

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ



دانشکده مهندسی مکانیک
گروه جامدات

پیش‌بینی گوشواره‌ای شدن در فرایند کشش فنجان استوانه‌ای با استفاده از یک معیار تسلیم
ناهمسانگرد پیشرفته

سجاد ایزدپناه نجم‌آباد

اساتید راهنما
مهدی گردویی
سید هادی قادری

پایان نامه ارشد جهت اخذ درجه کارشناسی ارشد

شهریور ۱۳۹۴

دانشگاه شاهرود

دانشکده‌ی مهندسی مکانیک

گروه جامدات

پایان نامه کارشناسی ارشد آقای سجاد ایزدپناه نجم‌آباد به شماره دانشجویی: ۹۱۰۱۰۷۴

تحت عنوان:

پیش‌بینی گوشواره‌ای شدن در فرایند کشش فنجان استوانه‌ای با استفاده از یک معیار تسلیم ناهمسانگرد
پیشرفته

در تاریخ ۱۳۹۴/۶/۲۳ توسط کمیته تخصصی زیر جهت اخذ مدرک کارشناسی ارشد
مورد ارزیابی و با درجه عالی مورد پذیرش قرار گرفت.

امضاء	اساتید مشاور	امضاء	اساتید راهنما
	نام و نام خانوادگی :		نام و نام خانوادگی : دکتر مهدی گردویی
	نام و نام خانوادگی :		نام و نام خانوادگی : دکتر سید هادی قادری

امضاء	نماینده تحصیلات تکمیلی	امضاء	اساتید داور
	نام و نام خانوادگی: دکتر حبیب احمدی		نام و نام خانوادگی: دکتر محمد باقر نظری
			نام و نام خانوادگی: دکتر سید وحید حسینی
			نام و نام خانوادگی:
			نام و نام خانوادگی:

تقدیم نامہ

تقدیم بہ پدر و مادر عزیزم

تشکر و قدردانی

با تحمید حضرت حق (جل جلاله) که توان انجام این پایان نامه را به من اعطا فرمود و سلام بر رهپویان راه علم و دانش. بر خود لازم می دانم تا در انتهای این پژوهش، از تمامی کسانی که مرا در انجام آن یاری فرمودند، تشکر و قدردانی لازم را بجا آورم.

ابتدا، از اساتید گرانقدر، جناب آقایان دکتر گردویی و دکتر قادری به منظور راهنمایی ها و دلسوزی های ایشان در انجام این کار، تشکر می کنم.

همچنین، از آقایان دکتر محمد باقر نظری، دکتر مجتبی قطعی، مهندس حسن غفوریان نصرتی، امید ارجمند، علی رضا سعادت فرد و تمامی افرادی که در انجام این پایان نامه اینجانب را صمیمانه کمک کردند، کمال تشکر و قدردانی را دارم.

تعهد نامه

اینجانب سجاد ایزدپناه نجم‌آباد دانشجوی دوره کارشناسی ارشد رشته مهندسی مکانیک دانشکده مهندسی مکانیک دانشگاه شاهرود نویسنده پایان نامه پیش‌بینی پدیده گوشواره‌ای شدن در فرایند کشش یک فنجان استوانه‌ای به کمک یک معیار تسلیم ناهمسانگرد پیشرفته تحت راهنمایی دکتر مهدی گردویی متعهد می‌شوم.

- تحقیقات در این پایان نامه توسط اینجانب انجام شده است و از صحت و اصالت برخوردار است.
- در استفاده از نتایج پژوهشهای محققان دیگر به مرجع مورد استفاده استناد شده است.
- مطالب مندرج در پایان نامه تاکنون توسط خود یا فرد دیگری برای دریافت هیچ نوع مدرک یا امتیازی در هیچ جا ارائه نشده است.
- کلیه حقوق معنوی این اثر متعلق به دانشگاه شاهرود می‌باشد و مقالات مستخرج با نام «دانشگاه شاهرود» و یا «Shahrood University» به چاپ خواهد رسید.
- حقوق معنوی تمام افرادی که در به دست آمدن نتایج اصلی پایان نامه تأثیرگذار بوده اند در مقالات مستخرج از پایان نامه رعایت می‌گردد.
- در کلیه مراحل انجام این پایان نامه، در مواردی که از موجود زنده (یا بافتهای آنها) استفاده شده است ضوابط و اصول اخلاقی رعایت شده است.
- در کلیه مراحل انجام این پایان نامه، در مواردی که به حوزه اطلاعات شخصی افراد دسترسی یافته یا استفاده شده است اصل رازداری، ضوابط و اصول اخلاق انسانی رعایت شده است.

تاریخ

امضای دانشجو

مالکیت نتایج و حق نشر

- کلیه حقوق معنوی این اثر و محصولات آن (مقالات مستخرج، کتاب، برنامه های رایانه ای، نرم افزارها و تجهیزات ساخته شده است) متعلق به دانشگاه شاهرود می‌باشد. این مطلب باید به نحو مقتضی در تولیدات علمی مربوطه ذکر شود.
- استفاده از اطلاعات و نتایج موجود در پایان نامه بدون ذکر مرجع مجاز نمی‌باشد.

* متن این صفحه نیز باید در ابتدای نسخه های تکثیر شده پایان نامه وجود داشته باشد.

چکیده

گوشواره‌ای شدن به تفاوت در ارتفاع دیواره‌ی فنجان شکل داده شده به روش کشش عمیق گفته می‌شود. عامل اصلی آن، تفاوت در خواص مکانیکی ماده در جهت‌های مختلف یا ناهمسانگردی است. پیش‌بینی دقیق این پدیده و حذف اثرهای نامطلوب آن نیازمند شبیه‌سازی دقیق رفتار ناهمسانگردی درون صفحه‌ای ورق‌های فلزی با استفاده از معیارهای تسلیم پیشرفته است. در این پایان‌نامه، از معیار تسلیم BBC2003 برای پیش‌بینی این رفتار در ورق‌های آلیاژ آلومینیوم AA3105، استفاده شده است. ابتدا، یک روش تجربی-عددی برای استخراج هشت ثابت معیار تسلیم BBC2003 با استفاده از داده‌های آزمون کشش ساده و کشش کرنش صفحه‌ای ارائه شده است. معادلات غیرخطی حاکم بر این ضرایب استخراج گردید و به روش شیب‌دارترین نزول حل شد. سپس، تابع تسلیم با ثوابت به‌دست آمده برای پیش‌بینی تنش تسلیم و ضرایب ناهمسانگردی به کار گرفته شد و دقت آن مورد بحث و بررسی قرار گرفت. در گام بعد، معیار تسلیم BBC2003 در تحلیل‌های المان محدود شکل‌دهی ورق فلزی در نرم‌افزار آباکوس به کار گرفته شد. برای این منظور، زیربرنامه‌ی VUMAT برای توصیف رفتار کشسان و مومسان ورق فلزی، توسعه یافت و راستی‌آزمایی شد. با به‌کارگیری این زیربرنامه، فرایند کشش فنجان شبیه‌سازی شد. نتایج تحلیل‌های المان محدود با نتایج تجربی به‌دست آمده از آزمون کشش فنجان برای این ماده مقایسه شد. شاخص‌های مورد استفاده در این مقایسه، ارتفاع دیواره‌ی فنجان و تغییرات ضخامت است. نتایج نشان می‌دهد، معیار BBC2003 با دقت خوبی فرایند گوشواره‌ای شدن را برای این آلیاژ، پیش‌بینی می‌کند.

واژگان کلیدی: معیار تسلیم BBC2003، کشش عمیق، زیربرنامه VUMAT، گوشواره‌ای شدن، روش شیب-دارترین نزول.

مقالات مستخرج از پایان نامه

۱- عنوان: استفاده از یک روش جدید عددی-تجربی در تعیین ثوابت معیار تسلیم پیشرفته BBC2003

نویسندگان: سجاد ایزدپناه نجم‌آباد، مهدی گردویی، سید هادی قادری

ارسال شده برای: بیست و سومین همایش سالانه‌ی بین‌المللی مهندسی مکانیک ایران، تهران، دانشگاه

صنعتی امیرکبیر

وضعیت نهایی: ارائه شده به صورت شفاهی

۲- عنوان: تعیین ثوابت معیار تسلیم BBC2003 برای ورق‌های آلیاژ آلومینیوم ناهمسانگرد بر مبنای آزمون

کشش کرنش صفحه‌ای

نویسندگان: سجاد ایزدپناه نجم‌آباد، مهدی گردویی، سید هادی قادری

ارسال شده برای: مجله مهندسی مکانیک مدرس، دانشگاه تربیت مدرس

وضعیت نهایی: در دست داوری

فهرست عنوان‌ها

ت	تقدیم‌نامه.....
ج	تشکر و قدردانی.....
خ	چکیده.....
ذ	فهرست عنوان‌ها.....
س	فهرست شکل‌ها.....
ض	فهرست جدول‌ها.....
ط	فهرست نشانه‌ها.....
۱	فصل ۱ مقدمه.....
۱-۱	۱-۱- گوشواره‌ای شدن.....
۲-۱	۲-۱- ناهمسانگردی مومسان.....
۱-۲-۱	۱-۲-۱- اندازه‌گیری ناهمسانگردی مومسان ورق‌های فلزی.....
۳-۱	۳-۱- پیشینه‌ی تحقیق.....
۴-۱	۴-۱- ساختار پایان‌نامه.....
۱۱	فصل ۲ تحلیل عددی گوشواره‌ای شدن در کشش عمیق ورق آلیاژ آلومینیوم.....
۱-۲	۱-۲- روش المان محدود و معرفی نرم‌افزار شبیه‌سازی.....
۲-۲	۲-۲- چرا VUMAT.....
۳-۲	۳-۲- جایگاه VUMAT در آباکوس.....
۴-۲	۴-۲- معیار تسلیم BBC2003.....
۱-۴-۲	۱-۴-۲- معادله‌ی سطح تسلیم.....
۲-۴-۲	۲-۴-۲- قانون جریان مرتبط.....
۵-۲	۵-۲- زیربرنامه‌ی VUMAT برای معیار تسلیم BBC2003.....
۱-۵-۲	۱-۵-۲- محاسبه‌ی کرنش ضخامتی در زیربرنامه VUMAT.....
۶-۲	۶-۲- تعیین ثوابت معیار تسلیم BBC2003.....
۱-۶-۲	۱-۶-۲- تنش تسلیم تئوری در کشش تک‌محوره.....
۲-۶-۲	۲-۶-۲- ضرایب ناهمسانگردی مومسان تئوری در کشش تک‌محوره.....

۲۸	۳-۶-۲ تنش تسلیم تئوری در شرایط کرنش صفحه‌ای
۳۲	۷-۲- حل عددی دستگاه معادلات غیر خطی
۳۳	۱-۷-۲ کمینه کردن تابع خطا
۳۴	۸-۲- راستی‌آزمایی VUMAT
۳۵	۹-۲- شبیه‌سازی فرایند کشش فنجان
۳۵	۱-۹-۲ مدل هندسی
۳۶	۲-۹-۲ تعیین خصوصیات ورق
۳۷	۳-۹-۲ تعیین تعداد گام و نوع حل مسئله
۳۸	۴-۹-۲ تعیین نوع تماس سطوح
۳۸	۵-۹-۲ شرایط مرزی و بارگذاری
۳۸	۶-۹-۲ مدل‌سازی فنر ورق‌گیر
۳۹	۷-۹-۲ شبکه‌بندی
۳۹	۸-۹-۲ آنالیز استقلال نتایج از شبکه‌بندی

فصل ۳ طراحی و اجرای آزمون‌های تجربی..... ۴۱

۴۱	۱-۳- آزمایش کشش فنجان
۴۱	۱-۱-۳ دستگاه پرس
۴۲	۲-۱-۳ قالب کشش
۴۳	۳-۱-۳ آزمون فشار فنرهای ورق‌گیر قالب
۴۵	۴-۱-۳ نمونه‌های کشش عمیق (گرده اولیه)
۴۶	۲-۳- آزمایش کشش ورق
۴۶	۱-۲-۳ دستگاه کشش تک‌محوره
۴۷	۲-۲-۳ مش‌بندی ورق
۴۹	۳-۲-۳ وسایل اندازه‌گیری
۴۹	۴-۲-۳ نمونه‌های آزمایش کشش تک‌محوره
۵۰	۵-۲-۳ آزمون کشش کرنش صفحه‌ای

فصل ۴ نتایج و بحث..... ۵۵

۵۵	۱-۴- نتایج تجربی
۵۶	۱-۱-۴ آزمون کشش تک‌محوره
۵۸	۲-۱-۴ آزمون کشش کرنش صفحه‌ای
۵۹	۳-۱-۴ آزمون فشار فنرهای ورق‌گیر قالب
۶۰	۴-۱-۴ آزمون کشش فنجان

- ۶۱-۲-۴ نتایج عددی و صحت سنجی با نتایج تجربی ۶۱
- ۶۱-۲-۴ بررسی دقت برنامه‌ی رایانه‌ای تعیین ثوابت ۶۱
- ۶۲-۲-۴ پیش‌بینی سطح تسلیم ۶۲
- ۶۳-۲-۴ پیش‌بینی تنش تسلیم تک‌محوره و ضریب ناهمسانگردی در TD، RD و DD ۶۳
- ۶۴-۲-۴ تحلیل تک‌المان ۶۴
- ۷۱-۲-۴ نتایج حل عددی کشش فنجان ۷۱
- ۷۱-۲-۴ گوشواره‌ای شدن ۷۱
- ۷۲-۲-۴ تغییر ضخامت در جهت‌های مختلف ۷۲

فصل ۵ نتیجه‌گیری و پیشنهادها ۷۷

- ۷۷-۱-۵ نتیجه‌گیری ۷۷
- ۷۸-۲-۵ پیشنهادها ۷۸

فهرست شکل‌ها

- شکل ۱-۱- گوشواره‌ای شدن در یک قطعه فنجان‌ی شکل، محصول فرایند کشش [۱] ۲
- شکل ۱-۲- برش نمونه‌ی آزمون کشش تک‌محوره در راستای دلخواه نسبت به RD، DD و TD جهت تعیین ضرایب ناهمسانگردی [۱] ۳
- شکل ۱-۳- نمودار قطبی تغییرات r در یک ورق فلزی به شدت ناهمسانگرد [۱] ۴
- شکل ۱-۲- جایگاه VUMAT در آباکوس ۱۵
- شکل ۲-۲- عملکرد VUMAT در آباکوس ۱۶
- شکل ۲-۳- فلوجارت حل دستگاه معادلات به روش صریح [۲۴] ۲۰
- شکل ۲-۴- فلوجارت تعیین ثوابت معیار تسلیم BBC2003 ۳۴
- شکل ۲-۵- المان پوسته‌ی S4 با ابعاد 1×1 ، با شماره‌ی گره‌ها و نقاط انتگرال‌گیری ۳۴
- شکل ۲-۶- شماتیک قالب کشش با ابعاد ۳۶
- شکل ۲-۷- منحنی تنش-کرنش مومسان آلیاژ AA3105 در RD ۳۷
- شکل ۲-۸- انرژی داخلی و انرژی جنبشی بر حسب زمان فرایند ۳۷
- شکل ۲-۹- استقلال نتایج از شبکه‌بندی ۳۹
- شکل ۳-۱- دستگاه پرس هیدرولیک ژاو آریا ۴۲
- شکل ۳-۲- اجزای قالب کشش (الف) نیمه‌ی بالای قالب (ب) نیمه‌ی پایین قالب ۴۳
- شکل ۳-۳- فنرهای قالب کشش ۴۴
- شکل ۳-۴- آزمون فشار فنر ۴۵
- شکل ۳-۵- گرده‌ی اولیه از آلیاژ AA3105 ۴۵
- شکل ۳-۶- دستگاه کشش محوری زوئیک (الف) تصویر کلی دستگاه (ب) فک‌های ورق‌گیر (ج) موقعیت تغییر طول سنج و نمونه‌ی کشش ۴۷
- شکل ۳-۷- شابلون مش‌زنی ۴۸

- شکل ۳-۸- نمونه‌های مش‌زده شده با شابلون (الف) نمونه‌های آزمایش کشش کرنش صفحه‌ای (ب) نمونه‌ی
 آزمایش کشش تک‌محوره ۴۸
- شکل ۳-۹- تجهیزات اندازه‌گیری (الف) ریزسنج ضخامت (ب) کولیس دیجیتال ۴۹
- شکل ۳-۱۰- ابعاد استاندارد نمونه کشش (mm) بر اساس استاندارد ASTM-E8 ۴۹
- شکل ۳-۱۱- نمونه‌های آزمایش کشش تک‌محوره از آلیاژ AA3105 بر اساس استاندارد ASTM-E8 ۵۰
- شکل ۳-۱۲- ابعاد نمونه‌ی کشش کرنش صفحه‌ای ۵۱
- شکل ۳-۱۳- تعدادی از نمونه‌های کشش کرنش صفحه‌ای از آلیاژ AA3105 ۵۱
- شکل ۳-۱۴- نیروی حد تسلیم کرنش صفحه‌ای بر حسب عرض نمونه برای RD ۵۴
- شکل ۳-۱۵- نیروی حد تسلیم کرنش صفحه‌ای بر حسب عرض نمونه برای TD ۵۴
- شکل ۴-۱- نمونه‌ی کشیده شده تا شکست از آلیاژ AA3105 با نرخ کرنش اولیه 0.001 s^{-1} جهت تعیین
 نمودار تنش-کرنش ۵۶
- شکل ۴-۲- نمودار تنش-کرنش مهندسی برای آلیاژ AA3105 در RD، DD و TD ۵۷
- شکل ۴-۳- نمودار تنش-کرنش حقیقی برای آلیاژ AA3105 در RD، DD و TD ۵۷
- شکل ۴-۴- نمونه‌ی کشیده شده تا ۱۵ درصد کرنش شکست از آلیاژ AA3105 با نرخ کرنش اولیه s^{-1}
 جهت تعیین ضریب ناهمسانگردی ۵۸
- شکل ۴-۵- نمودار نیرو-جابجایی فنرهای ورق‌گیر ۵۹
- شکل ۴-۶- فنجان کشیده شده از آلیاژ AA3105 ۶۱
- شکل ۴-۷- سطح تسلیم آلیاژ AA3105 بر اساس معیار تسلیم BBC2003 و هیل ۴۸ ۶۲
- شکل ۴-۸- تغییرات ضرایب ناهمسانگردی و تنش تسلیم تک‌محوره در RD، TD و DD برای آلیاژ
 AA3105 ۶۳
- شکل ۴-۹- بارگذاری کششی، فولاد DC04، تنش (الف) آباکوس و (ب) VUMAT ۶۴
- شکل ۴-۱۰- بارگذاری کششی، فولاد DC04، کرنش مومسان (الف) آباکوس و (ب) VUMAT ۶۵
- شکل ۴-۱۱- بارگذاری کششی، فولاد DC04، جابجایی (الف) آباکوس و (ب) VUMAT ۶۵

- شکل ۴-۱۲- بارگذاری برشی، فولاد DC04، تنش برشی (الف) آباکوس و (ب) VUMAT ۶۶
- شکل ۴-۱۳- بارگذاری برشی، فولاد DC04، کرنش برشی مومسان (الف) آباکوس و (ب) VUMAT ۶۶
- شکل ۴-۱۴- بارگذاری برشی، فولاد DC04، جابجایی (الف) آباکوس و (ب) VUMAT ۶۷
- شکل ۴-۱۵- بارگذاری کششی و برشی، فولاد DC04، تنش معادل فن میسز (الف) آباکوس و (ب) VUMAT ۶۷
- شکل ۴-۱۶- بارگذاری کششی و برشی، فولاد DC04، کرنش معادل مومسان (الف) آباکوس و (ب) VUMAT ۶۸
- شکل ۴-۱۷- بارگذاری کششی و برشی، فولاد DC04، جابجایی (الف) آباکوس و (ب) VUMAT ۶۸
- شکل ۴-۱۸- فنجان شکل داده شده از آلیاژ AA3105 (الف) BBC2003، (ب) هیل ۴۸ و (ج) تجربی ۷۱
- شکل ۴-۱۹- نسبت ارتفاع فنجان در زوایای مختلف، به ارتفاع دیواره در RD برای زوایای 0° تا 90° ، آلیاژ AA3105 ۷۲
- شکل ۴-۲۰- شکل شماتیک نشان دهنده‌ی نواحی A، B و C ۷۳
- شکل ۴-۲۱- تغییرات ضخامت ظرف در مسیر شعاعی RD برای آلیاژ AA3105 ۷۳
- شکل ۴-۲۲- تغییرات ضخامت ظرف در مسیر شعاعی DD برای آلیاژ AA3105 ۷۴
- شکل ۴-۲۳- تغییرات ضخامت ظرف در مسیر شعاعی TD برای آلیاژ AA3105 ۷۴
- شکل ۴-۲۴- نمودار تغییرات ضخامت در راستای محیطی در ارتفاع ۱۵ mm از کف فنجان، آلیاژ AA3105 ۷۵

فهرست جدول‌ها

- جدول ۱-۲- مشخصات حالت‌های بارگذاری بر روی تک المان ۳۵
- جدول ۲-۲- خصوصیات فیزیکی و مکانیکی ورق از آلیاژ AA3105 ۳۶
- جدول ۱-۳- مشخصات هندسی فنرهای مرکزی قالب ۴۴
- جدول ۲-۳- ترکیبات شیمیایی و درصد عناصر آلیاژ AA3105 ۴۶
- جدول ۳-۳- مشخصات آزمون‌های کشش تجربی ۴۷
- جدول ۴-۳- نیروی حد تسلیم برای هشت نمونه در آزمون کشش کرنش صفحه‌ای ۵۳
- جدول ۱-۴- هشت خاصیت مکانیکی آلیاژ آلومینیوم AA3105 ۵۹
- جدول ۲-۴- مشخصات و ابعاد فنرها ۶۰
- جدول ۳-۴- ثوابت معیار تسلیم BBC2003 برای آلیاژ AA3105 ۶۲
- جدول ۴-۴- ثوابت معیار تسلیم BBC2003 برای انطباق با معیار فن‌میسز ۶۴
- جدول ۵-۴- نتایج تحلیل بارگذاری تک المان، تنش ۶۹
- جدول ۶-۴- نتایج تحلیل بارگذاری تک المان، کرنش مومسان ۷۰
- جدول ۷-۴- نتایج تحلیل بارگذاری تک المان، جابجایی ۷۰

فهرست نشانه‌ها

t_0	ضخامت اولیه	a	ثابت تابع تسلیم BBC2003
t_1	ضخامت بعد از کشش	DD	راستای ۴۵ درجه
TD	راستای عمود بر نورد ورق	E	مدول کشسان
w_0	عرض اولیه‌ی نمونه	eq	مقدار معادل
w_1	عرض بعد از کشش	G	مدول برشی
α	نسبت تنش‌ها	K	مدول حجمی
Γ	پارامتر تابع تسلیم BBC2003	k	توان تابع تسلیم BBC2003
Δr	ضریب ناهمسانگردی صفحه‌ای	l_{G_0}	طول مرجع اولیه
ε_{ij}^{pl}	تانسور کرنش مومسان	l_{G_1}	طول مرجع بعد از کشش
ε_{ij}^{pl}	تانسور نرخ کرنش مومسان	M	ثابت تابع تسلیم BBC2003
Λ	پارامتر تابع تسلیم BBC2003	Mises	معیار تسلیم فن میسر
λ	ضریب اندازه‌ی نرخ کرنش مومسان	N	ثابت تابع تسلیم BBC2003
ν	ضریب پواسون	ND	راستای ضخامتی
ζ	تابع خطا	P	ثابت تابع تسلیم BBC2003
ξ	تفاوت بین دو تحلیل	pl	حالت پلاستیک
σ_{ij}	مؤلفه‌های تانسور تنش	Pred	متغیر از پیش تعیین شده
Ψ	پارامتر تابع تسلیم BBC2003	ps	حالت کرنش صفحه‌ای
$(\cdot)^{exp}$	مقادیر تجربی	Q	ثابت تابع تسلیم BBC2003
$(\cdot)_{ref}$	مقدار مرجع	R	ثابت تابع تسلیم BBC2003
		r	ضریب ناهمسانگردی لنکفرد
		\bar{r}	ضریب ناهمسانگردی نرمال
		RD	راستای نورد ورق
		S	ثابت تابع تسلیم BBC2003
		T	ثابت تابع تسلیم BBC2003
		trial	متغیر سعی

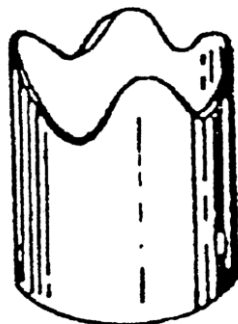
فصل ۱ مقدمه

در این فصل، ابتدا پدیده‌ی گوشوارهای شدن و عوامل ایجاد آن توضیح داده می‌شود. سپس، مفهوم ناهمسانگردی مومسان در ورق‌های فلزی و روش اندازه‌گیری آن بیان می‌شود. در ادامه، به پیشینه‌ی پژوهش و مرور مقالات گزارش شده در موضوع پایان‌نامه پرداخته می‌شود. در انتها، اهداف، ویژگی‌ها و نوآوری‌های پایان‌نامه و مروری گذرا بر مطالب هر فصل، ارائه می‌شود.

۱-۱- گوشوارهای شدن^۱

گوشوارهای شدن، به تفاوت در ارتفاع دیواره‌های فنجان شکل داده شده به روش فرایند کشش گفته می‌شود (شکل ۱-۱). عامل اصلی ایجادکننده‌ی این پدیده، ناهمسانگردی ورق گزارش شده است [۱]. معمولاً، تمامی ورق‌های فلزی دارای مقداری ناهمسانگردی مومسان هستند [۱]. ورق‌های فلزی تنها در صورتی دارای ناهمسانگردی نیستند که پیش از عملیات ساخت نهایی، تحت عملیات حرارتی آنیل کامل قرار گیرند.

^۱ Earing



شکل ۱-۱- گوشواره‌ای شدن در یک قطعه فنجان‌ی شکل، محصول فرایند کشش [۱]

۱-۲- ناهمسانگردی مومسان

ناهمسانگردی عبارت است از تفاوت خواص مکانیکی ماده در جهت‌های مختلف [۱]. طبق پژوهش‌های انجام شده توسط محققین، عامل اصلی ایجادکننده‌ی این پدیده، ساختار کریستالی ورق خام اولیه و فرآیندهای تولیدی ثانوی، مانند نورد سرد چند مرحله‌ای ورق است [۱].

۱-۲-۱ اندازه‌گیری ناهمسانگردی مومسان ورق‌های فلزی

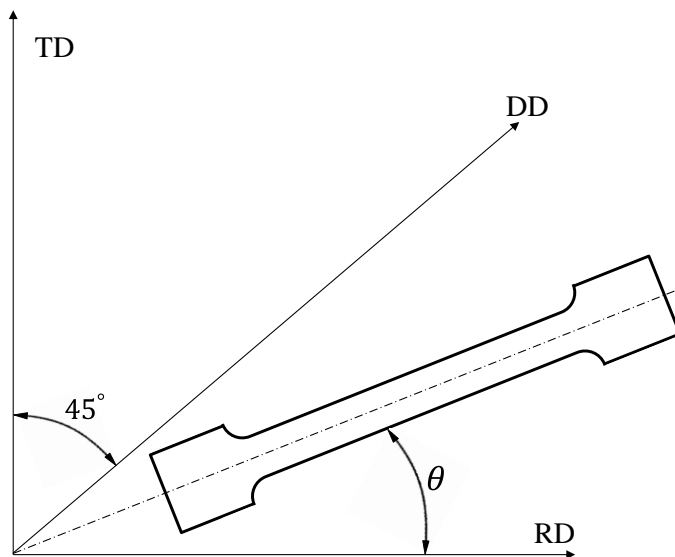
برای بیان کمی ناهمسانگردی در ورق‌های فلزی، می‌توان از نسبت بین دو کرنش ϵ_{22} و ϵ_{33} استفاده کرد. این کرنش‌ها در آزمون کشش تک‌محوره، از روی یک نمونه، که در جهت ۱ کشیده شده است، اندازه‌گیری می‌شوند. این نسبت را، ضریب ناهمسانگردی r و یا لَنکفُرد^۱ می‌نامند و توسط رابطه‌ی (۱-۱) محاسبه می‌شود.

$$r = \frac{\epsilon_{22}}{\epsilon_{33}} \quad ۱-۱$$

در رابطه‌ی (۱-۱)، ϵ_{22} و ϵ_{33} به ترتیب کرنش در جهت عرضی و ضخامتی است. ضریب r برای مواد همسانگرد برابر یک است. اگر این ضریب بزرگ‌تر از یک باشد، در کشش تک‌محوره تمایل ورق به تغییرشکل عرضی بیش‌تر از ضخامتی می‌شود و در صورتی که این مقدار کوچک‌تر از یک باشد، تغییر شکل ضخامتی از تغییر شکل عرضی بیشتر خواهد شد. ضریب ناهمسانگردی r را می‌توان با تغییر زاویه‌ی برش نمونه‌ی کشش، نسبت

^۱ Lankford parameter

به راستای نورد^۱ RD در جهت دلخواه اندازه‌گیری کرد. شکل ۱-۲ روش برش نمونه در جهت‌های مختلف θ را نشان می‌دهد. راستای عرضی^۲ TD و راستای قطری^۳ DD دو جهت مهم برای تهیه‌ی نمونه و اندازه‌گیری^۴ هستند.



شکل ۱-۲- برش نمونه‌ی آزمون کشش تک‌محوره در راستای دلخواه نسبت به RD، DD و TD جهت تعیین

ضرایب ناهمسانگردی [۱]

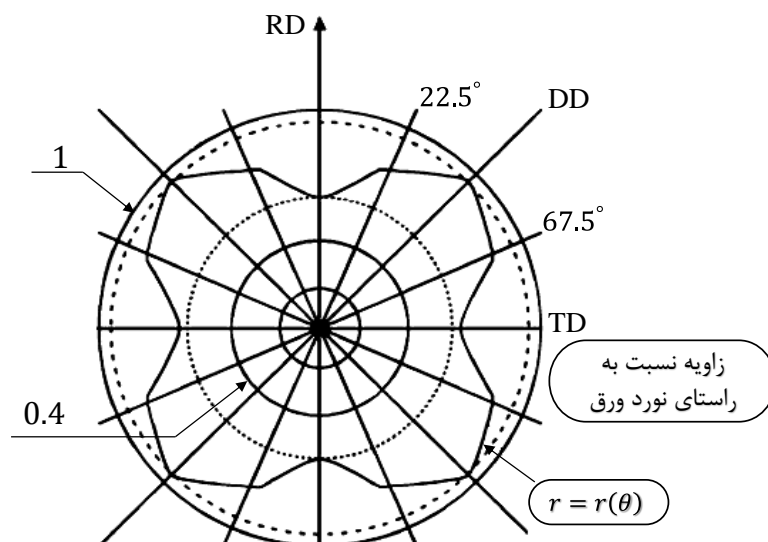
با افزایش مقدار r ، نسبت کرنش عرضی به کرنش ضخامتی بیش‌تر می‌شود. در فرایند کشش فنجان، کرنش محیطی (ϵ_{22}) در دیواره مقداری تقریباً ثابت دارد. با در نظر گرفتن فرض تراکم‌ناپذیری مومسان، می‌توان نتیجه گرفت که با افزایش کرنش‌دهی در طی فرایند، در ناحیه‌ای که مقدار کرنش ضخامتی (ϵ_{33}) کم است (افزایش مقدار r)، مقدار کرنش شعاعی زیاد است. در نتیجه، در این نواحی ارتفاع دیواره زیاد می‌شود. در شکل ۱-۳، نمودار r_θ برای یک ورق فلزی به شدت ناهمسانگرد در مختصات قطبی (r و θ) ارائه شده است. در این تصویر، نمودار r_θ نسبت به محورهای مختصات دارای تقارن است. این امر اثبات‌کننده‌ی رفتار ارتتروپیک^۴ مومسان ورق‌های فلزی است.

^۱ Rolling direction

^۲ Transverse direction

^۳ Diagonal direction

^۴ Orthotropic



شکل ۱-۳- نمودار قطبی تغییرات r در یک ورق فلزی به شدت ناهمسانگرد [۱]

در شکل ۱-۳، مقدار r در زوایای مختلف، بین ۱ و ۰/۴ قرار دارد. در نقاطی که r بیشترین مقدار را دارد، ارتفاع دیواره نیز بیشترین مقدار است. در نتیجه، در این شکل گوشواره‌ها در DD ایجاد خواهند شد.

۱-۳- پیشینه‌ی تحقیق

روش المان محدود در سه دهه‌ی اخیر به ابزاری قدرتمند در شبیه‌سازی فرایندهای شکل‌دهی تبدیل شده است. این ابزار با کاهش زمان و هزینه تولید، جایگاه خاصی در تمامی زمینه‌های صنعت پیدا کرده است. دقت مطلوب در این ابزار محاسبه، شدیداً به دقت روش عددی در شبیه‌سازی‌ها و میزان انطباق با پدیده‌های فیزیکی بستگی دارد. در نتیجه، محققان بسیار زیادی توجه خود را به افزایش کیفیت مدل‌های ساختاری و روش‌های عددی معطوف کرده‌اند.

چانگ و شاه، برای شبیه‌سازی فرایند انبساط‌دهی آزاد^۱ و کشش عمیق فنجان، از معیار تسلیم بارلات ۱۹۹۲، استفاده کردند [۲]. برای استفاده از این معیار از زیربرنامه‌ی UMAT، استفاده شد. ثوابت این معیار به دو روش، ابتدا با استفاده از اطلاعات آزمون کشش و سپس با اطلاعات آزمون فشار تعیین شد. نتایج شامل ارتفاع گنبد در آزمون انبساط آزاد، ارتفاع دیواره‌ی فنجان و تغییرات ضخامت در جهت شعاعی برای فنجان شکل

^۱ Free bulging

داده شده ارائه شد. این نتایج نشان می‌دهد که استفاده از اطلاعات آزمون کشش برای پیش‌بینی ارتفاع گنبد در آزمون انبساط آزاد، بهتر است. دلیل این امر ماهیت کششی این فرایند گزارش شده است. همچنین، استفاده از اطلاعات آزمون‌های کشش و فشار با یکدیگر، تقریب بهتری را از نتایج آزمون کشش فنجان داد. به‌طور مشابه، ماهیت کششی و فشاری بودن این فرایند، عامل اصلی افزایش دقت، گزارش شده است. مارکو و همکاران، یک روش انتگرال‌گیری صریح^۱ برای حل گر دینامیکی آباکوس ارائه دادند [۳]. در این تحقیق، دقت ارضای شرایط سازگاری^۲ در روش ارائه شده با روش CFE^۳ در شبیه‌سازی آزمون کشش تک‌محوره مقایسه شد. در تحلیل‌ها، از المان پوسته^۴ استفاده شد و نتایج، دقت بالاتر روش جدید انتگرال‌گیری را در ارضای شرایط سازگاری نشان داد.

برای توصیف دقیق گوشواره‌ای شدن و رفع آثار نامطلوب آن از قطعات صنعتی، تاکنون تحقیق‌های بسیار زیادی انجام شده است. بارلات و همکاران، یک معیار تسلیم دارای شش مؤلفه‌ی تنش را ارائه دادند [۴]. این معیار تسلیم مستقل از فشار هیدرواستاتیک است. با استفاده از این معیار پیش‌بینی سطح تسلیم برای آلیاژهای AA2008-T4 و AA2024-T3 انجام شد و نتایج با داده‌های تجربی مقایسه شد. نتایج، دقت بالای این معیار را در پیش‌بینی داده‌های تجربی، نشان می‌دهد. یون و همکاران برای پیش‌بینی گوشواره‌ای شدن از معیار تسلیم بارلات ۱۹۹۶ استفاده کردند [۵]. برای این منظور، این معیار به روش انتگرال‌گیری ضمنی^۵ برای المان پوسته توسعه داده شد. با توجه به وجود تنش‌های کششی و فشاری در فرایند کشش فنجان، برای در نظر گرفتن اثر باوشینگر (تفاوت تنش تسلیم در کشش و فشار)، جابجایی سطح تسلیم در فضای تنش در نظر گرفته شد. سپس، نتایج عددی شامل توزیع کرنش ضخامتی و ارتفاع دیواره در فرایند کشش عمیق فنجان با معیار تسلیم بارلات ۱۹۹۱ مقایسه شد. نتایج این تحقیق دقت بالاتر معیار بارلات ۱۹۹۶ را در پیش‌بینی‌ها نشان می‌دهد. همچنین، افزایش دقت در پیش‌بینی‌ها با در نظر گرفتن جابجایی سطح تسلیم گزارش شده است.

^۱ Explicit

^۲ Consistency condition

^۳ Classical Forward Eulerian

^۴ Shell element

^۵ Implicit

بانابیک و همکاران، معیار تسلیم پیشرفته‌ی BCC2003 را با ارتقای معیار تسلیم BBC2000 ارائه دادند [۶]. ثوابت این معیار پیشرفته به دو روش، با روش کمینه کردن تابع خطا و روش نیوتون-رافسون، محاسبه شد. دقت این دو روش و عملکرد تابع تسلیم جدید در پیش‌بینی تغییرات تنش تسلیم تک‌محوره، ضرایب ناهمسانگردی و سطح تسلیم بررسی شد. نتایج، دقت بهتر روش نیوتون-رافسون را در پیش‌بینی‌ها اثبات می‌کند. همچنین، انعطاف‌پذیری بیشتر و عملکرد بهتر این معیار در شبیه‌سازی‌های عددی، گزارش شده است. یون و همکاران، یک معیار تسلیم جدید دارای ۱۸ عدد ثابت را با عنوان Yld2004-18p، ارائه دادند [۷]. این معیار تسلیم، توسط زیربرنامه‌ی UMAT برای شبیه‌سازی کشش فنجان از آلیاژ AA2090-T3 و یک ماده‌ی فرضی شدید ناهمسانگرد، استفاده شد و قابلیت این معیار تسلیم در پیش‌بینی ۶ و ۸ عدد گوشواره، اثبات شد. همچنین، یک رابطه‌ی تحلیلی برای پیش‌بینی این پدیده، ارائه شد. در این رابطه‌ی تحلیلی، تنها از ضرایب ناهمسانگردی r و ابعاد هندسی قالب و ورق گرد اولیه، استفاده شد. دقت خوب این رابطه‌ی تحلیلی در پیش‌بینی موقعیت گوشواره‌ها گزارش شده است. کدل و هاسفرد مطالعه‌ای را بر روی اثر ضریب ناهمسانگردی صفحه‌ای (Δr) بر موقعیت گوشواره‌ها انجام دادند [۸]. نتایج نشان داد در مکان‌هایی که $\Delta r < 0$ است، گوشواره‌ها ایجاد می‌شوند. کمسا و بانابیک یک معیار تسلیم جدید دارای هشت عدد ثابت را ارائه دادند [۹]. در این معیار تسلیم برای شبیه‌سازی کشش عمیق از آلیاژ AA6111-T4 با استفاده از نرم‌افزار LS-DYNA استفاده شد. نتایج شامل ارتفاع دیواره فنجان و تغییرات ضخامت در RD، DD و TD گزارش شده است. انطباق مطلوب پیش‌بینی‌ها توسط این معیار تسلیم با نتایج تجربی گزارش شده است. سوآر و همکاران، معیارهای تسلیم چند جمله‌ای با مرتبه‌ی ۴، ۶ و ۸ را بررسی کردند [۱۰]. در این تحقیق، معیار تسلیم چند جمله‌ای مرتبه‌ی ۴ با معیار تسلیم بارلات ۱۹۹۶ و معیارهای تسلیم چند جمله‌ای مرتبه‌ی ۶ و ۸، با معیار تسلیم بارلات ۲۰۰۴ در پیش‌بینی تغییرات تنش تسلیم تک‌محوره و ضریب ناهمسانگردی مقایسه شد. در این تحلیل‌ها، حالت معیارهای چند جمله‌ای دو بعدی در نظر گرفته شده بود و دقت مطلوب این معیارها اثبات شد. همچنین، حالت سه بعدی این معیارهای تسلیم ارائه شده و از آنها برای شبیه‌سازی فرایندهای کشش ظرف مربعی و فنجان استوانه‌ای استفاده شد. نتایج شامل تغییرات کرنش ضخامتی در راستای شعاعی

و ارتفاع دیواره ارائه شد و دقت بالای این معیارها گزارش شد. پاهری زاده و همکاران اثر استفاده از قانون جریان غیر مرتبط^۱ و سخت‌شوندگی سینماتیکی-همسانگرد را بر پیش‌بینی ارتفاع دیواره و برگشت فنی بررسی کردند [۱۱]. در این تحقیق از معیار تسلیم هیل ۴۸ استفاده شد و یک تابع تسلیم برای محاسبه کرنش‌های مومسان ارائه گشت. نتایج، دقت بالاتر پیش‌بینی‌ها با استفاده از قانون جریان غیر مرتبط به‌همراه سخت‌شوندگی سینماتیکی-همسانگرد را برای هر دو پدیده نشان می‌دهد. آرتز، قابلیت معیار تسلیم پیشرفته‌ی BBC2000 را در پیش‌بینی گوشواره‌ای شدن، سطح تسلیم، تغییرات تنش تسلیم و ضریب ناهمسانگردی در جهت‌های مختلف بررسی کرد [۱۲]. قابلیت پیش‌بینی این معیار با معیارهای هیل ۴۸، هیل ۹۰ و بارلات ۱۹۸۹ بررسی شد و دقت بالاتر این معیار اثبات شد. آرتز و بارلات، بر مبنای معیار هیل ۱۹۷۹، دو معیار تسلیم با نام Yld2011-18p و Yld2001-27p را ارائه دادند [۱۳]. ثوابت این معیارها، با استفاده از نتایج آزمون‌های کشش تک‌محوره، کشش دو محوره یکسان و کشش کرنش صفحه‌ای محاسبه شد. سپس، پیش‌بینی تغییرات ضریب ناهمسانگردی، تنش تسلیم تک‌محوره و سطح تسلیم برای دو آلیاژ AA2090-T3 و AA3104-H19، انجام شد. نتایج دقت بالای این معیارها در این پیش‌بینی‌ها نشان می‌دهد. همچنین، زیربرنامه‌ی دو معیار برای حل‌گر استاندارد و دینامیکی آباکوس نوشته شد. در انتها، کشش فنجان با استفاده از زیربرنامه‌ی UMAT معیار Yld2011-27p شبیه‌سازی شد و دقت بالای این معیار در پیش‌بینی ۸ عدد گوشواره گزارش شد. قربانی و همکاران، اثر شکل‌گرده‌ی اولیه بر روی عیب گوشواره‌ای شدن را در دو حالت تجربی و عددی بررسی کردند [۱۴]. در این پژوهش، با انجام تعدادی آزمون تجربی کشش عمیق با نسبت کشش‌های گوناگون به روش سعی و خطا، شکل بهینه‌ای برای گرده‌ی اولیه ارائه شد. موسوی و همکاران، مطالعه‌ی تجربی و عددی بر روی گوشواره‌ای شدن انجام دادند [۱۵]. در این تحقیق با انجام تحلیل‌های عددی و تغییر شکل هندسی گرده‌ی اولیه‌ی کشش، ارتفاع گوشواره‌ها را در فرایند کشش عمیق کاهش دادند.

استفاده از محاسبات کریستالوگرافی در پیش‌بینی گوشواره‌ای شدن، یکی دیگر از روش‌های مرسوم است. تاگر، با در نظر گرفتن جهت‌های کریستالی در یک تک‌المان، توانست تغییر طول تک‌المان را در بارگذاری کششی

^۱ Nonassociated flow rule

و فشاری در جهت‌های مختلف به روش تئوری، به‌دست آورد [۱۶]. سپس، ارتفاع گوشواره‌ها را در کشش فنجان از ماده‌ای تک‌المان، در هفت جهت کریستالی مختلف محاسبه و با نتایج تجربی مقایسه کرد. نتایج این مقایسه، دقت بالای روش تئوری را در پیش‌بینی موقعیت و شکل گوشواره‌ها نشان می‌دهد. همچنین، روش استفاده از تئوری ارائه شده برای ماده‌ی چندالمان نیز بیان شده است. بارلات و همکاران، با در نظر گرفتن فرض تنش صفحه‌ای و کرنش صفحه‌ای در ناحیه‌ی فلنج، پیش‌بینی گوشواره‌ای شدن را برای تک‌المان انجام دادند [۱۷]. سپس، نتایج برای هر دو حالت با نتایج معتبر تحقیق تاکر [۱۶] مقایسه شد. استفاده از فرض کرنش صفحه‌ای نتایج دقیق‌تری در پیش‌بینی گوشواره‌ها ارائه داد. روش پیشنهادی برای ماده‌ی چند بلوری استفاده شد. در این حالت نیز با استفاده از فرض کرنش صفحه‌ای دقت بالاتر در پیش‌بینی گوشواره‌ها، به‌دست آمد.

با ثابت در نظر گرفتن ضخامت در ناحیه‌ی فلنج، می‌توان تغییر شکل در فرایند کشش عمیق را کرنش صفحه‌ای در نظر گرفت و با روش تحلیل خطوط لغزش این فرایند را بررسی کرد. سوربای و جانسون از تحلیل خطوط لغزش برای پیش‌بینی موقعیت گوشواره‌ها استفاده کردند [۱۸]. برای بیان رفتار ناهمسانگرد ورق، از معیار تسلیم هیل ۴۸ استفاده شد. آنها توانستند موقعیت گوشواره‌ها را در شرایط ایجاد چهار گوشواره محاسبه کنند. چن و سوربای از تحلیل خطوط لغزش برای پیش‌بینی گوشواره‌ای شدن استفاده کردند [۱۹]. روش عددی ارائه شده توسط آنها، توانست شکل‌گیری گوشواره‌ها را در طی فرایند کشش محاسبه کند. در این تحقیق، از معیار تسلیم هیل ۴۸ استفاده شد.

یکی از چالش‌های استفاده از معیارهای تسلیم پیشرفته، فرمول‌بندی پیچیده و تعداد زیاد ثوابت آنها است. تاکنون، روش‌های عددی متنوعی برای تعیین ثوابت این معیارها ارائه شده است. آرتز و همکاران یک روش جدید تعیین ثوابت معیارهای تسلیم پیشرفته ارائه دادند [۲۰]. در این روش از تنش تسلیم کرنش صفحه‌ای استفاده شد. با استفاده از این روش ثوابت معیار تسلیم Yld2003 برای پنج ماده محاسبه شد. از ثوابت محاسبه شده برای پیش‌بینی تغییرات تنش تسلیم تک‌محوره، ضریب ناهمسانگردی، تنش تسلیم کرنش صفحه‌ای در جهت‌های مختلف و سطح تسلیم استفاده شد. نتایج با روش رایج که از تنش تسلیم و ضریب ناهمسانگردی دو

محوره یکسان استفاده می‌کند مقایسه شد و دقت خوب روش جدید گزارش شد. شان‌بینگ و همکاران، با استفاده از آزمون کشش نمونه‌ی صلیبی شکل توانستند ۱۲ ثابت معیار تسلیم برن و بیسن^۱ را محاسبه کنند [۲۱]. آنها این آزمون را شبیه‌سازی کردند و با تعریف اختلاف بین کرنش‌های بیشینه و کمینه در آزمون تجربی و عددی، تابع خطا را تشکیل دادند. این کرنش‌ها در دو راستای قطری از مرکز نمونه اندازه‌گیری شد. تعیین ثوابت این معیار برای آلیاژ AA5086 با استفاده از این روش انجام شد. نتایج شامل کرنش کمینه و بیشینه در راستای قطری، نسبت این کرنش‌ها در راستای قطری و سطح تسلیم به دو روش عددی و تجربی تعیین و با یکدیگر مقایسه شد و دقت بالای این روش گزارش شد.

۱-۴- ساختار پایان‌نامه

در این پایان‌نامه، پیش‌بینی گوشواره‌ای شدن در فرایند کشش عمیق فنجان از ورق آلیاژ آلومینیوم AA3105، با معیار تسلیم پیشرفته BBC2003 انجام شده است. نخست، زیربرنامه‌ی VUMAT برای به کارگیری این معیار در نرم‌افزار آباکوس توسعه داده می‌شود. برای بررسی صحت و دقت زیربرنامه‌ی توسعه داده شده، حالت‌های بارگذاری مختلف روی تک المان بررسی شد. یکی از مهم‌ترین چالش‌های کار با معیارهای تسلیم پیشرفته، تعیین ثوابت این معیارها است. در معیار تسلیم BBC2003 هشت ثابت وجود دارد. برای محاسبه‌ی این ثابت‌ها نیاز به تشکیل دستگاه معادلات، با تعداد معادله‌ی برابر با تعداد ثوابت است. ثوابت معیار تسلیم پیشرفته‌ی BBC2003 با استفاده از یک روش جدید عددی-تجربی محاسبه شد. با به کارگیری زیربرنامه‌ی توسعه داده شده، فرایند کشش فنجان شبیه‌سازی شده با نتایج تجربی مقایسه می‌شود.

از نوآوری‌های این پایان‌نامه می‌توان به ارائه‌ی یک روش جدید عددی-تجربی در تعیین ثوابت معیارهای تسلیم پیشرفته اشاره کرد. در این روش، از تنش تسلیم در شرایط کرنش صفحه‌ای برای RD و TD و روش شیب-دارترین نزول، استفاده شد. استفاده از روش انتگرال‌گیری NICE در زیربرنامه‌ی VUMAT معیار تسلیم BBC2003 را نیز می‌توان از دیگر نوآوری‌های این پایان‌نامه دانست.

^۱ Born and Besson

پایان‌نامه‌ی حاضر شامل پنج فصل است. در فصل دوم این پایان‌نامه نحوه‌ی عملکرد زیربرنامه‌ی VUMAT آمده است. سپس، معیار تسلیم BBC2003 معرفی شده و روش نوشتن زیربرنامه‌ی VUMAT با روش انتگرال-گیری NICE همراه با روش عددی-تجربی تعیین ثوابت معیار، بیان شده است. در این فصل همچنین، نحوه‌ی شبیه‌سازی المان محدود بارگذاری تک المان و فرایند کشش عمیق ارائه شده است. در فصل سوم، آزمون‌های تجربی بیان شده است. در فصل چهارم، نتایج پژوهش و در فصل پنجم، نتیجه‌گیری و پیشنهادهایی برای ادامه‌ی کار ارائه شده است.

فصل ۲ تحلیل عددی گوشواره‌ای شدن در کشش عمیق ورق آلیاژ آلومینیوم

توسعه‌ی روش‌های عددی در طول سه دهه‌ی اخیر، امکان پیش‌بینی گوشواره‌ای شدن را با استفاده از شبیه‌سازی المان محدود ایجاد کرده است. تحلیل‌های عددی دقیق نشان می‌دهد که مدل‌های ساختاری استفاده شده در شبیه‌سازی المان محدود، اثر معنی‌داری بر روی شکل پروفیل گوشواره‌ها دارد. فلذا، تحقیقات قابل توجهی در خصوص افزایش دقت پیش‌بینی عددی، با به‌کارگیری معیارهای مناسب رفتاری و مدل‌های تسلیم نزدیکتر به واقع، صورت گرفته است.

در این راستا، دسته‌ی جدیدی از معیارهای تسلیم برای شبیه‌سازی فرایندهای شکل‌دهی ورق‌ها ارائه شد. در اصطلاح به این معیارهای تسلیم، معیارهای تسلیم پیشرفته گفته می‌شود. وجه تمایز این معیارهای تسلیم نسبت به معیارهای تسلیم کلاسیک مانند هیل^{۴۸}، در این است که این معیارها نیاز به خواص مکانیکی بیش‌تری از ماده‌ی مورد تحلیل دارند (معمولاً ۸ عدد به بالا) و برای مشتق‌گیری، با توجه به فرمول ریاضی آنها، باید از قوانین مشتق جزئی استفاده کرد. این امر برنامه‌نویسی آنها را مشکل کرده است. خانواده‌ی معیارهای تسلیم^۱ BBC نیز جزو دسته‌ی معیارهای تسلیم پیشرفته به حساب می‌آید.

^۱ Banabic-Balan-Comsa (BBC) yield criteria

در فصل پیش رو ابتدا، نرم‌افزار شبیه‌سازی و زیربرنامه‌ی VUMAT معرفی شده است. سپس، معیار تسلیم BBC2003 معرفی شده و روابط حاکم برای نوشتن زیربرنامه‌ی VUMAT این معیار همراه با روش انتگرال-گیری NICE بیان شده است. در ادامه، روش تعیین ثوابت معیار به‌طور کامل، بحث شده است. با استفاده از قانون جریان مرتبط^۱ با این معیار، زیربرنامه VUMAT برای معیار تسلیم BBC2003 با زبان برنامه‌نویسی فرترن توسعه یافت. با هدف بررسی صحت و دقت برنامه نوشته شده، ابتدا بارگذاری بر روی یک تک‌المان انجام شد، که نتایج با نرم‌افزار آباکوس ۶/۱۴ مقایسه شد. سپس مراحل شبیه‌سازی فرایند کشش فنجان برای پیش‌بینی گوشواره‌های شدن، ارائه شده است.

۲-۱- روش المان محدود و معرفی نرم‌افزار شبیه‌سازی

در سال‌های اخیر روش اجزای محدود^۲ به یک ابزار بسیار قدرتمند برای شبیه‌سازی فرایندهای تولید تبدیل گردیده است. هنگام تدوین و توسعه یک فرایند جدید، شبیه‌سازی صحیح فرایند و آزمایش پارامترهای مختلف آن در ابتدای امر بسیار موثر بوده و به این ترتیب طراحی ساختار صحیح و انتخاب پارامترهای صحیح فرایند قبل از آزمایش عملی ممکن خواهد بود. در نتیجه زمان صرف شده و تعداد آزمایش و خطا کاهش یافته و منجر به کاهش هزینه‌های تولید خواهد گردید. از جمله برنامه‌های متداول صریح المان محدود، می‌توان به LS-DYNA3D، ANSYS و ABAQUS اشاره کرد.

به علت قابلیت‌های بالای نرم‌افزار آباکوس در تحلیل تغییر شکل وسیع فلزات نسبت به سایر نرم‌افزارهای اجزای محدود، در این پژوهش از نرم‌افزار فوق استفاده گردید. از جمله خصوصیات بارز این نرم‌افزار که آن را نسبت به سایر نرم‌افزارهای مشابه متمایز کرده، راحتی استفاده، دقت و سرعت بالای محاسبات است. از این رو شرکت‌های بزرگ اتومبیل‌سازی برای طراحی‌های پیشرفته خود به استفاده از این نرم‌افزار روی آورده‌اند. امروزه آباکوس به عنوان یک نرم‌افزار انعطاف‌پذیر در حل مسائل به روش اجزای محدود در پژوهش‌های مهندسی

^۱ Associated flow rule

^۲ Finite element (FE)

دنیا جایگاه ویژه‌ای پیدا کرده و به عنوان نرم‌افزار قدرتمند مهندسی در مراکز تحقیقات اغلب صنایع استفاده می‌شود. یک بسته نرم‌افزاری آباکوس دارای سه محصول اصلی است که شامل موارد زیر است:

۱- **ABAQUS/Standard**: محصول اصلی شرکت آباکوس است که با استفاده از آن می‌توان گستره وسیعی از مسائل خطی و غیرخطی شامل مسائل استاتیکی، دینامیکی، انتقال حرارت و الکترونیک را تحلیل کرد. این محصول دستگاه معادلات حاکم را در هر نمو^۱ به صورت ضمنی تحلیل می‌کند. در این روش، کاربر می‌تواند میزان نمو در هر مرحله^۲ را تعیین کند یا از روش نیوتن-رافسون اصلاح شده استفاده نماید.

۲- **ABAQUS/Explicit**: محصولی با اهداف ویژه است که برای مدل‌سازی مسائل دینامیکی گذرا مانند برخورد و ضربه‌ی انفجار، آزمایش ضربه، مچالگی و همچنین مسائل شبه استاتیکی یا مسائل غیرخطی که در آنها شرایط تماس تغییر می‌کند (مانند شکل‌دهی) مناسب است. این محصول، دستگاه معادلات حاکم را بر پایه قانون انتگرال‌گیری صریح به همراه استفاده از ماتریس جرم قطری المان، تحلیل می‌کند. در این روش تعیین اندازه‌ی نمو در مسائل غیرخطی توسط کاربر ممکن نبوده و نرم‌افزار بر اساس شرایط پایداری، میزان نمو در هر مرحله را به صورت اتوماتیک محاسبه می‌کند.

۳- **ABAQUS/CAE**: به عنوان یک رابط گرافیکی کاربر در بسته نرم‌افزاری آباکوس گنجانده شده است. این محصول به کاربر کمک می‌کند که یک مدل هندسی را سریعاً و به‌سادگی بسازد یا از یک نرم‌افزار مدل‌سازی دیگر وارد کند. با استفاده از این نرم‌افزار می‌توان مدل هندسی قطعه را گسسته‌سازی و خواص مواد آن را تعیین و شرایط مرزی و بار اعمالی را مشخص کرد.

در این پژوهش از نرم‌افزار ABAQUS-6.14 برای انجام شبیه‌سازی‌ها استفاده شده است.

۲-۲- چرا VUMAT

^۱ Increment

^۲ Step

کتابخانه‌ی مدل‌های ساختاری، در نرم‌افزار آباکوس گسترده است. اما، برخی از مدل‌های ساختاری، در این کتابخانه وجود ندارد. بنابراین، برای استفاده از برخی مدل‌های ساختاری، مانند معیار تسلیم BBC2003، نیاز به توسعه‌ی زیربرنامه‌ی خاص برای حل گر آباکوس است. زیربرنامه‌های موجود در آباکوس برای بیان رفتار مکانیکی ماده، برای دو حل گر استاندارد و حل گر دینامیکی به ترتیب UMAT و VUMAT است.

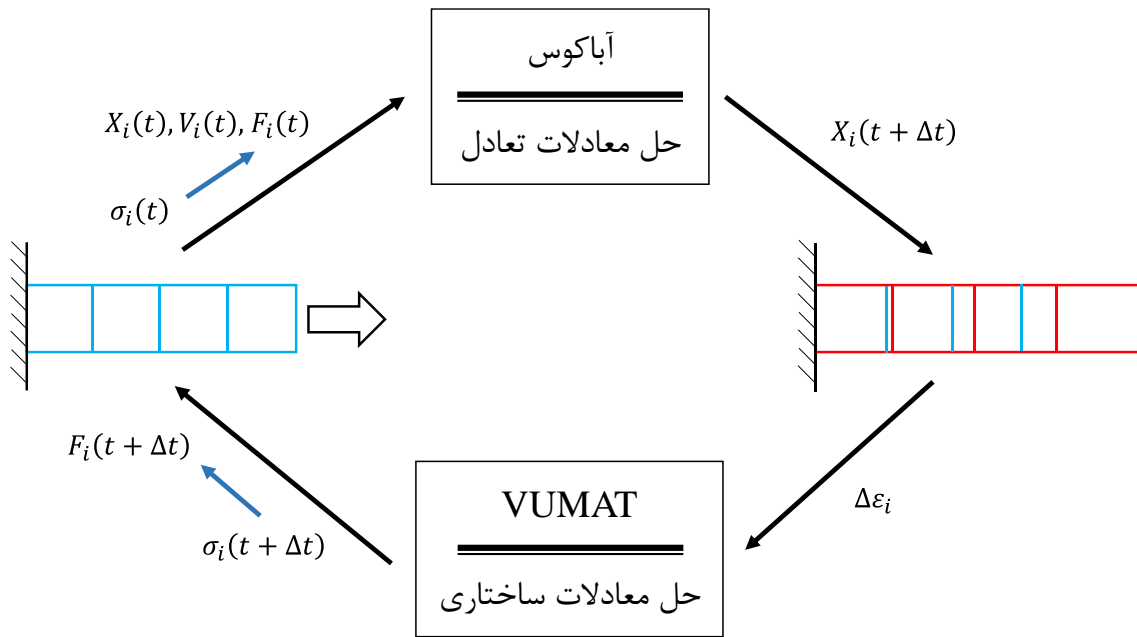
در UMAT برای حل معادلات ساختاری از روش انتگرال گیری ضمنی استفاده می‌شود. در این روش انتگرال-گیری، در حالت کشسان-مومسان، شرایط سازگاری ارضا می‌شود و در فضای تنش، بردار تنش محاسبه شده، بر روی سطح تسلیم قرار می‌گیرد. یکی از روش‌های معروف انتگرال‌گیری ضمنی،^۱ CBE است. گرچه، به دلیل دقت بالا در ارضای شرایط سازگاری، این روش اخیراً مورد توجه بسیاری از محققین قرار گرفته است، اما توسعه‌ی این روش برای آباکوس، پیچیده‌گی‌های زیادی دارد. در این روش نیاز به محاسبه‌ی مشتق مرحله‌ی دوم از معیار تسلیم است.

در VUMAT، برای حل معادلات ساختاری از روش انتگرال گیری صریح استفاده می‌شود. در این روش حل، برخلاف روش ضمنی حلقه‌های تکرار وجود ندارد و در هر نمو زمانی یک پاسخ برای بردار تنش‌ها به دست می‌آید. این روش علاوه بر سادگی در برنامه‌نویسی، سرعت بالاتری را نیز در حل معادلات دارد [۳].

۲-۳- جایگاه VUMAT در آباکوس

ابتدا، آباکوس با حل معادلات تعادل برای هر المان، میزان جابجایی را در زمان $t + \Delta t$ محاسبه می‌کند. برای حل این معادلات، از متغیرهای حالت مسئله در زمان t استفاده می‌شود. آنگاه، مکان جدید گره‌ها بر مبنای جابجایی‌های به دست آمده و به روز می‌شود. سپس، آباکوس نمو کرنش را در زمان $t + \Delta t$ محاسبه می‌کند. این بردار، برای محاسبه‌ی بردار تنش در زمان $t + \Delta t$ ، به زیربرنامه VUMAT ارسال می‌شود. VUMAT با حل معادلات ساختاری، بردار تنش را برای زمان $t + \Delta t$ محاسبه می‌کند. این بردار برای محاسبه‌ی بردار نیرو به آباکوس ارسال می‌شود (شکل ۲-۱).

^۱ Backward-Eulerian schem



شکل ۲-۱- جایگاه VUMAT در آباکوس

در شکل ۲-۱، $X_i(t)$ بردار جابجایی، $V_i(t)$ بردار سرعت و $F_i(t)$ بردار نیرو در زمان t است. همچنین، نوشتن VUMAT، به شرح زیر است [۲۲]:

۱- در ابتدا، معادلات ساختاری تعریف می‌شوند.

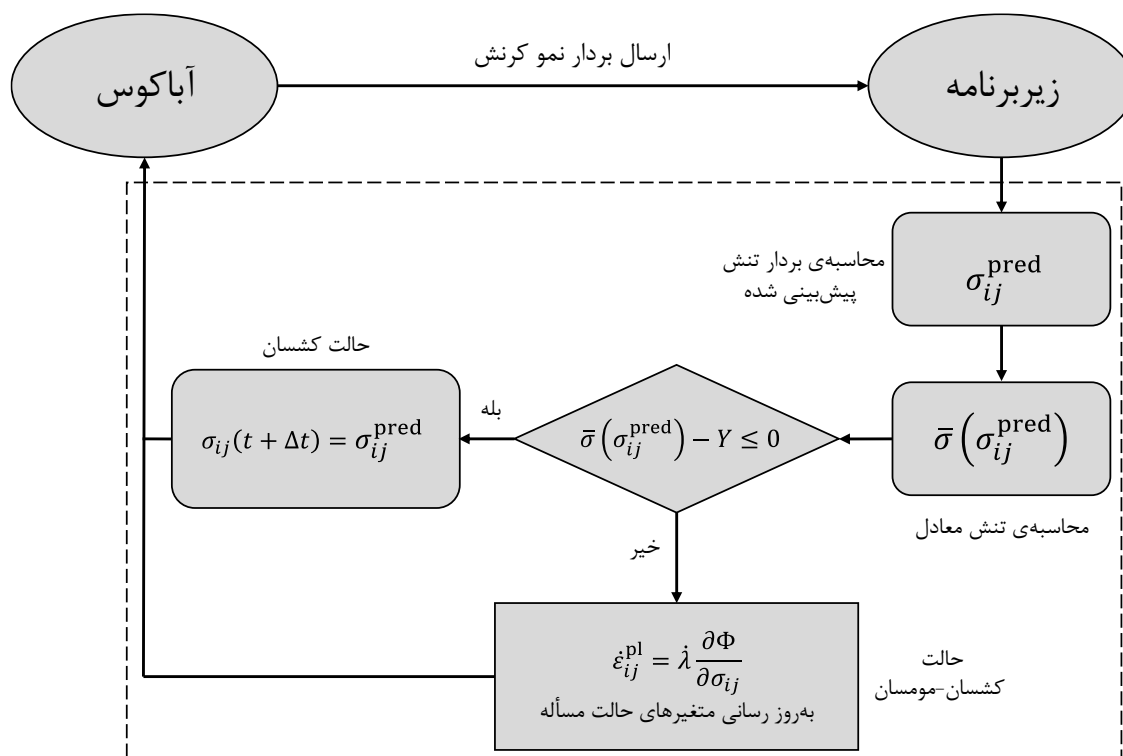
۲- تبدیل معادلات ساختاری به فرم نموی با استفاده از یک روش انتگرال‌گیری، مانند روش انتگرال‌گیری CFE.

۳- تعیین حد ثبات در انتگرال‌گیری $(|\Delta \epsilon| < \Delta \epsilon_{stable})$. مقدار $\Delta \epsilon_{stable}$ معمولاً کمتر از اندازه‌ی کرنش الاستیک است.

پس از ارسال بردار نمو کرنش برای VUMAT، بردار تنش پیش‌بینی شده σ_{ij}^{pred} محاسبه می‌شود. سپس، تنش معادل معیار تسلیم $\bar{\sigma}(\sigma_{ij}^{pred})$ به دست می‌آید. در مرحله‌ی بعد، شرط ایجاد تغییر شکل مومسان و حالت بارگذاری بررسی می‌گردد. در این مرحله، در صورتی که تنش معادل از تنش تسلیم کوچک‌تر باشد، تغییر شکل‌ها در این نمو کشسان است. در غیر این صورت، تغییر شکل کشسان-مومسان است و باید نمو کرنش

¹Stress predictor

مومسان و کشسان محاسبه شده، تنش‌ها اصلاح شوند. در انتها، بردار تنش به‌روز شده و برای آباکوس ارسال می‌شود (شکل ۲-۲).



شکل ۲-۲- عملکرد VUMAT در آباکوس

۲-۴- معیار تسلیم BBC2003

در سال ۲۰۰۳ اعضای گروه کِرتتا^۱، تحقیقی را با هدف ارتقای یک مدل ریاضی با قابلیت توصیف دقیق سطح تسلیم پیش‌بینی شده توسط محاسبات ساختار کریستالی، انجام دادند. رابطه‌ی جدید ارائه شده توسط این گروه بر مبنای فرمول ریاضی معیار تسلیم هرشی^۲، است. در این رابطه، برای ایجاد ناهمسانگردی، ضرایب وزنی‌ای را اضافه کردند. در نتیجه قادر به ارائه‌ی یک معیار تسلیم جدید با عنوان BBC2003 شدند [۲۳]. تنش معادل این معیار از رابطه‌ی ۱-۲ به‌دست می‌آید:

$$\bar{\sigma} = [a(\Gamma + \Psi)^{2k} + a(\Gamma - \Psi)^{2k} + (1 - a)(2\Lambda)^{2k}]^{\frac{1}{2k}} \quad 1-2$$

^۱ مرکز تحقیقات در تکنولوژی شکل‌دهی ورق‌های فلزی متعلق به دانشگاه صنعتی Cluj Napoca، کشور رومانی

^۲ Hershey

در رابطه‌ی ۱-۲، اگر $k \in \mathbb{N}^1 \geq 1$ و $0 \leq a \leq 1$ باشد، تابع تسلیم محدب^۲ است. [۶]. Γ ، Λ و Ψ توابعی هستند از مولفه‌های تانسور تنش در حالت تنش صفحه‌ای، که به صورت روابط ۲-۲ تا ۴-۲، بیان می‌شوند:

$$\Gamma = \frac{\sigma_{11} + M\sigma_{22}}{2} \quad ۲-۲$$

$$\Psi = \sqrt{\left(\frac{N\sigma_{11} - P\sigma_{22}}{2}\right)^2 + Q^2\sigma_{12}\sigma_{21}} \quad ۳-۲$$

$$\Lambda = \sqrt{\left(\frac{R\sigma_{11} - S\sigma_{22}}{2}\right)^2 + T^2\sigma_{12}\sigma_{21}} \quad ۴-۲$$

در روابط ۲-۲ تا ۴-۲، a, M, N, P, Q, R, S, T ثوابت معیار تسلیم هستند. تحقیقات نشان می‌دهد که مثبت بودن این پارامترها به تقریب بهتر معیار تسلیم منجر می‌شود [۱]. پارامتر k به ساختار کریستالی ماده بستگی دارد. پارامتر k برای ساختار با شبکه‌ی کریستالی FCC و BCC به ترتیب برابر ۴ و ۳ است.

۱-۴-۲ معادله‌ی سطح تسلیم

رابطه‌ی ۵-۲، سطح تسلیم این معیار را نشان می‌دهد:

$$\Phi(\sigma_{ij}, Y) := \bar{\sigma}(\sigma_{ij}) - Y = 0 \quad ۵-۲$$

در رابطه‌ی ۵-۲، $\bar{\sigma}(\sigma_{ij}) > 0$ تنش تسلیم معادل معیار تسلیم است. $Y > 0$ پارامتر تسلیم ماده (تنش تسلیم مرجع) و $\sigma_{ij} = \sigma_{ji}$ ($i, j = 1, 2$) اجزای تانسور تنش صفحه‌ای هستند، که در یک مبدأ مختصات قائم، منطبق بر RD و TD، تعریف شده‌اند. سایر اجزای تانسور تنش با توجه به رابطه‌ی معیار تسلیم که در حالت تنش صفحه‌ای است، به صورت رابطه‌ی ۶-۲ مقید شده‌اند:

$$\sigma_{3i} = \sigma_{i3} = 0, \quad (i = 1, 2, 3) \quad ۶-۲$$

^۳ اعداد طبیعی

^۲ Convex

۲-۴-۲ قانون جریان مرتبط

قانون جریان مرتبط با سطح تسلیم برای این معیار، طبق رابطه‌ی ۷-۲، محاسبه می‌شود:

$$\dot{\varepsilon}_{ij}^{pl} = \dot{\lambda} \frac{\partial \Phi}{\partial \sigma_{ij}}, \quad i, j = 1, 2 \quad 7-2$$

در رابطه‌ی ۷-۲، $\dot{\varepsilon}_{ij}^{pl} = \dot{\varepsilon}_{ji}^{pl}$ ($i, j = 1, 2$)، اجزای صفحه‌ای نرخ کرنش مومسان هستند. $\dot{\lambda} \geq 0$ ، بزرگی نمو

کرنش‌های مومسان است. مقادیر دیگر تانسور نرخ کرنش‌های مومسان که خارج از صفحه‌ی ورق هستند، طبق

رابطه‌ی ۸-۲، برابر صفر هستند.

$$\dot{\varepsilon}_{i3}^{pl} = \dot{\varepsilon}_{3j}^{pl} = 0, \quad (i, j = 1, 2) \quad 8-2$$

از فرض تراکم‌ناپذیری در حالت مومسان، رابطه‌ی ۹-۲ برای نرخ کرنش مومسان در ND، به دست می‌آید.

$$\dot{\varepsilon}_{33}^{pl} = -\dot{\varepsilon}_{11}^{pl} - \dot{\varepsilon}_{22}^{pl} \quad 9-2$$

در رابطه‌ی ریاضی معیار تسلیم BBC2003، توابع کمکی Γ ، Ψ و Λ وجود دارند. بنابراین، برای مشتق‌گیری از

این معیار نسبت به مؤلفه‌های تنش، باید از قوانین مشتق‌گیری جزئی استفاده کرد. مشتق‌های جزئی این معیار

نسبت به مؤلفه‌های تنش، در رابطه‌ی ۱۰-۲ آمده است:

$$\frac{\partial \Phi}{\partial \sigma_{ij}} = \frac{\partial \bar{\sigma}}{\partial \Gamma} \frac{\partial \Gamma}{\partial \sigma_{ij}} + \frac{\partial \bar{\sigma}}{\partial \psi} \frac{\partial \psi}{\partial \sigma_{ij}} + \frac{\partial \bar{\sigma}}{\partial \Lambda} \frac{\partial \Lambda}{\partial \sigma_{ij}} \quad i, j = 1, 2 \quad 10-2$$

در رابطه‌ی ۱۰-۲ ترم‌های اول هر قسمت، با روابط ۱۱-۲ تا ۱۳-۲ محاسبه می‌شوند:

$$\frac{\partial \bar{\sigma}}{\partial \Gamma} = \frac{a}{\bar{\sigma}^{2k-1}} [(\Gamma + \psi)^{2k-1} + (\Gamma - \psi)^{2k-1}] \quad 11-2$$

$$\frac{\partial \bar{\sigma}}{\partial \psi} = \frac{a}{\bar{\sigma}^{2k-1}} [(\Gamma + \psi)^{2k-1} - (\Gamma - \psi)^{2k-1}] \quad 12-2$$

$$\frac{\partial \bar{\sigma}}{\partial \Lambda} = \frac{2(1-a)}{\bar{\sigma}^{2k-1}} [(2\Lambda)^{2k-1}] \quad 13-2$$

و ترم‌های بعدی به صورت زیر هستند:

$$\frac{\partial \Gamma}{\partial \sigma_{11}} = \frac{1}{2} \quad 14-2$$

$$\frac{\partial \Gamma}{\partial \sigma_{22}} = \frac{M}{2} \quad ۱۵-۲$$

$$\frac{\partial \Gamma}{\partial \sigma_{12}} = \frac{\partial \Gamma}{\partial \sigma_{21}} = 0 \quad ۱۶-۲$$

$$\frac{\partial \psi}{\partial \sigma_{11}} = \frac{\frac{1}{4}(N\sigma_{11} - P\sigma_{22})N}{\sqrt{\frac{1}{4}(N\sigma_{11} - P\sigma_{22})^2 + Q^2\sigma_{12}\sigma_{21}}} \quad ۱۷-۲$$

$$\frac{\partial \psi}{\partial \sigma_{22}} = \frac{\frac{1}{4}(N\sigma_{11} - P\sigma_{22})(-P)}{\sqrt{\frac{1}{4}(N\sigma_{11} - P\sigma_{22})^2 + Q^2\sigma_{12}\sigma_{21}}} \quad ۱۸-۲$$

$$\frac{\partial \psi}{\partial \sigma_{12}} = \frac{\partial \psi}{\partial \sigma_{21}} = \frac{Q^2\sigma_{12}}{\sqrt{\frac{1}{4}(N\sigma_{11} - P\sigma_{22})^2 + Q^2\sigma_{12}\sigma_{21}}} \quad ۱۹-۲$$

$$\frac{\partial \Lambda}{\partial \sigma_{11}} = \frac{\frac{1}{4}(R\sigma_{11} - S\sigma_{22})R}{\sqrt{\frac{1}{4}(R\sigma_{11} - S\sigma_{22})^2 + T^2\sigma_{12}\sigma_{21}}} \quad ۲۰-۲$$

$$\frac{\partial \Lambda}{\partial \sigma_{22}} = \frac{\frac{1}{4}(R\sigma_{11} - S\sigma_{22})(-S)}{\sqrt{\frac{1}{4}(R\sigma_{11} - S\sigma_{22})^2 + T^2\sigma_{12}\sigma_{21}}} \quad ۲۱-۲$$

$$\frac{\partial \Lambda}{\partial \sigma_{12}} = \frac{\partial \Lambda}{\partial \sigma_{21}} = \frac{T^2\sigma_{12}}{\sqrt{\frac{1}{4}(R\sigma_{11} - S\sigma_{22})^2 + T^2\sigma_{12}\sigma_{21}}} \quad ۲۲-۲$$

از روابط ۱۴-۲ تا ۲۲-۲، با قرار دادن در رابطه‌ی ۲-۲۳، برای محاسبه‌ی نرخ کرنش‌های مومسان استفاده می‌شود.

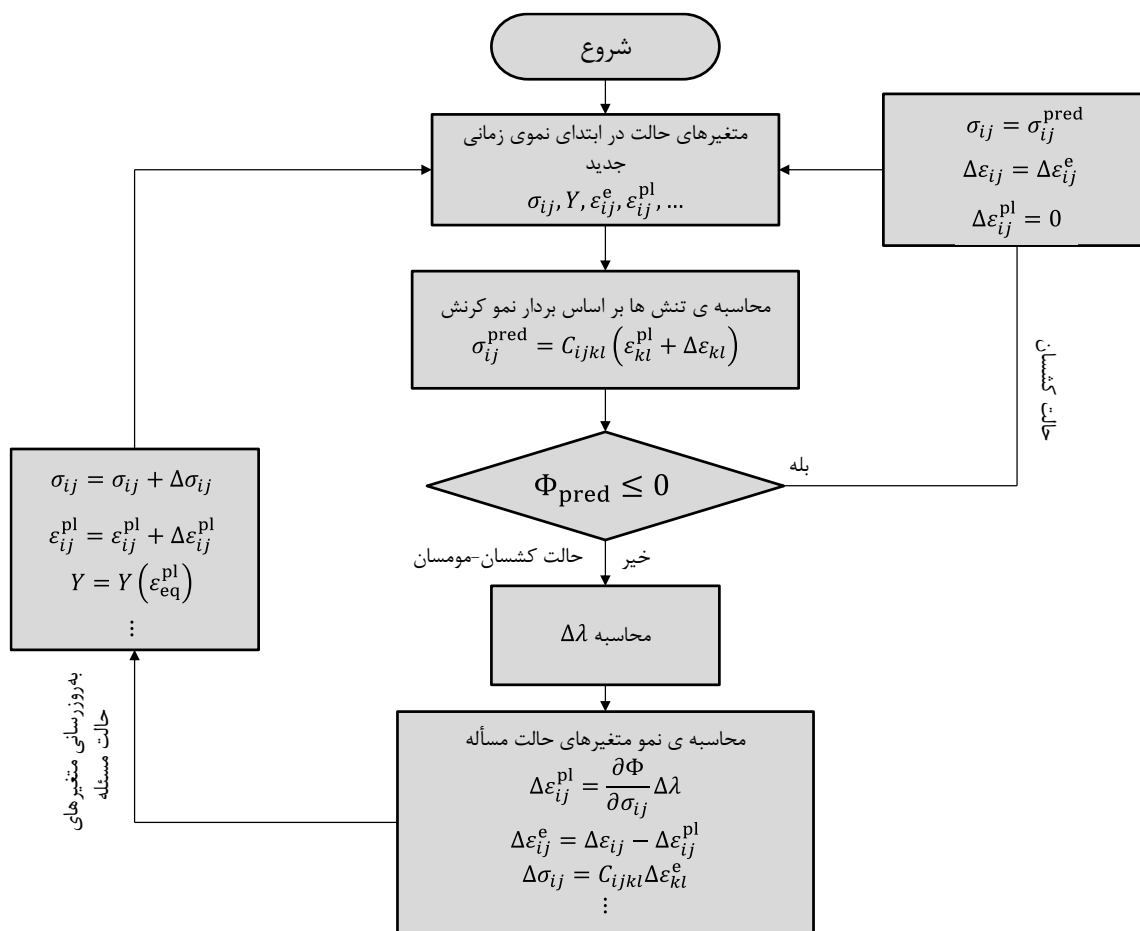
$$d\varepsilon_{ij}^{pl} = \lambda \frac{\partial \Phi}{\partial \sigma_{ij}} = \lambda \frac{\partial \bar{\sigma}}{\partial \sigma_{ij}} = \lambda \left(\frac{\partial \bar{\sigma}}{\partial \Gamma} \frac{\partial \Gamma}{\partial \sigma_{ij}} + \frac{\partial \bar{\sigma}}{\partial \psi} \frac{\partial \psi}{\partial \sigma_{ij}} + \frac{\partial \bar{\sigma}}{\partial \Lambda} \frac{\partial \Lambda}{\partial \sigma_{ij}} \right) \quad i, j = 1, 2 \quad ۲۳-۲$$

با جایگذاری مقادیر i و j در رابطه‌ی ۲-۲۳، دستگاه معادلات ۲-۲۴، به دست می‌آید [۶]:

$$\begin{cases} \frac{\partial \bar{\sigma}}{\partial \sigma_{11}} = \frac{\partial \bar{\sigma}}{\partial \Gamma} \frac{\partial \Gamma}{\partial \sigma_{11}} + \frac{\partial \bar{\sigma}}{\partial \psi} \frac{\partial \psi}{\partial \sigma_{11}} + \frac{\partial \bar{\sigma}}{\partial \Lambda} \frac{\partial \Lambda}{\partial \sigma_{11}} \\ \frac{\partial \bar{\sigma}}{\partial \sigma_{22}} = \frac{\partial \bar{\sigma}}{\partial \Gamma} \frac{\partial \Gamma}{\partial \sigma_{22}} + \frac{\partial \bar{\sigma}}{\partial \psi} \frac{\partial \psi}{\partial \sigma_{22}} + \frac{\partial \bar{\sigma}}{\partial \Lambda} \frac{\partial \Lambda}{\partial \sigma_{22}} \\ \frac{\partial \bar{\sigma}}{\partial \sigma_{12}} = \frac{\partial \bar{\sigma}}{\partial \Gamma} \frac{\partial \Gamma}{\partial \sigma_{12}} + \frac{\partial \bar{\sigma}}{\partial \psi} \frac{\partial \psi}{\partial \sigma_{12}} + \frac{\partial \bar{\sigma}}{\partial \Lambda} \frac{\partial \Lambda}{\partial \sigma_{12}} \\ \frac{\partial \bar{\sigma}}{\partial \sigma_{21}} = \frac{\partial \bar{\sigma}}{\partial \Gamma} \frac{\partial \Gamma}{\partial \sigma_{21}} + \frac{\partial \bar{\sigma}}{\partial \psi} \frac{\partial \psi}{\partial \sigma_{21}} + \frac{\partial \bar{\sigma}}{\partial \Lambda} \frac{\partial \Lambda}{\partial \sigma_{21}} \end{cases} \quad ۲۴-۲$$

۲-۵- زیربرنامه‌ی VUMAT برای معیار تسلیم BBC2003

پس از محاسبه‌ی بردار نمو کرنش برای هر المان، زیربرنامه‌ی VUMAT برای هر المان فراخوانی می‌شود. طبق آنچه گفته شد، VUMAT بردار نمو تنش پیش‌بینی شده σ_{ij}^{pred} را محاسبه می‌کند. در تغییر شکل کشسان و یا باربرداری، VUMAT نمو تنش را با استفاده از مدول‌های کشسان و نمو کرنش، به‌روز می‌کند. در تغییر شکل کشسان-مومسان و یا بارگذاری، VUMAT از روش انتگرال‌گیری صریح، بزرگی نمو کرنش مومسان^۱ ($\Delta\lambda$) را محاسبه می‌کند. با استفاده از $\Delta\lambda$ و قانون جریان، بردار نمو کرنش مومسان حساب می‌شود. سپس، نمو کرنش کشسان و نمو تنش به‌دست می‌آید. در انتها، متغیرهای حالت مسئله به‌روز شده و ذخیره می‌گردد. در فلوجارت ارائه شده در شکل ۲-۳، این مراحل نشان داده شده است.



شکل ۲-۳- فلوجارت حل دستگاه معادلات به روش صریح [۲۴]

^۱ Plastic multiplier

برای نوشتن زیربرنامه معیار تسلیم پیشرفته‌ی BBC2003 از روش انتگرال‌گیری^۱ NICE ارائه شده در مقاله‌ی مارکو و همکاران استفاده شد [۳]. رابطه‌ی اصلی این روش انتگرال‌گیری عبارت است از:

$$\Phi + d\Phi = 0 \quad 25-2$$

در رابطه‌ی ۲-۲۵، Φ تابع سطح تسلیم است. می‌توان رابطه‌ی نموی ۲-۲۵ را به صورت ۲-۲۶، بر حسب مشتقات جزئی تابع تسلیم، نوشت:

$$\Phi + \frac{\partial \Phi}{\partial \sigma_{ij}} \Delta \sigma_{ij} + \frac{\partial \Phi}{\partial Y} \Delta Y = 0 \quad 26-2$$

تفاوت اصلی این روش با روش انتگرال‌گیری صریح (CFE) که در حل‌گر دینامیکی آباکوس استفاده می‌شود، در ترم اضافی Φ است. اضافه کردن این ترم، دقت ارضای شرایط سازگاری ($\Phi = 0$) را بیش‌تر می‌کند. این امر به این صورت انجام می‌پذیرد که عدم ارضای شرایط سازگاری در هر نمو، در نمو بعدی با اضافه کردن این ترم، تصحیح می‌شود [۲۴].

برای نوشتن زیربرنامه‌ی VUMAT معیار تسلیم BBC2003، باید بر اساس روش انتگرال‌گیری NICE، تابع بزرگی کرنش مومسان ($\Delta\lambda$) تعیین و حل شود.

رابطه‌ی ۲-۲۶ رابطه‌ی اصلی برای تعیین مقدار $\Delta\lambda$ است. بدین منظور، ابتدا باید سیستم معادلات متغیرهای حالت مسئله را در شرایط کشسان-مومسان بیان کرد. این سیستم معادلات به صورت زیر است [۲۴]:

$$\Phi(\sigma_{ij}, Y) = 0 \quad 27-2$$

$$\Delta \sigma_{ij} = C_{ijkl} (\Delta \varepsilon_{kl} - \Delta \varepsilon_{kl}^{pl}) \quad 28-2$$

$$\Delta \varepsilon_{ij}^{pl} = \frac{\partial \Phi}{\partial \sigma_{ij}} \Delta \lambda \quad 29-2$$

$$\Delta \varepsilon_{eq}^{pl} = \frac{\sigma_{kl} \frac{\partial \Phi}{\partial \sigma_{kl}}}{Y} \Delta \lambda \quad 30-2$$

^۱ Next increment corrects error

$$\Delta Y = \frac{\partial Y}{\partial \varepsilon_{eq}^{pl}} \Delta \varepsilon_{eq}^{pl} \quad ۳۱-۲$$

در رابطه‌ی ۲-۲۸، G_{ijkl} تانسور مدول‌های کشسان است. با جایگذاری روابط ۲-۲۸ تا ۲-۳۱ در رابطه‌ی ۲-۲۶، می‌توان برای تعیین مقدار $\Delta \lambda$ به روش صریح، تابع ۲-۳۲ را به دست آورد.

$$\Delta \lambda = \frac{\Phi + \frac{\partial \Phi}{\partial \sigma_{ij}} C_{ijkl} \Delta \varepsilon_{kl}}{\frac{\partial \Phi}{\partial \sigma_{ij}} C_{ijkl} \frac{\partial \Phi}{\partial \sigma_{kl}} - \frac{\partial \Phi}{\partial Y} \frac{dY}{d\varepsilon_{eq}^p} \frac{\sigma_{kl}}{Y} \frac{\partial \Phi}{\partial \sigma_{kl}}} \quad ۳۲-۲$$

۲-۵-۱ محاسبه‌ی کرنش ضخامتی در زیربرنامه VUMAT

چون معیار تسلیم استفاده شده تنها مؤلفه‌های تنش صفحه‌ای را دارد، باید در تحلیل‌های عددی از المان دو بعدی استفاده کرد. در این پایان‌نامه، از المان پوسته (S4) استفاده شد. آباکوس برای VUMAT توسعه‌یافته برای این المان، بردار نمو کرنش با چهار مؤلفه‌ی ε_{11} ، ε_{22} ، ε_{33} و ε_{12} را ارسال می‌کند. با توجه به فرمول‌بندی معیار تسلیم، مؤلفه‌ی نمو کرنش ε_{33} را نمی‌توان مستقیماً از قانون جریان به دست آورد (رابطه‌ی ۲-۲۹). بنابراین، باید مقدار کرنش ضخامتی در حالت‌های کشسان و کشسان-مومسان را جداگانه محاسبه کرد.

در شرایط کشسان، رابطه‌ی بردار کرنش بر حسب بردار تنش به صورت زیر بیان می‌شود [۲۵].

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ \varepsilon_{33} \\ \varepsilon_{12} \\ \varepsilon_{13} \\ \varepsilon_{23} \end{Bmatrix} = \frac{1}{E} \begin{bmatrix} 1 & -\nu & -\nu & 0 & 0 & 0 \\ -\nu & 1 & -\nu & 0 & 0 & 0 \\ -\nu & -\nu & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2(1+\nu) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2(1+\nu) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2(1+\nu) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{33} \\ \sigma_{12} \\ \sigma_{13} \\ \sigma_{23} \end{Bmatrix} \quad ۳۳-۲$$

در رابطه ۲-۳۳، با مساوی صفر قرار دادن تنش‌های σ_{13} ، σ_{23} و σ_{33} ، رابطه‌ی ۲-۳۴، برای محاسبه‌ی کرنش ضخامتی در شرایط کشسان، به دست می‌آید.

$$\varepsilon_{33} = \frac{-\nu}{1-\nu} (\varepsilon_{11} + \varepsilon_{22}) \quad ۳۴-۲$$

در حالت کشسان-مومسان نیز باید برای ارضای شرایط تنش صفحه‌ای و صفر بودن σ_3 ، رابطه‌ای برای محاسبه‌ی کرنش ضخامتی به‌دست آورد. برای این منظور، می‌توان بردار کرنش را به‌صورت رابطه‌ی ۲-۳۵ به دو بردار تجزیه کرد [۳].

$$\varepsilon_{ij} = \varepsilon_{ij}^* + \varepsilon_{33} Z_{ij} \quad ۳۵-۲$$

Z_{ij} و ε_{ij}^* در رابطه‌ی ۲-۳۵ عبارتند از:

$$\varepsilon_{ij}^* = \begin{cases} 0, & i = j = 3 \\ \varepsilon_{ij} & \text{دیگر حالات} \end{cases} \quad ۳۶-۲$$

$$Z_{ij} = \begin{cases} 1, & i = j = 3 \\ 0, & \text{دیگر حالات} \end{cases} \quad ۳۷-۲$$

اکنون با مساوی صفر قرار دادن $\Delta\sigma_{33}$ در رابطه‌ی ۲-۳۸، می‌توان رابطه‌ی ۲-۳۹ را برای محاسبه‌ی صریح کرنش ضخامتی در حالت کشسان-مومسان به‌دست آورد.

$$\Delta\sigma_{ij} = C_{ijkl}(\Delta\varepsilon_{kl} - \Delta\varepsilon_{kl}^{pl}) \quad ۳۸-۲$$

$$\Delta\varepsilon_{33} = -\frac{C_{33kl}\Delta\varepsilon_{kl}^* - \left(\Phi + \frac{\partial\Phi}{\partial\sigma_{ij}} C_{ijkl}\Delta\varepsilon_{kl}^*\right)\Theta\beta}{(C_{3333} - \Theta^2\beta)} \quad ۳۹-۲$$

Θ و β در رابطه‌ی ۲-۳۹ عبارتند از:

$$\beta = \left(\frac{\partial\Phi}{\partial\sigma_{ij}} C_{ijkl} \frac{\partial\Phi}{\partial\sigma_{kl}} - \frac{\partial\Phi}{\partial Y} \frac{dY}{d\varepsilon_{eq}^p} \frac{\frac{\partial\Phi}{\partial\sigma_{ij}} \sigma_{ij}}{Y} \right)^{-1} \quad ۴۰-۲$$

$$\Theta = \frac{\partial\Phi}{\partial\sigma_{ij}} C_{ij33} \quad ۴۱-۲$$

۲-۶- تعیین ثوابت معیار تسلیم BBC2003

در معیار تسلیم BBC2003، تعداد ۸ عدد ثابت وجود دارد. برای به‌دست آوردن این ۸ ثابت، نیاز به ۸ خاصیت مکانیکی ماده‌ی مورد تحلیل است. این خواص عبارتند از: سه تنش تسلیم در RD، DD و TD، سه ضریب

ناهمسانگردی (r) در RD، DD و TD، تنش تسلیم دو محوره یکسان σ_b و ضریب ناهمسانگردی دو محوره یکسان r_b . استخراج تنش تسلیم و ضریب ناهمسانگردی دو محوره یکسان برای یک ماده، دارای مشکلاتی مانند تجهیزات و هزینه زیاد است. از این رو در چند سال اخیر، روشی دیگر برای محاسبه‌ی ثوابت ارائه شده است. در این روش، به جای دو خاصیت بیان شده، از تنش تسلیم در شرایط کرنش صفحه‌ای در RD و TD استفاده می‌شود [۲۰]. تفاوت دیگر این دو روش، دقت در پیش‌بینی ناحیه‌ی تنش تسلیم دو محوره یکسان و ناحیه‌ی کرنش صفحه‌ای است [۲۶]. در این پایان‌نامه، خواص زیر برای تعیین ثوابت اتخاذ شد:

- تنش تسلیم تک‌محوره در RD، DD و TD،
- ضریب ناهمسانگردی در RD، DD و TD،
- تنش تسلیم در حالت کرنش صفحه‌ای در RD و TD.

با محاسبه‌ی روابط تئوری خواص مکانیکی ذکر شده در بالا، می‌توان یک دستگاه معادلات شامل معادلات تئوری هر خاصیت را به دست آورد. با حل این دستگاه معادلات، ثوابت مجهول به دست می‌آید.

$$Y_{RD}^{\text{exp}} = Y_{RD}, \quad Y_{DD}^{\text{exp}} = Y_{DD}, \quad Y_{TD}^{\text{exp}} = Y_{TD}$$

$$r_{RD}^{\text{exp}} = r_{RD}, \quad r_{DD}^{\text{exp}} = r_{DD}, \quad r_{TD}^{\text{exp}} = r_{TD} \quad ۴۲-۲$$

$$Y_{RD}^{\text{ps exp}} = Y_{RD}^{\text{ps}}, \quad Y_{TD}^{\text{ps exp}} = Y_{TD}^{\text{ps}}$$

۲-۶-۱ تنش تسلیم تئوری در کشش تک‌محوره

اگر \tilde{Y}_θ تنش تسلیم تئوری در راستای زاویه‌ی θ نسبت به RD تعریف شود، می‌توان اجزای تانسور تنش صفحه‌ای را به صورت روابط ۴۳-۲ تا ۴۵-۲ بیان کرد.

$$\sigma_{11} = \tilde{Y}_\theta \cos^2 \theta \quad ۴۳-۲$$

$$\sigma_{22} = \tilde{Y}_\theta \sin^2 \theta \quad ۴۴-۲$$

$$\sigma_{12} = \sigma_{21} = \tilde{Y}_\theta \sin \theta \cos \theta \quad ۴۵-۲$$

در نتیجه، روابط Γ ، ψ و Λ را می‌توان به صورت زیر بازنویسی کرد:

$$\Gamma = \tilde{Y}_\theta \Gamma_\theta \quad ۴۶-۲$$

$$\psi = \tilde{Y}_\theta \psi_\theta \quad ۴۷-۲$$

$$\Lambda = \tilde{Y}_\theta \Lambda_\theta \quad ۴۸-۲$$

که در روابط ۴۶-۲ تا ۴۸-۲، Γ_θ ، ψ_θ و Λ_θ به صورت زیر هستند:

$$\Gamma_\theta = \frac{\cos^2 \theta + M \sin^2 \theta}{2} \quad ۴۹-۲$$

$$\psi_\theta = \sqrt{\left(\frac{N \cos^2 \theta - P \sin^2 \theta}{2}\right)^2 + Q^2 \sin^2 \theta \cos^2 \theta} \quad ۵۰-۲$$

$$\Lambda_\theta = \sqrt{\left(\frac{R \cos^2 \theta - S \sin^2 \theta}{2}\right)^2 + T^2 \sin^2 \theta \cos^2 \theta} \quad ۵۱-۲$$

با قرار دادن روابط ۴۹-۲ تا ۵۱-۲، در رابطه‌ی ۱-۲ می‌توان تنش معادل را برای زوایای مختلف نسبت به RD

طبق رابطه‌ی ۵۲-۲ تعیین کرد:

$$\bar{\sigma}|_\theta = \tilde{Y}_\theta F(\theta) \quad ۵۲-۲$$

در رابطه‌ی ۵۲-۲ تابع $F(\theta)$ به شکل زیر است:

$$F(\theta) = (a(\Gamma_\theta + \psi_\theta)^{2K} + a(\Gamma_\theta - \psi_\theta)^{2K} + (1-a)(2\Lambda_\theta)^{2K})^{\frac{1}{2K}} \quad ۵۳-۲$$

رابطه‌ی ۵۴-۲، برای محاسبه‌ی تنش تسلیم برای جهت دلخواه، با قرار دادن رابطه‌ی ۵۲-۲ در رابطه‌ی سطح

تسلیم (۵-۲)، به دست می‌آید:

$$\tilde{Y}_\theta = \frac{Y_{\text{ref}}}{F(\theta)} \quad ۵۴-۲$$

با منطبق کردن θ بر RD، DD و TD می‌توان تنش تسلیم را در این راستاها، به وسیله‌ی رابطه‌ی ۵۴-۲، به دست

آورد. در رابطه‌ی ۵۴-۲، Y_{ref} تنش تسلیم در RD در کشش تک‌محوره است.

۲-۶-۲ ضرایب ناهمسانگردی مومسان تئوری در کشش تک‌محوره

ضرایب ناهمسانگردی مومسان، برای زوایای دلخواه θ را می‌توان از رابطه‌ی ۲-۵۵ به دست آورد:

$$r_{\theta} = \frac{\epsilon_{\theta+90}^{pl}}{\epsilon_{ND}^{pl}} \quad ۲-۵۵$$

در رابطه‌ی ۲-۵۵، عبارت $\epsilon_{\theta+90}^{pl}$ نرخ کرنش مومسان منطبق با زاویه‌ی $\theta + 90^{\circ}$ (عرضی) و عبارت ϵ_{ND}^{pl} نرخ

کرنش مومسان ضخامتی است. با در نظر گرفتن فرض تراکم‌ناپذیری در تغییر شکل مومسان، می‌توان $\epsilon_{\theta+90}^{pl}$

را بر حسب ϵ_{θ}^{pl} و ϵ_{ND}^{pl} طبق رابطه‌ی ۲-۵۶ نوشت:

$$\epsilon_{\theta+90}^{pl} = -(\epsilon_{\theta}^{pl} + \epsilon_{ND}^{pl}) \quad ۲-۵۶$$

در صورت قرار دادن مقدار جدید $\epsilon_{\theta+90}^{pl}$ از رابطه‌ی ۲-۵۶، در رابطه‌ی ۲-۵۵ رابطه‌ی ۲-۵۷ به دست می‌آید:

$$r_{\theta} = -\frac{\epsilon_{\theta}^{pl}}{\epsilon_{ND}^{pl}} - 1 \quad ۲-۵۷$$

در رابطه‌ی ۲-۵۷ پارامتر ϵ_{θ}^{pl} نرخ کرنش مومسان، در راستایی با زاویه‌ی θ نسبت به RD است. ϵ_{θ}^{pl} را می‌توان

با استفاده از دایره‌ی مور^۱ بر حسب زاویه، به صورت رابطه‌ی ۲-۵۸ بیان کرد:

$$\epsilon_{\theta}^{pl} = \epsilon_{11}^{pl} \cos^2 \theta + \epsilon_{22}^{pl} \sin^2 \theta + (\epsilon_{12}^{pl} + \epsilon_{21}^{pl}) \sin \theta \cos \theta \quad ۲-۵۸$$

برای ϵ_{ND}^{pl} نیز می‌توان رابطه‌ی ۲-۵۹ را استفاده کرد.

$$\epsilon_{ND}^{pl} = \epsilon_{33}^{pl} = -\epsilon_{11}^{pl} - \epsilon_{22}^{pl} \quad ۲-۵۹$$

با جایگذاری دو رابطه‌ی ۲-۵۸ و ۲-۵۹ در معادله‌ی ۲-۵۷ رابطه‌ی ۲-۶۰ به دست می‌آید:

$$r_{\theta} = \frac{\epsilon_{11}^{pl} \cos^2 \theta + \epsilon_{22}^{pl} \sin^2 \theta + (\epsilon_{21}^{pl} + \epsilon_{12}^{pl}) \sin \theta \cos \theta}{\epsilon_{11}^{pl} + \epsilon_{22}^{pl}} - 1 \quad ۲-۶۰$$

برای ساده‌تر شدن رابطه‌ی ۲-۶۰، می‌توان سمت راست معادله را بر حسب مشتق‌های سطح تسلیم نوشت. این

تغییر با استفاده از قانون جریان امکان‌پذیر است. در نتیجه رابطه‌ی ۲-۶۱ به دست می‌آید:

^۱ Mohr circle

$$r_{\theta} = \frac{1}{Y_{\theta}} \frac{\left(\sigma_{ij} \frac{\partial \bar{\sigma}}{\partial \sigma_{ij}} \right) \Big|_{\theta}}{\left(\frac{\partial \bar{\sigma}}{\partial \sigma_{11}} + \frac{\partial \bar{\sigma}}{\partial \sigma_{22}} \right) \Big|_{\theta}} - 1 \quad 61-2$$

نماد $(.)|_{\theta}$ ، مشتق‌گیری جزئی نسبت به تنش در راستای زاویه‌ی θ را نشان می‌دهد.

چون، رابطه‌ی تنش تسلیم معادل (رابطه‌ی ۱-۲)، تابعی همگن نسبت به اجزای تنش است و درجه‌ی همگنی آن یک است، می‌توان از تئوری اولر^۱ به صورت زیر استفاده کرد [۱].

$$\bar{\sigma} = \sigma_{ij} \frac{\partial \bar{\sigma}}{\partial \sigma_{ij}} \quad 62-2$$

در صورت استفاده از رابطه‌ی ۶۲-۲، رابطه‌ی ۶۱-۲ به رابطه‌ی ۶۳-۲ تبدیل می‌شود.

$$r_{\theta} = \frac{F(\theta)}{\left(\frac{\partial \bar{\sigma}}{\partial \sigma_{11}} + \frac{\partial \bar{\sigma}}{\partial \sigma_{22}} \right) \Big|_{\theta}} - 1 \quad 63-2$$

مخرج کسر رابطه‌ی ۶۳-۲ به صورت روابط ۶۴-۲ و ۶۵-۲، قابل بسط است:

$$\frac{\partial \bar{\sigma}}{\partial \sigma_{11}} \Big|_{\theta} = \frac{\partial \bar{\sigma}}{\partial \Gamma} \Big|_{\theta} \frac{\partial \Gamma}{\partial \sigma_{11}} \Big|_{\theta} + \frac{\partial \bar{\sigma}}{\partial \psi} \Big|_{\theta} \frac{\partial \psi}{\partial \sigma_{11}} \Big|_{\theta} + \frac{\partial \bar{\sigma}}{\partial \Lambda} \Big|_{\theta} \frac{\partial \Lambda}{\partial \sigma_{11}} \Big|_{\theta} \quad 64-2$$

$$\frac{\partial \bar{\sigma}}{\partial \sigma_{22}} \Big|_{\theta} = \frac{\partial \bar{\sigma}}{\partial \Gamma} \Big|_{\theta} \frac{\partial \Gamma}{\partial \sigma_{22}} \Big|_{\theta} + \frac{\partial \bar{\sigma}}{\partial \psi} \Big|_{\theta} \frac{\partial \psi}{\partial \sigma_{22}} \Big|_{\theta} + \frac{\partial \bar{\sigma}}{\partial \Lambda} \Big|_{\theta} \frac{\partial \Lambda}{\partial \sigma_{22}} \Big|_{\theta} \quad 65-2$$

در روابط ۶۴-۲ و ۶۵-۲، $\frac{\partial \bar{\sigma}}{\partial \Gamma} \Big|_{\theta}$ ، $\frac{\partial \bar{\sigma}}{\partial \psi} \Big|_{\theta}$ و $\frac{\partial \bar{\sigma}}{\partial \Lambda} \Big|_{\theta}$ عبارتند از:

$$\frac{\partial \bar{\sigma}}{\partial \Gamma} \Big|_{\theta} = \frac{a}{[F(\theta)]^{2k-1}} [(\Gamma_{\theta} + \psi_{\theta})^{2K} + (\Gamma_{\theta} - \psi_{\theta})^{2K}] \quad 66-2$$

$$\frac{\partial \bar{\sigma}}{\partial \psi} \Big|_{\theta} = \frac{a}{[F(\theta)]^{2k-1}} [(\Gamma_{\theta} + \psi_{\theta})^{2K} - (\Gamma_{\theta} - \psi_{\theta})^{2K}] \quad 67-2$$

$$\frac{\partial \bar{\sigma}}{\partial \Lambda} \Big|_{\theta} = \frac{2(1-a)}{[F(\theta)]^{2k-1}} [(2\Lambda_{\theta})^{2K-1}] \quad 68-2$$

با قرار دادن رابطه‌ی ۶۴-۲ و ۶۵-۲ در مخرج رابطه‌ی ۶۳-۲، رابطه‌ی ۶۹-۲ به دست می‌آید:

$$\left(\frac{\partial \bar{\sigma}}{\partial \sigma_{11}} + \frac{\partial \bar{\sigma}}{\partial \sigma_{22}} \right) \Big|_{\theta} = \frac{G(\theta)}{[F(\theta)]^{2k-1}} \quad 69-2$$

^۱ Euler's theorem

در رابطه‌ی ۶۹-۲ تابع $G(\theta)$ به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$G(\theta) = \left[a(\Gamma_\theta + \psi_\theta)^{2k-1} \left\{ \left(\frac{\partial \Gamma}{\partial \sigma_{11}} + \frac{\partial \Psi}{\partial \sigma_{11}} \right) + \left(\frac{\partial \Gamma}{\partial \sigma_{22}} + \frac{\partial \Psi}{\partial \sigma_{22}} \right) \right\} \Big|_\theta \right. \\ \left. + a(\Gamma_\theta - \psi_\theta)^{2k-1} \left\{ \left(\frac{\partial \Gamma}{\partial \sigma_{11}} - \frac{\partial \Psi}{\partial \sigma_{11}} \right) + \left(\frac{\partial \Gamma}{\partial \sigma_{22}} - \frac{\partial \Psi}{\partial \sigma_{22}} \right) \right\} \Big|_\theta \right. \\ \left. + 2(1-a)(2\Lambda_\theta)^{2k-1} \left(\frac{\partial \Lambda}{\partial \sigma_{11}} + \frac{\partial \Lambda}{\partial \sigma_{22}} \right) \Big|_\theta \right] \quad ۷۰-۲$$

در نتیجه می‌توان ضریب ناهمسانگردی مومسان را در جهت‌های دلخواه به صورت رابطه‌ی ۷۱-۲ بازنویسی کرد:

$$r_\theta = \frac{[F(\theta)]^{2k}}{G(\theta)} - 1 \quad ۷۱-۲$$

۲-۶-۳ تنش تسلیم تئوری در شرایط کرنش صفحه‌ای

در شرایط کرنش صفحه‌ای، رابطه‌ی ۷۲-۲ برای محاسبه‌ی کرنش‌ها با استفاده از بردار تنش و ماتریس مدول-های کشسان^۱، صادق است [۲۸]:

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_{12} \end{Bmatrix} = \frac{(1+\nu)}{E} \begin{bmatrix} (1-\nu) & -\nu & 0 \\ -\nu & (1-\nu) & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{12} \end{Bmatrix} \quad ۷۲-۲$$

با توجه به این که در شرایط کرنش صفحه‌ای ε_{12} ، ε_{21} و ε_{22} صفر است، از رابطه‌ی ۷۲-۲ می‌توان نتیجه گرفت:

$$\varepsilon_{12} = 0 \rightarrow \sigma_{12} = 0 \quad ۷۳-۲$$

با اعمال شرایط کرنش صفحه‌ای در جهت ۲ می‌توان نوشت:

$$\varepsilon_{22}^{pl} = \lambda \frac{\partial \Phi}{\partial \sigma_{22}} = 0 \quad ۷۴-۲$$

و با توجه به اینکه $\lambda \neq 0$ ، می‌توان نوشت:

$$\frac{\partial \Phi}{\partial \sigma_{22}} = 0 \quad ۷۵-۲$$

^۱ Elastic moduli matrix

اگر $\alpha_{RD}^{PS} = \frac{\sigma_{22}}{\sigma_{11}}$ نسبت بین تنش‌های واقع در صفحه، وقتی که ورق تحت کشش در RD به حالت کرنش

صفحه‌ای قرار گیرد، می‌توان رابطه‌ی ۷۵-۲ را بر حسب α_{RD}^{PS} بازنویسی کرد، بر این اساس می‌توان نوشت:

$$\left. \frac{\partial \Phi}{\partial \sigma_{22}} \right|_{\alpha_{RD}^{PS}} = \left. \frac{\partial \bar{\sigma}}{\partial \Gamma} \right|_{\alpha_{RD}^{PS}} \left. \frac{\partial \Gamma}{\partial \sigma_{22}} \right|_{\alpha_{RD}^{PS}} + \left. \frac{\partial \bar{\sigma}}{\partial \psi} \right|_{\alpha_{RD}^{PS}} \left. \frac{\partial \psi}{\partial \sigma_{22}} \right|_{\alpha_{RD}^{PS}} + \left. \frac{\partial \bar{\sigma}}{\partial \Lambda} \right|_{\alpha_{RD}^{PS}} \left. \frac{\partial \Lambda}{\partial \sigma_{22}} \right|_{\alpha_{RD}^{PS}} = 0 \quad ۷۶-۲$$

ترم‌های رابطه‌ی ۷۶-۲ در روابط ۷۷-۲ تا ۸۲-۲ تعریف شده‌اند:

$$\left. \frac{\partial \bar{\sigma}}{\partial \Gamma} \right|_{\alpha_{RD}^{PS}} = \frac{a}{[H_1(\alpha_{RD}^{PS})]^{2k-1}} \left[(\Gamma_{\alpha_{RD}^{PS}} + \psi_{\alpha_{RD}^{PS}})^{2k-1} + (\Gamma_{\alpha_{RD}^{PS}} - \psi_{\alpha_{RD}^{PS}})^{2k-1} \right] \quad ۷۷-۲$$

$$\left. \frac{\partial \bar{\sigma}}{\partial \psi} \right|_{\alpha_{RD}^{PS}} = \frac{a}{[H_1(\alpha_{RD}^{PS})]^{2k-1}} \left[(\Gamma_{\alpha_{RD}^{PS}} + \psi_{\alpha_{RD}^{PS}})^{2k-1} - (\Gamma_{\alpha_{RD}^{PS}} - \psi_{\alpha_{RD}^{PS}})^{2k-1} \right] \quad ۷۸-۲$$

$$\left. \frac{\partial \bar{\sigma}}{\partial \Lambda} \right|_{\alpha_{RD}^{PS}} = \frac{2(1-a)}{[H_1(\alpha_{RD}^{PS})]^{2k-1}} [2\Lambda_{\alpha_{RD}^{PS}}]^{2k-1} \quad ۷۹-۲$$

$$\left. \frac{\partial \Gamma}{\partial \sigma_{22}} \right|_{\alpha_{RD}^{PS}} = \frac{M}{2} \quad ۸۰-۲$$

$$\left. \frac{\partial \psi}{\partial \sigma_{22}} \right|_{\alpha_{RD}^{PS}} = \frac{1}{4} \frac{P}{\psi_{\alpha_{RD}^{PS}}} (P\alpha_{RD}^{PS} - N) \quad ۸۱-۲$$

$$\left. \frac{\partial \Lambda}{\partial \sigma_{22}} \right|_{\alpha_{RD}^{PS}} = \frac{1}{4} \frac{S}{\Lambda_{\alpha_{RD}^{PS}}} (S\alpha_{RD}^{PS} - R) \quad ۸۲-۲$$

با جایگذاری روابط ۷۷-۲ تا ۸۲-۲ در رابطه‌ی ۷۶-۲ و مساوی صفر قرار دادن این رابطه، رابطه‌ی ۸۳-۲ برای

کرنش عرضی به‌دست می‌آید:

$$\begin{aligned} \left. \frac{\partial \Phi}{\partial \sigma_{22}} \right|_{\alpha_{RD}^{PS}} &= \frac{a \cdot M}{2[H_1(\alpha_{RD}^{PS})]^{2k-1}} \left[(\Gamma_{\alpha_{RD}^{PS}} + \psi_{\alpha_{RD}^{PS}})^{2k-1} + (\Gamma_{\alpha_{RD}^{PS}} - \psi_{\alpha_{RD}^{PS}})^{2k-1} \right] \\ &+ \frac{a}{4[H_1(\alpha_{RD}^{PS})]^{2k-1}} \left[(\Gamma_{\alpha_{RD}^{PS}} + \psi_{\alpha_{RD}^{PS}})^{2k-1} \right. \\ &\left. - (\Gamma_{\alpha_{RD}^{PS}} - \psi_{\alpha_{RD}^{PS}})^{2k-1} \right] \frac{P(P\alpha_{RD}^{PS} - N)}{\psi_{\alpha_{RD}^{PS}}} \\ &+ \frac{(1-a)}{2[H_1(\alpha_{RD}^{PS})]^{2k-1}} [2\Lambda_{\alpha_{RD}^{PS}}]^{2k-1} \frac{S(S\alpha_{RD}^{PS} - R)}{\Lambda_{\alpha_{RD}^{PS}}} \end{aligned} \quad ۸۳-۲$$

در رابطه‌ی ۸۳-۲ ترم‌های $H_1(\alpha_{RD}^{PS})$ ، $\Gamma_{\alpha_{RD}^{PS}}$ ، $\psi_{\alpha_{RD}^{PS}}$ و $\Lambda_{\alpha_{RD}^{PS}}$ عبارتند از:

$$H_1(\alpha_{RD}^{ps}) = \left[a \left(\Gamma_{\alpha_{RD}^{ps}} + \psi_{\alpha_{RD}^{ps}} \right)^{2k} + a \left(\Gamma_{\alpha_{RD}^{ps}} - \psi_{\alpha_{RD}^{ps}} \right)^{2k} + (1-a) \left(2\Lambda_{\alpha_{RD}^{ps}} \right)^{2k} \right]^{\frac{1}{2k}} \quad ۸۴-۲$$

$$\Gamma_{\alpha_{RD}^{ps}} = \frac{1 + M\alpha_{RD}^{ps}}{2} \quad ۸۵-۲$$

$$\psi_{\alpha_{RD}^{ps}} = \left| \frac{N - P\alpha_{RD}^{ps}}{2} \right| \quad ۸۶-۲$$

$$\Lambda_{\alpha_{RD}^{ps}} = \left| \frac{R - S\alpha_{RD}^{ps}}{2} \right| \quad ۸۷-۲$$

با مساوی صفر قرار دادن رابطه‌ی ۸۳-۲، می‌توان رابطه‌ی بیان‌کننده‌ی نسبت تنش در شرایط کرنش صفحه‌ای را بر حسب α_{RD}^{ps} به صورت زیر نوشت:

$$\begin{aligned} a.M. \left[\left(\Gamma_{\alpha_{RD}^{ps}} + \psi_{\alpha_{RD}^{ps}} \right)^{2k-1} + \left(\Gamma_{\alpha_{RD}^{ps}} - \psi_{\alpha_{RD}^{ps}} \right)^{2k-1} \right] \\ + \frac{a}{2} \left[\left(\Gamma_{\alpha_{RD}^{ps}} + \psi_{\alpha_{RD}^{ps}} \right)^{2k-1} - \left(\Gamma_{\alpha_{RD}^{ps}} - \psi_{\alpha_{RD}^{ps}} \right)^{2k-1} \right] \frac{P(P\alpha_{RD}^{ps} - N)}{\psi_{\alpha_{RD}^{ps}}} \\ + (1-a) \left[2\Lambda_{\alpha_{RD}^{ps}} \right]^{2k-1} \frac{S(S\alpha_{RD}^{ps} - R)}{\Lambda_{\alpha_{RD}^{ps}}} = 0 \end{aligned} \quad ۸۸-۲$$

رابطه‌ی ۸۸-۲ تنها بر اساس هشت ثابت معیار تسلیم و متغیر α_{RD}^{ps} بیان شده و مستقل از تنش‌ها است. مقدار α_{RD}^{ps} به دست آمده از رابطه‌ی ۸۸-۲، نسبت تنش در شرایط کرنش صفحه‌ای در RD را نشان می‌دهد.

برای محاسبه‌ی تنش تسلیم کرنش صفحه‌ای، در رابطه‌ی تنش تسلیم معادل (۲-۱ تا ۴-۲)، تنش برشی σ_{12} برابر صفر قرار داده می‌شود (رابطه‌ی ۲-۷۳). سپس، از تنش σ_{11} فاکتورگیری می‌شود. در این صورت رابطه‌ی ۸۹-۲ به دست می‌آید:

$$\bar{\sigma} |_{\alpha_{RD}^{ps}} = \sigma_{11} H_1(\alpha_{RD}^{ps}) \quad ۸۹-۲$$

در رابطه‌ی ۸۹-۲، مقدار σ_{11} برابر تنش تسلیم در حالت کرنش صفحه‌ای در نظر گرفته و با نماد σ_{RD}^{ps} نشان داده می‌شود. با قرار دادن این معادله در رابطه‌ی سطح تسلیم ۲-۵، معادله‌ی ۲-۹۰ برای تنش تسلیم کرنش صفحه‌ای به دست می‌آید:

$$\sigma_{RD}^{ps} = \frac{Y_{RD}^{ps \text{ exp}}}{H_1(\alpha_{RD}^{ps})} \quad ۹۰-۲$$

برای به دست آوردن هشتمین معادله از دستگاه معادلات، کافی است تا تنش تسلیم کرنش صفحه‌ای در TD نیز محاسبه شود. برای به دست آوردن این رابطه، کرنش در RD باید برابر صفر شود تا در این جهت شرایط کرنش صفحه‌ای ایجاد گردد، برای این منظور به روش زیر عمل می‌شود:

$$\frac{\sigma_{11}}{\sigma_{22}} = \alpha_{TD}^{ps} \ \& \ \varepsilon_{11}^{pl} = 0 \rightarrow \lambda \frac{\partial \Phi}{\partial \sigma_{11}} = 0 \quad 91-2$$

$$\frac{\partial \Phi}{\partial \sigma_{11}} \Big|_{\alpha_{TD}^{ps}} = \frac{\partial \bar{\sigma}}{\partial \Gamma} \Big|_{\alpha_{TD}^{ps}} \frac{\partial \Gamma}{\partial \sigma_{11}} \Big|_{\alpha_{TD}^{ps}} + \frac{\partial \bar{\sigma}}{\partial \psi} \Big|_{\alpha_{TD}^{ps}} \frac{\partial \psi}{\partial \sigma_{11}} \Big|_{\alpha_{TD}^{ps}} + \frac{\partial \bar{\sigma}}{\partial \Lambda} \Big|_{\alpha_{TD}^{ps}} \frac{\partial \Lambda}{\partial \sigma_{11}} \Big|_{\alpha_{TD}^{ps}} \quad 92-2$$

ترم‌های رابطه‌ی ۹۲-۲ عبارتند از:

$$\frac{\partial \bar{\sigma}}{\partial \Gamma} \Big|_{\alpha_{TD}^{ps}} = \frac{a}{[H_2(\alpha_{TD}^{ps})]^{2k-1}} \left[(\Gamma_{\alpha_{TD}^{ps}} + \psi_{\alpha_{TD}^{ps}})^{2k-1} + (\Gamma_{\alpha_{TD}^{ps}} - \psi_{\alpha_{TD}^{ps}})^{2k-1} \right] \quad 93-2$$

$$\frac{\partial \bar{\sigma}}{\partial \psi} \Big|_{\alpha_{TD}^{ps}} = \frac{a}{[H_2(\alpha_{TD}^{ps})]^{2k-1}} \left[(\Gamma_{\alpha_{TD}^{ps}} + \psi_{\alpha_{TD}^{ps}})^{2k-1} - (\Gamma_{\alpha_{TD}^{ps}} - \psi_{\alpha_{TD}^{ps}})^{2k-1} \right] \quad 94-2$$

$$\frac{\partial \bar{\sigma}}{\partial \Lambda} \Big|_{\alpha_{TD}^{ps}} = \frac{2(1-a)}{[H_2(\alpha_{TD}^{ps})]^{2k-1}} [2\Lambda_{\alpha_{TD}^{ps}}]^{2k-1} \quad 95-2$$

$$\frac{\partial \Gamma}{\partial \sigma_{11}} \Big|_{\alpha_{TD}^{ps}} = \frac{1}{2} \quad 96-2$$

$$\frac{\partial \psi}{\partial \sigma_{11}} \Big|_{\alpha_{TD}^{ps}} = \frac{1}{4} \frac{N}{\psi_{\alpha_{TD}^{ps}}} (N\alpha_{TD}^{ps} - P) \quad 97-2$$

$$\frac{\partial \Lambda}{\partial \sigma_{11}} \Big|_{\alpha_{TD}^{ps}} = \frac{1}{4} \frac{R}{\Lambda_{\alpha_{TD}^{ps}}} (R\alpha_{TD}^{ps} - S) \quad 98-2$$

با قرار دادن روابط ۹۳-۲ تا ۹۸-۲ در رابطه‌ی ۹۲-۲ و مساوی با صفر قرار دادن آن، رابطه‌ی زیر برای محاسبه‌ی

نسبت α_{TD}^{ps} در شرایط کرنش صفحه‌ای در TD به دست می‌آید.

$$\begin{aligned} & a \cdot \left[(\Gamma_{\alpha_{TD}^{ps}} + \psi_{\alpha_{TD}^{ps}})^{2k-1} + (\Gamma_{\alpha_{TD}^{ps}} - \psi_{\alpha_{TD}^{ps}})^{2k-1} \right] \\ & + \frac{a}{2} \left[(\Gamma_{\alpha_{TD}^{ps}} + \psi_{\alpha_{TD}^{ps}})^{2k-1} - (\Gamma_{\alpha_{TD}^{ps}} - \psi_{\alpha_{TD}^{ps}})^{2k-1} \right] \frac{N(N\alpha_{TD}^{ps} - P)}{\psi_{\alpha_{TD}^{ps}}} \\ & + (1-a) [2\Lambda_{\alpha_{TD}^{ps}}]^{2k-1} \frac{R(R\alpha_{TD}^{ps} - S)}{\Lambda_{\alpha_{TD}^{ps}}} = 0 \end{aligned} \quad 99-2$$

مطابق با رابطه‌ی ۸۹-۲ داریم:

$$\bar{\sigma}_{\alpha_{TD}^{ps}} = \sigma_{22} H_2(\alpha_{TD}^{ps}) \quad 100-2$$

اگر در این رابطه σ_{22} با تنش تسلیم در TD جایگزین شود، می‌توان با داشتن رابطه‌ی سطح تسلیم (۵-۲) این خاصیت مکانیکی را به صورت زیر محاسبه کرد:

$$\sigma_{TD}^{ps} = \frac{Y_{TD}^{ps \text{exp}}}{H_2(\alpha_{TD}^{ps})} \quad 101-2$$

در رابطه‌ی ۱۰۱-۲ تابع $H_2(\alpha_{TD}^{ps})$ به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$H_2(\alpha_{TD}^{ps}) = \left[a \left(\Gamma_{\alpha_{TD}^{ps}} + \psi_{\alpha_{TD}^{ps}} \right)^{2k} + a \left(\Gamma_{\alpha_{TD}^{ps}} - \psi_{\alpha_{TD}^{ps}} \right)^{2k} + (1-a) \left(2\Lambda_{\alpha_{TD}^{ps}} \right)^{2k} \right]^{\frac{1}{2k}} \quad 102-2$$

$$\Gamma_{\alpha_{TD}^{ps}} = \frac{\alpha_{TD}^{ps} + M}{2} \quad 103-2$$

$$\psi_{\alpha_{TD}^{ps}} = \left| \frac{N\alpha_{TD}^{ps} - P}{2} \right| \quad 104-2$$

$$\Lambda_{\alpha_{TD}^{ps}} = \left| \frac{R\alpha_{TD}^{ps} - S}{2} \right| \quad 105-2$$

اکنون با داشتن دو رابطه‌ی σ_{TD}^{ps} و σ_{RD}^{ps} و روابطی که قبلاً اثبات شده است، می‌توان هشت ثابت معیار تسلیم را با داشتن هشت خواص مکانیکی، محاسبه کرد.

۲-۷- حل عددی دستگاه معادلات غیر خطی

برای تعیین ثوابت معیار تسلیم BBC2003، باید دستگاه معادلات ۲-۴۲ را حل کرد. روش استفاده شده برای حل این دستگاه، تشکیل تابع خطا^۱ با استفاده از این هشت معادله و کمینه کردن آن است. برای کمینه کردن تابع خطا، با توجه به تحقیقات آرتز^۲ از روش شیب‌دارترین نزول^۳ استفاده شد [۲۷]. در این روش، باید بردار گرادیان تابع خطا و گام مناسب برای کاهش مقدار تابع را در هر حلقه‌ی تکرار، محاسبه کرد. برای این منظور یک برنامه رایانه‌ای با استفاده از نرم‌افزار MATLAB-R2013a نوشته شد.

^۱ Error function

^۲ Aretz

^۳ Sreeprest descend method

۲-۷-۱ کمینه کردن تابع خطا

با داشتن روابط ۲-۷۱، ۲-۵۴، ۲-۹۰ و ۲-۱۰۱، می‌توان دستگاه معادله‌ی زیر را تشکیل داد.

$$\left\{ \begin{array}{l} \bar{\sigma}(\sigma_{RD}, a, M, N, P, Q, R, S, T, k) - Y_{ref} = 0 \\ \bar{\sigma}(\sigma_{DD}, a, M, N, P, Q, R, S, T, k) - Y_{ref} = 0 \\ \bar{\sigma}(\sigma_{TD}, a, M, N, P, Q, R, S, T, k) - Y_{ref} = 0 \\ r_{RD}(\sigma_{RD}, a, M, N, P, Q, R, S, T, k) - r_{RD}^{exp} = 0 \\ r_{DD}(\sigma_{DD}, a, M, N, P, Q, R, S, T, k) - r_{DD}^{exp} = 0 \\ r_{TD}(\sigma_{TD}, a, M, N, P, Q, R, S, T, k) - r_{TD}^{exp} = 0 \\ \sigma_{RD}^{ps}(\alpha_{RD}^{ps}, a, M, N, P, Q, R, S, T, k) - \sigma_{RD}^{ps exp} = 0 \\ \sigma_{TD}^{ps}(\alpha_{TD}^{ps}, a, M, N, P, Q, R, S, T, k) - \sigma_{TD}^{ps exp} = 0 \end{array} \right. \quad ۱۰۶-۲$$

متغیرهای این دستگاه معادله، هشت ثابت معیار تسلیم و α_{RD}^{ps} و α_{TD}^{ps} هستند. دو معادله‌ی کمکی که برای حل α_{RD}^{ps} و α_{TD}^{ps} معادلات ۲-۸۸ و ۲-۹۹ است. این دو معادله به روش نیوتون-رافسون هم زمان با دستگاه معادلات ۲-۱۰۶، حل می‌شوند [۲۹]. در روش کمینه کردن تابع خطا، ابتدا باید تابع خطا را که شامل مربع اختلاف بین خواص مکانیکی تئوری و تجربی در حالت بی‌بعد شده است، تعریف نمود. بدیهی است که مقدار کمینه برای این تابع بدان معنا است که روابط تئوری در این وضعیت بهترین پیش‌بینی را از خواص تجربی ماده دارند [۱].

$$\zeta(x_1, \dots, x_8) = \sum_{i=1}^2 \left(\frac{\sigma_{\psi_i}^{ps} - (\sigma_{\psi_i}^{ps})^{exp}}{Y_{ref}} \right)^2 + \sum_{i=1}^3 \left(\frac{\bar{\sigma}_{\varphi_i} - Y_{ref}}{Y_{ref}} \right)^2 + \sum_{i=1}^3 \left(\frac{r_{\varphi_i} - r_{\psi_i}^{exp}}{r_{\psi_i}^{exp}} \right)^2 \quad ۱۰۷-۲$$

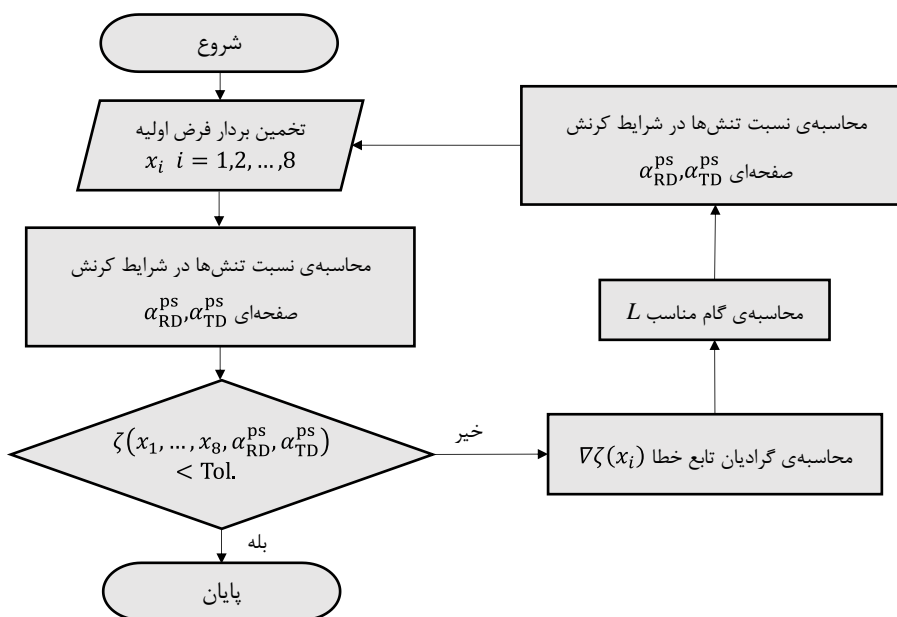
در رابطه‌ی ۲-۱۰۷، متغیرهای x_1, x_2, \dots, x_8 و x_8 ثوابت معیار تسلیم هستند. بالانویس ps و exp به ترتیب حالت کرنش صفحه‌ای و نتایج روش تجربی را نشان می‌دهد. در رابطه‌ی ۲-۱۰۷، زاویه‌ی φ_i ، 0° ، 45° و 90° و زاویه‌ی ψ_i ، 0° و 90° است. مراحل اجرای این روش، که در شکل ۲-۴ نمایش داده شده است؛ عبارت است از:

۱- تخمین مقدار تابع خطا در بردار فرض اولیه،

۲- تعیین جهت مناسب برای بردار فرض اولیه در شرایطی که موجب بیش‌ترین کاهش در مقدار تابع خطا شود،

۳- تغییر بردار فرض اولیه به اندازه‌ی گامی مناسب در این جهت و تخمین برداری جدید،

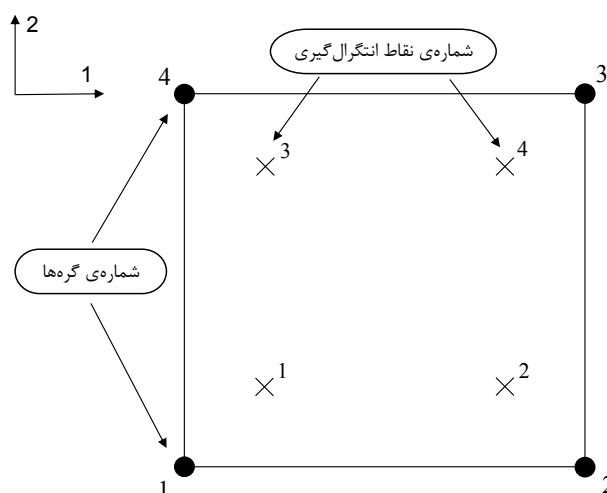
۴- بازگشت به مرحله‌ی اول با جایگزینی بردار جدید بجای بردار فرض اولیه.



شکل ۲-۴- فلوجارت تعیین ثوابت معیار تسلیم BBC2003

۲-۸- راستی‌آزمایی VUMAT

برای راستی‌آزمایی زیربرنامه‌ی VUMAT معیار تسلیم BBC2003، تحلیل بارگذاری‌های مختلف بر روی یک تک‌المان پوسته انجام شد. شرایط بارگذاری توسط اعمال جابجایی بر روی گره‌ها صورت پذیرفت و تحلیل‌ها در سه حالت: ۱- کششی ۲- برشی ۳- کششی و برشی، انجام شد [۲۲]. شکل ۲-۵، تک‌المان را با شماره‌ی گره‌ها و نقاط انتگرال‌گیری، نشان می‌دهد. حالت‌های مختلف بارگذاری بر روی المان در جدول ۲-۱، آورده شده است.



شکل ۲-۵- المان پوسته‌ی S4 با ابعاد ۱×۱، با شماره‌ی گره‌ها و نقاط انتگرال‌گیری

جدول ۲-۱- مشخصات حالت‌های بارگذاری بر روی تک المان

شماره‌ی گره			حالت بارگذاری
۴	۳	۱ و ۲	
$U_2 = 0.5 \text{ mm}$	$U_2 = 0.5 \text{ mm}$	مقید	کششی
$U_1 = 0.5 \text{ mm}$	$U_1 = 0.5 \text{ mm}$	مقید	برشی
$U_1 = -0.5 \text{ mm}$	$U_2 = 0.5 \text{ mm}$	مقید	کششی و برشی

تحلیل‌های بالا در یک مرحله حل شده است. در این تحلیل‌ها، خصوصیات فیزیکی و مکانیکی ورق فولادی با نام $DC04^1$ در حالت همسانگرد، استفاده شده است [۳۰].

۲-۹- شبیه‌سازی فرایند کشش فنجان

یکی از بخش‌های مهم پژوهش صورت گرفته، شبیه‌سازی فرایند کشش فنجان است. در انجام مراحل شبیه‌سازی، سعی شد تا مدل عددی مشابه آزمایش تجربی کشش فنجان، باشد. در زیر شرح مختصری از مراحل شبیه‌سازی این فرایند آمده است.

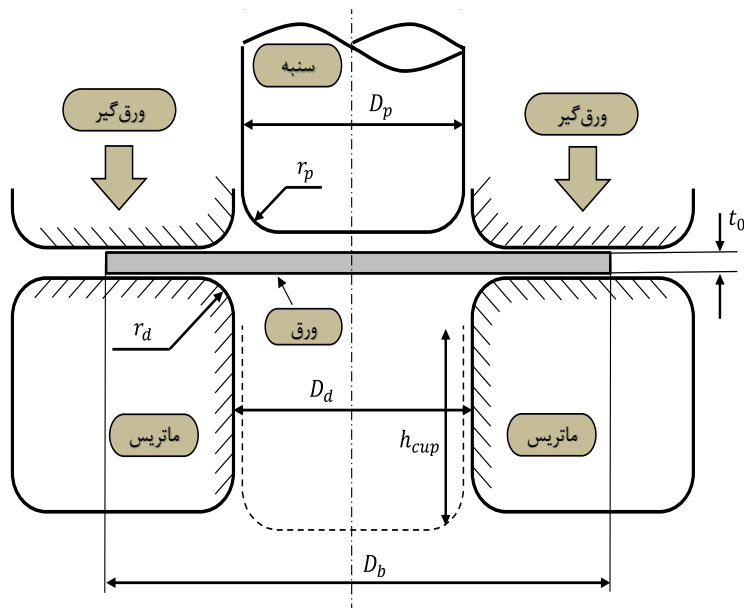
۲-۹-۱ مدل هندسی

ماتریس، سنبه و ورق‌گیر به صورت سه بعدی و از نوع صلب تحلیلی^۲ مدل شدند. به دلیل تقارن صفحه‌ای گرده‌ی اولیه، یک‌چهارم ورق ناهمسانگرد مدل شد و بر روی لبه‌های تقارن، شرایط تقارن صفحه‌ای اعمال شد. این ورق به صورت پوسته‌ی تغییر شکل‌پذیر با ضخامت $1/0.5 \text{ mm}$ در نظر گرفته شد. نقشه‌ی مونتاژی و اجزای قالب در پیوست الف پایان‌نامه ارائه شده است. در شکل ۲-۶، شماتیک قالب و ابعاد آن ارائه شده است.

^۱ استاندارد Din EN 10130

^۲ Analytical rigid

ابعاد (mm)	نام نماد	نماد
۵۰	قطر ماتریس	D_d
۴۶/۱	قطر سنبه	D_p
۶	شعاع لبه ماتریس	r_d
۳	شعاع لبه سنبه	r_p
۱۸	ارتفاع فنجان	h_{cup}
۱/۰۵	ضخامت اولیه	t_0
۸۶	قطر گرده اولیه	D_b



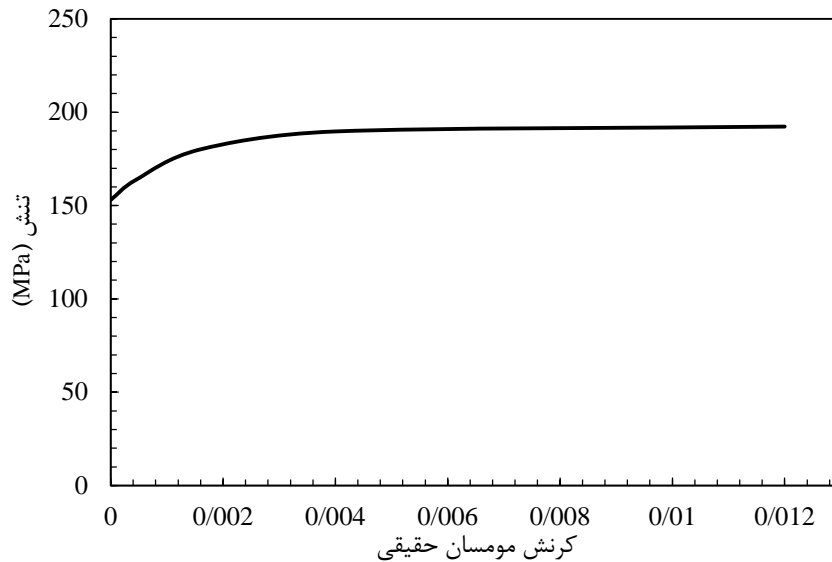
شکل ۲-۶- شماتیک قالب کشش با ابعاد

۲-۹-۲ تعیین خصوصیات ورق

خصوصیات مکانیکی ورق، شامل منحنی تنش-کرنش مومسان حقیقی، نسبت پواسون، مدول یانگ و چگالی مطابق جدول ۲-۲ و شکل ۲-۷ برای آلیاژ AA3105 استفاده شد. این ورق، همگن و ناهمسانگرد است. نمودار شکل ۲-۷ از نتایج آزمون بخش ۴-۱-۱ به دست آمده است.

جدول ۲-۲- خصوصیات فیزیکی و مکانیکی ورق از آلیاژ AA3105

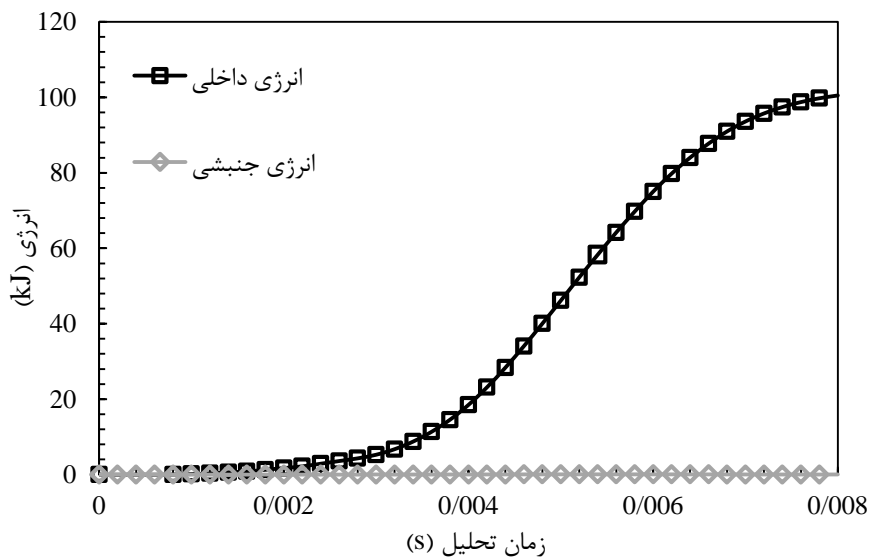
چگالی (kg/m^3)	مدول یانگ (GPa)	تنش تسلیم در RD (MPa)	نسبت پواسون
۲۷۰۰	۷۵	۱۵۳	۰/۳۳



شکل ۲-۷- منحنی تنش-کرنش مومسان آلیاژ AA3105 در RD

۳-۹-۲ تعیین تعداد گام و نوع حل مسئله

در شبیه‌سازی فرایند کشش فنجان، تحلیل‌ها در یک مرحله انجام شد. در ابتدا، با توجه به شرایط انجام آزمایش در آزمایشگاه، مقدار مناسبی از نیروی ورق‌گیر اعمال شد و سپس سنبه شروع به حرکت کرد. با توجه به نوع زیربرنامه، از حل‌گر دینامیکی استفاده شد. برای کاهش زمان محاسبات، در استفاده از حل‌گر دینامیکی، زمان شکل‌دهی برابر $0/008$ ثانیه در نظر گرفته شد. همواره دقت شد تا مقدار انرژی جنبشی کمتر از ۱ تا ۵ درصد انرژی داخلی باشد، تا آنکه طبیعت شبه استاتیکی مسئله حفظ شود (شکل ۲-۸).



شکل ۲-۸- انرژی داخلی و انرژی جنبشی بر حسب زمان فرایند

۲-۹-۴ تعیین نوع تماس سطوح

در تعیین شرایط تماسی بین سطوح، ابتدا مشخصات فیزیکی تماس و سپس نوع تماس تعریف می‌شود. مشخصات فیزیکی تماس از نوع رفتار مماسی^۱ تعریف شد. سپس، برای تعیین ضریب اصطکاک کولمبی، از گزینه‌ی پنالته^۲ استفاده شد. ضریب اصطکاک کولمبی، ۰/۱ در نظر گرفته شد. نوع تماس‌ها، سطح به سطح^۳ در نظر گرفته شد.

۲-۹-۵ شرایط مرزی و بارگذاری

شرایط مرزی استفاده شده به دو دسته قیود تقسیم می‌شوند. نوع اول، قید مربوط به تقارن صفحه‌ای است که به لبه‌های ورق داده شد. نوع دوم، قید جابجایی است که برای محدود کردن درجه‌های آزادی ماتریس و همچنین جابه‌جایی سنبه به نقاط مرجع^۴، داده شد. مقدار جابه‌جایی ۳۵ mm برای سنبه در نظر گرفته شد. نحوه‌ی اعمال جابه‌جایی در قسمت دامنه^۵ به صورت گام نرم^۶ تعیین شد.

۲-۹-۶ مدل‌سازی فنر ورق‌گیر

برای مدل‌سازی فنر ورق‌گیر، از اتصال دهنده‌ی محوری^۷ استفاده شد. برای ضریب کشسان اتصال دهنده‌ی محوری، مقدار سفتی فنر استفاده شده در حالت تجربی، در نظر گرفته شد. این اتصال دهنده‌ی محوری بین نقطه‌ی مرجع سنبه و ورق‌گیر قرار داده شد و پیش‌بار معادل فشردگی فنر به اندازه‌ی ۲۵ mm برای اعمال نیروی ورق‌گیر، پیش از تماس سنبه با ورق، در نظر گرفته شد.

^۱ Tangential behaviour

^۲ Penalty

^۳ Surface to surface

^۴ Reference point

^۵ Amplitude

^۶ Smooth step

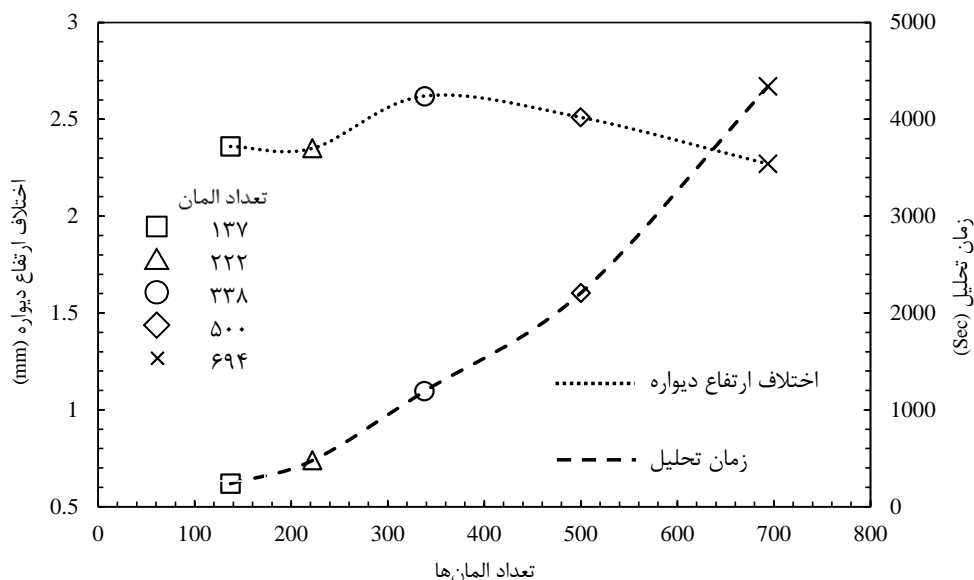
^۷ Axial connector

۷-۹-۲ شبکه‌بندی

برای انجام تحلیل، از المان پیوسته‌ای با چهار گره برای ورق، استفاده شد. اجزای صلب تحلیلی شامل ماتریس، سنبه و ورق گیر نیازی به شبکه‌بندی ندارد.

۸-۹-۲ آنالیز استقلال نتایج از شبکه‌بندی

یکی از پارامترهای مهم و تاثیرگذار در تحلیل المان محدود، اندازه المان‌ها است. کاهش اندازه المان‌ها تا مقداری مشخص، دقت و زمان محاسبات را افزایش می‌دهد و استفاده از المان‌های بزرگ دقت حل را کاهش می‌دهد. برای به دست آوردن اندازه‌ی مناسب شبکه‌بندی ورق، متناسب با ابعاد مدل هندسی تحلیل و حصول به نتایج دقیق، تحلیل استقلال نتایج از شبکه‌بندی انجام شد. برای این منظور، پنج اندازه‌ی شبکه‌بندی مختلف در نظر گرفته شد و از هر تحلیل، مقدار بیش‌ترین اختلاف ارتفاع دیواره‌ی فنجان و زمان انجام هر تحلیل، محاسبه شد. این مقادیر در نمودار شکل ۲-۹ آمده است. در این تحلیل‌ها از خصوصیات فیزیکی و مکانیکی آلیاژ AA3105 طبق شکل ۲-۷ و جدول ۲-۲، استفاده شد.



شکل ۲-۹- استقلال نتایج از شبکه‌بندی

در نمودار شکل ۲-۹، اختلاف ارتفاع دیواره، تغییراتی تقریباً ثابت دارد و زمان تحلیل^۱، با افزایش تعداد المان‌ها، افزایش پیدا می‌کند. در نتیجه، افزایش تعداد المان‌ها اثر چندانی بر دقت نتایج نخواهد گذاشت. بنابراین، برای

^۱ CPU Time

کسب نتیجه عددی مطلوب به لحاظ شکل نهایی گوشواره‌ها و زمان تحلیل، تعداد ۵۰۰ المان در یک چهارم گرده اولیه، برای انجام تحلیل نهایی در نظر گرفته شد.

فصل ۳ طراحی و اجرای آزمون‌های تجربی

در این فصل، ابتدا تجهیزات استفاده شده در محیط آزمایشگاه، برای انجام فرایند کشش فنجان، معرفی می‌شود. در ادامه، آزمون‌های انجام شده و روش‌های محاسبه‌ی خواص مکانیکی مورد نیاز برای تعیین ثوابت معیار تسلیم پیشرفته‌ی BBC2003، ارائه می‌شود. این خواص مکانیکی عبارتند از: تنش تسلیم تک‌محوره و ضرایب ناهمسانگردی در RD، DD و TD و تنش تسلیم در شرایط کرنش صفحه‌ای در RD و TD.

۳-۱- آزمایش کشش فنجان

با هدف بررسی صحت و دقت پیش‌بینی گوشواره‌ها در شبیه‌سازی عددی کشش فنجان، آزمون کشش یک فنجان از آلیاژ AA3105 انجام شد. در این راستا از وسایل آزمایشگاهی زیر استفاده گردید.

۳-۱-۱ دستگاه پرس

برای تأمین نیروی فشاری مورد نیاز برای کشیدن ورق به داخل ماتریس و همچنین تأمین نیروی ورق‌گیر، از دستگاه پرس هیدرولیک، با ظرفیت نامی ۱۰۰ تن، استفاده شد. تصویر این دستگاه در شکل ۳-۱ ارائه شده است. این دستگاه در طی انجام آزمایش به یک واحد رایانه‌ای متصل بود. این واحد رایانه‌ای، قادر به گزارش

نیروی عکس‌العمل جک هیدرولیک، میزان جابجایی و سرعت حرکت جک، است. مقدار سرعت در این دستگاه قابل تنظیم بوده و حداکثر سرعت آن 90 mm/min است.



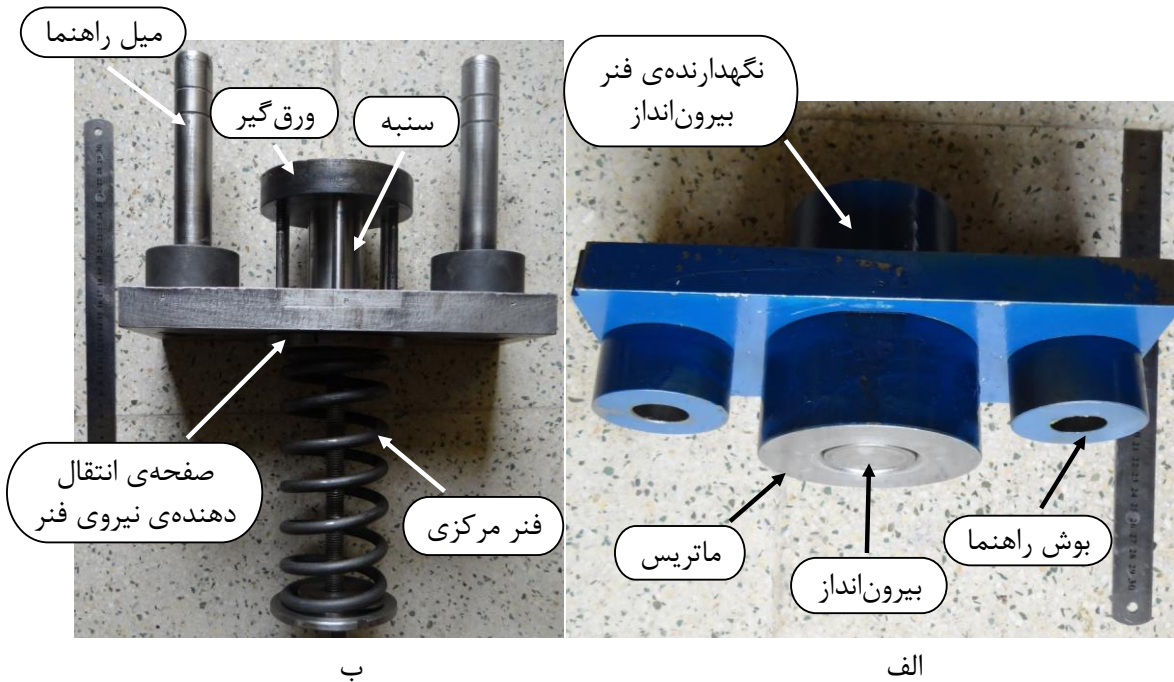
شکل ۳-۱- دستگاه پرس هیدرولیک ژاو آریا

۳-۱-۲ قالب کشش

برای اعمال نیروی ورق‌گیر در قالب طراحی شده، از مکانیزم فنر مرکزی استفاده شد. تنظیم نیروی این فنر توسط یک مهره تنظیم، تعبیه شده بر روی پیچ مرکزی، انجام می‌شود. در این قالب، ماتریس و بیرون‌انداز در قسمت بالایی قالب و ورق‌گیر و سنبه در قسمت پایینی قالب قرار دارد.

اجزای مختلف قالب در شکل ۳-۲ نشان داده شده است. در این قالب، قسمت‌های ماتریس و ورق‌گیر از فولاد آلیاژی ۱/۲۷۱۳، سنبه و بیرون‌انداز از فولاد آلیاژی ۱/۲۳۴۴، بوش‌های راهنما از جنس چدن و سایر قسمت‌ها

از فولاد st۳۷ ساخته شده است. قطعات قالب با عملیات تراشکاری و فرزکاری به کمک دستگاه CNC ساخته شده است.



شکل ۳-۲- اجزای قالب کشش (الف) نیمه‌ی بالای قالب (ب) نیمه‌ی پایین قالب

۳-۱-۳ آزمون فشار فنرهای ورق‌گیر قالب

در طراحی قالب مذکور، برای تأمین نیروی ورق‌گیر از سیستم فنر مرکزی استفاده شده است. بنابراین، لازم است تا بازه‌ی نیرویی مناسب ورق‌گیر در طول انجام فرآیند (کورس پرس)، پیش از انجام آزمایش‌های تجربی به‌دست آید. با این هدف، ابتدا نیروی ورق‌گیر، از رابطه‌ی ۳-۱، محاسبه شد [۳۰].

$$F_{\text{Holder}} = \frac{\pi}{4} \times (D_0^2 - d_N^2) \times P \quad ۱-۳$$

در رابطه‌ی ۳-۱، F_{Holder} نیروی ورق‌گیر بر حسب نیوتون، D_0 قطر گرده و d_N قطر نشیمن مؤثر ورق‌گیر بر حسب میلی‌متر و P فشار ورق‌گیر است که برای آلومینیوم بین $1/2$ تا $1/5$ نیوتون بر میلی‌متر مربع می‌باشد [۳۰]. سپس، با انجام آزمون فشار فنر، نمودار نیرو-جابجایی به‌دست آمد. از این نمودار، برای محاسبه‌ی ثابت فنر استفاده شد. در نهایت، هنگام انجام آزمون کشش فنجان، با اعمال میزان فشردگی مناسب برای فنر، با

توجه به نمودار نیرو-جابجایی و نیروی محاسبه شده‌ی تئوری، تلاش شد تا با انجام تعداد کم‌ترین آزمون، بازه‌ی نیرویی مطلوب به‌گونه‌ای به‌دست آید که از چین‌خوردگی و پارگی ورق، خوردداری شود.

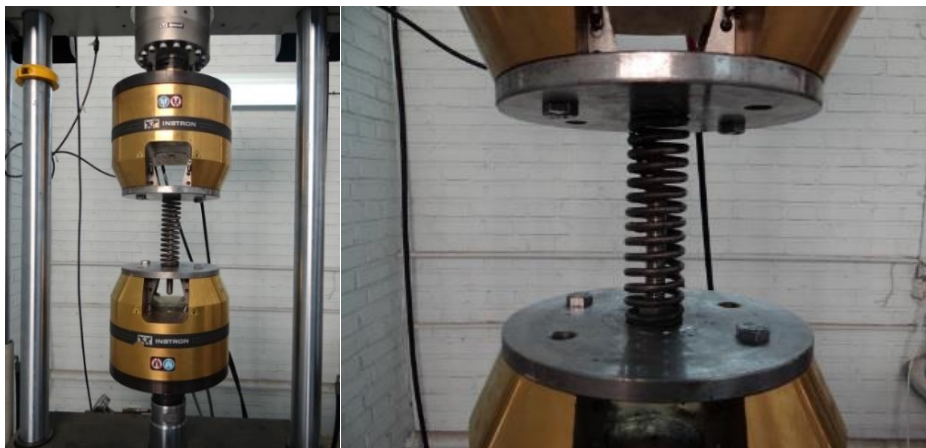
نیروی مطلوب ورق‌گیر محاسبه شده برای کشش فنجان باید در بازه‌ی $4/6$ تا $5/8$ کیلونیوتون باشد. برای اعمال این نیرو در طول کورس پرس، از سه فنر با ابعاد و اندازه‌های مختلف استفاده شد. تصویر این فنرها در شکل ۳-۳ و مشخصات هندسی آنها در جدول ۱-۳ آمده است. برای انجام آزمون‌های فشار فنر، از دستگاه کشش اینسترون استفاده شد (شکل ۳-۴).



شکل ۳-۳- فنرهای قالب کشش

جدول ۱-۳- مشخصات هندسی فنرهای مرکزی قالب

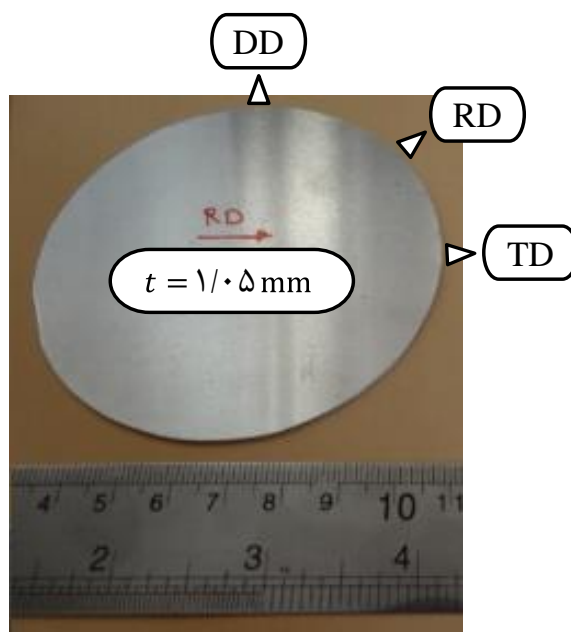
شماره‌ی فنر	اندازه‌ی گام فنر (mm)	قطر مفتول فنر (mm)	قطر متوسط فنر (mm)	طول فنر (mm)
۱	۲۶	۱۰	۷۶/۳	۲۳۰
۲	۲۱	۷/۳۵	۶۷/۸۵	۲۳۰
۳	۱۰	۷	۴۵	۲۳۰



شکل ۳-۴- آزمون فشار فشر

۴-۱-۳ نمونه‌های کشش عمیق (گرده^۱ اولیه)

نمونه‌های ورق از جنس آلیاژ AA3105، به ضخامت اولیه‌ی $1/0.5$ mm برای آزمون کشش فنجان، توسط دستگاه وایرکات با قطر 86 mm بریده شد. تصویر این نمونه‌ها در شکل ۳-۵ ارائه شده است.



شکل ۳-۵- گرده‌ی اولیه از آلیاژ AA3105

برای تعیین ترکیبات شیمیایی آلیاژ آلومینیوم AA3105، آزمایش کوانتومتری انجام شد. این آزمایش‌ها در شرکت آلتا انجام شده و نتایج آنها در جدول ۳-۲ ارائه شده است.

^۱ Blank

جدول ۳-۲- ترکیبات شیمیایی و درصد عناصر آلیاژ AA3105

عنصر	Zr	Ti	Zn	Cr	Mg	Mn	Fe	Si	Al
درصد وزنی	۰/۰۳۴۵	۰/۰۱۱	۰/۰۱۷۴	۰/۰۲۲۴	۰/۵۱۱	۰/۴۸	۰/۷۵۱	۰/۲۴۹	۹۷/۷۴

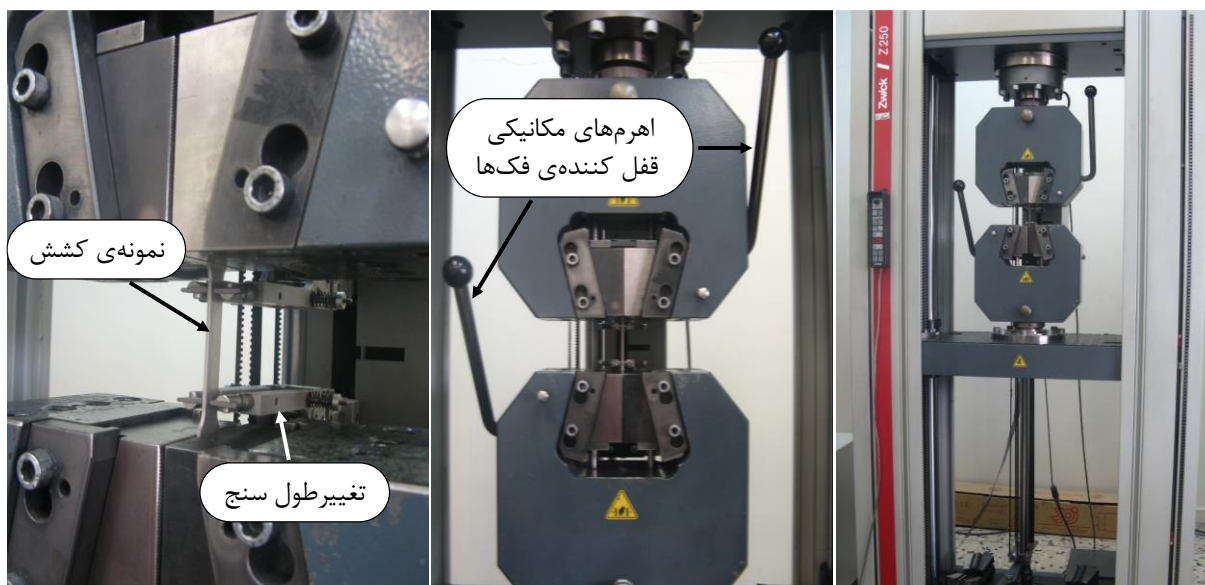
۳-۲- آزمایش کشش ورق

برای محاسبه‌ی خواص مکانیکی آلیاژ آلومینیوم AA3105 شامل: تنش تسلیم در RD، DD و TD، ضرایب ناهمسانگردی در سه جهت مذکور و تنش تسلیم در شرایط کرنش صفحه‌ای در RD و TD، دو آزمایش کلی طراحی و اجرا شد. اولین آزمایش، کشش نمونه‌ی ورق دمبلی شکل بر طبق استاندارد ASTM-E8^۱ و دومین آزمایش کشش نمونه‌های ورق دارای شیار برای شرایط کرنش صفحه‌ای است.

۳-۲-۱ دستگاه کشش تک‌محوره

برای محاسبه‌ی تنش تسلیم و ضرایب ناهمسانگردی تک‌محوره و تنش تسلیم کرنش صفحه‌ای، از دستگاه کشش محوری زوئیک، استفاده شد. این دستگاه قابلیت اعمال نیروی کششی تا ۲۵۰ کیلو نیوتون را دارد. نیروی فک‌های این دستگاه توسط اهرمی مکانیکی تعبیه شده در کنار فک تأمین می‌شود، که با پیشرفت آزمایش نیروی اعمالی از سوی فک‌ها بیش‌تر می‌گردد. تصویر این دستگاه در شکل ۳-۶ ارائه شده است. این دستگاه در طول انجام آزمایش به یک واحد رایانه‌ای متصل بوده و کلیه‌ی حرکات آن توسط کامپیوتر قابل کنترل است. نرخ کرنش اولیه، سرعت کشش و اندازه‌ی مرجع در تنظیم دستگاه برای انجام آزمایش در جدول ۳-۳ ارائه شده است. برای ثبت خروجی‌های دستگاه، تسهیلات کاملاً خودکار رایانه‌ای بر روی ماشین تعبیه شده که این خروجی‌ها را می‌توان به صورت فایل Excel با پسوند *.TXT به صورت جدولی دریافت کرد.

^۱ Test Methods for Tension Testing of Metallic Materials



ج

ب

الف

شکل ۳-۶- دستگاه کشش محوری زوئیک (الف) تصویر کلی دستگاه (ب) فک‌های ورق گیر (ج) موقعیت تغییر طول سنج و نمونه‌ی کشش

یکی از عوامل مهم که در افزایش دقت و اطمینان بخشی به نتایج حاصل از این آزمون اثر دارد، ثبت دقیق میزان تغییر طول ناحیه مبنا با افزایش نیرو است. این امر با استفاده از تغییر طول سنج انجام می‌شود. از ویژگی‌های دستگاه مذکور، استقرار سیستم تغییر طول سنج بر روی خود دستگاه است که این امر قابلیت عملکردی آن را بالا برده است. این سیستم در شکل ۳-۶-ج نشان داده شده است.

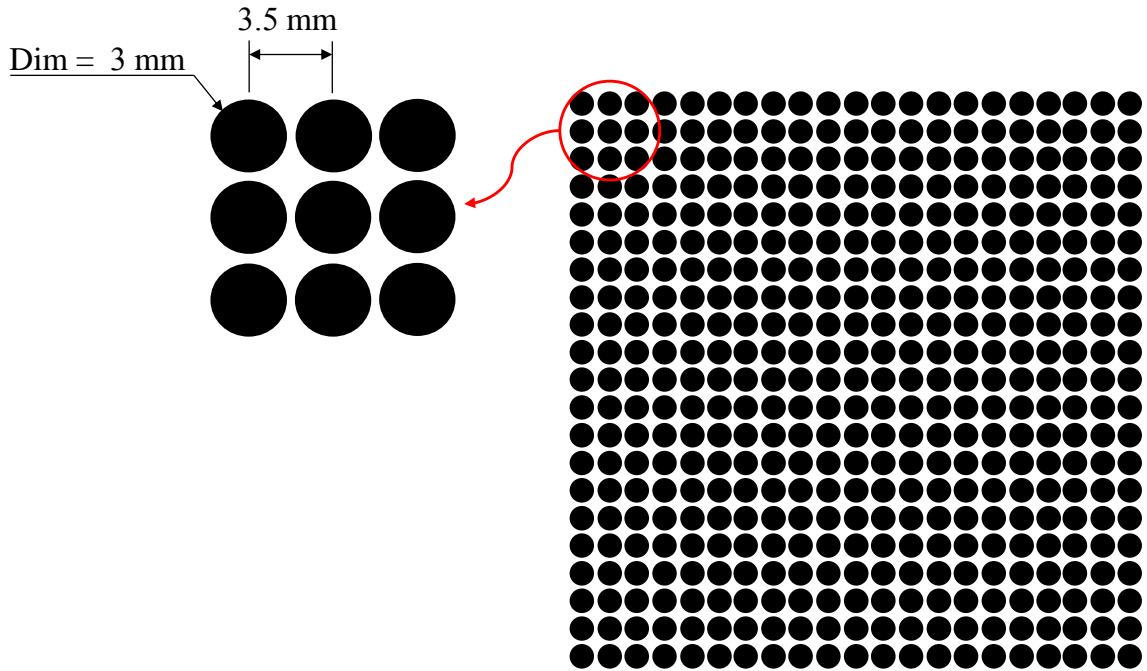
جدول ۳-۳- مشخصات آزمون‌های کشش تجربی

نوع آزمایش	سرعت کشش (mm/s)	اندازه‌ی مرجع (mm)	نرخ کرنش اولیه (1/s)
کشش کرنش صفحه‌ای	۰/۰۱	۱۰	۰/۰۰۱
کشش تک‌محوره	۰/۰۵	۵۰	۰/۰۰۱

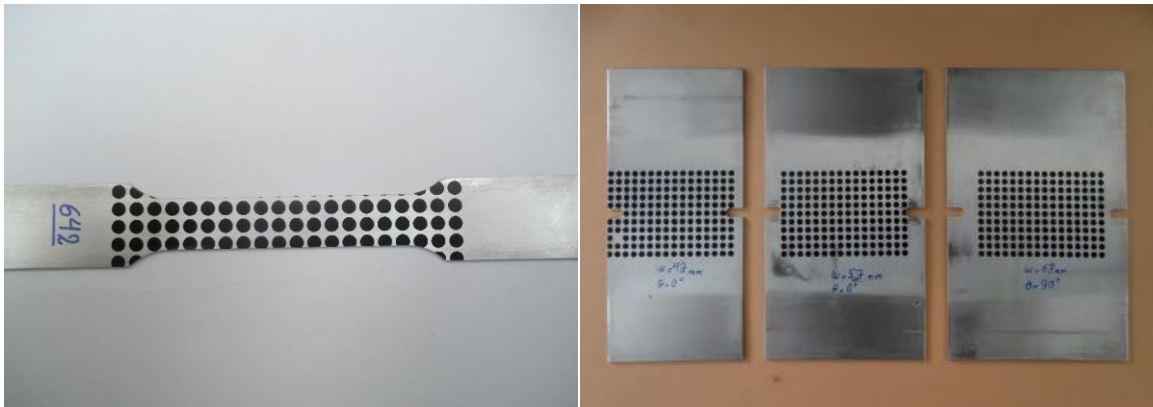
۳-۲-۲ مش‌بندی ورق

یکی از روش‌های ارتقای دقت در خواندن کرنش‌های حاصل از آزمون کشش تک‌محوره و اندازه‌گیری صحیح مقادیر ضرایب ناهمسانگردی، استفاده از چاپ سیلک و چاپ دوایر بر روی نمونه‌های آزمایش کشش تک‌محوره و کشش کرنش صفحه‌ای است. در این روش، ابتدا شابلون با ابعاد و اندازه‌ی دوایر و فاصله‌ی بینابینی مناسب،

طراحی و ساخته شد. سپس بر روی نمونه‌ها چاپ انجام شد. در شکل ۳-۷ و شکل ۳-۸ به ترتیب شابلون و تعدادی از نمونه‌های مش‌بندی شده، نمایش داده شده است. مش مورد استفاده شامل دایره‌هایی توپر به قطر ۳ mm با فاصله مرکز تا مرکز ۳/۵ mm است.



شکل ۳-۷- شابلون مش‌زنی



ب

الف

شکل ۳-۸- نمونه‌های مش‌زده شده با شابلون (الف) نمونه‌های آزمایش کشش کرنش صفحه‌ای (ب) نمونه‌ی آزمایش کشش تک‌محوره

۳-۲-۳ وسایل اندازه‌گیری

برای اندازه‌گیری عرض و طول مرجع نمونه‌ی کشش تک‌محوره پیش و پس از آزمون کشش، از کولیس دیجیتال با دقت اندازه‌گیری ۰/۰۱ mm، استفاده شد و برای اندازه‌گیری ضخامت نمونه‌های کشش (تک‌محوره و کرنش صفحه‌ای) و ضخامت فنجان کشیده شده، از میکرومتر ضخامت‌سنج با دقت ۰/۰۱ mm استفاده شد. تصویر این دو وسیله اندازه‌گیری در شکل ۳-۹ ارائه شده است.



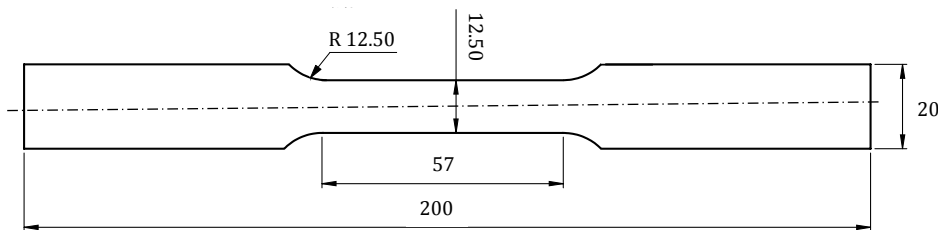
ب

الف

شکل ۳-۹- تجهیزات اندازه‌گیری (الف) ریزسنج ضخامت (ب) کولیس دیجیتال

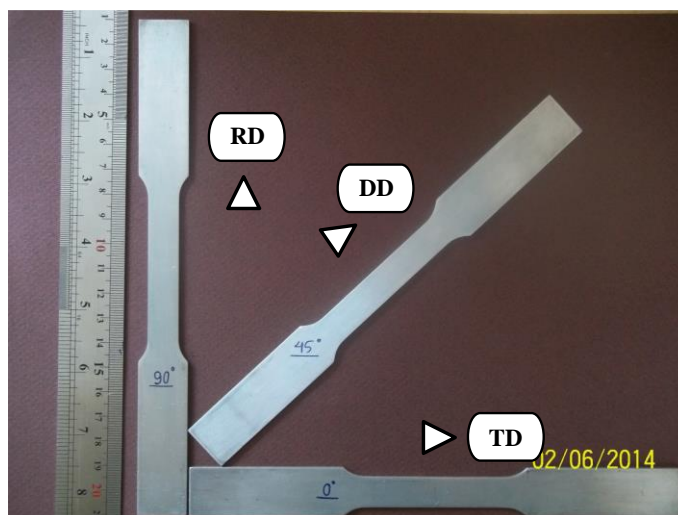
۳-۲-۴ نمونه‌های آزمایش کشش تک‌محوره

هندسه‌ی نمونه‌های کشش تک‌محوره بر طبق استاندارد ASTM-E8 در شکل ۳-۱۰، آمده است.



شکل ۳-۱۰- ابعاد استاندارد نمونه کشش (mm) بر اساس استاندارد ASTM-E8

از نمونه‌ی بالا شش عدد تهیه شد. سه عدد برای به‌دست آوردن تنش تسلیم در RD، DD و TD و سه عدد دیگر برای به‌دست آوردن ضریب ناهمسانگردی، استفاده شد. به‌جهت افزایش دقت در صحت نتایج، نمونه‌ها با استفاده از روش چاپ سیلک، مش‌بندی شد. تصویر سه نمونه‌ی کشش پیش از آزمون در شکل ۳-۱۱ آمده است.

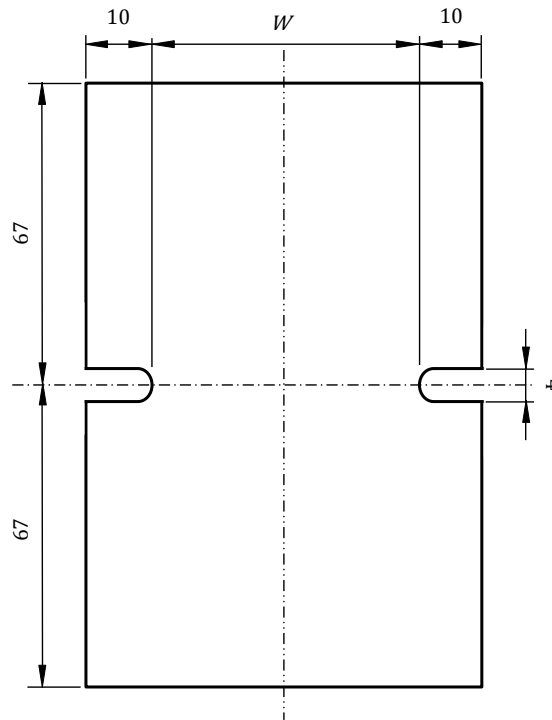


شکل ۳-۱۱- نمونه‌های آزمایش کشش تک‌محوره از آلیاژ AA3105 بر اساس استاندارد ASTM-E8

۳-۲-۵ آزمون کشش کرنش صفحه‌ای

تاکنون، برای به‌دست آوردن تنش تسلیم در حالت کرنش صفحه‌ای، روش‌های مختلفی ارائه شده است. یکی از رایج‌ترین این روش‌ها، آزمایش فشار کرنش صفحه‌ای است. در این آزمایش به علت اثر نامطلوب اصطکاک در تکیه‌گاه و همچنین کماتش برای ورق‌های فلزی، قابل اجرا نمی‌باشد [۳۱]. در نتیجه، در این تحقیق از آزمون کشش که این عیوب را ندارد، استفاده شد.

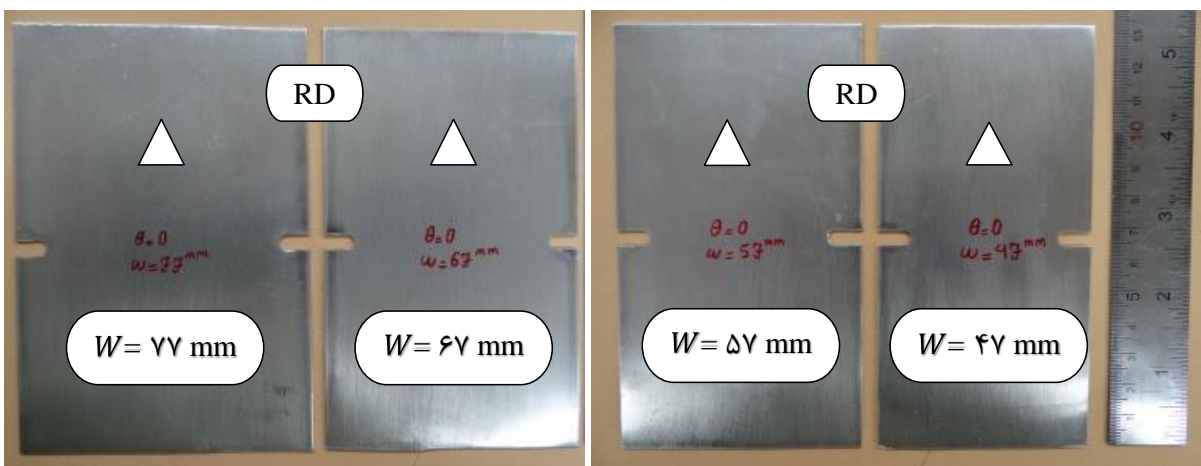
روش اجرای آزمون کشش کرنش صفحه‌ای و محاسبه تنش تسلیم مربوطه، از مرجع [۳۱] است. در این روش، از نمونه‌های شیاردار با نسبت عرض به ضخامت زیاد استفاده می‌شود. ابعاد این نمونه‌ها در شکل ۳-۱۲ ارائه شده است.



$$W(\text{mm}) = 47, 57, 67, 77$$

شکل ۳-۱۲- ابعاد نمونه‌ی کشش کرنش صفحه‌ای

از نمونه‌های کشش کرنش صفحه‌ای هشت عدد (چهار عدد با اندازه‌ی W برابر با ۷۷ و ۶۷ میلی‌متر در RD و چهار عدد دیگر با W برابر، در TD) آماده شد. سپس، نمونه‌ها به روش چاپ سیلک مش‌بندی شد (شکل ۳-۸). در شکل ۳-۱۳، تصویر چهار عدد از نمونه‌های کشش کرنش صفحه‌ای، داده شده است.



شکل ۳-۱۳- تعدادی از نمونه‌های کشش کرنش صفحه‌ای از آلیاژ AA3105

• روش محاسبه‌ی تنش کرنش صفحه‌ای

در کشش یک ورق با عرض زیاد، در تمامی عرض نمونه، شرایط کرنش صفحه‌ای صادق نیست و در لبه‌های نمونه حالت کرنش سه بعدی است. بنابراین، برای تعیین تنش کرنش صفحه‌ای در آزمون کشش، باید این دو ناحیه از یکدیگر مجزا شده و سپس نیروی هر ناحیه تعیین شود. دو نتیجه‌ی زیر برای رسیدن به این منظور مفید هستند [۳۱].

- ۱- کرنش‌های موجود در وسط نمونه که حالت کرنش صفحه‌ای دارند، توزیع یکنواختی تا لبه‌های نمونه دارد.
- ۲- توزیع کرنش در لبه‌های نمونه تأثیرپذیر از اندازه‌ی مرجع (W) نیست.

برای تعیین نیروی خالص کشش کرنش صفحه‌ای، می‌توان نیروی کل کشش را به صورت تابعی از نیروی کشش در لبه‌ها، ضخامت ورق، تنش کرنش صفحه‌ای و اندازه‌ی W_{ps} بیان کرد. این تابع را می‌توان به شکل ۲-۳ نوشت:

$$F_{tot} = \sigma_{ps} \cdot t \cdot W_{ps} + 2F_{edge} \quad ۲-۳$$

در رابطه‌ی ۲-۳، F_{tot} نیروی کل کشش، F_{edge} نیروی لبه‌های قطعه، W_{ps} عرض ناحیه‌ی کرنش صفحه‌ای است که مقدار ثابتی از اندازه‌ی W است، σ_{ps} تنش مهندسی کرنش صفحه‌ای و t ضخامت ورق است.

با توجه به نتیجه‌ی شماره‌ی ۲، اندازه‌ی لبه‌های ورق که در طی آزمایش شرایط کرنش صفحه‌ای ندارند، با افزایش W ثابت می‌ماند. با ثابت در نظر گرفتن ضخامت ورق، می‌توان نتیجه گرفت که مساحت این ناحیه با افزایش W ثابت می‌ماند. بنابراین، در رابطه‌ی ۲-۳، F_{edge} مقداری ثابت و عرض از مبدأ معادله‌ی خطی در نظر گرفته می‌شود. در این رابطه، متغیر مستقل عرض ناحیه‌ی کرنش صفحه‌ای و تنش مهندسی کرنش صفحه‌ای ضرب در ضخامت ورق، شیب خط است. در نتیجه، رابطه‌ی ۲-۳ را می‌توان به صورت رابطه‌ی ۳-۳ بازنویسی کرد:

$$F_{tot} = f_{ps} \cdot W_{ps} + 2F_{edge} \quad ۳-۳$$

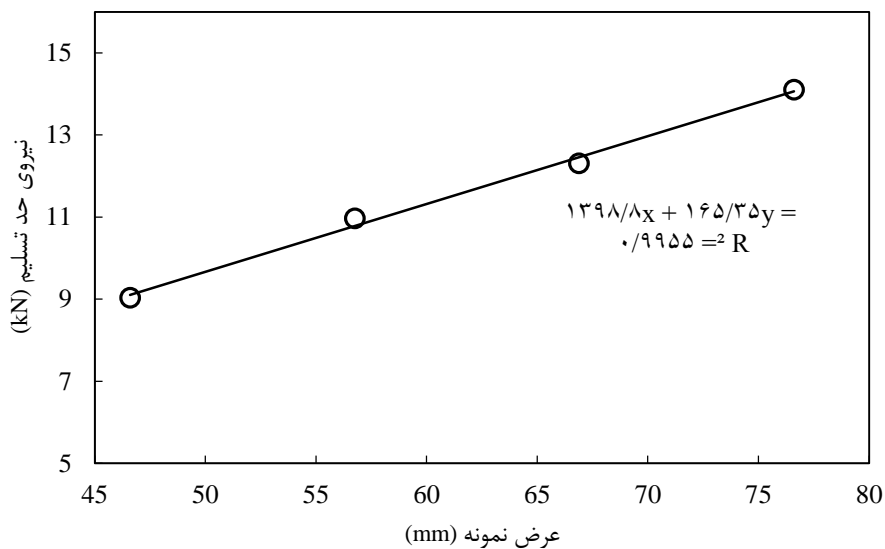
با توجه به رابطه‌ی ۳-۳، کل نیروی کشش تابعی خطی از عرض ناحیه‌ی کرنش صفحه‌ای است.

برای به‌دست آوردن تنش تسلیم کرنش صفحه‌ای، ابتدا نیروی حد تسلیم برای چهار نمونه با W متفاوت، به‌دست آمد. سپس با برازش خط از این نیروها برای چهار نمونه، رابطه‌ی ۳-۳ به‌دست آمد. با تقسیم شیب این رابطه بر ضخامت نمونه‌ها، تنش تسلیم مهندسی کرنش صفحه‌ای، محاسبه شد. در جدول ۳-۴، نیروی حد تسلیم برای نمونه‌ها در RD و TD گزارش شده است.

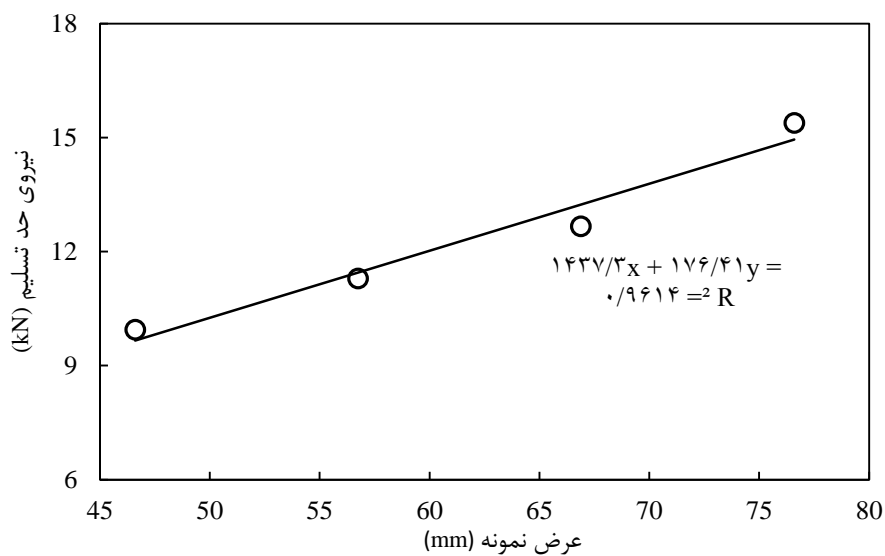
جدول ۳-۴- نیروی حد تسلیم برای هشت نمونه در آزمون کشش کرنش صفحه‌ای

اندازه‌ی مرجع (mm)				نیروی حد تسلیم (N)
$W = 77$	$W = 67$	$W = 57$	$W = 47$	
۱۴۱۰۱/۷۵	۱۲۳۱۰/۱۸	۱۰۹۶۵/۵۶	۹۰۳۰/۳۱	F_{RD}^{PS}
۱۵۳۸۹/۴۴	۱۲۶۶۵/۰۷	۱۱۲۹۲/۳۹	۹۹۴۶/۶۶	F_{TD}^{PS}

در آزمون‌های تجربی، پس از مشاهده‌ی گلوپی موضعی در ناحیه‌ی شیار نمونه‌ها، آزمون متوقف شد. سپس برای تعیین نیروی حد تسلیم، خطی موازی با شیب ناحیه‌ی کشسان رسم شد. محل برخورد این خط با منحنی اصلی، نیروی حد تسلیم در نظر گرفته شد. در شکل ۳-۱۴ و شکل ۳-۱۵، نیروی حد تسلیم در RD و TD بر حسب عرض نمونه رسم شده است.



شکل ۳-۱۴- نیروی حد تسلیم کرنش صفحه‌ای بر حسب عرض نمونه برای RD



شکل ۳-۱۵- نیروی حد تسلیم کرنش صفحه‌ای بر حسب عرض نمونه برای TD

فصل ۴ نتایج و بحث

در این فصل، نتایج آزمایش‌های تجربی و شبیه‌سازی همراه با تصاویر و نمودارهای مربوطه، ارائه شده است. در ابتدا، نتایج آزمون‌های تجربی شامل نتایج آزمون کشش تک‌محوره و کشش کرنش صفحه‌ای و سپس، نتایج آزمون فشار فنرهای قالب و در انتها نتایج آزمون کشش فنجان ارائه شده است. در بخش ارائه‌ی نتایج عددی، ابتدا نتایج پیش‌بینی سطح تسلیم، تغییرات ضریب ناهمسانگردی و تنش تسلیم تک‌محوره در جهت‌های مختلف، برای آلیاژ AA3105 بیان شده است. در ادامه، نتایج بارگذاری بر روی یک تک‌المان با استفاده از معیار تسلیم BBC2003، و پس از آن، نتایج عددی شبیه‌سازی کشش فنجان با استفاده از معیار تسلیم BBC2003، شامل اختلاف ارتفاع دیواره‌ی فنجان و تغییر ضخامتی در جهت‌های مختلف، ارائه می‌گردد.

۴-۱- نتایج تجربی

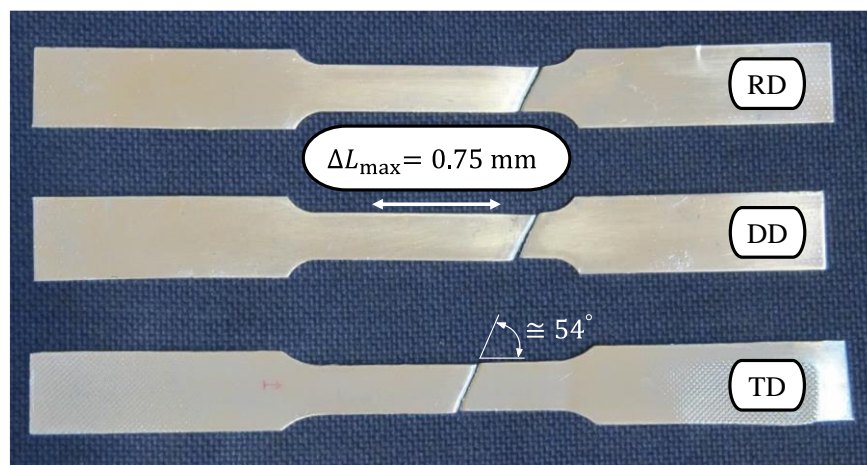
در این بخش، نتایج آزمون‌های کشش تک‌محوره و کشش کرنش صفحه‌ای بررسی می‌شود. همچنین، روش محاسبه‌ی تنش تسلیم تک‌محوره و ضرایب ناهمسانگردی آورده شده است. سپس، نتایج آزمون‌های کشش فنجان و فشار فنرهای قالب، ارائه خواهد شد.

۴-۱-۱-۴ آزمون کشش تک‌محوره

الف) استخراج تنش تسلیم تک‌محوره در RD، TD و DD

برای محاسبه‌ی تنش تسلیم در سه جهت مذکور، سه نمونه در این سه جهت تا لحظه‌ی شکست کشیده شدند. تصویر این نمونه‌ها در شکل ۴-۱ ارائه شده است. در کشش تک‌محوره، گلوپی موضعی در یک راستا با زاویه‌ای مشخص نسبت به راستای کشش، ایجاد می‌شود. بر اساس تئوری هیل راستای گلوپی موضعی، راستایی است که در آن افزایش یا کاهش طول رخ نمی‌دهد و بنابراین کرنش‌دهی در ناحیه‌ی گلوپی، تنها در راستای ضخامتی است [۳۲]. براساس این تئوری، زاویه‌ی شکست (راستای گلوپی) برابر $54/44^\circ$ نسبت به راستای کشش است، که در شکل ۴-۱ نیز مقدار تقریبی این زاویه مشاهده می‌شود.

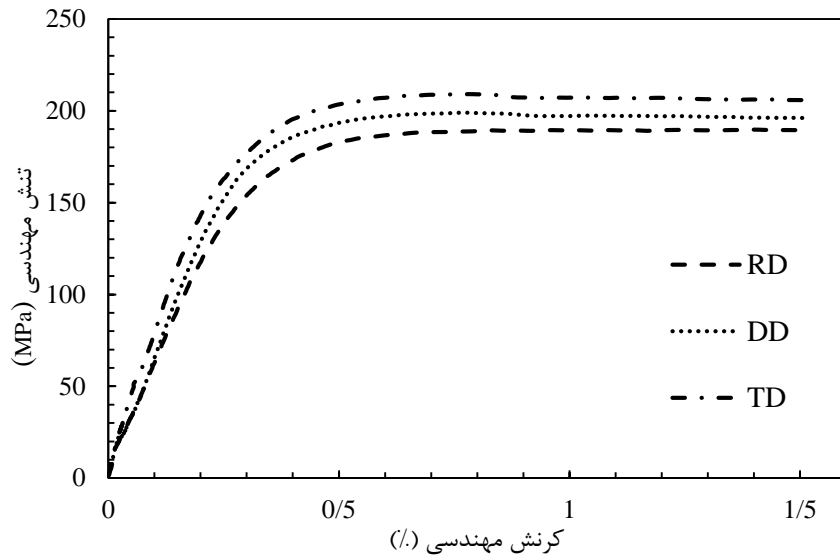
به دلیل مشاهده نشدن نقطه‌ی دقیق شروع تسلیم، تشخیص دقیق حد تسلیم در این آلیاژ مشکل است. بنابراین، بر روی منحنی تنش-کرنش حقیقی خطی موازی با ناحیه‌ی کشسان از کرنش $0/2$ درصد رسم شد. محل برخورد این خط با منحنی، تنش تسلیم تک‌محوره، در نظر گرفته شد [۳۳].



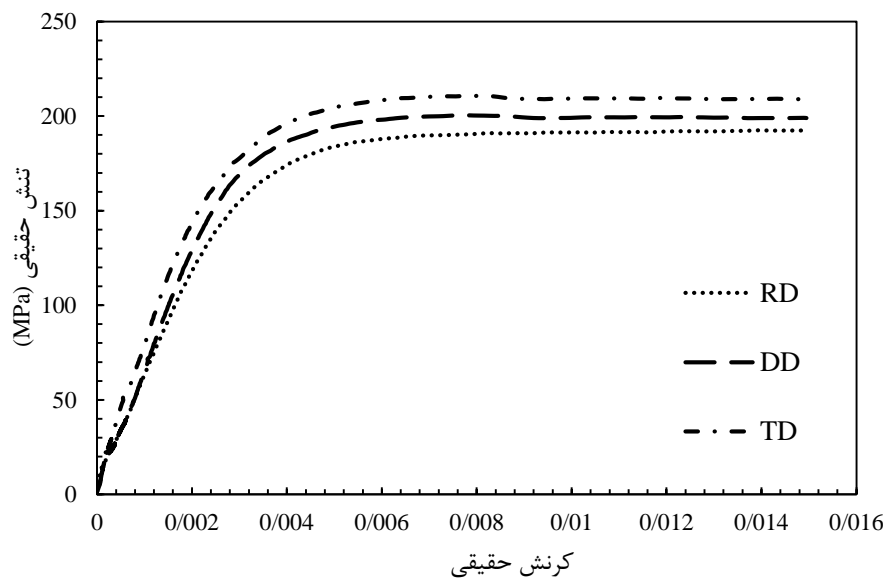
شکل ۴-۱- نمونه‌ی کشیده شده تا شکست از آلیاژ AA3105 با نرخ کرنش اولیه $0/001 \text{ s}^{-1}$ جهت تعیین

نمودار تنش-کرنش

نمودارهای تنش-کرنش مهندسی و حقیقی برای آلیاژ AA3105 به ترتیب در شکل ۴-۲ و شکل ۴-۳ آمده است.



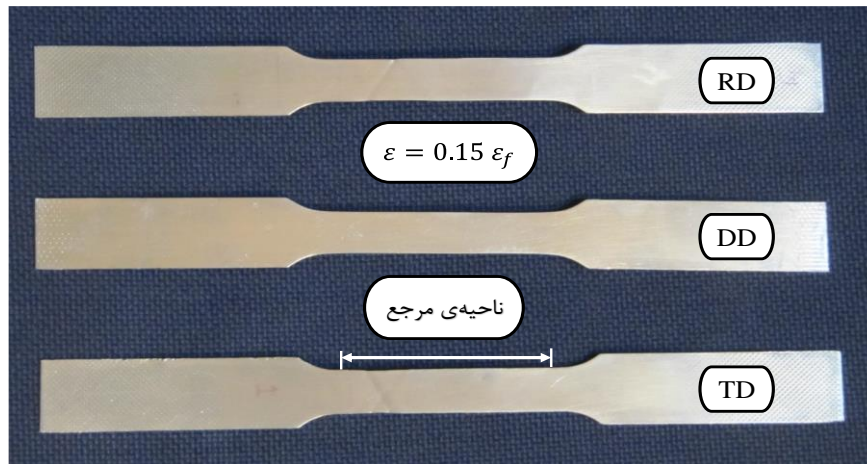
شکل ۴-۲- نمودار تنش-کرنش مهندسی برای آلیاژ AA3105 در RD، DD و TD



شکل ۴-۳- نمودار تنش-کرنش حقیقی برای آلیاژ AA3105 در RD، DD و TD

ب) استخراج ضریب ناهمسانگردی r در RD، TD و DD

برای محاسبه ضرایب ناهمسانگردی در RD، DD و TD، ابتدا عرض (w_0) و ضخامت (t_0) در ناحیه مرجع نمونه کشش و طول مرجع آنها (l_{G_0}) اندازه گیری شد. سپس نمونه ها تا ۱۵ درصد کرنش شکست کشیده شد. تصویر این نمونه ها پس از انجام آزمون، در شکل ۴-۴ ارائه شده است.



شکل ۴-۴- نمونه‌ی کشیده شده تا ۱۵ درصد کرنش شکست از آلیاژ AA3105 با نرخ کرنش اولیه s^{-1}

۰/۰۰۱ جهت تعیین ضریب ناهمسانگردی

پس از آزمون، اندازه‌ی عرض (w_1) و طول ناحیه‌ی مرجع نمونه‌ها (l_{G_1})، اندازه‌گیری شد. با استفاده از رابطه‌ی ۴-۱ تا ۴-۳، کرنش حقیقی در راستای عرضی، طولی و ضخامتی محاسبه شد.

$$\varepsilon_w = \ln\left(\frac{w_1}{w_0}\right) \quad ۱-۴$$

$$\varepsilon_l = \ln\left(\frac{l_{G_1}}{l_{G_0}}\right) \quad ۲-۴$$

$$\varepsilon_t = -(\varepsilon_l + \varepsilon_w) \quad ۳-۴$$

در نهایت، ضریب ناهمسانگردی طبق رابطه‌ی ۴-۴، برای RD، DD و TD محاسبه شد.

$$r = \frac{\varepsilon_w}{\varepsilon_t} \quad ۴-۴$$

ضرایب ناهمسانگردی و تنش تسلیم تک‌محوره در RD، DD و TD در جدول ۴-۱، گزارش شده است.

۴-۱-۲ آزمون کشش کرنش صفحه‌ای

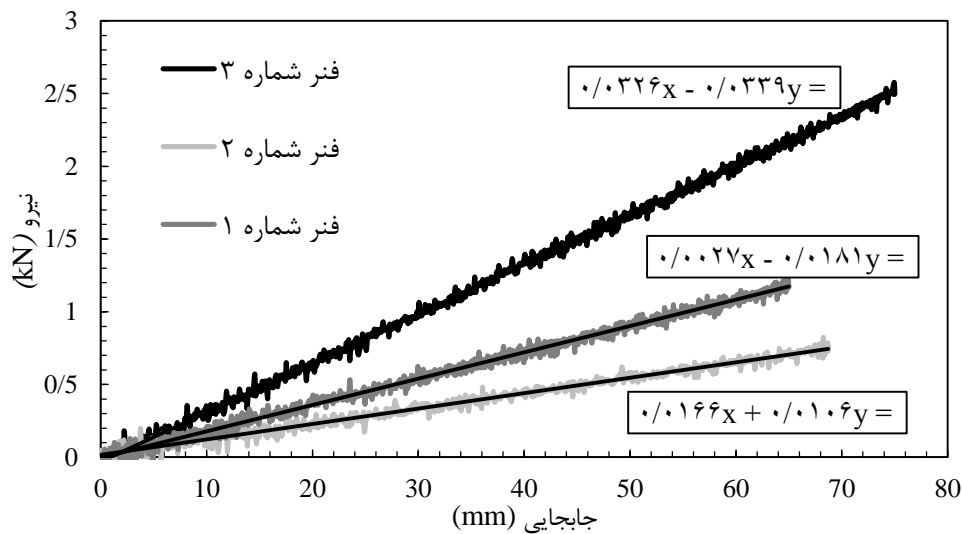
با استفاده از روش معرفی شده در بخش ۳-۲-۵، تنش تسلیم مهندسی در شرایط کرنش صفحه‌ای در RD و TD، برای آلیاژ AA3105 محاسبه شد. در جدول ۴-۱ تنش‌های تسلیم مهندسی کرنش صفحه‌ای، همراه با ضرایب ناهمسانگردی و تنش‌های تسلیم در سه جهت مذکور، گزارش شده است.

جدول ۴-۱- هشت خاصیت مکانیکی آلیاژ آلومینیوم AA3105

راستا	تنش تسلیم تک محوره (MPa)	تنش تسلیم کرنش صفحه‌ای (MPa)	ضریب ناهمسانگردی
RD	۱۵۳	۱۵۷/۴۸	۰/۷۹۷
DD	۱۵۵/۶	-----	۰/۸۸۹
TD	۱۵۷/۵	۱۶۸/۰۱	۰/۶۹

۴-۱-۳ آزمون فشار فنرهای ورق گیر قالب

برای به دست آوردن بازه‌ی نیرویی مطلوب در ورق گیر، سه فنر با اندازه‌های مختلف تحت آزمایش فشار قرار گرفت (شکل ۴-۳). سپس، از فنری که بازه‌ی نیرویی مناسب را با توجه با میزان جابجایی تولید می‌کند، استفاده شد. نتایج آزمون فشار این فنرها در شکل ۴-۵ آمده است.



شکل ۴-۵- نمودار نیرو-جابجایی فنرهای ورق گیر

از نمودارهای شکل ۴-۵، خط برازش شد. شیب این خطوط به عنوان سفتی فنرها در جدول ۴-۲ ارائه شده است.

جدول ۴-۲- مشخصات و ابعاد فنرها

شماره‌ی فنر	سفتی فنر (kN/mm)
۱	۰/۰۳۳۹
۲	۰/۰۱۰۶
۳	۰/۰۱۸۱

در آزمون نهایی کشش عمیق، از فنر شماره‌ی ۱ برای ورق‌گیر استفاده شد.

۴-۱-۴ آزمون کشش فنجان

با استفاده از قالب معرفی شده در بخش ۳-۱-۲، کشش فنجان از ورق آلومینیوم AA3105 انجام شد. قطر گرده‌ی اولیه برای انجام این فرایند ۸۶ mm و ضخامت آن برابر ۱/۰۵ mm بود.

نسبت کشش (قطر گرده‌ی اولیه به قطر ماتریس) در این آزمون برابر ۱/۷۲ است. طبق طراحی قالب کشش، نیروی ورق‌گیر با استفاده از یک فنر مرکزی و مهره‌ی تنظیم، تعبیه شده در انتهای پیچ نگهدارنده‌ی فنر، تأمین و تنظیم می‌شود. بنابراین، برای تنظیم نیروی مناسب ورق‌گیر قالب، ابتدا نیروی ورق‌گیر به روش تحلیلی محاسبه شد. سپس، به روش سعی و خطا مقدار مناسب آن در بازه‌ی ۴/۶ تا ۵/۸ کیلونیوتن بر روی قالب تنظیم شد. برای ایجاد شرایط روغنکاری مناسب، از روغن کشش استفاده گردید. با توجه به مرجع [۳۴] مقدار ضریب اصطکاک برای این شرایط روغنکاری برابر ۰/۱ است. سرعت حرکت جک هیدرولیک پرس در حین انجام فرایند برابر ۰/۱ متر بر دقیقه بود. تصویر نمونه‌ی نهایی کشیده شده در شکل ۴-۶ ارائه شده است.



شکل ۴-۶- فنجان کشیده شده از آلیاژ AA3105

۴-۲- نتایج عددی و صحت سنجی با نتایج تجربی

در این بخش، ابتدا نتایج برنامه‌ی رایانه‌ای تعیین ثوابت ارائه و بررسی می‌شود. سپس، نتایج تحلیل بارگذاری تک المان با استفاده از معیار BBC2003، ارائه می‌شود. در انتها، نتایج شبیه‌سازی کشش عمیق آلیاژ AA3105، شامل پیش‌بینی گوشواره‌ای شدن، تغییرات ضخامت در جهت‌های RD، DD، TD و محیطی، گزارش خواهد شد.

۴-۲-۱ بررسی دقت برنامه‌ی رایانه‌ای تعیین ثوابت

در این پایان‌نامه، برای تعیین ثوابت معیار تسلیم BBC2003 یک روش جدید ارائه شد. این روش مبتنی بر استفاده از تنش تسلیم کرنش صفحه‌ای در RD و TD، بجای تنش تسلیم و ضریب ناهمسانگردی دو محوره یکسان و روش شیب‌دارترین نزول است. برای بررسی دقت برنامه‌ی رایانه‌ای تعیین ثوابت، از این ثوابت برای پیش‌بینی سطح تسلیم، تنش تسلیم تک‌محوره و ضریب ناهمسانگردی در جهت‌های RD، DD و TD، استفاده شد. در ادامه به بررسی این سه مورد پرداخته می‌شود.

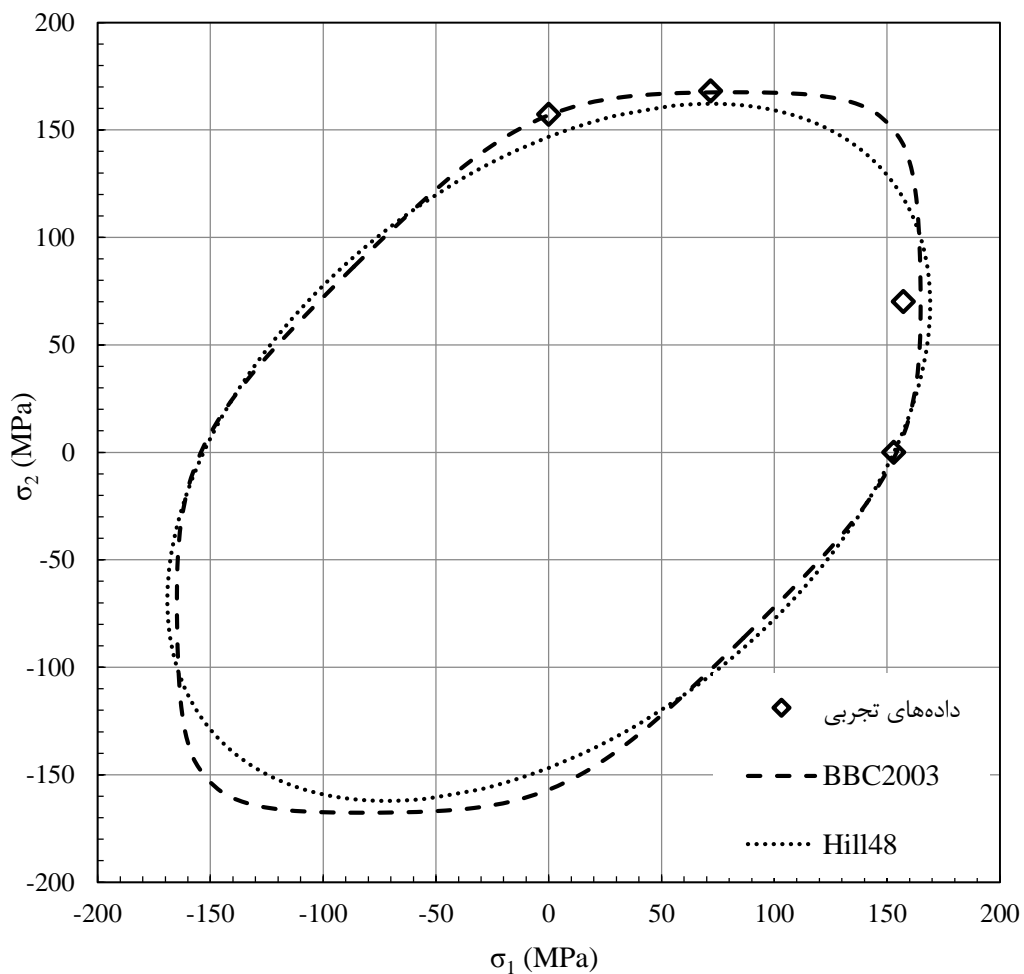
۲-۲-۴ پیش‌بینی سطح تسلیم

با استفاده از روش ارائه شده در بخش‌های ۲-۷ و ۲-۸، ابتدا هشت ثابت معیار BBC2003 برای آلیاژ AA3105 محاسبه شد. هشت ثابت مذکور در جدول ۳-۴ ارائه شده‌اند.

جدول ۳-۴- ثوابت معیار تسلیم BBC2003 برای آلیاژ AA3105

a	M	N	P	Q	R	S	T	k
۰/۴۸۸۲۶	۱/۰۱۹۳۴	۱/۰۱۰۵۹	۰/۹۸۱۱۷	۰/۹۸۱۹۶	۰/۹۷۸۱۳	۰/۹۴۵۹۸	۰/۹۷۸۸۹	۴

سپس، سطح تسلیم این آلیاژ توسط معیار تسلیم BBC2003 و هیل ۴۸ ترسیم گردید. شکل ۴-۷ سطح تسلیم این آلیاژ را نشان می‌دهد.

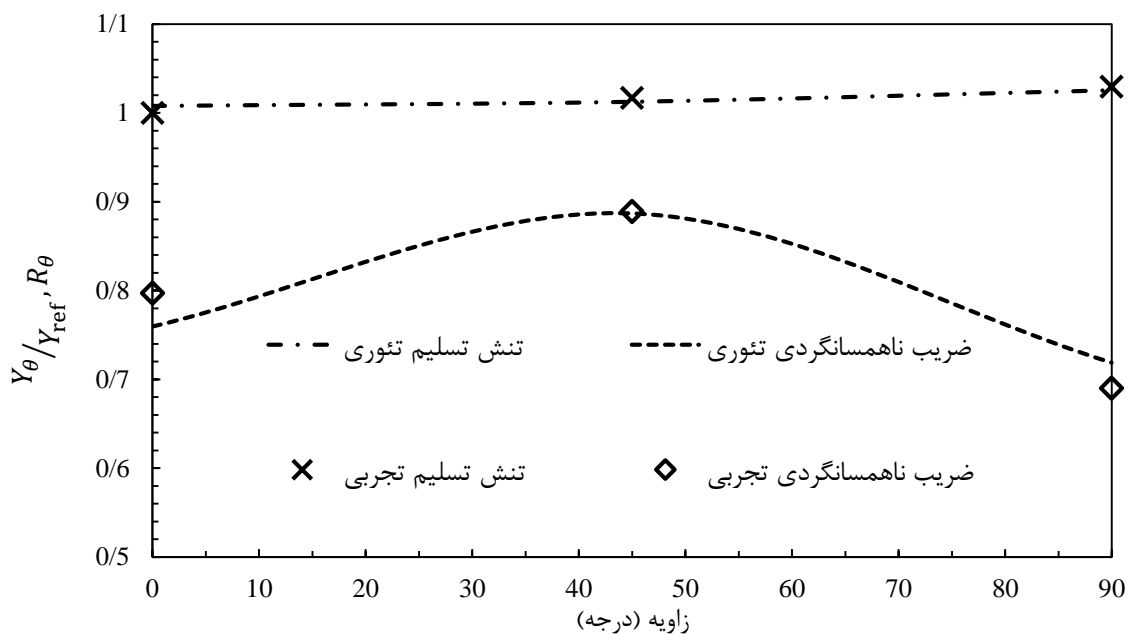


شکل ۴-۷- سطح تسلیم آلیاژ AA3105 بر اساس معیار تسلیم BBC2003 و هیل ۴۸

در شکل ۴-۷، دقت متوسط در پیش‌بینی سطح تسلیم، برای معیارهای BBC2003 و هیل ۴۸ به ترتیب برابر ۹۹/۹۰ و ۹۷/۴۷ درصد است. شکل ۴-۷ قابلیت بیش‌تر معیار تسلیم BBC2003 را در منطبق شدن با نتایج تجربی نسبت به معیار هیل ۴۸، نشان می‌دهد.

۴-۲-۳ پیش‌بینی تنش تسلیم تک‌محوره و ضریب ناهمسانگردی در TD، RD و DD

در شکل ۴-۸، پیش‌بینی تغییرات تنش تسلیم و ضریب ناهمسانگردی در TD، RD و DD، آمده است. برای بی‌بعد کردن تنش، مقدار تنش تسلیم تک‌محوره در جهت‌های مذکور، بر تنش تسلیم تک‌محوره در RD، تقسیم شده است.



شکل ۴-۸- تغییرات ضرایب ناهمسانگردی و تنش تسلیم تک‌محوره در TD، RD و DD برای آلیاژ

AA3105

با توجه به شکل ۴-۸، دقت متوسط پیش‌بینی ضریب ناهمسانگردی در TD، RD و DD برابر ۹۹/۷۷ درصد و همچنین دقت پیش‌بینی تنش تسلیم برابر ۹۹/۹۹ است. شکل ۴-۸، دقت قابل قبول برنامه رایانه‌ای را در پیش‌بینی تغییرات تنش تسلیم و ضریب ناهمسانگردی تجربی، نشان می‌دهد.

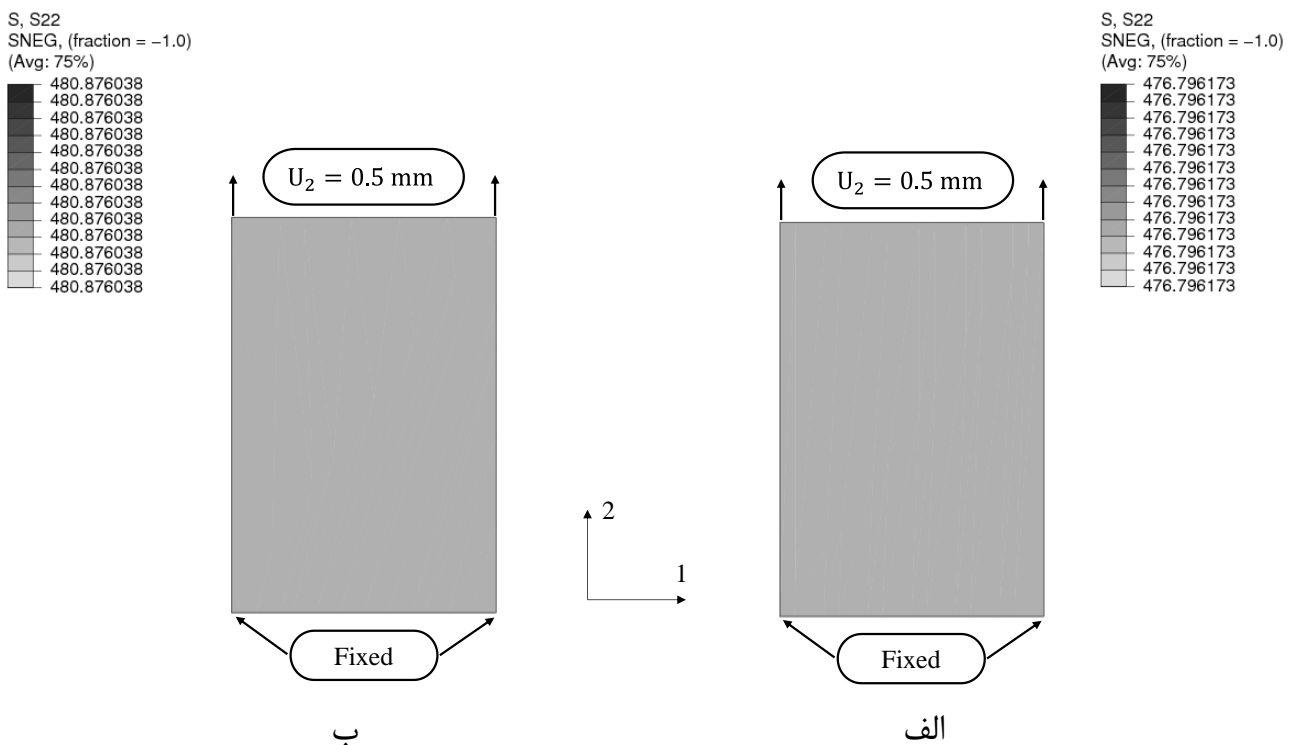
۴-۲-۴ تحلیل تک المان

برای بررسی صحت و دقت زیربرنامه‌ی BBC2003، یک تک المان پوسته با ابعاد 1×1 دارای چهار گره (S4)، تحت حالات بارگذاری مختلف شامل: ۱- کششی ۲- برشی ۳- کششی و برشی، قرار گرفت. در این تحلیل‌ها، ثوابت معیار BBC2003 طبق جدول ۴-۴ استفاده شد، تا این معیار بر معیار فن میسز تعبیه شده در نرم‌افزار آباکوس منطبق گردد.

جدول ۴-۴- ثوابت معیار تسلیم BBC2003 برای انطباق با معیار فن میسز

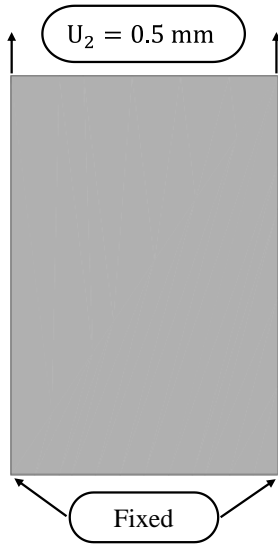
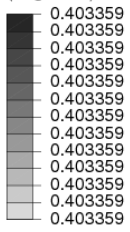
a	M	N	P	Q	R	S	T	k
۰/۵	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱

شکل ۴-۹ تا شکل ۴-۱۷ تصاویر حاصل از تحلیل این المان را در سه حالت بارگذاری، نشان می‌دهد.

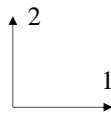


شکل ۴-۹- بارگذاری کششی، فولاد DC04، تنش (الف) آباکوس و (ب) VUMAT

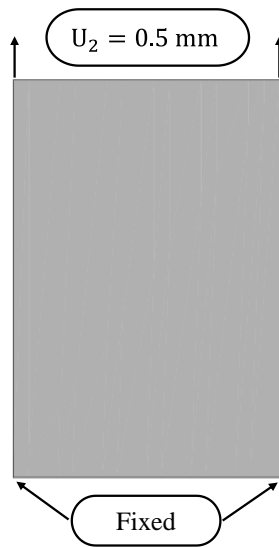
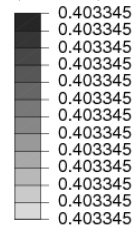
SDV2
SNEG, (fraction = -1.0)
(Avg: 75%)



ب



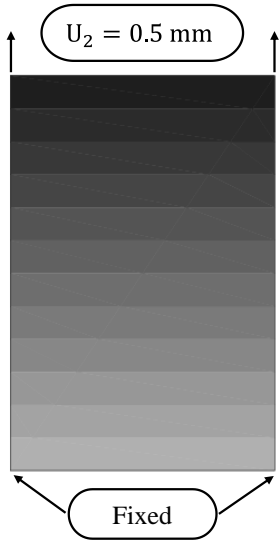
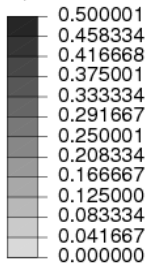
PE, PE22
SNEG, (fraction = -1.0)
(Avg: 75%)



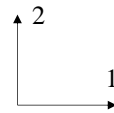
الف

شکل ۴-۱۰- بارگذاری کششی، فولاد DC04، کرنش مومسان (الف) آباکوس و (ب) VUMAT

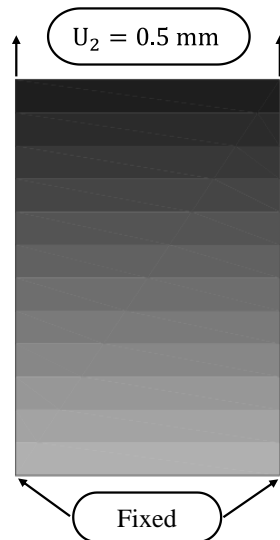
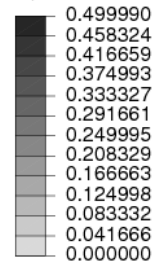
U, U2



ب

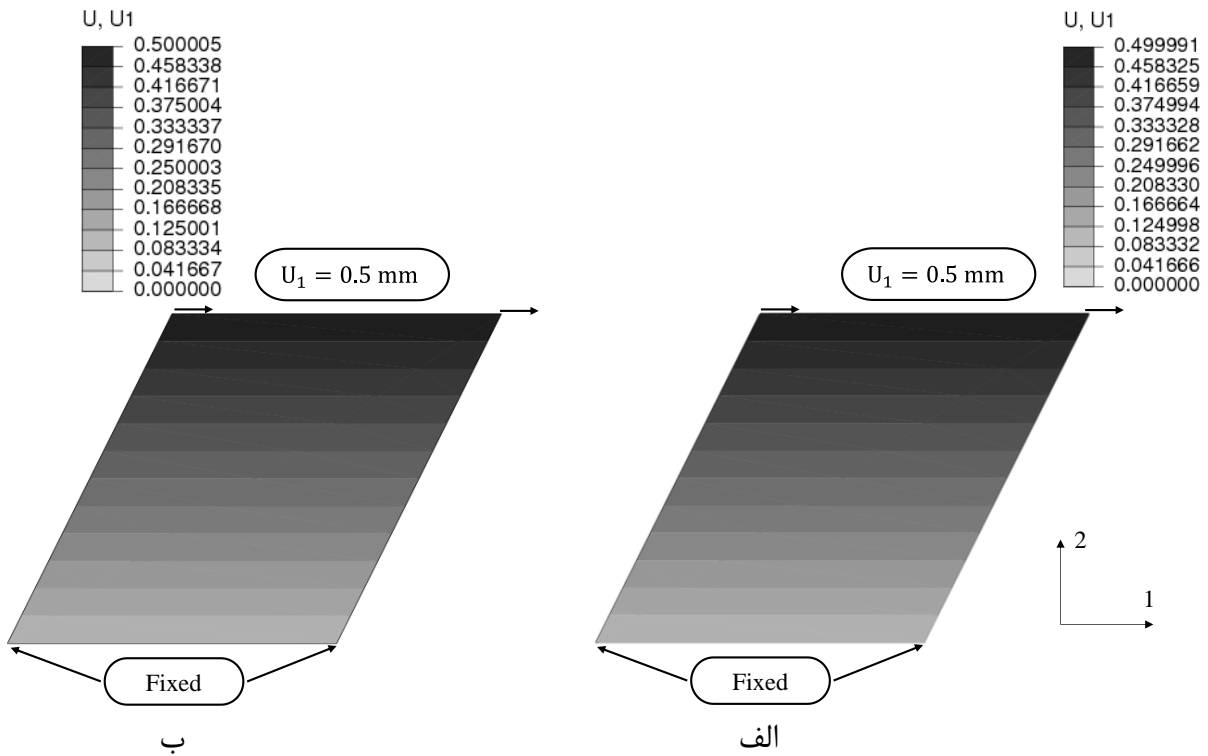


U, U2

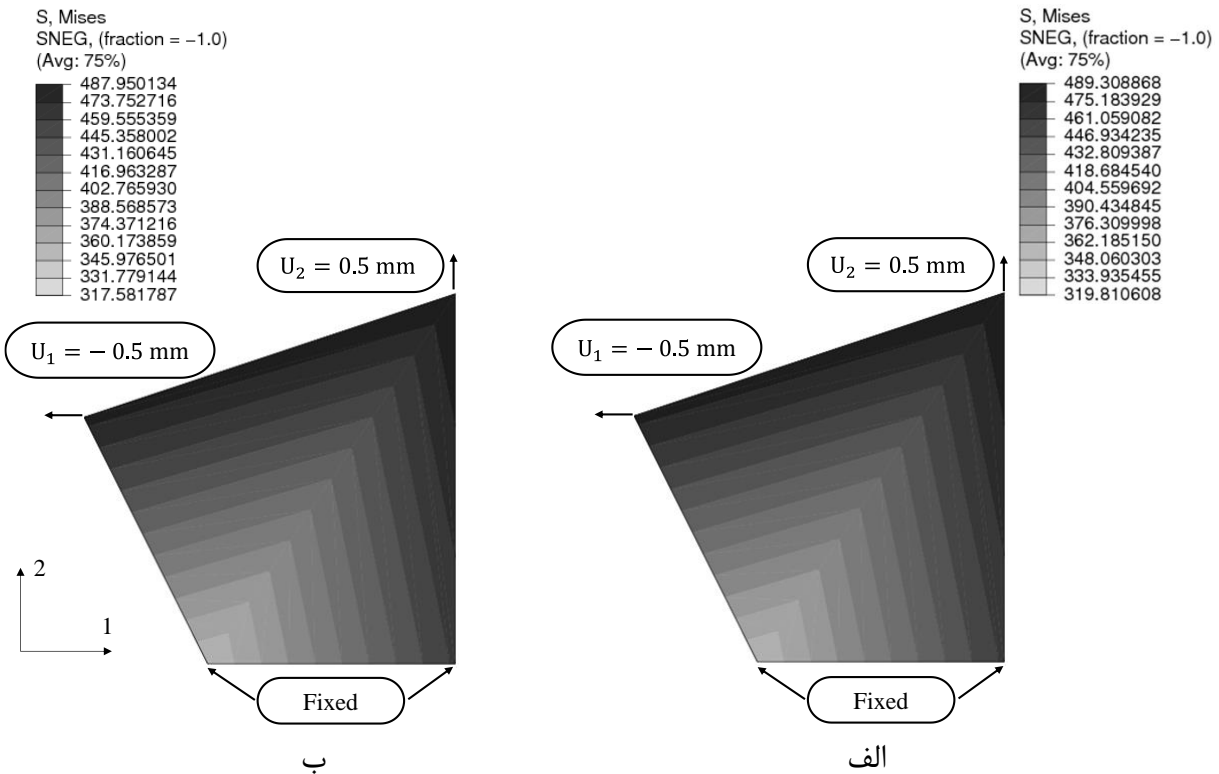


الف

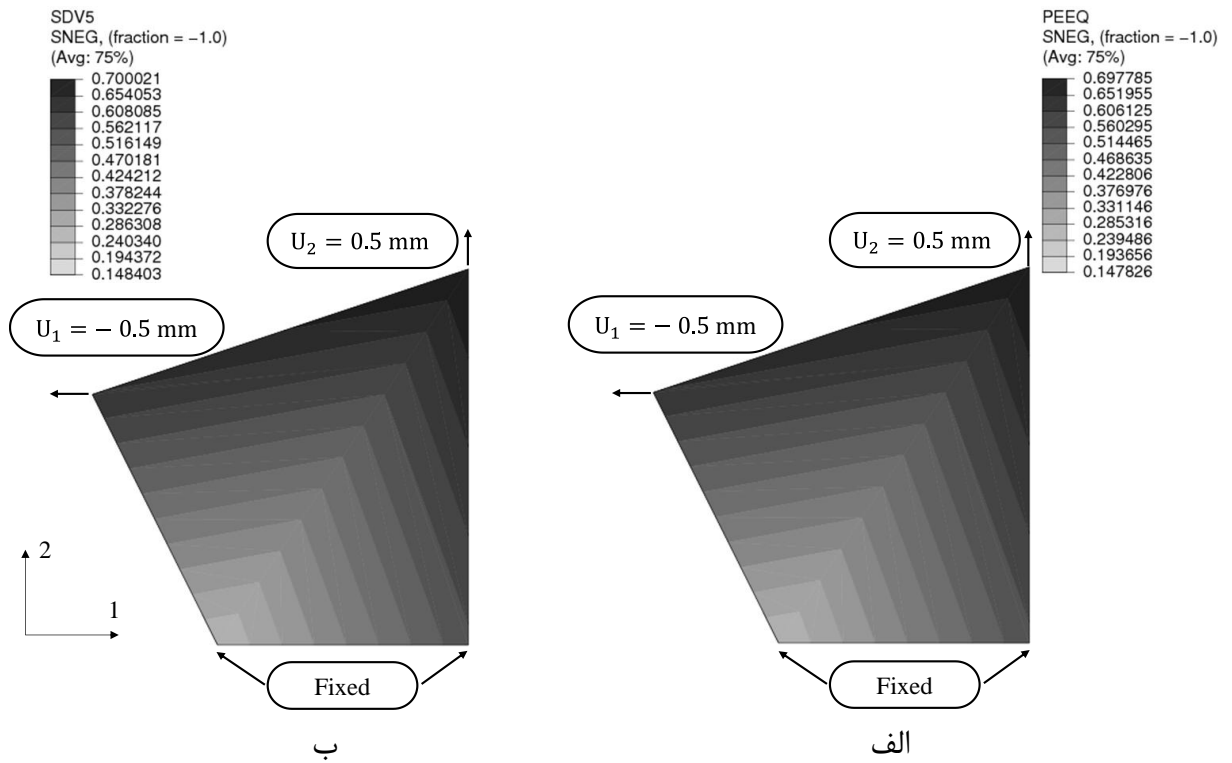
شکل ۴-۱۱- بارگذاری کششی، فولاد DC04، جابجایی (الف) آباکوس و (ب) VUMAT



شکل ۴-۱۴- بارگذاری برشی، فولاد DC04، جابجایی (الف) آباکوس و (ب) VUMAT

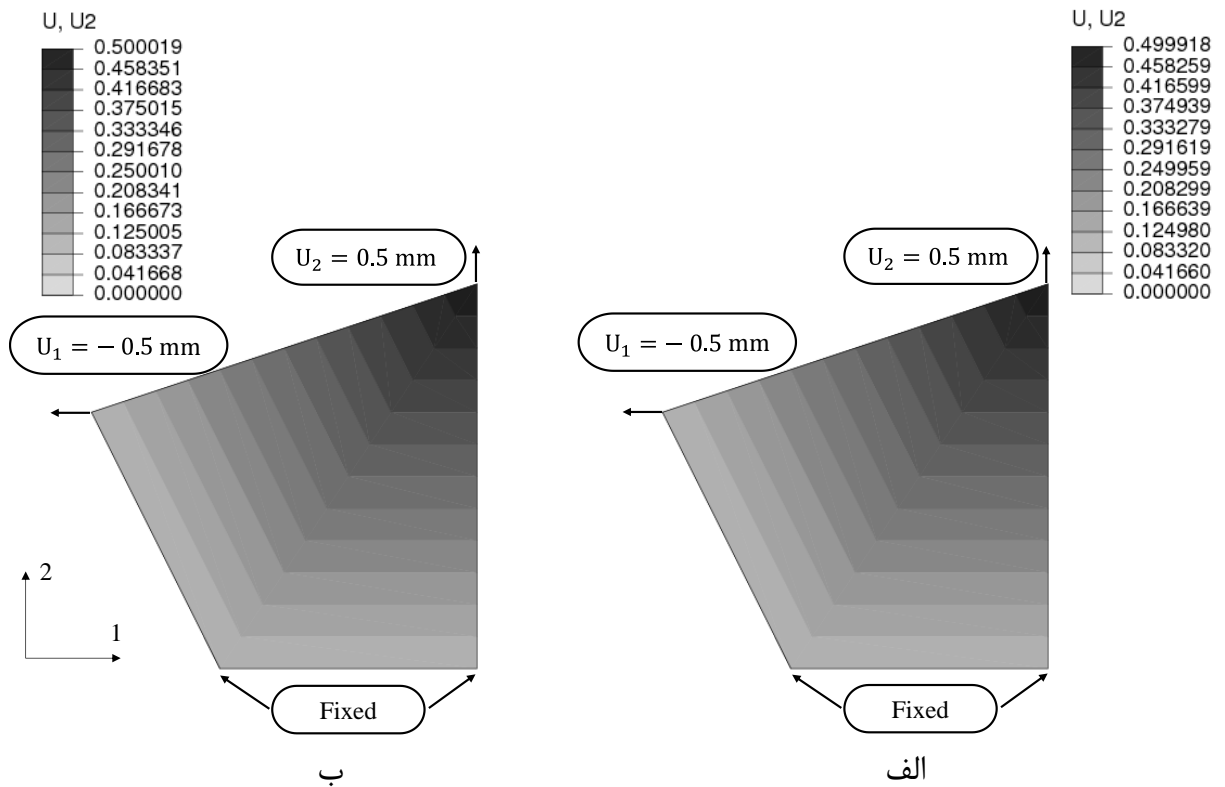


شکل ۴-۱۵- بارگذاری کششی و برشی، فولاد DC04، تنش معادل فن میسز (الف) آباکوس و (ب) VUMAT



شکل ۴-۱۶- بارگذاری کششی و برشی، فولاد DC04، کرنش معادل مومسان (الف) آباکوس و (ب)

VUMAT



شکل ۴-۱۷- بارگذاری کششی و برشی، فولاد DC04، جابجایی (الف) آباکوس و (ب) VUMAT

مقادیر تنش و کرنش مومسان در چهار نقطه‌ی انتگرال‌گیری و همچنین جابجایی برای چهار گره‌ی المان (شکل ۵-۲)، برای هر حالت بارگذاری، در هر دو تحلیل (VUMAT و آباکوس)، مقایسه شد. در جدول ۵-۴ تا جدول ۷-۴، مقدار تنش، کرنش مومسان و جابجایی، تا شش رقم اعشار آمده است. همچنین، درصد تفاوت بین نتایج دو دسته‌ی تحلیل با یکدیگر، بیان شده است. در این جدول‌ها، مقدار اختلاف دو تحلیل (آباکوس و VUMAT)، توسط رابطه‌ی ۵-۴ محاسبه شده است.

$$\xi = \left| \frac{\text{VUMAT} - \text{ABQ}}{\text{ABQ}} \right| \times 100 \quad 5-4$$

جدول ۵-۴- نتایج تحلیل بارگذاری تک المان، تنش

نوع تحلیل	نقطه‌ی انتگرال‌گیری	آباکوس	VUMAT	ξ (%)
بارگذاری کششی (σ_{22})	۱	۴۷۶/۷۹۶۱۷۳	۴۸۰/۸۷۶۰۳۸	۰/۸۵۵۶۸۳
	۲	۴۷۶/۷۹۶۱۷۳	۴۸۰/۸۷۶۰۳۸	۰/۸۵۵۶۸۳
	۳	۴۷۶/۷۹۶۱۷۳	۴۸۰/۸۷۶۰۳۸	۰/۸۵۵۶۸۳
	۴	۴۷۶/۷۹۶۱۷۳	۴۸۰/۸۷۶۰۳۸	۰/۸۵۵۶۸۳
بارگذاری برشی (σ_{12})	۱	۱۷۶/۴۰۱۲۷۶	۱۷۶/۴۰۱۲۱۵	۱۰-۵>
	۲	۱۷۶/۴۰۱۲۷۶	۱۷۶/۴۰۱۲۱۵	۱۰-۵>
	۳	۱۷۶/۴۰۱۲۷۶	۱۷۶/۴۰۱۲۱۵	۱۰-۵>
	۴	۱۷۶/۴۰۱۲۷۶	۱۷۶/۴۰۱۲۱۵	۱۰-۵>
بارگذاری کششی و برشی (σ_{Mises})	۱	۳۳۳/۹۳۵۴۵۵	۳۳۱/۷۷۹۱۴۴	۰/۶۴۵۷۲۷
	۲	۴۱۸/۶۸۴۵۴۰	۴۱۶/۹۶۳۲۸۷	۰/۴۱۱۱۱
	۳	۴۶۱/۰۵۹۰۸۲	۴۵۹/۵۵۵۳۵۹	۰/۳۲۶۳۰۵
	۴	۴۷۵/۱۸۳۹۲۹	۴۷۳/۷۵۲۷۱۶	۰/۳۰۱۱۹۱

جدول ۴-۶- نتایج تحلیل بارگذاری تک المان، کرنش مومسان

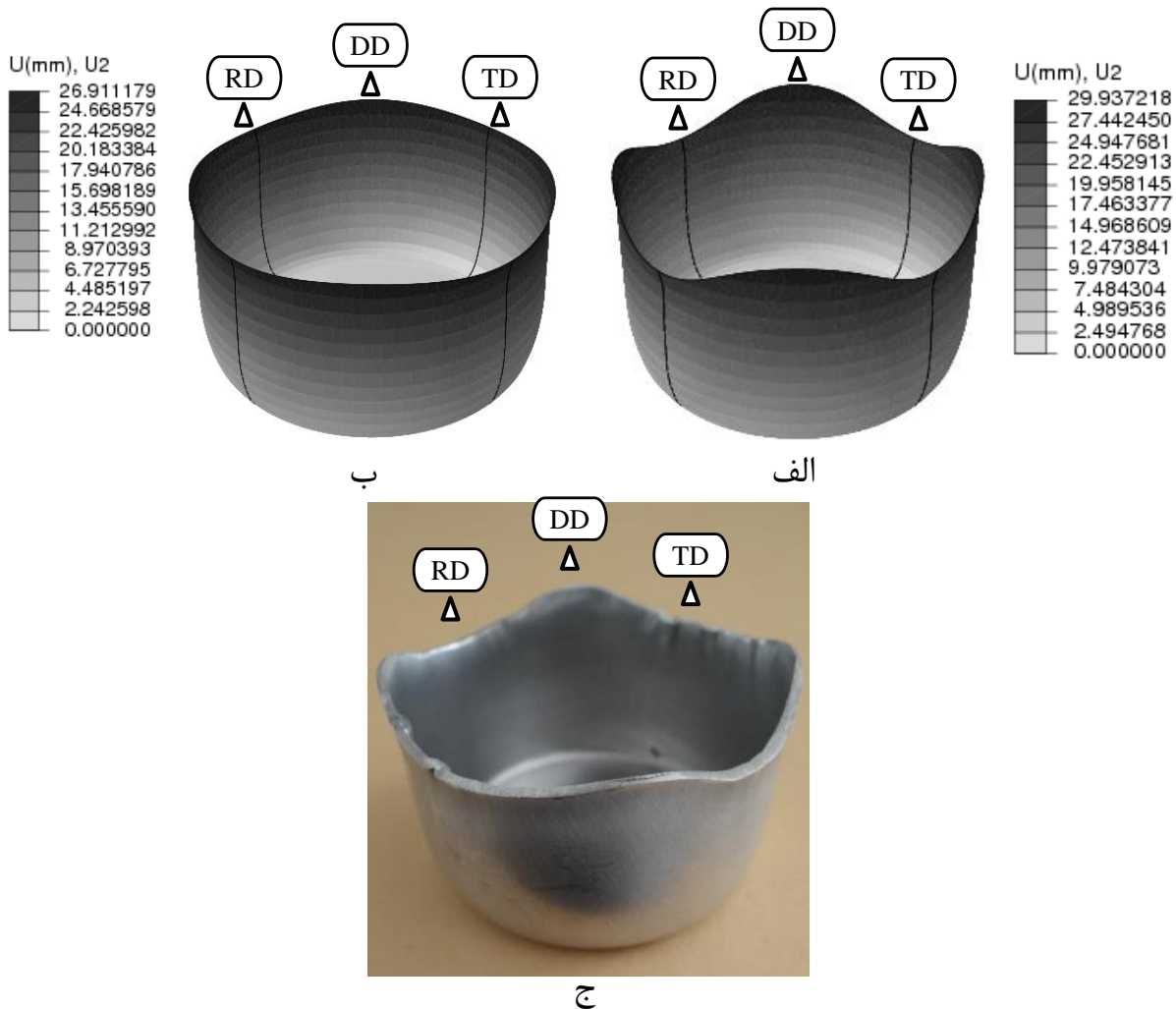
نوع تحلیل	نقطه‌ی انتگرال‌گیری	آباکوس	VUMAT	ξ (%)
بارگذاری کششی (ϵ_{22}^{pl})	۱	۰/۴۰۳۳۴۵	۰/۴۰۳۳۵۹	۰/۰۰۳۴۷۱
	۲	۰/۴۰۳۳۴۵	۰/۴۰۳۳۵۹	۰/۰۰۳۴۷۱
	۳	۰/۴۰۳۳۴۵	۰/۴۰۳۳۵۹	۰/۰۰۳۴۷۱
	۴	۰/۴۰۳۳۴۵	۰/۴۰۳۳۵۹	۰/۰۰۳۴۷۱
بارگذاری برشی (ϵ_{12}^{pl})	۱	۰/۴۷۷۷۳۳	۰/۴۷۷۶۹۶	۰/۰۰۷۷۴۵
	۲	۰/۴۷۷۷۳۳	۰/۴۷۷۶۹۶	۰/۰۰۷۷۴۵
	۳	۰/۴۷۷۷۳۳	۰/۴۷۷۶۹۶	۰/۰۰۷۷۴۵
	۴	۰/۴۷۷۷۳۳	۰/۴۷۷۶۹۶	۰/۰۰۷۷۴۵
بارگذاری کششی و برشی (ϵ_{eq})	۱	۰/۱۹۳۶۵۶	۰/۱۹۴۳۷۲	۰/۳۶۹۷۲۸
	۲	۰/۴۲۲۸۰۶	۰/۴۲۴۲۱۲	۰/۳۳۲۵۴
	۳	۰/۵۱۴۴۶۵	۰/۵۱۶۱۴۹	۰/۳۲۷۳۳
	۴	۰/۶۰۶۱۲۵	۰/۶۰۸۰۸۵	۰/۳۲۳۳۶۶

جدول ۴-۷- نتایج تحلیل بارگذاری تک المان، جابجایی

نوع تحلیل	شماره‌ی گره	آباکوس	VUMAT	ξ (%)
بارگذاری کششی (U_2)	۱	۰	۰	۰
	۲	۰	۰	۰
	۳	۰/۴۹۹۹۹۰	۰/۵۰۰۰۰۱	۰/۰۰۲۲
	۴	۰/۴۹۹۹۹۰	۰/۵۰۰۰۰۱	۰/۰۰۲۲
بارگذاری برشی (U_1)	۱	۰	۰	۰
	۲	۰	۰	۰
	۳	۰/۴۹۹۹۹۱	۰/۵۰۰۰۰۵	۰/۰۰۲۸
	۴	۰/۴۹۹۹۹۱	۰/۵۰۰۰۰۵	۰/۰۰۲۸
بارگذاری کششی و برشی (U_2)	۱	۰	۰	۰
	۲	۰	۰	۰
	۳	۰/۴۹۹۹۱۸	۰/۵۰۰۰۱۹	۰/۰۲۰۲۰۳
	۴	۰	۰	۰

۴-۲-۵ نتایج حل عددی کشش فنجان

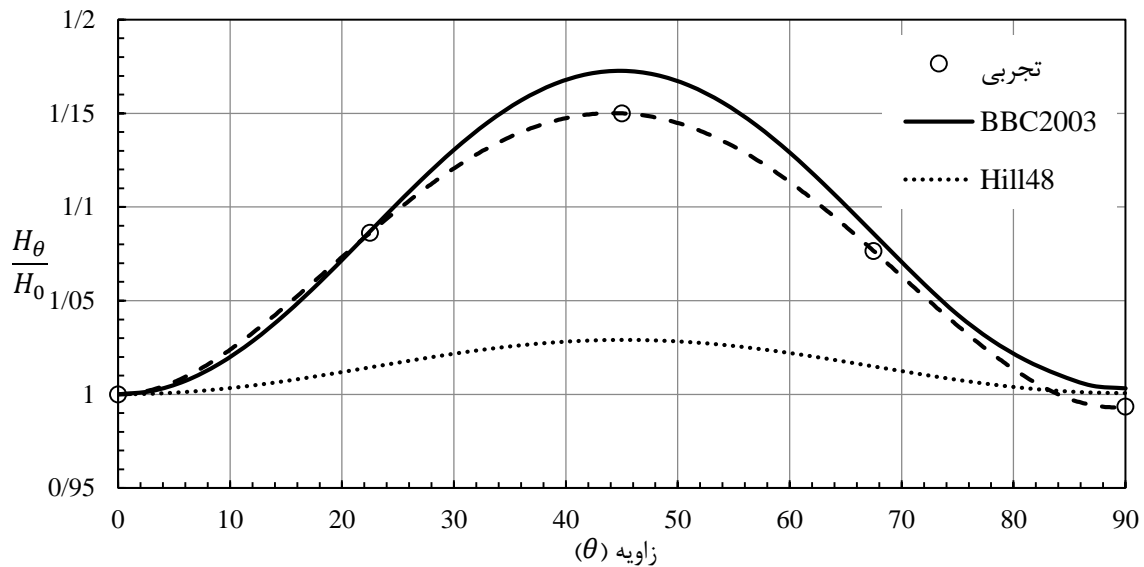
برای بررسی صحت و دقت VUMAT معیار تسلیم BBC2003، در پیش‌بینی گوشواره‌ای شدن، شبیه‌سازی فرآیند کشش فنجان انجام شد. شبیه‌سازی‌ها در دو حالت با استفاده از VUMAT و معیار هیل ۴۸ انجام شد. شکل ۴-۱۸، نتیجه‌ی شبیه‌سازی کشش فنجان از آلیاژ AA3105، را نشان می‌دهد.



شکل ۴-۱۸- فنجان شکل داده شده از آلیاژ AA3105 (الف) BBC2003، (ب) هیل ۴۸ و (ج) تجربی

۴-۲-۶ گوشواره‌ای شدن

اختلاف ارتفاع دیواره‌ی فنجان، برای سه حالت تجربی، معیار تسلیم هیل ۴۸ تعبیه شده در نرم‌افزار آباکوس و معیار تسلیم BBC2003، در شکل ۴-۱۹ ارائه شده است. این تصویر برای محدوده‌ی بین RD تا TD، است. در این تصویر، H_0 ارتفاع دیواره‌ی فنجان در زوایای مختلف و H_θ ارتفاع فنجان در RD است.



شکل ۴-۱۹- نسبت ارتفاع فنجان در زوایای مختلف، به ارتفاع دیواره در RD برای زوایای 0° تا 90° ، آلیاژ

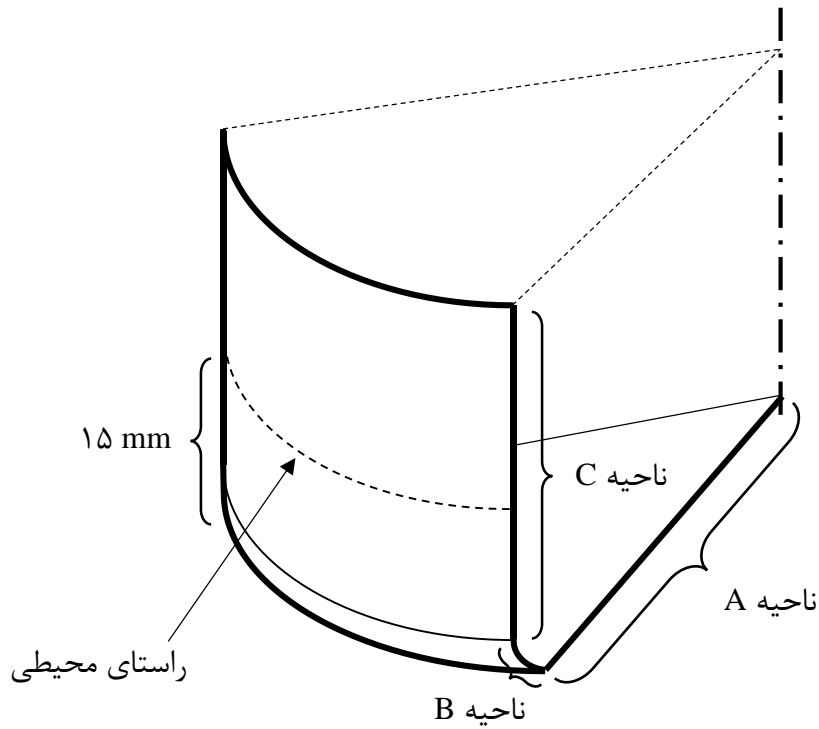
AA3105

در شکل ۴-۱۹، مقدار تفاوت با نتایج تجربی در پیش‌بینی گوشواره، برای معیار BBC2003، 0.984 درصد و برای معیار هیل ۴۸، 3.744 درصد است. این مقادیر با رابطه‌ی ۴-۷ محاسبه شده‌اند.

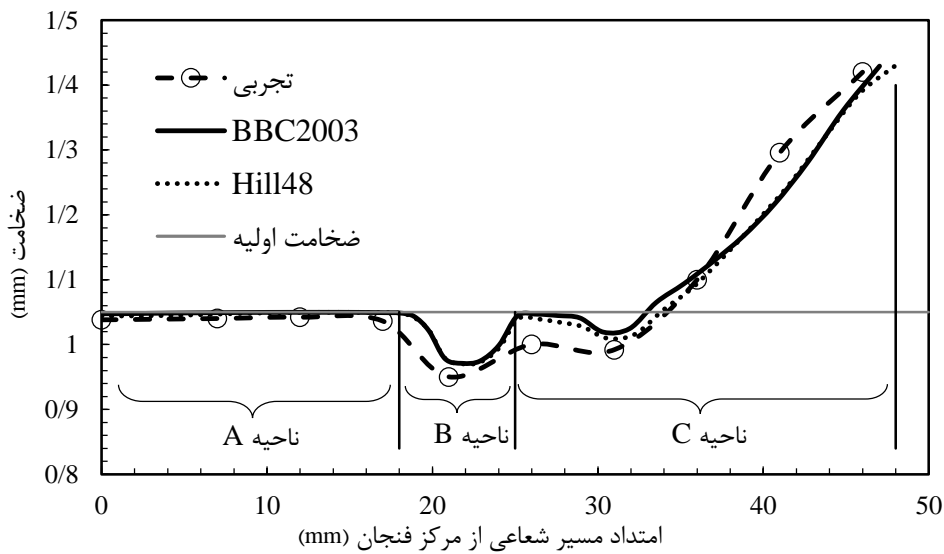
۴-۲-۷ تغییر ضخامت در جهت‌های مختلف

تغییرات ضخامت فنجان شکل داده شده از ورق‌های ناهمسانگرد در جهت‌های مختلف، متفاوت است. تحقیقات نشان می‌دهد در نواحی‌ای از ورق که گوشواره ایجاد می‌شود، ضخامت دیواره فنجان کمتر است [۸].

با توجه به توضیحات بالا، در شبیه‌سازی با استفاده از VUMAT، علاوه بر پیش‌بینی دقیق گوشواره‌ها، ضخامت در ناحیه‌ی گوشواره باید کمتر از سایر نواحی به دست آید. بنابراین، تغییرات ضخامت در نواحی مختلف فنجان کشیده شده در RD، DD و TD در راستای شعاعی و تغییرات ضخامت در راستای محیطی، برای شبیه‌سازی‌ها بررسی شد. نمودارهای ارائه شده در شکل ۴-۲۱ تا شکل ۴-۲۳ تغییرات ضخامتی را در جهت‌های مذکور نشان می‌دهند. در تصاویر، ناحیه‌ی A مربوط به کف فنجان، ناحیه‌ی B مربوط به شعاع گوشه‌ی پایین فنجان و ناحیه‌ی C مربوط به دیواره‌ی فنجان است. برای درک بهتر در شکل ۴-۲۰، این نواحی بر روی شماتیک فنجان شکل داده شده، از همدیگر تفکیک شده‌اند.

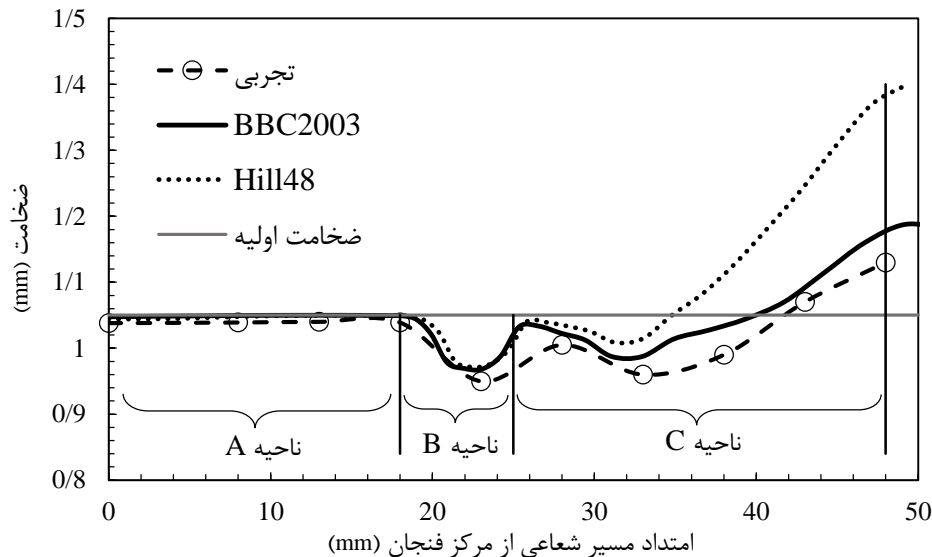


شکل ۴-۲۰- شکل شماتیک نشان دهنده‌ی نواحی A، B و C



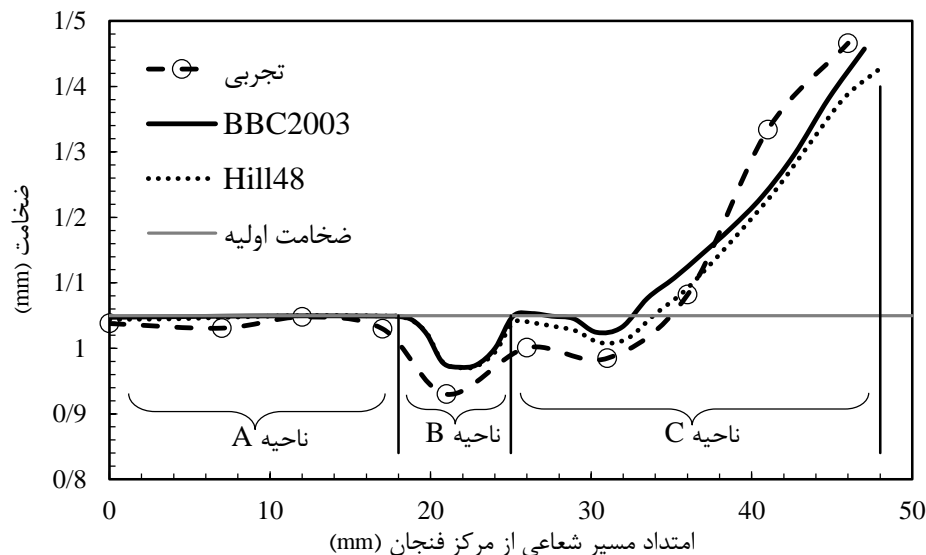
شکل ۴-۲۱- تغییرات ضخامت ظرف در مسیر شعاعی RD برای آلیاژ AA3105

در شکل ۴-۲۱ تغییرات ضخامت ظرف در RD آمده است. در این تصویر، هر سه نمودار در ناحیه‌ی A و B بر یکدیگر منطبق هستند. در ناحیه‌ی C، هر دو نمودار با دقت یکسانی تغییرات ضخامت را پیش‌بینی کرده‌اند.



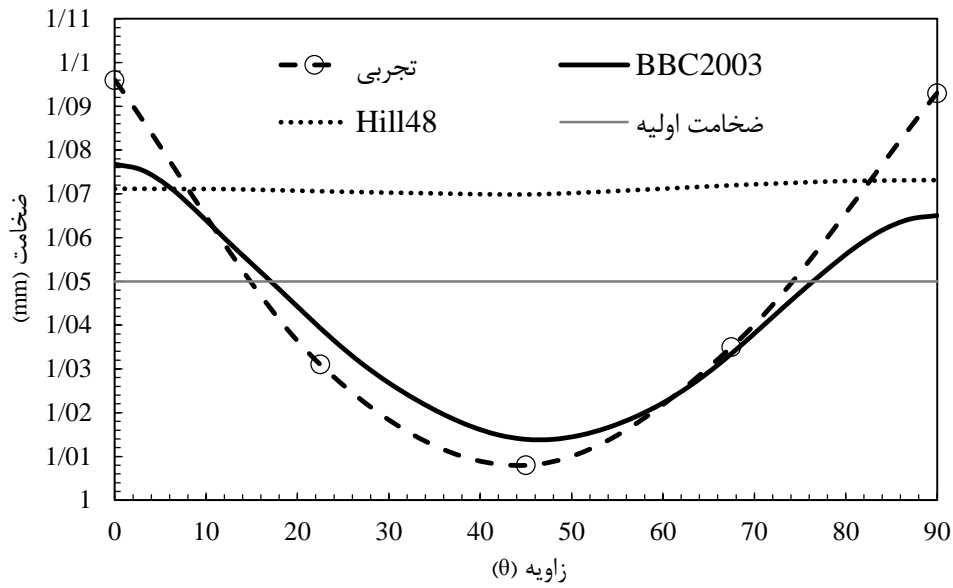
شکل ۴-۲۲- تغییرات ضخامت ظرف در مسیر شعاعی DD برای آلیاژ AA3105

شکل ۴-۲۲، تغییرات ضخامت را در DD نشان می‌دهد. هر دو معیار هیل ۴۸ و BBC2003 در نواحی A و B پیش‌بینی با دقت یکسانی را انجام داده‌اند. اما، در ناحیه‌ی C دقت معیار BBC2003 از معیار هیل ۴۸ بیش‌تر است. چون فنجان در DD گوشواره دارد، به دلیل ارتفاع بیش‌تر، ضخامت کمتری دارد. بنابراین، دقت پایین معیار هیل ۴۸ در این شکل به خاطر ناتوانی در شبیه‌سازی دقیق گوشواره‌ها، است.



شکل ۴-۲۳- تغییرات ضخامت ظرف در مسیر شعاعی TD برای آلیاژ AA3105

در شکل ۴-۲۳، تغییرات ضخامتی برای TD آمده است. این تصویر شرایطی را مشابه RD نشان می‌دهد. در این تصویر، هر دو معیار تقریباً یکسان، تغییرات ضخامت را پیش‌بینی کرده‌اند.



شکل ۴-۲۴- نمودار تغییرات ضخامت در راستای محیطی در ارتفاع ۱۵ mm از کف فنجان، آلیاژ AA3105

شکل ۴-۲۴، ضخامت ورق در مسیر محیطی در ارتفاع ۱۵ mm از کف ظرف را نشان می‌دهد. این شکل، دقت بالای معیار BBC2003 در پیش‌بینی تغییرات ضخامت را در این راستا، نشان می‌دهد. معیار هیل ۴۸ تعبیه شده در نرم‌افزار آباکوس در این حالت دقیق عمل نکرده است. بر اساس این شکل، ضخامت در DD کمترین مقدار را دارد که به دلیل وجود گوشواره‌ها در این ناحیه است. چون در نواحی‌ای که گوشواره ایجاد شده (0° و 90°) کرنش ضخامتی مثبت است، ضخامت از ضخامت اولیه بیش‌تر است.

فصل ۵ نتیجه‌گیری و پیشنهادها

۵-۱- نتیجه‌گیری

در این پایان‌نامه، پیش‌بینی گوشواره‌ای شدن در نتیجه‌ی کشش یک فنجان استوانه‌ای، با استفاده از معیار تسلیم ناهمسانگرد پیشرفته‌ی BBC2003، انجام شد. در این راستا، ابتدا دو دسته آزمون تجربی شامل کشش تک-محوره و کشش کرنش صفحه‌ای، طراحی و اجرا شد. در آزمون کشش تک‌محوره، از نمونه‌های دمبلی شکل طبق استاندارد ASTM-E8، شش عدد تهیه شد. از سه نمونه برای استخراج تنش تسلیم تک‌محوره در RD، DD و TD استفاده شد و تا لحظه‌ی شکست کشیده شدند. از سه نمونه‌ی دیگر، برای استخراج ضرایب ناهمسانگردی n ، استفاده شد و تا ۱۵ درصد کرنش شکست تحت کشش قرار گرفتند. در آزمون کشش کرنش صفحه‌ای، هشت عدد نمونه‌ی شیاردار با نسبت عرض به ضخامت زیاد، تهیه شد (چهار عدد در RD و چهار عدد در TD). نمونه‌ها تا لحظه‌ی ایجاد شدن گلویی در ناحیه‌ی شیار، کشیده شدند. سپس، نیروی حد تسلیم برای چهار نمونه، بر حسب عرض نمونه‌ها رسم شد و بر آنها، خط برازش شد. در انتها با محاسبه‌ی شیب این خط، تنش تسلیم کرنش صفحه‌ای در RD و TD محاسبه شد. سپس، روابط تئوری این خواص مکانیکی، از رابطه‌ی تنش تسلیم معیار BBC2003، با استفاده از قوانین مشتق‌گیری جزئی و تئوری پلاستیسیته، محاسبه شد. تابع خطا شامل روابط تئوری و مقادیر تجربی هر خاصیت، تشکیل شد. این تابع خطا، توسط یک برنامه‌ی

رایانه‌ای کمینه شد. در این برنامه از روش شیب‌دارترین نزول برای کمینه کردن استفاده شد. برای تعیین دقت و صحت برنامه‌ی رایانه‌ای، پیش‌بینی سطح تسلیم، تغییرات تنش تسلیم تک‌محوره و ضریب ناهمسانگردی در RD، DD و TD انجام و با نتایج تجربی مقایسه شد. نتایج برنامه تعیین ثوابت، دقت و ثبات بالای برنامه را در کمینه کردن تابع خطا و محاسبه‌ی ثوابت نشان می‌دهد. سطح تسلیم ترسیم شده با این ثوابت، با دقت بالایی با نتایج تجربی، منطبق شد. این برنامه در پیش‌بینی تنش تسلیم تک‌محوره و ضریب ناهمسانگردی دقت بالایی دارد.

برای پیش‌بینی گوشواره‌ای شدن، ابتدا قالب کشش عمیق با سیستم فنر مرکزی، برای تأمین نیروی ورق‌گیر، طراحی و ساخته شد. برای تعیین بازه‌ی نیرویی مطلوب ورق‌گیر، این نیرو به روش تئوری محاسبه شد. سپس، سه فنر برای این منظور تهیه شد. فنرها تحت آزمون فشار قرار گرفت و نمودار نیرو-جابجایی آنها به دست آمد. از این منحنی‌ها برای محاسبه‌ی سفتی فنرها استفاده شد. سپس، فنر مطلوب انتخاب و بر روی قالب نصب شد. در انتها، آزمایش تجربی فرایند کشش فنجان از آلیاژ ناهمسانگرد AA3105، انجام شد. در شبیه‌سازی عددی فرایند کشش فنجان، ابتدا زیربرنامه‌ی VUMAT معیار BBC2003 برای نرم‌افزار آباکوس، توسعه یافت. در این زیربرنامه از روش انتگرال‌گیری NICE استفاده شد. در انتها، شبیه‌سازی کشش فنجان با استفاده از زیربرنامه‌ی معیار BBC2003 انجام شد. زیربرنامه‌ی VUMAT معیار تسلیم BBC2003، پیش‌بینی تعداد، موقعیت و ارتفاع گوشواره‌ها را به دقت انجام داد. همچنین، در پیش‌بینی ضخامت فنجان در نقاط مختلف قطعه، دقت زیربرنامه VUMAT از معیار هیل ۴۸ بیش‌تر است.

۵-۲- پیشنهادها

به منظور ادامه‌ی پژوهش در این زمینه، پیشنهادهای زیر ارائه می‌شود.

- ۱- برای تعیین ثوابت معیار تسلیم پیشرفته، در محاسبه‌ی تنش تسلیم کرنش صفحه‌ای، از روشی ساده اما کم دقت استفاده شد. پیشنهاد می‌شود، از روش‌های دیگر با دقت بیش‌تر، استفاده شود. همچنین، اثر دقت تعیین این خاصیت مکانیکی بر پیش‌بینی‌ها، بررسی گردد.

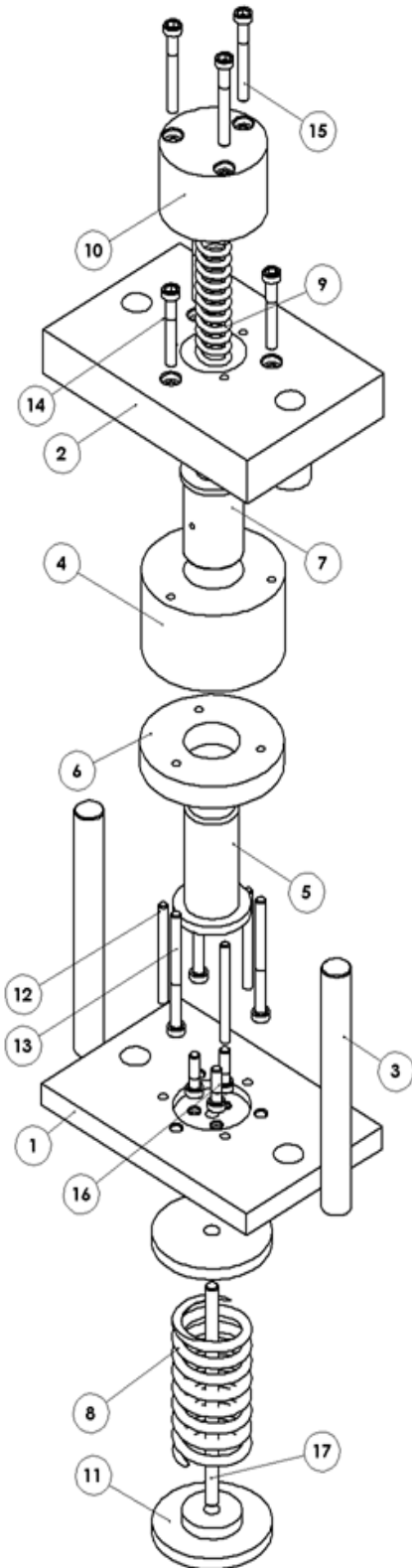
۲- در برنامه‌ی رایانه‌ای تعیین ثوابت معیار تسلیم BBC2003، روش شیب‌دارترین نزول استفاده شد. در این روش برای کمینه کردن تابع خطا، از بردار گرادایان استفاده می‌شود. پیشنهاد می‌شود، از روش‌های دیگر بدون نیاز به محاسبه بردار گرادایان استفاده شود و دقت تعیین ثوابت آنها بررسی گردد.

۳- در ساخت قالب، از سیستم فنر مرکزی استفاده شده است. این سیستم نیازمند تنظیمات و توجه زیاد است تا نیروی ورق‌گیر را به صورت یکنواخت به ورق، اعمال کند. پیشنهاد می‌شود، برای افزایش دقت و راحتی کار، از سیستم‌های چند فنری، استفاده شود.

۴- در زیربرنامه‌ی VUAMT، از روش انتگرال‌گیری NICE استفاده شد. دقت این روش در ارضای شرایط سازگاری، از روش CFE بیش‌تر است. پیشنهاد می‌شود، در پژوهش‌های آتی بر روی ارتقای روش انتگرال-گیری NICE و یا روش‌های دیگر، کار شود.

۵- استفاده از حل‌گر استاندارد با زیربرنامه‌ی UMAT، دقت پیش‌بینی‌ها را افزایش می‌دهد. بهتر است در پژوهش‌های آتی، از این زیربرنامه استفاده شده و با نتایج VUMAT مقایسه گردد.

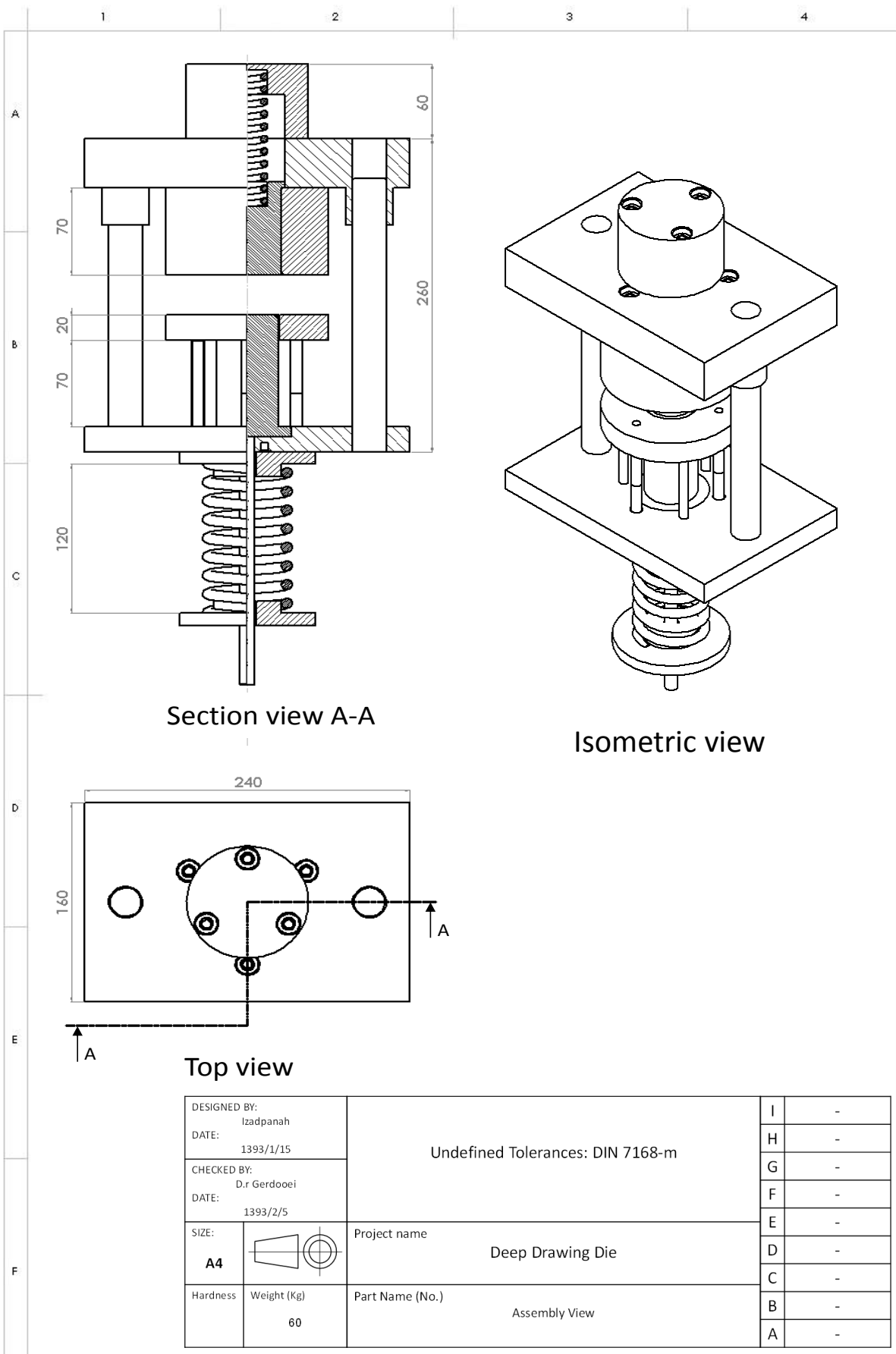
نمای انفجاری قالب کشش



Isometric View

Bill of Material: Deep Drawing Die

Part Number	Quantity	Type	Material	Hardness
1	1	Bottom Shoe	Ck 45	35-40 HRC
2	1	Top Shoe	Ck 45	35-40 HRC
3	2	Guide rod	MS 60	55 HRC
4	1	Die	St 2713 H	52-56 HRC
5	1	Punch	St 2324 H	52-56 HRC
6	1	Blank Holder	St 2713 H	52-56 HRC
7	1	Ejector	St 2324 H	52-56 HRC
8	1	Blank Holder Spring	DIN: 17223	
9	1	Ejector Spring	DIN: 17223	
10	1	Ejector Spring Holder	St 32	25-30 HRC
11	2	Spring Holder	St 32	25-30 HRC
12	3	Pin		
13	3	Blank Holder bolt		
14	3	Die bolt		
15	3	Holder bolt		
16	3	Punch bolt		
17	1	Spring Holder Rod		



Section view A-A

Isometric view

Top view

DESIGNED BY: Izadpanah	Undefined Tolerances: DIN 7168-m	I	-
DATE: 1393/1/15		H	-
CHECKED BY: D.r Gerdooei	Project name Deep Drawing Die	G	-
DATE: 1393/2/5		F	-
SIZE: A4	Part Name (No.) Assembly View	E	-
Hardness		D	-
Weight (Kg) 60		C	-
		B	-
		A	-

- [1] D. Banabic, *Sheet Metal Forming Processes, "Constitutive Modelling and Numerical Simulation"*, First Edition, pp. 27-135, Romania: Technical University of Cluj-Napoca, 2010.
- [2] K. Chang, K. Shah, Finite element simulation of sheet metal forming for planar anisotropic metals, *International Journal of Plasticity*, Vol. 8, pp. 453-476, 1992.
- [3] M. Vrh, M. Halilovic, B. Stok, Improved explicit integration in plasticity, *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, Vol. 81, pp. 910-938, 2010.
- [4] F. Barlat, D.J. Lege, J.C. Brem, A six-component yield function for anisotropic materials, *International Journal of Plasticity*, Vol. 7, pp. 693-712, 1991.
- [5] J.W. Yoon, F. Barlat, K. Chung, F. Pourboghrat, D.Y. Yang, Earing Predictions Based on Asymmetric Nonquadratic Yield Function, *International Journal of Plasticity*, Vol. 16, pp. 1075-1104, 2000.
- [6] D. Banabic, H. Aretz, D.S. Comsa, L. Paraianu, An improved analytical description of orthotropy in metallic sheets, *International Journal of Plasticity*, Vol. 21, pp. 493-512, 2005.
- [7] J.W. Yoon, F. Barlat, R.E. Dick, M.E. Karabin, Prediction of six or eight ears in a drawn cup based on a new anisotropic yield function, *International Journal of Plasticity*, Vol. 22, pp. 174-193, 2006.
- [8] W.F. Hosford, R.M. Caddell, *Metal Forming, "Mechanics and Metallurgy"*, Third Edition, pp. 228-229, New York: Cambridge University Press, 2007.
- [9] D.S. Comsa, D. Banabic, Numerical simulation of sheet metal forming processes using a new yield criterion, *International Journal of Key Engineering Materials*, Vol. 344, pp. 833-840, 2007.
- [10] S. Soare, J. W. Yoon, O. Cazacu, On the use of homogeneous polynomials to develop anisotropic yield functions with applications to sheet forming, *International Journal of Plasticity*, Vol. 24, pp. 915-944, 2008.
- [11] A. Taherizadeh, D.E. Green, J.W. Yoon, Evaluation of advanced anisotropic models with mixed hardening for general associated and non-associated flow metal plasticity, *International Journal of Plasticity*, Vol. 27, pp. 1781-1802, 2009.
- [12] H. Aretz, J. Aegerter, O. Engler, Analysis of earing in deep drawn cups, *International Journal of Non-Linear Mechanics*, Vol. 1252, pp. 417-424, 2010.
- [13] H. Aretz, F. Barlat, New convex yield functions for orthotropic metal plasticity, *International Journal of Non-Linear Mechanics*, Vol. 51, pp. 97-111, 2013.
- [14] K. Ghorbanei, S.J. Hosseiniipoor, A.M. Gorjje, Experimental and numerical investigation of initial blank shape effect on earing reduction in deep drawing of anisotropic sheet metals, in *The 4th International Conference on Heating*, Tehran, Iran. (In Persian)
- [15] H. Moosavie, A.F. Tehranie, H. Ziyaeepoor, S. Jamshidifard, Controlling of earing phenomenon in deep drawing processes using optimization of initial blank size, in *the 11th Manufachring and Production Conference in Iran*, Tabriz, Iran. (In Persian)
- [16] G.H.G. Tucker, Texture and earing in deep drawing of aluminium, *Journal of ACTA Metallurgica*, Vol. 9, pp. 275-286, 1961.
- [17] F. Barlat, S. Panchanadeeswaran, O. Richmond, Earing in Cup Drawing Face-Centered Cubic Single Crystals and Polycrystals, *Journal of Metallurgica Transactions A*, Vol. 22A, pp. 1525-1534, 1991.

- [18] R. Sowerby, W. Johnson, Prediction of earing in cups drawn from anisotropic sheet using Slip-Line field theory, *Journal of strain analysis*, Vol. 9, pp. 102-108, 1974.
- [19] X. Chen, R. Sowerby, Blank development and the prediction of earing in cup drawing, *International Journal of Mechanic Science*, Vol. 8, pp. 509-516, 1996.
- [20] H. Aretz, O.S. Hopperstad, O.G. Iademo, Yield function calibration for orthotropic sheet metals based on uniaxial and plane strain tensile tests, *Journal of Materials Processing Technology*, Vol. 186, pp. 221-235, 2007.
- [21] S. Zhang, L. Leotoing, D. Guines, S. Thuikkier, Identification of Anisotropic Yield Criterion Parameters from a Single Biaxial Tensile Test, *Journal of Materials Processing Technology*, Vol. 12, pp. 560-567, 2014.
- [22] ABAQUS Version 6.8, User's Manual, Simulia, Providence, RI, 2006.
- [23] L. Paraianu, *Modelling of the FLC using the large deformation theory*. PhD Thesis, University of Cluj Napoca, Romania, 2006.
- [24] M. Vrh, M. Halilovic, B. Staeman, B. Stok, D.S. Comsa, D. Banabic, Capability of the BBC2008 yield criterion in predicting the earing profile in cup deep drawing simulations, *European Journal of Mechanics / A Solids*, pp. 11-34, 2013.
- [25] E.d.S. Neto, D. Peric, D. R. J. Owen, *Computational methods for plasticity theory and applications*, First Edition, pp. 3-5, New York: Wiley, 2008.
- [26] L. Paraianu, D.S. Comsa, D. Banabic, Calibration of BBC2005 yield criteria using plane strain yielding results from a bulge test, in *the IDDRG Conference*, Zurich: Switzerland, 2013.
- [27] J.D. Faires, R. Burden, *Numerical Methods*, Ninth Edition, pp. 654-660, USA: RichardStratton, 1998.
- [28] W.F. Chen, D.J. Han, *Plasticity for Structural Engineers*, First Edition, pp. 141-148, NewYork: Springer, 1988.
- [29] G.E. Urroz, "Solution of non-linear equations", 2004.
- [30] A. Valinejad, *Tables and Standards in Design and Manufacturing*, 12 Edition, pp. 324-325, Tehran: Tarrah, 2008. (In Persian)
- [31] Y.G. An, H. Vegter, L. Elliott, A novel and simple method for the measurement of plane strain work hardening, *Journal of Materials Processing Technology*, Vol. 155-156, pp. 1616-1622, 2004.
- [32] R. Hill, On discontinuous plastic states with special reference to localized necking in thin sheets, *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, Vol. 1, pp. 19-30, 1952.
- [33] G.E. Dieter, *Mechanical Metalurgy*, SI Metric Edition, pp. 278-279, London: McGraw-Hill, 1982.
- [34] K. Lange, *Handbook of metal forming*, pp. 20.16-20.19, NewYork: McGraw-Hill, 1985.

Abstract

Earing is the difference in wall height of deep drawn cups. The most important thing which causes earing is difference in mechanical properties in different directions or anisotropy. Accurate prediction of this phenomenon and eliminating its undesired effects demands precise simulation of the in-plane anisotropic behavior of metal sheets using advanced yield criteria. In this dissertation, the BBC2003 yield criterion, is used to predict earing in aluminum alloy AA3105 sheets. First, in order to determine the eight constants of BBC2003 yield criterion, an experimental-numerical method is developed in which uniaxial and plane strain tensile test results are employed. Nonlinear equations which govern these constants were derived and solved using steepest descent method. Then, uniaxial yield stresses and anisotropic coefficients are predicted using the yield function according to these constants and the results were investigated. The BBC2003 yield criterion is used in finite element analysis in ABAQUS software. To this end, VUMAT subroutine for describing elastic-plastic behavior of sheet metal, is developed and verified. Then, using the developed subroutine, deep drawing of cylindrical cups of aluminum alloy AA3105 is simulated. The results of finite element analysis are compared with experimental ones. The difference in cup wall height and variation of thickness are the important parameters which are compared. The results show that BBC2003 predicts earing for aluminum alloy AA3105 precisely.

Keywords: BBC2003 yield criterion, Deep drawing, VUMAT subroutine, Earing, Steepest descent method



**University of Shahrood
Faculty of Mechanical Engineering**

**Earing prediction in cup drawing using an advanced anisotropic yield
criterion**

Sajjad Izadpanah Najmabad

**Supervisor(s):
Dr. Mahdi Gerdooei
Dr. Seyed Hadi Ghaderi**

September 2015