

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ



دانشکده: مکانیک

گروه: طراحی کاربردی

تحلیل غیر خطی استاتیکی و دینامیکی پوسته‌های استوانه‌ای تقویت شده بر بستر الاستیک
تحت بارگذاری فشاری

کامران فروتن

استاد راهنما

دکتر علیرضا شاطرزاده

استاد مشاور

دکتر هاشم بابایی

پایان نامه ارشد جهت اخذ درجه کارشناسی ارشد

شهریور ماه ۱۳۹۴



دانشگاه صنعتی شاهرود

مدیریت تحصیلات تکمیلی

فرم شماره (۶)

شماره:

تاریخ:

ویرایش:

باسمه تعالی

فرم صورت جلسه دفاع از پایان نامه تحصیلی دوره کارشناسی ارشد

با تأییدات خداوند متعال و با استعانت از حضرت ولی عصر (عج) نتیجه ارزیابی جلسه دفاع از پایان نامه کارشناسی ارشد آقای کامران فروتن رشته مهندسی هوافضا گرایش سازه‌های هوایی تحت عنوان تحلیل غیرخطی استاتیکی و دینامیکی پوسته‌های استوانه‌ای تقویت شده بر بستر الاستیک تحت بارگذاری فشاری که در تاریخ ۱۳۹۴/۶/۱۶ با حضور هیأت محترم داوران در دانشگاه صنعتی شاهرود برگزار گردید به شرح ذیل اعلام می گردد:

قبول (با درجه : عالی) امتیاز ۲۰ دفاع مجدد مردود

۲- بسیار خوب (۱۸ - ۱۸/۹۹)

۱- عالی (۱۹ - ۲۰)

۴- قابل قبول (۱۴ - ۱۵/۹۹)

۳- خوب (۱۶ - ۱۷/۹۹)

۵- نمره کمتر از ۱۴ غیر قابل قبول

امضاء	مرتبه علمی	نام و نام خانوادگی	عضو هیأت داوران
	استادیار	دکتر علیرضا شاطرزاده	۱- استاد راهنما
	استادیار	دکتر هاشم بابایی	۲- استاد مشاور
	استادیار	دکتر امیر جلالی	۳- نماینده شورای تحصیلات تکمیلی
	دانشیار	دکتر حمیدرضا ایپک چی	۴- استاد ممتحن
	استادیار	دکتر محمد جعفری	۵- استاد ممتحن

امضاء

رئیس دانشکده : محمد محسن شاه مردان



تقدیم اثر

تمامی تلاش چندین ماهه‌ی خود را در این تحقیق به خانواده محترم و همسر عزیزم که با صبر و حوصله و همراهی‌های بی‌دریغشان، اینجانب را در پیشرفت هر چه بهتر پایان نامه یاری و مساعدت نموده‌اند، تقدیم می‌نمایم. امید است بتوانم ذره‌ای از محبت و اولداری‌های شبانه‌روزی این یاران همیشگی را جبران نمایم.

شکر و قدردانی

اکنون که در سایه الطاف خداوند متعال سرانجام این کار به پایان رسیده است، بر خود لازم می‌دانم از جناب آقای دکتر علیرضا شاطرزاده که در منصب استاد راهنما توصیه‌های بی‌شائبه‌ی خود را در جهت کسری صحیح تدوین و گردآوری پروژه ارائه نموده‌اند، مراتب سپاس را به جا آورم و همچنین از استاد مشاور خود جناب آقای دکتر هشتم بلایی و کلیه‌ی کسانی که با سعی و حمایت‌های بی‌دریغ، اینجانب را در به ثمر رساندن این تحقیق یاری رسانده‌اند، خالصانه شکر و قدردانی می‌نمایم و از درگاه ایزدمنان توفیق روز افزون ایشان را خواستار می‌شوم.

تعهدنامه

اینجانب کامران فروتن دانشجوی دوره کارشناسی ارشد رشته هوافضا دانشکده مهندسی مکانیک دانشگاه شاهرود نویسنده پایان نامه تحلیل غیر خطی استاتیکی و دینامیکی پوسته‌های استوانه‌ای تقویت شده بر بستر الاستیک تحت بارگذاری فشاری تحت راهنمایی دکتر علیرضا شاطرزاده متعهد می‌شوم.

- تحقیقات در این پایان نامه توسط اینجانب انجام شده است و از صحت و اصالت برخوردار است.
- در استفاده از نتایج پژوهش‌های محققان دیگر به مرجع مورد استفاده استناد شده است.
- مطالب مندرج در پایان نامه تاکنون توسط خود یا فرد دیگری برای دریافت هیچ نوع مدرک یا امتیازی در هیچ جا ارائه نشده است.
- کلیه حقوق معنوی این اثر متعلق به دانشگاه شاهرود می‌باشد و مقالات مستخرج با نام «دانشگاه شاهرود» و یا «Shahrood University» به چاپ خواهد رسید.
- حقوق معنوی تمام افرادی که در به دست آمدن نتایج اصلی پایان نامه تأثیرگذار بوده‌اند در مقالات مستخرج از پایان نامه رعایت می‌گردد.
- در کلیه مراحل انجام این پایان نامه، در مواردی که از موجود زنده (یا بافت‌های آن‌ها) استفاده شده است ضوابط و اصول اخلاقی رعایت شده است.
- در کلیه مراحل انجام این پایان نامه، در مواردی که به حوزه اطلاعات شخصی افراد دسترسی یافته یا استفاده شده است اصل رازداری، ضوابط و اصول اخلاق انسانی رعایت شده است.

تاریخ

امضای دانشجو

مالکیت نتایج و حق نشر

- کلیه حقوق معنوی این اثر و محصولات آن (مقالات مستخرج، کتاب، برنامه‌های رایانه‌ای، نرم‌افزارها و تجهیزات ساخته شده است) متعلق به دانشگاه شاهرود می‌باشد. این مطلب باید به نحو مقتضی در تولیدات علمی مربوطه ذکر شود.
- استفاده از اطلاعات و نتایج موجود در پایان نامه بدون ذکر مرجع مجاز نمی‌باشد.

چکیده

پوسته‌های استوانه‌ای تقویت‌شده، در صنایع هوافضا کاربرد زیادی دارند. تحلیل دقیق و عددی پوسته‌های تقویت‌شده در صنعت گامی موثر در جهت طراحی این‌گونه پوسته‌ها می‌باشد. در این پایان‌نامه یک روش به‌منظور بررسی پوسته‌های استوانه‌ای مدرج تابعی تقویت‌شده با تقویت‌کننده‌های نامتقارن و در حالت خاص، تقویت‌کننده‌های متقارن و یا تقویت‌کننده‌های طولی و حلقوی که توسط محیط الاستیک احاطه‌شده و تحت فشار عرضی قرار دارد، ارائه‌شده است. شرط مرزی پوسته دو سر ساده و محیط الاستیک با دو پارامتر بستر الاستیک مدل پیشنهادی وینکلر-پاسترناک فرض شده است. البته برای تحلیل دینامیکی، بستر الاستیک غیر خطی نیز در نظر گرفته شده است. جنس تقویت‌کننده‌ها از مواد مدرج تابعی می‌باشد. روابط کرنش-جابجایی با توجه به روابط غیرخطی فن کارمن و تئوری کلاسیک پوسته‌ها به‌دست آمده است. برای حل دینامیکی غیرخطی مسأله از روش تقویت‌کننده‌های تکه‌ای و روش گالرکین استفاده شده است. با در نظر گرفتن یک عبارت سه جمله‌ای برای شکل خیز، رابطه فرکانس-دامنه ارتعاش غیرخطی به‌شکل ساده‌ای تبدیل می‌شود. پاسخ دینامیکی غیرخطی با روش رانگ کوتا مرتبه چهارم به‌دست می‌آید. رفتار کمانش دینامیکی غیرخطی پوسته‌های مدرج تابعی تقویت‌شده نیز بر اساس معیار بدیانسکی-راث بررسی می‌شود. اثر پارامترهایی از جمله تقویت‌کننده‌ها، بستر الاستیک و نیروی تحریک بر منحنی ارتعاش غیر خطی فرکانس-دامنه و تأثیر میرایی و سرعت بارگذاری بر پاسخ‌های دینامیکی غیر خطی پوسته‌های استوانه‌ای مدرج تابعی، بررسی شده است. هم‌چنین فرکانس‌های طبیعی، بارهای کمانش استاتیکی و دینامیکی غیرخطی نیز محاسبه شده است. در تحلیل استاتیکی، تأثیر پارامترهای متفاوت ابعادی، مدهای کمانش، شاخص کسر حجمی ماده و تعداد تقویت‌کننده‌ها بررسی شده است. نتایج عددی نشان می‌دهد که تقویت‌کننده‌ها و بستر الاستیک باعث بالا بردن پایداری پوسته‌ها شده است. هم‌چنین افزایش ضخامت پوسته، کاهش شاخص کسر حجمی، بالا بردن تعداد تقویت‌کننده‌های طولی و حلقوی و به‌کاربردن بستر الاستیک

باعث افزایش بار بحرانی کمانش شده است. همچنین تأثیر زوایای متفاوت تقویت‌کننده‌ها و خواص وابسته به دما بر روی نتایج، در هر دو حالت استاتیکی و دینامیکی بررسی شده است.

کلمات کلیدی

پوسته استوانه‌ای تقویت‌شده، تحلیل دینامیکی غیر خطی، پس‌کمانش، بستر الاستیک، مواد مدرج

تابعی

مقالات مستخرج از پایان نامه

۱- شاطرزاده ع. ر. و فروتن ک، (۱۳۹۴) "تحلیل پس کمانش پوسته‌های استوانه‌ای مدرج تابعی تقویت شده تحت بار فشاری خارجی و احاطه شده توسط بستر الاستیک" مجله مهندسی مکانیک مدرس، شماره ۷، دوره ۱۵: صص ۸۰-۸۸.

۲- تحلیل دینامیکی غیرخطی پوسته‌های استوانه‌ای FGM تقویت شده تحت فشار داخلی یکنواخت (پذیرفته شده- همایش یافته‌های نوین در هوافضا و علوم وابسته)

۳-Nonlinear Dynamic Analysis of ES-FG Cylindrical Shells with Temperature Dependent Properties and Elastic Foundation under Uniform Internal Pressure

(پذیرفته شده- همایش یافته‌های نوین در هوافضا و علوم وابسته)

فهرست مطالب

عنوان	صفحه
فصل اول: پیشگفتار	
۱-۱ مقدمه.....	۲
۲-۱ مواد مدرج تابعی (FGM).....	۳
۱-۲-۱ تاریخچه.....	۳
۲-۲-۱ معرفی مواد مدرج تابعی.....	۳
۳-۲-۱ موارد کاربرد مواد FG.....	۶
۳-۱ تقویت کننده‌ها.....	۷
۱-۳-۱ روش تقویت کننده‌های تکه‌ای.....	۷
۴-۱ بستر الاستیک.....	۸
۵-۱ مروری بر کارهای انجام شده.....	۹
۶-۱ معرفی پایان نامه حاضر.....	۱۱
فصل دوم: روابط حاکم بر پوسته‌های استوانه‌ای مدرج تابعی تقویت شده شامل بستر	
الاستیک تحت فشار	
۱-۲ مقدمه.....	۱۴
۲-۲ مختصات پوسته.....	۱۴
۱-۲-۲ فرضیات حاکم بر پوسته.....	۱۴
۳-۲ مشخصات قانون توانی مواد مدرج تابعی.....	۱۶
۴-۲ روابط بنیادی و معادلات حاکم.....	۱۷
۵-۲ حالت‌های خاص.....	۲۴
۱-۵-۲ پوسته استوانه‌ای با تقویت کننده مایل متقارن ($\theta = \beta$).....	۲۴

۲-۵-۲ پوسته استوانه‌ای با تقویت‌کننده طولی و حلقوی..... ۲۶

۲-۶ خواص مواد وابسته به دما..... ۲۷

۲-۷ پوسته استوانه‌ای تحت فشار داخلی..... ۲۷

فصل سوم: تحلیل دینامیکی پوسته‌های استوانه‌ای

۳-۱ مقدمه..... ۳۰

۳-۲ رهیافت دینامیکی روش گالرکین..... ۳۰

۳-۳ تحلیل ارتعاش غیرخطی..... ۳۵

۳-۴ تحلیل کمانش دینامیکی غیرخطی استوانه مدرج تابعی با تقویت‌کننده..... ۳۷

فصل چهارم: تحلیل استاتیکی پوسته‌های استوانه‌ای

۴-۱ مقدمه..... ۴۰

۴-۲ تحلیل کمانش..... ۴۱

فصل پنجم: نتایج

۵-۱ مقدمه..... ۴۶

۵-۲ معتبرسازی رهیافت حاضر..... ۴۷

۵-۳ نتایج تحلیل دینامیکی..... ۵۰

۵-۳-۱ پوسته با تقویت‌کننده طولی و حلقوی ($\theta = 0, \beta = 90$)..... ۵۰

۵-۳-۱-الف پاسخ ارتعاش غیرخطی پوسته‌های استوانه‌ای..... ۵۰

۵-۳-۱-ب پاسخ کمانش دینامیکی غیرخطی پوسته‌های استوانه‌ای..... ۵۸

۵-۳-۱-ج پاسخ پوسته‌های استوانه‌ای شامل بستر الاستیک خطی و غیرخطی..... ۶۰

۵-۳-۱-د پاسخ پوسته‌های استوانه‌ای با خواص مواد وابسته به دما..... ۶۱

۵-۳-۱-ه پوسته استوانه‌ای تحت فشار داخلی یکنواخت..... ۶۴

۵-۳-۲ پوسته استوانه‌ای با تقویت‌کننده نامتقارن..... ۶۶

۴-۵	نتایج استاتیکی.....	۷۱
۱-۴-۵	پوسته با تقویت کننده طولی و حلقوی ($\theta=0, \beta=90$).....	۷۱
۱-۴-۵	الف پاسخ پوسته‌های استوانه‌ای با خواص مواد وابسته به دما.....	۷۷
۲-۴-۵	پوسته با تقویت کننده نامتقارن.....	۷۸
۵-۵	چکیده نتایج.....	۸۰
۶-۵	پیشنهاداتی برای ادامه کار.....	۸۳
	پیوست‌ها.....	۸۴
	مراجع.....	۸۹

فهرست اشکال

- شکل (۱-۱): تصویر شماتیک ریزساختاری یک ماده مدرج تابعی متشکل از سرامیک-فلز.....۵
- شکل (۲-۱) عکس برداری از مقطع یک ماده مدرج تابعی از جنس (Al/SiC) توسط میکروسکوپ نوری.....۵
- شکل (۳-۱) تغییر خواص در برش عرضی پوسته یک صدف.....۶
- شکل (۱-۲) پوسته استوانه‌ای با تقویت کننده نامتقارن در محیط الاستیک.....۱۵
- شکل (۲-۲) پوسته استوانه‌ای با تقویت کننده طولی و حلقوی در محیط الاستیک.....۱۵
- شکل (۳-۲) دوران مختصات مستطیلی.....۱۸
- شکل (۴-۲) شبکه تقویت کننده نامتقارن.....۱۹
- شکل (۵-۲) دوران مختصات مستطیلی.....۲۴
- شکل (۶-۲) شبکه تقویت کننده متقارن.....۲۵
- شکل (۱-۵) مقایسه فرکانس طبیعی پوسته‌های استوانه‌ای ایزوتروپیک بدون تقویت کننده.....۴۸
- شکل (۲-۵) مقایسه فرکانس طبیعی پوسته‌های استوانه‌ای ایزوتروپیک با تقویت کننده خارجی.....۴۸
- شکل (۳-۵) مقایسه فرکانس طبیعی پوسته‌های استوانه‌ای ایزوتروپیک با تقویت کننده داخلی.....۴۹
- شکل (۴-۵) مقایسه پس‌کمانش پوسته مدرج تابعی تقویت نشده بدون فونداسیون الاستیک تحت فشار خارجی.....۵۰
- شکل (۵-۵) منحنی فرکانس-دامنه ارتعاش غیرخطی پوسته استوانه‌ای مدرج تابعی تقویت شده.....۵۳
- شکل (۶-۵) منحنی فرکانس-دامنه ارتعاش غیرخطی پوسته استوانه‌ای مدرج تابعی با تقویت کننده و بدون تقویت کننده.....۵۳
- شکل (۷-۵) پاسخ‌های غیرخطی پوسته مدرج تابعی با تقویت کننده و بدون تقویت کننده.....۵۴
- شکل (۸-۵) پاسخ‌های غیر خطی پوسته تقویت شده با گام‌های زمانی مختلف.....۵۵
- شکل (۹-۵) رابطه خیز-سرعت پوسته استوانه‌ای تقویت شده تحت نیروی محرکه (Q) برابر با ۱۰^۶ نیوتن بر متر مربع.....۵۵

- شکل (۵-۱۰) رابطه خیز-سرعت پوسته استوانه‌ای تقویت‌شده تحت نیروی محرکه (Q) برابر با $۱۰^۶ \times ۱/۵$ نیوتن بر متر مربع..... ۵۶
- شکل (۵-۱۱) پاسخ غیرخطی پوسته استوانه‌ای تقویت‌شده..... ۵۶
- شکل (۵-۱۲) تأثیر میرایی بر پاسخ غیرخطی پوسته استوانه‌ای تقویت‌شده در دوره‌های اولیه..... ۵۷
- شکل (۵-۱۳) تأثیر میرایی بر پاسخ غیرخطی پوسته استوانه‌ای تقویت‌شده در دوره‌های ثانویه..... ۵۷
- شکل (۵-۱۴) تأثیر سرعت بارگذاری بر پاسخ دینامیکی پوسته تقویت‌شده تحت فشار خارجی بدون فونداسیون الاستیک و مدهای (n و m) به ترتیب برابر ۱ و ۸..... ۵۹
- شکل (۵-۱۵) تأثیر سرعت بارگذاری بر پاسخ دینامیکی پوسته تقویت‌شده تحت فشار خارجی با فونداسیون الاستیک و مدهای (n و m) به ترتیب برابر ۱ و ۸..... ۵۹
- شکل (۵-۱۶) تأثیر ضریب بستر الاستیک غیرخطی منفی، بر پاسخ کمانش دینامیکی پوسته استوانه-ای..... ۶۱
- شکل (۵-۱۷) تأثیر ضریب بستر الاستیک غیرخطی مثبت، بر پاسخ کمانش دینامیکی پوسته استوانه-ای..... ۶۱
- شکل (۵-۱۸) فرکانس‌های طبیعی پوسته‌های استوانه‌ای تقویت‌شده با خواص مواد مدرج تابعی وابسته به دما..... ۶۲
- شکل (۵-۱۹) پاسخ‌های غیرخطی پوسته مدرج تابعی با خواص مواد مدرج تابعی وابسته به دما..... ۶۳
- شکل (۵-۲۰) پاسخ‌های غیرخطی پوسته مدرج تابعی تقویت‌شده با خواص مواد مدرج تابعی وابسته به دما..... ۶۴
- شکل (۵-۲۱) پاسخ‌های غیرخطی پوسته مدرج تابعی با تقویت‌کننده و بدون تقویت‌کننده تحت فشار داخلی..... ۶۵
- شکل (۵-۲۲) پاسخ غیرخطی پوسته استوانه‌ای تقویت‌شده تحت فشار داخلی..... ۶۵

- شکل (۲۳-۵) تأثیر میرایی بر پاسخ غیرخطی پوسته استوانه‌ای تقویت‌شده در دوره‌های زمانی بالا تحت فشار داخلی..... ۶۶
- شکل (۲۴-۵) پاسخ غیرخطی پوسته استوانه‌ای مدرج تابعی برای زوایای مختلف تقویت‌کننده..... ۶۸
- شکل (۲۵-۵) پاسخ فرکانس طبیعی پوسته استوانه‌ای مدرج تابعی برای زوایای مختلف تقویت-کننده..... ۶۹
- شکل (۲۶-۵) پاسخ کمانش دینامیکی پوسته استوانه‌ای مدرج تابعی برای زوایای مختلف تقویت-کننده..... ۷۰
- شکل (۲۷-۵) منحنی پس‌کمانش پوسته مدرج تابعی تقویت‌شده بدون بستر الاستیک با شاخص کسر حجمی متفاوت..... ۷۱
- شکل (۲۸-۵) منحنی پس‌کمانش پوسته استوانه‌ای مدرج تابعی تقویت‌شده با بستر و بدون بستر با نسبت R/h متفاوت..... ۷۲
- شکل (۲۹-۵) منحنی پس‌کمانش پوسته استوانه‌ای مدرج تابعی تقویت‌شده با بستر و بدون بستر با نسبت L/R متفاوت..... ۷۳
- شکل (۳۰-۵) منحنی پس‌کمانش پوسته استوانه‌ای تقویت‌شده و تقویت نشده با بستر الاستیک با شاخص کسر حجمی متفاوت..... ۷۴
- شکل (۳۱-۵) تأثیر تقویت‌کننده‌های طولی و حلقوی برای پوسته استوانه‌ای مدرج تابعی با بستر و بدون بستر..... ۷۵
- شکل (۳۲-۵) تأثیر بستر الاستیک وینکلر و پاسترناک برای پوسته استوانه‌ای مدرج تابعی تقویت-شده..... ۷۶
- شکل (۳۳-۵) تأثیر جنس بر ظرفیت تحمل بار کمانشی پوسته استوانه‌ای..... ۷۷
- شکل (۳۴-۵) منحنی پس‌کمانش پوسته استوانه‌ای با خواص مواد مدرج تابعی وابسته به دما..... ۷۸

شکل (۳۵-۵) منحنی پس کمانش پوسته استوانه‌ای مدرج تابعی برای زوایای مختلف تقویت-

کننده.....۷۹

فهرست جداول

- جدول (۱-۵) پارامترهای مورد نیاز برای تحلیل دینامیکی پوسته‌های استوانه‌ای..... ۴۶
- جدول (۲-۵) پارامترهای مورد نیاز برای تحلیل استاتیکی پوسته‌های استوانه‌ای..... ۴۷
- جدول (۳-۵) انواع تقویت‌کننده‌ها..... ۴۷
- جدول (۴-۵) مقایسه بار کمانش استاتیکی پوسته استوانه‌ای ایزوتروپیک با تقویت‌کننده داخلی تحت فشار خارجی..... ۴۹
- جدول (۵-۵) مقایسه فرکانس‌های طبیعی پوسته استوانه‌ای ایزوتروپیک بدون تقویت‌کننده با فونداسیون الاستیک..... ۴۹
- جدول (۶-۵) فرکانس طبیعی پوسته‌های استوانه‌ای مدرج تابعی با تقویت‌کننده دارای ارتعاش..... ۵۱
- جدول (۷-۵) تأثیر فونداسیون و تقویت‌کننده بر روی فرکانس طبیعی پوسته‌های استوانه‌ای..... ۵۲
- جدول (۸-۵) تأثیر فونداسیون الاستیک و تقویت‌کننده بر بار بحرانی کمانش پوسته استوانه‌ای مدرج تابعی ($\times 10^5$)..... ۶۰
- جدول (۹-۵) ضرایب خواص مواد مدرج تابعی..... ۶۲
- جدول (۱۰-۵) بار بحرانی کمانش برای پوسته استوانه‌ای تقویت‌شده و بدون تقویت‌کننده با بستر و بدون بستر ($m=1$)..... ۷۵

فصل اول

پیشگفتار

۱-۱ مقدمه

تحلیل استاتیکی و دینامیکی پوسته‌های استوانه‌ای، مورد علاقه‌ی بسیاری از محققان در سراسر جهان می‌باشد. در تحلیل استاتیکی، بسیاری از مطالعات بر کمانش و پس‌کمانش ناشی از بارهای حرارتی و مکانیکی متمرکز است. در عمل به‌منظور تقویت سازه جهت تحمل بارهای اعمالی از تقویت‌کننده‌هایی^۱ با وزن کم استفاده می‌شود. پوسته استوانه‌ای تقویت‌شده مدرج تابعی در مهندسی مدرن، کاربرد بیشتری دارد. در بسیاری از مسائل کاربردی، پوسته تحت بار فشاری است و ممکن است دچار کمانش شود. بنابراین، تحقیق در مورد پایداری غیرخطی این سازه‌ها مورد توجه دانشمندان قرار گرفته است. مطالعه بر روی رفتار دینامیکی-استاتیکی غیرخطی این قبیل سازه‌ها از منظر عملی دارای اهمیت ویژه‌ای است. با این حال با بررسی‌های صورت گرفته می‌توان گفت مطالعات انجام‌شده بر تحلیل‌های غیرخطی استاتیکی و دینامیکی بسیار محدود است. در سال‌های اخیر به دلیل قابلیت‌های فراوان مواد مدرج تابعی^۲، استفاده از این مواد در صنایع پیشرفته گسترش یافته است. مزایای استفاده از این مواد این است که به علت تغییرات تدریجی در ساختار و خصوصیات ماده، مشکلات موجود در فصل مشترک دو ماده متفاوت حذف‌شده و تنش‌های حرارتی، تنش‌های پسماند و عامل تمرکز تنش، نسبت به مواد مرکب لایه‌ای^۳ و یا روش‌های مرسوم برای مقاوم‌سازی ماده بسیار کاهش می‌یابد. از ورق‌های مدرج تابعی به‌عنوان سدهای حرارتی در محیط‌هایی با دمای بسیار بالا مانند سازه‌های فضایی، راکتور هسته‌ای، پره‌های توربین، توربین گازی پیشرفته و سیستم‌های احتراق استفاده‌شده است. اغلب این مواد از ترکیب سرامیک با فلز یا ترکیبی از فلزات ساخته می‌شوند.

1 - Stiffeners

2 - Functionally graded material

3 - Laminated composite material

۱-۲-۲ مواد مدرج تابعی (FGM)

۱-۲-۱ تاریخچه

نیاز بشر برای یافتن موادی که دارای ویژگی‌های بهتری نسبت به مواد خالص و مرکب موجود در صنایع بودند، دانشمندان را به سمت تولید FGM^۴ هدایت نمود. هرچند اولین پیشنهاد در مورد ساخت و تولید مواد دارای تغییرات تابعی در خواص را سال ۱۹۷۲ بور و دووز ارائه کردند و قبل از آن- هم تحقیقاتی در مورد آن به صورت گسسته صورت گرفته بود ولی برای اولین بار نام FGM توسط محققان ژاپنی در دهه ۱۹۸۰ به این مواد داده شد و پس از آن به تدریج این مواد در سطح بین‌المللی ساخته شدند. نینو و کویزومی از جمله افرادی بودند که در آن زمان در ژاپن مأمور تحقیق در مورد مواد جدید شدند و به علت نیاز این کشور به این مواد برای توسعه صنایع هوایی این تحقیقات به- صورت جدی دنبال شد [۳۲].

۱-۲-۲ معرفی مواد مدرج تابعی

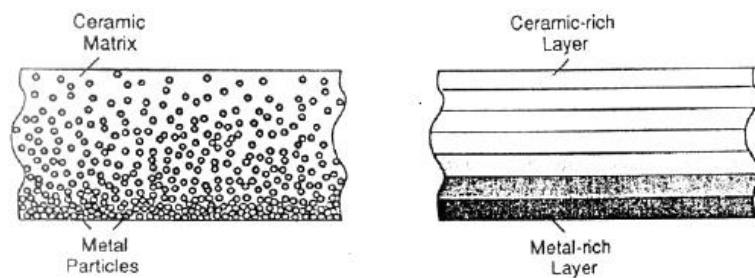
مواد مدرج تابعی مواد کامپوزیتی با ریزساختار ناهمگنی می‌باشند که خواص مکانیکی آن‌ها به طور ملایم و پیوسته از یک سطح به سطح دیگر تغییر می‌کند. این خاصیت ویژه به وسیله تغییر یکنواخت در نسبت حجمی مواد تشکیل‌دهنده آن‌ها به دست می‌آید. در سال‌های اخیر با توسعه‌ی موتورهای پر قدرت الکتریکی، توربین‌ها، راکتورها و تجهیزات صنایع هوافضا و دیگر ماشین‌آلات صنعتی، استفاده از موادی با مقاومت حرارتی بالا و مقاوم از لحاظ مکانیکی یک نیاز ضروری به شمار می‌رود. مواد FG در صنعت، جهت استفاده در محیط‌هایی با درجه حرارت بسیار بالا مانند راکتورهای هسته‌ای به شمار می‌روند و پیش‌بینی می‌گردد با توجه به ویژگی‌های منحصر به فرد این مواد، کاربردهای صنعتی آن‌ها در طی سال‌های آتی توسعه یابد. در سال‌های قبل در صنایع هوافضا از مواد سرامیکی خالص جهت پوشش دهی و روکش نمودن قطعات تحت اثر دمای کاری بالا استفاده می‌شد. این مواد عایق‌های

⁴ Functionally Graded Materials

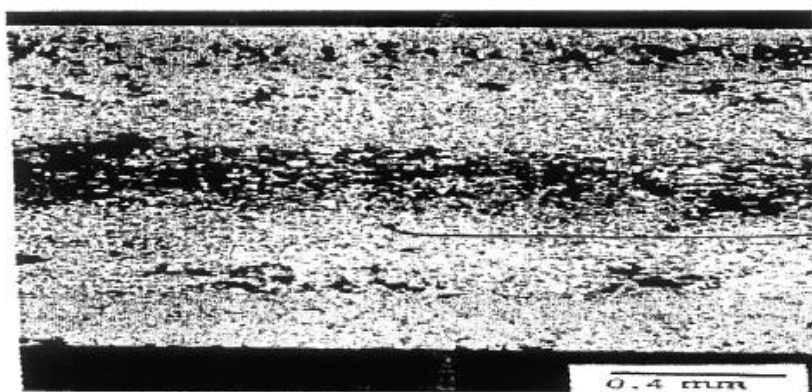
بسیار خوبی بودند ولی مقاومت زیادی در برابر تنش‌های اعمالی نداشتند. به‌ویژه تنش‌های پسماند در این مواد مشکلات زیادی از جمله حفره و ترک ایجاد می‌نمود بعدها برای رفع این مشکل از مواد کامپوزیت لایه‌ای استفاده شد. تنش‌های حرارتی در این مواد نیز موجب پدیده لایه‌لایه شدن می‌گردید. با توجه به این مشکلات، طرح ماده‌ای مرکب که هم مقاومت حرارتی و مکانیکی بالا داشته و هم مشکل لایه‌لایه^۵ شدن را نداشته باشد، ضرورت پیدا کرد. به این ترتیب با توجه به مشکلاتی که در صنایع مختلف برای مواد تحت تنش‌های حرارتی بالا وجود داشت، دانشمندان علم مواد برای اولین بار مواد FG را به‌عنوان ماده‌ای با تحمل حرارتی بالا پیشنهاد نمودند و نخستین نمونه از این مواد را در سال ۱۹۸۴ در منطقه سندایی ژاپن در آزمایشگاه هوافضای نینو تولید کردند.

نوع رایج این مواد ترکیب پیوسته‌ای از فلزات و سرامیک‌ها می‌باشد که از مخلوط نمودن پودر آن‌ها به دست می‌آیند به طوری که تغییر فلز و سرامیک از یک سطح به سطح دیگر کاملاً پیوسته می‌باشد. به‌گونه‌ای که مثلاً یک سطح از جنس سرامیک خالص و سطح دیگر از جنس فلز خالص است و بین دو سطح ترکیب پیوسته‌ای از هر دو ماده می‌باشد. از این رو خواص مکانیکی نیز با توجه به نوع ترکیب، تغییرات پیوسته‌ای در جهت ضخامت دارد. این مواد با توجه به پیوستگی ترکیب اجزای تشکیل‌دهنده‌شان دارای خواص مکانیکی مؤثرتری نسبت به مواد کامپوزیت لایه‌ای می‌باشند. نسبت این ترکیب در راستای ضخامت جسم متغیر بوده و چگالی ذرات فلز معلق در بستر سرامیک از سطح فلزی تا سطح سرامیکی توسط یک تابع معین که می‌تواند خطی، غیرخطی یا نمایی باشد کاهش یا افزایش می‌یابد.

تصویر شماتیک یک ماده FG متشکل از سرامیک-فلز در شکل (۱-۱) مشاهده می‌گردد. در شکل (۱-۱) (۲) تصاویر عکس برداری شده توسط میکروسکوپ نوری از مقطع یک FGM از جنس الماس-آلومینیوم (Al/Sic) مشاهده می‌شود.



شکل (۱-۱) تصویر شماتیک ریزساختاری یک ماده مدرج تابعی متشکل از سرامیک-فلز



شکل (۲-۱) عکس برداری از مقطع یک ماده مدرج تابعی از جنس (Al/Sic) توسط میکروسکوپ نوری

همان‌گونه که اشاره شد امتیاز اصلی مواد درجه‌بندی‌شده‌ی تابعی مقاومت بسیار بالای آن‌ها در برابر محیط‌هایی با درجه حرارت بالا (تغییرات دمایی بالا) می‌باشد، به‌گونه‌ای که مؤلفه سرامیکی ماده به دلیل ضریب هدایت حرارتی پایین باعث مقاومت در برابر دماهای بسیار بالا می‌گردد. از سوی دیگر مؤلفه فلزی باعث جلوگیری از رشد ترک و شکست ماده در اثر تنش‌های حرارتی ایجادشده می‌شود. هم‌چنین پیوستگی تغییرات ریزساختاری باعث امتیاز ماده درجه‌بندی‌شده‌ی تابعی نسبت به انواع مواد مرکب لایه‌ای گردیده است. همانند دیگر مواد ساخته‌شده به دست بشر که نمونه‌ای در طبیعت دارند، FGM نیز نمونه‌هایی در طبیعت دارند. شکل (۳-۱) برش عرضی از پوسته یک صدف می‌باشد. تغییر پیوسته این ماده در سطح این پوسته کاملاً در شکل ظاهری آن مشخص است.



شکل (۱-۳) تغییر خواص در برش عرضی پوسته یک صدف

دندان‌ها، صدف‌ها، استخوان‌ها و درختان بامبو، مثال‌هایی هستند از این که نشان داده‌شود چگونه طبیعت به ساختمان میکروسکوپی مواد با قرار دادن عناصر قوی‌تر در جایی که تنش و کرنش در بالاترین حد خود می‌باشند، نظم می‌دهد. ساختارهای بیولوژیکی برای این که قدرت یکسانی را در تمام حالات فراهم نمایند، خلق‌شده‌اند تا از تنش زیاد جلوگیری کرده و شانس باقی‌ماندن را به وسیله کاهش دادن امکان شکست ساختاری در حالت شوک حرارتی و یا ضربه گسترش دهند [۳۲].

۱-۲-۳ موارد کاربرد مواد FG

از جمله کاربردهای اصلی این مواد می‌توان استفاده در راکتورهای هسته‌ای (مواد تشکیل‌دهنده دیوار داخلی راکتور)، استفاده در صنایع شیمیایی (غشاها و کاتالیست‌ها)، استفاده در مهندسی پزشکی (کاشت دندان مصنوعی، استخوان‌ها یا اندام‌های مصنوعی) و سایر فناوری‌های نوین مانند موتورهای سرامیکی و پوشش در برابر خوردگی و حرارت را نام برد. همچنین این مواد در ساخت صفحات و پوسته‌های مخازن-راکتورها، توربین‌ها و دیگر اجزای ماشین‌ها نیز کاربرد زیادی دارند؛ زیرا این قطعات آمادگی بالایی جهت واماندگی ناشی از کم‌انرژی حرارتی را دارند. از دیگر مزایای مواد FG نسبت به

مواد کامپوزیت لایه‌ای، عدم گسستگی در محل اتصال لایه‌ها می‌باشد، زیرا همان‌طور که گفته شد در مواد FG ترکیب عناصر پیوسته و تدریجی می‌باشد. از دیگر مزایای مواد درجه‌بندی‌شده‌ی تابعی می‌توان به استفاده از آن‌ها در ساخت پوشش عایق‌های حرارتی نیز اشاره نمود. مواد درجه‌بندی‌شده تابعی موادی کامپوزیت می‌باشند که از نظر میکروسکوپی غیر همگن بوده و خصوصیات ساختاری آن‌ها از قبیل نوع توزیع، اندازه فازها، به‌طور تدریجی از سطحی به سطح دیگر تغییر می‌کند و همین تغییر تدریجی منجر به تغییر تدریجی خواص در آن‌ها می‌شود. این مواد عموماً از مخلوط سرامیک با فلز و یا ترکیبی از فلزات مختلف (با ضرایب حرارتی متفاوت) ساخته می‌شوند. ماده سرامیک مقاومت دمایی بالایی را به خاطر رسانایی گرمایی کم دارا می‌باشد و ماده فلزی به علت خاصیت چکش‌خواری، از شکستگی یا ترک به علت تنش حرارتی ممانعت به عمل می‌آورد.

۱-۳ تقویت‌کننده‌ها

صفحات تقویت‌شده با دنده‌ها، نشان‌دهنده یک دسته اجزای ساختاری است، که به‌طور گسترده در پوسته و عرشه کشتی‌ها، پل‌ها، وسایل نقلیه زمینی و فضایی و ساختمان‌ها و غیره استفاده می‌شود. هم‌چنین تقویت‌کننده‌های مایل داخلی پوسته را می‌توان یک مدل ساده‌شده از شیار خان‌های درون لوله یک سلاح تعبیر کرد. برای مطالعه ارتعاشات صفحات تقویت‌شده، از روش‌های مختلف تحلیلی و عددی استفاده می‌شود. روش تقویت‌کننده‌های تکه‌ای یک مدل رایج می‌باشد [۳۳].

۱-۳-۱ روش تقویت‌کننده‌های تکه‌ای

کشف زودرس روش تقویت‌کننده‌های تکه‌ای، مناسب‌ترین روش برای تقریب و پیش‌بینی سریع ارتعاشات می‌باشد. از آنجاکه مدل‌های روش تقویت‌کننده‌های تکه‌ای صفحه تقویت‌شده، معادل صفحه ارتوتروپیک می‌باشد، تئوری استاندارد برای صفحات ارتوتروپیک می‌تواند بدون هیچ‌گونه مطالعه اضافی، برای صفحات ارتوتروپیک تکه‌ای نیز به کار رود. در این صورت با یک مدل، می‌توان یک صفحه

تقویت شده را معادل صفحه ارتوتروپیک تکه‌ای در نظر گرفت و خواص این مدل می‌تواند، برای هر برنامه تجاری که با صفحات ارتوتروپیک سر و کار دارد، تخمین زده شود. روش تکه‌ای در سال ۱۹۷۰ توسعه داده شد. به روش تقویت‌کننده‌های تکه‌ای، روش سیلارد^۶ نیز گفته می‌شود [۳۳].

۴-۱ بستر الاستیک

یکی از رایج‌ترین شیوه‌های مدل‌سازی و آنالیز شمع‌ها، شالوده‌ها و روسازی راه و راه‌آهن، استفاده از تئوری فنرهای ارتجاعی وینکلر می‌باشد که این تئوری، خاک را به صورت مجموعه‌ای از فنرهای مجزا در نظر گرفته و بدین صورت تغییر مکان نقطه اثر بار را متناسب با بار اعمالی در نظر می‌گیرد. امروزه با وجود مدل‌های رفتاری پیشرفته، این روش هنوز هم رایج‌ترین مدل مورد استفاده در بین طراحان است. محبوبیت مدل وینکلر به علت سهولت کاربرد آن در روش‌های تحلیلی و نیز امکان اعمال آن در برنامه‌های کامپیوتری موجود برای طراحی می‌باشد. وینکلر در مدل پیشنهادی خود، برای هر نقطه از پی یک تنش تماسی q (فشار) و یک تغییر مکان Δ در نظر می‌گیرد، در نتیجه رفتار خاک مشابه فنرهایی با سختی k که طبق رابطه $(k = \frac{q}{\Delta})$ قابل محاسبه می‌باشد، مدل می‌گردد. در این مدل خاک به صورت فنرهای کاملاً مجزا با سختی یکسان در سطح پی تقریب زده می‌شود یعنی از انتقال برش در توده خاک صرف‌نظر گردیده و خاک با مدول برشی صفر فرض می‌شود. روش تحلیل تیر بر روی بستر ارتجاعی پیوسته نخستین بار توسط وینکلر [۳۴] در سال ۱۸۶۷ ارائه گردید و سپس در سال ۱۸۸۷ توسط زیمرمن توسعه یافت [۳۵].

۱-۵ مروری بر کارهای انجام شده

شن [۱] کمانش پوسته‌های نازک استوانه‌ای مدرج تابعی کامل و ناقص در محیط‌های حرارتی تحت فشار جانبی و با استفاده از تئوری کلاسیک و با استفاده از هندسه‌ی تئوری غیرخطی فن کارمن-دائل^۷ را ارائه داده است. همچنین با استفاده از تئوری تغییر شکل برشی مرتبه بالا؛ به بررسی پس‌کمانش^۸ پوسته‌های استوانه‌ای هیبریدی^۹ مدرج تابعی در محیط‌های حرارتی تحت بار محوری پرداخته است. هوانگ و هان [۲-۵] به مطالعه کمانش و پس‌کمانش پوسته‌های استوانه‌ای مدرج تابعی بدون تقویت‌کننده^{۱۰} تحت بار پیچشی، فشار محوری، فشار شعاعی، ترکیب فشار محوری و شعاعی بر اساس تئوری پوسته دائل و روابط غیرخطی کرنش-جابجایی برای تغییر شکل‌های بزرگ پرداخته‌اند. شن [۶] کمانش پیچشی و پس‌کمانش پوسته‌های استوانه‌ای مدرج تابعی در محیط‌های حرارتی را بررسی نموده است. کمانش غیرخطی پوسته‌های مخروطی مدرج تابعی توسط صوفیه [۷] مورد مطالعه قرار گرفته است. صوفیه [۸] و زوزولیا و ژانگ [۹] رفتار پوسته‌های استوانه‌ای متقارن مدرج تابعی بر اساس تئوری مرتبه بالا را مورد مطالعه قرار داده‌اند. پس‌کمانش پوسته‌های استوانه‌ای مدرج تابعی شامل بستر الاستیک تحت بار فشار محوری داخلی توسط شن و همکاران [۱۰] مورد مطالعه قرار گرفته است. باقری زاده و همکاران [۱۱] به بررسی کمانش مکانیکی پوسته‌های استوانه‌ای مدرج تابعی شامل بستر الاستیک پاسترناک^{۱۱} پرداخته‌اند. صوفیه [۱۲] تحلیل کمانش پوسته‌های مدور مدرج تابعی تحت بارگذاری ترکیبی با بستر الاستیک از نوع پاسترناک را ارائه داده است. نجفی زاده و همکاران [۱۳] کمانش استاتیکی خطی پوسته استوانه‌ای مدرج تابعی تحت بار محوری با تقویت-کننده‌های طولی و حلقوی را مطالعه کرده‌اند. بیچ و همکاران [۱۴] تحلیل استاتیکی و دینامیکی غیرخطی صفحات مدرج تابعی، پنل‌های استوانه‌ای و پوسته‌های کوتاه با سیستم تقویت‌کننده همگن

7 - von Karman-Donnell

8 - Postbuckling

9 - Hybrid

10 - Unstiffened

11 - Pasternak

را بررسی کرده‌اند. دانگ و هوا [۱۵-۱۶] به مطالعه تحلیلی کمانش استاتیکی غیرخطی و تحلیل پس-کمانش پوسته‌های استوانه‌ای مدور مدرج تابعی با تقویت‌کننده تحت فشار خارجی و بار پیچشی با تقویت‌کننده‌های مدرج تابعی پرداخته‌اند. داک و تانگ [۱۷] به بررسی کمانش غیرخطی پوسته‌های استوانه‌ای مدرج تابعی تقویت‌شده واقع در یک محیط حرارتی با خواص وابسته به دما پرداخته‌اند.

دانگ و نام [۱۸] حل تحلیلی دینامیکی پوسته‌های استوانه‌ای مدرج تابعی تحت فشار خارجی احاطه‌شده توسط بستر الاستیک با تقویت‌کننده فلز را انجام داده‌اند. دارابی و همکاران [۱۹] به تحلیل رزونانس پارامتری خطی و غیرخطی پوسته‌های استوانه‌ای مدرج تابعی بدون تقویت‌کننده پرداخته‌اند.

صوفیه [۲۰] و صوفیه و اسپنک [۲۱] پارامترهای بحرانی را برای پوسته‌های نازک استوانه‌ای بدون تقویت‌کننده تحت افزایش خطی بارگذاری پیچشی دینامیکی و تحت بارگذاری ضربه‌ای محوری تناوبی با استفاده از روش گالرکین به همراه روش تغییرات ریتز^{۱۲} به دست آورده‌اند. شنگ و وانگ [۲۲] ارتعاش ترمومکانیکی پوسته مدرج تابعی با جریان سیال را تحلیل کرده‌اند. صوفیه [۲۳-۲۵] و دینیز و صوفیه [۲۶] ارتعاشات و ناپایداری دینامیکی پوسته‌های مخروطی مدرج تابعی را مورد بررسی قرار داده‌اند. هنگ [۲۷] ارتعاشات حرارتی پوسته‌های استوانه‌ای مدرج تابعی مگنتواستریکتیو^{۱۳} را مورد مطالعه قرار داده است. هوانگ و هان [۲۸] کمانش دینامیکی غیرخطی پوسته‌های استوانه‌ای مدرج تابعی بدون تقویت‌کننده در معرض بار محوری وابسته به زمان بر اساس معیار کمانش دینامیکی بدیانسکی-راث^{۱۴} [۲۹] را ارائه داده‌اند. آن‌ها اثر پارامترهای مختلفی از جمله شاخص ناهمگنی، سرعت بارگذاری، پارامترهای ابعادی؛ افزایش دمای محیط و نقص اولیه را در کمانش دینامیکی غیرخطی مورد بررسی قرار داده‌اند. بررسی ارتعاشات پیچشی و پایداری پوسته‌های استوانه‌ای مدرج تابعی ارتوتروپیک^{۱۵} با بستر الاستیک توسط نجفو و همکاران [۳۰] انجام شده است. داک و

12 - Ritz type variation method

13 - Magnetostrictive

14 - Budiansky-Roth

15 - Orthotropic

تانگ [۳۱] با استفاده از تئوری تغییر شکل برشی مرتبه اول و تابع تنش به همراه معادلات کامل حرکت به بررسی پاسخ دینامیکی غیرخطی پوسته‌های استوانه‌ای مدرج تابعی تقویت‌شده پرداخته‌اند.

۱-۶ معرفی پایان‌نامه حاضر

در این رساله تحلیل غیرخطی استاتیکی و دینامیکی پوسته‌های استوانه‌ای تقویت‌شده FGM بر بستر الاستیک مورد بررسی قرار گرفته است. روابط کرنش-جابجایی با توجه به روابط غیرخطی فن کارمن و تئوری کلاسیک پوسته‌ها به دست آمده است. همچنین برای حل دینامیکی غیرخطی مسأله از روش تقویت‌کننده‌های تکه‌ای^{۱۶} و روش گالرکین^{۱۷} استفاده شده است.

نوآوری کار حاضر را به‌طور خلاصه به‌صورت زیر می‌توان بیان نمود:

در تمامی مقالات، پوسته استوانه‌ای مدرج تابعی با تقویت‌کننده طولی یا حلقوی و یا هر دو شامل بستر الاستیک خطی، بررسی شده است در حالی که در کار حاضر، علاوه بر پوسته استوانه‌ای مدرج تابعی با تقویت‌کننده طولی و حلقوی، به بررسی پوسته استوانه‌ای مدرج تابعی با تقویت‌کننده مایل با زوایای متقارن و نامتقارن شامل بستر الاستیک خطی و غیرخطی، تحت فشار خارجی پرداخته شده است. همچنین در این پژوهش، اثر جنس پوسته و تقویت‌کننده‌ها (فلز، سرامیک و مواد مدرج تابعی)، خواص وابسته به دما و فشار داخلی مورد بررسی قرار گرفته است.

در فصل دوم روابط حاکم بر پوسته‌های استوانه‌ای مدرج تابعی تقویت‌شده شامل بستر الاستیک تحت فشار استخراج شده است.

در فصل سوم به تحلیل دینامیکی پوسته استوانه‌ای تقویت‌شده شامل بستر الاستیک تحت فشار خارجی پرداخته شده است.

در فصل چهارم به تحلیل استاتیکی پوسته استوانه‌ای تقویت‌شده شامل بستر الاستیک تحت فشار خارجی پرداخته شده است.

در فصل پنجم نتایج حاصل از تحلیل پوسته استوانه‌ای مورد بحث و بررسی قرار گرفته است.

فصل دوم

روابط حاکم بر پوسته‌های

استوانه‌ای مدرج تابعی تقویت‌شده

شامل بستر الاستیک تحت فشار

۲-۱ مقدمه

در این فصل، معادلات حرکت پوسته‌های استوانه‌ای مدرج تابعی تقویت‌شده که توسط محیط الاستیک احاطه‌شده و تحت فشار قرار دارد، ارائه‌شده است. روابط اساسی و معادلات تعادل بر اساس روش تقویت‌کننده‌های تکه‌ای و تئوری کلاسیک پوسته و با توجه به روابط غیرخطی فن کارمن، به دست آمده است.

۲-۲ مختصات پوسته

یک پوسته نازک استوانه‌ای مدور مدرج تابعی تقویت‌شده به طول L ، شعاع R ، ضخامت h ، که توسط بستر الاستیک خطی (k_w, k_s) و غیرخطی (k_{nl}) احاطه‌شده در نظر گرفته می‌شود. طول تقویت‌کننده d_{st} ، فاصله بین دو تقویت‌کننده s و جنس تقویت‌کننده‌ها نیز مدرج تابعی می‌باشند. مختصات اصلی x ، y و z به ترتیب در راستای محوری، محیطی و شعاعی می‌باشد. در شکل (۲-۱) پوسته با تقویت‌کننده نامتقارن نمایش داده‌شده است. در شکل (۲-۲) نیز یک حالت خاص از پوسته با تقویت‌کننده نامتقارن نمایش داده‌شده است که در این حالت پوسته دارای تقویت‌کننده طولی یعنی $\theta = 0$ یا $\beta = 90$ و تقویت‌کننده حلقوی یعنی $\theta = 90$ یا $\beta = 90$ می‌باشد. d_r ، S_r و h_s ، d_s ، S_s به ترتیب فاصله، عرض و ضخامت تقویت‌کننده طولی و حلقوی می‌باشد.

۲-۲-۱ فرضیات حاکم بر پوسته

تحلیل حاضر بر مبنای فرضیات زیر می‌باشد:

۱- پوسته نازک، استوانه‌ای و مدور کامل می‌باشد.

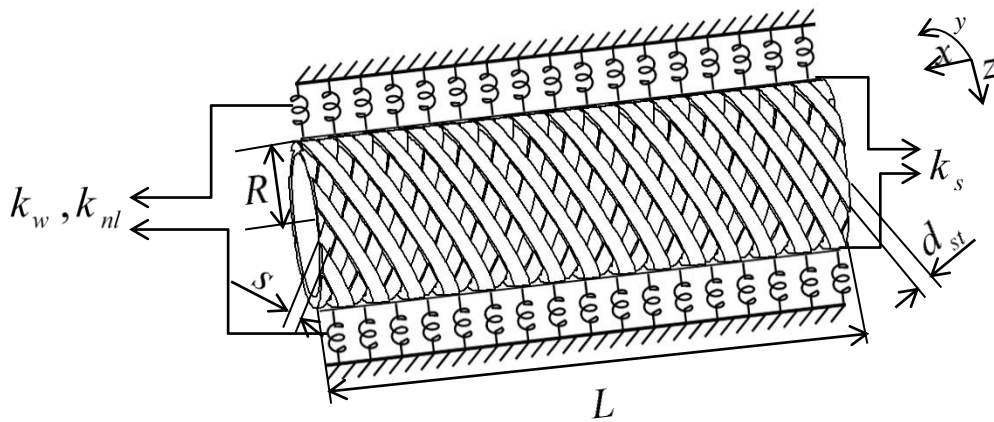
۲- جنس پوسته مدرج تابعی می‌باشد.

۳- جنس تقویت‌کننده‌ها مدرج تابعی می‌باشد.

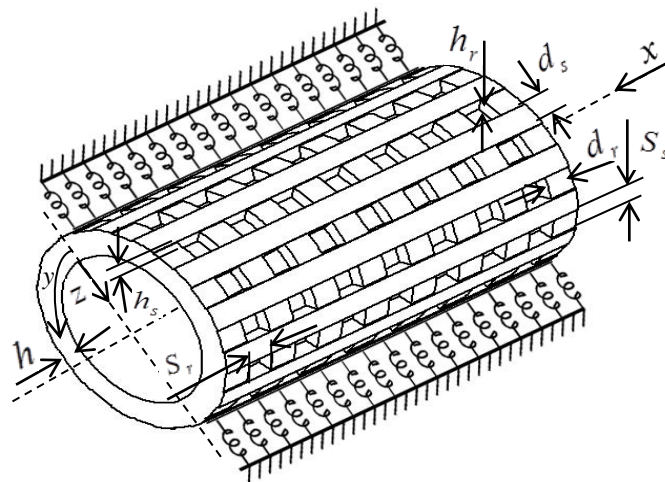
۴- تئوری به کار برده شده، تئوری کلاسیک پوسته^{۱۸} می باشد.

۵- تقویت کننده ها می توانند داخل و یا در خارج پوسته قرار داشته باشند.

۶- بستر الاستیک خطی شامل بستر الاستیک وینکلر^{۱۹} و سفتی لایه برشی بر اساس مدل پاسترناک می باشد.



شکل (۱-۲) پوسته استوانه ای با تقویت کننده نامتقارن در محیط الاستیک



شکل (۲-۲) پوسته استوانه ای با تقویت کننده طولی و حلقوی در محیط الاستیک

18 - Classical shell theory
19 - Winkler

۳-۲ مشخصات قانون توانی^{۲۰} مواد مدرج تابعی

مواد مدرج تابعی ترکیبی از فلز و سرامیک می‌باشد و به دو صورت زیر در نظر گرفته شده است:

الف) سطح درونی سرامیک و سطح خارجی فلز

ب) سطح درونی فلز و سطح خارجی سرامیک

با اعمال قانون توانی، کسر حجمی^{۲۱} به صورت رابطه (۱-۲) می‌باشد:

$$V_{in} = V_{in}(z) = \left(\frac{2z + h}{2h} \right)^k \quad (1-2)$$

$$V_{ou} = V_{ou}(z) = 1 - V_{in}(z)$$

که h ضخامت پوسته؛ $k \geq 0$ شاخص کسر حجمی؛ z مختصات ضخامت که بین $-h/2$ و $h/2$ می‌باشد؛ زیرنویس in و ou به ترتیب ماده انتخابی درونی و بیرونی را نشان می‌دهد.

مشخصه مؤثر (Pr_{eff}) پوسته مدرج تابعی بر اساس قانون ترکیب خطی به صورت رابطه (۲-۲) تعیین می‌شود:

$$Pr_{eff} = Pr_{ou}(z)V_{ou}(z) + Pr_{in}(z)V_{in}(z) \quad (2-2)$$

بر طبق قانون ذکرشده، مدول یانگ^{۲۲} و دانسیته جرمی^{۲۳} برای پوسته و تقویت‌کننده‌ها به شکل رابطه (۳-۲) بیان می‌شود:

$$E(z) = E_{ou}V_{ou} + E_{in}V_{in} = E_{ou} + (E_{in} - E_{ou}) \left(\frac{2z + h}{2h} \right)^k, \quad -\frac{h}{2} \leq z \leq \frac{h}{2}$$

$$E_s = E_{in} + (E_{ou} - E_{in}) \left(\frac{2z - h}{2h_s} \right)^{k_2}, \quad -\frac{h}{2} \leq z \leq \frac{h}{2} + h_s$$

$$\rho(z) = \rho_{ou}V_{ou} + \rho_{in}V_{in} = \rho_{ou} + (\rho_{in} - \rho_{ou}) \left(\frac{2z + h}{2h} \right)^k \quad (3-2)$$

$$\rho_s = \rho_{in} + (\rho_{ou} - \rho_{in}) \left(\frac{2z - h}{2h_s} \right)^{k_2}$$

20 - Power law

21 - Volume-fraction

22 - Young's modulus

23 - Mass density

برای حالتی که سطح داخلی سرامیک و سطح خارجی فلز باشد، رابطه (۴-۲) عبارت است:

$$\rho_{in} = \rho_c, E_{in} = E_c, \rho_{ou} = \rho_m, E_{ou} = E_m \quad (4-2)$$

برای حالتی که سطح خارجی سرامیک و سطح داخلی فلز باشد، رابطه (۴-۲) عبارت است:

$$\rho_{in} = \rho_m, E_{in} = E_m, \rho_{ou} = \rho_c, E_{ou} = E_c \quad (5-2)$$

ρ_c, E_c, ρ_m, E_m به ترتیب مدول یانگ و دانسیته جرمی فلز و سرامیک می باشد. همچنین

$k_2 \geq 0$ شاخص کسر حجمی، E_s مدول یانگ و h_s ضخامت تقویت کننده می باشد.

۴-۲ روابط بنیادی و معادلات حاکم

بر طبق روابط غیرخطی کرنش-جابجایی فن کارمن [۳۶]، مؤلفه‌های کرنش بر روی سطح میانی

پوسته‌های استوانه‌ای کامل به شکل رابطه (۶-۲) می باشد:

$$\begin{aligned} \varepsilon_x^0 &= \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 \\ \varepsilon_y^0 &= \frac{\partial v}{\partial y} - \frac{w}{R} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial w}{\partial y} \right)^2 \\ \gamma_{xy}^0 &= \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial x} \frac{\partial w}{\partial y}, \quad \chi_x = \frac{\partial^2 w}{\partial x^2}, \quad \chi_y = \frac{\partial^2 w}{\partial y^2}, \quad \chi_{xy} = \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \end{aligned} \quad (6-2)$$

که ε_x^0 و ε_y^0 کرنش‌های نرمال و γ_{xy}^0 کرنش برشی در سطح میانی پوسته و χ_x ، χ_y و χ_{xy}

تغییرات انحنا و پیچش پوسته و $u = u(x, y, t)$ ، $v = v(x, y, t)$ و $w = w(x, y, t)$ به ترتیب

جابجایی در راستای محورهای x ، y و z (روی صفحه میانی) می باشد.

کرنش‌ها در سراسر ضخامت پوسته در فاصله z از سطح میانی به صورت رابطه (۷-۲) می باشند:

$$\varepsilon_x = \varepsilon_x^0 - z \chi_x, \quad \varepsilon_y = \varepsilon_y^0 - z \chi_y, \quad \gamma_{xy} = \gamma_{xy}^0 - 2z \chi_{xy} \quad (7-2)$$

شکل معادله سازگاری به صورت رابطه (۸-۲) می باشد [۳۷]:

$$\frac{\partial^2 \varepsilon_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \varepsilon_y}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 \gamma_{xy}}{\partial x \partial y} \quad (8-2)$$

با جایگذاری روابط (۶-۲) و (۷-۲) در رابطه (۸-۲) شکل معادله سازگاری به صورت رابطه (۹-۲) به-

دست می آید:

$$\frac{\partial^2 \varepsilon_x^0}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \varepsilon_y^0}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 \gamma_{xy}^0}{\partial x \partial y} = -\frac{1}{R} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \right)^2 - \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \quad (9-2)$$

روابط تنش-کرنش برای پوسته‌های مدرج تابعی به صورت رابطه (۱۰-۲) قابل بیان است [۱۸]:

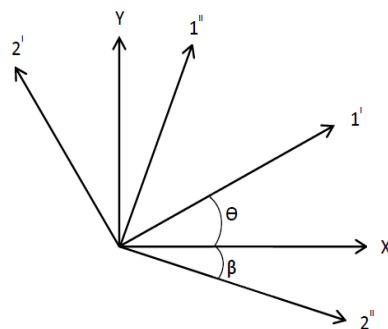
$$\begin{aligned} \sigma_x^{sh} &= \frac{E(z)}{1-\nu^2} (\varepsilon_x + \nu \varepsilon_y) \\ \sigma_y^{sh} &= \frac{E(z)}{1-\nu^2} (\varepsilon_y + \nu \varepsilon_x) \\ \tau_{xy}^{sh} &= \frac{E(z)}{2(1+\nu)} \gamma_{xy} \end{aligned} \quad (10-2)$$

که ضریب پواسون^{۲۴} (ν) ثابت فرض می‌شود، σ_x^{sh} ، σ_y^{sh} تنش نرمال در مختصات x ، y روی پوسته بدون تقویت کننده و τ_{xy}^{sh} تنش برشی بر روی پوسته بدون تقویت کننده می‌باشد.

روابط تنش-کرنش تقویت کننده‌های مایل با زوایای نامتقارن، با چرخش منحنی کرنش‌ها با زاویه θ از محور xy به محور $1'2'$ و زاویه β از محور xy به محور $1''2''$ که در شکل (۳-۲) نشان داده شده است، به صورت روابط (۱۱-۲) و (۱۲-۲) می‌باشد [۳۸]:

$$\begin{aligned} \varepsilon_1' &= \varepsilon_x \cos^2 \theta + 2\gamma_{xy} \sin \theta \cos \theta + \varepsilon_y \sin^2 \theta \\ \varepsilon_2' &= \varepsilon_x \sin^2 \theta - 2\gamma_{xy} \sin \theta \cos \theta + \varepsilon_y \cos^2 \theta \end{aligned} \quad (11-2)$$

$$\begin{aligned} \varepsilon_1'' &= \varepsilon_x \cos^2 \beta - 2\gamma_{xy} \sin \beta \cos \beta + \varepsilon_y \sin^2 \beta \\ \varepsilon_2'' &= \varepsilon_x \sin^2 \beta + 2\gamma_{xy} \sin \beta \cos \beta + \varepsilon_y \cos^2 \beta \end{aligned} \quad (12-2)$$



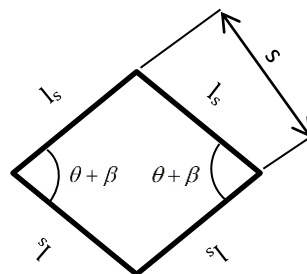
شکل (۳-۲) دوران مختصات مستطیلی

روابط بار و کرنش تقویت کننده بر اساس قانون هوک تک محوری به صورت رابطه (۱۳-۲) می باشد
 [۳۸]:

$$\varepsilon_1' = \frac{P'}{hdE_s}, \quad \varepsilon_1'' = \frac{P''}{hdE_s} \quad (13-2)$$

که P' و P'' به ترتیب نیروی تقویت کننده در مختصات $1'2'$ و $1''2''$ و d عرض تقویت کننده ها می باشد.

با توجه به شکل (۴-۲) طول شبکه تقویت کننده به صورت رابطه (۱۴-۲) قابل بیان است:



شکل (۴-۲) شبکه تقویت کننده نامتقارن

$$l_s = \frac{s}{\sin(\theta + \beta)} \quad (14-2)$$

که s فاصله عمودی دو تقویت کننده از یکدیگر می باشد.

با توجه به روابط (۱۱-۲)-(۱۴-۲) روابط تنش کرنش به صورت روابط (۱۵-۲) و (۱۶-۲) می باشد:

$$\begin{aligned} \sigma_x^s &= \frac{P' \cos \theta}{l_s h (\sin \theta + \sin \beta)} + \frac{P'' \cos \beta}{l_s h (\sin \theta + \sin \beta)} \\ &= \frac{P' \cos \theta + P'' \cos \beta}{l_s h (\sin \theta + \sin \beta)} = \frac{h_s d_{st} E_s (\varepsilon_1' \cos \theta + \varepsilon_1'' \cos \beta)}{l_s h_s (\sin \theta + \sin \beta)} \\ &= \frac{h_s d_{st} E_s (\varepsilon_1' \cos \theta + \varepsilon_1'' \cos \beta)}{sh_s (\sin \theta + \sin \beta)} \sin(\theta + \beta) \\ &= Z_1 \left[\varepsilon_x (\cos^3 \theta + \cos^3 \beta) + 2\gamma_{xy} (\sin \theta \cos^2 \theta - \sin \beta \cos^2 \beta) + \varepsilon_y (\sin^2 \theta \cos \theta + \sin^2 \beta \cos \beta) \right] \end{aligned} \quad (15-2)$$

به‌طور مشابه

$$\begin{aligned}\sigma_y^s &= \frac{h_s d_{st} E_s (\varepsilon_1' \sin \theta + \varepsilon_1'' \sin \beta)}{sh_s (\cos \theta + \cos \beta)} \sin(\theta + \beta) \\ &= Z_2 \left[\varepsilon_x (\sin \theta \cos^2 \theta + \sin \beta \cos^2 \beta) + 2\gamma_{xy} (\sin^2 \theta \cos \theta - \sin^2 \beta \cos \beta) + \varepsilon_y (\sin^3 \theta + \sin^3 \beta) \right] \\ \tau_{xy}^s &= \frac{h_s d_{st} E_s (\varepsilon_1' - \varepsilon_1'')}{2sh_s} \sin(\theta + \beta) \\ &= Z_3 \left[\varepsilon_x (\cos^2 \theta - \cos^2 \beta) + 2\gamma_{xy} (\sin \theta \cos \theta + \sin \beta \cos \beta) + \varepsilon_y (\sin^2 \theta - \sin^2 \beta) \right]\end{aligned}\quad (16-2)$$

که در روابط بالا مقدار ضرایب Z_1 ، Z_2 و Z_3 عبارت است از:

$$\begin{aligned}Z_1 &= \frac{d_{st}}{s} \frac{\sin(\theta + \beta)}{(\sin \theta + \sin \beta)} \\ Z_2 &= \frac{d_{st}}{s} \frac{\sin(\theta + \beta)}{(\cos \theta + \cos \beta)} \\ Z_3 &= \frac{d_{st}}{2s} \sin(\theta + \beta)\end{aligned}\quad (17-2)$$

σ_x^s ، σ_y^s و τ_{xy}^s به ترتیب تنش‌های نرمال، تنش برشی تقویت‌کننده می‌باشد.

روابط نیروها و ممان‌های منتجه برای پوسته‌های استوانه‌ای به صورت رابطه (۱۸-۲) قابل بیان است:

$$\begin{aligned}(N_x, N_y, N_{xy}) &= \int_{-h/2}^{h/2} (\sigma_x^{sh}, \sigma_y^{sh}, \tau_{xy}^{sh}) dz \\ (M_x, M_y, M_{xy}) &= \int_{-h/2}^{h/2} (\sigma_x^{sh}, \sigma_y^{sh}, \tau_{xy}^{sh}) z dz\end{aligned}\quad (18-2)$$

روابط نیروها و ممان‌های منتجه برای تقویت‌کننده‌ها به صورت رابطه (۱۹-۲) قابل بیان است:

$$\begin{aligned}(N_x, N_y, N_{xy}) &= \int_{-h/2}^{h/2+h_s} (\sigma_x^s, \sigma_y^s, \tau_{xy}^s) dz \\ (M_x, M_y, M_{xy}) &= \int_{-h/2}^{h/2+h_s} (\sigma_x^s, \sigma_y^s, \tau_{xy}^s) z dz\end{aligned}\quad (19-2)$$

با توجه به اینکه تئوری به‌کاربرده شده، تئوری کلاسیک پوسته می‌باشد بنابراین از جملات کرنش برشی در تنش‌های نرمال و جملات کرنش نرمال در تنش برشی پوسته و تقویت‌کننده صرف‌نظر شده است. برای لحاظ کردن اثر تقویت‌کننده‌ها بر پوسته از روش تقویت‌کننده‌های تکه‌ای استفاده شده است. بنابراین با یکپارچه‌سازی معادلات تنش-کرنش و محاسبه نیروها و ممان‌های منتجه برای

پوسته‌های استوانه‌ای مدرج تابعی با تقویت‌کننده با توجه به روابط (۲-۱۸) و (۲-۱۹)، روابط (۲-۲۰)

و (۲-۲۱) را خواهیم داشت:

$$\begin{aligned} N_x &= A_{11}\varepsilon_x^0 + A_{12}\varepsilon_y^0 - A_{14}\chi_x - A_{15}\chi_y \\ N_y &= A_{21}\varepsilon_x^0 + A_{22}\varepsilon_y^0 - A_{24}\chi_x - A_{25}\chi_y \\ N_{xy} &= A_{33}\gamma_{xy}^0 - 2A_{36}\chi_{xy} \end{aligned} \quad (2-20)$$

$$\begin{aligned} M_x &= A_{14}\varepsilon_x^0 + A_{15}\varepsilon_y^0 - A_{41}\chi_x - A_{42}\chi_y \\ M_y &= A_{24}\varepsilon_x^0 + A_{25}\varepsilon_y^0 - A_{51}\chi_x - A_{52}\chi_y \\ M_{xy} &= A_{36}\gamma_{xy}^0 - 2A_{63}\chi_{xy} \end{aligned} \quad (2-21)$$

A_{ij} مؤلفه‌های سفتی کششی، خمشی و کوپل‌شده‌ی پوسته استوانه‌ای مدرج تابعی با تقویت‌کننده می‌باشد که مقدار آن‌ها در رابطه (۲-۲۲) آورده شده است. N_x ، N_y و N_{xy} به ترتیب نیروهای نرمال و نیروهای برشی در صفحه می‌باشند. M_x ، M_y و M_{xy} نیز به ترتیب گشتاور خمشی و گشتاور پیچشی صفحه‌ای می‌باشند.

$$\begin{aligned} A_{11} &= \frac{E_1}{1-\nu^2} + Z_1 E_{1s} (\cos^3 \theta + \cos^3 \beta), \quad A_{12} = \frac{E_1 \nu}{1-\nu^2} + Z_1 E_{1s} (\sin^2 \theta \cos \theta + \sin^2 \beta \cos \beta) \\ A_{14} &= \frac{E_2}{1-\nu^2} + Z_1 E_{2s} (\cos^3 \theta + \cos^3 \beta), \quad A_{15} = \frac{E_2 \nu}{1-\nu^2} + Z_1 E_{2s} (\sin^2 \theta \cos \theta + \sin^2 \beta \cos \beta) \\ A_{21} &= \frac{E_1 \nu}{1-\nu^2} + Z_2 E_{1s} (\sin \theta \cos^2 \theta + \sin \beta \cos^2 \beta), \quad A_{22} = \frac{E_1}{1-\nu^2} + Z_2 E_{1s} (\sin^3 \theta + \sin^3 \beta) \\ A_{24} &= \frac{E_2 \nu}{1-\nu^2} + Z_2 E_{2s} (\sin \theta \cos^2 \theta + \sin \beta \cos^2 \beta), \quad A_{25} = \frac{E_2}{1-\nu^2} + Z_2 E_{2s} (\sin^3 \theta + \sin^3 \beta) \\ A_{33} &= \frac{E_1}{2(1+\nu)} + 2Z_3 E_{1s} (\sin \theta \cos \theta + \sin \beta \cos \beta), \quad A_{36} = \frac{E_2}{2(1+\nu)} + 2Z_3 E_{2s} (\sin \theta \cos \theta + \sin \beta \cos \beta) \\ A_{41} &= \frac{E_3}{1-\nu^2} + Z_1 E_{3s} (\cos^3 \theta + \cos^3 \beta), \quad A_{42} = \frac{E_3 \nu}{1-\nu^2} + Z_1 E_{3s} (\sin^2 \theta \cos \theta + \sin^2 \beta \cos \beta) \\ A_{51} &= \frac{E_3 \nu}{1-\nu^2} + Z_2 E_{3s} (\sin \theta \cos^2 \theta + \sin \beta \cos^2 \beta), \quad A_{55} = \frac{E_3}{1-\nu^2} + Z_2 E_{3s} (\sin^3 \theta + \sin^3 \beta) \\ A_{63} &= \frac{E_3}{2(1+\nu)} + 2Z_3 E_{3s} (\sin \theta \cos \theta + \sin \beta \cos \beta) \end{aligned} \quad (2-22)$$

روابط مدول یانگ برای پوسته و تقویت‌کننده‌ها و با توجه به روابط (۲-۳) به صورت رابطه (۲-۲۳)

می‌باشد [۳۹]:

$$\begin{aligned}
E_1 &= \int_{-h/2}^{h/2} E_{sh}(z) dz = \left(E_{ou} + \frac{E_{in} - E_{ou}}{k+1} \right) h \\
E_2 &= \int_{-h/2}^{h/2} z E_{sh}(z) dz = \frac{(E_{in} - E_{ou}) k h^2}{2(k+1)(k+2)} \\
E_3 &= \int_{-h/2}^{h/2} z^2 E_{sh}(z) dz = \left[\frac{E_{ou}}{12} + (E_{in} - E_{ou}) \left(\frac{1}{k+3} - \frac{1}{k+2} + \frac{1}{4k+4} \right) \right] h^3 \\
E_{1s} &= \int_{-h/2}^{h/2+h_s} E_s(z) dz = \left(E_c + \frac{E_m - E_c}{k_2+1} \right) h_s \\
E_{2s} &= \int_{-h/2}^{h/2+h_s} z E_s(z) dz = \frac{E_c}{2} h h_s \left(\frac{h_s}{h} + 1 \right) + (E_m - E_c) h h_s \left(\frac{1}{k_2+2} \frac{h_s}{h} + \frac{1}{2k_2+2} \right) \\
E_{3s} &= \int_{-h/2}^{h/2+h_s} z^2 E_s(z) dz = \frac{E_c}{3} h_s^3 \left(\frac{3h^2}{4h_s^2} + \frac{3h_s}{2h} + 1 \right) + (E_m - E_c) h_s^3 \left(\frac{1}{k_2+3} + \frac{1}{k_2+2} \frac{h}{h_s} + \frac{1}{4(k_2+1)} \frac{h^2}{h_s^2} \right)
\end{aligned} \tag{۲۳-۲}$$

با مرتب‌سازی رابطه (۲۰-۲) بر حسب کرنش‌ها رابطه (۲۴-۲) حاصل می‌شود:

$$\begin{aligned}
\epsilon_x^0 &= A_{22}^* N_x - A_{12}^* N_y + B_{11}^* \chi_x + B_{12}^* \chi_y \\
\epsilon_y^0 &= A_{11}^* N_y - A_{21}^* N_x + B_{21}^* \chi_x + B_{22}^* \chi_y \\
\gamma_{xy}^0 &= A_{33}^* + 2B_{36}^* \chi_{xy}
\end{aligned} \tag{۲۴-۲}$$

ضرایب رابطه (۲۴-۲) به صورت زیر می‌باشد:

$$\begin{aligned}
\Delta &= A_{11} A_{22} - A_{12} A_{21}, \quad A_{22}^* = \frac{A_{22}}{\Delta}, \quad A_{12}^* = \frac{A_{12}}{\Delta} \\
A_{11}^* &= \frac{A_{11}}{\Delta}, \quad A_{21}^* = \frac{A_{21}}{\Delta}, \quad A_{33}^* = \frac{1}{A_{33}}, \quad B_{36}^* = \frac{A_{36}}{A_{33}} \\
B_{11}^* &= A_{22}^* A_{14} - A_{12}^* A_{24}, \quad B_{12}^* = A_{22}^* A_{15} - A_{12}^* A_{25} \\
B_{21}^* &= A_{11}^* A_{24} - A_{21}^* A_{14}, \quad B_{22}^* = A_{11}^* A_{25} - A_{21}^* A_{15}
\end{aligned} \tag{۲۵-۲}$$

با جایگزینی معادلات (۲۴-۲) در معادلات (۲۱-۲)، رابطه (۲۶-۲) به صورت زیر حاصل می‌شود:

$$\begin{aligned}
M_x &= B_{11}^{**} N_x + B_{21}^{**} N_y - D_{11}^* \chi_x - D_{12}^* \chi_y \\
M_y &= B_{12}^{**} N_x + B_{22}^{**} N_y - D_{21}^* \chi_x - D_{22}^* \chi_y \\
M_{xy} &= B_{36}^* N_{xy} - 2D_{36}^* \chi_{xy}
\end{aligned} \tag{۲۶-۲}$$

ضرایب رابطه (۲۶-۲) به صورت زیر می‌باشد:

$$\begin{aligned}
B_{11}^{**} &= A_{22}^* A_{14} - A_{21}^* A_{15}, \quad B_{21}^{**} = A_{11}^* A_{15} - A_{12}^* A_{14} \\
B_{12}^{**} &= A_{22}^* A_{24} - A_{21}^* A_{25}, \quad B_{22}^{**} = A_{11}^* A_{25} - A_{12}^* A_{24} \\
D_{11}^* &= B_{11}^* A_{14} - B_{21}^* A_{15} - A_{41}, \quad D_{12}^* = B_{12}^* A_{14} - B_{22}^* A_{15} - A_{42} \\
D_{21}^* &= B_{11}^* A_{24} - B_{21}^* A_{25} - A_{51}, \quad D_{22}^* = B_{12}^* A_{24} - B_{22}^* A_{25} - A_{52} \\
D_{36}^* &= A_{36}^* A_{36} - A_{63}
\end{aligned} \tag{۲۷-۲}$$

معادلات غیرخطی حرکت پوسته استوانه‌ای مدور نازک بر اساس تئوری کلاسیک پوسته و با فرض

$u \ll w$ و $v \ll w$ و $\rho_1 \partial^2 u / \partial t^2 \rightarrow 0$ و $\rho_1 \partial^2 v / \partial t^2 \rightarrow 0$ در رابطه (۲۸-۲) آورده شده است

[۴۰، ۳۵، ۱۹]:

$$\begin{aligned}
\frac{\partial N_x}{\partial x} + \frac{\partial N_{xy}}{\partial y} &= 0 \\
\frac{\partial N_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial N_y}{\partial y} &= 0 \\
\frac{\partial^2 M_x}{\partial x^2} + 2 \frac{\partial^2 M_{xy}}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 M_y}{\partial y^2} + N_x \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + 2N_{xy} \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} + N_y \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{1}{R} N_y + q_0 \\
&- k_w w + k_s \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) + k_{nl} w^3 = \rho_1 \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + 2\rho_1 \varepsilon \frac{\partial w}{\partial t}
\end{aligned} \tag{۲۸-۲}$$

k_w مدول بسترالاستیک وینکلر، k_{nl} مدول بسترالاستیک غیرخطی و k_s سفتی لایه برشی بر اساس

مدل پاسترناک، q_0 فشار خارجی، t زمان و ε ضریب میرایی می‌باشد.

دانشیته جرمی پوسته و تقویت‌کننده به صورت رابطه (۲۹-۲) بیان می‌شود:

$$\rho_1 = \int_{-h/2}^{h/2} \rho(z) dz + \int_{-h/2}^{h/2+h_s} \rho(z) \frac{d_s}{S_s} dz + \int_{-h/2}^{h/2+h_r} \rho(z) \frac{d_r}{S_r} dz = \left(\rho_m + \frac{\rho_c - \rho_m}{k+1} \right) h + \left(\rho_c + \frac{\rho_c - \rho_m}{k_2+1} \right) \frac{d_s h_s}{S_s} \tag{۲۹-۲}$$

با توجه به دو رابطه اول معادلات (۲۸-۲) تابع تنش $\varphi(x, y)$ به صورت رابطه (۳۰-۲) تعریف می‌-

شود:

$$N_x = \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2}, \quad N_y = \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2}, \quad N_{xy} = -\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x \partial y} \tag{۳۰-۲}$$

با جایگزینی معادلات (۲۴-۲) در رابطه (۹-۲) و معادلات (۲۶-۲) در سومین معادله (۲۸-۲) و با

توجه به معادلات (۶-۲) و (۳۰-۲)، روابط (۳۱-۲) و (۳۲-۲) به دست می‌آید:

$$A_{11}^* \frac{\partial^4 \varphi}{\partial x^4} + (A_{33}^* - A_{12}^* + A_{21}^*) \frac{\partial^4 \varphi}{\partial x^2 \partial y^2} + A_{22}^* \frac{\partial^4 \varphi}{\partial y^4} + B_{21}^* \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + (B_{11}^* + B_{22}^* - 2B_{36}^*) \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + B_{12}^* \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} + \frac{1}{R} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} - \left[\left(\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \right)^2 - \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right] = 0 \quad (31-2)$$

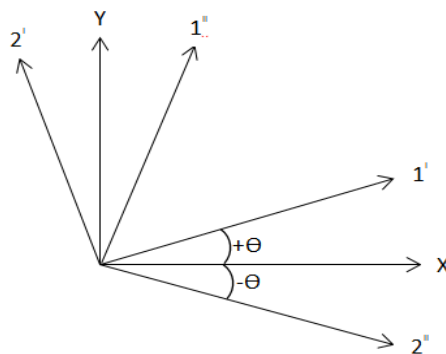
$$\rho_1 \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + 2\rho_1 \varepsilon \frac{\partial w}{\partial t} + D_{11}^* \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + (D_{12}^* + D_{21}^* + 4D_{36}^*) \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + D_{22}^* \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} - B_{21}^{**} \frac{\partial^4 \varphi}{\partial x^4} - (B_{11}^{**} + B_{22}^{**} - 2B_{36}^*) \frac{\partial^4 \varphi}{\partial x^2 \partial y^2} - B_{12}^{**} \frac{\partial^4 \varphi}{\partial y^4} - \frac{1}{R} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + 2 \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x \partial y} \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} - \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} - q_0 + k_w w - k_s \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) - k_{nl} w^3 = 0 \quad (32-2)$$

معادلات (۳۱-۲) و (۳۲-۲) سیستم معادلات غیرخطی بر حسب دو پارامتر مجهول w و φ می‌باشد. آن‌ها به منظور بررسی ویژگی‌های پوسته‌های استوانه‌ای مدرج تابعی با تقویت‌کننده مورد استفاده قرار می‌گیرند.

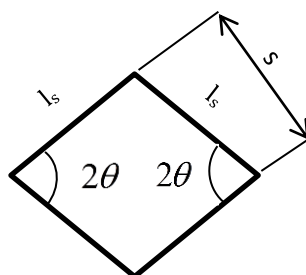
۲-۵ حالت‌های خاص

۲-۵-۱ پوسته استوانه‌ای با تقویت‌کننده مایل متقارن ($\theta = \beta$)

در این حالت چون زاویه هر دو تقویت‌کننده با هم برابر می‌باشد، با توجه به شکل (۲-۵) و (۲-۶) روابط (۲-۱۱) و (۲-۱۲) با هم برابر شده و رابطه (۲-۱۴) نیز به صورت رابطه (۲-۳۳) و روابط (۲-۱۵) - (۲-۱۶) به صورت رابطه (۲-۳۴) درمی‌آید:



شکل (۲-۵) دوران مختصات مستطیلی



شکل (۶-۲) شبکه تقویت کننده متقارن

$$l_s = \frac{s}{\sin(2\theta)} \quad (۳۳-۲)$$

$$\sigma_x^s = \frac{(P' + P'') \cos \theta}{2l_s h \sin \theta} = \frac{h_s d_{st} E_s \cos \theta}{2l_s h_s \sin \theta} (\varepsilon_1' + \varepsilon_1'') = \frac{2E_s d_{st}}{s} \cos^2 \theta (\varepsilon_x \cos^2 \theta + \varepsilon_y \sin^2 \theta)$$

$$\sigma_y^s = \frac{h_s d_{st} E_s \sin \theta}{2l_s h_s \cos \theta} (\varepsilon_1' + \varepsilon_1'') = \frac{2E_s d_{st}}{s} \sin^2 \theta (\varepsilon_x \cos^2 \theta + \varepsilon_y \sin^2 \theta) \quad (۳۴-۲)$$

$$\tau_{xy}^s = \frac{h_s d_{st} E_s}{2l_s h_s} (\varepsilon_1' - \varepsilon_1'') = \frac{2E_s d_{st}}{s} \sin^2 \theta \cos^2 \theta \gamma_{xy}$$

بنابراین با یکپارچه‌سازی معادلات تنش- کرنش و محاسبه نیروها و ممان‌های منته‌جه برای پوسته‌های استوانه‌ای مدرج تابعی با تقویت کننده با توجه به روابط (۱۸-۲) و (۱۹-۲)، تغییرات زیر در روابط (۲-۲۰) و (۲۱-۲) به وجود خواهد آمد:

$$A_{12} = A_{21}, A_{15} = A_{24}, A_{42} = A_{51} \quad (۳۵-۲)$$

با توجه به رابطه (۳۵-۲) در کلیه روابط نیز تغییرات زیر ایجاد خواهد شد:

$$A_{12}^* = A_{21}^*, B_{11}^* = B_{11}^{**}, B_{12}^* = B_{12}^{**}, B_{21}^* = B_{21}^{**}, B_{22}^* = B_{22}^{**}, B = B_1 \quad (۳۶-۲)$$

ضرایب A_{ij} در روابط (۲۰-۲) و (۲۱-۲) با توجه به روابط (۳۵-۲) به صورت رابطه (۳۷-۲) می‌باشد:

$$A_{11} = \frac{E_1}{1-\nu^2} + \frac{2E_{1s}d}{S} \cos^4 \theta, A_{12} = \frac{E_1\nu}{1-\nu^2} + \frac{2E_{1s}d}{S} \cos^2 \theta \sin^2 \theta, A_{14} = \frac{E_2}{1-\nu^2} + \frac{2E_{2s}d}{S} \cos^4 \theta$$

$$A_{15} = \frac{E_2\nu}{1-\nu^2} + \frac{2E_{2s}d}{S} \cos^2 \theta \sin^2 \theta, A_{22} = \frac{E_1}{1-\nu^2} + \frac{2E_{1s}d}{S} \sin^4 \theta, A_{25} = \frac{E_2}{1-\nu^2} + \frac{2E_{2s}d}{S} \sin^4 \theta$$

$$A_{33} = \frac{E_1}{2(1+\nu)} + \frac{2E_{1s}d}{S} \cos^2 \theta \sin^2 \theta, A_{36} = \frac{E_2}{2(1+\nu)} + \frac{2E_{2s}d}{S} \cos^2 \theta \sin^2 \theta, A_{41} = \frac{E_3}{1-\nu^2} + \frac{2E_{3s}d}{S} \cos^4 \theta$$

$$A_{42} = \frac{E_3\nu}{1-\nu^2} + \frac{2E_{3s}d}{S} \cos^2 \theta \sin^2 \theta, A_{52} = \frac{E_3}{1-\nu^2} + \frac{2E_{3s}d}{S} \sin^4 \theta, A_{63} = \frac{E_3}{2(1+\nu)} + \frac{2E_{3s}d}{S} \cos^2 \theta \sin^2 \theta$$

(۳۷-۲)

۲-۵-۲ پوسته استوانه‌ای با تقویت‌کننده طولی و حلقوی

در این حالت پوسته استوانه‌ای با تقویت‌کننده، مطابق شکل (۲-۲) می‌باشد. با جایگذاری $\theta = 0$ برای تقویت‌کننده طولی و $\beta = 90$ برای تقویت‌کننده حلقوی روابط (۲-۱۵)-(۲-۱۶) به صورت رابطه (۲-۲)

(۳۸) قابل بیان می‌باشد [۳۱]:

$$\sigma_s^{st} = E_s \varepsilon_x$$

$$\sigma_r^{st} = E_r \varepsilon_y$$

(۳۸-۲)

که σ_s^{st} ، σ_r^{st} و E_s ، E_r به ترتیب تنش نرمال و مدول یانگ برای تقویت‌کننده‌های حلقوی و طولی می‌باشد.

با توجه به رابطه (۲-۳۸) و روابط (۲-۱۸) و (۲-۱۹)، روابط (۲-۲۰) و (۲-۲۱) برای نیروها و ممان‌های منتجه، به شکل رابطه (۲-۳۹) و (۲-۴۰) حاصل می‌شود:

$$N_x = A_{11}\varepsilon_x^0 + A_{12}\varepsilon_y^0 - A_{14}\chi_x - A_{15}\chi_y$$

$$N_y = A_{12}\varepsilon_x^0 + A_{22}\varepsilon_y^0 - A_{15}\chi_x - A_{25}\chi_y$$

$$N_{xy} = A_{33}\gamma_{xy}^0 - 2A_{36}\chi_{xy}$$

(۳۹-۲)

$$M_x = A_{14}\varepsilon_x^0 + A_{15}\varepsilon_y^0 - A_{41}\chi_x - A_{42}\chi_y$$

$$M_y = A_{15}\varepsilon_x^0 + A_{25}\varepsilon_y^0 - A_{42}\chi_x - A_{52}\chi_y$$

$$M_{xy} = A_{36}\gamma_{xy}^0 - 2A_{63}\chi_{xy}$$

(۴۰-۲)

ضرایب A_{ij} در روابط (۲-۳۹) و (۲-۴۰) به صورت رابطه (۲-۴۱) می‌باشد:

$$\begin{aligned}
A_{11} &= \frac{E_1}{1-\nu^2} + \frac{E_{1s}d_s}{S_s}, & A_{12} &= \frac{E_1\nu}{1-\nu^2}, & A_{14} &= \frac{E_2}{1-\nu^2} + \frac{E_{2s}d_s}{S_s} \\
A_{15} &= \frac{E_2\nu}{1-\nu^2}, & A_{22} &= \frac{E_1}{1-\nu^2} + \frac{E_{1r}d_r}{S_r}, & A_{25} &= \frac{E_2}{1-\nu^2} + \frac{E_{2r}d_r}{S_r} \\
A_{33} &= \frac{E_1}{2(1+\nu)}, & A_{36} &= \frac{E_2}{2(1+\nu)}, & A_{41} &= \frac{E_3}{1-\nu^2} + \frac{E_{3s}d_s}{S_s} \\
A_{42} &= \frac{E_3\nu}{1-\nu^2}, & A_{52} &= \frac{E_3}{1-\nu^2} + \frac{E_{3r}d_r}{S_r}, & A_{63} &= \frac{E_3}{2(1+\nu)}
\end{aligned}
\tag{۴۱-۲}$$

که روابط E_s و E_r مشابه یکدیگر می باشد و فقط در روابط مربوط به E_r ، از d_{sr} استفاده شده است.

۶-۲ خواص مواد وابسته به دما

اگر خواص مواد وابسته به دما باشد، لذا مدول یانگ سرامیک و فلز در مواد مدرج تابعی از رابطه (۲-۲) در دمای مشخص و داشتن ضرایب دمایی، استخراج می گردد [۴، ۶].

$$P = P_0 (P_{-1}T^{-1} + 1 + P_1T + P_2T^2 + P_3T^3) \tag{۴۲-۲}$$

که T مقدار دما بر حسب کلوین، P نشانگر خواص مواد می باشد و با توجه به مرجع [۴] تنها مدول یانگ وابسته به دما می باشد و $P_0, P_{-1}, P_1, P_2, P_3$ ضرایب دمایی می باشند که برای هر ماده مشخص می بایست از جداول استخراج گردد.

۷-۲ پوسته استوانه ای تحت فشار داخلی

زمانی که پوسته تحت فشار داخلی باشد، لذا در رابطه (۲-۲۸)، فشار خارجی (q) قرینه می شود و رابطه سوم معادلات غیرخطی حرکت پوسته استوانه ای به صورت رابطه (۲-۴۳) بیان خواهد شد:

$$\begin{aligned}
&\frac{\partial^2 M_x}{\partial x^2} + 2\frac{\partial^2 M_{xy}}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 M_y}{\partial y^2} + N_x \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + 2N_{xy} \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} + N_y \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{1}{R} N_y - q_0 \\
&-k_w w + k_s \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) + k_{nl} w^3 = \rho_1 \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + 2\rho_1 \varepsilon \frac{\partial w}{\partial t}
\end{aligned}
\tag{۴۳-۲}$$

با توجه به رابطه (۲-۴۳)، رابطه (۲-۳۲) نیز به صورت رابطه (۲-۴۴) تغییر خواهد کرد:

$$\begin{aligned}
& \rho_1 \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + 2\rho_1 \varepsilon \frac{\partial w}{\partial t} + D_{11}^* \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + (D_{12}^* + D_{21}^* + 4D_{36}^*) \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + D_{22}^* \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} - B_{21}^{**} \frac{\partial^4 \varphi}{\partial x^4} \\
& - (B_{11}^{**} + B_{22}^{**} - 2B_{36}^*) \frac{\partial^4 \varphi}{\partial x^2 \partial y^2} - B_{12}^{**} \frac{\partial^4 \varphi}{\partial y^4} - \frac{1}{R} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + 2 \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x \partial y} \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \quad (44-2) \\
& - \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + q_0 + k_w w - k_s \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) - k_{nl} w^3 = 0
\end{aligned}$$

با توجه به روابط (۴۳-۲) و (۴۴-۲) پوسته استوانه ای تحت فشار داخلی قرار خواهد گرفت.

فصل سوم

تحلیل دینامیکی پوسته‌های

استوانه‌ای

۳-۱ مقدمه

در این فصل، یک روش نیمه تحلیلی برای تحلیل پوسته‌های استوانه‌ای مدرج تابعی تقویت شده که توسط محیط الاستیک خطی و غیرخطی احاطه شده و تحت فشار خارجی قرار دارد، ارائه شده است. محیط الاستیک خطی بر حسب دو پارامتر بستر الاستیک مدل پیشنهادی وینکلر-پاسترناک تعریف شده است. بستر الاستیک غیرخطی نیز با توجه به مرجع [۳۵] در نظر گرفته شده است. جنس تقویت کننده‌ها نیز مدرج تابعی می‌باشد. برای حل دینامیکی غیرخطی مسأله از روش گالرکین استفاده شده است. با در نظر گرفتن یک عبارت سه جمله‌ای برای شکل خیز، رابطه فرکانس-دامنه ارتعاش غیرخطی به شکل ساده‌ای تبدیل می‌شود. پاسخ دینامیکی غیرخطی با روش رانگ کوتا مرتبه چهارم به دست می‌آید. رفتار کماتش دینامیکی غیرخطی پوسته‌های مدرج تابعی تقویت شده نیز بر اساس معیار بدینسکی-راث بررسی می‌شود.

۳-۲ رهیافت دینامیکی روش گالرکین

شرایط تکیه‌گاهی پوسته استوانه‌ای مدرج تابعی با تقویت کننده، دو سر ساده می‌باشد و پوسته در معرض توزیع فشار یکنواخت q_0 بر روی یک بستر الاستیک قرار دارد. خیز پوسته‌های استوانه‌ای را به صورت یک عبارت سه جمله‌ای مشابه رابطه (۳-۱) در نظر گرفته شده است [۴۰-۴۱]:

$$w = f_0 + f_1 \sin \frac{m\pi x}{L} \sin \frac{ny}{R} + f_2 \sin^2 \frac{m\pi x}{L} \quad (1-3)$$

که $f_0 = f_0(t)$ دامنه مجهول کماتش یکنواخت وابسته به زمان، $f_1 = f_1(t)$ دامنه مجهول کماتش خطی وابسته به زمان، $f_2 = f_2(t)$ دامنه مجهول کماتش غیرخطی وابسته به زمان، می‌باشد.

$$\sin \frac{m\pi x}{L}, \sin \frac{m\pi x}{L} \sin \frac{ny}{R}, \sin^2 \frac{m\pi x}{L}$$

به ترتیب بیانگر شکل کماتش خطی، شکل کماتش

غیرخطی، تعداد نیم موج و تعداد موج کامل در راستای محوری و محیطی می‌باشد.

با جایگزینی معادله (۱-۳) در معادله (۳۱-۲) و ساده‌سازی آن، معادله‌ای PDE به صورت رابطه (۲-۳) به دست می‌آید:

$$A_{11}^* \frac{\partial^4 \varphi}{\partial x^4} + (A_{33}^* - A_{12}^* + A_{21}^*) \frac{\partial^4 \varphi}{\partial x^2 \partial y^2} + A_{22}^* \frac{\partial^4 \varphi}{\partial y^4} = \varphi_{01} \cos \frac{2m\pi x}{L} + \varphi_{02} \cos \frac{2ny}{R} - \varphi_{03} \sin \frac{m\pi x}{L} \sin \frac{ny}{R} + \varphi_{04} \sin \frac{3m\pi x}{L} \sin \frac{ny}{R} \quad (۲-۳)$$

ضرایب رابطه (۲-۳) به صورت زیر می‌باشد:

$$\begin{aligned} \varphi_{01} &= \left[\left(8B_{21}^* \frac{m^4 \pi^4}{L^4} - \frac{2m^2 \pi^2}{R} \frac{m^2 \pi^2}{L^2} \right) f_2 + \frac{1}{2} \frac{n^2}{R^2} \frac{m^2 \pi^2}{L^2} f_1^2 \right] \\ \varphi_{02} &= \frac{1}{2} \frac{n^2}{R^2} \frac{m^2 \pi^2}{L^2} f_1^2 \\ \varphi_{03} &= \left[\left(B_{21}^* \frac{m^4 \pi^4}{L^4} + (B_{11}^* + B_{22}^* - 2B_{36}^*) \frac{n^2}{R^2} \frac{m^2 \pi^2}{L^2} + B_{12}^* n^4 \lambda^4 - \frac{m^2 \pi^2}{RL^2} \right) f_1 + \frac{n^2}{R^2} \frac{m^2 \pi^2}{L^2} f_1 f_2 \right] \\ \varphi_{04} &= \frac{n^2}{R^2} \frac{m^2 \pi^2}{L^2} f_1 f_2 \end{aligned} \quad (۳-۳)$$

با حل معادله‌ی (۲-۳) تابع مجهول φ به صورت رابطه (۴-۳) حاصل می‌شود:

$$\varphi = \varphi_1 \cos \frac{2m\pi x}{L} + \varphi_2 \cos \frac{2ny}{R} - \varphi_3 \sin \frac{m\pi x}{L} \sin \frac{ny}{R} + \varphi_4 \sin \frac{3m\pi x}{L} \sin \frac{ny}{R} - \sigma_{0y} h \frac{x^2}{2} \quad (۴-۳)$$

ضرایب رابطه (۴-۳) عبارت است از:

$$\begin{aligned} \varphi_1 &= \frac{n^2 \lambda^2}{32A_{11}^* m^2 \pi^2} f_1^2 - \frac{(4\lambda L - 16A_{24}^* m^2 \pi^2)}{32A_{11}^* m^2 \pi^2} f_2 \\ \varphi_2 &= \frac{m^2 \pi^2}{32A_{22}^* n^2 \lambda^2} f_1^2 \\ \varphi_3 &= \frac{B}{A} f_1 + \frac{m^2 n^2 \pi^2 \lambda^2}{A} f_1 f_2 \\ \varphi_4 &= \frac{m^2 n^2 \pi^2 \lambda^2}{G} f_1 f_2 \end{aligned} \quad (۵-۳)$$

که ضرایب مجهول رابطه (۵-۳) عبارت است از:

$$\begin{aligned}
A &= A_{11}^* m^4 \pi^4 + (A_{33}^* - A_{12}^* - A_{21}^*) m^2 n^2 \pi^2 \lambda^2 + A_{22}^* n^4 \lambda^4 \\
B &= B_{21}^* m^4 \pi^4 + (B_{11}^* + B_{22}^* - 2B_{36}^*) m^2 n^2 \pi^2 \lambda^2 + B_{12}^* n^4 \lambda^4 - \frac{L^2}{R} m^2 n^2 \\
G &= 81A_{11}^* m^4 \pi^4 + 9(A_{33}^* - A_{12}^* - A_{21}^*) m^2 n^2 \pi^2 \lambda^2 + A_{22}^* n^4 \lambda^4 \\
\lambda &= \frac{L}{R}
\end{aligned} \tag{۶-۳}$$

با جایگزینی معادلات (۱-۳) و (۴-۳) در معادله (۲-۳۲)، یک معادله بزرگ حاصل می‌شود که در پیوست ب آورده شده است و با اعمال روش گالرکین در بازه $0 \leq x \leq L$ و $0 \leq y \leq 2\pi R$ روابط (۳-۳) (۷-۳) را داریم. توضیح روش حل معادله حاصل (معادله بیان شده در پیوست ب) به روش گالرکین، در پیوست ج بیان شده است. با توجه به توضیحات بیان شده در پیوست ب، به دلیل داشتن سه جمله خیز در رابطه (۱-۳)، سه معادله (۷-۳)-(۹-۳) با توجه به روش گالرکین، حاصل شده است:

$$\begin{aligned}
\sigma_{0y} &= Rq_0 - \frac{1}{2} Rk_w (f_2 + 2f_0) - Rk_{nl} \left(f_0^3 + \frac{5}{16} f_2^3 + \frac{3}{4} f_0 f_1^2 + \frac{9}{8} f_0 f_2^2 + \frac{3}{2} f_0^2 f_2 + \frac{9}{16} f_1^2 f_2 \right) \\
&\quad - R\rho_1 \frac{d^2 f_0}{dt^2} - R \frac{\rho_1}{2} \frac{d^2 f_2}{dt^2} - 2R\rho_1 \varepsilon \frac{df_0}{dt} - R\rho_1 \varepsilon \frac{df_2}{dt} \\
L^4 \rho_1 \frac{d^2 f_1}{dt^2} &+ 2L^4 \rho_1 \varepsilon \frac{df_1}{dt} + \left(D + \frac{B^2}{A} \right) f_1 + \left[\frac{m^2 n^2 \pi^2 \lambda^2}{A} + \frac{B}{A} m^2 n^2 \pi^2 \lambda^2 \right. \\
&\quad \left. - \frac{n^2 \lambda^2 (\lambda L - 4A_{24}^* m^2 \pi^2)}{4A_{11}^* m^2 \pi^2} \right] f_1 f_2 + \left(\frac{m^2 n^2 \pi^2 \lambda^2}{A} + \frac{m^2 n^2 \pi^2 \lambda^2}{G} \right) f_1 f_2^2 \\
&\quad + \left(\frac{m^4 \pi^4}{16A_{22}^*} + \frac{n^4 \lambda^4}{16A_{11}^*} \right) f_1^3 - \sigma_{0y} h n^2 L^2 \lambda^2 f_1 + L^4 k_w f_1 + L^2 k_s f_1 \left[(\lambda n)^2 + (m\pi)^2 \right] \\
&\quad + L^4 k_{nl} \left(\frac{9}{16} f_1^3 + 3f_0^2 f_1 + \frac{15}{8} f_0 f_2^2 + \frac{9}{2} f_0 f_1 f_2 \right) = 0
\end{aligned} \tag{۸-۳}$$

$$\begin{aligned}
\rho_1 \frac{\partial^2 f_0}{\partial t^2} &+ \rho_1 \frac{3}{4} \frac{\partial^2 f_2}{\partial t^2} + 2\rho_1 \varepsilon \frac{\partial f_0}{\partial t} + \frac{3}{2} \rho_1 \varepsilon \frac{\partial f_2}{\partial t} \\
&+ \left\{ \left[4A_{24}^* \left(\frac{m\pi}{L} \right)^4 - \frac{1}{R} \left(\frac{m\pi}{L} \right)^2 \right] \frac{n^2 \lambda^2}{32A_{11}^* m^2 \pi^2} + \frac{1}{2} \frac{B}{A} \left(\frac{m\pi}{L} \right)^2 \left(\frac{n}{R} \right)^2 \right\} f_1^2 \\
&+ \frac{1}{2} m^2 n^2 \pi^2 \lambda^2 \left(\frac{m\pi}{L} \right)^2 \left(\frac{n}{R} \right)^2 \left(\frac{1}{A} - \frac{1}{G} \right) f_1^2 f_2 \\
&+ \left\{ 4A_{44}^* \left(\frac{m\pi}{L} \right)^4 - \left[4A_{24}^* \left(\frac{m\pi}{L} \right)^4 - \frac{1}{R} \left(\frac{m\pi}{L} \right)^2 \right] \frac{(\lambda L - 4A_{24}^* m^2 \pi^2)}{4A_{11}^* m^2 \pi^2} \right\} f_2 \\
&+ \frac{\sigma_{0y} h}{R} - q_0 + k_w \left(\frac{3}{4} f_2 + f_0 \right) + k_s f_2 \left(\frac{m\pi}{L} \right)^2 \\
&+ k_{nl} \left(f_0^3 + \frac{35}{64} f_2^3 + \frac{9}{8} f_0 f_1^2 + \frac{15}{8} f_0 f_2^2 + \frac{9}{4} f_0^2 f_2 + \frac{15}{16} f_1^2 f_2 \right) = 0
\end{aligned} \tag{۹-۳}$$

ضرایب مجهول رابطه (۹-۳) عبارت است از:

$$\begin{aligned} B_1 &= B_{21}^{**} m^4 \pi^4 + (B_{11}^{**} + B_{22}^{**} - 2B_{36}^*) m^2 n^2 \pi^2 \lambda^2 + B_{12}^{**} n^4 \lambda^4 - \frac{L^2}{R} m^2 n^2 \\ D &= D_{11}^* m^4 \pi^4 + (D_{12}^* + D_{21}^* + 4D_{36}^*) m^2 n^2 \pi^2 \lambda^2 + D_{22}^* n^4 \lambda^4 \end{aligned} \quad (10-3)$$

علاوه بر این، پوسته استوانه‌ای باید شرایط بسته محیطی را ارضا کند [۲۸ و ۴۰] بنابراین رابطه (۳-۳) را به صورت زیر خواهیم داشت:

$$\int_0^{2\pi R} \int_0^L \frac{\partial V}{\partial y} dx dy = \int_0^{2\pi R} \int_0^L \left[\varepsilon_y^0 + \frac{w}{R} - \frac{1}{2} \left(\frac{\partial w}{\partial y} \right)^2 \right] dx dy = 0 \quad (11-3)$$

با استفاده از معادلات (۲۲-۲)، (۲۸-۲)، (۱-۳)، (۴-۳) و (۱۱-۳) رابطه (۱۲-۳) را می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$-2A_{11}^* \sigma_{0y} h + \frac{1}{R} (f_2 + 2f_0) - \frac{1}{4} \left(\frac{n}{R} \right)^2 f_1^2 = 0 \quad (12-3)$$

با استفاده از رابطه (۱۲-۳) و حذف σ_{0y} از معادلات (۷-۳)-(۹-۳)، روابط (۱۳-۳)-(۱۵-۳) را خواهیم داشت:

$$\begin{aligned} &\left(\frac{d^2 f_0}{dt^2} + 2\varepsilon \frac{df_0}{dt} \right) + \frac{1}{2} \left(\frac{d^2 f_2}{dt^2} + 2\varepsilon \frac{df_2}{dt} \right) + a_{11} (f_2 + 2f_0) - a_{12} f_1^2 - a_{13} q_0 + a_{14} k_w (f_2 + 2f_0) \\ &+ a_{13} k_{nl} \left(f_0^3 + \frac{5}{16} f_2^3 + \frac{3}{4} f_0 f_1^2 + \frac{9}{8} f_0 f_2^2 + \frac{3}{2} f_0^2 f_2 + \frac{9}{16} f_1^2 f_2 \right) = 0 \end{aligned} \quad (13-3)$$

$$\begin{aligned} &a_{21} f_1 \left(\frac{d^2 f_0}{dt^2} + 2\varepsilon \frac{df_0}{dt} \right) + \left(\frac{d^2 f_1}{dt^2} + 2\varepsilon \frac{df_1}{dt} \right) + \frac{a_{21}}{2} f_1 \left(\frac{d^2 f_2}{dt^2} + 2\varepsilon \frac{df_2}{dt} \right) \\ &+ a_{22} f_1 + a_{23} f_1 f_2 + a_{24} f_1^3 + a_{25} f_1 f_2^2 - a_{26} q_0 f_1 + a_{28} k_s f_1 \\ &+ a_{27} \left[k_w f_1 + k_{nl} \left(\frac{9}{16} f_1^3 + 3f_0^2 f_1 + \frac{15}{8} f_0 f_2^2 + \frac{9}{2} f_0 f_1 f_2 \right) \right] = 0 \end{aligned} \quad (14-3)$$

$$\begin{aligned} &\left(\frac{d^2 f_2}{dt^2} + 2\varepsilon \frac{df_2}{dt} \right) + a_{31} f_1^2 + a_{32} f_1^2 f_2 + a_{33} f_2 + a_{34} \left[k_w \left(\frac{3}{4} f_2 + f_0 \right) \right. \\ &\left. + \frac{1}{2} k_{nl} \left(f_0^3 + \frac{35}{64} f_2^3 + \frac{9}{8} f_0 f_1^2 + \frac{15}{8} f_0 f_2^2 + \frac{9}{4} f_0^2 f_2 + \frac{15}{16} f_1^2 f_2 \right) \right] + a_{35} k_s f_2 = 0 \end{aligned} \quad (15-3)$$

مقدار ضرایب a_{ij} در روابط (۱۶-۳)-(۱۸-۳) آورده شده است:

$$a_{11} = \frac{1}{2A_{11}^* R^2 \rho_1}, a_{12} = \frac{n^2}{8A_{11}^* R^3 \rho_1}, a_{13} = \frac{1}{\rho_1}, a_{14} = \frac{1}{2\rho_1} \quad (16-3)$$

$$a_{21} = \frac{Rn^2 \lambda^2}{L^2}, a_{22} = \frac{1}{L^4 \rho_1} \left(D + \frac{B^2}{A} \right)$$

$$a_{23} = \frac{1}{L^4 \rho_1} \left[\frac{m^2 n^2 \pi^2 \lambda^2}{A} + \frac{B}{A} m^2 n^2 \pi^2 \lambda^2 - \frac{n^2 \lambda^2 (\lambda L - 4A_{24}^* m^2 \pi^2)}{4A_{11}^* m^2 \pi^2} \right]$$

$$a_{24} = \frac{1}{L^4 \rho_1} \left(\frac{m^4 \pi^4}{16A_{22}^*} + \frac{n^4 \lambda^4}{16A_{11}^*} \right) \quad (17-3)$$

$$a_{25} = \frac{1}{L^4 \rho_1} \left(\frac{m^2 n^2 \pi^2 \lambda^2}{A} + \frac{m^2 n^2 \pi^2 \lambda^2}{G} \right)$$

$$a_{26} = \frac{Rn^2 \lambda^2}{L^2 \rho_1}, a_{27} = \frac{1}{\rho_1}, a_{28} = \frac{1}{L^2 \rho_1} \left[(\lambda n)^2 + (m\pi)^2 \right]$$

$$a_{31} = \frac{1}{\rho_1} \left\{ \left[4A_{24}^* \left(\frac{m\pi}{L} \right)^4 - \frac{1}{R} \left(\frac{m\pi}{L} \right)^2 \right] \frac{n^2 \lambda^2}{4A_{11}^* m^2 \pi^2} + 2 \frac{B}{A} \left(\frac{m\pi}{L} \right)^2 \left(\frac{n}{R} \right)^2 \right\}$$

$$a_{32} = \frac{2}{\rho_1} m^2 n^2 \pi^2 \lambda^2 \left(\frac{m\pi}{L} \right)^2 \left(\frac{n}{R} \right)^2 \left(\frac{1}{A} - \frac{1}{G} \right) \quad (18-3)$$

$$a_{33} = \frac{1}{\rho_1} \left\{ 16A_{44}^* \left(\frac{m\pi}{L} \right)^4 - \left[4A_{24}^* \left(\frac{m\pi}{L} \right)^4 - \frac{1}{R} \left(\frac{m\pi}{L} \right)^2 \right] \frac{(\lambda L - 4A_{24}^* m^2 \pi^2)}{A_{11}^* m^2 \pi^2} \right\}$$

$$a_{34} = \frac{4}{\rho_1}, a_{35} = \frac{4}{\rho_1} \left(\frac{m\pi}{L} \right)^2$$

با ساده‌سازی معادلات (۱۳-۳)-(۱۵-۳)، معادلات (۱۹-۳)-(۲۱-۳) را به صورت زیر خواهیم داشت:

$$\begin{aligned} & \left(\frac{d^2 f_0}{dt^2} + 2\varepsilon \frac{df_0}{dt} \right) + b_{11} f_0 - b_{12} f_1^2 - b_{13} f_1^2 f_2 + b_{14} f_2 - a_{13} q_0 + b_{15} k_w f_0 \\ & + b_{16} k_w f_2 - b_{17} k_s f_2 + b_{18} k_{nl} f_0^3 + b_{19} k_{nl} f_2^3 + b_{110} k_{nl} f_0 f_1^2 \\ & + b_{111} k_{nl} f_0 f_2^2 + b_{112} k_{nl} f_0^2 f_2 + b_{113} k_{nl} f_1^2 f_2 = 0 \end{aligned} \quad (19-3)$$

$$\begin{aligned} & \left(\frac{d^2 f_1}{dt^2} + 2\varepsilon \frac{df_1}{dt} \right) + a_{22} f_1 + b_{21} f_0 + b_{22} f_2 + a_{23} f_2^2 + b_{23} f_1^3 \\ & - b_{24} k_w f_0 f_2 - b_{25} k_w f_1 f_2 + b_{26} k_s f_1 f_2 + a_{27} k_w f_1 + a_{28} k_s f_1 \\ & + b_{27} k_{nl} f_1^3 + b_{28} k_{nl} f_0^2 f_1 + b_{29} k_{nl} f_2^2 + b_{210} k_{nl} f_0 f_1 f_2 \\ & + b_{211} k_{nl} f_0 f_2^3 + b_{212} k_{nl} f_1 f_2^3 + b_{213} k_{nl} f_0 f_1^3 + b_{214} k_{nl} f_0 f_1 f_2^2 \\ & + b_{215} k_{nl} f_0 f_1 f_2 + b_{216} k_{nl} f_1^3 f_2 = 0 \end{aligned} \quad (20-3)$$

$$\left(\frac{d^2 f_2}{dt^2} + 2\varepsilon \frac{df_2}{dt}\right) + a_{31} f_1^2 + a_{32} f_1^2 f_2 + a_{33} f_2 + a_{34} k_w \left(\frac{3}{4} f_2 + f_0\right) \\ + b_{31} k_{nl} f_0^3 + b_{32} k_{nl} f_2^3 + b_{33} k_{nl} f_0 f_1^2 + b_{34} k_{nl} f_0 f_2^2 \\ + b_{35} k_{nl} f_0^2 f_2 + b_{36} k_{nl} f_1^2 f_2 + a_{35} k_s f_2 = 0 \quad (21-3)$$

مقدار ضرایب b_{ij} در روابط (22-3) و (23-3) آورده شده است:

$$b_{11} = 2a_{11}, b_{12} = \left(\frac{1}{2}a_{31} + a_{12}\right), b_{13} = \frac{1}{2}a_{32}, b_{14} = \left(a_{11} - \frac{1}{2}a_{33}\right), b_{15} = \left(2a_{14} - \frac{1}{2}a_{34}\right) \\ b_{16} = \left(a_{14} - \frac{3}{8}a_{34}\right), b_{17} = \frac{1}{2}a_{35}, b_{18} = a_{13} - \frac{a_{34}}{4}, b_{19} = \frac{5}{16}a_{13} - \frac{35}{256}a_{34}, b_{110} = \frac{3}{4}a_{13} - \frac{9}{32}a_{34} \quad (22-3) \\ b_{111} = \frac{9}{8}a_{13} - \frac{15}{32}a_{34}, b_{112} = \frac{3}{2}a_{13} - \frac{9}{16}a_{34}, b_{113} = \frac{9}{16}a_{13} - \frac{15}{64}a_{34}$$

$$b_{21} = -b_{11}a_{21}, b_{22} = -b_{14}a_{21} - a_{33}\frac{a_{21}}{2} + a_{23}, b_{23} = -b_{12}a_{21} - a_{31}\frac{a_{21}}{2} + a_{24}, b_{24} = \left(a_{21}b_{15} + \frac{a_{21}}{2}a_{34}\right) \\ b_{25} = \left(a_{21}b_{16} + \frac{3}{8}a_{21}a_{34}\right), b_{26} = \left(a_{21}b_{17} - \frac{a_{21}}{2}a_{35}\right), b_{27} = \frac{9}{16}a_{27}, b_{28} = 3a_{27}, b_{29} = \frac{15}{8}a_{27} \quad (23-3) \\ b_{210} = \frac{9}{2}a_{27}, b_{31} = \frac{a_{34}}{2}, b_{32} = \frac{35}{128}a_{34}, b_{33} = \frac{9}{16}a_{34}, b_{34} = \frac{15}{16}a_{34}, b_{35} = \frac{9}{8}a_{34}, b_{36} = \frac{15}{128}a_{34}$$

اگر $f = w_{\max}$ باشد، پس با توجه به معادله (3-1)، با مقداردهی $x = iL/2m$ و $y = j\pi/2n$

ماکزیمم خیز پوسته به صورت رابطه (3-24) خواهد شد:

$$f = f_0 + f_1 + f_2 \quad (24-3)$$

که i و j عدد صحیح فرد می باشند.

معادلات (3-19)-(3-21) و (3-24) برای بررسی تأثیر پارامترهای ورودی بر رفتار منحنی خیز-

ماکزیمم بار پوسته‌های مدرج تابعی با تقویت کننده استفاده می شود.

3-3 تحلیل ارتعاش غیرخطی

برای بررسی ارتعاشات غیرخطی پوسته مدرج تابعی با تقویت کننده، فرض می کنیم فشار خارجی با

شدت $q_0 = Q \sin \Omega t$ اعمال گردد. بنابراین معادلات (3-19)-(3-21) به صورت معادلات (3-25)-(3-3)

(27) خواهد شد:

$$\left(\frac{d^2f_0}{dt^2} + 2\varepsilon \frac{df_0}{dt}\right) + b_{11}f_0 - b_{12}f_1^2 - b_{13}f_1^2f_2 + b_{14}f_2 - a_{13}Q \sin(\Omega t) \\ + b_{15}k_w f_0 + b_{16}k_w f_2 - b_{17}k_s f_2 + b_{18}k_{nl} f_0^3 + b_{19}k_{nl} f_2^3 \\ + b_{110}k_{nl} f_0 f_1^2 + b_{111}k_{nl} f_0 f_2^2 + b_{112}k_{nl} f_0^2 f_2 + b_{113}k_{nl} f_1^2 f_2 = 0 \quad (25-3)$$

$$\left(\frac{d^2f_1}{dt^2} + 2\varepsilon \frac{df_1}{dt}\right) + a_{22}f_1 + b_{21}f_1 f_0 + b_{22}f_1 f_2 + a_{25}f_1 f_2^2 + b_{23}f_1^3 \\ - b_{24}k_w f_1 f_0 - b_{25}k_w f_1 f_2 + b_{26}k_s f_1 f_2 + a_{27}k_w f_1 + a_{28}k_s f_1 \\ + b_{27}k_{nl} f_1^3 + b_{28}k_{nl} f_0^2 f_1 + b_{29}k_{nl} f_1 f_2^2 + b_{210}k_{nl} f_0 f_1 f_2 \\ + b_{211}k_{nl} f_1 f_0^3 + b_{212}k_{nl} f_1 f_2^3 + b_{213}k_{nl} f_0 f_1^3 + b_{214}k_{nl} f_0 f_1 f_2^2 \\ + b_{215}k_{nl} f_0^2 f_1 f_2 + b_{216}k_{nl} f_1^3 f_2 = 0 \quad (26-3)$$

$$\left(\frac{d^2f_2}{dt^2} + 2\varepsilon \frac{df_2}{dt}\right) + a_{31}f_1^2 + a_{32}f_1^2 f_2 + a_{33}f_2 + a_{34}k_w \left(\frac{3}{4}f_2 + f_0\right) \\ + b_{31}k_{nl} f_0^3 + b_{32}k_{nl} f_2^3 + b_{33}k_{nl} f_0 f_1^2 + b_{34}k_{nl} f_0 f_2^2 \\ + b_{35}k_{nl} f_0^2 f_2 + b_{36}k_{nl} f_1^2 f_2 + a_{35}k_s f_2 = 0 \quad (27-3)$$

که Q دامنه نیروی تحریک و Ω فرکانس تحریک می باشد.

با استفاده از معادلات (25-3)-(27-3)، می توان فرکانس های طبیعی ارتعاش آزاد و پاسخ غیرخطی پوسته مدرج تابعی با تقویت کننده را محاسبه کرد. برای یافتن پاسخ دینامیکی غیرخطی از روش رانگ کوتا مرتبه چهار استفاده شده است. توضیح مختصری در مورد روش رانگ کوتا مرتبه چهار در پیوست (د) آورده شده است.

با نادیده گرفتن جملات مربوط به کمانش یکنواخت و کمانش غیرخطی، معادله (3-14) به صورت رابطه (3-28) کاهش می یابد:

$$\left(\frac{d^2f_1}{dt^2} + 2\varepsilon \frac{df_1}{dt}\right) + (a_{22} + a_{27}k_w + a_{28}k_s)f_1 + a_{24}f_1^3 - a_{26}f_1 Q \sin(\Omega t) = 0 \quad (28-3)$$

با فرض ارتعاش آزاد بدون میرایی خطی و صرف نظر از جملات مرتبه بالا، معادله (3-28) به صورت رابطه (3-29) درمی آید:

$$\frac{d^2f_1}{dt^2} + (a_{22} + a_{27}k_w + a_{28}k_s)f_1 = 0 \quad (29-3)$$

بنابراین فرکانس طبیعی پوسته‌های استوانه‌ای مدرج تابعی با تقویت‌کننده به صورت رابطه (۳۰-۳) محاسبه می‌گردد:

$$\omega_{mn} = \sqrt{a_{22} + k_w a_{27} + k_s a_{28}} \quad (30-3)$$

که ω_{mn} فرکانس طبیعی پوسته مدرج تابعی با تقویت‌کننده می‌باشد.

با در نظر گرفتن $f_1(t) = \eta \sin \Omega t$ و اعمال روشی مثل روش گالرکین، بر معادله (۲۸-۳) رابطه فرکانس-دامنه ارتعاش غیرخطی به صورت رابطه (۳۱-۳) را داریم:

$$\Omega^2 - \frac{4}{\pi} \varepsilon \Omega = (a_{22} + k_w a_{27} + k_s a_{28}) + \frac{3}{4} a_{24} \eta^2 - \frac{8}{3\pi} a_{26} Q \quad (31-3)$$

که η دامنه ارتعاش غیرخطی $f_1(t)$ است.

با معرفی پارامتر بی‌بعد فرکانس به صورت $\xi = \Omega / \omega_{mn}$ معادله (۳۱-۳) به صورت رابطه (۳۲-۳) درمی‌آید:

$$\xi^2 - \frac{4\varepsilon}{\pi \omega_{mn}} \xi = 1 + \frac{3}{4} \frac{a_{24}}{\omega_{mn}^2} \eta^2 - \frac{8a_{26}}{3\pi \omega_{mn}^2} Q \quad (32-3)$$

اگر $Q = 0$ باشد، رابطه دامنه-فرکانس ارتعاش آزاد غیرخطی به صورت رابطه (۳۳-۳) به دست می‌آید:

$$\xi^2 - \frac{4\varepsilon}{\pi \omega_{mn}} \xi = 1 + \frac{3}{4} \frac{a_{24}}{\omega_{mn}^2} \eta^2 \quad (33-3)$$

۳-۴ تحلیل کمانش دینامیکی غیرخطی استوانه مدرج تابعی با تقویت‌کننده

برای تحلیل کمانش دینامیکی غیرخطی ابتدا می‌بایست شماره مدی که بار بحرانی کمانش در آن رخ می‌دهد را به دست آورد بدین منظور با حذف شکل کمانش یکنواخت و کمانش غیرخطی و قرار دادن

$$f_1 = 0, \dot{f}_1 = 0 \text{ و این که } f_1 \neq 0 \text{ معادله (۱۴-۳) به صورت رابطه (۳۴-۳) درمی‌آید [۱۸]:}$$

$$a_{22} + k_w a_{27} + k_s a_{28} + a_{24} f_1^2 - a_{26} q_0 = 0 \quad (34-3)$$

با نادیده گرفتن جمله مرتبه دو f_1 در معادله (۳۴-۳)، رابطه (۳۵-۳) بیان شده است:

$$q_0^{sbu} = \frac{a_{22} + k_w a_{27} + k_s a_{28}}{a_{26}} \quad (35-3)$$

که q_0^{sbu} بار کمانش استاتیکی خطی پوسته‌های استوانه‌ای مدرج تابعی با تقویت‌کننده می‌باشد. بار بحرانی کمانش استاتیکی خطی پوسته‌های استوانه‌ای مدرج تابعی با تقویت‌کننده به صورت رابطه (36-3) می‌باشد:

$$q_{scr} = \min(q_0^{sbu}) \quad (36-3)$$

رابطه (36-3) علاوه بر بار بحرانی کمانش، شماره مد کمانش (n) را نیز می‌دهد که یکی از داده‌های مورد نیاز برای یافتن پاسخ کمانش دینامیکی غیرخطی می‌باشد.

بر اساس معادلات (3-19)-(3-21)، تحلیل کمانش بحرانی دینامیکی غیرخطی پوسته‌های استوانه‌ای مدرج تابعی با تقویت‌کننده تحت فشار جانبی مختلف وابسته به زمان، خطی مشابه $q_0 = ct$ در نظر گرفته می‌شود که c سرعت بارگذاری (N/m^2s) می‌باشد.

معادلات (3-19)-(3-21) یک دستگاه سه معادله دیفرانسیلی مرتبه دوم غیرخطی هستند. بنابراین حل تحلیلی آن‌ها به راحتی مقدور نیست. در این پایان‌نامه، این دستگاه معادلات به روش رانگ کوتا مرتبه چهارم حل شده است. زمان بحرانی دینامیکی (t_{cr}) را می‌توان بر اساس معیار بدیانسکی-راث [29] به دست آورد. بر اساس این معیار، برای مقادیر بزرگ سرعت بارگذاری، در منحنی دامنه-زمان جابه‌جایی‌ها سریعاً برحسب زمان افزایش می‌یابند و منحنی با عبور از ناحیه شیب‌دار متناظر با $t = t_{cr}$ که افت پایداری رخ می‌دهد، به ماکزیمم خود می‌رسد. بار متناظر با زمان بحرانی دینامیکی، بار کمانش بحرانی دینامیکی نامیده می‌شود.

فصل چهارم

تحلیل استاتیکی پوسته‌های

استوانه‌ای

۴-۱ مقدمه

در این فصل، یک روش دقیق برای رفتار پس‌کمانش پوسته‌های استوانه‌ای مدور نازک مدرج تابعی تقویت‌شده که توسط محیط الاستیک خطی احاطه شده و تحت فشار خارجی قرار دارند، ارائه شده است. محیط الاستیک برحسب دو پارامتر بستر الاستیک مدل پیشنهادی وینکلر و پاسترناک فرض شده است. خواص پوسته و تقویت‌کننده‌ها مدرج تابعی در نظر گرفته شده است. یک عبارت سه‌جمله‌ای شامل شکل پیش‌کمانش، کمانش خطی و کمانش غیرخطی برای تقریب خیز انتخاب شده است که با استفاده از روش گالرکین، بار بحرانی و منحنی خیز-فشار پس‌کمانش محاسبه شده است. در تحلیل استاتیکی دانسیته جرمی وجود ندارد لذا در رابطه (۲-۳)، معادله مربوط به دانسیته جرمی لحاظ نمی‌گردد. رابطه (۲-۲۹) نیز در این قسمت کاربرد ندارد. همچنین بستر الاستیک خطی می‌باشد بنابراین در روابط فصل دوم برای این قسمت از k_{nl} صرف‌نظر خواهد شد. با این توضیحات، معادلات غیرخطی پوسته استوانه‌ای مدور نازک بر اساس تئوری کلاسیک پوسته به شکل رابطه (۴-۱) می‌باشد [۱۹، ۴۰]:

$$\begin{aligned} \frac{\partial N_x}{\partial x} + \frac{\partial N_{xy}}{\partial y} &= 0 \\ \frac{\partial N_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial N_y}{\partial y} &= 0 \\ \frac{\partial^2 M_x}{\partial x^2} + 2 \frac{\partial^2 M_{xy}}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 M_y}{\partial y^2} + N_x \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + 2N_{xy} \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} + N_y \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{1}{R} N_y \\ &+ q_0 - k_w w + k_s \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) = 0 \end{aligned} \quad (1-4)$$

روابط (۲-۳۱) و (۲-۳۲) در این فصل نیز برقرار می‌باشد. با جایگزینی معادلات (۲-۲۶) در سومین معادله (۴-۱) و با توجه به معادلات (۲-۶) و (۲-۳۰)، رابطه (۴-۲) را خواهیم داشت:

$$\begin{aligned}
& D_{11}^* \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + (D_{12}^* + D_{21}^* + 4D_{66}^*) \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + D_{22}^* \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} - B_{21}^* \frac{\partial^4 \varphi}{\partial x^4} \\
& - (B_{11}^* + B_{22}^* - 2B_{66}^*) \frac{\partial^4 \varphi}{\partial x^2 \partial y^2} - B_{12}^* \frac{\partial^4 \varphi}{\partial y^4} - \frac{1}{R} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \\
& + 2 \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x \partial y} \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} - \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} - q_0 + k_w w - k_s \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) = 0
\end{aligned} \tag{۲-۴}$$

معادلات (۲-۴) و (۳۱-۲) سیستم معادلات غیرخطی بر حسب دو پارامتر مجهول w و φ می‌باشد. آن‌ها به منظور بررسی ویژگی‌های پوسته‌های استوانه‌ای مدرج تابعی با تقویت‌کننده مورد استفاده قرار می‌گیرند.

۲-۴ تحلیل کمانش

شرایط تکیه‌گاهی پوسته استوانه‌ای مدرج تابعی با تقویت‌کننده، دو سر ساده می‌باشد و پوسته در معرض توزیع فشار یکنواخت q_0 بر روی یک بستر الاستیک قرار دارد.

خیز پوسته‌های استوانه‌ای را به صورت رابطه (۳-۴) در نظر می‌گیریم [۴۰-۴۱]:

$$w = f_0 + f_1 \sin \frac{m\pi x}{L} \sin \frac{ny}{R} + f_2 \sin^2 \frac{m\pi x}{L} \tag{۳-۴}$$

که f_0 دامنه مجهول کمانش یکنواخت، f_1 دامنه مجهول کمانش خطی، f_2 دامنه مجهول کمانش غیرخطی می‌باشد. $\sin \frac{m\pi x}{L}$ ، $\sin \frac{m\pi x}{L} \sin \frac{ny}{R}$ و n به ترتیب بیانگر شکل کمانش خطی،

شکل کمانش غیرخطی، تعداد نیم موج و تعداد موج کامل در راستای محوری و محیطی می‌باشد.

با جایگزینی معادله (۳-۴) در معادله (۳۱-۲) و ساده‌سازی آن، معادله‌ای PDE مشابه فصل قبل به-

صورت رابطه (۲-۳) به دست می‌آید که با حل معادله‌ی (۲-۳) تابع مجهول φ به صورت رابطه (۴-۳)

در فصل قبل حاصل می‌شود.

با جایگزینی معادلات (۳-۴) و (۴-۳) در معادله (۲-۴) و با اعمال روش گالرکین در بازه $0 \leq x \leq L$

و $0 \leq y \leq 2\pi R$ روابط (۴-۴)-(۴-۶) را داریم:

$$\sigma_{0y} = \frac{R}{h} \left(q_0 - \frac{1}{2} k_w (f_2 - 2f_0) \right) \quad (۴-۴)$$

$$\left[\frac{m^2 n^2 \pi^2 \lambda^2}{A} + \frac{B_1}{A} m^2 n^2 \pi^2 \lambda^2 - \frac{n^2 \lambda^2 (\lambda L - 4B_{21}^* m^2 \pi^2)}{4A_{11}^* m^2 \pi^2} \right] f_1 f_2 + \left(\frac{m^2 n^2 \pi^2 \lambda^2}{A} + \frac{m^2 n^2 \pi^2 \lambda^2}{G} \right) f_1 f_2^2 + \left(\frac{m^4 \pi^4}{16A_{22}^*} + \frac{n^4 \lambda^4}{16A_{11}^*} \right) f_1^3 + \left(D + \frac{BB_1}{A} \right) f_1 \quad (۵-۴)$$

$$- \sigma_{0y} h n^2 L^2 \lambda^2 f_1 + L^4 k_w f_1 + L^2 k_s f_1 \left[(\lambda n)^2 + (m\pi)^2 \right] = 0$$

$$\left\{ \left[4B_{21}^{**} \left(\frac{m\pi}{L} \right)^4 - \frac{1}{R} \left(\frac{m\pi}{L} \right)^2 \right] \frac{n^2 \lambda^2}{32A_{11}^* m^2 \pi^2} + \frac{1}{2} \frac{B}{A} \left(\frac{m\pi}{L} \right)^2 \left(\frac{n}{R} \right)^2 \right\} f_1^2 + \frac{1}{2} m^2 n^2 \pi^2 \lambda^2 \left(\frac{m\pi}{L} \right)^2 \left(\frac{n}{R} \right)^2 \left(\frac{1}{A} - \frac{1}{G} \right) f_1^2 f_2 + \left\{ 4D_{11}^* \left(\frac{m\pi}{L} \right)^4 - \left[4B_{21}^{**} \left(\frac{m\pi}{L} \right)^4 - \frac{1}{R} \left(\frac{m\pi}{L} \right)^2 \right] \frac{(\lambda L - 4B_{21}^* m^2 \pi^2)}{4A_{11}^* m^2 \pi^2} \right\} f_2^2 + \frac{\sigma_{0y} h}{R} - q_0 + k_w \left(\frac{3}{4} f_2 + f_0 \right) + k_s f_2 \left(\frac{m\pi}{L} \right)^2 = 0 \quad (۶-۴)$$

علاوه بر این، پوسته استوانه‌ای باید شرایط بسته محیطی را ارضا کند. بنابراین رابطه (۳-۱۰) در فصل قبل را خواهیم داشت. با استفاده از معادلات (۲-۲۴)، (۲-۳۰)، (۳-۴)، (۳-۱۰) و (۴-۳)، رابطه (۴-۷) به صورت زیر به دست می‌آید:

$$-2A_{11}^* \sigma_{0y} h + \frac{1}{R} (f_2 + 2f_0) - \frac{1}{4} \left(\frac{n}{R} \right)^2 f_1^2 = 0 \quad (۷-۴)$$

با توجه به معادله (۴-۵)، رابطه (۴-۸) را خواهیم داشت:

$$f_1^2 = \frac{\left(a_{11} + a_{12} f_2 + a_{13} f_2^2 - \sigma_{0y} h \frac{n^2}{R^2} L^4 + L^4 k_w + L^2 k_s \left((\lambda n)^2 + (m\pi)^2 \right) \right)}{a_{14}} \quad (۸-۴)$$

با جایگذاری معادله (۴-۵) در معادلات (۴-۶) و (۴-۷)، روابط (۴-۹) و (۴-۱۰) را خواهیم داشت:

$$a_{21} f_1^2 + a_{22} f_1^2 f_2 + \left(a_{23} + \frac{1}{4} k_w + \left(\frac{m\pi}{L} \right)^2 k_s \right) f_2 = 0 \quad (۹-۴)$$

$$f_0 = a_{31} q + a_{32} f_2 + a_{33} f_1^2 \quad (۱۰-۴)$$

مقدار ضرایب روابط (۸-۴)-(۱۰-۴) در روابط (۱۱-۴)-(۱۳-۴) آورده شده است:

$$a_{11} = D + \frac{BB_1}{A}, \quad a_{12} = \frac{B_1}{A} m^2 n^2 \pi^2 \lambda^2 - \frac{n^2 \lambda^2 (\lambda L - 4B_{21}^* m^2 \pi^2)}{4A_{11}^* m^2 \pi^2} \quad (11-4)$$

$$a_{13} = \frac{m^2 n^2 \pi^2 \lambda^2}{A} + \frac{m^2 n^2 \pi^2 \lambda^2}{G}, \quad a_{14} = \frac{m^4 \pi^4}{16A_{22}^*} + \frac{n^4 \lambda^4}{16A_{11}^*}$$

$$a_{21} = \left[4B_{21}^{**} \left(\frac{m\pi}{L} \right)^4 - \frac{1}{R} \left(\frac{m\pi}{L} \right)^2 \right] \frac{n^2 \lambda^2}{16A_{11}^* m^2 \pi^2} + \frac{1}{2} \frac{B}{A} \left(\frac{m\pi}{L} \right)^2 \left(\frac{n}{R} \right)^2$$

$$a_{22} = \frac{1}{2} m^2 n^2 \pi^2 \lambda^2 \left(\frac{m\pi}{L} \right)^2 \left(\frac{n}{R} \right)^2 \left(\frac{1}{A} + \frac{1}{G} \right) \quad (12-4)$$

$$a_{23} = 4D_{11}^* \left(\frac{m\pi}{L} \right)^4 - \left[4B_{21}^{**} \left(\frac{m\pi}{L} \right)^4 - \frac{1}{R} \left(\frac{m\pi}{L} \right)^2 \right] \frac{(\lambda L - 4B_{21}^* m^2 \pi^2)}{4A_{11}^* m^2 \pi^2}$$

$$a_{31} = \frac{R^2 A_{11}^*}{(1 + k_w R^2 A_{11}^*)}, \quad a_{32} = \frac{1}{2}, \quad a_{33} = \frac{n^2}{8R(1 + k_w R^2 A_{11}^*)} \quad (13-4)$$

با جایگذاری معادله (۴-۴) در معادله (۵-۴) و با توجه به معادله (۹-۴)، رابطه (۱۴-۴) را خواهیم

داشت:

$$q_0 = a_{41} + a_{42} f_2 + a_{43} f_2^2 + a_{44} f_0 - \frac{\left(a_{23} + \frac{1}{4} k_w + \left(\frac{m\pi}{L} \right)^2 k_s \right) f_2}{a_{21} \zeta + a_{22} \zeta f_2} \quad (14-4)$$

مقدار ضرایب رابطه (۱۴-۴)، به صورت رابطه (۱۵-۴) آورده شده است:

$$a_{41} = \frac{a_1 + L^4 k_w + L^2 k_s \left((\lambda n)^2 + (m\pi)^2 \right)}{\zeta a_4}, \quad \zeta = \frac{n^2 L^4}{a_4 R} \quad (15-4)$$

$$a_{42} = \frac{1}{\zeta} \left(\frac{\zeta k_w}{2} + \frac{a_2}{a_4} \right), \quad a_{43} = \frac{a_3}{\zeta a_4}, \quad a_{44} = k_w$$

با جایگذاری معادله (۴-۴) در معادله (۵-۴)، معادله (۷-۴) در معادله (۹-۴) و معادله (۱۰-۴) در

معادله (۱۴-۴)، روابط (۱۶-۴)-(۱۸-۴) را خواهیم داشت:

$$f_1^2 = a_{51} + a_{52} f_2 + a_{53} f_2^2 + a_{54} q_0 \quad (16-4)$$

$$f_0 = a_{61}q + a_{62}f_2 + a_{63}f_2^2 + a_{64} \quad (17-4)$$

$$q = a_{71} + a_{72}f_2 + a_{73}f_2^2 - \frac{\left(a_{23} + \frac{1}{4}k_w + \left(\frac{m\pi}{L} \right)^2 k_s \right) f_2}{(a_{21}\zeta + a_{22}\zeta f_2)(1 - a_{54}a_{61})} \quad (18-4)$$

مقدار ضرایب مجهول به صورت روابط (۱۹-۴)-(۲۱-۴) می باشد:

$$a_{51} = \frac{-R^3(1 + k_w R^2 A_{11}^*)}{R^3(1 + k_w R^2 A_{11}^*) + 8\zeta n^2} \left(\frac{a_1 + L^4 k_w + L^2 k_s \left((\lambda n)^2 + (m\pi)^2 \right)}{\zeta a_4} \right)$$

$$a_{52} = \frac{R^3(1 + k_w R^2 A_{11}^*)}{R^3(1 + k_w R^2 A_{11}^*) + 8\zeta n^2} \left(\frac{-2Ra_2 - n^2 L^4 k_w}{2Ra_4} + \frac{\zeta(k_w R^2 A_{11}^* - 1)}{2(1 + k_w R^2 A_{11}^*)} \right) \quad (19-4)$$

$$a_{53} = \frac{-R^3(1 + k_w R^2 A_{11}^*)}{R^3(1 + k_w R^2 A_{11}^*) + 8\zeta n^2} \left(\frac{a_3}{a_4} \right)$$

$$a_{54} = \frac{R^3(1 + k_w R^2 A_{11}^*)}{R^3(1 + k_w R^2 A_{11}^*) + 8\zeta n^2} \left(\frac{n^2 L^4}{Ra_4} - \frac{\zeta R^2 A_{11}^*}{(1 + k_w R^2 A_{11}^*)} \right)$$

$$a_{61} = a_{31} + a_{33}a_{54}, \quad a_{62} = -a_{32} + a_{33}a_{52} \quad (20-4)$$

$$a_{63} = a_{33}a_{53}, \quad a_{64} = a_{33}a_{51}$$

$$a_{71} = \frac{a_{41} + a_{44}a_{64}}{1 - a_{44}a_{61}}, \quad a_{72} = \frac{a_{42} + a_{62}}{1 - a_{44}a_{61}}, \quad a_{73} = \frac{a_{43} + a_{63}}{1 - a_{44}a_{61}} \quad (21-4)$$

اگر $f = w_{\max}$ قرار دهیم، پس با توجه به معادله (۳-۴)، ماکزیمم خیز به صورت رابطه (۲۲-۴) می باشد:

$$f = f_0 + f_1 + f_2 \quad (22-4)$$

با جایگذاری معادلات (۱۶-۴) و (۱۷-۴) در معادله (۲۲-۴) ماکزیمم خیز به دست می آید. روند تعیین منحنی بار پس کمانش-ماکزیمم خیز بدین صورت می باشد که با مقدار دهی f_2 در روابط (۱۶-۴)-(۲۲-۴) و با توجه به رابطه (۲۲-۴)، می توان نمودار بار پس کمانش را با افزایش ماکزیمم خیز را به دست آورد.

فصل پنجم

نتایج

۵-۱ مقدمه

بعد از تکمیل فرمول‌بندی مسأله و نوشتن کدهای مربوط توسط نرم‌افزار MATLAB، در این فصل به بررسی نتایج حاصل از تحلیل پوسته‌های نازک استوانه‌ای مدور مدرج تابعی با تقویت‌کننده نامتقارن در معرض فشار خارجی که توسط بستر الاستیک خطی و غیرخطی احاطه شده، پرداخته شده است. خواص وابسته به دما و فشار داخلی نیز بررسی شده است. نتایج ارائه شده برای تحلیل دینامیکی و استاتیکی به صورت مجزا آورده شده است. همچنین اندازه کلیه پارامترهای مورد نیاز برای تحلیل دینامیکی و استاتیکی به ترتیب در جدول‌های (۵-۱) و (۵-۲) بیان شده است، در صورتی که اندازه پارامتری با اندازه پارامترهای موجود در جدول‌های ذکر شده، متفاوت باشد، اندازه آن پارامتر بیان می‌شود.

جدول (۵-۱) پارامترهای استفاده شده برای تحلیل دینامیکی پوسته‌های استوانه‌ای

نام	نماد	مقدار
مدول یانگ آلومینیوم	E_m	7×10^{10} نیوتن بر متر مربع
مدول یانگ آلومینا	E_c	38×10^{10} نیوتن بر متر مربع
دانسیتة جرمی آلومینیوم	ρ_m	۲۷۰۲ کیلوگرم بر متر مکعب
دانسیتة جرمی آلومینا	ρ_c	۳۸۰۰ کیلوگرم بر متر مکعب
طول	L	۰/۵ متر
شعاع	R	۰/۷۵ متر
ضریب پواسون	ν	۰/۳
مدول بستر الاستیک وینکلر	k_w	5×10^5 نیوتن بر متر مکعب
مدول سفتی لایه برشی پاسترناک	k_s	$2/5 \times 10^4$ نیوتن بر متر
شاخص کسر حجمی پوسته	k	۱
شاخص کسر حجمی تقویت‌کننده	k_2, k_3	۱
ضریب میرایی	ε	۰
نسبت شعاع به ضخامت پوسته	R/h	۲۵۰

جدول (۲-۵) پارامترهای استفاده شده برای تحلیل استاتیکی پوسته‌های استوانه‌ای

نام	نماد	مقدار
مدول یانگ آلومینیوم	E_m	7×10^{10} نیوتن بر متر مربع
مدول یانگ زیرکینیا	E_c	$15/1 \times 10^{10}$ نیوتن بر متر مربع
طول	L	۰/۳۸۷ متر
شعاع	R	۰/۰۶۰۶ متر
ضریب پواسون	ν	۰/۳
مدول بستر الاستیک وینکلر	k_w	۲۰۰ نیوتن بر متر مکعب
مدول سفتی لایه برشی پاسترناک	k_s	۱۰۰ نیوتن بر متر
شاخص کسر حجمی پوسته	k	۱
شاخص کسر حجمی تقویت کننده	k_2, k_3	۱
نسبت شعاع به ضخامت پوسته	R/h	۵۰۰

با توجه به اینکه تقویت کننده‌های به کار برده شده در این تحلیل‌ها دارای سه اندازه متفاوت می‌باشند، لذا تقویت کننده‌ها با سه نوع الف، ب و ج در جدول (۳-۵) بیان شده است.

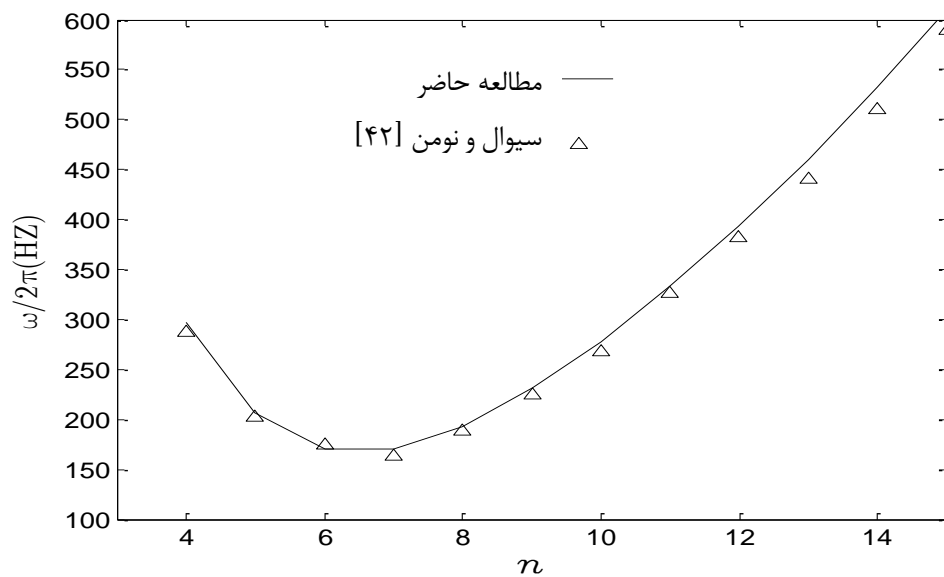
جدول (۳-۵) انواع تقویت کننده‌ها

نوع تقویت کننده	عرض (میلی متر)	ارتفاع (میلی متر)
الف	۲/۵	۱۰
ب	۲	۵
ج	۲۱	۸

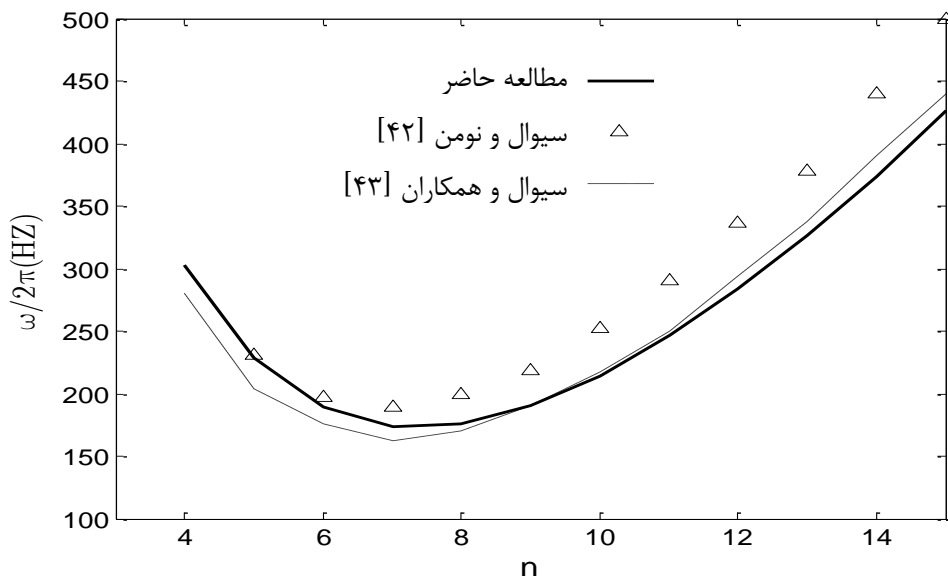
۲-۵ معتبر سازی رهیافت حاضر

به منظور راستی آزمایی فرمول بندی موجود در پایان نامه حاضر، فرکانس‌های طبیعی پوسته‌های استوانه‌ای ایزوتروپیک تقویت شده کامل و تقویت نشده بدون فونداسیون الاستیک در شکل (۱-۵) - (۳-۵) آورده شده است که با تحلیل سیوال و نومن [۴۲] و سیوال و همکاران [۴۳] مقایسه شده است. هم چنین کمانش استاتیکی پوسته‌های استوانه‌ای ایزوتروپیک تقویت شده بدون فونداسیون الاستیک تحت فشار خارجی که در جدول (۴-۵) آورده شده است با مطالعات باروچ و سینگر [۴۴]، ردی و استارنس [۴۵] و شن [۴۶] مقایسه شده است و فرکانس‌های طبیعی پوسته استوانه‌ای

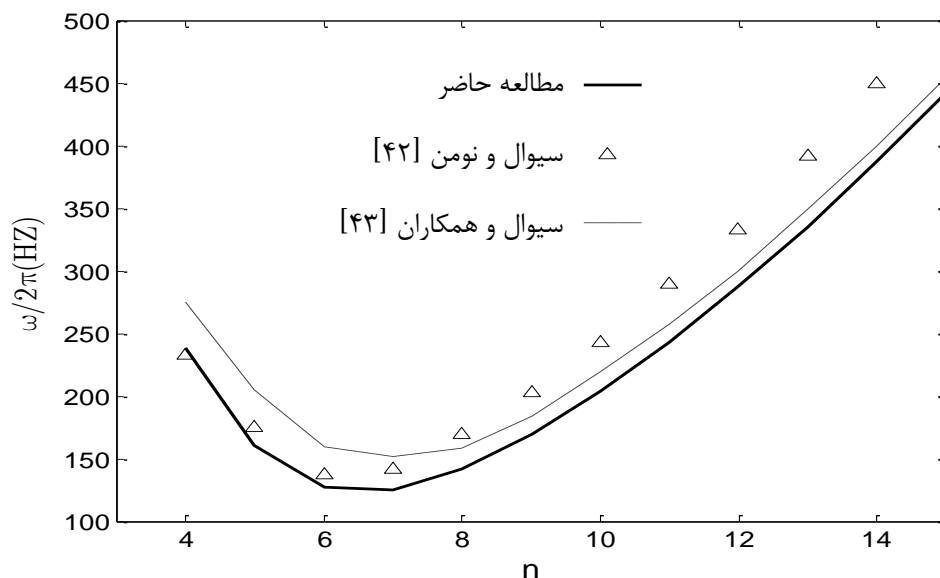
ایزوتروپیک بدون تقویت کننده با فونداسیون الاستیک در جدول (۵-۵) آورده شده است که با نتایج صوفیه و همکاران [۴۷] و پالیوال و همکاران [۴۸] مقایسه شده است. پس کمانش پوسته‌های مدرج تابعی تقویت نشده بدون فونداسیون الاستیک تحت فشار خارجی در شکل (۴-۵) آورده شده است که با تحلیل هوانگ و هان [۴۱] مقایسه شده است. از بررسی نتایج فوق می‌توان دریافت که نتایج حاصل با سایر مراجع هم‌خوانی مناسبی دارد.



شکل (۵-۱) مقایسه فرکانس طبیعی پوسته‌های استوانه‌ای ایزوتروپیک بدون تقویت کننده



شکل (۵-۲) مقایسه فرکانس طبیعی پوسته‌های استوانه‌ای ایزوتروپیک با تقویت کننده خارجی



شکل (۳-۵) مقایسه فرکانس طبیعی پوسته‌های استوانه‌ای ایزوتروپیک با تقویت‌کننده داخلی

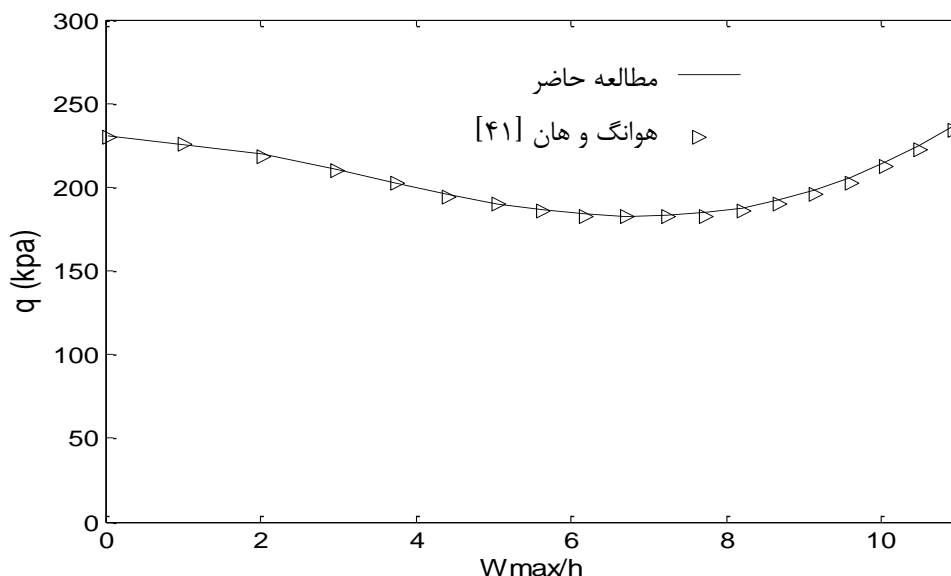
جدول (۴-۵) مقایسه بار کمانش استاتیکی پوسته استوانه‌ای ایزوتروپیک با تقویت‌کننده داخلی تحت فشار خارجی

مطالعه حاضر		باروچ و سینگر [۴۴]		ردی و استارنس [۴۵]		شن [۴۶]	
خطا (%)		خطا (%)		خطا (%)		خطا (%)	
بدون تقویت‌کننده	۱۰۳/۳۲۷ (۴)*	۱۰۲	۱/۲۸	۹۳/۵	۹/۵۱	۱۰۰/۷ (۴)	۲/۵۴
تقویت‌کننده طولی	۱۰۴/۴۹۴ (۴)	۱۰۳	۱/۴۳	۹۴/۷	۹/۳۷	۱۰۲/۲ (۴)	۲/۲۰
تقویت‌کننده حلقوی	۳۷۹/۶۹۴ (۳)	۳۷۰	۲/۵۵	۳۵۷/۵	۵/۸۵	۳۶۸/۳ (۳)	۳/۰۰
هر دو تقویت‌کننده	۳۸۷/۱۹۲ (۳)	۳۷۷	۲/۶۳	۳۶۵	۵/۷۳	۳۷۴/۱ (۳)	۳/۳۸

* عدد داخل پرانتز شماره مد کمانش (n) می‌باشد.

جدول (۵-۵) مقایسه فرکانس‌های طبیعی پوسته استوانه‌ای ایزوتروپیک بدون تقویت‌کننده با فونداسیون الاستیک

n	مطالعه حاضر	صوفیه و همکاران [۴۷]		پالیوال و همکاران [۴۸]	
	خطا (%)	خطا (%)		خطا (%)	
۱	۰/۶۷۴۸۰	۰/۶۷۹۲۱	۰/۶۵	۰/۶۷۸۸۲	۰/۶۰
۲	۰/۳۶۲۲۳	۰/۳۶۴۶۳	۰/۶۶	۰/۳۶۳۹۴	۰/۴۷
۳	۰/۲۰۶۷۰	۰/۲۰۸۰۴	۰/۶۵	۰/۲۰۵۲۶	۰/۷۰
۴	۰/۱۳۷۴۷	۰/۱۳۸۲۴	۰/۵۶	۰/۱۲۷۴۵	۷/۲۹



شکل (۴-۵) مقایسه پس‌کمانش پوسته مدرج تابعی تقویت نشده بدون فونداسیون الاستیک تحت فشار خارجی

۳-۵ نتایج تحلیل دینامیکی

۱-۳-۵ پوسته با تقویت‌کننده طولی و حلقوی ($\theta = 0, \beta = 90$)

۱-۳-۵ الف پاسخ ارتعاش غیرخطی پوسته‌های استوانه‌ای

در این قسمت، پوسته استوانه‌ای مدرج تابعی با تقویت‌کننده و بدون تقویت‌کننده با فونداسیون الاستیک خطی بررسی شده است. تقویت‌کننده‌های به‌کاربرده شده نوع الف و سیستم تقویت‌کننده شامل ۱۵ تقویت‌کننده حلقوی و ۶۳ تقویت‌کننده طولی می‌باشد.

جدول (۶-۵) فرکانس طبیعی ارتعاش آزاد پوسته‌های استوانه‌ای مدرج تابعی با تقویت‌کننده را نشان می‌دهد. به‌وضوح مشخص است که فرکانس طبیعی پوسته‌های تقویت‌شده بالاتر از پوسته‌های بدون تقویت‌کننده می‌باشد. زمانی که نسبت فلز افزایش می‌یابد، فرکانس طبیعی کاهش پیدا می‌کند.

جدول (۶-۵) نشان می‌دهد که با کاهش نسبت R/h ، فرکانس طبیعی پوسته افزایش می‌یابد.

جدول (۵-۶) فرکانس طبیعی پوسته‌های استوانه‌ای مدرج تابعی

پوسته با سطح خارجی سرامیک		پوسته با سطح داخلی سرامیک		R/h	k
بدون تقویت‌کننده	با تقویت‌کننده داخلی	با تقویت‌کننده خارجی	بدون تقویت‌کننده		
۳۰۷۴/۴(۴)	۲۱۸۷/۶(۶)	۳۳۲۰/۳(۵)	۳۱۱۱/۴(۶)*	۰/۲	۱۰۰
۳۴۷۳/۱(۵)	۲۶۵۰/۶(۶)	۳۰۵۰/۸(۵)	۲۶۵۰/۶(۶)	۱	
۳۴۷۸/۵(۵)	۳۰۲۳/۷(۶)	۲۸۴۱/۱(۵)	۲۲۱۲/۰(۶)	۵	
۳۴۶۲/۴(۵)	۳۱۳۲/۴(۶)	۲۷۶۸/۰(۴)	۲۰۹۸/۹(۶)	۱۰	
۲۹۵۵/۷(۴)	۱۸۸۸/۰(۶)	۳۰۰۷/۹(۶)	۲۶۳۲/۹(۷)	۰/۲	۱۵۰
۳۳۵۷/۷(۵)	۲۲۶۰/۸(۷)	۲۸۹۷/۳(۵)	۲۲۶۰/۸(۷)	۱	
۳۳۰۶/۱(۵)	۲۵۵۲/۳(۷)	۲۷۴۹/۳(۵)	۱۹۰۰/۶(۶)	۵	
۳۲۵۵/۱(۵)	۲۶۴۳/۱(۷)	۲۶۶۶/۰(۴)	۱۷۹۴/۰(۶)	۱۰	
۲۸۷۹/۳(۴)	۱۷۴۱/۳(۷)	۲۹۰۳/۹(۶)	۲۳۱۲/۰(۷)	۰/۲	۲۰۰
۳۳۲۹/۹(۵)	۲۰۲۶/۸(۷)	۲۸۴۵/۸(۵)	۲۰۲۶/۸(۷)	۱	
۳۲۵۳/۴(۵)	۲۲۶۰/۶(۷)	۲۷۲۴/۳(۵)	۱۷۵۴/۷(۷)	۵	
۳۱۸۱/۸(۵)	۲۳۲۷/۶(۷)	۲۶۰۱/۷(۴)	۱۶۸۵/۳(۷)	۱۰	
۲۸۱۷/۳(۴)	۱۶۸۰/۵(۷)	۲۸۷۶/۸(۶)	۲۱۶۷/۳(۷)	۰/۲	۲۵۰
۳۳۲۱/۲(۵)	۱۹۳۳/۹(۷)	۲۸۱۹/۸(۵)	۱۹۳۳/۹(۷)	۱	
۳۲۳۳/۵(۵)	۲۱۳۲/۳(۷)	۲۷۰۳/۲(۴)	۱۶۹۵/۴(۷)	۵	
۳۱۴۷/۵(۵)	۲۱۸۵/۶(۷)	۲۵۴۹/۴(۴)	۱۶۳۳/۱(۷)	۱۰	

* عدد داخل پرانتز شماره مد کمانش (n) می‌باشد.

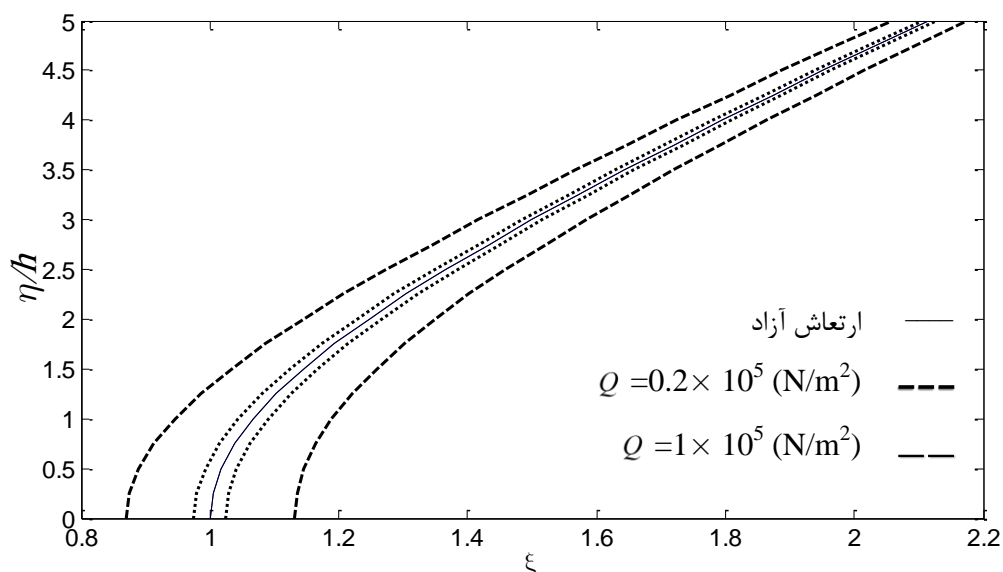
جدول (۷-۵) تأثیر فونداسیون و تقویت‌کننده بر روی فرکانس طبیعی پوسته‌های استوانه‌ای را نشان می‌دهد. همان‌طور که می‌توان دید پارامترهای فونداسیون (k_s و k_w) به شدت بر روی فرکانس طبیعی پوسته‌ها تأثیر می‌گذارد. هم‌چنین در صورت وجود هر دو پارامتر فونداسیون، فرکانس طبیعی بزرگ‌تر می‌شود.

جدول (۵-۷) تأثیر فونداسیون و تقویت‌کننده بر روی فرکانس طبیعی پوسته‌های استوانه‌ای

با تقویت‌کننده داخلی	با تقویت‌کننده خارجی	بدون تقویت‌کننده	k_w	k_s
۳۲۶۷/۸(۵)	۲۷۵۶/۶(۵)	۱۶۵۴/۱(۸)*	.	.
۳۲۸۶/۱(۵)	۲۷۷۸/۴(۵)	۱۷۷۶/۷(۸)	10^4	
۳۳۱۳/۵(۵)	۲۸۱۰/۷(۵)	۱۹۱۴/۰(۷)	$2/5 \times 10^4$	
۳۲۵۸/۷(۵)	۲۸۶۳/۸(۵)	۲۱۱۷/۶(۷)	5×10^4	
۳۲۶۹/۳(۵)	۲۷۵۸/۵(۵)	۱۶۵۸/۷(۸)	.	10^5
۳۲۸۷/۷(۵)	۲۷۸۰/۲(۵)	۱۷۸۱/۰(۸)	10^4	
۳۳۱۵/۱(۵)	۲۸۱۲/۵(۵)	۱۹۱۸/۰(۷)	$2/5 \times 10^4$	
۳۳۶۰/۲(۵)	۲۸۶۵/۶(۵)	۲۱۲۱/۲(۷)	5×10^4	
۳۲۷۵/۶(۵)	۲۷۶۵/۹(۵)	۱۶۷۷/۱(۸)	.	5×10^5
۳۲۹۳/۹(۵)	۲۷۸۷/۶(۵)	۱۷۹۸/۲(۸)	10^4	
۳۳۲۱/۲(۵)	۲۸۱۹/۸(۵)	۱۹۳۳/۹(۷)	$2/5 \times 10^4$	
۳۳۶۶/۳(۵)	۲۸۷۲/۷(۵)	۲۱۳۵/۷(۷)	5×10^4	
۳۲۸۳/۴(۵)	۲۷۷۵/۱(۵)	۱۶۹۹/۹(۸)	.	10^6
۳۳۰۱/۷(۵)	۲۷۹۶/۸(۵)	۱۸۱۹/۵(۸)	10^4	
۳۳۲۸/۹(۵)	۲۸۲۸/۹(۵)	۱۹۵۳/۷(۷)	$2/5 \times 10^4$	
۳۳۷۳/۹(۵)	۲۸۸۱/۶(۵)	۲۱۵۳/۶(۷)	5×10^4	

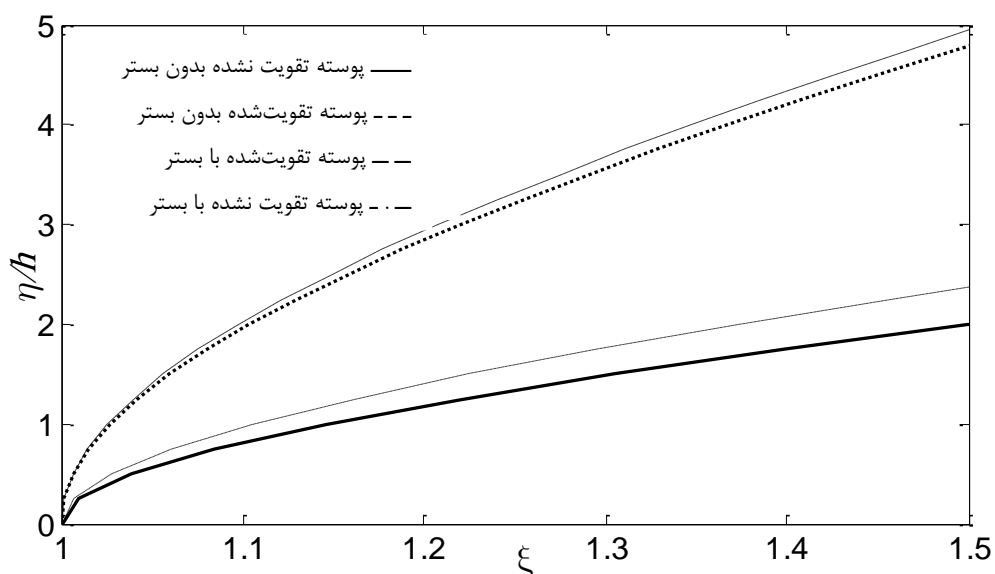
* عدد داخل پرانتز شماره مد کمانش (n) می‌باشد.

اثر نیروی تحریک q_0 بر روی منحنی ارتعاش غیرخطی فرکانس-دامنه پوسته استوانه‌ای مدرج تابعی با تقویت‌کننده داخلی در شکل (۵-۵) نشان داده شده است. Q برابر 10^5 و 2×10^4 نیوتن بر متر مربع در نظر گرفته می‌شود. می‌توان مشاهده کرد که با کاهش نیروی محرکه منحنی ارتعاش اجباری به منحنی ارتعاشات آزاد نزدیک‌تر می‌شود.



شکل (۵-۵) منحنی فرکانس-دامنه ارتعاش غیرخطی پوسته استوانه‌ای مدرج تابعی تقویت‌شده

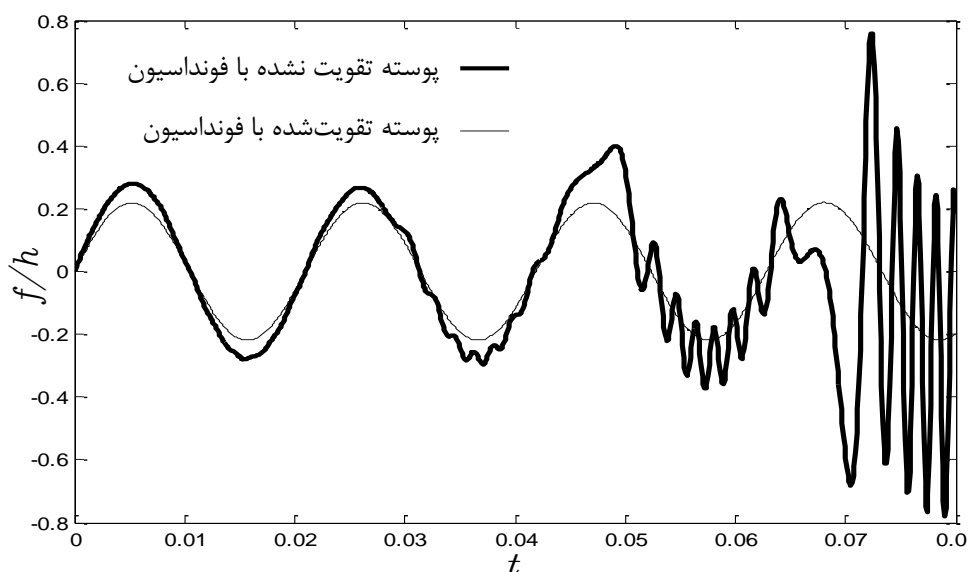
شکل (۶-۵) تأثیر هر دو تقویت‌کننده و فونداسیون را بر روی منحنی فرکانس-دامنه ارتعاش آزاد غیرخطی را نشان می‌دهد. مدهای (m و n) به ترتیب برابر (۱ و ۸) در نظر گرفته شده است. نتایج نشان می‌دهد که منحنی فرکانس-دامنه پوسته بدون تقویت‌کننده از پوسته تقویت‌شده و بدون فونداسیون الاستیک پایین‌تر است.



شکل (۶-۵) منحنی فرکانس-دامنه ارتعاش غیرخطی پوسته استوانه‌ای مدرج تابعی با تقویت‌کننده و بدون تقویت-

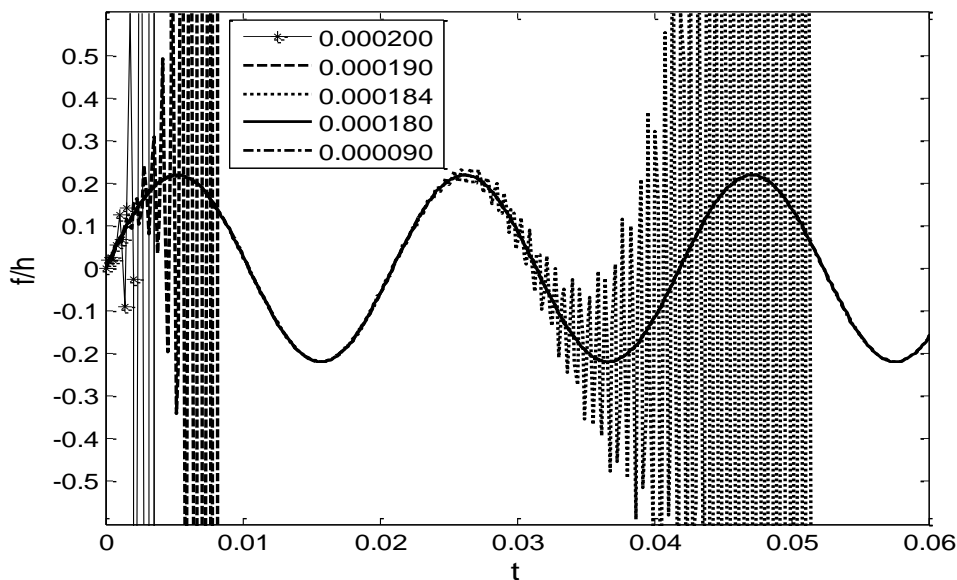
کننده

پاسخ‌های غیرخطی پوسته مدرج تابعی با تقویت‌کننده و بدون تقویت‌کننده در شکل (۷-۵) نشان داده شده است. مدهای (n و m) به ترتیب برابر (۱ و ۵) در نظر گرفته شده است. فرکانس‌های تحریک مربوط به $q_0 = 10^6 \sin(300t)$ از فرکانس طبیعی بسیار کوچک‌تر است. این نتایج نشان می‌دهد که تقویت‌کننده‌ها، به شدت دامنه ارتعاشی پوسته را زمانی که فرکانس‌های تحریک از فرکانس‌های طبیعی دورتر است، کاهش می‌دهد.



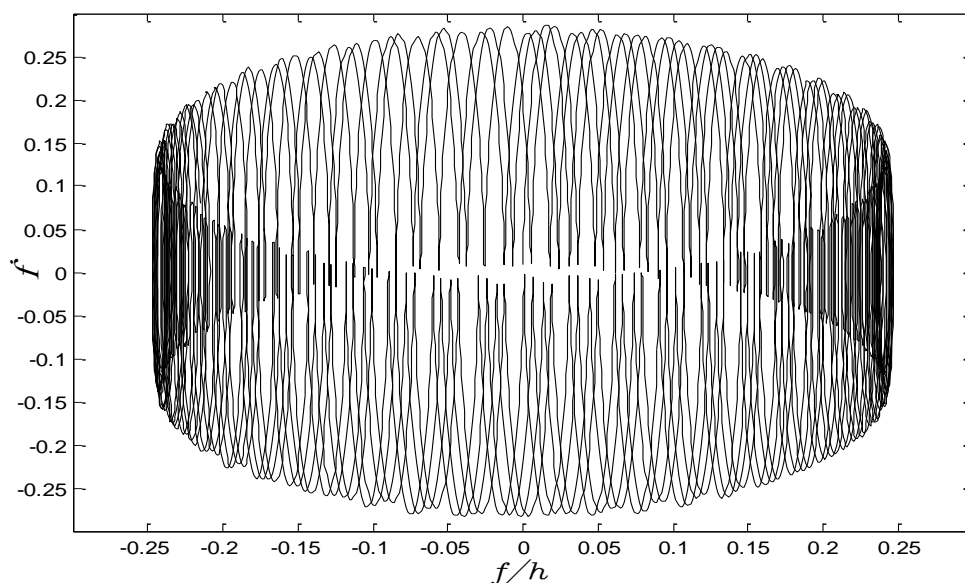
شکل (۷-۵) پاسخ‌های غیرخطی پوسته مدرج تابعی با تقویت‌کننده و بدون تقویت‌کننده

در شکل (۸-۵) گام‌های زمانی مختلف را برای رسم منحنی غیر خطی خیز بر حسب زمان با استفاده از روش رانگ کوتا مرتبه ۴ نشان داده شده است. همان‌طور که مشاهده می‌شود گام‌های زمانی کوچکتر از 0.00018 ، انتخابی مناسب می‌باشد. زیرا نمودار پاسخ غیر خطی با تقویت‌کننده در شکل (۸-۵) برای گام‌های بزرگ‌تر از 0.0001 واگرا و برای گام‌های کوچک‌تر از آن همگرا می‌باشد و در تحقیق حاضر از گام زمانی 0.00009 استفاده شده است.

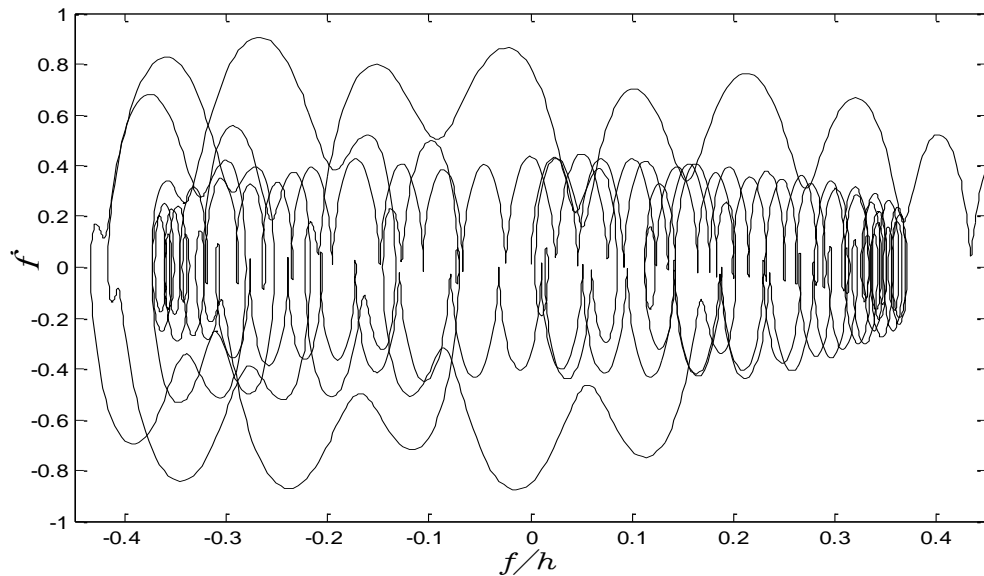


شکل (۸-۵) پاسخ‌های غیر خطی پوسته تقویت‌شده با گام‌های زمانی مختلف

در شکل (۹-۵) پوسته استوانه‌ای با تقویت‌کننده را نشان می‌دهد. مدهای (n و m) به ترتیب برابر (۱) و (۵) و فرکانس تحریک (Ω) برابر با ۳۰۰ رادیان بر ثانیه در نظر گرفته شده است. همان‌طور که مشاهده می‌شود زمانی که نیروی محرکه کوچک است، رابطه خیز-سرعت به صورت یک منحنی بسته است. زمانی که نیروی تحریک (Q) افزایش می‌یابد برابر با $10^6 \times 1/5$ نیوتن بر متر مربع، منحنی خیز-سرعت بی‌نظم‌تر می‌شود که در شکل (۱۰-۵) مشاهده می‌شود.

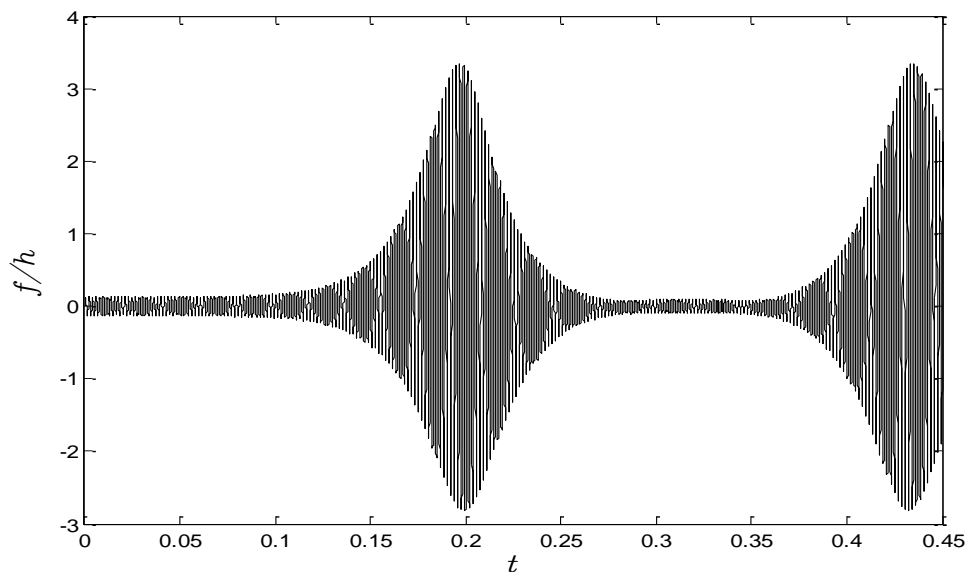


شکل (۹-۵) رابطه خیز-سرعت پوسته استوانه‌ای تقویت‌شده تحت نیروی محرکه (Q) برابر با 10^6 نیوتن بر متر مربع



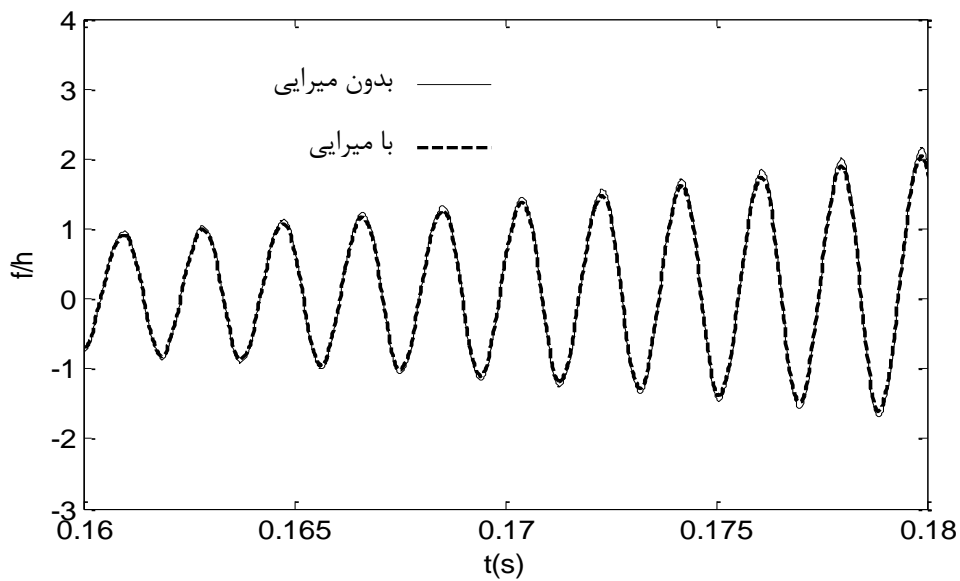
شکل (۱۰-۵) رابطه خیز-سرعت پوسته استوانه‌ای تقویت‌شده تحت نیروی محرکه (Q) برابر با $10^6 \times 1/5$ نیوتن بر متر مربع

در شکل (۱۱-۵) مشاهده می‌شود زمانی که فرکانس‌های تحریک به فرکانس‌های طبیعی نزدیک هستند، پدیده‌ای جالب مشابه پدیده هارمونیک ضربان ارتعاش خطی مشاهده می‌شود. فرکانس تحریک (Ω) برابر با ۲۸۰۰ رادیان بر ثانیه است که به فرکانس طبیعی (ω_{mn}) ۲۸۱۹/۸ رادیان بر ثانیه برای پوسته استوانه‌ای با تقویت‌کننده داخلی، نزدیک می‌باشد. همان‌طور که مشاهده می‌شود، دامنه ضربه، زمانی که فرکانس تحریک به فرکانس طبیعی نزدیک می‌شود، در حال افزایش است.

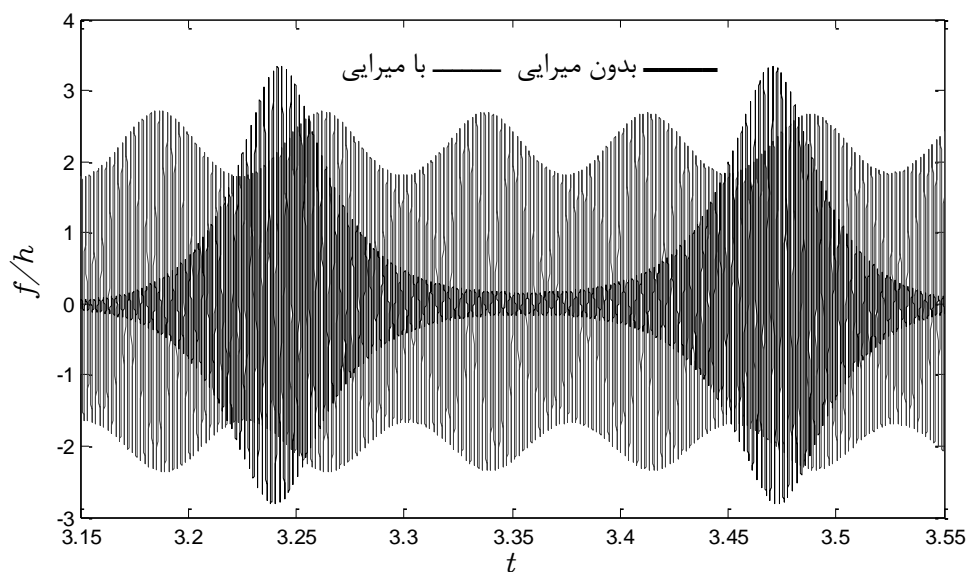


شکل (۱۱-۵) پاسخ غیرخطی پوسته استوانه‌ای تقویت‌شده

در شکل (۱۲-۵) و (۱۳-۵) تأثیر میرایی بر پاسخ‌های غیرخطی مشاهده می‌شود، که ضریب میرایی خطی برابر $0/3$ در نظر گرفته شده است. در شکل (۱۲-۵) مشاهده می‌شود که تأثیر میرایی بر پاسخ غیرخطی در تناوب اول ارتعاش خیلی کوچک است در حالی که با توجه به شکل (۱۳-۵) مشاهده می‌شود که در دوره‌های بعدی دامنه را به شدت کاهش می‌دهد.



شکل (۱۲-۵) تأثیر میرایی بر پاسخ غیرخطی پوسته استوانه‌ای تقویت‌شده در تناوب اولیه



شکل (۱۳-۵) تأثیر میرایی بر پاسخ غیرخطی پوسته استوانه‌ای تقویت‌شده در تناوب ثانویه

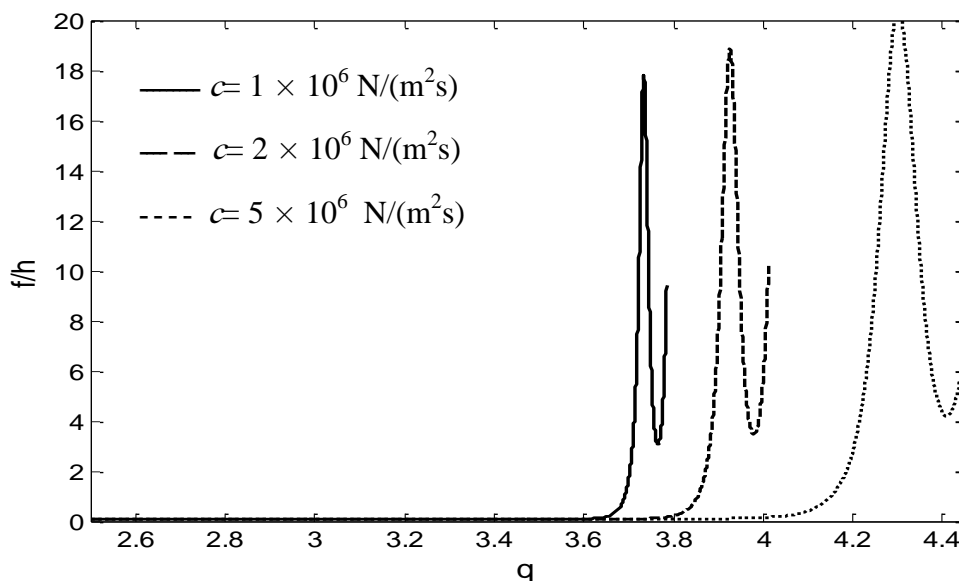
۵-۳-۱-ب پاسخ کمانش دینامیکی غیرخطی پوسته‌های استوانه‌ای

به منظور تحلیل کمانش دینامیکی غیرخطی پوسته‌های استوانه‌ای مدرج تابعی با تقویت کننده، پوسته‌های استوانه‌ای مدرج تابعی با تقویت کننده و بدون تقویت کننده با فونداسیون الاستیک و بدون فونداسیون الاستیک، در نظر گرفته می‌شود. ترکیب مواد مانند بخش قبل می‌باشد. تقویت کننده‌های به کار برده شده نوع ب می‌باشد. سیستم تقویت کننده شامل ۱۵ تقویت کننده حلقوی و ۶۳ تقویت کننده طولی می‌باشد.

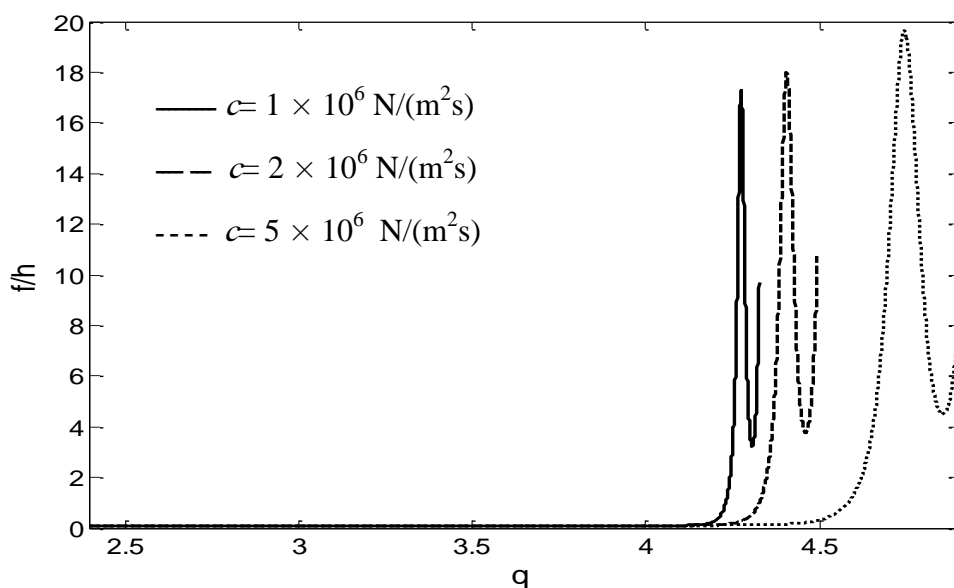
شکل (۵-۱۴)-(۵-۱۵) پاسخ‌های دینامیکی پوسته‌های تقویت شده با فونداسیون و بدون فونداسیون تحت بار مکانیکی را نشان می‌دهد. این نمودارها نشان می‌دهد که نقطه مشخصی مانند تحلیل استاتیکی وجود ندارد. در عوض، ناحیه ناپایداری جایی است که منحنی شیب f نسبت به t به شدت افزایش پیدا می‌کند. بر طبق معیار بدینسکی-راث [۲۹]، زمان بحرانی t_{cr} را می‌توان در میانه این

ناحیه در نظر گرفت. بنابراین، می‌توان نقطه عطف منحنی یعنی $\left. \frac{d^2f}{dt^2} \right|_{t=t_{cr}} = 0$ را انتخاب کرد [۱۱].

تأثیر سرعت بارگذاری بر پاسخ‌های دینامیکی پوسته‌های استوانه‌ای در شکل (۵-۱۴) و (۵-۱۵) نشان داده شده است. سه مقدار سرعت بارگذاری (c) برابر با 10^6 ، 2×10^6 و 5×10^6 نیوتن بر متر مربع ثانیه، انتخاب می‌شود. به وضوح مشخص است که بارهای کمانش دینامیکی بحرانی و پاسخ ماکزیمم دامنه با افزایش سرعت بار افزایش می‌یابد.



شکل (۵-۱۴) تأثیر سرعت بارگذاری بر پاسخ دینامیکی پوسته تقویت شده تحت فشار خارجی بدون فونداسیون الاستیک و مدهای (n و m) به ترتیب برابر ۱ و ۸



شکل (۵-۱۵) تأثیر سرعت بارگذاری بر پاسخ دینامیکی پوسته تقویت شده تحت فشار خارجی با فونداسیون الاستیک و مدهای (n و m) به ترتیب برابر ۱ و ۸

تأثیر فونداسیون الاستیک و تقویت کننده بر بارهای کمانش بحرانی غیرخطی در جدول (۵-۸) آورده شده است. مقدار سرعت بارگذاری (c) برابر با 10^6 نیوتن بر متر مربع ثانیه، فرض شده است. به وضوح مشخص است که فونداسیون الاستیک باعث افزایش قابل توجه بار بحرانی کمانش می شود. به نظر می رسد که تقویت کننده های طولی و تقویت کننده های حلقوی به شدت بر بار بحرانی کمانش پوسته ها

تأثیر می‌گذارد. جدول (۵-۸) همچنین نشان می‌دهد که بارهای بحرانی کمانش دینامیکی از بارهای بحرانی کمانش استاتیکی بیش‌تر است.

جدول (۵-۸) تأثیر فونداسیون الاستیک و تقویت‌کننده بر بار بحرانی کمانش پوسته استوانه‌ای مدرج تابعی ($\times 10^5$)

با فونداسیون الاستیک		بدون فونداسیون الاستیک		
دینامیکی	استاتیکی	دینامیکی	استاتیکی	
۲/۱۲۰(۹)	۱/۸۵۰(۹)	۱/۵۶۴(۹)	۱/۲۹۲(۹)*	بدون تقویت‌کننده
۴/۳۰۴(۸)	۴/۰۲۲(۸)	۳/۷۳۲(۸)	۳/۳۴۵(۸)	با تقویت‌کننده طولی
۲/۳۰۴(۹)	۱/۸۵۸(۹)	۱/۶۸۹(۹)	۱/۳۰۰(۹)	با تقویت‌کننده حلقوی
۴/۲۷۱(۸)	۴/۰۳۸(۸)	۳۷۴۴(۸)	۳/۴۶۵(۸)	با هر دو تقویت‌کننده

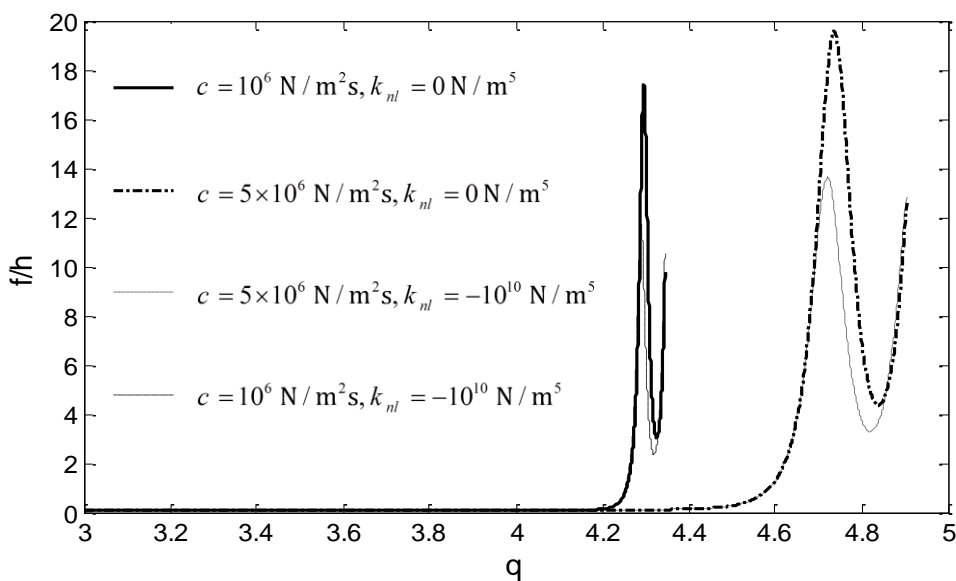
* عدد داخل پرانتز شماره مد کمانش (n) می‌باشد.

۵-۳-۱- ج پاسخ پوسته‌های استوانه‌ای شامل بستر الاستیک خطی و غیرخطی

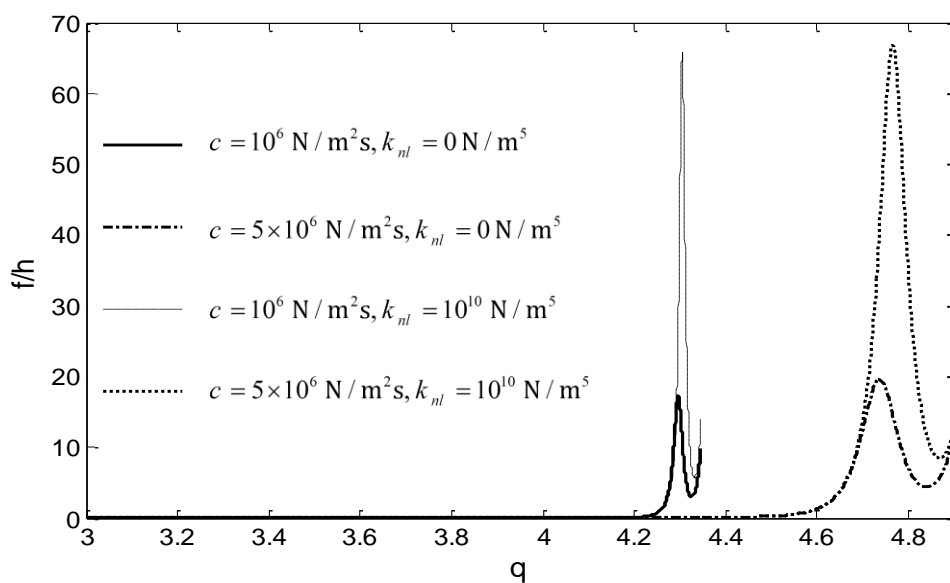
به‌منظور بررسی اثر بستر الاستیک غیرخطی، تأثیر آن را در نمودار مربوط به قسمت تحلیل کمانش دینامیکی غیرخطی پوسته‌های استوانه‌ای مدرج تابعی با تقویت‌کننده بررسی می‌کنیم.

یک پوسته استوانه‌ای با مشخصات قسمت ۵-۳-۱-۲ در نظر می‌گیریم، بستر الاستیک غیرخطی (k_{nl}) ($\pm 1 \times 10^1$ نیوتن بر متر به توان پنج و مدهای (m و n) به ترتیب برابر (۱ و ۸) در نظر گرفته شده است. ضریب بستر الاستیک غیرخطی به‌صورت مثبت و منفی به‌کاربرده می‌شود. با توجه به شکل (۵-۵) (۱۶) و (۱۷-۵) مشاهده می‌شود که بستر الاستیک غیرخطی بر روی بار بحرانی کمانش اثری نخواهد داشت و تنها بر روی دامنه ارتعاش تأثیرگذار خواهد بود.

در شکل (۵-۱۶) و (۱۷-۵) مشاهده می‌شود که به کار بردن ضریب بستر الاستیک غیرخطی مثبت باعث افزایش دامنه ارتعاش و به کار بردن ضریب بستر الاستیک غیرخطی منفی باعث کاهش دامنه ارتعاش خواهد شد.



شکل (۵-۱۶) تأثیر ضریب بستر الاستیک غیرخطی منفی، بر پاسخ کمانش دینامیکی پوسته استوانه‌ای



شکل (۵-۱۷) تأثیر ضریب بستر الاستیک غیرخطی مثبت، بر پاسخ کمانش دینامیکی پوسته استوانه‌ای

۵-۳-۱-د پاسخ پوسته‌های استوانه‌ای با خواص مواد وابسته به دما

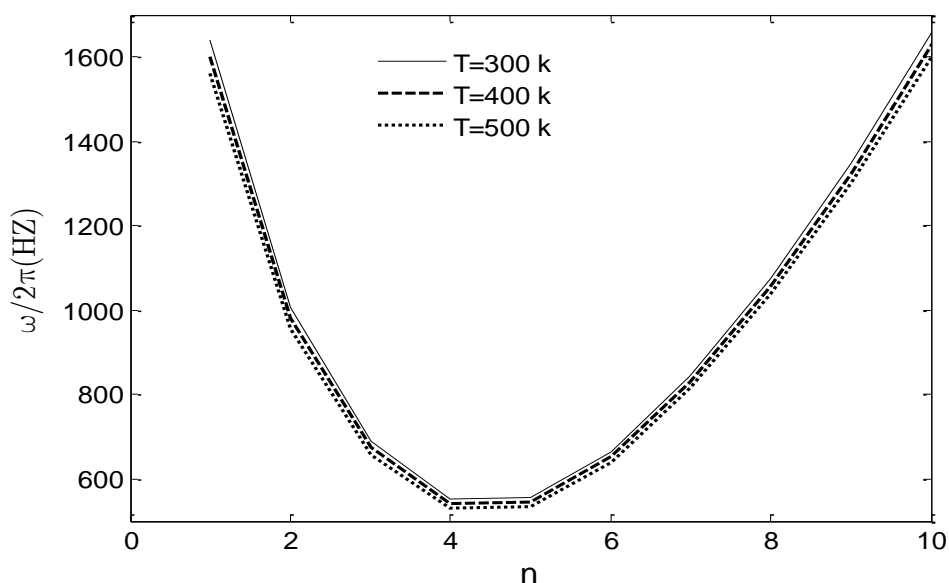
به‌منظور تحلیل دینامیکی غیرخطی پوسته‌های استوانه‌ای مدرج تابعی با تقویت‌کننده، پوسته‌های استوانه‌ای مدرج تابعی با تقویت‌کننده و بدون تقویت‌کننده با فونداسیون الاستیک و بدون فونداسیون الاستیک با توجه به پارامترهای جدول (۵-۱) در نظر گرفته می‌شود. ترکیب مواد شامل فلز با دانسیته

جرمی (ρ_m) ۲۳۷۰ کیلوگرم بر متر مکعب و سرامیک با دانسیته جرمی (ρ_c) ۴۴۲۹ کیلوگرم بر متر مکعب می‌باشد. تقویت‌کننده‌های به کار برده شده نوع الف در نظر گرفته می‌شود. سیستم تقویت‌کننده شامل ۱۵ تقویت‌کننده حلقوی و ۶۳ تقویت‌کننده طولی می‌باشد. ضرایب خواص مواد مدرج تابعی وابسته به دما در جدول (۹-۵) آورده شده است.

جدول (۹-۵) ضرایب خواص مواد مدرج تابعی

مواد	P_0	P_{-1}	P_1	P_2	P_3
فلز (Ti-6Al-4v)	$122/557 \times 10^9$	۰	$-4/4586 \times 10^{-4}$	۰	۰
سرامیک (Si_3N_4)	$348/430 \times 10^9$	۰	$3/700 \times 10^{-4}$	$2/160 \times 10^{-7}$	$-8/948 \times 10^{-11}$

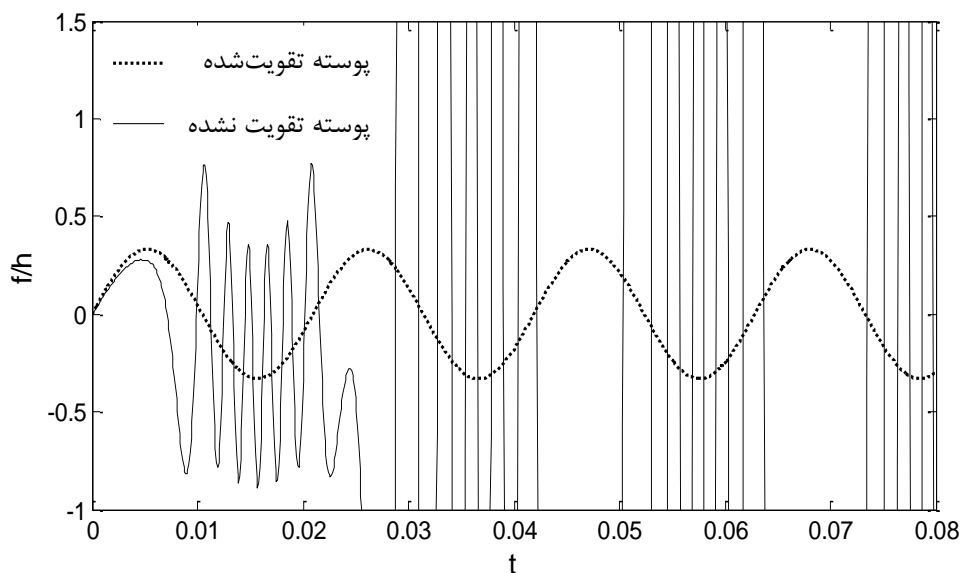
در شکل (۱۸-۵) فرکانس‌های طبیعی پوسته‌های استوانه‌ای تقویت‌شده با خواص مواد مدرج تابعی وابسته به دما شامل بستر الاستیک خطی بررسی شده است. در محاسبات دماهای ($T=300$ k, $T=400$ k و $T=500$ k) در نظر گرفته شده است. همان‌طور که مشاهده می‌شود با افزایش دما فرکانس طبیعی پوسته کاهش پیدا می‌کند.



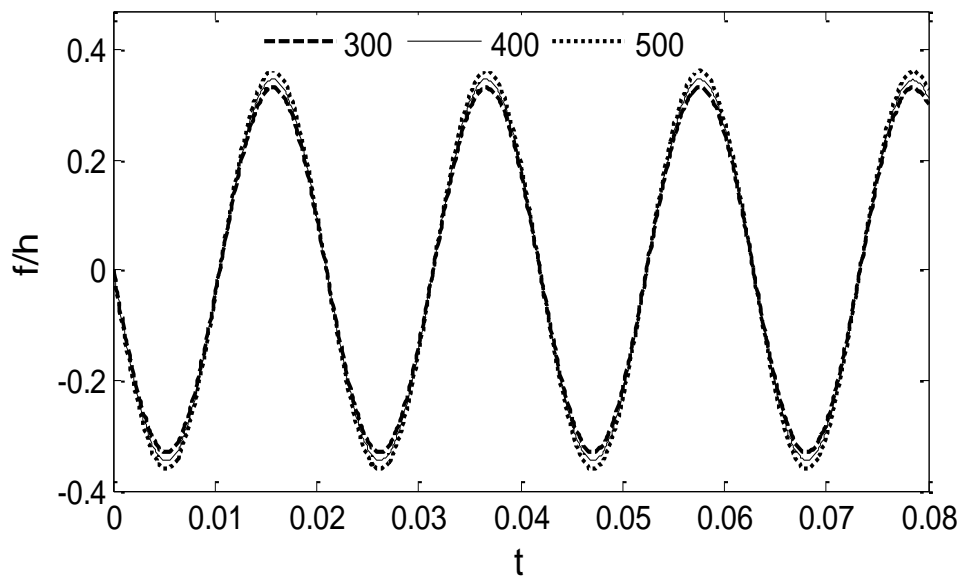
شکل (۱۸-۵) فرکانس‌های طبیعی پوسته‌های استوانه‌ای تقویت‌شده با خواص مواد مدرج تابعی وابسته به دما

پاسخ‌های غیرخطی پوسته مدرج تابعی با تقویت‌کننده و بدون تقویت‌کننده در شکل (۵-۱۹) نشان داده شده است که $T=300\text{ k}$ و مدهای (n و m) به ترتیب برابر (۱ و ۵) می‌باشد. شکل (۵-۱۹) در مقایسه با شکل (۵-۷) نشان می‌دهد که دامنه ارتعاش ناشی از پوسته با خواص مدرج تابعی وابسته به دما خیلی بیشتر از دامنه پوسته مدرج تابعی می‌باشد.

در شکل (۵-۲۰) پاسخ‌های غیرخطی پوسته استوانه‌ای مدرج تابعی با تقویت‌کننده برای دماهای k $T=300$ ، $T=400\text{ k}$ و $T=500\text{ k}$ نشان داده شده است و مدهای (n و m) به ترتیب برابر (۱ و ۵) می‌باشد. همان‌طور که مشاهده می‌شود با افزایش دما، دامنه ارتعاش کاهش پیدا کرده است.



شکل (۵-۱۹) پاسخ‌های غیرخطی پوسته مدرج تابعی با خواص مواد مدرج تابعی وابسته به دما

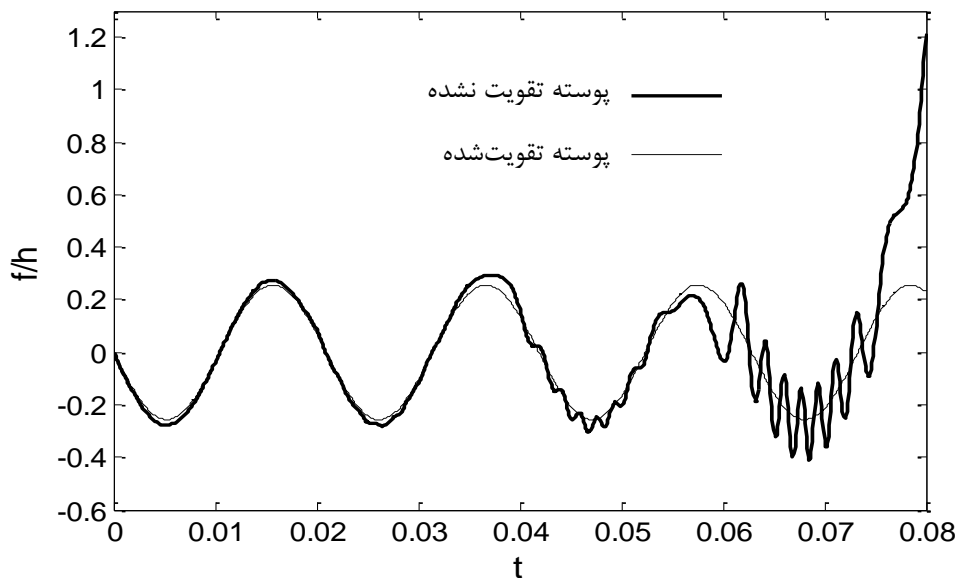


شکل (۲۰-۵) پاسخ‌های غیرخطی پوسته مدرج تابعی تقویت‌شده با خواص مواد مدرج تابعی وابسته به دما

۵-۳-۱-۵- پوسته استوانه‌ای تحت فشار داخلی یکنواخت

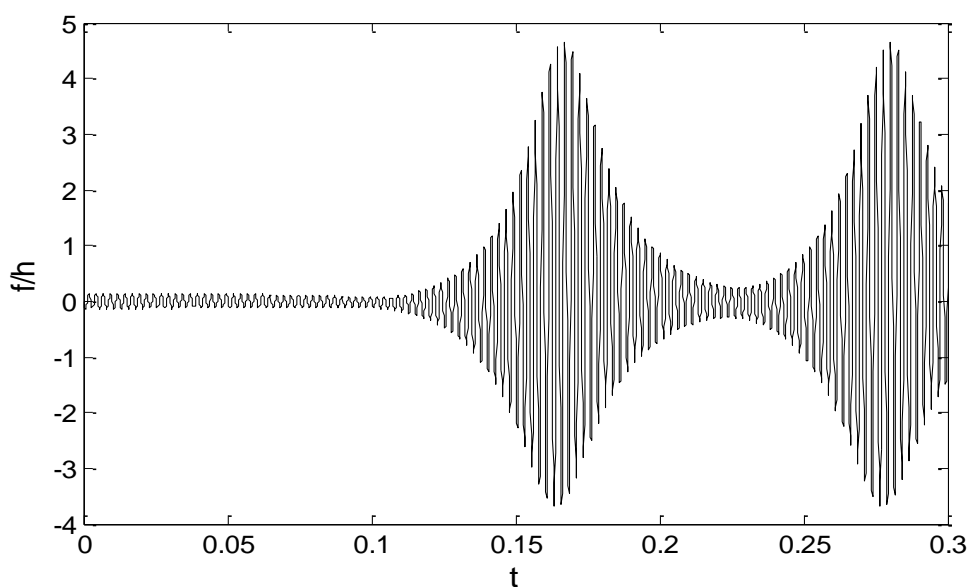
در این قسمت، یک پوسته استوانه‌ای مدرج تابعی با تقویت‌کننده و بدون تقویت‌کننده شامل بستر الاستیک خطی با مشخصات قسمت ۵-۳-۱-۱ را در نظر می‌گیریم.

پاسخ‌های غیرخطی پوسته مدرج تابعی با تقویت‌کننده و بدون تقویت‌کننده تحت فشار داخلی در شکل (۲۱-۵) نشان داده شده است که مدهای (n و m) به ترتیب برابر (۱ و ۵) می‌باشد. فرکانس‌های تحریک مربوط به $q_0 = 10^6 \sin(300t)$ از فرکانس طبیعی بسیار کوچک‌تر است.



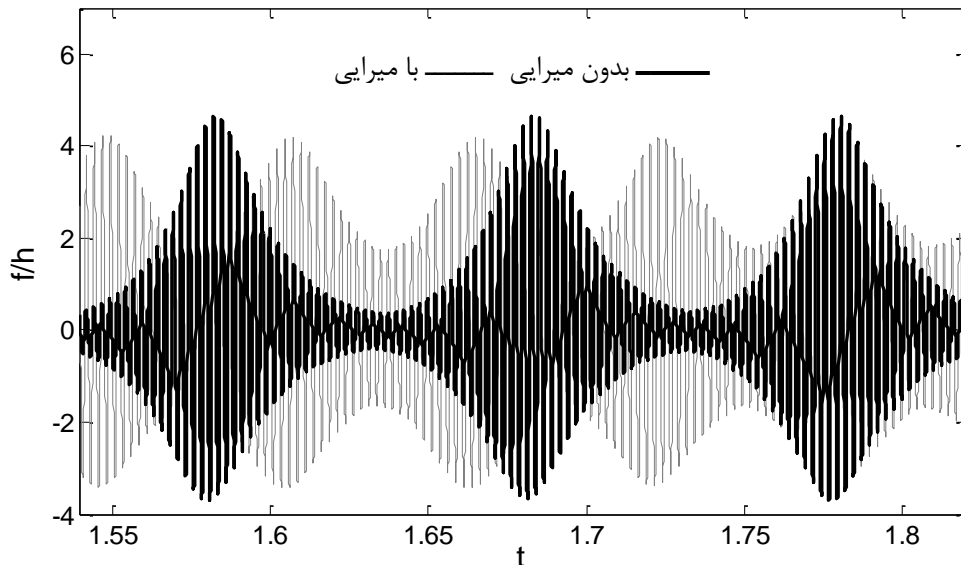
شکل (۵-۲۱) پاسخ‌های غیرخطی پوسته مدرج تابعی با تقویت‌کننده و بدون تقویت‌کننده تحت فشار داخلی

در شکل (۵-۲۲) نیز مانند قبل، مشاهده می‌شود زمانی که فرکانس‌های تحریک به فرکانس‌های طبیعی نزدیک هستند، پدیده‌ای جالب مشابه پدیده هارمونیک ضربان ارتعاش خطی مشاهده می‌شود. همان‌طور که مشاهده می‌شود، دامنه ضربه، زمانی که فرکانس تحریک به فرکانس طبیعی نزدیک می‌شود، در حال افزایش است.



شکل (۵-۲۲) پاسخ غیرخطی پوسته استوانه‌ای تقویت‌شده تحت فشار داخلی

در شکل (۵-۲۳) تأثیر میرایی بر پاسخ‌های غیرخطی مشاهده می‌شود، که ضریب میرایی خطی برابر $0/3$ در نظر گرفته شده است. در شکل (۵-۲۳) نیز مانند قبل، مشاهده می‌شود که ضریب میرایی در دوره‌های بالای زمانی دامنه را به شدت کاهش می‌دهد.



شکل (۵-۲۳) تأثیر میرایی بر پاسخ غیرخطی پوسته استوانه‌ای تقویت‌شده در دوره‌های زمانی بالا تحت فشار داخلی

۵-۳-۲ پوسته استوانه‌ای با تقویت‌کننده نامتقارن

پوسته استوانه‌ای مدرج تابعی با تقویت‌کننده شامل بستر الاستیک خطی بررسی شده است. تقویت‌کننده‌های به‌کاربرده شده نوع الف در نظر گرفته می‌شود. سیستم تقویت‌کننده شامل ۲۵ تقویت‌کننده می‌باشد.

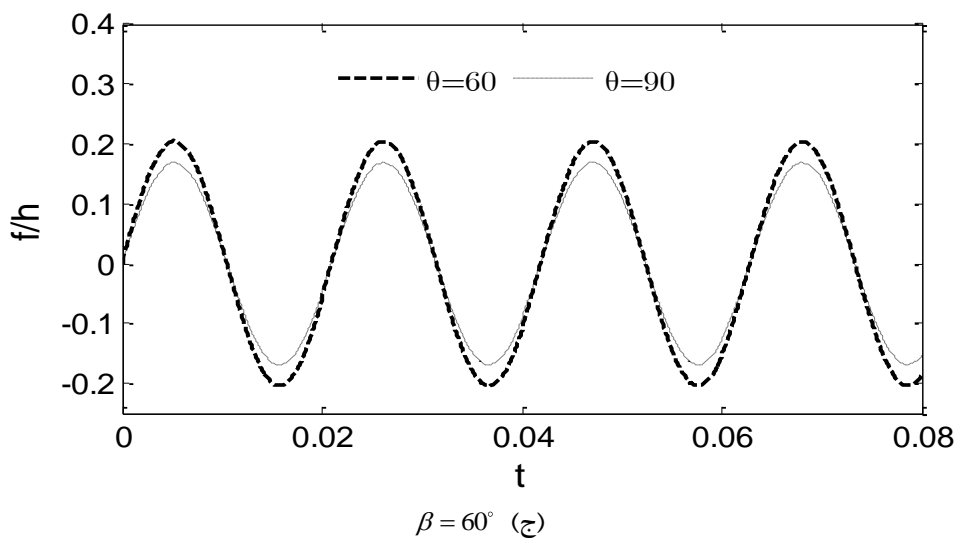
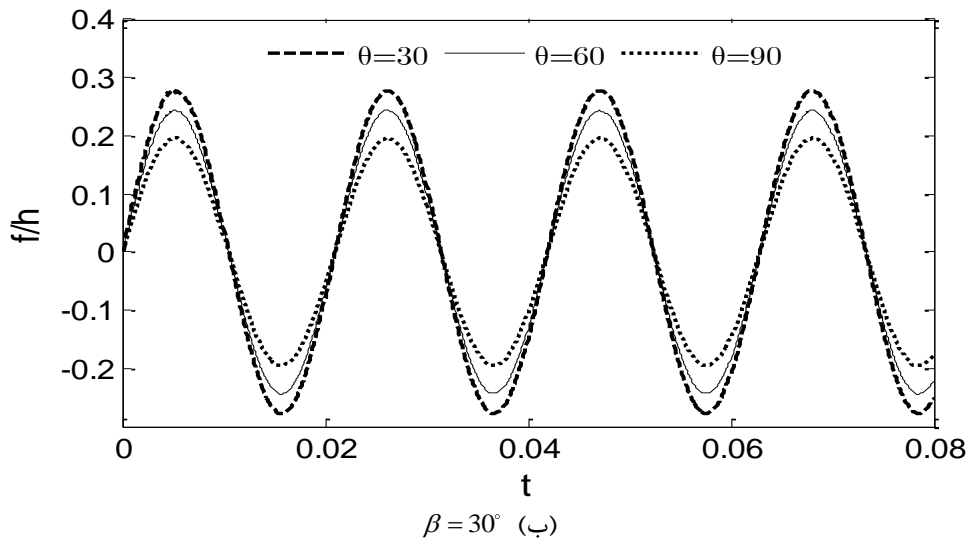
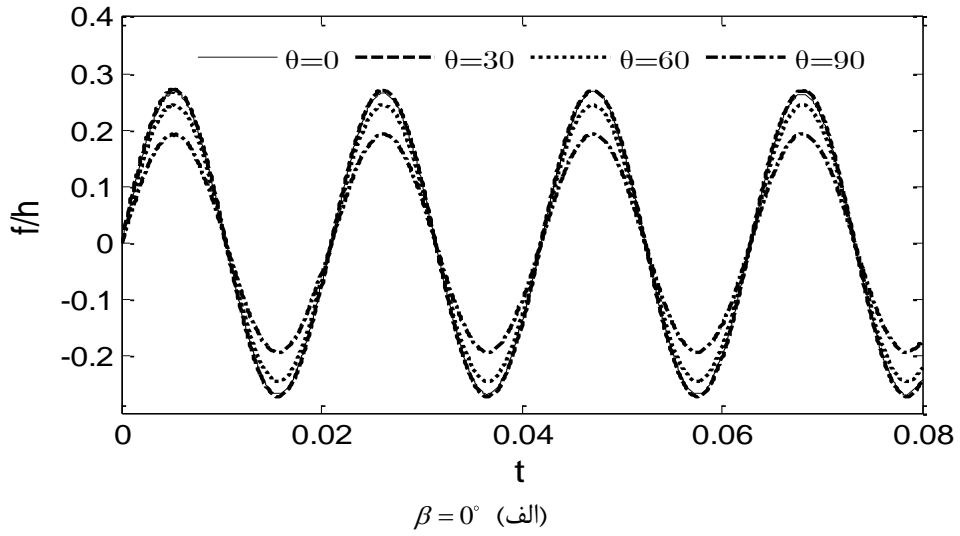
در این قسمت تأثیر زوایای مختلف بر پاسخ غیرخطی پوسته مدرج تابعی با تقویت‌کننده، فرکانس‌های طبیعی و کماتش دینامیکی غیرخطی پوسته‌های استوانه‌ای مدرج تابعی با تقویت‌کننده نشان داده شده است که برای تحلیل کماتش دینامیکی، تقویت‌کننده‌های به‌کاربرده شده نوع ب در نظر گرفته شده است.

شکل (۲۴-۵) تأثیر زوایای مختلف بر پاسخ غیرخطی پوسته استوانه‌ای مدرج تابعی با تقویت‌کننده را نشان می‌دهد. بر طبق نتایج مقالات مختلف مشاهده می‌شود که تمامی آن‌ها بیش‌ترین دامنه ارتعاش را برای حالتی می‌دانند که زاویه تقویت‌کننده‌ها صفر درجه ($\theta=0, \beta=0$) و کم‌ترین دامنه ارتعاش را برای حالتی می‌دانند که زاویه نود درجه ($\theta=90, \beta=90$) باشد ولی مطابق شکل (۲۴-۵) برای حالت‌های میانی که تقویت‌کننده‌ها با زوایای متفاوتی قرارداد شده‌اند، می‌توان تأثیر آن‌ها را بر پاسخ غیرخطی پوسته استوانه‌ای مشاهده نمود.

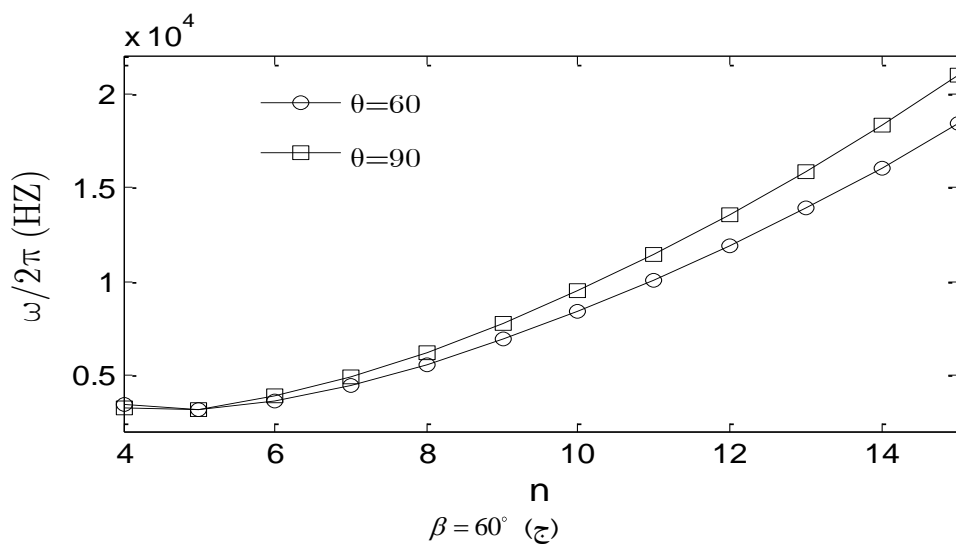
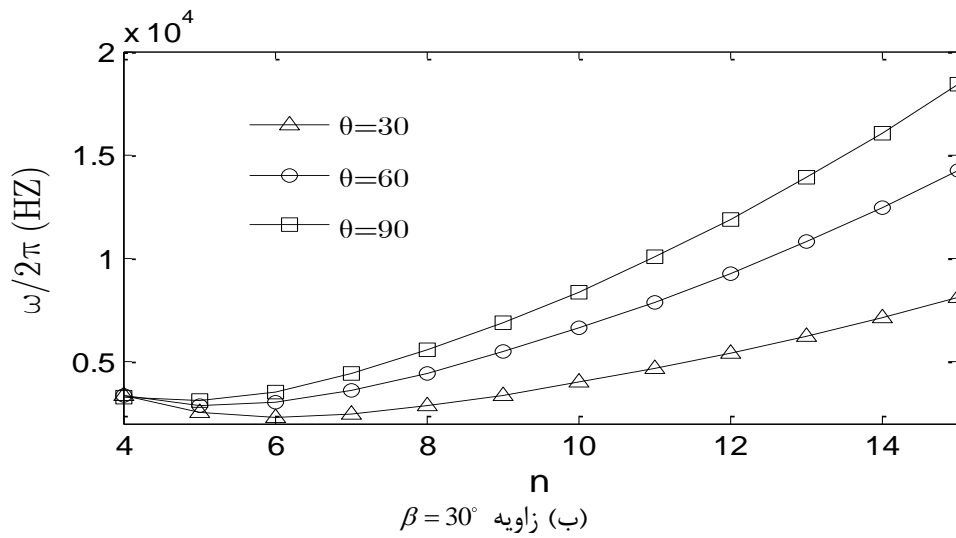
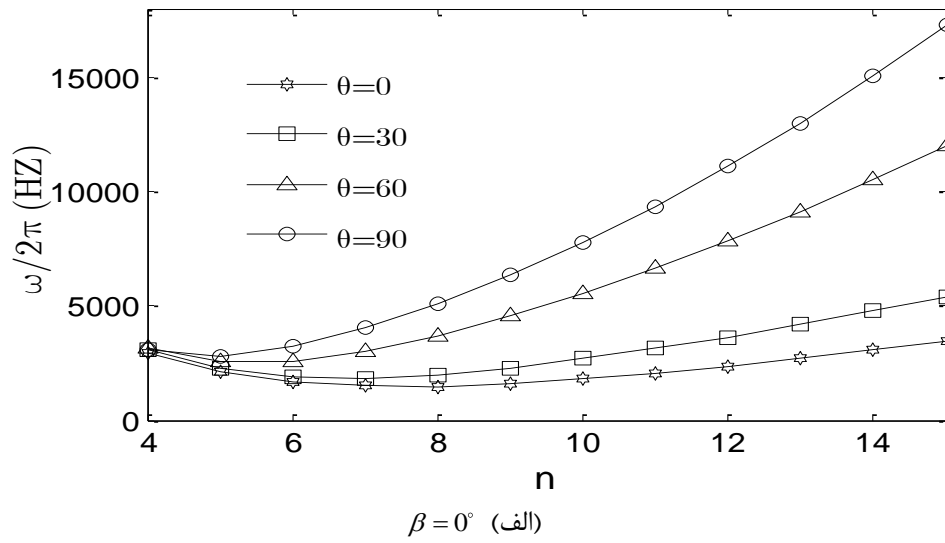
همان‌طور که در شکل (۲۴-۵) مشاهده می‌شود کمترین دامنه ارتعاش مربوط به پوسته با تقویت‌کننده‌های حلقوی و بیشترین دامنه ارتعاش زمانی می‌باشد که زاویه‌ی قرارگیری تقویت‌کننده‌ها 30° و 30° باشد.

شکل (۲۵-۵) تأثیر زوایای مختلف بر فرکانس‌های طبیعی پوسته استوانه‌ای مدرج تابعی با تقویت‌کننده را نشان می‌دهد. همان‌طور که مشاهده می‌شود با افزایش زوایای تقویت‌کننده‌ها در مدهای بالا فرکانس طبیعی پوسته نیز افزایش پیدا می‌کند به‌طوری‌که در مدهای بالا تقویت‌کننده با زاویه صفر کمترین فرکانس طبیعی و تقویت‌کننده با زاویه نود درجه بیش‌ترین فرکانس طبیعی را دارا می‌باشد.

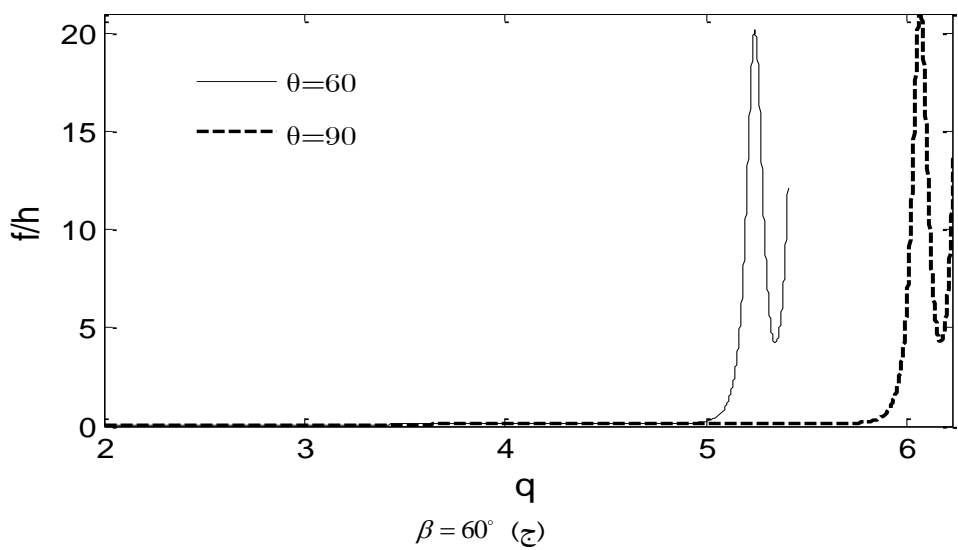
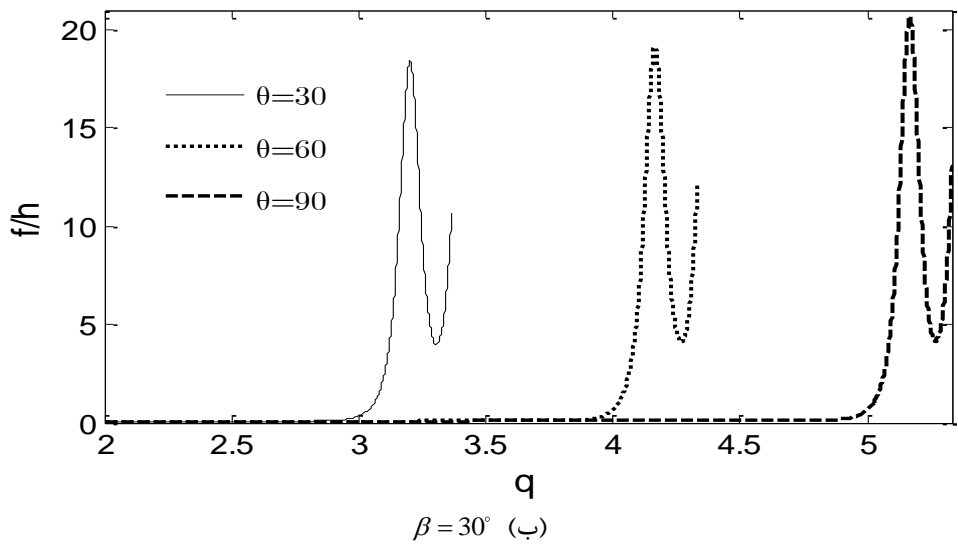
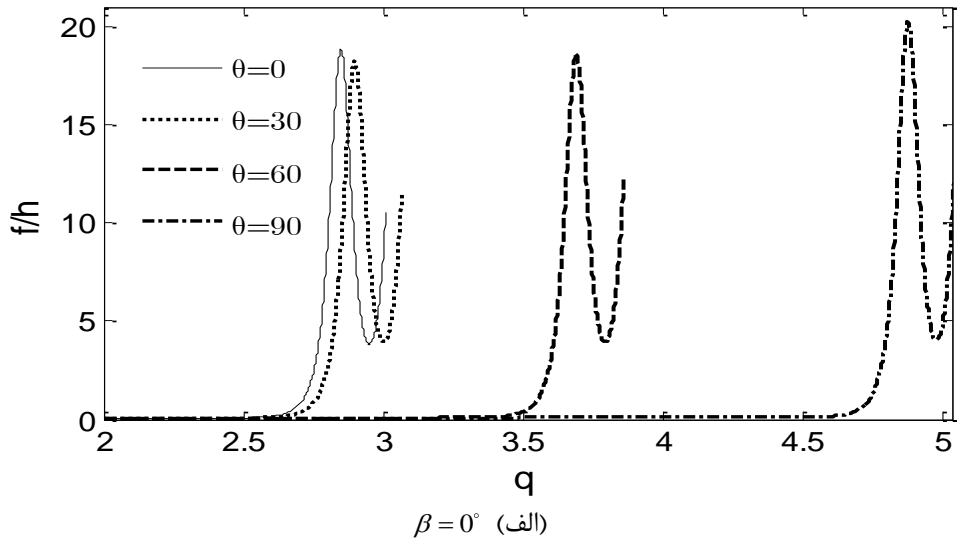
شکل (۲۶-۵) تأثیر زوایای مختلف بر کمانش دینامیکی غیرخطی پوسته‌های استوانه‌ای مدرج تابعی با تقویت‌کننده را برای سرعت بارگذاری (c) برابر با 5×10^6 نیوتن بر متر مربع ثانیه، نشان می‌دهد. همان‌طور که مشاهده می‌شود بارهای کمانش دینامیکی بحرانی برای تقویت‌کننده با زاویه نود درجه بیش‌ترین و برای تقویت‌کننده با زاویه صفر درجه کم‌ترین می‌باشد. همچنین این نتایج نشان می‌دهد که با افزایش زوایای تقویت‌کننده‌ها بار کمانش دینامیکی بحرانی افزایش پیدا خواهد کرد.



شکل (۵-۲۴) پاسخ غیرخطی پوسته استوانه‌ای مدرج تابعی برای زوایای متفاوت تقویت‌کننده



شکل (۵-۲۵) پاسخ فرکانس طبیعی پوسته استوانه‌ای مدرج تابعی برای زوایای متفاوت تقویت‌کننده



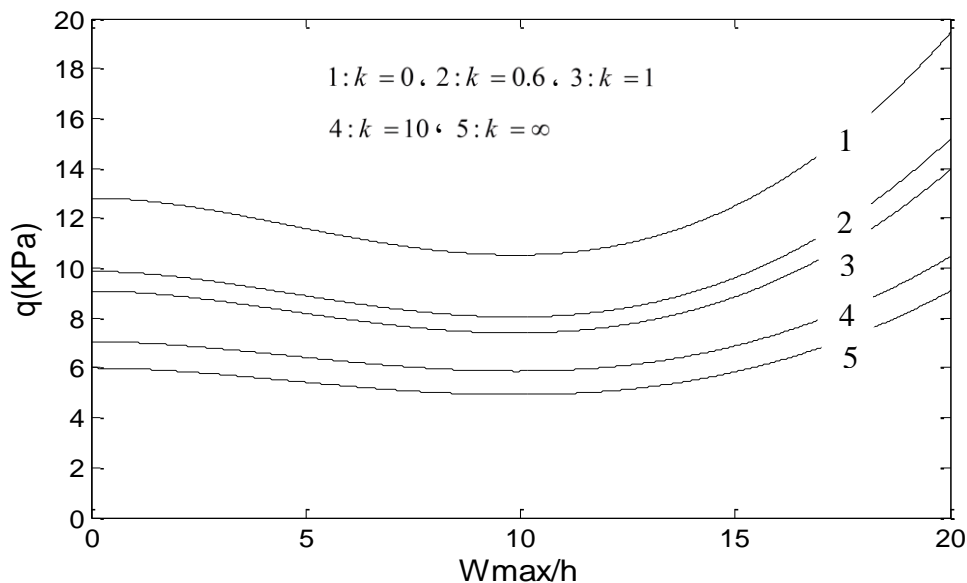
شکل (۵-۲۶) پاسخ کمانش دینامیکی پوسته استوانه‌ای مدرج تابعی برای زوایای متفاوت تقویت‌کننده

۴-۵ نتایج تحلیل استاتیکی

۴-۵-۱ پوسته با تقویت کننده طولی و حلقوی ($\theta = 0, \beta = 90$)

در این قسمت، پوسته استوانه‌ای مدرج تابعی با تقویت کننده و بدون تقویت کننده با فونداسیون الاستیک خطی بررسی شده است. تقویت کننده‌های به کار برده شده نوع ج در نظر گرفته شده است. سیستم تقویت کننده شامل ۱۰ تقویت کننده طولی و حلقوی می‌باشد.

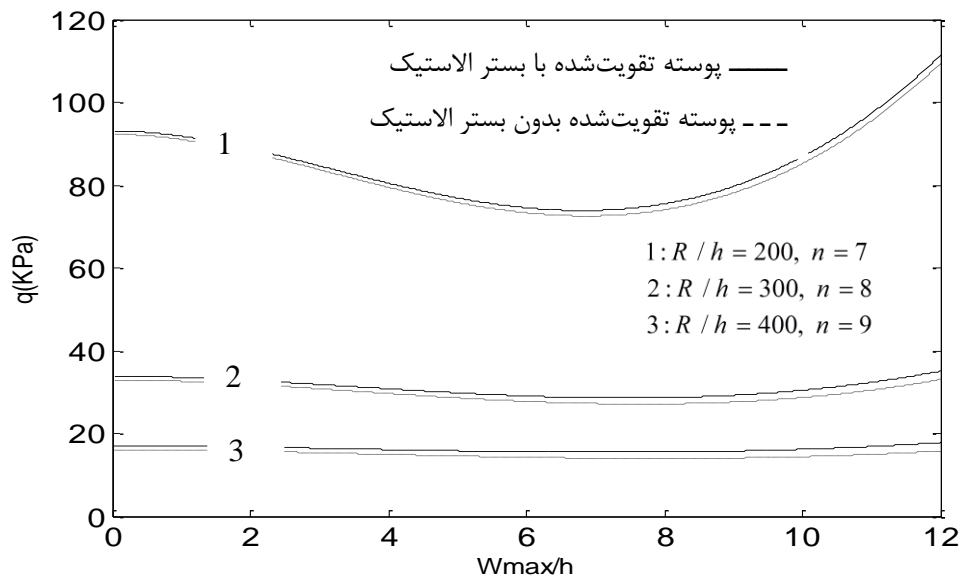
در شکل (۲۷-۵) پوسته استوانه‌ای تقویت شده با نسبت L/R برابر ۲ و مدهای (n و m) به ترتیب برابر (۱ و ۷) در نظر گرفته شده است. این نتایج نشان می‌دهد که با افزایش شاخص کسر حجمی، بار بحرانی کمانش، کاهش پیدا می‌کند. پوسته‌های استوانه‌ای سرامیکی در برابر بار کمانش فشاری مقاومت به مراتب بالاتری نسبت به پوسته‌های استوانه‌ای فلزی دارند که با توجه به سفتی پایین تر فلزات، مورد انتظار است. اما در تمام حالات رفتار نمودار بار-جاب‌جایی مشابه می‌باشد.



شکل (۲۷-۵) منحنی پس کمانش پوسته مدرج تابعی تقویت شده بدون بستر الاستیک با شاخص کسر حجمی متفاوت

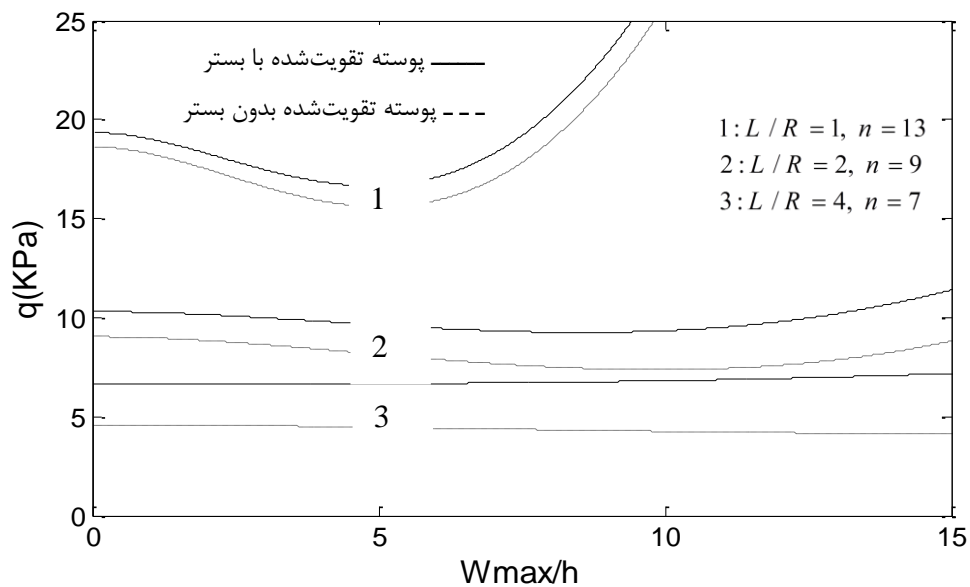
شکل (۲۸-۵) منحنی پس کمانش پوسته استوانه‌ای تقویت شده با بستر الاستیک و بدون بستر الاستیک و نسبت L/R برابر ۲ را نشان می‌دهد. همان‌طور که مشاهده می‌شود با افزایش نسبت

R/h بار بحرانی کمانش به طور قابل توجهی کاهش می‌یابد بنابراین هر چه پوسته نازک‌تر باشد بار بحرانی کمانش کمتر می‌شود. با نازک‌تر شدن پوسته شماره مد کمانش افزایش می‌یابد ضمن آن‌که با رسیدن بار به بار بحرانی کمانش، برای پوسته‌های نازک‌تر بدون افزایش چشمگیر بار اعمالی، پوسته دچار خیزهای بزرگ می‌گردد.



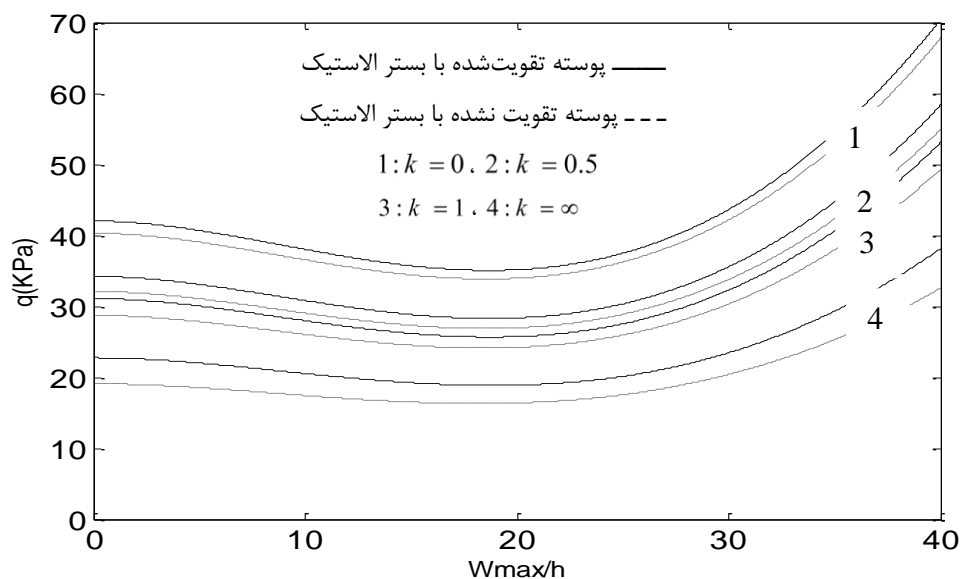
شکل (۲۸-۵) منحنی پس کمانش پوسته استوانه‌ای مدرج تابعی تقویت‌شده با بستر و بدون بستر با نسبت R/h متفاوت

شکل (۲۹-۵) نیز منحنی پس کمانش پوسته استوانه‌ای تقویت‌شده با بستر الاستیک و بدون بستر را نشان می‌دهد. همان‌طور که مشاهده می‌شود با افزایش نسبت L/R بار بحرانی کمانش کاهش می‌یابد. با افزایش طول پوسته شماره مد کمانش کاهش می‌یابد. وجود بستر تنها باعث کاهش خیز کمانش به ازای بار اعمالی مشخص می‌گردد و تأثیر محسوسی بر رفتار نمودار بار-جاب‌جایی نمی‌گذارد و شماره مد کمانش را نیز تغییر نمی‌دهد. همچنین برای پوسته‌های بلندتر حساسیت پاسخ خیز نسبت به تغییرات بار کم‌تر می‌شود.



شکل (۵-۲۹) منحنی پس کمانش پوسته استوانه‌ای مدرج تابعی تقویت شده با بستر و بدون بستر با نسبت L/R متفاوت

در شکل (۵-۳۰) منحنی پس کمانش پوسته تقویت شده و تقویت نشده با بستر الاستیک با شاخص کسر حجمی متفاوت نشان داده شده است. در اینجا نیز در هر دو حالت با افزایش شاخص کسر حجمی بار کمانش کاهش می‌یابد. ضمن آنکه وجود تقویت کننده منجر به افزایش ظرفیت تحمل بار در پوسته استوانه‌ای می‌گردد که با توجه به افزایش سفتی سازه به دلیل اضافه کردن تقویت کننده‌ها این نتیجه مورد انتظار می‌باشد.



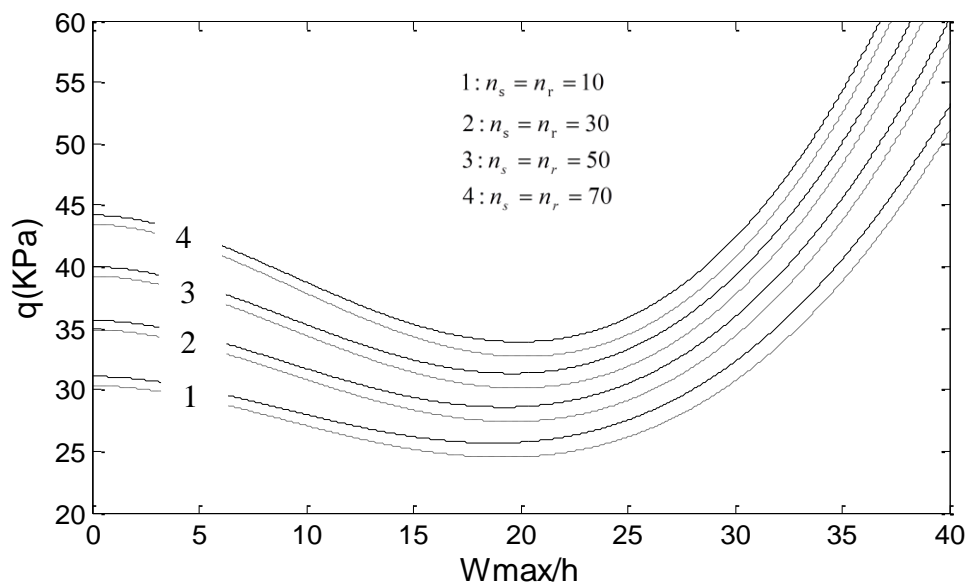
شکل (۵-۳۰) منحنی پس کمانش پوسته استوانه‌ای تقویت شده و تقویت نشده با بستر الاستیک با شاخص کسر حجمی متفاوت

در جدول (۵-۱۰) بار بحرانی کمانش برای پوسته استوانه‌ای با تقویت کننده و بدون تقویت کننده با بستر و بدون بستر محاسبه شده است. همان طور که مشاهده می شود اثر تقویت کننده حلقوی بیشتر از تقویت کننده طولی می باشد. همچنین بیشترین مقاومت در برابر کمانش مربوط به پوسته سرامیکی با تقویت کننده حلقوی و طولی روی بستر الاستیک می باشد و پوسته فلزی بدون تقویت کننده و بستر الاستیک کمترین مقاومت را در برابر کمانش نشان می دهد. جنس پوسته بیشترین اثر را دارد که با توجه به ایجاد تغییرات اساسی در ساختار ماده و تغییرات شدید مدول یانگ مورد انتظار می باشد اما می توان با انتخاب مقادیر بزرگ تر برای ثوابت بستر الاستیک و افزایش ابعاد و تعداد تقویت کننده ها، تأثیر این پارامترها را نیز افزایش داد. همچنین با تغییر کوچک در شاخص کسری حجمی تأثیر آن بر رفتار کمانشی پوسته کوچک است اما با تغییر آن از صفر (سرامیک) به بی نهایت (فلز) شاهد تأثیر چشمگیری می باشیم.

جدول (۵-۱۰) بار بحرانی کمانش برای پوسته استوانه‌ای تقویت‌شده و بدون تقویت‌کننده با بستر و بدون بستر ($m=1$)

$k=\infty, n=4$		$k=1, n=4$		$k=0.5, n=4$		$k=0, n=4$		
بدون بستر	با بستر	بدون بستر	با بستر	بدون بستر	با بستر	بدون بستر	با بستر	
۱۸/۳۳	۱۹/۰۹	۲۷/۹۸	۲۸/۷۴	۳۱/۳۳	۳۲/۰۹	۳۹/۵۳	۴۰/۲۹	بدون تقویت‌کننده
۱۹/۵۷	۲۱/۲۵	۲۸/۹۱	۳۰/۵۸	۳۲/۱۴	۳۳/۸۲	۴۰/۱۲	۴۱/۷۹	تقویت‌کننده طولی
۲۰/۷۵	۲۲/۴۲	۲۹/۴۱	۳۱/۰۷	۳۲/۶۵	۳۴/۳۳	۴۰/۶۸	۴۲/۳۵	تقویت‌کننده حلقوی
۲۱/۹۹	۲۳/۶۶	۳۰/۳۳	۳۲/۰۰	۳۳/۴۶	۳۵/۱۴	۴۱/۲۶	۴۲/۹۴	هر دو تقویت‌کننده

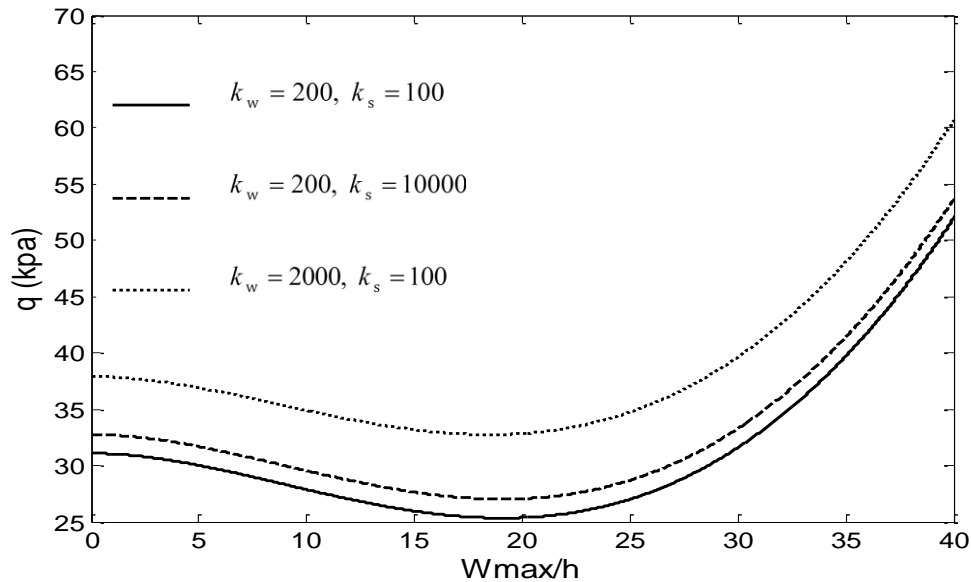
در شکل (۵-۳۱) تأثیر تقویت‌کننده‌های طولی و حلقوی برای پوسته استوانه‌ای مدرج تابعی با بستر و بدون بستر نشان داده شده است. همان‌طور که مشاهده می‌شود با افزایش تعداد تقویت‌کننده‌ها، بار بحرانی کمانش افزایش پیدا کرده است.



شکل (۵-۳۱) تأثیر تقویت‌کننده‌های طولی و حلقوی برای پوسته استوانه‌ای مدرج تابعی با بستر و بدون بستر

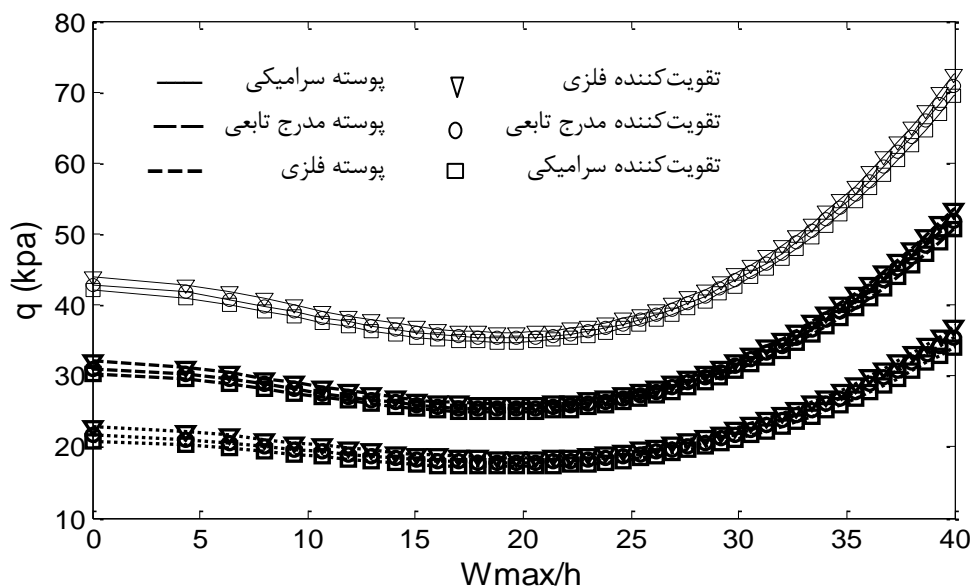
شکل (۵-۳۲) تأثیر بستر الاستیک وینکلر و پاسترناک را نشان می‌دهد. همان‌طور که مشاهده می‌شود با افزایش ۱۰۰۰ برابری ضریب پاسترناک ظرفیت تحمل بار کمانشی پوسته حدود ۶/۶ درصد افزایش می‌یابد در صورتی که با ۱۰ برابر کردن ضریب وینکلر ظرفیت تحمل بار کمانشی پوسته حدود ۲۹/۴

درصد افزایش را نشان می‌دهد. این نتیجه نشان می‌دهد که بستر الاستیک وینکلر تأثیری به مراتب بیش‌تر از بستر پاسترناک بر پاسخ کمانشی پوسته دارد.



شکل (۵-۳۱) تأثیر بستر الاستیک وینکلر و پاسترناک برای پوسته استوانه‌ای مدرج تابعی تقویت‌شده

با توجه به شکل (۵-۳۳) تأثیر جنس بر منحنی بار-پس‌کمانش را می‌توان مشاهده کرد. همان‌طور که مشاهده می‌شود پوسته‌های سرامیکی قوی‌ترین و پوسته‌های فلزی ضعیف‌ترین مقاومت در برابر بار کمانشی را از خود نشان می‌دهند. اما استفاده از تقویت‌کننده‌های فلزی و سرامیکی به ترتیب باعث افزایش و کاهش ظرفیت تحمل بار کمانشی پوسته نسبت به پوسته با تقویت‌کننده‌های مدرج تابعی می‌شود. بنابراین می‌توان نتیجه گرفت که پوسته استوانه‌ای سرامیکی با تقویت‌کننده فلزی بهترین انتخاب می‌باشد.



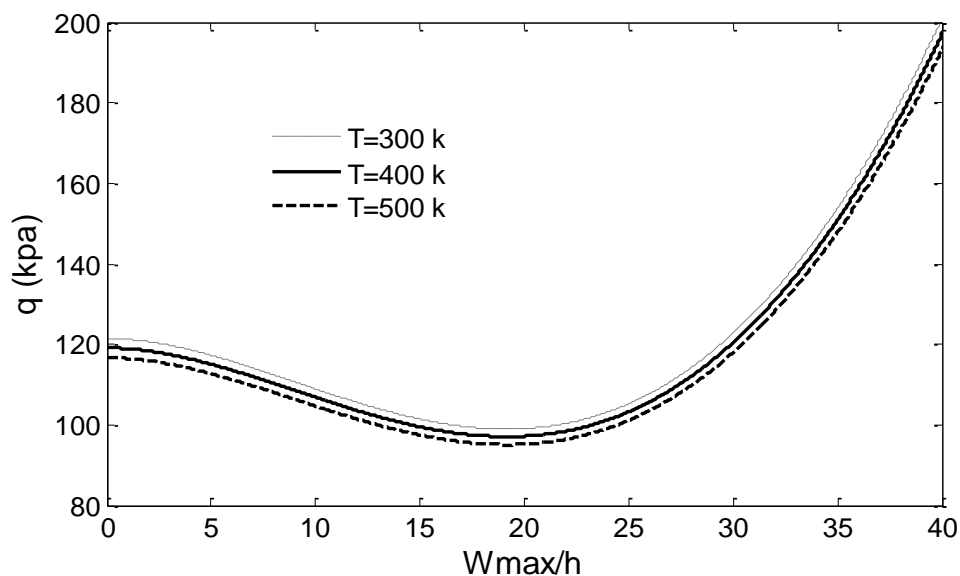
شکل (۳۳-۵) تأثیر جنس بر ظرفیت تحمل بار کمانشی پوسته استوانه‌ای

۵-۴-۱-الف پاسخ پوسته‌های استوانه‌ای با خواص مواد وابسته به دما

در این قسمت نیز به منظور تحلیل پس کمانش پوسته‌های استوانه‌ای مدرج تابعی با تقویت کننده، فلز و سرامیک مانند قسمت ۵-۳-۱-۴ در نظر گرفته شده است و ضرایب خواص مواد مدرج تابعی وابسته به دما در جدول (۹-۵) آورده شده است.

شکل (۳۴-۵) منحنی پس کمانش پوسته استوانه‌ای مدرج تابعی با تقویت کننده و خواص مواد مدرج تابعی وابسته به دما را برای دماهای ($T=500\text{ k}$ و $T=400\text{ k}$, $T=300\text{ k}$) نشان می‌دهد.

شکل (۳۴-۵) نشان می‌دهد که با افزایش دما مقاومت در برابر بار کمانشی کاهش پیدا خواهد کرد.



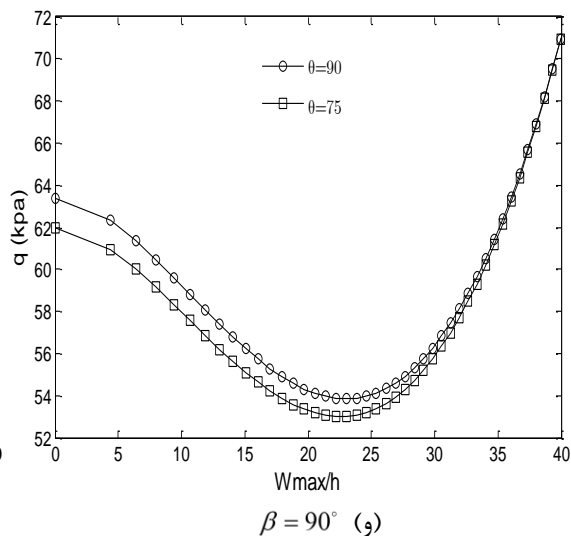
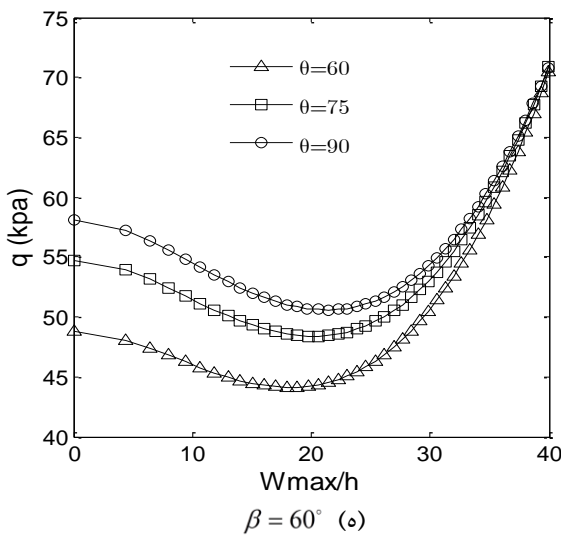
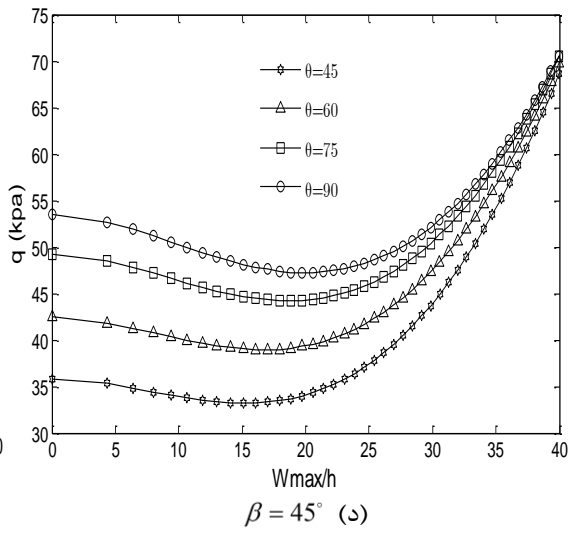
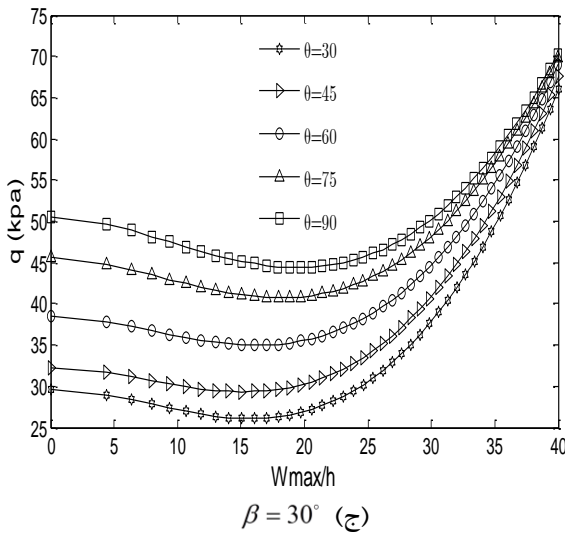
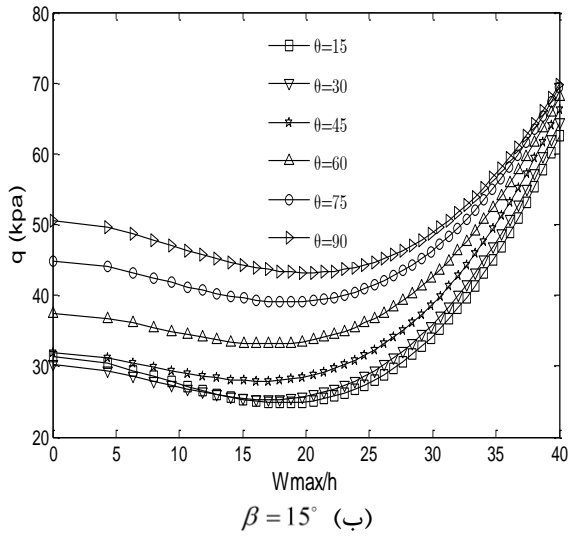
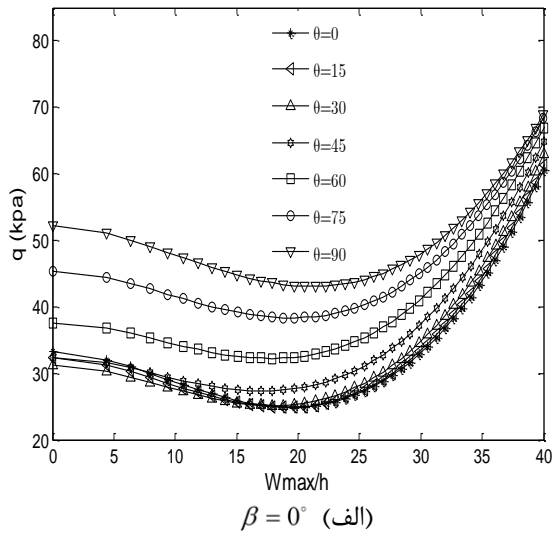
شکل (۳۴-۵) منحنی پس کمانش پوسته استوانه‌ای با خواص مواد مدرج تابعی وابسته به دما

۵-۴-۲ پوسته با تقویت‌کننده نامتقارن

در این قسمت، پوسته استوانه‌ای مدرج تابعی با تقویت‌کننده با فونداسیون الاستیک خطی بررسی شده است. تقویت‌کننده‌های به کار برده شده نوع ج در نظر گرفته شده است. سیستم تقویت‌کننده شامل ۲۵ تقویت‌کننده می‌باشد.

شکل (۳۵-۵) تأثیر زوایای مختلف بر منحنی پس کمانش پوسته استوانه‌ای مدرج تابعی با تقویت‌کننده را نشان می‌دهد. با توجه به اینکه در کارهای گذشته تنها تقویت‌کننده‌های حلقوی و طولی بررسی شده است، مشاهده می‌شود که ظرفیت تحمل بار تقویت‌کننده‌های طولی از حلقوی کمتر می‌باشد و تحقیق حاضر نیز این موضوع را تأیید کرده است. مطابق شکل (۳۵-۵) برای حالت‌های میانی که تقویت‌کننده‌ها با زوایای متفاوتی قرارداد شده‌اند، می‌توان تأثیر آن‌ها را بر رفتار پس کمانشی پوسته مشاهده نمود.

همان‌طور که در شکل (۳۵-۵) مشاهده می‌شود بیشترین ظرفیت تحمل بار مربوط به پوسته با تقویت‌کننده‌های حلقوی و کمترین ظرفیت تحمل بار زمانی می‌باشد که زاویه‌ی قرارگیری تقویت‌کننده‌ها 30° و 30° باشد.



شکل (۵-۳۵) منحنی پس کمانش پوسته استوانه‌ای مدرج تابعی برای زوایای متفاوت تقویت کننده

با توجه به کلیه نمودارهای موجود در این قسمت، می‌توان یک خمیدگی در نمودارهای بار-جابه‌جایی را مشاهده کرد که دلیل این خمیدگی بدین‌صورت بیان می‌شود که نمودارهای بار-جابه‌جایی حاصل به نام مسیرهای تعادلی ثانویه شناخته می‌شوند که این رفتار به دلیل وجود نقص‌های هندسی اولیه موجود در هر سازه به‌ظاهر بی‌عیبی رخ می‌دهد. در مسیر پیش‌کمانش نرخ افزایش جابه‌جایی متناسب با افزایش بار می‌باشد اما به‌محض عبور از نقطه کمانش و ورود به ناحیه پس‌کمانش (نقطه آغازین نمودارهای موجود) جابه‌جایی‌ها به‌صورت نامتناسب با بار اعمالی رشد می‌نمایند. با افزایش تدریجی بار تا قبل از رسیدن به بار کمانش جابه‌جایی کمانشی ایجاد نمی‌گردد اما درست در لحظه وقوع کمانش، با رسیدن به بار بحرانی کمانش، خیز به وجود می‌آید. در ادامه مسیر ممکن است علی‌رغم کاهش نیرو پوسته هم‌چنان دچار خیز گردد تا به مسیر تعادلی جدیدی برسد (افزایش نامتناسب جابه‌جایی‌ها در مسیر تعادل ثانویه). پس از آن برای دستیابی به خیز بیش‌تر باید بار اعمالی را افزایش داد. البته همان‌طور که در نتایج مشاهده می‌شود رفتار نمودارهای پس‌کمانش تابع پارامترهای مختلفی از جمله پارامترهای هندسی پوسته می‌باشد.

۵-۵ چکیده نتایج

در رساله حاضر، یک روش نیمه‌تحلیلی برای تحلیل پوسته‌های نازک استوانه‌ای مدور مدرج تابعی با تقویت‌کننده نامتقارن در معرض فشار خارجی که توسط بستر الاستیک خطی و غیرخطی احاطه شده، پیشنهاد شده است. بر اساس تئوری کلاسیک پوسته و تکنیک تقویت‌کننده‌های تکه‌ای با جمله‌های غیرخطی فن‌کارمن، معادلات حاکم به‌دست‌آمده است. یک عبارت سه‌جمله‌ای شامل شکل پیش-کمانش، شکل کمانش خطی و شکل کمانش غیرخطی برای تقریب خیز پوسته با تقویت‌کننده مدرج تابعی استفاده شده است. با استفاده از روش گالرکین، معادلات دینامیکی و یا استاتیکی غیرخطی پوسته‌های استوانه‌ای مدور مدرج تابعی با تقویت‌کننده به دست آورده شده است. پاسخ دینامیکی غیرخطی و بار کمانش دینامیکی بحرانی با استفاده از روش رانگ کوتا و معیار بدینامیکی-راث

تحلیل شده است. منحنی خیز-فشار پس کمانش نیز رسم شده است. همچنین در خواص مواد وابسته به دما و پوسته تحت فشار داخلی یکنواخت نیز بررسی شده است.

بعضی از نتایج به دست آمده از این مطالعات برای قسمت دینامیکی عبارت است از:

- (۱) تقویت کننده‌ها و بستر الاستیک تأثیر زیادی بر افزایش فرکانس طبیعی پوسته‌ها دارد.
- (۲) زمانی که فرکانس‌های تحریک به فرکانس‌های طبیعی نزدیک هستند، پدیده ضربان مشاهده می‌شود.
- (۳) تأثیر میرایی بر پاسخ غیرخطی در اولین دوره ارتعاش ناچیز است، اگرچه دامنه را در دوره‌های بعد به شدت کاهش می‌دهد.
- (۴) تقویت کننده‌ها و بستر الاستیک، پایداری دینامیکی و ظرفیت تحمل بار پوسته‌های مدرج تابعی را بالا می‌برند.
- (۵) بیشترین فرکانس طبیعی ارتعاشات آزاد مربوط به پوسته شامل بستر الاستیک با حضور هر دو پارامتر (k_s و k_w) می‌باشد.
- (۶) نسبت شعاع به ضخامت، بستر الاستیک و موقعیت تقویت کننده‌ها تأثیر قابل توجهی بر رفتار دینامیکی پوسته استوانه‌ای دارد.
- (۷) تقویت کننده‌های طولی تأثیر ناچیز و تقویت کننده‌های حلقوی تأثیر قابل توجهی بر بار بحرانی کمانش پوسته‌های استوانه‌ای مدرج تابعی دارند.
- (۸) ضریب بستر الاستیک غیرخطی مثبت باعث افزایش دامنه ارتعاش و به کار بردن ضریب بستر الاستیک غیرخطی منفی باعث کاهش دامنه ارتعاش خواهد شد.
- (۹) با افزایش دما فرکانس طبیعی پوسته کاهش پیدا می‌کند
- (۱۰) دامنه ارتعاش ناشی از پوسته با خواص مدرج تابعی وابسته به دما خیلی بیشتر از دامنه پوسته مدرج تابعی می‌باشد
- (۱۱) با افزایش دما، دامنه ارتعاش پوسته کاهش پیدا خواهد کرد.

- (۱۲) کمترین دامنه ارتعاش مربوط به پوسته با تقویت‌کننده‌های حلقوی و بیشترین دامنه ارتعاش زمانی می‌باشد که زاویه‌ی قرارگیری تقویت‌کننده‌ها 30° و 30° باشد.
- (۱۳) با افزایش زوایای تقویت‌کننده‌ها در مدهای بالا فرکانس طبیعی پوسته نیز افزایش پیدا می‌کند به طوری که در مدهای بالا تقویت‌کننده با زاویه صفر کمترین فرکانس طبیعی و تقویت‌کننده با زاویه نود درجه بیش‌ترین فرکانس طبیعی را دارا می‌باشد.
- (۱۴) بارهای کمانش دینامیکی بحرانی برای تقویت‌کننده با زاویه نود درجه بیش‌ترین و برای تقویت‌کننده با زاویه صفر درجه کم‌ترین می‌باشد.
- (۱۵) با افزایش زوایای تقویت‌کننده‌ها بار کمانش دینامیکی بحرانی افزایش پیدا خواهد کرد.

بعضی از نتایج به دست آمده از این مطالعات برای قسمت استاتیکی عبارت است از:

- (۱) با افزایش تعداد تقویت‌کننده‌ها، بار کمانش بحرانی افزایش پیدا می‌کند.
- (۲) با افزایش مقدار سفتی بستر الاستیک، بار کمانش بحرانی افزایش پیدا می‌کند.
- (۳) با افزایش شاخص کسر حجمی، بار بحرانی کمانش کاهش پیدا می‌کند.
- (۴) هر چه نسبت شعاع به ضخامت افزایش یابد بار بحرانی کمانش کاهش پیدا می‌کند.
- (۵) با افزایش نسبت طول به شعاع، بار کمانش کاهش پیدا می‌کند.
- (۶) اثر تقویت‌کننده حلقوی بیشتر از تقویت‌کننده طولی می‌باشد.
- (۷) بستر الاستیک وینکلر تأثیری به مراتب بیش‌تر از بستر پاسترناک بر پاسخ کمانشی پوسته دارد.
- (۸) استفاده از تقویت‌کننده‌های فلزی و سرامیکی به ترتیب باعث افزایش و کاهش ظرفیت تحمل بار کمانشی پوسته نسبت به پوسته با تقویت‌کننده‌های مدرج تابعی می‌شود.
- (۹) با افزایش دما مقاومت در برابر بار کمانشی کاهش پیدا خواهد کرد.
- (۱۰) بیشترین ظرفیت تحمل بار مربوط به پوسته با تقویت‌کننده‌های حلقوی و کمترین ظرفیت تحمل بار زمانی می‌باشد که زاویه‌ی قرارگیری تقویت‌کننده‌ها 30° و 30° باشد.

۵-۶ پیشنهادهایی برای ادامه کار

با توجه به اهمیت این بحث و کاربرد آن در صنایع هوافضا نیاز به کارهای بیشتر در این زمینه امری

ضروری به نظر می‌رسد. بنابراین موضوعات زیر برای ادامه کار پیشنهاد می‌گردند:

۱- استفاده از تئوری FSDT برای استخراج معادلات

۲- به کار بردن نقص اولیه

۳- پوسته تحت بارگذاری محوری و یا حرارتی باشد.

۴- هندسه پوسته را کره یا مخروط در نظر بگیریم

پیوست‌ها

پیوست الف

سومین معادله رابطه (۲-۲۶) به صورت زیر و با توجه به مرجع [۴۹] استخراج شده است:

$$D\nabla^4 w + chw + \rho h \ddot{w} = f + P + \left(\frac{\partial^2 F}{\partial y^2} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} - 2 \frac{\partial^2 F}{\partial x \partial y} \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 F}{\partial x^2} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) \quad \text{الف-۱}$$

که در رابطه فوق F همان تابع تنش می‌باشد.

همچنین روابط زیر را نیز خواهیم داشت:

$$ch = 2\rho_1 \varepsilon, \quad \rho h = \rho_1 \quad \text{الف-۲}$$

$$N_x = \frac{\partial^2 F}{\partial y^2}, \quad N_y = \frac{\partial^2 F}{\partial x^2}, \quad N_{xy} = -\frac{\partial^2 F}{\partial x \partial y} \quad \text{الف-۳}$$

$$M_x = -D \frac{\partial^2 w}{\partial x^2}, \quad M_y = -D \frac{\partial^2 w}{\partial y^2}, \quad M_{xy} = -D \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \quad \text{الف-۴}$$

$$P = q_0 \quad \text{الف-۵}$$

با توجه به این که تنها نیروی عرضی موجود می‌باشد:

$$f = \frac{1}{R} N_y \quad \text{الف-۶}$$

$$\nabla^4 w = \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} \quad \text{الف-۷}$$

با جایگذاری روابط (الف-۲) - (الف-۷) در رابطه (الف-۱) سومین معادله رابطه (۲-۲۸) حاصل می‌-

گردد.

پیوست ب

با جایگذاری w و φ از روابط (۳-۱) و (۳-۴) در رابطه (۲-۳۲)، معادله‌ای بزرگ با چهل جمله برای

اعمال روش گالرکین و حاصل شدن روابط (۳-۷)-(۳-۹)، به صورت زیر ظاهر می‌شود:

$$\begin{aligned}
 & \rho_1 \left(\underbrace{\frac{d^2}{dt^2} f_0(t)}_1 + \underbrace{\left(\frac{d^2}{dt^2} f_1(t) \right) \sin\left(\frac{m\pi x}{L}\right) \sin\left(\frac{ny}{R}\right)}_2 + \underbrace{\left(\frac{d^2}{dt^2} f_2(t) \right) \sin^2\left(\frac{m\pi x}{L}\right)}_3 \right) + 2\rho_1 \varepsilon \left(\underbrace{\frac{d}{dt} f_0(t)}_4 + \underbrace{\left(\frac{d}{dt} f_1(t) \right) \sin\left(\frac{m\pi x}{L}\right) \sin\left(\frac{ny}{R}\right)}_5 + \underbrace{\left(\frac{d}{dt} f_2(t) \right) \sin^2\left(\frac{m\pi x}{L}\right)}_6 \right) \\
 & + D_{11}^* \left(\underbrace{\frac{f_1(t) \sin\left(\frac{m\pi x}{L}\right) \sin\left(\frac{ny}{R}\right) m^4 \pi^4}{L^4}}_7 + \underbrace{\frac{8f_2(t) \sin^2\left(\frac{m\pi x}{L}\right) m^4 \pi^4}{L^4}}_8 - \underbrace{\frac{8f_2(t) \cos^2\left(\frac{m\pi x}{L}\right) m^4 \pi^4}{L^4}}_9 \right) + \underbrace{\frac{(D_{12}^* + D_{21}^* + 4D_{66}^*) f_1(t) \sin\left(\frac{m\pi x}{L}\right) \sin\left(\frac{ny}{R}\right) m^2 n^2 \pi^2}{L^2 R}}_{10} + \underbrace{\frac{D_{22}^* f_1(t) \sin\left(\frac{m\pi x}{L}\right) \sin\left(\frac{ny}{R}\right) n^4}{R^4}}_{11} \\
 & - B_{21}^* \left(\underbrace{\frac{16 \left(\frac{1}{32} \frac{f_1^2(t) n^2 \lambda^2}{A_{11}^* m^2 \pi^2} - \frac{1}{32} \frac{(4\lambda L - 16B_{21}^* m^2 \pi^2) f_2(t)}{A_{11}^* m^2 \pi^2} \right) \cos\left(\frac{2m\pi x}{L}\right) m^4 \pi^4}{L^4}}_{12} - \underbrace{\frac{\left(\frac{Bf_1(t)}{A} + \frac{m^2 n^2 \pi^2 \lambda^2 f_1(t) f_2(t)}{A} \right) \sin\left(\frac{m\pi x}{L}\right) \sin\left(\frac{ny}{R}\right) m^4 \pi^4}{L^4}}_{13} + \underbrace{\frac{81 m^5 n^2 \pi^5 \lambda^2 f_1(t) f_2(t) \sin\left(\frac{3m\pi x}{L}\right) \sin\left(\frac{ny}{R}\right)}{GL^4}}_{14} \right) \\
 & - (B_{11}^* + B_{22}^* - 2B_{66}^*) \left(- \underbrace{\frac{\left(\frac{Bf_1(t)}{A} + \frac{m^2 n^2 \pi^2 \lambda^2 f_1(t) f_2(t)}{A} \right) \sin\left(\frac{m\pi x}{L}\right) \sin\left(\frac{ny}{R}\right) m^2 n^2 \pi^2}{L^2 R^2}}_{15} + \underbrace{\frac{9 m^4 n^4 \pi^4 \lambda^2 f_1(t) f_2(t) \sin\left(\frac{3m\pi x}{L}\right) \sin\left(\frac{ny}{R}\right)}{GL^2 R^2}}_{16} \right) \\
 & - B_{12}^* \left(\underbrace{\frac{1}{2} \frac{f_1^2(t) \cos\left(\frac{2ny}{R}\right) m^2 n^2 \pi^2}{A_{22}^* \lambda^2 R^4}}_{17} - \underbrace{\frac{\left(\frac{Bf_1(t)}{A} + \frac{m^2 n^2 \pi^2 \lambda^2 f_1(t) f_2(t)}{A} \right) \sin\left(\frac{m\pi x}{L}\right) \sin\left(\frac{ny}{R}\right) n^4}{R^4}}_{18} + \underbrace{\frac{m^4 n^4 \pi^4 \lambda^2 f_1(t) f_2(t) \sin\left(\frac{3m\pi x}{L}\right) \sin\left(\frac{ny}{R}\right)}{GR^4}}_{19} \right) \\
 & - \underbrace{\frac{4 \left(\frac{1}{32} \frac{f_1^2(t) n^2 \lambda^2}{A_{11}^* m^2 \pi^2} - \frac{1}{32} \frac{(4\lambda L - 16B_{21}^* m^2 \pi^2) f_2(t)}{A_{11}^* m^2 \pi^2} \right) \cos\left(\frac{2m\pi x}{L}\right) m^2 \pi^2}{L^2}}_{20} + \underbrace{\frac{\left(\frac{Bf_1(t)}{A} + \frac{m^2 n^2 \pi^2 \lambda^2 f_1(t) f_2(t)}{A} \right) \sin\left(\frac{m\pi x}{L}\right) \sin\left(\frac{ny}{R}\right) m^2 \pi^2}{R^4}}_{21} - \underbrace{\frac{9 m^4 n^2 \pi^4 \lambda^2 f_1(t) f_2(t) \sin\left(\frac{3m\pi x}{L}\right) \sin\left(\frac{ny}{R}\right)}{GL^2}}_{22} - \underbrace{\sigma_{0y} h}_{23} \\
 & \left. \right) R \\
 & - \left(\underbrace{\frac{1}{8} \frac{f_1^2(t) \cos\left(\frac{2ny}{R}\right) m^2 \pi^2}{A_{22}^* \lambda^2 R^4}}_{24} + \underbrace{\frac{\left(\frac{Bf_1(t)}{A} + \frac{m^2 n^2 \pi^2 \lambda^2 f_1(t) f_2(t)}{A} \right) \sin\left(\frac{m\pi x}{L}\right) \sin\left(\frac{ny}{R}\right) n^2}{R^2}}_{25} - \underbrace{\frac{m^2 n^4 \pi^4 \lambda^2 f_1(t) f_2(t) \sin\left(\frac{3m\pi x}{L}\right) \sin\left(\frac{ny}{R}\right)}{GR^2}}_{26} \right) \\
 & \left(\frac{f_1(t) \sin\left(\frac{m\pi x}{L}\right) \sin\left(\frac{ny}{R}\right) m^2 \pi^2}{L^2} + \frac{2f_2(t) \cos^2\left(\frac{m\pi x}{L}\right) m^2 \pi^2}{L^2} - \frac{2f_2(t) \sin^2\left(\frac{m\pi x}{L}\right) m^2 \pi^2}{L^2} \right) \\
 & + 2 \left(\underbrace{\frac{\left(\frac{Bf_1(t)}{A} + \frac{m^2 n^2 \pi^2 \lambda^2 f_1(t) f_2(t)}{A} \right) \cos\left(\frac{m\pi x}{L}\right) \cos\left(\frac{ny}{R}\right) mn\pi}{LR}}_{27} + \underbrace{\frac{3m^3 n^3 \pi^3 \lambda^2 f_1(t) f_2(t) \cos\left(\frac{3m\pi x}{L}\right) \cos\left(\frac{ny}{R}\right)}{GLR}}_{28} \right) f_1(t) \cos\left(\frac{m\pi x}{L}\right) \cos\left(\frac{ny}{R}\right) mn\pi \\
 & \left. \right) LR \\
 & + \frac{1}{R^2} \left(\underbrace{\frac{4 \left(\frac{1}{32} \frac{f_1^2(t) n^2 \lambda^2}{A_{11}^* m^2 \pi^2} - \frac{1}{32} \frac{(4\lambda L - 16B_{21}^* m^2 \pi^2) f_2(t)}{A_{11}^* m^2 \pi^2} \right) \cos\left(\frac{2m\pi x}{L}\right) m^2 \pi^2}{L^2}}_{29} + \underbrace{\frac{\left(\frac{Bf_1(t)}{A} + \frac{m^2 n^2 \pi^2 \lambda^2 f_1(t) f_2(t)}{A} \right) \sin\left(\frac{m\pi x}{L}\right) \sin\left(\frac{ny}{R}\right) n^2 \pi^2}{L^2}}_{30} - \underbrace{\frac{9 m^4 n^2 \pi^4 \lambda^2 f_1(t) f_2(t) \sin\left(\frac{3m\pi x}{L}\right) \sin\left(\frac{ny}{R}\right)}{GL^2}}_{31} - \underbrace{\sigma_{0y} h}_{32} \right) \\
 & \left(f_1(t) \sin\left(\frac{m\pi x}{L}\right) \sin\left(\frac{ny}{R}\right) n^2 \right) - q_0 + k_1 \left(\underbrace{f_0(t)}_{34} + \underbrace{f_1(t) \sin\left(\frac{m\pi x}{L}\right) \sin\left(\frac{ny}{R}\right)}_{35} + \underbrace{f_2(t) \sin^2\left(\frac{m\pi x}{L}\right)}_{36} \right) \\
 & - k_2 \left(\underbrace{\frac{f_1(t) \sin\left(\frac{m\pi x}{L}\right) \sin\left(\frac{ny}{R}\right) m^2 \pi^2}{L^2}}_{37} + \underbrace{\frac{2f_2(t) \cos^2\left(\frac{m\pi x}{L}\right) m^2 \pi^2}{L^2}}_{38} - \underbrace{\frac{2f_2(t) \sin^2\left(\frac{m\pi x}{L}\right) m^2 \pi^2}{L^2}}_{39} - \underbrace{\frac{f_1(t) \sin\left(\frac{m\pi x}{L}\right) \sin\left(\frac{ny}{R}\right) n^2}{R^2}}_{40} \right)
 \end{aligned}$$

۱-(ب)

پیوست ج

توضیح روش گالرکین:

با توجه به این که رابطه خیز حدس زده شده شامل سه جمله به صورت زیر می باشد:

$$w = f_0 + f_1 \sin \frac{m\pi x}{L} \sin \frac{ny}{R} + f_2 \sin^2 \frac{m\pi x}{L} \quad \text{ج-۱}$$

بنابراین حل معادله (ب)-۱ حاصل سه انتگرال دوگانه زیر می باشد:

$$\int_0^L \int_0^{2\pi R} ((\text{معادله ج})) \times 1 \quad \text{ج-۲}$$

$$\int_0^L \int_0^{2\pi R} ((\text{معادله ج})) \times \sin \frac{m\pi x}{L} \sin \frac{ny}{R} \quad \text{ج-۳}$$

$$\int_0^L \int_0^{2\pi R} ((\text{معادله ج})) \times \sin^2 \frac{m\pi x}{L} \quad \text{ج-۴}$$

که از حل انتگرال های (ج-۲)-(ج-۴) روابط (۳-۷)-(۳-۹) حاصل می گردد.

پیوست د

توضیح روش رانگ کوتاه مرتبه ۴ برای حل معادلات (۷-۳)-(۹-۳):

برای حل معادله مرتبه دوم به روش رانگ کوتاه ابتدا می‌بایست با تغییر متغیر مناسب، معادله را به دو

معادله مرتبه اول تبدیل نمود. بدین منظور برای معادله (۷-۳) خواهیم داشت:

$$\left\{ \begin{array}{l} f_0 = u \\ \frac{df_0}{dt} = U \end{array} \right\} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} u' = U \\ U' \end{array} \right\} \quad 1-(د)$$

و بدین ترتیب برای معادلات (۸-۳) و (۹-۳) نیز خواهیم داشت:

$$\left\{ \begin{array}{l} f_1 = v \\ \frac{df_1}{dt} = V \end{array} \right\} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} v' = V \\ V' \end{array} \right\}, \left\{ \begin{array}{l} f_2 = w \\ \frac{df_2}{dt} = W \end{array} \right\} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} w' = W \\ W' \end{array} \right\} \quad 2-(د)$$

سپس این تغییر متغیرها را در روابط (۳۷)-(۹-۳) جایگذاری کرده که در نتیجه شش معادله مرتبه

اول حاصل خواهد گشت که عبارتند از:

$$u' = U$$

$$U' = -2\varepsilon U - b_{11}u + b_{12}v^2 + b_{13}v^2w - b_{14}w^2 + a_{13}q_0 - b_{15}k_w u - b_{16}k_w w + b_{17}k_s w - b_{18}k_{nl}u^3 - b_{19}k_{nl}v^3 - b_{110}k_{nl}uv^2 - b_{111}k_{nl}uw^2 - b_{112}k_{nl}u^2w - b_{113}k_{nl}v^2$$

$$v' = V$$

$$V' = -2\varepsilon V - a_{22}v - b_{21}vu - b_{22}vw - a_{25}vw^2 - b_{23}v^3 + b_{24}k_w vu + b_{25}k_w vw - b_{26}k_s vw - a_{27}k_w v - a_{28}k_s v - b_{27}k_{nl}v^3 - b_{28}k_{nl}u^2v - b_{29}k_{nl}vw^2 - b_{210}k_{nl}uvw - b_{211}k_{nl}vu^3 - b_{212}k_{nl}v^2w^3 - b_{213}k_{nl}uv^3 - b_{214}k_{nl}uvw^2 - b_{215}k_{nl}u^2vw - b_{216}k_{nl}v^3w = 0$$

$$w' = W$$

$$W' = -2\varepsilon W - a_{31}v^2 - a_{32}v^2w - a_{33}w - a_{34}k_w \left(\frac{3}{4}w + u \right) - b_{31}k_{nl}u^3 - b_{32}k_{nl}w^3 - b_{33}k_{nl}uv^2 - b_{34}k_{nl}uw^2 - b_{35}k_{nl}u^2w - b_{36}k_{nl}v^2w - a_{35}k_s w = 0$$

۳-(د)

حال با داشتن مقادیر اولیه برای سرعت‌ها و جابه‌جایی‌ها و با توجه به فرمول رانگ کوتاه مرتبه ۴ که

به صورت زیر می‌باشد، می‌توان مقادیر مختلف سرعت و جابه‌جایی به ازای زمان‌های متوالی را به دست

آوریم:

$$k_{1i} = hf(t_i, w_i)$$

$$k_{2i} = hf\left(t_i + \frac{h}{2}, w_i + \frac{1}{2}k_{1i}\right)$$

$$k_{3i} = hf\left(t_i + \frac{h}{2}, w_i + \frac{1}{2}k_{2i}\right)$$

$$k_{4i} = hf(t_{i+1}, w_i + k_{3i})$$

$$w_{i+1} = w_i + \frac{1}{6}(k_{1i} + 2k_{2i} + 2k_{3i} + k_{4i}), \quad i = 1, 2, 3, 4, 5, 6$$

¶-(5)

- [1] Shen H. S. (2003) "Postbuckling analysis of pressure-loaded functionally graded cylindrical shells in thermal environments" *Eng. Struct.* 25, PP 487-497.
- [2] Huang H. and Han Q. (2009) "Nonlinear elastic buckling and postbuckling of axially compressed functionally graded cylindrical shells" *Int. J. Mech. Sci.* 51, PP 500-507.
- [3] Huang H. Han Q. (2008) "Buckling of imperfect functionally graded cylindrical shells under axial compression" *Eur. J. Mech. A/Solids* 27, PP 1026-1036.
- [4] Huang H. Han Q. (2009) "Nonlinear buckling and postbuckling of heated functionally graded cylindrical shells under combined axial compression and radial pressure" *Int. J. Non-Linear Mech.* 44, PP 209-218.
- [5] Huang H. Han Q. (2010) "Research on nonlinear postbuckling of FGM cylindrical shells under radial loads" *Compos. Struct.* 92, PP 1352-1357.
- [6] Shen H. S. (2009) "Torsional buckling and postbuckling of FGM cylindrical shells in thermal environments" *Int. J. Non-Linear Mech.* 44, PP 644-657.
- [7] Sofiyev A. H. (2011) "Non-linear buckling behavior of FGM truncated conical shells subjected to axial load" *Int. J. Non-Linear Mech.* 46, PP 711-719.
- [8] Sofiyev A. H. (2011) "Influence of the initial imperfection on the non-linear buckling response of FGM truncated conical shells" *Int. J. Mech. Sci.* 53, PP 753-761.
- [9] Zozulya V. V. and Zhang Ch. (2012) "A high order theory for functionally graded axisymmetric cylindrical shells" *Int. J. Mech. Sci.* 60, PP 12-22.
- [10] Shen H. S. (2009) "Postbuckling of shear deformable FGM cylindrical shells surrounded by an elastic medium" *Int. J. Mech. Sci.* 51, PP 372-383.
- [11] Bagherizadeh E., Kiani Y. and Eslami M. R. (2011) "Mechanical buckling of functionally graded material cylindrical shells surrounded by Pasternak elastic foundation" *Compos. Struct.* 93, PP 3063-3071.
- [12] Sofiyev A. H. (2010) "Buckling analysis of FGM circular shells under combined loads and resting on the Pasternak type elastic foundation" *Mech. Res. Commun.* 37, PP 539-544.
- [13] Najafizadeh M. M., Hasani A. and Khazaeinejad P. (2009) "Mechanical stability of functionally graded stiffened cylindrical shells" *Appl. Math. Model* 54, PP 1151-1157.

- [14] Bich D. H., Nam V. H. and Phuong N. T. (2011) “Nonlinear postbuckling of eccentrically stiffened functionally graded plates and shallow shells” *Vietnam J. Mech.* 33, PP 132-147.
- [15] Dung D. V. and Hoa L. K. (2013) “Nonlinear buckling and post-buckling analysis of eccentrically stiffened functionally graded circular cylindrical shells under external pressure” *Thin-Walled Struct.* 63, PP 117-124.
- [16] Dung D. V. and Hoa L. K. (2013) “Research on nonlinear torsional buckling and postbuckling of eccentrically stiffened functionally graded thin circular cylindrical shells” *Compos. B* 51, PP 300-309.
- [17] Duc N. D. and Thang P. T. (2014) “Nonlinear buckling of imperfect eccentrically stiffened metal–ceramic–metal S-FGM thin circular cylindrical shells with temperature-dependent properties in thermal environments” *Int. J. Mech. Sci.* 81, PP 17-25.
- [18] Dung D. V. and Nam V. H. (2014) “Nonlinear dynamic analysis of eccentrically stiffened functionally graded circular cylindrical thin shells under external pressure and surrounded by an elastic medium” *European J.* 46, PP 42-53.
- [19] Darabi M., Darvizeh M. and Darvizeh A. (2008) “Non-linear analysis of dynamic stability for functionally graded cylindrical shells under periodic axial loading” *Compos. Struct.* 83, PP 201-211.
- [20] Sofiyev A. H. (2005) “The stability of compositionally graded ceramic-metal cylindrical shells under aperiodic axial impulsive loading” *Compos. Struct.* 69, PP 247-257.
- [21] Sofiyev A. H. and Schnack E. (2004) “The stability of functionally graded cylindrical shells under linearly increasing dynamic torsional loading” *Eng. Struct.* 26, PP 1321-1331.
- [22] Sheng G. G. and Wang X. (2008) “Thermomechanical vibration analysis of a functionally graded shell with flowing fluid” *Eur. J. Mech. A/Solids* 27, PP 1075-1087.
- [23] Sofiyev A. H. (2003) “Dynamic buckling of functionally graded cylindrical shells under non-periodic impulsive loading” *Acta Mech.* 165, PP 151-163.
- [24] Sofiyev A. H. (2004) “The stability of functionally graded truncated conical shells subjected to aperiodic impulsive loading” *Int. J. Solids Struct.* 41, PP 3411-3424.
- [25] Sofiyev A. H. (2009) “The vibration and stability behavior of freely supported FGM conical shells subjected to external pressure” *Compos. Struct.* 89, PP 356-366.

- [26] Deniz A. and Sofiyev A. H. (2013) "The nonlinear dynamic buckling response of functionally graded truncated conical shells" *J. Sound Vib.* 332, PP 978-992.
- [27] Hong C. C. (2013) "Thermal vibration of magnetostrictive functionally graded material shells" *Eur. J. Mech. A/Solids* 40, PP 114-122.
- [28] Huang H. and Han Q. (2010) "Nonlinear dynamic buckling of functionally graded cylindrical shells subjected to a time-dependent axial load" *Compos. Struct.* 92, PP 593-598.
- [29] Budiansky B. and Roth R. S. (1962) "Axisymmetric Dynamic Buckling of Clamped Shallow Spherical Shells" *NASA technical note D_1510*.
- [30] Najafov A. M., Sofiyev A. H. and Kuruoglu N. (2013) "Torsional vibration and stability of functionally graded orthotropic cylindrical shells on elastic foundations" *Meccanica* 48, PP 829-840.
- [31] Duc N. D. and Thang P. T. (2015) "Nonlinear dynamic response and vibration of shear deformable imperfect eccentrically stiffened S-FGM circular cylindrical shells surrounded on elastic foundations" *j.ast* 40, PP 115-127.
- [32] حسنی سعدی م، (۱۳۹۲) "مواد (Functionally Graded Materials) FGM و روش ساخت آن" *مجله فنی مهندسی ساخت و تولید*، شماره ۴۵، ص ۳۸-۳۹.
- [33] Luan Y., (2011), PhD. thesis, "Modeling structural acoustic properties of loudspeaker cabinets", Elec. Eng. depart. Denmark technical university.
- [34] Winckler, E. (1867) "Die Lehre Von Elastizitat und Festigkeit (on elasticity and fixity)", prague, 182p.
- [35] ذاکری ج. ع، بختیاری آ و کسرایبی ا، (۱۳۹۱) "مقایسه عددی و آزمایشگاهی مقاومت جانبی تراورسهای بتنی معمولی و اصطکاکی" *چهاردهمین همایش بین‌المللی حمل‌ونقل ریلی آبان ۹۱*، تهران.
- [35] Ghiasian S. E., Kiani Y. and Eslami M. R. (2013) "Dynamic buckling of suddenly heated or compressed FGM beams resting on nonlinear elastic foundation" *Comput. Struct.*, Vol 106, PP 225-234.
- [36] Brush D. O. and Almroth B. O. (1975), "*Buckling of Bars, Plates and Shells*", Mc Graw-Hill, New York.

- [37] Timoshenko s. and Goodier J. N. (1951), “*Theory of elasticity*” Mc Graw-Hill, New York.
- [38] Yen S. W. (1979) “Buckling of cylindrical shells with spiral stiffeners under uniform compression and torsion” *Compos. Struct.*, vol. 11, PP. 587-595.
- [39] Dung D. V. and Hoa L. K. (2013) “Nonlinear buckling and post-buckling analysis of eccentrically stiffened functionally graded circular cylindrical shells under external pressure” *Thin-Walled Struct.*, 63, PP 117-124.
- [40] Volmir A. S. (1972), “*Non-linear Dynamics of Plates and Shells*”, Science Edition M. (in Russian)
- [41] Huang H. and Han Q. (2010) “Research on nonlinear post-buckling of functionally graded cylindrical shells under radial loads” *Composite Structures.*, 92, PP 1352–1357.
- [42] Sewall J. L. and Naumann E. C. (1968) “An experimental and analytical vibration study of thin cylindrical shells with and without longitudinal stiffeners” *NASA technical*, note D-4705.
- [43] Sewall J. L., Clary R. R. and Leadbetter S. A. (1964) “An Experimental and Analytical Vibration Study of a Ring-stiffened Cylindrical Shell Structure with Various Support conditions”, *NASA TN*. D-2398.
- [44] Baruch M. and Singer J. (1963) “Effect of eccentricity of stiffeners on the general instability of stiffened cylindrical shells under hydro-static pressure”, *J. Mech. Eng. Sci.* Vol. 5, PP 23-27.
- [45] Reddy J. N. and Starnes J. H. (1993) “General buckling of stiffened circular cylindrical shells according to a layerwise theory”, *Comput. Struct.*, Vol. 49, PP 605-616.
- [46] Shen H. S. (1998) “Post-buckling analysis of imperfect stiffened laminated cylindrical shells under combined external pressure and thermal loading”, *Int. J. Mech.*, Vol. 40, PP 339-355.
- [47] Sofiyev A. H., Avcar M., Ozyigit P. and Adigozel S. (2009) “The free vibration of non-homogeneous truncated conical shells on a Winkler foundation” *Int. J. Eng. Appl. Sci.* 1, PP 34-41.
- [48] Paliwal D. N., Pandey, R. K. and Nath, T. (1996) “Free vibration of circular cylindrical shell on Winkler and Pasternak foundation”, *Int. J. Pres. Ves. Pip.* Vol. 69, PP 79-89.
- [49] Amabili M. (2008), “*Nonlinear vibration and stability of shells and plates*”, University Press, New York, PP. 23.

Abstract

The eccentrically stiffened cylindrical shells are one of the most important structures in aerospace industries. Careful and numerical analysis eccentrically stiffened shells in the industry is a major step forward in the design of these shells. In this thesis, semi-analytical method for eccentrically stiffened FGM cylindrical shells with asymmetrical stiffeners and in the specific state; symmetrical stiffeners or stringer and ring stiffeners under pressure and surrounded by an elastic medium is presented. Suppose that an ES-FGM cylindrical shell is simply supported. The proposed model is based on two parameter elastic foundation Winkler and Pasternak. For the dynamic analysis, nonlinear elastic foundation is considered. The eccentrically stiffened are also FGM. According to the Von Karman nonlinear equations and the classical theory plate of shells, strain displacement relations are obtained. The smeared stiffeners technique and Galerkin method, used for solving nonlinear dynamic problem. With considering three terms approximation for the deflection shape, relationship of the frequency-amplitude of non-linear vibration obtained in a simple form. The nonlinear dynamic response is obtained from fourth order Runge-Kutta method. The nonlinear buckling dynamic behavior of stiffened FGM shells is investigated based on the Budiansky-Roth criterion. The effect of parameters eccentrically stiffened, elastic foundation and excitation force on the curve frequency-amplitude of nonlinear vibration and the effect of damping and loading speed on the nonlinear dynamic response of cylindrical shells FGM have been investigated. The natural frequency, static and dynamic buckling load are analyzed, too. For the static, analysis he effects of different dimensional parameters, buckling modes, volume fraction index and number of stiffeners is investigated. Numerical results show that stiffeners and elastic foundation enhance the stability of the shells. Increasing the shell thickness, reducing the volume fraction index, raising the number of Stringer and ring stiffeners and applying foundation elastic, causes the critical buckling load is increased, too. The effect of different angels of stiffeners and temperature-dependent material properties on results in both of static and dynamic state has been investigated, too.

Keywords: Stiffened cylindrical shell, nonlinear dynamic analysis, Post-buckling, Elastic foundation, FGM



University of Shahrood

Faculty of Mechanic

Nonlinear static and dynamic analysis of eccentrically stiffened
FGM cylindrical shells with elastic foundation under compressive
loading

Kamran Foroutan

Supervisor:

Dr. Alireza Shaterzadeh

September 2015