

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

## چکیده

در این پایان نامه به بررسی تاثیر پارامتر های سرعت، ضخامت و طول در پاسخ سازه های الاستیک خطی یک لوله تحت بارگذاری دتونیشن<sup>۱</sup> و یا شاک<sup>۲</sup> پرداخته می شود. از نظر سازه ای، بارگذاری متحرک و متغیر با زمان می باشد و باعث تغییر شکل گذرای لوله می شود. در حالتی که موج دتونیشن یا شاک در داخل لوله حرکت می کند، امکان تشدید امواج خمشی وجود دارد. در حوزه الاستیک خطی این تشدید امواج باعث افزایش کرنش نسبت به حالت بارگذاری استاتیکی با فشار داخلی یکسان می شود.

طراحی لوله های دتونیشن و یا شاک، همگی مرتبط با مساله لوله تحت بارگذاری متحرک داخلی می باشند. در طراحی اینگونه لوله ها بارگذاری دینامیکی به کمک ضریب تقویت به بارگذاری استاتیکی تبدیل شده و سپس مساله حل می گردد. در این پایان نامه نشان داده شده است که این ضریب تابعی از سرعت بارگذاری است و در سرعت بحرانی تا ۴ و حتی بیشتر افزایش می یابد. در پایان نامه حاضر پوسته تحت بارگذاری داخلی دتونیشن با کمک نرم افزار ABAQUS/Explicit حل عددی گشته و تاثیرات پارامتر های سرعت، ضخامت و طول مورد مقایسه قرار گرفته است و نتایج حاصل از آن با نتایج آزمایشگاهی و تحلیلی مقایسه شده است.

**کلمات کلیدی:** بار متحرک، لوله های انفجاری، ضریب تقویت، پوسته های استوانه ای، مدل تحلیلی،

شبیه سازی عددی

---

<sup>۱</sup> Detonation

<sup>۲</sup> Shok

# فهرست مطالب

أ	چکیده .....	
ب	فهرست مطالب .....	
ه	فهرست جداول ونمودارها .....	
١	١ کلیات ومروور مطالب .....	
٢	١-١ سابقه .....	
٣	٢-١ هدف .....	
٣	٣-١ مرور مطالعات انجام شده .....	
4	١-٣-١ مساله نیروی متحرک .....	
5	٢-٣-١ مساله جرم متحرک .....	
7	٣-٣-١ مساله نوسانگر متحرک .....	
9	٤-٣-١ مساله فشار متحرک .....	
١6	٢ تئوریهای حاکم بر پاسخ دینامیکی پوسته های استوانه ای در مقابل بارهای متحرک .....	
17	١-٢ مقدمه .....	
١7	٢-٢ مدل سطح مقطع .....	
19	١-2-٢ پاسخ استاتیکی .....	
19	٢-2-٢ پاسخ دینامیکی .....	
21	3-٢ مدل خمشی پوسته جدار نازک با طول بی نهایت بدون در نظرگرفتن اثر برش عرضی واینرسی دورانی .....	
24	١-3-٢ حل همگن .....	
25	٢-3-٢ حل خصوصی .....	
27	٣-3-٢ حل نهائی .....	
32	4-٢ مدل خمشی پوسته جدار نازک با طول بی نهایت با در نظرگرفتن اثر برش عرضی و اینرسی دورانی .....	

34	..... حل همگن ۱-4-۲	
35	..... حل نهائی ۲-4-۲	
۴۰	مدل گذرای لوله با طول محدود بدون در نظرگرفتن اثر برش عرضی و اینرسی دورانی .....	5-۲
۴۲	..... لوله با تکیه گاه ساده ۱-5-۲	
۴۶	..... لوله با تکیه گاه گیردار ۲-5-۲	
۴۷	مدل گذرای لوله با طول محدود با در نظرگرفتن اثر برش عرضی و اینرسی دورانی .....	6-۲
۴۹	..... لوله با تکیه گاه ساده ۱-۶-۲	
۵۵	..... جمع بندی ۷-۲	
56	<b>روش عددی در آنالیز دینامیکی با استفاده از نرم افزار ABAQUS</b>	<b>۳</b>
57	..... مقدمه ۱-۳	
57	..... آنالیز دینامیکی صریح در نرم افزار Abaqus ۲-۳	
60	..... پایداری ۱-۲-۳	
۶۴	..... هندسه نمونه ها ۳-۳	
۶۵	..... المان بندی نمونه ها ۴-۳	
۶۶	..... شرایط تکیه گاهی ۵-۳	
67	..... مراحل کلی در به کارگیری روش حل دینامیکی صریح ۶-۳	
67	..... مدلسازی ۱-۶-۳	
67	..... انتخاب نوع تحلیل ۲-۶-۳	
69	..... بارگذاری ۳-۶-۳	
71	..... مشاهده نتایج ۴-۶-۳	
74	.....	<b>۴ نتایج</b>
۷۵	..... مقدمه ۱-۴	
75	..... رفتار ارتعاشی لوله ۱-۴	
78	..... نمودار کرنش محیطی بر حسب زمان ۳-۴	

78	..... نتایج تست [32]	۱-۳-۴
81	..... مدل سطح مقطع	۲-۳-۴
83	..... مدل پوسته جدار نازک با طول بینهایت (حالت پایا)	۳-۳-۴
85	..... مدل لوله با طول محدود ( مدل گذرا )	۴-۳-۴
93	..... مدل المان محدود	۵-۳-۴
95	..... مقایسه مدلها	۶-۳-۴
99	..... تکرارپذیری نتایج	۴-۴
101	..... خطی بودن پاسخ لوله و مقایسه تکه های لوله	۵-۴
104	..... فرکانس سیگنال کرنش محیطی	۶-۴
106	..... ضریب تقویت	۷-۴
۱۳۱	..... نتیجه گیری و پیشنهادها	۵
13۲	..... نتیجه گیری	۱-۵
133	..... پیشنهادها	۲-۵
۱۳۴	..... مراجع	
۱۳۹	..... پیوست ها	

## فهرست جداول و نمودارها

۴	..... نمایش عبور نیروی متحرک از روی سازه	شکل (۱-۱)
۶	..... نمایش عبور جرم متحرک از روی سازه	شکل (۲-۱)
۷	..... نمایش عبور نوسانگر متحرک از روی سازه	شکل (۳-۱)
۹	..... نمایش عبور نوسانگر متحرک که بوسیله یک چهارم و نصف اتومبیل از روی پل	شکل (۴-۱)
۱۰	..... زمان ..... حسب بر دتونیشن فشار پروفیل شماتیک و واقعی نمودار	شکل (۵-۱)
۱۱	..... دتونیشن ..... باگذاری تحت لوله در موجود منطقه سه	شکل (۶-۱)
۱۲	..... از حاصل دتونیشن باگذاری در ثانیه) زمان( میلی حسب بر محیطی کرنش [1] تست	شکل (۷-۱)
۱۴	..... باگذاری ..... تحت لوله در شعاعی جایجایی	شکل 1(۸-)
۱۸	..... مدل سطح مقطع	شکل (۱-۲)
۲۰	..... پروفیل موج شاک	شکل (۲-۲)
۲۱	..... پروفیل موج دتونیشن	شکل (۳-۲)
۲۲	..... نازک ..... جدار پوسته خمشی مدل	شکل (۴-۲)
۲۲	..... $\eta$ بی بعد متغیر	شکل (۵-۲)
۲۸	..... گروه ..... سرعت مفهوم	شکل (۶-۲)
۳۲	..... دورانی ..... اینرسی و عرضی برش اثر نظرگرفتن در با خمشی مدل	شکل (۷-۲)
۶۴	..... مشخصات مادی و هندسی پوسته ها	جدول (۱-۳)
۶۶	..... نمونه ای از المان بندی پوسته	شکل (۱-۳)
۶۹	..... زمان عبور بار متحرک از روی هر المان در سرعت‌های مختلف	جدول (۲-۳)
۷۰	..... در طی $250m/s$ با سرعت $L = 0.5m$ نمایش بار عبوری از پوسته ای به طول $t = 0.002s$	شکل (۲-۳)
۷۱	..... با $L = 0.5m$ نحوه حرکت بار عبوری از روی المانها از پوسته ای به طول $t = 0.002s$ در زمان $250m/s$ سرعت	جدول (۳-۳)
۷۳	..... نمایش گرافیکی بار عبوری از پوسته	شکل (۳-۳)

۷۶	از حاصل دتونیشن بارگذاری در ثانیه) زمان (میلی حسب بر محیطی کرنش .....[۳۲] تست	شکل (۱-۴)
۷۶	خمشی ..... امواج حرکت و لوله پیوسته ارتعاش	شکل (۲-۴)
۷۷	دتونیشن ..... موج پروفیل	شکل (۳-۴)
۷۸	مشخصات موج دتونیشن .....	جدول (۱-۴)
۷۸	لوله ..... بیرونی جدار روی کرنش سنجها موقعیت	شکل (۴-۴)
۷۹	گیج ها ..... مکانی موقعیت	جدول (۱-۴)
۸۰	تست در گیج ۵ ..... از ثانیه) حاصل زمان (میلی حسب بر محیطی کرنش	شکل (۵-۴)
۸۱	در گیج ۱۰ ..... تست از ثانیه) حاصل زمان (میلی حسب بر محیطی کرنش	شکل (۶-۴)
۸۲	کرنش محیطی بر حسب زمان (ثانیه) در مدل سطح مقطع .....	شکل (۷-۴)
۸۴	پایا ..... حالت تحلیلی مدل طبق زمان (ثانیه) حسب بر محیطی کرنش	شکل (۸-۴)
۸۶	۵ ..... گیج محل در اول گذرای مدل طبق زمان حسب بر محیطی کرنش	شکل (۹-۴)
۸۷	۱۰ ..... گیج محل در دوم گذرای مدل طبق زمان حسب بر محیطی کرنش	شکل (۱۰-۴)
۸۸	با لوله و ساده تکیه گاه با لوله بین زمان حسب بر محیطی کرنش مقایسه اول ..... گذرای مدل بر اساس گیردار تکیه گاه	شکل (۱۱-۴)
۹۰	اول ..... گذرای مدل طبق ۵ گیج محل در زمان حسب بر محیطی کرنش	شکل (۱۲-۴)
۹۱	اول ..... گذرای مدل طبق ۱۰ گیج محل در زمان حسب بر محیطی کرنش	شکل (۱۳-۴)
۹۲	دوم در محل گیج ۵ و ۱۰ گذرای مدل طبق زمان حسب بر محیطی کرنش	شکل (۱۴-۴)
۹۴	حل طبق لوله روی آن بارگذاری و دتونیشن موج عبور مختلف لحظات عددی در تحقیق حاضر .....	شکل (۱۵-۴)
۹۵	حل از دوم حاصل گذرای مدل طبق زمان (ثانیه) حسب بر محیطی کرنش عددی در تحقیق حاضر .....	شکل (۱۶-۴)
۹۸	عددی در تحقیق حاضر .. حل مطابق زمان حسب بر محیطی کرنش مقایسه	شکل (۱۸-۴)
۱۰۰	نتایج گیجهای تکرارپذیری در دتونیشن موج سرعت حسب بر تقویت ضریب ۳-۴-۵-۶-۷-۸-۹-۱۰ ..... شماره	شکل (۱۹-۴)
۱۰۲	ثانیه بر متر ۱۸۰۰ سرعت با دتونیشن موج در فشار حسب بر تقویت ضریب ۱-۲-۳-۴-۵-۶-۷-۸-۱۴-۱۵ ..... شماره در گیجهای	شکل (۲۰-۴)
۱۰۳	ثانیه بر متر ۲۰۰۰ سرعت با دتونیشن موج در فشار حسب بر تقویت ضریب ..... شماره ۱-۲-۳-۴-۵-۶-۷-۸-۱۴-۱۵	شکل (۲۱-۴)

- شکل (۴-۲۲) دتونیشن موج سرعت حسب بر محیطی (هرتز) کرنش سیگنال نوسان فرکانس ۱۰۴
- شکل (۴-۲۳) موج سرعت حسب بر هرتز) محیطی (کیلو کرنش سیگنال نوسان فرکانس ۱۰۵
- شکل (۴-۲۴) تانگ ..... مدل از حاصل نتایج و آزمایشگاهی نتایج دتونیشن مقایسه  
گذرای مدل و تانگ مدل طبق ثانیه) بر سرعت (متر حسب بر تقویت ضریب ۱۰۷
- گجهای ۷،۵،۳ [42] مرجع گیردار توسط تکیه گاه و ساده تکیه گاه با اول ۱۰ و
- شکل (۴-۲۵) گذرای مدل و تانگ مدل طبق ثانیه) بر سرعت (متر حسب بر تقویت ضریب ۱۰۸
- گجهای ۷،۵،۳ [۳۲] مرجع گیردار توسط تکیه گاه، و ساده تکیه گاه با اول ۱۰
- شکل (۴-۲۶) حل عددی در تحقیق طبق ثانیه) بر سرعت (متر حسب بر تقویت ضریب ۱۱۱
- $\frac{l}{D} = 5$  ..... حاضر در
- شکل (۴-۲۷) تغییرات ماکسیمم ضریب تقویت در ضخامت های متفاوت در دو سرعت ۱۱۲
- 1000 m/s و 1500 m/s
- شکل (۴-۲۸)  $\frac{l}{D} = 5$  ..... تغییرات حداکثر ضریب تقویت در ضخامت های مختلف در ۱۱۴
- شکل (۴-۲۹) ، تغییرات ضریب  $a$  تغییرات سرعت بحرانی در ضخامت های متفاوت ( ۱۱۵
- در  $\frac{l}{D} = 5$  ..... تقویت در ضخامت های متفاوت )
- شکل (۴-۳۰)  $\frac{l}{D} = 7.5$  ..... تغییرات حداکثر ضریب تقویت در ضخامت های مختلف در ۱۱۶
- شکل (۴-۳۱)  $\frac{l}{D} = 7.5$  ..... تغییرات حداکثر ضریب تقویت در ضخامت های مختلف در ۱۱۷
- شکل (۴-۳۲) ، تغییرات ضریب  $a$  تغییرات سرعت بحرانی در ضخامت های متفاوت ( ۱۱۸
- در  $\frac{l}{D} = 7.5$  ..... تقویت در ضخامت های متفاوت )
- شکل (۴-۳۳)  $\frac{l}{D} = 10$  ..... تغییرات حداکثر ضریب تقویت در ضخامت های مختلف در ۱۱۹
- شکل (۴-۳۴)  $\frac{l}{D} = 10$  ..... ..... تغییرات حداکثر ضریب تقویت در ضخامت های مختلف در ۱۲۰
- شکل (۴-۳۵) ، تغییرات ضریب  $a$  تغییرات سرعت بحرانی در ضخامت های متفاوت ( ۱۲۱



- ..... در  $\frac{l}{D} = 10$  تقویت در ضخامت های متفاوت )
- شکل (۴-۳۶) .....  $\frac{l}{D} = 15$  تغییرات حداکثر ضریب تقویت در ضخامت های مختلف در ۱۲۲
- شکل (۴-۳۷) .....  $\frac{l}{D} = 15$  تغییرات حداکثر ضریب تقویت در ضخامت های مختلف در ۱۲۳
- شکل (۴-۳۸) ، تغییرات ضریب  $a$  تغییرات سرعت بحرانی در ضخامت های متفاوت ) ۱۲۴  
 ..... در  $\frac{l}{D} = 15$  تقویت در ضخامت های متفاوت )
- شکل (۴-۳۹) .....  $\frac{l}{D} = 20$  تغییرات ماکسیمم ضریب تقویت در ضخامت های مختلف در ۱۲۵
- شکل (۴-۴۰) .....  $\frac{l}{D} = 20$  تغییرات حداکثر ضریب تقویت در ضخامت های مختلف در ۱۲۶
- شکل (۴-۴۱) ، تغییرات ضریب  $a$  تغییرات سرعت بحرانی در ضخامت های متفاوت ) ۱۲۷  
 ..... در  $\frac{l}{D} = 20$  تقویت در ضخامت های متفاوت )
- شکل (۴-۴۲) .....  $\frac{l}{D} = 30$  تغییرات ماکسیمم ضریب تقویت در ضخامت های مختلف در ۱۲۸
- شکل (۴-۴۳) .....  $\frac{l}{D} = 30$  تغییرات حداکثر ضریب تقویت در ضخامت های مختلف در ۱۲۹
- شکل (۴-۴۴) ، تغییرات ضریب  $a$  تغییرات سرعت بحرانی در ضخامت های متفاوت ) ۱۳۰  
 ..... در  $\frac{l}{D} = 30$  تقویت در ضخامت های متفاوت )
- شکل (الف-۱) دتونیشن ..... لوله شماتیک ۱۴۰
- جدول (الف-۱) لوله ..... هندسی و مادی مشخصات ۱۴۱
- شکل (الف-۲) فلنج ..... بوسیله لوله از تکه دو اتصال ۱۴۱
- شکل (الف-۳) لوله ..... بیرونی جدار روی کرنش سنجها موقعیت ۱۴۲
- جدول (الف-۲) گیجها ..... مکانی موقعیت ۱۴۲
- شکل (الف-۴) دتونیشن ..... فشار و سرعت در آرگون مقدار تاثیر ۱۴۳

# فصل اول

کلیات و مرور مطالب

## ۱-۱- سابقه

باری که بصورت سیار بر روی سازه در حرکت است را بار متحرک می نامند مثلاً شوک های ناشی از زلزله ، بار ناشی از باد، و بار حاصل از انفجار در خطوط انتقال نفت و گاز و بار ناشی از عبور وسایل نقلیه از روی پل ها همگی نمونه هایی بارز از بار متحرک می باشند. این نوع بار، بار دینامیکی است و تغییر شکل ناشی از بارگذاری دینامیک در مقایسه با بارگذاری استاتیک قابل ملاحظه است. اگر  $v$  معرف سرعت بار ،  $l$  طول سازه و  $w$  پایین ترین فرکانس طبیعی یک تیر در هنگام تخلیه تیر باشد. آنگاه از نقطه نظر تحلیلی نسبت حداکثر تغییر شکل دینامیک به استاتیک  $1/74$  می باشد که در آن لحظه  $v = \frac{wl}{1.64\pi}$  و نیروی متحرک در فاصله  $l$   $0/757$  می باشد [2,1]. اگر جرم ثابت  $m$  از روی سازه ای که جرم آن ناچیز باشد، عبور کند. نسبت تغییر شکل حداکثر در حالت دینامیک به استاتیک برابر با  $\left(\frac{v^2}{g}\right)\left(\frac{ml}{3ET}\right)$  می باشد [3]. دقت پیش بینی پاسخ دینامیکی و تنش های ایجاد شده در سازه بعلت بارگذاری متحرک بسیار سخت و همواره با اشتباه می باشد و ممکن است فرو ریختگی های عظیم و مهیبی را در سازه ایجاد کند. فرو ریختن پل استرلینگ، اسکاتلند (۱۲۹۷)، پل آنجرس، فرانسه (۱۸۵۰)، پل ریلی رودخانه Tay، انگلستان (۱۸۷۹)، پل سیلور ، آمریکا (۱۹۶۷) و غیره همگی از نمونه های فرو ریختگی این سازه ها در اثر بار متحرک می باشد. موارد کاربرد مهندسی بار متحرک را می توان در طراحی شیارهای خط ریلی راه آهن در سرعت های بالای قطار ، طراحی پل های عبور وسایل نقلیه، ماشین های تراشکاری دقت بالا در سرعت زیاد، سیستم های لوله کشی و انفجار درون لوله سلاح های نظامی وغیره دانست .

پاسخ به مسائل بار متحرک یک حل دینامیکی می باشد که به وسیله یک سری از حل های استاتیک مشخص می شوند انگیزه اصلی از مطالعه در این زمینه بررسی کامل رفتار پوسته های استوانه ای جدار نازک با هندسه های مختلف تحت بار متحرک با استفاده از روش المان محدود می باشد .

## ۱-۲- هدف

پاسخ به مسائل بار متحرک یک حل دینامیکی می باشد که بوسیله ی یک سری از حل های استاتیک مشخص می شوند انگیزه اصلی از مطالعه در این زمینه بررسی کامل رفتار پوسته های استوانه ای جدار نازک با هندسه های مختلف تحت بار متحرک با استفاده از روش المان محدود می باشد . نتیجه اصلی این مطالعه ارائه جدولها و نمودارهایی است که می تواند در طراحی پوسته ها تحت بار متحرک استفاده شود. از این روش طول ، دوازده ضخامت و بیست وهفت سرعت متفاوت که از سرعت  $250\text{m/s}$  شروع شده و تا سرعت  $10000\text{ m/s}$  پیش می رود در نظر گرفته شده است تا طیف وسیعی از هندسه های مختلف و سرعت های متفاوت را پوشش دهد و نتایج جامعی را در قالب نمودار های پارامتریک در محدوده پوسته های جدار نازک ارائه دهد .

## ۱-۳- مرور مطالعات انجام شده

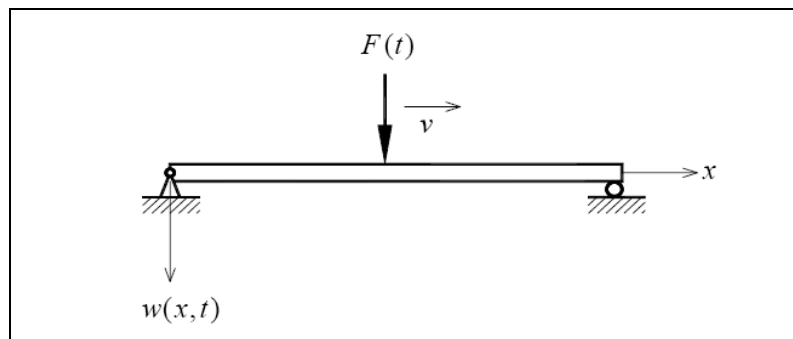
بطور کلی بار متحرک را می توان به چهارقسمت مختلف تقسیم کرد که شامل نیروی متحرک<sup>۱</sup> ، جرم متحرک ، نوسانگر متحرک و فشارمتحرک می باشد .

### ۱-۳-۱- مساله نیروی متحرک<sup>۱</sup>:

نیروی متحرک، اینرسی زیر سیستم<sup>۲</sup> را حذف می کند و اندرکنش دینامیک میان زیر سیستم متحرک و سازه را مشخص نمی کند برای مثال، ماشین های دقت بالا از چنین قانونی پیروی می کنند . معادله حاکم بر حرکت یک نیروی متحرک بر روی یک تیر واقع بر فونداسیون الاستیک بصورت زیر می باشد [49].

$$\rho \frac{\partial^2 w(x,t)}{\partial t^2} + D \frac{\partial w(x,t)}{\partial t} + Kw(x,t) = F(x,t)\delta(x-vt) \quad (1-1)$$

در اینجا  $w(x,t)$  تغییر مکان عرضی تیر ،  $K, D, \rho$  اپراتور های دیفرانسیلی هستند که اینرسی ، میرایی و سفتی تیر را معرفی می کنند.  $F(x)$  بار متحرک و  $\delta(x)$  دلتای دیراک می باشند معادله (۱-۱) با به کاربردن تابع گرین برای سیستم پیوسته قابل حل می باشد .



شکل ۱-۱- نمایش عبور نیروی متحرک از روی سازه [49]

با حذف اثرات اینرسی از حامل نیرو و با در نظر گرفتن نیروی متحرک یا نیروی ضربه ای حامل نیرو ، تیموشینکو [4] حل تقریبی مساله تیری که در معرض نیروی متحرک قرار دارد را بدست آورد. مدل های

1 Moving Force  
2 Subsystem

مشابه توسط Jacobsen , Agre [5] در یک تحقیق بر روی پاسخ دینامیکی در محدوده فاصله ی بین دو تکیه گاه تیر و Vellozzi [6] در ارتعاشات پل معلق ارائه شد.

مدل نیروی متحرک توسط Chen [7] در تحلیلی بر روی پاسخ دینامیکی تیرهای پیوسته بکار برده شد . تحقیق بر روی ارتعاشات پل ها توسط نیروی متحرک بقدر کفایت صورت گرفت که از مهمترین آنها می

توان به کارهای Shore و Tan [8] , Fryba [9,10] , Sridharan and Malik [11] , Wu and Dai [12] , Weaver et al [13] , Gbadeyan and Oni [14] , Wang [15] , Zheng et al [16] , Rao [17] , Chen and Li [18] , Dugush and Eisenberger [19] اشاره کرد.

مدل نیروی متحرک ساده ترین مدلی است که می توان تصور کرد که این مدل هم توسط پژوهشگران زیادی در تحقیقاتشان بر روی ارتعاشات پل های حامل وسایل نقلیه دیده می شود . برای این مدل مشخصه های دینامیکی اصلی پل با توجه به کنش متحرک وسایل نقلیه با دقت زیادی جمع آوری شده اند . در تمامی مطالعات بر روی نیروی متحرک تاثیرات اندرکنش میان پل و وسایل نقلیه را نادیده گرفته اند به همین دلیل مدل نیروی متحرک تنها زمانی خوب است که جرم وسیله نقلیه نسبت به پل کوچک باشد .

### ۱-۳-۲- مساله جرم متحرک<sup>۱</sup>:

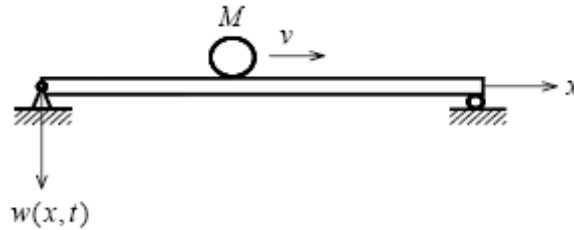
زمانی که جرم و سرعت متحرک زیر سیستم<sup>۲</sup> کوچک نباشد از نیروهای اینرسی زیر سیستم نمی توان چشم پوشی کرد اینگونه مسائل بار متحرک همانند مسائل جرم متحرک مثل مسئله پل وسایل نقلیه رفتار می کنند معادله حاکم بر حرکت برای تغییر مکان تیری که تحت جرم متحرک می باشد به صورت زیر می باشد [49] .

$$\rho \frac{\partial^2 w(x,t)}{\partial t^2} + Kw(x,t) + M \left( \frac{\partial}{\partial t} + v \frac{\partial}{\partial x} \right)^2 w(x,t) \delta(x-vt) = Mg \delta(x-vt) \quad (2-1)$$

---

1 Moving Mass  
2 Subsystem

در اینجا  $M \left( \frac{\partial}{\partial t} + v \frac{\partial}{\partial x} \right)^2$  معرف اپراتور انتقالی اینرسی می باشد.



شکل ۱-۲- نمایش عبور جرم متحرک از روی سازه [49]

تأثیرات اینرسی مربوط به تیر و وسایل نقلیه متحرک در سال ۱۹۲۹ توسط Jeffcott [20] با روش تقریبهای متوالی<sup>۱</sup> صورت گرفت مشاهداتی که در این ارتباط صورت گرفت بعدها توسط محققان گسترش پیدا کرد. Stanistic , Hardin [21] پاسخ تیر ساده ای که تحت تعداد دلخواهی از جرم های متحرک قراردارد را با به کاربردن بسط سری فوریه مشخص کردند. با به کار بردن تابع گرین، الگوریتمی مناسب با مسائل جرم متحرک توسط Ting و بقیه [22] و Sadiku , Lepholz [23] ارائه شد .

برای یک تیر ساده ای که تنها جرم متحرکی بر روی آن در حرکت است یک حل دقیق وبسته توسط Stanistic [24] بوسیله توابع ویژه در یک سری ارائه شده است. یک مدل جرم متحرک مشابه نیز بوسیله Akin , Mofid [25] در تحقیق بر روی پاسخ دینامیکی تیرها با شرایط مرزی متفاوت با به کار بردن حل تحلیلی و عددی ارائه شد .

یکی از اشکالات مسائل مربوط به جرم متحرک اینست که از ملاحظات رفتار برگشتی (اندر کنش) جرم متحرک نسبت به پل ( سازه ) صرفنظر می شود. در صورتی که از این تاثیر می توان انتظار معقولی در مقابل اختلالات ریل خط آهن یا نا همواری پیاده روها و یا برای وسایل نقلیه متحرک داشت . بعضی مواقع لازم است تا جدائی و تماس مجدد وسیله نقلیه متحرک با پل برای بعضی از شرایط مخرب راه ها

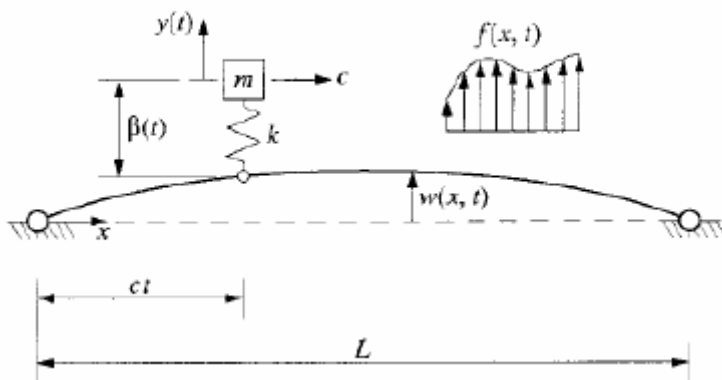
<sup>1</sup>method of successive approximations

مشخص شود. در حقیقت رفتار برگشتی (اندر کنش) وسایل نقلیه نقش اساسی در فرآیند جدائی - تماس مجدد ایفا می کند .

### ۱-۳-۳- مساله نوسانگر متحرک<sup>۱</sup>

مسائل نوسانگر متحرک در بر گیرنده هر دونوع زیر سیستم اینرسی<sup>۲</sup> و نیروهای اندرکش دینامیکی میان زیر سیستم متحرک و سازه هستند . با معرفی  $K$  بعنوان سختی و  $m$  بعنوان اینرسی در نوسانگر متحرک که در شکل ۲،۳ دیده می شود.  $\beta(t)$  تغییر مکان نسبی نوسانگر و سیستم پیوسته، تغییر مکان  $w(x,t)$  در سیستم بوسیله معادله دیفرانسیل جزئی زیر مشخص می شود [49].

$$\rho \frac{\partial^2 w(x,t)}{\partial t^2} + Kw(x,t) = f(x,t) - m \left[ \left( \frac{\partial}{\partial t} + v \frac{\partial}{\partial x} \right)^2 w(x,t) + \ddot{\beta}(t) + g \right] \delta(x-vt) \quad (3-1)$$



شکل ۱-۳-۳- نمایش عبور نوسانگر متحرک از روی سازه [49]

واضح است اگر سختی نوسانگر متحرک به سمت بی نهایت نزدیک می شود، مساله نوسانگر متحرک را می توان همانند مساله جرم متحرک در نظر گرفت .

1 Moving Oscillator problem  
2 subsystem inertia



ساده ترین مدل برای این حرکت، یک جرم متحرک است که به یک ضربه گیر فنری متصل شده است که آنرا مدل جرم فنر می نامند .

Biggs [26] یک حل تقریبی تحلیلی را برای مساله تیر ساده با مدل جرم فنر ارائه داد . با به کار بردن روش بسط سریها ، Pesterev و همکاران [27] پاسخ الاستیک پیوسته را برای نوسانگر های متحرک چندگانه آزمایش کردند .

بعدها Pesterev و همکاران [28] تحقیقات خود را در زمینه حل مسائل نوسانگر متحرک ادامه دادند و دریافته اند که در یک مورد معین از مسائل نوسانگر متحرک و مسائل جرم متحرک برای تیر با تکیه گاه ثابت، بعضی از حمله های این مساله با حمله های تغییر مکان تیر ( معادله (1-1)) معادل هم هستند ولی در حمله هایی از تنش ایجاد شده در تیر چنین نیست بعلاوه نشان دادند که برای مقادیر کوچک از سختی فنر، مسائل نوسانگر متحرک معادل با مسائل بار متحرک می باشند .

Wu, Yang و Yau [29] به بررسی اندرکنش میان پل های تقویت شده و قطارهای متحرک پرداخته و از این رو آنرا اندرکنش وسایل نقلیه پل را در قالب یک کتاب به نام (VBI)<sup>1</sup> مطرح کردند .

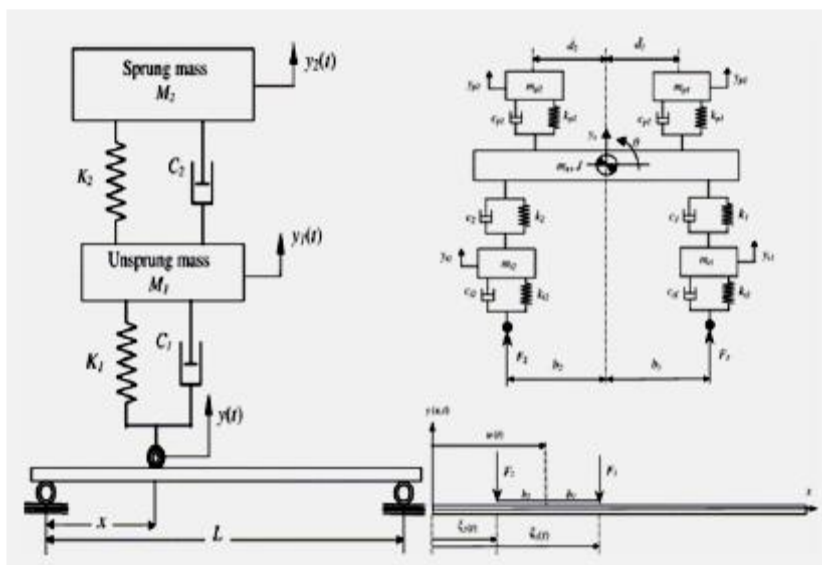
روشهای حل عددی و حل های تحلیلی برای بررسی رفتار اندرکنش مسائل پیچیده گوناگون و مشخص کردن پارامترهای کلیدی در این کتاب بررسی شده است گذشته از این بیشتر آزمایشات انجام شده به سمت بازبینی تئوریهای موجود در این زمینه هدایت شده است .

با به کار بردن سری ها، و چندین مسئله مرزی که شامل پاسخ ضربه پل ها به یاتاقانهای الاستیک ، پاسخ دینامیکی تیرهای خمیده به نیروهای متحرک خارج از مرکز ، پایداری و از خط خارج شدن قطارهای متحرک روی پل ها در اثر زمین لرزه ، پاسخ ضربه دو قطار در نقطه تقاطع در روی پل ها ، پاسخ حالت دائمی قطارهای متحرک در روی پل های هوایی و غیره معرفی شده است. Fryba [30]، رفتار جامعی از پاسخ دینامیکی مدل های مختلف وسایل نقلیه یعنی بار متحرک ، جرم متحرک و جرم فنر متحرک که در معرض بارهای ذکر شده قرار دارند ارائه داده است. روشهای تحلیلی و روشهای عددی برای خیلی از مسائل در این مرجع ارائه شده است. بعلاوه پیشرفتهای صورت گرفته در محاسبات عددی، حل مدل های

---

1 vehicle-bridge interaction

واقعی با خصوصیات متفاوت ترکیبات وسایل نقلیه متحرک، امکان پذیر شده است. تاثیر الاستیک لاستیک ها و اتصالات بوسیله فنرها ، تاثیر میرایی لاستیک ها ، اتصالات سیستم و بالشتک های هوایی بوسیله خفه کن های مکانیکی، تاثیرات اتلاف انرژی بوسیله دستگاه های اصطحاکای در موارد مختلف مدل شده اند. Esmailzadeh [31] با معرفی یک چهارم از اتومبیل و یک دوم از اتومبیل ( شکل ۱-۴) در قالب دو مدل نیروهای دینامیکی لاستیک میان وسیله نقلیه و سطح جاده را بررسی کرده است.

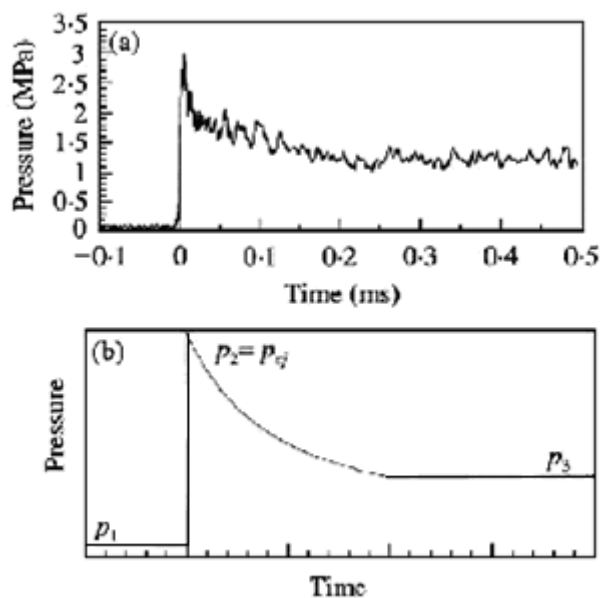


شکل ۱-۴- نمایش عبور نوسانگر متحرک که بوسیله یک چهارم و نصف اتومبیل از روی پل [31]

### ۱-۳-۴- مساله فشار متحرک

در طول قرن بیستم مطالعات زیادی بر روی آنالیز دینامیکی سازه ها در مواجهه با بارهای متحرک انجام شده است. که در ابتدا، اکثر مطالعات بر روی پل ها و یا خطوط راه آهن سوق داده می شد. نتایج اصلی نشان داد که در سرعت های پایین بار گذاری متحرک ، نیروی انتقالی باعث ایجاد تشدید و انحراف بیشتری می شود. در مسائل انفجاری یک سری موج های گسترده در داخل پوسته ها یا لوله ها ایجاد می شود. و لوله ها یا پوسته ها یک بار داخلی سیار را که تولید تغییر شکل گذرا در دیواره پوسته ها می کند تجربه می کنند.

موج انفجار یا دتونیشن شامل یک موج شاک در جلو و یک منطقه واکنش<sup>۱</sup> در پشت آن می باشد که به شدت به هم کوپل شده اند. سرعت در دتونیشن ایده آل برابر سرعت ثابت چاپمن – ژوکت<sup>۲</sup>  $V_{cj}$  می باشد و برای نسبت‌های مختلف ترکیب سوخت - اکسید کننده بین 1300m/s تا 3000m/s می باشد. ضخامت منطقه واکنش در مخلوط‌های استوکیومتری سوخت - هوا کمتر از 10 mm و برای مخلوط‌های استوکیومتری سوخت-اکسیژن کمتر از  $100\mu m$  می باشد. فشار بلافاصله بعد از پیشانی موج دتونیشن به ۲۰ تا ۳۰ برابر فشار اولیه محیط ارتقاء می یابد و دمابطور ناگهانی تغییر می کند. بعد از گذشت پیشانی موج ، تغییرات فشار و دما به علت خواص دینامیکی عبور موج ملایم تر می باشد. پروفیل واقعی و ساده شده فشار دتونیشن بر حسب زمان در شکل (۱-۵) ترسیم شده است.



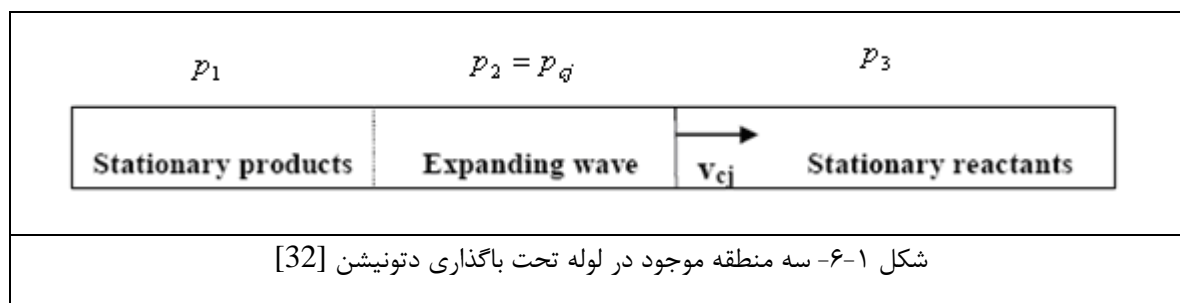
شکل ۱-۵- نمودار واقعی و شماتیک پروفیل فشار دتونیشن بر حسب زمان [32]

---

1 Reaction Zone  
2 Chapman–Jouguet velocity

جهش ناگهانی فشار در زمان صفر نشان دهنده رسیدن موج دتونیشن به نقطه مورد نظر می باشد. کاهش ناگهانی فشار تا  $0/01 \text{ ms}$  مربوط به ناحیه واکنش است و کاهش تدریجی فشار بعد از آن تا  $0/25 \text{ ms}$  به علت خواص دینامیک گاز پشت موج دتونیشن است. همچنین نوساناتی که در پروفیل فشار مشاهده می شود به خاطر طبیعت ناپایدار کوپلینگ بین ناحیه واکنش و جبهه شوک جلویی می باشد. این نوسان بیانگر این نکته است که یک موج شوک عرضی ضعیف وجود دارد. این موج عرضی از ویژگیهای دتونیشن گازی می باشد. در دیدگاه سازه ای بار داخل لوله یک بار متحرک غیر یکنواخت می باشد. هنگامیکه دتونیشن در داخل لوله های با دو انتهای بسته حرکت می کند، ۳ منطقه بوجود می آید (شکل ۱-۶).

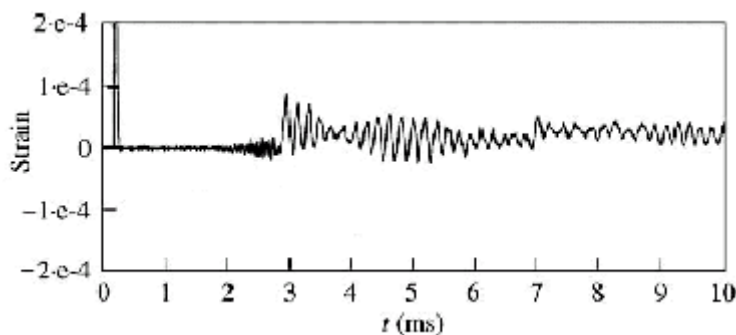
- ۱- منطقه شامل سوخت و اکسید کننده در جلوی موج دتونیشن که دارای فشار اولیه  $p_1$  می باشد.
- ۲- در پشت ناحیه واکنش موج انبساطی وجود دارد. فشار در طول این موج انبساطی از مقدار  $p_2 = p_{cj}$ ، به فشار محصولات دتونیشن  $p_3$  کاهش می یابد (شکل ۱-۵).
- ۳- منطقه پایدار شده پشت موج انبساطی که فشار آن برابر  $p_3$  می باشد.



پروفیل فشار در موج انبساطی با کاهش نمایی مدل می شود. در کل یک موج دتونیشن، با پنج پارامتر فشار اولیه  $p_1$ ، حداکثر فشار  $p_2$ ، فشار محصولات بعد از موج  $p_3$ ، سرعت پیشانی موج  $V$  و فاکتور  $T$  مشخص می شود. فاکتور کاهش نمایی  $T$  به صورت خطی نسبت به افزایش فاصله، کاهش می یابد.

یعنی در نقاط نزدیک به محل آغاز دتونیشن پروفیل فشار انبساطی خیلی تیز است و هرچه فاصله از مرکز دتونیشن بیشتر شود، پروفیل موج فشار بازر می شود

در شکل (۷-۱) نمونه ای از کرنش محیطی لوله که در آزمایشگاه اندازه گیری شده، نشان داده شده است [32]. در زمان عبور دتونیشن یک افزایش ناگهانی در کرنش مشاهده می شود. این کرنش چند برابر بزرگتر از کرنش استاتیکی معادل (که از اعمال فشار  $p_{ej}$  بصورت استاتیکی بر لوله حاصل می شود) است. این امر نشان می دهد که یک مدل ساده استاتیکی پاسخگوی این مساله نیست و مدل‌های پیچیده تری مورد نیاز است.



شکل ۷-۱-کرنش محیطی بر حسب زمان (میلی ثانیه) در بارگذاری دتونیشن حاصل از تست [32]

ساده ترین مدل دینامیکی، تنها بیانگر حرکت شعاعی سطح مقطع تیوب می باشد. De Malherbe نتایج بدست آمده از مدل سطح مقطع را با مقادیر آزمایشگاهی برای بارگذاری دتونیشن مقایسه نمود [34]. Shepherd مدل سطح مقطع را برای تعیین پاسخ تیوب به بارگذاری داخلی دتونیشن بکار برد [34]. Van de Ven پاسخ تیوب به بارگذاری داخلی<sup>۲</sup> را با بارگذاری فشاری غیر متقارن در آزمایشگاه مدل کرد [36]. آنها ضریبی به نام ضریب تقویت دینامیکی<sup>۳</sup> را معرفی کردند که از مقادیر آزمایشگاهی بدست آمده، محاسبه می شد. Sperber در لوله جدار ضخیم کرنشها را بر اثر دتونیشن

1 Chapman–Jouguet Pressure  
2 dust explosion  
3 Dynamic Amplification Factor

داخلی اندازه گیری نمود [37]. و مقدار کرنش ماکزیمم را با فرمولهای استاتیکی محاسبه نمود. وی به این نتیجه رسید که حتی با بکارگیری ضریب تقویت دینامیکی چهار مقدار کرنش ماکزیمم بدست آمده از مدل استاتیکی، کمتر از مقدار واقعی تخمین زده می شود. آزمایشات روی لوله تفنگ [38,39] نشان داد که سرعت انتشار موج بارگذاری یک پارامتر مهم می باشد. طبق نتایج بدست آمده وقتی سرعت انتشار بار به مقدار بحرانی می رسید، ماکزیمم کرنش تا سه برابر مقدار کرنش استاتیکی معادل تعیین شده توسط فرمول لامه ۱ افزایش می یافت. بررسیهای بیشتر [40] نشان داد که حرکت شعاعی استوانه وقتی که سرعت بار به سرعت دسته امواج خمشی برسد، با امواج خمشی تشدید می شود. در مشاهدات اخیر، Beltman بصورت تجربی و تحلیلی نشان داد که پدیده مشابهی در پاسخ سازه ای پوسته های جدار نازک به بارگذاری شاک داخلی وجود دارد [32]. وجود سرعت بحرانی و امکان تشدید، اولین بار در بررسی بار متحرک ناشی از عبور قطار بر روی ریل راه آهن و یا عبور کامیونهای سنگین با سرعت از روی پل ها مشاهده گردید. برای مدل فیزیکی این مساله از یک تیر که بر روی یک پایه الاستیک، 2 قرار گرفته است، استفاده می شود. این مدل به عنوان یک مدل ساده در بررسی استوانه جدار نازک در بارگذاری داخلی شوک و یا دتونیشن نیز استفاده می شود. اولین تئوری جامع برای پاسخ الاستیک لوله به بار متحرک توسط Tang [44] و Reismann [45] بیان شد. تانگ مدلی برای پیش بینی رفتار پوسته جدار نازک به شوک داخلی ارائه داد. وی فرض کرد که طول پوسته بینهایت می باشد و مساله را به حالت پایا ۲ تبدیل کرد. با این فرضیات جواب مساله مستقل از مکان، حل تحلیلی دارد. با این حل، وجود سرعت بحرانی که در آن دامنه حرکتی پوسته بینهایت می شود، بدست می آید. البته مسلم است که در واقعیت وجود خواص دمپینگ، ویژگیهای غیر خطی و تغییر شکل پلاستیک باعث جلوگیری از تغییر شکل بیش

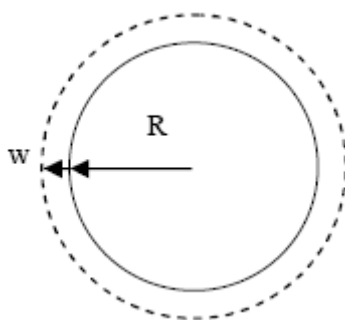
---

1 Lame Formula

2 Steady State

از حد پوسته می شوند. در مدل تانگ اثر برش عرضی ۱ و اینرسی دورانی ۲ مدل شده است. طبق مدل تانگ علت افزایش ضریب تقویت در سرعت بحرانی قابل توجه است. Reismann نیز مدلی برای پاسخ سازه ای پوسته های جدار نازک تحت پیش تنش ارائه داد. در مدل وی کوپلینگ بار متحرک با امواج خمشی بخوبی توضیح داده شده است. Simkins نیز لوله های جدار ضخیم را بررسی کرد و بررسیهای خود را در توجیه کرنش بالا در لوله تفنگ بیان کرد [43].

در طراحی مخازن تحت فشار، مقدار تغییر شکل پوسته بر اثر فشار داخلی یکی از پارامترهای مهم می باشد. در بارگذاری دینامیکی این مقدار تغییر شکل نسبت به حالت بارگذاری استاتیکی بیشتر می شود. بنابراین ضریب تقویت بار یک ضریب مهم در طراحی ها برای بارگذاری دینامیکی می باشد. ضریب تقویت، ضریب بار دینامیکی ۳ نیز نامیده می شود. طبق تعریف برابر با نسبت ماکزیمم کرنش در بارگذاری دینامیکی به کرنش استاتیکی با بارگذاری مشابه می باشد. در پایان نامه حاضر با کرنش محیطی در پوسته که در طراحیها و بررسی رفتار پوسته فاکتور مهمی است، کار شده است. با توجه به شکل (شکل ۱-۴) کرنش محیطی از رابطه (۱-۱) محاسبه می شود.



شکل ۱-۸- جابجایی شعاعی در لوله تحت بارگذاری [33]

---

1 Transverse Shear  
2 Rotary Inertia  
3 Dynamic Load Factor

$$\varepsilon_{\theta} = \frac{2\pi(R+w) - 2\pi R}{2\pi R} = \frac{w}{R} \quad (4-1)$$

که در آن  $R$  شعاع لوله و  $\varepsilon_{\theta}$  کرنش محیطی و  $w$  جابجایی شعاعی لوله می باشد.

بنابراین ضریب تقویت بصورت زیر تعریف می شود:

$$Amp.Fac = \frac{\varepsilon_{\theta,max}}{\varepsilon_{\theta,st}} = \frac{W_{dyn,max}}{W_{st}} \quad (5-1)$$

که در آن  $w_{dyn,max}$  جابجایی شعاعی ماکزیمم در بارگذاری دینامیکی و  $w_{st}$  جابجایی شعاعی دربارگذاری استاتیکی می باشد در سیستمهای ساده مثل جرم و فنر که با یک درجه آزادی مشخص می شوند، بیشترین مقدار ضریب تقویت ۲ می باشد. اما در سیستمهای ممتد با بار متحرک محاسبه این ضریب پیچیده تر است.

هدف از انجام این پایان نامه بدست آوردن ضریب تقویت لوله در بارگذاری دتونیشن گازی با فرض رفتار الاستیک خطی پوسته می باشد. برای این منظور از مدل‌های تحلیلی متعددی استفاده شده است. در فصل دوم مدل‌های تحلیلی "مدل سطح مقطع"، "مدل لوله جدار نازک با طول بینهایت بدون در نظر گرفتن اثر برش عرضی و اینرسی دورانی"، "مدل لوله جدار نازک با طول بینهایت با در نظر گرفتن اثر برش عرضی و اینرسی دورانی"، "مدل لوله با طول محدود بدون در نظر گرفتن اثر برش عرضی و اینرسی دورانی" و "مدل لوله با طول محدود با در نظر گرفتن اثر برش عرضی و اینرسی دورانی" و نتایج حاصل از آنها بیان شده است. در تحقیق حاضر نتایج حاصل از حل عددی دقت خوبی با نتایج حاصل از "مدل لوله با طول محدود با در نظر گرفتن اثر برش عرضی و اینرسی دورانی" داشته است. لذا در فصل سوم روش حل عددی و نتایج حاصل از آن بیان شده است. در فصل چهارم نتایج حاصل از حل تحلیلی و عددی با نتایج تجربی مقایسه شده اند.



# فصل دوم

تئوریهای حاکم بر پاسخ دینامیکی پوسته  
های استوانه ای در مقابل بارهای  
متحرک

## ۲-۱- مقدمه

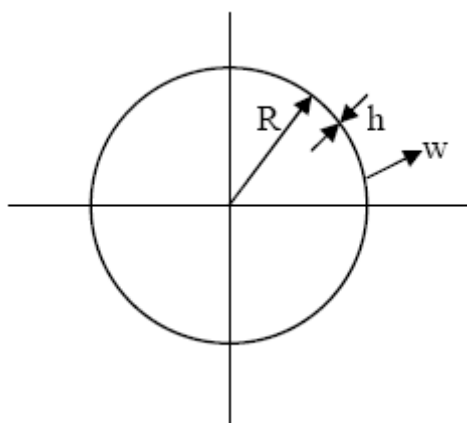
در این فصل به بررسی تحلیلی پاسخ لوله به موج شاک و دتونیشن پرداخته می شود. در این فصل بطور خلاصه معادلات اساسی "مدلهای سطح مقطع"، "مدل خمشی پوسته جدار نازک بدون در نظر گرفتن اثر برش عرضی و اینرسی دورانی" و "مدل خمشی پوسته جدار نازک با در نظر گرفتن اثر برش عرضی و اینرسی دورانی" برای طول لوله بینهایت بیان شده و حل می گردند. در این مدلها چون طول لوله بی نهایت فرض شده است، جواب حالت پایا دارد. ولی لوله واقعی دارای طول محدود با پاسخ گذرا می باشد. لذا معادلات اساسی "مدل گذرای لوله با طول محدود بدون در نظر گرفتن اثر برش عرضی و اینرسی دورانی" و "مدل گذرای لوله با طول محدود با در نظر گرفتن اثر برش عرضی و اینرسی دورانی" نیز بیان شده و روش حل آن مطرح می گردد. مدل گذرای لوله با دونوع شرایط تکیه گاهی ساده و گیردار بیان می گردد.

## ۲-۲- مدل سطح مقطع<sup>۱</sup>

در این مدل، طول لوله در نظر گرفته نمی شود. لذا بارگذاری متحرک در آن بی معنی می باشد. در این مدل کل لوله همزمان تحت بارگذاری دینامیکی یا استاتیکی قرار می گیرد. بارگذاری بصورت متقارن محوری در کل سطح مقطع اثر می کند. این مدل برای طراحی مخازن تحت فشار کاربرد فراوان دارد (شکل ۱-۲).

---

1 Cross-Sectional Model



شکل ۱-۲- مدل سطح مقطع

معادله ارتعاش لوله طبق این مدل با فرض  $\langle 1 \rangle \frac{h}{R}$  مطابق فرمول زیر است [48]:

$$\frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + \Omega^2 w = \frac{p(t)}{\rho h} \quad (1-2)$$

که در آن  $w$  جابجایی شعاعی لوله،  $\rho$  چگالی لوله،  $h$  ضخامت لوله،  $R$  شعاع لوله،  $p(t)$  فشار داخلی  $\Omega$ ، طبق رابطه زیر می باشد:

$$\Omega = \sqrt{\frac{E}{\rho R^2}} \quad (2-2)$$

در رابطه بالا  $E$  مدول الاستیسیته می باشد.

با جایگزینی پارامتر بی بعد  $\bar{w} = \frac{w}{h}$  معادله ارتعاشی بصورت زیر بدست می آید:

$$\frac{\partial^2 \bar{w}}{\partial t^2} + \Omega^2 \bar{w} = \frac{p(t)}{\rho h^2} \quad (3-2)$$

## ۲-۲-۱- پاسخ استاتیکی

در بارگذاری استاتیکی با ماکزیمم فشار داخلی  $p_2$ ، جابجایی شعاعی بصورت زیر می باشد:

$$\bar{w} = \frac{p_2 - p_{atm}}{\rho h^2 \Omega^2} \quad (4-2)$$

پارامتر تحریک<sup>۱</sup>  $\Lambda_i$ ، بصورت زیر تعریف می شود:

$$\Lambda_i = \frac{p_i - p_{atm}}{\rho h^2 \Omega^2} \quad (5-2)$$

رابطه (4-2) در طراحی مخازن تحت فشار در بارگذاریهای شبه استاتیکی کاربرد دارد. مسلماً این مدل در بارگذاری شاک و یا دتونیشن که پروفیل فشار کاملاً گذرا است و با سرعت زیاد حرکت می کند، نمی تواند درست عمل کند.

## ۲-۲-۲- پاسخ دینامیکی

برای حل دینامیکی معادله (2-3)، از تبدیل لاپلاس استفاده میشود. بسته به آنکه بارگذاری موج شاک باشد یا موج دتونیشن جواب متفاوت می شود [48].

### الف) بارگذاری شاک

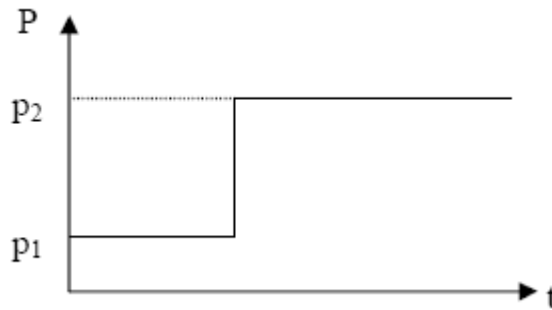
پروفیل فشار موج شاک بصورت زیر است:

$$p(t) = (p_1 - p_{atm}) + (p_2 - p_1)H(t) \quad (6-2)$$

که در آن  $H(t)$  تابع پله و  $a$  حد می باشد و  $p_i$  مطابق شکل (۲-۲) می باشد.

---

1 Excitation Parameter



شکل ۲-۲- پروفیل موج شاک

جواب نهایی با احتساب جواب استاتیکی بصورت زیر است:

$$\bar{w} = \Lambda_1 + (\Lambda_2 - \Lambda_3)(1 - \cos(\Omega t)) \quad (7-2)$$

که  $\Lambda_1, \Lambda_2, \Lambda_3$  پارامترهای تحریک در مناطق ۱، ۲ و ۳ مس باشند اگر فشار  $p_1$  و  $p_2$  بصورت استاتیکی اعمال شوند آنگاه جابجایی شعاعی لوله بصورت زیر است:

$$\Delta \bar{w} = \Lambda_2 - \Lambda_1$$

ماکزیمم جابجایی شعاعی لوله در بارگذاری دینامیکی بصورت زیر است:

$$\Delta \bar{w} = 2(\Lambda_2 - \Lambda_1)$$

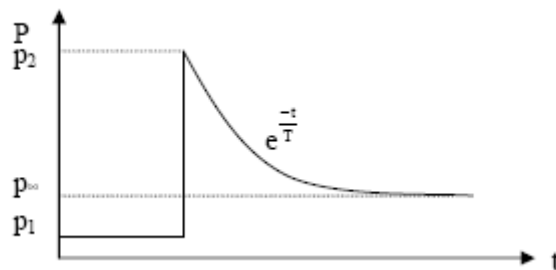
لذا ماکزیمم ضریب تقویت دینامیکی، طبق مدل سطح مقطع برای بارگذاری شاک برابردو می باشد.

## ب) بارگذاری دتونیشن

پروفیل فشار موج دتونیشن بصورت زیر است [32]:

$$p(t) = (p_1 - p_{am}) + \left[ (p_\infty - p_1) + (p_2 - p_\infty)e^{-\frac{t}{T}} \right] H(t) \quad (8-2)$$

که در آن  $T$  فاکتور کاهش نمایی و  $p_i$  مطابق شکل (۳-۲) می باشد.



شکل ۳-۲- پروفیل موج دتونیشن

جواب کل با احتساب جواب استاتیکی بصورت زیر درمی آید:

$$\bar{w} = \Lambda_1 + (\Lambda_\infty - \Lambda_1)(1 - \cos(\Omega t)) + (\Lambda_2 - \Lambda_\infty) \frac{\Omega^2 T^2}{(1 + \Omega^2 T^2)} \left[ e^{-\frac{t}{T}} + \frac{\sin \Omega t}{\Omega t} - \cos \Omega t \right] \quad (۹-۲)$$

در این حالت ضریب تقویت دینامیکی بصورت زیر می شود:

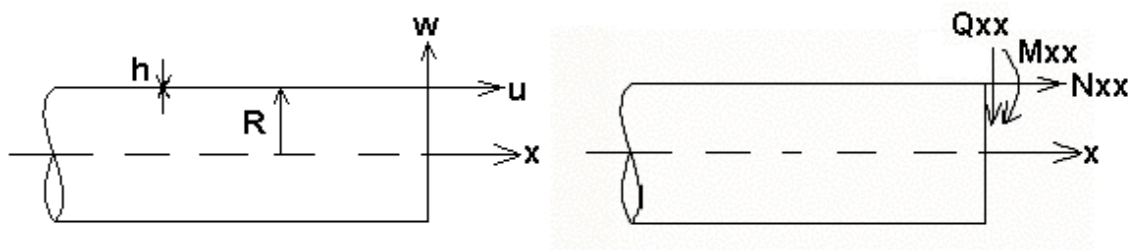
$$\Gamma = \text{Max} \left\{ \frac{\Lambda_\infty - \Lambda_1}{\Lambda_2 - \Lambda_1} \left( 1 - \cos(\Omega t) + \frac{\Lambda_2 - \Lambda_\infty}{\Lambda_2 - \Lambda_1} \frac{\Omega^2 T^2}{(1 + \Omega^2 T^2)} \left[ e^{-\frac{t}{T}} + \frac{\sin \Omega t}{\Omega t} - \cos \Omega t \right] \right) \right\} \quad (۱۰-۲)$$

## ۳-۲- مدل خمشی پوسته جدار نازک با طول بی نهایت بدون در نظر گرفتن اثر برش عرضی و اینرسی دورانی

در این مدل بار متحرک با پروفیل ثابت، در راستای طولی استوانه با سرعت ثابت حرکت می کند. طول لوله بینهایت می باشد. مساله دارای تقارن محوری<sup>۱</sup> می باشد. اگر مختصات مرجع بر روی پیشانی موج دتونیشن قرار گیرد، مساله به حالت پایا<sup>۲</sup> تبدیل می شود. به این ترتیب حل تحلیلی برای این مساله

1 Axis symmetric  
2 Steady State

بدست می آید. در این مدل اثرات تشدید امواج خمشی و سرعت بحرانی بخوبی مشاهده می شود. از عیوب این مدل این است که اثر طول محدود و تکیه گاههای لوله در این روش دیده نمی شوند.

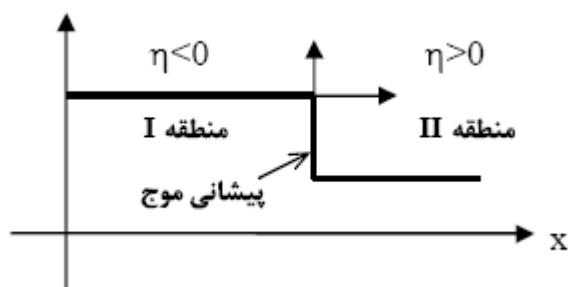


شکل ۴-۲- مدل خمشی پوسته جدار نازک

برای بیان معادلات اساسی این مدل از متغیرهای بی بعد زیر و مختصات متحرک واقع بر روی پیشانی موج استفاده می شود.

$$\bar{u} = \frac{u}{h}, \quad \bar{w} = \frac{w}{h}, \quad \bar{\eta} = \frac{\sqrt{12}}{h} [x - vt] \quad (11-2)$$

در روابط بالا  $u$  جابجایی طولی،  $x$  متغیر مکان،  $t$  متغیر زمان و  $v$  سرعت موج بارگذاری می باشد.



شکل ۵-۲- متغیر بی بعد  $\eta$

با معرفی متغیر  $\eta$ ، در واقع دو متغیر مکان و زمان در یک متغیر مستتر شده اند. با توجه به تعریف متغیر  $\eta$  مطابق شکل ۵-۲ دو منطقه بوجود می آید. در منطقه I،  $\eta$  منفی می باشد و موج از آن مناطق رد شده است. در منطقه II،  $\eta$  مثبت می باشد و موج هنوز به آن مناطق نرسیده است. روی پیشانی موج  $\eta = 0$  می باشد. بدین ترتیب متحرک بودن بار نیز توسط این متغیر مدل می شود.

پارامترهای بی بعد مورد استفاده به قرار زیر می باشند:

$$V_d = \sqrt{\frac{E}{\rho(1-v^2)}}$$

سرعت موج انبساطی<sup>1</sup> در پوسته

$$\beta = \frac{h}{\sqrt{12}R}$$

پارامتر ضخامت بی بعد

$$\delta = \frac{N_{xx}(1-v^2)}{Eh}$$

پارامتر تنش اولیه

در روابط بالا  $v$  ضریب پواسون و  $N_{xx}$  نیروی کشش اولیه بر واحد طول مطابق رابطه زیر می باشد:

$$N_{xx} = \frac{F_x}{2\pi R} \quad (12-2)$$

با دو فرض اساسی  $\frac{V}{V_d} \leq 1$  و  $\beta \leq 1$  معادله ارتعاشی لوله مطابق این مدل به شرح زیر است:

$$A_4 \frac{\partial^2 \bar{w}_b}{\partial \bar{\eta}^4} + A_2 \frac{\partial^2 \bar{w}_b}{\partial \bar{\eta}^2} + A_0 \bar{w}_b = F(\bar{\eta}) \quad (13-2)$$

که در آن  $A_4$  و  $A_2$  و  $A_0$  و  $F(\bar{\eta})$  به قرار زیر هستند:

$$\begin{aligned} A_4 &= 1 \\ A_2 &= \left(\frac{v}{v_d}\right)^2 - \delta \\ A_0 &= \beta^2(1-v^2) \\ F(\bar{\eta}) &= \left(1 - \frac{h}{2R}\right) \frac{p(t)}{12\rho v_d^2} - \frac{v\beta\delta}{\sqrt{12}} \end{aligned} \quad (14-2)$$

جواب معادله دیفرانسیل بالا شامل دو قسمت همگن و مخصوص می باشد. در ابتدا به حل قسمت همگن پرداخته می شود.



## ۲-۳-۱- حل همگن

با فرض اینکه جواب بصورت  $\bar{w}_b \approx \exp(\alpha \bar{\eta})$  باشد، معادله مشخصه بصورت زیر نوشته می شود:

$$A_4 \alpha^4 + A_2 \alpha^2 + A_0 = 0 \quad (15-2)$$

با حل معادله مشخصه مقدار ریشه ها به قرار زیر بدست می آید:

$$\alpha^2 = \frac{1}{2} \left\{ - \left[ \left( \frac{v}{v_d} \right)^2 - \delta \right]^2 \pm \sqrt{\left[ \left( \frac{v}{v_d} \right)^2 - \delta \right]^2 - 4\beta^2(1-v^2)} \right\} \quad (16-2)$$

بنابراین همیشه چهار مقدار برای  $\alpha$  بدست می آید.

مقدار سرعت بحرانی با توجه به معادله مشخصه بصورت زیر بدست می آید:

$$V_{co} = V_d \sqrt{\delta + \sqrt{4\beta^2(1-v^2)}} \quad (17-2)$$

در فرمول (۱۷-۲) اثر پیش تنش اولیه بر سرعت بحرانی ملاحظه می شود. اگر پیش تنش اولیه فشاری

باشد ( $\delta < 0$ )، آنگاه سرعت بحرانی کاهش می یابد و اگر پیش تنش اولیه کششی باشد ( $\delta > 0$ )، سرعت

بحرانی افزایش می یابد، برای ادامه حل فرض می شود که  $\delta = 0$  باشد.

با توجه به مقدار سرعت حرکت موج بار نسبت به سرعت بحرانی، سه حالت پیش می آید:

الف) حالت زیر بحرانی  $(V < V_{co})$ : در این حالت ریشه های معادله مشخصه  $\alpha$  مختلط و بصورت

$\alpha = \pm n \pm im$  می باشند.

ب) حالت بحرانی<sup>۱</sup> ( $V = V_{co}$ ): در این حالت مقادیر  $\alpha$  کاملاً موهومی و مساوی و بصورت  $\alpha = \pm im$  می باشند.

ج) حالت فوق بحرانی<sup>۲</sup> ( $V > V_{co}$ ): در این حالت مقادیر  $\alpha$  کاملاً موهومی و غیرمساوی می باشند و بصورت  $\alpha = \pm im_1$  و  $\alpha = \pm im_2$  می باشند.

## ۲-۳-۲- حل خصوصی

حل خصوصی با توجه به موج بارگذاری (موج شاک و یا موج دتونیشن)، متفاوت است.

### الف) بارگذاری شاک

در رابطه ۲-۱۳،  $F(\eta)$  در بارگذاری موج شاک بصورت زیر است:

$$F(\bar{\eta}) = \beta^2(1-v^2)[\Lambda_1 + (\Lambda_2 - \Lambda_1)(1 - H(\bar{\eta}))] \quad (18-2)$$

$$\eta_0 = \sqrt{12}vT/h$$

در رابطه بالا  $H(\bar{\eta})$  تابع پله می باشد.

#### منطقه I:

در این منطقه  $\bar{\eta} < 0$  و  $H(\bar{\eta}) = 0$  است. بنابراین جواب خصوصی بصورت زیر می شود:

$$\bar{w}'_p = \Lambda'_2 \quad (19-2)$$

در رابطه بالا پارامتر  $\Lambda_i^s$  بصورت زیر تعریف می شود:

$$\Lambda_i^s = \frac{\beta^2(1-v^2)}{A_0} \Lambda_i \quad (20-2)$$

#### منطقه II:

در این منطقه  $\bar{\eta} > 0$  و  $H(\bar{\eta}) = 1$  است. بنابراین جواب خصوصی بصورت زیر می شود:

---

1 Critical  
2 Supercritical

$$\bar{w}_p^H = \frac{\beta^2(1-v^2)}{A_0} \Lambda_1 = \Lambda_1^s \quad (21-2)$$

### ب) بارگذاری دتونیشن

در رابطه ۲-۱۳،  $F(\eta)$  در بارگذاری موج دتونیشن بصورت زیر است:

$$F(\bar{\eta}) = \beta^2(1-v^2)\{\Lambda_1 + (\Lambda_3 - \Lambda_1)[1 - H(\bar{\eta})]\} + \beta^2(1-v^2)\{(\Lambda_2 - \Lambda_1)[1 - H(\bar{\eta})]e^{\bar{\eta}/\bar{\eta}_0}\} \quad (22-2)$$

که در آن  $\bar{\eta}_0$  بصورت زیر تعریف می شود :

$$\bar{\eta}_0 = \sqrt{12}vT/h \quad (23-2)$$

#### منطقه I :

در این منطقه  $\bar{\eta} < 0$  و  $H(\bar{\eta}) = 0$  است. لذا جواب خصوصی بصورت زیر می شود:

$$\bar{w}_p^I = (\Lambda_2^d - \Lambda_\infty^d)e^{\frac{\bar{\eta}}{\bar{\eta}_0}} + \Lambda_\infty^s \quad (24-2)$$

که در آن  $\Lambda_i^d$  بصورت زیر است :

$$\Lambda_i^d = \frac{\beta^2(1-v^2)}{A_4(1/\bar{\eta}_0)^4 + A_2(1/\bar{\eta}_0)^2 + A_0} \Lambda_j \quad (25-2)$$

#### منطقه II □□□□□□□□ :

در این منطقه  $\bar{\eta} > 0$  و  $H(\bar{\eta}) = 1$  است. لذا جواب خصوصی بصورت زیر می شود:

$$\bar{w}_p^H = \frac{\beta^2(1-v^2)}{A_0} \Lambda_1 = \Lambda_1^s \quad (26-2)$$

## ۲-۳-۳- حل نهایی

در ادامه به حل نهایی پرداخته می شود. اما قبل از آن لازم است تا دو مفهوم شرایط پیوستگی و سرعت گروه توضیح داده شود.

### شرایط پیوستگی

جابجایی، شیب، نیروی برشی و ممان خمشی روی لوله در مرز بین دو منطقه II و I باید پیوسته باشد. لذا در مرز بین دو منطقه روابط زیر باید برقرار باشد:

$$\begin{aligned}\bar{w}^I \Big|_{\bar{\eta}=0} &= \bar{w}^{II} \Big|_{\bar{\eta}=0} \\ \frac{\partial \bar{w}^I}{\partial \bar{\eta}} \Big|_{\bar{\eta}=0} &= \frac{\partial \bar{w}^{II}}{\partial \bar{\eta}} \Big|_{\bar{\eta}=0} \\ \frac{\partial^2 \bar{w}^I}{\partial \bar{\eta}^2} \Big|_{\bar{\eta}=0} &= \frac{\partial^2 \bar{w}^{II}}{\partial \bar{\eta}^2} \Big|_{\bar{\eta}=0} \\ \frac{\partial^3 \bar{w}^I}{\partial \bar{\eta}^3} \Big|_{\bar{\eta}=0} &= \frac{\partial^3 \bar{w}^{II}}{\partial \bar{\eta}^3} \Big|_{\bar{\eta}=0}\end{aligned}\tag{۲۷-۲}$$

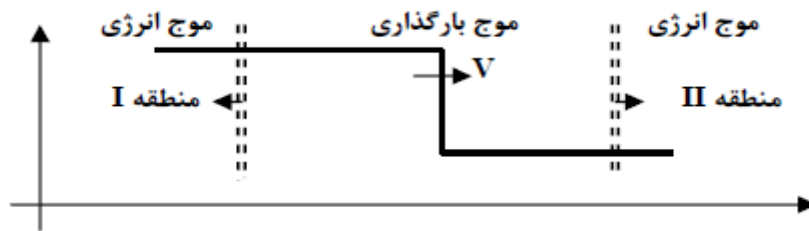
در روابط بالا، رابطه اول بیانگر پیوستگی جابجایی، رابطه دوم بیانگر پیوستگی شیب، رابطه سوم بیانگر پیوستگی ممان خمشی و رابطه چهارم بیانگر پیوستگی در نیروی برشی می باشد.

### سرعت گروه<sup>۱</sup>

انرژی از موج فشاری متحرک (موج شاک یا دتونیشن) در هر لحظه منتشر می شود. این انرژی در پوسته با سرعت گروه  $V_g$  منتشر می شود. در منطقه II در جلوی پیشانی موج بارگذاری، سرعت گروه از سرعت موج بارگذاری بیشتر است. بالعکس، در منطقه I سرعت موج بارگذاری از سرعت گروه بیشتر است (شکل ۶-۲)

---

1 Group Velocity



شکل ۲-۶- مفهوم سرعت گروه

این پارامتر یکی از پارامترهای مهم در تحلیل پوسته می باشد. رابطه آن با سرعت موج بارگذاری  $V$  بصورت زیر است:

$$V_g = k \frac{\partial v}{\partial k} + k = V_d \frac{2\left(\frac{\alpha}{i}\right)}{\sqrt{1 + \left(\frac{i}{\alpha}\right)^2 \beta(1-v^2)}} \quad (28-2)$$

که در آن  $k$  شماره موج<sup>۱</sup> و  $\alpha$  از معادله مشخصه پوسته بدست می آید. حال با توجه به دو مفهوم بالا، حل نهایی در بارگذاری موج شاک یا دتونیشن با ترکیب حل همگن و حل خصوصی حاصل می شود.

### الف) بارگذاری شاک

با توجه به آنکه سرعت موج بارگذاری  $V$  نسبت به سرعت بحرانی  $V_{co}$  چگونه است، سه دسته جواب بدست می آید.

1 Wave Number

### حالت زیر بحرانی:

طول استوانه بی نهایت است. اما جواب وقتی که  $\eta \rightarrow \pm\infty$  میل می کند، باید محدود باشد. علاوه بر آن شرایط پیوستگی نیز در  $\eta = 0$  باید برقرار باشد. جابجایی لوله در منطقه II و I بصورت زیر می باشد:

$$\bar{w}^I = e^{n\bar{\eta}} \left( \frac{n^2 - m^2}{4nm} (\Lambda_2^s - \Lambda_1^s) \sin m\bar{\eta} + \frac{-1}{2} (\Lambda_2^s - \Lambda_1^s) \cos m\bar{\eta} \right) + \Lambda_2^s \quad (29-2)$$

$$\bar{w}^{II} = e^{-n\bar{\eta}} \left( \frac{n^2 - m^2}{4nm} (\Lambda_2^s - \Lambda_1^s) \sin m\bar{\eta} + \frac{-1}{2} (\Lambda_2^s - \Lambda_1^s) \cos m\bar{\eta} \right) + \Lambda_1^s$$

که در روابط بالا دو پارمتر  $n$  و  $m$  بصورت زیر تعریف می شوند:

$$n = \frac{1}{2} \sqrt{\left(\frac{v_{co}}{v_d}\right)^2 - \left(\frac{v}{v_d}\right)^2}, m = \frac{1}{2} \sqrt{\left(\frac{v_{co}}{v}\right)^2 + \left(\frac{v}{v_d}\right)^2} \quad (30-2)$$

### حالت بحرانی ( $V_{co} = V$ ):

در این حالت پاسخ لوله را نمی توان تعیین کرد. در حقیقت اگر سرعت موج بارگذاری  $V \rightarrow V_{co}$  میل کند در حالت زیر بحرانی  $n \rightarrow 0$  میل می کند و جواب نامحدود می شود. در قسمت فوق بحرانی نیز ملاحظه خواهد شد که اگر  $V \rightarrow V_{co}$  میل کند آنگاه  $m_1 \rightarrow m_2$  و مجددا جواب لوله نامحدود می گردد.

### حالت فوق بحرانی ( $V > V_{co}$ ):

در این حالت با توجه به آنکه ریشه های معادله مشخصه کاملا موهومی خالص می باشند، شرط محدود بودن جابجایی لوله در  $\eta \rightarrow \pm\infty$  خودبخود برقرار است. در این حالت از مفهوم سرعت گروه و شرایط پیوستگی برای یافتن جواب نهایی استفاده می شود. جابجایی لوله در منطقه II و I بصورت زیر می باشد:

$$\bar{w}^I = \frac{m_2^2}{m_1^2 - m_2^2} (\Lambda_2^s - \Lambda_1^s) \cos m_1 \bar{\eta} + \Lambda_2^s \quad (31-2)$$

$$\bar{w}^{II} = \frac{m_2^2}{m_1^2 - m_2^2} (\Lambda_2^s - \Lambda_1^s) \cos m_2 \bar{\eta} + \Lambda_1^s$$

در روابط بالا پارامترهای  $m_1$  و  $m_2$  بصورت زیر تعریف می شوند:

$$m_1 = \frac{1}{2} \left[ \sqrt{\left(\frac{V}{V_d}\right)^2 + \left(\frac{V_{co}}{V_d}\right)^2} - \sqrt{\left(\frac{V}{V_d}\right)^2 - \left(\frac{V_{co}}{V_d}\right)^2} \right] \quad (32-2)$$

$$m_2 = \frac{1}{2} \left[ \sqrt{\left(\frac{V}{V_d}\right)^2 + \left(\frac{V_{co}}{V_d}\right)^2} + \sqrt{\left(\frac{V}{V_d}\right)^2 - \left(\frac{V_{co}}{V_d}\right)^2} \right]$$

### ب) بارگذاری دتونیشن

مجدداً ۳ دسته جواب بدست می آید.

حالت زیر بحرانی ( $V < V_{co}$ ):

جابجایی لوله در منطقه I و II بصورت زیر می باشد:

$$\begin{aligned} \bar{w}^I = & \Lambda_\infty^s + (\Lambda_2^d - \Lambda_\infty^d) e^{\frac{\bar{\eta}}{\bar{\eta}_0}} + \frac{n^2 - m^2}{4nm} (\Lambda_\infty^s - \Lambda_1^s) e^{n\bar{\eta}} \sin m\bar{\eta} \\ & + (\Lambda_2^d - \Lambda_\infty^d) \left( \frac{n^2 - m^2}{4nm} - \frac{1}{4m(n^2 + m^2)} \frac{1}{\bar{\eta}_0^3} - \frac{1}{4nm} \frac{1}{\bar{\eta}_0^2} + \frac{n^2 - 3m^2}{4m(n^2 + m^2)} \frac{1}{\bar{\eta}_0} \right) \end{aligned} \quad (33-2)$$

$$e^{n\bar{\eta}} \sin m\bar{\eta}$$

$$+ \left\{ \frac{-1}{2} [(\Lambda_\infty^s - \Lambda_1^s) + (\Lambda_2^d - \Lambda_\infty^d)] + \left( \frac{1}{4n(n^2 + m^2)} \right) \left( \frac{1}{\bar{\eta}_0^3} + \frac{m^2 - 3n^2}{\bar{\eta}_0} \right) (\Lambda_2^d - \Lambda_\infty^d) \right\}$$

$$e^{n\bar{\eta}} \cos m\bar{\eta}$$

$$\begin{aligned}
\bar{w}^{II} &= \Lambda_1^s + \frac{n^2 - m^2}{4Am} (\Lambda_\infty^s - \Lambda_1^s) e^{-n\bar{\eta}} \sin m\bar{\eta} \\
&+ (\Lambda_2^d - \Lambda_\infty^d) \left( \frac{n^2 - m^2}{4nm} + \frac{1}{4m(n^2 + m^2)} \frac{1}{\bar{\eta}_0^3} - \frac{1}{4nm} \frac{1}{\bar{\eta}_0^2} - \frac{n^2 - 3m^2}{4m(n^2 + m^2)} \frac{1}{\bar{\eta}_0} \right) \\
&e^{n\bar{\eta}} \sin m\bar{\eta} \\
&+ \left\{ \frac{1}{2} [(\Lambda_\infty^s - \Lambda_1^s) + (\Lambda_2^d - \Lambda_\infty^d)] + \left( \frac{1}{4n(n^2 + m^2)} \right) \left( \frac{1}{\bar{\eta}_0^3} + \frac{m^2 - 3n^2}{\bar{\eta}_0} \right) (\Lambda_2^d - \Lambda_\infty^d) \right\} \\
&e^{n\bar{\eta}} \cos m\bar{\eta}
\end{aligned} \tag{۳۳-۲}$$

حالت بحرانی ( $V = V_{co}$ ):

در این حالت پاسخی برای لوله یافت نمی شود. طبق این مدل وقتی سرعت موج بارگذاری به سرعت بحرانی میل می کند، جابجایی لوله بینهایت می شود.

حالت فوق بحرانی ( $V > V_{co}$ ):

جابجایی لوله در منطقه I و II بصورت زیر می باشد:

$$\begin{aligned}
\bar{w}^I &= (\Lambda_2^d - \Lambda_\infty^d) e^{\frac{\bar{\eta}}{\bar{\eta}_0}} + \Lambda_\infty^s \\
&+ \left[ \frac{1}{m_1(m_1^2 - m_2^2)} \frac{1}{\bar{\eta}_0^3} + \frac{m_2^2}{m_1(m_1^2 - m_2^2)} \frac{1}{\bar{\eta}_0} \right] (\Lambda_2^d - \Lambda_\infty^d) \sin m_1\bar{\eta} \\
&\left\{ \frac{m_2^2}{m_1^2 - m_2^2} (\Lambda_\infty^s - \Lambda_1^s) + \left( \frac{m_2^2}{m_1^2 - m_2^2} + \frac{1}{m_1^2 - m_2^2} \frac{1}{\bar{\eta}_0^2} \right) (\Lambda_2^d - \Lambda_\infty^d) \right\} \cos m_1\bar{\eta}
\end{aligned}$$

$$\bar{w}^{II} = \Lambda_1^s \tag{۳۴-۲}$$

$$\begin{aligned}
&+ \left[ \frac{1}{m_2(m_1^2 - m_2^2)} \frac{1}{\bar{\eta}_0^3} + \frac{m_1^2}{m_2(m_1^2 - m_2^2)} \frac{1}{\bar{\eta}_0} \right] (\Lambda_2^d - \Lambda_\infty^d) \sin m_2\bar{\eta} \\
&\left\{ \frac{m_1^2}{m_1^2 - m_2^2} (\Lambda_\infty^s - \Lambda_1^s) + \left( \frac{m_1^2}{m_1^2 - m_2^2} + \frac{1}{m_1^2 - m_2^2} \frac{1}{\bar{\eta}_0^2} \right) (\Lambda_2^d - \Lambda_\infty^d) \right\} \cos m_2\bar{\eta}
\end{aligned}$$

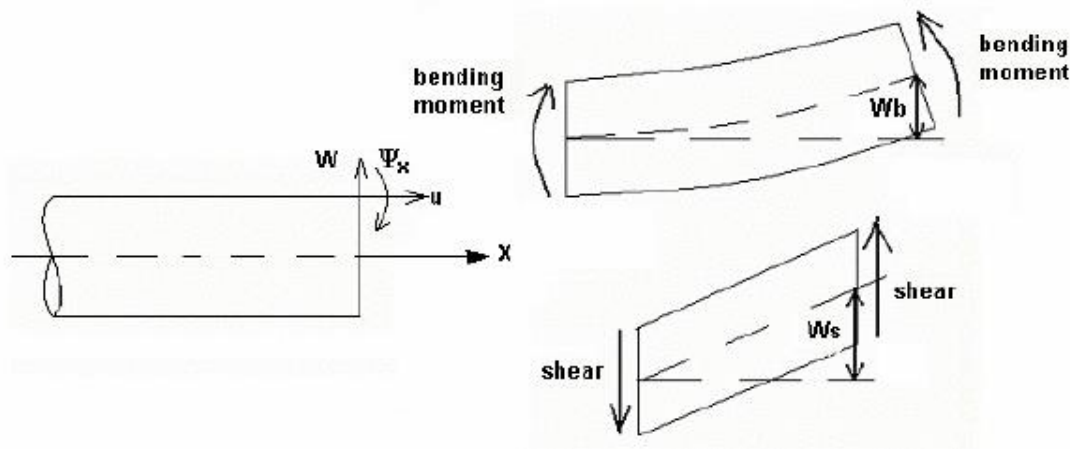


## ۲-۴- مدل خمشی پوسته جدار نازک با طول بینهایت با در نظر گرفتن

### اثر برش عرضی و اینرسی دورانی (مدل تانگ)

در این مدل بار متحرک با پروفیل ثابت، در راستای طولی استوانه با سرعت ثابت حرکت می کند. طول لوله بینهایت می باشد. مساله دارای تقارن محوری می باشد. اگر مختصات مرجع بر روی پیشانی موج دتونیشن سوار شود، مساله به حالت پایا تبدیل می شود. در این مدل اثرات تشدید امواج خمشی و سرعت بحرانی بخوبی مشاهده می شود. از عیوب این مدل این است که اثر طول محدود و تکیه گاههای لوله در این روش دیده نمی شوند. تنها تفاوت این مدل با مدل قبلی در اثر دادن برش عرضی و اینرسی دورانی می باشد.

برای بیان معادلات اساسی این مدل از متغیرهای بی بعد و مختصات متحرک سوار بر روی پیشانی موج، همانند مدل قبلی استفاده می شود. اما در این حالت متغیر جدید  $\Psi_x$  مطابق شکل (۲-۷) معرفی می شود.



شکل ۲-۷- مدل خمشی با در نظر گرفتن اثر برش عرضی و اینرسی دورانی

در این مدل جابجایی شعاعی متشکل از دو قسمت است: جابجایی بر اثر خمش ( $w_b$ ) و جابجایی بر اثر برش ( $w_s$ ):

$$w = w_b + w_s$$

$$\psi_x = -\frac{\partial w_b}{\partial x} \quad (۳۵-۲)$$

بنابراین متغیرهای و مختصات بی بعد به شرح زیر می باشند.

$$\bar{u} = \frac{u}{h}, \bar{w} = \frac{w}{h}, \bar{\psi}_x = \frac{\psi_x}{\sqrt{12}}, \bar{\eta} = \frac{\sqrt{12}}{h}(x - Vt) \quad (۳۶-۲)$$

پارامترهای بی بعد نیز به شرح زیر می باشند:

$$\Lambda_i = \frac{p_i R^2}{Eh^2} \quad \text{پارامتر تهییج}$$

$$v_d = \sqrt{\frac{E}{\rho(1-\nu^2)}} \quad \text{سرعت موج انبساطی}$$

$$v_s = \sqrt{\frac{\kappa G}{\rho}} \quad \text{سرعت موج برشی}$$

$$\beta = \frac{h}{\sqrt{12}R} \quad \text{پارامتر بی بعد ضخامت}$$

در رابطه بالا  $G$  مدول برش و  $\kappa$  ضریب تصحیح برش می باشد.

با فرض  $\beta \leq 1$  معادله ارتعاشی لوله مطابق مدل تانگ طبق رابطه زیر است.

$$A_4 \frac{\partial^4 \bar{w}_b}{\partial \bar{\eta}^4} + A_2 \frac{\partial^2 \bar{w}_b}{\partial \bar{\eta}^2} + A_0 \bar{w}_b = F(\bar{\eta}) \quad (۳۷-۲)$$

که در آن  $A_4$  و  $A_2$  و  $A_0$  و  $F(\bar{\eta})$  به قرار زیر هستند:

$$\begin{aligned}
A_4 &= \left[ (V/V_d)^2 - 1 \right] \left[ (V/V_s)^2 - 1 \right] \\
A_2 &= (V/V_d)^2 \left[ 1 + \beta^2 (V_d/V_s)^2 \right] - \beta^2 (1 - v^2) (V_d/V_s)^2 \\
A_0 &= \beta^2 \left[ 1 + \frac{v^2}{\left[ (V/V_d)^2 - 1 \right]} \right] \\
F(\bar{\eta}) &= (1 - \sqrt{3}\beta) (V_s/V_d)^2 \frac{P(t)}{12kG}
\end{aligned} \tag{۳۸-۲}$$

در رابطه بالا چنانچه  $1 \leq \frac{V}{V_d} \rightarrow \infty$  باشد، مجدداً به همان روابط مدل بخش ۲ می‌رسیم. جواب

معادله دیفرانسیل بالا شامل دو قسمت همگن و مخصوص می‌باشد.

### ۲-۴-۱ حل همگن

با فرض اینکه جواب بصورت  $\bar{W}_b = \hat{W}_b e^{a\eta}$  باشد، معادله مشخصه بصورت زیر می‌باشد:

$$A_4 \alpha^4 + A_2 \alpha^2 + A_0 = 0 \tag{۳۹-۲}$$

معادله مشخصه بالا در این حالت دارای چهار ریشه می‌باشد. با توجه به این چهار ریشه، چهار سرعت

بحرانی  $V_{c0}$  و  $V_{c1}$  و  $V_{c2}$  و  $V_{c3}$  نیز بدست می‌آید. این سرعت‌های بحرانی به قرار زیر می‌باشند:

- $V_{c0}$  از حل معادله  $A_2^2 - 4A_0A_4 = 0$  بدست می‌آید.

- $V_{c1} = V_s$

- $V_{c2} = V_d \sqrt{1 - v^2}$

- $V_{c3} = V_d$

هرگاه سرعت موج بارگذاری برابر یکی از سرعت‌های بحرانی شود، جابجایی لوله نامحدود می‌شود. در رساله

حاضر سرعت موج بارگذاری در دتونیشن گازی، از سرعت بحرانی  $V_{c1}$  کوچکتر می‌باشد.

با توجه به مقدار سرعت حرکت موج بار نسبت به سرعت‌های بحرانی، پنج حالت پیش می‌آید:

(۱)  $V < V_{c0}$  : در این حالت ریشه های معادله مشخصه  $\alpha$  مختلط بوده و بصورت  $\alpha = \pm n \pm im$  می باشند.

(۲)  $V_{c0} < V < V_{c1}$  : در این حالت مقادیر  $\alpha$  کاملاً موهومی و غیرمساوی بوده و بصورت  $\alpha = \pm im_1$  و  $\alpha = \pm im_2$  می باشند.

(۳)  $V_{c1} < V < V_{c2}$  : در این حالت مقادیر  $\alpha$  یا حقیقی و یا موهومی بوده و بصورت  $\alpha = \pm n$  و  $\alpha = \pm im$  می باشند.

(۴)  $V_{c2} < V < V_{c3}$  : در این حالت مقادیر  $\alpha$  کاملاً حقیقی بوده و بصورت  $\alpha = \pm n_1$  و  $\alpha = \pm n_2$  می باشند.

(۵)  $V_{c3} < V$  : در این حالت مقادیر  $\alpha$  کاملاً موهومی و غیرمساوی بوده و بصورت  $\alpha = \pm im_1$  و  $\alpha = \pm im_2$  می باشند.

## ۲-۴-۲- حل نهایی

حل نهایی با توجه به موج بارگذاری (موج شک و یا موج دتوئیشن)، با ترکیب حل همگن و حل خصوصی حاصل می شود.

الف) بارگذاری شک

با توجه به آنکه سرعت موج بارگذاری  $v$  نسبت به سرعت های بحرانی چگونه است، ۵ دسته جواب بدست می آید.

حالت ۱ ( $0 < V < V_{c0}$ ):

جابجایی خمشی لوله در منطقه II و I بصورت زیر می باشد. جابجایی برشی لوله با توجه به رابطه ای که با جابجایی خمشی دارد، بدست می آید.

$$\bar{w}_b^I = e^{n\bar{\eta}} \left( \frac{n^2 - m^2}{4nm} (\Lambda_2^s - \Lambda_1^s) \sin m\bar{\eta} + \frac{-1}{2} (\Lambda_2^s - \Lambda_1^s) \cos m\bar{\eta} \right) + \Lambda_2^s \quad (40-2)$$

$$\bar{w}_b^{II} = e^{-n\bar{\eta}} \left( \frac{n^2 - m^2}{4nm} (\Lambda_2^s - \Lambda_1^s) \sin m\bar{\eta} + \frac{-1}{2} (\Lambda_2^s - \Lambda_1^s) \cos m\bar{\eta} \right) + \Lambda_1^s$$

حالت ۲ ( $V_{c0} < V < V_{c1}$ ):

جابجایی خمشی لوله در منطقه II و I بصورت زیر می باشد.

$$\bar{w}_b^I = \frac{m_2^2}{m_1^2 - m_2^2} (\Lambda_2^s - \Lambda_1^s) \cos m_1 \bar{\eta} + \Lambda_2^s$$

$$\bar{w}_b^{II} = \frac{m_2^2}{m_1^2 - m_2^2} (\Lambda_2^s - \Lambda_1^s) \cos m_2 \bar{\eta} + \Lambda_1^s \quad (41-2)$$

حالت ۳ ( $V_{c1} < V < V_{c2}$ ):

جابجایی خمشی لوله در منطقه II و I بصورت زیر می باشد.

$$\bar{w}_b^I = \frac{-m^2}{2(n^2 + m^2)} (\Lambda_2^s - \Lambda_1^s) e^{n\bar{\eta}} + \frac{-n^2}{n^2 + m^2} (\Lambda_2^s - \Lambda_1^s) \cos m\bar{\eta} + \Lambda_2^s \quad (42-2)$$

$$\bar{w}_b^{II} = \frac{-m^2}{2(n^2 + m^2)} (\Lambda_2^s - \Lambda_1^s) e^{-n\bar{\eta}} + \Lambda_1^s$$

حالت ۴ ( $V_{c2} < V < V_{c3}$ ):

جابجایی خمشی لوله در منطقه II و I بصورت زیر می باشد.

$$\bar{w}_b^I = \frac{n_2^2}{2(n_1^2 - n_2^2)} (\Lambda_2^s - \Lambda_1^s) e^{n_1 \bar{\eta}} + \frac{-n_1^2}{2(n_1^2 - n_2^2)} (\Lambda_2^s - \Lambda_1^s) e^{n_2 \bar{\eta}} + \Lambda_2^s \quad (43-2)$$

$$\bar{w}_b^{II} = \frac{-n_2^2}{2(n_1^2 - n_2^2)} (\Lambda_2^s - \Lambda_1^s) e^{n_1 \bar{\eta}} + \frac{-n_1^2}{2(n_1^2 - n_2^2)} (\Lambda_2^s - \Lambda_1^s) e^{-n_2 \bar{\eta}} + \Lambda_1^s$$

حالت ۵ ( $V_{c3} < V$ ):

جابجایی خمشی لوله در منطقه II و I بصورت زیر می باشد.

$$\bar{w}_b^I = \frac{-m_2^2}{m_2^2 - m_1^2} (\Lambda_2^s - \Lambda_1^s) \cos m_1 \bar{\eta} + \frac{-m_2^2}{m_2^2 - m_1^2} (\Lambda_2^s - \Lambda_1^s) \cos m_2 \bar{\eta} + \Lambda_2^s$$

$$\bar{w}_b^{II} = \Lambda_1^s \quad (44-2)$$

ب) بارگذاری دتونیشن

مجددا ۵ دسته جواب وجود دارد. جزئیات حل در پیوست (ج) آورده شده است.

حالت ۱  $(0 < V < V_{c0})$ :

جابجایی خمشی لوله در منطقه II و I بصورت زیر می باشد.

$$\bar{w}_b^I = \frac{n^2 - m^2}{4nm} [(\Lambda_\infty^s - \Lambda_1^s) + (\Lambda_2^s - \Lambda_\infty^s)] e^{n\bar{\eta}} \sin m\bar{\eta}$$

$$+ \left[ \frac{-1}{2} (\Lambda_\infty^s - \Lambda_1^s) + \frac{-1}{2} (\Lambda_2^s - \Lambda_\infty^s) \right] e^{n\bar{\eta}} \cos m\bar{\eta}$$

$$+ (\Lambda_2^s - \Lambda_\infty^s) \left( \frac{-1}{4m(n^2 + m^2)} \frac{1}{\bar{\eta}_0^3} - \frac{1}{4nm} \frac{1}{\bar{\eta}_0^2} + \frac{n^2 - 3m^2}{4m(n^2 + m^2)} \frac{1}{\bar{\eta}_0} \right) e^{n\bar{\eta}} \sin m\bar{\eta}$$

$$\frac{(\Lambda_2^s - \Lambda_\infty^s)}{4n(n^2 + m^2)} \left( \frac{1}{\bar{\eta}_0^3} + \frac{m^2 - 3n^2}{\bar{\eta}_0} \right) e^{n\bar{\eta}} \cos m\bar{\eta} + \Lambda_\infty^s + (\Lambda_2^s - \Lambda_\infty^s) e^{\frac{\bar{\eta}}{\bar{\eta}_0}}$$

$$\bar{w}_b^{II} = \frac{n^2 - m^2}{4nm} [(\Lambda_\infty^s - \Lambda_1^s) + (\Lambda_2^s - \Lambda_\infty^s)] e^{-n\bar{\eta}} \sin m\bar{\eta} \quad (45-2)$$

$$+ \left[ \frac{1}{2} (\Lambda_\infty^s - \Lambda_1^s) + \frac{1}{2} (\Lambda_2^s - \Lambda_\infty^s) \right] e^{-n\bar{\eta}} \cos m\bar{\eta}$$

$$+ (\Lambda_2^s - \Lambda_\infty^s) \left( \frac{-1}{4m(n^2 + m^2)} \frac{1}{\bar{\eta}_0^3} - \frac{1}{4nm} \frac{1}{\bar{\eta}_0^2} + \frac{n^2 - 3m^2}{4m(n^2 + m^2)} \frac{1}{\bar{\eta}_0} \right) e^{n\bar{\eta}} \sin m\bar{\eta}$$

$$\frac{(\Lambda_2^s - \Lambda_\infty^s)}{4n(n^2 + m^2)} \left( \frac{1}{\bar{\eta}_0^3} + \frac{m^2 - 3n^2}{\bar{\eta}_0} \right) e^{-n\bar{\eta}} \cos m\bar{\eta} + \Lambda_1^s$$

حالت ۲  $(V_{c0} < V < V_{c1})$ :

جابجایی خمشی لوله در منطقه II و I بصورت زیر می باشد.

$$\begin{aligned}
\bar{w}_b^I &= \frac{1}{m_1(m_1^2 - m_2^2)} \left( m_2^2 + \frac{1}{\bar{\eta}_0^2} \right) \frac{1}{\bar{\eta}_0} (\Lambda_2^d - \Lambda_\infty^d) \sin m_1 \bar{\eta} + \Lambda_\infty^s + (\Lambda_2^d - \Lambda_\infty^d) e^{\frac{\bar{\eta}}{\bar{\eta}_0}} + \\
&\left( \frac{m_2^2}{(m_1^2 - m_2^2)} (\Lambda_\infty^s - \Lambda_1^s) + \frac{m_2^2}{(m_1^2 - m_2^2)} (\Lambda_2^d - \Lambda_\infty^d) + \frac{1}{(m_1^2 - m_2^2)} \frac{1}{\bar{\eta}_0^2} (\Lambda_2^d - \Lambda_\infty^d) \right) \cos m_1 \bar{\eta} \\
\bar{w}_b^{II} &= \frac{1}{m_2(m_1^2 - m_2^2)} \left( m_1^2 + \frac{1}{\bar{\eta}_0^2} \right) \frac{1}{\bar{\eta}_0} (\Lambda_2^d - \Lambda_\infty^d) \sin m_2 \bar{\eta} + \Lambda_1^s \\
&+ \left( \frac{m_1^2}{(m_1^2 - m_2^2)} (\Lambda_\infty^s - \Lambda_1^s) + \frac{m_1^2}{(m_1^2 - m_2^2)} (\Lambda_2^d - \Lambda_\infty^d) + \frac{1}{(m_1^2 - m_2^2)} \frac{1}{\bar{\eta}_0^2} (\Lambda_2^d - \Lambda_\infty^d) \right) \cos m_2 \bar{\eta}
\end{aligned} \tag{۴۶-۲}$$

حالت ۳  $(V_{c1} < V < V_{c2})$

جابجایی خمشی لوله در منطقه II و I بصورت زیر می باشد.

$$\begin{aligned}
\bar{w}_b^I &= \Lambda_\infty^s + (\Lambda_2^s - \Lambda_\infty^s) e^{\frac{\bar{\eta}}{\bar{\eta}_0}} \frac{-m^2}{2(n^2 + m^2)} (\Lambda_\infty^s - \Lambda_1^s) e^{n\bar{\eta}} + \frac{-n^2}{n^2 + m^2} (\Lambda_\infty^s - \Lambda_1^s) \cos m \bar{\eta} \\
&+ \left[ \frac{-m^2}{2(n^2 + m^2)} + \frac{-m^2}{2n(n^2 + m^2)} \frac{1}{\bar{\eta}_0} + \frac{-1}{2(n^2 + m^2)} \frac{1}{\bar{\eta}_0^2} + \frac{-1}{2n(n^2 + m^2)} \frac{1}{\bar{\eta}_0^3} \right] (\Lambda_2^d - \Lambda_\infty^d) e^{n\bar{\eta}} \\
&+ \frac{(\Lambda_2^d - \Lambda_\infty^d)}{m(m^2 + n^2)} \left( -\frac{n^2}{\bar{\eta}_0} + \frac{1}{\bar{\eta}_0^3} \right) \sin m \bar{\eta} + \frac{(\Lambda_2^d - \Lambda_\infty^d)}{m^2 + n^2} \left( -n^2 + \frac{1}{\bar{\eta}_0^2} \right) \cos m \bar{\eta} \\
\bar{w}_b^{II} &= \Lambda_1^s + \frac{m^2}{2(n^2 + m^2)} (\Lambda_\infty^s - \Lambda_1^s) e^{-n\bar{\eta}} \\
&+ \left[ \frac{m^2}{2(n^2 + m^2)} + \frac{-m^2}{2n(n^2 + m^2)} \frac{1}{\bar{\eta}_0} + \frac{-1}{2(n^2 + m^2)} \frac{1}{\bar{\eta}_0^2} + \frac{-1}{2n(n^2 + m^2)} \frac{1}{\bar{\eta}_0^3} \right] (\Lambda_2^d - \Lambda_\infty^d) e^{-n\bar{\eta}}
\end{aligned} \tag{۴۷-۲}$$

حالت ۴ ( $V_{c2} < V < V_{c3}$ ):

جابجایی خمشی لوله در منطقه II و I بصورت زیر می باشد.

$$\begin{aligned}
 \bar{w}_b^I &= \Lambda_\infty^s + (\Lambda_2^s - \Lambda_\infty^s) e^{\frac{\bar{\eta}}{\bar{\eta}_0}} \frac{n_2^2}{2(n_1^2 - n_2^2)} (\Lambda_\infty^s - \Lambda_1^s) e^{n_1 \bar{\eta}} + \frac{n_2^2}{2(n_1^2 - n_2^2)} (\Lambda_2^d - \Lambda_\infty^d) e^{n_1 \bar{\eta}} \\
 &+ \left[ \frac{n_2^2}{2n_1(n_1^2 - n_2^2)} \frac{1}{\bar{\eta}_0} + \frac{-1}{2(n_1^2 - n_2^2)} \frac{1}{\bar{\eta}_0^2} + \frac{1}{2n_1(n_1^2 - n_2^2)} \frac{1}{\bar{\eta}_0^3} \right] (\Lambda_2^d - \Lambda_\infty^d) e^{n_1 \bar{\eta}} \\
 &+ \frac{-n_1^2}{2n_1(n_1^2 - n_2^2)} (\Lambda_\infty^s - \Lambda_1^s) e^{n_2 \bar{\eta}} + \frac{-n_1^2}{2n_1(n_1^2 - n_2^2)} (\Lambda_2^s - \Lambda_\infty^s) e^{n_2 \bar{\eta}} \\
 &+ \left[ \frac{-n_1^2}{2n_2(n_1^2 - n_2^2)} \frac{1}{\bar{\eta}_0} + \frac{1}{2(n_1^2 - n_2^2)} \frac{1}{\bar{\eta}_0^2} + \frac{-1}{2n_2(n_1^2 - n_2^2)} \frac{1}{\bar{\eta}_0^3} \right] (\Lambda_2^d - \Lambda_\infty^d) e^{n_2 \bar{\eta}} \\
 \bar{w}_b^{II} &= \Lambda_1^s + \frac{-n_2^2}{2(n_1^2 - n_2^2)} (\Lambda_\infty^s - \Lambda_1^s) e^{-n_1 \bar{\eta}} + \frac{n_2^2}{2(n_1^2 - n_2^2)} (\Lambda_2^d - \Lambda_\infty^d) e^{-n_1 \bar{\eta}} \\
 &+ \left[ \frac{n_2^2}{2n_1(n_1^2 - n_2^2)} \frac{1}{\bar{\eta}_0} + \frac{1}{2(n_1^2 - n_2^2)} \frac{1}{\bar{\eta}_0^2} + \frac{-1}{2n_1(n_1^2 - n_2^2)} \frac{1}{\bar{\eta}_0^3} \right] (\Lambda_2^d - \Lambda_\infty^d) e^{-n_1 \bar{\eta}} \\
 &+ \frac{n_1^2}{2n_1(n_1^2 - n_2^2)} (\Lambda_\infty^s - \Lambda_1^s) e^{-n_2 \bar{\eta}} + \frac{n_1^2}{2n_1(n_1^2 - n_2^2)} (\Lambda_2^s - \Lambda_\infty^s) e^{-n_2 \bar{\eta}} \\
 &+ \left[ \frac{-n_1^2}{2n_2(n_1^2 - n_2^2)} \frac{1}{\bar{\eta}_0} + \frac{-1}{2(n_1^2 - n_2^2)} \frac{1}{\bar{\eta}_0^2} + \frac{-1}{2n_2(n_1^2 - n_2^2)} \frac{1}{\bar{\eta}_0^3} \right] (\Lambda_2^d - \Lambda_\infty^d) e^{-n_2 \bar{\eta}}
 \end{aligned} \tag{۴۸-۲}$$

حالت ۵ ( $V_{c3} < V$ ):

جابجایی خمشی لوله در منطقه II و I بصورت زیر می باشد.



$$\begin{aligned}
\bar{w}_b^I &= \Lambda_\infty^s + (\Lambda_2^d - \Lambda_\infty^d) e^{\frac{\bar{\eta}}{\bar{\eta}_0}} + \frac{1}{m_1(m_1^2 - m_2^2)} \left( m_2^2 \frac{1}{\bar{\eta}_0} + \frac{1}{\bar{\eta}_0^3} \right) (\Lambda_2^d - \Lambda_\infty^d) \sin m_1 \bar{\eta} \\
&+ \frac{m_2^2}{m_1^2 - m_2^2} (\Lambda_\infty^s - \Lambda_1^s) \cos m_1 \bar{\eta} + \frac{1}{m_1^2 - m_2^2} \left( m_2^2 + \frac{1}{\bar{\eta}_0^2} \right) (\Lambda_2^d - \Lambda_\infty^d) \cos m_1 \bar{\eta} \\
&+ \frac{-1}{m_2(m_1^2 - m_2^2)} \left( m_1^2 \frac{1}{\bar{\eta}_0} + \frac{1}{\bar{\eta}_0^3} \right) (\Lambda_2^d - \Lambda_\infty^d) \sin m_2 \bar{\eta} \\
&+ \frac{-m_1^2}{m_1^2 - m_2^2} (\Lambda_\infty^s - \Lambda_1^s) \cos m_2 \bar{\eta} + \frac{-1}{m_1^2 - m_2^2} \left( m_1^2 + \frac{1}{\bar{\eta}_0^2} \right) (\Lambda_2^d - \Lambda_\infty^d) \cos m_2 \bar{\eta} \\
\bar{w}_b^{II} &= \Lambda_1^s
\end{aligned} \tag{۴۹-۲}$$

## ۲-۵- مدل گذرای لوله با طول محدود بدون در نظرگرفتن اثر برش

### عرضی و اینرسی دورانی

در این قسمت به بررسی لوله با طول محدود بر روی تکیه گاه ساده و یا گیردار پرداخته می شود. در این حالت مساله به حالت گذرا تبدیل می شود.

معادله ارتعاشی لوله در مختصات  $(x, t)$  بصورت زیر می باشد.

$$\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + \frac{12}{h^2 V_d^2} \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + \frac{12^2 \beta^2 (1 - \nu^2)}{h^4} w = \frac{12}{h^3} F(x, t) \tag{۵۰-۲}$$

در رابطه بالا  $F(x, t)$  تابع بارگذاری روی لوله می باشد. برای حل معادله ارتعاشی بالا فرض می شود که

جواب در هر لحظه مجموعی از مدهای ویژه  $X_p$  باشد (روش سریها) یعنی در هر لحظه پاسخ بفرم زیر

است:

$$w(x, t) = \sum_{p=1}^{\infty} T_p(t) X_p(x) \tag{۵۱-۲}$$

---

1 Eigen modes

مدهای ویژه  $X_p$  از حل همگن معادله دیفرانسیل (50-2) بدست می آیند. به این ترتیب رابطه زیر برای مدهای ویژه بدست می آید:

$$\frac{\partial^4 X_p}{\partial x^4} = \lambda_p X_p \quad (52-2)$$

که در آن  $\lambda_p$  ثابت جداسازی<sup>1</sup> می باشد. مقادیر  $\lambda_p$  به عنوان مقادیر ویژه<sup>2</sup> برای معادله (52-2) می باشد. عوامل موثر در مقدار ثابت جداسازی، شماره مد  $p$ ، ابعاد لوله و شرایط مرزی آن می باشد. مدهای ویژه بدست آمده از رابطه بالا باید ارتونرمال باشند. یعنی:

$$\int_0^1 X_p X_q dx = \begin{cases} 1 & p = q \\ 0 & p \neq q \end{cases} \quad (53-2)$$

بعد از مشخص شدن مدهای ویژه و مقادیر ویژه از رابطه (52-2) معادله (50-2) بصورت غیر همگن حل می شود. برای این منظور طرف راست معادله (50-2) بصورت مجموع توابع ویژه<sup>3</sup> نوشته می شود:

$$q(x, t) = \frac{12^2}{h^3} F(x, t) = \sum_{p=1}^{\infty} Q_p(x) X_p(x) \quad (54-2)$$

که در آن ضریب  $Q_p$  از رابطه زیر بدست می آید:

$$Q_p(t) = \int_0^1 q(x, t) X_p(x) dx \quad (55-2)$$

با قرار دادن روابط (51-2) و (54-2) در رابطه ی (50-2) معادله دیفرانسیل زیر حاصل می شود:

$$\frac{d^2 T_p(t)}{dt^2} + \omega_p^2 T_p(t) = \frac{12V_d^2}{h} \int_0^1 X_p(x) F(x, t) dx \quad (56-2)$$

---

1 Separation constant

2 Eigen value

3 Eigen function

که در رابطه بالا  $\omega_p$  بصورت زیر است:

$$\omega_p^2 = \left( \frac{\lambda_p + \frac{12^2 \beta^2 (1 - \nu^2)}{h^4}}{\frac{12}{h^2 V_d^2}} \right) \quad (57-2)$$

برای حل معادله دیفرانسیل (56-2) از شرایط اولیه زیر استفاده می شود:

$$T_p(0) = 0, \quad \left. \frac{dT_p}{dt} \right|_{t=0} = 0 \quad (58-2)$$

با حل معادله دیفرانسیل (56-2) و مشخص شدن  $T_p$ ، حل کامل می گردد.

در زیر لوله با طول محدود برای دو نوع شرایط تکیه گاهی ساده و گیردار حل می گردد.

## ۲-۵-۱- لوله با تکیه گاه ساده

در تکیه گاه ساده، خیز و ممان خمشی در مرزها صفر است. یعنی:

$$\begin{aligned} w(0,t) = 0, \quad w(L,t) = 0 \\ M(0,t) = 0, \quad M(L,t) = 0 \end{aligned} \quad (59-2)$$

با توجه به رابطه خمش با مشتق دوم جابجایی و همچنین رابطه (51-2) شرایط مرزی بالا به شرایط زیر بر

حسب  $X_p$  تبدیل می شوند:

$$\begin{aligned} X_p(0) = X_p(L) = 0 \\ \left. \frac{d^2 X_p}{dx^2} \right|_{x=0} = \left. \frac{d^2 X_p}{dx^2} \right|_{x=L} = 0 \end{aligned} \quad (60-2)$$

با توجه به شرایط مرزی بالا و حل معادله (52-2) و همچنین خاصیت متعامد در مدهای ویژه، مد ویژه

برای لوله با تکیه گاه ساده بصورت زیر می شود:

$$X_p = \sqrt{\frac{2}{l}} \sin\left(\frac{p\pi}{l}x\right), \quad p=1,2,\dots \quad (61-2)$$

بنابراین فرکانس ویژه  $\omega_p$  از رابطه (۵۷-۲) بصورت زیر می شود:

$$\omega_p^2 = \frac{h^2 V_d^2}{12} \left( \left( \frac{p\pi}{l} \right)^4 + \frac{12^2 \beta^2 (1-v^2)}{h^4} \right) \quad (۶۲-۲)$$

و معادله (۵۶-۲) بصورت زیر تبدیل می شود:

$$\frac{d^2 T_p(t)}{dt^2} + \omega_p^2 T_p(t) = \frac{12V_d^2}{h} \sqrt{\frac{2}{l}} \int_0^1 \sin\left(\frac{p\pi}{l}x\right) F(x,t) dx \quad (۶۳-۲)$$

حال با توجه به آنکه موج بارگذاری موج شاک یا دتونیشن باشد، پاسخ متفاوت است.

### الف ( بارگذاری شاک

موج شاک در مختصات  $(x,t)$  بصورت زیر است:

$$F(x,t) = \beta^2 (1-v^2) [\Lambda_1 + (\Lambda_2 - \Lambda_1)(1-H(x-Vt))] \quad (۶۴-۲)$$

حل همگن معادله دیفرانسیل (۶۳-۲) بصورت زیر است:

$$T_p(t) = A_p \sin(\omega_p t) + B_p \cos(\omega_p t) \quad (۶۵-۲)$$

برای حل غیر همگن به منظور ساده سازی انتگرال به دو قسمت تقسیم می شود:

$$\begin{aligned} \frac{d^2 T_p(t)}{dt^2} + \omega_p^2 T_p(t) &= \frac{12V_d^2}{h} \sqrt{\frac{2}{l}} \beta^2 (1-v^2) \int_0^1 \sin\left(\frac{p\pi}{l}x\right) \Lambda_1 dx \\ &+ \frac{12V_d^2}{h} \sqrt{\frac{2}{l}} \beta^2 (1-v^2) \int_0^1 \sin\left(\frac{p\pi}{l}x\right) (\Lambda_2 - \Lambda_1) dx \end{aligned} \quad (۶۶-۲)$$

با حل معادله دیفرانسیل بالا حل غیر همگن بصورت زیر می شود:

$$T_p(t) = \left[ \left( \frac{M}{\omega_p^2} \right) (1 - \cos(p\pi)) \right] \Lambda_1 \quad (67-2)$$

$$+ \left[ \frac{M}{\omega_p^2} - \frac{M}{\omega_p^2 - (p\pi V/l)^2} \cos\left( \frac{p\pi V}{l} t \right) \right] (\Lambda_2 - \Lambda_1) (1 - H(x - Vt))$$

که در آن  $M$  بصورت زیر است:

$$M = \sqrt{\frac{2}{l}} \frac{12\beta^2(1-v^2)V_d^2}{h} \frac{l}{p\pi} \quad (68-2)$$

جواب نهایی  $T_p$  با توجه به حل همگن (65-2) و حل غیر همگن (67-2) بصورت زیر است:

$$T_p(t) = \left[ \left( \frac{M}{\omega_p^2} \right) (1 - \cos(p\pi)) \right] \Lambda_1 + [A_p \sin(\omega_p t) + B_p \cos(\omega_p t)] (1 - H(x - Vt)) \quad (69-2)$$

$$+ \left[ \frac{M}{\omega_p^2} - \frac{M}{\omega_p^2 - (p\pi V/l)^2} \cos\left( \frac{p\pi V}{l} t \right) \right] (\Lambda_2 - \Lambda_1) (1 - H(x - Vt))$$

با استفاده از شرایط اولیه (58-2) پارامترهای مجهول  $A$  و  $B$  بدست می آیند. دو مجهول  $A$  و  $B$  بصورت

زیر می باشند:

$$A = 0$$

$$B = \frac{M(\Lambda_2 - \Lambda_1)P^2\pi^2V^2}{\omega^2(\omega^2l^2 - p^2\pi^2V^2)}$$

بنابراین پاسخ نهایی به فرم زیر است:

$$T_p(t) = \left[ \left( \frac{M}{\omega_p^2} \right) (1 - \cos(p\pi)) \right] \Lambda_1 +$$

$$\left[ \frac{M(\Lambda_2 - \Lambda_1)P^2\pi^2V^2}{\omega^2(\omega^2l^2 - p^2\pi^2V^2)} \cos\omega_p t \right] (1 - H(x - Vt)) \quad (70-2)$$

$$+ \left[ \frac{M}{\omega_p^2} - \frac{M}{\omega_p^2 - (p\pi V/l)^2} \cos\left( \frac{p\pi V}{l} t \right) \right] (\Lambda_2 - \Lambda_1) (1 - H(x - Vt))$$

## ب) بارگذاری دتونیشن

موج دتونیشن در مختصات  $(x, t)$  بصورت زیر است:

$$F(x, t) = \beta^2(1-v^2)\Lambda_1 + \beta^2(1-v^2) \left[ (\Lambda_\infty - \Lambda_1) + (\Lambda_2 - \Lambda_\infty) e^{\frac{x-Vt}{VT}} \right] (1-H(x-Vt)) \quad (71-2)$$

بنابراین معادله دیفرانسیل (۶۳-۲) بصورت زیر تبدیل می شود:

$$\begin{aligned} \frac{d^2 T_p(t)}{dt^2} + \omega_p^2 T_p(t) &= \frac{12V_d^2}{h} \sqrt{\frac{2}{l}} \beta^2(1-v^2) \int_0^1 \sin\left(\frac{p\pi}{l}x\right) \Lambda_1 dx \\ &+ \frac{12V_d^2}{h} \sqrt{\frac{2}{l}} \beta^2(1-v^2) \int_0^1 \sin\left(\frac{p\pi}{l}x\right) \left[ (\Lambda_\infty - \Lambda_1) + (\Lambda_2 - \Lambda_\infty) e^{\frac{x-Vt}{VT}} \right] dx \end{aligned} \quad (72-2)$$

حل همگن بصورت زیر است:

$$T_p(t) = A_p \sin(\omega_p t) + B_p \cos(\omega_p t) \quad (73-2)$$

حل غیر همگن بصورت زیر است:

$$\begin{aligned} T_p(t) &= \frac{-M}{\left(\omega_p^2 - (p\pi V/l)^2\right)} \left[ (\Lambda_\infty - \Lambda_1) + \frac{(\Lambda_2 - \Lambda_\infty)}{1 + (l/p\pi VT)^2} \right] \cos\left(\frac{p\pi V}{l}t\right) (1-H(x-Vt)) \\ &+ \frac{M}{\left(\omega_p^2 - (p\pi V/l)^2\right)} \left[ \frac{l}{p\pi VT} \frac{(\Lambda_2 - \Lambda_\infty)}{1 + (l/p\pi VT)^2} \right] \sin\left(\frac{p\pi V}{l}t\right) (1-H(x-Vt)) \\ &+ \left( \frac{M}{\left(\omega_p^2 - (1/T)^2\right)} \frac{(\Lambda_2 - \Lambda_\infty)}{1 + (l/p\pi VT)^2} e^{\frac{-t}{T}} + \frac{M}{\omega_p^2} (\Lambda_\infty - \Lambda_1) \right) (1-H(x-Vt)) \\ &+ \left( \frac{M}{\omega_p^2} \right) \Lambda_1 (1 - \cos(p\pi)) \end{aligned} \quad (74-2)$$

جواب نهایی  $T_p$  با توجه به شرایط اولیه (۵۸-۲) بصورت زیر است:

$$\begin{aligned}
T_p(t) = & M(\Lambda_\infty - \Lambda_1) \left[ \frac{(1 - \cos \omega_p t)}{\omega_p^2} + \frac{\cos \omega_p t - \cos\left(\frac{p\pi V}{l} t\right)}{(\omega_p^2 - (p\pi V/l)^2)} \right] (1 - H(x - Vt)) \\
& + M \frac{(\Lambda_2 - \Lambda_\infty)}{1 + \left(\frac{l}{p\pi VT}\right)^2} \left[ \frac{\cos \omega_p t - \frac{1}{\omega_p T} \sin \omega_p t}{(\omega_p^2 - (p\pi V/l)^2)} \right] (1 - H(x - Vt)) \\
& + M \frac{(\Lambda_2 - \Lambda_\infty)}{1 + \left(\frac{l}{p\pi VT}\right)^2} \left[ \frac{-\cos\left(\frac{p\pi Vt}{l}\right) - \frac{l}{p\pi VT} \sin\left(\frac{p\pi Vt}{l}\right)}{(\omega_p^2 - (p\pi V/l)^2)} \right] (1 - H(x - Vt)) \\
& + M \frac{(\Lambda_2 - \Lambda_\infty)}{1 + \left(\frac{l}{p\pi VT}\right)^2} \left[ \frac{e^{\frac{-t}{T}} + \frac{-1}{\omega_p T} \sin \omega_p t - \cos \omega_p t}{\omega_p^2 + \frac{1}{T^2}} \right] (1 - H(x - Vt)) + \left(\frac{M}{\omega_p^2}\right) \Lambda_1 (1 - \cos(p\pi))
\end{aligned} \tag{۷۵-۲}$$

## ۲-۵-۲- لوله با تکیه گاه گیردار

در تکیه گاه گیردار، خیز و شیب در مرزها صفر است.

$$\begin{aligned}
w(0,t) = 0, \quad w(L,t) = 0 & \tag{۷۶-۲} \\
\frac{\partial w(x,t)}{\partial x} \Big|_{x=0} = 0, \quad \frac{\partial w(x,t)}{\partial x} \Big|_{x=L} = 0
\end{aligned}$$

با توجه به رابطه (۵۱-۲) شرایط مرزی بالا به شرایط زیر بر حسب  $X_p$  تبدیل می شوند:

$$\begin{aligned}
X_p(0) = X_p(L) = 0 & \tag{۷۷-۲} \\
\frac{dX_p}{dx} \Big|_{x=0} = \frac{dX_p}{dx} \Big|_{x=L} = 0
\end{aligned}$$

با حل معادله (۵۲-۲)،  $X_p$  بصورت زیر بدست می آید:

$$X_p = C_1 e^{\sqrt[4]{\lambda_p} x} + C_2 e^{-\sqrt[4]{\lambda_p} x} + C_3 \cos \sqrt[4]{\lambda_p} x + C_4 \sin \sqrt[4]{\lambda_p} x \tag{۷۸-۲}$$

با قرار دادن  $X_p$  در سه شرط مرزی اولیه و حل آنها، سه ضریب مجهول  $C_1$  و  $C_2$  و  $C_4$  به قرار زیر بدست می آیند.

$$C_1 = -\frac{1}{2} \frac{\sin(\sqrt[4]{\lambda_p} l) - \cos(\sqrt[4]{\lambda_p} l) + e^{-\sqrt[4]{\lambda_p} l}}{\sin(\sqrt[4]{\lambda_p} l) e^{-\sqrt[4]{\lambda_p} l} - \frac{1}{2}(1 - e^{-2\sqrt[4]{\lambda_p} l})} e^{-\sqrt[4]{\lambda_p} l} C_3$$

$$C_2 = -\frac{1}{2} \frac{\sin(\sqrt[4]{\lambda_p} l) e^{-\sqrt[4]{\lambda_p} l} + \cos(\sqrt[4]{\lambda_p} l) e^{-\sqrt[4]{\lambda_p} l} - 1}{\sin(\sqrt[4]{\lambda_p} l) e^{-\sqrt[4]{\lambda_p} l} - \frac{1}{2}(1 - e^{-2\sqrt[4]{\lambda_p} l})} C_3 \quad (79-2)$$

$$C_4 = -\frac{\cos(\sqrt[4]{\lambda_p} l) e^{-\sqrt[4]{\lambda_p} l} - \frac{1}{2}(1 + e^{-2\sqrt[4]{\lambda_p} l})}{\sin(\sqrt[4]{\lambda_p} l) e^{-\sqrt[4]{\lambda_p} l} - \frac{1}{2}(1 - e^{-2\sqrt[4]{\lambda_p} l})} C_3$$

ضریب  $C_3$  از ارتونرمال کردن  $X_p$  بدست می آید. با قرار دادن ضرایب بدست آمده در معادله چهارم شرایط مرزی (2-77)، رابطه زیر بدست می آید:

$$\cos(\sqrt[4]{\lambda_p} L) \cosh(\sqrt[4]{\lambda_p} L) = 1 \quad (80-2)$$

معادله بالا حل تحلیلی ندارد. ولی با حل عددی آن، مقدار  $\lambda_p$  بدست می آید. با مشخص شدن کامل تابع  $X_p$  مابقی روند حل مانند لوله با تکیه گاه ساده پیش می رود.

## ۲-۶- مدل گذرای لوله با طول محدود با در نظر گرفتن اثر برش عرضی و

### اینرسی دورانی [42]:

در این قسمت فقط لوله با تکیه گاه ساده مورد بررسی می شود. علت این امر در فصل تحلیل نتایج توضیح داده خواهد شد. مجددا طول لوله محدود می باشد. لذا مساله حالت گذرا دارد.

معادله ارتعاشی لوله در مختصات  $(x, t)$  با فرض  $1 \leq \left(\frac{V}{V_d}\right)^2 < 1 \leq \left(\frac{V}{V_s}\right)^2$  بصورت زیر می باشد.



$$\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} - \left( \frac{1}{V_d^2} + \frac{1}{V_s^2} \right) \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial t^2} + \frac{12}{h^2 V_d^2} \left( 1 + \beta^2 \frac{V_d^2}{V_s^2} \right) \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} - \frac{12\beta^2(1-v^2)}{h^2} \frac{V_d^2}{V_s^2} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{12^2 \beta^2 (1-v^2)}{h^4} w = \frac{12^2}{h^3} F(x, t) \quad (۸۱-۲)$$

مجددا معادله دیفرانسیل جزئی بالا به روش سریها حل می گردد. جواب، مجموعی از مدهای ویژه  $X_p$  باشد. یعنی در هر لحظه پاسخ به فرم زیر است:

$$w(x, t) = \sum_{p=1}^{\infty} T_p(t) X_p(x) \quad (۸۲-۲)$$

مدهای ویژه  $X_p(x)$  از حل همگن معادله (۸۱-۲) بدست می آیند. به این ترتیب رابطه زیر برای مدهای ویژه بدست می آید:

$$\frac{\partial^2 X_p}{\partial x^2} = -\lambda_p X_p, \quad \lambda_p > 0 \quad (۸۳-۲)$$

که در آن  $\lambda_p$  ثابت جداسازی می باشد. مقادیر  $\lambda_p$  به عنوان مقادیر ویژه برای معادله (۸۳-۲) می باشد. مدهای ویژه دارای خاصیت ارتونرمال بودن به شرح زیر می باشند.

$$\int_0^1 X_p X_q dx = \begin{cases} 1 & p = q \\ 0 & p \neq q \end{cases} \quad (۸۴-۲)$$

بعد از مشخص شدن مدهای ویژه و مقادیر ویژه از رابطه (۸۳-۲)، معادله (۸۱-۲) بصورت غیرهمگن حل می شود. برای این منظور طرف راست معادله (۸۱-۲) بصورت مجموع توابع ویژه نوشته می شود:

$$q(x, t) = \frac{12^2}{h^3} F(x, t) = \sum_{p=1}^{\infty} Q_p(x) X_p(x) \quad (۸۵-۲)$$

که در آن ضریب  $Q_p$  از رابطه زیر بدست می آید:

$$Q_p(t) = \int_0^1 q(x, t) X_p(x) dx \quad (۸۶-۲)$$

با قرار دادن روابط (۸۲-۲) و (۸۵-۲) در رابطه (۸۱-۲) معادله دیفرانسیل زیر حاصل می شود:

$$\frac{d^2 T_p(t)}{dt^2} + \omega_p^2 T_p(t) = \frac{12^3}{h^3} \frac{\int_0^1 X_p(x) F(x,t) dx}{\frac{12}{h^2 V_d^2} \left(1 + \beta^2 \frac{V_d^2}{V_s^2}\right) + \left(\frac{1}{V_d^2} + \frac{1}{V_s^2}\right) \lambda_p} \quad (۸۷-۲)$$

که در رابطه بالا  $\omega_p$  بصورت زیر است:

$$\omega_p^2 = \left( \frac{\lambda_p^2 + \frac{12\beta^2(1-v^2)V_d^2}{h^2 V_s^2} \lambda_p + \frac{12^2 \beta^2(1-v^2)}{h^4}}{\frac{12}{h^2 V_d^2} \left(1 + \beta^2 \frac{V_d^2}{V_s^2}\right) + \left(\frac{1}{V_d^2} + \frac{1}{V_s^2}\right) \lambda_p} \right) \quad (۸۸-۲)$$

برای حل معادله دیفرانسیل (۸۷-۲) از شرایط اولیه زیر استفاده می شود:

$$T_p(0) = 0, \quad \left. \frac{dT_p}{dt} \right|_{t=0} = 0 \quad (۸۹-۲)$$

با حل معادله دیفرانسیل (۸۷-۲) و مشخص شدن  $T_p$  حل کامل می گردد.

## ۲-۶-۱- لوله با تکیه گاه ساده

در تکیه گاه ساده، خیز و ممان خمشی در مرزها صفر است. یعنی:

$$(۹۰-۲)$$

شرایط مرزی بالا بر حسب  $X_p$  بصورت زیر می باشند:

$$X_p(0) = X_p(L) = 0$$

$$\left. \frac{d^2 X_p}{dx^2} \right|_{x=0} = \left. \frac{d^2 X_p}{dx^2} \right|_{x=L} = 0 \quad (۹۱-۲)$$

با توجه به شرایط مرزی بالا و حل معادله (۸۳-۲) و همچنین خاصیت ارتونرمالیتی در مدهای ویژه، مد

ویژه برای لوله با تکیه گاه ساده بصورت زیر می شود:

$$X_p = \sqrt{\frac{2}{l}} \sin\left(\frac{p\pi}{l} x\right), \quad P = 1, 2, \dots \quad (92-2)$$

بنابراین فرکانس ویژه  $\omega_p$  از رابطه (۸۸-۲) بصورت زیر می شود:

$$\omega_p^2 = \frac{\left(\left(\frac{p\pi}{l}\right)^4 + \frac{12\beta^2(1-v^2)V_d^2}{h^2} \frac{V_d^2}{V_s^2} \left(\frac{p\pi}{l}\right)^2 + \frac{12^2\beta^2(1-v^2)}{h^4}\right)}{\frac{12}{h^2V_d^2} \left(1 + \beta^2 \frac{V_d^2}{V_s^2}\right) + \left(\frac{1}{V_d^2} + \frac{1}{V_s^2}\right) \left(\frac{p\pi}{l}\right)^2} \quad (93-2)$$

و معادله (۸۷-۲) بصورت زیر تبدیل می شود:

$$\frac{d^2T_p(t)}{dt^2} + \omega_p^2 T_p(t) = \frac{12^3}{h^3} \frac{\int_0^1 X_p\left(\frac{p\pi}{l} x\right) F(x,t) dx}{\frac{12}{h^2V_d^2} \left(1 + \beta^2 \frac{V_d^2}{V_s^2}\right) + \left(\frac{1}{V_d^2} + \frac{1}{V_s^2}\right) \left(\frac{p\pi}{l}\right)^2} \quad (94-2)$$

حال با توجه به آنکه موج بارگذاری موج شاک یا دتونیشن باشد، پاسخ متفاوت است.

### الف) بارگذاری شاک

موج شاک در مختصات  $(x,t)$  بصورت زیر است:

$$F(x,t) = \beta^2(1-v^2) [\Lambda_1 + (\Lambda_2 - \Lambda_1)(1-H(x-Vt))]$$

حل همگن معادله دیفرانسیل (۹۴-۲) بصورت زیر است:

$$T_p(t) = A_p \sin(\omega_p t) + B_p \cos(\omega_p t)$$

برای حل غیر همگن به منظور ساده سازی، انتگرال به دو قسمت تقسیم می شود:

$$\frac{d^2 T_p(t)}{dt^2} + \omega_p^2 T_p(t) = \frac{12^2}{h^3} \frac{\sqrt{\frac{2}{l}} \beta^2 (1-v^2)}{\frac{12}{h^2 V_d^2} \left(1 + \beta^2 \frac{V_d^2}{V_s^2}\right) + \left(\frac{1}{V_d^2} + \frac{1}{V_s^2}\right) \left(\frac{p\pi}{l}\right)^2} \int_0^1 \sin\left(\frac{p\pi}{l} x\right) \Lambda_1 dx$$

$$+ \frac{122}{h^3} \frac{\sqrt{\frac{2}{l}} \beta^2 (1-v^2)}{\frac{12}{h^2 V_d^2} \left(1 + \beta^2 \frac{V_d^2}{V_s^2}\right) + \left(\frac{1}{V_d^2} + \frac{1}{V_s^2}\right) \left(\frac{p\pi}{l}\right)^2} \int_0^1 \sin\left(\frac{p\pi}{l} x\right) (\Lambda_2 - \Lambda_1) dx$$

حل غیر همگن معادله دیفرانسیل بالا بصورت زیر است:

$$T_p = \left(\frac{N}{\omega_p^2}\right) \Lambda_1 (1 - \cos(p\pi))$$

$$+ \left[ \frac{N}{\omega_p^2} - \frac{N}{\left(\omega_p^2 - \left(\frac{p\pi V}{l}\right)^2\right)} \cos\left(\frac{p\pi V t}{l}\right) \right] (\Lambda_2 - \Lambda_1) (1 - H(x - Vt)) \quad (95-2)$$

که در آن  $N$  بصورت زیر است:

$$N = \frac{12^2}{h^3} \frac{\sqrt{\frac{2}{l}} \beta^2 (1-v^2) (\Lambda_2 - \Lambda_1)}{\frac{12}{h^2 V_d^2} \left(1 + \beta^2 \frac{V_d^2}{V_s^2}\right) + \left(\frac{1}{V_d^2} + \frac{1}{V_s^2}\right) \left(\frac{p\pi}{l}\right)^2} \quad (96-2)$$

جواب نهایی  $T_p$  با توجه به حل همگن و حل غیر همگن بصورت زیر است:

$$T_p(t) = (A_p \sin \omega_p t + B_p \cos \omega_p t) + \left( \frac{N}{\omega_p^2} \right) \Lambda_1 (1 - \cos(p\pi))$$

$$+ \left[ \frac{N}{\omega_p^2} - \frac{N}{\left( \omega_p^2 - \left( \frac{p\pi V}{l} \right)^2 \right)} \cos \left( \frac{p\pi V t}{l} \right) \right] (\Lambda_2 - \Lambda_1) (1 - H(x - Vt))$$

با استفاده از دو شرط اولیه (۸۹-۲) پارامترهای مجهول  $B$  و  $A$  بصورت زیر بدست می آیند:

$$A_p = 0$$

$$B_p = N \left( \frac{1}{\omega_p^2 - \left( \frac{p\pi V}{l} \right)^2} - \frac{1}{\omega_p^2} \right) (\Lambda_2 - \Lambda_1) \quad (۹۷-۲)$$

### ب) بارگذاری دتونیشن

موج دتونیشن در مختصات  $(x, t)$  بصورت زیر است:

$$F(x, t) = \beta^2 (1 - v^2) \Lambda_1 + \beta^2 (1 - v^2) \left[ (\Lambda_\infty - \Lambda_1) (\Lambda_2 - \Lambda_\infty) e^{\frac{x-Vt}{Vt}} \right] (1 - H(x - Vt))$$

بنابراین معادله دیفرانسیل (۹۴-۲) بصورت زیر تبدیل می شود:

$$\frac{d^2 T_p(t)}{dt^2} + \omega_p^2 T_p(t) = \frac{\sqrt{\frac{2}{l}} \beta^2 (1 - v^2)}{\frac{12}{h^2 V_d^2} \left( 1 + \beta^2 \frac{V_d^2}{V_s^2} \right) + \left( \frac{1}{V_d^2} + \frac{1}{V_s^2} \right) \left( \frac{p\pi}{l} \right)^2} \int_0^1 \sin \left( \frac{p\pi}{l} x \right) \Lambda_1 dx$$

$$+ \frac{\sqrt{\frac{2}{l}} \beta^2 (1 - v^2)}{\frac{12}{h^2 V_d^2} \left( 1 + \beta^2 \frac{V_d^2}{V_s^2} \right) + \left( \frac{1}{V_d^2} + \frac{1}{V_s^2} \right) \left( \frac{p\pi}{l} \right)^2} \int_0^1 \sin \left( \frac{p\pi}{l} x \right) \left[ (\Lambda_\infty - \Lambda_1) + (\Lambda_2 - \Lambda_\infty) e^{\frac{x-Vt}{Vt}} \right] dx$$

حل همگن بصورت زیر است:

$$T_p(t) = A_p \sin(\omega_p t) + B_p \cos(\omega_p t)$$

حل غیر همگن بصورت زیر است:

$$\begin{aligned}
 T_p = & \left( \frac{N}{\omega_p^2} \right) \Lambda_1 (1 - \cos(p\pi)) \\
 & + \frac{-N}{\left( \omega_p^2 - \left( \frac{p\pi V}{l} \right)^2 \right)} \left[ (\Lambda_\infty - \Lambda_1) + \frac{1}{1 + \left( \frac{l}{p\pi VT} \right)^2} (\Lambda_2 - \Lambda_\infty) \right] \cos\left( \frac{p\pi Vt}{l} \right) (1 - H(x - Vt)) \\
 & + \frac{N}{\left( \omega_p^2 - \left( \frac{p\pi V}{l} \right)^2 \right)} \left[ \frac{l}{p\pi VT} \frac{1}{1 + \left( \frac{l}{p\pi VT} \right)^2} (\Lambda_2 - \Lambda_\infty) \right] \sin\left( \frac{p\pi Vt}{l} \right) (1 - H(x - Vt)) \\
 & \left[ \frac{N}{\left( \omega_p^2 - \left( \frac{1}{T} \right)^2 \right)} \frac{1}{1 + \left( \frac{p\pi V}{l} \right)^2} (\Lambda_2 - \Lambda_\infty) e^{\frac{-t}{T}} + \frac{N}{\omega_p^2} (\Lambda_\infty - \Lambda_1) \right] (1 - H(x - Vt))
 \end{aligned}$$

جواب نهایی با احتساب حل همگن و حل غیر همگن بصورت زیر است:

$$\begin{aligned}
T_p = & (A_p \sin(\omega_p t) + B_p \cos(\omega_p t))(1 - H(x - Vt)) + \left(\frac{N}{\omega_p^2}\right) \Lambda_1 (1 - \cos(p\pi)) \\
& + \frac{-N}{\left(\omega_p^2 - \left(\frac{p\pi V}{l}\right)^2\right)} \left[ (\Lambda_\infty - \Lambda_1) + \frac{1}{1 + \left(\frac{l}{p\pi VT}\right)^2} (\Lambda_2 - \Lambda_\infty) \right] \cos\left(\frac{p\pi Vt}{l}\right) (1 - H(x - Vt)) \\
& + \frac{N}{\left(\omega_p^2 - \left(\frac{p\pi V}{l}\right)^2\right)} \left[ \frac{l}{p\pi VT} \frac{1}{1 + \left(\frac{l}{p\pi VT}\right)^2} (\Lambda_2 - \Lambda_\infty) \right] \sin\left(\frac{p\pi Vt}{l}\right) (1 - H(x - Vt)) \quad (98-2) \\
& \left[ \frac{N}{\left(\omega_p^2 + \left(\frac{1}{T}\right)^2\right)} \frac{1}{1 + \left(\frac{p\pi V}{l}\right)^2} (\Lambda_2 - \Lambda_\infty) e^{-\frac{t}{T}} + \frac{N}{\omega_p^2} (\Lambda_\infty - \Lambda_1) \right] (1 - H(x - Vt))
\end{aligned}$$

با استفاده از دو شرط اولیه (۸۹-۲) پارامترهای مجهول  $B$  و  $A$  به شرح زیر بدست می آیند:

$$\begin{aligned}
A_p = & \frac{NT}{\omega_p} \frac{\left(\frac{p\pi V}{l}\right)^2}{\left(\frac{p\pi V}{l}\right)^2 + \left(\frac{p\pi V}{l}\right)^2 \omega_p^2 T^2 - \omega_p^4 T^2 - \omega_p^2} ((\Lambda_2 - \Lambda_1) - (\Lambda_\infty - \Lambda_1)) \\
B_p = & -\frac{N}{\omega_p^2} \frac{\left(\frac{p\pi V}{l}\right)^2}{\left(\frac{p\pi V}{l}\right)^2 + \left(\frac{p\pi V}{l}\right)^2 \omega_p^2 T^2 - \omega_p^4 T^2 - \omega_p^2} ((\Lambda_\infty - \Lambda_1) + \omega_p^2 T^2 (\Lambda_2 - \Lambda_1)) \quad (99-2)
\end{aligned}$$

## ۲-۷- جمع بندی

در این فصل دو مدل برای لوله با طول بینهایت (حالت پایا) و دو مدل برای لوله با طول محدود (حالت گذرا) بیان شد. وجود سرعت بحرانی طبق مدل‌های پایا ملاحظه گردید. طبق مدل‌های پایا در سرعت بحرانی دامنه جابجایی شعاعی لوله بینهایت می‌شود. طبق مدل‌های گذرا نتایج واقعی تری در نزدیکی سرعت بحرانی می‌توان بدست آورد. در مدل گذرای اول از اثرات برش عرضی و اینرسی دورانی صرف نظر شده است. در این مدل فرض شده است که  $V_s \rightarrow \infty$  و  $\frac{V}{V_d} \leq 1$  می‌باشد. در مدل گذرای دوم اثرات برش

عرضی و اینرسی دورانی لحاظ شده است. فرضیات این مدل  $\left(\frac{V}{V_d}\right)^2 \leq 1$  و  $\left(\frac{V}{V_s}\right)^2 < 1$  می‌باشد. در فصل

(۵) مشاهده خواهد شد که نتایج مدل گذرای دوم نسبت به مدل‌های دیگر به نتایج حل عددی و نتایج تجربی نزدیکتر است.



# فصل سوم

روش عددی در

آنالیز دینامیکی با استفاده

از نرم افزار ABAQUS

### ۳-۱- مقدمه

جهت تحلیل مسائل دینامیکی در محدوده تغییر شکلهای بزرگ و مسائل تماسی پیچیده، از آنالیز دینامیکی صریح<sup>۱</sup> استفاده می شود. از مزایای آنالیز دینامیکی صریح نسبت به آنالیز دینامیکی ضمنی<sup>۲</sup> را بکار می برد، عبارت است از:

۱- سرعت بالای تحلیل در روش صریح

۲- قدرت همگرایی بالاتر در صورت انتخاب بازه زمانی کوچکتر

۳- قابلیت تشخیص تماس خودکار<sup>۳</sup>

۴- قابلیت نفوذ پذیری بیشتر دو قطعه در حال تماس به داخل یکدیگر

۵- تحلیل ساده تر تغییر فرمهای بزرگ همراه با جابجائی و دوران بزرگ ( همانند تحلیل برخورد<sup>۴</sup> )

۶- دارا بودن تعدادی موارد خاص غیر خطی که آنالیزهای ضمنی نرم افزار در دسترس نمی باشد.

### ۳-۲- آنالیز دینامیکی صریح در نرم افزار ABAQUS [50]:

به طور کلی هر دو روش ضمنی و صریح نرم افزار از روش المان محدود برای پیش بینی تغییر فرم مدل در زمان آینده ( انتگرال گیری زمانی ) استفاده می کنند. با این تفاوت که در حالت ضمنی از روش Newmark استفاده می شود و مقدار جابجائی در زمان آینده  $(\Delta t + t)$  مستقیماً از رابطه

---

1 Explicit  
2 Implicit  
3 Auto Contact

4 Crash

به مدل و برداری است که شامل ترم هائی از جابجائی، سرعت، شتاب، ماتریس جرمی و ماتریس میرائی در مرحله زمانی قبل می باشد. اما تفاوت اصلی روش حل صریح نسبت به روش حل ضمنی در آنست که از قانون تعادل  $F = U + K\dot{U} + C\ddot{U}M$  استفاده می کند و مقدار سرعت و جابجائی را در معادلات فوق جایگزین می کند و لذا برای محاسبه نیازی به معکوس کردن ماتریس سختی ندارد و لذا سرعت حل آن افزایش می یابد.

به کمک این تحلیل می توان به محاسبه پاسخ دینامیکی یک سازه تحت تاثیر بار گذارپهای وابسته به زمان پرداخت. در این آنالیز می توان با محاسبه جابجائی ها- کرنش ها، تنش ها و نیروهای متغیر با زمان در یک سازه پرداخت. در صورتی که تاثیرات اینرسی و میرائی قابل توجه نباشند می توان به جای آنالیز دینامیکی از آنالیز استاتیکی استفاده کرد. معادله اصلی یک آنالیز دینامیکی به صورت زیر می باشد.

$$M\ddot{X} + C\dot{X} + KX = f(t) \quad (1-3)$$

که در رابطه فوق M ماتریس جرم سیستم، C ماتریس میرائی، K ماتریس سختی،  $\ddot{X}$  بردار شتاب،  $\dot{X}$  بردار سرعت، X بردار جابجائی و  $f(t)$  بردار بار متغیر با زمان می باشد.

روش آنالیز دینامیکی صریح در ABAQUS/Explicit مبتنی بر پیاده سازی قانون انتگرال گیری صریح همراه با بکارگیری ماتریس قطری جرم " Lumped " می باشد. معادلات حرکت برای مدل با بکار بردن قانون انتگرال گیری تفاضلات مرکزی صریح به دست می آیند.

$$\dot{u}^{(i+\frac{1}{2})} = \dot{u}^{(i-\frac{1}{2})} + \frac{\Delta t^{(i-\frac{1}{2})}}{2} + \Delta t^i \ddot{u}^{(i)} \quad (2-3)$$

$$u^{(i+1)} = u^{(i)} + \Delta t^{(i+1)} \dot{u}^{(i+\frac{1}{2})} \quad (3-3)$$

که در اینجا  $\dot{u}$  سرعت و  $\ddot{u}$  شتاب می باشند. زیر نویس  $(i)$  اشاره به عدد نمو،  $i + \frac{1}{2}$  و  $i - \frac{1}{2}$  اشاره به مقادیر نمو میانی می کند. اپراتور انتگرال گیری تفاضلات مرکزی در حالت استاتیکی را می توان با بکار بردن مقادیری از  $\dot{u}^{(i-\frac{1}{2})}$  و  $\ddot{u}^{(i)}$  از نمو قبلی توسعه داد.

کلید محاسبات دقیق و موثر با روش صریح دینامیکی استفاده از ماتریس قطری ا لمان جرم می باشد زیرا معکوس ماتریس جرم در محاسبات شتاب در شروع نمو استفاده شده است.

$$\ddot{u}^{(i)} = M^{-1} \cdot (F^{(i)} - I^{(i)}) \quad (4-3)$$

که در اینجا  $M$  ماتریس قطری جرم،  $F$  بردار نیروی بکار رفته و  $I$  بردار نیروی داخلی می باشد. روش صریح نیازی به تکرار و ماتریس سختی مماسی ندارد. عملیات ویژه سرعت های میانی  $\dot{u}^{(i-\frac{1}{2})}$  و  $\dot{u}^{(i+\frac{1}{2})}$  و غیره نیازمند داشتن شرایط اولیه، شرایط قیدی معین و غیره می باشد. برای معرفی نتایج از درون یابی خطی سرعت های متوسط استفاده می شود.

$$\dot{u}^{(i+1)} = \dot{u}^{(i+\frac{1}{2})} + \frac{1}{2} \Delta t^{(i+1)} \ddot{u}^{(i+1)} \quad (5-3)$$

اپراتور تفاضلات - مرکزی به خودی خود فعال نمی شود زیرا نیازمند مقادیر سرعت متوسط می باشند. مقادیر اولیه سرعت و شتاب در زمان  $t = 0$  تا زمانی که توسط کاربر مشخص نشود بر روی صفر تنظیم می شود که برای این منظور شرایط بصورت زیر تعریف می شود.

$$\dot{u}^{(+\frac{1}{2})} = \dot{u}^{(0)} + \frac{\Delta t^1}{2} \ddot{u}^{(0)} \quad (6-3)$$

با جایگزینی نتیجه بالا در داخل  $\dot{u}^{(i+\frac{1}{2})}$  می توان  $\dot{u}^{(-\frac{1}{2})}$  را بصورت زیر تعریف کرد.

$$\dot{u}^{(-\frac{1}{2})} = \dot{u}^{(0)} - \frac{\Delta t^{(0)}}{2} \ddot{u}^{(0)} \quad (7-3)$$

### ۳-۲-۱ - پایداری

روش صریح انتگرال گیری زمان با به کار بردن تعداد زیادی از نمو های زمانی صورت می گیرد ، اپراتور تفاضلی - مرکزی بصورت مشروط پایدار می باشد و محدوده پایداری اپراتور در حالت بدون میرایی با توجه به مقادیر ویژه سیستم از رابطه زیر به دست می آید .

$$\Delta t \leq \frac{2}{w_{\max}} \quad (۸-۳)$$

در ABAQUS/Explicit کسر کوچکی از میرایی برای کنترل نوسانات در فرکانس های بالا معرفی شده است. در حالت که میرایی را در سیستم داشته باشیم زمان پایداری نمو بصورت زیر تعریف می شود .

$$\Delta t \leq \frac{2}{w_{\max}} (\sqrt{1+\xi^2} - \xi) \quad (۹-۳)$$

که در اینجا  $\xi$  کسر کوچکی از میرایی بحرانی در بالاترین مد می باشد . بر خلاف بینش مهندسی، معرفی میرایی برای حل ، زمان پایداری نمو را کاهش می دهد. برنامه نمو دهی در Abaqus/Explicit به دو صورت اتوماتیک و فیکس انجام می شود . در حالت اتوماتیک احتیاجی به دخالت کاربر ندارد و نرم افزار اندازه نمو را اختیار می کند ولی در حالت ثابت<sup>۱</sup> سایز نمو توسط کاربر انتخاب می شود.

آزمایش پایداری زمان نمو را می توان برای هر ا لمان در مش های موجود از رابطه زیر به دست می آید.

$$\Delta t \leq \frac{2}{w_{\max}^{element}} \quad (۱۰-۳)$$

که  $w_{\max}^{element}$  بیشترین مقدار ویژه آن ا لمان می باشد.

---

1 Fix

برآورد منطقی از زمان پایداری نمو به وسیله حداقل کردن این زمان در همه ا لمانها صورت می گیرد. در این صورت محدوده پایداری بصورت زیر باز سازی می شود.

$$\Delta t = \min\left(\frac{L_e}{c_d}\right) \quad (11-3)$$

که در اینجا  $L_e$  مشخصه ابعادی المان و  $c_d$  سرعت موج انبساطی ماده می باشد. مشخصه ابعادی المان از حداکثر مقدار ویژه ا لمان به دست می آید. با مشخص کردن چهار گره از یک چهار ضلعی ، مشخصه ابعادی ا لمان بصورت زیر بدست می آید.

$$L_e = \frac{A}{\sqrt{B_{il}B_{it}}} \quad (12-3)$$

که در اینجا  $A$  مساحت ا لمان و  $B_{il}$  اپراتور شیب ا لمان می باشد. سرعت موج انبساطی در ABAQUS/Explicit با محاسبه مدول هیپو الاستیک ماده از پاسخ سازه مواد بدست می آید . ثابتهای موثر Lamé ،  $\hat{\lambda}$  ،  $\hat{\mu}$  به روش زیر مشخص می شوند. که در اینجا  $\Delta p$  به عنوان تنش فشاری ،  $p = -\frac{1}{3}\text{trace}(\sigma)$  ،  $\Delta s$  بعنوان تنش انحرافی ،  $\Delta \varepsilon_{vol}$  بعنوان کرنش حجمی و  $\Delta e$  بعنوان کرنش انحرافی تعریف می شود. با فرض اینکه قاعده تنش کرنش هیپو الاستیک بصورت زیر باشد نتیجه می شود:

$$\Delta p = -\hat{K}\Delta \varepsilon_{vol} \quad (13-3)$$

$$\Delta s = 2\hat{\mu}\Delta e \quad (14-3)$$

که  $\hat{K}$  ضریب کشیدگی موثر می باشد و از روش زیر به دست می آید.

$$\hat{K} = \frac{-\Delta p}{\Delta \varepsilon_{vol}}$$

$$\hat{\mu} = \frac{1}{2} \frac{\Delta s : \Delta e}{\Delta e : \Delta e} \quad (15-3)$$

$$\hat{\lambda} = \hat{K} - \frac{2}{3} \hat{\mu}$$

اگر انبساط نمو نا چیز باشد این روابط نتایج قابل قبولی را ارائه نمی دهد. در چنین شرایطی ABAQUS/Explicit ثوابت موثر Lamé را با مقادیر اولیه  $\lambda_0$  و  $2\mu_0$  تنظیم می کند که در این مورد نمو کرنش حجمی مهم می باشد ولی تنش منحرف شونده مهم نمی باشد و مدول بررشی موثر هم از رابطه زیر بدست می آید.

$$2\hat{\mu} = \frac{1}{2} (3(\lambda_0 + 2\mu_0) - 3\hat{K}) \quad (16-3)$$

این مدول موثر ارائه گر سختی المان می باشد و سرعت موج انبساطی در المان را معرفی می کند.

$$c_d = \sqrt{\frac{(\hat{\lambda} + 2\hat{\mu})}{\rho}} \quad (17-3)$$

در فصل قبل پاسخ لوله طبق مدل های تحلیلی با طول بی نهایت ( حالت پایا ) و طول محدود ( حالت گذرا ) بدست آمد. برای بدست آوردن جواب واقعی تر پاسخ لوله به بارگذاری داخلی راه جل دیگر آنست که مساله با روش المان محدود حل شود. در این روش همدسه لوله و شرایط تکیه گاهی آن بهتر مدل می شود.

حل عددی توسط نرم افزار ABAQUS/Explicit صورت می گیرد. این نرم افزار مبتنی بر المان محدود، توانایی بالایی در حل پدیده های دینامیکی غیرخطی دارد و در شبیه سازی پدیده هایی مانند انفجار و برخورد کاربرد فراوان دارد. در تحلیل المان محدود با نرم افزار ABAQUS/Explicit برای تحلیل غیر خطی بارهای متحرک در پوسته ها، خواص الاستیک ماده نیز مورد نیاز می باشد. مواد از نظر ویژگی های الاستیک به دسته های مختلف تقسیم می شوند. اما آن چه که در بین مواد مختلف مشترک است، تبعیت آنها از قانون هوک در تغییر شکل های ارتجاعی است. مواد بکار رفته در پوسته ها از نوع ایزوتروپیک بوده و در تمامی هندسه های مدول الاستیسیته آنها یکسان بوده و روابط تنش کرنش در این مواد به صورت خطی است.



### 3-3- هندسه نمونه ها

مشخصات پوسته استوانه‌های مورد بررسی به قرار زیر است:

جدول ۳-۱- مشخصات مادی و هندسی پوسته ها

$\rho$	$E$	$\nu$	$D$
$Kg / m^3$	$N / m^2$		$m$
7800	$200e9$	0.23	0.1

قطر تمامی نمونه ها  $D = 0.1m$  می باشد و این طول و ضخامت پوسته است که تغییر می کند. در

تحقیق حاضر از چند نسبت مختلف ضخامت به قطر  $\left(\frac{t}{D}\right)$  و طول به قطر  $\left(\frac{l}{D}\right)$ ، در تحلیل‌ها استفاده شده

است که عبارتند از:

$$\frac{t}{D} = \frac{1}{20}, \frac{1}{25}, \frac{1}{30}, \frac{1}{35}, \frac{1}{40}, \frac{1}{45}, \frac{1}{50}, \frac{1}{55}, \frac{1}{60}, \frac{1}{70}, \frac{1}{80}, \frac{1}{90}, \frac{1}{100}$$

$$\frac{l}{D} = \frac{0.5}{0.1}, \frac{0.75}{0.1}, \frac{1}{0.1}, \frac{1.5}{0.1}, \frac{2}{0.1}, \frac{3}{0.1}$$

با توجه به اینکه شش طول، سیزده ضخامت و بیست و هفت سرعت مختلف مد نظر است، برای هر طول

خاص ۳۵۱ تحلیل و برای همه طول ها در حدود ۲۱۰۶ تحلیل انجام شده است که نتایج آن می

تواند رفتار طیف وسیعی از پوسته هائی که در معرض بار متحرک قرار دارند را بیان کند. از این رو

نامگذاری آنها از فرمت خاصی تبعیت می کند. نامگذاری نمونه ها برای مثال

بصورت  $Dy - L1 - tik0.001 - V250 - T0.004$  می باشد که در آن  $Dy$  نشانگر بار دینامیکی،  $F$  طول

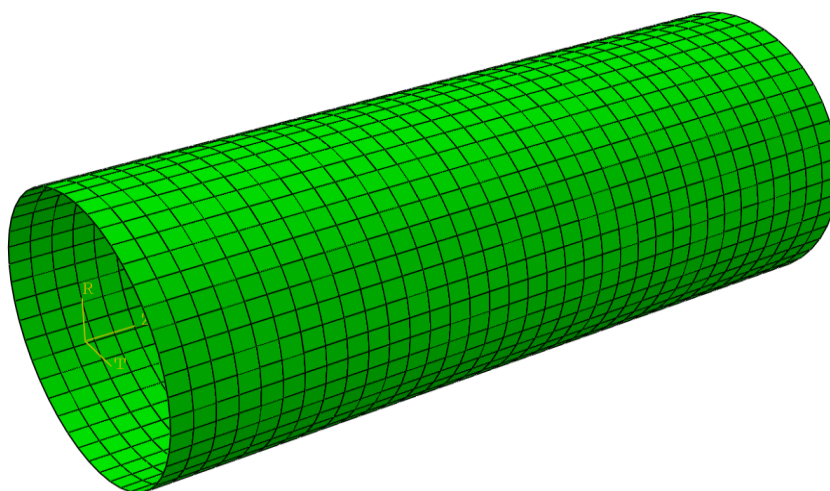
پوسته،  $tik$  ضخامت پوسته،  $V$  سرعت بار متحرک درون پوسته،  $T$  زمان عبور بار متحرک با سرعت  $V$

در پوسته ای با طول  $L$  می باشد، که در این مثال طول پوسته برابر  $L = 1m$ ، ضخامت پوسته برابر

$t_{ik} = 0.001m$ ، سرعت بار متحرک برابر با  $V = 250m/s$ ، زمان عبور بار متحرک  $T = 0.004s$  می باشد.

### ۳-۴- المان بندی نمونه‌ها

برای مش‌بندی نمونه‌ها از المان غیر خطی S4R که المان کوادراتیک چهار گرهی با شش درجه آزادی که مورد کاربرد آن برای پوسته‌های جدار نازک و جدار ضخیم می‌باشد، استفاده شده است. این المان دارای درجات آزادی مناسبی جهت مدل کردن نمونه‌ها و شرایط مرزی می‌باشند. در المان S4R اثر تنش برشی نیز اعمال می‌شود که به دقت نتایج می‌افزاید. در این المان از یک انتگرال کاهش یافته<sup>۱</sup> برای محاسبه ماتریس سختی استفاده می‌کنند. ولی ماتریس‌های جرم و بار به طور دقیق انتگرال‌گیری می‌شوند. انتگرال کاهش یافته معمولاً منجر به نتایج دقیقتری می‌شود. همچنین این روش باعث کاهش زمان تحلیل می‌شود. با بررسی نتایج و نیز مشاهده نتایج تجربی معلوم شده است که استفاده از این نوع المان انتخاب مناسبی بوده است. یک نمونه از المان بندی در شکل ۴-۱ مشاهده می‌شود.



شکل ۳-۱- نمونه ای از المان بندی پوسته

### ۳-۵- شرایط تکیه گاهی

در مدل المان محدود، شرایط تکیه گاهی و اثرات طول محدود لوله را بهتر می توان مدل کرد. در تحقیق حاضر شرایط تکیه گاهی برای تمامی پوسته ها بصورت کاملا مقید در نظر گرفته شده است. برای شبیه سازی تکیه گاه گیردار در گرههای انتهایی لوله مطابق شکل، شرایط هندسی زیر اعمال شده است.

۱- جابجایی در جهت  $Y$  صفر می باشد. این امر متضمن شرط  $w = 0$  (جابجایی شعاعی) می باشد.

۲- جابجایی در جهت  $X$  صفر می باشد. این امر از حرکت طولی لوله جلوگیری می کند.

۳- از دوران حول محور  $Z$  جلوگیری می شود. این امر باعث میشود تا شیب  $(dw/dx = 0)$  صفر گردد.

### ۳-۶- مراحل کلی در به کارگیری روش حل دینامیکی صریح :

بکارگیری روش آنالیز دینامیکی صریح در نرم افزار ABAQUS از چند مرحله مجزا تشکیل شده است که به ترتیب توضیح داده خواهد شد.

#### ۳-۶-۱- مدلسازی:

این مرحله همانند سایر آنالیز های نرم افزار می باشد با این تفاوت که کاربر مجاز به انتخاب المانهای صریح می باشد. بقیه موارد نظیر تعیین خواص ماده، ثوابت حقیقی و ..... همانند آنالیز های معمول است.

#### ۳-۶-۲- انتخاب نوع تحلیل :

با انتخاب تحلیل Dynamic/Explicit از مدول Step و تعیین پارامتر های مربوط به این تحلیل از جمله Bulk viscosity ، Incrementation ، Time period ، که به صورت زیر تعریف می شوند ، فرایند انتخاب نوع تحلیل به پایان می رسد.

Time period : زمان عبور بار متحرک در یک هندسه خاص می باشد که برای این منظور زمان مذکور از تقسیم طول پوسته استوانه ای مورد بحث بر سرعت بار متحرک بدست می آید، برای مثال وقتی که سرعت بار عبوری  $250m/s$  و طول پوسته  $0.5m$  باشد زمان عبور بار متحرک در طول پوسته استوانه ای  $0.002s$  ثانیه می باشد.

Incrementation : تغییرات مقدار زمان بار عبوری تعریف شده از سطح مورد نظر را نمو زمانی بار اعمالی می گویند وحتما باید از زمان پایداری بار عبوری از هر المان کوچکتر باشد. انتخاب سایز نمو زمانی در دقت محاسبات مهم می باشد و هر چه کوچکتر باشد نتیجه محاسبات دقیقتر می باشد. البته کوچکتر شدن بیش از اندازه فقط زمان محاسبه را بالا می برد و اگر فقط کوچکتر از زمان پایداری بار عبوری از هر المان باشد نتایج ثابتی را خواهد داشت. که کوچکترین اندازه هر المان  $L_{min}$  از تقسیم

طول پوسته بر تعداد المان در راستای طول پوسته بدست می آید. از آنجائی که اندازه همه المانها در تمام طول ها یکسان می باشد، لذا  $L_{\min}$  در تمامی طول ها برابر می باشد و فقط  $\Delta t$  به ازای سرعت های مختلف متفاوت می باشد. برای مثال برای پوسته ای با طول  $0.5 \text{ m}$  که در راستای طولی دارای  $35$  المان

و سرعت بار عبوری  $250 \text{ m/s}$  باشد، زمان پایداری از رابطه  $\Delta t = \frac{L_{\min}}{V}$  بدست می آید [50].

$$L_{\min} = \frac{L}{n} \qquad \Delta t = \frac{L_{\min}}{V} = \frac{0.0142857}{250} = 0.00005714$$

در این پروژه برای تمام نمونه ها مقدار ثابت  $\Delta t = 1e-7$  در نظر گرفته شده است.

جدول ۳-۲- زمان عبور بارمتحرک از روی هر المان در سرعت‌های مختلف

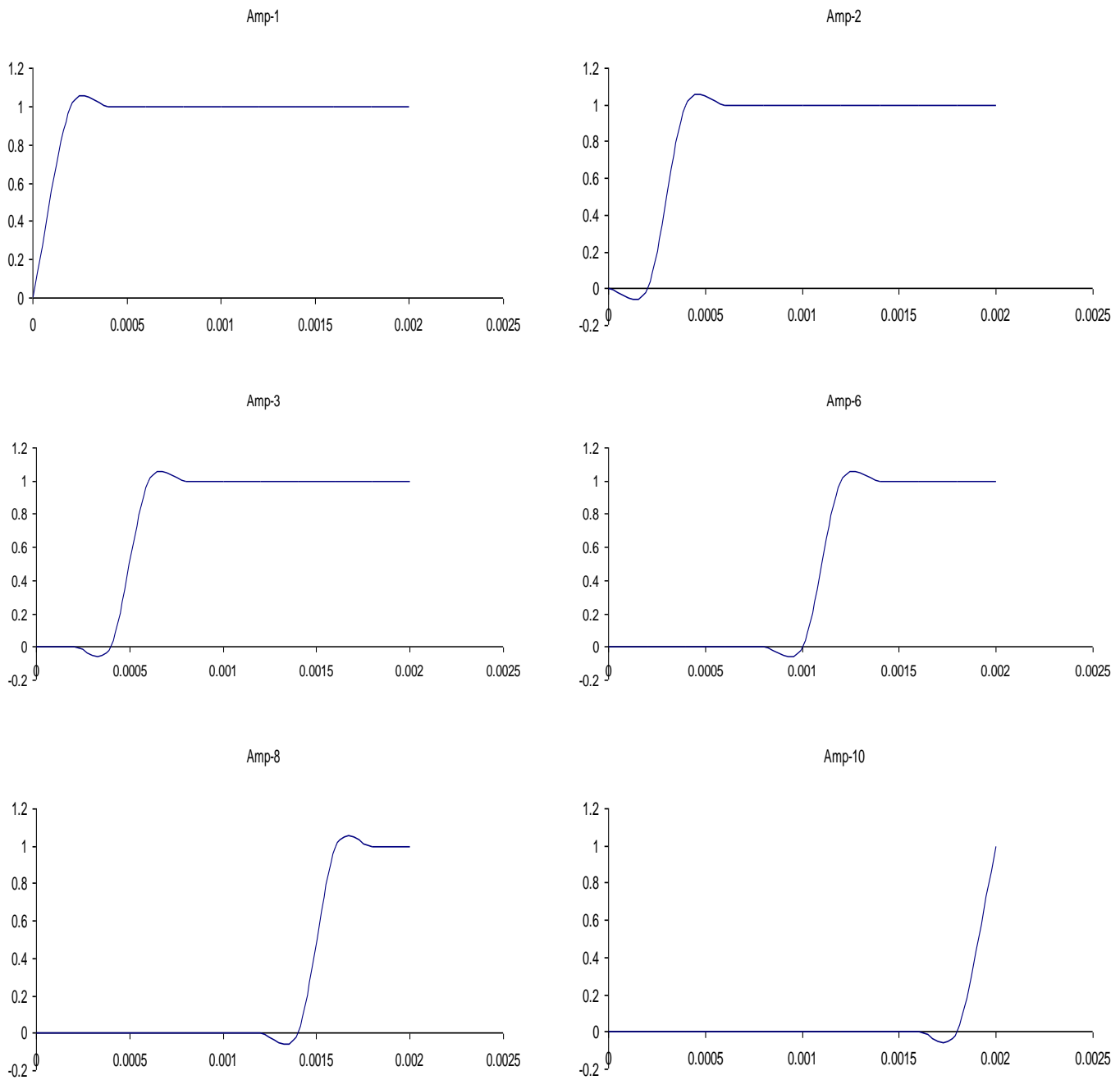
V(m/s)	$\Delta t = \frac{L_{min}}{V}$	V(m/s)	$\Delta t = \frac{L_{min}}{V}$	V(m/s)	$\Delta t = \frac{L_{min}}{V}$
250	5.71429E-05	2600	5.49451E-06	4400	3.24675E-06
500	2.85714E-05	2800	5.10204E-06	4600	3.10559E-06
750	1.90476E-05	3000	4.7619E-06	4800	2.97619E-06
1000	1.42857E-05	3200	4.46429E-06	5000	2.85714E-06
1250	1.14286E-05	3400	4.20168E-06	6000	2.38095E-06
1500	9.52381E-06	3500	4.08163E-06	7500	1.90476E-06
1750	8.16327E-06	3600	3.96825E-06	10000	1.42857E-06
2000	7.14286E-06	3800	3.7594E-06		
2200	6.49351E-06	4000	3.57143E-06		
2400	5.95238E-06	4200	3.40136E-06		

همانطور که در جدول بالا مشاهده می شود تمامی مقادیر  $\Delta t$  بزرگتر از  $\Delta t = 1e-7$  می باشند که این نشانگر یک انتخاب درست در نموده می باشد.

### ۳-۶-۳- بارگذاری:

در این مرحله تمامی بارگذاریها به جزء قیدها و شرایط اولیه ، تابعی از زمان می باشند. یعنی با تعریف دو آرایه که یکی معرف زمان و دیگری معرف بارگذاری مورد نظر است، مقدار آن بارگذاری در هر زمان معلوم می شود. به این صورت که بعد از انتخاب تحلیل Dynamic/Explicit از مدول step و تعریف پارامتر

های مربوط به این تحلیل از جمله **Time period**، **Incrementation** و **Bulk viscosity** شروع به اعمال بارگذاری متحرک می شود. در شکل (۲-۴) نحوه تغییرات بار متحرک برای پوسته ای به طول  $L = 0.5m$  که با سرعت  $250m/s$  در مدت  $0.002s$  مشاهده می شود.



شکل ۲-۳- نمایش بار عبوری از پوسته ای به طول  $L = 0.5m$  با سرعت  $250m/s$  در طی زمان  $t = 0.002s$

زمان حل مساله تا زمانی است که موج به انتهای لوله برسد. بنابراین انعکاس موج بار در نتایج مشاهده نخواهد شد. نتایج حاصل از حل عددی در فصل تحلیل نتایج مورد بررسی قرار خواهد گرفت.

جدول ۳-۳- نحوه حرکت بار عبوری از روی المانها از پوسته ای به طول $L = 0.5m$ با سرعت $250m/s$ در زمان $t = 0.002s$										
Time	Amp-1	Amp-2	Amp-3	Amp-4	Amp-5	Amp-6	Amp-7	Amp-8	Amp-9	Amp-10
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0.0002	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0.0004	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0
0.0006	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0
0.0008	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0
0.001	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0
0.0012	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0
0.0014	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0
0.0016	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0
0.0018	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0
0.002	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1

### ۳-۶-۴- مشاهده نتایج :

ABAQUS/CAE محیط اصلی و گرافیکی ABAQUS می باشد و مشاهده نتایج از طریق این محصول صورت می گیرد. هنگامی که مدل سازی به اتمام رسید، ABAQUS/CAE یک فایل ورودی<sup>۱</sup> ایجاد می کند که ساختاری بسیار شبیه به یک کد برنامه نویسی شده دارد و توسط یکی از دو روش ضمنی و یا صریح مورد تحلیل قرار می گیرد. حل گر نرم افزار، فایل ورودی را خوانده و طی فرآیند حل اطلاعاتی را به CAE می فرستد که قابلیت مشاهده<sup>۲</sup> پروسه حل به طور همزمان را ممکن می سازد. همچنین نتایج تحلیل در یک فایل خروجی<sup>۳</sup> ذخیره می گردد. در نهایت کاربر با استفاده از محیط

---

1 Input file  
2 Monitoring  
3 Output database

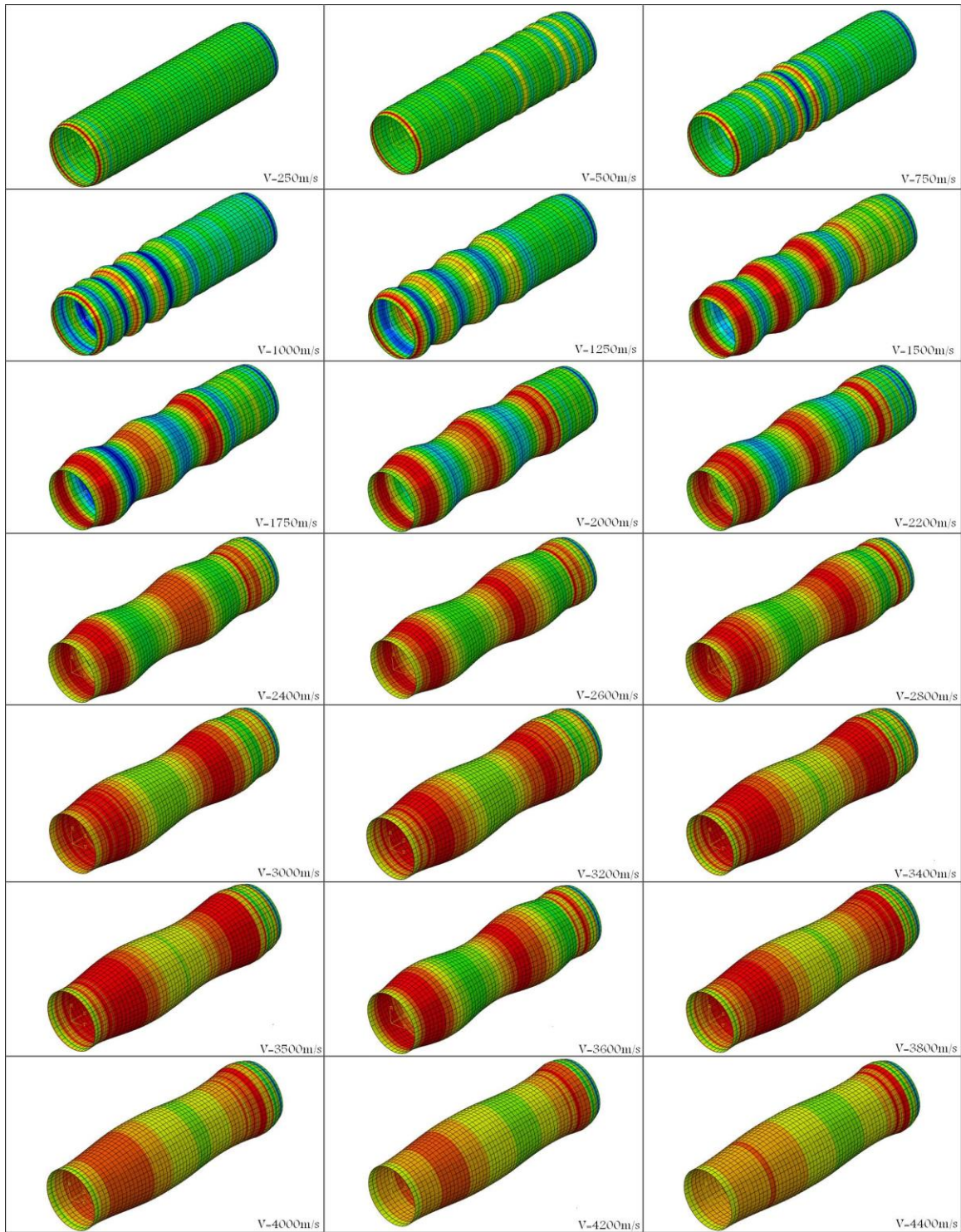


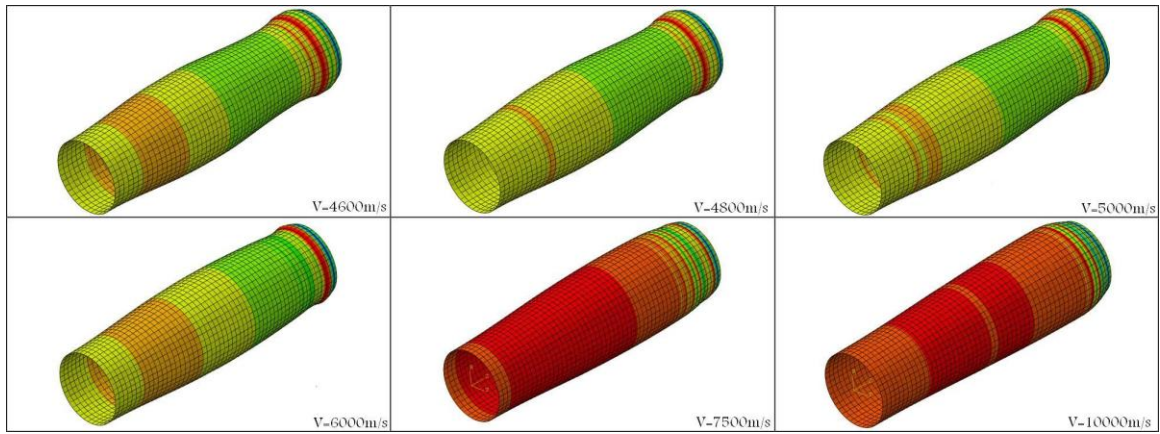
Visualization فایل خروجی حل گر را باز کرده و به مشاهده نتایج به صورت نمودار، کانتور، انیمیشن

و یا هر رابط گرافیکی دیگر می پردازد. در شکل (۳-۴) برای مثال نتایج گرافیکی مربوط به پوسته استوانه

ای با نسبت  $\frac{t}{D} = \frac{1}{100}$  و  $\frac{l}{D} = \frac{0.75}{0.1}$  در سرعتهای مختلف مشاهده می شود و تاثیرات سرعت در پاسخ

دینامیکی سازه به وضوح قابل مشاهده است.





شکل ۳-۳- نمایش گرافیکی بار عبوری از پوسته

# فصل چہارم

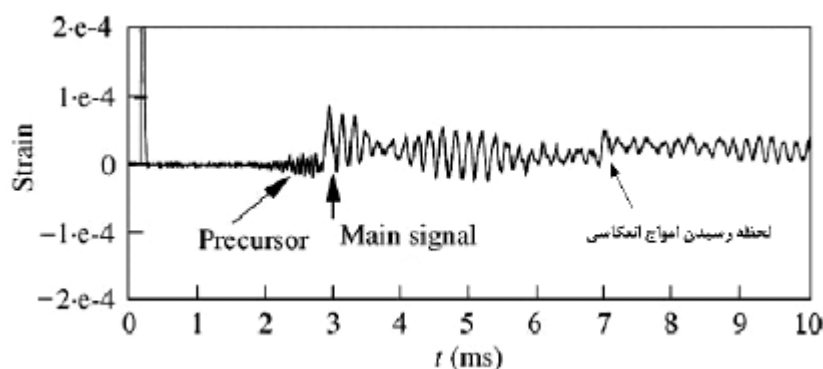
## نتائج

#### ۴-۱- مقدمه

در این فصل به تفسیر نتایج بدست آمده از حل تحلیلی و حل عددی پاسخ لوله تحت بارگذاری موج دتونیشن پرداخته شده و نتایج بدست آمده از پایان نامه حاضر با نتایج حاصل از حل تحلیلی و نتایج تجربی موجود در مرجع [33,32] مقایسه شده است. روش انجام تست و اندازه گیری در این مراجع به تفصیل در پیوست (الف) آورده شده است.

#### ۴-۲- رفتار ارتعاشی یک لوله تحت تست انفجار [32]

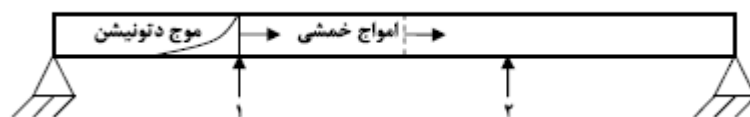
شکل (۴-۱) ، نمونه ای واقعی از کرنش محیطی لوله بر حسب زمان در بارگذاری دتونیشن می باشد. مطابق شکل وقتی که موج دتونیشن به محل مورد نظر می رسد یک افزایش ناگهانی در کرنش محیطی روی می دهد. در این لحظه حداکثر کرنش محیطی چندین برابر کرنش استاتیکی معادل می باشد. منظور از کرنش استاتیکی معادل، کرنشی است که از بارگذاری استاتیکی با فشار معادل (فشار چاپمن- ژوکت) بدست می آید. حداکثر کرنش در بارگذاری دینامیکی می تواند تا سه الی چهار برابر کرنش استاتیکی معادل افزایش یابد. بعد از عبور موج دتونیشن، کرنش با فرکانس بالا شروع به نوسان می کند. دامنه این نوسان به واسطه طبیعت زوال پذیر موج دتونیشن کوچک می شود. بعد از مدت نسبتاً طولانی تر نوسان کرنش محیطی بواسطه برگشت امواج انعکاسی در فلنجهای و انتهای لوله ادامه می یابد. این زمان در شکل نشان داده شده است.



شکل ۴-۱ کرنش محیطی بر حسب زمان (میلی ثانیه) در بارگذاری دتوئیشن حاصل از تست [۳۲]

باید به این نکته توجه داشت که فشار موج دتوئیشن در انعکاس انتهای لوله افزایش می یابد. ولی به خاطر غلظت مواد حاصل از دتوئیشن در لوله، موج دتوئیشن انعکاسی در انتهای لوله سریع مستهلک می شود و اثر آن فقط در انتهای لوله مشاهده می شود. در تحقیق حاضر از مدل کردن امواج انعکاسی صرف نظر شده است.

در شکل (۴-۱) در جلوی سیگنالهای اصلی<sup>۱</sup>، یک سری امواج پیشرو<sup>۲</sup> مشاهده می شود. مطابق شکل (۴-۲) در لحظهای که موج دتوئیشن در نقطه ۱ قرار دارد به علت پیوسته بودن لوله و حرکت امواج خمشی سازه ای در طول لوله که با سرعتی بیشتر از سرعت موج دتوئیشن حرکت می کنند، در نقطه ۲ لوله ارتعاش خواهد داشت.



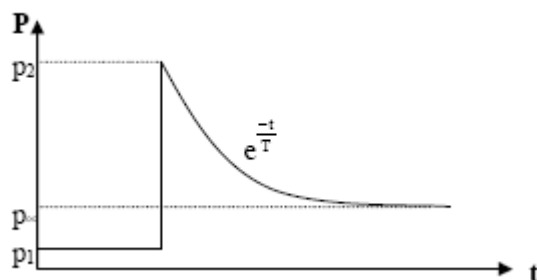
شکل ۴-۲- ارتعاش پیوسته لوله و حرکت امواج خمشی

1 Main Signal  
2 Precursor

هرچه فاصله نقاط ۱ و ۲ بیشتر باشد، این پدیده بهتر جلوه می کند. لذا در کرنش سنجهایی که انتهای لوله نصب می شود سیگنالهای پیشرو بهتر دیده می شوند (مقایسه گنج ۵ و ۱۰ در شکل (۴-۴) و جدول (۴-۲)). همچنین هرچه سرعت موج دتونیشن بیشتر باشد. فاصله نقطه ۱ تا ۲ سریعتر پیموده می شود. لذا امواج پیشروی کوچکتر با فرکانس بالاتر حاصل خواهند شد. این پدیده با مقایسه دو نمودار b و c از شکل (۴-۴) نیز مشاهده می شود.

این پدیده نشان می دهد که مدل ساده استاتیکی سطح مقطع لوله ( که در طراحی مخازن تحت فشار کاربرد دارد) برای بررسی پاسخ لوله به بارگذاری موج دتونیشن داخلی کافی نیست و باید از مدل‌های دیگری استفاده کرد. از طرفی برای طراحی اولیه لوله مناسب است که از مدل‌های استاتیکی ساده استفاده شود. لذا برای آنکه مدل‌های ساده استاتیکی، حداکثر کرنش و تنش درستی ارائه دهند باید بارگذاری آنها در یک ضریب تقویت ضرب شود. در متن حاضر مقدار این ضریب بدست آورده می شود.

در این فصل اکثر شکلها و بررسیها در ۳ حالت بارگذاری خاص دتونیشن انجام می شود. مشخصات این ۳ بارگذاری در جدول (۴-۱) آمده است. پارامترهای موجود در جدول مطابق با پروفیل فشار موج دتونیشن نشان داده در شکل (۴-۳) می باشد.



شکل ۴-۳- پروفیل موج دتونیشن

جدول ۴-۱- مشخصات موج دتونیشن

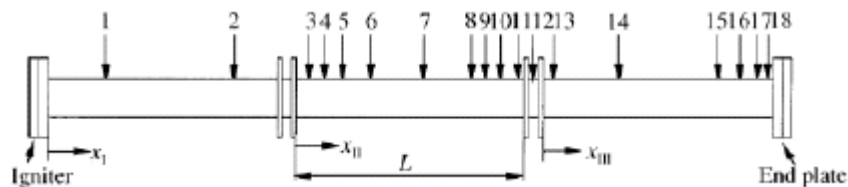
V[cj]	p[1]	p[2]	p[∞]	p[atm]	T
m/s	Kpa	Mpa	Kpa	Kpa	s
1400.1	0	1.2	0	0	4.34E-04
1478.8	0	1.35	0	0	4.34E-04
1699.7	0	1.7	0	0	4.34E-04

در جدول ردیف اول جدول (۴-۱) مربوط به سرعت موج دتونیشن زیر سرعت، ردیف دوم مربوط به سرعت موج دتونیشن نزدیک سرعت بحرانی لوله، ردیف سوم مربوط به سرعت موج دتونیشن فراتر از سرعت بحرانی (فوق بحرانی) لوله می باشد

### ۴-۳- نمودار کرنش محیطی بر حسب زمان

۴-۳-۱- نتایج تست [۳۲]

در شکل (۴-۴) و (۵-۴) کرنش محیطی اندازه گیری شده در آزمایشگاه برای بارگذاری موج دتونیشن در حالت‌های زیربحرانی و نزدیک سرعت بحرانی و فوق بحرانی برگرفته از مرجع [32] نشان داده شده است. برای آنکه موج دتونیشن، کل لوله با طول 7/14 m را طی کند به ترتیب زمانهای ۵۱ و ۴۸ و ۴۲ میلی ثانیه لازم است. شکل (۴-۵) مربوط به گیج شماره ۵ و شکل (۴-۶) مربوط به گیج شماره ۱۰ می باشد. موقعیت گیجها در شکل زیر مشخص شده است.



شکل ۴-۴- موقعیت کرنش سنجهای روی جدار بیرونی لوله

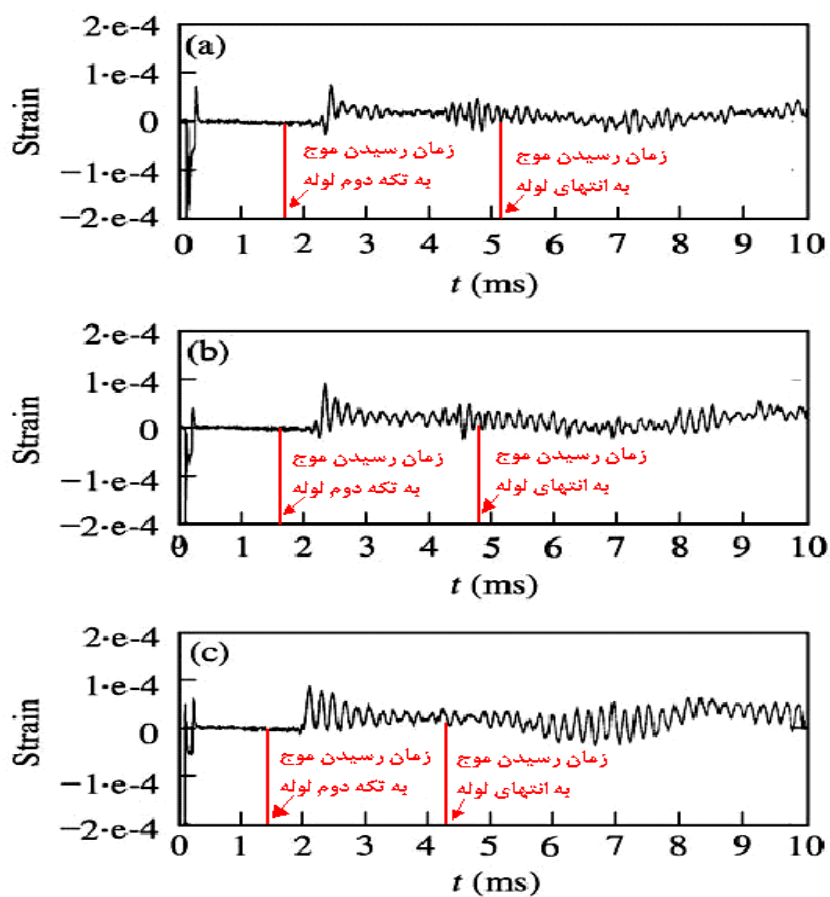


جدول ۴-۱- موقعیت مکانی گیج ها

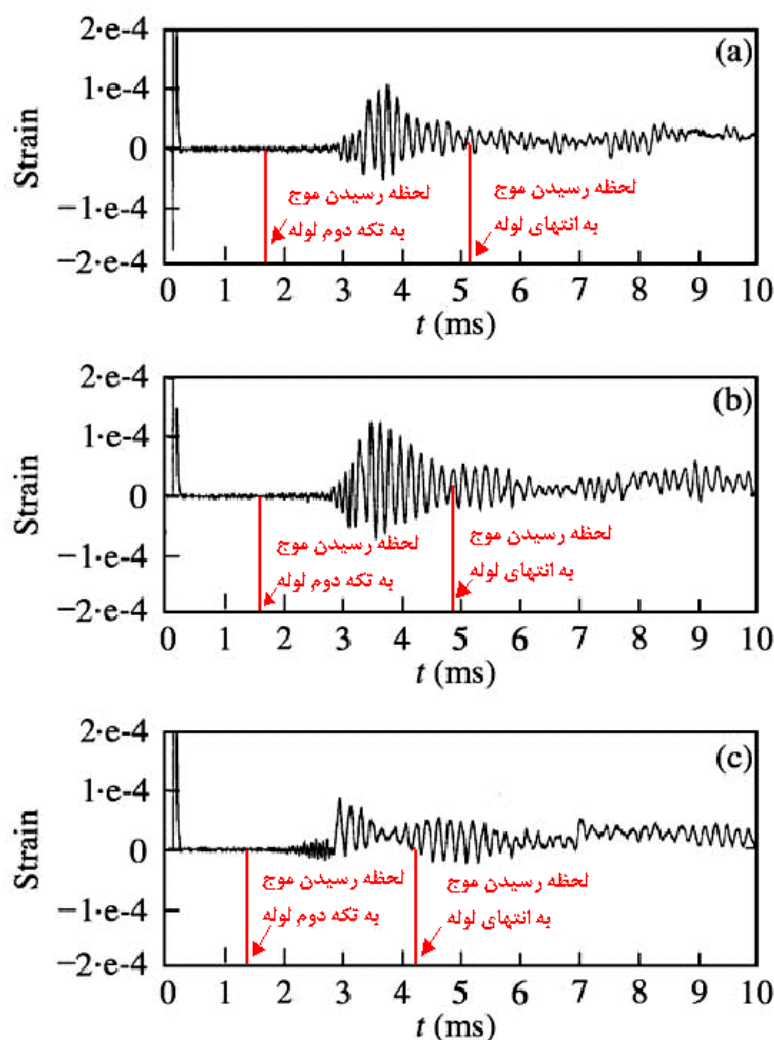
Gage	$x$ (m)	$x/L$	Gage	$x$ (m)	$x/L$
1	$x_I = 1.181$	0.496	10	$x_{II} = 2.195$	0.923
2	$x_I = 1.951$	0.820	11	$x_{II} = 2.273$	0.955
3	$x_{II} = 0.248$	0.104	12	Middle	
4	$x_{II} = 0.433$	0.182	13	$x_{III} = 0.094$	0.039
5	$x_{II} = 0.790$	0.332	14	$x_{III} = 1.181$	0.496
6	$x_{II} = 1.181$	0.496	15	$x_{III} = 1.951$	0.820
7	$x_{II} = 1.567$	0.659	16	$x_{III} = 2.085$	0.876
8	$x_{II} = 1.951$	0.820	17	$x_{III} = 2.160$	0.908
9	$x_{II} = 2.085$	0.876	18	$x_{III} = 2.243$	0.943

مطابق شکل (۴-۶) در گیج ۱۰ در سرعتهای زیر سرعت بحرانی و یا نزدیک آن، فرکانس سیگنال پیشرو قابل مقایسه با سیگنال اصلی است. ولی در سرعتهای فراتر از سرعت بحرانی، فرکانس سیگنال پیشرو بالاتر از فرکانس سیگنال اصلی است. حداکثر کرنش، نزدیک زمانی است که موج دتونیشن از محل مورد نظر عبور می کند. حداکثر کرنش در حالت نزدیک سرعت بحرانی شکل ( شکل b)، از دو حالت دیگر بیشتر است. زوال در دامنه کرنش در هر سه حالت سریع روی می دهد. دامنه سیگنال پیشرو در نزدیک سرعت بحرانی، حداکثر و در سرعت فوق بحرانی، حداقل است.

در شکل (۴-۵) و (۴-۶) زمان رسیدن موج به تکه دوم لوله مشخص شده است ( لوله متشکل از سه تکه است). همچنین زمان رسیدن موج به انتهای لوله نیز مشخص شده است. قبل از رسیدن موج به انتهای لوله امواج سازهای انعکاسی در فلنجهها و انتهای لوله باعث تغییر رفتار لوله در بارگذاری می شوند.



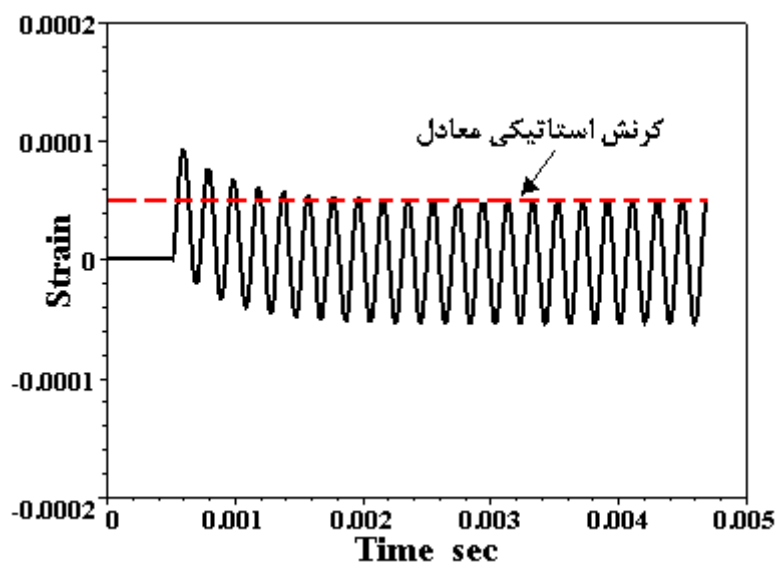
شکل ۴-۵- کرنش محیطی بر حسب زمان (میلی ثانیه) حاصل از تست در گیج ۵- ردیف اول سرعت زیر سرعت بحرانی و ردیف دوم نزدیک سرعت بحرانی و ردیف سوم فراتر از سرعت بحرانی [32]



شکل ۴-۶- کرنش محیطی بر حسب زمان (میلی ثانیه) حاصل از تست در گیج ۱۰- ردیف اول زیر سرعت بحرانی و ردیف دوم نزدیک سرعت بحرانی و ردیف سوم فراتر از سرعت بحرانی [32]

### ۴-۳-۲- مدل سطح مقطع [48]

در این مدل بار به کل طول لوله و بصورت همزمان وارد می شود. لذا پاسخ مستقل از موقعیت مکانی طولی لوله است. همچنین حرکت موج دتونیشن در این مدل دیده نمی شود. بنابراین پاسخها (X) طولی لوله مستقل از سرعت دتونیشن می باشند و تنها وابسته به مقدار فشار اعمالی بر روی لوله می باشند. لذا در شکل (۴-۶) کرنش محیطی بر حسب زمان تنها برای یک نقطه آورده شده است.



شکل ۴-۷- گرنش محیطی بر حسب زمان (ثانیه) در مدل سطح مقطع [42]

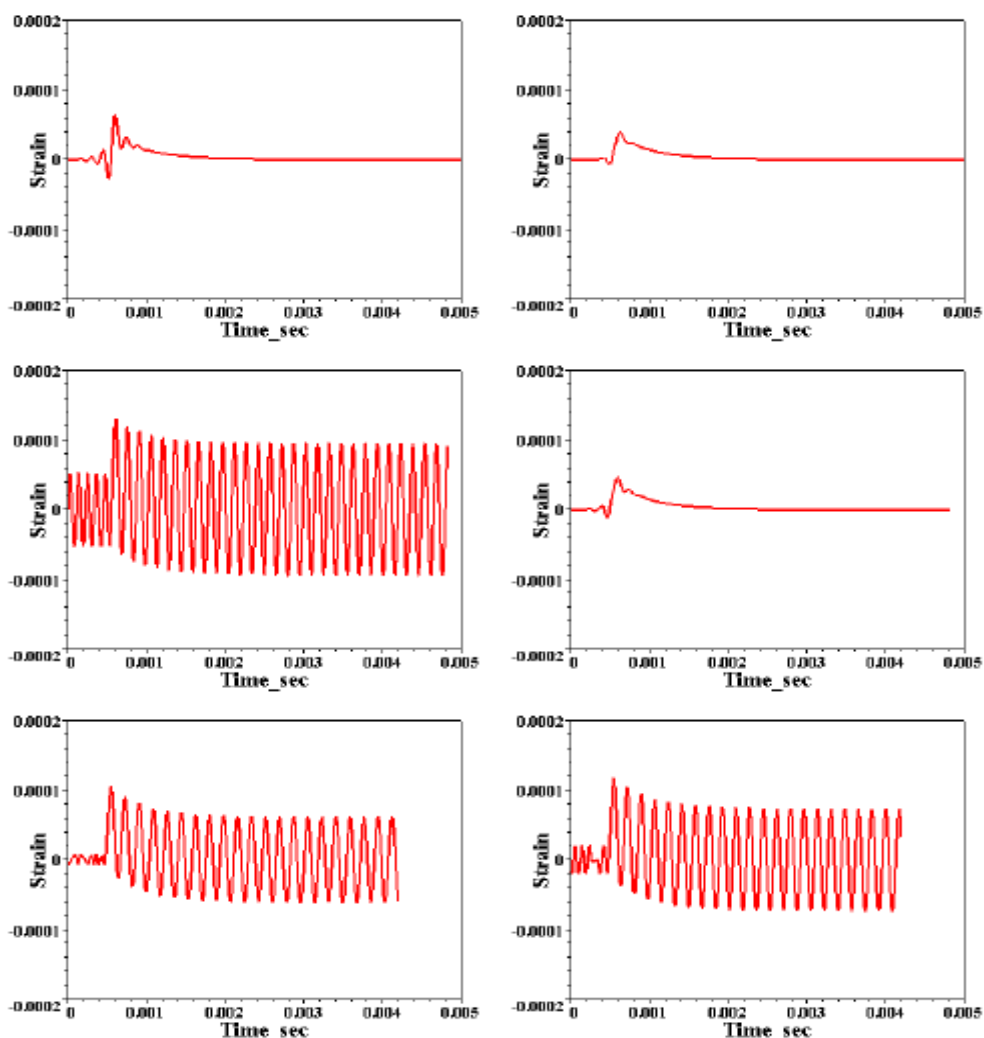
شکل (۴-۷) مربوط به موج دتونیشن با سرعت  $V=1699/7$  m/s (حالت فوق بحرانی) می باشد. در شکل، گرنش محیطی به ازای بارگذاری استاتیکی معادل با یک خط چین ترسیم شده است. به دلیل آنکه بارگذاری همزمان در کل طول لوله اعمال می شود، لذا امواج پیشرو در این مدل مشاهده نمی شود. بعد از بارگذاری، گرنش با فرکانس حدود  $5/1$  kHz نوسان می کند. در این مدل اثر سرعت در بارگذاری و لذا اثر تحریک امواج خمشی در سازه دیده نمی شود. از طرفی مقدار گرنش استاتیکی معادل و حداکثر گرنش دینامیکی، هر دو بصورت خطی با فشار چاپمن-ژوکت متناسب هستند. لذا در بارگذاری دتونیشن با سرعت و فشارهای مختلف عدد ضریب تقویت همواره عددی ثابت بین ۱ و ۲ است. به عنوان مثال در لوله مورد بررسی، در هر سه حالت زیر بحرانی، نزدیک سرعت بحرانی و فوق بحرانی ضریب تقویت ثابت و برابر  $1/798$  می باشد.

### ۳-۳-۴- مدل پوسته جدار نازک با طول بینهایت (حالت پایا)

در شکل (۸-۴) نمودار کرنش محیطی بر حسب زمان آمده است. ستون راست طبق مدل پوسته جدار نازک بدون در نظر گرفتن اثر برش عرضی و اینرسی دورانی می باشد. ستون چپ طبق مدل پوسته جدار نازک با در نظر گرفتن اثر برش عرضی و اینرسی دورانی (مدل تانگ) است که ردیف اول مربوط به حالت زیر بحرانی ( $V=1400/1$  m/s) و ردیف دوم مربوط به حالت نزدیک سرعت بحرانی ( $V=1478/8$  m/s) و ردیف سوم مربوط به سرعت فوق بحرانی ( $V=1699/7$  m/s) می باشد.

در این مدل طول لوله بی نهایت است و پاسخ حالت پایا است. لذا جواب مستقل از موقعیت مکانی  $X$  است. بنابراین پاسخها تنها برای یک نقطه از لوله آمده است. سرعت بحرانی طبق مدل اول (بدون در نظرگیری اثر برش عرضی و اینرسی دورانی) از رابطه (۲-۱۷) برابر  $V_{co}=1544$  m/s بدست می آید. در حالیکه این مقدار طبق مدل تانگ برابر  $V_{co}=1455$  m/s است. به همین دلیل طبق مدل اول رفتار پوسته در سرعت  $V=1478/8$  m/s به رفتار پوسته زیر سرعت بحرانی نزدیک است. ولی در مدل تانگ رفتار پوسته در سرعت  $V=1478/8$  m/s به رفتار پوسته در فراتر از سرعت بحرانی نزدیکتر است.

مطابق شکل (۸-۴) در ردیف اول تمامی نوسانات (نوسانات سیگنالهای پیشرو و اصلی) بشدت مستهلک می شوند. شدت این استهلاک در مدل اول بیشتر است. در مدل اول به دلیل نادیده گرفتن تغییر شکل بر اثر برش عرضی، دامنه نوسان متفاوت با مدل تانگ است. همچنین چون اثر اینرسی دورانی نیز در نظر گرفته نشده است. نوسان این مدل نیز نسبت به مدل تانگ کمتر است. فرکانس نوسانی کرنش محیطی در سرعت زیر بحرانی، در سیگنال پیشرو و اصلی طبق مدل اول تقریباً ۷ kHz در صورتیکه این مقدار طبق مدل تانگ برابر ۶/۳ kHz می باشد. همچنین ماکزیمم کرنش محیطی در مدل اول تقریباً  $4 \times 10^{-5}$  و طبق مدل تانگ برابر  $7 \times 10^{-5}$  است.



شکل ۴-۸- کرنش محیطی بر حسب زمان (ثانیه) طبق مدل تحلیلی حالت پایا - سمت راست بدون در نظر گرفتن اثر برش عرضی و اینرسی دورانی و سمت چپ با در نظر گرفتن برش عرضی و اینرسی دورانی - ردیف اول حالت زیر بحرانی ، ردیف دوم نزدیک سرعت بحرانی و ردیف سوم حالت فوق بحرانی [42]

در ردیف دوم همانگونه که بیان شد به علت تفاوت در پیش بینی سرعتهای بحرانی، دو مدل کاملاً متفاوت عمل می کنند. در قسمت بررسی ضریب تقویت نشان داده خواهد شد که سرعت بحرانی در حدود  $1450 \text{ m/s}$  می باشد و مدل تانگ بخوبی در این زمینه با نتایج تست هماهنگی دارد. در ردیف سوم، سیگنالهای پیشرو بخوبی در دو مدل نمایان است. فرکانس نوسانی سیگنال پیشرو در مدل اول تقریباً برابر  $11 \text{ kHz}$  و فرکانس سیگنال اصلی  $5/8 \text{ kHz}$  می باشد.

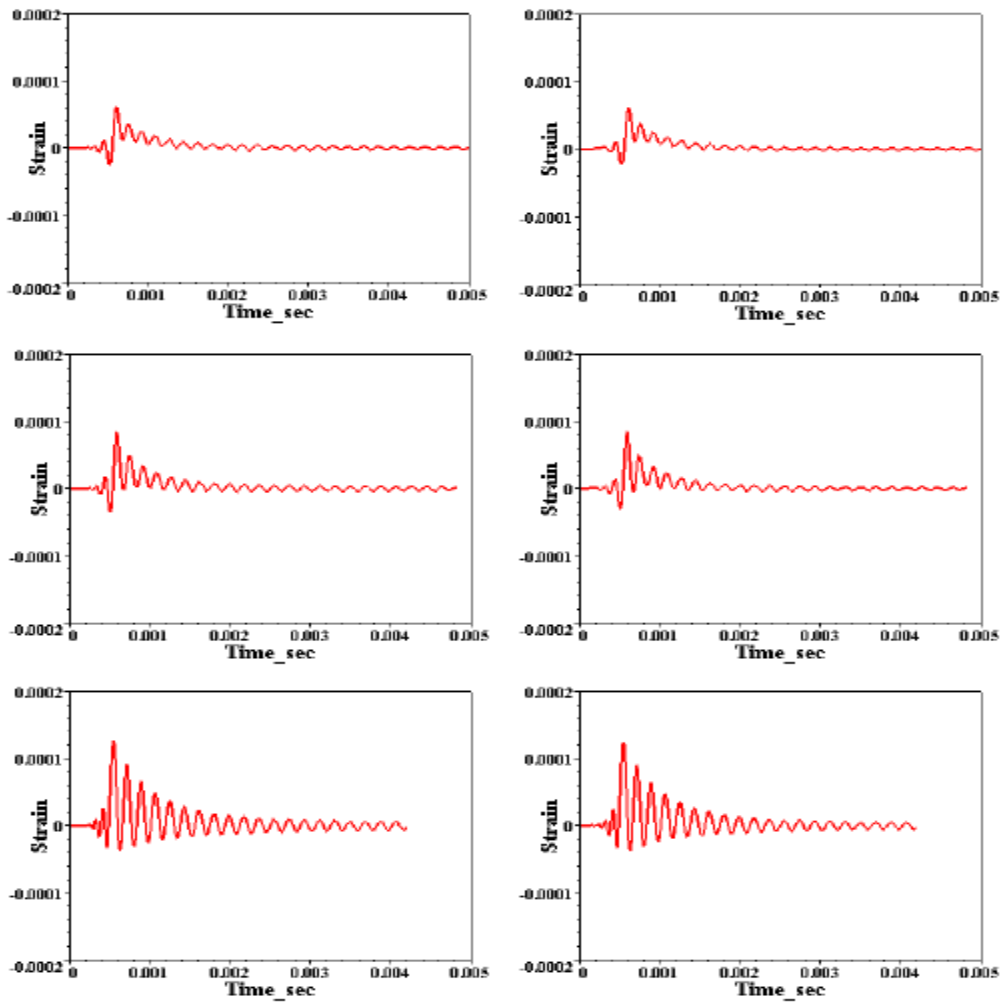
این فرکانسها در مدل تانگ نیز دقیقا همین مقادیر می باشند. تنها تفاوت در حالت فوق بحرانی، میزان دامنه های نوسان کرنش است. حداکثر دامنه کرنش در سیگنال پیشرو طبق مدل اول تقریبا  $2 \times 10^{-5}$  در مدل تانگ  $0.8 \times 10^{-5}$  است. ماکزیمم کرنش بعد از عبور موج در مدل اول تقریبا  $12 \times 10^{-5}$  و در مدل تانگ  $10.6 \times 10^{-5}$  بدست می آید.

بدلیل در نظر نگرفتن اثرات گذرا و بینهایت فرض کردن طول لوله در مدل حالت پایدار، نوسانات در حالت فوق بحرانی دمپ نمی شوند و تا بینهایت ادامه می یابد.

### ۴-۳-۴- مدل لوله با طول محدود (مدل گذرا)

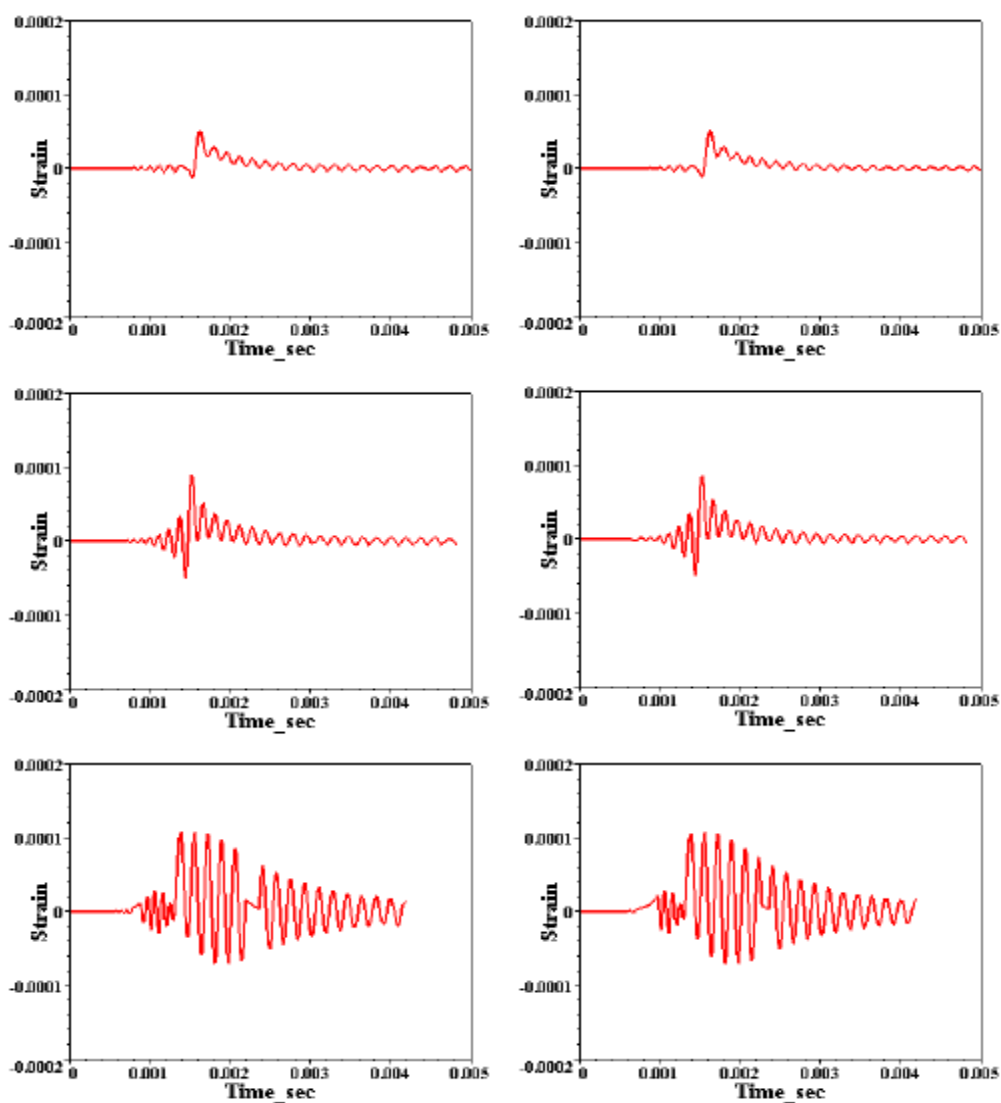
مدلهای گذرا جوابهای واقعتری را نسبت به مدل حالت پایدار می دهد. در این قسمت پاسخ لوله طبق دو مدل گذرا بررسی می شوند. در مدل اول اثر برش عرضی و اینرسی دورانی لحاظ نشده است. اما در مدل دیگر اثر برش عرضی و اینرسی دورانی لحاظ شده است.

در شکل (۹-۴) و (۱۰-۴) کرنش محیطی بر حسب زمان طبق مدل اول مطابق با فواصل گنج ۵ و گنج ۱۰ آورده شده است. در شکل، ستون سمت راست مربوط به لوله با تکیه گاه گیردار و ستون سمت چپ مربوط به لوله با تکیه گاه ساده می باشد. ردیف اول مربوط به حالت زیر بحرانی و ردیف دوم مربوط به حالت نزدیک سرعت بحرانی و ردیف سوم حالت فوق بحرانی است. زمانهای رسیدن موج به نقطه مورد نظر در این نمودارها بطور مستقیم نمی توانند با نمودارهای تجربی مقایسه شوند. زیرا در مدل‌های تحلیلی تنها تکه دوم لوله مدل شده است. در این مدل رفتار نوسانی کرنش محیطی به نتایج تجربی نزدیکتر شده است. به عنوان مثال تشکیل امواج پیشرو قبل از رسیدن موج و همچنین میرا شدن دامنه نوسان کرنش بعد از عبور موج به رفتار واقعی لوله شبیه تر شده است. این پدیده نشان می دهد که خیلی از ویژگیهای سیگنالهای کرنش محیطی، بواسطه رفتار گذرای لوله است. سیگنالهای پیشرو قبل از ماکزیمم کرنش در شکل (۹-۴) و (۱۰-۴) بخوبی نمایان است.



شکل ۴-۹- کرنش محیطی بر حسب زمان طبق مدل گذرای اول در محل گیج ۵ - سمت راست، لوله با تکیه گاه گیردار و سمت چپ، لوله با تکیه گاه ساده- ردیف اول حالت زیر بحرانی و ردیف دوم نزدیک سرعت بحرانی و ردیف سوم فوق بحرانی [42]

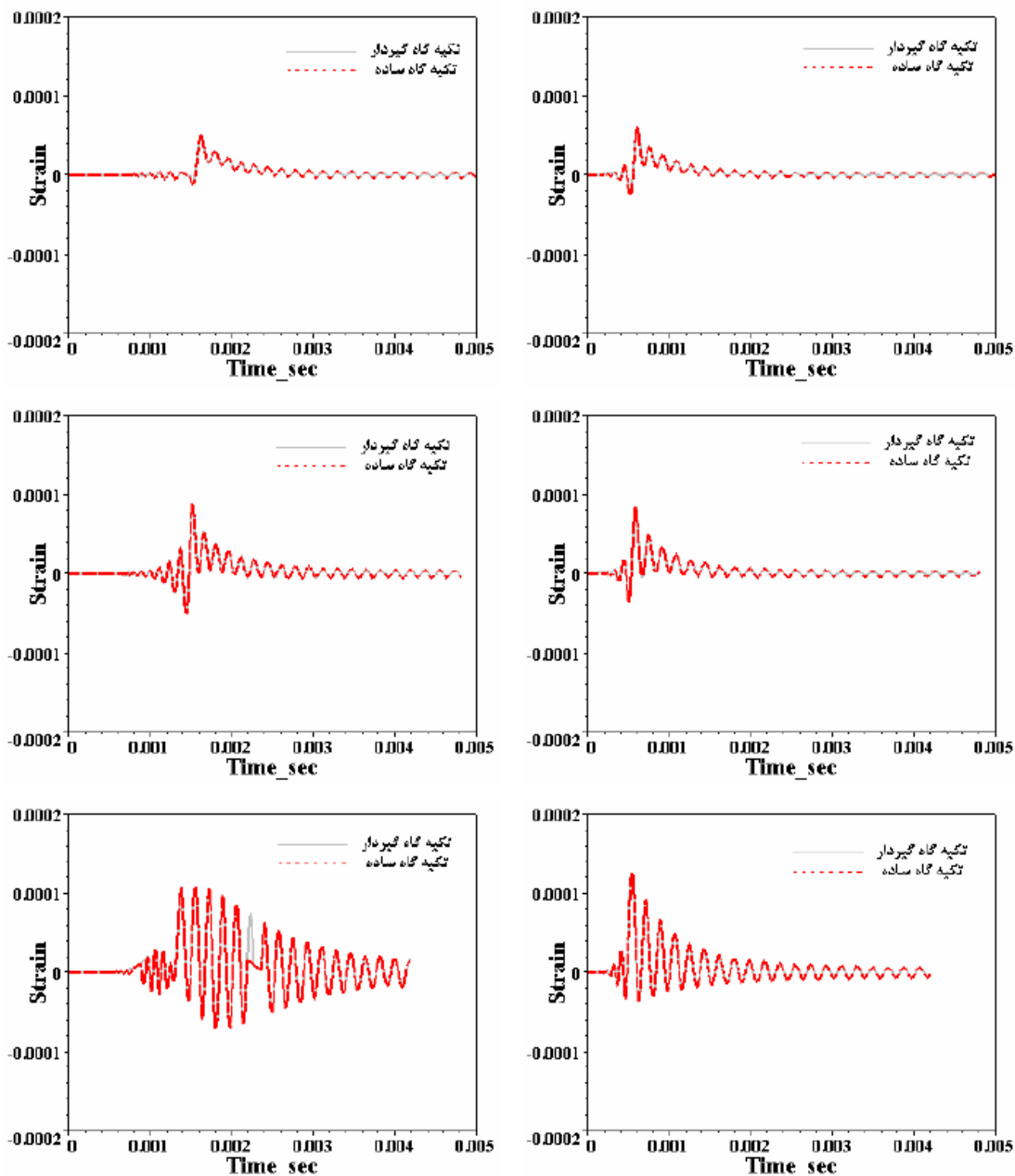




شکل ۴-۱۰- کرنش محیطی بر حسب زمان طبق مدل گذرای دوم در محل گیج ۱۰ - سمت راست لوله با تکیه گاه گیردار و سمت چپ لوله با تکیه گاه ساده- ردیف اول حالت زیر بحرانی و ردیف دوم نزدیک سرعت بحرانی و ردیف سوم فوق بحرانی [42]

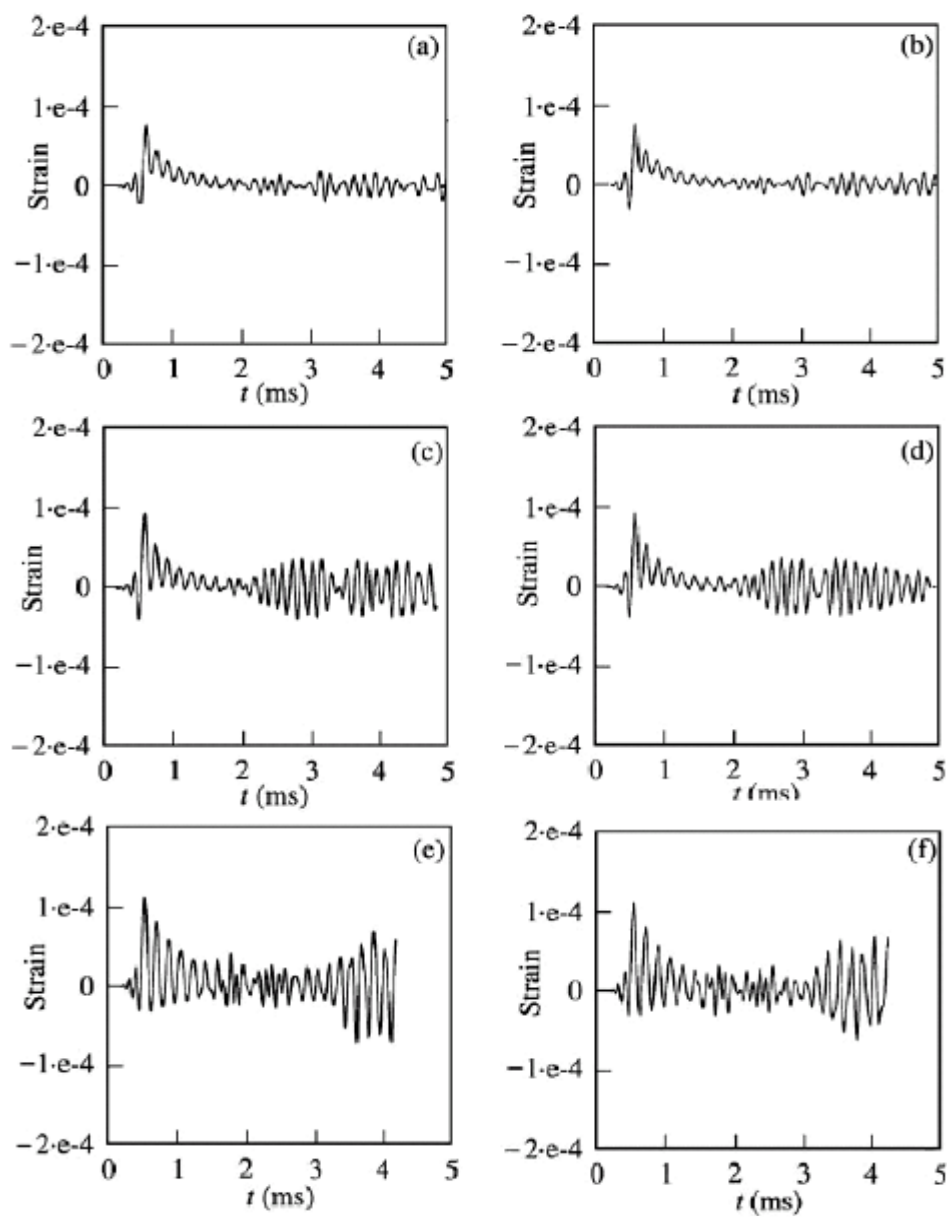
برای بررسی اثر شرایط تکیه گاهی لوله در پاسخ، در شکل (۵-۱۱) برهم نهی دو جواب تکیه گاه ساده و گیردار در محل گیج ۵ و گیج ۱۰ مطابق مدل اول گذرا صورت گرفته است. ستون راست مربوط به گیج ۵ و ستون چپ مربوط به گیج ۱۰ می باشد. همانطور که در شکل مشاهده می شود نتایج لوله با تکیه گاه

ساده و گیردار دقیقاً یکسان هستند. فرکانس کرنش محیطی و مقدار دامنه کرنش در لوله با تکیه گاه ساده و تکیه گاه گیردار یکسان می باشد.

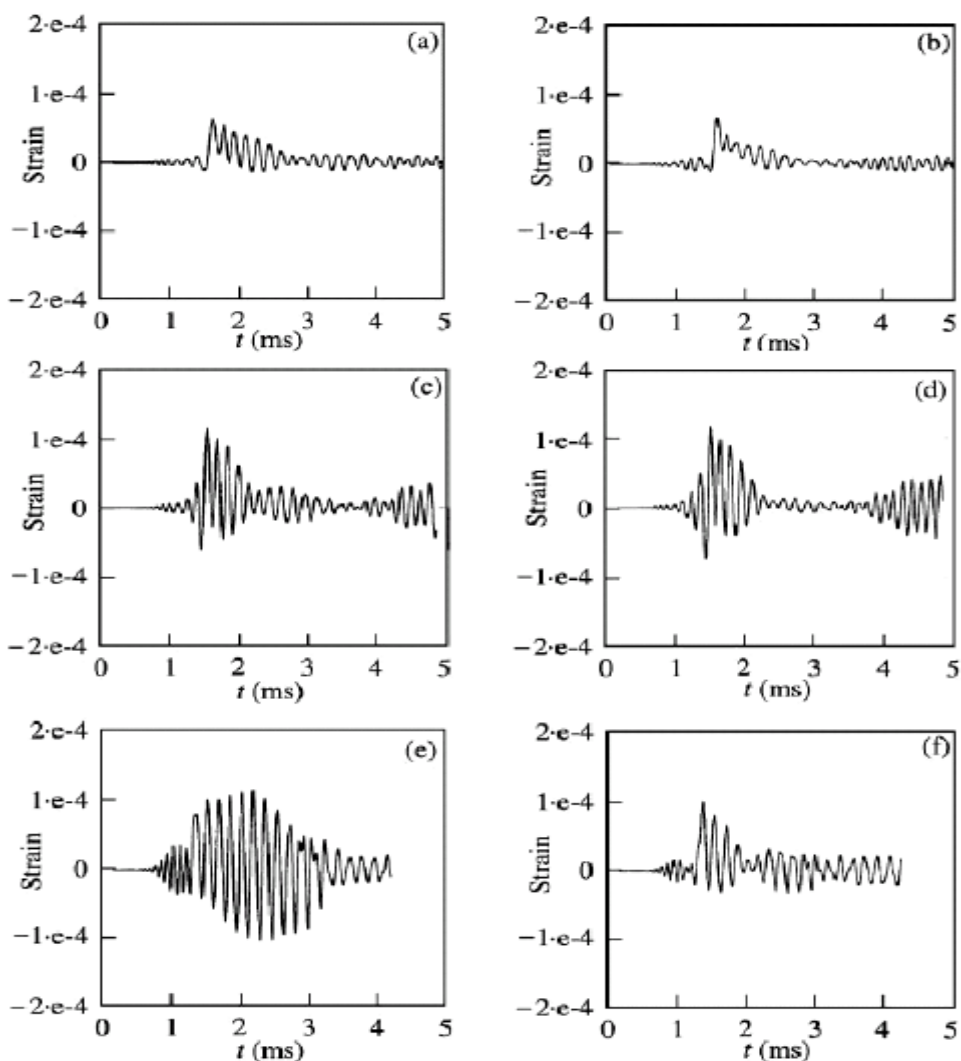


شکل ۴-۱۱- مقایسه کرنش محیطی بر حسب زمان بین لوله با تکیه گاه ساده و لوله با تکیه گاه گیردار بر اساس مدل گذرای اول- ستون راست گیج ۵ و ستون چپ گیج ۱۰ - ردیف اول حالت زیر بحرانی و ردیف دوم نزدیک سرعت بحرانی وردیف سوم فوق بحرانی [42]

پاسخ لوله طبق مدل گذرای اول حاصل از مرجع [32] در شکل‌های (۴-۱۲) و (۴-۱۳) برای گنج ۵ و ۱۰ آورده شده است. مشاهده می‌شود که در گنج ۵ جوابها برای لوله با تکیه گاه ساده و گیردار دقیقا یکی می‌باشد. ولی در موقعیت گنج ۱۰ جواب حاصل از تکیه گاه ساده با جواب حاصل از تکیه گاه گیردار اختلاف فاحشی دارد. مرجع [32] علت این اختلاف را اثر انعکاس امواج سازهای در فلنجه‌ها و انتهای لوله می‌داند (گنج ۱۰ مطابق شکل (۴-۴) در نزدیکی فلنج تکه دوم و سوم قرار دارد). گنج ۵ چون در نزدیکی ورودی تکه دوم لوله قرار دارد، اثر امواج انعکاسی در آن کم است. با در نظرگیری اثر انعکاس امواج سازهای در فلنجه‌ها و انتهای لوله، مدل گذرای لوله با تکیه گاه گیردار بخصوص در حالت سرعت فوق بحرانی جوابهای نزدیکتری به نتایج تست را می‌دهد [۳۲].

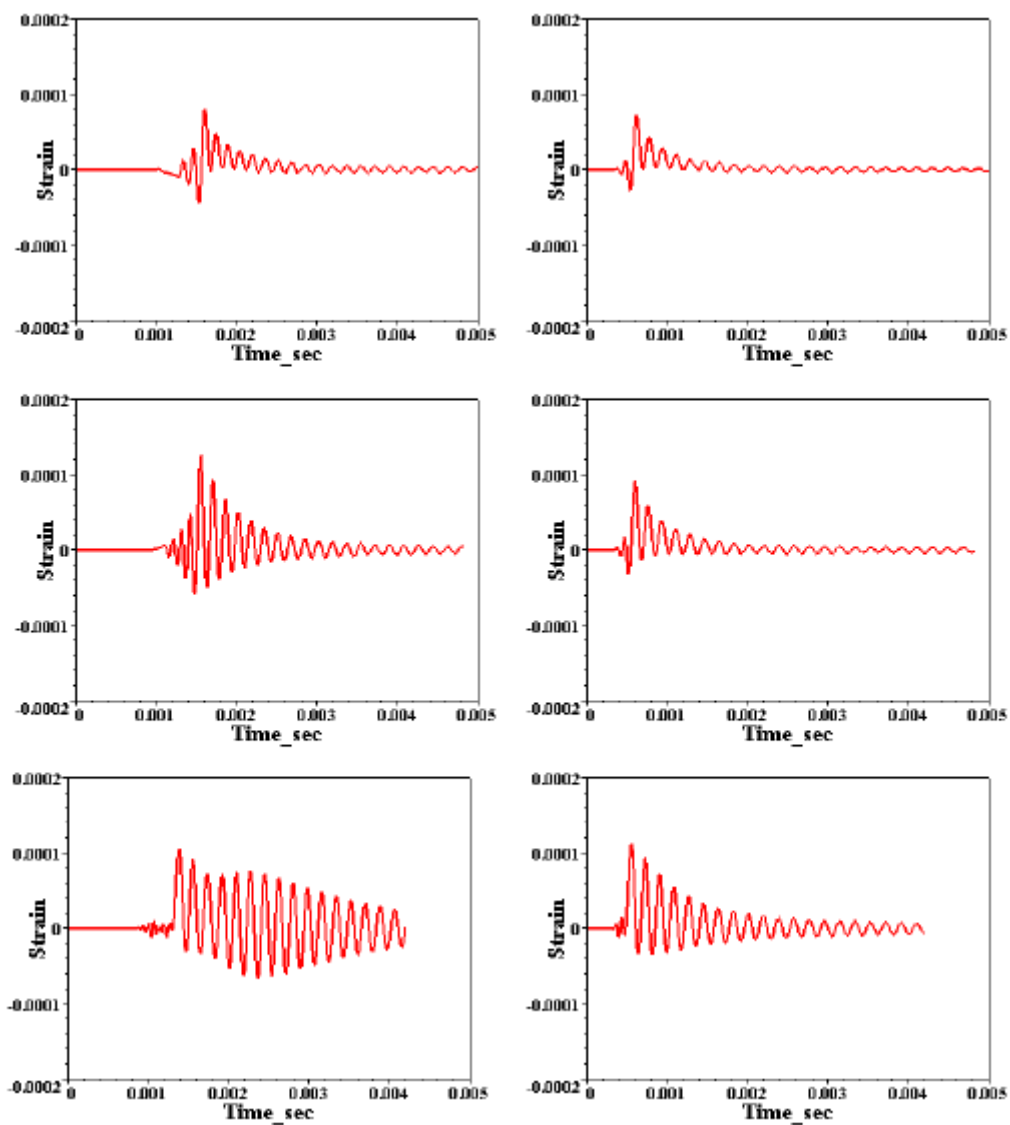


شکل ۴-۱۲- کرنش محیطی بر حسب زمان در محل گیج ۵ طبق مدل گذرای اول- سمت راست لوله با تکیه گاه گیردار و سمت چپ لوله با تکیه گاه ساده- ردیف اول حالت زیر بحرانی و ردیف دوم نزدیک سرعت بحرانی و ردیف سوم فوق بحرانی [32]



شکل ۴-۱۳- کرنش محیطی بر حسب زمان در محل گیج ۱۰ طبق مدل گذرای اول حاصل از مرجع [۳۲] سمت راست لوله با تکیه گاه گیردار و سمت چپ لوله با تکیه گاه ساده- ردیف اول حالت زیر بحرانی و ردیف دوم نزدیک سرعت بحرانی و ردیف سوم فوق بحرانی

در شکل (۴-۱۴) کرنش محیطی بر حسب زمان طبق مدل گذرای دوم (با در نظر گرفتن اثر برش عرضی و اینرسی دورانی) آورده شده است. ستون راست متناظر با گیج ۵ و ستون چپ متناظر با گیج ۱۰ میباشد. ردیف های اول و دوم و سوم به ترتیب برای حالت های زیر بحرانی، نزدیک سرعت بحرانی و فوق بحرانی می باشد.



شکل ۴-۱۴- کرنش محیطی بر حسب زمان طبق مدل گذرای دوم حاصل از مرجع [42] - ستون راست مربوط به گیج ۵ و ستون چپ مربوط به گیج ۱۰

ابتدا دامنه نوسان امواج اصلی کرنش محیطی بعد از ماکزیمم آن بررسی می شود. این دامنه در گیج ۵ و ۱۰ در حالت سرعت زیر بحرانی، مطابق مدل گذرای اول شکل (۴-۹) بسیار کوچک است و حتی تا خط  $Strain = 0$  نیز نمی رسد. اما مقدار دامنه نوسان این امواج در مدل گذرای دوم تا خط  $Strain = 0$  نیز ادامه می یابد.

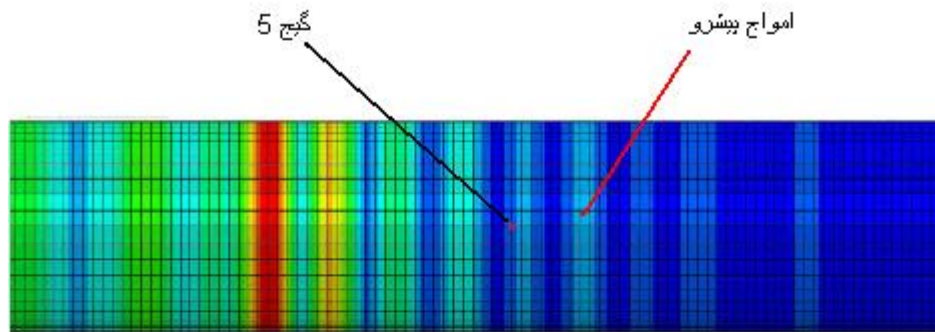
در حالت فوق بحرانی در محل گیج ۱۰ مطابق مدل دوم، بعد از حداکثر کرنش دامنه نوسان موج اصلی ابتدا مقداری کاهش یافته و سپس افزایش یافته و مجددا کاهش می یابد. این رفتار در مدل گذرای اول مشاهده نمی شود.

### ۴-۳-۵- مدل المان محدود

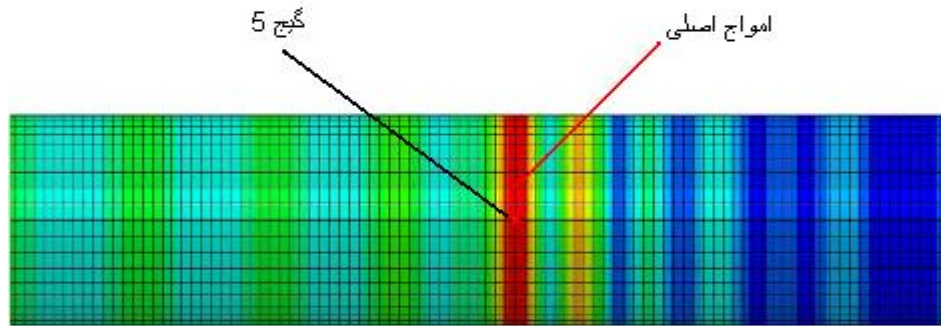
بوسیله شبیه سازی عددی و مدل المان محدود نتایج دقیق تری می توان بدست آورد. در مدل المان محدود علاوه بر گسترش بهتر حالت گذرای کرنش محیطی نسبت به زمان، اثرات برش عرضی و اینرسی دورانی نیز وارد حل می شود. در شکل (۴-۱۵) لحظات مختلف عبور موج از محل گیج ۵ و کرنش محیطی نقطه مورد نظر نسبت به زمان نشان داده شده است. موج دتونیشن با سرعت  $V = 14001 m/s$  می باشد که از سمت راست به طرف سمت چپ در طول لوله در حرکت است. قسمت مثبت محور X به سمت خارج لوله و قسمت منفی محور X به سمت داخل لوله است. در شکل اول پیشانی موج دتونیشن هنوز به محل گیج نرسیده است. اما امواج پیشرو به گیج ۵ رسیده و باعث ایجاد کرنش در لوله شده اند. در شکل دوم پیشانی موج دتونیشن به محل مورد نظر رسیده است و لحظه ای بعد از آن افزایش ناگهانی در کرنش روی می دهد. در شکل سوم پیشانی موج از روی گیج ۵ رد شده است. مشاهده می شود که دامنه کرنش لوله نیز رو به کاهش است.

نتایج نموداری کرنش محیطی بر حسب زمان حاصل از حل عددی در شکل (۴-۱۶) برای گیج ۵ و ۱۰ آورده شده است. در این شکلها ستون سمت راست، مربوط به گیج ۵ و ستون سمت چپ، مربوط به گیج ۱۰ می باشد. ردیف اول حالت زیر بحرانی، ردیف دوم حالت نزدیک سرعت بحرانی و ردیف سوم حالت فوق بحرانی می باشد.

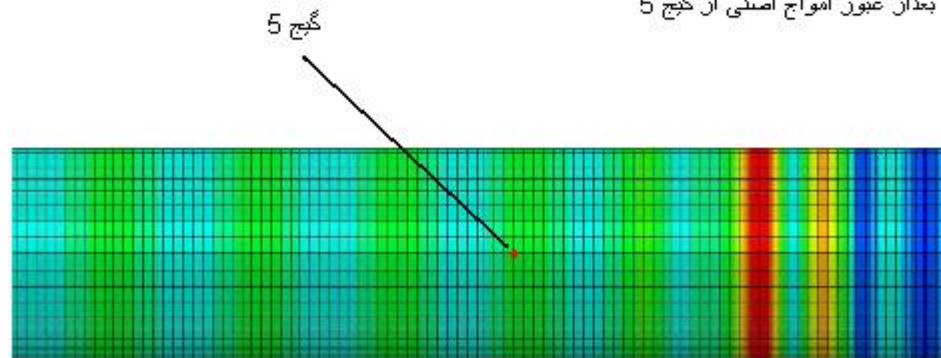
فیل از رسیدن امواج اصلی به گنج 5



زمان رسیدن امواج اصلی به گنج 5

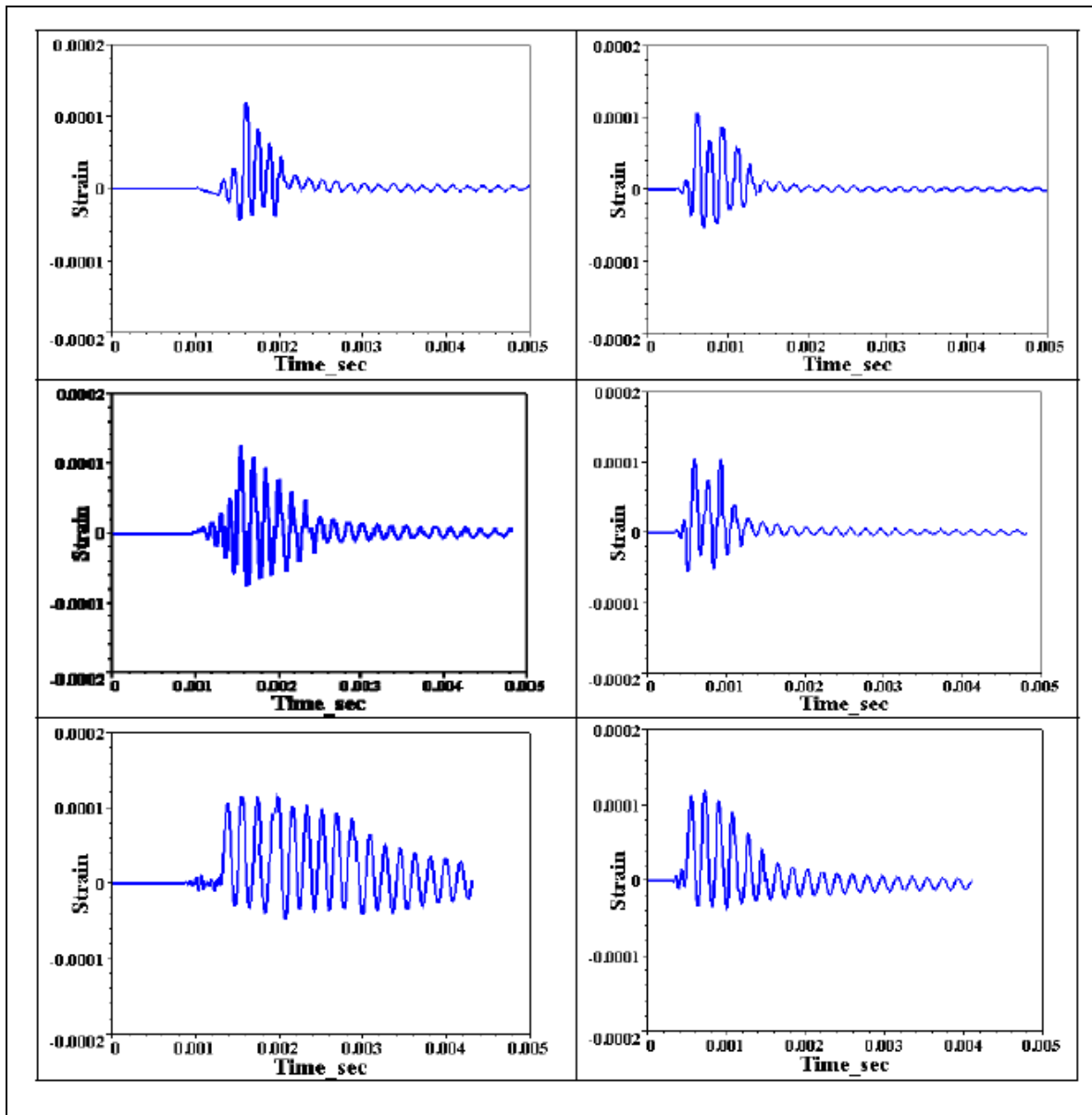


بعد از عبور امواج اصلی از گنج 5



شکل ۴-۱۵- لحظات مختلف عبور موج دتونیشن و بارگذاری آن روی لوله طبق حل عددی در تحقیق حاضر





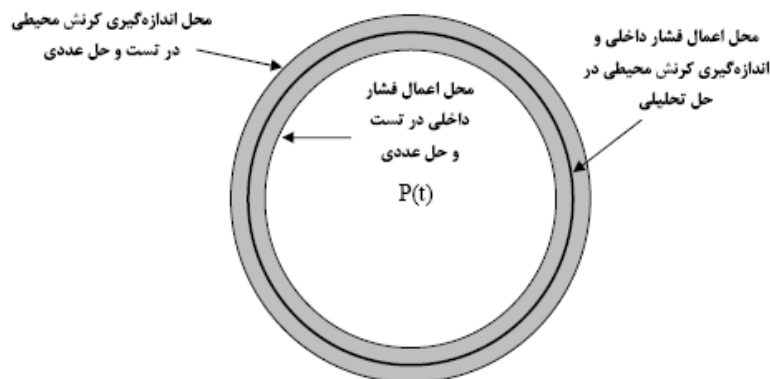
شکل ۴-۱۶- کرنش محیطی بر حسب زمان (ثانیه) طبق مدل گذرای دوم حاصل از حل عددی در این تحقیق - ستون راست مربوط به گیج ۵ و ستون چپ مربوط به گیج ۱۰

### ۴-۳-۶- مقایسه مدلها

در این قسمت به مقایسه کیفی پاسخهای حاصل از مدل گذرای اول و دوم و حل عددی پرداخته می شود. برای این منظور از شکلهای (۴-۹) ، (۴-۱۴) ، (۴-۱۶) استفاده می شود.

ابتدا دامنه نوسان امواج اصلی کرنش محیطی را بعد از ماکزیمم آن بررسی می شود. این دامنه در گنج ۵ و ۱۰ در حالت زیر بحرانی، مطابق مدل گذرای اول بسیار کوچک است و حتی تا خط  $Strain = 0$  نیز نمی رسد شکل (۴-۹). اما مقدار دامنه نوسان این امواج در مدل گذرای دوم مقدار زیادی بهبود یافته و تا خط  $Strain = 0$  نیز ادامه می یابد. ( شکل ۴-۱۴). مقدار این دامنه نوسان مطابق حل عددی و نتایج تست از خط  $Strain = 0$  پایین تر آمده و تقریبا حول آن صورت می گیرد.

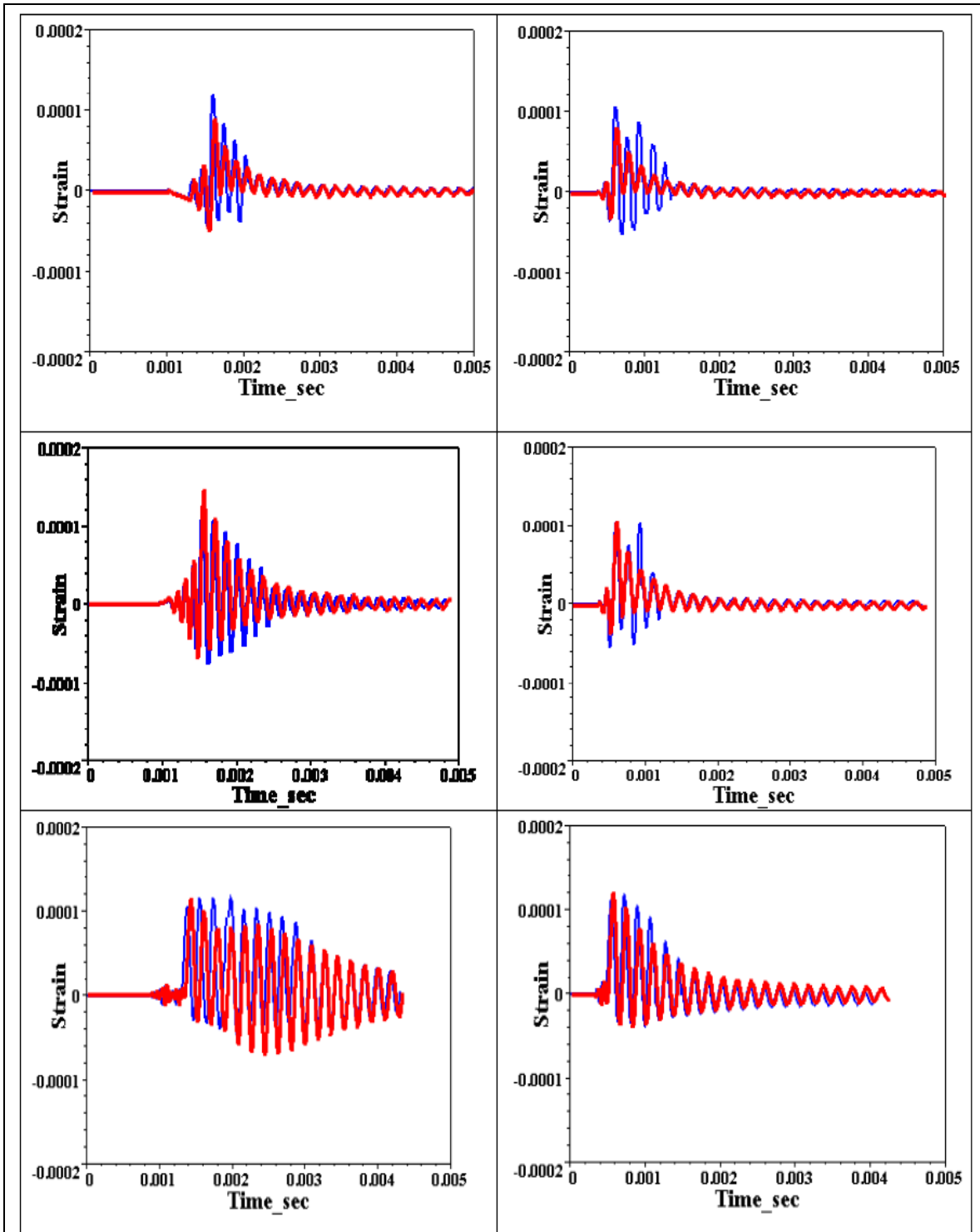
علت اینکه در نتایج حل عددی و تست نوسان حول خط  $Strain = 0$  صورت می گیرد و دامنه خیلی بزرگ است در شکل (۴-۱۷) نشان داده شده است. مطابق شکل لوله واقعی دارای ضخامت می باشد. فشار داخلی روی شعاع داخلی اعمال می شود و کرنش محیطی در تست و حل عددی روی شعاع خارجی اندازه گیری می شود. در صورتی که در حل تحلیلی ضخامتی برای لوله تصور نمی شود. و اندازه گیری کرنش محیطی روی شعاع متوسط صورت می گیرد.



شکل ۴-۱۶- تفاوت حل تحلیلی با حل عددی

در این قسمت با توجه به شکل (۴-۱۸) به مقایسه فرکانس نوسان کرنش محیطی بر حسب زمان طبق دو مدل گذرا پرداخته می شود. مرجع این مقایسه حل عددی می باشد. در شکل (۴-۱۸) کرنش محیطی بر حسب زمان در سه سرعت گوناگون نشان داده شده است. ستون راست مقایسه بین مدل گذرای دوم و

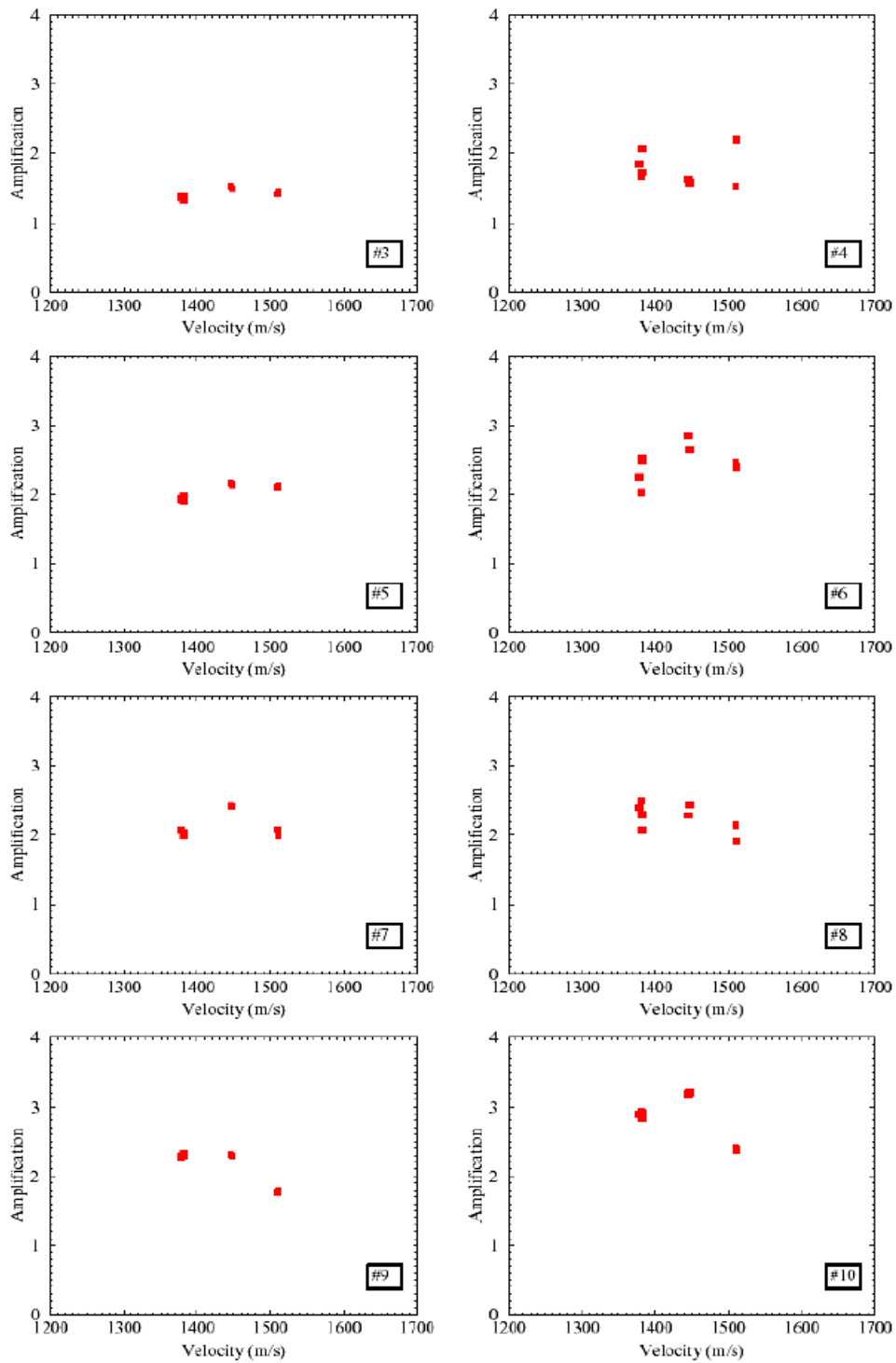
حل عددی و. ستون چپ مقایسه بین مدل گذرای اول و حل عددی می باشد. همانطور که ملاحظه می شود از لحاظ فرکانسی در ستون راست دو پاسخ بر روی هم قرار گرفته اند. اما در ستون سمت چپ بخصوص در مدت زمان طولانی بعد از ماکزیمم کرنش، تطابق فرکانسی حل عددی و حل تحلیلی از بین می رود. لذا تطابق فرکانسی مدل گذرای دوم با حل عددی بهتر از مدل گذرای اول است.



شکل ۴-۱۸- مقایسه کرنش محیطی بر حسب زمان مطابق حل عددی در تحقیق حاضر (گراف آبی) و حل تحلیلی (گراف قرمز) در گیج ۱۰ - ستون راست مقایسه بین مدل گذرای دوم و حل عددی و ستون چپ مقایسه بین مدل گذرای اول و حل عددی - ردیف اول حالت زیر بحرانی و ردیف دوم نزدیک سرعت بحرانی و ردیف سوم فوق بحرانی

## ۴-۴- تکرارپذیری نتایج

در این قسمت به این موضوع پرداخته می شود که تا چه حد به نتایج تست می توان اطمینان داشت. به عبارت دیگر آیا با تکرار آزمایش با شرایط یکسان، می توان به نتایج یکسان رسید. در آزمایشگاه برای هر ترکیب خاص از سوخت با شرایط مشابه (فشار اولیه و دما و...) چندین بار تست تکرار می شود و سپس از بین آنها یک کرنش محیطی اندازه گیری شده توسط گیج، به عنوان مرجع برای مقایسه با جواب تحلیلی و دیگر مقاصد انتخاب می شود. بنابراین تکرارپذیری جوابها و یکسانی آنها در هر آزمایش از اهمیت زیادی برخوردار است [32]. اگر نتایج در هر تست با توجه به بارگذاری دتوئیشن متفاوت باشد. دیگر نمی توان نتایج حل تحلیلی و یا حل عددی را با نتایج یک تست مقایسه کرد. در مرجع [32] به این مقوله پرداخته شده و تکرارپذیری نتایج با آزمایش اثبات شده است. در این بررسی از گیجهای شماره ۵،۴،۳ ... و ۱۰) (مطابق شکل ۴-۴) استفاده شده است. در شکل (۴-۱۹) ضریب تقویت بر حسب سرعت دتوئیشن در گیجهای مختلف در چندین بار آزمایش آورده شده است [32]. مشاهده می شود که تکرارپذیری برای گیجهای ۹،۷،۵،۳ و ۱۰ خیلی خوب و ماکزیمم خطا در تکرار آزمایشها کمتر از % ۲/۱ می باشد اما این تکرارپذیری برای گیج های ۶،۴ و ۸ خیلی خوب نیست [32].



شکل ۴-۱۹- ضریب تقویت بر حسب سرعت موج دتونیشن در تکرارپذیری نتایج  
 گنجهای شماره ۳-۴-۵-۶-۷-۸-۹-۱۰ [32].

## ۴-۵- خطی بودن پاسخ لوله و مقایسه تکه های لوله

همانطور که در بخشهای قبلی ذکر شد، حل تحلیلی و مدل‌های ذکر شده لوله و همچنین حل عددی بر پایه رفتار الاستیک خطی لوله بدست آمدند. در مرجع [32] اثبات خطی بودن پاسخ لوله بوسیله آزمایش صورت گرفته است. اثبات این قضیه بر اساس مفهوم زیر صورت می‌گیرد.

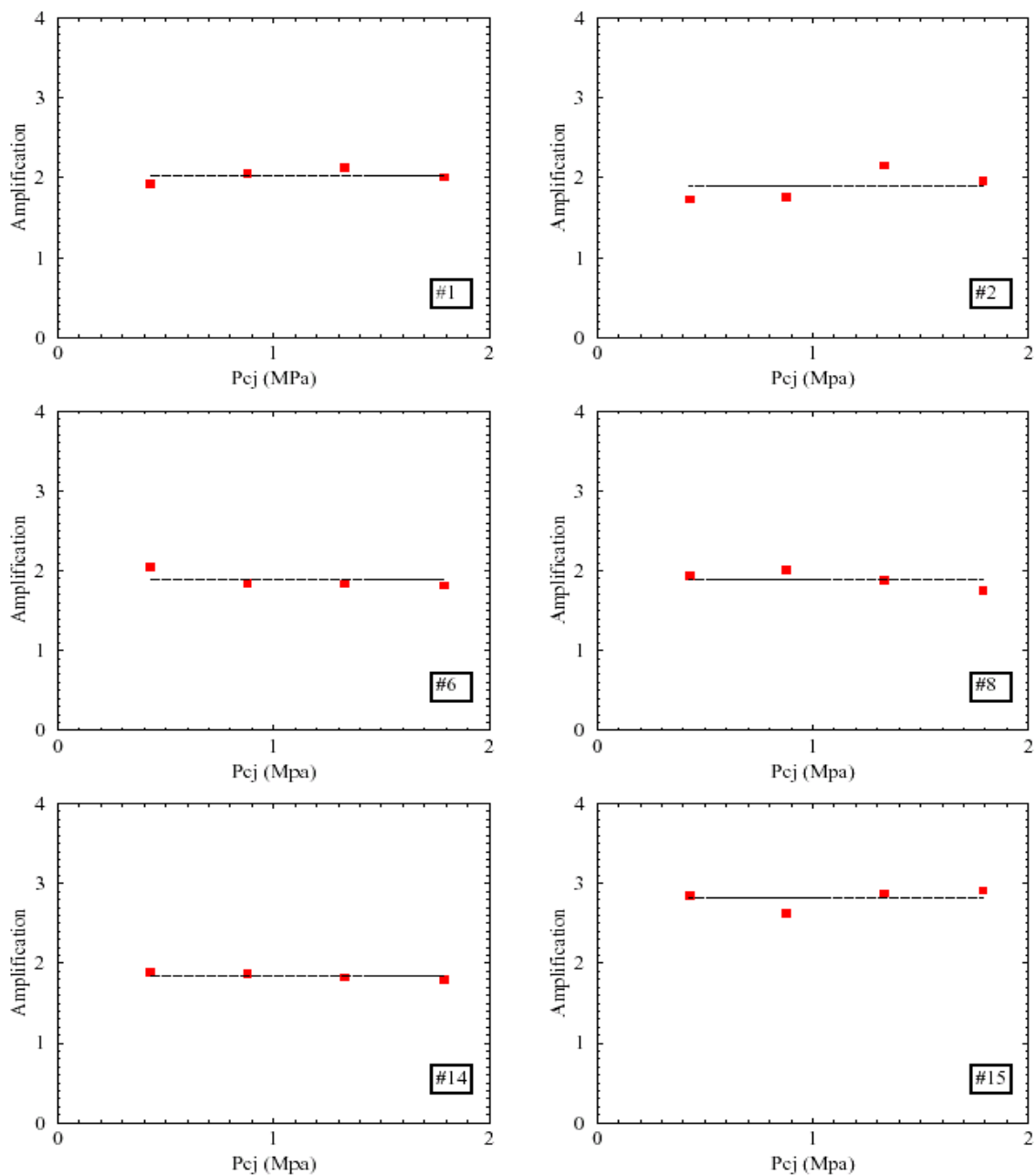
اگر سرعت موج دتونیشن ثابت بماند و تنها فشار آن تغییر یابد (با تغییر فشار اولیه مخلوط و مقدار آرگون موجود در مخلوط)، در صورت خطی بودن رفتار سازه مقدار ضریب تقویت نباید وابسته به فشار باشد و باید مقدار ثابتی را اختیار کند. بر این اساس آزمایش بصورت زیر انجام می‌شود.

فشار موج دتونیشن تابعی از سرعت آن می‌باشد. برای آنکه بتوان فشارهای دتونیشن مختلف با سرعت ثابت داشت فشار اولیه مخلوط سوخت را باید تغییر داد. رابطه فشار دتونیشن با فشار اولیه مخلوط تقریباً خطی است. برای ثابت ماندن سرعت موج دتونیشن نیز مقدار آرگون (گاز بی اثر موجود در مخلوط سوخت) را باید تغییر داد.

مقادیر ضریب تقویت در گیجهای شماره ۱، ۲، ۶، ۸، ۱۴ و ۱۵ (مطابق شکل ۴-۴) در فشارهای مختلف اندازه گیری شدند [32]. این گیجهای در هر تکه از لوله (لوله متشکل از سه تکه است)، در موقعیتهای مشابه نصب شده‌اند. در شکل (۴-۲۰) و (۴-۲۱) ضریب تقویت در فشارهای مختلف در دو سرعت موج دتونیشن  $1800 \text{ m/s}$  و  $2000 \text{ m/s}$  رسم شده است [32]. ملاحظه می‌شود که این ضریب تقویت تقریباً مستقل از فشار چاپمن - ژوکت می‌باشد. بنابراین فرض خطی بودن پاسخ درست است.

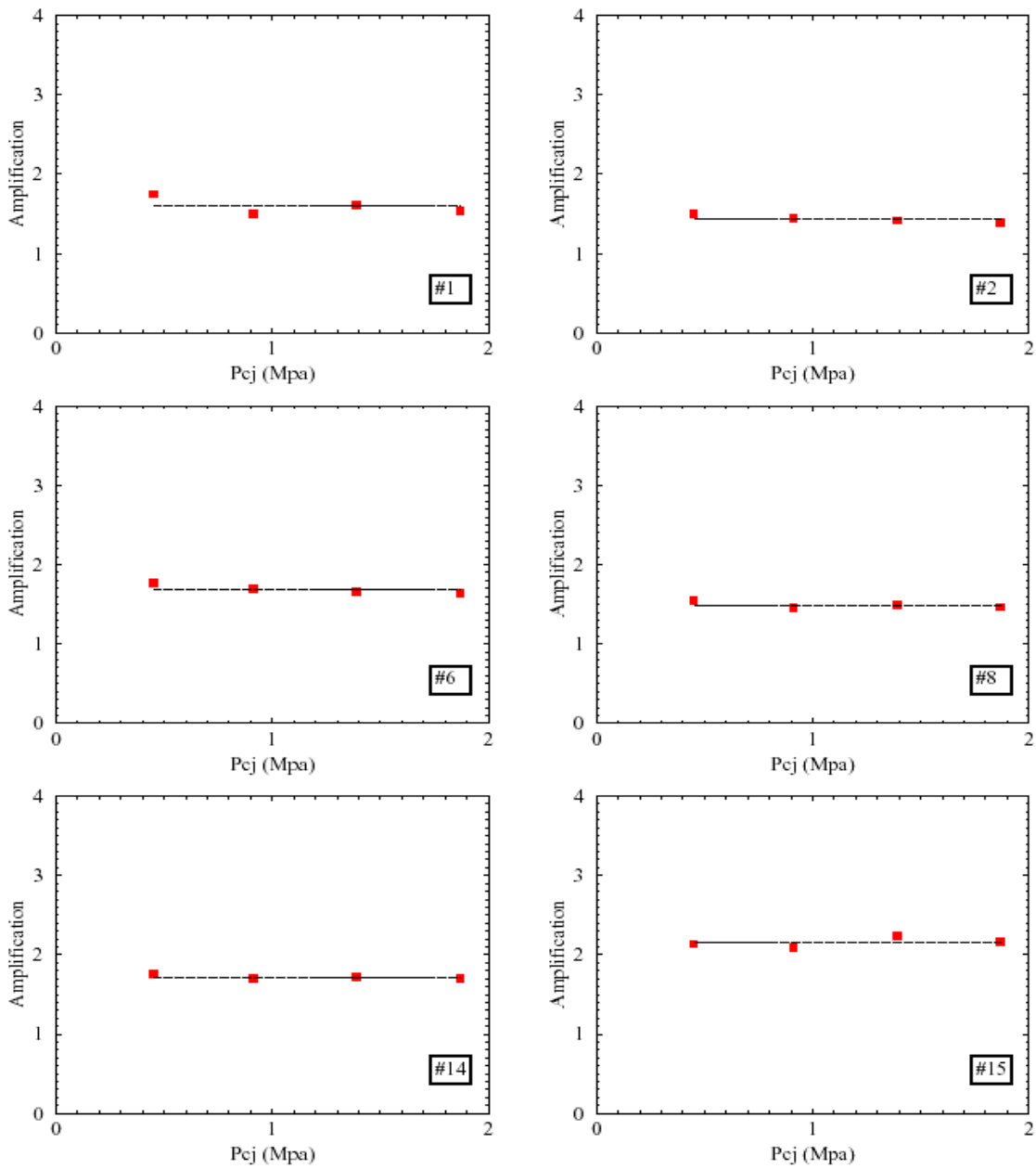
با مقایسه ضریب تقویت در گیج‌ها با محل‌های مشابه در هر تکه از لوله، مشاهده می‌شود که ضریب تقویت در مکان‌های مشابه دارای مقادیر یکسان است. البته این امر در گیج شماره ۱۵ به خاطر اثر انعکاس موج دتونیشن در انتهای لوله مستثنی می‌باشد. بنابراین برای بررسی، هر تکه از لوله را می‌توان مستقل

تحلیل کرد و جواب را به دیگر تکه ها بسط داد. به همین دلیل در بخشهای قبلی از مدل کردن تکه اول لوله صرف نظر شده است.



شکل ۴-۲۰- ضریب تقویت بر حسب فشار در موج دتویشن با سرعت ۱۸۰۰ متر بر ثانیه  
گیجهای شماره ۱-۲-۶-۸-۱۴-۱۵ [32]



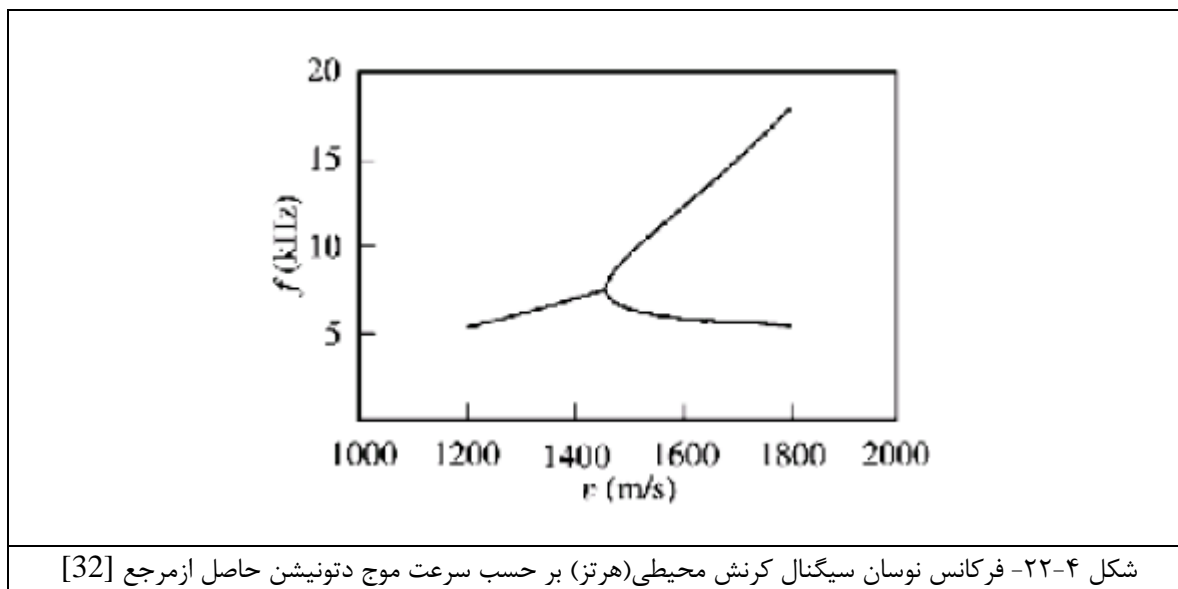


شکل ۴-۲۱- ضریب تقویت بر حسب فشار در موج دتونیشن با سرعت ۲۰۰۰ متر بر ثانیه گیجهای شماره ۱-۲-۶-۸-۱۴-۱۵ [32].

#### ۴-۶- فرکانس سیگنال کرنش محیطی [32]

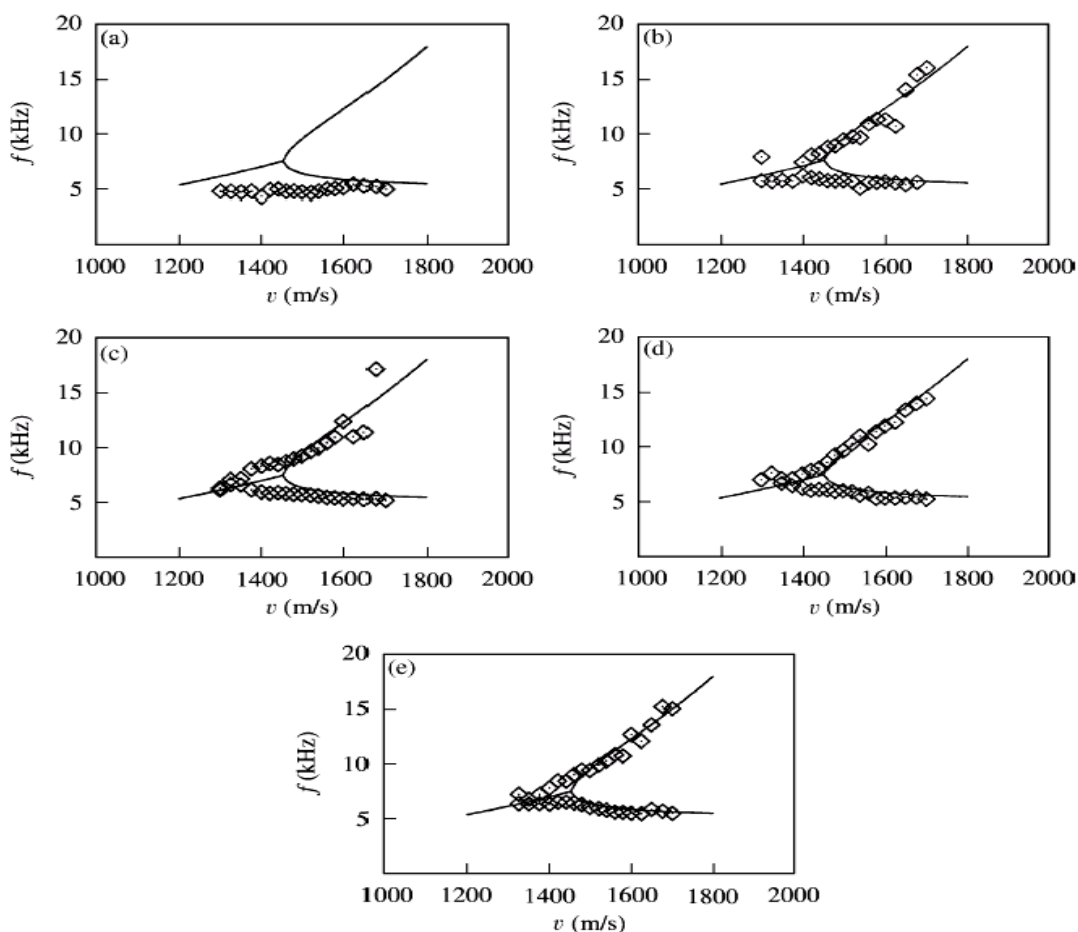
در مدل سطح مقطع مشاهده شد که فرکانس نوسان کرنش محیطی برابر  $5/1$  kHz شد. در مدل لوله با طول بینهایت (مدل تانگ) مقدار فرکانس کرنش از معادله ارتعاشی آن بدست می آید. طبق این مدل، فرکانس نوسان کرنش محیطی در سرعت‌های مختلف مطابق شکل (۴-۲۲) می باشد.

سرعتی که فرکانس در آن دوشاخه می شود، سرعت بحرانی می باشد. مطابق شکل در سرعت‌های موج دتونیشن کوچکتر از سرعت بحرانی، فرکانس نوسان سیگنال پیشرو با سیگنال اصلی کرنش یکسان است. اما بعد از سرعت بحرانی فرکانس سیگنال پیشرو از سیگنال اصلی بیشتر می شود. شاخه بالایی بعد از سرعت بحرانی در شکل مربوط به فرکانس سیگنال پیشرو و شاخه پایینی مربوط به سیگنال اصلی کرنش است..



در شکل (۴-۲۲) نتایج آزمایشگاهی فرکانسهای اندازه گیری شده، با مدل تحلیلی تانگ مقایسه شده است [32]. در این شکل فرکانس ارتعاشی کرنش محیطی بدست آمده از تست به ترتیب در محل

گیجهای ۳، ۵، ۷، ۹ و ۱۰ توسط نقاط مربع شکل نشان داده شده است. همچنین فرکانس حاصل از مدل تانگ توسط خط پیوسته نشان داده شده است [32]. با مقایسه شکلها طبیعت گذرای پاسخ سازه کاملا مشهود می شود. در گیج ۳ که در نزدیکی ورودی تکه دوم لوله قرار دارد امواج خمشی هنوز گسترش نیافته اند و فرکانس مستقل از سرعت و برابر مقدار بدست آمده از مدل سطح مقطع یعنی ۵/۱ kHz است [32]. هر چه از ورودی لوله فاصله گرفته شود امواج خمشی گسترش یافته (به فرم دوشاخه نزدیک می شوند) و مقادیر فرکانس نوسان سیگنال کرنش محیطی به مقادیر تحلیلی نزدیکتر می شود.



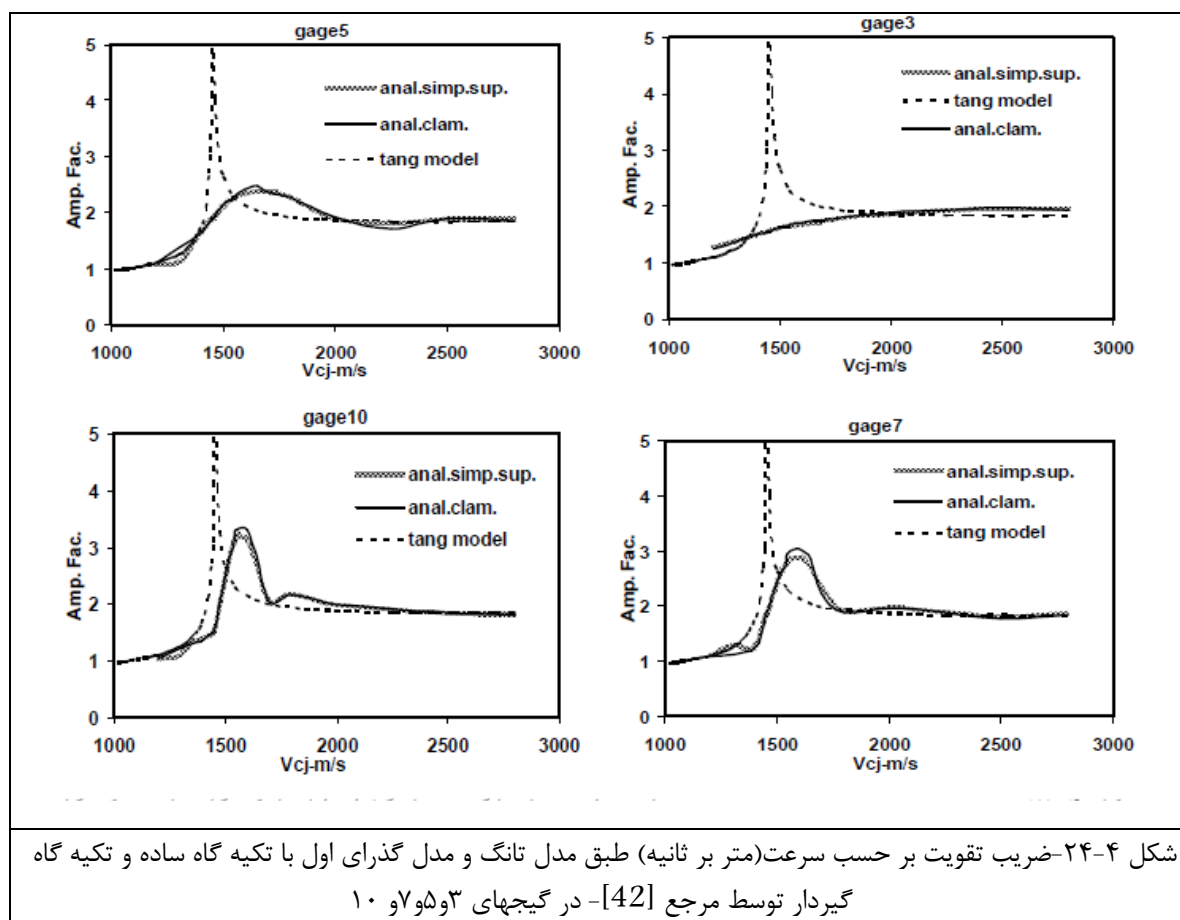
شکل ۴-۲۳- فرکانس نوسان سیگنال کرنش محیطی (کیلو هرتز) بر حسب سرعت موج دتوئیشن مقایسه نتایج آزمایشگاهی و نتایج حاصل از مدل تانگ  
 a گیج ۳، b گیج ۵، c گیج ۷، d گیج ۹، e گیج ۱۰ [32].

## ۴-۷- ضریب تقویت

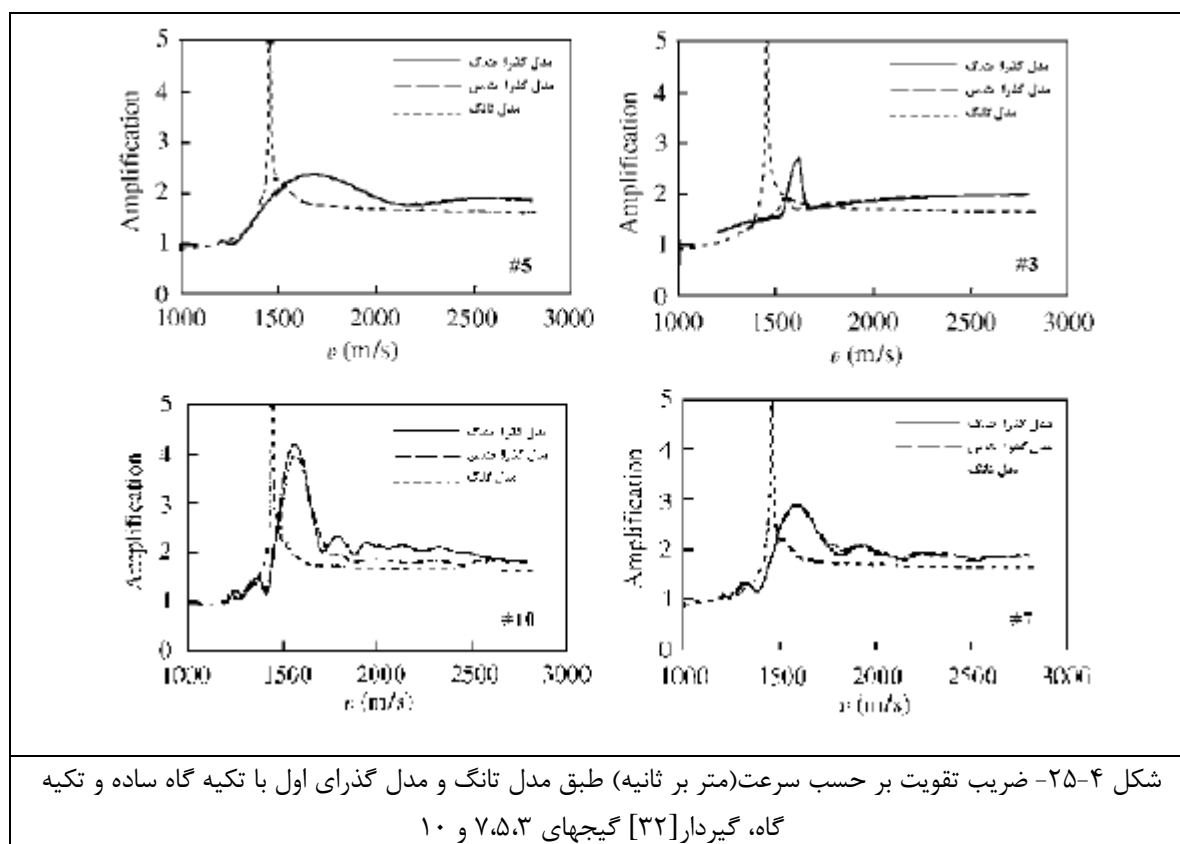
اصلی ترین هدف این پایان نامه تعیین ضریب تقویت می باشد. ضریب تقویت برابر نسبت ماکزیمم کرنش محیطی در بارگذاری دینامیکی به کرنش استاتیکی معادل در بارگذاری استاتیکی (مطابق با فشار چاپمن - ژوکت) می باشد. ضریب تقویت یکی از راههای مناسب برای طراحی لوله های تحت بارگذاری دتونیشن می باشد که طبق آن طراح می تواند بار را با اطمینان مناسب در طراحی استاتیکی افزایش دهد. یکی از مهمترین عوامل تاثیرگذار در ضریب تقویت، سرعت موج دتونیشن می باشد. در مرجع [32] مجموعه آزمایشاتی با سرعتهای مختلف بین  $1300 \text{ m/s}$  تا  $2800 \text{ m/s}$  برای تعیین ضریب تقویت در مکانهای مختلف لوله صورت گرفته است. در این قسمت به تحلیل نتایج حاصل از حل عددی برای نمونه های متفاوت که حدود  $2106$  تحلیل می باشد پرداخته و اثرات ضخامت، طول و سرعت را در ضریب تقویت که یکی از فاکتور های مهم در طراحی می باشد بررسی می شود. در تمامی نمونه های تحلیل شده، مقادیر ضریب تقویت برای نقاطی که در آن جداکثر تغییر شکل رخ داده است محاسبه شده است و تفاوت آن با نتایج حاصل از [32]، [41] و [42] در اینست که آنها به تحلیل نتایج چند نقطه مختلف مثل گججهای ۳، ۵، ۷ و ۱۰ (شکل ۴-۴) پرداخته و این در حالی است که در تحقیق حاضر برای هر نمونه به محاسبه جداکثر ضریب تقویت در سرعتهای مختلف پرداخته شده است و علت آن هم اینست که نقطه ای که تغییر شکل ماکزیمم در آن رخ می دهد از اهمیت زیادی برخوردار است.

در شکل (۴-۲۴) ضریب تقویت بدست آمده از مدلهای تحلیلی تانگ و مدل گذرای اول با دو تکیه گاه ساده و گیردار [42] مقایسه شده است. همانطور که در شکل ملاحظه می شود در سرعت بحرانی ضریب تقویت مطابق مدل تانگ نامحدود می شود. همچنین ضریب تقویت مطابق این مدل مستقل از مکان می باشد و در هر چهار گجج نمودار یکسانی وجود دارد. مطابق مدل گذرا ضریب تقویت در سرعت بحرانی

محدود می باشد. همانطور که در گیج ۵، ۷ و ۱۰ ملاحظه می شود ضریب تقویت در سرعت بحرانی ماکزیمم می شود. با مقایسه ضریب تقویت بدست آمده از مدل گذرا در گیجهای مختلف به طبیعت گذرای پاسخ سازه پی برده می شود در گیج ۳ که در نزدیکی ورودی لوله قرار دارد، امواج خمشی هنوز گسترش نیافته اند. بنابراین هیچ ماکزیممی در ضریب تقویت دیده نمی شود و سرعت بحرانی وجود ندارد. از گیج ۵ به بعد امواج خمشی شروع به شکل گیری می کنند. بنابراین با فاصله گرفتن از ورودی لوله در گیجهای ۷، ۵ و ۱۰ ماکزیمم ضریب تقویت افزایش می یابد. با مقایسه ضریب تقویت بدست آمده از مدل گذرای اول با تکیه گاههای ساده و گیردار ملاحظه می شود که بدون در نظر گرفتن اثر انعکاس امواج سازه ای تفاوت چشم گیری بین دو مدل وجود ندارد. مطابق شکل سرعت بحرانی مطابق مدل تانگ  $1455 \text{ m/s}$  و مطابق مدل گذرای اول  $1568 \text{ m/s}$  می باشد.



در شکل (۴-۲۵) ضریب تقویت بر حسب سرعت، مطابق مدل تانگ و مدل گذرای اول با تکیه گاه ساده و گیردار [32] نشان داده شده است. در گیج ۳، قله موجود در  $1600 \text{ m/s}$  مربوط به اثر انعکاس امواج سازهای می باشد. همچنین در گیج ۱۰ بدلیل سرعت حدود نزدیکی به فلنج انتهایی تکه دوم لوله، اثر امواج سازهای انعکاسی در فلنجهها باعث افزایش بیش از حد ماکزیمم ضریب تقویت گشته است. در ضمن اثر انعکاس امواج در تکیه گاهها باعث شده تا مدل لوله با تکیه گاه ساده با مدل لوله با تکیه گاه گیردار در پیش بینی ضریب تقویت در پارهای موارد تفاوت چشمگیر داشته باشند. به عنوان نمونه در گیج ۳ ماکزیمم ضریب تقویت در سرعت بحرانی، طبق لوله با تکیه گاه ساده کوچکتر از لوله با تکیه گاه گیردار است. در گیج ۱۰ نیز این پدیده تکرار شده است.



یکی از مزیت‌های این تحقیق اینست که در تحلیل هر نمونه به بررسی رفتار سازه تنها در یک نقطه پرداخته نشده بلکه به بررسی مجموعه‌ای از نقاط در یک مسیر مشخص در سیستم مختصات استوانه‌ای پرداخته شده است، تا با مشخص کردن بحرانی‌ترین نقطه به روند تغییرات این نقطه در حضور تاثیر پارامترهای مختلف ضخامت، طول و سرعت نیز پرداخته شود.

در شکل (۴-۲۶) به مقایسه اثرات سرعت در حداکثر ضریب تقویت در نمونه‌ها شده است. همانطور که

مشاهده می‌شود، در  $\frac{l}{D} = 5$  مقادیر ضریب تقویت از 1/08 در سرعت 250 m/s و ضخامت  $\frac{t}{D} = \frac{1}{20}$

تا مقدار 2/61 در سرعت 2000 m/s و ضخامت  $\frac{t}{D} = \frac{1}{100}$  پیش می‌رود. همچنین مقدار حداکثر

ضریب تقویت که در سرعت 2000 m/s رخ می‌دهد از مقدار 2/61 در ضخامت  $\frac{t}{D} = \frac{1}{100}$  به مقدار

2/27 در ضخامت  $\frac{t}{D} = \frac{1}{25}$  تقلیل می‌یابد. این اختلاف در مقدار ضریب تقویت که تقریباً معادل با 0/34

می‌باشد، صرفاً به خاطر تاثیرات برش عرضی و اینرسی دورانی می‌باشد که با هندسه نمونه (ضخامت) رابطه مستقیمی دارد.

در حالتی که تاثیرات برش عرضی و اینرسی دورانی در نظر گرفته شود، جابجایی شعاعی متشکل از دو قسمت است: جابجایی بر اثر خمش ( $w_b$ ) و جابجایی بر اثر برش ( $w_s$ ) و این دو ترم به وسیله رابطه زیر

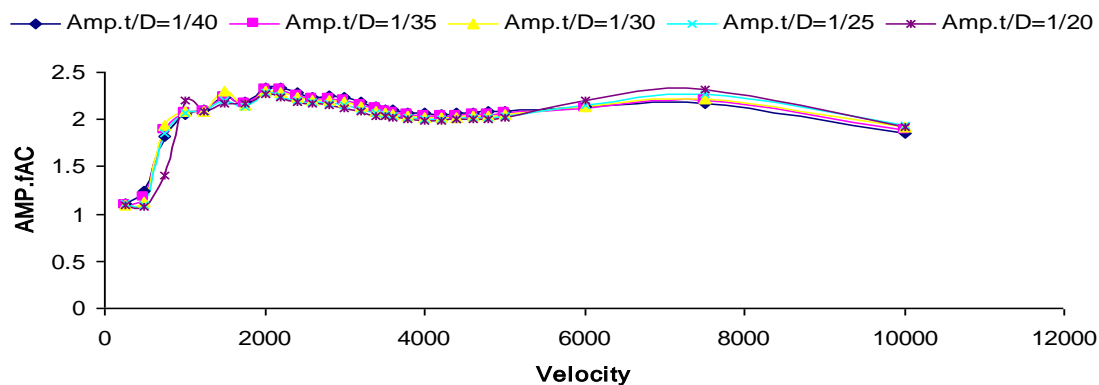
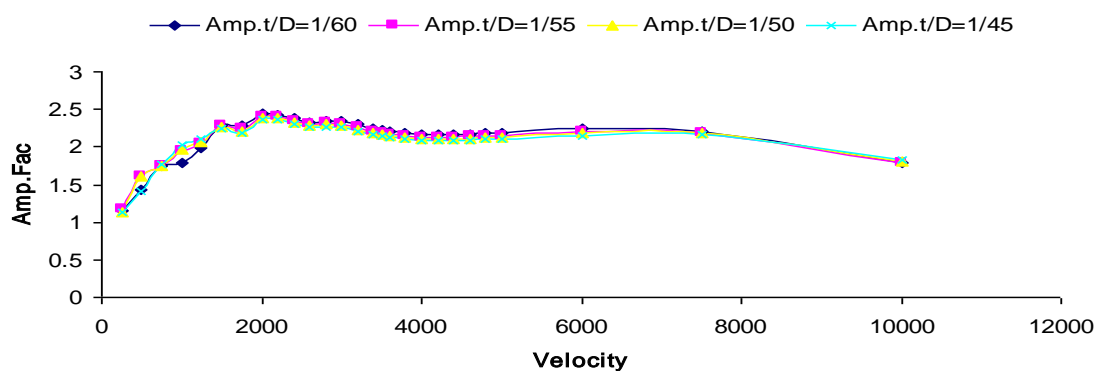
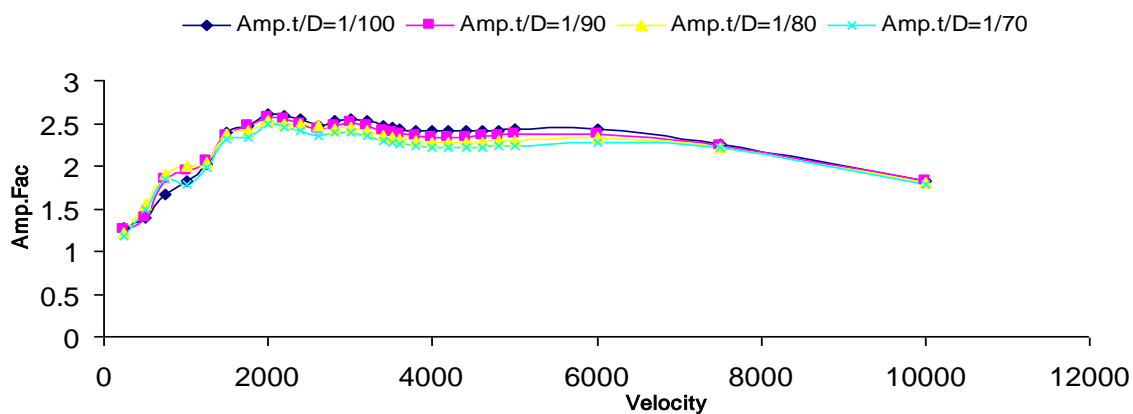
[42] به هم مرتبط می‌شوند که در این رابطه از سرعت موج انبساطی  $V_d = \sqrt{\frac{E}{\rho(1-\nu^2)}}$  و سرعت موج

برشی  $V_s = \sqrt{\frac{\kappa G}{\rho}}$  استفاده شده است.

$$\bar{w}_s = \left(\frac{V_d}{V_s}\right)^2 \left[1 - \left(\frac{V}{V_d}\right)^2\right] \frac{\partial^2 \bar{w}_b}{\partial \eta^2}$$

با افزایش ضخامت ، مقاومت برشی سازه افزایش یافته و اینرسی دورانی آن در مقابل امواج شاک که امواج خمشی بوده و در قالب امواج پیشرو و امواج اصلی تمایل به خمش و دوران در مقطع عبور بار دارند، کاهش یافته و در نتیجه مقادیر ضریب تقویت با افزایش ضخامت کاهش می یابند. همانطور که مشاهده می شود در زیر سرعت‌های چاپمن - ژوکت  $V_{ej}$  (1000 m/s تا 3000 m/s) ، مقادیر ضریب تقویت تقریباً در تمامی ضخامت ها کمتر از ۲ بوده و از این نظر اهمیت این محدوده از سرعت  $V_{ej}$  در اینجا قابل لمس می باشد. مقدار ضریب تقویت ۲ یکی از فاکتور های مهم طراحی در بارگذاریهای دینامیک می باشد. در سرعت های بالا تر از 3000 m/s مقادیر ضریب تقویت برای تمامی نمونه ها تا 1/8 کاهش یافته و باز هم این موضوع به اهمیت این محدوده از سرعت می پردازد.

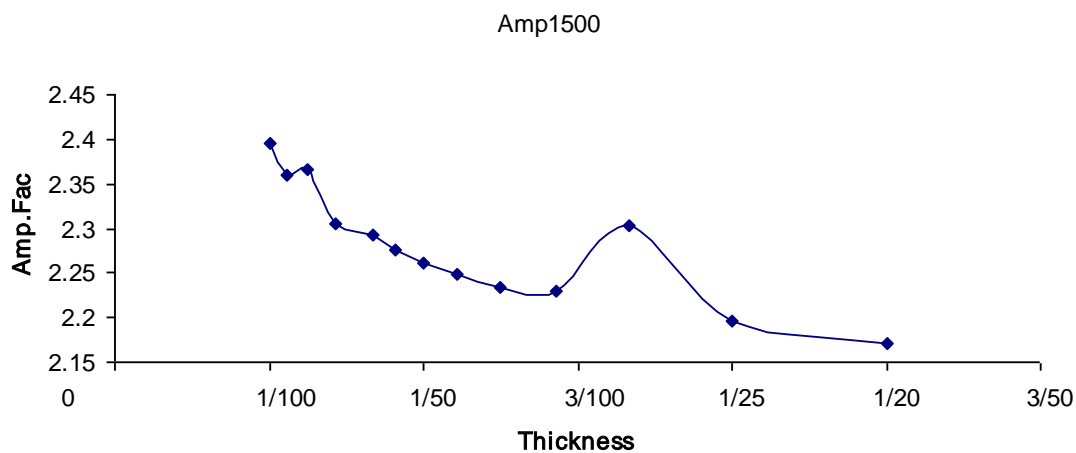
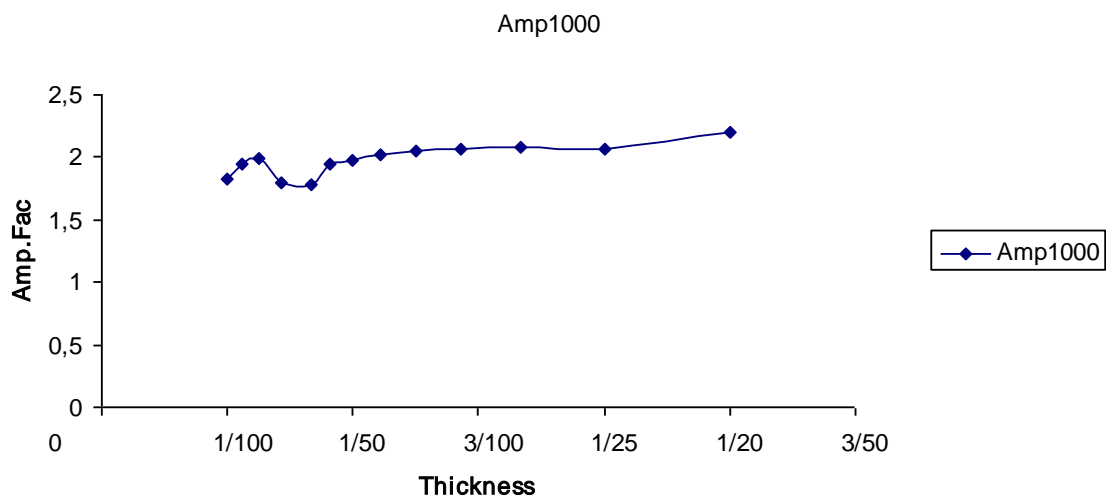




شکل ۴-۲۶- ضریب تقویت بر حسب سرعت (متر بر ثانیه) طبق حل عددی در تحقیق حاضر در  $\frac{l}{D} = 5$

همانطور که در شکل (۴-۲۷) مشاهده می شود تغییرات حداکثر ضریب تقویت در ضخامت های مختلف قابل توجه می باشد. تغییرات حداکثر ضریب تقویت در سرعت های متفاوت، روند نزولی ندارند و ممکن

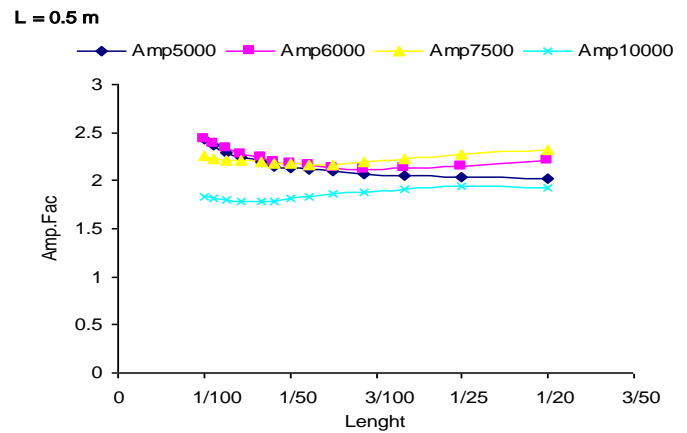
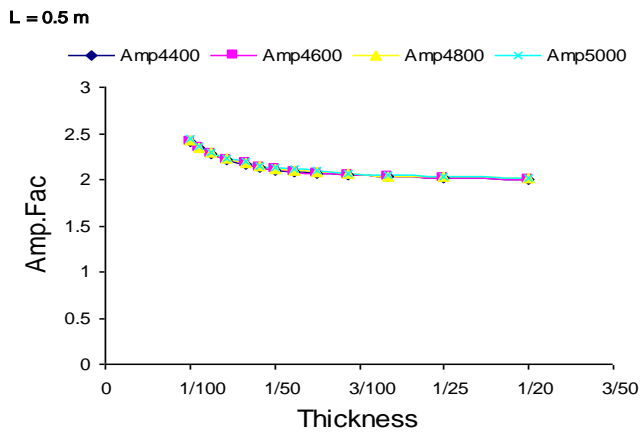
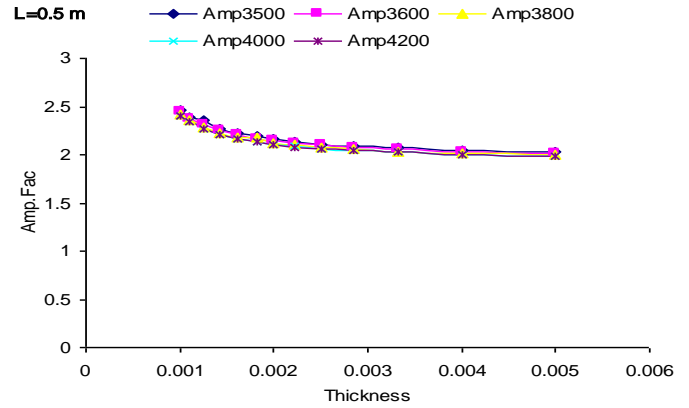
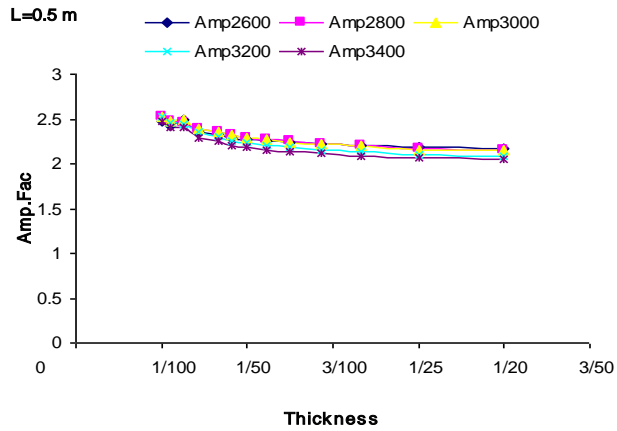
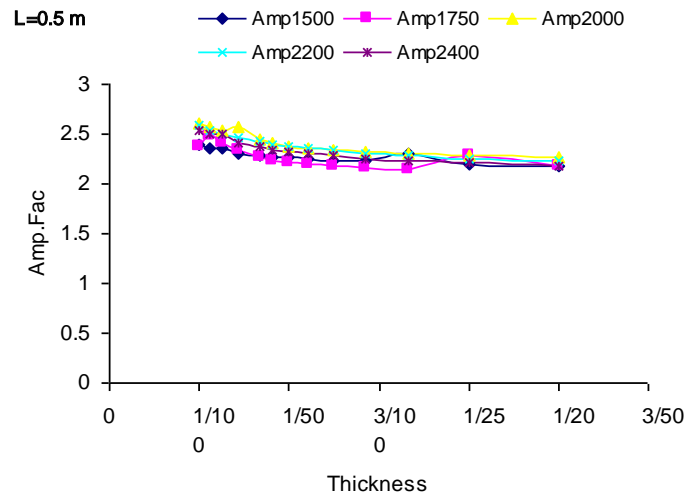
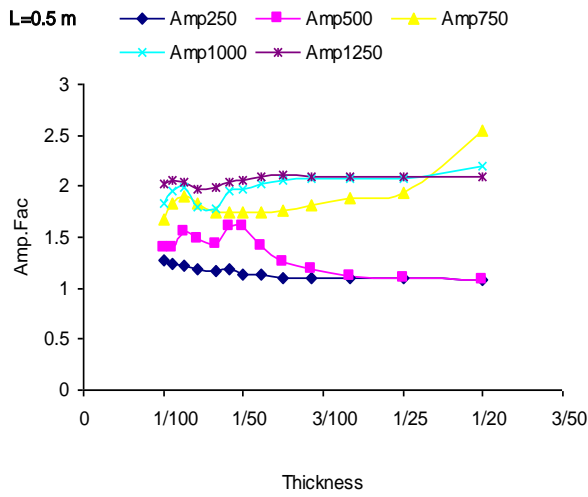
است که حتی روند آنها صعودی هم باشد. ماکزیمم تغییر شکل در حالت دینامیک به شدت تابعی از سرعت بار متحرک می باشد .



شکل ۴-۲۷- تغییرات ماکسیمم ضریب تقویت در ضخامت های متفاوت در دو سرعت 1000 m/s و 1500 m/s

با توجه به شکل (۴-۲۷) در سرعت 1000 m/s با افزایش ضخامت مقادیر ضریب تقویت روند صعودی دارند و از 1/75 تا ۲/۲ تغییر می کنند و این در حالی است که در سرعت 1500 m/s مقادیر ضریب تقویت روند نزولی دارد و با افزایش ضخامت مقادیر ضریب تقویت از 2/4 تا ۲/17 نزول می کنند. در

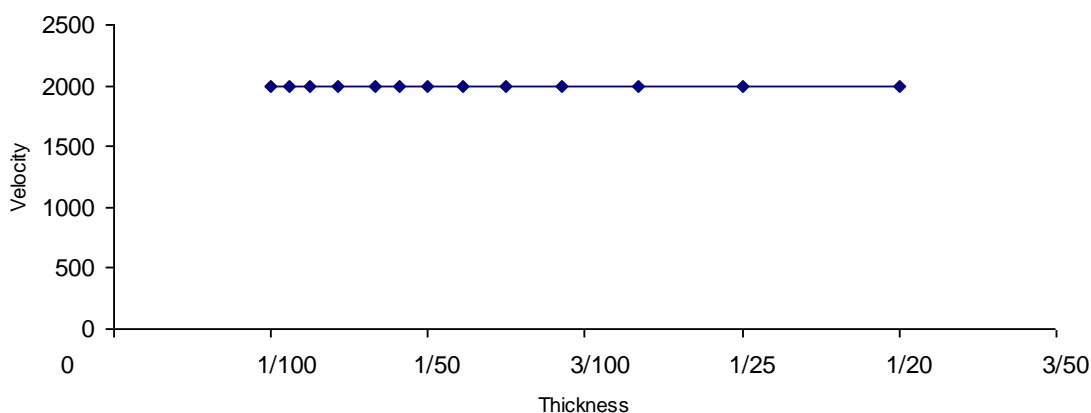
شکل (۴-۲۸) مشاهده می شود که در زیر سرعت های  $1250 \text{ m/s}$  روند تغییرات مقادیر ضرایب تقویت قابل پیش بینی نبوده و گاه روند صعودی و گاه روند نزولی دارند و این در حالی است که در سرعت های بالاتر از سرعت  $1250 \text{ m/s}$  روند تغییرات مقادیر ضرایب تقویت با افزایش ضخامت بصورت نزولی می باشد و از مقدار  $2/5$  تا 2 کاهش می یابد.



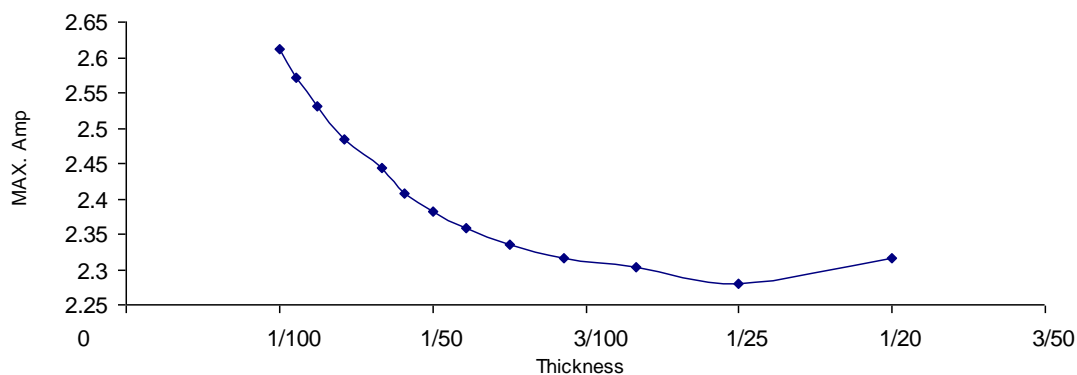
شکل ۴-۲۸- تغییرات حداکثر ضریب تقویت در ضخامت های مختلف در  $\frac{l}{D} = 5$

همانطور که از شکل (۴-۲۹-ا) پیداست، در تمامی ضخامت ها سرعت بحرانی برابر با 2000 m/s بوده و مقادیر ضریب تقویت طبق شکل (۴-۲۹-ب) از 2/65 تا 2/25 نزول می کند.

a) L/D = 5



b) L/D=5



شکل ۴-۲۹- تغییرات سرعت بحرانی در ضخامت های متفاوت (a) ، تغییرات ضریب تقویت در ضخامت های متفاوت

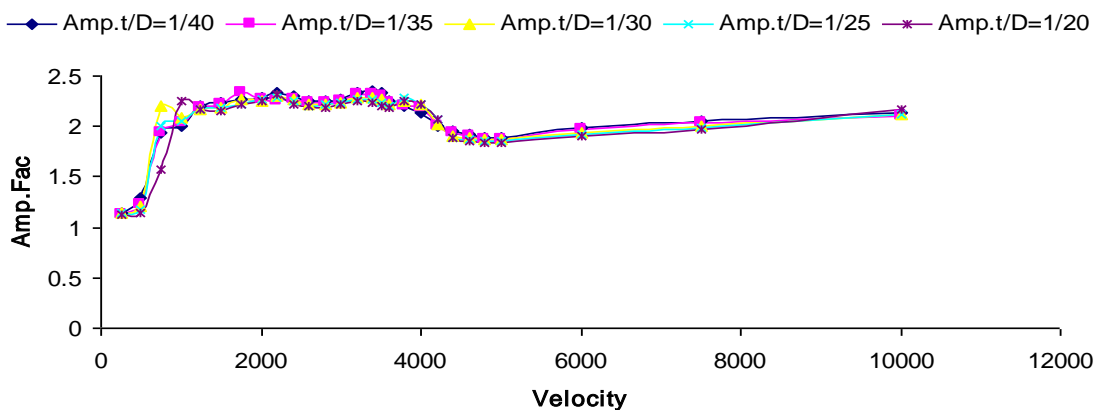
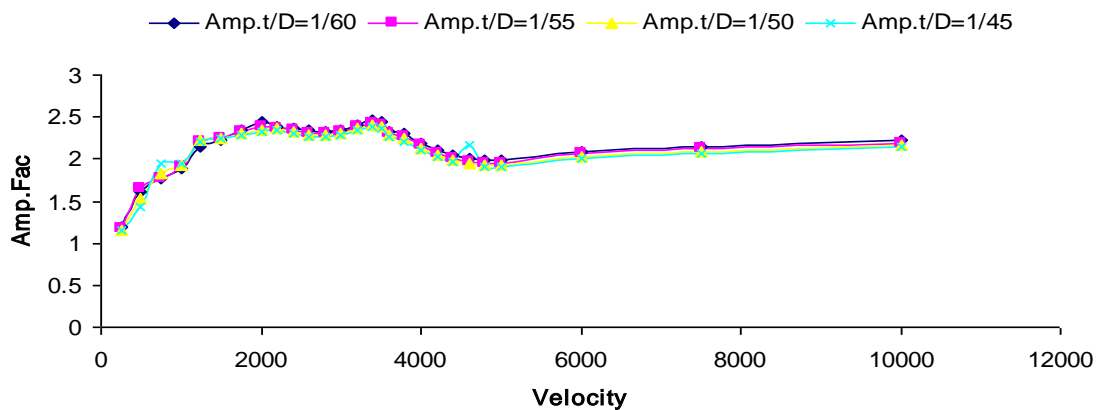
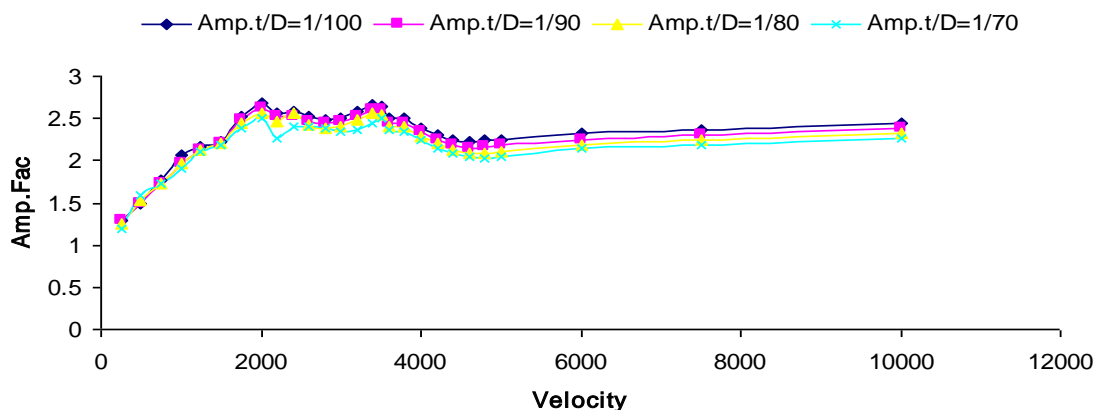
$$\frac{l}{D} = 5 \text{ در (b)}$$

در نمونه های با  $\frac{l}{D} = 7.5, 10, 15, 20, 30$  نتایج تفسیر نمودارهای ضریب تقویت بر حسب سرعت و نمودار

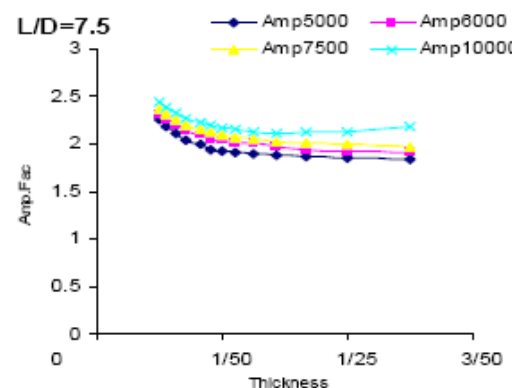
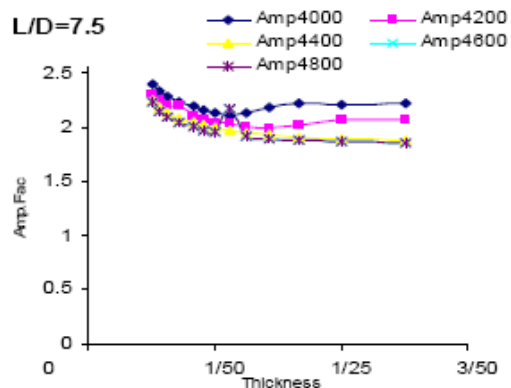
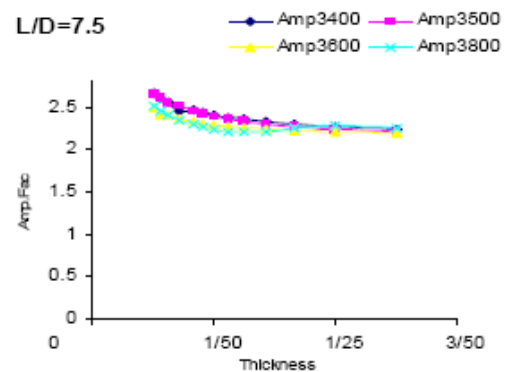
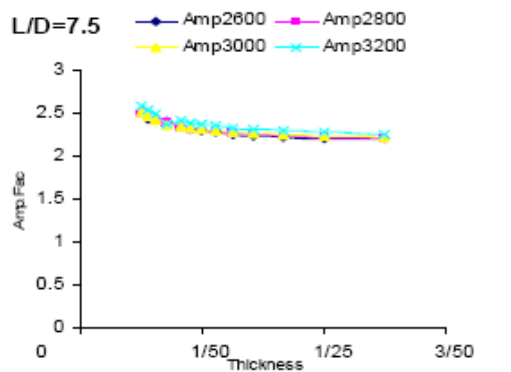
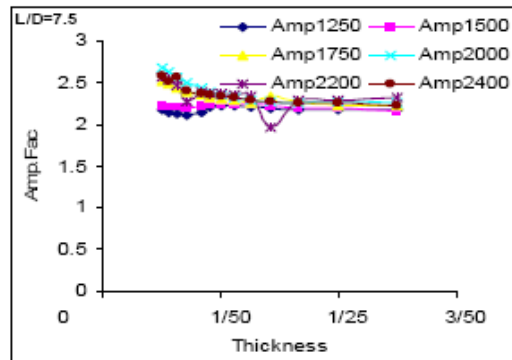
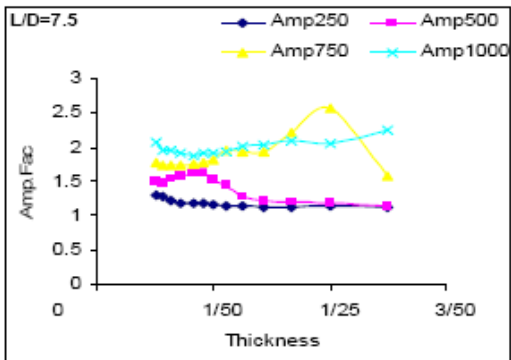
های تغییرات حداکثر ضریب تقویت در ضخامت های مختلف که در شکل های (۴-۳۰)، (۴-۳۱)

(۳۳-۴)، (۳۴-۴)، (۳۶-۴)، (۳۷-۴)، (۳۹-۴)، (۴۰-۴)، (۴۲-۴)، (۴۳-۴) مشاهده می شود همانند نمونه های

با  $\frac{l}{D} = 5$  می باشد فقط تفاوت آنها در مقدار ضریب تقویت و سرعت بحرانی است.

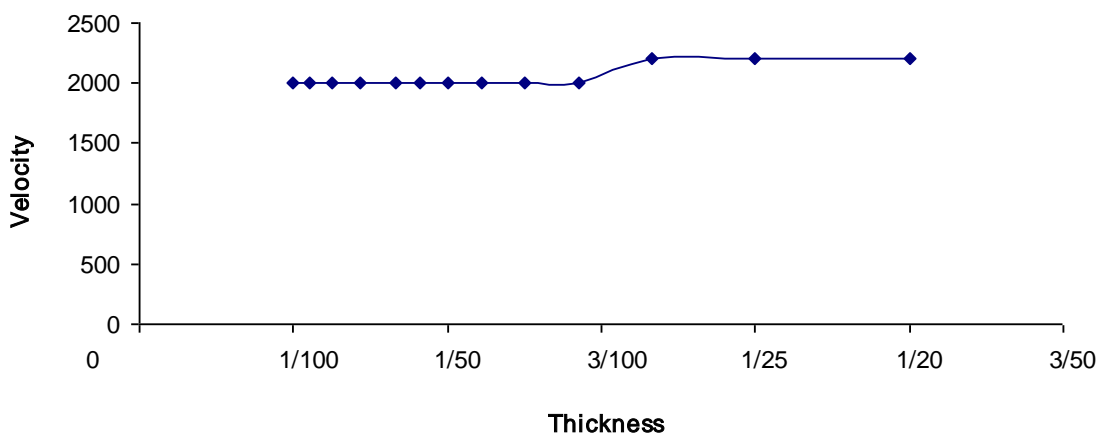


شکل ۴-۳۰- تغییرات حداکثر ضریب تقویت در ضخامت های مختلف در  $\frac{l}{D} = 7.5$

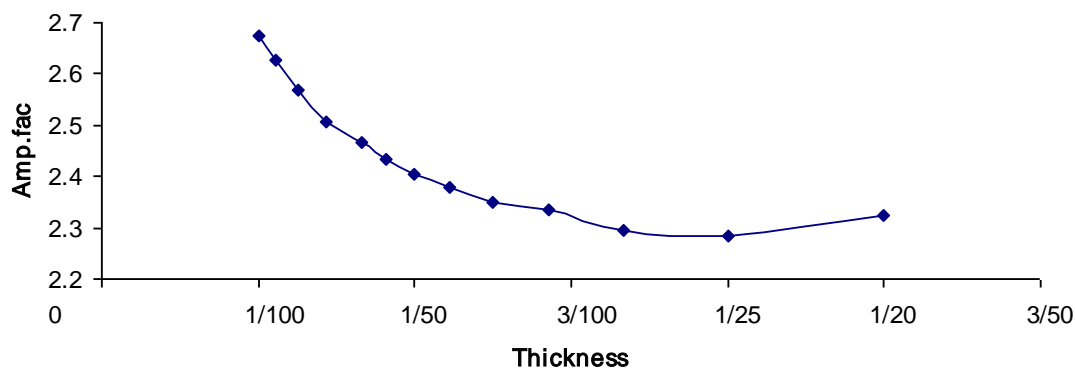


شکل ۴-۳۱- تغییرات حداکثر ضریب تقویت در ضخامت های مختلف در  $\frac{l}{D} = 7.5$

a)  $L/D=7.5$



b)  $L/D=7.5$



شکل ۴-۳۲- تغییرات سرعت بحرانی در ضخامت های متفاوت (a) ، تغییرات ضریب تقویت در ضخامت های متفاوت

$$\frac{l}{D} = 7.5 \text{ در (b)}$$

در نمونه با  $\frac{l}{D} = 7.5$  ، همانطور که از شکل (۴-۳۲) مشخص می باشد تغییرات سرعت بحرانی در

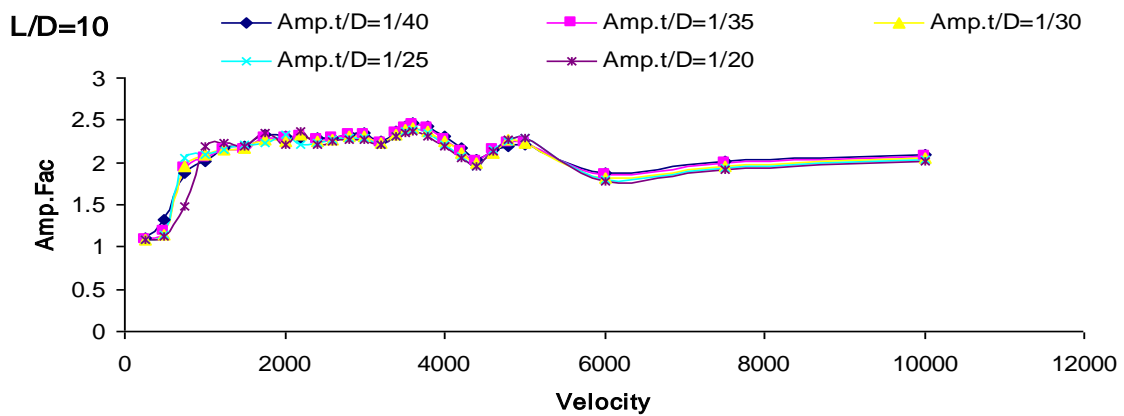
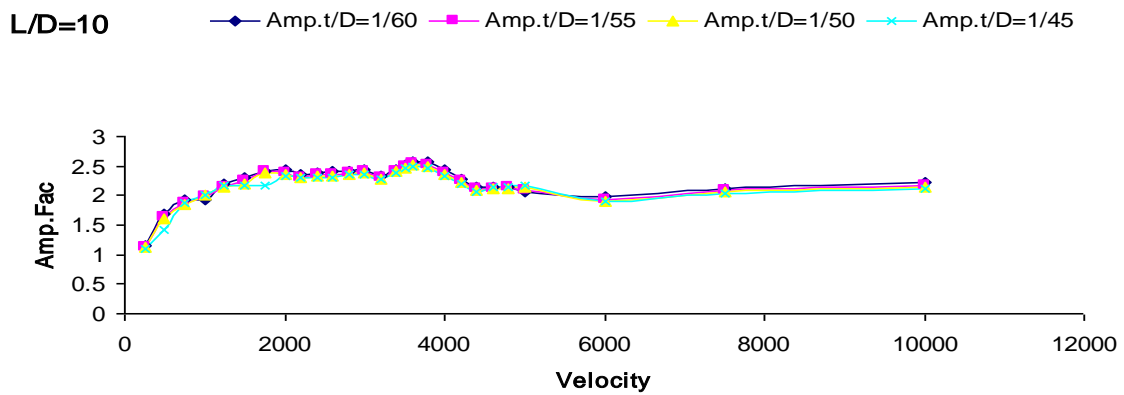
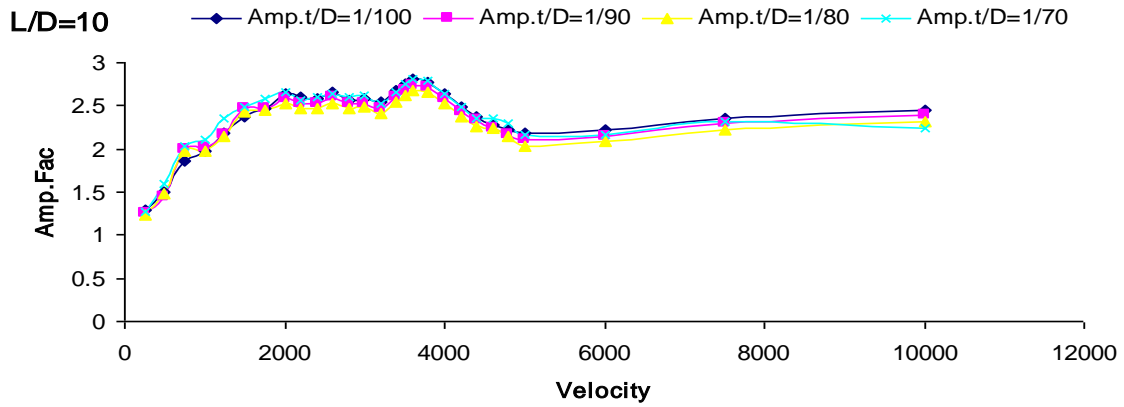
ضخامتهای متفاوت تقریباً یکسان می باشد و از سرعت  $2000 \text{ m/s}$  تا سرعت  $2200 \text{ m/s}$  در تغییر می

باشد که نحوه تغییرات آن از ضخامت ها  $\frac{t}{D} = \frac{1}{100}$  تا  $\frac{t}{D} = \frac{1}{35}$  با سرعت بحرانی  $2000 \text{ m/s}$  و در

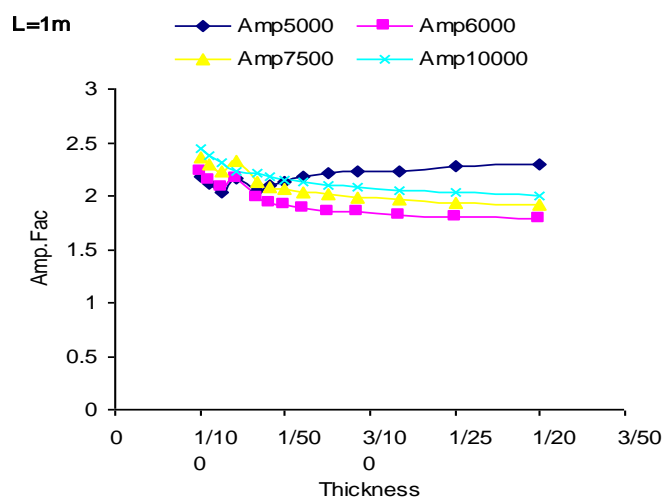
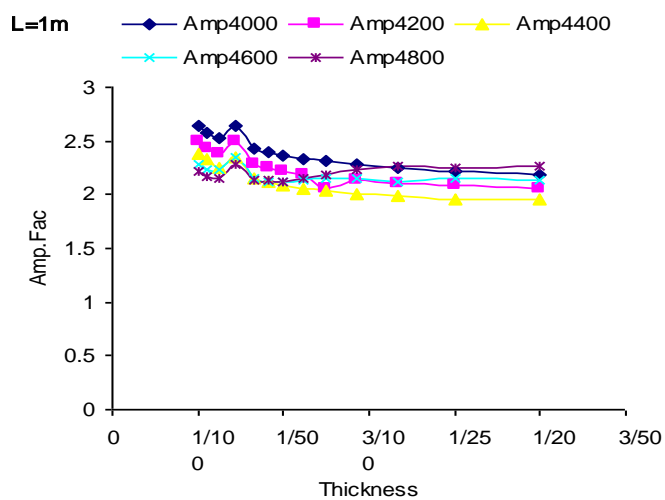
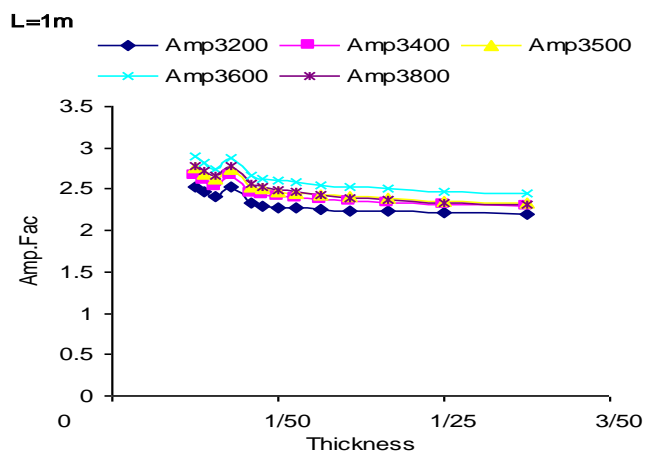
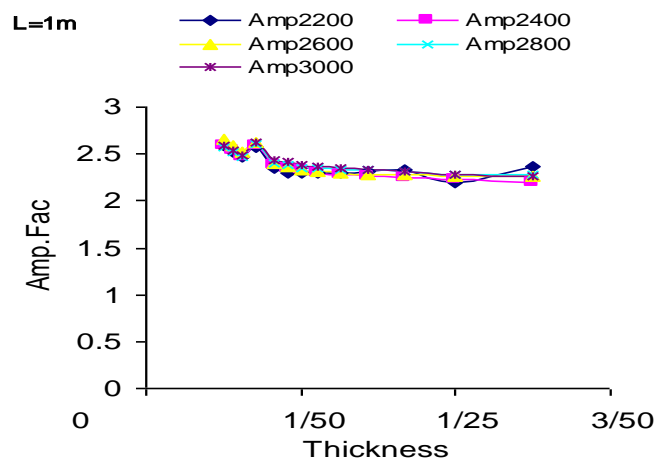
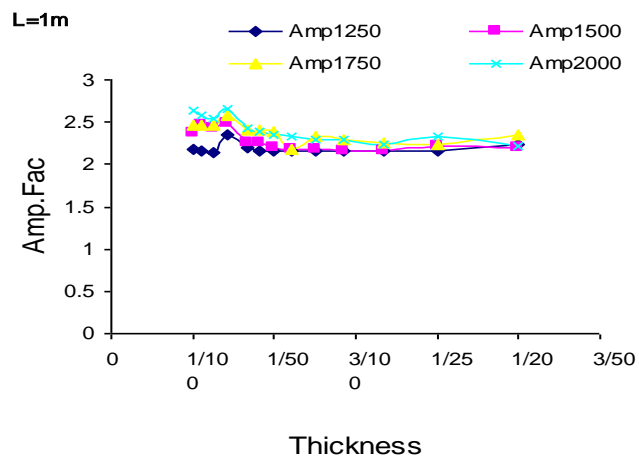
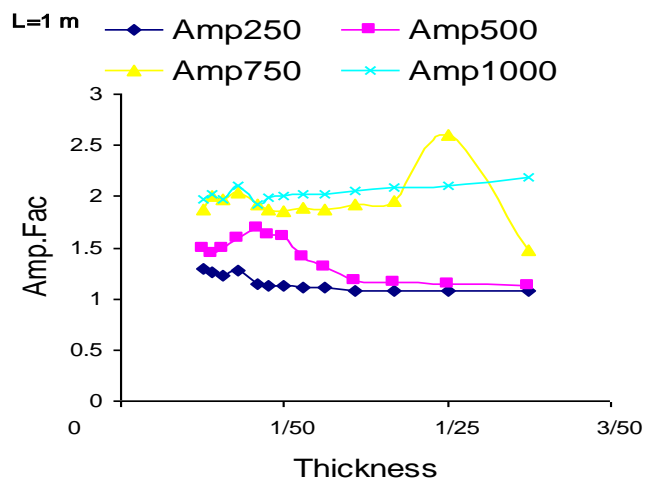
بقیه ضخامت ها با سرعت  $200 \text{ m/s}$  می باشد. در ضمن میزان تغییرات ضریب تقویت از  $2/65$  تا  $2/3$

نزول پیدا می کند.



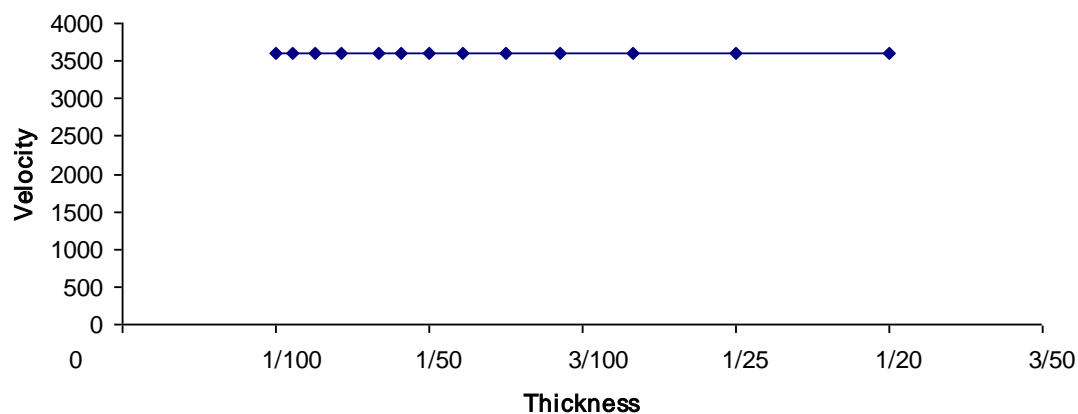


شکل ۴-۳۳- تغییرات حداکثر ضریب تقویت در ضخامت های مختلف در  $\frac{l}{D} = 10$

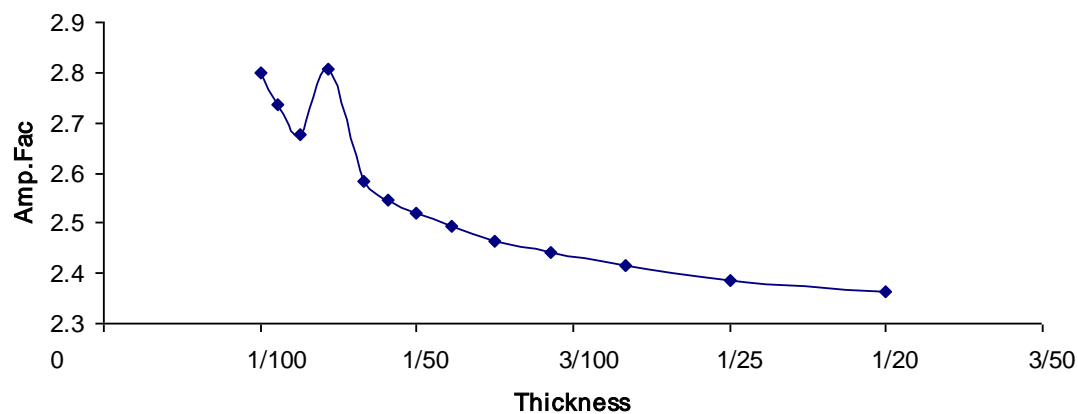


شکل ۴-۳۴- تغییرات حداکثر ضریب تقویت در ضخامت های مختلف در  $\frac{l}{D} = 10$

a)  $L/D=10$



b)  $L/D=10$

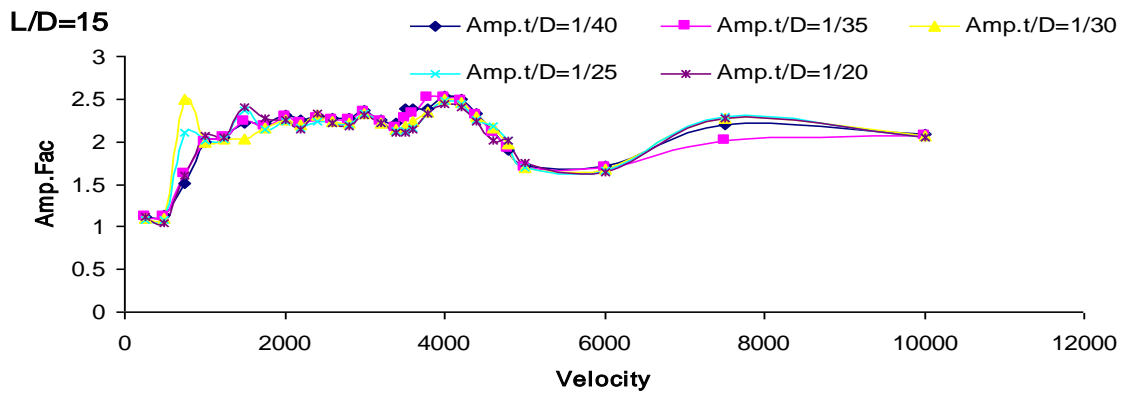
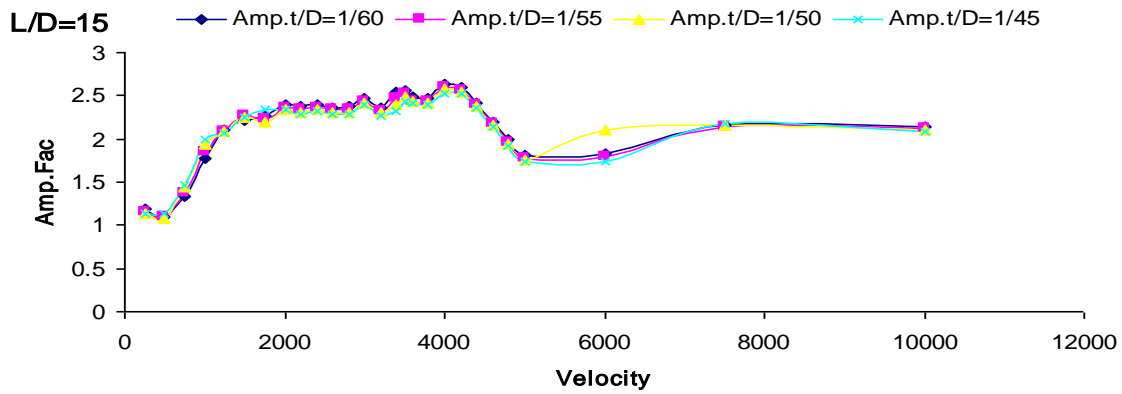
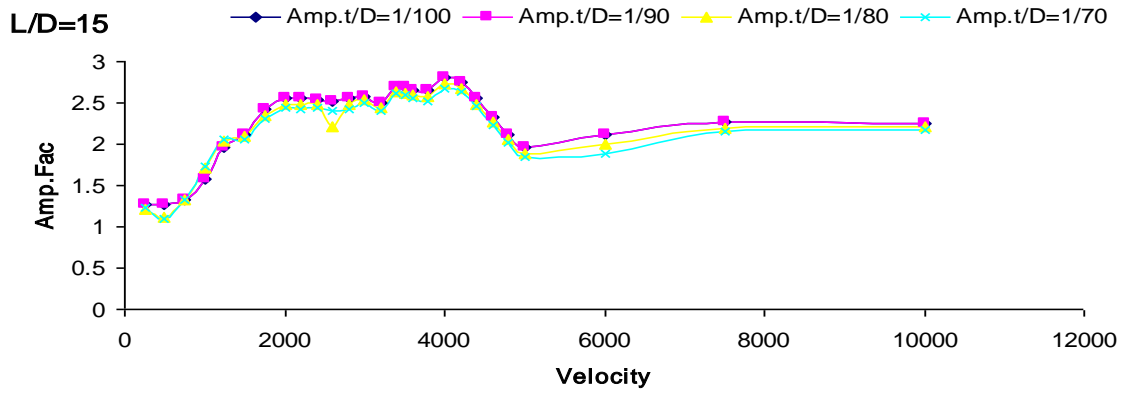


شکل ۴-۳۵- تغییرات سرعت بحرانی در ضخامت های متفاوت (a) ، تغییرات ضریب تقویت در ضخامت های متفاوت

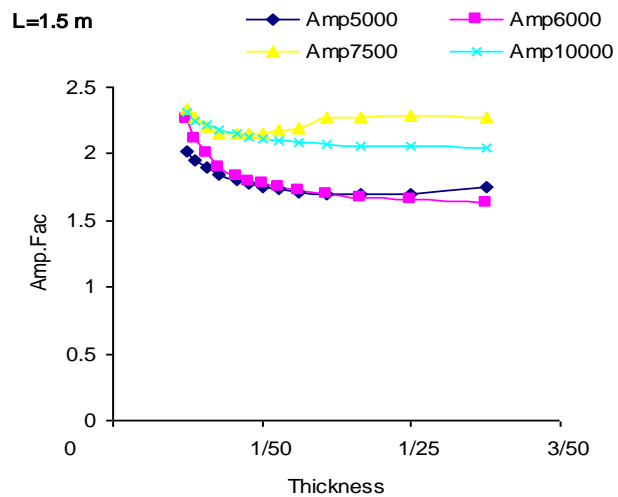
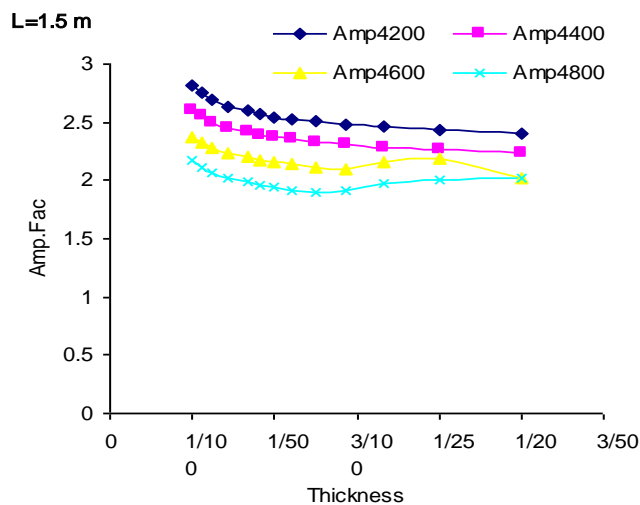
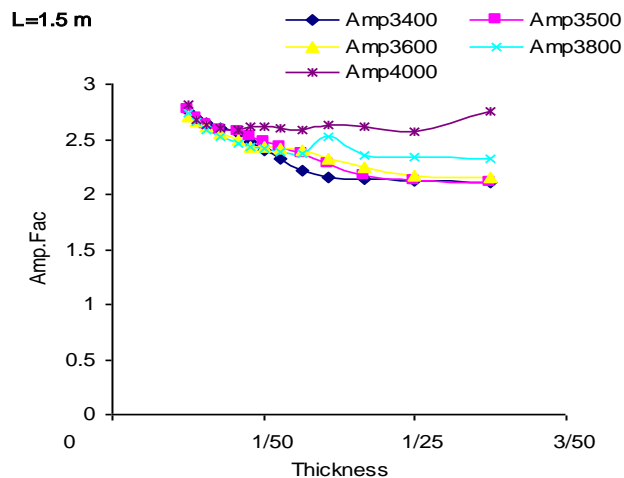
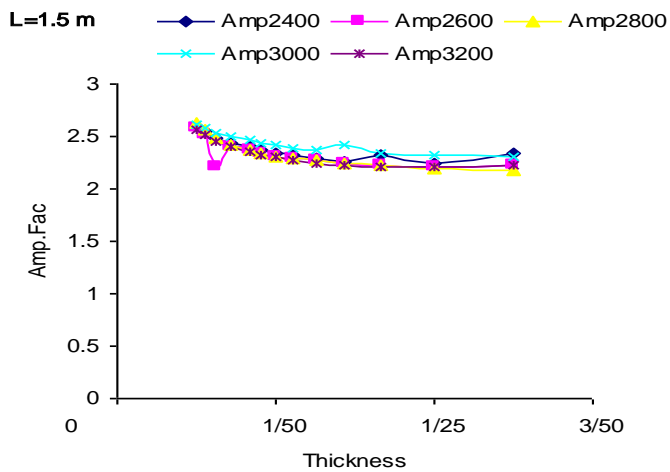
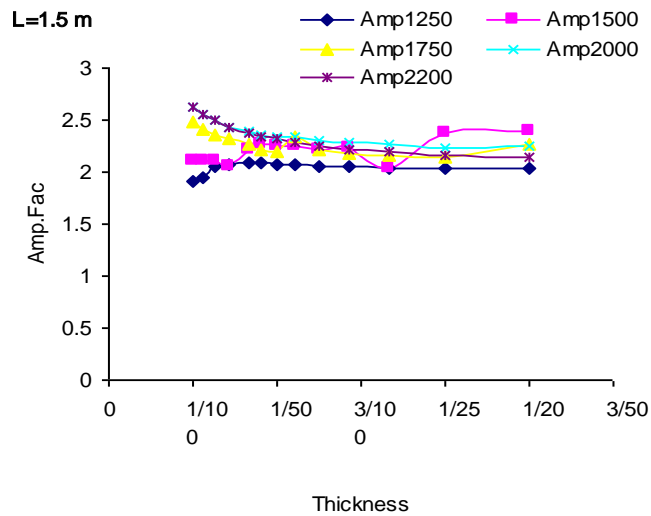
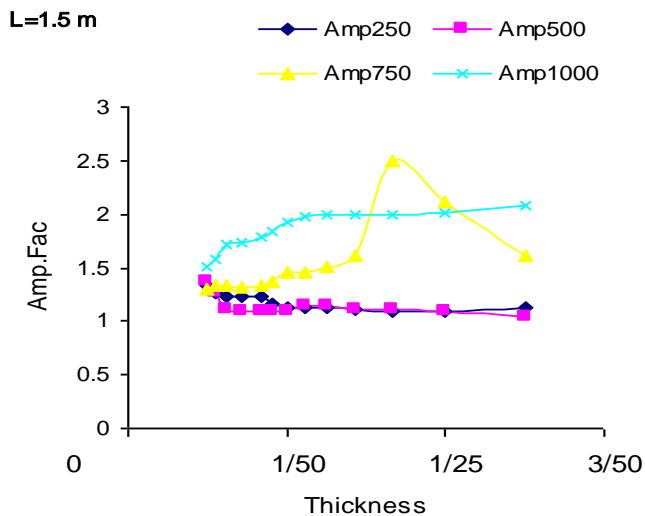
(b) در  $\frac{l}{D} = 10$

در نمونه با  $\frac{l}{D} = 10$  در شکل (۴-۳۵) سرعت بحرانی در تمامی ضخامت ها یکسان و برابر با  $3600 \text{ m/s}$

می باشد. و میزان تغییرات ضریب تقویت از  $2/8$  تا  $2/35$  نزول پیدا می کند.

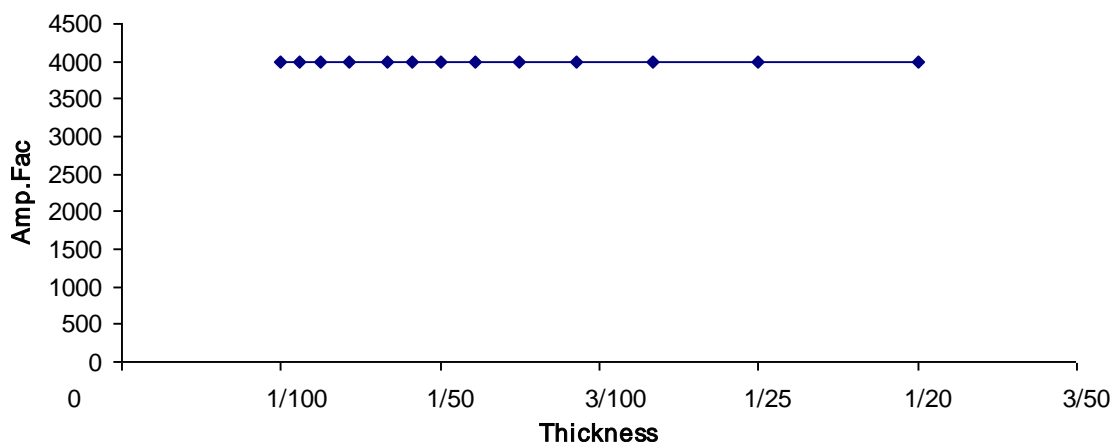


شکل ۴-۳۶- تغییرات ماکسیمم ضریب تقویت در ضخامت های مختلف در  $\frac{l}{D} = 15$

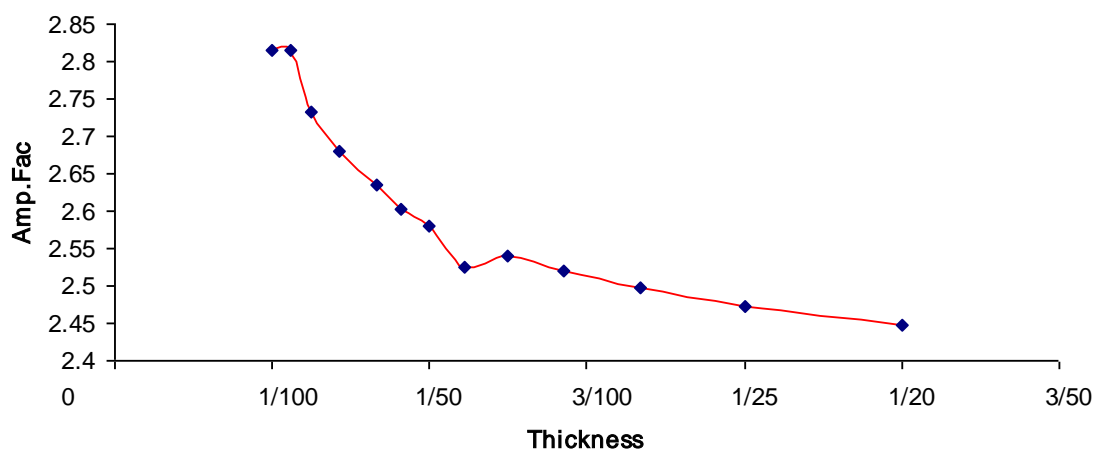


شکل ۴-۳۷- تغییرات ماکسیمم ضریب تقویت در ضخامت های مختلف در  $\frac{l}{D} = 15$

a)  $L/D=15$



b)  $L/D=15$



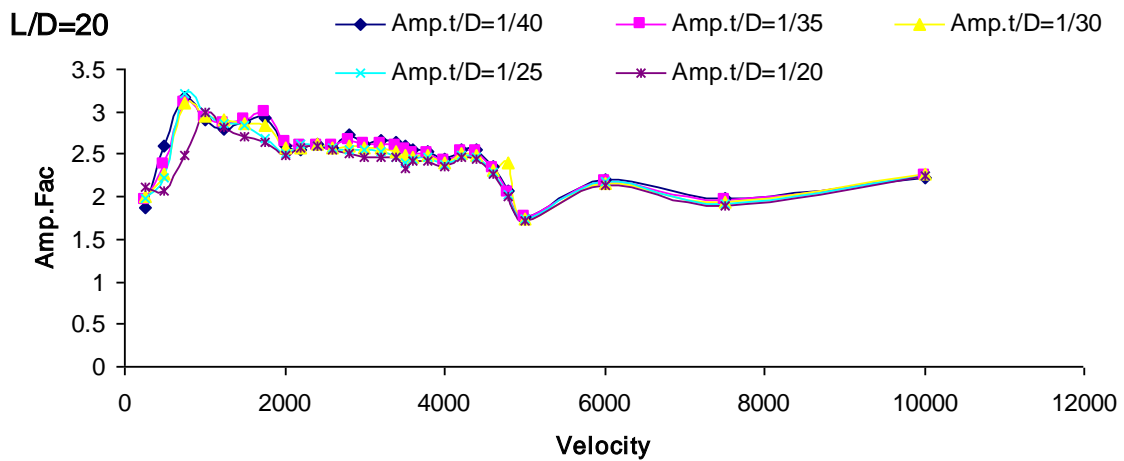
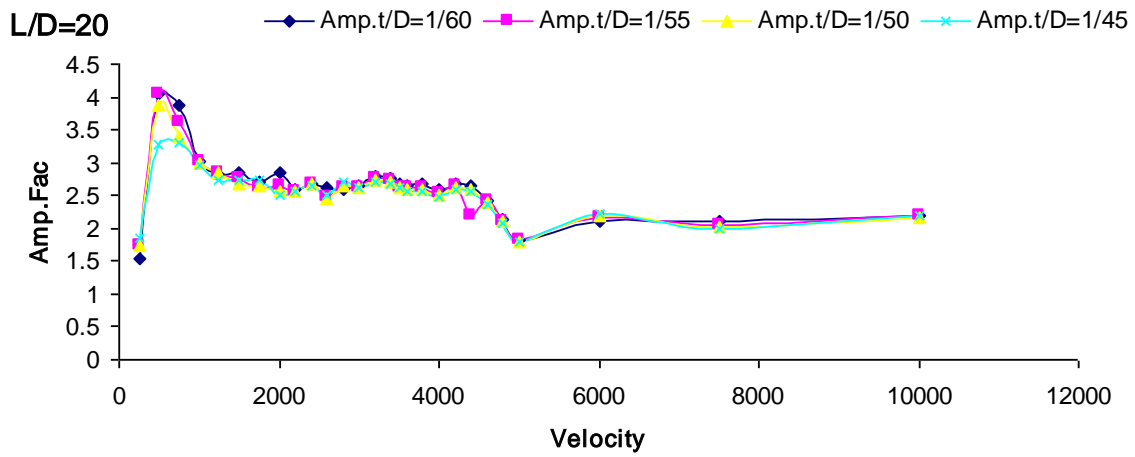
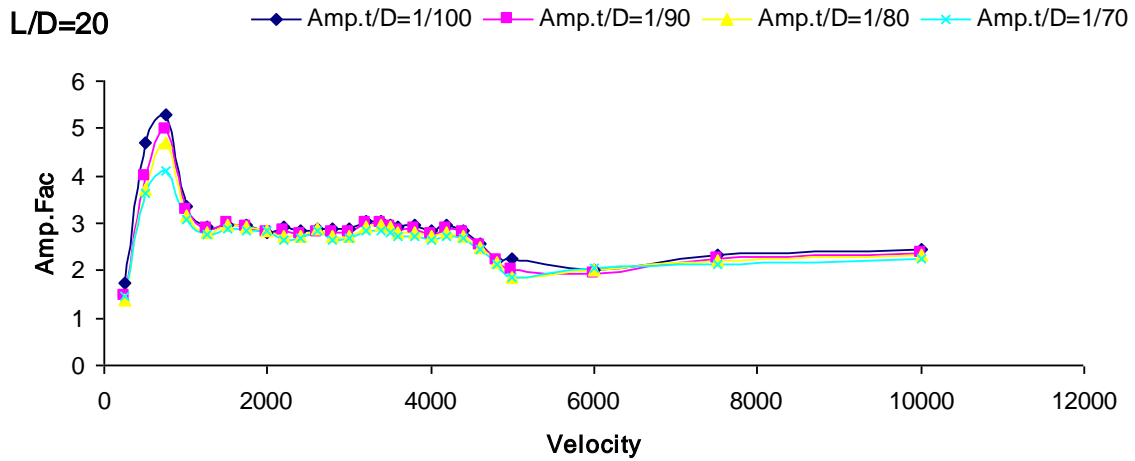
شکل ۴-۳۸- تغییرات سرعت بحرانی در ضخامت های متفاوت (a) ، تغییرات ضریب تقویت در ضخامت های متفاوت

$$\text{در (b) } \frac{l}{D} = 15$$

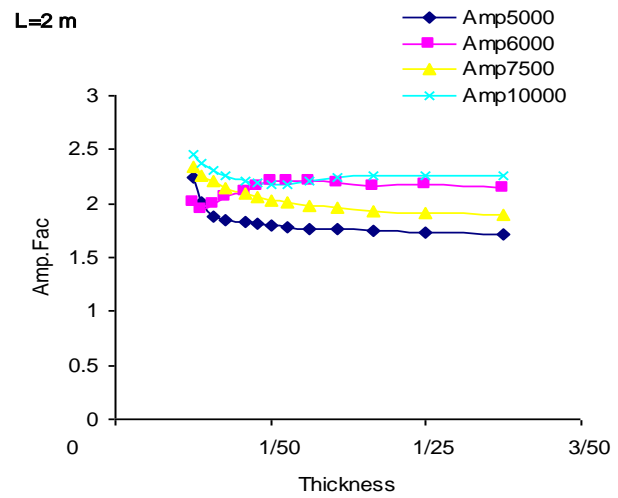
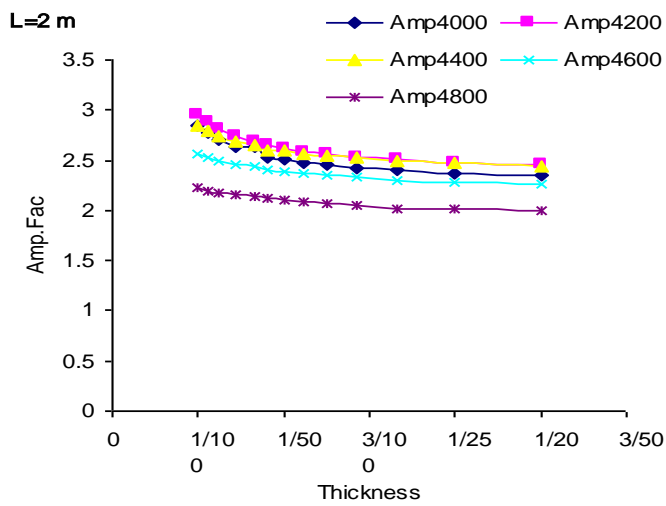
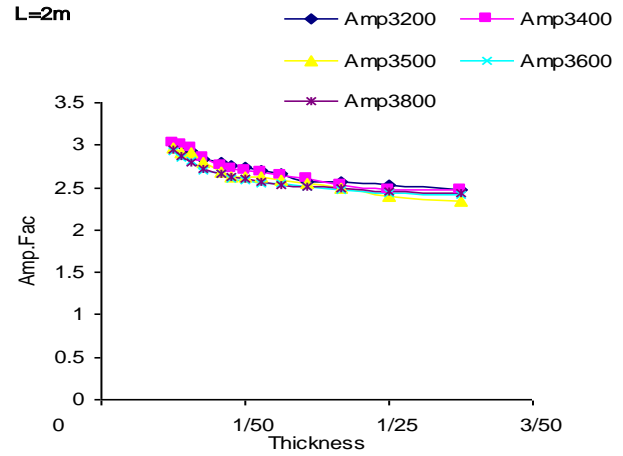
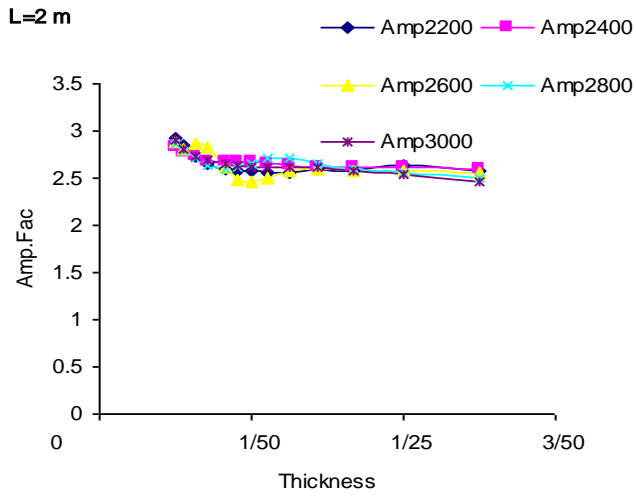
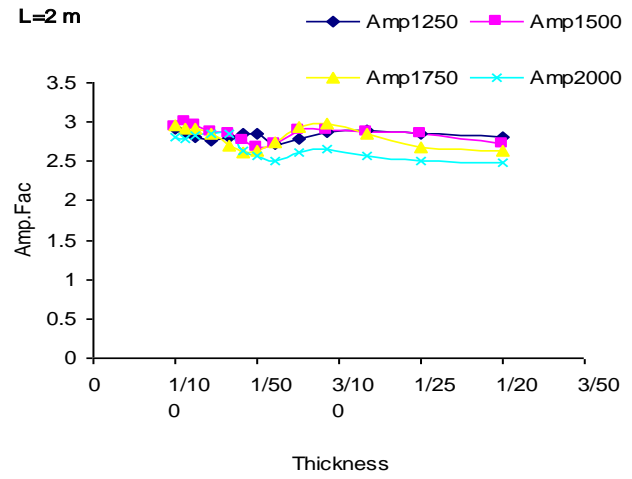
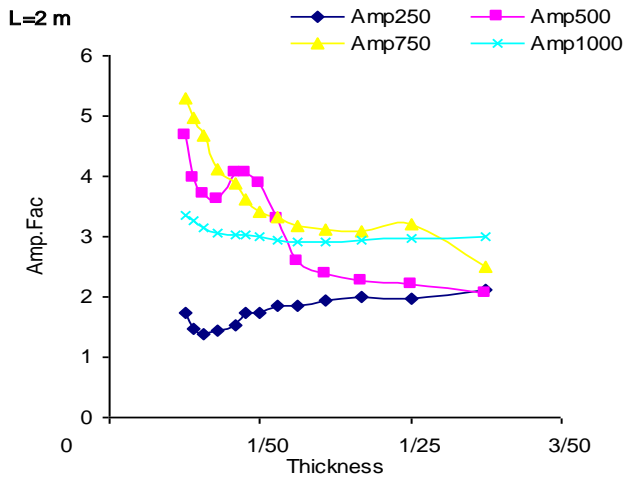
در نمونه هایی با  $\frac{l}{D} = 15$  نیز مانند نمونه های با  $\frac{l}{D} = 5, 7.5, 10$  سرعت بحرانی در تمام ضخامت ها

یکسان بوده و برابر با سرعت  $4000 \text{ m/s}$  می باشد و میزان تغییرات ضریب تقویت از  $2/85$  تا  $2/45$

نزول پیدا می کند.

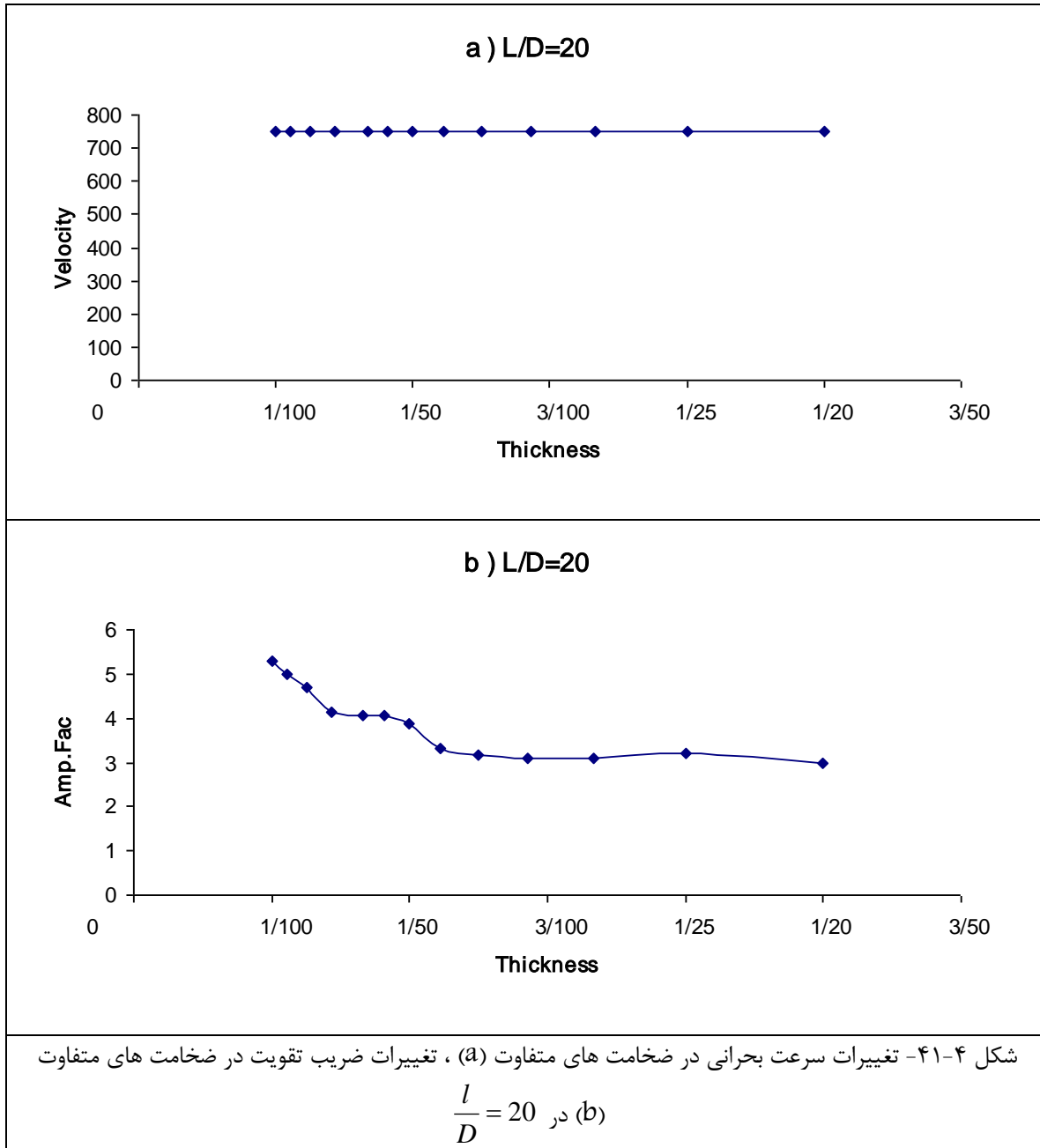


شکل ۴-۳۹- تغییرات ماکسیمم ضریب تقویت در ضخامت های مختلف در  $\frac{l}{D} = 20$

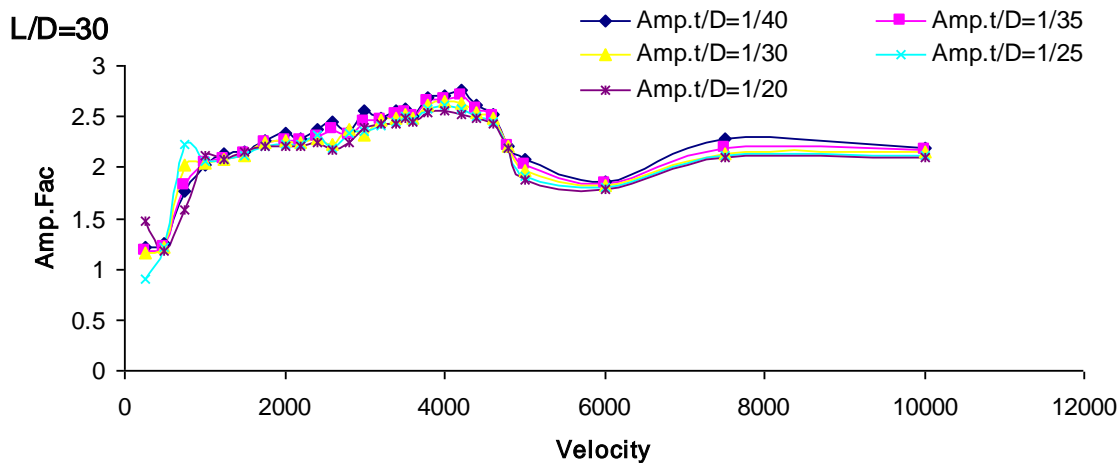
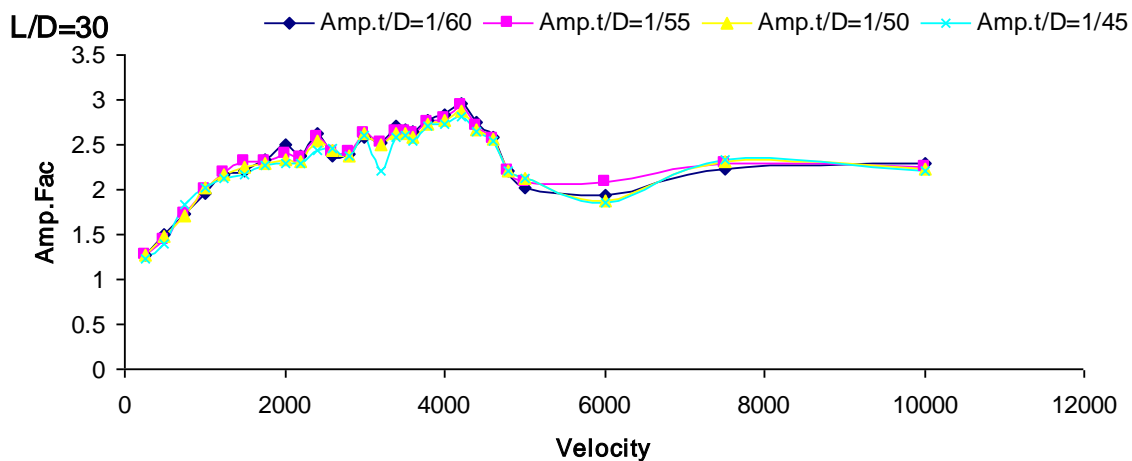
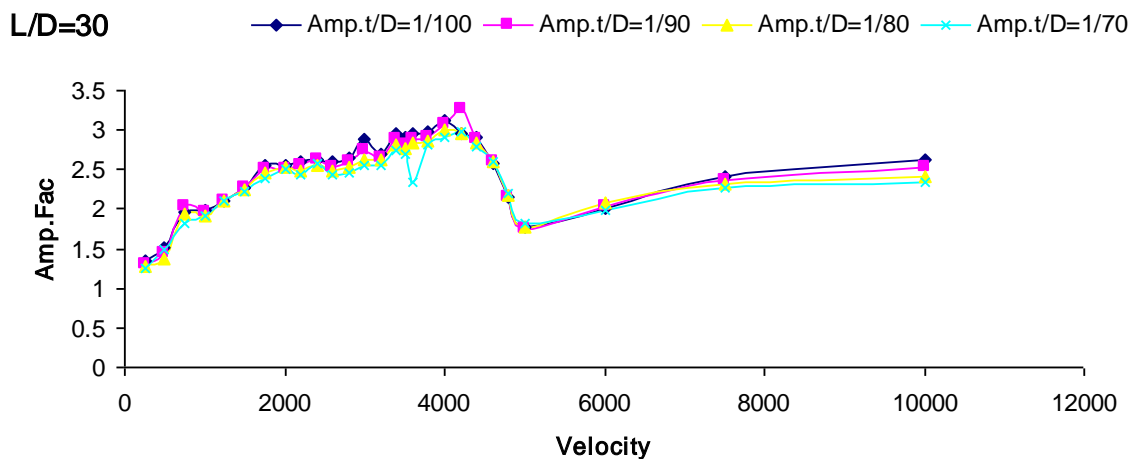


شکل ۴-۴- تغییرات حداکثر ضریب تقویت در ضخامت های مختلف در  $\frac{l}{D} = 20$

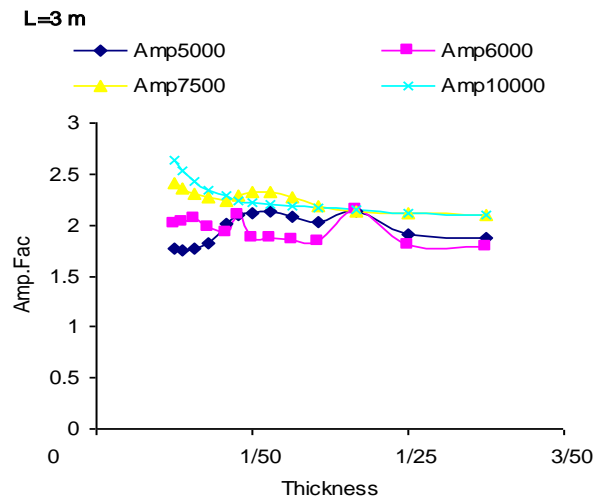
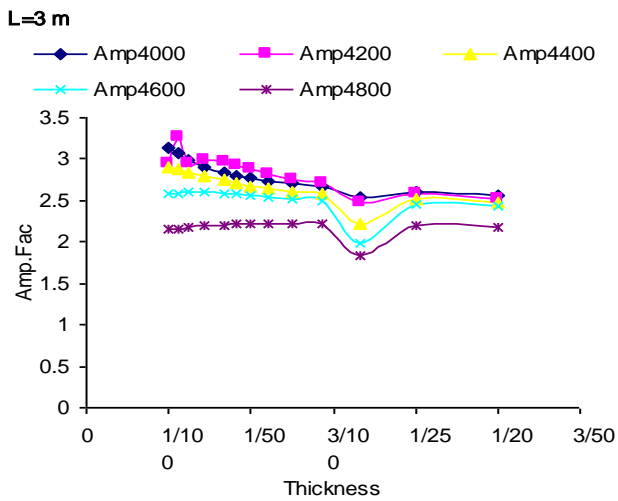
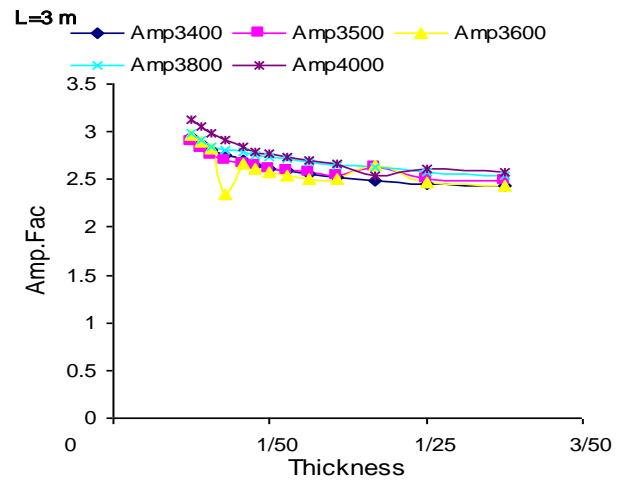
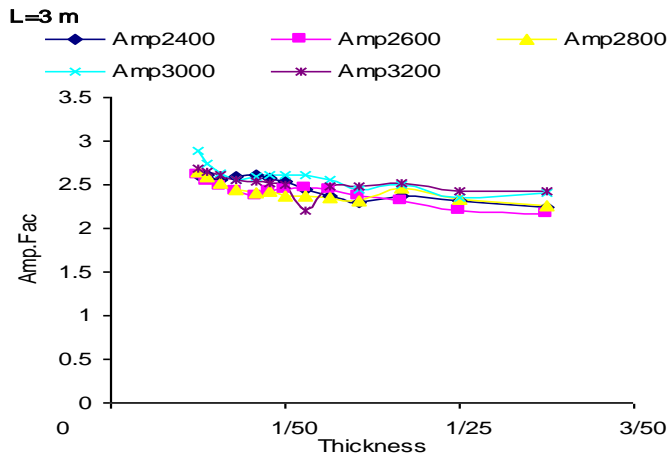
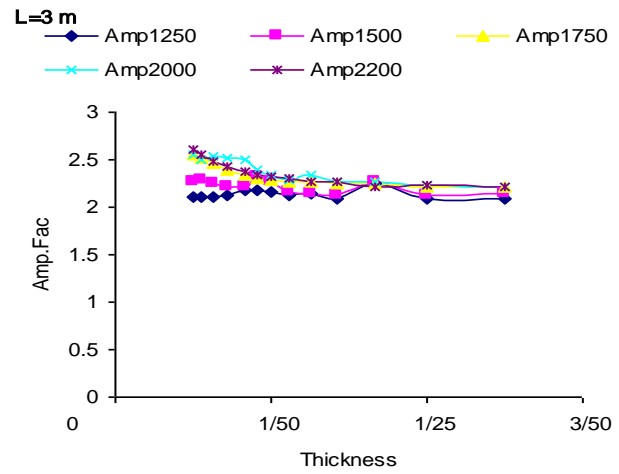
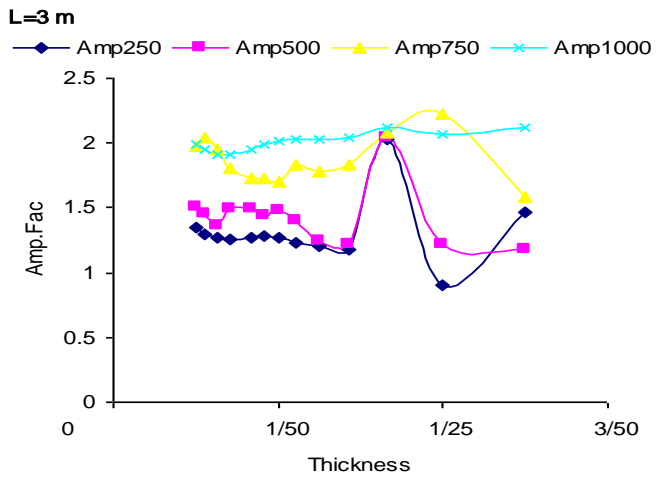




در نمونه با  $\frac{l}{D} = 20$  تغییرات سرعت بحرانی در تمامی ضخامت ها یکسان و برابر با سرعت 750 m/s می باشد و میزان تغییرات ضریب تقویت در ضخامت های مختلف از 5/30 تا 3 نزل پیدا می کنند.

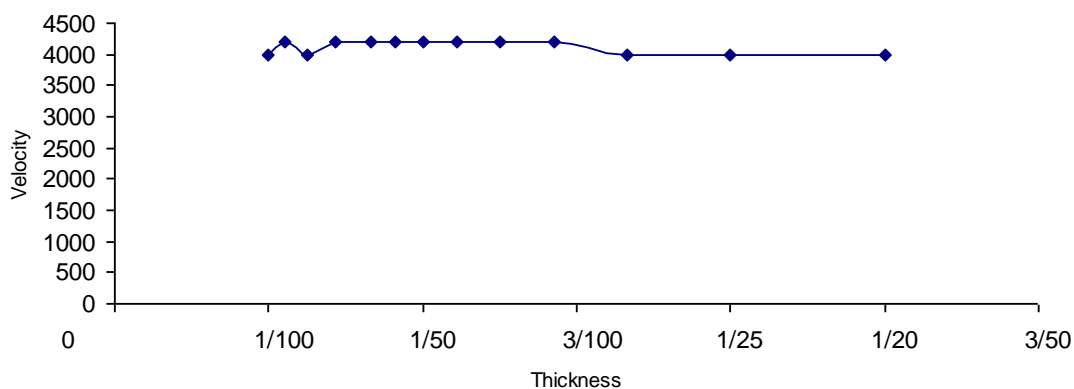


شکل ۴-۴۲- تغییرات ماکسیمم ضریب تقویت در ضخامت های مختلف در  $\frac{l}{D} = 30$

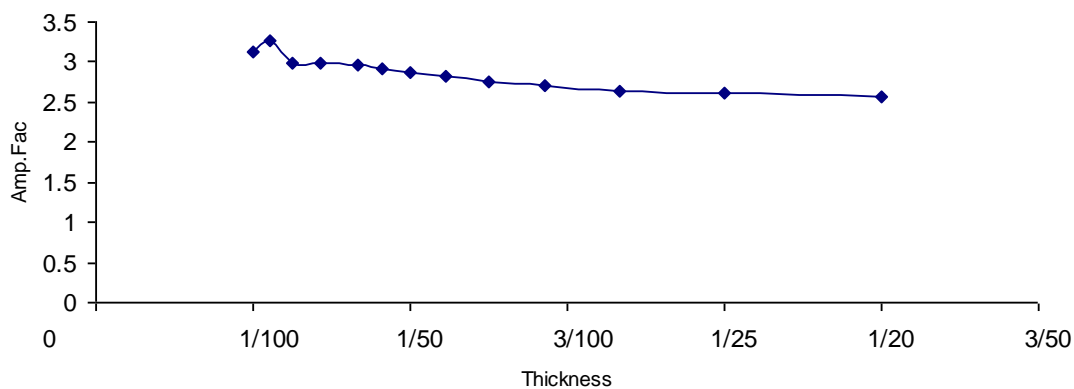


شکل ۴-۴۳- تغییرات حداکثر ضریب تقویت در ضخامت های مختلف در  $\frac{l}{D} = 30$

a)  $L/D=30$



b)  $L/D=30$



شکل ۴-۴- تغییرات سرعت بحرانی در ضخامت های متفاوت (a) ، تغییرات ضریب تقویت در ضخامت های متفاوت

(b) در  $\frac{l}{D} = 30$

در نمونه با  $\frac{l}{D} = 30$  در شکل (۴-۴) نیز سرعت بحرانی تقریباً ثابت و برابر با سرعت 4200 m/s می

باشد و میزان تغییرات ضریب تقویت از 3/30 تا 2/5 نزول پیدا می کند.

# فصل پنجم

## نتیجه گیری و پیشنهادها

## ۵-۱- نتیجه گیری

از تحلیل های انجام شده می توان به نتایج زیر اشاره کرد:

- ۱- پارامتر مهم تاثیرگذار در ضریب تقویت سرعت موج دتونیشن می باشد. مقدار این ضریب در سرعت های خیلی کوچکتر از سرعت بحرانی ۱ و در سرعت های خیلی بزرگتر از سرعت بحرانی تقریبا ۲ می باشد.
- ۲- وجود سرعت بحرانی توسط مدل های تحلیلی و عددی اثبات شد. در این سرعت ضریب تقویت تا  $5/3$  افزایش می یابد. مقدار تجربی سرعت بحرانی برای لوله های با طول های مختلف متفاوت می باشد.
- ۳- مدل تانگ در بدست آوردن فرکانس سیگنال کرنش محیطی بخوبی عمل می کند. اما درپیش بینی ضریب تقویت نتایج آن با تجربه همخوانی خوبی ندارد.
- ۴- با مقایسه نتایج حاصل از دو مدل گذرا در پیش بینی ضریب تقویت و سرعت بحرانی، به میزان تاثیر برش عرضی و اینرسی دورانی در پاسخ لوله پی برده می شود. تخمین ضریب تقویت و سرعت بحرانی طبق مدل گذرای دوم نسبت به مدل گذرای اول بهبود یافته است و به نتایج تست نزدیکتر شده است.
- ۵- مدل تحلیلی گذرا نتایج قابل قبولی می دهد. البته این مدل ضریب تقویت را همیشه مقداری بزرگتر از مقدار واقعی پیش بینی می کند. نتایج حاصل از حل عددی نسبت به نتایج حاصل از حل تحلیلی، به نتایج تجربی نزدیکتر است. نتایج حاصل از حل عددی بخوبی با نتایج تست همخوانی دارد.
- ۶- در یک طول خاص تغییرات ضخامت بر تغییرات سرعت بحرانی تاثیری ندارد و تقریبا ثابت می باشد.
- ۷- باتوجه به تغییرات میزان ضریب تقویت در ضخامت های متفاوت و طول های متفاوت در تحلیل های صورت گرفته می توان از وجود یک طول و ضخامت بحرانی  $\frac{l}{D_{Critical}}$  و  $\frac{t}{D_{Critical}}$  صحبت کرد که در آن ضرایب تقویت تا حد قابل ملاحظه ای نسبت به طول های دیگر بیشتر می باشد که در تحقیق حاضر طول

نمونه برابر با  $20 = \frac{l}{D}$  و  $\frac{t}{D} = \frac{1}{100}$  می باشد

۸- در زیر سرعت  $1000 \text{ m/s}$  روند تغییرات ضریب تقویت با افزایش ضخامت کاملاً روند نزولی ندارند و در بعضی از نمونه ها روند تغییرات صعودی هم می باشد.

## ۵-۲- پیشنهادها

با توجه به کارائی پوسته های کامپوزیتی در صنایع نظامی می توان به تحلیل نوع کامپوزیتی پوسته ها در بارگذاری متحرک پرداخت.

۱- اثرات ضخامت و طول پوسته را می توان در قالب ارائه مدل های تحلیلی بیان کرد.

۲- ارائه روشهای تحلیلی و عددی جدید برای نانو لوله های کربنی که تحت بار دینامیکی قرار دارند.