

اللَّهُمَّ صَلِّ عَلَى مُحَمَّدٍ

اللَّهُمَّ صَلِّ عَلَى مُحَمَّدٍ

مِنْ جَمَلٍ لَا يَنْفَعُ

وَ مِنْ قَلْبٍ لَا تَشَعُ

وَ مِنْ نَفْسٍ لَا تَقَعُ



دانشگاه شاهرود

دانشکده مکانیک و مکاترونیک

پایان نامه کارشناسی ارشد

شبیه‌سازی واقعیت مجازی تعامل لامسه‌ای با اجسام تغییر شکل پذیر

در یک محیط دینامیکی

سیدجواد حسینی‌زاده

استاد راهنما:

دکتر مهدی بامداد

بهمن ۱۳۹۳

تقدیم به جریان ساز جنبش تولید علم در ایران پس از انقلاب

حضرت "سید علی" عزیز

و تقدیم به مادرم و به پدرم

که سیاه شدن سطر سطر این صفحات به بهای سپید شدن تار تار مویشان بود...

## تشر و قدردانی

حمد و سپاس بی کران یگانه پروردگار علم و حکمت را که توفیقم داد در طی این مسیر، از ابتدا تا انتها؛ و درود فراوان بر شهر علم، رسول آخرین و درب این شهر، امیرالمؤمنین و خاندان پاکش. تشکر می کنم و سپاس می گزارم زحمات بی دریغ استاد ارجمند جناب دکتر مهدی بامداد را که راهنمای من بود در طول انجام این پژوهش و پیگیرتر از من بود در به ثمر رسیدن آن و مرا بنده دانش خود کرد با آموزش هایش و با تعالیمش؛ و تشکر می کنم از دکتر وحید دامن افشان که مزاحمت های وقت و بی وقت مرا با رویی باز پذیرا بود.

قدر می نهم همکاری ها و کمک های مهندسان عزیز مهدی نظری، رضا عبادی، امید کهنسال، فرهاد پریوش، فرزین طاهری، حسین حاجیانی و سید میلاد علیزاده را که هر یک در بخشی از این کار دستم را گرفتند و مرا زیر بار دین خود بردند؛ و سپاس گزارم از محبت ها و همراهی های برادرانه حسین مصلحی پور، علی ناصری، علی اسدی، محمدطاهر عباسی، فرزاد فدایی، محمد حسن کشاورز، مهندس ماجد صدفی و مهندس امیر ملکیان که در این مدت هر یک به نحوی از برادریشان بهره مند کردند.

سیدجواد حسینی زاده

یکم اسفندماه ۱۳۹۳ خورشیدی

شاهرود

## تعهد نامه

این جانب سیدجواد حسینی زاده دانشجوی دوره کارشناسی ارشد رشته مهندسی مکترونیک دانشکده مهندسی مکانیک و مکترونیک دانشگاه شاهرود، نویسنده پایان نامه "شبه سازی واقعیت مجازی تعامل لامسه ای با اجسام تغییر شکل پذیر در یک محیط دینامیکی" تحت راهنمایی دکتر مهدی بامداد متعهد می شوم:

- تحقیقات در این پایان نامه توسط این جانب انجام شده است و از صحت و اصالت برخوردار است.
- در استفاده از نتایج پژوهش های محققان دیگر به مرجع مورد استفاده استناد شده است.
- مطالب مندرج در پایان نامه تاکنون توسط خود یا فرد دیگری برای دریافت هیچ نوع مدرک یا امتیازی در هیچ جا ارائه نشده است.
- کلیه حقوق معنوی این اثر متعلق به دانشگاه شاهرود است و مقالات مستخرج با نام «دانشگاه شاهرود» و یا «Shahrood University» به چاپ خواهد رسید.
- حقوق معنوی تمام افرادی که در به دست آمدن نتایج اصلی پایان نامه تأثیرگذار بوده اند در مقالات مستخرج از پایان نامه رعایت می گردد.
- در کلیه مراحل انجام این پایان نامه، در مواردی که از موجود زنده (یا بافت های آن ها) استفاده شده است ضوابط و اصول اخلاقی رعایت شده است.
- در کلیه مراحل انجام این پایان نامه، در مواردی که به حوزه اطلاعات شخصی افراد دسترسی یافته یا استفاده شده است اصل رازداری، ضوابط و اصول اخلاق انسانی رعایت شده است.

### تاریخ

### امضای دانشجو

#### مالکیت نتایج و حق نشر

- کلیه حقوق معنوی این اثر و محصولات آن (مقالات مستخرج، کتاب، برنامه های رایانه ای، نرم افزارها و تجهیزات ساخته شده است) متعلق به دانشگاه شاهرود می باشد. این مطلب باید به نحو مقتضی در تولیدات علمی مربوطه ذکر شود.
- استفاده از اطلاعات و نتایج موجود در پایان نامه بدون ذکر مرجع مجاز نمی باشد.

## چکیده

در فضای واقعیت مجازی، از مواردی که در سال‌های اخیر توجه پژوهشگران را به خود جلب کرده، پردازش لامسه‌ای می‌باشد که عبارت است از روش تولید نیرو از داده‌های پردازش شده به وسیله رایانه که توسط یک افزاره لامسه‌ای جهت ایجاد حس لمس واقعی اشیاء برای کاربر اعمال می‌شود.

یکی از مهم‌ترین کاربردهای بازخورد نیرویی در فضای واقعیت مجازی، شبیه‌سازی جراحی بافت های نرم می‌باشد. در شبیه‌سازی جراحی، نیاز است تا کاربر ضمن حرکت ابزار جراحی، ضمن اینکه تأثیر حرکت ابزار بر روی بافت مجازی را مشاهده می‌کند، بتواند نیروی ناشی از تعامل بافت با ابزار را نیز دریافت کند؛ در نتیجه مدل صحیح بافت نرم، تأثیر بسزایی در داشتن درک درستی از تعامل، برای کاربر به ارمغان می‌آورد لذا در کارهای مختلف، روش‌های مختلفی برای مدل کردن جسم تغییر شکل پذیر پیشنهاد شده است.

یکی از روش‌هایی که در عین داشتن دقت مناسب، از سرعت خوبی نیز برخوردار است، مدل کردن جسم با شبکه‌ای از جرم‌ها، فنرها و میراگرها می‌باشد؛ اما در غالب این کارها، ابزار تنها با نقطه و یا یک پاره خط مدل شده که باعث کاهش دقت این مدل می‌شود. در این پایان‌نامه، تلاش شده است تا یک مدل سه درجه آزادی مبتنی بر شبکه جرم-فنر-میراگر برای شبیه‌سازی تعامل ابزار صلب با جسم تغییر شکل پذیر به عنوان دو آبرویه ارائه شود. علاوه بر این، پایداری سامانه، خصوصاً در هنگام مواجهه ابزار با اجسام صلب، از موارد حائز اهمیت در این حوزه می‌باشد که با ارائه و توسعه الگوریتم‌های جفت‌شدگی مجازی، الگوریتم اشباع و انرژی جبران ساز تلاش شده است تا پایداری سامانه افزایش یابد؛ همچنین برای مؤلفه‌های سرعت دست کاربر و سختی جسم مجازی، حد پایداری تعیین شده است.

**کلمات کلیدی:** فضای واقعیت مجازی؛ پردازش لامسه‌ای؛ جسم تغییر شکل پذیر؛ مدل جرم-

فنر-میراگر.



## فهرست مطالب

فصل اول: دیباچه.....	۱
۱-۱ بازخورد نیرویی در فضای واقعیت مجازی.....	۲
۲-۱ بازخورد نیرویی در حوزه جراحی.....	۳
۳-۱ اهمیت پروژه.....	۵
۴-۱ اهداف پژوهش.....	۶
۵-۱ ساختار پایان نامه.....	۷
فصل دوم: کاربری از راه دور: مفاهیم پایه.....	۹
۱-۲ مقدمه.....	۱۰
۲-۲ ربات راهبر و پیرو.....	۱۲
۳-۲ کاربری از راه دور.....	۱۲
۴-۲ تشخیص برخورد.....	۱۳
۵-۲ پاسخ برخورد.....	۱۶
۶-۲ جفت‌شدگی مجازی.....	۱۶
۷-۲ پایداری و شفافیت.....	۱۷
۸-۲ افزاره‌های لامسه‌ای.....	۱۹
۱-۲ شبیه‌سازهای موجود.....	۲۶
فصل سوم: مدل‌سازی بافت نرم: مروری بر ادبیات.....	۲۷



۳۰	۱-۳ مقدمه
۳۰	۲-۳ رفتار بیومکانیکی مواد
۳۲	۳-۳ روش‌های مدل‌کردن بافت نرم جهت محاسبه پاسخ برخورد
۳۲	۱-۳-۳ روش اسپلین
۳۳	۲-۳-۳ روش تغییرشکل‌های آزاد
۳۳	۳-۳-۳ روش المان محدود
۳۴	۴-۳-۳ روش المان مرزی
۳۴	۵-۳-۳ مدل مبتنی بر وکسل‌ها
۳۵	۶-۳-۳ روش زره زنجیره‌ای
۳۵	۷-۳-۳ مدل جدار نازک
۳۵	۸-۳-۳ مدل جرم-فنر
۳۷	۹-۳-۳ مدل‌های دوگانه
۴۰	<b>فصل چهارم: افزاره لامسه‌ای فالکن</b>
۴۰	۱-۴ مقدمه
۴۱	۲-۴ مکانیزم فالکن
۴۲	۱-۲-۴ تحلیل هندسی
۴۵	۳-۴ مشخصات فالکن
۴۶	۴-۴ سینماتیک فالکن
۴۶	۱-۴-۴ سینماتیک معکوس
۴۷	۲-۴-۴ سینماتیک مستقیم
۵۲	۳-۴-۴ راستی‌آزمایی روابط

- ۵-۴ ماتریس ژاکوبین ..... ۵۳
- ۱-۵-۴ تکینگی ..... ۵۵
- ۶-۴ فضای کاری ..... ۵۷
- ۷-۴ عدد وضعیت ..... ۵۸
- ۸-۴ دینامیک فالکن ..... ۵۹
- ۱-۸-۴ پیش خورد دینامیکی ..... ۶۲
- ۲-۸-۴ راستی آزمایی روابط ..... ۶۳
- ۹-۴ کنترل موقعیت ..... ۶۵
- ۱۰-۴ عدم دقت ها ..... ۶۷
- فصل پنجم: شبیه سازی تعامل ..... ۷۰
- ۱-۵ مقدمه ..... ۷۰
- ۲-۵ تشخیص برخورد ..... ۷۰
- ۱-۲-۵ تکمیل الگوریتم ..... ۷۴
- ۳-۵ پاسخ برخورد ..... ۷۵
- ۱-۳-۵ شرح مدل ..... ۷۶
- ۲-۳-۵ اعتبارسنجی مدل ..... ۷۸
- ۳-۳-۵ توسعه روابط برای برخورد دو آبرویه ..... ۸۰
- ۴-۳-۵ نتایج شبیه سازی ..... ۸۳
- ۱-۳-۵ پاسخ گرافیکی ..... ۸۴
- ۴-۵ جفت شدگی مجازی ..... ۸۵
- ۱-۴-۵ انرژی جبران ساز ..... ۸۶

۱۹	۲-۴-۵ الگوریتم اشباع
۹۲	۳-۴-۵ شبیه‌سازی
۹۴	۵-۵ پیاده‌سازی عملی
۹۸	<b>فصل ششم: کنترل و پایداری</b>
۹۸	۱-۶ مقدمه
۹۸	۲-۶ امپدانس و ادمیتانس مکانیکی
۹۹	۱-۲-۶ سامانه‌های لامسه‌ای ادمیتانسی
۱۰۰	۲-۲-۶ سامانه‌های لامسه‌ای امپدانسی
۱۰۱	۳-۶ کنترل امپدانس
۱۰۴	۴-۶ پایداری
۱۰۴	۱-۴-۶ الگوریتم اشباع
۱۰۶	۲-۴-۶ حداکثر سرعت دست کاربر
۱۰۹	۳-۴-۶ حداکثر سختی جسم مجازی
۱۱۴	۴-۴-۶ انرژی جبران‌ساز
۱۱۸	<b>فصل هفتم: برآیند و پیشنهاد</b>
۱۱۸	۱-۷ خلاصه کار
۱۱۹	۲-۷ دستاوردها
۱۲۰	۳-۷ پیشنهادها و فعالیت‌های پیش‌رو
۱۲۹	<b>مراجع</b>

## فهرست اشکال

- شکل ۱-۱: اجزای اصلی یک مجموعه واقعیت مجازی با تعامل لامسه‌ای ..... ۳
- شکل ۲-۱: سامانه جراحی از راه دور داوینچی ..... ۴
- شکل ۳-۱: یک نمونه جراحی شکم‌بینی ..... ۵
- شکل ۱-۲: شمای کلی سامانه کاربری از راه دور ..... ۱۱
- شکل ۲-۲: اجزای یک سامانه جراحی از راه دور ..... ۱۲
- شکل ۳-۲: اشکالات روش مبتنی بر جریمه ..... ۱۴
- شکل ۳-۲: شماتیکی از جفت‌شدگی مجازی ..... ۱۷
- شکل ۴-۲: الف) دستکش غیرفعال سایبرگراسپ؛ ب) دستکش فعال سایبرتاچ ..... ۲۰
- شکل ۵-۲: افزاره‌های پوششی: الف) اورو؛ ب) اراگ ..... ۲۱
- شکل ۶-۲: افزاره لامسه‌ای اسکلتی ایبل ..... ۲۱
- شکل ۷-۲: یک نمونه از اهرم‌های میکروسافت دارای بازخورد نیرویی ..... ۲۲
- شکل ۸-۲: سه نمونه افزاره لامسه‌ای فانتوم ..... ۲۳
- شکل ۹-۲: دو نمونه از افزاره‌های لمسی ویرچوس ..... ۲۳
- شکل ۱۰-۲: افزاره‌های لامسه‌ای فورس‌دیمنشن ..... ۲۵
- شکل ۱۱-۲: شبیه‌ساز لاپ‌سیم ..... ۲۶
- شکل ۱۲-۲: شبیه‌ساز لاپ‌وی آر ..... ۲۷
- شکل ۱۳-۲: شبیه‌ساز شکم‌بینی قابل حمل ای‌اسیم ..... ۲۷
- شکل ۱-۳: نمودار پاسخ نیرویی کبد آهو به اعمال جابجایی با سه نرخ مختلف، استخراج شده از داده  
های آزمایشگاهی مرجع [۴۶] ..... ۳۱

- شکل ۳-۲: پدیده افت تنش در یک بافت زنده ..... ۳۱
- شکل ۳-۳: مدل‌های معمول ویسکوالاستیک: الف) مدل ماکسول، ب) مدل ویت و پ) مدل کلویین ..... ۳۱
- شکل ۳-۴: مدل جرم-فنر ..... ۳۶
- شکل ۴-۱: افزاره لامسه‌ای نوینت فالکن موجود در آزمایشگاه مکاترونیک دانشگاه شاهرود ..... ۴۰
- شکل ۴-۲: اجزای فالکن، مدل شده در نرم‌افزار سالیدورکز ..... ۴۲
- شکل ۴-۳: شماتیک بازوی i-ام فالکن ..... ۴۲
- شکل ۴-۴: شماتیک تصویر فالکن در صفحه XY ..... ۴۳
- شکل ۴-۵: تفاوت دو ربات فالکن و دلتا-۳ از نظر مؤلفه s ..... ۴۴
- شکل ۴-۶: تفاوت دو ربات فالکن و دلتا-۳ از نظر مؤلفه f ..... ۴۴
- شکل ۴-۷: خطای محاسبات سینماتیک در یک مسیر طی شده مشخص ..... ۵۳
- شکل ۴-۸: یکی از حالات تکینگی سینماتیک مستقیم ..... ۵۷
- شکل ۴-۹: فضای کاری ربات فالکن ..... ۵۸
- شکل ۴-۱۰: مقادیر عدد وضعیت در فضای کاری فالکن ..... ۵۹
- شکل ۴-۱۱: موقعیت مجری نهایی ربات طی اعمال نیرو ..... ۶۴
- شکل ۴-۱۲: گشتاور محاسبه شده عملگرها طی شبیه‌سازی ..... ۶۴
- شکل ۴-۱۳: نیروی تقریبی محاسبه شده طی شبیه‌سازی ..... ۶۴
- شکل ۴-۱۴: نمای تقریبی از دینامیک لینک ورودی i-ام ربات فالکن ..... ۶۵
- شکل ۴-۱۵: بلوک دیاگرام کنترل موقعیت بازوی i-ام ربات فالکن ..... ۶۶
- شکل ۴-۱۶: پاسخ پله سیستم حلقه بسته با کنترل کننده PID ..... ۶۷
- شکل ۴-۱۷: لقی موجود در مجری نهایی ربات فالکن ..... ۶۸
- شکل ۵-۱: روندنمای تعامل با جسم تغییرشکل پذیر ..... ۷۱
- شکل ۵-۲: چند نمونه آبرویه برای مقادیر مختلف  $e_1$  و  $e_2$  ..... ۷۲

- شکل ۳-۵: یافتن کمترین فاصله دو آبرویه ..... ۷۳
- شکل ۴-۵: تشخیص بیشترین عمق نفوذ: الف) قیود  $f_1, f_2, f_3$  و  $f_4$ ؛ ب) قیود  $f_1, f_2$  و  $f_3$  ..... ۷۴
- شکل ۵-۵: یافتن بیشترین عمق نفوذ: روش تکمیلشده ..... ۷۵
- شکل ۶-۵: واگرایی روش‌های حل عددی بجز تفاضل مرکزی در محاسبات یک سامانه یک درجه‌آزادی جرم-فنر-میراگر: الف) با کاهش بسامد حل؛ ب) با افزایش ضریب میرایی ..... ۷۷
- شکل ۷-۵: مقایسه نتایج مدل با نتایج واقعی ..... ۸۰
- شکل ۸-۵: تغییر شکل بافت نرم در اثر برخورد با ابزار ..... ۸۱
- شکل ۹-۵: مقایسه تقریب رابطه ۲۵-۵ با رابطه ۲۹-۵ ..... ۸۲
- شکل ۱۰-۵: شبیه‌سازی برخورد آبرویه تغییرشکل‌پذیر با آبرویه صلب با مشخصات: ..... ۸۴
- شکل ۱۱-۵: یکی از مدل‌های بدن انسان در چارچوب آرتی‌سینت ..... ۸۵
- شکل ۱۲-۵: تأثیر گسسته‌سازی بر کار انجام‌شده ..... ۸۷
- شکل ۱۳-۵: موقعیت، نیروی تعامل، اختلاف کار ناشی از گسسته‌سازی و نیروی جبران‌ساز ناشی از دو مرتبه نفوذ در دیوار مجازی با سختی ۴ نیوتن بر متر ..... ۹۰
- شکل ۱۴-۵: تأثیر الگوریتم اشباع بر نیروی محاسبه‌شده برخورد ..... ۹۱
- شکل ۱۵-۵: موقعیت ابزار مجازی و دست کاربر در طول شبیه‌سازی ..... ۹۳
- شکل ۱۶-۵: نیروی محاسبه‌شده طی شبیه‌سازی برخورد ..... ۹۳
- شکل ۱۷-۵: شبیه‌ساز کامل تعامل لامسه‌ای ..... ۹۴
- شکل ۱۸-۵: شبیه‌سازی کلی با روش پردازش مستقیم ..... ۹۵
- شکل ۱۹-۵: شبیه‌سازی کلی با استفاده از جفت‌شدگی مجازی ..... ۹۶
- شکل ۱-۶: طرح شماتیکی دو نوع سامانه لامسه‌ای بر اساس علیت: الف) سامانه لامسه‌ای آدمیتانسی؛ ب) سامانه لامسه‌ای امیدانسی ..... ۹۹
- شکل ۲-۶: بلوک دیاگرام کنترل امیدانسی تعامل لامسه‌ای ..... ۱۰۲

- شکل ۳-۶: نصب حسگر نیرو روی گیره ربات فالکن ..... ۱۰۲
- شکل ۴-۶: موقعیت/نیروی ناشی از چهارمرتبه فشردن جسم مجازی ..... ۱۰۳
- شکل ۵-۶: امیدانس جسم مجازی طی چهارمرتبه فشردن شدن ..... ۱۰۳
- شکل ۶-۶: تأثیر مؤلفه‌های  $k$  و  $b$  بر خطای امیدانس ..... ۱۰۴
- شکل ۷-۶: تأثیر الگوریتم اشباع بر لمس دیوار مجازی ..... ۱۰۵
- شکل ۸-۶: تلاش برای نفوذ در دیوار مجازی: الف) حرکت عادی؛ ب) استفاده از الگوریتم اشباع .. ۱۰۶
- شکل ۹-۶: سختی دیوار مجازی، طی نفوذ با استفاده از الگوریتم اشباع ..... ۱۰۶
- شکل ۱۰-۶: نیروی آزاد استاتیکی حرکت دست کاربر در نقاط مختلف کاری فالکن ..... ۱۰۸
- شکل ۱۱-۶: تأثیر سرعت دست کاربر بر پایداری سامانه لمس مجازی ..... ۱۰۸
- شکل ۱۲-۶: نمودار بلوکی سامانه تعامل با دیوار مجازی ..... ۱۱۰
- شکل ۱۳-۶: برخورد با دیوار مجازی (خط‌چین) بدون حضور میراگر: الف) سختی ۳۰۰ نیوتن بر متر؛  
ب) سختی ۳۳۰ نیوتن بر متر ..... ۱۱۲
- شکل ۱۴-۶: برخورد با دیوار مجازی (خط‌چین) با سختی ۳۶۰ نیوتن بر متر و ضریب میرایی ۰/۵  
نیوتن ثانیه بر متر ..... ۱۱۳
- شکل ۱۵-۶: برخورد با دیوار مجازی (خط‌چین) با سختی ۶۰۰ نیوتن بر متر و ضریب میرایی ۰/۷  
نیوتن ثانیه بر متر ..... ۱۱۳
- شکل ۱۶-۶: تأثیر جبران‌ساز انرژی در پایداری رهاسازی روی دیوار مجازی ..... ۱۱۵
- شکل ۱۷-۶: تأثیر جبران‌ساز انرژی در پایداری سقوط بر روی دیوار مجازی ..... ۱۱۶
- شکل ۱-أ: مدل سالی‌دورکز ربات فالکن ..... ۱۲۲
- شکل ۲-أ: سکوی ثابت فالکن- نمای روبرو؛ شکل ۳-أ: لینک ورودی ربات فالکن ..... ۱۲۲
- شکل ۴-أ: لینک چهارمیله‌ای ربات فالکن ..... ۱۲۳
- شکل ۵-أ: سکوی متحرک، نمای پشت ..... ۱۲۳

## فهرست جداول

- جدول ۱-۲: مقایسه مهم‌ترین افزاره‌های لامسه‌ای تجاری ..... ۲۵
- جدول ۱-۴: مشخصات فنی فالکن ..... ۴۰
- جدول ۲-۴: اندازه اجزای مختلف افزاره فالکن ..... ۴۵
- جدول ۳-۴: مقدار جرم، ممان اینرسی جرمی نسبت به مفصل متحرک حول محور دوران و موقعیت مرکز جرم اجزای فالکن ..... ۴۵
- جدول ۴-۴: سایر مشخصات افزاره فالکن ..... ۴۶
- جدول ۱-۶: مقادیر ارائه‌شده برای مؤلفه‌های مدل دست انسان در مقالات مختلف ..... ۱۱۱



## علائم اختصاری

F	نیرو
J	ماتریس ژاکوبین افزاره لامسه‌ای
k	سختی
G	تابع تبدیل
$\delta$	بیشترین عمق نفوذ
$\theta$	زاویه مفصل افزاره لامسه‌ای
$\tau$	گشتاور عملگر افزاره لامسه‌ای
Z	امپدانس مکانیکی (یا الکتریکی)
■ <sub>vc</sub>	اندیس جفت‌شدگی مجازی
■ <sub>d</sub>	اندیس مقدار مطلوب (در حلقه‌های کنترلی)
■ <sub>e</sub>	اندیس محیط (یا جسم) مجازی
■ <sub>ecc</sub>	اندیس انرژی جبران‌ساز
■ <sub>h</sub>	اندیس کاربر انسانی
■ <sub>m</sub>	ربات راهبر (افزاره لامسه‌ای)
■ <sub>sat</sub>	اندیس الگوریتم اشباع
■ <sub>stall</sub>	اندیس گشتاور/نیروی واماندگی
■ <sub>t</sub>	اندیس ابزار مجازی
■ <sub>th</sub>	اندیس حد آستانه
■ <sub>w</sub>	اندیس دیوار مجازی
■ <sub>t</sub>	در لحظه t
■ <sub>.</sub>	مشتق اول نسبت به زمان
■ <sub>..</sub>	مشتق دوم نسبت به زمان
■ <sub>^</sub>	مقدار تخمین زده شده

فصل اول

دیسپاچہ

## ۱-۱ بازخورد نیرویی<sup>۱</sup> در فضای واقعیت مجازی<sup>۲</sup>

امروزه، با پیشرفت روزافزون فناوری، حضور فضای واقعیت مجازی در زندگی بشر روزبه‌روز پررنگ‌تر می‌شود. در فضای واقعیت مجازی، نهایت سعی بر این است که اجسام مجازی بتوانند همانند اجسام حقیقی حواس انسان را تحریک کنند. از بین حواس پنج‌گانه چشایی، بویایی، شنوایی، بینایی و بساواایی (لامسه)؛ دو حس بینایی و بساواایی می‌توانند درک نسبتاً کاملی را از فیزیک اجسام تأمین کنند. در این بین، حس بساواایی با درک بازخورد نیرویی (با عنوان هپتیک<sup>۳</sup> که در متون فارسی با عنوان «تعامل لامسه‌ای» از آن یاد می‌شود) و بازخورد لمسی (با عنوان تکتایل<sup>۴</sup>)، نقشی مهم ایفا می‌کند؛ چنان‌که طبق بررسی دیلون و همکارانش، از طریق لمس یک جسم، می‌توان به حداقل ۲۲ ویژگی آن جسم همچون سفتی، بافت، لطافت، زبری، رطوبت، دما و ضخامت پی برد [۱].

هر مجموعه واقعیت مجازی، شامل سه جزء اصلی است: کاربر، محیط مجازی و واسط بین این دو [۲]. واسط -که معمولاً سخت‌افزاری متصل به رایانه است- ورودی‌ها را از کاربر گرفته و به محیط مجازی منتقل می‌کند. در این محیط -که نرم‌افزاری است- محاسبات لازم انجام شده و نتایج مجدداً از طریق واسط به کاربر منتقل می‌گردد (شکل ۱-۱).

اگرچه مفهوم بازخورد نیرویی در فضای واقعیت مجازی، اولین بار در سال ۱۹۵۴ توسط گورتز و تامسون و برای کاربری از راه دور<sup>۵</sup> در محیط‌های هسته‌ای پیشنهاد داده شد [۳]، اما آغاز ساخت افزاره‌های لامسه‌ای<sup>۶</sup> با بازخورد نیرویی -به‌عنوان واسط سخت‌افزاری بین کاربر و محیط مجازی- به اوایل دهه ۱۹۹۰ برمی‌گردد [۴]. امروزه با پیشرفت فناوری، انواع مختلفی از افزاره‌های لامسه‌ای تجاری و تحقیقاتی با دقت‌ها و درجه‌آزادی‌های مختلف طراحی و تولید گشته‌اند [۵].

<sup>1</sup> Force feedback

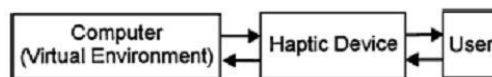
<sup>2</sup> Virtual Reality (VR)

<sup>3</sup> Haptic

<sup>4</sup> Tactile

<sup>5</sup> Tele-operation

<sup>6</sup> Haptic devices



شکل ۱-۱: اجزای اصلی یک مجموعه واقعیت مجازی با تعامل لامسه‌ای [۲]

با پیشرفت افزاره‌های لامسه‌ای، دریافت بازخورد نیرویی به کمک استفاده از این گونه افزاره‌ها به بخشی کاربردی و مورد توجه در فضای واقعیت مجازی تبدیل شده و این امکان را فراهم کرده است تا در فضای مجازی، از حس ب‌ساوایی نیز بهره برد و به لمس اشیاء مجازی پرداخت و با استفاده از این حس، در کنار حواس بینایی و شنوایی به درک هرچه بیشتر واقعیت مجازی نائل آمد. امروزه از این گونه افزاره‌ها در فناوری‌های مختلفی [۵، ۶] چون کنسول‌های بازی، شبیه سازی و لمس اشیاء و فضاهای دور از دسترس، آزمایشگاه‌های مجازی [۷]، آموزش‌های پزشکی و دندانپزشکی [۴]، جراحی از راه دور و جراحی بافت‌های ظریف و حساس [۸]، انجام تمرینات توان‌بخشی و بازتوانی [۹]، کمک به افراد نابینا و کم‌بینا [۱۰]، کنترل نیرویی پنجه‌های مکانیکی [۱۱] یادگیری مهارت‌هایی که نیاز به تعامل نیرویی دارد مانند خلبانی و رانندگی [۱۲]، درک تراکنش‌های نیرویی بسیار بزرگ مانند تراکنش‌های منظومه‌های خورشیدی [۱۳] یا بسیار کوچک مانند واکنش‌های بین مولکولی [۱۴] و سایر مواردی که به‌نوعی نیاز به تعامل نیرویی دارند، استفاده می‌شود.

## ۲-۱ بازخورد نیرویی در حوزه جراحی

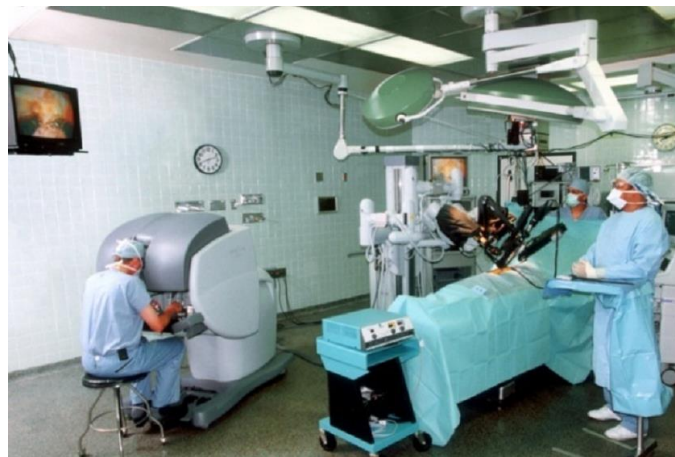
یکی از پرکاربردترین حوزه‌های عمل بازخورد نیرویی، حوزه پزشکی و جراحی در سه بخش جراحی از راه دور<sup>۱</sup>، جراحی بسته با کمترین تهاجم<sup>۲</sup> و آموزش جراحی<sup>۳</sup> می‌باشد.

<sup>۱</sup> Tele-surgery

<sup>۲</sup> Minimally Invasive Surgery (MIS)

<sup>۳</sup> Surgery training

در جراحی از راه دور، جراح در فضایی دور از بیمار قرار گرفته و یک ربات راهبر<sup>۱</sup> حرکات جراح را دریافت کرده و به ربات پیرو<sup>۲</sup> ارسال می‌کند. ربات پیرو، حرکات دریافتی را بر روی بیمار اعمال می‌کند؛ از طرفی ربات پیرو، بازخورد نیرویی و گرافیکی عضو تحت جراحی را به ربات راهبر ارسال می‌کند و ربات راهبر آن را در اختیار جراح می‌گذارد. از مزایای این روش جراحی می‌توان به امکان جراحی در مناطق دور از دسترس (همچون زیردریایی‌ها، ایستگاه‌های فضایی، مناطق جنگی)، کاهش تلورانس حرکت دست جراح و حذف لرزش دست ناشی از خستگی اشاره کرد. دو نمونه از مشهورترین سامانه‌هایی که برای این منظور طراحی و ساخته شده‌اند، سامانه جراحی از راه دور داونچی (شکل ۲-۱) و سامانه جراحی از راه دور ژئوس می‌باشد.



شکل ۲-۱: سامانه جراحی از راه دور داونچی [۱۵]

در جراحی بسته با کمترین تهاجم، همچون جراحی درون‌بینی<sup>۳</sup> و شکم‌بینی<sup>۴</sup>، بر روی بدن بیمار، دو یا سه شکاف کوچک ایجاد شده و دوربین و ابزار جراحی، از طریق این شکاف‌ها وارد بدن بیمار می‌شود و جراح صرفاً با مشاهده تصاویر درون بدن بیمار و با حرکت دادن ابزار جراحی، به انجام جراحی می‌پردازد (شکل ۳-۱). از مهم‌ترین مزایای این نوع جراحی آسیب کمتر به بیمار و در نتیجه کاهش دردها و مشکلات بعد از جراحی، تسریع بهبود بیمار و کاهش زمان و هزینه‌های بستری وی، عدم نیاز به شکستن استخوان جناغ و باز کردن قفسه سینه، بهبود سریع زخم‌های مربوط به

<sup>1</sup> Master robot

<sup>2</sup> Slave robot

<sup>3</sup> Endoscopic

<sup>4</sup> Laparoscopic

شکاف‌های کوچک ایجاد شده و کاهش اثرات باقی‌مانده ناشی از بریدگی بدن بیمار می‌باشد.



شکل ۱-۳: یک نمونه جراحی شکم‌بینی [۱۵]

### ۱-۳ اهمیت پروژه

در کنار مزایای ذکر شده برای جراحی با کمترین تهاجم و جراحی از راه دور، این نوع جراحی‌ها، محدودیت‌های جدی‌ای نیز برای جراح به دنبال دارند از جمله: کاهش درجات آزادی جراح، کاهش چالاکی جراح حین عمل، عدم درک صحیح از عمق نفوذ ابزار در بدن بیمار و حرکت آینه‌ای ابزار به دلیل دوران حول نقطه ورود به بدن؛ که غلبه بر این مشکلات و ایجاد حس سه‌بعدی از موضع جراحی و نیز هماهنگی بین دست و چشم<sup>۱</sup> در جراح، نیاز به تمرین و ممارست فراوان دارد.

روش‌های معمول در آموزش جراحان، تمرین بر روی مدل‌های پلاستیکی، تمرین بر روی جسد انسان و یا انجام عمل بر روی حیوانات زنده می‌باشد [۲]؛ مدل‌های پلاستیکی به‌سختی می‌توانند رفتار مکانیکی بافت زنده را بازسازی کنند؛ جسد انسان و حیوان نیز، علاوه بر موانع اخلاقی و قانونی، معمولاً به‌راحتی و تعداد مورد نیاز در دسترس نمی‌باشد؛ علاوه بر این‌ها، رفتار مکانیکی اندام مرده، با بافت زنده متفاوت است و آناتومی بدن حیوانات نیز تفاوت‌های اساسی با بدن انسان دارد. به این دلایل، در سه دهه اخیر، تکنیک‌های واقعیت مجازی به کمک جراحان آمده‌اند [۱۶]. در این محیط‌های مجازی، رفتار مکانیکی بافت‌ها و اندام‌های داخلی بدن و تماس ابزار جراحی با آن‌ها شبیه‌سازی می‌شود که این

<sup>۱</sup> Hand-eye coordination

شبیه‌سازی، هم شامل شبیه‌سازی نیروهای وارده به دست کاربر (پزشک جراح یا دانشجوی جراحی) و هم شامل شمای بصری تغییر شکل‌های ناشی از حرکت ابزار می‌باشد [۱۷].

آنچه در شبیه‌سازی تعاملی با بافت نرم<sup>۱</sup> یا جسم تغییر شکل‌پذیر<sup>۲</sup>، حائز اهمیت است، عبارت است از دقت، سرعت، سهولت به‌کارگیری و توانایی شبیه‌سازی تغییر شکل‌های بزرگ [۱۸]. با ساخت افزاره‌های مختلف لامسه‌ای، مشکل سهولت به‌کارگیری تا حد بسیار خوبی حل شده است. همچنین با افزایش حافظه رایانه‌ها مشکل تغییر شکل‌های بزرگ نیز حل شده است و آنچه همچنان به‌عنوان چالش جدی در این حوزه مطرح است، عبارت است از دقت شبیه‌سازی - به معنای تطابق رفتار مدل با رفتار جسم - و سرعت شبیه‌سازی.

عموماً برای شبیه‌سازی جسم تغییر شکل‌پذیر در تماس با جسم صلب، دو دسته روش وجود دارد [۱۹]:

- روش‌های مبتنی بر فیزیک مسأله مانند روش المان محدود یا مدل‌سازی با جرم و فنر و میراگر؛
  - روش‌های غیر مبتنی بر فیزیک و مبتنی بر هندسه مسأله همچون روش المان مرزی.
- روش‌های مبتنی بر هندسه، دارای محاسبات برخط<sup>۳</sup> کم و در نتیجه سرعت بالایی هستند، اما از دقت بالایی برخوردار نیستند و معمولاً تنها تغییرات الاستیک خطی را می‌توانند مدل کنند [۱۸]؛ لذا از این روش‌ها بیشتر برای شبیه‌سازی گرافیک مسأله استفاده می‌شود؛ اما روش‌های مبتنی بر فیزیک اگرچه غالباً دارای دقت بهتری می‌باشند و می‌توان با استفاده از داده‌های علمی، پارامترهای مسأله را به دست آورد، اما محاسبات عددی سنگین این روش‌ها، سرعت آن را به شدت کاهش می‌دهد.

## ۴-۱ اهداف پژوهش

در این پایان‌نامه، هدف این است که با بررسی روابط تماس دینامیکی بین یک ابزار (به‌عنوان جسم صلب) و یک جسم تغییر شکل‌پذیر، و با به دست آوردن معادلات پایه‌ای، یک بازخورد نیرویی

<sup>1</sup> Soft tissue

<sup>2</sup> Deformable object

<sup>3</sup> Online

جهت شبیه‌سازی در واسط لامسه‌ای محاسبه شود و با بهره‌گیری از یک افزاره لامسه‌ای، یک محیط واقعیت مجازی برای شبیه‌سازی تعامل با جسم تغییرشکل‌پذیر پدید آید. در این کار جسم تغییرشکل‌پذیر و ابزار با دو آبرویه<sup>۱</sup> مدل می‌شوند که نماینده خوبی از اجسام مختلف محسوب می‌شوند. همچنین تلاش می‌شود در الگوریتم ارائه شده، پایداری<sup>۲</sup> سامانه نیز حفظ شود.

از آن جایی که ویژگی‌های مختلف شبیه‌ساز، وابستگی مستقیم به افزاره لامسه‌ای مورد استفاده دارد [۲۰]، ویژگی‌هایی چون درجه آزادی حرکتی و نیرویی، سرعت عمل و عدم دقت‌های افزاره لامسه‌ای، حدود کار را تعیین می‌کند. به همین دلیل لازم است پیش از انجام شبیه‌سازی، مشخصات و ویژگی‌های افزاره لامسه‌ای موجود استخراج شوند.

### نوآوری‌های پژوهش:

- تکمیل الگوریتم تشخیص برخورد و محاسبه عمق نفوذ برای دو آبرویه؛
- ارائه روش نوین محاسبه نیروهای تعامل جسم تغییرشکل‌پذیر و ابزار صلب به عنوان دو آبرویه؛
- یکپارچه‌سازی بخش‌های مختلف محاسبه نیرو؛
- تصحیح و تکمیل الگوریتم اشباع<sup>۳</sup>؛
- توسعه الگوریتم یافتن بیشترین سختی دیوار مجازی با استفاده از مدل افزاره لامسه‌ای؛

## ۱-۵ ساختار پایان‌نامه

این پایان‌نامه شامل هفت فصل می‌باشد. در فصل دوم مفاهیم پایه سامانه‌های کاربری از راه دور و شبیه‌سازهای تعامل با اجسام تغییرشکل‌پذیر با محوریت شبیه‌سازی جراحی بیان می‌شوند و اجزای اصلی یک چنین سامانه‌ای معرفی می‌گردند و در انتهای آن ابزارها و شبیه‌سازهای تجاری

<sup>1</sup> Superquadric

<sup>2</sup> Stability

<sup>3</sup> Saturation algorithm



موجود معرفی می شوند. در **فصل سوم** تاریخچه و کارهای انجام شده در حوزه محاسبه پاسخ برخورد بیان می گردد و مدل های مختلف استفاده شده در شبیه سازی تعامل با جسم نرم معرفی می گردند. در **فصل چهارم** - با توجه به اهمیت افزاره لامسه ای به کاررفته در شبیه سازی - به معرفی افزاره لامسه ای موجود در آزمایشگاه مkatرونیک دانشگاه شاهرود پرداخته می شود و روابط سینماتیکی و دینامیکی آن استخراج می شود و کارایی و عدم دقت های موجود در این افزاره بررسی می شوند. در **فصل پنجم** اجزای اصلی معرفی شده در فصل دوم، با محوریت برخورد یک آبرویه صلب - به عنوان ابزار - به یک آبرویه نرم - به عنوان جسم تغییر شکل پذیر - بیان شده و روابط و نتایج شبیه سازی آورده می شود. نوآوری های انجام شده در حوزه محاسبه نیروی ناشی از تعامل دینامیکی و الگوریتم اشباع در همین فصل مطرح می گردد. در **فصل ششم** مباحث مربوط به کنترل امپدانس مطرح می شود و پایداری سامانه تعامل با جسم مجازی - با تأکید بر لمس دیوار مجازی - مورد بررسی قرار می گیرد و اثر چند مؤلفه و الگوریتم مختلف بر پایداری بررسی می شود و در **فصل هفتم** - که بخش پایانی پایان نامه می باشد - برآیند کار و چشم انداز پژوهش های آینده آورده می شود.

## فصل دوم

### کاربری از راه دور:

### مفاهیم پایه

## ۱-۲ مقدمه

در یک سامانه کاربری از راه دور با بازخورد لمسی-یا یک شبیه‌ساز تعامل با اجسام تغییرشکل‌پذیر- اجزای مختلفی همچون ربات‌های راهبر و پیرو، کاربر، ابزار مجازی و محیط مجازی وجود دارند که از طریق الگوریتم‌هایی به هم متصل می‌شوند. شمایی از اجزای یک چنین سامانه‌ای و ارتباط بین آن‌ها در شکل ۱-۲ نشان داده شده است.

مطابق شکل، در یک شبیه‌ساز تعاملی، کاربر انسانی دسته ربات راهبر (که ممکن است به شکل ابزار جراحی یا ابزار تعامل واقعی باشد) را جابجا می‌کند که این جابجایی دسته ربات موجب چرخش در مفاصل ربات می‌شود. ربات راهبر، با اندازه‌گیری این چرخش‌ها و با استفاده از سینماتیک مستقیم، مقدار جابجایی ابزار را محاسبه کرده و به ابزار مجازی می‌دهد (جفت‌شدگی مجازی<sup>۱</sup>). به این ترتیب، با حرکت دست کاربر، ابزار مجازی به سمت محیط مجازی نزدیک می‌شود و بر اساس شکل هندسی ابزار مجازی و محیط مجازی و نیز موقعیت این دو، زمان برخورد این دو تشخیص داده می‌شود (تشخیص برخورد<sup>۲</sup>). با ادامه حرکت ابزار بر روی محیط مجازی، نیروهای (و تغییر شکل) ناشی از آن (بر اساس یکی از مدل‌های تغییر شکل محیط) محاسبه شده (پاسخ برخورد) و به سمت کاربر فرستاده می‌شود. با توجه به محدود بودن دامنه نیرویی و بسامد<sup>۳</sup>ی ربات راهبر، محاسباتی بر روی نیرو انجام شده و اصلاحاتی انجام می‌شود (همچون الگوریتم اشباع و جبران‌سازی انرژی<sup>۴</sup>) و نتیجه، به ربات راهبر فرستاده می‌شود. در ربات راهبر، با استفاده از ماتریس ژاکوبین<sup>۵</sup>، گشتاورهای اعمالی به موتورهای محاسبه شده و به این ترتیب کاربر نیروی موردنظر را در دست خود حس می‌کند.

از طرف دیگر در سامانه کاربری از راه دور، موقعیت ابزار مجازی به ربات پیرو فرستاده می‌شود؛

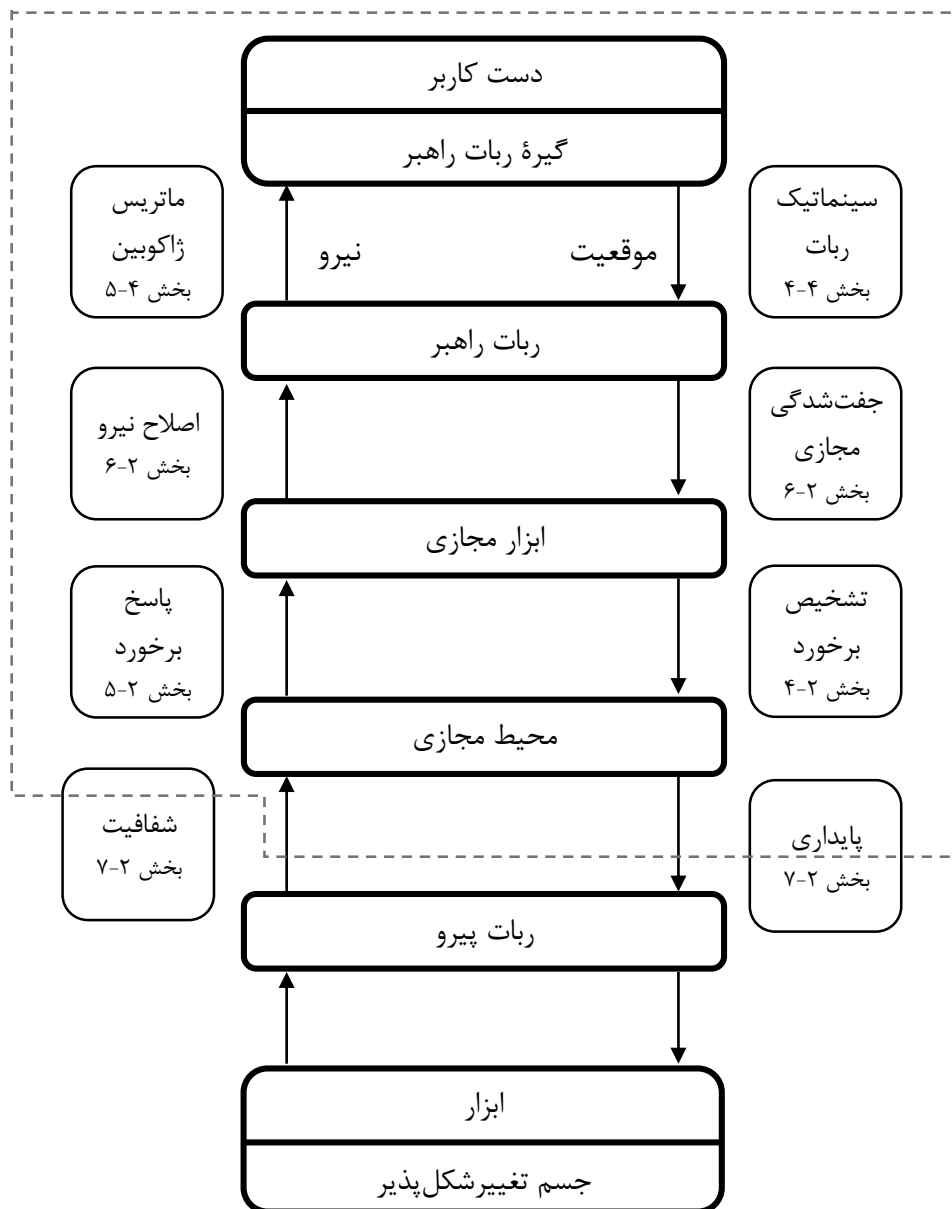
<sup>1</sup> Virtual coupling

<sup>2</sup> Collision detection

<sup>3</sup> frequency

<sup>4</sup> Energy compensating

<sup>5</sup> Jacobean Matrix



شکل ۱-۲: شمای کلی سامانه کاربری از راه دور (اجزای شبیه‌ساز تعاملی درون خط‌چین نشان داده شده است)

ربات پیرو، این حرکت را به ابزار خود که در تعامل مستقیم با جسم تغییر شکل پذیر است، منتقل می‌کند و در صورت وجود حسگرهای نیرویی، نیروی ناشی از برخورد، تماس و نفوذ را اندازه‌گیری کرده و به شبیه‌ساز ارسال می‌کند. در این بین، پایداری و شفافیت<sup>۲</sup> سامانه نیز بهبود داده می‌شود. در ادامه این فصل، پس از توضیح انواع سامانه‌های کاربری از راه دور و اجزای کلی آن، چند نمونه تجاری شبیه‌ساز تعامل با بافت نرم، معرفی می‌شوند.

<sup>1</sup> Sensor

<sup>2</sup> Transparency

## ۲-۲ ربات راهبر و پیرو

در یک سامانه جراحی از راه دور، معمولاً دو ربات نقش ایفا می‌کنند که یکی در سمت جراح قرار گرفته (ربات راهبر یا فرمانده) و دیگری در سمت بیمار (ربات پیرو یا فرمانبر). ربات سمت جراح به وسیله ابزارهایی شبیه به ابزارهای جراحی مانند کاوند<sup>۱</sup>، قیچی، چنگک<sup>۲</sup> و سوزن بخیه حرکات دست جراح را گرفته و از طریق خطوط انتقال، به ربات سمت بیمار می‌فرستد؛ ربات سمت بیمار، با حذف لرزش دست جراح و بهینه کردن مسیر جراحی، حرکات دست جراح را بر روی بیمار پیاده می‌کند و بازخورد نیرویی و تصویری تحت جراحی را گرفته و به سمت ربات راهبر می‌فرستد و ربات راهبر این تصاویر و نیروها را به جراح انتقال می‌دهد. در چنین سامانه‌ای، یک کنترل‌کننده، نقش واسط بین دو ربات راهبر و پیرو را ایفا می‌کند. سایر سامانه‌های کاربری از راه دور نیز، معمولاً دارای همین اجزا می‌باشند. اجزای یک سامانه جراحی از راه دور در شکل ۲-۲ نشان داده شده است.



شکل ۲-۲: اجزای یک سامانه جراحی از راه دور [۱۵]

## ۳-۲ کاربری از راه دور

علاوه بر جراحی از راه دور می‌توان به کاربردهای دیگر کاربری از راه دور همچون جابجایی مواد هسته‌ای، تعمیرات فضایی، عملیات زیر آب و آموزش‌های از راه دور اشاره کرد. سامانه‌های کاربری از راه دور، به‌طور کلی به پنج دسته تقسیم می‌شوند:

- یک راهبر، یک پیرو: در این سامانه‌ها، ربات راهبر توسط انسان کنترل شده و ربات پیرو سعی

<sup>1</sup> Probe

<sup>2</sup> Grasper

در پیاده‌سازی حرکات مشابه با ربات راهبر را دارد.

- **یک راهبر-چند پیرو:** جهت افزایش انعطاف‌پذیری در حرکت، یک ربات راهبر توسط انسان حرکت داده می‌شود و چند ربات پیرو به‌گونه‌ای حرکت می‌کنند که برآیند حرکتشان با ربات راهبر برابر باشد و در عین حال از افتادن جسم گرفته‌شده جلوگیری شود.
  - **چند راهبر-یک پیرو:** این‌گونه سامانه‌ها بیشتر برای مباحث آموزشی استفاده می‌شود، به این شکل که ربات پیرو تنها توسط یکی از راهبرها کنترل می‌شود اما اطلاعات بازخوردی ربات پیرو به تمامی ربات‌های راهبر فرستاده می‌شود.
  - **چند راهبر-چند پیرو (با کنترل‌کننده مرکزی):** هر ربات راهبر از تمامی ربات‌های پیرو اطلاعات دریافت می‌کند و ربات‌های پیرو بر اساس برآیند تمامی ربات‌های راهبر حرکت می‌کنند.
  - **چند راهبر-چند پیرو (بدون کنترل‌کننده مرکزی):** این حالت نزدیک‌ترین مدل به رفتارهای مشارکتی انسان‌ها بوده و هر ربات پیرو توسط یک راهبر مجزا کنترل می‌شود و تنها تفاوت آن با سامانه‌های یک راهبر-یک پیرو، اشتراک محیط بین ربات‌های عمل‌کننده می‌باشد.
- چنانچه در یک سامانه یک راهبر-یک پیرو، محیطی که در تعامل با ربات پیرو است، حذف و با محیط مجازی جایگزین شود و کار ربات پیرو به نرم‌افزار رایانه‌ای واگذار شود، آن‌گاه سامانه کاربری از راه دور، تبدیل به شبیه‌ساز واقعیت مجازی می‌گردد.

## ۲-۴ تشخیص برخورد

تعامل دو جسم با یکدیگر را می‌توان در سه مرحله بررسی کرد:

۱- ابزار و محیط، تماسی با هم ندارند؛

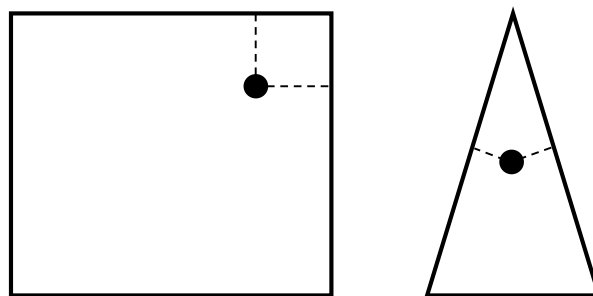
۲- ابزار به محیط برخورد می‌کند (یا از آن جدا می‌شود)؛

۳- ابزار و محیط در تماس با یکدیگرند.

در مرحله اول، ابزار، آزادانه در فضا حرکت می‌کند و هیچ نیرویی از طرف محیط به آن اعمال

نمی‌شود. در این مرحله، تنها نیرویی که به دست کاربر وارد می‌شود، نیروهای ناشی از ساختار دینامیکی ربات راهبر (همچون اصطکاک و وزن) است. پس از برخورد، براساس مدل در نظر گرفته‌شده برای محیط و عمق نفوذ و فشردگی جسم تغییر شکل‌پذیر، نیرویی به ابزار وارد می‌شود که این نیرو به دست کاربر منتقل می‌شود. در شبیه‌سازی تعامل با جسم تغییر شکل‌پذیر، تشخیص برخورد (و محاسبه کمترین فاصله یا بیشترین تداخل)، به‌عنوان اولین مرحله از محاسبات باید به‌سرعت انجام شود تا بتوان نیروی وارده به دست کاربر را با بسامد مطلوب به‌روز کرد.

برای تعیین برخورد و محاسبه عمق نفوذ ابزار صلب با جسم تغییر شکل‌پذیر، دو روش عمده وجود دارد. در روش اول - که روش مبتنی بر جریمه<sup>۱</sup> نامیده می‌شود - ابزار و جسم با مجموعه‌ای از اشکال ساده هندسی همچون نقطه، پاره‌خط صفحه، مکعب، کره و بیضی‌گون مدل شده و با داشتن موقعیت هر یک از آن دو، بر اساس روابط هندسی، موقعیت ابزار و جسم نسبت به هم در هر لحظه محاسبه می‌شود [۲۱، ۲۲]. بزرگترین مشکل این روش این است که تاریخچه حرکت ابزار در محاسبات لحاظ نمی‌شود؛ لذا در برخورد ابزار با اجسام نازک و یا ابزار چندسطحی، تشخیص سطحی که ابزار از آن وارد شده و در نتیجه تشخیص صحیح عمق نفوذ با مشکل مواجه می‌شود. در شکل ۲-۳ دایره سیاه بیانگر سر ابزار مجازی و مربع و مثلث بیانگر جسم مجازی می‌باشند. همان‌گونه که مشخص است، در هر مورد، دو عمق نفوذ مختلف ممکن است محاسبه شود.



شکل ۲-۳: اشکالات روش مبتنی بر جریمه

در روش دوم - که روش مبتنی بر قیود<sup>۲</sup> نامیده می‌شود - یک گوی مجازی همراه با سر ابزار

<sup>۱</sup> Penalty-based method

<sup>۲</sup> Constraints-based method

مجازی حرکت می‌کند. در خارج از جسم مجازی، این گوی بر سر ابزار منطبق است؛ هنگامی که ابزار با جسم مجازی برخورد می‌کند، سطوح اولیه جسم مجازی به عنوان قیود حرکتی گوی مجازی عمل کرده و با نفوذ ابزار به داخل جسم، گوی مجازی بر روی سطوح باقی می‌ماند و نفوذ می‌کند. با حرکت ابزار درون جسم، گوی مجازی نیز با الگوریتم‌هایی که در مقالات شرح داده شده است، بر روی سطح اولیه جسم (به عنوان قیود حرکتی) حرکت می‌کند. بسته به الگوریتم به کار رفته، این گوی مجازی، شیء خوانده<sup>۱</sup> [۲۳، ۲۴] یا جانشین مجازی<sup>۲</sup> [۲۵] نامیده می‌شود. این روش اگرچه مشکل روش قبل را ندارد اما به علت پیچیدگی روابط، از سرعت محاسباتی بسیار پایین‌تری - خصوصاً برای اجسام با هندسه‌های پیچیده - برخوردار است. علاوه بر این دو روش، روش‌های دیگری نیز همچون روش مبتنی بر ضربه<sup>۳</sup> جهت تشخیص برخورد دو جسم صلب [۲۶، ۲۷] و روش مبتنی بر وکسل<sup>۴</sup>ها جهت یافتن پاسخ گرافیکی برخورد [۴، ۲۸] پیشنهاد شده است.

برای درگیر نشدن با پیچیدگی‌های محاسباتی، روش مبتنی بر جریمه برای این پایان‌نامه انتخاب گردید. در بیشتر کارهای ارائه شده در زمینه تعامل لامسه‌ای با بافت نرم، ابزار مجازی یا به صورت نقطه‌ای به عنوان سر ابزار در نظر گرفته می‌شود [۲۹] و یا به صورت یک پاره‌خط فرض می‌شود تا بتواند گشتاورهای وارده را هم تشخیص دهد [۲]؛ اما در حوزه نمایش گرافیکی کارهای متنوع‌تری در این زمینه انجام شده است؛ به عنوان مثال در [۳۰] دو قطعه با تعدادی کره، مکعب یا استوانه مدل شده و برخورد بین آن‌ها بررسی می‌شود و در صورت برخورد، مجدداً همین کار را برای دو ناحیه تحت برخورد با تفکیک‌پذیری<sup>۵</sup> بیشتر انجام می‌دهد و یا در [۳۱] روابط تشخیص برخورد میان دو آبرویه بیان شده است. با توجه به گستره متنوع آبرویه‌ها و شباهت آن‌ها به برخی ابزار جراحی (مانند کاوند جراحی) و نیز بافت‌های بدن انسان، همین مدل در بخش ۵-۲ شرح داده می‌شود و برای نیاز این پژوهش تکمیل می‌گردد.

---

<sup>1</sup> God-object

<sup>2</sup> Virtual proxy

<sup>3</sup> Impulse-based method

<sup>4</sup> Voxel

<sup>5</sup> Resolution



## ۲-۵ پاسخ برخورد

پس از تشخیص برخورد، لازم است نیروهای وارده از ابزار مجازی به جسم مجازی محاسبه شود؛ همچنین تغییر شکل جسم، در یک محیط گرافیکی نمایش داده شود. در مقالات و کارهای مختلف، روش‌های مختلفی برای شبیه‌سازی واقعی برخورد -هم از نظر گرافیکی و هم نیرویی- توسعه داده شده‌اند که در بخش ۳-۳ به تفصیل بیان خواهند شد. علاوه بر این، در سال‌های اخیر، چندین چارچوب<sup>۱</sup> و نرم‌افزار دانشگاهی برای این کار تهیه شده که از جمله آن‌ها می‌توان به سوفاف<sup>۲</sup>، اپال<sup>۳</sup>، اپن‌تیشو<sup>۴</sup>، و گاف‌ای‌ام<sup>۵</sup> و آرتی‌سینث<sup>۶</sup> اشاره کرد.

## ۲-۶ جفت‌شدگی مجازی

در پردازش لامسه‌ای<sup>۷</sup>، برای ارتباط بین محیط مجازی و واقعی، دو روش استفاده می‌شود: پردازش مستقیم و جفت‌شدگی مجازی [۳۲].

در پردازش مستقیم، موقعیت گیره افزاره لامسه‌ای، مستقیماً به ابزار مجازی منتقل می‌شود و نیروهای حاصل از تعامل ابزار مجازی با محیط مجازی، مستقیماً به افزاره لامسه‌ای فرستاده می‌شود. در این روش، محاسبه نیروها کاملاً به هندسه ابزار بستگی دارد و نیازی به بررسی دینامیکی آن نیست؛ از طرفی، ممکن است تغییر مکان افزاره بیش از تغییر مکان مجاز برای ابزار باشد (خصوصاً در شبیه‌سازی محیط‌های صلب) و یا ممکن است نیروهای محاسبه‌شده، بیش از نیروی قابل اعمال توسط افزاره باشد که در هر دو حالت، ناپایداری سامانه را در پی خواهد داشت؛ علاوه بر آن گاهی نیاز به بزرگ‌نمایی، کوچک‌نمایی و یا اصلاح نیروی محاسبه‌شده است، همچنین در بسیاری مواقع، برای واقعی‌تر کردن شبیه‌سازی، لازم است وزن ابزار نیز در محاسبه نیروها دخیل باشد که روش پردازش

<sup>1</sup> Framework

<sup>2</sup> SOFA ([www.sofa-framework.org](http://www.sofa-framework.org))

<sup>3</sup> OPAL (<http://opal.sourceforge.net>)

<sup>4</sup> OpenTissue ([www.opentissue.org](http://www.opentissue.org))

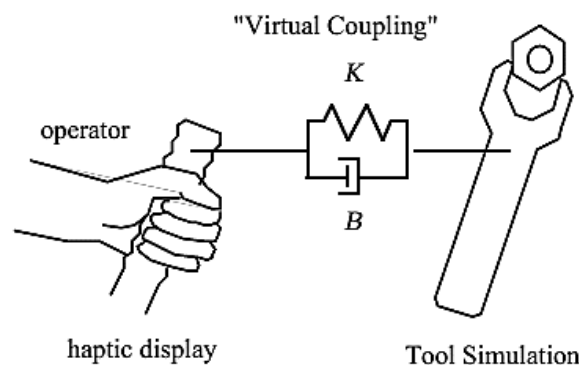
<sup>5</sup> VegaFEM (<http://run.usc.edu/vega>)

<sup>6</sup> Artisynt ([www.artisynt.org](http://www.artisynt.org))

<sup>7</sup> Haptic rendering

مستقیم، این موارد را تأمین نمی‌کند.

برای تأمین موارد ذکر شده، کلگیت و همکاریانش استفاده از جفت‌شدگی مجازی بین افزاره لامسه‌ای و ابزار مجازی را پیشنهاد کردند [۳۳]. در این روش، ابزار مجازی با یک جسم صلب مدل می‌شود که می‌تواند خواص فیزیکی (همچون جرم) داشته باشد (شکل ۲-۴). به این ترتیب، حرکت افزاره لامسه‌ای در یک محیط ویسکوالاستیک<sup>۱</sup> - که با یک فنر و میراگر<sup>۲</sup> موازی مدل می‌شود و ضرایب این دو، عملکرد مدل را تعیین می‌کند- تبدیل به نیرو شده و به ابزار مجازی منتقل می‌شود؛ این نیرو با نیروهای ناشی از برخورد ترکیب شده و به افزاره لامسه‌ای فرستاده می‌شود. همچنین پیش از ارسال نیرو به افزاره، می‌توان اعمالی جهت پایداری سامانه -مانند الگوریتم اشباع (بخش ۵-۴-۲) و کنترل جبران‌ساز انرژی (بخش ۵-۴-۱) بر روی آن انجام داد [۳۲]. همچنین برای پایداری بیشتر، می‌توان در محیط جفت‌شدگی مجازی سرعت ابزار و نیروی تعامل را پیش‌بینی کرد و زمان نمونه برداری را کاهش داد که این کار به پایداری سامانه کمک می‌کند [۳۴].



شکل ۲-۴: شماتیکی از جفت‌شدگی مجازی [۳۳]

شرح کامل‌تر جفت‌شدگی مجازی، در بخش ۴-۵ خواهد آمد.

## ۲-۷ پایداری و شفافیت

در سامانه‌های لامسه‌ای، عوامل متعددی می‌تواند باعث بروز ناپایداری گردد که مهم‌ترین آن‌ها

<sup>1</sup> Viscoelastic

<sup>2</sup> Damper

خطای گسسته‌سازی، تأخیر زمانی و ماهیت دینامیکی ذاتی اجزای سامانه می‌باشد [۷]. این ناپایداری‌ها خود را به صورت نوسان، پرش و حتی رفتارهای واگرایانه شدید نشان می‌دهد [۳۵].

در شبیه‌سازی تعامل، خطای گسسته‌سازی و ماهیت دینامیکی اجزا، بیشترین تأثیر را در ناپایداری سامانه دارند و در کاربری از راه دور، ناپایداری بیشتر به دلیل تأخیر ناشی از فاصله بین راهبر و پیرو می‌باشد. از آنجایی که در یک سامانه کاربری از راه دور و یا شبیه‌ساز لمسی جسم تغییر شکل پذیر، ربات‌های راهبر از نوع امپدانسی می‌باشند (رک. بخش ۶-۲-۲)، ناپایداری بیشتر در شبیه‌سازی جسم سخت بروز پیدا می‌کند؛ چرا که با نزدیک شدن به جسم سخت، به‌ازای تغییر کوچک در موقعیت، تغییر زیادی در نیروی بازخوردی روی می‌دهد. به همین دلیل، آزمون دیوار مجازی<sup>۱</sup> معمولاً به‌عنوان یک آزمایش برای بررسی پایداری یک دستگاه لمسی استفاده می‌شود.

از طرف دیگر، همچون هر سامانه کنترلی دیگری، پایداری با کارایی نسبت عکس دارد به‌طوری‌که با بهبود پایداری، کارایی افت می‌کند و با بهبود کارایی، سامانه ناپایدار می‌شود. در یک سامانه تعامل لامسه‌ای، از کارایی با تعبیر شفافیت نام برده می‌شود که به معنای توانایی لمس تمامی محیط‌های مجازی، اعم از محیط آزاد بدون سختی تا اجسام صلب با سختی بی‌نهایت می‌باشد. به تعبیر دیگر، چنانچه نیروی سمت راهبر ( $F_m$ ) سرعت سمت راهبر ( $v_m$ )، نیروی سمت پیرو ( $F_s$ ) و سرعت سمت پیرو ( $v_s$ ) متغیرهای یک سامانه کاربری از راه دور انتخاب شوند و این متغیرها از طریق ماتریس ترکیبی ( $H$ ) با هم در ارتباط باشند (رابطه ۲-۱)؛ آن سامانه کاملاً شفاف است اگر رابطه ۲-۲ در آن صادق باشد [۳۶]:

$$\begin{bmatrix} F_m \\ -v_s \end{bmatrix} = H \begin{bmatrix} v_m \\ F_s \end{bmatrix} \quad (۱-۲)$$

$$H = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} \quad (۲-۲)$$

برای رسیدن به پایداری در آزمایش دیوار مجازی، روش‌های گوناگونی در منابع مختلف ارائه

<sup>۱</sup> Virtual wall

شده که برخی از آن‌ها در بخش ۴-۶ بررسی می‌شوند. از آنجایی که مفهوم شفافیت بیشتر در مباحث کاربری از راه دور اهمیت پیدا می‌کند [۳۶]، در این پایان‌نامه چندان به این مفهوم پرداخته نمی‌شود و تنها در بخش ۴-۶-۱ اشاره‌ای به آن خواهد شد.

## ۲-۸ افزاره‌های لامسه‌ای

از اوایل دهه ۱۹۹۰ که اولین افزاره لامسه‌ای یک درجه‌آزادی توسط براون و کلگیت ساخته شد [۴] تا امروز، انواع مختلف آزمایشگاهی و تجاری از این افزاره‌ها طراحی و ساخته شده است. افزاره‌های لامسه‌ای انواع مختلفی دارند؛ آگوس آن‌ها را به سه دسته سوارشونده بر بدن<sup>۱</sup>، قرارگیرنده بر زمین<sup>۲</sup> و نمایشگرهای لمسی<sup>۳</sup> تقسیم کرده است [۳۷]؛ همچنین فیش آن‌ها را به شش دسته اسکلتی‌های ثابت<sup>۴</sup>، دستکش‌ها و پوشیدنی‌ها، منابع نقطه‌ای با عملکرد خاص، رابط‌های متحرک، افزاره‌های بازخورد نیرو/ورودی و نمایشگرهای لمسی تقسیم کرده است [۳۸].

از نظر ساختار نیز -همچون سایر ربات‌ها- افزاره‌های لامسه‌ای در دو نوع سری و موازی توسعه یافته‌اند که ربات‌های سری دارای دقت بیشتر و فضای کاری گسترده‌تر می‌باشند و در مقابل، ربات‌های موازی دارای سختی بیشتری بوده و در نتیجه می‌توان نیروهای بیشتری به آن‌ها اعمال کرد و سرعت و شتاب بیشتری انتظار داشت.

در ادامه چند نمونه از مهم‌ترین افزاره‌های لامسه‌ای تجاری بررسی می‌شوند که مقایسه‌ای کلی بین مهم‌ترین آن‌ها در جدول ۲-۱ در انتهای همین بخش آمده است.

### • دستکش‌های لامسه‌ای

یک دستکش لامسه‌ای قادر است اثر وجود یک جسم مجازی را از طریق عملگرهای<sup>۵</sup> نیوماتیکی و الکترومغناطیسی که در روی آن قرار دارد به دست کاربر القا کند. در واقع این نوع دستکش‌ها با

<sup>1</sup> Body-base devices

<sup>2</sup> Ground-base devices

<sup>3</sup> Tactile displays

<sup>4</sup> Exoskeletons and Stationary

<sup>5</sup> Actuator

میزان مقاومتی که در دست با ایجاد فشار ایجاد می‌کنند، یک حس لمسی از جسم به شخص می‌دهند. دستکش‌های لامسه‌ای، خود بر دو نوعند: دستکش‌های فعال و دستکش‌های غیرفعال. دستکش‌های غیرفعال تنها می‌توانند دارای بازخورد نیرویی باشند و می‌توان به کمک آن‌ها، اندازه و شکل اجسام را درک کرد؛ اما دستکش‌های فعال، علاوه بر بازخورد نیرویی، قادر به انتقال حس بساواپی نیز می‌باشند. از جمله دستکش‌های لامسه‌ای تجاری می‌توان از دستکش‌های تولیدی شرکت ایمرشن<sup>۱</sup> (دستکش‌های فعال سایبرتاچ<sup>۲</sup> و غیرفعال سایبرگراسپ<sup>۳</sup> و سایبرفورس<sup>۴</sup>) [۳۹]، دستکش‌های فایودی تی دیتاگلاو<sup>۵</sup> [۴۰] و دستکش کنترل بازی پاورگلاو<sup>۶</sup> [۴۱] نام برد. در شکل ۲-۵ یک نمونه دستکش فعال و یک نمونه دستکش غیرفعال نشان داده شده است.



شکل ۲-۵: الف) دستکش غیرفعال سایبرگراسپ؛ ب) دستکش فعال سایبرتاچ [۳۹]

### • پوشش لامسه‌ای

قدیمی‌ترین نمونه تجاری از این نوع افزاره‌های لامسه‌ای، محصول شرکت اورو<sup>۷</sup> بوده که به صدای خروجی از بازی‌های رایانه‌ای واکنش نشان داده و به کمک عملگرهای مغناطیسی یک ارتعاش تپشی را به بدن شخص انتقال می‌دهد [۳۷]. از دیگر افزاره‌های پوششی تجاری می‌توان به جلیقه‌های بازی اراگ<sup>۸</sup> [۴۲] و تری‌آردی‌اسپیس<sup>۹</sup> [۴۳] اشاره کرد که با استفاده از عملگرهای نیوماتیکی حس ضربه را در نواحی مختلف بدن ایجاد می‌کند. در شکل ۲-۶ دو نمونه از این نوع افزاره‌ها نمایش داده

<sup>1</sup> Immersion  
<sup>2</sup> CyberTouch  
<sup>3</sup> CybarGrasp  
<sup>4</sup> CyberForce  
<sup>5</sup> 5DT Data Glove

<sup>6</sup> PowerGlove  
<sup>7</sup> Auro  
<sup>8</sup> ARAIG  
<sup>9</sup> 3RD Space

شده است.



ب

الف

شکل ۶-۲: افزاره‌های پوششی: الف) اورو [۳۷]؛ ب) اراگ [۴۲]

### • افزاره اسکلتی ایبل<sup>۱</sup>

اسکلتی ایبل مح‌صولی جدید از شرکت هپشن<sup>۲</sup> است که این نوع افزاره‌ها را از فاز تحقیقاتی وارد فاز تجاری کرد. کاربرد این نوع افزاره‌ها بیشتر در فعالیت‌های توان‌بخشی و بازتوانی می‌باشد. انواع مختلف این افزاره لمسی، بر روی شانه، بازو، آرنج و مچ سوار شده و از ۴ تا ۷ درجه آزادی فعال را برای کاربر فراهم می‌کند (شکل ۷-۲) [۴۴].



شکل ۷-۲: افزاره لامسه‌ای اسکلتی ایبل [۴۴]

### • اهرم‌های دوبعدی میکروسافت<sup>۳</sup>

شرکت میکروسافت که از سال ۱۹۹۹ به تولید تجاری اهرم‌های بازی با نام عمومی سایدویندر<sup>۴</sup> روی آورده بود [۴۵] در سال ۲۰۰۳ با انجام اصلاحات فراوان، به بازتولید این نوع دسته

<sup>1</sup> Able  
<sup>2</sup> Haption

<sup>3</sup> 2D Microsoft joysticks  
<sup>4</sup> SideWinder

بازی‌ها پرداخت که برخی از انواع آن به بازخورد نیرویی نیز مجهز شده بود (شکل ۸-۲). این نوع از اهرم‌های مایکروسافت، تنها قادر به ایجاد نیرو در دو جهت بوده و نیروی بازخوردی از دقت بسیار پایینی برخوردار است. با وجود توقف تولید این محصول در سال ۲۰۰۷، همچنان نمونه‌هایی از آن در بازار یافت می‌شود.



شکل ۸-۲: یک نمونه از اهرم‌های مایکروسافت دارای بازخورد نیرویی [۴۵]

#### • افزاره‌های فانتوم<sup>۱</sup>

افزاره لامسه‌ای فانتوم اولین بار در دانشگاه ام‌آی‌تی طراحی و ساخته شد و توسط شرکت سنس‌ایبل<sup>۲</sup> به تولید انبوه رسید. فانتوم، به علت محدوده قیمتی متنوع، حجم نسبتاً کوچک و به‌خصوص شکل خاص قلم‌مانند دسته آن که شباهت زیادی به ابزار جراحی دارد، مورد استقبال گسترده در تحقیقات شبیه‌سازی جراحی و جراحی از راه دور قرار گرفت.

شرکت سنس‌ایبل، محصولات خود را در سه نوع فانتوم امنی، فانتوم دسکتاپ و فانتوم پریمیوم<sup>۳</sup> عرضه کرد (شکل ۹-۲) که دو نوع اول دارای ۶ درجه آزادی حرکتی و سه درجه آزادی در بازخورد نیرویی هستند و فانتوم پریمیوم، خود در انواع مختلف و با درجه آزادی‌های متفاوت عرضه شده است. پس از آنکه در سال ۲۰۱۲، شرکت سنس‌ایبل به شرکت ژئومجیک پیوست، فانتوم امنی با نام ژئومجیک تاچ و فانتوم دسکتاپ با نام ژئومجیک تاچ ایکس<sup>۴</sup> عرضه شد [۴۶].

<sup>1</sup> Phantom  
<sup>2</sup> SensAble

<sup>3</sup> Omni, Desktop & Premium  
<sup>4</sup> Geomagic Touch X



شکل ۹-۲: سه نمونه افزاره لامسه‌ای فانتوم: الف) فانتوم امنی؛ ب) فانتوم دسکتاپ؛ پ) فانتوم پرمیموم [۴۶]

### • افزاره‌های ویرچوس<sup>۱</sup>

افزاره‌های لمسی ویرچوس محصول شرکت هپشن که در سال‌های اخیر وارد بازار شده‌اند دارای ویژگی‌های منحصر به فردی همچون فضای کاری بزرگ، قابلیت بازخورد نیروهای بزرگ در ۶ جهت به صورت فعال و در عین حال دارای سختی پایین، دسته‌های متنوع و قابل تعویض و پشتیبانی نرم‌افزاری قوی می‌باشند. به‌عنوان مثال نوع ویرچوس ۶ این افزاره، دارای فضای کاری  $1080 \times 658 \times 1300$  میلی‌متر و حداکثر نیرو/گشتاور بازخوردی ۳۵ نیوتن/۳ نیوتن‌متر می‌باشد. از ویژگی‌های نرم‌افزاری آن نیز می‌توان به دارا بودن کیت توسعه<sup>۲</sup> قوی برای دو سیستم عامل ویندوز و لینوکس، توابع ای‌پی‌آی سطح پایین برای برنامه‌نویسی تخصصی، توابع سطح بالای گرافیکی، یکپارچگی توابع برای افزاره‌های مختلف و دارا بودن افزونه برای تعامل مستقیم با نرم‌افزارهای سالدورکز<sup>۳</sup> و کتیا<sup>۴</sup> اشاره کرد [۴۴]. در شکل ۱۰-۲ دو نمونه از این افزاره‌ها نشان داده شده است.



شکل ۱۰-۲: دو نمونه از افزاره‌های لمسی ویرچوس [۴۴]

<sup>1</sup> Virtuoso™

<sup>2</sup> Development Kit (DK)

<sup>3</sup> SolidWorks

<sup>4</sup> Catia



## • افزاره لامسه‌ای نوینت فالکن<sup>۱</sup>؛

افزاره لامسه‌ای فالکن، محصول شرکت نوینت که در سال ۲۰۰۷ به بازار عرضه شد، اگر چه در واقع یک اهرمک سه‌بعدی بازی با سه درجه آزادی حرکتی و نیرویی است، اما به علت قیمت ارزان، در کنار دقت و تفکیک‌پذیری نسبتاً قابل قبول، در فعالیتهای لامسه‌ای زیادی - خصوصاً در مرحله آزمایشگاهی - مورد استفاده قرار گرفته است؛ خصوصاً اینکه شاه و همکارانش در [۴۷] نشان دادند که با اتصال دو فالکن به یکدیگر می‌توان به یک افزاره ۵ درجه‌آزادی ارزان قیمت دست یافت. با توجه به اینکه در این پایان‌نامه، از افزاره لامسه‌ای فالکن موجود در آزمایشگاه میکاترونیک دانشگاه شاهرود استفاده شد، در فصل ۴ به بررسی کامل‌تر این افزاره پرداخته می‌شود.

## • افزاره‌های فورس‌دیمنشن<sup>۲</sup>

شرکت فورس‌دیمنشن، از قدیمی‌ترین شرکت‌های عرضه‌کننده افزاره‌های لامسه‌ای تجاری دارای افزاره‌های لامسه‌ای متنوعی بر مبنای مکانیزم موازی دلتا می‌باشد. محصولات این شرکت عبارتند از: دلتا-۳؛ دلتا-۶، امگا-۳، امگا-۶، امگا-۷ و سیگما-۷ (شکل ۲-۱۱) که عدد جلو نام هر محصول بیانگر درجات آزادی فعال آن می‌باشد [۴۸]. طراحی این وسایل به‌گونه‌ای بوده است که درجات آزادی جابجایی از درجات آزادی دورانی مجزا شده‌اند؛ صفحه‌ای که میچ دوران‌کننده ۳ درجه آزادی بر روی آن نصب شده است، متصل به مکانیزمی است که تنها اجازه حرکت انتقالی می‌دهد [۲]. در محصولات ۷ درجه آزادی نیز، درجه آزادی اضافه مربوط به حرکت چنگک می‌باشد. در این افزاره‌ها سعی شده فضای کاری و حداکثر بازخورد نیرویی متناسب با فضای کاری و نیرویی دست انسان تأمین شود. به همین علت فضای کاری نسبتاً وسیع، نیروی قابل بازخورد نسبتاً زیاد و استحکام، سختی و حساسیت بالا از ویژگی‌های این محصولات می‌باشند.

<sup>1</sup> Novint Falcon

<sup>2</sup> Fource dimension



شکل ۱-۲: افزاره‌های لامسه‌ای فورس دیمنشن: الف) دلتا-۶؛ ب) امگا-۳؛ پ) سیگما-۷ [۴۸]

در جدول ۱-۲ مقایسه‌ای کلی بین مهم‌ترین افزاره‌های ذکر شده - بر اساس اطلاعات کالانمای<sup>۱</sup>

آن‌ها- انجام شده است.

جدول ۱-۲: مقایسه مهم‌ترین افزاره‌های لامسه‌ای تجاری

نام شرکت	نام افزاره	درجه آزادی حرکتی/نیرویی	فضای کاری (mm)	نیرو (N)   گشتاور (Nm)	بیشینه سختی (Nmm <sup>-1</sup> )	قیمت (\$۱۰۰۰)
ژئومجیک (سنس ایل)	تاچ	۳   ۶	۷۰×۱۲۰×۱۶۰	۰   ۳/۳	۱/۰۲ <	۱/۷
	تاچ ایکس	۳   ۶	۱۲۰×۱۲۰×۱۶۰	۰   ۷/۹	۱/۴۸ <	۹
	پریمیوم ۱	۳   ۶	۱۲۷×۱۷۸×۲۵۴	۰   ۸/۵	۳/۵	۱۵
	پریمیوم ۱/۵	۶-۳   ۶	۱۹۱×۲۶۷×۳۸۱	۰/۱۷-۰   ۸/۵	۳/۵	۴۳-۲۰
	پریمیوم ۳	۶-۳   ۶	۴۰۶×۵۸۴×۸۳۸	۰/۱۷-۰   ۲۲	۱	۶۰-۴۵
هپشن	ویرچوس ۳ دسکتاپ	۳   ۶	۲۰۰×۲۰۰×۲۰۰	۰   ۱۰	۱	۲۱
	ویرچوس ۶ دسکتاپ	۶   ۶	۲۰×۲۰×۲۰	۰/۴   ۱۰	۲	۲۵
	ویرچوس ۶	۶   ۶	۶۵۸×۱۰۸۰×۱۳۰۰	۳/۱   ۳۱	۲	۷۲
نویت	فالکن	۳   ۳	۱۰۱×۱۰۱×۱۰۱	۰   ۹~	؟	۰/۲۵
فورس دیمنشن	امگا ۳، ۶، ۷	۳   ۳، ۶، ۷	۱۱۰×۱۶۰×۱۶۰	۰   ۱۲	۱۴/۵	۲۰-۱۲
	سیگما ۷	۷   ۷	۱۳۰×۱۹۰×۱۹۰	۰/۴   ۲۰	؟	۵۲
	دلتا ۳	۳   ۳	۲۶۰×۴۰۰×۴۰۰	۰   ۲۰	۱۵	۱۹
	دلتا ۶	۶   ۶	۲۶۰×۴۰۰×۴۰۰	۰/۱۵   ۲۰	۱۵	۳۶

<sup>1</sup> Catalog

## ۱-۲ شبیه‌سازهای موجود

علاوه بر افزاره‌های موجود، تاکنون چند نمونه شبیه‌ساز کامل جهت شبیه‌سازی تعامل با بافت نرم به مرحله تولید تجاری رسیده است. یکی از اولین شرکت‌های فعال در زمینه تولید شبیه‌سازهای تجاری پزشکی، شرکت سرجیکال ساینس<sup>۱</sup> است. این شرکت، شبیه‌سازی را به نام لاپ‌سیم<sup>۲</sup> برای شکم‌بینی ساخته است [۴۹] که توسط آن می‌توان اعمالی چون کار با دوربین جراحی، بخیه‌زدن و عمل برداشتن کیسه صفرا را تمرین کرد (شکل ۲-۱۲). نمونه‌های اولیه این ابزار تنها حرکت دست جراح را حس نموده و به محیط مجازی منتقل می‌کرده و فاقد بازخورد نیرویی بوده، اما در سال‌های اخیر، بازخورد نیرویی به برخی مدل‌های آن اضافه شده است. این شرکت شبیه‌ساز اندوسیم<sup>۳</sup> را برای شبیه‌سازی جراحی درون‌بینی، بر روی سکوی لاپ‌سیم ارائه کرده است.



شکل ۲-۱۲: شبیه‌ساز لاپ‌سیم [۴۹]

شرکت فعال دیگر در این زمینه، شرکت سی‌ای‌ای<sup>۵</sup> است که دو شبیه‌ساز به نام‌های لاپ‌وی‌آر<sup>۶</sup> برای شبیه‌سازی شکم‌بینی (شکل ۲-۱۳) و اندووی‌آر<sup>۷</sup> برای شبیه‌سازی درون‌بینی ارائه کرده است که در سال‌های اخیر به بازخورد نیرویی مجهز شده‌اند [۵۰].

<sup>۱</sup> Surgical Science

<sup>۲</sup> LapSim®

<sup>۳</sup> EndoSim®

<sup>۴</sup> Platform

<sup>۵</sup> CAE

<sup>۶</sup> LapVR

<sup>۷</sup> EndoVR



شکل ۲-۱۳: شبیه‌ساز لاپووی آر [۵۰]

یکی از شرکت‌های نسبتاً قدیمی به نام ویرفای تکنولوژی<sup>۱</sup> نیز شبیه‌سازهایی برای آموزش شکم‌بینی ایجاد کرده بود که بیشتر برای تمرین هماهنگی بین چشم و دست بوده و کمتر به تقابل با بافت نرم می‌پرداخت [۲]. همچنین شرکت سیم‌بیونیکس<sup>۲</sup> شبیه‌سازهای مختلفی را برای شبیه‌سازی جراحی‌های مختلفی چون درون‌بینی، شکم‌بینی، مفصل‌بینی<sup>۳</sup>، نایژه‌بینی<sup>۴</sup> و زهدان‌بینی<sup>۵</sup> را در دو نوع با بازخورد نیرویی و بدون آن به بازار عرضه کرده است [۵۱].

شرکت ای‌اسرجیکال<sup>۶</sup> چند مدل شبیه‌ساز کوچک و قابل حمل برای جراحی شکم‌بینی به نام‌های ای‌اسیم<sup>۷</sup> (شکل ۲-۱۴) و ای‌اکیوب<sup>۸</sup>، عرضه کرده است که فاقد بازخورد نیرویی بوده و بیشترین تمرکز آن بر روی تمرین بخیه‌زدن در جراحی شکم‌بینی می‌باشد [۵۲].



شکل ۲-۱۴: شبیه‌ساز شکم‌بینی قابل حمل ای‌اسیم [۵۲]

<sup>1</sup> Verifi Tech.

<sup>2</sup> SimBionix (<http://symbionix.com/simulators/>)

<sup>3</sup> Arthroscopy

<sup>4</sup> Bronchoscopy

<sup>5</sup> Hysteroscopy

<sup>6</sup> eoSurgical

<sup>7</sup> eoSim

<sup>8</sup> eoCube

از دیگر شبیه‌سازهای تجاری این حوزه می‌توان به شبیه‌سازهای اس‌ای‌پی<sup>۱</sup> و دی-باکس<sup>۲</sup> شرکت سیم‌سرجری<sup>۳</sup>، شبیه‌ساز قابل حمل پیکسوز<sup>۴</sup> شرکت اینووس<sup>۵</sup>، شبیه‌سازهای ایچ<sup>۶</sup> و لاپ‌ترینر<sup>۷</sup> شرکت سیمولب<sup>۸</sup> و شبیه‌سازهای سری ام‌آی‌تی‌اس<sup>۹</sup> شرکت تری-دی‌مد<sup>۱۰</sup> اشاره کرد که غالباً فاقد بازخورد لامسه‌ای می‌باشند.

علاوه بر موارد ذکرشده، در سال‌های اخیر شبیه‌سازهای آزمایشگاهی و تحقیقاتی بسیاری طراحی شده و توسعه پیدا کرده‌اند که از آن جمله می‌توان به شبیه‌ساز جراحی دندان دانشگاه تربیت مدرس و شبیه‌ساز شکم‌بینی دانشگاه صنعتی شریف اشاره کرد.

---

<sup>1</sup> SEP

<sup>2</sup> D-Box

<sup>3</sup> SimSurgery ([www.simsurgery.com](http://www.simsurgery.com))

<sup>4</sup> Pyxus

<sup>5</sup> Inovus ([www.inovus.org](http://www.inovus.org))

<sup>6</sup> Edge

<sup>7</sup> LapTrainer

<sup>8</sup> SimuLab ([www.simulab.com](http://www.simulab.com))

<sup>9</sup> MITS

<sup>10</sup> 3-dmed ([www.3-dmed.com](http://www.3-dmed.com))

فصل سوم

مدل سازی بافت نرم:

مروری بر ادبیات

## ۳-۱ مقدمه

در شبیه‌سازی تعامل با جسم تغییر شکل‌پذیر دو مؤلفه بیش از سایر مؤلفه‌ها اهمیت دارد: دقت و سرعت؛ که تلاش برای افزایش هر یک به کاهش دیگری منجر می‌شود. به همین دلیل، پژوهشگران مختلف، روش‌های مختلفی را برای دستیابی به تعادلی منطقی بین سرعت و دقت شبیه‌سازی در بخش محاسبهٔ پاسخ برخورد توسعه داده‌اند که نظر به اهمیت آن در بحث شبیه‌سازی تعامل لامسه‌ای، در این فصل به معرفی این روش‌ها و کارهای مختلف انجام شده در این حوزه پرداخته می‌شود.

## ۳-۲ رفتار بیومکانیکی مواد

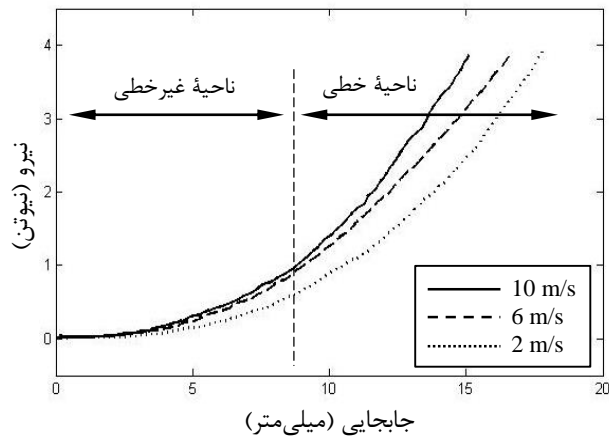
معمولاً یک جسم از لحاظ رفتار مکانیکی چندگونه مدل می‌شود: الاستیک خطی یا غیرخطی، ویسکوالاستیک خطی یا غیرخطی، هایپرالاستیک<sup>۱</sup> و الاستوپلاستیک<sup>۲</sup>.

در شکل ۳-۱ نمودار پاسخ نیرویی یک بافت نرم (بافت کبد آهو) به اعمال جابجایی با نرخ‌های مختلف آورده شده است. همان‌گونه که در این شکل مشاهده می‌شود، دو ویژگی مهم از این نمودار استخراج می‌گردد. اولین ویژگی وابسته بودن پاسخ بافت به نرخ کرنش می‌باشد و ویژگی دوم، غیرخطی بودن منحنی‌ها می‌باشد به طوری که با افزایش جابجایی اعمالی، شیب منحنی نیز افزایش می‌یابد؛ هرچند مشاهده می‌شود که رفتار بافت در کرنش‌های بالا شبه‌خطی می‌شود.

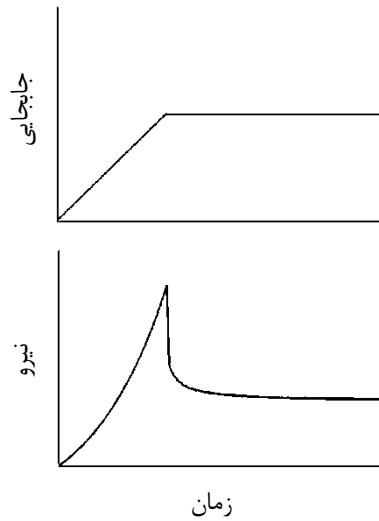
شکل ۳-۲، پدیدهٔ افت تنش در یک بافت زنده را نشان می‌دهد. همان‌گونه که در نمودار مشخص است، با اعمال کرنش ناگهانی به بافت، تنش به سرعت بالا رفته و سپس در مدت زمانی طولانی به مقدار نهایی خود افت می‌کند. وابسته به زمان بودن رفتار مکانیکی بافت و غیرخطی بودن آن نشان می‌دهد که رفتار بافت بدن از مدل ویسکوالاستیک غیرخطی تبعیت می‌کند.

<sup>1</sup> Hyperelastic

<sup>2</sup> Elastoplastic

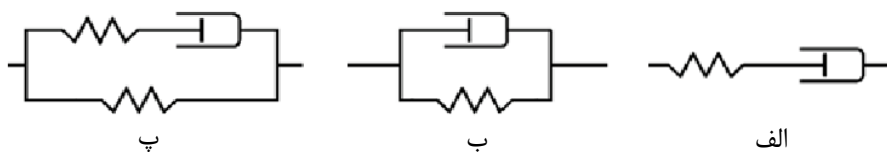


شکل ۳-۱: نمودار پاسخ نیرویی کبد آهو به اعمال جابجایی با سه نرخ مختلف، استخراج شده از داده‌های آزمایشگاهی مرجع [۵۳]



شکل ۳-۲: پدیده افت تنش در یک بافت زنده

برای مدل‌سازی دقیق تحلیلی در بیومکانیک، مدل‌های پیچیده‌ای بر پایه مکانیک محیط‌های پیوسته معرفی گشته‌اند. در این مدل‌ها، مؤلفه‌های بسیاری وجود دارند که شکل رفتار غیرخطی و ویسکوالاستیک بافت را تعیین می‌کنند. در کنار این مدل‌ها، مدل‌های ساده‌تری نیز پیشنهاد شده‌اند که از ساده‌ترین آن‌ها می‌توان به چینش ساده‌المان‌های فنر و میراگر در کنار هم با مدل‌های ویت، ماکسول و کلوین (شکل ۳-۳) اشاره کرد.



شکل ۳-۳: مدل‌های معمول ویسکوالاستیک: الف) مدل ماکسول، ب) مدل ویت و پ) مدل کلوین



### ۳-۳ روش‌های مدل‌کردن بافت نرم جهت محاسبه پاسخ برخورد

جهت انجام محاسبات تعامل بافت با ابزار، نیاز به مدل‌کردن بافت می‌باشد که روش‌های مختلفی برای این منظور پیشنهاد شده است. در مقالات مختلف دسته‌بندی‌های مختلفی برای این روش‌ها انجام شده است. در برخی، این روش‌ها به روش‌های ریاضی و فیزیکی تقسیم شده‌اند، در برخی به مدل‌های سطحی و حجمی، در برخی به مدل‌های مکانیکی و گرافیکی و در برخی دیگر به مدل‌های استاتیکی و دینامیکی. علاوه بر این‌ها مدل‌های بسیاری وجود دارند که ترکیبی از دو یا چند مدل دیگر هستند.

در روش‌های ریاضی، برخلاف روش‌های فیزیکی، فارغ از رفتار مکانیکی جسم، محاسبات صرفاً بر اساس روابط ریاضی انجام می‌شود. در مدل‌های سطحی، برخلاف مدل‌های حجمی، محاسبات با این فرض انجام می‌شود که تغییرات فقط از تغییر در سطح جسم ناشی می‌شود. در مدل‌های گرافیکی، برخلاف مدل‌های مکانیکی که در آن‌ها بیشترین تأکید بر محاسبات نیرویی می‌باشد، تأکید بر تغییر شکل‌های جسم می‌باشد؛ و در مدل‌های استاتیکی، با نادیده گرفتن اثرات سرعت و شتاب، فرض می‌شود که نیروها (و تغییر شکل‌ها) صرفاً تابعی از جابجایی در هر لحظه می‌باشند.

در ادامه این بخش، چند نمونه از پرکاربردترین روش‌ها معرفی می‌شوند و از آنجایی که روش مبتنی بر شبکه جرم‌ها و فنرها، برای این پایان‌نامه انتخاب شده است، این روش مبسوط‌تر شرح داده می‌شود. البته مدل‌های استفاده شده در کارهای گوناگون، محدود به همین چند مورد نمی‌باشد و ادبیات این رشته، بسیار گسترده‌تر می‌باشد.

### ۳-۳-۱ روش اسپلاین<sup>۱</sup>

اسپلاین، یک مدل صرفاً ریاضی است که در آن منحنی یا سطح موردنظر با کمک چند نقطه کنترلی، مشخص می‌گردد و شکل منحنی سطح با جابجا کردن این نقاط و درون‌یابی آن‌ها - با توابع

---

<sup>۱</sup> Spline

چندجمله‌ای و با اعمال شرایط پیوستگی در انتهای بازه‌ها- تعیین می‌شود [۵۴]. این روش سریع است و معادلات حاکم بر آن ساده‌اند اما ایجاد شکل‌های دلخواه در آن‌ها ساده نمی‌باشد و بستگی زیادی به تجربه کاربر دارد. همچنین محاسبه نیروهای منتج از برخورد بسیار سخت یا غیرممکن است.

### ۳-۳-۲ روش تغییرشکل‌های آزاد

این روش هم روشی صرفاً ریاضی است که در آن با تغییر شکل دادن و ایجاد اعوجاج در فضای اطراف جسم، تغییر شکل بر روی جسم به وجود می‌آید. در این روش، تغییرشکل‌ها کنترل شده‌تر بوده اما تعداد تغییرشکل‌های مجاز بر روی جسم محدودند و تمامی آن‌ها بایستی از ترکیب چند تغییرشکل اولیه به وجود آیند؛ همچنین محاسبه نیروهای منتج از برخورد بسیار سخت یا غیرممکن است. از آن جایی که در این دو مدل، محاسبه نیروهای ناشی از برخورد یا تماس غیرممکن است، از این دو غالباً در شبیه‌سازی‌هایی به کار می‌رود که بخواهیم صرفاً نمایش گرافیکی داشته باشیم و فیزیک مسأله برایمان مهم نباشد [۱۹].

### ۳-۳-۳ روش المان محدود<sup>۱</sup>

این روش یکی از پرکاربردترین روش‌ها در حوزه شبیه‌سازی تعامل با جسم تغییرشکل‌پذیر است. در این روش، نیروها و گشتاورهای خارجی اعمالی به جسم نرم، باعث تغییر در انرژی الاستیک ذخیره شده در آن می‌شود و جسم با تغییر شکل خود سعی می‌کند همواره در حداقل سطح انرژی باشد. معادلات در این مدل به شکل مشتقات پاره‌ای نوشته می‌شوند که حل آن‌ها نیازمند روش‌های عددی می‌باشد. در این مدل، برای حل عددی در هر بازه زمانی، جسم به المان‌های متعددی تقسیم می‌شود و از آنجایی که نیروهای وارد بر جسم تنها می‌توانند به گره‌های مش ایجاد شده وارد شوند، برای حفظ دقت و کیفیت، لازم است مدل به المان‌های بسیاری تقسیم شود؛ و لذا باید تعداد بسیاری معادله به صورت همزمان حل شود. در نتیجه با وجود دقت بالا، سرعت این مدل بسیار پایین است.

---

<sup>۱</sup> Finite Element Method (FEM)

برای حل مشکل سرعت، ابتکارات بسیاری انجام شده است؛ مثلاً معافی و همکارانش، استفاده از پیش‌پردازش اولیه جهت کاهش بار محاسبات و استفاده از پردازش‌های موازی جهت افزایش سرعت را پیشنهاد کرده‌اند [۵۵]؛ دیمایو و همکارانش فرض خطی بودن و دوبعدی بودن را برای کاهش محاسبات در نظر گرفته‌اند [۵۶]؛ صداقت، حذف تغییرشکل‌های دینامیکی بسامد بالا در کنار ساده‌سازی تغییر هندسه جسم را پیشنهاد کرده است [۵۷] و کوکاک با استفاده از رزولوشن‌های مختلف سعی کرده به سرعت قابل قبولی دست پیدا کند [۱۳]. علاوه بر این‌ها، در کارهای بسیاری، تلاش شده است تا از دقت این مدل، در کنار سرعت مدل‌های دیگر بهره برد که در بخش مدل‌های دوگانه به برخی از آن‌ها اشاره می‌شود.

از مشکلات دیگر این روش، می‌توان به اعتبار نداشتن آن در جابجایی‌ها و کرنش‌های بزرگ [۲] و عدم امکان مدل‌کردن محیط‌های ویسکوالاستیک غیرخطی به دلیل سرعت کم آن [۵۸] اشاره کرد.

### ۳-۳-۴ روش المان مرزی<sup>۱</sup>

این روش نیز مانند روش المان محدود روشی است برای تقسیم‌بندی هندسه جسم برای حل معادلات مشتقات پاره‌ای. در این روش تنها سطح و مرز خارجی جسم مش‌بندی شده و مانند روش المان محدود حل می‌شود. از آنجایی که نیاز به مش‌بندی حجم داخل جسم نیست، مشکل سرعت تا حدودی حل شده، اما همچنان به‌عنوان چالش در نظر گرفته می‌شود. از طرفی ایجاد برش و یا تغییرشکل در این روش بسیار مشکل است چرا که المانی برای نمایش حجم داخل جسم وجود ندارد؛ از طرف دیگر این روش برای بازخورد نیرویی کاربرد چندانی ندارد.

### ۳-۳-۵ مدل مبتنی بر وکسل‌ها

در این روش، کل فضای سه بعدی به صورت تعدادی وکسل (معادل سه‌بعدی پیکسل) در نظر گرفته می‌شود که هر وکسل، اطلاعات مشخصی مانند مکان، سرعت و جرم را در خود نگه می‌دارد.

<sup>۱</sup> Boundary Element Method (BEM)

هنگام حرکت دادن یک وکسل و یا اعمال نیرو به آن، اطلاعات وکسل‌های اطراف تحت تأثیر قیده‌های مدل تغییر کرده و تغییر شکل جسم به صورت جابجایی اطلاعات بین وکسل‌ها نمایش داده می‌شود. به این ترتیب با تداخل اطلاعات دو وکسل، برخورد به راحتی قابل تشخیص است. این روش بیشتر برای بازسازی سه بعدی اجسام از روی دسته تصاویر دوبعدی استفاده می‌شود و در بازخورد نیرو، کاربرد ندارد. مثلاً ارباب تفتی و همکارانش، در شبیه‌سازی براده‌برداری دندان از این روش استفاده کرده‌اند [۴] چرا که در کار آن‌ها جهت شبیه‌سازی موتور ابزار براده‌برداری، به افزاره لامسه‌ای، ارتعاش اجباری وارد می‌شود و نیازی به دقت بازخورد نیرویی وجود ندارد.

### ۳-۳-۶ روش زره زنجیره‌ای

در این روش، جسم به صورت حلقه‌های زنجیر متصل مدل می‌شود، در صورت حرکت دادن بیش از حد یک حلقه، حلقه‌های مجاور نیز به حرکت در می‌آیند و تغییر شکل جسم حاصل می‌شود. پیاده‌سازی این روش بسیار آسان است اما مشکل اصلی آن عدم تطابق با نتایج تجربی می‌باشد؛ به همین علت در شبیه‌سازی جراحی از این روش استقبال چندانی نشده است. از نمونه کارهایی که از این روش برای محاسبه بازخورد نیرویی استفاده شده، می‌توان به کار آه و همکارانش اشاره کرد [۵۹].

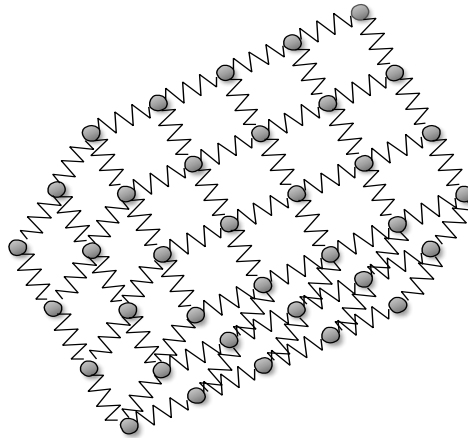
### ۳-۳-۷ مدل جدار نازک

در این روش، جسم به صورت یک پوسته جدار نازک پر شده با یک سیال تراکم‌ناپذیر مدل می‌شود و در حین کار با تغییر مدول حجمی سیال فرضی و پارامترهای پوسته، جسم تغییر می‌کند. این مدل سریع بوده و می‌تواند رفتار غیرخطی جسم را مدل کند، اما نمی‌تواند رفتار ویسکوالاستیک بافت را شبیه‌سازی کند؛ همچنین تغییر شکل‌ها در این روش مدل نمی‌شوند.

### ۳-۳-۸ مدل جرم-فنر

در این روش، جسم به صورت شبکه‌ای از جرم‌های نقطه‌ای که توسط فنر به یکدیگر متصلند در نظر گرفته می‌شود (شکل ۳-۴) که حرکت دادن یک جرم از طریق اعمال نیرو به آن، باعث انتقال نیرو

و جابجایی جرم‌های همسایه خواهد شد.



شکل ۳-۴: مدل جرم-فنر

برای افزودن خاصیت ویسکوالاستیک، می‌توان به این شبکه، به دو شکل میراگرافاضافه کرد: یکی در نظرگرفتن میراگر به موازات هر فنر، یک میراگر در نظر گرفت که در این صورت نیروی وارده از طرف میراگرها، به اختلاف سرعت دو گره متصل به دو سر آن بستگی دارد و دیگر اینکه فرض شود شبکه جرم و فنر در یک سیال لزج غوطه‌ور است که در این صورت، نیروی ناشی از آن فقط به سرعت همان گره وابسته است.

به این ترتیب، معادلات دینامیکی برای هر گره به شکل رابطه ۳-۱ می‌باشد [۶۰]:

$$M_i \ddot{\vec{r}}_i + b_i \dot{\vec{r}}_i + \sum_{j=1}^N (F_{ij}^b + F_{ij}^k) \frac{\vec{r}_i - \vec{r}_j}{\|\vec{r}_i - \vec{r}_j\|} = F_i^{ext} \quad (i = 1, 2, \dots, N_{tot}) \quad (1-3)$$

که در آن  $M_i$  بیانگر جرم گره  $i$ -ام،  $\vec{r}_i$  بردار مکان آن،  $b_i$  ضریب میرایی نوع دوم برای جرم  $i$ -ام،  $F_{ij}^k$  و  $F_{ij}^b$  به ترتیب نیروی میراگر نوع اول و فنر وارده به آن از طرف جرم  $j$ -ام متصل به آن،  $F_i^{ext}$  نیروی خارجی وارد شده به آن و  $N$  تعداد جرم‌های متصل به جرم  $i$ -ام می‌باشد.  $N_{tot}$  نیز تعداد کل جرم‌های نقطه‌ای می‌باشد. چنانچه فنر و میراگر متصل‌کننده دو جرم  $i$ -ام و  $j$ -ام را خطی و با ضریب میرایی  $b_{ij}$  و  $k_{ij}$  فرض کنیم، آنگاه نیروی وارده از جرم  $j$ -ام به جرم  $i$ -ام از دو رابطه ۳-۲ و ۳-۳ به دست می‌آید:

$$F_{ij}^b = b_{ij} \left( (\dot{\vec{r}}_i - \dot{\vec{r}}_j) \cdot (\vec{r}_i - \vec{r}_j) \right) \quad (2-3)$$

$$F_{ij}^k = k_{ij}(l_{ij} - l_{ij}^0) \quad (3-3)$$

که  $l_{ij}$  طول فنر بین گره‌های  $i$  و  $j$  و  $l_{ij}^0$  طول اولیه آن می‌باشد.

از آن جایی که در این روش تنها مؤلفه‌های قابل تغییر، ضرایب سختی فنرها و میرایی میراگرهاست، تعیین این ضرایب از چالش‌های این روش می‌باشد. برای تعیین این ضرایب، دویساک و همکارانش استفاده از شبکه عصبی را پیشنهاد داده‌اند [۶۱] و جوخدر و همکاران با استفاده از الگوریتم ژنتیک، مقدار آن‌ها را به دست آورده‌اند [۶۲]؛ وانگ و همکارانش پیشنهاد داده‌اند که برای این کار یکبار با استفاده از روش المان محدود، مسأله را به صورت برون‌خط<sup>۱</sup> حل کرده و با تطبیق آن با روش جرم و فنر، ضرایب مورد نیاز این روش را پیدا کرد [۶۳] و فرهمند و باصفا استفاده از بهینه‌سازی برون‌خط به روش کمترین مجموع مربع خطاها را پیشنهاد کرده‌اند [۶۰].

از مزایای این روش، کاملاً شناخته شده بودن دینامیک مدل، سادگی برنامه‌ریزی و حل دستگاه معادلات آن و نیز سرعت مناسب این مدل می‌باشد؛ همچنین از آن جایی که معادلات هر گره تنها به گره‌های مجاور وابسته است، می‌توان خواص غیرخطی را نیز به سهولت وارد معادلات کرد؛ از طرف دیگر، تقسیم جسم به نقاط مجزا، احتمال واگرایی معادلات حاکم در حل عددی، و ناتوانی در مدل کردن اجسام تراکم‌ناپذیر از معایب این روش است. این روش در بخش ۵-۳ بیشتر توضیح داده می‌شود.

### ۳-۳-۹ مدل‌های دوگانه

در این گونه مدل‌ها، با ترکیب دو یا چند مدل، تلاش می‌شود به حد تعادلی از سرعت و دقت دست یافت. این ایده که معادلات در نواحی نزدیک به محل تماس، با دقت حل شود اما در سایر نواحی، سرعت محاسبات اولویت داشته باشد، الهام‌بخش بسیاری از محققین بوده است. مثلاً هی و چُی پیشنهاد کرده‌اند که محاسبات برخط، با روش‌های مبتنی بر هندسه انجام شود و برای بالا بردن دقت،

<sup>1</sup> Offline

محاسبات المان محدود به صورت آفلاین و فقط در نواحی نزدیک به تماس انجام پذیرد [۱۹] و یا ژو و جو استفاده از روش المان مرزی را برای سطح جسم و استفاده از روش جرم و فنر را برای حجم جسم پیشنهاد کرده‌اند [۱۸].

فصل چہارم

افزارۃ لامسہ کے فائلکن



## ۱-۴ مقدمه

اگرچه افزاره لامسه‌ای فالکن (شکل ۱-۴)، به عنوان یک کنسول بازی ساخته شده، اما با توجه به مکانیزم موازی سه درجه‌آزادی، امکان تغییر گیره سر دستگاه، بسامد اسمی نزدیک به ۱۰۰۰ هرتزی حلقه کنترلی و نیز با توجه به قیمت نسبتاً ارزان آن، در کاربردهای مختلف آموزشی و آزمایشگاهی به‌طور فراگیر مورد استفاده قرار گرفته است. جدول ۱-۴ مشخصات فنی فالکن (برگرفته از کالانمای آن) را بیان می‌کند.



شکل ۱-۴: افزاره لامسه‌ای نوینت فالکن موجود در آزمایشگاه مکترونیک دانشگاه شاهرود

جدول ۱-۴: مشخصات فنی فالکن [۶۴]

4"×4"×4"	فضای کاری <sup>۱</sup>
2 lb <	قابلیت نیرو
400 dpi <	تفکیک موقعیت
1000 Hz	بسامد کنترلی
USB 2.0	واسط ارتباطی
9"×9"×9"	اندازه
4 lb	وزن
30 Watt, 100-240 V	تغذیه

<sup>۱</sup> Workspace

از آنجایی که در این پروژه، افزاره فالکن، به عنوان ربات راهبر در نظر گرفته شده، لازم دیده شد که روابط سینماتیکی و دینامیکی آن استخراج شود. در کارهای مختلفی همچون [۷، ۴۷، ۶۵، ۶۶] روابطی برای سینماتیک ربات فالکن ذکر شده است که در واقع این روابط برای ربات‌های شبیه فالکن مثل ربات دلتا-۳ و نه فالکن (ر.ک. انتهای بخش ۴-۲-۱)، صادقند و تنها در [۶۷] صرفاً روابط سینماتیک معکوس و ژاکوبین ربات فالکن ذکر شده است؛ بنابراین سایر روابط استخراج و محاسبه گردید که در ادامه بیان می‌گردد.

## ۲-۴ مکانیزم فالکن

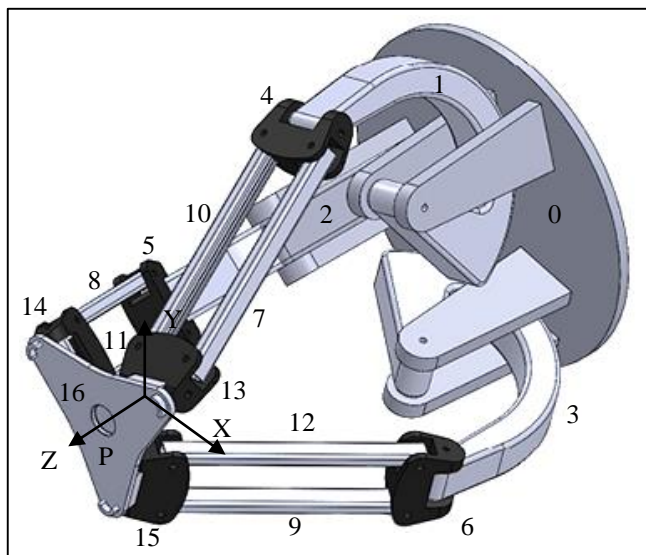
مکانیزم استفاده شده در طراحی فالکن، مکانیزم موازی و حلقه بسته دلتا-۳ می‌باشد [۶۸] که تأمین کننده ۳ درجه آزادی خطی می‌باشد؛ این مکانیزم، خود بر پایه مکانیزم ۴ درجه آزادی شناخته شده دلتا (معرفی شده در اواخر دهه ۱۹۸۰ [۶۹، ۷۰]) طراحی شده است.

در این مکانیزم، یک سکوی ثابت (پایه) و یک سکوی متحرک (مجری نهایی<sup>۱</sup>) تعبیه شده که جابجایی مجری نهایی فالکن، در نتیجه حرکت ۳ بازوی مفصلی است که هر کدام از آن‌ها به یک جفت میله موازی متصل شده‌اند. اجزای حرکتی فالکن، مدل شده در نرم افزار سالیدورکز در شکل ۲-۴ آورده شده است. ساختار مکانیزم به گونه‌ای طراحی شده که جهت گیری مجری نهایی، همواره موازی با پایه باقی می‌ماند؛ همچنین در فالکن، جعبه دنده حذف شده و انتقال قدرت از موتورها به بازوها مستقیماً توسط کابل‌های تحت کشش انجام می‌پذیرد.

مطابق شکل ۲-۴، اجزای فالکن از ۰ تا ۱۶ شماره گذاری شده‌اند که پایه، با شماره ۰ و مجری نهایی با شماره ۱۶ نمایش داده شده است. سه بازوی یکسان، این دو صفحه را به هم متصل می‌کنند. هر بازو شامل یک ران و یک ساق می‌باشد که هر ساق، یک چهارمیله‌ای صفحه‌ای متوازی الاضلاع است (تشکیل شده از دو میله و دو مفصل). ران‌ها با شماره‌های ۱، ۲ و ۳ مشخص شده‌اند و ساق اول با

<sup>۱</sup> End-effector

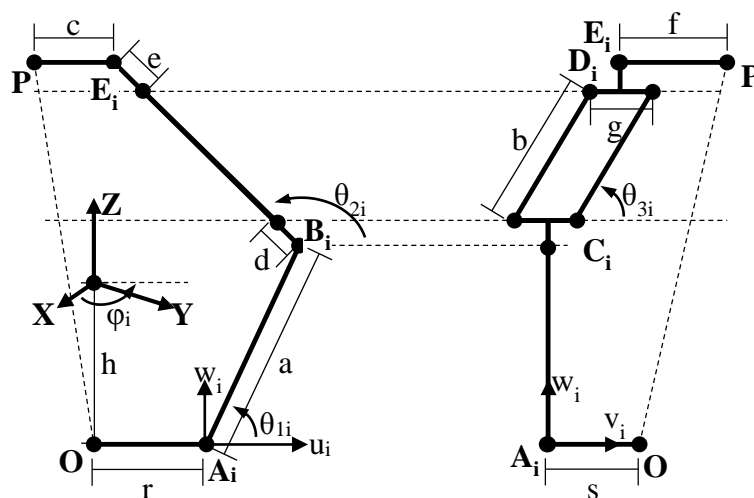
چهارمیله‌ای ۴، ۷، ۱۰ و ۱۳؛ ساق دوم با چهارمیله‌ای ۵، ۸، ۱۱ و ۱۴؛ و ساق سوم با چهارمیله‌ای ۶، ۹، ۱۲ و ۱۵ نمایش داده شده است.



شکل ۴-۲: اجزای فالکن، مدل شده در نرم افزار سالیدورکز

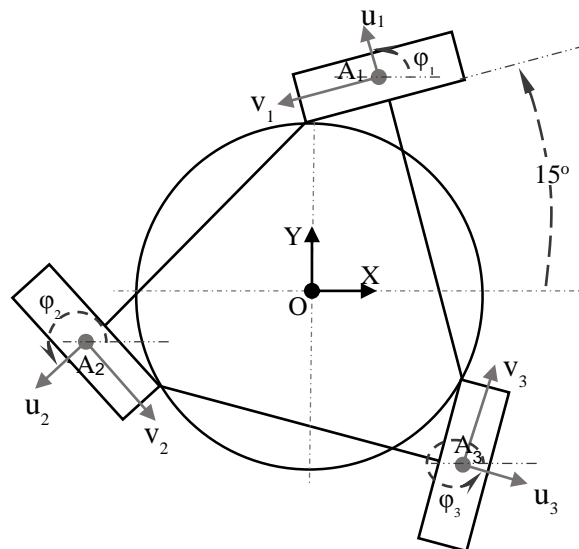
### ۴-۲-۱ تحلیل هندسی

در ربات فالکن، حرکت سکوی متحرک، ناشی از حرکت ۳ بازویی است که این صفحه را به صفحه ثابت وصل می‌کنند. با فرض اینکه ۳ بازو، دارای ابعاد یکسان بوده و نقطه  $O$  به مرکز صفحه ثابت و نقطه  $P$  به مرکز صفحه متحرک چسبیده، شماتیک بازوی  $i$ -ام ربات فالکن در شکل ۴-۳ نمایش داده شده است ( $i=1, 2, 3$ ).



شکل ۴-۳: شماتیک بازوی  $i$ -ام فالکن

مطابق شکل، دستگاه مختصات XYZ در فاصله h در راستای Z از صفحه ثابت قرار گرفته که محور Z عمود بر صفحه ثابت، محور X در راستای افق و محور Y در راستای قائم قرار گرفته‌اند؛ و دستگاه مختصات  $u_i v_i w_i$  به نقطه  $A_i$  که محل اتصال بازوی  $i$ -ام به صفحه ثابت است، چسبیده، به طوری که محور  $w_i$  موازی با محور Z در دستگاه مرجع و محور  $v_i$  هم راستای محور چرخش در  $A_i$  و محور  $u_i$  با زاویه  $\phi_i$  نسبت به محور X واقع شده‌اند. زوایای  $\phi_i$  با توجه به جهت فرض شده برای دستگاه XYZ تعیین شده (شکل ۴-۴) و دارای مقادیر ثابت می‌باشند. به این ترتیب،  $\theta_{1i}$  زاویه چرخش  $A_i B_i$  نسبت به محور  $u_i$ ،  $\theta_{2i}$  زاویه چرخش چهارمیله‌ای نسبت به محور  $u_i$  و  $\theta_{3i}$  زاویه چرخش چهارمیله‌ای نسبت به  $v_i$  می‌باشد.



شکل ۴-۴: شماتیک تصویر فالکن در صفحه XY

می‌توان معادله هندسی هر بازو را به صورت رابطه ۴-۱ نوشت:

$$\overrightarrow{A_i B_i} + \overrightarrow{B_i C_i} = \overrightarrow{OP} + \overrightarrow{PC_i} - \overrightarrow{OA_i} \quad (1-4)$$

در نتیجه، از طریق رابطه ۴-۲، با داشتن مختصات نقطه P نسبت به دستگاه  $u_i v_i w_i$

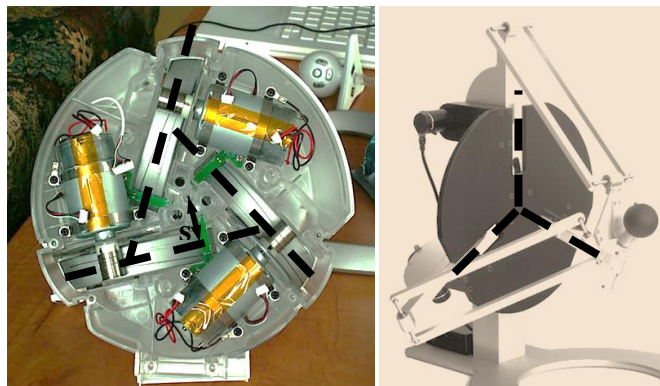
$$(\vec{P} = [P_X \quad P_Y \quad P_Z]^T), (\vec{p}_i = [p_{ui} \quad p_{vi} \quad p_{wi}]^T)$$

به دست می‌آید.

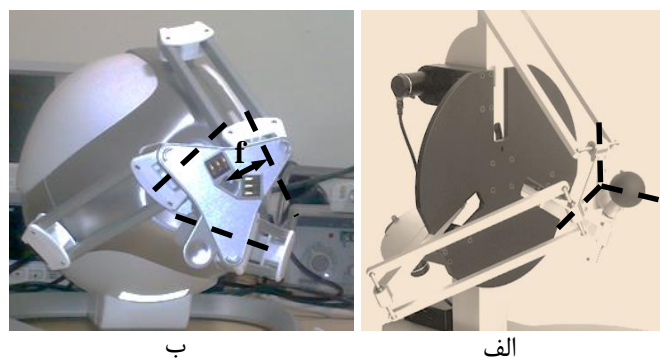
$$\tilde{p}_i = \begin{bmatrix} \cos \varphi_i & \sin \varphi_i & 0 \\ -\sin \varphi_i & \cos \varphi_i & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \bar{P} + \vec{r} \quad (2-4)$$

که  $\vec{r} = \overline{OA_i} = [-r \quad s \quad h]^T$  مختصات دستگاه مرجع، نسبت به دستگاه  $u_i v_i w_i$  می باشد.

نکته قابل توجه اینجاست که در اکثر کارهایی که در آن‌ها روابط سینماتیکی ربات فالکن استخراج شده‌اند مانند مراجع [۷، ۴۷، ۶۵، ۶۶]، دو مؤلفه  $f$  و  $s$  (که یکی از تفاوت‌های ربات فالکن با ربات دلتا-۳ می باشد) نادیده گرفته شده‌اند. در شکل ۴-۵ تفاوت ربات فالکن و دلتا-۳ از نظر مؤلفه  $s$  و در شکل ۴-۶ از نظر مؤلفه  $f$  نشان داده شده است. تصاویر واضح‌تر از مؤلفه‌های ذکر شده در ربات فالکن در دو شکل ۲-ا و ۵-ا پیوسته نشان داده شده است.



شکل ۴-۵: تفاوت دو ربات فالکن و دلتا-۳ از نظر مؤلفه  $s$  (خطوط نقطه‌چین، نمایشگر راستای بازوها می باشند)  
 (الف) ربات دلتا-۳ [۴۸]؛ (ب) ربات فالکن، نمای پشت



شکل ۴-۶: تفاوت دو ربات فالکن و دلتا-۳ از نظر مؤلفه  $f$  (خطوط نقطه‌چین، نمایشگر راستای بازوها می باشند)  
 (الف) ربات دلتا-۳ [۴۸]؛ (ب) ربات فالکن

همچنین با مقایسه روابط سینماتیکی به کاررفته در مراجع ذکر شده، با داده‌های مستخرج از

کیت توسعه ربات فالکن، اختلاف قابل توجهی در راستای  $Z$  مشاهده شد. از آنجایی که در مراجع مختلف [۷۱، ۷۲] مقادیر مختلف ۳۰، ۳۵ و ۵۰ درجه برای زوایای ورودی  $\theta_{1i}$  در موقعیت خانه<sup>۱</sup> ذکر شده بود، با بررسی مدل طراحی شده از ربات فالکن در نرم افزار سالیدورکز، مشخص شد که موقعیت خانه<sup>۱</sup> در نظر گرفته شده برای ربات فالکن از طرف شرکت سازنده، حالتی است که زوایای ورودی  $\theta_{1i}$  مقدار ۳۵ درجه دارند. در این حالت زوایای  $\theta_{2i}$  مقداری نزدیک به ۱۲۴ و زوایای  $\theta_{3i}$  مقداری در حدود ۹۰ درجه دارند. به این ترتیب، مقدار  $h$  در حدود ۱۳۸/۶ میلی متر به دست آمد.

### ۳-۴ مشخصات فالکن

مشخصات قسمت‌های مختلف افزاره فالکن همچون مشخصات هندسی و دینامیکی آن که در بخش‌های مختلف این پایان نامه مورد استفاده قرار گرفته‌اند، در جداول ۲-۴، ۳-۴ و ۴-۴ آورده شده است. این مشخصات از مراجع [۶۷، ۷۱، ۷۲، ۷۳]، آزمون‌های عملی بر روی افزاره موجود در آزمایشگاه مکترونیک دانشگاه شاهرود و مدل شبیه سازی شده ربات فالکن در نرم افزار سالیدورکز استخراج شده‌اند.

جدول ۲-۴: اندازه اجزای مختلف افزاره فالکن

مشخصه	s	r	h	g	f	e	d	c	b	a
اندازه (میلی متر)	۲۷/۲	۳۶/۶	۱۳۸/۶	۲۷/۹	۲۶/۲	۱۱/۵	۱۱/۵	۱۵/۷	۱۰۲/۵	۶۰/۰

جدول ۳-۴: مقدار جرم، ممان اینرسی جرمی نسبت به مفصل متحرک حول محور دوران و موقعیت مرکز جرم اجزای فالکن (x در جهت مفصل متحرک به سمت مفصل متحرک می باشد)

مشخصه	یکان	ران (a)	ساق (b)		مجری نهایی (c)
			میله	مفصل	
جرم	گرم	۸۹/۵۹	۸/۳۷	۱۰/۴۲	۸۲/۷۳
ممان اینرسی جرمی	گرم در متر مربع	۰/۱۹۸	۰/۰۳۳	۰/۰۰۱	-
$C.M._x$	میلی متر	-۳/۱۹	۵۶/۳۵	۱۵/۶۱	۱۵/۷
$C.M._y$	میلی متر	۲۳/۳۴	۰	۰	۲۶/۲
$C.M._z$	میلی متر	۰	۰	۰	۴۸/۷۸

<sup>1</sup> Home position

جدول ۴-۴: سایر مشخصات افزاره فالکن

مشخصه	علامت اختصاری	مقدار	یکان
زاویه لینک‌های ورودی در موقعیت خانه	$\theta_{1i}$	۳۵	درجه
زاویه بازوی اول	$\varphi_1$	۱۰۵	درجه
زاویه بازوی دوم	$\varphi_2$	۲۲۵	درجه
زاویه بازوی سوم	$\varphi_3$	۳۴۵	درجه
ممان اینرسی روتور موتورها	$I_m$	۰/۰۱	گرم در مترمربع
سختی پیچشی موتورها	$k_s$	۱/۴	نیوتن متر بر رادیان
ضریب میرایی موتورها	$c_d$	۲/۷	گرم بر ثانیه
گشتاور واماندگی <sup>۱</sup> موتورها	$\tau_{stall}$	۱۳۳/۴۱	میلی نیوتن متر
تأخیر زمانی	$t$	۰/۰۲	ثانیه
حداکثر بسامد نمونه‌برداری	$\nu_{dis}$	۵۰۰	هرتز

## ۴-۴ سینماتیک فالکن

### ۱-۴-۴ سینماتیک معکوس

در سینماتیک معکوس، هدف یافتن مقادیر زوایای  $\theta$  برای رسیدن به نقطه معلوم  $P$  می‌باشد. با معلوم بودن مختصات  $P$  در دستگاه مرجع، طبق رابطه ۴-۲ نقطه  $\tilde{p}_i = [p_{ui} \ p_{vi} \ p_{wi}]^T$  به دست می‌آید. سپس با توجه به هندسه بازو می‌توان نوشت:

$$p_{ui} = a \cos \theta_{1i} + (d + e + b \sin \theta_{3i}) \cos \theta_{2i} - c \quad (۳-۴)$$

$$p_{vi} = b \cos \theta_{3i} + f \quad (۴-۴)$$

$$p_{wi} = a \sin \theta_{1i} + (d + e + b \sin \theta_{3i}) \sin \theta_{2i} \quad (۵-۴)$$

از رابطه ۴-۴، دو مقدار برای  $\theta_{3i}$  به دست می‌آید:

$$\theta_{3i} = \pm \cos^{-1} \frac{p_{vi} - f}{b} \quad (۶-۴)$$

که با توجه به ساختار فالکن، فقط مقدار مثبت آن قابل قبول است؛ به این ترتیب مقدار صحیح برای

<sup>1</sup> Stall torque

$\theta_{3i}$  پیدا می‌شود:

$$\theta_{3i} = \cos^{-1} \frac{p_{vi}-f}{b} \quad (7-4)$$

با توجه به اینکه وقتی  $t = \tan \frac{\alpha}{2}$  آنگاه روابط ۴-۸ صادق می‌باشند،

$$\sin \alpha = \frac{2t}{1+t^2} \quad \text{و} \quad \cos \alpha = \frac{1-t^2}{1+t^2} \quad (8-4)$$

با حذف  $\theta_{2i}$  از دو معادله ۴-۳ و ۴-۵ و جایگذاری  $\theta_{3i}$  از رابطه ۴-۷، رابطه ۴-۹ به دست می‌آید:

$$l_{2i}t_{1i}^2 + l_{1i}t_{1i} + l_{0i} = 0 \quad (9-4)$$

که در آن:

$$t_{1i} = \tan \frac{\theta_{1i}}{2};$$

$$l_{0i} = p_{wi}^2 + p_{ui}^2 + 2cp_{ui} - 2ap_{ui} - b^2 \sin^2 \theta_{3i} - 2be \sin \theta_{3i} - 2bd \sin \theta_{3i} - 2de - 2ac + a^2 + c^2 - d^2 - e^2;$$

$$l_{1i} = -4ap_{wi};$$

$$l_{2i} = p_{wi}^2 + p_{ui}^2 + 2cp_{ui} + 2ap_{ui} - b^2 \sin^2 \theta_{3i} - 2be \sin \theta_{3i} - 2bd \sin \theta_{3i} - 2de + 2ac + a^2 + c^2 - d^2 - e^2.$$

به این ترتیب، مقدار  $\theta_{1i}$  طبق رابطه ۴-۱۰ محاسبه می‌شود:

$$\theta_{1i} = 2 \tan^{-1} t_{1i} \quad (10-4)$$

که مقدار  $t_{1i}$  طبق رابطه ۴-۹ و با توجه به ساختار و قيود فالکن، از رابطه ۴-۱۱ به دست می‌آید:

$$t_{1i} = \frac{-l_{1i} - \sqrt{l_{1i}^2 - 4l_{0i}l_{2i}}}{2l_{2i}} \quad (11-4)$$

و در نهایت، با جایگذاری مقادیر  $\theta_{1i}$  و  $\theta_{3i}$  در رابطه ۲-۳، مقدار  $\theta_{2i}$  طبق رابطه ۴-۱۲ محاسبه می‌گردد:

$$\theta_{2i} = \cos^{-1} \left( \frac{p_{ui} - a \cos \theta_{1i} + c}{d + e + b \sin \theta_{3i}} \right) \quad (12-4)$$

#### ۴-۴-۲ سینماتیک مستقیم

هدف از سینماتیک مستقیم تعیین موقعیت نهایی ربات، با معلوم بودن زوایای ورودی  $\theta_{1i}$ ها



می‌باشد. برخلاف ربات‌های سری، در ربات‌های موازی یافتن روابط سینماتیک مستقیم، کار پیچیده‌ای است. غالباً مسأله سینماتیک مستقیم در ربات‌های موازی، به حل یک سیستم بزرگ از معادلات چندجمله‌ای غیرخطی منجر می‌شود. برای حل سینماتیک مستقیم در این گونه ربات‌ها، روش‌های مختلفی پیشنهاد شده است که که غالباً بر مبنای سه روش ریاضی حذفی-تجزیه‌ای<sup>۱</sup>، پایه‌های گروبنر<sup>۲</sup> و تعقیب چندجمله‌ای<sup>۳</sup> می‌باشند [۷۴]. تسای و استامپر، بر مبنای روش حذفی-تجزیه‌ای سیلواستر، به حل این مسأله برای ربات دلتا-۳ پرداختند [۶۸]. با روش سیلواستر، می‌توان یک دستگاه چندجمله‌ای چندمتغیره را به یک چندجمله‌ای تک‌متغیره تبدیل کرد [۷۵]. از آنجا که بزرگ‌ترین تفاوت مؤثر در تحلیل سینماتیکی ربات دلتا-۳ با ربات فالکن، صفر بودن مقادیر  $f$  و  $s$  در دلتا-۳ می‌باشد، در ادامه همین روش، برای فالکن، توسعه داده می‌شود.

جهت آسان‌تر شدن محاسبه روابط حاکم بر سینماتیک مستقیم فالکن، دستگاه مختصات  $x'y'z'$  چسبیده به مرکز صفحه ثابت فرض می‌شود به طوری که محور  $z'$  عمود بر صفحه ثابت، محور  $x'$  در راستای محور  $u_1$  و محور  $y'$  در راستای محور  $v_1$  قرار گیرد. به این ترتیب، زوایای  $\varphi'_i$  (زوایای بین محورهای  $u_i$  و محور  $x'$ ) برابر با  $0$ ،  $120$  و  $240$  درجه خواهد بود.

هر نقطه در دستگاه مختصات  $x'y'z'$  از طریق رابطه ۴-۱۳ به دستگاه مختصات  $u_i v_i w_i$  مربوط

می‌شود:

$$\begin{bmatrix} p_{u_i} \\ p_{v_i} \\ p_{w_i} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \varphi'_i & \sin \varphi'_i & 0 \\ -\sin \varphi'_i & \cos \varphi'_i & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_{x'} \\ p_{y'} \\ p_{z'} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -r \\ s \\ 0 \end{bmatrix} \quad (13-4)$$

که با جایگذاری سه رابطه ۴-۳، ۴-۴ و ۴-۵ در معادله ۴-۱۳ سه رابطه زیر به دست می‌آید:

$$\begin{aligned} p_{x'} \cos \varphi'_i + p_{y'} \sin \varphi'_i - a \cos \theta_{1i} \\ -(d + e + b \sin \theta_{3i}) \cos \theta_{2i} - r + c = 0 \end{aligned} \quad (14-4)$$

$$p_{y'} \cos \varphi'_i - p_{x'} \sin \varphi'_i - b \cos \theta_{3i} + s - f = 0 \quad (15-4)$$

<sup>1</sup> dialytic elimination

<sup>3</sup> Polynomial Continuation

<sup>2</sup> Grobner bases

$$p_{z'} - a \sin \theta_{1i} - (d + e + b \sin \theta_{3i}) \sin \theta_{2i} = 0 \quad (۱۶-۴)$$

و با توجه به اینکه  $i=1,2,3$ ، یک دستگاه ۹ معادله با ۹ مجهول ( $\theta_{21}, \theta_{22}, \theta_{23}, \theta_{31}, \theta_{32}, \theta_{33}, p_{x'}, p_{y'}, p_{z'}$ ) پیدا می‌شود. حال، چنانچه با جمع مربعات دو عبارت ۱۴-۴ و ۱۶-۴ را حذف کنیم و حاصل را با مربع عبارت ۱۵-۴ جمع کنیم، رابطه ۱۷-۴ حاصل می‌شود:

$$\begin{aligned} & -2b(d + e) \sin \theta_{3i} + p_{x'}^2 + p_{y'}^2 + p_{z'}^2 - 2a \sin \theta_{1i} p_{z'} \\ & + 2(c - r - a \cos \theta_{1i})(p_{x'} \cos \varphi'_i + p_{y'} \sin \varphi'_i) \\ & + 2(s - f)(p_{y'} \cos \varphi'_i - p_{x'} \sin \varphi'_i) - 2a(c - r) \cos \theta_{1i} \\ & + a^2 + (c - r)^2 - b^2 - (d + e)^2 + (s - f)^2 = 0 \end{aligned} \quad (۱۷-۴)$$

با تفریق رابطه ۱۷-۴ یک‌بار برای  $i=2$  و یک‌بار برای  $i=3$  از همان رابطه برای  $i=1$  و با توجه به اینکه مقادیر  $\theta_{11}, \theta_{12}, \theta_{13}, \varphi'_1, \varphi'_2, \varphi'_3$  معلوم است، دو رابطه خطی ۱۸-۴ و ۱۹-۴ برای مجهولات  $p_{x'}, p_{y'}, p_{z'}$ ،  $\sin(\theta_{31}), \sin(\theta_{32}), \sin(\theta_{33})$  به دست می‌آید:

$$k_1 p_{x'} + k_2 p_{y'} + k_3 p_{z'} + k_4 \sin \theta_{31} + k_5 \sin \theta_{32} + k_6 = 0 \quad (۱۸-۴)$$

$$k_7 p_{x'} + k_8 p_{y'} + k_9 p_{z'} + k_{10} \sin \theta_{31} + k_{11} \sin \theta_{33} + k_{12} = 0 \quad (۱۹-۴)$$

از طرفی، با توجه به اینکه  $\varphi'_1 = 0$  مقدار  $p_{y'}$  از رابطه ۱۵-۴ برای  $i=1$  محاسبه می‌شود:

$$p_{y'} = b \cos \theta_{31} - s + f \quad (۲۰-۴)$$

و با جایگذاری رابطه ۲۰-۴ در رابطه ۱۵-۴ برای  $i=2$  مقدار  $p_{x'}$  محاسبه می‌شود:

$$p_{x'} = k_{13} \cos \theta_{31} + k_{14} \cos \theta_{32} + k_{15} : \quad (۲۱-۴)$$

همچنین، با جایگذاری دو رابطه ۲۰-۴ و ۲۱-۴ در رابطه ۱۸-۴، رابطه ۲۲-۴ برای  $p_{z'}$  به دست می‌آید:

$$p_{z'} = k_{16} \sin \theta_{31} + k_{17} \cos \theta_{31} + k_{18} \sin \theta_{32} + k_{19} \cos \theta_{32} + k_{20} : \quad (۲۲-۴)$$

با جایگذاری روابط  $p_{x'}, p_{y'}, p_{z'}$  در رابطه ۱۹-۴، رابطه خطی ۲۳-۴ برای  $\sin(\theta_{31}), \cos(\theta_{31})$ ،

$\sin(\theta_{32}), \cos(\theta_{32}), \sin(\theta_{33})$  به دست می‌آید:

$$\begin{aligned} & k_{21} \cos \theta_{31} + k_{22} \sin \theta_{31} + k_{23} \cos \theta_{32} + k_{24} \sin \theta_{32} \\ & + k_{11} \sin \theta_{33} + k_{25} = 0 : \end{aligned} \quad (۲۳-۴)$$

و با جایگذاری روابط  $p_x'$  و  $p_y'$  در رابطه ۴-۱۵ برای  $i=3$  رابطه خطی ۴-۲۴ برای  $\cos(\theta_{31})$ ،  $\cos(\theta_{32})$  و  $\cos(\theta_{33})$  به دست می‌آید:

$$\sin(\varphi'_2 - \varphi'_3) \cos \theta_{31} + \sin \varphi'_3 \cos \theta_{32} - \sin \varphi'_2 \cos \theta_{33} + k_{26} = 0 : \quad (24-4)$$

به این ترتیب، چنانچه از دو معادله ۴-۲۳ و ۴-۲۴ به ترتیب مقادیر  $\sin(\theta_{33})$  و  $\cos(\theta_{33})$

استخراج شده و در رابطه  $\sin^2(\theta_{33}) + \cos^2(\theta_{33}) = 1$  جایگزین شوند، رابطه ۴-۲۵ به دست می‌آید.

$$\begin{aligned} &k_{27} + k_{28} \cos^2 \theta_{31} + k_{29} \sin^2 \theta_{31} + k_{30} \cos^2 \theta_{32} + k_{31} \sin^2 \theta_{32} \\ &+ k_{32} \cos \theta_{31} \sin \theta_{31} + k_{33} \cos \theta_{31} \cos \theta_{32} + k_{34} \cos \theta_{31} \sin \theta_{32} \\ &+ k_{35} \sin \theta_{31} \cos \theta_{32} + k_{36} \sin \theta_{31} \sin \theta_{32} + k_{37} \cos \theta_{32} \sin \theta_{32} \\ &+ k_{38} \cos \theta_{31} + k_{39} \sin \theta_{31} + k_{40} \cos \theta_{32} + k_{41} \sin \theta_{32} = 0 : \quad (25-4) \end{aligned}$$

از طرف دیگر، با جایگذاری روابط  $p_x'$ ،  $p_y'$  و  $p_z'$  در رابطه ۴-۱۷ برای  $i=1$ ، رابطه ۴-۲۶ به دست می‌آید:

$$\begin{aligned} &k_{42} + k_{43} \cos^2 \theta_{31} + k_{44} \sin^2 \theta_{31} + k_{45} \cos^2 \theta_{32} + k_{46} \sin^2 \theta_{32} \\ &+ k_{47} \cos \theta_{31} \sin \theta_{31} + k_{48} \cos \theta_{31} \cos \theta_{32} + k_{49} \cos \theta_{31} \sin \theta_{32} \\ &+ k_{50} \sin \theta_{31} \cos \theta_{32} + k_{51} \sin \theta_{31} \sin \theta_{32} + k_{52} \cos \theta_{32} \sin \theta_{32} \\ &+ k_{53} \cos \theta_{31} + k_{54} \sin \theta_{31} + k_{55} \cos \theta_{32} + k_{56} \sin \theta_{32} = 0 : \quad (26-4) \end{aligned}$$

با جایگذاری روابط ۴-۸ در روابط ۴-۲۵ و ۴-۲۶ و ضرب این دو رابطه در عبارت

$$(1 + t_{31}^2)^2 (1 + t_{32}^2)^2$$

به ترتیب، دو رابطه دو مجهولی ۴-۲۷ و ۴-۲۸ به دست می‌آیند:

$$g_1 t_{32}^4 + g_2 t_{32}^3 + g_3 t_{32}^2 + g_4 t_{32} + g_5 = 0 \quad (27-4)$$

$$g_6 t_{32}^4 + g_7 t_{32}^3 + g_8 t_{32}^2 + g_9 t_{32} + g_{10} = 0 \quad (28-4)$$

که در آن دو:

$$\begin{aligned} g_1 &= k_{57} t_{31}^4 + k_{58} t_{31}^3 + k_{59} t_{31}^2 + k_{60} t_{31} + k_{61} ; \\ g_2 &= k_{62} t_{31}^4 + k_{63} t_{31}^3 + k_{64} t_{31}^2 + k_{65} t_{31} + k_{66} ; \\ g_3 &= k_{67} t_{31}^4 + k_{68} t_{31}^3 + k_{69} t_{31}^2 + k_{70} t_{31} + k_{71} ; \\ g_4 &= k_{72} t_{31}^4 + k_{73} t_{31}^3 + k_{74} t_{31}^2 + k_{75} t_{31} + k_{76} ; \\ g_5 &= k_{77} t_{31}^4 + k_{78} t_{31}^3 + k_{79} t_{31}^2 + k_{80} t_{31} + k_{81} ; \\ g_6 &= k_{82} t_{31}^4 + k_{83} t_{31}^3 + k_{84} t_{31}^2 + k_{85} t_{31} + k_{86} ; \\ g_7 &= k_{87} t_{31}^4 + k_{88} t_{31}^3 + k_{89} t_{31}^2 + k_{90} t_{31} + k_{91} ; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 g_8 &= k_{92}t_{31}^4 + k_{93}t_{31}^3 + k_{94}t_{31}^2 + k_{95}t_{31} + k_{96}; \\
 g_9 &= k_{97}t_{31}^4 + k_{98}t_{31}^3 + k_{99}t_{31}^2 + k_{100}t_{31} + k_{101}; \\
 g_{10} &= k_{102}t_{31}^4 + k_{103}t_{31}^3 + k_{104}t_{31}^2 + k_{105}t_{31} + k_{106}.
 \end{aligned}$$

و دو مجهول آن عبارتند از:

$$t_{31} = \tan\left(\frac{\theta_{31}}{2}\right) \quad \text{و} \quad t_{32} = \tan\left(\frac{\theta_{32}}{2}\right);$$

با توجه به اینکه معادلات ۲۷-۴ و ۲۸-۴ از مرتبه ۴ برای  $t_{32}$  هستند، برای تشکیل ماتریس مربعی ضرایب، مطابق با روش حذفی-تجزیه‌ای سیلوستر، نیاز به ۸ معادله داریم که ۶ معادله باقیمانده، از ضرب معادلات ۲۷-۴ و ۲۸-۴ به ترتیب در  $t_{32}$ ،  $t_{32}^2$  و  $t_{32}^3$  به دست می‌آیند و دستگاه موردنظر با رابطه ۲۹-۴ تعیین می‌گردد:

$$\begin{bmatrix}
 g_5 & g_4 & g_3 & g_2 & g_1 & 0 & 0 & 0 \\
 g_{10} & g_9 & g_8 & g_7 & g_6 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & g_5 & g_4 & g_3 & g_2 & g_1 & 0 & 0 \\
 0 & g_{10} & g_9 & g_8 & g_7 & g_6 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & g_5 & g_4 & g_3 & g_2 & g_1 & 0 \\
 0 & 0 & g_{10} & g_9 & g_8 & g_7 & g_6 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & g_5 & g_4 & g_3 & g_2 & g_1 \\
 0 & 0 & 0 & g_{10} & g_9 & g_8 & g_7 & g_6
 \end{bmatrix}
 \begin{bmatrix}
 1 \\
 t_{32} \\
 t_{32}^2 \\
 t_{32}^3 \\
 t_{32}^4 \\
 t_{32}^5 \\
 t_{32}^6 \\
 t_{32}^7
 \end{bmatrix}
 = 0 \quad (29-4)$$

برای یافتن جواب، لازم است دترمینان ماتریس ضرایب برابر صفر قرار داده شود که حاصل آن، یک معادله از مرتبه ۳۲ برای  $t_{31}$  می‌باشد؛ با توجه به ساختار فالکن، تنها مقادیر حقیقی و مثبت برای  $t_{31}$  و  $t_{32}$  قابل قبول می‌باشند. مقادیر  $p_x'$ ،  $p_y'$  و  $p_z'$  با جایگذاری مقادیر به دست آمده در روابط ذکر شده در این بخش، به صورت بازگشتی به دست می‌آیند.

در نهایت با جایگذاری مقادیر  $p_x'$ ،  $p_y'$  و  $p_z'$  در رابطه ۳۰-۴، موقعیت مجری نهایی در دستگاه

مختصات مرجع XYZ به دست می‌آید:

$$\begin{bmatrix}
 P_X \\
 P_Y \\
 P_Z
 \end{bmatrix}
 =
 \begin{bmatrix}
 \cos \varphi'_1 & -\sin \varphi'_1 & 0 \\
 \sin \varphi'_1 & \cos \varphi'_1 & 0 \\
 0 & 0 & 1
 \end{bmatrix}
 \begin{bmatrix}
 p_{x'} \\
 p_{y'} \\
 p_{z'}
 \end{bmatrix}
 +
 \begin{bmatrix}
 0 \\
 0 \\
 -h
 \end{bmatrix} \quad (30-4)$$

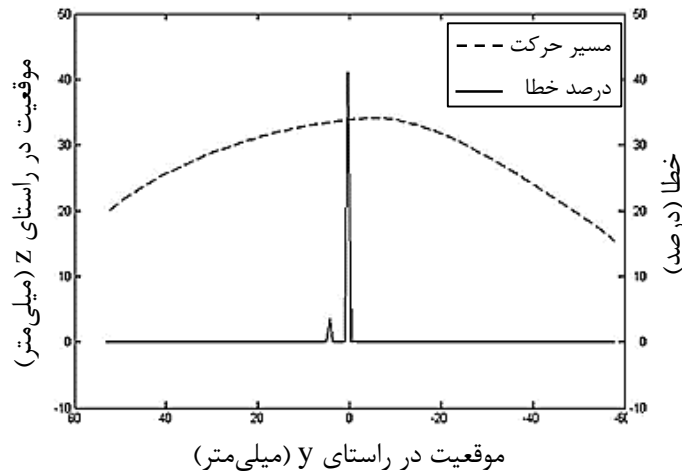
ثابت‌های  $k_1$  تا  $k_{106}$  در پیوست ب آمده است.

### ۳-۴-۴ راستی آزمایی روابط

برای راستی آزمایی روابط سینماتیک مستقیم فالکن، بیش از ده هزار نقطه در فضای کاری فالکن، به صورت تصادفی انتخاب شد و خروجی سینماتیک معکوس برای این نقاط، به عنوان ورودی سینماتیک مستقیم در نظر گرفته شد؛ با مقایسه خروجی سینماتیک مستقیم با مختصات اصلی نقاط، تطبیق خوبی مشاهده شد و بیشترین خطا برابر با ۰/۱۶٪ به دست آمد که درصد خطا از رابطه ۳۱-۴ محاسبه می شود که در آن  $\vec{P}_{exp} = (X_{exp}, Y_{exp}, Z_{exp})$  بردار موقعیت واقعی نقاط و  $\vec{P}_{sim} = (X_{sim}, Y_{sim}, Z_{sim})$  بردار موقعیت به دست آمده از روابط می باشد.

$$error = \frac{|\vec{p}_{exp}| - |\vec{p}_{sim}|}{|\vec{p}_{exp}|} * 100 = \frac{|\sqrt{X_{exp}^2 + Y_{exp}^2 + Z_{exp}^2} - \sqrt{X_{sim}^2 + Y_{sim}^2 + Z_{sim}^2}|}{\sqrt{X_{exp}^2 + Y_{exp}^2 + Z_{exp}^2}} * 100 \quad (31-4)$$

بار دیگر تعداد ده هزار نقطه از نقاط مرزی فضای کاری فالکن انتخاب شد که تنها خطای ۲۸۰ نقطه بیشتر از ۱٪ و فقط ۱۰ نقطه بیش از ۵۰٪ مشاهده شد که با توجه به اینکه در برخی نقاط مرزی، فالکن به نقاط تکین خود نزدیک می شود (بخش ۴-۵-۱)، و نیز به علت وجود خطای تقسیم بر صفر در رابطه ۴-۲۲ (هنگامی که  $\sin \theta_{12} = \sin \theta_{11}$ ) این مقدار خطا دور از انتظار نیست. برای بررسی بیشتر، مجری نهایی فالکن، در صفحه  $x=0$  از موقعیت  $y=55$  تا  $y=-55$  میلی متر، در حالی که مقدار  $Z$  آن در بیشینه مقدار خود بود، حرکت داده شد و برای نقاط مسیر طی شده، درصد خطای روابط محاسبه شد که مسیر حرکت و درصد خطا در شکل ۴-۷ نشان داده شده است. همان گونه که در این شکل دیده می شود، در دو قسمت، خطای فاحش رخ می دهد که اولی (در اطراف  $y=4$ ) مربوط به نزدیکی به ناحیه تکینگی ربات و دومی (در اطراف  $y=0$ ) در اثر خطای تقسیم بر صفر می باشد.



شکل ۴-۷ خطای محاسبات سینماتیک در یک مسیر طی شده مشخص

## ۴-۵ ماتریس ژاکوبین

ماتریس ژاکوبین نقش مهمی در تحلیل و مطالعات ربات‌ها ایفا می‌کند. این ماتریس، مختصات فضای مفصلی را به مختصات مجری نهایی مرتبط کرده و بین نیروهای مجری نهایی و گشتاورهای عملگرها ارتباط برقرار می‌کند. علاوه بر این، با تحلیل ماتریس ژاکوبین می‌توان تکینگی<sup>۱</sup> را در فضای کاری ربات ارزیابی نمود.

در یک ربات موازی، سینماتیک مقید<sup>۱</sup> تحمیل شده توسط پایه‌ها را می‌توان به صورت کلی به

شکل ۴-۳۲ نوشت:

$$F(x, q) = 0 \quad (4-32)$$

که در آن بردار  $x$  موقعیت مجری نهایی ربات و بردار  $q$  زاویه مفصل‌های عملگر آن و  $F$  تابعی ضمنی از این دو می‌باشد. با مشتق‌گیری نسبت به زمان از رابطه ۴-۳۲، رابطه بین سرعت مفصل و سرعت مجری نهایی، به دست می‌آید:

$$\frac{\partial F}{\partial x} \dot{x} + \frac{\partial F}{\partial q} \dot{q} = 0 \quad (4-33)$$

و به این ترتیب، ماتریس ژاکوبین ( $J$ ) به عنوان ماتریس انتقال از فضای مجری نهایی به فضای مفصلی،

<sup>1</sup> Singularity

طبق رابطه ۳۴-۴ تعریف می‌شود:

$$\dot{q} = J\dot{x}; J = J_I^{-1}J_F \quad (34-4)$$

که در آن:

$$J_F = \frac{\partial F}{\partial x}; J_I = \frac{\partial F}{\partial q}$$

برای ربات فالکن،  $\dot{q} = [\theta_{11} \ \theta_{12} \ \theta_{13}]^T$  و  $\dot{x} = [V_{P,X} \ V_{P,Y} \ V_{P,Z}]^T$  که  $V_{P,i}$  سرعت

خطی نقطه P در راستای y می‌باشد.

همچنین طبق اصل کار مجازی، برای یک ربات موازی خواهیم داشت [۷۵]:

$$F = J^T \tau \quad (35-4)$$

که F بردار نیروی خروجی مجری نهایی و  $\tau$  بردار گشتاور ورودی عملگرهای ربات می‌باشد.

با توجه به شکل ۳-۴، برای بازوی i-ام ربات موازی فالکن می‌توان نوشت:

$$\overrightarrow{OA_i} + \overrightarrow{A_iB_i} = \overrightarrow{OP} + \overrightarrow{PE_i} + \overrightarrow{E_iD_i} + \overrightarrow{D_iC_i} + \overrightarrow{C_iB_i} \quad (36-4)$$

با مشتق‌گیری نسبت به زمان از رابطه ۳۶-۴ در دستگاه  $u_i v_i w_i$ ، رابطه ۳۷-۴ به دست می‌آید:

$$\overrightarrow{\omega_{1i}} \times \overrightarrow{A_iB_i} = \overrightarrow{V_{\tilde{p}_i}} + \overrightarrow{\omega_{3i}} \times \overrightarrow{D_iC_i} + \overrightarrow{\omega_{2i}} \times (\overrightarrow{E_iD_i} + \overrightarrow{C_iB_i}) \quad (37-4)$$

که در آن،  $\omega_{ji}$  سرعت زاویه‌ای لینک j-ام بازوی i-ام و  $V_{\tilde{p}_i}$  سرعت خطی مجری نهایی در دستگاه

$u_i v_i w_i$  می‌باشد:

$$\overrightarrow{\omega_{1i}} = \begin{bmatrix} 0 \\ -\dot{\theta}_{1i} \\ 0 \end{bmatrix}, \overrightarrow{\omega_{2i}} = \begin{bmatrix} 0 \\ -\dot{\theta}_{2i} \\ 0 \end{bmatrix}, \overrightarrow{\omega_{3i}} = \begin{bmatrix} \dot{\theta}_{3i} \sin \theta_{2i} \\ -\dot{\theta}_{2i} \\ -\dot{\theta}_{3i} \cos \theta_{2i} \end{bmatrix};$$

$$\overrightarrow{A_iB_i} = \begin{bmatrix} a \cos \theta_{1i} \\ 0 \\ a \sin \theta_{1i} \end{bmatrix}, \overrightarrow{D_iC_i} = \begin{bmatrix} -b \sin \theta_{3i} \cos \theta_{2i} \\ -b \cos \theta_{3i} \\ -b \sin \theta_{3i} \sin \theta_{2i} \end{bmatrix}, (\overrightarrow{E_iD_i} + \overrightarrow{C_iB_i}) = \begin{bmatrix} -(e+d) \cos \theta_{2i} \\ 0 \\ -(e+d) \sin \theta_{2i} \end{bmatrix}$$

به این ترتیب رابطه ۳۷-۴ به شکل ۳۸-۴ در می‌آید:

$$\begin{bmatrix} -a\dot{\theta}_{1i} \sin \theta_{1i} \\ 0 \\ a\dot{\theta}_{1i} \cos \theta_{1i} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_{\tilde{p}_i, u_i} - b\dot{\theta}_{3i} \cos \theta_{2i} \cos \theta_{3i} + \dot{\theta}_{2i} \sin \theta_{2i} (d+e+b \sin \theta_{3i}) \\ V_{\tilde{p}_i, v_i} - b\dot{\theta}_{3i} \sin \theta_{3i} \\ V_{\tilde{p}_i, w_i} - b\dot{\theta}_{3i} \sin \theta_{2i} \cos \theta_{3i} - \dot{\theta}_{2i} \cos \theta_{2i} (d+e+b \sin \theta_{3i}) \end{bmatrix}$$

$$(38-4)$$

برای حذف سرعت زاویه‌ای لینک‌های واسطه، از سطر دوم تساوی ۴-۳۸، مقدار  $\dot{\theta}_{3i}$  محاسبه شده و در سطرهای ۱ و ۳ تساوی ۴-۳۸ گذاشته می‌شود. با ترکیب این دو سطر، رابطه ۴-۳۹ به دست می‌آید:

$$a\dot{\theta}_{1i} \sin(\theta_{2i} - \theta_{1i}) \sin \theta_{3i} = V_{\tilde{p},ui} \cos \theta_{2i} \sin \theta_{3i} + V_{\tilde{p},vi} \cos \theta_{3i} + V_{\tilde{p},wi} \sin \theta_{2i} \sin \theta_{3i} \quad (4-39)$$

از طرف دیگر، رابطه ۴-۴۰ با مشتق گرفتن از رابطه ۴-۲ به دست می‌آید:

$$\begin{bmatrix} V_{\tilde{p},ui} \\ V_{\tilde{p},vi} \\ V_{\tilde{p},wi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \varphi_i & \sin \varphi_i & 0 \\ -\sin \varphi_i & \cos \varphi_i & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_{P,X} \\ V_{P,Y} \\ V_{P,W} \end{bmatrix} \quad (4-40)$$

به این ترتیب و با جایگذاری مقادیر برای هر بازو، ماتریس ژاکوبین به دست خواهد آمد:

$$J_F = \begin{bmatrix} j_{F_{11}} & j_{F_{12}} & j_{F_{13}} \\ j_{F_{21}} & j_{F_{22}} & j_{F_{23}} \\ j_{F_{31}} & j_{F_{32}} & j_{F_{33}} \end{bmatrix}, \quad J_I = \text{diag}(j_{I_1}, j_{I_2}, j_{I_3}) \quad (4-41)$$

که در آن:

$$j_{F_{i1}} = \cos \theta_{2i} \sin \theta_{3i} \cos \varphi_i - \cos \theta_{3i} \sin \varphi_i,$$

$$j_{F_{i2}} = \cos \theta_{3i} \cos \varphi_i + \cos \theta_{2i} \sin \theta_{3i} \sin \varphi_i,$$

$$j_{F_{i3}} = \sin \theta_{2i} \sin \theta_{3i},$$

$$j_{I_i} = a \sin(\theta_{2i} - \theta_{1i}) \sin \theta_{3i}$$

#### ۴-۵-۱ تکینگی

در بیشتر بازوهای مکانیکی، به‌ازای مقادیری از متغیرها، ماتریس ژاکوبین تکین می‌شود؛ چنین وضعیت‌هایی را حالت‌های تکین مکانیزم می‌نامند. در ربات‌های سری در وضعیت تکینگی، راستایی وجود دارد که به‌ازای اعمال نیرو تو سط عملگرهای مفاصل، حرکتی در آن راستا انجام نمی‌شود. به این تکینگی، تکینگی سینماتیک معکوس (یا تکینگی سری) گویند. در مکانیزم‌های موازی، نوع دیگری از تکینگی هم وجود دارد که در آن عملگرها ساکن بوده اما سرعت‌های غیر صفر برای مجری نهایی امکان‌پذیر می‌باشد. به این نوع تکینگی، تکینگی سینماتیک مستقیم (یا تکینگی موازی) گویند.



نوع سوم تکینگی، حالتی است که هم تکینگی موازی رخ دهد و هم تکینگی سری که به آن تکینگی ترکیبی گویند [۷۶].

تکینگی سینماتیک معکوس، هنگامی رخ می‌دهد که  $\det(J_I)=0$ ؛ لذا در فالکن، این امر هنگامی اتفاق می‌افتد که یکی از شرایط ۴-۴۲ یا ۴-۴۳ روی دهد:

$$(\theta_{2i} - \theta_{1i}) = 0 \text{ یا } \pi; \quad i=1, 2, 3. \quad (42-4)$$

$$\theta_{3i} = 0 \text{ یا } \pi; \quad i=1, 2, 3. \quad (43-4)$$

از نظر فیزیکی، رابطه ۴-۴۲ فقط زمانی اتفاق می‌افتد که ران و ساق یک بازو در یک راستا قرار بگیرند و رابطه ۴-۴۳ نیز تنها زمانی اتفاق می‌افتد که اجزای چهارمیله‌ای روی یک خط قرار بگیرند.

با توجه به نوع طراحی و قیدهای مکانیکی مفاصل، فالکن حتی به نزدیکی موقعیت شرح داده شده در رابطه ۴-۴۳ نمی‌رسد اما در موقعیتی که مجری نهایی بی‌شترین فاصله را با پایه ربات دارد، فالکن به شرایط تکینگی رابطه ۴-۴۲ بسیار نزدیک می‌شود اما به آن نمی‌رسد (که در بخش ۴-۴-۳ تأثیر این موضوع مشاهده شد).

از طرف دیگر، تکینگی سینماتیک مستقیم، هنگامی رخ می‌دهد که  $\det(J_F)=0$  که یافتن تمام شرایط منجر به آن بسیار دشوار است اما یکی از شرایطی که منجر به صفر شدن  $\det(J_F)$  می‌شود، وابستگی خطی داشتن ستون‌های  $J_F$  به یکدیگر است یعنی برای برخی مقادیر حقیقی  $\alpha_{1,2,3}$  که همه با هم صفر نباشند باید:

$$\alpha_1 \begin{bmatrix} j_{F11} \\ j_{F21} \\ j_{F31} \end{bmatrix} + \alpha_2 \begin{bmatrix} j_{F12} \\ j_{F22} \\ j_{F32} \end{bmatrix} + \alpha_3 \begin{bmatrix} j_{F13} \\ j_{F23} \\ j_{F33} \end{bmatrix} = 0 \quad (44-4)$$

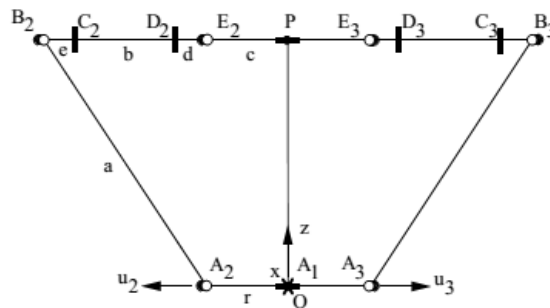
دو مورد از شرایطی که در رابطه ۴-۴۴ صدق می‌کند، در روابط ۴-۴۵ و ۴-۴۵ آمده است:

$$\theta_{2i} = 0 \text{ یا } \pi; \quad i=1, 2, 3. \quad (45-4)$$

$$\theta_{3i} = 0 \text{ یا } \pi; \quad i=1, 2, 3. \quad (46-4)$$

از نظر فیزیکی، رابطه ۴-۴۵ زمانی اتفاق می‌افتد که هر سه چهارمیله‌ای و مجری نهایی در یک صفحه

واقع شوند (شکل ۴-۸) یا به عبارت دیگر  $r+a>b+c+d+e$  که با توجه به ساختار فالکن، این اتفاق هیچ‌گاه رخ نمی‌دهد. شرایط اتفاق افتادن رابطه ۴-۴۶ نیز پیش از این بحث شد. در هر حال چنین ادعا شده است که با توجه به ساختار ربات و قیود مکانیکی به کار رفته در آن، فالکن به هیچ‌یک از نکات تکینگی خود نخواهد رسید [۷، ۷۷].



شکل ۴-۸: یکی از حالات تکینگی سینماتیک مستقیم [۷۷]

همان‌گونه که از روابط ۴-۴۳ و ۴-۴۶ مشاهده می‌شود، موقعیت شرح داده شده در این دو رابطه، بیانگر تکینگی ترکیبی ربات می‌باشد که البته فالکن به این حالت نزدیک نخواهد شد.

## ۴-۶ فضای کاری

با اندازه‌گیری‌های انجام شده برای افزاره لامسه‌ای فالکن موجود، مقادیر زیر برای محدوده

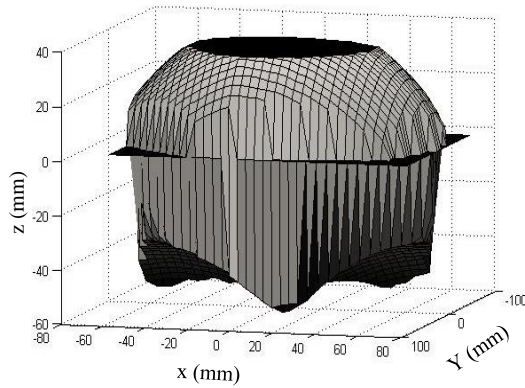
حرکت مجری نهایی آن به دست آمد (شکل ۴-۹):

$$-64.62^{\text{mm}} < X < 76.12^{\text{mm}}$$

$$-64.99^{\text{mm}} < Y < 69.29^{\text{mm}}$$

$$-61.55^{\text{mm}} < Z < 35.04^{\text{mm}}$$

که البته در نواحی مرزی، حرکت ربات با اندکی گیر همراه است به طوری که با اعمال نیروهای کمتر از ۲ نیوتن در این نواحی، حرکت محسوسی از ربات دیده نمی‌شود.



شکل ۴-۹: فضای کاری ربات فالکن

## ۴-۷ عدد وضعیت<sup>۱</sup>

ماتریس ژاکوبین ( $J$ )، سرعت مجری نهایی را به سرعت عملگرها نگاشت می‌کند و طی آن، کره‌ای به شعاع واحد، به یک بیضی گون نگاشت می‌شود که شعاع‌های اصلی آن برابر با مقادیر منفرد ماتریس ژاکوبین و جهت آن، بردارهای ویژه متناظر با آن می‌باشد.

عدد وضعیت معیاری است برای سنجش گردی بیضی گون تشکیل شده. هر چه این عدد کوچک‌تر باشد (به یک نزدیک‌تر باشد)، فاصله مقادیر منفرد از هم کمتر بوده و در نتیجه ربات همسان‌تر<sup>۲</sup> بوده و اثرات اغتشاش بر عملکرد ربات کمتر خواهد بود و هر چه مقدار آن بیشتر شود، ربات به سمت وضعیت بیمار<sup>۳</sup> پیش خواهد رفت.

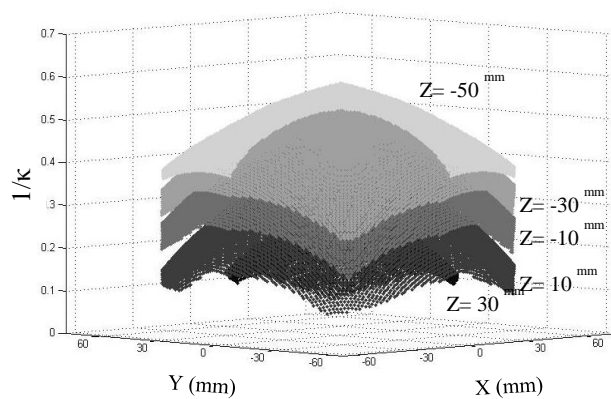
اگر  $\|J\|$  هنج<sup>۴</sup> ماتریس ژاکوبین و  $\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_n$  مقادیر منفرد این ماتریس باشند به طوری که  $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \dots \geq \sigma_n$  طبق رابطه ۴-۴۷ تعیین می‌شود [۷۸]:

$$\kappa(J) = \|J\| \|J^{-1}\| = \frac{\sigma_1}{\sigma_n}; 1 \leq \kappa(J) \leq \infty \quad (4-47)$$

از آنجایی که عدد وضعیت مقداری بین ۱ تا بی‌نهایت دارد، در بسیاری مواقع از  $\frac{1}{\kappa}$  برای بیان عدد وضعیت استفاده می‌کنند که مقداری بین ۰ تا ۱ دارد. مقادیر عدد وضعیت فالکن در فضای کاری‌اش در شکل ۴-۱۰ آمده است.

<sup>1</sup> Condition number  
<sup>2</sup> Isotrop

<sup>33</sup> Ill condition  
<sup>4</sup> Norm



شکل ۴-۱۰: مقادیر عدد وضعیت در فضای کاری فالکن

از آنجایی که برای نقاط مختلف فضای کاری ربات، مقادیر عدد وضعیت، متفاوت است، شاخص همسانی سراسری<sup>۱</sup> معرفی شد که یک عدد منحصر به فرد برای سرتاسر فضای کاری ربات می‌دهد و همسانی ربات را به‌طور کلی و برای تمامی فضای کاری بررسی می‌کند [۷۹]. این معیار، حاصل تقسیم بزرگ‌ترین مقدار ماتریس‌های ژاکوبین در تمام فضای کاری بر کمترین مقدار منفرد ماتریس‌های ژاکوبین سرتاسر فضای کاری می‌باشد (رابطه ۴-۴۸).

$$GII = \frac{\max \sigma_1(x_0)}{\min \sigma_n(x_1)}; \forall x_0, x_1 \in \text{Workspace} \quad (4-48)$$

که برای ربات فالکن موجود در آزمایشگاه میکاترونیک دانشگاه شاهرود، در محدوده فضای کاری شرح داده‌شده در بخش ۴-۶، طبق رابطه ۴-۴۹ محاسبه می‌گردد:

$$GII_{Falcon} = \frac{\max \sigma_1(x_0)}{\min \sigma_n(x_1)} |_{Falcon} = \frac{\sigma_1|_{(-5.5, 36, 33.4)}}{\sigma_n|_{(74.2, -16.7, 2.3)}} = \frac{0.0765}{0.0039} = 19.62 \quad (4-49)$$

## ۴-۸ دینامیک فالکن

به‌کارگیری سریع و دقیق ربات نیاز به الگوریتم‌های کنترلی دارد که بیشترین استفاده را از اطلاعات استخراج‌شده از تجزیه و تحلیل دینامیکی ربات می‌کند. دینامیک ربات‌ها - خصوصاً ربات‌های موازی - معمولاً با سیستم چندجسمی<sup>۲</sup> و با دو فرض صلبیت میله‌ها و عدم اصطکاک در جفت‌های حرکتی مدل می‌شود.

<sup>۱</sup> Global Isotropy Index (GII)

<sup>۲</sup> Multibody

تاکنون برای ربات‌های مشابه فالکن - و نه فالکن - مانند ربات‌های دلتا، دلتا-۳ و دلتا-۴ روابط  
 دینامیکی بر مبنای مدل‌های مختلفی همچون نیوتن-اویلر<sup>۱</sup> [۷۷]، لاگرانژ<sup>۲</sup> [۸۰]، اصل همیلتون<sup>۳</sup>  
 [۸۱]، اصل کار مجازی<sup>۴</sup> [۸۲] و تک‌لینک<sup>۵</sup> [۷۷] استخراج شده‌اند.

در ادامه، مدل توسعه‌افته برای فالکن بر مبنای مدل لاگرانژ بیان می‌گردد. این کار با این فرض  
 انجام می‌گیرد که جرم ساق هر بازو به صورت دو جرم مساوی متمرکز ( $m_b$ ) در نقاط C و D لحاظ  
 می‌شود؛ همچنین از اینرسی چرخشی ساق‌ها صرف نظر می‌شود که این فرض به علت استفاده از  
 پروفیل سبک و توخالی در ساخت فالکن چندان محدودکننده نیست؛ علاوه بر این‌ها، از اثرات  
 دینامیکی کابل‌ها نیز صرف نظر می‌گردد.

با استفاده از مدل لاگرانژ، وقتی مکان سیستم دینامیکی با  $n$  مختصه تعمیم‌یافته  $q_1$  تا  $q_n$  به‌طور  
 کامل مشخص باشد، و لاگرانژین سیستم ( $L$ ) به صورت اختلاف بین انرژی جنبشی و انرژی پتانسیل  
 کل سیستم دینامیکی تعریف شود، برای  $k$  تابع قیدی ( $f$ )، رابطه دینامیک ربات به صورت ۴-۵۰  
 می‌باشد:

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_j} \right) - \frac{\partial L}{\partial q_j} = Q_j + \sum_{i=1}^k \lambda_i A_{ij} ; j = 1, 2, \dots, n \quad (50-4)$$

که  $Q_i$  نیروی خارجی تعمیم‌یافته مربوط به مختصه تعمیم‌یافته  $q_i$ ؛  $\lambda$  ضریب لاگرانژ و  $A_{ij}$  مشتق  
 پاره‌ای تابع قیدی  $f_i$  نسبت به مختصه تعمیم‌یافته  $q_j$  می‌باشد ( $A_{ij} = \frac{\partial f_i}{\partial q_j}$ ).

برای ربات فالکن  $P_x, P_y, P_z, \theta_{21}, \theta_{22}, \theta_{23}, \theta_{11}, \theta_{12}$  و  $\theta_{13}$  به عنوان مختصات تعمیم‌یافته  
 انتخاب می‌شوند. به این ترتیب رابطه ۴-۵۰ به یک دستگاه ۹ معادله و ۹ مجهول تبدیل می‌شود که ۹  
 مجهول آن عبارتند از ضرایب لاگرانژ  $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_6$  و سه گشتاور عملگر  $Q_7, Q_8$  و  $Q_9$ . از آنجایی که به  
 صفحه متحرک و نیز مفاصل میانی ( $B_i$ ) نیروی خارجی وارد نمی‌شود واضح است که  $Q_1$  تا  $Q_6$  صفر  
 می‌باشند.

<sup>1</sup> Newton-Euler

<sup>2</sup> Lagrange based

<sup>3</sup> Hamilton's principle

<sup>4</sup> Virtual work principle

<sup>5</sup> Single link

از طرفی تابع لاگرانژین به شکل رابطه ۴-۵۱ تعریف می‌شود:

$$L = T - U \quad (۵۱-۴)$$

که T انرژی جنبشی کل ربات و U انرژی پتانسیل ذخیره‌شده در کل ربات می‌باشد.

انرژی پتانسیل کل، نسبت به مرکز سکوی ثابت، از رابطه ۴-۵۲ به دست می‌آید:

$$U = U_c + \sum_{i=1}^3 (U_{bi} + U_{ai}) \quad (۵۲-۴)$$

که  $U_c$  انرژی پتانسیل سکوی متحرک به جرم  $m_c$ ،  $U_{bi}$  انرژی پتانسیل چهارمیله‌ای بازوی i-ام به جرم

$2m_b$  و  $U_{ai}$  انرژی پتانسیل لینک ورودی بازوی i-ام فالکن به جرم  $m_a$  می‌باشد؛ و برابرند با:

$$U_c = m_c g P_y;$$

$$U_{bi} = m_b g [p_y + s \cos \phi_i + (r + a \cos \theta_{1i} + d \cos \theta_{2i} - e \cos \theta_{2i}) \sin \phi_i];$$

$$U_{ai} = m_a g [s \cos \phi_i + (r + a_x \cos \theta_{1i} + a_y \sin \theta_{1i}) \sin \phi_i].$$

که  $a_x$  و  $a_y$  مختصات مرکز جرم لینک ورودی نسبت به مفصل ورودی آن می‌باشد.

انرژی جنبشی کل سیستم نیز از رابطه ۴-۵۳ به دست می‌آید:

$$T = T_c + \sum_{i=1}^3 (T_{bi} + T_{ai}) \quad (۵۳-۴)$$

که  $T_c$  انرژی جنبشی سکوی متحرک،  $T_{bi}$  انرژی جنبشی چهارمیله‌ای بازوی i-ام و  $T_{ai}$  انرژی جنبشی

لینک ورودی و روتور بازوی i-ام فالکن می‌باشد؛ و برابرند با :

$$T_c = \frac{1}{2} m_c (\dot{p}_x^2 + \dot{p}_y^2 + \dot{p}_z^2);$$

$$T_{bi} = \frac{1}{2} m_b (\dot{p}_x^2 + \dot{p}_y^2 + \dot{p}_z^2) + dm_b \dot{\theta}_{2i} \dot{p}_y \sin \phi_i \sin \theta_{2i} + dm_b \dot{\theta}_{2i} \dot{p}_x \cos \phi_i \sin \theta_{2i} \\ + \frac{1}{2} a^2 m_b \dot{\theta}_{1i}^2 + \frac{1}{2} m_b \dot{\theta}_{2i}^2 (d^2 + e^2) + a e m_b \dot{\theta}_{1i} \dot{\theta}_{2i} \cos(\theta_{1i} - \theta_{2i}) \\ - dm_b \dot{\theta}_{2i} \dot{p}_z \cos \theta_{2i};$$

$$T_{ai} = \frac{1}{2} (I_m + I_a) \dot{\theta}_{1i}^2.$$

که  $I_m$  ممان اینرسی جرمی روتور موتورها و  $I_a$  ممان اینرسی جرمی لینک ورودی می‌باشد.

برای حل رابطه ۴-۵۰ نیاز به ۶ تابع قید نیز می‌باشد. ۳ قید نخست از این نکته استخراج

می‌شوند که فاصله دو مفصل C و D همواره ثابت و برابر b می‌باشد؛ یعنی مطابق شکل ۴-۳:

$$f_{1,2,3}: (D_{xi} - C_{xi})^2 + (D_{yi} - C_{yi})^2 + (D_{zi} - C_{zi})^2 - b^2 = 0 ; i = 1, 2, 3 \quad (54-4)$$

که در آن:

$$C_{xi} = \cos \phi_i (r + a \cos \theta_{1i} + d \cos \theta_{2i}) - s \sin \phi_i ;$$

$$C_{yi} = \sin \phi_i (r + a \cos \theta_{1i} + d \cos \theta_{2i}) + s \cos \phi_i ;$$

$$C_{zi} = a \sin \theta_{1i} + d \sin \theta_{2i} ;$$

$$D_{xi} = P_x + \cos \phi_i (c - e \cos \theta_{2i}) - f \sin \phi_i ;$$

$$D_{yi} = P_y + \sin \phi_i (c - e \cos \theta_{2i}) + f \cos \phi_i ;$$

$$D_{zi} = P_z - e \sin \theta_{2i}$$

سه قید باقیمانده با محاسبه رابطه  $\theta_{2i}$  در صفحه XY به دست می آیند:

$$f_{4,5,6}: E_{wi} - B_{wi} + (B_{ui} - E_{ui}) \tan \theta_{2i} = 0 ; i = 1, 2, 3. \quad (55-4)$$

که در آن:

$$B_{ui} = a \cos \theta_{1i} ;$$

$$B_{wi} = a \sin \theta_{1i} ;$$

$$E_{ui} = P_x \cos \phi_i + P_y \sin \phi_i + c - r ;$$

$$E_{wi} = P_z$$

با قرار دادن این ۶ قید در رابطه ۴-۵۰، برای ۶ مختصه تعمیم یافته نخست، یک دستگاه ۶

معادله و ۶ مجهول پیدا می شود که با حل آن، ۶ ضریب لاگرانژ  $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_6$  پیدا می شوند که با قرار

دادن آنها در رابطه ۴-۵۰ برای سه مختصه باقیمانده، سه گشتاور عملگر نیز به دست می آید.

#### ۴-۸-۱ پیش خورد دینامیکی

کیت توسعه نرم افزاری ربات فالکن، در هنگام استفاده، نیروی پیش خورد دینامیکی ناشی از

جرم قطعات، اصطکاکها و سایر نیروهای اضافی را حساب کرده و معکوس آن را به فالکن اعمال می

کند. به علت در دسترس نبودن کد کیت توسعه، مقدار این نیرو و طریقه محاسبه آن مشخص نیست و

در هیچ مرجعی به آن اشاره نشده است اما به طور تقریبی می توان از روابط دینامیکی بخش قبل، آن

را محاسبه کرد با این تفاوت که در اینجا  $Q_1=F_x, Q_2=F_y, Q_3=F_z$  و  $Q_4$  تا  $Q_9$  برابر با صفر خواهند

بود. البته مقادیر محاسبه شده توسط این روش، هنگامی که مقدار یکی از  $\theta_{2i}$ ها به نزدیکی  $\pi/2$  برسد،

به علت بروز خطای تقسیم بر صفر واگرا شده و جواب درستی نمی‌دهد.

#### ۴-۸-۲ راستی آزمایی روابط

هرچند امکان اندازه‌گیری گشتاورهای موتور و نیز زوایای عملگرهای فالکن برای راستی‌آزمایی روابط مقدور نشد، اما تلاش شد تا حد امکان، درستی روابط بررسی شوند.

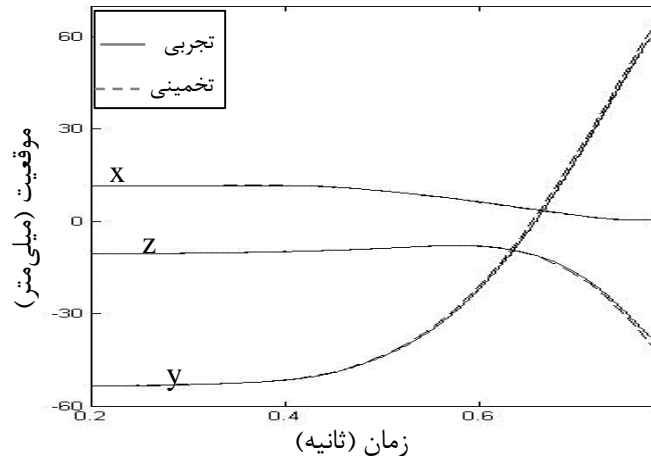
برای این کار، گیره فالکن در نقاط مختلف قرار داده شد و یک تابع نیرو در یک راستای خاص به‌عنوان ورودی به فالکن فرستاده شد تا هنگامی که مجری نهایی ربات به آخرین موقعیت ممکن خود رسید و با یک ضربه متوقف شد. در حین حرکت ربات بر اثر نیروی ورودی، مسیر حرکت آن ذخیره گردید و پس از حذف حرکات اضافی آن (در اثر ضربه پایانی)؛ با یک تابع چندجمله‌ای در هر راستا تخمین زده شد. سپس زوایای عملگرهای ربات در طی مسیر با استفاده از روابط بخش ۴-۴-۱ و مقادیر بخش ۴-۳ محاسبه گشت و پس از آن گشتاور لازم برای موتورها، جهت انجام این حرکت محاسبه شد. اگرچه، مقایسه مقادیر محاسبه شده با مقادیر واقعی میسر نشد اما جهت کلی گشتاورها، بیانگر درستی حدودی روابط بود.

برای مثال، در یک تلاش، گیره فالکن در موقعیت (۱۰/۵، -۵۳/۵، ۱۱/۵) قرار داده شد و نیرویی با شیب ۲ در راستای  $y$  به‌عنوان ورودی ربات به آن فرستاده شد که مسیر حرکت مجری نهایی ربات بر اثر این نیرو، در شکل ۴-۱۱ نشان داده شده است. همان‌طور که در شکل، مشاهده می‌شود، حرکت گیره فالکن با بیش از ۰/۲ ثانیه تأخیر شروع می‌شود که اگرچه بخشی از آن ناشی از تأخیر ذاتی سامانه‌های مکانیکی می‌باشد؛ اما بیشتر، نشان‌دهنده عدم پاسخگویی ربات به نیروهای اندک در نقاط مرزی می‌باشد (که این مطلب در بخش ۴-۱۰ بیان شده است).

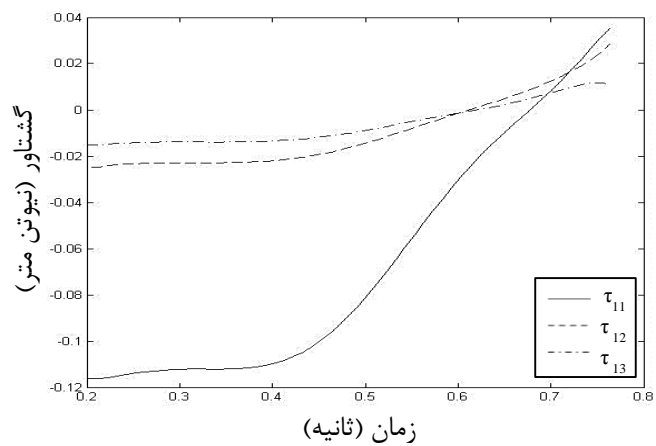
با توجه به موقعیت اولیه مجری نهایی ربات و موقعیت عملگرها، انتظار می‌رفت که عمده گشتاور توسط موتور ۱ تولید شود و موتور ۲ نیز با نسبت  $\tan 15^\circ$  گشتاور تولید کند؛ انتظار تولید گشتاور خاصی از موتور ۳ نمی‌رفت. گشتاور محاسبه شده در شبیه‌سازی، در شکل ۴-۱۲ نشان داده شده است که شکل کلی آن با آنچه انتظار داشتیم، موافقت خوبی دارد. همچنین با افزودن نیروی



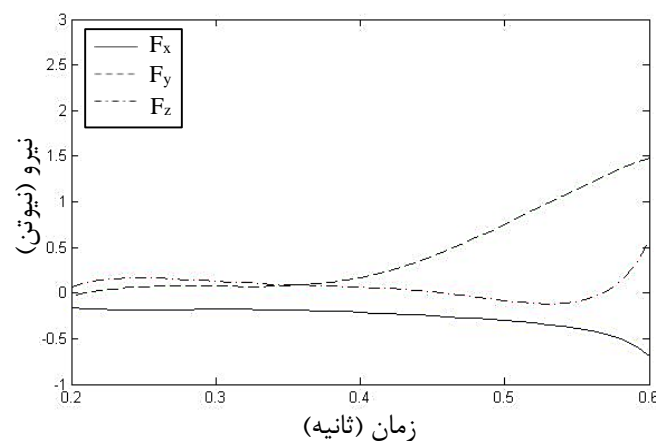
پیش‌خورد به نیروی منتهجه از گشتاورهای شکل ۴-۱۲ طبق رابطه ۴-۳۵؛ نیروی تقریبی اعمالی به دست می‌آید (شکل ۴-۱۳) که البته در اواخر حرکت، به علت بروز خطای تقسیم بر صفر در محاسبات، واگرا شده و جواب درستی نشان نمی‌دهد؛ که این قسمت، در شکل نمایش داده نشده است.



شکل ۴-۱۱: موقعیت مجری نهایی ربات طی اعمال نیرو



شکل ۴-۱۲: گشتاور محاسبه‌شده عملگرهای طی شبیه‌سازی



شکل ۴-۱۳: نیروی تقریبی محاسبه شده طی شبیه‌سازی

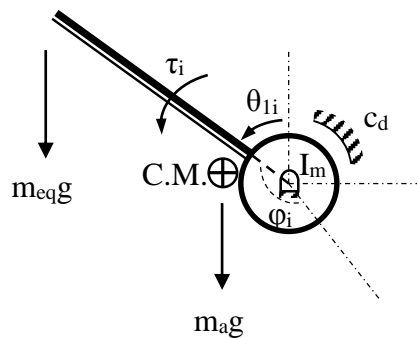
به دلیل عدم دقت‌های فراوان ربات امکان بررسی نیروها و مسیرهای پیچیده‌تر میسر نشد.

#### ۹-۴ کنترل موقعیت

از آنجایی که کنترل‌کننده PID یک کنترل‌کننده تک‌ورودی-تک‌خروجی است و با توجه به اینکه ربات فالکن، سه درجه آزادی حرکتی دارد، برای کنترل موقعیت آن توسط PID لازم است، هر بازو، جداگانه کنترل شود. در ادامه، یک مدل ساده از بازوی تک‌ورودی، جهت شبیه‌سازی پاسخ حلقه بسته سیستم تو سعه داده می‌شود که در آن فرض می‌شود که هر بازو می‌تواند مستقل از دو بازوی دیگر مدل شود.

یک نمای تقریبی از لینک ورودی  $i$ -ام فالکن در شکل ۴-۱۴ نمایش داده شده است که در آن،  $c_d$  ضریب میرایی موتور و  $\tau_i$  گشتاور ورودی به لینک  $i$ -ام می‌باشد. در اینجا فرض می‌شود که جرم مجری نهایی ( $m_c$ ) به‌طور مساوی بین سه بازو تقسیم شده است و به همراه جرم چهارمیله‌ای، به‌صورت یک جرم نقطه‌ای به انتهای لینک ورودی وارد می‌شود [۶۸] و در نتیجه:

$$m_{eq} = 2m_b + \frac{1}{3}m_c \quad (۵۶-۴)$$



شکل ۴-۱۴: نمای تقریبی از دینامیک لینک ورودی  $i$ -ام ربات فالکن

معادله حرکت برای این مدل، با جمع گشتاورها حول مفصل ورودی به دست می‌آید:

$$\tau_i = \alpha \ddot{\theta}_{1i} + c_d \dot{\theta}_{1i} - \beta \sin \theta_{1i} + \gamma \cos \theta_{1i} \quad (۵۷-۴)$$

که در آن:

$$\alpha = I_m + I_a + m_{eq} a^2$$

$$\beta = g \sin \varphi_i (a_x m_a + a m_{eq})$$

$$\gamma = a_y g m_a \sin \varphi_i$$

با خطی سازی رابطه ۴-۵۷ در نقطه کاری  $\theta_{1i,0} = \frac{\pi}{6}$  و  $\tau_{i,0} = -\beta \sin \frac{\pi}{6} + \gamma \cos \frac{\pi}{6}$  رابطه ۴-۵۸

به دست می‌آید:

$$\hat{\tau}_i = \alpha \ddot{\hat{\theta}}_{1i} + c_d \dot{\hat{\theta}}_{1i} + \mu \hat{\theta}_{1i} \quad (58-4)$$

که در آن:

$$\hat{\tau}_i = \tau_i - \tau_{i,0}$$

$$\hat{\theta}_{1i} = \theta_{1i} - \frac{\pi}{6}$$

$$\mu = -\beta \cos \frac{\pi}{6} - \gamma \sin \frac{\pi}{6}$$

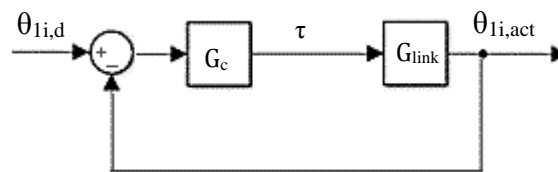
بلوک دیاگرام حلقه بسته کنترلی هر بازو در شکل ۴-۱۵ نشان داده شده است که در آن  $G_{link}$

بیان کننده دینامیک بازوی ربات بر مبنای مدل ذکر شده و  $G_c$  نشان دهنده دینامیک کنترل کننده

می‌باشد که برای رسیدن به پاسخ صحیح، نیاز است که هر کدام از آن‌ها تعیین شوند. همچنین  $\tau$

گشتاور ورودی به بازوی  $i$ -ام و  $e$  اختلاف موقعیت واقعی لینک ورودی بازو ( $\theta_{1i,act}$ ) و موقعیت طراحی

شده آن ( $\theta_{1i,d}$ ) می‌باشد.



شکل ۴-۱۵: بلوک دیاگرام کنترل موقعیت بازوی  $i$ -ام ربات فالکن

تابع تبدیل دینامیک بازوی ربات از رابطه ۴-۵۸ چنین به دست می‌آید:

$$G_{link} = \frac{\hat{\theta}_{1i}(s)}{\hat{\tau}_i(s)} = \frac{1}{\alpha s^2 + c_d s + \mu} = \begin{cases} \frac{1}{0.4s^2 + 2.7s - 39.6}; link1 \\ \frac{1}{0.4s^2 + 2.7s + 29}; link2 \\ \frac{1}{0.4s^2 + 2.7s + 10.6}; link3 \end{cases} \quad (59-4)$$

همچنین برای کنترل کننده PID،  $G_c$  در حوزه لاپلاس طبق رابطه ۴-۶۰ تعیین می‌شود:

$$G_c(s) = k_p + k_d s + \frac{k_i}{s} \quad (60-4)$$

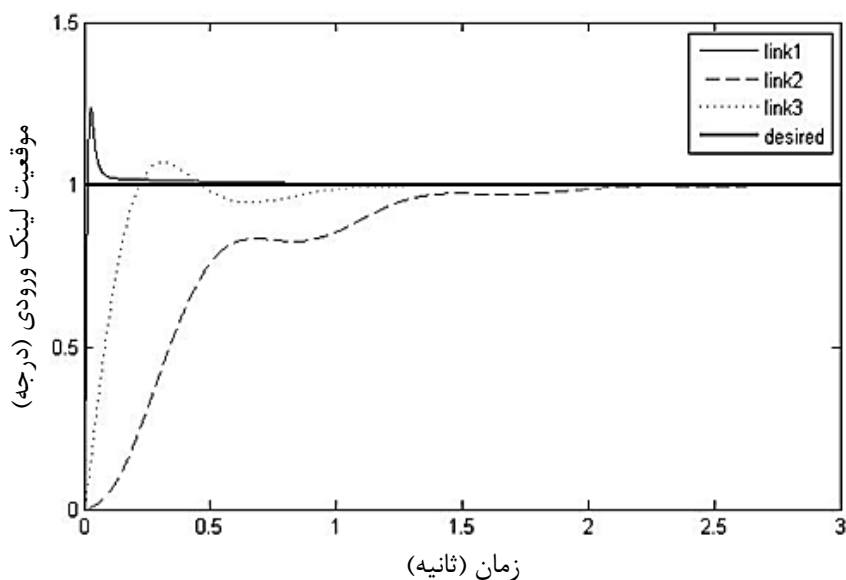
که  $k_p$ ،  $k_d$  و  $k_i$  ضرایب کنترل کننده بوده و با استفاده از ابزار PID Tuner نرم افزار متلب این گونه به دست می آیند:

$link1 (\varphi_1 = 105^{deg}): k_p = 2.074, k_d = 0.048, k_i = 3.919;$

$link2 (\varphi_2 = 225^{deg}): k_p = 0.0033, k_d = 0.0, k_i = 0.062;$

$link3 (\varphi_3 = 345^{deg}): k_p = 0.0379, k_d = 0.0029, k_i = 0.1046.$

پاسخ این مدل به ورودی پله برای هر بازو در شکل ۴-۱۶ نشان داده شده است؛ همان گونه که در بخش ۴-۸-۲ گفته شد، به دلیل عدم امکان خواندن مقادیر زوایا و نیز عدم امکان اعمال مستقیم گشتاور به موتورها، آزمون عملی کنترل موقعیت بر روی ربات میسر نشد.



شکل ۴-۱۶: پاسخ پله سیستم حلقه بسته با کنترل کننده PID

## ۴-۱۰ عدم دقتها

با توجه به اینکه افزاره فالکن، یک افزاره لامسه ای ارزان قیمت جهت استفاده در کنسول های بازی است، عدم دقت های زیادی در آن مشاهده می شود که در این بخش به برخی از مهم ترین دلایل آن اشاره می شود:

یکی از عدم دقت های موجود در ربات فالکن به دلیل لقی مفاصل فالکن می باشد؛ از جمله، لقی

بین مجری نهایی و گیره فالکن در شکل ۴-۱۷ نشان داده شده است.



شکل ۴-۱۷: لقی موجود در مجری نهایی ربات فالکن

از دیگر عوامل عدم دقت در فالکن، انعطاف پذیر بودن جنس لینک‌ها خصوصاً لینک‌های d و e بوده و عامل دیگر، لغزش کابل محرک بازوها بر روی قرقره‌ها و نیز لینک‌های ورودی می‌باشد. علاوه بر این‌ها، ساختار فالکن به گونه‌ای است که آزادی حرکتی لینک‌های ورودی در زوایای ابتدایی و انتهایی گرفته شده و لذا در این زوایا، لینک‌های ورودی به تغییر گشتاور ورودی عکس‌العمل مناسبی نشان نمی‌دهند. همچنین همان‌گونه که در بخش ۴-۵-۱ گفته شد، در بعضی موقعیت‌ها، ربات به موقعیت تکین خود بسیار نزدیک می‌شود.

فصل پنجم

شیبه سازی تعامل

## ۵-۱ مقدمه

الگوریتم شبیه سازی تعامل با جسم تغییر شکل پذیر، قسمت‌های مختلفی همچون تشخیص برخورد، محاسبهٔ پاسخ برخورد و جفت‌شدگی مجازی دارد که مفاهیم آن در فصل ۲ بیان شد. در این فصل، با مدل کردن ابزار صلب مجازی و جسم تغییرشکل پذیر با دو آبرویهٔ محدب، به شرح قسمت‌های مختلف این الگوریتم - که روندنمای آن در شکل ۵-۱ نمایش داده شده است - و بیان معادلات و روابط مرتبط، پرداخته می‌شود.

## ۵-۲ تشخیص برخورد

از ویژگی‌های مدل کردن ابزار و جسم مجازی با آبرویه، علاوه بر تنوع گستردهٔ آن، این است که زمان لازم برای تشخیص برخورد و یافتن بیشترین عمق نفوذ یا کمترین فاصله، برخلاف بیشتر روش‌های موجود، مستقل از مش‌بندی و تعداد گره‌های آن می‌باشد. به همین دلیل، همان‌طور که در بخش ۲-۴ اشاره شد، روابط مربوط به برخورد دو آبرویه بر اساس کار پرتال و همکارانش [۳۱] در ادامه بیان می‌شود و سپس بنا به نیاز این پژوهش تکمیل می‌گردد.

یک آبرویه در مختصات محلی، با رابطهٔ ۵-۱ در فضا بیان می‌شود:

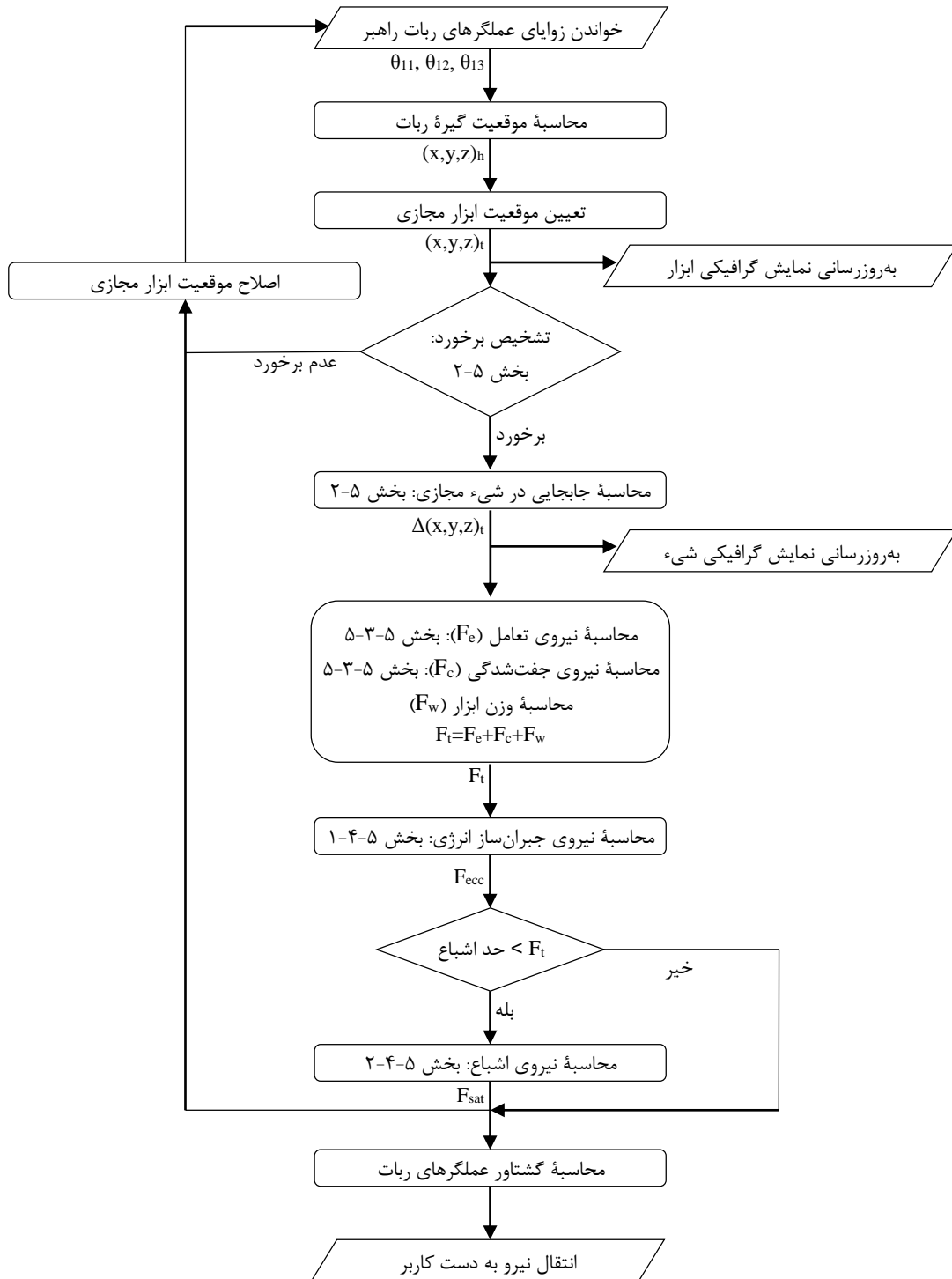
$$h(x, y, z)|_{local} = 0 \Leftrightarrow \left( \left( \frac{x}{a_1} \right)^{\frac{2}{e_2}} + \left( \frac{y}{a_2} \right)^{\frac{2}{e_2}} \right)^{\frac{e_2}{e_1}} + \left( \frac{z}{a_3} \right)^{\frac{2}{e_1}} = 1 \quad (1-5)$$

که  $a_1$ ،  $a_2$  و  $a_3$  بیان‌گر ابعاد آن و  $e_1$  و  $e_2$  مشخص‌کنندهٔ شکل آن می‌باشد. چند نمونه آبرویه در شکل ۵-۲ نشان داده شده است که شرط محدب بودن آن  $0.05 \leq e_1 < 2$  و  $0.05 \leq e_2 < 2$  می‌باشد.

برای بیان این آبرویه در دستگاه مختصات مرجع، لازم است که در ماتریس انتقال ضرب شود که به

---

<sup>۱</sup> Flowchart



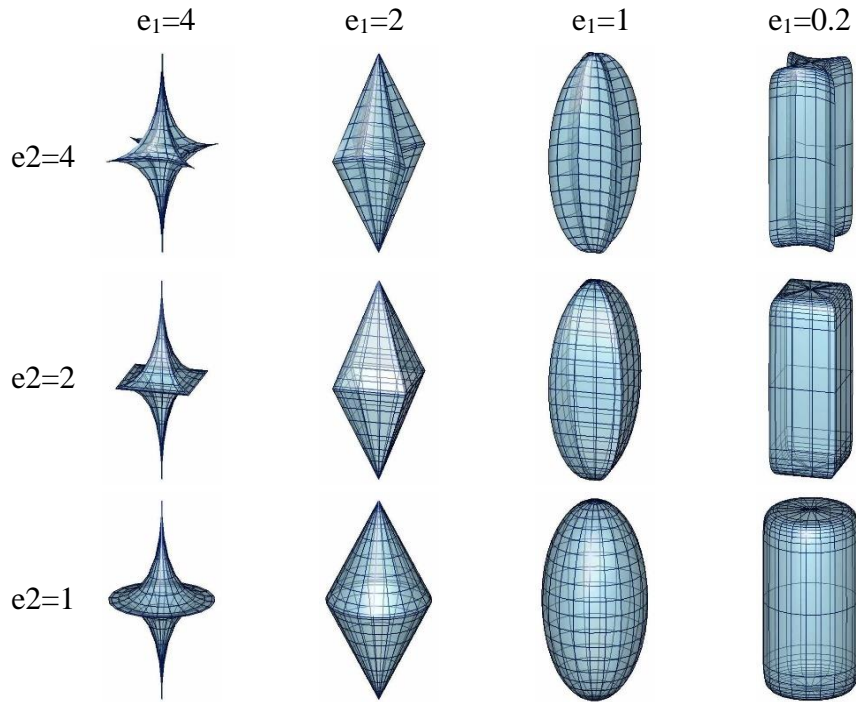
شکل ۱-۵: رَوَندنمای تعامل با جسم تغییرشکل پذیر

این ترتیب معادله آبرویه نسبت به مختصات مرجع به شکل رابطه ۲-۵ در می آید:

$$h(x, y, z) = 0 \Leftrightarrow \left( (X_1)^{\frac{2}{e_2}} + (X_2)^{\frac{2}{e_2}} \right)^{\frac{e_2}{e_1}} + (X_3)^{\frac{2}{e_1}} = 1 \quad (2-5)$$

که در آن:





شکل ۵-۲: چند نمونه آبرویه برای مقادیر مختلف  $e_1$  و  $e_2$

$$X_i = \frac{t_{1i}(x-p_x) + t_{2i}(y-p_y) + t_{3i}(z-p_z)}{a_i}, i = 1, 2, 3. \quad (3-5)$$

و بردار جابجایی مختصات محلی نسبت به مختصات مرجع و  $t_{ij}$  درایه‌های معکوس ماتریس دوران مختصات محلی پیرامون زوایای اوپلر [۷۵] می‌باشد.

در اینجا، هدف پیدا کردن دو نقطه  $A$  و  $B$  به ترتیب بر رویه  $h_A$  و  $h_B$  می‌باشد که در صورت عدم تداخل، کمترین، و در صورت تداخل بیشترین فاصله را از هم داشته باشند. بدیهی است که باید مختصات نقطه  $A$  در معادله  $h_A$  و نقطه  $B$  در معادله  $h_B$  صدق کند؛ به این ترتیب دو رابطه قیدی  $f_1$  و  $f_2$  به دست می‌آید:

$$f_1: h_A(x_A, y_A, z_A) = 0 \Leftrightarrow \left( (X_{1A})^{\frac{2}{e_2}} + (X_{2A})^{\frac{2}{e_2}} \right)^{\frac{e_2}{e_1}} + (X_{3A})^{\frac{2}{e_1}} = 1 \quad (4-5)$$

$$f_2: h_B(x_B, y_B, z_B) = 0 \Leftrightarrow \left( (X_{1B})^{\frac{2}{e_2}} + (X_{2B})^{\frac{2}{e_2}} \right)^{\frac{e_2}{e_1}} + (X_{3B})^{\frac{2}{e_1}} = 1 \quad (5-5)$$

همچنین نقاط مورد نظر، نقاطی اند که بردارهای یکه عمود بر سطح در آن دو نقطه ( $\vec{n}_B$  و  $\vec{n}_A$ ).

با هم موازی و در خلاف جهت هم باشند [۳۱] یعنی:

$$f_3: \vec{n}_A \cdot \vec{n}_B = -1 \Leftrightarrow n_{x_A} n_{x_B} + n_{y_A} n_{y_B} + n_{z_A} n_{z_B} + 1 = 0 \quad (6-5)$$

بردار یکه عمود بر آبرویه از رابطه ۷-۵ به دست می آید:

$$\vec{n}(x, y, z) = \nabla h(x, y, z) = \left( \frac{\partial h}{\partial x}, \frac{\partial h}{\partial y}, \frac{\partial h}{\partial z} \right) = (n_x, n_y, n_z): \quad (7-5)$$

$$n_x = \frac{2}{\varepsilon_1} \left[ \left( (X_1)^{\frac{2}{\varepsilon_2}} + (X_2)^{\frac{2}{\varepsilon_2}} \right)^{\frac{2}{\varepsilon_1}-1} \left( \frac{t_{11}}{a_1} (X_1)^{\frac{2}{\varepsilon_2}-1} + \frac{t_{12}}{a_2} (X_2)^{\frac{2}{\varepsilon_2}-1} \right) + \frac{t_{13}}{a_3} (X_3)^{\frac{2}{\varepsilon_1}-1} \right]$$

$$n_y = \frac{2}{\varepsilon_1} \left[ \left( (X_1)^{\frac{2}{\varepsilon_2}} + (X_2)^{\frac{2}{\varepsilon_2}} \right)^{\frac{2}{\varepsilon_1}-1} \left( \frac{t_{21}}{a_1} (X_1)^{\frac{2}{\varepsilon_2}-1} + \frac{t_{22}}{a_2} (X_2)^{\frac{2}{\varepsilon_2}-1} \right) + \frac{t_{23}}{a_3} (X_3)^{\frac{2}{\varepsilon_1}-1} \right]$$

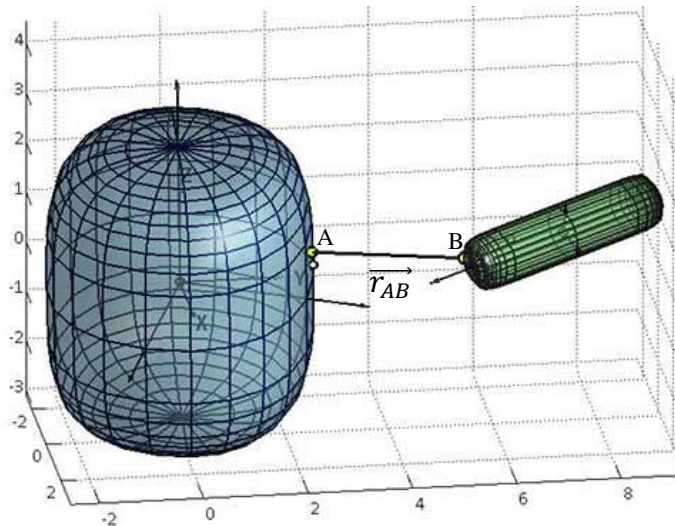
$$n_z = \frac{2}{\varepsilon_1} \left[ \left( (X_1)^{\frac{2}{\varepsilon_2}} + (X_2)^{\frac{2}{\varepsilon_2}} \right)^{\frac{2}{\varepsilon_1}-1} \left( \frac{t_{31}}{a_1} (X_1)^{\frac{2}{\varepsilon_2}-1} + \frac{t_{32}}{a_2} (X_2)^{\frac{2}{\varepsilon_2}-1} \right) + \frac{t_{33}}{a_3} (X_3)^{\frac{2}{\varepsilon_1}-1} \right]$$

به این ترتیب، مسأله، به مسأله یافتن کمترین فاصله بین دو نقطه A و B با قیدهای گفته شده

تبدیل می شود (شکل ۳-۵) که مجذور فاصله بین دو نقطه (با بردارهای  $\vec{r}_A = (x_A, y_A, z_A)$  و

$\vec{r}_B = (x_B, y_B, z_B)$  برابر است با:

$$\|\vec{r}_{AB}\|^2 = \|\vec{r}_B - \vec{r}_A\|^2 = (x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2 + (z_B - z_A)^2 \quad (8-5)$$



شکل ۳-۵: یافتن کمترین فاصله دو آبرویه

همچنین جهت همگرا شدن حل عددی، می توان شرط همرا ستا بودن بردار وا صل دو نقطه  $(\vec{r}_{AB})$  و

بردارهای نرمال را نیز در نظر گرفت (یکی از دو رابطه ۹-۵ و ۱۰-۵):

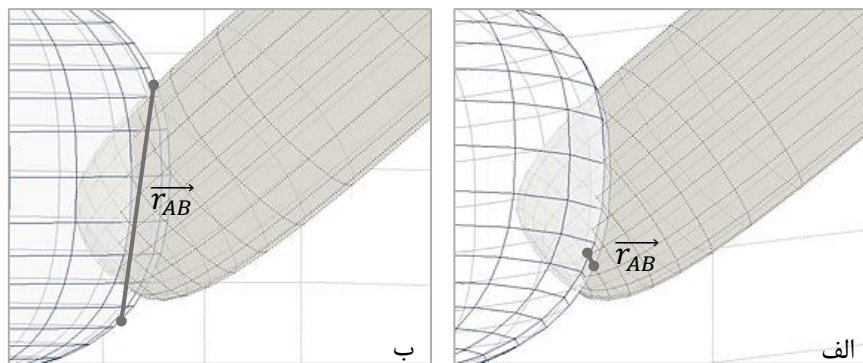
$$f_4: \vec{n}_A \cdot \vec{r}_{AB} = 1 \Leftrightarrow \frac{n_{x_A}(x_B - x_A)}{\|\vec{r}_{AB}\|} + \frac{n_{y_A}(y_B - y_A)}{\|\vec{r}_{AB}\|} + \frac{n_{z_A}(z_B - z_A)}{\|\vec{r}_{AB}\|} - 1 = 0 \quad (9-5)$$

$$f_5: \vec{n}_B \cdot \vec{r}_{AB} = -1 \Leftrightarrow \frac{n_{x_B}(x_B - x_A)}{\|\vec{r}_{AB}\|} + \frac{n_{y_B}(y_B - y_A)}{\|\vec{r}_{AB}\|} + \frac{n_{z_B}(z_B - z_A)}{\|\vec{r}_{AB}\|} + 1 = 0 \quad (10-5)$$

پس از یافتن نقاط A و B چنانچه  $\vec{n}_A \cdot \vec{r}_{AB} \leq 0$  آنگاه تداخل روی داده و  $\|\vec{r}_{AB}\|$  بیشترین حد نفوذ را نشان می‌دهد و چنانچه  $\vec{n}_A \cdot \vec{r}_{AB} \geq 0$  آنگاه دو رویه از هم فاصله داشته و  $\|\vec{r}_{AB}\|$  بیانگر کمترین فاصله آن دو خواهد بود.

### ۵-۲-۱ تکمیل الگوریتم

اگرچه الگوریتم شرح داده شده، در موقعیت عدم تماس، نقاط A و B را با دقت قابل قبولی پیدا می‌کند، اما بررسی‌ها نشان داد که این الگوریتم در پیدا کردن این نقاط در هنگام تماس توفیق چندانی ندارد؛ البته با در نظر نگرفتن دو قید  $f_4$  و  $f_5$  و صرفاً اعمال قیود  $f_1$ ،  $f_2$  و  $f_3$  می‌توان تماس یا عدم تماس را تشخیص داد اما برخلاف ادعای نویسندگان مقاله [۳۱]، نقاط تماس تشخیص داده شده، از دقت مناسبی برخوردار نخواهند بود (شکل ۴-۵).



شکل ۴-۵: تشخیص بیشترین عمق نفوذ: الف) قیود  $f_1$ ،  $f_2$ ،  $f_3$  و  $f_4$ ؛ ب) قیود  $f_1$ ،  $f_2$  و  $f_3$

این مشکل را با انتخاب تخمین اولیه مناسب از نقاط A و B، می‌توان تا حدودی مرتفع کرد که این تخمین برای لحظه فعلی (t) می‌تواند برابر با موقعیت به دست آمده برای این نقاط در لحظه قبل (t-1) باشد. برای لحظه شروع نیز می‌توان دو نقطه با فاصله یکسان ( $\mu$ ) از میانه خط اتصال مراکز دو رویه را به عنوان تخمین اولیه در نظر گرفت (رابطه ۵-۱۱).

$$\begin{bmatrix} \hat{x}_A \\ \hat{y}_A \\ \hat{z}_A \end{bmatrix}^{t=0} = \begin{bmatrix} p_{x_A} + \mu(p_{x_B} - p_{x_A}) \\ p_{y_A} + \mu(p_{y_B} - p_{y_A}) \\ p_{z_A} + \mu(p_{z_B} - p_{z_A}) \end{bmatrix}; \begin{bmatrix} \hat{x}_B \\ \hat{y}_B \\ \hat{z}_B \end{bmatrix}^{t=0} = \begin{bmatrix} p_{x_B} - \mu(p_{x_B} - p_{x_A}) \\ p_{y_B} - \mu(p_{y_B} - p_{y_A}) \\ p_{z_B} - \mu(p_{z_B} - p_{z_A}) \end{bmatrix} \quad (11-5)$$

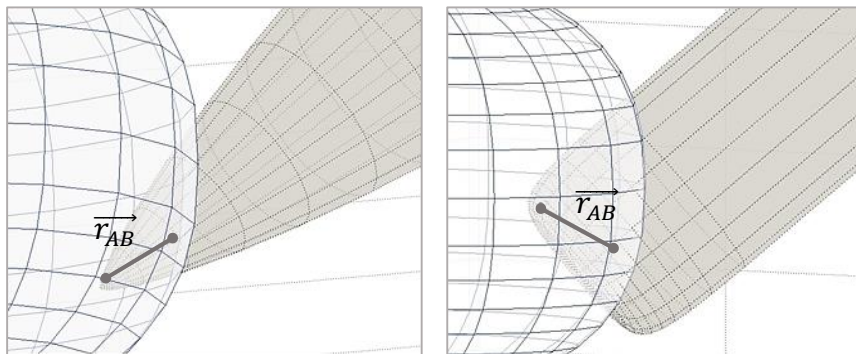
که با فرض شروع حرکت از حالت عدم تماس،  $\mu$  می‌تواند مقداری بین ۰ تا ۰/۵ اختیار کند.

اگرچه انتخاب نقطه تخمینی مناسب، در بعضی اوقات باعث تشخیص صحیح نقاط نفوذ می‌شود، اما در بسیاری مواقع، مشکل همچنان پابرجا خواهد بود که با این استدلال که در هنگام نفوذ، نقطه A درون آبرویه  $h_B$  قرار دارد، با افزودن قید  $f_6$ ،  $f_7$  و  $f_8$  از روابط ۵-۱۲، ۵-۱۳ و ۵-۱۴، این مشکل نیز حل خواهد شد (شکل ۵-۵).

$$f_6: h_B(x_A, y_A, z_A) \leq 0 \quad (12-5)$$

$$f_7: \vec{n}_A \vec{r}_{AB} = -1 \quad (13-5)$$

$$f_8: \vec{n}_A \vec{r}_{AB} = 1 \quad (14-5)$$



شکل ۵-۵: یافتن بیشترین عمق نفوذ: روش تکمیل شده

به این ترتیب، با انتخاب حد آستانه  $\delta_{th}$  طی حرکت ابزار از فضای آزاد به سمت جسم مجازی، برای یافتن کمترین فاصله، از قیود  $f_1$ ،  $f_2$ ،  $f_3$  و  $f_4$  (یا  $f_5$ ) استفاده می‌شود و چنانچه کمترین فاصله از حد آستانه کمتر شد، آنگاه، از قیود  $f_1$ ،  $f_2$ ،  $f_3$ ،  $f_6$  و  $f_7$  (یا  $f_8$ ) استفاده می‌شود. در هنگام جدایش نیز، چنانچه بیشترین عمق نفوذ از حد آستانه کمتر شد، مجدداً از قیود  $f_1$ ،  $f_2$ ،  $f_3$  و  $f_4$  استفاده می‌شود.

### ۵-۳ پاسخ برخورد

در بخش ۳-۳ بیان شد که در این پایان‌نامه، روش مبتنی بر شبکه جرم‌ها و فنرها (که در بخش

۳-۳-۸ تو ضیح داده شد) برای محاسبه پا سخ برخورد انتخاب شده است. از آنجایی که استفاده از میراگر هایی به موازات فنرها، بر پیچیدگی محاسبات می افزاید، جهت دست یابی به رفتار ویسکوالاستیک، فرض غوطه وری جسم در سیال لزج اعمال می شود که در این صورت جزء ۳-۲ از رابطه ۳-۱ حذف می شود.

از آنجایی که استفاده از فنر و میراگر با ضرایب سختی و میرایی ثابت، رفتار ویسکوالاستیک را - که در بخش ۳-۲ تو ضیح داده شد- به خوبی شبیه سازی نمی کند لذا در مراجع مختلف تلاش شده است تا با پیشنهاد ضرایب غیرخطی، رفتار مدل به بافت واقعی نزدیک تر شود. از آنجایی که در بین مدل های ارائه شده، مدل ارائه شده توسط فرهمند در [۶۰]، تطابق خوبی با رفتار مکانیکی بافت نرم دارد، همین روش در ادامه این بخش بیان می شود.

### ۵-۳-۱ شرح مدل

بافت نرم در جابجایی هایی کوچک، رفتاری غیرخطی و در جابجایی های بزرگ، رفتاری خطی از خود نشان می دهد (شکل ۳-۱)، به همین دلیل، فرهمند رابطه ۵-۱۵ را برای محاسبه نیروی ناشی از فنر متصل کننده دو جرم  $i$  و  $j$  ( $F_{ij}^k$ ) پیشنهاد کرده است:

$$F_{ij}^k = \begin{cases} K_1 \Delta l_{ij} + K_2 \Delta l_{ij}^3, & |\Delta l_{ij}| < \Delta l_c \\ [K_3 + K_4(|\Delta l_{ij}| - \Delta l_c)] \text{sign}(\Delta l_{ij}), & |\Delta l_{ij}| \geq \Delta l_c \end{cases} \quad (15-5)$$

که  $\Delta l_{ij}$  برابر با تغییر طول نسبی فنر بین دو گره  $i$  و  $j$  بوده و از رابطه ۵-۱۶ محاسبه می شود و  $\Delta l_c$  تغییر طول نسبی بحرانی بوده که در آن نیروی فنر، خطی می شود و به همراه ثابت های  $K_1$ ،  $K_2$  بر اساس رفتار بافت، تعیین می شوند.  $K_3$  و  $K_4$  ثابت هایی هستند که برای نرم بودن تغییر از خطی به غیرخطی از رابطه ۵-۱۷ محاسبه می شوند.

$$\Delta l_{ij} = \frac{l_{ij} - l_{ij}^0}{l_{ij}^0} \quad (16-5)$$

$$\begin{cases} K_3 = K_1 \Delta l_c + K_2 \Delta l_c^3 \\ K_4 = K_1 + 3K_2 \Delta l_c^2 \end{cases} \quad (17-5)$$

همچنین طبق نمودارهای استخراج شده از رفتار بافت نرم (همچون شکل ۳-۱) با افزایش

جابجایی در بافت نرم، اختلاف بین نمودارهای نیرو-جابجایی (و تنش-کرنش) در دو نرخ کرنش متفاوت، بیشتر می‌شود؛ برای مدل کردن این رفتار بافت، بجای استفاده از میراگر خطی، فرهمند استفاده از میراگر متناسب با جابجایی را مطابق رابطه ۵-۱۸ پیشنهاد کرد:

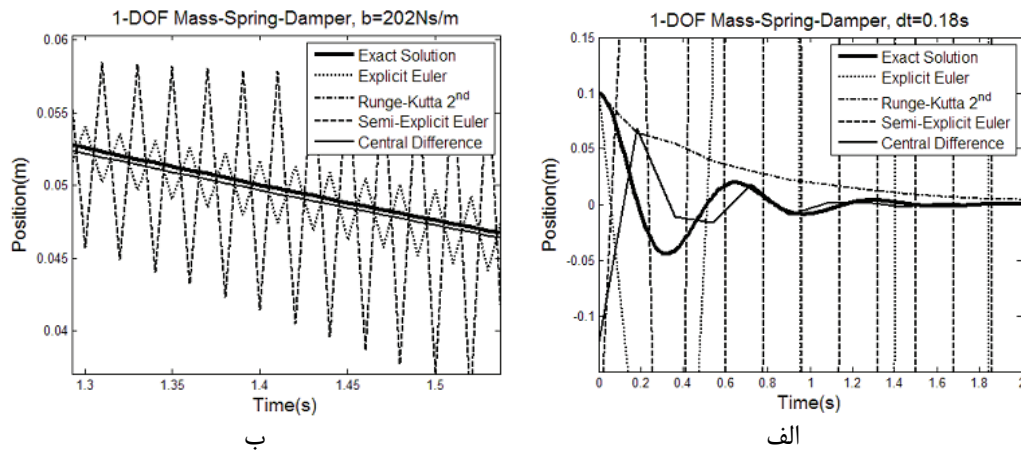
$$F_i^b = b_0 \vec{r}_i + b_1 \left\| \vec{r}_i - \vec{r}_i^0 \right\| \vec{r}_i \quad (18-5)$$

که ثابت‌های  $b_0$  و  $b_1$  متناسب با رفتار بافت نرم انتخاب می‌شوند. به این ترتیب، رابطه ۳-۱ به رابطه ۵-۱۹ تبدیل می‌شود:

$$M_i \ddot{\vec{r}}_i + F_i^b + \sum_{j=1}^N F_{ij}^k \frac{\vec{r}_i - \vec{r}_j}{\|\vec{r}_i - \vec{r}_j\|} = F_i^{ext} \quad (i = 1, 2, \dots, N_{tot}) \quad (19-5)$$

که  $F_i^b$  از رابطه ۵-۱۸ و  $F_{ij}^k$  از رابطه ۵-۱۵ محاسبه می‌گردد.

برای انتخاب روش حل عددی، باصفا در [۲] با مقایسه چهار روش رانگه-کوتای مرتبه دو، مستقیم و نیمه صریح اویلر و تفاضل مرکزی برای یک جرم و فنر و میراگر یک درجه‌آزادی، نشان داد که روش تفاضل مرکزی، با افزایش ضریب میرایی و یا کاهش بسامد محاسباتی، نسبت به سایر روش‌ها همگرایی بهتری دارد (شکل ۵-۶)؛ به همین دلیل، این روش، برای حل عددی انتخاب گردید.



شکل ۵-۶: واگرایی روش‌های حل عددی بجز تفاضل مرکزی در محاسبات یک سامانه یک درجه‌آزادی جرم-فنر-میراگر: الف) با کاهش بسامد حل؛ ب) با افزایش ضریب میرایی [۲]

مطابق روش تفاضل مرکزی برای تابعی مانند  $r(t)$  با مقادیر معلوم در فواصل زمانی، با استفاده

از بسط تیلور آن، مشتق اول و دوم آن در لحظه  $t$  از روابط ۵-۲۰ و ۵-۲۱ به دست می‌آید [۸۳]:

$$\dot{r}^t = \frac{r^{t+dt} - r^{t-1}}{2dt} \quad (20-5)$$

$$\ddot{r}^t = \frac{r^{t+dt} + r^{t-dt} - 2r^t}{dt^2} \quad (21-5)$$

که  $dt$  فاصله زمانی دو لحظه محاسبه می‌باشد. با جایگذاری این روابط در رابطه ۵-۱۹، رابطه ۵-۲۲ به دست می‌آید:

$$M_i \frac{\ddot{r}_i^{t+dt} + \ddot{r}_i^{t-dt} - 2\ddot{r}_i^t}{dt^2} + (b_0 + b_1 \|\ddot{r}_i^t - \ddot{r}_i^0\|) \frac{\dot{r}_i^{t+dt} - \dot{r}_i^{t-dt}}{2dt} + \sum_{j=1}^N F_{ij}^k \frac{\dot{r}_i^t - \dot{r}_j^t}{\|\dot{r}_i^t - \dot{r}_j^t\|} = F_i^{ext} \quad (22-5)$$

به عبارت دیگر، برای گره‌هایی که مستقیماً توسط نیروی خارجی تحت جابجایی قرار می‌گیرند، نیروی خارجی تابعی از موقعیت همان گره در لحظات  $t-dt$  و  $t+dt$  و موقعیت گره‌های متصل در لحظه  $t$  می‌باشد که تمامی معلوم هستند. همچنین موقعیت گره‌هایی که نیروی خارجی مستقیماً به آنها اعمال نمی‌شود تابعی از موقعیت همان گره در لحظات  $t$  و  $t-dt$  و موقعیت گره‌های متصل در لحظه  $t$  می‌باشد. از آنجایی که روش تفاضل مرکزی، روش خود آغازی نیست و نیاز است که در شروع حرکت مقدار  $\dot{r}_i^{0-dt}$  به نحوی تعیین شود که با فرض استاتیکی بودن آغاز برخورد، از رابطه ۵-۲۱ مقدار آن برای گره‌های تحت جابجایی اجباری چنین به دست می‌آید:

$$\dot{r}_i^{0-dt} = 2\dot{r}_i^0 - \dot{r}_i^{0+dt} \quad (23-5)$$

### ۵-۳-۲ اعتبارسنجی مدل

جهت بررسی صحت روابط ذکر شده، تلاش شد تا مدل برای داده‌های ذکر شده در مرجع [۵۳] بهینه شود. در این مرجع، با فشردن بافت کبد آهو با سه سرعت ثابت ۲، ۶ و ۱۰ میلی‌متر بر ثانیه، نیروی مقاوم اندازه‌گیری شد که نتایج آن در شکل ۳-۱ (در بخش ۳-۲) نشان داده شد.

برای این کار، یک حجم مکعب مستطیلی به ابعاد  $80 * 80 * 60$  میلی‌متر با المان‌های چهاروجهی مشبندی شد (با ۹۳ گره و ۲۵۱ المان) که گره‌های آن به عنوان جرم‌های نقطه‌ای و اضلاع المان‌ها به عنوان فنر در نظر گرفته شد؛ بالاترین گره مرکزی، به عنوان گره تحت جابجایی اجباری و پایین‌ترین گره‌ها به عنوان گره‌های ثابت (زمین) انتخاب شدند. با کمینه کردن مجموع مربع خطاها برای دو

نمودار سرعت ۱۰ و ۶ میلی‌متر بر ثانیه، مقادیر بهینه برای  $b_0, b_1, K_1, K_2$  و  $\Delta l_c$  محاسبه شد و با استفاده از مقادیر به دست آمده، نتایج مدل با نتایج واقعی برای سرعت ۲ میلی‌متر بر ثانیه مقایسه شد. جهت مش‌بندی قطعه، از نرم‌افزار رایگان TetGen<sup>۱</sup> استفاده شد که علاوه بر این که توانایی دریافت قطعه از نرم‌افزارهای حرفه‌ای طراحی قطعه را دارد، نتایج را به شکل ماتریس به تفکیک گره، المان و المان‌های سطح در فایل‌های متنی جداگانه ذخیره می‌کند که به راحتی قابل استفاده در متلب و سایر زبان‌های برنامه‌نویسی می‌باشد.

مقدار بهینه برای  $b_0, b_1, K_1, K_2$  و  $\Delta l_c$  به ترتیب برابر با ۰/۵ نیوتن ثانیه بر متر، ۵۰۰۰ نیوتن ثانیه بر مترمربع، ۰/۰۱ نیوتن، ۸۶ نیوتن و ۰/۲ محاسبه شد. اگرچه در کار فرهمند و کارهای مشابه دیگر، اشاره‌ای به مقدار جرم گره‌ها نشده، اما به نظر می‌رسد که باید جرم کل جسم به‌طور یکنواخت در گره‌ها تقسیم شود؛ هرچند که شبیه‌سازی‌های مختلف نشان داد که در صورت کم بودن تغییرات سرعت، افزایش چند کیلوگرمی جرم کل جسم، نه تنها، لطمه‌ای به مدل وارد نمی‌کند بلکه مدل را پایدارتر و جواب‌ها را همگراتر می‌کند.

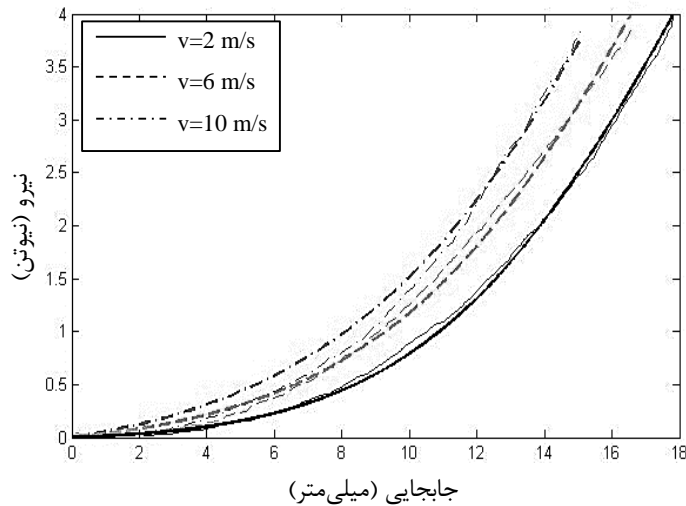
در شکل ۵-۷، نتایج شبیه‌سازی ذکر شده در مقایسه با داده‌های آزمایشگاهی نشان داده شده است که همان‌گونه که مشاهده می‌شود، نتایج حاصل از شبیه‌سازی، خصوصاً برای سرعت‌های کمتر، مطابقت خوبی با نتایج عملی دارد.

همان‌گونه که در مقاله فرهمند آمده است، این مدل، رفتارهای بافت نرم همچون افت تنش را به خوبی شبیه‌سازی می‌کند، اما با هر بار تغییر شکل یا ابعاد جسم تغییر شکل پذیر مجازی، باید فرایند بهینه‌سازی مجدداً انجام پذیرد که چون بهینه‌سازی، به صورت برون خط انجام می‌شود، این مشکل قابل اغماض می‌باشد.

---

<sup>1</sup> TetGen (<http://wias-berlin.de/>)





شکل ۵-۷: مقایسه نتایج مدل (خطوط ضخیم) با نتایج واقعی (خطوط نازک)

### ۳-۳-۵ توسعه روابط برای برخورد دو آبرویه

در بسیاری از کارهای گوناگون مدل سازی بافت نرم، کار به شبیه سازی برخورد نوک سوزن با بافت محدود گشته، به طوری که ابزار با یک نقطه -یا پاره خط- مدل شده است. البته در کارهای صرفاً گرافیکی و یا مدل های گرافیکی، تنوع بیشتری در این زمینه به چشم می خورد. همچنین به تازگی مدلی را جهت برخورد ابزار با سر کروی و مخروطی با یک جسم الاستیک توسعه داده اند [۱۹]. در ادامه این بخش، مدلی برای محاسبه پاسخ برخورد دو آبرویه توسعه داده می شود.

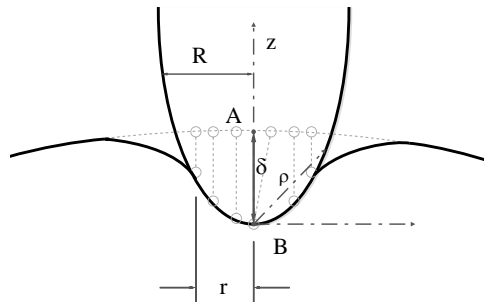
با برخورد دو آبرویه به یکدیگر، تعدادی از گره های آبرویه مش-بندی شده (بیش از یک گره)، تحت جابجایی اجباری قرار می گیرند سپس طبق آنچه در بخش ۳-۵-۱ بیان شد، نیروی وارده از هر یک از این گره ها به ابزار مجازی محاسبه شده و نیروی کل وارده به ابزار (Fe) برابر با برآیند نیروی این گره ها خواهد بود. به این ترتیب مسأله به دو بخش تقسیم می شود:

- تعیین گره های تحت جابجایی اجباری
- تعیین مقدار جابجایی اجباری هر گره

جهت تعیین گره های تحت جابجایی اجباری، در نگاه اول می توان مختصات تمام گره های سطح

آبرویه نماینده جسم تغییر شکل پذیر (آبرویه hA) را در رابطه آبرویه نماینده ابزار مجازی (آبرویه hB)

قرار داد و آن‌هایی را که درون آبرویه  $h_B$  واقع شدند به عنوان نقاط تحت جابجایی اجباری در نظر گرفت؛ اما مشاهدات نشان داد که فقط بخش مرکزی این نقاط تحت جابجایی اجباری قرار می‌گیرند و سایر نقاط جابجایی اجباری نخواهند داشت (شکل ۸-۵).



شکل ۸-۵: تغییر شکل بافت نرم در اثر برخورد با ابزار

کاچانف در [۸۴] بیان کرد که چنانچه بتوان رویه  $h_B$  را با رابطه ۲۴-۵ بیان کرد، آن‌گاه فقط نقاطی از سطح  $h_A$  که فاصله شان با نقطه  $A$  کمتر از  $r$  باشد در تماس با سطح  $h_B$  می‌مانند (جابجایی اجباری خواهند داشت) که  $r$  از رابطه ۲۵-۵ تقریب زده می‌شود.

$$z = c\rho^n \quad (24-5)$$

$$r = \left( \frac{\delta \Gamma(n)}{cn2^{n-2}\Gamma^2(n/2)} \right)^{\frac{1}{n}} \quad (25-5)$$

که  $\delta$  بیشترین عمق نفوذ (طول پاره خط  $AB$ ) و  $c$  و  $n$  اعداد ثابت می‌باشند. موقعیت  $z$  و  $\rho$  در شکل ۸-۵ نشان داده شده است. البته این روابط برای عمق نفوذهای کوچک صادق می‌باشد و مشاهدات نشان داد که برای یک آبرویه، با بزرگ شدن عمق نفوذ، مقدار  $r$  به سمت شعاع مقطع آبرویه ( $R$ ) میل می‌کند. طبق این روابط، برای یک آبرویه مخروطی شکل ( $e_1 \cong 2$ ) مقدار  $r$  طبق رابطه ۲۶-۵ و برای آبرویه کروی شکل ( $e_1 \cong 1$ ) طبق رابطه ۲۷-۵ محاسبه می‌شود:

$$r = \frac{2\delta \sqrt{z_0^2 + R_0^2}}{\pi z_0} \quad (26-5)$$

$$r = \sqrt{R_0 \delta} \quad (27-5)$$

که  $R_0$  و  $z_0$  شعاع مقطع و ارتفاع صفحه مرکزی آبرویه می‌باشد. همچنین طبق مشاهدات، برای

آبرویه‌هایی با  $e_1$  کوچک ( $e_1 \ll 1$ )، رابطه ۲۸-۵ صادق است:

$$r \cong R_0 \quad (28-5)$$

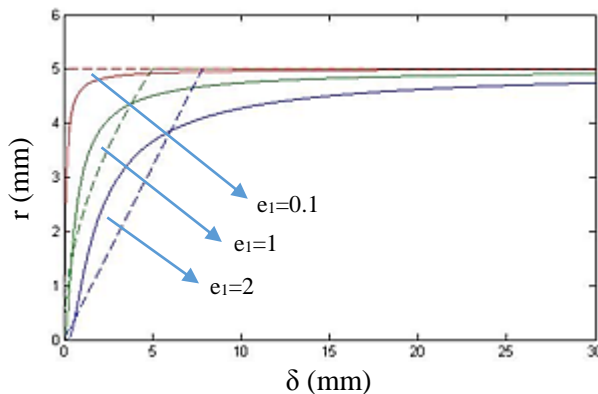
از آنجایی که برای توسعه روابط بخش ۳-۵-۱ نیاز به داشتن یک فرمول کلی برای آبرویه‌های مختلف می‌باشد، با دو فرض زیر، می‌توان برای یک آبرویه با رابطه ۱-۵، مقدار  $r$  را با رابطه ۲۹-۵ تخمین زد:

$$R_0 = a_1 = a_2 \ll a_3 \quad \bullet$$

• بردار برخورد  $(\vec{r}_{AB})$  تقریباً در راستای محور  $Z$  محلی ابزار باشد (ابزار با سر به جسم برخورد کند نه با کناره‌ها)؛

$$r = a_1 e^{\left(\frac{-\pi e_1}{4 \cdot 10^3 \delta}\right)} \quad (29-5)$$

که مؤلفه‌های  $a_1$ ،  $a_2$ ،  $a_3$  و  $e_1$  ذیل رابطه ۱-۵ توضیح داده شد. شکل ۹-۵ اختلاف میان تقریب رابطه ۲۹-۵ را با تقریب رابطه ۲۵-۵ نشان می‌دهد.



شکل ۹-۵: مقایسه تقریب رابطه ۲۵-۵ (خط چین) با رابطه ۲۹-۵ (ممتد) برای مقادیر  $R_0$  و  $Z_0$  به ترتیب برابر با ۵ و ۵۰ میلی‌متر

به این ترتیب، نقاط تحت جابجایی اجباری، گره‌هایی در همسایگی نقطه  $A$  بر روی سطح  $A$  هستند که فاصله‌شان با نقطه  $A$  کمتر از  $r$  باشد. برای افزایش سرعت برخط برنامه، بهتر است در ابتدای کار، فاصله نقاط روی سطح  $h_A$  از یکدیگر، بصورت برون خط در یک ماتریس  $m \times m$  ذخیره شود که  $m$  تعداد گره‌های روی سطح  $h_A$  و درایه  $ij$  این ماتریس، فاصله نقطه  $i$  از نقطه  $j$  می‌باشد.

برای انجام بخش دوم کار (تعیین میزان جابجایی اجباری هر گره) فرض می‌شود که جابجایی نقطه A برابر با بیشترین عمق نفوذ محاسبه شده ( $\delta$ ) بوده و جابجایی سایر نقاط نیز در راستای بردار  $\vec{r}_{AB}$  باشد که با توجه به این که در غیر این صورت، جابجایی اضافی در نظر گرفته شده برای برخی نقاط با کمی جابجایی در نظر گرفته شده برای سایر نقاط خنثی می‌شود، شرط محدودکننده‌ای نخواهد بود. چنانچه فرض شود نقطه  $p_{0,i}(x_{0i}, y_{0i}, z_{0i})$  نقطه  $i$ -ام از نقاطی است که طبق محاسبات مرحله قبل تحت جابجایی اجباری قرار گرفته است و  $\vec{r}_{AB} = (r_x, r_y, r_z)$  بردار بیشترین نفوذ به دست آمده از بخش ۲-۵ به طول  $\delta$  می‌باشد، آن گاه با انطباق معادله ابرویه  $h_B$  از رابطه ۲-۵ و خط  $l_i$  گذرنده از نقطه  $p_{0,i}$  به موازات  $\vec{r}_{AB}$  (۳۰-۵)، مختصات نقطه  $p_{1,i}$  را می‌دهد که طول بردار  $\vec{p}_{0,i}p_{1,i}$  برابر با میزان جابجایی اجباری این نقطه خواهد بود.

$$l_i: \frac{x-x_{0i}}{r_x} = \frac{y-y_{0i}}{r_y} = \frac{z-z_{0i}}{r_z} \quad (30-5)$$

به این ترتیب نیروی نهایی پاسخ برخورد از رابطه ۳۱-۵ بدست می‌آید که  $m$  برابر با تعداد نقاط تحت جابجایی اجباری می‌باشد:

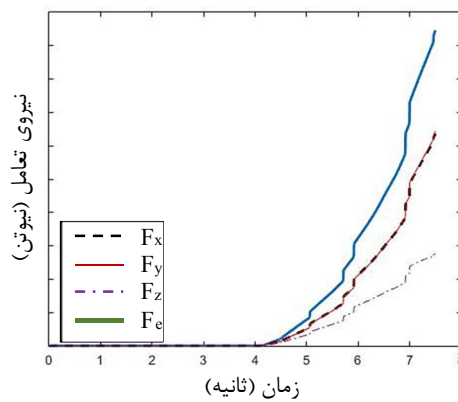
$$\vec{F}_e = \sum_{i=1}^m \vec{F}_i \quad (31-5)$$

### ۳-۴-۵ نتایج شبیه‌سازی

جهت بررسی نتایج و راستی‌آزمایی روابط نیاز بود که خروجی روابط با یک یا چند نمونه داده آزمایشگاهی مقایسه شود. با بررسی مقالات مختلف و چند دستینه<sup>۱</sup> تعامل با بافت نرم، داده‌ای که بتوان از آن در این کار استفاده نمود مشاهده نشد؛ چرا که در آزمایش‌های مختلف، کاوند نیرو غالباً به شکل سوزن ساخته شده بود و در معدود مواردی که از اجسام استوانه‌ای شکل و شبیه به آن استفاده شده بود، داده‌های مناسبی که بتوان با آن هم عملیات بهینه‌سازی مؤلفه‌های فنر و میراگر را انجام داد و هم تعامل بین دو ابرویه را مدل کرد ذکر نشده بود؛ لذا در این بخش، صرفاً به یک مورد شبیه‌سازی

<sup>1</sup> Handbook

اکتفا می شود که در آن، جسم مجازی با یک آبرویه با مشخصات  $a_1=50$ ،  $a_2=35$  و  $a_3=35$  میلی متر و  $e_1=1$  و  $e_2=2$  و با ۴۲۰ گره و ۲۳۷۱ ضلع مدل شده و در مرکز مختصات قرار داده شده است و ابزار مجازی به عنوان آبرویه ای با مشخصات  $a_1=7$ ،  $a_2=7$  و  $a_3=50$  میلی متر و  $e_1=0.2$  و  $e_2=1$  پارامترهای دوران اوایلر به ترتیب برابر با  $0.9$ ،  $-0.3$ ،  $0.3$  و  $0$  به آن برخورد می کند و آن را می فشرد. طی این حرکت، ابزار با سرعت ثابت  $3/7$  میلی متر بر ثانیه، از موقعیت  $(75, 55, 50)$  میلی متر در فضای آزاد به موقعیت  $(60, 40, 32)$  میلی متر می رود. نتیجه این حرکت در شکل ۵-۱۰ نشان داده شده است



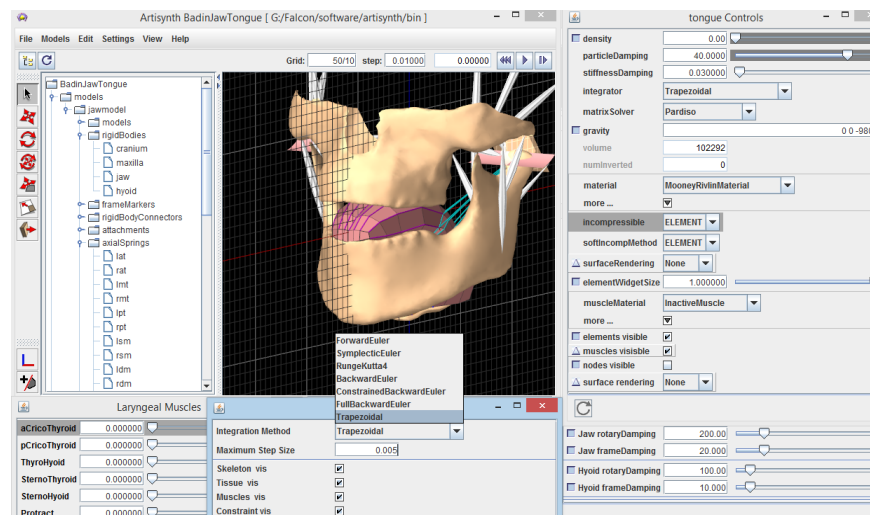
شکل ۵-۱۰: شبیه سازی برخورد آبرویه تغییر شکل پذیر با آبرویه صلب

همان گونه که در شکل مشخص است، بخاطر گسسته بودن مش بندی، در نیروی محاسبه شده، چند مورد پرش مشاهده می شود که برای رفع این مشکل لازم است مش بندی ریزتر انتخاب شود که این امر، باعث کاهش سرعت محاسباتی خواهد شد. لذا بهتر است همچون کارهای مشابه، چنانچه جهت برخورد مشخص است، از تفکیک پذیری چندگانه استفاده نمود که البته برای مش بندی های دیگر، مقادیر مدل جرم و فنر باید مجددا محاسبه شود.

### ۵-۳-۱ پاسخ گرافیکی

از آنجایی که در این پایان نامه، یافتن پاسخ گرافیکی برخورد، اولویت کاری محسوب نمی شد و از طرفی به دلیل نیاز به یک محیط یکپارچه شبیه سازی برای کارهای آینده و نیز به دلیل ارائه شدن

چارچوب‌ها و نرم‌افزارهایی با کارکرد قابل قبول در این حوزه، نرم‌افزارهای مختلف ذکر شده در بخش ۲-۵ اجرا و بررسی شدند که به دلیل مزایایی چون متن‌باز<sup>۱</sup> بودن، نوشته‌شدن با زبان جاوا و مستقل از سکو بودن<sup>۲</sup>، قابلیت ارتباط با نرم‌افزار متلب، توابع گرافیکی جامع، نصب، راه‌اندازی و اجرای آسان، توانایی مدل کردن انواع محیط‌های تغییر شکل‌پذیر همچون ویسکوالاستیک و الاستیک خطی و مدل‌های مختلفی چون جرم-فنر-میراگر و المان محدود، توابع آماده برای روش‌های مختلف حل عددی، سرعت بالا به دلیل استفاده از واحد پردازنده کارت گرافیک<sup>۳</sup> و نیز وجود مدل آماده و دقیق از برخی اجزای بدن انسان، نرم‌افزار و چارچوب آرتی‌سینث [۸۵، ۸۶] برای شبیه‌سازی گرافیکی تعامل انتخاب گردید (شکل ۵-۱۱) و جهت نمایش گرافیکی، از توابع آماده آن استفاده شد.



شکل ۵-۱۱؛ یکی از مدل‌های بدن انسان در چارچوب آرتی‌سینث

## ۴-۵ جفت‌شدگی مجازی

هنگامی که کاربر، شروع به حرکت دادن گیره‌افزاره لامسه‌ای می‌کند، موقعیت گیره‌افزاره ( $X_h$ ) و موقعیت ابزار مجازی نسبت به مختصات محلی خود ( $X_t$ )، بر هم منطبق است. چنانچه ابزار به مانعی برخورد کند (خصوصاً مانع صلب)، به دلیل سختی محدود افزاره لامسه‌ای، ممکن است بین این دو

<sup>1</sup> OpenSource

<sup>2</sup> Cross-platform

<sup>3</sup> Graphic Processor Unit (GPU)

موقعیت اختلاف بیفتد. با توجه به شکل ۲-۴، نیروی ناشی از جفت‌شدگی ( $F_{vc}$ ) از رابطه ۵-۳۲ به دست می‌آید:

$$F_{vc} = k_{vc}(x_h - x_t) + b_{vc}(\dot{x}_h - \dot{x}_t) \quad (۳۲-۵)$$

که در آن،  $k_{vc}$  ثابت فنر مجازی بین ابزار مجازی و افزاره لامسه‌ای و  $b_{vc}$  ضریب میرایی بین آن دو می‌باشد. اگرچه هرچه مقادیر  $k_{vc}$  و  $b_{vc}$  بالاتر باشد، شفافیت سامانه بیشتر خواهد بود، اما بزرگ بودن این دو، خود ناپایداری سامانه را در پی دارد. لذا گیل و همکارانش در [۸۷] معیار ۵-۳۳ را برای حد این دو پیشنهاد کردند (برای مقادیر پایین  $b_{vc}$ ):

$$b_{vc} > \frac{k_{vc}T}{4} \quad (۳۳-۵)$$

که  $T$  دوره تناوب نمونه‌برداری می‌باشد. علاوه بر این، هو در [۲۹] بیان کرد که ضریب فنری جفت‌شدگی مجازی به جرم ابزار مجازی ( $m_t$ ) بستگی دارد؛ وی با چند نمونه سعی و خطا و خطی سازی داده‌های به دست آمده، روابط ۵-۳۴ و ۵-۳۵ را برای ضریب فنری و میرایی جفت‌شدگی مجازی پیشنهاد داد که در این پایان‌نامه، همین روابط استفاده می‌شوند:

$$b_{vc} = 0.2 \frac{Ns}{m}; \quad (۳۴-۵)$$

$$k_{vc} = 116.53m_t + 16.21 \quad (۳۵-۵)$$

به این ترتیب، نیروی مجموع که باید به افزاره لامسه‌ای فرستاده شود ( $F_{total}$ ) برابر با رابطه ۵-۳۶ خواهد بود.

$$F_{total} = F_e + F_{vc} + F_w \quad (۳۶-۵)$$

که  $F_e$  نیروی محاسبه‌شده از برخورد ابزار مجازی با محیط مجازی،  $F_{vc}$  نیروی ناشی از جفت‌شدگی مجازی و  $F_w$  نیروی وزن ابزار مجازی می‌باشد.

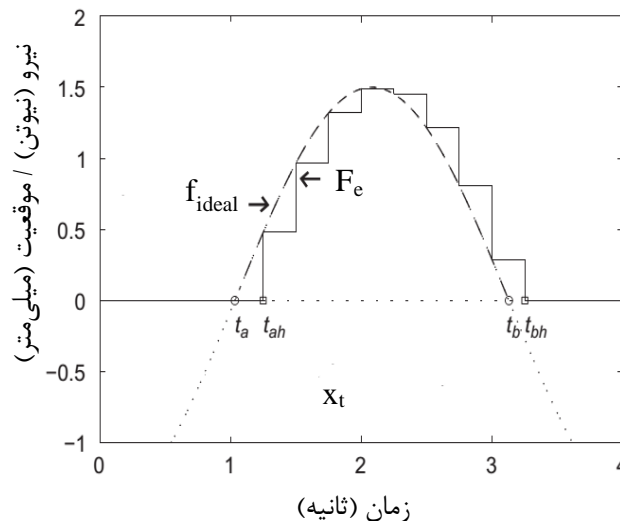
## ۵-۴-۱ انرژی جبران‌ساز

در کارهای مختلف، تلاش شده تا ناپایداری ناشی از گسسته‌سازی در سامانه شبیه‌ساز لمس

مجازی را با مفهومی با عنوان انفعال<sup>۱</sup> از بین ببرند. طبق تئوری انفعال، یک سامانه شبکه‌ای با یک درگاه<sup>۲</sup> منفعل است اگر و تنها اگر برای همه نیروهای اعمال شده به درگاه  $f(t)$  و سرعت‌های قابل قبول  $\dot{x}(t)$  رابطه ۳۷-۵ صادق باشد:

$$\int_0^t f(\xi)\dot{x}(\xi)d\xi \geq 0; \forall t \geq 0 \quad (37-5)$$

به عبارت دیگر، در هر لحظه، مقدار انرژی‌ای که سامانه به محیط می‌دهد نباید از مقدار انرژی دریافتی آن از محیط بیشتر باشد. در این تئوری، اختلاف کار  $(\Delta W)$ ، تفاوت کار واقعی انجام شده توسط کاربر در طول تعامل  $(W_{ideal}(t))$  با همان کار انجام شده در نمونه داده‌های سیستم  $(W_e(t_k))$  می‌باشد که این اختلاف کار باعث بروز ناپایداری در سامانه می‌گردد. در شکل ۵-۱۲ تأثیر گسسته سازی بر کار انجام شده نمایش داده شده است. در این شکل، نفوذ و خروج یک ابزار در یک دیوار مجازی با سختی واحد نمایش داده شده است که ابزار در لحظه  $t_a$  وارد دیوار می‌شود اما علی‌رغم تغییر موقعیت ابزار  $(x_t)$ ، کاربر تا لحظه  $t_{ah}$  نیروی صفر را حس می‌کند و علی‌رغم خروج ابزار در لحظه  $t_b$  کاربر در لحظه  $t_{bh}$  صفر شدن نیرو را متوجه می‌شود.



شکل ۵-۱۲: تأثیر گسسته‌سازی بر کار انجام شده

برای حل این مشکل، لو و سونگ [۸۸] کنترل‌کننده جبران‌ساز انرژی<sup>۳</sup> را پیشنهاد دادند که در

<sup>1</sup> Passivity  
<sup>2</sup> Port

<sup>3</sup> Energy-Compensating Controller (ECC)



ادامه بررسی می‌شود.

کار انجام‌شده در طی بازه نمونه‌برداری  $[t_{k-1}, t_k]$  با تقریب خطی - که با توجه به بالا بودن نرخ نمونه‌برداری، قابل قبول است - از رابطه ۳۸-۵ محاسبه می‌شود:

$$W_{ideal}(t_{k-1}, t_k) = \int_{t_{k-1}}^{t_k} f(\xi) \dot{x}(\xi) d\xi \approx \frac{1}{2} [F_e(t_{k-1}) + F_e(t_k)] [x(t_k) - x(t_{k-1})] \quad (38-5)$$

که  $F_e(t)$  نیروی مجموع ناشی از تعامل لام‌سه‌ای (و یا نیروی مجموع  $F_{total}$ ) محاسبه شده در بخش ۴-۵ و  $x(t)$  موقعیت ابزار مجازی در لحظه  $t$  می‌باشد. به‌طور مشابه، مقدار کار انجام شده در این بازه برای سیستم نمونه‌برداری شده از رابطه ۳۹-۵ محاسبه می‌شود:

$$W_e(t_{k-1}, t_k) = \int_{t_{k-1}}^{t_k} F_e(\xi) \dot{x}(\xi) d\xi = F_e(t_{k-1}) [x(t_k) - x(t_{k-1})] \quad (39-5)$$

در نتیجه، اختلاف کار ناشی از گسسته‌سازی در این بازه برابر است با:

$$\begin{aligned} \Delta W(t_{k-1}, t_k) &= W_{ideal}(t_{k-1}, t_k) - W_e(t_{k-1}, t_k) \\ &= \frac{1}{2} [F_e(t_k) - F_e(t_{k-1})] [x(t_k) - x(t_{k-1})] \end{aligned} \quad (40-5)$$

هدف از کنترل‌کننده جبران‌ساز انرژی، اعمال نیروی جبران‌ساز  $f_{ecc}$  است به‌طوری که کار ناشی از این نیرو  $(W_{ecc})$ ، اختلاف کار به دست آمده را خنثی کند. از رابطه ۴۱-۵ مقدار این کار به دست می‌آید:

$$W_{ecc}(t_{k-1}, t_k) = \int_{t_{k-1}}^{t_k} f_{ecc}(\xi) \dot{x}(\xi) d\xi = f_{ecc}(t_{k-1}) [x(t_k) - x(t_{k-1})] \quad (41-5)$$

از آنجا که نیروی  $F_e$  در هر بازه نمونه‌برداری، تنها در انتهای دوره زمانی آن بازه، محاسبه می‌شود، نیروی اول جبران‌ساز  $(f_{ecc1})$ ، اختلاف کار را در بازه نمونه‌برداری آینده  $([t_k, t_{k+1}])$  جبران می‌کند و با توجه به اینکه به دلیل فرض‌ها و تقریب‌های معادلات، اختلاف کار، کاملاً توسط  $f_{ecc1}$  جبران نمی‌شود، نیروی دوم جبران‌ساز  $(f_{ecc2})$  کار باقیمانده  $(W_{res})$  را در بازه نمونه‌برداری بعدی  $([t_{k+1}, t_{k+2}])$  جبران می‌کند.

نیروی اول جبران‌ساز از دو رابطه ۴۰-۵ و ۴۱-۵ محاسبه می‌شود:

$$f_{ecc1}(t_k) = \frac{\Delta W(t_{k-1}, t_k)}{x(t_k) - x(t_{k-1})} = \frac{1}{2} [F_e(t_k) - F_e(t_{k-1})] \quad (42-5)$$

و کار باقیمانده برابر با تفاوت اختلاف کار انجام شده و کار نیروی اول جبران ساز می باشد:

$$W_{res}(t_k) = \Delta W(t_{k-1}, t_k) - f_{ecc1}(t_k)[x(t_{k+1}) - x(t_k)] \quad (43-5)$$

و به این ترتیب نیروی دوم جبران ساز طبق رابطه ۴۴-۵ محاسبه می شود:

$$f_{ecc2}(t_k) = \frac{W_{res}(t_{k-1})}{x(t_k) - x(t_{k-1})} \quad (44-5)$$

برای جلوگیری از بزرگ شدن بیش از اندازه نیروی دوم جبران ساز - با توجه به امکان کوچک

بودن مخرج رابطه ۴۴-۵ - نیروی دوم جبران ساز فقط هنگامی محاسبه می شود که مخرج رابطه، از

یک حد آستانه ( $\Delta x_{th}$ ) بزرگ تر باشد؛ یعنی رابطه ۴۴-۵ به رابطه دو ضابطه ای تبدیل می شود:

$$f_{ecc2}(t_k) = \begin{cases} \frac{W_{res}(t_{k-1})}{x(t_k) - x(t_{k-1})}, & |x(t_k) - x(t_{k-1})| \geq \Delta x_{th} \\ 0, & |x(t_k) - x(t_{k-1})| < \Delta x_{th} \end{cases} \quad (45-5)$$

و در نهایت نیروی کل در زمان  $t_k$  چنین به دست می آید:

$$f_{ecc}(t_k) = F_e(t_k) + f_{ecc1}(t_k) + f_{ecc2}(t_k) \quad (46-5)$$

که  $f_{ecc1}(t_k)$  از بازه نمونه برداری  $[t_{k-1}, t_k]$  و  $f_{ecc2}(t_k)$  از بازه نمونه برداری  $[t_{k-2}, t_{k-1}]$  محاسبه می شوند.

نتایج نفوذ در یک دیوار مجازی در صفحه  $x=0$  با سختی ۴۰۰۰ نیوتن بر متر، شامل موقعیت

در راستای  $x$ ، نیروی ناشی از تعامل با دیوار، اختلاف کار گسسته سازی و نیروی جبران ساز در شکل

۱۳-۵ نشان داده شده است. در این آزمایش، مقدار حد آستانه ( $\Delta x_{th}$ ) برابر با ۱ میلی متر انتخاب

گردید.

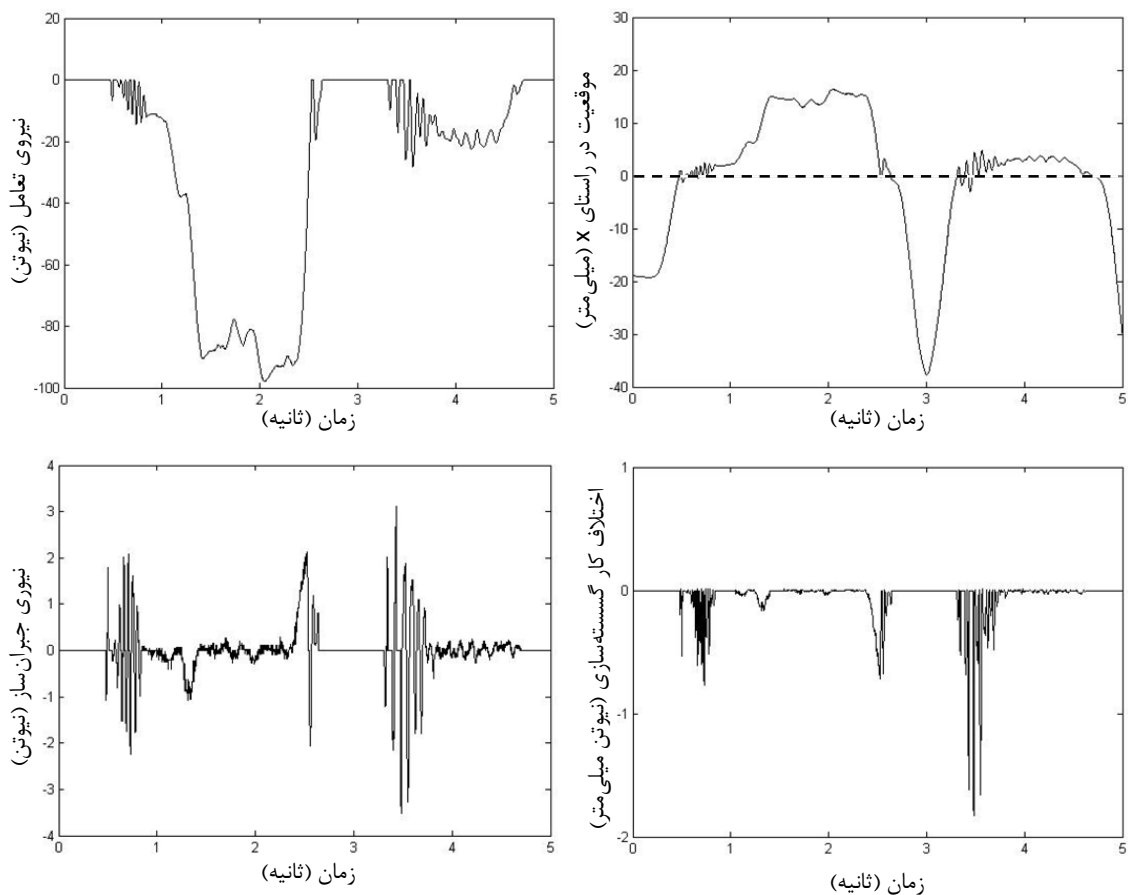
## ۵-۴-۲ الگوریتم اشباع

به دلیل محدودیت سخت افزاری، امکان اینکه هر نیرویی را از طریق افزاره لامسه ای بتوان به

کاربر منتقل کرد، وجود ندارد؛ مثلاً در هنگام فشردگی عمیق جسم تغییر شکل پذیر، ممکن است

نیروی محاسبه شده، از بیشینه نیروی قابل اعمال به وسیله افزاره فراتر رود و این در حالی است که

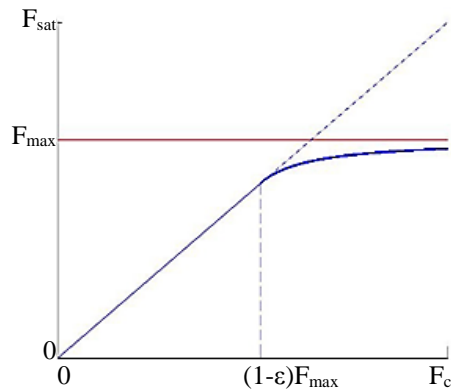
هرچه نیروی اعمالی از افزاره به بیشینه خود نزدیک تر شود، امکان ناپایداری بیشتر می شود.



شکل ۵-۱۳: موقعیت، نیروی تعامل، اختلاف کار ناشی از گسسته‌سازی و نیروی جبران‌سازی از دو مرتبه نفوذ در دیوار مجازی با سختی ۴ نیوتن بر متر (خط چین)

راه ساده حل این مشکل، تعیین یک حد آستانه است که هرگاه نیروی محاسبه شده از آن تجاوز کرد، فقط مقدار حد آستانه به سمت کاربر فرستاده شود. مشکل این روش این است که وقتی نیرو به حد آستانه خود رسید (نیروی اشباع)، کاربر انتظار دارد با فشردن بیشتر ابزار در بافت، نیروی بیشتری حس کند. برای حل این مشکل، نیاز به تغییر غیرخطی نیروست تا با فشردن بیشتر ابزار، نیرو به سمت حد آستانه خود میل کند. برای این کار، وان و مک‌نیللی پیشنهاد کردند ر شد نیروی اشباع به صورت یک تابع نمایی باشد [۸۹] و هو در [۲۹] پیشنهاد کرد که در آغاز برخورد، نیروی محاسبه شده، عیناً به کاربر منتقل شود و پس از عبور نیرو از حد مشخصی، افزایش نیرو به صورت غیرخطی به واسط فرستاده شود. اما در تابع پیشنهادی او تغییر از قسمت خطی به غیرخطی، نه تنها نرم نیست بلکه با گسستگی عجیبی همراه است. برای نرم بودن این تغییر، لازم است تا مشتق مرتبه اول نیرو در نقطه

تغییر، در دو بخش خطی و غیرخطی برابر باشد؛ لذا با اصلاح تابع پیشنهادی هو، رابطه ۴۷-۵ به دست می‌آید که شرط نرم بودن در مرتبه یک را نیز ارضا می‌کند (شکل ۱۴-۵).



شکل ۱۴-۵: تأثیر الگوریتم اشباع بر نیروی محاسبه‌شده برخورد (خط چین بیانگر نیروی محاسبه‌شده بدون استفاده از الگوریتم اشباع است)

$$F_{sat} = \begin{cases} F_{total} & ; F_{total} \leq (1 - \varepsilon_1)F_{max} \\ F_{max} - \frac{\alpha}{F_{total} + \beta} & ; F_{total} > (1 - \varepsilon_1)F_{max} \end{cases} \quad (47-5)$$

$$\alpha = (\varepsilon_1 F_{max})^2,$$

$$\beta = (2\varepsilon_1 - 1)F_{max}.$$

که  $F_{sat}$  نیروی اشباع،  $F_{total}$  نیروی مجموع محاسبه شده از برخورد ابزار با جسم مجازی (و یا نیروی ناشی از جبران سازی انرژی محاسبه شده در بخش ۵-۴-۱)،  $F_{max}$  بیشترین نیروی قابل اعمال توسط افزاره لامسه‌ای و  $(1-\varepsilon_1)$  حد تغییر از خطی به غیرخطی است و می‌تواند بین ۰ تا ۱ باشد. مقدار  $(1 - \varepsilon_1)F_{max}$  در این پایان‌نامه "حد اشباع" نامیده می‌شود.

از سوی دیگر، برای صدمه نرسیدن به عملگرهای افزاره لامسه‌ای، لازم است که گشتاور موتورهای همواره کمتر از گشتاور واماندگی ( $\tau_{stall}$ ) باشد. چنانچه  $(1-\varepsilon_{2i})$  به عنوان حد اطمینان نیرو در جهت  $i$  در نظر گرفته شود که عددی بین ۰ تا ۱ است ( $i=x, y, z$ )؛ آنگاه بیشترین نیروی قابل اعمال توسط افزاره از رابطه ۴۸-۵ به دست می‌آید:

$$F_{max} = \begin{bmatrix} F_{max,x} \\ F_{max,y} \\ F_{max,z} \end{bmatrix} = diag \left( (1 - \varepsilon_{2x}), (1 - \varepsilon_{2y}), (1 - \varepsilon_{2z}) \right) F_{stall} \quad (48-5)$$

که  $F_{stall}$  به عنوان نیروی واماندگی تعریف شده و طبق رابطه ۴-۳۵، از رابطه ۵-۴۹ محاسبه می‌شود.

$$F_{stall} = J^T \tau_{stall} \quad (49-5)$$

برای ربات فالکن، گشتاور واماندگی موتورها در جدول ۴-۴ آمده است و از رابطه ۴۹-۵ نیروی واماندگی آن برابر با ۷/۱۵ نیوتن در راستای  $x$  و  $y$  و برابر با ۱۲/۴ نیوتن در راستای  $z$  محاسبه شد. چنانچه حد اطمینان نیرو در تمامی جهتها و یا حد اطمینان گشتاور برای تمامی موتورها، یکسان و برابر با  $(1-\varepsilon_2)$  انتخاب شود، آنگاه رابطه ۴۸-۵ به شکل ۵۰-۵ خلاصه می‌شود:

$$F_{max} = (1 - \varepsilon_2) J^T \tau_{stall} \quad (50-5)$$

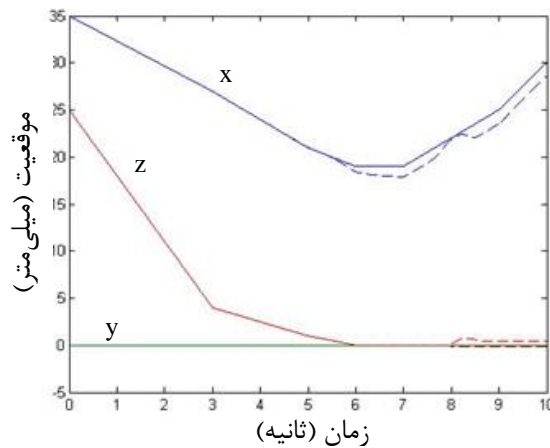
بدیهی است که بسته به حساسیت کار در یک یا دو جهت خاص، حد اشباع نیز برای جهات مختلف می‌تواند متفاوت انتخاب شود.

### ۳-۴-۵ شبیه‌سازی

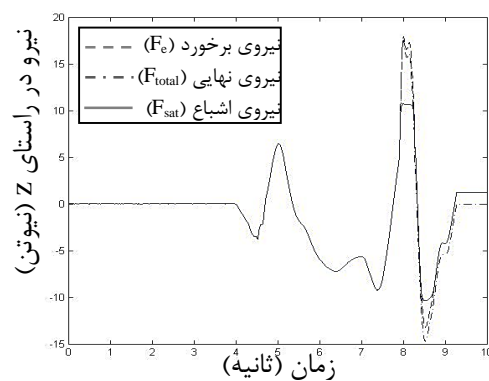
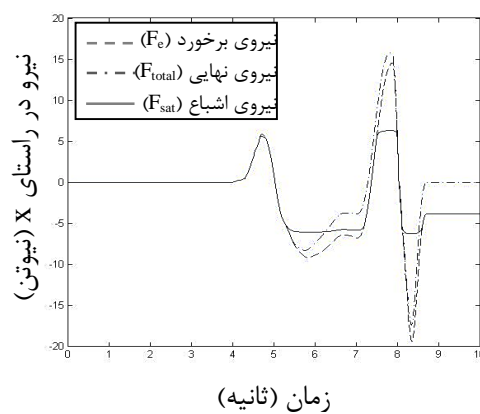
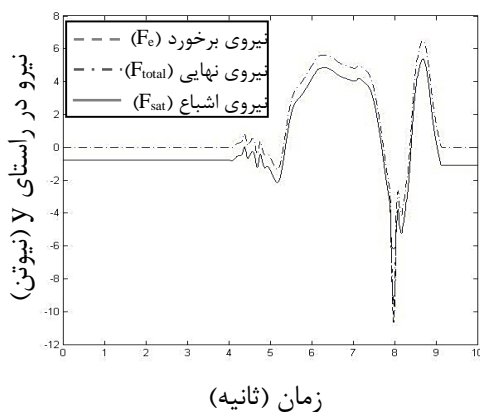
اگر چه در شبیه‌سازی اجسام نرم، به دلیل سختی محدود، چندان نیازی به استفاده از محیط ویسکوالاستیک برای جفت‌شدگی مجازی نیست، اما می‌توان برای شفافیت بالاتر، از این الگوریتم استفاده کرد تا در صورت محدود شدن نیرو بر اثر استفاده از الگوریتم اشباع، برای کاربر درکی از اختلاف ایجاد شده به وجود بیاید. برای درک بیشتر این موضوع، یک نمونه شبیه‌سازی انجام شد که مسیر حرکت ابزار و دست کاربر در شکل ۵-۱۵ نشان داده شده است که اختلاف بین موقعیت ابزار مجازی (خطوط ممتد) و موقعیت دست کاربر (خط چین) به علت استفاده از الگوریتم جفت‌شدگی مجازی می‌باشد. (مرکز مختصات در وسط جسم نرم فرض شده است)

نیروهای ناشی از تماس قبل از جفت‌شدگی مجازی ( $F_e$ ) و پس از آن ( $F_{total}$ ) و نیز بعد از اعمال الگوریتم اشباع ( $F_{sat}$ ) در شکل ۵-۱۶ نشان داده شده است. در این شبیه‌سازی جرم ابزار مجازی ( $m_i$ ) برابر با ۸۰ گرم و مقادیر ۰/۲ و ۰/۱ به ترتیب برای  $\varepsilon_1$  و  $\varepsilon_2$  در نظر گرفته شد. همچنین از اختلاف سرعت ابزار مجازی و دست کاربر صرف‌نظر گردید که اثر آن را می‌توان در اختلاف ثابت بین نیروی  $F_e$  و  $F_{total}$  در انتهای حرکت مشاهده نمود. در این شبیه‌سازی، نیروی تعامل با نرم‌افزار آرتی‌سینث

محاسبه گردید. همان گونه که در شکل ۵-۱۶ مشاهده می شود در راستای  $y$  اختلاف ثابتی بین نیروی پیش از جفت شدگی مجازی و پس از آن مشاهده می شود که ناشی از اعمال نیروی وزن ابزار در مرحله جفت شدگی می باشد.



شکل ۵-۱۵: موقعیت ابزار مجازی (ممتد) و دست کاربر (خط چین) در طول شبیه سازی



شکل ۵-۱۶: نیروی محاسبه شده طی شبیه سازی برخورد

## ۵-۵ پیاده‌سازی عملی

در نهایت با اتصال افزاره لامسه‌ای فالکن به الگوریتم‌های شرح داده شده در این بخش، یک شبیه‌ساز جامع برخورد ابزار مجازی با جسم تغییرشکل‌پذیر تهیه شد (شکل ۵-۱۷) که دو نمونه شبیه‌سازی در این بخش آورده شده است. به علت بسامد نسبتاً پایین محاسبات، در شکل‌ها ناپایداری دیده می‌شود که با توجه به آنکه در این پژوهش، بلادرنگ بودن شبیه‌سازی اولویت کاری محسوب نمی‌شد، این ناپایداری دور از انتظار نبود.

در طول شبیه‌سازی - که عمده محاسبات آن در محیط متلب ۲۰۱۴ انجام پذیرفت - الگوریتم تشخیص برخورد و تعیین کمترین فاصله/بیشترین نفوذ، بیشترین زمان محاسباتی را به خود اختصاص داد (حدود ۷۰ درصد)، که پرتال نشان داد که با نوشتن کد آن با یکی از زبان‌های سطح پایین همچون فرترن، زمان اجرای آن تا حدود ۴۰ برابر کاهش می‌یابد. [۳۱]

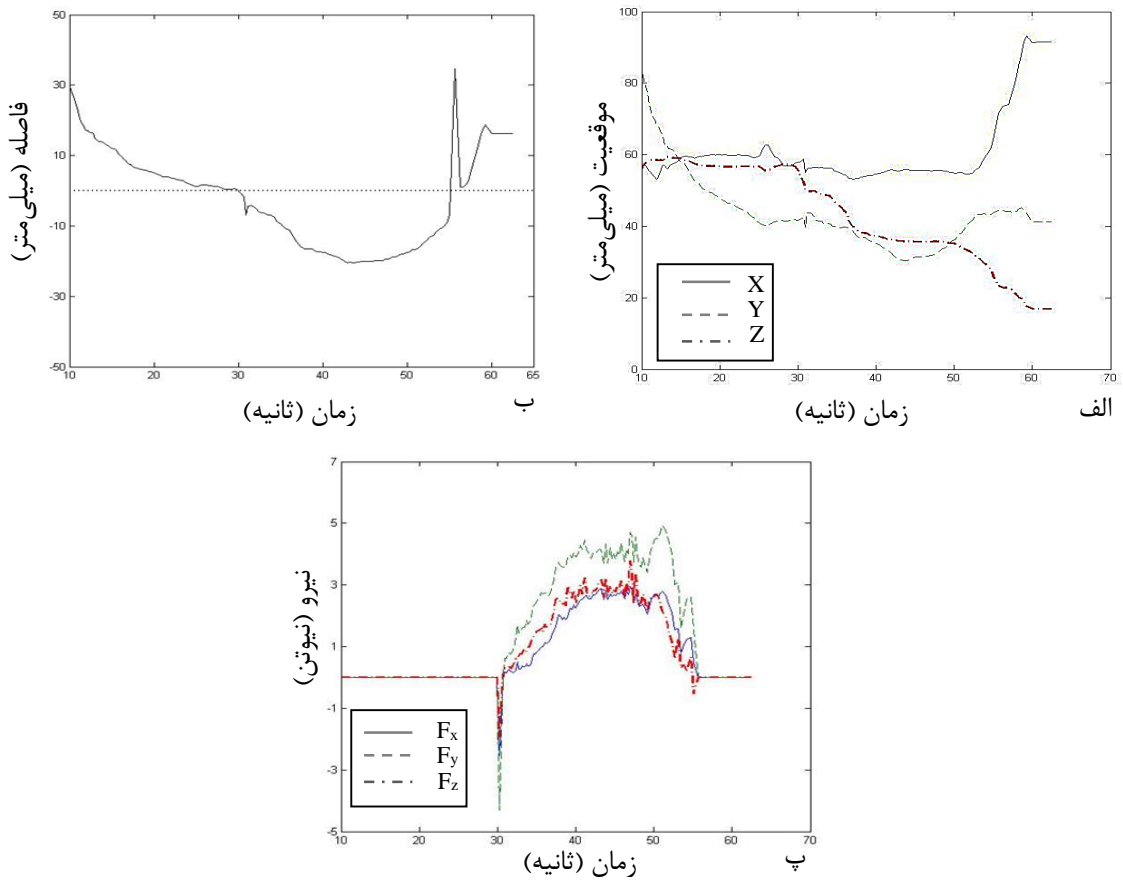
در پیاده‌سازی اول، از پردازش مستقیم استفاده شد و نیروهای محاسبه‌شده از تعامل با بافت نرم، مستقیماً به افزاره لامسه‌ای فرستاده می‌شدند (شکل ۵-۱۸) و در پیاده‌سازی دوم نیروها ابتدا به فضای جفت‌شدگی مجازی فرستاده شده و سپس به افزاره منتقل می‌شدند (شکل ۵-۱۹).



شکل ۵-۱۷: شبیه‌ساز کامل تعامل لامسه‌ای

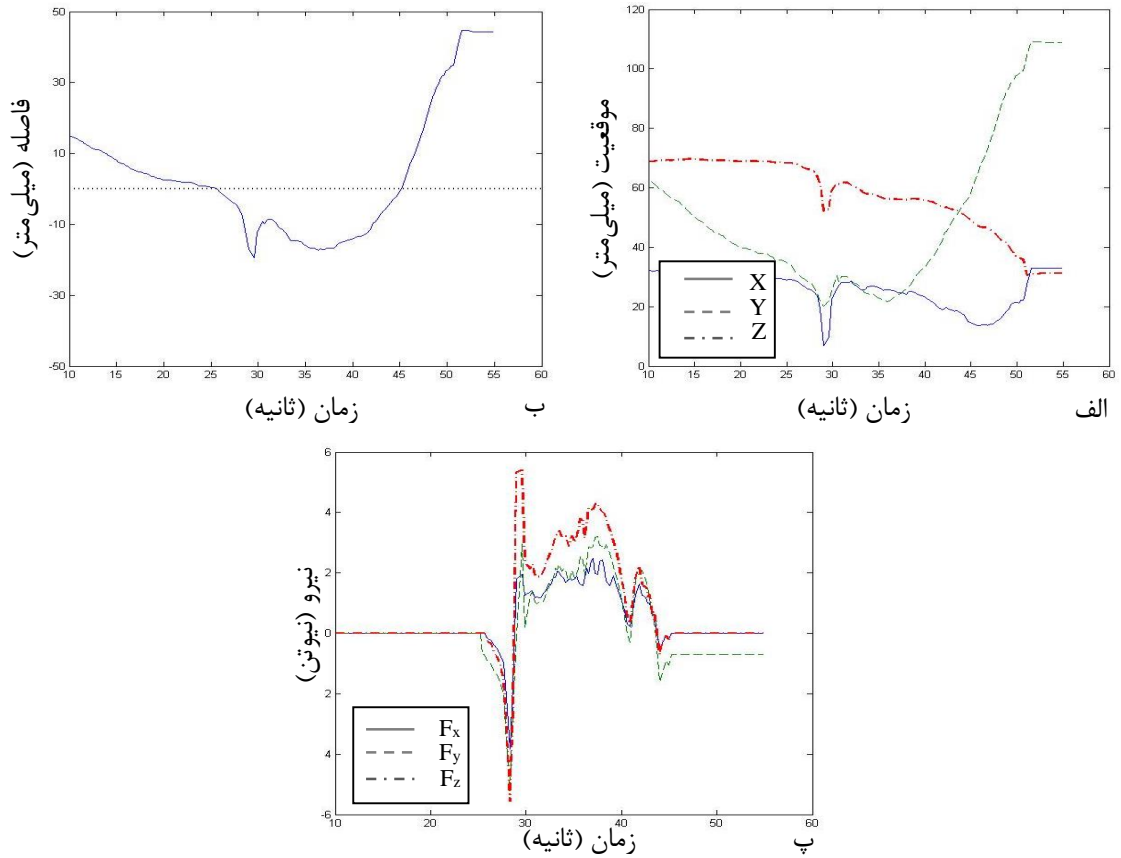
همان‌گونه که در این دو شکل مشاهده می‌شود، استفاده از انرژی جبران‌ساز در فضای کوپلینگ

مجازی، تا حد قابل توجهی باعث افزایش پایداری شده است.



شکل ۵-۱۸: شبیه‌سازی کلی با روش پردازش مستقیم: الف) موقعیت مرکز ابزار؛ ب) فاصله ابزار و جسم مجازی؛ پ) نیروی محاسبه‌شده





شکل ۵-۱۹: شبیه‌سازی کلی با استفاده از جفت‌شدگی مجازی: الف) موقعیت مرکز ابزار؛  
 ب) فاصله ابزار و جسم مجازی؛ پ) نیروی محاسبه‌شده

فصل ششم

کنترل و پایداری

## ۶-۱ مقدمه

در شبیه سازی تعامل با جسم تغییر شکل پذیر، بیش از آن که مقدار نیرو یا جابجایی مهم باشد، نسبت این دو اهمیت دارد، لذا کنترل امپدانس و ادمیتانس مطرح می شود. در ابتدای این فصل بحث امپدانس و ادمیتانس مکانیکی بیان می گردد و سپس سامانه های لامسه ای امپدانسی و امپدانسی معرفی می گردد و کنترل امپدانس سامانه تعامل لامسه ای مطرح می شود. در ادامه این فصل نیز تأثیر چند الگوریتم و مؤلفه بر پایداری سامانه شبیه سازی تعامل با اجسام مجازی بررسی خواهد شد.

## ۶-۲ امپدانس و ادمیتانس مکانیکی

مفهوم امپدانس در سامانه های مکانیکی بسیار شبیه به مفهوم آن در سامانه های الکتریکی می باشد. به طور کلی توان را می توان به صورت حاصل ضرب دو متغیر توصیف کننده پتانسیل انجام کار (متغیر تلاش<sup>۱</sup>) و متغیر نمایانگر میزان جابجایی متغیر تلاش (متغیر جریان<sup>۲</sup>) تعریف کرد. در مدارهای الکتریکی، اختلاف پتانسیل بین دو نقطه مدار، نماینده متغیر تلاش و شدت جریان الکتریکی، نماینده متغیر جریان می باشد؛ به طور مشابه، در سامانه های مکانیکی، نیرو می تواند نماینده متغیر تلاش و سرعت، نماینده متغیر جریان در نظر گرفته شود؛ و به این ترتیب، توان یک سامانه مکانیکی برابر با حاصل ضرب نیرو در سرعت خواهد بود.

امپدانس یک المان ( $Z$ )، یک مشخصه از آن المان است که به صورت نسبت متغیر تلاش به متغیر جریان در آن المان تعریف می شود (رابطه ۶-۱).

$$Z = \frac{\text{effort}}{\text{flow}} = \frac{v}{i} \Big|_{\text{المان الکتریکی}} = \frac{F}{V} \Big|_{\text{المان مکانیکی}} \quad (۶-۱)$$

<sup>۱</sup> Effort

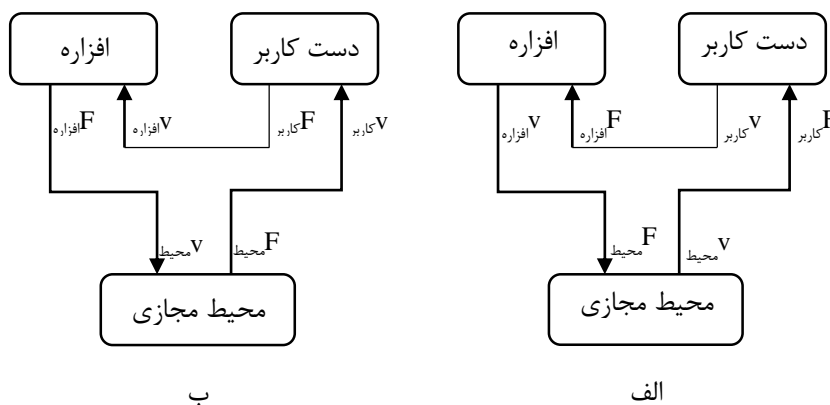
<sup>۲</sup> Flow

که در آن  $v$  پتانسیل الکتریکی،  $i$  شدت جریان الکتریکی،  $F$  نیرو و  $V$  بیانگر سرعت می‌باشد.

ادمیتانس ( $Y$ ) نیز به صورت عکس امپدانس تعریف می‌گردد (۲-۶):

$$Y = \frac{flow}{effort} = \frac{V}{F} \quad \text{المان مکانیکی} \quad (۲-۶)$$

به‌عنوان یک اصل اساسی، نمی‌توان هر دو متغیر توان را هم‌زمان کنترل کرد، مثلاً اگر به جرم  $m$  نیروی  $F$  وارد شود، سرعت  $V$  نتیجه می‌شود و برای دستیابی به سرعت  $V$ ، نیروی  $F$  لازم است؛ به همین دلیل، امپدانس یا ادمیتانس یک سامانه، در درگاه تبادل توان آن سامانه با محیط تعریف و ارزیابی می‌شود و مطالعه یک سامانه به شکل امپدانسی یا ادمیتانسی بستگی به تعریف ما از علیت<sup>۱</sup> سامانه دارد به این معنا که هرگاه متغیر تلاش به‌عنوان ورودی درگاه در نظر گرفته شود، سامانه به صورت ادمیتانسی تعریف شده و خروجی درگاه از نوع متغیر جریان خواهد بود و هرگاه متغیر جریان به‌عنوان ورودی در نظر گرفته شود، سامانه دارای شکل امپدانسی بوده و خروجی درگاه تبادل توان به صورت متغیر تلاش خواهد بود [۹۰]؛ لذا سامانه‌های لامسه‌ای را می‌توان به دو دسته ادمیتانسی یا امپدانسی تقسیم کرد (شکل ۱-۶).



شکل ۱-۶: طرح شماتیکی دو نوع سامانه لامسه‌ای بر اساس علیت: الف) سامانه لامسه‌ای ادمیتانسی؛ ب) سامانه لامسه‌ای امپدانسی

## ۱-۲-۶ سامانه‌های لامسه‌ای ادمیتانسی

در سامانه‌های لامسه‌ای امپدانسی، پاسخ المان‌های سامانه به ورودی نیرو از نوع سرعت است.

<sup>۱</sup> Causality

در شکل ۶-۱-الف طرحی شماتیک از یک سامانه لامسه‌ای ادمیتانسی نشان داده شده است. در این شکل، هر سه جزء اصلی سامانه لامسه‌ای -انسان، ربات و محیط- ادمیتانسی است و نیرو را به‌عنوان ورودی دریافت می‌کنند. مطابق این شکل و بر مبنای روابط کرشهف در مدارهای معادل الکتریکی، دو رابطه  $f_h=f_e=f_d$  و  $v_h+v_e+v_d=0$  باید صادق باشد.

کاربر در مقابل نیرویی که به ابزار وارد می‌کند جابجایی ابزار را - که از محیط مجازی به آن داده شده است- حس می‌کند. اگر محیط مجازی دارای ادمیتانس صفر باشد کاربر یک جسم صلب را لمس می‌کند و اگر دارای ادمیتانس بی‌نهایت باشد کاربر احساس حرکت در محیط آزاد را خواهد داشت. ایجاد حرکت آزاد بدون مقاومت در ابزار نیازمند بازخورد با ضرایب بالا<sup>۱</sup> می‌باشد که به دلیل محدودیت عملگرها قابل دستیابی نمی‌باشد و در نتیجه سامانه‌های ادمیتانسی در شبیه‌سازی فضای آزاد با مشکل پایداری مواجه می‌شوند [۹۰].

## ۶-۲-۲ سامانه‌های لامسه‌ای امیدانسی

در سامانه‌های لامسه‌ای امیدانسی، خروجی اجزای سامانه از نوع نیرو می‌باشد (شکل ۶-۱-ب) و دو رابطه  $f_e+f_d+f_h=0$  و  $v_d=v_e=v_h$  باید صادق باشد.

در این سامانه‌ها، کاربر مجموع نیروی پس‌داده‌شده توسط محیط مجازی و دینامیک ابزار را حس می‌کند. اگر امیدانسی محیط مجازی صفر باشد، کاربر تنها اینرسی و اصطکاک ابزار را حس می‌کند و حرکت ابزار بدون مقاومت خواهد بود؛ در مقابل اگر امیدانسی محیط مجازی بی‌نهایت باشد (دیوار سفت)، برای جلوگیری از حرکت ابزار در زیر دست کاربر هم‌زمان با تبادل نیروهای تماسی بزرگ، نیاز به بازخورد با بهره بالا خواهد بود که به دلیل محدودیت عملگرها، قابل دستیابی نخواهد بود؛ در نتیجه سامانه‌های امیدانسی در شبیه‌سازی دیوار سفت با مشکل پایداری مواجه می‌شوند [۹۰]؛ لذا در شبیه‌سازی تعامل با بافت نرم، غالباً از سامانه‌های امیدانسی استفاده می‌شود.

<sup>۱</sup> High-gain feedback

## ۳-۶ کنترل امپدانس

با توجه به مفاهیم گفته‌شده، دو روش کنترل امپدانس و کنترل ادمیتانس، در طراحی کنترل کننده‌های لامسه‌ای، به‌عنوان روش‌های بنیادی و غالب مطرح می‌شوند. علاوه بر این دو روش، روش‌های کنترل ترکیبی (به‌عنوان ترکیبی از دو راهبرد کنترل امپدانس و ادمیتانس) و کنترل انرژی مبنا (مانند آنچه در بخش ۵-۴-۱ شرح داده شد) نیز در کنترل افزاره‌های لامسه‌ای به‌طور گسترده مورد استفاده قرار می‌گیرند [۹۱].

از آنجایی که افزاره لامسه‌ای انتخاب شده در این پایان‌نامه (ربات فالکن) در تعامل با کاربر، موقعیت دست کاربر را به‌عنوان ورودی گرفته و به او خروجی نیرو می‌دهد، کنترل امپدانس برای آن در نظر گرفته می‌شود که در ادامه شرح داده می‌شود. در کنترل امپدانس تعامل لامسه‌ای معمول است که امپدانس، نسبت نیرو به جابجایی (به‌جای سرعت) در نظر گرفته شود [۹۱، ۹۲، ۹۳].

بلوک دیاگرام کنترل امپدانس تعامل لامسه‌ای در شکل ۶-۲ با خطوط ممتد نشان داده شده است که در آن  $Z_d$  امپدانس مطلوب (امپدانس محیط مجازی)،  $Z_m$  امپدانس افزاره لامسه‌ای،  $F_e$  نیروی محاسبه شده از تعامل با محیط مجازی و  $F_h$  نیروی اعمالی از دست کاربر به مجری نهایی افزاره لامسه‌ای می‌باشد؛ همچنین  $Z_h$  امپدانس دست کاربر است که در بخش ۶-۴-۳ توضیح داده می‌شود. امپدانس کل مجموعه، از رابطه ۶-۳ محاسبه می‌شود:

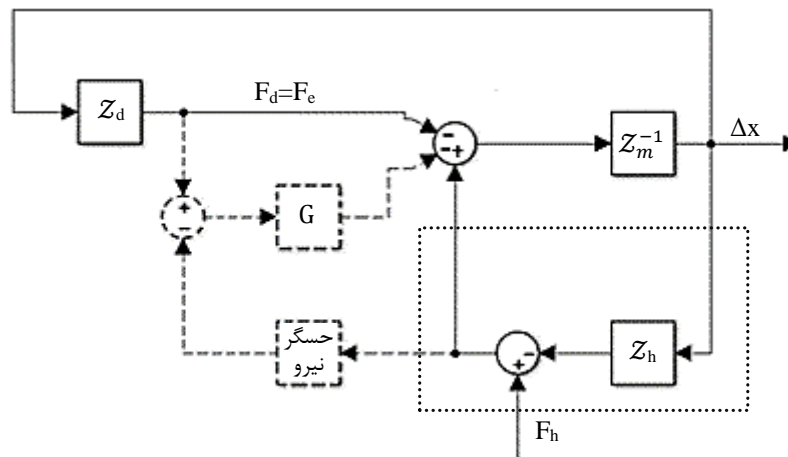
$$Z_{total} = Z_d + Z_h + Z_m \quad (3-6)$$

که در آن  $Z_h$  تفاوت میان کنترل حلقه بسته و حلقه باز می‌باشد که در شکل ۶-۲ با نقطه چین جدا شده است.

اگرچه در مقالات مختلف، استفاده از کنترل امپدانس حلقه باز، برای کاربرد در تعامل لامسه‌ای کافی ذکر شده - خصوصاً اگر ساختار دینامیکی افزاره معلوم باشد و بتوان با یک کنترل حلقه بسته داخلی، اثر امپدانس افزاره را حذف کرد [۹۳]- اما با استفاده از یک حسگر نیرو/گشتاور و خواندن

نیروی تعامل بین دست کاربر و مجری نهایی افزاره لامسه‌ای می‌توان به شفافیت بالاتری دست یافت؛ این روش "کنترل امپدانس مبتنی بر نیرو" نامیده می‌شود و اجزای اضافی آن با خط‌چین در شکل ۲-۶ نشان داده شده است که در آن  $G$  بهره کنترل نیروی خوانده شده از طریق حسگر نیرو می‌باشد. در این حالت، امپدانس کل مجموعه از رابطه ۴-۶ محاسبه می‌شود.

$$Z_{total} = (Z_d + Z_h)(1 + G) + Z_m \quad (4-6)$$



شکل ۲-۶: بلوک دیاگرام کنترل امپدانس تعامل لامسه‌ای (خط‌چین: مبتنی بر نیرو)

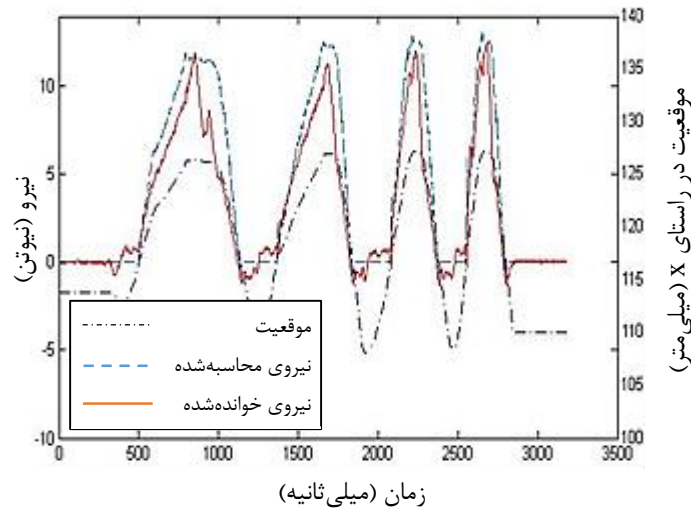
از آنجایی که علی‌رغم نصب حسگر نیرو بر روی ربات فالکن (شکل ۳-۶)، امکان خواندن داده از حسگر و فرستادن همزمان آن به فالکن مهیا نشد، در این پایان‌نامه، کنترل امپدانس حلقه‌باز انتخاب شد و برای بررسی آن، یک جسم مجازی در فضای  $x \geq 0$  با امپدانس مطلوبی برابر با رابطه ۵-۶ در نظر گرفته شد و در چند حرکت متوالی فشرده شد.



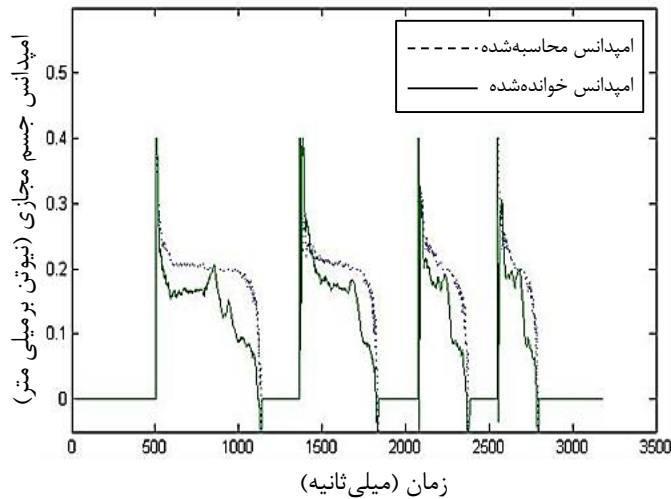
شکل ۳-۶: نصب حسگر نیرو روی گیره ربات فالکن

$$Z_d(s) = \frac{F(s)}{\Delta x(s)} = ms^2 + bs + k \quad (5-6)$$

مسیر حرکت، نیروی محاسبه شده و نیروی خوانده شده برای جسم مجازی با مشخصات  $m=0\text{kg}$ ،  $b=10\text{Ns/m}$  و  $k=200\text{N/m}$  در شکل ۴-۶ نشان داده شده است. همچنین، امیدانس محاسبه شده و اندازه امیدانس خوانده شده در شکل ۵-۶ نمایش داده شده است که جهت جلوگیری از خطای تقسیم بر صفر در محاسبه امیدانس، امیدانس برای نقاطی با  $\Delta x < 0.1$  صفر فرض شده است.



شکل ۴-۶: موقعیت/نیروی ناشی از چهارمرتبۀ فشردن جسم مجازی

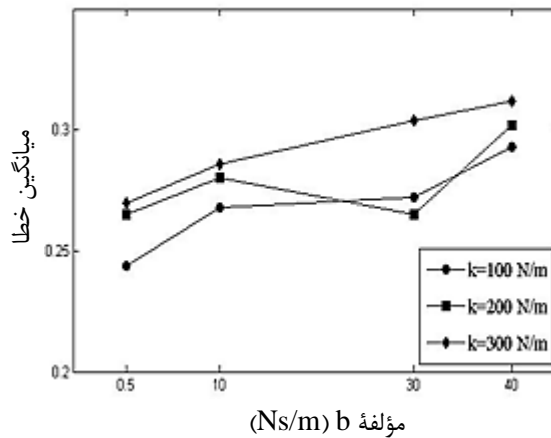


شکل ۵-۶: امیدانس جسم مجازی طی چهارمرتبۀ فشردن شدن

متأسفانه امکان خواندن داده‌های حسگر نیرو، هنگامی که نیاز به محاسبه شتاب بود، امکان پذیر نشد. اما برای جسم مجازی با امیدانس مرتبۀ ۱ ( $m=0$ ) برای مقادیر مختلف  $k$  و  $b$  میانگین خطای امیدانس محاسبه شد که نتیجه در شکل ۶-۶ نشان داده شده است. همان طور که مشاهده می شود، به طور کلی با افزایش هر کدام از مؤلفه‌های  $b$  و  $k$  مقدار خطا زیاد می شود که با توجه به مرتبۀ سامانه،



مطابق انتظار است.



شکل ۶-۶: تأثیر مؤلفه‌های  $k$  و  $b$  بر خطای امیدانس

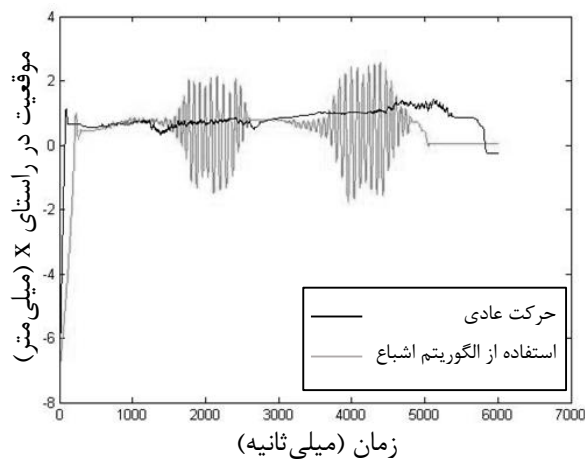
## ۴-۶ پایداری

در بخش ۷-۲ گفته شد که به علت امیدانسی بودن عمده ربات‌های راهبر در سامانه‌های لامسه ای، ناپایداری بیشتر در شبیه‌سازی جسم سخت بروز پیدا می‌کند و به همین دلیل، آزمون دیوار مجازی معمولاً به‌عنوان یک آزمایش برای بررسی پایداری یک دستگاه لمسی استفاده می‌شود. در ادامه این فصل تأثیر الگوریتم‌های گفته‌شده در فصل ۵ بر پایداری سامانه بررسی می‌شود و روابطی برای حد پایداری سختی دیوار و سرعت دست کاربر محاسبه می‌شود.

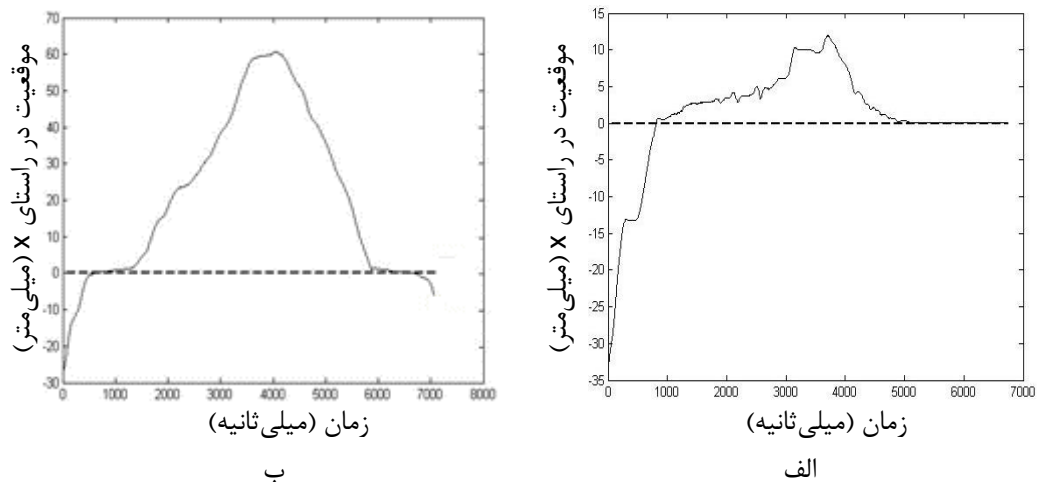
## ۱-۴-۶ الگوریتم اشباع

استفاده از الگوریتم اشباع - که در بخش ۲-۴-۵ شرح داده شد - یکی از راه‌های مؤثر افزایش پایداری سامانه است [۳۲]. تأثیر این الگوریتم بر پایداری و شفافیت سامانه در دو مثال عملی بررسی شد که در هر دو مثال، حد اشباع برابر با  $0/8$  نیروی بیشینه انتخاب گردید ( $\varepsilon_1 = 0.2; \varepsilon_2 = 0$ ). در مثال اول، یک دیوار مجازی با سختی  $4000$  نیوتن بر متر در صفحه  $x=0$  قرار داده شد و تلاش شد در یک حرکت رفت و برگشتی در راستای  $z$  این صفحه لمس شود. نتیجه لمس این دیوار، یک بار بدون استفاده از الگوریتم اشباع و یک بار با استفاده از آن، در شکل ۷-۶ نشان داده شده است. در مثال دیگر، جهت بررسی تأثیر الگوریتم اشباع بر شفافیت، برای نفوذ به دیوار مثال قبل با

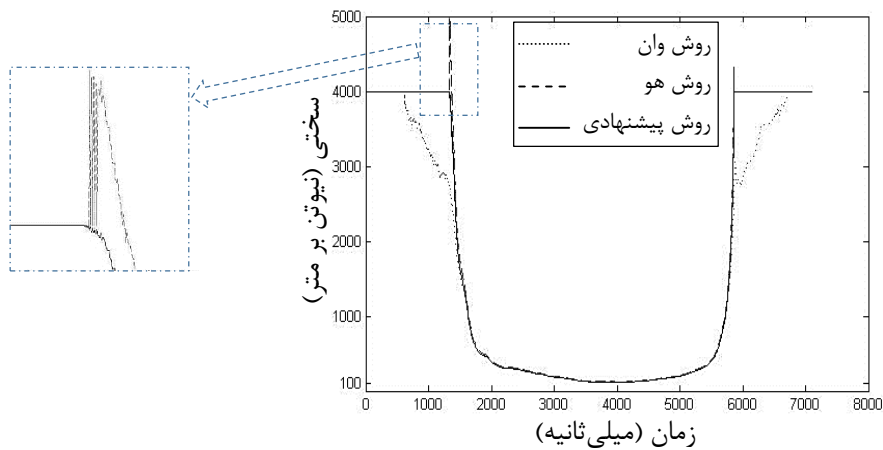
اعمال نیرویی اندک، تلاش شد. نتایج این تلاش در دو شکل ۸-۶ و ۹-۶ نشان داده شده است. همان گونه که مشخص است، استفاده از الگوریتم اشباع، هرچند پایداری را افزایش داده، اما باعث کاهش شفافیت شده است و با کاهش قابل ملاحظه سختی دیوار، نفوذ در آن را آسان نموده است به طوری که هنگامی که گیره افزاره لامسه‌ای به اواخر حد نفوذ خود در دیوار می‌رسد، عملاً افزایش نیرویی احساس نمی‌کند و در نتیجه سختی دیوار تا حدود ۱۰۰ نیوتن بر متر کاهش می‌یابد. همچنین در شکل ۹-۶ روش پیشنهادی با روش‌های پیشنهاد شده توسط وان [۸۹] و هو [۲۹] مقایسه شده که در جابجایی‌های کوچک، شفافیت روش پیشنهادی نسبت به روش وان بسیار بیشتر و نسبت به روش هو اندکی کم‌تر است؛ در جابجایی‌های زیاد هر سه مدل رفتاری تقریباً یکسان از خود نشان دادند. با این حال، روش هو در تغییر از خطی به غیرخطی گسستگی عجیبی دارد که در شکل ۹-۶، در زمان‌های نزدیک به ۱۵۰۰ و ۶۰۰۰ میلی‌ثانیه مشاهده می‌شود که بخشی از آن، بزرگ‌نمایی شده است.



شکل ۶-۷: تأثیر الگوریتم اشباع بر لمس دیوار مجازی



شکل ۶-۸: تلاش برای نفوذ در دیوار مجازی (خط چین): الف) حرکت عادی؛ ب) استفاده از الگوریتم اشباع



شکل ۶-۹: سختی دیوار مجازی، طی نفوذ با استفاده از الگوریتم اشباع

### ۶-۴-۲ حداکثر سرعت دست کاربر

برخی ویژگی‌های پیکربندی افزاره لامسه‌ای نیز در پایداری مؤثر است که معمولاً کنترل آن‌ها خارج از اختیار کاربر است. یکی از این ویژگی‌ها که قابل کنترل است، حداکثر سرعت دست کاربر (گیره ربات راهبر) می‌باشد.

وانگ و ژانگ با این استدلال که بیشینه نیرویی که پایداری را تضمین می‌کند؛ نیروی وارده به دست کاربر در اثر ساختار فیزیکی خود ربات راهبر (از جمله وزن و اصطکاک) می‌باشد، یکی از شروط پایدار بودن را شرط بیان‌شده در رابطه ۶-۶ بیان کرده‌اند [۲۰]:

$$F_m \leq F_{hi} \quad (6-6)$$

که در آن،  $F_m$  نیروی وارده به دست کاربر در اثر گشتاور عملگرهای افزاره لامسه‌ای و  $F_{hi}$  نیروی وارده از طرف کاربر به گیره افزاره در حالتی که ابزار مجازی آزادانه حرکت می‌کند، می‌باشد.

از طرفی طبق آنچه در بخش ۴-۵ گفته شد، هنگامی که ابزار مجازی در حال فشردن جسم مجازی می‌باشد، رابطه ۶-۷ همواره صادق است:

$$F_e \leq k_{e,max}(x_t - x_0) \leq F_{m,max} \quad (7-6)$$

که در آن  $F_e$  نیروی تعامل بین ابزار و جسم مجازی،  $k_{e,max}$  بیشینه سختی جسم مجازی،  $x_t$  موقعیت ابزار مجازی،  $x_0$  موقعیت ابزار مجازی در لحظه تماس با جسم مجازی و  $F_{m,max}$  بیشینه نیروی قابل اعمال توسط افزاره لامسه‌ای (که در بخش ۴-۵-۲ شرح داده شد) می‌باشد.

از ترکیب دو رابطه ۶-۶ و ۶-۷، رابطه ۶-۸ به دست می‌آید:

$$k_{e,max}(x_t - x_0) \leq F_{hi} \quad (8-6)$$

همچنین با توجه به گسسته بودن داده‌های گرفته شده از افزاره لامسه‌ای برای سرعت ابزار ( $v_t$ ) می‌توان رابطه ۶-۹ را نوشت:

$$v_t = \frac{x_t - x_0}{nT} \quad (9-6)$$

که  $T$  میانگین دوره تناوب نمونه‌خوانی از افزاره لامسه‌ای و  $n$  ضریب ناشی از گسسته‌سازی می‌باشد که در مراجع ذکر شده است [۲۰].

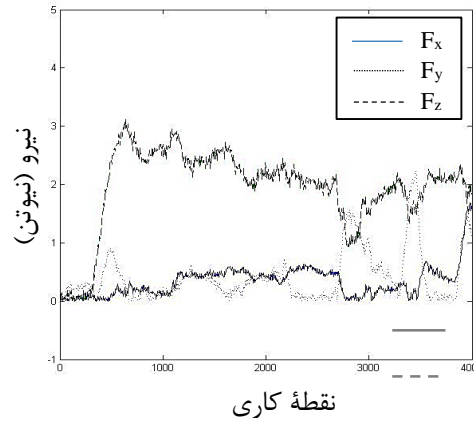
به این ترتیب رابطه ۶-۱۰ برای سرعت ابزار به دست می‌آید که با توجه به نزدیک بودن سرعت ابزار مجازی به سرعت دست کاربر ( $v_h$ ) خصوصاً برای اجسام مجازی با سختی نه‌چندان بالا، می‌توان همین حد را برای سرعت دست کاربر در نظر گرفت.

$$v_h \cong v_t \leq \frac{F_{hi}}{k_{e,max}nT} \quad (10-6)$$

البته همان‌طور که از روابط مشاهده می‌شود، این یک حد بسیار مطمئن برای پایداری بوده و سرعت‌های اندکی بیش از آن نیز باعث ناپایداری نخواهند شد.

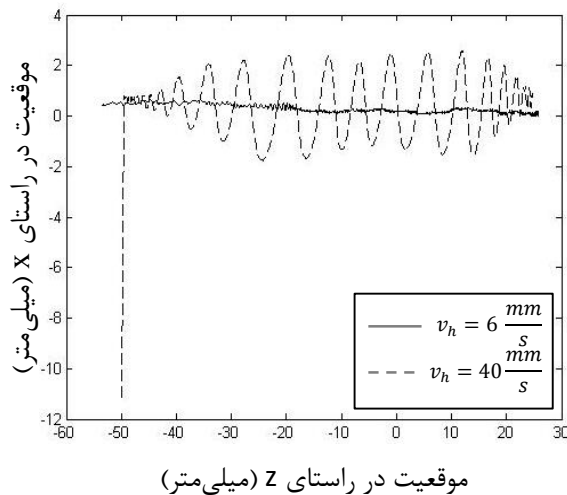
برای محاسبه نیروی دست کاربر در حرکت آزاد، می‌توان از آنچه در بخش ۴-۸-۱ بیان شد

استفاده نمود. اگرچه با خواندن نیروی آزاد استاتیکی توسط حسگر نیرو، برای موقعیت‌های مختلف مجری نهایی فالکن و حذف نیروی وارده به دلیل وزن خود سنسور، بطور میانگین، این نیرو برابر با  $0.4$ ،  $0.7$  و  $0.3$  نیوتن به ترتیب در راستاهای  $x$ ،  $y$  و  $z$  محاسبه شد (شکل ۶-۱۰).



شکل ۶-۱۰: نیروی آزاد استاتیکی حرکت دست کاربر در نقاط مختلف کاری فالکن

تأثیر سرعت دست کاربر بر روی پایداری، طی لمس یک دیوار مجازی واقع در صفحه  $x=0$  با سختی  $4000$  نیوتن بر متر در راستای  $z$  در شکل ۶-۱۱ نشان داده شده است. در این مثال، با فرض نفوذی حدود  $0.4$  میلی‌متر، حد پایداری برابر با  $2/6$  میلی‌متر بر ثانیه به دست می‌آید که همان‌طور که در شکل مشاهده می‌شود، با سرعت  $6$  میلی‌متر بر ثانیه نیز سامانه تا حد قابل قبولی پایدار می‌باشد.



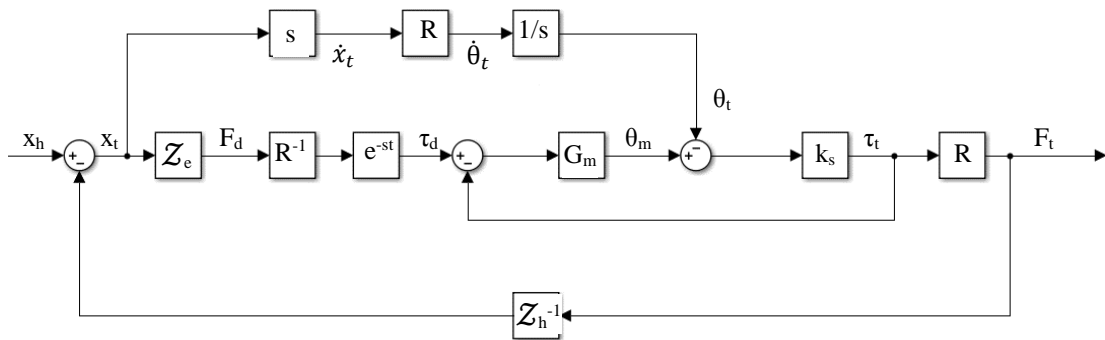
شکل ۶-۱۱: تأثیر سرعت دست کاربر بر پایداری سامانه لمس مجازی

### ۳-۴-۶ حداکثر سختی جسم مجازی

در بخش ۱-۴-۵ گفته شد که به دلیل محدود بودن بسامد به روزرسانی نیروها در افزاره لامسه‌ای (گسسته بودن آن)، هنگام وارد شدن ابزار مجازی به جسم صلب مجازی یا خارج شدن از آن، در منحنی نیرو-جابجایی وارد شده به افزاره و به تبع آن دست کاربر، یک پسماند<sup>۱</sup> به وجود آمده و انرژی آزاد می‌شود. بخشی از این پایداری، به دلیل وجود میراگر در دست انسان تلف می‌شود و به پایداری سامانه کمک می‌کند [۹۴]؛ بخشی دیگر از آن نیز با افزودن میراگر به دیوار مجازی، حذف می‌شود اما چنانچه سختی جسم زیاد باشد، مقداری از انرژی، باقی مانده که باعث ناپایداری می‌گردد. حد سختی سیستم که منجر به باقی ماندن پسماند در سیستم می‌شود، در ادامه بررسی می‌شود. اگرچه در بخش ۳-۴-۶ نشان داده شد که با وجود سختی‌های بالا می‌توان سرعت حرکت را به گونه‌ای تنظیم کرد که حرکت پایدار تضمین شود، اما در این بخش حد سختی برای پایداری در حرکت با سرعت‌های عادی نیز محاسبه می‌شود.

می‌توان یک سامانه تعامل با جسم مجازی را با نمودار بلوکی شکل ۶-۱۲ مدل کرد [۲] که در آن،  $Z_d$  امپدانس جسم مجازی (تابع تبدیل بین جابجایی ورودی جسم  $x(t)$  و نیروی خروجی مطلوب آن  $(F_d)$ )،  $G_m$  مدل افزاره لامسه‌ای،  $Z_h$  امپدانس دست کاربر،  $R$  تابع تبدیل مختصات مجری نهایی به مختصات مفصل ربات (مانند ماتریس ژاکوبین)،  $k_s$  سختی پیچشی محور عملگرهای افزاره،  $x_h$  جابجایی دست کاربر،  $F_t$  نیروی وارده به ابزار مجازی و  $\tau_t$  و  $\tau_d$  گشتاورهای متناظر با نیروهای  $F_t$  و  $F_d$  در فضای مفصلی می‌باشد. برای نزدیک کردن مدل به واقعیت، یک بلوک تأخیر ( $e^{-st}$ ) نیز در مدل گنجانده شده که  $t$  زمان تأخیر می‌باشد.

<sup>1</sup> Hysteresis



شکل ۶-۱۲: نمودار بلوکی سامانه تعامل با دیوار مجازی

برای یک دیوار مجازی، شامل یک فنر با سختی  $k_w$  و میراگر با ضریب میرایی  $b_w$ ، تابع تبدیل  $Z_e$  از رابطه ۶-۱۱ به دست می‌آید:

$$Z_e = \frac{F_d}{x_t} = -(b_w s + k_w) \quad (۱۱-۶)$$

برای  $G_m$ ، با صفا مدل ساده مرتبه یک  $G_m = \frac{1}{T_s}$  را پیشنهاد کرد [۲] که در آن،  $T$  ثابت زمانی مجموعه است که برابر است با عکس بسامدی که تا قبل از آن، عملگر بتواند حداقل ۷۰ درصد از دامنه نیروی ورودی را در خروجی اعمال نماید. وی بیان کرد که برای بافت‌های نرم و خصوصاً نیم‌سخت مثل بازو و کتف کافی است برابر با ۰/۰۹۱ اختیار شود؛ اما از آنجایی که در بخش ۴-۹ برای  $G_m$  رابطه ۴-۵۹ تحت عنوان Giink به دست آمد، در ادامه از همین رابطه استفاده می‌شود که پارامترهای آن در همان بخش توضیح داده شد.  $Z_h$  نیز می‌تواند با رابطه ساده ۶-۱۲ مدل شود که در آن،  $m_h$ ،  $b_h$  و  $k_h$  به ترتیب جرم، ضریب میرایی و سختی مؤثر دست کاربر می‌باشد.

$$Z_h^{-1} = -(m_h s^2 + b_h s + k_h) \quad (۱۲-۶)$$

به این ترتیب، تابع تبدیل کل سیستم، طبق رابطه ۶-۱۳ به دست می‌آید:

$$\frac{F_t}{x_h} = \frac{Z_e G_m e^{-st} - R^2}{\frac{1}{k_s} + Z_e G_m Z_h^{-1} e^{-st} - Z_h^{-1} R^2 + G_m} \quad (۱۳-۶)$$

چنانچه در این تابع، مقدار  $e^{-st}$  با  $(1-ts)$  جایگزین شود (که برای تهای کوچک تقریب مناسبی

است)، آن‌گاه مخرج تابع، یک چندجمله‌ای درجه ۴ با ضرایب زیر به دست می‌آید:

$$s^4: \alpha m_h$$

$$s^3: m_h c_d + \alpha b_h$$

$$s^2: \alpha k_h + c_d b_h + \mu m_h - k_s b_w t + \alpha k_s R^2 + k_s m_h$$

$$s^1: k_h c_d + \mu b_h - k_s k_w t + k_s b_w + k_s R^2 c_d + k_s b_h$$

$$s^0: k_h \mu + k_s k_w + k_s \mu R^2 + k_s k_h$$

از آنجایی که برای پایدار بودن سامانه، لازم است که ضرایب این چندجمله‌ای مثبت باشند؛ حد

سختی مطابق رابطه ۶-۱۴ پیدا می‌شود:

$$k_w < \frac{1}{t} \left( \frac{k_h c_d + \mu b_h}{k_s} + c_d R^2 + b_h + b_w \right) \quad (۱۴-۶)$$

همچنین با صفر قرار دادن ضریب میرایی دیوار، حد سختی دیوار بدون حضور میراگر به دست می‌آید  
(رابطه ۶-۱۵):

$$k_w < \frac{1}{t} \left( \frac{k_h c_d + \mu b_h}{k_s} + c_d R^2 + b_h \right) \quad (۱۵-۶)$$

مقادیر  $t$  و  $k_s$  برای ربات فالکن در جدول ۴-۴ ذکر شده است. برای جرم، ضریب میرایی و

سختی دست انسان نیز، در مقالات مختلف مقادیر متفاوتی ذکر شده است که در جدول ۶-۱ مشاهده

می‌شود. در این کار، با حذف مقادیر مقاله اول و آخر (که جرم کاملاً متفاوتی با سایر مقالات ارائه

کرده‌اند) از مقادیر سایر مقالات میانگین گرفته و مقادیر  $k_h=187.5\text{N/m}$  و  $b_h=6.7\text{Ns/m}$ ،  $m_h=2\text{kg}$

مورد استفاده قرار گرفتند؛ البته بدیهی است که حد سختی محاسبه شده، هنگامی از دقت مناسب

برخوردار است که مقدار دقیق پارامترهای مربوط به دست کاربر معلوم باشد؛ خصوصاً اینکه جرم، سن

و جنسیت کاربر و نیز موقعیت دست کاربر نسبت به بدنش بر روی این پارامترها تأثیر زیادی دارد

[۹۵].

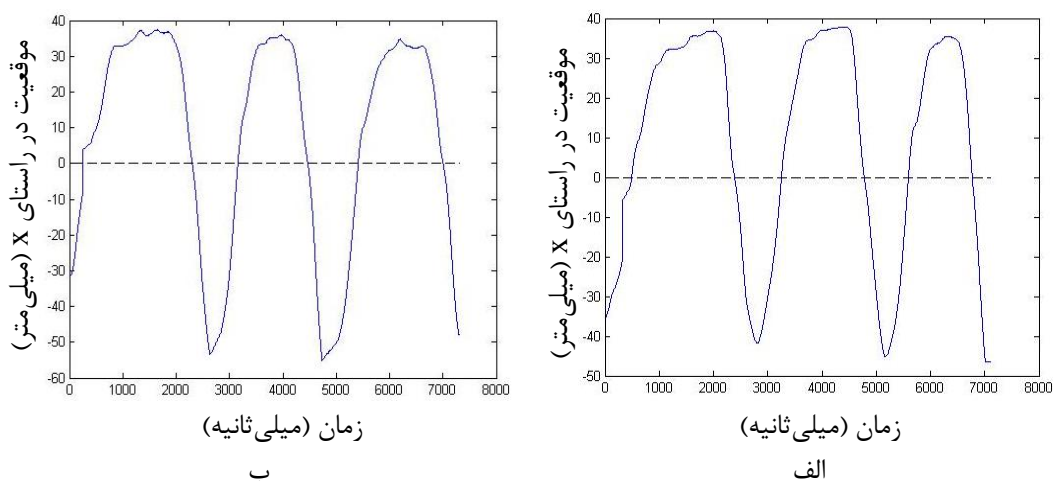
جدول ۶-۱: مقادیر ارائه‌شده برای مؤلفه‌های مدل دست انسان در مقالات مختلف [۸۷]

نویسنده	جرم (کیلوگرم)	ضریب میرایی (نیوتن متر بر ثانیه)	سختی (نیوتن بر ثانیه)
لورانس	۱۷/۵۱	۱۷۵/۱۲	۱۷۵/۱۲
کازرونی	۴/۵۴	۶/۸۳	۱۲/۵
یوکوکوجی	۲/۰	۲/۰	۱۰/۰
دانیال	۱/۰	۱۲/۶	۳۹/۵
هوگان	۰/۸	۵/۵	۵۶۸/۰
لی	۰/۱۵	۰/۵	۷/۰



به این ترتیب برای دیوار صلب مجازی واقع در صفحه  $x=0$  حداکثر سختی دیوار برای حفظ پایداری به دست آمد. جهت ساده‌سازی، فرض شد که حرکت صرفاً در راستای  $Z$  انجام شده و در تمام طول حرکت، مقدار  $y$  برابر با صفر نگه داشته می‌شود، به این ترتیب، برای هر موتور، ماتریس ژاکوبین تبدیل به یک تابع ساده از زوایای مفاصل می‌شود؛ یعنی  $R=J_{i3}$  که  $i$  شماره موتور و  $J_{i3}$  درایه  $i3$  ماتریس ژاکوبین خواهد بود. در این صورت، برای ربات فالکن، حداکثر سختی بدون حضور میراگر برابر با ۳۴۲ نیوتن بر ثانیه و با حضور میراگر با ضریب میرایی ۱ نیوتن ثانیه بر متر، برابر با ۳۹۳ نیوتن بر متر به دست آمد؛ اما آزمایش‌ها مقادیر کمتری را برای حد سختی نشان داد:

طبق آزمایش‌های صورت گرفته، تا سختی‌هایی حدود ۳۲۰ نیوتن بر متر، بدون استفاده از میرایی برای دیوار، حرکت کاملاً پایدار خواهد بود. در شکل ۶-۱۳ نفوذ در یک دیوار بدون حضور میراگر نشان داده شده است. ابزار مجازی به سمت دیوار رفته و در آن نفوذ می‌کند تا هنگامی که نیروی وارده از طرف دیوار با نیروی کاربر برابر شود. در نمودار شکل ۶-۱۳-الف، سختی، کمتر از ۳۲۰ نیوتن بر متر بوده و حرکت کاملاً پایدار است اما در نمودار شکل ۶-۱۳-ب که سختی دیوار به ۳۳۰ نیوتن بر متر رسیده، مقداری ناپایداری در آن مشاهده می‌شود.

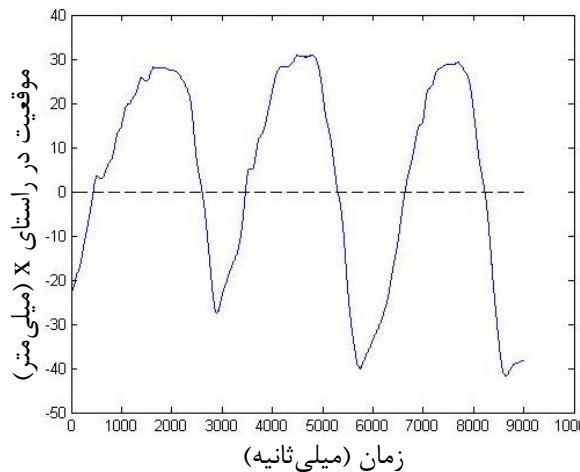


شکل ۶-۱۳: برخورد با دیوار مجازی (خط چین) بدون حضور میراگر: الف) سختی ۳۰۰ نیوتن بر متر؛ ب) سختی ۳۳۰ نیوتن بر متر

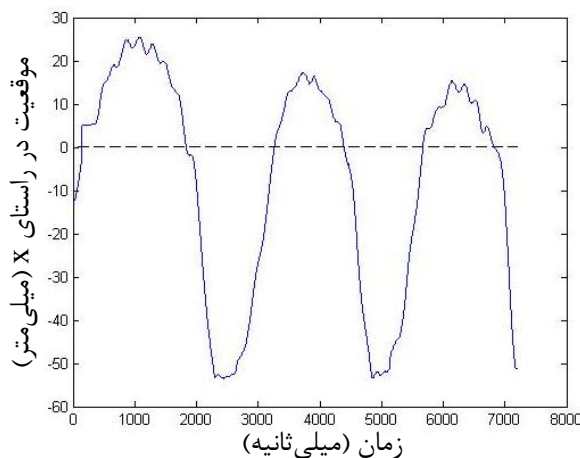
با اضافه کردن یک میراگر به موازات فنر با ضریب حداکثر ۱ نیوتن ثانیه بر متر (ضرایب بیشتر،

ضمن اینکه شفافیت را به شدت کاهش می‌دهد [۲]، همان‌گونه که در بخش ۳-۶ گفته شد، باعث افزایش خطا نیز می‌شود، تا سختی ۳۷۰ نیوتن بر متر نیز می‌توان پایداری را تضمین کرد. در شکل ۱۴-۶ نفوذ در یک دیوار مجازی با ضریب میرایی ۰/۷ نیوتن ثانیه بر متر نشان داده شده است. همان‌طور که در این شکل مشخص است، سیستم در آستانه ناپایداری قرار دارد.

آزمایش‌ها نشان داد که برای سختی‌های بالاتر از ۴۰۰ نیوتن بر متر، حتی با وجود به‌کارگیری میراگر، پایداری کامل تقریباً دور از دسترس است. شکل ۱۵-۶ برخورد با دیوار مجازی با سختی ۶۰۰ نیوتن بر متر را نشان می‌دهد؛ همان‌طور که در این شکل مشاهده می‌شود، علی‌رغم استفاده از میراگر با ضریب ۰/۷ نیوتن متر بر ثانیه، همچنان ناپایداری به چشم می‌خورد.



شکل ۱۴-۶: برخورد با دیوار مجازی (خط‌چین) با سختی ۳۶۰ نیوتن بر متر و ضریب میرایی ۰/۵ نیوتن ثانیه بر متر

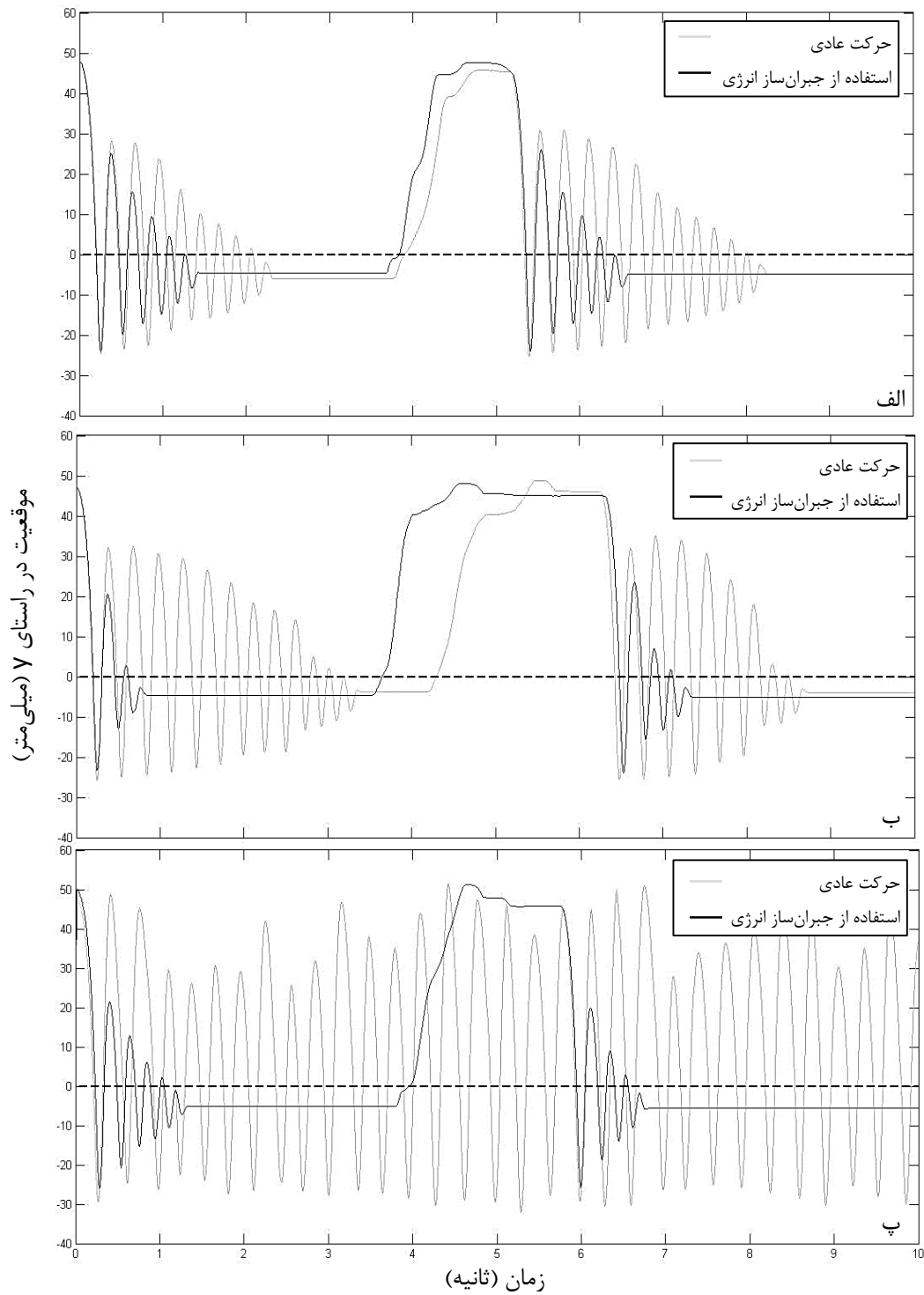


شکل ۱۵-۶: برخورد با دیوار مجازی (خط‌چین) با سختی ۶۰۰ نیوتن بر متر و ضریب میرایی ۰/۷ نیوتن ثانیه بر متر

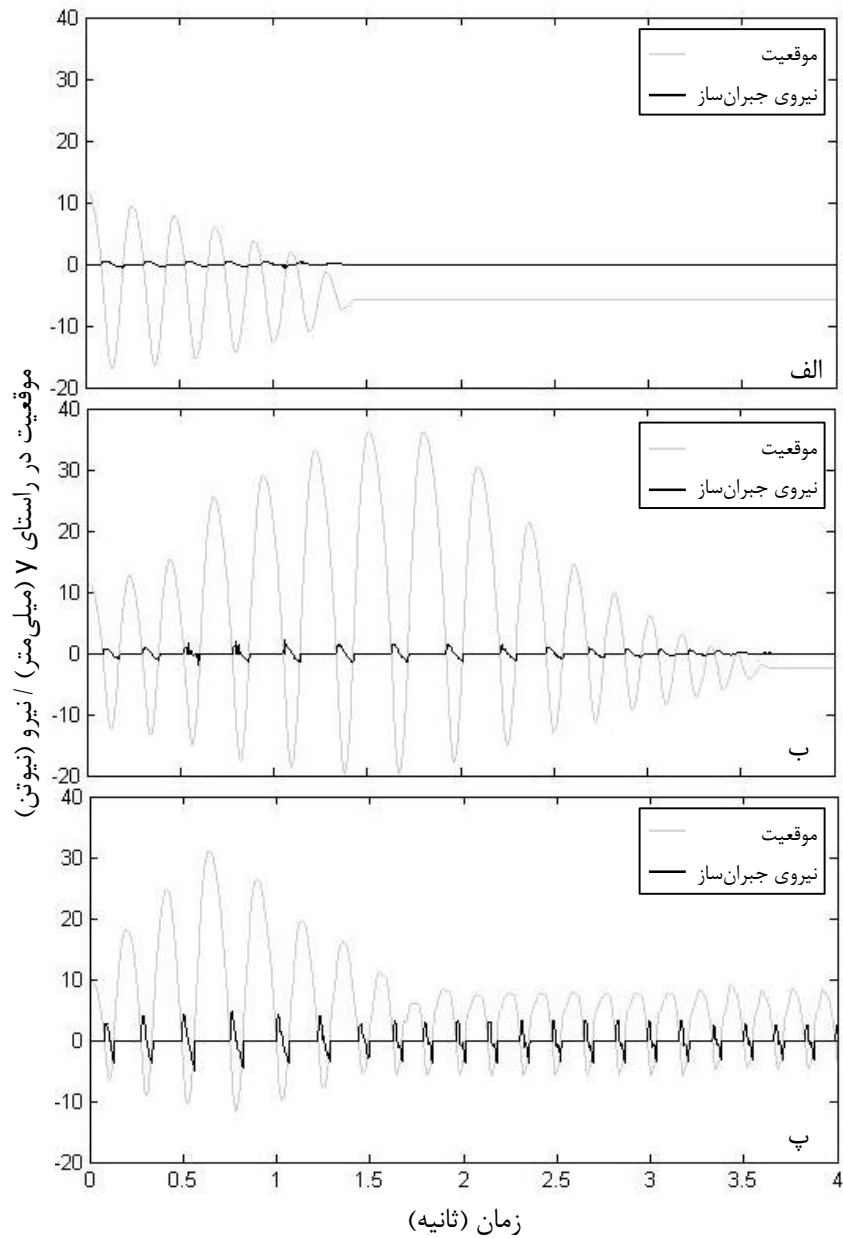
## ۴-۴-۶ انرژی جبران ساز

یکی از راه‌های حذف یا کاهش ناپایداری ناشی از گسستگی نمونه برداری، استفاده از انرژی جبران ساز است که در بخش ۱-۴-۵ شرح داده شد. برای بررسی تأثیر این الگوریتم بر پایداری، از آزمایش دیوار افقی استفاده شد، در این آزمایش، دیوار مجازی با سختی ۶۰۰ نیوتن بر متر در موقعیت  $y=0$  قرار داده شده و گیره فالکن، بر اثر نیروی ۲/۶۵ نیوتن (به عنوان وزن گیره فالکن) از موقعیت مشخص بر روی این دیوار سقوط می‌کند. تأثیر نیروی جبران ساز (با حد آستانه  $\Delta x_{th} = 1^{mm}$ ) بر پایداری با سه بسامد ۵۰۰، ۲۵۰ و ۱۰۰ هرتز در شکل ۱۶-۶ نمایش داده شده است. همان‌طور که در این شکل مشاهده می‌شود، برای بسامدهای پایین، بدون استفاده از نیروی جبران ساز، نوسان‌ها میرا نمی‌شوند.

البته آزمایش‌ها نشان داد که چنانچه سختی دیوار از حدی بیشتر شود، جبران ساز انرژی توان پایدار کردن سامانه را نخواهد داشت. در شکل ۱۷-۶ نتایج استفاده از جبران ساز انرژی (با حد آستانه  $\Delta x_{th} = 1^{mm}$ ) در سقوط بر روی دیوار مجازی افقی، با سختی‌های ۶۰۰، ۱۰۰۰ و ۴۰۰۰ نیوتن بر میلی‌متر و با بسامد نمونه برداری ۵۰۰ هرتز نشان داده شده است.



شکل ۶-۱۶: تأثیر جبران ساز انرژی در پایداری دو بار رهاسازی روی دیوار مجازی (خط چین) با بسامد نمونه برداری: (الف) ۵۰۰ هرتز؛ (ب) ۲۵۰ هرتز؛ (پ) ۱۰۰ هرتز



شکل ۶-۱۷: تأثیر جبران‌ساز انرژی در پایداری سقوط بر روی دیوار مجازی با سختی: الف) ۶۰۰ نیوتن بر متر؛ ب) ۱۰۰۰ نیوتن بر متر؛ پ) ۴۰۰۰ نیوتن بر متر

فصل، هفتم

برآیند و پیشنهاد

## ۷-۱ خلاصه کار

در این پایان‌نامه، شبیه‌سازی تعامل لامسه‌ای بین یک ابزار صلب سه درجه‌آزادی و یک جسم تغییرشکل‌پذیر ویسکوالاستیک با تأکید بر شبیه‌سازی جراحی بافت‌های نرم بدن انسان انجام پذیرفت. در این کار، اهمیت تعامل لامسه‌ای و کاربردهای متنوع آن بیان و مدل‌های مختلف شبیه‌سازی بافت نرم -چه در حوزه تشخیص برخورد و چه در حوزه پاسخ برخورد- معرفی گردید.

نظر به اهمیت شناخت افزاره لامسه‌ای مورد استفاده، افزاره لامسه‌ای فالکن بررسی شد و روابط مختلف سینماتیکی و دینامیکی آن استخراج گشت. جهت بررسی کارایی این افزاره، نقاط تکینگی آن پیدا و عدد وضعیت آن در سرتاسر فضای کاری محاسبه شد.

جهت شبیه‌سازی تعامل دینامیکی، با فرض آبرویه بودن ابزار و جسم مجازی، روابط معادلات تشخیص برخورد و یافتن کمترین فاصله یا بیشترین عمق نفوذ بیان شد و پاسخ نیرویی جسم نرم به جابجایی توسط ابزار مجازی، بر مبنای مدل جرم و فنر و میراگر محاسبه شد و برای برخورد دو آبرویه توسعه داده شد.

برای بالا بردن شفافیت شبیه‌سازی، الگوریتم جفت‌شدگی مجازی، که غالباً برای تعامل اجسام صلب به کار می‌رفت، برای برخورد با جسم تغییرشکل‌پذیر نیز توسعه داده شد و برای آسیب‌ندیدن عملگرهای افزاره لامسه‌ای الگوریتم اشباع معرفی شد و مورد اصلاح قرار گرفت. سپس با اتصال افزاره لامسه‌ای، الگوریتم تشخیص برخورد، الگوریتم تعیین پاسخ نیرویی ناشی از برخورد و الگوریتم‌های به کار رفته در جفت‌شدگی مجازی، یک شبیه‌ساز تعامل دینامیکی ابزار صلب با جسم تغییرشکل‌پذیر پیاده‌سازی گشت.

در بخش پایانی پایان‌نامه نیز، کنترل امپدانس حلقه‌باز بر روی سامانه پیاده شد؛ بیشترین حد سختی جسم مجازی و بیشترین حد سرعت دست کاربر جهت حفظ پایداری سامانه محاسبه شد و با

پیاده‌سازی الگوریتم اشباع و کنترل‌کننده جبران‌ساز انرژی، بهبود پایداری سامانه و افزایش بیشترین امیدانس پایدار قابل شبیه‌سازی در محیط مجازی با بسامدهای نمونه‌برداری مختلف مورد تأیید قرار گرفت.

## ۲-۷ دستاوردها

- بررسی و مقایسهٔ افزاره‌های لامسه‌ای تجاری موجود و شبیه‌سازهای تجاری موجود؛
- بررسی مدل‌های مختلف بافت نرم؛
- بررسی مکانیزم و ایجاد مدل فالکن در نرم‌افزار سالیدورکز؛
- استخراج روابط سینماتیکی افزارهٔ فالکن؛
- استخراج روابط دینامیکی افزارهٔ فالکن؛
- بررسی پیش‌خورد دینامیکی ربات فالکن؛
- بررسی کارایی فالکن با تعیین نواحی تکینگی، عدد وضعیت و شاخص همسانی سراسری آن؛
- تکمیل الگوریتم تشخیص برخورد جهت یافتن عمق نفوذ؛
- توسعهٔ پاسخ نیرویی برای برخورد دو آبرویه؛
- پیاده‌سازی شبیه‌ساز تعامل سه درجه‌آزادی با جسم تغییرشکل‌پذیر؛
- تصحیح و تکمیل الگوریتم اشباع جهت دسترسی به شفافیت بالاتر و آسیب‌رسانی کمتر به افزارهٔ لامسه‌ای؛
- تعیین حد بیشترین سرعت دست کاربر جهت حفظ پایداری لمس دیوار مجازی؛
- تعیین حد بیشترین سختی دیوار مجازی جهت حفظ پایداری سامانه؛
- پیاده‌سازی کنترل‌کنندهٔ جبران‌ساز انرژی؛
- بهبود پایداری سامانهٔ تعامل لامسه‌ای برای سختی‌های بیشتر و بسامدهای نمونه‌برداری پایین‌تر با استفاده از انرژی جبران‌ساز.



## ۳-۷ پیشنهادها و فعالیت‌های پیش رو

با توجه به گران بودن افزاره‌های لامسه‌ای با بیش از ۳ درجه آزادی، می‌توان با اتصال دو افزاره ارزان قیمت فالکن، به یک افزاره لامسه‌ای پنج یا شش درجه آزادی دست یافت و سپس روابط استخراج شده در قسمت‌های مختلف پایان‌نامه را برای درجه آزادی‌های بالاتر نیز تعمیم داد.

یکی از بخش‌هایی که در ادامه کار لازم است به آن پرداخته شود، تعیین پاسخ گرافیکی مدل بر مبنای تصاویر پزشکی و نیز توسعه مدل پاسخ برخورد برای دستیابی به شبیه‌سازی بلادرنگ می‌باشد. ضمناً نیاز است داده‌های مناسب آزمایشگاهی برای این کار تهیه شود.

همچنین نیاز است که با اتصال یک حسگر نیرو به گیره نهایی ربات فالکن، به توسعه بیشتر روابط کنترلی پرداخت و کنترل امپدانس مبتنی بر نیرو و کنترل ترکیبی را نیز بر روی سامانه پیاده سازی کرد.

باتوجه به عدم دقت‌های فراوان ربات فالکن و گران بودن ربات‌های مشابه دیگر، طراحی و ساخت یک افزاره لامسه‌ای، از دیگر کارهای پیش رو می‌باشد.

علاوه بر این‌ها لازم است به ربات پیرو و ارتباط آن با ربات راهبر و چالش‌های آن بیشتر و پررنگ‌تر پرداخته شود؛ همچنین می‌توان کار را برای مقاصد توان بخشی و بازتوانی توسعه داد.

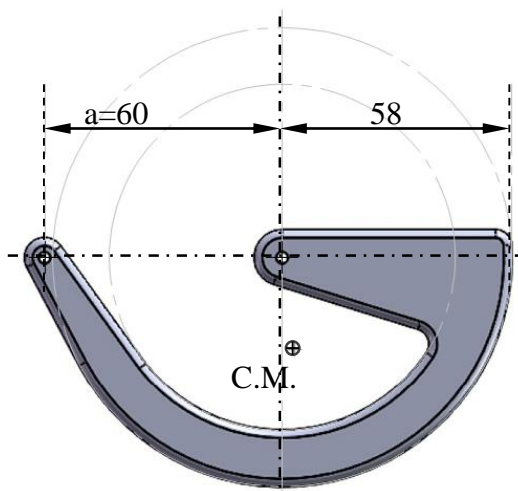
پوستها

## پیوست أ نقشه‌های سالی‌دورکز فالکن

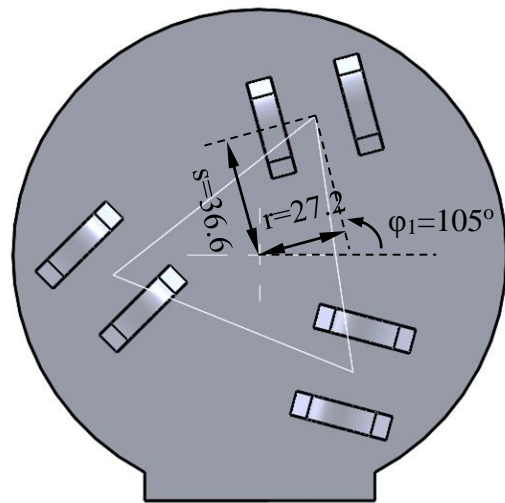
با توجه به نیازهای فعلی و آینده پروژه از جمله محاسبه مقدار برخی پارامترهای مجهول مانند برخی اندازه‌های هندسی و ممان جرمی اجزا، داشتن دید بصری از خروجی روابط کنترلی و دینامیکی فالکن محاسبه‌شده در نرم‌افزار متلب، طراحی افزاره لامسه‌ای جدید با تجهیز افزاره فالکن و تجهیز نرم‌افزاری پروژه، مدل افزاره لامسه‌ای فالکن در نرم‌افزار سالی‌دورکز تهیه گردید (کلیه اندازه‌ها به میلی‌متر هستند).



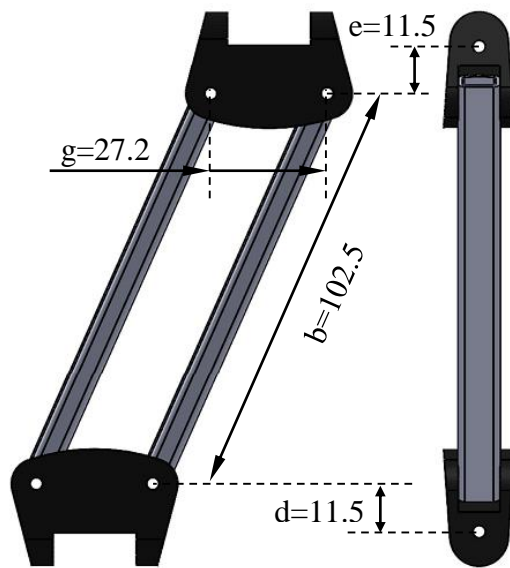
شکل أ-۱: مدل سالی‌دورکز ربات فالکن



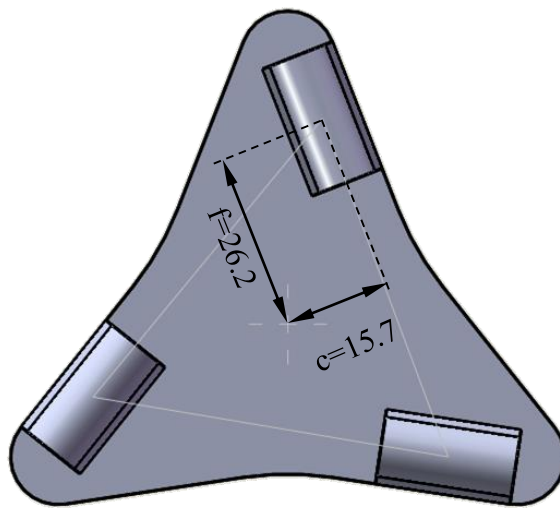
شکل أ-۳: لینک ورودی ربات فالکن



شکل أ-۲: سکوی ثابت فالکن - نمای روبرو



شکل أ-۴: لینک چهارمیله‌ای ربات فالکن



شکل أ-۵: سکوی متحرک، نمای پشت

## پیوست ب ثوابت بکار رفته در روابط سینماتیک مستقیم فالکن

$$k_1 = 2(c - r - a \cos \theta_{11}) - 2(c - r - a \cos \theta_{12}) \cos \varphi'_2 + 2(s - f) \sin \varphi'_2$$

$$k_2 = 2(s - f)(1 - \cos \varphi'_2) - 2(c - r - a \cos \theta_{12}) \sin \varphi'_2$$

$$k_3 = 2a (\sin \theta_{12} - \sin \theta_{11})$$

$$k_4 = -2b(d + e)$$

$$k_5 = 2b(d + e)$$

$$k_6 = 2a(c - r)(\cos \theta_{12} - \cos \theta_{11})$$

$$k_7 = 2(c - r - a \cos \theta_{11}) - 2(c - r - a \cos \theta_{13}) \cos \varphi'_3 + 2(s - f) \sin \varphi'_3$$

$$k_8 = 2(s - f)(1 - \cos \varphi'_3) - 2(c - r - a \cos \theta_{13}) \sin \varphi'_3$$

$$k_9 = 2a (\sin \theta_{13} - \sin \theta_{11})$$

$$k_{10} = -2b(d + e)$$

$$k_{11} = 2b(d + e)$$

$$k_{12} = 2a(c - r)(\cos \theta_{13} - \cos \theta_{11})$$

$$k_{13} = \frac{b \cos \varphi'_2}{\sin \varphi'_2}$$

$$k_{14} = \frac{-b}{\sin \varphi'_2}$$

$$k_{15} = \frac{(s - f)(1 - \cos \varphi'_2)}{\sin \varphi'_2}$$

$$k_{16} = \frac{-k_4}{k_3}$$

$$k_{17} = -\frac{k_1 k_{13} + k_2 b}{k_3}$$

$$k_{18} = \frac{-k_5}{k_3}$$

$$k_{19} = \frac{-k_1 k_{14}}{k_3}$$

$$k_{20} = \frac{k_2(s - f) - k_1 k_{15} - k_6}{k_3}$$

$$k_{21} = k_7 k_{13} + k_8 b + k_9 k_{17}$$

$$k_{22} = k_9 k_{16} + k_{10}$$

$$k_{23} = k_7 k_{14} + k_9 k_{19}$$

$$k_{24} = k_9 k_{18}$$

$$\begin{aligned}
k_{25} &= k_7 k_{15} - k_8(s - f) + k_9 k_{20} + k_{12} \\
k_{26} &= \left(\frac{s - f}{b}\right) [\sin(\varphi'_3 - \varphi'_2) + \sin \varphi'_2 - \sin \varphi'_3] \\
k_{27} &= k_{11}^2 k_{26}^2 + k_{25}^2 \sin^2 \varphi'_2 - k_{11}^2 \sin^2 \varphi'_2 \\
k_{28} &= k_{11}^2 \sin^2(\varphi'_2 - \varphi'_3) + k_{21}^2 \sin^2 \varphi'_2 \\
k_{29} &= k_{22}^2 \sin^2 \varphi'_2 \\
k_{30} &= k_{11}^2 \sin^2 \varphi'_3 + k_{23}^2 \sin^2 \varphi'_2 \\
k_{31} &= k_{24}^2 \sin^2 \varphi'_2 \\
k_{32} &= 2k_{21} k_{22} \sin^2 \varphi'_2 \\
k_{33} &= 2k_{11}^2 \sin(\varphi'_2 - \varphi'_3) \sin \varphi'_3 + 2k_{21} k_{23} \sin^2 \varphi'_2 \\
k_{34} &= 2k_{21} k_{24} \sin^2 \varphi'_2 \\
k_{35} &= 2k_{22} k_{23} \sin^2 \varphi'_2 \\
k_{36} &= 2k_{22} k_{24} \sin^2 \varphi'_2 \\
k_{37} &= 2k_{23} k_{24} \sin^2 \varphi'_2 \\
k_{38} &= 2k_{11}^2 k_{26} \sin(\varphi'_2 - \varphi'_3) + 2k_{21} k_{25} \sin^2 \varphi'_2 \\
k_{39} &= 2k_{22} k_{25} \sin^2 \varphi'_2 \\
k_{40} &= 2k_{11}^2 k_{26} \sin \varphi'_3 + 2k_{23} k_{25} \sin^2 \varphi'_2 \\
k_{41} &= 2k_{24} k_{25} \sin^2 \varphi'_2 \\
k_{42} &= k_{15}^2 + k_{20}^2 - 2k_{20} a \sin \theta_{11} + 2k_{15}(c - r - a \cos \theta_{11}) - 2a(c - r) \cos \theta_{11} \\
&\quad + a^2 - b^2 + (c - r)^2 - (d + e)^2 \\
k_{43} &= k_{13}^2 + b^2 + k_{17}^2 \\
k_{44} &= k_{16}^2 \\
k_{45} &= k_{14}^2 + k_{19}^2 \\
k_{46} &= k_{18}^2 \\
k_{47} &= 2k_{16} k_{17} \\
k_{48} &= 2k_{13} k_{14} + 2k_{17} k_{19} \\
k_{49} &= 2k_{17} k_{18} \\
k_{50} &= 2k_{16} k_{19} \\
k_{51} &= 2k_{16} k_{18} \\
k_{52} &= 2k_{18} k_{19} \\
k_{53} &= 2k_{13} k_{15} + 2k_{17} k_{20} - 2a k_{17} \sin \theta_{11} + 2k_{13}(c - r - a \cos \theta_{11}) \\
k_{54} &= 2k_{16} k_{20} - 2a k_{16} \sin \theta_{11} - 2b(d + e)
\end{aligned}$$

$$k_{55} = 2k_{14}k_{15} + 2k_{19}k_{20} - 2ak_{19} \sin \theta_{11} + 2k_{14}(c - r - a \cos \theta_{11})$$

$$k_{56} = 2k_{18}k_{20} - 2ak_{18} \sin \theta_{11}$$

$$k_{57} = k_{28} + k_{30} + k_{33} - k_{38} - k_{40} + k_{27}$$

$$k_{58} = -2k_{32} - 2k_{35} + 2k_{39}$$

$$k_{59} = -2k_{28} + 4k_{29} + 2k_{30} - 2k_{40} + 2k_{27}$$

$$k_{60} = 2k_{32} - 2k_{35} + 2k_{39}$$

$$k_{61} = k_{28} + k_{30} - k_{33} + k_{38} - k_{40} + k_{27}$$

$$k_{62} = -2k_{34} - 2k_{37} + 2k_{41}$$

$$k_{63} = 4k_{36}$$

$$k_{64} = -4k_{37} + 4k_{41}$$

$$k_{65} = 4k_{36}$$

$$k_{66} = 2k_{34} - 2k_{37} + 2k_{41}$$

$$k_{67} = 2k_{28} - 2k_{30} + 4k_{31} - 2k_{38} + 2k_{27}$$

$$k_{68} = -4k_{32} + 4k_{39}$$

$$k_{69} = -4k_{28} + 8k_{29} - 4k_{30} + 8k_{31} + 4k_{27}$$

$$k_{70} = 4k_{32} + 4k_{39}$$

$$k_{71} = 2k_{28} - 2k_{30} + 4k_{31} + 2k_{38} + 2k_{27}$$

$$k_{72} = -2k_{34} + 2k_{37} + 2k_{41}$$

$$k_{73} = 4k_{36}$$

$$k_{74} = 4k_{37} + 4k_{41}$$

$$k_{75} = 4k_{36}$$

$$k_{76} = 2k_{34} + 2k_{37} + 2k_{41}$$

$$k_{77} = k_{28} + k_{30} - k_{33} - k_{38} + k_{40} + k_{27}$$

$$k_{78} = -2k_{32} + 2k_{35} + 2k_{39}$$

$$k_{79} = -2k_{28} + 4k_{29} + 2k_{30} + 2k_{40} + 2k_{27}$$

$$k_{80} = 2k_{32} + 2k_{35} + 2k_{39}$$

$$k_{81} = k_{28} + k_{30} + k_{33} + k_{38} + k_{40} + k_{27}$$

$$k_{82} = k_{43} + k_{45} + k_{48} - k_{53} - k_{55} + k_{42}$$

$$k_{83} = -2k_{47} - 2k_{50} + 2k_{54}$$

$$k_{84} = -2k_{43} + 4k_{44} + 2k_{45} - 2k_{55} + 2k_{42}$$

$$k_{85} = 2k_{47} - 2k_{50} + 2k_{54}$$

$$k_{86} = k_{43} + k_{45} - k_{48} + k_{53} - k_{55} + k_{42}$$

$$k_{87} = -2k_{49} - 2k_{52} + 2k_{56}$$

$$k_{88} = 4k_{51}$$

$$k_{89} = -4k_{52} + 4k_{56}$$

$$k_{90} = 4k_{51}$$

$$k_{91} = 2k_{49} - 2k_{52} + 2k_{56}$$

$$k_{92} = 2k_{43} - 2k_{45} + 4k_{46} - 2k_{53} + 2k_{42}$$

$$k_{93} = -4k_{47} + 4k_{54}$$

$$k_{94} = -4k_{43} + 8k_{44} - 4k_{45} + 8k_{46} + 4k_{42}$$

$$k_{95} = 4k_{47} + 4k_{54}$$

$$k_{96} = 2k_{43} - 2k_{45} + 4k_{46} + 2k_{53} + 2k_{42}$$

$$k_{97} = -2k_{49} + 2k_{52} + 2k_{56}$$

$$k_{98} = 4k_{51}$$

$$k_{99} = 4k_{52} + 4k_{56}$$

$$k_{100} = 4k_{51}$$

$$k_{101} = 2k_{49} + 2k_{52} + 2k_{56}$$

$$k_{102} = k_{43} + k_{45} - k_{48} - k_{53} + k_{55} + k_{42}$$

$$k_{103} = -2k_{47} + 2k_{50} + 2k_{54}$$

$$k_{104} = -2k_{43} + 4k_{44} + 2k_{45} + 2k_{55} + 2k_{42}$$

$$k_{105} = 2k_{47} + 2k_{50} + 2k_{54}$$

$$k_{106} = k_{43} + k_{45} + k_{48} + k_{53} + k_{55} + k_{42} .$$





- [1] Dillon P., Moody W., Bartlett R., Scully P., Morgan R. and James C. (2001), Sensing the fabric: To simulate sensation through sensory evaluation and in response to standard acceptable properties of specific materials when viewed as a digital image, pp. 205-218, In: "Haptic Human-Computer Interaction", Springer.
- [۲] با صفا ا.، (۱۳۸۶)، پایان‌نامه کارشناسی ارشد: "مدل سازی بافت نرم و طراحی ابزار فیدبک نیرو برای آموزش مجازی جراحی لاپاروسکوپی"، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی شریف.
- [3] Burdea G.C. (1999), "Keynote address: haptics feedback for virtual reality", Proceedings of international workshop on virtual prototyping. Laval, France, pp 87-96.
- [4] Arbabtafti M., Moghaddam M., Nahvi A., Mahvash M. and Rahimi A. (2008), "Haptic and visual rendering of virtual bone surgery: A physically realistic voxel-based approach", Haptic Audio Visual Environments and Games (HAVE), pp 30-35, Technical University, Munich, Germany.
- [5] Laycock S.D. and Day A. (2003) "Recent developments and applications of haptic devices" Computer Graphics Forum, 22, 2, pp 117-132.
- [6] Hayward V., Astley O.R., Cruz-Hernandez M., Grant D. and Robles-De-La-Torre G. (2004) "Haptic interfaces and devices" Sensor Review, 24, 1, pp 16-29.
- [۷] مغیثی ن.، (۱۳۸۸)، پایان‌نامه کارشناسی ارشد: "طراحی و پیاده سازی آزمایشگاه مجازی بوسیله واسط لامسه‌ای"، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه خواجه نصیرالدین طوسی.
- [8] Tavakoli M. and Howe R.D. (2009) "Haptic effects of surgical teleoperator flexibility" The International Journal of Robotics Research, 28, 10, pp 1289-1302.
- [9] Li Y., Kaber D.B., Tupler L. and Lee Y.-S. (2011) "Haptic-based virtual environment design and modeling of motor skill assessment for brain injury patients rehabilitation" Computer-Aided Design and Applications, 8, pp 149-162.

- [10] Panëels S.A., Ritsos P.D., Rodgers P.J. and Roberts J.C. (2013) "Prototyping 3D haptic data visualizations" *Computers & Graphics*, 37, 3, pp 179-192.
- [11] Rody M., (2011), MSc thesis: "Haptic Control with a Robotic Gripper", Department of Technology, Örebro University.
- [12] Osgouei R.H., Lee H. and Choi S. (2013), "Haptic-enabled driving training system", *RO-MAN*, 2013 IEEE, pp 302-303.
- [13] Koçak U., (2013), PhD thesis: "Haptic Interaction with Deformable Objects", Department of Science and Technology, Linköping.
- [14] Persson P.B., Cooper M.D., Tibell L.A., Ainsworth S., Ynnerman A. and Jonsson B.-H. (2007), "Designing and evaluating a haptic system for biomolecular education", *Virtual Reality Conference, 2007. VR'07. IEEE*, pp 171-178, Charlotte, North Carolina, USA.
- [۱۵] ترابی پ.، (۱۳۹۰)، پایان‌نامه کارشناسی ارشد: "کنترل دو جانبه سامانه جراحی از راه دور با قابلیت حس جراحی باز"، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی شریف.
- [16] Srinivasan S., Mital D.P. and Haque S. (2006) "A quantitative analysis of the effectiveness of laparoscopy and endoscopy virtual reality simulators" *Computers & Electrical Engineering*, 32, 4, pp 283-298.
- [17] Ruspini D.C., Kolarov K. and Khatib O. (1997), "Haptic interaction in virtual environments", *International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS)*, pp 128-133, World Trade Center Atria, Grenoble, France.
- [18] Zhu B. and Gu L. (2012) "A hybrid deformable model for real-time surgical simulation" *Computerized Medical Imaging and Graphics*, 36, 5, pp 356-365.
- [19] He X.-J. and Choi K.-S. (2013) "Using analytical force model for efficient deformation simulation and haptic rendering of soft objects" *Multimedia Tools and Applications*, pp 1-22.
- [20] Wang D. and Zhang Y. (2004), "Effect of haptic device's position resolution on stability", *Proceedings of EuroHaptics*, pp 377-380, Technische University, Munich, Germany.
- [21] Gregory A., Mascarenhas A., Ehmann S., Lin M. and Manocha D. (2000), "Six degree-of-freedom haptic display of polygonal models", *Proceedings of the conference on Visualization'00*, pp 139-146.
- [22] Hasegawa S. and Fujii N. (2003), "Real-time rigid body simulation based on

- volumetric penalty method", *Haptic Interfaces for Virtual Environment and Teleoperator Systems, 2003. HAPTICS 2003. Proceedings. 11th Symposium on*, pp 326-332.
- [23] Zilles C.B. and Salisbury J.K. (1995), "A constraint-based god-object method for haptic display", *Intelligent Robots and Systems 95. Human Robot Interaction and Cooperative Robots', Proceedings. 1995 IEEE/RSJ International Conference on*, pp 146-151.
- [24] Ortega M., Redon S. and Coquillart S. (2007) "A six degree-of-freedom god-object method for haptic display of rigid bodies with surface properties" *Visualization and Computer Graphics, IEEE Transactions on*, 13, 3, pp 458-469.
- [25] Ruspini D.C., Kolarov K. and Khatib O. (1997), "The haptic display of complex graphical environments", *Proceedings of the 24th annual conference on Computer graphics and interactive techniques*, pp 345-352.
- [26] Chang B. and Colgate J.E. (1997), "Real-time impulse-based simulation of rigid body systems for haptic display", *Proc. Symp. on Interactive 3D Graphics*, pp 200-209.
- [27] Wang Q., Chen H., Wu W., Qin J. and Heng P.A. (2012) "Impulse-based rendering methods for haptic simulation of bone-burring" *Haptics, IEEE Transactions on*, 5, 4, pp 344-355.
- [28] Mcneely W.A., Puterbaugh K.D. and Troy J.J. (2005), "Six degree-of-freedom haptic rendering using voxel sampling", *ACM SIGGRAPH 2005 Courses*, pp 42,
- [29] Hou X. and Sourina O. (2013) "Stable adaptive algorithm for Six Degrees-of-Freedom haptic rendering in a dynamic environment" *The Visual Computer*, 29, 10, pp 1063-1075.
- [30] Teschner M., Kimmerle S., Heidelberger B., Zachmann G., Raghupathi L., Fuhrmann A., Cani M.P., Faure F., Magnenat-Thalmann N. and Strasser W. (2005), "Collision detection for deformable objects", *Computer graphics forum*, pp 61-81.
- [31] Portal R., Dias J. and De Sousa L. (2010) "Contact detection between convex superquadric surfaces" *Archive of Mechanical Engineering*, 57, 2, pp 165-186
- [32] Otaduy M.A. and Lin M.C. (2006), "High fidelity haptic rendering", Vol. 1.
- [33] Colgate J.E., Stanley M.C. and Brown J.M. (1995), "Issues in the haptic display of tool use", *Intelligent Robots and Systems 95. Human Robot Interaction and*

- Cooperative Robots', Proceedings. 1995 IEEE/RSJ International Conference on, pp 140-145.
- [34] Otaduy M.A. and Lin M.C. (2006) "A modular haptic rendering algorithm for stable and transparent 6-dof manipulation" *Robotics, IEEE Transactions on*, 22, 4, pp 751-762.
- [35] Hannaford B. and Okamura A. (2008), *Haptics*, pp. 719-739, In: "Springer Handbook of Robotics", Siciliano B. and Khatib O., Springer Berlin Heidelberg.
- [36] Naerum E. and Hannaford B. (2009), "Global transparency analysis of the lawrence teleoperator architecture", *Robotics and Automation, 2009. ICRA'09. IEEE International Conference on*, pp 4344-4349, Kobe, Japan.
- [37] Agus M., (2004), PhD thesis: "Haptic and visual simulation of bone dissection", department of mechanical engineering, university of Cagliari.
- [38] Fisch A.J., (2007), thesis: "Development and testing of haptic interfaces using electro-rheological fluids", Graduate School, Rutgers.
- [39] CyberGlove Systems. Retrieved October, 2014, from <http://www.cyberglovesystems.com>.
- [40] Fifth Dimension Technologies. Retrieved October, 2014, from <http://www.5dt.com>.
- [41] The Power of Glove. Retrieved October, 2014, from <http://thepowerofglove.com>.
- [42] KickStarter. Retrieved October, 2014, from <https://www.kickstarter.com/projects/141790329/araig-as-real-as-it-gets>.
- [43] TN Games. Retrieved October, 2014, from <http://tngames.com>.
- [44] Haption. Retrieved October, 2014, from <http://www.haption.com>.
- [45] Microsoft. Retrieved October, 2014, from <https://web.archive.org/web/20021201115946/http://www.microsoft.com/hardware/sidewinder/devices/default.asp>.
- [46] GeoMagic. Retrieved October, 2014, from <http://geomagic.com/en/products-landing-pages/haptic>.
- [47] Shah A.V., Teuscher S., McClain E.W. and Abbott J.J. (2010), How to build an inexpensive 5-dof haptic device using two novint falcons, pp. 136-143, In: "Haptics: Generating and Perceiving Tangible Sensations", Springer.
- [48] ForceDimension. Retrieved October, 2014, from <http://www.forcedimension.com>.

- [49] SurgicalScience. Retrieved October, 2014, from <http://www.surgical-science.com/lapsim-the-proven-training-system>.
- [50] CAE Healthcare. Retrieved October, 2014, from <http://caehealthcare.com/eng/interventional-simulators>.
- [51] Simbionix. Retrieved October, 2014, from <http://simbionix.com/simulators>.
- [52] EoSurgical. Retrieved October, 2014, from <http://www.eosurgical.com>.
- [53] Schwartz J.-M., Denninger M., Rancourt D., Moisan C. and Laurendeau D. (2005) "Modelling liver tissue properties using a non-linear visco-elastic model for surgery simulation" *Medical Image Analysis*, 9, pp 103-112.
- [54] Sederberg T.W., Zheng J., Bakenov A. and Nasri A. (2003), "T-splines and T-NURCCs", *ACM transactions on graphics (TOG)*, pp 477-484.
- [55] Mafi R., Sirouspour S., Mahdavihah B., Moody B., Elizeh K., Kinsman A.B. and Nicolici N. (2010) "A Parallel Computing Platform for Real-Time Haptic Interaction with Deformable Bodies" *Haptics, IEEE Transactions on*, 3, 3, pp 211-223.
- [56] Dimaio S.P. and Salcudean S.E. (2003) "Needle insertion modeling and simulation" *Robotics and Automation, IEEE Transactions on*, 19, 5, pp 864-875
- [57] Sedaghat Y., (2011), MSc thesis: "Combined static-dynamic deformations with haptic rendering", School of computer science, McGill University.
- [58] یوسفیان س. و نجاریان س. (۱۳۸۹) "مدلسازی دینامیکی رفتار بافت کلیه قابل استفاده در آموزش جراحی با حداقل تهاجم"، هفدهمین کنفرانس مهندسی پزشکی ایران.
- [59] Oh J.-S., Choi S.-H. and Choi S.-B. (2014) "Design of a 4-DOF MR haptic master for application to robot surgery: virtual environment work" *Smart Materials and Structures*, 23, 9.
- [60] Basafa E. and Farahmand F. (2011) "Real-time simulation of the nonlinear visco-elastic deformations of soft tissues" *International journal of computer assisted radiology and surgery*, 6, 3, pp 297-307.
- [61] Duysak A., Zhang J.J. and Ilankovan V. (2003), "Efficient modelling and simulation of soft tissue deformation using mass-spring systems", *International Congress Series*, pp 337-342.
- [62] Joukhadar A., Garat F. and Laugier C. (1997), "Parameter identification for dynamic simulation", *Robotics and Automation, 1997. Proceedings, 1997 IEEE*

- International Conference on, pp 1928-1933.
- [63] Wang S., Chu L., Fu Y. and Gao W. (2014), "An Unfixed-elasticity Mass Spring Model based simulation for soft tissue deformation", *Mechatronics and Automation (ICMA)*, 2014 IEEE International Conference on, pp 309-314.
- [64] Novint. Retrieved October, 2014, from <http://www.novint.com/index.php/products/novintfalcon>.
- [65] Block D.J., Michelotti M.B. and Sreenivas R.S. (2013) "Application of the Novint Falcon haptic device as an actuator in real-time control" *Paladyn, Journal of Behavioral Robotics*, 4, 3, pp 182-193.
- [66] Barton K.L., (2010), PhD thesis: "Precision coordination and motion control of multiple systems via iterative learning control", Graduate College, University of Illinois.
- [67] Yang Y., (2013), MSc thesis "Exploring Haptic Feedback as an Aid in Design", Applied Sciences: School of Engineering Science, Simon Fraser University.
- [68] Tsai L.W. and Stamper R.E. (1997) "A parallel manipulator with only translational degrees of freedom".
- [69] Clavel R. (1988), "Delta, a fast robot with parallel geometry [C]", *Proceedings of the International Symposium on Industrial Robot*, pp 91-100.
- [70] Pierrot F., Reynaud C. and Fournier A. (1990) "DELTA: a simple and efficient parallel robot" *Robotica*, 8, 1, pp 105-109.
- [71] Machulis K. (2009) "Libnifalcon: Open source driver for the Novint Falcon" Updated information available at: <http://libnifalcon.nonpolynomial.com>.
- [72] Martin S. and Hillier N. (2009), "Characterisation of the Novint Falcon haptic device for application as a robot manipulator", *Australasian Conference on Robotics and Automation (ACRA)*, pp 291-292, Sydney, Australia.
- [73] Michelotti M.B., (2011), MSc thesis: "Application of the Novint Falcon haptic device as an actuator in real-time control", Graduate College, University of Illinois.
- [74] Raghavan M. and Roth B. (1995) "Solving polynomial systems for the kinematic analysis and synthesis of mechanisms and robot manipulators" *Journal of Vibration and Acoustics*, 117, B, pp 71-79.
- [75] Tsai L.-W. (1999), "Robot analysis: the mechanics of serial and parallel manipulators", John Wiley & Sons.

- [76] Li Y. and Xu Q. (2006) "Kinematic analysis and design of a new 3-DOF translational parallel manipulator" *Journal of Mechanical Design*, 128, 4, pp 729-737.
- [77] Stamper R.E., (1997), PhD thesis: "A Three Degree of Freedom Parallel Manipulator with Only Translational Degrees of Freedom ", Graduate School, University of Maryland.
- [78] Legnani G., Fassi I., Giberti H., Cinquemani S. and Tosi D. (2012) "A new isotropic and decoupled 6-DoF parallel manipulator" *Mechanism and Machine Theory*, 58, pp 64-81.
- [79] Stocco L., Salcudean S. and Sassani F. (1998) "Fast constrained global minimax optimization of robot parameters" *Robotica*, 16, 06, pp 595-605.
- [80] Miller K. and Clavel R. (1992) "The Lagrange-based model of Delta-4 robot dynamics" *Robotersysteme*, 8, 1, pp 49-54.
- [81] Miller K. (1995), "Experimental verification of modeling of DELTA robot dynamics by direct application of Hamilton's principle", *Robotics and Automation, Proceedings of 1995 IEEE International Conference on*, pp 532-537,
- [82] Codourey A. (1996), "Dynamic modelling and mass matrix evaluation of the DELTA parallel robot for axes decoupling control", *Intelligent Robots and Systems' 96, IROS 96, Proceedings of the 1996 IEEE/RSJ International Conference on*, pp 1211-1218,
- [83] Thomson W.T. and Dahleh M.D. (2005), "Theory of vibration with Applications", Reprinted from: Prentice Hall, Upper Saddle River, N.J.
- [84] Kachanov M.L., Shafiro B. and Tsukrov I. (2003), "Handbook of elasticity solutions", Reprinted from: Springer Science & Business Media.
- [85] Lloyd J.E., Stavness I. and Fels S. (2012), *ArtiSynth: A fast interactive biomechanical modeling toolkit combining multibody and finite element simulation*, pp. 355-394, In: "Soft tissue biomechanical modeling for computer assisted surgery", Springer.
- [86] Stavness I., Nazari M.A., Flynn C., Perrier P., Payan Y., Lloyd J.E. and Fels S. (2014), *Coupled Biomechanical Modeling of the Face, Jaw, Skull, Tongue, and Hyoid Bone*, pp. 253-274, In: "3D Multiscale Physiological Human", Springer.
- [87] Gil J.J., Avello A., Rubio A. and Florez J. (2004) "Stability analysis of a 1 dof



haptic interface using the routh-hurwitz criterion" Control Systems Technology, IEEE Transactions on, 12, 4, pp 583-588.

[88] Lu X. and Song A. (2008) "Stable haptic rendering with detailed energy-compensating control" Computers & Graphics, 32, 5, pp 561-567.

[89] Wan M. and Mcneely W.A. (2003), "Quasi-static approximation for 6 degrees-of-freedom haptic rendering", Proceedings of the 14th IEEE Visualization 2003 (VIS'03), pp 34.

[۹۰] تجدیدیان فر ف.، (۱۳۸۸)، پایان نامه کارشناسی ارشد: "تحلیل پایداری و کارایی در

برهم کنش نیرویی بین انسان و ماشین در سیستم‌های هپتیک"، دانشکده مهندسی مکانیک،

دانشگاه صنعتی شریف.

[91] Puerto M.J., Sanchez E. and Gil J.J. (2009), "Control strategies applied to kinesthetic haptic devices", Robotic Intelligence in Informationally Structured Space, 2009. RIISS'09. IEEE Workshop on, pp 137-144.

[92] Wen K., Neculescu D. and Sasiadek J. (2008) "Haptic force control based on impedance/admittance control aided by visual feedback" Multimedia Tools and Applications, 37, 1, pp 39-52.

[93] Frisoli A., Sotgiu E., Avizzano C., Checcacci D. and Bergamasco M. (2004) "Force-based impedance control of a haptic master system for teleoperation" Sensor Review, 24, 1, pp 42-50.

[94] Moreyra M. and Hannaford B. (1998), "A practical measure of dynamic response of haptic devices", Robotics and Automation, 1998. Proceedings. 1998 IEEE International Conference on, pp 369-374 vol.361.

[95] Tsuji T., Morasso P.G., Goto K. and Ito K. (1995) "Human hand impedance characteristics during maintained posture" Biological cybernetics, 72, 6, pp 475-485.

## واژه‌نامه فارسی به انگلیسی

تعقیب چندجمله‌ای	polynomial continuation	surgery training	آموزش جراحی
تفکیک پذیری	resolution	superquadric	آبرویه
تکلینک	single link	exoskeleton and stationary	اسکلتی ثابت
تکینگی	singularity	virtual work principle	اصل کار مجازی
جانشین مجازی	virtual proxy	body-base device	افزاره سوارشونده بر بدن
جبران‌سازی انرژی	energy compensating	body-base device	افزاره قرارگیرنده بر زمین
جراحی از راه دور	tele-surgery	ground-base device	
جراحی بسته با کم‌ترین تهاجم		haptic device	افزاره لامسه‌ای
جراحی با کم‌ترین تهاجم		saturation algorithm	الگوریتم اشباع
جراحی با کم‌ترین تهاجم		passivity	انفعال
جسم تغییرشکل‌پذیر	deformable object	force feedback	بازخورد نیرویی
جفت‌شدگی مجازی	virtual coupling	high-gain feedback	بازخورد با ضرایب بالا
چارچوب	framework	soft tissue	بافت نرم
چندجسمی	multibody	online	برخط
چنگک	grasper	offline	برون خط
حذفی-تجزیه‌ای	dialytic elimination	frequency	بسامد
حسگر	sensor	stability	پایداری
درگاه	port	Grobner bases	پایه‌های گروبنر
درون‌بینی	endoscopic	haptic rendering	پردازش لامسه‌ای
دستینه	handbook	hysteresis	پسماند
دیوار مجازی	virtual wall	collision detection	تشخیص برخورد

penalty-based	مبتنی بر جریمه	slave robot	ربات پیرو
constraints-based	مبتنی بر قیود	master robot	ربات راهبر
impulse-based	مبتنی بر ضربه		روش المان محدود
flow	متغیر جریان	finite element method (FEM)	
effort	متغیر تلاش		روش المان مرزی
opensource	متن باز	boundary element method (BEM)	
end-effector	مجری نهایی	flowchart	رَوَندنما
arthroscopy	مفصل بینی	hysteroscopy	زهدان بینی
home position	موقعیت خانه	platform	سکو
damper	میراگر		شاخص همسانی سراسری
bronchoscopy	نایژه بینی	Global Isotropy Index (GII)	
tactile display	نمایشگر لمسی	laparoscopic	شکم بینی
	واحد پردازنده کارت گرافیک	transparency	شفافیت
graphic processor unit (GPU)		God-object	شیء خوانده
virtual reality (VR)	واقعیت مجازی	condition number	عدد وضعیت
stall	واماندگی	causality	علیت
ill condition	وضعیت بیمار	actuator	عملگر
voxel	وکسل	workspace	فضای کاری
	هماهنگی بین دست و چشم	tele-operation	کاربری از راه دور
hand-eye coordination		catalog	کالانما
isotrop	همسان	probe	کاوند
norm	هنج	development kit (DK)	کیت توسعه
		Jacobian matrix	ماتریس ژاکوبین



## **Abstract**

Haptic rendering is a formidable challenge in virtual reality space. It refers to the process of generating forces from information provided by the computer, which are executed by the haptic device to create a realized tactile object the user can feel.

Considering haptic rendering algorithms for simulating surgical soft tissue interactions, when user move the surgery tool, he must feel force feedback of interaction between virtual tool and virtual tissue and see the effect of tool on tissue. So, correctly model of soft tissue, make interaction fidelity. In literature, authors suggest different methods for deformable object modeling in this simulation.

A method with high speed and good accuracy in the object modeling is used. A network of masses, springs and dampers is applied but tool modeled with a point or with a line that reduce the simulation accuracy. This research tried to innovate a 3 DOF mass-spring-damper model by using a fuzzy rule based expert system to simulate rigid tool and deformable object interaction as two superquadrics. Moreover, system's stability is improved, based on virtual wall and the virtual coupling, saturation and energy compensating algorithms. The maximum user's hand's speed and virtual object's stiffness is calculated while demonstrate stability in that direction.

**Keywords:** Virtual reality space; Haptic rendering; Deformable object; Mass-spring-damper model.





**University of Shahrood**  
**Faculty of mechanic and mechatronic Engineering**

**M.Sc Thesis**

**Virtual reality simulation of dynamic haptic interaction with  
deformable objects**

**SeyyedJavad Hosseini-Zadeh**

**Supervisor:**

**Dr. Mahdi Bamdad**

**February 2015**