



دانشگاه شاهرود

دانشکده مکانیک

گروه طراحی کاربردی

پایان نامه کارشناسی ارشد

بررسی ارتعاشاتی لوله تقویت شده به صورت تدریجی و

حاوی جریان سیال

مجید سعیدیها

استاد راهنما:

جناب آقای دکتر اردشیر کرمی محمدی

شهریور ۱۳۹۴

تقدیم به:

پدرم، او که یک آسمان شکوه و ایشار است، او که روشنایی و جودش چشمان

خوشید را خیره می کند.

مادرم، که فرشته ی زیبای مهر و محبت بود و عشق از وجود او معنای گرفت.

تقدیم به او که خود سوخت تا برافروزد.

شکر و قدردانی:

خداوند بزرگ را شاکرم که لطف خود را شامل حال من نمود تا بتوانم تحقیق خود را به پایان برسانم و بتوانم سهمی هر چند اندک، در راه توسعه علمی ایران عزیز بردارم که چو

ایران نباشد، تن من مباد.

بمچنین از زحمات جناب آقای دکتر اردشیر کریمی محمدی استاد محترم راهنما، کمال شکر دارم که "من لم یسکر المخلوق لم یسکر الخالق".

و در پایان از زحمات خانواده خوبم و دوستان عزیزم و سایر کسانی که در تدوین این تحقیق مرا یاری نمودند شاکرم و از خداوند منان سلامت و سعادت ایشان را خواستارم.

تعهد نامه

اینجانب **مجید سعیدیها** دانشجوی دوره کارشناسی ارشد رشته **طراحی کاربردی** دانشکده مکانیک دانشگاه صنعتی شاهرود نویسنده پایان نامه **بررسی ارتعاشاتی لوله تقویت شده به صورت تدریجی و حاوی جریان سیال** تحت راهنمایی **آقای دکتر اردشیر کرمی محمدی** متعهد می شوم .

- تحقیقات در این پایان نامه توسط اینجانب انجام شده است و از صحت و اصالت برخوردار است .
- در استفاده از نتایج پژوهشهای محققان دیگر به مرجع مورد استفاده استناد شده است .
- مطالب مندرج در پایان نامه تاکنون توسط خود یا فرد دیگری برای دریافت هیچ نوع مدرک یا امتیازی در هیچ جا ارائه نشده است .
- کلیه حقوق معنوی این اثر متعلق به دانشگاه شاهرود می باشد و مقالات مستخرج با نام « دانشگاه شاهرود » و یا « University of Shahrood » به چاپ خواهد رسید .
- حقوق معنوی تمام افرادی که در به دست آمدن نتایج اصلی پایان نامه تأثیرگذار بوده اند در مقالات مستخرج از پایان نامه رعایت می گردد.
- در کلیه مراحل انجام این پایان نامه ، در مواردی که از موجود زنده (یا بافتهای آنها) استفاده شده است ضوابط و اصول اخلاقی رعایت شده است .
- در کلیه مراحل انجام این پایان نامه، در مواردی که به حوزه اطلاعات شخصی افراد دسترسی یافته یا استفاده شده است اصل رازداری ، ضوابط و اصول اخلاق انسانی رعایت شده است .

تاریخ

امضای دانشجو

مالکیت نتایج و حق نشر

- کلیه حقوق معنوی این اثر و محصولات آن (مقالات مستخرج ، کتاب ، برنامه های رایانه ای ، نرم افزارها و تجهیزات ساخته شده است) متعلق به دانشگاه صنعتی شاهرود می باشد . این مطلب باید به نحو مقتضی در تولیدات علمی مربوطه ذکر شود .
- استفاده از اطلاعات و نتایج موجود در پایان نامه بدون ذکر مرجع مجاز نمی باشد.

چکیده

لوله‌های حاوی جریان سیال کاربردهای گسترده‌ای در تمامی صنایع دارند که به عنوان ساده‌ترین مساله اندرکنش میان سازه و سیال رفتار پیچیده‌ای از خود نشان می‌دهند. رفتار دینامیکی لوله دوسر لولا و نیز یکسرگیردار حاوی جریان سیال که به صورت تدریجی تقویت شده مورد بررسی قرار گرفته است.

در هر شرایط مرزی دو حالت در نظر گرفته شده است: الف) حالتی که لوله در راستای ضخامت به صورت تدریجی تقویت شده باشد. ب) حالتی که لوله در راستای طول به طور تدریجی تقویت شده باشد. نحوه تغییرات مدول یانگ در فرایند تقویت کردن بر اساس قانون توانی صورت گرفته و معادلات ارتعاشاتی برای هر حالت با استفاده از تئوری اویلر برنولی بدست آمده است. سپس فرکانس‌های طبیعی لوله حاوی جریان سیال به ازای پارامترهای بی‌بعد بدست آمده و تاثیر تقویت کردن لوله به صورت تدریجی مورد بررسی قرار گرفته است. همچنین مقادیر سرعت بحرانی جریان سیال که به ازای آن لوله دچار ناپایداری می‌گردد به ازای پارامترهای مختلف بدست آمده است. مشخص شد در هر دو نوع شرایط مرزی مورد نظر، در حالتی که مدول یانگ در جهت طول لوله به صورت تدریجی تغییر می‌کند، با افزایش مدول یانگ در سمت ورودی جریان سیال، فرکانس‌های طبیعی لوله و همچنین سرعت بحرانی سیال افزایش می‌یابد. همچنین در حالتی که مدول یانگ در جهت ضخامت لوله تغییر می‌کند، با افزایش آن در سطوح بیرونی لوله، فرکانس‌های طبیعی و همچنین سرعت بحرانی سیال افزایش می‌یابد و بالعکس.

کلمات کلیدی: ۱- لوله حاوی جریان سیال ۲- تقویت کردن به صورت تدریجی ۳- فرکانس‌های

طبیعی ۴- سرعت بحرانی ۵- ناپایداری

فهرست مطالب

فصل اول: مقدمه و تاریخچه

- ۱-۱- مقدمه ۲
- ۱-۱-۱- لوله دوسر مفصل: ۳
- ۱-۱-۲- لوله یکسرگیردار ۵
- ۲-۱- تاریخچه مرور مقالات و بیان علمی نتایج : ۷
- ۳-۱- نوآوری های پایان نامه ۱۱

فصل دوم : فرمولاسیون انرژی و معادلات حرکت

- ۱-۲- مقدمه ۱۴
- ۱-۱-۲- معادله لوله تقویت شده به صورت تدریجی در جهت ضخامت تیر: ۲۰
- ۲-۱-۲- معادله لوله تقویت شده به صورت تدریجی در جهت طول تیر: ۲۱
- ۲-۲- بی بعد سازی معادلات حرکت ۲۴
- ۱-۲-۲- لوله تقویت شده به صورت تدریجی در جهت طول تیر: ۲۷

فصل سوم: روش حل و نتایج

- ۱-۳- مقدمه ۳۲
- ۲-۳- گسسته سازی و روش حل: ۳۲
- ۱-۲-۳- گسسته سازی لوله تقویت شده به صورت تدریجی در جهت ضخامت تیر: ۳۳
- ۲-۲-۳- گسسته سازی لوله تقویت شده به صورت تدریجی در جهت طول تیر: ۳۴
- ۳-۳- بدست آوردن فرکانسهای طبیعی سیستم ۳۵
- ۱-۳-۳- فرکانسهای طبیعی لوله همگن دوسر لولا ۳۷
- ۲-۳-۳- فرکانسهای طبیعی لوله همگن یکسرگیردار ۴۰

- ۴-۳- بدست آوردن فرکانسهای لوله دوسر لولا تقویت شده تدریجی در راستای ضخامت بدون جریان

سیال جهت بررسی صحت سنجی معادلات حاکم	۴۶
۳-۵- تاثیر تقویت کردن به صورت تدریجی بر فرکانسهای طبیعی لوله دوسر لولا	۴۸
۳-۵-۱- فرکانسهای طبیعی لوله دوسر لولا تقویت شده به صورت تدریجی در راستای ضخامت	۴۹
۳-۵-۲- فرکانسهای طبیعی لوله دوسر لولا تقویت شده به صورت تدریجی در راستای طول	۵۲
۳-۶- تاثیر تقویت کردن به صورت تدریجی لوله حاوی جریان سیال با شرایط مرزی دوسر لولا بر شکل	
مدهای اول تا سوم:	۵۵
۳-۶-۱- تقویت کردن به صورت تدریجی در جهت ضخامت	۵۵
۳-۶-۲- تقویت کردن به صورت تدریجی در جهت طول	۵۶
۳-۷- تاثیر تقویت کردن به صورت تدریجی بر فرکانسهای طبیعی لوله یکسرگیردار	۵۹
۳-۷-۱- فرکانسهای طبیعی لوله یکسرگیردار تقویت شده تدریجی در راستای ضخامت	۵۹
۳-۷-۲- فرکانسهای طبیعی لوله یکسرگیردار تقویت شده تدریجی در راستای طول	۷۱
۳-۸- تعیین سرعتهای بحرانی به ازای پارامترهای مختلف	۸۳
۳-۸-۱- سرعتهای بحرانی لوله دوسر لولا تقویت شده تدریجی در راستای ضخامت به ازای مقادیر	
مختلف E_{Ratio} و k	۸۵
۳-۸-۲- سرعتهای بحرانی لوله دوسر لولا تقویت شده تدریجی در راستای طول به ازای مقادیر	
مختلف E_{Ratio} و k	۸۶
۳-۸-۳- سرعتهای بحرانی لوله یکسرگیردار تقویت شده تدریجی در راستای ضخامت	۸۷
۳-۸-۴- سرعتهای بحرانی لوله یکسرگیردار تقویت شده تدریجی در راستای طول	۸۹
فصل چهارم : جمع‌بندی و نتیجه‌گیری	
۴-۱- جمع‌بندی	۹۴
۴-۲- پیشنهادات	۹۷
مراجع و منابع	۹۸

فهرست اشکال

- شکل (۱-۲) لوله حاوی جریان سیال ۱۶
- شکل (۲-۲) لوله تقویت شده به صورت تدریجی در جهت ضخامت تیر ۲۴
- شکل (۲-۳-الف) نمودار تغییرات مدول یانگ در جهت ضخامت به ازای مقادیر مختلف k و E_{Ratio} ۲۵
- شکل (۲-۳-ب) نمودار تغییرات مدول یانگ در جهت ضخامت به ازای مقادیر مختلف k و $E_{Ratio} > 1$ ۲۵
- شکل (۲-۴-الف) نمودار تغییرات مدول یانگ در جهت طول به ازای مقادیر مختلف k و $E_{Ratio} > 1$ ۲۸
- شکل (۲-۴-ب) نمودار تغییرات مدول یانگ در جهت طول به ازای مقادیر مختلف k و $E_{Ratio} < 1$ ۲۸
- شکل (۳-۱-الف) قسمت موهومی فرکانس‌های اصلی اول تا سوم لوله دوسرلولای همگن به ازای $\beta = 0.1$ ۳۸
- شکل (۳-۱-ب) قسمت حقیقی فرکانس‌های اصلی اول تا سوم لوله دوسرلولای همگن به ازای $\beta = 0.1$ ۳۸
- شکل (۳-۱-پ) قسمت موهومی فرکانس‌های اصلی لوله دوسرلولای همگن به ازای $\beta = 0.1$ ۳۹
- شکل (۳-۱-ت) قسمت حقیقی فرکانس‌های اصلی لوله دوسرلولای همگن به ازای $\beta = 0.1$ ۳۹
- شکل (۲-۳) نحوه تغییرات سرعت بی‌بعد بحرانی لوله همگن دوسرلولای نسبت به پارامتر بی‌بعد جرمی β ۳۹
- شکل (۳-۳-الف) قسمت موهومی فرکانس‌های اصلی اول تا سوم لوله یکسرگردار همگن به عنوان تابعی از سرعت و به ازای $\beta = 0.3$ ۴۱
- شکل (۳-۳-ب) قسمت حقیقی فرکانس‌های اصلی اول تا سوم لوله یکسرگردار همگن به عنوان تابعی از سرعت و به ازای $\beta = 0.3$ ۴۱
- شکل (۳-۳-پ) نمودار مختلط فرکانس‌های اصلی اول تا سوم لوله یکسرگردار همگن به عنوان تابعی از سرعت و به ازای $\beta = 0.3$ ۴۲
- شکل (۳-۴-الف) قسمت موهومی فرکانس‌های اصلی اول تا سوم لوله یکسرگردار همگن به عنوان تابعی از سرعت و به ازای $\beta = 0.5$ ۴۲
- شکل (۳-۴-ب) قسمت حقیقی فرکانس‌های اصلی اول تا سوم لوله یکسرگردار همگن به عنوان تابعی از سرعت و به ازای $\beta = 0.5$ ۴۲
- شکل (۳-۴-پ) نمودار مختلط فرکانس‌های اصلی اول تا سوم لوله یکسرگردار همگن به عنوان تابعی از سرعت و به ازای $\beta = 0.5$ ۴۳
- و به ازای $\beta = 0.5$ ۴۳
- شکل (۳-۵-الف) قسمت موهومی فرکانس‌های اصلی اول تا سوم لوله یکسرگردار همگن به عنوان تابعی از سرعت و به ازای $\beta = 0.8$ ۴۴
- شکل (۳-۵-ب) قسمت حقیقی فرکانس‌های اصلی اول تا سوم لوله یکسرگردار همگن به عنوان تابعی از سرعت و به ازای $\beta = 0.8$ ۴۴
- شکل (۳-۵-پ) نمودار مختلط فرکانس‌های اصلی اول تا سوم لوله یکسرگردار همگن به عنوان تابعی از سرعت و به ازای $\beta = 0.8$ ۴۴
- شکل (۳-۵-ت) نمودار مختلط فرکانس‌های اصلی اول تا سوم لوله یکسرگردار همگن به عنوان تابعی از سرعت و به ازای $\beta = 0.8$ ۴۵
- شکل (۳-۶) تغییرات سرعت بی‌بعد بحرانی لوله یکسرگردار همگن نسبت به پارامتر بی‌بعد جرمی ۴۵

- شکل (۷-۳) نمودار مختلط لوله یکسرگردار همگن به صورت تابعی از سرعت به ازای $\beta = 0.65$ ۴۶
- شکل (۸-۳) فرکانس‌های بی‌بعد اول به ازای توزیع مختلف مدول یانگ نسبت به E_{Ratio} و k ۴۷
- شکل (۹-۳ الف) قسمت موهومی فرکانس‌های اصلی اول تا چهارم لوله دوسرلولا تقویت شده به صورت تدریجی در جهت ضخامت به ازای $\beta = 0.3$ و $E_{Ratio} = 4$ ۵۰
- شکل (۹-۳ ب) قسمت حقیقی فرکانس‌های اصلی اول تا چهارم لوله دوسرلولا تقویت شده به صورت تدریجی در جهت ضخامت به ازای $\beta = 0.3$ و $E_{Ratio} = 4$ ۵۰
- شکل (۱۰-۳ الف) قسمت موهومی فرکانس‌های اصلی اول تا چهارم لوله دوسرلولا تقویت شده به صورت تدریجی در جهت ضخامت به ازای $\beta = 0.3$ و $E_{Ratio} = 1/4$ ۵۱
- شکل (۱۰-۳ ب) قسمت موهومی فرکانس‌های اصلی اول تا چهارم لوله دوسرلولا تقویت شده به صورت تدریجی در جهت ضخامت به ازای $\beta = 0.3$ و $E_{Ratio} = 1/4$ ۵۱
- شکل (۱۱-۳ الف) قسمت موهومی فرکانس‌های اصلی اول تا چهارم لوله دوسرلولا تقویت شده به صورت تدریجی در جهت طول به ازای $\beta = 0.3$ و $E_{Ratio} = 4$ ۵۳
- شکل (۱۱-۳ ب) قسمت حقیقی فرکانس‌های اصلی اول تا چهارم لوله دوسرلولا تقویت شده به صورت تدریجی در جهت طول به ازای $\beta = 0.3$ و $E_{Ratio} = 4$ ۵۳
- شکل (۱۲-۳ الف) قسمت موهومی فرکانس‌های اصلی اول تا چهارم لوله دوسرلولا تقویت شده به صورت تدریجی در جهت طول به ازای $\beta = 0.3$ و $E_{Ratio} = 1/4$ ۵۴
- شکل (۱۲-۳ ب) قسمت حقیقی فرکانس‌های اصلی اول تا چهارم لوله دوسرلولا تقویت شده به صورت تدریجی در جهت طول به ازای $\beta = 0.3$ و $E_{Ratio} = 1/4$ ۵۴
- شکل (۱۳-۳ الف) مد ارتعاشی اول لوله تقویت شده به صورت تدریجی در راستای ضخامت و حاوی جریان سیال به ازای $U = 1$ و $k = 1$ و $\beta = 0.3$ و مقادیر مختلف E_{Ratio} ۵۵
- شکل (۱۳-۳ ب) مد ارتعاشی دوم لوله تقویت شده به صورت تدریجی در راستای ضخامت و حاوی جریان سیال به ازای $U = 1$ و $k = 1$ و $\beta = 0.3$ و مقادیر مختلف E_{Ratio} ۵۵
- شکل (۱۳-۳ پ) مد ارتعاشی سوم لوله تقویت شده به صورت تدریجی در راستای ضخامت و حاوی جریان سیال به ازای $U = 1$ و $k = 1$ و $\beta = 0.3$ و مقادیر مختلف E_{Ratio} ۵۵
- شکل (۱۴-۳ الف) مد ارتعاشی اول لوله تقویت شده به صورت تدریجی در راستای طول و حاوی جریان سیال به ازای $U = 1$ و $k = 1$ و $\beta = 0.3$ و مقادیر مختلف E_{Ratio} ۵۶
- شکل (۱۴-۳ ب) مد ارتعاشی دوم لوله تقویت شده به صورت تدریجی در راستای طول و حاوی جریان سیال به ازای $U = 1$ و $k = 1$ و $\beta = 0.3$ و مقادیر مختلف E_{Ratio} ۵۷
- شکل (۱۴-۳ پ) مد ارتعاشی سوم لوله تقویت شده به صورت تدریجی در راستای طول و حاوی جریان سیال به ازای $U = 1$ و $k = 1$ و $\beta = 0.3$ و مقادیر مختلف E_{Ratio} ۵۷
- شکل (۱۵-۳ الف) مد ارتعاشی اول لوله تقویت شده به صورت تدریجی در راستای طول و حاوی جریان سیال به ازای $U = 1$ و $k = 10$ و $\beta = 0.3$ و مقادیر مختلف E_{Ratio} ۵۸

- شکل (۳-۱۵-ب) مد ارتعاشی دوم لوله تقویت شده به صورت تدریجی در راستای طول و حاوی جریان سیال به ازای $U = 1, k = 10, \beta = 0.3$ و مقادیر مختلف E_{Ratio} ۵۸
- شکل (۳-۱۵-پ) مد ارتعاشی سوم لوله تقویت شده به صورت تدریجی در راستای طول و حاوی جریان سیال به ازای $U = 1, k = 10, \beta = 0.3$ و مقادیر مختلف E_{Ratio} ۵۸
- شکل (۳-۱۶-الف) قسمت موهومی فرکانس های اصلی اول تا چهارم لوله یکسرگیردار تقویت شده به صورت تدریجی در جهت ضخامت به ازای $\beta = 0.3$ و $E_{Ratio} = 4$ ۶۰
- شکل (۳-۱۶-ب) قسمت حقیقی فرکانس های اصلی اول تا چهارم لوله یکسرگیردار تقویت شده به صورت تدریجی در جهت ضخامت به ازای $\beta = 0.3$ و $E_{Ratio} = 4$ ۶۰
- شکل (۳-۱۶-پ) نمودار مختلط فرکانس های اصلی اول تا چهارم لوله یکسرگیردار تقویت شده به صورت تدریجی در جهت ضخامت به عنوان تابعی از سرعت و به ازای $\beta = 0.3$ و $E_{Ratio} = 4$ ۶۱
- شکل (۳-۱۷-الف) قسمت موهومی فرکانس های اصلی اول تا چهارم لوله یکسرگیردار تقویت شده به صورت تدریجی در جهت ضخامت به ازای $\beta = 0.3$ و $E_{Ratio} = 1/4$ ۶۲
- شکل (۳-۱۷-ب) قسمت حقیقی فرکانس های اصلی اول تا چهارم لوله یکسرگیردار تقویت شده به صورت تدریجی در جهت ضخامت به ازای $\beta = 0.3$ و $E_{Ratio} = 1/4$ ۶۲
- شکل (۳-۱۷-پ) نمودار مختلط فرکانس های اصلی اول تا چهارم لوله یکسرگیردار تقویت شده به صورت تدریجی در جهت ضخامت به عنوان تابعی از سرعت و به ازای $\beta = 0.3$ و $E_{Ratio} = 1/4$ ۶۳
- شکل (۳-۱۸-الف) قسمت موهومی فرکانس های اصلی اول تا چهارم لوله یکسرگیردار تقویت شده به صورت تدریجی در جهت ضخامت به ازای $\beta = 0.5$ و $E_{Ratio} = 4$ ۶۴
- شکل (۳-۱۸-ب) قسمت حقیقی فرکانس های اصلی اول تا چهارم لوله یکسرگیردار تقویت شده به صورت تدریجی در جهت ضخامت به ازای $\beta = 0.5$ و $E_{Ratio} = 4$ ۶۴
- شکل (۳-۱۸-پ) نمودار مختلط فرکانس های اصلی اول تا چهارم لوله یکسرگیردار تقویت شده به صورت تدریجی در جهت ضخامت به عنوان تابعی از سرعت و به ازای $\beta = 0.5$ و $E_{Ratio} = 4$ ۶۵
- شکل (۳-۱۹-الف) قسمت موهومی فرکانس های اصلی اول تا چهارم لوله یکسرگیردار تقویت شده به صورت تدریجی در جهت ضخامت به ازای $\beta = 0.5$ و $E_{Ratio} = 1/4$ ۶۶
- شکل (۳-۱۹-ب) قسمت حقیقی فرکانس های اصلی اول تا چهارم لوله یکسرگیردار تقویت شده به صورت تدریجی در جهت ضخامت به ازای $\beta = 0.5$ و $E_{Ratio} = 1/4$ ۶۶
- شکل (۳-۱۹-پ) نمودار مختلط فرکانس های اصلی اول تا چهارم لوله یکسرگیردار تقویت شده به صورت تدریجی در جهت ضخامت به عنوان تابعی از سرعت و به ازای $\beta = 0.5$ و $E_{Ratio} = 1/4$ ۶۷
- شکل (۳-۲۰-الف) قسمت موهومی فرکانس های اصلی اول تا چهارم لوله یکسرگیردار تقویت شده به صورت تدریجی در جهت ضخامت به ازای $\beta = 0.8$ و $E_{Ratio} = 4$ ۶۸
- شکل (۳-۲۰-ب) قسمت حقیقی فرکانس های اصلی اول تا چهارم لوله یکسرگیردار تقویت شده به صورت تدریجی در جهت ضخامت به ازای $\beta = 0.8$ و $E_{Ratio} = 4$ ۶۸

- شکل (۳-۲۰-پ) نمودار مختلط فرکانس های اصلی اول تا چهارم لوله یکسرگیردار تقویت شده به صورت تدریجی در جهت ضخامت به عنوان تابعی از سرعت و به ازای $\beta = 0.8$ و $E_{Ratio} = 4$ ۶۹
- شکل (۳-۲۱-الف) قسمت موهومی فرکانس های اصلی اول تا چهارم لوله یکسرگیردار تقویت شده به صورت تدریجی در جهت ضخامت به ازای $\beta = 0.8$ و $E_{Ratio} = 1/4$ ۷۰
- شکل (۳-۲۱-ب) قسمت حقیقی فرکانس های اصلی اول تا چهارم لوله یکسرگیردار تقویت شده به صورت تدریجی در جهت ضخامت به ازای $\beta = 0.8$ و $E_{Ratio} = 1/4$ ۷۰
- شکل (۳-۲۱-پ) نمودار مختلط فرکانس های اصلی اول تا چهارم لوله یکسرگیردار تقویت شده به صورت تدریجی در جهت ضخامت به عنوان تابعی از سرعت و به ازای $\beta = 0.8$ و $E_{Ratio} = 1/4$ ۷۱
- شکل (۳-۲۲-الف) قسمت موهومی فرکانس های اصلی اول تا چهارم لوله یکسرگیردار تقویت شده به صورت تدریجی در جهت طول لوله به ازای $\beta = 0.3$ و $E_{Ratio} = 4$ ۷۲
- شکل (۳-۲۲-ب) قسمت حقیقی فرکانس های اصلی اول تا چهارم لوله یکسرگیردار تقویت شده به صورت تدریجی در جهت طول لوله به ازای $\beta = 0.3$ و $E_{Ratio} = 4$ ۷۲
- شکل (۳-۲۲-پ) نمودار مختلط فرکانس های اصلی اول تا چهارم لوله یکسرگیردار تقویت شده به صورت تدریجی در جهت طول لوله به عنوان تابعی از سرعت و به ازای $\beta = 0.3$ و $E_{Ratio} = 4$ ۷۳
- شکل (۳-۲۳-الف) قسمت موهومی فرکانس های اصلی اول تا چهارم لوله یکسرگیردار تقویت شده به صورت تدریجی در جهت طول لوله به ازای $\beta = 0.3$ و $E_{Ratio} = 1/4$ ۷۴
- شکل (۳-۲۳-ب) قسمت حقیقی فرکانس های اصلی اول تا چهارم لوله یکسرگیردار تقویت شده به صورت تدریجی در جهت طول لوله به ازای $\beta = 0.3$ و $E_{Ratio} = 1/4$ ۷۴
- شکل (۳-۲۳-پ) نمودار مختلط فرکانس های اصلی اول تا چهارم لوله یکسرگیردار تقویت شده به صورت تدریجی در جهت طول لوله به عنوان تابعی از سرعت و به ازای $\beta = 0.3$ و $E_{Ratio} = 1/4$ ۷۵
- شکل (۳-۲۴-الف) قسمت موهومی فرکانس های اصلی اول تا چهارم لوله یکسرگیردار تقویت شده به صورت تدریجی در جهت طول لوله به ازای $\beta = 0.5$ و $E_{Ratio} = 4$ ۷۶
- شکل (۳-۲۴-ب) قسمت حقیقی فرکانس های اصلی اول تا چهارم لوله یکسرگیردار تقویت شده به صورت تدریجی در جهت طول لوله به ازای $\beta = 0.5$ و $E_{Ratio} = 4$ ۷۶
- شکل (۳-۲۴-پ) نمودار مختلط فرکانس های اصلی اول تا چهارم لوله یکسرگیردار تقویت شده به صورت تدریجی در جهت طول لوله به عنوان تابعی از سرعت و به ازای $\beta = 0.5$ و $E_{Ratio} = 4$ ۷۷
- شکل (۳-۲۵-الف) قسمت موهومی فرکانس های اصلی اول تا چهارم لوله یکسرگیردار تقویت شده به صورت تدریجی در جهت طول لوله به ازای $\beta = 0.5$ و $E_{Ratio} = 1/4$ ۷۸
- شکل (۳-۲۵-ب) قسمت حقیقی فرکانس های اصلی اول تا چهارم لوله یکسرگیردار تقویت شده به صورت تدریجی در جهت طول لوله به ازای $\beta = 0.5$ و $E_{Ratio} = 1/4$ ۷۸
- شکل (۳-۲۵-پ) نمودار مختلط فرکانس های اصلی اول تا چهارم لوله یکسرگیردار تقویت شده به صورت تدریجی در جهت طول لوله به عنوان تابعی از سرعت و به ازای $\beta = 0.5$ و $E_{Ratio} = 1/4$ ۷۹

- شکل (۳-۲۶-الف) قسمت موهومی فرکانس های اصلی اول تا چهارم لوله یکسرگیردار تقویت شده به صورت تدریجی در جهت طول لوله به ازای $\beta = 0.8$ و $E_{Ratio} = 4$ ۸۰
- شکل (۳-۲۶-ب) قسمت حقیقی فرکانس های اصلی اول تا چهارم لوله یکسرگیردار تقویت شده به صورت تدریجی در جهت طول لوله به ازای $\beta = 0.8$ و $E_{Ratio} = 4$ ۸۰
- شکل (۳-۲۶-پ) نمودار مختلط فرکانس های اصلی اول تا چهارم لوله یکسرگیردار تقویت شده به صورت تدریجی در جهت طول لوله به عنوان تابعی از سرعت و به ازای $\beta = 0.8$ و $E_{Ratio} = 4$ ۸۱
- شکل (۳-۲۷-الف) قسمت موهومی فرکانس های اصلی اول تا چهارم لوله یکسرگیردار تقویت شده به صورت تدریجی در جهت طول لوله به ازای $\beta = 0.8$ و $E_{Ratio} = 1/4$ ۸۲
- شکل (۳-۲۷-ب) قسمت حقیقی فرکانس های اصلی اول تا چهارم لوله یکسرگیردار تقویت شده به صورت تدریجی در جهت طول لوله به ازای $\beta = 0.8$ و $E_{Ratio} = 1/4$ ۸۲
- شکل (۳-۲۷-پ) نمودار مختلط فرکانس های اصلی اول تا چهارم لوله یکسرگیردار تقویت شده به صورت تدریجی در جهت طول لوله به عنوان تابعی از سرعت و به ازای $\beta = 0.8$ و $E_{Ratio} = 1/4$ ۸۳
- شکل (۳-۲۸) سرعت بحرانی بی بعد لوله تقویت شده به صورت تدریجی در راستای ضخامت لوله به ازای مقادیر مختلف K و E_{Ratio} ۸۶
- شکل (۳-۲۹) سرعت بحرانی بی بعد لوله تقویت شده به صورت تدریجی در راستای طول لوله و به ازای مقادیر مختلف K و E_{Ratio} ۸۷
- شکل (۳-۳۰) سرعت بحرانی جریان سیال لوله تقویت شده تدریجی در راستای ضخامت، به عنوان تابعی از پارامتر بی بعد جرمی، به ازای مقادیر مختلف نسبت مدول یانگ ۸۸
- شکل (۳-۳۱-الف) سرعت بحرانی جریان سیال لوله تقویت شده تدریجی در راستای ضخامت، به عنوان تابعی از نسبت مدول یانگ، حالتی که $0.125 \leq E_{Ratio} \leq 1$ ۸۹
- شکل (۳-۳۱-ب) سرعت بحرانی جریان سیال لوله تقویت شده تدریجی در راستای ضخامت، به عنوان تابعی از نسبت مدول یانگ، حالتی که $1 \leq E_{Ratio} \leq 8$ ۸۹
- شکل (۳-۳۲) سرعت بحرانی جریان سیال لوله تقویت شده تدریجی در راستای طول، به عنوان تابعی از پارامتر بی بعد جرمی، به ازای مقادیر مختلف نسبت مدول یانگ ۹۰
- شکل (۳-۳۳-الف) سرعت بحرانی جریان سیال لوله تقویت شده تدریجی در راستای طول، به عنوان تابعی از نسبت مدول یانگ، حالتی که $0.125 \leq E_{Ratio} \leq 1$ ۹۱
- شکل (۳-۳۳-ب) سرعت بحرانی جریان سیال لوله تقویت شده تدریجی در راستای طول، به عنوان تابعی از نسبت مدول یانگ، حالتی که $1 \leq E_{Ratio} \leq 8$ ۹۲

فهرست جداول

جدول (۱-۳) فرکانس‌های بی‌بعد اول به ازای توزیع مختلف مدول یانگ	۴۷
جدول (۲-۳) فرکانس‌های بی‌بعد دوم به ازای توزیع مختلف مدول یانگ	۴۸
جدول (۳-۳) فرکانس‌های بی‌بعد سوم به ازای توزیع مختلف مدول یانگ	۴۸
جدول (۴-۳) سرعت‌های بحرانی بی‌بعد لوله دوسر لولا تقویت شده تدریجی در راستای ضخامت به ازای مقادیر مختلف	
E_{Ratio} و k	۸۵
جدول (۵-۳) سرعت‌های بحرانی بی‌بعد لوله دوسر لولا تقویت شده تدریجی در راستای ضخامت به ازای مقادیر مختلف	
E_{Ratio} و k	۸۷

فهرست علائم

E_{ratio}	نسبت مدول یانگ	U	سرعت بی بعد سیال
k	توان توزیع توانی	λ	مقدار ویژه
β	پارامتر جرمی بی بعد	V	بردار سرعت سیال
τ	زمان بی بعد	v	سرعت جریان سیال
w_0	جابجایی عرضی	m_f	جرم واحد طول سیال
u_0	جابجایی طولی	m_p	جرم واحد طول لوله
L	طول لوله	A_f	مساحت مقطع سیال
E	مدول یانگ	A_p	مساحت مقطع لوله
q	نیروی گسترده	ρ_f	چگالی وزنی سیال
K	ماتریس سفتی	ρ_p	چگالی وزنی لوله
C	ماتریس میرایی	x	محور افقی
M	ماتریس جرم	t	زمان
A	ماتریس فضای حالت	h	ضخامت لوله
N	درجه آزادی سیستم	R	شعاع لوله
W	کار		

فصل اول

مقدمہ و تاریخچه

۱-۱- مقدمه

سیستم‌های خطوط لوله جهت انتقال سیالات نه تنها در صنایع نفت و گاز، خطوط تخلیه پمپ، مبدل‌های حرارتی، سیستم‌های میکرو و نانو الکترومکانیکی و غیره [۱، ۲] مورد استفاده قرار می‌گیرد، بلکه کاربردهای گسترده عمومی در صنایع مختلف دارند، که توجه بسیاری از محققین را به سوی خود جلب کرده‌اند [۳]. لوله حاوی سیال به عنوان ساده‌ترین مساله در زمینه مسائل اندرکنش میان سازه و سیال محسوب می‌شود که با این حال قادر به نشان دادن رفتار دینامیکی جالب و حائز اهمیتی است. ارتعاشات و ناپایداری لوله‌های حاوی جریان سیال به شکل گسترده‌ای برای شرایط مرزی مختلف بررسی شده است [۳].

پس از بدست آوردن معادله حرکت لوله الاستیک حاوی سیال مشاهده می‌شود که دلیل حرکت محوری جرم، سه نوع شتاب حاصل می‌شود: الف) شتاب عمودی سیال ب) شتاب کریولیس ناشی از سرعت زاویه‌ای پ) شتاب جانب مرکز ناشی از تغییر شکل (خمیده شدن) لوله. نیروها به ترتیب در زیر نشان داده شده‌اند:

$$F_{Transverse} = m_f \frac{\partial^2 w_0}{\partial t^2} \quad (1-1)$$

$$F_{Coriolis} = 2m_f \frac{\partial^2 w_0}{\partial x \partial t} \quad (2-1)$$

$$F_{Centripetal} = m_f v^2 \frac{\partial^2 w_0}{\partial x^2} \quad (3-1)$$

که m_f جرم واحد طول سیال، w_0 تغییر شکل عرضی لوله، v اندازه بردار سرعت سیال است.

این نیروها در شرایط مرزی مختلف باعث انواع مختلف ناپایداری می‌گردند. با بدست آوردن معادله حرکت، مساله مقدار ویژه ارتعاشات آزاد حاصل، و بسته به شرایط مرزی (دوسر مفصل یا یک‌سرگیردار) نوع ناپایداری مشخص می‌شود. اگر لوله دوسر مفصل باشد، وقوع ناپایداری از نوع کمانش^۱ اتفاق می‌افتد و اگر لوله یک‌سرگیردار باشد ناپایداری از نوع فلاتر^۲ خواهد بود. زمانی که لوله دارای شرایط مرزی دوسر مفصل است پدیده کمانش به ازای یک حداقل سرعت مناسب (سرعت بحرانی)، توصیف کننده این مطلب است که نیروی جانب مرکز بر نیروی بازگرداننده کریولیس غلبه دارد. همچنین در حالتی که لوله شرایط مرزی یک‌سرگیردار دارد پدیده لرزشی حاصل به ازای سرعت بحرانی توصیف کننده این مطلب است که ترکیب کار انجام شده نیروی کریولیس و انرژی اضافه شده به سیستم توسط سیال باعث ایجاد یک نیروی میرایی منفی شده که توسط پایدوسیسی بیشتر توضیح داده شده است [۴] (مهیا شده توسط بنجامین [۵]).

۱-۱-۱- لوله دوسر مفصل:

اگر از نیروهای جاذبه، میرایی، کشش خارجی و اثر فشار صرف نظر شود معادله حرکت لوله ساده به شکل زیر در می‌آید [۳]:

$$EI \frac{\partial^4 w_0}{\partial x^4} + m_f v^2 \frac{\partial^2 w_0}{\partial x^2} + 2m_f v \frac{\partial^2 w_0}{\partial x \partial t} + (m_p + m_f) \frac{\partial^2 w_0}{\partial t^2} = 0 \quad (۴-۱)$$

که EI صلبیت خمشی لوله، m_p جرم واحد طول لوله، x و t به ترتیب محور مختصات و زمان هستند. جریان سیال داخل لوله ساده در نظر گرفته شده، که ساده‌ترین شکل مساله لوله حاوی جریان سیال است. این معادله از راه‌های مختلفی استخراج می‌شود. اولین جمله در معادله (۴-۱) نیروی بازگرداننده خمشی، و دومین جمله ناشی از نیروی جانب مرکز وارد شده توسط سیال است. با بازنویسی

^۱ buckling

^۲ flutter

سرعت زاویه‌ای محلی بوده و حاکی از اثر کریولیس است. جریان طولی سیال با سرعت \vec{v} زمانی که قسمتی از لوله حول محور $-\Omega \vec{j}$ (که \vec{j} عمود به داخل صفحه است) می‌چرخد و شتاب $\vec{v} \times \Omega \vec{j}$ را نتیجه می‌دهد که همان جمله سوم $(2v \frac{\partial^2 w_0}{\partial x \partial t})$ است. جمله آخر نیز اینرسی لوله پر شده با سیال می‌باشد. پس از مقایسه معادله بالا با معادله تیر تحت نیروی فشاری P :

$$EI \left(\frac{\partial^4 w_0}{\partial x^4} \right) + P \left(\frac{\partial^2 w_0}{\partial x^2} \right) + m \left(\frac{\partial^2 w_0}{\partial t^2} \right) = 0 \quad (5-1)$$

روشن است که نیروی جانب مرکز در معادله لوله حاوی سیال مانند نیروی فشاری P عمل می‌کند. از این طریق به صورت فیزیکی کاملاً مشخص است که با افزایش v صلبیت لوله کاهش پیدا می‌کند در نتیجه به ازای افزایش کافی سرعت v نیروی گریز از مرکز به نیروی بازگرداننده خمشی غلبه می‌کند و واگرایی^۱ اتفاق می‌افتد، که از نوع کمانش است و در حیطه دینامیک غیرخطی، دوشاخگی پیچفورک استاتیکی^۲ به آن اطلاق می‌شود. ضمناً شایان ذکر است در بحث قبلی در حالت ارتعاشات آزاد، کار انجام گرفته توسط سیال بر روی لوله صفر خواهد بود.

نرخ کار انجام شده روی لوله توسط نیروهای سیال (به عنوان تنها منبع ورودی انرژی) در شرایط حرکت آزاد به صورت زیر است:

$$\frac{dW}{dt} = - \int_0^L \frac{\partial w_0}{\partial t} m_f \left\{ \frac{\partial}{\partial t} + v \frac{\partial}{\partial x} \right\} \left\{ \frac{\partial w_0}{\partial t} + v \frac{\partial w_0}{\partial x} \right\} dx \quad (6-1)$$

بنابراین در یک پریود ارتعاش به عبارت زیر تبدیل می‌شود:

^۱ divergence

^۲ Static pitchfork bifurcation

$$W = -m_f v \int_0^T \left[\left(\frac{\partial w_0}{\partial t} \right)^2 + v \left(\frac{\partial w_0}{\partial t} \right) \left(\frac{\partial w_0}{\partial x} \right) \right]_0^L dt \quad (7-1)$$

$$- \frac{1}{2} m_f \int_0^L \left[\left(\frac{\partial w_0}{\partial t} \right)^2 - \left(v \frac{\partial w_0}{\partial x} \right)^2 \right]_0^T dx$$

که طبق مرجع [۶] برای حرکت متناوب دومین انتگرال همیشه صفر است بنابراین:

$$\Delta W = -m_f v \int_0^T \left[\left(\frac{\partial w_0}{\partial t} \right)^2 + v \left(\frac{\partial w_0}{\partial t} \right) \left(\frac{\partial w_0}{\partial x} \right) \right]_0^L dt \quad (8-1)$$

و در نهایت به دلیل آنکه $\frac{\partial w_0}{\partial t}$ در ابتدا و انتها لوله دوسر لولا صفر است، $\Delta W = 0$ بوده سیستم پایستار خواهد بود. بر اساس تقسیم بندی زیگلر^۱ این نیروهای وابسته به سرعت که کاری انجام نمی‌دهند ژيروسکوپیک نامیده می‌شوند، بنابراین سیستم فوق یک سیستم ژيروسکوپیک پایستار است [۷]. همانطور که در فصول آینده مشاهده خواهد شد، در گسسته‌سازی به روش گالرکین، ماتریس شامل سرعت که نشان دهنده اثر کریولیس است، پادمتقارن است [۸]. در این سیستم با افزایش سرعت سیال مقدار فرکانس‌های اصلی کاهش می‌یابد و به ازای یک حداقل سرعت معین، فرکانس اول به همراه سختی تیر به سمت صفر میل می‌کند. از نقطه نظر خطی به سیستم، پیکربندی مستقیم لوله ناپایدار شده و لوله خم می‌شود و بعد به تعادل می‌رسد. با نگاه کردن به موضوع از دیدگاه غیرخطی در این لحظه دوشاخگی پیچ‌فورک^۲ اتفاق می‌افتد که بیان کننده دو حالت تعادل برای سیستم بوده که یکی ناپایدار است.

۱-۱-۲- لوله یکسرگیردار

همانطور که در ادامه نشان داده خواهد شد این یک سیستم ناپایستار است که به ازای یک حداقل سرعت سیال، دچار ناپایداری لرزشی از نوع دوشاخگی هیف^۳ می‌شود. معادله حرکت لوله

^۱ Ziegler (1968)

^۲ Pitchfork bifurcation

^۳ hopf bifurcation

یکسرگردار حاوی جریان سیال نیز همانند لوله دوسر لولای بوده که این تشابه از لحاظ فیزیکی نیز قابل درک است. به طور مشابه کار انجام شده توسط سیال بر روی لوله یکسرگردار در بازه ارتعاش T همانند قسمت قبل بدست خواهد آمد:

$$\Delta W = -m_f v \int_0^T \left[\left(\frac{\partial w_0}{\partial t} \right)_L^2 + v \left(\frac{\partial w_0}{\partial t} \right)_L \left(\frac{\partial w_0}{\partial x} \right)_L \right] dt \neq 0 \quad (9-1)$$

که $\left(\frac{\partial w_0}{\partial t} \right)_L$ و $\left(\frac{\partial w_0}{\partial x} \right)_L$ به ترتیب شیب و سرعت قسمت آزاد لوله است. در دسته بندی زیگلر به دلیل آنکه بعضی از نیروها باعث $\Delta W \neq 0$ می‌شوند این یک سیستم سیرکولاتوری در نظر گرفته شده است. دینامیک این سیستم‌ها توسط بنجامین^۱ [۵] و پایدوسیس^۲ [9] بیشتر توضیح داده شده است. در معادله (۹-۱) با فرض $v > 0$ و نیز چنانچه به قدری کوچک باشد که جمله دوم درون براکت از جمله اول کوچکتر شود، $\Delta W < 0$ شده و حرکت آزاد لوله میراشونده می‌شود. اما اگر v به اندازه کافی بزرگ باشد و در بیشتر طول یک سیکل ارتعاش $\left(\frac{\partial w_0}{\partial x} \right)_L$ و $\left(\frac{\partial w_0}{\partial t} \right)_L$ علامت مخالف داشته باشند، $\Delta W > 0$ شده و بدان معناست که لوله انرژی دریافت کرده و حرکت آزاد، بزرگ‌شونده می‌شود. ناپایداری لرزشی زمانی مورد توجه قرار می‌گیرد که یک تیغه بلند حاوی سیالی چگال بوده و در یک سیکل ارتعاش عرضی، انتهای لوله از حرکت خود عقب بماند. این همان چیزی است که بوریرز^۳، بنجامین، گری‌گوری^۴ و پایدوسیس قبلاً متذکر شده‌اند. زمانی که لوله به واسطه دوشاخگی هپف دچار ناپایداری لرزشی می‌شود طبق پیش‌بینی تئوری خطی به بی‌نهایت نوسان نمی‌کند، بلکه در عوض به یک سیکل ارتعاش محدود وارد می‌شود که تنها از طریق تئوری غیرخطی قابل توضیح است.

هدف در بخشی از این پایان‌نامه، بدست آوردن فرکانس‌های طبیعی لوله‌ها و بررسی و نشان

^۱ Benjamin(1961)

^۲ paidoussis(1970)

^۳ bourrieres(1939)

^۴ Gregory(1966)

دادن تاثیر چگونگی توزیع و تغییرات مدول یانگ در طول لوله یا ضخامت آن بر فرکانس‌های طبیعی سیستم بوده و در بخش دیگر به بدست آوردن سرعت‌های بحرانی به ازای ضرایب توزیع مختلف مدول یانگ با استفاده از توزیع توانی است.

۱-۲- تاریخچه مرور مقالات و بیان علمی نتایج

اولین بار بسیار قبل از سال ۱۸۸۵ بیری لویین^۱ به بررسی یک لوله خود تحریک شونده حاوی جریان سیال پرداخت اما کارهایش منتشر نشده باقی ماند. یکی از شاگردانش به نام بوریرز^۲ در سال ۱۹۳۹ توانست معادلات حاکم بر مساله را به صورت تئوری بدست آورد. او به صورت عملی و تئوری، در زمینه ارتعاش یک تیر یک‌سرگیردار کار کرد. بوریرز مقاله‌ای منتشر کرد که توسط خوانندگان آن ناشناخته ماند تا اینکه در سال ۱۹۷۳ توسط پایدوسیسیس مورد استفاده قرار گرفت. در سالهای ۱۹۵۰ تا ۱۹۶۰ دانشمندان نظیر: فودوسیو^۳، هندلمن^۴، هنریچ^۵، هازنر^۶، نیردسون^۷ و بولوتین^۸ با نادیده گرفتن مقاله بوریرز در این زمینه تلاش و دوباره معادلات حرکت مساله را بدست آوردند و روی کمانش آن کار کردند و نتایج را به صورت تجربی بهبود بخشیدند [۱۰]. اشلی^۹ و هاویلند^{۱۰} در سال ۱۹۵۰ به مطالعه تاثیر سیال داخلی بر ارتعاشات لوله پرداختند [۱۱]. بلیونس^{۱۱} در سال ۱۹۵۰ از شتاب کریولیس برای مدل کردن سیال داخل لوله استفاده کرد. در ۱۹۵۵ لانگ روی تیر یک‌سرگیردار کار کرد اما نا پایداری آنرا نتوانست ببیند زیرا روش که استفاده می کرد برای سرعت های پایین سیال مناسب بود [۱۲]. در سال ۱۹۶۱ بنجامین برای اولین بار تحقیقات فراگیری

^۱Brillouin

^۲Bourrières

^۳Feodos'ev (1951)

^۴Handelman

^۵Heinrich

^۶Housner(1952)

^۷Niordson (1953)

^۸Bolotin

^۹Ashley

^{۱۰}Haviland

^{۱۱}BLEVINS

روی ارتعاشات لوله ها انجام داد. بنجامین تابع لاگرانژ را به صورت کامل و صحیح تعیین و معادلات حرکت را برای تیرهای کامل بدست آورد و با نتایج تجربی مقایسه کرد [۵]. در سال ۱۹۶۳ گری گوری و پایدوسیسیس به موضوع لوله‌های یکسرگیردار علاقه مند شدند و اولین افرادی بودند که سرعت بحرانی را با روشهای تقریبی و دقیق بدست آوردند که با نتایج عملی تطابق داشت. محققین نظیر بلیوینس (۱۹۷۷) چن (۱۹۸۷) پایدوسوس و لای (۱۹۹۲) و پایدوسیسیس (۱۹۹۸) گزارشات متفاوتی از سرعت بحرانی برای نسبتهای وزنی مختلف ارائه کردند. در سال ۲۰۰۴ ویتوری اولین کسی بود که اثبات کرد تفاوتی در نتایج تیر با تئوری اویلر برنولی نیست او در عوض پرشهایی در سرعت بحرانی برای نسبت وزنی مشخص مشاهده کرد و همچنین نشان داد که تعداد این پرشها به ترمهای در نظر گرفته شده در تقریب بستگی دارد. به گفته الیسا کوف از یک معادله حرکت دیفرانسیل خطی است که برای هر پارامتر جرمی بدون بعد β (جرم سیال به جرم کل) تنها یک سرعت بحرانی بدست آید.

به دلیل در دسترس بودن تعداد زیادی از پیشینه کارهای انجام شده ارائه نام محققین کمک شایانی نمی کند بلکه به جای آن تعدادی از مقالات کلیدی که مرتبط به موضوع هستند لیست شده اند. بسیاری از محققین روی بهبود و بازنگری تئوری های دینامیک لوله ها خصوصا پایداری آنها کار کرده اند [۱۳-۱۶]. همچنین معادلات حرکت دینامیکی لوله‌های اویلر برنولی خطی (دوسردرگیر و یکسرگیردار) در مراجع [۵، ۱۲، ۱۷-۲۳] آورده شده است. پایدوسیسیس و لایتی^۱یر^۱ اولین کسانی بودند که معادلات خطی حرکت تیر را با استفاده از تئوری تیموشنکو استخراج و به صورت بی بعد در آوردند [۱۰، ۲۴، ۲۵]. این معادلات از روشهای نیوتنی استخراج و توسط روشهای حساب تغییرات [۲۶] برای بدست آوردن فرکانس و سرعتهای بحرانی برای تیر با تکیه گاه ثابت و یکسرگیردار حل شدند. بعدها پایدوسیسیس، لو^۲ و لایتی^۲یر از مدل تیموشنکو برای چندین مسئله دیگر لوله استفاده کردند و این معادلات را با استفاده از روش گالرکین و تبدیلات فوریه حل کردند [۲۷].

^۱Laithier

^۲luu

در بازیابی مدل‌های اجزا محدود برای تیر تیموشنکو فقط دو مقاله [۲۸, ۲۹] به صورت صریح به جمله‌های انرژی غیرکنسرواتیو که زمان استخراج مدل، از فرمول انرژی بدست می‌آیند پرداخته‌اند. چو و لین [۲۹] روش خوبی برای استخراج ماتریسهای جرم، میرایی و سختی استفاده کرده‌اند اما در نتایج آن مقاله مقادیر اشتباهی وجود داشت.

در کل دینامیک لوله‌های حاوی جریان سیال را می‌توان به دو دسته تئوری خطی و غیرخطی تقسیم کرد. در تئوری خطی معادلات محوری و عرضی از یکدیگر مستقل هستند [۳۰]. در سال ۱۹۹۴ سملمر^۱ و پایدوسیسی [۳۱] دسته کامل معادلات حرکت غیرخطی لوله‌های حاوی جریان سیال را بدست آوردند. آنها از تئوری تیر اویلربرنولی و تئوری جابه‌جایی‌های بزرگ استفاده کردند. معادلات مورد استفاده در [۳۱] کاملترین معادلاتی بوده که تا آن سال به کار رفته بود. با استفاده از کرنش‌های غیرخطی وون کارمن^۲ معادلات حرکت عرضی و محوری به واسطه جمله‌های غیرخطی به هم وابسته می‌شوند. اگر لوله به میزان کافی باریک در نظر گرفته شود می‌توان آنرا تیر در نظر گرفت. دینامیک تیرهای حاوی جریان سیال توسط ردی و وانگ باهر دو تئوری تیراویلر برنولی و تیموشنکو [۳۲] مورد بررسی قرار گرفته است. معادلات مورد استفاده در آن مقاله مشابه معادلات دیگر مقالات است و برای حالت‌های کرنش‌های کوچک و پیچش متوسط به کار می‌رود. صادقی و کریمی بر روی رفتار ارتعاشاتی تیری حاوی سیال، تحت اثر جرم متحرک، و واقع بر تکیه‌گاه فنری را بررسی کرده‌اند [۳۳].

در گذشته، در اغلب بررسی‌ها جنس لوله‌ها ایزوتروپیک در نظر گرفته می‌شد و آغاز بررسی لوله‌های کامپوزیتی به چند سال اخیر برمی‌گردد [۳۴]. ویژگی‌های عالی و چند منظوره نانولوله‌های کربنی باعث شده کاندید مناسبی برای تولید مواد جدید در زمینه نانو کامپوزیت‌ها شوند. به واسطه خواص قابل توجه مکانیکی حرارتی و الکتریکی [۳۵-۳۷] مبدایی در زمینه تولید کامپوزیت‌های جدید پایه گذاری شد. توسعه نانولوله‌های کربنی علاقه محققین را به تقویت پلیمرها چه به عنوان تقویت

^۱Semler

^۲von Kármán nonlinear strains

کننده ماتریس پلیمری و چه به عنوان جانشینی برای فیبرهای متداول جلب کرده است. بررسی بر روی نانو کامپوزیتها نشان داده است که اضافه کردن مقدار اندکی نانولوله‌های کربنی می تواند خواص مکانیکی حرارتی و الکتریکی کامپوزیت را به صورت چشمگیری افزایش دهد [۳۸-۴۱].

اخیرا امیدی و همکارانش گزارش کرده‌اند که تنها افزودن ۳٪ نانولوله‌های کربنی چند لایه مدول یانگ و استحکام کشش کامپوزیت اپوکسی را به ترتیب ۴۳/۱٪ و ۵۵/۲٪ افزایش می‌دهد [۴۲]. اگرچه این مقالات در بیان رفتار تنش-کرنش نانوکامپوزیت بسیار مفید هستند استفاده از آنها در کاربردهای ساختاری واقعی انگیزه اصلی برای توسعه این دسته از مواد است در نتیجه مشاهده عملکرد نانولوله‌های کربنی در سازه واقعی اهمیت پیدا می‌کند. برای مثال وویت^۱ و آدالی^۲ [۴۳] روی خیز و تنش تیر نانو کامپوزیت تقویت شده، با استفاده تئوری چند مقیاسی^۳ آزمایش کردند. آنها دریافتند که اضافه کردن مقدار کمی نانولوله‌های کربنی به عنوان تقویت کننده سختی تیر را به شکل قابل توجهی افزایش می دهد. پیووان^۴ و سامپویا^۵ [۴۴] روی رفتار دینامیکی تیرچرخان که از مواد تقویت شده تدریجی ساخته شده بود مطالعه کردند و تاثیر تقویت کردن تدریجی را با استفاده از روش اجزا محدود بر روی میرائی و سختی تیر چرخان نشان دادند. یانگ^۶ و پورتچای^۷ [۴۵] ارتعاشات آزاد غیر خطی تیر نانوکامپوزیتی تقویت شده به صورت تدریجی با نانولوله‌های کربنی تک لایه را با استفاده از تئوری تیر تیموشنکو و هندسه غیر خطی وون کارمن مورد بررسی قرار دادند. که خواص در جهت ضخامت تقویت شده به صورت تدریجی با نانولوله‌های کربنی در نظر گرفته شد. آنها از پارامتر بازده نانولوله‌های کربنی^۸ برای توضیح انتقال نیرو بین نانو تیوب و فاز پلیمری استفاده کردند. یاس و

^۱Wuite

^۲Adali

^۳multi-scale

^۴Piovan

^۵Sampoia

^۶Yang

^۷Kitipornchai

^۸CNT efficiency

هشمتی [۴۶] خواص ارتعاشاتی تیر نانو کامپوزیتی تقویت شده به صورت تدریجی با نانولوله‌های کربنی تک لایه در جهت دلخواه تحت اثر نیروی متحرک را بررسی کرده اند. آنها از روش اشلیبی-موری-تاناکا^۱ بر پایه فیبر معادل برای پیش بینی خواص تیر و همچنین روش اجزا محدود برای گسسته سازی مدل و حل مساله استفاده کرده اند. سبحانی عراق و همکارانش [۴۷] رفتار ارتعاشاتی یک صفحه استوانه‌ای تقویت شده به صورت تدریجی با نانولوله‌های کربنی را با استفاده از روش موری-تاناکا بررسی کرده است .

۱-۳- نوآوری‌های پایان نامه

در گذشته کلیه بررسی ها، در زمینه لوله های حاوی جریان سیال، جنس لوله همگن در نظر گرفته شده و اخیرا با توجه به پیچیده شدن کاربردهای ویژه لوله‌ها در صنایع مختلف نیاز به استفاده از مواد جدید مشهود است. لذا توجه محققین به بررسی تاثیر استفاده از این مواد بر رفتار سازه جلب شده است. در این تحقیق معادلات بدست آمده برای لوله تقویت شده به صورت تدریجی حاوی سیال برای اولین بار بدست آمده و نحوه بی بعدسازی آن در حالت تقویت شده تدریجی در راستای طول تا به حال انجام نشده است.

به طور خلاصه جنبه‌های نوآوری حاصل از تحقیق حاضر عبارتند از:

- بدست آوردن فرکانس‌های طبیعی لوله‌های تقویت شده به صورت تدریجی در راستاهای ضخامت و همچنین طول لوله
- بررسی تاثیر تقویت کردن لوله به صورت تدریجی بر سرعت بحرانی در شرایط مرزی دوسرولولا و نیز یکسرگیردار
- در نظر گرفتن هر دو حالت تقویت کردن در راستای ضخامت و نیز طول لوله

¹Eshelby-Mori-Tanaka

فصل دوم

فرمولاسیون انرژی و معادلات

حرکت

۲-۱- مقدمه

هدف از این بخش بدست آوردن معادلات حرکت تیر اویلر-برنولی حاوی جریان سیال با استفاده از اصل کار مجازی است [۲۲]. در تئوری تیر اویلر-برنولی تنها تاثیر ممان خمشی بردینامیک تیر در نظر گرفته می شود، بنابراین لازم است نیروهای برش کوچک باشند در نتیجه تغییر شکل‌های ناشی از برش نادید گرفته می شود. در این حالت طول تیر باید نسبت به ضخامت آن بلند باشد $(L/h > 100)$.

فرض می شود $u(x, z, t)$ جابجایی هر نقطه از تیر در جهت محور X (جابجایی طولی) و $w(x, z, t)$ جابجایی هر نقطه از تیر در جهت محور Z (جابجایی عرضی) است بنا به مرجع [۲۲] برای خطی بودن مساله باید جابجایی عرضی و طولی نسبت به طول لوله کوچک در نظر گرفته شود:

$$\frac{w}{L} \sim O(\epsilon) \quad \text{و} \quad \frac{u}{L} \sim O(\epsilon)^2 \quad (1-2)$$

که $\epsilon \ll 1$ است.

برای برقراری تئوری تیر اویلر-برنولی نیاز است که مقاطع تیر مورد نظر نسبت به بردار عمود بر صفحه مقاطع تیر :

۱- صفحه ای بماند

۲- تغییر شکل ندهد

۳- طوری بچرخند که محور عمود بر صفحه در هر لحظه بر کل صفحه عمود بماند

فرضه‌های بالا نادید گرفتن اثر پوواسون و کرنشهای عرضی را شامل می‌شود. میدان جابجایی و

کرنشها را به صورت زیر در نظر گرفته :

$$\begin{aligned} u(x, z, t) &= u_0(x, t) - z \frac{\partial w_0}{\partial x} \\ w(x, z, t) &= w_0(x, t) \end{aligned} \quad (2-2)$$

که w_0, u_0 کشیدگی صفحه خنثی در نظر گرفته شده است. با استفاده از تئوری ون کارمن روابط

کرنش - جابه‌جایی به صورت زیر بیان می‌شود:

$$\varepsilon_{xx} = \frac{\partial u_0}{\partial x} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial w_0}{\partial x} \right)^2 + z \left(-\frac{\partial^2 w_0}{\partial x^2} \right) \equiv \varepsilon_{xx}^0 + z \varepsilon_{xx}^1 \quad (3-2)$$

که:

$$\varepsilon_{xx}^0 = \frac{\partial u_0}{\partial x} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial w_0}{\partial x} \right)^2, \quad \varepsilon_{xx}^1 = -\frac{\partial^2 w_0}{\partial x^2} \quad (4-2)$$

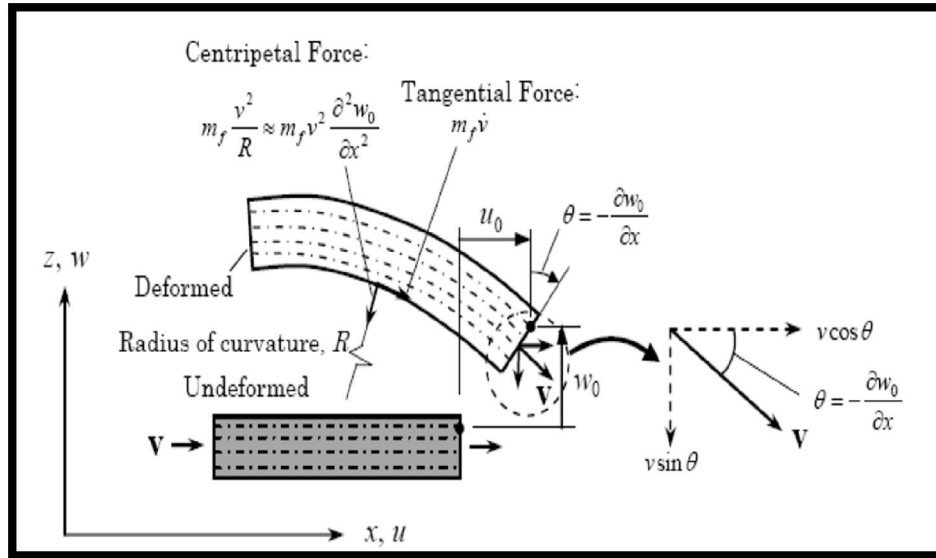
و کرنشهای دیگر صفر هستند.

فرض می‌شود تیر توخالی است و بار $q(x, t)$ در طول آن گسترده شده و تیر حاوی جریان

سیال با سرعت $v(t)$ است. نیروی گسترده شده را می‌توان به عنوان وزن تیر و سیال درون آن در

نظر گرفت و یا می‌توان آن را برای حالتی که تیر در سیال دیگری است به عنوان فشار هیدرواستاتیک

در نظر گرفت.



شکل (۱-۲) لوله حاوی جریان سیال [۲۲]

نسخه دینامیکی اصل کار مجازی (اصل همیلتون برای مدل‌های تغییر شکل پذیر) به صورت زیر

است:

$$\int_0^T [(\delta U - \delta V) - \delta K] dt = 0 \quad (۵-۲)$$

که δU کار مجازی نیروهای داخلی، δV کار انجام شده توسط نیروهای خارجی (جریان سیال) و δK

انرژی جنبشی مجازی تیر حاوی جریان سیال است [۲۲]:

$$\delta U = \int_0^L \int_{A_p} \sigma_{xx} (\delta \varepsilon_{xx}^0 + z \delta \varepsilon_{xx}^1) dA dx \quad (۶-۲)$$

$$\delta V = \int_0^L \left[q \delta w_0 - m_f v^2 \frac{\partial^2 w_0}{\partial x^2} (\sin \theta \delta u_0 + \cos \theta \delta w_0) - m_f \dot{v} (\cos \theta \delta u_0 - \sin \theta \delta w_0) \right] dx \quad (۷-۲)$$

$$\delta K = \int_0^L \int_{A_p} \rho_p \left[\left(\dot{u}_0 - z \frac{\partial \dot{w}_0}{\partial x} \right) \left(\delta \dot{u}_0 - z \frac{\partial \delta \dot{w}_0}{\partial x} \right) + \dot{w}_0 \delta \dot{w}_0 \right] dA dx \quad (8-2)$$

$$+ \int_0^L \int_{A_f} \rho_f \left[V \cdot \delta V + z^2 \left(\frac{\partial \dot{w}_0}{\partial x} \right) \left(\frac{\partial \delta \dot{w}_0}{\partial x} \right) \right] dA dx$$

که ρ_p چگالی وزنی تیر، ρ_f چگالی وزنی سیال، A_p و A_f مساحت مقطعی تیر و سیال، $m_p = \rho_p A_p$ و $m_f = \rho_f A_f$ چگالی جرمی واحد طول تیر و سیال، v سرعت جریان سیال و V بردار سرعت سیال هستند:

$$V = (v \cos \theta + \dot{u}_0) \hat{i} + (-v \sin \theta + \dot{w}_0) \hat{j} \quad \text{و} \quad \theta = -\frac{\partial w_0}{\partial x} \quad (9-2)$$

با جایگذاری $\delta U, \delta V, \delta K$ در اصل همیلتون و فرضیات زیر:

$$\begin{Bmatrix} N_{xx} \\ M_{xx} \end{Bmatrix} = \int_{A_p} \begin{Bmatrix} 1 \\ z \end{Bmatrix} \sigma_{xx} dA \quad (10-2)$$

$$m_p = \int_{A_p} \rho_p dA = \rho_p A_p, \quad \hat{I}_p = \int_{A_p} \rho_p z^2 dA = \rho_p I_p \quad (11-2)$$

$$m_f = \int_{A_f} \rho_f dA = \rho_f A_f, \quad \hat{I}_f = \int_{A_f} \rho_f z^2 dA = \rho_f I_f \quad (12-2)$$

از اصل همیلتون نتیجه می‌شود:

$$\begin{aligned}
& \int_0^T \int_0^L \left\{ N_{xx} \delta \varepsilon_{xx}^0 + M_{xx} \delta \varepsilon_{xx}^1 - m_p (\dot{u}_0 \delta \dot{u}_0 + \dot{w}_0 \delta \dot{w}_0) \right. \\
& \quad - (\hat{I}_p + \hat{I}_f) \left(\frac{\partial \dot{w}_0}{\partial x \partial t} \frac{\partial \delta \dot{w}_0}{\partial x} \right) \\
& \quad - m_f [(v \cos \theta + \dot{u}_0) \delta (v \cos \theta + \dot{u}_0) \\
& \quad + (v \sin \theta - \dot{w}_0) \delta (v \sin \theta - \dot{w}_0)] dx \\
& \quad - \int_0^L \left[q \delta w_0 - m_f v^2 \frac{\partial^2 w_0}{\partial x^2} (\sin \theta \delta u_0 + \cos \theta \delta w_0) \right. \\
& \quad \left. \left. - m_f \dot{v} (\cos \theta \delta u_0 - \sin \theta \delta w_0) \right] dx \right\} dt = 0 \tag{۱۳-۲}
\end{aligned}$$

حال برای بدست آوردن معادلات حرکت کافی است که از تمام جمله‌هایی که اپراتور δ ، شامل دیفرانسیل است (نسبت به مکان یا زمان) انتگرال گرفته شود و δw_0 ، δu_0 با استفاده از اصول حساب تغییرات به صورت ضربی فاکتور گرفته شده است:

$$\begin{aligned}
& \int_0^T \int_0^L \left[-\frac{\partial N_{xx}}{\partial x} + (m_p + m_f) \frac{\partial^2 u_0}{\partial t^2} + m_f v \sin\theta \left(\frac{\partial^2 w_0}{\partial x \partial t} + v \frac{\partial^2 w_0}{\partial x^2} \right) \right. \\
& \quad \left. + m_f \dot{v} \cos\theta \right] \delta u_0 dx dt \\
& + \int_0^T \int_0^L \left\{ -\frac{\partial^2 w_0}{\partial x^2} - \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial w_0}{\partial x} N_{xx} \right) + (m_p + m_f) \frac{\partial^2 w_0}{\partial t^2} \right. \\
& \quad - (\hat{I}_p + \hat{I}_f) \frac{\partial^4 w_0}{\partial x^2 \partial t^2} - q + m_f v^2 \cos\theta \frac{\partial^2 w_0}{\partial x^2} \\
& \quad - m_f \dot{v} \sin\theta + m_f v \left[\cos\theta \left(2 \frac{\partial^2 w_0}{\partial x \partial t} - \frac{\partial u_0}{\partial t} \frac{\partial^2 w_0}{\partial x^2} \right) \right. \\
& \quad \left. \left. + \sin\theta \left(\frac{\partial^2 u_0}{\partial x \partial t} - \frac{\partial w_0}{\partial t} \frac{\partial^2 w_0}{\partial x^2} \right) \right] \right\} \delta w_0 dx dt \\
& + \int_0^T \left\{ N_{xx} \delta u_0 - M_{xx} \frac{\partial \delta w_0}{\partial x} \right. \\
& \quad + \left[\frac{\partial M_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial w_0}{\partial x} N_{xx} - (\hat{I}_p + \hat{I}_f) \frac{\partial^3 w_0}{\partial x \partial t^2} - m_f v (\sin\theta \dot{u}_0 \right. \\
& \quad \left. \left. + \cos\theta \dot{w}_0) \right] \delta w_0 \right\}_0^L dt = 0
\end{aligned}$$

(۱۴-۲)

طبق اصل حساب تغییرات با صفر قرار دادن ضرایب δu_0 , δw_0 معادلات برحسب منته‌های تنش

بدست می‌آید:

$$-\frac{\partial N_{xx}}{\partial x} + (m_p + m_f) \frac{\partial^2 u_0}{\partial t^2} + m_f v \sin\theta \left(\frac{\partial^2 w_0}{\partial x \partial t} + v \frac{\partial^2 w_0}{\partial x^2} \right) \quad (15-2)$$

$$+ m_f v \cos\theta = 0$$

$$-\frac{\partial^2 M_{xx}}{\partial x^2} - \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial w_0}{\partial x} N_{xx} \right) + (m_p + m_f) \frac{\partial^2 w_0}{\partial t^2}$$

$$- (\hat{I}_p + \hat{I}_f) \frac{\partial^4 w_0}{\partial x^2 \partial t^2}$$

$$+ m_f v \left[\cos\theta \left(2 \frac{\partial^2 w_0}{\partial x \partial t} - \frac{\partial u_0}{\partial t} \frac{\partial^2 w_0}{\partial x^2} \right) \right. \quad (16-2)$$

$$\left. + \sin\theta \left(\frac{\partial^2 u_0}{\partial x \partial t} + \frac{\partial w_0}{\partial t} \frac{\partial^2 w_0}{\partial x^2} \right) \right]$$

$$+ m_f v^2 \cos\theta \frac{\partial^2 w_0}{\partial x^2} - m_f v \sin\theta = q$$

۲-۱-۱- معادله لوله تقویت شده به صورت تدریجی در جهت ضخامت تیر:

با فرض متغیر بودن مدول یانگ در ضخامت تیر، منتهجه های تنش به صورت زیر هستند:

$$N_{xx} = \int_{A_p} \sigma_{xx} dA$$

$$= \int_{A_p} E(z) \left[\frac{\partial u_0}{\partial x} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial w_0}{\partial x} \right)^2 + z \left(- \frac{\partial^2 w_0}{\partial x^2} \right) \right] dA$$

$$= \int_{A_p} E(z) \left[\frac{\partial u_0}{\partial x} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial w_0}{\partial x} \right)^2 \right] dA \quad (17-2)$$

$$+ \int_{A_p} z \left(- \frac{\partial^2 w_0}{\partial x^2} \right) dA$$

$$= \int_{A_p} E(z) dA \cdot \left[\frac{\partial u_0}{\partial x} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial w_0}{\partial x} \right)^2 \right]$$

$$M_{xx} = \int_{A_p} z \sigma_{xx} dA = \int_{A_p} z E(z) \left[\frac{\partial u_0}{\partial x} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial w_0}{\partial x} \right)^2 + z \left(-\frac{\partial^2 w_0}{\partial x^2} \right) \right] \quad (18-2)$$

که $\int_{A_p} z E(z) \left[\frac{\partial u_0}{\partial x} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial^2 w_0}{\partial x^2} \right)^2 \right] dA$ صفر است. (با شرط متقارن بودن لوله حول محور چرخش). بنابراین:

$$M_{xx} = - \int z^2 E(z) dA \cdot \frac{\partial^2 w_0}{\partial x^2} \quad (19-2)$$

نهایتاً با جاگذاری M_{xx} و N_{xx} در معادلات (۱۵-۲) و (۱۶-۲) و حذف جمله‌های غیرخطی معادلات حرکت به شکل زیر بدست می‌آید:

$$\int_{A_p} E(z) dA \cdot \frac{\partial^2 u_0}{\partial x^2} + m_f \dot{v} + (m_p + m_f) \frac{\partial^2 u_0}{\partial t^2} = 0 \quad (20-2)$$

$$\begin{aligned} \int z^2 E(z) dA \cdot \frac{\partial^4 w_0}{\partial x^4} + (m_p + m_f) \frac{\partial^2 w_0}{\partial t^2} - (\hat{I}_p + \hat{I}_f) \frac{\partial^4 w_0}{\partial x \partial t^2} \\ + 2m_f v \frac{\partial^2 w_0}{\partial x \partial t} + m_f v^2 \frac{\partial^2 w_0}{\partial x^2} + m_f \dot{v} \frac{\partial w_0}{\partial x} = q \end{aligned} \quad (21-2)$$

معادله (۲۰-۲) معادله ارتعاشات طولی و (۲۱-۲) معادله ارتعاشات عرضی است. با ثابت در نظر گرفتن مدول یانگ، $E(z)$ از انتگرال خارج شده و معادلات به صورت مرجع [۳۳] که معادلات لوله همگن است تبدیل می‌شوند.

۲-۱-۲- معادله لوله تقویت شده به صورت تدریجی در جهت طول تیر:

با فرض اینکه مدول یانگ، $(E_p(x))$ در طول تیر متغیر باشد منته‌جه‌های تنش N_{xx} ، M_{xx}

به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$N_{xx} = E_p(x)A_p \left[\frac{\partial u_0}{\partial x} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial w_0}{\partial x} \right)^2 \right] \quad (22-2)$$

$$M_{xx} = -E_p(x)I_p \frac{\partial^2 w_0}{\partial x^2} \quad (23-2)$$

با جایگذاری N_{xx} و M_{xx} و ساده‌سازی معادلات حرکت به صورت زیر بدست می‌آیند:

$$\begin{aligned} & - \left(\frac{\partial}{\partial x} E_p(x) \right) A_p \left[\frac{\partial u_0}{\partial x} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial^2 w_0}{\partial x^2} \right)^2 \right] \\ & - E_p(x)A_p \left[\frac{\partial^2 u_0}{\partial x^2} + \frac{\partial w_0}{\partial x} + \frac{\partial^2 w_0}{\partial x} \right] \\ & + m_f v \sin\theta \left(\frac{\partial^2 w_0}{\partial x \partial t} + v \frac{\partial^2 w_0}{\partial x^2} \right) + m_f \dot{v} \cos\theta \\ & + (m_p + m_f) \frac{\partial^2 u_0}{\partial t^2} = 0 \end{aligned} \quad (24-2)$$

$$\begin{aligned} & \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left(E_p(x)I_p \frac{\partial^2 w_0}{\partial x^2} \right) - \frac{\partial^2 w_0}{\partial x^2} \left[E_p(x)A_p \left[\frac{\partial u_0}{\partial x} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial w_0}{\partial x} \right)^2 \right] \right] \\ & - \frac{\partial w_0}{\partial x} \left\{ \frac{d}{dx} E_p(x)A_p \left[\frac{\partial u_0}{\partial x} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial w_0}{\partial x} \right)^2 \right] \right. \\ & \left. + E_p(x)A_p \left[\frac{\partial^2 u_0}{\partial x^2} + \frac{\partial w_0}{\partial x} + \frac{\partial^2 w_0}{\partial x} \right] \right\} \\ & + (m_p + m_f) \frac{\partial^2 w_0}{\partial t^2} - (\hat{I}_p + \hat{I}_f) \frac{\partial^4 w_0}{\partial x^2 \partial t^2} \\ & + m_f v \cos\theta \left(2 \frac{\partial^2 w_0}{\partial x \partial t} + \frac{\partial u_0}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w_0}{\partial x^2} \right) \\ & + \sin\theta \left[\frac{\partial w_0}{\partial t} + \frac{\partial^2 w_0}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u_0}{\partial x \partial t} \right] + m_f \dot{v} \cos\theta \frac{\partial^2 w_0}{\partial x^2} \\ & - m_f \dot{v} \sin\theta = q \end{aligned} \quad (25-2)$$

که معادله (۲۴-۲) و (۲۵-۲) معادلات حرکت لوله تقویت شده به صورت تدریجی در جهت طول بوده و مشاهده می‌شود که معادلات در حالت غیرخطی به هم وابسته هستند، اما با کوچک در نظر گرفتن $\theta = -\frac{\partial w_0}{\partial x}$ و حذف جمله‌های غیرخطی معادلات ارتعاشات عرضی و طولی از هم مستقل می‌شوند:

$$\theta \text{ small} \rightarrow \cos \theta \approx 1, \quad \sin \theta \approx \theta \quad (26-2)$$

$$\begin{aligned} -\left(\frac{\partial}{\partial x} E_p(x)\right) A_p \frac{\partial u_0}{\partial x} - E_p(x) A_p \frac{\partial^2 u_0}{\partial x^2} + m_f \dot{v} \\ + (m_p + m_f) \frac{\partial^2 u_0}{\partial t^2} = 0 \end{aligned} \quad (27-2)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left(E_p(x) I_p \frac{\partial^2 w_0}{\partial x^2} \right) + (m_p + m_f) \frac{\partial^2 w_0}{\partial t^2} - (\hat{I}_p + \hat{I}_f) \frac{\partial^4 w_0}{\partial x^2 \partial t^2} \\ + 2m_f v \frac{\partial^2 w_0}{\partial x \partial t} + m_f v^2 \frac{\partial^2 w_0}{\partial x^2} + m_f \dot{v} \frac{\partial w_0}{\partial x} = q \end{aligned} \quad (28-2)$$

معادله (۲۷-۲) و (۲۸-۲) به ترتیب معادله حرکت ارتعاشات طولی و عرضی است. برای اثبات

درستی معادلات در صورتی که $E_p(x)$ مقداری ثابت باشد عبارت $\frac{\partial^2}{\partial x^2} (E_p(x) I_p \frac{\partial^2 w_0}{\partial x^2})$ ساده شده و به حالت معادلات مرجع [۳۳] در می‌آیند:

$$(m_p + m_f) \ddot{u}_0 + m_f \dot{v} - E_p A_p u_0'' = 0 \quad (29-2)$$

$$\begin{aligned} (m_p + m_f) \ddot{w}_0 - (\hat{I}_p + \hat{I}_f) \ddot{w}_0'' + m_f (v \dot{w}_0' + 2v \dot{w}_0' + v^2 w_0'') \\ + E_p A_p w_0'''' = q \end{aligned} \quad (30-2)$$

با فرض اینکه سیال در تیر وجود ندارد ($v = 0$) معادلات به صورت زیر در می آیند که همان معادلات تیر ساده هستند:

$$\frac{E_p A_p}{m_p} \frac{\partial^2 w_0}{\partial x^2} + E_p I_p \frac{\partial^4 w_0}{\partial x^4} - \hat{I} \frac{\partial^4 w_0}{\partial x^2 \partial t^2} = 0 \quad (31-2)$$

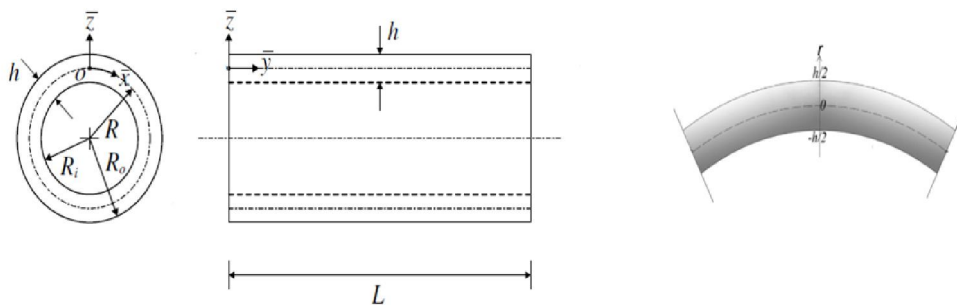
که جمله $\rho I \frac{\partial^4 w_0}{\partial x^2 \partial t^2}$ اینرسی چرخشی^۱ است. معادله بالا به تیر ریلی معروف است. با حذف اینرسی چرخشی معادله تیر ساده حاصل شده که به معادله تیر اویلر برنولی معروف است.

$$E_p A_p \frac{\partial^2 w_0}{\partial x^2} + E_p I_p \frac{\partial^4 w_0}{\partial x^4} = 0 \quad (32-2)$$

۲-۲- بی بعد سازی معادلات حرکت

جهت ارائه یک حل کلی، معادلات با استفاده از پارامترهای بی بعد سرعت و جرم بی بعد شده اند.

۲-۲-۱- لوله تقویت شده به صورت تدریجی در جهت ضخامت تیر:



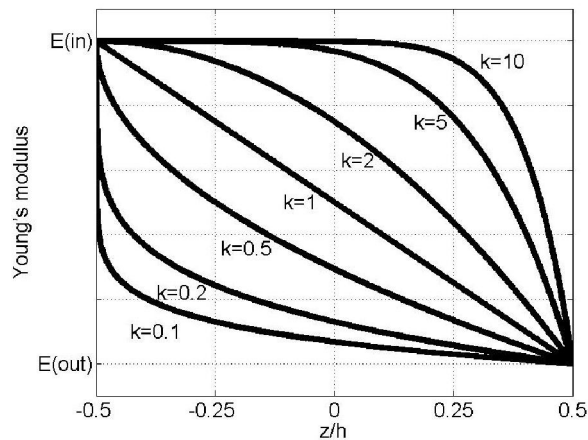
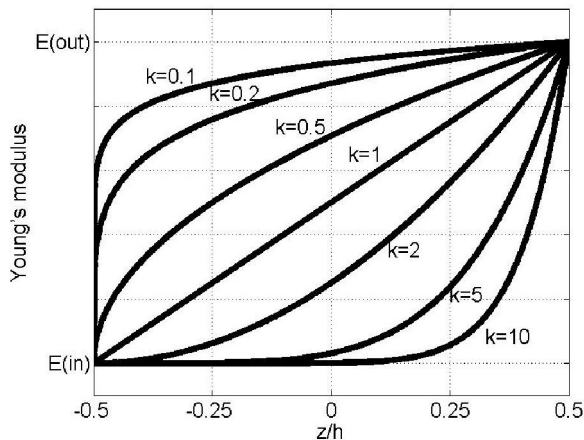
شکل (۲-۲) لوله تقویت شده به صورت تدریجی در جهت ضخامت تیر

مدول یانگ داخلی و خارجی لوله را به ترتیب E_o, E_i در نظر گرفته شده و مدول یانگ طبق

قانون توانی در ضخامت تیر توسط رابطه زیر مشخص می گردد:

^۱Rotary inertia

$$E(\bar{z}) = (E_o - E_i) \left(\frac{\bar{z}}{h} + \frac{1}{2} \right)^k + E_i \Rightarrow \begin{cases} E_{\bar{z} \rightarrow +\frac{h}{2}} = E_o \\ E_{\bar{z} \rightarrow -\frac{h}{2}} = E_i \end{cases} \quad (33-2)$$



شکل (۲-۳-ب) نمودار تغییرات مدول یانگ در جهت ضخامت به ازای

شکل (۲-۳-الف) نمودار تغییرات مدول یانگ در جهت ضخامت به ازای

مقادیر مختلف k و $E_{Ratio} > 1$

مقادیر مختلف k و $E_{Ratio} < 1$

با تعریف نسبت $E_{Ratio} = \frac{E_o}{E_i}$ مدول یانگ در ضخامت تیر به صورت زیر تغییر می کند:

$$E(\bar{z}) = E(r) = E_i \left[(E_{Ratio} - 1) \left(\frac{r - R}{h} + \frac{1}{2} \right)^k + 1 \right] \quad (34-2)$$

شکل (۲-۳-الف) و (۲-۳-ب) نحوه تغییرات مدول یانگ را طبق قانون توانی، نشان می دهد. تنها،

معادله ارتعاشات عرضی (۲-۲۱) با مدول یانگ متغیر در ضخامت تیر را در نظر گرفته و با صرف نظر

کردن از جمله اینرسی چرخشی و صفر در نظر گرفتن \dot{v} (ثابت بودن سرعت درون لوله) و نیز q ،

پارامترهای بی بعد زیر برای بی بعد سازی استفاده شده است:

$$\xi = \frac{x}{L} \quad , \quad \eta = \frac{w}{L} \quad , \quad \tau = \left[\frac{E_i I}{m_p + m_f} \right]^{1/2} \frac{t}{L^2} \quad (35-2)$$

پس از این به جای w_0 از w استفاده شده است. با تعریف روابط زیر:

$$\eta^{\ddot{\cdot}} = \frac{\partial^4 \eta}{\partial \xi^4}, \quad \eta^{\dot{\cdot}} = \frac{\partial^2 \eta}{\partial \xi^2}, \quad \dot{\eta} = \frac{\partial^2 \eta}{\partial \xi \partial \tau}, \quad \ddot{\eta} = \frac{\partial^2 \eta}{\partial \tau^2} \quad (36-2)$$

می توان نوشت:

$$\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} = \frac{1}{L^3} \frac{\partial^4 \eta}{\partial \xi^4} = \frac{1}{L^3} \eta^{\ddot{\cdot}}$$

$$\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} = \frac{1}{L} \frac{\partial^2 \eta}{\partial \xi^2} = \frac{1}{L} \eta^{\dot{\cdot}}$$

$$\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial t} = \frac{1}{L^2} \left[\frac{E_i I}{m_p + m_f} \right]^{1/2} \frac{\partial^2 \eta}{\partial \xi \partial \tau} = \frac{1}{L^2} \left[\frac{E_i I}{m_p + m_f} \right]^{1/2} \dot{\eta} \quad (37-2)$$

$$\frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = \frac{1}{L^3} \left[\frac{E_i I}{m_p + m_f} \right] \frac{\partial^2 \eta}{\partial \tau^2} = \frac{1}{L^3} \left[\frac{E_i I}{m_p + m_f} \right] \ddot{\eta}$$

در نتیجه با جایگذاری جمله‌های بالا در معادله (۲-۲۱) و ساده سازی و ضرب کردن در مقدار

ثابت $\frac{L^3}{E_i I}$ معادله ارتعاشات عرضی به صورت زیر بدست می آید:

$$\frac{\int_{A_p} z^2 E(\bar{z}) dA}{E_i I} \cdot \eta^{\ddot{\cdot}} + \frac{m_f L^2 v^2}{E_i I} \eta^{\dot{\cdot}} + \frac{2m_f L v}{E_i I} \left[\frac{E_i I}{m_p + m_f} \right]^{1/2} \dot{\eta} + \ddot{\eta} = 0$$

(۳۸-۲)

بنابراین پارامترهای بی‌بعد به صورت زیر تعریف شده است:

$$U = \left[\frac{m_f}{E_i I} \right]^{1/2} Lv \quad (39-2)$$

$$\beta = \frac{m_f}{m_p + m_f} \quad (40-2)$$

که U سرعت بی‌بعد و β پارامتر جرمی سیال است.

در نهایت با قرار دادن مقدار $E(\bar{z})$ ، معادله بی‌بعد لوله تقویت شده به صورت تدریجی در

جهت ضخامت و حاوی جریان سیال بر حسب پارامترهای β و U بدست می‌آید:

$$\frac{\int_{A_p} z^2 \left[(E_{Ratio} - 1) \left(\frac{r-R}{h} + \frac{1}{2} \right)^k + 1 \right] dA}{I} \cdot \eta^{\ddot{\xi}} + U^2 \eta^{\dot{\xi}} + 2\beta^{1/2} U \dot{\eta} + \ddot{\eta} = 0, \quad 0 \leq \xi \leq 1 \quad (41-2)$$

۲-۲-۲- لوله تقویت شده به صورت تدریجی در جهت طول تیر:

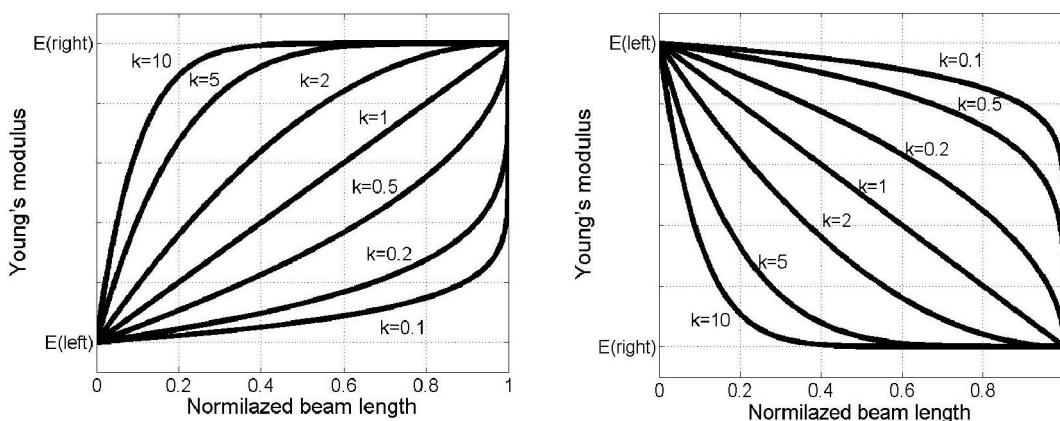
مدول یانگ سمت راست و چپ به ترتیب E_L و E_R فرض شده و در بین تیر طبق قانون توانی

توسط رابطه زیر بدست می‌آید:

$$E(x) = (E_L - E_R) \left(1 - \frac{x}{L} \right)^k + E_R \Rightarrow \begin{cases} E_{x \rightarrow 0} = E_L \\ E_{x \rightarrow L} = E_R \end{cases} \quad (42-2)$$

نسبت $\frac{E_L}{E_R}$ ، E_{Ratio} تعریف شده و مدول یانگ به صورت زیر بازنویسی می‌شود:

$$E(\xi) = E_R [(E_{Ratio} - 1)(1 - \xi)^k + 1] \quad (43-2)$$



شکل (۲-۴ الف) نمودار تغییرات مدول یانگ در جهت طول به ازای مقادیر مختلف k و $E_{Ratio} < 1$

شکل (۲-۴ الف) نمودار تغییرات مدول یانگ در جهت طول به ازای مقادیر مختلف k و $E_{Ratio} > 1$

معادله ارتعاشات عرضی با مدول یانگ متغیر در طول تیر را در نظر گرفته و با فرضیات حالت قبل و پارامترهای بی بعد زیر که کمی با حالت قبل تفاوت دارد، برای بی بعد سازی معادله استفاده شده است.

$$\xi = \frac{x}{L}, \quad \eta = \frac{w}{L}, \quad \tau = \left[\frac{E_R I}{m_p + m_f} \right]^{1/2} \frac{t}{L^2} \quad (۲-۴۵)$$

با جایگذاری $E(\xi)$ و $\eta' = \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} E(x) I$ و جمله‌های بی بعد (۲-۳۷)

در معادله (۲-۲۸) و ضرب مقدار ثابت $\frac{L}{m_f v^2}$:

$$\frac{\partial^2}{\partial \xi^2} \left(\frac{E(\xi) I}{m_f L^2 v^2} \eta' \right) + \eta'' + 2 \left[\frac{E_R I}{m_p + m_f} \right]^{1/2} \frac{1}{Lv} \eta' + \left[\frac{E_R I}{m_f} \right] \frac{1}{L^2 v^2} \eta \quad (۲-۴۶)$$

$$= 0$$

با انتخاب $U = \left[\frac{m_f}{E_R I} \right]^{1/2} Lv$ و جایگذاری مقدار $E(\xi)$ معادله بی بعد لوله

تقویت شده به صورت تدریجی در جهت طول تیر و حاوی جریان سیال بدست می آید:

$$\frac{\partial^2}{\partial \xi^2} \left(\frac{[(E_{Ratio} - 1)(1 - \xi)^k + 1]}{U^2} \dot{\eta} \right) + \dot{\eta} + \frac{2\beta^{\frac{1}{2}}}{U} \dot{\eta} + \frac{1}{U^2} \ddot{\eta} = 0$$

$$, 0 \leq \xi \leq 1$$

(۴۷-۲)

فصل سوم

روش حل و نتایج

۳-۱- مقدمه

در فصل قبل معادلات حاکم بر مساله برای هر حالت به صورت معادله دیفرانسیل مشتقات جزئی بدست آمد. برای بررسی و یافتن فرکانس‌های طبیعی سیستم، مساله پیوسته را با استفاده از روش گالرکین گسسته سازی نموده و معادلات دیفرانسیل با مشتقات جزئی حاکم بر مساله با معادلات دیفرانسیل معمولی جایگزین شده و مساله پیوسته، به یک سیستم با درجه آزادی محدود، تبدیل شده و فرکانس‌های طبیعی به سادگی بدست می‌آیند.

۳-۲- گسسته سازی و روش حل:

در این قسمت از روش گالرکین برای گسسته سازی و حل معادلات حرکت سیستم که معادلاتی با مشتقات پاره‌ای نسبت به مکان و زمان هستند استفاده خواهد شد.

در روش گالرکین برای تابع مجهول معادله یک حل تقریبی به صورت $\sum_{j=1}^n \phi_j(x)q_j(t)$ در نظر گرفته می‌شود. $\phi_j(x)$ توابع پایه نامیده شده و توابعی مستقل خطی می‌باشند که شرایط مرزی معادله را ارضا می‌نمایند و سیستم پیوسته را به یک فضای برداری با بعد n کاهش مرتبه می‌دهند. $q_j(t)$ نیز به صورت توابع مجهولی فرض می‌شوند که مختصه‌های تعمیم یافته سیستم نامیده می‌شوند. جایگذاری این حل تقریبی در معادله منجر به باقیمانده \mathcal{R} می‌گردد که اگر مقادیر وزن دار شده \mathcal{R} توسط توابع پایه بر روی دامنه معادله صفر گردد بهترین تقریب برای پاسخ مساله بدست می‌آید. یعنی:

$$\int_L \mathcal{R} \cdot \phi_i(x) dx = 0 \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (1-3)$$

رابطه بالا معادلات با مشتقات پاره‌ای سیستم پیوسته را به n معادله دیفرانسیل معمولی به همراه n مجهول $q_1(t), q_2(t), \dots, q_n(t)$ تبدیل می‌کند که به راحتی قابل حل است. با افزایش n جواب تقریبی بدست آمده به حل واقعی نزدیکتر می‌شود. در اینجا از شکل مدهای تیر ساده به عنوان توابع پایه استفاده شده است زیرا با این انتخاب پاسخ به ازای مقادیر کمتری از n همگرا خواهد شد.

۳-۲-۱- گسسته سازی لوله تقویت شده به صورت تدریجی در جهت ضخامت تیر:

برای حالتی که مدول یانگ در ضخامت تغییر میکند حل تقریبی را به صورت زیر در نظر

می‌شود:

$$\eta(\xi, \tau) = \sum_{j=1}^n \phi_j(\xi) q_j(\tau) \quad (2-3)$$

با جایگذاری در معادله (۲-۴):

$$\begin{aligned} & \frac{\partial^2}{\partial \xi^2} \mathcal{R}(\eta(\xi, \tau), \xi) \\ &= \sum_{j=1}^n q_j \frac{\int_{A_p} z^2 \left[(E_{Ratio} - 1) \left(\frac{r-R}{h} + \frac{1}{2} \right)^k + 1 \right] dA}{I} \cdot \frac{\partial^4 \phi_j(\xi)}{\partial \xi^4} \\ &+ \sum_{j=1}^n q_j U^2 \frac{\partial^2 \phi_j(\xi)}{\partial \xi^2} + \sum_{j=1}^n q_j 2\beta^{1/2} U \frac{\partial \phi_j(\xi)}{\partial \xi} + \sum_{j=1}^n q_j \phi_j(\xi) \end{aligned}$$

(۳-۳)

در نهایت برای بدست آوردن بهترین تقریب پاسخ، باقیمانده بدست آمده را در معادله (۱-۳) قرار داده

شده و n معادله بدست می‌آید :

$$\begin{aligned}
& \sum_{j=1}^n \ddot{q}_j \underbrace{\left[\int_0^1 \phi_i(\xi) \phi_j(\xi) d\xi \right]}_{m_{ij}} + \sum_{j=1}^n \dot{q}_j \underbrace{\left[\int_0^1 2\beta^{1/2} U \phi_i(\xi) \frac{\partial \phi_j(\xi)}{\partial \xi} d\xi \right]}_{c_{ij}} \\
& + \sum_{j=1}^n q_j \underbrace{\left[\int_0^1 \frac{\int_{A_p} z^2 \left[(E_{Ratio} - 1) \left(\frac{r-R}{h} + \frac{1}{2} \right)^k + 1 \right] dA}{I} \cdot \phi_i(\xi) \frac{\partial^4 \phi_j(\xi)}{\partial \xi^4} d\xi \right.}_{k_{ij}} \\
& \quad \left. + \int_0^1 U^2 \phi_i(\xi) \frac{\partial^2 \phi_j(\xi)}{\partial \xi^2} d\xi \right]} \\
& = 0 \quad \text{و } i = 1, 2, \dots, n
\end{aligned}$$

(۴-۳)

با فرض $m_{ij} = [M]$ و $c_{ij} = [C]$ و $k_{ij} = [K]$ در نهایت معادلات لوله تقویت شده به صورت تدریجی در جهت ضخامت را به شکل زیر می‌توان در نظر گرفت:

$$[M]\{\ddot{q}\} + [C]\{\dot{q}\} + [K]\{q\} = 0 \quad (۵-۳)$$

۳-۲-۲- گسسته سازی لوله تقویت شده به صورت تدریجی در جهت طول تیر:

مانند حالت قبل حل تقریبی را به صورت سری (۲-۳) در نظر گرفته شده و با جایگذاری در

معادله (۴۷-۲) باقیمانده به صورت زیر بدست می‌آید:

$$\begin{aligned}
& \mathcal{R}(\eta(\xi, \tau), \xi) \\
& = \sum_{j=1}^n q_j \frac{\partial^2}{\partial \xi^2} \left(\frac{[(E_{Ratio} - 1)(1 - \xi)^k + 1]}{U^2} \frac{\partial^2 \phi_j(\xi)}{\partial \xi^2} \right) \\
& + \sum_{j=1}^n q_j \frac{\partial^2 \phi_j(\xi)}{\partial \xi^2} + \sum_{j=1}^n \dot{q}_j \frac{2\beta^{1/2}}{U} \frac{\partial \phi_j(\xi)}{\partial \xi} + \sum_{j=1}^n \ddot{q}_j \frac{1}{U^2} \phi_j(\xi)
\end{aligned}$$

(۶-۳)

باقیمانده در معادله (۱-۳) برای بدست آوردن بهترین تقریب قرار داده شده و Π معادله به

صورت زیر بدست می‌آید:

$$\sum_{j=1}^n \ddot{q}_j \left[\underbrace{\int_0^1 \frac{1}{U^2} \phi_i(\xi) \phi_j(\xi) d\xi}_{m_{ij}} \right] + \sum_{j=1}^n \dot{q}_j \left[\underbrace{\int_0^1 \frac{2\beta^{\frac{1}{2}}}{U} \phi_i(\xi) \frac{\partial \phi_j(\xi)}{\partial \xi} d\xi}_{c_{ij}} \right] + \sum_{j=1}^n q_j \left[\underbrace{\int_0^1 \phi_i(\xi) \frac{\partial^2}{\partial \xi^2} \left(\frac{[(E_{Ratio} - 1)(1 - \xi)^k + 1]}{U^2} \frac{\partial^2 \phi_j(\xi)}{\partial \xi^2} \right) d\xi}_{k_{ij}} + \int_0^1 \phi_i(\xi) \frac{\partial^2 \phi_j(\xi)}{\partial \xi^2} d\xi \right] = 0 \quad \text{و}$$

$$i = 1, 2, \dots, n$$

(۷-۳)

با فرض $m_{ij} = [M]$ و $c_{ij} = [C]$ و $k_{ij} = [K]$ در نهایت معادلات این سیستم نیز، به شکل معادلات (۵-۳) در می‌آید.

۳-۳- بدست آوردن فرکانس‌های طبیعی سیستم

جابجایی جانبی لوله به صورت بی بعد زیردر نظر گرفته شده:

$$\eta(\xi, \tau) = \sum_{j=1}^N \phi_j(\xi) q_j(\tau) \quad (۸-۳)$$

که در آن $\phi_j(\xi)$ توابع ویژه و $q_j(\tau)$ مختصات تعمیم یافته می‌باشد. در شرایط مرزی دوسر لولا و یکسرگیردار حاوی جریان سیال، از شکل مدهای ارتعاشی تیر ساده استفاده شده که به ترتیب به صورت زیر است.

تیر دوسر لولا:

$$\phi_j(\xi) = \sin(j\pi\xi) \quad \text{و} \quad j = 1, 2, \dots, N \quad (9-3)$$

تیر یکسرگیردار:

$$\phi_j(\xi) = \cosh(a_j\xi) - \cos(a_j\xi) - \left(\frac{\sinh(a_j) - \sin(a_j)}{\cos(a_j) + \cos(a_j)} \right) (\sinh(a_j\xi) - \sin(a_j\xi)) \quad (10-3)$$

$$a_1 = 1.87510 \quad a_2 = 4.69409 \quad a_3 = 7.85476, \dots, \quad j = 1, 2, \dots, N$$

این توابع ویژه از این روی انتخاب شده‌اند که دارای خاصیت تعامد هستند و شرایط مرزی را در هر حالت ارضا می‌کنند. حال با جایگذاری توابع ویژه مذکور در معادلات بدست آمده از روش گالرکین، کلیه درایه‌های ماتریس‌های جرم، سختی و میرایی بدست می‌آیند. در نهایت معادله سیستم ممتد مورد نظر به معادله گسسته (3-5)، یعنی سیستمی با N درجه آزادی تبدیل می‌گردد. جهت بدست آوردن فرکانس‌های طبیعی، سیستم را به فضای حالت برده و بردار حالت اغتشاش $X(t) = [q^T(t) \quad \dot{q}^T]$ تعریف شده. معادله در فضای حالت به صورت زیر بدست می‌آید:

$$\dot{X}(t) = AX(t) \quad (11-3)$$

که

$$A = \begin{bmatrix} 0 & \vdots & I \\ \dots & \vdots & \dots \\ -M^{-1} * K & \vdots & -M^{-1} * C \end{bmatrix} \quad (12-3)$$

A ماتریسی با ضرایب ثابت است. سپس حل سیستم ارتعاشی را به صورت $X(t) = e^{\lambda t}x$ در نظر گرفته و با قرار دادن در معادله (3-4) و تقسیم بر $e^{\lambda t}$:

$$Ax = \lambda x \quad (13-3)$$

که معادله بالا، مساله مقدار ویژه جبری، یک تئوری پایه در مسایل ارتعاشی است. پاسخ کلی سیستم

به صورت:

$$X(t) = \sum_{j=1}^{2n} c_j e^{\lambda_j t} x_j \quad (14-3)$$

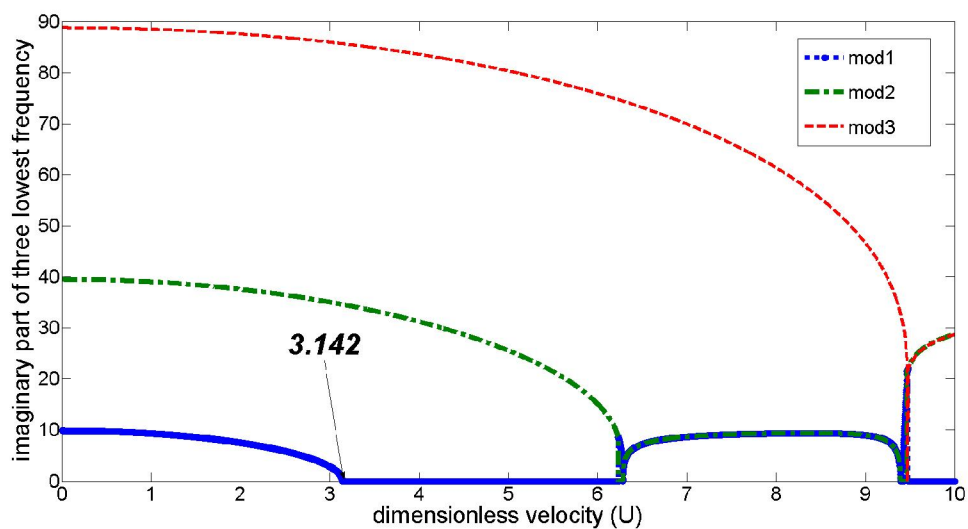
تعیین شده که c_j در حالت کلی مختلط بوده و بیان کننده شرایط اولیه مساله است. برای بدست آوردن فرکانس‌های سیستم کافی است مقادیر ویژه را بدست آورده که این مقادیر برای سیستم مورد نظر به صورت مختلط $\lambda_j = \alpha_j + \beta_j$ هستند. قسمت حقیقی α_j بیان کننده بزرگی λ امین جمله پاسخ بوده، در حالیکه قسمت موهومی β_j فرکانس λ امین جمله پاسخ است. کاملاً روشن است که علامت قسمت حقیقی مقدار ویژه، کنترل کننده خواص پایداری سیستم است

۳-۳-۱- فرکانس‌های طبیعی لوله همگن دوسر لولا

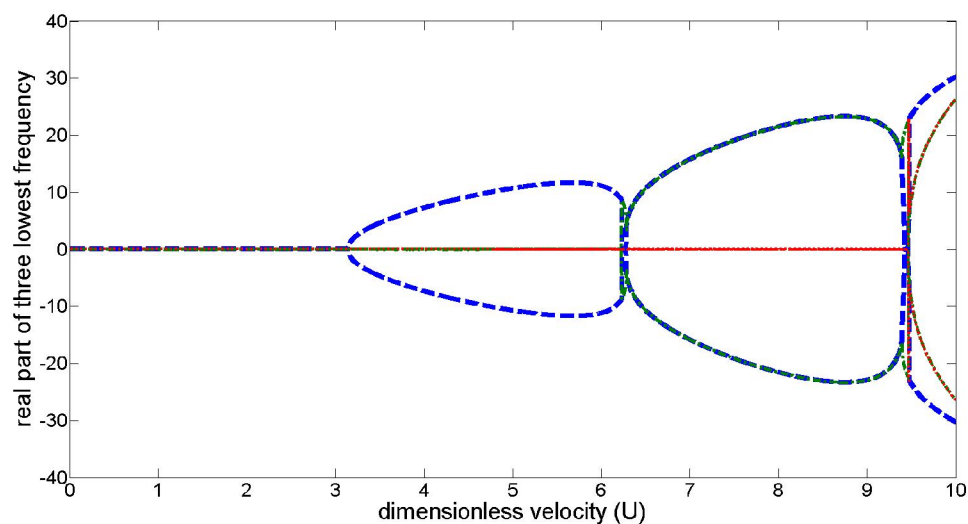
برای اثبات درستی معادلات حاکم بدست آمده فرکانس‌های طبیعی لوله حاوی جریان سیال و ساده (همگن) با استفاده از معادله (۳-۴) بدست آمده. برای این منظور مقادیر E_{Ratio} و k را به ترتیب ۱ و ۰ قرار داده و برای مقایسه نتایج با مرجع [۴۸] پارامتر بی‌بعد جرمی سیال (β) را ۰٫۱ انتخاب کرده. برای رسیدن به دقت کافی در روش گالرکین از شش مد استفاده شده اما در شکل (۳-۱)، تنها سه مد اول نشان داده شده است. قسمت موهومی نشان دهنده فرکانس‌های سیستم به ازای سرعت‌های مختلف است. فرکانس‌های بدست آمده کاملاً با مرجع [۴۸] تطابق دارد. در مرجع [۴۸] از دو روش تبدیل دیفرانسیلی^۱ و نیز روش مربعات دیفرانسیلی^۲ برای بدست آوردن فرکانس‌های اصلی استفاده شده است. شکل (۳-۱-پ) و (۳-۱-ت) این نتایج را نشان می‌دهند.

^۱differential transformation method (DTM)

^۲differential quadrature method (DQM)



شکل (۳-۱الف) قسمت موهومی فرکانس‌های اصلی اول تا سوم لوله دوسرلولای همگن به ازای $\beta = 0.1$



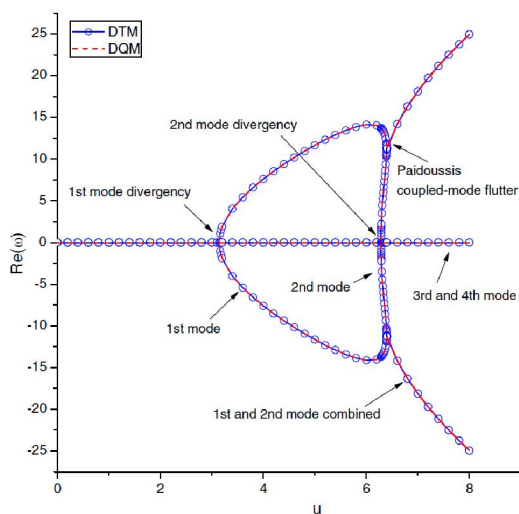
شکل (۳-۱ب) قسمت حقیقی فرکانس‌های اصلی اول تا سوم لوله دوسرلولای همگن به ازای $\beta = 0.1$

در شکل (۳-۱) مشاهده می‌شود که با افزایش سرعت، فرکانس کاهش می‌یابد و در سرعت

۳,۱۴۲ فرکانس اول به صفر میل می‌کند. در سرعت‌های بی‌بعد کمتر از ۳,۱۴۲ (سرعت بحرانی)

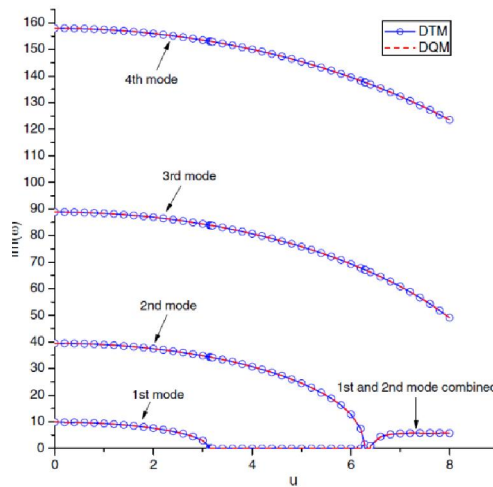
قسمت حقیقی صفر است اما در سرعت بی‌بعد ۳,۱۴۲ قسمت حقیقی فرکانس مثبت شده، و پدیده

دوشاخگی پیچفورک^۱ رخ می‌دهد که نشانگر نقطه آغاز ناپایداری از نوع کمانش^۲ است.



شکل (۳-۱) (ت) قسمت حقیقی فرکانس‌های اصلی لوله

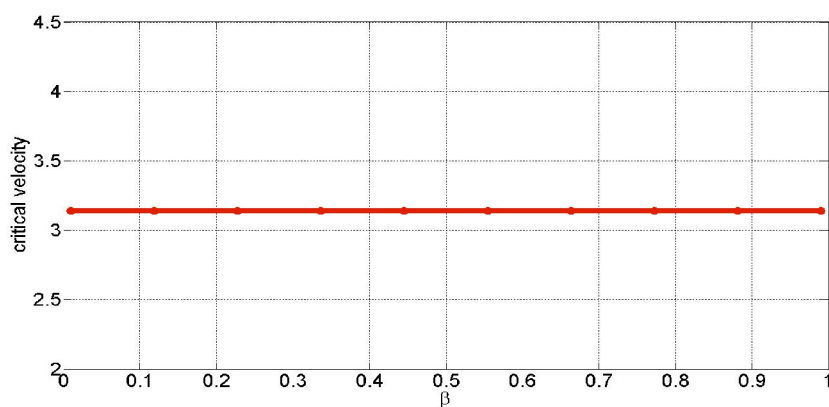
دوسرلولای همگن به ازای $\beta = 0.1$ [48]



شکل (۳-۱) (پ) قسمت موهومی فرکانس‌های اصلی لوله

دوسرلولای همگن به ازای $\beta = 0.1$ [48]

با بررسی فرکانس‌ها به ازای β های مختلف مشاهده شد که سرعت بحرانی لوله با شرایط مرزی دوسر لولا مستقل از مقدار β است.



شکل (۳-۲) نحوه تغییرات سرعت بی‌بعد بحرانی لوله همگن دوسرلولای نسبت به پارامتر بی‌بعد جرمی β

همان‌طور که در شکل (۳-۲) مشاهده می‌شود به ازای مقادیر متفاوت پارامتر جرمی، سرعت بحرانی

^۱Pitchfork bifurcation

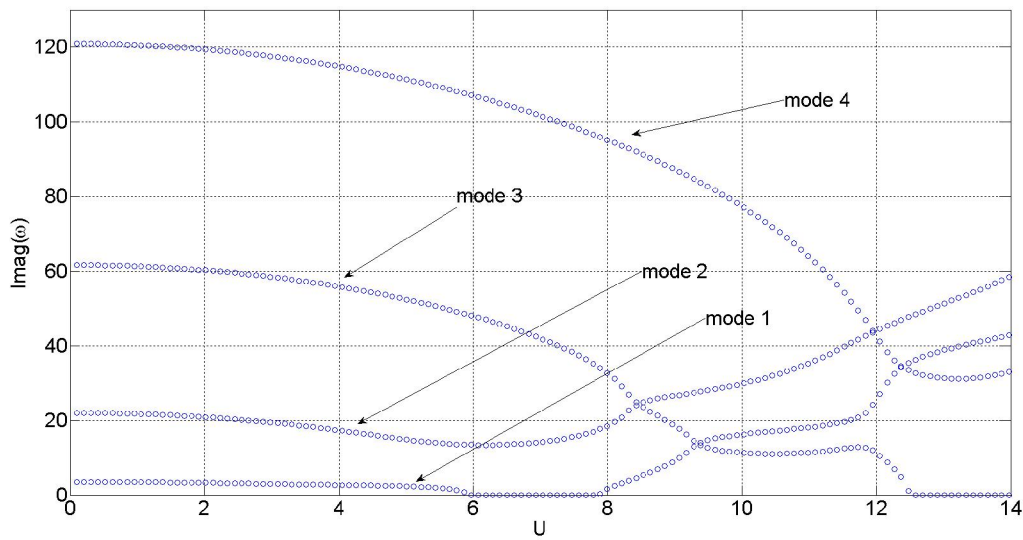
^۲buckling

سیال تغییری نمی‌کند، بنابراین سرعت بحرانی سیستم در شرایط مرزی دوسرولولا مستقل از پارامتر بی‌بعد جرمی است.

۳-۳-۲- فرکانس‌های طبیعی لوله همگن یکسرگردار

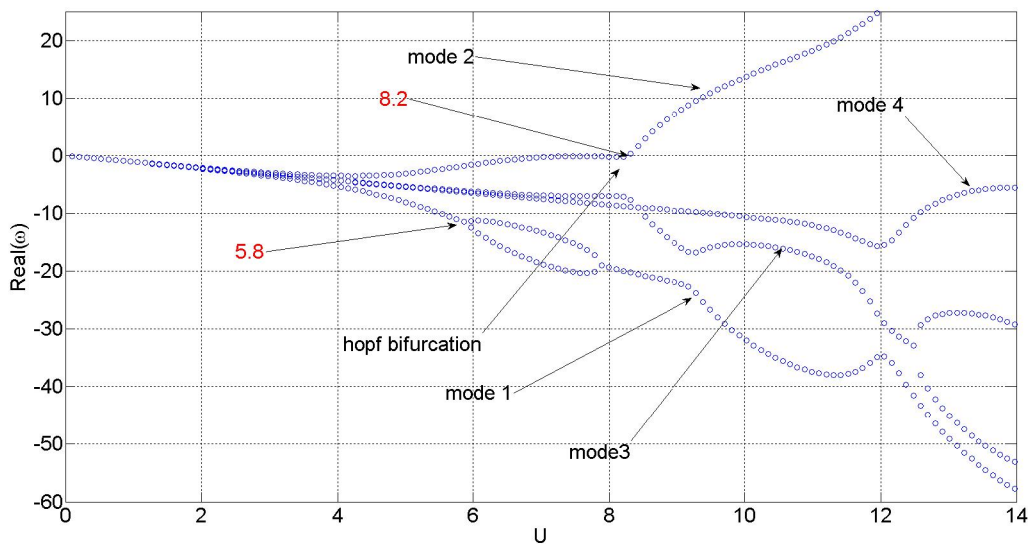
با استفاده از معادله (۷-۳) و فرض همگن بودن لوله، مقادیر E_{Ratio} و k را به ترتیب ۱ و ۰ قرار داده، این بار نیز برای رسیدن به دقت مورد نظر از شش مد برای گسسته سازی گالرکین استفاده شده، اما تنها چهار مد اول گزارش شده است. به دلیل اینکه در شرایط مرزی یکسرگردار بر خلاف دوسرولولا مقدار β تاثیر زیادی بر فرکانس و سرعت بحرانی دارد به ازای سه مقدار ۰,۳، ۰,۵ و ۰,۸، برای پارامتر بی‌بعد جرمی، فرکانس‌های چهار مد اول رسم شده است. همچنین میزان سرعت‌های بحرانی در شکل‌ها با رنگ قرمز متمایز شده‌اند.

شکل (۳-۲-الف) نشان دهنده فرکانس‌های طبیعی لوله یکسرگردار همگن به ازای $\beta = 0.3$ است. مشاهده شد با افزایش سرعت بی‌بعد از ۵,۸ فرکانس اول به صفر میل کرده و دو مقدار برای قسمت حقیقی مقدار ویژه وجود دارد، در این بازه مد ارتعاش از بین می‌رود. همچنین با توجه به شکل (۳-۲-ب) در مد دوم، در سرعت بی‌بعد ۸,۲ نیز قسمت حقیقی مقدار ویژه در مد دوم تغییر علامت داده و مثبت شده و در این لحظه سیستم به واسطه وقوع پدیده دوشاخگی هپف دچار ناپایداری از نوع لرزشی می‌شود. همچنین در شکل (۳-۲-پ) نمودار مختلط مقدارهای ویژه به ازای افزایش سرعت رسم شده که بهتر از نمودارهای قبلی قادر به نشان دادن مدها و پدیده دوشاخگی در لوله یکسرگردار است. به ازای سرعت صفر مقدار حقیقی فرکانس‌ها صفر بوده و فرکانس‌های همه مدهای ارتعاشی از روی محور موهومی آغاز می‌شوند.



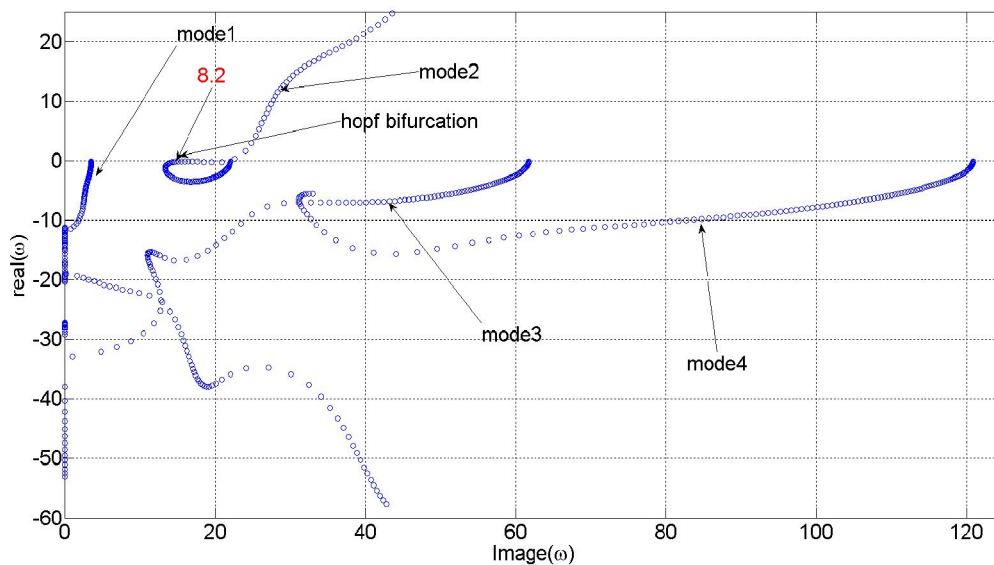
شکل (۳-۳ الف) قسمت موهومی فرکانس‌های اصلی لوله یکسرگیردار همگن به عنوان تابعی از سرعت و به ازای

$$\beta = 0.3$$



شکل (۳-۳ ب) قسمت حقیقی فرکانس‌های اصلی لوله یکسرگیردار همگن به عنوان تابعی از سرعت و به ازای

$$\beta = 0.3$$

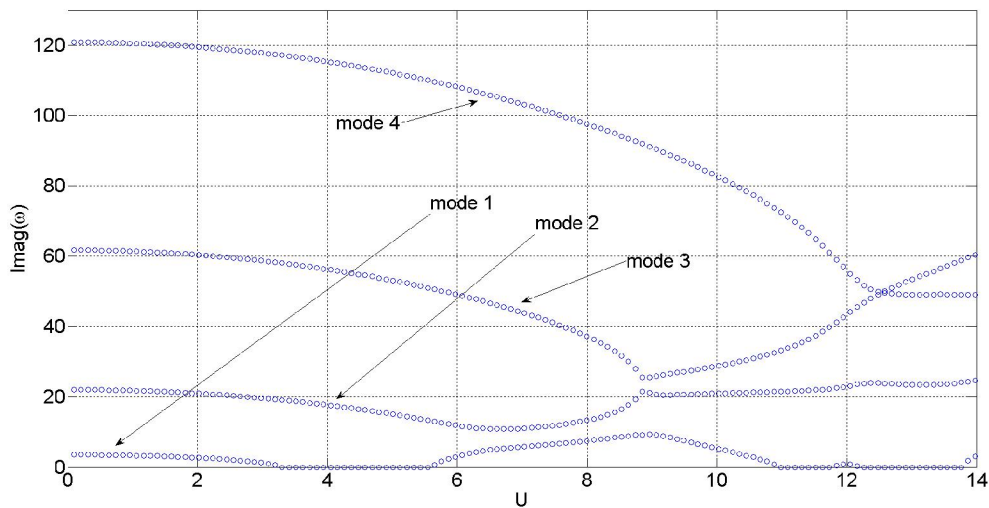


شکل (۳-۳) پ-نمودار مختلط فرکانس‌های اصلی لوله یکسرگیردار همگن به عنوان تابعی از سرعت و به ازای

$$\beta = 0.3$$

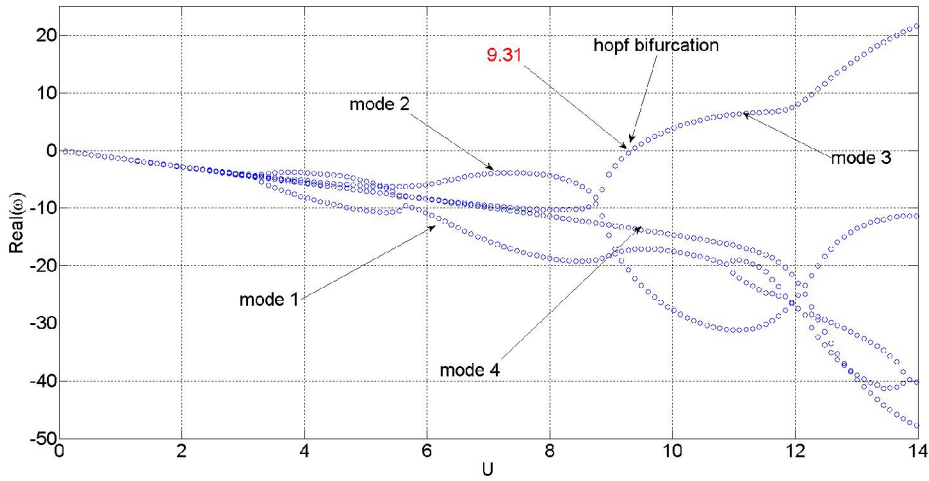
در ادامه نمودارها به ازای $\beta = 0.5$ رسم شده که شکل (۳-۲) پ-کاملاً مطابق با نمودار متناظر در

مرجع [49] است.



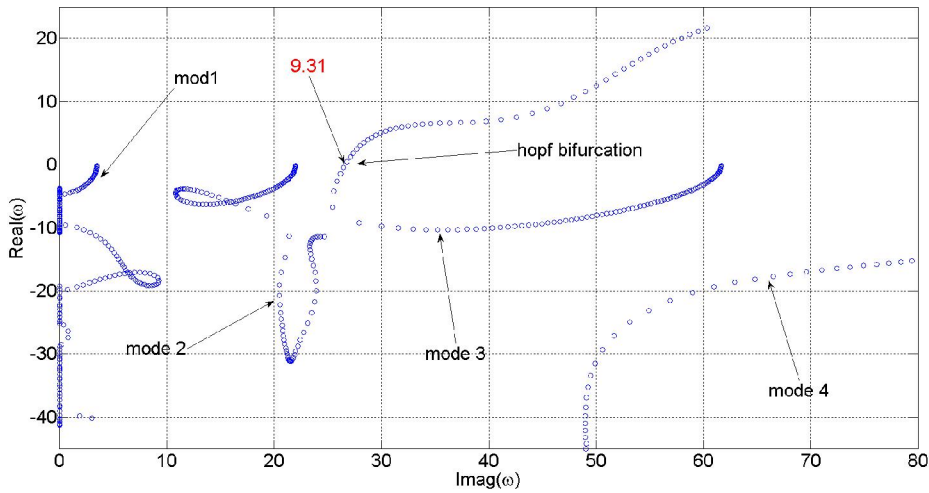
شکل (۳-۴) الف-قسمت موهومی فرکانس‌های اصلی لوله یکسرگیردار همگن به عنوان تابعی از سرعت و به ازای

$$\beta = 0.5$$



شکل (۳-۴)ب) قسمت حقیقی فرکانس‌های اصلی لوله یکسرگردار همگن به عنوان تابعی از سرعت و به ازای

$$\beta = 0.5$$

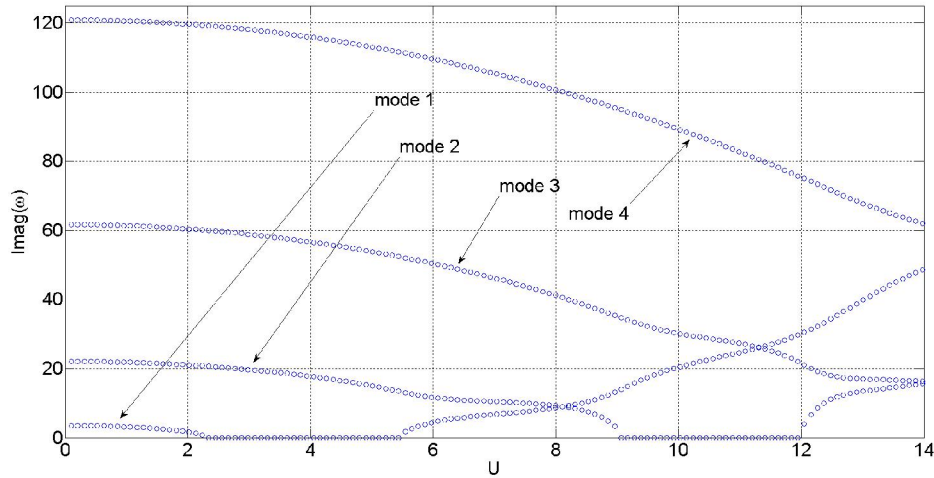


شکل (۳-۴)پ) نمودار مختلط فرکانس‌های اصلی لوله یکسرگردار همگن به عنوان تابعی از

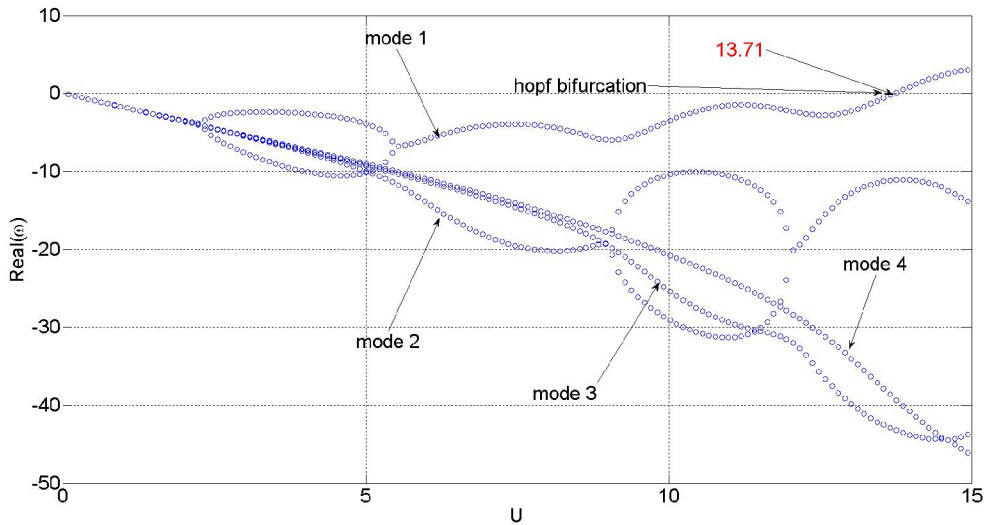
$$\text{سرعت و به ازای } \beta = 0.5$$

در این حالت نیز به ازای سرعت بی‌بعد ۹,۳۱ سیستم به واسطه پدیده دوشاخگی هفد دچار ناپایداری لرزشی شده اما با این تفاوت که این بار ناپایداری در مد سوم رخ داده است. همچنین افزایش پارامتر جرمی باعث شده، ناپایداری در سرعت بالاتری رخ دهد.

در نهایت در شکل (۳-۴-الف) نمودار مربوط به پارامتر جرمی بی بعد $\beta = 0.8$ به عنوان تابعی از سرعت بی بعد رسم شده.

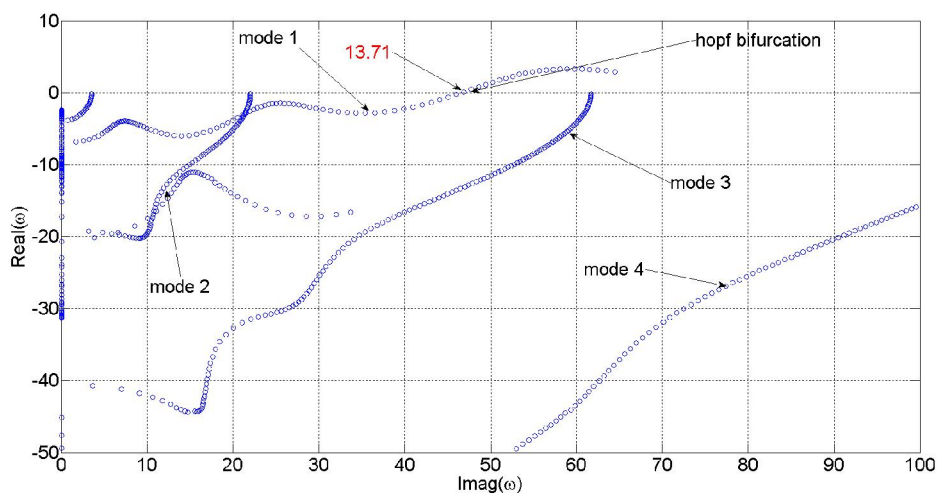


شکل (۳-۵-الف) قسمت موهومی فرکانس‌های اصلی اول تا سوم لوله یکسرگیردار همگن به عنوان تابعی از سرعت و به ازای $\beta = 0.8$



شکل (۳-۵-ب) قسمت حقیقی فرکانس‌های اصلی لوله یکسرگیردار همگن به عنوان تابعی از سرعت و به ازای $\beta = 0.8$

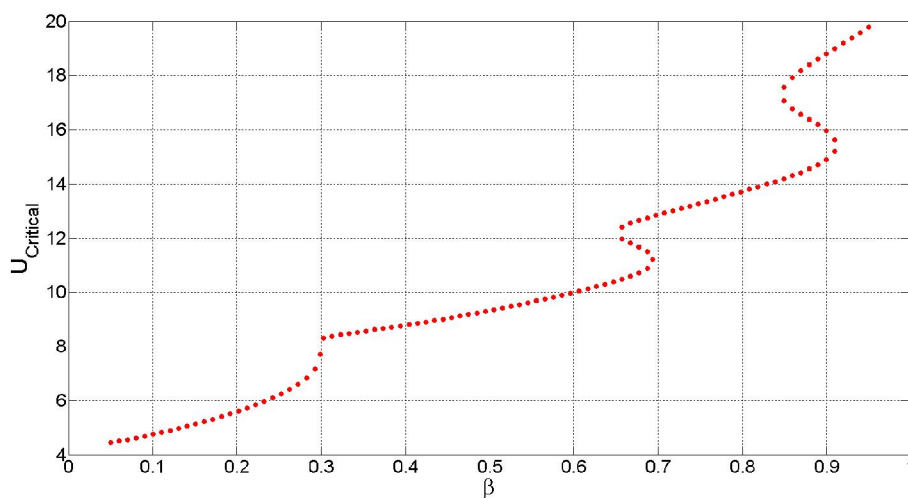
این بار نیز ناپایداری به واسطه دوشاخگی هیف، در سرعت بی بعد ۱۳٫۷۱ رخ می‌دهد با این تفاوت که در مد اول این اتفاق می‌افتد.



شکل (۳-۵) نمودار مختلط فرکانس‌های اصلی لوله یکسرگیردار همگن به عنوان تابعی از سرعت

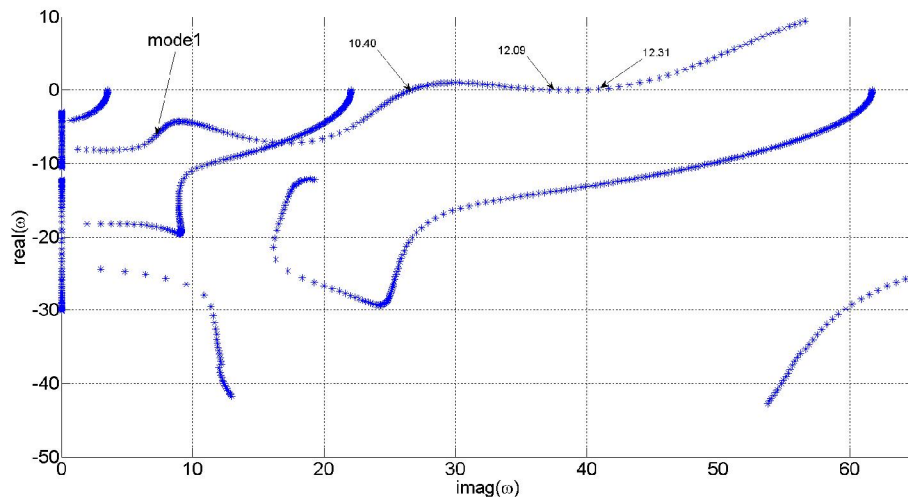
$$\text{و به ازای } \beta = 0.8$$

مشاهده و بررسی نمودارهای قبلی گویای این مطلب است که سرعت بحرانی با افزایش β زیاد می‌شود و این همان چیزی است که گری‌گوری و پایدوسیس به آن رسیده بودند. در زیر نحوه تغییرات سرعت بحرانی نسبت به پارامتر بی‌بعد جرمی نشان داده شده، که با مرجع [۵۰] تطابق دارد. در فصل آینده نحوه بدست آوردن این نمودار و تعیین مرز پایداری توضیح داده خواهد شد.



شکل (۳-۶) تغییرات سرعت بی‌بعد بحرانی لوله یکسرگیردار همگن نسبت به پارامتر بی‌بعد جرمی

با توجه به شکل (۳-۶) پرش‌هایی در پارامترهای جرمی ۰,۳ و ۰,۶۹ و ۰,۹۲ مشاهده شده و در کل نمودار به شکل حرف‌های لاتین S است که به هم چسبیده‌اند. علت پرش‌های نمودار مرز پایداری، با توجه به نمودار فرکانس‌های مختلط در شکل (۳-۷)، به ازای پارامتر جرمی ۰,۶۵ نشان داده شده است. همانطور که مشاهده می‌شود قسمت حقیقی فرکانس در مد اول، در سه نقطه، محور حقیقی صفر را قطع کرده است. بنابراین قسمت حقیقی فرکانس در بازه سرعت ۱۲,۰۹ و ۱۲,۳۱ منفی بوده و سیستم پایدار است.



شکل (۳-۷) نمودار مختلط لوله یکسرگیردار همگن به صورت تابعی از سرعت و به ازای $\beta = 0.65$

۳-۴- بدست آوردن فرکانس‌های لوله دوسر لولا تقویت شده تدریجی در

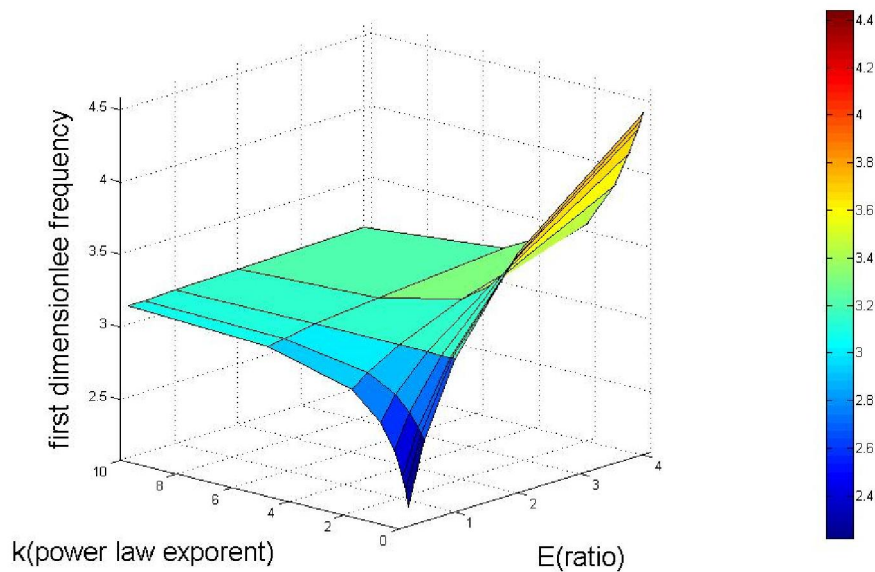
راستای ضخامت بدون جریان سیال جهت بررسی صحت معادلات حاکم

جهت بررسی صحت نتایج حاصل از معادلات بدست آمده برای لوله تقویت شده به صورت تدریجی، با فرض اینکه سیال در لوله دوسر لولا وجود ندارد، فرکانسهای طبیعی به ازای مقادیر مختلف پارامترهای E_{Ratio} و k بدست آمده و با نتایج گزارش شده توسط الشوریگی [۵۱] مقایسه شده است. البته الشوریگی مجذور مقدار ویژه را گزارش کرده است، بنابراین در این قسمت از پایان‌نامه نیز مجذور مقدار ویژه بدست آمده و گزارش شده است. مقدار سرعت در معادله (۳-۴) را

صفر قرار داده و فرکانس‌های بی‌بعد بدست آمده و به دلیل آنکه در این ارائه از تئوری تیر اویلر برنولی استفاده شده نتایج بدست آمده نیز با نتایج با ضریب لاغری ($\frac{L}{h} = 100$) در مقاله الشوربیگی مقایسه شده است.

جدول (۳-۱) فرکانس‌های بی‌بعد اول به ازای توزیع مختلف مدول یانگ ($\rho_{ratio} = \frac{\rho_R}{\rho_L} = 1$)

	E_{ratio}	K = 0.0	K = 0.1	K = 0.2	K = 0.5	K = 1	K = 2	K = 5	K = 10
present	0.25	2.2214	2.3298	2.4119	2.5835	2.7550	2.9301	3.0861	3.1289
[۵۱]		2.2214	2.3297	2.4118	2.5834	2.7546	2.9293	3.0849	3.1281
present	0.5	2.6418	2.6882	2.7272	2.8162	2.9120	3.0139	3.1071	3.1335
[۵۱]		2.6417	2.6881	2.7271	2.8162	2.9119	3.0137	3.1067	3.1332
present	1	3.1415	3.1415	3.1415	3.1415	3.1415	3.1415	3.1415	3.1415
[۵۱]		3.1415	3.1415	3.1415	3.1415	3.1415	3.1415	3.1415	3.1415
present	2	3.7360	3.7007	3.6672	3.5777	3.4629	3.3261	3.1940	3.1549
[۵۱]		3.7359	3.7006	3.6671	3.5775	3.4628	3.326	3.1939	3.1547
present	4	4.4429	4.3791	4.3168	4.1413	3.8961	3.5813	3.2684	3.1748
[۵۱]		4.4428	4.3789	4.3166	4.1408	3.8957	3.5812	3.2684	3.1742



شکل (۳-۸) فرکانس‌های بی‌بعد اول به ازای توزیع مختلف مدول یانگ نسبت به E_{ratio} و k

جدول (۲-۳) فرکانس‌های بی بعد دوم به ازای توزیع مختلف مدول یانگ ($\rho_{ratio} = \frac{\rho_R}{\rho_L} = 1$)

	E_{ratio}	K = 0.0	K = 0.1	K = 0.2	K = 0.5	K = 1	K = 2	K = 5	K = 10
present	0.25	4.4429	4.6793	4.8480	5.1797	5.4881	5.7868	6.0857	6.2174
[Δ]		4.4425	4.6785	4.847	5.1778	5.484	5.7789	6.0756	6.2109
present	0.5	5.2835	5.3863	5.4687	5.6446	5.8172	5.9873	6.1609	6.2411
[Δ]		5.2831	5.3858	5.4681	5.6438	5.8162	5.9858	6.158	6.2386
present	1	6.2832	6.2832	6.2832	6.2832	6.2832	6.2832	6.2832	6.2832
[Δ]		6.2827	6.2827	6.2827	6.2827	6.2827	6.2827	6.2827	6.2827
present	2	7.4720	7.3926	7.3192	7.1330	6.9178	6.6922	6.4623	6.3517
[Δ]		7.4714	7.3919	7.3183	7.1316	6.9167	6.6915	6.4611	6.349
present	4	8.8858	8.7418	8.6040	8.2324	7.7613	7.2366	6.7044	6.4503
[Δ]		8.885	8.7407	8.6022	8.2276	7.7555	7.2356	6.7036	6.443

جدول (۳-۳) فرکانس‌های بی بعد سوم به ازای توزیع مختلف مدول یانگ ($\rho_{ratio} = \frac{\rho_R}{\rho_L} = 1$)

	E_{ratio}	K = 0.0	K = 0.1	K = 0.2	K = 0.5	K = 1	K = 2	K = 5	K = 10
present	0.25	6.6643	7.0283	7.2817	7.7765	8.2383	8.6827	9.1083	9.2940
[Δ]		6.6631	7.0259	7.2792	7.7678	8.2123	8.6377	9.0664	9.2713
present	0.5	7.9253	8.0846	8.2097	8.4712	8.7241	8.9743	9.2250	9.3401
[Δ]		7.9238	8.0827	8.2076	8.4691	8.7199	8.9642	9.2114	9.3311
present	1	9.4248	9.4248	9.4248	9.4248	9.4248	9.4248	9.4248	9.4248
[Δ]		9.423	9.423	9.423	9.423	9.423	9.423	9.423	9.423
present	2	11.2080	11.0845	10.9716	10.6911	10.3747	10.0472	9.7268	9.5682
[Δ]		11.206	11.082	10.968	10.685	10.370	10.045	9.7163	9.5559
present	4	13.3286	13.1046	12.8925	12.3357	11.6507	10.8779	10.1205	9.7801
[Δ]		13.326	13.101	12.886	12.313	11.614	10.864	10.105	9.7373

همانطور که مشاهده می‌شود اختلاف نتایج بسیار ناچیز است و در بیشترین مقدار به ۰,۰۱

می‌رسد.

۳-۵- تاثیر تقویت کردن به صورت تدریجی بر فرکانسهای طبیعی لوله

دوسر لولا

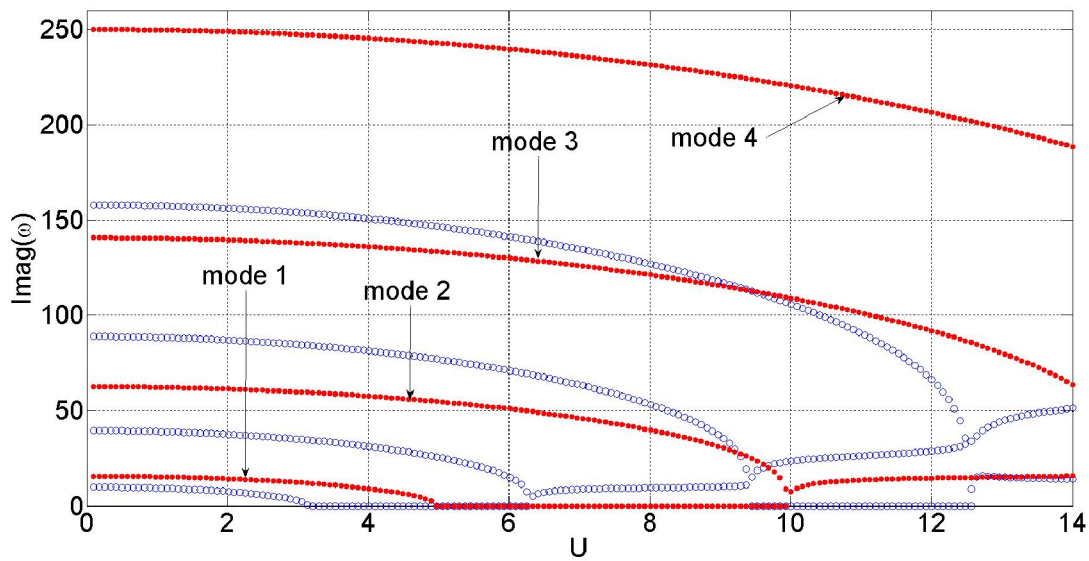
در این قسمت، فرکانس‌های طبیعی لوله حاوی جریان سیال و تقویت شده به صورت تدریجی

به ازای سرعت‌های مختلف، با رویکرد نشان دادن تاثیر تقویت کردن تدریجی بر خواص ارتعاشی و پایداری، به ازای پارامترهای مختلف بدست آمده است. جهت نمایش بهتر این تاثیرات، در هر شکل فرکانس‌های مربوط به لوله همگن نیز با رنگ آبی مشخص شده تا تغییرات ایجاد شده در فرکانس‌ها نسبت به حالت تقویت شده مشخص و قابل مقایسه باشند.

۳-۵-۱- فرکانس‌های طبیعی لوله دوسرلولا تقویت شده به صورت تدریجی در راستای

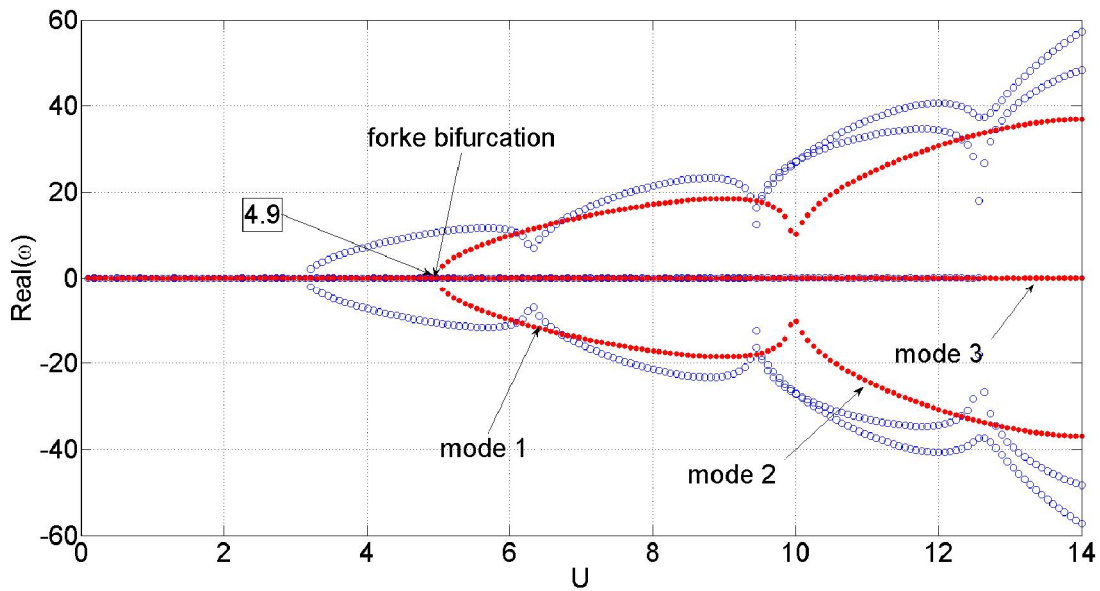
ضخامت

در قسمت (۳-۳-۱) مشخص شد که پارامتر بی‌بعد جرمی در شرایط مرزی دوسرلولا تاثیری بر سرعت بحرانی ندارد، بنابراین مقدار ثابت ۰,۳ برای آن انتخاب شده و دو حالت مورد بررسی قرار گرفته است. ابتدا $E_{Ratio} = 4$ در نظر گرفته شده، طبق تعریف این به معنی آن است که مدول یانگ سطح خارج لوله ۴ برابر سطح داخلی است. همانطور که در شکل (۳-۹-الف) مشخص است این حالت تقویت کردن باعث شده فرکانس‌های اصلی لوله افزایش یابد و با توجه به شکل (۳-۹-ب) مشخص است که سرعت بحرانی نسبت به حالت لوله همگن افزایش یافته و سیستم در سرعت بی‌بعد ۴,۹ به واسطه پدیده دوشاخگی پیچفورک در مد اول ناپایدار می‌گردد. در حالت دیگر $E_{Ratio} = 1/4$ فرض شده که به این معناست که مدول یانگ خارجی $1/4$ برابر مدول یانگ داخلی است. فرکانس‌های این سیستم در شکل (۳-۱۰-الف) نشان داده شده‌اند که مشخص است نسبت به فرکانس‌های حالت همگن کاهش پیدا کرده‌اند. همچنین با توجه به شکل (۳-۱۰-ب) ناپایداری در سرعت پایین‌تر ۲,۴ در مد اول روی داده است.



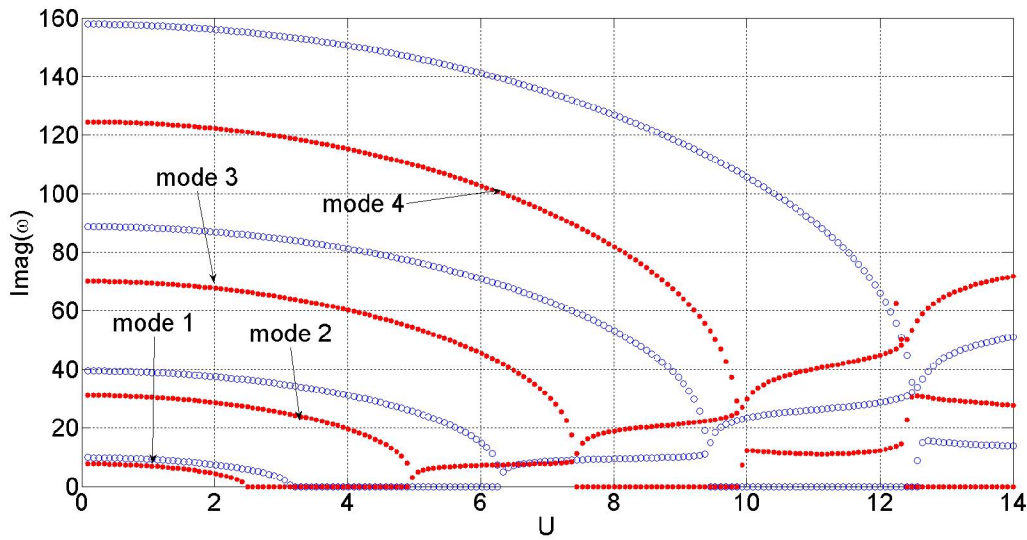
شکل (۳-۹-الف) قسمت موهومی فرکانس‌های اصلی اول تا چهارم لوله دوسرلولا تقویت شده به صورت تدریجی در

جهت ضخامت به ازای $\beta = 0.3$ و $E_{Ratio} = 4$



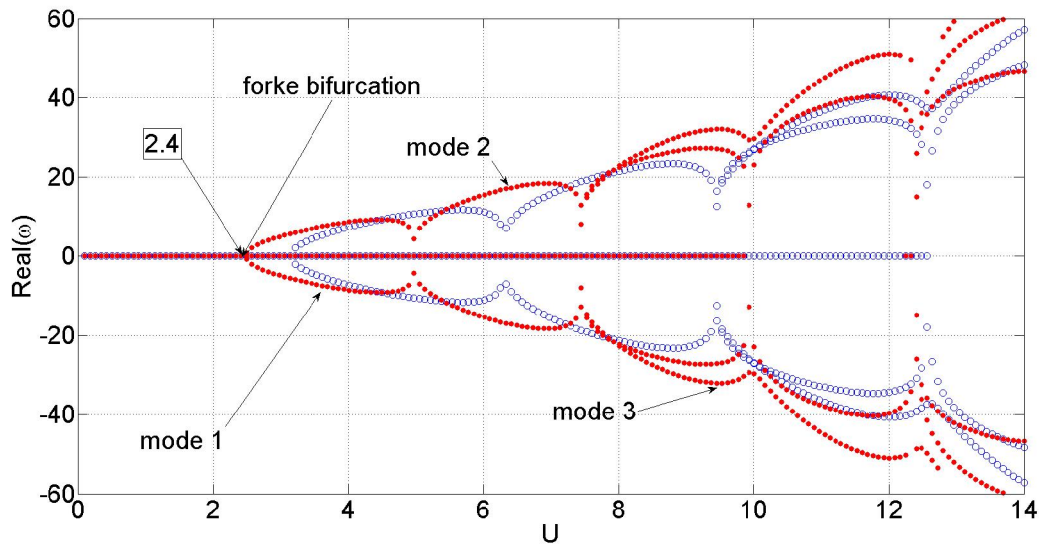
شکل (۳-۹-ب) قسمت حقیقی فرکانس‌های اصلی اول تا چهارم لوله دوسرلولا تقویت شده به صورت تدریجی در جهت

ضخامت به ازای $\beta = 0.3$ و $E_{Ratio} = 4$



شکل (۳-۱۰-الف) قسمت موهومی فرکانس‌های اصلی اول تا چهارم لوله دوسر لولا تقویت شده به صورت تدریجی در

$$E_{Ratio} = 1/4 \text{ و } \beta = 0.3 \text{ جهت ضخامت به ازای}$$



شکل (۳-۱۰-ب) قسمت موهومی فرکانس‌های اصلی اول تا چهارم لوله دوسر لولا تقویت شده به صورت تدریجی در

$$E_{Ratio} = 1/4 \text{ و } \beta = 0.3 \text{ جهت ضخامت به ازای}$$

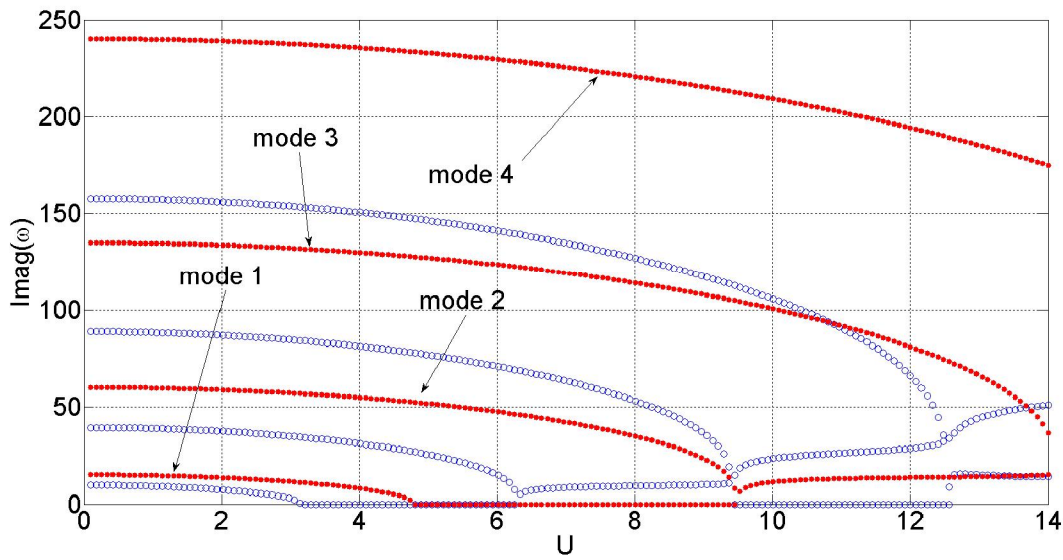
۳-۵-۲- فرکانس‌های طبیعی لوله دوسر لولا تقویت شده به صورت تدریجی در راستای

طول

در این قسمت نیز به دلیل آنکه پارامتر بی بعد جرمی تأثیری بر تعیین نقاط بحرانی ندارد مقدار آن ثابت و برابر ۰,۳ فرض شده و دو حالت برای نحوه تغییرات مدول یانگ در نظر گرفته شده است. در حالت اول $E_{Ratio} = 4$ فرض شده، که طبق تعریف به معنی آن است که مدول یانگ سمت چپ (سمت ورودی سیال) ۴ برابر سمت راست لوله (سمت خروجی سیال) است. با توجه به شکل (۳-۱۱-الف) فرکانس‌های اصلی لوله نسبت به حالت لوله همگن افزایش یافته و همانطور که از شکل (۳-۱۱-ب) مشخص است ناپایداری در سرعت بحرانی بالاتر از حالت همگن رخ داده و سیستم در سرعت بی بعد ۴,۷ به واسطه پدیده دوشاخگی پیچفورک در مد اول ناپایدار می‌گردد.

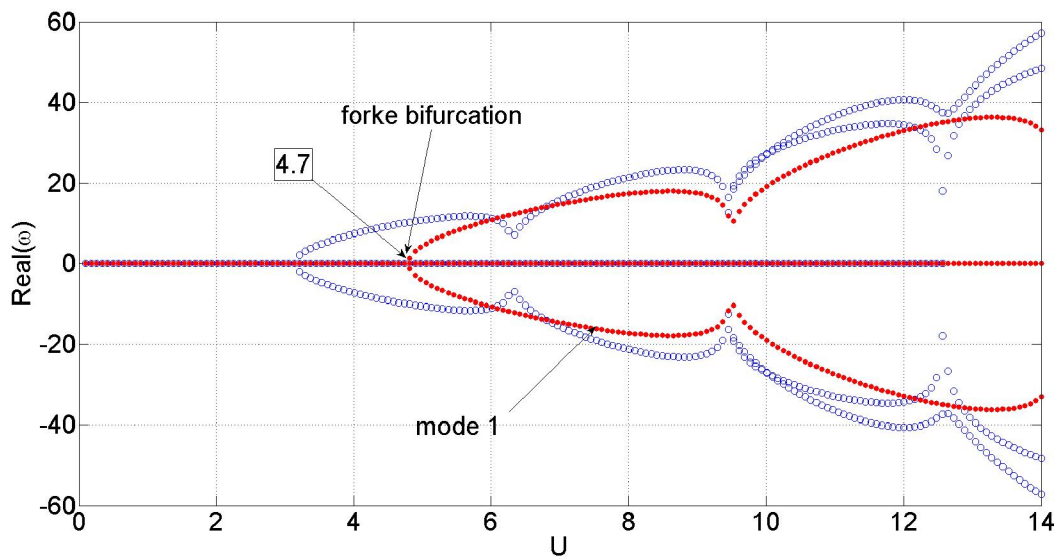
در ادامه برای حالت دیگر $E_{Ratio} = 1/4$ ، فرض شده که به این معناست که مدول سمت چپ (سمت ورودی سیال) $1/4$ مدول یانگ سمت راست است. شکل (۳-۱۲-الف) نشان دهنده فرکانس‌های سیستم بوده که مقدار آنها کمتر از فرکانس‌های لوله همگن است. همچنین با توجه به شکل (۳-۱۲-ب) سیستم در سرعت بی بعد ۲,۳ ناپایدار می‌گردد. بنابراین در این حالت سرعت بحرانی نسبت به حالت همگن کاهش یافته و ناپایداری نسبت به لوله همگن زودتر رخ می‌دهد.

همچنین با مقایسه فرکانس‌های طبیعی لوله دوسر لولا در هر دو حالت تقویت شده، چه در ضخامت و چه در طول، تقریباً یک رفتار مشابه را نتیجه می‌دهند و فرکانس‌های آنها تنها اختلاف عددی دارند.



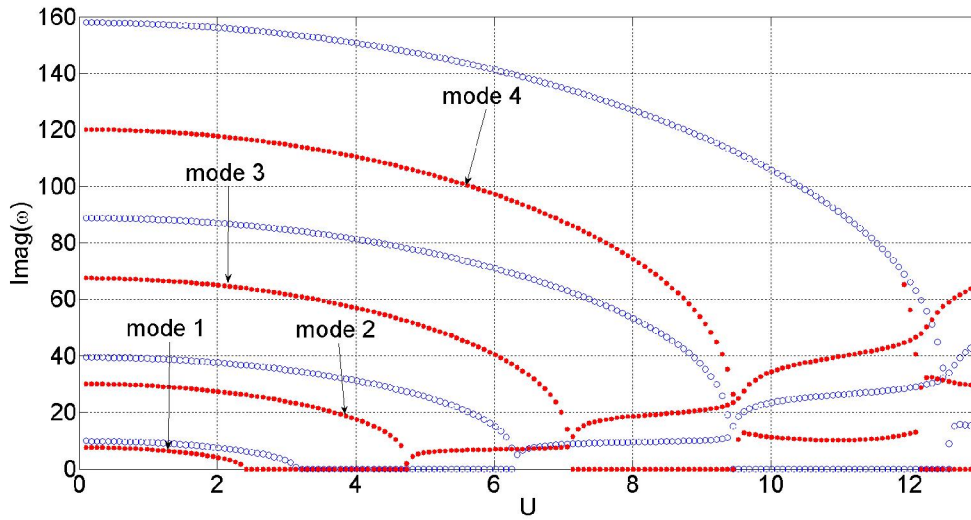
شکل (۳-۱۱-الف) قسمت موهومی فرکانس‌های اصلی اول تا چهارم لوله دوسرلولا تقویت شده به صورت تدریجی در

$$E_{Ratio} = 4 \text{ و } \beta = 0.3 \text{ جهت طول به ازای}$$



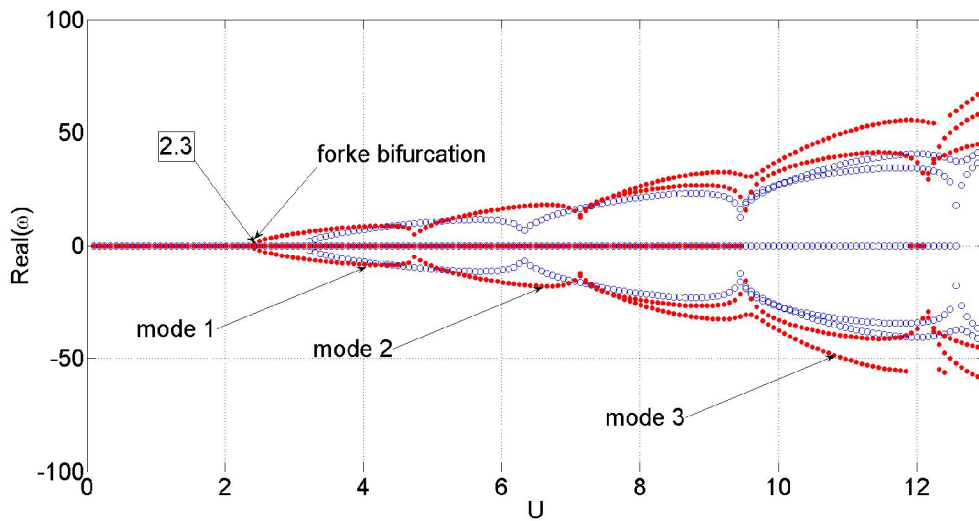
شکل (۳-۱۱-ب) قسمت حقیقی فرکانس‌های اصلی اول تا چهارم لوله دوسرلولا تقویت شده به صورت تدریجی در جهت

$$E_{Ratio} = 4 \text{ و } \beta = 0.3 \text{ طول به ازای}$$



شکل (۳-۱۲-الف) قسمت موهومی فرکانس‌های اصلی اول تا چهارم لوله دوسرلولا تقویت شده به صورت تدریجی در

$$E_{Ratio} = 1/4 \text{ و } \beta = 0.3 \text{ جهت طول به ازای}$$



شکل (۳-۱۲-ب) قسمت حقیقی فرکانس‌های اصلی اول تا چهارم لوله دوسرلولا تقویت شده به صورت تدریجی در جهت

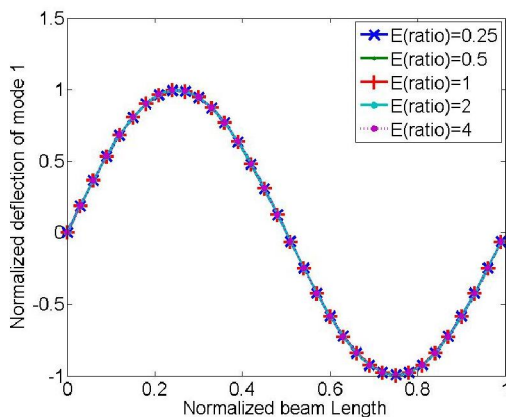
$$E_{Ratio} = 1/4 \text{ و } \beta = 0.3 \text{ طول به ازای}$$

۳-۶- تاثیر تقویت کردن به صورت تدریجی لوله حاوی جریان سیال با شرایط

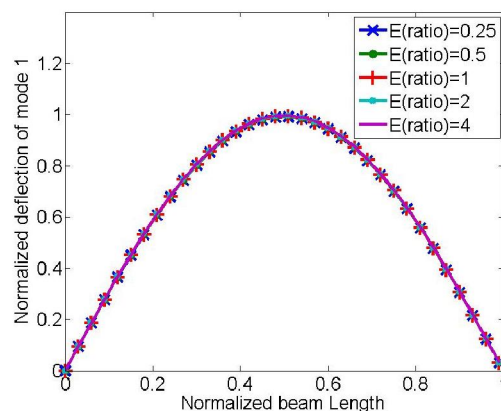
مرزی دوسر لولا بر شکل مدهای اول تا سوم

۳-۶-۱- تقویت کردن به صورت تدریجی در جهت ضخامت

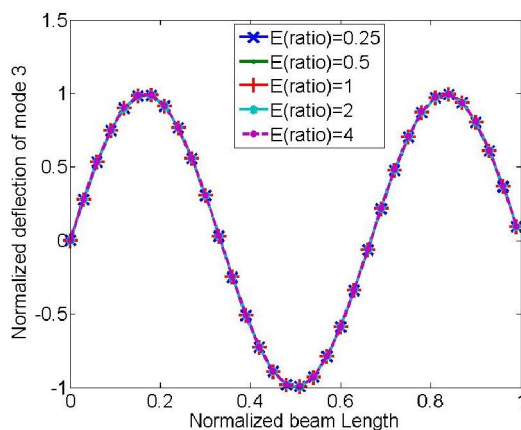
نحوه تغییرات مدول یانگ در جهت ضخامت خطی فرض شده و پس از رسم شکل مدهای ارتعاشی به ازای مقادیر مختلف نسبت مدول یانگ مشخص شد پارامترهای k و E_{ratio} در این حالت، بر شکل مد ارتعاش تاثیری نداشته که از لحاظ فیزیکی نیز قابل درک است. در شکل (۳-۱۳) مدهای ارتعاش به ازای پارامترهای مختلف کاملاً برهم منطبق شده‌اند.



شکل (۳-۱۳-ب) مد ارتعاشی دوم لوله تقویت شده به صورت تدریجی در راستای ضخامت و حاوی جریان سیال به ازای $U = 1$ و $k = 1$ و $\beta = 0.3$ و مقادیر مختلف E_{ratio}



شکل (۳-۱۳-الف) مد ارتعاشی اول لوله تقویت شده به صورت تدریجی در راستای ضخامت و حاوی جریان سیال به ازای $U = 1$ و $k = 1$ و $\beta = 0.3$ و مقادیر مختلف E_{ratio}

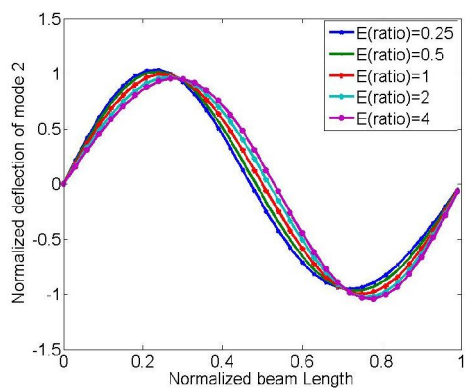


شکل (۳-۱۳) پ) مد ارتعاشی سوم لوله تقویت شده به صورت تدریجی در راستای ضخامت و حاوی جریان سیال به ازای

$$E_{\text{ratio}} \text{ مختلف } \beta = 0.3 \text{ و } k = 1 \text{ و } U = 1$$

۳-۶-۲- تقویت کردن به صورت تدریجی در جهت طول

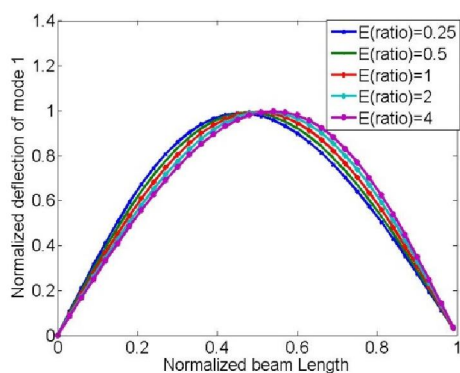
با بررسی حالت تقویت شده به صورت تدریجی در راستای طول مشخص شد بر خلاف حالت قبل، تغییر مدول یانگ در طول لوله بر شکل مد تاثیر دارد. شکل (۳-۱۴) مدهای ارتعاشی اول تا سوم لوله تقویت شده به صورت تدریجی در راستای طول و حاوی جریان سیال را به ازای $k = 1$ نمایش می‌دهد. همچنین شکل (۳-۱۵) نشان می‌دهد که با افزایش مقدار k تفاوت شکل مدها به ازای نسبت‌های مدول یانگ مختلف کاهش می‌یابد.



شکل (۳-۱۴-ب) مد ارتعاشی دوم لوله تقویت شده به صورت

تدریجی در راستای طول و حاوی جریان سیال به ازای

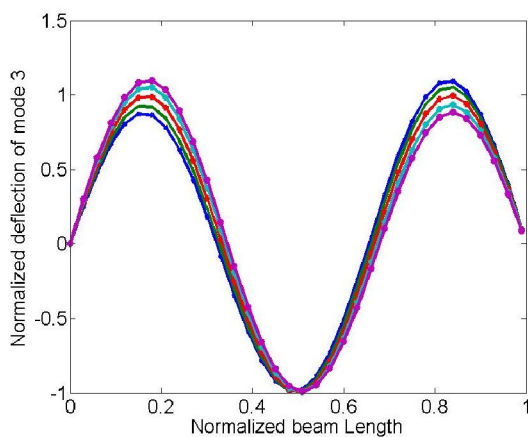
$$U = 1, k = 1, \beta = 0.3 \text{ و مقادیر مختلف } E_{ratio}$$



شکل (۳-۱۴-الف) مد ارتعاشی اول لوله تقویت شده به صورت

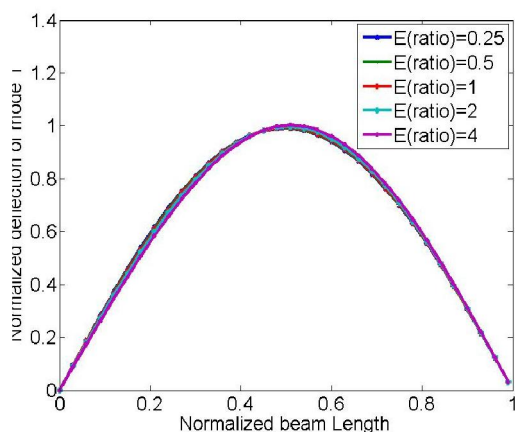
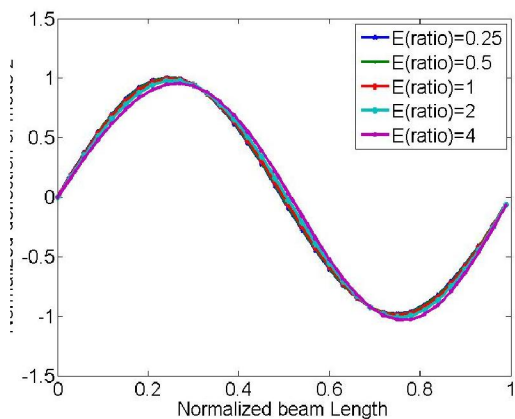
تدریجی در راستای طول و حاوی جریان سیال به ازای

$$U = 1, k = 1, \beta = 0.3 \text{ و مقادیر مختلف } E_{ratio}$$



شکل (۳-۱۴-پ) مد ارتعاشی سوم لوله تقویت شده به صورت تدریجی در راستای طول و حاوی جریان سیال به ازای $U = 1, k =$

$$E_{ratio} \text{ و مقادیر مختلف } 1, \beta = 0.3$$



شکل (۳-۱۵ ب) مد ارتعاشی دوم لوله تقویت شده به

شکل (۳-۱۵ الف) مد ارتعاشی اول لوله تقویت شده به

صورت تدریجی در راستای طول و حاوی جریان سیال به

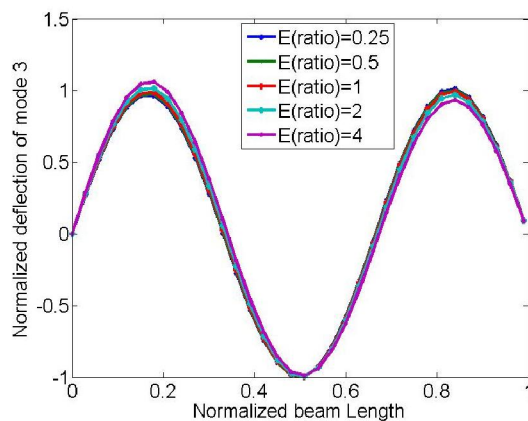
صورت تدریجی در راستای طول و حاوی جریان سیال به

ازای $U = 1, k = 10, \beta = 0.3$ و مقادیر مختلف

ازای $U = 1, k = 10, \beta = 0.3$ و مقادیر مختلف

E_{ratio}

E_{ratio}



شکل (۳-۱۵ پ) مد ارتعاشی سوم لوله تقویت شده به صورت تدریجی در راستای طول و حاوی جریان سیال به ازای

E_{ratio} و مقادیر مختلف $U = 1, k = 10, \beta = 0.3$

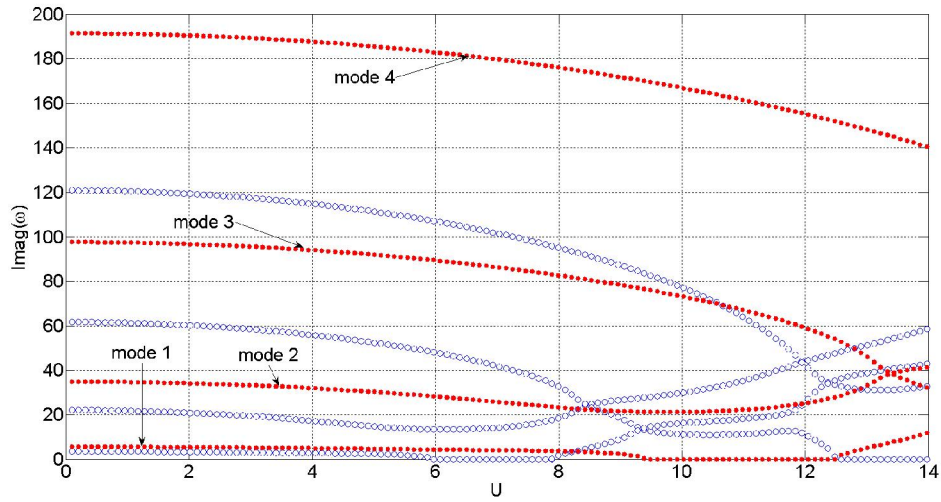
۳-۷-تأثیر تقویت کردن به صورت تدریجی بر فرکانسهای طبیعی لوله

یکسرگیردار

۳-۷-۱- فرکانسهای طبیعی لوله یکسرگیردار تقویت شده تدریجی در راستای ضخامت

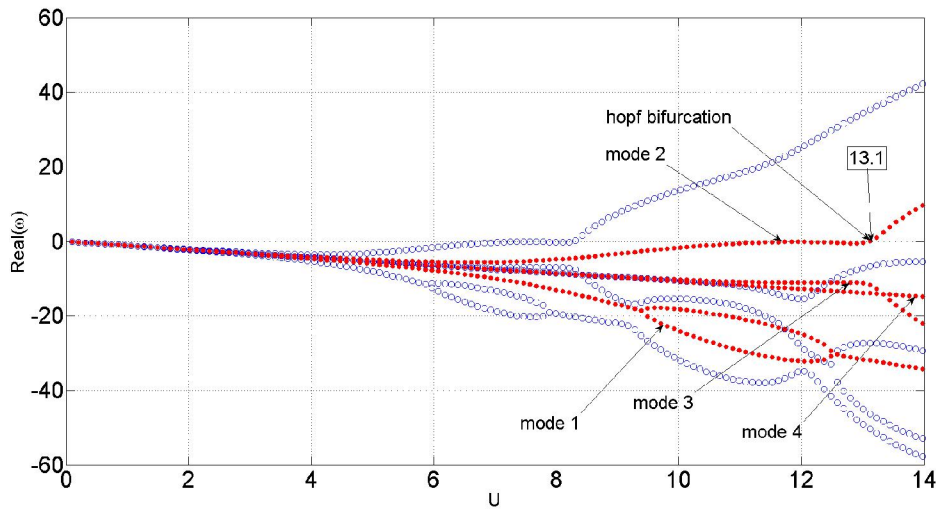
همانطور که در قسمت‌های قبل اشاره شد پارامتر بی بعد جرمی، در شرایط مرزی یکسرگیردار تأثیر بسیاری در فرکانس‌ها و سرعت بحرانی دارد. بنابراین برای نشان دادن بهتر این پدیده به ترتیب با فرض پارامترهای جرمی $\beta = 0.3, \beta = 0.5, \beta = 0.8$ فرکانس مدهای اول تا چهارم، برای نسبت مدول یانگ ۴ و ۱/۴، زمانی که مدول یانگ به صورت خطی تغییر میکند ($k=1$) با رنگ قرمز رسم شده اند. برای مقایسه بهتر و نشان دادن تأثیر تقویت کردن تدریجی، فرکانس‌های لوله همگن نیز با رنگ آبی در هر نمودار رسم شده است، که برای جلوگیری از پیچیدگی اشکال از اضافه کردن مشخصات لوله همگن در شکل خودداری شده که می‌توان با مراجعه به قسمت مربوط به لوله همگن به جزئیات آن پی برد.

در این قسمت، نسبت مدول یانگ ۴ و ۱/۴ به ترتیب به این معنی است که مدول یانگ سطح خارجی لوله ۴ و ۱/۴ برابر مدول یانگ سطح داخلی است. در شکل‌های (۳-۱۶) به ازای $\beta = 0.3$ و $E_{Ratio} = 4$ ، فرکانس‌های طبیعی و سرعت بحرانی بی‌بعد نسبت به حالت لوله همگن افزایش یافته و مد دوم در سرعت ۱۳,۱ ناپایدار شده است.



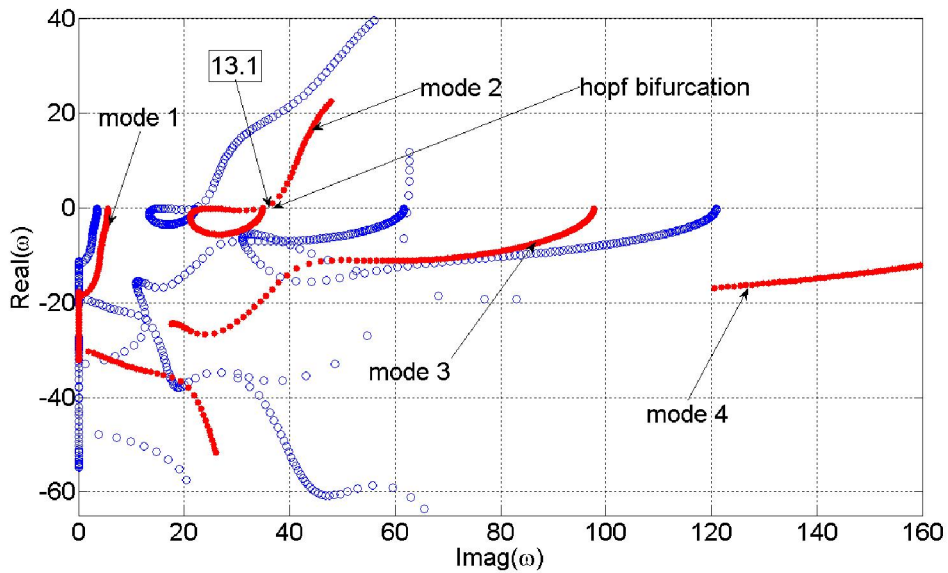
شکل (۳-۱۶-الف) قسمت موهومی فرکانس‌های اصلی اول تا چهارم لوله یکسرگیردار تقویت شده به صورت تدریجی در

جهت ضخامت به ازای $\beta = 0.3$ و $E_{Ratio} = 4$



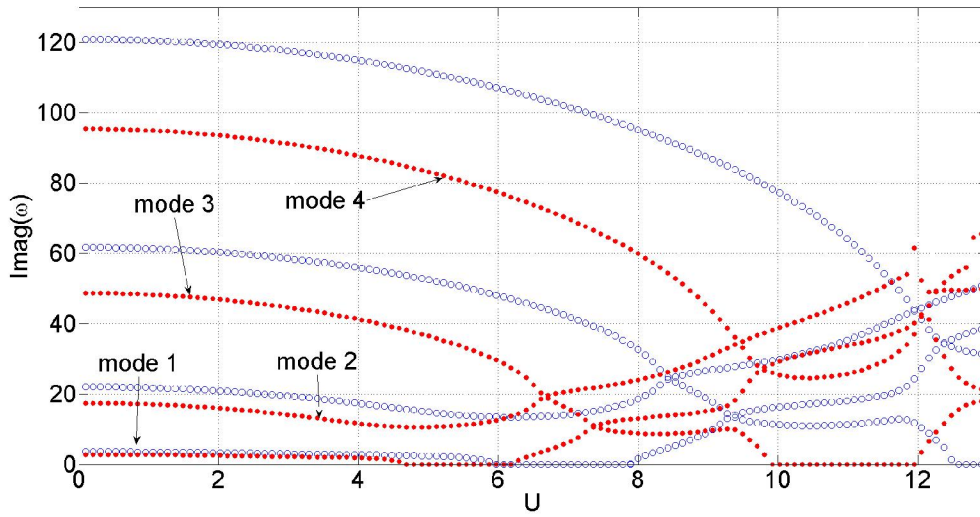
شکل (۳-۱۶-ب) قسمت حقیقی فرکانس‌های اصلی اول تا چهارم لوله یکسرگیردار تقویت شده به صورت تدریجی در

جهت ضخامت به ازای $\beta = 0.3$ و $E_{Ratio} = 4$



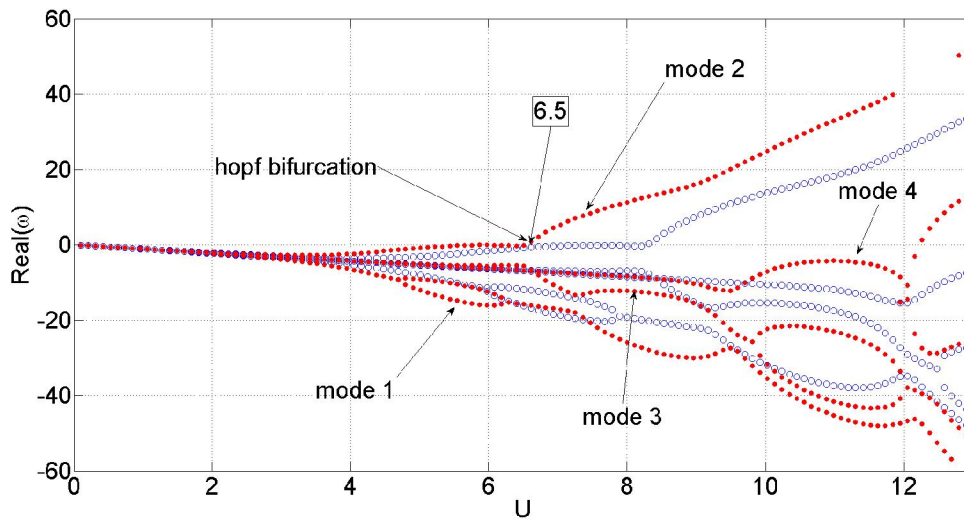
شکل (۳-۱۶) نمودار مختلط فرکانس‌های اصلی اول تا چهارم لوله یکسرگردار تقویت شده به صورت تدریجی در جهت ضخامت به عنوان تابعی از سرعت و به ازای $\beta = 0.3$ و $E_{Ratio} = 4$

در شکل (۳-۱۷) فرکانس‌ها به ازای $\beta = 0.3$ و $E_{Ratio} = 1/4$ نمایش داده شده و بیانگر کاهش میزان فرکانس‌ها و سرعت بحرانی نسبت به لوله همگن است. در این حالت لوله در سرعت بی بعد ۶٫۵ و همانند حالت همگن در مد دوم ناپایدار می‌گردد. همانطور که مشخص است برای نسبت‌های مدول یانگ بزرگتر از یک، ناپایداری نسبت به لوله همگن دیرتر و در سرعت‌های بیشتر اتفاق می‌افتد. برخلاف آن در نسبت‌های مدول یانگ کوچکتر از یک، ناپایداری سریعتر و در سرعت‌های کمتر رخ می‌دهد.



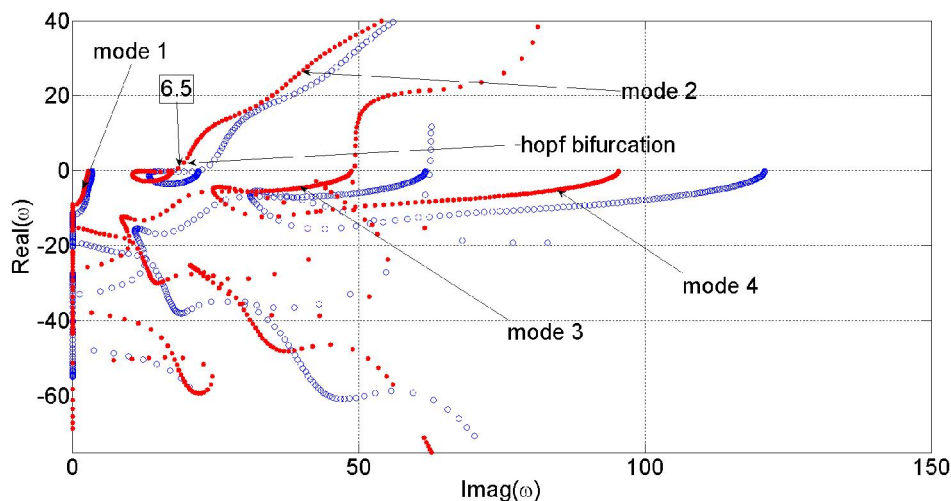
شکل (۳-۱۷-الف) قسمت موهومی فرکانس‌های اصلی اول تا چهارم لوله یکسرگیردار تقویت شده به صورت تدریجی در

جهت ضخامت به ازای $\beta = 0.3$ و $E_{Ratio} = 1/4$



شکل (۳-۱۷-ب) قسمت حقیقی فرکانس‌های اصلی اول تا چهارم لوله یکسرگیردار تقویت شده به صورت تدریجی در

جهت ضخامت به ازای $\beta = 0.3$ و $E_{Ratio} = 1/4$



شکل (۳-۱۷) نمودار مختلط فرکانس‌های اصلی اول تا چهارم لوله یکسرگردار تقویت شده به صورت تدریجی در

جهت ضخامت به عنوان تابعی از سرعت و به ازای $\beta = 0.3$ و $E_{Ratio} = 1/4$

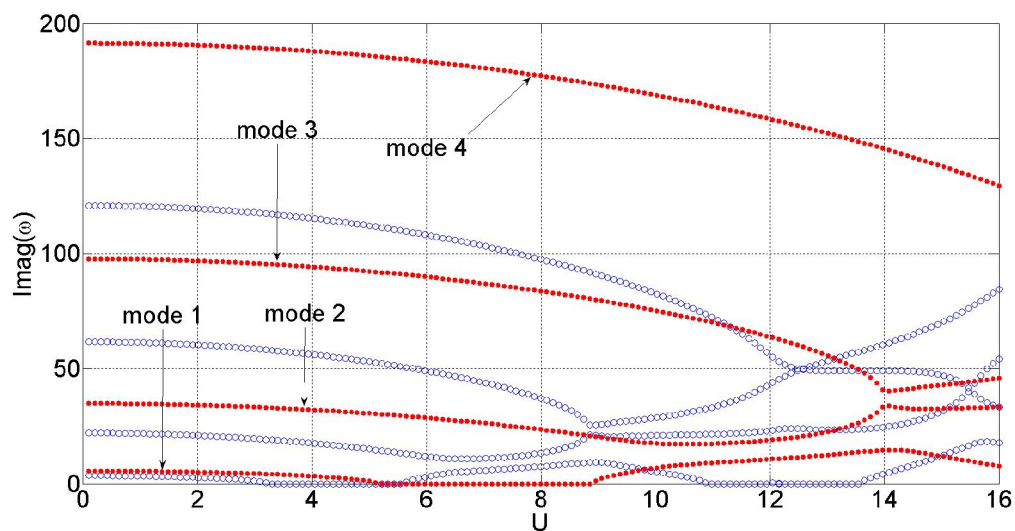
در شکل (۳-۱۸) مقادیر فرکانس‌های لوله تقویت شده به ازای پارامتر جرمی ۰,۵ نمایش داده شده

است. با فرض $E_{Ratio} = 4$ سطح بیرونی لوله سخت‌تر از سطح درونی بوده و همانطور که مشخص

است مقدار سرعت بی‌بعد بحرانی افزایش یافته و به ۱۴,۸ می‌رسد. اما در شرایطی که $E_{Ratio} =$

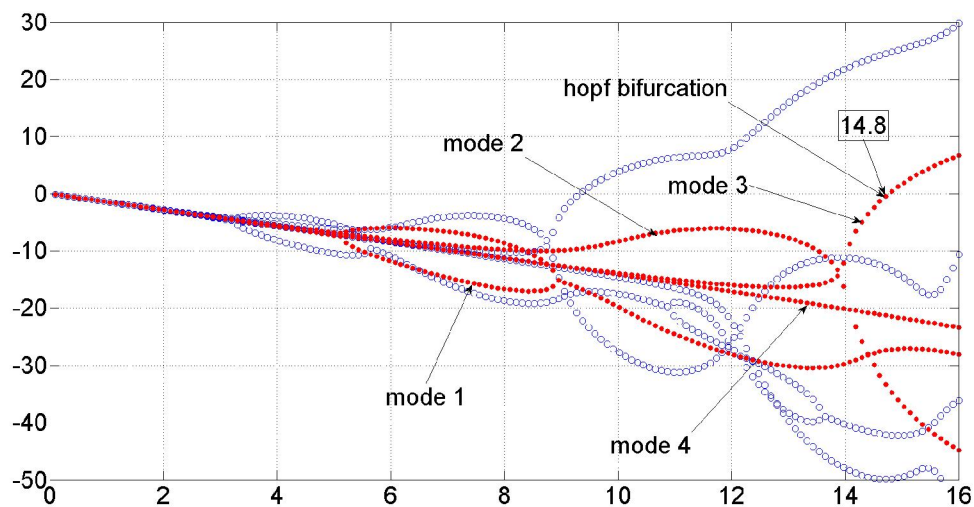
$1/4$ فرض شود سرعت بی‌بعد بحرانی کاهش می‌یابد و مطابق شکل (۳-۱۹) به ۷,۳ می‌رسد. در هر

دو حالت نیز ناپایداری در مد سوم ارتعاش اتفاق می‌افتد.



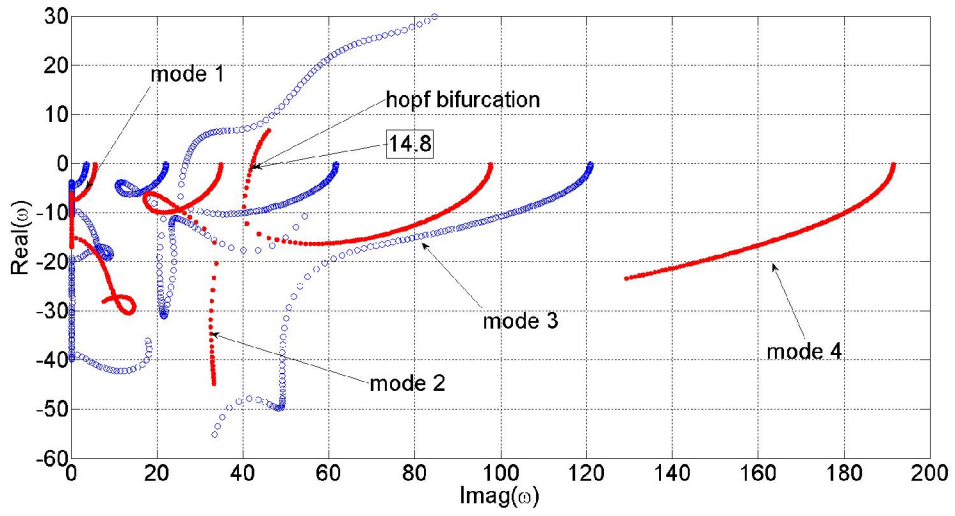
شکل(۳-۱۸-الف) قسمت موهومی فرکانس‌های اصلی اول تا چهارم لوله یکسرگیردار تقویت شده به صورت تدریجی در

$$E_{Ratio} = 4 \text{ و } \beta = 0.5 \text{ جهت ضخامت به ازای}$$



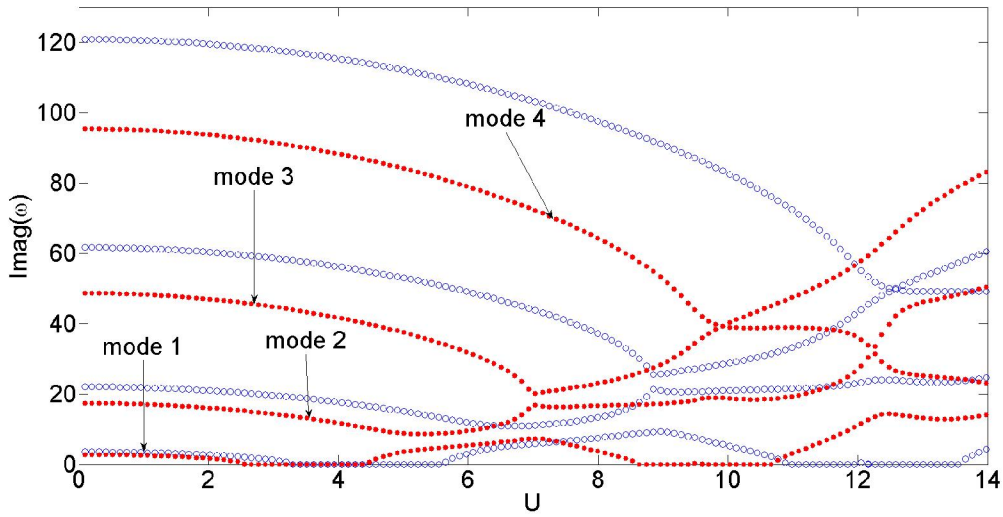
شکل(۳-۱۸-ب) قسمت حقیقی فرکانس‌های اصلی اول تا چهارم لوله یکسرگیردار تقویت شده به صورت تدریجی در

$$E_{Ratio} = 4 \text{ و } \beta = 0.5 \text{ جهت ضخامت به ازای}$$



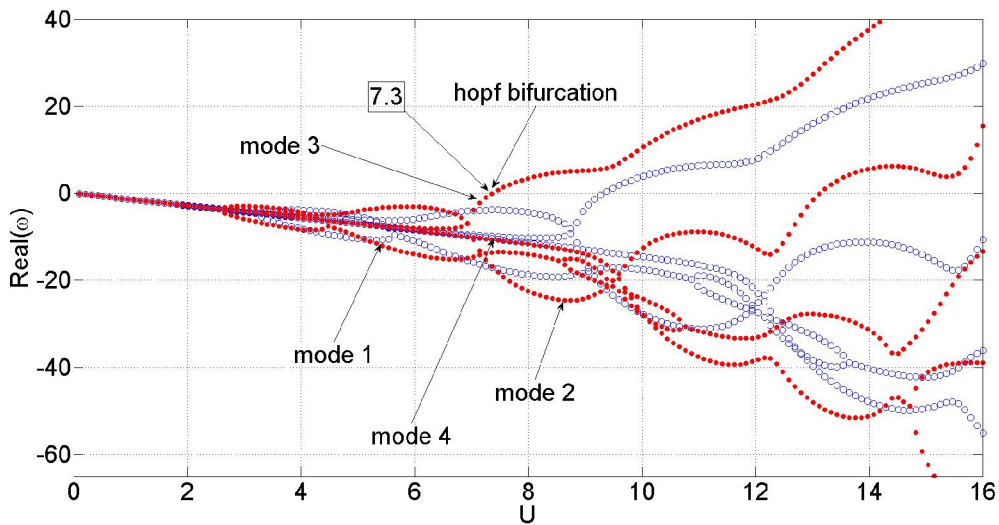
شکل (۳-۱۸) نمودار مختلط فرکانس‌های اصلی اول تا چهارم لوله یکسرگیردار تقویت شده به صورت تدریجی در

جهت ضخامت به عنوان تابعی از سرعت و به ازای $\beta = 0.5$ و $E_{Ratio} = 4$



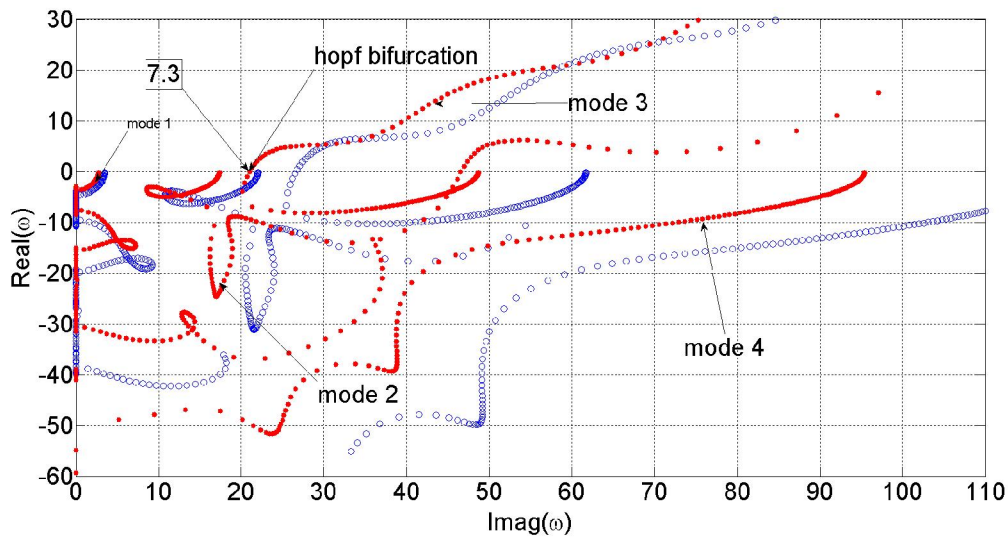
شکل (۳-۱۹-الف) قسمت موهومی فرکانس‌های اصلی اول تا چهارم لوله یکسرگیردار تقویت شده به صورت تدریجی در

جهت ضخامت به ازای $\beta = 0.5$ و $E_{Ratio} = 1/4$



شکل (۳-۱۹-ب) قسمت حقیقی فرکانس‌های اصلی اول تا چهارم لوله یکسرگیردار تقویت شده به صورت تدریجی در

جهت ضخامت به ازای $\beta = 0.5$ و $E_{Ratio} = 1/4$



شکل (۳-۱۹-پ) نمودار مختلط فرکانس‌های اصلی اول تا چهارم لوله یکسرگردار تقویت شده به صورت تدریجی در

$$E_{Ratio} = 1/4 \text{ و } \beta = 0.5 \text{ به ازای جهت ضخامت به عنوان تابعی از سرعت و}$$

در نهایت در بررسی فرکانس‌ها به ازای پارامتر جرمی ۰,۸ و فرض $E_{Ratio} = 4$ ، با توجه به

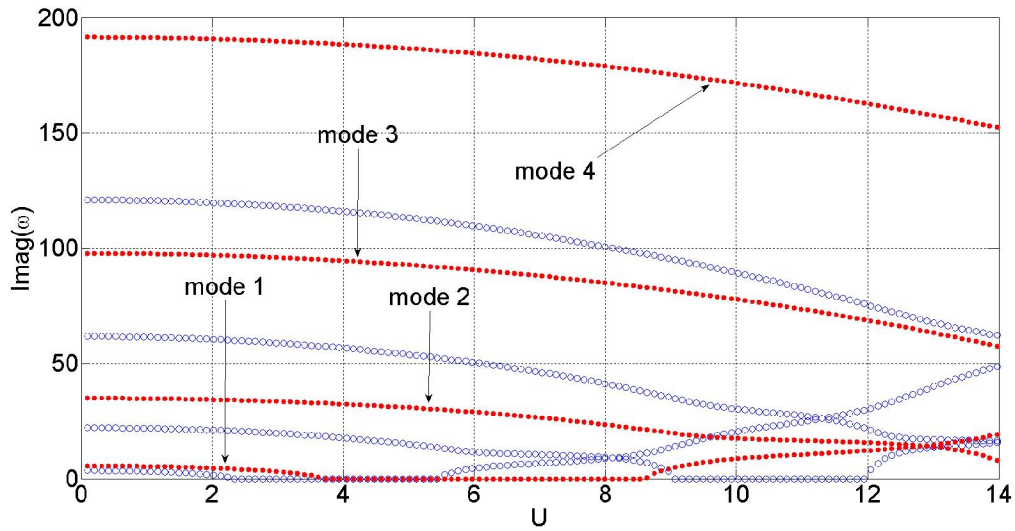
شکل (۳-۲۰-ب) مشخص شد که قسمت حقیقی فرکانس به ازای تمامی سرعت‌ها منفی مانده و تغییر

علامت نمی‌دهد، بنابراین سیستم تا سرعت بی بعد ۱۶ پایدار می‌ماند. اما در شکل (۳-۲۱-ب) که

نشان دهنده فرکانس‌ها به ازای $E_{Ratio} = 1/4$ است، قسمت حقیقی فرکانس‌ها در مد اول در

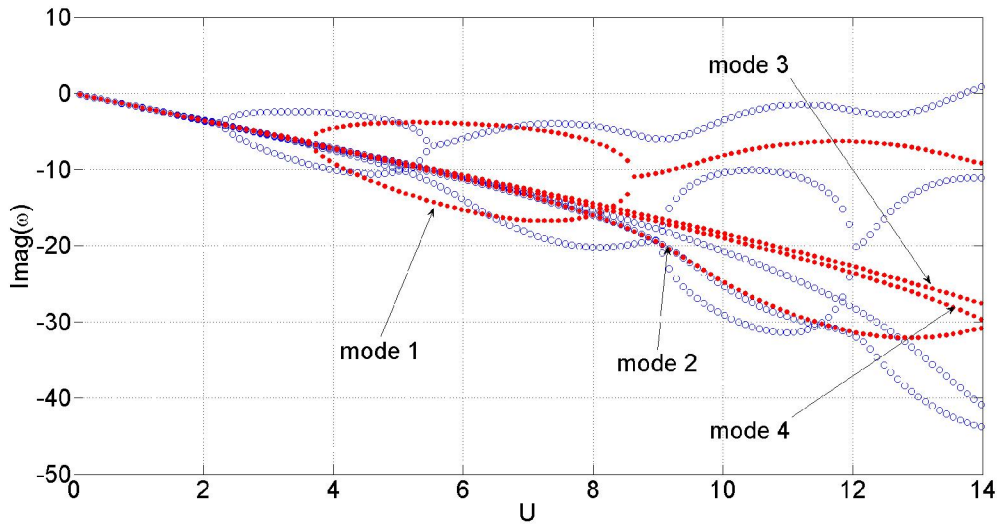
سرعت ۱۰,۸ به صفر میل کرده و تغییر علامت داده است که نشان دهنده شروع ناپایداری از این

سرعت به بعد است.



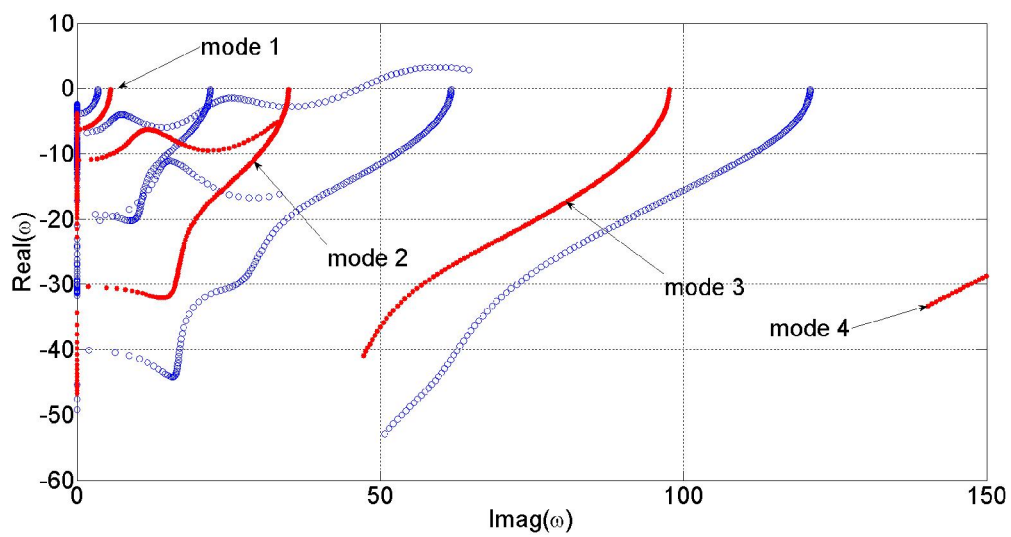
شکل (۳-۲۰-الف) قسمت موهومی فرکانس‌های اصلی اول تا چهارم لوله یکسرگیردار تقویت شده به صورت تدریجی در

$$E_{Ratio} = 4 \text{ و } \beta = 0.8 \text{ جهت ضخامت به ازای}$$



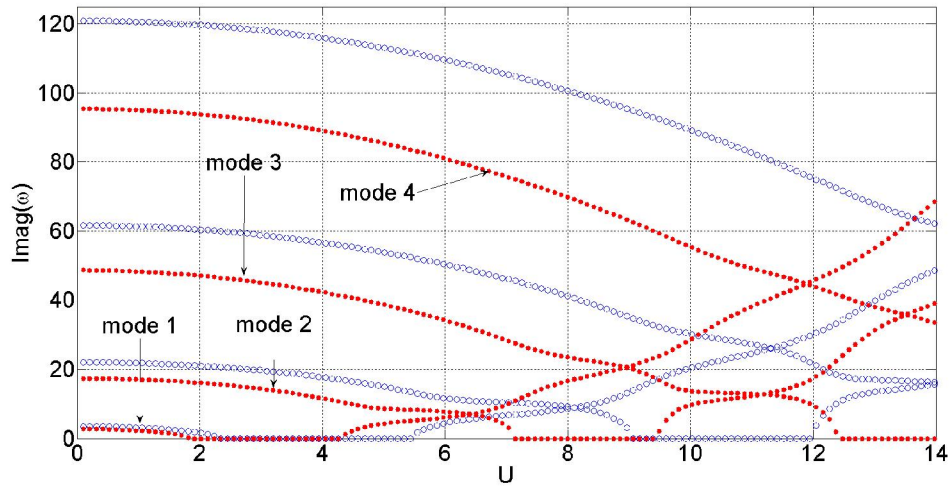
شکل (۳-۲۰-ب) قسمت حقیقی فرکانس‌های اصلی اول تا چهارم لوله یکسرگیردار تقویت شده به صورت تدریجی در

$$E_{Ratio} = 4 \text{ و } \beta = 0.8 \text{ جهت ضخامت به ازای}$$



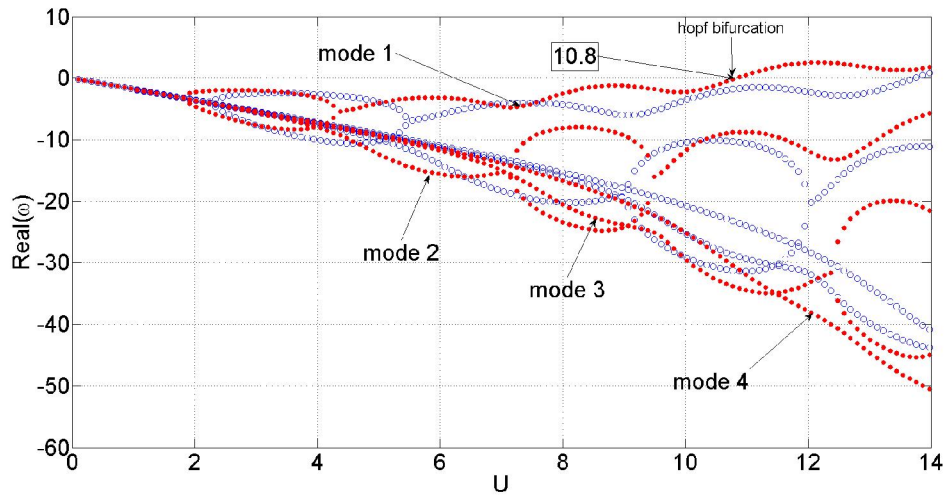
شکل (۳-۲۰) نمودار مختلط فرکانس‌های اصلی اول تا چهارم لوله یکسرگیردار تقویت شده به صورت تدریجی در

جهت ضخامت به عنوان تابعی از سرعت و به ازای $\beta = 0.8$ و $E_{Ratio} = 4$



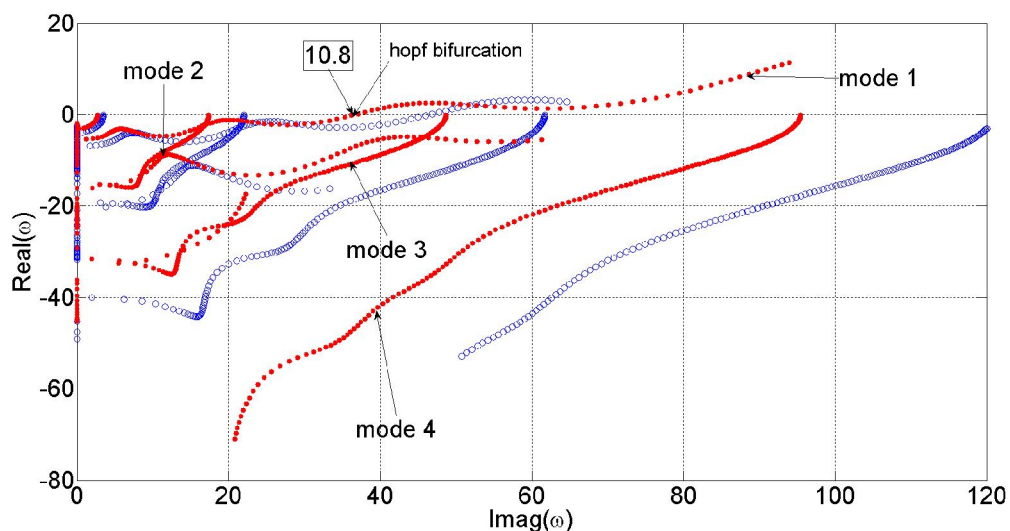
شکل (۳-۲۱-الف) قسمت موهومی فرکانس‌های اصلی اول تا چهارم لوله یکسرگیردار تقویت شده به صورت تدریجی در

جهت ضخامت به ازای $\beta = 0.8$ و $E_{Ratio} = 1/4$



شکل (۳-۲۱-ب) قسمت حقیقی فرکانس‌های اصلی اول تا چهارم لوله یکسرگیردار تقویت شده به صورت تدریجی در

جهت ضخامت به ازای $\beta = 0.8$ و $E_{Ratio} = 1/4$



شکل (۳-۲۱-پ) نمودار مختلط فرکانس‌های اصلی اول تا چهارم لوله یکسرگردار تقویت شده به صورت تدریجی در

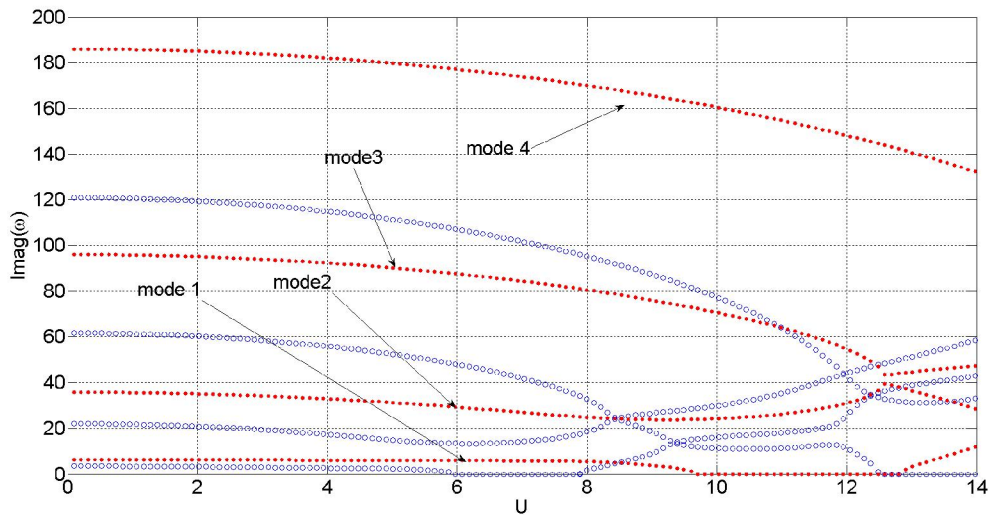
جهت ضخامت به عنوان تابعی از سرعت و به ازای $\beta = 0.8$ و $E_{Ratio} = 1/4$

۳-۷-۲- فرکانس‌های طبیعی لوله یکسرگردار تقویت شده تدریجی در راستای طول

با توجه به این که در شرایط مرزی یکسرگردار، پارامتری بعد جرمی تاثیر بسیاری بر فرکانس‌ها و سرعت بحرانی دارد، در این حالت نیز فرکانس‌های اول تا چهارم به ترتیب به ازای پارامترهای جرمی $\beta = 0.3, \beta = 0.5, \beta = 0.8$ و نسبت مدول یانگ ۴ و $1/4$ ، زمانی که مدول یانگ به صورت خطی تغییر می‌کند ($k=1$) بدست آمده. همچنین در هر نمودار نیز فرکانس‌های لوله همگن نیز جهت مقایسه با لوله تقویت شده با رنگ آبی مشخص شده است.

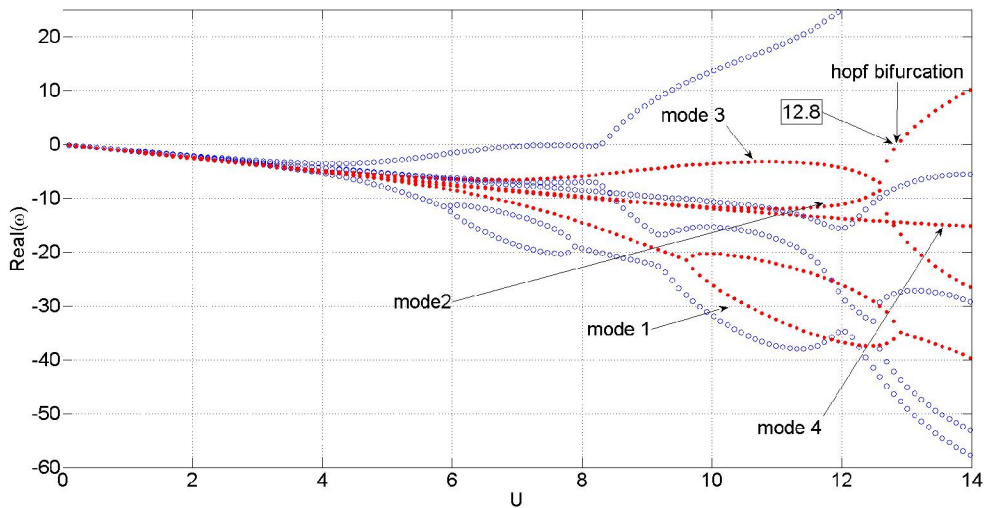
در شکل (۳-۲۲) نسبت مدول یانگ $E_{Ratio} = 4$ فرض شده و طبق تعریف به این معنا است که مدول یانگ سمت چپ (سمت ورودی جریان سیال) ۴ برابر مدول یانگ سمت راست لوله (سمت آزاد لوله) است. در این حالت فرکانس‌های لوله و همچنین سرعت بحرانی نسبت به حالت همگن افزایش می‌یابد. با توجه به شکل (۳-۲۲-ب) قسمت حقیقی فرکانس در سرعت ۸، ۱۲ تغییر علامت داده و مثبت شده است که نقطه آغاز ناپایداری است. همانطور که در شکل (۳-۲۲-پ) مشخص است

در لوله همگن ناپایداری در مد دوم ارتعاش رخ داده است اما در حالت لوله تقویت شده ناپایداری در مد سوم روی داده است که همچنین اتفاقی تا به حال در هیچ مرجعی گزارش نگردیده است.



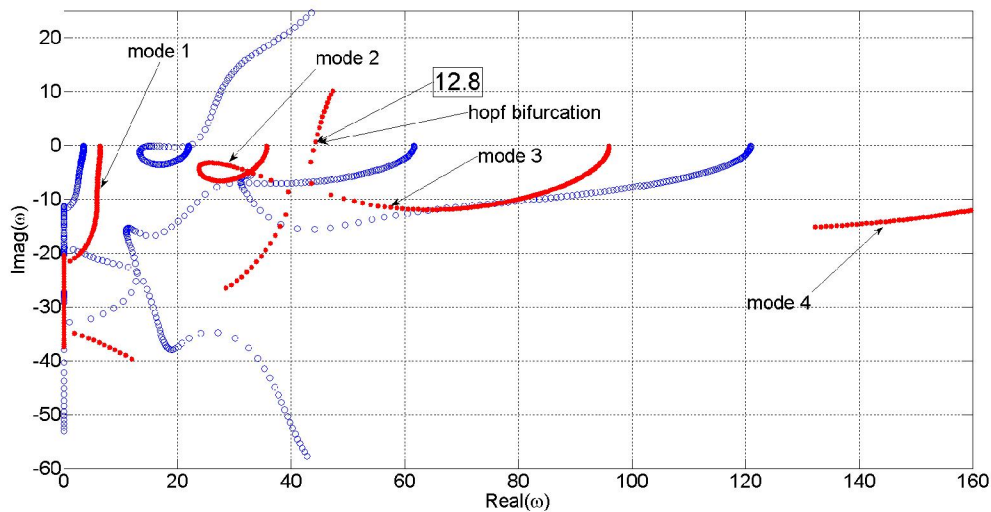
شکل (۳-۲۲-الف) قسمت موهومی فرکانس‌های اصلی اول تا چهارم لوله یکسرگردار تقویت شده به صورت تدریجی در

$$E_{Ratio} = 4 \text{ و } \beta = 0.3 \text{ جهت طول لوله به ازای}$$



شکل (۳-۲۲-ب) قسمت حقیقی فرکانس‌های اصلی اول تا چهارم لوله یکسرگردار تقویت شده به صورت تدریجی در

$$E_{Ratio} = 4 \text{ و } \beta = 0.3 \text{ جهت طول لوله به ازای}$$



شکل (۳-۲۲-پ) نمودار مختلط فرکانس‌های اصلی اول تا چهارم لوله یکسرگیردار تقویت شده به صورت تدریجی در

جهت طول لوله به عنوان تابعی از سرعت و به ازای $\beta = 0.3$ و $E_{Ratio} = 4$

در شکل (۳-۲۳) فرکانس‌های اول تا چهارم به ازای $\beta = 0.3$ و $E_{Ratio} = 1/4$ رسم شده است.

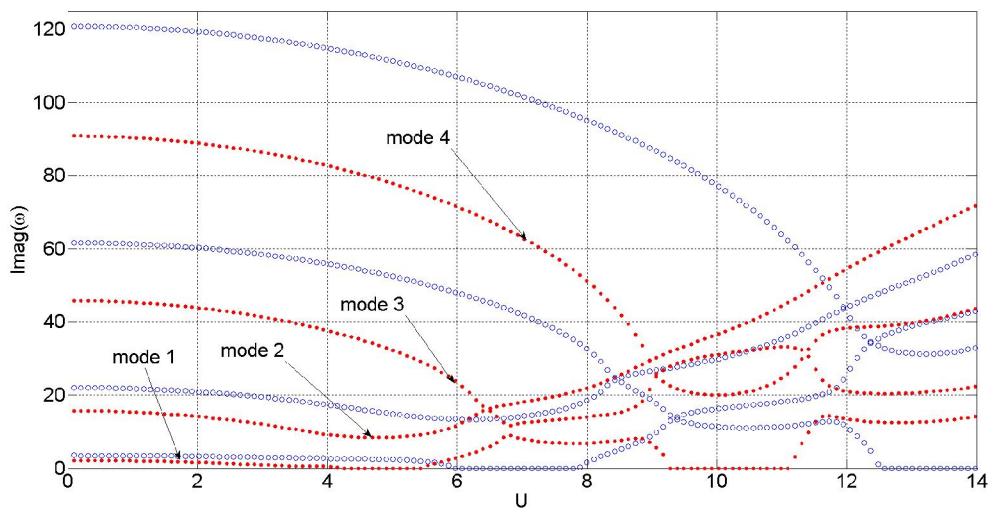
نسبت مدول یانگ $1/4$ به این معنا است که مدول سمت چپ (سمت گیردار)، $1/4$ برابر سمت

راست (سمت آزاد لوله) است. با توجه به شکل (۳-۲۳-الف) فرکانس‌های طبیعی لوله در این حالت

نسبت به حالت همگن کاهش یافته و با توجه به شکل (۳-۲۳-ب) ناپایداری در سرعت پایین تر ۴,۶

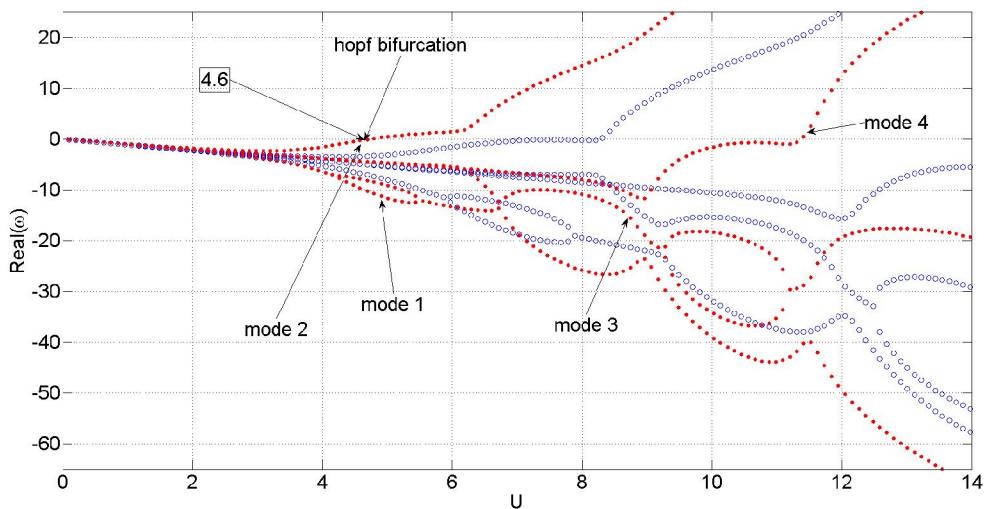
اتفاق می‌افتد. همچنین در شکل (۳-۲۳-پ) مشخص است که لوله تقویت شده در این حالت، همانند

لوله همگن، هر دو در مد دوم ناپایدار شده اند.



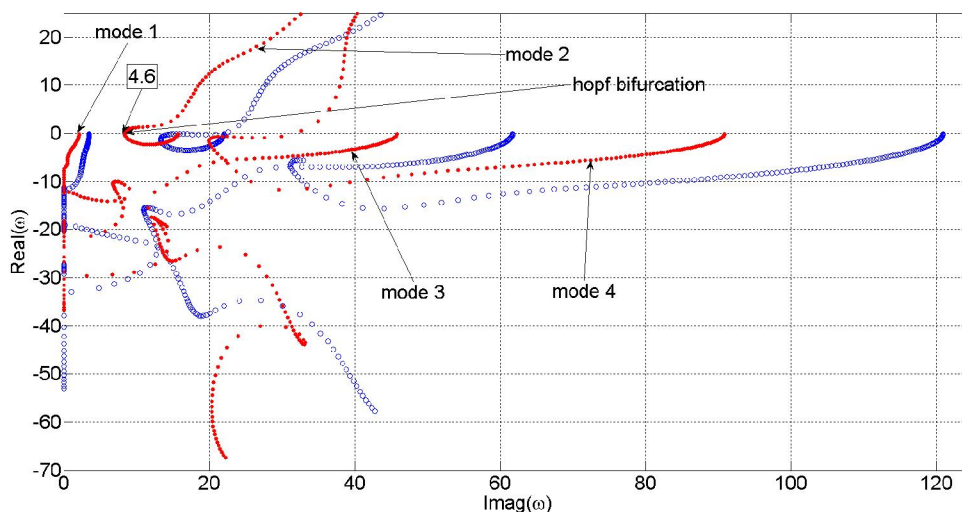
شکل (۳-۲۳-الف) قسمت موهومی فرکانس‌های اصلی اول تا چهارم لوله یکسرگیردار تقویت شده به صورت تدریجی در

جهت طول لوله به ازای $\beta = 0.3$ و $E_{Ratio} = 1/4$



شکل (۳-۲۳-ب) قسمت حقیقی فرکانس‌های اصلی اول تا چهارم لوله یکسرگیردار تقویت شده به صورت تدریجی در

جهت طول لوله به ازای $\beta = 0.3$ و $E_{Ratio} = 1/4$



شکل (۳-۲۳) نمودار مختلط فرکانس‌های اصلی اول تا چهارم لوله یکسرگیردار تقویت شده به صورت تدریجی در

جهت طول لوله به عنوان تابعی از سرعت و به ازای $\beta = 0.3$ و $E_{Ratio} = 1/4$

در شکل (۳-۲۴) فرکانس‌های طبیعی لوله به ازای $\beta = 0.5$ و $E_{Ratio} = 4$ رسم شده و

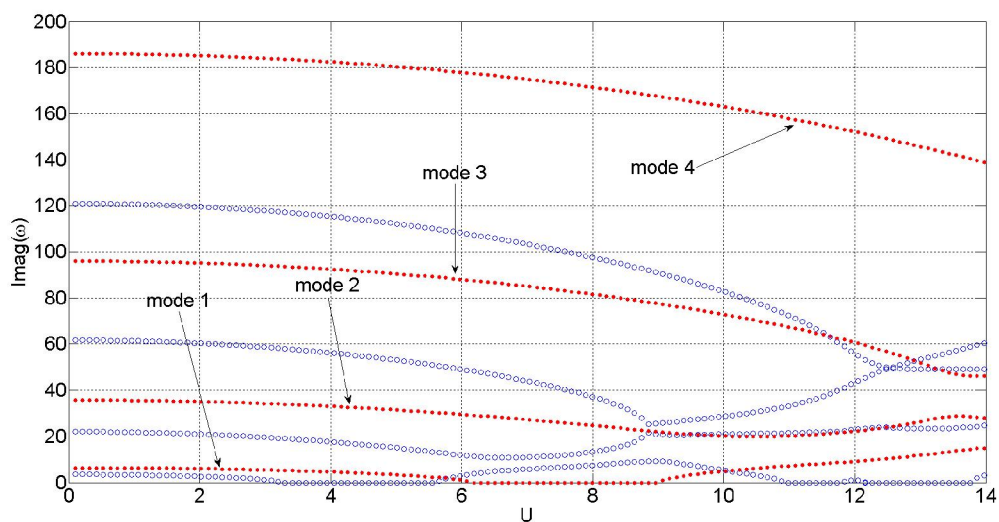
طبق تعریف، مدول یانگ سمت گیردار ۴ برابر سمت آزاد بوده در نتیجه مقدار فرکانس‌ها و سرعت

بحرانی افزایش یافته است. با توجه به شکل (۳-۲۴) تا سرعت بی بعد ۱۴ سیستم پایدار است. اما با

فرض $E_{Ratio} = 1/4$ همانطور که در شکل (۳-۲۵) مشخص است، مقدار فرکانس‌ها

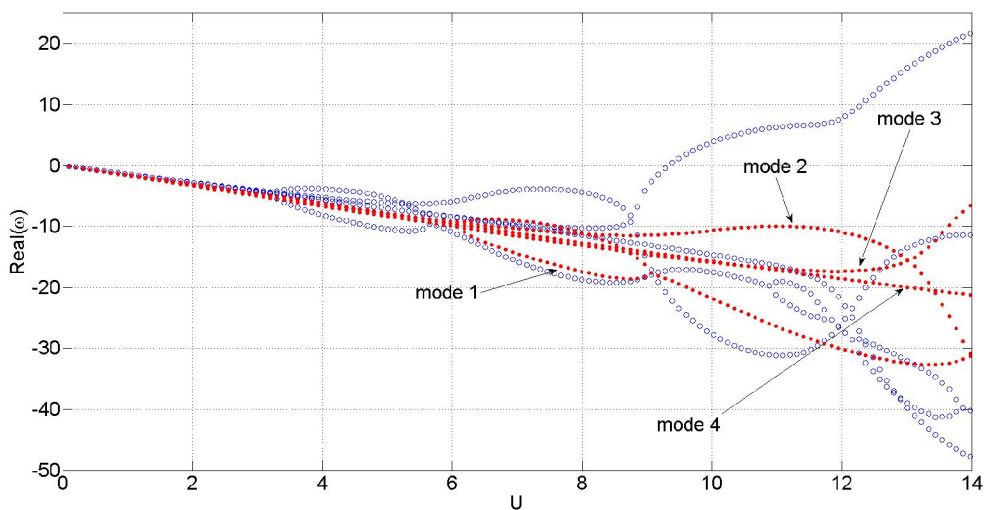
نسبت به حالت همگن کاهش یافته و ناپایداری در سرعت بی بعد پایین‌تر ۶,۷، در مد دوم رخ می

دهد.



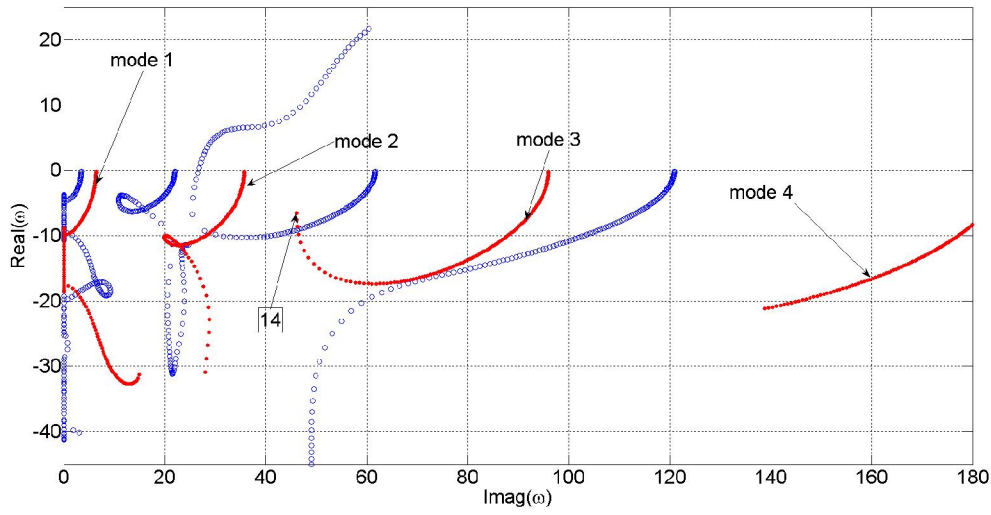
شکل (۳-۲۴-الف) قسمت موهومی فرکانس‌های اصلی اول تا چهارم لوله یکسرگیردار تقویت شده به صورت تدریجی در

جهت طول لوله به ازای $\beta = 0.5$ و $E_{Ratio} = 4$



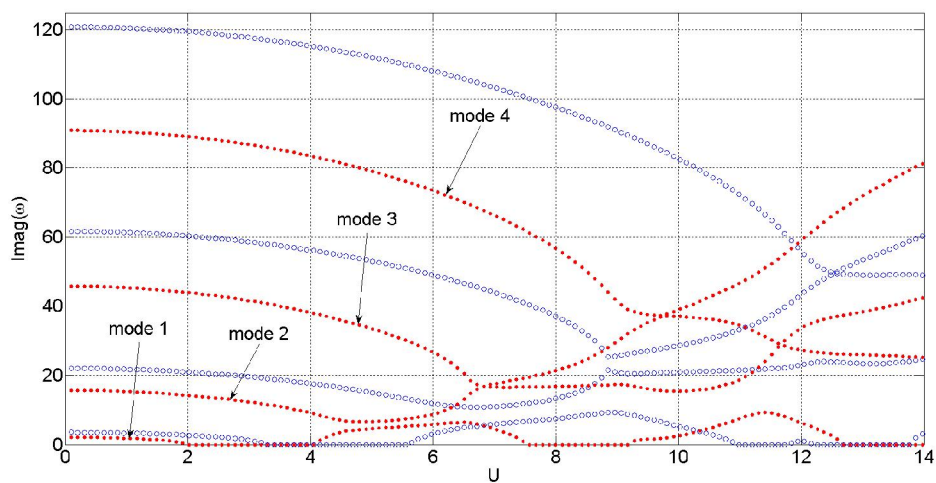
شکل (۳-۲۴-ب) قسمت حقیقی فرکانس‌های اصلی اول تا چهارم لوله یکسرگیردار تقویت شده به صورت تدریجی در

جهت طول لوله به ازای $\beta = 0.5$ و $E_{Ratio} = 4$



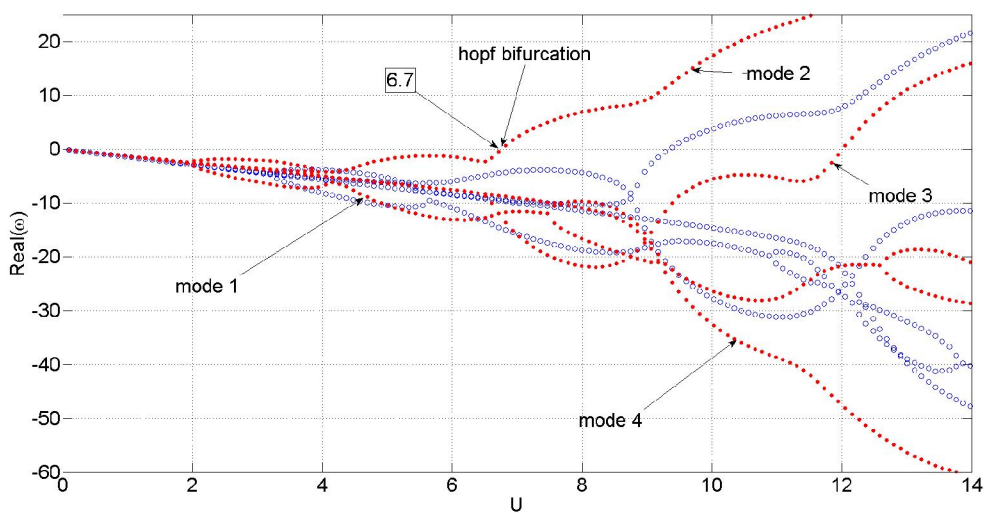
شکل (۳-۲۴) نمودار مختلط فرکانس‌های اصلی اول تا چهارم لوله یکسرگیردار تقویت شده به صورت تدریجی در

جهت طول لوله به عنوان تابعی از سرعت و به ازای $\beta = 0.5$ و $E_{Ratio} = 4$



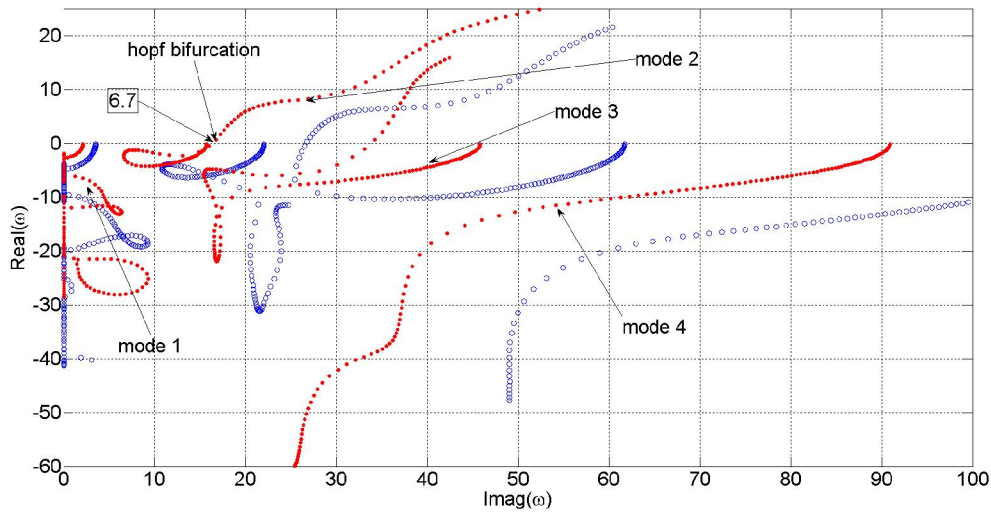
شکل (۳-۲۵الف) قسمت موهومی فرکانس‌های اصلی اول تا چهارم لوله یکسرگردار تقویت شده به صورت تدریجی در

جهت طول لوله به ازای $\beta = 0.5$ و $E_{Ratio} = 1/4$



شکل (۳-۲۵ب) قسمت حقیقی فرکانس‌های اصلی اول تا چهارم لوله یکسرگردار تقویت شده به صورت تدریجی در

جهت طول لوله به ازای $\beta = 0.5$ و $E_{Ratio} = 1/4$



شکل (۳-۲۵ پ) نمودار مختلط فرکانس‌های اصلی اول تا چهارم لوله یکسرگیردار تقویت شده به صورت تدریجی در

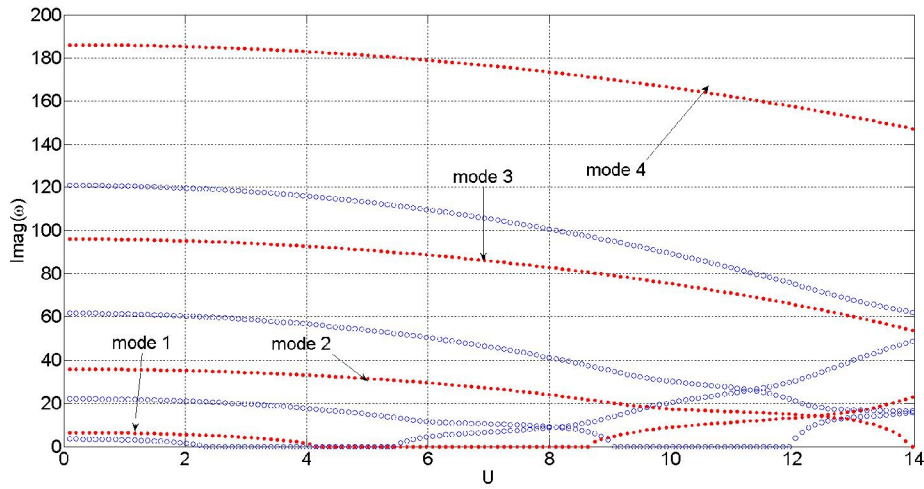
جهت طول لوله به عنوان تابعی از سرعت و به ازای $\beta = 0.5$ و $E_{Ratio} = 1/4$

در نهایت $\beta = 0.8$ فرض شده و با در نظر گرفتن $E_{Ratio} = 4$ ، با توجه به شکل

(۳-۲۶ الف) فرکانس‌های طبیعی لوله افزایش یافته و تا سرعت بی بعد ۱۴ ناپایداری مشاهده

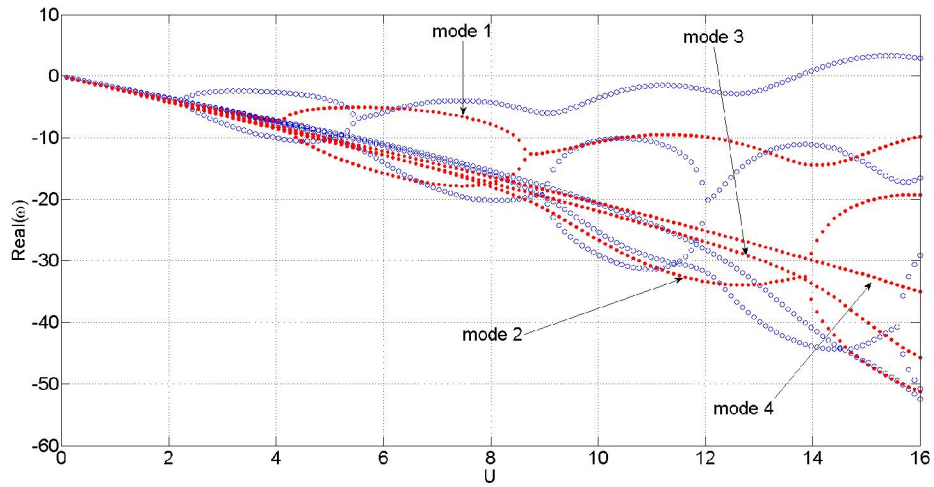
نمی‌گردد. اما با فرض $E_{Ratio} = 1/4$ فرکانس‌های طبیعی لوله تقویت شده نسبت به حالت همگن

کاهش یافته و ناپایداری در سرعت بی بعد ۷٫۵ و در مد اول رخ می‌دهد.



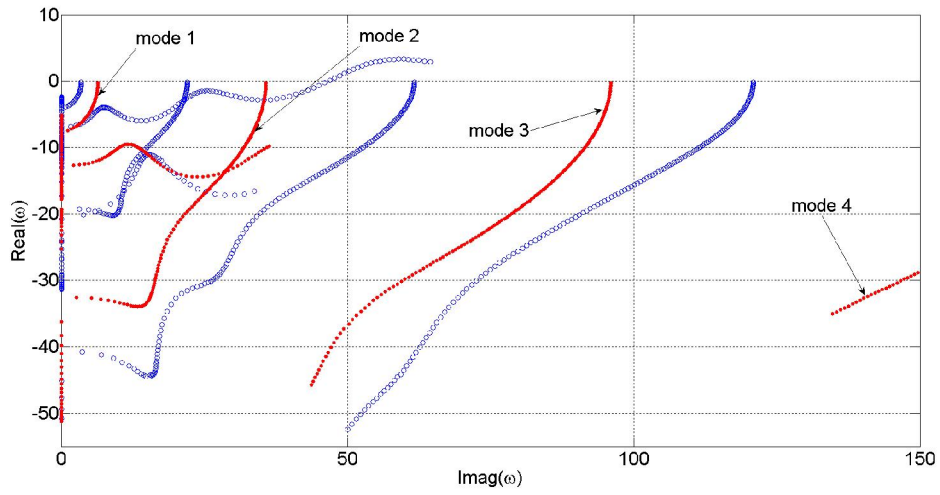
شکل (۳-۲۶-الف) قسمت موهومی فرکانس‌های اصلی اول تا چهارم لوله یکسرگیردار تقویت شده به صورت تدریجی در

جهت طول لوله به ازای $\beta = 0.8$ و $E_{Ratio} = 4$



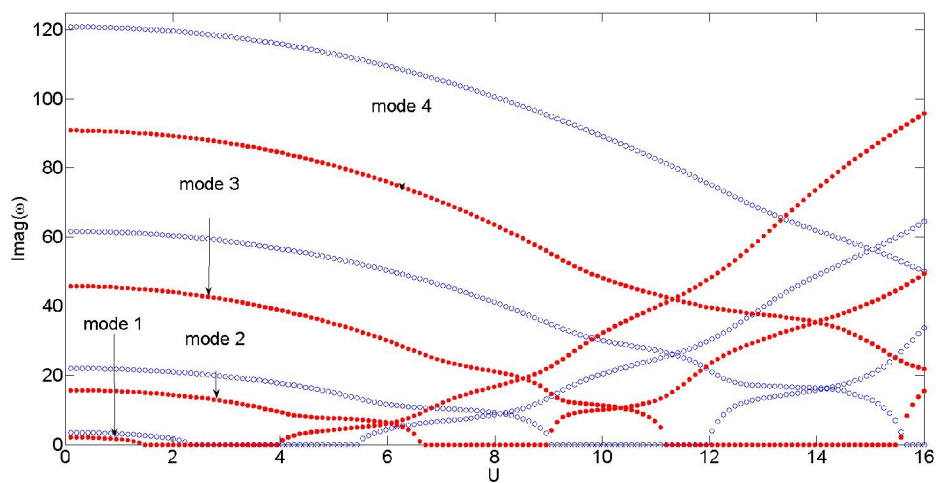
شکل (۳-۲۶-ب) قسمت حقیقی فرکانس‌های اصلی اول تا چهارم لوله یکسرگیردار تقویت شده به صورت تدریجی در

جهت طول لوله به ازای $\beta = 0.8$ و $E_{Ratio} = 4$



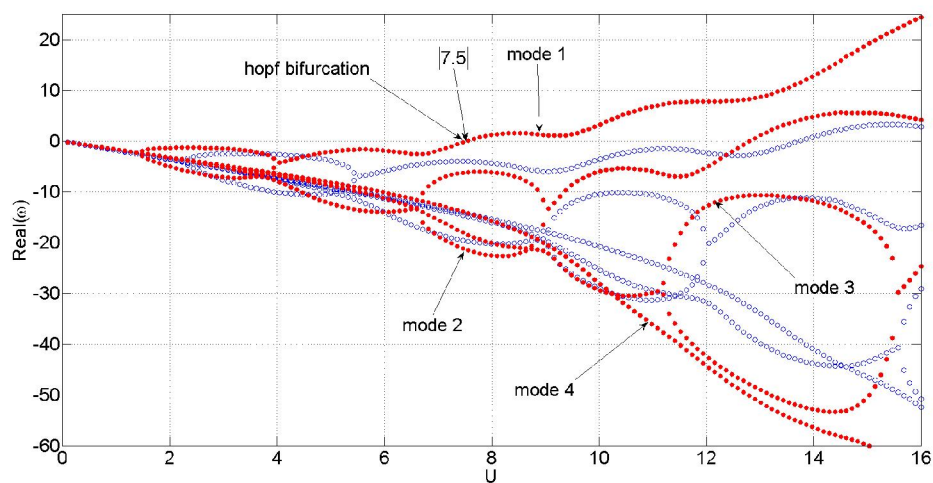
شکل (۳-۲۶) نمودار مختلط فرکانس‌های اصلی اول تا چهارم لوله یکسرگیردار تقویت شده به صورت تدریجی در

جهت طول لوله به عنوان تابعی از سرعت و به ازای $\beta = 0.8$ و $E_{Ratio} = 4$



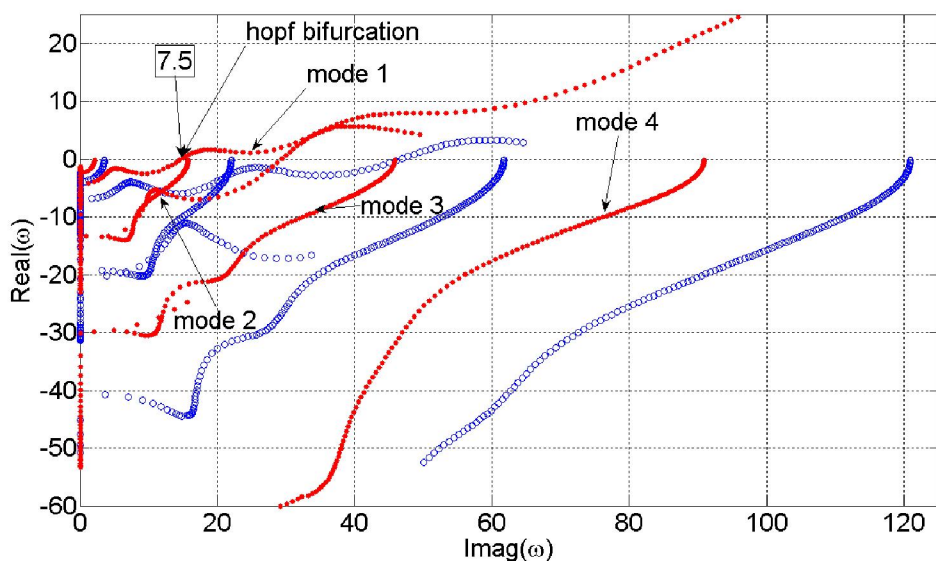
شکل (۳-۲۷-الف) قسمت موهومی فرکانس‌های اصلی اول تا چهارم لوله یکسرگیردار تقویت شده به صورت تدریجی در

جهت طول لوله به ازای $\beta = 0.8$ و $E_{Ratio} = 1/4$



شکل (۳-۲۷-ب) قسمت حقیقی فرکانس‌های اصلی اول تا چهارم لوله یکسرگیردار تقویت شده به صورت تدریجی در

جهت طول لوله به ازای $\beta = 0.8$ و $E_{Ratio} = 1/4$



شکل (۳-۲۷) نمودار مختلط فرکانس‌های اصلی اول تا چهارم لوله یکسرگردار تقویت شده به صورت تدریجی در

جهت طول لوله به عنوان تابعی از سرعت و به ازای $\beta = 0.8$ و $E_{Ratio} = 1/4$

۳-۸- تعیین سرعت‌های بحرانی به ازای پارامترهای مختلف

هدف این قسمت از پایان نامه بدست آوردن سرعت‌های بحرانی بی‌بعد است که به ازای

سرعت‌های بیشتر از آن لوله دچار ناپایداری می‌گردد. برای بدست آوردن این سرعت‌های بحرانی از معیار پایداری راث-هورویتز^۱ استفاده شده است.

با توجه به اینکه معادله (۳-۶) شامل $2N$ معادله همگن است، تنها جواب بدیهی برای X به

صورت زیر است:

$$x_1 = x_1 = \dots = x_{2N} = 0 \quad (۳-۱۵)$$

که این با معیار گالرکین که نباید تمامی ضرایب تعیین شده صفر باشند در تناقض است. بنابراین برای یافتن جواب غیر بدیهی ماتریس A باید تکین باشد.

^۱routh-hurwitz

$$\det([A]) = 0 \quad (16-3)$$

این معادله به صورت زیر بازنویسی می شود:

$$f(\lambda) = a_0\lambda^{2N} + a_1\lambda^{2N-1} + \dots + a_{N-1}\lambda + a_N = 0 \quad (17-3)$$

که λ مقدار ویژه است و ضرایب a_i ها تابع U ، β ، E_{ratio} و k هستند. درجه عبارت $f(\lambda)$

، $2N$ است که N تعداد توابع پایه مورد استفاده است. دترمینان هورویتز توسط ضرایب معادله

(17-3) بدست می آید.

برای $N = 2$:

$$T_4 = \begin{vmatrix} a_0 & a_0 & 0 & 0 \\ a_3 & a_2 & a_1 & 0 \\ 0 & a_4 & a_3 & a_2 \\ 0 & 0 & 0 & a_4 \end{vmatrix} = 0 \quad (18-3)$$

و برای $N > 4$:

$$T_{2N} = \begin{vmatrix} a_0 & a_3 & a_5 & a_7 & \dots & a_{2N-1} \\ a_0 & a_2 & a_4 & a_6 & \dots & a_{2N-2} \\ 0 & a_1 & a_3 & a_5 & \dots & a_{2N-3} \\ 0 & a_0 & a_2 & a_4 & \dots & a_{2N-4} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & a_{2N} \end{vmatrix} = 0 \quad (19-3)$$

که (19-3) معادله ای شامل U و بقیه پارامترهای لوله است. هدف استفاده از این دترمینان ایجاد

رابطه ای شامل U و سایر پارامترها است، به طوری که $Re(\lambda) = 0$ باشد. در ادامه جهت یافتن

سرعت های بحرانی پارامترهای دیگر را در معادله قرار داده و معادله غیر خطی (19-3) نسبت به U

حل شده. کوچکترین ریشه بدست آمده از حل، سرعت بحرانی به ازای پارامترهای مورد استفاده است

که در ادامه برای شرایط مرزی دوسر لولا و نیز یکسرگردار برای حالات مختلف از این روش استفاده

شده است.

۳-۸-۱- سرعت‌های بحرانی لوله دوسر لولا تقویت شده تدریجی در راستای ضخامت به

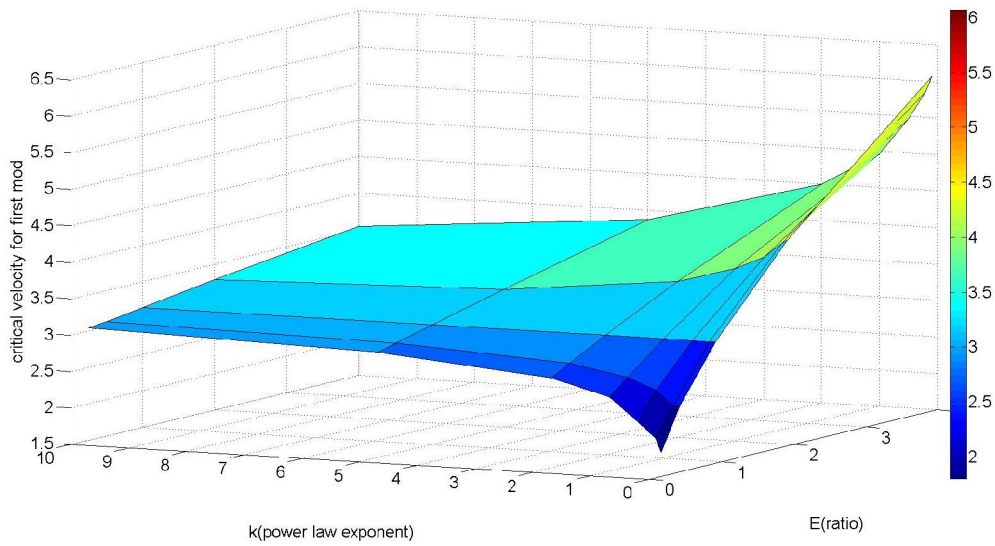
ازای مقادیر مختلف k و E_{ratio}

با در نظر گرفتن این که پارامتر جرمی بی‌بعد در شرایط مرزی دوسرلولا، بر سرعت بی‌بعد بحرانی تاثیر ندارد مقدار آن را ۰٫۳ فرض کرده و به ازای مقادیر مختلف پارامترهای K و E_{ratio} ، میزان سرعت بحرانی بی‌بعد محاسبه شده و در جدول (۳-۴) گزارش شده است. همچنین در شکل (۳-۲۸) این مقادیر نشان داده شده اند. با توجه به شکل با افزایش E_{ratio} (افزایش مدول یانگ در سطح خارجی لوله) سرعت بحرانی افزایش چشمگیری دارد اما با کاهش آن ناپایداری در سرعت‌های پایین‌تر رخ می‌دهد. همچنین در شکل مشخص است که در k های بسیار کوچکتر از یک، به ازای تغییرات نسبت مدول یانگ، سرعت بحرانی در بازه بزرگتری تغییر می‌کند اما در k های بزرگتر از یک این بازه تغییرات کوچک می‌گردد.

جدول (۳-۴) سرعت‌های بحرانی بی‌بعد لوله دوسر لولا تقویت شده تدریجی در راستای ضخامت

لوله به ازای مقادیر مختلف k و E_{ratio}

E_{ratio}	$K = 0.1$	$K = 0.2$	$K = 0.5$	$K = 1$	$K = 2$	$K = 5$	$K = 10$
0.25	1.80	1.99	2.20	2.42	2.73	2.94	3.04
0.5	2.37	2.37	2.58	2.73	2.88	3.01	3.07
1	3.14	3.14	3.14	3.14	3.14	3.14	3.14
2	4.30	4.25	4.05	3.87	3.64	3.39	3.29
4	6.07	5.85	5.47	4.96	4.50	3.87	3.54



شکل (۳-۲۸) سرعت بحرانی بی‌بعد لوله تقویت شده به صورت تدریجی در راستای ضخامت لوله به ازای مقادیر

مختلف k و E_{ratio}

۳-۸-۲- سرعت‌های بحرانی لوله دوسر لولا تقویت شده تدریجی در راستای طول به ازای

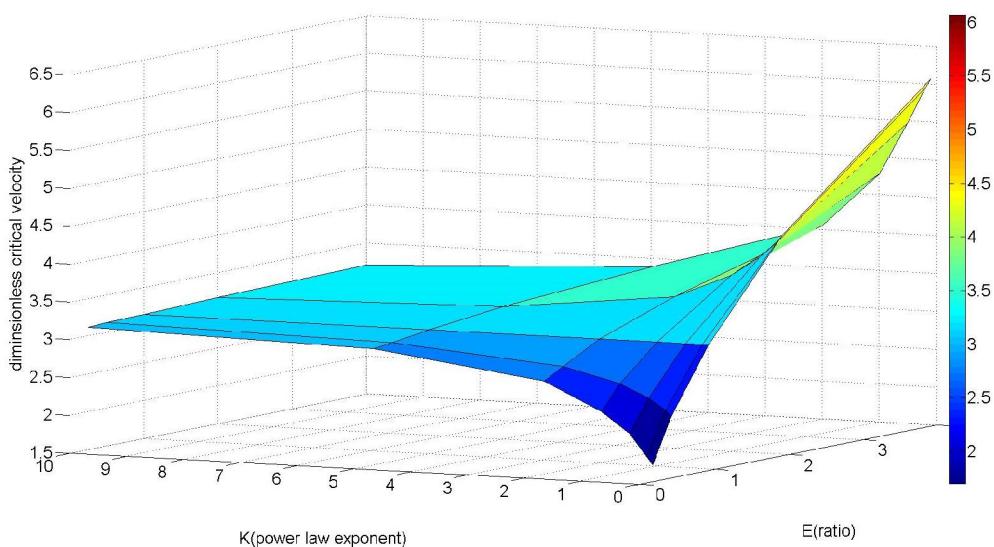
مقادیر مختلف k و E_{ratio}

در این حالت نیز مانند حالت قبل سرعت‌های بی‌بعد به ازای مقادیر مختلف k و E_{ratio} و پارامتر بی‌بعد جرمی ۰,۳ بدست آمده است که تقریباً مشابه حالت قبل است. در شکل (۳-۲۹) مشخص است که با افزایش E_{ratio} (افزایش مدول یانگ سمت گیردار نسبت به سمت آزاد) سرعت بحرانی بی‌بعد افزایش یافته و برای E_{ratio} کوچکتر از یک (مدول یانگ سمت گیردار کوچکتر از سمت آزاد) سرعت بحرانی کاهش می‌یابد.

جدول (۳-۵) سرعت‌های بحرانی بی‌بعد لوله دوسر لولا تقویت شده تدریجی در راستای طول لوله

به ازای مقادیر مختلف E_{ratio} و k

E_{ratio}	$K = 0.1$	$K = 0.2$	$K = 0.5$	$K = 1$	$K = 2$	$K = 5$	$K = 10$
0.25	1.70	1.80	2.10	2.37	2.73	3.04	3.12
0.5	2.29	2.37	2.52	2.69	2.88	3.07	3.13
1	3.14	3.14	3.14	3.14	3.14	3.14	3.14
2	4.40	4.30	4.09	3.83	3.50	3.25	3.17
4	6.07	5.93	5.47	4.78	4.05	3.39	3.21



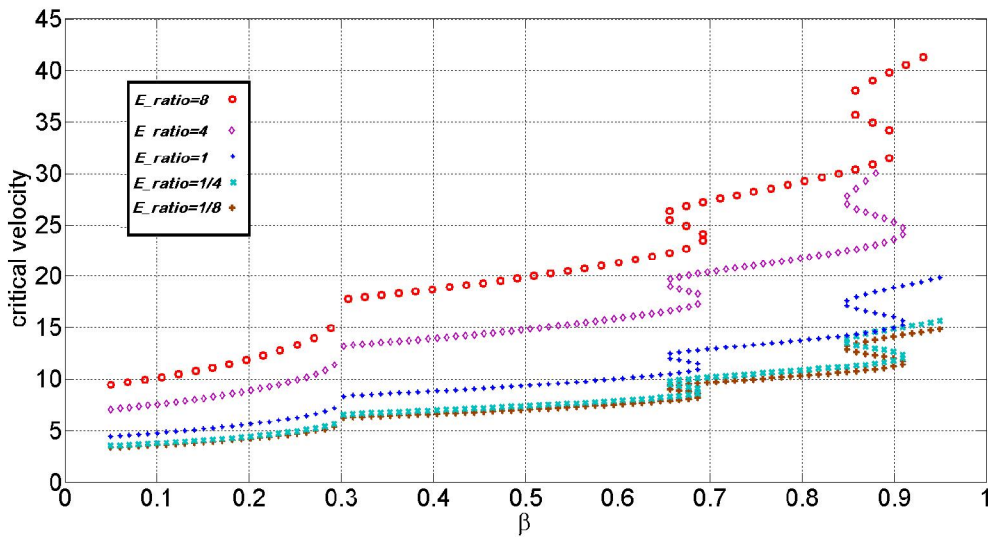
شکل (۳-۲۹) سرعت بحرانی بی‌بعد لوله تقویت شده به صورت تدریجی در راستای طول لوله و به ازای مقادیر مختلف

E_{ratio} و k

۳-۸-۳- سرعت‌های بحرانی لوله یکسرگیردار تقویت شده تدریجی در راستای ضخامت

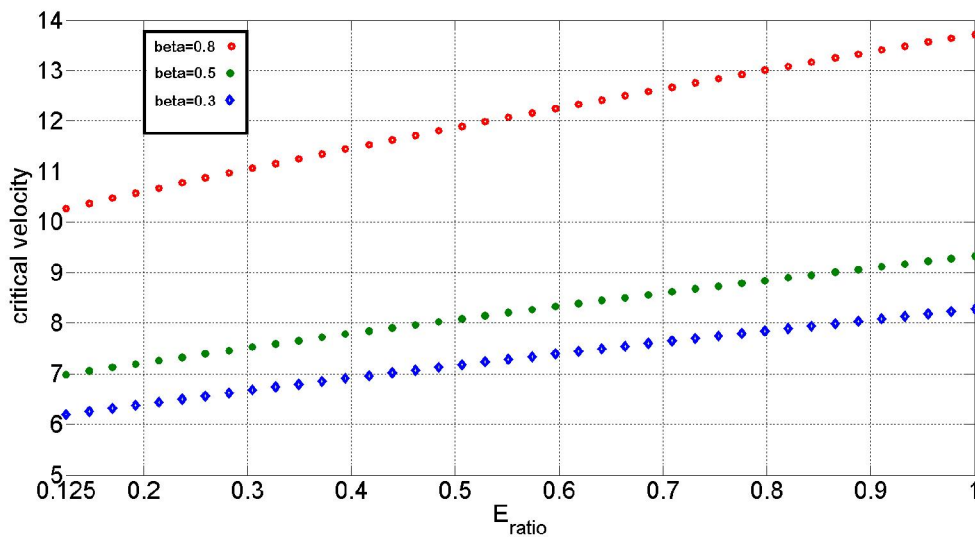
همانطور که قبلاً گفته شد پارامتر جرمی β ، در شرایط مرزی یکسرگیردار، تاثیر بسیاری بر میزان سرعت بحرانی سیال دارد. جهت نشان دادن این تاثیر در شکل (۳-۳۰) سرعت‌های بحرانی به عنوان تابعی از پارامتر جرمی، و به ازای مقادیر مختلف نسبت مدول یانگ رسم شده است. مشخص است با افزایش پارامتر بی‌بعد جرمی، سرعت بحرانی نیز افزایش یافته است. در طول تغییر پارامتر جرمی از صفر تا نزدیکی ۱، در هر یک از نسبت‌های مدول یانگ، پرش‌هایی در سه نقطه مشاهده

شده است. همچنین با افزایش نسبت‌های مدول یانگ (نسبت مدول یانگ سطح خارجی به سطح داخلی) سرعت‌های بحرانی نیز افزایش یافته است. ضمناً در نسبت‌های مدول یانگ بزرگتر، بازه تغییرات سرعت بحرانی نیز افزایش می‌یابد. این بدان معنی است که در مسائلی با پارامتر جرمی بزرگتر تاثیر تقویت کردن به صورت تدریجی نیز افزایش می‌یابد.



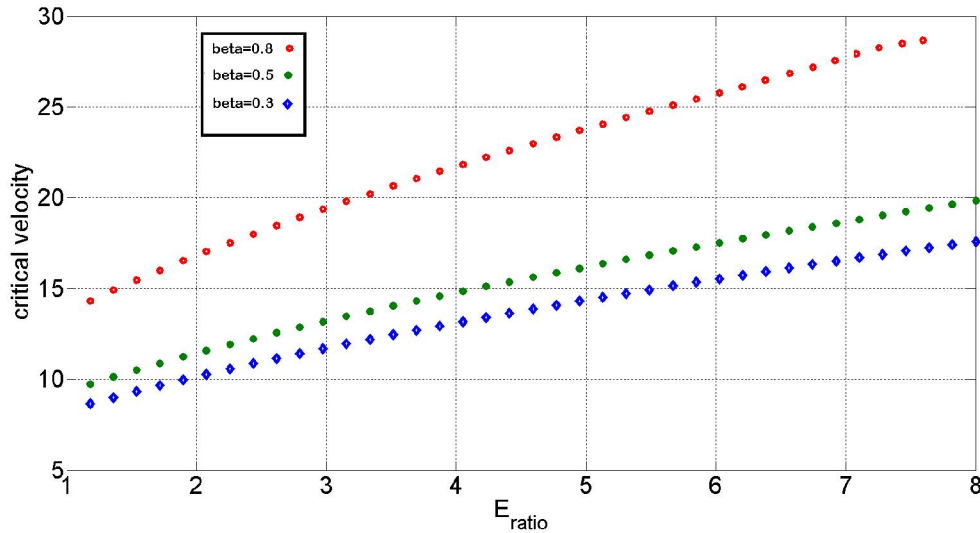
شکل (۳-۳) سرعت بحرانی جریان سیال لوله تقویت شده تدریجی در راستای ضخامت، به عنوان تابعی از پارامتر

بی‌بعد جرمی، به ازای مقادیر مختلف نسبت مدول یانگ



شکل (۳-۳۱-الف) سرعت بحرانی جریان سیال لوله تقویت شده تدریجی در راستای ضخامت، به عنوان تابعی از نسبت

$$0.125 \leq E_{ratio} \leq 1$$



شکل (۳-۳۱-ب) سرعت بحرانی جریان سیال لوله تقویت شده تدریجی در راستای ضخامت، به عنوان تابعی از نسبت

$$1 \leq E_{ratio} \leq 8$$

در شکل (۳-۳۱) سرعت بی بعد به عنوان تابعی از مقادیر مختلف نسبت مدول یانگ، به ازای

پارامترهای بی بعد جرمی مختلف رسم شده. شکل (۳-۳۱-الف) معرف حالتی است که مدول یانگ

سطح داخلی لوله بیشتر از سطح خارجی است. همچنین شکل (۳-۳۱-ب) حالتی را نشان می دهد که

مدول یانگ سطح خارجی لوله بیشتر از سطح داخلی است. شکل های (۳-۳۱) نشان دهنده این مطلب

است که با افزایش مدول یانگ سطح خارجی سرعت بحرانی افزایش می یابد.

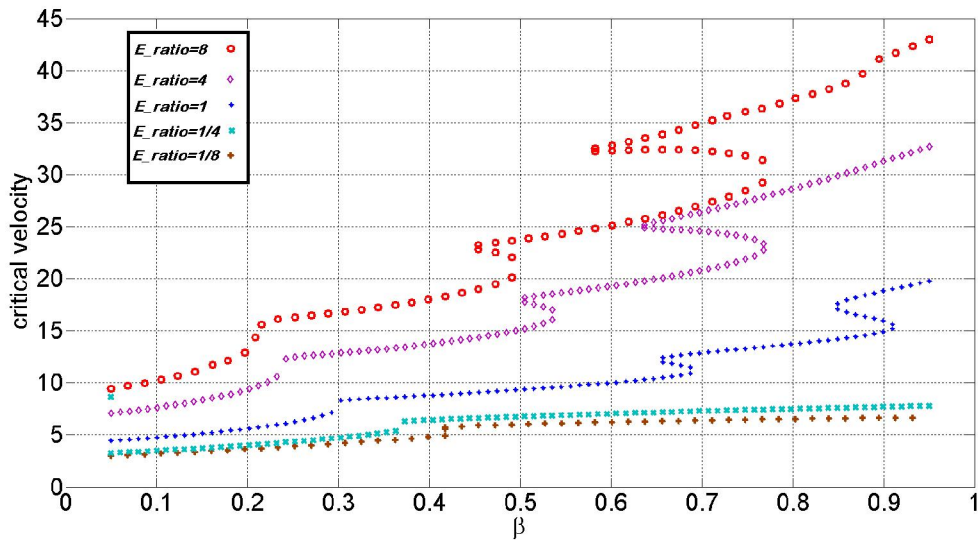
۳-۸-۴- سرعت های بحرانی لوله یکسرگیردار تقویت شده تدریجی در راستای طول

در این حالت نیز بر خلاف لوله دو سر مفصل عدد بی بعد نسبت جرمی تاثیر زیادی بر روی

سرعت بحرانی دارد، بنابراین در شکل (۳-۳۲) سرعت بحرانی به عنوان تابعی از پارامتر بی بعد جرمی

به ازای مقادیر مختلف نسبت مدول یانگ و در شرایطی که مدول یانگ در طول تیر به صورت خطی

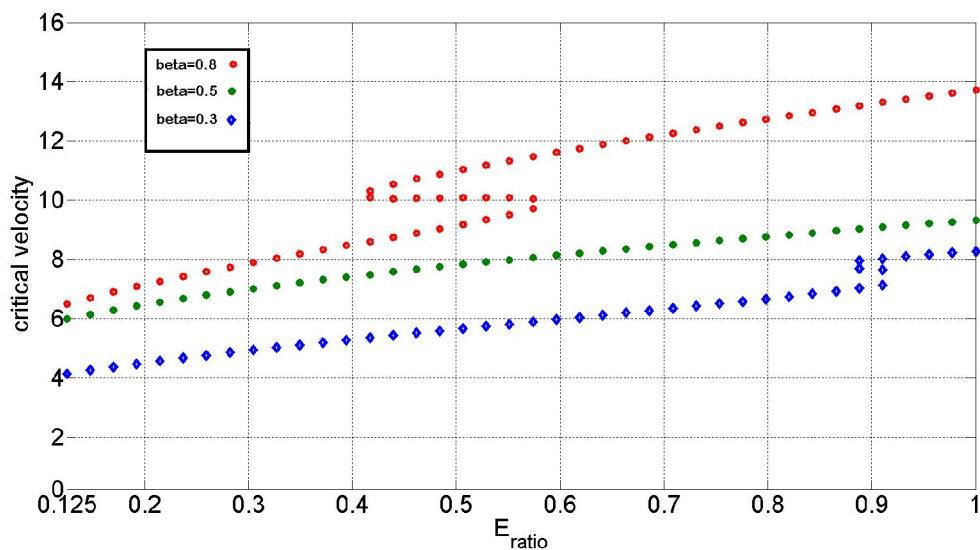
تغییر می کند ($k=1$) رسم شده است.



شکل (۳-۳۲) سرعت بحرانی جریان سیال لوله تقویت شده تدریجی در راستای طول ، به عنوان تابعی از پارامتر بی بعد جرمی، به ازای مقادیر مختلف نسبت مدول یانگ

مشخص است که در نسبتهای مدول یانگ کوچکتر از ۱ (زمانیکه مدول یانگ سمت آزاد بیشتر از سمت گیردار است) ناپایداری زودتر و در سرعت پایین اتفاق می افتد و پارامتر بی بعد جرمی تاثیر چشمگیری بر مرز پایداری ندارد. همچنین برای منحنی‌های نشان‌دهنده $E_{Ratio} = 1/8$ و $E_{Ratio} = 1/4$ به ترتیب پرشی در نسبتهای جرمی $0,43$ و $0,36$ مشاهده می‌شود و منحنی شبیه خط راست است. اما در نسبتهای مدول یانگ بزرگتر از ۱ بازه تغییرات سرعت بحرانی افزایش یافته و نمودار به شکل حرف لاتین S بوده. در منحنی‌های $E_{Ratio} = 4$ و $E_{Ratio} = 8$ به ترتیب پرشهایی در سرعت‌های بی بعد $(0.23, 0.53, 0.76)$ و $(0.19, 0.49, 0.76)$ مشاهده می‌شود.

نهایتاً برای نشان دادن تاثیر نسبت مدول یانگ روی ناحیه پایداری، سرعت بحرانی به ازای $\beta = 0.3, 0.5, 0.8$ به عنوان تابعی از نسبت مدول یانگ رسم شده و تغییرات مدول یانگ در طول لوله خطی ($k=1$) در نظر گرفته شده است. با توجه به شکل (۳-۳۳ الف) در منحنی $\beta = 0.3, 0.8$ ، به ترتیب در $E_{Ratio} = 0.57, 0.91$ پرشهایی مشاهده می‌شود. همچنین واضح است که سرعت‌های بحرانی در منحنی $\beta = 0.5$ نسبت به $\beta = 0.3, 0.8$ بازه تغییرات کمتری دارد.



شکل (۳-۳۳-الف) سرعت بحرانی جریان سیال لوله تقویت شده تدریجی در راستای طول، به عنوان تابعی از نسبت

$$0.125 \leq E_{ratio} \leq 1 \text{ که مدول یانگ، حالتی که}$$

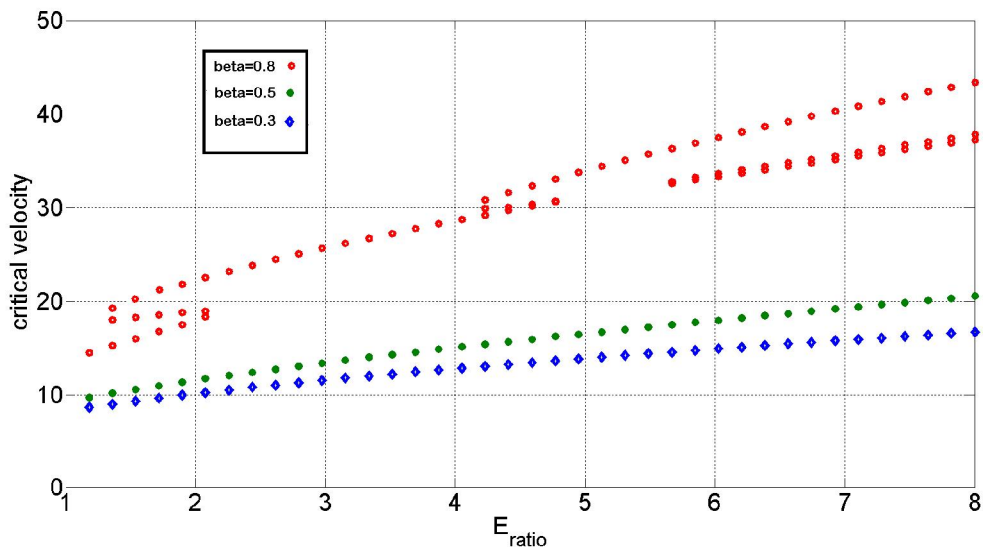
با توجه به شکل (۳-۳۳-ب) و در نظر گرفتن مقادیر بزرگتر از یک برای نسبت مدول یانگ

(حالتی که مدول یانگ سمت گیردار بیشتر از سمت آزاد باشد) در منحنی های $\beta = 0.3, 0.5$

پرشی مشاهده نمی شود ولی در منحنی $\beta = 0.8$ در $E_{Ratio} = 2.07, 4.76$ پرش و

در $E_{Ratio} = 5.66$ ناگهان افت کرده که رفتاری غیر قابل پیش بینی است. زیرا در همه حالات

قبل با افزایش نسبت مدول یانگ سرعت بحرانی فقط افزایش می یافت.



شکل (۳-۳۳ ب) سرعت بحرانی جریان سیال لوله تقویت شده تدریجی در راستای طول، به عنوان تابعی از نسبت

$$1 \leq E_{\text{ratio}} \leq 8 \text{ مدول یانگ، حالتی که}$$

فصل چهارم

جمع‌بندی و نتیجه‌گیری

۴-۱- جمع‌بندی

در این تحقیق فرکانس‌های طبیعی لوله همگن و همچنین لوله تقویت شده به صورت تدریجی و حاوی جریان سیال در شرایط مرزی دوسرلوله و نیز یکسرگردار به ازای سرعت‌های مختلف سیال بدست آمده و با هم مقایسه شده است و تاثیر تقویت کردن به صورت تدریجی در راستای ضخامت و نیز طول لوله مورد بررسی قرار گرفته است. همچنین سرعت‌های بحرانی که لوله به ازای آنها ناپایدار می‌گردد، به ازای پارامترهای مختلف در فرآیند تقویت‌سازی بدست آمده‌اند و مورد بررسی قرار گرفته‌اند. در زیر به اختصار این نتایج بیان شده‌اند.

- در لوله دوسرلوله‌ای تقویت شده به صورت تدریجی در راستای ضخامت برای نسبت‌های مدول یانگ بزرگتر از یک (مدول یانگ سطح خارجی بزرگتر از مدول یانگ سطح داخلی) میزان فرکانس‌های طبیعی نسبت به لوله همگن افزایش یافته و ناپایداری در سرعت‌های بالاتر رخ می‌دهد. اما در نسبت‌های مدول یانگ کوچکتر از یک (مدول یانگ سطح داخلی بزرگتر از مدول یانگ سطح خارجی) میزان فرکانس‌های طبیعی نسبت به لوله همگن کاهش یافته و ناپایداری در سرعت‌های پایین‌تری رخ می‌دهد.
- در لوله دوسرلوله‌ای تقویت شده به صورت تدریجی در راستای طول نیز برای نسبت‌های مدول یانگ بزرگتر از یک (مدول سمت ورودی سیال که در این تحقیق سمت چپ در نظر گرفته شده بزرگتر از مدول یانگ سمت راست لوله) میزان فرکانس‌های طبیعی نسبت به لوله همگن افزایش یافته و ناپایداری در سرعت‌های بالاتر رخ می‌دهد. اما در نسبت‌های مدول یانگ کوچکتر از یک (مدول یانگ

سمت راست بزرگتر از مدول یانگ سمت چپ لوله) میزان فرکانس‌های طبیعی نسبت به لوله همگن کاهش یافته و ناپایداری در سرعت‌های پایین‌تری رخ می‌دهد.

- در شرایط مرزی دوسر لولا پارامتر جرمی بی‌بعد تاثیری در سرعت بحرانی سیستم نداشته و تنها پارامترهای فرآیند تقویت‌سازی بر میزان سرعت بحرانی تاثیر دارد.

- در شرایط مرزی دوسر لولا زمانی که فرآیند تقویت‌سازی در راستای ضخامت صورت گرفته، نحوه تغییرات مدول یانگ تاثیری بر شکل مدهای طبیعی لوله ندارد اما اگر تقویت‌سازی در راستای طول لوله صورت گیرد، لوله در هنگام ارتعاش به سمتی که مدول یانگ کمتری دارد متمایل می‌گردد. شکل (۳-۱۳ و ۱۴)

- در لوله یکسرگیردار تقویت شده به صورت تدریجی در راستای ضخامت برای نسبت‌های مدول یانگ بزرگتر از یک (مدول یانگ سطح خارجی بزرگتر از مدول یانگ سطح داخلی) میزان فرکانس‌های طبیعی نسبت به لوله همگن افزایش یافته و ناپایداری در سرعت‌های بالاتر نسبت به لوله همگن رخ می‌دهد. اما در نسبت‌های مدول یانگ کوچکتر از یک (مدول یانگ سطح داخلی بزرگتر از مدول یانگ سطح خارجی) میزان فرکانس‌های طبیعی نسبت به لوله همگن کاهش یافته و ناپایداری در سرعت‌های پایین‌تری رخ می‌دهد.

- در لوله یکسرگیردار تقویت شده به صورت تدریجی در راستای طول لوله برای نسبت‌های مدول یانگ بزرگتر از یک (مدول یانگ سمت گیردار بیشتر از مدول یانگ سمت آزاد) میزان فرکانس‌های طبیعی نسبت به لوله همگن افزایش یافته و ناپایداری در سرعت‌های بالاتر رخ می‌دهد. اما در نسبت‌های مدول یانگ کوچکتر از یک (مدول یانگ سمت آزاد بزرگتر از مدول یانگ سمت گیردار لوله) میزان فرکانس‌های طبیعی نسبت به لوله همگن کاهش یافته و ناپایداری در سرعت‌های پایین‌تری رخ می‌دهد.

- در شرایط مرزی یکسرگیردار پارامتر جرمی بی‌بعد تاثیر بسیاری بر فرکانس‌ها و میزان سرعت بحرانی بی‌بعد داشته و با افزایش پارامتر بی‌بعد جرمی از صفر تا یک، سرعت بحرانی نیز افزایش می‌یابد. در

شکل (۳-۳۰) یعنی حالت تقویت شده تدریجی در راستای ضخامت به ازای تمامی نسبت‌های مدول یانگ منحنی‌های سرعت بی‌بعد در ۳ نقطه پرش وجود دارد اما در حالت تقویت شده تدریجی در راستای طول، شکل (۳-۳۲) تنها به ازای نسبت‌های مدول یانگ ۴ و ۸ در سه نقطه پرش مشاهده می‌شود و به ازای مدول یانگ $1/4$ و $1/8$ تنها در یک نقطه پرش مشاهده شده است.

• با توجه به شکل (۳-۳۱) در لوله یکسرگیردار تقویت شده تدریجی در راستای ضخامت، به ازای تمامی مقادیر پارامتر بی‌بعد جرمی، با افزایش نسبت مدول یانگ، سرعت بحرانی نیز افزایش می‌یابد.

با توجه به شکل (۳-۳۳) در لوله یکسرگیردار تقویت شده تدریجی در راستای طول در نسبت‌های مدول یانگ کوچکتر از یک با افزایش نسبت مدول یانگ سرعت بحرانی نیز افزایش می‌یابد و تنها به ازای پارامتر جرمی بی‌بعد ۰,۳ و ۰,۸ پرش مشاهده می‌شود. اما در نسبت‌های مدول یانگ بزرگتر از یک، به ازای پارامتر جرمی بی‌بعد ۰,۸ سرعت بحرانی پس از افزایش افت پیدا می‌کند که از لحاظ فیزیکی قابل پیش‌بینی نبوده است.

۴-۲- پیشنهادات

می‌توان برای ادامه تحقیق در زمینه لوله‌های تقویت شده تدریجی حاوی جریان سیال موضوعات

زیر را مورد بررسی قرار داد:

- استفاده از تئوری تیر تیموشنکو به جای تئوری اویلر برنولی و تعیین تاثیر اثر برشی بر

خصوصیات سیستم

- بررسی لوله حاوی سیال و تقویت شده تدریجی در مقیاس‌های میکرو و نانو

- بررسی لوله چرخان حاوی سیال و تقویت شده تدریجی

- بدست آوردن بهینه‌ترین نحوه توزیع مدول یانگ جهت افزایش پایداری لوله

مراجع و منابع

- [1]. Wang, L., et al., *Flexural vibrations of microscale pipes conveying fluid by considering the size effects of micro-flow and micro-structure*. International Journal of Engineering Science, 2013. **71**: p. 92-101.
- [2]. Pai, M., *The canonical problem of the fluid-conveying pipe and radiation of the knowledge gained to other dynamics problems across applied mechanics*. Journal of Sound and Vibration, 2008. **310**(3): p. 462-492.
- [3]. Paidoussis, M.P., *Fluid-structure interactions: slender structures and axial flow*. Vol. 1. 1998: Academic press.
- [4]. Paidoussis, M. and G. Li, *Pipes conveying fluid: a model dynamical problem*. Journal of Fluids and Structures, 1993. **7**(2): p. 137-204.
- [5]. Benjamin, T.B. *Dynamics of a system of articulated pipes conveying fluid. I. Theory*. in *Proceedings of the Royal Society of London A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences*. 1961. The Royal Society.
- [6]. Paidoussis, M.P. and N. Issid, *Dynamic stability of pipes conveying fluid*. Journal of sound and vibration, 1974. **33**(3): p. 267-294.
- [7]. Ziegler, H., *Principles of structural stability*. 1968. Blaisdell, Waltham, MA.
- [8]. Done, G. and A. Simpson, *Dynamic instability of certain conservative and non-conservative systems*. Journal of Mechanical Engineering Science, 1977. **19**(6): p. 251-263.
- [9]. Paidoussis, M., *Dynamics of tubular cantilevers conveying fluid*. Journal of Mechanical Engineering Science, 1970. **12**(2): p. 85-103.
- [10]. Laithier, B.E., *Dynamics of Timoshenko tubular beams conveying fluid*. 1981.
- [11]. Ashley, H. and G. Haviland, *Bending vibrations of a pipe line containing flowing fluid*. Journal of Applied Mechanics-Transactions of the ASME, 1950. **17**(3): p. 229-232.

- [12]. Long, R., *Experimental and theoretical study of transverse vibration of a tube containing flowing fluid*. Journal of Applied Mechanics, 1955. **77**(1): p. 65-68.
- [13]. Langthjem, M. and Y. Sugiyama, *Vibration and stability analysis of cantilevered two-pipe systems conveying different fluids*. Journal of fluids and structures, 1999. **13**(2): p. 251-268.
- [14]. Kang, M.-G., *The influence of rotary inertia of concentrated masses on the natural vibrations of a clamped-supported pipe conveying fluid*. Nuclear engineering and design, 2000. **196**(3): p. 281-292.
- [15]. Wang, X. and F. Bloom, *Stability issues of concentric pipes containing steady and pulsatile flows*. Journal of fluids and structures, 2001. **15**(8): p. 1137-1152.
- [16]. Huang, Y., G. Zeng, and F. Wei, *A new matrix method for solving vibration and stability of curved pipes conveying fluid*. Journal of sound and vibration, 2002. **251**(2): p. 2.225-15
- [17]. Becker, M., W. Hauger, and W. Winzen, *Exact stability analysis of uniform cantilevered pipes conveying fluid or gas*. Archives of Mechanics, 1978. **30**(6): p. 757-768.
- [18]. Dareing, D. and T. Huang, *Natural frequencies of marine drilling risers*. Journal of Petroleum Technology, 1976. **28**(07): p. 813-818.
- [19]. Chen, W.-H. and C.-N. Fan, *Stability analysis with lumped mass and friction effects in elastically supported pipes conveying fluid*. Journal of sound and vibration, 1987. **119**(3): p. 429-442.
- [20]. Kohli, A. and B. Nakra, *Vibration analysis of straight and curved tubes conveying fluid by means of straight beam finite elements*. Journal of Sound and Vibration, 1984. **93**(2): p. 307-311.
- [21]. Paidoussis, M., *Flutter of conservative systems of pipes conveying incompressible fluid*. Journal of Mechanical Engineering Science, 1975. **17**(1): p. 19-25.

- [22]. Reddy, J.N., *Energy principles and variational methods in applied mechanics*. 2002: John Wiley & Sons.
- [23]. Stanišić, P.M., J. Euler, and S. Montgomery, *On a theory concerning the dynamical behavior of structures carrying moving masses*. Ingenieur-Archiv, 1974. **43**(5): p. 295-305.
- [24]. Paidoussis, M. and B. Laithier, *Dynamics of Timoshenko beams conveying fluid [J]*. Journal of Mechanical Engineering Science, 1976 : (٢)١٨ .p. 210-220.
- [25]. Laithier, B. and M. Paidoussis, *The equations of motion of initially stressed Timoshenko tubular beams conveying fluid*. Journal of Sound and Vibration, 1981. **79**(2): p. 175-195.
- [26]. Bolotin, V.V.e., *Nonconservative problems of the theory of elastic stability*. 1963: Macmillan.
- [27]. Paidoussis, M., T. Luu, and B. Laithier, *Dynamics of finite-length tubular beams conveying fluid [J]*. Journal of Sound and Vibration, 1986. **106**(2): p. 311-331.
- [28]. Pramila, A., J. Laukkanen, and S. Liukkonen ,*Dynamics and stability of short fluid-conveying Timoshenko element pipes*. Journal of Sound and Vibration, 1991. **144**(3): p. 421-425.
- [29]. Chu, C.-L. and Y.-H. Lin, *Finite element analysis of fluid-conveying Timoshenko pipes*. Shock and Vibration, 1995. **2**(3) : (p. 247-255.
- [30]. Herrmann, G., S. Nemat-Nasser, and S. Prasad, *Destabilizing effect of velocity-dependent forces in nonconservative continuous systems*. AIAA Journal, 1966. **4**(7): p. 1276-1280.
- [31]. Semler, C., G. Li, and M. Paidoussis, *The non-linear equations of motion of pipes conveying fluid*. Journal of Sound and Vibration, 1994. **169**(5): p. 577-599.
- [32]. Reddy, J. and C. Wang, *Dynamics of fluid-conveying beams*. Centre for Offshore Research and Engineering, National University of Singapore, CORE Report, 2004 .**3** .p. 1-21.

- [33]. Sadeghi, M.H. and M.H. Karimi-Dona, *Dynamic behavior of a fluid conveying pipe subjected to a moving sprung mass—an FEM-state space approach*. International Journal of Pressure Vessels and Piping, 2011. **88**(4): p. 123-131.
- [34]. Zou, G., N. Cheraghi, and F. Taheri, *Fluid-induced vibration of composite natural gas pipelines*. International journal of solids and structures, 2005. **42**(3): p. 1253-1268.
- [35]. Dai, H., *Carbon nanotubes: opportunities and challenges*. Surface Science, 2002. **500**(1): p. 218-241.
- [36]. Kang, I., et al., *Introduction to carbon nanotube and nanofiber smart materials*. Composites Part B: Engineering, 2006. **37**(6): p. 382-394.
- [37]. Lau, K.-t., C. Gu, and D. Hui, *A critical review on nanotube and nanotube/nanoclay related polymer composite materials*. Composites Part B: Engineering, 2006. **37**(6): p. 425-436.
- [38]. Fidelus, J., et al., *Thermo-mechanical properties of randomly oriented carbon/epoxy nanocomposites*. Composites Part A: Applied Science and Manufacturing, 2005. **36**(11): p. 1561-1555.
- [39]. Bonnet, P., et al., *Thermal properties and percolation in carbon nanotube-polymer composites*. Applied Physics Letters, 2007. **91**(20): p. 1910.
- [40]. Han, Y. and J. Elliott, *Molecular dynamics simulations of the elastic properties of polymer/carbon nanotube composites*. Computational Materials Science, 2007. **39**(2): p. 315-323.
- [41]. Zhu, R., E. Pan, and A. Roy, *Molecular dynamics study of the stress-strain behavior of carbon-nanotube reinforced Epon 862 composites*. Materials Science and Engineering: A, 2007. **447**(1): p. 51-57.
- [42]. Omidi, M., et al., *Prediction of the mechanical characteristics of multi-walled carbon nanotube/epoxy composites using a new form of the rule of mixtures*. Carbon, 2010. **48**(11): p. 3218-3228.

- [43]. Wuite, J. and S. Adali, *Deflection and stress behaviour of nanocomposite reinforced beams using a multiscale analysis*. Composite structures, 2005. **71**(3): p. 388-396.
- [44]. Piovan, M. and R. Sampaio, *A study on the dynamics of rotating beams with functionally graded properties*. Journal of Sound and Vibration, 2009. **327**(1): p. 134-143.
- [45]. Ke, L.-L., J. Yang, and S. Kitipornchai, *Nonlinear free vibration of functionally graded carbon nanotube-reinforced composite beams*. Composite Structures, 2010. **92**(3): p. 676-683.
- [46]. Yas, M. and M. Heshmati, *Dynamic analysis of functionally graded nanocomposite beams reinforced by randomly oriented carbon nanotube under the action of moving load*. Applied Mathematical Modelling, 2012. **36**(4): p. 1371-1394.
- [47]. Aragh, B.S., A.N. Barati, and H. Hedayati, *Eshelby–Mori–Tanaka approach for vibrational behavior of continuously graded carbon nanotube-reinforced cylindrical panels*. Composites Part B: Engineering, 2012. **43**(4): p. 1943-1954.
- [48]. Ni, Q., Z. Zhang, and L. Wang, *Application of the differential transformation method to vibration analysis of pipes conveying fluid*. Applied mathematics and computation, 2011. **217**(16): p. 7028-7038.
- [49]. Dai, H., L. Wang, and Q. Ni, *Dynamics of a fluid-conveying pipe composed of two different materials*. International Journal of Engineering Science, 2013. **73**: p. 67-76.
- [50]. Gregory, R. and M. Paidoussis. *Unstable oscillation of tubular cantilevers conveying fluid. I. Theory*. in *Proceedings of the Royal Society of London A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences* .1966 .The Royal Society.
- [51]. Alshorbagy, A.E., M. Eltahaer, and F. Mahmoud, *Free vibration characteristics of a functionally graded beam by finite element method*. Applied Mathematical Modelling, 2011. **35**(1): p. 412-425.

Abstract

The conveying fluid pipes are regarded as the simplest system of fluid–structure interaction problems, which is capable of displaying very rich and interesting dynamical characteristics. Pipeline systems are used for a fluid conveyance are not only commonly found in oil and gas installations, pump discharge lines and heat exchangers, but also MEMS, NEMS and so on. Dynamic behavior of both simply support and cantilever functionally graded of the conveying fluid pipes, are studied. Two cases are considered for each boundary condition: A) pipe is functionally graded in thickness direction. B) pipe is functionally graded in its axial direction. Material gradation in axially or transversally through the thickness based on the power law, and the motion equations of system are derived by using the principle of virtual work under the assumptions of the Euler–Bernoulli beam theory. The natural frequencies of conveying fluid pipe are obtained as the various dimensionless parameters, and the effect of the gradual strengthening of the pipe is studied. The critical flow velocities which cause the instability of the system are obtained. It was found that in both types of boundary conditions, in the case of the Young's modulus while the length of the pipe gradually varies, by increasing the Young's modulus in the side of flow entrance, natural frequencies of pipe and the critical fluid velocity increases. Although, in the case of the Young's modulus of the pipe varies in the thickness direction, with growth in the outer surfaces of the pipe, the natural frequencies and the critical fluid velocity increases, and vice versa.

Keywords: 1-pipe conveying fluid 2-functionally graded 3-natural frequency 4-critical velocity 5-unstable



University of Shahrood

Faculty of Mechanic

**Vibration investigation of functionally graded
pipe conveying fluid**

Majid Saeediha

Supervisor:

Dr. Ardeshir Karami Mohammadi

September 2015