

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ



پردیس بین المللی خوارزمی

پایان نامه کارشناسی ارشد مهندسی طراحی کاربردی

محاسبه ضریب شدت تنش برای ترک نیم بیضوی طولی در استوانه جدار ضخیم تابعی در معرض بار حرارتی با روش تابع وزنی

نگارنده: رضا طالع زاری

اساتید راهنما:

دکتر مسعود مهدی زاده

دکتر محمد باقر نظری

بهمن ۱۳۹۵



مدیریت تحصیلات تکمیلی

بسمه تعالی

شماره: ۱۰۳/۲۹۷
تاریخ: ۹۶، ۱، ۲۱
ویرایش:

فرم شماره ۷: صورتجلسه نهایی دفاع از پایان نامه دوره کارشناسی ارشد

با تأییدات خداوند متعال و با استعانت از حضرت ولی عصر (عج) ارزیابی جلسه دفاع از پایان نامه کارشناسی ارشد خانم / آقای رضا طالع زاری به شماره دانشجویی ۹۲۰۹۲۶۴ رشته مکانیک گرایش طراحی کاربردی . تحت عنوان محاسبه ضریب شدت تنش برای ترک نیم بیضی طولی در استوانه FGMS جدار ضخیم تحت بار حرارتی با روش تابع وزنی که در تاریخ ۱۳۹۵/۱۱/۲۰ با حضور هیأت محترم داوران در دانشگاه صنعتی شاهرود برگزار گردید به شرح ذیل اعلام می گردد:

قبول (با درجه: مابین ممتاز (۱۵٫۹))	<input type="checkbox"/> مردود	<input type="checkbox"/> دفاع مجدد
نوع تحقیق: نظری <input type="checkbox"/> عملی <input type="checkbox"/>		

- ۱- عالی (۲۰ - ۱۹)
 ۲- بسیار خوب (۱۸/۹۹ - ۱۸)
 ۳- خوب (۱۷/۹۹ - ۱۶)
 ۴- قابل قبول (۱۵/۹۹ - ۱۴)
 ۵- نمره کمتر از ۱۴ غیر قابل قبول

امضاء	مرتبه علمی	نام و نام خانوادگی	عضو هیأت داوران
	استاد یار	دکتر مسعود مهدی زاده رخی	۱- استاد راهنمای اول
	استاد یار	دکتر محمد باقر نظری	۲- استاد راهنمای دوم
			۳- استاد مشاور
	استاد یار	دکتر علی عباس نژاد	۴- نماینده شورای تحصیلات تکمیلی
	استاد یار	دکتر محمد جعفری	۵- استاد ممتحن اول
	دانشیار	دکتر حمید رضا ایهک چی	۶- استاد ممتحن دوم

نام و نام خانوادگی رئیس دانشکده:
 تاریخ و امضاء و مهر دانشکده:

این پایان نامه را ضمن تشکر و سپاس بیکران و در کمال افتخار و امتنان تقدیم می نمایم به
محضر ارزشمند پدر و مادر عزیزم به خاطر همه ی تلاشهای محبت آمیزی که در دوران مختلف
زندگی ام انجام داده اند و بامهربانی چگونه زیستن را به من آموخته اند
به همسر مهربان که در تمام طول تحصیل همراه و همگام من بوده است و فرزندان دلبندم سورنا،
ستیا، سامیار امید بخش جانم که آسایش آنها آرامش من است
به استادان فرزانه و فرهیخته ای که در راه کسب علم و معرفت مرا یاری نمودند
به آنان که در راه کسب دانش راهنمایم بودند

به مصداق «من لم يشكر المخلوق لم يشكر الخالق» بسی شایسته است از استاد

فرهیخته و فرزانه جناب آقای دکتر علی یونسیان

که با کرامتی چون خورشید، سرزمین دل را روشنی بخشیدند و گلشن سرای علم و

دانش را با راهنمایی های کار ساز و سازنده بارور ساختند؛ تقدیر و تشکر نمایم.

(و یزکیهم و یعلمهم الكتاب و الحکمه).

معلما مقامت ز عرش برتر باد همیشه توسن اندیشه ات مظفر باد

به نکته های دلاویز و گفته های بلند صحیفه های سخن از تو علم پرور باد

تعهد نامه

اینجانب رضا طالع زاری دانشجوی دوره کارشناسی ارشد رشته مهندسی طراحی کاربردی دانشکده مهندسی مکانیک و مکاترونیک دانشگاه صنعتی شاهرود نویسنده پایان نامه محاسبه ضریب شدت تنش برای ترک نیم بیضوی طولی در استوانه جدار ضخیم تابعی در معرض بار حرارتی با روش تابع وزنی تحت راهنمایی دکتر مسعود مهدی زاده و دکتر محمد باقر نظری متعهد می شوم .

- تحقیقات در این پایان نامه توسط اینجانب انجام شده است و از صحت و اصالت برخوردار است .
- در استفاده از نتایج پژوهشهای محققان دیگر به مرجع مورد استفاده استناد شده است .
- مطالب مندرج در پایان نامه تاکنون توسط خود یا فرد دیگری برای دریافت هیچ نوع مدرک یا امتیازی در هیچ جا ارائه نشده است .
- کلیه حقوق معنوی این اثر متعلق به دانشگاه صنعتی شاهرود می باشد و مقالات مستخرج با نام « دانشگاه صنعتی شاهرود » و یا « Shahrood University of Technology » به چاپ خواهد رسید .
- حقوق معنوی تمام افرادی که در به دست آمدن نتایج اصلی پایان نامه تأثیرگذار بوده اند در مقالات مستخرج از پایان نامه رعایت می گردد.
- در کلیه مراحل انجام این پایان نامه ، در مواردی که از موجود زنده (یا بافتهای آنها) استفاده شده است ضوابط و اصول اخلاقی رعایت شده است .
- در کلیه مراحل انجام این پایان نامه، در مواردی که به حوزه اطلاعات شخصی افراد دسترسی یافته یا استفاده شده است اصل رازداری ، ضوابط و اصول اخلاق انسانی رعایت شده است .

تاریخ

امضای دانشجو

مالکیت نتایج و حق نشر

- کلیه حقوق معنوی این اثر و محصولات آن (مقالات مستخرج ، کتاب ، برنامه های رایانه ای ، نرم افزارها و تجهیزات ساخته شده است) متعلق به دانشگاه صنعتی شاهرود می باشد . این مطلب باید به نحو مقتضی در تولیدات علمی مربوطه ذکر شود .
- استفاده از اطلاعات و نتایج موجود در پایان نامه بدون ذکر مرجع مجاز نمی باشد.

چکیده:

در این تحقیق به محاسبه ضریب شدت تنش برای ترک نیم‌بیضوی طولی در استوانه جدار ضخیم تابعی در معرض بار حرارتی با روش تابع وزنی پرداخته شده است. به همین منظور ابتدا شبیه‌سازی اجزای محدود مسئله در نرم‌افزار آباکوس انجام و تنش‌های شعاعی، محیطی، طولی و فون میسر در جداره استوانه بررسی شدند. سپس نتایج اجزای محدود با نتایج حل تحلیلی مقایسه شدند و تطابق خوبی حاصل شد. همچنین ضرایب شدت تنش استخراج شده از شبیه‌سازی اجزای محدود با رابطه اندرسون مقایسه و تطابق خوبی حاصل شد. سپس جهت تعیین تابع وزنی حاکم بر مسئله از رابطه ارائه شده توسط شن و گلنیکا استفاده شده است. به همین منظور ابتدا استوانه از جنس مواد تابعی با ضرایب ناهمگنی مختلف و با طول ترک‌های مختلف در نرم‌افزار آباکوس شبیه‌سازی شدند. سپس با استفاده از نتایج اجزای محدود، ضرایب رابطه شن و گلنیکا که وابسته به هندسه، بارگذاری، طول ترک و جنس استوانه بودند استخراج شدند.

کلمات کلیدی : ترک نیم بیضوی , استوانه جدار ضخیم , روش المان محدود , ضریب شدت تنش , تابع وزن

فهرست مطالب

صفحه

عنوان

فصل اول - مقدمه و پیشینه تحقیق

۱-۱	مقدمه	۲
۲-۱	مواد تابعی و تئوری‌های آن	۳
۳-۱	پیشینه تحقیق	۷
۱-۳-۱	مکانیک شکست در مواد تابعی	۸

فصل دوم تئوری مکانیک شکست و روش‌های عددی محاسبه ضریب شدت تنش

۱-۲	مقدمه	۱۴
۲-۲	پارامترها و روابط مکانیک شکست	۱۵
۳-۲	روش‌های عددی در مکانیک شکست	۱۷
۱-۳-۲	روش‌های مدل‌سازی ترک	۱۷
۱-۱-۳-۲	استفاده از المان‌های غیر تکین با دانسیته مش بالا در رأس ترک	۱۸
۲-۱-۳-۲	استفاده از رینگ المان‌های منفرد	۲۱
۳-۱-۳-۲	استفاده از المان‌های فنری خطی	۲۴

فصل سوم - مدل‌سازی اجزاء محدود مسئله

۱-۳	پیدایش ABAQUS	۲۸
۲-۳	هندسه و خواص مکانیکی	۲۹
۳-۳	مدل‌سازی اجزای محدود	۳۰
۱-۳-۳	مش‌بندی و همگراسازی المانها	۳۳
۲-۳-۳	بررسی نتایج	۳۵
۴-۳	مدل‌سازی مواد مدرج تابعی	۳۹

فصل چهارم - محاسبه ضرایب شدت تنش با استفاده از توابع وزنی

۱-۴	مقدمه	۴۴
-----	-------	----

۴۴.....۲-۴ مدل‌سازی ترک بر روی استوانه در بارگذاری ترموالاستیک

۴۷.....۱-۲-۴ بررسی نتایج بارگذاری ترموالاستیک

۵۱.....۳-۴ روش تابع وزنی در تعیین ضریب شدت تنش

۵۵.....۱-۳-۴ استخراج ضرایب تصحیح گرادیان خصوصیات ماده برای بارگذاری های پایه

۵۶.....۴-۴ مدل‌سازی ترک به روش اجزای محدود

۵۹.....۱-۴-۴ تعیین ضرایب شدت تنش مرجع به روش اجزای محدود

۶۳.....۲-۴-۴ تعیین ضرایب تصحیح خصوصیات ماده

فصل پنجم - نتیجه‌گیری و پیشنهادات

۷۴.....۱-۵ نتیجه‌گیری

۷۵.....۲-۵ پیشنهادات

۷۶.....پیوست ها

۷۹.....منابع

فهرست جداول

صفحه	عنوان
۲۹	جدول ۱-۳ مشخصات هندسی استوانه
۲۹	جدول ۲-۳ مشخصات جنس استوانه همگن
۳۰	جدول ۳-۳ خواص ماده تابعی
۵۱	جدول ۱-۴ پارامترهای رابطه ضریب شدت تنش اندرسون
۶۹	جدول ۲-۴ مقادیر YOP در عمق نسبی و ضرایب ناهمگنی مختلف ماده
۶۹	جدول ۳-۴ مقادیر YIP در عمق نسبی و ضرایب ناهمگنی مختلف ماده
۷۰	جدول ۴-۴ مقادیر $\frac{E_{tip}}{E_{Ri}}$ در عمق نسبی و ضرایب ناهمگنی مختلف ماده
۷۰	جدول ۵-۴ مقادیر $\frac{E_{Ro}}{E_{Ri}}$ در عمق نسبی و ضرایب ناهمگنی مختلف ماده

فهرست شکل‌ها

صفحه

عنوان

- شکل ۱-۱: شماتیک مواد مرکب و مواد تابعی: ۵
- شکل ۱-۲: مقایسه بین مواد همگن و مواد گرادپانی. الف) مواد تابعی. ب) مواد همگن. ج) ۵
- تغییرات گرادپانی خواص در راستای محور: ۵
- شکل ۱-۳: انواع مواد تابعی: ۶
- شکل ۱-۲: ۱: مدلسازی ترک: ۱۸
- شکل ۲-۲: ۲: روش جاروب کردن: ۲۰
- شکل ۲-۳: ۳: روش گره زدن المان: ۲۰
- شکل ۲-۴: ۴: روش تغییر المان‌ها: ۲۱
- شکل ۲-۵: ۵: المان‌های منفرد در حالت مکانیک شکست الاستیک خطی: ۲۲
- شکل ۲-۶: ۶: تیز بودن نوک ترک در حالت مکانیک شکست الاستیک خطی: ۲۲
- شکل ۲-۷: ۷: المان‌های منفرد در حالت مکانیک شکست الاستیک پلاستیک: ۲۳
- شکل ۲-۸: ۸: کند بودن نوک ترک در حالت مکانیک شکست الاستیک پلاستیک: ۲۳
- شکل ۲-۹: ۹: مدلسازی ترک با استفاده از المان‌های منفرد: ۲۴
- شکل ۲-۱۰: ۱۰: مدلسازی ترک نیم بیضوی در راستای ضخامت به کمک المان‌های فنر خطی: ۲۵
- شکل ۳-۱: ۱: مدلسازی هندسی مخزن: ۳۱
- شکل ۳-۲: ۲: اعمال شرط مرزی تقارن در صفحه XZ: ۳۱
- شکل ۳-۳: ۳: اعمال شرط مرزی تقارن در صفحه XY: ۳۲
- شکل ۳-۴: ۴: اعمال فشار داخلی به استوانه: ۳۲
- شکل ۳-۵: ۵: المان بندی استوانه: ۳۳
- شکل ۳-۶: ۶: نمودار تنش شعاعی بر حسب ضخامت استوانه: ۳۴
- شکل ۳-۷: ۷: نمودار تنش محیطی بر حسب ضخامت استوانه: ۳۵
- شکل ۳-۸: ۸: همگرایی المان‌ها در راستای طولی استوانه: ۳۵
- شکل ۳-۹: ۹: نمودار تنش‌های شعاعی وارد بر استوانه: ۳۶
- شکل ۳-۱۰: ۱۰: نمودار تنش‌های محیطی وارد بر استوانه: ۳۷
- شکل ۳-۱۱: ۱۱: نمودار تنش‌های فون میسز وارد بر استوانه در راستای شعاعی: ۳۸
- شکل ۳-۱۲: ۱۲: نمودار تنش‌های فون میسز وارد بر استوانه در راستای محیطی: ۳۸
- شکل ۳-۱۳: ۱۳: نمودار تنش‌های شعاعی وارد بر استوانه تابعی: ۴۰
- شکل ۳-۱۴: ۱۴: نمودار تنش‌های در راستای ضخامت: ۴۰
- شکل ۳-۱۵: ۱۵: نمودار تنش‌های فون میسز در راستای شعاعی: ۴۱

- شکل ۳-۱۶: نمودار تنش‌های فون میسز در راستای محیطی: ۴۱.....
- شکل ۳-۱۷: نمودار تنش‌های شعاعی برای ضرایب ناهمگنی مختلف: ۴۲.....
- شکل ۳-۱۸: نمودار تنش‌های محیطی برای ضرایب ناهمگنی مختلف: ۴۳.....
- شکل ۴-۱: مدلسازی ترک بر روی جداره استوانه: ۴۵.....
- شکل ۴-۲: مش بندی استوانه دارای ترک: ۴۶.....
- شکل ۴-۳: اعمال دمای جداره به استوانه: ۴۶.....
- شکل ۴-۴: نمودار تنش‌های شعاعی وارد بر استوانه تابعی برای بارگذاری ترموالاستیک: ۴۷.....
- شکل ۴-۵: کانتور تنش‌های شعاعی وارد بر استوانه تابعی برای بارگذاری ترموالاستیک: ۴۷.....
- شکل ۴-۶: تنش‌های محیطی وارد بر استوانه تابعی برای بارگذاری ترموالاستیک: ۴۸.....
- شکل ۴-۷: تنش‌های محیطی مواد تابعی برای بارگذاری ترموالاستیک: ۴۸.....
- شکل ۴-۸: تنش فون میسز در راستای شعاعی برای بارگذاری ترموالاستیک: ۴۹.....
- شکل ۴-۹: تنش‌های فون میسز مواد تابعی برای بارگذاری ترموالاستیک: ۴۹.....
- شکل ۴-۱۰: تنش‌های فون میسز در راستای محیطی برای بارگذاری ترموالاستیک: ۵۰.....
- شکل ۴-۱۱: هندسه ترک بیضوی در دیواره استوانه: ۵۱.....
- شکل ۴-۱۲: طرح کلی ترک نیم بیضوی طولی در استوانه: ۵۳.....
- شکل ۴-۱۳: بارگذاری‌های پایه روی ترک نیم بیضوی طولی در استوانه (a) یکنواخت (b) خطی: ۵۳.....
- شکل ۴-۱۴: جبهه ترک و راستای بازشدگی ترک: ۵۷.....
- شکل ۴-۱۵: اعمال بار فشاری یکنواخت (شکل بالا) و خطی (شکل پایین): ۵۸.....
- شکل ۴-۱۶: مش بندی استوانه حاوی ترک طولی: ۵۹.....
- شکل ۴-۱۷: ضرایب شدت تنش در عمق ترک‌های متفاوت و ضرایب ناهمگنی مختلف ماده برای بارگذاری یکنواخت: ۶۰.....
- شکل ۴-۱۸: ضرایب شدت تنش در عمق ترک‌های متفاوت و ضرایب ناهمگنی مختلف ماده برای بارگذاری خطی: ۶۰.....
- شکل ۴-۱۹: ضرایب شدت تنش ماده همگن در عمق ترک‌های متفاوت برای بارگذاری یکنواخت: ۶۱.....
- شکل ۴-۲۰: ضرایب شدت تنش ماده همگن در عمق ترک‌های متفاوت برای بارگذاری خطی: ۶۱.....
- شکل ۴-۲۱: ضرایب شدت تنش در عمق نسبیهای متفاوت و ضرایب ناهمگنی مختلف ماده برای بارگذاری یکنواخت: ۶۲.....
- شکل ۴-۲۲: ضرایب شدت تنش در عمق نسبی‌های متفاوت و ضرایب ناهمگنی مختلف ماده برای بارگذاری خطی: ۶۳.....

شکل ۴-۲۳: ضرایب تصحیح خصوصیات ماده بر حسب مدول الاستیسیته نسبی برای ضریب ناهمگنی $n=0.5$ و بارگذاری مرجع یکنواخت ۶۴

شکل ۴-۲۴: ضرایب تصحیح خصوصیات ماده بر حسب مدول الاستیسیته نسبی برای ضریب ناهمگنی $n=1$ و بارگذاری مرجع یکنواخت..... ۶۴

شکل ۴-۲۵: ضرایب تصحیح خصوصیات ماده بر حسب مدول الاستیسیته نسبی برای ضریب ناهمگنی $n=2$ و بارگذاری مرجع یکنواخت..... ۶۵

شکل ۴-۲۶: ضرایب تصحیح خصوصیات ماده بر حسب مدول الاستیسیته نسبی برای ضریب ناهمگنی $n=5$ و بارگذاری مرجع یکنواخت..... ۶۵

شکل ۴-۲۷: ضرایب تصحیح خصوصیات ماده بر حسب مدول الاستیسیته نسبی برای ضریب ناهمگنی $n=10$ و بارگذاری مرجع یکنواخت..... ۶۶

شکل ۴-۲۸: ضرایب تصحیح خصوصیات ماده بر حسب مدول الاستیسیته نسبی برای ضریب ناهمگنی $n=0.5$ و بارگذاری مرجع خطی..... ۶۶

شکل ۴-۲۹: ضرایب تصحیح خصوصیات ماده بر حسب مدول الاستیسیته نسبی برای ضریب ناهمگنی $n=1$ و بارگذاری مرجع خطی..... ۶۷

شکل ۴-۳۰: ضرایب تصحیح خصوصیات ماده بر حسب مدول الاستیسیته نسبی برای ضریب ناهمگنی $n=2$ و بارگذاری مرجع خطی..... ۶۷

شکل ۴-۳۱: ضرایب تصحیح خصوصیات ماده بر حسب مدول الاستیسیته نسبی برای ضریب ناهمگنی $n=5$ و بارگذاری مرجع خطی..... ۶۸

شکل ۴-۳۲: ضرایب تصحیح خصوصیات ماده بر حسب مدول الاستیسیته نسبی برای ضریب ناهمگنی $n=10$ و بارگذاری مرجع خطی..... ۶۸

فصل اول:

مقدمه و پیشینه

تحقیق

در دو دهه اخیر پیشرفت‌های تکنولوژی در زمینه‌های مهندسی هوافضا و هسته‌ای، ترموالاستیسیت را به عنوان یک شاخه اصلی از مهندسی کاربردی برجسته‌تر کرده است. درجه حرارت‌های بالا در بسیاری از سازه‌ها و قطعات ماشین‌ها نظیر سازه‌های هوافضایی، موتورهای که در هواپیماهای پرسرعت به کار می‌روند، مخازن مورد استفاده در نیروگاه‌های اتمی و هسته‌ای و یا در فرایندهای صنعتی مانند آنهایی که از اشعه لیزر با دانسیته انرژی بالا جهت تولید استفاده می‌کنند، به وجود می‌آید. این سازه‌ها و یا قطعات در معرض شرایط حرارتی غیر یکنواخت ناپایدار که با تغییر خصوصیات فیزیکی و مکانیکی همراه است، کار می‌کنند. این مساله باعث ایجاد تنش‌های حرارتی می‌گردد که در طراحی سازه‌ها یا قطعه‌ها باید مورد توجه قرار گیرد، چرا که همراه با تنش‌های مکانیکی ناشی از بارهای خارجی، باعث ترک و شکست در قطعه می‌شود. تنش‌های حرارتی می‌توانند اثراتی نظیر خستگی حرارتی و کماتش حرارتی ایجاد کنند. همچنین پاره‌ای از مواد در میدان درجه حرارت غیر دائم در اثر گرادیان بالای درجه حرارت، ماهیت ترد پیدا خواهند کرد و در نهایت قابلیت تحمل گرادیان‌های بالای درجه حرارت را نخواهند داشت که می‌تواند فاجعه بار باشد [۱]. یکی از راه‌های مقابله با بارهای حرارتی استفاده از مواد تابعی می‌باشد که موادی ناهمگن ولی غالباً ایزوتروپ هستند که خواص آنها از نقطه‌ای به نقطه دیگر تغییر می‌کند. مثلاً مقاومت مکانیکی، مقاومت به سایش، سختی و ضریب هدایت حرارتی که به طور پیوسته تغییر می‌کنند. این تغییرات پیوسته نسبت به تغییرات گسسته خواص مواد مرکب، مشکل تغییرات ناگهانی را در سطح دو ماده‌ی متفاوت رفع می‌کند.

ایده مواد مرکب در پایان دهه ۱۹۴۰ و آغاز دهه ۱۹۵۰ در صنایع دریایی عملی شد [۲]. چنانچه مواد مرکب از ترکیب دو یا چند ماده ناهم‌ساز به وجود آیند که خواص فیزیکی متفاوت و گاهی ناسازگار دارند؛ عدم تطابق رفتار مواد، موجب تمرکز تنش و ایجاد گسستگی در مرز لایه‌ها در اثر بارگذاری همزمان مکانیکی و حرارتی می‌شود. تغییر ناگهانی مواد و خواص مواد مرکب که موجب

تغییر ناگهانی رفتار مواد به ویژه در مرز لایه‌های می‌گردد از اشکالات عمده آنهاست. یکی از علت‌های تنش حرارتی، افزایش دما می‌باشد. وقتی یک ماده با تغییرات دما روبرو می‌شود، لایه‌های مختلف ماده، با مقادیر مختلفی انبساط پیدا می‌کنند. در قطعاتی که از جنس مواد ترد هستند، تنش‌های حرارتی (به اضافه تنش‌های مکانیکی حاصل از نیروهای خارجی) می‌تواند باعث ایجاد ترک و شکست قطعه شود.

۱-۲- مواد تابعی و تئوری‌های آن

مواد تابعی با توجه به نوع خواص و رفتار مدنظر، می‌توانند کاربردهای گسترده‌ای داشته باشند. این خواص شامل خواص حرارتی، خواص مکانیکی (شامل الاستیک، تغییر شکل‌های پلاستیک، شکست، پوشش دهی)، خواص و رفتارهای ترمومکانیکی و خواص نوری و الکتریکی هستند.

مواد تابعی اینگونه توصیف شدند که فاز تقویت کننده و مواد زمینه در حالت پیوسته (نه به صورت گسسته مانند مواد مرکب) به تدریج در امتداد یک یا چند جهت ماده تغییر می‌کند. مواد تابعی که از یک فاز سرامیک و یک فاز فلز تشکیل شده باشند قادر به تحمل درجه حرارت بسیار بالا و اختلاف درجه حرارت شدید بوده و مقاوم در مقابل خوردگی و ساینده‌گی هستند و مقاومت بالایی در مقابل شکست دارند. در حال حاضر از این مواد برای سازه‌هایی که باید در مقابل درجه حرارت بالا مقاوم باشند، استفاده می‌شود. امکان بهینه کردن تغییرات تنش در مواد تابعی با تغییر مناسب پروفیل مواد ساختاری از ویژگی‌های برجسته این مواد است. زیرا با پیشرفت صنایع جدید، بسیاری از ماشین‌ها و سازه‌ها با دمای بالا مواجه هستند که انواع مختلف بارگذاری‌های حرارتی را در پی خواهد داشت.

مواد تابعی در واقع ترکیبی از دو یا چند فاز مادی است و به گونه‌ای طراحی شده‌اند که نسبت حجمی آنها در یک یا چند جهت تغییر نمایند. این امر جسم مادی را از دیدگاه میکروسکوپی ناهمگن می‌سازد و از دیدگاه ماکروسکوپی خواص مکانیکی را به نرمی و به طور پیوسته تغییر می‌دهد. مواد تابعی برای به وجود آوردن تغییرات تدریجی در مشخصه‌های اجزاء ریزساختار یا ترکیبات بکار می‌روند.

مهمترین کاربرد مواد تابعی بهبود مشخصه‌های مکانیکی و ترمومکانیکی اجزا به طریقی می‌باشد که [۱]:

۱- اندازه تنش‌های حرارتی کمینه گردد، همچنین نواحی بحرانی که بیشینه تنش حرارتی در آن قسمت به وجود می‌آید، را بتوان کنترل کرد.

۲- از تمرکز تنش‌های شدید در محل تقاطع لبه‌ها و نقاط تکین جلوگیری شود.

۳- شروع تسلیم و شکست برای یک بارگذاری ترمومکانیکی به تأخیر اتفاق بیافتد.

۴- مقاومت باندهای واسط بین جامدات غیرهمگن مانند فلز و سرامیک با کاهش پیوسته ترکیب یا جهت دار کردن تغییر خواص مکانیکی افزایش پیدا کند.

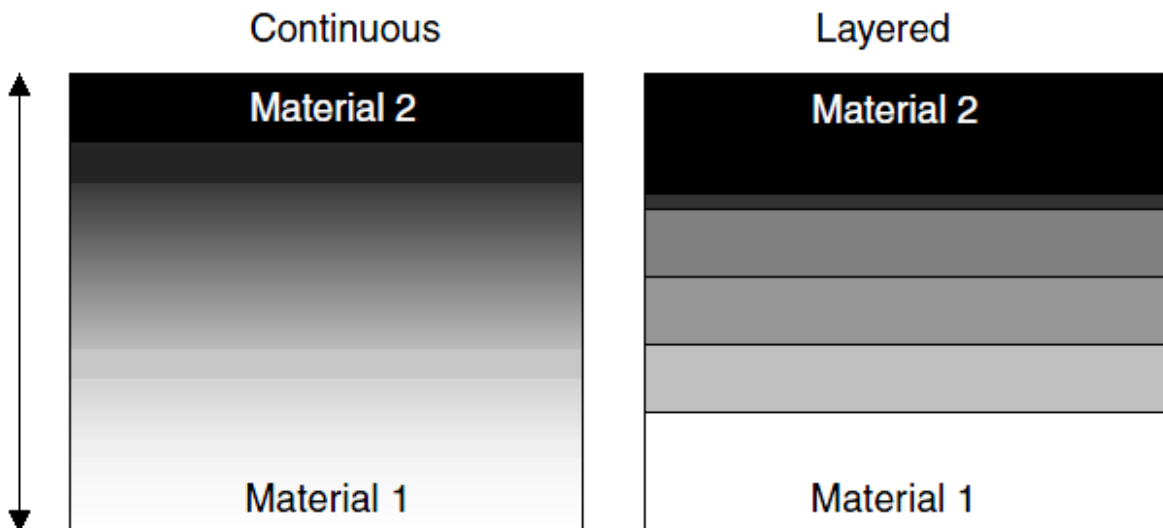
۵- نیروی پیشران برای رشد ترک با انتخاب مناسب درجه‌بندی خواص مکانیکی کاهش پیدا کند.

۶- قرارگیری پوشش سخت روی نمونه فرعی با جنس نرم به وسیله درجه‌بندی پیوسته خواص مکانیکی و جهت دار کردن تغییر خواص مواد آسان‌تر شود.

۷- درجه‌بندی ترکیب در لایه‌های سطح میدان‌های تکین ناشی از بریدگی و فرورفتگی‌های نوک تیز را از بین برده و مشخصه‌های تغییر شکل پلاستیک میزان فرورفتگی‌ها را تغییر دهد.

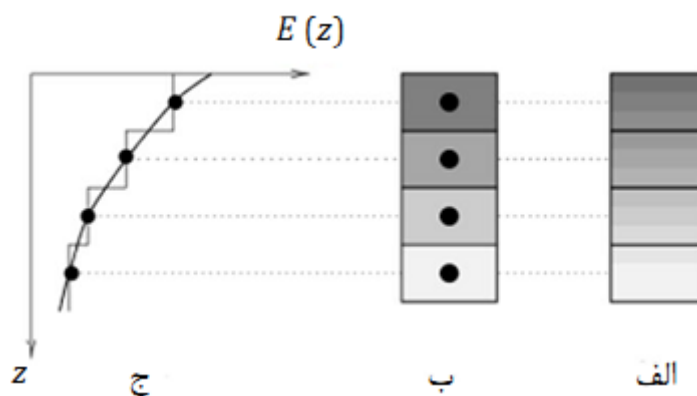
در مواد مدرج تابعی^۱ به دلیل پیوستگی موجود در خواص مکانیکی، حرارتی و مغناطیسی، تنش‌ها و گرادیان آنها حالت پیوسته‌ای پیدا می‌کنند که موجب استحکام ماده می‌شود و همین تغییرات تدریجی خواص در ساختار مواد تابعی موجب استحکام بین لایه‌های مختلف آن می‌شود. در صورتی که در مواد مرکب کامپوزیتی، تداخل بین ساختارهای الیاف، نوعی ناهماهنگی در خواص مکانیکی ایجاد می‌کند. شکل ۱ - ۱ تفاوت ماده مرکب را با یک ماده تابعی از لحاظ چگونگی توزیع خواص و مواد سازنده نشان می‌دهد.

1 - Functionally Graded Material (FGM)



شکل ۱ - ۱: شماتیک مواد مرکب لایه ای و مواد تابعی [۱]

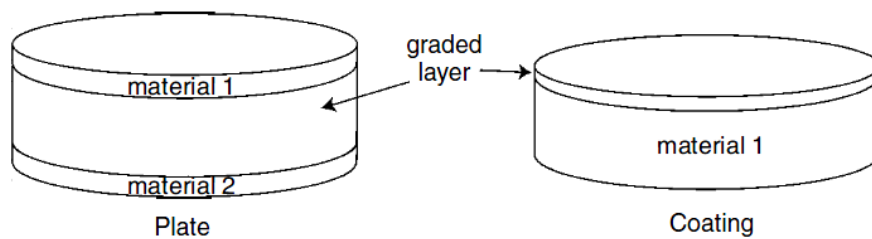
در مقایسه سه مواد تابعی و مواد لایه‌ای، مواد تابعی تغییر مواد را پیوسته در نظر می‌گیرند، ولی مواد لایه‌ای از یک فرایند پله‌ای تقریبی مانند آنچه که در شکل ۱ - ۲ نشان داده شده است، استفاده می‌کنند. به عبارت دیگر خواص مواد لایه‌ای با خواص مرکز مواد تابعی انطباق داده شده است. بنابراین روشن است که مواد تابعی خواص گرادیانی مواد را بهتر از مواد لایه‌ای تقریب می‌زنند.



شکل ۱ - ۲: مقایسه بین مواد همگن و مواد گرادیانی. الف) مواد تابعی. ب) مواد لایه‌ای. ج) تغییرات گرادیانی خواص در راستای محور [۱]

مواد تابعی با توجه به روش‌های ساخت، به دو دسته کلی تقسیم می‌شوند: نازک و حجمی. نوع

نازک شامل مقاطع باریک و پوشش‌های سطحی می‌شود و نوع دوم شامل شکل‌های حجمی با فرآیندهای تولید به شدت مشکل هستند. این تقسیم بندی در شکل ۱ - ۳ نشان داده شده است. با در نظر گرفتن قابلیت‌های این مواد، برخی از کاربردهای مواد تابعی عبارت است از: هواپیما، فضاپیما، اتومبیل، کاربردهای دفاعی در پوشش‌های زره‌ای، پزشکی، سنسورها، در حوزه انرژی، کاربردهای الکترونی و ...



شکل ۱ - ۳: انواع مواد تابعی [۱]

مواد تابعی توسط روش‌های زیر قابل ساخت و تولید می‌باشند:

۱. روش رسوب بخار^۱ که خود شامل روش‌های زیر می‌باشد [۱]:

- رسوب بخار فیزیکی^۲

- رسوب بخار شیمیایی^۳

۲. روش شکل دهی آزاد صلب^۴

۳. روش متالورژی پودر^۵

۴. روش تزریق^۶

۵. روش گریز از مرکز^۷

تکنولوژی ساخت این دست از مواد در انحصار کشورهای خاصی از جمله ژاپن، آلمان و آمریکا

1 - Vapor Deposition
 2 - Physical Vapor Deposition
 3 - Chemical Vapor Deposition
 4 - Solid Freeform
 5 - Powder Metallurgy
 6 - Extrusion Method
 7 - Centrifugal Method

است. امروزه کشورهای محدودی این مواد را در محصولات تجاری استفاده می‌کنند. به عنوان مثال شرکت متریال میت سووی شیمی تیغه‌های ماشینکاری با پوشش دهی کاربرد و با مکانیزم مواد تابعی را تولید می‌کند که از این طریق مقاومت به ضربه و تغییر شکل پلاستیک در این تیغه‌ها اصلاح گردیده است.

۱-۳- پیشنهاد تحقیق

مسائل مواد ناهمگن، منجر به معادله‌های دیفرانسیل جزئی با ضرایب متغیر می‌شود که در حالت کلی نمی‌توان برای آنها حل تحلیلی پیدا نمود. بنابراین از انواع روش‌های تحلیلی و عددی برای حل اینگونه مسائل استفاده می‌شود [۳]. جباری و همکاران [۴] مسائل تنش حرارتی حالت پایدار و تک بعدی برای سیلندرهای جدار ضخیم از جنس مواد تابعی را تحلیل نمودند. آنها تنش‌های حرارتی و مکانیکی را با حل مستقیم معادلات به دست آوردند. همچنین آنها در پژوهشی دیگر [۵] حالت نامتقارن مسئله قبل را مورد بررسی قرار دادند. آنها این تحلیل را با بسط فوریه توزیع دما و جابجایی انجام دادند.

واجی و سیواکومان [۶] توزیع تنش و دمای گذرا و پایدار در استوانه‌های تو خالی از جنس مواد تابعی را مورد بررسی قرار دادند. لیو و کیتیپورنچای [۷] به تحلیل رفتار ترمودینامیکی سیلندرهای تو خالی از جنس مواد تابعی پرداختند. آنها استوانه‌ی تابعی را به چند استوانه‌ی همگن مجزا با ضخامت کمتر تقسیم کرده و با برقراری شرط پیوستگی تنش‌ها و جابجایی‌ها در سطح مشترک استوانه‌ها، توزیع تنش و جابجایی را به دست آوردند. آنها نشان دادند که با ازدیاد تعداد لایه‌ها تقریب خوبی از استوانه تابعی به دست می‌آید. بدین ترتیب بدون نیاز به حل معادلات ماده‌ی غیر همگن، می‌توان رفتار استوانه تابعی را مورد مطالعه قرار داد. شاکری و همکاران [۸] و حسینی و همکاران [۹] نیز به همین شیوه به تحلیل دینامیکی استوانه‌های تابعی جدار ضخیم پرداختند. ایشان به منظور حل معادلات به دست آمده در هر استوانه همگن مجزا از روش اجزا محدود بهره گرفتند. اورال و آنلاس [۱۰] توزیع

تنش در استوانه‌های تابعی غیر ایزوتروپیک را مورد بررسی قرار دادند. آنها نشان دادند که با توزیع مناسب و پیوسته مواد می‌توان توزیع مناسب و دلخواه تنش را در مواد تابعی به دست آورد. طهانی و طالبیان [3] به تحلیل مخازن استوانه‌ای ساخته شده از مواد تابعی تحت بارهای مکانیکی و حرارتی متقارن محوری پرداختند. آنها برای حل معادلات از روش اجزاء محدود دو بعدی استفاده کردند و در نهایت نتیجه گرفتند که توزیع تنش در مخازن استوانه‌ای ساخته شده از فلز یا سرامیک خالص فقط تابع بار و هندسه‌ی مخزن می‌باشد، در حالی که توزیع تنش و دما در مخزن استوانه‌ای تابعی، علاوه بر این که تابع بار و هندسه مخزن است، به نوع ماده و نحوه‌ی تغییرات خواص آن نیز وابسته است. این وابستگی برای کنترل توزیع تنش و دما مفید است. همچنین از مواد تابعی برای کاهش تنش محیطی در سطح داخلی مخازن استوانه‌ای استفاده می‌شود. اثر این کاهش در بارگذاری حرارتی نسبت به مکانیکی بسیار قابل توجه است.

۱-۳-۱ - مکانیک شکست در مواد تابعی

در سال‌های اخیر استفاده از مواد تابعی در صنایع مختلف نظامی و غیرنظامی افزایش یافته است. نتایج تحقیقات تجربی و عددی نشان می‌دهند که گسیختگی غالب در این مواد، شکست ناشی از وجود ترک است [۱۱]. بر این اساس، تحقیقات گسترده‌ای برای محاسبه و پیش‌بینی رفتار سازه‌های متشکل از مواد تابعی حاوی ترک انجام شده است. بیشتر تحقیقات صورت گرفته، شکست دو بعدی این مواد را بررسی نموده‌اند. در حوزه شکست سه بعدی مواد تابعی، والتر و همکاران [۱۲] حالت ترکیبی شکست ورق تابعی با ترک صفحه‌ای نیم بیضی را با روش انتگرال تعاملی^۱ بررسی نمودند. آی هان [۱۳] با بکارگیری روش اجزای محدود غنی شده ضرایب شدت تنش مواد تابعی با ترک صفحه‌ای نیم بیضی زاویه‌دار را محاسبه کرد. شقاقی و همکاران [۱۴] و قاجار و همکاران [۱۵]، ضرایب شدت تنش حالت ترکیبی شکست مواد تابعی با ترک سه بعدی غیر صفحه‌ای و انحنا دار را به دست آوردند.

1 . interaction-integral method

تمامی این پژوهش‌ها رفتار مواد تابعی ترک‌دار را، تحت اثر بارگذاری استاتیک بررسی کرده‌اند. از سوی دیگر، شکست دینامیکی سه بعدی مواد همگن توسط محققین مورد بررسی قرار گرفته است. چن [۱۶]، با استفاده از روش تفاضل محدود، ضریب شدت تنش دینامیکی ورق مستطیلی با ترک مرکزی را به دست آورد. آوکی و همکاران [۱۷] با توسعه یک جزء تکین نزدیک نوک ترک، با استفاده از روش اجزای محدود، رابطه بین ضریب شدت تنش دینامیکی و جابجایی در نوک ترک را ارائه کردند. نیشی‌اوکا و همکاران [۱۸]، ضرایب شدت تنش دینامیکی میله همگن مستطیلی با ترک بیضی شکل مرکزی را با روش اجزای محدود به دست آوردند.

ون و همکاران [۱۹]، از روش اجزای مرزی برای محاسبه ضرایب شدت تنش دینامیکی ترک صفحه‌ای بیضی شکل استفاده نمودند. کریسل و بلیچکو [۲۰]، پایداری و رشد ترک جسم سه بعدی را بررسی نمودند. آن‌ها با روش جزء آزاد گالرکین و انتگرال‌گیری زمانی صریح، مدل‌سازی رشد دینامیکی ترک را انجام دادند. اندرلین و همکاران [۲۱]، بر پایه شبیه‌سازی اجزای محدود، از روش انتگرال دینامیکی، بسته شدن مجازی ترک و جابجایی برای محاسبه ضریب شدت تنش دینامیکی استفاده نمودند. گو و نایرن [۲۲] با استفاده از روش نقاط مادی، ضرایب شدت تنش دینامیکی استوانه توخالی با ترک نیم بیضی را به دست آوردند.

در تحقیق دیگری قاجار و همکاران [۲۳] به محاسبه ضرایب شدت تنش دینامیکی ترک سه بعدی مواد تابعی با استفاده از روش انتگرال تعاملی و با استفاده از روش عددی پرداختند. آنها ابتدا با تعریف مناسبی از میدان‌های کمکی جابجایی، کرنش و تنش، یک انتگرال تعاملی برای محاسبه ضرایب شدت تنش دینامیکی ترک سه بعدی در مواد تابعی بدون هرگونه وابستگی به مشتق‌گیری از تغییرات خواص مواد مزبور را بدست آوردند. آنها برای محاسبه انتگرال تعاملی، از میدان‌های واقعی و کمکی جابجایی، کرنش و تنش استفاده کردند. آنها برای میدان‌های کمکی از روابط شناخته شده‌ای مانند توابع بسط یافته ویلیامز [۲۷] و برای میدان‌های واقعی با استفاده از حل عددی یا تحلیلی مسئله مورد نظر استفاده کردند. در نهایت آنها نتیجه گرفتند که با تبدیل مواد همگن به مواد تابعی ضرایب شدت تنش

استاتیکی کاهش و ضرایب شدت تنش دینامیکی افزایش می‌یابد.

جیانکوپولوس و همکاران [۲۴] یک زیرروال عددی را جهت توصیف ناهمگنی در ماده الاستیک-پلاستیک دو بعدی در نرم‌افزار آباکوس توسعه دادند. لی و ژو [۲۵ و ۲۶] جهت مدل‌سازی مواد تابعی روش المان محدود را با معرفی انتقال ایزوپارامتریک بهبود دادند. گو و آسارو [۲۷] با استفاده از زیرروال UMAT در آباکوس، مواد تابعی دو بعدی را مدل‌سازی کردند. آنلاس و همکاران [۲۸] با استفاده از نرم‌افزار آباکوس خواص مختلفی را برای المان‌های مختلف اخت‌صا دادند اما در هر المان خواص را ثابت فرض کردند. لامبروس و سانتار [۲۹] از المان‌های گرادیانی برای مدل‌سازی رفتار مواد ناهمگن دو بعدی استفاده نمودند. آنها خواص ماده را مستقیماً در نقاط گاوس برای المان چهار گره‌ای بکار بردند. کیم و پائولینو [۳۰] روش المان محدود گرادیانی را در قالب فرمولاسیون ایزوپارامتریک جامع ارائه نمودند. آنها رفتار المان‌های دو بعدی ۴ گره‌ای و ۸ گره‌ای را بررسی نمودند. گوسز و دولبو [۳۱] با استفاده از روش المان محدود توسعه یافته و استفاده از نقاط انتگرال‌گیری جهت اعمال خواص، مواد تابعی را مدل‌سازی نمودند. همچنین کیم و پائولینو [۳۲] در تحقیقی دیگر یک روش کلی المان محدود گرادیانی را جهت بررسی مکانیک شکست الاستیک خطی در مواد تابعی دو بعدی ارائه نمودند. والتر و همکاران [۳۳] با استفاده از المان‌های گرادیانی ۲۰ گره‌ای آجری، رفتار مواد تابعی را برای مسائل سه بعدی به کمک نرم‌افزار Warp3d بررسی نمودند. آیهان [۳۴] با استفاده از نرم‌افزار Franc3d و اختصاص خواص در نقاط انتگرال‌گیری رفتار مواد تابعی را بررسی نمود.

در پژوهشی دیگر، قاجار و همکاران [۳۵] بکارگیری المان‌های گرادیانی در مدل‌سازی مواد تابعی سه بعدی را در نرم‌افزار آباکوس مورد مطالعه قرار دادند. آنها در این تحقیق جهت اعمال المان‌های گرادیانی از زیرروال UEL در آباکوس استفاده کردند. همچنین آنها در این تحقیق اثرات نوع المان، روش اعمال ناهمگنی در المان، تعداد نقاط انتگرال‌گیری و مقدار ناهمگنی را در دقت نتایج بررسی کردند. دو مسئله دو بعدی و یک مسئله سه بعدی در این تحقیق مورد بررسی قرار گرفتند و نتایج محاسبات المان محدود با المان‌های گرادیانی با نتایج تحلیلی مقایسه گردید. با تعریف شاخص‌های

مختلف برای اندازه‌گیری خطا در یک نقطه و یا روی یک مسیر نتیجه گرفته شد که در حالت کلی استفاده از المان‌های مرتبه دو با تعداد نقاط انتگرال‌گیری کاهش یافته نتایج خوبی را می‌دهد. برای حالتی که شیب گرادیان خواص زیاد باشد باید مش‌بندی ریزتری را بکار برد. این تحقیق قالبی را جهت بکارگیری نرم‌افزار چند منظوره آباکوس برای مواد تابعی معرفی می‌کند. این قالب می‌تواند برای بررسی مسائل مختلفی در مواد تابعی بکار رود.

با توجه به توضیحات ارائه شده در بخش مقدمه، مطالعه رفتار شکست مواد تابعی تحت شوک‌های حرارتی و مکانیکی یک ضرورت در طراحی این مواد است. برخی از محققان برای مدل‌سازی ترک‌ها تحت شوک‌های حرارتی از روش المان محدود توسعه یافته استفاده کردند که نیازی به شبکه‌بندی مجدد مدل در صورت رشد ترک ندارد و بر مبنای تفکیک واحد بنا نهاده شده است [۳۶]. در روش المان محدود توسعه یافته، برای توصیف یک جابجایی گسسته، یک تابع غنی‌سازی ناپیوسته مثل تابع هویساید در امتداد مسیر ترک مورد استفاده قرار می‌گیرد [۳۷].

نودا و فوجیموتو [۳۸] و نودا [۳۹ و ۴۰] مطالعاتی را با استفاده از روش المان محدود برای بدست آوردن ضرایب شدت تنش در مواد همگن و مواد تابعی تحت بارگذاری حرارتی انجام دادند. آنها از معادله انتقال حرارت استفاده کردند و جفت شدگی حرارتی- مکانیکی را نادیده گرفتند. جین و پائولینو [۴۱] یک ترک لبه‌ای در یک نوار از ماده تابعی را تحت بارگذاری حرارتی گذرا مطالعه کردند. آنها از یک مدل چند لایه برای شبیه‌سازی ماده تابعی استفاده کردند. با صرف‌نظر از اثر جفت شدگی ترموالاستیک، محققان زیادی تحلیل دینامیکی گذرای ترک در مواد تابعی را با روش‌های گوناگون انجام داده‌اند.

در تمامی تحقیقات گذشته بررسی ضرایب شدت تنش و پدیده رشد ترک خستگی با استفاده از روش اجزای محدود و همچنین روش تحلیلی انجام شده است. در این تحقیق ضرایب شدت تنش یک ترک نیم‌بیضوی طولی با استفاده از تابع وزنی مورد بررسی قرار خواهد گرفت. لازم به ذکر است که تعیین

ضریب شدت تنش حرارتی با استفاده از تابع وزنی از جنبه‌های نوآوری این تحقیق خواهد بود.

فصل دوم:

تئوری مکانیک شکست و

روشهای عددی محاسبه

ضریب شدت تنش

۲- مقدمه

خستگی در قالب یک فرایند جوانه زنی ترک و رشد، عامل اصلی برای انهدام و شکست مخازن تحت فشار است. ترکها از سطح صاف و از عیوب داخلی و سطحی تحت کشش در شکل‌های مختلف رشد می‌کنند. این پدیده در مخازن تحت فشاری که در صنعت نفت و گاز استفاده می‌شوند بسیار دیده می‌شود و لذا جهت افزایش میزان امنیت در سیستم‌های نفت و گاز توجه به این مسئله از اهمیت ویژه‌ای برخوردار است. امروزه مطالعه رفتار رشد ترک‌ها تحت بارهای خستگی و بر اساس قوانین مکانیک شکست الاستیک خطی^۱ ممکن می‌باشد و پیش‌گویی عمر باقیمانده قطعات از این طریق قابل دسترسی و محاسبه است. این مسئله بسیار مهم است که بدانیم یک مخزن تحت فشار در حین سرویس آیا هنوز می‌تواند مورد استفاده قرار بگیرد یا باید آن را تعمیر و یا با یک مخزن جدید جایگزین کرد.

مخازن تحت فشار در حین سرویس‌دهی به وسیله تست‌های التراسونیک و ذرات مغناطیسی مورد بازرسی قرار می‌گیرند. با انجام این تست‌ها می‌توان عیوب و ترک‌های موجود در مخازن تحت فشار را تشخیص داد و از طرفی می‌توان از طریق اندازه‌گیری چقرمگی شکست قطعات، میزان ترک بحرانی را با توجه به تنش‌های وارده بر مخازن تحت فشار اندازه‌گیری کرد. بررسی پدیده شکست در مخازن تحت فشار از طریق تئوری مکانیک شکست، بررسی پارامترهای موثر جهت کنترل رفتار شکست و تعیین محدوده بحرانی ترک در مخزن تحت فشار، امکان ارزیابی عیوبی که در حین بهره‌برداری در مخزن تحت فشار ایجاد می‌گردند را فراهم نموده و آزمونهای غیر مخرب را در راستای تعیین اندازه عیوب و تصمیم‌گیری به منظور ادامه بهره‌برداری، تعیین حد بازرسی و یا عدم استفاده از مخزن تحت فشار معیوب هدایت خواهد نمود.

1 - LEFM

۲-۲ پارامترها و روابط مکانیک شکست

اگر چه مکانیک شکست در دو دهه‌ی اخیر توسعه یافته است، ولی یکی از معادلات آن در سال ۱۹۲۱ توسط گریفیث بنا نهاده شد. ایشان اظهار داشت، ترک وقتی رشد می‌کند که انرژی رها شده در اثر رشد ترک، برای تأمین انرژی لازم جهت رشد آن، کافی باشد. شکست در حالت کرنش صفحه‌ای در مواد با استحکام بالا توسط روش‌های مکانیک شکست بخوبی قابل بررسی است. روش ضریب شدت تنش در دهه ۱۹۵۰ با تبعیت از روش انرژی کرنشی الاستیک که توسط گریفیث برای شکست ترد بنا شده بود، توسط Irwin توسعه پیدا کرد. کارهای ایروین منتهی شد به پایه‌های مفهوم مکانیک شکست الاستیک خطی^۱ که هنوز اصول تحلیل انتشار ترک به حساب می‌آیند. این نظریه را زمانی می‌توان بکار برد که اندازه ناحیه پلاستیک نوک ترک در مقایسه با طول ترک کوچک باشد. برای تحلیل الاستیک خطی، مفاهیم نرخ رهایش انرژی و ضرایب شدت تنش پیوند نزدیکی با یکدیگر پیدا می‌کنند. نرخ رهایش انرژی G و ضرایب شدت تنش K_I ، K_{II} و K_{III} از اولین پارامترهای مکانیک شکست هستند که باید برای انتشار ترک، مقادیر آنها را بدست آورد. شکل کلی ضریب شدت تنش به صورت زیر است [۴۶]:

$$K = f(\text{load, crack length, geometry}) \quad (1-2)$$

که در ناحیه الاستیک می‌توان از رابطه زیر استفاده نمود:

$$K_I = Q\sigma\sqrt{\pi a} \quad (2-2)$$

در این رابطه σ تنش مود بازشوندگی، a اندازه ترک و Q ضریب تصحیح شکل می‌باشد. برای مود I می‌توان نوشت [۴۶]:

$$G = \frac{[1-(\nu\alpha)^2]K^2}{E} \quad (3-2)$$

1 - Linear Elastic Fracture Mechanics (LEFM)

که در آن E مدول یانگ، ν ضریب پواسون و α مقداری است که می‌تواند بین صفر تا یک تغییر نماید. می‌توان معادله فوق را در حالت کلی بصورت زیر نوشت [۴۶]:

$$G = \frac{B}{E} (K_I^2 + K_{II}^2) + \left(\frac{1+\nu}{E} \right) K_{III}^2 \quad (۴-۲)$$

برای حالت تنش صفحه‌ای $B = 1$ و برای حالت کرنش صفحه‌ای $B = 1 - \nu^2$ است.

رابطه مهم دیگری که برای ضریب شدت تنش در تحلیل الاستیک خطی داریم بر مبنای معادلات Westergaard می‌باشد که ضرایب شدت تنش را به جابجایی ناحیه اطراف نوک ترک^۱ ربط می‌دهد:

$$K_I = \frac{Eu}{4B} \sqrt{\frac{2\pi}{r}}, \quad K_{II} = \frac{Ev}{4B} \sqrt{\frac{2\pi}{r}}, \quad K_{III} = \frac{Ew}{2(1+\nu)} \sqrt{\frac{2\pi}{r}} \quad (۵-۲)$$

u ، v و w جابجایی‌های نسبی در شعاع r از جبهه ترک (وقتی به نوک ترک نزدیک می‌شویم)، در دستگاه مختصات متعامدی هستند که با راستاهای مود I، II و III هم امتدادند. B هم برابر با مقادیر تعریف شده در رابطه (۴-۲) می‌باشد. این روش کاربرد گسترده‌ای هم در روش اجزاء محدود و هم در روش المان‌های مرزی دارد. مزیت آن این است که تنش‌های اصلی نسبتاً راحت یافت می‌شود ولی اشکالش این است که باید حالت تنش مشخص باشد.

محاسبه اندازه نرخ رهایش انرژی و یا ضرایب شدت تنش مستقیماً اطلاعاتی در مورد راستای رشد ترک نمی‌دهند. از تئوری‌هایی که در این زمینه وجود دارد می‌توان به نرخ رهایش انرژی ماکزیمم، تنش مماسی ماکزیمم و تنش اصلی ماکزیمم اشاره کرد. در زمینه محاسبات عددی نرخ رهایش انرژی و ضریب شدت تنش، دو تئوری مفیدتر از بقیه وجود دارد. یکی نرخ رهایش انرژی ماکزیمم و دیگری که بر مبنای ضرایب شدت تنش است، تئوری تنش مماسی ماکزیمم می‌باشد [۴۶]:

$$\theta = \cos^{-1} \left(\frac{3K_{II}^2 + \sqrt{K_I^4 + 8K_I^2 K_{II}^2}}{K_I^2 + 9K_{II}^2} \right) \quad (۶-۲)$$

¹ - Crack Opening Displacement (COD)

مفهوم انتگرال J اولین بار توسط Rice در اواخر دهه ۱۹۷۰ مطرح شد. انتگرال J بر مفاهیم انرژی استوار است و می‌توان گفت J یک معادل الاستیک غیرخطی برای نرخ رهایش انرژی G می‌باشد. بگونه‌ای که در مواد با رفتار الاستیک، تعریف G و J یکسان است.

۲-۳ روش‌های عددی در مکانیک شکست

تحلیل عددی مسائل مکانیک شکست به روش اجزاء محدود را می‌توان به دو دسته کلی تقسیم کرد. دسته اول مسائلی است که هدف آنها، بدست آوردن پارامترهای مکانیک شکست از قبیل: انتگرال J ، T -stress و ... در یک طول ترک مشخص و بارگذاری معین می‌باشد. اما دسته دوم در ارتباط با مسائل رشد ترک بوده که خود به دودسته رشد ترک پایدار و رشد ترک ناپایدار تقسیم می‌شوند. مدل‌سازی رشد ترک پایدار به کمک معیارهای رشد ترک پایدار (به عنوان مثال مقایسه J با J_{IC}) و مدل‌سازی رشد ترک ناپایدار به کمک معیارهای رشد ترک دینامیکی (به عنوان مثال مقایسه K با K_{ID}) صورت می‌گیرد. لازم به ذکر است که رشد ترک می‌تواند در اثر بارگذاری استاتیکی، دینامیکی و یا خستگی اتفاق افتد.

۲-۳-۱ روش‌های مدل‌سازی ترک

به منظور مدل‌سازی ترک در نرم افزارهای المان محدود، مطابق شکل ۲ - ۱، کفایت یک شیار و یا یک درز^۱ که هیچ شرط مرزی روی آنها اعمال نشده و سطوح آن مقید نمی‌باشند، ایجاد کنیم. اما آنچه که در مدل‌سازی ترک حائز اهمیت است، در نظر گرفتن اثر تکینگی^۲ تنش در رأس ترک می‌باشد که در این حالت سه روش مرسوم در مدل‌سازی ترک عبارتند از [۴۲]:

۱- استفاده از المان‌های معمولی (غیر تکین) با دانسیته مش بالا در رأس ترک

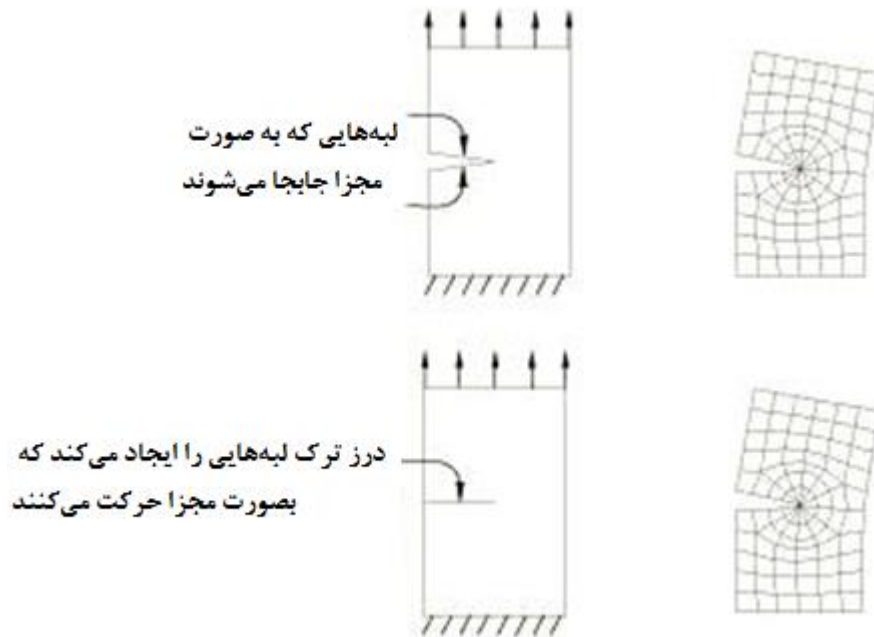
1 - Seam

2 - Singularity

۲- استفاده از رینگ المان های تکین^۱

۳- استفاده از المان های فنری خطی^۲

در ادامه به طور خلاصه به معرفی هر یک از روش های مذکور خواهیم پرداخت.



شکل ۲ - ۱: مدلسازی ترک [۴۲]

۲-۳-۱-۱- استفاده از المان های غیر تکین با دانسیته مش بالا در رأس ترک

در این روش، المان های رأس ترک، بسیار کوچک در نظر گرفته می شوند تا اثرات تکینی تنش در آنجا به خوبی منظور گردد. اما از آنجا که بالا بودن دانسیته مش، افزایش زمان اجرا^۳ را سبب می شود، مش بندی به گونه ای صورت می گیرد که با دور شدن از رأس ترک، اندازه المان ها نیز بزرگتر گردد. سه تکنیک مش بندی در این روش عبارتند از:

1 - Singular Elements

2 - Line Spring Elements

3 - Run-time

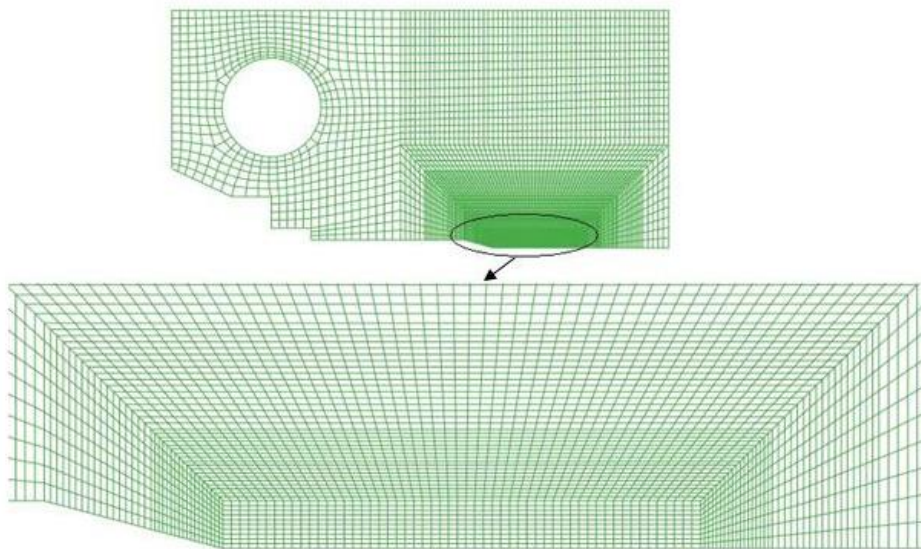
۱. روش جاروب کردن^۱

۲. تکنیک گره زنی^۲ المان‌ها

۳. روش تغییر المان‌ها^۳

در روش اول، مطابق شکل ۲ - ۲، المان‌های رأس ترک را کوچک در نظر گرفته و با دور شدن از رأس ترک، المان‌ها را بزرگتر می‌کنیم.

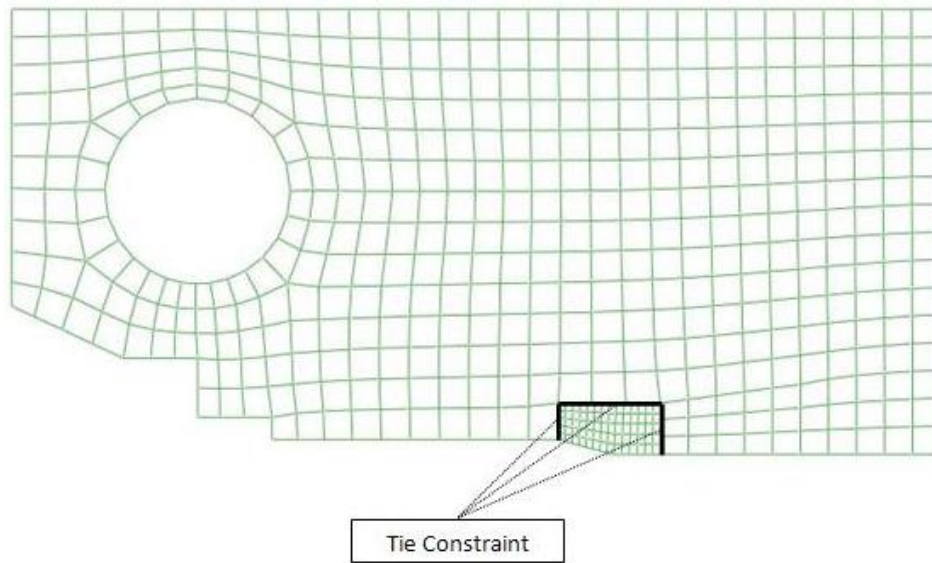
در روش دوم، ناحیه رأس ترک را با المان‌های بسیار کوچک و ناحیه دور از آن را با المان‌های بزرگتر، مش‌بندی می‌کنیم و مرزهای اتصال این دو ناحیه را مطابق شکل ۲ - ۳، به کمک تکنیک Tie Constraint، مقید می‌کنیم.



شکل ۲ - ۲: روش جاروب کردن [۴۲]

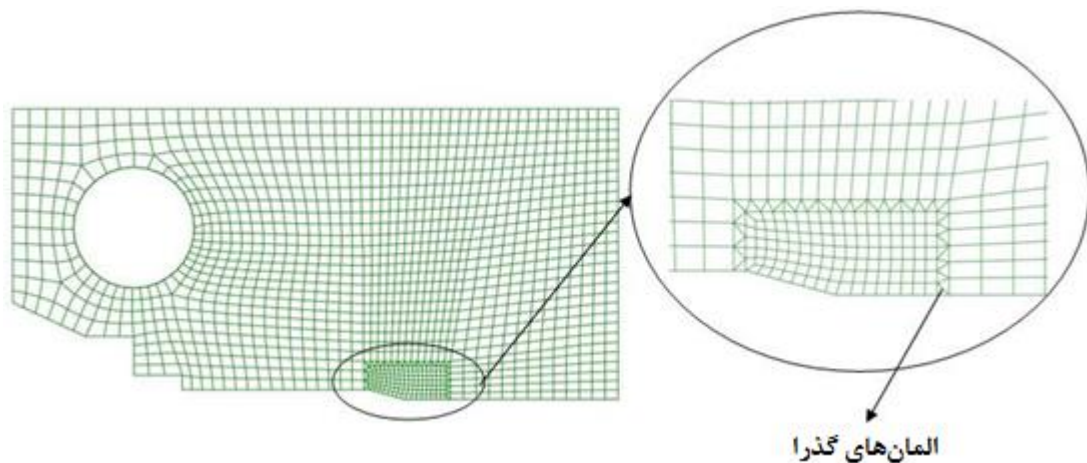
-
- 1 . Sweep Method
 - 2 . Tie Pair Method

- 3 . Transition Elements Method



شکل ۲ - ۳: روش گره زدن المان [۴۲]

در این تکنیک، درجات آزادی (جابجائی‌ها) گره‌های قرار گرفته در مرزهای مقید شده، یکسان در نظر گرفته می‌شود. اما یکی از مشکلات این روش، عدم پیوستگی توزیع تنش در مرزهای مقید شده می‌باشد که به منظور رفع آن می‌توانیم از روش سوم یعنی Transition Elements Method استفاده نمائیم. در این روش، مطابق شکل ۲ - ۴، یک باند از المان‌های مثلثی ما بین ناحیه با مش بندی ریز و ناحیه با مش بندی درشت قرار می‌گیرد تا المان‌های این باند، این دو ناحیه را به یکدیگر متصل کنند.



شکل ۲ - ۴: روش تغییر المان‌ها [۴۲]

۲-۳-۱-۲- استفاده از رینگ المان های منفرد

وقتی فرض مکانیک شکست الاستیک خطی^۱ بر رشد ترک حاکم است، رأس ترک همواره تیز باقی می ماند اما در فرض مکانیک شکست الاستیک پلاستیک^۲ به علت بزرگ بودن ناحیه پلاستیک و به وجود آمدن تنش های پسماند فشاری در آنجا، نوک ترک کند^۳ می شود. از طرفی تناسب میان کرنش (ϵ) و جابجایی (r) در حالت های مکانیک شکست الاستیک خطی و الاستیک پلاستیک متفاوت بوده و مطابق رابطه (۲-۱۳) بیان می شود.

$$\begin{cases} \epsilon \propto r^{-\frac{1}{2}} & LEFM \\ \epsilon \propto r^{-1} & EPFM (Perfect Plastic) \end{cases} \quad (۲-۱۳)$$

لذا المان های منفرد در حالت مکانیک شکست الاستیک خطی و الاستیک پلاستیک نیز متفاوت خواهند بود.

المان های منفرد در حالت مکانیک شکست الاستیک خطی، مطابق شکل ۲ - ۵ با از بین بردن^۴ ضلع حاوی گره های a, b, c و یکپارچه کردن^۵ آنها و انتقال گره های میانی به فاصله یک چهارم طول ضلع، حاصل می شوند. لذا در این حالت تنها یک گره در رأس ترک خواهیم داشت و مطابق شکل ۲ - ۶ نوک ترک همواره تیز باقی می ماند. اما المان های منفرد در حالت مکانیک شکست الاستیک پلاستیک، مطابق شکل ۲ - ۷، با از بین بردن ضلع حاوی گره های a, b, c و انتقال گره های میانی به فاصله یک چهارم طول ضلع، حاصل می شوند.

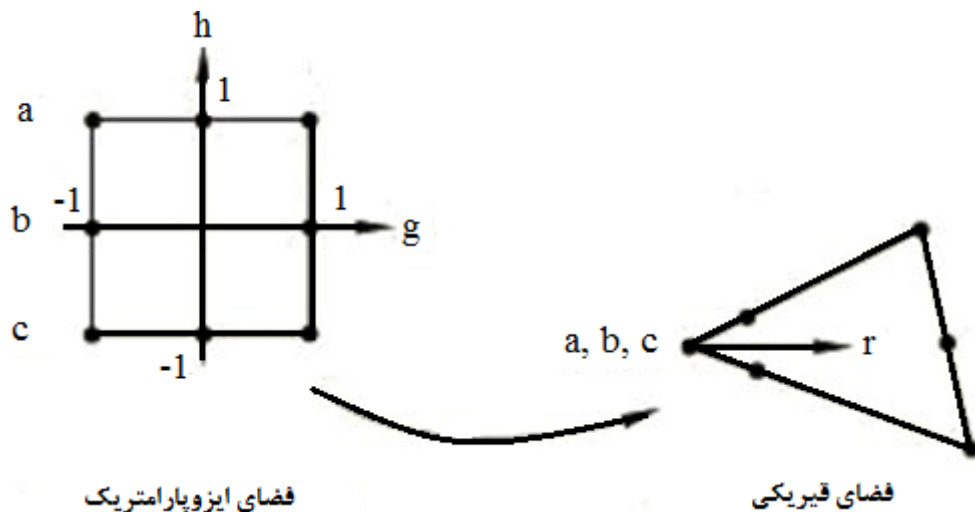
1 . Linear Elastic Fracture Mechanics (LEFM)

2 . Elastic Plastic Fracture Mechanics (EPFM)

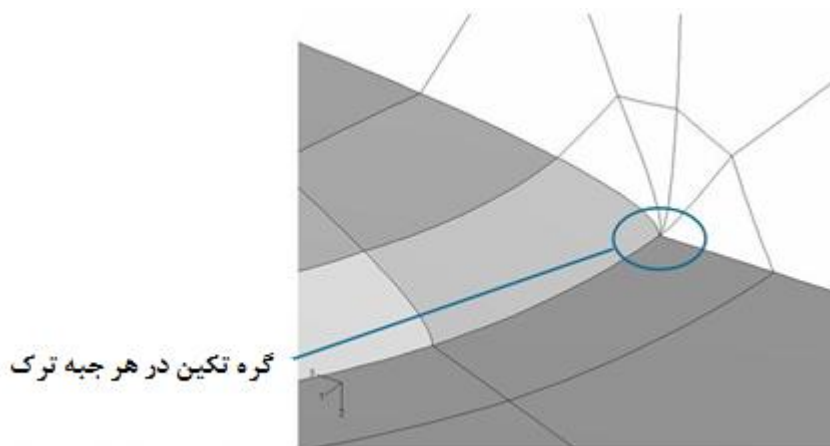
3 . Blunt

4 . Collapse

5 . Merge



شکل ۲ - ۵: المان‌های منفرد در حالت مکانیک شکست الاستیک خطی [۴۳]

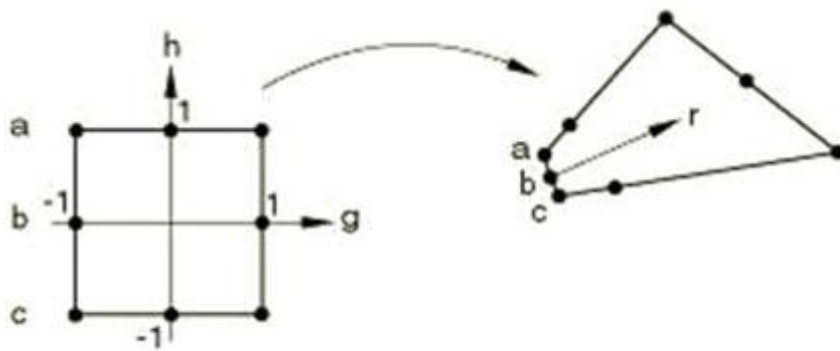


شکل ۲ - ۶: تیز بودن نوک ترک در حالت مکانیک شکست الاستیک خطی [۴۳]

توجه کنید که در این حالت، گره‌های a و b و c با یکدیگر یکپارچه نمی‌شوند لذا مطابق شکل ۲

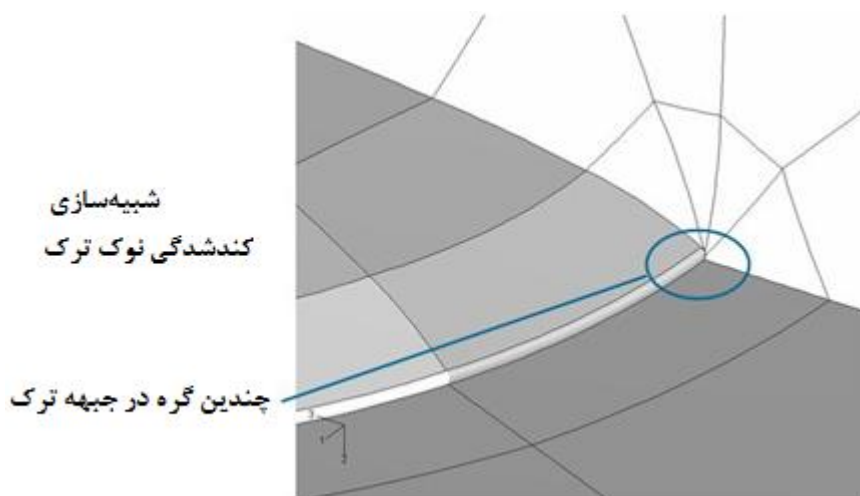
- ۸، به منظور مدلسازی کندشدگی در نوک ترک در حالت مکانیک شکست الاستیک پلاستیک، به

جای یک گره، همواره چند گره در رأس ترک خواهیم داشت.



فضای ایزوپارامتریک

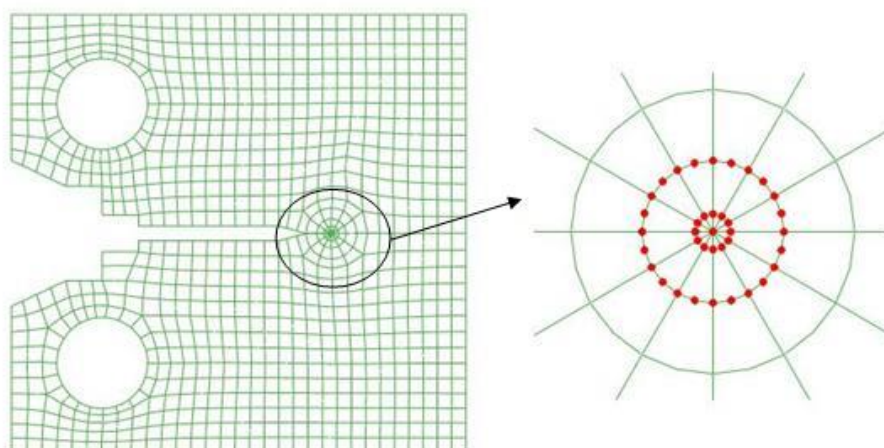
شکل ۲ - ۷: المان های منفرد در حالت مکانیک شکست الاستیک پلاستیک [۴۳]



شکل ۲ - ۸: کند بودن نوک ترک در حالت مکانیک شکست الاستیک پلاستیک [۴۳]

شکل ۲ - ۹ مدلسازی ترک با در نظر گرفتن فرض مکانیک شکست الاستیک خطی و با استفاده

از المان های منفرد در نمونه CT مورد آزمایش را نشان می دهد.



شکل ۲ - ۹: مدلسازی ترک با استفاده از المان های منفرد

۲-۳-۱-۳- استفاده از المان های فنی خطی^۱

این نوع المان ها اولین بار در سال ۱۹۷۲ توسط Rice معرفی شدند که از آنها در مدلسازی ترک در ورق ها و پوسته ها، استفاده می شود. فنر خطی^۲ یک سری المان های یک بعدی هستند که به جای یک بلوک ترک سرتاسری^۳ جایگزین می شود. با معرفی عمق ترک در راستای ضخامت در هر یک از گره های این المان ها، می توان شکل ترک های متنوعی را مدلسازی کرد.

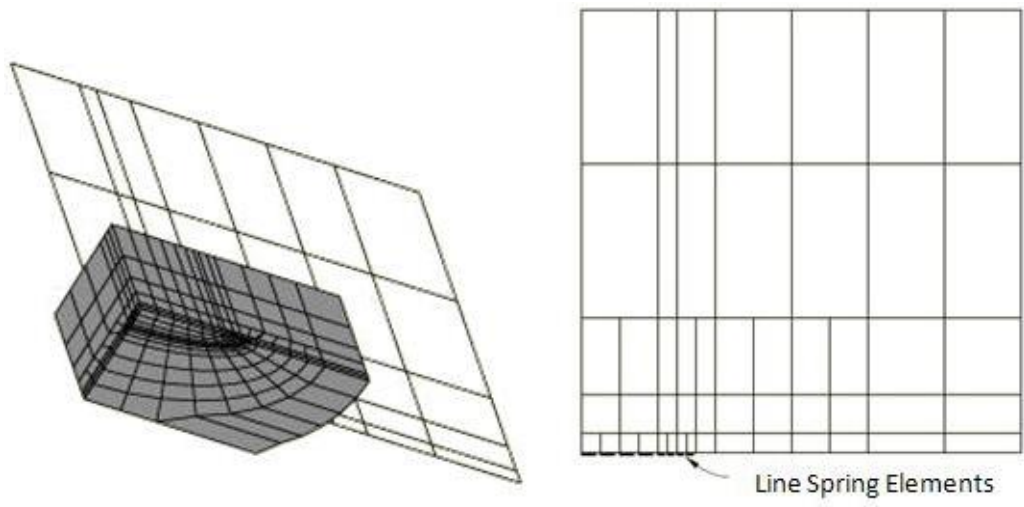
شکل ۲ - ۱۰ یک ترک نیم بیضوی در راستای ضخامت در یک صفحه را نشان می دهد که با استفاده از المان های فنر خطی مدلسازی شده است. به کمک دستور *Surface flaw در نرم افزار ABAQUS، می توانیم عمق ترک در راستای ضخامت در هر یک از گره های این المان ها را معرفی کنیم.

در حالت مکانیک شکست الاستیک خطی، ضریب شدت تنش و انتگرال J و در حالت مکانیک شکست الاستیک پلاستیک مؤلفه الاستیک و پلاستیک انتگرال J (J^{PL} ; J^{EL}) و همچنین انتگرال J مجموع ($J = J^{PL} + J^{EL}$) به عنوان خروجی های این نوع المان ها در نظر گرفته شده است.

1 - Line Spring Elements

2 . Line Spring

3 - Part-through crack



شکل ۲ - ۱۰: مدل سازی ترک نیم بیضوی در راستای ضخامت به کمک المان های فنر خطی

فصل سوم:

مدلسازی اجزاء محدود

مسئله

۱-۳ پیدایش ABAQUS

در سال ۱۹۷۲ میلادی شخصی به نام دیوید هایبیت^۱ تز دکترای خود را تحت عنوان مکانیک محاسباتی بر پایه روش اجزاء محدود در دانشگاه براون^۲ ارائه کرد.

در سال ۱۹۹۷ دکتر هایبیت پس از آن که مدت‌ها در شرکت تحلیل و پژوهش مارک^۳ مشغول به کار بود، این شرکت را ترک کرد و نرم‌افزار آباکوس را پایه‌گذاری نمود. در سال ۱۹۷۸، هایبیت به همراه دو شریک خود کارلسون^۴ و سورنسن^۵ شرکتی را به نام HKS تاسیس کردند که اولین ویرایش آباکوس را منتشر کرد.

اولین مشتری HKS شرکت وستینگهاوس^۶، سازنده راکتورهای هسته‌ای در ایالات وستینگهاوس بود. قدرت آباکوس در تحلیل‌های هم‌زمان خزش وابسته به دما، پلاستیسیته و تماس، باعث استفاده از این نرم‌افزار در صنعت هسته‌ای شده بود.

یکی دیگر از کاربردهای اولیه این نرم‌افزار در مدل‌سازی اسکله‌های نفتی تحت بار موج دریا بود. همچنین شرکت‌های بزرگ اتومبیل‌سازی برای طراحی‌های پیشرفته خود به آباکوس روی آوردند. هدف اولیه HKS تولید یک نرم‌افزار قوی با اهداف عمومی بود که در بسیاری از زمینه‌های مهندسی، نیازهای مشتریان را برآورده سازد. HKS همواره در راستای افزودن قابلیت‌های آباکوس به دنبال آن بود تا مهندسان را قادر سازد مسایل مهم را برای شرکت خود با اطمینان کامل حل کنند. از سال ۱۹۸۸ شرکت HKS اقدام به برپایی کنفرانس کاربران آباکوس کرد. در این کنفرانس، کاربران آباکوس از سرتاسر جهان حضور پیدا کرده و در مورد کاربردها و قابلیت‌های این نرم‌افزار به ارائه مقاله پرداختند.

1 - David hibit

2 - Brown

3 - MARK

4 - karlsson

5 - sorensen

6 - Westinghouse Hanford

۲-۳ هندسه و خواص مکانیکی

هدف از انجام این تحقیق، تحلیل و بررسی رفتار ترک‌های نیم بیضوی و طولی موجود در سطح داخلی یک استوانه و در ناحیه‌ای که از نظر تنش بحرانی است و نیز محاسبه ضرایب شدت تنش به کمک تابع وزنی می‌باشد. لذا باید ابتدا مخزن، مورد تحلیل تنش قرار گیرد و مقاطع بحرانی شناسایی گردند. سپس با فرض موجود بودن ترک در آن نواحی، پارامترهای شکست مورد بررسی قرار گیرند. هندسه مسئله شامل یک استوانه و با ابعاد ارائه شده در جدول ۳ - ۱ است. استوانه با دو جنس مختلف تحلیل شده است، فولاد آلیاژی با خواص مکانیکی و حرارتی مندرج در جدول ۳ - ۲ و ماده تابعی مطابق با جدول ۳ - ۳. با توجه به مشخصات هندسی استوانه و با توجه به اینکه نسبت ضخامت به شعاع استوانه بیش از ۰/۱ و برابر با ۰/۲۵ می‌باشد، بنابراین استوانه مذکور یک استوانه جدار ضخیم می‌باشد.

جدول ۳ - ۱: مشخصات هندسی استوانه

ردیف	پارامتر	مقدار	واحد
۱	شعاع داخلی	۱۰۶	میلیمتر
۲	ضخامت	۲۶/۵	میلیمتر
۳	طول	۱۴۰	میلیمتر

جدول ۳ - ۲: مشخصات جنس استوانه همگن

ردیف	پارامتر	مقدار	واحد
۱	جنس فولاد	DIN 1.7225 (42CrMo4) (AISI 4140)	-
۲	E	۲۰۸	GPa
۳	ν	۰/۳	-
۴	ρ	۷۸۰۰	kg/m ³
۵	K	۱۴	w/m.k
۶	C	۴۴۰	j/kg.k
۷	α	$1.1 \cdot 10^{-5}$	1/k
۸	S _y	۷۵۰	MPa
۹	S _{ut}	۱۰۰۰	MPa

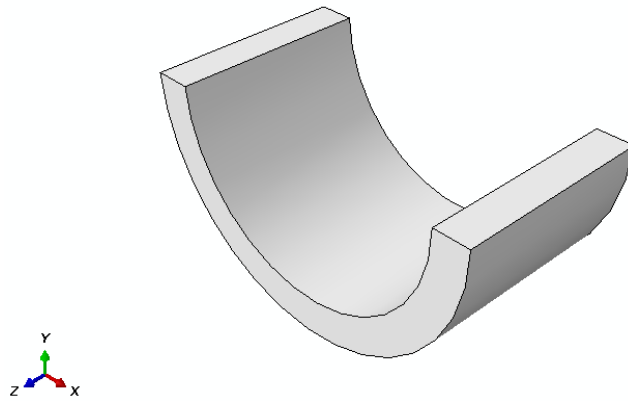
جدول ۳ - ۳: خواص ماده تابعی

واحد	مقدار	پارامتر	ردیف
GPa	$E_0 r^n$	E	۱
MPa	۱۰۰	E_0	۲
	۵	n	۳
-	۰/۳	ν	۴

این استوانه در معرض فشار داخلی ۱۰ MPa می‌باشد. دمای اولیه جداره داخلی و خارجی استوانه برابر با ۲۰ درجه سانتیگراد و دمای کاری جداره داخلی آن برابر با ۱۲۰ درجه سانتیگراد است. در ابتدا مدل‌سازی مخزن را با خواص موجود در جدول ۳ - ۲ انجام می‌دهیم و پس از همگراسازی المان‌ها و اعتبار سنجی نتایج بدست آمده به مدل‌سازی مواد مدرج تابعی بر روی هندسه مذکور می‌پردازیم.

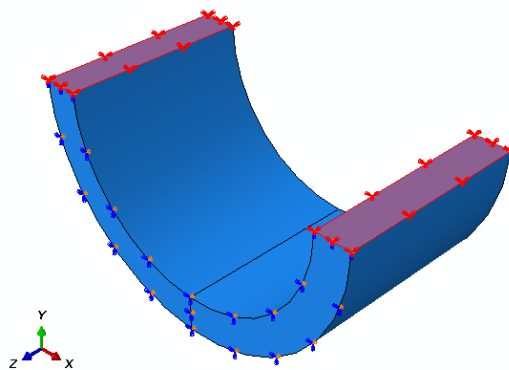
۳-۳ مدل‌سازی اجزای محدود:

مدلسازی اجزای محدود مسئله با استفاده از بسته نرم افزاری ABAQUS v.6.14.1 و با استفاده از المان‌های سه بعدی انجام شده است. به علت تقارن هندسه و بارگذاری و البته با توجه به اینکه می‌خواهیم در ادامه به مدل‌سازی ترک بر روی استوانه بپردازیم، جهت کاهش هزینه محاسباتی تنها یک چهارم استوانه مدل‌سازی می‌شود (شکل ۳-۱).

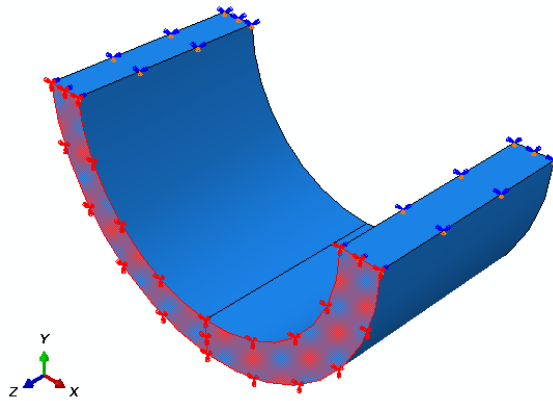


شکل ۳ - ۱: مدل‌سازی هندسی مخزن

پس از مدل‌سازی هندسی مسئله مطابق با جدول ۳ - ۱، جنس استوانه را ماده همگن و مطابق با جدول ۳ - ۲ انتخاب نموده و با استفاده از مقاطع سه بعدی به آن نسبت می‌دهیم. سپس حل‌گر General static را از میان حل‌گرهای موجود در نرم‌افزار آباکوس برای حل مسئله فوق تحت فشار داخلی انتخاب می‌کنیم. از آنجا که تنها یک چهارم استوانه مدل‌سازی می‌شود، بنابراین باید شرط تقارن را برای مسئله اعمال کنیم. به همین منظور با انتخاب صفحات تقارن مطابق با شکل ۳ - ۲ و شکل ۳ - ۳ شرط تقارن را به مسئله اعمال می‌کنیم.



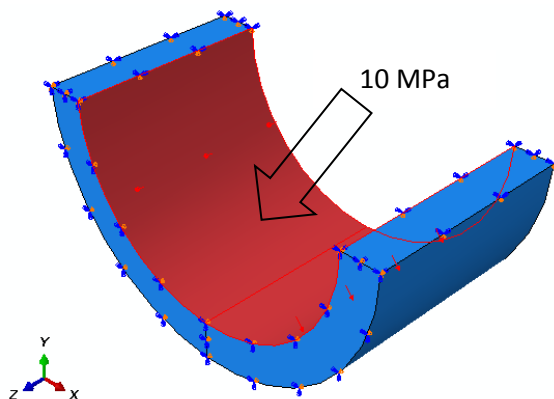
شکل ۳ - ۲: اعمال شرط مرزی تقارن در صفحه XZ



شکل ۳ - ۳: اعمال شرط مرزی تقارن در صفحه XY

در واقع با اعمال شرط تقارن مطابق شکل ۳ - ۲ بر مقطع صفحه XZ ، جابجایی خطی در راستای Y و جابجایی دورانی حول محورهای X و Z را مقید می‌کنیم. همچنین با اعمال شرط تقارن مطابق شکل ۳ - ۳ بر مقطع صفحه XY ، جابجایی خطی در راستای Z و جابجایی دورانی حول محورهای X و Y را مقید می‌کنیم.

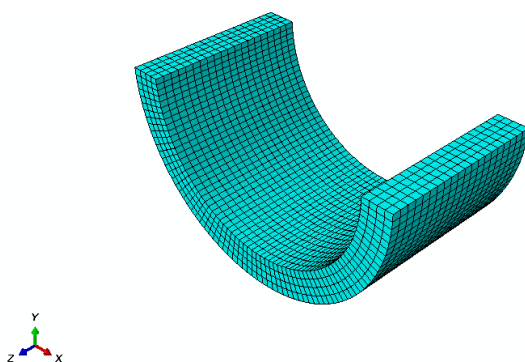
همانطور که در بخش ۳-۴ نیز اشاره شد استوانه تحت فشار داخلی 10 MPa قرار دارد. بنابراین فشار داخلی مذکور را مطابق شکل ۳ - ۴ به جداره داخلی استوانه اعمال می‌کنیم. پس از اعمال بارگذاری و شرایط مرزی به استوانه، آنگاه جهت حل مسئله به المان‌بندی آن می‌پردازیم. اما آنچه در این مرحله باید مورد توجه قرار گیرد تعیین المان‌های لازم برای همگرایی نتایج است که در بخش بعد به آن پرداخته خواهد شد.



شکل ۳ - ۴: اعمال فشار داخلی به استوانه

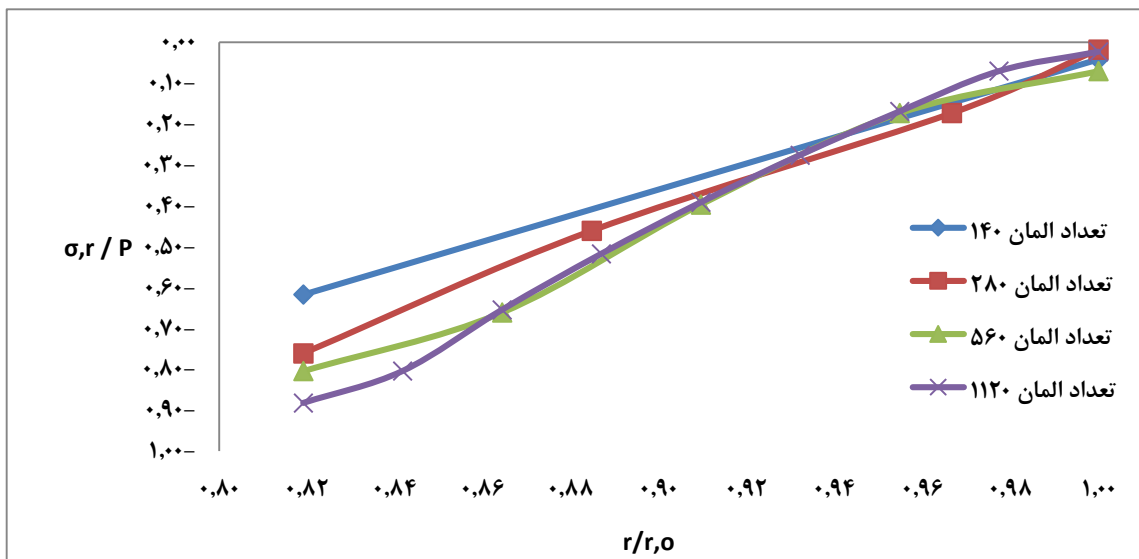
۳-۳-۱ تعیین اندازه المان‌ها

نوع المان‌های مورد استفاده در این مسئله C3D8R می‌باشند که این المان‌ها تنها سه درجه آزادی انتقالی دارند. المان‌ها علاوه بر شکل، باید از لحاظ اندازه نیز بررسی شوند. برای این منظور باید بررسی همگرایی جواب‌ها صورت گیرد، که یک مسئله حیاتی در تضمین دقت جواب‌ها می‌باشد. به عبارت دیگر یک تحلیل اجزاء محدود بدون بررسی همگرایی جواب‌ها فاقد ارزش می‌باشد. بررسی همگرایی به این صورت انجام می‌شود که ابتدا مسئله را با المان‌های درشت (تعداد المان‌های کم) تحلیل کرده و یکی از کمیت‌های خروجی مثلا مقدار ماکزیمم تنش فون‌مایز در یک نقطه دلخواه از قطعه را یادداشت می‌کنیم. سپس المان‌ها را ریزتر (تعداد المان‌ها را زیاد) کرده و مسئله را مجدداً تحلیل می‌کنیم. فرایند ریز کردن المان‌ها را تا جایی ادامه می‌دهیم که اختلاف میان نتایج بسیار کم شود. لازم به ذکر است که در مقالات علمی، برای چک کردن همگرایی جواب‌ها، بسیار مناسب‌تر است که بجای تنش فون‌مایز در یک نقطه مشخص، از یک مسیر استفاده شود که در این حالت از نمودار همگرایی جواب‌ها برای بررسی همگرایی استفاده خواهد شد. در نهایت المان‌بندی مسئله با تعداد المان ۵۶۰۰ و تعداد گره ۷۴۵۵ مطابق با شکل ۳ - ۵ در نظر گرفته شد. نوع المان‌های مورد استفاده در این مسئله C3D8R می‌باشند که المان‌های سه بعدی، مکعبی شکل و با تعداد ۸ گره هستند که از روش انتگرال کاهش یافته در حل معادلات حاکم در نرم افزار آباکوس استفاده می‌کنند.



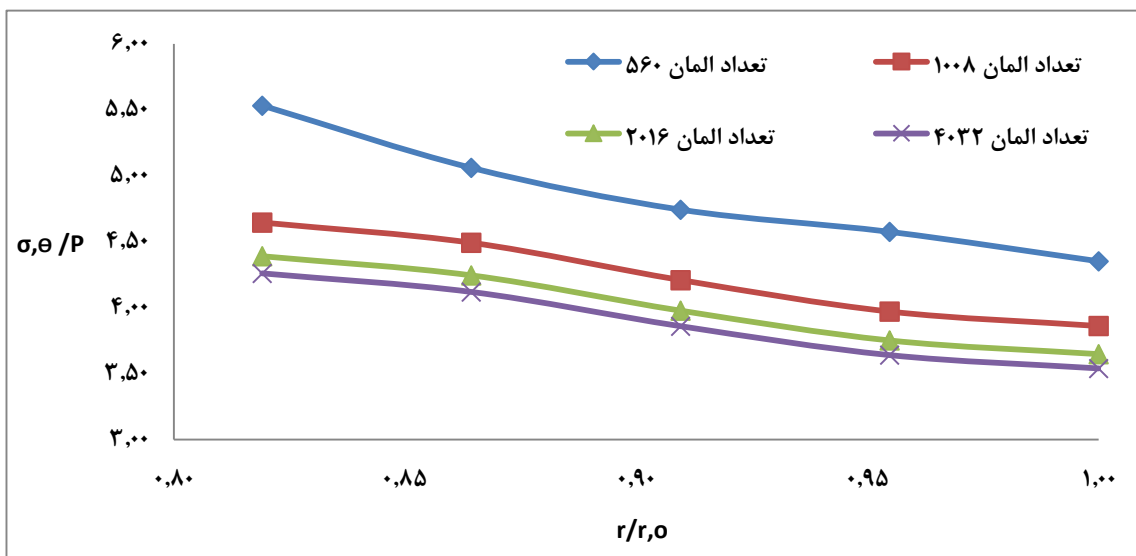
شکل ۳ - ۵: المان بندی استوانه

در این تحقیق برای بررسی همگرایی جواب‌ها از تنش‌های مختصات استوانه‌ای استفاده شده است. که برای این کار ابتدا همگرایی جواب‌ها در راستای شعاعی (ضخامت) و سپس در راستای محیطی استوانه و در نهایت در راستای طولی استوانه بررسی شد. همان‌طور که در شکل ۳ - ۶ مشاهده می‌شود همگرایی نتایج در راستای شعاعی با تعداد ۵۶۰ المان و معادل با ۴ المان در راستای ضخامت برقرار شد.

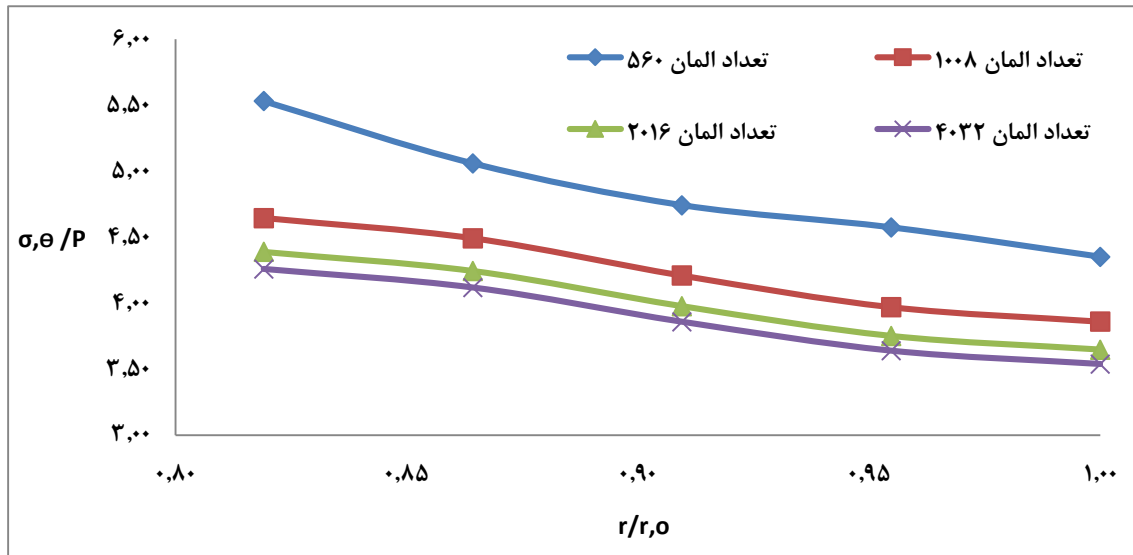


شکل ۳ - ۶: تنش شعاعی بر حسب ضخامت استوانه

همچنین

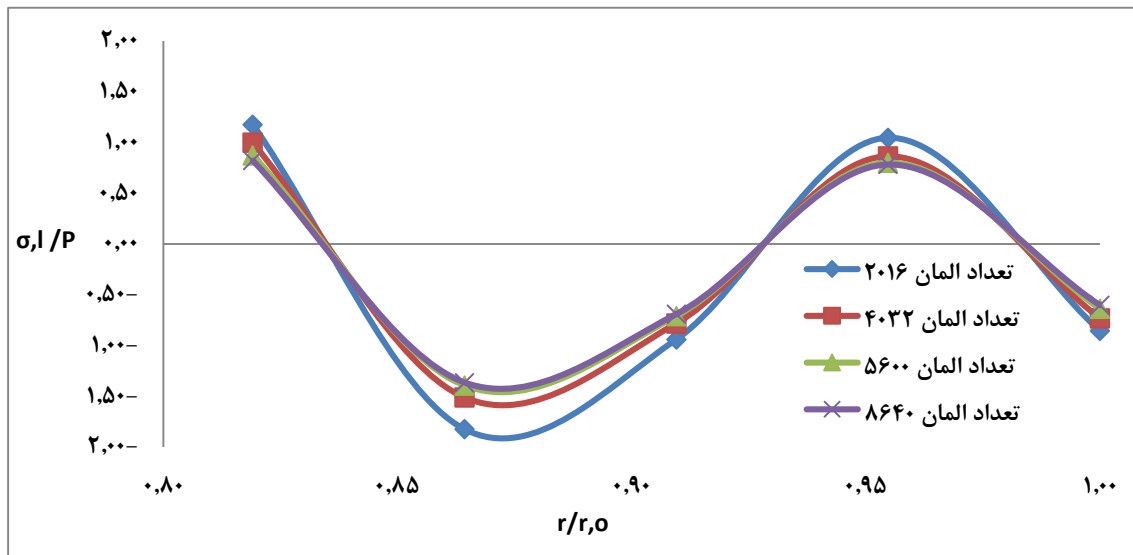


شکل ۳ - ۷ نشان می‌دهد که همگرایی نتایج در راستای محیطی با تعداد ۲۰۱۶ المان انجام شد. این تعداد المان معادل با ۳۵ المان در راستای محیطی استوانه می‌باشد.



شکل ۳ - ۷: تنش محیطی بر حسب ضخامت استوانه

شایان ذکر است که با توجه به شکل ۳ - ۸ همگرایی نتایج در راستای طول استوانه با تعداد ۵۶۰۰ المان برقرار می‌شود که معادل با تعداد ۲۰ المان در راستای طول استوانه می‌باشد.



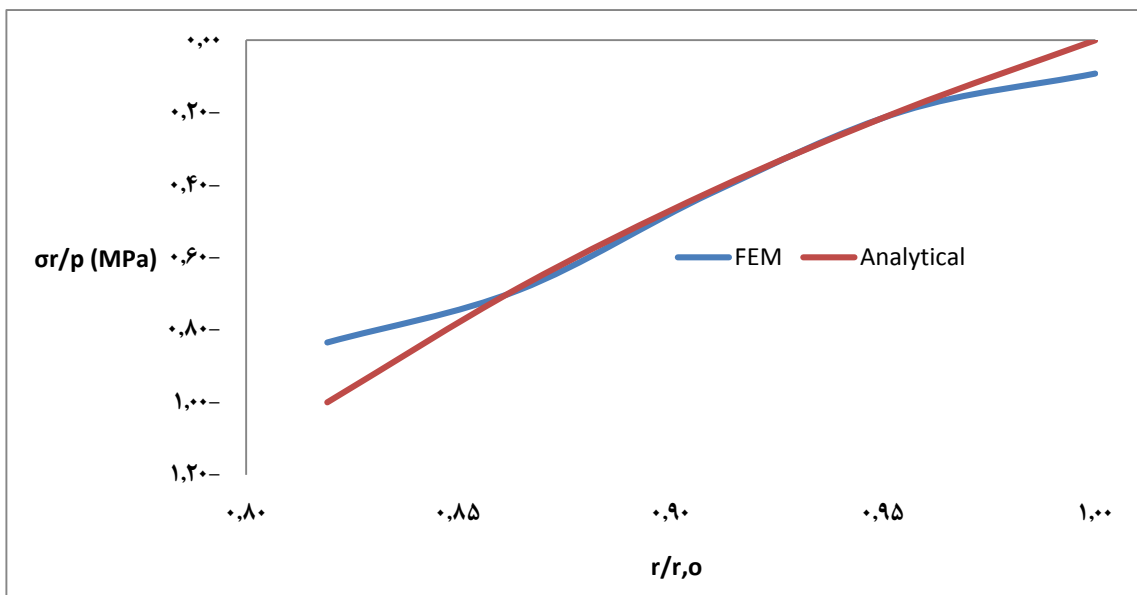
شکل ۳ - ۸: همگرایی المان‌ها در راستای ضخامت استوانه

۳-۳-۲ بررسی نتایج

پس از مدل‌سازی مسئله و همگراسازی المان‌ها، نتایج تحلیل تنش استوانه تحت بارگذاری و شرایط مرزی مذکور در بخش قبل، به صورت زیر ارائه می‌شود.

شکل ۳ - ۹ منحنی‌های تنش شعاعی بر حسب شعاع استوانه، حاصل از حل تحلیلی (رابطه ۳-۱) [۴۴] و حل اجزای محدود انجام شده در این پروژه را نشان می‌دهد.

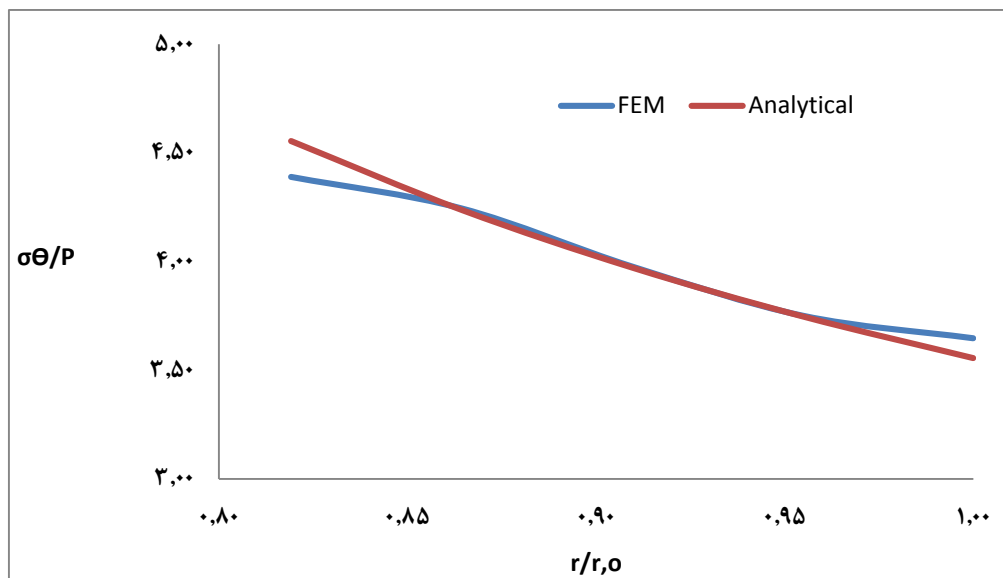
$$\sigma_r = \frac{r_i^2 P}{r_o^2 - r_i^2} \left(1 - \frac{r_o^2}{r^2} \right) \quad (۳-۱)$$



شکل ۳ - ۹: تنش‌های شعاعی در راستای ضخامت استوانه

با توجه به شکل ۳ - ۹ ملاحظه می‌شود که بیشترین میزان خطای روش المان محدود در لبه‌ها اتفاق می‌افتد (حدود ۱۵ درصد) و در سایر نقاط نتایج اجزای محدود تقریباً با نتایج تحلیلی برابر است.

شکل ۳ - ۱۰ منحنی‌های تنش محیطی در راستای ضخامت، حاصل از حل تحلیلی (رابطه ۳-۲) [۴۴] و حل اجزای محدود انجام شده در این پروژه را نشان می‌دهد.

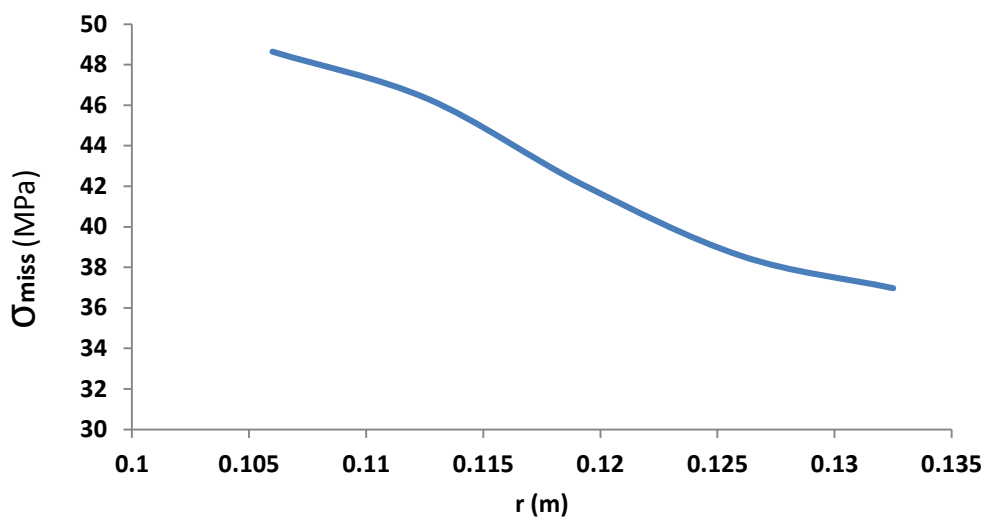


شکل ۳ - ۱۰: تنش‌های محیطی در راستای ضخامت

$$\sigma_{\theta} = \frac{r_i^2 P}{r_o^2 - r_i^2} \left(1 + \frac{r_o^2}{r^2} \right) \quad (2-3)$$

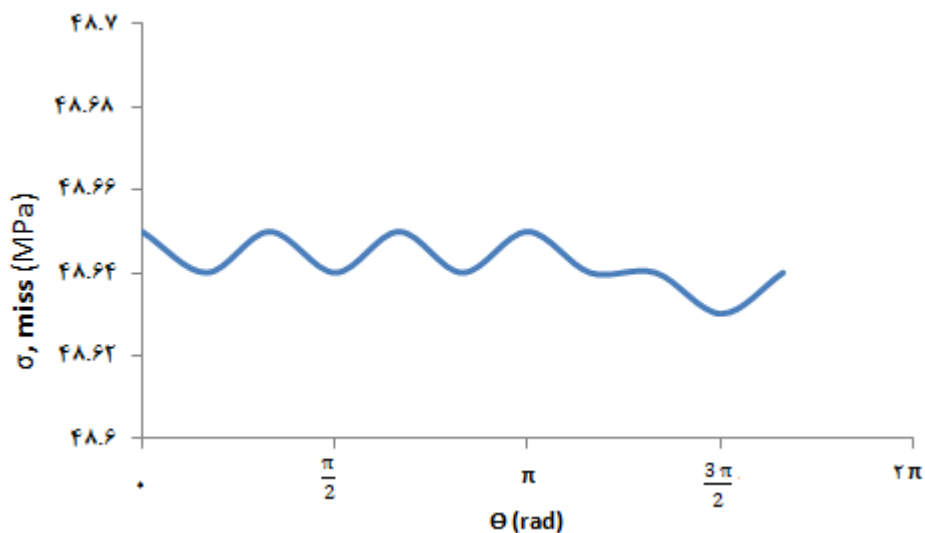
همانطور که ملاحظه می‌شود بیشترین درصد خطای تنش محیطی برای روش اجزای محدود حدود ۳ درصد می‌باشد که خطای قابل قبولی است. همانطور که در مشاهده می‌شود نتایج تحلیلی و اجزای محدود در لبه‌های استوانه دارای خطایی حدود ۳ درصد می‌باشند و در سایر نقاط نتایج تحلیلی و عددی باهم برابرند. بنابراین با توجه به نتایج فوق دقت مدلسازی انجام شده تأیید می‌گردد.

شکل ۳ - ۱۱ تغییرات تنش فون مسیز در راستای شعاعی استوانه را نشان می‌دهد. همانگونه که مشاهده می‌شود حداکثر تنش شعاعی برابر با ۴۹ MPa می‌باشد که در سطح داخلی استوانه اتفاق می‌افتد.



شکل ۳ - ۱۱: نمودار تنش فون میسز در راستای شعاعی

شکل ۳ - ۱۲ تغییرات تنش فون میسز در راستای محیطی مخزن را نشان می‌دهد. لازم به ذکر است که مسیر انتخابی جهت استخراج نمودار مذکور در جداره داخلی مخزن می‌باشد. همانطور که مشاهده می‌شود حداکثر تنش محیطی وارد بر استوانه برابر با 48.5 MPa می‌باشد.



شکل ۳ - ۱۲: نمودار تنش‌های فون میسز وارد بر استوانه در راستای محیطی

۴-۳ مدلسازی مواد مدرج تابعی

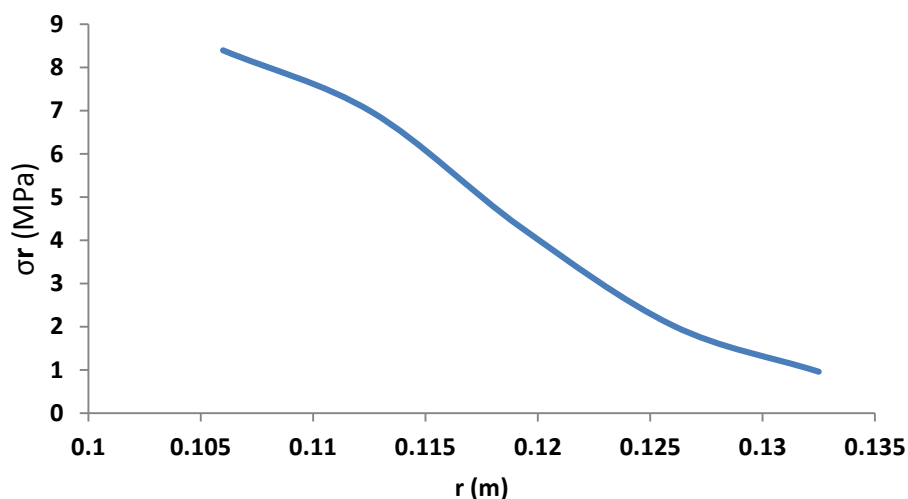
در بخش قبل استوانه از جنس ماده همگن مدلسازی شد. در این بخش جنس استوانه ماده تابعی و مطابق با جدول ۳-۳ در نظر گرفته می شود. برای مدلسازی این مواد تنها تغییرات مشخصات مکانیکی ماده در راستای ضخامت استوانه در نظر گرفته می شود.

شایان ذکر است با توجه به اینکه تغییرات ضریب پواسون در راستای ضخامت استوانه بر اساس نتایج برخی از محققان [۴۵] ناچیز است، بنابراین تنها تغییرات مدول الاستیک در راستای ضخامت را مدنظر قرار می دهیم. برای تعریف مدول الاستیک از رابطه زیر استفاده می کنیم [۴۵]:

$$E = E_0 r^n \quad , E_0 = 100 \text{ MPa} \quad , n = 0.5 \quad (3-3)$$

به منظور اعمال روابط فوق بر روی خواص استوانه از تکنیک سابروتین نویسی در نرم افزار آباکوس استفاده شده است. این کار با استفاده از کد سابروتین UMAT که برای تعریف تغییرات خواص یک ماده می باشد انجام شده است. بنابراین پس از مدلسازی مواد تابعی مدرج با استفاده از سابروتین UMAT که در پیوست الف ارائه شده است، نتایج تحلیل تنش بدست می آیند.

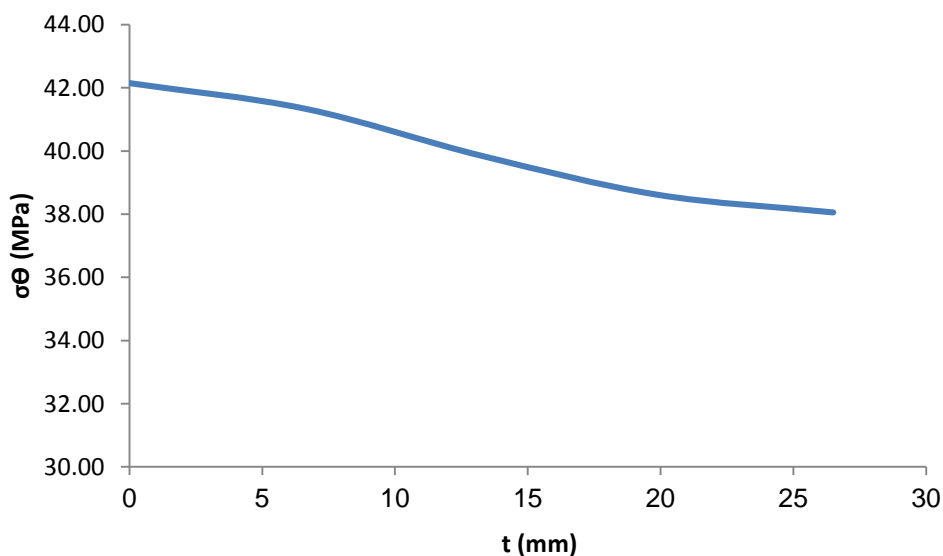
شکل ۳ - ۱۳ قدر مطلق تنش را در راستای شعاعی و در وسط طول مخزن نشان می دهد. همان طور که مشاهده می شود حداکثر تنش شعاعی برابر با $8/5 \text{ MPa}$ می باشد و در جداره داخلی استوانه اتفاق می افتد. مشاهده می شود که مقدار حداکثر تنش شعاعی، در شعاع داخلی اتفاق می افتد و مطابق انتظار برای استوانه تابعی برابر با استوانه همگن می باشد.



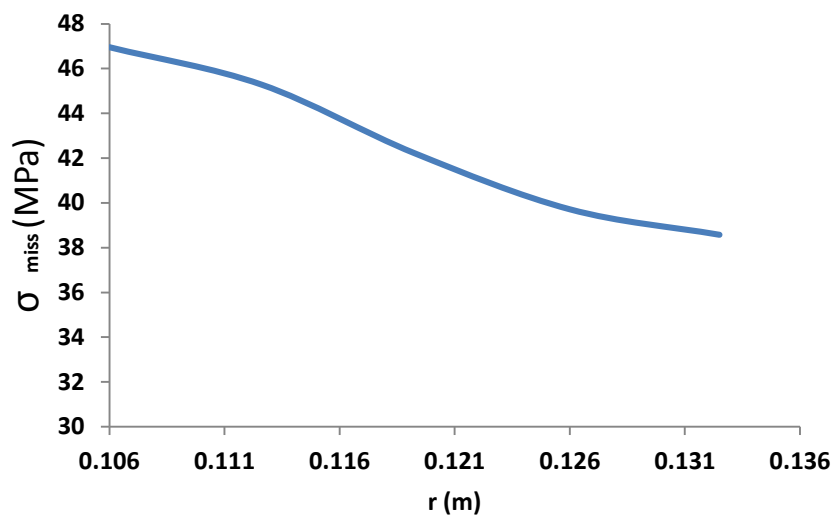
شکل ۳ - ۱۳: تنش‌های شعاعی وارد بر استوانه تابعی

شکل ۳ - ۱۴: تنش محیطی را در نقاط واقع بر روی ضخامت آن نشان می‌دهد. همانگونه که مشاهده می‌شود حداکثر تنش محیطی برابر با $42/2$ MPa می‌باشد که در سطح داخلی استوانه اتفاق می‌افتد.

شکل ۳ - ۱۵: تنش فون میسز را در راستای شعاعی استوانه نشان می‌دهد. همانگونه که مشاهده می‌شود حداکثر تنش فون میسز برابر با 47 MPa می‌باشد و در جداره داخلی استوانه اتفاق می‌افتد.

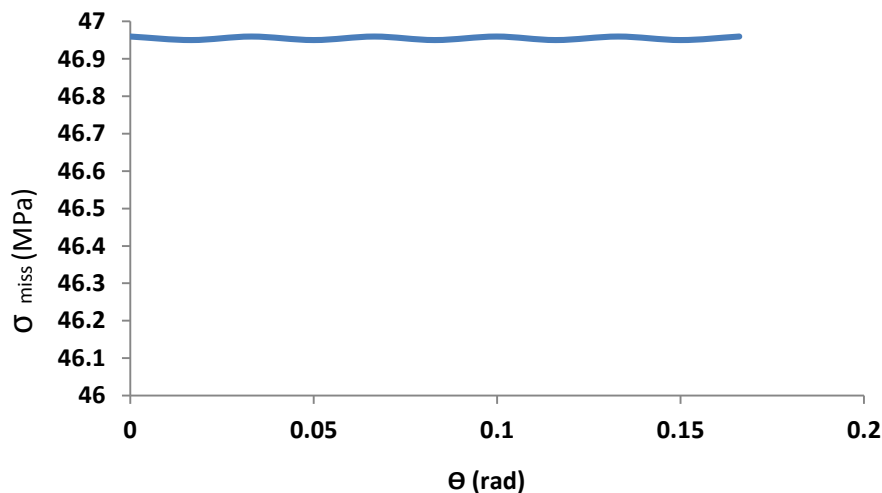


شکل ۳ - ۱۴: تنش‌های محیطی در راستای ضخامت



شکل ۳ - ۱۵: نمودار تنش‌های فون میسز در راستای شعاعی

شکل ۳ - ۱۶: تنش فون مسیز را در راستای محیطی استوانه نشان می‌دهد. همانگونه که مشاهده می‌شود حداکثر تنش فون مسیز برابر با ۴۶/۹۵ MPa می‌باشد. ملاحظه می‌شود که مقدار تنش‌های فون میسز در این حالت به صورت یکنواخت در جداره داخلی استوانه و در نقاط واقع بر پیرامون استوانه می‌باشد.

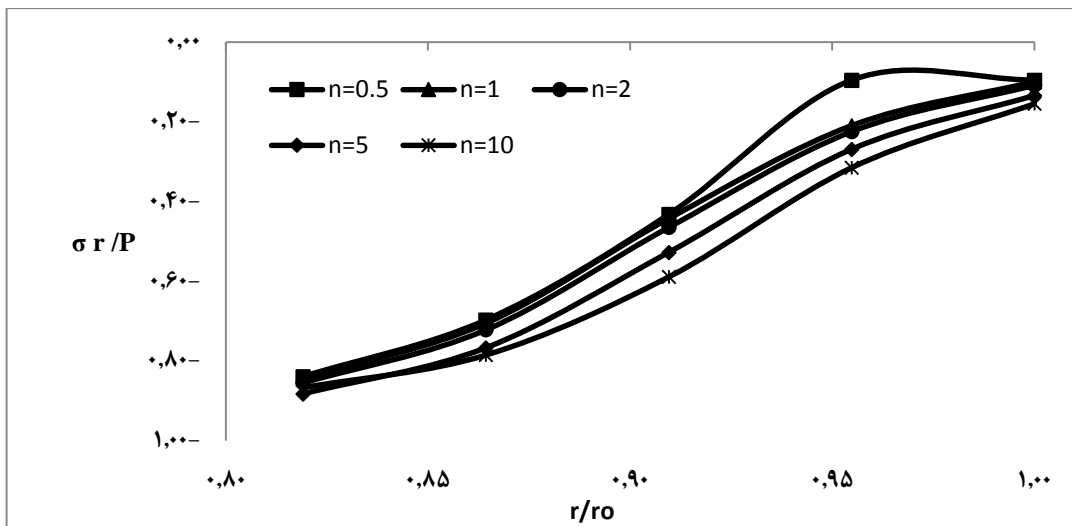


شکل ۳ - ۱۶: تنش‌های فون میسز در راستای محیطی

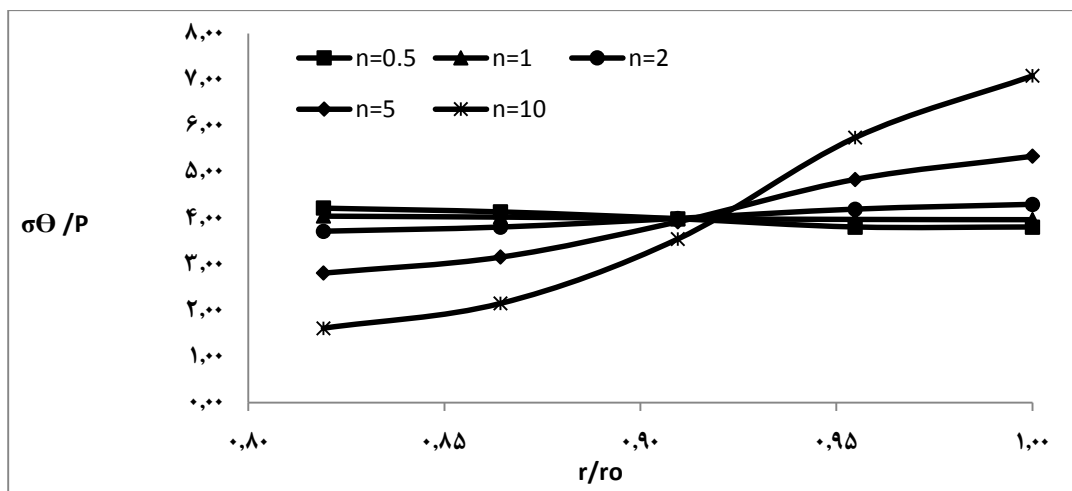
شکل ۳ - ۱۷: میزان تنش شعاعی را در امتداد ضخامت استوانه و برای ضرایب ناهمگنی مختلف ماده نشان می‌دهد. همانگونه که ملاحظه می‌شود حداکثر تنش شعاعی در جداره داخلی استوانه و تقریباً برابر

با فشار داخلی استوانه می‌باشد. شایان ذکر است که با افزایش ضریب ناهمگنی ماده، تنش شعاعی در جداره داخلی استوانه به فشار داخلی استوانه نزدیک می‌شود.

شکل ۳ - ۱۸ میزان تنش محیطی را در امتداد ضخامت استوانه و برای ضرایب ناهمگنی مختلف ماده نشان می‌دهد. همانگونه که ملاحظه می‌شود میزان تنش محیطی در امتداد ضخامت استوانه افزایش می‌یابد. حداکثر تنش محیطی در جداره خارجی استوانه و تقریباً برابر با ۷۰ MPa می‌باشد. شایان ذکر است که با افزایش ضریب ناهمگنی ماده، میزان تغییرات تنش محیطی در جداره استوانه افزایش می‌یابد.



شکل ۳ - ۱۷: نمودار تنش‌های شعاعی برای ضرایب ناهمگنی مختلف



شکل ۳ - ۱۸: نمودار تنش‌های محیطی برای ضرایب ناهمگنی مختلف

فصل چهارم:

ضریب شدت تنش در استوانه
حاوی ترک نیم‌بیضوی طولی

مقدمه ۴-۱

وجود عیوب و ترک های سطحی یکی از مسائل معمول در سازه های مدور مثل لوله ها و مخازن تحت فشار است. ارزیابی دقیق ایمنی و تخمین عمر این سازه ها مستلزم بررسی رفتار ترک می-باشد. در این فصل با استفاده از روش تابع وزنی، ضریب شدت تنش برای یک ترک نیم بیضوی طولی در یک استوانه جدار ضخیم از جنس مواد مدرج تابعی که تحت بارگذاری ترموالاستیک قرار دارد تعیین می شود.

۴-۲ مدل سازی ترک بر روی استوانه در بارگذاری ترموالاستیک

برای مدل سازی ترک بر روی استوانه در بارگذاری ترموالاستیک، پس از طی مراحل ذکر شده در بخش های قبل باید دو مرحله زیر نیز انجام شود:

۱. مدل سازی و تعریف ترک

۲. تعریف بارگذاری ترموالاستیک

در ادامه به توضیح مراحل فوق می پردازیم.

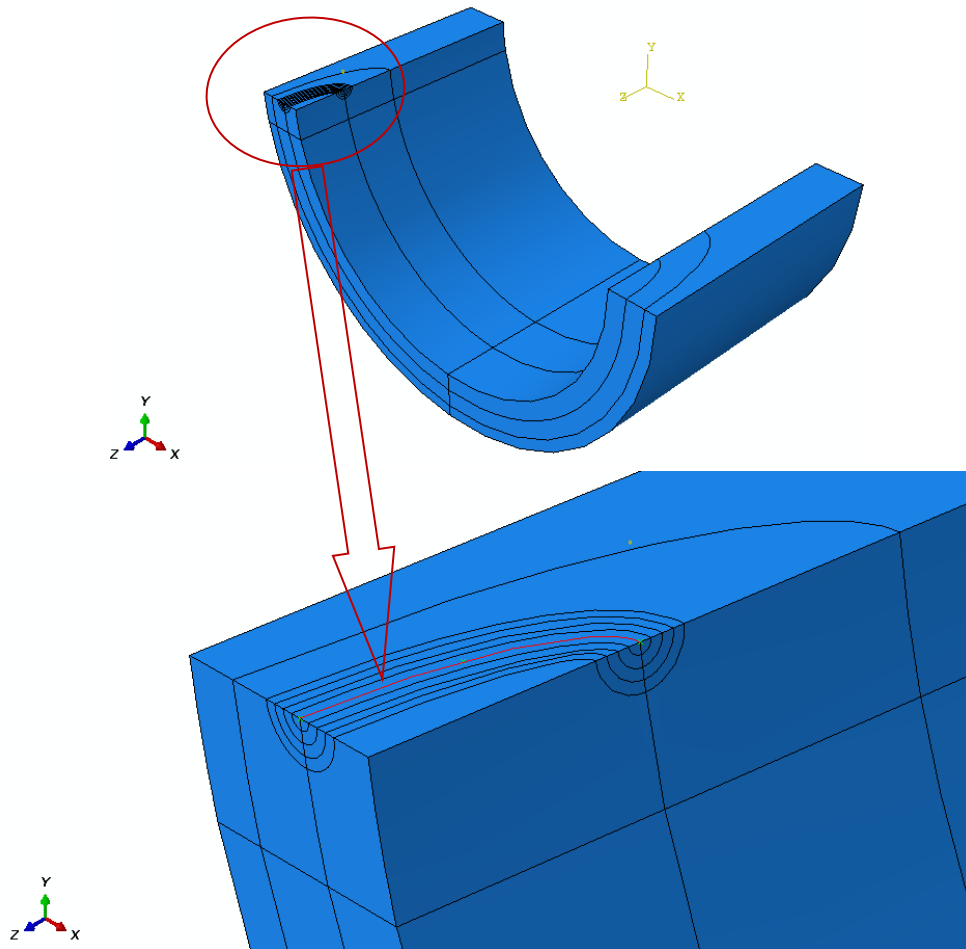
۱- مدل سازی و تعریف ترک: در این مرحله ابتدا بخش های مربوط به ترک را مطابق با شکل ۴-

۱ ایجاد می کنیم. سپس به روش کانتور انتگرال منحنی نشان داده شده در **Error! Reference**

source not found را به عنوان جبهه ترک تعریف می کنیم. سپس از آنجا که قرار است بررسی

ترک در ناحیه الاستیک خطی باشد، بنابراین شرط مکانیک شکست الاستیک خطی را نیز برای

ترک تعریف می کنیم.

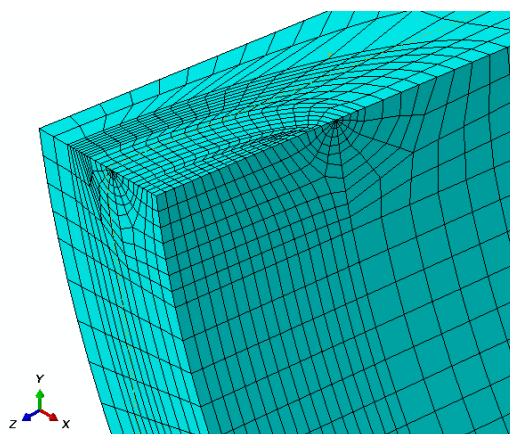
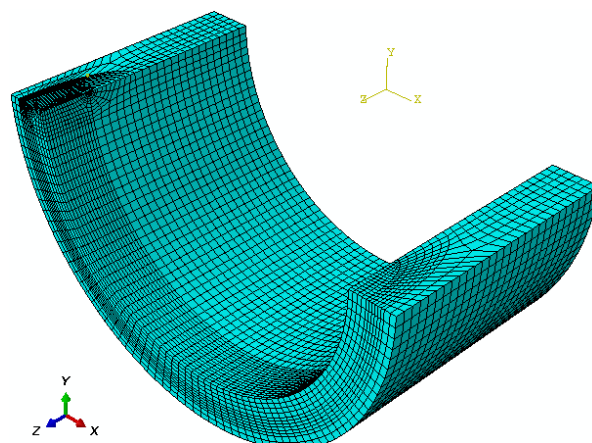


شکل ۴-۱: مدلسازی ترک بر روی جداره استوانه

شایان ذکر است که ترک تعریف شده با ضریب منظر ۲ می‌باشد. قطر بزرگ بیضی $2/65 \text{ mm}$ و قطر کوچک بیضی $5/3 \text{ mm}$ در نظر گرفته شده است.

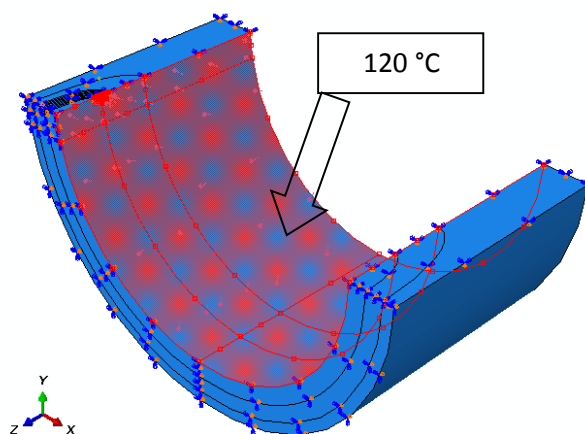
در نهایت برای مش‌بندی المان‌های اطراف ترک، رعایت برخی از نکات ضروری است. لازم به ذکر است که المان‌های جبهه ترک باید از نوع گوه‌ای و کمان‌های $22/5$ درجه تعریف شوند [۴۳]. در نتیجه مش‌بندی استوانه مطابق با شکل می‌باشد.

۲- تعریف بارگذاری ترموالاستیک: برای مسائل ترموالاستیک باید از میان حل‌گرهای موجود در آباکوس، حل‌گر Coupled temp-displacement را انتخاب کنیم. همچنین علاوه بر بارگذاری فشار داخلی باید شرط مرزی حرارتی را نیز به مخزن اعمال کنیم.



شکل ۴-۲: مش بندی استوانه دارای ترک

ابتدا دمای اولیه استوانه را به میزان ۲۰ درجه سانتیگراد به تمام جداره داخلی و خارجی استوانه اعمال می‌کنیم. آنگاه دمای ۱۲۰ درجه سانتیگراد را مطابق شکل به جداره داخلی استوانه اعمال می‌کنیم. شایان ذکر است که فشار داخلی مخزن نیز ثابت و برابر با ۱۰ MPa می‌باشد.

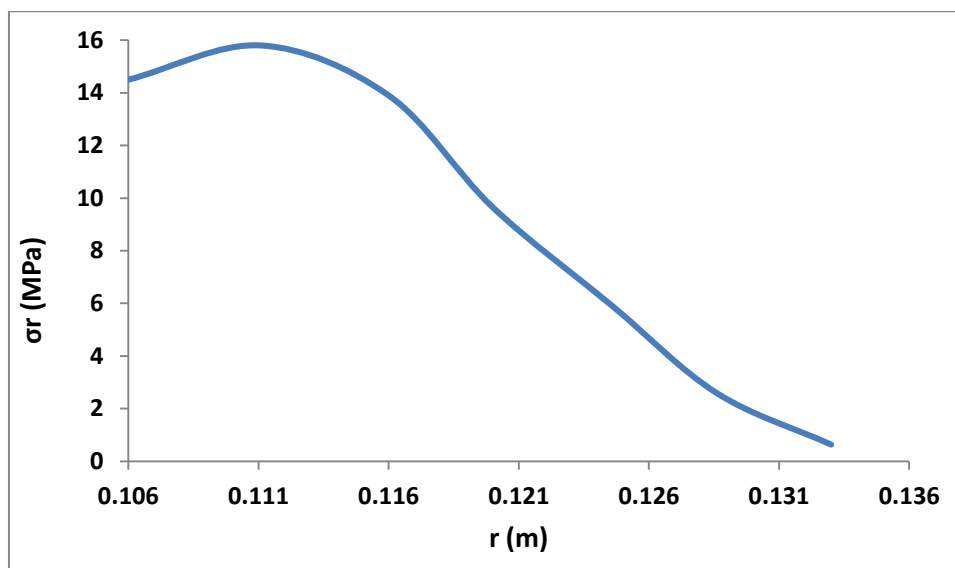


شکل ۴-۳: اعمال دمای جداره به استوانه

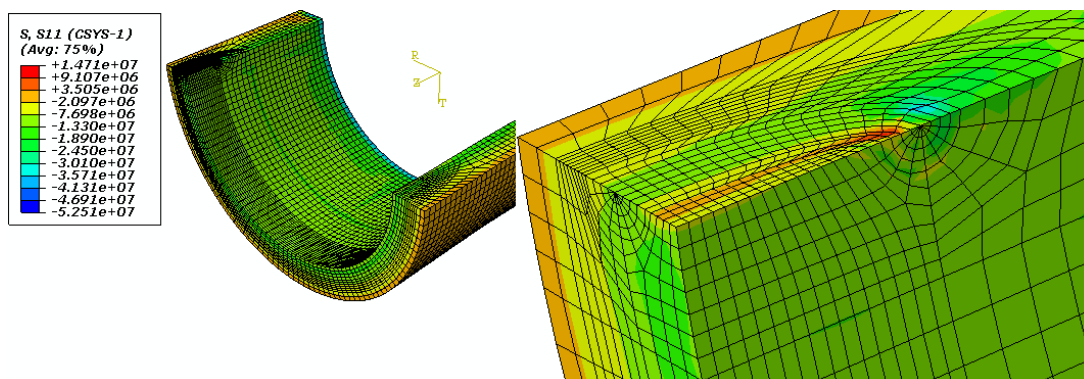
۴-۲-۱ بررسی نتایج بارگذاری ترموالاستیک

در این بخش به بررسی تنش‌های شعاعی، محیطی، فون مسیز و همچنین به محاسبه انتگرال \dot{z} ترک مورد نظر می‌پردازیم.

شکل نمودار تنش شعاعی در بارگذاری ترموالاستیک را نشان می‌دهد. همانگونه که مشاهده می‌شود حداکثر تنش شعاعی وارد بر استوانه $14/8 \text{ MPa}$ است که نزدیک به جداره داخلی استوانه اتفاق می‌افتد.



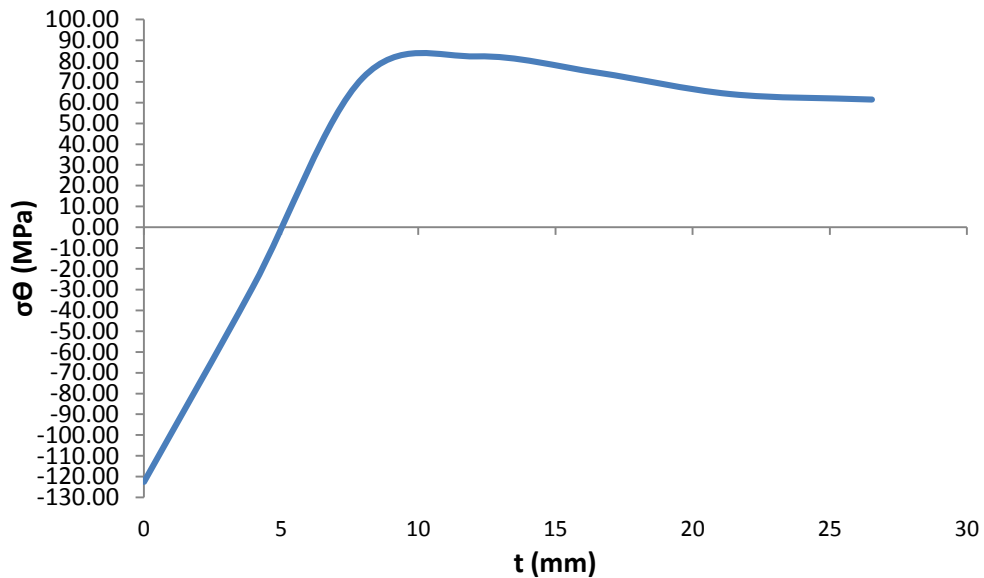
شکل ۴-۴ نمودار تنش‌های شعاعی وارد بر استوانه تابعی برای بارگذاری ترموالاستیک



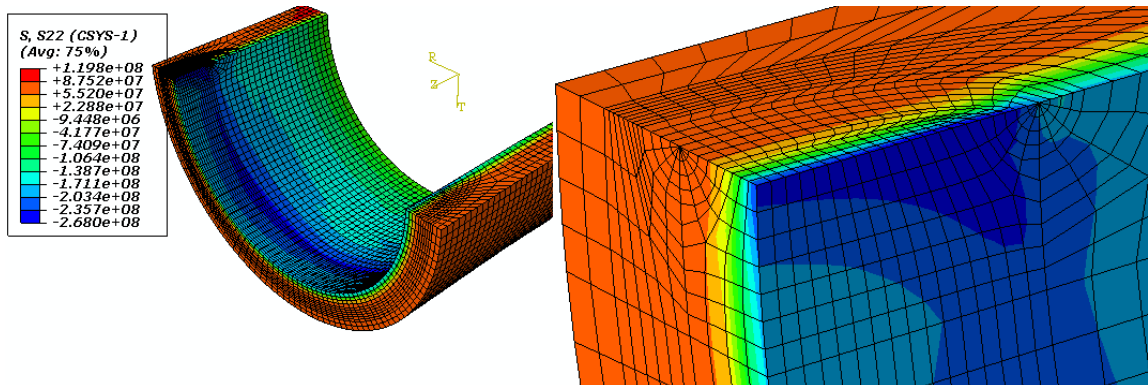
شکل ۴-۵: کانتور تنش‌های شعاعی وارد بر استوانه تابعی برای بارگذاری ترموالاستیک

شایان ذکر است به دلیل اینکه بارگذاری از نوع ترموالاستیک می‌باشد و علاوه بر تنش ناشی از فشار داخلی، تنش حرارتی نیز داریم میزان تنش شعاعی برابر با فشار داخلی استوانه نمی‌باشد.

شکل تنش محیطی در بارگذاری ترموالاستیک را نشان می‌دهد. همانگونه که مشاهده می‌شود حداکثر تنش محیطی وارد بر استوانه 122 MPa می‌باشد که در جداره داخلی استوانه و دور از صفحه تقارن اتفاق می‌افتد.

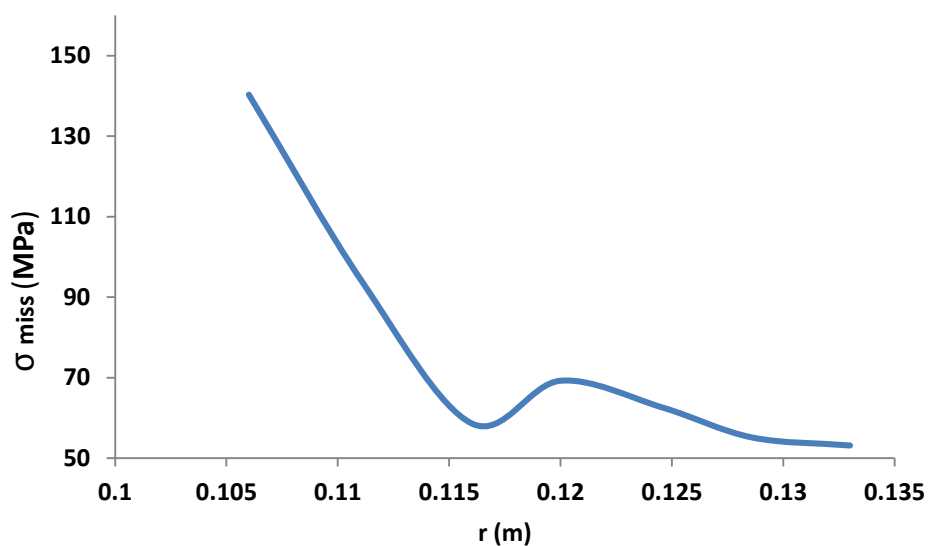


شکل ۴-۶: تنش‌های محیطی وارد بر استوانه تابعی برای بارگذاری ترموالاستیک

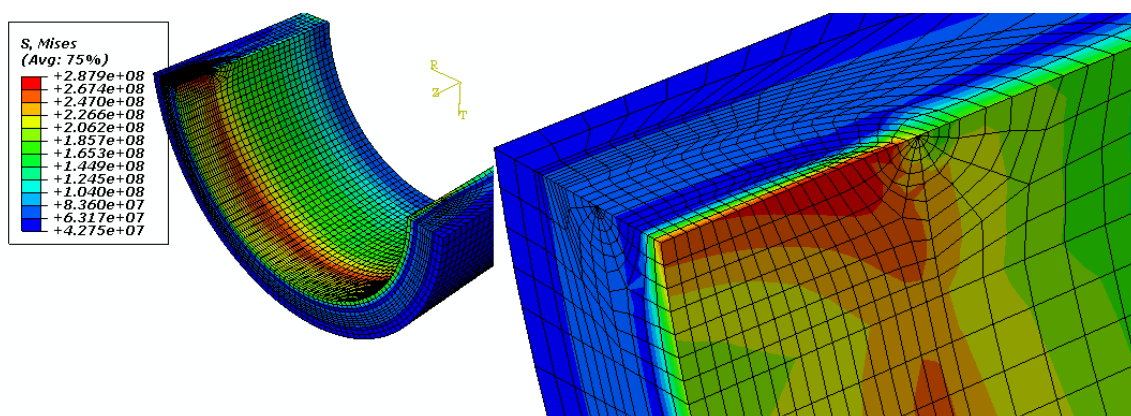


شکل ۴-۷: تنش‌های محیطی مواد تابعی برای بارگذاری ترموالاستیک

شکل تنش فون میسز در بارگذاری ترموالاستیک و در راستای شعاعی استوانه را نشان می‌دهد. همانطور که مشاهده می‌شود حداکثر تنش فون میسز وارد بر استوانه 140 MPa می‌باشد که در جداره داخلی استوانه اتفاق می‌افتد.

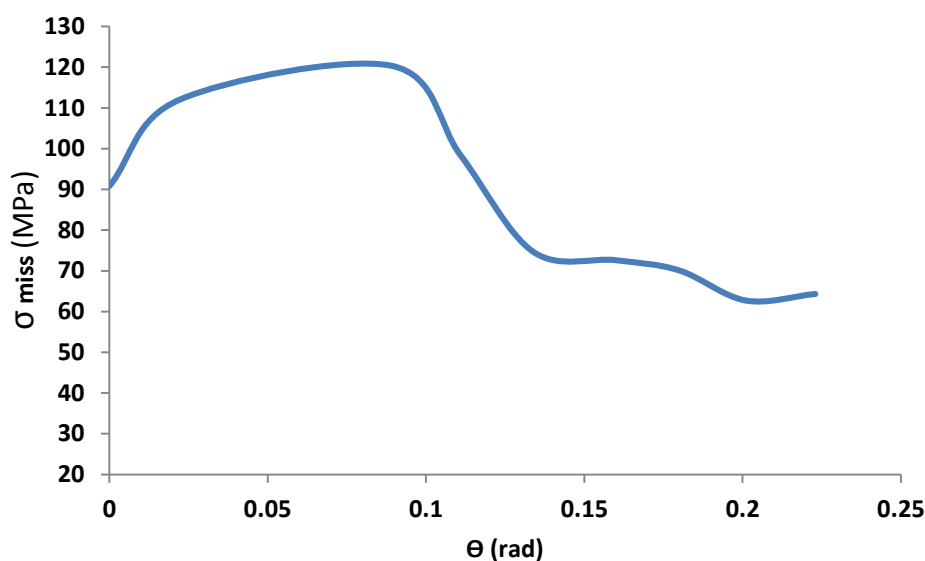


شکل ۴-۸: تنش فون میسز در راستای شعاعی برای بارگذاری ترموالاستیک



شکل ۴-۹: تنش‌های فون میسز مواد تابعی برای بارگذاری ترموالاستیک

شکل تنش فون میسز در بارگذاری ترموالاستیک و در راستای محیطی استوانه را نشان می‌دهد. همانگونه که مشاهده می‌شود حداکثر تنش فون میسز وارد بر استوانه 120 MPa می‌باشد که در جداره داخلی استوانه اتفاق می‌افتد.



شکل ۴-۱۰: تنش‌های فون میسز در راستای محیطی برای بارگذاری ترموالاستیک

در نهایت مقدار زانتگرال برابر با $0/11$ بدست می‌آید که با استفاده از رابطه زیر [۴۶] ضریب شدت

تنش نیز محاسبه خواهد شد:

$$K = \sqrt{E j} , \text{ (plane stress)} \quad (1-4)$$

$$K = \sqrt{\frac{E j}{(1-\nu^2)}} , \text{ (plane strain)}$$

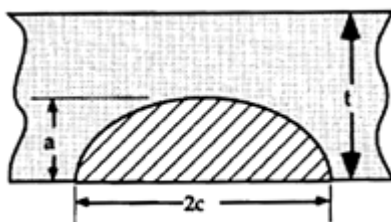
از آنجا که مسئله مورد نظر با توجه به هندسه و بارگذاری آن یک مسئله تنش صفحه‌ای می‌باشد، و از طرفی مطابق با رابطه (۳-۱) مدول الاستیک در جداره داخلی استوانه برابر با $32/56 \text{ MPa}$ می‌باشد، بنابراین ضریب شدت تنش با استفاده از رابطه اول (۳-۲) برابر با $1/9 \text{ MPa.m}^{0.5}$ محاسبه می‌شود.

همچنین ضریب شدت تنش با استفاده از رابطه تحلیلی اندرسون [۴۷] محاسبه می‌شود. با توجه به هندسه مسئله و نوع ترک مطابق با شکل برای محاسبه ضریب شدت تنش باید از رابطه ارائه شده در مرجع [۴۷] (رابطه ۳-۵) استفاده می‌شود. این رابطه ضریب شدت تنش در عمیق ترین نقطه ترک را می‌دهد. پارامترهای این رابطه مطابق با جدول می‌باشند.

$$K_I = \frac{PR}{t} \sqrt{\frac{\pi a}{Q}} F\left(\frac{a}{t}, \frac{a}{2c}, \frac{R}{t}\right) \quad (2-4)$$

$$\zeta = \frac{2c}{t}, \quad Q = 1 + 1.464 \left(\frac{a}{c}\right)^{1.65}$$

$$F = 1.12 + 0.053\zeta + 0.0055\zeta^2 + (1 + 0.02\zeta + 0.0191\zeta^2) \frac{\left(20 - \frac{R}{t}\right)^2}{1400}$$



شکل ۴-۱۱: هندسه ترک بیضوی در دیواره استوانه [۴۷]

جدول ۴-۱: پارامترهای رابطه ضریب شدت تنش اندرسون

ردیف	پارامتر	مقدار	واحد
۱	a	۲۶/۵	mm
۲	c	۱/۳۲۵	mm
۳	t	۲۶/۵	mm
۴	P	۱۰	MPa
۵	R	۱۱۹/۲۵	mm

با استفاده از رابطه ۴-۲ مقدار ضریب شدت تنش برابر با $۲,۲۶ \text{ MPa}\cdot\text{m}^{0.5}$ بدست می‌آید. مشاهده

می‌شود که اختلاف نتایج المان محدود و تحلیلی حدود ۱۲ درصد است.

۴-۳ روش تابع وزنی در تعیین ضریب شدت تنش

روش تابع وزنی یک ابزار مؤثر برای تعیین ضریب شدت تنش با توجه به توزیع تنش در جسم بدون ترک است. اگر تابع وزنی برای یک جسم دارای ترک معلوم باشد، با انتگرال‌گیری از حاصلضرب تابع وزنی و توزیع تنش در جسم بدون ترک روی سطح ترک می‌توان ضریب شدت تنش را بدست آورد.

کاربرد تابع وزنی، تعیین ضریب شدت تنش برای یک ترک را به طور مستقل از هندسه و ابعاد امکان پذیر می‌سازد.

روش تابع وزن پیشنهادی توسط باکتر [۴۸] و رایس [۴۹] به عنوان یک روش مناسب جهت محاسبه ضرایب شدت تنش ترک‌های مود یک اثبات شده بود. مزیت تابع وزن این است که نتایج تحلیل انجام شده برای یک ترک در معرض توزیع تنش نامحدود، با دقت مناسبی می‌تواند برای انواع دیگر توزیع تنش استفاده شود. اگر تابع وزنی $m(x, a)$ برای یک هندسه خاص معلوم باشد؛ ضریب شدت تنش با انتگرال‌گیری از حاصل ضرب توزیع تنش در هندسه بدون ترک، $\sigma(x)$ و تابع وزنی روی سطح فرضی ترک تعیین می‌شود [۵۰].

$$K = \int_0^a \sigma(x)m(x, a)dx \quad (۳-۴)$$

شن و گلینکا [۵۱] یک تابع وزنی تقریبی شامل چهار جمله پیشنهاد کردند که کاربرد آن برای ترک‌های نیم‌بیضوی تحت بارگذاری مود I منجر به نتایجی با خطای کمتر از ۱٪ نسبت به روش المان محدود می‌شود. این تابع وزنی شامل یک جمله تکین در نوک ترک با مرتبه $-۰/۵$ و سه جمله دیگر با سه ضریب مجهول است که معمولاً با استفاده از دو بارگذاری مرجع و یک شرط مرزی جابه‌جایی تعیین می‌شود. تابع وزنی برای عمق ترک نیم‌بیضوی (نقطه A در شکل ۴-) به صورت زیر است

$$m_A(r, a) = \frac{\sqrt{\frac{2}{\pi}}}{\sqrt{R_i+a-r}} + M_{1A}\sqrt{\frac{2}{\pi a}} + M_{2A}\frac{\sqrt{\frac{2}{\pi}}}{a}\sqrt{R_i+a-r} + M_{3A}\sqrt{\frac{2}{\pi a^3}}(\sqrt{R_i+a-r}) \quad (۴-۴)$$

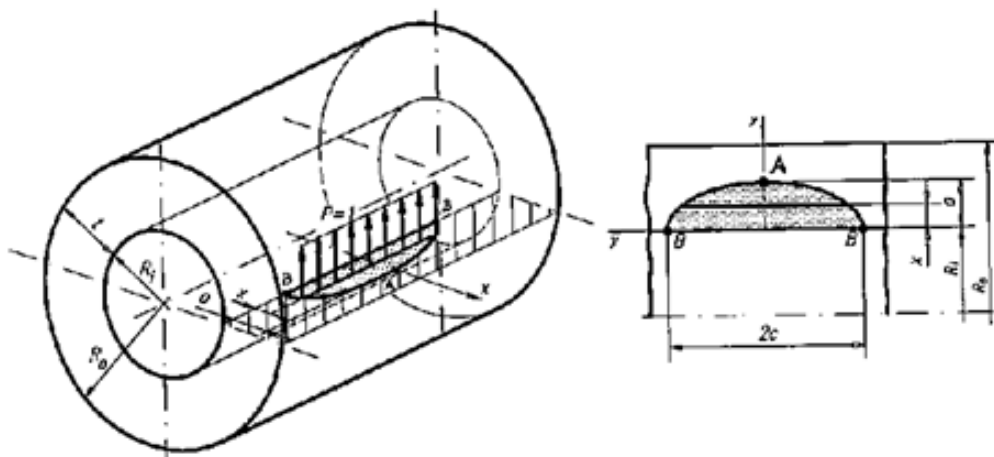
ثابت‌های مجهول M_{iA} ($i=1, 2, 3$) با در نظر گرفتن دو بارگذاری مرجع و شرط صفر بودن مشتق

دوم تابع وزنی در دهانه ترک $r = R_i$ تعیین می‌شوند که عبارتند از [۵۲]:

$$M_{1A} = \frac{2\pi}{\sqrt{2Q}}(-Y_0 + 3Y_1) - \frac{24}{5} \quad (۵-۴)$$

$$M_{2A} = 3 \quad (۶-۴)$$

$$M_{3A} = \frac{6\pi}{\sqrt{2Q}} (Y_0 - 2Y_1) + \frac{8}{5} \quad (V-4)$$

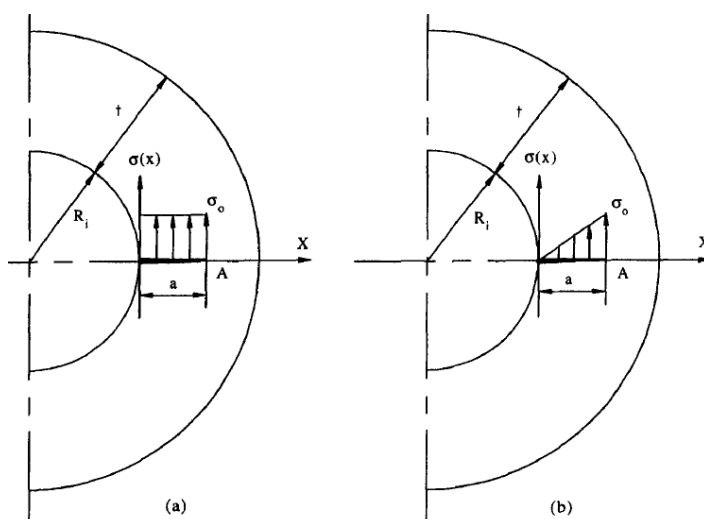


شکل ۴-۱۲: طرح کلی ترک نیم‌بیضوی طولی در استوانه [۵۱]

معمولا بارگذاری یکنواخت مطابق شکل ۴-۴ به اندازه یک و بارگذاری خطی با حداکثر اندازه یک روی ترک (در جهت شعاعی شکل ۴-۴) به عنوان بارگذاری‌های مرجع در نظر گرفته می‌شوند.

$$\sigma_{ref.1} = \sigma_0 \quad (۸-۴)$$

$$\sigma_{ref.2} = \sigma_0 \left(\frac{r - R_i}{a} \right) \quad (۹-۴)$$



شکل ۴-۱۳: بارگذاری‌های پایه روی ترک نیم‌بیضوی طولی در استوانه (a) یکنواخت، (b) خطی [۵۱]

متناظر با هر بارگذاری، ضریب شدت تنش مرجع به صورت زیر تعریف می شود [۵۱].

$$K_{ref.1} = \sigma_0 \sqrt{\frac{\pi a}{Q}} Y_0 \quad (10-4)$$

$$K_{ref.2} = \sigma_0 \sqrt{\frac{\pi a}{Q}} Y_1 \quad (11-4)$$

که در آن، Q ضریب تصحیح شکل است که به شکل جسم دارای ترک بستگی دارد. ضریب Q برای استوانه دارای ترک نیم بیضوی طولی به صورت زیر است [۵۱].

$$Q = 1 + 1.464 \left(\frac{a}{c}\right)^{1.65}, \quad a/c \leq 1 \quad (12-4)$$

در مواد همگن، ضرایب تصحیح Y_0 و Y_1 فقط به هندسه بستگی دارند و به صورت تابعی از a/t و

a/c بیان می شوند [۵۲].

$$Y_0 = A_0 + A_1 \left(\frac{a}{t}\right) + A_2 \left(\frac{a}{t}\right)^2 + A_3 \left(\frac{a}{t}\right)^4$$

$$A_0 = 1.010 + 0.0998 \exp \left[-13.15 \left(\frac{a}{c}\right)\right]$$

$$A_1 = 0.055 + 0.366 \exp \left[-31.17 \left(\frac{a}{c}\right)\right] \quad (13-4)$$

$$A_2 = -0.057 + 3.269 \exp \left[-3.859 \left(\frac{a}{c}\right)\right]$$

$$A_3 = -0.149 + 0.061 \exp \left[1.354 \left(\frac{a}{c}\right)\right]$$

و همچنین

$$Y_1 = B_0 + B_1 \left(\frac{a}{t}\right) + B_2 \left(\frac{a}{t}\right)^2 + B_3 \left(\frac{a}{t}\right)^4$$

$$B_0 = 6.594 - 5.944 \exp \left[-0.012 \left(\frac{a}{c}\right)\right] \quad (14-4)$$

$$B_1 = -0.136 + 0.436 \exp \left[-8.663 \left(\frac{a}{c}\right)\right]$$

$$B_2 = 0.269 + 0.787 \exp \left[-4.562 \left(\frac{a}{c}\right)\right]$$

$$A_3 = 1.552 - 1.538 \exp \left[0.0434 \left(\frac{a}{c} \right) \right]$$

اما برای مواد غیرهمگن مثل مواد مدرج تابعی، ضریب شدت تنش علاوه بر بارگذاری و هندسه به گرادیان خصوصیات ماده نیز بستگی دارد. از آنجا که در روش تابع وزنی، اثر بارگذاری جدا می‌شود، بنابراین، تابع وزنی باید تابع هندسه و گرادیان خصوصیات ماده باشد.

برای در نظر گرفتن این دو پارامتر روابط (۴-۱۰) و (۴-۱۱) به صورت زیر تصحیح می‌شوند

$$K_{ref.1} = \sigma_0 \sqrt{\frac{\pi a}{Q}} Y_{0G} Y_{0P} \quad (۴-۱۵)$$

$$K_{ref.2} = \sigma_0 \sqrt{\frac{\pi a}{Q}} Y_{1G} Y_{1P} \quad (۴-۱۶)$$

که در آنها، ضرایب Y_{0G} و Y_{1G} تابع هندسه است که با روابط قبل به دست می‌آیند و ضرایب Y_{0P} و Y_{1P} تابع خصوصیات ماده است که باید تعیین شوند.

۴-۳-۱ استخراج ضرایب تصحیح گرادیان خصوصیات ماده برای بارگذاری‌های

پایه

به منظور تعیین ضرایب تصحیح گرادیان خصوصیات ماده مراحل زیر را طی می‌کنیم:

۱. استخراج داده‌ها بر اساس حل عددی مساله

برای دو بارگذاری پایه، ضریب شدت تنش به روش اجزای محدود برای مواد مدرج تابعی با ضرایب مختلف ناهمگنی مدول الاستیسیته (n) محاسبه می‌شود. با روابط زیر می‌توان ضرایب Y_{0P} و Y_{1P} را به ازای n های مختلف برای هر بارگذاری بصورت جداگانه به دست آورد.

$$Y_{0P} = \frac{K_{ref.1}}{\sigma_0 \sqrt{\frac{\pi a}{Q}} Y_{0G}} \quad (۴-۱۷)$$

$$Y_{1P} = \frac{K_{ref.2}}{\sigma_0 \sqrt{\frac{\pi a}{Q}} Y_{1G}} \quad (۴-۱۸)$$

۲. ارائه یک تابع برای ضرایب تصحیح Y_{0P} و Y_{1P}

با برازش یک منحنی بر داده‌های بخش قبل می‌توان این دو تابع را تعیین کرد. در ساده‌ترین حالت می‌توان این تابع را یک چندجمله‌ای از n در نظر گرفت.

پس از اینکه مقدار ضرایب تصحیح گرادیان خصوصیات ماده (Y_{1P} و Y_{0P}) به ازای مقادیر مختلف a/t و n استخراج شد؛ سعی می‌شود این ضرایب بصورت تابعی پیوسته ارائه شود. بدین منظور شکل کلی زیر برای این توابع در نظر گرفته می‌شود.

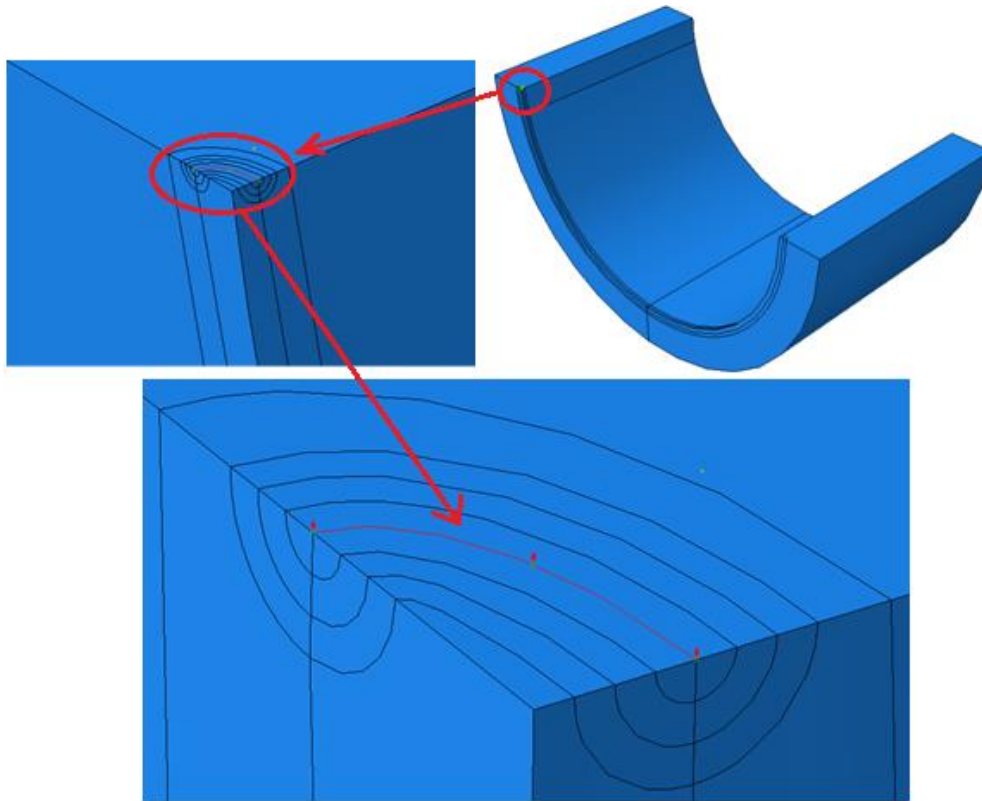
$$Y_{0P} = \sum_{m=1}^{N(\frac{a}{t})} \sum_{n=1}^{N(n)} A_{mn} \left(\frac{E_{tip}}{E_{Ri}} \right)^m \left(\frac{E_{Ro}}{E_{Ri}} \right)^n \quad (19-4)$$

$$Y_{1P} = \sum_{m=0}^{N(\frac{a}{t})} \sum_{n=0}^{N(n)} B_{mn} \left(\frac{E_{tip}}{E_{Ri}} \right)^m \left(\frac{E_{Ro}}{E_{Ri}} \right)^n \quad (20-4)$$

در این روابط، $N(\frac{a}{t})$ تعداد عمق نسبی ترک انتخابی و $N(n)$ تعداد انتخابهای n برای خصوصیات ماده است. لازم به ذکر است که برای $n=0$ مقدار توابع بالا برابر ۱ می‌باشد. E_{tip} ، E_{Ro} و E_{Ri} بترتیب مدول الاستیک در نوک ترک، جداره خارجی و داخلی استوانه می‌باشد.

۴-۴ مدلسازی ترک به روش اجزای محدود

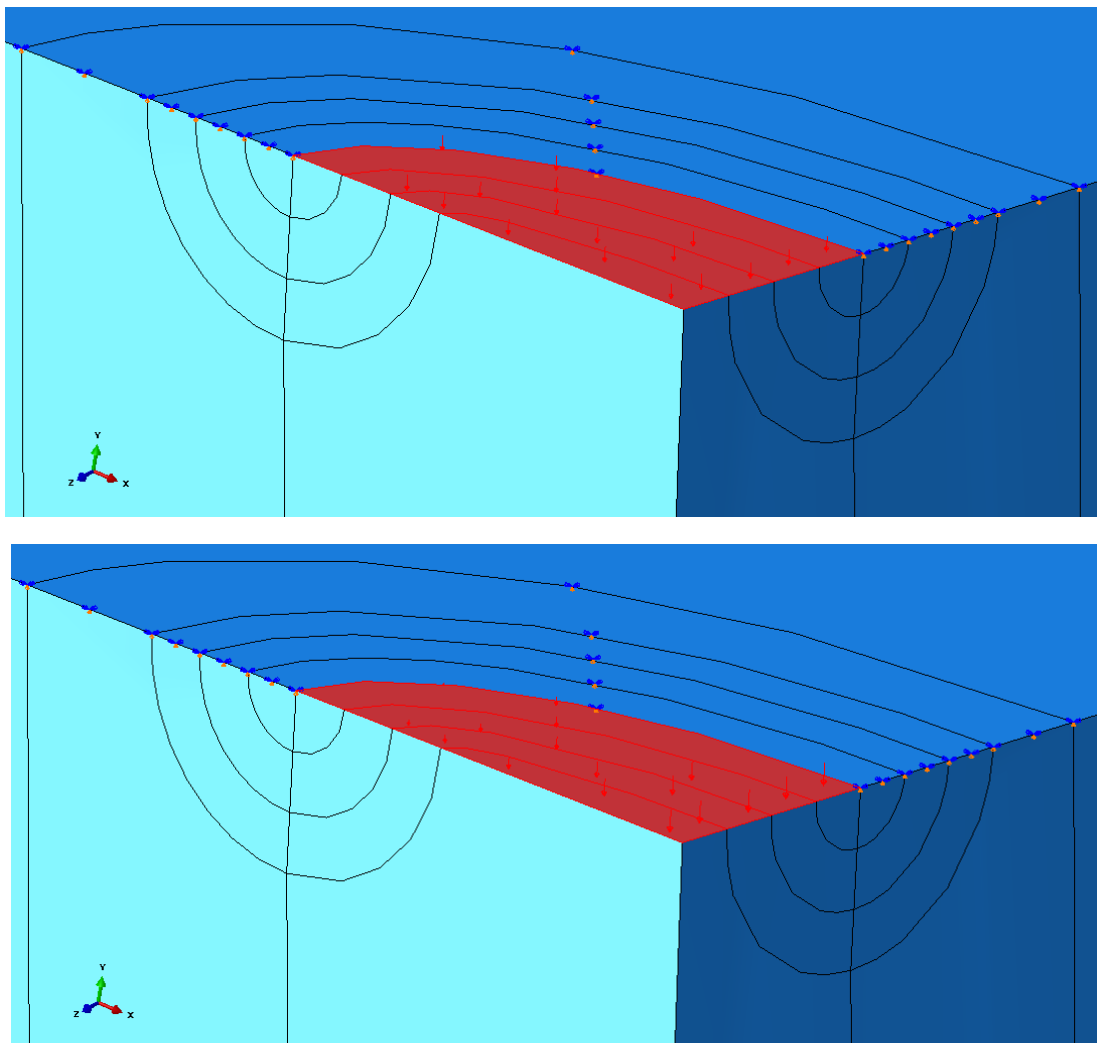
برای تعیین ضریب شدت تنش به روش اجزای محدود باید ترک در جداره مخزن را در نرم‌افزار آباکوس مدلسازی کنیم. به همین منظور پس از مدلسازی هندسه و تعیین جنس ماده مدرج تابعی مطابق با بخش ۳-۲ و ۳-۴ به مدلسازی ترک می‌پردازیم. برای مدلسازی ترک ابتدا در ماژول Assembly نرم‌افزار آباکوس به ایجاد هندسه ترک و سپس در ماژول interaction به تعریف ترک می‌پردازیم. شایان ذکر است که ترک مذکور از نوع کانتور انتگرال و مکانیک شکست الاستیک خطی می‌باشد. بنابراین اثر تکینی نوک ترک نیز به روش استفاده از رینگ المان‌های منفرد و انتقال گره‌های اضلاع المان‌ها در طول جبهه ترک به فاصله یک چهارم اضلاع در نظر گرفته شده است.



شکل ۴-۱۴: جبهه ترک و راستای بازشدگی ترک

توضیحات بیشتر راجع به این روش در بخش های قبلی ارائه شده است. همچنین هندسه ترک مورد نظر طولی و بیضوی با ضریب منظر ۲ می باشد. شکل ۴- نمای جبهه ترک و راستای بازشدگی ترک را نشان می دهد.

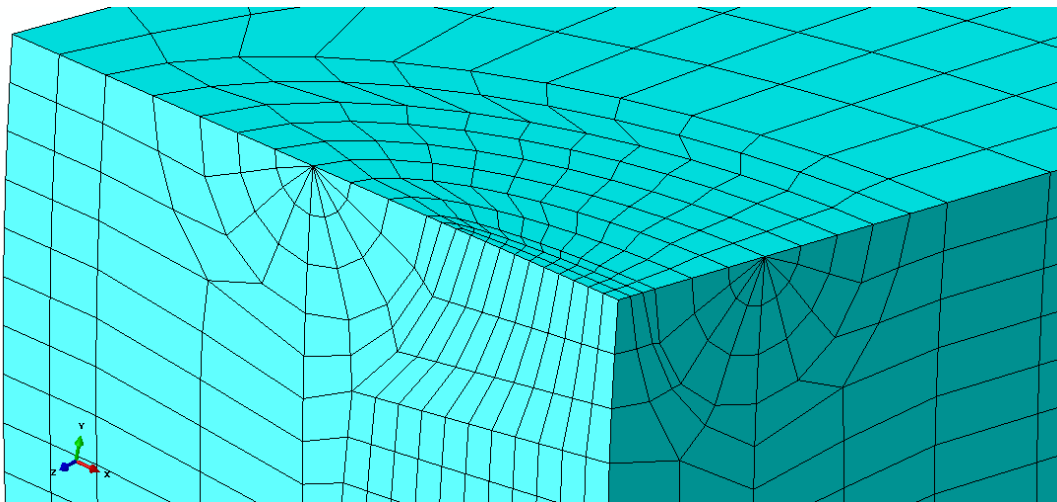
در ادامه مطابق مطالب بخش ۰ دو نوع بارگذاری یکنواخت و خطی با حداکثر مقدار یک را بر روی صفحه ترک مطابق با شکل ۴- اعمال می کنیم. لازم به ذکر است که مطابق با شکل ۴- مقدار بار خطی در جداره داخلی استوانه برابر با یک و در امتداد ترک به صفر میل می کند.



شکل ۴-۱۵: اعمال بار فشاری یکنواخت (شکل بالا) و خطی (شکل پایین)

در نهایت به منظور مشبندی جبهه ترک از رینگ المان‌های گوه‌ای^۱ و با زوایای ۲۲/۵ درجه استفاده شده است. شکل ۴-۱۶ مشبندی استوانه حاوی ترک را نشان می‌دهد. شایان ذکر است که این مدل‌سازی شامل ۲۴۹۸۵ المان از نوع C3D8R و ۲۸۷۵۳ گره می‌باشد.

1 - wedge



شکل ۴-۱۶: مش بندی استوانه حاوی ترک طولی

پس از حل مسئله در نرم افزار آباکوس به پس پردازش نتایج و تعیین ضرایب شدت تنش می پردازیم.

به منظور تعیین ضرایب شدت تنش برای این مسئله از رابطه زیر استفاده می کنیم [43]:

$$K = \frac{2\mu}{4(1-\nu)} \sqrt{\frac{2\pi}{r}} \delta(r) \quad (۲۱-۴)$$

$$\mu = G = \frac{E_{tip}}{2(1+\nu)}, \quad r = 0.1a, \quad E_{tip} = E_0 R^n, \quad R = R_i + a$$

در رابطه فوق $\delta(r)$ بازشدگی دهانه ترک می باشد که از نرم افزار آباکوس استخراج می شود.

۴-۴-۱ تعیین ضرایب شدت تنش مرجع به روش اجزای محدود

پس از مدلسازی مسئله با طول ترک های مختلف و حل مسئله توسط نرم افزار آباکوس، ضرایب

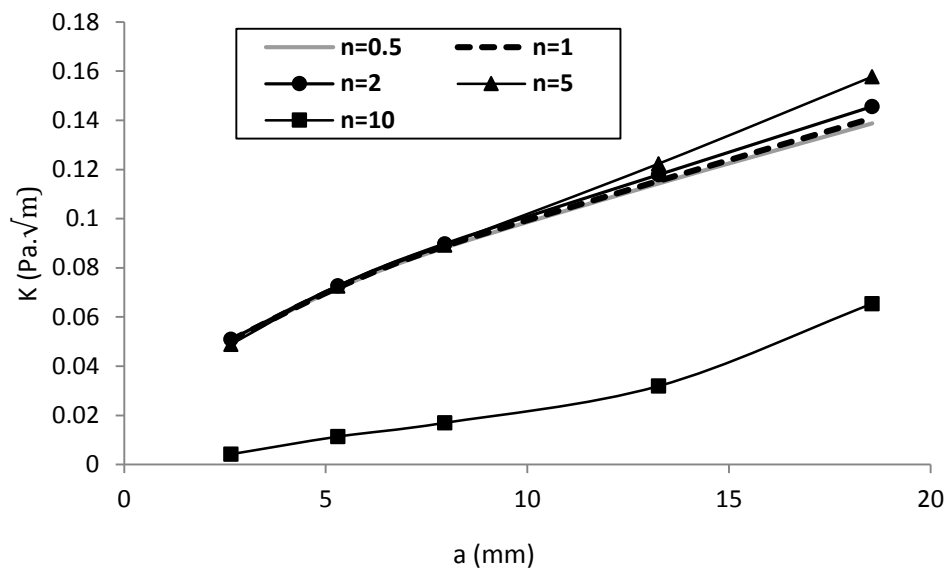
شدت تنش برای استوانه از جنس مواد مدرج تابعی و با ضرایب ناهمگنی مختلف با استفاده از رابطه

(۲۱-۴) محاسبه خواهند شد. شکل ۴-۴ و شکل ۴-۴- ضرایب شدت تنش را برای عمق ترک های مختلف

و ضرایب ناهمگنی مختلف مواد مدرج تابعی، به ترتیب در معرض بارگذاری های یکنواخت و خطی با

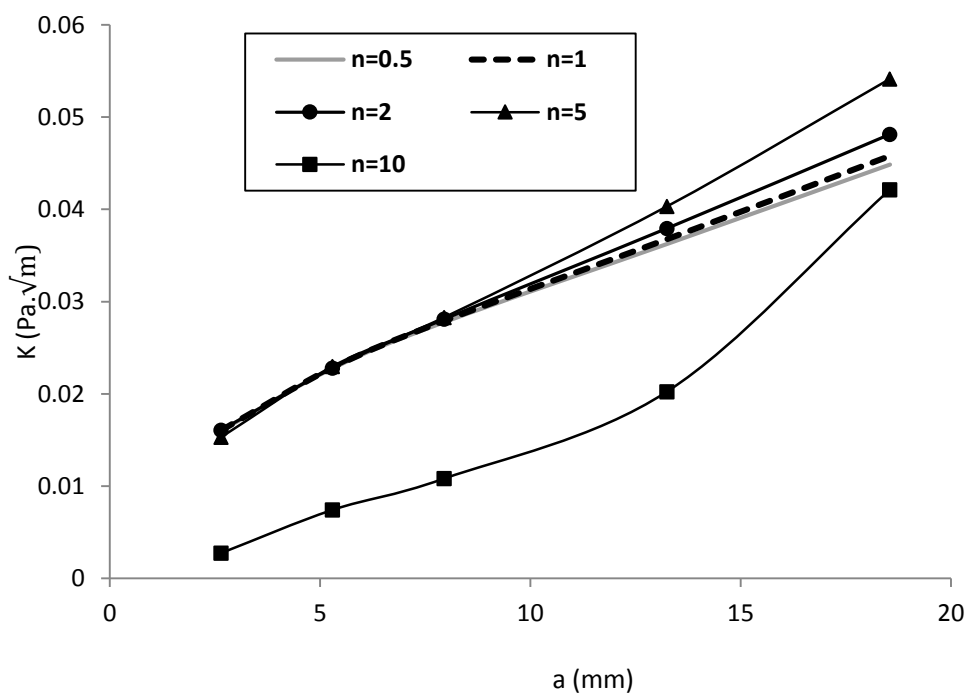
حداکثر مقدار یک نشان می دهند. همچنین شکل ۴-۴ و شکل ۴-۴- ضرایب شدت تنش ماده همگن را

برای عمق ترک های مختلف و به ترتیب برای بارگذاری یکنواخت و خطی نشان می دهند.



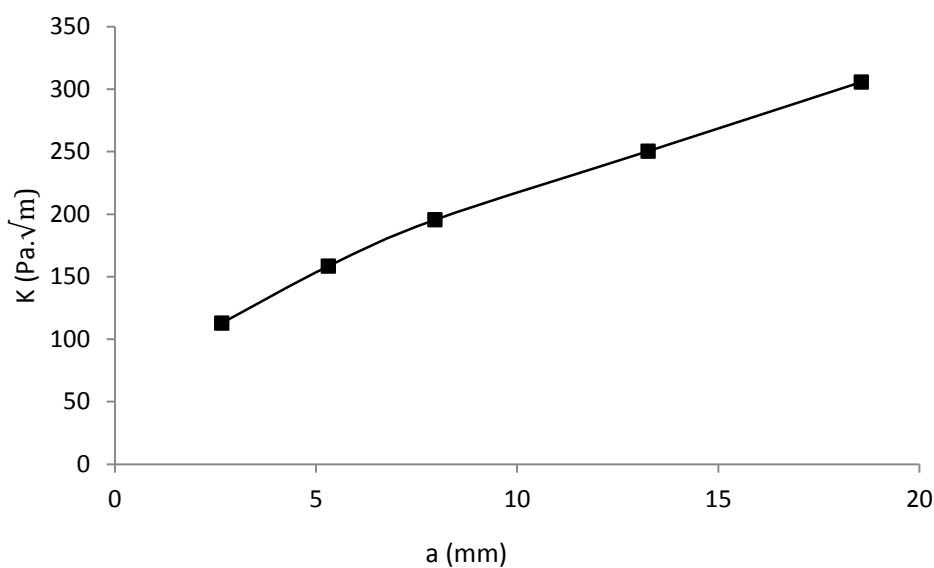
شکل ۴-۱۷: ضرایب شدت تنش در عمق ترک‌های متفاوت و ضرایب ناهمگنی مختلف ماده برای بارگذاری

یکنواخت

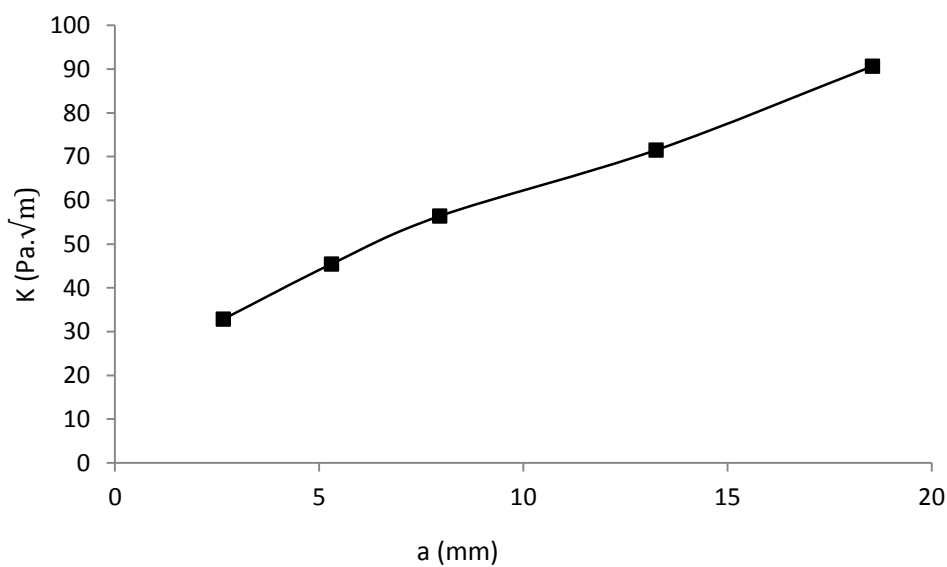


شکل ۴-۱۸: ضرایب شدت تنش در عمق ترک‌های متفاوت و ضرایب ناهمگنی مختلف ماده برای بارگذاری

خطی



شکل ۴-۱۹: ضرایب شدت تنش ماده همگن در عمق ترک‌های متفاوت برای بارگذاری یکنواخت



شکل ۴-۲۰: ضرایب شدت تنش ماده همگن در عمق ترک‌های متفاوت برای بارگذاری خطی

با توجه به شکل‌های فوق چند نکته حائز اهمیت می‌باشد:

۱. با اعمال مرتبه ناهمگنی صفر به ماده مدرج تابعی و تبدیل به ماده همگن، ضریب شدت تنش به شدت افزایش می‌یابد.
۲. ضرایب شدت تنش در بارگذاری یکنواخت بیشتر از بارگذاری خطی است.

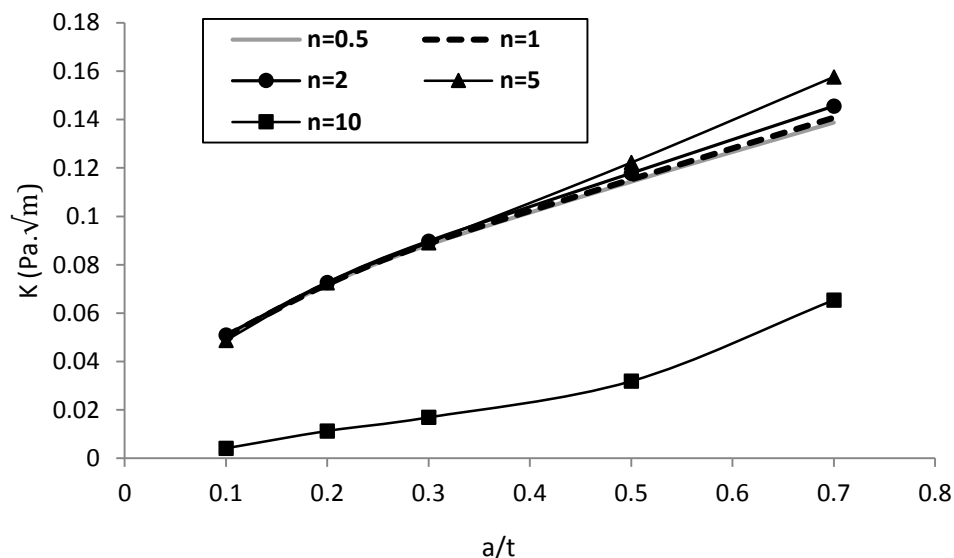
۳. با افزایش عمق ترک ضرایب شدت تنش برای تمام ضرایب ناهمگنی ماده مدرج تابعی افزایش می‌یابد.

۴. با افزایش عمق ترک ضرایب شدت تنش تا عمق ترک حدود ۸ میلیمتر برای ضرایب ناهمگنی ۰/۵ تا ۵ برای بارگذاری‌های یکنواخت و خطی با هم برابر است.

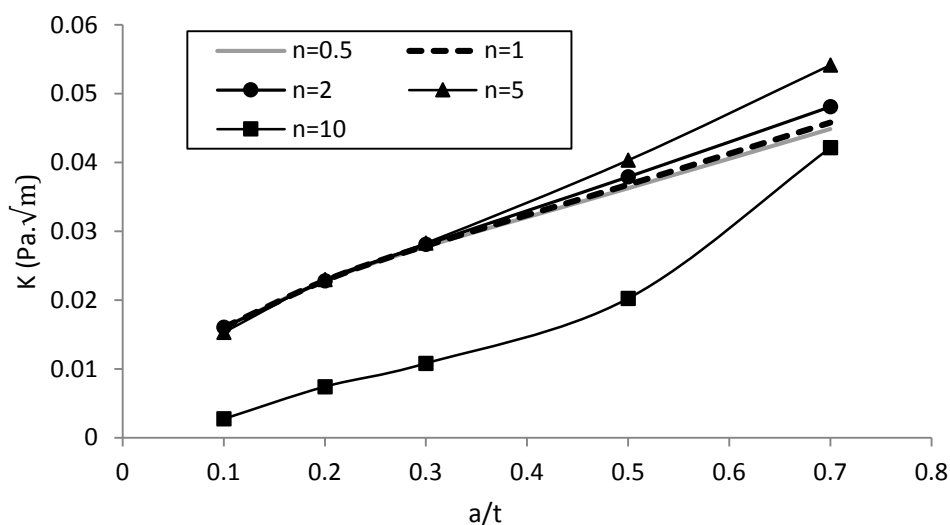
۵. با افزایش ضریب ناهمگنی ماده از ۰/۵ تا ۵، ضریب شدت تنش افزایش می‌یابد و در ضریب ناهمگنی ۱۰ ضریب شدت تنش با افت قابل توجهی مواجهه می‌شود.

۶. ضریب شدت تنش برای بارگذاری‌های یکنواخت حدود ۱۰ درصد بیشتر از ضریب شدت تنش برای بارگذاری‌های خطی می‌باشد.

شکل ۴- و شکل ۴- ضرایب شدت تنش را برای ضرایب مختلف ناهمگنی ماده در عمق نسبی‌های مختلف و به ترتیب برای بارگذاری‌های یکنواخت و خطی نشان می‌دهند. ملاحظه می‌شود که با افزایش عمق نسبی ترک، ضرایب شدت تنش افزایش می‌یابند.



شکل ۴-۲۱: ضرایب شدت تنش در عمق نسبی‌های متفاوت و ضرایب ناهمگنی مختلف ماده برای بارگذاری یکنواخت



شکل ۴-۲۲: ضرایب شدت تنش در عمق نسبی‌های متفاوت و ضرایب ناهمگنی مختلف ماده برای

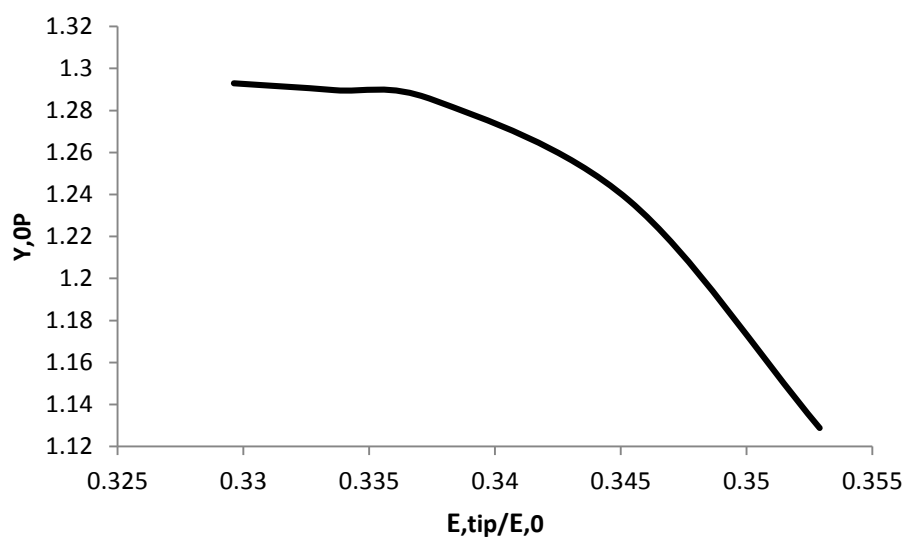
بارگذاری خطی

۴-۴-۲ تعیین ضرایب تصحیح خصوصیات ماده

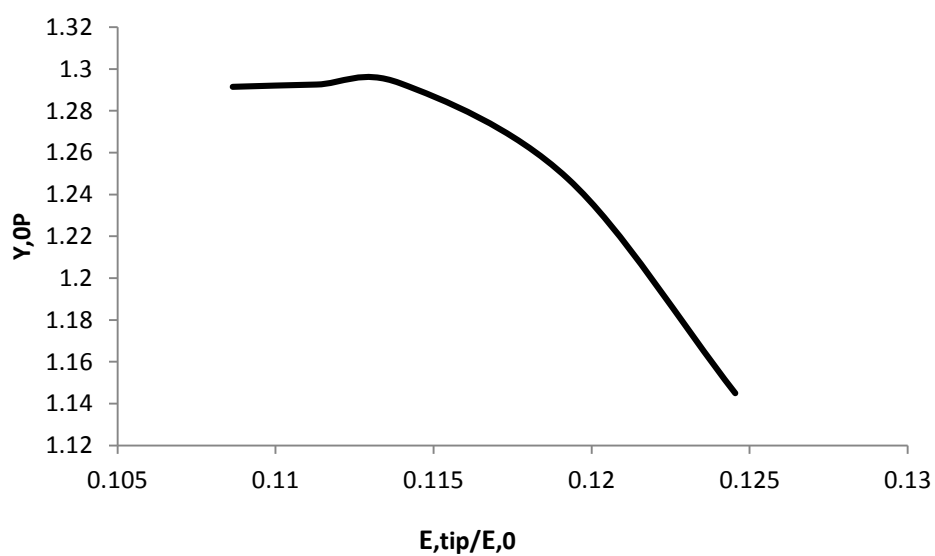
با توجه به ضرایب شدت تنش ترک‌های طولی با ابعاد مختلف که به روش اجزای محدود برای ضرایب ناهمگنی مختلف مدول الاستیسیته و تحت بارگذاری مرجع محاسبه شده است، ضرایب تصحیح خصوصیات ماده مطابق با روابط (۴-۱۷) و (۴-۱۸) محاسبه خواهند شد.

شکل‌های شکل ۴-۴ تا شکل ۴-۴ ضرایب تصحیح خصوصیات ماده را به ترتیب برای ضرایب ناهمگنی مدول الاستیسیته ۰/۵، ۱، ۲، ۵ و ۱۰ بر حسب مدول الاستیسیته نسبی و برای بارگذاری یکنواخت نشان می‌دهند. با استفاده از روش برازش منحنی بر روی نمودارهای مذکور، ضرایب تصحیح خصوصیات ماده به صورت پارامتری بدست می‌آید. شایان ذکر است که با توجه به محور افقی نمودارهای مذکور و روابط (۳-۳) و (۴-۱۷)، رابطه ضرایب تصحیح خصوصیات ماده تابعی بر حسب I^n خواهد بود.

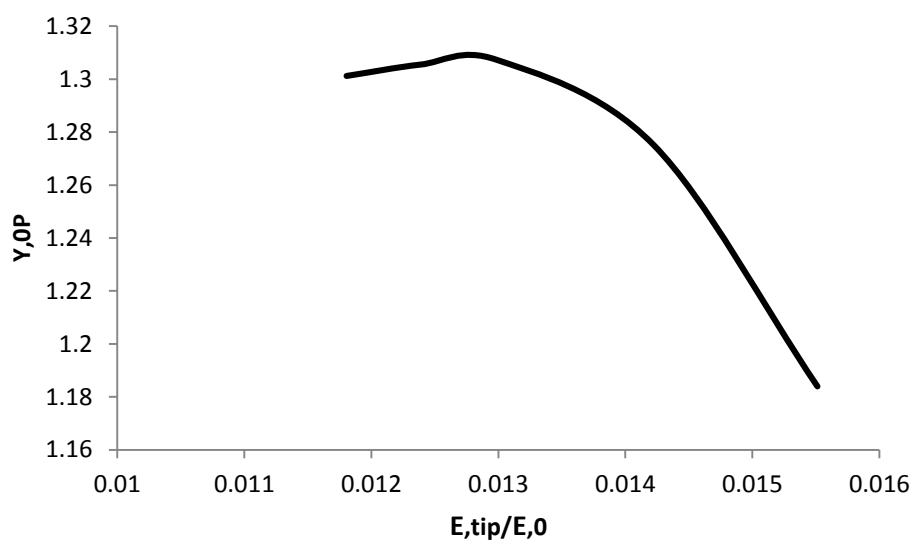
همانطور که در شکل‌های شکل ۴-۴ تا شکل ۴-۴ مشاهده می‌شود روابط تصحیح خصوصیات ماده مدرج تابعی از درجه ۲ و بر حسب I^n می‌باشند.



شکل ۴-۲۳: ضرایب تصحیح خصوصیات ماده بر حسب مدول الاستیسیته نسبی برای ضریب ناهمگنی $n=0.5$ و بارگذاری مرجع یکنواخت $Y_{0P} = -420.43r^{2n} + 280.14 r^n - 45.371$

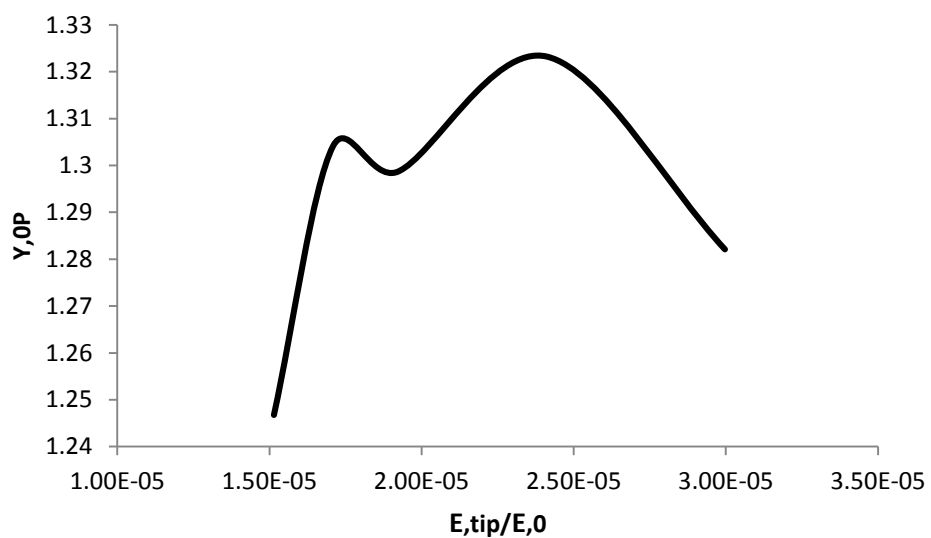


شکل ۴-۲۴: ضرایب تصحیح خصوصیات ماده بر حسب مدول الاستیسیته نسبی برای ضریب ناهمگنی $n=1$ و بارگذاری مرجع یکنواخت $Y_{0P} = -918.93 r^{2n} + 205.31 r^n - 10.17$



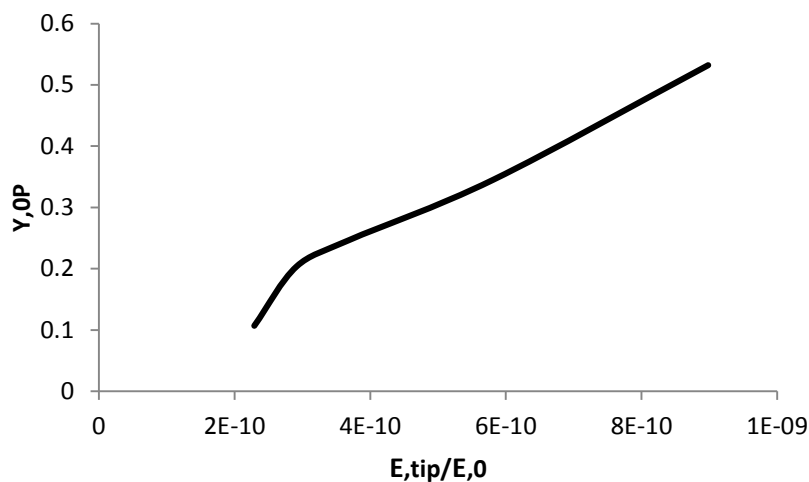
شکل ۴-۲۵: ضرایب تصحیح خصوصیات ماده بر حسب مدول الاستیسیته نسبی برای ضریب

ناهمگنی $n=2$ و بارگذاری مرجع یکنواخت $Y_{OP} = -15319 r^{2n} + 387.8 r^n - 1.1443$



شکل ۴-۲۶: ضرایب تصحیح خصوصیات ماده بر حسب مدول الاستیسیته نسبی برای ضریب

ناهمگنی $n=5$ و بارگذاری مرجع یکنواخت $Y_{OP} = -1E+09 r^{2n} + 47586 r^n + 0.769$



شکل ۴-۲۷: ضرایب تصحیح خصوصیات ماده بر حسب مدول الاستیسیته نسبی برای ضریب

ناهمگنی $n=10$ و بارگذاری مرجع یکنواخت $Y_{0P} = (-2E+17) r^{2n} + (8E+08) r^n - 0.0443$

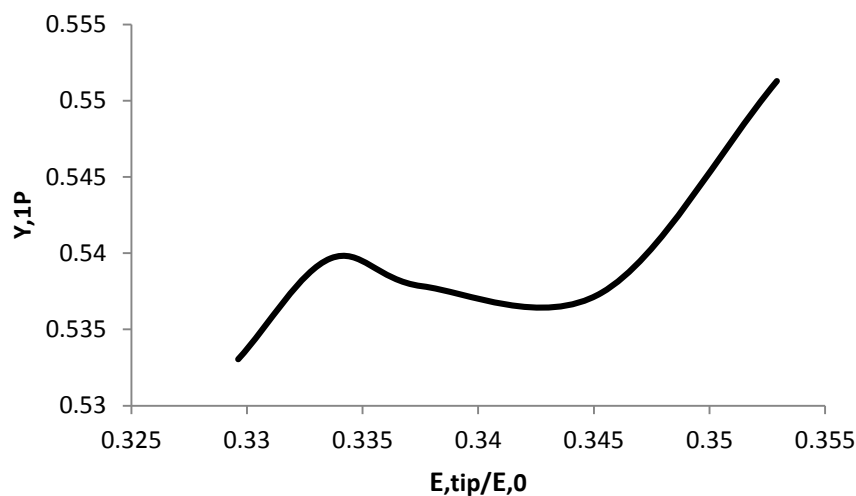
شکل ۴- تا شکل ۴- ضرایب تصحیح خصوصیات ماده را به ترتیب برای ضرایب ناهمگنی مدول

الاستیسیته ۰/۵، ۱، ۲، ۵ و ۱۰ بر حسب مدول الاستیسیته نسبی و برای بارگذاری خطی نشان

می دهند.

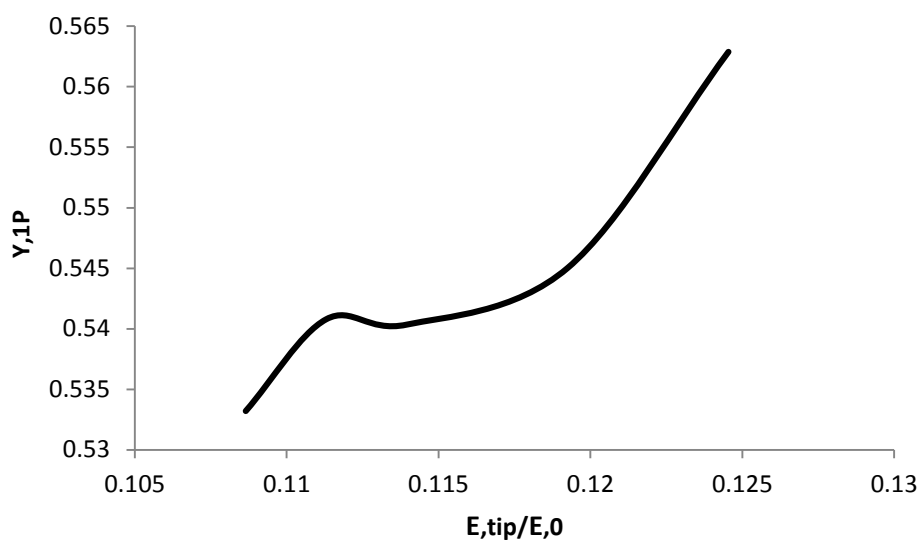
همان طور که در شکل ۴- تا شکل ۴- مشاهده می شود روابط تصحیح خصوصیات ماده مدرج

تابعی از درجه ۲ و ۳ و بر حسب r^n می باشند.



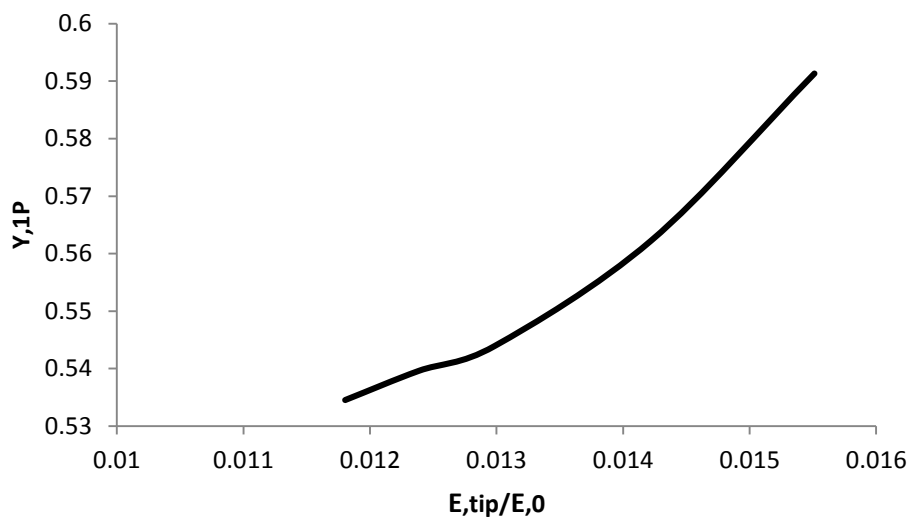
شکل ۴-۲۸: ضرایب تصحیح خصوصیات ماده بر حسب مدول الاستیسیته نسبی برای ضریب

ناهمگنی $n=0.5$ و بارگذاری مرجع خطی $Y_{1P} = 8434.9r^{3n} - 8599.1 r^{2n} + 2921.7 r^n - 330.32$



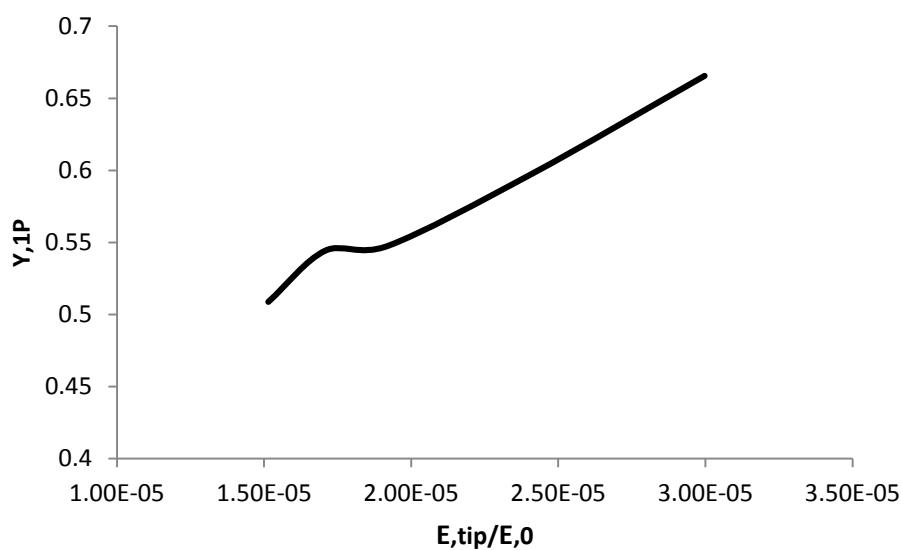
شکل ۴-۲۹: ضرایب تصحیح خصوصیات ماده بر حسب مدول الاستیسیته نسبی برای ضریب

ناهمگنی $n=1$ و بارگذاری مرجع خطی $Y_{1P} = 22643 r^{3n} - 7827.9 r^{2n} + 902.37 r^n - 34.143$



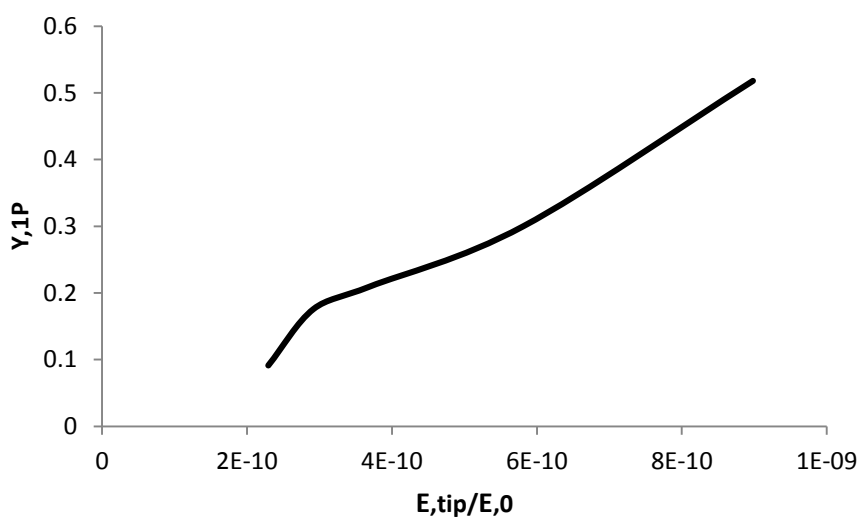
شکل ۴-۳۰: ضرایب تصحیح خصوصیات ماده بر حسب مدول الاستیسیته نسبی برای ضریب

ناهمگنی $n=2$ و بارگذاری مرجع خطی $Y_{1P} = 2920.1 r^{2n} - 64.632 r^n + 0.8911$



شکل ۴-۳۱: ضرایب تصحیح خصوصیات ماده بر حسب مدول الاستیسیته نسبی برای ضریب ناهمگنی $n=5$ و بارگذاری

$$Y_{IP} = (1E+08) r^{2n} + 5281.6 r^n + 0.4113 \text{ مرجع خطی}$$



شکل ۴-۳۲: ضرایب تصحیح خصوصیات ماده بر حسب مدول الاستیسیته نسبی برای ضریب ناهمگنی $n=10$ و بارگذاری

$$Y_{IP} = (7E+16) r^{2n} + (5E+08) r^n - 0.0055 \text{ مرجع خطی}$$

پس از اینکه مقدار ضرایب تصحیح گرادیان خصوصیات ماده (Y_{IP} و Y_{0P}) به ازای مقادیر مختلف a/t و n استخراج شد؛ سعی می‌شود این ضرایب بصورت تابعی پیوسته ارائه شود. بدین منظور شکل کلی زیر برای این توابع در نظر گرفته می‌شود.

$$Y_{0P} = \sum_{m=1}^{N\left(\frac{a}{t}\right)} \sum_{n=1}^{N(n)} A_{mn} \left(\frac{E_{tip}}{E_{Ri}}\right)^m \left(\frac{E_{Ro}}{E_{Ri}}\right)^n \quad (19-4)$$

$$Y_{1P} = \sum_{m=0}^{N\left(\frac{a}{t}\right)} \sum_{n=0}^{N(n)} B_{mn} \left(\frac{E_{tip}}{E_{Ri}}\right)^m \left(\frac{E_{Ro}}{E_{Ri}}\right)^n \quad (20-4)$$

در روابط فوق، $N\left(\frac{a}{t}\right)$ تعداد طول ترک انتخابی (۵ مورد) و $N(n)$ تعداد انتخاب‌های n برای خصوصیات ماده است. البته باید برای $n=0$ مقدار توابع بالا برابر ۱ باشد. همچنین با توجه به شکل‌های شکل ۴- تا شکل ۴- ضرایب تصحیح گرادیان خصوصیات ماده (Y_{0P} و Y_{1P}) در عمق نسبی‌ها و ضرایب ناهمگنی مختلف ماده بصورت جدول ۴- و جدول ۴- ارائه می‌شود.

جدول ۴-۲: مقادیر Y_{0P} در عمق نسبی و ضرایب ناهمگنی مختلف ماده

a/t	n=0.5	n=1	n=2	n=5	n=10
0.1	1.293022	1.291537	1.3012	1.246775	0.106995
0.2	1.289746	1.292637	1.305492	1.304043	0.203903
0.3	1.285022	1.293227	1.307329	1.298658	0.246871
0.5	1.237287	1.24762	1.275246	1.323213	0.345291
0.7	1.128791	1.144906	1.183947	1.282098	0.532177

جدول ۴-۳: مقادیر Y_{1P} در عمق نسبی و ضرایب ناهمگنی مختلف ماده

a/t	n=0.5	n=1	n=2	n=5	n=10
0.1	0.533037	0.533212	0.534515	0.508852	0.091219
0.2	0.539653	0.540789	0.539603	0.544374	0.175829
0.3	0.537829	0.540346	0.5439	0.547704	0.209402
0.5	0.53739	0.545021	0.562216	0.597739	0.300033
0.7	0.551286	0.562872	0.591327	0.665481	0.517888

همچنین جدول ۴- و جدول ۴-، $\frac{E_{R0}}{E_{Ri}}$ و $\frac{E_{tip}}{E_{Ri}}$ را در عمق نسبی‌ها و ضرایب ناهمگنی مختلف ماده نشان

می‌دهد.

جدول ۴-۴: مقادیر $\frac{E_{tip}}{E_{Ri}}$ در عمق نسبی و ضرایب ناهمگنی مختلف ماده

a/t	n=0.5	n=1	n=2	n=5	n=10
0.1	0.329621	0.10865	0.011805	1.51E-05	2.29E-10
0.2	0.333617	0.1113	0.012388	1.71E-05	2.92E-10
0.3	0.337565	0.11395	0.012985	1.92E-05	3.69E-10
0.5	0.345326	0.11925	0.014221	2.41E-05	5.82E-10
0.7	0.352916	0.12455	0.015513	3E-05	8.98E-10

جدول ۴-۵: مقادیر $\frac{E_{R0}}{E_{Ri}}$ در عمق نسبی و ضرایب ناهمگنی مختلف ماده

a/t	n=0.5	n=1	n=2	n=5	n=10
0.1	0.364005	0.1325	0.017556	4.08E-05	1.67E-09
0.2	0.364005	0.1325	0.017556	4.08E-05	1.67E-09
0.3	0.364005	0.1325	0.017556	4.08E-05	1.67E-09
0.5	0.364005	0.1325	0.017556	4.08E-05	1.67E-09
0.7	0.364005	0.1325	0.017556	4.08E-05	1.67E-09

با توجه به اطلاعات موجود در جدول ۴- تا جدول ۴-، و با استفاده از درونیایی لاگرانژ ضرایب تصحیح

گرادیان خصوصیات ماده (Y_{IP} و Y_{OP}) برای تمام عمق‌های نسبی و ضرایب ناهمگنی مختلف ماده برابر

است با:

$$Y_{OP} = (-0.0123 y^4 + 0.009 y^3 + 0.00423 y^2 - 0.004 y + 0.0005)x^4 + (0.502 y^4 - 0.602 y^3 + 0.158 y^2 + 0.023 y - 0.00787)x^3 + (-4.78 y^4 + 6.6 y^3 - 2.66 y^2 + 0.268 y + 0.017)x^2 + (9.13 y^4 - 12.86 y^3 + 5.52 y^2 - 0.65 y - 0.0083)x - 1.48 y^4 + 1.3 y^3 - 0.54 y^2 - 0.03 y + 1.31 \quad (22-4)$$

$$Y_{1P} = (0.066 y^4 - 0.11 y^3 + 0.0625 y^2 - 0.01387 y + 0.00086)x^4 + (-1.0121 y^4 + 1.7 y^3 - 0.97 y^2 + 0.217 y - 0.1417)x^3 + (3.9 y^4 - 6.52 y^3 + 3.767 y^2 - 0.85 y + 0.056)x^2 + (-4.7 y^4 + 7.7 y^3 - 4.3 y^2 + 0.965 y - 0.0636)x - 0.06 y^4 + 0.5 y^3 - 0.45 y^2 + 0.1218 y + 0.5257 \quad (23-4)$$

در روابط فوق $x = n$ و $y = a/t$ می‌باشند. بنابراین با توجه به روابط (4-4) تا (7-4) و همچنین روابط

(12-4)، (22-4) و (23-4) تابع وزن برای استوانه از جنس مواد مدرج تابعی و با ضریب ناهمگنی n و

دارای ترک a/t محاسبه خواهد شد.

فصل پنجم:

نتیجه‌گیری و پیشنهادها

۵- نتیجه‌گیری

در این تحقیق به بررسی ضرایب شدت تنش ترک نیم‌بیضوی طولی در استوانه جداره ضخیم از جنس مواد مدرج تابعی و تحت بارگذاری ترموالاستیک با روش تابع وزن پرداخته شده است. در پایان نتایج زیر ارائه می‌شود:

- میزان تنش فون میسر در امتداد جداره استوانه کاهش می‌یابد.
- شیب تنش فون میسر در امتداد جداره برای استوانه ناهمگن کمتر از استوانه همگن می‌باشد.
- با اعمال مرتبه ناهمگنی صفر به ماده مدرج تابعی و تبدیل به ماده همگن، ضریب شدت تنش به شدت افزایش می‌یابد.
- ضرایب شدت تنش در بارگذاری یکنواخت بیشتر از بارگذاری خطی است.
- با افزایش عمق ترک ضرایب شدت تنش برای تمام ضرایب ناهمگنی ماده مدرج تابعی افزایش می‌یابد.
- با افزایش عمق ترک ضرایب شدت تنش تا عمق ترک حدود ۸ میلیمتر برای ضرایب ناهمگنی ۰/۵ تا ۵ برای بارگذاری‌های یکنواخت و خطی با هم برابر است.
- با افزایش ضریب ناهمگنی ماده از ۰/۵ تا ۵، ضریب شدت تنش افزایش می‌یابد و در ضریب ناهمگنی ۱۰ ضریب شدت تنش با افت قابل توجهی مواجهه می‌شود.
- ضریب شدت تنش برای بارگذاری‌های یکنواخت حدود ۱۰ درصد بیشتر از ضریب شدت تنش برای بارگذاری‌های خطی می‌باشد.
- ضریب شدت تنش برای ماده همگن بیشتر از ماده ناهمگن می‌باشد و در نتیجه عمر باقیمانده ترک در استوانه ناهمگن بیشتر از استوانه همگن خواهد بود.
-

۵-۲ پیشنهادها

در پایان پیشنهادهای زیر جهت ادامه‌ی تحقیق ارائه می‌شود:

- با استفاده از روش عددی و تحلیلی، چقرمگی شکست ماده مدرج تابعی محاسبه و با بررسی ضرایب شدت تنش در طول ترک‌های مختلف، عمر باقیمانده استوانه ناهمگن برآورد شود.
- ضرایب شدت تنش با استفاده از روش انتگرال J محاسبه و با نتایج تحقیق مقایسه شود.
- تمام خواص مکانیکی و حرارتی در راستای جداره مخزن متغیر در نظر گرفته شوند تا تأثیر هر پارامتر در ضرایب شدت تنش و عمر سازه بررسی شود.

پیوست الف: کد سابروتین مواد تابعی

```
SUBROUTINE UMAT(STRESS,STATEV,DDSDDE,SSE,SPD,SCD,  
 ۱ RPL,DDSDDT,DRPLDE,DRPLDT,  
 ۲ STRAN,DSTRAN,TIME,DTIME,TEMP,DTEMP,PREDEF,DPRED,CMNAME,  
 ۳ NDI,NSHR,NTENS,NSTATV,PROPS,NPROPS,COORDS,DROT,PNEWDT,  
 ۴ CELENT,DFGRD0,DFGRD1,NOEL,NPT,LAYER,KSPT,KSTEP,KINC)  
  
C  
INCLUDE 'ABA_PARAM.INC'  
  
C  
CHARACTER*80 CMNAME  
  
DIMENSION STRESS(NTENS),STATEV(NSTATV),  
 ۱ DDSDDE(NTENS,NTENS),DDSDDT(NTENS),DRPLDE(NTENS),  
 ۲ STRAN(NTENS),DSTRAN(NTENS),TIME(2),PREDEF(1),DPRED(1),  
 ۳ PROPS(NPROPS),COORDS(3),DROT(3,3),DFGRD0(3,3),DFGRD1(3,3)  
  
PARAMETER (ONE=1.0D0, TWO=2.0D0)  
  
x=COORDS(1)  
y=COORDS(2)  
R=sqrt(x**2+y**2)  
  
C
```

E0=100E6

ANU=0.3

C

a=0.5

E=E0*(R**a)

$c1 = \text{NU} * E / (\text{ONE} + \text{NU}) / (\text{ONE} - \text{TWO} * \text{NU})$

$c2 = E / \text{TWO} / (\text{ONE} + \text{NU})$

DO I=1,NTENS

DO J=1,NTENS

DDSDDE(I,J)=0.0D0

ENDDO

ENDDO

DDSDDE(1,1)=c1+2.0*c2

DDSDDE(2,2)=DDSDDE(1,1)

DDSDDE(3,3)=DDSDDE(1,1)

DDSDDE(4,4)=c2

DDSDDE(5,5)=DDSDDE(4,4)

DDSDDE(6,6)=DDSDDE(4,4)

DDSDDE(1,2)=c1

DDSDDE(1,3)=c1

DDSDDE(2,3)=c1

DDSDDE(2,1)=DDSDDE(1,2)

DDSDDE(3,1)=DDSDDE(1,3)

DDSDDE(3,2)=DDSDDE(2,3)

DO I=1,NTENS

DO J=1,NTENS

STRESS(I)=STRESS(I)+DDSDDE(I,J)*DSTRAN(J)

ENDDO

ENDDO

RETURN

END

- 1 . <http://www.engpedia.ir>
2. Niino M., Hirai T., Watanabe R., "Functionally Gradient Material as Barrier for Space Plane", J. Jpn. Soc. Com. Mater., Vol. 13, 1987, pp. 257-264.
- ۳ - طهانی مسعود ، طالبیان طاها ، "تحلیل مخازن استوانه‌ای ساخته شده از مواد هدفمند تحت بارهای حرارتی و مکانیکی" ، امیرکبیر، مهندسی مکانیک، تابستان ۱۳۸۸
- 4 . Jabbari, M.; Sohrabpour, S.; Eslami, M.R.; "Mechanical and Thermal Stresses in a Functionally Graded Hollow Cylinder Due to Radially Symmetric Loads", International Journal of Pressure Vessels and Piping, p.p. 493-497, 2002.
- 5 . Jabbari, M.; Sohrabpour, S.; Eslami, M.R.; "General Solution for Mechanical and Thermal Stresses in a Functionally Graded Hollow Cylinder Due to Nonaxisymmetric Steady-State Loads", Journal of Applied Mechanics, p.p. 111-118, 2003.
- 6 . Awaji, H.; Sivakuman, R.; "Temperature and Stress Distributions in a Hollow Cylinder of Functionally Graded Material: The Case of Temperature-Dependent Material Properties", Journal of American Ceramic Society, p.p. 1059-1065, 2001.
- 7 . Liew, K.M.; Kitipornchai, S.; Zhang, X.Z.; Lim, C.W.; "Analysis of the Thermal Stress Behavior of Functionally Graded Hollow Circular Cylinders", International Journal of Solids and Structures, p.p. 2355-2380, 2003.
- 8 . Shakeri, M; Akhlaghi, M; Hoseini, S.M; "Vibration and radial wave propagation velocity in functionally graded thick hollow cylinder", Composite Structures, p.p. 174-181, 2006.
- 9 . Hoseini, S.M; Akhlaghi, M; Shakeri, M; "Dynamic response and radial wave propagation velocity in thick hollow cylinder made of functionally graded materials", Engineering Computations, p.p. 288-303, 2007.
- 10 . Oral, A.; Anlas, G.; "Effects of radially varying moduli on stress distribution of nonhomogeneous anisotropic cylindrical bodies", International Journal of Solids and Structures, p.p. 5568-5588, 2005.

- 11 . L. C. Guo, N. Noda, Fracture mechanics analysis of functionally graded layered structures with a crack crossing the interface. *Mechanics of Materials*, Vol.40, No.1, pp.81–99, 2008.
- 12 . M. C. Walters, G.H. Paulino, R.H. Dodds, Computation of mixed-mode stress intensity factors for cracks in three-dimensional functionally graded solids. *Journal of Engineering Mechanics*, Vol. 132, pp. 1–15, 2006.
- 13 . A. O. Ayhan, Three-dimensional mixed-mode stress intensity factors for cracks in functionally graded materials using enriched finite elements. *International Journal of Solids and Structures*, Vol.46, pp. 796–810, 2009.
- 14 . A. Shaghghi, R. Ghajar, M. Alfano, Finite element evaluation of stress intensity factors in curved non-planar cracks in FGMs, *Mechanics research communications*, Vol. 38, pp. 17-23, 2011.
- 15 . R. Ghajar, A. Shaghghi, M. Alfano, An improved numerical for computation of stress intensity factors along curved non-planar cracks in FGMs, *International journal of Solids and structures*, Vol. 48, pp. 208- 216, 2011.
- 16 . Y. M. Chen, Numerical computation dynamic stress intensity factors by a lagrangian finite-difference method, *Engineering Fracture Mechanics*, Vol. 7, pp. 653-660, 1975.
- 17 . S. Aoki, K. Kishimoto, H. Kondo, M. Sakata, Elasto dynamic analysis of crack by finite element method using singular element, *International Journal of Fracture*, Vol. 14, No. 1, 1978.
- 18 . T. Nishioka, Recent developments in computational dynamic fracture mechanics. In: Aliabadi, M. H. (Ed.), *Dynamic Fracture Mechanics*. Computational Mechanics Publications, Southampton, UK and Boston, USA. 1995
- 19 . P. H. Wen, M. H. Aliabadi, A. Young, Dual boundary element methods for three-dimensional dynamic crack problems, *Journal Strain Anal*, Vol. 34 No. 6, pp. 373–394, 1999.
- 20 . P. Krysl, T. Belytschko, The Element free galerkin methods for dynamic propagation of arbitrary 3-D cracks, *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, Vol. 44, No. 6, pp. 767–800, 1999

- 21 . M. Enderlein, A. Ricoeur, M. Kuna, Comparison of finite element technique for 2D and 3D crack analysis under impact loading, *International Journal of Solids and Structures*, Vol. 40, No. 13–14, pp 3425–3437, 2003.
22. Y. J. Guo, J. A. Nairn Three dimensional dynamic fracture analysis using the material point method, *CMES*, Vol. 1, No.1 pp. 11-25, 2006.
- ۲۳ . قاجار رحمت‌اله ، پیمان صفا ، شقایق مقدم علی ، "محاسبه ضرایب شدت تنش دینامیکی ترک سه بعدی مواد تابعی با استفاده از روش انتگرال تعاملی" ، مجله مهندسی مکانیکی مدرس، ۱۳۹۳
- 24 . Giannakopoulos, A. E., Suresh, S., Finot, M., and Olsson, M., 1995, "Indentation of solids with gradients in elastic properties: part I. point force", *Int. J. Solids Structures* Vol. 34, No. 19, pp. 2357-2392,
- 25 . Li Chunyu, Zou Zhenzhu, 1998," Internally circumferentially cracked cylinders with functionally graded material properties", *international journal of pressure vessel and piping* 75, pp. 499-507.
- 26 . Li Chunyu, Zou Zhenzhu, 1999," Multiple isoparametric finite element method for nonhomogeneous media", *Mechanics Research Communications*
- 27 . Gu, P., Dao, M., and Asaro, R. J., 1999, "A Simplified method for calculating the crack-tip field of functionally graded materials using the domain integral," *ASME J. Appl. Mech.*, 66, pp. 101–108.
- 28 . Anlas, G., Santare, M. H., and Lambros, J., 2000, "Numerical calculation of stress intensity factors in functionally graded materials," *Int. J. Fract.*, 104, pp. 131–143.
- 29 . Santare, M. H., and Lambros, J., 2000, "Use of graded finite elements to model the behavior of nonhomogeneous materials," *ASME J. Appl. Mech.*, 67, pp. 819–822.
- 30 . Kim, J.-H., Paulino, G.H., 2002, "Isoparametric graded finite elements for nonhomogeneous isotropic and orthotropic materials," *ASME Journal of Applied Mechanics*, pp. 502-514.
- 31 . Dolbow, J. E., and Gosz, M., 2002, "On the computation of mixed-mode stress intensity factors in functionally graded materials," *Int. J. Solids Struct.*, 39, pp. 2557–2574.

32 . Kim J.-H., Paulino G. H., 2002, "Finite element evaluation of mixed mode stress intensity factors in functionally graded materials," International Journal for Numerical Methods in Engineering, 53(8), pp.1903--1935.

33 . Walters, M.C., Paulino, G.H., Dodds, R.H., 2006, "Computation of mixed-mode stress intensity factors for cracks in three- dimensional functionally graded solids", Journal of Engineering Mechanics 132, 1–15.

34 . Ali O. Ayhan, 2007," Stress intensity factors for three-dimensional cracks in functionally graded materials using enriched finite elements ",International Journal of Solids and Structures

۳۵ . شقاقی مقدم علی ، قاجار رحمت‌اله ، "بکارگیری المانهای گرادپانی در آباکوس به منظور مدل‌سازی مواد تابعی سه بعدی"، هجدهمین همایش سالانه بین‌المللی مهندسی مکانیک ایران، تهران، دانشگاه صنعتی شریف، ۱۳۸۹

36 . Black T, Belytschko T (1999) Elastic crack growth in finite elements with minimal remeshing. Int J Numer Method Engin 45: 601–620.

37 . Moës N, Dolbow J, Belytschko T (1999) A finite element method for crack growth without remeshing. Int J Numer Method Engin 46(1): 131–150.

38 . Noda N (1997) Thermal stress intensity factor for functionally gradient plate with an edge crack. J Therm Stres 20(3–4): 373–387.

39 . Fujimoto T, Noda N (2000) Crack propagation in a functionally graded plate under thermal shock. Arch Appl Mech 70(6): 377–386.

40 . Fujimoto T, Noda N (2001) Two crack growths in a functionally graded plate under thermal shock. J Therm Stres 24: 847–862.

41 . Jin ZH, Paulino GH (2001) Transient thermal stress analysis of an edge crack in a functionally graded material. Int J Fract 107: 73–98.

۴۲ . معیری کاشانی حامد ، "بررسی تجربی اثر نسبت تنش بر نرخ رشد ترک خستگی در ورق‌های نازک فولادی"، پایان نامه کارشناسی ارشد مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی، ۱۳۸۷

۴۳ . فرهی غلامحسین ، "مکانیک شکست"، دانشگاه بوعلی سینا، ۱۳۸۷

44 . S.P.Timoshenko, " advanced strength of materials", D. Van Nostrand Company Inc, 3rd edition, 1956

45 . Steven P. Berlo, " Stress concentration effects in highly localized functionally graded materials", a special problems paper submitted in partial fulfillment of the requirement for the degree of masters of science, university of RHODE ISLAND, May 2009

۴۶. قاجار رحمت الله و قاجار محسن, مکانیک شکست و خستگی , دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی , ۱۳۸۸

47 . T.L. Anderson, "FRACTURE MECHANICS Fundamentals and Applications", Third Edition, Taylor & Francis Group, 2005

48 . Bueckner HF. A novel principle for the computation of stress intensity factors. ZAMM – J Appl Math Mech 1970; 50:529-46.

49 . Rice JR. Some remarks on elastic crack-tip stress fields. Int J Solids Struct 1972; 8:751-8.

50 . Amin Zareei, S. M. Nabavi, " Calculation of stress intensity factors for circumferential semi-elliptical cracks with high aspect ratio in pipes", International Journal of Pressure Vessels and Piping, 2016.

51 . Shen G, Glinka G. Weight function for a surface semi-elliptical crack in a finite thickness plate. Theo Appl Fract Mech 1991;15:247-255.

52 . G. Glinka, "development of weight functions and computer integration procedures for calculating stress intensity factors around cracks subjected to complex stress fields", Analytical Services& Materials, Inc, March 1996

Abstract

In this study, to calculate stress intensity factors for longitudinal semielliptical cracks in the thick-walled cylinder FGM using the weight function method has been subjected to thermal load. For this purpose, finite element simulation is done in Abaqus software and radial, environmental, and von Mises stresses along the cylinder thickness. The finite element results were compared with analytical results and a good agreement was obtained. The stress intensity factors are derived from finite element simulation was compared with relation Anderson and good agreement was reached. Then, to determine the weight function governing the problem of the relationship proposed by Shen and Glnika is used. For this purpose, the functionally graded cylinders with different coefficients and crack depth in Abaqus software simulated. Then, using the finite element results, relationship proposed by Shen and Glnika coefficients that depend on the geometry, load, crack length and material of cylinders were extracted.

Key words:semi_elliptical , thick walled cylindrical , FEM , stress intensity factor , weight function



Shahrood University of Technology

Kharazmi International campus

M.Sc. Thesis in Applied Mechanics Engineering

Determination of the thermal stress intensity factor for a axial semi-elliptic crack in thick-walled functionally graded cylinders using weight function method

By: Reza Talezari

Supervisor:

Dr.Mehdizadeh

Dr. Nazari

February 2017