

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ



دانشکده مهندسی مکانیک و مکاترونیک

پایان نامه کارشناسی ارشد مهندسی تبدیل انرژی

ناپایداری انگشتی حرارتی لزج در محیط متخلخل

نگارنده: صدیقه درانی

استاد راهنما

دکتر محمود نوروزی

بهمن ۱۳۹۶

شماره: ۳/۳۹۲/۱۹۹
تاریخ: ۹۶/۱۱/۱۷

باسمه تعالی



مدیریت تحصیلات تکمیلی

فرم شماره (۳) صورتجلسه نهایی دفاع از پایان نامه دوره کارشناسی ارشد

با نام و یاد خداوند متعال، ارزیابی جلسه دفاع از پایان نامه کارشناسی ارشد خانم صدیقه درانی با شماره دانشجویی ۹۴۰۷۲۳۴ رشته مهندسی مکانیک گرایش تبدیل انرژی تحت عنوان "ناپایداری انگشتی حرارتی لزوج در محیط متخلخل" که در تاریخ ۹۶/۱۱/۹ با حضور هیأت محترم داوران در دانشگاه صنعتی شاهرود برگزار گردید به شرح ذیل اعلام می گردد:

قبول (با درجه:) مردود
نوع تحقیق: نظری عملی

امضاء	مرتبه علمی	نام و نام خانوادگی	عضو هیأت داوران
	دانشیار	دکتر محمود نوروزی	۱- استاد راهنمای اول
—	—	—	۲- استاد راهنمای دوم
—	—	—	۳- استاد مشاور
	استادیار	دکتر احمد نظری	۴- نماینده تحصیلات تکمیلی
	دانشیار	دکتر محمد محسن شاه مردان	۵- استاد ممتحن اول
	استادیار	دکتر علی خالقی	۶- استاد ممتحن دوم

نام و نام خانوادگی رئیس دانشکده:

تاریخ و امضاء و مهر دانشکده:

تبصره: در صورتی که کسی مردود شود حداکثر یکبار دیگر (در مدت مجاز تحصیل) می تواند از پایان نامه خود دفاع نماید (دفاع مجدد نباید زودتر از ۴ ماه برگزار شود).

شماره:



تقدیم به:

پدر بزرگوار و مادر مهربانم

تقدیر و تشکر

از خداوند متعال سپاسگزارم که توفیق کسب علم و دانش را به من عطا فرمود تا بتوانم این مرحله از علم آموزی را با موفقیت به پایان برسانم. از خانواده عزیزم به خاطر محبت‌های بی‌دریغ که نسبت به من داشته و دارند، کمال تشکر و سپاس را دارم. از استاد ارجمندم، جناب آقای دکتر محمود نوروزی به خاطر راهنمایی‌های ارز شمند شان در کلیه مراحل انجام پایان‌نامه تقدیر و تشکر می‌نمایم.

در انتها از تمامی اساتید محترم دانشکده مکانیک دانشگاه صنعتی شاهرود که توفیق شاگردیشان را داشتم، سپاس‌گزاری نموده و از خداوند منان آرزوی سلامت و توفیق روزافزون برایشان دارم.

صدیقه درانی

بهمن ۱۳۹۶

تعهد نامه

اینجانب صدیقه درانی دانشجوی دوره کارشناسی ارشد رشته تبدیل انرژی دانشکده مکانیک دانشگاه صنعتی شاهرود نویسنده پایان نامه ناپایداری انگشتی حرارتی لزج در محیط متخلخل تحت راهنمایی دکتر محمود نوروزی متعهد می شوم .

- تحقیقات در این پایان نامه توسط اینجانب انجام شده است و از صحت و اصالت برخوردار است .
- در استفاده از نتایج پژوهشهای محققان دیگر به مرجع مورد استفاده استناد شده است .
- مطالب مندرج در پایان نامه تاکنون توسط خود یا فرد دیگری برای دریافت هیچ نوع مدرک یا امتیازی در هیچ جا ارائه نشده است .
- کلیه حقوق معنوی این اثر متعلق به دانشگاه صنعتی شاهرود می باشد و مقالات مستخرج با نام « دانشگاه صنعتی شاهرود » و یا « Shahrood University of Technology » به چاپ خواهد رسید .
- حقوق معنوی تمام افرادی که در به دست آمدن نتایج اصلی پایان نامه تأثیرگذار بوده اند در مقالات مستخرج از پایان نامه رعایت می گردد.
- در کلیه مراحل انجام این پایان نامه، در مواردی که از موجود زنده (یا بافتهای آنها) استفاده شده است ضوابط و اصول اخلاقی رعایت شده است .
- در کلیه مراحل انجام این پایان نامه، در مواردی که به حوزه اطلاعات شخصی افراد دسترسی یافته یا استفاده شده است اصل رازداری، ضوابط و اصول اخلاق انسانی رعایت شده است.

تاریخ

امضای دانشجو

مالکیت نتایج و حق نشر

- کلیه حقوق معنوی این اثر و محصولات آن (مقالات مستخرج، کتاب، برنامه های رایانه ای، نرم افزار ها و تجهیزات ساخته شده است) متعلق به دانشگاه صنعتی شاهرود می باشد. این مطلب باید به نحو مقتضی در تولیدات علمی مربوطه ذکر شود .
- استفاده از اطلاعات و نتایج موجود در پایان نامه بدون ذکر مرجع مجاز نمی باشد.

چکیده

ناپایداری انگشتی حرارتی لزج یکی از انواع ناپایداری‌ها در محیط متخلخل است که در سطح مشترک دو سیال که با یکدیگر اختلاف ویسکوزیته و اختلاف دما دارند، رخ می‌دهد. اکثر مطالعات در زمینه این ناپایداری در سلول هل-شاو انجام شده است. در مطالعه حاضر ناپایداری در یک محیط متخلخل بررسی شده است. هدف اصلی از پژوهش حاضر بررسی اثر تلفات ویسکوز بر ناپایداری انگشتی حرارتی لزج است، در ادامه به بررسی تأثیر عدد پکلت جرمی و حرارتی بر جبهه غلظت و حرارت و بررسی ناپایداری انگشتی حرارتی لزج در محیط متخلخلی با خواص ناهمسانگرد نیز پرداخته شده است.

در این مطالعه، به منظور نشان دادن وابستگی ویسکوزیته به غلظت و دما از دو پارامتر β_T و β_C که به ترتیب بیان کننده نسبت تحرک جرمی و نسبت تحرک حرارتی می‌باشند، استفاده شده است. دیگر پارامترهای درگیر، عدد لوئیس، ضریب تأخیر حرارتی و عدد برینکمن می‌باشند. در بخش شبیه‌سازی غیرخطی با استفاده از نرم‌افزار کامسول، این ناپایداری در بازه‌های زمانی متفاوت، شبیه‌سازی شده و مکانیزم‌های مختلف رشد انگشتی‌ها در دو جبهه غلظت و دما مورد بررسی قرار گرفته است. مطالعه‌ای نیز در زمینه منحنی‌های میانگین غلظت عرضی و دما، طول اختلاط و بازده جاروبی که به فهم بیشتر این ناپایداری کمک می‌کنند، انجام شده است.

نتایج نشان می‌دهد تلفات ویسکوز با بالا بردن دما باعث کاهش ویسکوزیته سیالات می‌شوند، این کاهش ویسکوزیته در سیال جابه‌جاشونده که دارای ویسکوزیته بیش‌تری می‌باشد شدیدتر بوده و از این رو نسبت تحرک کاهش می‌یابد و از شدت رشد انگشتی‌ها کاسته می‌شود. در نتیجه جریان پایدارتر شده، طول اختلاط کاهش و راندمان جاروبی افزایش می‌یابد.

بررسی تأثیر عدد پکلت نیز نشان می‌دهد با کاهش عدد پکلت که به معنی بالا رفتن قدرت نفوذ می‌باشد، ناحیه مرزی دو سیال وسعت بیشتری پیدا کرده و دو سیال بیشتر در یکدیگر پخش می‌شوند،

در نتیجه انگشتی‌ها دیرتر به مرز انتهای جبهه می‌رسند و جریان پایدارتری بدست می‌آید.

نتایج شبیه‌سازی ناپایداری انگشتی حرارتی لزج در محیطی با خواص ناهمسانگرد حاکی از آن بود

که با افزایش نفوذپذیری محیط و جرم در جهت جریان به نفوذپذیری در جهت عمود بر جریان، ناپایداری

کاهش یافته و جریان پایدارتری به دست می‌آید.

واژگان کلیدی: ناپایداری انگشتی حرارتی لزج، تلفات ویسکوز، مکانیزم‌های مختلف رشد انگشتی، نفوذ-

پذیری.

فهرست مطالب:

۱- فصل ۱: مقدمه	۱
۱-۱- مقدمه	۲
۲-۱- افزایش راندمان برداشت از مخازن نفت	۴
۳-۱- مفاهیم و اصطلاحات	۷
۴-۱- تاریخچه	۸
۱-۴-۱- ناپایداری انگشتی لزج	۹
۲-۴-۱- ناپایداری انگشتی حرارتی لزج	۱۶
۵-۱- معرفی مطالعه حاضر	۲۱
۱-۵-۱- ضرورت و کاربردها	۲۱
۲-۵-۱- جنبه‌های نوآوری	۲۲
۳-۵-۱- طرح کلی مطالعه	۲۳
۲- فصل ۲: مباحث تئوری	۲۵
۱-۲- مقدمه	۲۶
۲-۲- معادلات حاکم	۲۶
۳-۲- شرایط مرزی و اولیه	۲۸
۴-۲- بی بعد سازی	۲۹
۵-۲- جابجایی در محیط متخلخل با خواص ناهمسانگرد	۳۱
۳- فصل ۳: حل عددی مسئله و نرم افزار کامسول	۳۷
۱-۳- مقدمه	۳۸
۲-۳- گسسته سازی معادلات بر اساس روش المان محدود در نرم افزار کامسول	۳۸
۱-۲-۳- حلگر BDF و α تعمیم یافته	۳۸
۳-۳- نحوه شبیه سازی و انجام محاسبات مطالعه‌ی حاضر در نرم افزار کامسول	۳۹
۴-۳- معادلات مطالعه حاضر در نرم افزار کامسول	۴۰

۴۲	۳-۵- دامنه محاسباتی و شرایط مرزی
۴۳	۳-۶- شبکه بندی و استقلال حل از شبکه محاسباتی
۴۷	۴- فصل ۴: شبیه سازی غیر خطی
۴۸	۴-۱- مقدمه
۴۹	۴-۲- اعتبارسنجی
۵۰	۴-۳- پارامترهای ارزیابی نتایج
۵۰	۴-۳-۱- کانتورهای غلظت و دما
۵۲	۴-۳-۲- مقادیر میانگین غلظت عرضی و دما
۵۲	۴-۳-۳- طول اختلاط
۵۳	۴-۳-۴- بازده جاروبی
۵۴	۴-۳-۵- زمان دستیابی
۵۴	۴-۴- بررسی اثر تلفات ویسکوز بر ناپایداری انگشتی حرارتی لزج
۶۹	۴-۵- بررسی تاثیر عدد پکلت بر ناپایداری انگشتی حرارتی لزج
۷۴	۴-۶- بررسی ناپایداری انگشتی حرارتی لزج در محیط متخلخلی با خواص ناهمسانگرد
۸۷	۵- فصل ۵: نتیجه گیری
۸۸	۵-۱- مقدمه
۸۸	۵-۲- نتایج شبیه سازی غیر خطی
۸۹	۵-۳- پیشنهادات
۹۱	۶- پیوست
۹۷	۷- مراجع

فهرست جدول:

جدول ۳-۱: مشخصات شبکه بندی های محاسباتی ۴۴

فهرست تصاویر:

- شکل ۱-۱: تصویر ناپایداری انگشتی لزج ۲
- شکل ۲-۱: نمایی از جبهه غلظت و حرارت در ناپایداری انگشتی حرارتی لزج ۳
- شکل ۳-۱: مراحل برداشت از مخزن نفتی ۵
- شکل ۴-۱: نمایی از تزریق بخار در فرایند ازدیاد برداشت نفت ۶
- شکل ۵-۱: الف- سیستم آزمایشگاهی بکار رفته توسط صغیر و همکاران [۴۱]. ب- فریم‌هایی از نتایج بدست آمده آن‌ها [۴۱] ۱۸
- شکل ۶-۱: الف- کانتور غلظت و ب- کانتور دما برای $Le=1$ و $\lambda=0.25$ ۲۰
- شکل ۱-۲: تصویری شماتیک از یک محیط متخلخل ۲۷
- شکل ۲-۲: تصویری شماتیک از سیستم مختصات اصلی و فرعی ۳۳
- شکل ۱-۳: نمایی از دامنه محاسباتی استفاده شده در این پژوهش و شرایط مرزی آن ۴۳
- شکل ۲-۳: مقایسه راندمان جاروبی در شبکه‌بندی‌های مختلف برای $Le = \lambda = 1$ ۴۵
- شکل ۳-۳: شبکه‌بندی M-3 ۴۶
- شکل ۱-۴: مقایسه نتایج اسلام و عزایز و مطالعه حاضر ۴۹
- شکل ۲-۴: تأثیر تلفات ویسکوز بر کانتور غلظت و کانتور دما ($Le = \lambda = 1$) ۵۶
- شکل ۳-۴: تأثیر ضریب تأخیر حرارتی بر کانتور غلظت و کانتور دما ($Le = 1$ و $Br = 10^{-10}$) ۵۷
- شکل ۴-۴: تأثیر عدد لوئیس بر کانتور غلظت و کانتور دما ($\lambda = 0.75$ و $Br = 10^{-10}$) ۵۹
- شکل ۵-۴: منحنی میانگین غلظت عرضی برای $Br = 10^{-10}$ و $Le = \lambda = 1$ ۶۰
- شکل ۶-۴: منحنی میانگین دما برای $Br = 10^{-10}$ و $Le = \lambda = 1$ ۶۱

- شکل ۴-۷: تأثیر تلفات ویسکوز بر مقادیر میانگین غلظت و دما در $t=640$ ($Le = \lambda = 1$) ۶۲
- شکل ۴-۸: تأثیر ضریب تأخیر حرارتی بر منحنی میانگین غلظت عرضی و دما در $t=640$ ۶۳
- شکل ۴-۹: تأثیر عدد لوئیس بر منحنی مقادیر میانگین غلظت عرضی در $t=640$ ($\lambda=0.75$) و $Br = 10^{-10}$ ۶۴
- شکل ۴-۱۰: تأثیر عدد لوئیس بر منحنی مقادیر میانگین دما در $t=640$ ($\lambda = 0.75$ و $Br = 10^{-10}$) (۶۴
- شکل ۴-۱۱: تأثیر تلفات ویسکوز و ضریب تأخیر حرارتی بر منحنی طول اختلاط ($Le=1$) ۶۵
- شکل ۴-۱۲: تأثیر عدد لوئیس بر منحنی طول اختلاط ($\lambda=0.75$) ۶۶
- شکل ۴-۱۳: منحنی بازده جاروبی بر حسب تغییرات ضریب تأخیر حرارتی برای $Le=1$ ۶۷
- شکل ۴-۱۴: تأثیر عدد لوئیس بر منحنی بازده جاروبی ۶۷
- شکل ۴-۱۵: منحنی زمان دستیابی بر حسب تغییرات ضریب تأخیر حرارتی برای $Le=1$ ۶۸
- شکل ۴-۱۶: تأثیر عدد لوئیس بر زمان دستیابی ۶۹
- شکل ۴-۱۷: تأثیر پکلت جرمی بر کانتورهای غلظت ($Br = 0, Le = \lambda = 1$) ۷۰
- شکل ۴-۱۸: تأثیر پکلت حرارتی بر کانتورهای دما ($Br = 0, Le = \lambda = 1$) ۷۱
- شکل ۴-۱۹: تأثیر عدد پکلت بر منحنی میانگین غلظت عرضی در $t=600$ ($Le = \lambda = 1$) و $Br = 0$ ۷۲
- شکل ۴-۲۰: تأثیر عدد پکلت بر منحنی میانگین دما در $t=600$ ($Le = \lambda = 1$ و $Br = 0$) ۷۲
- شکل ۴-۲۱: تأثیر عدد پکلت بر منحنی طول اختلاط ($Le = \lambda = 1$) ۷۳
- شکل ۴-۲۲: تأثیر ناهمسانگردی تانسور نفوذپذیری بر کانتور غلظت و کانتور دما ۷۵

- شکل ۴-۲۳: تأثیر زاویه ناهمسانگردی تانسور نفوذپذیری بر کانتور غلظت و کانتور دما ۷۶
- شکل ۴-۲۴: تأثیر ناهمسانگردی تانسور نفوذپذیری جرمی بر کانتور غلظت و کانتور دما ($\alpha_k = 1$) ۷۷
- و ($\beta_k = \beta_D = 0$) ۷۷
- شکل ۴-۲۵: تأثیر زاویه ناهمسانگردی تانسور نفوذپذیری جرم بر کانتور غلظت و کانتور دما ۷۸
- شکل ۴-۲۶: تأثیر ناهمسانگردی تانسور نفوذپذیری بر منحنی میانگین غلظت عرضی در $t = 600$ ۷۹
- شکل ۴-۲۷: منحنی میانگین دما برای بررسی تأثیر زاویه ناهمسانگردی تانسور نفوذپذیری در $t = 600$ ۸۰
- شکل ۴-۲۸: تأثیر ناهمسانگردی تانسور نفوذپذیری جرمی بر منحنی میانگین غلظت عرضی در $t = 600$ ۸۱
- شکل ۴-۲۹: تأثیر زاویه ناهمسانگردی تانسور نفوذپذیری جرم بر منحنی میانگین غلظت عرضی در $t = 600$ ۸۲
- شکل ۴-۳۰: تأثیر ناهمسانگردی تانسور نفوذپذیری بر منحنی طول اختلاط ($\alpha_D = 1$ و $\beta_k = \beta_D = 0$) ۸۳
- (..... ۸۳
- شکل ۴-۳۱: تأثیر زوایای ناهمسانگردی تانسور نفوذپذیری بر منحنی طول اختلاط ($\alpha_k = 1.8$)، و $\alpha_D = 1$ و $\beta_D = 0$) ۸۳
- شکل ۴-۳۲: تأثیر ناهمسانگردی تانسور نفوذپذیری جرمی بر منحنی طول اختلاط ($\alpha_k = 1$) و $\beta_k = \beta_D = 0$) ۸۴
- شکل ۴-۳۳: تأثیر زوایای ناهمسانگردی تانسور نفوذپذیری جرمی بر منحنی طول اختلاط ($\alpha_D = 2$)، و $\alpha_k = 1$ و $\beta_k = 0$) ۸۵

فهرست علائم:

عدد برینکمن	Br
غلظت	C
پراکندگی ملکولی ($m^2 s^{-1}$)	D_C
پراکندگی حرارتی ($m^2 s^{-1}$)	D_T
نفوذپذیری (m^2)	K
عدد لوئیس	Le
عدد پکلت جرمی	Pe_C
عدد پکلت حرارتی	Pe_T
دما ($^{\circ}C$)	T
سرعت در جهت محور x (ms^{-1})	u
سرعت در جهت محور y (ms^{-1})	v

علائم یونانی

نسبت تحرک جرمی	β_C
----------------	-----------

نسبت تجرک حرارتی	β_T
تخلخل	ϕ
ضریب تأخیر حرارتی	λ
لزجت دینامیکی ($kgm^{-1}s^{-1}$)	μ
چگالی (kgm^{-3})	ρ
دمای بدون بعد	θ

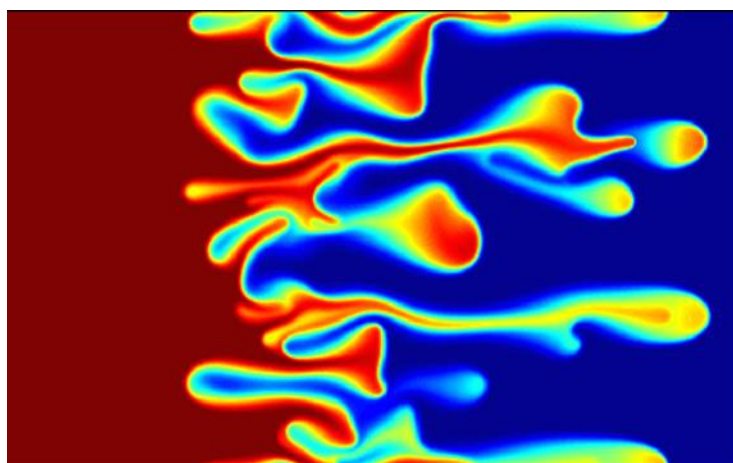
زیر نویس ها

سیال جابجا کننده	1
سیال جابجا شونده	2

فصل ۱: مقدمه

۱-۱- مقدمه

ناپایداری جریان سیالات یکی از مباحث عمده و کلاسیک مکانیک سیالات به شمار می‌رود. وقتی سیال با ویسکوزیته کمتر جایگزین سیال با ویسکوزیته بیشتر می‌شود، غالباً فصل مشترک دو سیال دچار اغتشاش خواهد شد. تولید زبانه ناشی از گسترش اغتشاش معمولاً به نام پدیده انگشتی شدن شناخته می‌شود. نمایی از ناپایداری انگشتی در شکل ۱-۱ نشان داده شده است.



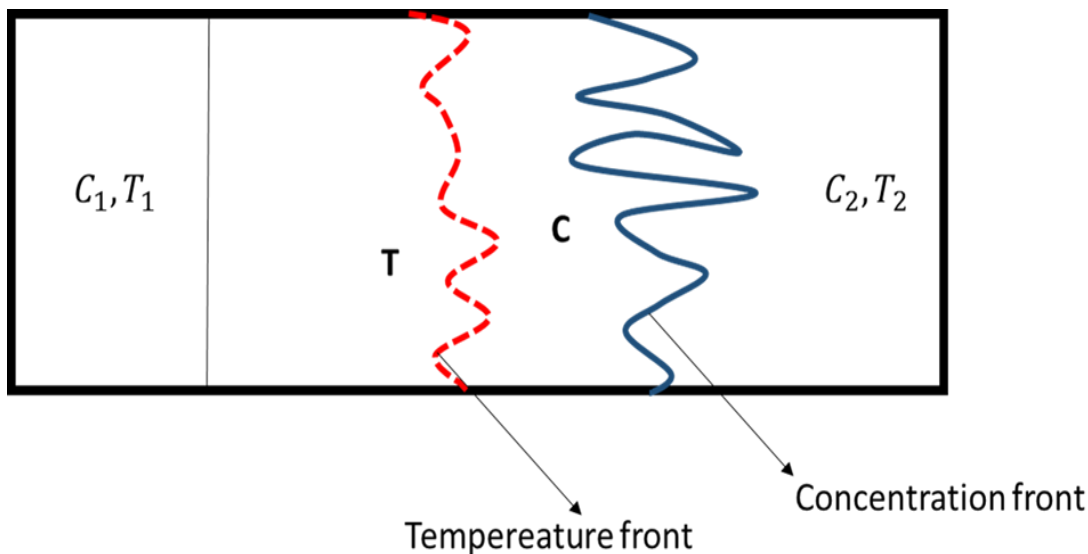
شکل ۱-۱: تصویر ناپایداری انگشتی لزج

هنگامی که سیالات درگیر در این فرایند جابه‌جایی هم‌دما نباشند، اختلاف دمای بین سیالات باعث تغییر ویسکوزیته آن‌ها می‌شود. در نتیجه ویسکوزیته علاوه بر غلظت تابع دما نیز خواهد شد و ناپایداری انگشتی ایجاد شده به‌عنوان ناپایداری انگشتی حرارتی لزج^۱ شناخته می‌شود و از آنجاکه نرخ نفوذ جرم و حرارت متفاوت است دو جبهه شکل می‌گیرد: جبهه سیال^۲ و جبهه حرارت^۳. از آنجایی که بین محیط جامد و سیال تبادل حرارت وجود خواهد داشت جبهه حرارت آهسته‌تر از جبهه سیال حرکت می‌نماید و غالباً در پشت جبهه غلظت و با تأخیر گسترش می‌یابد. در نمایی از این دو جبهه شکل ۱-۲ نشان داده شده است.

^۱ Thermal viscous fingering

^۲ Concentration Front

^۳ Temperature Front



شکل ۱-۲: نمایی از جبهه غلظت و حرارت در ناپایداری انگشتی حرارتی لزج

ناپایداری جابه‌جایی دو سیال، معمولاً به صورت مخلوط‌شدنی^۱ و مخلوط‌نشدنی^۲ مورد بررسی قرار می‌گیرد. در جابه‌جایی‌های مخلوط‌شدنی از حضور نیروهای موئینگی صرف‌نظر می‌شود و فقط اختلاف ویسکوزیته‌ها برای جریان‌های هم‌دما و اختلاف ویسکوزیته و اختلاف دما برای جریان‌های غیر هم‌دما در نظر گرفته می‌شود، درحالی‌که در جابه‌جایی‌های مخلوط‌نشدنی تأثیر نیروهای موئینگی و کشش سطحی^۳ مورد توجه و بررسی قرار می‌گیرد.

پدیده انگشتی شدن ناشی از ناپایداری سیال در محیط متخلخل کاربردها و نمونه‌های مختلفی در صنایع، فرایندها و مسائل طبیعی دارد که از جمله آن‌ها می‌توان به مطالعه جریان آب‌های سطحی و زیرسطحی، فیلتراسیون، پروژه‌های آب‌شناختی، علوم مربوط به پراکندگی آلودگی‌های زیست محیطی ناشی از مواد هیدروکربنی در مخازن و سفره‌های آب زیرزمینی، جداسازی مواد و کروماتوگرافی اشاره کرد. همچنین یکی از مهم‌ترین این کاربردها افزایش راندمان برداشت از مخازن نفت می‌باشد. در بیشتر کاربردها، ناپایداری لزج پدیده نامطلوبی است زیرا باعث کاهش فرایند جابه‌جایی می‌گردد، ازجمله آنکه

¹ Miscible

² Immiscible

³ Surface tension

به‌طور قابل توجهی باعث کاهش بازیافت نفت می‌شود [۱ و ۲]. از این رو هر فرآیندی که در جهت حذف ناپایداری‌ها یا کنترل نرخ رشد زبانه‌های لزج پیش رود، به لحاظ فنی دارای اهمیت می‌باشد.

۱-۲- افزایش راندمان برداشت از مخازن نفت

استخراج نفت از یک چاه طی چند مرحله صورت می‌گیرد، پس از عملیات حفر چاه و اصابت آن به مخزن نفت، به دلیل فشار زیاد موجود در مخزن، جریان نفت به سوی دهانه خروجی چاه سرازیر می‌شود. این مرحله از استخراج که عامل آن فشار داخل خود مخزن است به برداشت اولیه نفت موسوم است. در برداشت اولیه نفت، از انرژی خود مخزن برای تولید نفت استفاده می‌شود. البته این بدان معنا نیست که اگر نفت خودبه‌خود به سطح زمین نیاید، برداشت اولیه وجود نخواهد داشت، بلکه وقتی از پمپ برای بالا آوردن نفت استفاده می‌شود، در واقع هنوز در مرحله اول برداشت نفت می‌باشد. در این مرحله انرژی خاصی وارد مخزن نمی‌شود. با گذشت زمان فشار مخزن کم می‌شود و تولید نیز روند کاهشی را در پیش می‌گیرد. به این ترتیب مخزن وارد مرحله دوم تولید می‌گردد. در این مرحله آب و گاز به مخزن تزریق می‌شود تا فشار آن را در مقدار ایده‌آل حفظ نماید. از آنجایی که ویسکوزیته آب به مراتب کمتر از نفت است، ناپایداری انگشتی در سطح تماس دو سیال در این فرایند جابه‌جایی اتفاق می‌افتد. بدین معنی که آب به‌جای جاروب یکنواخت به‌صورت انگشتی در نفت نفوذ خواهد نمود. نفوذ این انگشتی به محل برداشت موجب می‌شود به جای نفت، آب استخراج شود. این نقطه‌ای است که با وجود باقی ماندن مقدار قابل توجهی از نفت در مخزن، شرکت‌ها مجبور به متوقف نمودن برداشت از چاه می‌شوند. برای برداشت این مقدار نفت و افزایش برداشت نهایی، روش‌های ازدیاد برداشت نفت^۱ مورد استفاده قرار می‌گیرند. از آنجایی که این روش‌ها اغلب بعد از روش‌های ثانویه به کار گرفته می‌شوند، روش‌های ثالثیه برداشت نیز نامیده می‌شوند. هدف از این روش‌ها، افزایش مدت زمان تولید مخازن است.

¹ Enhanced Oil Recovery



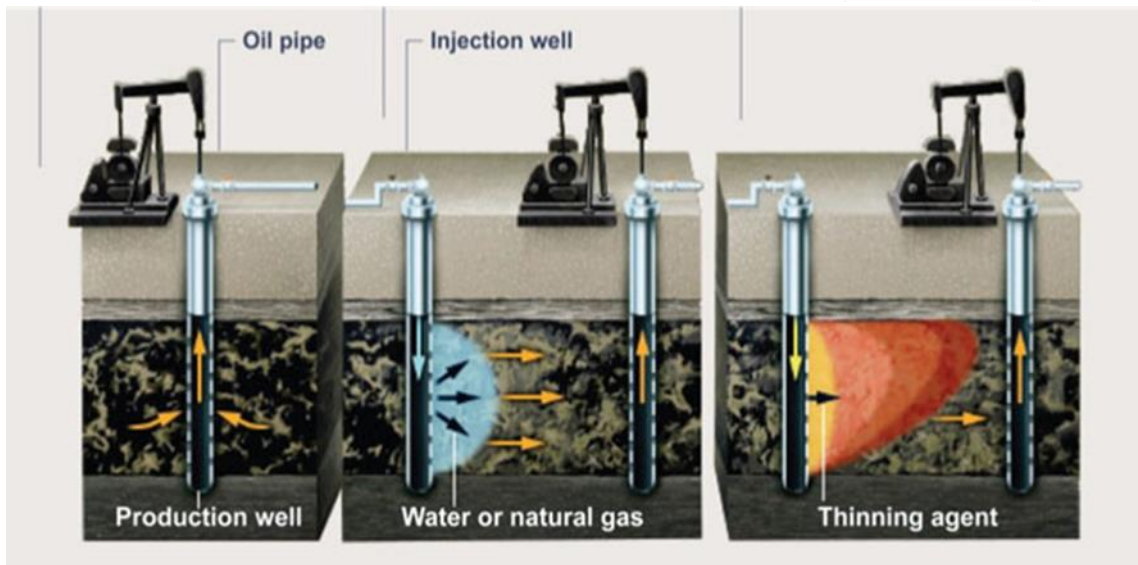
برداشت اولیه



برداشت ثانویه



برداشت ثالثیه



شکل ۳-۱: مراحل برداشت از مخزن نفتی

باویر^۱ [۳] ازدیاد برداشت نفت را شامل روش‌هایی که با هدف افزایش برداشت نهایی نفت با تزریق موادی که به‌طور طبیعی در مخزن حضور ندارند مانند مواد شیمیایی، حلال‌ها، اکسیدکننده‌ها و حامل‌های حرارتی، برای ایجاد مکانیزم‌های جدید برای جابجایی نفت تعریف نمود.

از مهم‌ترین راه‌های ازدیاد برداشت از مخازن نفت، استفاده از روش‌های حرارتی است. در این روش‌ها با استفاده از انرژی حرارتی، برخی از خصوصیات سنگ و سیال را تغییر می‌دهند و خروج نفت از مخزن را تسهیل می‌نمایند. به‌طور کلی روش‌های حرارتی ازدیاد برداشت را می‌توان به دو دسته تقسیم کرد:

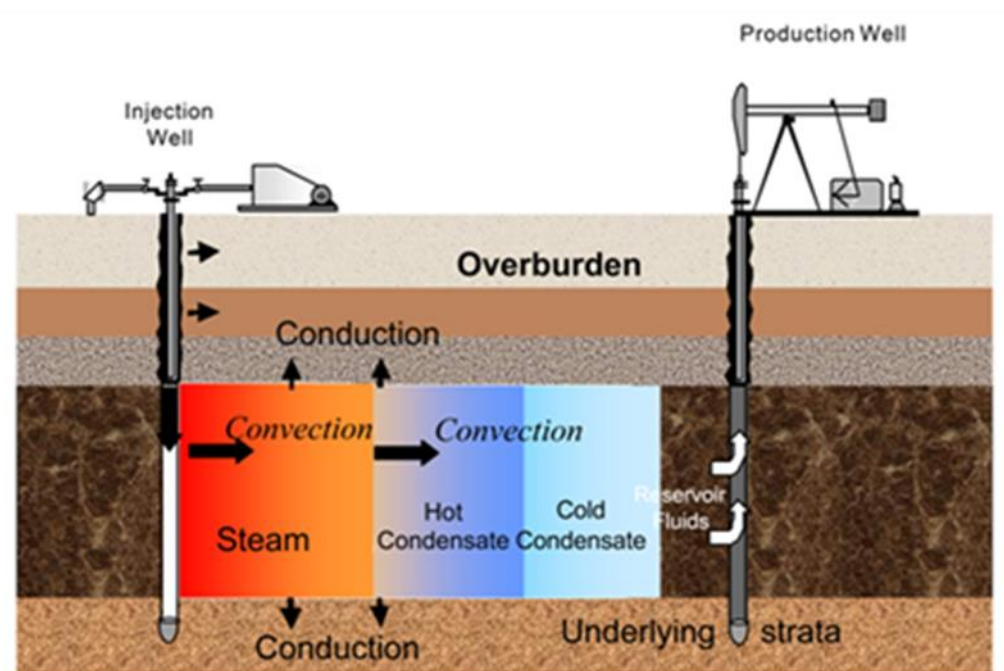
۱- ایجاد حرارت در مخزن با سوزاندن بخشی از نفت: این عمل با تزریق گاز دارای اکسیژن، حفر چاه‌های تزریق معین و ایجاد یک جبهه آتش پیش‌رونده صورت می‌گیرد. البته برای ایجاد این

¹ Bavier

حرارت روش‌های متفاوتی پیشنهاد شده است. ولی تنها در روش‌هایی که گاز اکسیژن‌دار استفاده می‌شود، جبهه آتش در یک جهت حرکت می‌کند و می‌توان به نتیجه مطلوب رسید.

تولید حرارت در خارج مخزن و تزریق سیال گرم به‌عنوان عامل جابجا کننده: این روش شامل

تزریق بخار و آب می‌باشد (شکل ۴-۱).



شکل ۴-۱: نمایی از تزریق بخار در فرایند ازدیاد برداشت نفت

افزایش درجه حرارت، بر روی خواص فیزیکی سیالات و همچنین تأثیرات متقابل سنگ و سیال، اثر می‌گذارد. مکانیزم‌های اصلی ناشی از روش‌های حرارتی که به تولید نفت منجر می‌شوند عبارتند از:

- ۱- کاهش ویسکوزیته خصوصاً در مورد نفت‌های سنگین.
- ۲- تغییر میزان ترشوندگی سنگ: تمایل ترشوندگی توسط آب در درجه حرارت بالا افزایش می‌یابد.
- ۳- کاهش کشش سطحی بین نفت و آب با افزایش درجه حرارت.
- ۴- انبساط حرارتی باعث می‌شود که سیال موجود در خلل و فرج سنگ به بیرون تراوش پیدا کند.

در این حالت، چون انبساط حرارتی نفت خصوصاً نفت‌های سبک کمتر از آب است، در ابتدا نفت خارج می‌شود.

۵- تبخیر نفت‌های سبک.

مطالعات انجام‌شده در مخازن ایران، حاکی از وجود مخازن نفت سنگین و ساختارهای شکاف دار می‌باشد. درک پدیده بازیافت نفت از فضای ماتریکس از طریق تزریق سیال با دمای بالا، از روش سیلاب زنی و تزریق مواد شیمیایی خیلی پیچیده‌تر است. چرا که در این روش، بازیافت بستگی به چند مکانیزم دارد. بررسی تجارب انجام شده در تزریق آب گرم به مخازن کربناته شکافدار حاکی از موفقیت آمیز بودن این روش بوده است. با توجه به خصوصیات مخازن ایران (کربناته شکافدار) و وجود ذخایر نفت سنگین، یکی از مهم‌ترین گزینه‌های قابل مطالعه و تحقیق، روش‌های حرارتی ازدیاد برداشت هستند.

در ادامه این فصل به بیان برخی از مفاهیم و اصطلاحات اولیه بکار رفته در ناپایداری انگشتی پرداخته می‌شود، تاریخچه‌ای از مطالعات انجام‌شده در زمینه این ناپایداری ارائه می‌شود و اهداف مورد نظر از انجام این مطالعه مشخص خواهد شد.

۱-۳- مفاهیم و اصطلاحات

برخی از اصطلاحات رایج بکار رفته برای جریان سیالات در محیط‌های متخلخل که در این مطالعه از آن‌ها استفاده شده است، به شرح زیر بیان شده‌اند:

تخلخل^۱: این پارامتر که به صورت نسبت حجم منافذ و سوراخ‌های موجود در ماده به حجم کل آن تعریف می‌شود، معیاری برای تشخیص اندازه‌ی خلل و فرج موجود در محیط متخلخل می‌باشد این پارامتر با عنوان تخلخل کامل نیز شناخته می‌شود. عبارت دیگری در همین زمینه به نام تخلخل مؤثر

¹ Porosity

نیز ارائه شده است که فقط محدود به فضایی از محیط متخلخل می‌شود که در آن جریان وجود دارد.

نفوذپذیری^۱: این پارامتر خاصیتی از محیط متخلخل است که به سیال اجازه می‌دهد، بدون این که تأثیر شیمیایی و یا فیزیکی از محیط بپذیرد، از محیط متخلخل عبور کند. هرچه مقدار این پارامتر برای یک محیط بیشتر باشد، عبور سیال از آن نیز آسان تر است.

نسبت تحرک^۲: نسبت تحرک به صورت ساده، نسبت ویسکوزیته‌ی سیال جابه‌جاشونده به جابه‌جا کننده می‌باشد. در بررسی ناپایداری انگشتی با استفاده از نسبت تحرک، پارامترهایی به صورت زیر تعریف می‌شوند که برای گزارش نتایج به دست آمده از شبیه‌سازی‌ها از آن‌ها استفاده شده است.

$$\beta_C = \ln \frac{\mu_2}{\mu_1} \quad (1-1)$$

$$\beta_T = \ln \frac{\mu_{T_2}}{\mu_{T_1}} \quad (2-1)$$

به β_T نسبت تحرک حرارتی^۳ گفته می‌شود μ_{T_1} و μ_{T_2} ویسکوزیته یک فاز از سیال در دو دمای متفاوت هستند.

۴-۱- تاریخچه

مطالعات زیادی پیرامون ناپایداری انگشتی انجام شده است. بخشی از این مطالعات در این بخش مرور می‌شود. به منظور بررسی بهتر، در ادامه، مطالعات به دو بخش کلی بررسی ناپایداری انگشتی همدمما و بررسی ناپایداری انگشتی در جابه‌جایی‌های غیرهمدمما دسته‌بندی می‌شوند. این مطالعات شامل تحقیقات

¹ Permeability

² Mobility ratio

³ Thermal mobility ratio

آزمایشگاهی و بررسی تحلیلی - عددی این پدیده است.

هومسی^۱ [۴] مروری بر اطلاعات موجود در زمینه‌ی این ناپایداری، هم در جریان‌های مخلوط شدنی و هم مخلوط نشدنی ارائه کرد که اطلاعات بسیار جامع و کاملی از این ناپایداری در محیط‌های متخلخل در اختیار علاقه‌مندان قرار می‌دهد. در این قسمت، ابتدا به بررسی مطالعات انجام شده در زمینه ناپایداری انگشتی لزج پرداخته می‌شود. سپس مطالعات مربوط به ناپایداری انگشتی حرارتی لزج مورد بررسی و مقایسه قرار می‌گیرد.

۱-۴-۱- ناپایداری انگشتی لزج

در این قسمت به بررسی مطالعات و تحقیقات انجام شده در زمینه ناپایداری انگشتی لزج پرداخته می‌شود. به منظور بررسی بهتر مطالعات به دو بخش مطالعات آزمایشگاهی و مطالعات عددی تقسیم‌بندی شده‌اند.

۱-۴-۱-۱- مطالعات آزمایشگاهی

در این بخش مطالعات آزمایشگاهی انجام شده در جریان‌های مخلوط شدنی و مخلوط نشدنی برای سیالات نیوتنی و غیرنیوتنی مورد بررسی قرار می‌گیرد.

هیل^۲ و همکاران [۵] اولین مطالعات را در زمینه ناپایداری انگشتی آغاز کردند. آن‌ها بر اساس نیرویی بر پایه اختلاف فشار و اغتشاشی در سطح مشترک دو سیال مورد آزمایش، این ناپایداری را مورد بررسی قرار دادند. سپس اسلوباد و کوودل^۳ [۶] الگوهای متفاوتی برای انگشتی‌ها در نسبت ویسکوزیته-های متفاوت مشاهده کردند. آن‌ها با استفاده از تکنیک پرتو ایکس به اندازه‌گیری راندمان جارویی در این‌گونه جابجایی‌ها پرداختند. در ادامه ون میرس^۴ [۷] با بکار بردن مکانیزمی به مشاهده و تحلیل جریانی از آب و نفت در یک محیط متخلخل آزمایشگاهی پرداخت. این محیط متخلخل از موادی

¹ Homsy

² Hill

³ Slobod & caudle

⁴ Van Meurs

به صورت پودر شیشه پر شده بود و دیواره‌هایی شیشه‌ای داشت. بررسی سطح مشترک دو سیال مخلوط نشدنی نیز توسط سافمن و تیلور^۱ [۸] انجام پذیرفت. آن‌ها با استفاده از یک سلول هل-شاو و یک سیستم جریانی که از هوا و گلیسرین تشکیل شده بود به بررسی آشفتگی‌ها و اغتشاشات به وجود آمده در سطح مشترک دو سیال پرداختند. آن‌ها نقش‌های انگشتی ماندنی مشاهده کردند که مشخصه بارز این انگشتی‌ها، نوک کاملاً گرد آن‌ها بود. آن‌ها با تعریف پارامتری به شکل λ که نسبت ضخامت انگشتی به جابجایی آن را نشان می‌دهد به بررسی و تحلیل نتایج به دست آمده از این آزمایش پرداختند. مطالعات آزمایشگاهی متعددی نیز توسط هابرم^۲ [۹] در زمینه تأثیرات نسبت تحرک بر راندمان جابجایی و نیز چگونگی شکل‌گیری ناپایداری انگشتی صورت گرفت. او در مطالعاتش به این نتیجه رسید که نسب تحرک دو سیال نقش بسیار بیشتری از ناهمگنی محیط متخلخل در پیشروی ناپایداری دارد. بنهام^۳ و همکاران [۱۰] با استفاده از محلول سولفات آلومینیوم در جابجایی محلول گلیسرین، رفتار این جریان و چگونگی شکل‌گیری انگشتی‌ها را مورد بررسی قرار دادند. در ادامه مطالعات آزمایشگاهی انجام گرفته با پرتوایکس، اسلوباد و توماس^۴ [۱۱] به بررسی تأثیرات نسبت تحرک، در شکل و اندازه‌ی انگشتی‌ها پرداختند. با استفاده از همین روش پرکینس^۵ و همکاران [۱۲] به بررسی فرایند پخش انگشتی‌ها در یک جابجایی مخلوط شدنی پرداختند. در حالت مخلوط نشدنی نیز پرکینس و جانستون^۶ [۱۳] مطالعاتی را با استفاده از همین روش انجام دادند. بررسی تأثیرات نیروی گرانش بر شکل‌گیری و نیز سرعت پیشروی انگشتی‌ها توسط اسلوباد و توماس [۱۱] انجام گرفت. در بخش سیالات غیرنیوتنی مارشال^۷ و همکاران [۱۴] به بررسی جریان سیالات ویسکوالاستیک در محیط‌های متخلخل

¹ Saffman & Taylor

² Habermann

³ Benham

⁴ Slobod & Thomas

⁵ Perkins

⁶ Perkins & Johnston

⁷ Marshall

پرداختند. این مطالعه از نخستین مطالعات در این زمینه بوده است. آن‌ها همچنین با در نظر گرفتن گرانش، نقش این عامل را در رشد انگشتی‌ها مورد بررسی قرار دادند. پس از آن لی^۱ و همکاران [۱۵] مطالعات آزمایشگاهی دیگری با استفاده از سیالات شبه پلاستیک^۲ در سلول هل-شاو انجام دادند. آن‌ها مشاهده کردند که سیال باریک‌شونده‌ی مورد استفاده در آزمایش، ناپایداری بیشتری نسبت به سیالات نیوتنی ایجاد می‌کند. نتیجه‌ای که با واقعیت‌های تئوری همخوانی ندارد زیرا در حالت کلی پلیمرها از سیالات نیوتنی ویسکوزتر هستند و در نتیجه نسبت تحرک کمتری خواهند داشت، پس اساساً ناپایداری در آن‌ها باید با سرعت کندتری پیشروی کند. در این میان بخش عظیمی از مطالعات آزمایشگاهی مربوط به بررسی تفاوت‌های جریان سیالات نیوتنی و غیرنیوتنی با یکدیگر می‌باشند. داکرد^۳ و همکاران [۱۶] اولین مطالعه آزمایشگاهی که به بررسی جریان سیالات غیرنیوتنی در سلول‌های شعاعی می‌پرداخت را مورد بررسی قرار دادند. آن‌ها جابه‌جایی یک سیال غیرنیوتنی توسط یک سیال نیوتنی را مورد بررسی قرار دادند و تشکیل انگشتی‌هایی با شاخه‌های زیاد را گزارش کردند. آن‌ها همچنین مشاهده کردند که در این حالت انگشتی‌ها بیشتر تمایل به شکافته شدن دارند و میل چندانی به ایجاد انگشتی‌های پهن‌تر و عریض‌تر از خود بروز نمی‌دهند. علاوه بر این‌ها، الن و باگر^۴ [۱۷] حالت‌های مختلفی را برای سیال نیوتنی، سیال باریک‌شونده و سیال کاملاً الاستیک مورد بررسی قرار دادند. آن‌ها در آزمایش‌های خود متوجه شدند که در حالت سیالات باریک‌شونده ناپایداری بیشتری در سطح مشترک دو سیال نسبت به حالت‌های دیگر قابل مشاهده است. این دو همچنین گزارش کردند که در شرایط یکسان، شکل‌گیری و ساختار انگشتی‌ها در حالت غیرنیوتنی در مقایسه با حالت نیوتنی، کاملاً متفاوت می‌باشد. آن‌ها همچنین مطالعه دیگری به صورت جریان شعاعی در سلول هل-شاو انجام دادند که در آن از نوع خاصی از پلی

¹ Lee

² Pseudo plastic fluid

³ Daccord

⁴ Allen & Boger

استایرن^۱ به عنوان سیال غیرنیوتنی استفاده شده بود. مطالعه پهنای انگشتی‌ها تحت تابعی از سرعت پیشروی نوک انگشتی‌ها در جابجایی مخلوط نشدنی توسط بان^۲ و همکاران [۱۸] مورد مطالعه قرار گرفت. در این مطالعه نقش ویسکوزیته و کشش سطحی بر ناپایداری انگشتی مورد بررسی قرار گرفت. آن‌ها با استفاده از مواد پلیمری و سورفکتانت^۳ به بررسی تفاوت‌های بوجود آمده‌ی ناشی از استفاده‌ی این مواد پرداختند. این نویسندگان در بخش دیگری از مطالعات خود از یک محلول پلیمری باریک‌شونده به عنوان سیال جابجا کننده و از هوا به عنوان سیال جابجا شونده استفاده کرده و به مقایسه شکل انگشتی‌های بوجود آمده پرداختند. آن‌ها مشاهده کردند که در سرعت‌های کم، انگشتی‌هایی باریک و نوک‌تیز بوجود می‌آید در حالی که در سرعت‌های بالاتر انگشتی‌هایی پهن‌تر و بدون نوک تیز قابل مشاهده هستند. برای بررسی تأثیرات کشش سطحی بر شکل انگشتی‌ها، آن‌ها با افزودن سورفکتانت‌ها و مقایسه‌ی آن‌ها با حالتی که از محلول‌های پلیمری استفاده کرده بودند، به این نتیجه رسیدند که کشش سطحی تأثیر قابل‌ذکری بر شکل انگشتی‌ها ندارد. از جمله مطالعات دیگری که با استفاده از مواد شیمیایی خاص به بررسی این ناپایداری پرداخته‌اند می‌توان به آزمایش‌های کاواگوچی^۴ و همکاران [۱۹] اشاره کرد. آن‌ها از هیدروکسی پروپیل متیل سلولز^۵ به عنوان سیال غیرنیوتنی و از محلولی از گلیسرین به عنوان سیال نیوتنی استفاده کردند. آن‌ها از نتایج بدست آمده از آزمایش‌ها مشاهده کردند؛ در حالتی که هوا، محلول نیوتنی گلیسرین را جابجا می‌کند، انگشتی‌هایی یکنواخت که در آن‌ها فقط مکانیزم شکافتن نوک انگشتی اتفاق می‌افتد، مشاهده می‌شود در حالی که در حالت دیگری که هوا محلول هیدروکسی پروپیل متیل سلولز را جابجا می‌کند انگشتی‌هایی چند شاخه مشاهده می‌شد. از مطالعات جدیدتری که در این زمینه انجام گرفته است می‌توان به مطالعه‌ای آزمایشگاهی انجام شده

¹ Polystyrene

² Bonn

³ surfactant

⁴ Kawaguchi

⁵ Hydroxyl Propyl Methy Cellulose (HPMC)

توسط مالسچه^۱ و همکاران [۲۰] اشاره کرد. آن‌ها به جای استفاده از بستر آکنده^۲ به عنوان محیط متخلخل، از صفحه‌ای مشبک استفاده کردند و با دوربینی با کیفیت بسیار بالا به مشاهده انگشتی‌ها پرداختند. آن‌ها با اعمال اختلاف ویسکوزیته‌های متفاوت، چگونگی پیشرفت انگشتی‌ها را مورد مقایسه قرار دادند. اوندانو^۳ و همکاران [۲۱] نیز با استفاده از نظر گرفتن گرانش، جریانی از نفت که توسط سیال نیوتنی، غیرنیوتنی باریک‌شونده و ویسکوالاستیک جابجا می‌شد را مورد بررسی قرار دادند. آن‌ها مشاهده کردند که در حضور نیروهای ویسکوالاستیک، سطح مشترک دو سیال با سرعت کم‌تری حرکت می‌کند.

۱-۴-۱- مطالعات عددی

تلاش‌های زیادی برای شبیه‌سازی ناپایداری انگشتی صورت گرفت که از جمله اولین کارها، می‌توان به تحقیق چووک و همکاران [۲۲] اشاره کرد. آن‌ها به بررسی این ناپایداری در جریان‌های مخلوط نشدنی پرداختند و عدد موج‌هایی را که در آن جریان، ناپایداری شدیدتری داشت، ارائه کردند. آن‌ها همچنین نتایج تئوری به دست آورده را با نتایج حاصل از آزمایش‌های انجام‌شده در سلول‌های هل-شاو مورد مقایسه قرار دادند و به بررسی صحت نتایج به‌دست‌آمده پرداختند. در ادامه پیرین^۴ [۲۳] با استفاده از روش حساب اغتشاشات به بررسی پایداری خطی جابجایی مخلوط شدنی نفت و یک محلول با ویسکوزیته کمتر از نفت پرداخت و روش‌ها و مکانیزم‌های پخش یک سیال در سیال دیگر را مورد بررسی قرار داد. وودینگ^۵ [۲۴] با در نظر گرفتن یک مسئله مقدار اولیه و بیان نرخ رشد آشفتگی‌ها به‌صورت چندجمله‌ای هرمیت، به بررسی پایداری این پدیده پرداخت.

¹ Malsche

² Packed bed

³ Avendano

⁴ Perrine

⁵ Wooding

هلا^۱ [۲۵] در روند بررسی پایداری یک جابجایی مخلوط شدنی، به معادله مقدار ویژه ناهمگن مرتبه دومی رسید که مسیر پیشرفت اغتشاشات را مشخص می‌کرد. او نواحی پایدار را با توجه به نرخ دبی ورودی، تغییرات ویسکوزیته و نیز تغییرات چگالی مورد بررسی قرار داد. تحلیل‌های انجام شده تا این دوره عموماً با ساده سازی‌های گسترده و تحت شرایط خاص، می‌توانستند به نتایج جزئی در مورد ناپایداری انگشتی برسند. در این زمان تن و هومسی^۲ [۲۶، ۲۷] به صورت تئوری، تحلیلی جامع و کامل در مورد پایداری جابجایی‌های مخلوط شدنی در جریان‌های مستقیم‌الخط و شعاعی ارائه کردند. این دو با استفاده از تقریب شبه خطی به پیش‌بینی نرخ رشد اغتشاشات و مقایسه آن‌ها با پاسخ تحلیلی بدست آمده برای زمان اولیه پرداختند. مطالعات آن‌ها نشان داد که نتایج بدست آمده جز در زمان‌های ابتدایی که حالت پایه با سرعت زیادی تغییر می‌کند و این تقریب در آن نامعتبر است، مطابقت خوبی با یکدیگر دارند. تحلیل پایداری خطی برای جابجایی‌های اختلاط‌پذیر در جریان‌های شعاعی در محیط متخلخل نیز توسط این دو محقق انجام شد. آن‌ها نرخ رشد اغتشاشات را به عنوان تابعی از نسبت تحرک و عدد پکلت^۳ معرفی کردند. همچنین عدد بحرانی پکلت که در آن بیشترین نرخ رشد ناپایداری‌ها مشاهده می‌شود را به دست آوردند. در ادامه تن و هومسی [۲۸] با معرفی و استفاده از روش دقیق طیفی برای اولین بار توانستند به شبیه‌سازی کامل ناپایداری انگشتی پردازند. این دو، مدل دوبعدی را ارائه کردند که در آن با استفاده از روش طیفی^۴ و تبدیلات فوریه به مطالعه ناپایداری انگشتی پرداختند. آن‌ها پراکندگی همسانگردی را در شبیه‌سازی خود پیاده کرده و به نتایجی مطابق با نتایج آزمایشگاهی رسیدند. میسرا و همکاران [۲۹] با در نظر گرفتن جذب سطحی خطی برای محیط متخلخل به بررسی رفتار این ناپایداری در لوله‌های کروماتوگرافی پرداختند و مشاهده کردند که با افزایش این پارامتر،

¹ Heller

² Tan & Homsi

³ Peclet number

⁴ Spectral Method

جریانی پایدارتر در جابجایی‌های مخلوط شدنی خواهند داشت. همچنین قسمت^۱ و همکاران [۳۰] تحلیل پایداری خطی را در محیطی با تانسور پراکندگی ناهمسانگرد و وابسته به سرعت جریان، انجام دادند و طول موج‌های بحرانی این ناپایداری را در حالت‌های خاص معرفی کرده و مورد بررسی قرار دادند.

مطالعات عددی انجام شده برای جریان سیالات غیرنیوتنی در مقایسه با سیالات نیوتنی به مراتب کم تعدادتر می‌باشند و افراد محدودی به بررسی و تحلیل پایداری خطی این گونه از سیالات پرداخته‌اند. بیشتر تحقیقات انجام شده در بررسی این ناپایداری در جریان سیالات غیرنیوتنی به صورت آزمایشگاهی صورت گرفته و مطالعات عددی محدودی آن‌ها بسیار محدود می‌باشد. در ادامه این بخش به مطالعاتی که مربوط به جریان سیالات غیرنیوتنی در محیط متخلخل می‌باشند پرداخته می‌شود. مک‌دونالد^۲ [۳۱] به شبیه‌سازی جریان سیال توانی در یک سلول هل شاو شعاعی پرداخت. نتایج او نشان داد، هنگامی که از مشخصات نفت خام در شبیه‌سازی استفاده می‌کند نتایج، خطای کمتری نسبت به حالتی دارند که از سیالی با خواص توانی استفاده کند. علاوه بر این، مطالعاتی نیز به صورت عددی و تحلیلی توسط ویو^۳ و همکاران [۳۲] در زمینه جریان سیالات توانی و بینگهام^۴ در محیط متخلخل انجام گرفت. آن‌ها نتایج به دست آمده برای سیالات متفاوت را با یکدیگر مقایسه کرده و تفاوت‌های آن‌ها را بیان کردند. روشی تحلیلی برای جریان ناپایداری از سیال توانی در محیط متخلخل توسط پاسکال [۳۳] ارائه شد که در آن به ارائه تأثیرات رئولوژیکی سیال بر نرخ جریان و فشار پرداخت. او گروهی از اعداد بی بعد جدید را معرفی کرد و به تحلیل رفتار جریان با این گروه‌های بی بعد پرداخت. پریچارد و پیرسن^۵ [۳۴] با استفاده از سیال تیکسوتروپیک^۶ به بررسی تأثیرات بکار بردن این ماده بر پایداری یا ناپایداری این مسئله

¹ Ghesmat

² McDonald

³ Wu

⁴ Bingham fluid

⁵ Pritchard & Pearson

⁶ Thixotropic

پرداختند و نرخ رشد و طول موج بحرانی را در شرایط مختلف معرفی کردند. عزایز و سینق^۱ [۳۵] نیز تحلیل پایداری را با استفاده از تقریب شبه خطی برای سیال باریک‌شونده مورد مطالعه قرار دادند و شرایط بحرانی آن را معرفی کردند. میسرا و همکاران [۳۶] برای اولین بار با در نظر گرفتن مقدار منفی برای این پارامتر به بررسی رفتار انگشتی‌ها در این حالت و مقایسه آن‌ها با یکدیگر پرداختند. این نویسندگان مشاهده کردند که با توجه به اینکه تمام شرایط اولیه و مرزی برای هر دو حالت کاملاً یکسان می‌باشند ولی گسترش و رشد انگشتی تفاوت‌های قابل توجهی با یکدیگر دارند. آن‌ها دلایل خود را با توجه به جهت جریان و طول اختلاط مورد استدلال قرار دادند. از جمله مطالعات جدیدتری که در زمینه ناپایداری انگشتی انجام شده است می‌توان به کار نوروزی و شوقی [۳۷] اشاره کرد که به بررسی این ناپایداری در محیط متخلخلی یا خواص ناهمسانگرد پرداختند. نتایج آن‌ها نشان داد با کاهش نرخ پراکندگی و افزایش نرخ نفوذپذیری ناپایداری جریان کاهش می‌یابد. در ادامه شکری و همکاران [۳۸] ناپایداری انگشتی را در حضور سیال ویسکوالاستیک مورد بررسی قرار دادند. معادله ساختاری اولدرویید-بی جهت شبیه‌سازی سیال ویسکوالاستیک استفاده شده است. نتایج شامل کانتورهای غلظت، منحنی-های میانگین غلظت عرضی، بازده جاروبی و طول اختلاط می‌باشد. نتایج نشان می‌دهد خاصیت الاستیک سیال ویسکوالاستیک موجب کنترل ناپایداری می‌شود. شکری و همکاران [۳۹] جابجایی سیال نیوتنی توسط سیال ویسکوالاستیک دروید-بی را در محیط متخلخل ناهمسانگرد نیز بررسی کردند. نتایج آن‌ها نشان داد هرچه نسبت نفوذپذیری در جهت عمود بر جریان نسبت به جهت جریان افزایش یابد، ناپایداری کاهش خواهد یافت. همچنین هر چه پراکندگی محیط در جهت عمود بر جریان نسبت به جهت جریان افزایش یابد، جریان پایدارتر خواهد شد.

۱-۴-۲- ناپایداری انگشتی حرارتی لزج

حجم مطالعات در زمینه ناپایداری انگشتی حرارتی لزج نسبت به حالت همدمما بسیار اندک است. از

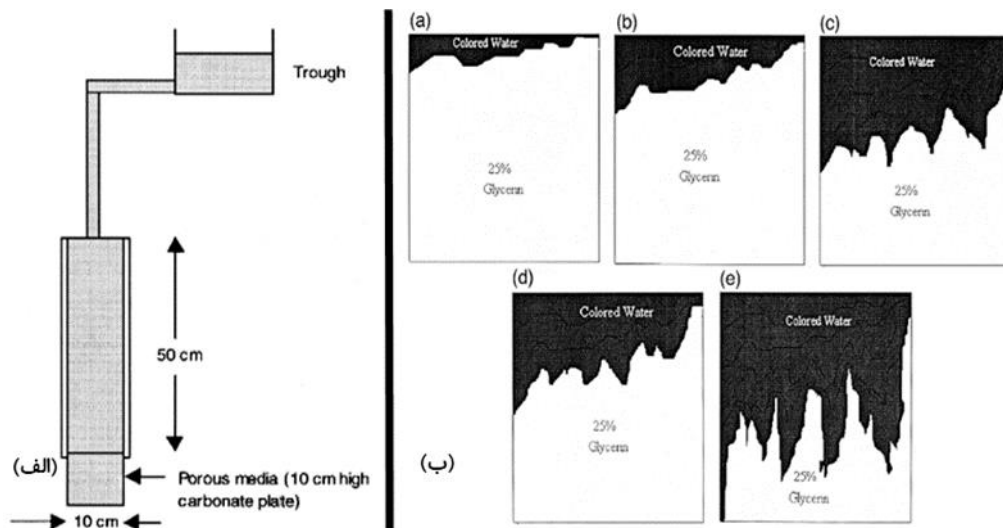
¹ Azaiez & Singh

سری مطالعات انجام شده در این زمینه می‌توان به موارد زیر اشاره کرد.

کانگ^۱ و همکاران [۴۰] اولین مطالعات را در زمینه ناپایداری انگشتی حرارتی لزج انجام دادند. آن‌ها به بررسی جابه‌جایی نفت سنگین توسط بخار آب در یک سلول هل-شاو افقی و عمودی پرداختند. اگرچه این مطالعه برای کنترل انتقال حرارت در فشار و دمای بالا دچار مشکلات زیادی شد اما نویسندگان توانستند به نتایج مهمی دست پیدا کنند، آن‌ها گزارش کردند بدلیل تلفات حرارتی و در تماس بودن با نفت سرد اولیه، بخار به سرعت متراکم می‌شود. آن‌ها همچنین جابه‌جایی همدمای نفت توسط آب را با جابه‌جایی غیرهمدمای نفت توسط بخار آب را مقایسه کردند و تفاوت‌های ساختاری زیادی را گزارش کردند. صغیر^۲ و همکاران [۴۱] به بررسی ناپایداری انگشتی در حالی که سیالات بکار رفته با یکدیگر اختلاف دما داشتند پرداختند در این آزمایش از گلیسرین و آب استفاده شده بود و مشاهده شد زمانی که آب داغ به سیستم تزریق می‌شود فاصله نوک تا پایه انگشتی‌ها کمتر از حالتی می‌باشد که آب سرد به سیستم تزریق می‌شود. در این حالت نیروی شناوری از پیشرفت سریع انگشتی‌ها جلوگیری می‌کند. این آزمایش به جز فاصله نوک تا پایه انگشتی‌ها هیچ مشخصه کیفی و یا کمی دیگری از ناپایداری را نشان نداد. قسمتی از نتایج به دست آمده از این آزمایش در نشان داده شده است.

¹ Kong

² Saghir



شکل ۱-۵: الف- سیستم آزمایشگاهی بکار رفته توسط صغیر و همکاران [۴۱]. ب- فریم‌هایی از نتایج بدست آمده آن‌ها [۴۱]

یک شبیه‌سازی عددی برای جابه‌جایی مخلوط‌نشدنی آب و نفت توسط شئوری^۱ و همکاران [۴۲] انجام گرفت که به نتایجی شبیه به صغیر و همکاران [۴۱] دست یافتند. آن‌ها در کار خود به بررسی الگوهای جریان در مخازن همگن و لایه‌ای در حالت همدمای و غیر همدمای پرداختند. پس از آن مطالعات بوسیله محققان دیگری ادامه یافت. بررسی جابه‌جایی یک سیال با ویسکوزیته بالا و دمای پایین توسط همان سیال با دمای بالاتر و ویسکوزیته پایین‌تر در لوله‌های استوانه‌ای باریک توسط کانگ و مکس ورتی [۴۳] مورد مطالعه قرار گرفت. آن‌ها پارامتر $u_{mean} = \frac{1-u_{mean}}{u_{tip}}$ که u_{mean} سرعت متوسط و u_{tip} سرعت نوک است را تعریف کرده و به بررسی سه رژیم جریان پرداختند.

$$1- \text{رژیم نفوذ برای } Pe_c < 1000 \text{ با } m = 0.5$$

$$2- \text{رژیم ویسکوز برای } Pe_c < 3000 \text{ با } m = 0.62$$

¹ Sheorey

۳- رژیم انتقالی برای $1000 < Pe_c < 3000$ که تأثیر نفوذ و ویسکوزیته هر دو مهم است.

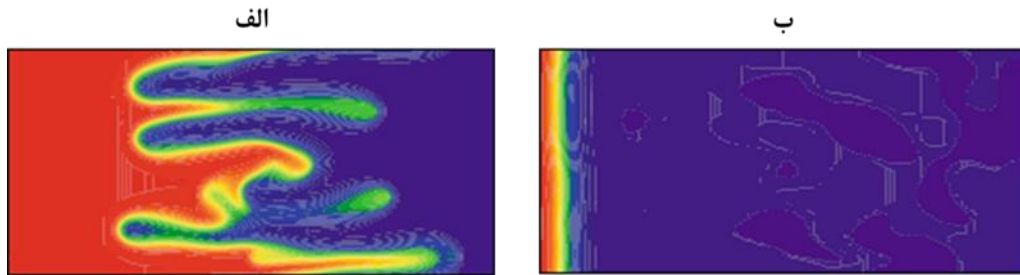
هولوی و برایان^۱ [۴۴] انگشتی‌ها را وقتی سیال گلیسرین داغ، یک سیال گلیسرین سرد با ویسکوزیته بیشتر را جابه‌جا می‌کند در یک سلول هل شاو شعاعی مورد بررسی قرار دادند و با نتایج آزمایشگاهی که خود آن‌ها بدست آورده بودند مقایسه کردند که نتایج با یکدیگر مطابقت داشت. نتایج آن‌ها نشان می‌داد که طول موج انگشتی‌ها وابسته به ضخامت سلول است. همچنین در مطالعه آزمایشگاهی آن‌ها سطح سلول آدیاباتیک نبود و سیال تزریقی که در ابتدا دمای بالاتری داشت وقتی در سلول جریان پیدا می‌کرد سرد می‌شد و ویسکوزیته آن افزایش می‌یافت، در نتیجه نسبت ویسکوزیته‌ها بطور قابل توجهی کمتر از حالت اولیه می‌شد. در هیچ‌کدام از مطالعات اشاره شده تاکنون به بررسی ساختار و مکانیزم انگشتی‌ها در هر دو جبهه دما و غلظت پرداخته نشده است. نخستین مطالعه در این زمینه توسط پریتچارد و همکاران [۴۵] انجام شد. در این مطالعه یک تحلیل پایداری خطی^۲ در سلول هل شاو شعاعی ارائه شد و به کمک آن به بررسی ناپایداری انگشتی لزج برای یک سیستم با دو جبهه پرداختند. نتایج آن‌ها نشان می‌دهد که هر یک از دو جبهه چگونه در جهت پایداری و یا ناپایداری جریان عمل می‌نمایند. اسلام و عزیز^۳ [۴۶] به تجزیه و تحلیل پایداری خطی برای ناپایداری انگشتی حرارتی لزج در یک سلول هل شاو مستقیم‌الخط پرداختند. آن‌ها همچنین این مسئله را مورد شبیه‌سازی غیرخطی قرار دادند [۴۷] نتایج آن‌ها تایید کننده‌ی نتایج حاصل از پایداری خطی است. آن‌ها گزارش نمودند که با انتقال حرارت بین سیال و محیط جامد (قالب جامد)، بین جبهه حرارتی و جبهه جرمی تأخیر می‌افتد و جبهه حرارتی پشت جبهه جرمی قرار می‌گیرد. همچنین نتایج را برای عدد لوئیس‌های ۱ و ۱۰۰ مورد بررسی قرار داده و مشاهده نمودند که در مقادیر بزرگ از عدد لوئیس حوزه دما با یک موج ضعیف منتشر می‌شود. آن‌ها پارامترهایی مثل راندمان جاروبی و طول اختلاط را تحت شرایط جدید

¹ Holloway and Bruyn

² Linear stability analysis

³ Islam and Azaiez

مورد بررسی قرار دادند. این مطالعه به قطع اولین مطالعه‌ای است که بصورت خیلی کامل تر به بررسی ناپایداری انگشتی حرارتی لزج پرداخته است. نشان دهنده جبهه غلظت و دما برای $Le = 1$ و $\lambda = 0.75$ حاصل از شبیه‌سازی انجام شده توسط این محققین می‌باشد.



شکل ۱-۶: الف- کانتور غلظت و ب- کانتور دما برای $Le=1$ و $\lambda=0.25$

در ادامه اسلام و عزایز [۴۸] ناپایداری انگشتی حرارتی لزج را برای جابجایی در یک محیط دارای چشمه و چاه مورد بررسی قرار دادند و به نتایج مشابه اسلام و عزایز [۴۷] رسیدند. عزایز و سجادی [۴۹] به بررسی ناپایداری در جابجایی سیالات اختلاط‌پذیر در محیط متخلخل، هنگامی که ویسکوزیته تحت تأثیر دو عامل متفاوت قرار دارد پرداختند، نتایج شامل دیاگرام‌های پایداری برحسب پارامترهای نسبت تحرک دو عامل تأثیرگذار می‌باشد. مطالعه دیگری در این زمینه توسط سجادی و عزایز [۵۰] انجام گرفت. آن‌ها در دو حالت و برای دو مقدار ۱ و ۱۰۰ از عدد لوئیس به بررسی این ناپایداری پرداختند. حالت اول: زمانی که یک سیال سرد با ویسکوزیته بیش‌تر، توسط یک سیال گرم با ویسکوزیته کم‌تر جابه‌جا می‌شود. حالت دوم: زمانی که یک سیال گرم با ویسکوزیته کم‌تر، توسط یک سیال سرد با ویسکوزیته بیش‌تر جابه‌جا می‌شود. نتایج بدست آمده از این بررسی‌ها برای $Le = 1$ نشان داد که در حالت اول گرادیان غلظت به پایداری کمک می‌کند در حالی که گرادیان دما اثر ناپایدار کننده روی جریان دارد. در این حالت تبادل حرارت با محیط باعث ضعیف‌تر شدن ناپایداری‌ها می‌شود. در حالت دوم تبادل حرارت با محیط باعث افزایش ناپایداری می‌شود و نتایج ارائه شده برای $Le = 100$ حاکی از آن بود که در حالت اول، لوئیس بالا به نفع پایداری عمل می‌کند در حالی که در حالت دوم لوئیس‌های بالا باعث ناپایداری بیشتر جریان می‌شود. سجادی و عزایز [۵۱] ناپایداری را در یک محیط ناهمگن

مورد مطالعه قرار داده و گزارش نمودند که ناهمگنی محیط به ناپایداری جریان کمک می‌نماید و از آخرین مطالعاتی که در این زمینه انجام شده بررسی ناپایداری انگشتی حرارتی غیر قابل اختلاط در یک سلول هل شاو شعاعی است که توسط جکسون همکاران [۵۲] انجام شده و از جمله اولین کارها برای جریان‌های مخلوط نشدنی در این زمینه می‌باشد. نتایج آن‌ها نشان داد تزریق آب گرم باعث تشدید ناپایداری و تزریق آب سرد باعث تثبیت پایداری می‌گردد.

۱-۵- معرفی مطالعه حاضر

در مطالعه حاضر به شبیه‌سازی ناپایداری انگشتی حرارتی لزج در یک محیط متخلخل پرداخته شده است. تأثیر تلفات ویسکوز، عدد پکلت و ناهمسانگردی محیط بر ناپایداری انگشتی حرارتی لزج مورد توجه و بررسی قرار گرفته است. در جریان‌های همدمای تغییرات ویسکوزیته ناشی از تغییرات در غلظت اجزای شیمیایی موجود در سیال می‌باشد در حالی که در جریان‌های غیرهمدمای تغییر ویسکوزیته ناشی از تغییر در غلظت و دما می‌باشد. این ویژگی وابستگی ویسکوزیته به دما، تفاوت‌های زیادی بین جریان‌های همدمای و غیرهمدمای بوجود می‌آورد که با استفاده از نتایج بدست آمده در فصل شبیه‌سازی غیرخطی ناپایداری انگشتی به خوبی قابل مشاهده خواهند بود. همچنین مطالعه حاضر بر اساس جابه‌جایی‌های مخلوط‌شدنی انجام گرفته است. در جریان‌های مخلوط‌شدنی بر خلاف جریان‌های مخلوط‌نشدنی، سطح مشترک کاملاً مشخصی بین دو سیال وجود ندارد.

۱-۵-۱- ضرورت و کاربردها

مخازن نفت سنگین و فوق سنگین به خاطر دارا بودن ویسکوزیته بالا دارای بازیافت اولیه قابل توجهی نیستند، از این رو جهت بازیافت مؤثر از چنین مخازنی ضرورت کاهش ویسکوزیته نفت با استفاده از روش‌های حرارتی احساس می‌شود. بطوریکه بیش از ۱۰ درصد تولید نفت سنگین در مرحله ازدیاد برداشت از طریق روش‌های حرارتی صورت می‌گیرد. تزریق حرارت به داخل مخزن و یا ایجاد حرارت در مخزن علاوه بر کاهش ویسکوزیته فواید دیگری نیز دارد که از آن جمله می‌توان به انبساط نفت، تقطیر

نفت در درجه حرارت بالا که باعث جدا شدن اجزا سبک می‌شود و نیز افزایش فشار مخزن که باعث سهولت حرکت نفت به طرف چاه‌های تولیدی می‌شود نام برد. از این رو انجام مطالعات و تحقیقات گسترده در این زمینه یک نیاز اجتناب ناپذیر صنعت نفت کشور برای بهره‌برداری از سهم مهمی از سرمایه ملی کشور می‌باشد.

۱-۵-۲- جنبه‌های نوآوری

جنبه‌های نوآوری مطالعه حاضر عبارتند از:

- در مطالعاتی که تاکنون بر روی ناپایداری انگشتی حرارتی لزج صورت گرفته است از تلفات ویسکوزیته صرف نظر شده است. با توجه به تأثیر این پارامتر روی دمای جریان و وابستگی ویسکوزیته به دما، این پارامتر می‌تواند تأثیر قابل ملاحظه‌ای بر ناپایداری انگشتی حرارتی لزج داشته باشد؛ بنابراین در این پژوهش این موضوع مورد بررسی قرار گرفته است.
- در بیشتر پروژه‌های مهندسی مخازن و نفت، نفوذپذیری و پراکندگی به عنوان مقادیری اسکالر در نظر گرفته می‌شوند که این فرض به اندازه‌ی کافی برای انجام محاسبات مربوطه صحیح نیست. در بیشتر فرآیندهای استخراج نفت از مخازن کشف شده، مشاهده می‌شود که با وجود اینکه سیستم‌های اندازه‌گیری خواص زمین شناختی یکسان می‌باشند ولی مقادیر اندازه‌گیری شده از این خواص در جهات مختلف متفاوت می‌باشد. از این رو می‌توان نتیجه گرفت که انتخاب مقادیر متفاوت برای این خواص در جهت‌ها و زوایای مختلف می‌تواند شرایطی واقعی‌تر را برای انجام محاسبات و شبیه‌سازی‌های مورد نیاز، فراهم سازد. در این مطالعه با در نظر گرفتن شرایط ناهمسانگردی برای تانسورهای نفوذپذیری محیط و نفوذپذیری جرم و حرارت، سعی در بررسی تأثیر شرایط جدید ایجاد شده بر ناپایداری انگشتی حرارتی لزج خواهیم داشت. تمامی مطالعات قبلی انجام شده در این زمینه، به بررسی این ناپایداری در محیط متخلخل همسانگرد پرداخته‌اند. در مطالعه حاضر برای

اولین بار، با در نظر گرفتن خواص ناهمسانگرد برای محیط متخلخل به بررسی این ناپایداری در جریان سیالات نیوتنی در جابجایی‌های مخلوط‌شدنی پرداخته می‌شود.

- بررسی تأثیر عدد پکلت جرمی و حرارتی بر جبهه غلظت و حرارت برای نخستین بار در این مطالعه صورت گرفته است.

- بررسی مطالعات انجام شده روی این پدیده نشان می‌دهد مطالعه این ناپایداری در حالت دو بعدی کافی است، لذا استفاده از سلول هل-شاو برای شبیه‌سازی محیط متخلخل امری رایج بوده است، اما نفوذپذیری این سلول در مقایسه با مخازن نفتی بستر زمین اختلاف زیادی دارد. در این مطالعه به منظور کاربردی‌تر شدن نتایج، شبیه‌سازی در یک محیط متخلخل انجام شده است.

۱-۵-۳- طرح کلی مطالعه

در فصل دوم، ابتدا معادلات حاکم بر ناپایداری انگشتی حرارتی لزج به صورت کامل پیاده سازی و معرفی می‌شوند. در این فصل شرایط مرزی و اولیه و همچنین بی‌بعد سازی معادلات نیز مورد بحث قرار می‌گیرند.

در فصل سوم به معرفی روش عددی بکار رفته در شبیه‌سازی غیرخطی پرداخته می‌شود.

در فصل چهارم نتایج حاصل از شبیه‌سازی غیرخطی به ازای مقادیر متفاوتی از پارامترهای مؤثر در مسئله، نمایش داده می‌شوند. مکانیزم‌های متفاوتی که موجب رشد و پیشروی انگشتی‌ها در این پدیده می‌شوند معرفی و در فریم‌های مشخصی از نتایج بدست‌آمده، نشان داده می‌شوند و منحنی‌های میانگین غلظت عرضی و دما، طول اختلاط و بازده جاروبی مورد بررسی قرار می‌گیرند.

نهایتاً در فصل پنجم به جمع‌بندی فعالیت‌های انجام شده در این مطالعه و بیان کلی نتایج بدست آمده پرداخته خواهد شد. برخی از پیشنهادات نیز برای پیشبرد فعالیت‌های آتی در زمینه این مسئله ارائه خواهد شد.

فصل ۲: مباحث تئوری

۱-۲- مقدمه

یکی از اساسی‌ترین بخش‌های هر مطالعه بررسی معادلات حاکم بر مدل است. در این بخش به معرفی و پیاده‌سازی معادلات حاکم بر ناپایداری انگشتی حرارتی لزج پرداخته می‌شود. در ابتدا این معادلات در یک محیط همگن و همسانگرد، با در نظر گرفتن اثر تلفات ویسکوز بیان می‌شوند. پس از آن برای بررسی تأثیرات ناهمسانگردی نفوذپذیری و پراکندگی محیط متخلخل بر ناپایداری انگشتی حرارتی لزج، معادلات مربوط بازنویسی می‌شوند.

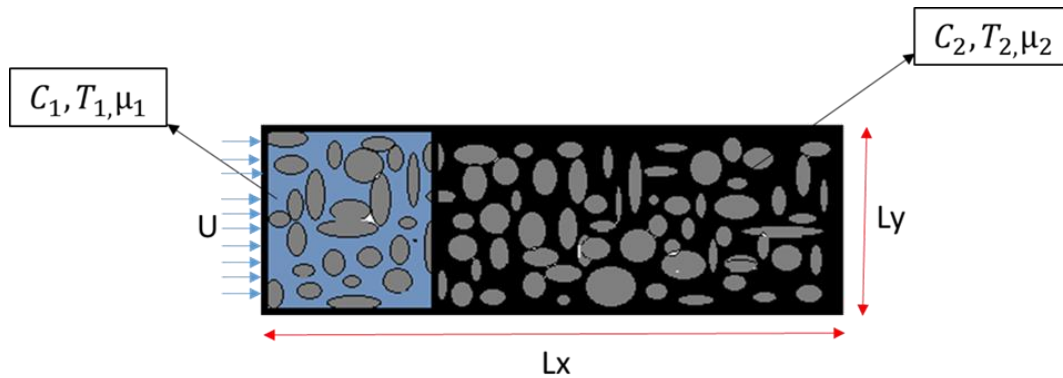
۲-۲- معادلات حاکم

یکی از قوانین بسیار معروف و شناخته شده که به بررسی جریان سیالات در محیط متخلخل می‌پردازد، قانون دارسی است که بر اساس همین دیدگاه تبیین شده است. هنری دارسی که کارهای تجربی زیادی از جمله میانگین‌گیری سرعت جریان بر روی ساختار تصادفی محیط متخلخل انجام داده بود، معادله‌ای برای نفوذ سیال در محیط متخلخل به دست آورد. این رابطه که با نام قانون دارسی شناخته می‌شود و به صورت زیر بیان می‌گردد:

$$V = -\frac{K}{\mu} \nabla(P - \rho g) \quad (1-2)$$

در این رابطه V سرعت جریان سیال در محیط متخلخل، μ ویسکوزیته سیال، K نفوذپذیری محیط متخلخل، P فشار، g شتاب گرانش و ρ چگالی سیال می‌باشد.

در شکل ۱-۲ تصویری شماتیک از یک محیط متخلخل که شامل جریانی دوبعدی می‌باشد نشان داده شده است.



شکل ۱-۲: تصویری شماتیک از یک محیط متخلخل

در این مطالعه، جابجایی سیالی با ویسکوزیته μ_2 و دمای T_2 توسط سیالی با ویسکوزیته μ_1 و دمای T_1 در یک محیط متخلخل مد نظر است که $(T_1 > T_2)$ و $(\mu_1 < \mu_2)$ می باشد. با فرض تراکم ناپذیری جریان، قانون بقای جرم به صورت معادله پیوستگی به شکل زیر خواهد بود.

$$\nabla \cdot \mathbf{V} = 0 \quad (2-2)$$

تغییرات غلظت نیز از معادله کانوکشن-دیفیوژن پیروی می نماید، این معادله به صورت زیر نوشته می شود:

$$\frac{\partial C}{\partial t} + \frac{1}{\phi} (\mathbf{V} \cdot \nabla) C = D_C \nabla^2 C \quad (3-2)$$

در این معادله C نشان دهنده غلظت، ϕ تخلخل محیط و D_C پراکندگی محیط متخلخل می باشد. معادله انرژی با احتساب جمله تلفات ویسکوز برای محیط متخلخلی با نفوذپذیری $K \rightarrow 0$ (مدل داریسی) طبق مطالعات انجام شده توسط الهدرامی و همکاران [۵۳] به صورت معادله (۴-۲) خواهد بود. اثبات جمله تلفات ویسکوز استفاده شده در معادله انرژی در پیوست الف آمده است.

$$\frac{\partial T}{\partial t} + \frac{\lambda}{\phi} (\mathbf{V} \cdot \nabla) T = D_T \nabla^2 T + \frac{\mu}{K(\rho C_p)_{eff}} (u^2 + v^2) \quad (4-2)$$

در معادله فوق D_T پراکندگی حرارتی، K نفوذپذیری محیط متخلخل، μ ویسکوزیته که تابعی از غلظت و دما است و پارامتر λ که نشان دهنده سرعت جبهه گرمایی به سرعت جبهه جرمی است، ضریب تأخیر حرارتی نامیده می‌شود و به شکل زیر تعریف می‌شود:

$$\lambda = \frac{\phi \rho_f C_{p_f}}{\phi \rho_f C_{p_f} + (1-\phi) \rho_s C_{p_s}} \quad (5-2)$$

همان‌طور که گفته شد به دلیل اتلاف حرارتی به محیط، جبهه گرمایی پشت جبهه جرمی قرار می‌گیرد و از این رو $\lambda \leq 1$ می‌باشد. در رابطه فوق، ρ_s ، C_{p_s} ، ρ_f ، C_{p_f} به ترتیب نشان دهنده چگالی و ظرفیت گرمایی سیال و چگالی و ظرفیت گرمایی قالب جامد هستند.

۲-۳- شرایط مرزی و اولیه

پس از تعریف مسئله برای تکمیل حل، شرایط مرزی و شرایط اولیه تعریف می‌شود.

$$C(x=0, y, t) = C_1 \quad T(x=0, y, t) = T_1 \quad (6-2)$$

$$v(x=0, y, t) = 0$$

$$u(x=0, y, t) = U$$

$$P(x=L_x, y, t) = 0 \quad (7-2)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} y=0 \\ y=L_y \end{array} \right. \rightarrow \frac{\partial u}{\partial y} = 0 \quad \text{و} \quad \frac{\partial T}{\partial y} = 0 \quad (8-2)$$

$$C(x, y, t=0) = C_0 \quad T(x, y, t=0) = T_0 \quad (9-2)$$

در معادله (۶-۲) شرط مرزی سرعت و دمای معلوم در ورودی نشان داده شده است. شرط مرزی فشار معلوم در خروجی^۱ قرار داده شده است. فشار در خروجی ثابت و برابر با فشار اتمسفر (فشار نسبی

¹ Pressure outlet

صفر) است که در معادله (۷-۲) نشان داده شده است و در معادله (۸-۲) شرط تقارن برای مرز بالا و پایین در نظر گرفته شده است که در شرط تقارن، کمیت‌های اسکالر اکستریم نسبی هستند و کمیت‌های برداری، مؤلفه مماسی آن‌ها اکستریم نسبی است. معادله (۹-۲) شرط اولیه دما و غلظت را بیان می‌کند. بر اساس این شرایط، در لحظه $t = 0$ توزیع دوبعدی در جهت x و y برای غلظت و یک دمای اولیه در نظر گرفته شده است. لازم به ذکر است به علت امتزاجی بودن دو سیال، مقدار غلظت در مرز، همواره برابر مقدار میانگین غلظت دو سیال در لحظه اولیه است.

۲-۴- بی‌بعد سازی

بی‌بعد سازی معادلات حاکم بر ناپایداری انگشتی به دلیل تعدد پارامترهای درگیر در مسئله تا حدودی متفاوت از بی‌بعد سازی‌های معمول در مکانیک سیالات می‌باشد. به طور معمول در اکثر مطالعات از L برای طول و از L/U برای زمان در بی‌بعد سازی استفاده می‌شود. در حالی که در این مسئله برای بررسی و مشاهده بهتر فرایند پخش در ناپایداری، طول با $\frac{D_c \phi}{U}$ و زمان به وسیله $\frac{D_c \phi^2}{U^2}$ بی‌بعد می‌شوند. برای بی‌بعد سازی ویسکوزیته و غلظت از ویسکوزیته و غلظت سیال جابجا کننده یا همان μ_1 و C_1 ، برای فشار از $\frac{\mu_1 U^2}{D_c \phi}$ و برای نفوذپذیری از $\frac{D_c^2 \phi^2}{U^2}$ استفاده می‌شود. در نهایت بر اساس روابط ذکر شده پارامترهای بی‌بعد مسئله به صورت زیر نمایش داده می‌شوند:

$$(x^*, y^*) = \frac{(x, y)}{\frac{D_c \phi}{U}} \quad t^* = \frac{t}{\frac{D_c \phi^2}{U^2}} \quad K^* = \frac{K}{\frac{D_c^2 \phi^2}{U^2}} \quad (۱۰-۲)$$

$$P^* = \frac{P}{\frac{\mu_1 U^2}{D_c \phi}} \quad \theta^* = \frac{T - T_2}{T_1 - T_2} \quad \mu^* = \frac{\mu}{\mu_1} \quad C^* = \frac{C}{C_1}$$

در نهایت معادلات حاکم پس از بی بعد سازی به صورت زیر مرتب می شوند:

$$\frac{\partial u^*}{\partial x^*} + \frac{\partial v^*}{\partial y^*} = 0 \quad (11-2)$$

$$\frac{\partial p^*}{\partial x^*} = \frac{-\mu^* u^*}{K^*} \quad (12-2)$$

$$\frac{\partial p^*}{\partial y^*} = \frac{-\mu^* v^*}{K^*} \quad (13-2)$$

$$\frac{\partial C^*}{\partial t^*} + u^* \frac{\partial C^*}{\partial x^*} + v^* \frac{\partial C^*}{\partial y^*} = \left(\frac{\partial^2 C^*}{\partial x^{*2}} + \frac{\partial^2 C^*}{\partial y^{*2}} \right) \quad (14-2)$$

$$\frac{\partial \theta^*}{\partial t^*} + \lambda(u^* \frac{\partial \theta^*}{\partial x^*} + v^* \frac{\partial \theta^*}{\partial y^*}) = Le \left(\frac{\partial^2 \theta^*}{\partial x^{*2}} + \frac{\partial^2 \theta^*}{\partial y^{*2}} \right) + Br.Le \frac{\mu^*}{K^*} (u^{*2} + v^{*2}) \quad (15-22)$$

در این معادلات $Le = \frac{Pe_C}{Pe_T} = \frac{D_T}{D_C}$ نشان دهنده عدد لوئیس است که نسبت نفوذ حرارتی به نفوذ

ملکولی را بیان می کند. $Pe_C = \frac{UL}{D_C}$ و $Pe_T = \frac{UL}{D_T}$ به ترتیب عدد پکلت جرمی و عدد پکلت حرارتی

هستند و در زمینه نفوذ یا انتقال جرمی و نفوذ گرمایی مورد بحث قرار می گیرند. Br نشان دهنده عدد برینکمن می باشد که بیان کننده گرمای تولیدی از طریق اتلافات ویسکوز به گرمای تولیدی از طریق رسانش است و به صورت زیر بیان می شود، k در این معادله ضریب رسانایی حرارتی سیال می باشد.

$$Br = \frac{\mu u^2}{k(T_1 - T_2)} \quad (16-2)$$

در جابجایی های مخلوط شدنی غیرهمدمای ویسکوزیته تابعی از غلظت و دما است؛ بنابراین برای تشریح کامل مسئله و مشخص شدن روابط حاکم بر ناپایداری باید رابطه ی بین ویسکوزیته با غلظت و دما را نیز تعیین نمود. رابطه بی بعد شده ی بین ویسکوزیته و غلظت نیز به صورت زیر گزارش می شود:

$$\mu(C, \theta) = \exp(\beta_C(1-C) + \beta_\theta(1-\theta)) \quad (17-2)$$

در رابطه فوق β_c نسبت تحرک جرمی و β_θ نسبت تحرک حرارتی می باشد.

۲-۵- جابجایی در محیط متخلخل با خواص ناهمسانگرد

معادله دارسی که به منظور بررسی جریان سیال در محیط متخلخل بکار می رود، رابطه‌ی بین سرعت و گرادیان فشار را برای محیط متخلخلی با نفوذپذیری ناهمسانگرد به صورت زیر بیان می کند:

$$\begin{Bmatrix} q_x \\ q_y \end{Bmatrix} = -\frac{1}{\mu} \begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} \\ K_{21} & K_{22} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \frac{\partial p}{\partial x} \\ \frac{\partial p}{\partial y} \end{Bmatrix} \quad (18-2)$$

در این رابطه q دبی، K_{ij} اجزاء تانسور نفوذپذیری، μ ویسکوزیته سیال و P فشار استاتیکی می باشد. با توجه به قانون تقابل^۱، تانسور نفوذپذیری متقارن بوده و رابطه‌ی زیر در آن برقرار می باشد:

$$K_{ij} = K_{ji} \quad (19-2)$$

معمولاً در مطالعاتی که به بررسی ناهمسانگردی در یک پدیده می پردازند، از دو دستگاه مختصات به صورت اصلی^۲ و فرعی^۳ استفاده می کنند. از جمله این مسائل می توان به انتقال حرارت هدایتی، ثابت‌های دی‌الکتریک، نفوذپذیری و پراکندگی مغناطیسی و مدول‌های مکانیکی اشاره کرد. در مطالعه حاضر به بررسی رفتار ناهمسانگردی نفوذپذیری و پراکندگی بر ناپایداری انگشتی حرارتی لزج پرداخته شده است. بدین منظور مطابق شکل ۲-۲، جهت‌های سیستم مختصات اصلی (x_1, x_2, x_3) ، جهت‌هایی می باشند که در آن‌ها مقادیر نفوذپذیری و پراکندگی با استفاده از روش‌های آزمایشگاهی به صورت مستقیم به دست می آیند؛ بنابراین جمله‌های غیرقطری این خواص در سیستم مختصاتی اصلی

¹ Reciprocity law

² On-axis coordinate

³ Off-axis coordinate

برابر با صفر می‌باشد. به‌عنوان مثال قانون دارسی در این سیستم مختصاتی به صورت زیر بیان می‌شود:

$$\begin{Bmatrix} q_x \\ q_y \end{Bmatrix}_{on} = -\frac{1}{\mu} \begin{bmatrix} \overline{K}_{11} & 0 \\ 0 & \overline{K}_{22} \end{bmatrix}_{on} \begin{Bmatrix} \frac{\partial p}{\partial x_1} \\ \frac{\partial p}{\partial y_2} \end{Bmatrix} \quad (20-2)$$

با این تعریف، سیستم مختصاتی فرعی، به‌صورت هر سیستم دلخواهی که با زاویه‌ای نسبت به

سیستم مختصات اصلی قرار بگیرد، تعیین می‌شود. در واقع این سیستم به‌صورت زیر تعریف می‌شود:

$$[T(-\theta)]q_{off} = -\frac{1}{\mu} K_{on} [T(-\theta)]\nabla p_{off} \quad (21-2)$$

که در آن $[T(\theta)]$ تانسور دوران است و به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$[T(\theta)] = \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix} \quad (22-2)$$

با استفاده از معادله (21-2)، معادله دارسی در سیستم مختصات فرعی به صورت زیر بدست می‌آید:

$$q_{off} = -\frac{1}{\mu} [T(-\theta)]^{-1} K_{on} [T(-\theta)]\nabla p_{off} \quad (23-2)$$

این معادله به صورتی ساده‌تر، به شکل زیر تبدیل می‌شود:

$$q_{off} = -\frac{1}{\mu} K_{off} \nabla p_{off} \quad (24-2)$$

با استفاده از معادلات (23-2) و (24-2) و خواص تعامد در تانسور دوران $[T(\theta)]^{-1} = [T(-\theta)]$

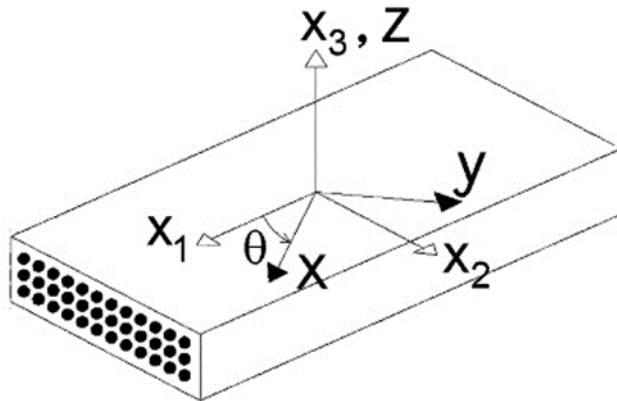
رابطه زیر بدست می‌آید:

$$K_{off} = [T(\theta)] K_{on} [T(-\theta)] \quad (25-2)$$

در نهایت با استفاده از معادلات (۲۲-۲) و (۲۵-۲)، اجزاء تانسور نفوذپذیری در سیستم فرعی به صورت زیر بیان می‌شوند:

$$\begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} \\ K_{21} & K_{22} \end{bmatrix} = -\frac{1}{\mu} \begin{bmatrix} \overline{K}_{11} \cos^2 \theta + \overline{K}_{22} \sin^2 \theta & (\overline{K}_{11} - \overline{K}_{22}) \sin \theta \cos \theta \\ (\overline{K}_{11} - \overline{K}_{22}) \sin \theta \cos \theta & \overline{K}_{11} \sin^2 \theta + \overline{K}_{22} \cos^2 \theta \end{bmatrix} \quad (26-2)$$

که در این رابطه \overline{K}_{ij} و K_{ij} به ترتیب اجزای تانسور نفوذپذیری در جهت‌های اصلی و فرعی می‌باشند.



شکل ۲-۲: تصویری شماتیک از سیستم مختصات اصلی و فرعی

قانون اول فیک^۱ نیز در مطالعه حاضر برای مدل کردن انتقال جرم در محیط متخلخل بکار می‌رود. این قانون در جهت سیستم اصلی به صورت زیر بیان می‌شود:

$$\begin{Bmatrix} j_1 \\ j_2 \end{Bmatrix}_{on} = -\rho \begin{bmatrix} \overline{D}_{c_{11}} & 0 \\ 0 & \overline{D}_{c_{22}} \end{bmatrix}_{on} \begin{Bmatrix} \frac{\partial C}{\partial x_1} \\ \frac{\partial C}{\partial y_2} \end{Bmatrix} \quad (27-2)$$

¹ Fick's first law

که در این رابطه j جریان جرمی ملکولی، ρ چگالی $\overline{D_C}$ ضریب تانسور پراکندگی در سیستم مختصات روشن و C کسر جرمی می‌باشد. قانون اول فیک در سیستم مختصات فرعی به صورت زیر بیان می‌شود:

$$\begin{Bmatrix} j_x \\ j_y \end{Bmatrix} = -\rho \begin{bmatrix} D_{C11} & D_{C12} \\ D_{C21} & D_{C22} \end{bmatrix}_{off} \begin{Bmatrix} \frac{\partial C}{\partial x} \\ \frac{\partial C}{\partial y} \end{Bmatrix}_{off} \quad (28-2)$$

که در این رابطه D_C ضریب تانسور پراکندگی در سیستم مختصات فرعی می‌باشد. به دست آوردن روابط مربوط به تانسور پراکندگی در سیستم مختصات اصلی و فرعی، دقیقاً مطابق با روابط مربوط به تانسور نفوذپذیری می‌باشد؛ بنابراین مطابق معادله (2-26)، اجزاء تانسور پراکندگی در سیستم مختصات اصلی به صورت زیر بیان می‌شوند:

$$\begin{bmatrix} D_{C11} & D_{C12} \\ D_{C21} & D_{C22} \end{bmatrix} = -\frac{1}{\mu} \begin{bmatrix} \overline{D_{C11}} \cos^2 \theta + \overline{D_{C22}} \sin^2 \theta & (\overline{D_{C11}} - \overline{D_{C22}}) \sin \theta \cos \theta \\ (\overline{D_{C11}} - \overline{D_{C22}}) \sin \theta \cos \theta & \overline{D_{C11}} \sin^2 \theta + \overline{D_{C22}} \cos^2 \theta \end{bmatrix} \quad (29-2)$$

در این حالت، بی‌بعد سازی معادلات حاکم با اندکی تغییر نسبت به حالت همسانگرد و با در نظر

گرفتن شرایط ناهمسانگردی صورت می‌گیرد. در این قسمت، از $\frac{D_{C_0} \phi}{U}$ و $\frac{D_{C_0} \phi^2}{U^2}$ به ترتیب برای بی‌بعد

کردن طول و زمان و از $\frac{\mu U^2}{D_{C_0} \phi}$ برای بی‌بعد کردن فشار استفاده می‌شود. همچنین برای خواص نفوذپذیری

و پراکندگی روابطی به صورت $K_x = K_0 K_1$ ، $K_y = K_0 K_2$ و $D_{C_x} = D_{C_0} D_{C1}$ ، $D_{C_y} = D_{C_0} D_{C2}$

در نظر گرفته می‌شوند که در آن‌ها K_0 و D_{C_0} به ترتیب میانگین نفوذپذیری و میانگین پراکندگی

می‌باشند. سایر روابط بی‌بعد سازی نیز همانند حالت همسانگرد می‌باشد. با استفاده از روابط فوق،

معادلات حاکم به صورت زیر بیان می‌شوند:

$$\nabla \cdot V^* = 0 \quad (30-2)$$

$$\nabla P^* = -\frac{\mu^*}{K^*} u^* \quad (31-2)$$

$$\frac{\partial C^*}{\partial t^*} + V^* \cdot \nabla C^* = \nabla \cdot (D_C^* \nabla C^*) \quad (32-2)$$

$$\frac{\partial \theta^*}{\partial t^*} + \lambda (V^* \cdot \nabla \theta^*) = \nabla \cdot (Le D_C^* \nabla C^*) \quad (33-2)$$

$$K = K_0 \begin{bmatrix} \overline{K^*_{11}} \cos^2 \theta + \overline{K^*_{22}} \sin^2 \theta & (\overline{K^*_{11}} - \overline{K^*_{22}}) \sin \theta \cos \theta \\ (\overline{K^*_{11}} - \overline{K^*_{22}}) \sin \theta \cos \theta & \overline{K^*_{11}} \sin^2 \theta + \overline{K^*_{22}} \cos^2 \theta \end{bmatrix} = K_0 K^* \quad (34-2)$$

$$D_C = D_{C0} \begin{bmatrix} \overline{D^*_{C11}} \cos^2 \theta + \overline{D^*_{C22}} \sin^2 \theta & (\overline{D^*_{C11}} - \overline{D^*_{C22}}) \sin \theta \cos \theta \\ (\overline{D^*_{C11}} - \overline{D^*_{C22}}) \sin \theta \cos \theta & \overline{D^*_{C11}} \sin^2 \theta + \overline{D^*_{C22}} \cos^2 \theta \end{bmatrix} = D_{C0} D_C^* \quad (35-2)$$

فصل ۳: حل عددی مسئله و

نرم افزار کامپول

۳-۱- مقدمه

پس از نوشتن معادلات حاکم بر مسئله با انتخاب روش حل عددی، گسسته سازی معادلات انجام می شود و از نرم افزار مناسب با قابلیت های مورد نظر استفاده می شود. در این بخش به طور مختصر و کاربردی به شرح مراحل انجام کار برای شبیه سازی در محیط کامسول پرداخته می شود.

۳-۲- گسسته سازی معادلات بر اساس روش المان محدود در نرم افزار کامسول

برای حل معادلات دیفرانسیل جزئی از حلگرهایی استفاده می شود که اساس کارشان بر پایه دیدگاه المان محدود است. در نرم افزار کامسول با توجه به شرایط تحلیل فیزیک مسئله، گسسته سازی معادلات دیفرانسیل جزئی انجام می شوند. در واقع با انتخاب شرایط مطالعه مسئله، حلگر معینی به گسسته سازی و انجام محاسبات می پردازد. در حالت کلی، برای معادلات مختلف می توان از شرایط پایا^۱ یا وابسته به زمان^۲ استفاده کرد؛ اما از آنجائی که بیشتر پدیده های طبیعی وابسته به زمان هستند، بیشتر از حلگر مربوط به شرایط وابسته به زمان استفاده می شود در مطالعه ی حاضر نیز بررسی مدل به صورت وابسته به زمان انجام شده است.

۳-۲-۱- حلگر BDF و α تعمیم یافته

حلگر BDF از فرمولاسیون دیفرانسیلی عقب گرد با مرتبه ی دقت متفاوت، از یک (اویلر عقب گرد) تا پنج استفاده می کند. روش های BDF برای مدت زیادی مورد استفاده قرار گرفته اند و به دلیل پایداری-شان شناخته شده اند. همچنین اثر میرایی شدیدی به خصوص در روش های مرتبه پایین تر دارند. روش اویلر عقب گرد می تواند هر فرکانس بالایی را میرا کند. حتی در مسائلی که انتظار می رود پاسخ با نوسانات شدیدی مواجه شود، با استفاده از روش اویلر عقب گرد ممکن است به پاسخ های بسیار هموار رسید.

¹ Stationary

²Time-Dependent

حلگر α تعمیم‌یافته مشخصاتی مشابه حلگر BDF از مرتبه دوم دارد ولی اساس این دو روش متفاوت است. این حلگر دارای یک پارامتر به نام α (آلفا) است که میزان میرا شدن فرکانس‌های بالا را کنترل می‌کند. در مقایسه با حلگر BDF (با حداکثر مرتبه‌ی دوم) روش α تعمیم‌یافته منجر به میرایی بسیار کمتری می‌شود، در نتیجه دقیق‌تر است. به همین دلیل این روش پایداری کمتری دارد.

پیاده‌سازی روش α تعمیم‌یافته در کامسول مشخص می‌کند که چه متغیرهایی از مرتبه اول زمانی هستند و چه متغیرهایی از مرتبه دوم هستند و فرمولاسیون درستی را بر متغیرها اعمال می‌کند.

در بیشتر موارد، روش α تعمیم‌یافته یک روش دقیق با پایداری کافیهست. بیشتر فیزیک‌های مورد استفاده در نرم‌افزار کامسول، از روش α تعمیم‌یافته به‌عنوان حلگر گذرای پیش‌فرض استفاده می‌کنند. در برخی مسائل پیچیده که نیاز به حلگر قدرتمندی است، از روش BDF استفاده می‌شود.

۳-۳- نحوه شبیه‌سازی و انجام محاسبات مطالعه‌ی حاضر در نرم‌افزار کامسول

در نرم‌افزار کامسول در گام نخست بعد مورد نظر (دو بعدی) از بین ابعاد موجود، انتخاب می‌شود. پس از انتخاب بعد، مهم‌ترین موضوع انتخاب سرفصل کاری مورد نظر در نرم‌افزار است. برای مثال برای مطالعه‌ی جریان درون کانال یا لوله می‌توان از سرفصل مربوط به جریان سیال^۱ نرم‌افزار و برای تحلیل تنش در جامدات از سرفصل مربوط به مکانیک جامدات استفاده کرد. برای مطالعه حاضر از سرفصل جریان سیال در محیط متخلخل و سرفصل انتقال حرارت در محیط متخلخل استفاده شده است. در گام بعدی به انتخاب نحوه‌ی مطالعه‌ی مدل پرداخته می‌شود. در این مرحله گزینه‌ی وابسته به زمان انتخاب شده است تا بتوان مدل را به‌صورت ناپایا تحلیل کرد. پس از طی این مراحل وارد محیط اصلی نرم‌افزار می‌شوند. نرم‌افزار کامسول در بخش سازنده مدل^۲ که مانند یک نمودار درختی است، دارای دو بخش

¹ Fluid flow

² Model Builder

کلی^۱ و محلی^۲ است و در هر یک از این بخش‌ها می‌توان پارامتر^۳ و متغیر^۴ برای حل مسئله تعریف نمود. زمانی که در بخش کلی یک پارامتر یا متغیر تعریف می‌شود، این‌ها در تمام دامنه‌ی حل مسئله تعریف می‌شوند، اما دیگر قابلیت به‌روزرسانی در طول حل را ندارند و بیشتر برای اعداد و ثوابتی که در هندسه و شرایط مرزی استفاده شده است، به کار می‌رود. سپس در بخش هندسه‌ی^۵ نرم‌افزار به شبیه‌سازی شکل مدل پرداخته می‌شود. پس از شبیه‌سازی هندسه مسئله، نواحی سیال ۱ و ۲ مشخص می‌گردد و سپس مشخصات هر بخش تعیین می‌گردد. برای مثال در گام اول تعیین مشخصات فیزیکی مانند ویسکوزیته، ضریب هدایت گرمایی، چگالی، ظرفیت گرمایی ویژه مشخص می‌شود. از آنجایی که ویسکوزیته تابعی از غلظت و دما است، در بخش ویسکوزیته با انتخاب گزینه‌ی تعریف شده توسط کاربر^۶ به تعریف تابع مورد نظر پرداخته می‌شود. در گام بعدی شرایط برای شرایط ورودی و خروجی توابع مورد نظر انتخاب می‌شوند. پس از کامل شدن مشخصات هندسی و فیزیکی، شبکه‌ی محاسباتی مناسب انتخاب می‌شود. برای این منظور از شبکه مستطیلی استفاده شده است. حال شرایط برای شروع محاسبات آماده است و در بخش حلگر وابسته به زمان با مشخص نمودن گستره‌ی زمانی حل و انتخاب گزینه‌ی محاسبه^۷، فرایند حل آغاز می‌گردد. همچنین از حلگر BDF برای حل مسئله استفاده شده است تا با میرایی قدرتمندی که دارد، بتواند پایداری پاسخ‌ها را تضمین کند.

۳-۴- معادلات مطالعه حاضر در نرم‌افزار کامسول

از مدل دوفازی داری و انتقال حرارت در محیط متخلخل برای شبیه‌سازی استفاده شده است. معادلات استفاده‌شده در این مدل، معادلات زیر هستند.

¹ Global

² Local

³ Parameter

⁴ Variable

⁵ Geomertry

⁶ User defined

⁷ Compute

$$\frac{\partial \varepsilon_p \rho}{\partial t} + \nabla \cdot \rho u = 0 \quad (1-3)$$

$$u = -\frac{K}{\mu} \nabla P \quad (2-3)$$

$$\rho = s_1 \rho_1 + s_2 \rho_2 \quad (3-3)$$

$$\frac{1}{\mu} = s_1 \frac{k_{r_1}}{\mu_1} + s_2 \frac{k_{r_2}}{\mu_2} \quad (4-3)$$

$$s_1 + s_2 = 1 \quad (5-3)$$

$$\frac{\partial \varepsilon_p C_1}{\partial t} + \nabla \cdot (C_1 u) = \nabla \cdot (D_c \nabla C_1) \quad (6-3)$$

$$d_z (\rho C_p)_{eff} \frac{\partial T}{\partial t} + d_z \rho C_p u \cdot \nabla T = \nabla \cdot (d_z k_{eff} \nabla T) + Q_{vd} \quad (7-3)$$

$$(\rho C_p)_{eff} = \theta_p \rho_p C_{p,p} + (1 - \theta_p) \rho C_p \quad (8-3)$$

$$k_{eff} = \theta_p k_p + (1 - \theta_p) k \quad (9-3)$$

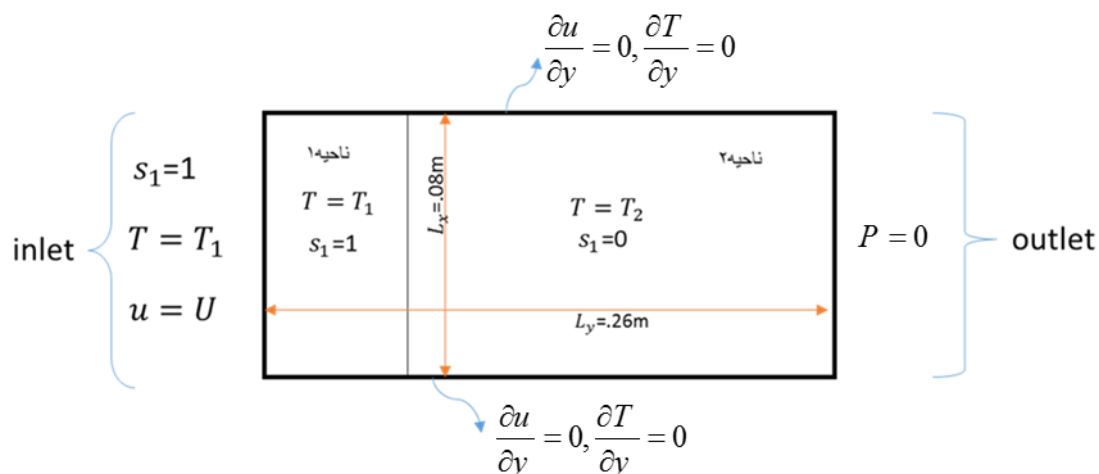
در این معادلات $C_1 = \rho_1 s_1$ ، ε_p تخلخل و K نفوذپذیری محیط متخلخل می‌باشد. برای $j=1,2$ ، s_j کسری از فضای خالی اشغال شده توسط سیال j است که به‌عنوان سیال اشباع نامیده می‌شود و k_{rj} نسبت نفوذپذیری سیال j است که میزان رسانایی ارائه شده توسط رسانه‌های متخلخل به سیال نسبت به سیال دیگر است.

با فرض $(\rho_1 = \rho_2 = \rho)$ معادله (3-3) و (5-3) هم‌ارز می‌شوند. معادله (5-3) از تعریف اشباع در پاراگراف قبل پیروی می‌کند، معادله (1-3) نشان‌دهنده قانون بقای جرم است که به معادله (2-2)

کاهش می‌یابد زیرا تخلخل ثابت و سیالات تراکم ناپذیر هستند. معادلات (۲-۳) و (۱-۲) یکسان و بیان‌کننده قانون دارسی هستند. معادله (۶-۳) معادله کانوکشن-دیفیوژن می‌باشد که با استفاده از تخلخل ثابت محیط، تراکم ناپذیری سیال و رابطه $D_c = \varepsilon_p D$ به معادله (۲-۳) کاهش پیدا می‌کند. معادله (۴-۳) رابطه بین ویسکوزیته با غلظت و دما است که با فرض اینکه $k_{ij} = 1$ ، $\mu_j(C, \theta) = \mu_1 \exp(\beta_C(1-C) + \beta_T(1-\theta))$ و با استفاده از معادله (۵-۳) رابطه (۱۶-۲) ظاهر می‌شود. معادله (۷-۳) معادله انرژی می‌باشد که با فرض $d_z = 1$ و جایگذاری روابط (۸-۳) و (۹-۳) در معادله (۷-۳) و استفاده از رابطه (۵-۲) به معادله (۴-۲) می‌رسد. جمله تلفات ویسکوز است که طبق معادله (۴-۲) برای نرم‌افزار تعریف شده است.

۳-۵- دامنه محاسباتی و شرایط مرزی

دامنه محاسباتی و شرایط مرزی در نظر گرفته شده در این پژوهش در شکل ۱-۳ نشان داده شده است. در این شبیه‌سازی عرض سلول برابر با $L_y = 0.08m$ و طول سلول برابر با $L_x = 0.26m$ در نظر گرفته شده است. در لحظه $t = 0$ ناحیه ۱ به‌طور کامل توسط سیال ۱ ($s_1 = 1$) پر شده است و باقی دامنه محاسباتی (ناحیه ۲) توسط سیال ۲ ($s_1 = 0$) پر شده است. در مرز ورودی سیال با سرعت و دمای یکنواخت وارد می‌شود. از آنجایی که مرز ورودی حاوی سیال ۱ است لذا در این مرز $s_1 = 1$ در نظر گرفته شد. سیال ۱ یک محلول آبی با لزجت و چگالی نزدیک به آب است و برای سیال ۲ از محلول آب گلیسرین ۸۰ درصد استفاده شد.



شکل ۳-۱: نمایی از دامنه محاسباتی استفاده شده در این پژوهش و شرایط مرزی آن

۳-۶- شبکه‌بندی و استقلال حل از شبکه محاسباتی

اولین قدم در حل مناسب معادلات، شبکه‌بندی دامنه محاسباتی است. در دینامیک سیالات محاسباتی عموماً دو نوع شبکه‌بندی با ساختار و شبکه‌بندی بی ساختار وجود دارد. انتخاب هر یک از این شبکه‌بندی‌ها تابع هندسه و شرایط مسئله بوده و دارای مزایا و معایب خاص خود می‌باشند. عموماً در شبکه‌بندی‌های با ساختار، ساختار اطلاعاتی در شبکه واضح بوده و همسایگی‌ها در آن مشخص و قانونمند است. در این نوع شبکه‌بندی‌ها حجم محاسبات کمتر شده و حجم ذخیره‌سازی اطلاعات در هنگام حل معادلات کاهش می‌یابد. در شبکه‌بندی بی ساختار همسایگی‌ها مشخص و قانونمند نیست از این رو این شبکه‌بندی نیازمند حجم بالای ذخیره‌سازی برای حل معادلات است. عموماً استفاده از شبکه‌بندی با ساختار در هندسه‌های پیچیده مشکل بوده و با دشواری‌های فراوانی همراه است. لذا اغلب در هندسه‌های ساده که در آن ایجاد شبکه‌بندی با ساختار راحت‌تر است سعی می‌شود از این نوع شبکه‌بندی استفاده شود. در هندسه‌های پیچیده در صورت عدم امکان ایجاد شبکه‌بندی با ساختار، از شبکه‌بندی بی ساختار استفاده می‌کنند.

در این تحقیق از یک شبکه‌بندی مستطیلی ثابت و با ساختار که در آن شبکه‌بندی با فصل مشترک بین دو فاز حرکت نمی‌کند، استفاده شده است. به‌طور کلی کوچک کردن سلول‌های شبکه از یک سو سبب

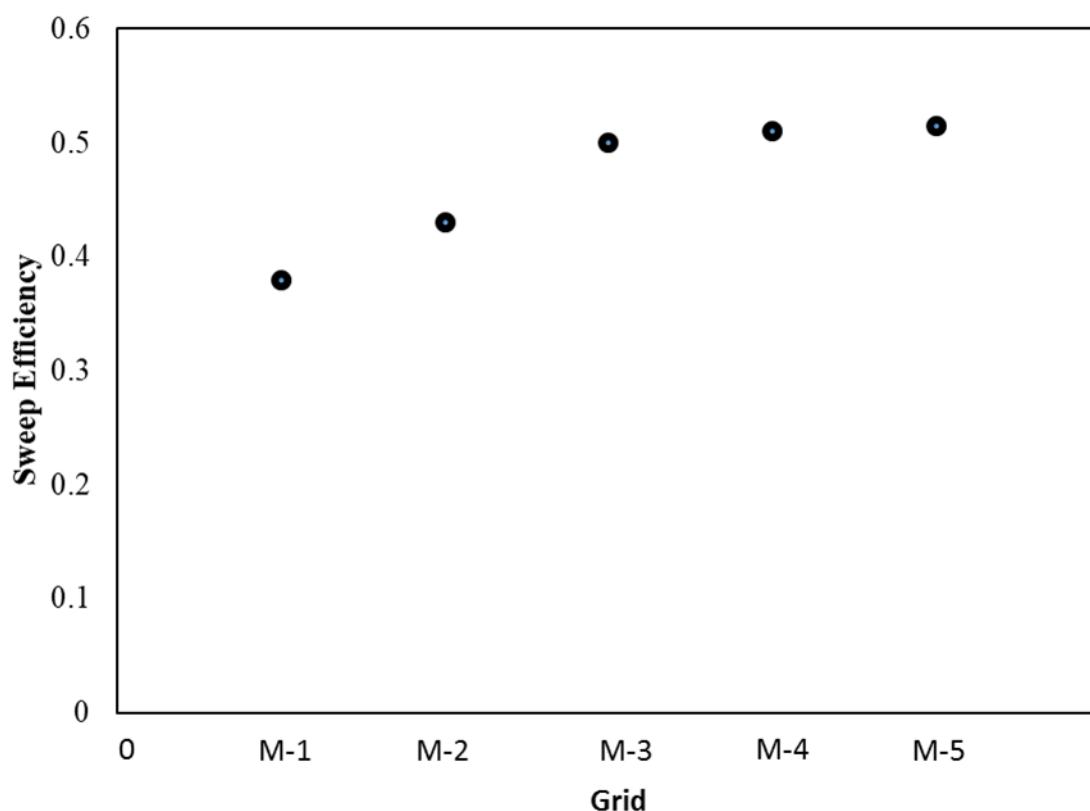
دقیق تر شدن حل عددی می‌گردد و از سوی دیگر هزینه محاسباتی را افزایش می‌دهد.

به منظور انتخاب شبکه‌بندی مناسب پنج شبکه مورد بررسی قرار گرفته است و نتایج حاصل از این شبکه‌ها با یکدیگر مقایسه شده‌اند. در جدول زیر تعداد سلول‌های موجود در هر شبکه‌بندی آمده است.

جدول ۱-۳: مشخصات شبکه‌بندی‌های محاسباتی

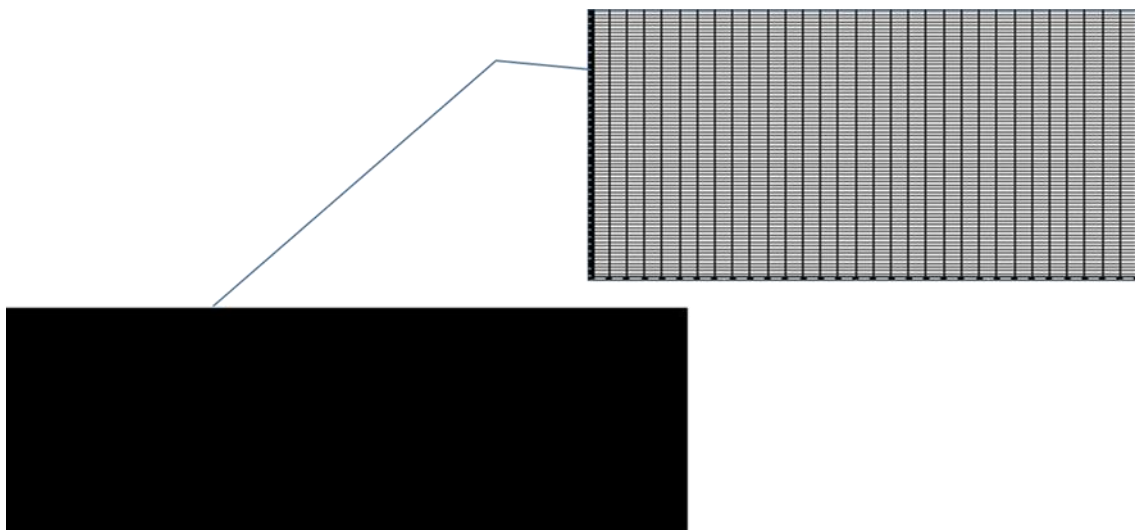
تعداد کل سلول‌ها	تعداد سلول‌ها در ناحیه ۲	تعداد سلول‌ها در ناحیه ۱	نوع شبکه
۲۹۲۵۰	۲۲۶۵۰	۶۶۰۰	M-1
۶۵۹۲۵	۵۱۰۷۵	۱۴۸۵۰	M-2
۱۱۷۰۰۰	۹۰۶۰۰	۲۶۴۰۰	M-3
۲۶۳۲۵۰	۲۰۳۸۵۰	۵۹۴۰۰	M-4
۴۶۸۰۰۰	۳۶۲۴۰۰	۱۰۵۶۰۰	M-5

در شکل زیر برای بررسی استقلال حل از شبکه محاسباتی از پارامتر راندمان جابجایی استفاده شده است. راندمان جابجایی محاسبه شده برای هر شبکه‌بندی برای لحظه‌ای می‌باشد که اولین انگشتی به مرز انتهایی می‌رسد.



شکل ۲-۳: مقایسه راندمان جارویی در شبکه‌بندی‌های مختلف برای $Le = \lambda = 1$

همان‌طور که در شکل ۲-۳ مشاهده می‌شود، راندمان جارویی در شبکه M-3 تفاوت کمی با شبکه‌های M-4 و M-5 دارد. بدیهی است افزایش تعداد سلول‌های شبکه محاسباتی، سبب افزایش دقت حل عددی و کاهش خطای محاسبات می‌گردد، ولی باید توجه داشت که این امر سبب افزایش شدید زمان و حجم محاسبات نیز می‌شود. با توجه به اطلاعات ارائه شده در جدول ۱-۳ و شکل ۲-۳، می‌توان با تقریب خوبی از شبکه M-3 برای استخراج نتایج استفاده نمود. در شکل ۳-۳ شبکه‌بندی استفاده شده در مطالعه حاضر (M-3) نشان داده شده است.



شکل ۳-۳: شبکه بندی M-3

فصل ۴: شبیه‌سازی غیرخطی

در این بخش به بررسی و تحلیل نتایج حاصل از شبیه‌سازی غیرخطی ناپایداری انگشتی لزج پرداخته خواهد شد. در نگاه کلی، شبیه‌سازی‌های غیرخطی انجام‌شده در این مطالعه را می‌توان به سه بخش تقسیم‌بندی کرد:

۱- شبیه‌سازی مربوط به بررسی اثر تلفات ویسکوز بر ناپایداری انگشتی لزج

۲- شبیه‌سازی مربوط به تأثیر عدد پکلت بر ناپایداری انگشتی لزج

۳- شبیه‌سازی مربوط به بررسی ناپایداری انگشتی لزج در محیط متخلخل با خواص

ناهمسانگرد

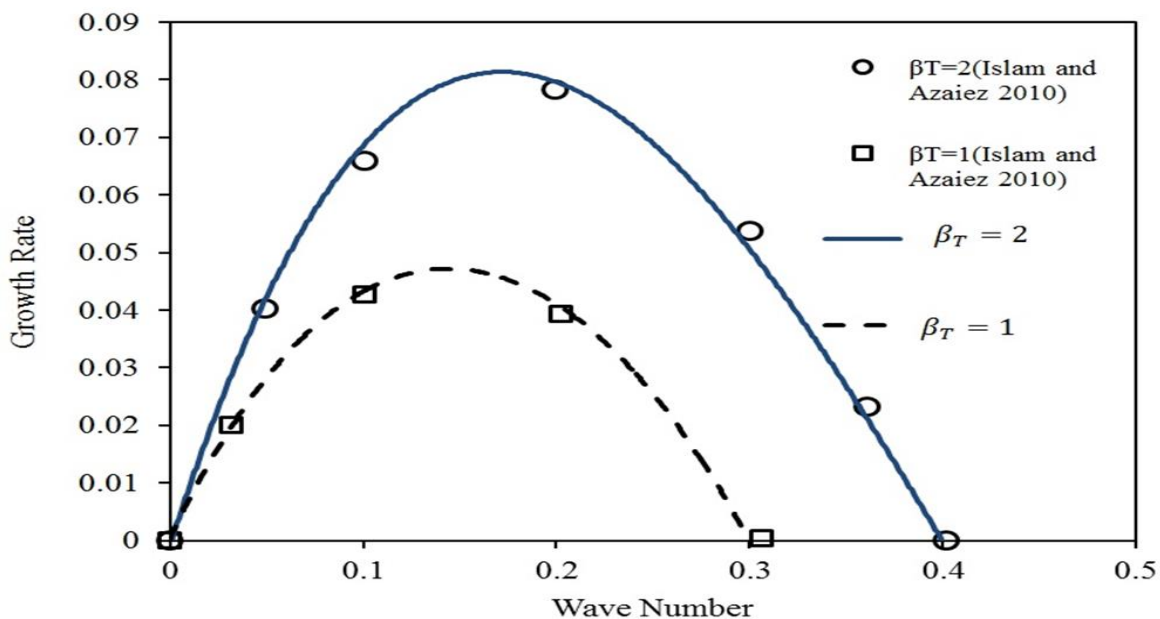
در تمام شبیه‌سازی‌های غیرخطی انجام‌گرفته برای ناپایداری انگشتی، با اعمال اغتشاشاتی کوچک که به‌صورت تصادفی انتخاب می‌شوند، تحریک اولیه‌ی لازم برای شروع ناپایداری را ایجاد می‌کنند. این اغتشاشات همان‌طور که در نتایج حاصل از شبیه‌سازی در قسمت‌های بعدی نمایش داده خواهند شد به‌سرعت با گذشت زمان رشد کرده و کل دامنه محیط متخلخل را در بر می‌گیرند. این رشد با توجه به مکانیزم‌های مختلفی که برای رشد انگشتی‌ها معرفی شده‌اند، انجام خواهد شد. مکانیزم‌ها در شرایط متفاوت جریان و یا هندسه، متفاوت می‌باشند. در ادامه به پارامترهایی که برای بررسی و تحلیل نتایج استفاده شده است، اشاره می‌شود. برای بررسی و تحلیل نتایج، ابتدا از کانتورهای غلظت که به خوبی رشد انگشتی‌ها را در زمان‌های مختلف شبیه‌سازی نشان می‌دهد، استفاده شده است، پس از آن نمودارهای مربوط به میانگین غلظت عرضی و دما در حالت‌های مختلف شبیه‌سازی مورد بررسی قرار می‌گیرند. در ادامه طول اختلاط و چگونگی تغییرات آن بوسیله پارامترهای موجود در مسئله معرفی می‌شود و در نهایت به بررسی پارامتری به نام راندمان جاروبی پرداخته می‌شود که کاربرد بسیار گسترده‌ای در صنایع مربوط به انتقال مواد هیدروکربونی دارد. در تمام نمودارها و کانتورهای نمایش

داده شده در این فصل $Pe_C = 1300, Br = 10^{-10}, \beta_C = 3, \beta_T = 2, \alpha_K = \alpha_D = 1$ و $\beta_K = \beta_D = 0$ می‌باشند مگر این که خلاف آن ذکر شود.

۲-۴- اعتبارسنجی

در این قسمت به مقایسه نتایج به دست آمده از تحلیل پایداری خطی معادلات حاکم بر مسئله در محیط متخلخلی با خواص همسانگرد با نتایج تحلیل خطی اسلام و عزایز [۴۶] پرداخته شده است.

در شکل ۱-۴ نرخ اغتشاشات بر حسب عدد موج رسم شده است. تمام نتایج بدست آمده در این دو منحنی همخوانی بسیار خوبی با مطالعات انجام شده توسط اسلام و عزایز [۴۶] دارند. خطوط نتایج به دست آمده از مطالعه حاضر و دایره‌ها و مربع‌ها نتایج به دست آمده توسط این دو محقق را به ترتیب برای $\beta_T = 1$ و $\beta_T = 2$ نشان می‌دهد. همان‌طور که مشاهده می‌شود نتایج تطابق قابل قبولی با یکدیگر دارند.



شکل ۱-۴: مقایسه نتایج اسلام و عزایز و مطالعه حاضر

۳-۴- پارامترهای ارزیابی نتایج

در این قسمت به تشریح پارامترهایی که برای بررسی و تحلیل نتایج استفاده شده است، پرداخته می‌شود.

۱-۳-۴- کانتورهای غلظت و دما

در این قسمت کانتورهای غلظت و دما در زمان‌های مختلف شبیه‌سازی، نمایش داده می‌شوند و مکانیزم‌های مختلف رشد انگشتی‌ها مورد بررسی قرار می‌گیرند. همان‌طور که ذکر شد فرایند پیچیده رشد انگشتی‌ها توسط مکانیزم‌هایی معرفی می‌شوند. انواع مختلفی از این مکانیزم‌ها در مطالعات پیشین توسط محققین بسیاری مورد بررسی قرار گرفته‌اند. در اینجا مروری کوتاه بر تحقیقات انجام گرفته توسط این افراد خواهیم داشت. تن و هومسی [۲۸] برای اولین بار به طور جامع، به معرفی و بررسی مکانیزم‌های موجود در رشد انگشتی‌ها در جابجایی‌های مخلوط شدنی و در محیط متخلخلی با پراکندگی همسانگرد پرداختند. پس از آن زیمرمن و هومسی [۵۴] مطالعات مربوطه را در محیط متخلخلی با پراکندگی ناهمسانگرد ادامه دادند. قسمت و عزایز [۳۰] به بررسی مکانیزم‌های موجود آمده در محیط متخلخلی که پراکندگی آن وابسته به سرعت جریان می‌بود، پرداختند. علاوه بر این، عزایز و سینق [۳۵] در مطالعه‌ای که در زمینه جریان سیالات باریک شونده انجام دادند، مکانیزم‌های جدید بوجود آمده در آن را مورد بررسی قرار دادند. در کنار این مطالعات، برخی نیز با استفاده از روش‌های جدیدتر شبیه‌سازی، به بررسی مکانیزم‌های ایجادشده در شرایطی که قبلاً امکان شبیه‌سازی آن‌ها وجود نداشت، پرداختند. به‌عنوان نمونه، اسلام و عزایز^۱ [۵۵] با استفاده از یک روش طیفی اصلاح شده، توانستند این ناپایداری را در نسبت تحرک‌های بالاتر شبیه‌سازی کرده و مکانیزم‌های جدید به وجود آمده در آن را مشاهده کنند. در ادامه بخشی از مهم‌ترین مکانیزم‌های معرفی شده در مطالعات پیشین تشریح شده و در فریم‌های مختلف شبیه‌سازی، نشان داده می‌شوند.

¹ Islam, M. N. ; Azaiez, j.

انتشار^۱: پدیده انتشار یکی از محتمل ترین پدیده‌هایی است که امکان دارد در الگوی انگشتی‌ها به وجود بیاید. در این پدیده یکی از انگشتی‌ها سریع‌تر از سایرین در جهت جریان حرکت داشته و با گذر زمان، از سرعت در جهت طولی آن کاسته شده و شروع به پخش شدن در راستای عرضی می‌کند. این پدیده تا جایی پیش می‌رود که انگشتی ذکر شده به آرامی در سیال دوم حل شود.

به هم پیوستگی^۲: شکل‌گیری مکانیزم به هم پیوستگی باعث می‌شود جابه‌جایی سیال با لزجت کمتر توسط سیال با لزجت بیشتر با سرعت بیشتری انجام شود، زیرا در این فرایند نوک یک انگشتی درون انگشتی کناری نفوذ کرده و در نتیجه انگشتی بزرگتر بوجود می‌آید. این مکانیزم اولین بار توسط زیمرمن و هومسی [۵۴] معرفی شد.

دنباله جدا شده^۳: پس از اینکه یکی از انگشتی‌ها به داخل انگشتی دیگری نفوذ می‌کند، در بین این دو انگشتی فاصله‌ای ایجاد می‌شود که سیال جابه‌جا شونده در آن به دام می‌افتد، به این فاصله که معمولاً به شکل قطره ظاهر می‌شود، دنباله جدا شده می‌گویند و مملو از سیال با ویسکوزیته بیشتر است. با گذر زمان این قطره به دام افتاده آرام آرام شروع به پخش شدن در سیال جابه‌جا کننده کرده و از بین می‌رود. این پدیده اولین بار توسط راجرسون [۵۶] مشاهده و نام‌گذاری شد.

محوشدگی^۴: در این حالت، به دلیل جریان، انگشتی با سرعت حرکت کرده اما با گذر زمان، توسط انگشتی‌های مجاور تغذیه نمی‌شود (به هم پیوستگی) و طول انگشتی به آرامی در سیال جابه‌جا شونده محو می‌شود. این مکانیزم اولین بار توسط زیمرمن و هومسی [۵۴] در شبیه‌سازی غیرخطی که در محیط با پراکندگی ناهمسانگرد انجام دادند، معرفی شد. البته پس از این دو، تن و هومسی [۲۸] نیز در

¹ Spreading

² Coalescence

³ Trailing Lobe Detachment

⁴ Fading

بررسی ناپایداری انگشتی در محیط‌های همسانگرد، این مکانیزم را مشاهده کردند.

بهم آمیختگی دو سوپه^۱: در این پدیده، دو انگشتی، به آرامی به سمت یک انگشتی میانی متمایل شده و کم‌کم در آن نفوذ می‌کنند. این پدیده اولین بار توسط عزایز و سینق [۳۵] برای دو سیال مخلوط شدنی غیرنیوتنی مشاهده و نام‌گذاری شد.

شکافتگی نوک انگشتی^۲: هنگامی که پدیده انتشار در یکی از انگشتی‌ها رخ می‌دهد، همانطور که گفته شد باعث پهن‌تر شدن سر انگشتی می‌شود، اگر این انگشت قبل از، از دست دادن غلظت خود به اندازه کافی پهن شود تا بیشتر از دو موج در آن رشد کند، شیب اختلاف غلظت به دلیل وجود جریان در آن بیشتر شده و سر انگشتی ناپایدار می‌شود و شکافت نوک انگشتی اتفاق می‌افتد.

۴-۳-۲- مقادیر میانگین غلظت عرضی و دما

بررسی منحنی‌های به‌دست‌آمده از مقادیر میانگین، یکی از متداول‌ترین مطالعات آزمایشگاهی و عددی در بررسی ناپایداری انگشتی می‌باشد. زیمرمن و هومسی [۵۴] در بررسی ناپایداری انگشتی در محیط متخلخلی که پراکندگی ناهمسانگردی داشت، منحنی‌های میانگین عرضی و طولی^۳ غلظت را رسم کردند. آن‌ها همچنین به بررسی تغییرات عدد پکلت بر جابجایی این منحنی‌ها پرداختند.

۴-۳-۳- طول اختلاط

یکی از پارامترهای مهمی که می‌توان با توجه به آن به بررسی این نوع ناپایداری پرداخت طول اختلاط است. میزان پیشرفت سیال با ویسکوزیته بیشتر درون سیال با ویسکوزیته کمتر طول اختلاط نامیده می‌شود که برای بیان مقدار پیشرفت و حرکت انگشتی‌ها در محیط متخلخل از آن استفاده می‌شود. به دست آوردن طول اختلاط یک ایده‌ی بسیار خوب به محققین برای پیدا کردن نقطه‌ی حمله انگشتی‌ها

¹ Double Coalescence

² Tip-splitting

³ Longitudinal Average Concentration

ارائه می‌دهد. در حقیقت بیشترین طول اختلاط به دست آمده، نشان‌دهنده بزرگ‌ترین طول انگشتی در ناحیه متخلخل مورد نظر می‌باشد. برای یک جابجایی پایدار این طول متناسب با $t^{1/2}$ می‌باشد. در جابجایی‌های ناپایدار نیز در زمان‌های اولیه شروع جریان که هنوز اغتشاشات کم‌توان هستند، این طول متناسب با $t^{1/2}$ می‌باشد. ولی با گذشت زمان و رشد انگشتی‌ها، طول اختلاط تابعی پیچیده بر حسب زمان می‌شود. بر همین اساس مطالعاتی زیادی در مورد چگونگی رفتار این کمیت بر حسب زمان در حالت‌های متفاوت انجام گرفته و معادلات گوناگونی برای آن گزارش شده است. کوال و همکاران [۵۷] در مدل یک‌بعدی خود، برای این کمیت یک رابطه خطی با زمان در نظر گرفتند و نتایج به دست آمده از این فرض را با نتایج آزمایشگاهی مورد مقایسه قرار دادند. همچنین پرکینس [۱۲] با استفاده از نتایج آزمایشگاهی توانست رابطه‌ای را بر نتایج به دست آمده منطبق کند و در حالت‌های متفاوت بعدی که امکان مدل‌سازی آزمایشگاهی وجود نداشت، از آن استفاده کند. علاوه بر این، تن و هوسی [۲۸] نیز طول اختلاط را در جابجایی‌های نیوتنی برای حالت‌های متفاوت به دست آورده و نتیجه گرفتند که به ازای مقادیر بسیار بزرگ از عدد پکلت این طول وابستگی خود را به عدد پکلت از دست می‌دهد. این دو همچنین مشاهده کردند که اگر اغتشاشات اولیه کوچک باشند، طول اختلاط ابتدا با $t^{1/2}$ تغییر می‌کند ولی پس از آن با رشد انگشتی‌ها رابطه‌ای خطی با t پیدا خواهد کرد. مطالعات انجام شده توسط این دو نویسنده با تحقیقات زیمرمن و هومسی [۵۴] ادامه یافت. این دو متوجه شدند که رفتار این کمیت برای بخش زیادی از حالت‌های جابجایی مورد آزمایش، تا زمان ۱۵۰ ثانیه تقریباً یکسان می‌باشد و پس از آن تغییرات در مقادیر به دست آمده محسوس خواهد شد. پس از این دو نیز، راگرسون و میبورگ [۵۸] پی بردند که اگرچه در تحقیقات خود برش‌های مماسی متفاوتی به سیستم اعمال می‌کنند ولی تغییرات طول اختلاط همانند نتایج به دست آمده زیمرمن و هومسی [۵۴]، تا زمان ۱۵۰ ثانیه تقریباً یکسان می‌باشد.

۴-۳-۴- بازده جاروبی

بازده جاروبی یکی دیگر از پارامترهای مهم برای تشخیص و درک گسترش الگوی انگشتی‌ها در جریان

است که به صورت، حجم سیال جابجا شده نسبت به حجم کل موجود از آن سیال در محیط متخلخل تعریف می شود. در مطالعه حاضر از روش استفاده شده توسط قسمت و عزایز [۳۰] برای بدست آوردن بازده جاروبی استفاده شده است. این دو محقق در بررسی ناپایداری انگشتی در محیط متخلخلی که پراکندگی آن وابسته به سرعت جریان بود، منحنی های این بازده را در پارامترهای مختلف تأثیرگذار بر پراکندگی محیط متخلخل مورد بررسی قرار دادند. در این روش آن ها برای تعریف این بازده، تعداد گره هایی را که غلظت آن ها مساوی یا بزرگتر از $0/5$ بود بر تعداد کل گره های موجود در محیط محاسباتی تقسیم کردند. بازده جاروبی استفاده شده در تمام منحنی ها برای لحظه ای که انگشتی ها به انتهای جبهه می رسند می باشد.

۴-۳-۵- زمان دست یابی

در مطالعه سجادی و عزایز [۴۹] زمان دست یابی به عنوان زمانی معرفی می شود که در فرایند سیلاب زنی، سیال جابه جا کننده به مکان استخراج برسد. در مطالعه حاضر این پارامتر نشان دهنده زمانی است که انگشتی به انتهای جبهه غلظت خواهد رسید. در مطالعه حاضر منحنی های زمان دست یابی برحسب تغییرات ضریب تأخیر حرارتی رسم شده اند.

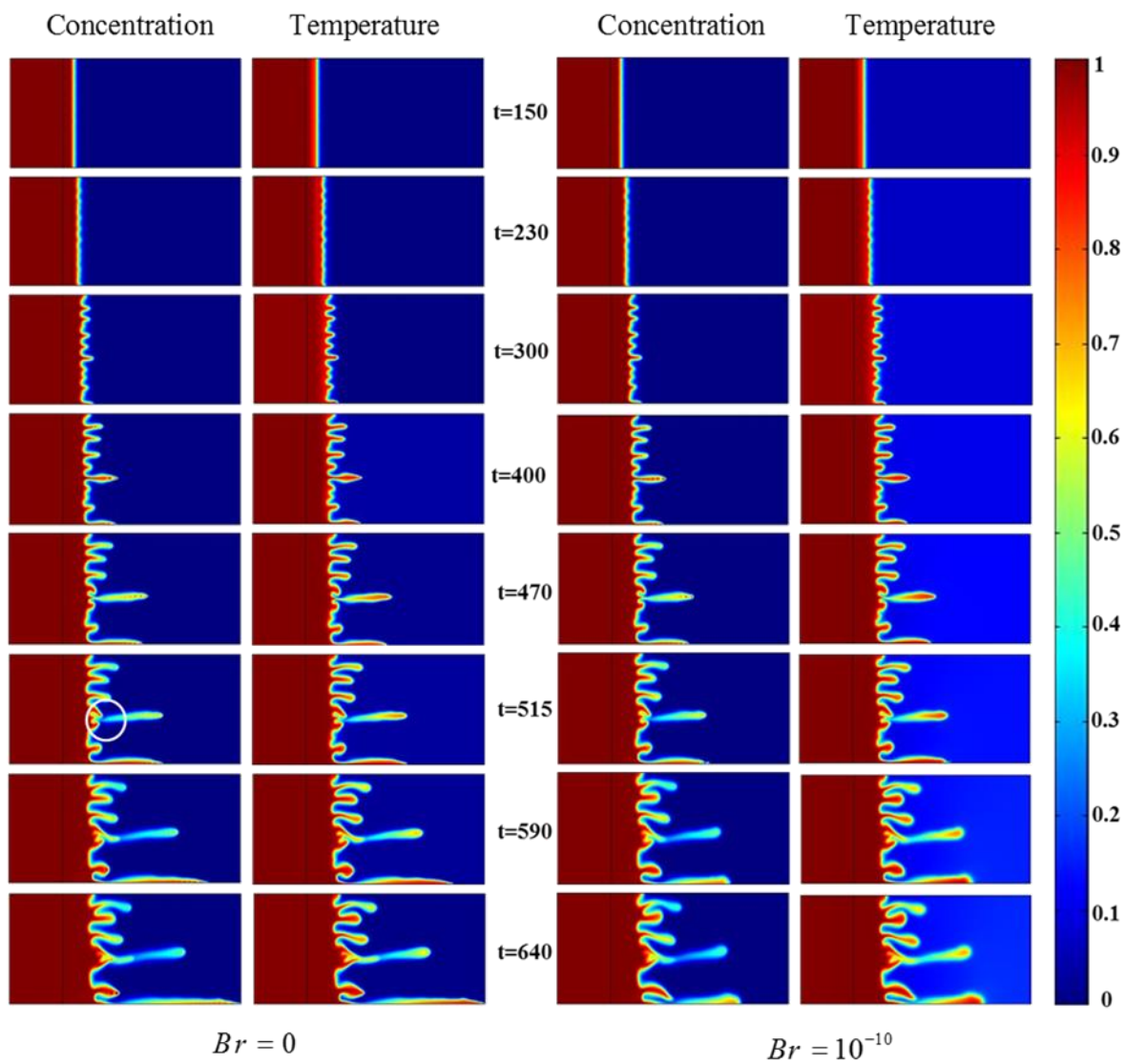
۴-۴- بررسی اثر تلفات ویسکوز بر ناپایداری انگشتی حرارتی لزج

در ابتدا به بررسی نقش تلفات ویسکوز در رشد ناپایداری ها پرداخته می شود. بدین منظور نتایج به دست آمده از شبیه سازی غیرخطی را در دو حالت با در نظر گرفتن تأثیر تلفات ویسکوز و بدون آن در شکل ۲-۴ نشان داده شده است. در حالتی که تلفات ویسکوز حضور ندارند، انگشتی ها سریع تر رشد کرده و به انتهای جبهه می رسند. در صورتی که وقتی اثر تلفات ویسکوز در نظر گرفته می شود انگشتی ها منظم تر و با سرعت کمتری رشد می کنند، این امر به این دلیل است که تلفات ویسکوز دما را بالا می برد و در پی آن ویسکوزیته که تابع دما است کاهش پیدا می کند و از آن جا که سیال دوم ویسکوزیته بالاتری نسبت به سیال اول دارد ($\mu_1 < \mu_2$) با افت شدیدتری نسبت به سیال اول روبرو می شود. از این

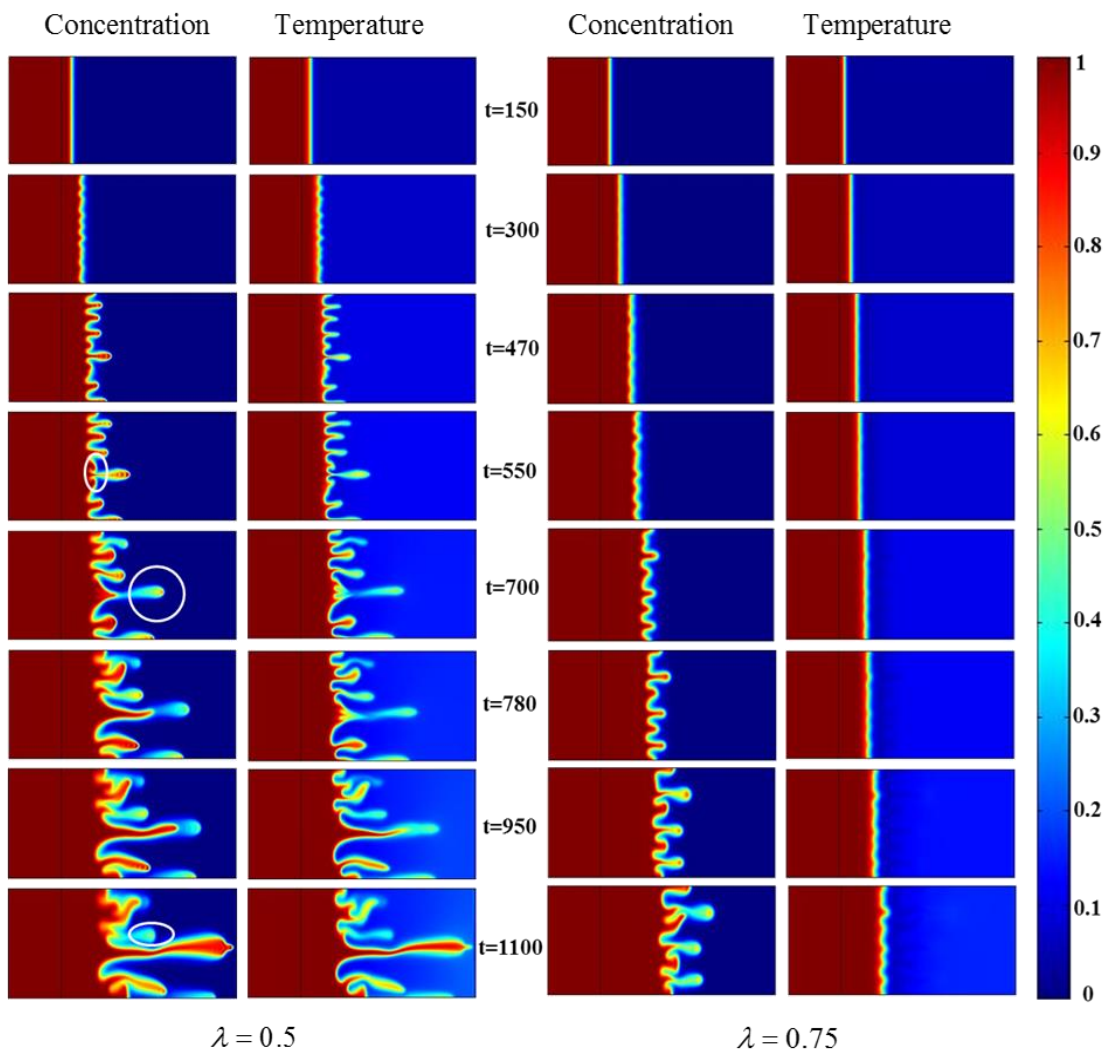
رو نسبت ویسکوزیته‌ها کاهش یافته و همانطور که در کانتورها مشاهده می‌شود ناپایداری کاهش پیدا می‌کند، تأخیر ایجاد شده در رسیدن سیال جابجا کننده به انتهای مسیر منجر به ورود حجم بیشتر سیال به محیط و در نتیجه خروج بیشتر سیال جابجاشونده از محیط می‌شود. این فرایند به خوبی در نتایج بدست آمده قابل مشاهده است.

با مقایسه کانتورهای غلظت در زمان یکسان در دو حالت $Br = 0$ و $Br = 10^{-10}$ ، می‌توان نتیجه گرفت که تلفات ویسکوز تأثیر قابل توجهی روی ساختار کلی انگشتی‌ها ندارند اما باعث کوتاه‌تر شدن طول انگشتی‌ها می‌شوند. همچنین با مقایسه کانتورهای غلظت و دما مشاهده می‌شود جبهه غلظت و دما برای $\lambda = 1$ ، یعنی زمانی که هیچ تبادل حرارتی بین سیالات با محیط جامد وجود ندارد، بر هم منطبق هستند زیرا برای $Le = \lambda = 1$ دو معادله کانوکشن دیفیوژن و انرژی (معادله (۲-۳) و (۲-۴)) یکسان اثر می‌کنند. در $t = 515$ برای $Br = 0$ ، مکانیزم به هم آمیختگی دوسویه قابل مشاهده است، دو انگشتی به آرامی به سمت یک انگشتی میانی متمایل شده و کم کم در آن نفوذ می‌کنند، در نتیجه انگشتی بزرگ‌تر و با ضخامت بیشتر به وجود می‌آید.

شکل ۳-۴ تأثیر تغییرات پارامتر λ که نسبت سرعت جبهه حرارت به سرعت جبهه غلظت می‌باشد را برای $Le = 1$ نشان می‌دهد. همان‌طور که مشاهده می‌شود برای $\lambda < 1$ جبهه حرارت عقب‌تر از جبهه غلظت قرار گرفته است. در واقع می‌توان گفت برای $\lambda < 1$ به دلیل انتقال حرارت بین سیالات و محیط جامد، سرعت جبهه حرارتی کاهش پیدا می‌کند ($U_T = \lambda U$) و عقب‌تر از جبهه جرمی قرار می‌گیرد. به همین دلیل نیز با کاهش ضریب تأخیر حرارتی ناپایداری کاهش پیدا می‌کند زیرا اثر ناپایدار کننده جبهه حرارت بر جبهه غلظت کاهش پیدا کرده است. مکانیزم به هم پیوستگی دوسویه در فریم $t = 550$ با دایره مشخص شده است و همچنین مکانیزم انتشار در $t = 700$ مشاهده می‌شود که انگشتی فرم افقی خود را از دست داده و پهن‌تر شده است.

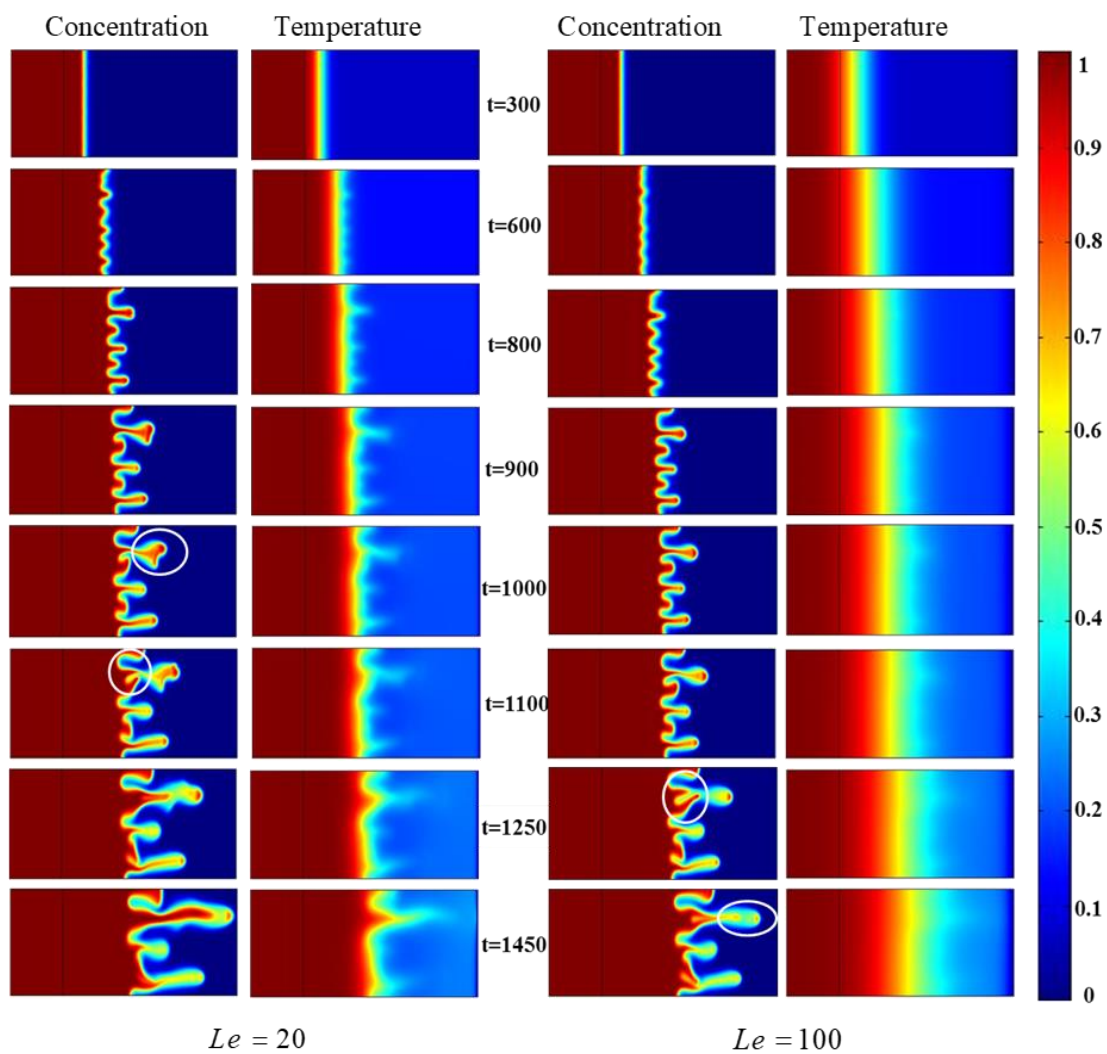


شکل ۴-۲: تأثیر تلفات ویسکوز بر کانتور غلظت و کانتور دما ($Le = \lambda = 1$)



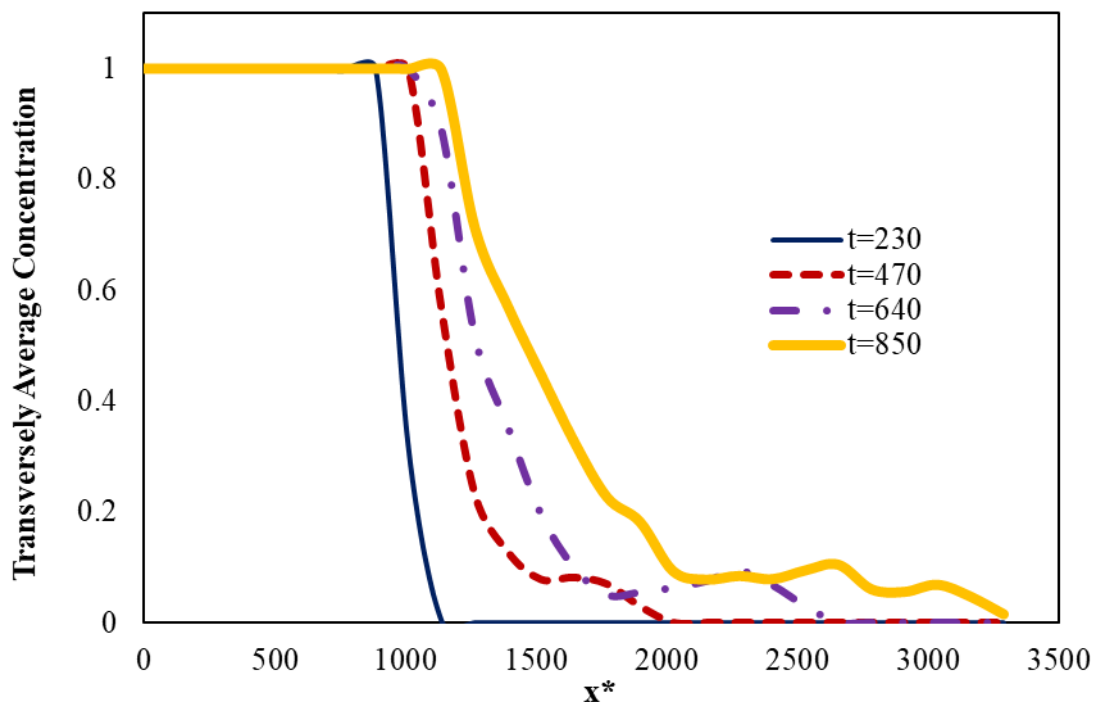
شکل ۳-۴: تأثیر ضریب تأخیر حرارتی بر کانتور غلظت و کانتور دما ($Br = 10^{-10}$ و $Le = 1$)

شکل ۴-۴ تأثیر عدد لوئیس را روی کانتورهای غلظت و دما نشان می‌دهد. عدد لوئیس بیان‌کننده نسبت نفوذ گرمایی به نفوذ ملکولی می‌باشد. با مقایسه کانتورهای دما مشاهده می‌شود که با افزایش عدد لوئیس جبهه حرارت با موج ضعیفی و بدون هیچ انگشتی مشخصی منتشر می‌شود. با دقت در کانتورهای غلظت مشاهده می‌شود که در فریم‌های ابتدایی تعداد انگشتی‌ها زیادتر و البته بسیار باریک و ریز هستند. در حالی که با گذشت زمان در فریم‌های بعدی از تعداد آن‌ها کاسته شده ولی در عوض انگشتی‌هایی پهن‌تر و بزرگ‌تر بوجود می‌آیند. مقایسه کانتورهای غلظت در زمان یکسان نشان می‌دهد که افزایش عدد لوئیس ناپایداری را کاهش داده است. در واقع می‌توان گفت با افزایش عدد لوئیس نیز تأثیر ناپایدار کننده جبهه حرارت بر جبهه غلظت کاهش پیدا می‌کند و جریان پایدارتری به دست می‌آید. نوع خاصی از مکانیزم شکافت نوک انگشتی در شکل ۴-۴ در $t = 1000$ دیده می‌شود که در آن نوک انگشتی شکافته ولی نفوذ انگشتی کناری (مکانیزم به هم پیوستگی در $t = 1100$) در آن باعث تقویت انگشتی و جلوگیری از دوشاخه شدن انگشتی شده است. همچنین مکانیزم انتشار در $t = 1450$ قابل مشاهده است، این مکانیزم همان‌طور که گفته شد از حرکت‌های بسیار کوچک عمود بر جهت جریان ناشی می‌شود که باعث می‌شود انگشتی فرم افقی خود را از دست بدهد.



شکل ۴-۴: تأثیر عدد لوئیس بر کانتور غلظت و کانتور دما ($Br = 10^{-10}$ و $\lambda = 0.75$)

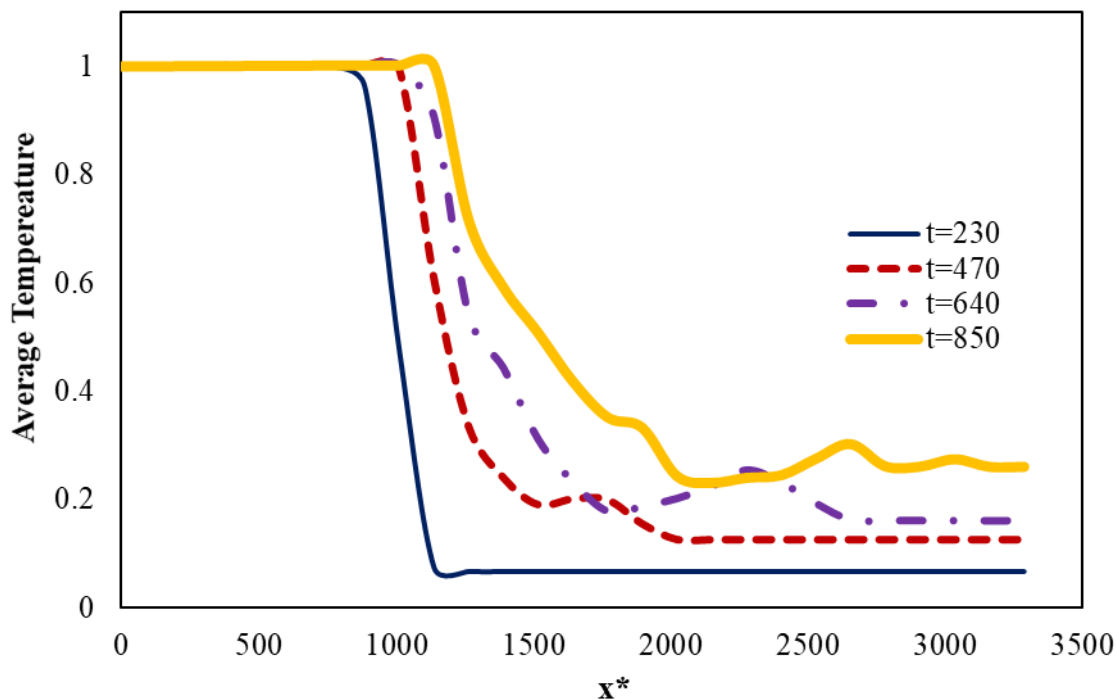
در شکل ۴-۵ منحنی‌های میانگین غلظت عرضی برای $Br = 10^{-10}$ و $Le = \lambda = 1$ در زمان‌های مختلف رسم شده است. همان‌طور که مشاهده می‌شود در زمان‌های ابتدایی شروع ناپایداری، منحنی به صورت خطی بدون تغییرات می‌باشد. با افزایش زمان و رشد انگشتی‌ها، پستی و بلندی در منحنی ظاهر شده و با گذشت زمان این پستی و بلندی‌ها افزایش پیدا کرده‌اند. افزایش پستی و بلندی‌ها در منحنی‌های مقادیر میانگین به معنی ناپایدارتر شدن جریان می‌باشد.



شکل ۴-۵: منحنی میانگین غلظت عرضی برای $Br = 10^{-10}$ و $Le = \lambda = 1$

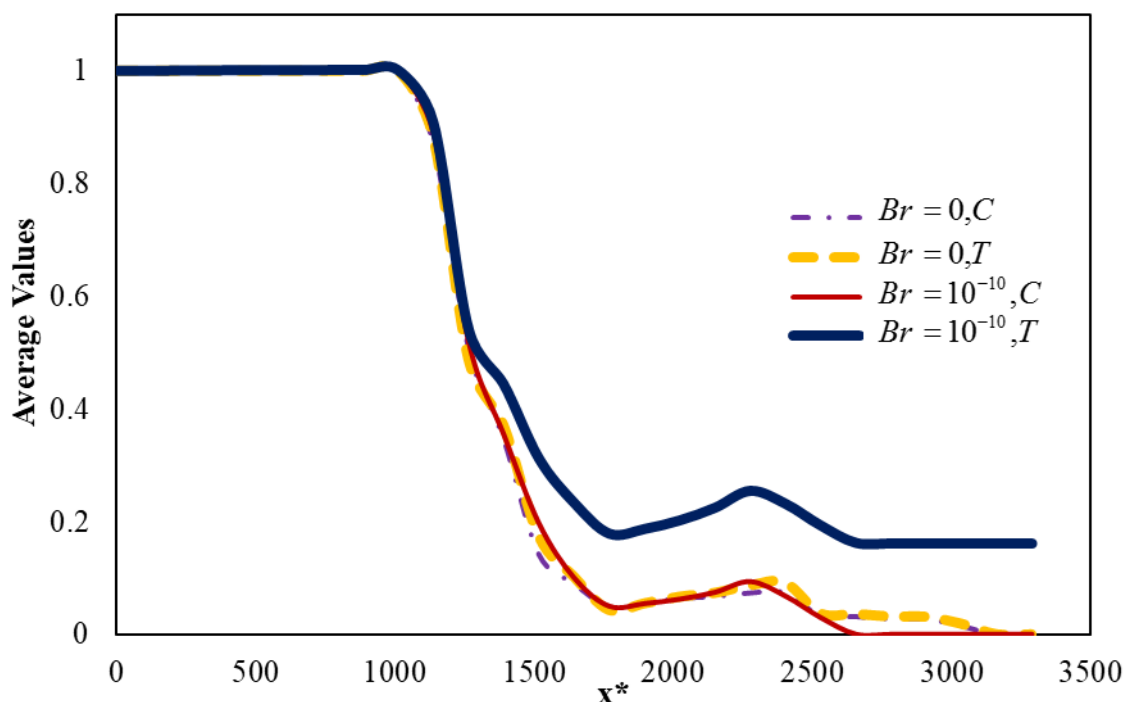
منحنی‌های میانگین دما^۱ در زمان‌های مختلف در شکل ۴-۶ نشان داده شده است. با توجه در شکل مشاهده می‌شود با افزایش زمان، دما بالاتر می‌رود. این افزایش دما در سیال جابجا شونده بیشتر است زیرا دارای ویسکوزیته بیشتری می‌باشد و اثر تلفات ویسکوز نیز بیشتر می‌شود. پستی و بلندی‌های منحنی‌ها نیز با افزایش زمان افزایش پیدا کرده‌اند یعنی با گذشت زمان جریان ناپایدارتر شده است.

¹ Average Temperature



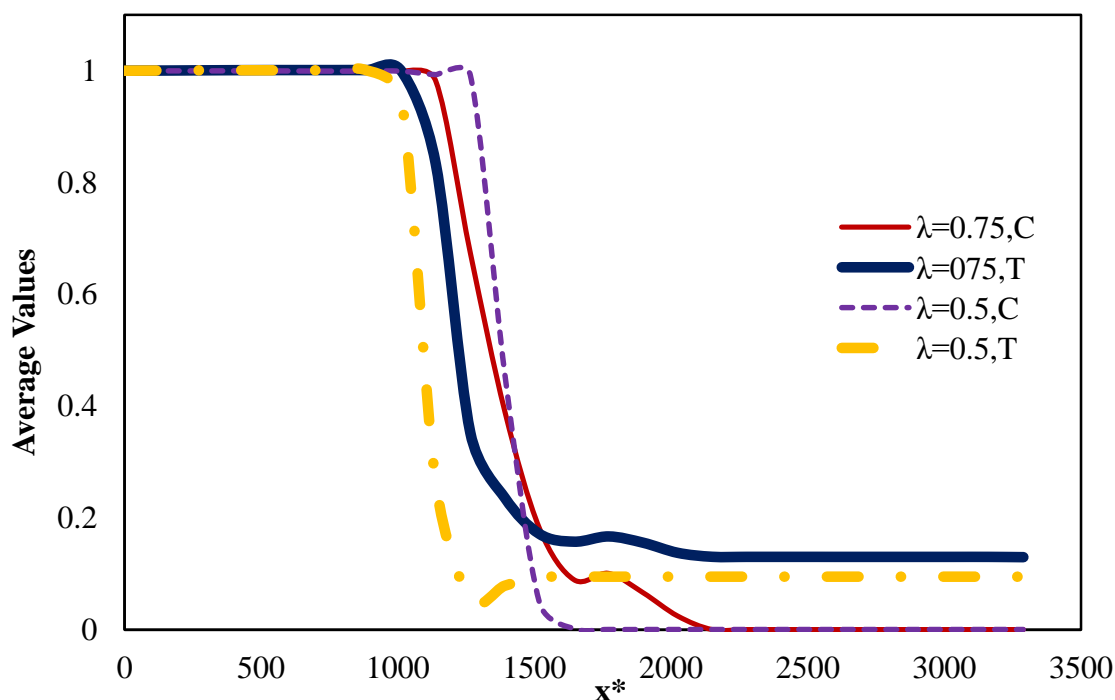
شکل ۴-۶: منحنی میانگین دما برای $Br = 10^{-10}$ و $Le = \lambda = 1$

در شکل ۴-۷ منحنی‌های میانگین غلظت عرضی و دما برای $Br = 0$ و $Br = 10^{-10}$ در $t = 640$ رسم شده است. همان‌طور که قبلاً گفته شد و در کانتورهای غلظت و دما مشاهده شد، تلفات ویسکوز دما را بالا می‌برد، نسبت ویسکوزیته‌ها را کاهش و جریان را پایدارتر می‌کند. با توجه به شکل ۴-۷ همین نتایج قابل مشاهده است، منحنی میانگین دما برای $Br = 10^{-10}$ بالاتر از $Br = 0$ قرار گرفته که نشان دهنده بالا رفتن دما است و برای $Br = 0$ پستی و بلندی‌ها، ارتفاع و عمق بیشتری پیدا می‌کنند، شدت و ارتفاع این پستی و بلندی‌ها نشان دهنده جریانی ناپایدارتر است.



شکل ۴-۷: تأثیر تلفات ویسکوز بر مقادیر میانگین غلظت و دما در $(Le = \lambda = 1) t = 640$

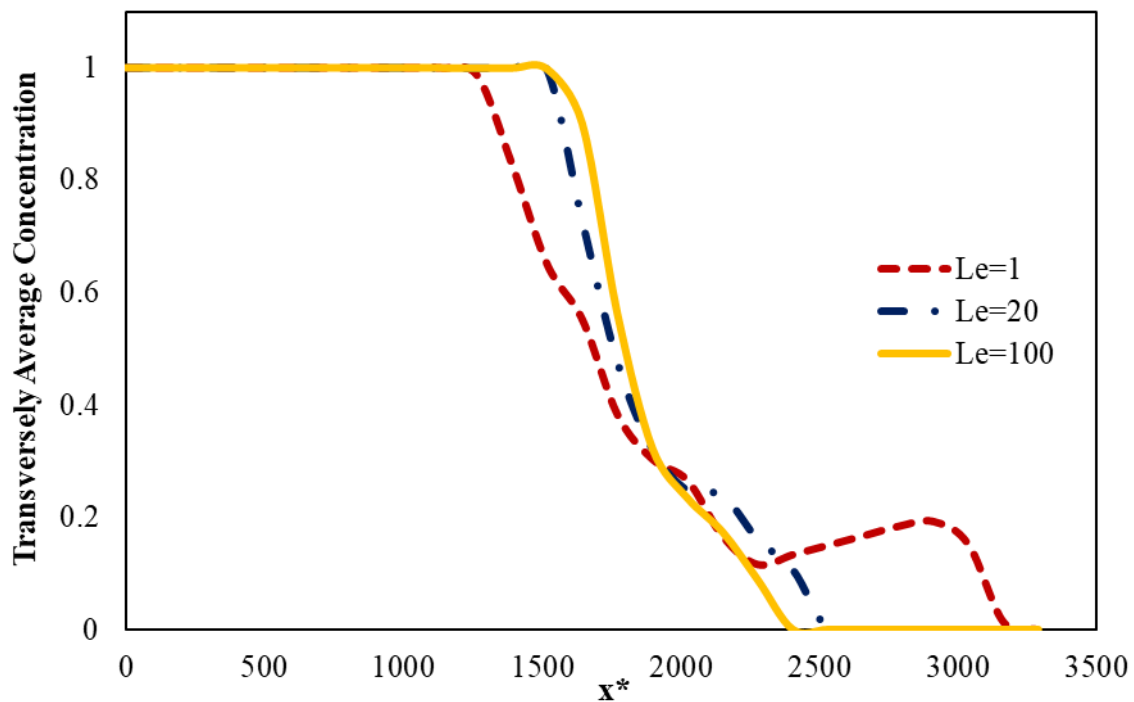
منحنی‌های میانگین غلظت عرضی و دما برحسب تغییرات ضریب تأخیر حرارتی در شکل ۴-۸ نشان داده شده است. همان‌گونه که مشاهده می‌شود برای مقادیر کوچک‌تر ضریب تأخیر حرارتی، این منحنی‌ها پستی و بلندی کمتری داشته یعنی با کاهش ضریب تأخیر حرارتی جریان پایدارتر می‌شود. منحنی‌های میانگین دما نشان می‌دهد با کاهش ضریب تأخیر حرارتی دمای سیالات کمتر افزایش می‌یابد که به دلیل انتقال حرارت بیشتر سیالات با محیط جامد در مقادیر کمتر ضریب تأخیر حرارتی است. همچنین با مقایسه منحنی میانگین غلظت عرضی و دما تأخیر حرارتی ایجاد شده قابل مشاهده است که در $\lambda = 0.5$ این تأخیر بیشتر می‌باشد. این نتایج از کانتورهای غلظت و دما نیز به دست آمد.



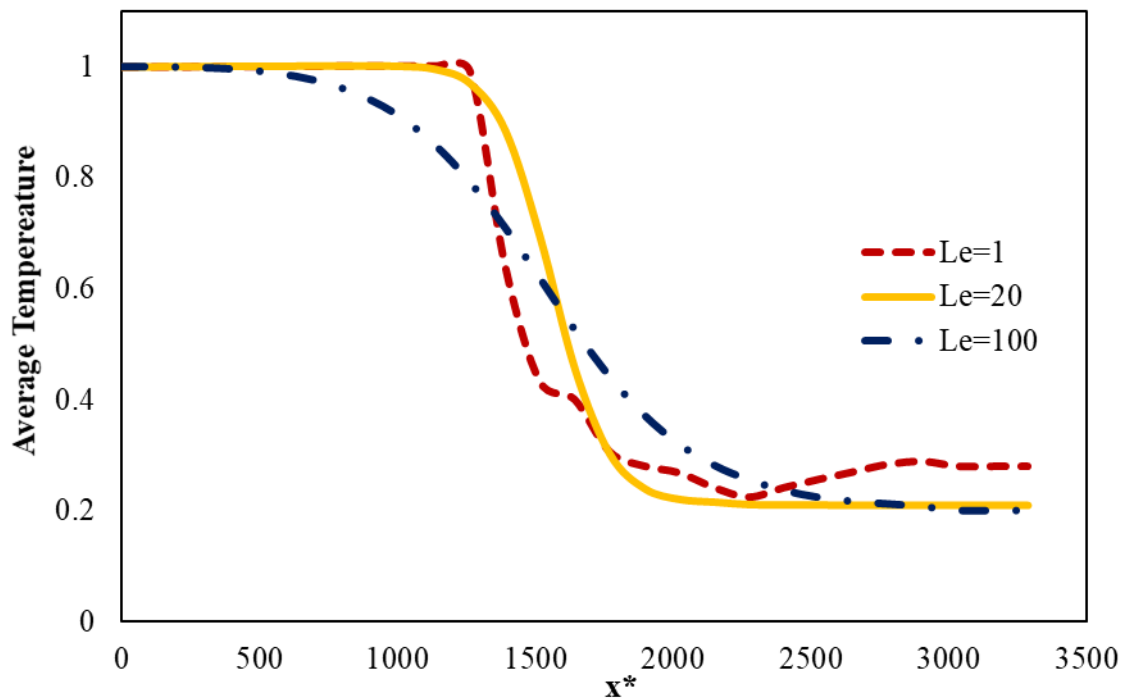
شکل ۴-۸: تأثیر ضریب تأخیر حرارتی بر منحنی میانگین غلظت عرضی و دما در $t = 640$

$$(Br = 10^{-10} \text{ و } Le = 1)$$

در شکل ۴-۹ منحنی‌های میانگین غلظت عرضی برای مقادیر مختلف عدد لوئیس ارائه شده است. منحنی‌های به دست آمده نشان می‌دهند که برای مقادیر کوچک‌تر عدد لوئیس، این منحنی‌ها پستی و بلندی بیشتری داشته و در نتیجه جریان ناپایدارتر می‌باشد. منحنی‌های میانگین دما نیز برای اعداد لوئیس مختلف در شکل ۴-۱۰ رسم شده است. در این نمودارها نیز مشاهده می‌شود با افزایش عدد لوئیس، دمای سیالات کمتر افزایش می‌یابد.



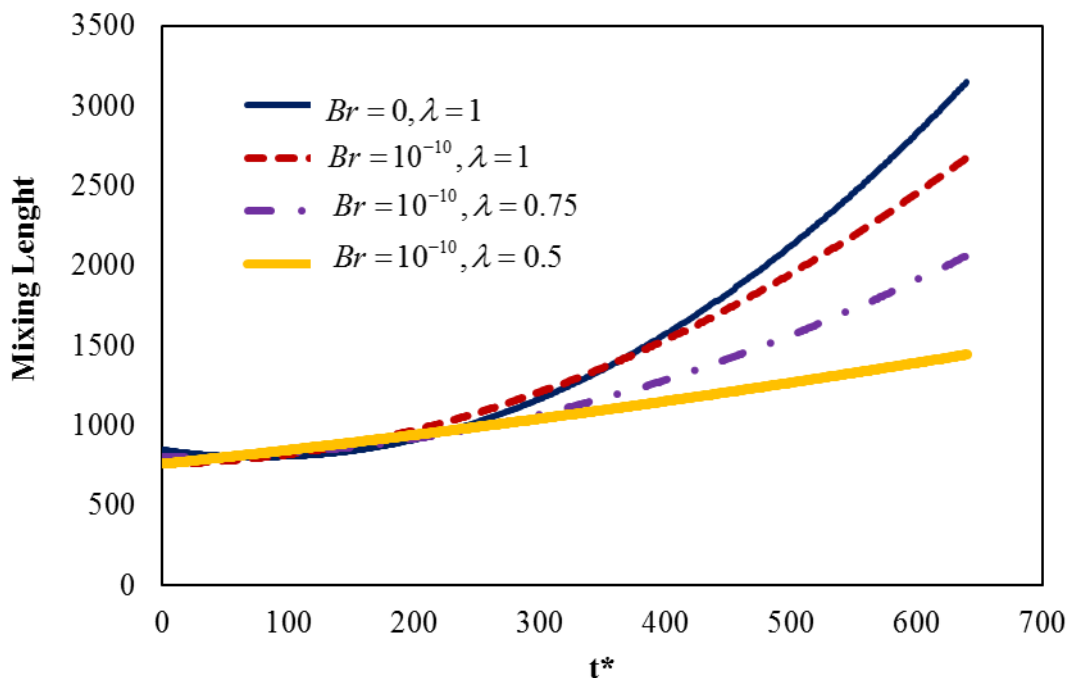
شکل ۴-۹: تأثیر عدد لوئیس بر منحنی مقادیر میانگین غلظت عرضی در $t = 640$ ($\lambda = 0.75$ و $Br = 10^{-10}$)



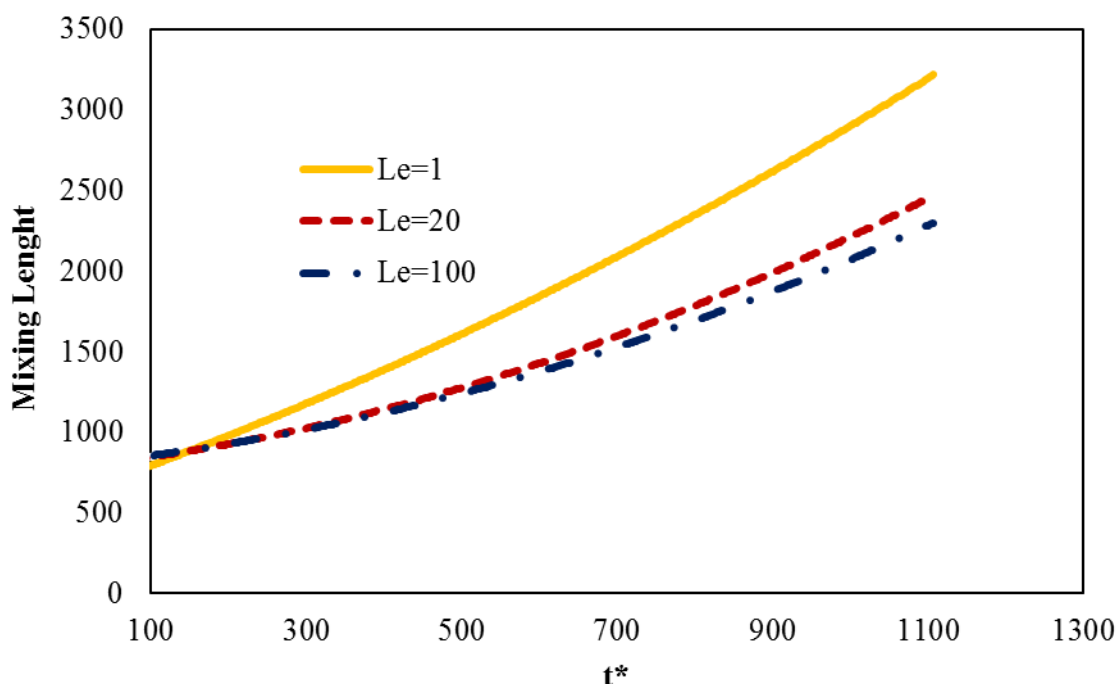
شکل ۴-۱۰: تأثیر عدد لوئیس بر منحنی مقادیر میانگین دما در $t = 640$ ($\lambda = 0.75$ و $Br = 10^{-10}$)

شکل ۴-۱۱ طول اختلاط را در $\lambda = 1$ برای دو مقدار $Br = 0$ و $Br = 10^{-10}$ ، در $\lambda = 0.75$ و $\lambda = 0.5$ برای $Br = 10^{-10}$ نشان می‌دهد. در بخش کانتورهای غلظت و مقادیر میانگین مشاهده شد که تلفات ویسکوز جریان را پایدارتر می‌کند؛ به عبارت دیگر برای $Br = 10^{-10}$ ، انگشتی‌ها با سرعت کندتری رشد کرده و آهسته‌تر از حالت $Br = 0$ درون سیال با ویسکوزیته بیشتر نفوذ می‌کنند؛ بنابراین باید برای $Br = 10^{-10}$ طول اختلاط نیز کمتر باشد. همچنین با کاهش ضریب تأخیر حرارتی جریان پایدارتر شده و طول اختلاط کاهش می‌یابد.

بررسی طول اختلاط بر اساس تغییرات عدد لوئیس نیز مورد بررسی قرار گرفته است. همانطور که گفته شد هر چه عدد لوئیس کوچک‌تر باشد، ناپایداری انگشتی سریع‌تر شروع شده و با سرعت بیشتری به رشد خود ادامه می‌دهد. با توجه به همین علت، طول اختلاط نیز در اعداد لوئیس کوچک‌تر، بیشتر خواهد بود. تغییرات طول اختلاط برحسب عدد لوئیس در شکل ۴-۱۲ آورده شده است.



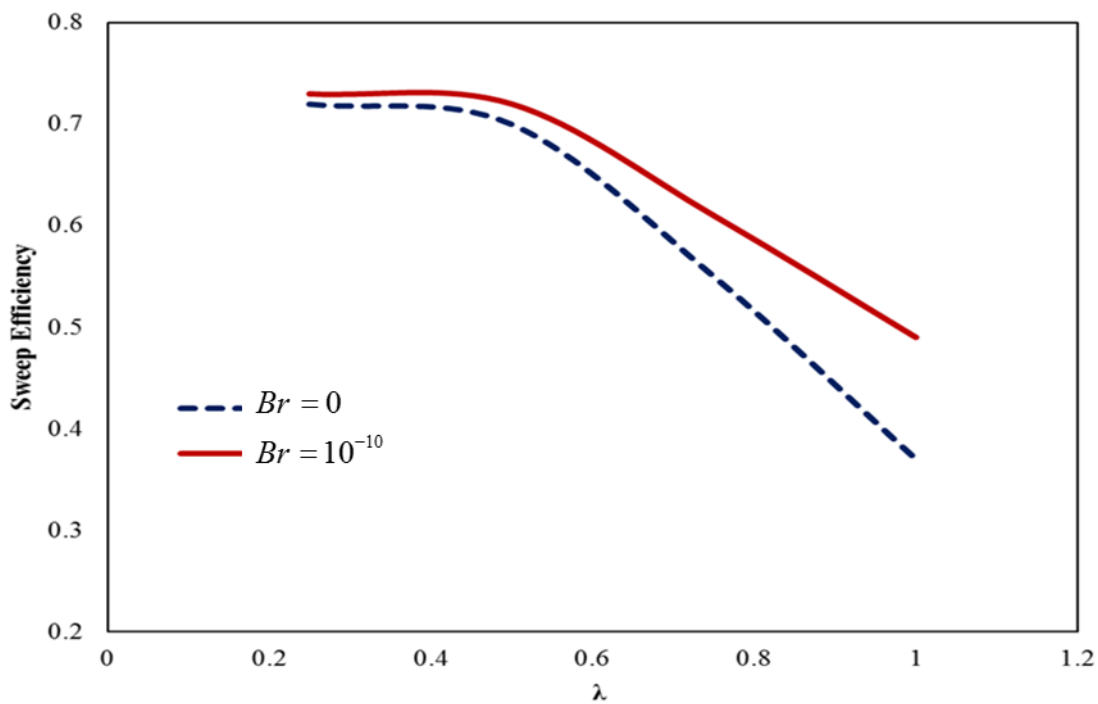
شکل ۴-۱۱: تأثیر تلفات ویسکوز و ضریب تأخیر حرارتی بر منحنی طول اختلاط ($Le = 1$)



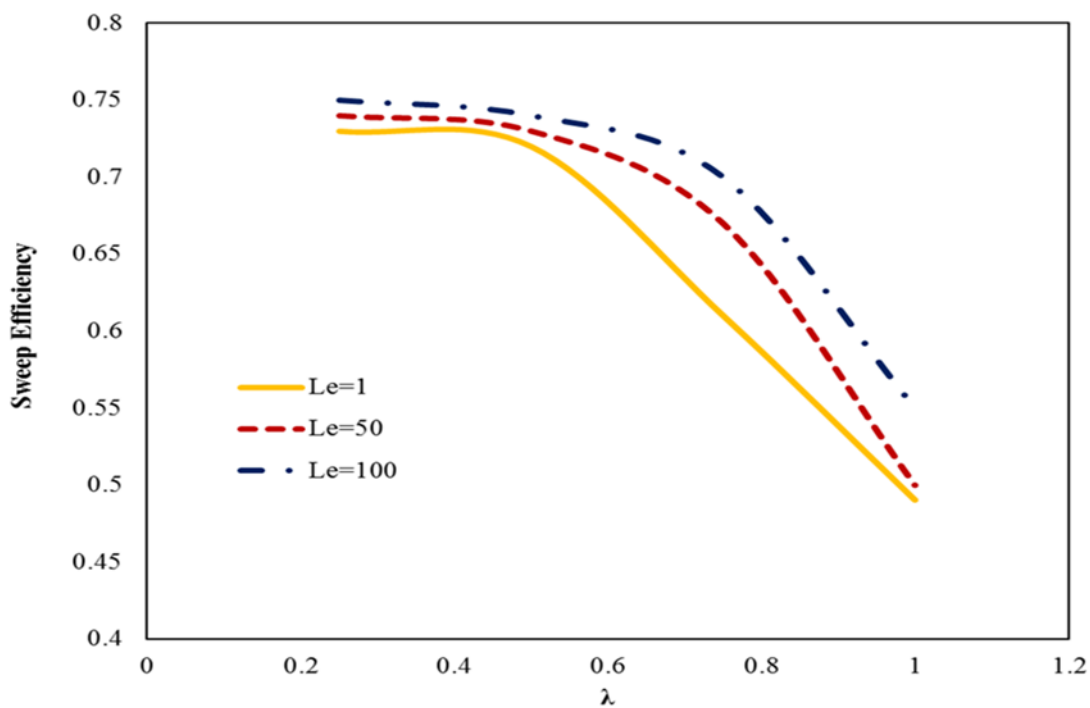
شکل ۴-۱۲: تأثیر عدد لوئیس بر منحنی طول اختلاط ($\lambda = 0.75$)

در شکل ۴-۱۳ بازده جاروبی برحسب تغییرات ضریب تأخیر حرارتی برای $Br = 0$ و $Br = 10^{-10}$ آورده شده‌اند. همان‌گونه که بحث شد، تلفات ویسکوز، ناپایداری انگشتی را کاهش می‌دهد و با نفوذ کمتر انگشتی‌ها، بازده جاروبی افزایش پیدا می‌کند. تأثیر کاهش ضریب تأخیر حرارتی و نقش بسیار مهم آن در افزایش بازده جاروبی در شکل ۴-۱۳ به خوبی دیده می‌شود.

منحنی‌های بازده جاروبی برحسب تغییرات ضریب تأخیر حرارتی برای اعداد لوئیس مختلف در شکل ۴-۱۴ نشان داده شده است. همان‌گونه که در بخش کانتورها، منحنی‌های مقادیر میانگین و طول اختلاط نتیجه گرفته شد افزایش عدد لوئیس و کاهش ضریب تأخیر حرارتی پایداری جریان را به دنبال خواهد داشت، در نتیجه با افزایش عدد لوئیس و کاهش ضریب تأخیر حرارتی، بازده جاروبی افزایش پیدا می‌کند.

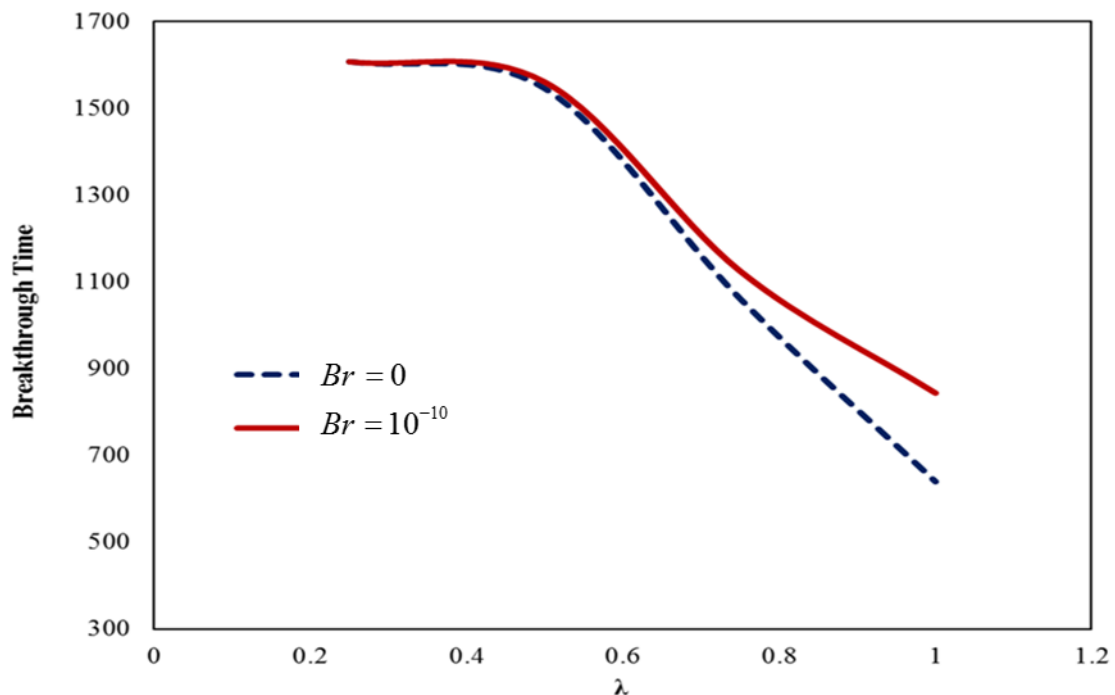


شکل ۴-۱۳: منحنی بازده جارویی برحسب تغییرات ضریب تأخیر حرارتی برای $Le = 1$



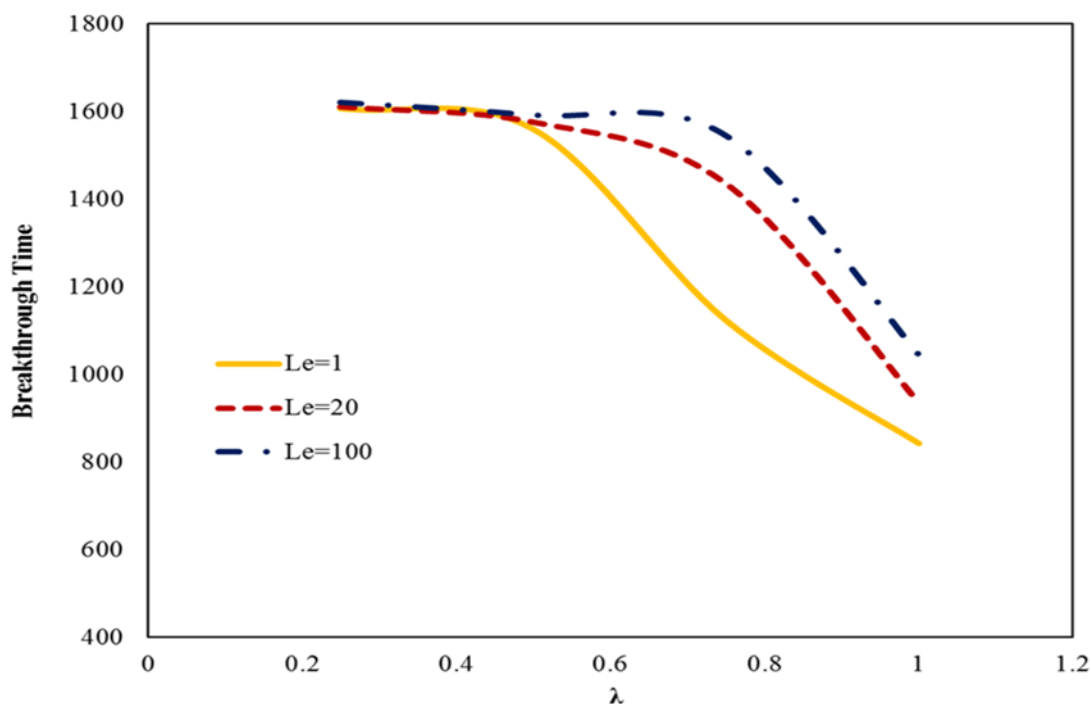
شکل ۴-۱۴: تأثیر عدد لوئیس بر منحنی بازده جارویی

در شکل ۴-۱۵ مشاهده می‌شود که تلفات ویسکوز، زمان دستیابی را افزایش می‌دهد و این تأخیر زمانی در ضریب تأخیر حرارتی‌های بزرگ‌تر بیشتر است. از آنجایی که تلفات ویسکوز دما را افزایش و به دنبال آن نسبت ویسکوزیته‌ها را کاهش می‌دهد طبیعی است که جریان پایدارتر شود؛ بنابراین نرخ رشد انگشتی‌ها کاهش خواهد یافت. همچنین کاهش ضریب تأخیر حرارتی نیز باعث افزایش زمان دستیابی می‌شود؛ که از کانتورهای غلظت و دما نیز این نتیجه حاصل شد.



شکل ۴-۱۵: منحنی زمان دستیابی برحسب تغییرات ضریب تأخیر حرارتی برای $Le = 1$

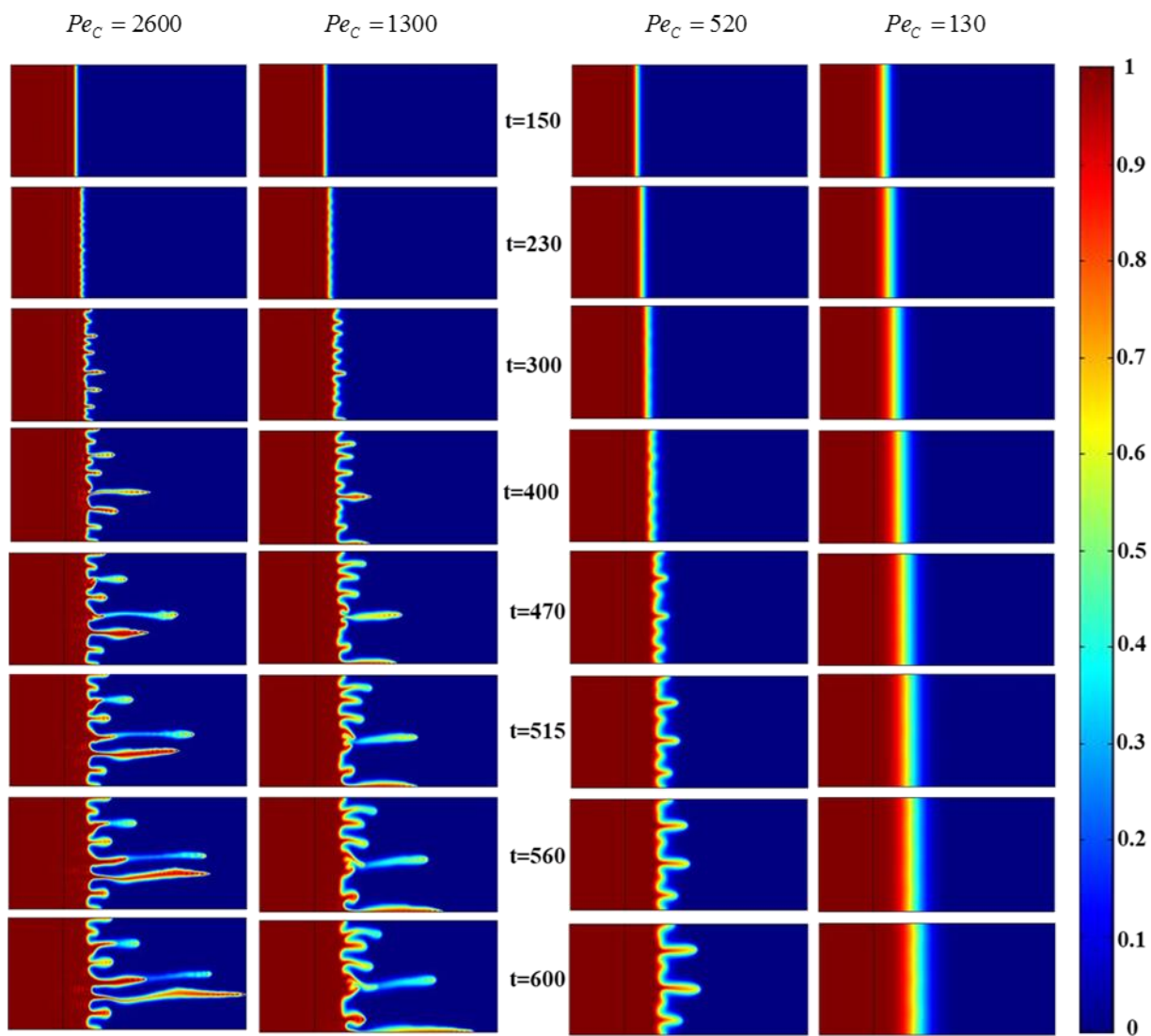
زمان دستیابی برحسب تغییرات عدد لوئیس در شکل ۴-۱۶ مورد بررسی قرار گرفته است. همان‌گونه که ذکر شد، با افزایش عدد لوئیس جریان پایدارتر می‌شود و با توجه به دلایل ذکر شده زمان دستیابی نیز افزایش پیدا خواهد کرد.



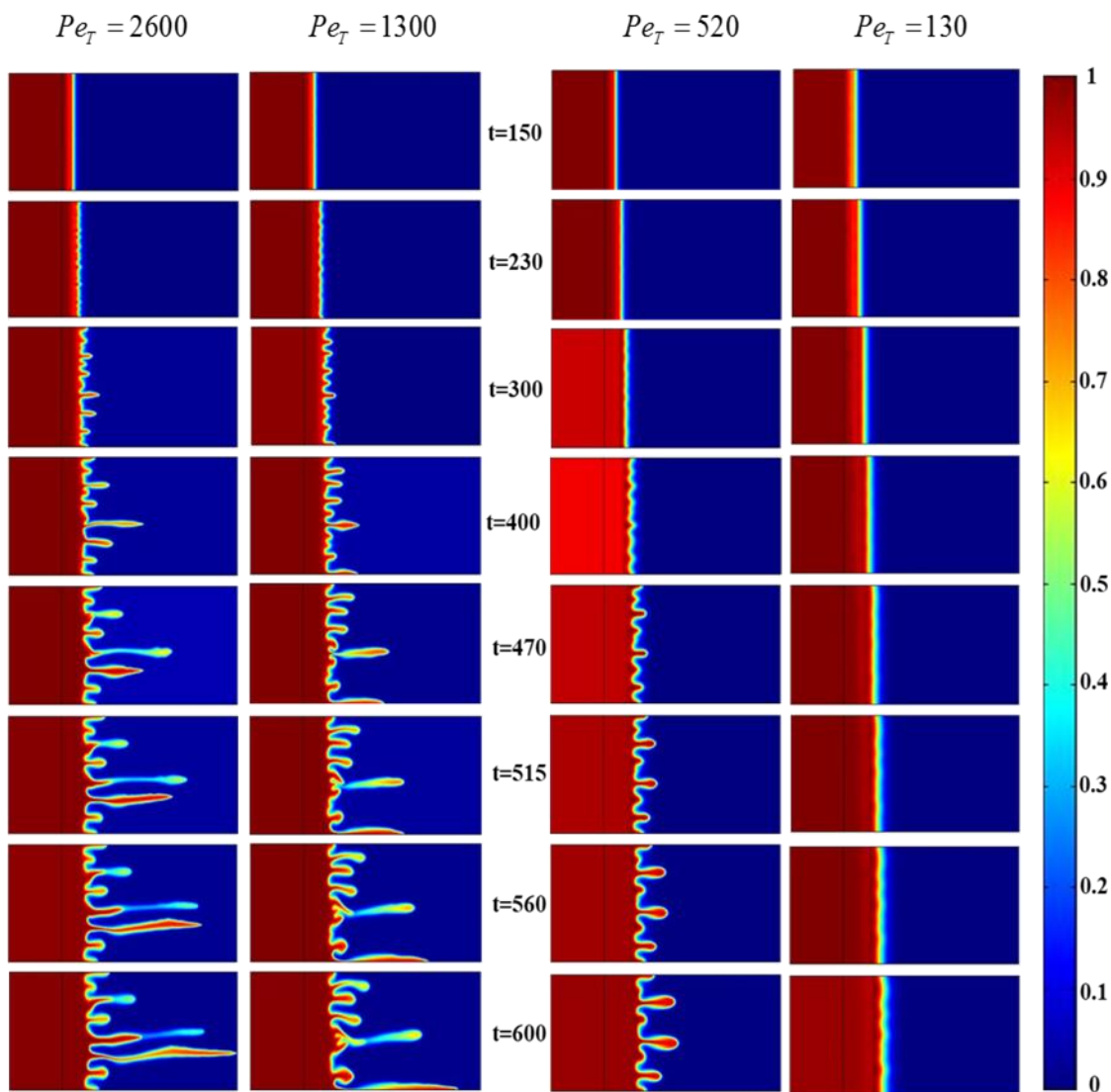
شکل ۴-۱۶: تأثیر عدد لوئیس بر زمان دست‌یابی

۴-۵- بررسی تأثیر عدد پکلت بر ناپایداری انگشتی حرارتی لزج

در این بخش به بررسی تأثیر عدد پکلت جرمی و حرارتی در مقدار ثابتی از عدد لوئیس پرداخته می‌شود. با استفاده از تعریف عدد بی‌بعد پکلت که به صورت $Pe = \frac{UL}{D}$ است می‌توان دریافت افزایش عدد پکلت به معنی کاهش ضریب نفوذ در سرعت ثابت یا افزایش سرعت در مقدار ثابتی از ضریب نفوذ می‌باشد. با توجه به شکل ۴-۱۷ و شکل ۴-۱۸ که به ترتیب کانتورهای غلظت و دما یعنی تأثیر عدد پکلت جرمی و حرارتی را نشان می‌دهند. هرچه عدد پکلت بزرگ‌تر باشد، جابجایی بر نفوذ غلبه کرده و سیستم دچار انگشتی بیشتری می‌شود، اما اگر عدد پکلت کوچک انتخاب شود، نفوذ دارای قدرت بیشتری نسبت به جابه‌جایی بوده و ناحیه مرزی دو سیال وسعت بیشتری پیدا کرده و دو سیال بیشتر در یکدیگر پخش می‌شوند، این نتایج در شکل ۴-۱۷ و شکل ۴-۱۸ قابل مشاهده هستند که با کاهش پکلت جرمی و حرارتی در عدد لوئیس ثابت از تعداد انگشتی‌ها کاسته شده و همچنین انگشتی‌ها دیرتر به مرز انتهایی جبهه می‌رسند و ناپایداری کاهش پیدا می‌کند. پخش بیشتر دو سیال در یکدیگر نیز به خوبی در $Pe_c = Pe_T = 130$ قابل مشاهده است.

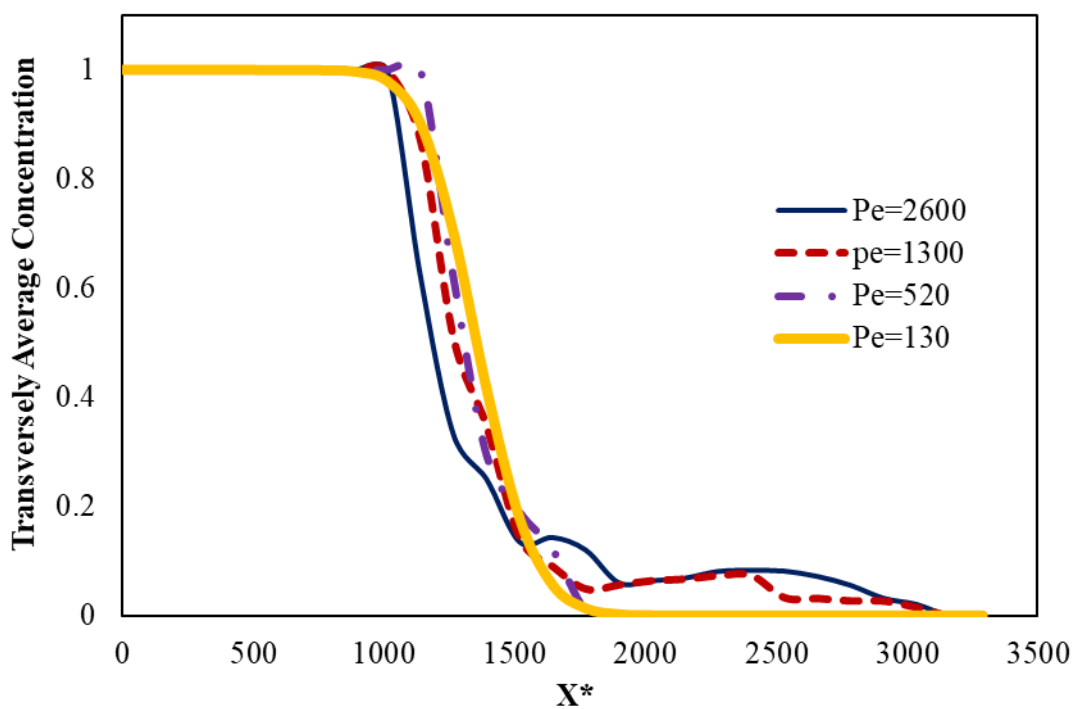


شکل ۴-۱۷: تأثیر پکلت جرمی بر کانتورهای غلظت ($Br = 0, Le = \lambda = 1$)

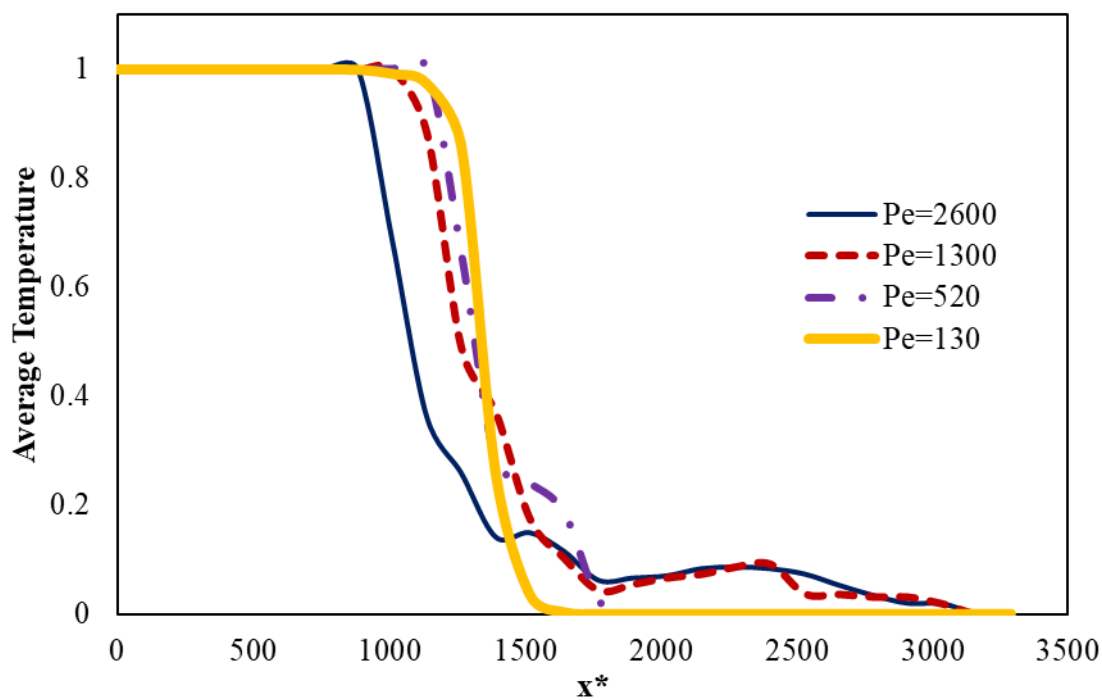


شکل ۴-۱۸: تأثیر پکلت حرارتی بر کانتورهای دما ($Br = 0, Le = \lambda = 1$)

منحنی میانگین غلظت عرضی و دما بر حسب تغییرات عدد پکلت جرمی و حرارتی به ترتیب در شکل ۴-۱۹ و شکل ۴-۲۰ رسم شده‌اند. همان‌طور که در کانتورهای غلظت و دما دیده شد در عدد پکلت‌های کمتر نفوذ بر جابجایی غلبه می‌کند و به پایداری جریان کمک می‌کند. از این رو با کاهش عدد پکلت از پستی و بلندی‌های منحنی‌های میانگین غلظت عرضی و دما کاسته می‌شود که این کاهش پستی و بلندی‌ها به معنی داشتن جریانی پایدارتر می‌باشد.

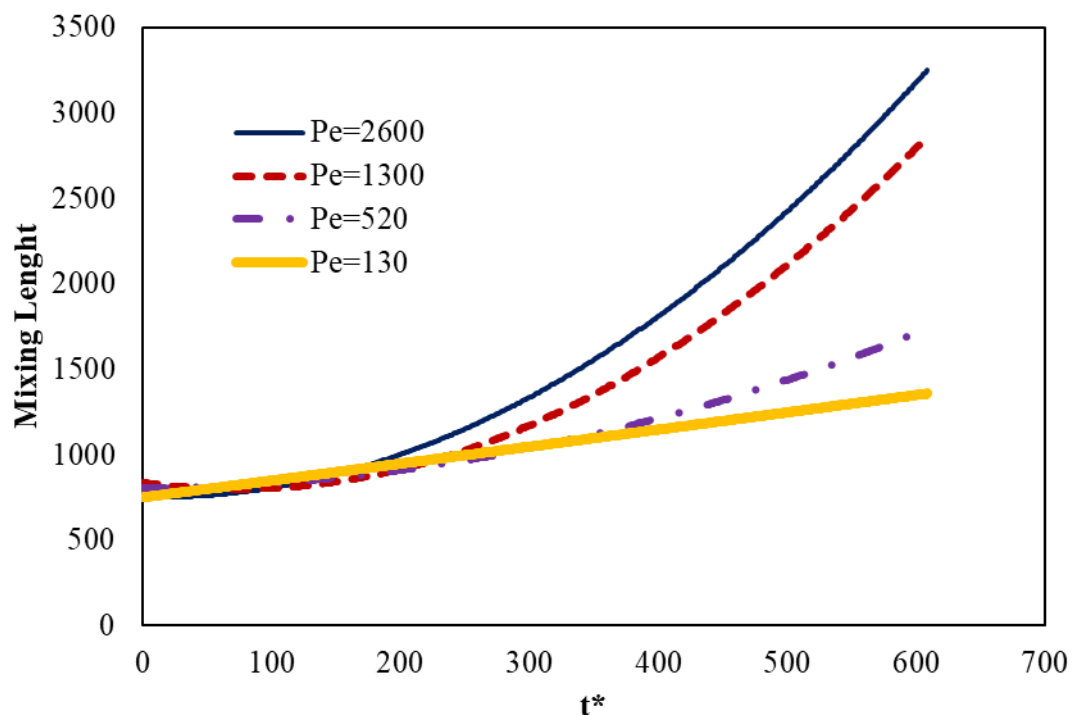


شکل ۴-۱۹: تأثیر عدد پکلت بر منحنی میانگین غلظت عرضی در $t = 600$ ($Le = \lambda = 1$ و $Br = 0$)



شکل ۴-۲۰: تأثیر عدد پکلت بر منحنی میانگین دما در $t = 600$ ($Le = \lambda = 1$ و $Br = 0$)

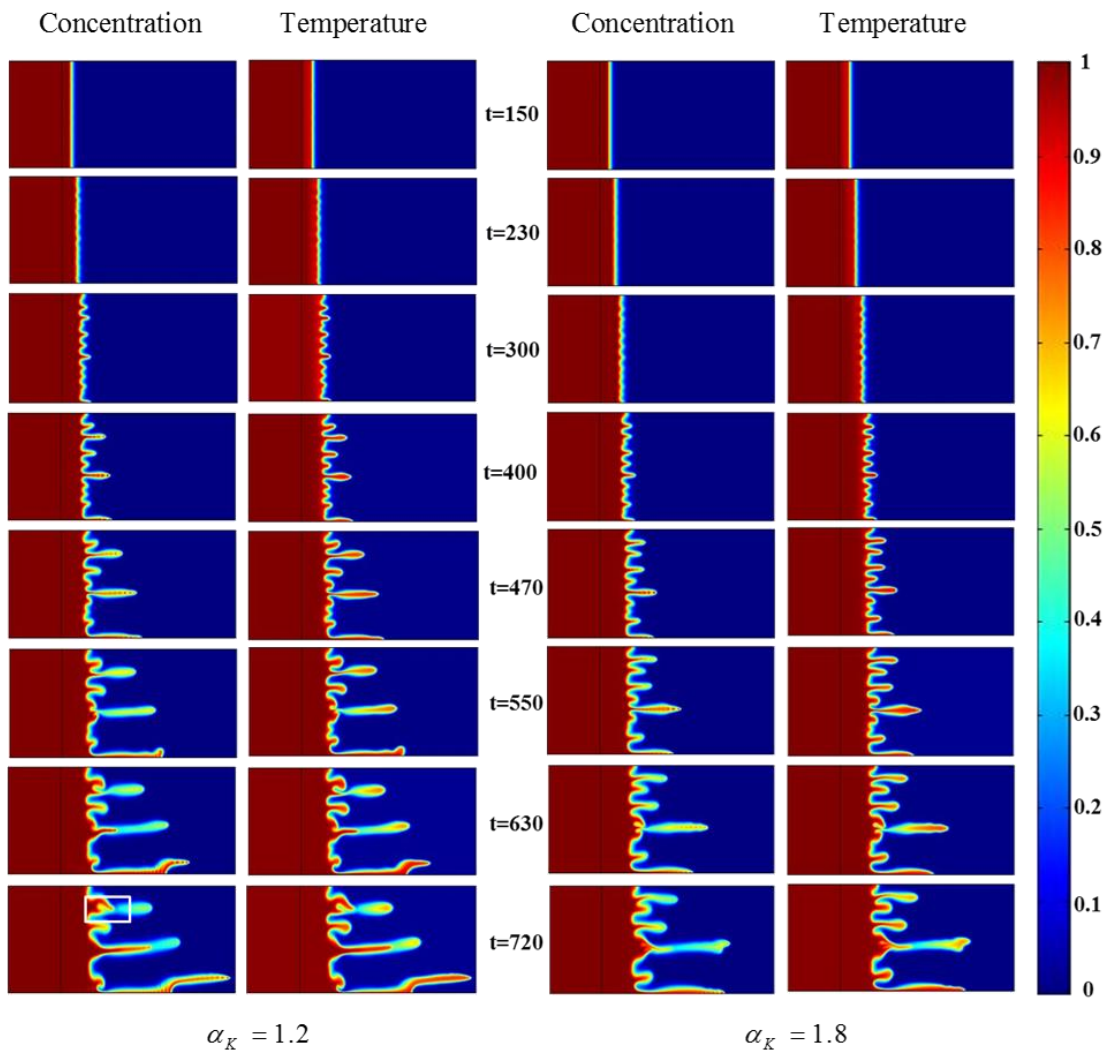
منحنی طول اختلاط بر حسب تغییرات عدد پکلت در شکل ۴-۲۱ نشان داده شده است. همان طور که از کانتورهای غلظت و دما و منحنی‌های مقادیر میانگین نتیجه شد بالا رفتن عدد پکلت به معنی غلبه جابجایی بر نفوذ است در نتیجه سیستم دچار انگشتی‌های بیشتری می‌شود همچنین انگشتی‌ها زودتر به مرز انتهایی می‌رسند، در نتیجه با افزایش عدد پکلت طول اختلاط نیز افزایش می‌یابد که در شکل ۴-۲۱ این نتیجه قابل مشاهده است.



شکل ۴-۲۱: تأثیر عدد پکلت بر منحنی طول اختلاط ($Le = \lambda = 1$)

۴-۶- بررسی ناپایداری انگشتی حرارتی لزج در محیط متخلخلی با خواص ناهمسانگرد

در این قسمت به بررسی کانتورهای غلظت و دما در محیط متخلخلی که تانسور نفوذپذیری و پراکنندگی آن ناهمسانگرد می‌باشد، پرداخته می‌شود. بدین منظور کانتورهای مربوط به این بخش در نسبت‌های متفاوتی از α_K و α_D و همچنین زوایای متفاوتی از β_K و β_D مورد بررسی قرار می‌گیرند و عوامل پایداری و ناپایداری جریان معرفی می‌شوند. در تمام کانتورها و نمودارهای نشان داده شده در این قسمت $Br = 0$ و $Le = \lambda = 1$ می‌باشد. کانتورهای غلظت و دما در مقادیر مختلف α_K در شکل ۴-۲۲ نشان داده شده است. با مقایسه کانتورها مشاهده می‌شود که هر چه مقدار این نسبت بیشتر شود جریان پایدارتر می‌شود؛ به عبارت دیگر با افزایش نفوذپذیری در جهت جریان به نفوذپذیری در جهت عمود بر جریان، انگشتی‌ها با سرعت کندتری رشد کرده و آهسته‌تر درون سیال ویسکوزتر نفوذ می‌کنند. در $t = 720$ مکانیزم به هم پیوستگی مشاهده می‌شود که نوک انگشتی به سمت انگشتی مجاور خود خم شده و در بدنه انگشتی نفوذ کرده، از این رو انگشتی بزرگ‌تر و با ضخامت بیش‌تر بوجود آمده است. با شکل‌گیری این مکانیزم سیال جابه‌جا کننده با سرعت بیشتری سیال جابه‌جا شونده را منتقل می‌کند. همانطور که گفته شد در این قسمت $Le = \lambda = 1$ می‌باشد، در نتیجه جبهه حرارت و غلظت به دلیل یکسان اثر کردن معادلات کانوکشن دیفیوژن و انرژی، مانند یکدیگر هستند.

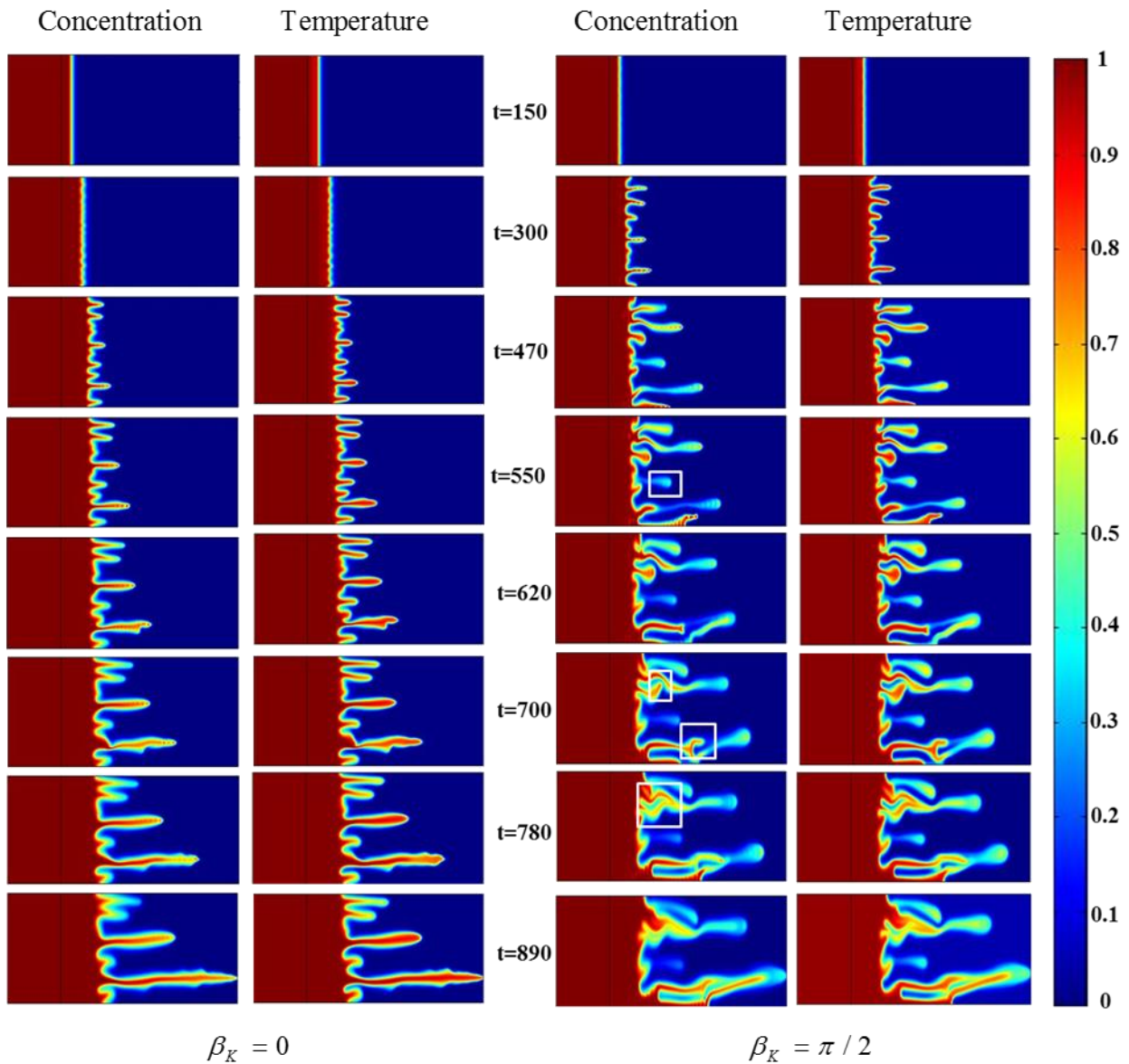


شکل ۴-۲۲: تأثیر ناهمسانگردی تانسور نفوذپذیری بر کانتور غلظت و کانتور دما

$$(\beta_K = \beta_D = 0 \text{ و } \alpha_D = 1)$$

کانتورهای شکل ۴-۲۳ با در نظر گرفتن زاویه ناهمسانگردی به دست آمده است. با توجه به این شکل، مشاهده می شود که با افزایش زاویه ناهمسانگردی در تانسور نفوذپذیری، جریان ناپایدارتر می شود. در واقع تمایل سیال جابجا کننده به شاخه شاخه شدن و ایجاد انگشتی های بیشتر افزایش پیدا کرده است. همچنین سرعت پیشروی سیال نیز بیشتر شده است. در این شکل مکانیزم شکافت نوک انگشتی در $t = 700$ مشاهده می شود که جلوی یکی از انگشتی ها پهن تر شده و به علت افزایش گرادیان غلظت، شکافتگی نوک انگشتی برای این انگشتی افقی بوجود آمده است. علاوه بر این مورد، مکانیزم دیگری نیز در این حالت شبیه سازی مشاهده می شود که در آن بخشی از سیال با ویسکوزیته بیشتر، بین دو سیال

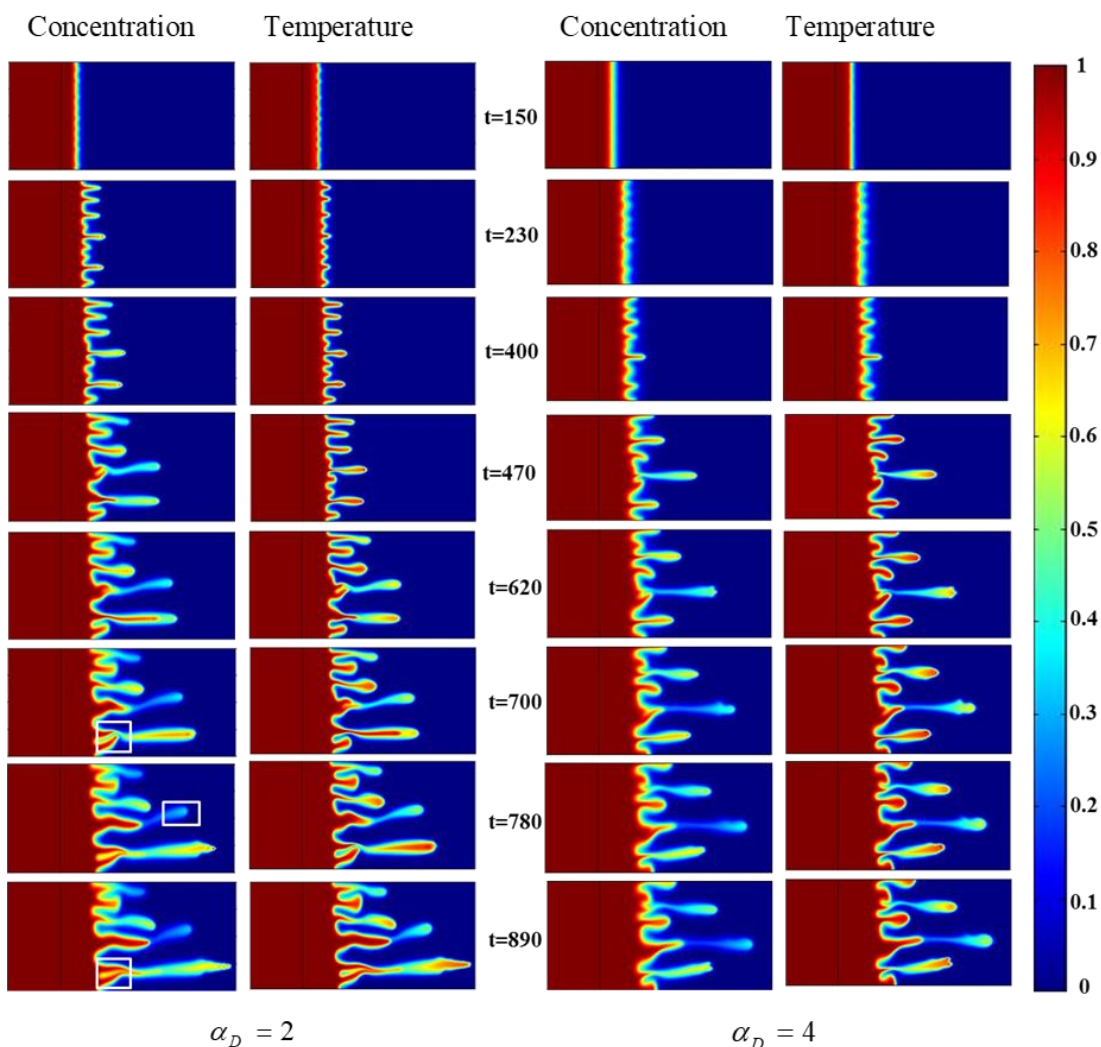
با ویسکوزیته کمتر، محبوس شده است که این مکانیزم همانطور که گفته شد حلقه جدا شده یا قسمت گم شده نامیده می‌شود. در $t = 780$ این مکانیزم قابل مشاهده می‌باشد.



شکل ۴-۲۳: تأثیر زاویه ناهمسانگردی تانسور نفوذپذیری بر کانتور غلظت و کانتور دما

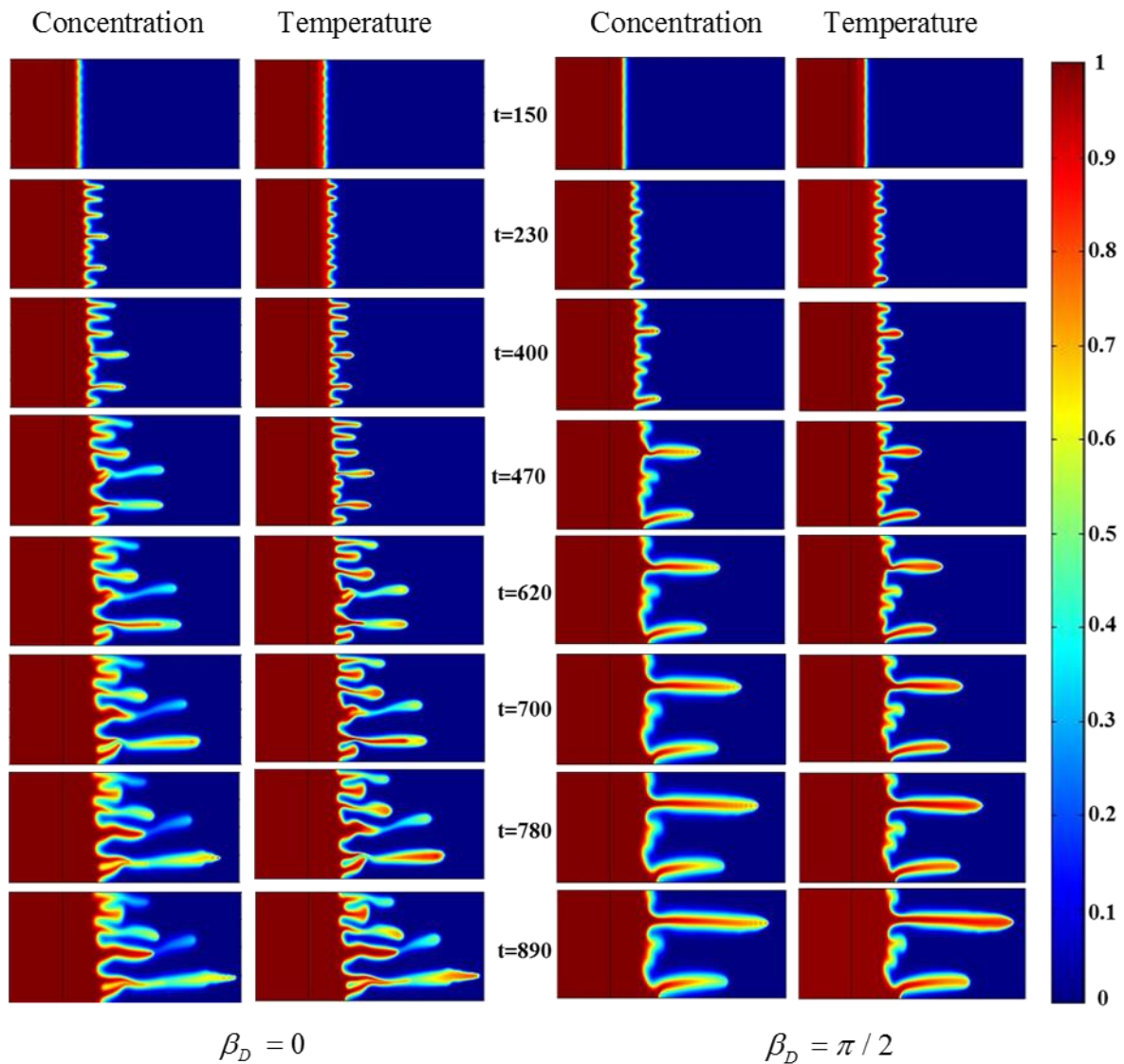
$$(\beta_D = 0 \text{ و } \alpha_D = 1 \text{ و } \alpha_K = 2.5)$$

برای مشاهده تأثیر تغییرات پارامتر α_D که نسبت نفوذپذیری جرمی در جهت جریان به نفوذپذیری جرمی در جهت عمود بر جریان را نشان می‌دهد. شبیه‌سازی‌های غیرخطی متفاوتی با α_D متغیر و Le ثابت انجام شده است. نتایج به دست آمده از این شبیه‌سازی در شکل ۴-۲۴ آورده شده است. همان‌طور که مشاهده می‌شود با افزایش α_D جریان پایدارتر شده است. در واقع می‌توان گفت نفوذ دارای قدرت بیشتری شده و دو سیال بیشتر در یکدیگر پخش می‌شوند، سرعت جابجایی و زمان رسیدن به مرز انتهایی کاهش می‌یابد.



شکل ۴-۲۴: تأثیر ناهمسانگردی تانسور نفوذپذیری جرمی بر کانتور غلظت و کانتور دما ($\alpha_K = 1$ و $\beta_K = \beta_D = 0$)

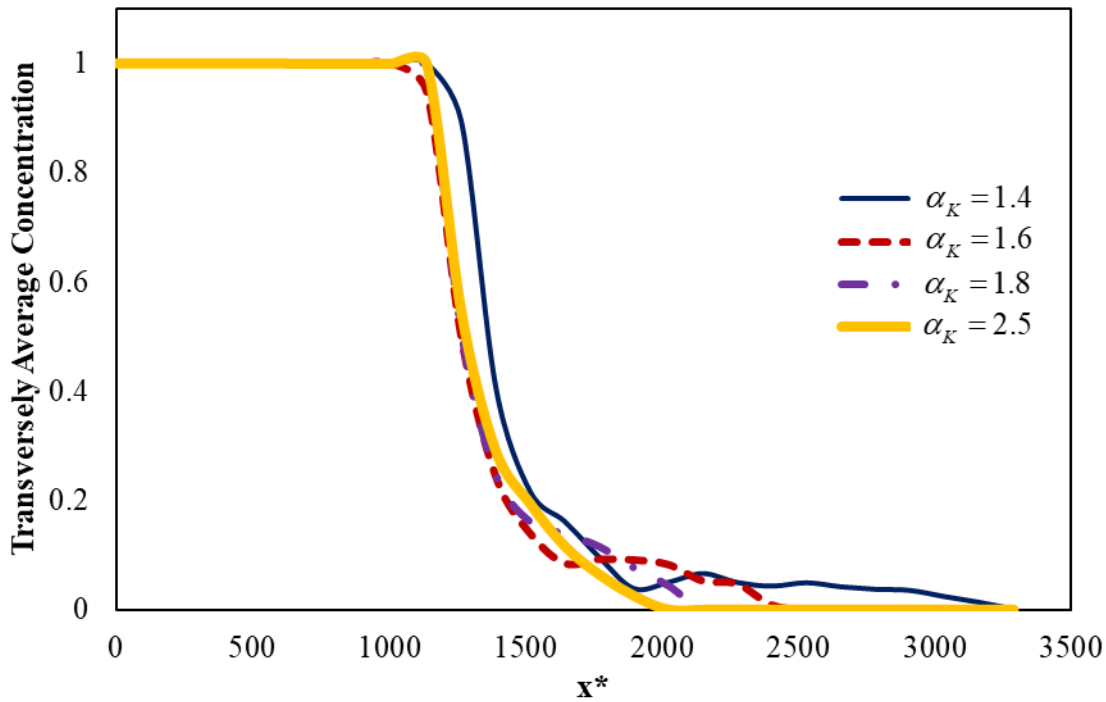
برای بررسی نقش تغییرات زاویه ناهمسانگردی در تانسور نفوذپذیری جرمی بر رشد انگشتی‌ها، نتایج به‌دست‌آمده از شبیه‌سازی غیرخطی را در دو مقدار متفاوت β_D در شکل ۴-۲۵ نشان داده شده است. همان‌طور که مشاهده می‌شود با افزایش زاویه ناهمسانگردی در تانسور پراکنندگی جریان پایدارتر می‌شود. در مقادیر کمتر β_D انگشتی‌ها بیشتر و باریک‌تر هستند.



شکل ۴-۲۵: تأثیر زاویه ناهمسانگردی تانسور نفوذپذیری جرمی بر کانتور غلظت و کانتور دما

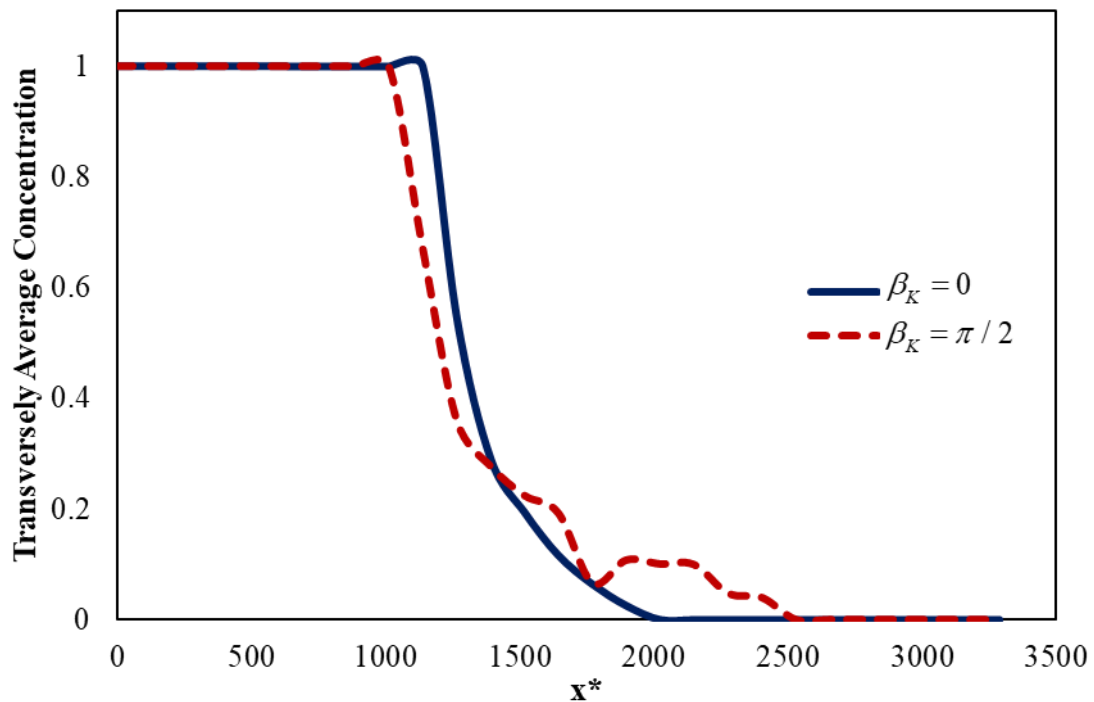
$$(\beta_K = 0 \text{ و } \alpha_K = 1, \alpha_D = 2)$$

شکل ۴-۲۶ منحنی‌های میانگین غلظت عرضی را برای ناپایداری انگشتی حرارتی لزج در محیط متخلخلی با نفوذپذیری ناهمسانگرد نشان می‌دهد. با توجه در منحنی‌های بدست آمده مشخص می‌شود که برای مقادیر کوچک‌تر α_K این منحنی‌ها پستی و بلندی بیشتری داشته و در نتیجه جریان ناپایدارتر می‌باشد. نتیجه‌ای که در قسمت کانتورهای غلظت و دما نیز به دست آمد. شکل ۴-۲۷ منحنی‌های میانگین غلظت عرضی را برای مقادیر مختلف β_K متفاوت نشان می‌دهد. در این نمودار مشاهده می‌کنید که با افزایش β_K پستی و بلندی‌های موجود در منحنی افزایش یافته و در واقع جریان ناپایدارتر می‌شود که این نتیجه نیز از کانتورهای غلظت و دما، به دست آمد.



شکل ۴-۲۶: تأثیر ناهمسانگردی تانسور نفوذپذیری بر منحنی میانگین غلظت عرضی در $t = 600$

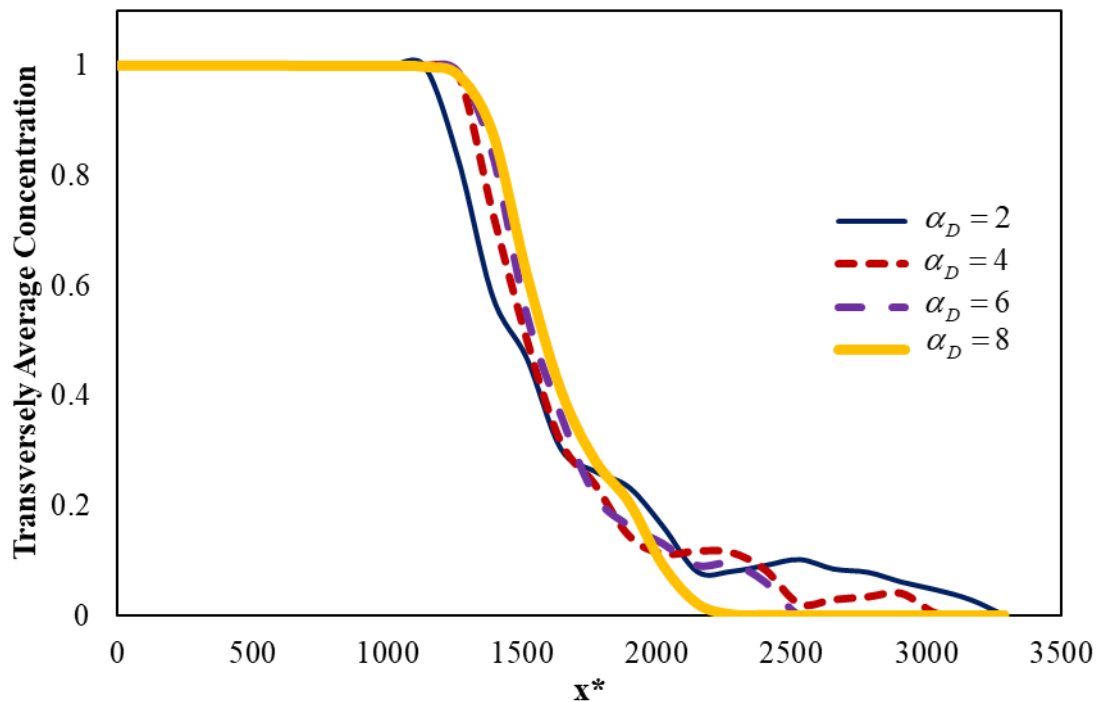
$$(\beta_K = \alpha_K = 0 \text{ و } \alpha_D = 1)$$



شکل ۴-۲۷: منحنی میانگین دما برای بررسی تأثیر زاویه ناهمسانگردی تانسور نفوذپذیری در $t = 600$

$$(\beta_D = 0 \text{ و } \alpha_D = 1, \alpha_K = 1.8)$$

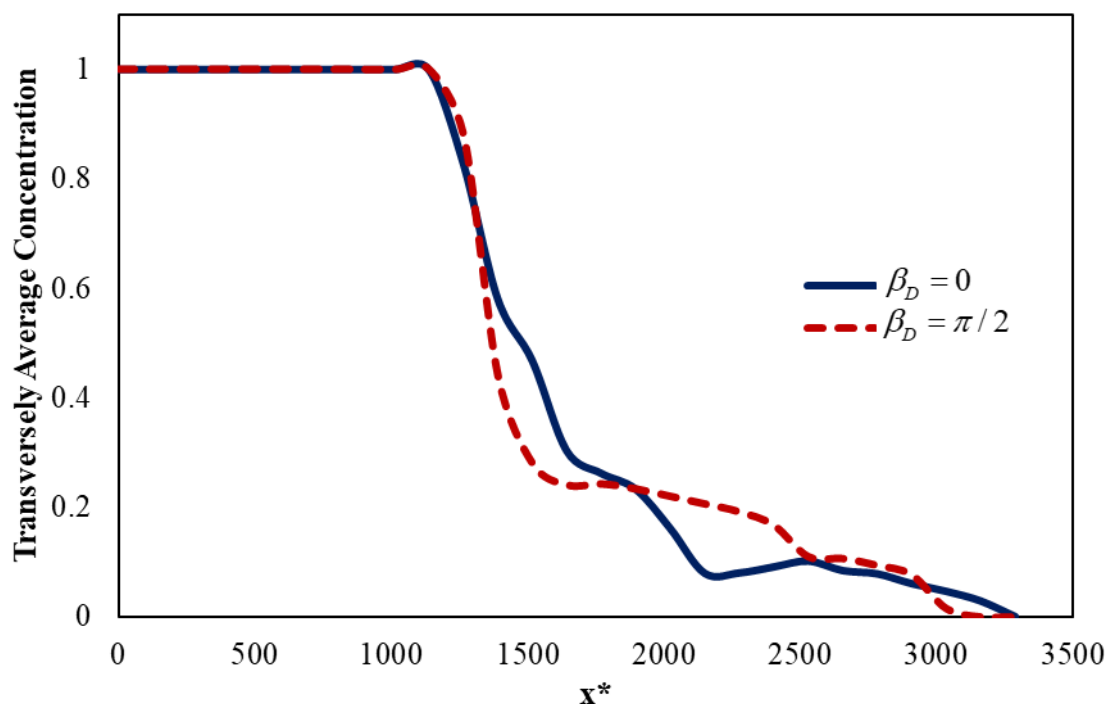
منحنی میانگین غلظت عرضی برحسب تغییرات α_D در شکل ۴-۲۸ نشان داده شده است. همان‌گونه که مشاهده می‌شود با افزایش α_D ، پستی و بلندی موجود در منحنی‌ها کاهش یافته است. شدت و ارتفاع این پستی و بلندی‌ها نشان دهنده جریانی ناپایدارتر است. در قسمت کانتورهای غلظت و دما مشخص گردید که با افزایش α_D قدرت نفوذ بیش‌تر شده و جریان پایدارتر می‌شود، با توجه به شکل ۴-۲۸ همین نتایج قابل مشاهده می‌باشد.



شکل ۴-۲۸: تأثیر ناهمسانگردی تانسور نفوذپذیری جرمی بر منحنی میانگین غلظت عرضی در $t = 600$

$$(\beta_k = \beta_D = 0 \text{ و } \alpha_k = 1)$$

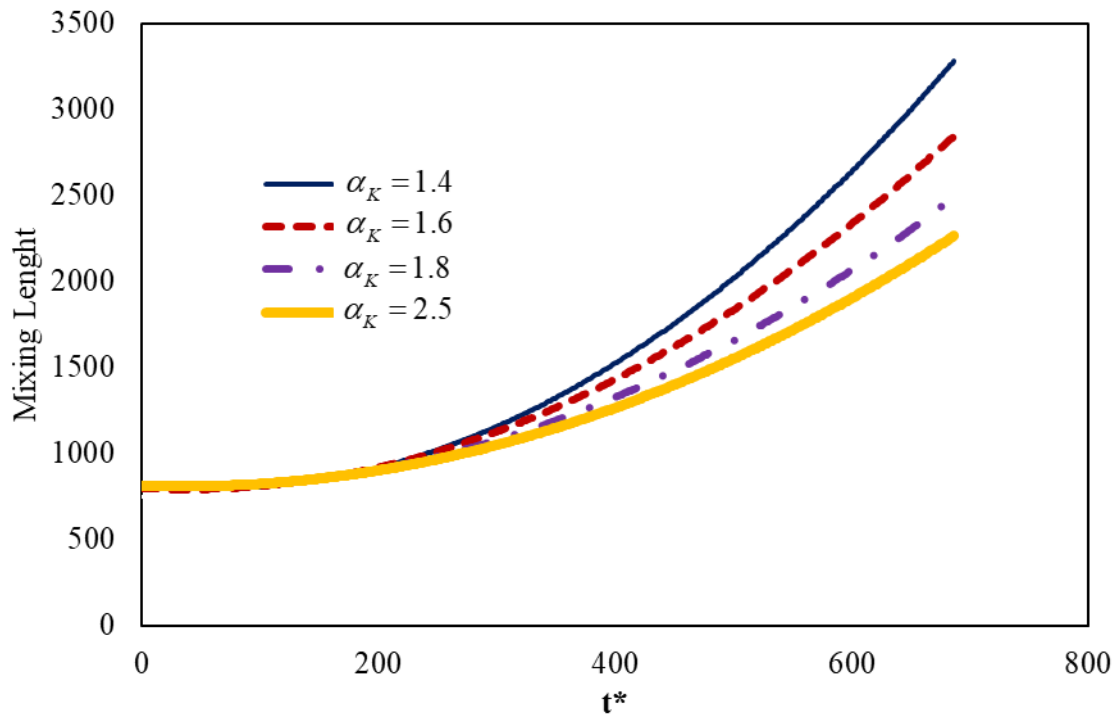
با در نظر گرفتن زاویه ناهمسانگردی برای تانسور نفوذپذیری جرمی، منحنی‌های میانگین غلظت عرضی در زاویه‌های متفاوت در شکل ۴-۲۹ نشان داده شده‌اند. با توجه در این شکل مشاهده می‌شود که با افزایش زاویه ناهمسانگردی تانسور پراکندگی جریان پایدارتر خواهد شد.



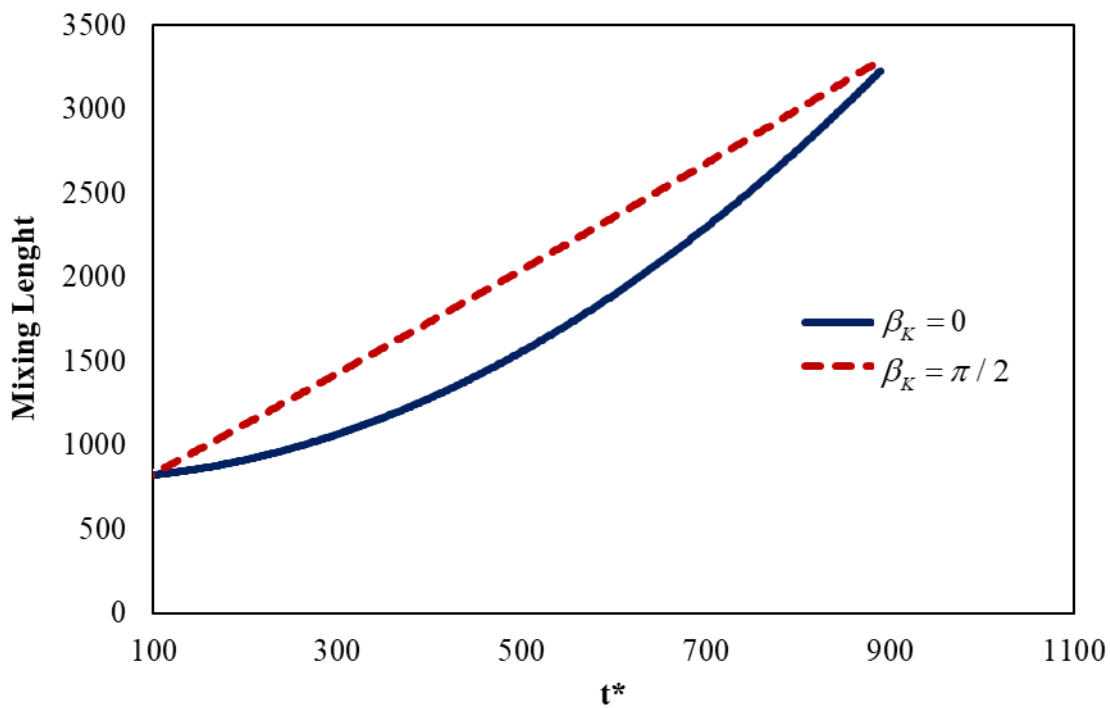
شکل ۴-۲۹: تأثیر زاویه ناهمسانگردی تانسور نفوذپذیری جرم بر منحنی میانگین غلظت عرضی در $t = 600$

$$(\beta_K = 0 \text{ و } \alpha_K = 1, \alpha_D = 2)$$

شکل ۴-۳۰ طول اختلاط را در محیط متخلخلی با نفوذپذیری ناهمسانگرد نشان می‌دهد. در بخش کانتورها و میانگین غلظت عرضی مشاهده شد که با افزایش α_K جریان پایدارتر می‌شود؛ بنابراین باید برای مقادیر بزرگ‌تر α_K طول اختلاط نیز کمتر باشد. این نتیجه‌گیری به خوبی در شکل ۴-۳۰ نشان داده شده است. شکل ۴-۳۱ نیز طول اختلاط را برای زوایای ناهمسانگردی متفاوتی از نفوذپذیری نشان می‌دهد. با افزایش زاویه ناهمسانگردی در تانسور نفوذپذیری جریان ناپایدارتر می‌شود، بنابراین طول اختلاط نیز افزایش می‌یابد.

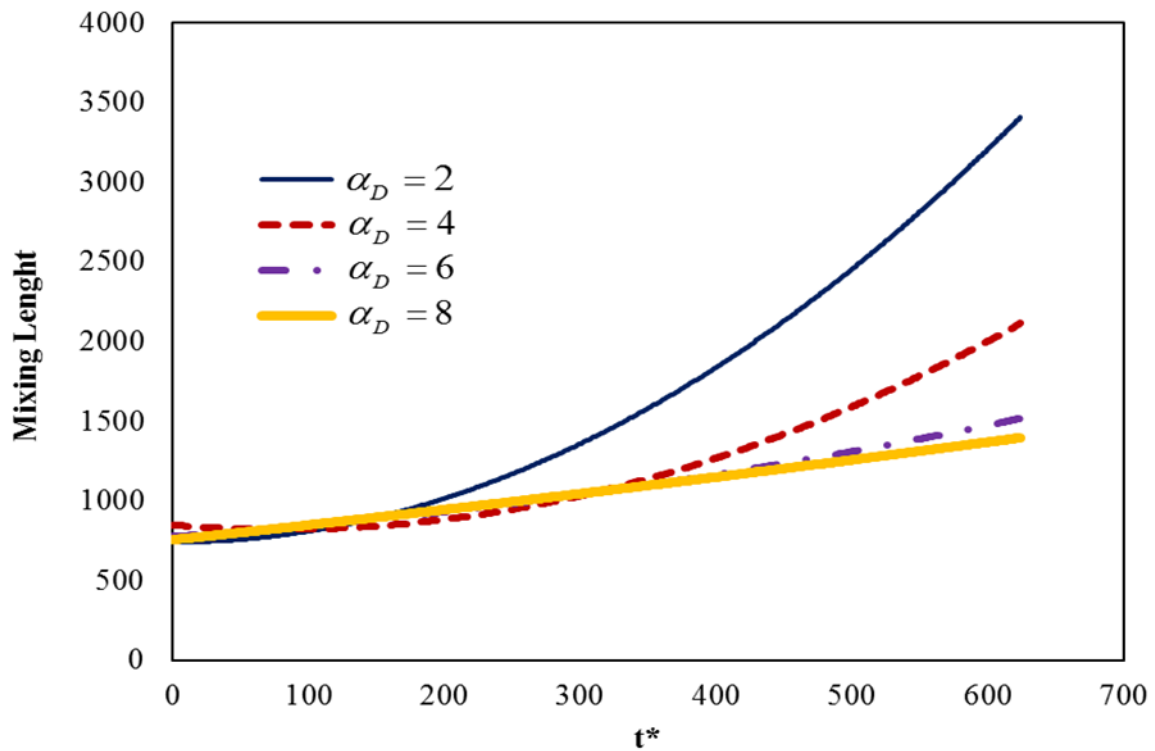


شکل ۴-۳۰: تأثیر ناهمسانگردی تانسور نفوذپذیری بر منحنی طول اختلاط ($\beta_K = \beta_D = 0$ و $\alpha_D = 1$)

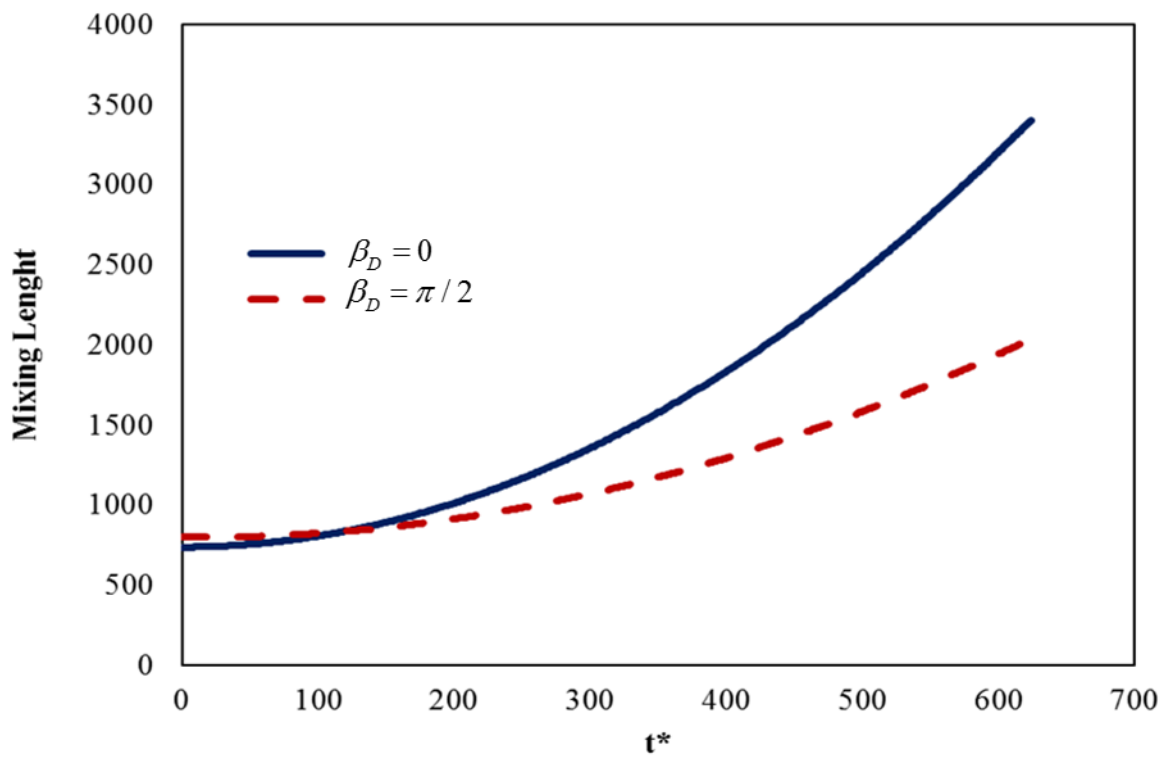


شکل ۴-۳۱: تأثیر زوایای ناهمسانگردی تانسور نفوذپذیری بر منحنی طول اختلاط ($\alpha_D = 1, \alpha_K = 1.8$ و $\beta_D = 0$)

شکل ۳۲-۴ و شکل ۳۳-۴ نیز به ترتیب منحنی‌های طول اختلاط را برای مقادیر مختلف α_D و β_D نشان می‌دهند. همان‌گونه که گفته شد، برای مقادیر بیشتر α_D و β_D جریان پایدارتر خواهد شد و با توجه به دلایل ذکر شده طول اختلاط نیز کاهش پیدا خواهد کرد.



شکل ۳۲-۴: تأثیر ناهمسانگردی تانسور نفوذپذیری جرمی بر منحنی طول اختلاط ($\beta_K = \beta_D = 0$ و $\alpha_K = 1$)



شکل ۴-۳۳: تأثیر زوایای ناهمسانگردی تانسور نفوذپذیری جرمی بر منحنی طول اختلاط ($\alpha_k = 1, \alpha_D = 2$) و $(\beta_k = 0)$

فصل ۵: نتیجه گیری

۵-۱- مقدمه

در این فصل، به نتیجه‌گیری از موارد بحث شده در این مطالعه و ارائه پیشنهادهایی برای ادامه بررسی در زمینه ناپایداری انگشتی لزج حرارتی پرداخته می‌شود.

۵-۲- نتایج شبیه‌سازی غیرخطی

در این مطالعه با استفاده از نرم‌افزار کامسول به شبیه‌سازی ناپایداری انگشتی لزج حرارتی پرداخته شده است. با استفاده از شبیه‌سازی غیرخطی این ناپایداری، رفتار انگشتی‌ها در شرایط مختلف جریان مشاهده و رشد و پیشرفت انگشتی‌ها مورد بررسی قرار گرفته است.

این مطالعه شامل بررسی تأثیر تلفات ویسکوز بر ناپایداری انگشتی لزج حرارتی، تأثیر عدد پولت بر این ناپایداری و بررسی ناپایداری انگشتی لزج حرارتی در محیط متخلخلی با خواص ناهمسانگرد می‌باشد.

بررسی کانتورهای غلظت و دما، منحنی‌های میانگین غلظت عرضی و دما، منحنی طول اختلاط و بازده جاروبی نشان می‌دهد که تلفات ویسکوز دمای سیالات را بالا برده و ویسکوزیته را که تابعی از غلظت و دما تعریف شده است کاهش می‌دهد. این کاهش ویسکوزیته در سیال جابه‌جاشونده که دارای ویسکوزیته بیشتری است، شدیدتر بوده، در نتیجه نسبت تحرک کاهش پیدا می‌کند و از شدت رشد انگشتی‌ها کاسته می‌شود. از این رو تلفات ویسکوز طول اختلاط را کاهش و بازده جاروبی را افزایش می‌دهد، همچنین نتایج نشان داد افزایش عدد لوئیس و کاهش ضریب تأخیر حرارتی در جهت پایداری جریان عمل می‌کنند.

در ادامه این مطالعه تأثیر عدد پکلت بر این ناپایداری مورد بررسی قرار گرفت که نتایج نشان داد کاهش عدد پکلت، باعث نفوذ بیشتر سیالات در یکدیگر می‌شود، همچنین در اعداد پکلت بالا انگشتی‌ها بیشتر و جریان ناپایدارتر می‌باشد. با کاهش عدد پکلت جرمی و حرارتی در یک عدد لوئیس ثابت، از پستی و بلندی‌های منحنی‌های مقادیر میانگین کاسته شد و طول اختلاط کاهش پیدا کرد.

شبیه‌سازی ناپایداری انگشتی لزج حرارتی در محیطی با خواص ناهمسانگرد نشان داد افزایش نفوذپذیری محیط و نفوذپذیری جرمی در جهت جریان نسبت به جهت عمود بر جریان به پایداری کمک می‌کند. همچنین افزایش زاویه ناهمسانگردی در تانسور نفوذپذیری، جریان را ناپایدارتر و در تانسور نفوذپذیری جرمی، جریان را پایدارتر می‌سازد.

۵-۳- پیشنهادات

در مطالعه حاضر از یک رابطه‌ی نمایی برای بیان ارتباط بین ویسکوزیته با غلظت و دما استفاده شد. استفاده از رابطه‌هایی متفاوت‌تر و بررسی تغییرات ایجادشده در اثر آن، می‌تواند به‌عنوان یک پیشنهاد ساده برای شروع کار در زمینه ناپایداری انگشتی لزج حرارتی باشد.

استفاده از سیالات غیرنیوتنی مثل سیالات ویسکوالاستیک و بررسی تأثیرات پارامترهای رئولوژیکی موجود در این‌گونه سیالات بر تشدید یا سرکوب این ناپایداری، می‌تواند یک پیشنهاد بسیار جالب و در عین حال بسیار دشوار برای ادامه کار در این زمینه باشد.

در نظر گرفتن تأثیرات گرانش و وابستگی خواص ناهمسانگرد به پارامترهایی از قبیل سرعت نیز می‌تواند یکی دیگر از پیشنهادات ارائه شده در این زمینه باشد. شبیه‌سازی سه‌بعدی این ناپایداری در محیط متخلخل با خواص ناهمسانگرد و انجام مطالعات آزمایشگاهی برای مقایسه نتایج به‌دست‌آمده از شبیه‌سازی عددی با نتایج آزمایشگاهی نیز می‌توانند موارد بسیار جالب و کاربردی برای ادامه مطالعه در زمینه ناپایداری انگشتی لزج حرارتی باشند.

بررسی ناپایداری انگشتی لزج حرارتی در جابجایی‌های مخلوط نشدنی در محیط متخلخل نیز می‌تواند موضوعی کاربردی در این زمینه باشد.

سپست

پیوست الف

در این قسمت به اثبات جمله تلفات ویسکوز استفاده شده در معادله انرژی پرداخته شده است.

کار انجام شده در مختصات کارتیزین توسط نیروهای اصطکاکی به صورت زیر می‌باشد:

$$\begin{aligned}
 W \cdot D. &= \frac{\partial}{\partial x} \{(\sigma_x i + \sigma_{xy} j + \sigma_{xz} k) \cdot (ui + vj + wk)\} + & (الف-۱) \\
 &\frac{\partial}{\partial y} \{(\sigma_{yx} i + \sigma_y j + \sigma_{yz} k) \cdot (ui + vj + wk)\} + \\
 &\frac{\partial}{\partial z} \{(\sigma_{zx} i + \sigma_{zy} j + \sigma_z k) \cdot (ui + vj + wk)\} \\
 &= \frac{\partial}{\partial x} \{(\sigma_x u + \sigma_{xy} v + \sigma_{xz} w)\} \\
 &+ \frac{\partial}{\partial y} \{(\sigma_{yx} u + \sigma_y v + \sigma_{yz} w)\} \\
 &+ \frac{\partial}{\partial z} \{(\sigma_{zx} u + \sigma_{zy} v + \sigma_z w)\} \\
 &= u \left(\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_{xz}}{\partial z} \right) \\
 &+ v \left(\frac{\partial \sigma_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_{yz}}{\partial z} \right) \\
 &+ w \left(\frac{\partial \sigma_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{yz}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} \right) \\
 &+ \sigma_x \frac{\partial u}{\partial x} + \sigma_{xy} \frac{\partial v}{\partial x} + \sigma_{xz} \frac{\partial w}{\partial x} \\
 &+ \sigma_{yx} \frac{\partial u}{\partial y} + \sigma_y \frac{\partial v}{\partial y} + \sigma_{yz} \frac{\partial w}{\partial y} \\
 &+ \sigma_{zx} \frac{\partial u}{\partial z} + \sigma_{zy} \frac{\partial v}{\partial z} + \sigma_z \frac{\partial w}{\partial z}
 \end{aligned}$$

که $V = (ui + vj + wk)$ بردار سرعت سیال، $X = (xi + yj + wk)$ بردار فضا و $\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z, \sigma_{xy}$

σ_{yz} و σ_{xz} مولفه‌های تانسور تنش هستند.

با استفاده از معادلات حرکت، یعنی:

$$\rho \frac{Du}{D\zeta} = \frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{yx}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_{zx}}{\partial z} \quad (الف-۲)$$

$$\rho \frac{Dv}{D\zeta} = \frac{\partial \sigma_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_{zy}}{\partial z} \quad (\text{الف-۳})$$

$$\rho \frac{Dw}{D\zeta} = \frac{\partial \sigma_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{yz}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} \quad (\text{الف-۴})$$

سپس کار انجام شده می شود:

$$W.D. = \rho \frac{D}{D\zeta} \left(\frac{u^2 + v^2 + w^2}{2} \right) + \sigma_x \frac{\partial u}{\partial x} + \sigma_{xy} \frac{\partial v}{\partial x} + \sigma_{xz} \frac{\partial w}{\partial x} \quad (\text{الف-۵})$$

$$+ \sigma_{yx} \frac{\partial u}{\partial y} + \sigma_x \frac{\partial v}{\partial y} + \sigma_{yz} \frac{\partial w}{\partial y} + \sigma_{xz} \frac{\partial u}{\partial z} + \sigma_{yz} \frac{\partial v}{\partial z} + \sigma_z \frac{\partial w}{\partial z}$$

که ρ چگالی سیال و ζ بی بعد زمان می باشد

با معرفی معادلات اساسی بصورت زیر:

$$\sigma_x = -P + 2\mu_f \frac{\partial u}{\partial x} \quad (\text{الف-۶})$$

$$\sigma_y = -P + 2\mu_f \frac{\partial v}{\partial y} \quad (\text{الف-۷})$$

$$\sigma_z = -P + 2\mu_f \frac{\partial w}{\partial z} \quad (\text{الف-۸})$$

$$\sigma_{xy} = \mu_f \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \quad (\text{الف-۹})$$

$$\sigma_{xz} = \mu_f \left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right) \quad (\text{الف-۱۰})$$

$$\sigma_{yz} = \mu_f \left(\frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \right) \quad (\text{الف-۱۱})$$

سپس کار انجام شده می شود:

$$W.D. = \frac{D}{D\zeta} (\text{kinetic energy}) - P \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) + \quad (\text{الف-۱۲})$$

$$\mu_f \left\{ 2 \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + 2 \left(\frac{\partial v}{\partial y} \right)^2 + 2 \left(\frac{\partial w}{\partial z} \right)^2 + \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \right)^2 \right\}$$

که جملات نشان داده شده به ترتیب کار تبدیل شده به انرژی سینماتیکی، کار سیال تراکم ناپذیر و کار اتلافی تبدیل شده به گرما هستند.

حرکت حاکم بوسیله قانون دارسی:

$$\sigma_{xy} = \sigma_{xz} = \sigma_{yz} = 0 \quad \text{در معادله دارسی}$$

$$\frac{\mu_f}{k} \mathbf{V} = \frac{\partial(\sigma_x)}{\partial x} \mathbf{i} + \frac{\partial(\sigma_y)}{\partial y} \mathbf{j} + \frac{\partial(\sigma_z)}{\partial z} \mathbf{k} \quad (\text{الف-۱۳})$$

یا به شکل مولفه ای

$$\frac{\mu_f}{k} u = \frac{\partial \sigma_x}{\partial x} \quad (\text{الف-۱۴})$$

$$\frac{\mu_f}{k} v = \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} \quad (\text{الف-۱۵})$$

$$\frac{\mu_f}{k} w = \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} \quad (\text{الف-۱۶})$$

$$\sigma_x = \sigma_y = \sigma_z = -P \quad \text{سپس}$$

$$\frac{\mu_f}{k} u = -\frac{\partial P}{\partial x} \quad (\text{الف-۱۷})$$

$$\frac{\mu_f}{k} v = -\frac{\partial P}{\partial y} \quad (\text{الف-۱۸})$$

$$\frac{\mu_f}{k} w = -\frac{\partial P}{\partial z} \quad (\text{الف-۱۹})$$

کار انجام شده بوسیله نیروی تلفات (چونکه $\sigma_{xy} = \sigma_{xz} = \sigma_{yz} = 0$) می‌شود:

$$\begin{aligned}
 W.D. &= \frac{\partial(\sigma_x u)}{\partial x} + \frac{\partial(\sigma_y v)}{\partial y} + \frac{\partial(\sigma_z w)}{\partial z} && \text{(الف-۲۰)} \\
 &= -\frac{\partial(Pu)}{\partial x} - \frac{\partial(Pv)}{\partial y} - \frac{\partial(Pw)}{\partial z} \\
 &= -P\left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z}\right) - u\frac{\partial P}{\partial x} - v\frac{\partial P}{\partial y} - w\frac{\partial P}{\partial z} \\
 &= -P\left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z}\right) + \frac{\mu_f}{k}(u^2 + v^2 + w^2)
 \end{aligned}$$

مراجع

- [1] D. Bensimon, L. P. Kadanoff, S. Liang, B. I. Shraiman, and C. Tang, "Viscous flows in two dimensions," *Reviews of Modern Physics*, vol. 58, p. 977, 1986.
- [2] K. V. McCloud and J. V. Maher, "Experimental perturbations to Saffman-Taylor flow," *Physics Reports*, vol. 260, pp. 139-185, 1995.
- [3] M. Bavière, "*Basic concepts in enhanced oil recovery processes*," vol. 33: Springer, 1991.
- [4] G. M. Homsy, "Viscous fingering in porous media," *Annual review of fluid mechanics*, vol. 19, pp. 271-311, 1987.
- [5] S. Hill, "Channeling in packed columns," *Chemical Engineering Science*, vol. 1, pp. 247-253, 1952.
- [6] R. Slobod and B. Caudle, "X-ray shadowgraph studies of areal sweepout efficiencies," in *Fall meeting of the petroleum branch of AIME, Society of Petroleum Engineers Journal*, vol. 195, pp. 265-270, 1952.
- [7] P. Van Meurs, "The use of transparent three-dimensional models for studying the mechanism of flow processes in oil reservoirs," *Society of Petroleum Engineers Journal*, vol. 210, pp. 295-301, 1957.
- [8] P. G. Saffman and G. Taylor, "The penetration of a fluid into a porous medium or Hele-Shaw cell containing a more viscous liquid," in *Proceedings of the Royal Society of London A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, pp. 312-329, 1958.
- [9] B. Habermann, "The efficiency of miscible displacement as a function of mobility ratio," *Society of Petroleum Engineers Journal* , vol. 219, pp. 264-272, 1960.
- [10] A. Benham and R. Olson, "A model study of viscous fingering," *Society of petroleum engineers journal*, vol. 3, pp. 138-144, 1963.
- [11] R. Slobod and R. Thomas, "Effect of transverse diffusion on fingering in

- miscible-phase displacement," *Society of Petroleum Engineers Journal*, vol. 3, pp. 9-13, 1963.
- [12] T. K. Perkins, O. C. Johnston, and R. N. Hoffman, "Mechanics of viscous fingering in miscible systems," *Society of Petroleum Engineers Journal*, vol. 5, pp. 301-317, 1965.
- [13] T. K. Perkins and O. C. Johnston, "A study of immiscible fingering in linear models," *Society of Petroleum Engineers Journal*, vol. 9, pp. 39-46, 1969.
- [14] R. Marshall and A. Metzner, "Flow of viscoelastic fluids through porous media," *Industrial & Engineering Chemistry Fundamentals*, vol. 6, pp. 393-400, 1967.
- [15] K. Lee and E. Claridge, "Areal sweep efficiency of pseudoplastic fluids in a five-spot Hele-Shaw model," *Society of Petroleum Engineers Journal*, vol. 8, pp. 52-62, 1968.
- [16] G. Daccord, J. Nittmann, and H. E. Stanley, "Radial viscous fingers and diffusion-limited aggregation: Fractal dimension and growth sites," *Physical review letters*, vol. 56, p. 336, 1986.
- [17] E. Allen and D. Boger, "The influence of rheological properties on mobility control in polymer-augmented waterflooding," in *SPE Annual Technical Conference and Exhibition*, 1988.
- [18] D. Bonn, H. Kellay, M. Bräunlich, M. B. Amar, and J. Meunier, "Viscous fingering in complex fluids," *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, vol. 220, pp. 60-73, 1995.
- [19] M. Kawaguchi, K. Makino, and T. Kato, "Comparison of viscous fingering patterns in polymer and Newtonian solutions," *Physica D: Nonlinear Phenomena*, vol. 105, pp. 121-129, 1997.
- [20] W. De Malsche, J. O. De Beeck, H. Gardeniers, and G. Desmet, "Visualization and quantification of the onset and the extent of viscous fingering in micro-pillar array columns," *Journal of Chromatography A*, vol. 1216, pp. 5511-5517, 2009.
- [21] J. Avendano, N. Pannacci, B. Herzhaft, P. Gateau, and P. Coussot, "Enhanced

displacement of a liquid pushed by a viscoelastic fluid," *Journal of colloid and interface science*, vol. 410, pp. 172-180, 2013.

- [22] R. Chuoke, P. Van Meurs, and C. van der Poel, "The instability of slow, immiscible, viscous liquid-liquid displacements in permeable media," *Society of Petroleum Engineers Journal*, vol. 216, pp. 188-194, 1959.
- [23] R. L. Perrine, "The development of stability theory for miscible liquid-liquid displacement," *Society of Petroleum Engineers Journal*, vol. 1, pp. 17-25, 1961.
- [24] R. A. Wooding, "The stability of an interface between miscible fluids in a porous medium," *Zeitschrift für Angewandte Mathematik und Physik (ZAMP)*, vol. 13, pp. 255-266, 1962.
- [25] J. Heller, "Onset of instability patterns between miscible fluids in porous media," *Journal of Applied Physics*, vol. 37, pp. 1566-1579, 1966.
- [26] C. Tan and G. Homsy, "Stability of miscible displacements in porous media: Radial source flow," *The Physics of fluids*, vol. 30, pp. 1239-1245, 1987.
- [27] C. Tan and G. Homsy, "Stability of miscible displacements in porous media: Radial source flow," *The Physics of fluids*, vol. 30, pp. 1239-1245, 1987.
- [28] C. Tan and G. Homsy, "Simulation of nonlinear viscous fingering in miscible displacement," *The Physics of fluids*, vol. 31, pp. 1330-1338, 1988.
- [29] M. Mishra, M. Martin, and A. De Wit, "Miscible viscous fingering with linear adsorption on the porous matrix," *Physics of fluids*, vol. 19, p. 073101, 2007.
- [30] K. Ghesmat and J. Azaiez, "Viscous fingering instability in porous media: effect of anisotropic velocity-dependent dispersion tensor," *Transport in Porous Media*, vol. 73, pp. 297-318, 2008.
- [31] A. E. McDonald, "Approximate Solutions For Flow On Non-Newtonian Power Laws Fluids Through Porous Media," in *SPE Reservoir Simulation Symposium*, 1979.
- [32] Y.-S. Wu and K. Pruess, "A numerical method for simulating non-Newtonian fluid flow and displacement in porous media," *Advances in water resources*, vol.

21, pp. 351-362, 1998.

- [33] H. Pascal, "Nonsteady flow of non-Newtonian fluids through a porous medium," *International Journal of Engineering Science*, vol. 21, pp. 199-210, 1983.
- [34] D. Pritchard and J. A. Pearson, "Viscous fingering of a thixotropic fluid in a porous medium or a narrow fracture," *Journal of non-newtonian fluid mechanics*, vol. 135, pp. 117-127, 2006.
- [35] J. Azaiez and B. Singh, "Stability of miscible displacements of shear thinning fluids in a Hele-Shaw cell," *Physics of Fluids*, vol. 14, pp. 1557-1571, 2002.
- [36] M. Mishra, M. Martin, and A. De Wit, "Miscible viscous fingering with linear adsorption on the porous matrix," *Physics of fluids*, vol. 19, p. 073101, 2007.
- [37] M. R. Shoghi and M. Norouzi, "Linear stability analysis and nonlinear simulation of non-Newtonian viscous fingering instability in heterogeneous porous media," *Rheologica Acta*, vol. 54, pp. 973-991, 2015.
- [38] H. Shokri, M. Kayhani, and M. Norouzi, "Nonlinear simulation and linear stability analysis of viscous fingering instability of viscoelastic liquids," *Physics of Fluids*, vol. 29, p. 033101, 2017.
- [39] H. Shokri, M. Kayhani, and M. Norouzi, "Saffman–Taylor instability of viscoelastic fluids in anisotropic porous media," *International Journal of Mechanical Sciences*, vol. 135, pp. 1-13, 2018.
- [40] X. Kong, M. Haghghi, and Y. Yortsos, "Visualization of steam displacement of heavy oils in a Hele-Shaw cell," *Fuel*, vol. 71, pp. 1465-1471, 1992.
- [41] M. Saghir, O. Chaalal, and M. Islam, "Numerical and experimental modeling of viscous fingering during liquid–liquid miscible displacement," *Journal of Petroleum Science and Engineering*, vol. 26, pp. 253-262, 2000.
- [42] T. Sheorey, K. Muralidhar, and P. P. Mukherjee, "Numerical experiments in the simulation of enhanced oil recovery from a porous formation," *International journal of thermal sciences*, vol. 40, pp. 981-997, 2001.
- [43] J. Kuang and T. Maxworthy, "The effects of thermal diffusion on miscible,

- viscous displacement in a capillary tube," *Physics of Fluids*, vol. 15, pp. 1340-1343, 2003.
- [44] K. E. Holloway and J. R. De Bruyn, "Viscous fingering with a single fluid," *Canadian journal of physics*, vol. 83, pp. 551-564, 2005.
- [45] D. Pritchard, "The instability of thermal and fluid fronts during radial injection in a porous medium," *Journal of Fluid Mechanics*, vol. 508, pp. 133-163, 2004.
- [46] M. Islam and J. Azaiez, "Miscible thermo-viscous fingering instability in porous media. Part 1: Linear stability analysis," *Transport in porous media*, vol. 84, pp. 821-844, 2010.
- [47] M. Islam and J. Azaiez, "Miscible thermo-viscous fingering instability in porous media. Part 2: Numerical simulations," *Transport in porous media*, vol. 84, pp. 845-861, 2010.
- [48] M. Islam and J. Azaiez, "Thermo-viscous fingering in quarter five-spot miscible displacements," *European Journal of Mechanics-B/Fluids*, vol. 30, pp. 107-119, 2011.
- [49] J. Azaiez and M. Sajjadi, "Stability of double-diffusive double-convective miscible displacements in porous media," *Physical Review E*, vol. 85, p. 026306, 2012.
- [50] M. Sajjadi and J. Azaiez, "Dynamics of fluid flow and heat transfer in homogeneous porous media," *The Canadian Journal of Chemical Engineering*, vol. 91, pp. 687-697, 2013.
- [51] M. Sajjadi and J. Azaiez, "Thermo-viscous fingering in heterogeneous media," in *SPE Heavy Oil Conference Canada*, 2012.
- [52] S. Jackson, H. Power, and D. Giddings, "Immiscible thermo-viscous fingering in Hele-Shaw cells," *Computers & Fluids*, 2017.
- [53] A. Al-Hadhrami, L. Elliott, and D. Ingham, "A new model for viscous dissipation in porous media across a range of permeability values," *Transport in Porous media*, vol. 53, pp. 117-122, 2003.

- [54] W. Zimmerman and G. Homsy, "Nonlinear viscous fingering in miscible displacement with anisotropic dispersion," *Physics of Fluids A: Fluid Dynamics*, vol. 3, pp. 1859-1872, 1991.
- [55] M. Islam and J. Azaiez, "Fully implicit finite difference pseudo-spectral method for simulating high mobility-ratio miscible displacements," *International journal for numerical methods in fluids*, vol. 47, pp. 161-183, 2005.
- [56] A. Rogerson and E. Meiburg, "Numerical simulation of miscible displacement processes in porous media flows under gravity," *Physics of Fluids A: Fluid Dynamics*, vol. 5, pp. 2644-2660, 1993.
- [57] E. Koval, "A method for predicting the performance of unstable miscible displacement in heterogeneous media," *Society of Petroleum Engineers Journal*, vol. 3, pp. 145-154, 1963.
- [58] A. Rogerson and E. Meiburg, "Numerical simulation of miscible displacement processes in porous media flows under gravity," *Physics of Fluids A: Fluid Dynamics*, vol. 5, pp. 2644-2660, 1993.

Abstract

Thermal Viscous Fingering Instability is one of the different kinds of instabilities in Porous medium, which occurs at the common interface of two fluids, differing in viscosity and temperature. In this study, the instability is discussed in a Porous media. The main goal of the present work is studying the viscous dissipation influence on Thermal Viscous Fingering Instability. In the following, the mass and thermal Peclet number influence on concentration and thermal front and Thermal Viscous Fingering Instability in a Porous medium with anisotropic properties are reviewed.

In this study, in order to demonstrate the viscosity's dependency on concentration and temperature, two parameters β_c and β_t are used which represent solutal mobility ratio and thermal mobility ratio, respectively. Other engaged parameters are Lewis number, thermal lag coefficient and Brinkman number.

In non-linear simulation section, using COMSOL software, this instability is simulated during different time intervals and different fingering growth mechanism are studied at two concentration and temperature fronts. Also, a study in average temperature and width density curves, mixing length, sweep efficiency is delivered, helping us understand the concept of this instability much more.

Results show that viscosity dissipation with increasing temperature will decrease fluid viscosity, this reduction is more aggressive in moving fluid with higher viscosity, therefore mobility ratio and instability growth rate will decrease. As a result, flow becomes more laminar, while mixing length decreases and sweeping efficiency increases.

Examining Peclet number influence demonstrate that with decreasing Peclet number, which results in higher penetration potency, two fluids will have expanded boundary area and are distributed more in one another, resulting in fingerings reach the front's end later and a more laminar flow.

Thermal Viscous Fingering Instability in a medium with anisotropic properties Simulation results indicate that while medium and mass's Permeability increases in flow direction than Permeability in the Perpendicular direction to flow, instability will decrease and a more laminar flow will be gained.

Key Words: Thermal Viscous Fingering Instability, viscous dissipation, different fingering growth mechanism, Permeability



Shahrood University of Technology
Faculty of Mechanical and Mechatronics Engineering
M.Sc. Thesis in Energy Conversion Engineering

Thermal viscous fingering in porous media

By:

Sedigheh Dorrani

Supervisor:

Dr. Mahmood Norouzi

January 2018