

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ



دانشکده مهندسی مکانیک

گروه طراحی کاربردی

پایان نامه کارشناسی ارشد

تحلیل تنش صفحات همسانگرد حاوی دو گشودگی با اشکال مختلف

تحت تنش یکنواخت در بی نهایت

ایمان قندی ورنوسفادرانی

استاد راهنما:

دکتر محمد جعفری

تیر ۱۳۹۴

شماره: ۲۹۴۱۴۵
تاریخ: ۱۳/۴/۹۴
ویرایش:

باسمه تعالی



فرم صورت جلسه دفاع از پایان نامه تحصیلی دوره کارشناسی ارشد

با تأییدات خداوند متعال و با استعانت از حضرت ولی عصر (عج) نتیجه ارزیابی جلسه دفاع از پایان نامه کارشناسی ارشد آقای ایمان قندی ورنوسفادرانی به شماره دانشجویی ۹۱۰۶۰۰۴ رشته مهندسی مکانیک گرایش طراحی کاربردی تحت عنوان تحلیل تنش صفحات همسانگرد حاوی دو گشودگی با اشکال مختلف تحت تنش یکنواخت در بی نهایت که در تاریخ ۱۳۹۴/۴/۸ با حضور هیأت محترم داوران در دانشگاه شاهرود برگزار گردید به شرح ذیل اعلام می گردد:

<input type="checkbox"/> مردود	<input type="checkbox"/> دفاع مجدد	<input checked="" type="checkbox"/> قبول (با درجه: عالی - امتیاز ۱۹,۴۳)
--------------------------------	------------------------------------	---

۲- بسیار خوب (۱۸ - ۱۸/۹۹)

۱- عالی (۲۰ - ۱۹)

۴- قابل قبول (۱۴ - ۱۵/۹۹)

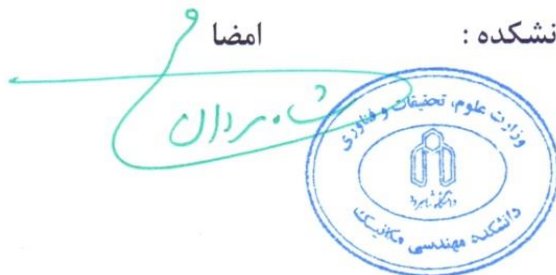
۳- خوب (۱۶ - ۱۷/۹۹)

۵- نمره کمتر از ۱۴ غیر قابل قبول

عضو هیأت داوران	نام و نام خانوادگی	مرتبه علمی	امضاء
۱- استاد راهنما	دکتر محمد جعفری	استادیار	
۲- نماینده شورای تحصیلات تکمیلی	دکتر محمدباقر نظری	استادیار	
۳- استاد ممتحن	دکتر مهدی قناد	دانشیار	
۴- استاد ممتحن	دکتر حمیدرضا ایکچی	دانشیار	

امضا

رئیس دانشکده:



تقدیم به پدر و مادر عزیزتر از جانم، آن دو فرشته‌ی مهربانی که با صبوری، فداکاری و

دعاهای خیرشان در تمامی مراحل زندگی در کنار من بوده‌اند

و

تقدیم به خواهر مهربانم که همیشه حامی من بوده است.

تشکر و قدردانی

شرح شکن زلف خم اندر خم جانان کوتاه نتوان کرد که این قصه دراز است

از استاد گران قدرم؛ جناب آقای دکتر جعفری که در کمال سعه صدر، با حسن خلق و فروتنی، از هیچ کمکی در این عرصه بر من دریغ ننمودند و زحمت راهنمایی این پایان نامه را بر عهده گرفتند، خالصانه تشکر می نمایم.

از استاد بزرگوار؛ جناب آقای موسوی که همواره از راهنمایی ها و نظرات راهگشایشان بهره بردم، کمال سپاس و تشکر را دارم.

و در انتها از تمام دوستان ارجمندم که به نحوی مرا در انجام این تحقیق یاری نمودند، قدردانی و تشکر می نمایم.

تعهد نامه

اینجانب ایمان قندی ورنوسفادرانی دانشجوی دوره کارشناسی ارشد رشته مهندسی مکانیک - طراحی کاربردی دانشکده مهندسی مکانیک دانشگاه شاهرود نویسنده پایان نامه تحلیل تنش صفحات همسانگرد حاوی دو گشودگی با اشکال مختلف تحت تنش یکنواخت در بی نهایت تحت راهنمایی دکتر محمد جعفری متعهد می شوم.

- تحقیقات در این پایان نامه توسط اینجانب انجام شده است و از صحت و اصالت برخوردار است.
- در استفاده از نتایج پژوهش‌های محققان دیگر به مرجع مورد استفاده استناد شده است.
- مطالب مندرج در پایان نامه تاکنون توسط خود یا فرد دیگری برای دریافت هیچ نوع مدرک یا امتیازی در هیچ جا ارائه نشده است.
- کلیه حقوق معنوی این اثر متعلق به دانشگاه شاهرود می‌باشد و مقالات مستخرج با نام «دانشگاه شاهرود» و یا «University of Shahrood» به چاپ خواهد رسید.
- حقوق معنوی تمام افرادی که در به دست آمدن نتایج اصلی پایان نامه تأثیرگذار بوده‌اند در مقالات مستخرج از پایان نامه رعایت می‌گردد.
- در کلیه مراحل انجام این پایان نامه، در مواردی که از موجود زنده (یا بافت‌های آن‌ها) استفاده شده است ضوابط و اصول اخلاقی رعایت شده است.
- در کلیه مراحل انجام این پایان نامه، در مواردی که به حوزه اطلاعات شخصی افراد دسترسی یافته یا استفاده شده است اصل رازداری، ضوابط و اصول اخلاق انسانی رعایت شده است.

تاریخ:

امضای دانشجو

مالکیت نتایج و حق نشر

- کلیه حقوق معنوی این اثر و محصولات آن (مقالات مستخرج، کتاب، برنامه‌های رایانه‌ای، نرم افزارها و تجهیزات ساخته شده است) متعلق به دانشگاه شاهرود می‌باشد. این مطلب باید به نحو مقتضی در تولیدات علمی مربوطه ذکر شود.
- استفاده از اطلاعات و نتایج موجود در پایان نامه بدون ذکر مرجع مجاز نمی‌باشد.

چکیده

یکی از مباحث مهم در طراحی سازه‌های مهندسی، بررسی توزیع تنش در صفحات حاوی ناپیوستگی هندسی، برای جلوگیری از شکست سازه‌ها می‌باشد. بر همین اساس، در این پایان‌نامه به تحلیل تنش صفحات همسانگرد حاوی دو گشودگی یکسان پرداخته شده است. حل تحلیلی به‌دست آمده بر پایه‌ی روش متغیر مختلط، روش تکرارشونده‌ی شوارتز و با به‌کارگیری نگاشتی هم‌نوا می‌باشد. محاسبه‌ی انتگرال‌های ایجاد شده در مسیر حل با استفاده از تکنیک‌های انتگرال کوشی میسر گردیده است. با نگاشت ناحیه‌ی خارج هر یک از دو گشودگی به ناحیه‌ی خارج دایره‌ای به شعاع واحد امکان استفاده از این تکنیک‌ها فراهم می‌شود. با توجه به استفاده از روش تکرارشونده، یک معیار همگرایی برای تعیین تعداد مراحل تکرار ارائه شده است. توابع تنش نهایی برای محاسبه‌ی توزیع تنش اطراف دو گشودگی، به کمک روش جمع آثار از مجموع توابع تنش محاسبه شده در هر یک از مراحل به‌دست می‌آید. حل مسأله با فرض تنش صفحه‌ای صورت گرفته است. ابعاد دو گشودگی در مقابل ابعاد صفحه طوری در نظر گرفته شده است که بتوان صفحه را بی‌نهایت فرض کرد. بارگذاری بر روی مرزهای صفحه به‌صورت تک‌محوری می‌باشد. برای بررسی صحت حل تحلیلی ارائه شده، نتایج به‌دست آمده از این روش با نتایج به‌دست آمده از مراجع دیگر و نتایج حل عددی (نرم‌افزار آباکوس) مقایسه شده‌اند. تأثیر پارامترهای مختلف از جمله موقعیت دو گشودگی و فاصله‌ی آن دو از یکدیگر، انحنای گوشه‌های دو گشودگی، نسبت ابعاد و زاویه‌ی چرخش دو گشودگی بر توزیع تنش اطراف دو گشودگی مورد بررسی قرار گرفته است و با کمک نتایج به‌دست آمده، محدوده‌ی مناسب انتخاب این پارامترها و چیدمان مناسب برای قرارگیری دو گشودگی در صفحه، به منظور کاهش مقادیر تنش مشخص شده است.

واژگان کلیدی: دو گشودگی، صفحه‌ی بی‌نهایت، روش متغیر مختلط، صفحه‌ی همانسگرد،

بارگذاری درون‌صفحه‌ای، روش تکرارشونده‌ی شوارتز

۱- مجله علمی پژوهشی تربیت مدرس: حل شبه‌تحلیلی ضریب تمرکز تنش در صفحات
همسانگرد حاوی دو گشودگی شبه‌مستطیلی

مطالب

-
- فصل ۱: مروری بر مطالعات پیشین..... ۱
- ۱-۱ مقدمه..... ۲
- ۲-۱ تعریف مسأله..... ۳
- ۳-۱ مروری بر مطالعات انجام شده..... ۴
- فصل ۲: حل تحلیلی..... ۱۵
- ۱-۲ مقدمه..... ۱۶
- ۲-۲ فرضیات..... ۱۶
- ۳-۲ تابع نگاشت همنوا..... ۱۶
- ۴-۲ حل تحلیلی..... ۲۰
- ۵-۲ روش حل..... ۲۷
- ۶-۲ معیار همگرایی..... ۳۶
- ۷-۲ بررسی درستی نتایج..... ۳۷
- ۸-۲ جمع بندی..... ۴۴
- فصل ۳: بررسی پارامترهای مؤثر بر توزیع تنش گشودگی های بیضوی و چهارضلعی..... ۴۵
- ۱-۳ مقدمه..... ۴۶
- ۲-۳ دو گشودگی بیضوی..... ۴۶
- ۱-۲-۳ موقعیت دو گشودگی نسبت به یکدیگر..... ۴۷
- ۲-۲-۳ زاویه ی چرخش دو گشودگی..... ۵۵

۵۹.....	۳-۳ دو گشودگی چهارضلعی.....
۶۱.....	۱-۳-۳ انحناى گوشه‌هاى دو گشودگى.....
۶۳.....	۲-۳-۳ موقعیت دو گشودگی نسبت به یکدیگر.....
۶۷.....	۳-۳-۳ زاویه‌ی چرخش دو گشودگی.....
۷۱.....	۴-۳ جمع‌بندی.....
۷۳.....	فصل ۴: بررسی پارامترهای مؤثر بر توزیع تنش دو گشودگی مثلثی.....
۷۴.....	۱-۴ مقدمه.....
۷۷.....	۲-۴ انحناى گوشه‌هاى دو گشودگى.....
۷۹.....	۳-۴ موقعیت دو گشودگی نسبت به یکدیگر.....
۸۲.....	۴-۴ زاویه‌ی چرخش دو گشودگی.....
۸۷.....	۵-۴ جمع‌بندی.....
۸۹.....	فصل ۵: بررسی پارامترهای مؤثر بر توزیع تنش دو گشودگی n ضلعی.....
۹۰.....	۱-۵ مقدمه.....
۹۴.....	۲-۵ انحناى گوشه‌هاى دو گشودگى.....
۱۰۱.....	۳-۵ موقعیت دو گشودگی نسبت به یکدیگر.....
۱۰۶.....	۴-۵ زاویه‌ی چرخش دو گشودگی.....
۱۱۲.....	۵-۵ جمع‌بندی.....
۱۱۵.....	فصل ۶: نتیجه‌گیری و پیشنهادها.....
۱۱۶.....	۱-۶ نتیجه‌گیری.....

۱۱۷.....پیشنهادها. ۲-۶

۱۱۹.....مراجع

شکل‌ها

- شکل ۱-۱ صفحه‌ی حاوی دو گشودگی تحت کشش در مرز بی‌نهایت..... ۴
- شکل ۱-۲ نگاشت صفحه‌ی حاوی دو گشودگی مثلثی و مربعی به صفحات حاوی گشودگی دایروی به شعاع واحد..... ۱۷
- شکل ۲-۲ تأثیر پارامترهای ω ، c و n بر هندسه‌ی گشودگی..... ۱۸
- شکل ۳-۲ تأثیر پارامتر c بر هندسه‌ی گشودگی مربعی..... ۱۸
- شکل ۴-۲ تأثیر پارامتر ω بر گوشه‌های گشودگی چهارضلعی..... ۱۹
- شکل ۵-۲ شماتیک کانتور L ۲۱
- شکل ۶-۲ شماتیک روند حل مسأله..... ۲۷
- شکل ۷-۲ نحوه‌ی بارگذاری صفحه‌ی حاوی دو گشودگی در نرم‌افزار آباکوس..... ۳۸
- شکل ۸-۲ نحوه‌ی مش‌بندی در نرم‌افزار آباکوس..... ۳۹
- شکل ۹-۲ بررسی همگرایی مش‌بندی..... ۴۰
- شکل ۱۰-۲ نحوه‌ی بررسی فاصله‌ی دو گشودگی..... ۴۱
- شکل ۱۱-۲ مقایسه‌ی توزیع تنش بی‌بعد حول گشودگی مربعی سمت چپ..... ۴۱
- شکل ۱۲-۲ مقایسه‌ی توزیع تنش بی‌بعد حول گشودگی شش‌ضلعی سمت راست..... ۴۲
- شکل ۱۳-۲ پیشینه‌ی تنش بی‌بعد حول دو گشودگی بیضوی تحت بار کششی تک‌محوری..... ۴۲
- شکل ۱۴-۲ نحوه‌ی بررسی فاصله‌ی دو گشودگی بیضوی..... ۴۳
- شکل ۱۵-۲ پیشینه‌ی تنش بی‌بعد حول دو گشودگی دایروی تحت بار کششی تک‌محوری..... ۴۳
- شکل ۱۶-۲ مقایسه‌ی توزیع تنش بی‌بعد حول گشودگی دایروی سمت چپ..... ۴۴
- شکل ۱-۳ توزیع تنش اطراف دو گشودگی دایروی..... ۴۶
- شکل ۲-۳ موقعیت دو گشودگی بیضوی نسبت به یکدیگر..... ۴۷
- شکل ۳-۳ توزیع تنش بی‌بعد حول گشودگی دایروی در صفحه‌ای حاوی دو گشودگی..... ۴۸

- شکل ۳-۴ توزیع تنش بی‌بعد حول گشودگی چپ در صفحه‌ای حاوی دو گشودگی یکسان..... ۵۰
- شکل ۳-۵ بیشینه‌ی تنش بی‌بعد حول دو گشودگی بیضوی نابرابر با تغییر فاصله‌ی عمودی..... ۵۱
- شکل ۳-۶ بیشینه‌ی تنش بی‌بعد حول دو گشودگی بیضوی برابر با تغییر فاصله‌ی عمودی..... ۵۳
- شکل ۳-۷ بیشینه‌ی تنش بی‌بعد حول دو گشودگی بیضوی نابرابر با تغییر فاصله‌ی افقی..... ۵۴
- شکل ۳-۸ زاویه‌ی چرخش دو گشودگی بیضوی..... ۵۵
- شکل ۳-۹ مقایسه‌ی بیشینه‌ی تنش بی‌بعد حول دو گشودگی بیضوی تحت چرخش پادساعتگرد..... ۵۶
- شکل ۳-۱۰ تأثیر زاویه‌ی چرخش برای دو گشودگی بیضوی یکسان با چرخش پادساعتگرد با $c < 1$ ۵۶
- شکل ۳-۱۱ تأثیر زاویه‌ی چرخش برای دو گشودگی بیضوی یکسان با چرخش در خلاف جهت یکدیگر با $c < 1$ ۵۸
- شکل ۳-۱۲ تأثیر زاویه‌ی چرخش برای دو گشودگی بیضوی یکسان با چرخش پادساعتگرد با $c > 1$ ۵۸
- شکل ۳-۱۳ مقایسه‌ی بیشینه‌ی تنش بی‌بعد بر حسب فاصله‌ی افقی برای دو گشودگی..... ۵۹
- شکل ۳-۱۴ مقایسه‌ی بیشینه‌ی تنش بی‌بعد بر حسب انحنای گشودگی..... ۶۰
- شکل ۳-۱۵ نحوه‌ی توزیع تنش در اطراف دو گشودگی مربعی..... ۶۰
- شکل ۳-۱۶ توزیع تنش حول گشودگی چپ در صفحه‌ای حاوی دو گشودگی مربعی با چیدمان افقی..... ۶۱
- شکل ۳-۱۷ تأثیر انحنای گشودگی بر بیشینه‌ی تنش بی‌بعد برای دو گشودگی مربعی یکسان..... ۶۲
- شکل ۳-۱۸ چیدمان عمودی دو گشودگی مربعی..... ۶۳
- شکل ۳-۱۹ توزیع تنش حول گشودگی پایینی در صفحه‌ای حاوی دو گشودگی مربعی با چیدمان عمودی..... ۶۴
- شکل ۳-۲۰ بیشینه‌ی تنش بی‌بعد حول دو گشودگی مربعی با تغییر فاصله‌ی افقی در انحنای

- مختلف.....۶۴
- شکل ۳-۲۱ بیشینه‌ی تنش بی‌بعد حول دو گشودگی مربعی با تغییر فاصله‌ی افقی در کشیدگی‌های مختلف.....۶۶
- شکل ۳-۲۲ بیشینه‌ی تنش بی‌بعد حول دو گشودگی مربعی با تغییر فاصله‌ی عمودی در انحناهای مختلف.....۶۶
- شکل ۳-۲۳ تأثیر زاویه‌ی چرخش برای دو گشودگی مربعی با چرخش پادساعتگرد.....۶۷
- شکل ۳-۲۴ تأثیر زاویه‌ی چرخش برای دو گشودگی مربعی با چرخش در خلاف جهت یکدیگر.....۶۸
- شکل ۳-۲۵ تأثیر فاصله‌ی عمودی بر بیشینه‌ی تنش بی‌بعد برای سه زاویه‌ی چرخش.....۶۹
- شکل ۳-۲۶ تأثیر فاصله‌ی عمودی بر بیشینه‌ی تنش بی‌بعد در زاویه‌ی چرخش ۴۵ درجه برای سه انحنا.....۷۰
- شکل ۴-۱ تأثیر پارامتر w بر گوشه‌های گشودگی مثلثی.....۷۴
- شکل ۴-۲ نحوه‌ی بررسی فاصله‌ی دو گشودگی.....۷۴
- شکل ۴-۳ مقایسه‌ی توزیع تنش بی‌بعد حول گشودگی مثلثی سمت چپ.....۷۵
- شکل ۴-۴ نحوه‌ی توزیع تنش در اطراف دو گشودگی مثلثی.....۷۶
- شکل ۴-۵ موقعیت دو گشودگی مثلثی نسبت به یکدیگر.....۷۶
- شکل ۴-۶ توزیع تنش حول گشودگی چپ در صفحه‌ای حاوی دو گشودگی مثلثی با چیدمان افقی.....۷۷
- شکل ۴-۷ تأثیر انحنای گشودگی بر بیشینه‌ی تنش بی‌بعد برای دو گشودگی مثلثی.....۷۸
- شکل ۴-۸ توزیع تنش حول گشودگی چپ در صفحه‌ای حاوی دو گشودگی مثلثی با چیدمان افقی.....۷۹
- شکل ۴-۹ بیشینه‌ی تنش بی‌بعد حول دو گشودگی مثلثی با تغییر فاصله‌ی افقی.....۸۰
- شکل ۴-۱۰ بیشینه‌ی تنش بی‌بعد حول دو گشودگی مثلثی با تغییر فاصله‌ی عمودی در انحناهای مختلف.....۸۱
- شکل ۴-۱۱ تأثیر زاویه‌ی چرخش برای دو گشودگی مثلثی با چرخش پادساعتگرد.....۸۳

- شکل ۴-۱۲ تأثیر زاویه‌ی چرخش برای دو گشودگی مثلثی، تنها با چرخش گشودگی چپ.....۸۴
- شکل ۴-۱۳ تأثیر فاصله‌ی عمودی بر بیشینه‌ی تنش بی‌بعد برای دو گشودگی با زاویه‌ی چرخش ۳۰ درجه و ۳۰- درجه.....۸۵
- شکل ۴-۱۴ تأثیر فاصله‌ی افقی بر بیشینه‌ی تنش بی‌بعد برای دو گشودگی با زاویه‌ی چرخش ۰ درجه و ۶۰ درجه.....۸۵
- شکل ۵-۱ تأثیر پارامتر ω بر گوشه‌های دو گشودگی پنج‌ضلعی و هفت‌ضلعی.....۹۰
- شکل ۵-۲ تأثیر پارامتر ω بر گوشه‌های دو گشودگی شش‌ضلعی و هشت‌ضلعی.....۹۱
- شکل ۵-۳ نحوه‌ی بررسی فاصله‌ی دو گشودگی پنج‌ضلعی در چیدمان‌های افقی و عمودی.....۹۱
- شکل ۵-۴ نحوه‌ی توزیع تنش در اطراف دو گشودگی پنج‌ضلعی.....۹۲
- شکل ۵-۵ نحوه‌ی توزیع تنش در اطراف دو گشودگی شش‌ضلعی.....۹۳
- شکل ۵-۶ نحوه‌ی بررسی فاصله‌ی دو گشودگی هفت‌ضلعی در چیدمان‌های افقی و عمودی.....۹۳
- شکل ۵-۷ نحوه‌ی بررسی فاصله‌ی دو گشودگی هشت‌ضلعی در چیدمان‌های افقی و عمودی.....۹۴
- شکل ۵-۸ توزیع تنش حول گشودگی چپ در صفحه‌ای حاوی دو گشودگی پنج‌ضلعی با چیدمان افقی.....۹۵
- شکل ۵-۹ توزیع تنش حول گشودگی چپ در صفحه‌ای حاوی دو گشودگی هفت‌ضلعی با چیدمان افقی.....۹۵
- شکل ۵-۱۰ تأثیر انحنای گوشه‌های دو گشودگی بر بیشینه‌ی تنش بی‌بعد برای دو گشودگی پنج‌ضلعی و هفت‌ضلعی.....۹۸
- شکل ۵-۱۱ توزیع تنش حول گشودگی چپ در صفحه‌ای حاوی دو گشودگی شش‌ضلعی با چیدمان افقی.....۹۸
- شکل ۵-۱۲ توزیع تنش حول گشودگی چپ در صفحه‌ای حاوی دو گشودگی هشت‌ضلعی با چیدمان افقی.....۹۹

شکل ۵-۱۳ تأثیر انحنای گوشه‌های دو گشودگی بر بیشینه‌ی تنش بی‌بعد برای دو گشودگی

شش ضلعی و هشت ضلعی.....۱۰۱

شکل ۵-۱۴ بیشینه‌ی تنش بی‌بعد حول دو گشودگی پنج ضلعی با تغییر فاصله‌ی افقی در انحناهای

مختلف.....۱۰۲

شکل ۵-۱۵ بیشینه‌ی تنش بی‌بعد حول دو گشودگی پنج ضلعی با تغییر فاصله‌ی عمودی در انحناهای

مختلف.....۱۰۲

شکل ۵-۱۶ بیشینه‌ی تنش بی‌بعد حول دو گشودگی شش ضلعی با تغییر فاصله‌ی افقی در انحناهای

مختلف.....۱۰۳

شکل ۵-۱۷ بیشینه‌ی تنش بی‌بعد حول دو گشودگی شش ضلعی با تغییر فاصله‌ی عمودی در

انحناهای مختلف.....۱۰۳

شکل ۵-۱۸ بیشینه‌ی تنش بی‌بعد حول دو گشودگی هفت ضلعی با تغییر فاصله‌ی افقی در انحناهای

مختلف.....۱۰۴

شکل ۵-۱۹ بیشینه‌ی تنش بی‌بعد حول دو گشودگی هفت ضلعی با تغییر فاصله‌ی عمودی در

انحناهای مختلف.....۱۰۴

شکل ۵-۲۰ بیشینه‌ی تنش بی‌بعد حول دو گشودگی هشت ضلعی با تغییر فاصله‌ی افقی در انحناهای

مختلف.....۱۰۵

شکل ۵-۲۱ بیشینه‌ی تنش بی‌بعد حول دو گشودگی هشت ضلعی با تغییر فاصله‌ی عمودی در

انحناهای مختلف.....۱۰۶

شکل ۵-۲۲ تأثیر زاویه‌ی چرخش برای دو گشودگی پنج ضلعی با چیدمان افقی، تنها با چرخش

گشودگی چپ.....۱۰۷

شکل ۵-۲۳ تأثیر زاویه‌ی چرخش برای دو گشودگی پنج ضلعی با چیدمان عمودی، تنها با چرخش

گشودگی پایینی.....۱۰۸

شکل ۲۴-۵ تأثیر زاویه‌ی چرخش برای دو گشودگی شش ضلعی با چیدمان افقی، تنها با چرخش

گشودگی چپ.....۱۰۸

شکل ۲۵-۵ تأثیر زاویه‌ی چرخش برای دو گشودگی شش ضلعی با چیدمان عمودی، تنها با چرخش

گشودگی پایینی.....۱۰۹

شکل ۲۶-۵ تأثیر زاویه‌ی چرخش برای دو گشودگی هفت ضلعی با چیدمان افقی، تنها با چرخش

گشودگی چپ.....۱۱۰

شکل ۲۷-۵ تأثیر زاویه‌ی چرخش برای دو گشودگی هفت ضلعی با چیدمان عمودی، تنها با چرخش

گشودگی پایینی.....۱۱۱

شکل ۲۸-۵ تأثیر زاویه‌ی چرخش برای دو گشودگی هشت ضلعی با چیدمان افقی، تنها با چرخش

گشودگی چپ.....۱۱۱

شکل ۲۹-۵ تأثیر زاویه‌ی چرخش برای دو گشودگی هشت ضلعی با چیدمان عمودی، تنها با چرخش

گشودگی پایینی.....۱۱۲

جداول

- جدول ۱-۲ خواص مکانیکی ماده..... ۳۸
- جدول ۱-۳ بررسی مقادیر نیروهای بین دو گشودگی برای تعیین مراحل تکرار دو گشودگی بیضوی با چیدمان افقی..... ۴۹
- جدول ۲-۳ مقادیر تنش مطلوب و نامطلوب برای دو گشودگی بیضوی نابرابر در ω های مختلف..... ۵۲
- جدول ۳-۳ بررسی مقادیر نیروهای بین دو گشودگی برای تعیین مراحل تکرار دو گشودگی بیضوی با چیدمان عمودی..... ۵۳
- جدول ۴-۳ مقادیر تنش مطلوب و نامطلوب برای دو گشودگی بیضوی با چرخش پادساعتگرد..... ۵۷
- جدول ۵-۳ بررسی مقادیر نیروهای بین دو گشودگی برای تعیین مراحل تکرار دو گشودگی مربعی با چیدمان افقی..... ۶۲
- جدول ۶-۳ مقادیر تنش مطلوب و نامطلوب برای دو گشودگی مربعی با چیدمان افقی در ω های مختلف..... ۶۵
- جدول ۷-۳ مقادیر تنش مطلوب و نامطلوب برای دو گشودگی مربعی با چرخش پادساعتگرد..... ۶۸
- جدول ۸-۳ مقادیر تنش مطلوب و نامطلوب برای دو گشودگی مربعی با چیدمان عمودی در ω های مختلف..... ۷۰
- جدول ۱-۴ بررسی مقادیر نیروهای بین دو گشودگی برای تعیین مراحل تکرار دو گشودگی مثلثی با چیدمان افقی..... ۷۸
- جدول ۲-۴ مقادیر تنش مطلوب و نامطلوب برای دو گشودگی مثلثی با چیدمان افقی در ω های مختلف..... ۸۰
- جدول ۳-۴ مقادیر تنش مطلوب و نامطلوب برای دو گشودگی مثلثی با چیدمان عمودی در ω های مختلف..... ۸۲
- جدول ۴-۴ مقادیر تنش مطلوب و نامطلوب برای دو گشودگی مثلثی با چرخش پادساعتگرد..... ۸۳

جدول ۴-۵ مقادیر تنش مطلوب و نامطلوب برای دو گشودگی مثلثی، تنها با چرخش گشودگی چپ

۸۴.....

جدول ۴-۶ مقادیر تنش مطلوب و نامطلوب برای دو گشودگی با زاویه‌ی چرخش ۳۰ درجه و ۳۰-

درجه..... ۸۶

جدول ۴-۷ مقادیر تنش مطلوب و نامطلوب برای دو گشودگی با زاویه‌ی چرخش ۰ درجه و ۶۰ درجه

۸۶.....

جدول ۴-۸ بررسی مقادیر نیروهای بین دو گشودگی برای تعیین مراحل تکرار دو گشودگی مثلثی با

چیدمان افقی..... ۸۷

جدول ۵-۱ بررسی مقادیر نیروهای بین دو گشودگی برای تعیین مراحل تکرار دو گشودگی پنج ضلعی

با چیدمان افقی..... ۹۶

جدول ۵-۲ بررسی مقادیر نیروهای بین دو گشودگی برای تعیین مراحل تکرار دو گشودگی

هفت ضلعی با چیدمان افقی..... ۹۷

جدول ۵-۳ بررسی مقادیر نیروهای بین دو گشودگی برای تعیین مراحل تکرار دو گشودگی

شش ضلعی با چیدمان افقی..... ۹۹

جدول ۵-۴ بررسی مقادیر نیروهای بین دو گشودگی برای تعیین مراحل تکرار دو گشودگی

هشت ضلعی با چیدمان افقی..... ۱۰۰

جدول ۵-۵ مقادیر تنش مطلوب و نامطلوب برای دو گشودگی پنج ضلعی، تنها با چرخش گشودگی

چپ..... ۱۰۷

جدول ۵-۶ مقادیر تنش مطلوب و نامطلوب برای دو گشودگی شش ضلعی، تنها با چرخش گشودگی

چپ..... ۱۰۹

جدول ۵-۷ مقادیر تنش مطلوب و نامطلوب برای دو گشودگی هفت ضلعی، تنها با چرخش گشودگی

چپ..... ۱۱۰

جدول ۸-۵ مقادیر تنش مطلوب و نامطلوب برای دو گشودگی هشت ضلعی، تنها با چرخش گشودگی

چپ.....۱۱۱

فصل ۱

مروری بر مطالعات پیشین

۱-۱ مقدمه

صفحات و پوسته‌ها در ساختارهای مهندسی کاربرد عمده‌ای دارند. صنایع خودروسازی، هوافضا و کشتی‌سازی از جمله موارد استفاده‌ی آن‌ها می‌باشد. محققان به منظور رفع بعضی از نیازها، گشودگی‌هایی در این سازه‌های مهندسی ایجاد می‌کنند، که این امر موجب تجمع تنش در اطراف گشودگی‌ها و در نتیجه کاهش استحکام سازه می‌گردد. سبک‌سازی، ایجاد اتصالات با استفاده از پیچ‌ها و پرچ‌ها، عبور شیلنگ‌های هیدرولیک و عبور کابل‌های برق از جمله دلایل ایجاد گشودگی‌ها هستند که در صنایع نام برده شده مشهود می‌باشند. اشکال مختلف گشودگی برای موارد متفاوتی همچون گشودگی‌های موجود در مخازن بزرگ فشار می‌تواند هر دو نوع بیضوی یا دایره‌ای باشد یا برای در و پنجره‌ی هواپیما به صورت گشودگی مستطیلی در نظر گرفته شود. در موارد بسیاری در طراحی سازه‌های مهندسی احتیاج به ایجاد دو گشودگی در ورق است که دارای اشکال مختلف و غالباً پیچیده می‌باشند. در این نوع از سازه‌ها تنش و جابه‌جایی حول هر کدام از گشودگی‌ها به شدت تحت تأثیر گشودگی دیگر قرار می‌گیرد که این مسأله برای طراحی سازه‌ها حائز اهمیت می‌باشد. با توجه به استفاده از گشودگی‌ها در سازه‌های مهندسی موجب افزایش تمرکز تنش و در نتیجه میل دادن سازه به سمت شکست سریع‌تر می‌شود؛ از این‌رو تحلیل تنش این سازه‌ها برای پیش‌بینی مقدار ضریب تمرکز تنش امری ضروری می‌باشد.

پارامترهای متعددی از جمله هندسه‌ی گشودگی، شعاع انحنای گوشه‌ی گشودگی و زاویه‌ی چرخش گشودگی بر توزیع تنش اطراف گشودگی تأثیرگذار هستند. علاوه بر پارامترهای ذکر شده که تأثیر آن‌ها بر توزیع تنش صفحات حاوی گشودگی مورد تحقیق قرار می‌گیرد، در صفحاتی که شامل دو گشودگی هستند، مطالعه‌ی موقعیت دو گشودگی نسبت به هم، به علت اثرگذاری فراوان بر روی تمرکز تنش، از اهمیت ویژه‌ای برخوردار است. به گونه‌ای که با انتخاب صحیح پارامترهای مذکور می‌توان تمرکز تنش را به میزان قابل توجهی کاهش داد.

با توجه به این موضوع در این پایان‌نامه سعی شده است تا پارامترهای مختلف، به‌طور کامل

بررسی شده و تأثیر آن‌ها بر مقدار و نحوه‌ی توزیع تنش مورد مطالعه قرار گیرد. ابتدا در مقدمه‌ی این پایان‌نامه بعد از تعریف مسأله، مروری بر کارهای انجام شده در زمینه‌ی تمرکز تنش صفحات همسانگرد^۱ و غیرهمسانگرد^۲ محدود و نامحدود صورت گرفته است. سپس در فصل دوم روش حل تحلیلی ذکر شده است. در فصل‌های سوم، چهارم و پنجم به ترتیب به بررسی گشودگی‌های بیضوی و چهارضلعی، گشودگی‌های سه‌ضلعی و گشودگی‌های n ضلعی پرداخته شده است؛ همچنین تأثیر پارامترهای گوناگون بر نحوه‌ی توزیع تنش حول گشودگی‌ها در هر یک از فصل‌های مذکور بررسی می‌شود.

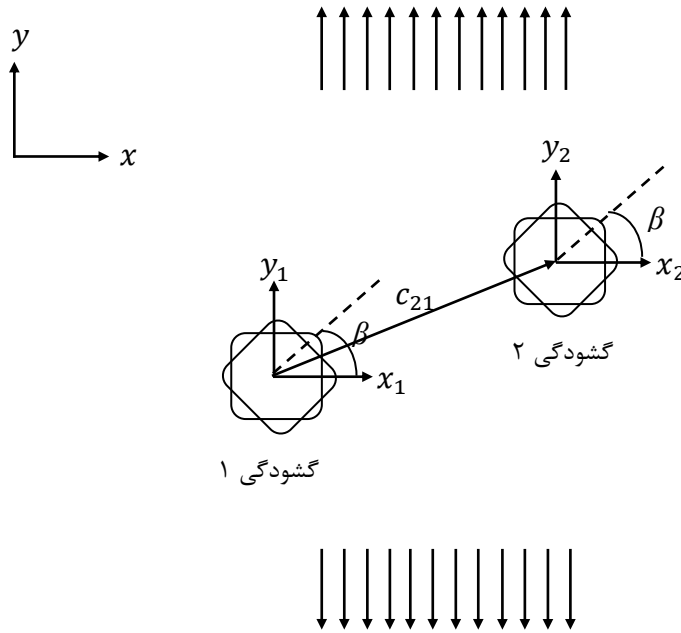
۱-۲ تعریف مسأله

هدف اصلی این پایان‌نامه بررسی و تحلیل تنش صفحات همسانگرد، حاوی دو گشودگی یکسان همانند شکل ۱-۱ می‌باشد. ابعاد صفحه در مقایسه با ابعاد گشودگی بسیار بزرگ است به طوری که بتوان آن را بی‌نهایت فرض کرد. بارگذاری صفحه به صورت کششی تک‌محوری و در جهت y می‌باشد که در مرزهای بی‌نهایت به صفحه اعمال می‌گردد. مسأله با فرض تنش صفحه‌ای و در غیاب نیروهای حجمی مورد بررسی قرار می‌گیرد. ماده دارای رفتار الاستیک خطی است. فرض می‌شود دو گشودگی عاری از هرگونه بارگذاری خارجی هستند، در این پایان‌نامه، مسأله برای دو گشودگی با شکل‌های یکسان حل شده است. همچنین شعاع انحنای گوشه‌های دو گشودگی، موقعیت دو گشودگی نسبت به هم، ابعاد گشودگی‌ها و چرخش دو گشودگی مورد بررسی قرار گرفته است. در شکل ۱-۱ زاویه‌ی چرخش دو گشودگی که نحوه‌ی قرارگیری آن‌ها نسبت به محور افق می‌باشد؛ با β نمایش داده شده است. در حل این مسأله از توابع پتانسیل مختلط، تکنیک‌های متغیر مختلط و روش تکرارشونده‌ی شوارتز^۳ استفاده شده است. برای بررسی درستی نتایج حاصل از حل تحلیلی حاضر، نتایج به‌دست آمده با داده‌های تحلیلی موجود در تحقیقات پیشین و حل اجزای محدود مقایسه گردیده است.

¹ Isotropic

² Anisotropic

³ Schwarz



شکل ۱-۱ صفحه‌ی حاوی دو گشودگی تحت کشش در مرز بی‌نهایت

۳-۱ مروری بر مطالعات انجام شده

در این بخش به بررسی مطالعات و تحقیقاتی که در زمینه‌ی صفحات حاوی گشودگی انجام شده، پرداخته شده است. با توجه به گستردگی تحقیقات انجام شده در این زمینه، حجم غالب مرور و بررسی‌های انجام گرفته در این بخش، در مورد صفحات نامحدود همسانگرد و غیرهمسانگرد می‌باشد. کرش^۱ [۱] نخستین کسی بود که بحث تمرکز تنش اطراف گشودگی‌ها را مطرح کرد و اولین فرمول‌بندی‌ها در رابطه با تمرکز تنش صفحات حاوی گشودگی توسط وی ارائه شد. بعد از وی تحقیقات و مطالعات بسیاری در این زمینه انجام گرفت. بر مبنای گزارش‌های ارائه شده توسط کرش و بسط روابط وی، انگلس^۲ [۲] راه حلی برای محاسبه‌ی توزیع تنش صفحه‌ی حاوی گشودگی بیضوی ارائه داد. وی همچنین با تغییر ابعاد بیضی توانست توزیع تنش در اطراف ترک و دایره را نیز مورد بررسی قرار دهد. او نشان داد که تمرکز تنش با کاهش شعاع انحنای گوشه‌ی گشودگی در مقایسه با

¹ Kirsch

² Inglis

دیگر نقاط گشودگی به شدت افزایش می‌یابد. هلر^۱ [۳] به کمک مطالعات انگلس و با ارائه‌ی یک تابع نگاشت توانست توزیع تنش را در اطراف یک گشودگی مستطیلی محاسبه نماید. این تابع نگاشت قابل استفاده برای گشودگی‌های مستطیلی با گوشه‌های گرد نیز بود. وسترگارد^۲ [۴] تابع تنشی با جملاتی از توابع همساز برای تحلیل تنش اطراف گشودگی‌های تیز به دست آورد. تنش‌های به دست آمده از تابع تنش او معادلات تعادل، معادلات سازگاری و قانون هوک تعمیم‌یافته را ارضا می‌کرد. گرین^۳ [۵] با ارائه‌ی یک حل دقیق در دستگاه مختصات منحنی‌الخط به بررسی توزیع تنش اطراف گشودگی‌های مختلف در صفحه‌ی نامحدود همسانگرد و غیرهمسانگرد پرداخت. تحقیق در مورد صفحات همسانگرد حاوی گشودگی با روش توابع پتانسیل مختلط و بر پایه‌ی تئوری الاستیک دوبعدی، برای اولین بار توسط موشخلیشویلی^۴ [۶] انجام شد. وی با توسعه‌ی این روش و به کمک یک تابع نگاشت هم‌نوا توانست توزیع تنش در اطراف گشودگی‌های دایره‌ای شکل و ترک را محاسبه نماید. ساوین^۵ [۷] با در نظر گرفتن نتایج موشخلیشویلی، تحقیقات گسترده‌ای بر روی صفحات همسانگرد نامحدود حاوی گشودگی‌های مختلف انجام داد. وی همچنین برای ورق غیرهمسانگرد حاوی گشودگی بیضوی و دایره‌ای، مطالعاتی انجام داد. او ناحیه‌ی نامحدود اطراف گشودگی در صفحه‌ی z را با استفاده از تابع نگاشت شوارتز-کریستوفل^۶ به ناحیه‌ی داخل دایره‌ای به شعاع واحد نگاشت کرد و با استفاده از انتگرال کوشی توابع تنش را محاسبه نمود. نکته‌ای که در مورد تحقیقات ساوین و بیشتر پژوهشگرانی که در زمینه‌ی تحلیل تنش صفحات حاوی یک گشودگی مشهود می‌باشد؛ استفاده از روش تابع پتانسیل مختلط موشخلیشویلی و در موارد بسیاری استفاده از روابط کوشی در انتگرال‌گیری توابع مختلط است. گردآوری، مقایسه و بسط مجموعه پژوهش‌های انجام شده در زمینه‌ی صفحات حاوی

¹ Heller

² Westergaard

³ Green

⁴ Muskhelishvili

⁵ Savin

⁶ Schwartz-Chistoffel

گشودگی توسط پترسون^۱ [۸] صورت پذیرفت. توسعه‌ی کامل روش موشخلیشیویلی به مسائل الاستیسته‌ی دوبعدی مواد همسانگرد و غیرهمسانگرد توسط لخنیتسکی^۲ [۹] انجام شد. وی نتایج این تحقیقات را برای انواع بارگذاری‌ها گسترش داد. با استفاده از بسط روش متغیّر مختلط مربوط به صفحات همسانگرد دارای یک گشودگی، پژوهشگران متعددی به مطالعه‌ی صفحات همسانگرد نامحدود حاوی دو گشودگی پرداختند. بر همین اساس هدان^۳ [۱۰] و سالرنو^۴ [۱۱] به مطالعه‌ی صفحات بی‌نهایت حاوی دو گشودگی دایره‌ای شکل با ابعاد مختلف پرداختند. گلدول^۵ [۱۲] با تمرکز بر روی روش متغیّر مختلط و با بسط تحقیقات موشخلیشیویلی، به حل و بررسی انتگرال‌های گوناگونی که برای محاسبه‌ی توابع تنش مورد نیاز است، پرداخت. وی همچنین حلی برای تحلیل تنش صفحات حاوی دو یا چند گشودگی پیشنهاد کرد. هاسبه^۶ و همکارانش [۱۳] حلی عمومی برای یک مسأله‌ی مقدار مرزی با شرایط مرزی پیچیده ارائه دادند. آن‌ها توزیع تنش را در صفحه‌ای تحت بارگذاری درون‌صفحه‌ای، برای قبل و بعد از ایجاد شکاف بررسی نمودند. اهمیت کار آن‌ها در تابع نگاشتی بود که ارائه دادند. در این تحقیق، تابع نگاشت تشکیل شده از عبارتهای کسری و توابع مختلط بود که مرزهای شکاف را به مرزهای یک دایره به شعاع واحد تبدیل می‌نمود. زیمرمن^۷ [۱۴] - [۱۶] با متمرکز نمودن مطالعات خود بر روی صفحات همسانگرد حاوی دو گشودگی دایره‌ای شکل، حل تحلیلی جامعی برای محاسبه‌ی توزیع تنش به‌دست آورد. وی با در نظر گرفتن شرایط بارگذاری در مسأله‌ی خود و با توجه به این نکته که بیشترین مقدار تنش در نقطه‌ای روی هر کدام از گشودگی‌ها اتفاق می‌افتد که کم‌ترین فاصله را با گشودگی مجاور دارد؛ تقریب‌هایی را برای حل این مسأله در نظر گرفت. تئوکاریس^۸ و پترو^۹ [۱۷] به بررسی صفحه‌ی همسانگرد حاوی گشودگی مستطیلی پرداختند.

¹ Peterson

² Lekhnitskii

³ Haddon

⁴ Salerno

⁵ Gladwell

⁶ Hasebe

⁷ Zimmerman

⁸ Theocaris

⁹ Petrou

آن‌ها به کمک روش پتانسیل مختلط، تأثیر شعاع انحنای گوشه‌های گشودگی را بر تمرکز تنش مطالعه نمودند. داوست^۱ و هوآ^۲ [۱۸] توزیع تنش اطراف گشودگی مثلثی را در ورق غیرهمسانگرد مورد بررسی قرار دادند. آن‌ها همچنین به بررسی پارامتر شعاع انحنای گوشه‌های گشودگی پرداختند و با تعریف نسبت اضلاع به عنوان یک پارامتر توانستند علاوه بر مثلث متساوی‌الاضلاع سایر مثلث‌ها با نسبت اضلاع مختلف را بررسی کنند. تشریح کاملی از نیروهای متقابلی که دو گشودگی دایره‌ای شکل در صفحه‌ی تحت کشش بر یکدیگر وارد می‌کنند توسط داوانس^۳ [۱۹] انجام شد. وی نشان داد که نیروی ایجاد شده بین دو گشودگی همیشه به صورت نیروی دفع‌کننده می‌باشد و با در نظر گرفتن فواصل مختلف، مقدار این نیرو را مورد بررسی قرار داد. گشودگی‌ها در این تحقیق تحت فشار ثابت بر روی مرزهای خود در نظر گرفته شده بودند. راه‌حل ارائه شده توسط وی دارای محدودیت انتخاب ابعاد مختلف برای دو گشودگی بود. مگوید^۴ و شین^۵ [۲۰] به کمک بسط سری لورنت، دو تابع پتانسیل برای محاسبه‌ی مؤلفه‌های تنش به دست آوردند. در مسأله‌ی مورد بررسی آن‌ها، صفحه حاوی دو یا چند گشودگی بود. آن‌ها در این تحقیق یک گشودگی را به صورت ثابت در صفحه در نظر گرفتند و تأثیر قرار گرفتن یک یا چند گشودگی دایره‌ای شکل دیگر را در کنار آن مورد مطالعه قرار دادند. بارگذاری عمده در این تحقیق، بارگذاری دومحوری و برشی بود. حل صریحی که آن‌ها از این روش به دست آوردند، دارای دقت بسیار خوبی بود. هاسبه و همکارانش [۲۱] حلی صریح برای صفحه‌ی بی‌نهایت حاوی یک شکاف و یک گشودگی مربعی شکل به دست آوردند. نتایج این حل که با فرض الاستیک خطی بودن صفحه به دست آمده است، می‌تواند برای مسأله با بارگذاری روی مرزهای گشودگی و بارگذاری کششی روی مرزهای صفحه مورد استفاده قرار گیرد. شین^۵ و همکارانش [۲۲] با ارائه‌ی حلی عمومی، نحوه‌ی محاسبه‌ی مؤلفه‌های تنش در صفحات حاوی چند گشودگی بیضی‌شکل

¹ Daoust

² Hoa

³ Davanas

⁴ Meguid

⁵ Shen

⁶ Shin

را مورد بررسی قرار دادند. آن‌ها با تغییر تعداد گشودگی، فاصله‌ی بین گشودگی‌ها و همچنین ابعاد آن‌ها توزیع تنش را برای حالات مختلف بررسی کردند. آن‌ها در ادامه با مقایسه‌ی نتایج تمرکز تنش نمونه‌های مختلف در این تحقیق با نتایج به‌دست آمده از حل عددی، صحت توابع تنش به‌دست آمده را بررسی نمودند. گائو^۱ [۲۳] با استفاده از توابع هایپربولیک، حل دقیقی برای محاسبه‌ی میدان تنش و جابه‌جایی ارائه داد. وی به منظور اجتناب از به‌کارگیری دو نگاهت هم‌نوا، از دستگاه مختصات بیضوی- هذلولی برای به‌دست آوردن مؤلفه‌های تنش و جابه‌جایی ورق نامحدود همسانگرد استفاده کرد. او نتایج خود را برای گشودگی بیضوی و برای بارگذاری در جهات مختلف به‌دست آورد. سکروف^۲ و کچانوف^۳ [۲۴] تأثیر متقابل گشودگی‌ها با شکل‌های مختلف را بر یکدیگر بررسی نمودند. آن‌ها نشان دادند که نیروهای میان گشودگی‌ها زمانی به حداکثر مقدار خود می‌رسد که گشودگی‌ها نه در آرایشی کاملاً منظم بلکه با اندکی بی‌نظمی در کنار هم قرار گرفته باشند. آن‌ها همچنین انرژی کرنشی آزاد شده در این مسأله را برای گشودگی‌هایی با هندسه‌های متفاوت به‌دست آوردند. پیلکی^۴ [۲۵] با استفاده از آزمایش‌های فوتوالاستیک و روش‌های عددی، تمرکز تنش مربوط به صفحات حاوی چند گشودگی با اشکال هندسی ساده را محاسبه نمود. تحقیقات وی برای انواع بارگذاری‌ها روی مرزهای صفحه و مرزهای گشودگی انجام شد. سیمها^۵ و موهاپاترا^۶ [۲۶] از یک تابع نگاهت کلی برای یافتن توزیع تنش در اطراف انواع گشودگی‌ها در یک صفحه‌ی همسانگرد نامحدود استفاده کردند. تینگ^۷ و همکارانش [۲۷] با ارائه‌ی یک روش اجزای محدود تکرارشونده، نیروهای متقابل میان گشودگی‌ها را مورد بررسی قرار دادند. آن‌ها با استفاده از یک روش جمع آثار مناسب، ضریب تمرکز تنش را برای صفحات بی‌نهایت حاوی چند گشودگی محاسبه نمودند. یوکادگانکر^۸ و رائو^۹ [۲۸] به

¹ Gao

² Tsukrov

³ Cachanov

⁴ Pilkey

⁵ Simha

⁶ Mohapatra

⁷ Ting

⁸ Ukadgaonker

⁹ Rao

تحلیل تنش صفحات همسانگرد و چندلایه‌های متقارن کامپوزیتی پرداختند. آن‌ها بر پایه‌ی روش متغیّر مختلط ساوین، توزیع تنش اطراف گشودگی‌ها با اشکال هندسی مختلف را محاسبه نمودند. نتایج این مسأله برای بارگذاری درون صفحه‌ای محاسبه شده است. بر پایه‌ی توابع تنش موشخلیشیویلی و روش تکرارشونده‌ی شوارتز، لیوکینگ^۱ و همکارانش [۲۹] یک روش تکرارشونده برای محاسبه‌ی میدان تنش و جابه‌جایی صفحه‌ی بی‌نهایت ارائه دادند. صفحه‌ی مورد بررسی آن‌ها همسانگرد و حاوی دو گشودگی بیضی‌شکل بود. در تحقیقات آن‌ها فرمول نگاشت تبدیل ناحیه‌ی خارج صفحه‌ی نامحدود دارای گشودگی بیضی‌شکل به ناحیه‌ی بیرونی دایره‌ای به شعاع واحد بر اساس انتگرال شوارتز-کریستوفل به دست آمد که به صورت سری لورنت بود.

مطالعه بر روی صفحات بی‌نهایت که حاوی یک یا چند گشودگی هستند؛ مورد علاقه‌ی بسیاری از محققان در زمینه‌ی حفر تونل می‌باشد. ایجاد تونل بدون در نظر گرفتن تمرکز تنش و مقادیر میدان جابه‌جایی در اطراف تونل می‌تواند خسارت‌های بسیاری در پی داشته باشد. یکی دیگر از مباحث مهمی که در این زمینه مطرح می‌شود نیروهای متقابلی هستند که تونل‌های مجاور بر یکدیگر وارد می‌کنند. در همین راستا، کویی^۲ و ورویجت^۳ [۳۰] مطالعات خود را بر روی صفحات حاوی چند گشودگی دایره‌ای شکل انجام دادند. آن‌ها توانستند با ارائه‌ی یک حل تکرارشونده‌ی ساده، نیروهای متقابلی را که گشودگی‌ها بر یکدیگر وارد می‌کنند، محاسبه نمایند.

وانگ^۴ و همکارانش [۳۱] صفحات همسانگرد را با روش انتگرال مختلط مورد مطالعه قرار دادند. آن‌ها با استفاده از این روش و بسط سری فوریه توانستند توزیع تنش در صفحات همسانگرد حاوی چند گشودگی دایره‌ای شکل را بررسی نمایند. آن‌ها همچنین با به کارگیری تعداد محدودی از جملات سری فوریه‌ی مختلط، مقادیر جابه‌جایی‌هایی که روی مرز گشودگی‌ها اتفاق می‌افتد را محاسبه کردند. حل سیستم معادلات جبری به دست آمده توسط آن‌ها بر مبنای الگوریتم گوس - سایدل و بسط سری

¹ Luqing

² Kooi

³ Verruijt

⁴ Wang

تیلور بود. ژانگ^۱ و همکارانش [۳۲] با ارائه‌ی الگوریتمی پیشرفته، یک حل عمومی برای محاسبه‌ی تنش به‌دست آوردند. آن‌ها با استفاده از روش تکرارشونده‌ی شوارتز و توابع پتانسیل موشخلیشیویلی، صفحه‌های حاوی چند گشودگی را تحلیل نمودند. کوشچ^۲ و همکارانش [۳۳] با مطالعه بر روی صفحات همگن و ناهمگن با مدول الاستیسیته‌ی مختلف توانستند یک راه‌حل دقیق برای محاسبه‌ی مؤلفه‌های تنش در حالت تنش صفحه‌ای ارائه دهند. روش به‌دست آمده در این تحقیق بر مبنای توابع پتانسیل موشخلیشیویلی و برای محاسبه‌ی ضریب تمرکز تنش صفحه‌ی حاوی چند گشودگی بیضوی می‌باشد. اسمر^۳ و جبور^۴ [۳۴] با تعریف تابع تنشی که معادلات سازگاری را ارضا می‌کرد؛ توزیع تنش اطراف گشودگی شبه‌مستطیلی را در یک صفحه‌ی غیرهمسانگرد و تحت کشش به‌دست آوردند. آن‌ها تأثیر انحنای گشودگی و زاویه‌ی بار را بر روی تمرکز تنش مورد بررسی قرار دادند. لیو^۵ و سای^۶ [۳۵] یک حل عمومی برای محاسبه‌ی تنش یک صفحه‌ی بی‌نهایت حاوی گشودگی ارائه دادند. آن‌ها با استفاده از روش اجزای محدود، معادلات جابه‌جایی را برای این مسأله محاسبه نمودند و با کمک این معادلات مقادیر تمرکز تنش را به‌دست آوردند. رضایی پزند و جعفری [۳۶ و ۳۷] بر اساس روابط متغیر مختلط ساوین و لختیسیکی، مطالعاتی بر روی صفحات غیرهمسانگرد انجام دادند. آن‌ها یک حل تحلیلی برای صفحات حاوی گشودگی‌های مختلف ارائه دادند. تأثیر پارامترهای مختلف از قبیل زاویه‌ی بار، زاویه‌ی الیاف و زاویه‌ی چرخش گشودگی در این تحقیقات مورد بررسی قرار گرفته است. ژانگ و همکارانش [۳۸] صفحات حاوی چند گشودگی بیضی‌شکل که تحت تنش روی مرزهای گشودگی و مرزهای صفحه قرار دارد را مورد بررسی قرار دادند. شارما^۷ و همکارانش [۳۹] با ارائه‌ی یک حل عمومی، توزیع تنش در اطراف یک گشودگی مثلثی را در یک صفحه‌ی اورتوتروپیک به‌دست آوردند. فرمول‌بندی استخراج شده در این تحقیق به کمک تکنیک‌های روش متغیر مختلط به‌دست

¹ Zhang

² Kushch

³ Asmar

⁴ Jabbour

⁵ Liu

⁶ Cai

⁷ Sharma

آمده است. راتو و همکارانش [۴۰] بر مبنای توابع پتانسیل ساوین، روابطی برای تحلیل تنش صفحات همسانگرد و غیرهمسانگرد حاوی گشودگی مستطیلی ارائه دادند. آن‌ها همچنین در مورد استحکام شکست صفحات بر اساس معیارهای تسای هیل^۱ و تسای وو^۲ تحقیق نمودند. در این مطالعه توابع تنش به کمک یک تابع نگاشت عمومی به دست آمده است. محاسبه‌ی تمرکز تنش در صفحات حاوی چند گشودگی مستطیلی توسط لوگالم^۳ [۴۱] و همکارانش انجام شد. آن‌ها با استفاده از یک تابع نگاشت هم‌نوا و روش اجزای محدود توانستند تنش در گوشه‌های گشودگی را محاسبه نمایند. صفحه‌ی مورد مطالعه‌ی آن‌ها تحت بارهای خمشی در مرزهای بی‌نهایت بود. رادی^۴ [۴۲] یک صفحه‌ی حاوی دو گشودگی تحت فشار غیریکنواخت روی مرزهای گشودگی را تحلیل نمود. وی با در نظر گرفتن توابع تنش خود به صورت جمع دو تابع، این مسأله را مورد مطالعه قرار داد. تابع اول، بار اعمالی روی مرزهای بی‌نهایت و تابع دوم فشار وارد شده روی مرزهای گشودگی را لحاظ می‌کرد. رادی انتگرال‌های محاسبات خود را به صورت تحلیلی روی کانتورهای مستقل که گشودگی‌ها را محصور کرده‌اند، حل نمود. باتیستا^۵ [۴۳] با اصلاح روش متغیر مختلط موشخلیشیویلی، توزیع تنش حول گشودگی‌های چندضلعی با هندسه‌های پیچیده در صفحات نامحدود را محاسبه نمود. وی در این تحقیق با ذکر چندین مثال برای گشودگی‌هایی با شکل‌های خاص و مقایسه‌ی آن‌ها با نتایج عددی، حل خود را مورد بررسی قرار داد. در این مطالعه از تابع نگاشت شوارتز-کریستوفل برای نگاشت گشودگی‌ها به خارج دایره‌ی واحد استفاده شده است. شارما [۴۴ و ۴۵] با محاسبه‌ی دو تابع تنش توانست تمرکز تنش را حول یک گشودگی دایره‌ای، مثلثی و بیضی محاسبه نماید. مطالعات وی در مورد صفحه‌ای تحت تنش‌های دو محوره در مرزهای بی‌نهایت انجام شده است. او با تغییر پارامترهای مختلف همچون زاویه‌ی فایبر، زاویه‌ی بارگذاری و ابعاد گشودگی، نحوه‌ی تغییر تمرکز تنش را مورد بررسی قرار داد. وی همچنین تمرکز تنش را برای صفحات حاوی گشودگی‌های مختلف از جمله

¹ Tsai-Hill

² Tsai-Wu

³ Louhghalam

⁴ Radi

⁵ Batista

هفت‌ضلعی، هشت‌ضلعی و نه‌ضلعی در صفحه‌ی همسانگرد به‌دست آورد. در این مطالعه تأثیر پارامتر شعاع انحنای گشودگی بر روی تمرکز تنش نشان داده شده است.

در راستای مطالعات در زمینه‌ی بررسی توزیع تنش حفر تونل و در آخرین تحقیقات انجام شده در این حوزه، ژانگ و همکارانش [۴۶] با استفاده از روش متغیر مختلط، مؤلفه‌های تنش و جابه‌جایی را برای یک تونل که تحت تنش‌هایی در تکیه‌گاه خود قرار دارد، به‌دست آوردند. آن‌ها با در نظر گرفتن شرایط مرزی، فرایند حل مسأله را مانند صفحه‌ی نامحدود حاوی گشودگی شبیه‌سازی نمودند. میدان تنش و جابه‌جایی با در نظر گرفتن شرایط مسأله به صورت مسأله‌ی کرنش‌صفحه‌ای و با استفاده از تابع نگاشت هم‌نوا استخراج شد. در این تحقیق توابع تنش به صورت یک سری با ضرایب مجهول حدس زده شد، که با ترکیب معادلات ابتدایی و لحاظ کردن شرایط مرزی، ضرایب مجهول و به دنبال آن توابع تنش به‌دست آمدند.

اگر چه تحقیقات فراوانی در زمینه‌ی بررسی توزیع تنش صفحات حاوی دو گشودگی با روش‌های تحلیلی صورت گرفته است؛ اما تقریباً تمامی این تحقیقات بر روی گشودگی‌های دایروی و بیضی‌شکل انجام شده است، و گزارش‌های بسیار اندکی در مورد تحلیل تنش صفحات حاوی دو گشودگی با اشکال چندضلعی در اختیار است و با صراحت می‌توان گفت در هیچ یک از آن‌ها توزیع تنش اطراف دو گشودگی چندضلعی از جمله مثلث، مربع، پنج‌ضلعی و در حالت کلی n ضلعی به‌صورت هم‌زمان مورد بررسی قرار نگرفته است. همچنین در هیچ یک از آن‌ها به تأثیر متقابل پارامترهایی از قبیل شعاع انحنای دو گشودگی، زاویه‌ی چرخش (جهت‌گیری) دو گشودگی و موقعیت دو گشودگی نسبت به هم اشاره نشده است.

بنابراین در این پایان‌نامه سعی بر این است تا با به‌کارگیری روش متغیر مختلط و استفاده از تابع نگاشت مناسب تأثیر پارامترهای مذکور بر روی توزیع تنش اطراف گشودگی‌ها با اشکال مختلف مورد بررسی قرار گیرد.

در این فصل به‌صورت مختصر مروری بر مطالعات انجام شده در زمینه‌ی تحلیل تنش صفحات

حاوی گشودگی انجام شد. در فصل‌های بعد به ترتیب موضوعات زیر ارائه می‌گردد:

در فصل دوم نحوه‌ی استخراج روابط و معادلات حاکم در حل تحلیلی حاضر و چگونگی پیاده‌سازی آن‌ها بیان می‌شود. در انتهای این فصل به منظور بررسی صحت حل تحلیلی ارائه شده، نتایج به‌دست آمده از این حل با نتایج حاصل شده از روش اجزای محدود (نرم افزار آباکوس) و نتایج استخراج شده از سایر مقالات مقایسه خواهند شد.

در فصل سوم نتایج حاصل از دو گشودگی دایروی، بیضوی و مربعی مطالعه خواهد شد. دلیل بررسی این گشودگی‌ها در یک فصل، اهمیت بیشتر آنها با توجه به تحقیقات متعدد انجام گرفته در زمینه‌ی صفحات حاوی گشودگی می‌باشد.

در فصل چهارم به توزیع تنش حول دو گشودگی مثلثی پرداخته می‌شود و مطالعه‌ی توزیع تنش دیگر گشودگی‌های n ضلعی منتظم در فصل ششم انجام می‌گیرد. در این فصول به بررسی تأثیر پارامترهای گوناگون همچون: موقعیت دو گشودگی نسبت به هم، انحنای گوشه‌های دو گشودگی، نسبت ابعاد دو گشودگی، و زاویه‌ی چرخش دو گشودگی بر نحوه‌ی توزیع تنش اطراف این گشودگی‌ها پرداخته شده است.

در فصل ششم که فصل جمع‌بندی می‌باشد، اقدامات انجام شده در فصل‌های قبل مورد بررسی قرار می‌گیرد و نتایج به‌صورت کلی عنوان می‌شود. در انتها پیشنهادهایی برای تحقیقات آینده ارائه می‌گردد.

فصل ۲

حل تحلیلی

۲-۱ مقدمه

در ابتدای این فصل فرض‌های اولیه که در استخراج روابط ارائه شده در این پایان‌نامه مدنظر قرار گرفته شده است، عنوان می‌شود. در ادامه تابع نگاشت مورد استفاده در روند حل تحلیلی معرفی می‌شود؛ پس از آن به کمک روش تکرارشونده‌ی شوارتز و با استفاده از تئوری متغیر مختلط موشخیلیشویلی [۶] معادلات حاکم بر صفحه‌ی حاوی دو گشودگی استخراج می‌شود. در انتهای این فصل، نتایج حاصل از روش اجزای محدود که به کمک نرم‌افزار آباکوس به دست آمده است و همچنین نتایج سایر مقالات، با نتایج حاصل از حل تحلیلی حاضر مقایسه و بررسی خواهند شد.

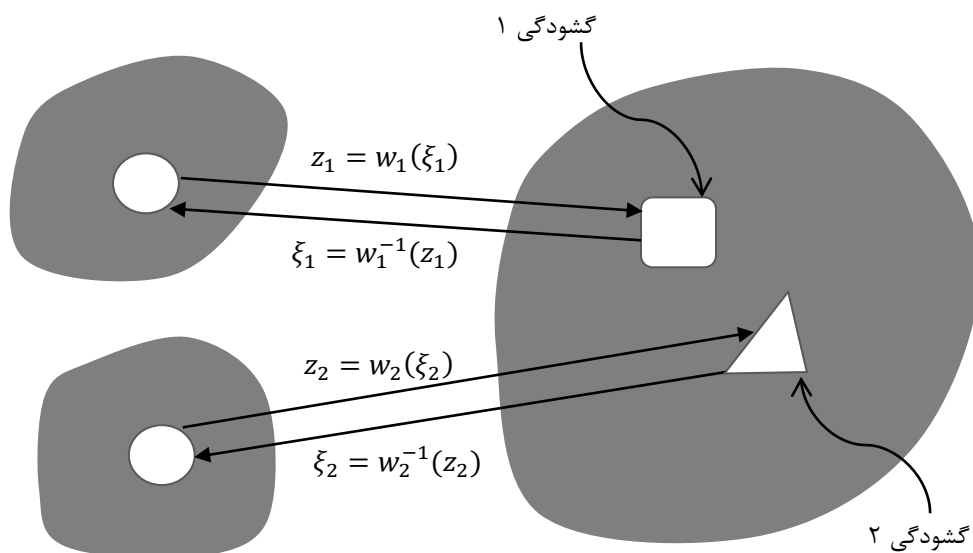
۲-۲ فرضیات

۱. اندازه‌ی گشودگی در مقابل ابعاد صفحه کوچک است، بنابراین صفحه بی‌نهایت فرض می‌شود.
۲. صفحه تحت بار تک‌محوره‌ی کششی در جهت y قرار گرفته است.
۳. ورق همگن و همسانگرد می‌باشد و ماده دارای رفتار الاستیک خطی است.
۴. مرز دو گشودگی عاری از هرگونه بارگذاری است. یعنی با اعمال شرایط مرزی تنها تنش ایجاد شده در اطراف دو گشودگی تنش محیطی است.
۵. مسأله در حالت تنش صفحه‌ای حل می‌شود.

۲-۳ تابع نگاشت همنوا

حل تحلیلی ارائه شده در این مقاله بر پایه‌ی روش متغیر مختلط موشخیلیشویلی می‌باشد. به منظور استفاده از روابط حاکم در این روش، نیاز به یک تابع نگاشت همنوا می‌باشد؛ تا به کمک آن توزیع تنش مربوط به صفحات با شکل‌های غیردایروی مورد بررسی قرار گیرد. با استفاده از این تابع نگاشت، صفحات حاوی گشودگی‌های مختلف به صفحات حاوی گشودگی دایروی با شعاع واحد تبدیل می‌شوند. به دلیل وجود دو گشودگی در مسأله‌ی مورد بررسی در این پایان‌نامه احتیاج به تعریف دو

تابع نگاشت می‌باشد [۳۲]. با توجه به شکل ۱-۲ این دو تابع نگاشت، نقاط در صفحه‌ی فیزیکی z را به نقاط متناظر در صفحه‌ی موهومی ξ می‌برند:



شکل ۱-۲ نگاشت صفحه‌ی حاوی دو گشودگی مثلثی و مربعی به صفحات حاوی گشودگی دایروی به شعاع واحد

تابع نگاشت گفته شده برای هر دو گشودگی به صورت رابطه‌ی (۱-۲) تعریف می‌شود [۳۷]:

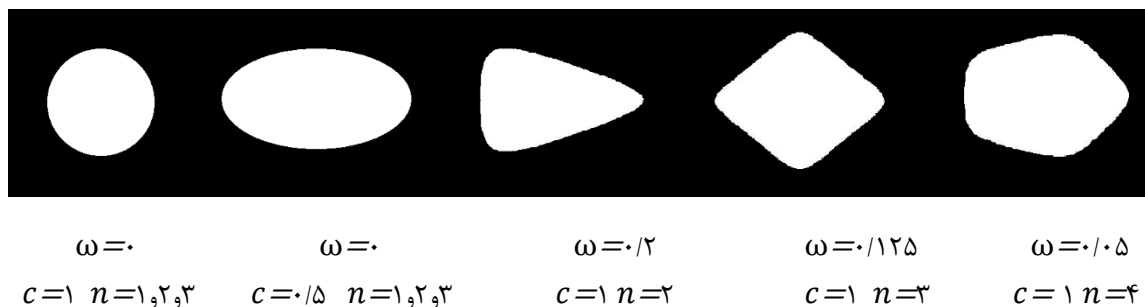
$$w_j(\xi_j) = z_j = x_j + iy_j \quad (j = 1, 2) \quad (1-2)$$

این نگاشت نقاط روی مرز دو گشودگی را به دایره‌ای به شعاع واحد می‌نگارد [۳۷]. در این رابطه و دیگر روابط، اندیس j تعیین‌کننده‌ی شماره‌ی گشودگی است. x و y به صورت رابطه‌ی (۲-۲) تعیین می‌شوند:

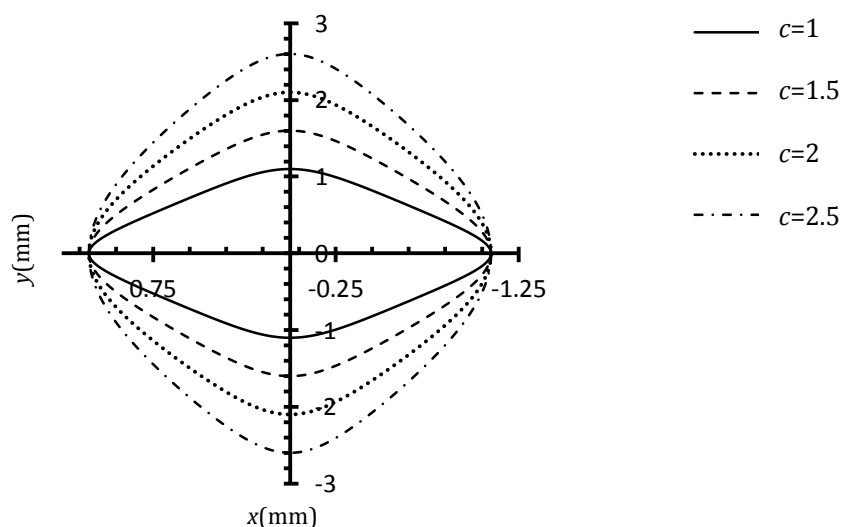
$$\begin{aligned} x_j &= \lambda_j \left(\cos\theta_j + \omega_j \cos(n_j\theta_j) \right) \\ y_j &= \lambda_j \left(c_j \sin\theta_j - \omega_j \sin(n_j\theta_j) \right) \end{aligned} \quad (2-2)$$

در این رابطه پارامترهای مختلفی وجود دارد که با تغییر آن‌ها، می‌توان گشودگی‌هایی با هندسه‌های متفاوت را مدل کرد. λ پارامتر تعیین‌کننده‌ی اندازه‌ی گشودگی می‌باشد که در این پایان‌نامه $\lambda = 1$ در نظر گرفته می‌شود. θ زاویه‌ی پیرامون گشودگی است. n تعیین‌کننده‌ی هندسه‌ی گشودگی و تعداد اضلاع آن می‌باشد؛ به عنوان مثال $n = 2$ گشودگی مثلثی و $n = 4$ گشودگی پنج-

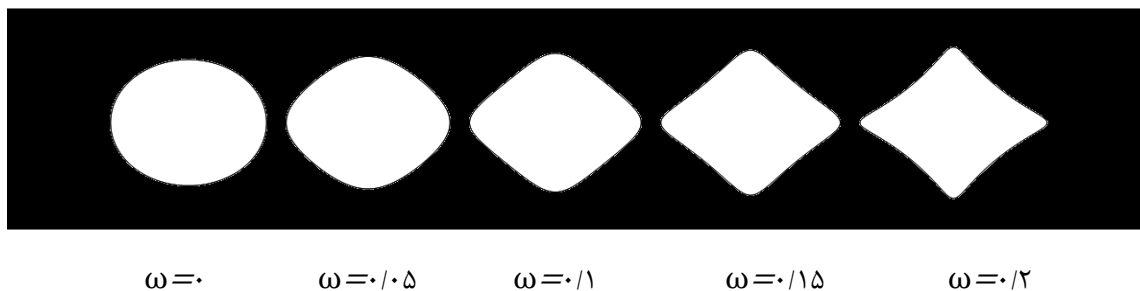
ضلعی را مدل می‌کند [۳۶]. تأثیر پارامترهای مختلف در ایجاد گشودگی در شکل ۲-۲ نشان داده شده است. همان‌طور که در این شکل مشخص است تعداد اضلاع گشودگی برابر با $n+1$ می‌باشد. c پارامتر کنترل‌کننده‌ی نسبت ابعاد گشودگی بوده و به دلیل فیزیک رابطه‌ی (۲-۲) تنها در جهت y تأثیرگذار است و باعث کشیدگی یا فشردگی گشودگی شکل تنها در جهت y می‌شود. تأثیر این پارامتر در شکل ۲-۲ و به‌طور دقیق در شکل ۳-۲ نشان داده شده است. ω پارامتر تعیین‌کننده‌ی انحنای گوشه‌ی گشودگی است و در محدوده‌ی $0 \leq \omega \leq 1/n$ قرار دارد. با افزایش یا کاهش ω گوشه‌های گشودگی به‌ترتیب تیزتر و نرم‌تر می‌شوند و در $\omega = 0$ گشودگی به شکل بیضی تبدیل می‌شود. تأثیر این پارامتر بر روی گشودگی چهارضلعی در شکل ۴-۲ قابل مشاهده است.



شکل ۲-۲ تأثیر پارامترهای ω ، c و n بر هندسه‌ی گشودگی



شکل ۳-۲ تأثیر پارامتر c بر هندسه‌ی گشودگی مربعی



شکل ۴-۲ تأثیر پارامتر ω بر گوشه‌های گشودگی چهارضلعی

رابطه‌ی (۱-۲) تنها برای نگاشت نقاط روی مرز دایره‌ی واحد استفاده می‌شود. برای نقاط خارج از مرز گشودگی از متغیر مختلط ξ استفاده می‌گردد که برحسب مختصات ρ و θ به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\xi_j = \rho_j e^{i\theta_j} = \rho_j (\cos\theta_j + i \sin\theta_j) \quad (۳-۲)$$

که با توجه به نگاشت نقاط روی دایره‌ی واحد، $\rho = 1$ در نظر گرفته می‌شود، با استفاده از روابط اویلر می‌توان نوشت:

$$\begin{aligned} e^{in\theta} &= \cos(n\theta) + i \sin(n\theta) \\ e^{-in\theta} &= \cos(n\theta) - i \sin(n\theta) \end{aligned} \quad (۴-۲)$$

از طرفی با استفاده از روابط (۳-۲) و (۴-۲) می‌توان نوشت:

$$\begin{aligned} \cos(n_j\theta_j) &= \frac{1}{2} \left(\xi_j^{n_j} + \frac{1}{\xi_j^{n_j}} \right) \\ \sin(n_j\theta_j) &= \frac{-i}{2} \left(\xi_j^{n_j} - \frac{1}{\xi_j^{n_j}} \right) \end{aligned} \quad (۵-۲)$$

بنابراین رابطه‌ی (۲-۲) به کمک رابطه‌ی اخیر به صورت زیر بازنویسی می‌شود:

$$\begin{aligned} x_j &= \frac{1}{2} \left(\xi_j + \frac{1}{\xi_j} + \omega_j \left(\xi_j^{n_j} + \frac{1}{\xi_j^{n_j}} \right) \right) \\ y_j &= \frac{1}{2} \left(-i c_j \left(\xi_j - \frac{1}{\xi_j} \right) + i \omega_j \left(\xi_j^{n_j} - \frac{\omega_j}{\xi_j^{n_j}} \right) \right) \end{aligned} \quad (۶-۲)$$

بنابراین رابطه‌ی (۱-۲) به صورت رابطه‌ی (۷-۲) نوشته می‌شود:

$$z_j = w_j(\xi) = \frac{1}{2} \left[a_j \xi_j + \frac{2\omega_j}{\xi_j} + \frac{b_j}{\xi_j} \right] \quad (7-2)$$

که در آن a_j و b_j به صورت رابطه‌ی زیر می‌باشند:

$$a_j = 1 - c_j, \quad b_j = 1 + c_j \quad (8-2)$$

با انتخاب مقادیر مختلف برای پارامترهای n ، c و ω ، تابع نگاشت (7-2)، توانایی مدل کردن گشودگی‌هایی با هندسه‌ی متفاوت را دارد. با توجه به استفاده از روش تکرارشونده در مراحل حل که در بخش بعد به طور کامل توضیح داده می‌شود، نیاز به تکرار چندین انتقال میان صفحات Z و ξ وجود دارد. بنابراین نیاز به استفاده از توابع نگاشت معکوس با ویژگی‌های توابع نگاشت یک‌به‌یک می‌باشد، همان‌طور که در شکل ۱-۲ نشان داده شد، این توابع به صورت رابطه‌ی زیر نوشته می‌شوند [۳۲]:

$$\xi_j = w_j^{-1}(z_j) \quad (9-2)$$

۲-۴ حل تحلیلی

مسأله‌ی مورد بررسی در این پایان‌نامه بر پایه‌ی تئوری الاستیسیته‌ی یک ورق همسانگرد مورد تحلیل قرار خواهد گرفت. مؤلفه‌های تنش در هر نقطه از ماده‌ی الاستیک در مسأله‌های دوبعدی همانند ورق نازک تحت بار درون‌صفحه‌ای، به صورت σ_x ، σ_y و τ_{xy} می‌باشند. معادلات تعادل مربوط به این مؤلفه‌ها در غیاب نیروهای حجمی به صورت زیر نوشته می‌شوند:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} &= 0 \\ \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial x} &= 0 \end{aligned} \quad (10-2)$$

معادله‌ی سازگاری بر حسب مؤلفه‌های تنش به شکل زیر ساده می‌شود [۷]:

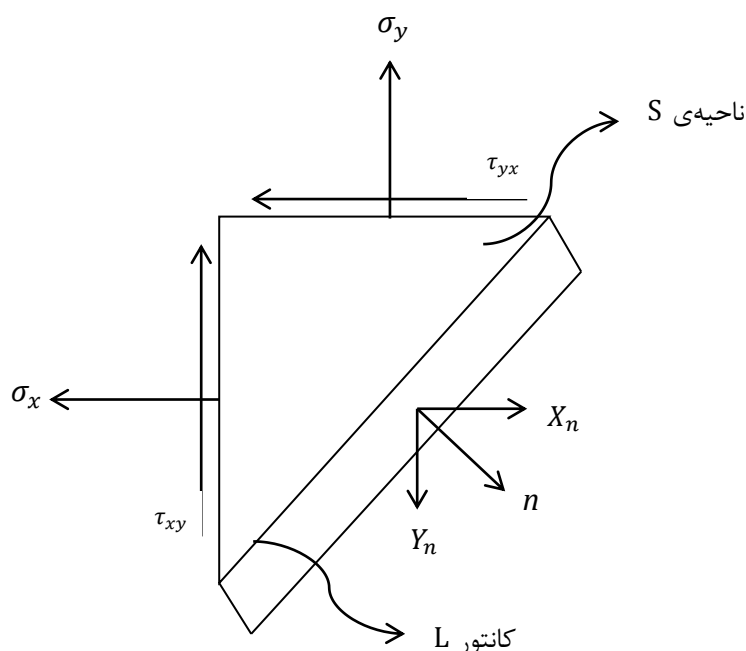
$$\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) (\sigma_x + \sigma_y) = 0 \quad (11-2)$$

برای ساده‌سازی مسأله، از یکپارچه کردن این معادلات، به کمک روابط حاکم بین آن‌ها استفاده شده است.

مطابق شکل ۵-۲ ناحیه‌ی S که توسط کانتور L از جسم محدود شده است، به صورت دو مسأله‌ی اساسی و تفکیک شده از هم تجزیه می‌شود. این دو مسأله‌ی اساسی به ترتیب ارضای شرط مرزی نیرویی و جابه‌جایی در مرز می‌باشند. برای اولین مسأله‌ی نام برده شده، زمانی که نیروهای خارجی X_n و Y_n به مرزهای خارجی ناحیه‌ی S از جسم وارد می‌شوند. می‌توان روابط تعادل را به صورت زیر نوشت:

$$\sigma_x \cos(n, x) + \tau_{xy} \cos(n, y) = X_n$$

$$\tau_{yx} \cos(n, x) + \sigma_y \cos(n, y) = Y_n \quad (۱۲-۲)$$



شکل ۵-۲ شماتیک کانتور L

که در اینجا n بردار یکه‌ی عمود بر سطح کانتور L است.

برای مسأله‌ی اساسی دوم، در حالتی که جابه‌جایی برای کانتور L از ناحیه S در نظر گرفته شده باشد؛ شرایط مرزی به صورت زیر نوشته می‌شود [۷]:

$$u = g_1(s) \quad , \quad v = g_2(s) \quad (۱۳-۲)$$

که $g_1(s)$ و $g_2(s)$ از جابه‌جایی نقاط اختیاری و مختلف روی کانتور L تعیین می‌شوند. با تعریف تابع تنش $U(x, y)$ ، رابطه‌ی مؤلفه‌های تنش با تابع تنش به صورت رابطه‌ی زیر خواهد بود:

$$\sigma_x = \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} \quad \sigma_y = \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} \quad \tau_{xy} = -\frac{\partial^2 U}{\partial x \partial y} \quad (14-2)$$

با ترکیب رابطه‌ی اخیر با روابط (۱۰-۲) و (۱۱-۲) معادله‌ی سازگاری برحسب تابع تنش U به فرم زیر به دست می‌آید:

$$\frac{\partial^4 U}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 U}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 U}{\partial y^4} = 0 \quad (15-2)$$

می‌توان نشان داد که تابع $U(x, y)$ در مرز کانتور برای مسأله‌ی اساسی نوع اول از رابطه‌ی زیر به دست می‌آید:

$$\frac{\partial U}{\partial y} = \int_0^s X_n ds + C_1$$

$$\frac{\partial U}{\partial x} = -\int_0^s Y_n ds + C_2 \quad (16-2)$$

در اینجا C_1 و C_2 دو ثابت حقیقی دلخواه هستند؛ که برای یک جسم یک پارچه می‌توانند صفر در نظر گرفته شوند [۷]. بنابراین حل مسائل صفحه‌ای تئوری الاستیسیته، به تعیین تابع بای‌هارمونیک $U(x, y)$ که شرایط مرزی معادلات (۱۳-۲) و (۱۶-۲) را ارضا کند، خلاصه می‌شود. موشخلیشیویلی [۶] نشان داد که می‌توان معادله‌ی (۱۵-۲) را به شکل زیر حل نمود:

$$U(x, y) = Re[\bar{z}\varphi(z) + \chi(z)] \quad (17-2)$$

در این رابطه Re نشان‌دهنده‌ی قسمت حقیقی یک عبارت مختلط است. توابع $\varphi(z)$ و $\chi(z)$ توابعی تحلیلی برحسب متغیر مختلط z می‌باشند. بنابراین حل مسائل تنش صفحه‌ای به تعیین دو تابع بای‌هارمونیک $\varphi(z)$ و $\psi(z) = d\chi/dz$ که بر روی کانتور L شرایط مرزی تعیین شده را ارضا می‌کنند، محدود می‌شود. با ارائه‌ی حل معادله‌ی (۱۵-۲) به شکل معادله‌ی (۱۷-۲)، بسط شرایط مرزی بر حسب دو تابع $\varphi(z)$ و $\psi(z)$ امکان‌پذیر است. برای مسأله‌ی اساسی نوع دوم، بنا به رابطه‌ی (۱۶-۲)، شرایط مرزی به صورت رابطه‌ی (۱۸-۲) خواهد بود:

$$\frac{\partial U}{\partial x} + i \frac{\partial U}{\partial y} = \varphi(z) + z\overline{\varphi'(z)} + \overline{\psi(z)} = \int_0^s (X_n + iY_n) ds = f_1 + if_2 + \text{const} \quad (18-2)$$

اگر مقادیر جابه‌جایی معلوم باشد؛ می‌توان به همین روش شرایط مرزی جابه‌جایی را تعیین نمود:

$$2G(u + iv) = \kappa\varphi(z) - z\overline{\varphi'(z)} - \overline{\psi(z)} = 2G(g_1 + ig_2) \text{ on } L \quad (19-2)$$

در این رابطه مقدار κ که تابعی از نسبت پواسون می‌باشد برای دو حالت تنش‌صفحه‌ای و کرنش‌صفحه‌ای به صورت زیر تعریف می‌شود [۷]:

$$\kappa = 3 - 4\nu \quad \text{حالت کرنش‌صفحه‌ای} \quad , \quad \kappa = 3 - \nu/(4 - \nu) \quad \text{حالت تنش‌صفحه‌ای} \quad (20-2)$$

در این رابطه ν ضریب پواسون می‌باشد و مقدار G که مدول برشی نام دارد به صورت زیر به دست می‌آید:

$$G = E/2(1 + \nu) \quad (21-2)$$

در رابطه‌ی اخیر E مدول الاستیسیته است. با ترکیب معادلات (۱۹-۲) و (۲۰-۲) می‌توان شرط مرزی را به شکل زیر بازنویسی کرد:

$$x_1\varphi(z) + z\overline{\varphi'(z)} + \overline{\psi(z)} = F(z) \text{ on } L \quad (22-2)$$

که در آن F و x_1 برای دو حالت اساسی نام برده شده به صورت زیر تعریف می‌شوند:

برای مسأله‌ی اساسی نوع اول:

$$x_1 = 1 \quad , \quad F = i \int_0^s (X_n + iY_n) ds + \text{const} \quad (23-2)$$

و برای مسأله‌ی اساسی نوع دوم:

$$x_1 = -\kappa \quad , \quad F = -2G(g_1 + ig_2) \quad (24-2)$$

با تعیین توابع φ و ψ ، مؤلفه‌های تنش به کمک روابط ارائه شده توسط موشخلیشویلی [۶] به

شکل رابطه‌ی (۲۵-۲) قابل محاسبه می‌باشند:

$$\sigma_x + \sigma_y = 2[\varphi'(z) + \overline{\varphi'(z)}] = 4\text{Re}[\varphi'(z)]$$

$$\sigma_y - \sigma_x + 2i\tau_{xy} = 2[\overline{z}\varphi''(z) + \psi'(z)] \quad (25-2)$$

که در آن φ و ψ توابع متغیر مختلط بر حسب متغیر z می‌باشند. برای محاسبه‌ی مؤلفه‌های تنش در سیستم مختصات قطبی از روابط زیر استفاده می‌شود [۷]:

$$\sigma_\rho + \sigma_\theta = 4\text{Re}[\Phi(\xi)]$$

$$\sigma_\theta - \sigma_\rho + 2i\tau_{\rho\theta} = \frac{2\xi^2}{\rho^2 w'(\xi)} \left(\overline{w(\xi)}\Phi'(\xi) + w'(\xi)\Psi(\xi) \right) \quad (26-2)$$

این رابطه بر حسب متغیر ξ و با استفاده از نگاشت همونا تعریف شده است. در این رابطه [۳۲]:

$$\Psi(\xi) = \frac{\psi'(\xi)}{w'(\xi)}, \quad \Phi(\xi) = \frac{\varphi'(\xi)}{w'(\xi)} \quad (27-2)$$

با حل دستگاه معادلات رابطه‌ی (۲۶-۲)، مؤلفه‌های تنش در سیستم دستگاه قطبی به شکل زیر نوشته می‌شوند [۶]:

$$\sigma_\theta = \text{Re} \left[2\Phi(\xi) + \frac{\xi^2}{\rho^2 w'(\xi)} \left(\overline{w(\xi)}\Phi'(\xi) + \psi'(\xi) \right) \right] \quad (28-2)$$

$$\sigma_\rho = 4\text{Re}[\Phi(\xi)] - \sigma_\theta = \text{Re} \left[2\Phi(\xi) - \frac{\xi^2}{\rho^2 w'(\xi)} \left(\overline{w(\xi)}\Phi'(\xi) + \psi'(\xi) \right) \right] \quad (29-2)$$

$$\tau_{\rho\theta} = \text{Im} \left[\frac{\xi^2}{\rho^2 w'(\xi)} \left(\overline{w(\xi)}\Phi'(\xi) + \psi'(\xi) \right) \right] \quad (30-2)$$

در رابطه‌ی اخیر، $\text{Im}g$ نشان‌دهنده‌ی قسمت موهومی یک عبارت مختلط است. بنابراین برای تعیین مؤلفه‌های تنش در حالت تنش صفحه‌ای نیاز به تعریف دو تابع تنش φ و ψ می‌باشد. این دو تابع باید شرایط مرزی مسأله را ارضا کنند. ساوین [۷] این دو تابع تنش را برای صفحه‌ی همسانگرد نامحدود حاوی یک گشودگی به صورت روابط (۲-۳۱) و (۲-۳۲) به دست آورد:

$$\varphi(z) = -\frac{X + iY}{2\pi(1 + \kappa)} \ln z + Bz + \varphi_0(z) \quad (31-2)$$

$$\psi(z) = \frac{\kappa(X - iY)}{2\pi(1 + \kappa)} \ln z + \eta z + \psi_0(z) \quad (32-2)$$

در دو تابع φ و ψ اخیر κ مطابق رابطه‌ی (۲۰-۲) قابل محاسبه است. X و Y نیروهای خارجی وارد بر مرز گشودگی، به ترتیب در راستای x و y می‌باشند. با توجه به عاری بودن مرز دو گشودگی از نیروهای خارجی در مسأله‌ی مطرح شده در این پایان‌نامه که در فرضیات حل عنوان شد؛ مقدار نیروهای X و Y برابر صفر است. بنابراین قسمت لگاریتمی عبارت‌های (۲۱-۲) و (۳۲-۲) حذف می‌گردد. ثابت‌های B و $\eta = B' + iC'$ بر اساس نیروهایی که در بی‌نهایت به مرزهای صفحه‌ی حاوی گشودگی وارد می‌شود، تعیین می‌شود. مقادیر تنش در مرزهای بی‌نهایت بر حسب ضرایب B ، B' و C' به صورت زیر به دست می‌آیند [۴۵]:

$$\sigma_x^\infty = 2B - B' \quad , \quad \sigma_y^\infty = 2B + B' \quad , \quad \tau_{xy}^\infty = C' \quad (33-2)$$

که در آن σ_x^∞ و σ_y^∞ تنش‌های نرمال و τ_{xy}^∞ تنش برشی اعمال شده به مرزهای صفحه در بی‌نهایت و در جهت‌های اصلی می‌باشند. بنابراین ضرایب مذکور را می‌توان بر حسب تنش‌های اعمال شده در بی‌نهایت به شکل زیر نوشت:

$$B = \frac{(\sigma_x^\infty + \sigma_y^\infty)}{4}, \quad B' = \frac{(\sigma_y^\infty - \sigma_x^\infty)}{2}, \quad C' = \tau_{xy}^\infty \quad (34-2)$$

در عبارت‌های (۲۱-۲) و (۳۲-۲) توابع φ_0 و ψ_0 ، توابعی هولومورفیک در خارج از ناحیه‌ی گشودگی‌ها هستند. با توجه به اینکه مقادیر تنش در صفحه‌ی نامحدود باید دارای مقادیر متناهی باشد [۲۹]؛ این دو تابع را می‌توان به صورت رابطه‌ی زیر در نظر گرفت:

$$\varphi_0(z) = a'_0 + \frac{a_1}{z} + \frac{a_2}{z^2} + \frac{a_3}{z^3} + \dots \quad (35-2)$$

$$\psi_0(z) = b'_0 + \frac{b_1}{z} + \frac{b_2}{z^2} + \frac{b_3}{z^3} + \dots \quad (36-2)$$

که در آن ضرایب a_n و b_n ، ضرایب مجهول مسأله می‌باشند. با توجه به فیزیک عبارت‌های (۲۸-۲)، (۲۹-۲) و (۳۰-۲) که برای محاسبه‌ی مقادیر مؤلفه‌های تنش در سیستم دستگانه قطبی نوشته شده‌اند؛ اگر مقدار a'_0 و b'_0 برابر با صفر قرار گیرند، تغییری در مقادیر این مؤلفه‌ها به وجود

نمی‌آید. بنابراین می‌توان دو رابطه‌ی اخیر را به شکل زیر نوشت:

$$\varphi_0(z) = \sum_{n=1}^{\infty} a_n z^{-n} \quad (37-2)$$

$$\psi_0(z) = \sum_{n=1}^{\infty} b_n z^{-n} \quad (38-2)$$

ساوین [۷] به منظور بررسی توزیع تنش صفحه‌ی بی‌نهایت حاوی گشودگی، به کمک یک تابع نگاشت هم‌نوا، توابع تنش φ و ψ را برحسب ضریب متغیر مختلط ξ به صورت روابط (۲-۳۹) و (۲-۴۰) نوشت:

$$\varphi(\xi) = -\frac{X + iY}{2\pi(1 + \kappa)} \ln \xi + Bw(\xi) + \varphi_0(\xi) \quad (39-2)$$

$$\psi(\xi) = \frac{\kappa(X - iY)}{2\pi(1 + \kappa)} \ln \xi + \eta w(\xi) + \psi_0(\xi) \quad (40-2)$$

پس از ساده‌سازی و با در نظر گرفتن عاری بودن مرزهای دو گشودگی از نیروهای خارجی، این دو رابطه به شکل زیر نوشته می‌شوند:

$$\varphi(\xi) = Bw(\xi) + \varphi_0(\xi) \quad (41-2)$$

$$\psi(\xi) = \eta w(\xi) + \psi_0(\xi) \quad (42-2)$$

با جایگذاری $w(\xi)$ به جای متغیر z در معادله‌ی شرط مرزی و در نظر گرفتن این نکته که:

$$\varphi'(z) = \frac{\varphi'(\xi)}{w'(\xi)} \quad (43-2)$$

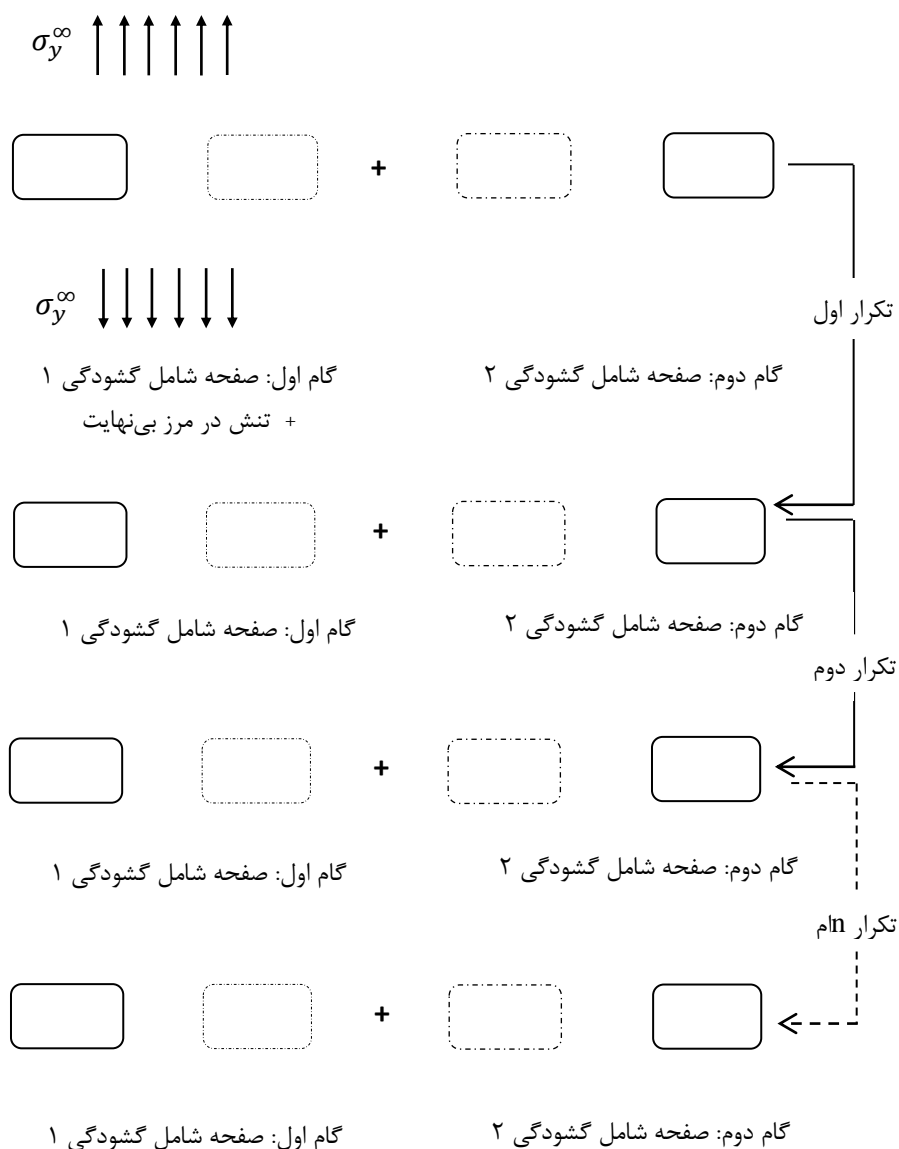
معادله‌ی شرط مرزی ذکر شده در حالت تنش صفحه‌ای به صورت زیر در می‌آید [۴۳]:

$$\varphi(s) + \frac{w(s)}{w'(s)} \overline{\varphi'(s)} + \overline{\psi(s)} = F(s) \quad (44-2)$$

در این رابطه و دیگر روابط ارائه شده، نقاط ξ که روی مرز دایره‌ی واحد انتخاب شده‌اند، با s نشان داده می‌شوند.

۲-۵ روش حل

تعیین توابع تنش و در ادامه، محاسبه‌ی توزیع تنش در صفحه‌ی حاوی دو گشودگی با استفاده از یک الگوریتم انجام می‌شود. مبنای این الگوریتم بر اساس روش تکرارشونده‌ی شوارتز است که طی چند مرحله انجام می‌گیرد [۳۲]. در ابتدا این روش به کمک شکل ۲-۶ که به صورت شماتیک، روند حل را نشان داده است، توضیح داده می‌شود.



شکل ۲-۶ شماتیک روند حل مسأله

این الگوریتم از چند مرحله‌ی تکرار تشکیل شده است. هر مرحله از تکرار به کمک روش جمع آثار [۳۸]، با انجام دو گام کامل می‌شود. در گام اول از هر مرحله‌ی تکرار توابع تنش مربوط به گشودگی اول محاسبه می‌شود و در گام دوم آن مرحله‌ی تکرار، این توابع برای گشودگی دوم محاسبه می‌گردند. حل در تعدادی محدودی از مراحل تکرار صورت می‌گیرد.

با توجه به شکل ۲-۶، در گام اول، صفحه تنها با گشودگی اول (گشودگی مربعی شکل با خطوط توپیر) در نظر گرفته می‌شود؛ و از وجود گشودگی دوم (گشودگی مربعی شکل با خطوط خط‌چین) صرف نظر می‌شود. همان‌طور که در این شکل نشان داده است؛ در این گام بارگذاری در بی‌نهایت به مرزهای صفحه‌ی شامل تنها این گشودگی (گشودگی مربعی شکل با خطوط توپیر) اعمال می‌شود [۳۲]. بنابراین در ابتدا توابع تنش گشودگی اول که ناشی از اعمال این بارگذاری می‌باشند، محاسبه می‌شوند. از روابط (۲-۴۱) و (۲-۴۲) که ساوین [۷] برای صفحات حاوی گشودگی ارائه داد، برای محاسبه‌ی توابع تنش گشودگی اول در این گام استفاده می‌شود. با در نظر گرفتن این نکته که در مسأله‌ی مورد بررسی، در مرزهای صفحه، بارگذاری به صورت تنش برشی وجود ندارد؛ $\eta = B'$ خواهد بود. در نتیجه این روابط برای محاسبه‌ی توابع تنش گشودگی اول به صورت زیر نوشته می‌شوند:

$$\varphi_1(\xi_1) = Bw_1(\xi_1) + \varphi_0(\xi_1) \quad (۴۵-۲)$$

$$\psi_1(\xi_1) = B'w_1(\xi_1) + \psi_0(\xi_1) \quad (۴۶-۲)$$

اندیس‌های نوشته شده برای توابع و متغیرها در هر گام، نشان‌دهنده‌ی گشودگی مورد بررسی هستند. با توجه به رابطه‌ی (۲-۷) و با در نظر گرفتن تابع نگاشت برای گشودگی اول به شکل:

$$w_1(\xi_1) = \frac{1}{2} \left[a_1 \xi_1 + \frac{2\omega_1}{\xi_1 n_1} + \frac{b_1}{\xi_1} \right] \quad (۴۷-۲)$$

توابع تنش این گشودگی به شکل روابط (۲-۴۸) و (۲-۴۹) بازنویسی می‌شوند:

$$\varphi_1(\xi_1) = \frac{B}{2} \left[a_1 \xi_1 + \frac{2\omega_1}{\xi_1 n_1} + \frac{b_1}{\xi_1} \right] + \varphi_0(\xi_1) \quad (۴۸-۲)$$

$$\psi_1(\xi_1) = \frac{B'}{2} \left[a_1 \xi_1 + \frac{2\omega_1}{\xi_1 n_1} + \frac{b_1}{\xi_1} \right] + \psi_0(\xi_1) \quad (49-2)$$

که در آن‌ها با توجه به روابط (۳۷-۲) و (۳۸-۲)، توابع $\psi_0(\xi_1)$ و $\varphi_0(\xi_1)$ به صورت زیر نوشته می‌شوند:

$$\varphi_0(\xi_1) = \sum_{n=1}^{\infty} a_n \xi_1^{-n} \quad (50-2)$$

$$\psi_0(\xi_1) = \sum_{n=1}^{\infty} b_n \xi_1^{-n} \quad (51-2)$$

همان‌طور که گفته شد، این دو تابع، در خارج از دایره‌ی واحد تحلیلی می‌باشند.

با توجه به عاری بودن مرز گشودگی اول از هر گونه نیروی خارجی، شرط مرزی رابطه‌ی (۴۴-۲) به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$\varphi_1(s_1) + \frac{w_1(s_1)}{w'_1(s_1)} \overline{\varphi_1'(s_1)} + \overline{\psi_1(s_1)} = 0 \quad (52-2)$$

توابع تنش $\varphi_1(\xi_1)$ و $\psi_1(\xi_1)$ باید در رابطه‌ی اخیر صدق کنند. با استفاده از تکنیک‌های روش متغیر مختلط موشخلیشیویلی [۶] توابع تنش جدیدی حاصل می‌گردد. بدین منظور طرفین رابطه‌ی (۵۲-۲) در عبارت $ds_1/(2\pi i (s_1 - \xi_1))$ ضرب می‌گردد [۳۲] و سپس با کمک گرفتن از انتگرال کوشی می‌توان به فرم بسته‌ای برای تابع تنش $\varphi_1(\xi_1)$ دست پیدا کرد.

در انتگرال کوشی، انتگرال‌گیری برای یک مرز بسته تعریف می‌شود و لازم است عبارتی که زیر انتگرال قرار دارد، در محیط مورد بررسی، عبارتی تحلیلی باشد. از این‌رو این نکته حائز اهمیت است که نقاط تکین توابع که موجب غیرتحلیلی شدن آن‌ها می‌شوند؛ مورد بررسی قرار گیرند. تمامی انتگرال‌گیری‌ها در این پایان‌نامه در داخل این مرز بسته بررسی می‌شوند و در مواقعی که لازم است تحلیلی بودن توابع در خارج این مرز بسته مطالعه شوند، عبارت تحت انتگرال‌گیری در یک علامت منفی ضرب می‌گردد [۶]. نکته‌ی دیگری که وجود دارد، محدوده‌ی انتخاب نقاط ξ_1 است که خارج از دایره‌ی واحد می‌باشند و نقاط s_1 روی مرز دایره‌ی واحد انتخاب می‌شوند.

در ابتدای مسیر انتگرال گیری، از عبارت $\overline{\psi_1(s_1)}$ در رابطه ی (۵۲-۲)، انتگرال گرفته می شود:

$$\frac{1}{2\pi i} \int_s \frac{\overline{\psi_1(s_1)}}{(s_1 - \xi_1)} ds_1 = \frac{1}{2\pi i} \int_s \frac{\left[\frac{B'}{2} \left[a_1 \bar{s}_1 + \frac{2\omega_1}{s_1^{n_1}} + \frac{b_1}{s_1} \right] + \overline{\psi_0(s_1)} \right]}{(s_1 - \xi_1)} ds_1 \quad (53-2)$$

بنابر آنچه که در مورد نقاط s_1 گفته شد، می توان نوشت:

$$\bar{s}_1 = \frac{1}{s_1} \quad (54-2)$$

در نتیجه عبارت سمت راست رابطه ی (۵۳-۲) به شکل زیر بازنویسی می شود:

$$\frac{1}{2\pi i} \int_s \frac{\left[\frac{B'}{2} \left[\frac{a_1}{s_1} + 2\omega_1 s_1^{n_1} + b_1 s_1 \right] + \psi_0 \left(\frac{1}{s_1} \right) \right]}{(s_1 - \xi_1)} ds_1 \quad (55-2)$$

برای انتگرال گیری این عبارت، هر کدام از مؤلفه ها به تنهایی مورد بررسی قرار گرفته اند:

$$\frac{1}{2\pi i} \int_s \frac{B'}{2} \frac{a_1}{s_1(s_1 - \xi_1)} ds_1 = -\frac{a_1 B'}{2\xi_1} \quad (56-2)$$

و برای دیگر مؤلفه های این عبارت می توان نوشت:

$$\frac{1}{2\pi i} \int_s \frac{B'}{2} \frac{2\omega_1 s_1^{n_1}}{(s_1 - \xi_1)} ds_1 = 0$$

$$\frac{1}{2\pi i} \int_s \frac{B'}{2} \frac{b_1 s_1}{(s_1 - \xi_1)} ds_1 = 0$$

$$\frac{1}{2\pi i} \int_s \frac{1}{2} \frac{\psi_0 \left(\frac{1}{s_1} \right)}{(s_1 - \xi_1)} ds_1 = 0 \quad (57-2)$$

بنابراین رابطه ی (۵۳-۲) به صورت زیر محاسبه می گردد:

$$\frac{1}{2\pi i} \int_s \frac{\overline{\psi(s_1)}}{(s_1 - \xi_1)} ds_1 = -\frac{a_1 B'}{2\xi_1} \quad (58-2)$$

برای انتگرال گیری از عبارت میانی رابطه ی (۵۲-۲)، ابتدا این عبارت به صورت رابطه ی (۵۹-۲)

نوشته می شود:

$$\frac{w_1(s_1)}{w'_1(s_1)} \overline{\varphi_1'(s_1)} = \frac{w_1(s_1)}{w'_1(s_1)} \frac{B}{2} \left(a_1 s_1 + \frac{2\omega_1}{s_1^{n_1}} + \frac{b_1}{s_1} \right) + \frac{w_1(s_1)}{w'_1(s_1)} \overline{\varphi_0'(s_1)} \quad (59-2)$$

انتگرال قسمت ابتدایی به صورت زیر محاسبه می شود:

$$\frac{1}{2\pi i} \int_s \frac{w_1(s_1) \frac{B}{2} \left[a_1 s_1 + \frac{2\omega_1}{s_1^{n_1}} + \frac{b_1}{s_1} \right]}{\overline{w'_1(s_1)}(s_1 - \xi_1)} ds_1 = -\frac{B\omega_1}{\xi_1^{n_1}} - \frac{Bb_1}{2\xi_1} \quad (60-2)$$

و انتگرال قسمت پایانی رابطه‌ی (۵۹-۲) برای شکل‌های مختلف دارای مقادیر متفاوت می باشد.

به عنوان مثال این مقدار برای گشودگی بیضوی و مثلثی ($n=2$):

$$\frac{1}{2\pi i} \int_s \frac{w_1(s_1)}{\overline{w'_1(s_1)}(s_1 - \xi_1)} \overline{\varphi_0'(s_1)} ds_1 = 0 \quad (61-2)$$

برای گشودگی مربعی ($n=3$):

$$\frac{1}{2\pi i} \int_s \frac{w_1(s_1)}{\overline{w'_1(s_1)}(s_1 - \xi_1)} \overline{\varphi_0'(s_1)} ds_1 = \frac{2\bar{a}_1 \omega_1}{a_1 \xi_1} \quad (62-2)$$

برای گشودگی پنج ضلعی ($n=4$):

$$\frac{1}{2\pi i} \int_s \frac{w_1(s_1)}{\overline{w'_1(s_1)}(s_1 - \xi_1)} \overline{\varphi_0'(s_1)} ds_1 = \frac{2\bar{a}_1 \omega_1}{a_1 \xi_1^2} + \frac{4\bar{a}_2 \omega_1}{a_1 \xi_1} \quad (63-2)$$

برای گشودگی شش ضلعی ($n=5$):

$$\frac{1}{2\pi i} \int_s \frac{w_1(s_1)}{\overline{w'_1(s_1)}(s_1 - \xi_1)} \overline{\varphi_0'(s_1)} ds_1 = \frac{2\bar{a}_1 \omega_1}{a_1 \xi_1^3} + \frac{4\bar{a}_2 \omega_1}{a_1 \xi_1^2} + \frac{6\bar{a}_1 \omega_1}{a_1 \xi_1} + \frac{4\bar{a}_2 b_1 \omega_1}{a_1^2 \xi_1} \quad (64-2)$$

برای دیگر گشودگی‌ها نیز این انتگرال به صورتی که توضیح داده شد به دست می آید. محاسبه‌ی

مقادیر ضرایب مجهول در این روابط که در رابطه‌ی (۵۰-۲) معرفی شدند، با محاسبه‌ی تابع تنش

$\varphi_1(s_1)$ از رابطه‌ی (۵۲-۲) و برابر قرار دادن این رابطه با معادله‌ی (۴۵-۲)، به دست می آید.

برای محاسبه‌ی انتگرال تابع $\varphi_1(s_1)$ در رابطه‌ی (۵۲-۲)، تحلیلی بودن این تابع در خارج دایره‌ی

واحد بررسی شده است، که پس از محاسبه، این انتگرال به صورت رابطه‌ی (۶۵-۲) به دست می آید:

$$\frac{1}{2\pi i} \int_s \frac{\varphi_1(s_1)}{(s_1 - \xi_1)} ds_1 = \varphi_1(\xi_1) - \frac{a_1 B \xi_1}{2} \quad (65-2)$$

حال با جمع جواب‌های به‌دست آمده برای انتگرال‌ها، تابع تنش $\varphi_1(\xi_1)$ حاصل می‌شود. به عنوان

مثال این تابع برای گشودگی مثلثی ($n=2$) به شکل زیر به‌دست می‌آید:

$$\varphi_1(\xi_1) = \frac{a_1 B \xi_1}{2} - \frac{B \omega_1}{\xi_1^{n_1}} - \frac{B b_1}{2 \xi_1} - \frac{a_1 B'}{2 \xi_1} \quad (66-2)$$

و برای گشودگی مربعی ($n=3$) به شکل زیر خواهد بود:

$$\varphi_1(\xi_1) = \frac{a_1 B \xi_1}{2} - \frac{B \omega_1}{\xi_1^{n_1}} - \frac{B b_1}{2 \xi_1} - \frac{a_1 B'}{2 \xi_1} + \frac{2 \omega_1 (B b_1 + \frac{B' a_1}{2})}{(\frac{2 \omega_1}{a_1} - 1) a_1 \xi_1} \quad (67-2)$$

برای محاسبه‌ی تابع $\psi_1(\xi_1)$ از رابطه‌ی (۵۲-۲)، ابتدا مزدوج این معادله به‌صورت زیر نوشته

می‌شود:

$$\frac{\overline{\varphi_1(s_1)}}{w_1'(s_1)} + \frac{\overline{w_1(s_1)}}{w_1'(s_1)} \varphi_1(s_1) + \psi_1(s_1) = 0 \quad (68-2)$$

با انتگرال‌گیری از تمام عبارت‌های رابطه‌ی (۶۸-۲) و تکرار روند محاسبه‌ی $\varphi_1(\xi_1)$ ، تابع تنش

$\psi_1(\xi_1)$ حاصل می‌شود. به عنوان مثال این تابع برای گشودگی مثلثی ($n=2$) به شکل زیر به‌دست

می‌آید:

$$\psi_1(\xi_1) = \frac{a_1 B' \xi_1}{2} + \sum_{i=1}^{i=n+1} \left(\frac{a_1 B \xi_{1i}^3}{2} + B \omega_1 n_1 + \frac{B b_1 \xi_{1i}}{2} + \frac{a_1 B' \xi_{1i}}{2} \right) * \frac{(a_1 + 2 \omega_1 \xi_{1i} + b_1 \xi_{1i}^2)}{\xi_{1i} (\xi_{1i} - \xi_1) (a_1 (n_1 + 1) \xi_{1i}^{n_1} - (n-1) b_1 \xi_{1i})} \quad (69-2)$$

در این رابطه و تمامی روابطی که برای تابع تنش ψ برای شکل‌های مختلف به‌دست می‌آید؛ ξ_{1i}

ریشه‌های معادله‌ی (۷۰-۲) می‌باشند که در روند انتگرال‌گیری از رابطه‌ی (۷۰-۲) حاصل می‌شوند:

$$a_j \xi_{ji}^{n_j} - 2 \omega_j n_j - b_j \xi_{ji}^{n_j-1} = 0 \quad (70-2)$$

برای گشودگی مربعی ($n=3$)، تابع $\psi_1(\xi_1)$ به شکل رابطه‌ی (۷۱-۲) خواهد بود:

$$\psi_1(\xi_1) = \frac{a_1 B' \xi_1}{2} + \sum_{i=1}^{i=n+1} \left(\frac{a_1 B \xi_{1i}^4}{2} + B \omega_1 n_1 + \frac{B b_1 \xi_{1i}^2}{2} + \frac{a_1 B' \xi_{1i}^2}{2} - \frac{2 \omega_1 \left(B b_1 + \frac{B' a_1}{2} \right) \xi_{1i}^2}{\left(\frac{2 \omega_1}{a_1} - 1 \right) a_1} \right) \quad (71-2)$$

$$* \frac{(a_1 + 2 \omega_1 \xi_{1i} + b_1 \xi_{1i}^2)}{\xi_{1i} (\xi_{1i} - \xi_1) (a_1 (n_1 + 1) \xi_{1i}^{n_1} - (n - 1) b_1 \xi_{1i})}$$

توابع تنش دیگر گشودگی‌ها نیز به همین شکل به دست می‌آیند. بدین ترتیب توابع تنش گشودگی اول در گام اول محاسبه شدند. با توجه به شکل ۲-۶ همان‌طور که گفته شد در این گام بارگذاری در بی‌نهایت به مرزهای صفحه‌ی شامل گشودگی اول اعمال شد؛ که باعث ایجاد نیروهای روی مرز گشودگی (مربع با خطوط توپر) گردید. در ادامه‌ی حل تأثیر این نیروها بر روی گشودگی دوم (مربع با خطوط خط‌چین) که به صورت نیروهای دافعه خواهد بود [۱۹]، برای محاسبه‌ی توابع پتانسیل این گشودگی مورد بررسی قرار می‌گیرد. مقدار این نیروی داخلی را می‌توان با فرض اینکه بار به صفحه‌ای حاوی فقط یک گشودگی (گشودگی اول) اعمال می‌شود، به کمک شرط مرزی (۲-۵۲) محاسبه نمود [۴۵]:

$$f_{12}(s_2) = \varphi_1(g_{21}) + \frac{\overline{\varphi}'_1(g_{21}) w_1(g_{21})}{w_1(g_{21})'} + \overline{\psi}_1(g_{21}) \quad (72-2)$$

به دلیل وارد شدن نیروی f_{12} روی نقاط واقع بر مرزهای گشودگی دوم، باید موقعیت نقاط مرزی این گشودگی نسبت به گشودگی اول در صفحه‌ی نگاشت تعیین شوند. نقاط g_{21} که نشان‌دهنده موقعیت این نقاط نسبت به گشودگی اول می‌باشند؛ به ترتیب حاصل نگاشت، انتقال و نگاشت معکوس نقاط s_2 به صورتی که در رابطه‌ی (۲-۷۵) آورده شده است، می‌باشند [۳۲]:

$$k_2 = w_2(s_2)$$

$$k_1 = k_2 + c_{21}$$

$$g_{21} = w_1^{-1}(k_1) \quad (73-2)$$

که در آن c_{21} در مرحله‌ی انتقال، همان‌طور که در شکل ۱-۱ نشان داده شده است؛ فاصله‌ی

مرکز گشودگی اول از مرکز گشودگی دوم می‌باشد. بنابراین به کمک روابط (۲-۷۴) و (۲-۷۵) نیروی f_{12} به‌طور مستقیم به کمک توابع تنش ϕ_1 و ψ_1 محاسبه می‌شود. این نیرو را می‌توان به‌صورت یک سری متغیر مختلط به شکل زیر نوشت [۳۸]:

$$f_{12}(s_2) = \sum_{k=-L}^{k=L} E_k s_2^k \quad (۲-۷۴)$$

در این رابطه E_k ضرایب سری اعداد مختلط هستند و متغیر L در این رابطه مشخص کننده‌ی تعداد جملات سری می‌باشد که در این پایان‌نامه برابر ۲۰ در نظر گرفته شده است، زیرا با انتخاب جملات بیشتر تغییری در مقادیر نیرو ایجاد نمی‌شود. در واقع فرض می‌شود که رابطه‌ی (۲-۷۶) تخمینی از نیروهای خارجی است که از طرف گشودگی اول به گشودگی دوم وارد می‌گردد.

در گام دوم مطابق شکل ۲-۶، صفحه تنها با گشودگی دوم (مربع با خطوط توپر) در نظر گرفته می‌شود. با توجه به اینکه مرز گشودگی دوم عاری از هرگونه بار خارجی است؛ بنابراین مؤلفه‌های تنش σ_r و $\tau_{r\theta}$ ایجاد شده از گام اول در این محل (مرز گشودگی دوم) باید حذف شوند. این امر با اعمال باری مجازی با مقداری برابر و مخالف جهت نیروی دافعه‌ی ایجاد شده بر مرز گشودگی دوم محقق می‌شود [۳۲]. این نیرو تنها نیروی وارد شده به گشودگی دوم در این مرحله از حل می‌باشد. با توجه به رابطه‌ی (۲-۷۶) این نیرو به‌صورت رابطه‌ی زیر نوشته می‌شود:

$$F_{12}(s_2) = - \sum_{k=-L}^{k=L} E_k s_2^k \quad (۲-۷۵)$$

بنابراین معادله‌ی شرط مرزی برای گشودگی دوم به شکل زیر محاسبه می‌شود:

$$- \sum_{k=-L}^{k=L} E_k s_2^k = \phi_2(s_2) + \frac{\overline{\phi_2'}(s_2) w_2(s_2)}{w_2(s_2)'} + \overline{\psi_2}(s_2) \quad (۲-۷۶)$$

با انتگرال‌گیری از طرفین رابطه‌ی اخیر همانند گام اول، تابع تنش $\phi_2(\xi_2)$ برای گشودگی دوم به‌دست می‌آید. این تابع برای گشودگی مثلثی ($n=2$) به شکل رابطه‌ی (۲-۷۷) محاسبه می‌شود:

$$\phi_2(\xi_2) = \sum_{k=1}^{k=L} E_{-k} \xi_2^{-k} \quad (77-2)$$

و برای گشودگی مربعی ($n=3$)، این تابع به صورت زیر خواهد بود:

$$\phi_2(\xi_2) = \frac{\bar{E}_1}{\xi_2} - \sum_{k=1}^{k=L} E_{-k} \xi_2^{-k} \quad (78-2)$$

حال با مزدوج گرفته از رابطه‌ی (۷۶-۲) می‌توان تابع $\psi_2(\xi_2)$ را برای گشودگی‌های مختلف

همانند آنچه گفته شد، محاسبه نمود. این تابع برای گشودگی مثلثی به صورت زیر به دست می‌آید:

$$\psi_2(\xi_2) = - \sum_{k=1}^{k=L} \bar{E} \xi_2^{-k} + \frac{2\omega_1 E_{-1}}{a_1} - \frac{a_1 + 2\omega_1 \xi_2^3 + b_1 \xi_2^2}{a_1 \xi_2^3 - 2n\omega - b_1 \xi_2} \left(\sum_{k=1}^{k=L} k E_{-k} \xi_2^{-k} \right) \quad (79-2)$$

و برای گشودگی مربعی نیز به شکل زیر محاسبه می‌شود:

$$\psi_2(\xi_2) = - \sum_{k=1}^{k=L} \bar{E} \xi_2^{-k} + \frac{4\omega_1 E_{-2}}{a_1} + \frac{2\omega_1 \xi_2 E_{-1}}{a_1} - \frac{4\omega_1^2 \bar{E}_1 \xi_2}{a_1^2} - \frac{a_1 + 2\omega_1 \xi_2^4 + b_1 \xi_2^2}{a_1 \xi_2^4 - 2n\omega - b_1 \xi_2^2} \left(- \frac{\bar{E}_1}{\omega \xi_2^2} + \sum_{k=1}^{k=L} k E_{-k} \xi_2^{-k} \right) \quad (80-2)$$

با محاسبه‌ی توابع پتانسیل برای گشودگی اول و دوم که طی دو گام صورت گرفت، مرحله‌ی اول

از محاسبات انجام می‌شود. در اثر نیروهای ایجاد شده روی مرز گشودگی دوم که در معادله‌ی (۷۵-۲)

نشان داده شد، در نقاط مربوط به مرز گشودگی اول نیز نیروهایی همانند نیروهای وارد شده به

گشودگی دوم، در گام دوم از مرحله‌ی نخست، ایجاد می‌شود. در این حالت نیز با توجه به عاری بودن

مرز گشودگی اول از بار خارجی، باید مؤلفه‌های تنش σ_r و $\tau_{r\theta}$ در این نقاط صفر باشند. بدین ترتیب

مشابه حالت قبل، نیرویی بر مرز گشودگی اول اعمال و تأثیر آن بر گشودگی دوم بررسی می‌شود.

معادله‌ی شرط مرزی برای گشودگی اول در این مرحله، همانند معادله‌ی (۷۲-۲) به شکل معادله‌ی

(۸۱-۲) نوشته می‌شود:

$$f_{21}(s_1) = \varphi_2(p_{21}) + \frac{\overline{\varphi}'_2(p_{21})w_2(p_{21})}{w_2(p_{21})'} + \overline{\psi}_2(p_{21}) \quad (۸۱-۲)$$

در این حالت نیز مطابق نقاط g_{21} در مرحله ی قبل، نقاط p_{21} حاصل نگاشت، انتقال و نگاشت معکوس نقاط s_1 واقع بر روی گشودگی اول نسبت به گشودگی دوم می باشند. با نوشتن نیروی f_{21} همانند نیروی f_{12} به شکل سری، این نیرو به صورت رابطه ی زیر تخمین زده می شود:

$$f_{21}(s_1) = \sum_{k=-L}^{k=L} D_k s_2^k \quad (۸۲-۲)$$

که در آن ضرایب سری اعداد مختلط هستند. حال می توان مشابه مراحل انجام شده برای گشودگی دوم در مرحله ی اول، توابع تنش جدید را برای گشودگی اول همانند روابط (۷۷-۲) و (۷۹-۲) برای گشودگی مثلث و رابطه های (۷۸-۲) و (۸۰-۲) برای گشودگی مربعی، به کمک ضرایب سری مختلط D_k به دست آورد. محاسبه ی این توابع تنش شروع تکرار دوم محسوب می شود. در ادامه با بررسی نیروی متقابل روی مرز گشودگی دوم و در نظر گرفتن آن به صورت سری با ضرایب مختلط و محاسبه ی توابع تنش متناظر با این سری، مرحله ی دوم از تکرار انجام می شود. با ادامه ی این فرایند و بررسی نیروهای متقابل بین دو گشودگی در هر مرحله از تکرار، توابع تنش نهایی برای هر دو گشودگی در تکرارهای بعدی به دست می آید. با توجه به برقراری اصل جمع آثار [۲۹]، از مجموع توابع تنش محاسبه شده برای هر گشودگی به منظور محاسبه ی توزیع تنش نهایی استفاده می گردد. انجام مراحل تکرار با توجه به سرعت همگرایی روش پیشنهاد شده در تعدادی محدود صورت می گیرد.

۲-۶ معیار همگرایی

به جز مرحله ی ابتدایی که توابع تنش برای گشودگی اول همان توابع تنش مربوط به صفحه ی حاوی یک گشودگی است؛ در دیگر مراحل، توابع تنش از نیروهای دفع کننده ی میان دو گشودگی استخراج می شوند [۲۹]. با توجه به آن که مرزهای هر دو گشودگی عاری از هر گونه بار خارجی

می‌باشد، مراحل تکرار در فرایند حل تا زمانی ادامه پیدا می‌کند که مقدار این نیروها به صفر میل کند و معادله‌ی شرط مرزی برای هر گشودگی ارضا شود [۳۲].

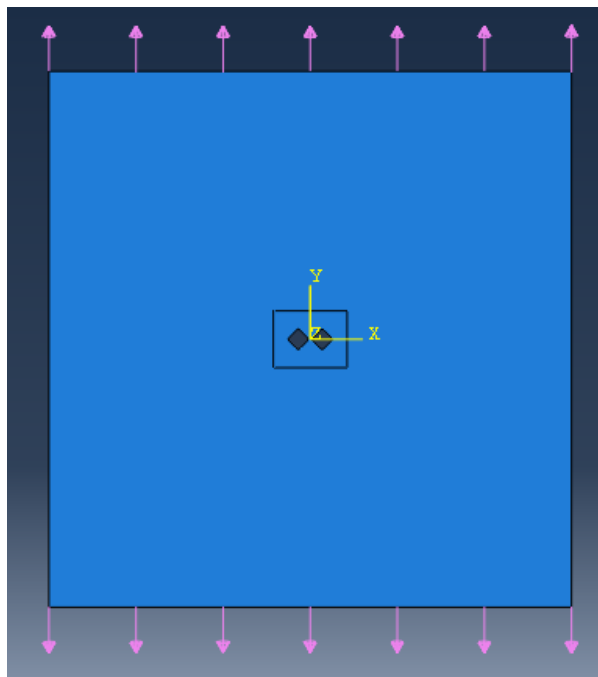
بنابراین تعداد مراحل تکرار بر اساس میل کردن مقادیر نیروهای f_{21} و f_{12} بر روی نقاط واقع بر مرز دو گشودگی به سمت صفر تعیین می‌شود. بدین منظور هرگاه نسبت قدر مطلق بزرگترین مقدار نیروهای متقابل ایجاد شده بر روی نقاط واقع بر مرز دو گشودگی به نیروهای اعمال شده در مرزهای بی‌نهایت صفحه، به عدد 10^{-5} تقلیل یابد [۳۲]؛ مراحل تکرار شونده متوقف می‌شوند و توابع تنش محاسبه شده تا این مرحله‌ی تکرار، برای محاسبه‌ی مؤلفه‌های تنش با یکدیگر جمع می‌گردند.

۷-۲ بررسی درستی نتایج

برای اطمینان از درستی روش حل تحلیلی حاضر از روش اجزای محدود و همچنین نتایج ارائه شده در مراجع [۱۰]، [۲۰] و [۲۷] استفاده شده است.

در ابتدا به مقایسه‌ی نتایج روش اجزای محدود و حل تحلیلی حاضر پرداخته می‌شود. این امر به کمک نرم‌افزار آباکوس صورت گرفته است. همان‌طور که در شکل ۷-۲ نشان داده شده است، به کمک این نرم‌افزار صفحه‌ای حاوی دو گشودگی مربعی یکسان تحت تنش تک‌محوره در راستای y مدل شده است. نسبت قطر دایره‌ی محیط بر هر یک از دو گشودگی به ابعاد صفحه، طوری در نظر گرفته شده است؛ تا شرط بی‌نهایت بودن صفحه‌ی مورد بررسی رعایت شود. به منظور تطابق دقیق هندسه و مختصات گشودگی‌های مدل شده در نرم‌افزار آباکوس با گشودگی‌های در نظر گرفته شده در حل تحلیلی حاضر، با استفاده از نرم‌افزار متلب، مختصات این گشودگی‌ها که به کمک رابطه‌ی (۷-۲) به دست آمده است؛ به‌طور دقیق به نرم‌افزار آباکوس داده شده است. همان‌طور که در شکل ۷-۲ مشخص است، دو گشودگی بر اساس رابطه‌ی (۷-۲) طوری در کنار یکدیگر، در یک صفحه قرار گرفته‌اند که دو رأس از هر گشودگی بر محور افقی قرار دارد. برای مدل کردن این مسئله در این نرم‌افزار اجزای محدود از مشخصات جدول ۱-۲ استفاده شده است. لازم به ذکر است که شرایط هندسی دو گشودگی در نظر گرفته شده یکسان می‌باشد و برای این دو گشودگی $\omega = 0/125$.

$a_1 = 2$ و $b_1 = 0$ لحاظ شده است. به عبارتی دو گشودگی مورد بررسی در این نرم افزار دو گشودگی مربعی می باشند.

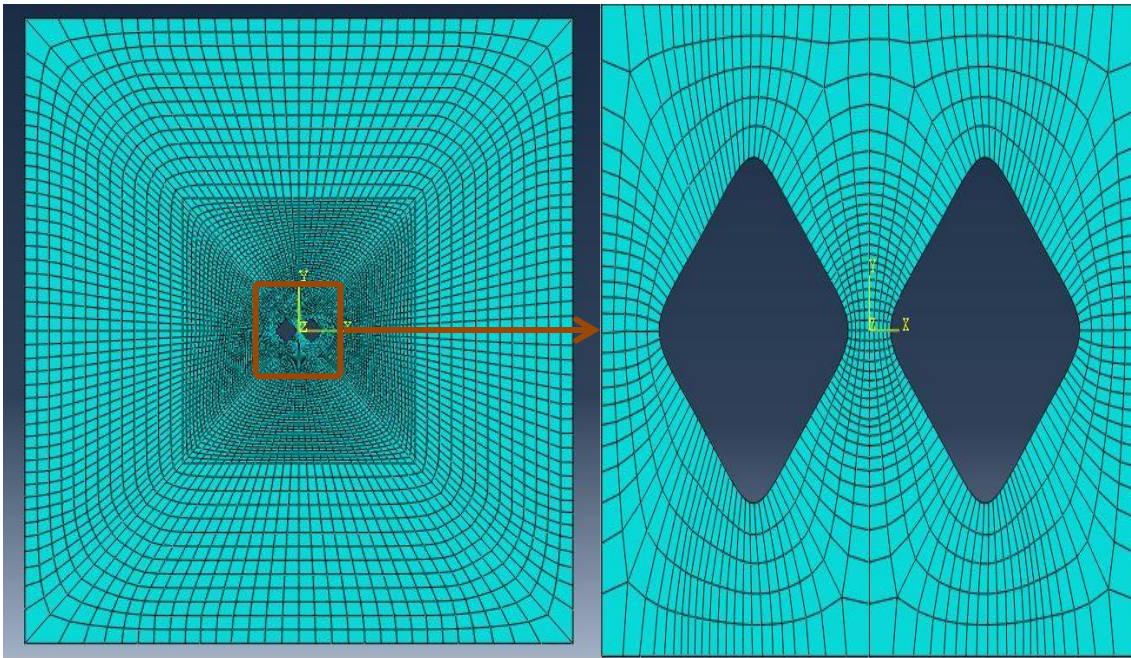


شکل ۷-۲ نحوه ی بارگذاری صفحه ی حاوی دو گشودگی در نرم افزار آباکوس

جدول ۱-۲ خواص مکانیکی ماده

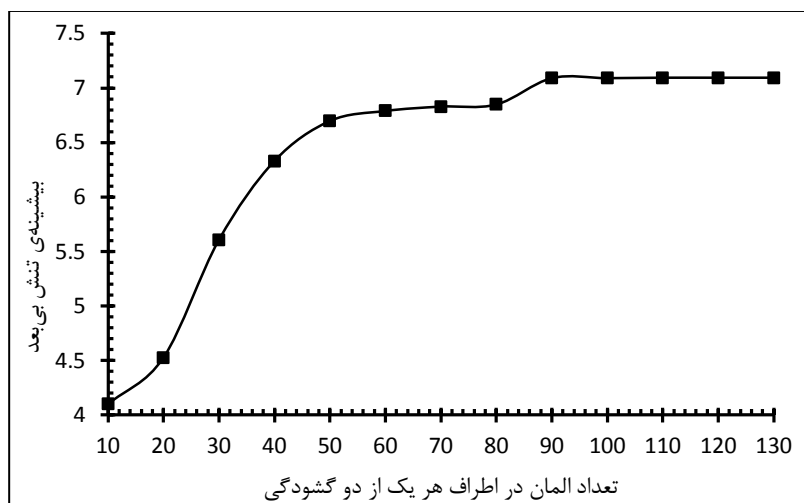
ν	E (GPa)	ماده
۰/۳	۲۰۷	فولاد

برای مش بندی صفحه ی مدل شده در نرم افزار آباکوس از المان *S8R* که منطبق با هندسه و فیزیک مسأله می باشد، استفاده شده است. همان طور که در شکل ۸-۲ مشخص است، ابعاد مش ها در اطراف دو گشودگی بسیار کوچکتر از ابعاد مش ها در مرزهای صفحه است. این امر موجب کاهش حجم محاسبات و در نتیجه کاهش زمان حل می گردد. از طرفی به منظور دستیابی به مقادیر تنش در نقاط مختلفی از مرز دو گشودگی احتیاج به مش بندی کوچکتر در این محل می باشد. در حین تحلیل مدل در این نرم افزار برای مسأله های مورد بررسی، همواره عدم وجود خطاهای مختلف در حین مش بندی مورد توجه بوده است.



شکل ۸-۲ نحوه‌ی مش‌بندی در نرم افزار آباکوس

برای تعیین تعداد المان بهینه، ناحیه‌ی اطراف دو گشودگی مربعی با اندازه‌های مختلف مش‌بندی شد. در شکل ۹-۲ مشاهده می‌شود که با تغییر تعداد المان‌ها، مقدار بیشینه‌ی تنش بی‌بعد در اطراف دو گشودگی که دارای شرایط مرزی و هندسه‌ی یکسان هستند، در تعداد ۱۱۰ المان به مقدار ثابتی می‌رسد. بنابراین از این تعداد المان در اطراف دو گشودگی به عنوان مش بهینه برای استخراج نتایج استفاده می‌شود. قابل توجه است که در این پایان‌نامه منظور از تنش بی‌بعد در بارگذاری کششی تک‌محوره، مقدار تنش محیطی ایجاد شده در اطراف هر گشودگی، به تنش اعمال شده به مرزهای صفحه (σ_y^∞) است. همان‌طور که مشخص است برای دو گشودگی با هندسه‌ی یکسان و شرایط مرزی برابر، توزیع تنش در اطراف دو گشودگی یکسان خواهد بود. بنابراین برای مطالعه‌ی توزیع تنش اطراف گشودگی‌ها، تنها یک گشودگی مورد بررسی قرار می‌گیرد و به گرفتن نمودارها حول یک گشودگی اکتفا می‌شود. نکته‌ی دیگری که وجود دارد آن است که به دلیل اثرات دو گشودگی بر یکدیگر توزیع تنش در زاویه‌ی ۰ درجه متفاوت از زاویه‌ی ۱۸۰ درجه خواهد بود، بنابراین نمودارهای مربوط به توزیع تنش حول گشودگی در مسأله‌های مورد بررسی در این پایان‌نامه تا $\theta = 360^\circ$ مطالعه خواهند شد.



شکل ۲-۹ بررسی همگرایی مش بندی

در این تحقیق برای بررسی پارامتر فاصله‌ی دو گشودگی از هم برای شکل‌های مختلف پارامترهای بی بعد h و k تعریف شده‌اند. پارامتر h مربوط به فاصله‌ی افقی دو گشودگی از هم، به شکل زیر تعریف می‌شود:

$$h = \frac{e_1}{2od} \quad (۸۳-۲)$$

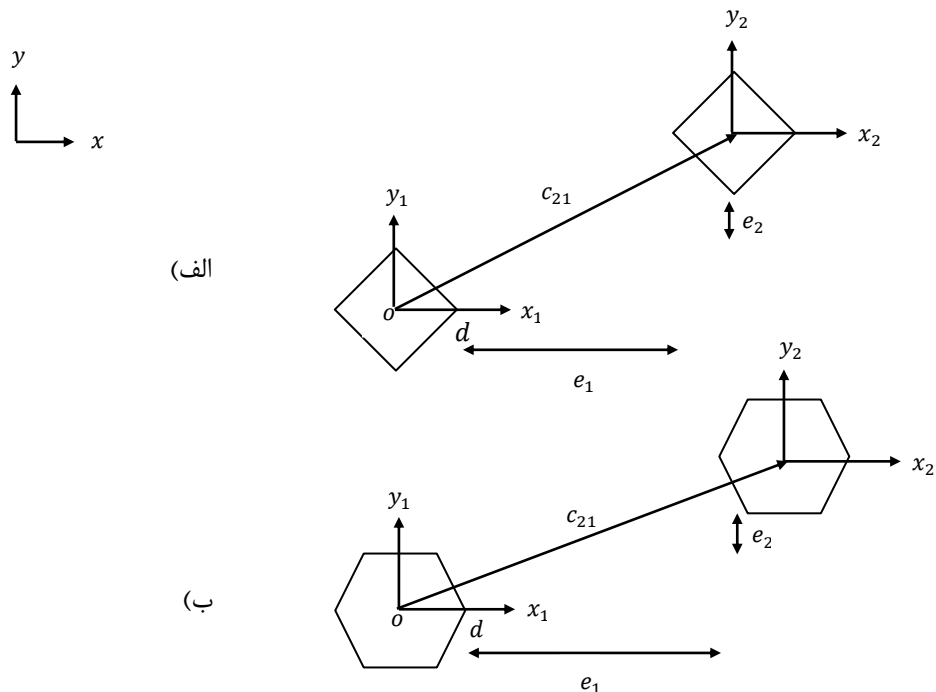
که در آن همان‌طور که در شکل ۲-۱۰ نشان داده شده است، e_1 فاصله‌ی افقی مرزهای دو گشودگی می‌باشد. پارامتر بی بعد k که مربوط به فاصله‌ی عمودی دو گشودگی از هم می‌باشد، به صورت زیر در نظر گرفته می‌شود:

$$k = \frac{e_2}{2od} \quad (۸۴-۲)$$

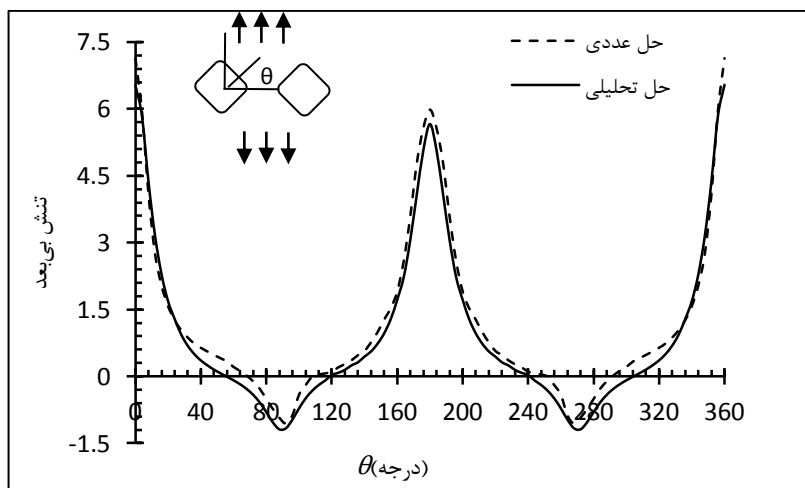
با توجه به شکل ۲-۱۰، e_2 فاصله‌ی عمودی مرزهای دو گشودگی می‌باشد.

در شکل ۲-۱۱ و شکل ۲-۱۲ نتایج از دو روش حل تحلیلی و عددی، به ترتیب برای دو گشودگی مربعی و دو گشودگی شش ضلعی به دست آمده است. در شکل ۲-۱۱ دو گشودگی دارای هندسه‌ای یکسان با $c = 1$ و $\omega = 0.125$ می‌باشند و توزیع تنش بی بعد حول گشودگی سمت چپ نشان داده شده است. در این بررسی $k = 0$ و $h = 0.22$ می‌باشد. در شکل ۲-۱۲ مقایسه‌ی تنش بی بعد در اطراف دو گشودگی شش ضلعی با هندسه‌ی مشابه و با شرایط هندسی $c = 1$ و $\omega = 0.05$ انجام شده است. در این مسأله $k = 0$ و $h = 0.45$ در نظر گرفته شده است و توزیع تنش بی بعد حول گشودگی

سمت راست به دست آمده است. همان طور که نشان داده شده است؛ نتایج حاصل از روش اجزای محدود و حل تحلیلی حاضر کاملاً به یکدیگر نزدیک است.



شکل ۱۰-۲ نحوه‌ی بررسی فاصله‌ی دو گشودگی

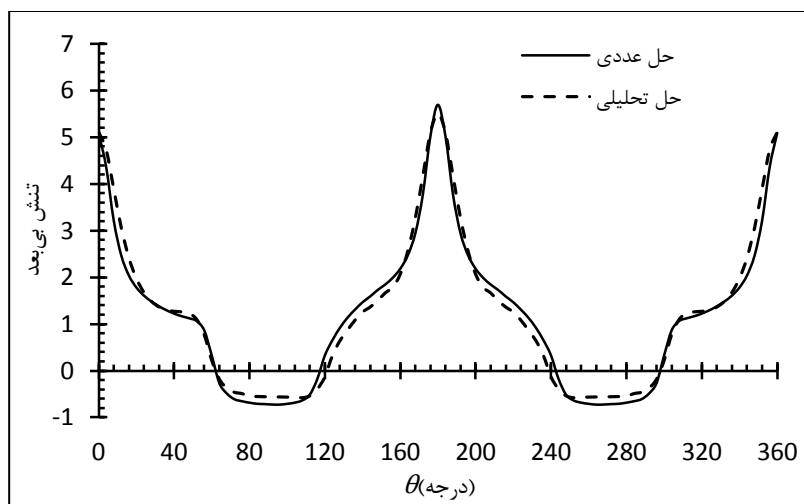


شکل ۱۱-۲ مقایسه‌ی توزیع تنش بی بعد حول گشودگی مربعی سمت چپ، تحت بار کششی تک‌محوری از دو روش تحلیلی و عددی

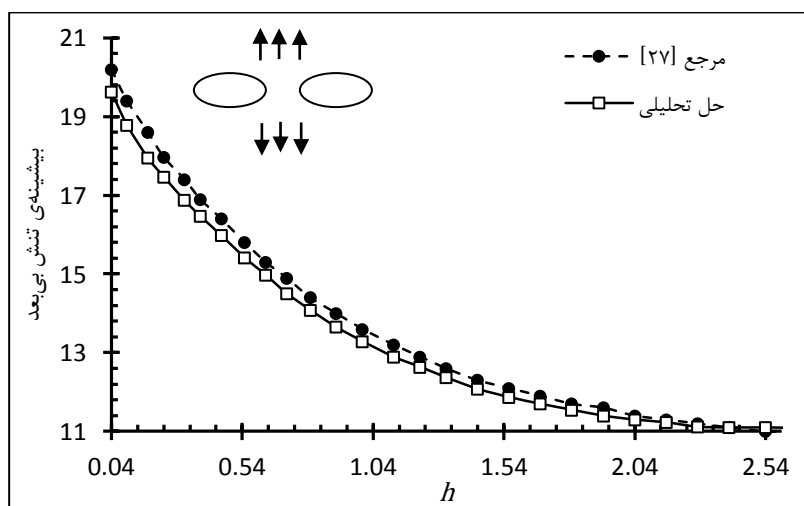
در شکل ۱۳-۲ مقایسه‌ی حل تحلیلی حاضر با حل تینگ و همکارانش [۲۷] برای صفحه‌ی

حاوی دو گشودگی بیضوی نشان داده شده است، که در آن ابعاد دو گشودگی بیضوی یکسان می‌باشد

و در آن‌ها $c = 0.2$ و $k = 0$ است. در این شکل نتایج بیشینه‌ی تنش بی‌بعد برای فواصل مختلف برحسب h نشان داده شده است. نحوه‌ی بررسی فاصله در دو گشودگی بیضوی به کمک شکل ۱۴-۲ انجام شده است.

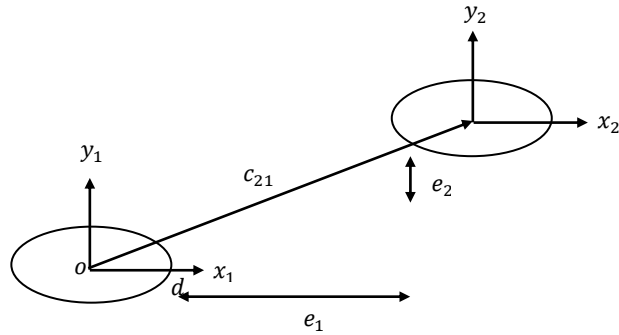


شکل ۱۴-۲ مقایسه‌ی توزیع تنش بی‌بعد حول گشودگی شش ضلعی سمت راست، تحت بار کششی تک‌محوری از دو روش تحلیلی و عددی

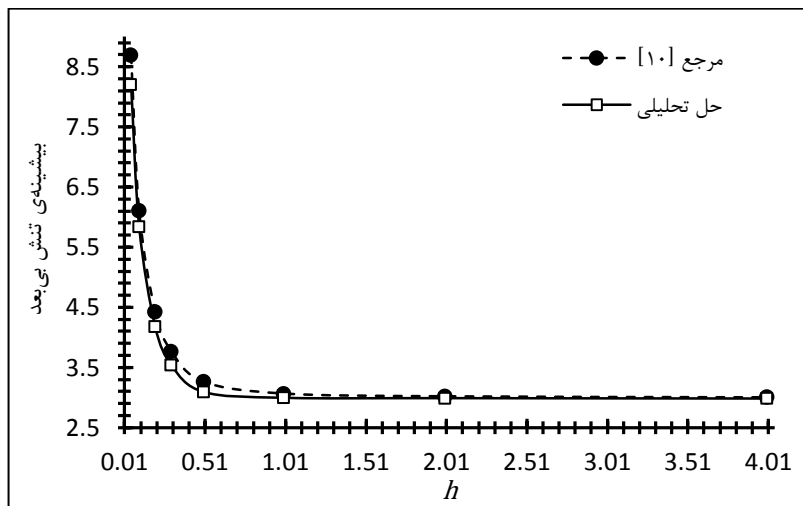


شکل ۱۳-۲ بیشینه‌ی تنش بی‌بعد حول دو گشودگی بیضوی تحت بار کششی تک‌محوری

شکل ۱۵-۲ مقایسه‌ی حل تحلیلی حاضر را با حل هدان [۱۰] نشان می‌دهد. این نتایج برای دو گشودگی دایره‌ای شکل با شعاع واحد انجام شده است؛ بنابراین $c = 0$ می‌باشد. در این حل نیز همانند بررسی دو گشودگی بیضوی $k = 0$ در نظر گرفته شده است و بیشینه‌ی تمرکز تنش برای فواصل مختلف افقی با ضریب h مورد مقایسه قرار گرفته است.

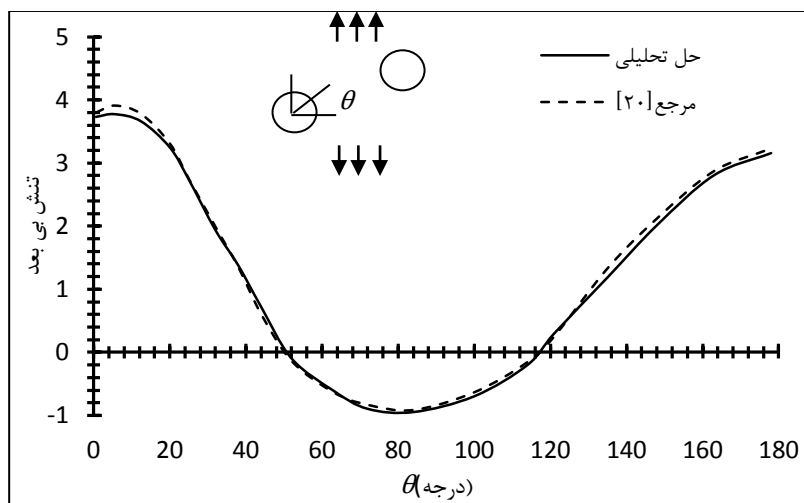


شکل ۱۴-۲ نحوه‌ی بررسی فاصله‌ی دو گشودگی بیضوی



شکل ۱۵-۲ بیشینه‌ی تنش بی‌بعد حول دو گشودگی دایروی تحت بار کششی تک‌محوری

در شکل ۱۶-۲ نتایج توزیع تنش اطراف گشودگی سمت چپ در صفحه‌ای حاوی دو گشودگی دایره‌ای شکل که خط میان مرکزهای آن‌ها با زاویه‌ی 30° درجه نسبت افق قرار دارد؛ نشان داده شده است. با توجه به شکل ۱۴-۲ زاویه‌ی گفته شده همان زاویه‌ی میان محور c_{21} با محور افقی x_1 می‌باشد. در این بررسی فاصله‌ی مرزهای افقی دو گشودگی از یکدیگر $e_1 = 0$ در نظر گرفته شده است. این شکل برای مقایسه‌ی نتایج حل تحلیلی حاضر با نتایج تحقیق مگوید و شین [۲۰] برای صفحه‌ای حاوی دو گشودگی دایروی، مورد استفاده قرار گرفته است. همان‌طور که نشان داده شد، نتایج حاصل از تحقیقات دیگر محققان، همانند نتایج به‌دست آمده از حل عددی، تطابق خوبی با نتایج حل تحلیلی حاضر دارد.



شکل ۲-۱۶ مقایسه‌ی توزیع تنش بی‌بعد حول گشودگی دایروی سمت چپ،
تحت بار کششی تک‌محوری از دو روش تحلیلی و عددی

۸-۲ جمع‌بندی

در این فصل با به‌کارگیری روش متغیر مختلط موشخلیشیویلی، روش تکرارشونده‌ی شوارتز و با استفاده از یک تابع نگاشت هم‌نوا، معادلات حاکم بر مسأله‌ی مورد بررسی، استخراج شد. به کمک نتایج سایر تحقیقات و با شبیه‌سازی صفحه‌ی حاوی دو گشودگی در نرم‌افزار اجزای محدود، صحت روش تحلیلی حاضر مورد بررسی قرار گرفت.

فصل ۳

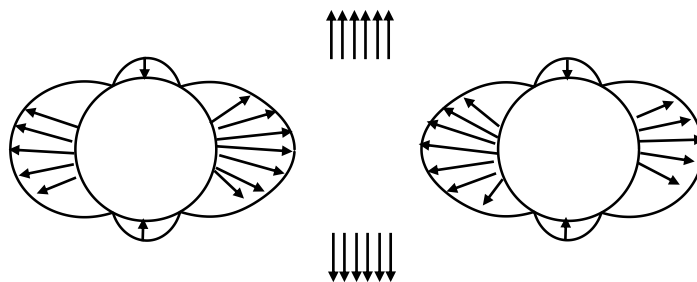
بررسی پارامترهای مؤثر بر توزیع تنش گشودگی‌های
بیضوی و چهارضلعی

۳-۱ مقدمه

در این فصل تأثیر هر یک از پارامترها بر توزیع تنش اطراف دو گشودگی مورد بررسی قرار می‌گیرد. در ابتدا توزیع تنش در اطراف دو گشودگی بیضوی مطالعه می‌شود و در ادامه توزیع تنش در اطراف دو گشودگی چهارضلعی بررسی می‌گردد. در رابطه با هر یک از گشودگی‌ها، تأثیر پارامترها به تنهایی و به صورت همزمان بر روی توزیع تنش نشان داده شده است؛ همچنین برای هر دو گشودگی بیضوی و چهارضلعی محدوده‌ی مناسب این پارامترها برای ایجاد مقادیر بهینه‌ی تنش تعیین می‌شود.

۳-۲ دو گشودگی بیضوی

همان‌طور که در شکل ۲-۲ و شکل ۴-۲ نمایش داده شد، هنگامی که $\omega = 0$ است؛ رابطه‌ی $(7-2)$ نقاط روی مرز گشودگی دایروی به شعاع واحد را به نقاط روی مرز گشودگی بیضوی نگاشت می‌کند. بنابراین به دلیل ثابت بودن انحنا، تأثیر تغییرات این پارامتر بر توزیع تنش صفحات حاوی دو گشودگی بیضوی بررسی نمی‌شود. برای بررسی گشودگی دایروی علاوه بر آنچه گفته شد، $c = 0$ می‌باشد. در شکل ۱-۳ نحوه‌ی توزیع تنش محیطی در اطراف دو گشودگی دایروی نشان داده شده است. این دو گشودگی با چیدمان افقی ($k = 0$) در یک صفحه قرار دارند و فاصله‌ی بین مراکز آنها $c_{21} = 2.60d$ در نظر گرفته شده است. همان‌طور که در شکل ۱۳-۲ نشان داده شده است؛ نصف قطر بیضی می‌باشد که در راستای محور x و عمود بر راستای بارگذاری قرار دارد و در شکل ۱-۳ برابر شعاع دایره است.

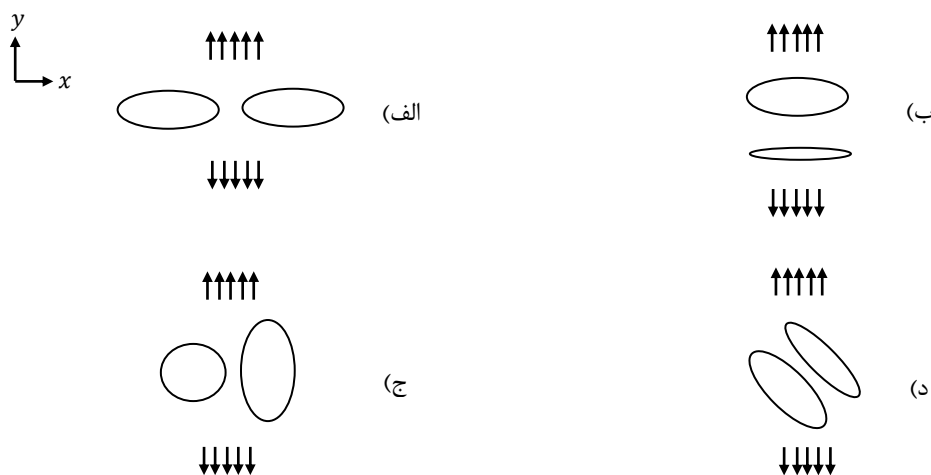


شکل ۱-۳ توزیع تنش اطراف دو گشودگی دایروی

مطابق شکل ۳-۱ بیشینه‌ی مقدار تنش در قسمتی از دو گشودگی اتفاق می‌افتد که در فاصله‌ی نزدیک‌تری نسبت به هم قرار دارند. در این شکل و با در نظر گرفتن چیدمان دو گشودگی دایروی که به صورت افقی در کنار یکدیگر قرار گرفته‌اند، در نقاطی از دو گشودگی که در فاصله‌ی دورتری از هم قرار دارند، تنش دارای مقادیر کمتری می‌باشد. برای بررسی تأثیر پارامترهای مختلف بر روی توزیع تنش، دو گشودگی بیضوی با چیدمان‌های مختلف مورد بررسی قرار گرفته‌اند.

۳-۲-۱ موقعیت دو گشودگی نسبت به یکدیگر

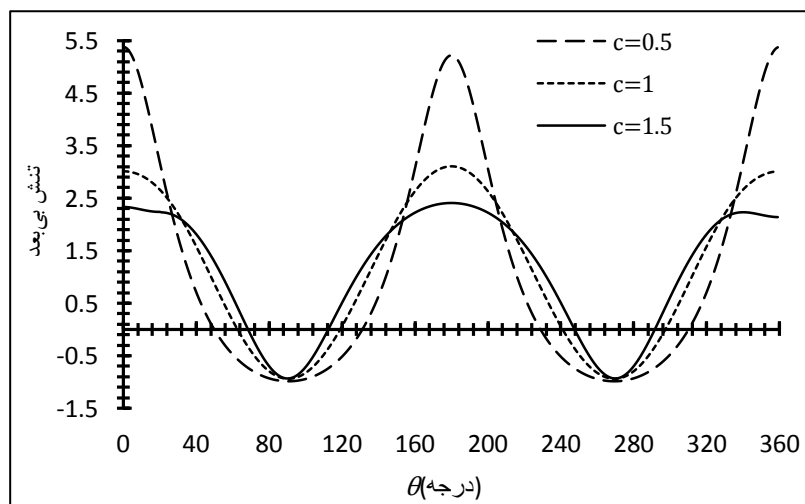
هنگامی که توزیع تنش در صفحات حاوی دو گشودگی مورد بررسی قرار می‌گیرد، موقعیت دو گشودگی نسبت به یکدیگر به عنوان یک پارامتر بسیار مهم مطرح می‌شود. چیدمان دو گشودگی و نحوه‌ی قرارگیری آن‌ها در صفحه می‌تواند به شکلی باشد که مقدار تمرکز تنش در صفحه‌ی حاوی دو گشودگی، به مقداری کمتر از صفحه‌ی حاوی یک گشودگی برسد. با توجه به ماهیت این اتفاق، امکان تحقق این امر در صفحات حاوی یک گشودگی امکان‌پذیر نمی‌باشد. بنابراین این نکته به عنوان یک مزیت بزرگ برای صفحات حاوی دو گشودگی قابل بررسی می‌باشد. به عنوان مثال در شکل ۳-۲ چیدمان‌های مختلفی از دو گشودگی بیضی شکل نشان داده شده است که هر یک از چیدمان‌ها منجر به توزیع تنشی خاص در اطراف دو گشودگی می‌گردد.



شکل ۳-۲ موقعیت دو گشودگی بیضوی نسبت به یکدیگر

هنگامی که امکان تغییر هندسه‌ی دو گشودگی در صفحه‌ی مورد بررسی وجود ندارد؛ به عبارتی، زمانی که نمی‌توان پارامترهای عبارت (۲-۷) را تغییر داد، می‌توان با تغییر جایگاه دو گشودگی نسبت به هم و تغییر فاصله‌ی آن‌ها به مقدار تنش بهینه‌ای متناسب با شرایط مرزی و هندسه‌ی دو گشودگی دست پیدا کرد. بنابراین پارامتر مذکور در کنار دیگر پارامترها که بر هندسه‌ی گشودگی‌ها تأثیرگذار می‌باشند، بررسی می‌شود.

در شکل ۳-۳ توزیع تنش حول گشودگی دایروی که در فاصله‌ی مشخصی از آن یک گشودگی بیضوی قرار گرفته است؛ نشان داده شده است. این دو گشودگی در راستای افقی در کنار یکدیگر قرار گرفته‌اند و با توجه به شکل ۲-۱۴ و رابطه‌ی (۲-۱۴)، $k = 0$ می‌باشد. یعنی محور c_{21} موازی محور x است. در شکل ۳-۳ توزیع تنش حول گشودگی دایروی برای سه حالت مختلف نشان داده شده است، در هر یک از این حالت‌ها گشودگی بیضوی با کشیدگی‌های (c) متفاوت، در کنار گشودگی دایروی قرار داده شده است. در این بررسی نحوه‌ی قرارگیری دو گشودگی همانند قسمت ج در شکل ۲-۳ در نظر گرفته شده است و فاصله‌ی دو گشودگی از یکدیگر $e_1 = 0.5od$ می‌باشد که در آن با توجه به شکل ۲-۱۴، od شعاع دایره‌ی مورد بررسی می‌باشد.



شکل ۳-۳ توزیع تنش بی بعد حول گشودگی دایروی در صفحه‌ای حاوی دو گشودگی

همان‌طور که در این شکل نشان داده شده است، زمانی که یک گشودگی با کشیدگی بیشتر در کنار یک گشودگی دایروی قرار می‌گیرد، مقادیر تنش کمتری نسبت به دو حالت دیگر حاصل می‌شود.

به عبارتی می‌توان گفت هنگامی که محور بزرگتر گشودگی دوم در راستای بارگذاری قرار می‌گیرد، مقادیر تنش کمتری به دست می‌آید. از این رو می‌توان نتیجه گرفت که کمترین مقادیر تنش مربوط به دورترین نقاط دو گشودگی از یکدیگر نمی‌باشد و نقاطی از مرز دو گشودگی که با راستای بارگذاری در مرزهای صفحه که در جهت عمود می‌باشد، زاویه‌ی صفر درجه می‌سازند، دارای کمینه‌ی مقدار تنش می‌باشند. در زاویه‌ی صفر درجه به علت افزایش نیروهای متقابل ایجاد شده میان مرزهای دو گشودگی و همچنین ایجاد زاویه‌ی ۹۰ درجه با راستای بارگذاری بر مرزهای صفحه، مقادیر تنش دارای حداکثر مقدار خود می‌باشد.

با توجه به آنچه که در مورد معیار همگرایی در فصل دوم گفته شد، برای تعیین تعداد مراحل تکرارشونده در هر مسأله، احتیاج به بررسی نیروهای متقابل ایجاد شده میان گشودگی‌ها در هر مرحله‌ی تکرار می‌باشد. بدین منظور نسبت قدر مطلق نیروهای متقابل ایجاد شده در هر مرحله از تکرار به نیروهای اعمال شده در بی‌نهایت به مرزهای صفحه بررسی شده است. با در نظر گرفتن این موضوع، جدول ۱-۳ برای مسأله‌ی مربوط به شکل ۳-۳ و برای حالت $c = 0/5$ به دست آمده است.

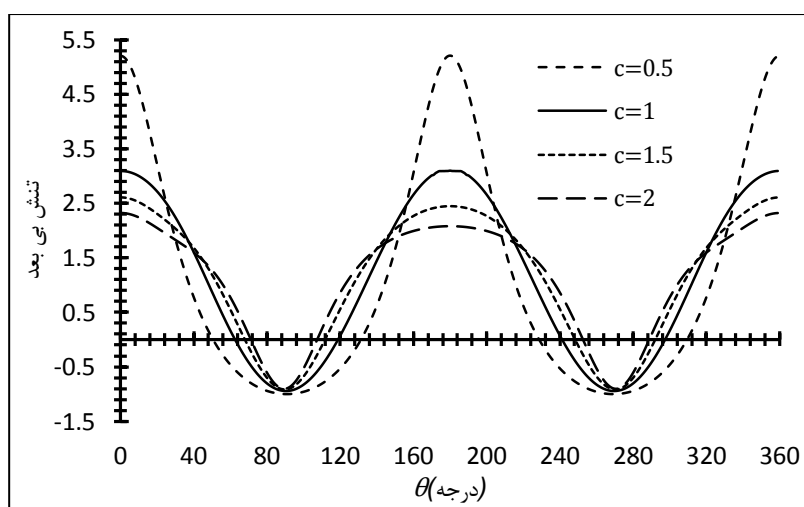
جدول ۱-۳ بررسی مقادیر نیروهای بین دو گشودگی برای تعیین مراحل تکرار دو گشودگی بیضوی با چیدمان افقی

مرحله‌ی تکرار	$ max(f_{21})/T $	$ max(f_{12})/T $
۱	$5/37 * 10^{-1}$	۳/۴۷۸
۲	$1/2 * 10^{-5}$	$6/35 * 10^{-2}$
۳	10^{-4}	$1/5 * 10^{-3}$
۴	$7/1 * 10^{-5}$	$6/2 * 10^{-4}$
۵	$8/3 * 10^{-7}$	$4/6 * 10^{-5}$
۶	$4 * 10^{-8}$	$3/2 * 10^{-6}$

پس از بررسی همگرایی در سه حالت مشاهده شد که در حالت $c = 0/5$ همگرایی دیرتر از دو حالت دیگر اتفاق می‌افتد. همان‌طور که مشاهده می‌شود، همگرایی به عدد تعیین شده پس از ۶ مرحله‌ی تکرار حاصل می‌شود. بنابراین مراحل تکرارشونده پس از این مرحله متوقف می‌شوند و توابع

تنش حاصل شده در این مراحل برای محاسبه‌ی توزیع تنش با یکدیگر جمع می‌گردند.

در شکل ۳-۴ توزیع تنش برای حالت الف در شکل ۳-۲ که دو گشودگی یکسان می‌باشند، حول گشودگی سمت چپ نشان داده شده است. این شکل برای دو گشودگی یکسان با کشیدگی‌های مختلف به دست آمده است و فاصله‌ی دو گشودگی که به صورت افقی در کنار هم قرار گرفته‌اند؛ $e_1 = 0.5od$ می‌باشد.

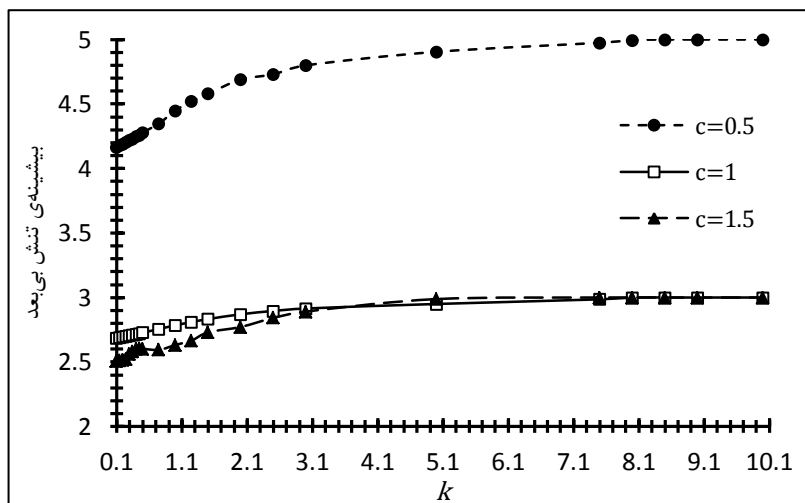


شکل ۳-۴ توزیع تنش بی‌بعد حول گشودگی چپ در صفحه‌ای حاوی دو گشودگی یکسان

همان‌طور که انتظار است برای دو گشودگی یکسان با کشیدگی‌های مختلف که به صورت افقی در کنار هم قرار گرفته‌اند نیز بیشترین تنش در نقطه‌ای اتفاق می‌افتد که کمترین فاصله را با گشودگی دیگر دارد. با مقایسه‌ی دو شکل ۳-۳ و شکل ۳-۴ این نکته مشخص می‌شود که با دورتر شدن دو گشودگی افقی از یکدیگر اختلاف مقدار تنش در زوایای ۰ درجه و ۹۰ درجه کمتر می‌شود. به عبارتی تأثیر نیروهای متقابل ایجاد شده بین دو گشودگی در فاصله‌های دورتر بسیار کمتر می‌شود. این نکته در مورد گشودگی‌های بیضوی با کشیدگی‌های مختلف که به صورت افقی در کنار هم قرار گرفته‌اند، صدق می‌کند.

برای بررسی فاصله‌ی عمودی دو گشودگی بیضوی، همانند آنچه که در قسمت ب در شکل ۳-۲ نشان داده شده است؛ دو حالت گشودگی بیضوی برابر و دو گشودگی نابرابر با کشیدگی‌های مختلف مطالعه شده است. در شکل ۳-۵ بیشینه‌ی تنش بی‌بعد اطراف دو گشودگی غیر یکسان با

کشیدگی‌های مختلف نمایش داده شده است. با توجه به آنچه در شکل ۲-۱۴ نشان داده شد؛ در این بررسی $h = 0$ می‌باشد و تأثیر تغییرات در فاصله‌ی عمودی دو گشودگی بیضوی بر روی بیشینه‌ی تنش مورد مطالعه قرار گرفته است.



شکل ۳-۵ بیشینه‌ی تنش بی‌بعد حول دو گشودگی بیضوی نابرابر با تغییر فاصله‌ی عمودی

همان‌طور که در این شکل مشخص است، نکته‌ی بسیار مهم و دور از انتظاری در این بررسی حاصل شد. دورتر شدن دو گشودگی عمودی باعث افزایش بیشینه‌ی تنش بی‌بعد در اطراف دو گشودگی می‌شود. به عبارتی در کمترین فاصله‌ی عمودی مورد بررسی ($k = 0.1$), کمترین بیشینه‌ی تنش که با توجه به شکل ۳-۳ و شکل ۳-۴ مربوط به زاویه‌ی 0° درجه بود؛ اتفاق می‌افتد. این کمترین تنش بی‌بعد، تنش مطلوب بی‌بعد و یا به اختصار تنش مطلوب^۱ نامیده می‌شود. بیشترین تنش حاصل‌شده در هر مسأله‌ی مورد بررسی نیز، تنش نامطلوب بی‌بعد و یا به اختصار تنش نامطلوب^۲ نامگذاری شده است. همان‌طور که در شکل ۳-۵ نشان داده شده است، تنش مطلوب برای هر سه حالت در کمترین فاصله‌ی عمودی دو گشودگی بیضوی از هم اتفاق می‌افتد. در این بررسی این نکته بسیار حائز اهمیت می‌باشد که تأثیرات متقابل دو گشودگی بر یکدیگر تا فاصله‌ی زیادی بر حسب k باقی می‌ماند و با افزایش پارامتر مذکور این تأثیرات کاهش می‌یابد. برای هر یک از حالات

¹ Desirable Stress

² Undesirable Stress

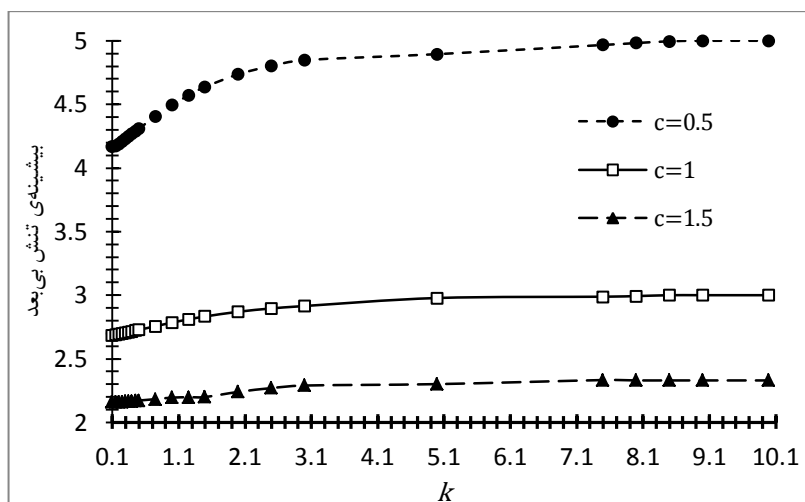
مورد بررسی، این تأثیرات تا فاصله‌ی خاصی ادامه می‌یابد و پس از این فاصله می‌توان صفحه‌ی بی‌نهایت را تنها با یک گشودگی بررسی نمود. بنابراین تنش مطلوب برای هر یک از حالات تعیین شده در شکل ۳-۵ در کمترین فاصله‌ی مورد بررسی که $k = 0/05$ می‌باشد، اتفاق می‌افتد. در جدول ۳-۲ مقادیر تنش مطلوب و نامطلوب و حداقل فاصله‌ی عمودی لازم برای ایجاد تنش نامطلوب در کشیدگی‌های مختلف برای این مسأله ذکر شده است.

جدول ۳-۲ مقادیر تنش مطلوب و نامطلوب برای دو گشودگی بیضوی نابرابر در cهای مختلف

c	حداقل k در ایجاد تنش نامطلوب	تنش نامطلوب	تنش مطلوب
0/5	8/5	5	4/15
1	8/2	3	2/68
1/5	7/8	3	2/13

همان‌طور که از نتایج این جدول و شکل ۳-۵ مشخص است دو گشودگی با کشیدگی کوچکتر که در راستای بارگذاری در کنار هم قرار گرفته‌اند، دارای مقادیر تنش نامطلوب بزرگتری می‌باشند. در شکل ۳-۶ دو گشودگی بیضوی با هندسه‌ی یکسان با کشیدگی‌های مختلف مورد بررسی قرار گرفته‌اند. در این شکل نتایج برای $h = 0$ و مقادیر مختلف k به‌دست آمده است. نکته‌ای که در مورد مسأله‌ی مربوط به این شکل و دیگر گشودگی‌های بررسی شده وجود دارد، این می‌باشد که برای صفحه‌ی تحت بارگذاری در راستای λ و برای گشودگی‌های بیضوی شکل با چیدمان‌های مختلف، هر دو گشودگی که دارای کشیدگی بیشتری باشند، مقادیر تنش مطلوب کمتری را ایجاد می‌کنند که حالت بهینه برای دو گشودگی بیضوی در صفحه‌ی بی‌نهایت محسوب می‌شود. با توجه به این شکل و شکل ۳-۵ می‌توان نتیجه گرفت که دو گشودگی بیضوی با پارامتر کشیدگی بزرگتر، تغییرات کمتری را با افزایش فاصله‌ی عمودی نشان می‌دهند. قابل توجه است که در این بررسی نیز مقادیر بیشینه‌ی تنش همانند مسأله‌ی قبل که دو گشودگی بیضوی با چیدمان عمودی مورد بررسی قرار گرفتند، با افزایش فاصله‌ی دو گشودگی، افزایش می‌یابد. این روند تا جایی ادامه پیدا می‌کند که بتوان صفحه را

تنها با یک گشودگی مورد بررسی قرار داد.



شکل ۳-۶ بیشینه‌ی تنش بی‌بعد حول دو گشودگی بیضوی برابر با تغییر فاصله‌ی عمودی

برای بررسی معیار همگرایی، مقادیر نیروهای ایجاد شده بین دو گشودگی در جدول ۳-۳ نشان

داده شده است. این جدول برای دو گشودگی یکسان با $c = 0.5$ و $e_2 = 0.50d$ به دست آمده است.

جدول ۳-۳ بررسی مقادیر نیروهای بین دو گشودگی برای تعیین مراحل تکرار دو گشودگی بیضوی با چیدمان عمودی

مرحله‌ی تکرار	$ max(f_{21})/T $	$ max(f_{12})/T $
۱	$8/89 * 10^{-2}$	$2/14 * 10^{-1}$
۲	$1/43 * 10^{-2}$	$4/11 * 10^{-2}$
۳	$8/2 * 10^{-3}$	$1/1 * 10^{-2}$
۴	$4/0 * 10^{-4}$	$7/7 * 10^{-3}$
۵	$2/8 * 10^{-5}$	$3/1 * 10^{-4}$
۶	$4 * 10^{-6}$	$1/0 * 10^{-4}$
۷	$7/5 * 10^{-7}$	$6/3 * 10^{-5}$
۸	$2/1 * 10^{-7}$	$7/1 * 10^{-6}$

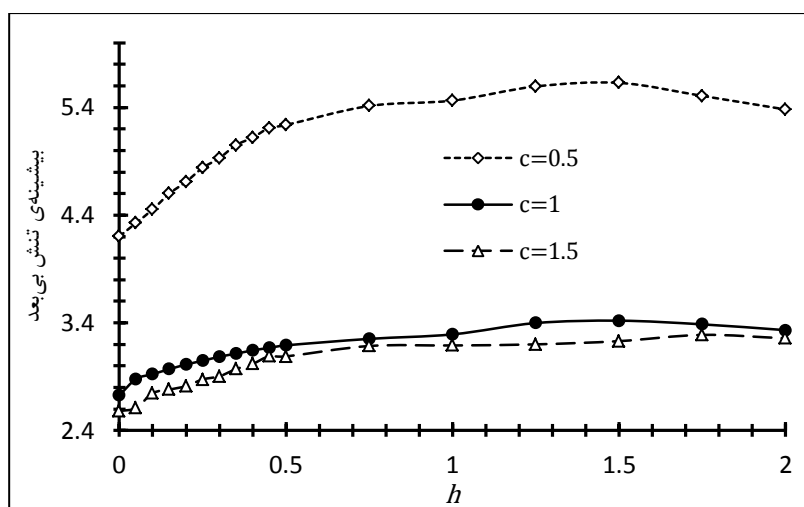
تعداد مراحل تکرارشونده در این جدول برخلاف جدول ۱-۳، ۸ مرحله می‌باشد. با مقایسه‌ی این

دو جدول مشخص می‌شود که مقادیر نیروهای ایجاد شده بین دو گشودگی در مرحله‌ی اول برای

جدول ۱-۳ بزرگتر از این مقادیر در جدول اخیر می‌باشد. اما برخلاف تصور، مراحل تکرارشونده برای

دو گشودگی بیضوی با چیدمان عمودی بیشتر می‌باشد.

در شکل ۷-۳ دو گشودگی در یک فاصله‌ی عمودی ثابت از یکدیگر قرار گرفته‌اند و تأثیر تغییرات فاصله‌ی افقی بر بیشینه‌ی تنش بی‌بعد حول دو گشودگی مورد بررسی قرار گرفته است. نتایج در این شکل برای $e_2 = 0.50d$ به دست آمده است. یک گشودگی دایروی به صورت ثابت در نظر گرفته شده است و یک گشودگی بیضوی با کشیدگی‌های مختلف و در فواصل مختلف از این گشودگی قرار می‌گیرد.



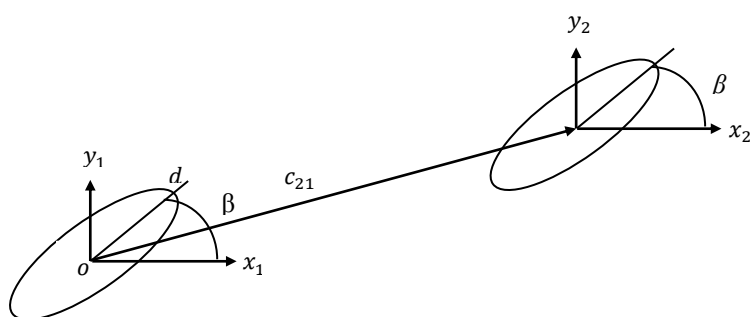
شکل ۷-۳ بیشینه‌ی تنش بی‌بعد حول دو گشودگی بیضوی نابرابر با تغییر فاصله‌ی افقی

با مقایسه‌ی نتایج نشان داده شده در این شکل با شکل ۵-۳ و شکل ۶-۳ به راحتی مشخص می‌شود که تأثیر نیروهای متقابل برای حالتی که فاصله‌ی افقی دستخوش تغییر می‌شود، در بازه‌ی کوچکتري موجب افزایش تنش می‌گردد. از سوی دیگر با بررسی این شکل، نتیجه می‌شود که برای فواصل مختلف افقی که برای دو گشودگی بیضوی در نظر گرفته می‌شود، بیشینه‌ی تنش بیشتر از زمانی است که دو گشودگی بیضوی در فواصل مختلف عمودی قرار می‌گیرند. مقدار بیشینه‌ی تنش در حالت عمودی همان‌طور که گفته شد همان مقدار بیشینه‌ی تنش برای صفحه‌ی حاوی یک گشودگی بیضوی خواهد بود. در حالت کلی می‌توان این گزاره را در مورد نحوه‌ی چیدمان دو گشودگی بیضوی در صفحه‌ی بی‌نهایت با بارگذاری در راستای y عنوان کرد که زمانی تنش مطلوب کمتری برای دو گشودگی حاصل می‌شود که دو گشودگی بیضوی در راستای بارگذاری در کنار هم قرار بگیرند و

فاصله‌ی بسیار کمی برای آنها در نظر گرفته شود.

۲-۲-۳ زاویه‌ی چرخش دو گشودگی

همان‌طور که در فصل اول بیان شد و در شکل ۸-۳ نمایش داده شده است، زاویه‌ی چرخش گشودگی زاویه‌ای است که محور افقی گشودگی با محور x می‌سازد. در شکل ۸-۳ این زاویه با β نمایش داده شده است. زاویه‌ی چرخش دو گشودگی به عنوان یک پارامتر تأثیرگذار در توزیع تنش اطراف دو گشودگی مورد بررسی قرار می‌گیرد.



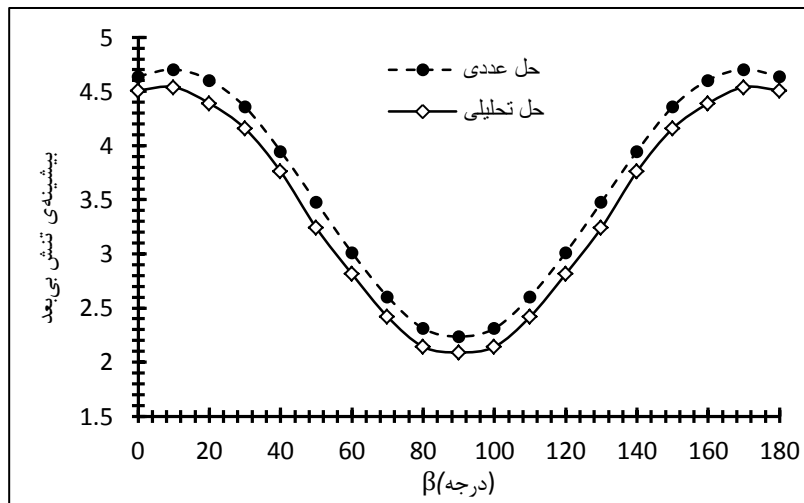
شکل ۸-۳ زاویه‌ی چرخش دو گشودگی بیضوی

با توجه به آنچه که در مورد تابع نگاشت گفته شد، برای استخراج x' و y' نقاطی از مرز دو گشودگی که تحت چرخش قرار گرفته‌اند، کافی است که عبارت (۲-۲) در یک تابع انتقال ضرب شود و تابع نگاشت جدید با توجه به معادله‌ی (۱-۲) بازنویسی شود. این تابع انتقال به شکل زیر می‌باشد:

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\beta) & -\sin(\beta) \\ \sin(\beta) & \cos(\beta) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} \quad (1-3)$$

با توجه به آنچه که در مورد پارامتر موقعیت دو گشودگی نسبت به هم گفته شد، زاویه‌ی چرخش دو گشودگی را نیز می‌توان برای چیدمان‌های مختلف که تعدادی از آنها در شکل ۲-۳ گفته شد، مورد بررسی قرار داد. در شکل ۹-۳ مقایسه‌ی نتایج حاصل از حل تحلیلی حاضر با حل عددی برای بررسی صحت نتایج حاصل از چرخش دو گشودگی که با چیدمان افقی در یک صفحه قرار گرفته‌اند، نشان داده شده است. در این بررسی $e_1 = od$ و $c = 0.16$ می‌باشد. نتایج به‌دست آمده از دو روش تحلیلی و عددی، گویای صحت حل تحلیلی حاضر برای بررسی چرخش دو گشودگی

می‌باشد.



شکل ۳-۹ مقایسه‌ی بیشینه‌ی تنش بی‌بعد حول دو گشودگی بیضوی تحت چرخش پادساعتگرد

در شکل ۳-۱۰ بیشینه‌ی تنش در اطراف دو گشودگی بیضوی که هر دو به‌صورت پادساعتگرد

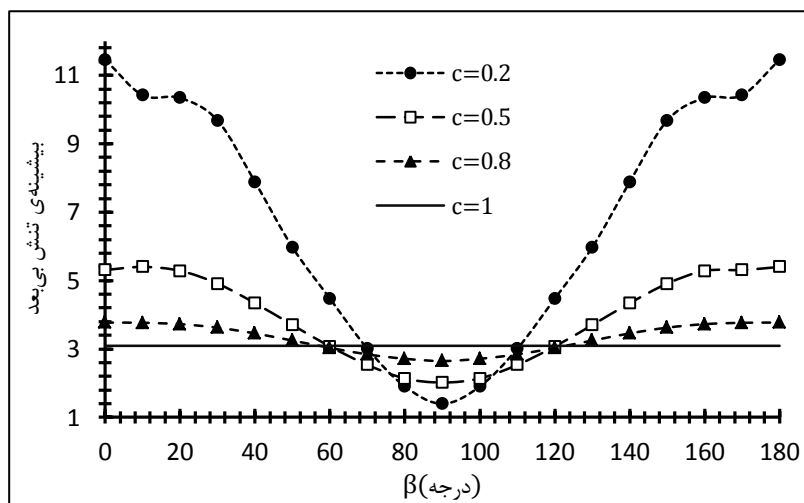
می‌چرخند، نشان داده شده است. چیدمان قرارگیری این دو گشودگی به‌صورت افقی می‌باشد و با

فاصله‌ی افقی $e_1 = od$ در کنار هم قرار گرفته‌اند. این نمودارها به علت هندسه‌ی مسأله دارای یک

دوره‌ی تناوب می‌باشند. به عنوان مثال دو گشودگی نشان داده شده در شکل ۳-۸ پس از چرخش

۱۸۰ درجه دوباره به حالت اول باز می‌گردند و نتایج تنش در اطراف دو گشودگی تکرار می‌شود؛ که

این بازه همان دوره‌ی تناوب دو گشودگی بیضوی محسوب می‌شود.



شکل ۳-۱۰ تأثیر زاویه‌ی چرخش برای دو گشودگی بیضوی یکسان با چرخش پادساعتگرد با $c < 1$

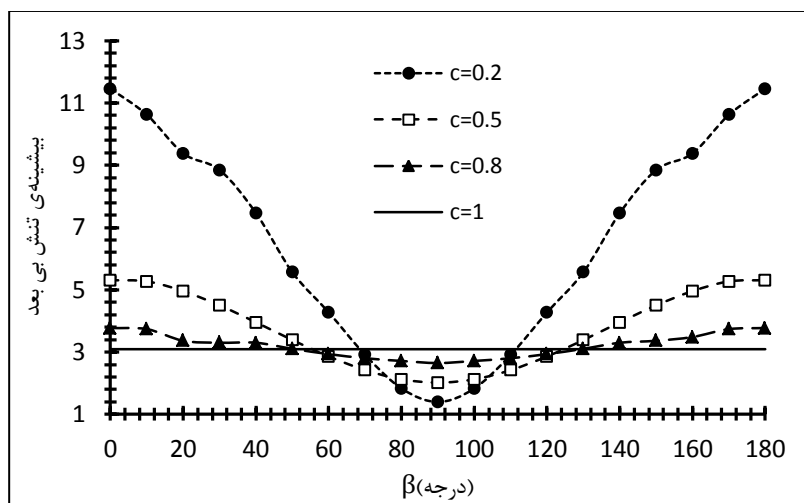
این شکل نشان می‌دهد که با تغییر زاویه در محدوده‌ی خاصی برای گشودگی‌های بیضوی که با چیدمان افقی در کنار هم قرار گرفته‌اند، بیشینه‌ی تنش ایجاد شده کمتر از بیشینه‌ی تنش دو گشودگی دایروی با همان چیدمان می‌شود. در سه کشیدگی بررسی شده برای گشودگی‌های بیضوی در این شکل، کمترین بیشینه‌ی تنش در زاویه‌ی ۹۰ درجه اتفاق می‌افتد. همان‌طور که گفته شد این کمترین بیشینه‌ی تنش، تنش مطلوب نامیده می‌شود. این زاویه برای تمام گشودگی‌های بیضوی با شرط $c < 1$ تنش مطلوب را ایجاد می‌کند. مقادیر تنش مطلوب و تنش نامطلوب برای دو گشودگی بیضوی و زوایای چرخشی که این مقادیر در آنها اتفاق می‌افتد در جدول ۳-۴ نشان داده شده است.

جدول ۳-۴ مقادیر تنش مطلوب و نامطلوب برای دو گشودگی بیضوی با چرخش پادساعتگرد

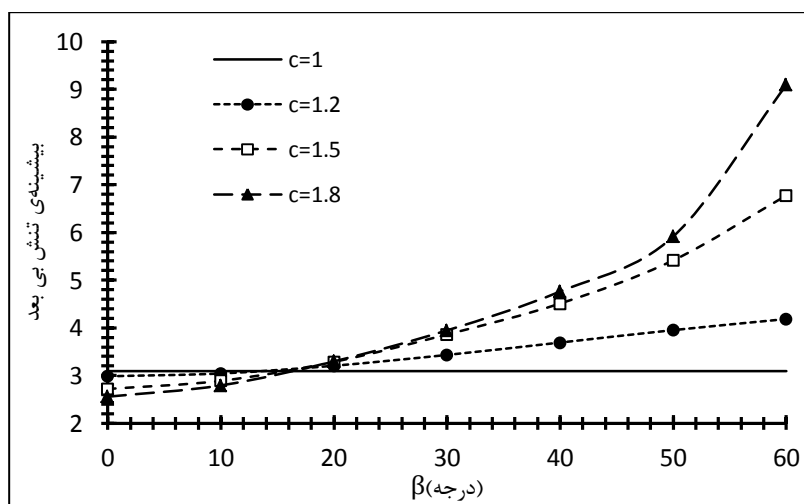
تنش نامطلوب	زاویه‌ی چرخش تنش نامطلوب	تنش مطلوب	زاویه‌ی چرخش تنش مطلوب	c
۱۱/۴۶	۰ و ۱۸۰	۱/۳۹۹	۹۰	۰/۲
۵/۳۰	۰ و ۱۸۰	۲/۰۲	۹۰	۰/۵
۳/۷۷	۰ و ۱۸۰	۲/۶۴۸	۹۰	۰/۸
۳/۰۹	-	۳/۰۹	-	۱

این جدول نشان می‌دهد با زاویه‌ی چرخش مناسب برای دو گشودگی بیضوی که همان زاویه‌ی ۹۰ درجه می‌باشد، مقادیر تنش مطلوب به مقدار قابل توجهی کاهش می‌یابد. در واقع این جدول تصدیق کننده‌ی این نتیجه‌گیری از شکل‌های قبل بود که دو گشودگی هنگامی که در راستای بارگذاری کشیده می‌شوند، نتایج تنش مطلوب دارای مقادیر بهینه‌تری خواهند شد.

در شکل ۳-۱۱ نتایج بیشینه‌ی تنش برای دو گشودگی که در خلاف جهت یکدیگر می‌چرخند و $e_1 = od$ می‌باشد، نشان داده شده است. در این شکل نیز دو گشودگی با چیدمان افقی در کنار یکدیگر قرار گرفته‌اند. در مسأله‌ی اخیر، گشودگی چپ به‌صورت پادساعتگرد و گشودگی راست به‌صورت ساعتگرد می‌چرخد. به دلیل مشابه بودن شرایط هندسی و فیزیکی مسأله اگر چرخش برای هر دو گشودگی عکس چرخش اخیر شود، نتایج مشابه نتایج شکل ۳-۱۱ خواهد بود.



شکل ۱۱-۳ تأثیر زاویه‌ی چرخش برای دو گشودگی بیضوی یکسان با چرخش در خلاف جهت یکدیگر با $c < 1$ برای بررسی گشودگی‌هایی که در آنها $c > 1$ می‌باشد، تا زاویه‌ی محدودی با توجه به ابعاد و هندسه‌ی دو گشودگی می‌توان تأثیر زاویه‌ی چرخش را مورد بررسی قرار داد. این امر به این دلیل اتفاق می‌افتد که بررسی دو گشودگی با چیدمان افقی در فاصله‌ای مشابه حالت‌های قبلی انجام می‌گیرد؛ فاصله‌ای که نه بسیار دور است که نیروهای متقابل بین دو گشودگی از بین برود و نه آنقدر نزدیک می‌باشد که نتایج بیشینه‌ی تنش، نامطلوب محسوب شوند.

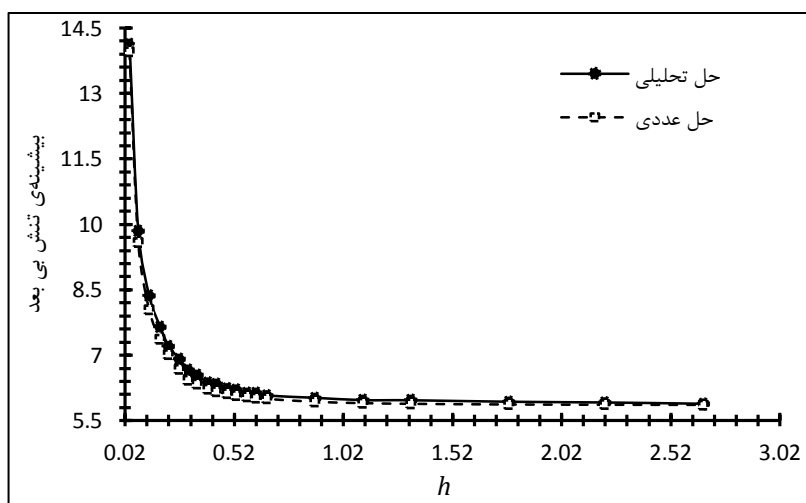


شکل ۱۲-۳ تأثیر زاویه‌ی چرخش برای دو گشودگی بیضوی یکسان با چرخش پادساعتگرد با $c > 1$ با در نظر گرفتن این فاصله، هنگامی که عمل چرخش انجام می‌گیرد، متناسب با هر کشیدگی، از زاویه‌ی خاصی به بعد گشودگی‌ها با یکدیگر تداخل پیدا می‌کنند و بدین شکل فیزیک مسأله

دستخوش تغییر می‌شود، به همین علت نتایج در شکل ۳-۱۲ که مربوط به گشودگی‌هایی با $c > 1$ می‌باشد، تا زاویه‌ی ۶۰ درجه به دست آمده است. همان‌طور که مشاهده می‌شود، مقادیر بیشینه‌ی تنش برای این حالت با افزایش زاویه‌ی چرخش افزایش می‌یابد.

۳-۳ دو گشودگی چهارضلعی

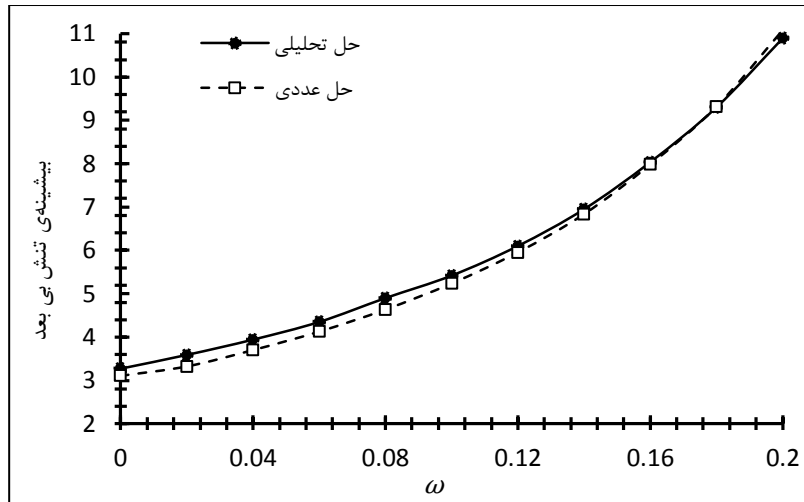
با توجه به آنچه در فصل ۲ و به‌ویژه شکل ۲-۲ و شکل ۲-۴ گفته شد، هنگامی که در رابطه‌ی (۷-۲)، $n = 3$ می‌باشد؛ نقاط روی مرزهای دایره به گشودگی چهارضلعی نگاشت می‌شوند و در حالتی که پارامتر $c = 1$ می‌باشد، گشودگی مربعی خواهد بود. برخلاف دایره که در آن $\omega = 0$ است، گشودگی چهارضلعی می‌تواند مقادیر مختلفی در یک بازه‌ی خاص برای پارامتر کشیدگی اختیار کند. در ابتدا قبل از بررسی پارامترهای نام‌برده بر روی توزیع تنش اطراف دو گشودگی دایروی در شکل ۳-۱۳ و شکل ۳-۱۴ نتایج حل تحلیلی با حل عددی (نرم‌افزار آباکوس) مقایسه شده است. در شکل ۳-۱۳ نتایج برای دو گشودگی مربعی یکسان با $\omega = 0/125$ به دست آمده است. در این شکل تأثیر پارامتر h ، بر روی بیشینه‌ی تنش بی‌بعد دو گشودگی که با چیدمان افقی ($k = 0$) در کنار یکدیگر قرار گرفته‌اند، بررسی شده است.



شکل ۳-۱۳ مقایسه‌ی بیشینه‌ی تنش بی‌بعد بر حسب فاصله‌ی افقی برای دو گشودگی مربعی با دو روش حل تحلیلی حاضر و حل عددی

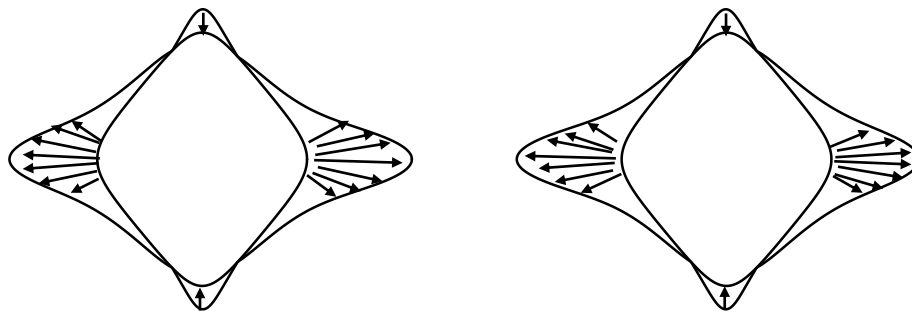
در شکل ۳-۱۴ تغییرات ضریب تمرکز تنش بر حسب انحنای مختلف گوشه‌های دو گشودگی

مربعی از دو روش اجزای محدود و حل تحلیلی حاضر بررسی شده است. در این شکل که با چیدمان افقی در یک صفحه قرار گرفته‌اند، $h = 0.5$ در نظر گرفته شده است. در هنگام مقایسه‌ی نتایج، این نکته که تغییر انحنا باعث تغییر مختصری در فاصله‌ی بین دو گشودگی می‌شود، مورد توجه بوده است.



شکل ۳-۱۴ مقایسه‌ی بیشینه‌ی تنش بی بعد بر حسب انحنا‌ی گشودگی برای دو گشودگی مربعی با دو روش حل تحلیلی حاضر و حل عددی

در شکل ۳-۱۵ نحوه‌ی توزیع تنش برای دو گشودگی مربعی که با چیدمان افقی ($k = 0$) در کنار یکدیگر قرار گرفته‌اند، نشان داده شده است. این شکل برای $\omega = 0.125$ و $e_1 = 2/250d$ به دست آمده است. در نقاطی از مرز دو گشودگی که در فاصله‌ی کمتری از هم قرار دارند، توزیع تنش بیشتر و برای نقاطی از مرز که با راستای بارگذاری زاویه‌ی 90° می‌سازند به حداکثر مقدار خود می‌رسد.

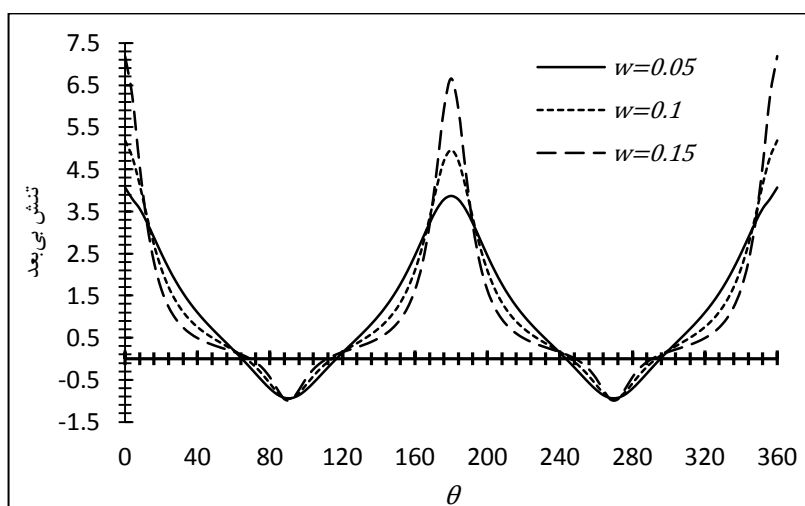


شکل ۳-۱۵ نحوه‌ی توزیع تنش در اطراف دو گشودگی مربعی

۳-۱-۳ انحناهای گوشه‌های دو گشودگی

محدوده‌ی مجاز تغییرات w برای گشودگی مربعی بین صفر و $0/33$ می‌باشد. تأثیر مقادیر مختلف پارامتر انحنا روی هندسه‌ی گشودگی در شکل ۲-۴ نشان داده شده است. در شکل ۳-۱۶ توزیع تنش حول گشودگی چپ در صفحه‌ای حاوی دو گشودگی مربعی که با چیدمان افقی ($k = 0$) در کنار همدیگر قرار گرفته‌اند، نمایش داده شده است. در این بررسی $h = 0/5$ در نظر گرفته شده است. همان‌طور که انتظار است، تنش در زاویه‌ی 90° درجه دارای کمترین مقدار می‌باشد. حائز اهمیت است که در انحنا $w = 0/15$ تنش دارای مقدار کمتری نسبت به دو انحنا دیگر است.

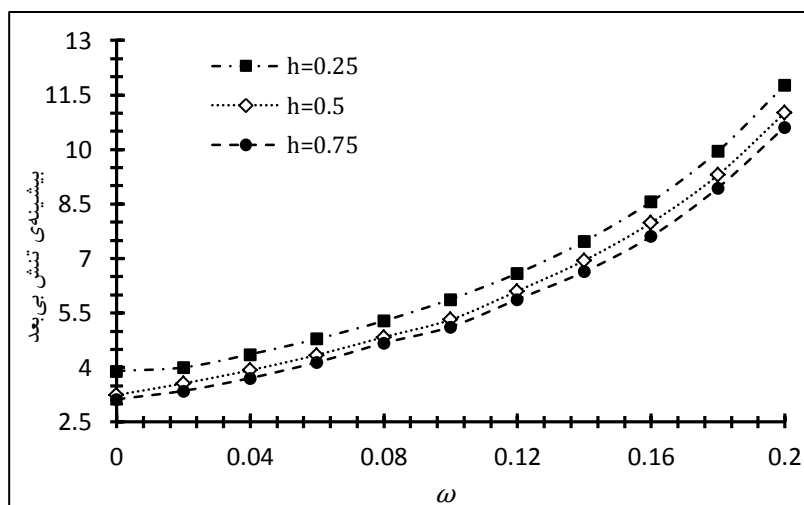
در شکل ۳-۱۷ تنش بیشینه‌ی بی‌بعد برای دو گشودگی با چیدمان افقی به دست آمده است. این شکل برای سه فاصله‌ی مختلف دو گشودگی از هم نشان داده شده است.



شکل ۳-۱۶ توزیع تنش حول گشودگی چپ در صفحه‌ای حاوی دو گشودگی مربعی با چیدمان افقی

نتایج شکل ۳-۱۷ برای دو گشودگی با $c = 1$ یا همان گشودگی مربعی محاسبه شده است. همان‌طور که در این شکل مشخص است، مقدار بیشینه‌ی تنش بی‌بعد با افزایش انحنا به‌طور محسوسی افزایش می‌یابد. کمترین مقدار تنش در هر سه فاصله برای حالتی که دو گشودگی دایره‌ای هستند ($w = 0$)؛ اتفاق می‌افتد. تقریباً در تمامی حالت‌ها، افزایش مقدار تنش محیطی و به تبعیت از آن افزایش مقدار ضریب تمرکز تنش، در گشودگی‌هایی با گوشه‌های نرم‌تر (مقدار w کمتر)، با روند کندتری اتفاق می‌افتد. قابل توجه است که در حالت $h = 0/25$ افزایش بیشینه‌ی تنش بی‌بعد، دیرتر

رخ می‌دهد و در بازه کوچکی از ω با مقدار نزدیک به صفر، این مقدار تقریباً ثابت است.



شکل ۳-۱۷ تأثیر انحنای گشودگی بر بیشینه‌ی تنش بی‌بعد برای دو گشودگی مربعی یکسان

معیار همگرایی برای شکل ۳-۱۶، در حالتی که $\omega = 0.15$ می‌باشد، به صورت جدول ۳-۵ است. همان‌طور که مشخص است، تعداد مراحل تکرار در این بررسی ۶ مرحله می‌باشد. با توجه به معیار همگرایی که برای دو گشودگی بیضوی در جدول ۳-۳ نشان داده شد، نیرویی که گشودگی راست به گشودگی چپ در مرحله‌ی اول و در چیدمان افقی وارد می‌کند، کمتر از نیرویی می‌باشد که گشودگی مربعی چپ به گشودگی راست در صفحه‌ی حاوی دو گشودگی مربعی وارد می‌کند. این اتفاق به این دلیل در این مرحله صورت می‌گیرد که فرض شده است که در گام اول از مرحله‌ی اول، نیروهای وارد شده به مرزهای صفحه در بی‌نهایت، به صفحه‌ای شامل تنها یک گشودگی اعمال می‌شود.

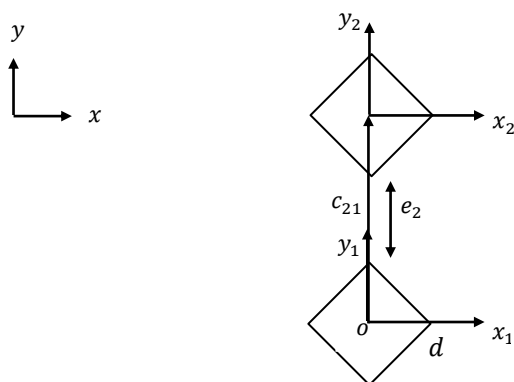
جدول ۳-۵ بررسی مقادیر نیروهای بین دو گشودگی برای تعیین مراحل تکرار دو گشودگی مربعی با چیدمان افقی

مرحله‌ی تکرار	$ max(f_{21})/T $	$ max(f_{12})/T $
۱	$4/962 * 10^{-1}$	4/3238
۲	$2/3 * 10^{-3}$	$2/69 * 10^{-2}$
۳	$2/314 * 10^{-4}$	$1/0.1 * 10^{-3}$
۴	$5/5 * 10^{-5}$	$6/36 * 10^{-4}$
۵	$4/3 * 10^{-7}$	$4/7 * 10^{-5}$
۶	$3/7 * 10^{-8}$	$1/8 * 10^{-6}$

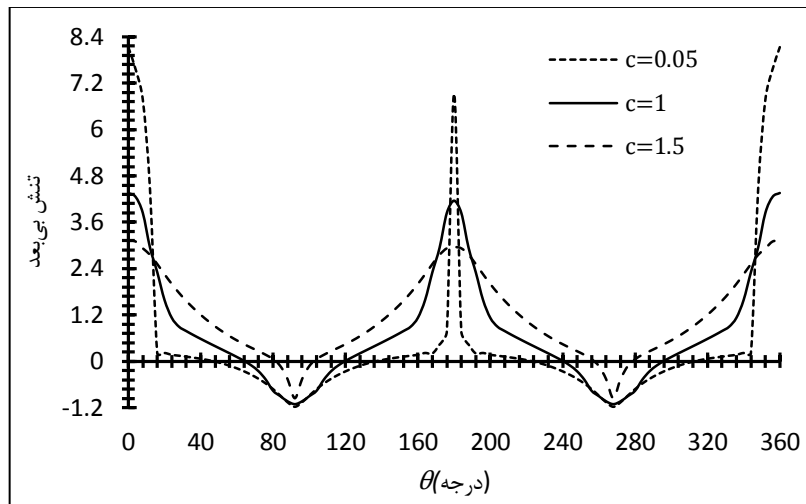
۳-۳-۲ موقعیت دو گشودگی نسبت به یکدیگر

به دلیل در نظر گرفتن مقداری غیر صفر برای پارامتر انحنای گوشه‌های گشودگی در دو گشودگی مربعی، موقعیت دو گشودگی و فاصله‌ی آن دو از هم دارای اهمیت بیشتری نسبت به موقعیت دو گشودگی بیضوی نسبت به هم می‌باشد؛ زیرا محل‌هایی با انحنای تیزتر از دو گشودگی با قرار گرفتن در کنار هم، می‌توانند تنش نامطلوب بزرگتری را تولید نمایند.

در شکل ۳-۱۸ چیدمانی از دو گشودگی مربعی در کنار هم نشان داده شده است. همان‌طور که مشخص است این دو گشودگی در راستای بارگذاری و به‌صورت عمودی در کنار یکدیگر در یک صفحه قرار گرفته‌اند. در شکل ۳-۱۹ توزیع تنش حول گشودگی پایینی به‌دست آمده است. در این بررسی هر دو گشودگی به‌صورت مربعی در نظر گرفته شده‌اند و همانند آنچه که شکل ۳-۱۸ نمایش داده شده است، $h = 0$ می‌باشد. در این مسأله همچنین، $\omega = 0/1$ و $e_2 = 0/8 od$ در نظر گرفته شده است. به دلیل شرایط هندسه‌ی دو گشودگی، مقادیر بیشینه‌ی تنش برای هر سه حالت بررسی شده در زاویه‌ی 0° درجه اتفاق می‌افتد. همان‌طور که در شکل ۳-۱۹ مشخص است، در حالتی که نسبت ابعاد دو گشودگی $c = 0/5$ است، بیشینه‌ی تنش بزرگتری نسبت به دو پارامتر کشیدگی دیگر حاصل می‌شود. بنابراین برای دو گشودگی چهارضلعی که با چیدمان عمودی در یک صفحه قرار گرفته‌اند، با افزایش پارامتر کشیدگی می‌توان مقدار بیشینه‌ی تنش را به شکل محسوسی کاهش داد. نشان داده شده که این امر برای دو گشودگی مربعی با چیدمان افقی نیز اتفاق می‌افتد.

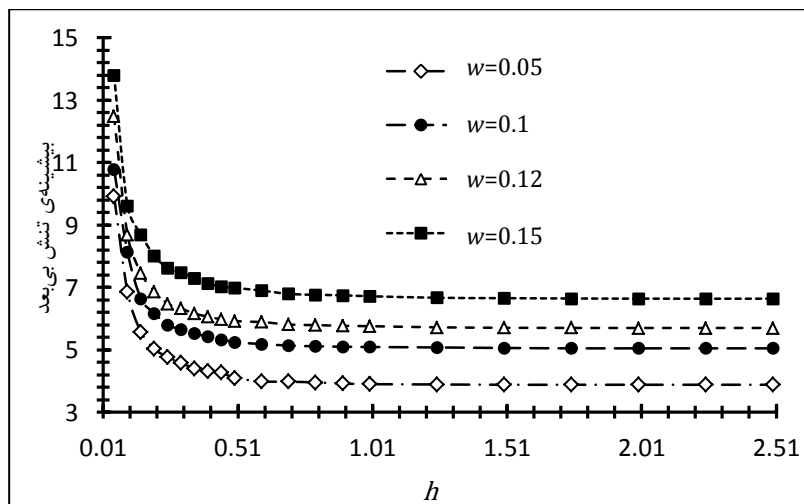


شکل ۳-۱۸ چیدمان عمودی دو گشودگی مربعی



شکل ۳-۱۹ توزیع تنش حول گشودگی پایینی در صفحه‌ای حاوی دو گشودگی مربعی با چیدمان عمودی قابل توجه است که در زاویه‌ی ۹۰ درجه، با اینکه دو گشودگی در نزدیکترین فاصله نسبت به هم قرار دارند، اما مقادیر تنش مربوط به این زاویه بسیار کمتر از مقادیر تنش مربوط به زاویه‌ی ۰ درجه از این گشودگی می‌باشد.

در شکل ۳-۲۰ تأثیر پارامتر بی‌بعد فاصله‌ی افقی روی بیشینه‌ی تنش بی‌بعد دو گشودگی مربعی با چیدمان افقی بررسی شده است. نتایج در این شکل برای چهار انحنا به دست آمده است. همان‌طور که در این شکل مشخص است، در h هایی با مقادیر کمتر از ۰/۲، تمرکز تنش به شدت تحت تأثیر پارامتر فاصله‌ی افقی قرار دارد. به عبارتی می‌توان گفت برای مقادیر $h > ۰/۲$ ، اثر متقابل دو گشودگی کاهش می‌یابد.



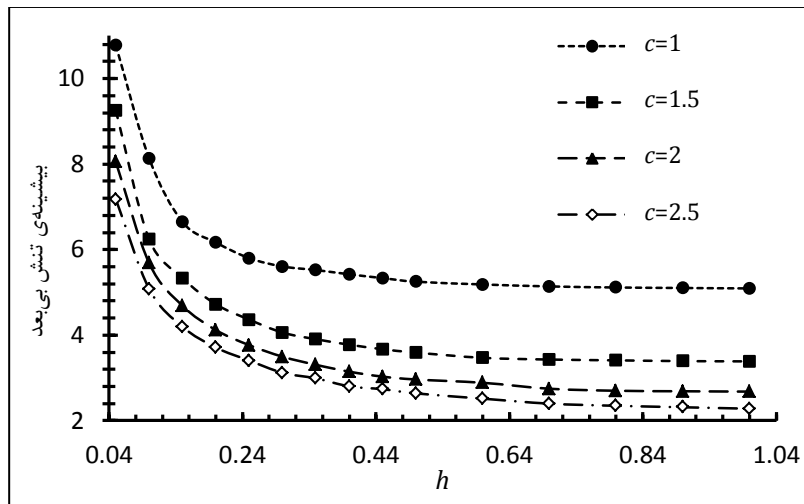
شکل ۳-۲۰ بیشینه‌ی تنش بی‌بعد حول دو گشودگی مربعی با تغییر فاصله‌ی افقی در انحناهای مختلف

مقادیر تنش مطلوب و تنش نامطلوب برای دو گشودگی مربعی و فواصلی که این مقادیر در آنها اتفاق می‌افتد، در جدول ۳-۶ نشان داده شده است. همان‌طور که از شکل ۳-۲۰ مشخص است، تنش نامطلوب برای دو گشودگی مربعی با چیدمان افقی در کمترین فاصله اتفاق می‌افتد، به عبارتی در $h = 0.05$ ، تنش در تمامی انحنای دو گشودگی دارای بیشترین مقدار است. از طرفی کمترین مقدار تنش برای هر دو گشودگی با چیدمان افقی ($k = 0$)، هنگامی اتفاق می‌افتد که گشودگی‌ها در فاصله‌ای از هم قرار بگیرند که بتوان توزیع تنش در صفحه را تنها با یک گشودگی مورد بررسی قرار داد.

جدول ۳-۶ مقادیر تنش مطلوب و نامطلوب برای دو گشودگی مربعی با چیدمان افقی در ω های مختلف

تنش نامطلوب	تنش مطلوب	حداقل h در ایجاد تنش مطلوب	ω
۹/۹۲	۳/۸۸	۱/۶	۰/۰۵
۱۰/۷۸	۵/۰۵	۱/۷۵	۰/۱
۱۲/۴۸	۵/۷	۱/۹	۰/۱۲
۱۳/۴۸	۶/۶۴	۲/۲	۰/۱۵

در شکل ۳-۲۱ بیشینه‌ی تنش بی‌بعد برای دو گشودگی چهارضلعی که با چیدمان افقی ($k = 0$) در کنار یکدیگر قرار گرفته‌اند، برای کشیدگی‌های مختلف نمایش داده شده است. در تمامی حالت‌های مختلف بررسی شده در این شکل، $\omega = 0.1$ در نظر گرفته شده است. در این شکل همان‌طور که انتظار است، بیشینه‌ی تنش بی‌بعد در نزدیک‌ترین فاصله‌ی دو گشودگی از هم اتفاق افتاده است. بررسی کشیدگی‌های مختلف نشان می‌دهد که هر چقدر شکل دو گشودگی مربعی به دو گشودگی چهارضلعی با طول بزرگتر در راستای y میل می‌کند، بیشینه‌ی تنش به‌طور قابل توجهی کاهش می‌یابد. می‌توان گفت با کشیده‌تر شدن گشودگی در راستای بارگذاری، تأثیر انحنای دو گوشه از دو گشودگی که دارای بیشینه‌ی تنش بودند، کاهش می‌یابد و این امر به بهینه‌تر شدن مقادیر تنش کمک می‌نماید.



شکل ۲۱-۳ بیشینه‌ی تنش بی‌بعد حول دو گشودگی مربعی با تغییر فاصله‌ی افقی در کشیدگی‌های مختلف

در شکل ۲۲-۳ بیشینه‌ی تنش بی‌بعد برای دو گشودگی که به صورت قسمت الف در شکل ۲-۱۰

در یک صفحه قرار گرفته‌اند، برای فواصل مختلف عمودی بررسی شده است. در این مسأله $h = 0.5$

می‌باشد و دو گشودگی به صورت مربعی ($c=1$) در نظر گرفته شده‌اند. همان‌طور که در این شکل

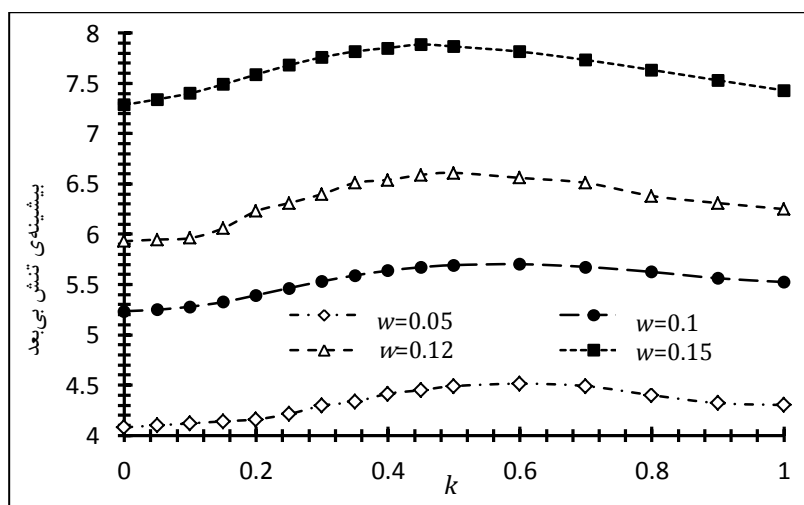
مشاهده می‌شود، با وجود لحاظ کردن فاصله‌ی افقی بین دو گشودگی، باز هم کمترین مقدار بیشینه‌ی

تنش یا همان تنش مطلوب، در نزدیک‌ترین فاصله‌ی عمودی دو گشودگی به یکدیگر اتفاق می‌افتد. در

نظر گرفتن فاصله‌ی افقی بین دو گشودگی باعث می‌شود که مقادیر تنش نامطلوب در این مسأله، برابر

با حالتی که صفحه تنها حاوی یک گشودگی است، نباشد. بنابراین بهترین چیدمان دو گشودگی

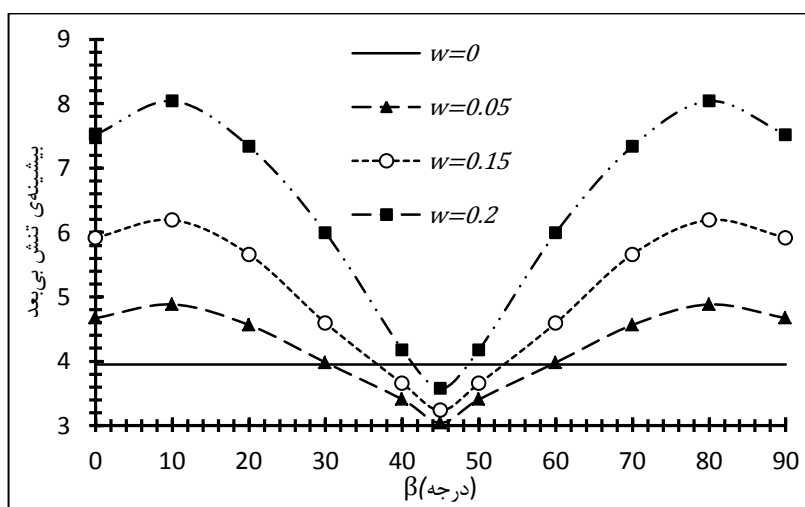
مربعی برای ایجاد مقادیر بهینه‌ی تنش، چیدمان عمودی می‌باشد.



شکل ۲۲-۳ بیشینه‌ی تنش بی‌بعد حول دو گشودگی مربعی با تغییر فاصله‌ی عمودی در انحنای مختلف

۳-۳-۳ زاویه‌ی چرخش دو گشودگی مربعی

گشودگی مربعی همچون گشودگی بیضوی دارای یک بازه‌ی تناوب می‌باشد که در هنگام چرخش، توزیع تنش حول هر کدام از دو گشودگی به صورت متناوب تکرار می‌شود. این بازه برای گشودگی مستطیلی بین ۰ درجه تا ۹۰ درجه می‌باشد. به همین علت در شکل‌های نمایش داده شده، بیشینه‌ی تنش برای دو گشودگی مربعی در محدوده‌ی این بازه مورد بررسی قرار گرفته است. در شکل ۲۳-۳ نمودار بیشینه‌ی تنش بی بعد برای دو گشودگی مربعی نشان داده شده است. در این بررسی $e_1 = 0.15$ در نظر گرفته شده است و چرخش هر دو گشودگی به صورت پادساعتگرد می‌باشد. قابل توجه است که در بازه‌ی خاصی برای انحنای مختلف بررسی شده، مقدار بیشینه‌ی تنش از مقدار بیشینه‌ی تنش دو گشودگی دایروی کمتر می‌شود. این اختلاف، در دو گشودگی با $w = 0.15$ به حداکثر مقدار خود می‌رسد.



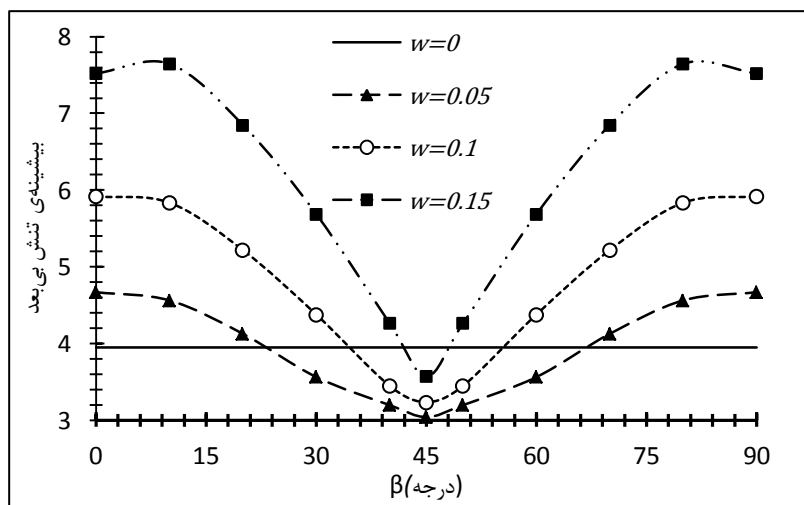
شکل ۲۳-۳ تأثیر زاویه‌ی چرخش برای دو گشودگی مربعی با چرخش پادساعتگرد

مقادیر تنش مطلوب و نامطلوب برای دو گشودگی بررسی شده در شکل ۲۳-۳، در جدول ۷-۳ نشان داده شده است. این جدول نشان می‌دهد که تنش نامطلوب برای تمامی انحنای در زوایای ۱۰ درجه و ۹۰ درجه اتفاق می‌افتد و تنش مطلوب نیز در زاویه‌ی ۴۵ درجه رخ می‌دهد. برای دو گشودگی مربعی که با چیدمان افقی در یک صفحه قرار گرفته‌اند، زاویه‌ی بهینه، زاویه‌ی ۴۵ درجه می‌باشد. علت این امر دور شدن رأس‌های دو گشودگی از زاویه‌ی ۰ درجه است.

جدول ۳-۷ مقادیر تنش مطلوب و نامطلوب برای دو گشودگی مربعی با چرخش پادساعتگرد

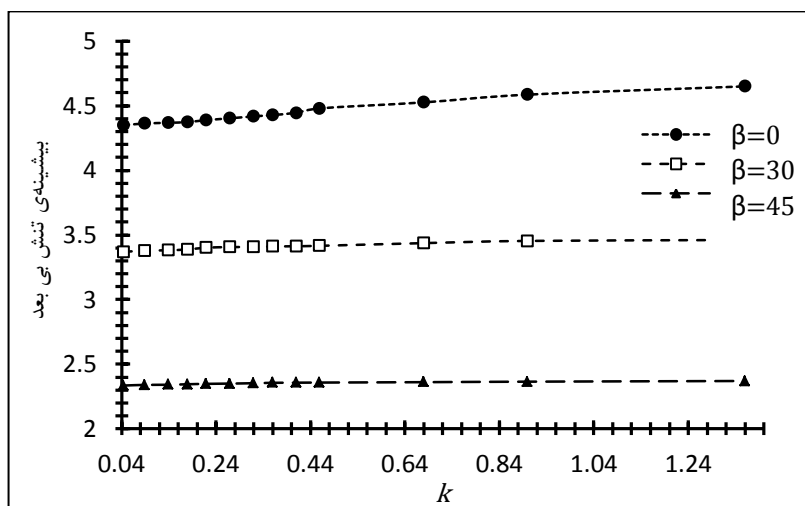
تنش نامطلوب	زاویه‌ی چرخش تنش نامطلوب	تنش مطلوب	زاویه‌ی چرخش تنش مطلوب	ω
۴/۸۸	۸۰ و ۱۰	۳/۰۴۴	۴۵	۰/۰۵
۶/۱۹۳	۸۰ و ۱۰	۳/۲۳۸	۴۵	۰/۱
۸/۰۳۸	۸۰ و ۱۰	۳/۵۷۴	۴۵	۰/۱۵
۳/۹۵	-	۳/۹۵	-	۰

در شکل ۳-۲۴، همانند شکل ۳-۲۳ نمودار بیشینه‌ی تنش بی‌بعد برای دو گشودگی مربعی نشان داده شده است. اما در این بررسی که دو گشودگی با چیدمان افقی در کنار یکدیگر قرار گرفته‌اند، گشودگی چپ به‌صورت پادساعتگرد و گشودگی راست به‌صورت ساعتگرد می‌چرخد. شرایط هندسی دو گشودگی و فاصله‌ی افقی آنها مشابه مسأله‌ی قبل در نظر گرفته شده است. همان‌طور که در این شکل مشاهده می‌شود، زاویه‌ی چرخشی که تنش نامطلوب برای انحناهای مختلف اتفاق می‌افتد، با مسأله‌ی قبل یکسان نیست و در دو حالت $\omega = 0.05$ و $\omega = 0.1$ بیشینه‌ی تنش بی‌بعد در زاویه‌ی ۰ درجه رخ می‌دهد. یعنی برای این دو حالت می‌توان با چرخش دو گشودگی در خلاف جهت یکدیگر، مقادیر تنش را نسبت به حالت قبل کاهش داد. قابل توجه است که به دلیل یکسان شدن هندسه‌ی دو گشودگی در زاویه ۴۵ درجه با هندسه‌ی مسأله‌ی قبل، مقادیر تنش مطلوب تغییری نمی‌کنند.



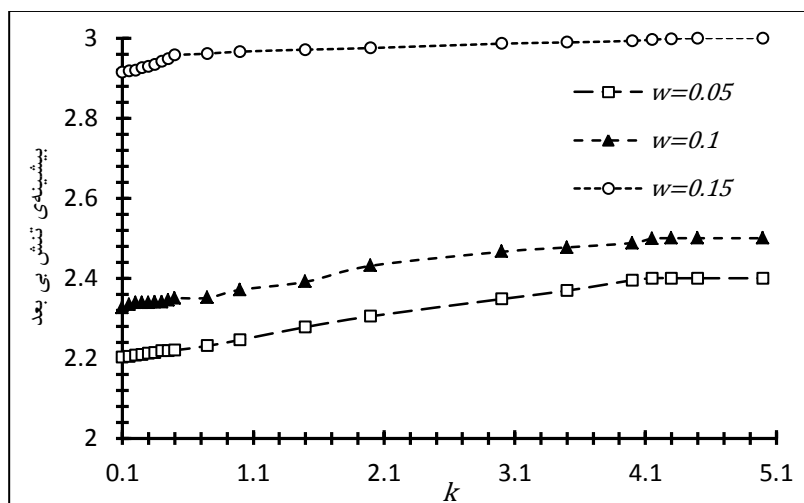
شکل ۳-۲۴ تأثیر زاویه‌ی چرخش برای دو گشودگی مربعی با چرخش در خلاف جهت یکدیگر

تأثیر فاصله‌ی عمودی در بیشینه‌ی بی‌بعد دو گشودگی مربعی که در راستای بارگذاری در صفحه قرار گرفته‌اند، برای ۳ زاویه‌ی چرخش مختلف در شکل ۳-۲۵ نشان داده شده است. در این بررسی $\omega = 0/1$ لحاظ شده است. نکات حائز اهمیتی در رابطه با این بررسی وجود دارد. در ابتدا اینکه افزایش فاصله‌ی دو گشودگی مربعی در زوایای مختلف، همانند زاویه‌ی صفر درجه باعث افزایش تنش می‌شود. نکته‌ی بسیار مهم دیگری که وجود دارد این است که امکان تغییر فاصله‌ی چرخش دو گشودگی برای زوایای ۳۰ درجه و ۴۵ درجه، با حداقل اختلاف در میزان بیشینه‌ی تنش بی‌بعد وجود دارد. این اتفاق باعث افزایش گزینه‌های انتخاب در امر طراحی صفحات حاوی دو گشودگی می‌شود. اختلاف نام برده شده در زاویه‌ی چرخش ۳۰ درجه، در حدود ۰/۰۲۸ و برای زاویه‌ی ۴۵ درجه در حدود ۰/۰۱۵ می‌باشد. اختلاف بیشینه‌ی تنش در اثر تغییر فاصله در دو چیدمان افقی و عمودی قابل مقایسه نیستند و در حالت کلی می‌توان گفت، در چیدمان عمودی برای تمامی زوایای تنش‌های مطلوب با مقادیر کمتری حاصل می‌شود.



شکل ۳-۲۵ تأثیر فاصله‌ی عمودی بر بیشینه‌ی تنش بی‌بعد برای سه زاویه‌ی چرخش

با توجه به مقادیر تنش مطلوب کمتری که در زاویه‌ی ۴۵ درجه برای دو گشودگی مربعی و در حالت چیدمان عمودی حاصل شد؛ در شکل ۳-۲۶ دو گشودگی مربعی با زاویه‌ی ۴۵ درجه و برای انحنای مختلف مورد بررسی قرار گرفته است. در این شکل نیز دو گشودگی با انحنای بیشتر در گوشه‌های دو گشودگی دارای مقادیر تنش بیشینه‌ی بیشتری می‌باشد.



شکل ۳-۲۶ تأثیر فاصله‌ی عمودی بر بیشینه‌ی تنش بی‌بعد در زاویه‌ی چرخش ۴۵ درجه برای سه انحنا

همان‌طور که انتظار است، مقادیر تنش مطلوب برای چیدمان عمودی در کمترین فاصله‌ی عمودی دو گشودگی از هم اتفاق می‌افتد. مقادیر تنش نامطلوب در این بررسی که برابر با مقدار بیشینه‌ی تنش در صفحه‌ی حاوی یک گشودگی با همان مقدار انحنا است، فاصله‌ی عمودی مورد نیاز برای ایجاد این تنش و مقادیر تنش مطلوب در جدول ۳-۸ نشان داده شده است. قابل توجه است که حداکثر اختلاف ایجاد شده در بیشینه‌ی تنش بی‌بعد در اطراف دو گشودگی مربعی، برای حالتی که انحنا‌ی گوشه‌های دو گشودگی $w = 0.15$ است، کمتر از حالتی می‌باشد که برای این پارامتر مقادیر کمتری، در نظر گرفته می‌شود و دو گشودگی دارای انحنا‌ی گوشه‌های کمتری هستند. این نتیجه‌گیری بیان‌کننده‌ی این موضوع می‌باشد که با ایجاد دو گشودگی با چیدمان عمودی و با انحنا‌ی بیشتر، اختلاف کمتری در بیشینه‌ی تنش بی‌بعد در فواصل مختلف عمودی ایجاد می‌شود در صورتی که این اتفاق برای چیدمان افقی صورت نمی‌گرفت.

جدول ۳-۸ مقادیر تنش مطلوب و نامطلوب برای دو گشودگی مربعی با چیدمان عمودی در w های مختلف

w	حداقل k در ایجاد تنش نامطلوب	تنش نامطلوب	تنش مطلوب
۰/۰۵	۴/۱	۲/۴	۲/۲
۰/۱	۴/۱۵	۲/۵	۲/۳۰۴
۰/۱۵	۴/۴۵	۳	۲/۹۱۳

۳-۴ جمع‌بندی

در این فصل دو گشودگی بیضوی و چهارضلعی مورد بررسی قرار گرفتند. تأثیر پارامترهای مختلف همچون موقعیت دو گشودگی نسبت به یکدیگر، زاویه‌ی چرخش دو گشودگی و انحنای گوشه‌های دو گشودگی بررسی شد.

در مورد هر دو گشودگی نشان داده شد، هنگامی که با چیدمان افقی ($k = 0$) در یک صفحه قرار می‌گیرند، و بارگذاری روی مرزهای صفحه در راستای γ می‌باشد، با دورتر شدن دو گشودگی مقدار بیشینه‌ی تنش کاهش می‌یابد. اما در مورد دو گشودگی با چیدمان عمودی، این اتفاق به‌صورت عکس رخ می‌دهد و با افزایش فاصله‌ی عمودی برای هر دو گشودگی بیضوی و چهارضلعی بیشینه‌ی تنش بی‌بعد افزایش می‌یابد.

نتیجه بسیار مهم دیگری که در مورد هر دو گشودگی به‌دست آمد، این است که با کشیدگی دو گشودگی با چیدمان‌های مختلف در صفحه، که با توجه به فیزیک رابطه‌ی (۲-۷)، در راستای γ صورت می‌گیرد، مقادیر بیشینه‌ی تنش کاهش چشم‌گیری پیدا می‌کنند. به عبارتی می‌توان گفت با نزدیک شدن هندسه‌ی دو گشودگی به شکل دو شکاف که طول آنها در راستای بارگذاری قرار دارد، مقادیر بیشینه‌ی تنش کاهش می‌یابند.

انحنای گوشه‌ها در گشودگی بیضوی برابر صفر می‌باشد، اما دو گشودگی چهارضلعی با اختیار کردن مقادیر انحنا در یک بازه‌ی محدود، این قابلیت را دارند که مقادیر تنش مختلفی را ایجاد نمایند. اما قابل توجه است که در چیدمان‌های عمودی و افقی بررسی شده، بهینه‌ترین مقادیر تنش مطلوب، مربوط به دو گشودگی با $w = 0$ یا همان دو گشودگی بیضوی می‌باشد، که در $c = 1$ تبدیل به دو گشودگی دایروی می‌شوند. این نتیجه‌گیری برای دو گشودگی با زاویه‌ی صفر درجه به‌دست آمده است. در بررسی‌های انجام شده در ارتباط با زاویه‌ی چرخش دو گشودگی، نتایج حائز اهمیت برای دو گشودگی چهارضلعی حاصل شد. برای دو گشودگی بیضوی با پارامتر کشیدگی کوچکتر از یک، چرخش دو گشودگی باعث کاهش بیشینه‌ی تنش گردید. اما این اقدام تقریباً مشابه تغییر کشیدگی

برای دو گشودگی بیضوی می‌باشد. به عبارتی می‌توان به‌جای چرخش 90° درجه‌ی دو گشودگی بیضوی و رسیدن به تنش بهینه، پارامتر کشیدگی دو گشودگی بیضوی را افزایش داد و این مقادیر بهینه برای بیشینه‌ی تنش را به‌دست آورد. بررسی‌های انجام گرفته برای دو گشودگی چهارضلعی و به‌طور خاص دو گشودگی مربعی، نشان داد مقادیر بیشینه‌ی تنش برای چرخش دو گشودگی با انحناهای مختلف در بازه‌ی خاصی کمتر از مقادیر تنش مربوط به دو گشودگی دایروی می‌گردد. این نتیجه‌گیری برای دو گشودگی مربعی با پارامتر انحنای بزرگتر همچون $\omega = 0.15$ نیز صدق می‌کند.

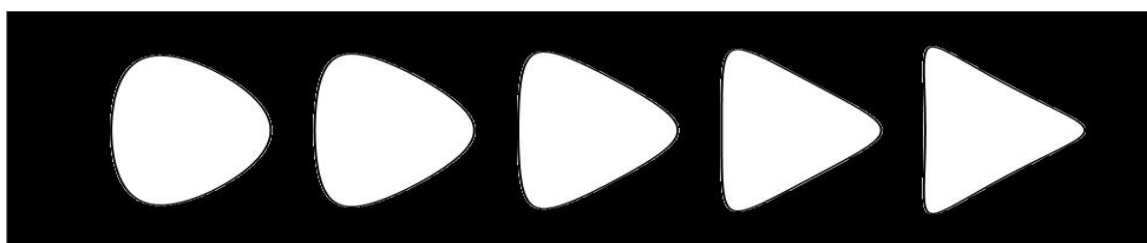
فصل ۴

بررسی پارامترهای مؤثر بر توزیع تنش دو گشودگی

مثلی

۴-۱ مقدمه

در این فصل توزیع تنش مربوط به صفحه‌ای حاوی دو گشودگی مثلثی مورد بررسی قرار می‌گیرد. تأثیر پارامترهای مطرح شده در فصل‌های پیشین، به‌تنهایی و به‌صورت همزمان بر روی توزیع تنش نشان داده می‌شود. طبق رابطه‌ی (۷-۲)، هنگامی که $n = 2$ می‌باشد، گشودگی به‌صورت مثلثی نگاشت می‌شود و با شرط $c = 1$ ، این گشودگی به‌صورت مثلث متساوی‌الاضلاع خواهد بود. با تغییر پارامتر انحنای گوشه‌های مثلث، هندسه‌ی گشودگی، به‌صورت شکل ۴-۱ تغییر می‌کند.



$$\omega = 0.1$$

$$\omega = 0.15$$

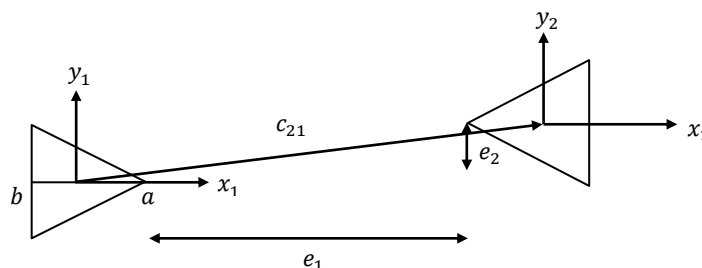
$$\omega = 0.2$$

$$\omega = 0.25$$

$$\omega = 0.3$$

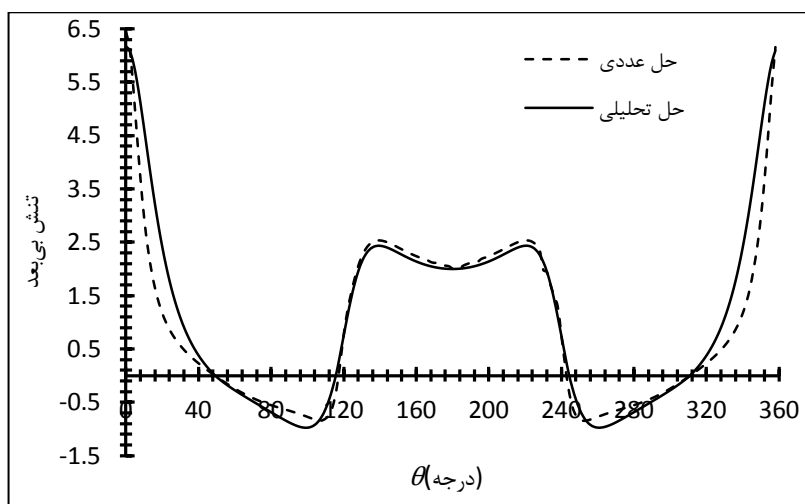
شکل ۴-۱ تأثیر پارامتر ω بر گوشه‌های گشودگی مثلثی

برای بررسی پارامتر فاصله‌ی عمودی و افقی دو گشودگی مثلثی به‌ترتیب در دو چیدمان افقی و عمودی، با توجه به رابطه‌ی (۸۳-۲) و (۸۴-۲)، در دو گشودگی مثلثی، نصف ارتفاعی از مثلث که در زاویه‌ی صفر درجه موازی محور x است، در نظر گرفته شده است. به‌عبارتی با توجه به شکل ۴-۲، od برابر با نصف ارتفاع ab می‌باشد. مبدأ دو مختصات محلی بر روی مرکز هندسی دو مثلث قرار داده شده است.



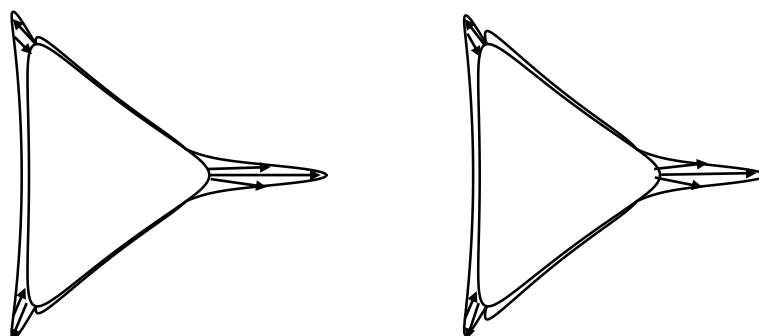
شکل ۴-۲ نحوه‌ی بررسی فاصله‌ی دو گشودگی

در ابتدا قبل از بررسی پارامترهای مذکور بر روی توزیع تنش اطراف دو گشودگی مثلثی، در شکل ۳-۴ نتایج حل تحلیلی با حل عددی (نرم افزار آباکوس) مقایسه شده است. در این شکل توزیع تنش با توجه به شکل ۲-۴ حول گشودگی مثلثی سمت چپ در صفحه‌ای حاوی دو گشودگی مثلثی که با چیدمان افقی ($k = 0$) در کنار یکدیگر قرار گرفته‌اند، به دست آمده است. در بررسی انجام گرفته دو گشودگی مثلثی متساوی الاضلاع ($c = 1$) و $\omega = 0.18$ در نظر گرفته شده است. با توجه به تعریفی که برای پارامترهای بی‌بعد فاصله در ارتباط با دو گشودگی مثلثی گفته شد، در این مسأله $h = 0.5$ لحاظ شده است. بررسی انجام شده نشان می‌دهد، این روش برای گشودگی مثلثی نیز دارای دقت قابل قبولی می‌باشد.



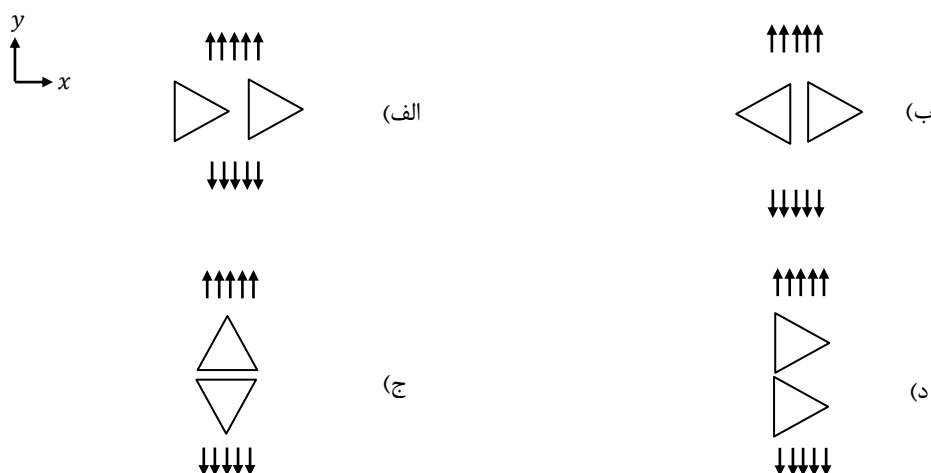
شکل ۳-۴ مقایسه‌ی توزیع تنش بی‌بعد حول گشودگی مثلثی سمت چپ، تحت بار کششی تک‌محوری از دو روش تحلیلی و عددی

همان‌طور که در این شکل دیده شد به دلیل وجود اثرات متقابل، توزیع تنش تا زاویه‌ی ۳۶۰ درجه مورد بررسی قرار گرفت. در شکل ۴-۴ نحوه‌ی توزیع تنش در اطراف دو گشودگی مثلثی که با چیدمان افقی ($k = 0$) در کنار یکدیگر قرار گرفته‌اند، نشان داده شده است. هر دو گشودگی یکسان و $\omega = 0.18$ و $h = 1/2$ می‌باشد. همان‌طور که مشخص است، در نقاطی از مرز دو گشودگی که انحنای بیشتر می‌باشد و به عبارتی در گوشه‌های مثلث، تمرکز تنش بیشتر است و این مقدار در آن گوشه از دو مثلث که با راستای بارگذاری زاویه‌ی ۹۰ درجه می‌سازد؛ به حداکثر مقدار خود می‌رسد.



شکل ۴-۴ نحوه‌ی توزیع تنش در اطراف دو گشودگی مثلثی

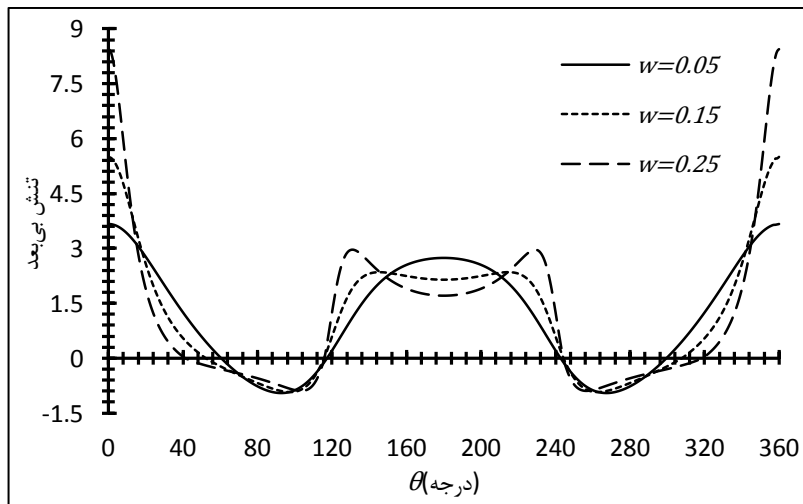
همان‌طور که در مورد گشودگی‌های بیضوی و مربعی گفته شد، دو گشودگی در یک صفحه می‌توانند به صورت‌های مختلف در کنار یکدیگر قرار بگیرند. پارامترهای بررسی شده در این فصل در چیدمان‌های مختلفی که در شکل ۴-۵ نشان داده شده است؛ مورد مطالعه قرار می‌گیرند. مشخص است که این چیدمان‌ها با قرار گرفتن مثلث‌ها در فواصل مختلف نسبت به هم و با زوایای چرخش گوناگون ایجاد شده‌اند. برای نحوه‌ی قرارگیری دو گشودگی در صفحه حالت‌های بسیار زیادی وجود دارد. اما تنها به بررسی چند حالت مهم اکتفا شده است. انتخاب این چیدمان‌های محدود به کمک نتایج حاصل شده و تعیین چیدمان‌هایی که مقادیر تنش بهینه ایجاد می‌کنند، صورت گرفته است.



شکل ۴-۵ موقعیت دو گشودگی مثلثی نسبت به یکدیگر

۲-۴ انحنای گوشه‌های دو گشودگی

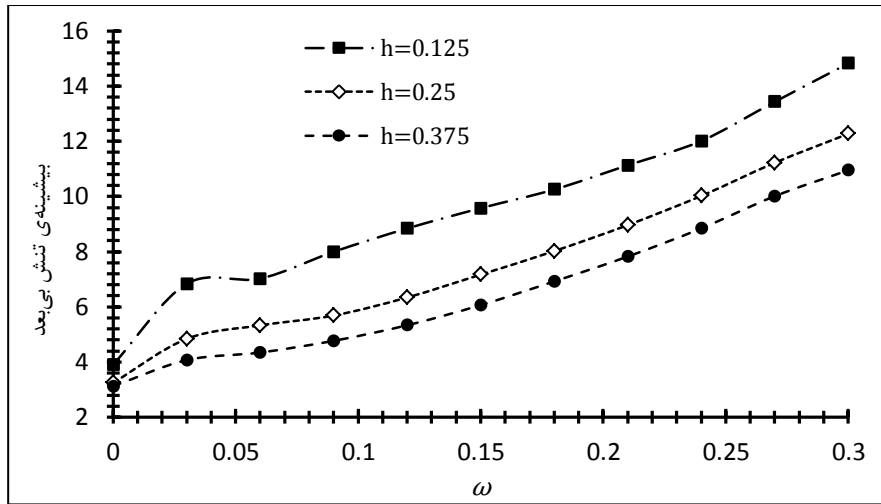
محدوده‌ی مجاز تغییرات w برای گشودگی مثلثی بین صفر و 0.5 می‌باشد. برای بررسی توزیع تنش اطراف دو گشودگی، چیدمان دو مثلث به صورت حالت الف در شکل ۴-۵ در نظر گرفته شده است. با توجه به این شکل، در شکل ۴-۶ توزیع تنش حول گشودگی سمت چپ به دست آمده است. دو گشودگی بررسی شده، دو مثلث متساوی‌الاضلاع ($c = 1$) می‌باشند و $h = 0.5$ در نظر گرفته شده است. همان‌طور که انتظار است بزرگترین مقدار تنش مربوط به زاویه‌ی صفر درجه می‌باشد. این اتفاق به این دلیل در زاویه‌ی صفر درجه رخ می‌دهد که یکی از گوشه‌های مثلث در این موقعیت قرار دارد، همچنین این گوشه از مثلث، دارای کمترین فاصله از مرزهای گشودگی دیگر می‌باشد. جالب توجه است که در حالت دو گشودگی با $w = 0.25$ در اطراف دو گوشه‌ی دیگر مثلث یعنی در اطراف زوایای 130° و 260° درجه، تنش با یک افزایش مقدار روبه‌رو می‌شود، که به دلیل انحنای این دو ناحیه می‌باشد؛ اما حائز اهمیت است که این دو گوشه به دلیل قرار گرفتن در راستای بارگذاری بر مرزهای صفحه، دارای مقادیر به مراتب کمتری نسبت به زاویه‌ی صفر درجه می‌باشند.



شکل ۴-۶ توزیع تنش حول گشودگی چپ در صفحه‌ای حاوی دو گشودگی مثلثی با چیدمان افقی

در شکل ۴-۷ تنش بیشینه‌ی بی‌بعد برای دو گشودگی با چیدمان افقی به دست آمده است. این شکل برای $k = 0$ فاصله‌ی مختلف دو گشودگی از هم نشان داده شده است که در همه‌ی آنها $k = 0$ می‌باشد. این نتایج برای دو گشودگی با $c = 1$ یا همان گشودگی متساوی‌الاضلاع محاسبه شده است.

روند افزایش بیشینه‌ی تنش با افزایش انحنای گوشه‌های دو گشودگی اتفاقی قابل پیش‌بینی است. اما نکته‌ای که در این شکل وجود دارد افزایش چشم‌گیر تنش از انحنای ۰ تا انحنای ۰/۰۵ است که برای هر ۳ فاصله اتفاقی می‌افتد.



شکل ۴-۷ تأثیر انحنای گشودگی بر بیشینه‌ی تنش بی‌بعد برای دو گشودگی مثلثی

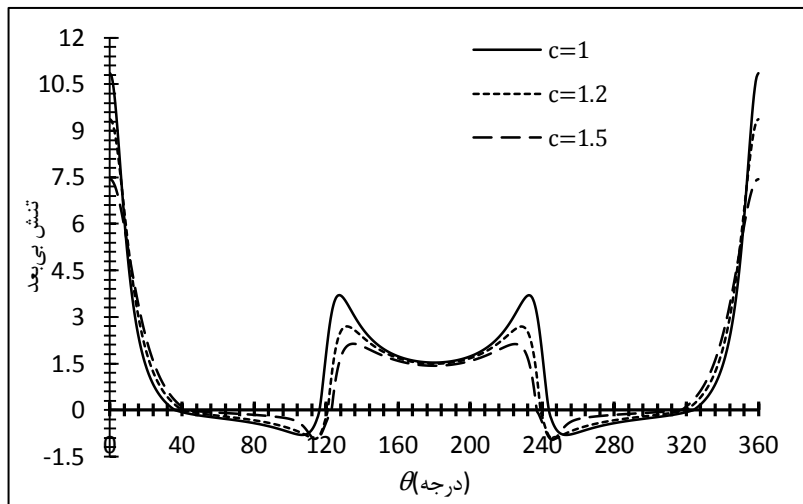
معیار همگرایی مسأله‌ی مربوط به شکل ۴-۶ و در حالتی که $\omega = 0/25$ ، به‌صورت جدول ۴-۱ به‌دست می‌آید. با توجه به مقادیر این جدول، تعداد مراحل لازم برای توقف مرحله‌های تکرارشونده و استفاده از روش جمع آثار برای محاسبه‌ی مجموع توابع تنش، ۶ مرحله می‌باشد. همان‌طور که با توجه به نتایج قبلی شرط مرزی ابتدا بر روی گشودگی راست برقرار می‌شود و در گام اول از مرحله‌ی نخست، بزرگترین نیروی متقابل ایجاد می‌گردد.

جدول ۴-۱ بررسی مقادیر نیروهای بین دو گشودگی برای تعیین مراحل تکرار دو گشودگی مثلثی با چیدمان افقی

مرحله‌ی تکرار	$ max(f_{21})/T $	$ max(f_{12})/T $
۱	$3/779 * 10^{-1}$	4/1102
۲	$4/6 * 10^{-3}$	$8/32 * 10^{-2}$
۳	$8/584 * 10^{-4}$	$1/2 * 10^{-3}$
۴	$1/162 * 10^{-4}$	$1/735 * 10^{-4}$
۵	$8/96 * 10^{-6}$	$2/394 * 10^{-5}$
۶	$2/43 * 10^{-6}$	$3/502 * 10^{-6}$

۳-۴ موقعیت دو گشودگی نسبت به یکدیگر

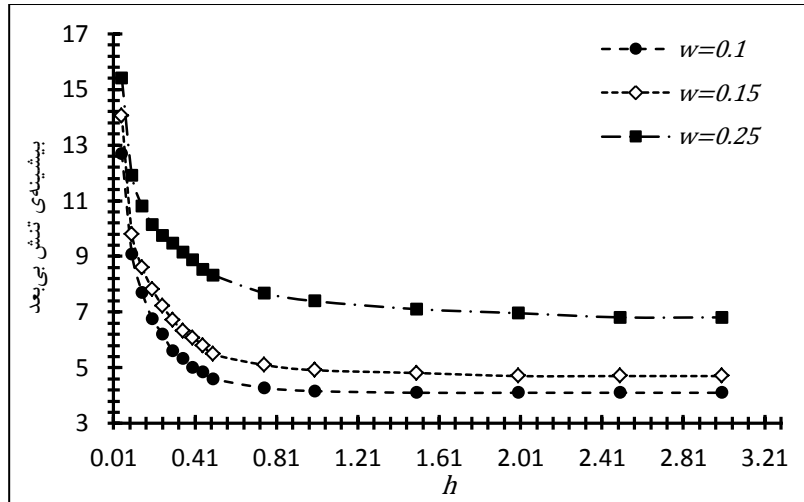
در شکل ۴-۵ موقعیت‌های مختلفی از دو گشودگی مثلثی نسبت به یکدیگر نشان داده شد. با در نظر گرفتن حالت الف از این شکل، که چیدمان افقی برای دو گشودگی تعریف شده است؛ شکل ۴-۸ توزیع تنش حول گشودگی چپ را برای این شکل و در سه کشیدگی مختلف نشان می‌دهد. این نتایج برای $\omega = 0.25$ و $h = 0.5$ به دست آمده است. این بررسی نشان می‌دهد که با کشیده‌تر شدن دو گشودگی مثلثی، بیشینه‌ی مقادیر تنش که در زاویه‌ی صفر درجه برای گشودگی چپ و در زاویه‌ی 180° درجه برای گشودگی راست اتفاق می‌افتد؛ کاهش می‌یابد. علت این امر کمتر شدن تأثیر انحنای آن گوشه از مثلث که در فاصله‌ی دورتری از مرزهای تحت بارگذاری صفحه و در فاصله‌ی نزدیک‌تری به گشودگی دیگر قرار دارد، می‌باشد. جالب توجه است که کمترین مقدار تنش در زاویه‌ی 180° درجه از گشودگی چپ که دورترین نقطه نسبت به مرز گشودگی سمت راست محسوب می‌شود، اتفاق نمی‌افتد.



شکل ۴-۸ توزیع تنش حول گشودگی چپ در صفحه‌ای حاوی دو گشودگی مثلثی با چیدمان افقی

در شکل ۴-۹ دو گشودگی که با چیدمان افقی و به شکل حالت الف در شکل ۴-۵ کنار یکدیگر قرار گرفته‌اند؛ بررسی شده است. این دو گشودگی یکسان، متساوی‌الاضلاع ($c = 1$) در نظر گرفته شده‌اند. در این شکل تأثیر فاصله‌ی افقی گشودگی بر بیشینه‌ی تنش مورد بررسی قرار گرفته است. در هر سه حالت بررسی شده، با افزایش فاصله تا مقدار خاصی تأثیر نیروهای متقابل بین دو گشودگی از

بین می‌رود. به عبارتی می‌توان صفحه را تنها با یک گشودگی حل نمود و بیشینه‌ی تنش حاصل شده برای صفحه‌ی حاوی دو گشودگی را برابر با بیشینه‌ی تنش صفحه‌ی حاوی یک گشودگی در نظر گرفت.



شکل ۴-۹ بیشینه‌ی تنش بی‌بعد حول دو گشودگی مثلثی با تغییر فاصله‌ی افقی در انحناهای مختلف

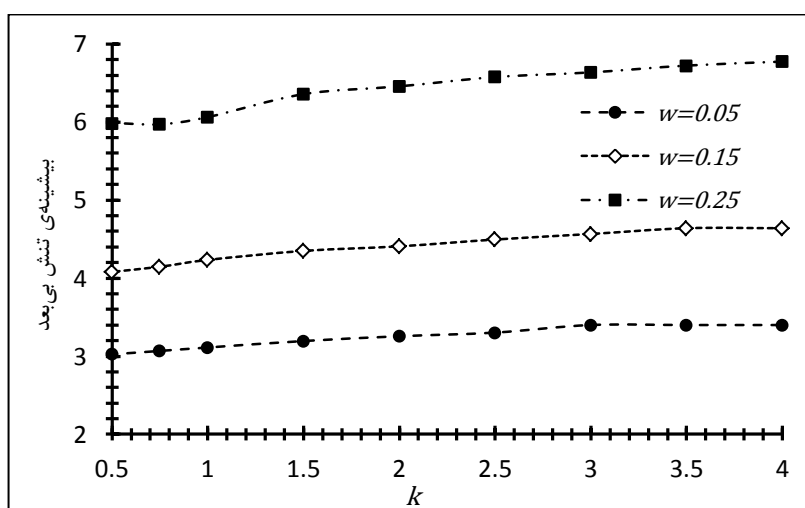
مقادیر تنش مطلوب و تنش نامطلوب برای دو گشودگی مثلثی و فواصلی که این مقادیر در آنها اتفاق می‌افتد، در جدول ۴-۲ نمایش داده شده است. با توجه به شکل ۴-۹ بیشینه‌ی تنش بی‌بعد مربوط به دو گشودگی مثلثی با چیدمان افقی در نزدیکترین فاصله‌ی بررسی شده ($h = 0.05$) اتفاق می‌افتد. نکته‌ی مهمی که در مورد نتایج درج شده در این جدول وجود دارد، حداقل فاصله‌ای می‌باشد که دو گشودگی با چیدمان افقی می‌توانند در آن کمترین مقدار تنش که همان تنش مربوط به صفحه‌ی حاوی یک گشودگی مثلثی است را ایجاد نمایند.

جدول ۴-۲ مقادیر تنش مطلوب و نامطلوب برای دو گشودگی مثلثی با چیدمان افقی در w های مختلف

w	حداقل h در ایجاد تنش مطلوب	تنش مطلوب	تنش نامطلوب
۰/۱	۱/۵	۴/۱	۱۲/۷
۰/۱۵	۱/۸۵	۴/۷	۱۴/۰۴
۰/۲۵	۲/۲	۶/۸۰۹	۱۵/۴

در شکل ۴-۱۰ بیشینه‌ی تنش بی‌بعد برای دو گشودگی که همانند حالت د در شکل ۴-۵ در یک

صفحه قرار گرفته‌اند، بررسی شده است. این مسأله برای سه انحنای مختلف دو گشودگی متساوی‌الاضلاع حل شده است. با توجه به نحوه‌ی بررسی فاصله‌ی عمودی میان دو گشودگی که در شکل ۲-۴ نشان داده شده است، امکان محاسبه‌ی توزیع تنش گشودگی‌های مثلثی با انحنای بزرگتر در $h = 0$ و در فواصل بسیار نزدیک عمودی به دلیل ایجاد تداخل وجود ندارد. به همین علت در شکل ۱۰-۴ محاسبه‌ی بیشینه‌ی تنش از $k = 0/3$ صورت گرفته است. اما برای محاسبه‌ی مقادیر تنش مطلوب و نامطلوب، هر انحنا به‌طور جداگانه و در نزدیک‌ترین فاصله‌ی عمودی ممکن مورد بررسی قرار گرفته است. بنابراین با افزایش تیزی گوشه‌های دو گشودگی، بررسی توزیع تنش اطراف آنها در فاصله‌های دورتر امکان‌پذیر می‌شود. همان‌طور که در این شکل مشاهده می‌شود با افزایش فاصله‌ی عمودی میان دو گشودگی بیشینه‌ی تنش بی‌بعد کاهش می‌یابد. این کاهش تا جایی ادامه پیدا می‌کند که بتوان صفحه را تنها با یک گشودگی مورد بررسی قرار داد. قابل توجه است که برای دو گشودگی مثلثی نیز مانند گشودگی‌های بررسی شده در فصل‌های پیشین، تغییر فاصله‌ی عمودی در چیدمان عمودی باعث اختلاف محسوس در بیشینه‌ی تنش نمی‌شود، این امر همان‌طور که گفته شد موجب گسترده‌تر شدن امر طراحی می‌گردد.



شکل ۱۰-۴ بیشینه‌ی تنش بی‌بعد حول دو گشودگی مثلثی با تغییر فاصله‌ی عمودی در انحنای مختلف

مقادیر تنش مطلوب و تنش نامطلوب برای شکل ۱۰-۴ مربوط به دو گشودگی که با چیدمان عمودی در یک صفحه قرار گرفته‌اند، در جدول ۳-۴ نمایش داده شده است. همان‌طور که گفته شد،

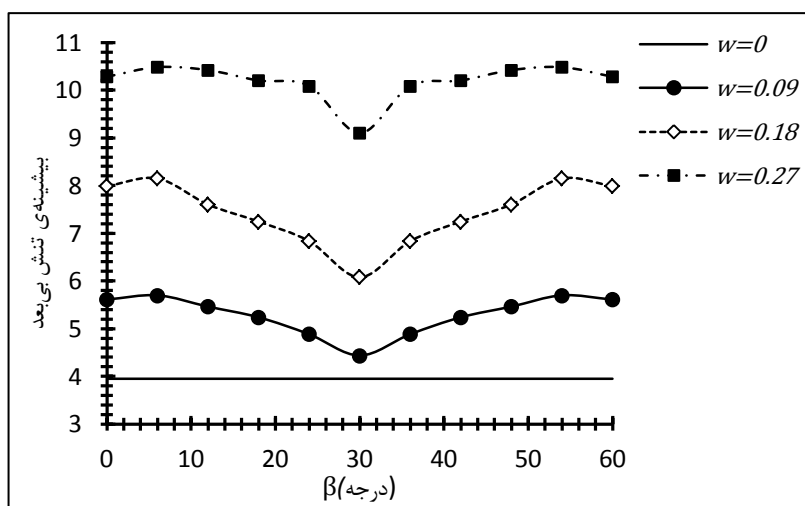
برای هر یک از حالت‌ها تنش مطلوب در کمترین فاصله‌ی عمودی مورد بررسی میان دو گشودگی، با توجه به نحوه‌ی بررسی فاصله‌ی عمودی در شکل ۴-۲ به دست آمده است. در چیدمان عمودی دو گشودگی مثلثی، همانند چیدمان افقی این دو گشودگی افزایش انحنا باعث افزایش مقادیر بیشینه‌ی تنش می‌گردد.

جدول ۳-۴ مقادیر تنش مطلوب و نامطلوب برای دو گشودگی مثلثی با چیدمان عمودی در ω های مختلف

تنش مطلوب	k مربوط به تنش مطلوب	تنش نامطلوب	حداقل k در ایجاد تنش نامطلوب	ω
۰/۰۵	۲/۲	۳/۴	۳/۱	۰/۰۵
۰/۱	۲/۳۰۴	۴/۷	۳/۴	۰/۱۵
۰/۳	۲/۹۱۳	۶/۸۰۹	۳/۹	۰/۲۵

۴-۴ زاویه‌ی چرخش دو گشودگی

بررسی بیشینه‌ی تنش دو گشودگی مثلثی همانند گشودگی‌های دیگر در یک بازه‌ی تناوب صورت می‌گیرد. محدوده‌ی زاویه‌ی مورد بررسی برای این دو گشودگی بین صفر درجه تا ۶۰ می‌باشد. در شکل ۴-۱۱ بیشینه‌ی تنش دو گشودگی مثلثی که با چیدمان افقی همانند حالت الف شکل ۴-۵ در یک صفحه قرار گرفته‌اند، بر حسب زاویه‌ی چرخش دو گشودگی مورد بررسی قرار گرفته است. در این مسأله هر دو گشودگی یکسان و به شکل متساوی‌الاضلاع در نظر گرفته شده‌اند و چرخش هر دو گشودگی به صورت پادساعتگرد می‌باشد. در این بررسی که دو گشودگی به صورت افقی در کنار یکدیگر قرار گرفته‌اند؛ فاصله‌ی بین آنها بر اساس پارامتر بی‌بعد، $h = ۰/۲۵$ در نظر گرفته شده است. همان‌طور که در این شکل دیده می‌شود، مقدار بیشینه‌ی تنش هیچ یک از انحناهای بررسی شده در هیچ زاویه‌ای کمتر از مقدار تنش دو گشودگی دایروی در فاصله‌ی مورد بررسی نمی‌شود. اما دو گشودگی در زاویه‌ی ۳۰ دارای کمترین مقدار بیشینه‌ی تنش می‌باشند. این اتفاق به دلیل قرارگیری مناسب گوشه‌های دو گشودگی نسبت به راستای بارگذاری در مرزهای صفحه در این زاویه صورت می‌گیرد.



شکل ۴-۱۱ تأثیر زاویه‌ی چرخش برای دو گشودگی مثلثی با چرخش پادساعتگرد

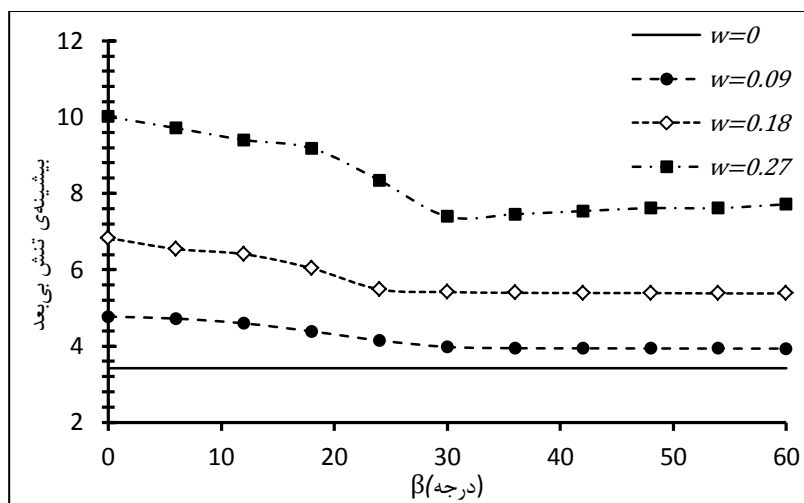
جدول ۴-۴ مقادیر تنش مطلوب و تنش نامطلوب مربوط به این مسأله را نشان می‌دهد. مقادیر این جدول و شکل ۴-۱۱ نشان می‌دهند که بهترین حالت در بررسی انجام شده در انحنای $\omega = 0$ یا همان دو گشودگی دایروی رخ می‌دهد. این نتایج همچنین نشان می‌دهد که با افزایش مقدار انحنای دو گشودگی، چرخش دو گشودگی مقادیر پیش‌بینی شده و منظمی را نخواهد داد که این رفتار با توجه به هندسه‌ی دو گشودگی قابل پیش‌بینی می‌باشد.

جدول ۴-۴ مقادیر تنش مطلوب و نامطلوب برای دو گشودگی مثلثی با چرخش پادساعتگرد

ω	زاویه‌ی چرخش تنش مطلوب	تنش مطلوب	زاویه‌ی چرخش تنش نامطلوب	تنش نامطلوب
۰/۰۹	۳۰	۴/۴۳۹	۶ و ۵۴	۵/۶۹۹
۰/۱۸	۳۰	۶/۰۷۹	۶ و ۵۴	۸/۱۴۹
۰/۲۷	۳۰	۹/۱	۶ و ۵۴	۱۰/۴۸۳
۰	-	۳/۹۵	-	۳/۹۵

در شکل ۴-۱۲ پیشینه‌ی تنش برای دو گشودگی مثلثی نمایش داده شده است که عمل چرخش تنها بر روی یکی از آن دو صورت می‌گیرد و گشودگی دیگر ثابت می‌باشد. این دو گشودگی نیز با چیدمان افقی در کنار یکدیگر قرار گرفته‌اند و فاصله‌ی میان آنها $h = 0/375$ لحاظ شده است. قابل توجه است که برای دو گشودگی با انحنای $\omega = 0/25$ رفتار نمودار همانند دو انحنای مورد

بررسی دیگر نمی‌باشد. به عبارتی در این مسأله با افزایش انحنای دو گشودگی، تنش مطلوب در زاویه ۳۰ درجه اتفاق می‌افتد در صورتی که برای دو گشودگی با انحنای گوشه‌ی پایین‌تر، تنش مطلوب در زاویه‌ی ۶۰ درجه رخ می‌دهد.



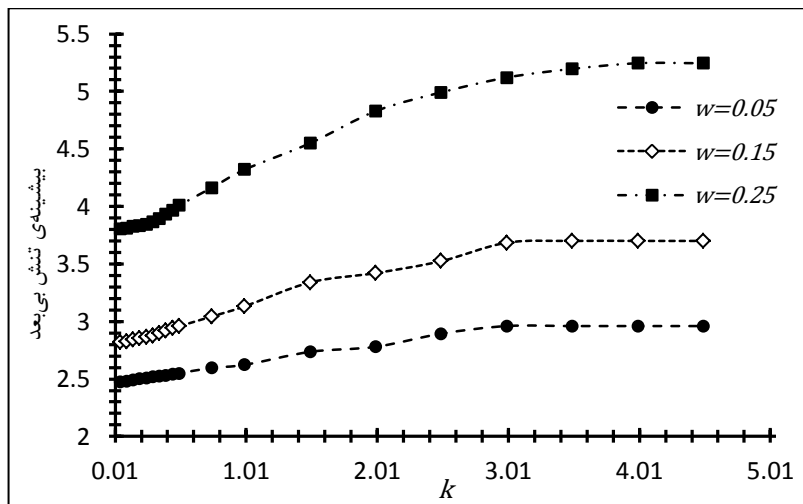
شکل ۴-۱۲ تأثیر زاویه‌ی چرخش برای دو گشودگی مثلثی، تنها با چرخش گشودگی چپ

در جدول ۴-۵ مقادیر تنش مطلوب و تنش نامطلوب مربوط به این مسأله، نمایش داده شده است. همان‌طور که از این جدول استنتاج می‌شود، در زاویه‌ی صفر درجه که همان حالت الف در شکل ۴-۵ می‌باشد، مقدار تنش برای تمام انحنای مورد بررسی، نامطلوب است. بنابراین با هر زاویه‌ی چرخش برای هر یک از دو گشودگی می‌توان به مقدار بیشینه‌ی تنش کمتری نسبت به حالت ابتدایی دست یافت. همچنین دو گشودگی دایروی دارای تنش مطلوب بهینه‌تری نسبت به دو گشودگی مثلثی می‌باشند.

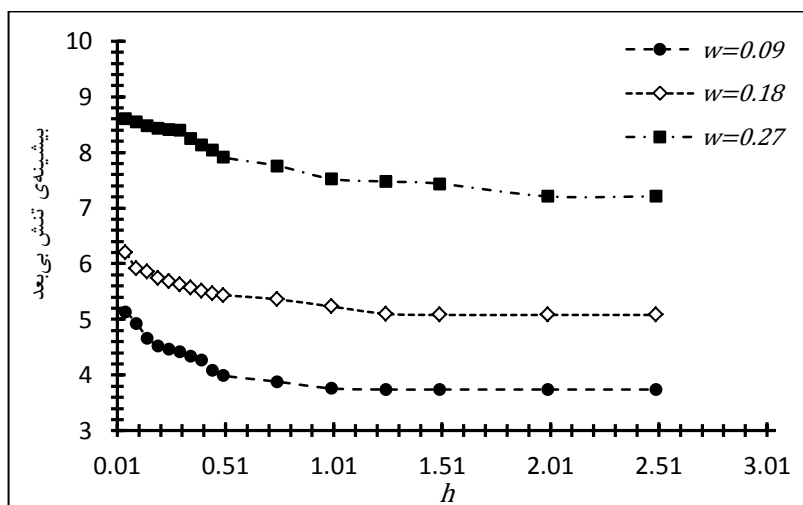
جدول ۴-۵ مقادیر تنش مطلوب و نامطلوب برای دو گشودگی مثلثی، تنها با چرخش گشودگی چپ

تنش نامطلوب	زاویه‌ی چرخش تنش نامطلوب	تنش مطلوب	زاویه‌ی چرخش تنش مطلوب	ω
۳/۹۳۴	۰	۴/۷۷۱	۶۰	۰/۰۹
۶/۸۳۱	۰	۵/۳۷۹	۶۰	۰/۱۸
۱۰/۰۱	۰	۷/۳۹۶	۳۰	۰/۲۷
۳/۴۲	-	۳/۴۲	-	۰

در شکل ۴-۱۳ و شکل ۴-۱۴ تأثیر فاصله‌ی میان دو گشودگی برای دو چیدمان عمودی و افقی بر روی بیشینه‌ی تنش بی‌بعد مورد بررسی قرار گرفته است. این دو چیدمان به ترتیب همانند حالت ج و حالت ب در شکل ۴-۵ در نظر گرفته شده‌اند. در هر دو بررسی انجام‌شده، دو گشودگی، مثلث متساوی‌الاضلاع ($h = 0$) می‌باشند. در شکل ۴-۱۳ گشودگی بالایی با زاویه‌ی چرخش 30° و گشودگی دیگر با زاویه‌ی چرخش 30° -درجه همانند حالت ج در شکل ۴-۵ در نظر گرفته شده است. در شکل ۴-۱۴ گشودگی چپ بدون چرخش و گشودگی راست با زاویه‌ی چرخش 60° درجه لحاظ شده است.



شکل ۴-۱۳ تأثیر فاصله‌ی عمودی بر بیشینه‌ی تنش بی‌بعد برای دو گشودگی با زاویه‌ی چرخش 30° و 30° -درجه



شکل ۴-۱۴ تأثیر فاصله‌ی افقی بر بیشینه‌ی تنش بی‌بعد برای دو گشودگی با زاویه‌ی چرخش 0° و 60° -درجه

در شکل ۴-۱۴ با افزایش فاصله ی افقی میان دو گشودگی با هر زاویه ی چرخشی، بیشینه ی تنش بین دو گشودگی کاهش می یابد. در جدول ۴-۶ و جدول ۴-۷ مقادیر تنش مطلوب و تنش نامطلوب به ترتیب برای دو مسأله ی مربوط به شکل ۴-۱۳ و شکل ۴-۱۴ آورده شده است. همان طور که در جدول ۴-۶ و شکل ۴-۱۳ نشان داده شده است، کمترین مقدار بیشینه ی تنش در کمترین فاصله ی عمودی مورد بررسی اتفاق می افتد و بیشترین مقدار آن مربوط به حالتی هست که بتوان صفحه را تنها با یک گشودگی مورد بررسی قرار داد.

جدول ۴-۶ مقادیر تنش مطلوب و نامطلوب برای دو گشودگی با زاویه ی چرخش ۳۰ درجه و ۳۰-درجه

تنش مطلوب	تنش نامطلوب	حداقل k در ایجاد تنش نامطلوب	ω
۲/۴۷۸	۲/۹۶	۲/۶	۰/۰۵
۲/۸۱۹	۳/۷	۳/۲	۰/۱۵
۳/۸۰۷	۵/۲۴۵	۳/۷	۰/۲۵

با توجه به جدول ۴-۷ و شکل ۴-۱۴ در چیدمان افقی دو گشودگی مثلثی، بیشترین مقدار بیشینه ی تنش در کمترین فاصله ی افقی دو گشودگی اتفاق می افتد. همچنین با توجه به این جدول در انحنای $\omega = ۰/۲۷$ ، نیروهای متقابل بین دو گشودگی تا فاصله ی دورتری نسبت به انحنای کوچکتر، مؤثر باقی می ماند.

جدول ۴-۷ مقادیر تنش مطلوب و نامطلوب برای دو گشودگی با زاویه ی چرخش ۰ درجه و ۶۰ درجه

تنش نامطلوب	تنش مطلوب	حداقل h در ایجاد تنش مطلوب	ω
۵/۱۳۷	۳/۷۴	۱/۲	۰/۰۹
۶/۱۹۷	۵/۰۸	۱/۴	۰/۱۸
۸/۶۱	۷/۲۱	۲/۱	۰/۲۷

معیار همگرایی مسأله ی مربوط به شکل ۴-۱۱ و جدول ۴-۴ و برای دو گشودگی با انحنای $\omega = ۰/۱۸$ ، در جدول ۴-۸ نمایش داده شده است. مراحل تکرارشونده برای این مسأله همان طور

که در این جدول نشان داده شده است، ۸ مرحله می‌باشد.

جدول ۴-۸ بررسی مقادیر نیروهای بین دو گشودگی برای تعیین مراحل تکرار دو گشودگی مثلثی با چیدمان افقی

مرحله‌ی تکرار	$ max(f_{21})/T $	$ max(f_{12})/T $
۱	$6/335 * 10^{-1}$	۳/۵۲۴۵
۲	$3/18 * 10^{-2}$	$2/0.84 * 10^{-1}$
۳	$4/8 * 10^{-3}$	$2/6 * 10^{-2}$
۴	$1/4 * 10^{-3}$	$2/3 * 10^{-3}$
۵	$9 * 10^{-4}$	$1/15 * 10^{-3}$
۶	$8/3 * 10^{-5}$	$6/0.8 * 10^{-4}$
۷	$5/53 * 10^{-6}$	$7/166 * 10^{-5}$
۸	$9/4 * 10^{-7}$	$2/31 * 10^{-6}$

۴-۵ جمع‌بندی

در این فصل توزیع تنش اطراف دو گشودگی مثلثی مورد مطالعه قرار گرفت. تأثیر پارامترهای مختلفی از جمله موقعیت دو گشودگی و فاصله‌ی آن دو از هم، زاویه‌ی چرخ دو گشودگی، انحنای گوشه‌های دو گشودگی و کشیدگی آن دو بررسی گردید، که در این راستا نتایج مهمی حاصل شد.

چیدمان عمودی نسبت به چیدمان افقی در صفحه‌ای که تحت بارگذاری در راستای محور y است، دارای مقادیر تنش مطلوب بهینه‌تری می‌باشد. در چیدمان عمودی این امکان وجود دارد که دو گشودگی در فاصله‌ای بسیار نزدیک در کنار یکدیگر قرار گیرند زیرا با افزایش فاصله‌ی میان دو گشودگی، بیشینه‌ی تنش در اطراف آن دو افزایش می‌یابد. همچنین در این نوع چیدمان با افزایش فاصله‌ی عمودی تغییرات کوچکتری نسبت به چیدمان افقی، در مقدار بیشینه‌ی تنش حاصل می‌شود. انتخاب زاویه‌ی چرخش در محدوده‌ی بزرگی از بازه‌ی تناوب مربوط به چرخش گشودگی مثلثی، مقادیر تنش مطلوب کمتری را نسبت به زاویه‌ی صفر درجه ایجاد می‌کند. نتایج گفته شده در مورد چیدمان‌های افقی و عمودی برای دو گشودگی مثلثی با هر زاویه‌ی چرخشی صدق می‌کند.

لازم به ذکر است که افزایش کشیدگی دو گشودگی مثلثی در راستای بارگذاری باعث کاهش

مقادیر تنش می‌گردد. این استنتاج برای انحنای گوشه‌های دو گشودگی به صورت عکس می‌باشد. همچنین دو گشودگی با انحنای $\omega = 0$ یا به عبارتی دو گشودگی دایروی، در چیدمان افقی دارای مقادیر تنش بهینه‌تری نسبت به دو گشودگی مثلثی با انحنای دیگر می‌باشند.

فصل ۵

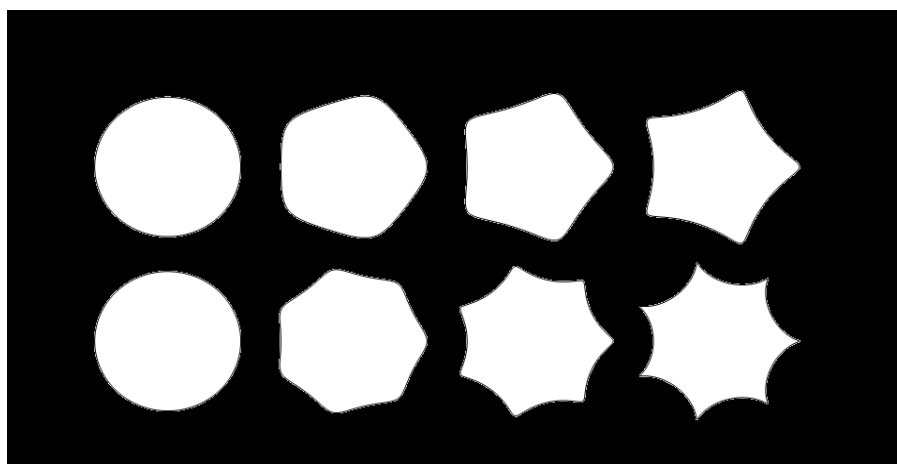
بررسی پارامترهای مؤثر بر توزیع تنش دو گشودگی

n ضلعی

۵-۱ مقدمه

در این فصل گشودگی‌های پنج‌ضلعی، شش‌ضلعی، هفت‌ضلعی و هشت‌ضلعی مورد بررسی قرار گرفته‌اند. برای گشودگی‌های بیشتر از هشت‌ضلعی رفتار به گشودگی دایره‌ای نزدیک می‌شود؛ بنابراین از آوردن نتایج برای این گشودگی‌ها صرف‌نظر شده است. روند محاسبه‌ی نتایج ارائه شده برای گشودگی‌های n ضلعی مطابق روند محاسبه‌ی نتایج به‌دست آمده برای گشودگی‌های بیضوی، مربعی و مثلثی در فصل‌های پیشین است.

همان‌طور که در فصل‌های پیشین گفته شد، محدوده‌ی تغییرات انحنای هر گشودگی از صفر تا مقدار $1/n$ خواهد بود. با توجه به اینکه گشودگی‌های با تعداد اضلاع فرد دارای یک رأس بر روی محورهای مختصات و گشودگی‌های با تعداد اضلاع زوج دارای دو رأس روی محور مختصات هستند، در تعدادی از مقایسه‌های انجام گرفته در این فصل، دو گشودگی پنج‌ضلعی و هفت‌ضلعی و دو گشودگی شش‌ضلعی و هشت‌ضلعی در کنار یکدیگر بررسی شده‌اند. در شکل ۵-۱ نحوه‌ی تأثیر پارامتر انحنای هندسه‌ی دو گشودگی پنج‌ضلعی و هفت‌ضلعی نشان داده شده است. در تمامی بررسی‌های انجام گرفته در این فصل $c = 1$ لحاظ شده است. چگونگی تأثیر پارامتر انحنای هندسه‌ی دو گشودگی شش‌ضلعی و هشت‌ضلعی نیز مطابق شکل ۵-۲ می‌باشد.



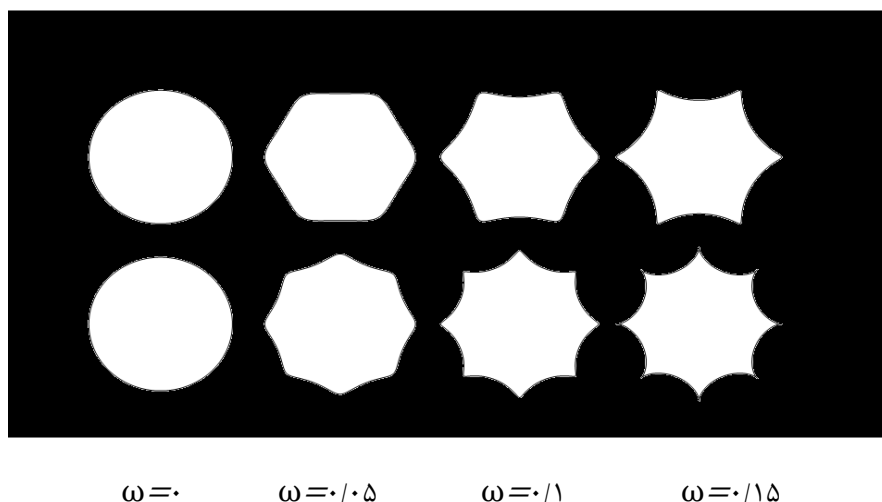
$$\omega = 0$$

$$\omega = 0/0.5$$

$$\omega = 0/1$$

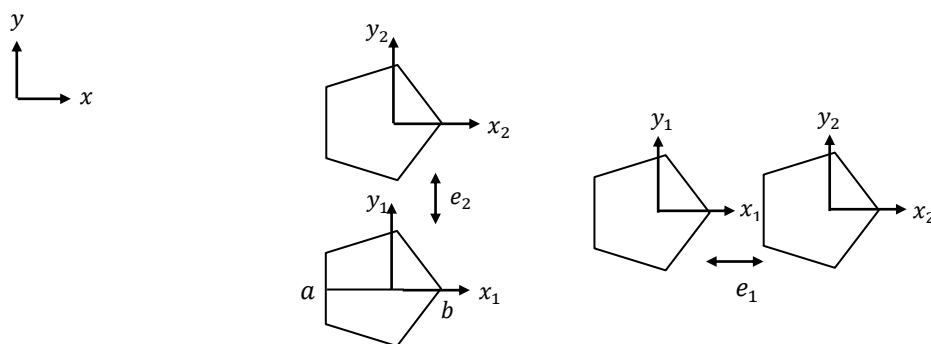
$$\omega = 0/1.5$$

شکل ۵-۱ تأثیر پارامتر ω بر گوشه‌های دو گشودگی پنج‌ضلعی و هفت‌ضلعی



شکل ۲-۵ تأثیر پارامتر ω بر گوشه‌های دو گشودگی شش‌ضلعی و هشت‌ضلعی

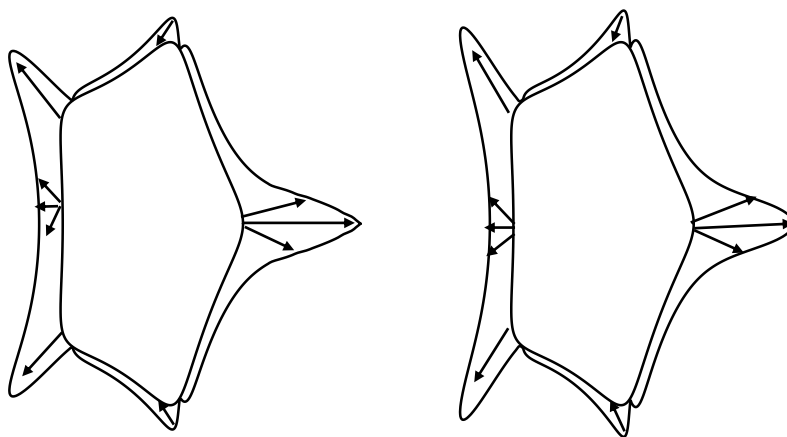
در شکل ۳-۵ نحوه‌ی بررسی فاصله‌ی دو گشودگی پنج‌ضلعی در چیدمان‌های افقی و عمودی نشان داده شده است. در بررسی دو گشودگی با اضلاع فرد، همانند آنچه در مورد گشودگی مثلثی گفته شد؛ با توجه به رابطه‌ی $(2-83)$ و $(2-84)$ ، نصف ارتفاع ab در نظر گرفته می‌شود. ab قطری از پنج‌ضلعی می‌باشد که بر روی محور افقی دستگاه مختصات قرار دارد. مبدأ دو مختصات محلی بر روی مرکز هندسی دو پنج‌ضلعی قرار داده شده است.



شکل ۳-۵ نحوه‌ی بررسی فاصله‌ی دو گشودگی پنج‌ضلعی در چیدمان‌های افقی و عمودی

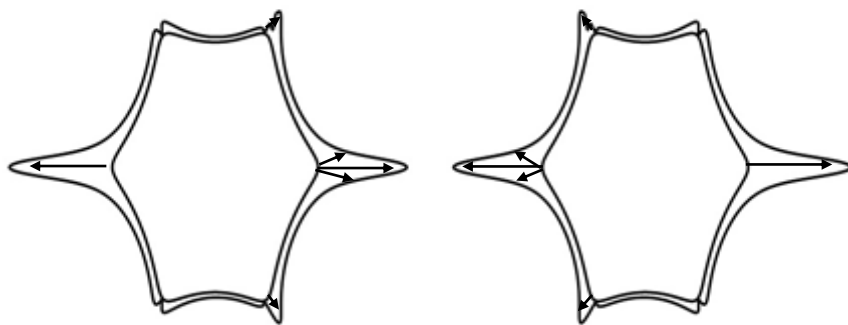
در شکل ۴-۵ نحوه‌ی توزیع تنش در اطراف دو گشودگی پنج‌ضلعی که با چیدمان افقی ($k = 0$) در کنار یکدیگر قرار گرفته‌اند، نشان داده شده است. هر دو گشودگی یکسان و $\omega = 0.1$ در نظر

گرفته شده است. در این بررسی $h = 1/5$ می‌باشد. همان‌طور که مشخص است، در نقاطی از مرز دو گشودگی که در فاصله‌ی کمتری نسبت به مرزی گشودگی دیگر قرار دارند، توزیع تنش دارای اندکی تفاوت نسبت به نقاط مشابه اما در فاصله‌ی دورتر می‌باشند. این اتفاق به دلیل نیروهای متقابلی می‌باشد که میان دو گشودگی وجود دارد. با این که فاصله‌ی دو گشودگی با توجه به نتایج به‌دست آمده در فصل، تقریباً زیاد در نظر گرفته شده است، اما این شکل نشان می‌دهد که این تأثیرات با اندازه‌ی کوچکتری متناسب با فاصله‌ی لحاظ شده، میان دو گشودگی وجود دارند.



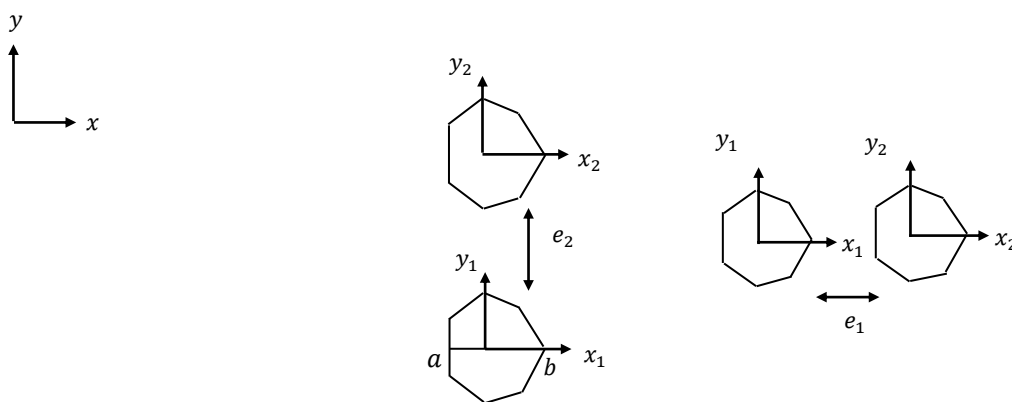
شکل ۴-۵ نحوه‌ی توزیع تنش در اطراف دو گشودگی پنج‌ضلعی

برای بررسی فاصله‌ی دو گشودگی شش‌ضلعی، با توجه به آنچه که در شکل ۲-۱۰ گفته شده است، عمل می‌شود. در شکل ۵-۵ توزیع تنش اطراف دو گشودگی شش‌ضلعی نشان داده شده است. در این بررسی نیز هر دو گشودگی یکسان و $\omega = 0/1$ می‌باشد. اما فاصله‌ی میان دو گشودگی بر اساس پارامتر بی‌بعد برابر با $h = 0/8$ لحاظ شده است. در این شکل نیز بیشترین مقدار تنش در نقطه‌ای از مرز دو گشودگی اتفاق می‌افتد که با راستای بارگذاری زاویه‌ی 90° بسازد و کمترین فاصله‌ی را با گشودگی دیگر داشته باشد. همان‌طور که در این شکل دیده می‌شود، به دلیل فاصله‌ی کمتر میان دو گشودگی در این مسأله، نحوه‌ی توزیع تنش میان دو گشودگی متفاوت از توزیع تنش در مرزهای دورتر دو گشودگی از یکدیگر می‌باشد.

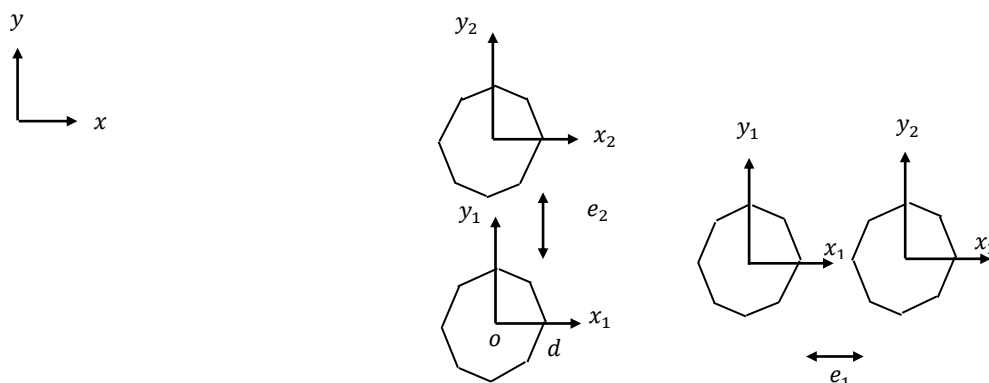


شکل ۵-۵ نحوه‌ی توزیع تنش در اطراف دو گوشه‌ی شش ضلعی

برای بررسی فاصله‌ی میان دو گوشه‌ی هفت ضلعی و هشت ضلعی در چیدمان‌های افقی و عمودی، به ترتیب بر اساس شکل ۵-۶ و شکل ۷-۵ عمل می‌شود. روابط (۲-۸۳) و (۲-۸۴) در این دو گوشه‌ی نیز مانند گوشه‌ی‌های قبل، بر اساس زوج یا فرد بودن تعداد اضلاع صورت می‌گیرد. یعنی در روابط ذکر شده، در ارتباط با بررسی فاصله برای دو گوشه‌ی هفت ضلعی، نصف قطر ab برابر با od در نظر گرفته می‌شود و برای دو گوشه‌ی هشت ضلعی همانند دیگر گوشه‌ی‌های با اضلاع زوج، بررسی فواصل افقی و عمودی صورت می‌گیرد.



شکل ۵-۶ نحوه‌ی بررسی فاصله‌ی دو گوشه‌ی هفت ضلعی در چیدمان‌های افقی و عمودی



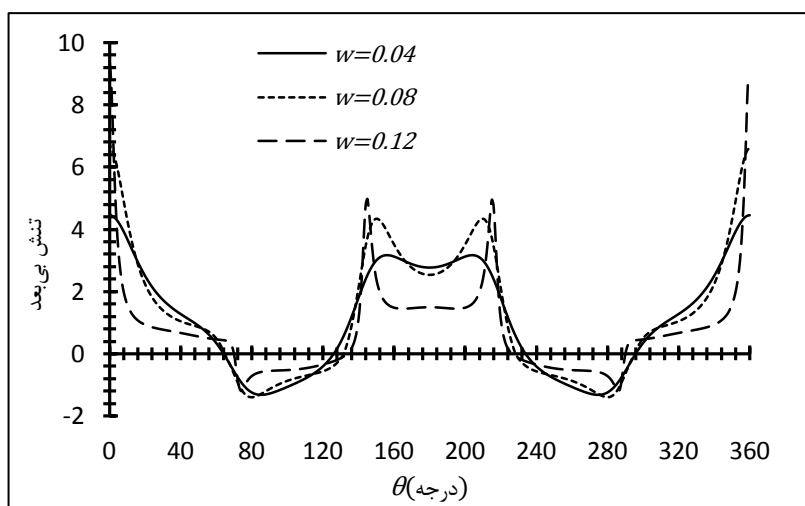
شکل ۷-۵ نحوه‌ی بررسی فاصله‌ی دو گشودگی هشت ضلعی در چیدمان‌های افقی و عمودی

نحوه‌ی توزیع تنش برای دیگر گشودگی‌های مورد بررسی در این فصل نیز بر اساس فاصله‌ی میان دو گشودگی و نوع هندسه‌ی آنها همانند گشودگی‌های پنج ضلعی و شش ضلعی دستخوش تغییر می‌شود، بنابراین در این فصل تنها به آوردن شکل شماتیک توزیع تنش در اطراف گشودگی‌های پنج ضلعی و شش ضلعی اکتفا شده است. برخلاف نتایج آورده شده در فصل‌های پیشین در این فصل تنها به آوردن نتایج مهم پرداخته شده است و نتایج به صورت کلی‌تر نسبت به فصل‌های قبل مورد بررسی قرار می‌گیرند.

۵-۲ انحناهای گوشه‌های دو گشودگی

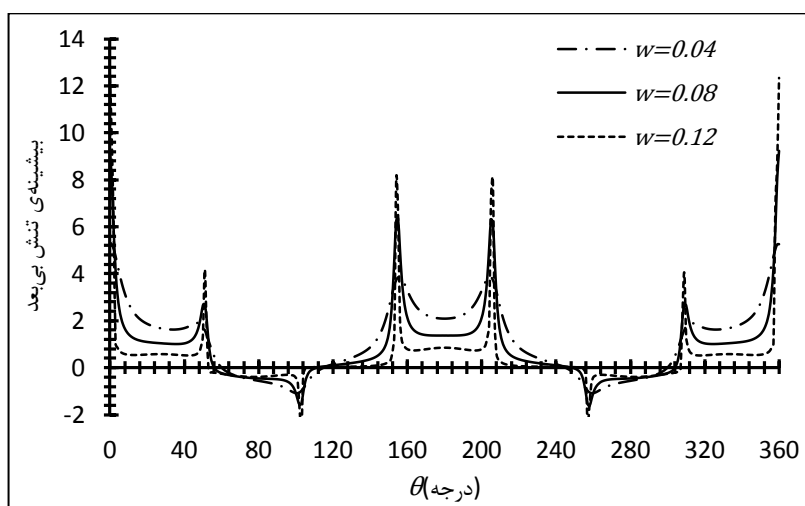
در ابتدای این بخش توزیع تنش بی‌بعد در اطراف گشودگی‌های پنج ضلعی و هفت ضلعی برای صفحه‌ای حاوی دو گشودگی یکسان نشان داده شده است. در ادامه به مقایسه‌ی تأثیر انحناهای گوشه‌های گشودگی بر بیشینه‌ی تمرکز تنش دو شکل نام برده پرداخته می‌شود. این روند برای گشودگی‌های شش ضلعی و هشت ضلعی که دارای اضلاع زوج می‌باشند نیز صورت می‌گیرد.

در شکل ۸-۵ توزیع تنش بی‌بعد حول گشودگی چپ در یک چیدمان افقی ($k = 0$) از دو گشودگی پنج ضلعی همانند آنچه در شکل ۳-۵ نشان داده شد، نمایش داده شده است. توزیع تنش برای این مسأله در سه انحنا مختلف به دست آمده است. فاصله‌ی افقی دو گشودگی بر حسب پارامتر بی‌بعد فاصله، $h = 0.5$ می‌باشد.



شکل ۸-۵ توزیع تنش حول گشودگی چپ در صفحه‌ای حاوی دو گشودگی پنج‌ضلعی با چیدمان افقی

در شکل ۹-۵ توزیع تنش بی بعد حول گشودگی چپ در یک چیدمان افقی از دو گشودگی هفت‌ضلعی همانند آنچه در شکل ۶-۵ نشان داده شده، نمایش داده شده است. این بررسی نیز همانند مسأله‌ی قبل برای سه انحنای مختلف و بر حسب پارامتر بی بعد در فاصله‌ی افقی $h = 0.5$ صورت گرفته است.



شکل ۹-۵ توزیع تنش حول گشودگی چپ در صفحه‌ای حاوی دو گشودگی هفت‌ضلعی با چیدمان افقی

همان‌طور که در دو شکل اخیر مشخص است، بیشترین مقدار تنش در زاویه‌ی صفر درجه که مربوط به آن رأس از دو گشودگی پنج‌ضلعی و هفت‌ضلعی می‌باشد که روی محور x قرار گرفته است. البته این نقطه از گشودگی چپ به دلیل قرار گرفتن میان دو گشودگی دارای مقدار بیشتری نسبت به

مقدار بیشینه‌ی تنش در نقطه‌ی مشابه در گشودگی راست است و همان‌طور که در ارتباط با گشودگی مثلثی که همانند دو گشودگی اخیر دارای اضلاع فرد می‌باشد؛ گفته شد، توزیع تنش حول گشودگی راست و گشودگی چپ در صفحاتی که حاوی دو گشودگی با اضلاع فرد هستند، یکسان نمی‌باشد.

معیار همگرایی مربوط به مسأله‌ی شکل ۵-۸ و در حالتی که $\omega = 0/12$ است، در جدول ۵-۱ مورد بررسی قرار گرفته است. برخلاف انتظار شرط همگرایی ابتدا برای گشودگی اول برقرار شد. این اتفاق می‌تواند به دلیل موقعیت دو گشودگی در حالت چیدمان افقی نسبت به هم باشد، که رأس گشودگی چپ که روی محور افقی قرار گرفته است نزدیک به ضلعی از گشودگی راست می‌باشد که دارای انحنای بسیار کوچک و در نتیجه مقدار تنش بسیار کم است. با توجه به این جدول توابع تنش برای محاسبه‌ی مقادیر تنش در اطراف دو گشودگی پنج‌ضلعی، در هفت مرحله استخراج شده و با یکدیگر جمع می‌گردد.

جدول ۵-۱ بررسی مقادیر نیروهای بین دو گشودگی برای تعیین مراحل تکرار دو گشودگی پنج‌ضلعی با چیدمان افقی

مرحله‌ی تکرار	$ max(f_{21})/T $	$ max(f_{12})/T $
۱	$7/533 * 10^{-1}$	۴/۲۱۴۱
۲	$7/37 * 10^{-2}$	$1/0.23 * 10^{-1}$
۳	$4/4 * 10^{-3}$	$5/3 * 10^{-3}$
۴	$2/82 * 10^{-3}$	$1/1 * 10^{-3}$
۵	$7/22 * 10^{-4}$	$3/70.5 * 10^{-4}$
۶	$6/913 * 10^{-5}$	$5/197 * 10^{-5}$
۷	$8/57 * 10^{-6}$	$6/2 * 10^{-6}$

در جدول ۵-۲ معیار همگرایی مربوط به مسأله‌ی شکل ۵-۹ برای دو گشودگی هفت‌ضلعی با $\omega = 0/12$ مورد بررسی قرار گرفته است. برای این مسأله نیز همگرایی در ۷ مرحله اتفاق افتاده است. با مقایسه‌ی نتایج جدول ۵-۱ و جدول ۵-۲ مشخص می‌گردد که مقادیر نیروی متقابل ایجاد شده میان دو گشودگی هفت‌ضلعی بیشتر از دو گشودگی پنج‌ضلعی در چیدمان افقی می‌باشد و همان‌طور که انتظار می‌رفت بزرگترین نیروی ایجاد شده مربوط به گام اول از مرحله‌ی نخست است.

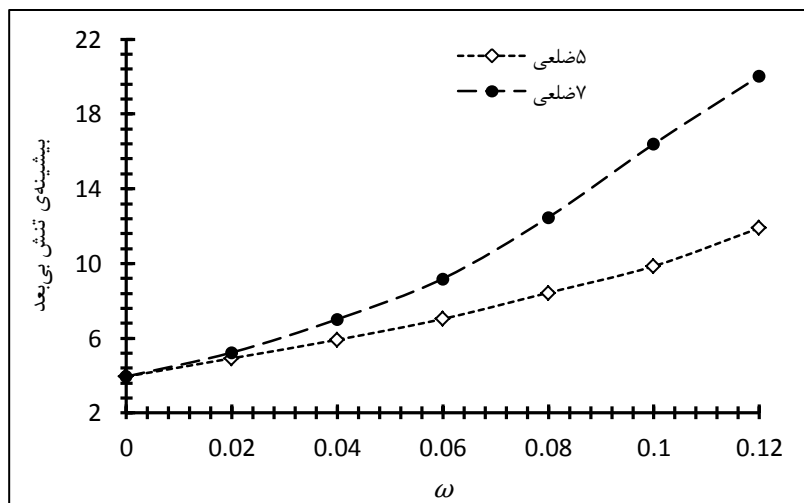
جدول ۵-۲ بررسی مقادیر نیروهای بین دو گشودگی برای تعیین مراحل تکرار دو گشودگی هفت ضلعی با چیدمان افقی

مرحله‌ی تکرار	$ max(f_{21})/T $	$ max(f_{12})/T $
۱	$8/146 * 10^{-1}$	۴/۵۳۴۱
۲	$7/807 * 10^{-2}$	$5/43 * 10^{-1}$
۳	$6/81 * 10^{-3}$	$6/42 * 10^{-3}$
۴	$4/77 * 10^{-3}$	$3/2 * 10^{-3}$
۵	$8/42 * 10^{-4}$	$5/34 * 10^{-4}$
۶	$7/13 * 10^{-5}$	$6/38 * 10^{-5}$
۷	$9/17 * 10^{-6}$	$8/8 * 10^{-6}$

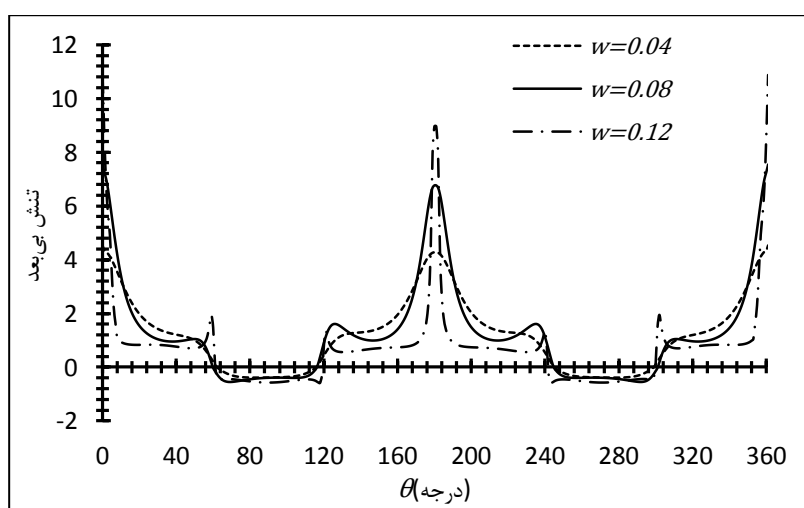
برای بررسی تأثیر انحنای گوشه‌های دو گشودگی بر بیشینه‌ی تنش بی‌بعد شکل ۵-۱۰ رسم شده است. در این شکل تأثیر پارامتر انحنا روی بیشینه‌ی تنش بی‌بعد دو گشودگی پنج ضلعی و هفت ضلعی نمایش داده شده است. فاصله‌ی هر دو گشودگی برحسب پارامتر بی‌بعد فاصله $h = 0.25$ در نظر گرفته شده است. برای هر یک از دو گشودگی مورد بررسی، طبق آنچه گفته شد $c = 1$ می‌باشد. همان طور که در این شکل مشاهده می‌شود تأثیر انحنا بر بیشینه‌ی تنش دو گشودگی هفت ضلعی بیشتر می‌باشد و نمودار مربوط به این دو گشودگی با شدت بیشتری افزایش می‌یابد. کمترین مقدار بیشینه‌ی تنش برای هر دو گشودگی همانند گشودگی‌های مورد بررسی در فصل‌های پیشین و در چیدمان افقی در انحنای $\omega = 0$ صورت می‌گیرد. با توجه به اینکه انحنا در همه‌ی گشودگی‌ها تا مقدار $1/n$ قابل بررسی است، نتایج در این شکل تا مقدار $\omega = 0.12$ به دست آمده است. نکته‌ی قابل توجه در شکل ۵-۱۰، اختلاف بسیار کوچک نتایج محاسبه شده برای هر دو گشودگی تا مقدار انحنای $\omega = 0.02$ می‌باشد. بنابراین امکان افزایش انتخاب‌های طراحی در یک محدوده‌ی بیشینه‌ی تنش تا مقدار انحنای گفته شده وجود دارد.

در شکل ۵-۱۱ توزیع تنش بی‌بعد حول گشودگی چپ در یک چیدمان افقی از دو گشودگی شش ضلعی همانند آنچه که در شکل ۲-۱۰ گفته شد، نمایش داده شده است. فاصله‌ی بین دو

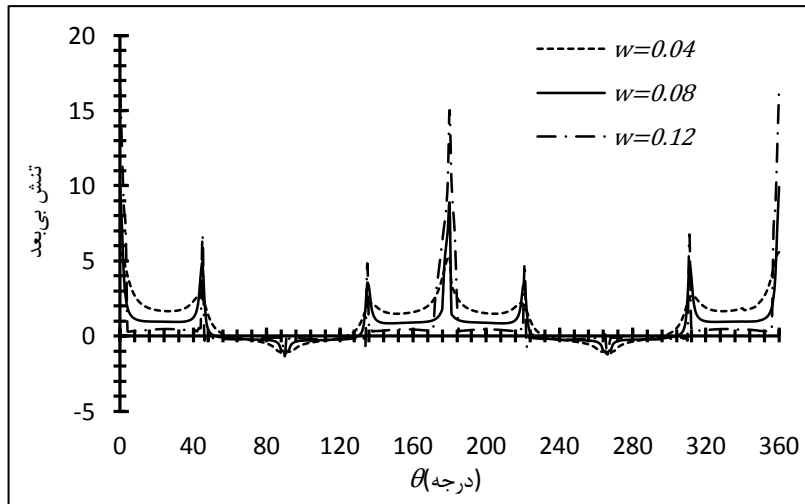
گشودگی در این بررسی برحسب پارامتر بی بعد فاصله $h = 0.5$ لحاظ شده است.



شکل ۵-۱۰ تأثیر انحنای گوشه‌های دو گشودگی بر بیشینه‌ی تنش بی بعد برای دو گشودگی پنج ضلعی و هفت ضلعی در شکل ۵-۱۲ توزیع تنش بی بعد حول گشودگی چپ در صفحه‌ای حاوی دو گشودگی هشت ضلعی نشان داده شده است. در این بررسی فاصله‌ی بین دو گشودگی برحسب پارامتر بی بعد فاصله برابر با $h = 0.5$ در نظر گرفته شده است. نتایج به دست آمده در این شکل نیز نشان می‌دهد که در زاویه‌ی ۰ و ۳۶۰ درجه بیشترین مقادیر تنش برای دو گشودگی حاصل می‌شود.



شکل ۵-۱۱ توزیع تنش حول گشودگی چپ در صفحه‌ای حاوی دو گشودگی شش ضلعی با چیدمان افقی همان‌طور که انتظار می‌رفت برای هر دو گشودگی شش ضلعی و هشت ضلعی بیشترین مقادیر تنش مربوط به انحنای $\omega = 0.12$ می‌باشد.



شکل ۵-۱۲ توزیع تنش حول گشودگی چپ در صفحه‌ای حاوی دو گشودگی هشت‌ضلعی با چیدمان افقی

در جدول ۵-۳ و جدول ۵-۴ معیار همگرایی به ترتیب برای دو شکل ۵-۱۱ و شکل ۵-۱۲ مورد بررسی قرار گرفته است. در جدول ۵-۳ تعداد مراحل تکرار و نیروهای متقابل ایجاد شده بین دو گشودگی شش‌ضلعی نشان داده شده است. نتایج این جدول برای $w = 0.12$ به دست آمده است. همان‌طور که مشخص است، همگرایی در این مسأله در ۷ مرحله‌ی تکرار صورت می‌گیرد.

جدول ۵-۳ بررسی مقادیر نیروهای بین دو گشودگی برای تعیین مراحل تکرار دو گشودگی شش‌ضلعی با چیدمان افقی

مرحله‌ی تکرار	$ max(f_{21})/T $	$ max(f_{12})/T $
۱	$7/833 * 10^{-1}$	۴/۴۱۳
۲	$7/76 * 10^{-2}$	$3/43 * 10^{-1}$
۳	$5/61 * 10^{-3}$	$4/11 * 10^{-3}$
۴	$3/89 * 10^{-3}$	$2/07 * 10^{-3}$
۵	$6/36 * 10^{-4}$	$5/89 * 10^{-4}$
۶	$1/3 * 10^{-4}$	$9 * 10^{-5}$
۷	$9/23 * 10^{-6}$	$7/3 * 10^{-6}$

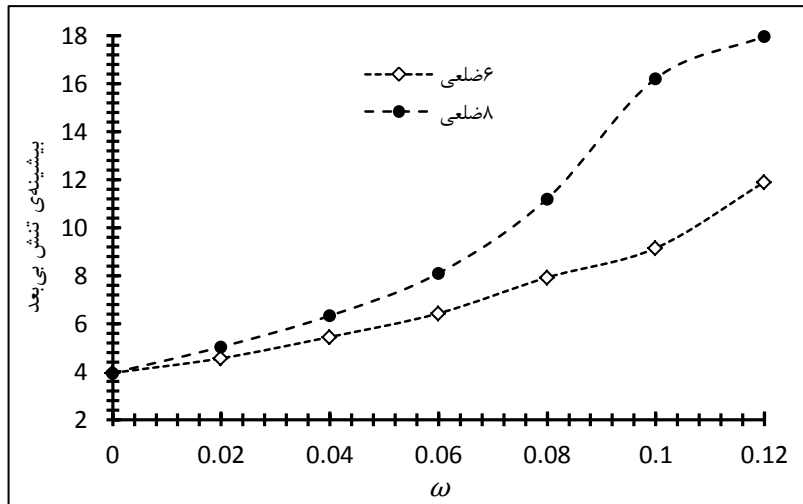
در جدول ۵-۴ معیار همگرایی مربوط به دو گشودگی هشت‌ضلعی که در شکل ۵-۱۲ توضیح داده شده؛ نمایش داده شده است. این بررسی نیز برای $w = 0.12$ انجام گرفته است تا امکان مقایسه با دیگر گشودگی‌های n ضلعی وجود داشته باشد. تعداد مراحل تکرار برای محاسبه‌ی توابع تنش نهایی

برای دو گشودگی هشت ضلعی و در چیدمان افقی ۸ مرحله‌ی تکرار می‌باشد. مقایسه‌ی جدول‌های مربوط به معیار همگرایی نشان می‌دهد که نیروهای ایجاد شده بین دو گشودگی در مرحله‌ی اول با افزایش تعداد اضلاع افزایش می‌یابد. این موضوع با توجه به مقادیر بیشینه‌ی تنش ارائه شده در این فصل قابل پیش‌بینی می‌باشد.

جدول ۴-۵ بررسی مقادیر نیروهای بین دو گشودگی برای تعیین مراحل تکرار دو گشودگی هشت ضلعی با چیدمان افقی

مرحله‌ی تکرار	$ max(f_{21})/T $	$ max(f_{12})/T $
۱	$۸/۴۲۲ * ۱۰^{-۱}$	۴/۹۳
۲	$۹/۵۵ * ۱۰^{-۲}$	$۵/۴۶ * ۱۰^{-۱}$
۳	$۶/۴ * ۱۰^{-۳}$	$۴/۳ * ۱۰^{-۲}$
۴	$۵/۳۷ * ۱۰^{-۳}$	$۸/۴ * ۱۰^{-۲}$
۵	$۴/۶۸ * ۱۰^{-۴}$	$۶/۹ * ۱۰^{-۴}$
۶	$۷/۱۱ * ۱۰^{-۵}$	$۱/۸ * ۱۰^{-۴}$
۷	$۳/۴ * ۱۰^{-۵}$	$۵/۲ * ۱۰^{-۵}$
۸	$۵ * ۱۰^{-۶}$	$۸/۱ * ۱۰^{-۶}$

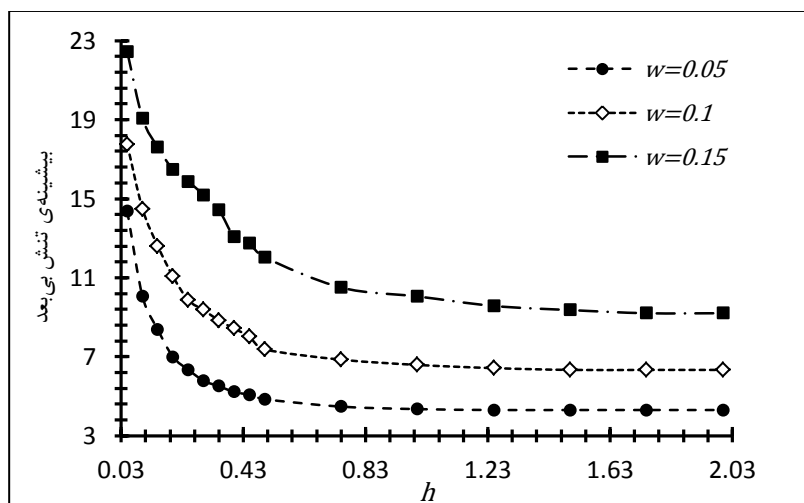
در شکل ۵-۱۳ تأثیر انحنا‌ی گوشه‌های دو گشودگی بر بیشینه‌ی تنش بی‌بعد برای دو حالت که در حالت اول، صفحه حاوی دو گشودگی شش ضلعی در نظر گرفته شده است و در حالت دیگری صفحه‌ای با دو گشودگی هشت ضلعی فرض شده است؛ نشان داده شده است. برای هر دو حالت فاصله‌ی افقی دو گشودگی از یکدیگر برحسب پارامتر بی‌بعد فاصله برابر با $h = ۰/۲۵$ در نظر گرفته شده است. همانند مسأله‌ی مربوط به شکل ۵-۱۰ در این شکل نیز با افزایش تعداد اضلاع، نمودار بیشینه‌ی تنش با شیب بیشتری افزایش می‌یابد. قابل ذکر است که در این مقایسه نیز نتایج محاسبه شده برای هر دو گشودگی تا انحنا‌ی $\omega = ۰/۰۲$ دارای اختلاف کوچکی نسبت به انحنا‌های بزرگتر از مقدار مذکور می‌باشند. نتایج به دست آمده در هر دو شکل ۵-۱۰ و شکل ۵-۱۳ که مربوط به چهار شکل متفاوت می‌باشند، گویای این نکته است که در بررسی دو گشودگی در چیدمان افقی کمترین بیشینه‌ی تنش، مربوط به دو گشودگی دایروی ($\omega = ۰$) می‌باشد.



شکل ۵-۱۳ تأثیر انحناهای گوشه‌های دو گشودگی بر بیشینه‌ی تنش بی‌بعد برای دو گشودگی شش ضلعی و هشت ضلعی

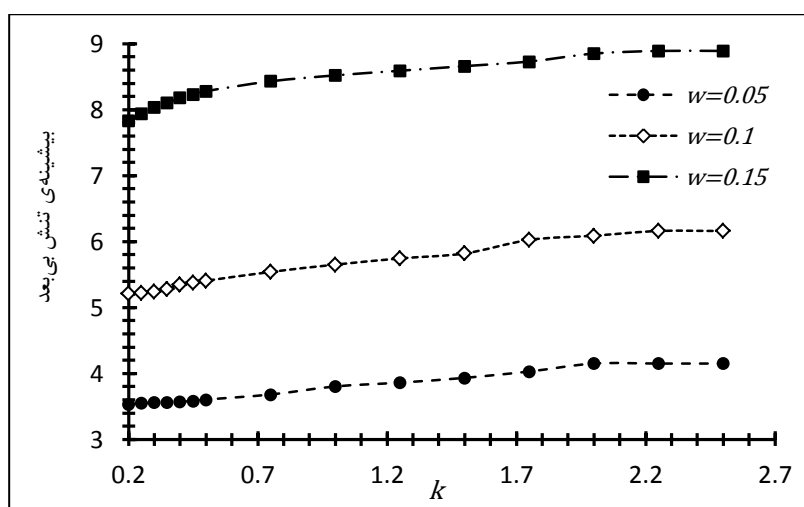
۳-۵ موقعیت دو گشودگی نسبت به یکدیگر

در این بخش دو گشودگی n ضلعی در دو چیدمان افقی و عمودی طبق شکل‌های رسم شده در بخش مقدمه مورد بررسی قرار می‌گیرند. در شکل ۵-۱۴ بیشینه‌ی تنش بی‌بعد برای دو گشودگی پنج ضلعی که همانند شکل ۳-۵ با چیدمان افقی ($k = 0$) در یک صفحه قرار گرفته‌اند، نشان داده شده است. با کاهش فاصله‌ی میان دو گشودگی، بیشینه‌ی تنش به صورت قابل توجهی کاهش می‌یابد. بنابراین بیشترین مقدار تنش مربوط به نزدیک‌ترین فاصله‌ی مورد بررسی دو گشودگی است. کمترین مقدار بیشینه‌ی تنش در فاصله‌ای اتفاق می‌افتد که بتوان صفحه را تنها با یک گشودگی مورد بررسی قرار داد. این اتفاق برای دو گشودگی پنج ضلعی با انحنا $\omega = 0.05$ در فاصله‌ی $h = 1/2$ صورت می‌گیرد و برای دو انحنا $\omega = 0.1$ و $\omega = 0.15$ به ترتیب در فواصل $h = 1/45$ و $h = 1/72$ رخ می‌دهد. همانند دیگر گشودگی‌های بررسی شده با افزایش انحنا، این اتفاق در فاصله‌ی دورتری صورت می‌گیرد. کمترین مقدار بیشینه‌ی تنش برای سه انحنا مذکور که مربوط به بررسی صفحه تنها با یک گشودگی می‌باشد، به ترتیب $4/3$ ، $6/33$ و $9/2$ است. از فاصله‌ی $h = 0.83$ تغییرات نمودار به شدت کاهش می‌یابد، بنابراین می‌توان بازه‌ی $h = 0$ تا $h = 0.83$ را به عنوان محدوده‌ی بحرانی برای دو گشودگی پنج ضلعی در چیدمان افقی در نظر گرفت. قابل توجه است که اختلاف مقادیر تنش در انحنای مختلف در فواصل نزدیک‌تر بسیار بیشتر می‌باشد.



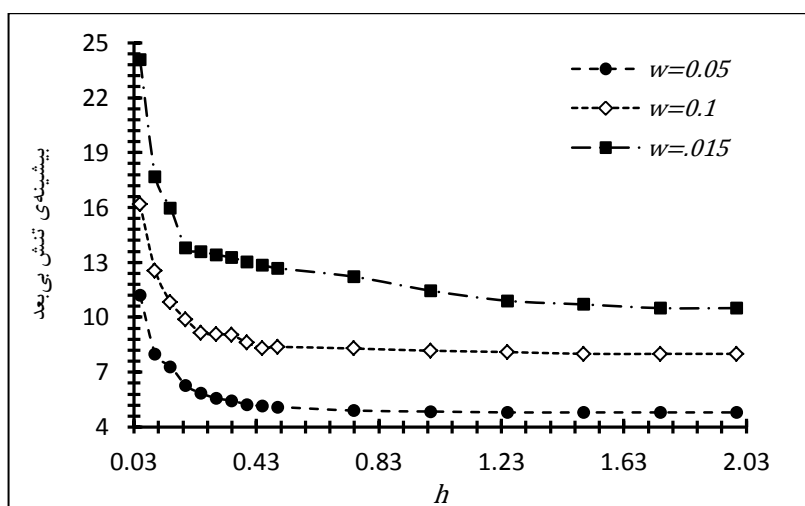
شکل ۱۴-۵ بیشینه‌ی تنش بی‌بعد حول دو گشودگی پنج‌ضلعی با تغییر فاصله‌ی افقی در انحناهای مختلف

در شکل ۱۵-۵ تأثیر تغییرات فاصله‌ی عمودی بر بیشینه‌ی تنش بی‌بعد دو گشودگی پنج‌ضلعی که به‌صورت چیدمان عمودی ($h = 0$) در یک صفحه قرار دارند، نشان داده شده است. این شکل نشان می‌دهد که هنگامی که بارگذاری صفحه در جهت محور است. تغییرات بیشینه‌ی تنش دو گشودگی پنج‌ضلعی در اثر تغییر فاصله در چیدمان عمودی بسیار کمتر از این تغییرات در شکل ۱۴-۵ برای چیدمان افقی می‌باشد. همچنین کمترین بیشینه‌ی تنش برخلاف چیدمان افقی مربوط به نزدیک‌ترین فاصله‌ی عمودی در تمامی انحناهای مورد بررسی می‌باشد و بیشترین بیشینه‌ی تنش در فاصله‌ی اتفاق می‌افتد که اثرات دو گشودگی بر یکدیگر از بین برود و بتوان صفحه را تنها با یک گشودگی پنج‌ضلعی در نظر گرفت.



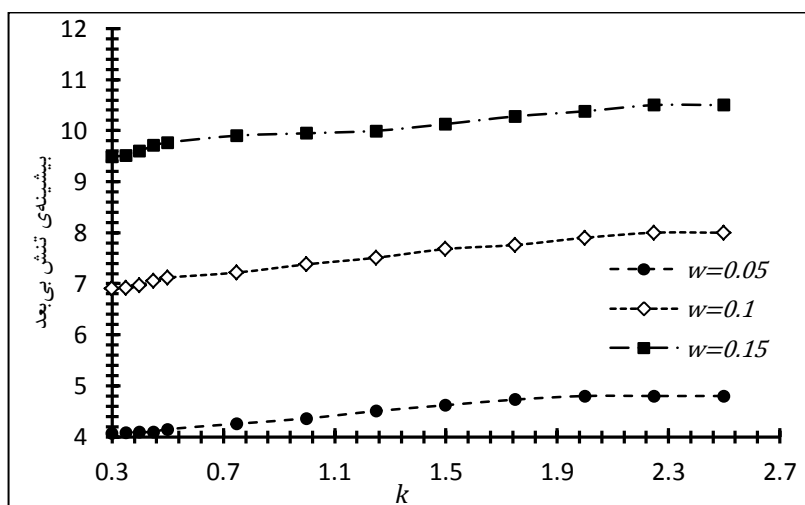
شکل ۱۵-۵ بیشینه‌ی تنش بی‌بعد حول دو گشودگی پنج‌ضلعی با تغییر فاصله‌ی عمودی در انحناهای مختلف

در شکل ۱۶-۵ بیشینه‌ی تنش بی‌بعد برای دو گشودگی شش ضلعی که با چیدمان افقی در یک صفحه قرار گرفته‌اند، نشان داده شده است. کمترین مقدار بیشینه‌ی تنش در حالتی که $\omega = 0.05$ می‌باشد، بر حسب پارامتر بی‌بعد فاصله‌ی افقی در $h = 1/15$ اتفاق می‌افتد و این مقدار برای انحنای $\omega = 0.1$ و $\omega = 0.15$ به ترتیب در فواصل افقی $h = 1/4$ و $h = 1/7$ صورت می‌گیرد.



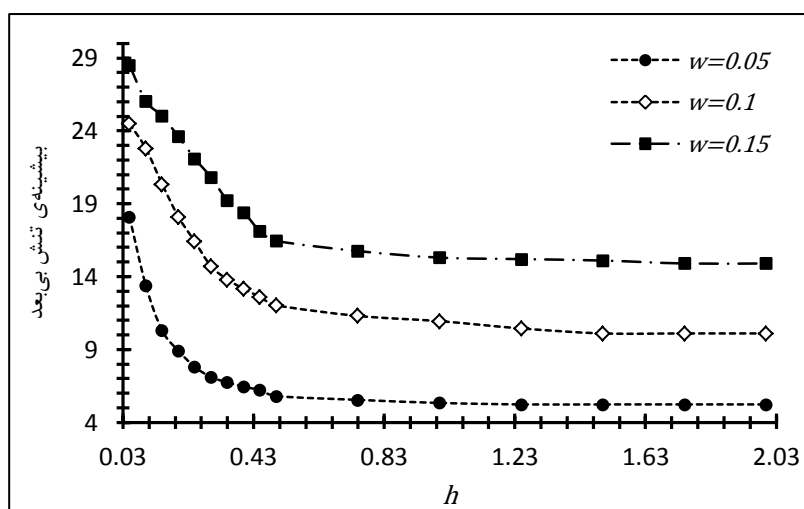
شکل ۱۶-۵ بیشینه‌ی تنش بی‌بعد حول دو گشودگی شش ضلعی با تغییر فاصله‌ی افقی در انحنای مختلف

در شکل ۱۷-۵ بیشینه‌ی تنش برای دو گشودگی شش ضلعی که با چینش عمودی در یک صفحه قرار گرفته‌اند، نشان داده شده است. بیشترین مقادیر تنش برای سه انحنای $\omega = 0.05$ ، $\omega = 0.1$ و $\omega = 0.15$ به ترتیب در فواصل عمودی $k = 1/9$ ، $k = 2/2$ و $k = 2/45$ صورت می‌گیرد.



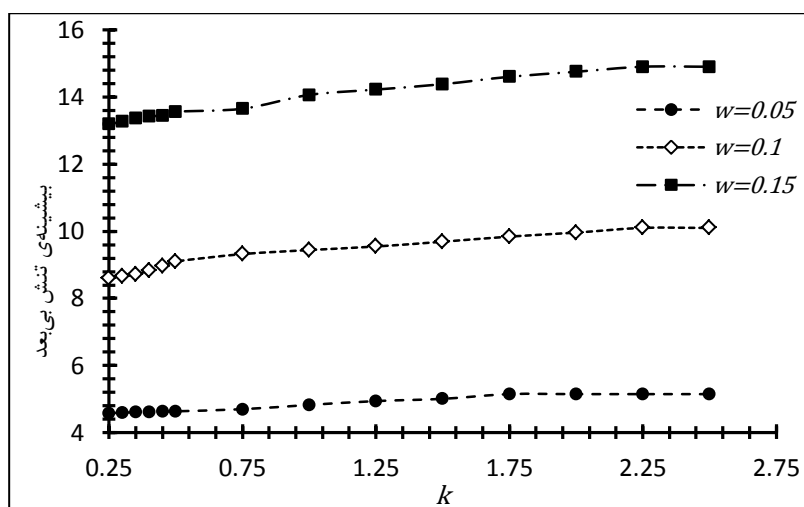
شکل ۱۷-۵ بیشینه‌ی تنش بی‌بعد حول دو گشودگی شش ضلعی با تغییر فاصله‌ی عمودی در انحنای مختلف

در شکل ۱۸-۵ تأثیر تغییر فاصله‌ی افقی بر بیشینه‌ی تنش دو گشودگی هفت‌ضلعی که مطابق شکل ۶-۵ با چیدمان افقی ($h = 0$) در کنار یکدیگر قرار گرفته‌اند، نشان داده شده است. برای دو گشودگی با انحنا $w = 0.05$ ، $w = 0.1$ و $w = 0.15$ بیشینه‌ی تنش بر حسب پارامتر بی‌بعد فاصله به ترتیب در $h = 1/22$ ، $h = 1/3$ و $h = 1/65$ صورت می‌گیرد.



شکل ۱۸-۵ بیشینه‌ی تنش بی‌بعد حول دو گشودگی هفت‌ضلعی با تغییر فاصله‌ی افقی در انحناهای مختلف

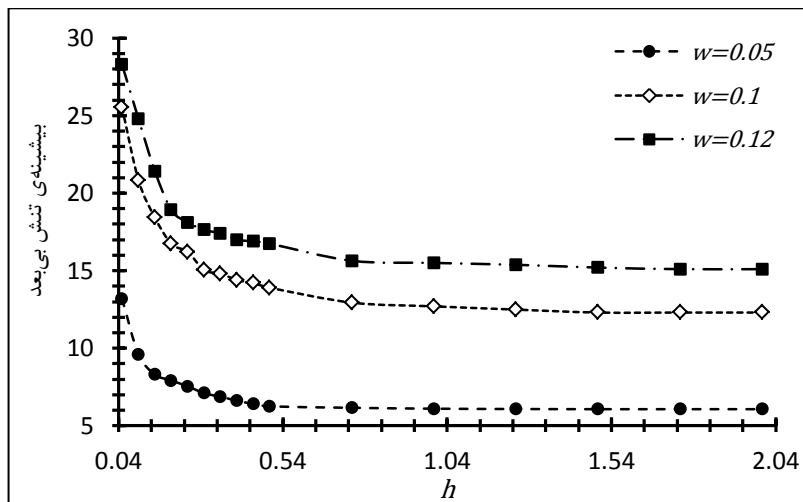
در شکل ۱۹-۵ تأثیر تغییرات فاصله‌ی عمودی بر بیشینه‌ی تنش بی‌بعد دو گشودگی هفت‌ضلعی که به صورت چیدمان عمودی ($h = 0$) در یک صفحه قرار دارند، نشان داده شده است. بیشترین مقدار بیشینه‌ی تنش مربوط به حالتی می‌باشد، که بتوان صفحه را تنها با یک گشودگی بررسی کرد.



شکل ۱۹-۵ بیشینه‌ی تنش بی‌بعد حول دو گشودگی هفت‌ضلعی با تغییر فاصله‌ی عمودی در انحناهای مختلف

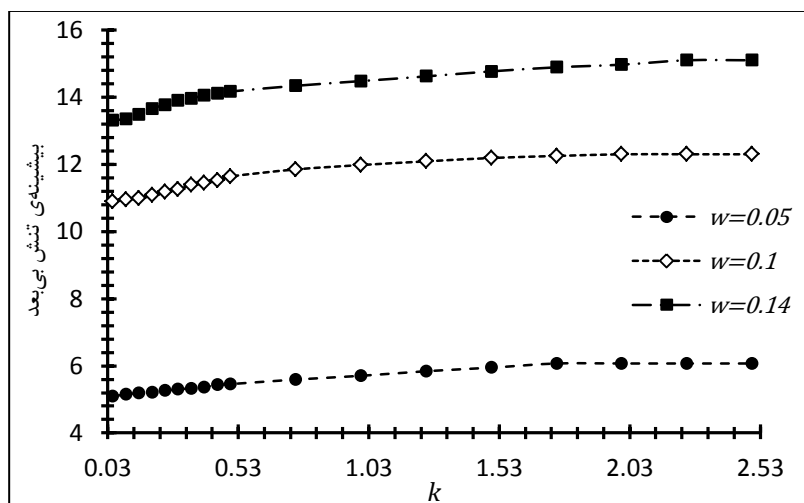
در شکل اخیر برای بررسی صفحه تنها با یک گشودگی باید حداقل فاصله‌ی عمودی بر حسب پارامتر بی‌بعد برای سه انحنای $\omega = 0.05$ ، $\omega = 0.1$ و $\omega = 0.15$ به ترتیب $k = 1/85$ ، $k = 2/1$ و $k = 2/4$ باشد. با در نظر گرفتن این فواصل، تأثیر نیروهای ایجاد شده روی مرزهای هر یک از دو گشودگی به دلیل وجود گشودگی دیگر از بین می‌رود.

در شکل ۵-۲۰ بیشینه‌ی تنش بی‌بعد برای دو گشودگی هشت‌ضلعی که همانند شکل ۵-۷ به صورت چیدمان افقی ($k = 0$) در یک صفحه قرار گرفته‌اند، نشان داده شده است. در بررسی انجام گرفته کمترین مقدار بیشینه‌ی تنش برای سه انحنای $\omega = 0.05$ ، $\omega = 0.1$ و $\omega = 0.15$ بر حسب پارامتر بی‌بعد فاصله در $h = 1/3$ ، $h = 1/48$ و $h = 1/75$ صورت می‌گیرد.



شکل ۵-۲۰ بیشینه‌ی تنش بی‌بعد حول دو گشودگی هشت‌ضلعی با تغییر فاصله‌ی افقی در انحناهای مختلف

بررسی تأثیر تغییرات فاصله‌ی عمودی بر بیشینه‌ی تنش دو گشودگی هشت‌ضلعی در شکل ۵-۲۱ نشان داده شده است. هندسه‌ی این مسأله همانند دو گشودگی هشت‌ضلعی در شکل ۵-۷ که با چیدمان عمودی ($h = 0$) در یک صفحه قرار گرفته‌اند، می‌باشد. کمترین مقادیر تنش در نزدیک‌ترین فاصله‌ی عمودی و بیشترین مقادیر آن برای سه انحنای $\omega = 0.05$ ، $\omega = 0.1$ و $\omega = 0.14$ بر حسب پارامتر بی‌بعد به ترتیب در $k = 1/75$ ، $k = 2/15$ و $k = 2/3$ اتفاق می‌افتد. به عبارتی در بازه‌ی $k = 0$ تا k به دست آمده برای هر سه انحنا تأثیرات دو گشودگی بر یکدیگر از بین نمی‌رود، اما خارج از محدوده‌ی گفته شده صفحه تنها با یک گشودگی مورد بررسی قرار می‌گیرد.



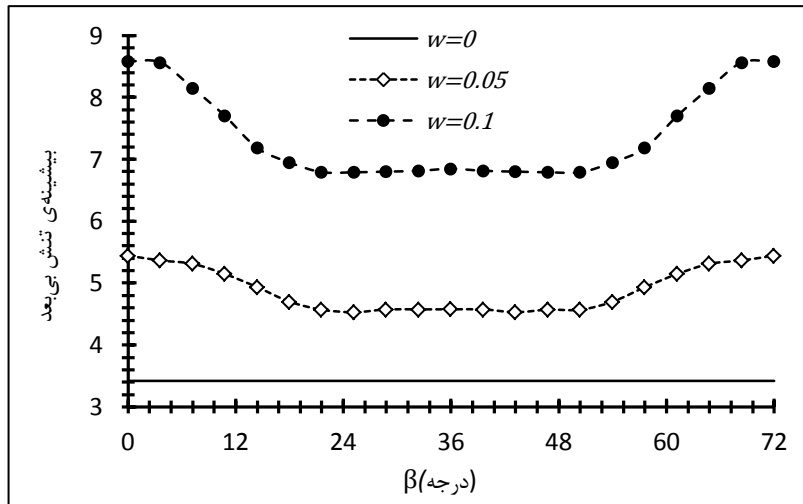
شکل ۵-۲۱ بیشینه‌ی تنش بی‌بعد حول دو گشودگی هشت‌ضلعی با تغییر فاصله‌ی عمودی در انحناهای مختلف

۵-۴ زاویه‌ی چرخش دو گشودگی

در این بخش برای بررسی تأثیر زاویه‌ی چرخش بر توزیع تنش دو گشودگی n ضلعی در دو چیدمان افقی و عمودی بدین گونه عمل شده است که یکی از دو گشودگی ثابت در نظر گرفته شده و با چرخش گشودگی دیگر تأثیر چرخش بر بیشینه‌ی تنش بی‌بعد مطالعه شده است.

در شکل ۵-۲۲ تأثیر چرخش پادساعتگرد گشودگی پنج‌ضلعی چپ در یک صفحه حاوی دو گشودگی پنج‌ضلعی که با چیدمان افقی در کنار یکدیگر قرار گرفته‌اند، نشان داده شده است. در بررسی انجام گرفته $h = 0.375$ می‌باشد. همان‌طور که در شکل مشخص است نتایج به‌دست آمده برای دو گشودگی با انحنای غیر صفر در تمامی زوایا بیشتر از حالتی می‌باشد که دو گشودگی به‌صورت دایره‌ای ($\omega = 0$) می‌باشند.

در جدول ۵-۵ مقادیر تنش مطلوب و تنش نامطلوب مربوط به مسأله‌ی بررسی شده در شکل ۵-۲۲ نشان داده شده است. همان‌طور که از شکل ۵-۲۲ و جدول اخیر مشخص است، بیشترین مقدار تنش دو گشودگی پنج‌ضلعی در زاویه‌ی صفر درجه اتفاق می‌افتد و مقادیر تنش مطلوب برای هر دو انحنای بررسی شده، مربوط به دو زاویه‌ی $25/2$ و $50/4$ می‌باشد. رأس‌های دو گشودگی که باعث تمرکز تنش می‌شوند و ایجاد زاویه‌ی خاص با راستای بارگذاری، موجب ایجاد بیشینه‌ی تنش در این زاویه می‌گردد.

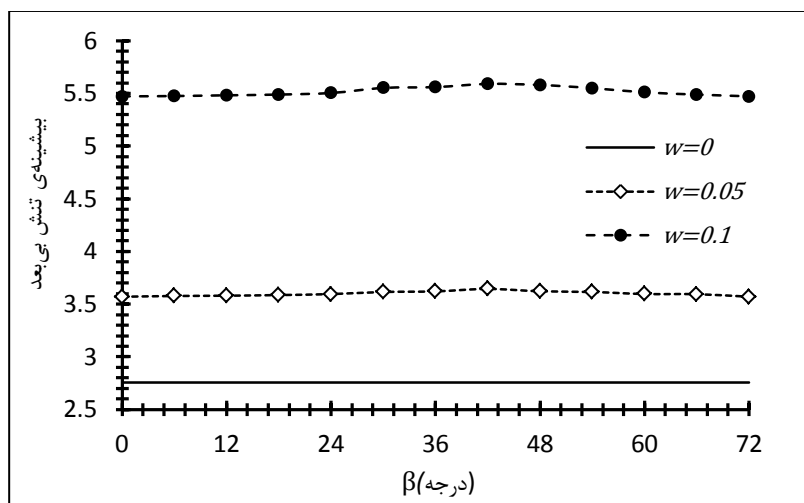


شکل ۵-۲۲ تأثیر زاویه‌ی چرخش برای دو گشودگی پنج ضلعی با چیدمان افقی، تنها با چرخش گشودگی چپ در شکل ۵-۲۳ بیشینه‌ی تنش بی بعد بر حسب چرخش پادساعتگرد گشودگی پایینی برای دو گشودگی پنج ضلعی که با چیدمان عمودی مشابه شکل ۵-۷ در یک صفحه قرار گرفته‌اند نشان داده شده است. در این بررسی $k = 0.375$ می باشد. مشخص است که در چیدمان عمودی چرخش گشودگی همانند چیدمان افقی باعث اختلاف زیاد در مقادیر بیشینه‌ی تنش نمی گردد.

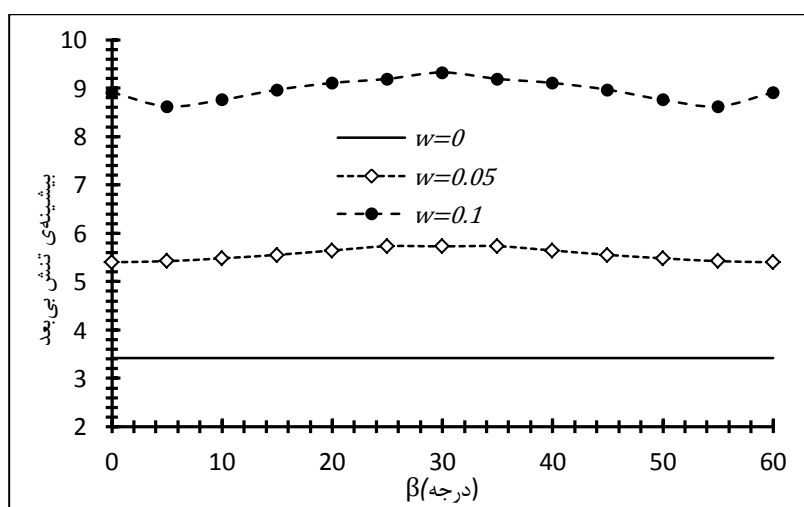
جدول ۵-۵ مقادیر تنش مطلوب و نامطلوب برای دو گشودگی پنج ضلعی، تنها با چرخش گشودگی چپ

ω	زاویه‌ی چرخش تنش مطلوب	تنش مطلوب	زاویه‌ی چرخش تنش نامطلوب	تنش نامطلوب
۰/۰۵	۲۵/۲ و ۵۰/۴	۴/۵۳	۷۲ و ۰	۵/۴۴۴
۰/۱	۲۵/۲ و ۵۰/۴	۶/۷۹	۷۲ و ۰	۸/۵۸
۰	-	۳/۴۲	-	۳/۴۲

در شکل ۵-۲۴ تأثیر چرخش پادساعتگرد گشودگی شش ضلعی چپ در یک صفحه حاوی دو گشودگی شش ضلعی که با چیدمان افقی در کنار یکدیگر قرار گرفته‌اند، نشان داده شده است. در این بررسی $h = 0.375$ در نظر گرفته شده است. مشاهده می شود که بیشترین تنش برای انحناهای بررسی شده در زاویه‌ی ۳۰ درجه اتفاق می افتد. قابل توجه است که مقادیر تنش مربوط به دو گشودگی شش ضلعی نیز در هیچ زاویه‌ای کمتر از مقدار تنش مربوط به دو گشودگی دایره‌ای که در فاصله‌ی مشخص شده از یکدیگر قرار گرفته‌اند، نمی شود.



شکل ۲۳-۵ تأثیر زاویه چرخش برای دو گشودگی پنج ضلعی با چیدمان عمودی، تنها با چرخش گشودگی پایینی در جدول ۵-۶ مقادیر تنش مطلوب و تنش نامطلوب مربوط به مسأله‌ی شکل ۵-۲۴ که برای دو گشودگی شش ضلعی به دست آمده، نشان داده شده است. با توجه به شکل ۵-۲۴ و جدول ۵-۶ مقادیر بیشینه‌ی تنش مربوط به دو گشودگی شش ضلعی که با چیدمان افقی در یک صفحه قرار گرفته‌اند، در هیچ زاویه‌ای کمتر از مقادیر تنش مربوط به دو گشودگی دایروی با چینش افقی نمی‌شوند. نکته‌ای مهمی که با مقایسه‌ی جدول ۵-۵ و جدول ۵-۶ حاصل می‌شود این است که مقادیر تنش به دست آمده برای دو گشودگی شش ضلعی در انحنای $w = 0.1$ کوچکتر از همین مقادیر برای دو گشودگی پنج ضلعی می‌باشد، بنابراین نمی‌توان به صراحت گفت که با افزایش تعداد اضلاع مقادیر تنش افزایش می‌یابد.

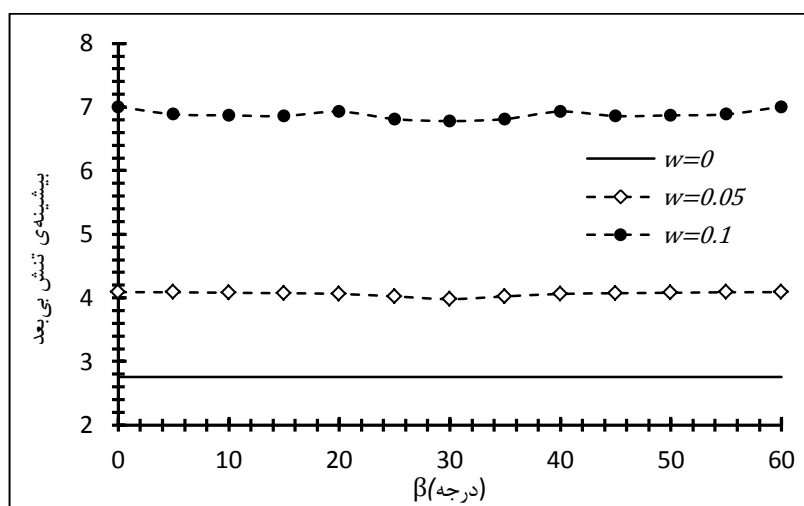


شکل ۲۴-۵ تأثیر زاویه چرخش برای دو گشودگی شش ضلعی با چیدمان افقی، تنها با چرخش گشودگی چپ

جدول ۵-۶ مقادیر تنش مطلوب و نامطلوب برای دو گشودگی شش ضلعی، تنها با چرخش گشودگی چپ

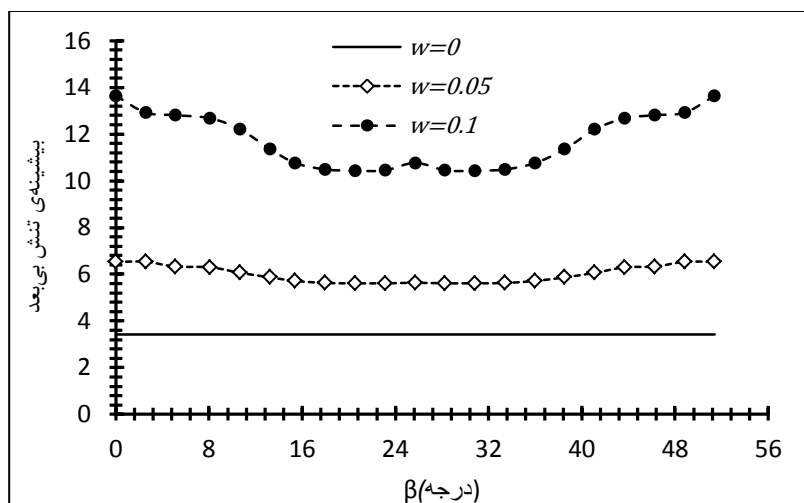
تنش نامطلوب	زاویه‌ی چرخش تنش نامطلوب	تنش مطلوب	زاویه‌ی چرخش تنش مطلوب	ω
۵/۷۳۲	۲۵ و ۳۵	۵/۴۰۱	۰ و ۶۰	۰/۰۵
۹/۳۲۴	۳۰	۸/۶۲۲	۵ و ۵۵	۰/۱
۳/۴۲	-	۳/۴۲	-	۰

در شکل ۵-۲۵ بیشینه‌ی تنش بی‌بعد برحسب چرخش پادساعتگرد گشودگی پایینی برای دو گشودگی پنج ضلعی که با چیدمان عمودی در یک صفحه قرار گرفته‌اند، نشان داده شده است. در این بررسی $k = ۰/۳۷۵$ در نظر گرفته شده است.



شکل ۵-۲۵ تأثیر زاویه‌ی چرخش برای دو گشودگی شش ضلعی با چیدمان عمودی، تنها با چرخش گشودگی پایینی در شکل ۵-۲۶ تأثیر چرخش پادساعتگرد گشودگی هفت ضلعی چپ در یک صفحه حاوی دو گشودگی هفت ضلعی که با چیدمان افقی در کنار یکدیگر قرار گرفته‌اند، نشان داده شده است. در این بررسی نیز $h = ۰/۳۷۵$ می‌باشد.

در جدول ۵-۷ مقادیر تنش مطلوب و تنش نامطلوب مربوط به دو گشودگی هفت ضلعی که با چیدمان افقی در کنار یکدیگر قرار گرفته‌اند، نشان داده شده است. این مقادیر برای چرخش پادساعتگرد گشودگی چپ به دست آمده است. جدول اخیر و شکل ۵-۲۶ نشان می‌دهند که مقادیر تنش دو گشودگی دایروی دارای کمترین مقدار است.

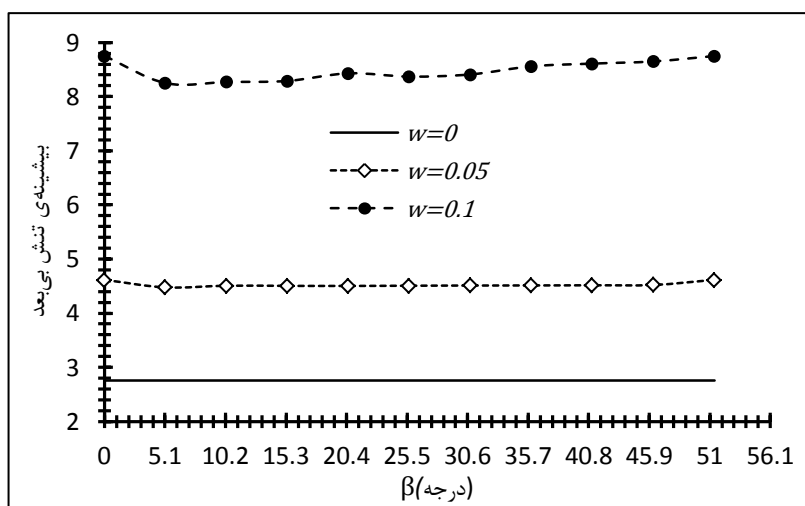


شکل ۵-۲۶ تأثیر زاویه‌ی چرخش برای دو گشودگی هفت‌ضلعی با چیدمان افقی، تنها با چرخش گشودگی چپ در شکل ۵-۲۷ بیشینه‌ی تنش بی‌بعد برحسب چرخش پادساعتگرد گشودگی پایینی برای دو گشودگی پنج‌ضلعی که با چیدمان عمودی در یک صفحه قرار گرفته‌اند، نشان داده شده است. در این بررسی $k = 0.375$ در نظر گرفته شده است.

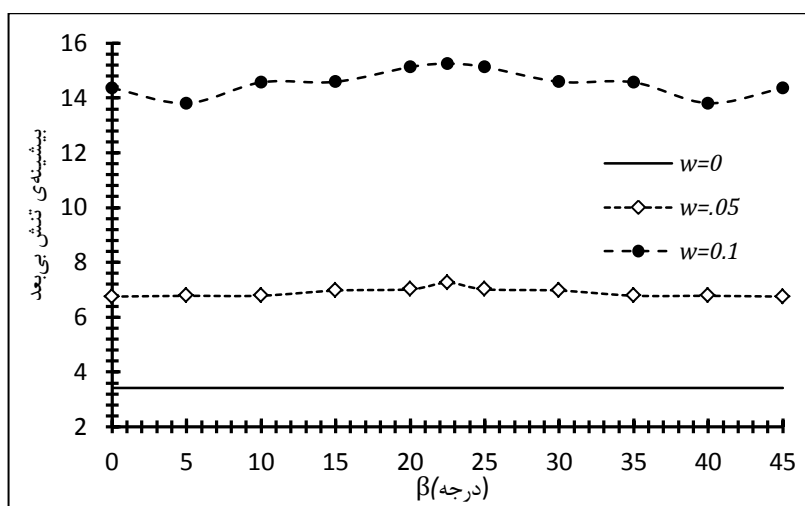
جدول ۵-۷ مقادیر تنش مطلوب و نامطلوب برای دو گشودگی هفت‌ضلعی، تنها با چرخش گشودگی چپ

تنش نامطلوب	زاویه‌ی چرخش تنش نامطلوب	تنش مطلوب	زاویه‌ی چرخش تنش مطلوب	ω
۶/۵۳۳	۰ و ۵۱/۴	۵/۶۰۹	۰ و ۶۰	۰/۰۵
۱۳/۶۴	۰ و ۵۱/۴	۱۰/۴۳	۲۸/۲۷ و ۲۳/۱۳	۰/۱
۳/۴۲	-	۳/۴۲	-	۰

در شکل ۵-۲۸ تأثیر چرخش پادساعتگرد گشودگی هشت‌ضلعی چپ در یک صفحه حاوی دو گشودگی هشت‌ضلعی که با چیدمان افقی در کنار یکدیگر قرار گرفته‌اند، نشان داده شده است. فاصله‌ی میان دو گشودگی همانند دیگر گشودگی‌های بررسی شده در این بخش لحاظ شده است. تنش مربوط به دو گشودگی دایروی دارای مقادیر کمتری نسبت به دو گشودگی هشت‌ضلعی می‌باشد. در جدول ۵-۸ مقادیر تنش مطلوب و تنش نامطلوب برای دو گشودگی هشت‌ضلعی مسأله‌ی شکل ۵-۲۸ نشان داده شده است. همان‌طور که در این جدول مشخص است، تنش نامطلوب برای دو انحنای بررسی شده در زاویه‌ی ۲۲/۵ درجه اتفاق می‌افتد.



شکل ۲۷-۵ تأثیر زاویه‌ی چرخش برای دو گشودگی هفت ضلعی با چیدمان عمودی، تنها با چرخش گشودگی پایینی

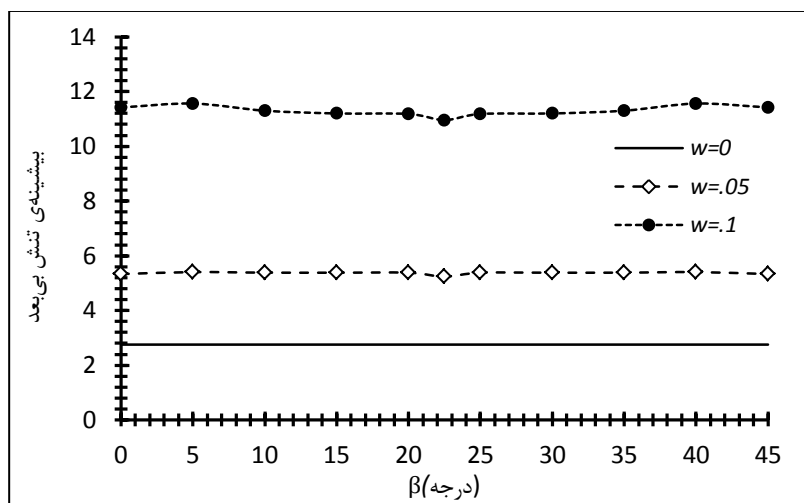


شکل ۲۸-۵ تأثیر زاویه‌ی چرخش برای دو گشودگی هشت ضلعی با چیدمان افقی، تنها با چرخش گشودگی چپ

در شکل ۲۹-۵ بیشینه‌ی تنش برحسب چرخش پادساعتگرد گشودگی پایینی برای دو گشودگی هشت ضلعی که با چیدمان عمودی در یک صفحه قرار گرفته‌اند، نشان داده شده است. همان‌طور که مشخص است که اختلاف مقادیر تنش در زوایای مختلف در این چیدمان بسیار کم می‌باشد.

جدول ۸-۵ مقادیر تنش مطلوب و نامطلوب برای دو گشودگی هشت ضلعی، تنها با چرخش گشودگی چپ

ω	زاویه‌ی چرخش تنش مطلوب	تنش مطلوب	زاویه‌ی چرخش تنش نامطلوب	تنش نامطلوب
۰/۰۵	۰	۶/۷۵۳	۲۲/۵	۷/۲۶
۰/۱	۵ و ۴۰	۱۳/۸۱	۲۲/۵	۱۵/۲۵
۰	-	۳/۴۲	-	۳/۴۲



شکل ۵-۲۹ تأثیر زاویه‌ی چرخ برای دو گشودگی هشت‌ضلعی با چیدمان عمودی، تنها با چرخش گشودگی پایینی همان‌طور که در شکل اخیر و دیگر شکل‌های مربوط به چرخش گشودگی در چیدمان عمودی نشان داده شد، اختلاف مقادیر تنش بیشینه در زوایای مختلف نسبت به چیدمان افقی کوچکتر می‌باشد.

۵-۵ جمع‌بندی

در این فصل به بررسی توزیع تنش در اطراف دو گشودگی n ضلعی پرداخته شد. همچنین تأثیر پارامترهای مختلف بر بیشینه‌ی تنش بی‌بعد مورد بررسی قرار گرفت. با بررسی انحنای گشودگی‌های پنج‌ضلعی، شش‌ضلعی، هفت‌ضلعی و هشت‌ضلعی این نتیجه حاصل شد که همانند گشودگی‌های بررسی شده در فصل‌های پیشین، افزایش انحنا در هر یک از گشودگی‌های مذکور موجب افزایش چشم‌گیر مقادیر تنش می‌گردد. نتایج به‌دست آمده از بررسی تأثیر تغییرات فاصله در دو چیدمان نشان داد که افزایش فاصله‌ی افقی در چیدمان افقی دو گشودگی n ضلعی باعث کاهش بیشینه‌ی تنش می‌گردد و این کاهش تا جایی ادامه می‌یابد که بتوان صفحه را تنها با یک گشودگی مورد بررسی قرار داد. اما در چیدمان عمودی نتیجه‌گیری کاملاً عکس می‌باشد و کمترین مقادیر تنش مربوط به نزدیکترین فاصله‌ی عمودی دو گشودگی از یکدیگر است.

برای بررسی تأثیر زاویه‌ی چرخش، یکی از دو گشودگی n ضلعی ثابت و چرخش تنها بر روی گشودگی دیگر اعمال شد. نتایج به دست آمده برای تمام گشودگی‌ها نشان داد که برخلاف گشودگی‌های مورد بررسی در فصل‌های پیشین، مقادیر بیشینه‌ی تنش دو گشودگی n ضلعی در هیچ زاویه‌ای از مقدار بیشینه‌ی تنش دو گشودگی دایروی ($\omega = 0$) کمتر نمی‌شود. همچنین این نتایج نشان داد که اختلاف مقادیر بیشینه‌ی تنش برای چرخش گشودگی در چیدمان عمودی، نسبت به چیدمان افقی بسیار کوچک می‌باشد.

فصل ۶

نتیجه‌گیری و پیشنهادها

۶-۱ نتیجه‌گیری

در این پایان‌نامه با استفاده از توابع پتانسیل مختلط و حل معادلات انتگرال کوشی، توزیع تنش در اطراف دو گشودگی در یک صفحه‌ی بی‌نهایت مورد مطالعه قرار گرفت. مطالعه‌ی پارامترهای مختلف با استفاده از یک نگاشت هم‌نوا مقدور گردید. برای بررسی صحت نتایج حل تحلیلی حاضر، نتایج این حل با نتایج به‌دست آمده از حل عددی و نتایج موجود در دیگر مراجع مقایسه شد. تأثیر پارامترهای مختلف از جمله نوع چیدمان و فاصله‌ی دو گشودگی از یکدیگر، انحنای گوشه‌های دو گشودگی، زاویه‌ی چرخش دو گشودگی و کشیدگی دو گشودگی در راستای بارگذاری بر توزیع تنش بررسی شد. با توجه به استفاده از روش تکرارشونده در این حل، به کمک یک معیار همگرایی، تعداد مراحل تکرار برای تمامی گشودگی‌های محاسبه گردید.

نتایج حاصل از این تحقیق نشان داد که مقادیر بیشینه‌ی تنش با قرارگیری دو گشودگی در یک صفحه به‌صورت چیدمان عمودی ($h = 0$)، نسبت به چیدمان افقی ($k = 0$) کوچکتر می‌باشد. این امر تا زمانی صحت دارد که اثر دو گشودگی بر یکدیگر بر اثر فاصله‌ی زیاد از بین نرود. بنابراین این نکته در هنگام طراحی همواره باید مورد توجه باشد که برای صفحه‌ای تحت بارگذاری تک‌محوره، بهترین نوع چیدمان دو گشودگی برای ایجاد بهینه‌ترین تنش مطلوب، قرارگیری مرکزهای دو گشودگی در راستای بارگذاری و در نزدیک‌ترین فاصله‌ی ممکن نسبت به یکدیگر است. همچنین با بررسی پارامتر کشیدگی مشاهده شد که افزایش این پارامتر در محدوده‌ی مجاز و در راستای بارگذاری موجب کاهش چشم‌گیر مقادیر تنش در دو چیدمان مورد بررسی می‌گردد.

با مطالعه‌ی چرخش دو گشودگی در حالت‌های مختلف این نتیجه حاصل شد که برای دو گشودگی بیضوی و مربعی با انتخاب زاویه‌ی چرخش مناسب می‌توان به مقادیری کمتر از مقادیر تنش دو گشودگی دایروی دست پیدا کرد. قابل توجه است که با انتخاب زاویه‌ی چرخش مناسب در دیگر اشکال مورد بررسی نیز می‌توان مقادیر تنش مربوط به همان دو گشودگی که در زاویه‌ی صفر درجه ایجاد می‌شود را کاهش داد.

افزایش انحنای در تمامی گشودگی‌های مورد بررسی موجب افزایش تنش گردید، اما این افزایش در دو گشودگی که با چیدمانی عمود بر راستای بارگذاری در یک صفحه قرار گرفته‌اند با شیب بیشتری اتفاق افتاد.

۲-۶ پیشنهادها

بررسی توزیع تنش در صفحه‌ای همسانگرد حاوی چند گشودگی مختلف منتظم و غیرمنتظم تحت بارگذاری درون صفحه‌ای

بررسی توزیع تنش در صفحه‌ای ناهمسانگرد حاوی دو یا چند گشودگی مختلف منتظم و غیرمنتظم تحت بارگذاری درون صفحه‌ای

بررسی توزیع تنش در صفحه‌ای همسانگرد حاوی ترک و دو یا چند گشودگی مختلف منتظم و غیرمنتظم تحت بارگذاری درون صفحه‌ای

بررسی توزیع تنش در صفحه‌ای ناهمسانگرد حاوی ترک و دو یا چند گشودگی مختلف منتظم و غیرمنتظم تحت بارگذاری درون صفحه‌ای

بهینه‌سازی پارامترها با استفاده از الگوریتم ژنتیک و یافتن بهترین گشودگی‌ها و موقعیت مناسب برای آن‌ها در صفحه‌ای حاوی چند گشودگی مختلف منتظم و غیرمنتظم

مراجع

-
- [1] Kirsch E. G., (1898), "Die theorie der elastizitat und die bedurfnisse der festigkeitslehre", *zeitschrift Des Vereines Deutscher Ingenieure*, Vol. 42, pp. 797-807.
- [2] Inglis C. E., (1913), "Stresses in a plate due to the presence of cracks and sharp corners", *Institution of Naval Architects*, Vol. 55, pp. 219-241.
- [3] Heller S. R. Jr., Brock J. S., Bart R., (1929), "The stresses around a rectangular opening with rounded corners in a uniformly loaded plate", *U.S. National Congress of Applied Mechanics*, ASME, New York, pp. 357-368.
- [4] Westergaard H. M., (1939), "Bearing pressures and cracks", *Journal of Applied Mechanics*, Vol. 6, pp. 49-54.
- [5] Green A. E., (1940), "General biharmonic analysis for a plate containing circular holes", *Proceedings of the Royal Society of London*, Vol. 1176, pp. 121-131.
- [6] Muskhelishvili N. I., (1962), "Some Basic Problems of the Mathematical Theory of Elasticity", Second edition, Netherlands, Noordhoff.
- [7] Savin G. N., (1961), "Stress Concentration Around Holes", New York, Pergamon Press.
- [8] Peterson R. E., (1966), "Stress Concentration Design Factors", New York, John Wiley and Sons.
- [9] Lekhnitskii S. G., (1968), "Anisotropic Plates", Second edition, New York, Gordon and Breach Science.
- [10] Haddon R. A. W., (1968), "Stresses in an infinite plate with two holes", *Journal of Applied Mechanics*, Vol. 20, No.3, pp. 277-291.
- [11] Salerno J. B., Mahoney V. L., (1968), "Stress solution for an infinite plate containing two arbitrary circular holes under equal biaxial stress", *Journal of Engineering for Industry*, Vol. 90, No. 4, pp. 656-665.
- [12] Gladwell G. M. L., (1980), "Contact problems in the classical theory of elasticity", Netherlands, Noordhoff.
- [13] Hasebe N., Okumura M., Takeuchi T., Nakamura T., (1988), "Mixed boundary of elasticity problem of simple support type in plane elasticity", *Acta Mechanica*, Netherlands, Vol. 73, No. 4, pp. 199-212.
- [14] Zimmerman R. W., (1988), "Second-order approximation for the compression of an elastic plate containing a pair of circular holes", *ZAMM - Journal of Applied Mathematics and Mechanics*, Vol. 68, No.11, pp. 575-577.

- [15] Zimmerman R. W., (1988), "Stress concentration around a pair of circular holes in a hydrostatically stresses elastic sheet", *Journal of Applied Mathematics and Mechanics*, Vol. 55, No.2, pp. 487-488.
- [16] Zimmerman R. W., (1988), "Stress singularity around two nearby holes", *Mechanics Research Communications*, Vol. 15, No.2, pp. 87-90.
- [17] Theocaris P. S., Petrou L., (1988), "From the rectangular hole to the ideal crack", *International Journal of Solids and Structures*, Vol. 25, No. 3, pp. 213-233.
- [18] Daoust J., Hoa S. V., (1991), "An analytical solution for anisotropic plates containing triangular holes", *Composite Structures*, Vol. 19, No. 2, pp. 107-130.
- [19] Davanas K., (1992), "Analysis of elastic interactions between holes", *Journal of Materials Science*, Vol. 27, No.6, pp. 1589-1598.
- [20] Meguid S. A., Shen C. L., (1992), "On the elastic fields of interacting main hole systems", *International Journal of Mechanical Sciences*, Vol. 34, No. 1, pp. 17-29.
- [21] Hasebe N., Yoshikawa K., Ueda M., Nakamura T., (1994), "Plane elastic solution for the second mixed boundary value problem and its application", *Archive of Applied Mechanics*, Vol. 64, No. 5, pp. 295-306.
- [22] Shin C. S., Man K. C., Wang C. M., (1994), "A practical method to estimate the stress concentration of notches", *International Journal of Fatigue*, Vol. 16, No. 4, pp. 242-256.
- [23] Gao X. L., (1996), "A general solution of an infinite elastic plate with an elliptic hole under biaxial loading", *International Journal of Pressure Vessels and Piping*, Vol. 67, No. 1, pp. 95-104.
- [24] Tsukrov K., Cachanov M., (1997), "Stress concentrations and microfracturing patterns in a brittle elastic solid with interacting pores of diverse shapes", *International Journal of Solids and Structures*, Vol. 34, No. 22, pp. 2887-2904.
- [25] Pilkey W. D., (1997), "*Peterson's stress concentration factors*", Second edition, New York, Wiley-Interscience.
- [26] Simha K. R. Y., Mohapatra S. S., (1998), "Stress concentration around irregular holes, using complex variable method", *Sadhana*, Vol. 23, No. 4, pp. 393-412.
- [27] Ting K., Chen K. T., Yang W. S., (1999), "Boundary element alternating method applied to analyze the stress concentration problems of multiple elliptical holes in an infinite domain", *Nuclear Engineering and Design*, Vol. 187, No. 3, pp. 303-313.

- [28] Ukadgaonker V. G., Rao D. K. N., (2000), "A general solution for stresses around holes in symmetric laminates under inplane loading", *Composite Structures*, Vol. 49, No. 3, pp. 339-354.
- [29] Luqing Z., Zhifa Y., Aizhong L., (2001), "Analytics study on the problem of two holes having arbitrary shapes and arrangements in plane elastostatics", *Science in China Series D: Earth Sciences*, Vol. 44, No. 2, pp. 146-158.
- [30] Kooi C. B., Verruijt A., (2001), "Interaction of circular holes in an infinite elastic medium", *Tunnelling and Underground Space Technology*, Vol. 16, No. 1, pp. 59-62.
- [31] Wang J., Crouch S. L., Mogilevskaya S. G., (2003), "A complex boundary integral method for multiple circular holes in an infinite plane", *Engineering Analysis with Boundary Elements*, Vol. 27, No. 28, pp. 789-802.
- [32] Zhang L. Q., Yue Z. Q., Lee C. F., Tham L. G., Yang Z. F., (2004), "Stress solution of multiple elliptic hole problem in plane elasticity", *Journal of Engineering Mechanics*, Vol. 129, No. 12, pp. 1394-1408.
- [33] Kushch V. I., (2005), "Interacting elliptic inclusions by the method of complex potentials", *International Journal of Solids and Structures*, Vol. 42, No. 20, pp. 5491-5512.
- [34] Asmar G. H., Jabbour T. G., (2007), "Stress analysis of anisotropic plates containing rectangular holes", *International Journal of Mechanics and Solids*, Vol. 21, No.5, pp. 411-419.
- [35] Yang Y., Liu J., Cai C., (2008), "Analytical solutions to stress concentration rectangular holes", *International Journal of Mechanics and Solids*, Vol. 2, No.1, pp. 59-84.
- [36] Rezaepazhand J., Jafari M., (2008), "Stress analysis of composite plates with non circular cutout", *Key Engineering Materials*, Vol. 385, pp. 365-368.
- [37] Rezaepazhand J., Jafari M., (2010), "Stress concentration in metallic plates with special shaped cutout", *International Journal of Mechanical Sciences*, Vol. 52, No. 1, pp. 96-102.
- [38] Zhang L. Q., Lu A. Z., Yue Z. Q., Yang Z. F., (2009), "An efficient and accurate iterative stress solution for an infinite elastic plate around two elliptic holes, subjected to uniform loads on the hole boundaries and at infinity", *European Journal of Mechanics - A/Solids*, Vol. 28, No. 1, pp. 189-193.

- [39] Sharma D. S., Patel N. P., Panchal K. C., (2010), "Stress distribution around triangular hole in orthotropic plate ", *Nirma University Journal of Engineering and Technology*, Vol. 1, No. 2, pp. 59-63.
- [40] Rao D. K. N., Babu M. R., Reddy K.R. N., Sunil D., (2010), "Stress around square and rectangular cutouts in symmetric laminates", *Composite Structures*, Vol. 92, No. 12, pp. 2845-2859.
- [41] Louhghalam A., Igusa T., Park C., Choi S., Kim K., (2011), "Analysis of stress concentrations in plates with rectangular openings by a combined conformal mapping - finite element approach", *International Journal of Solids and Structures*, Vol. 48, No. 13, pp. 1991-2004.
- [42] Radi E., (2011), "Path-independent integrals around two circular holes in an infinite plate under biaxial loading conditions", *International Journal of Engineering Science*, Vol. 49, No. 9, pp. 893-914.
- [43] Batista M., (2011), "On the stress concentration around a hole in an infinite plate subject to uniform load at infinity", *International Journal of Mechanical Sciences*, Vol 53, No. 4, pp. 254-261.
- [44] Sharma D. S., (2011), "Stress concentration around circular / elliptical / triangular cutouts in infinite composite plate", *Proceedings of the World Congress on Engineering*, Vol. 3, pp. 6-11.
- [45] Sharma D. S., (2012), "Stress distribution around polygonal holes", *International Journal of Mechanical Science*, Vol. 65, NO.1, pp. 115-124.
- [46] Lu A., Zhang N., Kuang L., (2014), "Analytic solutions of stress and displacement for a non-circular tunnel at great depth including support delay", *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, Vol. 70, NO.1, pp. 69-81.

Abstract

Investigation of the stress distribution in plates with discontinuous for prevention of failure structures is one of the most important issues in design of engineering. Hence, in this thesis, stress analysis of isotropic plates with two regular holes is studied. The analytical method which is employed is based on complex variable method, Schwarz's method and a conformal mapping function. The Cauchy integral techniques are used to compute the integrals obtained in solving. The usability of this method is determined by mapping the out of region of two holes to out of a unit circle. According to alternating method, a convergent criterion is presented to determining the number of iterations. The ultimate stress functions for computing the stress distribution around two cut outs are obtained by using superposition principle and adopting summation of stress functions in all of iterations. The problem solving is done by supposing the plane stress conditions. The dimension of two holes in comparison to the dimension of plate considered small enough so that the plate can be assumed as infinite. Loading on the edge of the plate is assumed uniaxial. For validating and illustration the accuracy of the presented analytical solution, the results obtained from this method are compared with those given in available literatures and those obtained from the finite element method that are carried out by using ABAQUS software. The effect of different parameters such as location of two holes and their distance, bluntness of holes, aspect ratio and orientation of holes, on the stress distribution are investigated and the appropriate range of these parameters and suitable sort for location of two holes in plate which leads to reducing the stress values are determined by using obtained result.

Keywords

Two holes, infinite plate, complex variable method, isotropic plate, in plane loading, Schwarz's alternating method.



University of Shahrood
Faculty of Mechanic

**Stress analysis of isotropic plates with two different shaped cutouts
under uniform stress in infinite**

Iman Ghandi Varnosefaderani

Supervisor:
Dr. Mohammad Jafari

June 2015