نشان می‌دهد. با توجه به این نمودار می‌توان دریافت، افزایش عدد الاستیسیته در بازه وسیعی باعث افزایش بازده جاروبی می‌شود. این افزایش در مقادیر مختلف نسبتاً یکسان است و برای تمام مقادیر عدد الاستیسیته، تغییرات بازده جاروبی در اواخر جبهه جریان بیش‌تر از اوایل آن است. بنابراین می‌توان نتیجه گرفت، افزایش خاصیت الاستیک سیال جابه‌جا کننده تأثیر پایدارکننده‌ای بر رژیم جریان ناپایداری سافمن-تیلور دارد.



شکل ۴-۲۶: نمودار بازده جاروبی برای مقادیر مختلف ضریب تحرک در شبیه‌سازی با مدل گزیکس



شکل ۴-۲۷: نمودار تغییرات ویسکوزیته کشسان در مقادیر مختلف ضریب تحرک [۹۴]



شکل ۴-۲۸: الگوهای ناپایداری برای مقادیر مختلف ضریب تحرک در شبیه‌سازی با مدل گزیکس

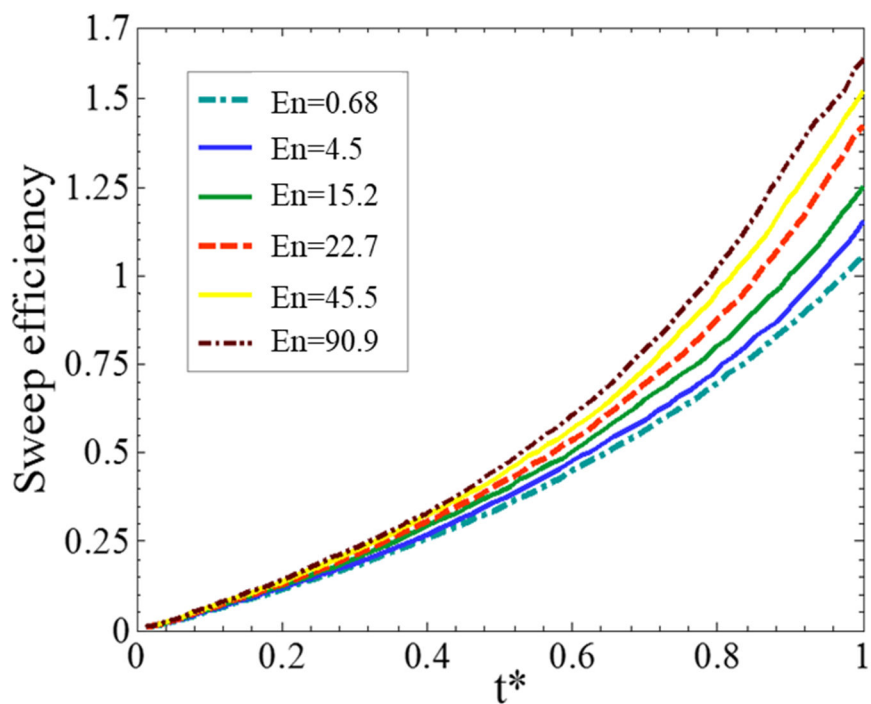
الگوهای تغییر شکل ناپایداری برای تغییرات عدد الاستیسیته در دو حالت مختلف در شکل ۴-۳۰ رسم شده است. بر طبق کانتورهای فاز در این شکل، در پیش‌روی جریان در زمان‌های اولیه الگوهای مشابهی برای مقادیر مختلف عدد الاستیسیته قابل مشاهده است اما با توسعه جریان، تغییراتی در الگوهای انگشتی ظاهر می‌شود و الگوهای انگشتی عریض‌تری در مقادیر بالاتر عدد الاستیسیته مشاهده می‌شود. همچنین مکانیزم‌های متعددی نیز در این الگوها قابل مشاهده است که با تغییر عدد الاستیسیته تغییر دچار تغییرات شده‌اند؛ از جمله مکانیزم شکافتگی نوک انگشتی (در مستطیل d)، مکانیزم اثر پوششی (مستطیل d')، مکانیزم به‌هم‌پیوستگی (مستطیل d'') و مکانیزم محوشدگی (مستطیل d''').

۴-۸-۵- اثرات عدد موینگی در مدل گزیکس

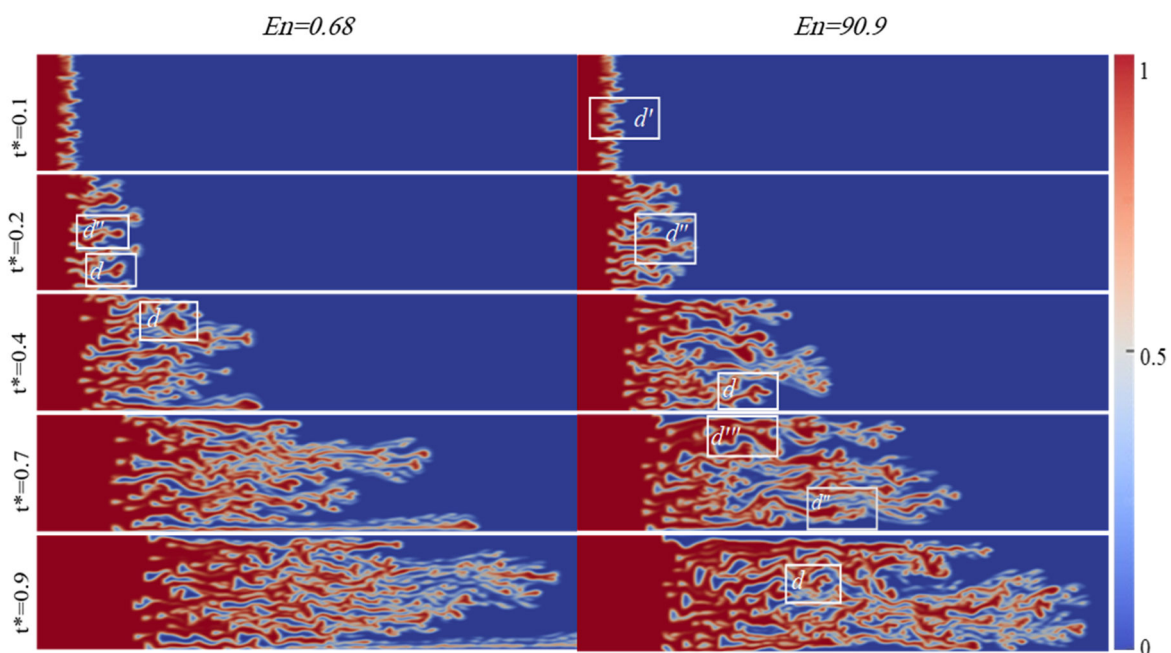
عدد بی‌بعد موینگی پارامتر مهم دیگری است که در فرایندهای مرتبط با کشش سطحی از اهمیت ویژه‌ای برخوردار است. این پارامتر تأثیر قابل‌توجهی بر پدیده انگشتی لزج در جابه‌جایی‌های امتزاج‌ناپذیر دارد و در قسمت‌های قبل به تفصیل معرفی شده و در معادله (۲-۱) ارائه شده است. در این مطالعه برای اولین بار تأثیر این پارامتر بر ناپایداری سافمن-تیلور در جابه‌جایی ویسکوالاستیک-نیوتنی مورد بحث قرار گرفته است. در قسمت‌های قبل اثر عدد موینگی در مدل‌های ویسکوالاستیک فوق‌همرفتی ماکسول و شبه‌خطی اولدروید-بی بررسی شد، در این قسمت نیز به بررسی تأثیرات این پارامتر در مدل غیرخطی گزیکس پرداخته می‌شود. در این راستا پارامترهای بی‌بعد دیگر مسئله ثابت در نظر گرفته شده و مقادیر آن در جدول ۴-۱۴ ارائه شده است.

جدول ۴-۱۴: پارامترهای ثابت موردنظر برای بررسی تغییرات عدد موینگی در شبیه‌سازی با مدل گزیکس

β	α	R	En	Re
۰/۷	۰/۲	۲	۲۲/۷	۰/۰۹۹

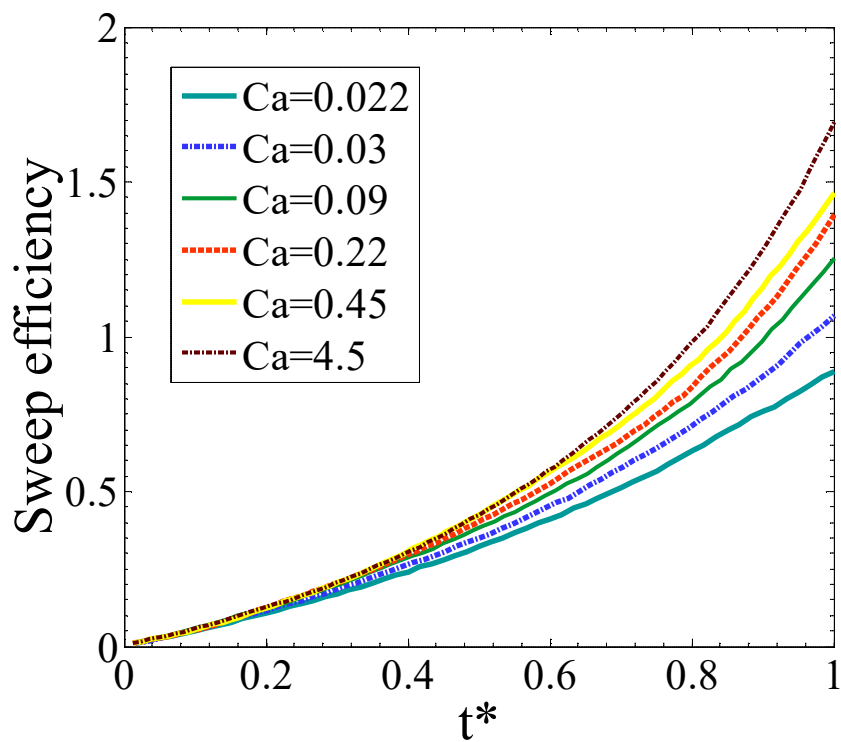


شکل ۴-۲۹: نمودار بازده جارویی برای مقادیر مختلف عدد الاستیسیته در شبیه‌سازی با مدل گزیکس

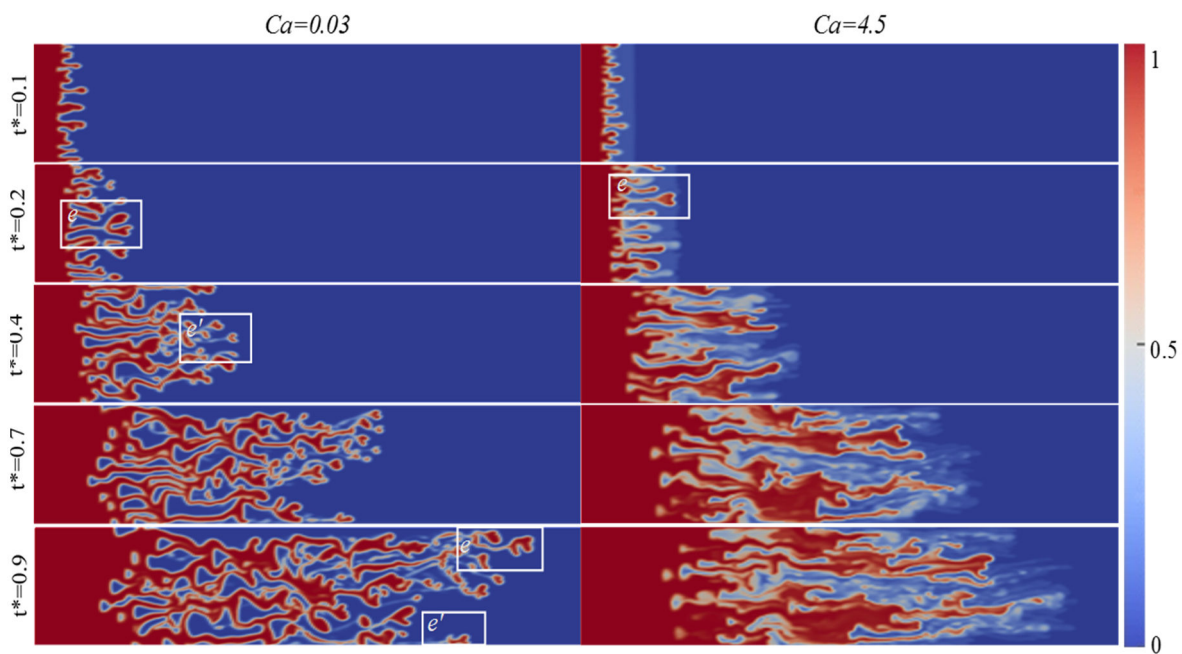


شکل ۴-۳۰: الگوهای ناپایداری برای مقادیر مختلف عدد الاستیسیته در شبیه‌سازی با مدل گزیکس

منحنی‌های بازده جاروبی در مقیاس زمانی نرمالیزه شده برای مقادیر مختلف عدد موینگی در شکل ۳۱-۴ نشان داده شده است. بر طبق این شکل، افزایش عدد موینگی موجب افزایش بازده جاروبی می‌شود و این افزایش در زمان‌های بالاتر شدیدتر است اما با تغییرات عدد موینگی به نسبت یکسان تغییر می‌کند. می‌توان نتیجه گرفت افزایش عدد موینگی یا به عبارتی کاهش کشش سطحی دو سیال باعث کم شدن میزان ناپایداری جریان می‌گردد. در شکل ۳۲-۴ نیز الگوهای تغییر شکل ناپایداری در اثر تغییرات این پارامتر بررسی شده است. بر طبق این شکل، الگوهای انگشتی با افزایش عدد موینگی عریض‌تر می‌شود و جریان پایدارتری قابل مشاهده است. در مقادیر کوچک عدد موینگی نوک انگشتی‌ها عریض‌تر شده که در این حالت شبیه به مکانیزم انتشار است و بدنه‌ی آن باریک‌تر شده و در نهایت محو می‌شود، از این‌رو نوک انگشتی از آن جدا شده و به صورت مجزا رشد می‌کند (مستطیل e'). مکانیزم شکافتگی نوک انگشتی نیز در مستطیل‌های e در شکل ظاهر شده است. شکل ۳۲-۴ نشان‌دهنده این است که اعداد موینگی بالا بسیار در پایداری جریان تأثیرگذار است.



شکل ۴-۳۱: نمودار بازده جارویی برای مقادیر مختلف عدد موینگی در شبیه‌سازی با مدل گزیکس



شکل ۴-۳۲: الگوهای ناپایداری برای مقادیر مختلف عدد موینگی در شبیه‌سازی با مدل گزیکس

فصل پنجم:

نتیجه‌گیری و پیشنهادات

۵-۱- مقدمه

در تحقیق حاضر به منظور بررسی تأثیر عوامل مختلف بر ناپایداری سافمن-تیلور در جابه‌جایی امتزاج ناپذیر ویسکوالاستیک-نیوتنی و همچنین تعیین پارامترهای مؤثر بر این ناپایداری و الگوهای انگشتی ظاهر شده به مطالعه‌ی عددی این ناپایداری پرداخته شده است. جهت شبیه‌سازی این پدیده از روش حجم سیال و با بهره‌گیری از نرم‌افزار آپن فوم در هندسه‌ی سلول هل-شاو استفاده شده است. معادله به کاررفته مدل گزیکس و همچنین حالت‌های خاص آن (مدل ماکسول و مدل اولدروید-بی) است. در این بخش به جمع‌بندی کلی نتایج حاصل از این تحقیق پرداخته می‌شود.

۵-۲- نتیجه‌گیری

در این مطالعه‌ی عددی تأثیر برخی پارامترها و خواص فیزیکی و رئولوژیکی بر ناپایداری سافمن-تیلور امتزاج‌ناپذیر در جابه‌جایی ویسکوالاستیک-نیوتنی مورد بررسی قرار گرفته است. در گام اول پس از بررسی استقلال از شبکه محاسباتی، شبیه‌سازی صورت گرفته مورد صحت سنجی قرار گرفته و تطابق قابل قبولی میان داده‌های آزمایشگاهی و عددی مشاهده شده است. سپس به منظور مطالعه تأثیر گروه‌های بدون بعد نسبت تحرک، نسبت ویسکوزیته، ضریب تحرک، عدد الاستیسیته و عدد موینگی نتایج به دست آمده در قالب این اعداد بیان شده است. همچنین برای درک بهتر تأثیر این پارامترها الگوهای ناپایداری و نمودار بازده جارویی برای مقادیر مختلف مورد بررسی قرار گرفته است. با بررسی پارامترهای تأثیرگذار بر ناپایداری سافمن-تیلور در محدوده‌ی پارامترهای بی‌بعد گزارش شده دستاوردهای این ناپایداری که در زیر ارائه شده به دست آمده است.

- جابه‌جایی مخلوط‌ناپذیر سیال نیوتنی توسط سیال فوق همرفتی ماکسول

سیال فوق همرفتی ماکسول یکی از حالت‌های خاص مدل گزیکس است که با در نظر گرفتن مقدار صفر برای پارامتر ضریب تحرک (α) و ضریب ویسکوزیته (β) برابر یک، معادله ساختاری گزیکس به معادله ساختاری فوق همرفتی ماکسول تبدیل می‌شود. در این مطالعه اثر مدل UCM به منظور درک

بهتر و بررسی دقیق تر رفتار رئولوژیکی سیال ویسکوالاستیک به ویژه خاصیت الاستیک، بر ناپایداری سافمن-تیلور مورد بررسی قرار گرفته است.

باتوجه به کانتورهای فاز و مقایسه الگوهای جریان می توان دریافت کاهش نسبت تحرک در مدل UCM باعث کاهش طول انگشتی ها می شود و جبهه سیال جابه جا کننده نیز در پشت الگوهای انگشتی بیش تر توسعه می یابد. همچنین شدت مکانیزم های موجود در الگوهای انگشتی شامل مکانیزم اثر پوششی، به هم پیوستگی و مکانیزم شکافتگی نوک انگشتی نیز افزایش می یابد در حالی که با افزایش نسبت تحرک، رژیم کانالی تری مشاهده شده و شدت مکانیزم ها کاهش می یابد. در نهایت می توان دریافت، با کاهش نسبت تحرک در مدل UCM از شدت ناپایداری در جریان کاسته می شود. در بررسی عدد الاستیسیته در مدل فوق همرفتی ماکسول نیز مشاهده می شود که افزایش خاصیت الاستیک سیال ویسکوالاستیک، پایداری جریان را بهبود می بخشد و طول انگشتی ها با افزایش عدد الاستیسیته کاهش می یابد. همچنین کانتورهای فاز نشان می دهد که افزایش عدد موینگی باعث کانالی تر شدن رژیم جریان شده و شدت مکانیزم های به هم پیوستگی، اثر پوششی، انتشار و شکافتگی نوک انگشتی را کاهش می دهد. از مقایسه نمودارهای بازده جاروبی می توان دریافت، در مدل UCM، کاهش نسبت تحرک، افزایش عدد الاستیسیته و افزایش عدد موینگی باعث افزایش بازده جاروبی می شود.

- جابه جایی مخلوط ناپذیر سیال نیوتنی توسط سیال شبه خطی اولدروید-بی

مدل شبه خطی اولدروید-بی حالت دیگری از مدل غیرخطی گزیکس است که در ضریب تحرک برابر صفر، معادله ساختاری گزیکس به معادله ساختاری اولدروید تبدیل می شود. بررسی مدل شبه خطی اولدروید در این مطالعه، علاوه بر کمک به بررسی دقیق تر و درک بهتر اثر خواص رئولوژیکی سیال ویسکوالاستیک، به دلیل توانایی در شبیه سازی سیال باگر، بسیار حائز اهمیت است.

الگوهای تغییر شکل جریان در جابه جایی مخلوط نشدنی سیال نیوتنی توسط سیال اولدروید نشان

می‌دهد که کاهش نسبت تحرک در این مدل، باعث پایدارتر شدن جریان می‌شود. با کاهش این پارامتر جبهه سیال جابه‌جا کننده صاف‌تر پیش‌روی می‌کند و طول انگشتی‌ها کاهش می‌یابد. همچنین بر شدت مکانیزم شکافتگی انگشتی افزوده می‌شود. افزایش پارامتر نسبت ویسکوزیته نیز باعث افزایش ضخامت انگشتی‌ها شده در نتیجه باعث پایدارتر شدن جریان می‌شود. بنابراین می‌توان دریافت، افزایش ویسکوزیته بخش پلیمری سیال ویسکوالاستیک به پایدارتر شدن جریان کمک می‌کند. همچنین افزایش نسبت ویسکوزیته تأثیر حائز اهمیتی بر مکانیزم شکافتگی نوک انگشتی داشته و باعث افزایش تعداد شاخه‌ها و رشد نامتقارن این مکانیزم می‌شود. عدد الاستیسیته نیز نمایان‌گر تأثیر خاصیت الاستیک سیال اولدرویید-بی است که باتوجه به کانتورهای فاز در بازه بررسی شده در این مطالعه الگوهای انگشتی پیچیده‌ای را نشان می‌دهد. تأثیر نیروهای موینگی نیز در قالب عدد بی‌بعد موینگی بیان شده است که باتوجه به کانتورهای فاز در بازه موردنظر، در اعداد موینگی کوچک، انگشتی‌ها درشت‌تر بوده در-حالی که باتوجه به اثر کشش سطحی گرایش به قطره‌ای شدن انگشتی‌ها را در ناپایداری نشان می‌دهد. نمودار بازده جاروبی نیز با کاهش نسبت تحرک، افزایش نسبت ویسکوزیته، عدد الاستیسیته و عدد موینگی افزایش می‌یابد.

- جابه‌جایی مخلوط‌ناپذیر سیال نیوتنی توسط سیال غیرخطی گزیکس

مدل غیرخطی گزیکس به دلیل قادر بودن به ارائه رفتار قانون توانی برای ویسکوزیته و ثابت‌های اختلاف تنش نرمال از امتیاز ویژه‌ای برخوردار است. باتوجه به این که در این مدل خواص سیال تابع غیرخطی نرخ برش است، در توصیف ویژگی‌های سیال ویسکوالاستیک کارآمدتر عمل می‌نماید. همچنین مدل گزیکس علاوه بر اثر خاصیت الاستیک سیال، تأثیر خاصیت باریک‌شوندگی سیال و ویسکوزیته کشسان را نیز بر ناپایداری نشان می‌دهد. در بررسی ناپایداری سافمن-تیلور با استفاده از مدل گزیکس، نسب تحرک، نسبت ویسکوزیته، ضریب تحرک، عدد الاستیسیته و عدد موینگی مورد بررسی قرار گرفته است. با استفاده از مقایسه کانتورهای فاز می‌توان دریافت، کاهش پارامتر نسبت تحرک، شدت

ناپایداری را کاهش داده و تأثیر قابل توجهی بر الگوهای انگشتی دارد. طول انگشتی‌ها در مقادیر کوچک‌تر نسبت به حرکت کمتر بوده و جبهه صاف سیال جابه‌جا کننده در پشت انگشتی‌ها طویل‌تر است. همچنین شدت مکانیزم‌های شکافتگی نوک انگشتی، به‌هم‌پیوستگی، انتشار و اثر پوششی نیز در نسبت حرکت‌های کوچک‌تر بیشتر بوده در حالی که در مقادیر بزرگ‌تر نسبت به حرکت رژیم کانالی‌تری مشاهده می‌شود. از بررسی الگوهای تغییر شکل در مقادیر مختلف نسبت ویسکوزیته در مدل گزیکس می‌توان دریافت افزایش سهم ویسکوزیته بخش پلیمری باعث کاهش ناپایداری جریان می‌شود و جبهه سیال جابه‌جا کننده با طول ناپایداری کمتری پیش‌روی می‌کند. افزایش نسبت ویسکوزیته افزایش مکانیزم شکافتگی نوک انگشتی، افزایش تعداد شاخه‌ها و نامتقارن‌تر شدن الگوهای این مکانیزم را به دنبال دارد. افزایش پارامتر ضریب حرکت در سیال گزیکس ناپایداری را تشدید می‌کند. نسبت حرکت بیان‌گر خاصیت باریک‌شوندگی سیال است. بنابراین می‌توان دریافت خاصیت باریک‌شوندگی سیال ویسکوالاستیک باعث افزایش ناپایداری می‌شود در حالی که خاصیت الاستیک سیال ویسکوالاستیک باعث پایدارتر شدن جریان می‌شود. خاصیت الاستیک سیال با توجه به اثرات عدد الاستیسیته قابل بیان است. با افزایش عدد الاستیسیته و پیش‌روی زمان، انگشتی‌های عریض‌تری مشاهده می‌شود. همچنین تغییر عدد الاستیسیته در تغییر حالت مکانیزم‌های شکافتگی نوک انگشتی، اثر پوششی، به‌هم‌پیوستگی و محوشدگی مؤثر است. تأثیر ویسکوزیته کشسان نیز با توجه به تأثیر ضریب حرکت قابل توصیف است. از آنجایی که ویسکوزیته کشسان با کاهش نسبت حرکت، افزایش می‌یابد می‌توان دریافت این پارامتر نیز تأثیر حائز اهمیتی بر ناپایداری داشته و می‌توان با افزایش ویسکوزیته کشسان شدت ناپایداری را کاهش داد. علاوه‌براین افزایش عدد موینگی نیز باعث پایداری جریان می‌شود. ضخامت الگوهای انگشتی با افزایش عدد موینگی افزایش یافته و از تعداد انگشتی‌ها کاسته می‌شود. همچنین در اعداد موینگی پایین به‌دلیل تأثیر بالای کشش سطحی، انگشتی‌ها گرایش به قطره‌ای شدن دارند.

در بررسی بازده جاروبی با استفاده از مدل گزیکس نتایج نشان می‌دهد که افزایش عدد الاستیسیته،

عدد موینگی و نسبت ویسکوزیته بازده جاروبی را افزایش می‌دهد درحالی‌که افزایش نسبت تحرک و ضریب تحرک باعث کاهش بازده جاروبی می‌شود.

- در بررسی جزئیات نتایج حاصل از سه مدل ذکر شده می‌توان دریافت که این سه مدل با اینکه در کلیت امر نتایج مشابهی دارند اما با توجه به خواص رئولوژیکی متفاوت در جزئیات مانند تغییر شکل الگوهای انگشتی، مکانیزم‌های موجود در این الگوها، شدت تغییرات بازده جاروبی و همچنین زمان انجام محاسبات متفاوت هستند.

به عنوان یک دستاورد کلی و حائز اهمیت از مطالعه‌ی عددی حاضر می‌توان دریافت، خواص الاستیک سیال جابه‌جا کننده ویسکوالاستیک در یک جابه‌جایی امتزاج‌ناپذیر با حضور نیروهای موینگی تأثیر چشم‌گیری بر پایداری جریان دارد. این دستاورد در صنعت تولید و استخراج نفت خام بسیار پر اهمیت بوده و می‌تواند در فرایندهای ازدیاد برداشت با روش‌های سیلاب زنی پلیمرها کمک شایانی به افزایش بازده استخراج داشته باشد.

۵-۳- پیشنهادات

با توجه به گستره‌ی کاربرد ناپایداری سافمن-تیلور، یافته‌ها و محدودیت‌های مطالعه حاضر، می‌توان پیشنهادهای و جهت‌گیری‌های پژوهشی زیر را ارائه نمود که فراهم‌کننده زمینه‌های پژوهشی جدید می‌باشند.

- بررسی عددی تأثیرات انتقال حرارت و تغییرات دما در جابه‌جایی توسط سیال ویسکوالاستیک می‌تواند موضوع کاربردی جالبی در زمینه تحقیقات ناپایداری سافمن-تیلور باشد. همچنین بررسی آزمایشگاهی تأثیر انتقال حرارت به منظور مقایسه نتایج به‌دست آمده از شبیه‌سازی عددی و آزمایشگاهی می‌تواند در زمینه کاربردی و صنعت کارآمد باشد.
- تأثیر ناهمسانگردی و ناهمگنی محیط بر ناپایداری سافمن-تیلور در جابه‌جایی مخلوط‌نشده با سیالات ویسکوالاستیک نیز می‌تواند نتایج متفاوت و حائز اهمیتی داشته باشد.

- تأثیر وابستگی خواص ناهمسانگرد به پارامترهایی از قبیل سرعت نیز می‌تواند پیشنهاد مطلوبی باشد.
- بررسی جریان امتزاج‌ناپذیر ویسکوالاستیک-نیوتنی در هندسه‌ها و سلول‌های هل-شاو متفاوت از جمله سلول هل-شاو شعاعی و استفاده از چشمه و چاه در بررسی این‌گونه از ناپایداری‌ها. همچنین استفاده از سلول‌های هل-شاو با ضخامت متغیر جهت بررسی تأثیر ضخامت بر این نوع ناپایداری‌ها.
- تزریق سیال فرروفلوئید به‌عنوان سیال جابه‌جا کننده و بررسی تأثیر میدان‌های مغناطیسی و آهنربایی بر این ناپایداری. همچنین در صورت مقرون به‌صرفه بودن می‌توان تأثیر سیال MR را نیز مورد بررسی قرار داد.

- [1] G. M. Homsy, "Viscous fingering in porous media," *Annual review of fluid mechanics*, vol. 19, pp. 271-311, 1987.
- [2] P. G. Saffman and G. Taylor, "The penetration of a fluid into a porous medium or Hele-Shaw cell containing a more viscous liquid," in *Proceedings of the Royal Society of London A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, pp. 312-329, 1958.
- [3] R. Lenormand, E. Touboul, and C. Zarcone, "Numerical models and experiments on immiscible displacements in porous media," *Journal of fluid mechanics*, vol. 189, pp. 165-187, 1988.
- [4] R. Chuoke, P. Van Meurs, and C. van der Poel, "The instability of slow, immiscible, viscous liquid-liquid displacements in permeable media," 1959.
- [5] S. Hill, "Channeling in packed columns," *Chemical Engineering Science*, vol. 1, pp. 247-253, 1952.
- [6] P. Saffman, "Viscous fingering in Hele-Shaw cells," *Journal of Fluid Mechanics*, vol. 173, pp. 73-94, 1986.
- [7] G. Taylor, "Cavitation of a viscous fluid in narrow passages," *Journal of Fluid Mechanics*, vol. 16, pp. 595-619, 1963.
- [8] R.L. Slobod, and B.H. Caudle, "X-Ray Shadowgraph Studies of Areal Sweepout Efficiencies," in *fall meeting of the petroleum branch*, vol. 210, pp. 265-270, 1952.
- [9] B. Habermann, "The Efficiency of Miscible Displacement as a Function of Mobility Ratio," *Society of Petroleum Engineers Journal*, vol. 219, pp. 264-272, 1960.
- [10] T.K. Perkins, and O.C. Johnston, "A Study of Immiscible Fingering in Linear Models," *Society of Petroleum Engineers Journal*, vol. 9, pp. 39-46, 1969.
- [11] R. Slobod and R. Thomas, "Effect of transverse diffusion on fingering in miscible-phase displacement," *Society of Petroleum Engineers Journal*, vol. 3, pp. 9-13, 1963.
- [12] M. Saghir, O. Chaalal, and M. Islam, "Numerical and experimental modeling of

viscous fingering during liquid–liquid miscible displacement," *Journal of Petroleum Science and Engineering*, vol. 26, pp. 253-262, 2000.

[13] S. Malhotra, M. M. Sharma, and E. R. Lehman, "Experimental study of the growth of mixing zone in miscible viscous fingering," *Physics of Fluids (1994-present)*, vol. 27, p. 014105, 2015.

[14] A. Franco-Gómez, A. B. Thompson, A. L. Hazel, and A. Juel, "Sensitivity of Saffman–Taylor fingers to channel-depth perturbations," *Journal of Fluid Mechanics*, vol. 794, pp. 343-368, 2016.

[15] Perrine, R.L., "The Development of Stability Theory for Miscible Liquid-Liquid Displacements," *Society of Petroleum Engineers Journal*, vol. 1, pp. 17-25, 1961.

[16] A. Rogerson, and E. Meiburg, "Shear stabilization of miscible displacement processes in porous media" *Physics of Fluids A: Fluid Dynamics* (1989-1993).5(6), p.1344-1355, 1993.

[17] A. Rogerson, and E. Meiburg "Numerical simulation of miscible displacement processes in porous media flows under gravity" *Physics of Fluids A: Fluid Dynamics* (1989-1993).5(11), p. 2644-2660, 1993.

[18] A. De Wit and G. Homsy, "Viscous fingering in periodically heterogeneous porous media. I. Formulation and linear instability," *The Journal of chemical physics*, vol. 107, pp. 9609-9618, 1997.

[19] M. Mishra, P. M. Trevelyan, C. Almarcha, and A. De Wit, "Influence of double diffusive effects on miscible viscous fingering," *Physical review letters*, vol. 105, p. 204501, 2010.

[20] K. Ghesmat, H. Hassanzadeh, and J. Abedi, "The effect of anisotropic dispersion on the convective mixing in long-term CO₂ storage in saline aquifers," *AIChE journal*, vol. 57, pp. 561-570, 2011.

[21] C. Tan and G. Homsy, "Simulation of nonlinear viscous fingering in miscible displacement," *Physics of Fluids (1958-1988)*, vol. 31, pp. 1330-1338, 1988.

[22] W.B. Zimmerman, and G.M. Homsy "Viscous fingering in miscible

displacements: Unification of effects of viscosity contrast, anisotropic dispersion, and velocity dependence of dispersion on nonlinear finger propagation" *Physics of Fluids A: Fluid Dynamics (1989-1993)*.4(11), p, 2348-2359, 1993.

[23] W. Zimmerman and G. Homsy, "Three-dimensional viscous fingering: A numerical study," *Physics of Fluids A: Fluid Dynamics (1989-1993)*, vol. 4, pp. 1901-1914, 1992.

[24] C. T. Tan and G. Homsy, "Viscous fingering with permeability heterogeneity," *Physics of Fluids A: Fluid Dynamics (1989-1993)*, vol. 4, pp. 1099-1101, 1992.

[25] K. Ghesmat and J. Azaiez, "Viscous fingering instability in porous media: effect of anisotropic velocity-dependent dispersion tensor," *Transport in Porous Media*, vol. 73, pp. 297-318, 2008.

[26] M. Sajjadi and J. Azaiez, "Hydrodynamic instabilities of flows involving melting in under-saturated porous media," *Physics of Fluids (1994-present)*, vol. 28, p. 033104, 2016.

[27] M. Norouzi and M. Shoghi, "A numerical study on miscible viscous fingering instability in anisotropic porous media," *Physics of Fluids*, vol. 26, p. 084102, 2014.

[28] S. Jackson, H. Power, D. Giddings, and D. Stevens, "The stability of immiscible viscous fingering in Hele-Shaw cells with spatially varying permeability," *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, vol. 320, pp. 606-632, 2017.

[29] D. Bensimon, L. P. Kadanoff, S. Liang, B. I. Shraiman, and C. Tang, "Viscous flows in two dimensions," *Reviews of Modern Physics*, vol. 58, p. 977, 1986.

[30] E. Y. Hohlov, "Time-dependent free boundary problems: the explicit solution," *MIAN Preprint*, vol. 14, 1990.

[31] S. Tanveer, "Viscous displacement in a Hele-Shaw cell," in *Asymptotics Beyond all orders*, ed: Springer, pp. 131-153, 1991.

[32] S. Tanveer, "Surprises in viscous fingering," *Journal of Fluid Mechanics*, vol. 409, pp. 273-308, 2000.

[33] Y. Couder, "Growth patterns: from stable curved fronts to fractal structures," in

Chaos, order, and patterns, ed: Springer, pp. 203-227, 1991.

[34] S. Howison, "Complex variable methods in Hele-Shaw moving boundary problems," *European Journal of Applied Mathematics*, vol. 3, pp. 209-224, 1992.

[35] K. V. McCloud and J. V. Maher, "Experimental perturbations to Saffman-Taylor flow," *Physics Reports*, vol. 260, pp. 139-185, 1995.

[36] P. Pelcé and A. Libchaber, "Dynamics of curved fronts" ed: *Elsevier*, 2012.

[37] R. Marshall and A. Metzner, "Flow of viscoelastic fluids through porous media," *Industrial & Engineering Chemistry Fundamentals*, vol. 6, pp. 393-400, 1967.

[38] G. Daccord, J. Nittmann, and H. E. Stanley, "Radial viscous fingers and diffusion-limited aggregation: Fractal dimension and growth sites," *Physical Review Letters*, vol. 56, p. 336, 1986.

[39] J. Nittmann, G. Daccord, and H. E. Stanley, "Fractal growth of viscous fingers: quantitative characterization of a fluid instability phenomenon," *Nature*, vol. 314, pp. 141-144, 1985.

[40] E. Allen and D. Boger, "The influence of rheological properties on mobility control in polymer-augmented waterflooding," in *SPE Annual Technical Conference and Exhibition*, 1988.

[41] D. E. Smith, X. Z. Wu, A. Libchaber, E. Moses, and T. Witten, "Viscous finger narrowing at the coil-stretch transition in a dilute polymer solution," *Physical Review A*, vol. 45, p. R2165, 1992.

[42] H. Zhao and J. Maher, "Associating-polymer effects in a Hele-Shaw experiment," *Physical Review E*, vol. 47, p. 4278, 1993.

[43] D. Bonn, H. Kellay, M. B. Amar, and J. Meunier, "Viscous finger widening with surfactants and polymers," *Physical review letters*, vol. 75, p. 2132, 1995.

[44] D. Vlad and J. Maher, "Tip-splitting instabilities in the channel Saffman-Taylor flow of constant viscosity elastic fluids," *Physical Review E*, vol. 61, p. 5439, 2000.

[45] A. Lindner, D. Bonn, E. C. Poiré, M. B. Amar, and J. Meunier, "Viscous fingering

in non-Newtonian fluids," *Journal of Fluid Mechanics*, vol. 469, pp. 237-256, 2002.

[46] T. T. Hsu, T. W. Walker, C. W. Frank, and G. G. Fuller, "Role of fluid elasticity on the dynamics of rinsing flow by an impinging jet," *Physics of Fluids*, vol. 23, p. 033101, 2011.

[47] J. Avendano, N. Pannacci, B. Herzhaft, P. Gateau, and P. Coussot, "Enhanced displacement of a liquid pushed by a viscoelastic fluid," *Journal of colloid and interface science*, vol. 410, pp. 172-180, 2013.

[48] S. Malhotra and M. M. Sharma, "Impact of fluid elasticity on miscible viscous fingering," *Chemical Engineering Science*, vol. 117, pp. 125-135, 2014.

[49] A.E McDonald, "APPROXIMATE SOLUTIONS FOR FLOW ON NON-NEWTONIAN POWER LAWS FLUIDS THROUGH POROUS MEDIA," in *SPE Reservoir Simulation Symposium*, American Institute of Mining, Metallurgical, and Petroleum Engineers, Inc. Petroleum Engineers, Inc, 1979.

[50] Wu, Y.-S. and K. Pruess, "A numerical method for simulating non-Newtonian fluid flow and displacement in porous media," *Advances in Water Resources*, 21, 5, 351-362, 1998.

[51] H. Pascal, "Rheological behaviour effect of non-Newtonian fluids on dynamic of moving interface in porous media," *International journal of engineering science*, vol. 22, pp. 227-241, 1984.

[52] H. Pascal, "Stability of a moving interface in porous medium for non-Newtonian displacing fluids and its applications in oil displacement mechanism," *Acta mechanica*, vol. 58, pp. 81-91, 1986.

[53] H. Pascal, "Stability of non-Newtonian fluid interfaces in a porous medium and its applications in an oil displacement mechanism," *Journal of colloid and interface science*, vol. 123, pp. 14-23, 1988.

[54] Huzarewicz, S., R.K. Gupta, and R.P. Chhabra, "Elastic effects in flow of fluids through sinuous tubes" *Journal of Rheology (1978-present)* vol. 35, 2, pp. 221-235, 1991.

[55] S. Wilson, "The Taylor–Saffman problem for a non-Newtonian liquid," *Journal*

of Fluid Mechanics, vol. 220, pp. 413-425, 1990.

[56] J. E. Sader, D. Y. Chan, and B. D. Hughes, "Non-Newtonian effects on immiscible viscous fingering in a radial Hele-Shaw cell," *Physical Review E*, vol. 49, p. 420, 1994.

[57] D. Pritchard, and J.R.A. Pearson, "Viscous fingering of a thixotropic fluid in a porous medium or a narrow fracture," *Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics*, vol. 135, pp. 117-127, 2006.

[58] M. Mishra, M. Martin, and A. De Wit, "Influence of miscible viscous fingering with negative log-mobility ratio on spreading of adsorbed analytes," *Chemical engineering science*, vol. 65, pp. 2392-2398, 2010.

[59] B. K. Singh and J. Azaiez, "Numerical simulation of viscous fingering of shear-thinning fluids," *The Canadian Journal of Chemical Engineering*, vol. 79, pp. 961-967, 2001.

[60] J. Azaiez and B. Singh, "Stability of miscible displacements of shear thinning fluids in a Hele-Shaw cell," *Physics of Fluids (1994-present)*, vol. 14, pp. 1557-1571, 2002.

[61] S. Mora and M. Manna, "Saffman-Taylor instability of viscoelastic fluids: From viscous fingering to elastic fractures," *Physical Review E*, vol. 81, p. 026305, 2010.

[62] S. Mora and M. Manna, "From viscous fingering to elastic instabilities," *Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics*, vol. 173, pp. 30-39, 2012.

[63] Y. Shi and G. Tang, "Simulation of Newtonian and non-Newtonian rheology behavior of viscous fingering in channels by the lattice Boltzmann method," *Computers & Mathematics with Applications*, vol. 68, pp. 1279-1291, 2014.

[64] Y. Shi and G. Tang, "Non-Newtonian rheology property for two-phase flow on fingering phenomenon in porous media using the lattice Boltzmann method," *Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics*, vol. 229, pp. 86-95, 2016.

[65] S. Boronin, A. Osipov, and J. Desroches, "Displacement of yield-stress fluids in a fracture," *International Journal of Multiphase Flow*, vol. 76, pp. 47-63, 2015.

[66] M. R. Shoghi, M. Norouzi, "Nonlinear simulation of non-Newtonian viscous

fingering instability in anisotropic porous media," *Modares Mechanical Engineering*, vol. 15, No. 7, pp. 415-425, 2015.

[67] M. R. Shoghi and M. Norouzi, "Linear stability analysis and nonlinear simulation of non-Newtonian viscous fingering instability in heterogeneous porous media," *Rheologica Acta*, vol. 54, pp. 973-991, 2015.

[68] B. Ebrahimi, S.-M. Taghavi, and K. Sadeghy, "Two-phase viscous fingering of immiscible thixotropic fluids: a numerical study," *Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics*, vol. 218, pp. 40-52, 2015.

[69] A. Arora and P. Doshi, "Fingering instability in the flow of a power-law fluid on a rotating disc," *Physics of Fluids (1994-present)*, vol. 28, p. 013102, 2016.

[70] H. Shokri, M. Kayhani, M. Norouzi, "Nonlinear simulation of viscoelastic fingering instability," *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 16, No. 8, pp. 47-54, 2016.

[71] H. Shokri, M. Kayhani, and M. Norouzi, "Nonlinear simulation and linear stability analysis of viscous fingering instability of viscoelastic liquids," *Physics of Fluids*, vol. 29, p. 033101, 2017.

[72] K. J. Ruschak, "Coating flows," *Annual Review of Fluid Mechanics*, vol. 17, pp. 65-89, 1985.

[73] D. Reinelt, "The primary and inverse instabilities of directional viscous fingering," *Journal of Fluid Mechanics*, vol. 285, pp. 303-327, 1995.

[74] D. Hull, "Fractography: observing, measuring and interpreting fracture surface topography," de: *Cambridge University Press*, 1999.

[75] C. Clanet and G. Searby, "First experimental study of the Darrieus-Landau instability," *Physical Review Letters*, vol. 80, p. 3867, 1998.

[76] M. Denn and K. Porteous, "Elastic effects in flow of viscoelastic liquids," *The Chemical Engineering Journal*, vol. 2, pp. 280-286, 1971.

[77] Giesekus, H. "A simple constitutive equation for polymer fluids based on the concept of deformation-dependent tensorial mobility", *Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics*, 2, pp. 353-365, 1982.

- [78] R. B. Bird and J. M. Wiest, "Constitutive equations for polymeric liquids," *Annual review of fluid mechanics*, vol. 27, pp. 169-193, 1995.
- [79] J. C. Maxwell, "The Scientific Letters and Papers of James Clerk Maxwell," de: *CUP Archive 1846-1862* vol. 1, 1990.
- [80] A. E. Bergles et al., "Two-phase flow and heat transfer in the power and process industries", *Hemisphere publishing corporation Washington*. 1981
- [81] E. Olsson, G. Kreiss, and S. Zahedi, "A conservative level set method for two phase flow II," *Journal of Computational Physics*, vol. 225, pp. 785-807, 2007.
- [82] A. Caboussat, "Numerical simulation of two-phase free surface flows," *Archives of Computational Methods in Engineering*, 12, pp. 165-224, 2005.
- [83] C. W. Hirt and B. D. Nichols, "Volume of fluid (VOF) method for the dynamics of free boundaries," *Journal of computational physics*, vol. 39, pp. 201-225, 1981.
- [84] H. Rusche, "Computational fluid dynamics of dispersed two-phase flows at high phase fractions," *Imperial College London (University of London)*, 2003.
- [85] M. Rudman, "Volume-tracking methods for interfacial flow calculations", *International journal for numerical methods in fluids*, 24, pp. 671-691, 1997.
- [86] H. Shokri, M. Kayhani, and M. Norouzi, "Saffman–Taylor instability of viscoelastic fluids in anisotropic porous media," *International Journal of Mechanical Sciences*, vol. 135, pp. 1-13, 2018.
- [87] M. Islam and J. Azaiez, "Fully implicit finite difference pseudo-spectral method for simulating high mobility-ratio miscible displacements," *International journal for numerical methods in fluids*, vol. 47, pp. 161-183, 2005.
- [88] R. Wooding and H. J. Morel-Seytoux, "Multiphase fluid flow through porous media," *Annual review of fluid mechanics*, vol. 8, pp. 233-274, 1976.
- [89] C.-W. Park and G. Homsy, "Two-phase displacement in Hele Shaw cells: theory," *Journal of Fluid Mechanics*, vol. 139, pp. 291-308, 1984.
- [90] M. Kawaguchi, A. Shibata, K. Shimomoto, and T. Kato, "Effect of geometry and

anisotropy of a Hele-Shaw cell on viscous fingering of polymer solutions," *Physical Review E*, vol. 58, p. 785, 1998.

[91] S. Vaezi, "Experimental investigation of elastic properties effects on viscous fingering instability", *department of mechanical engineering, shahrood univercity*, 2015.

[92] J. Sheng, "Modern chemical enhanced oil recovery: theory and practice," *Gulf Professional Publishing*, 2010.

[93] F. T. Trouton, "On the coefficient of viscous traction and its relation to that of viscosity," *Proceedings of the Royal Society of London. Series A, Containing Papers of a Mathematical and Physical Character*, pp. 426-440, 1906.

[94] R. B. Bird, R. C. Armstrong, and O. Hassager, "Dynamics of polymeric liquids, " ed: *Fluid mechanics*, Vol. 1,1987.

Abstract

Saffman-Taylor instability is one of the interface instabilities that occurs when a less viscous fluid displaces a more viscous fluid and finger-like patterns appear on the interface of two immiscible fluids. In this numerical study, the Saffman-Taylor instability in immiscible viscoelastic-Newtonian displacement is presented for the first time. The simulation is performed in three dimension in a rectangular Hele-Shaw cell with two parallel plates and a small gap. Here, viscoelastic fluid is considered as the displacing fluid that displaces the Newtonian fluid in the Hele-Shaw cell. The Giesekus model is used as the constitutive equation to describe the viscoelastic behavior. Also Oldroyd-B model as a quasi linear constitutive equation and Maxwell upper convected model are the special cases of Giesekus model that are considered to better understand the rheological properties of viscoelastic fluid. When the mobility factor parameter of Giesekus model takes the zero value, the Oldroyd-B model appears and when mobility factor be zero and the viscosity ratio takes one value the the Maxwell upper convected model appears. The volume of fluid method is applied to predict the formation of two phases and OpenFoam software is used for computational simulation. The main purpose of this study is the investigation of the effect of rheological properties of viscoelastic fluid and capillary forces on Saffman-Taylor instability in immiscible viscoelastic-Newtonian displacement. The results are reported in the form of dimensionless parameters. Investigated parameters are mobility ratio, viscosity ratio of viscoelastic model, mobility factor of Giesekus model, elasticity number and capillary number. Due to evaluate the effect of these parameters, sweep efficiency diagram and phase contours are presented for different values of dimensionless parameters. The effect of rheological properties and surface tension on the immiscible Saffman-Taylor instability are studied in detail. Results indicate that increasing the viscosity ratio, elasticity number, capillary number and extensional viscosity of viscoelastic phase stabilizes the flow field and enhances the sweep efficiency, while, increasing the mobility ratio and mobility factor causes the opposite effect and intensifies the instability. Also results show that the evaluated parameters has a significant effect on the mechanisms that appear in finger patterns like tip-splitting, coalescence, fading and shielding mechanisms. As a main consequence of this study, elastic property of viscoelastic fluid in the presence of capillary forces has a stabilize effect on the flow of Saffman-Taylor instability, while the shear-thinning

property increase the instability. The effects of this numerical study has a significant effect in Enhance oil recovery processes of oil production and industry.

Keywords: Saffman-Taylor instability; viscous fingering instability; immiscibility; viscoelastic fluid; Giesekus model; Volume of fluid (VOF).



Shahrood University of Technology

Faculty of Mechanical and Mechatronics Engineering

M.Sc.Thesis in Energy Conversion Engineering

**Numerical investigation of viscous
fingering instability in immiscible
viscoelastic fluid**

By:

Alie Abbasi-Yazdi

Supervisor:

Dr. Mahmood Norouzi

January 2018