

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ



دانشکده مهندسی مکانیک و مکاترونیک

رساله دکتری مهندسی تبدیل انرژی

مطالعه عددی ناپایداری انگشتی سیالات ویسکوالاستیک با رویکرد ازدیاد
برداشت نفت

نگارنده: حسنی شگری

استاد راهنما

دکتر محمد حسن کیهانی

استاد مشاور

دکتر محمود نوروزی

بهمن ۱۳۹۶

شماره: ۳/۸۲/۱۴۹
تاریخ: ۹۶/۱۱/۱۷
ویرایش:

باسمه تعالی



فرم شماره ۱۲: صورت جلسه نهایی دفاع از رساله دکتری (Ph.D)
(ویژه دانشجویان ورودی های ۹۴ و ما قبل)

بدینوسیله گواهی می شود خانم حسنی شکری دانشجوی دکتری رشته مهندسی مکانیک-تبدیل انرژی به شماره دانشجویی ۹۲۱۶۹۴۵ ورودی مهرماه سال ۱۳۹۲ در تاریخ ۱۳۹۶/۱۱/۸ از رساله نظری / عملی خود با عنوان: مطالعه عددی ناپایداری انگشتی سیالات ویسکوالاستیک با رویکرد ازدیاد برداشت نفت دفاع و با اخذ نمره ۱۹.۹۳۵ به درجه: ^{Ph.D} دکترا نائل گردید.

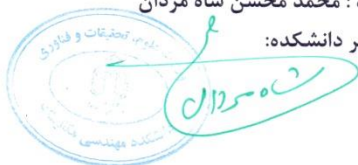
<input type="checkbox"/> الف) درجه عالی: نمره ۲۰-۱۹ <input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/> ب) درجه بسیار خوب: نمره ۱۸/۹۹-۱۷ <input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/> ج) درجه خوب: نمره ۱۶/۹۹-۱۵ <input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/> د) غیر قابل قبول و نیاز به دفاع مجدد دارد <input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/> ه) رساله نیاز به اصلاحات دارد <input type="checkbox"/>	

ردیف	هیئت داوران	نام و نام خانوادگی	مرتبیه علمی	امضاء
۱-	دکتر محمد حسن کیهانی	استاد راهنما	استاد	
۲-	دکتر محمود نوروزی	مشاور	دانشیار	
۳-	دکتر کیوان صادقی	استاد مدعو خارجی	استاد	
۴-	دکتر فرشاد کوثری	استاد مدعو خارجی	استاد	
۵-	دکتر محمد محسن شاه مردان	استاد مدعو داخلی	دانشیار	
۶-	دکتر محسن نظری	استاد مدعو داخلی	دانشیار	
۷-	دکتر علی خالقی	سرپرست (نماینده) تحصیلات تکمیلی دانشکده	استادیار	

مدیر محترم تحصیلات تکمیلی دانشگاه:

ضمن تأیید مراتب فوق مقرر فرمائید اقدامات لازم در خصوص انجام مراحل دانش آموختگی خانم حسنی شکری بعمل آید.

نام و نام خانوادگی رئیس دانشکده: محمد محسن شاه مردان
تاریخ و امضاء و مهر دانشکده:



تقدیم به:

خدایی که آفرید

جهان را، انسان را، عقل را، علم را، معرفت را، عشق را

و به کسانی که عشقشان را در وجودم دمید،

پدر و مادرم، ستون‌های استوار زندگیم و تنها برادرم که همه زندگی من است.

تشکر و قدردانی

اکنون که این رساله به پایان رسیده بر خود لازم میدانم از راهنمایی‌ها و زحمات بی دریغ اساتید محترم آقایان دکتر محمد حسن کیهانی و دکتر محمود نوروزی سپاسگزاری نمایم.

تعهد نامه

اینجانب حسنی شکری دانشجوی دوره دکتری رشته مهندسی تبدیل انرژی دانشکده مهندسی مکانیک و مکاترونیک دانشگاه صنعتی شاهرود نویسنده رساله مطالعه عددی ناپایداری انگشتی سیالات ویسکوالاستیک با رویکرد ازدیاد برداشت نفت تحت راهنمایی دکتر محمد حسن کیهانی متعهد می شوم.

- تحقیقات در این رساله توسط اینجانب انجام شده است و از صحت و اصالت برخوردار است.
- در استفاده از نتایج پژوهشهای محققان دیگر به مرجع مورد استفاده استناد شده است.
- مطالب مندرج در رساله تاکنون توسط خود یا فرد دیگری برای دریافت هیچ نوع مدرک یا امتیازی در هیچ جا ارائه نشده است.
- کلیه حقوق معنوی این اثر متعلق به دانشگاه صنعتی شاهرود می باشد و مقالات مستخرج با نام « دانشگاه صنعتی شاهرود » و یا « Shahrood University of Technology » به چاپ خواهد رسید.
- حقوق معنوی تمام افرادی که در به دست آمدن نتایج اصلی پایان نامه تأثیرگذار بوده اند در مقالات مستخرج از رساله رعایت می گردد.
- در کلیه مراحل انجام این پایان نامه ، در مواردی که از موجود زنده (یا بافتهای آنها) استفاده شده است ضوابط و اصول اخلاقی رعایت شده است.
- در کلیه مراحل انجام این پایان نامه، در مواردی که به حوزه اطلاعات شخصی افراد دسترسی یافته یا استفاده شده است اصل رازداری ، ضوابط و اصول اخلاق انسانی رعایت شده است .

تاریخ

امضای دانشجو

مالکیت نتایج و حق نشر

- کلیه حقوق معنوی این اثر و محصولات آن (مقالات مستخرج، کتاب، برنامه های رایانه ای، نرم افزار ها و تجهیزات ساخته شده است) متعلق به دانشگاه صنعتی شاهرود می باشد. این مطلب باید به نحو مقتضی در تولیدات علمی مربوطه ذکر شود.
- استفاده از اطلاعات و نتایج موجود در رساله بدون ذکر مرجع مجاز نمی باشد.

چکیده

ناپایداری انگشتی لزج یکی از انواع ناپایداری‌هاست که در نتیجه اختلاف ویسکوزیته در سطح مشترک دو سیال رخ می‌دهد. این ناپایداری در گستره وسیعی از فرایندهای طبیعی و صنعتی مشاهده می‌شود. با این وجود، نقش این پدیده در فرایندهای ازدیاد برداشت نفت را شاید بتوان مهم‌ترین دلیل توجه بسیار به این پدیده در دهه‌های اخیر دانست. به منظور استخراج نفت باقی‌مانده در مخازن، سیال دیگری مانند آب از چاه‌های عمیقی که در کنار مخزن اصلی حفر شده است به درون آن پمپاژ می‌شود و بدین ترتیب، نفت باقی‌مانده در مخازن به خارج آن هدایت خواهد شد. از طرفی، هنگامی که سیال با ویسکوزیته کمتر (مانند آب) به درون محیط متخلخلی که با سیال با ویسکوزیته بیشتر (مانند نفت) اشباع شده است، تزریق می‌شود، سطح مشترک بین دو سیال به علت اختلاف ویسکوزیته موجود، ناپایدار خواهد شد و با گذشت زمان، طرح‌هایی به شکل انگشتی در سطح مشترک دو سیال شکل خواهد گرفت. با نفوذ این انگشتی‌ها به درون مخزن اصلی عملاً بازیابی نفت، با وجود باقی‌ماندن حجم وسیعی از ذخیره مخزن متوقف می‌شود. بنابراین ارائه راهکارهایی برای کنترل این ناپایداری ضروری به نظر می‌رسد. از جمله راهکارهای ارائه شده برای این منظور، استفاده از محلول‌های پلیمری به عنوان سیال جابجاکننده است. محلول‌های پلیمری در دسته‌ی سیالات ویسکوالاستیک طبقه‌بندی می‌شوند. هدف اصلی این پژوهش شبیه‌سازی عددی فرایند پلیمرزنی و در واقع بررسی ناپایداری انگشتی در حضور سیال ویسکوالاستیک خواهد بود.

در این مطالعه از سه نوع معادله ساختاری مختلف جهت مدل‌سازی سیال ویسکوالاستیک استفاده شده است: مدل اولدروید-بی، مدل وایت-متزنر و مدل گزیکس. جابجایی سیال نیوتنی توسط سیال ویسکوالاستیک درون محیط‌های متخلخل گوناگون شامل محیط همگن و همسانگرد، محیط ناهمسانگرد، محیط با تانسور پراکندگی وابسته به سرعت و محیط ناهمگن لایه‌ای و شطرنجی مطالعه می‌شوند و تأثیر پارامترهای مختلف جریان و محیط بر پیدایش و رشد انگشتی‌ها مورد بررسی قرار خواهند گرفت. در بخش تحلیل پایداری خطی با استفاده از تقریب شبه خطی و روش شوتینگ، نرخ

رشد اغتشاشات در طول موج‌های مختلف بر حسب پارامترهای موجود در مسئله بررسی می‌شود. در بخش شبیه‌سازی غیرخطی نیز با استفاده از روش پر دقت طیفی و بکارگیری تبدیل سریع هارتلی، این ناپایداری را در بازه‌های زمانی متفاوت شبیه‌سازی نموده و مکانیزم‌های مختلف رشد انگشتی‌ها مورد بررسی قرار می‌گیرند. همچنین بررسی‌ها در زمینه‌ی منحنی‌های میانگین غلظت عرضی، طول اختلاط و بازده جاروبی که به فهم بیشتر این ناپایداری کمک می‌کنند، انجام شده است.

نتایج نشان می‌دهند که خاصیت الاستیک سیال ویسکوالاستیک موجب پایدارتر شدن جریان خواهد شد. در مقابل خاصیت باریک‌شوندگی این نوع سیال ناپایداری را شدت می‌بخشد. همچنین هرچه نفوذپذیری محیط در جهت جریان به جهت عمود بر آن افزایش یابد، طول اختلاط دو سیال کاهش و بازده جاروبی افزایش خواهد یافت. همچنین افزایش پراکندگی محیط در جهت عمود بر جریان به جهت جریان بر جابجایی اثر پایدارکننده خواهد داشت. هنگامی که محیط جابجایی به صورت ناهمگن پرپودیک باشد، در سیستم لایه‌ای رژیم کانالیزه مشاهده شده و تعاملات انگشتی‌ها کاهش می‌یابد. افزایش تعداد لایه‌ها در هر جهت موجب افزایش بازده خواهد شد. همچنین افزایش واریانس نفوذپذیری در هر لایه اگرچه موجب افزایش طول اختلاط می‌شود. با این حال با افزایش زمان دستیابی (زمان رسیدن انگشتی‌ها به انتهای ناحیه محاسباتی) بازده جاروبی را افزایش خواهد داد.

کلمات کلیدی: ناپایداری انگشتی؛ سیال ویسکوالاستیک؛ روش عددی؛ بازیابی نفت.

لیست مقالات مستخرج از رساله:

مقالات منتشر شده در مجلات:

1. H. Shokri, M.H. Kayhani, M. Norouzi, Saffman–Taylor instability of viscoelastic fluids in anisotropic porous media, International Journal of Mechanical Sciences, Vol.135, 2018, pp. 1 :13.
2. H. Shokri, M.H. Kayhani, M. Norouzi, Nonlinear simulation and linear stability analysis of viscous fingering instability of viscoelastic liquids , Physics of Fluids, Vol.29, 2017, pp. 033101-1 :12.

کنگره های بین المللی:

1. H. Shokri, M.H. Kayhani and M. Norouzi, “numerical study on miscible viscoelastic fingering instability,” The International Conference on Engineering and Applied Sciences. February 21-23, 2017 Singapore.
۲. حسنی شکری، محمد حسن کیهانی، محمود نوروزی ، "شبيه سازی غير خطی ناپایداری انگشتی ویسکوالاستیک در محیط ناهمگن"، هفدهمین کنفرانس دینامیک شاره‌ها، شاهرود- دانشگاه صنعتی شاهرود- شهریور ۱۳۹۶.
۳. حسنی شکری، محمد حسن کیهانی، محمود نوروزی ، "شبيه سازی غير خطی ناپایداری انگشتی ویسکوالاستیک در محیط متخلخل با پراکندگی ناهمسانگرد"، بیست و پنجمین همایش سالانه بین المللی مهندسی مکانیک ایران، تهران- دانشگاه تربیت مدرس- اردیبهشت ۱۳۹۶.
۴. حسنی شکری، محمود نوروزی، محمد حسن کیهانی، "بررسی عددی ناپایداری انگشتی در جابجایی مخلوط شدنی سیال نیوتنی توسط سیال مرتبه ۲"، بیست و چهارمین همایش سالانه بین المللی مهندسی مکانیک ایران، یزد- دانشگاه یزد- اردیبهشت ۱۳۹۵.

فهرست مطالب:

فصل ۱- مقدمه	۱
۱-۱- مقدمه	۲
۲-۱- مکانیزم ناپایداری انگشتی لزج	۶
۳-۱- تاریخچه	۷
۱-۳-۱- بررسی تحلیل خطی و مدل سازی عددی ناپایداری انگشتی	۸
۲-۳-۱- مطالعات آزمایشگاهی	۲۳
۴-۱- معرفی تحقیق حاضر	۳۳
۱-۴-۱- تعریف مسئله و ضرورت تحقیق	۳۳
۲-۴-۱- جنبه های نوآوری	۳۵
۳-۴-۱- ساختار کلی	۳۶
فصل ۲- روابط فیزیکی	۳۹
۱-۲- مقدمه	۴۰
۲-۲- معادلات حاکم	۴۰
۱-۲-۲- جابجایی سیالات نیوتنی	۴۰
۲-۲-۲- جابجایی سیال نیوتنی توسط سیال ویسکوالاستیک اولدروید-بی در محیط همگن و همسانگرد	۴۶
۳-۲-۲- جابجایی سیال نیوتنی توسط سیال ویسکوالاستیک اولدروید-بی در محیط همگن و ناهمسانگرد	۴۹
۴-۲-۲- جابجایی سیال نیوتنی توسط سیال ویسکوالاستیک وایت-متزنر در محیط همگن و با تانسور پراکندگی وابسته به سرعت	۵۴
۵-۲-۲- جابجایی سیال نیوتنی توسط سیال ویسکوالاستیک وایت-متزنر در محیط ناهمگن	۵۸

۶-۲-۲- جابجایی سیال نیوتنی توسط سیال ویسکوالاستیک گزیکس در محیط همگن و همسانگرد ۶۰

فصل ۳- روش عددی ۶۳

۱-۳- مقدمه ۶۴

۲-۳- آشنایی با روش طیفی ۶۴

۳-۳- تبدیل هارتلی ۶۵

۴-۳- اصلاح شرایط مرزی و اولیه ۶۷

۵-۳- روند شبیه‌سازی ۶۸

فصل ۴- تحلیل پایداری خطی ۷۳

۱-۴- مقدمه ۷۴

۲-۴- تحلیل پایداری خطی ۷۴

۱-۲-۴- جابجایی سیال نیوتنی توسط سیال ویسکوالاستیک اولدروید-بی در محیط همگن و همسانگرد ۷۵

۲-۲-۴- جابجایی سیال نیوتنی توسط ویسکوالاستیک سیال اولدروید-بی در محیط همگن و ناهمسانگرد ۷۸

۳-۲-۴- جابجایی سیال نیوتنی توسط سیال ویسکوالاستیک وایت-متزنر در محیط همگن و با تانسور پراکندگی وابسته به سرعت ۸۱

۳-۴- نتایج ۸۴

۱-۳-۴- جابجایی سیال نیوتنی توسط سیال ویسکوالاستیک اولدروید-بی در محیط همگن و همسانگرد ۸۴

۲-۳-۴- جابجایی سیال نیوتنی توسط سیال ویسکوالاستیک اولدروید-بی در محیط همگن و ناهمسانگرد ۹۱

۳-۳-۴- جابجایی سیال نیوتنی توسط سیال ویسکوالاستیک وایت-متزنر در محیط همگن و با تانسور پراکندگی وابسته به سرعت ۹۶

فصل ۵- نتایج شبیه‌سازی غیر خطی ۱۰۱

۱-۵- مقدمه ۱۰۲

۲-۵- کانتورهای غلظت ۱۰۲

۵-۲-۱- جابجایی سیال نیوتنی توسط سیال ویسکوالاستیک اولدروید-بی در محیط همگن و

همسانگرد ۱۰۲

۵-۲-۲- جابجایی سیال نیوتنی توسط سیال ویسکوالاستیک اولدروید-بی در محیط همگن و

ناهمسانگرد ۱۰۶

۵-۲-۳- جابجایی سیال نیوتنی توسط سیال ویسکوالاستیک وایت-متزنر در محیط همگن و با

تانسور پراکندگی وابسته به سرعت ۱۱۱

۵-۲-۴- جابجایی سیال نیوتنی توسط سیال ویسکوالاستیک وایت-متزنر در محیط ناهمگن ۱۱۴

۵-۲-۵- جابجایی سیال نیوتنی توسط سیال ویسکوالاستیک گزیکس در محیط همگن و

همسانگرد ۱۲۴

۵-۳- منحنی‌های میانگین غلظت عرضی ۱۲۴

۵-۴- طول اختلاط ۱۳۱

۵-۵- بازده جاروبی ۱۴۳

فصل ششم- نتیجه‌گیری و پیشنهادات ۱۵۵

۶-۱- مقدمه ۱۵۶

۶-۲- تحلیل پایداری خطی ۱۵۶

۶-۳- شبیه‌سازی غیر خطی ۱۵۷

۶-۴- پیشنهادات ۱۶۱

ضمیمه- پلیمرزنی در صنعت نفت ۱۶۳

الف-۱- مقدمه ۱۶۴

الف-۲- پلیمرهای به‌کاررفته در صنایع انتقال نفت ۱۶۶

- الف-۱-۱-۲- پلیمرهای طبیعی یا زیست پلیمرها ۱۶۶
- الف-۲-۲- پلیمرهای مصنوعی ۱۶۸
- الف-۳-۲- ویژگی محلول‌های پلیمری ۱۶۹
- مراجع ۱۷۳

فهرست تصاویر

- شکل ۱-۱-۱- نمایی از سیلاب‌زنی در فرایند ازدیاد برداشت نفت ۲
- شکل ۱-۲-۱- ناپایداری انگشتی لزج ۳
- شکل ۱-۳-۱- پدیده شکافتگی نوک انگشتی [۱۷] ۱۰
- شکل ۱-۴-۱- کانتورهای غلظت در پکلت ۲۰۰۰ در $\beta_C = 2, \beta_T = -3$ ، شکل بالا : $\lambda = 1$ شکل پایین: $\lambda = 0.5$ [۴۲] ۱۵
- شکل ۱-۵-۱- مشخصه‌های ناپایداری در جابجایی سیال نیوتنی توسط سیال غیرنیوتنی [۵۴] ۱۸
- شکل ۱-۶-۱- مشخصه‌های ناپایداری در جابجایی سیال غیرنیوتنی توسط سیال نیوتنی [۵۴] ۱۹
- شکل ۱-۷-۱- سمت چپ: منحنی نرخ رشد کاهیده در مقابل عدد موج، سمت راست: مقادیر ماکزیمم نرخ رشد برای پارامترهای $\bar{\lambda}$ مختلف [۶۰] ۲۲
- شکل ۱-۸-۱- نمودار تغییرات بازیابی سوم در مخازن ترشونده نفت سنگین در مقابل نسبت تحرک در پایان سیلاب‌زنی، ارائه شده توسط جیو و همکاران [۹۶] ۳۱
- شکل ۱-۹-۱- مقایسه بازیابی سوم در پلیمرزنی به همراه قلیا با (سمت چپ) پلیمرزنی تنها (P) و (سمت راست) قلیازنی تنها (NaOH) [۹۸] ۳۲

- شکل ۱-۱-۱۰- نمائی از مسئله ۳۵
- شکل ۱-۲- تصویری شماتیک از یک سلول هل-شاو ۴۲
- شکل ۲-۲- نمائی از سیستم ناهمگن ($a = 3$ و $s = 0.1$ ، $q = 5$) ۵۸
- شکل ۱-۴- منحنی نرخ رشد بر حسب عدد موج برای جابجایی جریان نیوتنی ($R=3$). نتایج مطالعه حاضر با خطوط و نتایج تن و هومسی [۸] برای $t_0 = 0.1$ و $t_0 = 0.5$ به ترتیب با کمک دایره و مربع نشان داده شده است. ۸۵
- شکل ۲-۴- منحنی تغییرات نرخ رشد بر حسب زمان برای جابجایی جریان نیوتنی ($R=3$). مقایسه نتایج مطالعه حاضر و نتایج تن و هومسی [۸] ۸۶
- شکل ۳-۴- منحنی نرخ رشد بر حسب عدد موج برای جابجایی جریان نیوتنی ($R=3$ و $t_0 = 10$). مقایسه نتایج مطالعه حاضر و نتایج تن و هومسی [۱۷] ۸۷
- شکل ۴-۴- منحنی نرخ رشد بر حسب عدد موج در زمانهای مختلف برای جابجایی سیال نیوتنی توسط سیال ویسکوالاستیک اولدروید-بی در محیط همگن و همسانگرد ($Wi_1 = 5$ ، $\beta_1 = 0.1$ و $R = 3$) (..... ۸۸
- شکل ۵-۴- منحنی نرخ رشد بر حسب عدد موج در نسبت‌های تحرک مختلف برای جابجایی سیال نیوتنی توسط سیال ویسکوالاستیک اولدروید-بی در محیط همگن و همسانگرد ($Wi_1 = 5$ ، $\beta_1 = 0.1$ و $t_0 = 0.5$) ۸۹
- شکل ۶-۴- منحنی نرخ رشد بر حسب عدد موج در اعداد وایزنبرگ مختلف برای جابجایی سیال نیوتنی توسط سیال ویسکوالاستیک اولدروید-بی در محیط همگن و همسانگرد ($R = 3$ ، $\beta_1 = 0.1$ و $t_0 = 0.5$) (..... ۹۰

شکل ۴-۷- تغییرات نرخ رشد بحرانی در اعداد وایزنبرگ مختلف برای جابجایی سیال نیوتنی توسط سیال ویسکوالاستیک اولدرویید-بی در محیط همگن و ناهمسانگرد ($R = 3, \beta_1 = 0.1, t_0 = 0.5$) .. ۹۰

شکل ۴-۸- منحنی نرخ رشد بر حسب عدد موج برای جابجایی نیوتنی در محیط ناهمسانگرد. نتایج مطالعه حاضر با خطوط و نتایج نوروژی و شوقی [۴۳] برای $\alpha_K = 1.8$ و $\alpha_K = 1.2$ به ترتیب با دایره و مربع نشان داده شده است. ۹۱

شکل ۴-۹- منحنی نرخ رشد بر حسب عدد موج در زمان‌های مختلف برای جابجایی سیال نیوتنی توسط سیال ویسکوالاستیک اولدرویید-بی در محیط همگن و ناهمسانگرد ($\alpha_K = 1.1, \alpha_D = 1.0$) و $(\beta_K = \beta_D = 0)$ ۹۲

شکل ۴-۱۰- منحنی نرخ رشد بر حسب عدد موج در α_K های مختلف برای جابجایی سیال نیوتنی توسط سیال ویسکوالاستیک اولدرویید-بی در محیط همگن و ناهمسانگرد ($t_0 = 0.5, \alpha_D = 1.0$) و $(\beta_K = \beta_D = 0)$ ۹۳

شکل ۴-۱۱ منحنی نرخ رشد بر حسب عدد موج در α_D های مختلف برای جابجایی سیال نیوتنی توسط سیال ویسکوالاستیک اولدرویید-بی در محیط همگن و ناهمسانگرد ($t_0 = 0.5, \alpha_K = 1.0$) و $(\beta_K = \beta_D = 0)$ ۹۴

شکل ۴-۱۲- منحنی نرخ رشد بر حسب عدد موج در β_K های مختلف برای جابجایی سیال نیوتنی توسط سیال ویسکوالاستیک اولدرویید-بی در محیط همگن و ناهمسانگرد ($t_0 = 0.5, \beta_D = 0$)، $(\alpha_K = 1.1$ و $\alpha_D = 1)$ ۹۵

شکل ۴-۱۳- منحنی نرخ رشد بر حسب عدد موج در β_D های مختلف برای جابجایی سیال نیوتنی توسط سیال ویسکوالاستیک اولدرویید-بی در محیط همگن و ناهمسانگرد ($t_0 = 0.5, \beta_K = 0$)، $(\alpha_D = 0.9$ و $\alpha_K = 1)$ ۹۵

- شکل ۴-۱۴- منحنی نرخ رشد بر حسب عدد موج برای جابجایی سیال نیوتنی بوسیله سیال باریک- شونده در محیط همسانگرد. مقایسه نتایج مطالعه حاضر و نتایج عزیز و سینگ [۵۴] ($n = 0.5$) ، $\zeta = 5$ و $R = 2$) ۹۶
- شکل ۴-۱۵- منحنی نرخ رشد بر حسب عدد موج برای جریان نیوتنی در محیط با پراکندگی ناهمسانگرد وابسته به سرعت. مقایسه نتایج مطالعه حاضر و نتایج یورتسوس و زیبک [۱۹] ($t_0 = 0.5$) ، $\alpha = 0.1$ و $R = 5$) ۹۷
- شکل ۴-۱۶- منحنی نرخ رشد بر حسب عدد موج برای جریان نیوتنی در محیط با پراکندگی ناهمسانگرد وابسته به سرعت. مقایسه نتایج مطالعه حاضر و نتایج قسمت و عزیز [۳۷] ($t_0 = 0.5$) ، $\alpha = 0.1$ و $R = 3$) ۹۸
- ۴-۱۷- منحنی نرخ رشد بر حسب عدد موج در شاخص‌های توانی مختلف برای جابجایی سیال نیوتنی توسط سیال ویسکوالاستیک وایت-متزنر در محیط با تانسور پراکندگی ناهمسانگرد وابسته به سرعت ($t_0 = 0.5$ ، $\zeta = 0.5$ ، $L = 0.5$ و $\alpha = 0.5$) ۹۹
- شکل ۴-۱۸- منحنی نرخ رشد بر حسب عدد موج در شدت پراکندگی طولی مختلف (L) برای جابجایی سیال نیوتنی توسط سیال ویسکوالاستیک وایت-متزنر در محیط با تانسور پراکندگی ناهمسانگرد وابسته به سرعت ($t_0 = 0.5$ ، $\zeta = 0.5$ ، $n = 0.8$ و $\alpha = 0.5$) ۱۰۰
- شکل ۴-۱۹- منحنی نرخ رشد بر حسب عدد موج در نسبت پراکندگی‌های مختلف (α) برای جابجایی سیال نیوتنی توسط سیال ویسکوالاستیک وایت-متزنر در محیط با تانسور پراکندگی ناهمسانگرد وابسته به سرعت ($t_0 = 0.5$ ، $\zeta = 0.5$ ، $n = 0.8$ و $L = 0.5$) ۱۰۰
- شکل ۵-۱- کانتورهای غلظت در جابجایی سیال نیوتنی توسط سیال ویسکوالاستیک اولدروید-بی در محیطی همگن و همسانگرد (الف) $Wi_1 = 2$ (ب) $Wi_1 = 5$ (ج) $Wi_1 = 10$ در $\beta_1 = 0.1$ و $R = 3$ ۱۰۳

شکل ۵-۲- کانتورهای غلظت در جابجایی سیال نیوتنی توسط سیال ویسکوالاستیک اولدریوید-بی در

محیطی همگن و همسانگرد در $Wi_1 = 2$ ، $\beta_1 = 0.1$ ، $R = 3$ و $A = 1$ ۱۰۵

شکل ۵-۳- کانتورهای غلظت در جابجایی سیال نیوتنی توسط سیال ویسکوالاستیک اولدریوید-بی در

محیطی همگن و همسانگرد در $Wi_1 = 2$ ، $\beta_1 = 0.1$ ، $R = 3$ و $A = 4$ ۱۰۵

شکل ۵-۴- کانتورهای غلظت در جابجایی سیال نیوتنی توسط سیال ویسکوالاستیک اولدریوید-بی در

محیطی همگن و ناهمسانگرد (الف) $\alpha_K = 1$. (ب) $\alpha_K = 1$. (ج) $\alpha_K = 1$.

..... $(\beta_K = \beta_D = 0, \alpha_D = 1)$ ۱۰۷

شکل ۵-۵- کانتورهای غلظت در جابجایی سیال نیوتنی توسط سیال ویسکوالاستیک اولدریوید-بی در

محیطی همگن و ناهمسانگرد (الف) $\alpha_D = 0$. (ب) $\alpha_D = 0$. (ج) $\alpha_D = 0$.

..... $(\beta_K = \beta_D = 0, \alpha_K = 1)$ ۱۰۹

شکل ۵-۶- کانتورهای غلظت در جابجایی سیال نیوتنی توسط سیال ویسکوالاستیک اولدریوید-بی در

محیطی همگن و ناهمسانگرد (الف) $\beta_D = \pi/6$ (ب) $\beta_D = \pi/3$ (ج) $\beta_D = \pi/2$

..... $(\beta_K = 0, \alpha_K = 1, \alpha_D = 0.75)$ ۱۱۰

شکل ۵-۷- کانتورهای غلظت در جابجایی سیال نیوتنی توسط سیال ویسکوالاستیک وایت-متزرنر)

..... $(\zeta = 0.5$ و $n = 0.8$ در محیطی با ناهمسانگردی وابسته به سرعت $(L = 0.1$ و $\alpha = 0.5)$ ۱۱۱

شکل ۵-۸- کانتورهای غلظت در جابجایی سیال نیوتنی توسط سیال ویسکوالاستیک وایت-متزرنر)

..... $(\zeta = 0.5$ و $n = 0.8$ در محیطی با ناهمسانگردی وابسته به سرعت $(L = 0.5$ و $\alpha = 0.5)$ ۱۱۲

شکل ۵-۹- کانتورهای غلظت در جابجایی سیال نیوتنی توسط سیال ویسکوالاستیک وایت-متزرنر)

..... $(\zeta = 0.5$ و $n = 0.8$ در محیطی با ناهمسانگردی وابسته به سرعت $(L = 0.5$ و $\alpha = 0.3)$ ۱۱۳

شکل ۵-۱۰- کانتورهای غلظت در جابجایی سیال نیوتنی توسط سیال ویسکوالاستیک وایت-متزرنر)

..... $(\zeta = 0.5$ و $n = 0.8$ در محیطی با ناهمسانگردی وابسته به سرعت $(L = 0.5$ و $\alpha = 0.1)$ ۱۱۴

شکل ۵-۱۱- کانتورهای غلظت در جابجایی سیال نیوتنی توسط سیال ویسکوالاستیک وایت-متزنر)

$R = 2.5$ و $\zeta = 0.5$) در محیطی همگن در (الف) $n = 0.7$ ، (ب) $n = 0.8$ و (ج) $n = 0.9$ ۱۱۵

شکل ۵-۱۲- کانتورهای غلظت در جابجایی سیال نیوتنی توسط سیال ویسکوالاستیک وایت-متزنر)

$n = 0.8$ و $\zeta = 0.5$) در محیطی لایه‌ای با $s = 0.01$ و (الف) $q = 3$ ، (ب) $q = 7$ و (ج) $q = 9$ ۱۱۸

شکل ۵-۱۳- کانتورهای غلظت در جابجایی سیال نیوتنی توسط سیال ویسکوالاستیک وایت-متزنر)

$n = 0.8$ و $\zeta = 0.5$) در محیطی لایه‌ای با $q = 9$ و (الف) $s = 0.1$ ، (ب) $s = 0.2$ و (ج) $s = 0.3$ ۱۱۹

شکل ۵-۱۴- کانتورهای غلظت در جابجایی سیال نیوتنی توسط سیال ویسکوالاستیک وایت-متزنر)

$n = 0.8$ و $\zeta = 0.5$) در محیطی لایه‌ای ($q = 5$ و $s = 0.01$) در (الف) $R = 2$ (ب) $R = 2.5$ (ج)

$R = 3$ ۱۲۱

شکل ۵-۱۵- کانتورهای غلظت در جابجایی سیال نیوتنی توسط سیال ویسکوالاستیک وایت-متزنر)

$n = 0.8$ و $R = 2.5$) در محیطی لایه‌ای ($q = 9$ و $s = 0.01$) در (الف) $\zeta = 1$ (ب) $\zeta = 2$ (ج) $\zeta = 4$

..... ۱۲۲

شکل ۵-۱۶- کانتورهای غلظت در جابجایی سیال نیوتنی توسط سیال ویسکوالاستیک وایت-متزنر)

$n = 0.8$ ، $\zeta = 0.5$ و $R = 2.5$) در محیطی شطرنجی $q = 3$ ، $s = 0.01$ و (الف) $a = 3$ ، (ب) $a = 5$ و

(ج) $a = 9$ ۱۲۳

شکل ۵-۱۷- کانتورهای غلظت در جابجایی سیال نیوتنی توسط سیال ویسکوالاستیک گزیکس)

$Wi_1 = 2$ و $R = 3$) در (الف) $\alpha_G = 0.01$ (ب) $\alpha_G = 0.1$ (ج) $\alpha_G = 0.2$ ۱۲۵

شکل ۵-۱۸- منحنی میانگین غلظت عرضی در جابجایی سیال نیوتنی توسط سیال اولدریوید-بی در

محیطی همگن و همسانگرد ($Wi_1 = 5$ ، $\beta_1 = 0.1$ و $R = 3$) ۱۲۶

شکل ۵-۱۹- منحنی میانگین غلظت عرضی در جابجایی سیال نیوتنی توسط سیال اولدریوید-بی در

محیطی همگن و همسانگرد و در مقادیر مختلف Wi_1 ($\beta_1 = 0.1$ و $R = 3$) ۱۲۷

- شکل ۵-۲۰- منحنی میانگین غلظت عرضی در جابجایی سیال نیوتنی توسط سیال اولدروید-بی در محیطی همگن و ناهمسانگرد و در مقادیر مختلف α_K ($\alpha_D = 1$ و $\beta_K = \beta_D = 0$)..... ۱۲۸
- شکل ۵-۲۱- منحنی میانگین غلظت عرضی در جابجایی سیال نیوتنی توسط سیال اولدروید-بی در محیطی همگن و ناهمسانگرد و در مقادیر مختلف α_D ($\alpha_K = 1$ و $\beta_K = \beta_D = 0$)..... ۱۲۸
- شکل ۵-۲۲- منحنی میانگین غلظت عرضی در جابجایی سیال نیوتنی توسط سیال وایت-متزرن در محیطی ناهمگن ($s = 0.01$ و $q = 9$)..... ۱۲۹
- شکل ۵-۲۳- منحنی میانگین غلظت عرضی در جابجایی سیال نیوتنی توسط سیال وایت-متزرن در محیطی ناهمگن ($s = 0.3$ و $q = 9$)..... ۱۳۰
- شکل ۵-۲۴- منحنی میانگین غلظت عرضی در جابجایی سیال نیوتنی توسط سیال گزیکس در α_G های مختلف ($R = 3$ ، $Wi_1 = 2$ و $t = 550$)..... ۱۳۰
- شکل ۵-۲۵- منحنی طول اختلاط در جابجایی سیال نیوتنی توسط سیال اولدروید-بی در محیطی همگن و همسانگرد و در مقادیر مختلف R ($\beta_1 = 0.1$ و $Wi_1 = 1.5$)..... ۱۳۲
- شکل ۵-۲۶- منحنی طول اختلاط در جابجایی سیال نیوتنی توسط سیال اولدروید-بی در محیطی همگن و همسانگرد و در مقادیر مختلف Wi_1 ($\beta_1 = 0.1$ و $R = 3$)..... ۱۳۳
- شکل ۵-۲۷- منحنی طول اختلاط در جابجایی سیال نیوتنی توسط سیال اولدروید-بی در محیطی همگن و ناهمسانگرد و در مقادیر مختلف α_K ($\alpha_D = 1$ و $\beta_K = \beta_D = 0$)..... ۱۳۴
- شکل ۵-۲۸- منحنی طول اختلاط در جابجایی سیال نیوتنی توسط سیال اولدروید-بی در محیطی همگن و ناهمسانگرد و در مقادیر مختلف α_D ($\alpha_K = 1$ و $\beta_K = \beta_D = 0$)..... ۱۳۴
- شکل ۵-۲۹- منحنی طول اختلاط در جابجایی سیال نیوتنی توسط سیال اولدروید-بی در محیطی همگن و ناهمسانگرد و در مقادیر مختلف β_D ($\alpha_D = 0.75$ ، $\alpha_K = 1$ و $\beta_K = 0$)..... ۱۳۵

شکل ۵-۳۰- منحنی طول اختلاط در جابجایی سیال نیوتنی توسط سیال اولدر وید-بی در محیطی همگن و ناهمسانگرد و در مقادیر مختلف β_K ($\alpha_K = 1.1$, $\alpha_D = 1$ و $\beta_D = 0$) ۱۳۵

شکل ۵-۳۱- منحنی طول اختلاط در جابجایی سیال نیوتنی توسط سیال وایت-متزنر در محیطی با تانسور پراکندگی وابسته به سرعت و در مقادیر مختلف n ($W_{i10} = 2$, $\beta_1 = 0.1$, $\zeta = 0.5$ ، $L = 0.5$ و $\alpha = 0.5$) ۱۳۶

شکل ۵-۳۲- منحنی طول اختلاط در جابجایی سیال نیوتنی توسط سیال وایت-متزنر در محیطی با تانسور پراکندگی وابسته به سرعت و در مقادیر مختلف ζ ($W_{i10} = 2$, $\beta_1 = 0.1$, $n = 0.8$ ، $L = 0.5$ و $\alpha = 0.5$) ۱۳۷

شکل ۵-۳۳- منحنی طول اختلاط در جابجایی سیال نیوتنی توسط سیال وایت-متزنر در محیطی با تانسور پراکندگی وابسته به سرعت و در مقادیر مختلف L ($W_{i10} = 2$, $\beta_1 = 0.1$, $n = 0.8$ ، $\zeta = 0.5$ و $\alpha = 0.5$) ۱۳۷

شکل ۵-۳۴- منحنی طول اختلاط در جابجایی سیال نیوتنی توسط سیال وایت-متزنر در محیطی با تانسور پراکندگی وابسته به سرعت و در مقادیر مختلف α ($W_{i10} = 2$, $\beta_1 = 0.1$, $n = 0.7$ ، $\zeta = 0.5$ و $L = 0.5$) ۱۳۸

شکل ۵-۳۵- منحنی طول اختلاط در جابجایی سیال نیوتنی توسط سیال وایت-متزنر در محیطی ناهمگن لایه‌ای در مقادیر مختلف n ($W_{i10} = 2$, $\beta_1 = 0.1$, $q = 9$, $s = 0.01$, $\zeta = 0.5$ و $R = 2.5$) ۱۳۹

شکل ۵-۳۶- منحنی طول اختلاط در جابجایی سیال نیوتنی توسط سیال وایت-متزنر در محیطی ناهمگن لایه‌ای در مقادیر مختلف ζ ($W_{i10} = 2$, $\beta_1 = 0.1$, $q = 9$, $s = 0.01$, $n = 0.8$ و $R = 2.5$) ۱۳۹

شکل ۵-۳۷- منحنی طول اختلاط در جابجایی سیال نیوتنی توسط سیال وایت-متزرنر در محیطی ناهمگن لایه‌ای در مقادیر مختلف q ($s=0.01$ ، $W_{i10}=2$ ، $\beta_1=0.1$ ، $n=0.8$ ، $\zeta=0.5$ و $R=2.5$)..... ۱۴۰

شکل ۵-۳۸- منحنی طول اختلاط در جابجایی سیال نیوتنی توسط سیال وایت-متزرنر در محیطی ناهمگن لایه‌ای در مقادیر مختلف s ($q=9$ ، $W_{i10}=2$ ، $\beta_1=0.1$ ، $n=0.8$ ، $\zeta=0.5$ و $R=2.5$)..... ۱۴۱

شکل ۵-۳۹- منحنی طول اختلاط در جابجایی سیال نیوتنی توسط سیال وایت-متزرنر در محیطی ناهمگن شطرنجی در مقادیر مختلف a ($q=5$ ، $s=0.1$ ، $W_{i10}=2$ ، $\beta_1=0.1$ ، $n=0.8$ ، $\zeta=0.5$ و $R=2.5$)..... ۱۴۲

شکل ۵-۴۰- منحنی طول اختلاط در جابجایی سیال نیوتنی توسط سیال گزیکس در محیطی همگن و همسانگرد در مقادیر مختلف α_G ($R=3$ ، $W_{i1}=2$)..... ۱۴۲

شکل ۵-۴۱- منحنی بازده جاروبی در جابجایی سیال نیوتنی توسط سیال اولدروید-بی در محیطی همگن و همسانگرد و در مقادیر مختلف R ($\beta_1=0.1$ و $W_{i1}=1.5$)..... ۱۴۴

شکل ۵-۴۲- منحنی بازده جاروبی در جابجایی سیال نیوتنی توسط سیال اولدروید-بی در محیطی همگن و همسانگرد و در مقادیر مختلف W_{i1} ($\beta_1=0.1$ و $R=3$)..... ۱۴۴

شکل ۵-۴۳- منحنی بازده جاروبی در جابجایی سیال نیوتنی توسط سیال اولدروید-بی در محیطی همگن و ناهمسانگرد و در مقادیر مختلف α_K ($\alpha_D=1$ و $\beta_K=\beta_D=0$)..... ۱۴۶

شکل ۵-۴۴- منحنی بازده جاروبی در جابجایی سیال نیوتنی توسط سیال اولدروید-بی در محیطی همگن و ناهمسانگرد و در مقادیر مختلف α_D ($\alpha_K=1$ و $\beta_K=\beta_D=0$)..... ۱۴۶

شکل ۵-۴۵- منحنی بازده جاروبی در جابجایی سیال نیوتنی توسط سیال اولدروید-بی در محیطی همگن و ناهمسانگرد و در مقادیر مختلف β_D ($\alpha_D=0.75$ ، $\alpha_K=1$ و $\beta_K=0$)..... ۱۴۷

شکل ۴۶-۵- منحنی بازده جاروبی در جابجایی سیال نیوتنی توسط سیال اولدروید-بی در محیطی همگن و ناهمسانگرد و در مقادیر مختلف β_K ($\alpha_K = 1.1$ ، $\alpha_D = 1$ و $\beta_D = 0$)..... ۱۴۷

شکل ۴۷-۵- منحنی بازده جاروبی در جابجایی سیال نیوتنی توسط سیال وایت-متزنر در محیطی با تانسور پراکندگی وابسته به سرعت و در مقادیر مختلف α ($Wi_{10} = 2$ ، $\beta_1 = 0.1$ ، $n = 0.7$ ، $\zeta = 0.5$ و $L = 0.5$)..... ۱۴۸

شکل ۴۸-۵- منحنی بازده جاروبی در جابجایی سیال نیوتنی توسط سیال وایت-متزنر در محیطی ناهمگن لایه‌ای در مقادیر مختلف n ($Wi_{10} = 2$ ، $\beta_1 = 0.1$ ، $q = 9$ ، $s = 0.01$ ، $\zeta = 0.5$ و $R = 2.5$)..... ۱۴۹

شکل ۴۹-۵- منحنی بازده جاروبی در جابجایی سیال نیوتنی توسط سیال وایت-متزنر در محیطی ناهمگن لایه‌ای در مقادیر مختلف ζ ($Wi_{10} = 2$ ، $\beta_1 = 0.1$ ، $q = 9$ ، $s = 0.01$ ، $n = 0.8$ و $R = 2.5$)..... ۱۴۹

شکل ۵۰-۵- منحنی بازده جاروبی در جابجایی سیال نیوتنی توسط سیال وایت-متزنر در محیطی ناهمگن لایه‌ای در مقادیر مختلف q ($Wi_{10} = 2$ ، $s = 0.01$ ، $\beta_1 = 0.1$ ، $n = 0.8$ ، $\zeta = 0.5$ و $R = 2.5$)..... ۱۵۰

شکل ۵۱-۵- منحنی بازده جاروبی در جابجایی سیال نیوتنی توسط سیال وایت-متزنر در محیطی ناهمگن لایه‌ای در مقادیر مختلف s ($Wi_{10} = 2$ ، $q = 9$ ، $\beta_1 = 0.1$ ، $n = 0.8$ ، $\zeta = 0.5$ و $R = 2.5$)..... (۱۵۱

شکل ۵۲-۵- منحنی تغییرات زمان دستیابی نسبت به واریانس نفوذپذیری در محیط لایه‌ای با $R=2.5$ و $\zeta = 0.5$ ، $n = 0.8$ ، $q = 9$ ۱۵۲

شکل ۵۳-۵- منحنی تغییرات بازده دستیابی نسبت به واریانس نفوذپذیری در محیط لایه‌ای با $R=2.5$ و $\zeta = 0.5$ ، $n = 0.8$ ، $q = 9$ ۱۵۲

شکل ۵-۵۴- منحنی بازده جاروبی در جابجایی سیال نیوتنی توسط سیال گزیکس در محیطی همگن و همسانگرد در مقادیر مختلف α_G ($Wi_1 = 2$, $R = 3$)..... ۱۵۳

شکل الف-۱: نمائی از ساختار شیمیایی پلیمر زانتان [۱۰۶]..... ۱۶۷

شکل الف-۲: نمائی از ساختار شیمیایی پلیمرهای PAM و HPAM [۱۰۷]..... ۱۶۹

شکل الف-۳: تاثیر غلظت صمغ زانتان بر ویسکوزیته برشی محلول پلیمری در دمای ۲۵ درجه سانتی گراد [۱۰۹]..... ۱۷۱

شکل الف-۴: تغییرات ویسکوزیته و اختلاف تنش نرمال اول با نرخ برش برای محلول پلی ایزوبوتن- پلی بوتن ۰/۳۱٪ [۱۱۲ و ۱۱۳]..... ۱۷۲

فهرست علائم:

نسبت طول به عرض سلول هل-شاو	$A = L_x / W$
فرکانس لایه‌ها در جهت x در محیط ناهمگن	a
ضریب پراکندگی در جهت طولی در محیط با پراکندگی ناهمسانگرد وابسته به سرعت (m)	a_L
ضریب پراکندگی در جهت عرضی در محیط با پراکندگی ناهمسانگرد وابسته به سرعت (m)	a_T
عمق سلول هل-شاو (m)	b
غلظت	c
پراکندگی ($m^2 s^{-1}$)	D
نفوذپذیری (m^2)	K
شدت پراکندگی طولی	$L = a_L U / (D_0 + a_L U)$

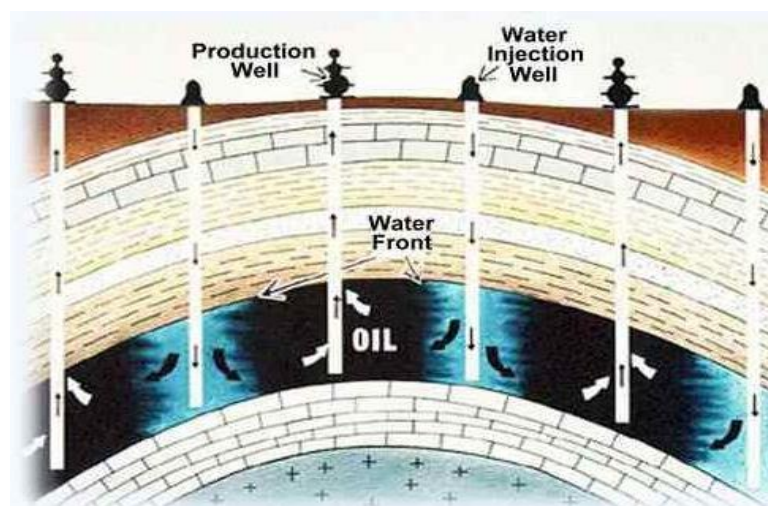
طول سلول هل-شاو (m)	L_x
شاخص توانی	n
فشار ($\text{kgm}^{-1}\text{s}^{-2}$)	P
عدد پکلت	$Pe = L_x U / D$
فرکانس لایه‌ها در جهت y در محیط ناهمگن	q
لگاریتم نسبت ویسکوزیته‌ها	$R = \ln(\eta_2 / \eta_1)$
لگاریتم نسبت ثابت‌های زمانی	$R' = \ln(\lambda_2 / \lambda_1)$
لگاریتم نسبت سهم پلیمری ویسکوزیته کل	$R'' = \ln(\beta_2 / \beta_1)$
واریانس نفوذپذیری در محیط ناهمگن	s
زمان (s)	t
مولفه سرعت در جهت x (ms^{-1})	u
مولفه سرعت در جهت y (ms^{-1})	v
عرض سلول هل-شاو (m)	W
عدد وایزنبرگ	$Wi = \lambda U^2 / D$
نسبت پراکندگی در محیط با پراکندگی ناهمسانگرد وابسته به سرعت	$\alpha = a_T / a_L$
نسبت پراکندگی در جهت عمود بر جریان به جهت جریان	$\alpha_D = D_{22} / D_{11}$
فاکتور تحرک در مدل گزیکس	α_G
نسبت نفوذپذیری در جهت عمود بر جریان به جهت جریان	$\alpha_K = K_{11} / K_{22}$
نسبت ویسکوزیته پلیمری به ویسکوزیته کل محلول	$\beta = \eta_p / \eta$

زاویه انحراف تانسور پراکندگی	β_D
زاویه انحراف تانسور نفوذپذیری	β_K
نرخ برش تعمیم یافته (s^{-1})	$\dot{\gamma}$
ثابت زمانی مدل کاریو (s)	ζ
ویسکوزیته (pa.s)	η
ویسکوزیته پلیمری محلول (pa.s)	η_p
سهم ویسکوزیته حلال در محلول (pa.s)	η_s
ویسکوزیته در نرخ برش صفر (pa.s)	η_0
ویسکوزیته در نرخ برش بی نهایت (pa.s)	η_∞
ثابت زمانی تأخیر (s)	θ
ثابت زمانی رهایی از تنش (s)	λ
ثابت زمانی رهایی از تنش در نرخ برش صفر (s)	λ_0
ثابت زمانی رهایی از تنش در نرخ برش بی نهایت (s)	λ_∞
چگالی (kgm^{-3})	ρ
تنش (pa)	$\bar{\tau}$
سهم پلیمری تنش (pa)	$\bar{\tau}_p$
سهم بخش حلال تنش (pa)	$\bar{\tau}_s$
تابع جریان	ψ
ورتیسیته	ω

فصل ١ - مقدمه

۱-۱ - مقدمه

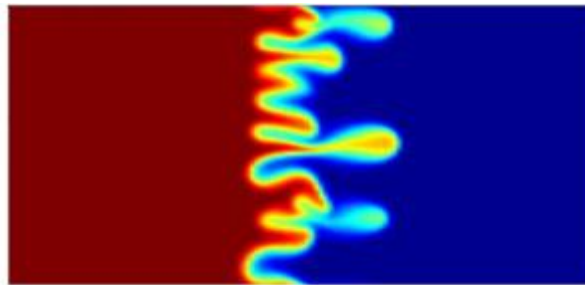
بررسی ناپایداری در جریان سیال از جمله مسائل مهم و کلاسیک در مکانیک سیالات محسوب می‌شود. در این میان ناپایداری انگشتی با توجه به کاربرد گسترده آن از مدت‌ها قبل توجه بسیاری را به خود جلب نموده است. بررسی تاریخی نشان می‌دهد که این توجه از دهه ۶۰ میلادی شدت بیشتری یافته است و علت آن را می‌توان پی بردن به تأثیر این پدیده در فرایند افزایش بازیابی نفت^۱ در این دوره دانست. با کاهش ذخایر نفت جهان، توجه به بهره‌وری حداکثری از مخازن موجود افزایش یافته است. در مرحله اولیه برداشت از یک مخزن نفتی، گاهی اوقات تنها می‌توان به ۱۰ درصد نفت موجود دست یافت [۱]. به منظور استخراج نفت باقی مانده در مخازن، سیال دیگری مانند آب از چاه‌های عمیقی که در کنار مخزن اصلی حفر شده است به درون آن پمپاژ می‌شود و بدین ترتیب، نفت باقی‌مانده در مخازن به خارج آن هدایت خواهد شد (شکل ۱-۱).



شکل ۱-۱ - نمایی از سیلاب‌زنی در فرایند ازدیاد برداشت نفت

¹ Enhanced Oil Recovery (EOR)

مشکل اصلی در این زمینه پیدایش ناپایداری انگشتی است. نمائی از این ناپایداری در شکل ۲-۱-۲ نمایش داده شده است.



شکل ۲-۱-۲- ناپایداری انگشتی لزج

هنگامی که سیال با ویسکوزیته کمتر به درون محیط متخلخلی که با سیال با ویسکوزیته بیشتر اشباع شده است تزریق می‌شود، سطح مشترک بین دو سیال به علت اختلاف ویسکوزیته موجود، ناپایدار خواهد شد و با گذشت زمان، طرح‌هایی به شکل انگشتی در سطح مشترک شکل خواهد گرفت. با نفوذ این انگشتی‌ها به درون مخزن اصلی عملاً بازیابی نفت، با وجود باقی‌ماندن حجم وسیعی از ذخیره مخزن (چیزی در حدود ۵۰ تا ۷۰ درصد [۱])، متوقف می‌شود. بنابراین ارائه راهکارهایی برای کنترل این ناپایداری ضروری به نظر می‌رسد. در سال ۱۹۶۴ پی^۱ [۲] نشان داد که افزودن مقدار کمی پلیمر قابل انحلال به آب می‌تواند نسبت تحرک آن را به مقدار قابل ملاحظه‌ای کاهش دهد، بنابراین پلیمرزنی به عنوان ابزاری کارآمد برای ازدیاد برداشت نفت مورد توجه قرار گرفت. به‌طوریکه در دهه ۸۰ میلادی بیش از ۲۰۰ پروژه در سراسر جهان برای افزایش بازیابی نفت از این روش استفاده نمودند [۳]. به طور معمول در صورت حل نمودن پلیمر در سیال نیوتنی، سیالی ویسکوالاستیک به دست خواهد آمد. سیال ویسکوالاستیک سیالی غیرنیوتنی با ویژگی‌های رفتاری مابین سیال و جامد است.

¹ pye

بنابراین در این پژوهش به شبیه‌سازی ناپایداری انگشتی در حضور سیال ویسکوالاستیک پرداخته شده است.

قابل ذکر است پدیده ناپایداری انگشتی علاوه بر فرایند ازدیاد برداشت نفت، در بخش گسترده‌ای از صنایع امروزی نیز کاربرد دارد. در علوم مربوط به بررسی پراکندگی آلودگی‌های زیست محیطی ناشی از مواد هیدروکربنی در مخازن و یا حتی سفره‌های آب زیرزمینی از خواص این ناپایداری به طور گسترده‌ای استفاده می‌شود. همچنین در مطالعات مربوط به علوم آزمایشگاهی و شیمی در بررسی آزمایش‌های مربوط به لوله‌های کروماتوگرافی^۱، ناپایداری انگشتی لزج به طور ویژه مورد مطالعه قرار می‌گیرد. از ستون‌های کروماتوگرافی برای جداسازی اجزای شیمیایی یک محلول استفاده می‌شود. بدین صورت که با عبور محلول از درون لوله‌ای متخلخل، اجزا محلول بر اساس خواص جذب سطحی متفاوتی که دارند، سرعت‌های متفاوتی در مسیر خروج پیدا می‌نمایند و بر همین اساس شناسایی می‌شوند. علاوه بر موارد ذکر شده این ناپایداری در پروژه‌های آب شناختی، مطالعه جریان آب‌های سطحی و زیرسطحی و فیلتراسیون مورد توجه قرار می‌گیرد.

در ادامه برخی اصطلاحات رایج در مطالعه ناپایداری انگشتی معرفی می‌شوند:

نفوذپذیری^۲: این پارامتر خاصیتی از محیط متخلخل می‌باشد که به سیال اجازه می‌دهد، بدون این که تأثیر شیمیایی و یا فیزیکی از محیط بپذیرد، از محیط متخلخل عبور نماید. هرچه مقدار این پارامتر برای یک محیط بیشتر باشد، عبور سیال از آن نیز آسان‌تر است. این پارامتر یک خاصیت محیط متخلخل است و از ویسکوزیته یا چگالی سیال مستقل می‌باشد.

قابلیت تحرک^۳: قابلیت تحرک یک سیال در محیط متخلخل، به صورت نسبت نفوذپذیری محیط به ویسکوزیته سیال تعریف می‌شود.

¹ Chromatography

² Permeability

³ Mobility

$$M = \frac{K}{\eta} \quad (1-2)$$

نسبت تحرک نیز برای دو سیال به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$MR = \frac{M_1}{M_2} = \frac{(K/\eta)_1}{(K/\eta)_2} \quad (2-2)$$

در این رابطه زیرنویس ۱ و ۲ به ترتیب مربوط به سیال جابجاکننده و سیال جابجاشونده می‌باشند. اگر این نسبت کوچک‌تر یا مساوی یک باشد، جابجایی پایدار و راندمان جاروبی^۱ ماکزیمم است ولی اگر این پارامتر مقادیری بزرگتر از یک داشته باشد، سیال با قابلیت تحرک بیشتر به صورت انگشتی درون سیال با قابلیت تحرک کمتر، نفوذ می‌نماید. به همین علت است که بجای تزریق آب در مخازن نفت برای استخراج آن، از محلول‌های پلیمری استفاده می‌شود. محلول‌های پلیمری ویسکوزیته بالاتر یا به عبارتی قابلیت تحرک کمتری نسبت به آب دارند، بنابراین جریان پایدارتر خواهد بود. برای محیط متخلخلی که نفوذپذیری آن ثابت باشد، نسبت تحرک به صورت ساده‌تر، نسبت ویسکوزیته‌ی سیال جابجاشونده به جابجاکننده می‌باشد. در بررسی ناپایداری انگشتی با استفاده از نسبت تحرک، پارامتری به صورت زیر تعریف می‌شود که برای گزارش نتایج بدست آمده از شبیه‌سازی‌ها از آن استفاده می‌شود.

$$R = \ln \frac{\eta_2}{\eta_1} \quad (3-2)$$

بازده جاروبی: حجم سیال جابجا شده در یک محیط متخلخل نسبت به حجم کل موجود از آن سیال در محیط متخلخل را بازده جاروبی می‌گویند. این بازده بنا به کاربردهای متفاوتی که دارد در چند نوع مختلف تعریف می‌شود که از جمله آن‌ها می‌توان به بازده جاروبی عمودی، بازده جاروبی سطحی و بازده جاروبی واقعی اشاره نمود. در صنایع مربوط به نفت و استخراج آن، این بازده به صورت نسبت حجم جاروب شده از مواد هیدروکربنی توسط یک سیال تزریقی به حجم کل از این مواد هیدروکربنی

¹ Sweep efficiency

موجود در مخزن تعریف می‌شود و معمولاً از آن به عنوان پارامتری که میزان بهره‌وری روش استخراجی را تعیین می‌کند، استفاده می‌شود.

۱-۲- مکانیزم ناپایداری انگشتی لزج

یک جابجایی مخلوط‌شدنی را در یک محیط متخلخل همگن که دارای نفوذپذیری ثابت K می‌باشد، در نظر بگیرید. در این جریان، سیالی با خواص ρ_2 و η_2 توسط سیال دیگری با خواص ρ_1 و η_1 جابجا می‌شود. نیروی فشار $(p_1 - p_2)$ وارد شده بر سیال جابجاشونده که ناشی از جابجایی سطح مشترک به اندازه‌ی δx می‌باشد به صورت زیر بیان می‌گردد:

$$(p_1 - p_2) = \left[\frac{(\eta_2 - \eta_1)U}{K} + (\rho_1 - \rho_2)g \right] \delta x \quad (۴-۲)$$

اگر نیروی خالص فشاری مثبت باشد، هر جابجایی کوچکی موجب تقویت ناپایداری می‌شود. بنابراین ترکیبی از اختلاف ویسکوزیته یا چگالی‌ها جریان را ناپایدار می‌نماید. با توجه به مثبت یا منفی بودن اختلاف ویسکوزیته و اختلاف چگالی، هر کدام می‌توانند عامل پایدارکننده یا ناپایدارکننده‌ی جریان باشند. به عنوان مثال جابجایی عمودی و رو به پایینی را در نظر بگیرید که در آن سیالی با ویسکوزیته و چگالی بیشتر توسط سیال دیگری با چگالی و ویسکوزیته کمتر جابجا می‌شود، بنابراین:

$$(\rho_1 - \rho_2) < 0 \quad ; (\eta_2 - \eta_1) > 0 \quad (۵-۲)$$

در این حالت ویسکوزیته عامل ناپایداری است در حالی که نیروی گرانش موجب پایداری می‌شود. در نتیجه‌ی این شرایط سرعت بحرانی که در آن جریان ناپایدار می‌شود به صورت زیر بدست می‌آید:

$$u_c = \frac{(\rho_2 - \rho_1)gK}{(\eta_2 - \eta_1)} \quad (۶-۲)$$

قابل ذکر است ناپایداری انگشتی لزج یا سافمن-تیلور^۱ به ناپایداری اطلاق می‌شود که به علت اختلاف ویسکوزیته ایجاد می‌گردد و هنگامی که اختلاف چگالی عامل ناپایداریست، به آن ناپایداری رایلی-

^۱ Saffman- Taylor

تیلور^۱ گفته می‌شود. هر چند این دو نوع ناپایداری از نظر ظاهر بسیار به هم شباهت دارند. در مطالعه حاضر، جابجایی جریان، افقی در نظر گرفته خواهد شد و از نیروی گرانش صرف نظر می‌شود. بنابراین ناپایداری تنها به دلیل اختلاف ویسکوزیته ایجاد می‌گردد. در ادامه مروری اجمالی بر مطالعات انجام شده روی ناپایداری انگشتی لزج صورت می‌گیرد.

۱-۳- تاریخچه

بررسی ناپایداری انگشتی از دیرباز توجه بسیاری را به خود جلب نموده است. این مطالعات شامل تحقیقات آزمایشگاهی و بررسی تحلیلی و عددی این پدیده است و به نوبه خود به بررسی سیالات نیوتنی و غیرنیوتنی، اختلاط پذیر و غیراختلاط پذیر و... تقسیم می‌شوند. در ادامه این فصل مروری اجمالی روی مطالعات انجام شده ارائه می‌شود. این مطالعات نشان می‌دهند علی‌رغم بررسی‌های متعدد در این زمینه (با توجه به کاربرد گسترده این ناپایداری) نیاز به بررسی‌های بیشتر جهت شناخت و کنترل آن همچنان وجود دارد.

به منظور بررسی بهتر، مطالعات به دو بخش کلی تقسیم خواهند شد. در بخش اول مرور مطالعات صورت گرفته در زمینه‌ی بررسی تحلیلی خطی و مدل‌سازی عددی ناپایداری انگشتی صورت می‌گیرد و سپس در بخش بعدی مطالعات آزمایشگاهی مورد بررسی قرار می‌گیرند. بررسی‌های تحلیلی خطی و عددی ناپایداری انگشتی نیز به نوبه خود به دو بخش مطالعات با موضوع سیال نیوتنی و بررسی‌های صورت گرفته با حضور سیالات غیرنیوتنی دسته‌بندی شده است. بخش مربوط به مطالعات آزمایشگاهی نیز شامل بررسی پدیده ناپایداری انگشتی و مطالعات صورت گرفته به طور خاص بر روی فرایند ازدیاد برداشت نفت خواهد بود.

¹ Rayleigh-Taylor instability

۱-۳-۱- بررسی تحلیل خطی و مدل سازی عددی ناپایداری انگشتی

• سیالات نیوتنی:

بررسی تحلیل خطی ناپایداری انگشتی لزج، نخستین بار در سال ۱۹۵۹ توسط چوک^۱ و همکارن [۴] صورت گرفت. در این مطالعه، ناپایداری خطی در جابجایی سیالات مخلوط‌نشدنی در محیط متخلخل مورد بررسی قرار گرفت و عدد موج‌های بحرانی در تشدید ناپایداری انگشتی ارائه شد. آن‌ها همچنین به ارائه نتایج آزمایشگاهی در سلول هل-شاو^۲ پرداختند. مقایسه نتایج، صحت بررسی‌های انجام شده را مورد تأیید قرار داد.

وودینگ^۳ [۵] یکی از معدود محققانی بود که پایداری حالت پایه وابسته به زمان را مورد مطالعه قرار داد. او با در نظر گرفتن یک مسئله مقدار اولیه و بیان نرخ رشد آشفتگی‌ها به صورت چندجمله‌ای هرمیت، به بررسی پایداری این پدیده پرداخت. تمرکز اصلی در این مطالعه بر روی اثر گرانش بود. در سال ۱۹۶۳، کووال^۴ [۶] مدلی یک بعدی برای شبیه‌سازی غیرخطی ناپایداری انگشتی لزج ارائه داد، این مدل با وجود تطابق با نتایج آزمایشگاهی قادر به توضیح مکانیزم‌های توسعه انگشتی‌ها نبود. در همان سال پیرین^۵ [۷] ثابت نمود که اثر پخش، نقشی مهم در جابجایی سیالات اختلاط‌پذیر دارد، هرچند بعدها تن و هومسی^۶ [۸] نشان دادند روش حل او برای بررسی ناپایداری خطی چندان درست نبود.

در سال ۱۹۶۵، اسچووالتر^۷ [۹] ناپایداری انگشتی تحت تأثیر تغییرات ویسکوزیته و چگالی را مورد مطالعه قرار داد. نتایج این مطالعه با در نظر گرفتن شار جرمی ثابت برای رسیدن به حالت پایه پایدار ارائه شد، بنابراین تنها برای مسائلی خاص معتبر است. در ادامه هلر^۸ [۱۰] با در نظر گرفتن

¹ Chouke

² Hele-Shaw

³ Wooding

⁴ Koval

⁵ Perrine

⁶ Tan & Homsy

⁷ Schowalter

⁸ Heller

جابجایی سیال اختلاط‌پذیر به یک معادله مقدار ویژه ناهمگن مرتبه دوم برای توصیف مسیر تکاملی اغتشاشات در ناپایداری خطی دست یافت.

در مطالعه انجام شده توسط پترز و فلوک^۱ [۱۱] بر روی جابجایی سیال اختلاط‌ناپذیر، اعداد بی- بعد مؤثر در شروع ناپایداری ارائه شد. سرانجام در سال ۱۹۸۶، تن و هومسی [۸] به صورت تئوری، نتایج جامع و کاملی را در مورد جابجایی‌های مخلوط‌شدنی در جریان مستقیم‌الخط ارائه دادند. این دو سپس در سال ۱۹۸۷ [۱۲]، جابجایی جریان‌های شعاعی را مورد بررسی قرار داده و نتایج خود را به صورت تابعی از نسبت تحرک و عدد پکلت ارائه نمودند. نتایج آنها نشان دهنده وجود عدد پکلت بحرانی برای شروع ناپایداری است. در این سال، جمع‌بندی کاملی از مطالعات انجام شده تا آن زمان توسط هومسی [۱۳] ارائه شد، در این مطالعه به مرور بیش از ۸۰ مقاله ارائه شده در زمینه ناپایداری انگشتی پرداخته شده و می‌تواند مرجعی مناسب برای علاقه‌مندان در این زمینه باشد.

در سال ۱۹۸۸، فایرز^۲ [۱۴]، با افزودن پارامترهای قابل تنظیم به مدل یک‌بعدی موجود به شبیه‌سازی غیرخطی ناپایداری انگشتی به صورت دوبعدی پرداخت. تا سال ۱۹۸۸، مطالعات انجام شده در زمینه رفتار غیرخطی انگشتی‌ها به کمک روش‌های عددی کم دقت در این زمینه (مانند روش تفاضل محدود [۱۵، ۱۶]) انجام می‌شد. در این سال، تن و هومسی [۱۷] با معرفی روش طیفی به مطالعه رفتار غیرخطی انگشتی‌های لزج در جابجایی سیال نیوتنی اختلاط‌پذیر پرداختند. نتایج آنها نشان داد با پیشروی زمانی، رفتار غیرخطی انگشتی‌ها اهمیت بیشتری می‌یابد. در این مطالعه به معرفی مکانیزم‌های مختلفی که انگشتی در حین پیشروی زمانی با آن درگیر هستند مانند انتشار^۳ و اثر پوششی^۴ پرداخته شده است. همچنین پدیده شکافتگی نوک انگشتی^۵ برای اولین بار در شبیه‌سازی آن‌ها مشاهده شد. این پدیده در شکل ۱-۳ نمایش داده شده است.

¹ Peters & Flock

² Fayers

³ Spreading

⁴ Shielding

⁵ Tip-splitting



شکل ۱-۳- پدیده شکافتگی نوک انگشتی [۱۷].

در همین سال، میبورگ^۱ و هومسی [۱۸] به شبیه‌سازی عددی جریان اختلاط‌ناپذیر در سلول هل-شاو پرداختند. مکانیزم‌های مختلفی چون انتشار، اثر پوششی و شکافتگی نوک انگشتی در این مطالعه مشاهده شد. همچنین مشاهده نمودند با کاهش کشش سطحی می‌توان به مکانیزم جدیدی از شکافتگی نوک انگشتی‌ها دست یافت، به طوریکه به جای دو شاخه شدن، نوک انگشتی سه شاخه خواهد شد.

یورتسوس^۲ و زیبک^۳ [۱۹] تئوری پایداری خطی را برای حالتی که تانسور پراکندگی ناهمسانگرد باشد، توسعه دادند. آن‌ها به طول موج کوچکی برای ناپایداری در زمان‌های کوتاه دست یافتند. چریستی^۴ [۲۰] روش تفاضل محدود را برای شبیه‌سازی جریان در محیط متخلخل توسعه داد. در مدل دوبعدی وی نفوذپذیری محیط متخلخل ناهمگن و پراکندگی محیط ناهمسانگرد در نظر گرفته شده بود. وی همچنین به بررسی اثر گرانش پرداخت. در ادامه زیمرمن^۵ و هومسی [۲۱] با در نظر گرفتن پراکندگی ناهمسانگرد به توسعه روش عددی تن و هومسی [۱۷] پرداختند. در این مطالعه پراکندگی به صورت تابعی از سرعت در نظر گرفته شده است. آن‌ها در شبیه‌سازی خود موفق به مشاهده مکانیزم بهم‌پیوستگی^۶ در نتیجه تعامل بین انگشتی‌ها شدند. آن‌ها در ادامه مطالعات خود دریافتند که مکانیزم بهم‌پیوستگی در صورت وجود عدد پکلت بالا در محیط همسانگرد نیز قابل

¹ Meiburg

² Yortsos

³ Zeybek

⁴ Christie

⁵ Zimmerman

⁶ Coalescence

مشاهده است [۲۲]. در ادامه زیمرمن و هومسی [۲۳] به شبیه‌سازی این پدیده به صورت سه‌بعدی اقدام نمودند. مطالعات آن‌ها مکانیزم جدیدی را برای حالت سه‌بعدی نشان نداد. بنابراین آن‌ها نتیجه گرفتند حالت دوبعدی کاملاً قادر به شبیه‌سازی تعاملات غیرخطی انگشتی‌ها می‌باشد.

بررسی این ناپایداری در محیط متخلخلی با نفوذپذیری ناهمگن نیز، توسط تن و هومسی [۲۴] انجام پذیرفت. علاوه بر این، منیکام^۱ و هومسی [۲۵] تاثیر غیریکنواختی منحنی ویسکوزیته در شبیه‌سازی غیرخطی جابجایی سیال اختلاط‌پذیر را در محیط متخلخل مورد بررسی قرار دادند. آن‌ها در این شبیه‌سازی متوجه شدند که عدم یکنواختی در منحنی ویسکوزیته می‌تواند منجر به بازگشت انگشتی‌ها به سمت سیال جابجاکننده شود.

در ادامه دی ویت^۲ و هومسی [۲۶ و ۲۷] به شبیه‌سازی ناپایداری انگشتی در محیط متخلخل با ناهمگنی پریودیک پرداختند. محیط متخلخل ناهمگن در نظر گرفته شده توسط آن‌ها به دو صورت لایه‌ای و شطرنجی است. در نتایج آن‌ها مهمترین تفاوت با محیط متخلخل همگن، امکان مشاهده رژیم جریان کانالیزه^۳ در محیط با ناهمگنی لایه‌ای است. در سیستم‌های شطرنجی، این رژیم جریان از طریق شکافته شدن نوک انگشتی‌ها در نتیجه تغییر فضایی محوری نفوذپذیری از بین می‌رود. آنها همچنین به مقایسه نتایج خود با مشاهدات آزمایشگاهی موجود پرداختند. کوتینهو و الوس^۴ [۲۸] با استفاده از روش المان محدود به شبیه‌سازی انگشتی‌های لزج غیرخطی در محیط متخلخل با پراکندگی ناهمسانگرد و منحنی ویسکوزیته غیریکنواخت پرداختند. نتایج آنها نشان می‌دهد این روش عددی قادر به شبیه‌سازی مکانیزم‌های توسعه انگشتی‌ها می‌باشد.

رویت^۵ و میبرگ [۲۹] به شبیه‌سازی عددی جریان اختلاط‌پذیر مستقیم‌الخط با در نظر گرفتن عامل گرانش در محیط متخلخل همگن پرداختند. در این مطالعه تأثیر اختلاف ویسکوزیته، چگالی،

¹ Manickam

² De wit

³ Channeling

⁴ Coutinho & Alvas

⁵ Ruit

عدد پکلت و نسبت ابعاد بر روی شکل‌گیری انگشتی‌ها به طور کامل مورد بررسی قرار گرفت. در ادامه کامپی^۱ و همکاران [۳۰] این مسئله را برای محیط متخلخل ناهمسانگرد مورد مطالعه قرار دادند. مشاهده شد که با افزایش ناهمسانگردی مکانیزم زبانه‌گرانش^۲ که قبلاً در محیط همسانگرد نیز مشاهده شد به مکانیزم کانالیزه تبدیل خواهد شد.

کاسادمونت^۳ و همکاران [۳۱] به بررسی اثر کشش سطحی در پدیده ناپایداری انگشتی پرداختند. ژان^۴ و یورتسوس [۳۲] به طور خاص اثر گرانش را بر روی انگشتی‌ها مورد مطالعه قرار دادند. کانگ^۵ و همکاران [۳۳] از روش شبکه بولتزن برای شبیه‌سازی انگشتی‌ها در جریان اختلاط‌ناپذیر استفاده نمودند.

ریاز^۶ و همکاران [۳۴] جریان اختلاط‌پذیر در سلول هل-شاو شعاعی را مورد آنالیز پایداری قرار دادند. در شبیه‌سازی آن‌ها، پراکندگی تابع سرعت و نفوذپذیری تابع غلظت در نظر گرفته شد. همانطور که انتظار میرفت در اعداد پکلت بالا، پراکندگی بر نفوذپذیری غلبه خواهد نمود اما با گذشت زمان و کاهش شعاعی مقدار سرعت، از اهمیت پراکندگی کاسته خواهد شد و در نتیجه نرخ رشد به حالتی که فقط نفوذپذیری مولکولی وجود خواهد داشت نزدیک می‌شود.

گویال^۷ و میبورگ [۳۵] به کمک آنالیز پایداری خطی به بررسی تأثیر اختلاف ویسکوزیته در جابجایی سیالات اختلاط‌پذیر با چگالی متفاوت در سلول هل-شاو قائم پرداختند.

از میان مطالعات انجام شده در سال‌های اخیر در این زمینه می‌توان به مطالعه میشر^۸ و همکاران [۳۶] اشاره نمود. آن‌ها با در نظر گرفتن جذب سطحی خطی برای محیط متخلخل به بررسی رفتار این ناپایداری در لوله‌های کروماتوگرافی پرداختند و مشاهده نمودند که با افزایش این پارامتر، جریانی

¹ Camhi

² Gravity tongue

³ Casademunt

⁴ Zhan

⁵ Kang.

⁶ Riaz

⁷ Goyal

⁸ Mishra

پایداری در جابجایی‌های مخلوط‌شدنی خواهند داشت. قسمت و عزایز [۳۷] به مطالعه تاثیر ناهمسانگردی تانسور پراکندگی بر روی انگشتی‌های لزج در جابجایی سیال اختلاط‌پذیر در محیط متخلخل همگن با استفاده از آنالیز پایداری خطی و شبیه‌سازی غیرخطی پرداختند. برای این منظور تانسور پراکندگی تابعی از سرعت در جهت x و y در نظر گرفته شد. نتایج آنها نشان داد که هنگامی که نسبت پراکندگی عرضی به طولی کاهش یابد، الگوی انگشتی‌ها پیچیده‌تر خواهد شد.

اسلام و عزایز [۳۸ و ۳۹] با استفاده از آنالیز پایداری خطی و روش طیفی تبدیل هارتلی به بررسی اثر گرادیان دما بر روی انگشتی‌های لزج پرداختند. برای این منظور از پارامترهای تحت عنوان نسبت تحرک دمایی $\beta_T = \ln(\eta_{T2}/\eta_{T1})$ ، نسبت تحرک غلظت $\beta_C = \ln(\eta_2/\eta_1)$ و ضریب تأخیر دمایی (λ) که نشان‌دهنده سرعت جبهه دمایی به جبهه غلظت است به همراه عدد لوئیس، بهره برده‌اند. نتایج نشان می‌دهد هنگامی که β_C و β_T هر دو مقداری مثبت باشند در عدد لوئیس و λ برابر یک، ناپایداری نسبت به حالتی که گرادیان دما وجود ندارد، افزایش می‌یابد. در واقع در این حالت دو جبهه بر روی هم اثر کرده و جبهه دما ناپایداری جبهه غلظت را تشدید می‌نماید. در این عدد لوئیس با کم شدن λ ، فاصله دو جبهه از هم بیشتر شده و ناپایداری کاهش می‌یابد. همچنین با زیاد شدن عدد لوئیس، از تأثیر ضریب تأخیر دمایی کاسته می‌شود. اگر β_T مقداری منفی باشد، عامل گرادیان دما تأثیر پایداری‌کننده خواهد داشت.

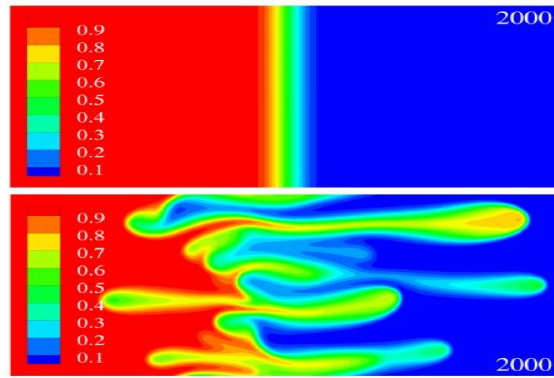
الیوریا^۱ و میبورگ [۴۰] به تحلیل جابجایی اختلاط‌پذیر در سلول هل-شاو بر اساس شبیه‌سازی ناویر-استوکس سه‌بعدی پرداختند. بررسی تأثیر عدد پکلت و نسبت ویسکوزیته بر ساختار انگشتی‌ها از جمله اهداف این پژوهش محسوب می‌شود. شبیه‌سازی‌ها نشان دهنده افزایش سرعت نوک انگشتی با افزایش عدد پکلت و نسبت ویسکوزیته است. همچنین مکانیزم شکافتگی داخلی^۲ برای اولین بار در این مطالعه گزارش شده است. در این مطالعه ملاحظه می‌شود که نقش عدد پکلت در جریان اختلاط-پذیر کاملاً مشابه نقش عدد موینگی در جریان اختلاط‌ناپذیر نیست. اگرچه با افزایش عدد پکلت

¹ Oliveria

² Inner splitting

مانند افزایش عدد مویبگی، سرعت نوک انگشتی‌ها افزایش می‌یابد. با این وجود مشاهده انگشتی‌های پهن‌تر در عدد پکلت بالا کاملاً متضاد با ظهور انگشتی‌های باریک‌تر با افزایش عدد مویبگی است. همچنین در حالی که عدد پکلت بالاتر پدیده شکافتگی داخلی را به تأخیر می‌اندازد، افزایش عدد مویبگی شکافتگی نوک انگشتی‌ها را تقویت می‌نماید.

در ادامه عزایز و سجادی [۴۱] به بررسی ناپایداری در جابجایی سیالات اختلاط‌پذیر در محیط متخلخل هنگامی که ویسکوزیته تحت تأثیر دو عامل متفاوت (مانند غلظت و دما یا هر عامل دیگری) قرار دارد پرداختند. نتایج شامل دیاگرام‌های پایداری برحسب پارامترهای نسبت تحرک دو عامل تأثیرگذار می‌باشد. در مطالعه دیگری سجادی و عزایز [۴۲] تأثیر انتقال حرارت بین دو سیال و سیال با محیط متخلخل را بر روی ناپایداری انگشتی مورد بررسی قرار دادند. نتایج به صورت بازده جاروبی و کانتورهای غلظت و دما ارائه شد. شکل ۱-۴ نشان‌دهنده حالتی است که سیال سرد با ویسکوزیته کمتر سیال گرم با ویسکوزیته بیشتر را جابجا می‌نماید. در این حالت گرادیان دما در جهت پایداری و گرادیان غلظت عامل ناپایدارکننده است. در شکل قرار گرفته در بالا، عامل پایدارکننده دما بر عامل ناپایداری غلبه نموده است. با کم شدن ضریب تأخیر دمایی (λ) دو جبهه غلظت و دما از هم فاصله می‌گیرد و از تأثیر جبهه پایدار دما بر روی جبهه ناپایدار غلظت کاسته می‌شود، بنابراین انگشتی‌ها شکل خواهند گرفت.



شکل ۱-۴- کانتورهای غلظت در پکلت ۲۰۰۰ در $\beta_C = 2, \beta_T = -3$

شکل بالا: $\lambda = 1$ شکل پایین: $\lambda = 0.5$ [۴۲]

نوروزی و شوقی [۴۳] اثر ناهمسانگردی بر روی ناپایداری انگشتی در جابجایی اختلاط‌پذیر را با استفاده از آنالیز پایداری و شبیه‌سازی غیرخطی مورد مطالعه قرار دادند. نتایج آن‌ها نشان‌دهنده افزایش ناپایداری در نتیجه‌ی افزایش نرخ پراکندگی و کاهش نرخ نفوذپذیری است. همچنین افزایش زاویه ناهمسانگردی تانسور نفوذپذیری، افزایش ناپایداری و افزایش زاویه ناهمسانگردی تانسور پراکندگی، کاهش ناپایداری را در پی خواهد داشت.

پرامانیک^۱ و میشرا [۴۴] به شبیه‌سازی ناپایداری انگشتی لزج اختلاط‌پذیر در حضور تنش‌های کورتوگ^۲ با کمک روش طیفی فوریه پرداختند. در چنین تنش‌های غیرمتعارفی، در صورت وجود شیب غلظت، گرادیان دما یا چگالی در سیستم‌های اختلاط‌پذیر ظاهر خواهد شد. نتایج آن‌ها نشان می‌دهد وجود تنش‌های کورتوگ مانند کشش سطحی با کاهش سطح نوک انگشتی‌ها مانع از ایجاد پدیده شکافتگی نوک انگشتی‌ها خواهد شد. همچنین در شروع ناپایداری تعداد انگشتی‌ها کمتر از حالتی خواهد بود که این تنش‌ها حضور ندارند.

¹ Pramanik

² Korteweg stress

یوان^۱ و همکاران [۴۵] به بررسی تاثیر تانسور پراکندگی وابسته به غلظت بر روی جابجایی اختلاط‌پذیر در محیط همگن پرداختند. نتایج آن‌ها نشان‌دهنده ساختار کاملاً متفاوت انگشتی‌ها در این حالت نسبت به حالتی است که پراکندگی ثابت در نظر گرفته شود.

• سیالات غیرنیوتنی:

مطالعات انجام شده روی پدیده ناپایداری انگشتی در حضور سیال غیرنیوتنی به مراتب کمتر از سیال نیوتنی است. از طرفی بیشتر مطالعات در این زمینه شامل مشاهدات آزمایشگاهی است.

در سال ۱۹۷۹، مک‌دونالد^۲ [۴۶] روشی عددی برای شبیه‌سازی جریان سیال قانون توانی^۳ در سلول هل-شاو شعاعی ارائه داد. همچنین پاسکال^۴ [۴۷] روشی تحلیلی برای جریان ناپایداری از سیال قانون توانی در محیط متخلخل ارائه نمود که در آن به ارائه تأثیر رئولوژیکی سیال بر نرخ جریان و فشار پرداخت. وی گروهی از اعداد بی‌بعد جدید را معرفی نمود و به تحلیل رفتار جریان با استفاده از این گروه‌های بی‌بعد پرداخت. در ادامه، پاسکال [۴۸] جریان سیال مخلوط‌نشده‌ای که در آن سیال نیوتنی به‌وسیله‌ی سیال باریک‌شونده^۵ جابجا می‌شود را مورد مطالعه قرار داد. در بررسی وی نشان داده شد که در این حالت برای شروع ناپایداری علاوه بر شرط بزرگ‌تر بودن ویسکوزیته سیال جابه‌جا شونده از ویسکوزیته موثر سیال جابجاکننده، سرعت سطح تماس دو سیال نیز باید از سرعت بحرانی بیشتر باشد.

در مطالعه دیگری، پاسکال [۴۹] جریانی مخلوط‌نشده‌ای را که در آن سیال باریک‌شونده‌ای توسط سیال باریک‌شونده‌ی دیگر در محیط متخلخل جابجا می‌شد، در نظر گرفت و به بررسی پارامترهای تاثیرگذار سیالات غیرنیوتنی، بر پایداری یا عدم پایداری جریان مورد نظر پرداخت. البته در مدل این نویسنده، کشش سطحی که نقش مهمی در جریان‌های مخلوط‌نشده‌ی بر عهده دارد، در نظر گرفته

¹ Yuan

² McDonld

³ Power law

⁴ Pascal

⁵ Shear-thinning fluid

نشده است. در تحلیل دیگری ویلسون^۱ [۵۰] به بررسی خواص غیرنیوتنی روی ناپایداری انگشتی در سلول هل-شاو پرداخت. برای این منظور جریان‌های باریک‌شونده بدون اثر الاستیک و جریان کاملاً الاستیک بدون در نظر گرفتن اثر باریک‌شوندگی را مورد مطالعه قرار داد. وی نتیجه گرفت مهم‌ترین عامل تأثیرگذار بر روی الگوی انگشتی‌ها عامل کشش سطحی است. در عین حال اثر باریک‌شوندگی تأثیر قابل ملاحظه‌ای بر روی این ناپایداری نخواهد داشت، هرچند اذعان داشت مدل مورد استفاده او ممکن است مدل مناسبی در این زمینه نباشد. همچنین وی نتیجه گرفت سیال الاستیک، حتی اگر با سیال نیوتنی اختلاف چندانی نداشته باشد، می‌تواند نرخ رشد اغتشاش را افزایش دهد.

سادر^۲ و همکاران [۵۱] با استفاده از تئوری پایداری خطی به بررسی جابجایی اختلاط‌ناپذیر سیال باریک‌شونده توسط سیال نیوتنی در سلول هل-شاو شعاعی پرداختند. نتایج آن‌ها نشان می‌دهد با کاهش شاخص توانی نرخ رشد آشفتگی افزایش می‌یابد.

ویو و پروس^۳ [۵۲] با توسعه روش تفاضل محدود سه‌بعدی به شبیه‌سازی جریان تک‌فاز و چندفاز از سیالات غیرنیوتنی در محیط متخلخل پرداختند. نتایج آن‌ها شامل جابجایی یک سیال نیوتنی توسط سیال قانون توانی و یک سیال بینگهام^۴ توسط سیال نیوتنی است. آن‌ها همچنین برای سنجش اعتبار روش عددی خود به مقایسه نتایج در حالت‌های تک فاز و چند فاز با نتایج تحلیلی اقدام نمودند. سینگ^۵ و عزایز [۵۳] با استفاده از روش طیفی و با کمک تبدیلات هارتلی، ناپایداری انگشتی جریان شامل سیال غیرنیوتنی باریک‌شونده اختلاط‌پذیر در سلول هل-شاو را شبیه‌سازی نمودند. در این مطالعه برای مدل‌سازی سیال غیرنیوتنی از مدل کاریو^۶ استفاده شد. در مطالعه آن‌ها علاوه بر الگوهای جریانی که قبلاً در جابجایی سیال نیوتنی مشاهده شد، مکانیزم‌های جدیدی در توسعه انگشتی گزارش شده است. در این مطالعه که تنها به بررسی اثر باریک‌شوندگی سیال غیرنیوتنی

¹ Wilson

² Sader

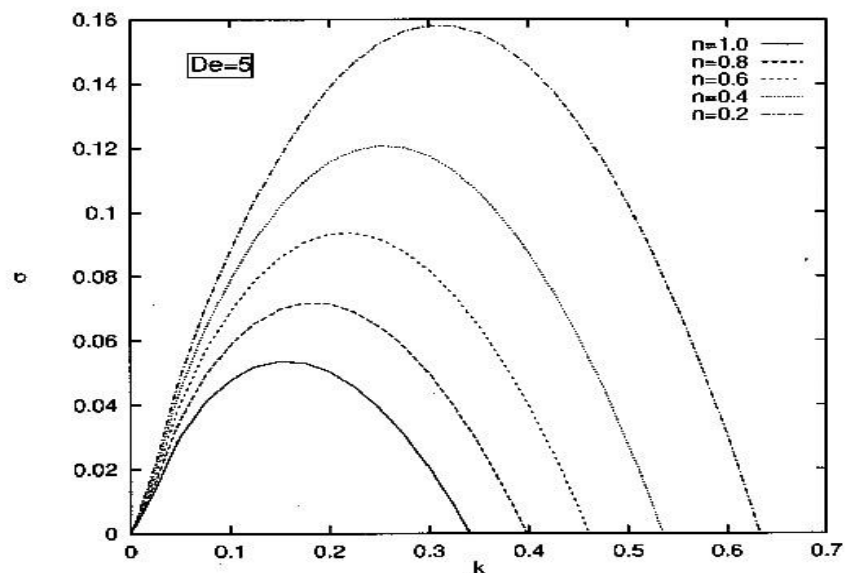
³ Wu & Pruess

⁴ Bingham

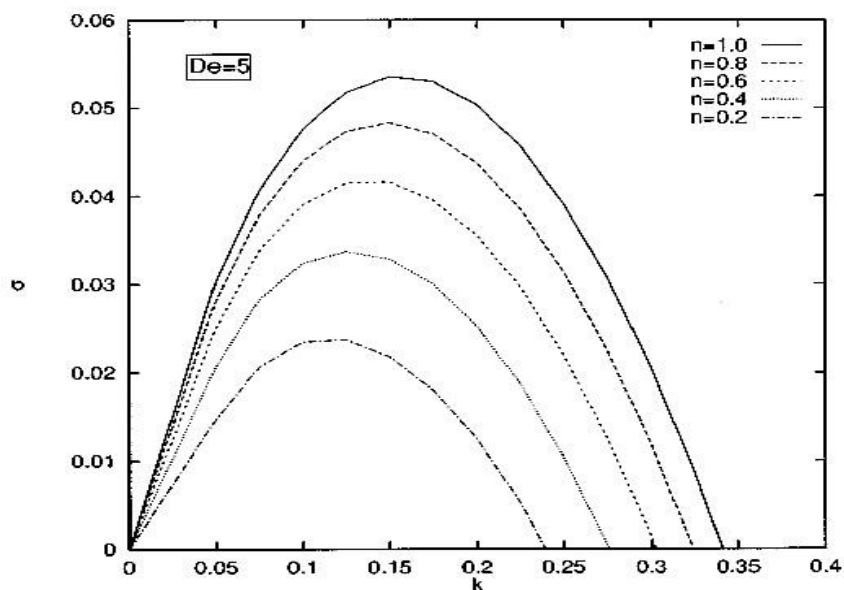
⁵ Singh

⁶ Carreau model

پرداخته شده نتیجه گرفته شده است که این عامل تنها در نحوه شکسته شدن و چندشاخگی انگشتی-ها تأثیرگذار است. آن‌ها در ادامه همان مسئله را مورد آنالیز پایداری خطی قرار دادند و به این نتیجه رسیدند که خاصیت باریک‌شوندگی تأثیر قابل ملاحظه‌ای در این نوع ناپایداری دارد [۵۴]. هنگامی که سیال باریک‌شونده نقش جابجاکننده را ایفا می‌نماید همیشه جریان ناپایدارتر از همتای نیوتنی آن است. از سوی دیگر، هنگامی که سیال جابه‌جاشونده غیرنیوتنی است، وجود یک اثر باریک‌شوندگی قوی‌تر به کاهش ناپایداری منجر خواهد شد. شکل ۱-۵ و ۱-۶ بخشی از نتایج این مطالعه را نمایش می‌دهد. قابل ذکر است هنگامی که شاخص توانی برابر ۱ است سیال رفتار نیوتنی خواهد داشت.



شکل ۱-۵- مشخصه‌های ناپایداری در جابجایی سیال نیوتنی توسط سیال غیرنیوتنی [۵۴].



شکل ۱-۶- مشخصه‌های ناپایداری در جابجایی سیال غیرنیوتنی توسط سیال نیوتنی [۵۴].

فاست^۱ و همکاران [۵۵] ناپایداری سافمن-تیلور را برای یک حباب هوا گسترش یافته در سیال ویسکوالاستیک در سلول هل-شاو مورد بررسی قرار دادند. در این مطالعه برای بیان رفتار سیال ویسکوالاستیک از مدل جانسون-سیگلمن-اولدروید^۲ استفاده شد. با استفاده از فرضیات ساده‌کننده‌ای این مدل به مدل نیوتنی تعمیم یافته تبدیل می‌شود. نتایج شبیه‌سازی عددی نشان می‌دهد که خاصیت باریک‌شوندگی سیال جابجاشونده می‌تواند الگوی جریان را با جلوگیری از پیدایش مکانیزم شکافته شدن نوک انگشتی‌ها تحت تأثیر قرار دهد.

لی^۳ و همکاران [۵۶] به شبیه‌سازی آزمایشگاهی و عددی جابجایی جریان اختلاط‌پذیر سیال غیرنیوتنی باریک‌شونده کاریو توسط سیال نیوتنی در سلول هل-شاو پرداختند. هر چند نتایج عددی آن‌ها ساختارهای پیچیده انگشتی مشاهده شده در نتایج آزمایشگاهی را به طور کامل نشان نداد اما روند مشابهی با نتایج آزمایشگاهی داشت به این معنی که با افزایش رفتار باریک‌شوندگی، ساختار انگشتی‌های شکل گرفته مانند نتایج آزمایشگاهی پیچیده‌تر می‌شد.

¹ Fast

² Johnson–Segalman–Oldroyd (JSO) model

³ Li

پریچارد و پیرسن^۱ [۵۷] اثر سیال تیکسوتروپیک^۲ (سیال تیکسوتروپیک به سیالی اشاره دارد که در آن ویسکوزیته ظاهری سیال تحت تنش برشی ثابت با گذشت زمان کاهش می‌یابد) در پدیده ناپایداری انگشتی را مورد مطالعه قرار دادند و نرخ رشد و طول موج بحرانی را در شرایط مختلف معرفی نمودند.

تقریباً در تمام مطالعات انجام گرفته در بررسی ناپایداری انگشتی، R یا همان لگاریتم نسبت تحرک مثبت فرض می‌شد، می‌شرا و همکاران [۵۸] برای اولین بار با در نظر گرفتن مقدار منفی برای این پارامتر به بررسی رفتار انگشتی‌ها در این حالت و مقایسه آن‌ها با یکدیگر پرداختند. نتایج این مطالعه نشان‌دهنده تفاوت قابل ملاحظه بین دو حالت ($R > 0$ و $R < 0$) می‌باشد.

کیم و چوی^۳ [۵۹] به بررسی اثر باریک‌شوندگی بر روی شروع شکل‌گیری انگشتی لزج با استفاده از تئوری پایداری خطی اقدام نمودند. در این مطالعه برای نشان دادن وابستگی ویسکوزیته به نرخ برش از مدل کاریو استفاده شده است. نتایج آن‌ها مانند نتایج ارائه شده توسط عزایز و سینگ [۵۴] نشان داد هنگامی که سیال باریک‌شونده جابه‌جاکننده سیال نیوتنی است، جریان همواره ناپایدارتر از حالتی است که سیال نیوتنی، سیال نیوتنی دیگری را جابه‌جا می‌نماید و بر عکس، یعنی در حالتی که سیال جابه‌جا شونده دارای خاصیت باریک‌شوندگی است، این عامل در کل به صورت عامل پایدارکننده عمل خواهد نمود.

مورا و مانا^۴ [۶۰] ناپایداری خطی سافمن-تیلور را برای سیال ویسکوالاستیک مورد مطالعه عددی قرار دادند. آن‌ها همچنین به مقایسه نتایج خود با نتایج آزمایشگاهی موجود پرداختند. در این مطالعه قانون دارسی به صورت سری نامحدود در ضخامت سلول بیان شد و پارامتر بی‌بعد $\bar{\lambda}$ به صورت تابعی از گرادیان فشار اعمال شده (P_x^0)، کشش سطحی (γ)، ضخامت سلول b و مدول الاستیک سیال ($G = \eta / \gamma$) تعریف شده است ($\bar{\lambda} = b^2 \lambda (-P_x^0)^{3/2} / (\eta \gamma^{0.5})$). این پارامتر نشان‌دهنده اثر

¹ Pritchard & Pearson

² Thixotropic

³ Kim & Choi

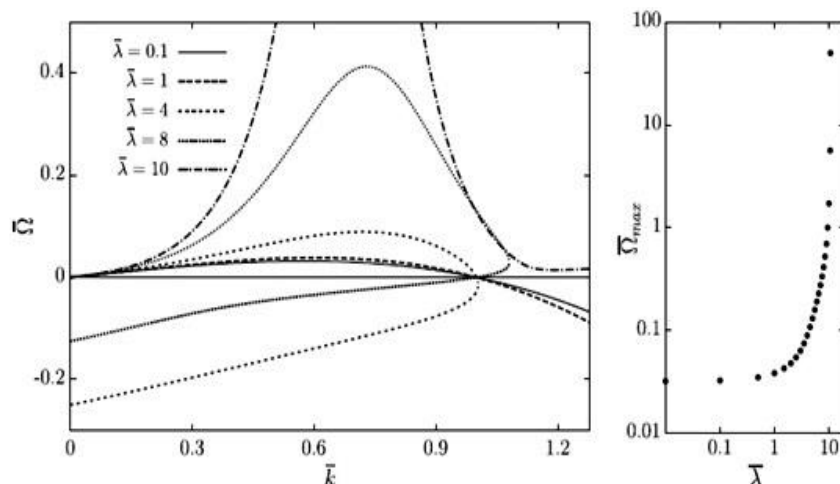
⁴ Mora & Manna

الاستیسیته است. برای مقادیر کوچک این پارامتر رفتار نیوتنی و برای مقادیر بزرگ رفتار ویسکوالاستیک غالب خواهد بود. قابل ذکر است که در این مطالعه برای شبیه‌سازی عددی رفتار سیال ویسکوالاستیک از مدل فوق همرفتی ماکسول استفاده شد. بخشی از نتایج این مطالعه در شکل ۱-۷ ارائه شده است. همانطور که مشاهده می‌شود با افزایش $\bar{\lambda}$ و در نتیجه افزایش اثر الاستیسیته، نرخ رشد افزایش خواهد یافت. همچنین نتایج روند مشخصی برای افزایش نرخ رشد در برابر پارامتر $\bar{\lambda}$ را تا مقدار بحرانی $\bar{\lambda} = 10.2$ نشان می‌دهد.

شی و تانگ^۱ [۶۱] با استفاده از روش شبکه بولتزمن اثر عدد موینگی^۲، نسبت ویسکوزیته، ترشوندگی، شتاب گرانش، هندسه سه‌بعدی و خواص غیرنیوتنی سیال روی شکل‌گیری انگشتی‌ها را مورد مطالعه قرار دادند. نتایج آن‌ها نشان می‌دهد در آغاز، رشد انگشتی نیوتنی در سیال دایلاتنت کمتر از سیال باریک‌شونده و نیوتنی است اما به مرور زمان از آن دو پیشی می‌گیرد. همچنین نتایج آن‌ها نشان دهنده ساختار پیچیده‌تر برای انگشتی‌ها در هندسه سه‌بعدی است.

¹ Shi & Tang

² Capillary number



شکل ۱-۷- سمت چپ: منحنی نرخ رشد کاهیده در مقابل عدد موج، سمت راست: مقادیر ماکزیمم نرخ رشد برای

پارامترهای $\bar{\lambda}$ مختلف [۶۰]

ابراهیمی و همکاران [۶۲] به وسیله آنالیز پایداری خطی، جابجایی اختلاطناپذیر سیال تیکسوتروپیک به وسیله سیال نیوتنی در سلول هل-شاو مستقیم‌الخط را مورد مطالعه قرار دادند و برای نشان دادن رفتار تیکسوتروپیک سیال غیرنیوتنی از مدل مور استفاده نمودند. نتایج آن‌ها نشان می‌دهد رفتار تیکسوتروپیک می‌تواند بر روی ناپایداری انگشتی لزج تأثیر پایدارکننده داشته باشد. آن‌ها در ادامه به کمک روش عددی حجم محدود به شبیه‌سازی این مسئله پرداختند [۶۳]. نتایج این شبیه‌سازی نشان‌دهنده تأثیر چشمگیر رفتار تیکسوتروپیک سیال جابه‌جاشونده بر زمان توسعه انگشتی‌های لزج است. همچنین می‌توان ملاحظه نمود که شکل انگشتی‌ها تابع نسبت تیکسوتروپیک خواهد بود.

در مطالعه دیگری ابراهیمی و همکاران [۶۴] به بررسی عددی اثر تنش تسلیم بر پدیده ناپایداری انگشتی در سلول مستقیم‌الخط هل-شاو پرداختند. در این مطالعه جابجایی اختلاطناپذیر سیال غیرنیوتنی بینگهام بوسیله سیال نیوتنی با کمک روش حجم محدود مورد شبیه‌سازی قرار گرفت. نتایج آن‌ها نشان می‌دهد که شکل انگشتی‌ها به شدت تحت تأثیر تنش تسلیم خواهد بود. از دیگر

پارامترهای مورد بررسی در این مطالعه می‌توان به تأثیر نسبت ابعاد، سرعت ورودی و پارامترهای اغتشاش اشاره نمود.

۱-۳-۲- مطالعات آزمایشگاهی

• بررسی ناپایداری انگشتی لزج:

بررسی ناپایداری انگشتی لزج در جریان مخلوط‌شدنی نیوتنی نخستین بار توسط هیل^۱ [۶۵] در سال ۱۹۵۲ گزارش شد. وی براساس مشاهدات آزمایشگاهی خود، به بررسی کیفی این ناپایداری براساس اختلاف فشار اغتشاشات در سطح تماس پرداخت.

اسلوبد و کودل^۲ [۶۶] با استفاده از تکنیک اشعه ایکس به ارائه الگوهای انگشتی‌ها در طی جابجایی برای نسبت ویسکوزیته‌های مختلف پرداختند. آن‌ها همچنین با این تکنیک بازده جاروبی را محاسبه نمودند. سافمن و تیلور [۶۷] پایداری سطح مشترک دو سیال مخلوط‌شدنی را مورد بررسی قرار دادند. برای این منظور از یک سلول هل-شاو با جریانی از هوا و گلیسرین استفاده نموده‌اند. نتایج این آزمایش به صورت انگشتی‌های غیرخطی ارائه شد و با تعریف پارامتری به شکل λ که نسبت ضخامت انگشتی به جابجایی آن را نشان می‌دهد، به بررسی و تحلیل نتایج پرداختند.

بلک‌ول^۳ و همکاران [۶۸] جابجایی جریان اختلاط‌پذیر در محیط متخلخل را مورد آزمایش قرار دادند. تمرکز اصلی در مطالعات آن‌ها بر تأثیر نسبت تحرک و هندسه سیستم روی بازده جاروبی قرار داشت. در ادامه‌ی مطالعات در این زمینه، هابرممن^۴ [۶۹] در آزمایش‌های خود به این نتیجه رسید که نسبت تحرک (نسبت ویسکوزیته دو سیال) عاملی تأثیرگذارتر از ناهمسانگردی در کنترل جابجایی جریان اختلاط‌پذیر است.

¹ Hill

² Slobod & Caudle

³ Blackwell

⁴ Habermann

بنهام و السون^۱ [۷۰] در آزمایش‌های خود با استفاده از محلول آلومینیوم سولفات برای جابجایی محلول گلیسرین پارامترهای تأثیرگذار بر روی رفتار انگشتی‌ها را مورد مطالعه قرار دادند. در ادامه اسلوبد و توماس^۲ [۷۱] با استفاده از تکنیک جذب اشعه ایکس به بررسی تأثیر نسبت تحرک و نرخ جابجایی بر روی اندازه و شکل انگشتی‌ها پرداختند. پرکینس^۳ و همکاران [۷۲] نیز با استفاده از تکنیک مشابهی فرایند پخش انگشتی‌ها در یک جابجایی مخلوط‌شدنی را بررسی نمودند. در ادامه وودینگ^۴ [۷۳] با انجام آزمایش‌هایی در سلول هل-شاو شکل‌گیری انگشتی‌ها در حضور گرانش را مورد مطالعه قرار داد و به الگوهای انگشتی مانند آنچه توسط اسلوبد و توماس [۷۱] مشاهده شده بود، دست یافت.

در سال ۱۹۶۷، مارشال^۵ و همکاران [۷۴] برای نخستین بار به بررسی جریان سیالات ویسکوالاستیک در محیط متخلخل پرداختند. در ادامه لی^۶ و همکاران [۷۵] مطالعات آزمایشگاهی دیگری با استفاده از سیالات شبه‌پلاستیک^۷ در سلول هل-شاو انجام دادند. آن‌ها مشاهده نمودند که سیال باریک‌شونده‌ی مورد استفاده در آزمایش، ناپایداری بیشتری نسبت به سیالات نیوتنی ایجاد می‌نماید. از این پس مطالعات آزمایشگاهی بسیاری در زمینه‌ی مقایسه شکل‌گیری انگشتی در سیال نیوتنی با سیال غیرنیوتنی صورت گرفت.

داکارد^۸ و همکاران [۷۶] نخستین کسانی بودند که آزمایش‌های انگشتی محلول‌های پلیمری را در سلول هل-شاو شعاعی انجام دادند. در مطالعات آن‌ها جابجایی یک سیال غیرنیوتنی توسط سیال نیوتنی مورد بررسی قرار گرفت و تشکیل انگشتی‌هایی با شاخه‌های زیاد گزارش شد. آن‌ها همچنین

¹ Benham & Olson.

² Thomas

³ Perkins

⁴ Wooding

⁵ Marshal

⁶ Lee

⁷ Pseudo plastic fluid

⁸ Daccord

مشاهده نمودند که در این حالت انگشتی‌ها بیشتر تمایل به شکافته شدن دارند و میل چندانی به ایجاد انگشتی‌های پهن‌تر و عریض‌تر از خود نشان نمی‌دهند.

در سال ۱۹۹۲، آزمایش‌هایی توسط اسمیت^۱ و همکاران [۷۷] در سلول هل-شاو با استفاده از محلول پلی‌استایرن^۲ در دی اکتیل فتالات^۳ به عنوان سیال غیرنیوتنی انجام گرفت. آن‌ها مشاهده نمودند برای این مورد شروع ناپایداری زودتر از سیال نیوتنی در شرایط مشابه اتفاق می‌افتد.

بان^۴ و همکاران [۷۸] آزمایش‌های انگشتی لزج را برای جابجایی اختلاط‌ناپذیر در سلول هل-شاو انجام دادند و به مطالعه اندازه پهنای انگشتی به عنوان تابعی از سرعت نوک انگشتی پرداختند. در این مطالعه دو حالت مختلف در نظر گرفته شد: سیستم سورفکتانت^۵ و سیستم پلیمری. در مورد دوم هوای فشرده به عنوان جابه‌جاکننده و محلول پلیمری باریک‌شونده به عنوان جابه‌جاشونده در نظر گرفته شد. نتایج نشان‌دهنده انگشتی‌های باریک و نوک تیز در سرعت‌های کم و انگشتی‌های ضخیم و با نوک‌های پهن در سرعت‌های بالاتر بود. اثر کشش سطحی با اضافه کردن سورفکتانت مورد بررسی قرار گرفت. نتایج آن‌ها نشان می‌دهد در مقایسه با نتایج بدست آمده از سیستم پلیمری، تغییر کشش سطحی تأثیر قابل ملاحظه‌ای روی شکل انگشتی‌ها ندارد.

در کنار این مطالعات، صغیر و همکاران [۷۹] همراه با بررسی عددی، جابجایی گلیسیرین به عنوان سیال نیوتنی توسط آب را مورد مطالعه آزمایشگاهی قرار دادند. در تحقیق آن‌ها علاوه بر اثر گرانش، تأثیر اختلاف دما نیز در رشد و توسعه انگشتی‌ها مورد مطالعه قرار گرفت. نتایج آن‌ها نشان داد زمانی که آب داغ به سیستم تزریق می‌شود فاصله‌ی نوک تا پایه انگشتی‌ها کمتر از حالتی می‌باشد که آب سرد به سیستم تزریق می‌شود. همچنین مشاهده شد در این حالت، نیروی شناوری از پیشرفت سریع انگشتی‌ها جلوگیری می‌نماید.

¹ Smith

² Polystyrene

³ dioctyl phthalate

⁴ Bonn

⁵ Surfactant

جیاو و هاتزل^۱ [۸۰] تأثیر اختلاف ویسکوزیته و چگالی بین دو سیال در جابجایی اختلاط‌پذیر در محیط متخلخل را مورد بررسی آزمایشگاهی قرار دادند. در این آزمایش برای شبیه‌سازی محیط متخلخل از یک ستون از تلق شیشه‌ای که به‌وسیله بستری همگن و همسانگرد از ماسه پر شده بود استفاده شد. آن‌ها دریافتند در حالت جابجایی پایدار، ضریب پراکندگی با افزایش اختلاف چگالی و کاهش نسبت ویسکوزیته به صورت پیوسته افت می‌نماید. این در حالی است که در حالت ناپایدار هر دو عامل سبب افزایش ضریب پراکندگی خواهند شد.

آزمایش‌هایی توسط چوالیر^۲ و همکاران [۸۱] برای بررسی اثر اینرسی روی پهنای انگشتی‌ها صورت گرفت. آن‌ها دریافتند افزایش سرعت، ابتدا موجب کاهش پهنای نسبی انگشتی‌ها و سپس افزایش آن را در پی دارد. این انتقال در یک عدد وبر^۳ اصلاح شده بحرانی اتفاق می‌افتد. در کمتر از عدد وبر بحرانی نیروهای کنترل‌کننده پهنای انگشتی نیروهای موئینگی و نیروهای لزجی هستند. نیروهای موئینگی تمایل به ایجاد انگشتی پهن‌تر و نیروهای لزجی تمایل به تشکیل انگشتی باریک‌تر دارند. با بیشتر شدن سرعت، نیروهای لزجی بر نیروهای موئینگی غلبه نموده و شاهد انگشتی باریک‌تر هستیم. این در حالی است که در بالای عدد بحرانی نیروهای غالب اینرسی و لزجی خواهند بود. نیروهای اینرسی مانند موئینگی در جهت پهن‌تر شدن انگشتی‌ها عمل می‌نمایند و با زیاد شدن سرعت بر نیروی لزجی غالب گشته و بدین ترتیب بر پهنای انگشتی‌ها افزوده می‌شود. در ادامه دی-مالسجه^۴ و همکاران [۸۲] با استفاده از صفحه‌ای مشبک به جای بستر پرشده^۵ به عنوان محیط متخلخل، به کمک دوربینی با کیفیت بسیار بالا به مشاهده انگشتی‌ها پرداختند. آن‌ها با اعمال اختلاف ویسکوزیته‌های متفاوت، چگونگی پیشرفت انگشتی‌ها را مورد مقایسه قرار دادند.

¹ Jiao & Hatzl

² Chevalier.

³ Weber number

⁴ De Malsche

⁵ Packed bed

ریالفو^۱ و همکاران [۸۳] به مطالعه آزمایشگاهی انگشتی‌های لزج اختلاط‌پذیر در جابجایی سیال واکنش‌دهنده با ویسکوزیته کمتر بوسیله‌ی سیال واکنش‌دهنده دیگری با ویسکوزیته بیشتر پرداختند. در صورت عدم وقوع واکنش شیمیایی چنین فرایندی پایدار خواهد بود. نتایج آن‌ها نشان می‌دهد وقوع واکنش می‌تواند ناپایداری سطح تماس دو سیال را به دنبال داشته باشد.

آزمایش‌هایی توسط لیندر^۲ و همکاران [۸۴] به منظور بررسی خواص ویسکوالاستیک روی ناپایداری انگشتی لزج صورت گرفت. برای این منظور دو نوع محلول پلیمری شامل محلولی از پلیمر صلب که در آن رفتار باریک‌شوندگی بر اثر الاستیسیته غالب است و محلولی از پلیمر انعطاف‌پذیر با اثر الاستیسیته غالب مورد بررسی قرار گرفت. نتایج آن‌ها نشان می‌دهد برای محلول‌های با غلظت بالا اثر باریک‌شوندگی بسیار تأثیرگذار خواهد بود و شاهد انگشتی‌های باریک‌تر از سیال نیوتنی هستیم. در مقابل در محلول‌های با اثر الاستیسیته غالب، در شرایط یکسان، انگشتی‌هایی پهن‌تر از حالت نیوتنی شکل خواهد گرفت. همچنین در این مطالعه نتیجه گرفته شد ویسکوزیته کشسان زیاد، بر روی سرعت انتشار انگشتی‌ها تأثیرگذار است.

ملکی جیسرانی و همکاران [۸۵] قانون داری و الگوهای انگشتی در ناپایداری انگشتی سیالات غیرنیوتنی دارای تنش تسلیم را در سلول هل-شاو مورد مطالعه قرار دادند و توانستند رژیم‌های مختلفی که منجر به پیدایش الگوهای انگشتی متفاوت در هر دو سلول هل-شاو مستقیم‌الخط و شعاعی می‌شود، مشاهده نمایند. نتایج آن‌ها نشان می‌دهد در سرعت‌های کم که تنش تسلیم نقش مهمی ایفا می‌کند، وجود تنش تسلیم موجب پیدایش انگشتی‌های شاخه‌دار خواهد بود، این در حالی است که در بعضی سرعت‌های بالا شاهد انگشتی واحد هستیم و با افزایش بیشتر سرعت، شاخه‌های جدیدی از کناره‌های این انگشتی واحد شکل خواهد گرفت. آن‌ها در ادامه به بررسی ناپایداری سافمن-تیلور برای سیالات مختلف در سلول هل-شاو پرداختند [۸۶]. آن‌ها با بررسی قانون داری برای

¹ Riolfo

² Linder

سیالات مختلف نشان دادند که با استفاده از این قانون می‌توان بین سیال نیوتنی و غیرنیوتنی تمایز قائل شد. به طوریکه در سیال نیوتنی رابطه بین سرعت سیال و گرادیان فشار، خطی است. درحالیکه برای سیالات غیرنیوتنی این رابطه غیرخطی خواهد بود.

کاپیتز^۱ و همکاران [۸۷] با کمک دوربین‌های پرسرعت به بررسی جوشش در سلول هل-شاو پرداختند. سیال عامل در این آزمایش‌ها آب خالص در نظر گرفته شد. نتایج نشان‌دهنده وقوع ناپایداری انگشتی در شرایط خاصی از فاصله صفحات و شار حرارتی و شرایط دمایی سیال است. در این آزمایش‌ها سرعت سطح تماس و فاصله صفحات از مهم‌ترین عوامل تأثیرگذار در شروع این ناپایداری تشخیص داده شد.

اسلامی و تقوی [۸۸] به بررسی آزمایشگاهی ناپایداری سافمن-تیلور در جابجایی سیال غیرنیوتنی توسط هوا در سلول هل-شاو پرداختند. سیال غیرنیوتنی در نظر گرفته شده در این مطالعه ژل کربویل می‌باشد که دارای خواص میکروپلاستیک و میکروالاستیک علاوه بر خاصیت باریک‌شوندگی است. سه رژیم مختلف جریان در نتایج آن‌ها به تصویر کشیده شد. این رژیم‌ها شامل رژیم تنش تسلیم، رژیم ویسکوز و رژیم الاستیک است.

• بررسی فرایند پلیمرزنی در فرایند ازدیاد برداشت نفت:

بررسی آزمایشگاهی جابجایی نفت توسط سیال دیگری به منظور ازدیاد برداشت، مطالعات بسیاری را در گذشته به خود اختصاص داده است. به عنوان نمونه وان‌مرس^۲ [۸۹] با استفاده از تکنیکی جابجایی نفت توسط آب و گاز را مورد مشاهده قرار داد. محیط متخلخل وی شامل دیواره‌های شیشه‌ای که بوسیله پودر شیشه پر شده‌اند می‌باشد. داشتن ضریب شکست یکسان بین شیشه و نفت موجب می‌شود هنگامی که آب یا گاز با ضریب شکست متفاوت تزریق شود ناحیه اشغال شده توسط آن‌ها کدر به نظر برسد و قابل تشخیص باشد.

¹ Kapitz

² Van Meurs

در سال ۱۹۶۴، پی [۲] و ساندیفورد^۱ [۹۰] در مطالعات آزمایشگاهی خود دریافتند که افزودن مقدار کمی پلیمر قابل انحلال به آب می‌تواند نسبت تحرک آن را کاهش دهد. به این ترتیب نشان دادند با استفاده از محلول پلیمری می‌توان فرایند ازدیاد برداشت نفت را بهبود بخشید. در ادامه جووت و اسپورز^۲ [۹۱] به بررسی اثر پلیمرزنی در شرایط مختلف مخزن پرداختند. بررسی‌ها در این زمینه همچنان ادامه داشت. سارما^۳ [۹۲] آزمایش‌های جامعی برای بررسی تأثیر پارامترهای مختلف مانند نسبت تحرک، کشش سطحی، نرخ جابجایی و جهت تغییرات غلظت بر روی شکل‌گیری انگشتی‌های لزج در جابجایی سیالات در محیط متخلخل انجام داد. در سال ۱۹۸۷، ندهوم و دو^۴ [۹۳] مروری بر آزمایش‌های انجام گرفته در زمینه پلیمرزنی ارائه دادند.

مطالعات آزمایشگاهی دیگری توسط الن و بوگر^۵ [۹۴] برای انواع سیالات نیوتنی، باریک‌شونده و الاستیک ایده‌آل در سلول هل-شاو انجام شد. نتایج آن‌ها برای سیال باریک‌شونده نشان‌دهنده افزایش ناپایداری سطحی و الگوی جریان کاملاً متفاوت در مقایسه با سیال نیوتنی است. این درحالی است که در مطالعات آنها اثر الاستیک تأثیر قابل ملاحظه‌ای را در توسعه انگشتی‌های لزج نشان نمی‌دهد.

از جمله مطالعات آزمایشگاهی جدیدتر در زمینه‌ی پلیمرزنی به منظور ازدیاد برداشت نفت می‌توان به مطالعه صورت گرفته توسط وانگ و دانگ^۶ [۹۵] اشاره نمود. این دو آزمایش‌هایی برای بررسی تأثیر ویسکوزیته مؤثر محلول پلیمری در بازیابی مخازن نفت سنگین ترتیب دادند. آن‌ها از محلول پلیمری بعد از بازیابی اولیه توسط آب استفاده نمودند. سعی شد که در تمامی آزمایش‌ها مقدار بازیابی اولیه یکسان باشد تا مقایسه بهتر صورت گیرد. در آزمایش‌های آن‌ها همانطور که انتظار میرفت با افزایش ویسکوزیته ظاهری شاهد افزایش بازیابی هستیم. نکته قابل توجه افزایش قابل ملاحظه بازیابی در یک محدوده خاص از ویسکوزیته مؤثر محلول پلیمری می‌باشد. خارج از این محدوده افزایش ویسکوزیته

¹ Sandiford

² Jewett & Schurz

³ Sarma

⁴ Needham & Doe

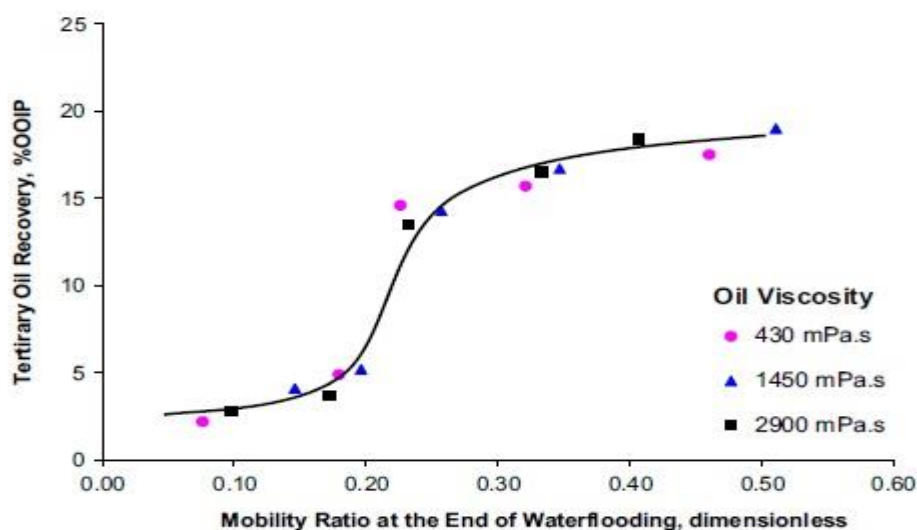
⁵ Allen & Boger

⁶ Wang & Dong

تنها سبب بهبود کمی در بازیابی می‌شود، بنابراین شناسایی این محدوده به لحاظ محدودیت‌های اقتصادی می‌تواند حائز اهمیت باشد. این محدوده برای هر نوع نفت سنگین با توجه به ویسکوزیته آن متفاوت خواهد بود و با افزایش ویسکوزیته نفت سنگین، حد پایین این محدوده به ویسکوزیته بالاتری از محلول پلیمری منتقل می‌شود. این وابستگی نمودار S شکل بازیابی به ویسکوزیته نفت سنگین، از کاربردی بودن آن می‌کاهد. در نتیجه برای رفع این محدودیت جیو^۱ و همکاران [۹۶] در آزمایش‌های خود به پارامتر جدیدی دست یافتند که می‌تواند نمودار S شکل بازیابی را با درصد خطای بسیار کم به استقلال از ویسکوزیته نفت سنگین برساند. این پارامتر نسبت تحرک در پایان سیلاب‌زنی^۲ نامیده شد و به صورت $M_{wf} = \eta_{eff} K_{rowf} / (\eta_o K_{nwwf})$ تعریف می‌شود. در این رابطه η_{eff} ویسکوزیته مؤثر محلول پلیمری تزریق شده، η_o ویسکوزیته نفت سنگین، K_{rowf} و K_{nwwf} به ترتیب نفوذپذیری نسبی نفت و آب در پایان مرحله اولیه سیلاب‌زنی است. قابل ذکر است با توجه به شرایط در نظر گرفته شده این نمودار فقط برای مخازن با قابلیت ترشوندگی کاربرد خواهد داشت. نمودار نهایی ارائه شده در شکل ۸-۱ نمایش داده شده است.

¹ Guo et al.

² Mobility Ratio at the end of Waterflooding



شکل ۱-۸- نمودار تغییرات بازیابی سوم در مخازن ترشونده نفت سنگین در مقابل نسبت تحرک در پایان سیلاب‌زنی، ارائه شده توسط جیو و همکاران [۹۶]

اوندانو^۱ و همکاران [۹۷] نیز با در نظر گرفتن گرانش، جریانی از نفت که توسط سیال نیوتنی، غیرنیوتنی باریک‌شونده و ویسکوالاستیک جابجا می‌شود را مورد بررسی قرار دادند. آن‌ها مشاهده نمودند که در حضور نیروهای ویسکوالاستیک، سطح مشترک دو سیال با سرعت کم‌تری حرکت می‌نماید.

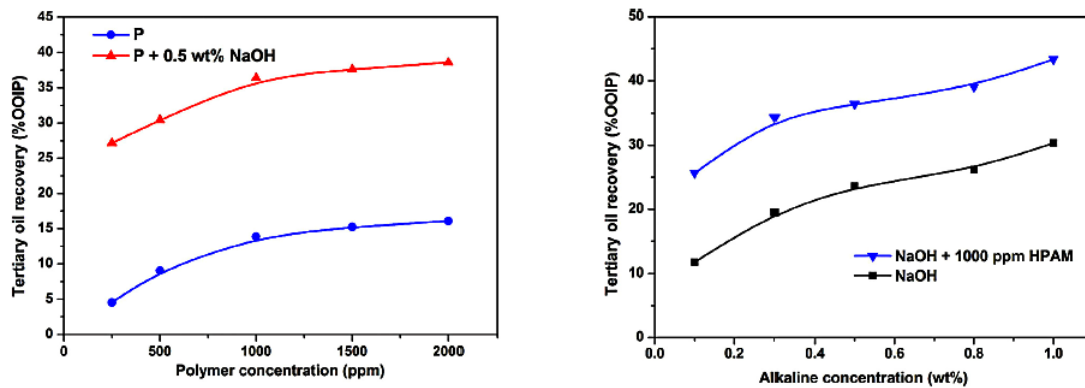
هدف اصلی در آزمایش‌های پی^۲ و همکاران [۹۸] بررسی تأثیر پلیمر روی سطح تماس قلیا و نفت سنگین است. نتایج آن‌ها نشان می‌دهد ترکیب پلیمر و قلیا، افزایش قابل ملاحظه‌ای در بازیابی سوم^۳ در مقایسه با پلیمرزنی تنها و قلیازنی تنها دارد. همچنین اگر این ترکیب به صورت تزریق پلیمر به دنبال تزریق قلیا باشد بازیابی بیشتری نسبت به تزریق هم‌زمان خواهد داشت. از میان قلیازنی به تنهایی و پلیمرزنی به تنهایی، بیشترین بازیابی مربوط به قلیازنی است. در شکل ۱-۹ بخشی از نتایج

¹ Avendano

² Pei

³ Tertiary oil recovery

آن‌ها شامل مقایسه بازیابی سوم در پلیمرزنی تنها و قلیازنی تنها با پلیمرزنی به همراه قلیا نمایش داده شده است.



شکل ۹-۱- مقایسه بازیابی سوم در پلیمرزنی به همراه قلیا با (سمت چپ) پلیمرزنی تنها (P) و (سمت راست) قلیازنی تنها (NaOH) [۹۸]

نیلسون و همکاران^۱ [۱] به بررسی اثر رئولوژی سیال در فرایند ازدیاد برداشت نفت پرداختند. مقایسه آن‌ها بین سیلابزنی تنها، سیلابزنی به همراه ماده سورفکتانت و تزریق ماده ویسکوالاستیک شامل محلول پلیمری با خاصیت باریک شونده و محلولی از نانو سیال نشان داد بیشترین بازیابی مربوط به محلول شامل نانو ذرات خواهد بود. برای این محلول ویسکوزیته با نرخ برش افزایش می‌یابد. پس از آن به ترتیب سیال ویسکوالاستیک باریک‌شونده و سیلابزنی شامل سورفکتانت بیشترین بازیابی را نسبت به سیلابزنی تنها خواهند داشت.

پی و همکاران [۹۹] به صورت آزمایشگاهی تأثیر سیلابزنی امولسیون پلیمری بر بازده فرایند ازدیاد برداشت نفت را مورد بررسی قرار دادند. نتایج آن‌ها برای نفت سنگین با ویسکوزیته ۳۵۰ mpa.s و در دمای ۵۰ درجه سانتی‌گراد نشان دهنده افزایش قابل توجه بهره‌وری در نتیجه‌ی سیلابزنی امولسیون پلیمری بعد از سیلابزنی بوسیله آب است و نشان دادند که این شیوه نسبت به سیلابزنی بوسیله‌ی سورفکتانت برتری خواهد داشت.

¹ Nilsson

۱-۴- معرفی تحقیق حاضر

در این بخش، پژوهش حاضر معرفی شده و مشخصات کلی، اهداف، کاربردها و موارد نوآوری آن مورد بحث قرار می‌گیرد. در پایان مروری اجمالی بر ساختار کلی تحقیق حاضر صورت می‌گیرد.

۱-۴-۱- تعریف مسئله و ضرورت تحقیق

بررسی ناپایداری در جریان سیال از جمله مسائل مهم و کلاسیک در مکانیک سیالات محسوب می‌شود. در این میان ناپایداری انگشتی لزج یا سافمن-تیلور به دلیل کاربرد گسترده آن به ویژه شرکت داشتن در فرایند بازیابی نفت از اهمیت ویژه‌ای برخوردار است. بررسی‌ها روی این پدیده جهت شناخت و کنترل آن از مدت‌ها قبل مورد توجه بوده است. با مروری بر مطالعات انجام شده تاکنون، نیاز به مطالعه بیشتر مخصوصاً در حوزه سیالات غیرنیوتنی همچنان احساس می‌شود. بیشتر مطالعات در این حوزه، شامل در نظر گرفتن سیال باریک‌شونده در فرایند جابجایی است. در واقع خاصیت الاستیک از جمله خواص مهم محلول‌های پلیمری محسوب می‌شود که در این مطالعات نادیده گرفته شده است. محلول‌های پلیمری را می‌توان به عنوان سیال ویسکوالاستیک در نظر گرفت. بنابراین پلیمرزنی در فرایند ازدیاد برداشت نفت را می‌توان به صورت جابجایی سیال نیوتنی توسط سیال ویسکوالاستیک شبیه‌سازی نمود. محدود مطالعات صورت گرفته در زمینه شبیه‌سازی سیال ویسکوالاستیک به علت ساده‌سازی‌های بسیار، نتایج مبهم و گاهی عکس مشاهدات آزمایشگاهی ارائه می‌دهند. بنابراین جهت برطرف نمودن خلأ موجود در مطالعات، در این پژوهش جابجایی سیال نیوتنی توسط سیال ویسکوالاستیک در یک سلول هل-شاو مورد بررسی قرار می‌گیرد.

به منظور شبیه‌سازی سیال ویسکوالاستیک از معادلات ساختاری مختلفی همچون اولدروید-بی^۱، وایت-متزنی^۲ و گزیکس^۳ استفاده شده است. همانطور که اشاره شد، مدل اولدروید-بی پیشتر به منظور

¹ Oldroyd-B

² White-Metzner

³ Giesekus

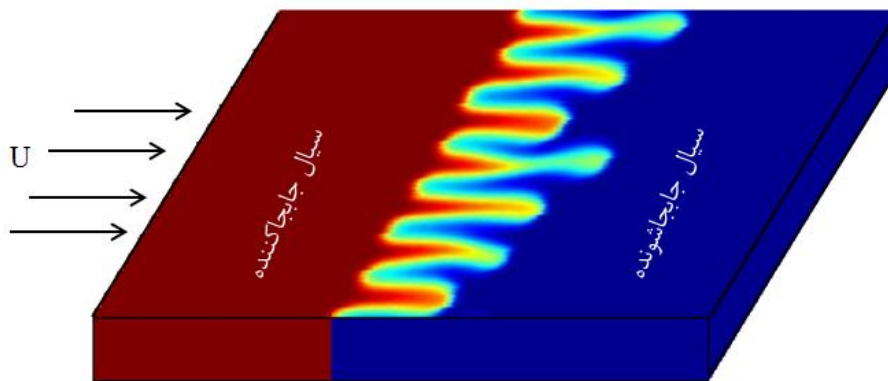
شبيه‌سازي سيالات ويسکوالاستيک در ناپايداري انگشتي مورد استفاده قرار گرفته است. در اين مطالعه با استفاده از روش دقيق طيفي مجدداً مورد شبيه‌سازي قرار خواهد گرفت. در اين مدل خواص رئولوژيک سيال ثابت فرض شده است. در نتيجه مي‌توان به کمک آن تأثير خاصيت الاستيک را بدون حضور ويژگي باريک‌شونديگي اين نوع سيال مورد بررسي قرار داد. از طرفي خاصيت باريک‌شونديگي از ويژگي‌هاي مهم محلول‌هاي پليمري است. بنابراين مدل وايت-متزنر به عنوان مدلي که به خوبي قادر به شبيه‌سازي هر دو ويژگي مهم سيال ويسکوالاستيک يعني خاصيت الاستيک و خاصيت باريک-شونديگي اين نوع سيال به صورت توامان مي‌باشد مورد استفاده قرار گرفته است. در ادامه مدل گزيکس با داشتن پارامتر فاکتور تحرک به عنوان مدلي کامل‌تر نسبت به اولدرويد-بي (با صفر قرار دادن فاکتور تحرک در مدل گزيکس، مدل اولدرويد-بي حاصل خواهد شد) به عنوان معادله ساختاري سيال ويسکوالاستيک مورد استفاده قرار مي‌گيرد. جملات شامل فاکتور تحرک در مدل گزيکس را مي‌توان به حرکت‌هاي برونين ناهمسانگرد¹ و يا درگ هيدروديناميکي ناهمسانگرد روی مولکول‌هاي پليمري سازنده مرتبط دانست [۱۰۰].

نمائي از مسئله مورد بررسي در شکل ۱-۱۰ نمايش داده شده است. سيال جابجاکننده ويسکوزيته‌اي کمتر از سيال جابجاشونده خواهد داشت، در نتيجه سطح تماس دو سيال به مرور زمان ناپايدار خواهد شد و انگشتي‌ها در سطح تماس ظاهر مي‌شوند. جريان تراکم‌ناپذير و به صورت اختلاط‌پذير در نظر گرفته خواهد شد. فرض جريان اختلاط‌پذير اگرچه در ابتدا غيرقابل تصور به نظر مي‌رسد ولی با توجه به شرايط مخازن نفت (فشار و دما) مي‌تواند فرض معتبري باشد. همچنين در فرايند پليمرزي به منظور ازدياد برداشت نفت ابتدا از حجم محدودی از محلول فعال سطحی به منظور کاهش کشش سطحی استفاده می‌شود و سپس عمليات پليمرزي صورت می‌پذيرد. بنابراين فرض اختلاط‌پذير بودن جريان منطقی به نظر می‌رسد. همچنين قابل ذکر است در اين پژوهش به شبيه‌سازي دوبعدی اين ناپايداري پرداخته می‌شود. علاوه بر بررسي نقش سيال ويسکوالاستيک بر

¹ Anisotropic Brownian motion

ناپایداری انگشتی لزج، با در نظر گرفتن محیط به صورت ناهمگن و با ناهمسانگردی‌های مختلف، تأثیر محیط بر این نوع جابجایی مطالعه خواهد شد.

مطابق بررسی‌های نگارنده، تاکنون مطالعه‌ای جهت بررسی عددی نقش سیال ویسکوالاستیک در این نوع جابجایی و بر پارامترهای همچون طول اختلاط و بازده جاروبی جریان، به ویژه با کمک مدل‌های مورد نظر صورت نگرفته است. همچنین تاکنون مطالعه‌ای در زمینه شبیه‌سازی این نوع جریان در محیط‌های غیرهمگن و غیرهمسانگرد انجام نشده است. با توجه به خلاء موجود، ضرورت مطالعه در این بخش کاملاً آشکار است.



شکل ۱-۱۰-۱- نمائی از مسئله

۱-۴-۲- جنبه‌های نوآوری

به طور خلاصه جنبه‌های نوآوری حاصل از تحقیق حاضر عبارتند از:

- بیشتر بررسی‌ها در زمینه ناپایداری انگشتی و با حضور سیال ویسکوالاستیک، گزارشی از مشاهدات آزمایشگاهی هستند. مطالعات محدودی در زمینه شبیه‌سازی‌های عددی این نوع جابجایی صورت گرفته است. در این مطالعات از مدل‌های همچون اولدروید-بی و ماکسول فوق‌همرفتی استفاده شده است. استفاده از ساده‌سازی‌های بسیار در روند شبیه‌سازی موجب

شده است که مطالعات پیشین قادر به نشان دادن نقش الاستیک این نوع سیال در کاهش ناپایداری (مانند آنچه در آزمایش‌ها دیده می‌شود) نباشند. در مطالعه حاضر به علت استفاده از روش دقیق طیفی نیازی به ساده‌سازی‌های صورت گرفته در مطالعات پیشین نمی‌باشد. بنابراین می‌توان با اطمینان بیشتری نتایج را مورد بررسی قرار داد. همچنین در این مطالعه با کمک مدل وایت-متزن رفتار باریک‌شوندگی و خاصیت الاستیک سیال ویسکوالاستیک به صورت توامان قابل شبیه‌سازی است.

- مطالعات پیشین در این زمینه، تاکنون به بررسی نقش سیال ویسکوالاستیک بر روی پارامترهای همچون طول اختلاط و بازده جاروبی نپرداخته‌اند و بنابراین تصویر روشنی از تأثیر این نوع سیال ارائه نمی‌دهند.
- در نظر گرفتن محیط به صورت ناهمگن و یا ناهمسانگرد برای این نوع جابجایی (جابجایی در حضور سیال ویسکوالاستیک) برای نخستین بار در این مطالعه صورت گرفته است.

۱-۴-۳- ساختار کلی

به طور خلاصه ساختار کلی تحقیق حاضر از قرار زیر است:

- در فصل دوم روابط فیزیکی و معادلات حاکم در جابجایی سیال نیوتنی توسط سیال ویسکوالاستیک با معادلات ساختاری متفاوت و در محیط مختلف شامل همگن و همسانگرد، ناهمسانگرد و ناهمگن ارائه شده است.
- در فصل سوم روش عددی به کار گرفته شده در این پژوهش معرفی شده و به ارائه روند شبیه‌سازی پرداخته شده است.
- در فصل چهارم مسئله مورد بررسی تحلیل پایداری خطی قرار می‌گیرد. چگونگی پیاده‌سازی معادلات و روند خطی‌سازی آن‌ها در این فصل بیان می‌شوند. همچنین بررسی تأثیر تغییرات پارامترهای موجود در جریان بر پایداری و یا عدم پایداری مسئله، مورد بررسی و تحلیل قرار

می‌گیرند و مقایسه نتایج حاصل از این پژوهش با مطالعات پیشین در این زمینه ارائه خواهد شد.

- در فصل پنجم نتایج حاصل از حل عددی ارائه شده است. نتایج شامل کانتورهای غلظت، منحنی‌های میانگین غلظت عرضی، طول اختلاط و بازده جاروبی خواهد بود و تأثیر پارامترهای مختلف جریان و محیط بر ناپایداری انگشتی به کمک آن‌ها بررسی خواهد شد.
- در فصل ششم نتیجه‌گیری از تحقیق حاضر و پیشنهادهایی جهت ادامه این پژوهش ارائه می‌شود.

فصل ۲ – روابط فیزیکی

۲-۱- مقدمه

در این بخش به معرفی و پیاده‌سازی معادلات حاکم بر ناپایداری انگشتی لزج پرداخته می‌شود. در ابتدا این معادلات برای سیال نیوتنی در یک محیط همگن و همسانگرد بیان می‌شوند و سپس براساس معادله ساختاری در نظر گرفته شده برای سیال ویسکوالاستیک جابه‌جا کننده و نوع محیط جابجایی اصلاح خواهند شد.

۲-۲- معادلات حاکم

۲-۲-۱- جابجایی سیالات نیوتنی

بررسی جریان در یک محیط متخلخل به دلیل پیچیدگی‌های این محیط غالباً دشوار خواهد بود. در مطالعات آزمایشگاهی، کدر و غیرشفاف بودن این نوع محیط، مانعی برای مشاهده‌ی مناسب فرایندهای مختلف از جمله پدیده ناپایداری انگشتی می‌باشد. از سوی دیگر، در شبیه‌سازی عددی نیز پیاده‌سازی معادلات برای این‌گونه پدیده‌های پیچیده، با دشواری‌هایی همراه خواهد بود. همچنین استفاده از یک محیط متخلخل واقعی در مقیاس میکروسکوپی جواب قابل قبول و معناداری برای معادلات ناویراستوکس ارائه نمی‌دهند، به همین دلایل با در نظر گرفتن حرکت سیال در مقیاس ماکروسکوپی با فرض حفظ پیوستگی در آن، می‌توان به یک راه ساده و مفید برای حل این مشکل دست یافت. این دیدگاه ماکروسکوپی به طور گسترده‌ای در تحلیل جریان‌های روی داده در محیط‌های متخلخل، مورد استفاده قرار می‌گیرد. قابل ذکر است که با استفاده از این روش خواص و ویژگی‌های ماکروسکوپی سیال و جریان، از قبیل چگالی، سرعت و فشار هنوز می‌توانند خواص نقطه‌ای و پیوسته باشند.

یکی از قوانین کاربردی برای بررسی جریان در محیط متخلخل قانون داری است که براساس این دیدگاه بیان شده است. هنری داری با انجام آزمایش‌های متعدد به بررسی چگونگی رفتار جریان آب درون یک محیط متخلخل پرداخت و با استفاده از نتایج بدست آمده، یک معادله‌ی تجربی برای

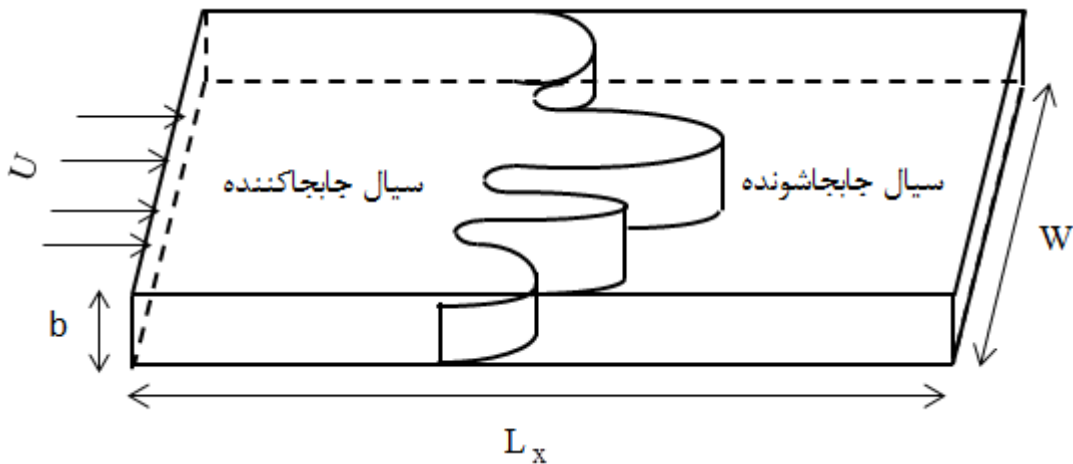
جریان سیالات در محیط متخلخل ارائه نمود. این رابطه که با نام قانون دارسی شناخته می‌شود به صورت زیر بیان می‌گردد:

$$\mathbf{u} = -\frac{\eta}{K} \nabla(p - \rho g) \quad (1-2)$$

در این رابطه، \mathbf{u} سرعت جریان سیال در محیط متخلخل، η ویسکوزیته سیال، K نفوذپذیری محیط متخلخل، p فشار، g شتاب گرانش و ρ چگالی سیال می‌باشد. البته برای این قانون محدودیت‌هایی ذکر شده است که در زیر به آن‌ها اشاره می‌شود:

- این رابطه فقط برای جریان ویسکوز، با سرعت کم قابل استفاده است.
- فقط در مقیاس میکروسکوپی قابل استفاده است.
- دما در آن ثابت فرض شده است.

محققین غالباً ناپایداری انگشتی لزج را در محیطی به نام سلول هل-شاو بررسی می‌نمایند. می‌توان اثبات نمود که جریان سیال در این سلول بر اساس قانون دارسی که برای بررسی جریان در محیط متخلخل استفاده می‌شود، قابل بیان خواهد بود. تصویری شماتیک از سلول هل-شاو در شکل ۱-۲ آورده شده است. این سلول از دو صفحه موازی نزدیک به هم به طول L_x و عرض W تشکیل شده است. پارامتر b نشان‌دهنده ضخامت سلول می‌باشد و برای ایجاد شرایط خاص سلول شرط $b \ll W$ باید همواره برقرار باشد.



شکل ۱-۲- تصویری شماتیک از یک سلول هل-شاو

حال اگر جریانی از جابجایی سیالی نیوتنی توسط سیال نیوتنی دیگر با ویسکوزیته‌ی متفاوت در این سلول در نظر گرفته شود. با فرض تراکم‌ناپذیری جریان، قانون بقای جرم به صورت معادله پیوستگی و به شکل زیر خواهد بود:

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0 \quad (2-2)$$

از طرفی در جریان‌های بسیار آرام و خزشی مانند جریان‌های موجود در سلول هل-شاو، از تأثیر نیروهای اینرسی در مقابل نیروهای ویسکوز صرف‌نظر می‌شود، بنابراین معادله حرکت به صورت زیر ساده می‌شود:

$$-\nabla \cdot \boldsymbol{\tau} = \nabla p \quad (3-2)$$

در این معادلات \mathbf{u} بردار سرعت، p فشار و $\boldsymbol{\tau}$ تانسور تنش می‌باشد. با در نظر گرفتن محور مختصات در مرکز سلول و نشان دادن جهت جریان سیال با x ، جهت حرکت در عرض سلول با y و جهت حرکت در ضخامت سلول با z و از آنجایی که برای صفحات نزدیک به هم برش اصلی در جهت z می‌باشد، معادلات بالا به صورت زیر در جهت x و y بازنویسی می‌شوند.

$$-\frac{\partial}{\partial z} \left(-\eta \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial z} \right) = \frac{\partial p}{\partial x} \quad (4-2)$$

$$-\frac{\partial}{\partial z}(-\eta \frac{\partial v}{\partial z}) = \frac{\partial p}{\partial y} \quad (5-2)$$

با استفاده از معادله (۴-۲)، با فرض ویسکوزیته ثابت، پس از انتگرال‌گیری رابطه‌ی زیر برای u به-دست می‌آید.

$$u = \frac{b^2}{2\eta} \left(\frac{z^2}{b^2} - \frac{1}{4} \right) \frac{\partial p}{\partial x} \quad (6-2)$$

معادله بالا را می‌توان به صورت زیر بازنویسی نمود:

$$u = -6 \left(\frac{z^2}{b^2} - \frac{1}{4} \right) \bar{u} \quad (7-2)$$

در معادله بالا \bar{u} ، سرعت میانگین‌گیری شده در عمق سلول است و به صورت زیر محاسبه می‌گردد:

$$\bar{u} = \frac{\int_{-\frac{b}{2}}^{\frac{b}{2}} u dz}{\int_{-\frac{b}{2}}^{\frac{b}{2}} dz} = \frac{-b^2}{12\eta} \frac{\partial p}{\partial x} \quad (8-2)$$

مشابه همین رابطه، با استفاده از معادله (۵-۲) برای مولفه سرعت در جهت y نیز بدست می‌آید. با مقایسه‌ی معادله (۸-۲) و معادله (۱-۲) یا همان قانون داریسی در حالتی که از تأثیر نیروی گرانش صرف‌نظر شده است، مشاهده می‌شود که معادله‌ی حرکت درون سلول هل-شاو دقیقاً برابر با قانون داریسی در محیط متخلخلی با نفوذپذیری $b^2/12$ می‌باشد. به عبارت دیگر می‌توان این رابطه را به صورت زیر بازنویسی نمود.

$$\mathbf{u} = \frac{-K}{\eta} \nabla p \quad (9-2)$$

در معادله بالا؛ $\mathbf{u} = (\bar{u}, \bar{v})$ می‌باشد. بنابراین اثبات می‌شود که جریان درون سلول هل-شاو، مشابه با جریان دوبعدی تراکم‌ناپذیر در محیط متخلخل می‌باشد.

بنابراین در جابجایی دو سیال تراکم‌ناپذیر و نیوتنی در جریانی مخلوط‌شدنی، معادلات پیوستگی و مومنتم در محیط متخلخل و سلول هل-شاو با خواص همسانگرد و همگن به صورت معادلات (۲-۲)

و (۹-۲) خواهد بود. تغییرات غلظت نیز از معادله‌ی کانوکشن-دیفیوژن^۱ پیروی می‌نماید. این معادله به صورت زیر خواهد بود:

$$\frac{\partial c}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla c = \nabla \cdot (D \nabla c) \quad (۱۰-۲)$$

در این معادله c نشان دهنده غلظت سیال جابجاکننده و D ، پراکندگی محیط متخلخل می‌باشد. در جابجایی‌های مخلوط‌شدنی، ویسکوزیته تابعی از غلظت است. بنابراین جهت کامل‌شدن مسئله و مشخص شدن روابط حاکم بر ناپایداری باید رابطه‌ی بین ویسکوزیته و غلظت را نیز تعیین نمود. در این مطالعه، تغییرات ویسکوزیته با غلظت به صورت نمایی در نظر گرفته می‌شود.

$$\frac{d \ln(\eta/\eta_1)}{d \ln(c/c_1)} = -B \quad (۱۱-۲)$$

این رابطه نخستین بار توسط تن و هومسی [۱۷] ارائه شد و پس از آن در مطالعات بسیاری به کار گرفته شده است. در این معادله B یک مقدار ثابت می‌باشد. لازم به ذکر است که هیچ التزام محدودکننده‌ای برای استفاده از این رابطه وجود ندارد و می‌توان از هر رابطه‌ای با رفتاری یکنواخت بهره برد. قابل ذکر است در سرتاسر این معادله زیرنویس ۱ نشان‌دهنده سیال جابجاکننده و ۲ نمایانگر سیال جابجاشونده خواهد بود، مگر در مواردی که خلاف آن ذکر شود.

همچنین شرایط مرزی و اولیه مسئله به صورت زیر می‌باشد:

$$u\left(x = -\frac{L_x}{2}, y, t\right) = U \quad v\left(x = -\frac{L_x}{2}, y, t\right) = 0 \quad c\left(x = -\frac{L_x}{2}, y, t\right) = c_1 \quad (۱۲-۲)$$

$$u\left(x = \frac{L_x}{2}, y, t\right) = U \quad v\left(x = \frac{L_x}{2}, y, t\right) = 0 \quad c\left(x = \frac{L_x}{2}, y, t\right) = 0 \quad (۱۳-۲)$$

$$(\mathbf{u}, c)\left(x, y = -\frac{W}{2}, t\right) = (\mathbf{u}, c)\left(x, y = \frac{W}{2}, t\right) \quad (۱۴-۲)$$

$$u(x, y, t = t_0) = U, \quad v(x, y, t = t_0) = 0, \quad c(x, y, t = t_0) = c_0 \quad (۱۵-۲)$$

¹ Convective-diffusion equation

شرایط مرزی در جهت جریان بیان می‌نماید که سرعت و غلظت در مرزها تحت تأثیر ناپایداری قرار نخواهند گرفت. این شرط به این دلیل که شبیه‌سازی، پیش از رسیدن انگشتی‌ها به مرز قرار گرفته در $x = \frac{Lx}{2}$ متوقف می‌شود برقرار است. همچنین معادله (۲-۱۴) نشان‌دهنده شرایط مرزی پریودیک در جهت عمود بر جریان است. شرط مرزی پریودیک در جهت عمود بر جریان در مطالعه ناپایداری انگشتی، نخستین بار توسط تن و هومسی [۱۷] استفاده شده است. این شرط اگرچه محدودکننده به نظر می‌رسد اما در مطالعه ناپایداری انگشتی با استفاده از روش طیفی که نیاز به شرایط مرزی پریودیک وجود دارد، کارآمد خواهد بود.

جهت بی‌بعد سازی معادلات حاکم، طول و زمان مشخصه به ترتیب به صورت D/U و D/U^2 در نظر گرفته می‌شوند. همچنین از خواص سیال جابجاکننده به منظور بی‌بعدسازی سایر پارامترها استفاده خواهد شد. در نهایت پارامترهایی بی‌بعد مسئله به صورت زیر نمایش داده می‌شوند:

$$\begin{aligned} (x^*, y^*) &= \frac{(x, y)}{D/U}, & \mathbf{u}^* &= \frac{\mathbf{u}}{U}, & t^* &= \frac{t}{D/U^2} \\ c^* &= \frac{c}{c_1}, & \eta^* &= \frac{\eta}{\eta_1}, & p^* &= \frac{p}{\eta_1 D / K} \end{aligned} \quad (۲-۱۶)$$

همچنین، سیستم مطالعاتی به صورت حجم کنترل متحرک در نظر گرفته می‌شود. بدین صورت که فرض می‌شود کل دامنه مطالعاتی با سرعت ثابت U حرکت می‌نماید. با توضیحات ذکر شده در نهایت معادلات حاکم پس از بی‌بعدسازی به صورت زیر مرتب می‌شوند:

$$\nabla \cdot \mathbf{u}^* = 0 \quad (۲-۱۷)$$

$$\nabla p^* = -\eta^* (\mathbf{u}^* + i) \quad (۲-۱۸)$$

$$\frac{\partial c^*}{\partial t^*} + \mathbf{u}^* \cdot \nabla c^* = \nabla^2 c^* \quad (۲-۱۹)$$

$$\eta^* = \exp(R(1 - c^*)) \quad (۲-۲۰)$$

در رابطه (۲-۲۰)، R نشان‌دهنده $\ln(\eta_2/\eta_1)$ است و نسبت تحرک نامیده می‌شود. در رابطه (۲-۲۱)، i بردار یکه در جهت x می‌باشد. بدین معنی که کل سیستم، فقط در جهت x با سرعت U حرکت می‌نماید. همچنین صورت بی‌بعد شرایط مرزی به صورت زیر خواهد بود:

$$u^*(x^* = -Pe/2 - t^*, y^*, t^*) = 0, \quad v^*(x^* = -Pe/2 - t^*, y^*, t^*) = 0, \quad (21-2)$$

$$c^*(x^* = -Pe/2 - t^*, y^*, t^*) = 1$$

$$u^*(x^* = Pe/2 - t^*, y^*, t^*) = 0, \quad v^*(x^* = Pe/2 - t^*, y^*, t^*) = 0, \quad (22-2)$$

$$c^*(x^* = Pe/2 - t^*, y^*, t^*) = 0$$

$$(u^*, c^*)(x^*, y^* = -Pe/(2A), t^*) = (u^*, c^*)(x^*, y^* = Pe/(2A), t^*) \quad (23-2)$$

در این معادلات Pe ، عدد پکلت است که در زمینه‌ی نفوذ یا انتقال جرمی مورد بحث قرار می‌گیرد. این پارامتر بی‌بعد به صورت $Pe = L_x U / D$ تعریف می‌شود. $A = L_x / W$ نسبت طول به عرض محیط مورد مطالعه و یک خاصیت کاملاً فیزیکی می‌باشد.

۲-۲-۲- جابجایی سیال نیوتنی توسط سیال ویسکوالاستیک اولدروید-بی در محیط همگن و همسانگرد

همان‌گونه که ذکر شد هدف از این مطالعه بررسی نقش سیال ویسکوالاستیک بر ناپایداری انگشتی است. در این بخش با در نظر گرفتن معادله ساختاری اولدروید-بی برای سیال ویسکوالاستیک جابجاکننده، روابط لازم برای شبیه‌سازی این نوع جریان ارائه می‌شود. رابطه تنش و نرخ برش در این مدل به صورت زیر خواهد بود [۱۰۰]:

$$\tilde{\tau} + \lambda \tilde{\tau}_{(1)} = \eta (\dot{\gamma}_{(1)} + \theta \dot{\gamma}_{(2)}) \quad (24-2)$$

در این معادله $\tilde{\tau}$ تانسور تنش و $\tilde{\tau}_{(1)}$ ، مشتق مرتبه اول همرفتی تانسور تنش می‌باشد که به صورت زیر تعریف خواهد شد [۱۰۰]:

$$\tilde{\tau}_{(1)} = \frac{D\tilde{\tau}}{Dt} - \{(\nabla\mathbf{u})^T \cdot \tilde{\tau} + \tilde{\tau} \cdot (\nabla\mathbf{u})\} \quad (25-2)$$

همچنین، $\dot{\gamma}_{(1)}$ و $\dot{\gamma}_{(2)}$ به ترتیب معرف مشتقات مرتبه اول و دوم همرفتی پاد همبسته نرخ برش هستند که توسط معادلات زیر توصیف خواهند شد [۱۰۰]:

$$\dot{\gamma}_{(1)} = (\nabla\mathbf{u}) + (\nabla\mathbf{u})^T \quad (26-2)$$

$$\dot{\gamma}_{(2)} = \frac{D\dot{\gamma}_{(1)}}{Dt} - \{(\nabla\mathbf{u})^T \cdot \dot{\gamma}_{(1)} + \dot{\gamma}_{(1)} \cdot (\nabla\mathbf{u})\} \quad (27-2)$$

در این مدل η ، ویسکوزیته کل است که برای یک محلول پلیمری به صورت مجموع ویسکوزیته پلیمر حل‌شونده (η_p) و ویسکوزیته حلال نیوتنی (η_s) خواهد بود:

$$\eta = \eta_s + \eta_p \quad (28-2)$$

λ و θ نمایانگر ثابت‌های زمانی سیال ویسکوالاستیک می‌باشند و توسط رابطه زیر به هم مرتبط هستند:

$$\theta = (1-\beta)\lambda \quad (29-2)$$

در این معادله β نسبت ویسکوزیته پلیمری به ویسکوزیته کل (η_p / η) می‌باشد. با برابر صفر قرار دادن ثابت‌های زمانی، معادله اولدروید-بی به معادله توصیف کننده سیال نیوتنی تبدیل خواهد شد. برای توصیف جریان سیال در این نوع جابجایی کافی است معادله داری براساس سیال جابجا-کننده جدید اصلاح شود. سایر معادلات ارائه شده در بخش قبل و برای جابجایی سیالات نیوتنی در اینجا همچنان برقرار می‌باشند. با کمک آنالوژی، معادله داری اصلاح شده برای سیال اولدروید-بی به صورت زیر خواهد بود [۱۰۱، ۱۰۲]:

$$(1 + \lambda \frac{\partial}{\partial t}) \nabla p = -\frac{\eta}{K} (1 + \theta \frac{\partial}{\partial t}) \mathbf{u} \quad (30-2)$$

جهت کامل شدن مدل، نیاز است که تغییرات λ و β با غلظت مشخص شود. برای این منظور از رابطه‌ی نمایی مشابه ویسکوزیته استفاده می‌شود:

$$\frac{\lambda}{\lambda_1} = \exp(R'(1 - \frac{c}{c_1})) \quad (31-2)$$

$$\frac{\beta}{\beta_1} = \exp(R''(1 - \frac{c}{c_1})) \quad (32-2)$$

در این معادلات، R' و R'' به ترتیب به صورت $\ln(\lambda_2/\lambda_1)$ و $\ln(\beta_2/\beta_1)$ تعریف می‌شوند. از آنجایی که در این مطالعه سیال جابجاشونده نیوتنی است، بنابراین λ_2 و β_2 برابر یک مقدار بسیار بسیار کوچک (ϵ) در نظر گرفته می‌شود. با استفاده از روابط (2-16) صورت بی‌بعد این معادلات به صورت زیر خواهد بود.

$$(1 + Wi \frac{\partial}{\partial t^*}) \nabla p^* = -\eta^* (1 + (1 - \beta) Wi \frac{\partial}{\partial t^*}) (\mathbf{u}^* + i) \quad (33-2)$$

$$\frac{Wi}{Wi_1} = \exp(R'(1 - c^*)) \quad (34-2)$$

$$\frac{\beta}{\beta_1} = \exp(R''(1 - c^*)) \quad (35-2)$$

در این معادلات، Wi نشان‌دهنده عدد وایزنبرگ خواهد بود که به صورت $\lambda U^2 / D$ تعریف می‌شود و نشان‌دهنده خاصیت الاستیک سیال ویسکوالاستیک می‌باشد. همان‌گونه که اشاره شد، سایر معادلات حاکم شامل معادله پیوستگی، معادله نفوذ-جابجایی، رابطه ویسکوزیته با غلظت و شرایط مرزی دقیقاً مشابه بخش قبل (جابجایی جریان نیوتنی) می‌باشند. در ادامه همانند بسیاری مطالعات در زمینه‌ی ناپایداری انگشتی، ابتدا معادلات به فرم تابع جریان-ورتیسیتی تبدیل می‌شوند و سپس با استفاده از فرم جدید معادلات، شبیه‌سازی ناپایداری انگشتی صورت می‌گیرد. همچنین جهت سهولت در ادامه این بخش علامت ستاره بر روی پارامترهای بی‌بعد حذف خواهند شد. روابط اولیه برای تبدیل به فرم تابع جریان-ورتیسیتی به صورت زیر موجود می‌باشد:

$$u = \frac{\partial \psi}{\partial y}, \quad v = -\frac{\partial \psi}{\partial x} \quad (۳۶-۲)$$

$$\omega = \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} = -\left(\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2}\right) \quad (۳۷-۲)$$

$$\omega = -\nabla^2 \psi \quad (۳۸-۲)$$

در این روابط، ψ نشان‌دهنده تابع جریان و ω معرف ورتیستی می‌باشد.

با استفاده از این روابط معادلات حاکم به فرم تابع جریان-ورتیستی تبدیل می‌شوند. معادله‌ی پیوستگی به صورت زیر خود به خود ارضا می‌شود و از فهرست معادلات حاکم خارج می‌شود.

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = \frac{\partial^2 \psi}{\partial x \partial y} - \frac{\partial^2 \psi}{\partial x \partial y} = 0 \quad (۳۹-۲)$$

معادله نفوذ-جابجایی نیز با استفاده از روابط ذکر شده به صورت زیر تبدیل می‌شود:

$$\frac{\partial c}{\partial t} + \frac{\partial \psi}{\partial y} \frac{\partial c}{\partial x} - \frac{\partial \psi}{\partial x} \frac{\partial c}{\partial y} = \frac{\partial^2 c}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 c}{\partial y^2} \quad (۴۰-۲)$$

با کرل گرفتن از معادله‌ی مومنتوم یعنی معادله (۳۳-۲)، معادله زیر به دست می‌آید:

$$\begin{aligned} \omega + Wi(1-\beta) \frac{\partial \omega}{\partial t} = & -\frac{R'}{\eta} \frac{\partial c}{\partial y} Wi \frac{\partial^2 p}{\partial x \partial t} + \frac{R'}{\eta} \frac{\partial c}{\partial x} Wi \frac{\partial^2 p}{\partial y \partial t} - \\ & R \left(\frac{\partial c}{\partial y} \left(1 + \frac{\partial \psi}{\partial y} \right) - \frac{\partial c}{\partial x} \frac{\partial \psi}{\partial x} \right) + \\ & \frac{\partial^2 \psi}{\partial t \partial y} Wi \frac{\partial c}{\partial y} \left(-(R+R')(1-\beta) + R''\beta \right) + \\ & \frac{\partial^2 \psi}{\partial t \partial x} Wi \frac{\partial c}{\partial x} \left(-(R+R')(1-\beta) + R''\beta \right) \end{aligned} \quad (۴۱-۲)$$

۲-۲-۳- جابجایی سیال نیوتنی توسط سیال ویسکوالاستیک اولدریوید-بی در محیط

همگن و ناهمسانگرد

در این بخش روابط حاکم بر جابجایی سیال نیوتنی توسط سیال ویسکوالاستیک اولدریوید-بی در محیط ناهمسانگرد ارائه می‌شوند. یکی از روش‌های رایج در مطالعاتی که بررسی ناهمسانگردی در یک

پدیده می‌پردازند، استفاده از دو دستگاه مختصات به صورت اصلی و فرعی است. از جمله این مسائل می‌توان به انتقال حرارت هدایتی، ثابت‌های دی‌الکتریک، نفوذپذیری و پراکندگی مغناطیسی و مدول‌های مکانیکی اشاره نمود. منظور از سیستم محوری اصلی، دستگاه مختصاتی است که در جهت‌های آن مقادیر نفوذپذیری و پراکندگی با استفاده از روش‌های آزمایشگاهی به صورت مستقیم بدست می‌آیند. بنابراین جملات غیرقطری این خواص در سیستم مختصاتی اصلی برابر با صفر می‌باشد. در مقابل، سیستم مختصاتی فرعی، به صورت هر سیستم دلخواهی است که با زاویه‌ای نسبت به سیستم مختصات اصلی قرار بگیرد. اگر قانون اول فیک^۱ برای مدل‌سازی انتقال جرم در محیط متخلخل بکار رود، این قانون در دو سیستم مختصات اصلی و فرعی به صورت معادلات زیر خواهد بود:

$$\begin{Bmatrix} j_{x_1} \\ j_{x_2} \end{Bmatrix}_{on} = -\rho \begin{bmatrix} \bar{D}_{11} & 0 \\ 0 & \bar{D}_{22} \end{bmatrix}_{on} \begin{Bmatrix} \frac{\partial c}{\partial x_1} \\ \frac{\partial c}{\partial x_2} \end{Bmatrix}_{on} \quad (42-2)$$

$$\begin{Bmatrix} j_x \\ j_y \end{Bmatrix}_{off} = -\rho \begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} \\ D_{21} & D_{22} \end{bmatrix}_{off} \begin{Bmatrix} \frac{\partial c}{\partial x} \\ \frac{\partial c}{\partial y} \end{Bmatrix}_{off} \quad (43-2)$$

که در این رابطه j جریان جرمی مولکولی، ρ چگالی، \bar{D} و D به ترتیب ضریب تانسور پراکندگی در سیستم مختصات اصلی و فرعی و c کسر جرمی می‌باشد.

معادله (42-2) را می‌توان به صورت زیر بازنویسی نمود:

$$[T(-\theta)]j_{off} = -\rho D_{on} [T(-\theta)]\nabla c_{off} \quad (44-2)$$

یا:

$$j_{off} = -\rho [T(-\theta)]^{-1} D_{on} [T(-\theta)]\nabla c_{off} \quad (45-2)$$

که در آن $[T(\theta)]$ تانسور دوران می‌باشد و به صورت زیر تعریف می‌شود:

¹ Fick's first law

$$[T(\theta)] = \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix} \quad (46-2)$$

با مقایسه معادلات (43-2) و (45-2)، معادله (47-2) به دست خواهد آمد:

$$D_{off} = [T(-\theta)]^{-1} D_{on} [T(-\theta)] \quad (47-2)$$

با استفاده از معادلات (46-2) و (47-2)، اجزاء تانسور پراکندگی در سیستم فرعی به صورت زیر بیان می‌شوند:

$$\begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} \\ D_{21} & D_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{D}_{11} \cos^2 \theta + \bar{D}_{22} \sin^2 \theta & (\bar{D}_{11} - \bar{D}_{22}) \sin \theta \cos \theta \\ (\bar{D}_{11} - \bar{D}_{22}) \sin \theta \cos \theta & \bar{D}_{11} \sin^2 \theta + \bar{D}_{22} \cos^2 \theta \end{bmatrix} \quad (48-2)$$

همچنین، در این مطالعه قانون داریسی به منظور بررسی جریان سیال در محیط متخلخل بکار می‌رود. با استفاده از این قانون و با روندی مشابه می‌توان اجزاء تانسور نفوذپذیری در سیستم فرعی را به صورت زیر بیان نمود:

$$\begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} \\ K_{21} & K_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{K}_{11} \cos^2 \theta + \bar{K}_{22} \sin^2 \theta & (\bar{K}_{11} - \bar{K}_{22}) \sin \theta \cos \theta \\ (\bar{K}_{11} - \bar{K}_{22}) \sin \theta \cos \theta & \bar{K}_{11} \sin^2 \theta + \bar{K}_{22} \cos^2 \theta \end{bmatrix} \quad (49-2)$$

در این حالت، بی‌بعد سازی معادلات حاکم با اندکی تغییر نسبت به حالت همسانگرد و با در نظر گرفتن شرایط ناهمسانگردی صورت می‌گیرد. در این بخش، از \bar{D}_{11}/U و \bar{D}_{11}/U^2 به ترتیب برای بی‌بعد سازی طول و زمان و از $\eta_1 \bar{D}_{11}/\bar{K}_{22}$ برای بی‌بعد نمودن فشار استفاده می‌شود. همچنین، برای خواص نفوذپذیری و پراکندگی به ترتیب از \bar{K}_{22} و \bar{D}_{11} استفاده می‌شود. \bar{K}_{22} ضریب نفوذپذیری ماکروسکوپیک محیط متخلخل در جهت عمود بر جریان و \bar{D}_{11} ضریب پراکندگی ماکروسکوپیک محیط متخلخل در جهت جریان می‌باشند. سایر پارامترها مانند محیط همسانگرد بی‌بعد خواهند شد. با استفاده از روابط بی‌بعد سازی جدید، معادلات حاکم به صورت زیر بیان می‌شوند:

$$\nabla \cdot \mathbf{u}^* = 0 \quad (50-2)$$

$$(1+Wi \frac{\partial}{\partial t^*}) \nabla p^* = -\frac{\eta^*}{K^*} (1+Wi(1-\beta) \frac{\partial}{\partial t^*}) (\mathbf{u}^* + i) \quad (51-2)$$

$$\frac{\partial c^*}{\partial t^*} + \mathbf{u}^* \cdot \nabla c^* = \nabla \cdot (\mathbf{D}^* \nabla c^*) \quad (52-2)$$

$$\mathbf{K}^* = \begin{bmatrix} \alpha_K \cos^2 \beta_K + \sin^2 \beta_K & (1/2)(\alpha_K - 1) \sin 2\beta_K \\ (1/2)(\alpha_K - 1) \sin 2\beta_K & \alpha_K \sin^2 \beta_K + \cos^2 \beta_K \end{bmatrix} \quad (53-2)$$

$$\mathbf{D}^* = \begin{bmatrix} \cos^2 \beta_D + \alpha_D \sin^2 \beta_D & (1/2)(1-\alpha_D) \sin 2\beta_D \\ (1/2)(1-\alpha_D) \sin 2\beta_D & \sin^2 \beta_D + \alpha_D \cos^2 \beta_D \end{bmatrix} \quad (54-2)$$

در این معادلات، $\alpha_K = \bar{K}_{11} / \bar{K}_{22}$ و $\alpha_D = \bar{D}_{22} / \bar{D}_{11}$ نسبت‌های ناهمسانگردی و β_K و β_D به ترتیب زوایای انحراف بین دو سیستم مختصات فرعی و اصلی در تانسور نفوذپذیری و پراکندگی را نشان می‌دهند.

در ادامه این بخش علامت ستاره بر روی پارامترهای بی‌بعد حذف خواهند شد. با بازنویسی

معادلات این بخش به فرم تابع جریان-ورتیسیته، معادله نفوذ-جابجایی به صورت زیر خواهد بود:

$$\frac{\partial c}{\partial t} + \frac{\partial \psi}{\partial y} \frac{\partial c}{\partial x} - \frac{\partial \psi}{\partial x} \frac{\partial c}{\partial y} = A_1 \frac{\partial^2 c}{\partial x^2} + A_2 \frac{\partial^2 c}{\partial y^2} + A_3 \frac{\partial^2 c}{\partial y \partial x} \quad (55-2)$$

که در آن:

$$A_1 = (\cos^2 \beta_D + \alpha_D \sin^2 \beta_D) \quad (56-2)$$

$$A_2 = (\sin^2 \beta_D + \alpha_D \cos^2 \beta_D) \quad (57-2)$$

$$A_3 = (1 - \alpha_D) \sin 2\beta_D \quad (58-2)$$

همچنین معادله حاصل از کرل گرفتن معادله مومنتوم به صورت زیر خواهد بود:

$$\left(\omega + Wi(1-\beta) \frac{\partial \omega}{\partial t} \right) = \frac{2}{H_5} \left(\begin{aligned}
& -H_1 \left(\frac{\partial \psi}{\partial x} + Wi(1-\beta) \frac{\partial^2 \psi}{\partial t \partial x} \right) R \frac{\partial c}{\partial x} - \\
& H_2 \left(\frac{\partial \psi}{\partial y} + 1 + Wi(1-\beta) \frac{\partial^2 \psi}{\partial t \partial y} \right) R \frac{\partial c}{\partial y} + \\
& H_3 \left(\left(\frac{\partial \psi}{\partial y} + 1 + Wi(1-\beta) \frac{\partial^2 \psi}{\partial t \partial y} \right) R \frac{\partial c}{\partial x} + \right. \\
& \left. \left(\frac{\partial \psi}{\partial x} + Wi(1-\beta) \frac{\partial^2 \psi}{\partial t \partial x} \right) R \frac{\partial c}{\partial y} - \right. \\
& \left. 2 \frac{\partial^2 \psi}{\partial y \partial x} - \frac{\partial(Wi(1-\beta))}{\partial y} \frac{\partial^2 \psi}{\partial t \partial x} - \right. \\
& \left. \frac{\partial(Wi(1-\beta))}{\partial x} \frac{\partial^2 \psi}{\partial t \partial y} \right. \\
& \left. - 2Wi(1-\beta) \frac{\partial^3 \psi}{\partial t \partial y \partial x} \right) + \\
& \frac{H_5}{2} \left(\frac{\partial(Wi(1-\beta))}{\partial y} \frac{\partial^2 \psi}{\partial t \partial y} + \right. \\
& \left. \frac{\partial(Wi(1-\beta))}{\partial x} \frac{\partial^2 \psi}{\partial t \partial x} \right) + \\
& (1-\alpha_K) \cos 2\beta_K \left(\frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} + \right. \\
& \left. \frac{\partial(Wi(1-\beta))}{\partial y} \frac{\partial^2 \psi}{\partial t \partial y} + \right. \\
& \left. Wi(1-\beta) \frac{\partial^3 \psi}{\partial t \partial y^2} \right) + \\
& \left. \frac{H_4}{\eta} \left(\frac{\partial Wi}{\partial y} \frac{\partial^2 p}{\partial x \partial t} - \frac{\partial Wi}{\partial x} \frac{\partial^2 p}{\partial y \partial t} \right) \right) \tag{59-2}
\end{aligned}$$

که در آن:

$$H_1 = (\alpha_K \cos^2 \beta_K + \sin^2 \beta_K) \tag{60-2}$$

$$H_2 = (\alpha_K \sin^2 \beta_K + \cos^2 \beta_K) \tag{61-2}$$

$$H_3 = ((1/2)(1-\alpha_K) \sin 2\beta_K) \tag{62-2}$$

$$H_4 = (\alpha_K \sin^2 \beta_K + \cos^2 \beta_K) \cdot (\alpha_K \cos^2 \beta_K + \sin^2 \beta_K) - (1/4)((\alpha_K - 1) \sin 2\beta_K)^2 \tag{63-2}$$

$$H_5 = \alpha_K + 1 + (\alpha_K - 1) \cos(2\beta_K) \tag{64-2}$$

۲-۲-۴- جابجایی سیال نیوتنی توسط سیال ویسکوالاستیک وایت-متزنر در محیط

همگن و با تانسور پراکندگی وابسته به سرعت

در این بخش روابط حاکم برای جابجایی سیال نیوتنی توسط سیال ویسکوالاستیک با معادله ساختاری وایت-متزنر در محیطی با تانسور پراکندگی وابسته به سرعت ارائه خواهد شد. معادله ساختاری در مدل وایت-متزنر به صورت زیر می‌باشد [۱۰۳]:

$$\bar{\tau} + \lambda(\dot{\gamma})\bar{\tau}_{(1)} = \eta(\dot{\gamma})\left(\dot{\gamma}_{(1)} + \theta(\dot{\gamma})\dot{\gamma}_{(2)}\right) \quad (۶۵-۲)$$

همان‌گونه که ملاحظه می‌شود، این مدل بسیار مشابه معادله ساختاری اولدروید-بی است. با این تفاوت که در معادله ساختاری وایت-متزنر برخلاف مدل اولدروید-بی خواص سیال همچون ویسکوزیته و زمان رهایی از تنش ثابت نبوده و تابع نرخ برش می‌باشد. بنابراین در توصیف ویژگی‌های سیال ویسکوالاستیک همچون خاصیت باریک‌شوندگی کارآمدتر عمل می‌نماید. در این مطالعه، از مدل کاریو- یاسودا برای نشان دادن رفتار باریک‌شوندگی سیال غیرنیوتنی، استفاده می‌شود. این مدل تطابق بسیار خوبی با گسترده وسیعی از داده‌های آزمایشگاهی دارد و به صورت زیر نمایش داده می‌شود:

$$\frac{\eta - \eta_{\infty}}{\eta_0 - \eta_{\infty}} = \left[1 + (\zeta\dot{\gamma})^a\right]^{(n-1)/a} \quad (۶۶-۲)$$

$$\frac{\lambda - \lambda_{\infty}}{\lambda_0 - \lambda_{\infty}} = \left[1 + (\zeta\dot{\gamma})^a\right]^{(n-1)/a} \quad (۶۷-۲)$$

در این معادلات، η_{∞} و λ_{∞} ، ویسکوزیته و زمان رهایی از تنش در نرخ برش نهایی، η_0 و λ_0 ویسکوزیته و زمان رهایی از تنش در نرخ برش صفر می‌باشند. همچنین، $\dot{\gamma}$ نرخ برش تعمیم یافته، ζ ثابت زمانی و n شاخص توانی است که شیب نمودار تغییرات خواص را نشان می‌دهد. در این رابطه، a پارامتر بی‌بعدی است که انتقال از ناحیه‌ی نرخ برش صفر به ناحیه توانی را نشان می‌دهد. برای بسیاری از محلول‌های پلیمری، این معادله به ازای $\eta_{\infty} = 0$ ، $\lambda_{\infty} = 0$ و $a = 2$ تطابق بسیار خوبی با نتایج آزمایشگاهی بدست آمده دارد.

از آنجایی که برش اصلی در سلول هل-شاو در جهت عمود بر صفحات اصلی اتفاق می‌افتد، بنابراین میانگین نرخ برش از تقسیم سرعت سیال بر فاصله‌ی دو صفحه به صورت زیر بدست می‌آید:

$$\bar{\dot{\gamma}} = \frac{V}{b}, \quad V^2 = u^2 + v^2 \quad (68-2)$$

بدین ترتیب ویسکوزیته و زمان رهایی از تنش سیال ویسکوالاستیک با این مدل به صورت زیر بیان می‌شود:

$$\eta = \eta_0 \left[1 + \left(\frac{\dot{\gamma} V}{b} \right)^2 \right]^{(n-1)/2} \quad (69-2)$$

$$\lambda = \lambda_0 \left[1 + \left(\frac{\dot{\gamma} V}{b} \right)^2 \right]^{(n-1)/2} \quad (70-2)$$

پیش از پرداختن به معادلات حاکم برای جریان، به توصیف محیط در نظر گرفته شده برای جابجایی خواهیم پرداخت. در این بخش همانند مطالعه صورت گرفته توسط قسمت و عزیز [۳۷] تانسور پراکندگی محیط ناهمسانگرد و وابسته به سرعت در نظر گرفته شده است. بدین صورت که تانسور پراکندگی برای یک محیط به صورت معادله زیر در نظر گرفته خواهد شد [۳۷]:

$$\mathbf{D} = D_0 \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} D_L & 0 \\ 0 & D_T \end{bmatrix} \quad (71-2)$$

در این معادله D_0 نشان‌دهنده پخش مولکولی است. همچنین D_L و D_T ضرایب پراکندگی در جهت طولی و عرضی می‌باشند و به صورت زیر تعریف خواهند شد [۳۷]:

$$\frac{D_L}{D_T} = \frac{a_L}{a_T} \frac{\|\mathbf{u}\|}{\|\mathbf{u}\|} \quad (72-2)$$

a_T و a_L به ترتیب نشان‌دهنده شدت پراکندگی در جهت طولی و عرضی است. با ترکیب معادلات (۷۱-۲) و (۷۲-۲)، معادله (۷۳-۲) حاصل خواهد شد [۳۷]:

$$\mathbf{D} = (D_0 + a_T \|\mathbf{u}\|) \mathbf{I} + (a_L - a_T) \frac{\mathbf{u}\mathbf{u}^T}{\|\mathbf{u}\|} \quad (73-2)$$

هنگامی که $a_L = a_T$ باشد و یا در غیاب جریان، تانسور پراکندگی همسانگرد خواهد بود. قابل ذکر است در صورت برابر بودن a_L و a_T تانسور پراکندگی با وجود همسانگرد بودن ثابت نخواهد بود و با نرم بردار سرعت به صورت خطی تغییر می‌نماید.

در این بخش جهت بی‌بعد سازی معادلات حاکم، از U ، $D_{||}/U$ و $D_{||}/U^2$ به ترتیب برای بی‌بعد سازی سرعت، طول و زمان استفاده می‌شود که در آن‌ها $D_{||}$ برابر $D_0 + a_L U$ خواهد بود. ویسکوزیته به وسیله ویسکوزیته سیال جابجاکننده در نرخ برش صفر (η_{10})، فشار توسط $\eta_{10} D_{||}/K$ و غلظت به وسیله غلظت سیال جابجا کننده c_1 بی‌بعد خواهند شد. صورت بی‌بعد معادلات حاکم به صورت زیر خواهد بود:

$$\nabla \cdot \mathbf{u}^* = 0 \quad (74-2)$$

$$(1 + Wi \frac{\partial}{\partial t^*}) \nabla p^* = -\eta^* (1 + (1 - \beta) Wi \frac{\partial}{\partial t^*}) (\mathbf{u}^* + i) \quad (75-2)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial c^*}{\partial t^*} + u^* \frac{\partial c^*}{\partial x^*} + v^* \frac{\partial c^*}{\partial y^*} = & \left(\frac{\partial^2 c^*}{\partial x^{*2}} + \frac{\partial^2 c^*}{\partial y^{*2}} \right) + \\ & L \frac{\partial}{\partial x^*} \left[\frac{\alpha \sqrt{(1+u^*)^2 + v^{*2}} - 1}{(1-\alpha)} \frac{\partial c^*}{\partial x^*} + \frac{(1-\alpha)}{\sqrt{(1+u^*)^2 + v^{*2}}} \left((1+u^*)^2 \frac{\partial c^*}{\partial x^*} + (1+u^*) v^* \frac{\partial c^*}{\partial y^*} \right) \right] \\ & + L \frac{\partial}{\partial y^*} \left[\frac{\alpha \sqrt{(1+u^*)^2 + v^{*2}} - 1}{(1-\alpha)} \frac{\partial c^*}{\partial y^*} + \frac{(1-\alpha)}{\sqrt{(1+u^*)^2 + v^{*2}}} \left((1+u^*) v^* \frac{\partial c^*}{\partial x^*} + v^{*2} \frac{\partial c^*}{\partial y^*} \right) \right] \end{aligned} \quad (76-2)$$

در این معادلات، $Wi = \lambda U^2 / D_{||}$ ، عدد وایزبرگ و نشان‌دهنده خاصیت الاستیک سیال ویسکوالاستیک خواهد بود. همچنین، α نسبت پراکندگی ($\alpha = a_T / a_L$) است و L نشان دهنده شدت پراکندگی طولی می‌باشد و به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$L = \frac{a_L U}{D_0 + a_L U} \quad (77-2)$$

همانند بخش‌های قبل تغییرات خواص با غلظت به صورت نمائی در نظر گرفته می‌شود و به صورت زیر خواهد بود:

$$\eta^* = \left[1 + (\zeta^* V^*)^2 \right]^{c^* (n-1)/2} e^{R(1-c^*)} \quad (78-2)$$

$$Wi = (Wi_{10})^{c^*} \left[1 + (\zeta^* V^*)^2 \right]^{c^* (n-1)/2} e^{R'(1-c^*)} \quad (79-2)$$

$$\beta = \beta_1 e^{R''(1-c^*)} \quad (80-2)$$

در معادله بالا، $\zeta^* = \zeta U / b$ ، عدد وایزنبرگ سیال جابجا کننده در نرخ برش صفر می‌باشد. همچنین $R = \ln(\eta_2 / \eta_{10})$ ، $R' = \ln(Wi_2)$ و $R'' = \ln(\beta_2 / \beta_1)$ است. در ادامه جهت سهولت از علامت ستاره برای پارامترهای بی‌بعد صرف‌نظر می‌شود.

معادلات حاکم در فرم تابع جریان-ورتیسیتی به شکل زیر خواهد بود:

$$\begin{aligned} \omega + Wi(1-\beta) \frac{\partial \omega}{\partial t} &= \frac{\partial Wi}{\eta \partial y} \frac{\partial^2 p}{\partial x \partial t} - \frac{\partial Wi}{\eta \partial x} \frac{\partial^2 p}{\partial y \partial t} + \frac{\partial \eta}{\eta \partial y} \left(\frac{\partial \psi}{\partial y} + 1 \right) + \\ &\frac{\partial \eta}{\eta \partial x} \frac{\partial \psi}{\partial x} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial t \partial y} \frac{\partial \eta Wi(1-\beta)}{\eta \partial y} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial t \partial x} \frac{\partial \eta Wi(1-\beta)}{\eta \partial x} \end{aligned} \quad (81-2)$$

$$\frac{\partial c}{\partial t} + \frac{\partial \psi}{\partial y} \frac{\partial c}{\partial x} - \frac{\partial \psi}{\partial x} \frac{\partial c}{\partial y} = \left(\frac{\partial^2 c}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 c}{\partial y^2} \right) +$$

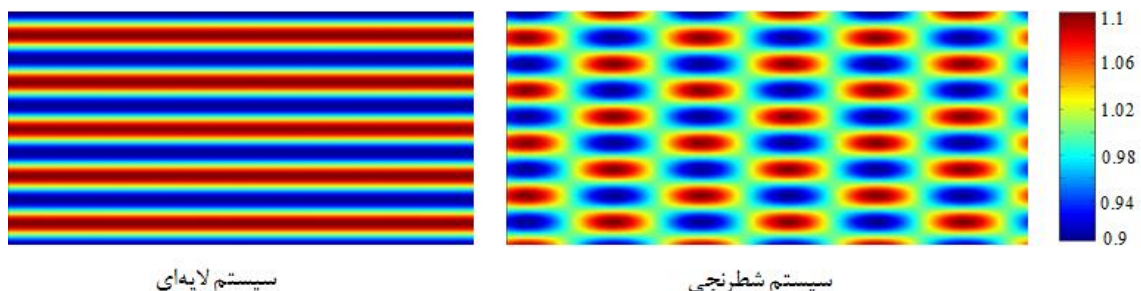
$$\begin{aligned} &\left[\left(\alpha \sqrt{\left(1 + \frac{\partial \psi}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial \psi}{\partial x} \right)^2} - 1 \right) \frac{\partial c}{\partial x} + \right. \\ &\left. L \frac{\partial}{\partial x} \frac{(1-\alpha)}{\sqrt{\left(1 + \frac{\partial \psi}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial \psi}{\partial x} \right)^2}} \left(\left(1 + \frac{\partial \psi}{\partial y} \right)^2 \frac{\partial c}{\partial x} - \left(1 + \frac{\partial \psi}{\partial y} \right) \frac{\partial \psi}{\partial x} \frac{\partial c}{\partial y} \right) \right] \\ &+ L \frac{\partial}{\partial y} \left[\left(\alpha \sqrt{\left(1 + \frac{\partial \psi}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial \psi}{\partial x} \right)^2} - 1 \right) \frac{\partial c}{\partial y} + \right. \\ &\left. \frac{(1-\alpha)}{\sqrt{\left(1 + \frac{\partial \psi}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial \psi}{\partial x} \right)^2}} \left(- \left(1 + \frac{\partial \psi}{\partial y} \right) \frac{\partial \psi}{\partial x} \frac{\partial c}{\partial x} + \left(\frac{\partial \psi}{\partial x} \right)^2 \frac{\partial c}{\partial y} \right) \right] \end{aligned} \quad (82-2)$$

۲-۲-۵- جابجایی سیال نیوتنی توسط سیال ویسکوالاستیک وایت-متزنر در محیط ناهمگن

در این بخش، با در نظر گرفتن ناهمگنی برای نفوذپذیری محیط جابجایی، معادلات حاکم برای جریان سیالات وایت-متزنر-نیوتنی ارائه خواهد شد. در این پژوهش، همانند دی-ویت و هومسی [۲۶، ۲۷] ناهمگنی محیط به صورت پریودیک در نظر گرفته می‌شود. معادله توصیف کننده نفوذپذیری محیط به صورت زیر خواهد بود:

$$\ln \left[\frac{K(x, y)}{K_0} \right] = s \cos \left(\frac{2\pi}{W} qy \right) \cos \left(\frac{2\pi}{L_x} ax \right) \quad (۲-۸۳)$$

در این معادله $K(x, y)$ نفوذپذیری موضعی، K_0 میانگین نفوذپذیری محیط، s دامنه تغییرات $\ln[K(x, y)/K_0]$ ، a و q فرکانس لایه‌های محیط به ترتیب در جهت‌های x و y می‌باشند. هنگامی که a برابر صفر قرار داده شود محیط در جهت عمود بر جریان به صورت لایه‌ای خواهد بود و برای سایر مقادیر، محیط مورد مطالعه ساختاری شطرنجی به خود می‌گیرد. نمونه‌ای از این سیستم برای مقادیر $s=0.1$ و $q=5$ در شکل ۲-۲ نمایش داده شده است. قابل ذکر است در این شکل برای سیستم شطرنجی a برابر ۳ در نظر گرفته شده است.



شکل ۲-۲- نمایی از سیستم ناهمگن ($q=5$ ، $s=0.1$ و $a=3$).

با در نظر گرفتن ناهمگنی، در این بخش از میانگین نفوذپذیری محیط (K_0) جهت بی‌بعد سازی استفاده خواهد شد. پارامترهای بی‌بعد سازی به صورت زیر می‌باشند:

$$\begin{aligned} x^* &= \frac{(x, y)}{D/U}, & \mathbf{u}^* &= \frac{\mathbf{u}}{U}, & t^* &= \frac{t}{D/U^2}, \\ c^* &= \frac{c}{c_1}, & \eta^* &= \frac{\eta}{\eta_{10}}, & K^* &= \frac{K}{K_0}, \\ p^* &= \frac{p}{\eta_{10}D/K_0}, & Wi &= \frac{\lambda}{D/U^2}, & \zeta^* &= \frac{\zeta U}{b} \end{aligned} \quad (۸۴-۲)$$

بنابراین صورت بی‌بعد معادلات حاکم به صورت زیر خواهند بود:

$$\nabla \cdot \mathbf{u}^* = 0 \quad (۸۵-۲)$$

$$(1+Wi \frac{\partial}{\partial t^*}) \nabla p^* = -\frac{\eta^*}{K^*} (1+(1-\beta)Wi \frac{\partial}{\partial t^*}) (\mathbf{u}^* + i) \quad (۸۶-۲)$$

$$\frac{\partial c^*}{\partial t^*} + \mathbf{u}^* \cdot \nabla c^* = \nabla^2 c^* \quad (۸۷-۲)$$

$$\eta^* = \left[1 + (\zeta^* V^*)^2 \right]^{c^* (n-1)/2} e^{R(1-c^*)} \quad (۸۸-۲)$$

$$Wi = (Wi_{10})^{c^*} \left[1 + (\zeta^* V^*)^2 \right]^{c^* (n-1)/2} e^{R'(1-c^*)} \quad (۸۹-۲)$$

$$\beta = \beta_1 e^{R''(1-c^*)} \quad (۹۰-۲)$$

$$\ln [K^*(x, y)] = s \cos \left(\frac{2\pi}{Pe/A} qy^* \right) \left[\begin{aligned} &\cos \left(\frac{2\pi}{Pe} ax^* \right) \cos \left(\frac{2\pi}{Pe} at^* \right) - \\ &\sin \left(\frac{2\pi}{Pe} ax^* \right) \sin \left(\frac{2\pi}{Pe} at^* \right) \end{aligned} \right] \quad (۹۱-۲)$$

به وسیله‌ی بازنویسی معادلات دارسی اصلاح شده و نفوذ-جابجایی به فرم تابع جریان-ورتیسیته‌ی،

معادلات (۹۸-۲) و (۹۹-۲) به دست می‌آیند:

$$\begin{aligned} \omega + (1-\beta)Wi \frac{\partial \omega}{\partial t} = \frac{K}{\eta} \left(\frac{\partial Wi}{\partial y} \frac{\partial^2 p}{\partial x \partial t} - \frac{\partial Wi}{\partial x} \frac{\partial^2 p}{\partial y \partial t} \right) + \left(\frac{\partial \psi}{\partial y} + 1 \right) \frac{\partial \eta}{\eta \partial y} + \frac{\partial \psi}{\partial x} \frac{\partial \eta}{\eta \partial x} + \\ \frac{\partial^2 \psi}{\partial t \partial y} \frac{\partial \eta (1-\beta)Wi}{\eta \partial y} + \frac{\partial \psi}{\partial t \partial x} \frac{\partial \eta \theta}{\eta \partial x} - \frac{\partial \ln(K)}{\partial y} \left(\left(\frac{\partial \psi}{\partial y} + 1 \right) + (1-\beta)Wi \frac{\partial^2 \psi}{\partial t \partial y} \right) - \\ \frac{\partial \ln(K)}{\partial x} \left(\frac{\partial \psi}{\partial x} + (1-\beta)Wi \frac{\partial^2 \psi}{\partial t \partial x} \right) \end{aligned} \quad (92-2)$$

$$\frac{\partial c}{\partial t} + \frac{\partial \psi}{\partial y} \frac{\partial c}{\partial x} - \frac{\partial \psi}{\partial x} \frac{\partial c}{\partial y} = \frac{\partial^2 c}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 c}{\partial y^2} \quad (93-2)$$

۲-۲-۶- جابجایی سیال نیوتنی توسط سیال ویسکوالاستیک گزیکس در محیط

همگن و همسانگرد

در ادامه از مدل گزیکس به عنوان معادله ساختاری سیال ویسکوالاستیک استفاده می‌شود. تنش کل

برای محلولی پلیمری با معادله ساختاری گزیکس به صورت زیر در نظر گرفته می‌شود:

$$\tilde{\tau} = \tilde{\tau}_p + \tilde{\tau}_s - PI \quad (94-2)$$

در معادله بالا، $\tilde{\tau}$ تنش کل، $\tilde{\tau}_p$ سهم پلیمری تنش، $\tilde{\tau}_s$ سهم تنش حلال نیوتنی و P فشار است.

سهم پلیمری تنش و سهم تنش حلال نیوتنی به صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$\tilde{\tau}_s = \eta_s \dot{\gamma}_{(1)} \quad (95-2)$$

$$\tilde{\tau}_p + \lambda \tilde{\tau}_{p(1)} + \alpha_G \frac{\lambda}{\eta_p} \{ \tilde{\tau}_p \cdot \tilde{\tau}_p \} = \eta_p \dot{\gamma}_{(1)} \quad (96-2)$$

همانطور که در بخش‌های پیشین ذکر شد، $\dot{\gamma}_{(1)}$ مشتق مرتبه اول همرفتی پاد همبسته نرخ برش، λ

ثابت زمانی سیال ویسکوالاستیک، η_s و η_p به ترتیب نشان‌دهنده ویسکوزیته حلال و ویسکوزیته

پلیمری محلول هستند. همچنین $\tilde{\tau}_{p(1)}$ ، مشتق مرتبه اول همرفتی تانسور تنش پلیمری و α_G فاکتور

حرک^۱ مدل گزیکس می‌باشد.

¹ Mobility factor

در این بخش از معادله دارسی-برینکمن به عنوان معادله مومنتوم جریان استفاده می‌شود. از آنجایی که جریان در مسئله مورد بررسی بسیار آرام و خزشی است بنابراین از ترم اینرسی در این معادله صرف نظر خواهد شد.

$$\nabla \cdot \tilde{\tau} = \frac{\eta}{K} \mathbf{u} \quad (97-2)$$

سایر معادلات حاکم شامل معادله پیوستگی و معادله نفوذ-جابجایی همانند بخش‌های پیشین و حالت محیط همگن و همسانگرد می‌باشد.

از ویسکوزیته کل سیال جابجاکننده (η_1) جهت بی‌بعد نمودن ویسکوزیته جریان استفاده می‌شود. طول و زمان مشخصه همانند بخش‌های پیشین به ترتیب به صورت D/U و D/U^2 در نظر گرفته می‌شود. بی‌بعد سازی تنش، سرعت و غلظت در جریان به ترتیب توسط $\eta_1 U^2 / D$ ، U و c_1 صورت می‌گیرد.

صورت بی‌بعد معادلات حاکم به صورت زیر می‌باشد:

$$\nabla \cdot \mathbf{u}^* = 0 \quad (98-2)$$

$$\nabla^* \cdot (\eta^* (1-\beta) \gamma_{(1)}^*) + \nabla^* \cdot \tilde{\tau}_p^* - \nabla^* \cdot p^* = \frac{\eta^*}{K^*} (\mathbf{u}^* + i) \quad (99-2)$$

$$\tilde{\tau}_p^* + Wi \tilde{\tau}_{p(1)}^* + \alpha_G \frac{Wi}{\beta} \{ \tilde{\tau}_p^* \cdot \tilde{\tau}_p^* \} = \beta \gamma_{(1)}^* \quad (100-2)$$

$$\frac{\partial c^*}{\partial t^*} + \mathbf{u}^* \cdot \nabla c^* = \nabla^2 c^* \quad (101-2)$$

$$\eta^* = \exp(R(1-c^*)) \quad (102-2)$$

$$Wi = Wi_1 \exp(R'(1-c^*)) \quad (103-2)$$

$$\beta = \beta_1 \exp(R''(1-c^*)) \quad (104-2)$$

$$\alpha_G = \alpha_{G1} \exp(R'''(1-c^*)) \quad (105-2)$$

بازنویسی معادلات به فرم تابع جریان - ورتیسیت به صورت زیر خواهد بود:

$$\begin{aligned}
\omega = & \left(\frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} - \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} \right) \cdot \left(\frac{\partial^2 (\eta(1-\beta))}{\frac{\eta}{K} \partial x^2} - \frac{\partial^2 (\eta(1-\beta))}{\frac{\eta}{K} \partial y^2} \right) + \\
& \frac{\partial^2 (2\eta(1-\beta))}{\frac{\eta}{K} \partial x \partial y} \cdot \left(-2 \frac{\partial^2 \psi}{\partial y \partial x} \right) - (1-\beta) \left(\frac{\partial^3 \psi}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 \psi}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^3 \psi}{\partial y^4} \right) + \\
& \frac{1}{\frac{\eta}{K}} \cdot \left(\frac{\partial^2 \tau_{pxy}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 (\tau_{pyy} - \tau_{pxx})}{\partial x \partial y} - \frac{\partial^2 \tau_{pxy}}{\partial y^2} \right) \tag{1.6-2}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \frac{\partial \frac{\eta}{K}}{\frac{\eta}{K} \partial x} \cdot \frac{\partial \psi}{\partial x} + \frac{\partial \frac{\eta}{K}}{\frac{\eta}{K} \partial y} \cdot \left(\frac{\partial \psi}{\partial y} + 1 \right)
\end{aligned}$$

$$\frac{\partial c}{\partial t} + \frac{\partial \psi}{\partial y} \frac{\partial c}{\partial x} - \frac{\partial \psi}{\partial x} \frac{\partial c}{\partial y} = \frac{\partial^2 c}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 c}{\partial y^2} \tag{1.7-2}$$

فصل ۳ – روش عددی

۳-۱ - مقدمه

پس از مشخص شدن معادلات حاکم بر مسئله گام بعدی انتخاب روش مناسب جهت حل معادلات به دست آمده است. روش مورد نظر در این پژوهش استفاده از روش طیفی است. روش طیفی به طور گسترده‌ای در پدیده‌های مورد بررسی در مکانیک سیالات و سایر علوم به کار گرفته می‌شود. توضیحاتی کامل برای استفاده از این روش در مکانیک سیالات در کتاب کانوتو^۱ و همکاران [۱۰۴] قابل دسترس می‌باشد. در ادامه، ابتدا به معرفی اجمالی روش طیفی پرداخته و پس از آن مراحل شبیه‌سازی در مطالعه حاضر تشریح می‌شود.

۳-۲ - آشنایی با روش طیفی

به منظور آشنایی با مفاهیم اولیه این روش، تابع مجهول $u(x)$ با شرایط زیر در نظر گرفته می‌شود.

$$Lu = f(x) \quad u(x), x \in \Omega \subseteq \mathbb{R}^n \quad (1-3)$$

در این رابطه L عملگر مشتق یا انتگرال و $f(x)$ تابعی مشخص می‌باشد. حال با استفاده از روش طیفی، تقریبی برای این تابع مجهول به دست خواهد آمد. بدین منظور تابع $u(x)$ به صورت مجموع $N+1$ تابع $\varphi_N(x)$ که به آن‌ها توابع پایه^۲ گفته می‌شود، در نظر گرفته خواهد شد:

$$u(x) = \sum_{n=0}^N a_n \varphi_n(x) \quad (2-3)$$

در این رابطه a_n ضریب مجهولی است که با استفاده از روش‌های مختلف موجود در روش طیفی، محاسبه خواهد شد. اگر تقریب در نظر گرفته شده یعنی معادله (۲-۳) در معادله (۱-۳) جایگذاری شود، باقیمانده یعنی تفاوت بین جواب دقیق و تقریب آن به صورت زیر نمایش داده می‌شود:

$$R = Lu - f(x) \quad (3-3)$$

¹ Canuto

² Basis functions

از آنجایی که با نزدیک شدن مقدار R به صفر، جواب‌ها دقت بیشتری خواهند داشت، انتخاب ضرایبی برای این سری که بتواند خطا را به حداقل ممکن برساند، هدف مورد نظر در روش‌های مختلف عددی می‌باشد. به عبارتی دیگر تفاوت روش‌های مختلف بکار رفته در حل عددی معادلات به انتخاب توابع پایه و همچنین روش‌های حداقل‌سازی باقیمانده در آن‌ها باز می‌گردد. در روش طیفی از سری‌های فوریه و چندجمله‌ای‌های چبیشف^۱ به عنوان توابع پایه استفاده می‌شود که با توجه به شرایط مرزی حاکم بر مسئله یکی از آن‌ها انتخاب می‌شود. در مسائل با شرایط متناوب از سری‌های سینوسی و کسینوسی فوریه که خود نیز به طور ذاتی متناوب هستند استفاده می‌شود، درحالی‌که برای مسائل غیرمتناوب از چندجمله‌ای‌های چبیشف یا لژاندر^۲ استفاده می‌کنند. سری چبیشف در واقع همان بسط کسینوسی سری فوریه می‌باشد که متغیر آن تغییر نموده است. در مطالعات جدیدتر انجام گرفته با استفاده از این روش، معمولاً به جای تبدیلات فوریه از تبدیلات سریع‌تر آن به فرم FFT استفاده می‌شود.

۳-۳- تبدیل هارتلی

تبدیلات فوریه یکی از پرکاربردترین ابزارهای ریاضی در علوم مهندسی می‌باشد که به طور گسترده در حل معادلات مشتق جزئی مورد استفاده قرار می‌گیرند. تا قبل از سال ۱۹۹۱ تمام مطالعاتی که با استفاده از روش طیفی به بررسی ناپایداری انگشتی می‌پرداختند، از تبدیلات فوریه در حل معادلات مشتق جزئی استفاده می‌شد. در این سال زیمرمن و هومسی [۲۱] با معرفی تبدیلات هارتلی به بررسی ناپایداری انگشتی در محیط متخلخلی با پراکندگی ناهمسانگرد پرداختند. این تبدیل اگرچه شباهت‌های بسیاری با تبدیل فوریه دارد ولی تفاوت‌هایی نیز با آن دارد که آن را به مراتب سریع‌تر از تبدیل فوریه می‌نماید. در اینجا به بخشی از این تفاوت‌ها اشاره می‌شود:

¹ Chebyshev polynomial

² Legendre polynomial

تبدیل فوریه تابع $g(t)$ به صورت زیر تعریف می‌شود که در آن یک تابع حقیقی به تابعی مختلط تبدیل می‌شود.

$$F(s) = \int g(t) [\cos(2\pi st) + i \sin(2\pi st) dt] \quad (4-3)$$

رابطه‌ای شبیه به همین معادله برای تبدیل هارتلی نیز تعریف می‌شود. با این تفاوت که در آن تابع حقیقی به تابعی حقیقی تبدیل می‌شود.

$$H(s) = \int g(t) [\cos(2\pi st) + \sin(2\pi st) dt] \quad (5-3)$$

بسیاری از خواص تبدیل هارتلی همانند تبدیل فوریه می‌باشد ولی این تبدیل چندین مزیت نسبت به تبدیل فوریه دارد. تبدیل هارتلی به این علت که تنها با اعداد حقیقی کار می‌نماید، فقط نصف عملیات مشابه در تبدیل فوریه را انجام می‌دهد. به همین دلیل محاسبات مربوطه را با سرعت بیشتری انجام می‌دهد. از طرفی به علت حالت خاص تبدیل هارتلی در همان مقدار محاسبات انجام شده نیز عملیات ضرب و تقسیم کمتری انجام می‌دهد که سرعت آن را مجدداً افزایش می‌دهد. با این تعاریف تبدیل گسسته‌ساز دوبعدی هارتلی به صورت زیر بیان می‌شود:

$$H \langle g(x, y) \rangle = \hat{G}(k_x, k_y) \\ = \frac{1}{\sqrt{N_x N_y}} \sum_x \sum_y g(x, y) \text{cas} \left(\frac{2\pi x k_x}{N_x} + \frac{2\pi y k_y}{N_y} \right) \quad (6-3)$$

در این رابطه N_x و N_y تعداد گره‌های بکار رفته در شبکه‌بندی محیط محاسباتی و k_x و k_y به ترتیب عدد موج‌های در جهت x و y می‌باشد. cas نیز به صورت مجموع کسینوس و سینوس تعریف می‌شود. مثلاً برای شناسه x به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\text{cas}(x) = \sin(x) + \cos(x) \quad (7-3)$$

در این فصل توابعی که از آن‌ها تبدیل هارتلی گرفته شده است با کلاه نشان داده می‌شوند. مشتق‌گیری از توابع با استفاده از این روش به آسانی صورت می‌پذیرد:

$$H \left\langle \frac{\partial}{\partial x} g(x, y) \right\rangle = -2\pi k_x \hat{G}(-k_x, -k_y) \quad (۸-۳)$$

$$H \left\langle \frac{\partial}{\partial y} g(x, y) \right\rangle = -2\pi k_y \hat{G}(-k_x, -k_y) \quad (۹-۳)$$

$$H \left\langle \frac{\partial^2}{\partial x^2} g(x, y) \right\rangle = -4\pi^2 k_x^2 \hat{G}(-k_x, -k_y) \quad (۱۰-۳)$$

$$H \left\langle \frac{\partial^2}{\partial y^2} g(x, y) \right\rangle = -4\pi^2 k_y^2 \hat{G}(-k_x, -k_y) \quad (۱۱-۳)$$

$$H \left\langle \frac{\partial}{\partial x \partial y} g(x, y) \right\rangle = -4\pi^2 k_x k_y \hat{G}(-k_x, -k_y) \quad (۱۲-۳)$$

۳-۴- اصلاح شرایط مرزی و اولیه

همان طور که در بخش‌های پیشین ذکر شد، در استفاده از تبدیلات فوریه و یا هارتلی نیاز به استفاده از شرایط مرزی متناوب وجود دارد. از بررسی معادلات شرایط مرزی که در فصل قبل بیان شد مشاهده می‌شود، در جهت عرضی یا همان جهت عمود بر جریان، شرط مرزی متناوب هم برای سرعت و هم برای غلظت برقرار است ولی در جهت جریان این شرط برای غلظت برقرار نمی‌باشد. برای رفع این مشکل راه‌حلی ارائه شد. تن و هومسی [۱۷] برای ایجاد تناوب، طول محیط محاسباتی را دو برابر نمودند و با استفاده از انعکاس شرایط در $x = L$ به رفع این مشکل پرداختند. این روش هزینه محاسباتی مسئله را افزایش می‌داد به همین دلیل مورد استقبال چندانی قرار نگرفت. پس از آن منیکام و هومسی [۲۵] روش دیگری را ارائه نمودند که نسبت به روش قبلی بسیار کارآمد و سریع بود. در این روش غلظت کلی در هر مکان و هر زمان طبق رابطه زیر فرض می‌شود:

$$c(x, y, t) = \bar{c}(x, t) + c'(x, y, t) \quad (۱۳-۳)$$

در این رابطه، $c'(x, y, t)$ یک جمله اغتشاشی برای غلظت و $\bar{c}(x, t)$ جواب معادله یک‌بعدی معادله

نفوذ-جابجایی می‌باشد که به صورت زیر بیان می‌شود:

$$\bar{c}(x, t) = \frac{1}{2} \left[1 - \operatorname{erf} \left(x / \sqrt{4t} \right) \right] \quad (14-3)$$

بنابراین در روند شبیه‌سازی به جای استفاده از غلظت کل، فقط جمله اغتشاشی غلظت را محاسبه نموده و برای به دست آوردن غلظت اصلی در مسئله از معادله (۱۳-۳) استفاده می‌شود. این جمله اغتشاشی در دو مرز موجود در جهت جریان صفر بوده، بنابراین شرط مرزی متناوب برای این جهت بدون تحمیل محاسبات اضافی فراهم می‌شود. با در نظر گرفتن این شرایط، تغییراتی نیز برای شرط اولیه‌ی غلظت به وجود می‌آید. بدین منظور برای حالت پایه از همان معادله (۱۴-۳) استفاده می‌شود ولی برای جمله اغتشاشی، از یک سری اغتشاشات بسیار کوچک که به صورت تصادفی انتخاب می‌شوند، استفاده خواهد شد. بنابراین شرط اولیه غلظت به صورت زیر بیان می‌شود:

$$c(x, y, t = t_o) = \bar{c}(x, t_o) + \delta * \operatorname{Rand}(y) * \exp(-x^2 / \sigma^2) \quad (15-3)$$

در این رابطه δ ضریبی است که شدت مقادیر تصادفی را مشخص می‌نماید و معمولاً از مرتبه 10^{-2} انتخاب می‌شود. Rand مجموعه‌ای از اعداد تصادفی است که بین -1 و 1 انتخاب می‌شوند و σ پارامتری است که شدت نفوذ پراکندگی‌ها را از مرز جلویی نشان می‌دهد.

۳-۵- روند شبیه‌سازی

با توجه به اینکه معادلات به شکل تابع جریان- ورتیسیتی نوشته شده‌اند، در روند شبیه‌سازی باید سه پارامتر c ، ψ و ω به دست آورده شود. بدین منظور ابتدا تمام معادلات با استفاده از تبدیل هارتلی گسسته‌سازی می‌شوند. برخی از پارامترهای مسئله به صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$L_x = Pe; \quad L_y = Pe/A \quad (16-3)$$

$$x_m = \left(\frac{m}{N_x} \right) L_x \quad m=0,1,2,\dots,N_x - 1 \quad (17-3)$$

$$y_n = \left(\frac{n}{N_y} \right) L_y \quad n=0,1,2,\dots,N_y - 1 \quad (18-3)$$

$$k_m = \frac{2\pi m}{L_x}; \quad k_n = \frac{2\pi n}{L_y} \quad (19-3)$$

در ادامه به عنوان نمونه، روند شبیه‌سازی در جابجایی سیال نیوتنی توسط سیال ویسکوالاستیک اولدروید-بی در محیط همگن و همسانگرد توضیح داده خواهد شد. سایر شبیه‌سازی‌ها با روندی مشابه صورت می‌گیرد. ابتدا معادله نفوذ-جابجایی در این حالت با کمک معادله (3-13) بازنویسی می‌شود:

$$\frac{\partial \bar{c}}{\partial t} + \frac{\partial c'}{\partial t} + \frac{\partial \psi}{\partial y} \left(\frac{\partial \bar{c}}{\partial x} + \frac{\partial c'}{\partial x} \right) - \frac{\partial \psi}{\partial x} \frac{\partial c'}{\partial y} = \frac{\partial^2 \bar{c}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 c'}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 c'}{\partial y^2} \quad (20-3)$$

همچنین با توجه به رابطه (3-14)، رابطه زیر برقرار است:

$$\frac{\partial \bar{c}}{\partial t} = \frac{\partial^2 \bar{c}}{\partial x^2} \quad (21-3)$$

بنابراین معادله (3-20) به صورت زیر بازنویسی می‌شود:

$$\begin{aligned} \frac{\partial c'}{\partial t} &= -J + \frac{\partial^2 c'}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 c'}{\partial y^2} \\ J &= \frac{\partial \psi}{\partial y} \left(\frac{\partial \bar{c}}{\partial x} + \frac{\partial c'}{\partial x} \right) - \frac{\partial \psi}{\partial x} \frac{\partial c'}{\partial y} \end{aligned} \quad (22-3)$$

با استفاده از تبدیل هارتلی، معادله (3-22) به معادله زیر تبدیل خواهد شد:

$$\frac{d\hat{c}_{m,n}}{dt} = -\hat{J} - (k_m^2 + k_n^2)\hat{c}_{m,n} \quad (23-3)$$

همچنین رابطه بین تابع جریان و ورتیسیتی نیز که به صورت $\omega = -\nabla^2 \psi$ تعریف می‌شود به صورت زیر تبدیل خواهد شد:

$$(k_m^2 + k_n^2)\hat{\psi}_{m,n} = \hat{\omega}_{m,n} \quad (24-3)$$

معادله ورتیسسته برای این نوع جریان به صورت زیر خواهد بود:

$$\hat{\omega}_{m,n} = \hat{A}_{m,n} \quad (25-3)$$

$$A = \frac{1}{\left(1 + \frac{Wi(1-\beta)}{\delta t}\right)} \left(\begin{aligned} & \frac{Wi(1-\beta)}{\delta t} \omega_{m,n,t-1} - \frac{R'}{\eta} \frac{\partial c'}{\partial y} Wi \frac{\partial^2 p}{\partial x \partial t} + \\ & \frac{R'}{\eta} \left(\frac{\partial c'}{\partial x} + \frac{\partial \bar{c}}{\partial x} \right) Wi \frac{\partial^2 p}{\partial y \partial t} - \\ & R \left(\frac{\partial c'}{\partial y} \left(1 + \frac{\partial \psi}{\partial y} \right) - \left(\frac{\partial c'}{\partial x} + \frac{\partial \bar{c}}{\partial x} \right) \frac{\partial \psi}{\partial x} \right) + \\ & \frac{\partial^2 \psi}{\partial t \partial y} Wi \frac{\partial c'}{\partial y} \left(-(R+R')(1-\beta) + R''\beta \right) + \\ & \frac{\partial^2 \psi}{\partial t \partial x} Wi \left(\frac{\partial c'}{\partial x} + \frac{\partial \bar{c}}{\partial x} \right) \left(-(R+R')(1-\beta) + R''\beta \right) \end{aligned} \right) \quad (26-3)$$

. به منظور حل این معادله و به دست آوردن مقادیر پارامترهای مختلف در گام‌های زمانی بعدی از

تکنیک حدس-اصلاح آدامز-بشفورس^۱ استفاده می‌شود. در این تکنیک از الگوریتمی که معادله (۳-۳)

(۲۳) را به دو قسمت تبدیل می‌نماید استفاده می‌شود. ابتدا با استفاده از جمله غیرخطی معادله، یک

مقدار اولیه برای غلظت به دست آورده و سپس با کمک گرفتن از جمله خطی معادله، مقادیر به دست

آمده اصلاح می‌شوند. بدین ترتیب مراحل شبیه‌سازی عددی به صورت زیر خلاصه می‌شوند:

- افزودن تکنیک آدامز-بشفورس به جملات همرفتی معادله (۳-۲۳):

$$\frac{\tilde{c}_{m,n}(t+\delta t) - \hat{c}_{m,n}(t)}{\delta t} = - \left(\frac{3}{2} \hat{J}_{m,n}(t) - \frac{1}{2} \hat{J}_{m,n}(t-\delta t) \right) \quad (27-3)$$

- حدس اولیه به صورت زیر به دست می‌آید:

$$\bar{c}_{m,n}(t+\delta t) = \tilde{c}_{m,n}(t+\delta t) e^{-(k_m^2 + k_n^2)\delta t} \quad (28-3)$$

- سپس با استفاده از مقادیر پیش‌بینی شده‌ی غلظت مقدار جدید ورتیسیتی و تابع جریان به

ترتیب با استفاده از معادلات (۳-۲۵) و (۳-۲۴) در گام زمانی جدید به دست می‌آیند. با

استفاده از مقادیر جدید، مقدار J از معادله (۳-۲۲) بروز می‌شود و در رابطه‌ی زیر برای

اصلاح مقادیر غلظت بکار می‌رود.

¹ Adams-Bashforth

$$\frac{\hat{c}_{m,n}(t + \delta t) - \hat{c}_{m,n}(t)}{\delta t} = - \left(\frac{\hat{J}_{m,n}(t + \delta t) + \hat{J}_{m,n}(t)}{2} \right) - \quad (29-3)$$

$$(k_m^2 + k_n^2) \left(\frac{\bar{c}_{m,n}(t + \delta t) - \hat{c}_{m,n}(t)}{2} \right)$$

مراحل پیش‌بینی و اصلاح تا زمانی که مقدار خطای مطلوب به دست آید، ادامه می‌یابد هر چند که معمولاً با تکرار ۳ تا ۵ بار این حلقه جواب مورد نظر به دست می‌آید. پس از به دست آمدن مقدار نهایی در گام زمانی مشخص، همین مراحل برای گام‌های بعدی نیز تکرار می‌شوند.

در این پژوهش، شبکه‌بندی محیط مورد مطالعه به صورت 256×256 در نظر گرفته می‌شود و نتایج برای اعداد بی‌بعدی ارائه خواهد شد که حل عددی ارائه شده در آن همگرا باشد.

فصل ۴- تحلیل پایداری خطی

۴-۱- مقدمه

در این بخش و پیش از پرداختن به نتایج حل عددی، ابتدا ناپایداری انگشتی لزج در حضور سیال ویسکوالاستیک در سلول مستقیم‌الخط هل-شاو، مورد تجزیه و تحلیل پایداری خطی قرار می‌گیرد. در ابتدا معادلات حاکم بر مسئله به فرم مربوط به تحلیل پایداری خطی تبدیل شده و سپس با استفاده از یک تقریب شبه خطی پایداری آن‌ها مورد بررسی قرار می‌گیرد.

۴-۲- تحلیل پایداری خطی

در تحلیل پایداری خطی، یک جریان دائمی پایه، برای سیستم در نظر گرفته شده و فرض می‌شود که معادلات حاکم بر مسئله به ازای اغتشاشات خیلی کوچک، با تقریب مناسبی از خود رفتاری خطی نشان می‌دهند. بنابراین جملات مرتبه دو و سه موجود در معادلات، در مقایسه با جملات مرتبه اول نادیده گرفته می‌شوند. بدین ترتیب یک دستگاه معادلات خطی همگن از معادلات مشتق جزئی به همراه شرایط مرزی آن‌ها به دست می‌آید. این معادلات خطی شده ضرایبی دارند که ممکن است با مکان تغییر نمایند ولی تا زمانی که جریان پایه پایدار باشد، با زمان تغییر نمی‌کنند. به صورت کلی‌تر می‌توان گفت که جواب سیستم مجموعه‌ای از مولفه‌هایی خواهد بود که هر مولفه به صورت نمایی با زمان به صورت $e^{\sigma t}$ تغییر می‌نمایند که در این رابطه، بخش حقیقی σ نرخ رشد آشفتگی‌ها را نشان می‌دهد. اگر این مقدار مثبت باشد ($\sigma > 0$) ناپایداری به طور نمایی با زمان رشد می‌نماید و منجر به ناپایداری خطی می‌شود، اگر صفر باشد ($\sigma = 0$) در حالت پایداری خنثی باقی می‌ماند و اگر منفی باشد ($\sigma < 0$) در حالت پایداری قرار خواهد داشت.

مراحل تحلیل پایداری خطی به صورت زیر خلاصه می‌شوند:

۱- فرض می‌شود که یک حل مشخص مانند Q_0 برای معادلات حاکم بر مسئله وجود دارد.

۲- یک نوسان کوچک مانند Q' در نظر گرفته و کمیت $Q_0 + Q'$ در معادلات حاکم جایگذاری می‌شود.

۳- رابطه‌ای برای نوسانات Q' به دست خواهد آمد. با حل این معادله و مشاهده رفتار تغییرات Q' (افزایش یا کاهش دامنه نوسانات) نوع پایداری مشخص می‌شود. در معادله نوسانات از ترم‌های مرتبه دو به بالای Q' با فرض دامنه کوچک نوسانات Q' صرف‌نظر شده و یک معادله خطی به دست می‌آید.

۴- معادله خطی شده برای نوسانات، هنوز هم ممکن است که دارای حل نباشد. لذا با فرض تغییرات حل فقط در یک جهت مانند x ، معادله را ساده‌تر نموده تا قابل حل شود.

۴-۲-۱- جابجایی سیال نیوتنی توسط سیال ویسکوالاستیک اولدروید-بی در محیط همگن و همسانگرد

صورت بی‌بعد معادلات حاکم برای جابجایی دو بعدی و اختلاط‌پذیر سیال نیوتنی توسط سیال ویسکوالاستیک با معادله ساختاری اولدروید-بی مطابق فصل دوم به صورت زیر می‌باشد:

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0 \quad (1-4)$$

$$(1 + Wi \frac{\partial}{\partial t}) \nabla p = -\eta(1 + (1 - \beta)Wi \frac{\partial}{\partial t})(\mathbf{u} + \mathbf{i}) \quad (2-4)$$

$$\frac{\partial c}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla c = \nabla^2 c \quad (3-4)$$

$$\eta = \exp(R(1-c)) \quad (4-4)$$

$$\frac{Wi}{Wi_1} = \exp(R'(1-c)) \quad (5-4)$$

$$\frac{\beta}{\beta_1} = \exp(R''(1-c)) \quad (6-4)$$

حل پایه برای سیستم معادلات بالا به صورت زیر خواهد بود:

$$u_0 = v_0 = 0 \quad (۷-۴)$$

$$\frac{\partial p_0}{\partial x} + Wi_0 \frac{\partial^2 p_0}{\partial x \partial t} = -\eta_0 \quad (۸-۴)$$

$$\frac{\partial c_0}{\partial t} = \frac{\partial^2 c_0}{\partial x^2} \Rightarrow c_0 = 0.5 \left[1 - erf \left(\frac{x}{\sqrt{4t}} \right) \right] \quad (۹-۴)$$

$$\eta_0 = \eta_0(c_0) = e^{R(1-c_0)} \quad (۱۰-۴)$$

$$Wi_0 = Wi_0(c_0) = Wi_1 e^{R'(1-c_0)} \quad (۱۱-۴)$$

$$\beta_0 = \beta_0(c_0) = \beta_1 e^{R''(1-c_0)} \quad (۱۲-۴)$$

برای بررسی تحلیل خطی مسئله، اغتشاشاتی کوچک به صورت زیر به پاسخ حالت پایه اضافه می‌شوند:

$$u(x, y, t) = u_0(x, t) + u'(x, y, t) \quad (۱۳-۴)$$

$$v(x, y, t) = v_0(x, t) + v'(x, y, t) \quad (۱۴-۴)$$

$$c(x, y, t) = c_0(x, t) + c'(x, y, t) \quad (۱۵-۴)$$

$$\eta(x, y, t) = \eta_0(x, t) + \eta'(x, y, t) \quad (۱۶-۴)$$

$$Wi(x, y, t) = Wi_0(x, t) + Wi'(x, y, t) \quad (۱۷-۴)$$

$$\beta(x, y, t) = \beta_0(x, t) + \beta'(x, y, t) \quad (۱۸-۴)$$

$$p(x, y, t) = p_0(x, t) + p'(x, y, t) \quad (۱۹-۴)$$

در معادلات بالا، بالانویس پریم نشان‌دهنده پارامتر اغتشاشی و زیرنویس صفر نشان‌دهنده حالت پایه می‌باشد. با جایگذاری در معادلات حاکم و صرف نظر از جملات مرتبه دو و سه موجود در معادلات، در مقایسه با جملات مرتبه اول معادلات زیر به دست می‌آیند:

$$\frac{\partial u'}{\partial x} + \frac{\partial v'}{\partial y} = 0 \quad (20-4)$$

$$\eta' - \eta_0 \beta_0 W i_0 \frac{\partial u'}{\partial t} + \eta_0 u' + \frac{\partial p'}{\partial x} + W i_0 \frac{\partial^2 p'}{\partial x \partial t} + \eta_0 W i_0 \frac{\partial u'}{\partial t} + W i_0' \frac{\partial^2 p_0}{\partial x \partial t} = 0 \quad (21-4)$$

$$-\eta_0 \beta_0 W i_0 \frac{\partial v'}{\partial t} + \eta_0 W i_0 \frac{\partial v'}{\partial t} + \eta_0 v' + \frac{\partial p'}{\partial y} + W i_0 \frac{\partial^2 p'}{\partial y \partial t} = 0 \quad (22-4)$$

$$\eta' = -R \eta_0 c' \quad (23-4)$$

$$W i_0' = -R' W i_0 c' \quad (24-4)$$

$$\frac{\partial c'}{\partial t} + u' \frac{\partial c_0}{\partial x} = \frac{\partial^2 c'}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 c'}{\partial y^2} \quad (25-4)$$

با مشتق گرفتن از معادله (22-4) نسبت به y و سپس استفاده از معادله (20-4)، جمله اغتشاشی

v' از دستگاه معادلات حذف خواهد شد و این معادله به صورت زیر قابل بازنویسی است:

$$-\eta_0 \frac{\partial u'}{\partial x} + \eta_0 \beta_0 W i_0 \frac{\partial^2 u'}{\partial t \partial x} - \eta_0 W i_0 \frac{\partial^2 u'}{\partial t \partial x} + \frac{\partial^2 p'}{\partial y^2} + W i_0 \frac{\partial^3 p'}{\partial y^2 \partial t} = 0 \quad (26-4)$$

همچنین جمله‌های اغتشاشی به صورت زیر بسط داده خواهند شد:

$$(c', u', p') = (C, U, P)(x) e^{\sigma(t_0)t} e^{iky} \quad (27-4)$$

در این رابطه، σ نرخ رشد اغتشاشات و k عدد موج این اغتشاشات در جهت y می‌باشند. با

جایگذاری در معادلات حاکم، دستگاه معادله زیر به دست خواهد آمد:

$$R \eta_0 C + \eta_0 \beta_0 W i_0 U \sigma(t_0) - \eta_0 U - W i_0 \frac{dP}{dx} \sigma(t_0) + R' W i_0 C \frac{\partial^2 p_0}{\partial x \partial t} - \eta_0 W i_0 U \sigma(t_0) - \frac{dP}{dx} = 0 \quad (28-4)$$

$$-\eta_0 \frac{dU}{dx} - k^2 P + \eta_0 \beta_0 W i_0 \frac{dU}{dx} \sigma(t_0) - \eta_0 W i_0 \frac{dU}{dx} \sigma(t_0) - k^2 P \sigma(t_0) W i_0 = 0 \quad (29-4)$$

$$C \sigma(t_0) + U \frac{\partial c_0}{\partial x} - \frac{d^2 C}{dx^2} + C k^2 = 0 \quad (30-4)$$

می‌توان معادلات (۲۸-۴) و (۲۹-۴) را باهم ترکیب نمود و به این ترتیب پارامتر P از دستگاه معادلات حذف می‌شود و معادله حاصل به صورت زیر خواهد بود:

$$R\eta_0 C + \eta_0 \beta_0 Wi_0 U \sigma(t_0) - \eta_0 U + R' Wi_0 C \frac{\partial^2 p_0}{\partial x \partial t} - \eta_0 Wi_0 U \sigma(t_0) - (Wi_0 \sigma(t_0) + 1) \frac{d}{dx} \left(\frac{-\eta_0 (1 + (1 - \beta_0) Wi_0 \sigma(t_0))}{k^2 (\sigma(t_0) Wi_0 + 1)} \right) \left(\frac{dU}{dx} \right) + \frac{\eta_0 (1 + (1 - \beta_0) Wi_0 \sigma(t_0))}{k^2} \frac{d^2 U}{dx^2} = 0 \quad (31-4)$$

بنابراین معادلات نهایی شامل معادلات (۳۰-۴) و (۳۱-۴) خواهد بود. همان طور که مشاهده می‌شود با استفاده از این روش معادلات مشتق جزئی، به معادلات دیفرانسیل معمولی به شکل مقادیر ویژه تبدیل می‌شوند. براساس این معادلات نرخ رشد σ به عدد موج k وابسته است که در زمان ثابت t_0 برای مقادیر مختلف k تغییر می‌نماید.

۴-۲-۲- جابجایی سیال نیوتنی توسط ویسکوالاستیک سیال اولدریوید-بی در محیط همگن و ناهمسانگرد

صورت بی‌بعد معادلات حاکم در جابجایی سیال نیوتنی توسط سیال ویسکوالاستیک اولدریوید-بی در محیط ناهمسانگرد مطابق فصل دوم به صورت زیر خواهد بود:

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0 \quad (32-4)$$

$$(1 + Wi \frac{\partial}{\partial t^*}) \nabla p = -\frac{\eta}{K} (1 + Wi (1 - \beta) \frac{\partial}{\partial t}) (\mathbf{u} + \mathbf{i}) \quad (33-4)$$

$$\frac{\partial c}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla c = \nabla \cdot (\mathbf{D} \nabla c) \quad (34-4)$$

$$\mathbf{K} = \begin{pmatrix} \alpha_K \cos^2 \beta_K + \sin^2 \beta_K & (1/2)(\alpha_K - 1) \sin 2\beta_K \\ (1/2)(\alpha_K - 1) \sin 2\beta_K & \alpha_K \sin^2 \beta_K + \cos^2 \beta_K \end{pmatrix} \quad (35-4)$$

$$\mathbf{D} = \begin{bmatrix} \cos^2 \beta_D + \alpha_D \sin^2 \beta_D & (1/2)(1 - \alpha_D) \sin 2\beta_D \\ (1/2)(1 - \alpha_D) \sin 2\beta_D & \sin^2 \beta_D + \alpha_D \cos^2 \beta_D \end{bmatrix} \quad (36-4)$$

رابطه ویسکوزیته، عدد وایزنبرگ و پارامتر β مانند بخش قبل توسط معادلات (۴-۴) تا (۶-۴) توصیف می‌شود. حالت پایه برای دستگاه معادلات مانند حالت قبل و تنها روابط فشار و غلظت در حالت پایه متفاوت خواهد بود:

$$\frac{\partial p_0}{\partial x} + Wi_0 \frac{\partial^2 p_0}{\partial x \partial t} = -\frac{H_2}{H_4} \eta_0 \quad (۳۷-۴)$$

$$\frac{\partial c_0}{\partial t} = A_1 \frac{\partial^2 c_0}{\partial x^2} \quad (۳۸-۴)$$

همانند بخش قبل با اضافه کردن اغتشاش به حالت پایه و جایگذاری در معادلات حاکم بر سیستم در این حالت از جابجایی، روابط زیر به دست می‌آیند:

$$\frac{\partial u'}{\partial x} + \frac{\partial v'}{\partial y} = 0 \quad (۳۹-۴)$$

$$H_2 \left(\frac{\eta_0}{H_4} (u' + Wi_0(1-\beta_0)) \frac{\partial u'}{\partial t} + \frac{\eta'}{H_4} \right) + H_3 \frac{\eta_0}{H_4} (v' + Wi_0(1-\beta_0)) \frac{\partial v'}{\partial t} + \frac{\partial p'}{\partial x} + Wi' \frac{\partial^2 p_0}{\partial x \partial t} + Wi_0 \frac{\partial^2 p'}{\partial x \partial t} = 0 \quad (۴۰-۴)$$

$$H_3 \left(\frac{\eta_0}{H_4} (u' + Wi_0(1-\beta_0)) \frac{\partial u'}{\partial t} + \frac{\eta'}{H_4} \right) + H_1 \frac{\eta_0}{H_4} (v' + Wi_0(1-\beta_0)) \frac{\partial v'}{\partial t} + \frac{\partial p'}{\partial y} + Wi_0 \frac{\partial^2 p'}{\partial y \partial t} = 0 \quad (۴۱-۴)$$

$$\frac{\partial c'}{\partial t} + u' \frac{\partial c_0}{\partial x} = A_1 \frac{\partial^2 c'}{\partial x^2} + A_2 \frac{\partial^2 c'}{\partial y^2} + A_3 \frac{\partial^2 c'}{\partial x \partial y} \quad (۴۲-۴)$$

$$\eta' = -R \eta_0 c' \quad (۴۳-۴)$$

$$Wi' = -R' Wi_0 c' \quad (۴۴-۴)$$

که در این معادلات:

$$A_1 = (\cos^2 \beta_D + \alpha_D \sin^2 \beta_D) \quad (۴۵-۴)$$

$$A_2 = (\sin^2 \beta_D + \alpha_D \cos^2 \beta_D) \quad (۴۶-۴)$$

$$A_3 = (1 - \alpha_D) \sin 2\beta_D \quad (47-4)$$

$$H_1 = (\alpha_K \cos^2 \beta_K + \sin^2 \beta_K) \quad (48-4)$$

$$H_2 = (\alpha_K \sin^2 \beta_K + \cos^2 \beta_K) \quad (49-4)$$

$$H_3 = ((1/2)(1 - \alpha_K) \sin 2\beta_K) \quad (50-4)$$

$$H_4 = (\alpha_K \sin^2 \beta_K + \cos^2 \beta_K) \cdot (\alpha_K \cos^2 \beta_K + \sin^2 \beta_K) - (1/4)((\alpha_K - 1) \sin 2\beta_K)^2 \quad (51-4)$$

با مشتق‌گیری از معادلات (40-4) و (41-4) نسبت به y و با استفاده از معادله (39-4)، جمله v' از معادلات حذف خواهد شد و سپس با جایگذاری معادله (27-4)، دستگاه معادلات به صورت زیر تبدیل می‌شود:

$$\begin{aligned} & \frac{H_2}{H_4} (k \eta_0 U (1 + (1 - \beta_0) Wi_0 \sigma(t_0)) - k C \eta_0 R) + \\ & \frac{H_3}{H_4} i (\eta_0 \frac{dU}{dx} (1 + (1 - \beta_0) Wi_0 \sigma(t_0))) + \\ & k \frac{dP}{dx} - R k Wi_0 C \frac{\partial^2 p_0}{\partial x \partial t} + Wi_0 \frac{dP}{dx} \sigma(t_0) k = 0 \end{aligned} \quad (52-4)$$

$$\begin{aligned} & \frac{H_3}{H_4} (\eta_0 U k (1 + (1 - \beta_0) Wi_0 \sigma(t_0)) - k C \eta_0 R) + \\ & \frac{H_1}{H_4} i (\eta_0 \frac{dU}{dx} (1 + (1 - \beta_0) Wi_0 \sigma(t_0))) + \\ & ik^2 P + ik^2 Wi_0 P \sigma(t_0) = 0 \end{aligned} \quad (53-4)$$

$$\left[\sigma(t_0) - A_1 \frac{d^2}{dx^2} + A_2 k^2 - A_3 ik \frac{d}{dx} \right] C = -U \frac{dc_0}{dx} \quad (54-4)$$

با ترکیب معادلات (52-4) و (53-4)، معادله (55-4) حاصل خواهد شد:

$$\begin{aligned}
& \frac{H_2}{H_4} (k \eta_0 U (1 + (1 - \beta_0) Wi_0 \sigma(t_0)) - k C \eta_0 R) - R' k Wi_0 C \frac{\partial^2 p_0}{\partial x \partial t} \\
& + \frac{H_3}{H_4} i \left(\begin{aligned} & 2\eta_0 \frac{dU}{dx} (1 + (1 - \beta_0) Wi_0 \sigma(t_0)) + \frac{d\eta_0}{dx} U (1 + (1 - \beta_0) Wi_0 \sigma(t_0)) + \\ & \eta_0 U \left(-\frac{d\beta_0}{dx} Wi_0 \sigma + (1 - \beta_0) \frac{dWi_0}{dx} \sigma(t_0) \right) - \frac{dC}{dx} \eta_0 R - RC \frac{d\eta_0}{dx} - \\ & \frac{(\eta_0 U (1 + (1 - \beta_0) Wi_0 \sigma(t_0)) - C \eta_0 R)}{(1 + Wi_0 \sigma(t_0))} \frac{dWi_0}{dx} \sigma(t_0) \end{aligned} \right) \\
& - \frac{H_1}{H_4 k} \left(\begin{aligned} & (1 + (1 - \beta_0) Wi_0 \sigma(t_0)) \left(\frac{d\eta_0}{dx} \frac{dU}{dx} + \eta_0 \frac{d^2 U}{dx^2} \right) + \\ & \eta_0 \frac{dU}{dx} \left(-\frac{d\beta_0}{dx} Wi_0 \sigma(t_0) + (1 - \beta_0) \frac{dWi_0}{dx} \sigma(t_0) \right) - \\ & \frac{\eta_0 \frac{dU}{dx} (1 + (1 - \beta_0) Wi_0 \sigma(t_0))}{(1 + Wi_0 \sigma(t_0))} \frac{dWi_0}{dx} \sigma(t_0) \end{aligned} \right) = 0 \tag{55-4}
\end{aligned}$$

۴-۲-۳- جابجایی سیال نیوتنی توسط سیال ویسکوالاستیک وایت-مترنر در محیط

همگن و با تانسور پراکندگی وابسته به سرعت

معادلات بی بعد حاکم برای این حالت از جابجایی مطابق فصل دوم به صورت زیر می باشد:

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0 \tag{56-4}$$

$$\left(1 + Wi \frac{\partial}{\partial t} \right) \nabla p = -\eta \left(1 + (1 - \beta) Wi \frac{\partial}{\partial t} \right) (\mathbf{u} + i) \tag{57-4}$$

$$\frac{\partial c}{\partial t} + u \frac{\partial c}{\partial x} + v \frac{\partial c}{\partial y} = \left(\frac{\partial^2 c}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 c}{\partial y^2} \right) +$$

$$L \frac{\partial}{\partial x} \left[\left(\alpha \sqrt{(1+u)^2 + v^2} - 1 \right) \frac{\partial c}{\partial x} + \frac{(1-\alpha)}{\sqrt{(1+u)^2 + v^2}} \left((1+u)^2 \frac{\partial c}{\partial x} + (1+u)v \frac{\partial c}{\partial y} \right) \right]$$

$$+ L \frac{\partial}{\partial y} \left[\left(\alpha \sqrt{(1+u)^2 + v^2} - 1 \right) \frac{\partial c}{\partial y} + \frac{(1-\alpha)}{\sqrt{(1+u)^2 + v^2}} \left((1+u)v \frac{\partial c}{\partial x} + v^2 \frac{\partial c}{\partial y} \right) \right] \quad (58-4)$$

$$\eta = \left[1 + (\zeta V)^2 \right]^{c(n-1)/2} e^{R(1-c)} \quad (59-4)$$

$$Wi = (Wi_{10})^c \left[1 + (\zeta V)^2 \right]^{c(n-1)/2} e^{R'(1-c)} \quad (60-4)$$

$$\beta = \beta_1 e^{R''(1-c)} \quad (61-4)$$

حالت پایه مطابق بخش ۴-۲-۱ خواهد بود. تنها حالت پایه برای ویسکوزیته و عدد وایزنبرگ نیاز به تصحیح دارد:

$$\eta_0 = \left(1 + \zeta^2 \right)^{c_0} \left(\frac{n-1}{2} \right) e^{R(1-c_0)} \quad (62-4)$$

$$Wi_0 = Wi_{10} \left(1 + \zeta^2 \right)^{c_0} \left(\frac{n-1}{2} \right) e^{R'(1-c_0)} \quad (63-4)$$

با افزودن اغتشاش به حالت پایه و جایگذاری در معادلات حاکم بر سیستم در این حالت از جابجایی، روابط زیر به دست می‌آیند:

$$\frac{\partial u'}{\partial x} + \frac{\partial v'}{\partial y} = 0 \quad (64-4)$$

$$\eta' - \eta_0 \beta_0 \lambda_0 \frac{\partial u'}{\partial t} + \eta_0 u' + \frac{\partial p'}{\partial x} + Wi_0 \frac{\partial^2 p'}{\partial x \partial t} + \eta_0 Wi_0 \frac{\partial u'}{\partial t} + Wi_0' \frac{\partial^2 p_0}{\partial x \partial t} = 0 \quad (65-4)$$

$$-\eta_0 \beta_0 Wi_0 \frac{\partial v'}{\partial t} + \eta_0 Wi_0 \frac{\partial v'}{\partial t} + \eta_0 v' + \frac{\partial p'}{\partial y} + Wi_0 \frac{\partial^2 p'}{\partial y \partial t} = 0 \quad (66-4)$$

$$\frac{\partial c'}{\partial t} + u' \frac{\partial c_0}{\partial x} = \left(\frac{\partial^2 c'}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 c'}{\partial y^2} \right) + Lu' \frac{\partial^2 c_0}{\partial x^2} + L \frac{\partial c_0}{\partial x} \frac{\partial u'}{\partial x} + L(1-\alpha) \frac{\partial v'}{\partial y} \frac{\partial c_0}{\partial x} + L(\alpha-1) \frac{\partial^2 c'}{\partial y^2} \quad (67-4)$$

$$\eta' = -\eta_0 \left[R - \frac{(n-1)}{2} \ln(1+\zeta^2) \right] c' + \eta_0 c_0 u' (n-1) \left(\frac{\zeta^2}{(1+\zeta^2)} \right) \quad (68-4)$$

$$Wi' = -Wi_0 \left[R' - \frac{(n-1)}{2} \ln(1+\zeta^2) - \ln(Wi_{10}) \right] c' + Wi_0 c_0 u' (n-1) \left(\frac{\zeta^2}{(1+\zeta^2)} \right) \quad (69-4)$$

با روندی مشابه بخش‌های قبل معادلات مقدار ویژه برای این حالت جابجایی به صورت زیر خواهد بود:

$$\begin{aligned} \eta_0 \left[R - \frac{(n-1)}{2} \ln(1+\zeta^2) \right] C - \eta_0 c_0 U (n-1) \left(\frac{\zeta^2}{(1+\zeta^2)} \right) + \eta_0 \beta_0 Wi_0 U \sigma(t_0) \\ - \eta_0 U + \left[Wi_0 \left[R' - \frac{(n-1)}{2} \ln(1+\zeta^2) - \ln(Wi_{10}) \right] C - \right. \\ \left. Wi_0 c_0 U (n-1) \left(\frac{\zeta^2}{(1+\zeta^2)} \right) \right] \frac{\partial^2 p_0}{\partial x \partial t} \\ - \eta_0 Wi_0 U \sigma(t_0) - (1+Wi_0 \sigma(t_0)) \frac{d}{dx} \left(\frac{-\eta_0 (1+(1-\beta_0) Wi_0 \sigma(t_0))}{k^2 (\sigma(t_0) Wi_0 + 1)} \right) \frac{dU}{dx} + \\ \frac{\eta_0 (1+(1-\beta_0) Wi_0 \sigma(t_0))}{k^2} \frac{d^2 U}{dx^2} = 0 \end{aligned} \quad (70-4)$$

$$\left[\sigma(t_0) - \frac{d^2}{dx^2} + (1-L+\alpha L)k^2 \right] C = \left(-\frac{\partial c_0}{\partial x} + L \frac{\partial^2 c_0}{\partial x^2} \right) U + L\alpha \frac{dU}{dx} \frac{\partial c_0}{\partial x} \quad (71-4)$$

دستگاه معادلات مقدار ویژه به دست آمده در هر بخش با استفاده از روش شوتینگ برای حل معادلات

دیفرانسیلی حل می‌شوند. شرط مرزی این معادلات به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$x \rightarrow \pm\infty \quad C, U \rightarrow 0 \quad (۷۲-۴)$$

در واقع همانطور که پیش تر اشاره شد در دستگاه معادلات مقدار ویژه به دست آمده در هر بخش، نرخ رشد σ به عدد موج k وابسته است که در زمان ثابت t_0 برای مقادیر مختلف k تغییر می نماید. بنابراین برای بازه ای از اعداد موج مختلف، دستگاه معادلات در زمان مشخص به روش شوتینگ حل شده و پاسخ دستگاه مشاهده خواهد شد. نرخ رشدی که در آن دستگاه جوابی غیر از صفر خواهد داشت به عنوان نرخ رشد مرتبط با هر عدد موج ثبت می شود.

۴-۳- نتایج

در این قسمت نتایج به دست آمده از تحلیل پایداری خطی معادلات حاکم بر مسئله مورد بررسی قرار می گیرند. ابتدا نتایج به دست آمده از این تحلیل برای جابجایی سیال نیوتنی توسط سیال ویسکوالاستیک در محیط همگن و همسانگرد ارائه خواهد شد و سپس نتایج برای محیط هایی با خواص ناهمسانگرد مورد بحث و بررسی قرار می گیرند. همچنین به منظور اطمینان از صحت نتایج، به مقایسه آن ها و نتایج ارائه شده در مطالعات پیشین انجام گرفته در این زمینه، پرداخته می شود.

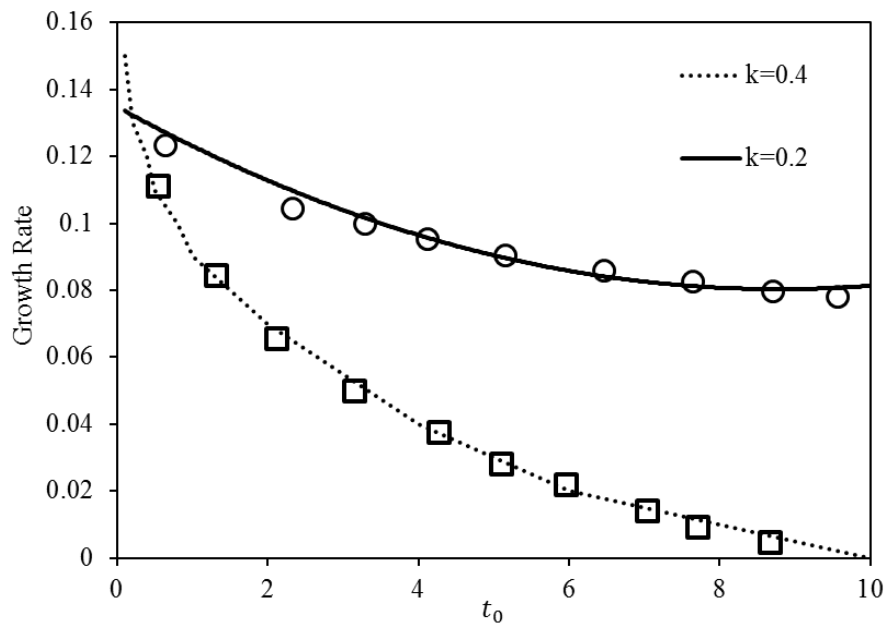
۴-۳-۱- جابجایی سیال نیوتنی توسط سیال ویسکوالاستیک اولدروید-بی در محیط

همگن و همسانگرد

پیش از پرداختن به نتایج به دست آمده از تحلیل پایداری خطی معادلات حاکم بر جابجایی سیال نیوتنی توسط سیال اولدروید-بی، ابتدا صحت نتایج حاصل از شبیه سازی مورد ارزیابی قرار می گیرد. همان طور که پیش تر ذکر شد هنگامی که ثابت های زمانی در معادله ساختاری اولدروید-بی برابر صفر در نظر گرفته شود، این معادله به مدل سیال نیوتنی تبدیل خواهد شد. به این ترتیب، امکان مقایسه نتایج حاصل با نتایج ارائه شده توسط تن و هومسی [۸] برای جابجایی جریان نیوتنی در محیط همگن و همسانگرد فراهم می شود. شکل ۴-۱ نشان دهنده تغییرات نرخ رشد اغتشاش بر حسب عدد

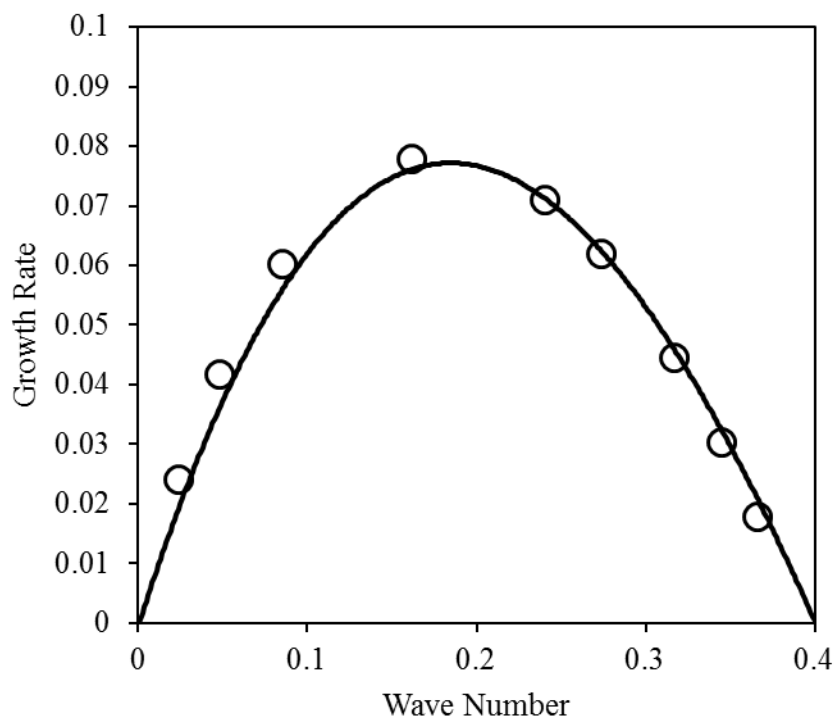
موج برای جابجایی سیالات نیوتنی می‌باشد. در این شکل، خطوط نشان‌دهنده نتایج به دست آمده از مطالعه حاضر می‌باشد و نتایج تن و هومسی [۸] برای $t_0 = 0.1$ به وسیله‌ی دایره و برای $t_0 = 0.5$ با کمک مربع نمایش داده شده است. این شکل، تطابق مناسب بین مطالعه حاضر و نتایج ارائه شده توسط تن و هومسی [۸] را نشان می‌دهد. همچنین تغییرات نرخ رشد بر حسب زمان برای دو عدد موج متفاوت $k = 0.2$ و $k = 0.4$ برای جریان نیوتنی در شکل ۲-۴ با نتایج تن و هومسی [۸] مقایسه شده است.

شکل ۲-۴-۱- منحنی نرخ رشد بر حسب عدد موج برای جابجایی جریان نیوتنی ($R=3$). نتایج مطالعه حاضر با خطوط و نتایج تن و هومسی [۸] برای $t_0 = 0.1$ و $t_0 = 0.5$ به ترتیب با کمک دایره و مربع نشان داده شده است.



شکل ۴-۲- منحنی تغییرات نرخ رشد بر حسب زمان برای جابجایی جریان نیوتنی ($R=3$). مقایسه نتایج مطالعه حاضر و نتایج تن و هومسی [۸]

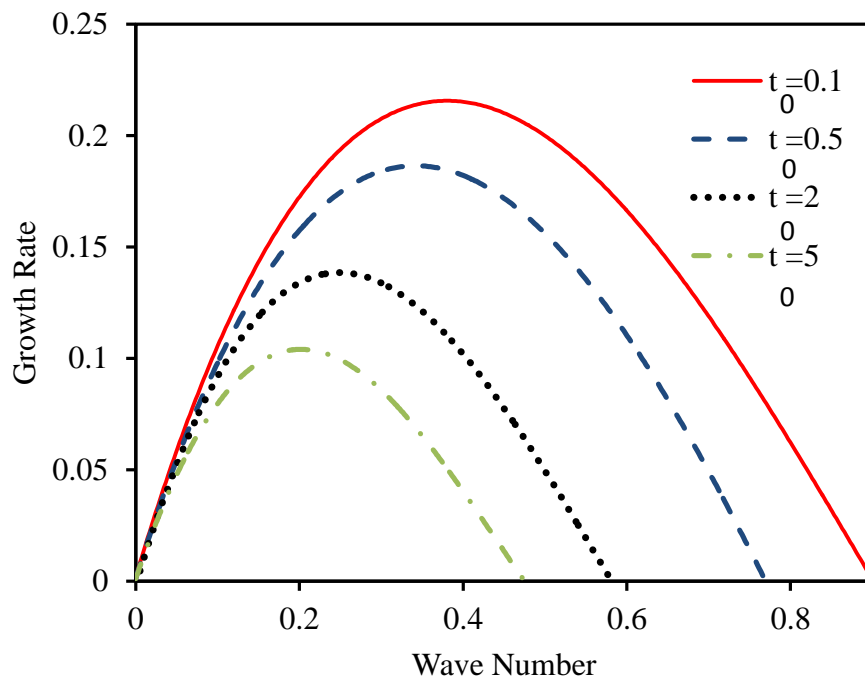
در سال ۱۹۸۸، تن و هومسی [۱۷] با استفاده از روش طیفی و با کمک تبدیل فوریه به شبیه-سازی ناپایداری انگشتی نیوتنی پرداختند. آن‌ها اغتشاشات غلظت را به صورت یک مود با دامنه کوچک در جهت عمود در نظر گرفته و با محاسبه میانگین نرخ رشد اغتشاشات در زمان اولیه به مقایسه آن با نتایج حاصل از تحلیل خطی پرداختند. شکل ۳-۴ نشان‌دهنده مقایسه نتایج حاصل از مطالعه حاضر و نتایج ارائه شده توسط تن و هومسی [۱۷] برای جریان نیوتنی در $t_0 = 10$ و $R = 3$ می‌باشد. نتایج حاصل از این مطالعه با خط و نتایج تن و هومسی [۱۷] با دایره نشان داده شده است. همانگونه که ملاحظه می‌شود نتایج از تطابق مناسبی برخوردار هستند.



شکل ۴-۳- منحنی نرخ رشد بر حسب عدد موج برای جابجایی جریان نیوتنی ($R=3$ و $t_0 = 10$). مقایسه نتایج

مطالعه حاضر و نتایج تن و هومسی [۱۷].

تغییرات نرخ رشد بر حسب عدد موج در زمان‌های مختلف در جابجایی سیال نیوتنی توسط سیال اولدریوید-بی با $Wi_1 = 5, \beta_1 = 0.1$ و $R = 3$ در شکل ۴-۴ نمایش داده شده است. مشاهده می‌شود که با افزایش t_0 نرخ رشد اغتشاش کاهش می‌یابد. همچنین در زمان‌های بالاتر، عدد موج بحرانی (عدد موجی که بیشترین نرخ رشد به دست می‌آید) نیز به سمت مقادیر کمتر سوق داده می‌شود.



شکل ۴-۴- منحنی نرخ رشد بر حسب عدد موج در زمان‌های مختلف برای جابجایی سیال نیوتنی توسط سیال

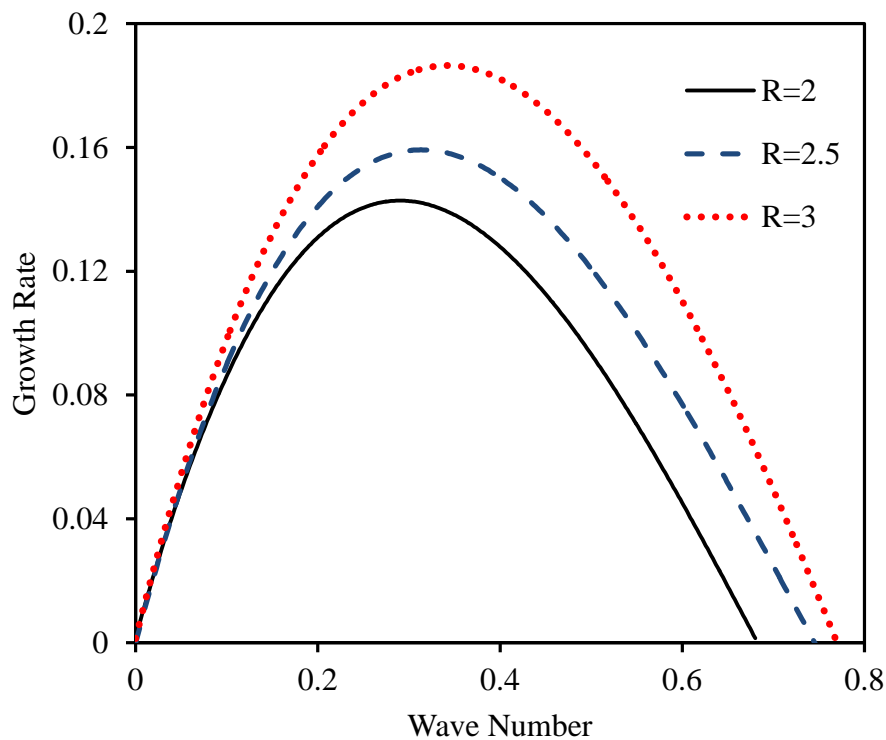
ویسکوالاستیک اولدروید-بی در محیط همگن و همسانگرد ($R = 3$ و $Wi_1 = 5, \beta_1 = 0.1$)

در شکل ۴-۵ به بررسی تأثیرات نسبت تحرک بر تغییرات نرخ رشد اغتشاشات پرداخته شده است. همان‌گونه که ملاحظه می‌شود برای یک زمان مشخص، نرخ رشد و مقدار عدد موج بحرانی با افزایش نسبت تحرک افزایش خواهد یافت. در واقع عامل اصلی در ایجاد ناپایداری انگشتی اختلاف ویسکوزیته بین دو سیال شرکت کننده در فرایند جابجایی است. بنابراین کاملاً طبیعی است که افزایش این اختلاف منجر به ناپایدارتر شدن جریان شود. در نتیجه انتظار می‌رود که با افزایش نسبت تحرک نرخ رشد افزایش یابد.

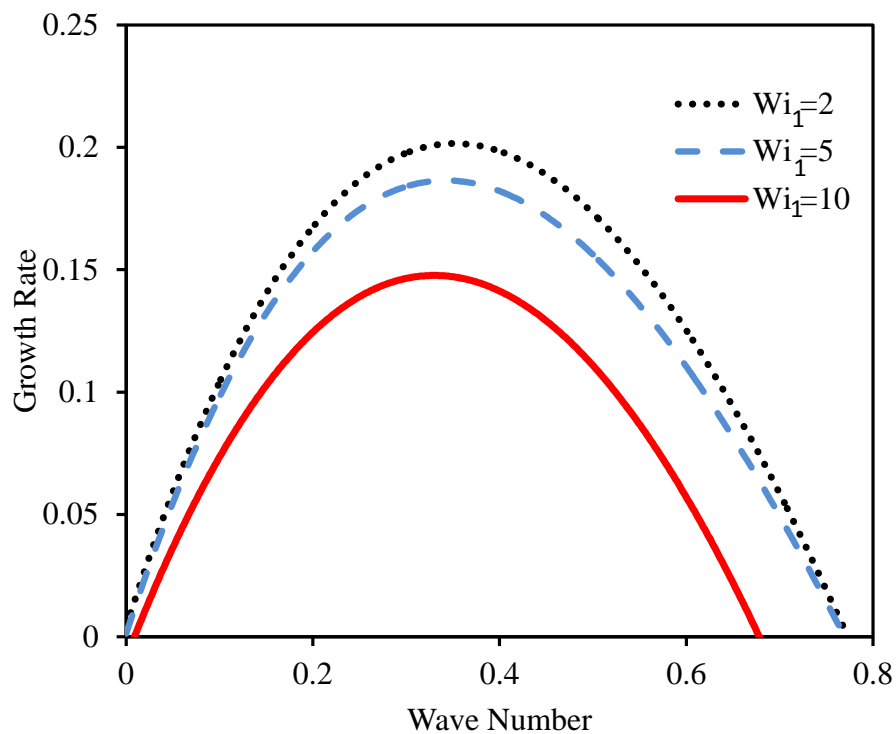
تأثیر عدد وایزنبرگ سیال جابجاکننده بر روی نرخ رشد در جابجایی سیال نیوتنی توسط سیال ویسکوالاستیک اولدروید-بی در محیطی همگن و همسانگرد در $R = 3$ ، $\beta_1 = 0.1$ و $t_0 = 0.5$ در شکل ۴-۶ نمایش داده شده است. از شکل می‌توان نتیجه گرفت که پایداری جریان با افزایش عدد وایزنبرگ سیال جابجاکننده افزایش خواهد یافت. دلیل فیزیکی این رفتار را می‌توان به این صورت

بیان نمود که به دلیل خاصیت الاستیک سیال ویسکوالاستیک، بین سیال ویسکوالاستیک جابجاکننده و سیال نیوتنی جابجاشونده علاوه بر تنش برشی، تنش‌های نرمال نیز وجود خواهد داشت. در نتیجه سیال جابجاکننده تنها سیال نیوتنی را به جلو هدایت نمی‌کند بلکه به اطراف و به سمت عقب نیز می‌تواند بکشد. این توانایی به کنترل رشد انگشتی‌ها و در نتیجه پایداری جریان منجر خواهد شد.

تغییرات نرخ رشد بحرانی به صورت تابعی از عدد وایزنبرگ در شکل ۴-۷ نمایش داده شده است. مشاهده می‌شود که با افزایش عدد وایزنبرگ نرخ رشد بحرانی کاهش خواهد یافت. قابل ذکر است اعداد وایزنبرگ محلول‌های پلیمری که در واقعیت و در صنعت نفت به کار می‌روند ممکن است به مراتب کمتر از اعداد بررسی شده در این پژوهش باشد.

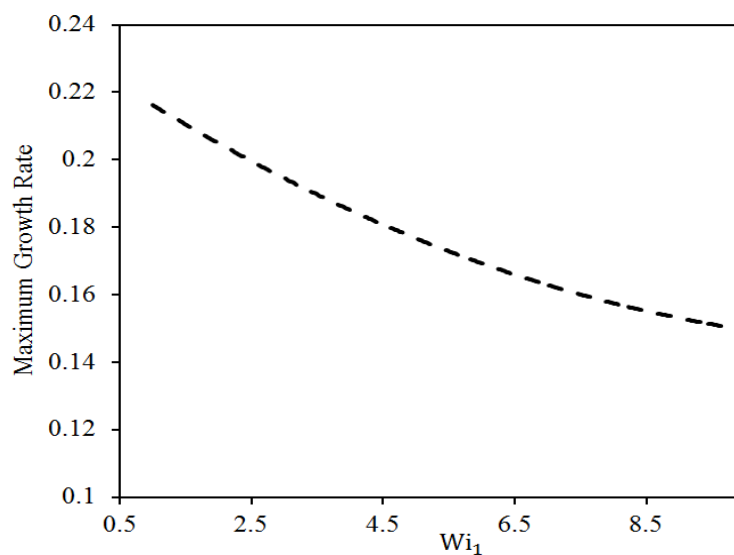


شکل ۴-۵- منحنی نرخ رشد بر حسب عدد موج در نسبت‌های تحرک مختلف برای جابجایی سیال نیوتنی توسط سیال ویسکوالاستیک اولدروید-بی در محیط همگن و همسانگرد ($Wi_1 = 5$ ، $\beta_1 = 0.1$ و $t_0 = 0.5$)



شکل ۴-۶- منحنی نرخ رشد بر حسب عدد موج در اعداد وایزنبرگ مختلف برای جابجایی سیال نیوتنی توسط سیال

ویسکوالاستیک اولدرویید-بی در محیط همگن و همسانگرد ($t_0 = 0.5$ و $\beta_1 = 0.1$, $R = 3$)



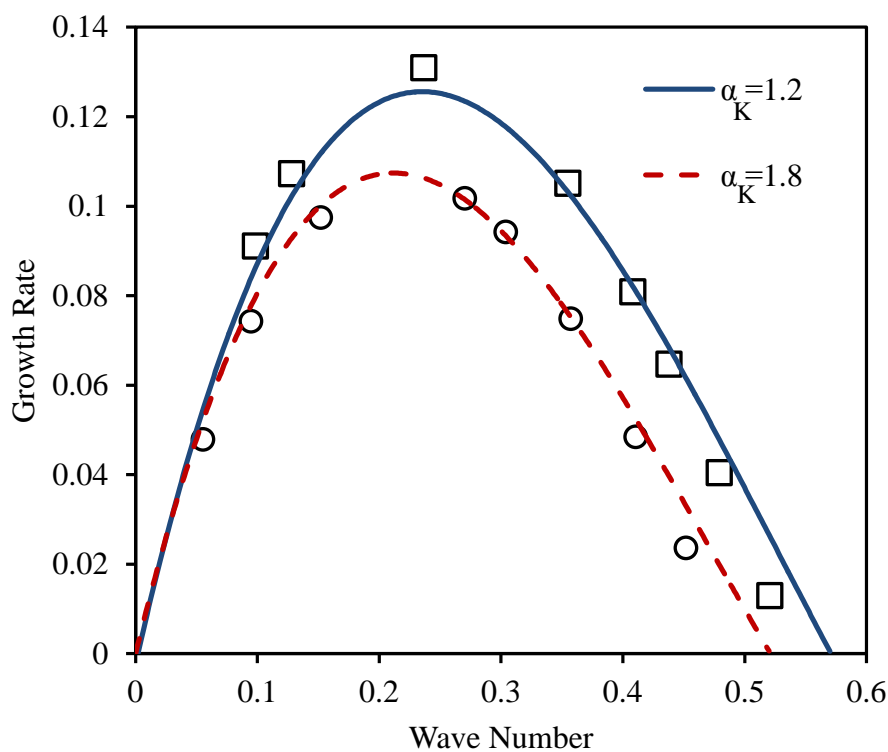
شکل ۴-۷- تغییرات نرخ رشد بحرانی در اعداد وایزنبرگ مختلف برای جابجایی سیال نیوتنی توسط سیال

ویسکوالاستیک اولدرویید-بی در محیط همگن و همسانگرد ($t_0 = 0.5$ و $\beta_1 = 0.1$, $R = 3$)

۴-۳-۲- جابجایی سیال نیوتنی توسط سیال ویسکوالاستیک اولدریوید-بی در محیط

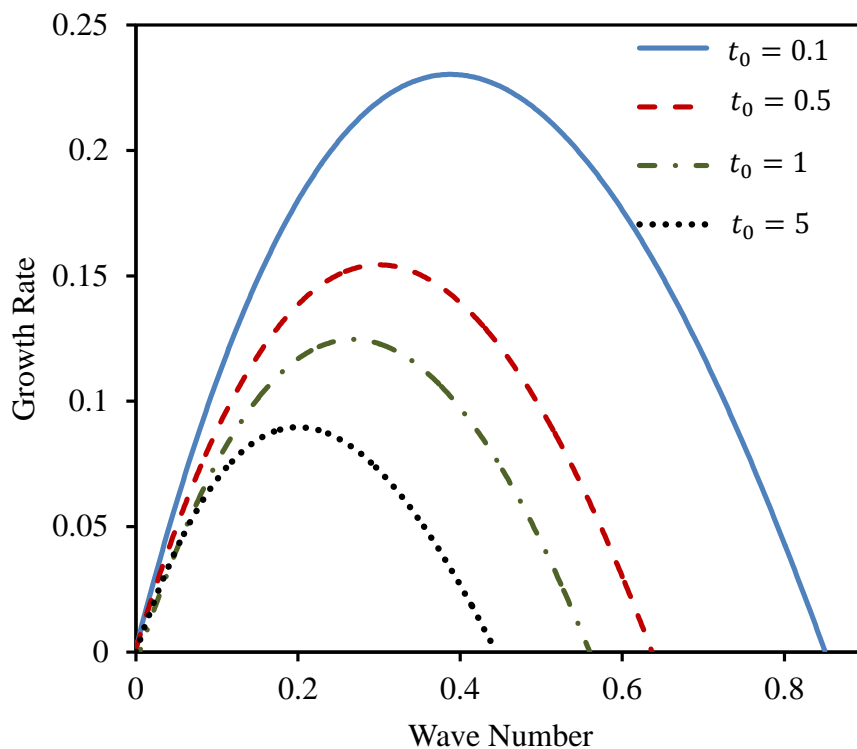
همگن و ناهمسانگرد

به منظور اعتبارسنجی نتایج این بخش، ابتدا با صفر قرار ثابت‌های زمانی به مقایسه نتایج مطالعه حاضر و نتایج ارائه شده توسط نوروزی و شوقی [۴۳] برای جابجایی جریان نیوتنی در محیط ناهمسانگرد پرداخته می‌شود. در شکل ۴-۸ مشاهده می‌شود که نتایج حاصل از شبیه‌سازی در این پژوهش از تطابق مناسبی با نتایج ارائه شده توسط نوروزی و شوقی [۴۳] برخوردار است.



شکل ۴-۸- منحنی نرخ رشد بر حسب عدد موج برای جابجایی نیوتنی در محیط ناهمسانگرد. نتایج مطالعه حاضر با خطوط و نتایج نوروزی و شوقی [۴۳] برای $\alpha_K = 1.2$ و $\alpha_K = 1.8$ به ترتیب با دایره و مربع نشان داده شده است.

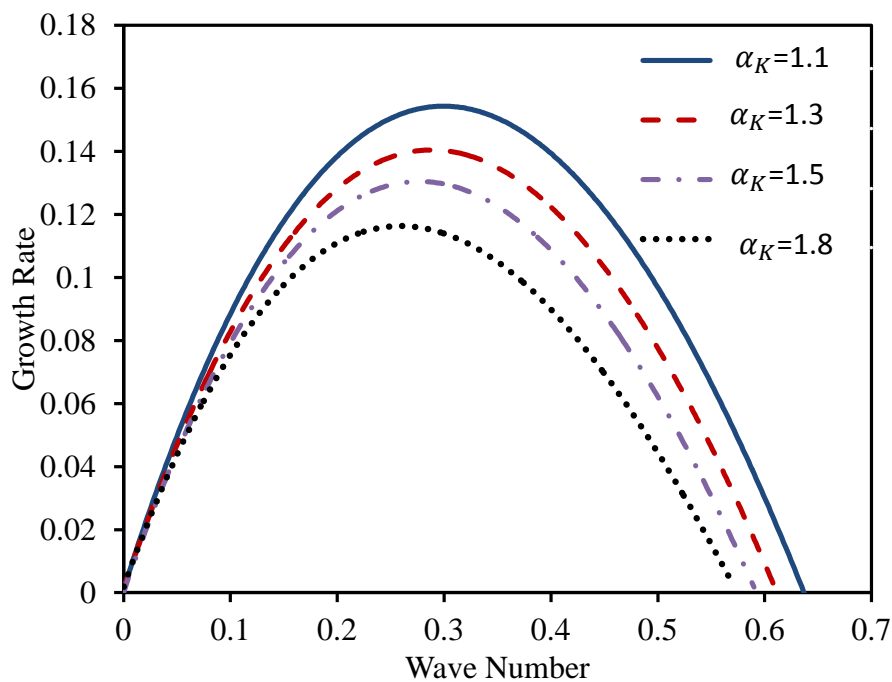
در شکل ۴-۹ تغییرات نرخ رشد بر حسب زمان در عدد موج‌های متفاوت برای $Wi_1 = 0.5$ ، $\alpha_K = 1.1, \alpha_D = 1.0$ و $\beta_K = \beta_D = 0$ رسم شده‌اند. مشاهده می‌شود که نرخ رشد در زمان‌های ابتدایی بیشترین مقدار خود را داراست و پس از آن با افزایش زمان، این مقادیر کاهش می‌یابند. همچنین همانند حالت قبل، عدد موج بحرانی در زمان‌های بالاتر کوچکتر می‌باشد.



شکل ۴-۹- منحنی نرخ رشد بر حسب عدد موج در زمان‌های مختلف برای جابجایی سیال نیوتنی توسط سیال ویسکوالاستیک اولدرویید-بی در محیط همگن و ناهمسانگرد ($\alpha_K = 1.1, \alpha_D = 1.0$ و $\beta_K = \beta_D = 0$)

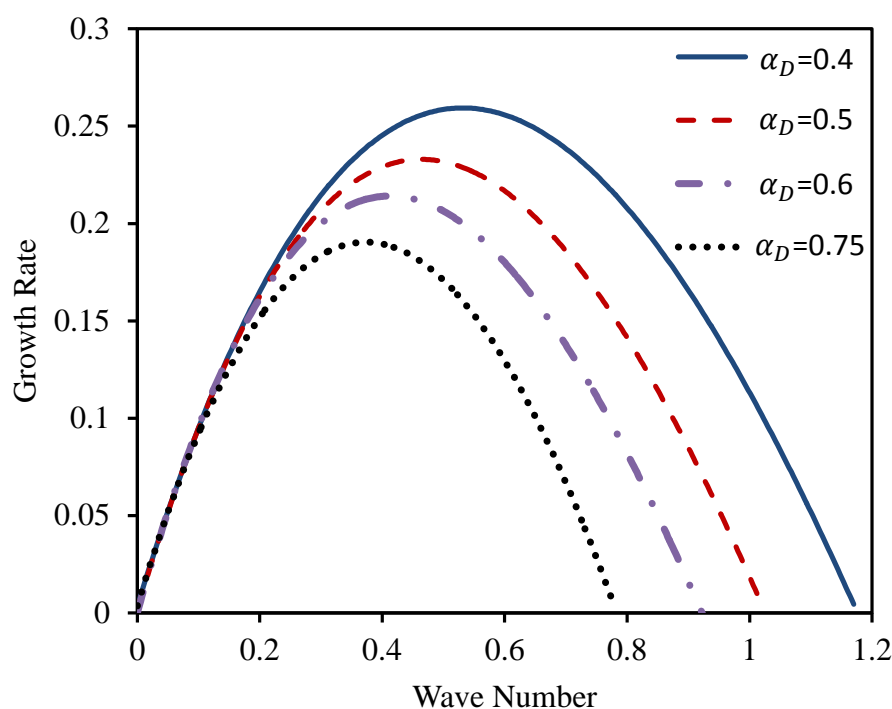
شکل ۴-۱۰ نشان‌دهنده تأثیر نسبت نفوذپذیری α_K بر نرخ رشد اغتشاشات برای جریان با $Wi_1 = 0.5$ و $R = 3$ و در محیط ناهمسانگرد با $\alpha_D = 1.0$ و $\beta_K = \beta_D = 0$ در زمان $t_0 = 0.5$ است. می‌توان ملاحظه نمود که با افزایش این پارامتر جریان پایدارتر خواهد شد. به عبارت دیگر با

افزایش نفوذپذیری در جهت جریان نسبت به جهت عمود بر جریان، نرخ رشد کمتر و عدد موج بحرانی کوچکتر می‌شود. تغییرات نرخ رشد بر حسب نسبت پراکندگی α_D در شکل ۴-۱۱ نمایش داده شده است. با افزایش α_D ، نرخ رشد اغتشاشات کاهش خواهد یافت. در واقع، هر چه پراکندگی در جهت عمود بر جریان به جهت جریان افزایش یابد، جریان پایدارتر خواهد شد. پراکندگی در جهت عمود بر جریان عاملی است که به یکنواخت‌سازی جبهه غلظت ایجاد شده به وسیله‌ی انگشتی‌ها کمک می‌نماید.



شکل ۴-۱۰- منحنی نرخ رشد بر حسب عدد موج در α_K های مختلف برای جابجایی سیال نیوتنی توسط سیال

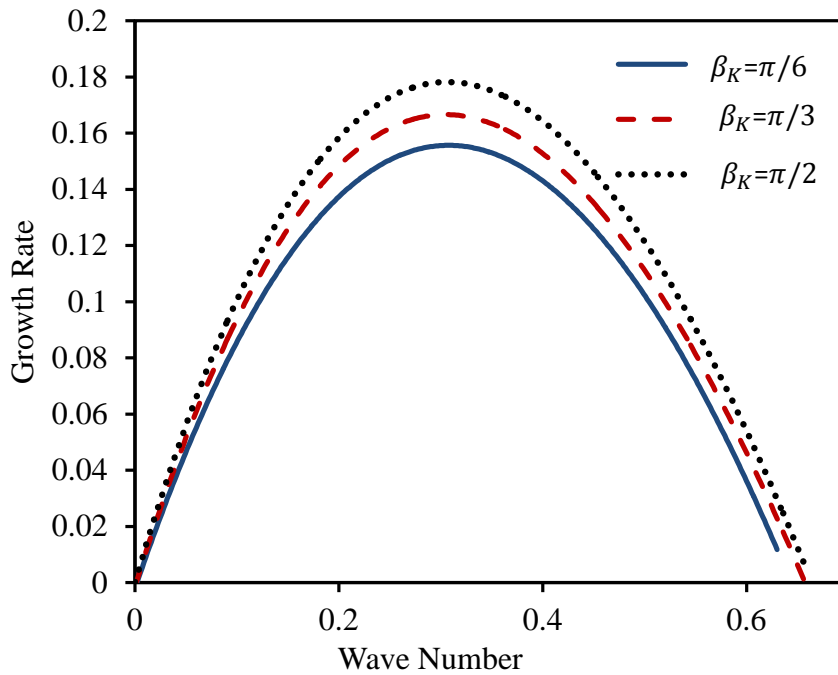
ویسکوالاستیک اولدریوید-بی در محیط همگن و ناهمسانگرد ($\alpha_D = 1.0, t_0 = 0.5$ و $\beta_K = \beta_D = 0$)



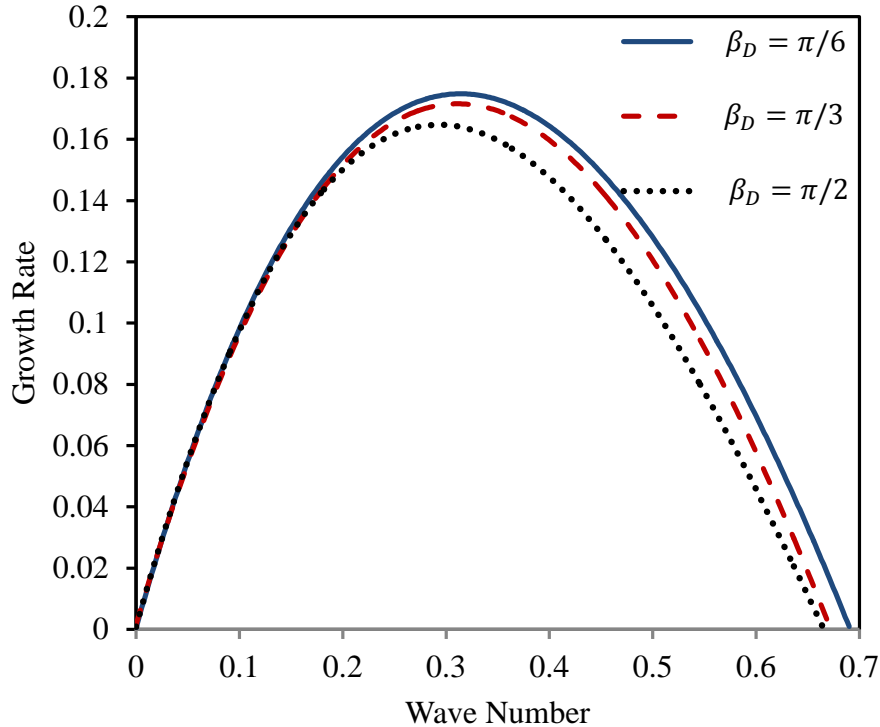
شکل ۴-۱۱ منحنی نرخ رشد بر حسب عدد موج در α_D های مختلف برای جابجایی سیال نیوتنی توسط سیال

ویسکوالاستیک اولدرویدی-بی در محیط همگن و ناهمسانگرد ($\alpha_K = 1.0, t_0 = 0.5$ و $\beta_K = \beta_D = 0$)

بررسی تأثیر زوایای انحراف تانسورهای نفوذپذیری و پراکندگی به ترتیب در شکل‌های ۴-۱۲ و ۴-۱۳ نمایش داده شده است. افزایش زاویه انحراف تانسور نفوذپذیری منجر به افزایش ناپایداری جریان خواهد شد. این در حالی است که افزایش زاویه انحراف تانسور پراکندگی بر جریان اثر پایدارکننده خواهد داشت. در واقع براساس روابط ارائه شده در فصل دوم، افزایش در زوایای انحراف هر پارامتر منجر به کاهش این پارامترها در جهت جریان (D_{11} و K_{11}) و افزایش آن‌ها در جهت عمود بر جریان (D_{22} و K_{22}) خواهد شد. همانطور که پیش‌تر مشاهده شد، افزایش پراکندگی در جهت عمود بر جریان به جهت جریان موجب پایدارتر شدن جریان خواهد شد. بنابراین افزایش زاویه انحراف این تانسور اثر پایدارکننده خواهد داشت. در مقابل افزایش نفوذپذیری در جهت عمود بر جهت جریان نسبت به جهت آن، جریان را ناپایدارتر خواهد نمود. در نتیجه افزایش β_K موجب افزایش ناپایداری و افزایش نرخ رشد اغتشاش خواهد شد.



شکل ۴-۱۲- منحنی نرخ رشد بر حسب عدد موج در β_K های مختلف برای جابجایی سیال نیوتنی توسط سیال ویسکوالاستیک اولدرویید-بی در محیط همگن و ناهمسانگرد ($\alpha_K = 1.1$ و $\alpha_D = 1$, $\beta_D = 0$, $t_0 = 0.5$)

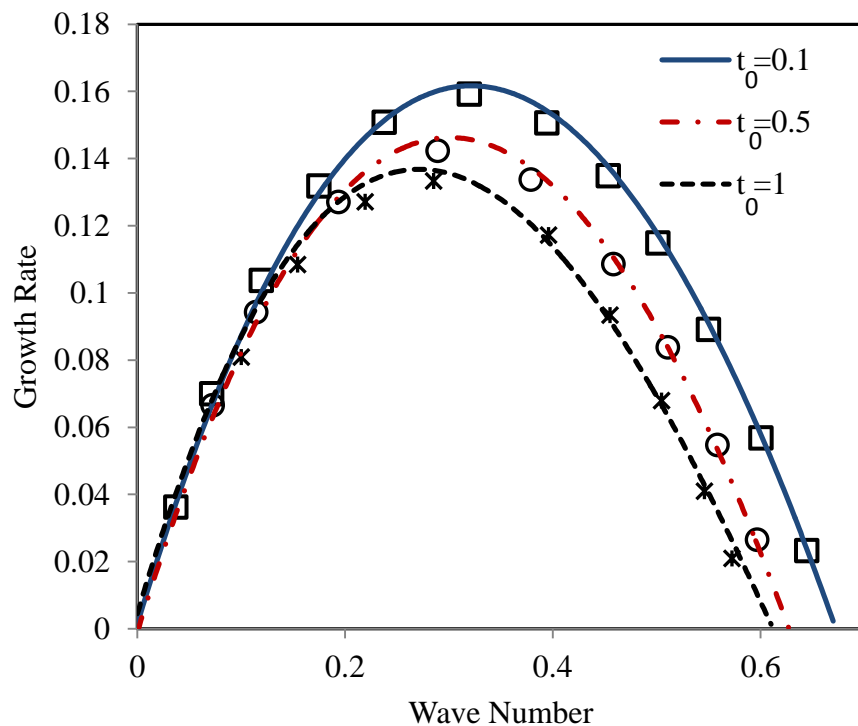


شکل ۴-۱۳- منحنی نرخ رشد بر حسب عدد موج در β_D های مختلف برای جابجایی سیال نیوتنی توسط سیال ویسکوالاستیک اولدرویید-بی در محیط همگن و ناهمسانگرد ($\alpha_D = 0.9$ و $\alpha_K = 1$, $\beta_K = 0$, $t_0 = 0.5$)

۳-۳-۴- جابجایی سیال نیوتنی توسط سیال ویسکوالاستیک وایت-متزنر در محیط

همگن و با تانسور پراکندگی وابسته به سرعت

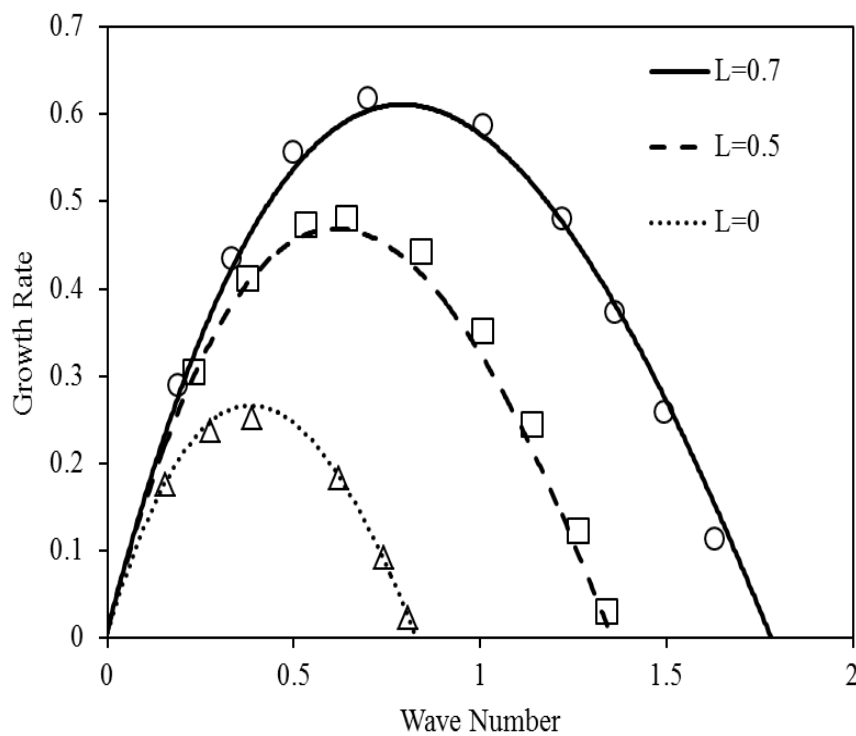
به منظور اعتبارسنجی در این بخش دو حالت برای جابجایی در نظر گرفته خواهد شد. نخست با ثابت در نظر گرفتن پراکندگی محیط، نتایج حاصل از جابجایی سیال نیوتنی توسط سیال غیرنیوتنی باریک‌شونده ارائه خواهد شد و در حالت دوم جریانی نیوتنی در محیطی با تانسور پراکندگی وابسته به سرعت در نظر گرفته می‌شود. شکل ۴-۱۴ مقایسه نتایج حاصل از این مطالعه و نتایج ارائه شده توسط عزایز و سینگ [۵۴] در جابجایی سیال نیوتنی توسط سیال غیرنیوتنی باریک‌شونده با مشخصات $n = 0.5$ ، $\zeta = 5$ و $R = 2$ را در محیطی همسانگرد نمایش می‌دهد. همان‌گونه که ملاحظه می‌شود نتایج در زمان‌های متفاوت از تطابق مناسبی با یکدیگر برخوردار هستند.



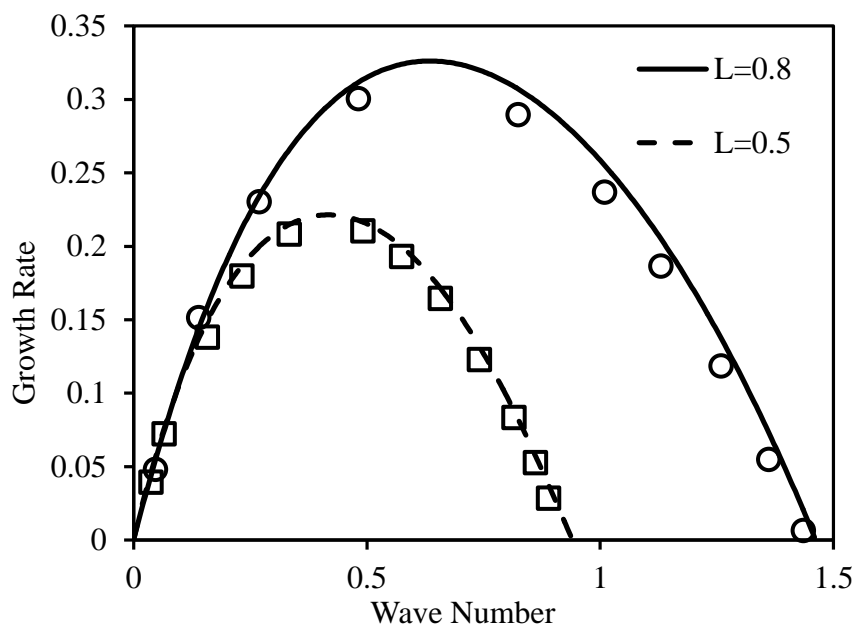
شکل ۴-۱۴- منحنی نرخ رشد بر حسب عدد موج برای جابجایی سیال نیوتنی بوسیله سیال باریک‌شونده در محیط

همسانگرد. مقایسه نتایج مطالعه حاضر و نتایج عزایز و سینگ [۵۴] ($n = 0.5$ ، $\zeta = 5$ و $R = 2$)

نتایج حاصل از شبیه‌سازی در این پژوهش و نتایج ارائه شده توسط یورتسوس و زیبک [۱۹] و قسمت و عزایز [۳۷] برای جریان نیوتنی در محیطی با تانسور پراکندگی ناهمسانگرد وابسته به سرعت در پارامترهای L مختلف و $\alpha = 0.1$ ، $t_0 = 0.5$ به ترتیب در شکل‌های ۴-۱۵ و ۴-۱۶ نمایش داده شده است.



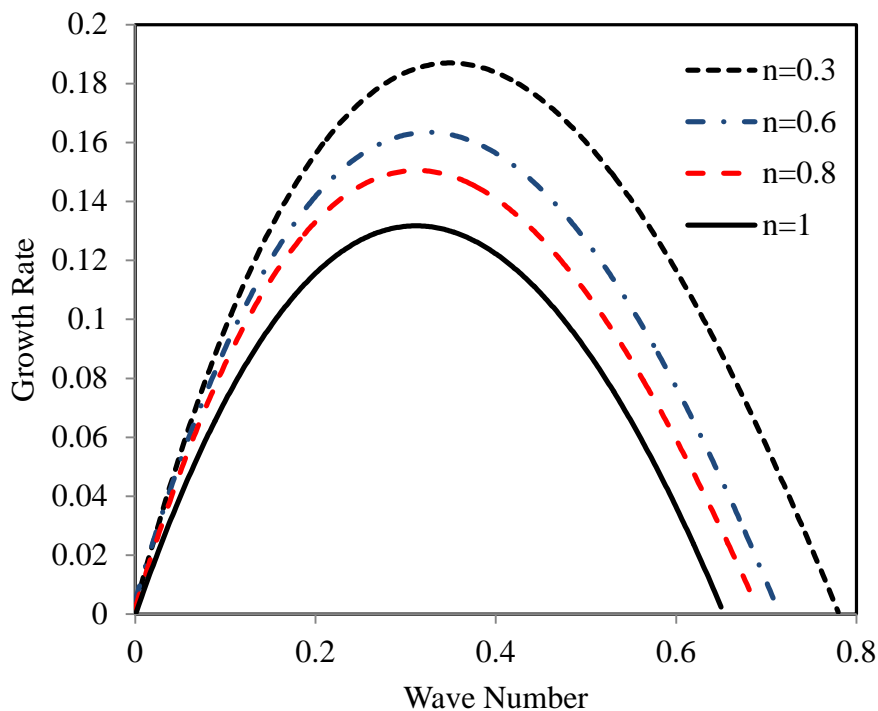
شکل ۴-۱۵- منحنی نرخ رشد بر حسب عدد موج برای جریان نیوتنی در محیط با پراکندگی ناهمسانگرد وابسته به سرعت. مقایسه نتایج مطالعه حاضر و نتایج یورتسوس و زیبک [۱۹] ($\alpha = 0.1$ ، $t_0 = 0.5$ و $R = 5$)



شکل ۴-۱۶- منحنی نرخ رشد بر حسب عدد موج برای جریان نیوتنی در محیط با پراکندگی ناهمسانگرد وابسته به

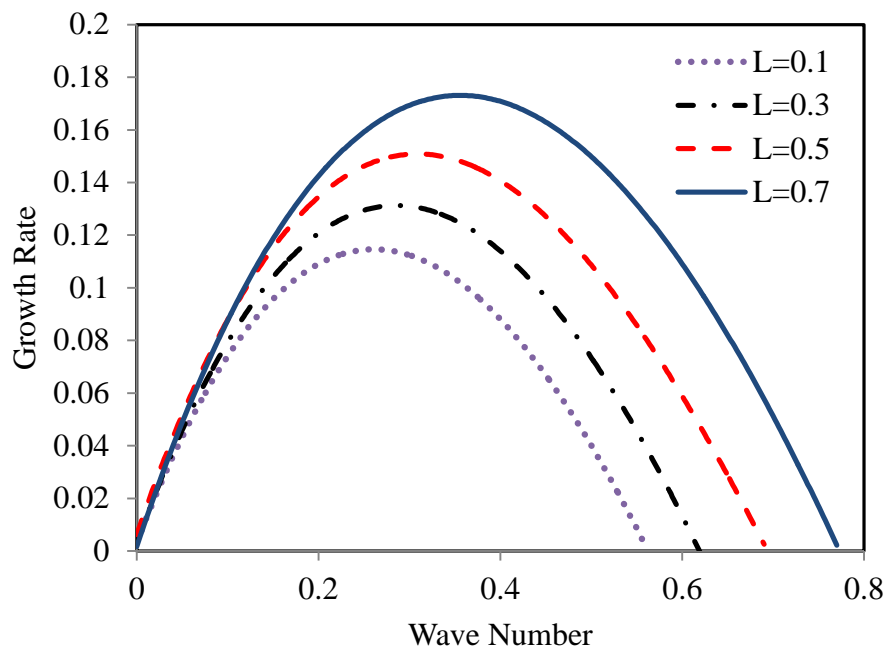
سرعت. مقایسه نتایج مطالعه حاضر و نتایج قسمت و عزیز [۳۷] ($R = 3$ و $\alpha = 0.1$ ، $t_0 = 0.5$)

در ادامه نتایج حاصل از جابجایی سیال نیوتنی توسط سیال ویسکوالاستیک وایت-مترنر ارائه خواهد شد. در تمام شبیه‌سازی‌های این بخش $R = 2.5$ و $Wi_{10} = 2$ در نظر گرفته می‌شود. شکل ۴-۱۷ نشان‌دهنده تغییرات نرخ رشد بر حسب عدد موج در شاخص‌های توانی (n) مختلف برای محیطی با $L = 0.5$ و $\alpha = 0.5$ در زمان $t_0 = 0.5$ است. با افزایش شاخص توانی، عدد وایزنبرگ و ویسکوزیته سیال جابجاکننده افزایش خواهد یافت. همانطور که در بخش‌های پیش مشاهده شد این دو عامل به کاهش ناپایداری منجر خواهند شد. بنابراین همان‌طور که در شکل دیده می‌شود نرخ رشد با افزایش شاخص توانی کاهش خواهد یافت.

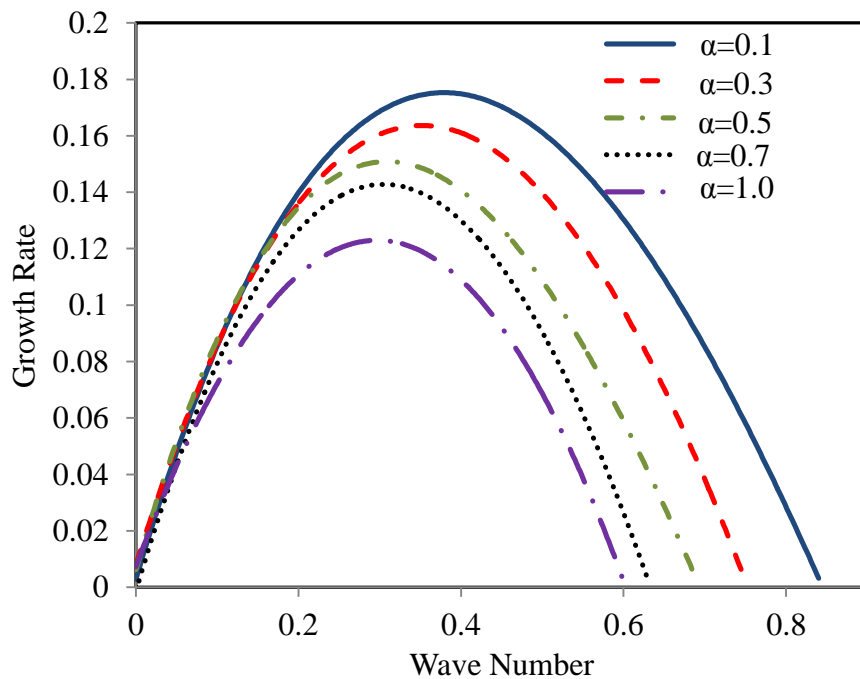


۴-۱۷- منحنی نرخ رشد بر حسب عدد موج در شاخص‌های توانی مختلف برای جابجایی سیال نیوتنی توسط سیال ویسکوالاستیک وایت-متزنر در محیط با تانسور پراکندگی ناهمسانگرد وابسته به سرعت ($t_0 = 0.5$, $\zeta = 0.5$, $L = 0.5$ و $\alpha = 0.5$)

تأثیر شدت پراکندگی طولی محیط (L) بر نرخ رشد در این نوع جابجایی در شکل ۴-۱۸ نمایش داده شده است. شاخص توانی و صورت بی‌بعد ثابت زمانی مدل کاریو برای سیال جابجاکننده به ترتیب برابر $n = 0.8$ و $\zeta = 0.5$ در نظر گرفته شده است. همچنین نسبت پراکندگی محیط $\alpha = 0.5$ می‌باشد. با افزایش پارامتر L ، نرخ رشد افزایش یافته و عدد موج بحرانی به سمت مقادیر بزرگ‌تر منتقل می‌شود. منحنی تغییرات نرخ رشد بر حسب عدد موج در مقادیر مختلف نسبت پراکندگی (α) در شکل ۴-۱۹ نمایش داده شده است. همان‌گونه که ملاحظه می‌شود با افزایش نسبت پراکندگی عرضی به طولی، از شدت ناپایداری کاسته خواهد شد و نرخ رشد اغتشاشات و عدد موج بحرانی کاهش می‌یابد.



شکل ۴-۱۸- منحنی نرخ رشد بر حسب عدد موج در شدت پراکندگی طولی مختلف (L) برای جابجایی سیال نیوتنی توسط سیال ویسکوالاستیک وایت-مترز در محیط با تانسور پراکندگی ناهمسانگرد وابسته به سرعت ($t_0 = 0.5$, $\zeta = 0.5$), $(\alpha = 0.5$ و $n = 0.8$)



شکل ۴-۱۹- منحنی نرخ رشد بر حسب عدد موج در نسبت پراکندگی‌های مختلف (α) برای جابجایی سیال نیوتنی توسط سیال ویسکوالاستیک وایت-مترز در محیط با تانسور پراکندگی ناهمسانگرد وابسته به سرعت ($t_0 = 0.5$), $(L = 0.5$ و $n = 0.8$, $\zeta = 0.5$)

فصل ۵- نتایج شبیه‌سازی

غیر خطی

۵-۱- مقدمه

در این بخش نتایج حاصل از حل عددی برای شبیه‌سازی جابجایی سیال نیوتنی توسط سیال ویسکوالاستیک ارائه می‌شود. ناپایداری انگشتی با اعمال یک اغتشاش تصادفی در سطح تماس دو سیال آغاز می‌گردد و با گذشت زمان، انگشتی‌ها رشد نموده و در سیال با ویسکوزیته بیشتر نفوذ می‌نمایند. رشد این انگشتی‌ها براساس مکانیزم‌های خاصی صورت می‌گیرد که براساس شرایط جریان و محیط جابجایی متفاوت می‌باشند. در ادامه به منظور بررسی این مکانیزم‌ها و چگونگی رشد انگشتی‌ها کانتورهای غلظت در حالت‌های مختلف شبیه‌سازی شده، مورد بررسی قرار خواهند گرفت. سپس نمودارهای مربوط به میانگین غلظت عرضی ارائه خواهند شد. پس از آن به معرفی طول اختلاط و چگونگی تغییرات آن به وسیله پارامترهای موجود در مسئله، پرداخته می‌شود و در نهایت منحنی‌های بازده جابجایی مورد بررسی قرار خواهند گرفت که کاربرد بسیار گسترده‌ای در صنایع مربوط به انتقال مواد هیدروکربنی دارد. در تمام شبیه‌سازی‌ها در این فصل $Pe=1000$ و $A=2$ فرض شده است. مگر اینکه خلاف آن ذکر شود.

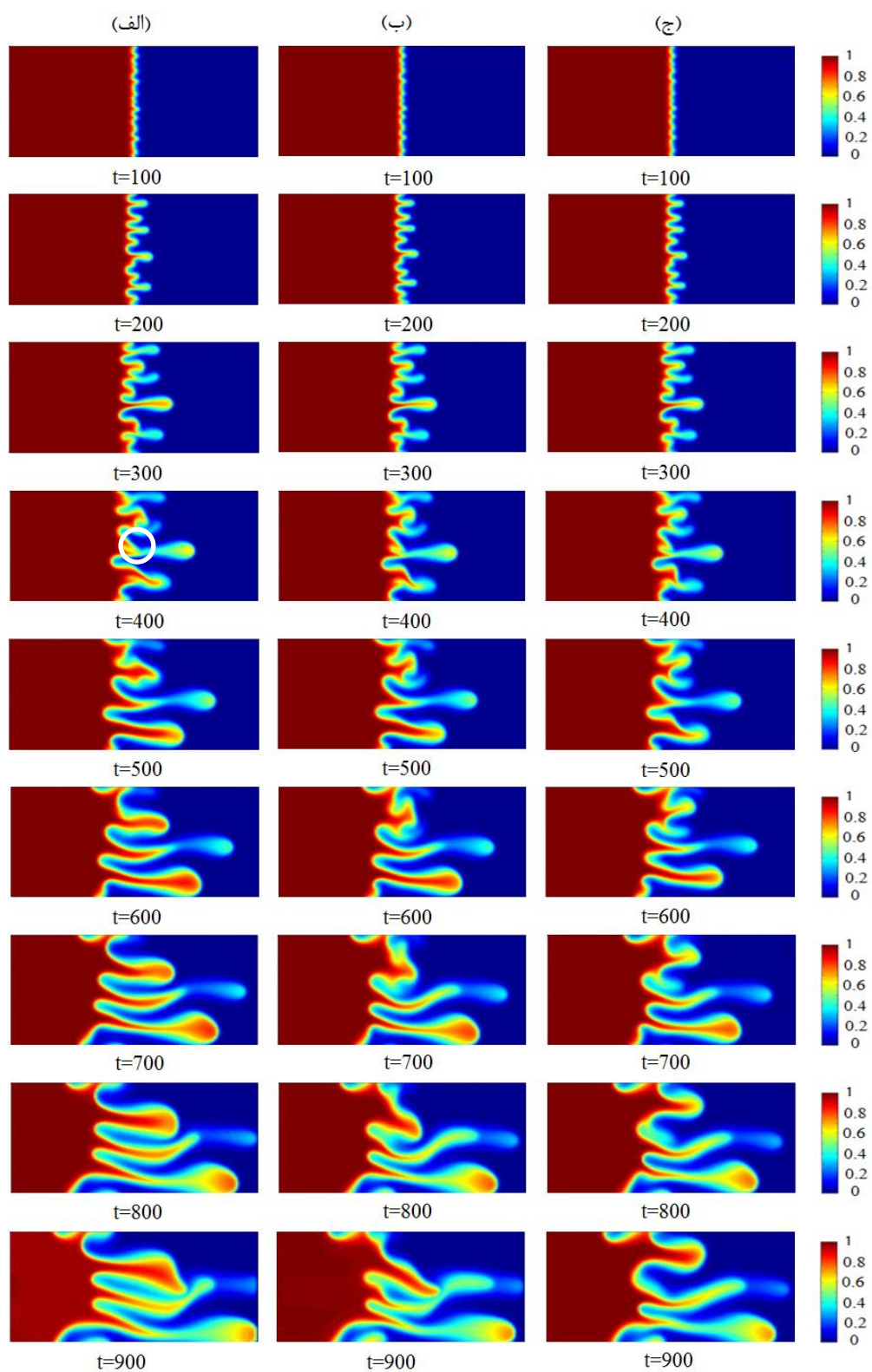
۵-۲- کانتورهای غلظت

در این قسمت کانتورهای غلظت در زمان‌های مختلف شبیه‌سازی، نمایش داده می‌شوند و تأثیر پارامترهای مختلف بر ساختار انگشتی‌ها و مکانیزم‌های تعاملات آن‌ها بررسی خواهند شد.

۵-۲-۱- جابجایی سیال نیوتنی توسط سیال ویسکوالاستیک اولدریوید-بی در محیط

همگن و همسانگرد

شکل ۵-۱ نشان دهنده کانتورهای غلظت در جابجایی سیال نیوتنی توسط سیال ویسکوالاستیک با معادله ساختاری اولدریوید-بی در اعداد وایزنبرگ مختلف می‌باشد.



شکل ۵-۱- کانتورهای غلظت در جابجایی سیال نیوتنی توسط سیال ویسکوالاستیک اولدروید-بی در محیطی همگن و

همسانگرد (الف) $Wi_1 = 2$ (ب) $Wi_1 = 5$ (ج) $Wi_1 = 10$ در $\beta_1 = 0.1$ و $R = 3$.

با مقایسه کانتورهای غلظت در زمان یکسان برای اعداد وایزبرگ متفاوت می‌توان نتیجه گرفت که این پارامتر تأثیر قابل توجهی بر روی ساختار کلی انگشتی‌ها نخواهد داشت. با این وجود به نظر می‌رسد که طول انگشتی‌ها با افزایش عدد وایزبرگ سیال جابجاکننده کوتاه‌تر خواهد شد.

مشاهده می‌شود که در زمان‌های ابتدایی تعداد انگشتی‌ها بیشتر است. با گذشت زمان، بعضی از این انگشتی‌ها با انگشتی مجاور ادغام خواهد شد و انگشتی پوشش داده شده رشد نموده و گرادیان غلظت بین انگشتی و سیال ویسکوز اطراف آن بیشتر می‌شود. در نتیجه این فرایند انگشتی بزرگ‌تر و پهن‌تری به دست می‌آید و از تعداد انگشتی‌ها کاسته خواهد شد. این مکانیزم به نام اثر پوششی^۱ شناخته می‌شود. همچنین به تدریج انگشتی‌ها فرم افقی خود را از دست داده و پهن‌تر می‌شوند. این پهن‌شدگی از حرکت‌های بسیار کوچک عمود بر جهت جریان ناشی می‌شود. این فرایند با نام فرایند انتشار^۲ در مطالعات مربوط به ناپایداری انگشتی معرفی شده است.

مکانیزم دیگری که در این کانتورهای غلظت قابل مشاهده است، مکانیزم بهم‌پیوستگی^۳ است. در این فرایند نوک یک انگشتی به سمت انگشتی مجاور خود خم شده و در نهایت درون بدنه‌ی انگشتی مجاور ترکیب می‌شود. در نتیجه این ترکیب انگشتی بزرگ‌تر و با ضخامت بیشتر به وجود می‌آید. این مکانیزم در شکل، در زمان $t=400$ با دایره مشخص شده است. همچنین قابل ذکر است که با شکل‌گیری این مکانیزم جابجایی سیال ویسکوزتر توسط سیال دیگر با سرعت بیشتری انجام می‌گیرد.

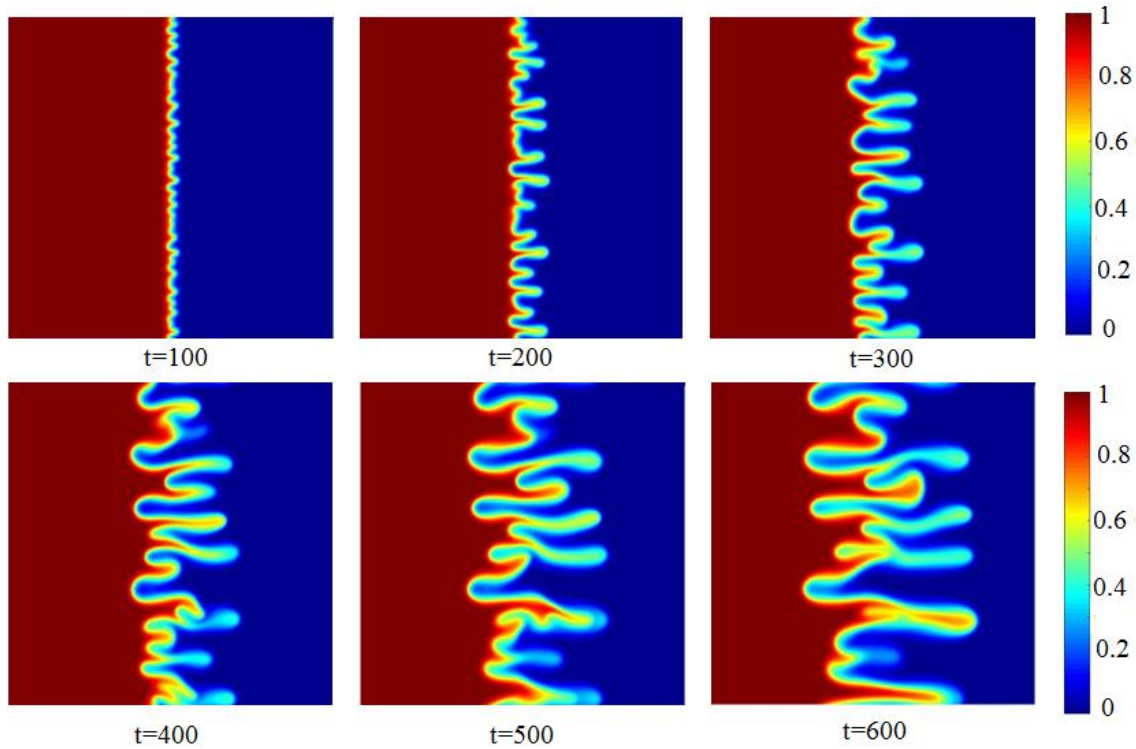
کانتورهای غلظت برای جابجایی سیال نیوتنی توسط سیال ویسکوالاستیک اولدریوید-بی با $Wi_1 = 2$ و $\beta_1 = 0.1$ در پارامتر $A=1$ و $A=4$ به ترتیب در شکل‌های ۵-۲ و ۵-۳ نمایش داده شده است. از آنجاییکه طول بی‌بعد سلول برابر Pe و عرض آن معادل Pe/A می‌باشد. بنابراین در یک عدد پکلت ثابت، تغییر نسبت ابعاد (A) به معنای تغییر عرض سلول است. می‌توان ملاحظه نمود که افزایش نسبت ابعاد از پیچیدگی الگوی انگشتی‌ها می‌کاهد. در واقع با کاهش عرض سلول،

¹ Shielding

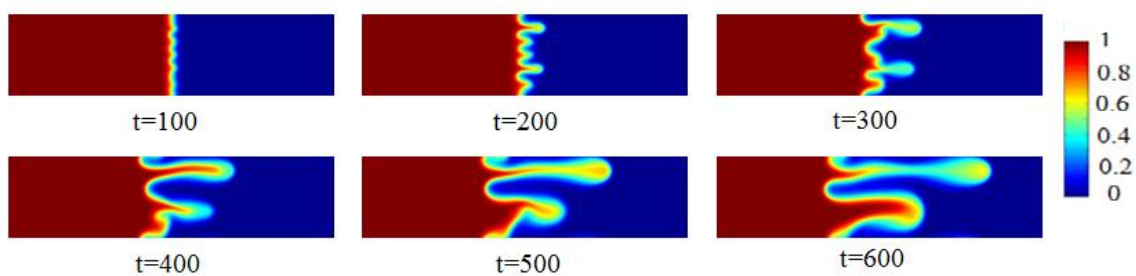
² Spreading

³ Coalescence

انگشتی‌ها در اثر انتشار از همان ابتدا با یکدیگر آمیخته شده و از تعداد آن‌ها کاسته می‌شود و در عوض شاهد انگشتی‌های پهن‌تری خواهیم بود.



شکل ۵-۲- کانتورهای غلظت در جابجایی سیال نیوتنی توسط سیال ویسکوالاستیک اولدروید-بی در محیطی همگن و همسانگرد در $Wi_1 = 2$ ، $\beta_1 = 0.1$ ، $R = 3$ و $A = 1$.

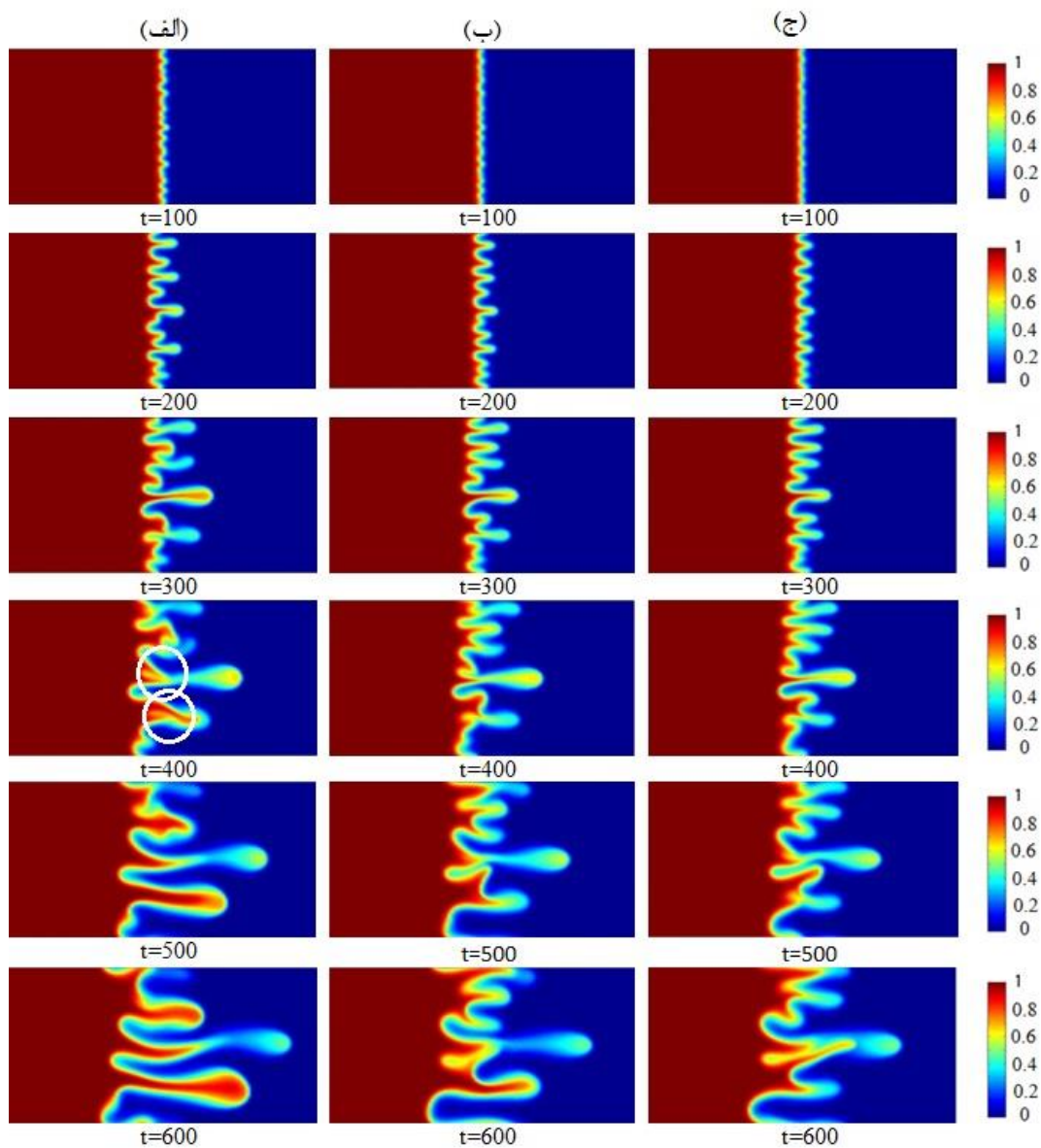


شکل ۵-۳- کانتورهای غلظت در جابجایی سیال نیوتنی توسط سیال ویسکوالاستیک اولدروید-بی در محیطی همگن و همسانگرد در $Wi_1 = 2$ ، $\beta_1 = 0.1$ ، $R = 3$ و $A = 4$.

۵-۲-۲- جابجایی سیال نیوتنی توسط سیال ویسکوالاستیک اولدروید-بی در محیط

همگن و ناهمسانگرد

در این بخش تأثیر ناهمسانگردی محیط جابجایی بر کانتورهای غلظت مورد بررسی قرار می‌گیرد. در تمام شبیه‌سازی‌های این بخش $R = 3$ ، $\beta_1 = 0.1$ و $Wi_1 = 0.5$ در نظر گرفته شده است. شکل ۴-۵ نشان‌دهنده جابجایی سیال نیوتنی توسط سیال اولدروید-بی در محیطی با $\alpha_D = 1$ و $\beta_K = \beta_D = 0$ و در α_K های مختلف است. همانند حالت پیشین، مکانیزم‌های همچون انتشار و پوششی موجب کاهش تعداد انگشتی‌ها با پیشروی زمانی خواهد شد. همچنین در زمان $t = 400$ شاهد دو مکانیزم بهم‌پیوستگی هستیم. کاهش طول انگشتی‌ها در نتیجه افزایش نفوذپذیری در جهت جریان نسبت به جهت عمود (افزایش α_K) قابل تشخیص است.



شکل ۵-۴- کانتورهای غلظت در جابجایی سیال نیوتنی توسط سیال ویسکوالاستیک اولدروید-بی در محیطی همگن و

$$\text{ناهمسانگرد (الف) } \alpha_K = 1.1 \text{ (ب) } \alpha_K = 1.5 \text{ (ج) } \alpha_K = 1.8 \text{ (} \alpha_D = 1, \beta_D = 0, \beta_K = 0 \text{).}$$

کانتورهای غلظت برای نسبت پراکندگی‌های متفاوت (α_D) در شکل ۵-۵ نمایش داده شده است. نخستین موضوعی که در این شکل جلب توجه می‌نماید وجود انگشتی‌های باریک و در تعداد زیاد نسبت به حالت‌های پیشین است. مشاهده می‌شود که با افزایش α_D از تعداد این انگشتی‌ها کاسته خواهد شد. در واقع در مقادیر کوچک‌تر α_D ، پراکندگی محیط در جهت عرضی کمتر است و

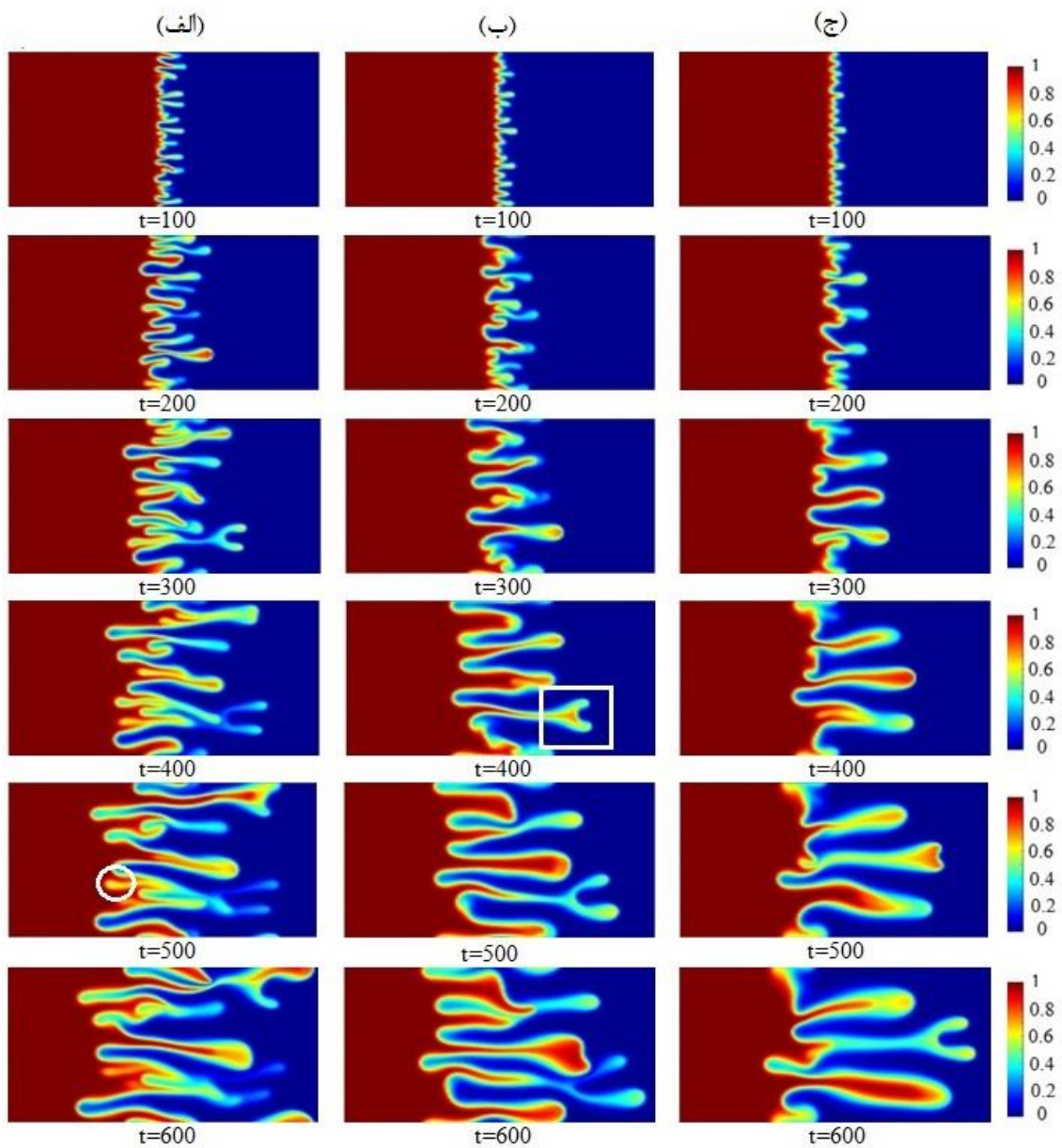
انگشتی‌های باریک‌تری مشاهده خواهد شد. وجود انگشتی‌های باریک و بلند منجر به پیدایش الگوی ساختاری پیچیده‌ای از انگشتی‌ها شده است.

علاوه بر مکانیزم‌های که تاکنون در این پژوهش معرفی شده، در این شکل مکانیزم شکافتگی نوک انگشتی^۱ قابل مشاهده است. در این مکانیزم، نوک انگشتی پس از رشد به حدی پهن می‌شود که در آن یک موج ایجاد می‌گردد. به علت وجود جریان، گرادیان غلظت در این موج پر شیب‌تر می‌شود و در نتیجه آن، با گذشت زمان و رشد موج‌ها، نوک انگشتی شکافته و دو انگشتی جدید از آن به وجود می‌آید. این مکانیزم با مربع در زمان $t=400$ مشخص شده است. مکانیزم دیگری که در این شکل قابل تشخیص است، مکانیزم دنباله جدا شده^۲ است. هنگامی که دو انگشتی به سمت هم خم می‌شوند، دنباله‌ای از سیال با ویسکوزیته بالا جابجاشونده در بین این دو انگشتی حبس می‌شود. این مکانیزم با دایره در زمان $t=500$ نشان داده شده است.

با نگاه کلی به شکل ۵-۵ می‌توان پایدارتر شدن جریان در نتیجه افزایش α_D را مشاهده نمود. تأثیر زاویه انحراف تانسور پراکندگی بر روی کانتورهای غلظت در شکل ۶-۵ قابل ملاحظه است. می‌توان مشاهده نمود که برای دو حالت $\beta_D = \pi/6$ و $\beta_D = \pi/3$ ، شاخه‌های ایجاد شده در اثر مکانیزم شکافتگی نوک انگشتی‌ها دیگر متقارن نیستند. در واقع با افزایش زاویه β_D ، دو شاخه ایجاد شده متقارن‌تر خواهند شد و در نهایت در $\beta_D = \pi/2$ تقریباً به تقارن می‌رسند.

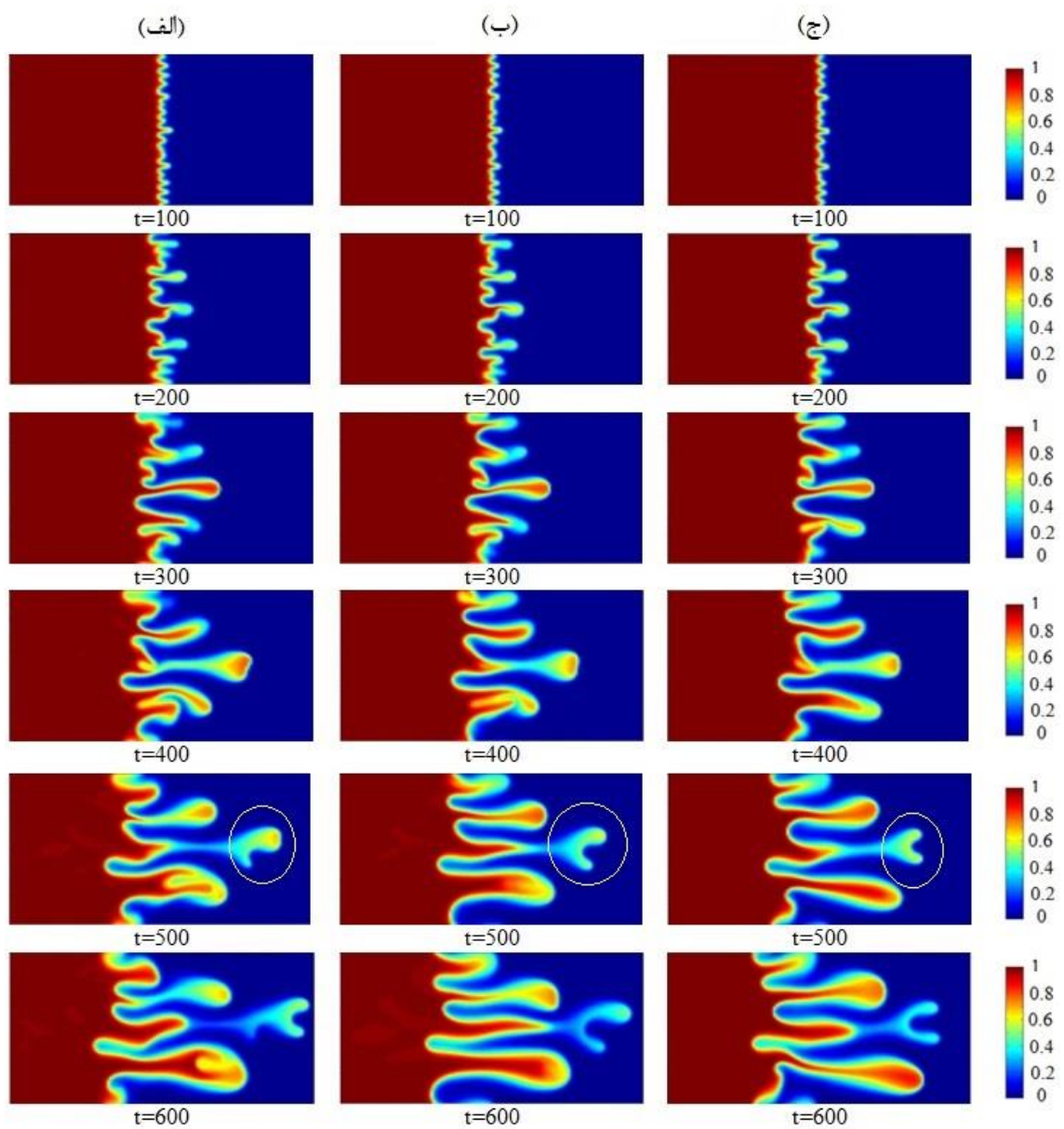
¹ Tip-splitting

² Trailing lobe detachment



شکل ۵-۵- کانتورهای غلظت در جابجایی سیال نیوتنی توسط سیال ویسکوالاستیک اولدروید-بی در محیطی همگن و

ناهمسانگرد (الف) $\alpha_D = 0.3$ (ب) $\alpha_D = 0.5$ (ج) $\alpha_D = 0.75$ ($\beta_K = \beta_D = 0, \alpha_K = 1$).



شکل ۵-۶- کانتورهای غلظت در جابجایی سیال نیوتنی توسط سیال ویسکوالاستیک اولدروید-بی در محیطی همگن و

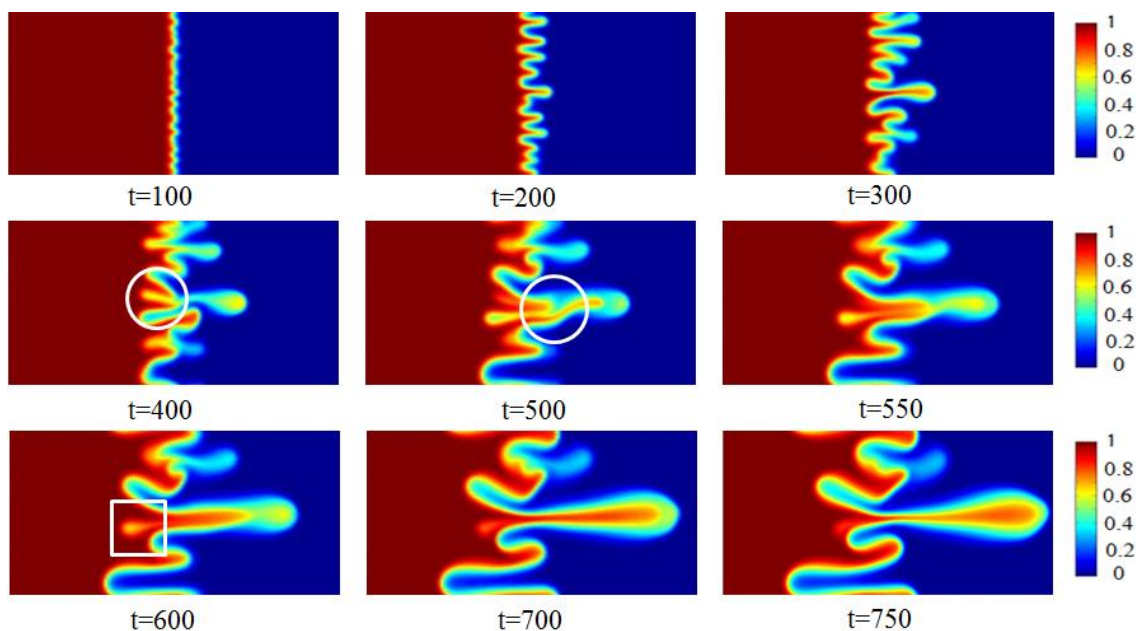
ناهمسانگرد (الف) $\beta_D = \pi/6$ (ب) $\beta_D = \pi/3$ (ج) $\beta_D = \pi/2$ ($\beta_K = 0, \alpha_K = 1, \alpha_D = 0.75$)

۵-۲-۳- جابجایی سیال نیوتنی توسط سیال ویسکوالاستیک وایت-مترز در محیط

همگن و با تانسور پراکندگی وابسته به سرعت

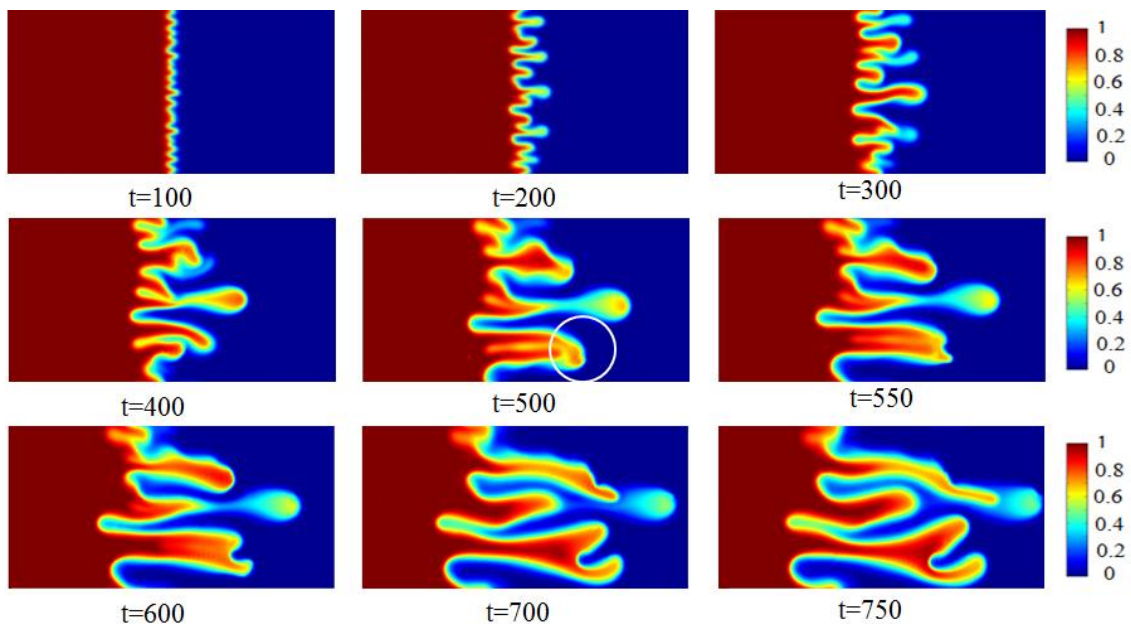
در این بخش به بررسی حضور سیال ویسکوالاستیک با در نظر گرفتن خاصیت باریک‌شوندگی این نوع سیال و یا به عبارتی سیال ویسکوالاستیک با معادله ساختاری وایت-مترز در جابجایی از طریق محیطی با تانسور پراکندگی ناهمسانگرد وابسته به سرعت پرداخته شده است. در تمام شبیه‌سازی‌های این بخش، $Pe = 1000$ ، $R = 2.5$ ، $Wi_{10} = 2$ و $\beta_1 = 0.1$ در نظر گرفته شده است.

شکل ۵-۷ نشان‌دهنده کانتورهای غلظت برای جریان با $n = 0.8$ و $\zeta = 0.5$ و در محیطی با $L = 0.1$ و $\alpha = 0.5$ می‌باشد. نکته قابل توجه در این حالت، اتفاق افتادن مکانیزم بهم‌پیوستگی پی-درپی است. به این ترتیب که هم‌زمان دو انگشتی اطراف به سمت بدنه‌ی انگشتی میانی خم شده و به ترتیب در آن ادغام شده‌اند. این مکانیزم با دایره در زمان‌های $t = 400$ و $t = 500$ مشخص شده‌اند. همچنین در این حالت، مکانیزم دنباله جدا شده با مربع در زمان $t = 600$ مشخص شده است.



شکل ۵-۷- کانتورهای غلظت در جابجایی سیال نیوتنی توسط سیال ویسکوالاستیک وایت-مترز ($n = 0.8$ و $\zeta = 0.5$) در محیطی با ناهمسانگردی وابسته به سرعت ($L = 0.1$ و $\alpha = 0.5$).

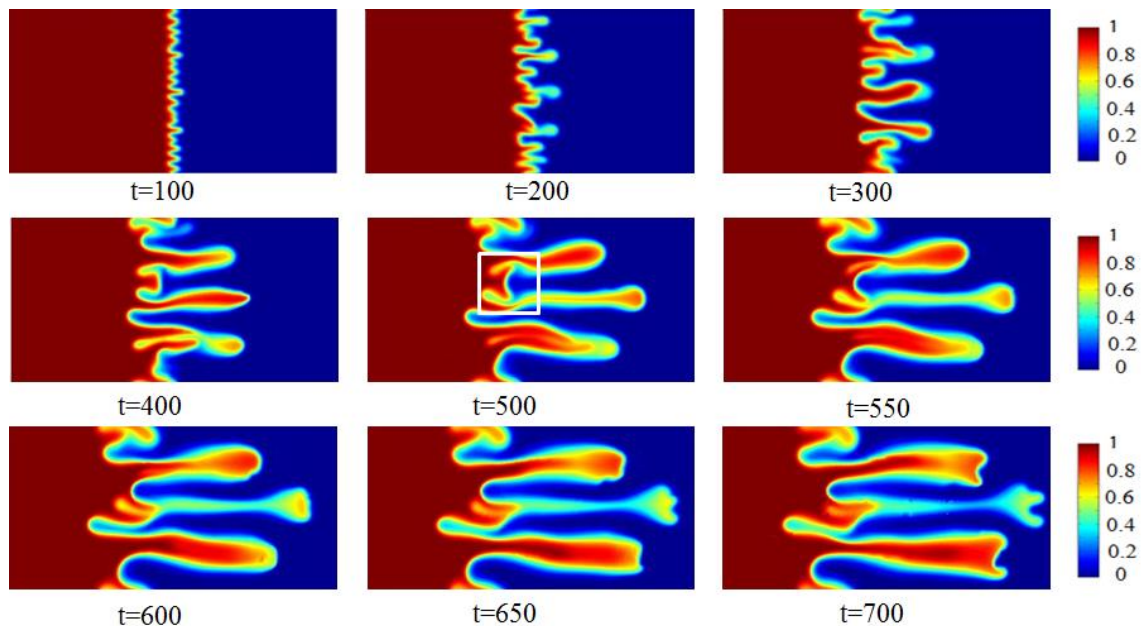
کانتورهای غلظت برای جریان با $n=0.8$ و $\zeta=0.5$ و در محیطی با $L=0.5$ و $\alpha=0.5$ در شکل ۸-۵ نمایش داده شده است. در واقع در این حالت شدت پراکندگی طولی (L) بیشتر از شکل قبل است. با افزایش این پارامتر، مکانیزم بهم‌پیوستگی پی‌درپی دیگر اتفاق نمی‌افتد و به جای آن دو مکانیزم بهم‌پیوستگی جداگانه وجود دارد. در یکی از این بهم‌پیوستگی‌ها، سر انگشتی بلندتر بر روی نوک انگشتی مجاور خم شده و همچنان به رشد خود ادامه می‌دهد. انگشتی حاصل از این فرایند دارای دو لبه است و ممکن است با مکانیزم شکافتگی نوک انگشتی‌ها اشتباه گرفته شود. اما در واقع هر کدام از این لبه‌ها نوک انگشتی مجزایی است که هم اکنون به هم پیوسته‌اند.



شکل ۸-۵- کانتورهای غلظت در جابجایی سیال نیوتنی توسط سیال ویسکوالاستیک وایت-متزنر ($n = 0.8$ و $\zeta = 0.5$) در محیطی با ناهمسانگردی وابسته به سرعت ($L = 0.5$ و $\alpha = 0.5$).

هنگامی که برای حالت بررسی شده پیشین ($L = 0.5$ و $\alpha = 0.5$) نسبت پراکندگی α به 0.3 کاهش یابد می‌توان شکافتگی نوک انگشتی‌ها را در فریم‌های $t = 500$ و $t = 700$ ملاحظه نمود (شکل ۵-۸).

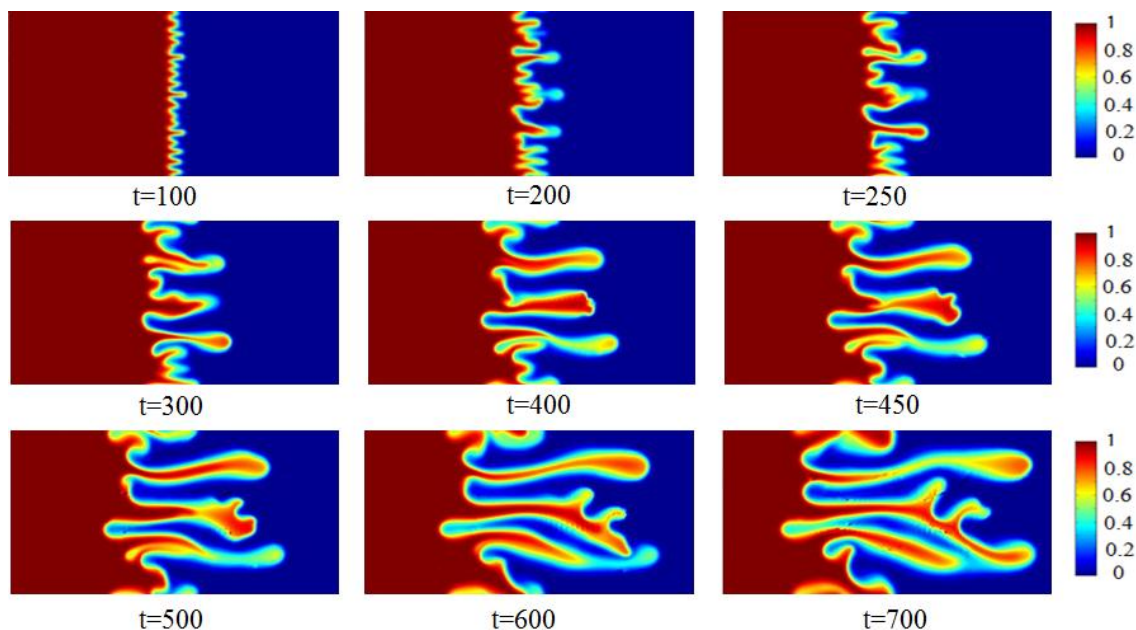
۹). نکته قابل توجه خم شدن هر کدام از لبه‌های حاصل از شکافتگی در زمان $t = 500$ به سمت انگشتی مجاور خود و ادغام شدن در بدنه آن است.



شکل ۵-۹- کانتورهای غلظت در جابجایی سیال نیوتنی توسط سیال ویسکوالاستیک وایت-مترنر ($n = 0.8$ و $\zeta = 0.5$) در محیطی با ناهمسانگردی وابسته به سرعت ($L = 0.5$ و $\alpha = 0.3$).

شکل ۵-۱۰ نشان‌دهنده‌ی کانتورهای غلظت برای جریان با $n = 0.8$ و $\zeta = 0.5$ در محیطی با $\alpha = 0.1$ و $L = 0.1$ است. در این شکل می‌توان مکانیزم انگشتی قطری^۱ را ملاحظه نمود. این مکانیزم که پیش‌تر توسط سینگ و عزایز [۵۳] گزارش شده بسیار به مکانیزم شکافتگی نوک انگشتی-ها شبیه است. هرچند باهم تفاوت‌های اساسی دارند. در این حالت انگشتی دوشاخه شده تمایل به رشد در جهت قطری دارد. یکی از شاخه‌ها سریع‌تر از دیگری رشد نموده و مجدداً شاخه‌دار خواهد شد و سپس یکی از شاخه‌های جدید بر دیگری غالب گشته و به رشد خود در جهت قطری ادامه می‌دهد.

^۱ diagonal-fingering

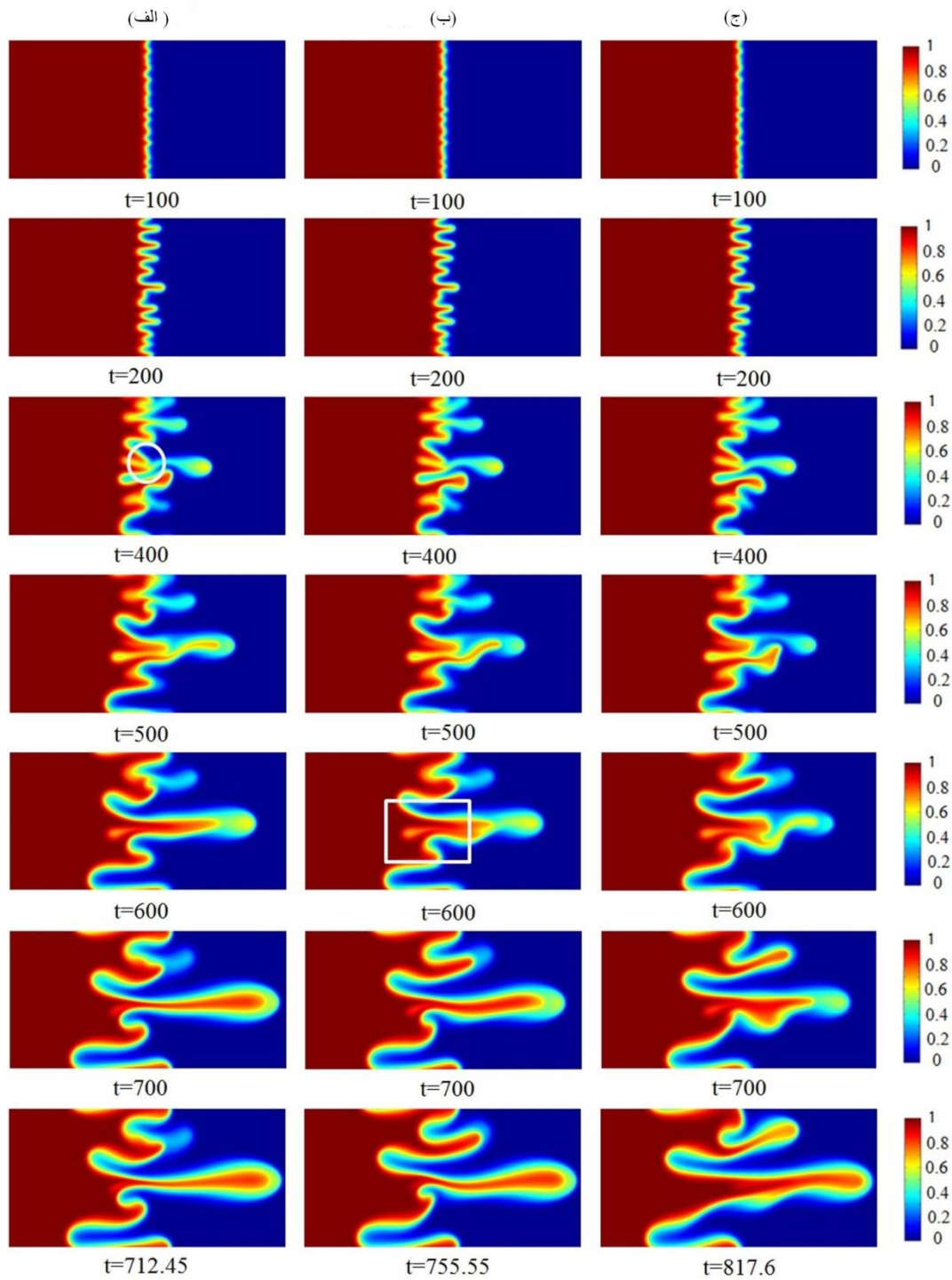


شکل ۵-۱۰- کانتورهای غلظت در جابجایی سیال نیوتنی توسط سیال ویسکوالاستیک وایت-متزنر ($n = 0.8$ و $\zeta = 0.5$) در محیطی با ناهمسانگردی وابسته به سرعت ($L = 0.5$ و $\alpha = 0.1$).

۵-۲-۴- جابجایی سیال نیوتنی توسط سیال ویسکوالاستیک وایت-متزنر در محیط ناهمگن

در این بخش کانتورهای غلظت در جابجایی سیال نیوتنی توسط سیال وایت-متزنر در محیطی ناهمگن ارائه خواهد شد. در تمام شبیه‌سازی‌های این بخش $Wi_{10} = 2$ و $\beta = 0.1$ در نظر گرفته شده است. پیش از پرداختن به جابجایی سیال در محیط ناهمگن، ابتدا نمونه‌ای از شبیه‌سازی جریان در محیطی همگن ارائه خواهد شد. بدین ترتیب، با ایجاد امکان مقایسه می‌توان درک بهتری از تأثیر ناهمگنی محیط داشت.

شکل ۵-۱۱ نشان‌دهنده جابجایی سیال نیوتنی به وسیله‌ی سیال وایت-متزنر با $\zeta = 0.5$ ، $R = 2.5$ و در مقادیر مختلف پارامتر n می‌باشد. مکانیزم‌های مختلف تعامل انگشتی‌ها همچون اثر انتشار، مکانیزم پوششی، بهم‌پیوستگی و دنباله جداشونده در این شکل قابل مشاهده است.



شکل ۵-۱۱- کانتورهای غلظت در جابجایی سیال نیوتنی توسط سیال ویسکوالاستیک وایت-مترز ($R = 2.5$) و

$n = 0.5$ در محیطی همگن در (الف) $n = 0.7$ ، (ب) $n = 0.8$ و (ج) $n = 0.9$.

با کمی دقت در شکل ۵-۱۱ می‌توان ملاحظه نمود که افزایش n کاهش طول انگشتی‌ها را به دنبال دارد. قابل ذکر است در این شکل فریم‌های پایانی نشان‌دهنده کانتورهای غلظت در زمان دستیابی^۱ می‌باشد. نخست نیاز است که تعریفی از این پارامتر ارائه دهیم. در مطالعه سجادی و عزیزی [۴۲] زمان دستیابی به عنوان زمانی معرفی می‌شود که در فرایند سیلاب‌زنی، سیال جابجاکننده به مکان استخراج برسد. در واقع پس از این زمان بازده فرایند به مقدار ثابتی رسیده و دیگر تغییر قابل ملاحظه‌ای نخواهد نمود. در شبیه‌سازی عددی این پارامتر نشان‌دهنده زمانی است که جبهه غلظت $c = 0.01$ به انتهای منطقه محاسباتی خواهد رسید. مشاهده می‌شود که با افزایش شاخص توانی سیال ویسکوالاستیک، زمان دستیابی افزایش خواهد یافت. از آنجایی که با افزایش پارامتر n ، ویسکوزیته و عدد وایزبرگ سیال جابجا کننده افزایش می‌یابد، طبیعی است که جریان پایدارتر شود. بنابراین نرخ رشد انگشتی‌ها کاهش خواهد یافت.

کانتورهای غلظت برای جریان با $n = 0.8$ ، $\zeta = 0.5$ از طریق سیستم لایه‌ای با $s = 0.01$ و مقادیر مختلف q در شکل ۵-۱۲ نمایش داده شده است. همان‌گونه که ملاحظه می‌شود تعداد انگشتی‌ها در فریم‌های ابتدایی کمتر از جابجایی جریان مشابه در محیط همگن (شکل ۵-۹) است. در حالت‌های $q = 7$ و $q = 9$ ، تعداد انگشتی‌های اولیه دقیقاً با تعداد لایه‌های سیستم برابر است. در حالت $q = 3$ ، اگرچه در ابتدا این تساوی برقرار نیست، با پیشروی زمانی و به کمک فرایندهای همچون انتشار و اثر پوششی تعداد این انگشتی‌ها به سه انگشتی یعنی به تعداد لایه‌های محیط کاهش خواهد یافت.

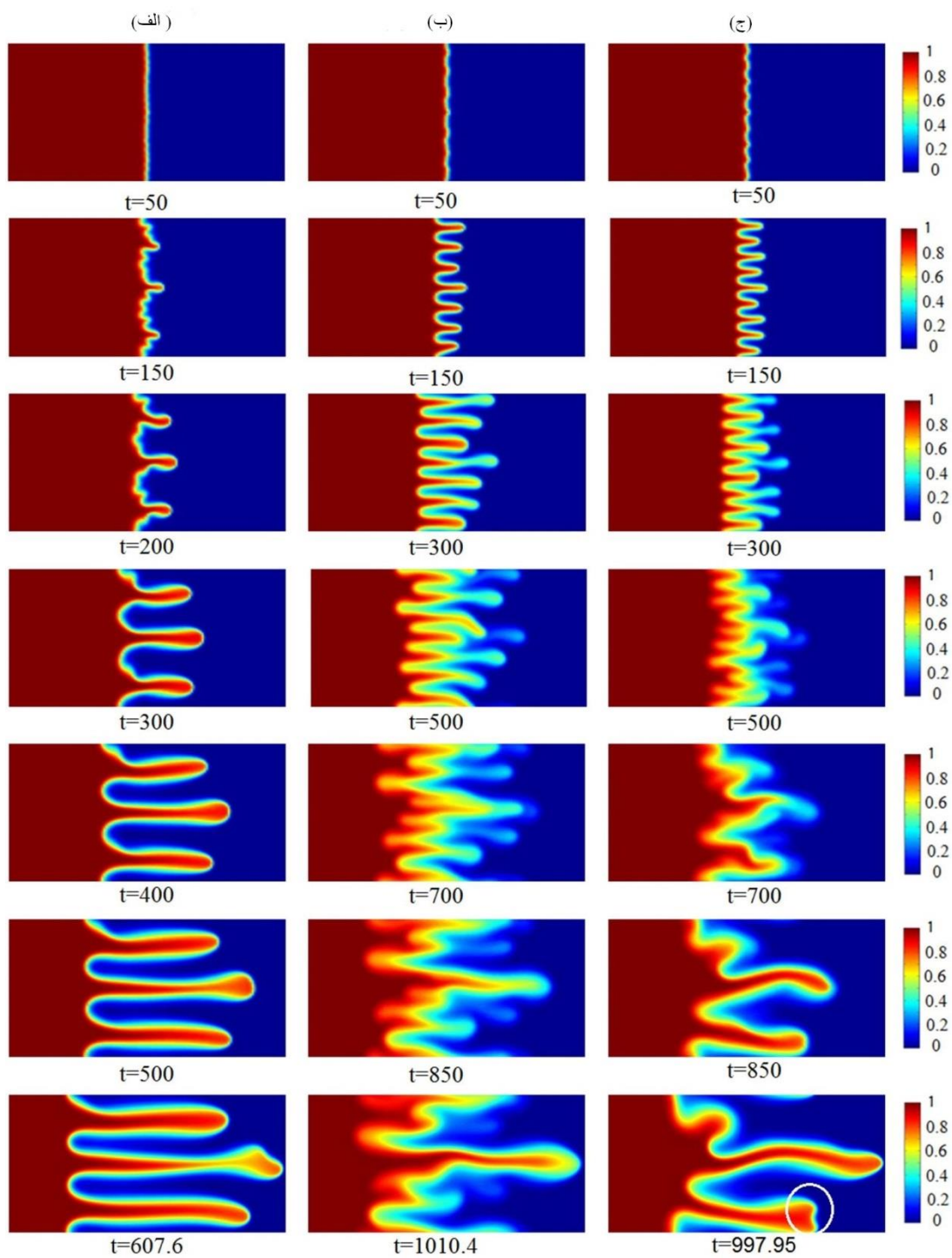
در جابجایی سیال نیوتنی توسط سیال ویسکوالاستیک در محیط لایه‌ای، همانند آنچه برای جریان نیوتنی در این نوع محیط توسط دی‌ویت و هومسی [۲۷] گزارش شده است، شاهد پیدایش رژیم کانالیزه^۲ هستیم. همچنین مشاهده می‌شود که زمان دستیابی در سیستم با سه لایه کوتاه‌تر از فرایند مشابه در سیستم همگن می‌باشد. به طور طبیعی جریان تمایل به پیشروی در مسیرهای با نفوذپذیری بالاتر دارد. در نتیجه در سیستم لایه‌ای هر انگشتی تا حد امکان در لایه‌ای که در آن شکل گرفته باقی

¹ breakthrough time

² channeling regime

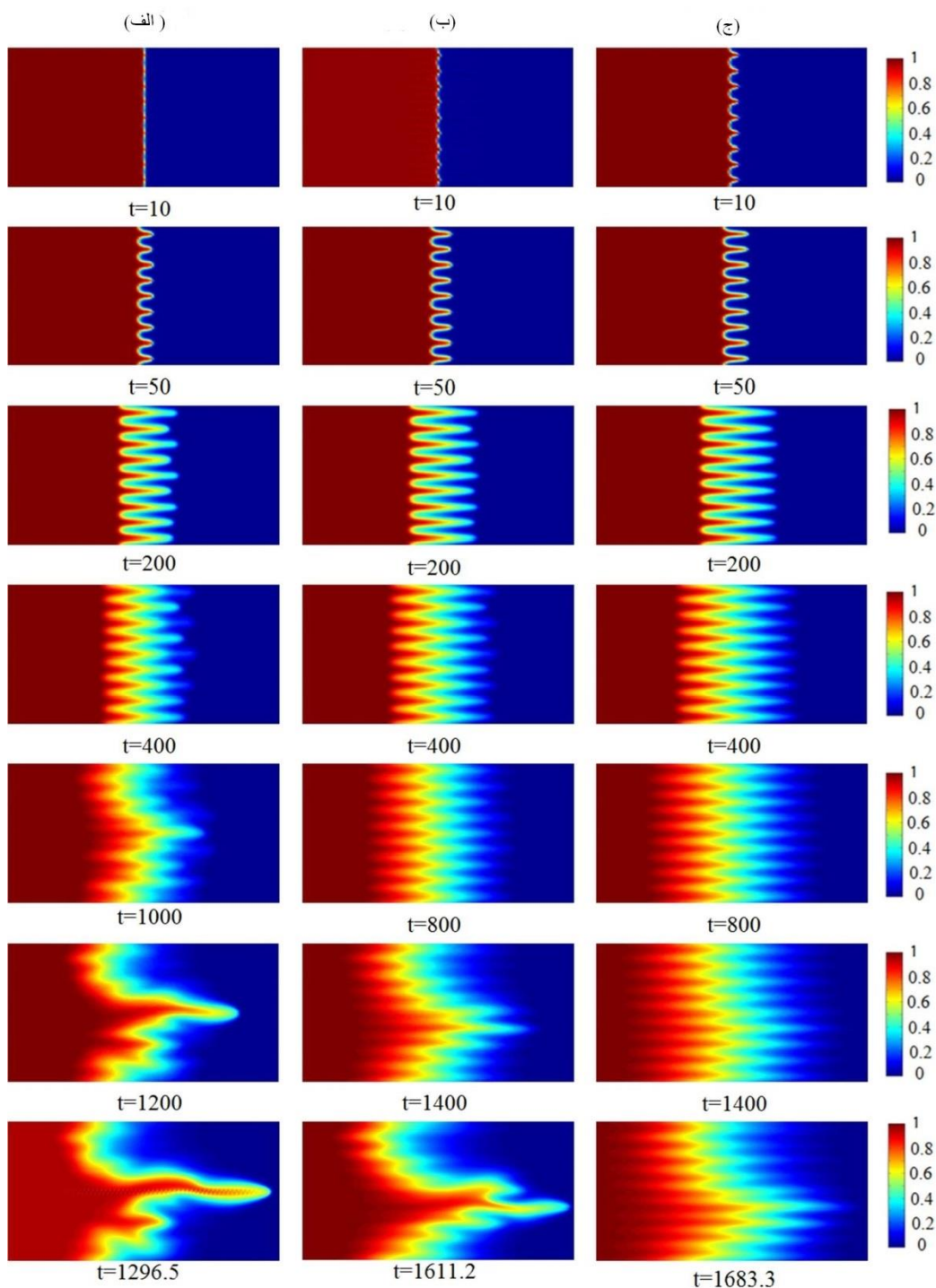
می ماند و تعاملات بین انگشتی‌ها محدود خواهد شد. در نتیجه انگشتی‌ها سریع‌تر رشد می‌نمایند. اما، افزایش تعداد لایه‌ها، کاهش عرض هر لایه را به دنبال دارد. بنابراین با پهن شدن انگشتی‌ها سرانجام به لایه‌های مجاور نفوذ خواهند نمود و تعاملات بین انگشتی‌ها رخ خواهد داد و رژیم کانالی مغشوش خواهد شد. بنابراین انگشتی‌ها نمی‌توانند مانند قبل به رشد آزادانه خود ادامه دهند و زمان دستیابی افزایش می‌یابد. بعد از مدتی، مکانیزم پوششی رخ خواهد داد و تعداد انگشتی‌ها کاهش خواهد یافت. از آنجایی که عرض هر لایه در $q=9$ کمتر از $q=7$ می‌باشد، تعاملات بین انگشتی‌های اولیه در این سیستم زودتر اتفاق می‌افتد و انگشتی‌های پوشش داده شده سریع‌تر شکل گرفته و رشد می‌نمایند. در نتیجه زمان دستیابی در $q=9$ کمتر از $q=7$ می‌باشد. همچنین، در سیستم با نه لایه، می‌توان مکانیزم شکافتگی نوک انگشتی را ملاحظه نمود.

به منظور بررسی تأثیر واریانس نفوذپذیری، کانتورهای غلظت برای سیستم نه لایه‌ای با واریانس نفوذپذیری $s=0.1$ ، $s=0.2$ و $s=0$. در شکل ۵-۱۳ نمایش داده شده است. با افزایش s انگشتی‌ها سریع‌تر شکل گرفته و رشد می‌نمایند. به طوریکه در $s=0.3$ ، در زمان $t=10$ طول انگشتی‌ها تقریباً به اندازه‌ی زمان $t=50$ در $s=0.01$ است. در این موارد انگشتی‌ها ابتدا در هر لایه شکل گرفته و رژیم کانالی را به وجود می‌آورند. سپس به هم پیوسته و جبهه یکنواخت و مواجی از غلظت ایجاد می‌شود. این جبهه به پیشروی خود ادامه داده تا سرانجام نوک یکی از انگشتی‌ها از بقیه پیشی گرفته و جبهه به صورت یک انگشتی واحد در خواهد آمد. می‌توان ملاحظه نمود که زمان دستیابی با افزایش s افزایش خواهد یافت.



شکل ۵-۱۲- کانتورهای غلظت در جابجایی سیال نیوتنی توسط سیال ویسکوالاستیک وایت-متزنر ($n = 0.8$ و

$\zeta = 0.5$) در محیطی لایه‌ای با $s = 0.01$ و (الف) $q = 3$ ، (ب) $q = 7$ و (ج) $q = 9$.



شکل ۵-۱۳- کانتورهای غلظت در جابجایی سیال نیوتنی توسط سیال ویسکوالاستیک وایت-متزنر ($n = 0.8$ و

$\zeta = 0.5$) در محیطی لایه‌ای با $q = 9$ و (الف) $s = 0.1$ ، (ب) $s = 0.2$ و (ج) $s = 0.3$.

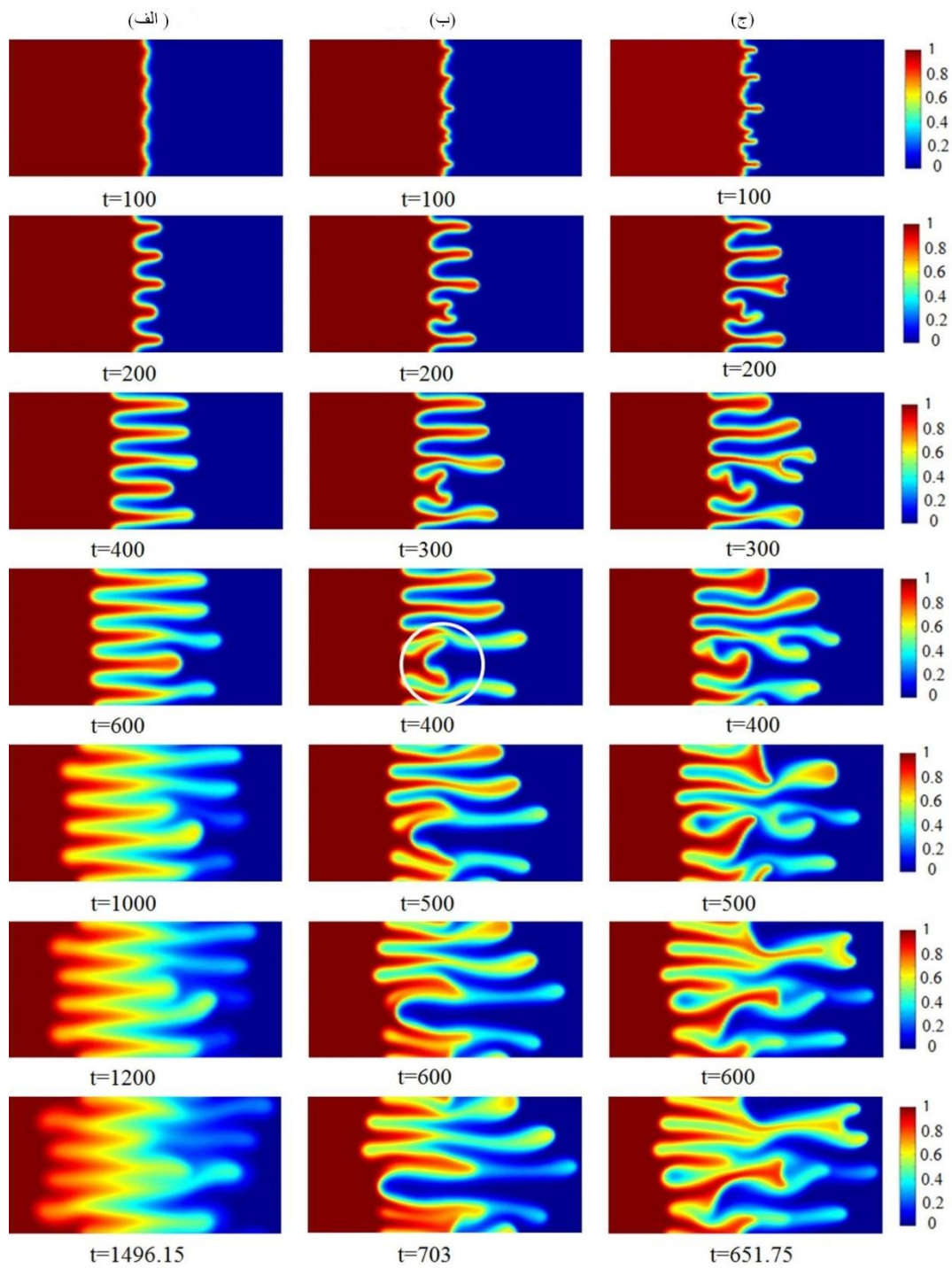
کانتورهای غلظت برای مقادیر متفاوت پارامتر R برای جریان با $n = 0.8$ و $\zeta = 0.5$ در محیطی

با $q = 5$ و $s = 0.01$ در شکل ۵-۱۴ نمایش داده شده است. می‌توان ملاحظه نمود که با افزایش R ،

ساختار انگشتی‌ها پیچیده‌تر شده و زمان دستیابی کاهش می‌یابد. در $R = 2.5$ و $R = 3$ یکی از انگشتی‌های اولیه دو لبه دارد. همان‌طور که در شکل برای زمان $t = 400$ با دایره مشخص شده، برای $R = 2.5$ هر کدام از این دو لبه به سمت انگشتی‌ها مجاور خود خم شده و در نهایت در بدنه آن ادغام می‌شود. در حالیکه در $R = 3$ یکی از لبه‌ها بر دیگری غالب گشته و سریع‌تر رشد می‌نماید. نکته قابل توجه در این شکل، مکانیزم شکافتگی نوک انگشتی‌هاست که به صورت گسترده در $R = 3$ مشاهده می‌شود.

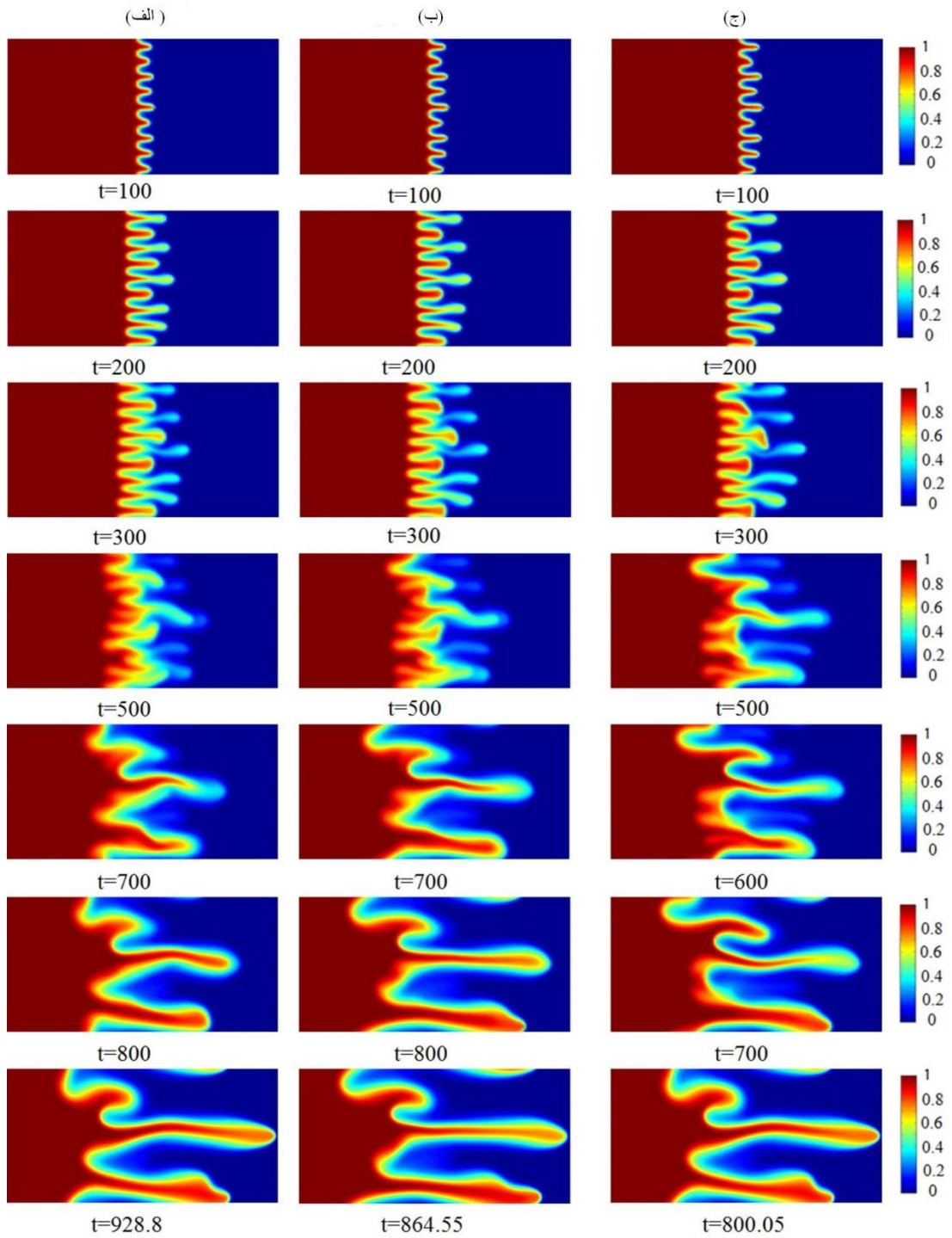
تأثیر پارامتر κ بر کانتورهای جریان در شکل ۵-۱۵ نمایش داده شده است. محیط در نظر گرفته شده برای جابجایی، محیطی لایه‌ای با $q = 9$ و $s = 0.0$ می‌باشد. پارامترهای جریان در این جابجایی $R = 2.5$ و $n = 0.8$ است. در نگاه اول به نظر می‌رسد که تغییرات پارامتر κ تأثیر قابل ملاحظه‌ای بر ساختار کلی انگشتی‌ها نخواهد داشت ولی با کمی دقت می‌توان ملاحظه نمود که با افزایش این پارامتر، طول انگشتی‌ها افزایش خواهد یافت. این افزایش طول در زمان‌های بالاتر بیشتر قابل تشخیص است.

به عنوان آخرین حالت در این بخش، جابجایی جریان در محیطی شطرنجی با $q = 3$ ، $s = 0.01$ و در سیستم با تعداد لایه‌های متفاوت در جهت x در نظر گرفته می‌شود. کانتورهای غلظت در این حالت در شکل ۵-۱۶ نمایش داده شده است. با مقایسه با جریان مشابه در سیستم لایه‌ای (شکل ۵-۱۲ الف) ملاحظه می‌شود که رژیم کانالی در سیستم شطرنجی با مقادیر بالای a اتفاق نمی‌افتد و می‌توان تعاملات انگشتی‌ها را از همان ابتدا ملاحظه نمود. وجود ناهمگنی در جهت جریان منجر به شباهت بسیار کانتورهای غلظت به محیط همگن شده است.



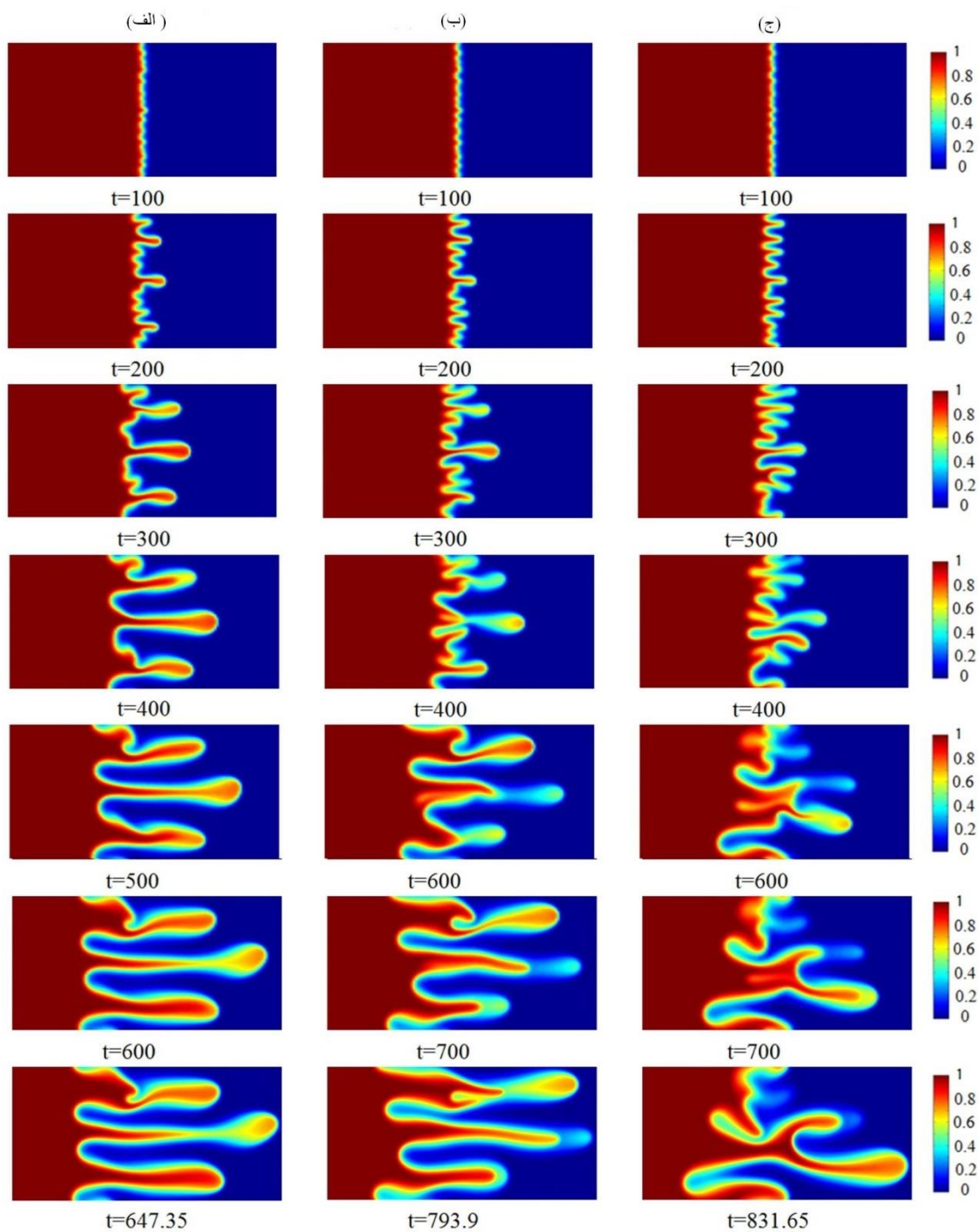
شکل ۵-۱۴- کانتورهای غلظت در جابجایی سیال نیوتنی توسط سیال ویسکوالاستیک وایت-متزنر ($n = 0.8$ و

$\zeta = 0.5$) در محیطی لایه‌ای ($q = 5$ و $s = 0.01$) در (الف) $R = 2$ (ب) $R = 2.5$ (ج) $R = 3$.



شکل ۵-۱۵- کانتورهای غلظت در جابجایی سیال نیوتنی توسط سیال ویسکوالاستیک وایت-مترنر ($n = 0.8$ و

$R = 2.5$) در محیطی لایه‌ای ($q = 9$ و $s = 0.01$) در (الف) $\zeta = 1$ (ب) $\zeta = 2$ (ج) $\zeta = 4$



شکل ۵-۱۶- کانتورهای غلظت در جابجایی سیال نیوتنی توسط سیال ویسکوالاستیک وایت-متزنر ($n = 0.8$ ،

$\zeta = 0.5$ و $R = 2.5$) در محیطی شطرنجی $s = 0.01, q = 3$ و (الف) $a = 3$ ، (ب) $a = 5$ و (ج) $a = 9$.

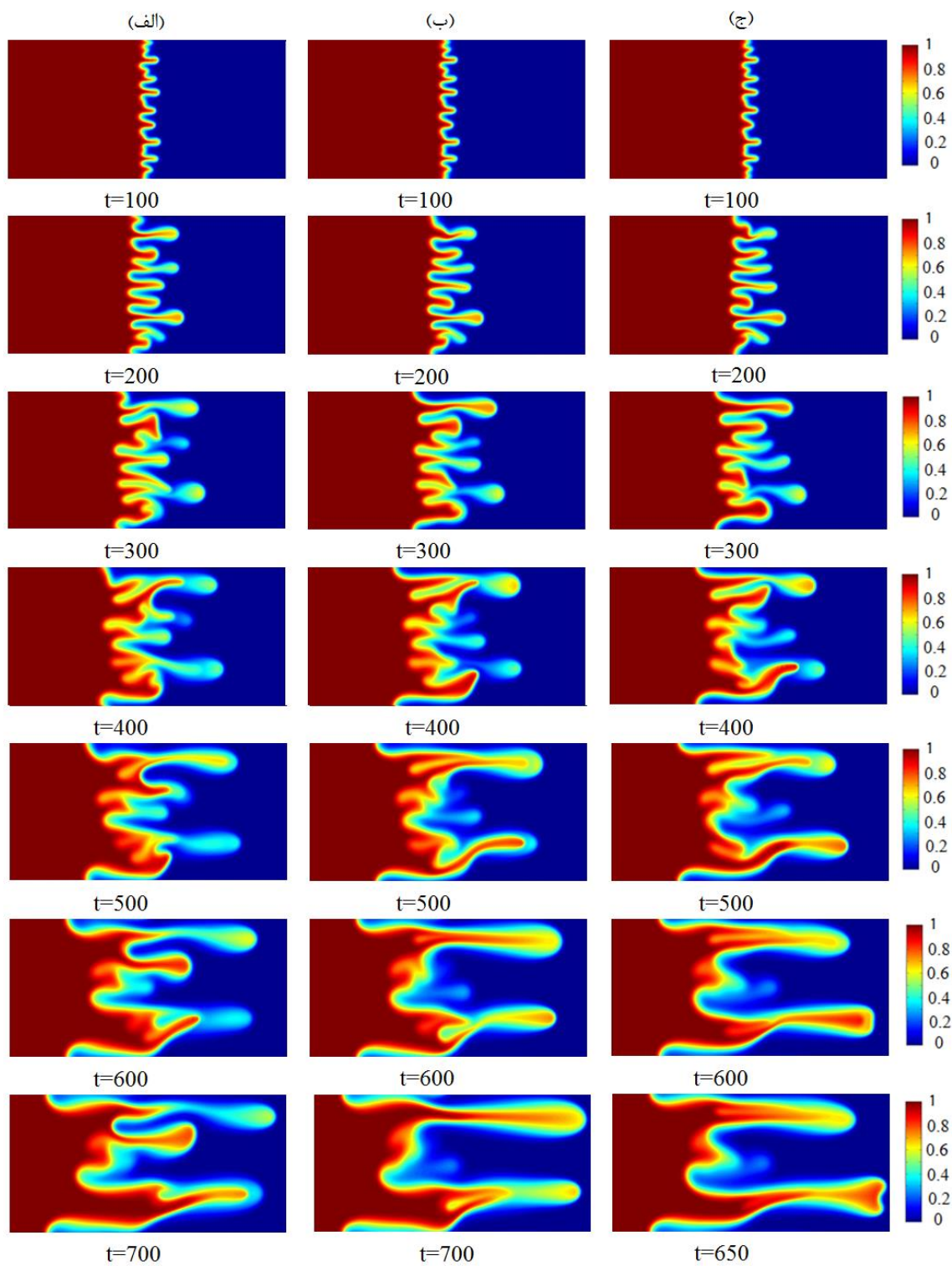
۵-۲-۵- جابجایی سیال نیوتنی توسط سیال ویسکوالاستیک گزیکس در محیط

همگن و همسانگرد

شکل ۵-۱۷ نشان‌دهنده کانتورهای غلظت در جابجایی سیال نیوتنی توسط سیال ویسکوالاستیک با معادله ساختاری گزیکس و در فاکتورهای تحرک مختلف این مدل (α_G) می‌باشد. با مقایسه کانتورهای غلظت در زمان مشخص برای فاکتورهای تحرک متفاوت می‌توان ملاحظه نمود که با افزایش این پارامتر، طول انگشتی‌های ایجاد شده افزایش می‌یابد. این موضوع در زمان‌های بالاتر بهتر قابل تشخیص است. می‌توان نتیجه گرفت این پارامتر، ناپایداری انگشتی را شدت می‌بخشد و بازده فرایند جابجایی را کاهش خواهد داد. مکانیزم‌های همچون اثر پوششی، انتشار، بهم‌پیوستگی و شکافتگی نوک انگشتی‌ها در این کانتورها قابل مشاهده است.

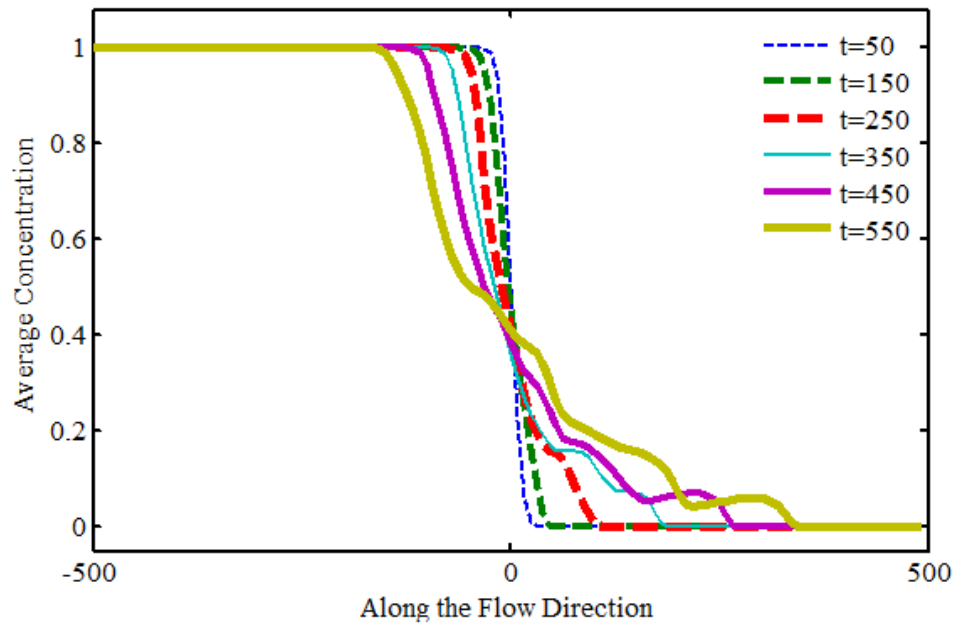
۵-۳- منحنی‌های میانگین غلظت عرضی

منحنی‌های نشان‌دهنده غلظت عرضی از جمله ابزارهای متداول جهت بررسی ناپایداری انگشتی است. در حقیقت مطالعه نتایج به دست آمده از اندازه‌گیری پارامترهای متفاوت در یک بعد، راهی مناسب برای پی بردن به رفتار جریان در محیط‌های مختلف می‌باشد. در شکل ۵-۱۸ منحنی‌های میانگین غلظت عرضی برای جابجایی سیال نیوتنی توسط سیال اولدروید-بی در محیطی همگن و همسانگرد در زمان‌های مختلف نمایش داده شده است. پارامترهای جریان در این جابجایی به صورت $Wi_1 = 5$ ، $\beta_1 = 0.1$ و $R = 3$ در نظر گرفته شده است. همانگونه که مشاهده می‌شود در زمان‌های ابتدایی شروع ناپایداری، منحنی به صورت پله‌ای و تقریباً هموار و بدون پستی و بلندی است. با گذر زمان و شکل‌گیری انگشتی‌ها، پستی و بلندی‌های در منحنی ظاهر شده و به تدریج بر شدت آن‌ها افزوده خواهد شد.



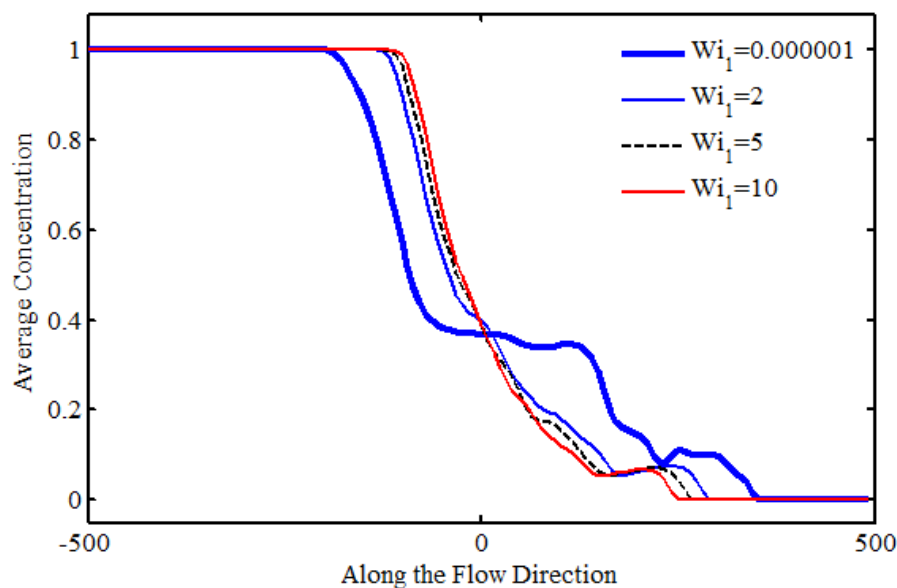
شکل ۵-۱۷- کانتورهای غلظت در جابجایی سیال نیوتنی توسط سیال ویسکوالاستیک گزیکس ($R = 3$ و $Wi_1 = 2$)

در (الف) $\alpha_G = 0.01$ (ب) $\alpha_G = 0.1$ (ج) $\alpha_G = 0.2$.



شکل ۵-۱۸- منحنی میانگین غلظت عرضی در جابجایی سیال نیوتنی توسط سیال اولدریویدی در محیطی همگن و همسانگرد ($Wi_1 = 5$, $\beta_1 = 0.1$ و $R = 3$).

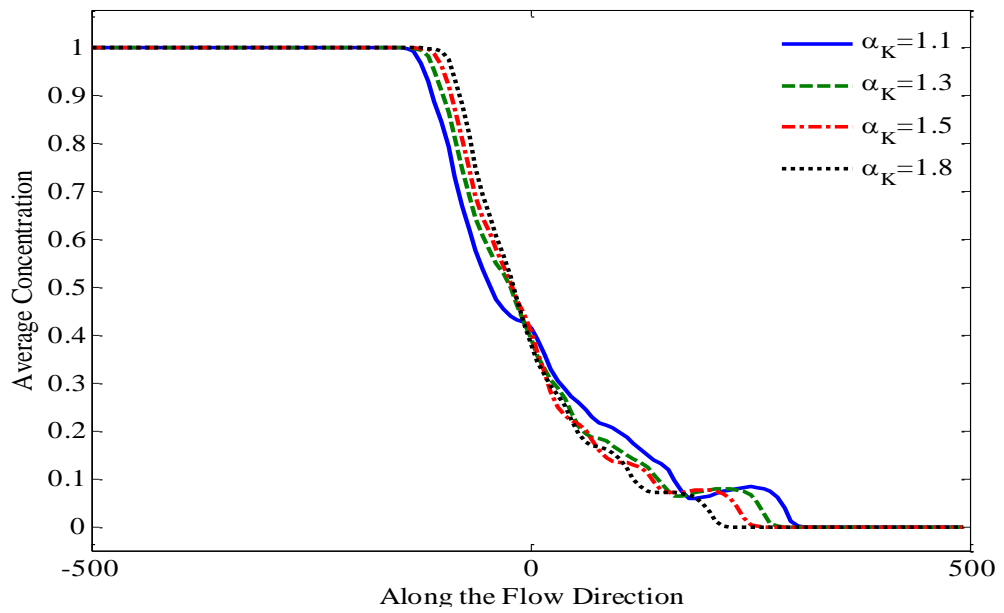
منحنی میانگین غلظت عرضی در مقادیر مختلف عدد وایزنبرگ سیال جابجاکننده در زمان $t = 450$ در شکل ۵-۱۹ نمایش داده شده است. مشاهده می‌شود که با افزایش عدد وایزنبرگ از شدت اعوجاج منحنی کاسته خواهد شد. همچنین انحراف از حالت پایه کمتر می‌شود. در واقع شدت و ارتفاع این پستی و بلندی‌ها ارتباط مستقیمی با شدت ناپایداری دارد. بطوریکه در جریان ناپایدارتر شاهد پستی و بلندی‌های بیشتری در منحنی هستیم. بنابراین می‌توان تأثیر خاصیت الاستیک سیال ویسکوالاستیک جابجاکننده در کاهش ناپایداری را در این شکل مشاهده نمود.



شکل ۵-۱۹- منحنی میانگین غلظت عرضی در جابجایی سیال نیوتنی توسط سیال اولدروئیدی در محیطی همگن و همسانگرد و در مقادیر مختلف Wi_1 ($\beta_1 = 0.1$ و $R = 3$).

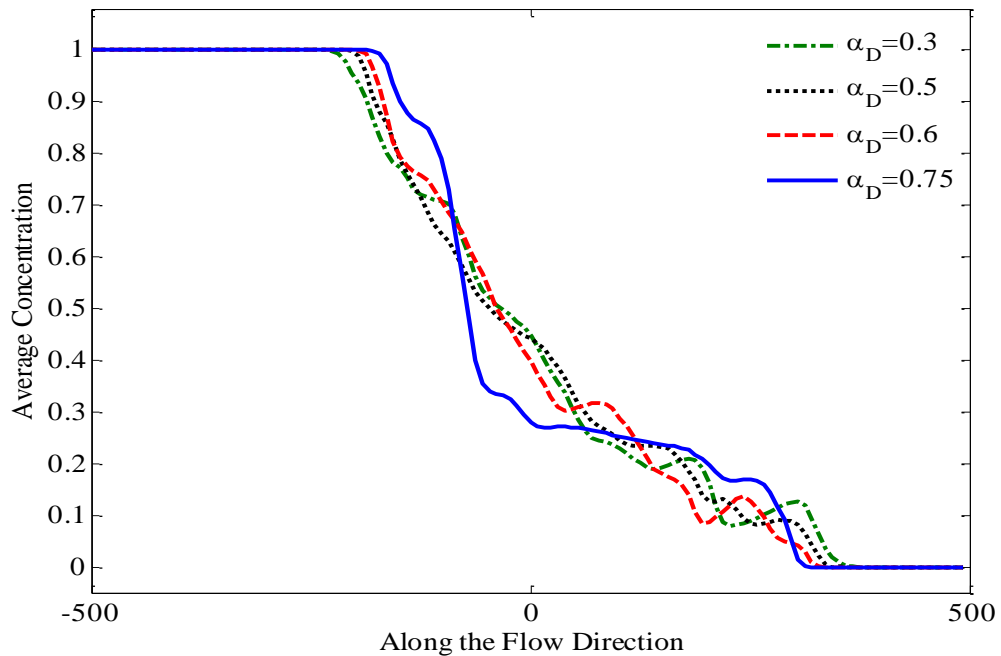
منحنی‌های میانگین غلظت عرضی در جابجایی سیال نیوتنی توسط سیال اولدروئیدی در محیطی همگن و ناهمسانگرد در زمان $t = 450$ برای مقادیر مختلف α_K و α_D به ترتیب در شکل‌های ۵-۲۰ و ۵-۲۱ نمایش داده شده است. سایر پارامترها برای جابجایی‌های نشان داده شده توسط این منحنی‌ها عبارتست از $Wi_1 = 0.5$ ، $\beta_1 = 0.1$ و $R = 3$. همانطور که از نتایج حاصل از تحلیل خطی انتظار می‌رفت با افزایش α_K و α_D جریان پایدارتر خواهد شد. بنابراین از ارتفاع پستی و بلندی‌های منحنی کاسته شده است.

منحنی میانگین غلظت عرضی در زمان‌های مختلف برای جابجایی سیال نیوتنی توسط سیال وایت-متزنر با $n = 0.8$ ، $\zeta = 0.5$ ، $Wi_{10} = 2$ و $R = 2.5$ در محیط ناهمگن لایه‌ای با $q = 9$ و $s = 0.01$ در شکل ۵-۲۲ ارائه شده است. همانگونه که ملاحظه می‌شود در ابتدا منحنی به صورت تابع پله‌ای است. کم‌کم با شکل‌گیری انگشتی‌ها پستی و بلندی‌ها در منحنی ظاهر خواهند شد.



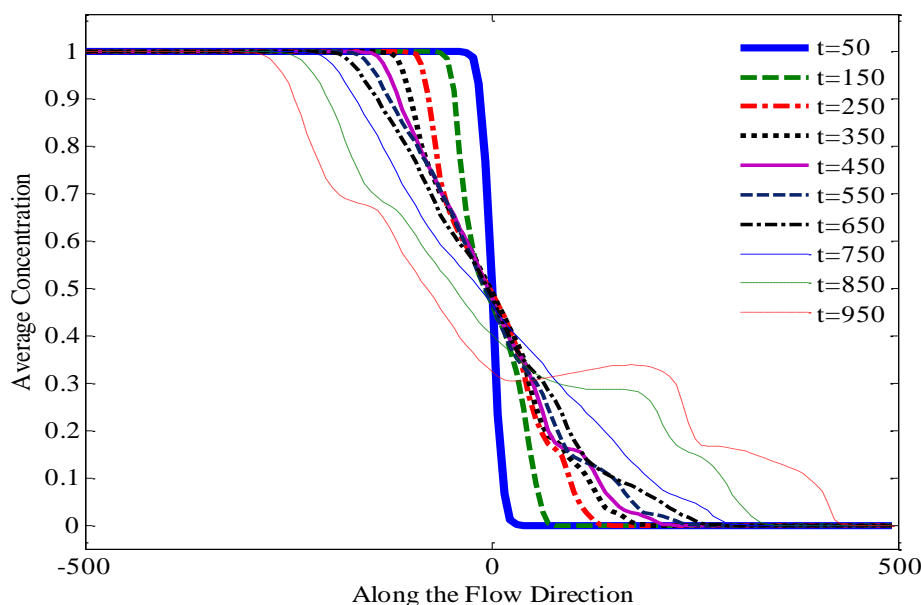
شکل ۵-۲۰- منحنی میانگین غلظت عرضی در جابجایی سیال نیوتنی توسط سیال اولدریوید-بی در محیطی همگن و

ناهمسانگرد و در مقادیر مختلف α_K ($\alpha_D = 1$ و $\beta_K = \beta_D = 0$).



شکل ۵-۲۱- منحنی میانگین غلظت عرضی در جابجایی سیال نیوتنی توسط سیال اولدریوید-بی در محیطی همگن و

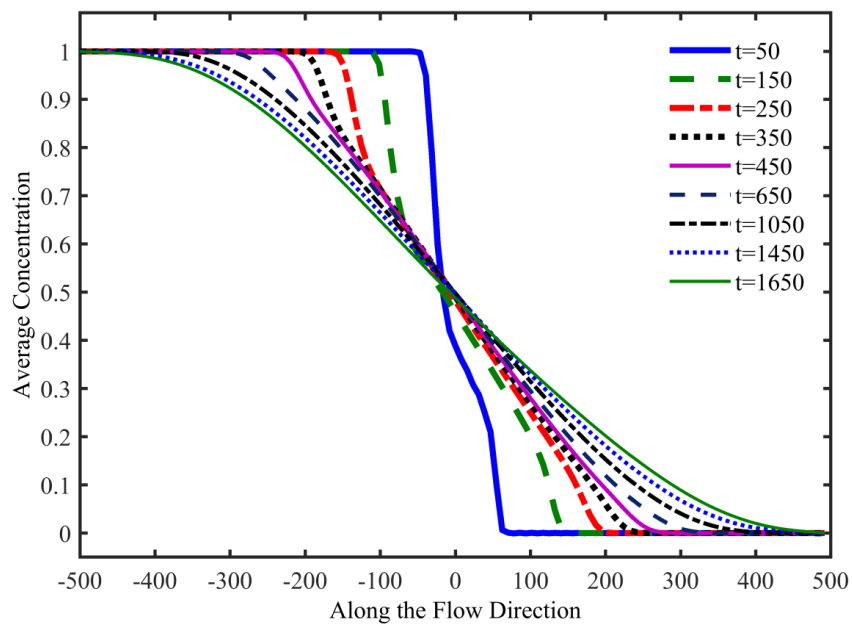
ناهمسانگرد و در مقادیر مختلف α_D ($\alpha_K = 1$ و $\beta_K = \beta_D = 0$).



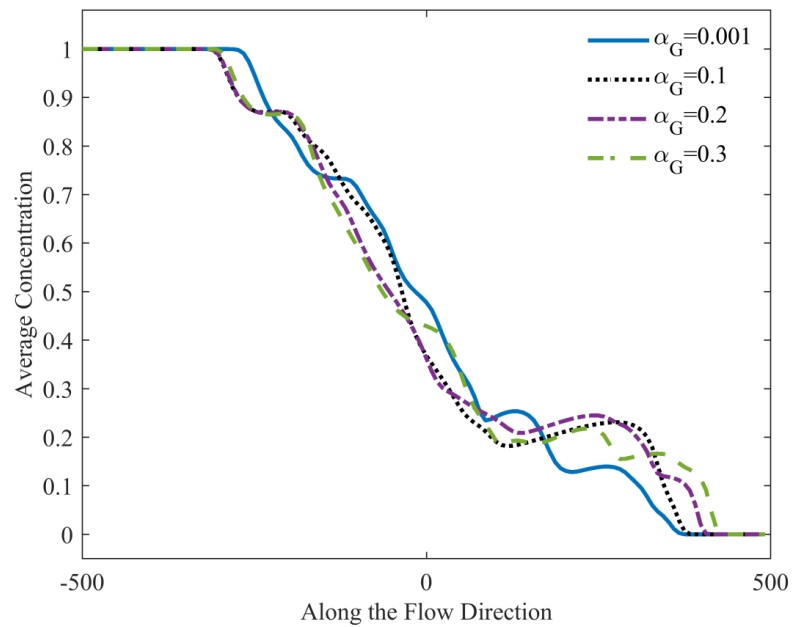
شکل ۵-۲۲- منحنی میانگین غلظت عرضی در جابجایی سیال نیوتنی توسط سیال وایت-مترز در محیطی ناهمگن ($s = 0.01$ و $q = 9$).

منحنی میانگین غلظت عرضی برای جریانی با شرایط شکل ۵-۲۲ و تنها با واریانس نفوذپذیری بالاتر ($s = 0.3$) در شکل ۵-۲۳ نمایش داده شده است. همانطور که ملاحظه می‌شود در این شرایط، پستی و بلندی‌های ظاهر شده در شکل‌های قبل مشاهده نمی‌شود و تنها با گذشت زمان، انحراف از حالت پایه بیشتر خواهد شد. در واقع با توجه به کانتورهای غلظت، در این شرایط تعاملات مابین انگشتی‌ها به طور موثری اتفاق نمی‌افتد و جبهه غلظت از رژیم کانالی به جبهه یکنواخت موج تبدیل خواهد شد و تعداد انگشتی‌ها از بین خواهد رفت.

شکل ۵-۲۴ نشان‌دهنده میانگین غلظت عرضی در جابجایی سیال نیوتنی توسط سیال ویسکوالاستیک گزیکس در زمان $t = 550$ و در مقادیر مختلف α_G (فاکتور تحرک در مدل گزیکس) می‌باشد. مشاهده می‌شود که با افزایش α_G انحراف از حالت پایه بیشتر خواهد شد.



شکل ۵-۲۳- منحنی میانگین غلظت عرضی در جابجایی سیال نیوتنی توسط سیال وایت-متزدر در محیطی ناهمگن ($s = 0.3$ و $q = 9$).



شکل ۵-۲۴- منحنی میانگین غلظت عرضی در جابجایی سیال نیوتنی توسط سیال گزیکس در α_G های مختلف ($R = 3$ ، $Wi_1 = 2$ و $t = 550$).

۵-۴- طول اختلاط

از نکات قابل توجه در منحنی‌های میانگین غلظت عرضی انحراف از حالت پایه است. میزان انحراف مرتبط با شدت ناپایداری است و افزایش آن نشان‌دهنده افزایش ناحیه اختلاط دو سیال است. در واقع می‌توان از منحنی میانگین غلظت عرضی ناحیه‌ای را مشاهده نمود که در آن غلظت میانگین برابر ۱ یعنی غلظت سیال جابه‌جاکننده و یا صفر یعنی غلظت سیال جابجاشونده نیست. به این معنا که در اثر اختلاط دو سیال، میانگین غلظت عرضی مقداری مابین این دو حالت را به خود اختصاص داده است. بنابراین با استفاده از مقادیر به دست آمده برای میانگین غلظت عرضی، می‌توان به نتایج مهم‌تری مانند طول اختلاط رسید. به بیان کلی میزان ناحیه مخلوط شدن دو سیال درگیر در جابجایی مخلوط‌شدنی را طول اختلاط می‌نامند. طول اختلاط را می‌توان میزان پیشرفت سیال با ویسکوزیته کمتر درون سیال با ویسکوزیته بیشتر، تعریف نمود. از این کمیت در ناپایداری انگشتی برای بیان مقدار پیشرفت و حرکت انگشتی‌ها در محیط متخلخل استفاده می‌شود.

در این پژوهش از روش ارائه شده توسط زیمرمن و هومسی [۲۱] در محاسبه طول اختلاط استفاده می‌شود. در این روش طول فاصله‌ای در منحنی میانگین غلظت عرضی که در آن میانگین غلظت عرضی از مقدار $1-\delta$ به مقدار δ می‌رسد به عنوان طول اختلاط در نظر گرفته می‌شود:

$$L_{\delta} = x \Big|_{c=\delta} - x \Big|_{c=1-\delta} \quad (1-5)$$

در این معادله، δ یک عدد مثبت کوچک می‌باشد که مقدار آن $0/01$ در نظر گرفته شده است و \bar{c} میانگین غلظت عرضی است که از محاسبات انجام شده در بخش قبلی بدست می‌آید.

شکل ۵-۲۵ نشان‌دهنده طول اختلاط در مقادیر مختلف نسبت تحرک یعنی $R=2$ ، $R=2.5$ و

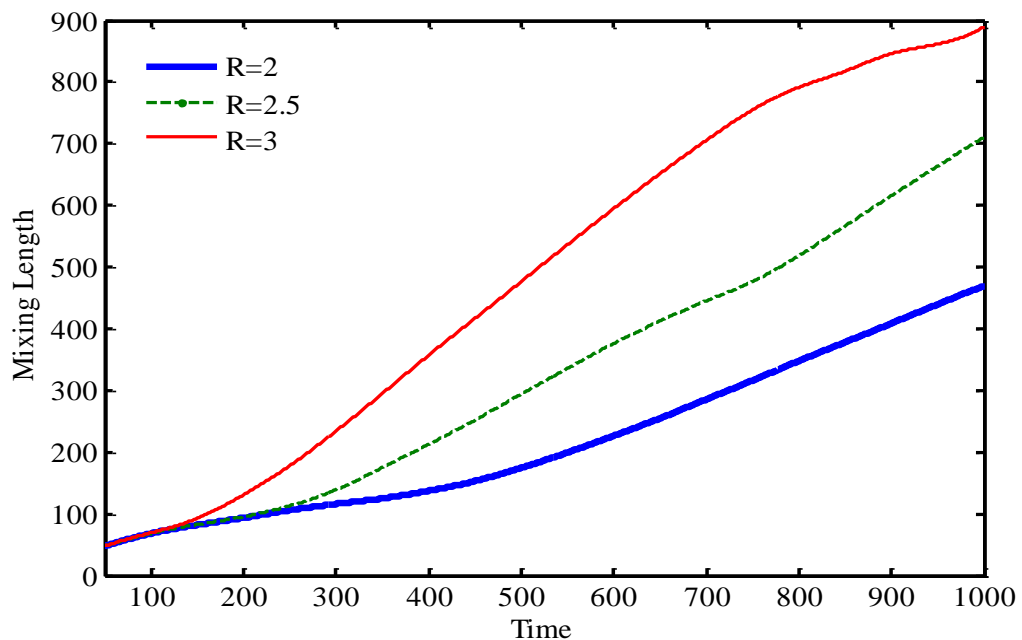
$R=3$ در جابجایی سیال نیوتنی توسط سیال اولدریوید-بی با پارامترهای $Wi_1=1.5$ و $\beta_1=0.1$

در محیطی همگن و همسانگرد می‌باشد. طول اختلاط با گذر زمان و با پیشروی جریان افزایش می‌-

یابد. همانطور که انتظار می‌رفت با افزایش نسبت تحرک و در نتیجه افزایش اختلاف ویسکوزیته دو

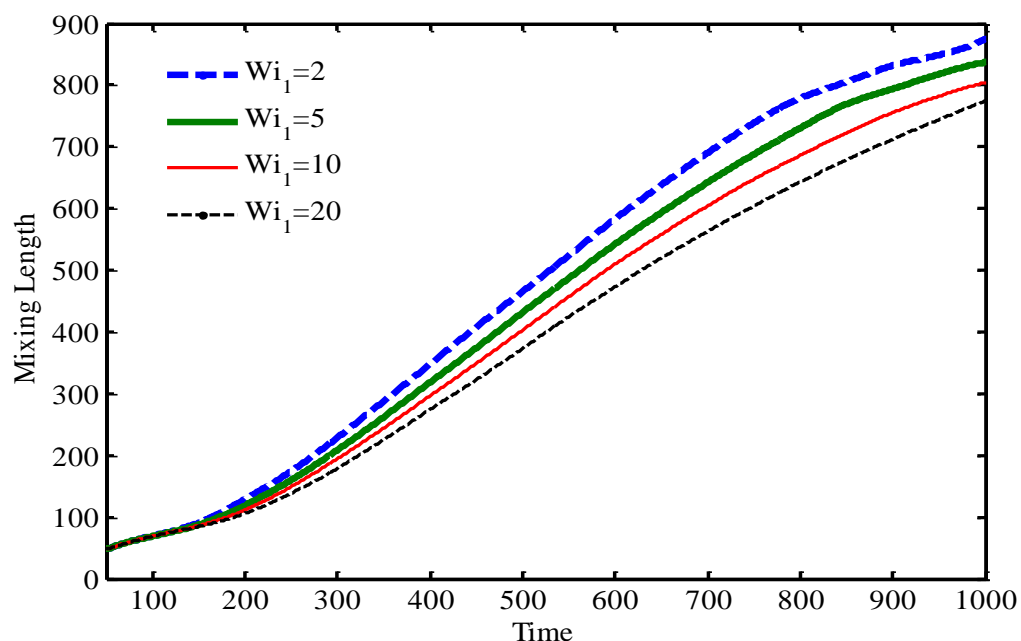
سیال شرکت‌کننده در جابجایی، ناپایداری شدت گرفته و طول اختلاط افزایش می‌یابد.

تغییرات طول اختلاط بر اساس عدد وایزنبرگ سیال جابجاکننده در جابجایی سیال نیوتنی توسط سیال اولدروید-بی در محیطی همگن و همسانگرد در شکل ۵-۲۶ نمایش داده شده است. در بخش پیشین از مشاهده کانتورهای غلظت برای این نوع جابجایی به این موضوع اشاره شد که به نظر می-رسد طول انگشتی‌ها با افزایش عدد وایزنبرگ سیال جابجاکننده کاهش می‌یابد. اکنون با بررسی منحنی طول اختلاط می‌توان با اطمینان بیشتری نتیجه گرفت که این پارامتر بر کاهش طول اختلاط دو سیال تأثیرگذار است.



شکل ۵-۲۶- منحنی طول اختلاط در جابجایی سیال نیوتنی توسط سیال اولدروید-بی در محیطی همگن و همسانگرد

و در مقادیر مختلف R ($\beta_1 = 0.1$ و $Wi_1 = 1.5$).

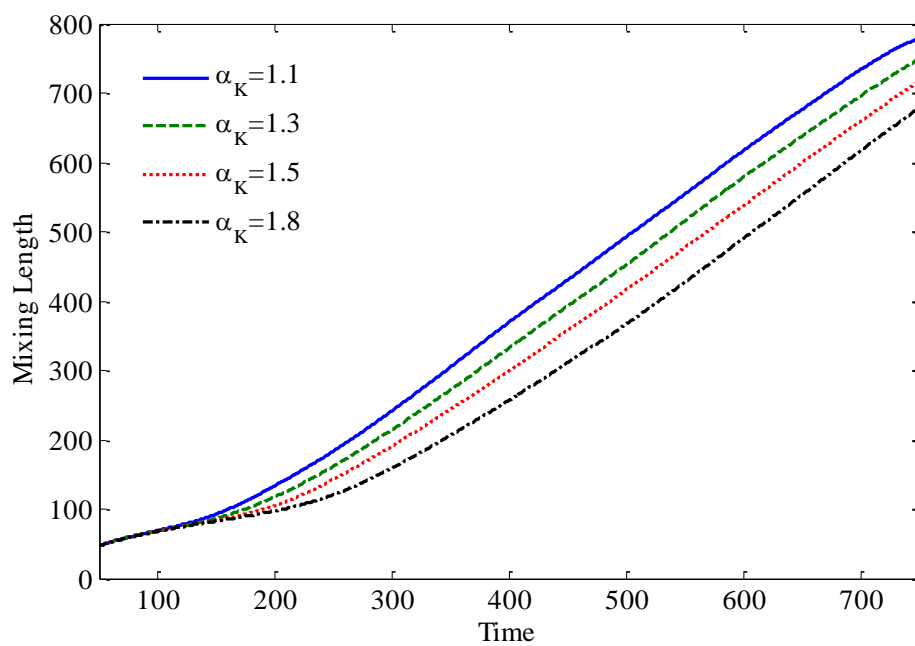


شکل ۵-۲۶- منحنی طول اختلاط در جابجایی سیال نیوتنی توسط سیال اولدریوید-بی در محیطی همگن و همسانگرد

و در مقادیر مختلف Wi_1 ($\beta_1 = 0.1$ و $R = 3$).

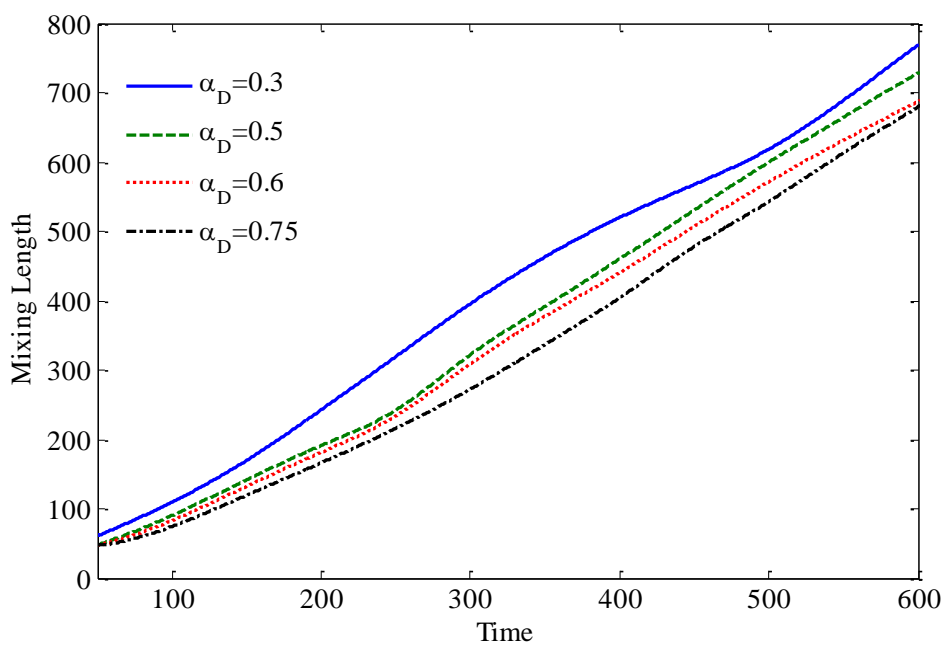
در ادامه به منظور بررسی تأثیر ناهمسانگردی بر طول اختلاط، جریانی با $Wi_1 = 0.5$ و $\beta_1 = 0.1$ و $R = 3$ برای جابجایی سیال نیوتنی توسط سیال اولدریوید-بی در محیطی ناهمسانگرد در نظر گرفته خواهد شد. شکل‌های ۵-۲۷ و ۵-۲۸ به ترتیب نشان‌دهنده تأثیر پارامترهای α_K و α_D بر طول اختلاط است. همانطور که از بخش‌های پیشین انتظار می‌رفت افزایش این دو پارامتر یعنی افزایش نفوذپذیری در جهت جریان به جهت عمود و افزایش پراکندگی در جهت عمود بر جریان به جهت جریان، کاهش طول اختلاط را به دنبال خواهد داشت.

طول اختلاط برای زوایای مختلف تانسور پراکندگی β_D و تانسور نفوذپذیری β_K به ترتیب در شکل‌های ۵-۲۹ و ۵-۳۰ نمایش داده شده است. همانگونه که در بخش تحلیل خطی نتیجه گرفته شد افزایش β_D و کاهش β_K پایداری جریان و در نتیجه کاهش طول اختلاط را به دنبال خواهد داشت.



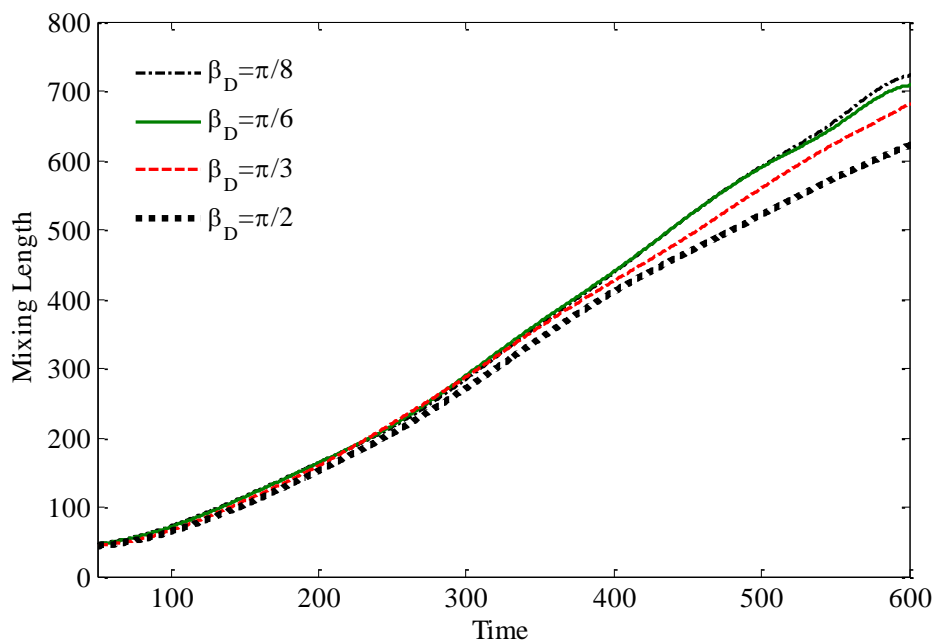
شکل ۵-۲۷- منحنی طول اختلاط در جابجایی سیال نیوتنی توسط سیال اولدریوید-بی در محیطی همگن و نا-

همسانگرد و در مقادیر مختلف α_K ($\beta_K = \beta_D = 0$ و $\alpha_D = 1$).



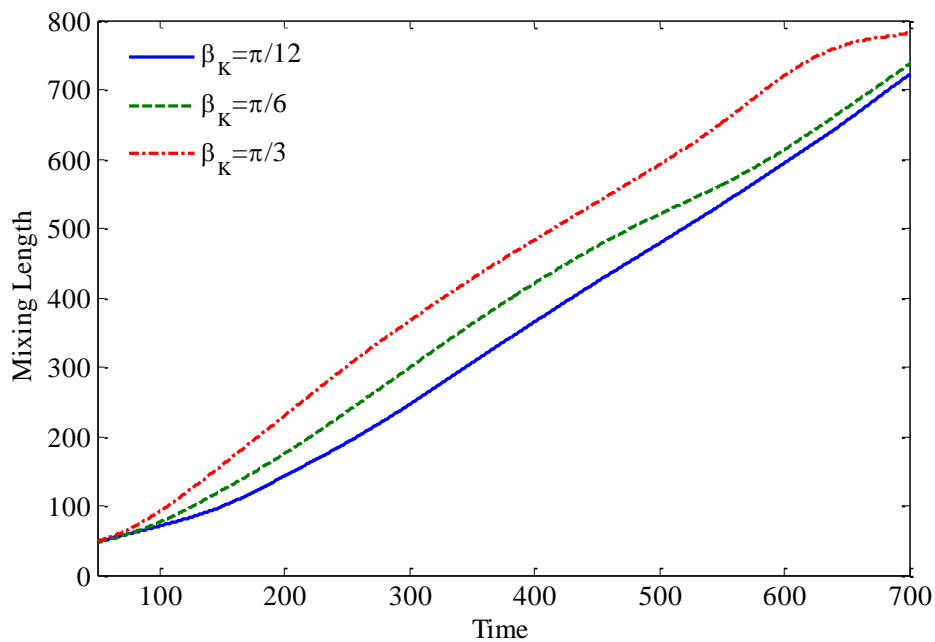
شکل ۵-۲۸- منحنی طول اختلاط در جابجایی سیال نیوتنی توسط سیال اولدریوید-بی در محیطی همگن و نا-

همسانگرد و در مقادیر مختلف α_D ($\beta_K = \beta_D = 0$ و $\alpha_K = 1$).



شکل ۵-۲۹- منحنی طول اختلاط در جابجایی سیال نیوتنی توسط سیال اولدروییدی در محیطی همگن و نا-

همسانگرد و در مقادیر مختلف β_D ($\alpha_K = 1, \alpha_D = 0.75$ و $\beta_K = 0$).

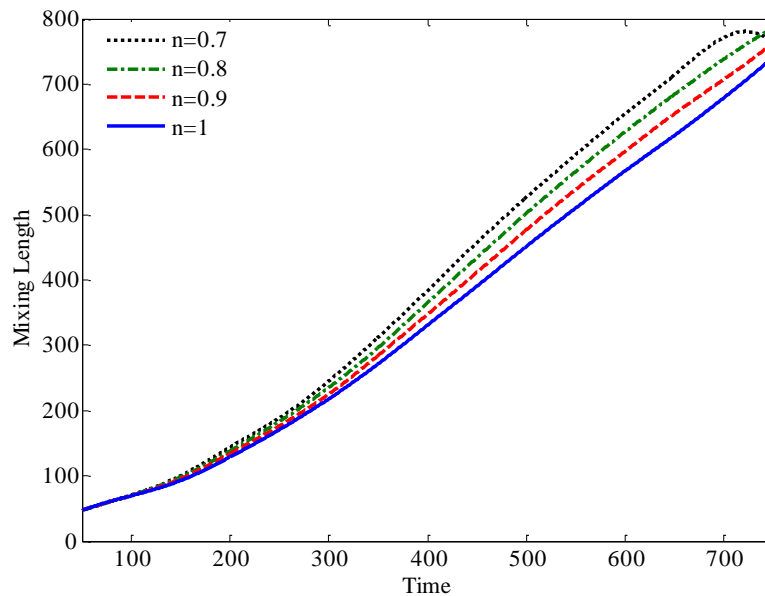


شکل ۵-۳۰- منحنی طول اختلاط در جابجایی سیال نیوتنی توسط سیال اولدروییدی در محیطی همگن و نا-

همسانگرد و در مقادیر مختلف β_K ($\alpha_D = 1, \alpha_K = 1.1$ و $\beta_D = 0$).

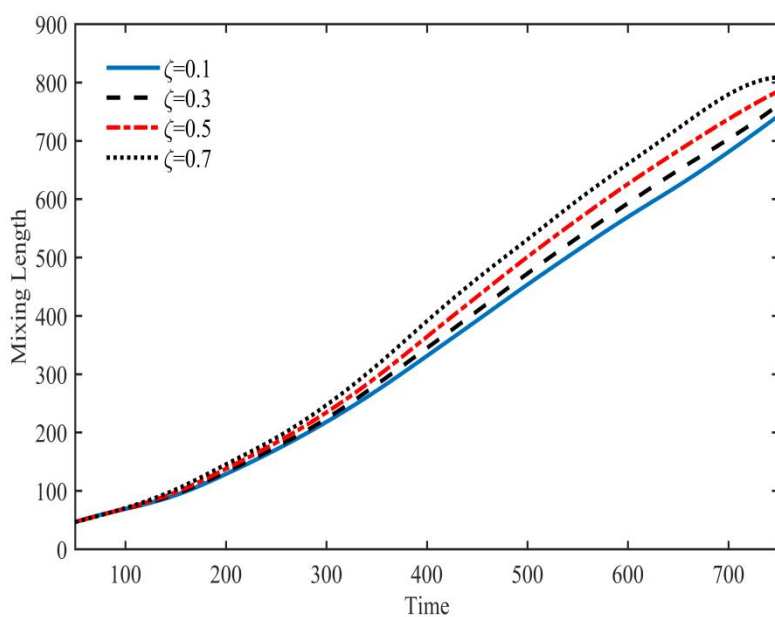
تأثیر شاخص توانی (n) و پارامتر ζ بر طول اختلاط در جابجایی سیال نیوتنی توسط سیال ویسکوالاستیک وایت-متزنر در شکل‌های ۵-۳۱ و ۵-۳۲ نمایش داده شده است. همان طوری که انتظار می‌رفت طول اختلاط با افزایش شاخص توانی و کاهش پارامتر ζ ، کاهش خواهد یافت. از آنجاییکه افزایش شاخص توانی و کاهش پارامتر ζ موجب افزایش ویسکوزیته و عدد وایزبرگ سیال جابه‌جاکننده خواهد شد، در نتیجه کاهش ناپایداری را به دنبال خواهند داشت. با کاهش ناپایداری، طول اختلاط نیز کاهش خواهد یافت.

تأثیر ناهمسانگردی وابسته به سرعت تانسور پراکندگی محیط بر طول اختلاط در شکل‌های ۵-۳۳ و ۵-۳۴ نمایش داده شده است. با افزایش شدت پراکندگی طولی (L) و کاهش نسبت پراکندگی در جهت عمود بر جریان به جهت جریان (α) طول اختلاط افزایش می‌یابد.

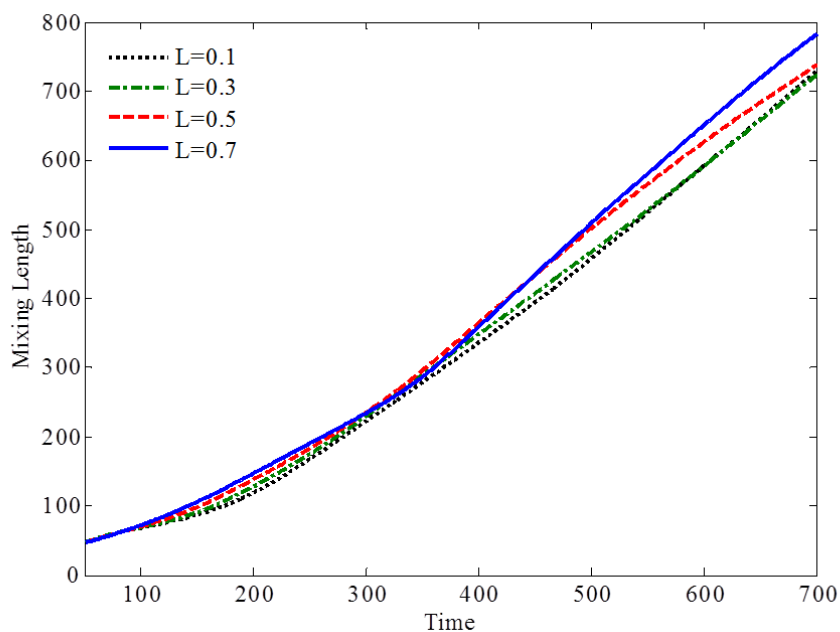


شکل ۵-۳۱- منحنی طول اختلاط در جابجایی سیال نیوتنی توسط سیال وایت-متزنر در محیطی با تانسور پراکندگی

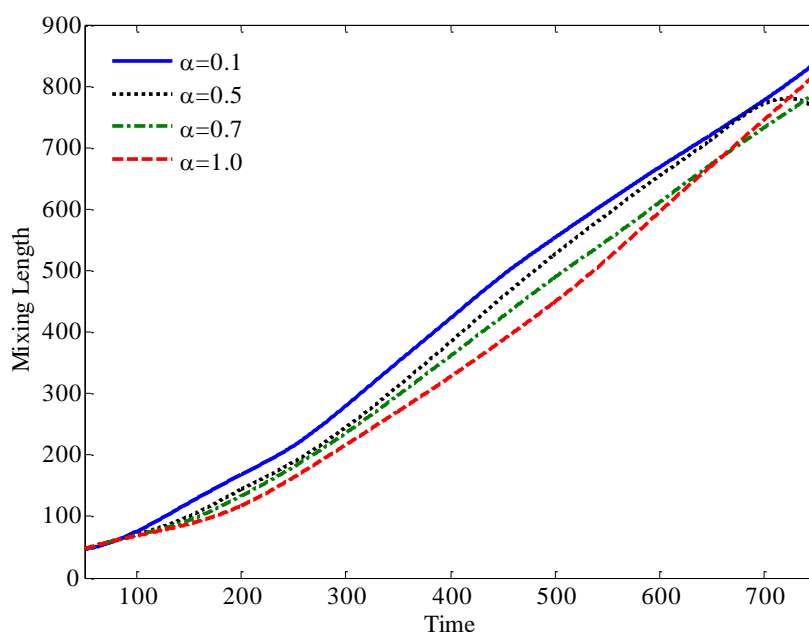
وابسته به سرعت و در مقادیر مختلف n ($Wi_{10} = 2$ ، $\beta_1 = 0.1$ ، $\zeta = 0.5$ ، $L = 0.5$ و $\alpha = 0.5$).



شکل ۵-۳۲- منحنی طول اختلاط در جابجایی سیال نیوتنی توسط سیال وایت-متزنر در محیطی با تانسور پراکندگی وابسته به سرعت و در مقادیر مختلف ζ ($\alpha = 0.5$ و $L = 0.5$ ، $n = 0.8$ ، $\beta_1 = 0.1$ ، $Wi_{10} = 2$).



شکل ۵-۳۳- منحنی طول اختلاط در جابجایی سیال نیوتنی توسط سیال وایت-متزنر در محیطی با تانسور پراکندگی وابسته به سرعت و در مقادیر مختلف L ($\alpha = 0.5$ و $\zeta = 0.5$ ، $n = 0.8$ ، $\beta_1 = 0.1$ ، $Wi_{10} = 2$).

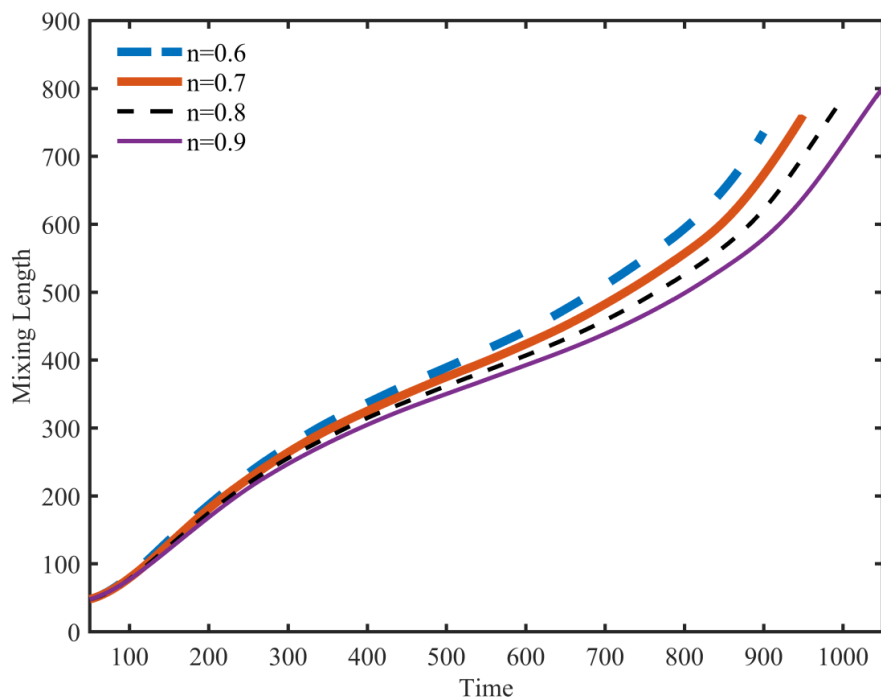


شکل ۵-۳۴- منحنی طول اختلاط در جابجایی سیال نیوتنی توسط سیال وایت-متزنر در محیطی با تانسور پراکندگی

وابسته به سرعت و در مقادیر مختلف α ($Wi_{10} = 2$ ، $\beta_1 = 0.1$ ، $n = 0.7$ ، $\zeta = 0.5$ و $L = 0.5$).

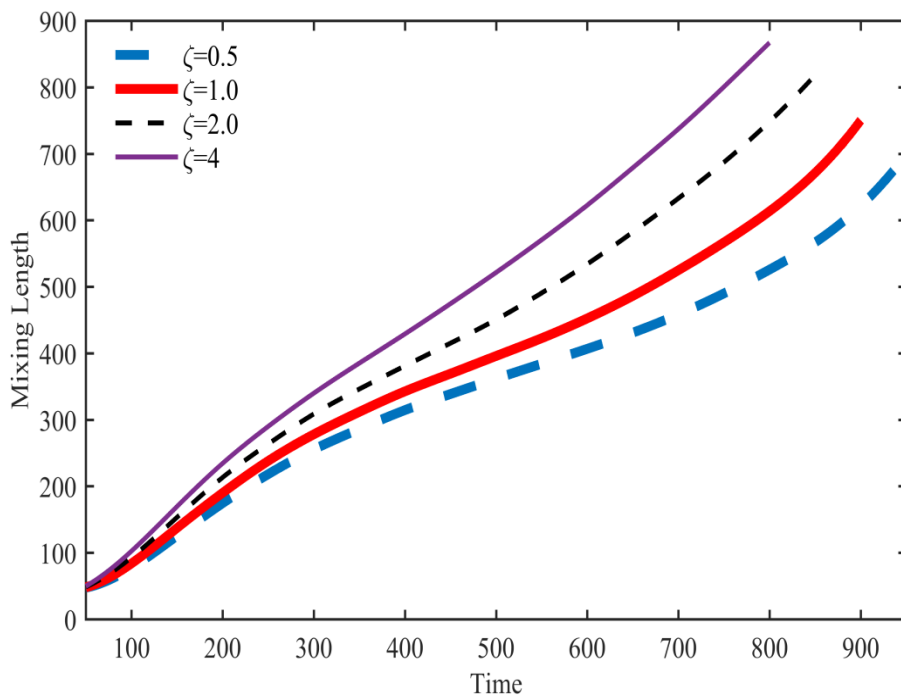
در جابجایی سیال نیوتنی توسط سیال وایت-متزنر در محیطی ناهمگن، تأثیر شاخص توانی (n) بر طول اختلاط در شکل ۵-۳۵ بررسی می‌شود. همانند حالت قبل افزایش پارامتر n موجب کاهش طول اختلاط خواهد شد. با این حال شیب منحنی با حالت قبل متفاوت است. در زمان‌های ابتدایی، رژیم کانالی بر جریان حاکم است و انگشتی‌ها به صورت مستقل و آزادانه در هر کانال رشد می‌نمایند. بنابراین طول اختلاط در زمان با شیب تند افزایش می‌یابد. پس از رشد عرضی انگشتی‌ها و بهم پیوستن آن‌ها تغییرات طول اختلاط با شیب کمتری اتفاق می‌افتد و سپس مجدداً بعد از تعاملات انگشتی‌ها و شکل‌گیری انگشتی‌های پیشروی نهایی مجدداً شیب منحنی تند خواهد شد.

تغییرات طول اختلاط در این نوع جابجایی برای اعداد α مختلف در شکل ۵-۳۶ نمایش داده شده است. همان‌طور که انتظار می‌رود افزایش پارامتر α طول اختلاط را افزایش خواهد داد.



شکل ۳۵-۵- منحنی طول اختلاط در جابجایی سیال نیوتنی توسط سیال وایت-متزنر در محیطی ناهمگن لایه‌ای در

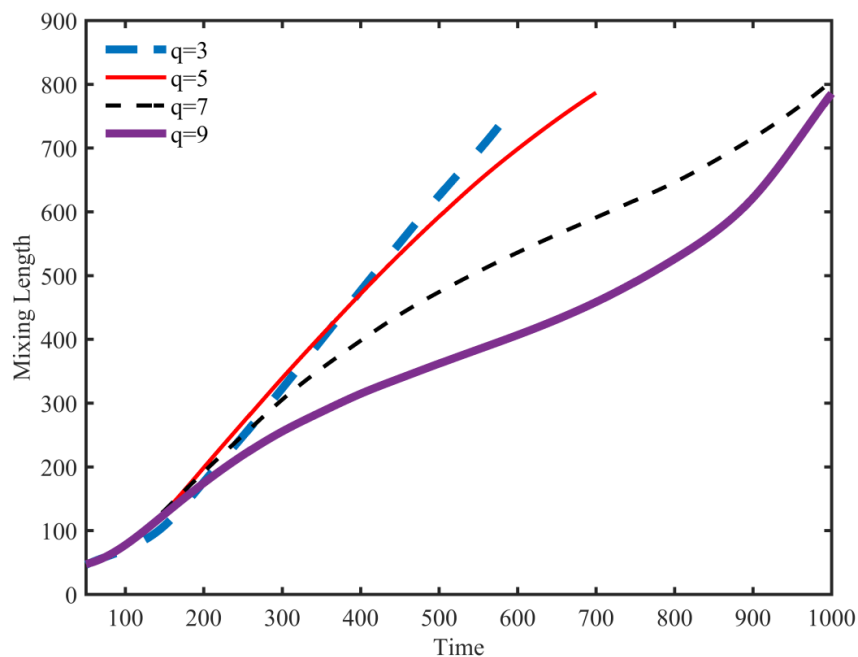
مقادیر مختلف n ($R = 2.5$ و $\zeta = 0.5$ ، $s = 0.01$ ، $q = 9$ ، $\beta_1 = 0.1$ ، $Wi_{10} = 2$).



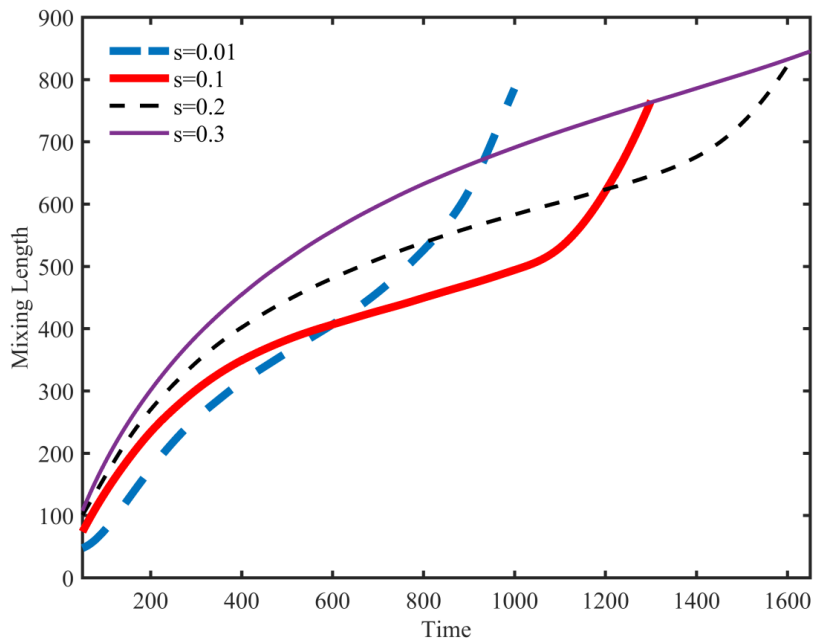
شکل ۳۶-۵- منحنی طول اختلاط در جابجایی سیال نیوتنی توسط سیال وایت-متزنر در محیطی ناهمگن لایه‌ای در

مقادیر مختلف ζ ($R = 2.5$ و $n = 0.8$ ، $s = 0.01$ ، $q = 9$ ، $\beta_1 = 0.1$ ، $Wi_{10} = 2$).

تغییرات طول اختلاط براساس فرکانس لایه‌ها (q) و واریانس نفوذپذیری (s) محیط لایه‌ای به ترتیب در شکل‌های ۳۷-۵ و ۳۸-۵ نمایش داده شده است. در زمان‌های ابتدایی افزایش لایه‌ها منجر به افزایش طول اختلاط خواهد شد. اما با پیشروی زمانی، انگشتی‌ها رشد نموده و پهن‌تر می‌شوند و سرانجام به هم پیوسته و جبهه مواجی از انگشتی‌ها به وجود می‌آید. در محیط با تعداد لایه‌های بیشتر عرض هر لایه کمتر خواهد بود در نتیجه پراکندگی جانبی بیشتر خواهد شد. بنابراین با افزایش تعداد لایه‌ها طول اختلاط کاهش می‌یابد. همچنین از شکل ۳۸-۵ می‌توان مشاهده نمود که افزایش واریانس نفوذپذیری منجر به افزایش طول اختلاط خواهد شد. در واقع این پارامتر موجب شدت گرفتن نرخ رشد انگشتی‌ها در هر کانال می‌شود. نتایج به دست آمده با آنچه در مطالعه سجادی و عزیز [۱۰۵] در مورد جابجایی سیال نیوتنی در محیط ناهمگن لایه‌ای گزارش شده است مطابقت دارد.



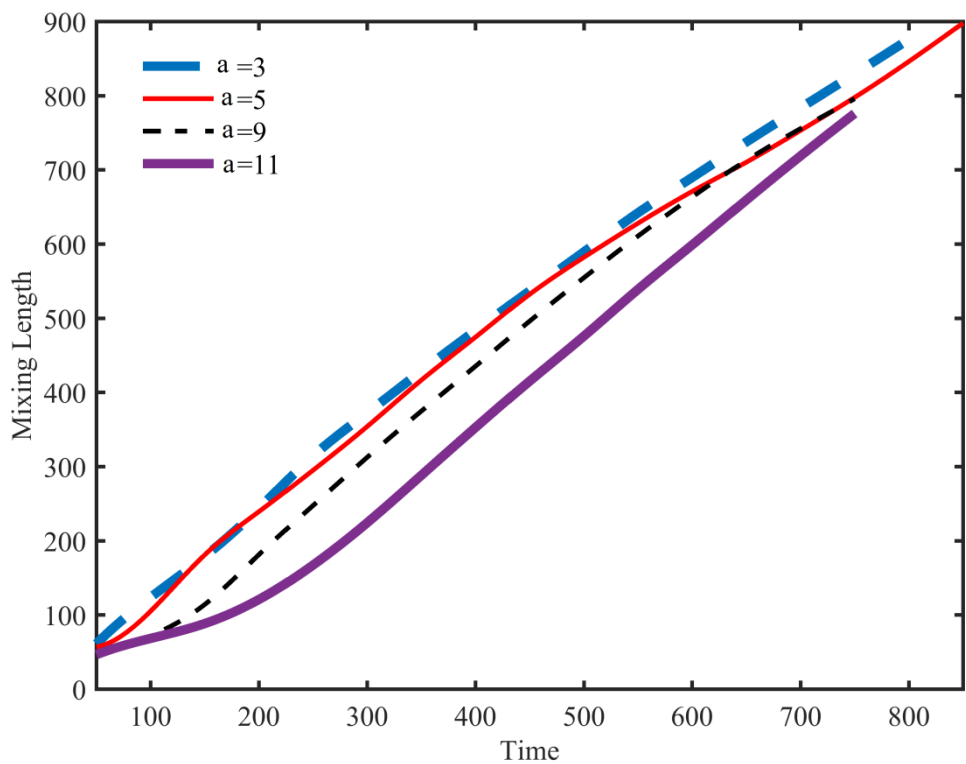
شکل ۳۷-۵- منحنی طول اختلاط در جابجایی سیال نیوتنی توسط سیال وایت-متزنر در محیطی ناهمگن لایه‌ای در مقادیر مختلف q ($R = 2.5$ و $\zeta = 0.5$ ، $n = 0.8$ ، $\beta_1 = 0.1$ ، $Wi_{10} = 2$ ، $s = 0.01$).



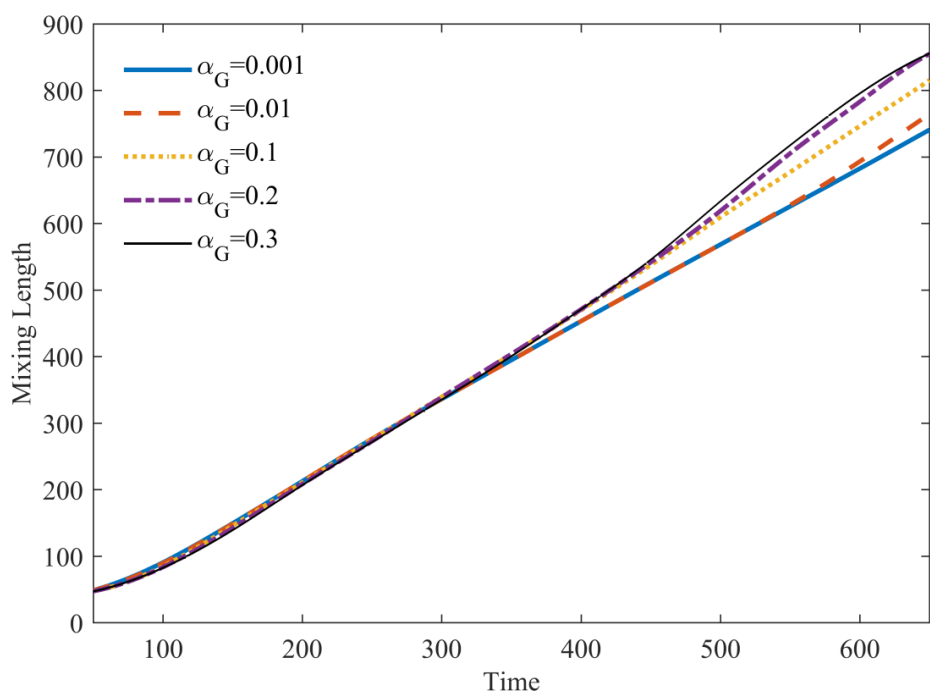
شکل ۵-۳۸- منحنی طول اختلاط در جابجایی سیال نیوتنی توسط سیال وایت-متزنر در محیطی ناهمگن لایه‌ای در مقادیر مختلف s ($R = 2.5$ و $\zeta = 0.5$ ، $n = 0.8$ ، $\beta_1 = 0.1$ ، $Wi_{10} = 2$ ، $q = 9$).

شکل ۵-۳۹ نشان‌دهنده تغییرات طول اختلاط در محیطی شطرنجی به صورت تابعی از تعداد لایه‌ها در جهت x می‌باشد. می‌توان مشاهده نمود که افزایش این پارامتر موجب کاهش طول اختلاط خواهد شد.

تأثیر فاکتور تحرک (α_G) مدل گزیکس بر طول اختلاط جابجایی در شکل ۵-۴۰ نمایش داده شده است. همان‌گونه که ملاحظه می‌شود افزایش این پارامتر، افزایش طول اختلاط را به دنبال خواهد داشت.



شکل ۵-۳۹- منحنی طول اختلاط در جابجایی سیال نیوتنی توسط سیال وایت-مترنر در محیطی ناهمگن شطرنجی در مقادیر مختلف a ($R = 2.5$ و $\zeta = 0.5$ ، $n = 0.8$ ، $\beta_1 = 0.1$ ، $Wi_{10} = 2$ ، $s = 0.1$ ، $q = 5$)



شکل ۵-۴۰- منحنی طول اختلاط در جابجایی سیال نیوتنی توسط سیال گزیکس در محیطی همگن و همسانگرد در

مقادیر مختلف α_G ($Wi_1 = 2$ ، $R = 3$)

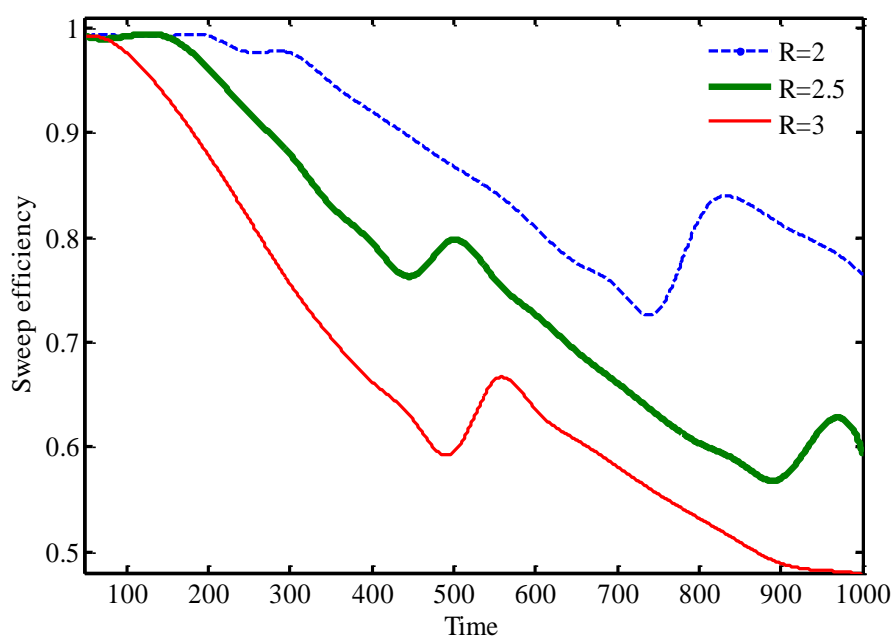
۵-۵- بازده جارویی

همان‌طور که پیش‌تر اشاره شد یکی از مهم‌ترین فرایندهای که در آن با ناپایداری انگشتی مواجه می‌شویم، فرایند ازدیاد برداشت نفت است. هدف نهایی در این فرایند جابجایی سیال جابجاشونده (نفت) می‌باشد. بنابراین ضروری است که بدانیم سیال جابجاکننده تا چه اندازه در این جابجایی موفق عمل نموده است. بازده جارویی ابزار مناسبی برای این منظور به حساب می‌آید. در صنایع مربوط به نفت و استخراج آن، این بازده به صورت نسبت حجم جاروب شده مواد هیدروکربنی موجود در مخزن توسط یک سیال تزریق شده به حجم کل مواد هیدروکربنی در این مخزن، تعریف می‌شود و معمولاً از آن به عنوان پارامتری که میزان بهره‌وری روش استخراجی را تعیین می‌کند، استفاده می‌شود.

برای محاسبه این بازده، در مطالعه حاضر از روش ارائه شده توسط قسمت و عزیز [۳۷] استفاده می‌نماییم. در این روش آن‌ها برای تعریف این بازده، تعداد گره‌هایی را که غلظت آن‌ها مساوی یا بزرگ‌تر از $0/5$ بود بر تعداد کل گره‌های موجود در این محیط محاسباتی تقسیم نمودند.

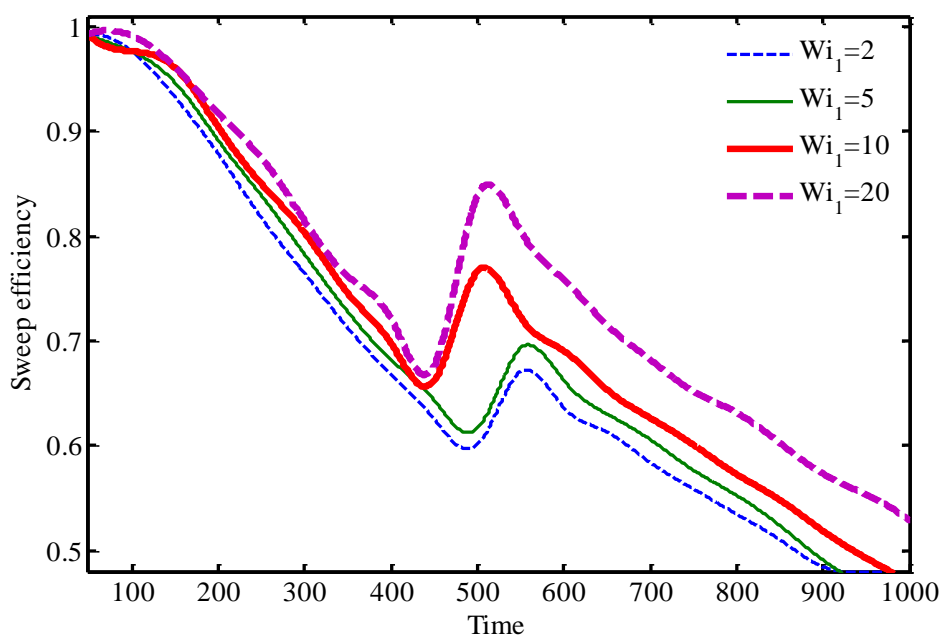
شکل ۵-۴۱ نشان‌دهنده تغییرات بازده جارویی با زمان در مقادیر مختلف نسبت تحرک (R) در جابجایی سیال نیوتنی توسط سیال اولدریویدی با $Wi_1 = 1.5$ و $\beta_1 = 0.5$ در محیطی همگن و همسانگرد می‌باشد. در زمان‌های ابتدایی و در حالی که انگشتی‌ها هنوز شکل نگرفته‌اند این پارامتر نزدیک به یک است. با گذشت زمان و پیشروی انگشتی‌ها، بازده جارویی با روندی تقریباً یکنواخت کاهش می‌یابد. همان‌طور که پیش‌تر اشاره شد با افزایش نسبت تحرک ناپایداری انگشتی شدت می‌گیرد. در نتیجه می‌توان مشاهده نمود که بازده جارویی با افزایش R کاهش می‌یابد.

تأثیر عدد وایزنبرگ سیال جابجاکننده بر بازده جارویی در این نوع جابجایی در شکل ۵-۴۲ نمایش داده شده است. همان‌طور که قابل ملاحظه است افزایش عدد وایزنبرگ سیال جابجاکننده بر افزایش بازده جارویی مؤثر خواهد بود.



شکل ۵-۴۱- منحنی بازده جارویی در جابجایی سیال نیوتنی توسط سیال اولدرویذی در محیطی همگن و همسانگرد

و در مقادیر مختلف R ($W_{i1} = 1.5$ و $\beta_1 = 0.1$).

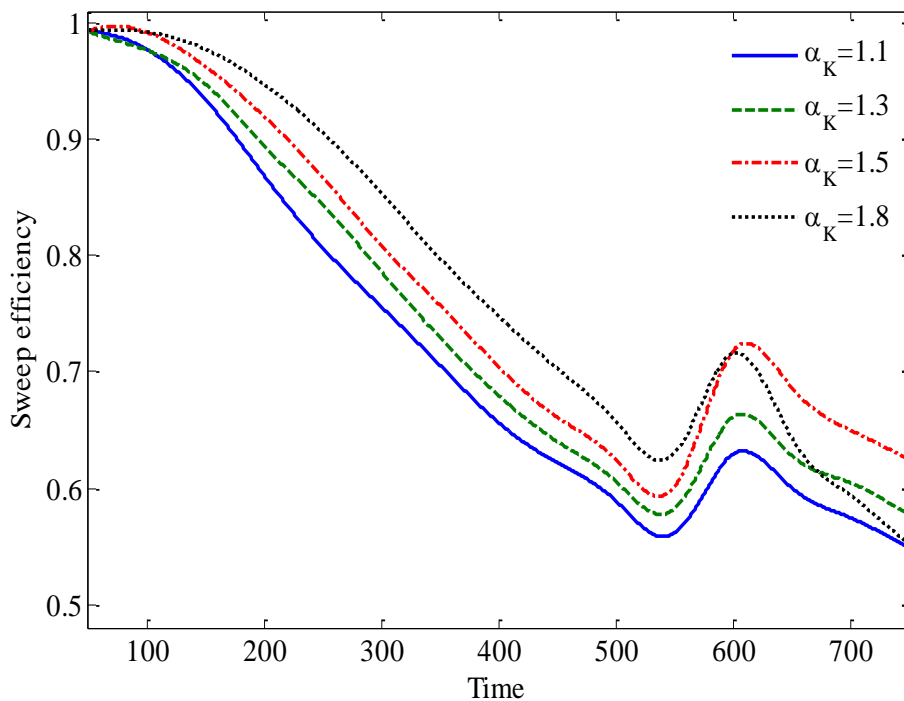


شکل ۵-۴۲- منحنی بازده جارویی در جابجایی سیال نیوتنی توسط سیال اولدرویذی در محیطی همگن و همسانگرد

و در مقادیر مختلف W_{i1} ($R = 3$ و $\beta_1 = 0.1$).

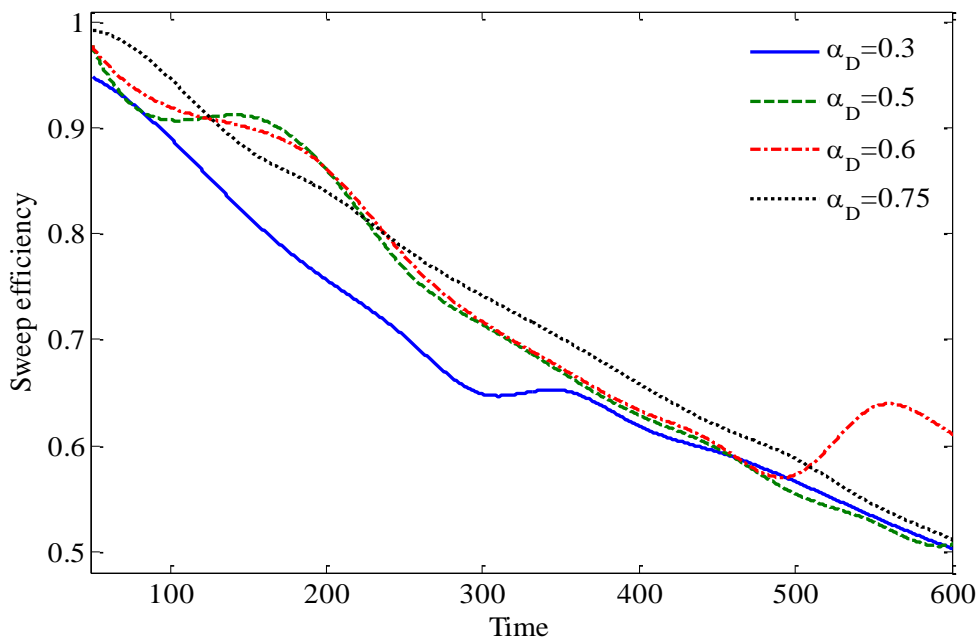
نکته قابل توجه در منحنی‌های بازده جاروبی این است که در بازه کوتاهی از زمان این پارامتر به جای کاهش، روند افزایشی به خود می‌گیرد. در واقع مکانیزم‌های که بر روی انگشتی اصلی در کانتورهای غلظت تأثیر می‌گذارد موجب ایجاد این ناهم‌واری در روند بازده جاروبی خواهد شد. منظور از انگشتی اصلی بلندترین انگشتی در کانتور غلظت می‌باشد که مکان جبهه جابجایی (جبهه دارای غلظت $c=0.5$) به وسیله‌ی آن تعیین می‌شود. مکانیزم‌های همچون بهم‌پیوستگی از رشد آزادانه انگشتی اصلی ممانعت می‌نمایند. این مکانیزم‌ها سیال با ویسکوزیته کمتر را در انگشتی اصلی به آرامی به عقب می‌کشند. در نتیجه جبهه جابجایی همراه با آن بازگشت به عقب خواهد داشت. بنابراین بازده جاروبی با کاهش مخرج یعنی تعداد گره‌های قرار گرفته در پشت جبهه جابجایی افزایش خواهد یافت. این روند تا زمانی که روند بازگشت به عقب متوقف شود و یا انگشتی دیگری در گروه به انگشتی اصلی تبدیل شود و از انگشتی که تاکنون تعیین‌کننده جبهه جابجایی بود پیشی بگیرد ادامه خواهد داشت. پس از آن، با رشد آزادانه انگشتی اصلی مجدداً کاهش بازده جاروبی مشاهده می‌شود.

به منظور بررسی اثر ناهمسانگردی محیط بر بازده جاروبی در جابجایی سیال نیوتنی توسط سیال اولدریوید-بی تغییرات این پارامتر بر حسب زمان در مقادیر مختلف α_K ، α_D ، β_D و β_K به ترتیب در شکل‌های ۵-۴۳ تا ۵-۴۶ نمایش داده شده است. می‌توان ملاحظه نمود که افزایش α_K ، α_D و β_D افزایش بازده جاروبی و افزایش β_K ، کاهش این پارامتر را در پی دارد.



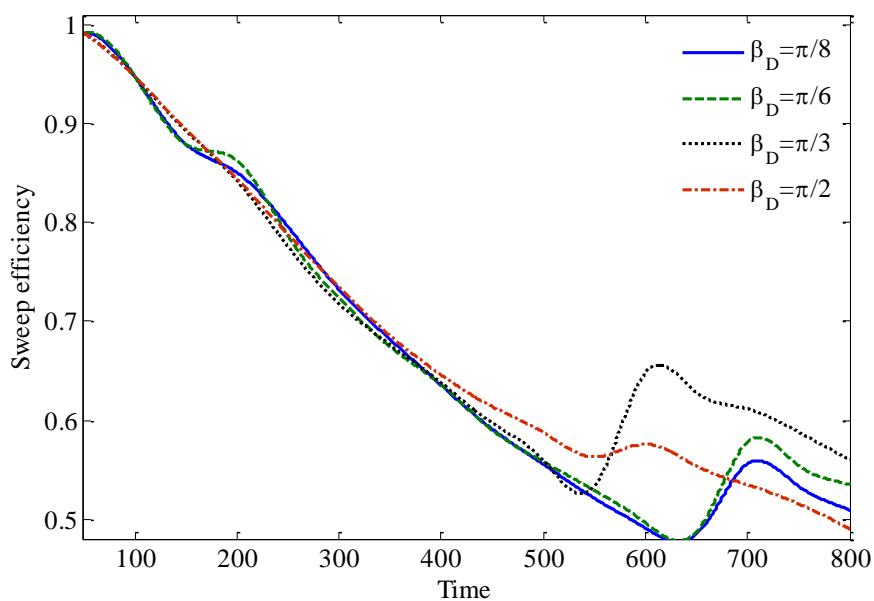
شکل ۵-۴۳- منحنی بازده جارویی در جابجایی سیال نیوتنی توسط سیال اولدروئیدی در محیطی همگن و نا-

همسانگرد و در مقادیر مختلف α_K ($\beta_K = \beta_D = 0$ و $\alpha_D = 1$).



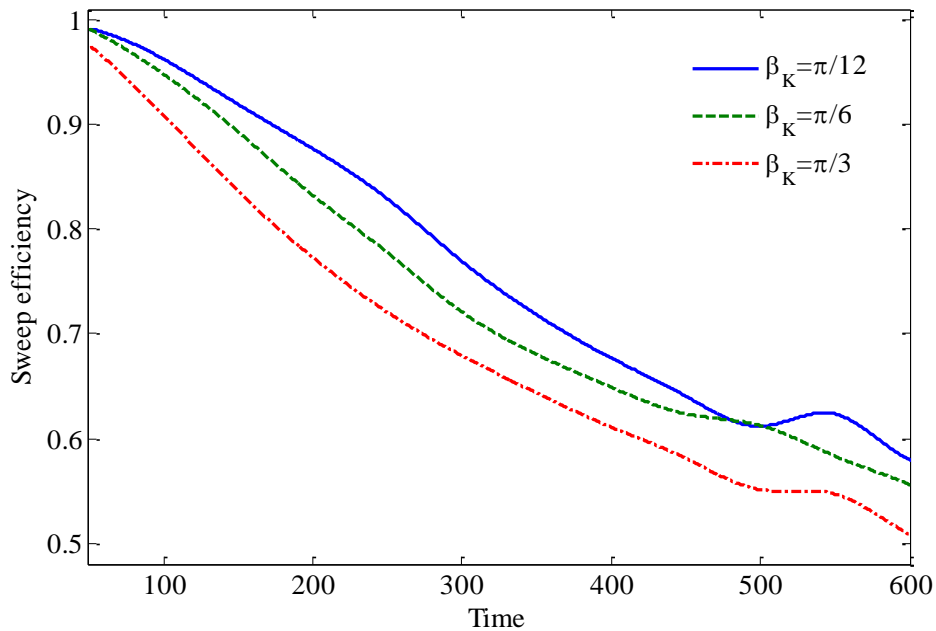
شکل ۵-۴۴- منحنی بازده جارویی در جابجایی سیال نیوتنی توسط سیال اولدروئیدی در محیطی همگن و نا-

همسانگرد و در مقادیر مختلف α_D ($\beta_K = \beta_D = 0$ و $\alpha_K = 1$).



شکل ۴۵-۵- منحنی بازده جارویی در جابجایی سیال نیوتنی توسط سیال اولدروییدی در محیطی همگن و نا-

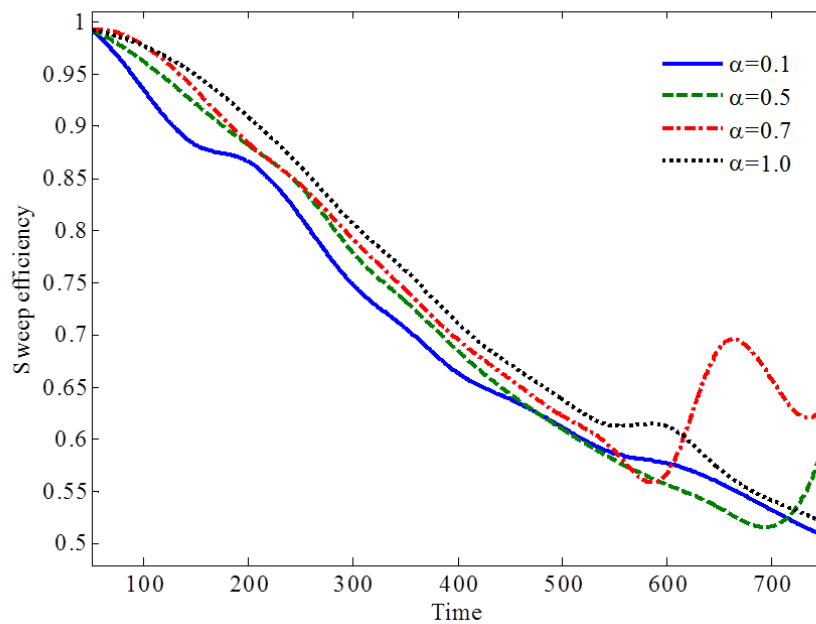
همسانگرد و در مقادیر مختلف β_D ($\alpha_D = 0.75$ ، $\alpha_K = 1$ و $\beta_K = 0$).



شکل ۴۶-۵- منحنی بازده جارویی در جابجایی سیال نیوتنی توسط سیال اولدروییدی در محیطی همگن و نا-

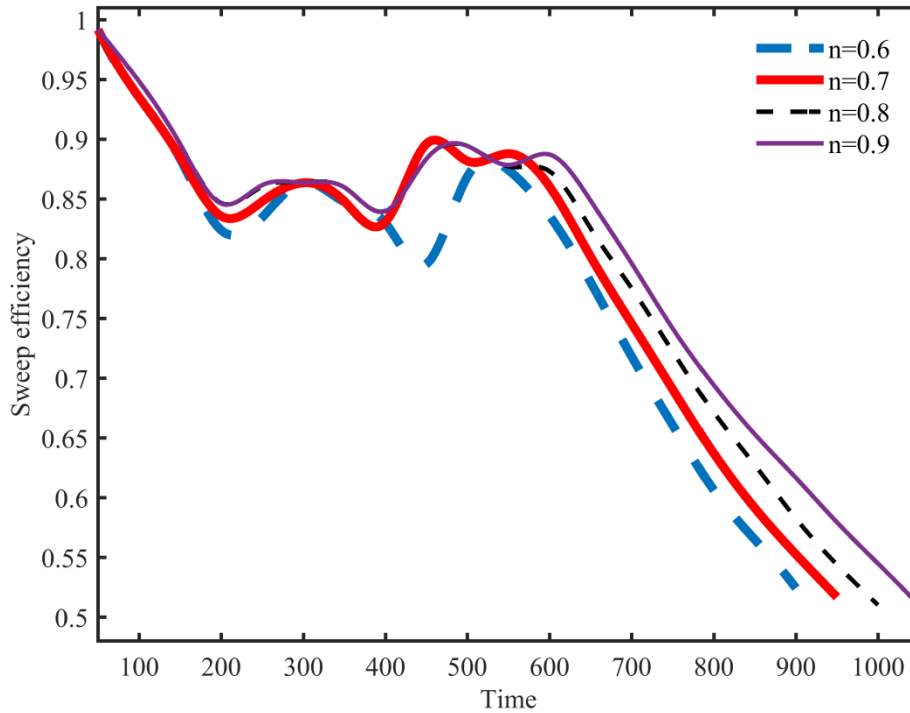
همسانگرد و در مقادیر مختلف β_K ($\alpha_D = 1$ ، $\alpha_K = 1.1$ و $\beta_D = 0$).

بازده جارویی در جابجایی سیال نیوتنی توسط سیال وایت-متزنر در محیطی با تانسور پراکندگی ناهمسانگرد وابسته به سرعت برای مقادیر مختلف پارامتر α در شکل ۵-۴۷ نمایش داده شده است. همانطوری که از نتایج پیشین قابل پیش‌بینی است هرچه پراکندگی در جهت عمود بر جریان به جهت آن افزایش می‌یابد بازده جارویی افزایش خواهد یافت.



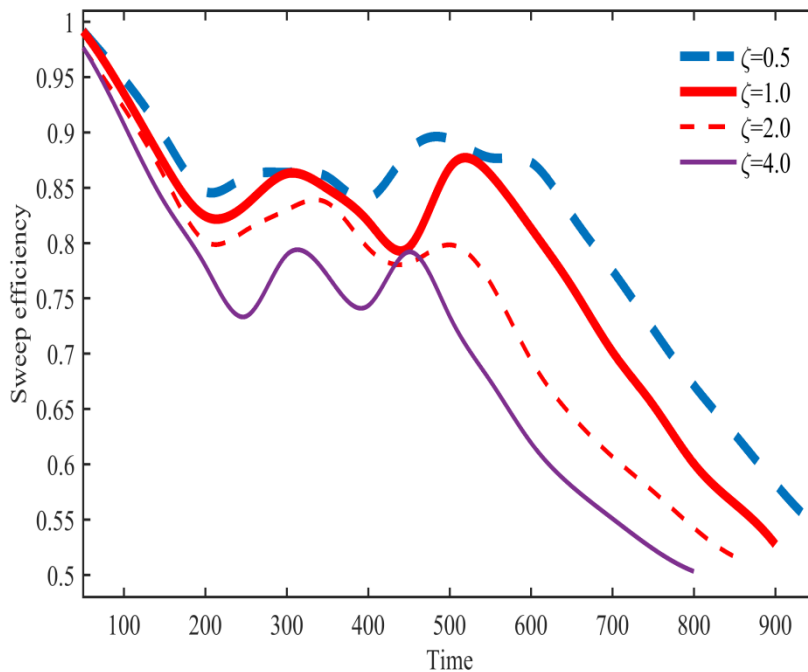
شکل ۵-۴۷- منحنی بازده جارویی در جابجایی سیال نیوتنی توسط سیال وایت-متزنر در محیطی با تانسور پراکندگی وابسته به سرعت و در مقادیر مختلف α ($Wi_{10} = 2$, $\beta_1 = 0.1$, $n = 0.7$, $\zeta = 0.5$ و $L = 0.5$).

بازده جارویی در مقادیر متفاوت شاخص توانی (n) و پارامتر ζ در جابجایی سیال نیوتنی توسط سیال وایت-متزنر در محیط ناهمگن لایه‌ای به ترتیب در شکل‌های ۵-۴۸ و ۵-۴۹ نمایش داده شده است. مشاهده می‌شود که افزایش شاخص توانی (n) و کاهش پارامتر ζ منجر به جابجایی کارآمدتر با بازده جارویی بالاتری خواهد شد. شکل ۵-۵۰ نشان‌دهنده تغییرات بازده جارویی نسبت به زمان در محیط لایه‌ای برای مقادیر متفاوت q است. مشاهده می‌شود با افزایش ناهمگنی در جهت عمود بر جریان یعنی افزایش تعداد لایه‌ها در این جهت، بازده جارویی افزایش خواهد یافت. اگرچه در زمان‌های ابتدایی این روند متفاوت خواهد بود.



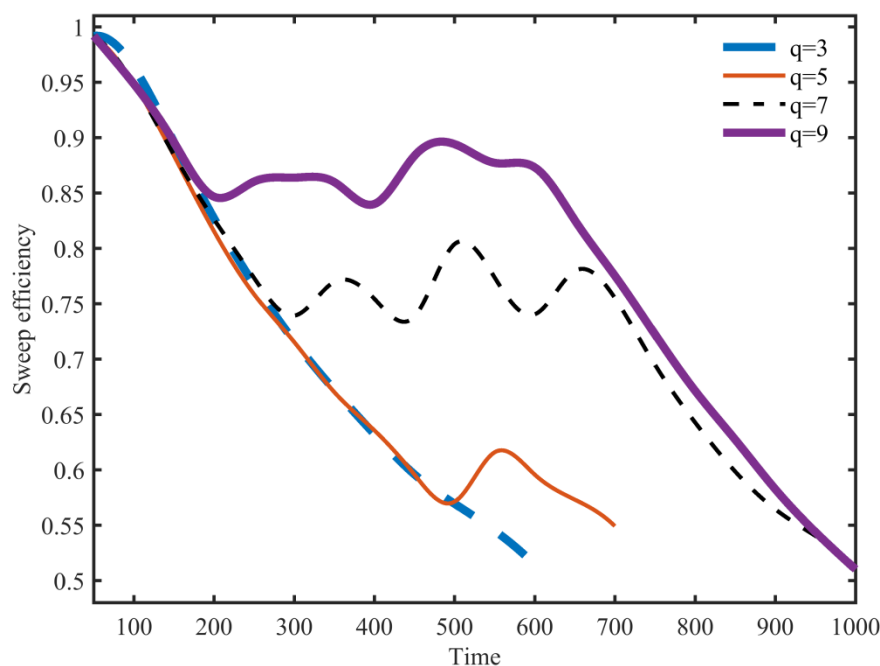
شکل ۴۸-۵- منحنی بازده جارویی در جابجایی سیال نیوتنی توسط سیال وایت-متزنر در محیطی ناهمگن لایه‌ای در

مقادیر مختلف n ($R = 2.5$ و $\zeta = 0.5$ ، $s = 0.01$ ، $q = 9$ ، $\beta_1 = 0.1$ ، $Wi_{10} = 2$).



شکل ۴۹-۵- منحنی بازده جارویی در جابجایی سیال نیوتنی توسط سیال وایت-متزنر در محیطی ناهمگن لایه‌ای در

مقادیر مختلف ζ ($R = 2.5$ و $n = 0.8$ ، $s = 0.01$ ، $q = 9$ ، $\beta_1 = 0.1$ ، $Wi_{10} = 2$).

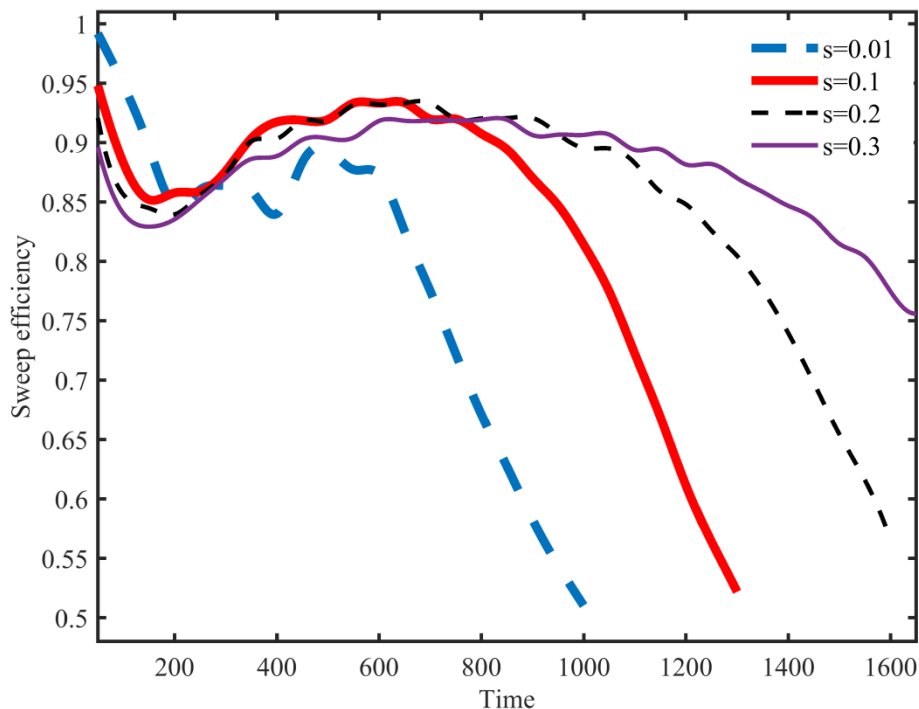


شکل ۵-۵- منحنی بازده جارویی در جابجایی سیال نیوتنی توسط سیال وایت-مترنر در محیطی ناهمگن لایه‌ای در مقادیر مختلف q ($R = 2.5$ و $\zeta = 0.5$ ، $n = 0.8$ ، $\beta_1 = 0.1$ ، $Wi_{10} = 2$ ، $s = 0.01$).

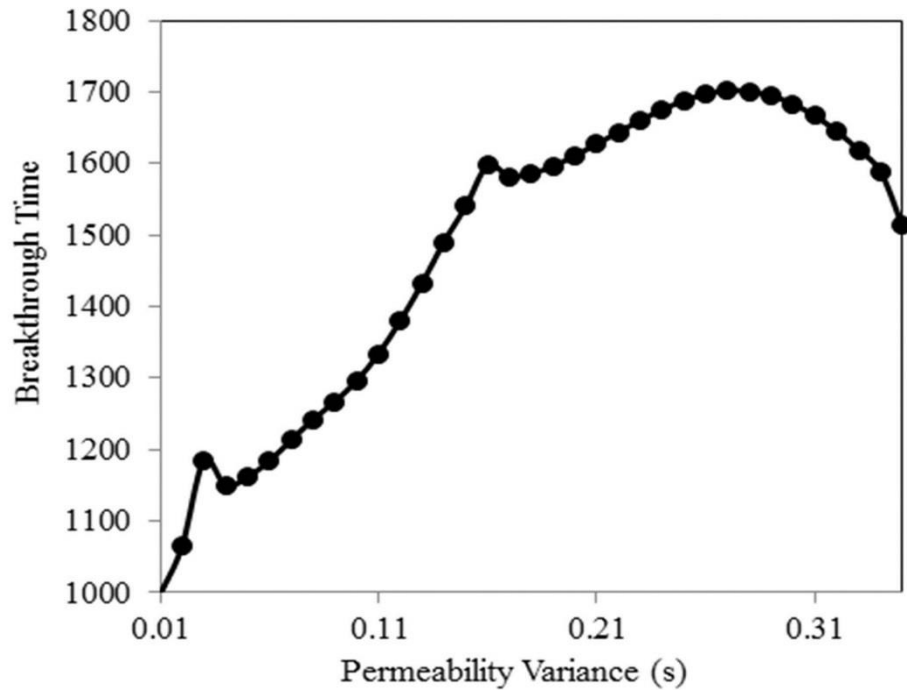
شکل ۵-۵۱ نشان‌دهنده تغییرات بازده جارویی به عنوان تابعی از زمان و واریانس نفوذپذیری محیط (s) است. همانطوری که در بخش کانتورهای غلظت مشاهده شد در زمان‌های آغازی رژیم کانالی بر جریان حاکم است و نرخ رشد با افزایش واریانس نفوذپذیری افزایش می‌یابد. بنابراین تا هنگامی که این رژیم جریان وجود دارد شاهد کاهش بازده با افزایش پارامتر s هستیم و شیب منحنی نسبت به زمان تند خواهد بود. با پیشروی زمانی، انگشتی‌ها به هم پیوسته و جبهه موج یکنواختی از انگشتی‌ها در نتیجه این فرایند ایجاد خواهد شد. تا زمانی که این جبهه به صورت یکنواخت پیشروی خواهد داشت بازده تقریباً ثابت خواهد ماند. با گذر زمان، انگشتی پیشرو شکل گرفته و مجدداً کاهش در بازده جارویی مشاهده می‌شود. با افزایش s شکل‌گیری انگشتی پیشرو به تأخیر می‌افتد و زمان دستیابی افزایش خواهد یافت. بنابراین با افزایش واریانس نفوذپذیری، افزایش بازده اتفاق می‌افتد.

تغییرات زمان دستیابی نسبت به s در شکل ۵-۵۲ نمایش داده شده است. مشاهده می‌شود که این پارامتر با تغییر s روندی تقریباً افزایشی خواهد داشت. شکل ۵-۵۳ نشان‌دهنده بازده جارویی در زمان دستیابی برای مقادیر مختلف پارامتر s است. همانگونه که ملاحظه می‌شود بازده دستیابی با افزایش پارامتر s افزایش می‌یابد. در واقع می‌توان نتیجه گرفت با افزایش این پارامتر، جبهه غلظت به شکل یکنواخت‌تری به انتهای ناحیه محاسباتی خواهد رسید.

تغییرات بازده جارویی بر حسب α_G در جابجایی سیال نیوتنی توسط سیال گزیکس در شکل ۵-۵۴ نمایش داده شده است. همانگونه که از نتایج بخش‌های پیشین انتظار می‌رفت بازده جارویی با افزایش α_G کاهش خواهد یافت.

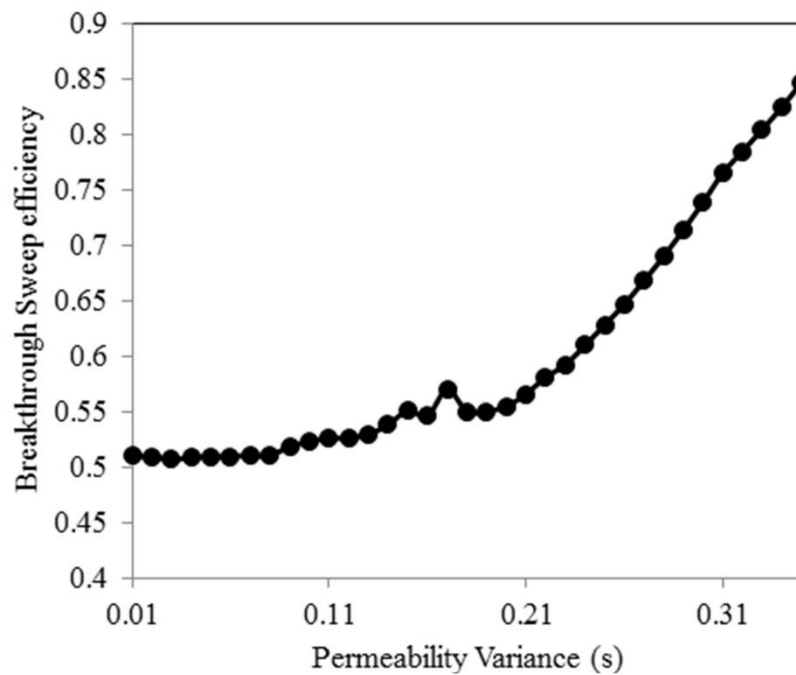


شکل ۵-۵۱-۵- منحنی بازده جارویی در جابجایی سیال نیوتنی توسط سیال وایت-متزنر در محیطی ناهمگن لایه‌ای در مقادیر مختلف s ($R = 2.5$ و $\zeta = 0.5$ ، $n = 0.8$ ، $\beta_1 = 0.1$ ، $Wi_{10} = 2$ ، $q = 9$)



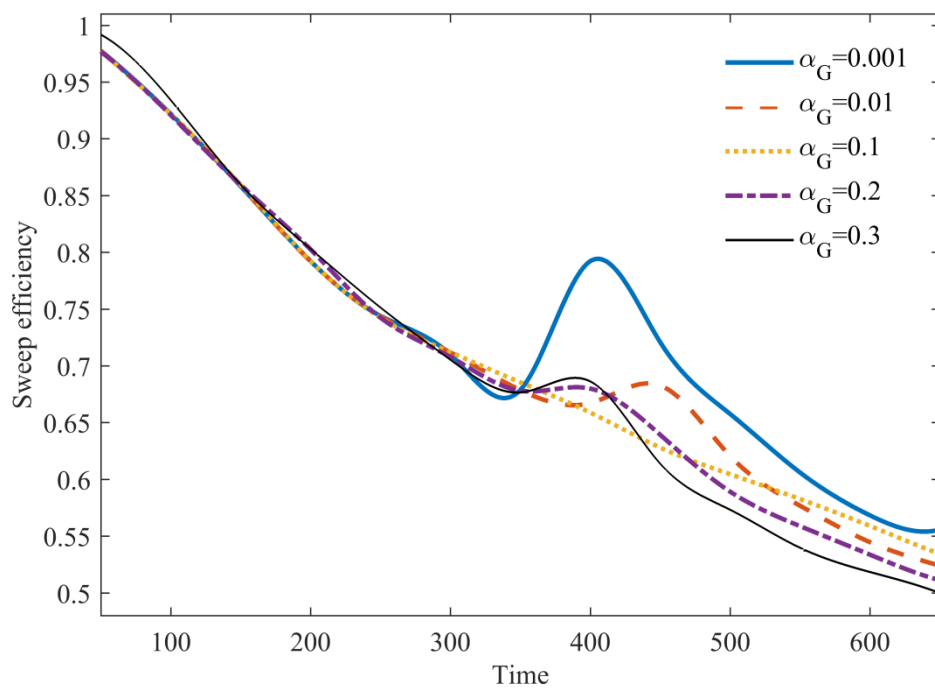
شکل ۵-۵۲- منحنی تغییرات زمان دستیابی نسبت به وارینانس نفوذپذیری در محیط لایه‌ای با $n = 0.8$ ، $q = 9$ ،

$$\zeta = 0.5 \text{ و } R = 2.5$$



شکل ۵-۵۳- منحنی تغییرات بازده دستیابی نسبت به وارینانس نفوذپذیری در محیط لایه‌ای با $n = 0.8$ ، $q = 9$ ،

$$\zeta = 0.5 \text{ و } R = 2.5$$



شکل ۵-۴- منحنی بازده جارویی در جابجایی سیال نیوتنی توسط سیال گزیکس در محیطی همگن و همسانگرد در

مقادیر مختلف α_G ($Wi_1 = 2$ ، $R = 3$).

فصل ششم – نتیجه‌گیری و

پیشنهادات

۶-۱ - مقدمه

در این فصل، نتیجه‌گیری از موارد بحث شده در این مطالعه و ارائه پیشنهادهایی برای ادامه بررسی در زمینه ناپایداری انگشتی لزج ارائه می‌شود.

در این مطالعه به بررسی دوبعدی جابجایی اختلاط‌پذیر سیال نیوتنی توسط سیال ویسکوالاستیک پرداخته شده است. به منظور شبیه‌سازی سیال ویسکوالاستیک از معادلات ساختاری مختلفی همچون اولدروید-بی، وایت-متزنر و گزیکس استفاده شده است. علاوه بر بررسی نقش سیال ویسکوالاستیک بر ناپایداری انگشتی لزج، با در نظر گرفتن محیط به صورت ناهمگن و با ناهمسانگردی‌های مختلف، تأثیر محیط بر این نوع جابجایی مورد بررسی قرار گرفته است.

۶-۲ - تحلیل پایداری خطی

در فصل چهارم این مطالعه و پیش از پرداختن به شبیه‌سازی عددی مسئله، با استفاده از تقریب شبه خطی معادلات حاکم بر مسئله بازنویسی شده و سه نوع جابجایی شامل جابجایی سیال نیوتنی توسط ویسکوالاستیک اولدروید-بی در محیط همگن و همسانگرد، جابجایی سیال نیوتنی توسط ویسکوالاستیک اولدروید-بی در محیط همگن و ناهمسانگرد و جابجایی سیال نیوتنی توسط سیال ویسکوالاستیک وایت-متزنر در محیط همگن و با تانسور پراکندگی وابسته به سرعت مورد تحلیل پایداری خطی قرار گرفته‌اند.

در جابجایی سیال نیوتنی توسط ویسکوالاستیک اولدروید-بی در محیط همگن و همسانگرد مشاهده می‌شود که برای یک زمان مشخص، نرخ رشد و مقدار عدد موج بحرانی با افزایش نسبت تحرک افزایش خواهد یافت. همچنین، عدد وایزنبرگ سیال جابجاکننده اثری پایدارکننده بر جریان خواهد داشت.

در بخش جابجایی سیال نیوتنی توسط ویسکوالاستیک اولدروید-بی در محیط همگن و ناهمسانگرد مشاهده می‌شود که با افزایش α_K که به معنی افزایش نفوذپذیری در جهت جریان نسبت به جهت عمود بر جریان است، نرخ رشد کاهش یافته و عدد موج بحرانی کوچک‌تر خواهد شد. همچنین، با افزایش پراکندگی در جهت عمود بر جریان به جهت جریان (افزایش α_D)، جریان پایدارتر خواهد شد. همچنین ملاحظه می‌شود افزایش زاویه انحراف تانسور نفوذپذیری منجر به افزایش ناپایداری جریان خواهد شد. این در حالی است که افزایش زاویه انحراف تانسور پراکندگی بر جریان اثر پایدارکننده خواهد داشت.

در بخش نهایی این فصل، به بررسی جابجایی سیال نیوتنی توسط سیال ویسکوالاستیک وایت-متزنر در محیط همگن و با تانسور پراکندگی وابسته به سرعت پرداخته شده است. ملاحظه می‌شود نرخ رشد با افزایش شاخص توانی (n) سیال ویسکوالاستیک وایت-متزنر کاهش خواهد یافت. همچنین با افزایش شدت پراکندگی طولی محیط (L) نرخ رشد افزایش یافته و عدد موج بحرانی به سمت مقادیر بزرگ‌تر منتقل می‌شود و با افزایش نسبت پراکندگی عرضی به طولی، از شدت ناپایداری کاسته خواهد شد و کاهش در نرخ رشد اغتشاشات و کاهش عدد موج بحرانی قابل مشاهده است.

۳-۶- شبیه‌سازی غیرخطی

در این پژوهش با کمک روش طیفی و تبدیلات هارتلی به شبیه‌سازی جابجایی سیال نیوتنی توسط سیال ویسکوالاستیک پرداخته شده است. نتایج شامل کانتورهای غلظت، منحنی‌های میانگین غلظت عرضی، منحنی تغییرات طول اختلاط و بازده جاروبی می‌باشد. حالت‌های مورد بررسی شامل جابجایی سیال نیوتنی توسط سیال ویسکوالاستیک اولدروید-بی در محیط همگن و همسانگرد، جابجایی سیال نیوتنی توسط سیال ویسکوالاستیک اولدروید-بی در محیط همگن و ناهمسانگرد، جابجایی سیال نیوتنی توسط سیال ویسکوالاستیک وایت-متزنر در محیط همگن و با تانسور پراکندگی وابسته به

سرعت، جابجایی سیال نیوتنی توسط سیال ویسکوالاستیک وایت-متزنر در محیط ناهمگن و جابجایی سیال نیوتنی توسط سیال ویسکوالاستیک گزیکس در محیط همگن و همسانگرد می‌باشد.

- جابجایی سیال نیوتنی توسط سیال ویسکوالاستیک اولدروید-بی در محیط همگن و همسانگرد:

با مقایسه کانتورهای غلظت در زمان یکسان برای اعداد وایزنبرگ متفاوت می‌توان نتیجه گرفت که این پارامتر تأثیر قابل توجهی بر روی ساختار کلی انگشتی‌ها نخواهد داشت. با این وجود به نظر می‌رسد که طول انگشتی‌ها با افزایش عدد وایزنبرگ سیال جابجاکننده کوتاه‌تر خواهد شد.

همچنین مکانیزم‌های مختلف تعاملات انگشتی‌ها همچون اثر پوششی، انتشار و بهم‌پیوستگی در این کانتورها قابل مشاهده است. منحنی میانگین غلظت عرضی نشان می‌دهد که افزایش عدد وایزنبرگ موجب کاهش شدت ناپایداری خواهد شد. همچنین کاهش نسبت تحرک (R) و افزایش عدد وایزنبرگ سیال جابجا کننده (Wi_1) موجب کاهش طول اختلاط و افزایش بازده جاروبی خواهند شد.

- جابجایی سیال نیوتنی توسط سیال ویسکوالاستیک اولدروید-بی در محیط همگن و ناهمسانگرد

کانتورهای غلظت به منظور بررسی نقش ناهمسانگردی بر رفتار انگشتی‌ها ارائه شده است. ملاحظه می‌شود که ناهمسانگردی تأثیر قابل ملاحظه‌ای بر ساختار انگشتی‌ها خواهد داشت. هرچه پراکندگی در جهت عمود بر جریان به جهت جریان کاهش می‌یابد، ساختار انگشتی‌ها پیچیده‌تر خواهد شد. به طوریکه در زمان مشابه شاهد انگشتی‌های باریک و در تعداد بیشتری هستیم.

همچنین در این کانتورها، علاوه بر مکانیزم‌های مشاهده شده در محیط همسانگرد، مکانیزم‌های دیگری همچون دنباله جدا شده و شکافتگی نوک انگشتی‌ها قابل تشخیص است. می‌توان ملاحظه

نمود که در زوایای مختلف تانسور پراکندگی (β_D) شاخه‌های ایجاد شده در اثر مکانیزم شکافتگی نوک انگشتی‌ها دیگر متقارن نیستند. در واقع با افزایش زاویه β_D ، دو شاخه ایجاد شده متقارن‌تر خواهند شد و در نهایت در $\beta_D = \pi/2$ تقریباً به تقارن می‌رسند. همچنین افزایش α_D ، α_K و β_D کاهش β_K پایداری جریان و در نتیجه کاهش طول اختلاط و افزایش بازده جاروبی را به دنبال خواهد داشت.

- جابجایی سیال نیوتنی توسط سیال ویسکوالاستیک وایت-متزنر در محیط همگن و با تانسور پراکندگی وابسته به سرعت

در معادله ساختاری وایت-متزنر برخلاف مدل اولدروید-بی خواص سیال همچون ویسکوزیته و زمان رهایی از تنش، ثابت نبوده و تابع نرخ برش می‌باشد. بنابراین در توصیف ویژگی‌های سیال ویسکوالاستیک همچون خاصیت باریک‌شوندگی کارآمدتر عمل می‌نماید. در این مطالعه، از مدل کاریو- یاسودا برای نشان دادن رفتار باریک‌شوندگی سیال غیرنیوتنی، استفاده شده است.

برای این حالت کانتورهای غلظت در مقادیر مختلف پارامترهای جریان همچون α (نسبت پراکندگی) و L (شدت پراکندگی طولی) نشان داده شده است. مشاهده می‌شود تغییرات این پارامترها ساختار انگشتی‌ها را به شدت تحت تأثیر قرار می‌دهد و موجب پیدایش مکانیزم‌های متفاوت در تعاملات انگشتی‌ها خواهد شد. همچنین طول اختلاط با افزایش شاخص توانی و کاهش پارامتر α ، کاهش خواهد یافت. از طرفی با افزایش شدت پراکندگی طولی (L) و کاهش نسبت پراکندگی در جهت عمود بر جریان به جهت جریان (α) طول اختلاط افزایش می‌یابد. نتایج بازده جاروبی برای این حالت، تأیید کننده نتایج پیشین است.

- جابجایی سیال نیوتنی توسط سیال ویسکوالاستیک وایت-متزنر در محیط ناهمگن

در این حالت، محیط جابجایی به دو صورت لایه‌ای و شطرنجی مورد بررسی قرار گرفته است. از کانتورهای غلظت مشاهده می‌شود که در محیط لایه‌ای شاهد پیدایش رژیم کانالیزه هستیم. به طوری که معمولاً در هر لایه یک انگشتی شکل خواهد گرفت و این انگشتی در حال پیشروی تا حد امکان در لایه‌ی خود باقی خواهد ماند. اما، افزایش تعداد لایه‌ها، کاهش عرض هر لایه را به دنبال دارد. بنابراین با پهن شدن انگشتی‌ها سرانجام به لایه‌های مجاور نفوذ خواهند نمود و تعاملات بین انگشتی‌ها رخ خواهد داد و رژیم کانالی مغشوش خواهد شد. از آنجایی که در سیستم با لایه‌های بیشتر عرض هر کانال کمتر است در نتیجه تعاملات انگشتی‌ها زودتر اتفاق می‌افتد.

همچنین افزایش واریانس نفوذپذیری (S) موجب می‌شود که انگشتی‌ها سریع‌تر شکل گرفته و رشد نمایند. سپس به هم پیوسته و جبهه یکنواخت و مواجی از غلظت ایجاد می‌شود. این جبهه به پیشروی خود ادامه داده تا سرانجام نوک یکی از انگشتی‌ها از بقیه پیشی گرفته و جبهه به صورت یک انگشتی واحد در خواهد آمد. افزایش واریانس نفوذپذیری، زمان دستیابی یعنی مدت زمانی که در آن نوک انگشتی به انتهای ناحیه محاسباتی خواهد رسید را افزایش می‌دهد.

نتایج کانتورهای غلظت نشان می‌دهند که رژیم کانالی در سیستم شطرنجی اتفاق نمی‌افتد و می‌توان تعاملات انگشتی‌ها را از همان ابتدا ملاحظه نمود. وجود ناهمگنی در جهت جریان منجر به شباهت بسیار کانتورهای غلظت به محیط همگن شده است.

در جابجایی سیال نیوتنی توسط سیال وایت-متزنر در محیطی ناهمگن تأثیر شاخص توانی (n) و صورت بی‌بعد ثابت زمانی مدل کاریو (ک) بر طول اختلاط بررسی شده است. همانند حالت قبل افزایش پارامتر n و کاهش ک) موجب کاهش طول اختلاط خواهد شد. با این حال شیب منحنی با حالت قبل متفاوت است. همچنین افزایش تعداد لایه‌ها و کاهش واریانس نفوذپذیری، کاهش طول اختلاط را به دنبال خواهد داشت. نتایج بازده جاروبی به طور کلی تأییدکننده نتایج پیشین است.

در مورد تأثیر واریانس نفوذپذیری بر بازده جاروبی مشاهده می‌شود که تا هنگامی که رژیم کانالیزه وجود دارد، بازده با افزایش پارامتر s کاهش می‌یابد و شیب منحنی نسبت به زمان تند خواهد بود. با پیشروی زمانی، ایجاد جبهه موج یکنواختی از انگشتی‌ها بازده تقریباً ثابت خواهد ماند. با گذر زمان، انگشتی پیشرو شکل گرفته و مجدداً کاهش در بازده جاروبی اتفاق می‌افتد. با افزایش s شکل گیری انگشتی پیشرو به تأخیر می‌افتد و زمان دستیابی افزایش خواهد یافت. بنابراین افزایش بازده با افزایش واریانس نفوذپذیری مشاهده می‌شود.

- جابجایی سیال نیوتنی توسط سیال ویسکوالاستیک گزیکس در محیط همگن و همسانگرد

نتایج این بخش نشان می‌دهد افزایش فاکتور تحرک مدل گزیکس (α_G)، افزایش طول انگشتی‌ها و در نتیجه افزایش طول اختلاط و کاهش بازده جاروبی را به دنبال خواهد داشت.

به عنوان جمع‌بندی می‌توان نتیجه گرفت که الاستیسته سیال ویسکوالاستیک می‌تواند موجب کنترل رشد انگشتی‌ها و کاهش این نوع ناپایداری گردد. از طرفی خاصیت باریک‌شوندگی این نوع سیال اثر ناپایدارکننده خواهد داشت. محیط جابجایی به شدت بر روی این ناپایداری تأثیرگذار است. افزایش نفوذپذیری در جهت جریان و افزایش پراکندگی محیط در جهت عمود بر جریان از جمله عواملیست که می‌تواند موجب کنترل ناپایداری گردد.

۴-۶- پیشنهادات

به طور کلی موارد زیر را جهت ادامه تحقیق در زمینه ناپایداری انگشتی ویسکوالاستیک می‌توان پیشنهاد نمود:

- بررسی تأثیرات انتقال حرارت در جابجایی سال نیوتنی توسط سیال ویسکوالاستیک
- شبیه‌سازی سه‌بعدی این ناپایداری در محیط متخلخل و انجام مطالعات آزمایشگاهی برای مقایسه نتایج بدست آمده از شبیه‌سازی عددی با نتایج آزمایشگاهی

- شبیه‌سازی ناپایداری انگشتی سیالات ویسکوالاستیک با در نظر گرفتن جریان به صورت

اختلاط‌ناپذیر

- بررسی نقش عدد رینولدز و ویسکوزیته کشسان بر روی ناپایداری انگشتی
- بررسی فرایند پلیمرزنی از دید مصرف انرژی برای سیالاتی با ویسکوزیته بالا

ضمیمه – پلیمرزنی در صنعت نفت

الف-۱-مقدمه

امروزه سوخت‌های فسیلی بیش از ۸۵٪ انرژی مورد نیاز جهانی را تأمین می‌نمایند. نخستین مرحله برداشت پس از کشف یک مخزن نفتی برداشت اولیه نامیده می‌شود. در برداشت اولیه، از انرژی طبیعی مخزن برای استخراج نفت استفاده می‌شود. همچنین هنگامی که با تزریق آب در بخش آبدۀ مخزن و یا تزریق گاز در بخش کلاهدک گازی مخزن، انرژی و فشار طبیعی مخزن حفظ شود، هنوز برداشت اولیه نفت انجام می‌شود. در این مرحله به زحمت بتوان به ۳۰ درصد موجودی یک مخزن دست یافت. به همین دلیل مدتی است که تلاشی جهانی برای افزایش درصد برداشت از مخازن نفتی موجود و نیز مخازن جدید کشف شده، صورت گرفته است. زیرا با توجه به پیش‌بینی رشد روزافزون مصرف انرژی و نیاز صنایع جدیدتر به انرژی بیشتر و مطمئن‌تر، به نظر می‌رسد واقع‌گرایانه‌ترین راه‌حل برای رفع نیازهای پیش‌رو اتکاء به مخازن موجود و تلاش در جهت افزایش بهره‌وری از آن‌ها باشد. برای اثبات این امر می‌توان به دلایل زیر اشاره نمود:

- صنایع نمی‌توانند به سوخت موجود در مخازنی که هنوز حتی کشف نشده‌اند اطمینان داشته باشند.
- مخازن جدید کشف‌شده اکثراً در مناطق دور از ساحل در عمق دریاها و اقیانوس و عمدتاً مکان‌هایی قرار دارند که استخراج از آن‌ها بسیار دشوار می‌باشد.
- هزینه بهره‌برداری و استخراج از مخازن غیرمعمول و جدید کشف‌شده بسیار بیشتر از به‌کارگیری روش‌های ازدیاد برداشت از مخازن موجود می‌باشد.

به کلیه روش‌هایی که طی آنها به مخازنی که تحت شرایط طبیعی خود قادر به تولید اقتصادی نیستند و از بیرون انرژی داده شده یا موادی به آنها تزریق می‌شود، روش‌های ازدیاد برداشت گفته می‌شود.

روش‌های ازدیاد برداشت، بر اساس سازوکارهای متفاوت جابجایی و نیز مطابق با تغییراتی که در خواص نفت ایجاد می‌نمایند، تقسیم‌بندی می‌شوند. این تقسیم‌بندی‌ها؛ شامل کاهش ویسکوزیته نفت، تخلیه نفت با حلال و تغییر نیروهای ویسکوز و موئینگی بین نفت و سیال تزریقی و سطح سنگ می‌باشند. بنابراین روش‌های ازدیاد برداشت به سه دسته زیر تقسیم‌بندی می‌شوند:

- روش‌های شیمیایی (تزریق مواد شیمیایی / مواد فعال‌کننده سطحی)

- روش‌های تزریق امتزاجی گاز (تزریق حلال)

- روش‌های حرارتی (تزریق گرما)

در ازدیاد برداشت به روش شیمیایی یا همان سیلاب زنی شیمیایی، هدف اصلی برداشت بیشتر نفت با استفاده از یک یا هر دو فرایند زیر است:

- کنترل تحرک پذیری با اضافه کردن پلیمرها به منظور کاهش تحرک پذیری آب تزریقی.

- کاهش کشش سطحی با استفاده از فعال‌کننده‌های سطحی و یا آلكالین‌ها.

از میان روش‌های مختلف ازدیاد برداشت نفت به روش شیمیایی، سیلاب‌زنی پلیمری یکی از ساده‌ترین و درعین‌حال کارآمدترین روش‌های ازدیاد برداشت می‌باشد. هدف اصلی از تزریق محلول‌های پلیمری در یک مخزن نفتی را می‌توان بهبود نسبت تحرک سیالات جابجاکننده و جابجا-شونده عنوان نمود. در این روش، پلیمر استفاده‌شده باعث افزایش گرانروی آب تزریقی شده و بنابراین میزان تحرک آب را کاهش می‌دهد. کاهش میزان تحرک آب در مخزن باعث جلوگیری از ناپایداری‌های جریان‌ی در جبهه حرکت سیال در مخزن می‌شود و سیالات جابجاکننده و جابجاشونده نسبت به یکدیگر یکنواخت‌تر به سمت چاه تولیدی حرکت می‌نمایند. همچنین در اثر تزریق پلیمر به مخزن، جریان جزئی سیال تزریقی در مخزن کاهش‌یافته و باعث بهبود راندمان جاروبی در مخزن می‌گردد. تأثیر دیگری نیز می‌توان از تزریق پلیمر در مخازن نفتی مشاهده نمود که به آن، کاهش

تراوایی پلیمر می‌گویند. در این حالت به دلیل جذب پلیمر بر روی سنگ، تراوایی نسبت به فاز آبی کاهش یافته و به عبارتی، نفت مخزن در مجاورت آب، با سهولت بیشتری به سمت چاه تولیدی حرکت می‌نماید. علاوه بر این موارد، با تزریق این مواد به درون مخزن، مسیرهای با نفوذپذیری بالاتر به وسیله این مواد مسدود شده و مسیرهای جدیدی برای شویش دوباره نفت و افزایش میزان بازیابی در مخازن پدید می‌آید. محلول پلیمری حاصل اغلب سیال ویسکوالاستیک خواهد بود. روش تزریق پلیمر برای مخازنی که در آن‌ها روبش مهم است توصیه می‌شود، به خصوص مخازن ناهمگنی که دمای آن‌ها از $120^{\circ}C$ تجاوز نکند و نفتی با گرانروی ۲۰ تا 200 cp داشته باشند [۱۰۶].

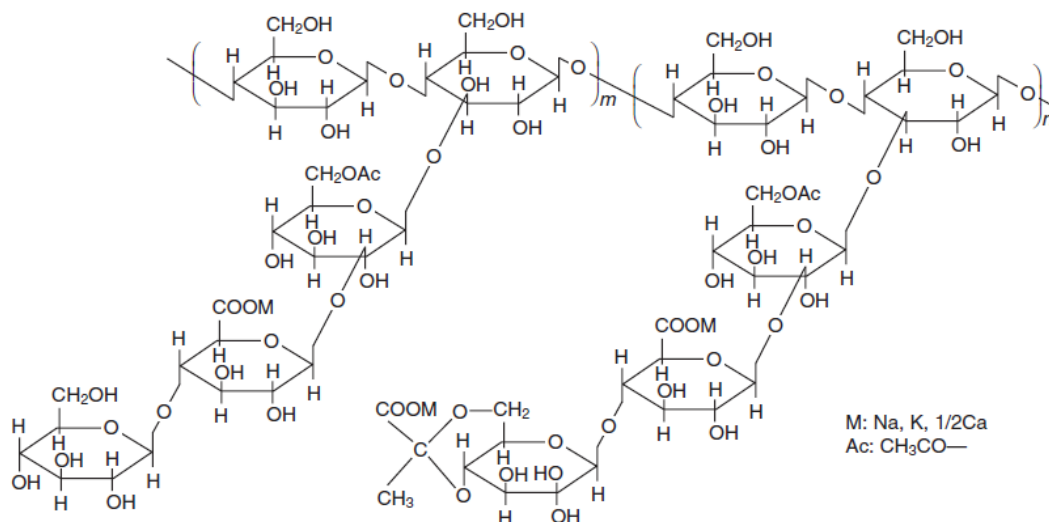
الف-۲- پلیمرهای به‌کاررفته در صنایع انتقال نفت

دو دسته‌بندی کلی و کاملاً متفاوت از پلیمرهای محلول در آب که در سیلاب زنی پلیمری مورد استفاده قرار می‌گیرند، وجود دارد: پلیمرهای طبیعی و پلیمرهای مصنوعی.

الف-۲-۱-۱- پلیمرهای طبیعی یا زیست پلیمرها

یکی از مهمترین پلیمرهای زیستی که به دلیل ویسکوزیته بالای آن، در صنایع غذایی، دارویی و استخراج نفت کاربرد فراوان دارد، زانتان می‌باشد. وزن مولکولی این پلیمر در حدود ۵ میلیون است و ساختار مولکولی آن باعث سختی نسبی آن شده است به طوری که در برابر شکستگی مکانیکی مقاومت قابل توجهی دارد. ساختار شیمیایی این پلیمر در شکل الف-۱ نمایش داده شده است. این پلیمر به شدت مستعد واکنش‌های میکروبی است و میکروپها عامل اصلی تشکیل و تخریب آن هستند. زانتان با فعالیت میکروبی زانتوماناکمپستریس روی لایه‌ای از هیدرات کربن، مکمل پروتئینی و یک منبع نیتروژن با منشأ غیرآلی تولید می‌شود. پلیمر حیاتی یک ماده چسبناک خارج سلولی است که روی سطح سلول میکروبی تشکیل می‌شود. این مایع تخمیری برای کشتن زانتوماناکمپستریس پاستوریزه و در نهایت پلیمر در مایع تولیدشده با الکل مناسب رسوب داده می‌شود [۱۰۶].

به هنگام استفاده از پلیمرهای حیاتی در مخزن، باید از حمله میکروبه‌ها به پلیمرها جلوگیری نمود. در غیر این صورت این میکروبه‌های مخرب ممکن است در مخزن مشکل ایجاد نمایند، زیرا علاوه بر تخریب پلیمرها عامل تولید سلول‌هایی با قطر ۱ و طول ۴ میکرون‌اند که می‌توانند به کلی باعث بسته شدن چاه تولیدی شوند [۱۰۶]. از معایب پلیمر زانتان، قیمت بالا و باقی مانده غیرمحلول ناشی از خرده‌های سلولی است.



شکل الف-۱: نمایی از ساختار شیمیایی پلیمر زانتان [۱۰۶]

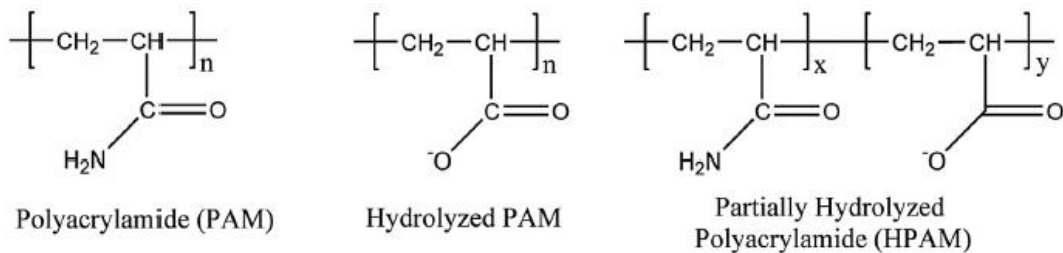
از دیگر پلیمرهای زیستی می‌توان به صمغ گوار اشاره نمود. این پلیمر، پلی ساکاریدی شاخه‌ای است که از دانه گیاه گواربه دست می‌آید. از مهم‌ترین معایب این پلیمر، باقی‌مانده غیرمحلول آن‌ها حین فرایند جداسازی دانه گوار است. این باقی‌مانده غیرمحلول به تدریج چاه تزریق را می‌بندد و سرعت تزریق را می‌کاهد. برخی از مشتقات صمغ‌های گوار، غلظت کمتری از باقی‌مانده غیر محلول نسبت به خود صمغ دارند. بنابراین استفاده از آن‌ها در فرایند بازیابی نفت مناسب‌تر است.

الف-۲-۲- پلیمرهای مصنوعی

اکریل آمیدها به عنوان یکی از پرمصرف‌ترین خانواده پلیمرهای مصنوعی در صنایع استخراج نفت می‌باشد که به دلیل قیمت مناسب و در دسترس بودن بالای آن به طور گسترده‌ای در بخش‌های مختلفی از جهان مورد استفاده قرار می‌گیرد. علاوه بر این عوامل، قدرت مطلوب و زیاد شیمیایی آن و نیز پایداری بیولوژیکی این نوع پلیمرها، محبوبیت آن‌ها را افزایش داده است. پلی اکریل آمیدها که به اختصار به صورت PAM نشان داده می‌شوند، ساده‌ترین حالت از انواع اکریل آمیدها می‌باشند. مولکول این نوع از پلیمرها از زنجیره‌های بلند مولکول‌های منومر اکریل آمید تشکیل می‌شود. میانگین وزن مولکولی انواع پلی اکریل آمیدهای تجاری ۱ تا ۱۰ میلیون و نحوه توزیع وزن مولکولی آن‌ها متفاوت با پلیمرهای زیستی می‌باشد. همچنین، طول این نوع پلیمرها بسیار زیاد و قطرشان نسبتاً کم است که در نتیجه، برخلاف پلیمرهای حیاتی، انعطاف‌پذیرند. به عبارت دیگر، به شکست مکانیکی و نیروهای برشی حساس و در برابر حمله میکروبی نسبتاً ایمن‌اند. ترکیب این پلیمرها با نشستن گروه کربوکسیل به جای گروه آمید، با هیدرولیز یک پلی اکریل آمید به کمک یک بنیان قوی مانند هیدروکسید سدیم، بهتر می‌شود. میزان این تغییر به شدت به هیدرولیز بستگی دارد (معمولاً ۰ تا ۳۰ درصد). هر دو نوع پلی اکریل آمید هیدرولیز شده و هیدرولیز نشده به دلیل وجود گروه‌های آمید و کربوکسیل به شدت قطبی‌اند که در نتیجه باعث پیوستگی شدید مولکول‌های آب می‌شوند در صورتی که در نفت این تأثیر را ندارند [۱۰۶].

شکل الف-۲ ساختار شیمیایی پلی اکریل آمیدها و پلی اکریل آمیدهای هیدرولیز شده را نشان می‌دهد. به این علت که پلی اکریل آمید خالص تا حدودی بار مثبت (کاتیونیک) دارد، در مناطقی که خاصیت اسیدی یا خنثی دارند، کمتر مورد استفاده قرار می‌گیرند. این پلیمرها به دلیل تمایلی که به جذب شدن در سنگ‌ها و حفره‌های این‌گونه مخازن دارند در سیلاب‌زنی پلیمری کمتر استفاده می‌شوند و بیشتر از پلی اکریل آمید هیدرولیز شده در این روش ازدیاد برداشت استفاده می‌شود. علاوه بر این، نوع هیدرولیز شده این پلیمر توانایی بیشتری در افزایش ویسکوزیته، در شورابه‌ها و مخازنی

دارد که شوری آن‌ها کمتر است. همچنین، به دلیل این‌که پلی‌اکریل آمید هیدرولیز شده تمایل کمتری به جذب شدن در صخره‌ها و حفره‌ها دارد، شرایط بسیار بهتری را برای تزریق دارا می‌باشد [۱۰۶].



شکل الف-۲: نمائی از ساختار شیمیایی پلیمرهای PAM و HPAM [۱۰۷]

الف-۳-۲- ویژگی محلول‌های پلیمری

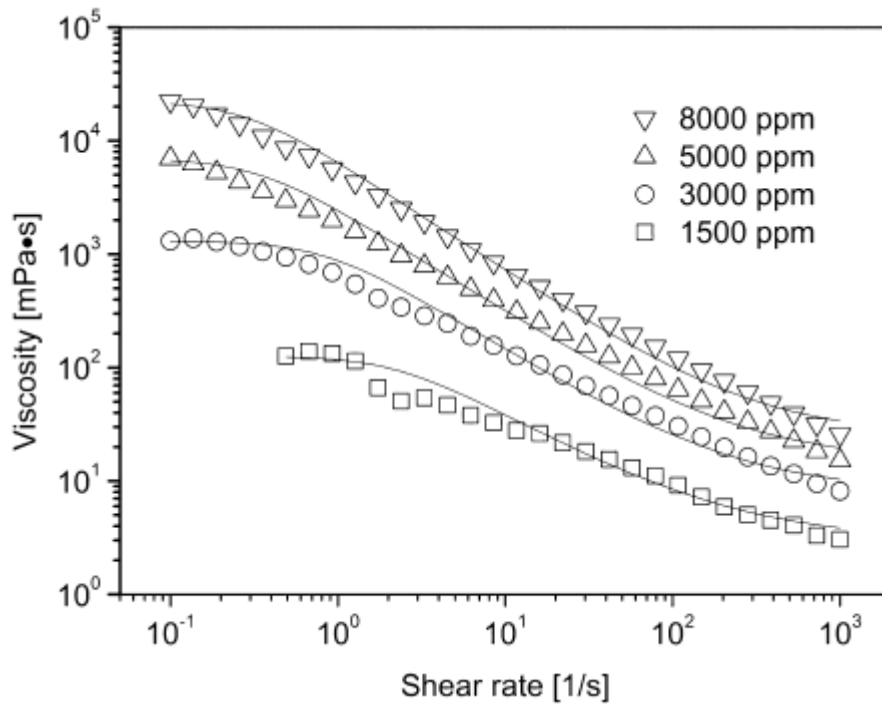
به طور معمول در صورت حل نمودن پلیمر در سیال نیوتنی سیالی ویسکوالاستیک به دست خواهد آمد. همانگونه که اشاره شد ماکرومولکول‌ها یا همان پلیمرها، مولکول‌های طولی هستند که از تعداد زیادی واحد کوچک شیمیایی که واحد ساختاری^۱ نامیده می‌شود تشکیل شده‌اند و معمولاً دارای وزن مولکولی بالایی هستند. پلیمرهای مصنوعی وزن مولکولی بین ۱۰۰۰۰ تا ۱۰۰۰۰۰۰ گرم بر مول دارند. در این میان پلیمرهای بیولوژیک ممکن است حتی وزن مولکولی به مراتب بزرگتر داشته باشند. در سیالات نیوتنی وزن مولکولی معمولاً از ۱۰۰۰ کمتر است، بنابراین با توجه به وزن مولکولی بالای پلیمرها انتظار رفتار غیرنیوتنی از محلولها و مذابهای پلیمری کاملاً طبیعی است. از طرفی اکثر پلیمرها قادر به تغییر پیکربندی خود با گردش حول بندهای شیمیایی خود می‌باشند. بعلاوه ساختار مولکول‌ها به طور پیوسته در اثر حرکات حرارتی تغییر خواهد نمود. چنین تغییری در ساختار ممکن است در بخشی از آن یا در سرتاسر آن صورت گیرد. در نتیجه طیفی کلی از ثابتهای زمانی مرتبط با نرخي که القا تغییرات حرارتی اتفاق می‌افتد وجود دارد. در واقع گفته می‌شود که سیال، طیفی از

¹Structural unit

زمان آسایش دارد. همین ثابتهای زمانی است که موجب می‌شود سیال پلیمری حافظه جزئی داشته باشد. وجود این ثابت زمانی نشان‌دهنده غیرنیوتنی بودن این نوع سیالات است. تغییر آرایش مولکولی تغییر در خواصی نظیر ویسکوزیته را بدنبال خواهد داشت. از طرفی نیروهای بین اتمی مانند فنرهای عمل می‌کنند که قادرند در حین تغییر آرایش، به آن رفتار الاستیک نیز بدهند به عبارت دیگر ماده از خود رفتار ویسکوالاستیک نشان می‌دهد [۱۰۸].

مطالعات نشان می‌دهند که بیشتر محلول‌های پلیمری دارای خاصیت باریک‌شوندگی هستند. به این معنا که خواص آنها با افزایش نرخ برش کاهش خواهد یافت. در مطالعه صورت گرفته توسط جنگ^۱ و همکاران [۱۰۹] نموداری ارائه شده است که تغییرات ویسکوزیته محلول پلیمری در مقابل نرخ برش را در غلظت‌های مختلف صمغ زانتان نشان می‌دهد (شکل الف-۳). در این شکل، خطوط نشان‌دهنده ویسکوزیته محاسبه شده با استفاده از معادله کاریو می‌باشد و برای نشان‌دادن نتایج آزمایشگاهی از سمبل استفاده شده است. همانگونه که ملاحظه می‌شود مدل کاریو می‌تواند خاصیت باریک‌شوندگی این محلول پلیمری را با دقت مناسبی توصیف نماید. همچنین در میان معادلات ساختاری مختلف که برای توصیف سیال ویسکوالاستیک ارائه شده است مدل وایت-متزور از جمله مدل‌هایست که می‌تواند ویژگی باریک‌شوندگی این نوع سیال را ارائه دهد. بنابراین می‌تواند در شبیه‌سازی این نوع سیال مورد توجه قرار گیرد.

¹ Jang



شکل الف-۳: تاثیر غلظت صمغ زانتان بر ویسکوزیته برشی محلول پلیمری در دمای ۲۵ درجه سانتی گراد [۱۰۹].

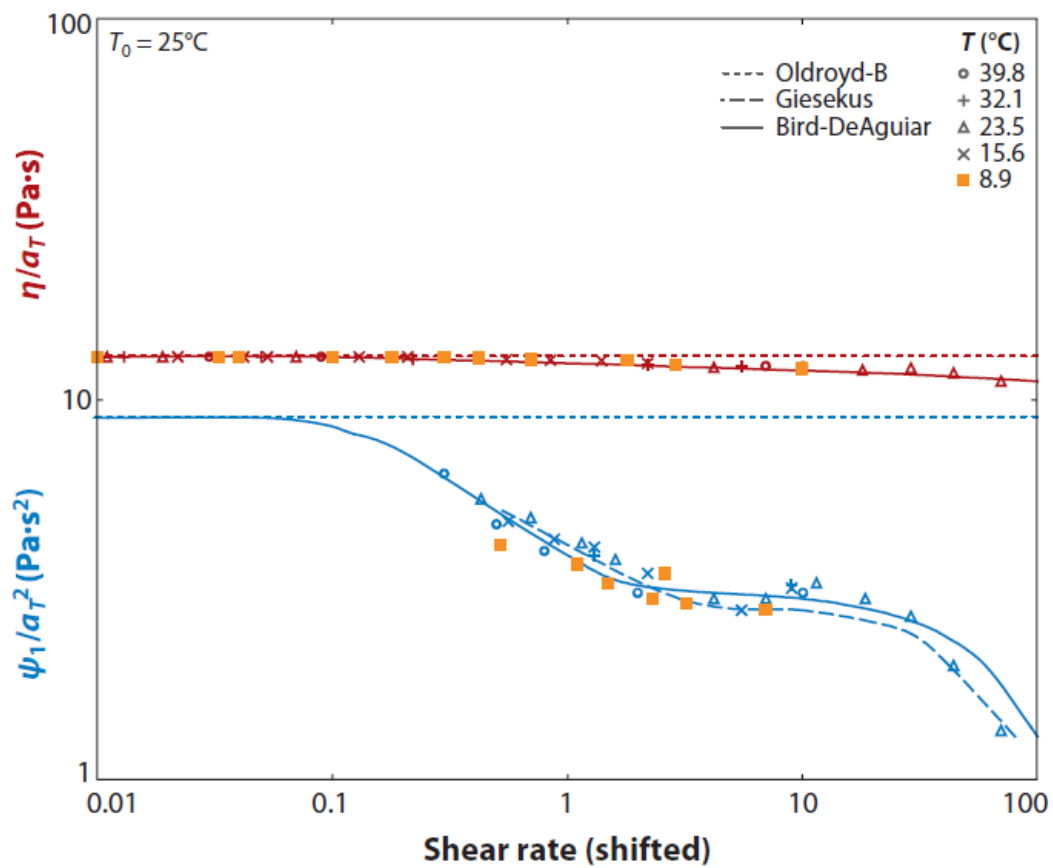
قابل ذکر است در محلول‌های بسیار رقیق پلیمری، می‌توان خاصیت باریک‌شوندگی این نوع سیال را نادیده گرفت. این نوع سیال، سیال باگر^۱ نامیده می‌شود که در عین داشتن خاصیت الاستیک، ویسکوزیته تقریباً ثابتی دارد. با کمک این نوع سیال می‌توان تأثیرات ویسکوزیته و الاستیسیته رو به صورت جداگانه مورد بررسی قرار داد. نخستین سیال باگر در سال ۱۹۷۷ توسط باگر [۱۱۰] معرفی شد. این سیال یک محلول ۰/۰۸٪ از پلی‌اکریل آمید در شربت ذرت بود و ویسکوزیته ثابتی نزدیک به ۲۲ Pa.s و زمان رهایی از تنشی در حدود ۴ ثانیه داشت. در سال ۱۹۸۳، پرلوتسکی^۲ و همکاران [۱۱۱]، استفاده از معادله ساختاری اولدروید-بی را برای مدل‌سازی سیال باگر پیشنهاد نمودند. در سال ۱۹۹۰، کینزانی^۳ و همکاران [۱۱۲] از چندین معادله ساختاری متخلف از جمله اولدروید-بی و گزیکس به منظور ارائه مشخصه‌های سیال باگر استفاده نمودند. شکل الف-۴ نشان‌دهنده تغییرات ویسکوزیته و ضریب اختلاف تنش نرمال اول (Ψ_1) با نرخ برش برای محلول پلیمری در نظر گرفته

¹ Boger fluid

² Prilutski

³ Quinzani

شده آن‌ها می‌باشد. می‌توان مشاهده نمود که در این مورد معادله ساختاری گزیکس تطابق بیشتری با نتایج آزمایشگاهی دارد.



شکل الف-۴: تغییرات ویسکوزیته و اختلاف تنش نرمال اول با نرخ برش برای محلول پلی ایزوبوتن-پلی بوتن ۰/۳۱٪

[۱۱۲ و ۱۱۳]

مراجع

- [1] Nilsson M. A., Kulkarni R., Gerberich L., Hammond R., Singh R., Baumhoff E and Rothstein J. P. (2013) “Effect of fluid rheology on enhanced oil recovery in a microfluidic sandstone device” **J. Non-Newtonian Fluid Mech.**, 202, pp 112-119.
- [2] Pye D. J. (1964) “Improved secondary recovery by control of water mobility ” **J.Pet. Technol.**, 16, pp 911-916.
- [3] Taber J. J., Martin F. D. and Seright R.S. (1997) “EOR screening criteria revisited— part 1: introduction to screening criteria and enhanced recovery field projects” **SPE Res. Eng.**, 12, pp 189-198.
- [4] Chouke R. L., Van Der Meurs P. and Van Der Poel C. (1959) “The instability of slow, immiscible, viscous liquid-liquid displacements in permeable media” **Trans Aime.**, 216, pp 188-194.
- [5] Wooding R. A. (1962) “Free convection of fluid in a vertical tube filled with porous material” **Fluids Mech.**, 13, pp 129-144.
- [6] Koval E. J. (1963) “A method for predicting the performance of unstable miscible displacement in heterogeneous media” **Soc. Pet. Eng. J.**, 3, pp 145-154.
- [7] Perrine R. L. (1963) “A unified theory for stable and unstable miscible displacement” **Soc. Pet. Eng. J.**, 1, pp 205-213.
- [8] Tan C. T. and Homsy G. M. (1986) “Stability of miscible displacements in porous media: Rectilinear flow” **Phys. Fluids.**, 29, pp 3549-3556.
- [9] Schowalter W. R. (1965) “Stability criteria for miscible displacement of fluid from a porous medium” **Aiche. J.**, 11, pp 99-105.
- [10] Heller J. P. (1966) “Onset of instability patterns between miscible fluids in porous media” **J. Appl. Phys.**, 37, 4, pp 1566-1579.
- [11] Peters E. J. and Flock D. L. (1981) “The onset of instability during two-phase immiscible displacement in porous media” **Soc. Pet. Eng. J.**, 21, 2, pp 249-258.
- [12] Tan C. T. and Homsy G. M. (1987) “Stability of miscible displacements in porous media: Radial source flow” **Phys. Fluids.**, 30, pp 1239-1245.

- [13] Homsy G. M. (1987) “Viscous fingering in porous media” **Ann. Rev. Fluid Mech.**, 19, 1, pp 271-311.
- [14] Fayers F. J. (1988) “An approximate model with physically interpretable parameters for representing miscible viscous fingering” **SPE Res. Eng.**, 3, 2, pp 551-558.
- [15] Peaceman D. W. and Rachford H. H. (1962) “Numerical calculation of multidimensional miscible displacement” **Soc. Pet. Eng. J.**, 2, pp 327-339.
- [16] Christie M. A. and Bond D. J. (1987) “Detailed simulation of unstable processes in miscible flooding” **SPE Res. Eng.**, 2, pp 514-522.
- [17] Tan C. T. and Homsy G. M. (1988) “Simulation of nonlinear viscous fingering in miscible displacement” **Phys. Fluids.**, 31, pp 1330-1338.
- [18] Meiburg E and Homsy G. M. (1988) “Nonlinear unstable viscous fingers in Hele-Shaw flows. II. numerical simulation” **Phys. Fluids**, 31, pp 429-439.
- [19] Yortsos Y. C. and Zeybek M. (1988) “Dispersion driven instability in miscible displacement in porous media” **Phys. Fluids.**, 31, pp 3511-3518.
- [20] Christie M. A. (1989) “High-resolution simulation of unstable flows in porous media” **SPE Res. Eng.**, 4,3, pp 297-303.
- [21] Zimmerman W. B. and Homsy G. M. (1991) “Nonlinear viscous fingering in miscible displacement with anisotropic dispersion” **Phys. Fluids. A**, 3, pp 1859-1872.
- [22] Zimmerman W. B. and Homsy G. M. (1992) “Viscous fingering in miscible displacements: Unification of effects of viscosity contrast, anisotropic dispersion, and velocity dependence of dispersion on nonlinear finger propagation” **Phys. Fluids. A**, 4, pp 2348-2359.
- [23] Zimmerman W. B. and Homsy G. M. (1992) “Three-dimensional viscous fingering: A numerical study” **Phys. Fluids. A**, 4, pp 1901-1914.
- [24] Tan C. T. and Homsy G. M. (1992) “Viscous fingering with permeability heterogeneity” **Phys. Fluids. A**, 4, pp 1099-1101.

- [25] Manickam O. and Homsy G. M. (1993) “Stability of miscible displacements in porous media with nonmonotonic viscosity profiles” **Phys. Fluids. A**, 5, pp 1356-1367.
- [26] De Wit A. and Homsy G. M. (1997) “Viscous fingering in periodically heterogeneous porous media .I. Formulation and linear instability” **J. Chem. Phys.**, 107, pp 9609-9618.
- [27] De Wit A. and Homsy G. M. (1997) “Viscous fingering in periodically heterogeneous porous media . II. Numerical simulations” **J. Chem. Phys.**, 107, pp 9619-9628.
- [28] Coutinho A. L. G. A. and Alves J. L. D (1999) “Finite element simulation of nonlinear viscous fingering in miscible displacements with anisotropic dispersion and nonmonotonic viscosity profiles” **Comput Mech**, 23, pp 108-116.
- [29] Ruit M. and Meiburg E. (2000) “Miscible rectilinear displacements with gravity override. Part 1. Homogeneous porous medium” **J. Fluid Mech**, 420, pp 225-257.
- [30] Camhi E., Meiburg E and Ruit M. (2000) “Miscible rectilinear displacements with gravity override. Part 2. Heterogeneous porous media” **J. Fluid Mech**, 420, pp 259-276.
- [31] Casademunt J. and Magdaleno F. X. (2000) “Dynamics and selection of fingering patterns. Recent developments in the Staffman -Taylor problem” **Phys Rep**, 337, pp 1-35.
- [32] Zhan L. and Yortsos Y. C. (2002) “The shape of a gravity finger in a rectangular channel in homogeneous porous media” **Transp porous Med**, 49, pp 77-97.
- [33] Kang Q., Zhang D and Chen Sh. (2004) “Immiscible displacement in a channel: simulations of fingering in two dimensions” **Adv. Water. Resour.**, 27, pp 13-22.
- [34] Riaz A., Pankiewicz C and Meiburg E. (2004) “Linear stability of radial displacements in porous media: Influence of velocity-induced dispersion and concentration-dependent diffusion” **Phys. Fluids**, 16, pp 3592-3598.
- [35] Goyal N. and Meiburg E. (2004) “Unstable density stratification of miscible fluids in a vertical Hele-Shaw cell: influence of variable viscosity on the linear stability” **J. Fluid Mech**, 516, pp 211-238.
- [36] Mishra M., Martin M and De wit A. (2007) “Miscible viscous fingering with linear adsorption on the porous matrix” **Phys. Fluids.**, 19, pp 073101.

- [37] Ghesmat K. and Azaiez J (2008) “Viscous fingering with permeability heterogeneity” **Transp porous Med**, 73, pp 297-318.
- [38] Islam M. N. and Azaiez J. (2010) “Miscible Thermo-viscous fingering instability in porous media. Part 1: linear stability analysis” **Transp porous Med**, 84, pp 821-844.
- [39] Islam M. N. and Azaiez J. (2010) “Miscible Thermo-viscous fingering instability in porous media. Part 2: numerical simulations” **Transp porous Med**, 84, pp 845-861.
- [40] Oliveria R. M. and Meiburg E. (2011) Miscible displacements in Hele-Shaw cells: three-dimensional Navier-Stokes simulations “” **J. Fluid Mech**, 687, pp 431-460.
- [41] Azaiez J. and Sajjadi M. (2012) “stability of double-diffusive double-convective miscible displacements in porous media” **Phys Rev E**, 85, pp 026306.
- [42] Sajjadi M. and Azaiez J. (2013) “Dynamics of fluid flow and heat transfer in homogeneous porous media” **Can. J. Chem. Eng**, 91, pp 687-697.
- [43] Norouzi M. and Shoghi M. R. (2014) “A numerical study on miscible viscous fingering instability in anisotropic porous media” **Phys. Fluids.**, 26, pp 084102.
- [44] Pramanik S. and Mishra M. (2015) “Nonlinear simulations of miscible viscous fingering with gradient stresses in porous media” **Chem Eng Sci.**, 122, pp 523-532.
- [45] Yuan Q., Zhou X., Zeng F., Knorr K. D. and Imran M. (2017) “Nonlinear simulation of miscible displacements with concentration-dependent diffusion coefficient in homogeneous porous media” **Chem Eng Sci.**, 172, pp 628-544.
- [46] McDonld A. E. (1979) “Approximate solutions for flow on non-Newtonian power laws fluids through porous media ” SPE Reservoir Simulation Symposium, Denver, Colorado.
- [47] Pascal H. (1983) “Nonsteady flow of non-Newtonian fluids through a porous medium” **INT. J. Eng Sci.**, 21, pp 199-210.
- [48] Pascal H. (1986) “Stability of a moving interface in porous medium for non-Newtonian displacing fluids and its applications in oil displacement mechanism ” **Acta Mech.**, 58, pp 81-91.

- [49] Pascal H. (1988) “Stability of non-Newtonian fluid interface in porous medium and its applications in an oil displacement mechanism” **J. Colloid Interface Sci.**, 123, pp 14-23.
- [50] Wilson S. D. R. (1990) “The Taylor-Saffman problem for a non-Newtonian liquid” **J. Fluid Mech.**, 220, pp 413-425.
- [51] Sader J. E., Chan D. Y. C. and Hughes B. D. (1994) “Non-Newtonian effects on immiscible viscous fingering in a radial Hele-Shaw cell” **Phys Rev E.**, 49, pp 420-432.
- [52] Wu Y. Sh. and Pruess K. (1998) “A numerical method for simulating non-Newtonian fluid flow and displacement in porous media” **ADV Water Resour.**, 21, pp 351-362.
- [53] Singh B. K. and Azaiez J. (2001) “Numerical Simulation of viscous fingering of shear-thinning fluids” **can. J. Chem. Eng.**, 79, pp 961-967.
- [54] Azaiez J. and Singh B. (2002) “Stability of miscible displacements of shear thinning fluids in a Hele-Shaw cell” **Phys. Fluids**, 14, pp 1557-1571.
- [55] Fast P., Kondic L., Shelley M. J and Palffy- Muhoray P. (2001) “Pattern formation in non-Newtonian Hele–Shaw flow” **Phys. Fluids.**, 13, pp 1191-1212.
- [56] Li H., Maini B. and Azaiez J. (2006) “Experimental and numerical analysis of the viscous fingering instability of shear-thinning fluids” **Can. J. Chem. Eng.**, 84, pp 52-62.
- [57] Pritchard D. and Pearson J. R. A. (2006) “Viscous fingering of a thixotropic fluid in a porous medium or a narrow fracture” **J. Non-Newtonian Fluid Mech.**, 135, pp 117-127.
- [58] Mishra M., Martin M. and De Wit A. (2010) “Influence of miscible viscous fingering with negative log-mobility ratio on spreading of adsorbed analytes” **Chem Eng Sci.**, 65, pp 2392-2398.
- [59] Kim M. Ch. and Choi Ch. K. (2011) “Linear analysis on the stability of miscible dispersion of shear-thinning fluids in porous media” **J. Non-Newtonian Fluid Mech.**, 166, pp 1211-1220.
- [60] Mora S. and Manna M. (2012) “From viscous fingering to elastic instabilities” **J. Non-Newtonian Fluid Mech.**, 173, pp 30-39.

- [61] Shi Y. and Tang G. H. (2014) "Simulation of Newtonian and non-Newtonian rheology behavior of viscous fingering in channels by the lattice Boltzmann method" **Comput Math Appl.**, 68, pp 1279-1291.
- [62] Ebrahimi B., Sadeghi K and Akhavan-Behabadi M. A. (2015) "Viscous fingering of thixotropic fluids: a linear stability analysis" **Journal of the Society of Rheology: Japan.**, 43, pp 31-38.
- [63] Ebrahimi B., Taghavi S. M and Sadeghi K. (2015) "Two-phase viscous fingering of immiscible thixotropic fluids: a numerical study" **J. Non-Newtonian Fluid Mech.**, 218, pp 40-52.
- [64] Ebrahimi B., Mostaghimi P., Gholamian H and Sadeghi K. (2016) "Viscous fingering in yield stress fluids: a numerical study" **J. Eng. Math.**, 97, 161-176
- [65] Hill S. (1952) "Channeling in packed columns" **Chem Eng Sci.**, 1, pp 247-253.
- [66] Slobod R. L. and Caudle B. H. (1952) "Approximate solutions for flow on non-Newtonian power laws fluids through porous media" Fall Meeting of the Petroleum Branch of AIME, Houston, Texas.
- [67] Saffman P. G. and Taylor G. (1958) "The penetration of a fluid into a porous medium or Hele-Shaw cell containing a more viscous liquid" **P. ROY. SOC. LOND. A. MAT.**, 245, 1242, pp 312-329.
- [68] Blackwell R. J., Rayne J. R. and Terry W. M. (1959) "Factors influencing the efficiency of miscible displacement" **Trans AIME.**, 216, pp 1-8.
- [69] Habermann B. (1960) "The efficiency of miscible displacement as a function of mobility ratio" **Trans. AIME.**, 219, pp 264-272.
- [70] Benham A. L. and Olson R. W. (1963) "A model study of viscous fingering" **Soc. Pet. Eng. J.**, 3, pp 138-144.
- [71] Slobod R. L. and Thomas R. A. (1963) "Effect of transverse diffusion on fingering in miscible-phase displacement" **Soc. Pet. Eng. J.**, 3, pp 9-13.
- [72] Perkins T. K., Johnston T. K. and Hoffman R. N. (1965) "Mechanics of viscous fingering in miscible systems" **Soc. Pet. Eng. J.**, 5, pp 301-317.
- [73] Wooding R. A. (1969) "Growth of fingers at an unstable diffusing interface in a porous medium or Hele-Shaw cell" **J. Fluid Mech.**, 39, pp 477-495.

- [74] Marshal R. J. and Metzner A. B. (1967) "Flow of viscoelastic fluids through porous media." **Ind. Eng. Chem. Fund.**, 6, pp 393-400.
- [75] Lee K. S. and Claridge E. L. (1968) "Areal sweep efficiency of pseudoplastic fluids in a five-spot Hele-Shaw model." **Soc. Pet. Eng. J.**, 8, pp 52-62.
- [76] Daccord G. J., Nittmann J. and Stanley H. E. (1986) "Radial viscous fingers and diffusion-limited aggregation: Fractal dimension and growth sites" **Phys. Rev. Lett.**, 56, 4, pp 336-339.
- [77] Smith D. E., Wu X. Zh., Libchaber A., Moses E. and Witten T. (1992) "Viscous finger narrowing at the coil- stretch transition in a dilute polymer solution" **Phys. Rev. A.**, 45, 4, pp 2165-2168.
- [78] Bonn D., Kellary H., Braunlich M., Amar M. B. and Meunier J. (1995) "Viscous fingering in complex fluids." **Physica A** ., 220, pp 60-73.
- [79] Saghir M. Z., Chaalal O. and Islam M. R. (2000) "Numerical and experimental modeling of viscous fingering during liquid–liquid miscible displacement" **J. Petrol Sci. Eng.**, 26, pp 253-262.
- [80] Jiao CH. Y. and Hotzl H. (2004) "An experimental study of miscible displacements in porous media with variation of fluid density and viscosity" **Transp porous Med.**, 54, pp 125-144.
- [81] Chevalier CH., Amar M. B., Bonn D. and Lindner A. (2006) "Inertial effects on Saffman–Taylor viscous fingering" **J. Fluid Mech.**, 552, pp 83-97.
- [82] De Malsche W., OP De Beeck J., Gardeniers H. and Desmet G. (2009) "Visualization and quantification of the onset and the extent of viscous fingering in micro-pillar array columns." **J. Chromatogr A.**, 1216, pp 5511-5517.
- [83] Riolfo L. A., Nagatsu Y., Iwata S., Maes R., Trevelyan P. M. J. and De Wit A. (2012) "Experimental evidence of reaction-driven miscible viscous fingering" **Phys Rev E**, 85, pp 015304.
- [84] Lindner A., Bonn D., Poire E. C., Ben Amar M. and Meunier J. (2002) "Viscous fingering in non- Newtonian fluids" **J. Fluid Mech**, 469, pp 237-256.
- [85] Maleki-Jirsaraei N., Lindner A., Rouhani S and Bonn D. (2005) "Saffman–Taylor instability in yield stress fluids" **J. Phys. Condens. Matter.**, 17, pp S1219.

- [86] Maleki-Jirsaraei N., Erfani M., Ghane-Golmohamadi F and Ghane- Motlagh R. (2014) “Viscous fingering in LAPONITE and mud” **J Test Eval.**, 43, pp 11-17.
- [87] Kapitz M., Reinker F and Wiesche S. a. d. (2015) “Viscous fingering and heat transfer during boiling in a Hele–Shaw cell” **Exp Therm Fluid Sci.**, 67, pp 18-23.
- [88] Eslami A. and Taghavi S. (2017) “Viscous fingering regimes in elasto-visco-plastic fluids” **J. Non-Newtonian Fluid Mech.**, 243, pp 79-94.
- [89] Van Meurs P. (1957) “The use of transparent three-dimensional models for studying the mechanism of flow processes in oil reservoirs” **Soc. Pet. Eng.**, 210, pp 295-301.
- [90] Sandiford B. B. (1964) “Laboratory and field studies of water flooding using polymer solutions to increase oil recoveries” **J. Pet. Technol**, 16, pp 917-922.
- [91] Jewett R. L. and Schurz G. F. (1970) “Polymer flooding- a current appraisal” **J. Pet. Technol**, 22, pp 675-684.
- [92] Sarma H. K. (1986) “Viscous Fingering: one of the main factors behind poor flood efficiencies in petroleum reservoirs” **Power Technology.**, 48, pp 39-49.
- [93] Needham R. B. and Doe P. H. (1987) “Polymer flooding review” **J. Pet. Technol.**, 39, pp 1503-1507.
- [94] Allen E. and Boger D. V. (1988) “The influence of rheological properties on mobility control in polymer-augmented water flooding” SPE Annual Technical Conference and Exhibition, Houston, Texas.
- [95] Wang J. and Dong M. (2009) “Optimum effective viscosity of polymer splution for improving heavy oil recovery” **J Petrol Science**, 67, pp 155-158.
- [96] Guo Z., Dong M., Chen Zh. and Yao J. (2013) “A fast and effective method to evaluate the polymer flooding potential for heavy oil reservoirs In Western Canada” **J Petrol Scieng.**, 112, pp 335-340.
- [97] Avendano J., Pannacci N., Herzhaft B., Gateau P. and Coussot p. (2013) “Enhanced displacement of a liquid pushed by a viscoelastic fluid” **J Colloid Interf Sci**, 410, pp 172-180.
- [98] Pei H., Zhang G., Ge J., Zhang L. and Wang H. (2014) “Effect of polymer on the interaction of alkali with heavy oil and its use in improving oil recovery” **Colloid Surface A**, 446, pp 57-64.

- [99] Pei H., Zhang G., Ge J., Jiang J., Zhang L. and Zhong Y. (2017) “Study of polymer enhanced emulsion flooding to improve viscous oil recovery in water flooded heavy oil reservoirs” **Colloid Surface A**, 529, pp 409-416.
- [100] Bird B. R., Armstrong R. C., and Hassager O. (1987). “**Dynamics of Polymer Liquids**”, Vol.1, Second Edition, John Wiley & Sons.
- [101] Alisaev G. and Mirzadjanzade A. k. (1975) “For the calculation of delay phenomenon in filtration theory” **Izvestiya Vysshikh Uchebnykh Zavedniy. Neft 'I Gaz**, 6, pp 71-78.
- [102] Zhang Z., Fu C. and Tan W. (2008) “Linear and nonlinear stability analyses of thermal convection for Oldroyd-B fluids in porous media heated from below” **Phys. Fluids.**, 20, pp 084103.
- [103] Hakim A. (1994) “Mathematical analysis of viscoelastic fluids of White-Metzner type” **J. Math Anal Appl.**, 185, pp 675-705.
- [104] Canuto C., Hussaini M. Y., Quarteroni A. and Zang T. A. (1988) “Spectral methods in fluid dynamics”, Springer Science & Business Media.
- [105] Sajjadi M. and Azaiez J. (2013) “Scaling and unified characterization of flow instabilities in layered heterogeneous porous media” **Phys Rev E.**, 88, pp 033017.
- [106] Sheng J. J. (2011), “**Modern chemical enhanced oil recovery: theory and practice**”, Elsevier.
- [107] Ma Q., Shuler P. J., Aften C. W. and Tang Y. (2015) “Theoretical studies of hydrolysis and stability of polyacrylamide polymers” **Polym Degrad Stabil**, 121, pp 69-77.
- [108] Graessley, W. W. (1974), “**Advance in polymer Science-the entanglement concept in polymer rheology**”, Vol. 16, First Edition, Springer, Berlin.
- [109] Jang H. Y., Zhang K., Chon B. H. and Choi H. J. (2015) “Enhanced oil recovery performance and viscosity characteristics of polysaccharide xanthan gum solution” **J. Ind. Eng. Chem**, 21, pp 741-745.
- [110] Boger A. (1977) “A highly elastic constant-viscosity fluid” **J. Non-Newtonian Fluid Mech**, 3, pp 87-91.
- [111] Prilutski G., Gupta R., Sridhar T. and Ryan M. (1983) “Model viscoelastic liquids” **J. Non-Newtonian Fluid Mech**, 12, pp 233-241.

[112] Quinzani L., McKinley G., Brown R. and Armstrong R. (1990) “Modeling the rheology of polyisobutylene solutions” **J. Rheol**, 34, pp 705-748.

[113] James D. F. (2009) “Boger fluids” **Annu Rev Fluid Mech**, 18, pp 549-579.

Abstract

Viscous fingering instability is a well-known instability that occurs in the interfaces of two fluids due to the difference in viscosities. This instability could be seen in a wide variety of natural systems and industrial processes. In recent decades, its role in the process of enhanced oil recovery is perhaps the most important reason for much attention to this phenomenon. In order to access the remaining oil in the reservoir, another fluid, such as water is pumped into it, and thus residual oil can be extracted. In other hands, when a low viscous fluid (such as water) is injected into a porous medium that saturated with a high viscous fluid (such as oil), the interface of two fluids will gradually become unstable and the injected fluid penetrates with finger-like patterns into the high viscous fluid. Reaching these fingers into the main reservoirs, the oil recovery will practically stop. Therefore, a better understanding of this instability will have technological significance in order to eliminate or control it. Using polymer solution as displacing fluid is one of the useful tools for decreasing intensity of fingering instability. Typically, the polymer solutions can be classified as viscoelastic fluids. The main purpose of this study is a numerical simulation of polymer flooding and indeed, investigating fingering instability in displacements involving viscoelastic fluid.

In this study, three types of the constitutive equations are used to model viscoelastic fluids: Oldroyd-B model, White-Metzner and Giesekus models. The displacements of Newtonian fluid by viscoelastic fluid through various porous media including homogeneous and isotropic medium, anisotropic medium, anisotropic velocity-dependent porous medium and heterogeneous porous media (layered and checkerboard systems) are simulated and the effect of different parameters of flow and media on fingering instability is studied. In linear stability analysis with the quasi-steady state approximation and shooting method, the growth rate of disturbances in different wave numbers with presented parameters is investigated. In non-linear simulation section with the accurate spectral method and taking advantages of Hartley transform, some mechanisms of growth of fingers are analyzed in different time sequences. Furthermore, an investigation of transversely average concentration, mixing length and sweep efficiency field is carried out.

The results show that the elasticity of viscoelastic phase has a stabilizing effect while the shear-thinning property has a destabilizing effect. In addition, increasing permeability of media in the longitudinal direction to the transverse leads to more stable flow. On the other hand, when the ratio of transverse to longitudinal dispersion is increased, the intensity of instability decreases. When a periodic heterogeneity is considered for displacement media, the channeling regime is observed in the layered system and fingers interactions decrease. Increasing the number of layers in each direction leads to increase in sweep efficiency. In addition, the mixing length is enhanced by increasing in permeability variance in each layer. However, the sweep efficiency increases by increasing permeability variance due to increase breakthrough time (the time that fingers reach to end of computational domain).

Keywords: Fingering instability, viscoelastic fluid, Numerical method, oil recovery.



Shahrood University of Technology

Faculty of Mechanical and Mechatronics Engineering

PhD Dissertation in Energy Conversion Engineering

**Numerical Simulation of Fingering Instability for Viscoelastic
Fluids Used in Enhanced-Oil-Recovery Operations**

By: Hosna Shokri

Supervisor:

Dr Mohammad Hassan Kayhani

Adviser:

Dr Mahmood Norouzi

January 2018