



دانشگاه شاهرود

دانشکده مهندسی مکانیک

گروه طراحی کاربردی

پایان نامه‌ی کارشناسی ارشد

مطالعه‌ی توزیع تنش در اطراف گشودگی‌های غیر دایروی در صفحات چندلایه‌ی نامتقارن

حصان السادات آشوری سوادکوهی

استاد راهنما

دکتر محمد جعفری

بهمن ۱۳۹۳







مدیریت تحصیلات تکمیلی  
فرم شماره (6)

باسمه تعالی

شماره:  
تاریخ:  
وبرایش:

فرم صورت جلسه دفاع از پایان نامه تحصیلی دوره کارشناسی ارشد

با تأییدات خداوند متعال و با استعانت از حضرت ولی عصر (عج) نتیجه ارزیابی جلسه دفاع از پایان نامه کارشناسی ارشد خانم حسان السادات آشوری سوادکوهی رشته مهندسی مکانیک گرایش طراحی کاربردی تحت عنوان مطالعه توزیع تنش در اطراف گشودگی های غیر دایروی در صفحات چندلایه ناسقارن که در تاریخ 93/11/29 با حضور هیأت محترم داوران در دانشگاه صنعتی شاهرود برگزار گردید به شرح ذیل اعلام می گردد:

قبول ( با درجه ) عالی - امتیاز ( ۲۰ )  دفاع مجدد  مردود

۱- عالی ( 20 - 19 )

۲- بسیار خوب ( 18.99 - 18 )

۳- خوب ( 17.99 - 16 )

۴- قابل قبول ( 15.99 - 14 )

۵- نمره کمتر از 14 غیر قابل قبول

| عضو هیأت داوران                 | نام و نام خانوادگی | مرتبیه علمی | امضاء |
|---------------------------------|--------------------|-------------|-------|
| ۱- استاذ ارشد                   | فرح حمزگی          | استاد       |       |
| ۲- استاذ مشاور                  |                    |             |       |
| ۳- نماینده شورای تحصیلات تکمیلی | رضا طاهری          | استادیار    |       |
| ۴- استاذ منتحن                  | اسد علی            | استاد       |       |
| ۵- استاذ منتحن                  | مهرداد فناور       | استادیار    |       |

رئیس دانشکده:



تأیید رئیس دانشکده  
گروه [طراحی کاربردی]

پایان‌نامه‌ی کارشناسی ارشد [آقای/خانم نام و نام خانوادگی دانشجو]

تحت عنوان:

[عنوان پایان‌نامه‌ی کارشناسی ارشد]

در تاریخ ..... توسط کمیته‌ی تخصصی زیر جهت اخذ مدرک کارشناسی ارشد  
مورد ارزیابی و با درجه‌ی ..... مورد پذیرش قرار گرفت.

| امضاء | اساتید مشاور        | امضاء | اساتید راهنما       |
|-------|---------------------|-------|---------------------|
|       | نام و نام خانوادگی: |       | نام و نام خانوادگی: |
|       | نام و نام خانوادگی: |       | نام و نام خانوادگی: |

| امضاء | نماینده‌ی تحصیلات تکمیلی | امضاء | اساتید داور         |
|-------|--------------------------|-------|---------------------|
|       | نام و نام خانوادگی:      |       | نام و نام خانوادگی: |
|       |                          |       | نام و نام خانوادگی: |
|       |                          |       | نام و نام خانوادگی: |
|       |                          |       | نام و نام خانوادگی: |

## تقدیم

---

تقدیم به پدر بزرگوار و مادر مهربانم

## تشکر و قدردانی

---

خداوند بزرگ و مهربان را شاکرم که توفیق کسب علم و دانش را به من عطا فرمود، تا بتوانم این مرحله از علم آموزی را با موفقیت به پایان برسانم. از خانواده‌ی عزیزم به خاطر محبت‌های بی‌منت و حمایت‌های بی‌دریغشان در تمامی مراحل زندگی‌ام، کمال تشکر و سپاس را دارم. از استاد ارجمندم، جناب آقای دکتر محمد جعفری به خاطر راهنمایی‌های ارزشمندشان در کلیه‌ی مراحل انجام پایان‌نامه تقدیر و تشکر می‌نمایم.

# تعهدنامه

اینجانب [نام و نام خانوادگی دانشجو] دانشجوی دوره‌ی کارشناسی ارشد رشته‌ی [مهندسی مکانیک- گرایش طراحی کاربردی] دانشکده‌ی [مهندسی مکانیک] دانشگاه صنعتی شاهرود نویسنده‌ی پایان‌نامه‌ی [عنوان پایان‌نامه]، تحت راهنمایی [نام استاد راهنما] متعهد می‌شوم.

- تحقیقات در این پایان‌نامه توسط اینجانب انجام شده است و از صحت و اصالت برخوردار است.
- در استفاده از نتایج پژوهش‌های محققان دیگر به مرجع مورد استفاده استناد شده است.
- مطالب مندرج در پایان‌نامه تاکنون توسط خود یا فرد دیگری برای دریافت هیچ نوع مدرک یا امتیازی در هیچ جا ارائه نشده است.
- کلیه حقوق معنوی این اثر متعلق به دانشگاه صنعتی شاهرود می‌باشد و مقالات مستخرج با نام «دانشگاه صنعتی شاهرود» و یا «Shahrood University of Technology» به چاپ خواهد رسید.
- حقوق معنوی تمام افرادی که در به‌دست آمدن نتایج اصلی پایان‌نامه تأثیرگذار بوده‌اند در مقالات مستخرج از پایان‌نامه رعایت می‌گردد.
- در کلیه مراحل انجام این پایان‌نامه، در مواردی که از موجود زنده (یا بافت‌های آن‌ها) استفاده شده است ضوابط و اصول اخلاقی رعایت شده است.
- در کلیه‌ی مراحل انجام این پایان‌نامه، در مواردی که به حوزه‌ی اطلاعات شخصی افراد دسترسی یافته یا استفاده شده است اصل رازداری، ضوابط و اصول اخلاق انسانی رعایت شده است.

## تاریخ

### امضای دانشجو

#### مالکیت نتایج و حق نشر

- کلیه‌ی حقوق معنوی این اثر و محصولات آن (مقالات مستخرج، کتاب، برنامه‌های رایانه‌ای، نرم‌افزارها و تجهیزات ساخته شده) متعلق به دانشگاه صنعتی شاهرود می‌باشد. این مطلب باید به نحو مقتضی در تولیدات علمی مربوطه ذکر شود.
- استفاده از اطلاعات و نتایج موجود در پایان‌نامه بدون ذکر مرجع مجاز نمی‌باشد.



## چکیده

در این پایان نامه با بسط روش متغیر مختلط لختیسیکی، تحلیل تنش چندلایه‌های نامتقارن دارای گشودگی غیر دایروی مطالعه شده است. لختیسیکی از روش متغیر مختلط، توزیع تنش اطراف گشودگی دایروی و بیضی شکل را در صفحات ناهمسانگرد به دست آورد. با بسط این روش برای چندلایه‌های کامپوزیتی نامتقارن و استفاده از تابع نگاشت هم‌نوا، توزیع تنش اطراف گشودگی‌های غیر دایروی مورد بررسی قرار می‌گیرد. در این تحقیق تأثیر پارامترهای مختلف نظیر نحوه‌ی چیدمان لایه‌ها، زاویه‌ی چرخش و انحنا‌ی گوشه‌ی گشودگی بر توزیع منته‌های تنش و گشتاور بررسی می‌شود. چندلایه تحت بارگذاری کششی تک محوره در جهت  $x$  قرار دارد. کامپوزیت استفاده شده دارای زمینه‌ی پلیمری است و با الیافی از جنس کربن تقویت شده است. برای بررسی درستی نتایج حاصل از حلّ تحلیلی حاضر، از حلّ عددی اجزای محدود به کمک نرم‌افزار آباکوس استفاده شده است. نتایج حاصل از حلّ عددی تطابق خوبی با حلّ تحلیلی دارد. با توجه به نتایج به دست آمده مشاهده می‌شود که برخلاف انتظار همواره گشودگی دایروی بهترین هندسه برای کاهش تمرکز تنش نیست و در مواردی با انتخاب انحنا و زاویه‌ی چرخش مناسب برای گشودگی می‌توان تمرکز تنش کمتری در مقایسه با گشودگی دایروی داشت. همچنین با انتخاب چیدمان و زاویه‌ی الیاف مناسب برای لایه‌ها می‌توان منته‌های تنش و گشتاور ایجاد شده در اطراف گشودگی را به میزان قابل توجهی کاهش داد.

**واژگان کلیدی:** منته‌ی تنش و گشتاور، حلّ تحلیلی، چندلایه‌ی نامتقارن، گشودگی غیر دایروی

## مقالات

---

1. The effect of hole curvature on stress analysis of unsymmetric laminates with triangular hole (Accepted in the 4<sup>th</sup> International Conference on Composites: Characterization, Fabrication and Application (CCFA-4))
۲. مطالعه‌ی نتیجه‌های نیرو و گشتاور پیرامون گشودگی چهارضلعی در چندلایه‌های نامتقارن (پذیرفته شده ، ماهنامه‌ی علمی پژوهشی مهندسی مکانیک مدرّس)
۳. بررسی تأثیر زاویه‌ی چرخش گشودگی مثلثی در تحلیل تنش چندلایه‌های نامتقارن تحت بارگذاری کششی (پذیرفته شده در اولین کنگره‌ی سراسری فناوری‌های نوین ایران)
۴. بررسی تأثیر چیدمان لایه‌ها در تحلیل تنش چندلایه‌های نامتقارن حاوی گشودگی چهارضلعی تحت بارگذاری کششی (پذیرفته‌شده در اولین کنگره‌ی سراسری فناوری‌های نوین ایران)

# مطالب

---

|   |    |
|---|----|
| فصل ۱ : مقدمه                           | ۱  |
| ۱-۱ مقدمه                               | ۲  |
| ۲-۱ تعریف مسأله                         | ۳  |
| ۳-۱ کامپوزیت‌ها                         | ۴  |
| ۱-۳-۱ تاریخچه‌ی کامپوزیت‌ها             | ۴  |
| ۲-۳-۱ کاربردهای کامپوزیت                | ۶  |
| الف- صنایع هوافضا                       | ۶  |
| ب- ساختمان‌سازی و بازسازی بناها         | ۸  |
| پ- صنایع نفت و گاز                      | ۹  |
| ۳-۳-۱ کاربرد کامپوزیت‌ها در صنایع ایران | ۱۰ |
| ۴-۱ مزایا و معایب کامپوزیت‌ها           | ۱۰ |
| ۵-۱ مروری بر مطالعات انجام شده          | ۱۱ |
| ۱-۵-۱ صفحه‌ی دارای گشودگی               | ۱۲ |
| ۲-۵-۱ چندلایه‌ی متقارن                  | ۱۵ |
| ۳-۵-۱ چندلایه‌ی نامتقارن                | ۱۷ |
| فصل ۲ : فرمول‌بندی حل تحلیلی            | ۲۱ |
| ۱-۲ نگاهت هم‌نوا                        | ۲۲ |
| ۲-۲ روش حل و به‌دست آوردن معادلات حاکم  | ۲۴ |

|     |  |
|-----|--|
| ۳۰  | ..... ۱-۲-۲ محاسبه‌ی تابع پتانسیل        |
| ۳۵  | ..... ۳-۲ الگوریتم حل تحلیلی             |
| ۳۶  | ..... ۴-۲ بررسی نتایج                    |
| ۴۲  | ..... ۵-۲ جمع‌بندی                       |
| ۴۳  | ..... فصل ۳ : گشودگی مثلثی               |
| ۴۹  | ..... ۱-۳ تأثیر انحنای گوشه‌ی گشودگی     |
| ۵۳  | ..... ۲-۳ تأثیر زاویه‌ی چرخش گشودگی      |
| ۶۹  | ..... فصل ۴ : گشودگی چهارضلعی            |
| ۷۵  | ..... ۱-۴ تأثیر انحنای گوشه‌ی گشودگی     |
| ۸۲  | ..... ۲-۴ تأثیر زاویه‌ی چرخش گشودگی      |
| ۹۹  | ..... فصل ۵ : گشودگی‌های $n$ ضلعی و بیضی |
| ۱۰۸ | ..... ۱-۵ تأثیر انحنای گوشه‌ی گشودگی     |
| ۱۱۴ | ..... ۲-۵ تأثیر زاویه‌ی چرخش گشودگی      |
| ۱۲۱ | ..... فصل ۶ : نتیجه‌گیری و پیشنهادها     |
| ۱۲۲ | ..... ۱-۶ نتیجه‌گیری                     |
| ۱۲۳ | ..... ۲-۶ پیشنهادها                      |
| ۱۲۵ | ..... پیوست‌ها                           |
| ۱۲۶ | ..... پیوست الف                          |
| ۱۲۷ | ..... پیوست ب                            |

## اشکال

- شکل ۳-۱ دسته‌بندی کامپوزیت‌ها [۵] ..... ۵
- شکل ۱-۱ مقطعی از بدنه‌ی هواپیمای بویینگ ۷۸۷ ساخته شده از کامپوزیت های زمینه فلزی [۵۵]..... ۷
- شکل ۲-۱ هواپیمای ایرباس ۸۳۲۰ [۷] ..... ۸
- شکل ۱-۲ تأثیر پارامترهای مختلف بر هندسه‌ی گشودگی ..... ۲۳
- شکل ۲-۲ تأثیر پارامتر انحنای گشودگی بر گوشه‌های گشودگی شش ضلعی ..... ۲۳
- شکل ۳-۲ توزیع منته‌های تنش و گشتاور در یک لایه [۱] ..... ۲۷
- شکل ۴-۲ نمایشی از چیدمان لایه‌ها و نحوه‌ی نامگذاری آن‌ها ..... ۲۷
- شکل ۵-۲ نمایشی از روش حل ..... ۳۱
- شکل ۶-۲ نحوه‌ی مش‌بندی در نرم افزار اجزای محدود ..... ۳۶
- شکل ۷-۲ نحوه‌ی بارگذاری در نرم‌افزار اجزای محدود ..... ۳۷
- شکل ۸-۲ بررسی همگرایی مش‌بندی ..... ۳۷
- شکل ۹-۲ مقایسه‌ی توزیع منته‌ی تنش در جهت  $x$  با روش‌های مختلف برای گشودگی دایروی در چیدمان  $T$  [۴۵/-۴۵] ..... ۳۸
- شکل ۱۰-۲ مقایسه‌ی توزیع منته‌ی گشتاور خمشی در جهت  $y$  با روش‌های مختلف برای گشودگی دایروی در چیدمان  $T$  [۴۵/-۴۵] ..... ۳۸
- شکل ۱۱-۲ مقایسه‌ی توزیع منته‌ی تنش در جهت  $y$  با روش‌های مختلف برای گشودگی بیضی شکل در چیدمان  $T$  [۰/۹۰] ..... ۳۹
- شکل ۱۲-۲ مقایسه‌ی توزیع منته‌ی گشتاور پیچشی با روش‌های مختلف برای گشودگی

- بیضی شکل در چیدمان  $[0/90]_T$  ..... ۳۹
- شکل ۱۳-۲ مقایسه‌ی توزیع منته‌جه‌ی گشتاور خمشی در جهت  $x$  از روش‌های تحلیلی و اجزای محدود برای گشودگی مثلثی در چیدمان  $[0/90]_T$  ..... ۴۰
- شکل ۱۴-۲ مقایسه‌ی توزیع منته‌جه‌ی تنش در جهت  $x$  از روش‌های تحلیلی و اجزای محدود برای گشودگی چهارضلعی در چیدمان  $[45/-45]_T$  ..... ۴۰
- شکل ۱۵-۲ مقایسه‌ی توزیع منته‌جه‌ی گشتاور خمشی در جهت  $y$  از روش‌های تحلیلی و اجزای محدود برای گشودگی شش‌ضلعی در چیدمان  $[45/0/90/0/-45]_T$  ..... ۴۱
- شکل ۱۶-۲ مقایسه‌ی بیشینه‌ی تنش برشی از روش‌های تحلیلی و اجزای محدود در شعاع انحنای مختلف گشودگی مثلثی در چیدمان  $[0/90]_T$  ..... ۴۱
- شکل ۱۷-۲ مقایسه‌ی بیشینه‌ی تنش در جهت  $y$  از روش‌های تحلیلی و اجزای محدود در زوایای چرخش مختلف گشودگی چهارضلعی در چیدمان  $[45/0/90/0/-45]_T$  ..... ۴۱
- شکل ۱-۳ توزیع منته‌جه‌ی تنش در جهت  $x$  اطراف گشودگی مثلثی ..... ۴۵
- شکل ۲-۳ توزیع منته‌جه‌ی تنش در جهت  $y$  اطراف گشودگی مثلثی ..... ۴۵
- شکل ۳-۳ توزیع منته‌جه‌ی تنش برشی اطراف گشودگی مثلثی ..... ۴۵
- شکل ۴-۳ توزیع منته‌جه‌ی گشتاور در جهت  $x$  اطراف گشودگی مثلثی ..... ۴۵
- شکل ۵-۳ توزیع منته‌جه‌ی گشتاور در جهت  $y$  اطراف گشودگی مثلثی ..... ۴۵
- شکل ۶-۳ توزیع منته‌جه‌ی گشتاور پیچشی اطراف گشودگی مثلثی ..... ۴۵
- شکل ۷-۳ توزیع منته‌جه‌ی تنش بی‌بعد در جهت  $x$  اطراف گشودگی مثلثی در سه چیدمان مختلف ..... ۴۶
- شکل ۸-۳ توزیع منته‌جه‌ی تنش بی‌بعد در جهت  $y$  اطراف گشودگی مثلثی در سه چیدمان مختلف ..... ۴۷
- شکل ۹-۳ توزیع منته‌جه‌ی تنش برشی بی‌بعد اطراف گشودگی مثلثی در سه چیدمان مختلف ..... ۴۷

- شکل ۳-۱۰ توزیع منتهی‌الحدی گشتاور بی‌بعد در جهت  $x$  اطراف گشودگی مثلثی در سه چیدمان مختلف ..... ۴۸
- شکل ۳-۱۱ توزیع منتهی‌الحدی گشتاور بی‌بعد در جهت  $y$  اطراف گشودگی مثلثی در سه چیدمان مختلف ..... ۴۸
- شکل ۳-۱۲ توزیع منتهی‌الحدی گشتاور پیچشی بی‌بعد اطراف گشودگی مثلثی در سه چیدمان مختلف ..... ۴۹
- شکل ۳-۱۳ تأثیر انحنای گوشه‌ی گشودگی بر شکل گشودگی مثلثی ..... ۴۹
- شکل ۳-۱۴ تأثیر انحنای گوشه‌ی گشودگی بر بیشینه‌ی منتهی‌الحدی تنش بی‌بعد در جهت  $x$  برای گشودگی مثلثی در سه چیدمان مختلف ..... ۵۰
- شکل ۳-۱۵ تأثیر انحنای گوشه‌ی گشودگی بر بیشینه‌ی منتهی‌الحدی تنش بی‌بعد در جهت  $y$  برای گشودگی مثلثی در سه چیدمان مختلف ..... ۵۰
- شکل ۳-۱۶ تأثیر انحنای گوشه‌ی گشودگی بر بیشینه‌ی منتهی‌الحدی تنش برشی برای گشودگی مثلثی در سه چیدمان مختلف ..... ۵۱
- شکل ۳-۱۷ تأثیر انحنای گوشه‌ی گشودگی بر بیشینه‌ی منتهی‌الحدی گشتاور بی‌بعد در جهت  $x$  برای گشودگی مثلثی در سه چیدمان مختلف ..... ۵۱
- شکل ۳-۱۸ تأثیر انحنای گوشه‌ی گشودگی بر بیشینه‌ی منتهی‌الحدی گشتاور بی‌بعد در جهت  $y$  برای گشودگی مثلثی در سه چیدمان مختلف ..... ۵۲
- شکل ۳-۱۹ تأثیر انحنای گوشه‌ی گشودگی بر بیشینه‌ی منتهی‌الحدی گشتاور پیچشی بی‌بعد برای گشودگی مثلثی در سه چیدمان مختلف ..... ۵۲
- شکل ۳-۲۰ نمایش زاویه‌ی چرخش گشودگی مثلثی ..... ۵۳
- شکل ۳-۲۱ تأثیر زاویه‌ی چرخش بر بیشینه‌ی منتهی‌الحدی تنش بی‌بعد در جهت  $x$  برای گشودگی مثلثی در چیدمان  $[0/90]_T$  ..... ۵۵

- شکل ۲۲-۳ تأثیر زاویه چرخش بر بیشینه‌ی منته‌ی تنش بی‌بعد در جهت  $x$  برای گشودگی مثلثی در چیدمان  $T$  [۴۵/-۴۵] ..... ۵۵
- شکل ۲۳-۳ تأثیر زاویه چرخش بر بیشینه‌ی منته‌ی تنش بی‌بعد در جهت  $x$  برای گشودگی مثلثی در چیدمان  $T$  [۴۵/۰/۹۰/۰/-۴۵] ..... ۵۶
- شکل ۲۴-۳ تأثیر زاویه چرخش بر بیشینه‌ی منته‌ی تنش بی‌بعد در جهت  $y$  برای گشودگی مثلثی در چیدمان  $T$  [۰/۹۰] ..... ۵۷
- شکل ۲۵-۳ تأثیر زاویه چرخش بر بیشینه‌ی منته‌ی تنش بی‌بعد در جهت  $y$  برای گشودگی مثلثی در چیدمان  $T$  [۴۵/-۴۵] ..... ۵۷
- شکل ۲۶-۳ تأثیر زاویه چرخش بر بیشینه‌ی منته‌ی تنش بی‌بعد در جهت  $y$  برای گشودگی مثلثی در چیدمان  $T$  [۴۵/۰/۹۰/۰/-۴۵] ..... ۵۷
- شکل ۲۷-۳ تأثیر زاویه‌ی چرخش بر بیشینه‌ی منته‌ی تنش برشی بی‌بعد برای گشودگی مثلثی در چیدمان  $T$  [۰/۹۰] ..... ۵۸
- شکل ۲۸-۳ تأثیر زاویه‌ی چرخش بر بیشینه‌ی منته‌ی تنش برشی بی‌بعد گشودگی مثلثی در چیدمان  $T$  [۴۵/-۴۵] ..... ۵۹
- شکل ۲۹-۳ تأثیر زاویه‌ی چرخش بر بیشینه‌ی منته‌ی تنش برشی بی‌بعد برای گشودگی مثلثی در چیدمان  $T$  [۴۵/۰/۹۰/۰/-۴۵] ..... ۵۹
- شکل ۳۰-۳ تأثیر زاویه چرخش بر بیشینه‌ی منته‌ی گشتاور بی‌بعد در جهت  $x$  برای گشودگی مثلثی در چیدمان  $T$  [۰/۹۰] ..... ۶۰
- شکل ۳۱-۳ تأثیر زاویه چرخش بر بیشینه‌ی منته‌ی گشتاور بی‌بعد در جهت  $x$  برای گشودگی مثلثی در چیدمان  $T$  [۴۵/-۴۵] ..... ۶۰
- شکل ۳۲-۳ تأثیر زاویه‌ی چرخش بر بیشینه‌ی منته‌ی گشتاور بی‌بعد در جهت  $x$  برای گشودگی مثلثی در چیدمان  $T$  [۴۵/۰/۹۰/۰/-۴۵] ..... ۶۱



- شکل ۳-۳۳ تأثیر زاویه چرخش بر بیشینه‌ی منتجه‌ی گشتاور بی‌بعد در جهت  $y$  برای گشودگی  
 مثلثی در چیدمان  $[0/90]_T$  ..... ۶۲
- شکل ۳-۳۴ تأثیر زاویه چرخش بر بیشینه‌ی منتجه‌ی گشتاور بی‌بعد در جهت  $y$  برای گشودگی  
 مثلثی در چیدمان  $[45/-45]_T$  ..... ۶۲
- شکل ۳-۳۵ تأثیر زاویه‌ی چرخش بر بیشینه‌ی منتجه‌ی گشتاور بی‌بعد در جهت  $y$  برای گشودگی  
 مثلثی در چیدمان  $[45/0/90/0/-45]_T$  ..... ۶۲
- شکل ۳-۳۶ تأثیر زاویه چرخش بر بیشینه‌ی منتجه‌ی گشتاور پیچشی بی‌بعد برای گشودگی  
 مثلثی در چیدمان  $[0/90]_T$  ..... ۶۳
- شکل ۳-۳۷ تأثیر زاویه چرخش بر بیشینه‌ی منتجه‌ی گشتاور پیچشی بی‌بعد برای گشودگی  
 مثلثی در چیدمان  $[45/-45]_T$  ..... ۶۳
- شکل ۳-۳۸ تأثیر زاویه‌ی چرخش بر بیشینه‌ی منتجه‌ی گشتاور پیچشی بی‌بعد برای گشودگی  
 مثلثی در چیدمان  $[45/0/90/0/-45]_T$  ..... ۶۴
- شکل ۳-۳۹ توزیع منتجه‌ی تنش بی‌بعد در جهت  $x$  برای چیدمان  $[0/90]_T$  (الف) در زوایای  
 چرخش  $\beta = 0^\circ$ ،  $\beta = 15^\circ$  و  $\beta = 30^\circ$  (ب) در زوایای چرخش  $\beta = 15^\circ$  و  $\beta = 45^\circ$  ..... ۶۵
- شکل ۳-۴۰ توزیع منتجه‌ی تنش برشی بی‌بعد برای چیدمان  $[0/90]_T$  (الف) در زوایای چرخش  
 $\beta = 0^\circ$ ،  $\beta = 15^\circ$  و  $\beta = 30^\circ$  (ب) در زوایای چرخش  $\beta = 15^\circ$  و  $\beta = 45^\circ$  ..... ۶۶
- شکل ۴-۱ توزیع منتجه‌ی تنش در جهت  $x$  اطراف گشودگی چهارضلعی ..... ۷۰
- شکل ۴-۲ توزیع منتجه‌ی تنش در جهت  $y$  اطراف گشودگی چهارضلعی ..... ۷۰
- شکل ۴-۳ توزیع منتجه‌ی تنش برشی اطراف گشودگی چهارضلعی ..... ۷۰
- شکل ۴-۴ توزیع منتجه‌ی گشتاور در جهت  $x$  اطراف گشودگی چهارضلعی ..... ۷۰
- شکل ۴-۵ توزیع منتجه‌ی گشتاور در جهت  $y$  اطراف گشودگی چهارضلعی ..... ۷۱
- شکل ۴-۶ توزیع منتجه‌ی گشتاور پیچشی اطراف گشودگی چهارضلعی ..... ۷۱

- شکل ۷-۴ توزیع منتجهی تنش بی بعد در جهت  $x$  اطراف گشودگی چهارضلعی در سه چیدمان مختلف ..... ۷۱
- شکل ۸-۴ توزیع منتجهی تنش بی بعد در جهت  $y$  اطراف گشودگی چهارضلعی در سه چیدمان مختلف ..... ۷۲
- شکل ۹-۴ توزیع منتجهی تنش برشی بی بعد اطراف گشودگی چهارضلعی در سه چیدمان مختلف ..... ۷۳
- شکل ۱۰-۴ توزیع منتجهی گشتاور بی بعد در جهت  $x$  اطراف گشودگی چهارضلعی در سه چیدمان مختلف ..... ۷۳
- شکل ۱۱-۴ توزیع منتجهی گشتاور بی بعد در جهت  $y$  اطراف گشودگی چهارضلعی در سه چیدمان مختلف ..... ۷۴
- شکل ۱۲-۴ توزیع منتجهی گشتاور پیچشی بی بعد اطراف گشودگی چهارضلعی در سه چیدمان مختلف ..... ۷۴
- شکل ۱۳-۴ تأثیر انحنای گوشه‌ی گشودگی بر شکل گشودگی چهارضلعی ..... ۷۵
- شکل ۱۴-۴ تأثیر انحنای گوشه‌ی گشودگی بر بیشینه‌ی منتجهی تنش بی بعد در جهت  $x$  برای گشودگی چهارضلعی در الف) چیدمان  $[0/90]_T$  (ب) چیدمان  $[45/-45]_T$  (ج) چیدمان  $[45]_T$  ..... ۷۶
- شکل ۱۵-۴ تأثیر انحنای گوشه‌ی گشودگی بر بیشینه‌ی منتجهی تنش بی بعد در جهت  $y$  برای گشودگی چهارضلعی الف) در چیدمان  $[0/90]_T$  (ب) در چیدمان  $[45/-45]_T$  (ج) در چیدمان  $[45]_T$  ..... ۷۷
- شکل ۱۶-۴ تأثیر انحنای گوشه‌ی گشودگی بر بیشینه‌ی منتجهی تنش برشی برای گشودگی چهارضلعی الف) در چیدمان  $[0/90]_T$  (ب) در چیدمان  $[45/-45]_T$  (ج)  $[45/0/90/0/-45]_T$  ..... ۷۸
- شکل ۱۷-۴ تأثیر انحنای گوشه‌ی گشودگی بر بیشینه‌ی منتجهی گشتاور بی بعد در جهت  $x$  برای

گشودگی چهارضلعی الف) در چیدمان  $[0/90]_T$  (ب) در چیدمان  $[45/-45]_T$  (ج) در چیدمان  $[45]_T$  ..... [45/0/90/0/0/0/0] ..... ۷۹

شکل ۱۸-۴ تأثیر انحنای گوشه‌ی گشودگی بر بیشینه‌ی منته‌ی گشتاور بی‌بعد در جهت  $y$  برای گشودگی چهارضلعی الف) در چیدمان  $[0/90]_T$  (ب) در چیدمان  $[45/-45]_T$  (ج) در چیدمان  $[45]_T$  ..... [45/0/90/0/0/0/0/-45] ..... ۸۱

شکل ۱۹-۴ تأثیر انحنای گوشه‌ی گشودگی بر بیشینه‌ی منته‌ی گشتاور پیچشی بی‌بعد برای گشودگی چهارضلعی الف) در چیدمان  $[0/90]_T$  (ب) در چیدمان  $[45/-45]_T$  (ج) در چیدمان  $[45]_T$  ..... [45/0/90/0/0/0/0] ..... ۸۲

شکل ۲۰-۴ نمایش زاویه‌ی چرخش گشودگی چهارضلعی ..... ۸۳

شکل ۲۱-۴ تأثیر زاویه چرخش بر بیشینه‌ی منته‌ی تنش بی‌بعد در جهت  $x$  برای گشودگی چهارضلعی در چیدمان  $[0/90]_T$  ..... [0/90] ..... ۸۴

شکل ۲۲-۴ تأثیر زاویه چرخش بر منته‌ی تنش بی‌بعد در جهت  $x$  گشودگی چهارضلعی در چیدمان  $[45/-45]_T$  ..... [45/-45] ..... ۸۵

شکل ۲۳-۴ تأثیر زاویه چرخش بر بیشینه‌ی منته‌ی تنش بی‌بعد در جهت  $x$  گشودگی چهارضلعی در چیدمان  $[45/0/90/0/0/0/-45]_T$  ..... [45/0/90/0/0/0/-45] ..... ۸۵

شکل ۲۴-۴ تأثیر زاویه چرخش بر بیشینه‌ی منته‌ی تنش بی‌بعد در جهت  $y$  برای گشودگی چهارضلعی در چیدمان  $[0/90]_T$  ..... [0/90] ..... ۸۶

شکل ۲۵-۴ تأثیر زاویه چرخش بر بیشینه‌ی منته‌ی تنش بی‌بعد در جهت  $y$  برای گشودگی چهارضلعی در چیدمان  $[45/-45]_T$  ..... [45/-45] ..... ۸۷

شکل ۲۶-۴ تأثیر زاویه چرخش بر بیشینه‌ی منته‌ی تنش بی‌بعد در جهت  $y$  برای گشودگی چهارضلعی در چیدمان  $[45/0/90/0/0/0/-45]_T$  ..... [45/0/90/0/0/0/-45] ..... ۸۷

شکل ۲۷-۴ تأثیر زاویه چرخش بر بیشینه‌ی منته‌ی تنش برشی بی‌بعد برای گشودگی

چهارضلعی در چیدمان  $[0/90]_T$  ..... ۸۸

شکل ۲۸-۴ تأثیر زاویه چرخش بر بیشینه‌ی منته‌ی تنش برشی بی‌بعد گشودگی چهارضلعی در

چیدمان  $[45/-45]_T$  ..... ۸۸

شکل ۲۹-۴ تأثیر زاویه‌ی چرخش بر بیشینه‌ی منته‌ی تنش برشی بی‌بعد برای گشودگی

چهارضلعی در چیدمان  $[45/0/90/0/-45]_T$  ..... ۸۹

شکل ۳۰-۴ تأثیر زاویه چرخش بر بیشینه‌ی منته‌ی گشتاور بی‌بعد در جهت  $x$  برای

گشودگی چهارضلعی در چیدمان  $[0/90]_T$  ..... ۹۰

شکل ۳۱-۴ تأثیر زاویه چرخش بر بیشینه‌ی منته‌ی گشتاور بی‌بعد در جهت  $x$  برای گشودگی

چهارضلعی در چیدمان  $[45/-45]_T$  ..... ۹۰

شکل ۳۲-۴ تأثیر زاویه‌ی چرخش بر بیشینه‌ی منته‌ی گشتاور بی‌بعد در جهت  $x$  برای

گشودگی چهارضلعی در چیدمان  $[45/0/90/0/-45]_T$  ..... ۹۱

شکل ۳۳-۴ تأثیر زاویه چرخش بر بیشینه‌ی منته‌ی گشتاور بی‌بعد در جهت  $y$  برای گشودگی

چهارضلعی در چیدمان  $[0/90]_T$  ..... ۹۲

شکل ۳۴-۴ تأثیر زاویه چرخش بر بیشینه‌ی منته‌ی گشتاور بی‌بعد در جهت  $y$  برای گشودگی

چهارضلعی در چیدمان  $[45/-45]_T$  ..... ۹۲

شکل ۳۵-۴ تأثیر زاویه‌ی چرخش بر بیشینه‌ی منته‌ی گشتاور بی‌بعد در جهت  $y$  برای گشودگی

چهارضلعی در چیدمان  $[45/0/90/0/-45]_T$  ..... ۹۳

شکل ۳۶-۴ تأثیر زاویه چرخش بر بیشینه‌ی منته‌ی گشتاور پیچشی بی‌بعد برای گشودگی

چهارضلعی در چیدمان  $[0/90]_T$  ..... ۹۴

شکل ۳۷-۴ تأثیر زاویه چرخش بر بیشینه‌ی منته‌ی گشتاور پیچشی بی‌بعد برای گشودگی

چهارضلعی در چیدمان  $[45/-45]_T$  ..... ۹۴

شکل ۳۸-۴ تأثیر زاویه‌ی چرخش بر بیشینه‌ی منته‌ی گشتاور پیچشی بی‌بعد برای گشودگی

- چهار ضلعی در چیدمان  $T$  [۴۵/۰/۹۰/۰/-۴۵]..... ۹۵
- شکل ۴-۳۹ توزیع منتجهی تنش بی‌بعد در جهت  $x$  برای چیدمان  $T$  [۰/۹۰] الف) در زوایای چرخش  $\beta = 0^\circ$ ،  $\beta = 30^\circ$  و  $\beta = 45^\circ$  ب) در زوایای چرخش  $\beta = 30^\circ$  و  $\beta = 60^\circ$ ..... ۹۶
- شکل ۴-۴۰ توزیع منتجهی تنش برشی بی‌بعد برای چیدمان  $T$  [۰/۹۰] الف) در زوایای چرخش  $\beta = 0^\circ$ ،  $\beta = 30^\circ$  و  $\beta = 45^\circ$  ب) در زوایای چرخش  $\beta = 30^\circ$  و  $\beta = 60^\circ$ ..... ۹۷
- شکل ۵-۱ توزیع منتجهی تنش در جهت  $x$  اطراف گشودگی پنج‌ضلعی..... ۱۰۰
- شکل ۵-۲ توزیع منتجهی گشتاور در جهت  $x$  اطراف گشودگی پنج‌ضلعی..... ۱۰۰
- شکل ۵-۳ توزیع منتجهی تنش در جهت  $x$  اطراف گشودگی شش‌ضلعی..... ۱۰۱
- شکل ۵-۴ توزیع منتجهی گشتاور در جهت  $x$  اطراف گشودگی شش‌ضلعی..... ۱۰۱
- شکل ۵-۵ توزیع منتجهی تنش در جهت  $x$  اطراف گشودگی هفت‌ضلعی..... ۱۰۱
- شکل ۵-۶ توزیع منتجهی گشتاور در جهت  $x$  اطراف گشودگی هفت‌ضلعی..... ۱۰۱
- شکل ۵-۷ توزیع منتجهی تنش در جهت  $x$  اطراف گشودگی هشت‌ضلعی..... ۱۰۱
- شکل ۵-۸ توزیع منتجهی گشتاور در جهت  $x$  اطراف گشودگی هشت‌ضلعی..... ۱۰۱
- شکل ۵-۹ توزیع منتجهی تنش در جهت  $x$  اطراف بیضی..... ۱۰۲
- شکل ۵-۱۰ توزیع منتجهی گشتاور در جهت  $x$  اطراف بیضی..... ۱۰۲
- شکل ۵-۱۱ توزیع منتجهی تنش بی‌بعد در جهت  $x$  اطراف گشودگی پنج‌ضلعی در سه چیدمان مختلف..... ۱۰۳
- شکل ۵-۱۲ توزیع منتجهی گشتاور بی‌بعد در جهت  $x$  اطراف گشودگی پنج‌ضلعی در سه چیدمان مختلف..... ۱۰۳
- شکل ۵-۱۳ توزیع منتجهی تنش بی‌بعد در جهت  $x$  اطراف گشودگی شش‌ضلعی در سه چیدمان مختلف..... ۱۰۴
- شکل ۵-۱۴ توزیع منتجهی گشتاور بی‌بعد در جهت  $x$  اطراف گشودگی شش‌ضلعی در سه

- چیدمان مختلف ..... ۱۰۴
- شکل ۱۵-۵ توزیع منتهی تنش بی بعد در جهت  $x$  اطراف گشودگی هفت ضلعی در سه چیدمان مختلف ..... ۱۰۵
- شکل ۱۶-۵ توزیع منتهی گشتاور بی بعد در جهت  $x$  اطراف گشودگی هفت ضلعی در سه چیدمان مختلف ..... ۱۰۵
- شکل ۱۷-۵ توزیع منتهی تنش بی بعد در جهت  $x$  اطراف گشودگی هشت ضلعی در سه چیدمان مختلف ..... ۱۰۶
- شکل ۱۸-۵ توزیع منتهی گشتاور بی بعد در جهت  $x$  اطراف گشودگی هشت ضلعی در سه چیدمان مختلف ..... ۱۰۷
- شکل ۱۹-۵ توزیع منتهی تنش بی بعد در جهت  $x$  اطراف بیضی در سه چیدمان مختلف ..... ۱۰۷
- شکل ۲۰-۵ توزیع منتهی گشتاور بی بعد در جهت  $x$  اطراف بیضی در سه چیدمان مختلف ..... ۱۰۸
- شکل ۲۱-۵ تأثیر انحنای گوشه‌ی گشودگی بر شکل گشودگی‌های  $n$  ضلعی ..... ۱۰۸
- شکل ۲۲-۵ تأثیر انحنای گوشه‌ی گشودگی بر بیشینه‌ی منتهی تنش بی بعد در جهت  $x$  برای گشودگی ۵ ضلعی در سه چیدمان مختلف ..... ۱۰۹
- شکل ۲۳-۵ تأثیر انحنای گوشه‌ی گشودگی بر بیشینه‌ی منتهی گشتاور بی بعد در جهت  $x$  برای گشودگی ۵ ضلعی در سه چیدمان مختلف ..... ۱۱۰
- شکل ۲۴-۵ تأثیر انحنای گوشه‌ی گشودگی بر بیشینه‌ی منتهی تنش بی بعد در جهت  $x$  برای گشودگی ۶ ضلعی در سه چیدمان مختلف ..... ۱۱۰
- شکل ۲۵-۵ تأثیر انحنای گوشه‌ی گشودگی بر بیشینه‌ی منتهی گشتاور بی بعد در جهت  $x$  برای گشودگی شش ضلعی در سه چیدمان مختلف ..... ۱۱۱
- شکل ۲۶-۵ تأثیر انحنای گوشه‌ی گشودگی بر بیشینه‌ی منتهی تنش بی بعد در جهت  $x$  برای گشودگی هفت ضلعی در سه چیدمان مختلف ..... ۱۱۲

- شکل ۲۷-۵ تأثیر انحنای گوشه‌ی گشودگی بر بیشینه‌ی منتجه‌ی گشتاور بی‌بعد در جهت  $x$  برای گشودگی هفت‌ضلعی در سه چیدمان مختلف ..... ۱۱۲
- شکل ۲۸-۵ تأثیر انحنای گوشه‌ی گشودگی بر بیشینه‌ی منتجه‌ی تنش بی‌بعد در جهت  $x$  برای گشودگی هشت‌ضلعی در سه چیدمان مختلف ..... ۱۱۳
- شکل ۲۹-۵ تأثیر انحنای گوشه‌ی گشودگی بر بیشینه‌ی منتجه‌ی گشتاور بی‌بعد در جهت  $x$  برای گشودگی هشت‌ضلعی در سه چیدمان مختلف ..... ۱۱۳
- شکل ۳۰-۵ تأثیر زاویه چرخش بر بیشینه‌ی منتجه‌ی تنش بی‌بعد در جهت  $x$  برای گشودگی پنج‌ضلعی در چیدمان  $[0/90]_T$  ..... ۱۱۴
- شکل ۳۱-۵ تأثیر زاویه چرخش بر بیشینه‌ی منتجه‌ی گشتاور بی‌بعد در جهت  $x$  برای گشودگی پنج‌ضلعی در چیدمان  $[0/90]_T$  ..... ۱۱۵
- شکل ۳۲-۵ تأثیر زاویه چرخش بر بیشینه‌ی منتجه‌ی تنش بی‌بعد در جهت  $x$  برای گشودگی شش‌ضلعی در چیدمان  $[0/90]_T$  ..... ۱۱۶
- شکل ۳۳-۵ تأثیر زاویه چرخش بر بیشینه‌ی منتجه‌ی گشتاور بی‌بعد در جهت  $x$  برای گشودگی شش‌ضلعی در چیدمان  $[0/90]_T$  ..... ۱۱۶
- شکل ۳۴-۵ تأثیر زاویه چرخش بر بیشینه‌ی منتجه‌ی تنش بی‌بعد در جهت  $x$  برای گشودگی هفت‌ضلعی در چیدمان  $[0/90]_T$  ..... ۱۱۷
- شکل ۳۵-۵ تأثیر زاویه چرخش بر بیشینه‌ی منتجه‌ی گشتاور بی‌بعد در جهت  $x$  برای گشودگی هفت‌ضلعی در چیدمان  $[0/90]_T$  ..... ۱۱۷
- شکل ۳۶-۵ تأثیر زاویه چرخش بر بیشینه‌ی منتجه‌ی تنش بی‌بعد در جهت  $x$  برای گشودگی بیضی‌شکل در چیدمان  $[0/90]_T$  ..... ۱۱۹
- شکل ۳۷-۵ تأثیر زاویه چرخش بر بیشینه‌ی منتجه‌ی گشتاور بی‌بعد در جهت  $x$  برای گشودگی بیضی‌شکل در چیدمان  $[0/90]_T$  ..... ۱۱۹

## جداول

- جدول ۱-۱ خواص مکانیکی ماده [۵۱]..... ۳
- جدول ۱-۳ مقادیر منته‌های تنش مطلوب و نامطلوب در جهت  $x$  برای گشودگی مثلثی با انحنای  $\omega=0/2$  در سه چیدمان مختلف ..... ۵۶
- جدول ۲-۳ مقادیر منته‌های تنش مطلوب و نامطلوب در جهت  $y$  برای گشودگی مثلثی با انحنای  $\omega=0/2$  در سه چیدمان مختلف ..... ۵۸
- جدول ۳-۳ مقادیر منته‌های تنش برشی مطلوب و نامطلوب برای گشودگی مثلثی با انحنای  $\omega=0/2$  در سه چیدمان مختلف ..... ۵۹
- جدول ۴-۳ مقادیر منته‌های گشتاور مطلوب و نامطلوب در جهت  $x$  برای گشودگی مثلثی با انحنای  $\omega=0/2$  در سه چیدمان مختلف ..... ۶۱
- جدول ۵-۳ مقادیر منته‌های گشتاور مطلوب و نامطلوب در جهت  $y$  برای گشودگی مثلثی با انحنای  $\omega=0/2$  در سه چیدمان مختلف ..... ۶۳
- جدول ۶-۳ مقادیر منته‌های گشتاور پیچشی مطلوب و نامطلوب برای گشودگی مثلثی با انحنای  $\omega=0/2$  در سه چیدمان مختلف ..... ۶۴
- جدول ۱-۴ مقادیر منته‌های تنش مطلوب و نامطلوب در جهت  $x$  برای گشودگی چهارضلعی با انحنای  $\omega=0/1$  در سه چیدمان مختلف ..... ۸۵
- جدول ۲-۴ مقادیر منته‌های تنش مطلوب و نامطلوب در جهت  $y$  برای گشودگی چهارضلعی با انحنای  $\omega=0/1$  در سه چیدمان مختلف ..... ۸۷
- جدول ۳-۴ مقادیر منته‌های تنش برشی مطلوب و نامطلوب برای گشودگی چهارضلعی با انحنای  $\omega=0/1$  در سه چیدمان مختلف ..... ۸۹
- جدول ۴-۴ مقادیر منته‌های گشتاور مطلوب و نامطلوب در جهت  $x$  برای گشودگی چهارضلعی



- با انحنای  $\omega=0/1$  در سه چیدمان مختلف ..... ۹۱
- جدول ۴-۵ مقادیر نتیجه‌های گشتاور مطلوب و نامطلوب در جهت  $Y$  برای گشودگی چهارضلعی
- با انحنای  $\omega=0/1$  در سه چیدمان مختلف ..... ۹۳
- جدول ۴-۶ مقادیر نتیجه‌های گشتاور پیچشی مطلوب و نامطلوب برای گشودگی چهارضلعی با
- انحنای  $\omega=0/1$  در سه چیدمان مختلف ..... ۹۵
- جدول ۵-۱ معرفی مقادیر نتیجه‌های مطلوب و نامطلوب در گشودگی پنج‌ضلعی در انحنای
- $\omega=0/0.5$  ..... ۱۱۵
- جدول ۵-۲ معرفی مقادیر نتیجه‌های مطلوب و نامطلوب در گشودگی شش‌ضلعی در انحنای
- $\omega=0/0.5$  ..... ۱۱۶
- جدول ۵-۳ معرفی مقادیر نتیجه‌های مطلوب و نامطلوب در گشودگی هفت‌ضلعی در انحنای
- $\omega=0/0.5$  ..... ۱۱۸
- جدول ۵-۴ معرفی مقادیر نتیجه‌های مطلوب و نامطلوب در گشودگی هشت‌ضلعی در انحنای
- $\omega=0/0.5$  ..... ۱۱۸
- جدول ۵-۵ معرفی مقادیر نتیجه‌های مطلوب و نامطلوب در گشودگی بیضی‌شکل ..... ۱۱۹

## علائم

|                          |   |
|--------------------------|---|
| $a_0$                    | ثابت حقیقی                                    |
| $a_j$                    | ثابت مختلط مربوط به ریشه‌های معادله‌ی مشخصه   |
| $A_j$                    | ثابت مختلط برای تابع پتانسیل مرحله‌ی اول      |
| $A_{ij}$                 | ماتریس سفتی کشش                               |
| $B_{ij}$                 | ماتریس کوپلینگ                                |
| $b_j$                    | ثابت مختلط مربوط به ریشه‌های معادله‌ی مشخصه   |
| $c$                      | پارامتر تعیین‌کننده‌ی نسبت ابعاد گشودگی       |
| $c_j$                    | ثابت مختلط در محاسبه‌ی نتیجه‌های تنش و گشتاور |
| $\acute{c}_j$            | ثابت مختلط مربوط به ریشه‌های معادله‌ی مشخصه   |
| $d_j$                    | ثابت مختلط در محاسبه‌ی نتیجه‌های تنش و گشتاور |
| $\acute{d}_j$            | ثابت مختلط مربوط به ریشه‌های معادله‌ی مشخصه   |
| $D_{ij}$                 | ماتریس سفتی خمش                               |
| $e$                      | عدد نپر (۲/۷۱۸۲۸)                             |
| $e_j$                    | ثابت مختلط در محاسبه‌ی نتیجه‌های تنش و گشتاور |
| $E_1$ و $E_2$            | مدول الاستیسیته                               |
| $f_j$                    | ثابت مختلط در محاسبه‌ی نتیجه‌های تنش و گشتاور |
| $f_x$ و $f_y$            | مؤلفه‌های نیروی داخلی                         |
| $f(s)$                   | نیرو در مرز گشودگی                            |
| $g_j$                    | ثابت مختلط در محاسبه‌ی نتیجه‌های تنش و گشتاور |
| $G_{12}$                 | مدول برشی                                     |
| $h_j$                    | ثابت مختلط در محاسبه‌ی نتیجه‌های تنش و گشتاور |
| $H$                      | ضخامت کل چندلایه                              |
| $i$                      | ثابت موهومی ( $\sqrt{-1}$ )                   |
| $k_1$ تا $k_{16}$        | ثوابت مختلط                                   |
| $K$                      | شمارنده‌ی لایه‌ها                             |
| $m_x$ و $m_y$ و $m_{xy}$ | منتجه‌های گشتاور بی‌بعد                       |
| $M_x$ و $M_y$ و $M_{xy}$ | منتجه‌های گشتاور                              |

|  |   |
|--|---|
| منتجه‌های گشتاور در مرز خارجی صفحه       | $M_x^\infty$ و $M_y^\infty$ و $M_{xy}^\infty$ |
| خمش نرمال در مرز گشودگی                  | $m(s)$  |
| منتجه‌ی گشتاور در جهت عمود بر مرز گشودگی | $M_n$   |
| منتجه‌ی گشتاور در جهت مماس بر مرز گشودگی | $M_{nt}$                                      |
| پارامتر تعیین‌کننده‌ی هندسه‌ی گشودگی     | $n$   |
| تعداد لایه‌های چندلایه                   | $N$   |
| منتجه‌های تنش بی‌بعد                     | $n_x$ و $n_y$ و $n_{xy}$                      |
| منتجه‌های تنش                            | $N_x$ و $N_y$ و $N_{xy}$                      |
| منتجه‌های تنش در مرز خارجی صفحه          | $N_x^\infty$ و $N_y^\infty$ و $N_{xy}^\infty$ |
| ثابت مختلط برای چندلایه                  | $p_j$   |
| نیروی عرضی در مرز گشودگی                 | $p(s)$  |
| انتگرال نیرو در مرز گشودگی               | $P$   |
| ثابت مختلط برای چندلایه                  | $q_j$   |
| ضرایب معادله‌ی مشخصه                     | $Q_8$ تا $Q_0$                                |
| نیروهای برشی عرضی                        | $Q_x$ و $Q_y$                                 |
| نیروی برشی در جهت عمود بر مرز گشودگی     | $Q_n$   |
| ماتریس سفتی کاهش‌یافته                   | $\bar{Q}_{ij}$                                |
| بخش حقیقی                                | $Re$  |
| ثوابت معادله‌ی مشخصه                     | $R_5$ تا $R_0$                                |
| کمان طی شده از گشودگی                    | $s$   |
| ریشه‌های معادله‌ی مشخصه                  | $s_j$   |
| ثوابت معادله‌ی مشخصه                     | $S_5$ تا $S_0$                                |
| متغیر انتگرال‌گیری روی مرز               | $t$   |
| ضخامت هر لایه                            | $t_k$   |
| ثوابت معادله‌ی مشخصه                     | $T_4$ تا $T_0$                                |
| جابه‌جایی درون‌صفحه‌ای                   | $u$   |
| جابه‌جایی درون‌صفحه‌ای در صفحه‌ی میانی   | $u_0$   |
| جابه‌جایی درون‌صفحه‌ای                   | $v$   |
| جابه‌جایی درون‌صفحه‌ای در صفحه‌ی میانی   | $v_0$   |

|  |   |
|--|---|
| جابه‌جایی عمودی                            | $w$   |
| جابه‌جایی عمودی صفحه‌ی میانی               | $w_0$   |
| تابع نگاشت                                 | $z_j$   |
| زاویه‌ی بین افق و عمود بر مرز گشودگی       | $\alpha$                                      |
| زاویه‌ی چرخش                               | $\beta$                                       |
| کرنش‌های برشی                              | $\gamma_{xy}$ و $\gamma_{xz}$ و $\gamma_{yz}$ |
| کرنش‌های طولی                              | $\epsilon_x$ و $\epsilon_y$                   |
| زاویه‌ی پیرامون گشودگی                     | $\theta$                                      |
| متغیر مختلط                                | $\zeta$                                       |
| انحنای درون صفحه‌ای                        | $\chi_x$ و $\chi_y$ و $\chi_{xy}$             |
| پارامتر تعیین‌کننده‌ی اندازه‌ی گشودگی      | $\lambda$                                     |
| ضریب پواسون                                | $\nu_{12}$ و $\nu_{21}$                       |
| عدد پی (۳/۱۴۱۵۹۳)                          | $\pi$   |
| شعاع دایره                                 | $\rho$  |
| تنش صفحه‌ای                                | $\sigma_x$ و $\sigma_y$                       |
| تنش برشی صفحه‌ای                           | $\tau_{xy}$                                   |
| تابع پتانسیل در دایره‌ی واحد               | $\varphi(t)$                                  |
| تابع پتانسیل کل                            | $\varphi_j''(z_j)$                            |
| تابع پتانسیل مرحله‌ی اول                   | $\varphi_{j1}''(z_j)$                         |
| تابع پتانسیل مرحله‌ی دوم                   | $\varphi_{j2}''(z_j)$                         |
| تابع پتانسیل مرحله‌ی دوم در صفحه‌ی $\zeta$ | $\varphi_{j2}''(\zeta)$                       |
| پارامتر تعیین‌کننده‌ی انحنای گوشه‌ی گشودگی | $\omega$                                      |

## فصل ١ : مقدمه

---

## ۱-۱ مقدمه

چندلایه‌های کامپوزیتی نقش مهمی در پیشرفت تکنولوژی دارند. مواد کامپوزیتی استحکام زیادی را به خصوص در وزن‌های کم به نمایش می‌گذارند. مقاومت در برابر خوردگی و ضربه، کاهش هزینه‌های مونتاژ به خاطر کم بودن قطعات جزئی و اتصالات از مزایای دیگر کامپوزیت‌هاست، که توجه طراحان را در چند دهه‌ی اخیر به خود جلب کرده است. چندلایه‌های کامپوزیتی در صنایع مختلفی از قبیل صنایع دریایی، خودروسازی، صنایع هوافضا، نفت و گاز و ... کاربردهای زیادی دارند.

گاهی در برخی موارد طراحان ناچار به ایجاد گشودگی در این سازه‌ها هستند. از جمله‌ی این موارد می‌توان به کاهش وزن سازه، ایجاد راه برای دسترسی به تجهیزات و تعمیر آن‌ها، ایجاد راه ورود و خروج، محل اتصال دو ورق به همدیگر توسط پیچ‌ها و پرچ‌ها، وجود گشودگی‌هایی در پرده‌های توربین‌ها جهت جریان یافتن سیال خنک کننده در پرده‌ها و ... اشاره کرد. این امر باعث افت شدید مقاومت سازه در این نواحی می‌شود. طراحان در این موارد برای استفاده از کامپوزیت‌ها دچار مشکل هستند. بخش عظیمی از ضوابط شکست پذیرفته شده درباره‌ی کامپوزیت‌ها برگرفته از نتایج تجربی برای هر چندلایه است و برای آنالیز شکست چندلایه‌ها یک ضابطه‌ی کلی وجود ندارد. گشودگی‌های ایجاد شده در ساختارها باعث کاهش مقاومت سازه و حتی منجر به شکست سازه از این نواحی می‌شوند. لذا به منظور پیش‌بینی رفتار سازه در حضور گشودگی‌ها و ایجاد اطمینان در طراحی، مطالعه‌ی توزیع تنش در اطراف گشودگی‌ها و محل ایجاد این تنش‌ها به منظور کاهش تمرکز تنش امری ضروری به نظر می‌رسد. تمرکز تنش اهمیت ویژه‌ای در ارزیابی قابلیت اطمینان سازه‌های مهندسی دارد. دیده شده است که ۸۰ درصد شکست‌های انجام شده در سازه‌های هوایی از محل بست‌ها و اتصالات روی داده است [۴]. سازه‌های کامپوزیتی چندلایه‌ی نامتقارن، در ساخت ساختارهای جدید نقش مهمی ایفا می‌کنند. چندلایه‌های نامتقارن حاوی گشودگی در ساختارهایی از قبیل ستون میانی بال هواپیما و باریکه‌های ستون‌ها مورد استفاده قرار می‌گیرند.

در تحلیل چندلایه‌های کامپوزیتی نامتقارنِ حاوی گشودگی، نحوه‌ی چیدمان لایه‌ها، هندسه‌ی گشودگی، شعاع انحنای گوشه‌ی گشودگی و جهت‌گیری (زاویه‌ی چرخش) گشودگی از جمله پارامترهای تأثیرگذار بر میزان تمرکز تنش در اطراف گشودگی می‌باشند؛ به گونه‌ای که با انتخاب صحیح آن‌ها می‌توان تمرکز تنش را به میزان قابل توجهی کاهش داد.

در این پایان نامه، با توجه به ضرورت‌های ذکر شده، سعی شده است تا پارامترهای مختلف، به طور کامل بررسی شده و تأثیر آن‌ها بر مقدار و نحوه‌ی توزیع تنش مورد مطالعه قرار گیرد.

## ۱-۲ تعریف مسأله

هدف اصلی این پایان‌نامه بررسی و تحلیل تنش یک صفحه‌ی چندلایه‌ی کامپوزیتی نامتقارن است که در مرکز دارای گشودگی است. ابعاد چندلایه در مقایسه با ابعاد گشودگی طوری در نظر گرفته شده است که بتوان آن را بی‌نهایت فرض کرد. در این تحقیق متغیرهای تأثیرگذار بر توزیع تنش اطراف گشودگی شامل نحوه‌ی چیدمان لایه‌ها، هندسه‌ی گشودگی، نرمی یا تیزی گوشه‌ی گشودگی و جهت‌گیری (زاویه‌ی چرخش) می‌باشد. بارگذاری صفحه به صورت کششی تک‌محوره در جهت  $x$ ، در لبه‌های صفحه‌ی میانی و در فاصله‌ی دور از گشودگی است و لبه‌های دیگر آزاد هستند. صفحه دارای رفتار الاستیک خطی است و جنس لایه‌های مختلف مورد بررسی در این تحقیق گرافیت<sup>۱</sup> BMI است که خواص مکانیکی آن در جدول ۱-۱ ارائه شده است. در این پایان‌نامه تأثیر هر یک از متغیرهای ذکر شده بر توزیع تنش مورد بررسی قرار گرفته و برای بررسی درستی نتایج حاصل از حل تحلیلی حاضر، نتایج به‌دست‌آمده با داده‌های تحلیلی موجود در تحقیقات پیشین و حل اجزای محدود مقایسه گردیده است.

جدول ۱-۱ خواص مکانیکی ماده [۵۱]

| $\nu_{12}$ | $G_{12}$ (GPa) | $E_2$ (GPa) | $E_1$ (GPa) | نوع ماده   |
|------------|----------------|-------------|-------------|------------|
| ۰/۲۸       | ۴/۵۹           | ۸/۴۶        | ۱۲۴         | گرافیت BMI |

<sup>۱</sup> Bismaleimide

## ۱-۳ کامپوزیت‌ها

کامپوزیت ترکیب حداقل دو ماده در دیدگاه ماکروسکوپی است که یکی فاز تقویت کننده نامیده می شود و به شکل الیاف، صفحات و یا ذرات است و در فاز دیگر که ماتریس خوانده می شود، محصور است. این ترکیب به گونه‌ای است که نسبت به هریک از اجزای تشکیل دهنده آن به تنهایی، در موقعیت برتری قرار بگیرد. در حالت کلی تقویت‌کننده‌ها دارای استحکام بالا و دانسیته‌ی پایین هستند. در حالی که ماتریس معمولاً ماده‌ای با چقرمگی<sup>۱</sup> بالاست. اگر کامپوزیت به درستی طراحی و ساخته شود ترکیبی از استحکام تقویت‌کننده‌ها و چقرمگی ماتریس حاصل خواهد شد که در مواد رایج قابل دسترسی نیست.

## ۱-۳-۱ تاریخچه‌ی کامپوزیت‌ها

ایده‌ی ساخت کامپوزیت‌ها توسط بشر با کشف موادی که در طبیعت وجود داشتند، آغاز شد. برای مثال چوب که از ترکیبی از الیاف سلولزی در زمینه‌ی چسبی به نام لینگین تشکیل شده است، یک کامپوزیت است. صدف جانوران بی مهره مثل حلزون و صدف خوراکی مثال دیگری از کامپوزیت‌ها هستند.

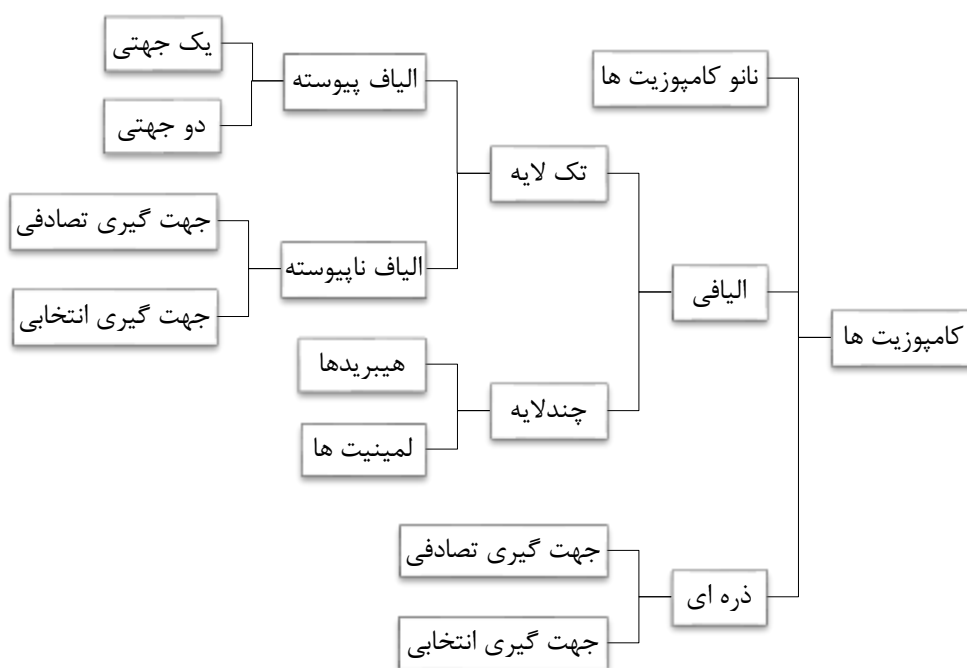
قدیمی‌ترین مثال از کامپوزیت‌ها مربوط به افزودن کاه به گل جهت تقویت گل و ساخت مصالحی مقاوم جهت استفاده در بناها بوده است. قدمت این کار به ۴۰۰۰ سال قبل از میلاد مسیح باز می‌گردد. در این مورد، کاه نقش تقویت‌کننده و گل نقش زمینه یا ماتریس را دارد. ارگ بوم که شاهکار معماری ایرانیان بوده است، نمونه‌ی بارزی از استفاده از تکنولوژی کامپوزیت‌ها در قرون گذشته است. همچنین قایق‌هایی که سرخ‌پوست‌ها با قیر و بامبو می‌ساختند و تنورهایی که از گل، پودر شیشه و پشم بز ساخته می‌شدند و در نواحی مختلف کشورمان یافت شده است، از کامپوزیت‌های نخستین هستند. مثال دیگر، تقویت بتون توسط میله‌های فولادی می‌باشد و قدمت آن به سال ۱۸۰۰ میلادی باز می‌گردد. در بتون مسلح یا تقویت‌شده، میله‌های فلزی استحکام کششی لازم را در بتون ایجاد می‌-

<sup>۱</sup> Toughness



نمایند، چرا که بتون یک ماده‌ی ترد می‌باشد و مقاومت اندکی در برابر بارهای کششی دارد. بدین ترتیب بتون وظیفه‌ی تحمل بارهای فشاری و میله‌های فولادی وظیفه‌ی تحمل بارهای کششی را بر عهده دارند. تاریخچه‌ی استفاده از کامپوزیت در ساختمان‌ها به اواسط سال ۱۹۸۰ میلادی باز می‌گردد. در سوئیس چسباندن کامپوزیت‌ها در تیرهای بتونی و عرشه‌ی پل‌ها مورد آزمایش قرار گرفت و نتایج حاصل بسیار موفقیت‌آمیز بود. به دنبال این مسأله مهندسين ژاپنی به سرعت دریافتند که این شیوه، روش مناسبی برای مقاوم‌سازی سازه‌ها در برابر زلزله‌های شدید است. به همین دلیل آن‌ها نخستین بار کامپوزیت‌ها را در تعمیر و تقویت سازه‌ها وارد کردند.

کامپوزیت‌ها را با توجه به ساختار، جنس زمینه و الیاف آن می‌توان در دسته‌بندی‌های مختلفی قرار داد. نمایشی از این دسته بندی در شکل ۱-۱ نشان داده شده است.



شکل ۱-۱ دسته‌بندی کامپوزیت‌ها [۵]

در این تحقیق از کامپوزیت‌های الیافی و از دسته‌ی چندلایه‌های لمینیتی باچیدمان نامتقارن استفاده شده است. لمینیت‌ها از چیدمان چند تک‌لایه با روش‌های خاص و با زوایای الیاف مختلف تشکیل می‌شود. خواص یک لمینیت با نحوه‌ی چیدمان لایه‌ها، تغییر ضخامت هر لایه و جهت‌گیری

الیاف در هر تک‌لایه تغییر می‌کند. در صورتی که زاویه‌ی الیاف در هر لایه نسبت به صفحه‌ی میانی تقارن نداشته باشد لمینیت نامتقارن نامیده می‌شود. لمینیت‌های نامتقارن به دلیل نحوه‌ی چیدمان لایه‌هایشان دچار کوپل بین کشش و خمش می‌شوند. کامپوزیت‌های الیافی از آن دسته از کامپوزیت‌ها هستند که زمینه‌ی آن‌ها به وسیله‌ی الیاف تقویت می‌شوند. الیاف نقش تقویت‌کننده را در کامپوزیت‌ها ایفا می‌کنند و تحمل‌کننده‌ی اصلی بارها هستند. الیاف از جنس‌های مختلفی ساخته می‌شوند. از جمله‌ی آن‌ها می‌توان به کربن، شیشه، آرامید<sup>۱</sup> و برون<sup>۲</sup> اشاره کرد. الیاف استفاده شده در این تحقیق گرافیت می‌باشد که در دسته‌ی کربن‌ها جای می‌گیرد. زمینه‌ی استفاده شده در این تحقیق نیز از نوع زمینه‌ی پلیمری می‌باشد.

### ۱-۳-۲ کاربردهای کامپوزیت

مواد کامپوزیتی به دلیل خواص منحصر به فردشان از قبیل استحکام، وزن کم، قابلیت طراحی و عمر بالا نسبت به دیگر مواد بسیار مورد توجه مهندسين و صنعتگران قرار گرفته‌اند. از جمله کاربردهای این مواد می‌توان در صنایع هوافضا، خودروسازی، ساختمان سازی، صنایع دریایی، صنعت برق، صنعت راه آهن و ریل‌سازی، ساخت لوازم ورزشی و وسایل خانگی و بسیاری دیگر از زمینه‌ها اشاره کرد. در ادامه به طور مختصر درباره‌ی کاربرد این مواد در برخی زمینه‌ها اشاره شده است.

### الف- صنایع هوافضا

کامپوزیت‌ها به دلیل برخی خصوصیات، از قبیل سبکی و پایداری گرمایی این امکان را فراهم می‌سازند تا کارایی و عملکرد ساختارها در صنایع هوافضا بهبود یابد. استحکام ویژه‌ی کامپوزیت‌ها بیشتر از آلیاژهای فلزی به کار رفته در صنعت هوافضا است. این موضوع باعث کاهش وزن و حداکثر شدن کارایی و قابلیت تحمل بارهای بیشتر و مصرف سوخت کمتر می‌شود [۳]. با توجه به اینکه کاهش وزن یکی از اولویت‌های تولیدکننده‌های هوافضا و حمل و نقل هوایی محسوب می‌شود؛ بنابراین انتظار

<sup>1</sup> Aramid

<sup>2</sup> Boron

است که آلومینیوم در این صنایع عرصه را به کامپوزیت‌ها واگذار کند [۶]. در کامپوزیت‌ها زمینه، نقش نگهداری الیاف در کنار هم و انتقال تنش به آن‌ها را دارد. زمینه‌ها به سه دسته‌ی کلی تقسیم می‌شوند:

✓ زمینه‌ی فلزی ( $MMC^1$ )

✓ زمینه‌ی سرامیکی ( $CMC^2$ )

✓ زمینه‌ی پلیمری ( $PMC^3$ )



شکل ۲-۱ مقطعی از بدنه‌ی هواپیمای بویینگ ۷۸۷ ساخته شده از کامپوزیت‌های زمینه‌ی فلزی [۵۵]

کامپوزیت‌های به کار گرفته شده در صنعت هوافضا می‌توانند با توجه به جنس زمینه‌ی آن‌ها از نوع کامپوزیت‌هایی با زمینه‌ی اورگانیک (مواد آلی  $OMC^4$ )، زمینه‌ی فلزی و زمینه‌ی سرامیکی باشند. این کامپوزیت‌ها به منظور ساخت موتور جت و قطعات بدنه‌ی هواپیما به کار گرفته می‌شوند. به

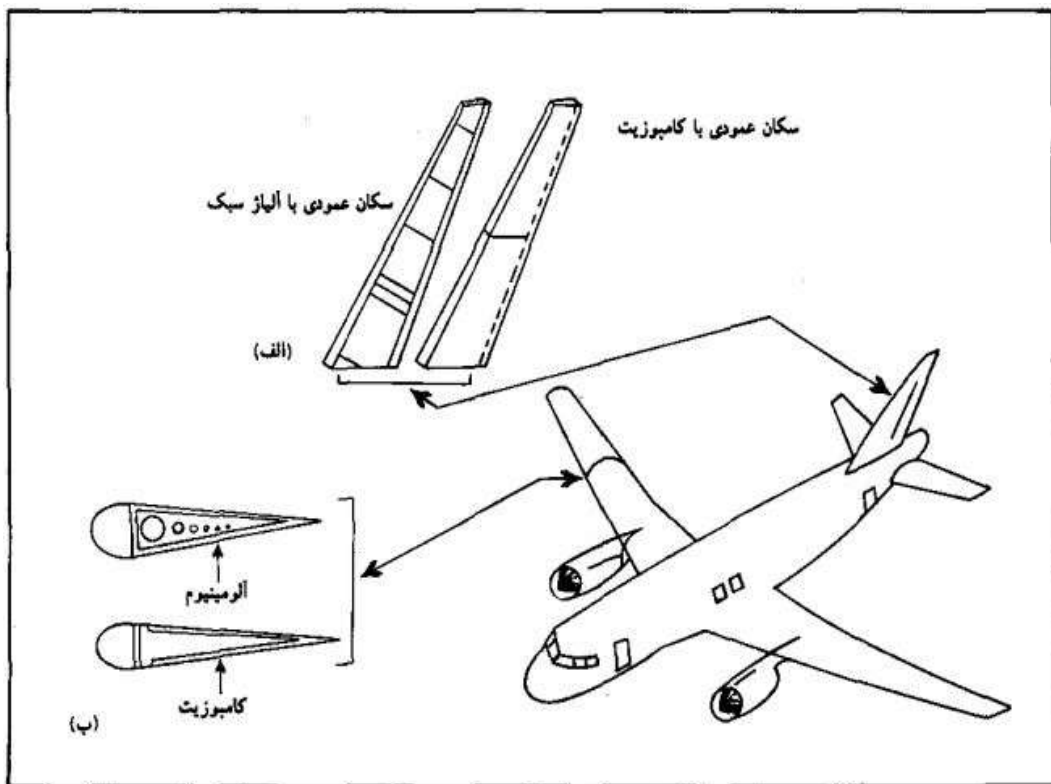
<sup>1</sup> Metal Matrix Composite

<sup>2</sup> Ceramic Matrix Composite

<sup>3</sup> Polymer Matrix Composite

<sup>4</sup> Organic Matrix Composite

عنوان مثال در موتور جت بخش سرد موتور ترکیبی از کامپوزیت‌های OMC و MMC می‌باشد در حالی که بخش‌های گرم موتور مثل محفظه‌ی احتراق و اگزوز یا مجرای خروجی توربین نیاز به قابلیت تحمل دمای بالا دارد. کامپوزیت‌های CMC از این ویژگی برخوردارند و در این بخش‌ها مورد استفاده قرار می‌گیرند. قطعاتی که با استفاده از کامپوزیت در صنعت هوافضا ساخته می‌شوند عبارتند از بال و قسمت‌هایی از بدنه‌ی هواپیما، قاب‌ها، گیره‌ها، درها، دم و ستون‌ها از جمله ستون حمّاله که شامل سازه‌ی بال میانی و بخش زیرین بدنه‌ی هواپیما می‌شود.



شکل ۳-۱ هواپیمای ایرباس ۸۳۲۰ [۷]

### ب- ساختمان سازی و بازسازی بناها

مواد کامپوزیت عمدتاً در ساختمان کاربرد وسیعی دارند. این مواد به صورت لوازم بهداشتی داخل ساختمان مثل وان، دستشویی و همچنین در و پنجره برای جلوگیری از انتقال حرارت کار گذاشته می‌شوند. در حالت دیگر این مواد در سازه‌ی ساختمان مورد استفاده قرار می‌گیرند؛ به طوری که می‌توان از آن‌ها به جای تیرآهن یا میلگرد داخل بتون استفاده کرد. تقویت خارجی و داخلی سازه‌های

بتونی هم‌اکنون یک تجارت بسیار مهم در جهان امروز است. تقویت خارجی ستون‌های موجود با استفاده از کامپوزیت‌ها، برای افزایش ظرفیت‌های برشی، فشاری، خمشی و مقاومت در برابر ضربه، به‌طور گسترده‌ای در صنعت ساختمان به کار گرفته می‌شود. این روش برای اصلاح مقاومت لرزه‌ای ستون‌های پل‌ها و ساختمان‌ها در کشورهای گوناگون از جمله آمریکا، کانادا و ژاپن گسترش داده شده و به اثبات رسیده است. این روش برای افزایش ظرفیت باربری ستون‌های پارکینگ‌ها نیز به کار گرفته شده است. مواد کامپوزیتی به‌طور خاص در ساخت پل‌های ماشین‌رو و پل‌های عابر پیاده به‌کار می‌روند. هم‌اکنون نمونه‌های زیادی از پل‌های تمام کامپوزیتی در سرتاسر جهان موجود است. مواد کامپوزیتی در ابرسازه‌ها نیز کاربردهای متنوعی دارند. در ساخت سقف مساجد و برج‌های مسکونی و تجاری، مقادیر بالایی از این مواد استفاده می‌شود که بدون کاهش مقاومت سازه، وزن آن را بسیار کاهش می‌دهند.

علاوه بر این توانایی کامپوزیت‌ها در بازسازی شکل‌ها و قطعات پیچیده در هر اندازه‌ای، طراحان را قادر می‌سازد به راحتی شکل و ظاهر بناهای قدیمی را بازآفرینی کنند و مرمت ساختمان‌های قدیمی و بناهای باستانی - بدون اینکه مشخص شود بخش ترمیمی از جنس ماده اصلی نیست - با همان رنگ و همان شکل امکان‌پذیر می‌شود.

## پ- صنایع نفت و گاز

یکی از زمینه‌های عمده‌ی استفاده از کامپوزیت‌ها، تولید لوله‌های با اقطار مختلف برای انتقال محصولات در صنعت نفت و گاز است. لوله‌های کامپوزیتی ساختار محکم، مقاوم به خوردگی و سبکی را فراهم می‌کنند که به عنوان جایگزین بسیار مناسبی برای لوله‌های فلزی و بتونی مطرح می‌شوند و از دیدگاه نحوه‌ی انتقال سیال حاوی به دو گروه عمده‌ی گرانشی و فشاری تقسیم می‌شوند.

در لوله‌های گرانشی سیال به‌وسیله نیروی گرانشی و یا با فشار خیلی کم برای تداوم حرکت، جابه‌جا می‌شود و به‌همین دلیل ویژگی سفتی عامل مهمی در طراحی این لوله‌ها می‌باشد. جهت قرارگیری الیاف در این لوله‌ها به شیوه‌ای است که سفتی لوله در جهت‌های محیطی و محوری باعث

کاهش تغییر شکل‌های خمشی در مسیر می‌شود و لوله در برابر نیروهای ناشی از بار مرده و رفت و آمد روی آن، مقاومت می‌نماید. این لوله‌ها در عمق زیاد نسبت به سطح زمین قرار می‌گیرند. لوله‌های فاضلاب نمونه‌ای از لوله‌های گرانشی می‌باشند.

عمده‌ی مصرف لوله‌های فشاری در انتقال آب، صنایع نفت و گاز و دریایی می‌باشد. جهت ایاف در این لوله‌ها بر اساس میزان فشار طراحی، در زوایای مختلفی نسبت به محور لوله صورت می‌گیرد. از دیگر ویژگی‌های لوله‌های کامپوزیتی مقاومت به پدیده‌ی خوردگی ناشی از سیالات (مایعات و گازها) در هر دو جداری داخلی و خارجی است. حذف هزینه‌های سنگین تعمیر و نگهداری لوله‌های خورده شده‌ی انتقال‌دهنده‌ی نفت یا گاز و خسارات ایجاد شده از قطع سرویس به مراکز صنعتی، مهمترین عواملی است که باعث شده تا لوله‌های کامپوزیتی گوی سبقت را از سایر رقبای سنتی خود برابند.

### ۳-۳-۱ کاربرد کامپوزیت‌ها در صنایع ایران

در حال حاضر صنعت کامپوزیت علی‌رغم جوان بودن در کشورمان، اکثر روش‌های تولید پیشرفته را برای تولیدات مختلفی همانند لوله، قطعات خودرو، پرّه‌ی توربین بادی و غیره شامل می‌شود و توسعه‌ی این صنعت نیازمند تلاش متخصصان، اندیشمندان و مسؤولان در بسترهای مرتبط با این صنعت می‌باشد. متأسفانه در کشور ما به دلیل عدم شناخت کامل خصوصیات این ترکیبات که خود ضعف در طراحی، تولید و مصرف را به دنبال دارد، میزان استفاده این مواد به نسبت کشورهای دیگر ناچیز است. اما با برنامه‌ریزی‌های درازمدت و سرمایه‌گذاری در جهت شناساندن هرچه بیشتر این مواد به شرکت‌ها و مؤسسات صنعتی کشور می‌توان این ضعف‌ها را تا حدّ زیادی جبران نمود.

### ۴-۱ مزایا و معایب کامپوزیت‌ها

از مزایای کامپوزیت‌ها می‌توان به موارد زیر اشاره کرد:

۱- وجود روش‌های مختلف ساخت و قابلیت یکپارچه کردن اجزا و کاهش هزینه‌های سرهم‌بندی

۲- استحکام ویژه (نسبت استحکام به چگالی) و مدول ویژه (نسبت مدول به چگالی) کامپوزیت‌ها به مراتب بالاتر از آلیاژهای فلزی استفاده‌شده در صنایع هواساز است. این امر باعث کاهش وزن و بهبود عملکرد و صرفه‌جویی در مصرف سوخت می‌شود [۲].

۳- شکل نهایی قطعه را می‌توان با مواد کامپوزیت ایجاد کرد. این مزیت منجر به کاهش عملیات ماشینکاری و یا حذف آن می‌شود. استفاده از کامپوزیت‌ها راهکاری برای کاهش مشکلات سرهم‌بندی است به‌گونه‌ای که در استفاده از این مواد تعداد بسط‌ها و اتصالات استفاده‌شده به مراتب کمتر از فلزات مورد استفاده است [۲].

۴- سهولت فرایندهای تعمیر و عیب‌یابی [۲]  
 علی‌رغم مزایای ذکرشده کامپوزیت‌ها در برخی کاربردها معایبی دارند. از جمله این معایب می‌توان به موارد زیر اشاره کرد:

۱- کامپوزیت‌ها رطوبت را جذب می‌کنند. این موضوع خواص کامپوزیت‌ها را تحت تأثیر قرار می‌دهد.

۲- مشخصات مکانیکی یک کامپوزیت به مراتب پیچیده‌تر از یک ساختار فلزی است و به همین دلیل تحلیل رفتار آن دشوارتر است.

## ۱-۵ مروری بر مطالعات انجام شده

در این بخش به بررسی مطالعات و تحقیقاتی که در زمینه‌ی صفحات حاوی گشودگی انجام شده، پرداخته شده است. مطالعات انجام‌شده در این زمینه به چند بخش کلی تقسیم می‌شوند. این صفحات در دسته‌بندی همسانگرد و ناهمسانگرد و از لحاظ ساختاری در دسته‌های تک‌لایه‌ها، چندلایه‌های متقارن و چندلایه‌های نامتقارن قرار می‌گیرند. در هر کدام از این دسته‌بندی‌ها هندسه‌ی گشودگی، نوع بارگذاری، جنس مواد استفاده‌شده و روش حل، متفاوت است. در این قسمت ابتدا به مرور مطالعات مربوط به صفحات تک‌لایه‌ی حاوی گشودگی و سپس بسط آن‌ها برای چندلایه‌های متقارن و

نامتقارن پرداخته می‌شود.

## ۱-۵-۱ صفحه‌ی دارای گشودگی

انگلس<sup>۱</sup> [۸] نخستین کسی بود که حلّ تئوری اندازه‌گیری تمرکز تنش در اطراف گشودگی بیضی‌شکل واقع در صفحه‌ی همسانگرد را بسط داد. او ابعاد بیضی را به گونه‌ای تغییر داد که شکل‌های مختلف اعم از دایره تا بیضی بسیار باریک که بتوان آن را ترک در نظر گرفت را شامل شود. هلر<sup>۲</sup> [۹] با استفاده از مطالعات انگلس به این نتیجه رسید که می‌توان مستطیل را با بیضی مدل کرد. او یک تابع نگاشت به‌دست آورد که گشودگی مستطیلی با گوشه‌های گرد را ارائه می‌داد. سوبی<sup>۳</sup> [۱۰] تابع نگاشت خود را به منظور تحلیل گشودگی مستطیلی در یک ورق همسانگرد بیان کرد و تمرکز تنش را در گوشه‌های گشودگی برای چندین شرط مرزی مختلف بررسی کرد. استفاده از روش متغیر مختلط در حلّ مسائل مقدار مرزی در الاستیسیته‌ی دوبعدی اولین بار توسط موشخلیشویلی<sup>۴</sup> [۱۱] برای مواد الاستیک همسانگرد ارائه شد. سپس ساوین<sup>۵</sup> [۱۲] با استفاده از این روش مطالعاتی در زمینه‌ی صفحات همسانگرد نامحدود حاوی گشودگی‌های مختلف و صفحات ناهمسانگرد فقط برای گشودگی بیضی‌شکل و دایره‌ای انجام داد. توسعه‌ی کامل روش موشخلیشویلی به مسائل الاستیسیته دوبعدی مواد ناهمسانگرد توسط اشترو<sup>۶</sup> [۱۳] و لخنیتسکی<sup>۷</sup> [۱۴] انجام شد. لخنیتسکی تئوری خود را برای حلّ عمومی صفحات ناهمسانگرد نامحدود با گشودگی دایروی در اندازه‌های مختلف ارائه داد. او در ابتدا برای ساده‌سازی، فرمولاسیون خود را برای صفحات ارتوتروپیک که دارای سه صفحه‌ی تقارن عمود بر هم بودند، بیان کرد.

تحلیل تنش صفحات ارتوتروپیک با گشودگی مستطیلی توسط جونگ<sup>۸</sup> [۱۵] انجام شد. روابط

<sup>1</sup> Inglis

<sup>2</sup> Heller

<sup>3</sup> Sobey

<sup>4</sup> Muskhelishvili

<sup>5</sup> Savin

<sup>6</sup> Stroh

<sup>7</sup> Lekhnitskii

<sup>8</sup> Jong



آن‌ها براساس روش حلّ ارائه‌شده توسط لخنیتسکی و فرمول‌بندی اشترو و استفاده از نگاشت همنوا بود. راجیه<sup>۱</sup> [۱۶] با استفاده از روش لخنیتسکی و استفاده از یک نگاشت همنوا، ضریب تمرکز تنش را برای چندین گشودگی مستطیلی در صفحات همسانگرد و ناهمسانگرد اورتوتروپیک بررسی کرد و به این نتیجه رسید که بهینه‌سازی گشودگی‌ها، ضریب تمرکز تنش را به میزان چشم‌گیری کاهش می‌دهد. تئوکارس<sup>۲</sup> و پترو<sup>۳</sup> [۱۷] با استفاده از روش متغیّر مختلط لخنیتسکی توزیع تنش اطراف گشودگی مثلث متساوی‌الاضلاع را بررسی کردند. آن‌ها برای نگاشت از فرمول انتقال شوارتز-کریشفه استفاده کردند و تأثیر گوشه‌های گشودگی را در اندازه‌ی تمرکز تنش مورد مطالعه قرار دادند. زیمرمن<sup>۴</sup> [۱۸] نگاشت نقاط گشودگی‌هایی با شکل‌های مختلف به دایره‌ای به شعاع واحد را با استفاده از تابع نگاشت همنوا، مورد بررسی قرار داد. کامل<sup>۵</sup> و لایو<sup>۶</sup> [۱۹] حلّ دقیقی برای صفحه‌ی ناهمسانگرد حاوی گشودگی بیضی‌شکل تحت نیرو و گشتاور متمرکز ارائه دادند. آن‌ها با افزایش طول یکی از قطرهای بیضی آن را با ترک شبیه‌سازی کرده و توزیع تنش آن را بررسی کردند. همچنین با روش عددی درستی کار خود را سنجیدند. هافنباخ<sup>۷</sup> [۲۰] با ارائه‌ی یک حلّ تحلیلی، میدان تنش و جابه‌جایی اطراف گشودگی بیضی‌شکل را در یک صفحه‌ی ناهمسانگرد به‌دست آورد. او در مطالعه‌ی خود به بررسی تأثیر زاویه‌ی الیاف و زاویه‌ی بارگذاری پرداخت و نتایج خود را با استفاده از نتایج تجربی و حلّ اجزای محدود مقایسه کرد. هوو<sup>۸</sup> [۲۱] میدان تنش در اطراف گشودگی‌هایی با اشکال مختلف در یک صفحه‌ی الاستیک ناهمسانگرد تحت بارگذاری مکانیکی در بی‌نهایت را مطالعه کرد. دائوست<sup>۹</sup> و هوآ<sup>۱۰</sup> [۲۲] گشودگی مثلثی را در ورق ناهمسانگرد تحلیل کردند. آن‌ها به بررسی پارامتر شعاع انحنای گوشه‌ی گشودگی نیز پرداختند و با تعریف نسبت اضلاع به عنوان یک پارامتر توانستند

<sup>1</sup> Rajaiah

<sup>2</sup> Theocaris

<sup>3</sup> Petrou

<sup>4</sup> Zimmerman

<sup>5</sup> Kamel

<sup>6</sup> liaw

<sup>7</sup> Hufenbach

<sup>8</sup> Hwu

<sup>9</sup> Daoust

<sup>10</sup> Hoa

علاوه بر مثلث متساوی‌الاضلاع سایر مثلث‌ها با نسبت اضلاع مختلف را بررسی کنند. بکر<sup>۱</sup> [۲۳] با استفاده از روش متغیر مختلط برای صفحات شامل کوپل بین کشش و خمش، روابط و نتایجی را ارائه کرد. کاربرد این روابط در تحلیل استاتیکی صفحه‌ی میانی چندلایه‌های نامتقارن که در اثر نیروی درون‌صفحه‌ای دچار کوپلینگ بین کشش و خمش می‌شوند، دیده می‌شود. یوکادگانکر<sup>۲</sup> [۲۴] به بررسی تحلیل تنش صفحات اورتوتروپیک با گشودگی‌هایی با شکل‌های نامنتظم پرداخت. او در تحقیق خود چندین بارگذاری درون‌صفحه‌ای را مورد مطالعه قرار داد. رضایی‌پژند و جعفری [۲۵] با تعریف تابع تنشی که معادلات سازگاری را ارضاء می‌کند، حل تحلیلی صفحات غیرهمسانگرد دارای گشودگی‌های مختلف را ارائه کردند. اسمر<sup>۳</sup> و جبور<sup>۴</sup> [۲۶] با تعریف تابع تنشی که معادلات سازگاری را ارضاء می‌کند؛ توزیع تنش اطراف گشودگی شبه مستطیلی را در یک صفحه‌ی ناهمسانگرد و تحت کشش به‌دست آوردند. آن‌ها تأثیر انحنای گشودگی و زاویه‌ی بار را بر روی تمرکز تنش مورد بررسی قرار دادند. بنرجی<sup>۵</sup> و همکارانش [۲۷] با استفاده از روش عددی توزیع تنش اطراف گشودگی دایروی در صفحات همسانگرد و اورتوتروپیک را تحت بارگذاری عرضی مطالعه کردند. آن‌ها تأثیر ضخامت صفحه و قطر گشودگی و جنس مواد را در صفحات اورتوتروپیک، بر میزان تمرکز تنش مورد بررسی قرار دادند. رضایی‌پژند و جعفری [۲۸] با معرفی تابع نگاشت به‌دست‌آمده از تئوری لختیسیکی ضریب تمرکز تنش را برای چندین گشودگی مستطیلی با اندازه و شعاع انحنای مختلف محاسبه کردند. آن‌ها توانستند با به‌کارگیری زاویه‌ی چرخش گشودگی، ضریب تمرکز تنش را کاهش دهند. باتیستا<sup>۶</sup> [۲۹] تمرکز تنش اطراف گشودگی‌های چندضلعی با هندسه‌های نسبتاً پیچیده را مورد بررسی قرار داد. او از بسط روش متغیر مختلط موشخلیشویلی و تابع نگاشت شوارتز<sup>۷</sup>-کریستفل<sup>۸</sup> استفاده کرد.

---

<sup>1</sup> Becker

<sup>2</sup> Ukadgaonker

<sup>3</sup> Asmar

<sup>4</sup> Jabbour

<sup>5</sup> Banerjee

<sup>6</sup> Batista

<sup>7</sup> Schwartz

<sup>8</sup> Chistoffel

در مورد تحلیل تنش صفحات چندلایه‌ی کامپوزیتی حاوی گشودگی مطالعات زیادی انجام شده است. این تحقیقات در دو دسته‌ی متقارن و نامتقارن جای می‌گیرند.

## ۱-۵-۲ چندلایه‌ی متقارن

دنیل<sup>۱</sup> و همکارانش [۳۰] تأثیر چیدمان و جنس لایه‌ها را در صفحات چندلایه‌ی ضخیم حاوی گشودگی دایروی مورد بررسی قرار دادند. آن‌ها در تحقیق خود با استفاده از روش تجربی از ده چیدمان متقارن مختلف و سه جنس برون اپوکسی، گرافیت اپوکسی و شیشه اپوکسی استفاده کردند. آن‌ها نتایج خود را با روش اجزای محدود و روش تحلیلی لختیسیکی مقایسه کردند. کنیش<sup>۲</sup> و ویتنی<sup>۳</sup> [۳۱] حلی تقریبی برای توزیع تنش اطراف گشودگی دایروی در یک چندلایه‌ی اورتوتروپیک ارائه دادند. آن‌ها حل دقیق چندجمله‌ای‌های همسانگرد را تا درجه‌ی شش بهبود دادند تا برای مواد اورتوتروپیک پاسخ مناسبی بدهد. آن‌ها روش حل خود را با روش دقیق ناهمسانگرد لختیسیکی مقایسه کردند. رببکی<sup>۴</sup> و همکارانش [۳۲] با استفاده از روش اجزای محدود، توزیع تنش اطراف گشودگی دایروی را در چندلایه‌ها به دست آوردند. صفحه‌ی مورد تحلیل آن‌ها تحت بار تک‌محوری قرار داشت. آن‌ها از روش تجربی برای تأیید روش اجزای محدود خود استفاده کردند. پراساد<sup>۵</sup> و شوارت<sup>۶</sup> [۳۳] توزیع تنش اطراف گشودگی بیضی‌شکل و دایروی را در چند لایه‌های متقارن تحت خمش خالص برای چندین چیدمان مختلف مورد بررسی قرار دادند. در مقاله‌ی ولایچامی<sup>۷</sup> [۳۴] و همکارانش به طراحی بهینه‌ی صفحات چندلایه‌ی کامپوزیتی حاوی گشودگی بیضی‌شکل پرداختند. متغیرهای طراحی در تحقیق آن‌ها نسبت قطرهای بیضی و زاویه چرخش گشودگی بودند و هدف آن‌ها دسترسی به کمترین تنش ممکن در اطراف گشودگی بود. بونورا<sup>۸</sup> [۳۵] و همکارانش با ارائه‌ی

<sup>1</sup> Daniel

<sup>2</sup> Konish

<sup>3</sup> Whitney

<sup>4</sup> Rybicki

<sup>5</sup> Prasad

<sup>6</sup> Shuart

<sup>7</sup> Vellaichamy

<sup>8</sup> Bonora

عبارتی تحلیلی برای تابع تنش توانستند توزیع تنش اطراف گشودگی‌هایی با هندسه‌ی ساده نظیر دایره و بیضی را برای چندلایه‌های متقارن به‌دست آورند. آن‌ها به کمک روش اجزای محدود دقت حل خود را بررسی کردند. تحلیل صفحات مرکب از لایه‌های نازک از ماده‌ی همسانگرد و الاستیک خطی توسط بئوم<sup>۱</sup> [۳۶] و همکارانش مورد بررسی قرار گرفت و میدان تنش، گشتاور و جابه‌جایی با استفاده از روش تابع پتانسیل مختلط به‌دست آمد. هدف اصلی این تحقیق بررسی میدان نوک ترک و میزان رهاسازی انرژی در صفحات چندلایه بود. یوکادگائونکر و رائو<sup>۲</sup> [۳۷] حلی عمومی برای به‌دست آوردن گشتاور در چندلایه‌های متقارن حاوی گشودگی با اشکال مختلف ارائه کردند. آن‌ها بر پایه‌ی روش حل لختیسیکی و ساوین، توزیع گشتاور را در چندلایه‌های در معرض بارگذاری خمشی به‌دست آوردند. آن‌ها همچنین تأثیر چیدمان لایه‌ها را مورد بررسی قرار دادند و به این نتیجه رسیدند که با افزایش تعداد لایه‌ها، مقدار گشتاور در اطراف گشودگی کاهش می‌یابد. آن‌ها در تحقیق دیگری با استفاده از روش متغیر مختلط، صفحات چندلایه‌ی متقارن حاوی گشودگی‌هایی با هندسه‌های مختلف تحت بارگذاری درون‌صفحه‌ای را تحلیل کردند [۳۸]. رمئو<sup>۳</sup> [۳۹] از روش تحلیلی و تجربی کرنش در صفحات چندلایه‌ی حاوی گشودگی مستطیلی را مورد بررسی قرار داد. این صفحات در حالت کلی تحت بارگذاری تنش دو محوره و برش به‌طور همزمان قرار گرفتند. او نتیجه گرفت که کرنش در صورت حضور همه‌ی بارگذاری‌ها بیشتر از زمانی است که تک تک بارها به‌صورت مجزا اعمال می‌شوند. کلتاچی<sup>۴</sup> و ارسلان<sup>۵</sup> [۴۰] بر روی تمرکز تنش چندلایه‌های متقارن با گشودگی دایروی و تحت بار تک‌محوره‌ی کششی مطالعاتی را انجام دادند. آن‌ها تنش را برای هر لایه به‌طور مجزا مورد بررسی قرار دادند و با استفاده از معیار شکست تسای-هیل برای هر لایه کمترین تنش محیطی قابل تحمل را برحسب زاویه‌ی الیاف به‌دست آوردند. هافنباخ [۴۱] و همکارانش با در نظر گرفتن تابع جابه‌جایی برحسب متغیر مختلط و استفاده از نگاشت همونوا مسأله‌ی تمرکز تنش صفحات کامپوزیتی محدود

<sup>1</sup> Beom

<sup>2</sup> Rao

<sup>3</sup> Romeo

<sup>4</sup> Kaltakci

<sup>5</sup> Arsalan

حاوی گشودگی دایروی و بیضی شکل را مورد مطالعه قرار دادند. آن‌ها برای بررسی درستی روش حلّ تحلیلی، از روش تجربی استفاده کردند. هارماندرا<sup>۱</sup> [۴۲] توزیع تنش اطراف گشودگی دایروی، بیضی شکل و مثلثی را در چندلایه‌ها مورد بررسی قرار دادند. او تحقیق خود را برای چندین چیدمان با جنس‌های مختلف انجام داد و تأثیر نحوه‌ی چیدمان لایه‌ها، جنس ماده و هندسه‌ی گشودگی را بر توزیع گشتاور در چندلایه‌های حاوی گشودگی مورد بررسی قرار داد. راتو و همکارانش [۴۳] توزیع تنش اطراف گشودگی مستطیلی و مربعی را در چندلایه‌های متقارن به‌دست آوردند. آن‌ها شعاع انحنای گوشه‌ی گشودگی، زاویه‌ی بارگذاری و نوع چیدمان لایه‌ها را مورد بررسی قرار دادند؛ اما در تابع نگاشت استفاده شده توسط آن‌ها بررسی شعاع انحنای گوشه‌ی گشودگی تنها با تغییر این تابع برای هر گشودگی امکان‌پذیر بود. هافنباخ و همکارانش [۴۴] با استفاده از روش تحلیلی بر پایه‌ی تئوری کلاسیک چندلایه‌ها و استفاده از تابع پتانسیل به شکل متغیّر مختلط، میدان تنش و کرنش در اطراف گشودگی را برای کامپوزیت‌های تقویت‌شده تعیین کردند. آن‌ها برای نگاشت نقاط روی مرز گشودگی بیضی شکل به دایره‌ای به شعاع واحد از تابع نگاشت هم‌نوا استفاده کردند. همچنین از ترکیب روش حداقل مربعات و روش هم‌مکانی برای مدل‌سازی مرز خارجی صفحه استفاده شد. جعفری و مشیری اول [۴۵] به بررسی تنش در چندلایه‌های کامپوزیتی متقارن با گشودگی شبه-مستطیلی پرداختند. آن‌ها تأثیر پارامترهایی از قبیل شعاع انحنای گوشه‌ی گشودگی، زاویه‌ی چرخش گشودگی، زاویه‌ی اعمال بار و چیدمان لایه‌ها را مورد بررسی قرار دادند.

### ۱-۵-۳ چندلایه‌ی نامتقارن

در زمینه‌ی چندلایه‌های نامتقارن کو<sup>۲</sup> [۴۶] با استفاده از تئوری ورق‌های ناهمسانگرد لخنیتسکی، تمرکز تنش اطراف گشودگی دایروی را برای چیدمان‌ها و زاویه‌ی الیاف مختلف چندلایه‌هایی از جنس گرافیت اپوکسی مورد بررسی قرار داد. بکر [۴۷] با استفاده از روابطی که برای صفحات شامل کوپل

<sup>۱</sup> Dharmendra

<sup>۲</sup> Ko

بین کشش و خمش ارائه کرده بود، چندلایه‌ای با ترک های گریفیث<sup>۱</sup> (ترک‌هایی محدود، ساده و مستقیم) را مورد بررسی قرار داد. او از بارگذاری خمشی و درون‌صفحه‌ای در تحلیل خود استفاده کرد. سپس روش پتانسیل مختلط را برای چندلایه‌ی نامتقارن شامل گشودگی مرکزی بیضی‌شکل [۴۸] بسط داد. او همچنین تحقیقی در زمینه‌ی چندلایه‌های نامتقارن تحت تأثیر نیرو و ممان متمرکز [۴۹] با همین روش انجام داد. یوکادگونکر و رائو [۵۰] به تحلیل تنش صفحات چندلایه‌ی نامتقارن حاوی گشودگی‌های مختلف از قبیل دایره، مربع و بعضی شکل‌های غیرمنتظم دیگر پرداختند. چن<sup>۲</sup> و شن<sup>۳</sup> [۵۱] با گسترش روش متغیر مختلط برای چندلایه‌های نامتقارن، تنش و جابه‌جایی را با چهار تابع هولومورفیک بیان کردند. روش آن‌ها برای چندلایه‌های نامتقارن شامل گشودگی و ترک تحت بارگذاری‌های درون‌صفحه‌ای قابل استفاده است. آن‌ها تحقیق خود را برای چندین چیدمان حاوی گشودگی دایروی و بیضی‌شکل انجام دادند و تأثیر چیدمان لایه‌ها را مورد بررسی قرار دادند. همچنین با استفاده از تابع گرین توزیع تنش اطراف گشودگی بیضی‌شکل در چندلایه‌ی نامتقارن را مطالعه کرده و فرمول‌بندی خود را برای بارگذاری شامل نیرو و خمش متمرکز بیان کردند [۵۲]. مدنسی<sup>۴</sup> و همکارانش [۵۳] با استفاده از روش متغیر مختلط، توزیع تنش اطراف گشودگی بیضی در یک چندلایه‌ی نامتقارن را مورد بررسی قرار دادند. آن‌ها با استفاده از بسط سری لوران پتانسیل را به دست آوردند و با استفاده از آن میدان تنش و جابه‌جایی را محاسبه کردند. آن‌ها تأثیر جهت‌گیری گشودگی را نیز مورد بررسی قرار دادند. هسی<sup>۵</sup> و هوو [۵۴] حلّ دقیقی با استفاده از روش پتانسیل مختلط اشترو برای کوپلینگ بین کشش و خمش در چندلایه‌های حاوی گشودگی دایروی و بیضی‌شکل ارائه دادند. کنون<sup>۶</sup> [۵۵] به بررسی تمرکز تنش در اطراف گشودگی مربعی در صفحه‌های همسانگرد، ناهمسانگرد و چندلایه‌های کامپوزیتی متقارن و نامتقارن پرداخت. او با استفاده از نگاهت

---

<sup>1</sup> Griffith

<sup>2</sup> Chen

<sup>3</sup> Shen

<sup>4</sup> Madenci

<sup>5</sup> Hsieh

<sup>6</sup> Cannon

همنوی ارائه شده در [۲۸] به بررسی تأثیر انحنای گوشه‌ی گشودگی مرتب‌ی بر تمرکز تنش پرداخت. اگرچه در زمینه‌ی تحلیل تنش صفحات چندلایه‌ی حاوی گشودگی تحقیقاتی صورت گرفته است؛ ولی در هیچ یک از آن‌ها به صورت جامع تأثیر همزمان پارامترهایی از قبیل زاویه‌ی چرخش (جهت‌گیری) گشودگی و شعاع انحنا و هندسه‌ی گشودگی بر توزیع تنش اشاره نشده است. به دلیل اهمیت این پارامترها بر توزیع تنش، بررسی تأثیرات آن‌ها لازم به نظر می‌رسد. بنابراین در این پایان‌نامه سعی بر این است تا تأثیر این پارامترها بر روی توزیع تنش اطراف گشودگی‌های غیردایروی واقع در چندلایه‌ی نامتقارن مورد بررسی قرار گیرد. گشودگی‌ها می‌توانند اشکال مختلف مانند مثلث، چهارضلعی و پنج ضلعی و در حالت کلی  $n$  ضلعی داشته باشند. نحوه‌ی چیدمان لایه‌ها، نحوه‌ی بارگذاری، زاویه‌ی چرخش گشودگی و شعاع انحنای گشودگی پارامترهای تأثیرگذار بر توزیع تنش هستند که در این پایان‌نامه مورد بررسی قرار می‌گیرند. در این پایان‌نامه گشودگی آزاد از بار خارجی است. ماده رفتار الاستیک خطی دارد بنابراین رفتار تنش کرنش خطی است و ابعاد صفحه‌ی مورد بحث در مقابل ابعاد گشودگی بزرگ است. (صفحه بی‌نهایت فرض می‌شود).





## فصل ۲ : فرمول بندی حلّ تحلیلی

---

فرض‌های اولیه که در استخراج روابط ارائه شده در این پایان‌نامه مدنظر قرار گرفته شده است، عبارتند از :

۱. اندازه‌ی گشودگی در مقابل ابعاد صفحه کوچک است (صفحه بی‌نهایت).
۲. ماده دارای رفتار الاستیک خطی است.
۳. صفحه تحت بار تک‌محوره‌ی کششی در جهت  $x$  قرار گرفته است.
۴. فرضیات تئوری کلاسیک صفحات چندلایه بر مسأله‌ی مورد بررسی حاکم است.

## ۲-۱ نداشت هم‌نوا

همان‌طور که اشاره شد، توزیع تنش در اطراف گشودگی دایروی در صفحات همسانگرد، ناهمسانگرد، چندلایه‌ی متقارن و نامتقارن مورد بررسی قرار گرفته است. در این بخش با تعریف تابع نداشت هم‌نوا روشی برای مدل کردن سایر گشودگی‌ها ارائه می‌شود. تابع نداشت مورد استفاده در این پایان‌نامه برای مواد ناهمسانگرد به صورت زیر تعریف می‌شود [۲۸]:

$$z_j = x + s_j y \quad (j = 1, \dots, 4) \quad (1-2)$$

$s_j$  ریشه‌های معادله‌ی مشخصه هستند که به تفصیل در بخش بعد معرفی می‌شوند.

این نداشت نقاط روی مرز گشودگی را به دایره‌ای به شعاع واحد می‌نگارد.  $x$  و  $y$  به صورت زیر

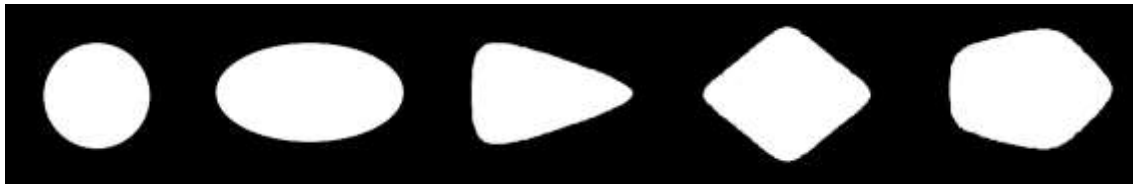
تعریف می‌شوند:

$$x = \lambda(\cos\theta + \omega\cos(n\theta))$$

$$y = \lambda(c\sin\theta - \omega\sin(n\theta)) \quad (2-2)$$

در رابطه‌ی (۲-۲)  $\lambda$  پارامتر تعیین‌کننده‌ی اندازه‌ی گشودگی می‌باشد و  $\lambda = 1$  در نظر گرفته می‌شود.  $\theta$  زاویه‌ی پیرامون گشودگی است.  $c$  پارامتر کنترل‌کننده‌ی نسبت ابعاد گشودگی بوده و تنها در جهت  $y$  تأثیرگذار است و باعث کشیدگی یا فشردگی گشودگی در جهت  $y$  می‌شود.  $n$  تعیین‌کننده‌ی هندسه‌ی گشودگی و تعداد اضلاع آن می‌باشد. به عنوان مثال  $n = 2$  گشودگی مثلثی و  $n = 3$  گشودگی چهارضلعی را مدل می‌کند. تأثیر پارامترهای مختلف در ایجاد گشودگی در شکل

۱-۲ نشان داده شده است.  $\omega$  پارامتر تعیین‌کننده انحنای گوشه‌ی گشودگی است و در محدوده‌ی  $0 \leq \omega \leq 1/n$  قرار دارد. با افزایش یا کاهش  $\omega$  گوشه‌های گشودگی به ترتیب تیزتر و نرم‌تر می‌شوند و در  $\omega = 0$  گشودگی به شکل دایره تبدیل می‌شود. تأثیر این پارامتر و روند میل کردن گشودگی شش‌ضلعی به دایره در شکل ۲-۲ قابل مشاهده است.



$\omega=0$                        $\omega=0$                        $\omega=0.2$                        $\omega=0.125$                        $\omega=0.05$   
 $c=1 \quad n=1, 2, 3$        $c=0.5 \quad n=1, 2, 3$        $c=1 \quad n=2$                        $c=1 \quad n=3$                        $c=1 \quad n=4$

شکل ۱-۲ تأثیر پارامترهای مختلف بر هندسه‌ی گشودگی



$\omega=0$                        $\omega=0.05$                        $\omega=0.1$                        $\omega=0.15$                        $\omega=0.2$

شکل ۲-۲ تأثیر پارامتر انحنای گشودگی بر گوشه‌های گشودگی شش‌ضلعی

رابطه‌ی (۲-۲) برای نگاشت نقاط گشودگی بر مرز دایره‌ی واحد استفاده می‌شود. برای نقاط خارج

از مرز گشودگی از متغیر مختلط  $\zeta$  استفاده می‌شود که به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\zeta = \rho e^{i\theta} = \rho(\cos\theta + i\sin\theta) \quad (3-2)$$

برای دایره‌ای به شعاع واحد  $\rho = 1$  است. از طرفی با استفاده از روابط اویلر می‌توان نوشت:

$$e^{in\theta} = \cos(n\theta) + i\sin(n\theta)$$

$$e^{-in\theta} = \cos(n\theta) - i\sin(n\theta) \quad (4-2)$$

با استفاده از روابط (۳-۲) و (۴-۲) فرمول‌های زیر نتیجه می‌شود:

$$\cos(n\theta) = \frac{1}{2} \left( \zeta^n + \frac{1}{\zeta^n} \right)$$

$$\sin(n\theta) = \frac{-i}{2} \left( \zeta^n - \frac{1}{\zeta^n} \right) \quad (5-2)$$

بنابراین می‌توان  $x$  و  $y$  را به صورت زیر بازنویسی کرد:

$$x = \frac{\lambda}{2} \left( \zeta + \frac{1}{\zeta} + \omega \zeta^n + \frac{\omega}{\zeta^n} \right) \quad (6-2)$$

$$y = \frac{\lambda i}{2} \left( -c\zeta + \frac{c}{\zeta} + \omega \zeta^n - \frac{\omega}{\zeta^n} \right) \quad (7-2)$$

برای مدل کردن زاویه‌ی چرخش گشودگی از انتقال زیر استفاده می‌شود:

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sin \beta & \cos \beta \\ -\cos \beta & \sin \beta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} \quad (8-2)$$

که در آن  $\beta$  زاویه‌ی چرخش گشودگی است. با جایگذاری رابطه‌های (6-2) و (7-2) در رابطه‌ی

(8-2) نتیجه می‌شود:

$$X = \frac{\lambda}{2} \left[ (\cos \beta - ic \sin \beta) \zeta + (\cos \beta + ic \sin \beta) \frac{1}{\zeta} + \omega (\cos \beta + i \sin \beta) \zeta^n + \frac{\omega (\cos \beta - i \sin \beta)}{\zeta^n} \right] \quad (9-2)$$

$$Y = \frac{-\lambda}{2} \left[ (\sin \beta + ic \cos \beta) \zeta - (\sin \beta - ic \cos \beta) \frac{1}{\zeta} - \omega (\sin \beta - i \cos \beta) \zeta^n + \frac{\omega (\sin \beta + i \cos \beta)}{\zeta^n} \right] \quad (10-2)$$

در نهایت با جایگذاری  $X$  و  $Y$  در رابطه‌ی (1-2) تابع نگاشت به فرم زیر تبدیل می‌شود:

$$z_j = \frac{\lambda}{2} \left( a_j \zeta + \frac{b_j}{\zeta} + c'_j \omega \zeta^n + \frac{d'_j \omega}{\zeta^n} \right) \quad (11-2)$$

که در آن  $a_j, b_j, c'_j$  و  $d'_j$  برابرند با:

$$a_j = \cos \beta (1 - ics_j) + \sin \beta (-ic - s_j)$$

$$b_j = \cos \beta (1 + ics_j) + \sin \beta (ic - s_j)$$

$$c'_j = \cos \beta (1 + is_j) + \sin \beta (i - s_j)$$

$$d'_j = \cos \beta (1 - is_j) + \sin \beta (-i - s_j) \quad (12-2)$$

## ۲-۲ روش حل و به دست آوردن معادلات حاکم

رابطه‌ی تنش و کرنش در حالت دوبعدی توسط ماتریس سفتی کاهش یافته، برای لایه‌ی  $k$ ام به صورت

زیر تعریف می‌شود [۱].

$$\begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{bmatrix}^k = \begin{bmatrix} \bar{Q}_{11} & \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{16} \\ \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{22} & \bar{Q}_{26} \\ \bar{Q}_{16} & \bar{Q}_{26} & \bar{Q}_{66} \end{bmatrix}^k = \begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{bmatrix}^k \quad (۱۳-۲)$$

که  $[\bar{Q}_{ij}]$  به ثوابت مهندسی و جهت‌گیری الیاف در هرلایه بستگی دارد و فرمول آن در پیوست الف آورده شده است.

در تئوری کلاسیک صفحات چندلایه (CLPT<sup>۱</sup>) فرضیات زیر حاکم است:

۱- چندلایه نازک است و در تحلیل آن فرض بر این است که نسبت ضخامت به طول بیشتر از یک به ۲۰ باشد.

۲- خطوط عمود بر صفحه‌ی میانی بعد از تغییر شکل نیز مستقیم و عمود بر صفحه‌ی میانی باقی می‌مانند و سطح مقطع دچار اعوجاج نمی‌شود.

۳- خطوط عمود بر صفحه‌ی میانی دچار هیچ گونه تغییر طولی نمی‌شوند.

در این تئوری جابه‌جایی‌ها به صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$u = u_0 - z \frac{\partial w_0}{\partial x}$$

$$v = v_0 - \frac{\partial w_0}{\partial y}$$

$$w = w_0 \quad (۱۴-۲)$$

در رابطه‌های (۱۴-۲)  $u_0$ ،  $v_0$  و  $w_0$  جابه‌جایی‌های صفحه‌ی میانی هستند. برای جابه‌جایی‌های

کوچک کرنش‌ها به صورت زیر تعریف می‌شوند [۱].

$$\varepsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x}, \quad \varepsilon_y = \frac{\partial v}{\partial y}, \quad \gamma_{xy} = \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \quad (۱۵-۲)$$

با جایگذاری رابطه‌ی (۱۴-۲) در (۱۵-۲) کرنش‌ها به صورت زیر به دست می‌آیند:

$$\varepsilon_x = \frac{\partial u_0}{\partial x} - z \frac{\partial^2 w_0}{\partial x^2}$$

$$\varepsilon_y = \frac{\partial v_0}{\partial y} - z \frac{\partial^2 w_0}{\partial x^2}$$

<sup>1</sup> Composite Laminated Plate Theory

$$\gamma_{xy} = \frac{\partial u_0}{\partial y} + \frac{\partial v_0}{\partial x} - 2z \frac{\partial^2 w_0}{\partial x \partial y} \quad (۱۶-۲)$$

یا

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \varepsilon_x^0 \\ \varepsilon_y^0 \\ \gamma_{xy}^0 \end{bmatrix} + z \begin{bmatrix} \chi_x \\ \chi_y \\ \chi_{xy} \end{bmatrix} \quad (۱۷-۲)$$

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_x^0 \\ \varepsilon_y^0 \\ \gamma_{xy}^0 \end{bmatrix} = z \begin{bmatrix} \frac{\partial u_0}{\partial x} \\ \frac{\partial v_0}{\partial y} \\ \frac{\partial u_0}{\partial y} + \frac{\partial v_0}{\partial x} \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} \chi_x \\ \chi_y \\ \chi_{xy} \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 w_0}{\partial x^2} \\ \frac{\partial^2 w_0}{\partial y^2} \\ 2 \frac{\partial^2 w_0}{\partial x \partial y} \end{bmatrix} \quad (۱۸-۲)$$

با قرار دادن روابط (۱۷-۲) و (۱۸-۲) در رابطه‌ی (۱۳-۲) تنش در لایه‌ی  $k$ ام به دست می‌آید:

$$\begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{bmatrix}^k = \begin{bmatrix} \bar{Q}_{11} & \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{16} \\ \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{22} & \bar{Q}_{26} \\ \bar{Q}_{16} & \bar{Q}_{26} & \bar{Q}_{66} \end{bmatrix}^k \left[ \begin{bmatrix} \varepsilon_x^0 \\ \varepsilon_y^0 \\ \gamma_{xy}^0 \end{bmatrix} + z \begin{bmatrix} \chi_x \\ \chi_y \\ \chi_{xy} \end{bmatrix} \right] \quad (۱۹-۲)$$

منتجه‌های تنش و گشتاور وارد شده بر صفحه با انتگرال گیری از تنش در هر لایه در طول

ضخامت چندلایه، قابل محاسبه است [۱]:

$$\begin{bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \end{bmatrix} = \int_{-H/2}^{H/2} \begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{bmatrix} dz = \sum_{k=1}^N \int_{z_{k+1}}^{z_k} \begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{bmatrix}^k dz \quad (۲۰-۲)$$

$$\begin{bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{bmatrix} = \int_{-H/2}^{H/2} \begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{bmatrix} z dz = \sum_{k=1}^N \int_{z_{k-1}}^{z_k} \begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{bmatrix}^k z dz \quad (۲۱-۲)$$

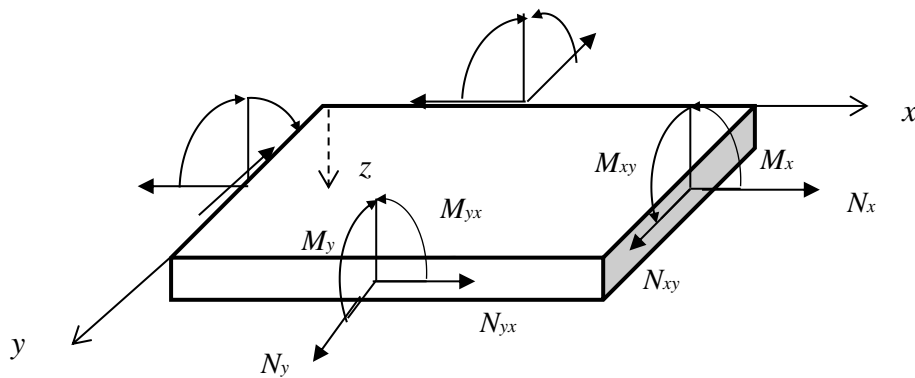
شکل ۲-۳ نمایشی از توزیع منتجه‌های تنش و گشتاور در یک لایه را نشان می‌دهد. در روابط

(۲۰-۲) و (۲۱-۲)  $z_{k-1}$  و  $z_k$  به ترتیب فاصله‌ی لایه‌ی  $k$ ام و لایه‌ی  $k-1$ ام از صفحه‌ی میانی را

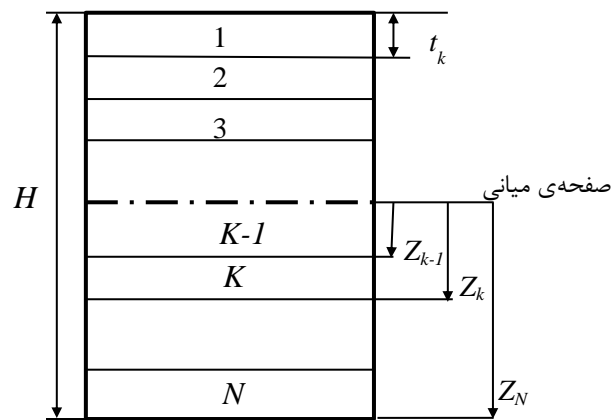
مشخص می‌کنند (شکل ۲-۴). ضخامت همه‌ی لایه‌ها یکسان و برابر  $t_k$  در نظر گرفته شده است.

ضخامت کل چندلایه برابر  $H$  است و برای یک لایه به صورت زیر قابل محاسبه است:

$$H = N \times t_k \quad (۲۲-۲)$$



شکل ۳-۲ توزیع منته‌های تنش و گشتاور در یک لایه [۱]



شکل ۴-۲ نمایشی از چیدمان لایه‌ها و نحوه‌ی نامگذاری آن‌ها

با استفاده از رابطه‌های (۲-۱۹)، (۲-۲۰) و (۲-۲۱) ماتریس منته‌های تنش و گشتاور با

ماتریس سفتی کاهش یافته، به ماتریس کرنش مرتبط می‌شوند:

$$\begin{bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \end{bmatrix} = \sum_{k=1}^N \begin{bmatrix} \bar{Q}_{11} & \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{16} \\ \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{22} & \bar{Q}_{26} \\ \bar{Q}_{16} & \bar{Q}_{26} & \bar{Q}_{66} \end{bmatrix}^k \left[ \int_{z_{k-1}}^{z_k} \begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{bmatrix} dz + \int_{z_{k+1}}^{z_k} \begin{bmatrix} \chi_x \\ \chi_y \\ \chi_{xy} \end{bmatrix} z dz \right] \quad (۲۳-۲)$$

$$\begin{bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{bmatrix} = \sum_{k=1}^N \begin{bmatrix} \bar{Q}_{11} & \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{16} \\ \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{22} & \bar{Q}_{26} \\ \bar{Q}_{16} & \bar{Q}_{26} & \bar{Q}_{66} \end{bmatrix}^k \left[ \int_{z_{k-1}}^{z_k} \begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{bmatrix} z dz + \int_{z_{k+1}}^{z_k} \begin{bmatrix} \chi_x \\ \chi_y \\ \chi_{xy} \end{bmatrix} z^2 dz \right] \quad (۲۴-۲)$$

مقادیر  $[\bar{Q}]$  به جنس ماده بستگی دارند و به عنوان ثابت از انتگرال بیرون می‌آیند. علاوه بر این،

از آنجایی که  $\varepsilon_x^0, \varepsilon_y^0, \gamma_{xy}^0, \chi_x, \chi_y, \chi_{xy}$  مستقل از  $z$  هستند، می‌توان روابط را به صورت زیر

بازنویسی کرد:

$$\begin{bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{16} \\ A_{12} & A_{22} & A_{26} \\ A_{16} & A_{26} & A_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_x^0 \\ \varepsilon_y^0 \\ \gamma_{xy}^0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} & B_{16} \\ B_{12} & B_{22} & B_{26} \\ B_{16} & B_{26} & B_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \chi_x \\ \chi_y \\ \chi_{xy} \end{bmatrix} \quad (25-2)$$

$$\begin{bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} & B_{16} \\ B_{12} & B_{22} & B_{26} \\ B_{16} & B_{26} & B_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_x^0 \\ \varepsilon_y^0 \\ \gamma_{xy}^0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} & D_{16} \\ D_{12} & D_{22} & D_{26} \\ D_{16} & D_{26} & D_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \chi_x \\ \chi_y \\ \chi_{xy} \end{bmatrix} \quad (26-2)$$

که در آن ماتریس  $A_{ij}$  سفتی کششی، ماتریس  $B_{ij}$  کوپل بین کشش و خمش و ماتریس

$D_{ij}$  سفتی خمشی بوده و به صورت زیر بیان می شوند:

$$\begin{aligned} A_{ij} &= \sum_{k=1}^N [\bar{Q}_{ij}]^k (z_k - z_{k-1}) \\ B_{ij} &= \frac{1}{2} \sum_{k=1}^N [\bar{Q}_{ij}]^k (z_k^2 - z_{k-1}^2) \\ D_{ij} &= \frac{1}{3} \sum_{k=1}^N [\bar{Q}_{ij}]^k (z_k^3 - z_{k-1}^3) \end{aligned} \quad (27-2)$$

با استفاده از روش متغیر مختلط لختیسیکی، تابع پتانسیل  $\varphi(z_j)$  ( $j = 1, \dots, 4$ )، که شامل چهار

تابع برای مسائلی است که کوپلینگ بین کشش و خمش اتفاق می افتد، تعریف می شود. مؤلفه های

جابه جایی را می توان بر حسب این توابع و مشتقات آن به صورت زیر بیان کرد [48]:

$$\begin{aligned} w &= 2 \operatorname{Re}[\varphi_1(z_1) + \varphi_2(z_2) + \varphi_3(z_3) + \varphi_4(z_4)] \\ u &= 2 \operatorname{Re}[p_j \varphi_j'(z_j)] \\ v &= 2 \operatorname{Re}[q_j \varphi_j'(z_j)] \end{aligned} \quad (28-2)$$

$Re$  به معنای بخش حقیقی تابع است و  $p_j$  و  $q_j$  در ادامه معرفی می شوند.

معادلات تعادل به صورت زیر تعریف می شوند [48]:

$$\begin{aligned} N_{x,x} + N_{xy,y} &= 0 \\ N_{xy,x} + N_{y,y} &= 0 \\ M_{x,xx} + 2M_{xy,xy} + M_{y,yy} &= 0 \end{aligned} \quad (29-2)$$

با تعریف رابطه ی (28-2) در رابطه ی (29-2) و قرار دادن منتهجه های تنش و گشتاور در معادلات



تعداد روابط زیر نتیجه می‌شود [۴۸]:

$$\begin{aligned}
 & [A_{11} + 2A_{16} s_j + A_{66} s_j^2] p_j + [A_{16} + (A_{12} + A_{66}) s_j + A_{26} s_j^2] q_j \\
 & \quad - [B_{11} + 3B_{16} s_j + (B_{12} + 2B_{66}) s_j^2 + B_{26} s_j^3] = 0 \\
 & [A_{16} + (A_{12} + A_{66}) s_j + A_{26} s_j^2] p_j + [A_{66} + 2A_{26} s_j + A_{22} s_j^2] q_j \\
 & \quad - [B_{16} + (B_{12} + 2B_{66}) s_j + 3B_{26} s_j^2 + B_{22} s_j^3] = 0 \\
 & [B_{11} + 3B_{16} s_j + (B_{12} + 2B_{66}) s_j^2 + B_{26} s_j^3] p_j \\
 & \quad + [B_{16} + (B_{12} + 2B_{66}) s_j + 3B_{26} s_j^2 + B_{22} s_j^3] q_j \\
 & \quad - [D_{11} + 4D_{16} s_j + (2D_{12} + 4D_{66}) s_j^2] + [4D_{26} s_j^3 + D_{22} s_j^4] \\
 & \quad = 0 \tag{۳۰-۲}
 \end{aligned}$$

در رابطه‌های (۳۰-۲) یک سیستم غیر خطی بر حسب  $s_j$ ،  $p_j$  و  $q_j$  ایجاد می‌شود. با ساده‌سازی

دو رابطه‌ی اول  $p_j$  و  $q_j$  بر حسب  $s_j$  بیان می‌شوند [۴۸]:

$$p_j = \frac{R_0 + R_1 s_j + R_2 s_j^2 + R_3 s_j^3 + R_4 s_j^4 + R_5 s_j^5}{T_0 + T_1 s_j + T_2 s_j^2 + T_3 s_j^3 + T_4 s_j^4} \tag{۳۱-۲}$$

$$q_j = \frac{S_0 + S_1 s_j + S_2 s_j^2 + S_3 s_j^3 + S_4 s_j^4 + S_5 s_j^5}{T_0 + T_1 s_j + T_2 s_j^2 + T_3 s_j^3 + T_4 s_j^4} \tag{۳۲-۲}$$

مقادیر  $R_0$  تا  $R_5$ ،  $S_0$  تا  $S_5$ ،  $T_0$  تا  $T_5$  در پیوست ب تعریف شده‌اند. سپس برای محاسبه‌ی مقادیر

$s_j$  با تعریف روابط (۳۱-۲) و (۳۲-۲) در رابطه‌ی سوم (۳۰-۲) یک معادله‌ی درجه‌ی ۸ بر حسب  $s_j$

به‌دست می‌آید:

$$Q_8 s^8 + Q_7 s^7 + Q_6 s^6 + Q_5 s^5 + Q_4 s^4 + Q_3 s^3 + Q_2 s^2 + Q_1 s + Q_0 = 0 \tag{۳۳-۲}$$

مقادیر  $Q_0$  تا  $Q_8$  در پیوست ب معرفی شده‌اند. حال با جایگذاری روابط (۲۸-۲) در (۱۸-۲) و

پس از آن با استفاده از روابط (۲۵-۲) و (۲۶-۲) منته‌های تنش و گشتاور به‌دست می‌آیند:

$$N_x = 2Re[c_j \varphi_j''(z_j)], \quad N_y = 2Re[d_j \varphi_j''(z_j)], \quad N_{xy} = 2Re[e_j \varphi_j''(z_j)]$$

$$M_x = 2Re[f_j \varphi_j''(z_j)], \quad M_y = 2Re[g_j \varphi_j''(z_j)], \quad M_{xy} = 2Re[h_j \varphi_j''(z_j)] \tag{۳۴-۲}$$

مقادیر مختلط  $c_j$ ،  $d_j$ ،  $e_j$ ،  $f_j$ ،  $g_j$  و  $h_j$  با تعریف رابطه‌های (۳۴-۲)، (۲۸-۲) و (۱۸-۲) در

رابطه‌های (۲-۲۵) و (۲-۲۶) به دست می‌آیند:

$$\begin{bmatrix} c_j \\ d_j \\ e_j \\ f_j \\ g_j \\ h_j \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{16} & B_{11} & B_{12} & B_{16} \\ A_{12} & A_{22} & A_{26} & B_{12} & B_{22} & B_{26} \\ A_{16} & A_{26} & A_{66} & B_{16} & B_{26} & B_{66} \\ B_{11} & B_{12} & B_{16} & D_{11} & D_{12} & D_{16} \\ B_{12} & B_{22} & B_{26} & D_{12} & D_{22} & D_{26} \\ B_{16} & B_{26} & B_{66} & D_{16} & D_{26} & D_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_j \\ q_j s_j \\ p_j s_j + q_j \\ -1 \\ -s_j^2 \\ -2s_j \end{bmatrix} \quad (۳۵-۲)$$

همچنین نیروهای برشی  $Q_x$  و  $Q_y$  با استفاده از معادلات تعادل به صورت زیر محاسبه

می‌شوند [۵۰]:

$$Q_x = M_{x,x} + M_{xy,y} = 2Re[(f_j + s_j h_j) \varphi_j'''(z_j)]$$

$$Q_y = M_{y,y} + M_{xy,x} = 2Re[(h_j + s_j g_j) \varphi_j'''(z_j)] \quad (۳۶-۲)$$

## ۲-۲-۱ محاسبه‌ی تابع پتانسیل

تابع پتانسیل با استفاده از روش جمع آثار<sup>۱</sup>، از جمع توابع پتانسیل در دو مرحله، قابل محاسبه است. در مرحله‌ی اول، صفحه بدون گشودگی با بارگذاری در لبه‌های خارجی آن در نظر گرفته شده است. در اثر این بارگذاری در نقاطی که مرز گشودگی را مشخص می‌کنند؛ بار داخلی ایجاد می‌شود. چون مرز گشودگی در مسأله‌ی اصلی عاری از بار است؛ بنابراین فرض می‌شود که در حالت دوم نیرویی مخالف بار داخلی ایجاد شده بر مرز گشودگی اعمال می‌شود تا در نهایت مرز گشودگی بدون بار باشد.

با جمع توابع پتانسیل هر یک از حالت‌های اشاره شده، تابع پتانسیل کل به دست می‌آید. (شکل

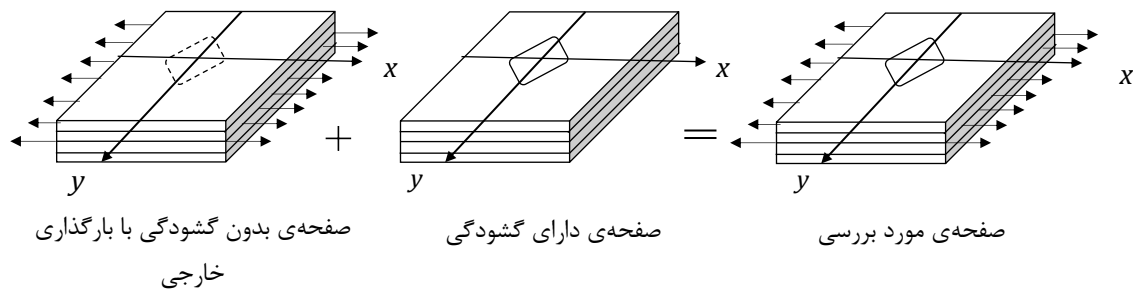
(۵-۲)

در غیاب گشودگی، تابع پتانسیل مرحله‌ی اول شکل ساده‌ای به خود می‌گیرد و به صورت یک

ثابت مختلط فرض می‌شود [۴۸]:

$$\varphi_{j1}''(z_j) = A_j \quad (۳۷-۲)$$

<sup>۱</sup> Superposition principle



شکل ۲-۵ نمایشی از روش حل

برای به‌دست آوردن این ثابت، به هشت شرط مرزی برای به‌دست آوردن بخش موهومی و حقیقی نیاز است. بدین منظور با جایگذاری تابع پتانسیل مرتبه‌ی اول در رابطه‌های (۲-۳۴) شش رابطه‌ی زیر نتیجه می‌شود:

$$\begin{aligned} N_x^\infty &= 2\text{Re}[c_j A_j], & N_y^\infty &= 2\text{Re}[d_j A_j], & N_{xy}^\infty &= 2\text{Re}[e_j A_j] \\ M_x^\infty &= 2\text{Re}[f_j A_j], & M_y^\infty &= 2\text{Re}[g_j A_j], & M_{xy}^\infty &= 2\text{Re}[h_j A_j] \end{aligned} \quad (۲-۳۸)$$

که در آن  $N_x^\infty$  تا  $M_{xy}^\infty$  منته‌های تنش در مرز خارجی صفحه را معرفی می‌کنند به گونه‌ای که وقتی  $z_j \rightarrow \infty$  منته‌ها بدین شکل تعریف می‌شوند.

$$\begin{aligned} N_x &\rightarrow N_x^\infty, & N_y &\rightarrow N_y^\infty, & N_{xy} &\rightarrow N_{xy}^\infty \\ M_x &\rightarrow M_x^\infty, & M_y &\rightarrow M_y^\infty, & M_{xy} &\rightarrow M_{xy}^\infty \end{aligned} \quad (۲-۳۹)$$

بارگذاری استفاده شده در این پایان‌نامه، تک‌محوره در جهت  $x$  ( $N_x^\infty = 1$ ) است.

برای به‌دست آوردن شرط مرزی هفتم با توجه به صلب بودن صفحه، در مرز خارجی چرخش حول محور  $z$  صفر است یا به عبارت دیگر [۴۸]:

$$\frac{\partial u}{\partial y} = \frac{\partial v}{\partial x} \quad (۲-۴۰)$$

با استفاده از این شرط و قرار دادن  $u$  و  $v$  بر حسب تابع پتانسیل مرحله‌ی اول در رابطه‌های

(۲-۲۸) شرط هفتم به‌دست می‌آید [۴۸]:

$$2\text{Re}[(p_j s_j - q_j) A_j] = 0 \quad (۲-۴۱)$$

درنهایت به منظور یکتایی جواب برای  $A_j$  شرط هشتم به‌صورت دلخواه زیر در نظر گرفته

می شود [۴۸]:

$$Im[A_j] = 0 \quad (۴۲-۲)$$

در مرحله ی دوم با استفاده از تابع پتانسیل مرتبه ی اول نیروهای داخلی  $f_x$  و  $f_y$  و نیروی عرضی  $p(s)$  و گشتاور خمشی  $m(s)$  در مرز گشودگی به وجود می آیند. با استفاده از معادلات تعادل در جهت  $x$  و  $y$  نیروهای داخلی به منتهی های  $N_x$ ،  $N_y$  و  $N_{xy}$  مربوط می شوند:

$$N_x dy - N_{xy} dx = -f_x ds \quad (۴۳-۲)$$

$$N_{xy} dy - N_y dx = -f_y ds \quad (۴۴-۲)$$

لازم به ذکر است که  $s$  بیانگر طول کمان طی شده از گشودگی است. انتگرال نیروی عرضی در مرز گشودگی به کمک رابطه ی زیر محاسبه می شود [۵۰]:

$$\int_0^s p(s) ds = f(s) \quad (۴۵-۲)$$

که در آن  $p(s)$  برابر است با:

$$\int_0^s \left( Q_n + \frac{\partial}{\partial s} M_{nt} \right) ds = - \int_0^s p(s) ds \quad (۴۶-۲)$$

و در آن

$$P = \int_0^s Q_n ds = \int_0^s Q_x dy - Q_y dx, \quad M_{nt} = \int_0^s \frac{\partial}{\partial s} M_{nt} ds \quad (۴۷-۲)$$

بنابراین می توان روابط را به صورت زیر بازنویسی کرد:

$$P + M_{nt} = -f(s) \quad (۴۸-۲)$$

گشتاور خمشی نرمال  $M_n$  در مرحله ی دوم توسط رابطه ی زیر روی مرز گشودگی بیان می شود:

$$M_n = -m(s) \quad (۴۹-۲)$$

مؤلفه های نرمال و تانژانت گشتاور در اطراف گشودگی توسط ماتریس انتقال به نیرو و گشتاور  $f(s)$  و  $m(s)$  مرتبط می شوند:

$$(M_y - M_x) \cos \alpha \sin \alpha + M_{xy} (\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha) + P = -f(s) \quad (۵۰-۲)$$

$$M_x \cos^2 \alpha + M_y \sin^2 \alpha + 2M_{xy} \cos \alpha \sin \alpha = -m(s) \quad (۵۱-۲)$$

$\alpha$  زاویه ی بین عمود بر مرز گشودگی و محور افقی است.

$$\sin \alpha = -\frac{dx}{ds}, \quad \cos \alpha = \frac{dy}{ds} \quad (52-2)$$

با ضرب رابطه‌ی (۵۰-۲) در  $\cos \alpha$  و ضرب رابطه‌ی (۵۱-۲) در  $\sin \alpha$  و جمع آن‌ها رابطه‌ی زیر نتیجه می‌شود:

$$(M_{xy} + P)dy - M_y dx = mdx - fdy \quad (53-2)$$

با ضرب رابطه‌ی (۵۰-۲) در  $\sin \alpha$  و ضرب رابطه‌ی (۵۱-۲) در  $\cos \alpha$  و تفریق آن‌ها رابطه‌ی زیر نتیجه می‌شود:

$$M_x dy - (M_{xy} - P)dx = -mdy - fdx \quad (54-2)$$

با استفاده از معادلات تعادل (۲۹-۲) و تعریف منته‌های تنش و گشتاور بر حسب تابع پتانسیل مرتبه‌ی دوم در (۳۴-۲) روابط زیر نتیجه می‌شود:

$$c_j = -s_j e_j$$

$$e_j = -s_j d_j$$

$$f_j + 2s_j h_j + s_j^2 g_j = 0 \quad (55-2)$$

سپس با قرار دادن منته‌ها بر حسب تابع پتانسیل مرحله‌ی اول در روابط (۴۳-۲)، (۴۴-۲)، (۵۳-۲) و (۵۴-۲) شرایط مرزی مرحله‌ی دوم به دست می‌آیند:

$$\int_0^s f_x ds = 2\text{Re}[e_j A_j z_j]$$

$$\int_0^s f_y ds = 2\text{Re}[d_j A_j z_j]$$

$$-\int_0^s (mdx - fdy) = 2\text{Re}[g_j A_j z_j]$$

$$-\int_0^s (mdy + fdx) = 2\text{Re}[(2h_j + s_j g_j) A_j z_j] \quad (56-2)$$

به همین ترتیب با در نظر گرفتن منته‌ها بر حسب تابع پتانسیل مرتبه‌ی دوم در (۳۴-۲) و استفاده از (۵۵-۲) و شرایط مرزی (۵۶-۲) روابط زیر نتیجه می‌شود:

$$2\text{Re}[e_j \varphi'_{j2}(z_j)] = 2\text{Re}[e_j A_j z_j]$$

$$2\text{Re}[d_j \varphi'_{j2}(z_j)] = 2\text{Re}[d_j A_j z_j]$$

$$2\text{Re}[g_j \varphi'_{j2}(z_j)] = 2\text{Re}[g_j A_j z_j]$$

$$2\text{Re}[(2h_j + s_j g_j) \varphi'_{j2}(z_j)] = 2\text{Re}[(2h_j + s_j g_j) A_j z_j] \quad (57-2)$$

با تعریف تابع نگاشت در این معادلات، تابع پتانسیل حالت دوم در صفحه  $\zeta$  به دست می آید. فرمول شوارتز برای تابع هولومورفیک  $\varphi(\zeta)$  و  $|\zeta| = 1$  در داخل ناحیه دایره ای به شعاع واحد به صورت زیر تعریف می شود [50]:

$$\varphi(\zeta) = \frac{1}{2\pi i} \oint \text{Re}[\varphi(t)] \frac{t + \zeta}{t - \zeta} \frac{dt}{t} + ia_0 \quad (58-2)$$

$a_0$  ثابت حقیقی دلخواه است. با قرار دادن معادلات (57-2) در رابطه (58-2) و محاسبه انتگرال  $\varphi'_{j2}(\zeta)$  به دست می آید و در نهایت با مشتق گیری از آن می توان  $\varphi''_{j2}(\zeta)$  را به صورت زیر به دست آورد:

$$\begin{aligned} e_j \varphi''_{j2}(\zeta) &= -\frac{\lambda}{2} \left[ (k_1 + k_2) \frac{1}{\zeta^2} + wn(k_3 + k_4) \frac{1}{\zeta^{n+1}} \right] \\ d_j \varphi''_{j2}(\zeta) &= -\frac{\lambda}{2} \left[ (k_5 + k_6) \frac{1}{\zeta^2} + wn(k_7 + k_8) \frac{1}{\zeta^{n+1}} \right] \\ g_j \varphi''_{j2}(\zeta) &= -\frac{\lambda}{2} \left[ (k_9 + k_{10}) \frac{1}{\zeta^2} + wn(k_{11} + k_{12}) \frac{1}{\zeta^{n+1}} \right] \\ (2h_j + s_j g_j) \varphi''_{j2}(\zeta) &= -\frac{\lambda}{2} \left[ (k_{13} + k_{14}) \frac{1}{\zeta^2} + wn(k_{15} + k_{16}) \frac{1}{\zeta^{n+1}} \right] \end{aligned} \quad (59-2)$$

که در آن ثوابت مختلط  $k_1$  تا  $k_{16}$  برابرند با:

$$k_1 = \overline{e_j A_j a_j}, \quad k_2 = e_j A_j b_j$$

$$k_3 = \overline{e_j A_j c'_j}, \quad k_4 = e_j A_j d'_j$$

$$k_5 = \overline{d_j A_j a_j}, \quad k_6 = d_j A_j b_j$$

$$k_7 = \overline{d_j A_j c'_j}, \quad k_8 = d_j A_j d'_j$$

$$k_9 = \overline{g_j A_j a_j}, \quad k_{10} = g_j A_j b_j$$

$$\begin{aligned} k_{11} &= \overline{g_j A_j c'_j}, & k_{12} &= g_j A_j d'_j \\ k_{13} &= \overline{(2h_j + s_j g_j) A_j a_j}, & k_{14} &= (2h_j + s_j g_j) A_j b_j \\ k_{15} &= \overline{(2h_j + s_j g_j) A_j c'_j}, & k_{16} &= (2h_j + s_j g_j) A_j d'_j \end{aligned} \quad (۶۰-۲)$$

اندیس‌های روابط (۶۰-۲) از قاعده‌ی جمع اندیسی پیروی می‌کنند. به این ترتیب تابع پتانسیل مرحله‌ی دوم در صفحه‌ی  $z$  از رابطه‌ی زیر به دست می‌آید [۵۰]:

$$\varphi''_{j2}(z_j) = \frac{\varphi''_{j2}(\zeta)}{z'_j} \quad (۶۱-۲)$$

که در آن  $z'$  مشتق مرتبه‌ی اول تابع نگاشت نسبت به  $\zeta$  می‌باشد. اکنون با داشتن تابع پتانسیل هر مرحله، تابع پتانسیل کل با استفاده از اصل جمع آثار قابل محاسبه است [۵۰]:

$$\varphi''_j(z_j) = A_j - \varphi''_{j2}(z_j) \quad (۶۲-۲)$$

درنهایت با اعمال رابطه‌ی (۶۲-۲) در رابطه‌های (۳۴-۲) منته‌های تنش و گشتاور به دست می‌آیند.

## ۲-۳ الگوریتم حل تحلیلی

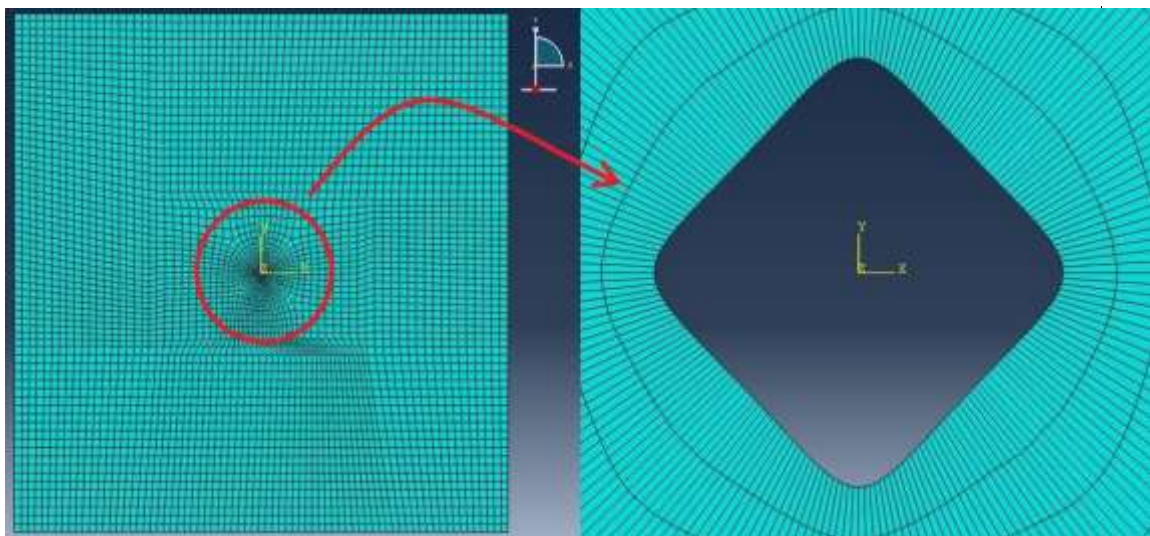
- ۱- تعیین هندسه‌ی گشودگی و جهت‌گیری آن با تعریف پارامترهای  $\beta$ ،  $n$  و  $\omega$  در رابطه‌ی (۱۱-۲) و (۱۲-۲)
- ۲- تعیین ماتریس سفتی کشش، کوپلینگ و خمش با استفاده از روابط ارائه شده در پیوست الف و رابطه‌های (۲۷-۲) با توجه به جنس ماده و نحوه‌ی چیدمان لایه‌ها و زاویه‌ی الیاف
- ۳- تعیین ریشه‌های معادله‌ی مشخصه‌ی (۳۳-۲) و ثوابت مختلط  $p_j$  و  $q_j$  در رابطه‌ی (۳۱-۲) و (۳۲-۲) با استفاده از فرمول‌های ارائه شده در پیوست ب
- ۴- تعیین ثوابت مختلط  $c_j$ ،  $d_j$ ،  $e_j$ ،  $f_j$  و  $g_j$  با استفاده از رابطه‌ی (۳۵-۲)
- ۵- محاسبه‌ی تابع پتانسیل مرحله‌ی اول با استفاده از شرایط مرزی (۳۹-۲) تا (۴۲-۲)
- ۶- محاسبه‌ی تابع پتانسیل مرحله‌ی دوم با استفاده از روابط (۵۹-۲) در صفحه‌ی  $\zeta$
- ۷- محاسبه‌ی تابع پتانسیل در صفحه‌ی  $z$  با استفاده از فرمول (۶۱-۲)

۸- محاسبه‌ی تابع پتانسیل کل با استفاده از جمع آثار (۲-۶۲)

۹- محاسبه‌ی منتجه‌های تنش و گشتاور با استفاده از تابع پتانسیل کل و رابطه‌ی (۲-۳۴)

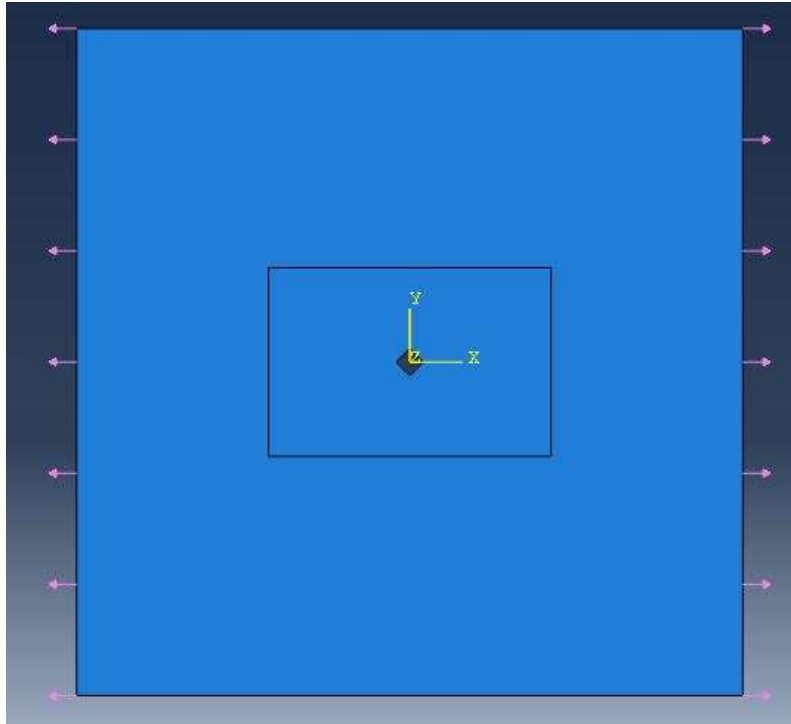
## ۲-۴ بررسی نتایج

برای بررسی نتایج حاصل از روش تحلیلی حاضر از روش اجزای محدود کمک گرفته شده است. در این قسمت به برخی از نتایج حاصل از روش اجزای محدود و مقایسه‌ی آن با حل تحلیلی حاضر اشاره شده است. ابتدا در مورد نحوه‌ی بارگذاری و المان‌بندی در محیط ABAQUS توضیح داده می‌شود. برای مش‌بندی از المان S8R که منطبق با هندسه و فیزیک مسأله است، استفاده شده است. برای اینکه صفحه بی‌نهایت به‌نظر برسد، کافی است نسبت قطر دایره‌ی محیط بر گشودگی به ابعاد صفحه، بیشتر از یک به ۲۰ باشد. نحوه‌ی مش‌بندی و اعمال بارگذاری در شکل ۲-۶ و شکل ۲-۷ نشان داده شده است. به‌منظور کاهش زمان حل و حجم محاسبات، مش‌بندی در اطراف گشودگی ریزتر از نقاط دور از گشودگی صورت گرفته است. برای یافتن بهینه‌ترین اندازه‌ی مش در ناحیه‌ی اطراف گشودگی چیدمان  $[0/90]_T$  حاوی گشودگی چهارضلعی با انحنای  $w=0/125$  تحت بارگذاری تک‌محوره با خواص مکانیکی ارائه شده در جدول ۱-۱ بررسی شد.



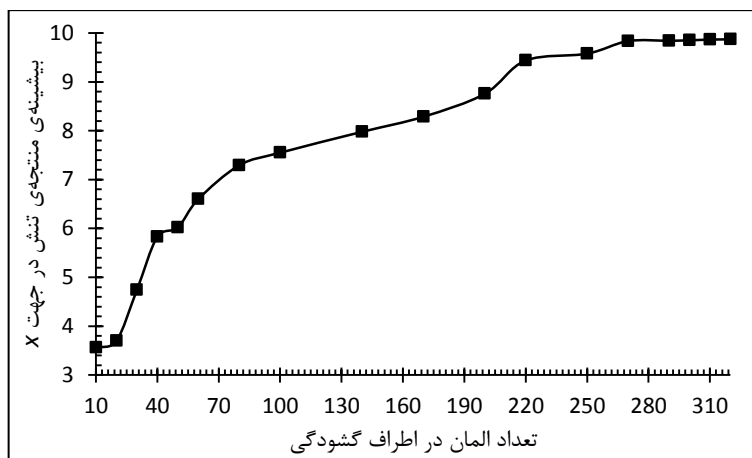
شکل ۲-۶ نحوه‌ی مش‌بندی در نرم افزار اجزای محدود





شکل ۷-۲ نحوه‌ی بارگذاری در نرم‌افزار اجزای محدود

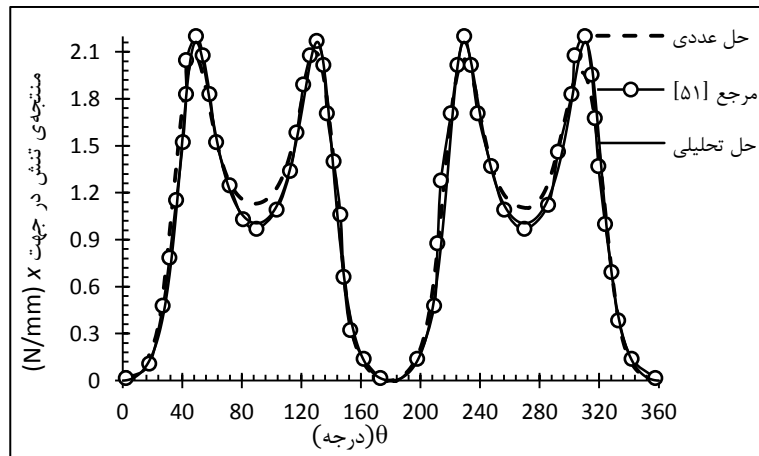
ناحیه‌ی اطراف گشودگی با اندازه‌های مختلف مش‌بندی مطالعه شد. در شکل ۷-۲ مشاهده می‌شود، برای تعداد ۲۷۰ المان در اطراف گشودگی بیشینه‌ی منته‌جی تنش به مقدار ثابتی می‌رسد. بنابراین این تعداد المان اطراف گشودگی به عنوان مش بهینه در طول تحقیق استفاده می‌شود.



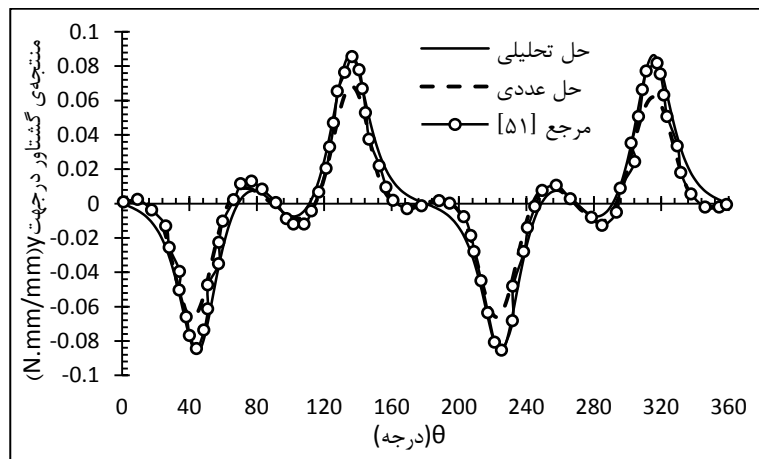
شکل ۸-۲ بررسی همگرایی مش‌بندی

علاوه بر روش اجزای محدود، از نتایج ارائه شده در مرجع [۵۱] برای بررسی درستی نتایج استفاده شده است. چن و شن با گسترش روش متغیر مختلط برای چندلایه‌های نامتقارن، توزیع

منتجه‌ی تنش و گشتاور را برای چندین چیدمان در چندلایه‌های نامتقارن حاوی گشودگی دایروی و بیضی‌شکل مورد بررسی قرار دادند. در شکل ۹-۲ تا شکل ۱۰-۲ نتایج حل تحلیلی حاضر با حل تحلیلی چن و شن و حل اجزای محدود برای گشودگی دایروی و در چیدمان  $T_{[45/-45]}$  مقایسه شده است. زاویه‌ی  $\theta$ ، زاویه‌ی نقاط روی مرز گشودگی را نسبت به محور افقی مشخص می‌کند.

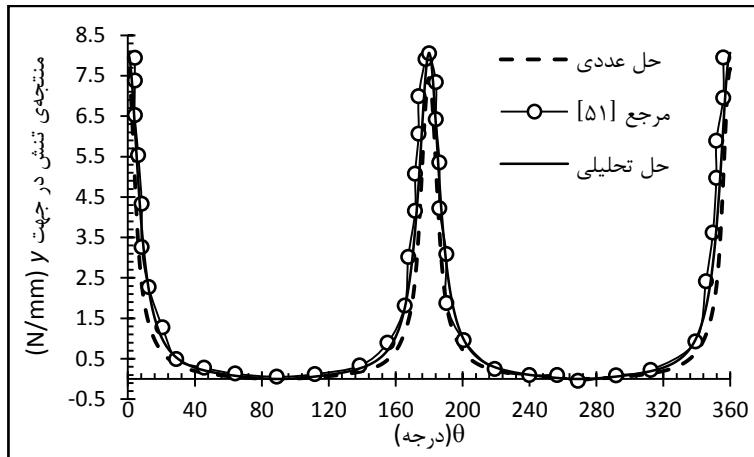


شکل ۹-۲ مقایسه‌ی توزیع منتجه‌ی تنش در جهت  $x$  با روش‌های مختلف برای گشودگی دایروی در چیدمان  $T_{[45/-45]}$

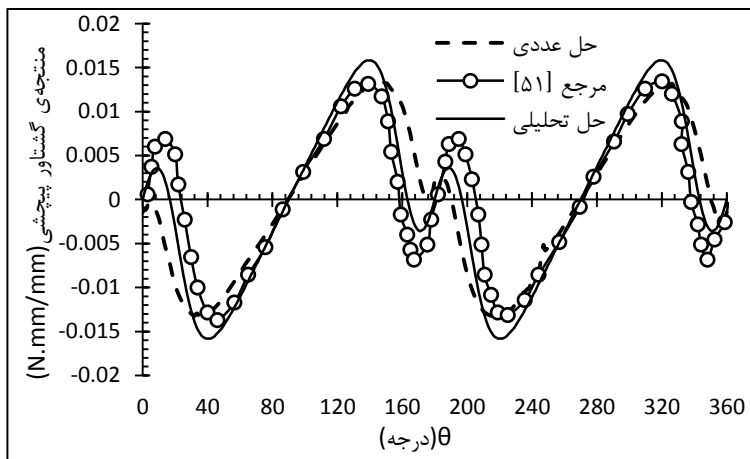


شکل ۱۰-۲ مقایسه‌ی توزیع منتجه‌ی گشتاور خمشی در جهت  $y$  با روش‌های مختلف برای گشودگی دایروی در چیدمان  $T_{[45/-45]}$

در شکل ۱۱-۲ و شکل ۱۲-۲ توزیع منتجه‌ی تنش در جهت  $y$  و منتجه‌ی گشتاور پیچشی اطراف گشودگی بیضی‌شکل و در چیدمان  $T_{[0/90]}$  با سه روش تحلیلی حاضر، حل اجزای محدود و حل تحلیلی چن و شن مقایسه شده است.



شکل ۱۱-۲ مقایسه‌ی توزیع منته‌جی تنش در جهت  $y$  با روش‌های مختلف برای گشودگی بیضی شکل در چیدمان  $[0/90]_T$



شکل ۱۲-۲ مقایسه‌ی توزیع منته‌جی گشتاور پیچشی با روش‌های مختلف برای گشودگی بیضی شکل در چیدمان  $[0/90]_T$

همان‌طور که مشاهده می‌شود تطابق خوبی بین حل تحلیلی، حل اجزای محدود و حل ارائه شده

در مرجع [۵۱] وجود دارد.

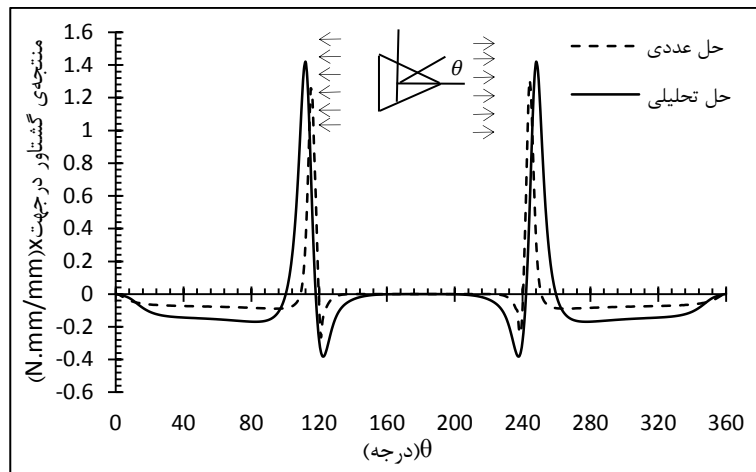
در شکل ۱۳-۲ توزیع منته‌جی گشتاور خمشی در جهت  $x$  اطراف گشودگی مثلی از دو روش

تحلیلی و اجزای محدود و در چیدمان  $[0/90]_T$  با هم مقایسه شده است. انحنای گوشه‌ی گشودگی

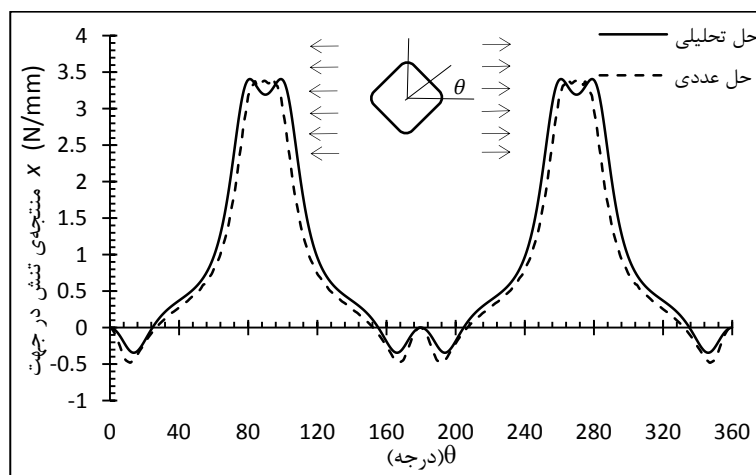
نیز برابر  $\omega=0/25$  می‌باشد. به همین ترتیب در شکل ۱۴-۲ توزیع منته‌جی تنش در جهت  $x$  اطراف

گشودگی چهارضلعی و در چیدمان  $[45/-45]_T$  از دو روش تحلیلی و اجزاء محدود با هم مقایسه شده

است. انحنای گوشه‌ی گشودگی نیز برابر  $\omega=0/125$  است.

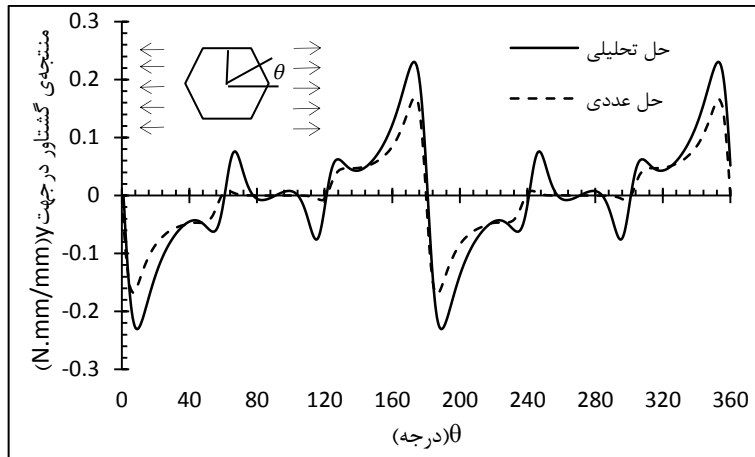


شکل ۱۳-۲ مقایسه‌ی توزیع منته‌جی گشتاور خمشی در جهت  $x$  از روش‌های تحلیلی و اجزای محدود برای گشودگی مثلی در چیدمان  $T [0/90]$

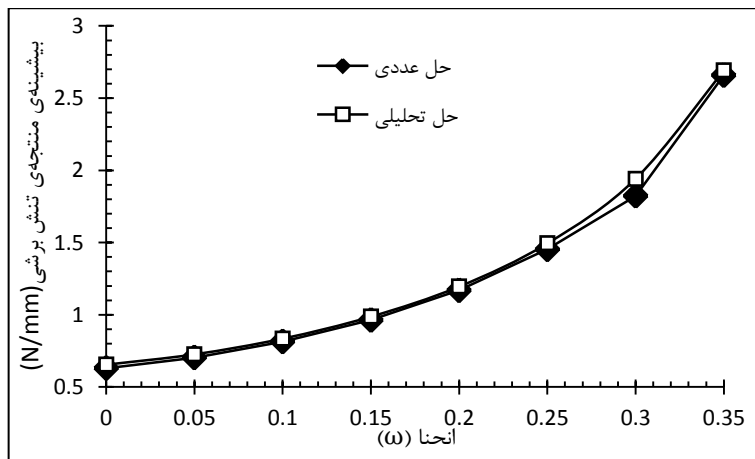


شکل ۱۴-۲ مقایسه‌ی توزیع منته‌جی تنش در جهت  $x$  از روش‌های تحلیلی و اجزای محدود برای گشودگی چهارضلعی در چیدمان  $T [45/-45]$

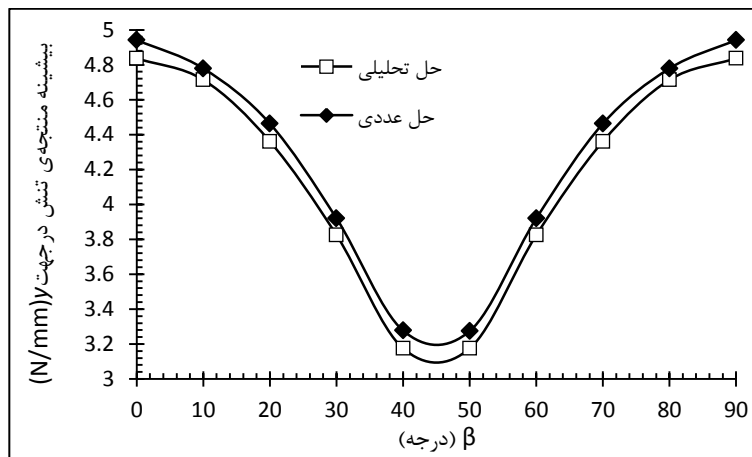
شکل ۱۵-۲ به‌طور مشابه توزیع منته‌جی گشتاور خمشی در جهت  $y$  اطراف گشودگی شش‌ضلعی با انحنای گوشه‌ی گشودگی  $\omega = 0.05$  و در چیدمان  $T [45/0/90/0/-45]$  از دو روش مورد بحث با هم مقایسه شده است. در شکل ۱۶-۲ تغییرات بیشینه‌ی منته‌جی تنش برشی برای گشودگی مثلی بر حسب انحنای گوشه‌ی آن در چیدمان  $T [0/90]$  در دو روش تحلیلی و اجزای محدود با هم مقایسه شده است و در نهایت در شکل ۱۷-۲ تغییرات بیشینه‌ی منته‌جی تنش در جهت  $y$  برای گشودگی چهارضلعی در دو روش حل تحلیلی و حل اجزای محدود و بر حسب زاویه‌ی چرخش گشودگی و در چیدمان  $T [45/0/90/0/-45]$  با هم مقایسه شده است.



شکل ۱۵-۲ مقایسه‌ی توزیع منته‌ی گشتاور خمشی در جهت  $\gamma$  از روش‌های تحلیلی و اجزای محدود برای گشودگی شش ضلعی در چیدمان  $[45/0/90/0/-45]_T$



شکل ۱۶-۲ مقایسه بیشینه‌ی تنش برشی از روش‌های تحلیلی و اجزای محدود در شعاع انحنای مختلف گشودگی مثلثی در چیدمان  $[0/90]_T$



شکل ۱۷-۲ مقایسه بیشینه‌ی تنش در جهت  $\gamma$  از روش‌های تحلیلی و اجزای محدود در زوایای چرخش مختلف گشودگی چهارضلعی در چیدمان  $[45/0/90/0/-45]_T$

همانطور که نشان داده شده است؛ نتایج حاصل از روش اجزای محدود و حل تحلیلی حاضر کاملاً به هم نزدیک است. همچنین در مواردی که نتایج حاصل از تحقیقات دیگر محققان با حل حاضر مقایسه شده است؛ درستی روابط و حل انجام شده اثبات می‌شود.

## ۲-۵ جمع‌بندی

در این فصل معادلات حاکم بر مسأله‌ی مورد بررسی، استخراج شد و نتایج حاصل از این حلّ تحلیلی با نتایج حاصل از روش اجزای محدود و حلّ تحلیلی صورت‌گرفته توسط مراجع دیگر بررسی شد. در فصول آینده، با استفاده از روابط ارائه شده در این فصل، توزیع منته‌های تنش و گشتاور در اطراف گشودگی‌های غیردایروی به‌دست می‌آید و تأثیر پارامترهای چرخش گشودگی و شعاع انحنای آن و همچنین تأثیر نحوه‌ی چیدمان لایه‌ها بر توزیع منته‌های تنش و گشتاور مورد بررسی قرار می‌گیرد.

## فصل ۳ : گشودگی مثلثی

---

در این بخش، به بررسی تأثیر پارامترهای مختلف همچون انحنای گوشه‌ی گشودگی ( $\omega$ )، زاویه‌ی چرخش گشودگی ( $\beta$ ) و تأثیر نحوه‌ی چیدمان لایه‌ها، بر توزیع شش منته‌جه‌ی تنش و گشتاور اطراف گشودگی مثلثی پرداخته می‌شود. برای این منظور از کامپوزیت گرافیت BMI که خواص مکانیکی آن در فصل ۱ و در جدول ۱-۱ ارائه شده، استفاده شده است. همچنین بارگذاری چندلایه تک‌محوره و در جهت  $x$  صورت می‌گیرد

اگر در رابطه‌ی (۲-۲) که برای ایجاد گشودگی‌هایی با هندسه‌های مختلف در فصل قبل به آن اشاره شد، مقادیر  $n$  و  $c$  به ترتیب برابر ۲ و ۱ قرار داده شود؛ برای  $\omega$ های مختلف که در بازه‌ی  $0 \leq \omega \leq 0.5$  قرار دارند نقاطی در بازه‌ی  $0 \leq \theta \leq 2\pi$  به دست می‌آیند که مثلث‌هایی با انحنای مختلف ایجاد می‌کنند.

لازم به ذکر است که در این بخش و بخش‌های بعد زاویه‌ی  $\theta$  نشان‌دهنده‌ی زاویه‌ی پیرامون گشودگی است و منظور از منته‌جه‌های تنش بی‌بعد<sup>۱</sup> نسبت منته‌جه‌ی تنش در اطراف گشودگی به بارگذاری اعمالی است. از آنجا که بارگذاری در لبه‌های صفحه‌ی مورد بررسی به صورت  $N_x^\infty = 1$  در نظر گرفته شده است، لذا مقدار منته‌جه‌ی تنش بی‌بعد با مقدار منته‌جه‌ی تنش برابر است. همچنین منته‌جه‌های گشتاور بی‌بعد<sup>۲</sup> نسبت منته‌جه‌ی گشتاور در اطراف گشودگی به حاصلضرب بارگذاری اعمالی در ضخامت کل چندلایه ( $H$ ) است. در این پایان‌نامه منته‌جه‌های تنش بی‌بعد با  $n_x$ ،  $n_y$ ،  $n_{xy}$  و منته‌جه‌های گشتاور بی‌بعد با  $m_x$ ،  $m_y$  و  $m_{xy}$  نشان داده شده‌اند.

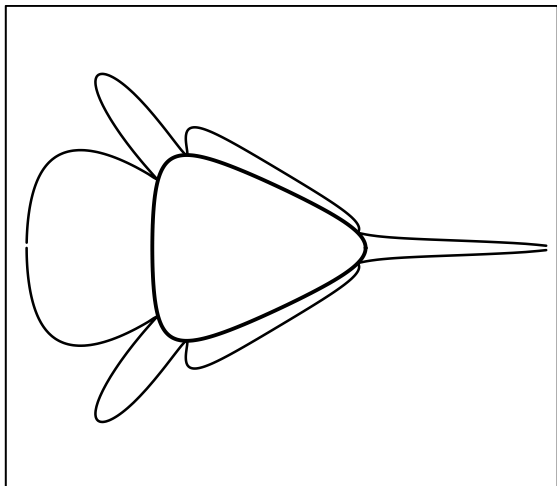
در شکل ۱-۳ تا شکل ۳-۶ نمایشی از توزیع شش منته‌جه‌ی تنش و گشتاور اطراف گشودگی مثلثی نشان داده شده است.

در این بخش و بخش‌های دیگر به منظور بررسی تأثیر هر پارامتر بر توزیع منته‌جه‌های تنش و گشتاور و مقادیر بیشینه‌ی آن‌ها سایر پارامترها ثابت در نظر گرفته می‌شوند. در این بخش نیز انحنای گوشه‌ی مثلث  $\omega = 0.2$  و زاویه‌ی چرخش آن صفر در نظر گرفته شده است.

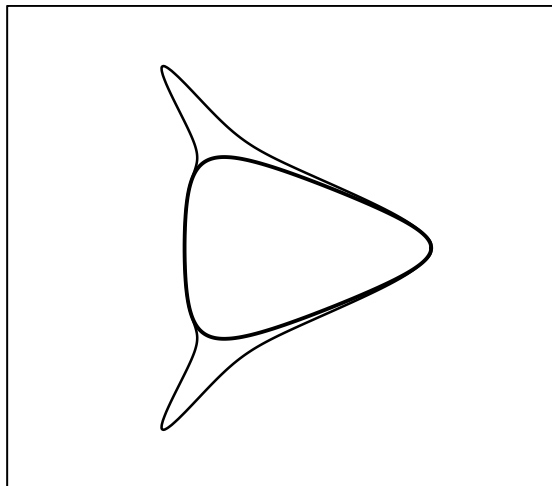
<sup>1</sup> Normalized Stress Resultant

<sup>2</sup> Normalized Moment Resultant

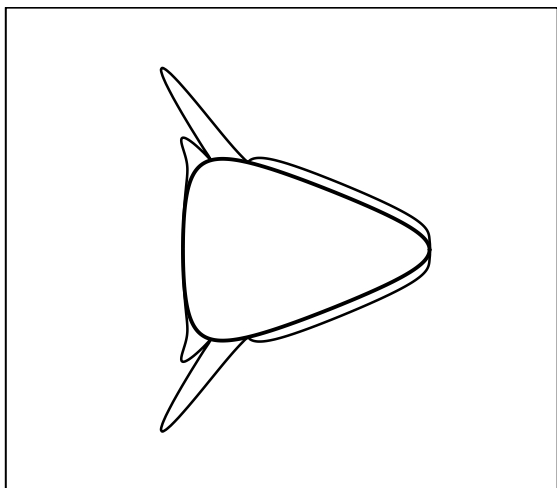




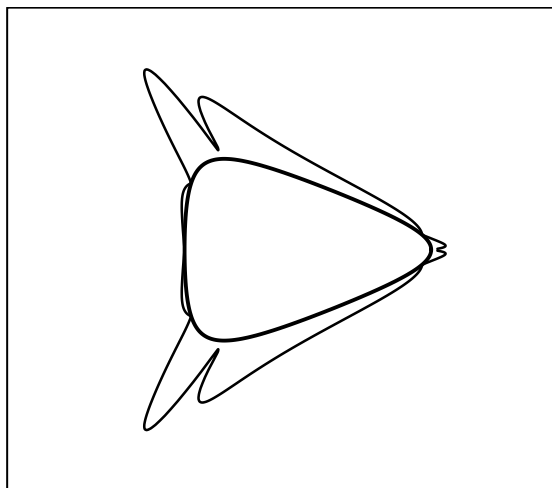
شکل ۲-۳ توزیع منتهی تنش در جهت  $y$  اطراف گشودگی مثلثی



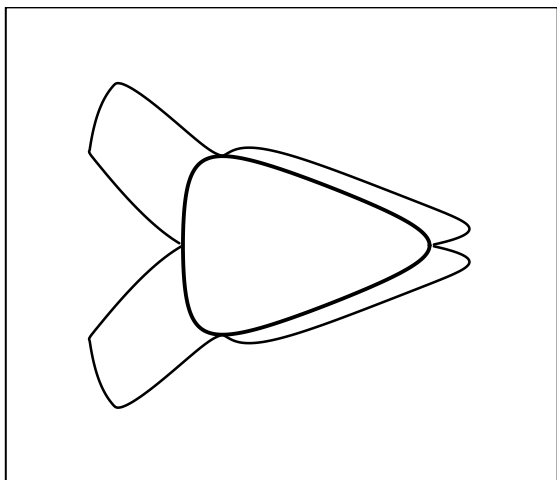
شکل ۱-۳ توزیع منتهی تنش در جهت  $x$  اطراف گشودگی مثلثی



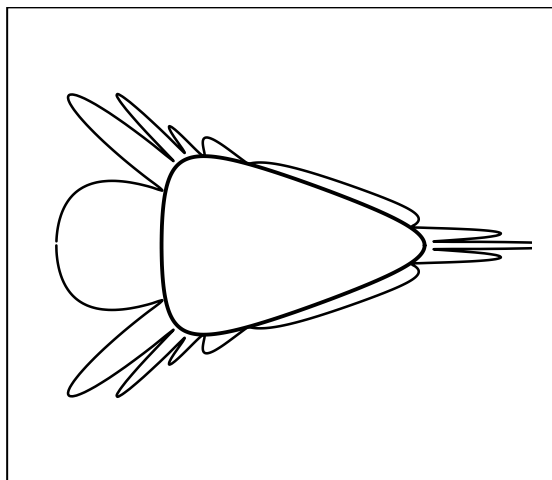
شکل ۴-۳ توزیع منتهی گشتاور در جهت  $x$  اطراف گشودگی مثلثی



شکل ۳-۳ توزیع منتهی تنش برشی اطراف گشودگی مثلثی



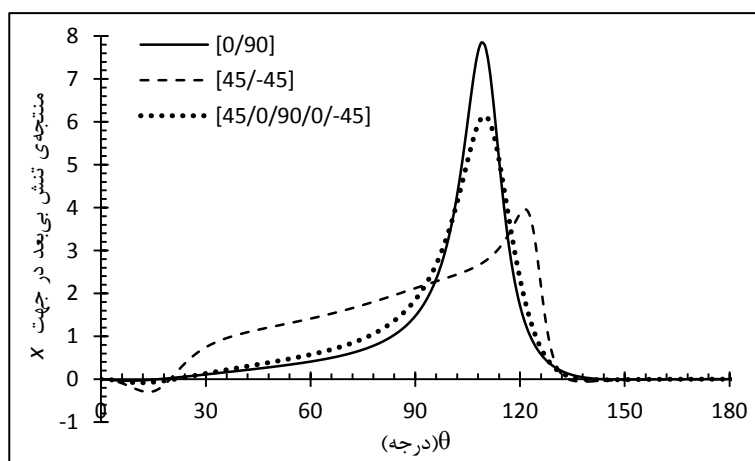
شکل ۶-۳ توزیع منتهی گشتاور پیچشی اطراف گشودگی مثلثی



شکل ۵-۳ توزیع منتهی گشتاور در جهت  $y$  اطراف گشودگی مثلثی

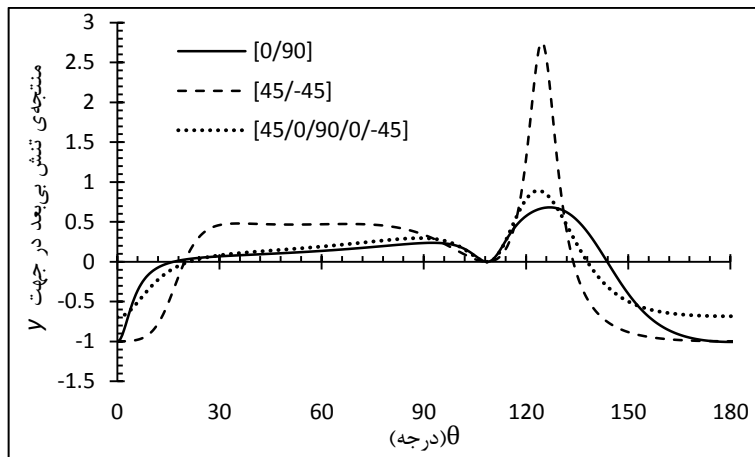
در شکل ۳-۷ تا شکل ۳-۱۲ توزیع منته‌های تنش و گشتاور بی‌بعد در اطراف گشودگی مثلثی برای سه چیدمان قابل مشاهده است. برای این منظور نیز زاویه‌ی چرخش گشودگی صفر و شعاع انحنای گوشه‌ی گشودگی  $\omega=0.2$  در نظر گرفته شده است.

همان‌طور که مشاهده می‌شود، چیدمان لایه‌ها یکی از پارامترهای تأثیرگذار بر توزیع منته‌های تنش و گشتاور اطراف گشودگی است. در شکل ۳-۷ تغییرات منته‌ی  $n_x$  برای سه چیدمان مختلف نشان داده شده است. برای این منته و سایر منته‌ها، در هر سه چیدمان رفتار متناوب پس از زاویه‌ی ۱۸۰ درجه مشاهده می‌شود، به‌همین دلیل نتایج تا زاویه‌ی ۱۸۰ درجه گزارش شده است. مقادیر بیشینه‌ی منته‌ی تنش بی‌بعد در جهت  $x$  برای چیدمان  $[0/90]_T$  بیشتر از دو چیدمان دیگر است و مقادیر بیشینه برای سه چیدمان در بازه‌ی  $110 \leq \theta \leq 120$  درجه رخ می‌دهند. همچنین همان‌طور که مشاهده می‌شود مقدار این منته برای هر سه چیدمان در زوایای ۰ و ۱۸۰ درجه صفر است.



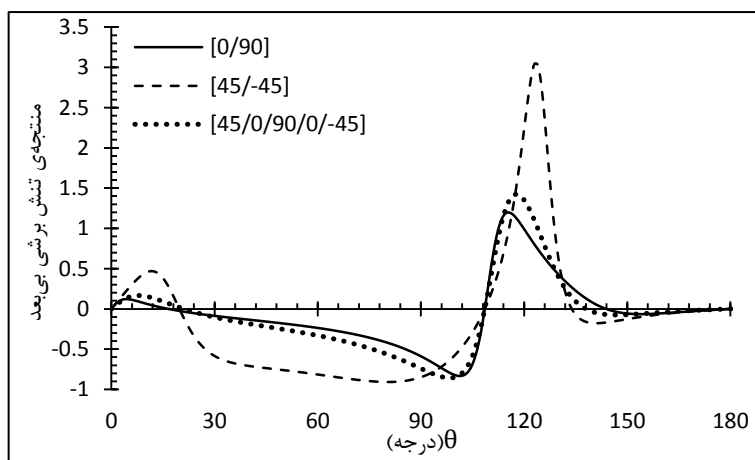
شکل ۳-۷ توزیع منته‌ی تنش بی‌بعد در جهت  $x$  اطراف گشودگی مثلثی در سه چیدمان مختلف

اما همان‌طور که در شکل ۳-۸ دیده می‌شود، در جهت  $y$  چیدمان‌ها رفتار متفاوتی نشان می‌دهند و چیدمان  $[45/-45]_T$  در این جهت مقادیر بیشینه‌ی منته‌ی بی‌بعد بیشتری دارد. بیشینه‌ی چیدمان‌های  $[0/90]_T$  و  $[45/0/90/0/-45]_T$  در زوایای ۰ و ۱۸۰ درجه و مقدار بیشینه‌ی چیدمان  $[45/-45]_T$  در زاویه‌ی ۱۲۵ درجه قرار دارد.



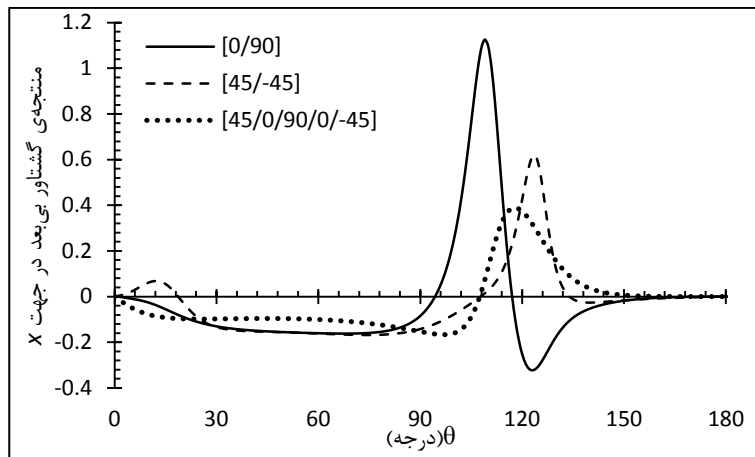
شکل ۸-۳ توزیع منتهجی تنش بی‌بعد در جهت  $y$  اطراف گشودگی مثلثی در سه چیدمان مختلف

در شکل ۳-۹ تغییرات منتهجی تنش برشی بی‌بعد مشاهده می‌شود. در این منتهجی نیز مشاهده می‌شود که چیدمان  $[45/-45]_T$  مقادیر بیشینه‌ی بیشتری نسبت به چیدمان‌های دیگر دارد. بیشینه‌ها برای هر سه چیدمان در بازه‌ی  $115 \leq \theta \leq 125$  درجه قرار دارد و مقدار این منتهجی در هر سه چیدمان در زوایای ۰ و ۱۸۰ درجه صفر است.



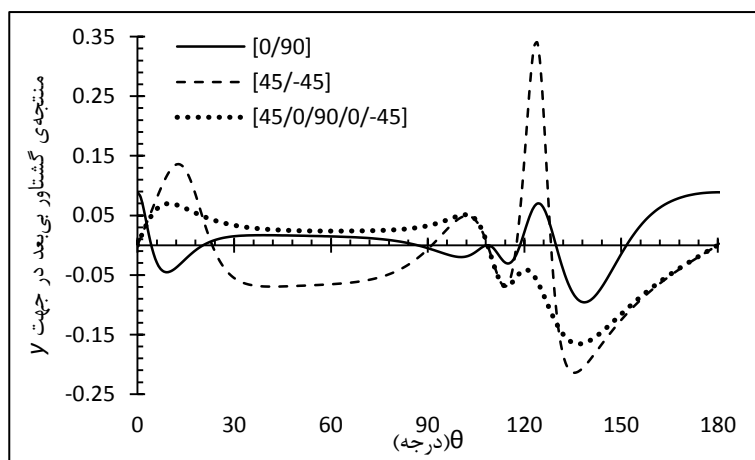
شکل ۳-۹ توزیع منتهجی تنش برشی بی‌بعد اطراف گشودگی مثلثی در سه چیدمان مختلف

در شکل ۳-۱۰ تغییرات گشتاور خمشی بی‌بعد در جهت  $x$  مشاهده می‌شود. مانند منتهجی تنش  $n_x$  در این منتهجی نیز چیدمان  $[0/90]_T$  مقدار بیشینه‌ی منتهجی بی‌بعد بیشتری را به خود اختصاص می‌دهد. در این منتهجی نیز هر سه چیدمان در زوایای ۰ و ۱۸۰ درجه مقدار صفر را اختیار می‌کنند و بیشینه‌ی آن‌ها در بازه‌ی  $110 \leq \theta \leq 125$  درجه اتفاق می‌افتد.



شکل ۱۰-۳ توزیع منتجه‌ی گشتاور بی‌بعد در جهت  $x$  اطراف گشودگی مثلثی در سه چیدمان مختلف

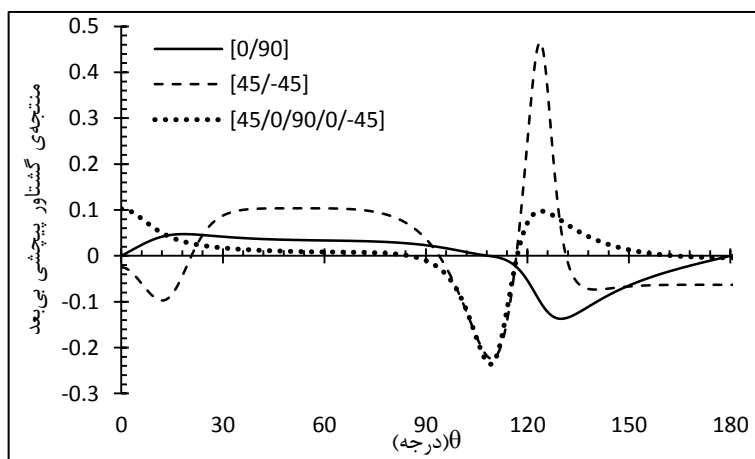
شکل ۱۱-۳ رفتار منتجه‌ی گشتاور خمشی در جهت  $y$  ( $m_y$ ) را نشان می‌دهد. در این منتجه مشاهده می‌شود که چیدمان  $[45/-45]_T$  بیشترین مقدار بیشینه‌ی منتجه‌ی بی‌بعد را دارد. بیشینه‌ها در این منتجه برای هر سه چیدمان در بازه‌ی  $112 \leq \theta \leq 140$  درجه قرار دارند و مقدار این منتجه برای دو چیدمان  $[45/-45]_T$  و  $[45/0/90/0/-45]_T$  در زوایای ۰ و  $180$  درجه صفر است.



شکل ۱۱-۳ توزیع منتجه‌ی گشتاور بی‌بعد در جهت  $y$  اطراف گشودگی مثلثی در سه چیدمان مختلف

در نهایت شکل ۱۲-۳ تغییرات منتجه‌ی گشتاور پیچشی بی‌بعد را برای سه چیدمان نشان می‌دهد. مقادیر بیشینه‌ی این منتجه برای چیدمان  $[45/-45]_T$  بیشتر از سایر چیدمان‌ها است. و مقادیر بیشینه در این منتجه برای هر سه چیدمان در بازه‌ی  $110 \leq \theta \leq 130$  درجه اتفاق می‌افتد. نتایج نشان می‌دهد که برای منتجه‌های در جهت  $x$  چیدمان  $[0/90]_T$  و در سایر منتجه‌ها چیدمان  $[45/-45]_T$

مقادیر بیشینه‌ی بیشتر را به خود اختصاص می‌دهند. همچنین در یک مقایسه‌ی کلی مشخص می‌شود که نتیجه‌ها در جهت بارگذاری و در چیدمان  $[0/90]$  بیشترین مقادیر بیشینه را دارند.



شکل ۳-۱۲ توزیع منتهی گشتاور پیچشی بی‌بعد اطراف گشودگی مثلثی در سه چیدمان مختلف

### ۳-۱- تأثیر انحنای گوشه‌ی گشودگی

همان‌طور که در بخش تابع نگاشت اشاره شد، پارامتر  $\omega$  بر میزان نرمی یا تیزی لبه‌ی گشودگی تأثیر می‌گذارد و افزایش یا کاهش آن به ترتیب باعث تیز شدن و نرم شدن گوشه‌های گشودگی می‌شود. با کنترل این پارامتر همان‌طور که در این فصل و فصل‌های بعدی دیده می‌شود، می‌توان منتهی‌های تنش و گشتاور را به میزان قابل توجهی کاهش داد. در شکل ۳-۱۳ تأثیر این پارامتر بر شکل گشودگی مثلثی مشاهده می‌شود. لازم به ذکر است که نتایج ارائه شده در این بخش برای زاویه‌ی چرخش گشودگی صفر درجه می‌باشد.



$$\omega=0$$

$$\omega=0.1$$

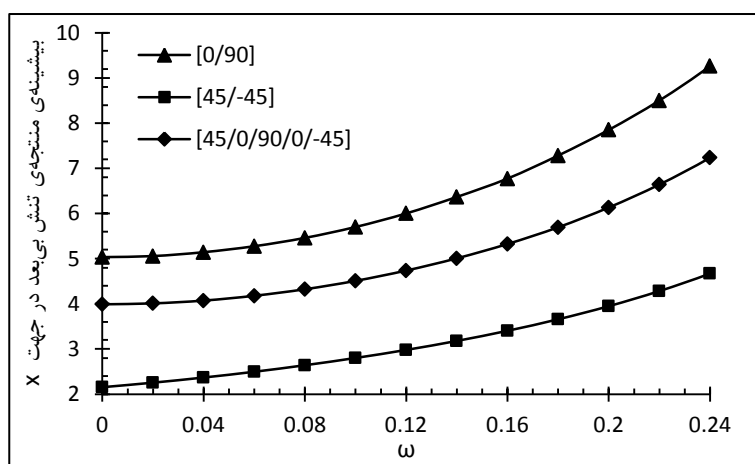
$$\omega=0.2$$

$$\omega=0.3$$

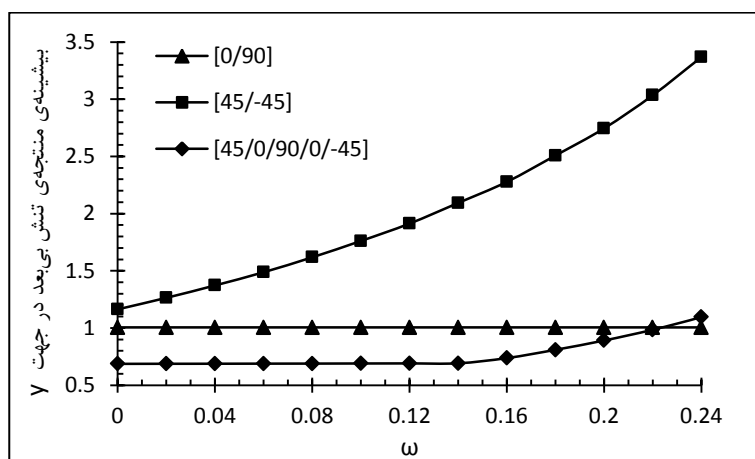
شکل ۳-۱۳ تأثیر انحنای گوشه‌ی گشودگی بر شکل گشودگی مثلثی

در شکل ۳-۱۴ تا شکل ۳-۱۹ تأثیر پارامتر انحنای گوشه‌ی گشودگی بر بیشینه‌ی منتهی‌ها در سه چیدمان مختلف مشاهده می‌شود. با فرض اینکه رفتار ماده در کشش و فشار یکسان است، مقادیر

قدرمطلق بیشینه‌ی منته‌ها گزارش شده است. در تمام منته‌ها مشاهده می‌شود که برای هر سه چیدمان  $\omega=0$  محلّ منته‌ی مطلوب است. در شکل ۳-۱۴ تغییرات بیشینه‌ی منته‌ی  $n_x$  بر حسب انحنای سه چیدمان دیده می‌شود. مشهود که چیدمان  $[0/90]_T$  بیشترین و چیدمان  $[45/-45]_T$  کمترین بیشینه‌ی  $n_x$  را دارند. منته‌ی  $n_y$  مطابق شکل ۳-۱۵ برای چیدمان  $[0/90]_T$  تغییر نمی‌کند. چیدمان  $[45/0/90/0/-45]_T$  رفتاری مشابه تا انحنای  $\omega=0/14$  دارد و با افزایش انحنای پس از آن تنها به میزان ناچیزی افزایش می‌یابد. اما چیدمان  $[45/-45]_T$  دارای بیشترین مقدار بیشینه‌ی منته‌ی  $n_y$  است و با افزایش انحنای مقادیر آن برای این چیدمان افزایش می‌یابد.

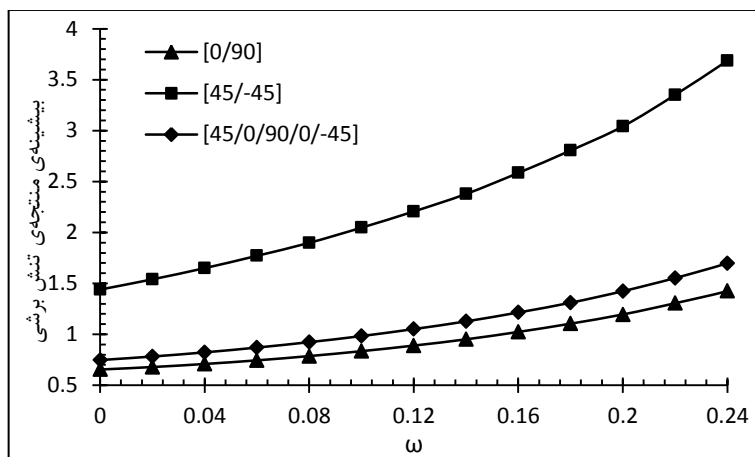


شکل ۳-۱۴ تأثیر انحنای گوشه‌ی گشودگی بر بیشینه‌ی منته‌ی تنش بی‌بعد در جهت  $x$  برای گشودگی مثلثی در سه چیدمان مختلف



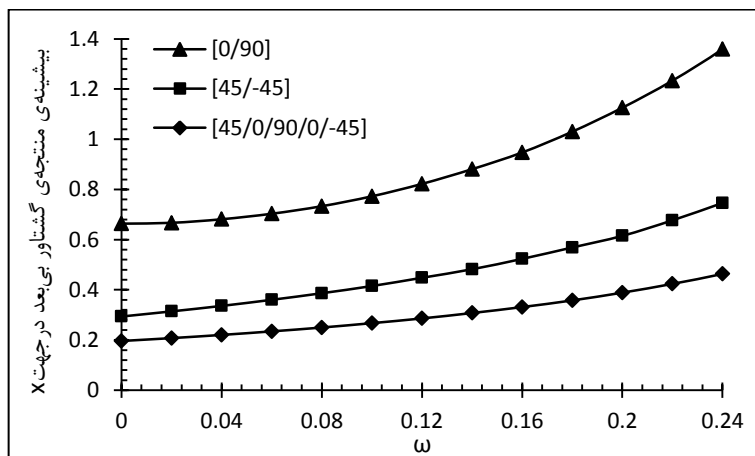
شکل ۳-۱۵ تأثیر انحنای گوشه‌ی گشودگی بر بیشینه‌ی منته‌ی تنش بی‌بعد در جهت  $y$  برای گشودگی مثلثی در سه چیدمان مختلف

در شکل ۳-۱۶ بیشینه‌ی منتجه‌ی تنش برشی برای سه چیدمان بر حسب انحنا مقایسه شده است. بیشینه‌ی  $n_{xy}$  برای چیدمان‌های  $[0/90]_T$  و  $[45/0/90/0/-45]_T$  نزدیک به هم بوده اما چیدمان  $[45/-45]_T$  در این منته مقدار بیشینه‌ی بیشتری دارد.



شکل ۳-۱۶ تأثیر انحنا‌ی گوشه‌ی گشودگی بر بیشینه‌ی منتجه‌ی تنش برشی برای گشودگی مثلثی در سه چیدمان مختلف

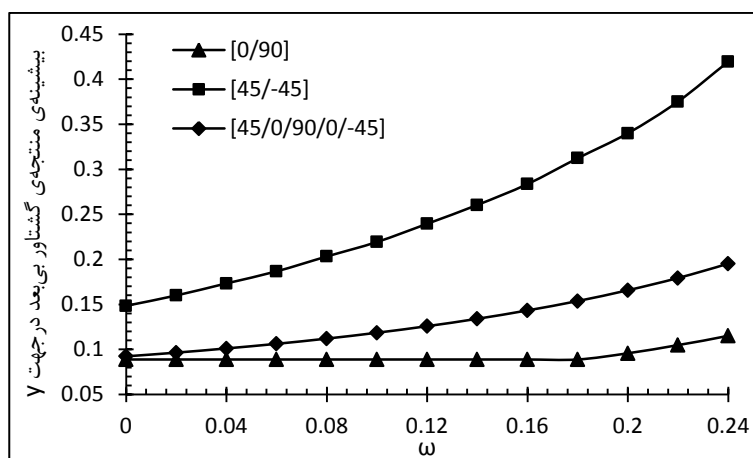
گشتاور  $m_x$  مطابق شکل ۳-۱۷ برای چیدمان  $[0/90]_T$  مقدار بیشینه‌ی بیشتر و برای چیدمان  $[45/0/90/0/-45]_T$  مقدار کمتر را دارد.



شکل ۳-۱۷ تأثیر انحنا‌ی گوشه‌ی گشودگی بر بیشینه‌ی منتجه‌ی گشتاور بی‌بعد در جهت  $x$  برای گشودگی مثلثی در سه چیدمان مختلف

مانند منتجه‌ی  $m_y$ ، منتجه‌ی گشتاور  $m_y$  نیز برای چیدمان  $[0/90]_T$  با افزایش انحنا تغییر قابل توجهی نمی‌کند (شکل ۳-۱۸). مقادیر  $m_y$  برای چیدمان  $[45/-45]_T$  بیشترین مقدار و برای چیدمان

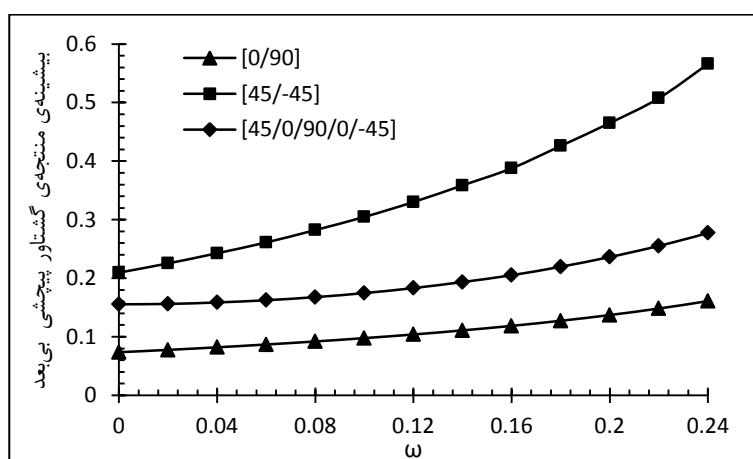
$[0/90]_T$  کمترین مقدار را دارد.



شکل ۳-۱۸ تأثیر انحنای گوشه‌ی گشودگی بر بیشینه‌ی منته‌ی گشتاور بی‌بعد در جهت  $y$  برای گشودگی مثلثی در سه چیدمان مختلف

در نهایت تغییرات گشتاور پیچشی بی‌بعد بر حسب انحنا در شکل ۳-۱۹ نشان داده شده است.

چیدمان  $[45/-45]_T$  بیشترین مقدار بیشینه‌ی  $m_{xy}$  و چیدمان  $[0/90]_T$  کمترین مقدار این منته‌ را به خود اختصاص می‌دهد. در یک نتیجه‌گیری کلی مشخص می‌شود که در جهت  $x$  بیشینه‌ی منته‌ها در چیدمان  $[0/90]_T$  دارای بیشترین مقدار هستند و بیشینه‌ی منته‌ها در جهت  $y$  و همچنین بیشینه‌ی منته‌های تنش برشی و گشتاور پیچشی در چیدمان  $[45/-45]_T$  بیشترین مقدار را اختیار می‌کنند.

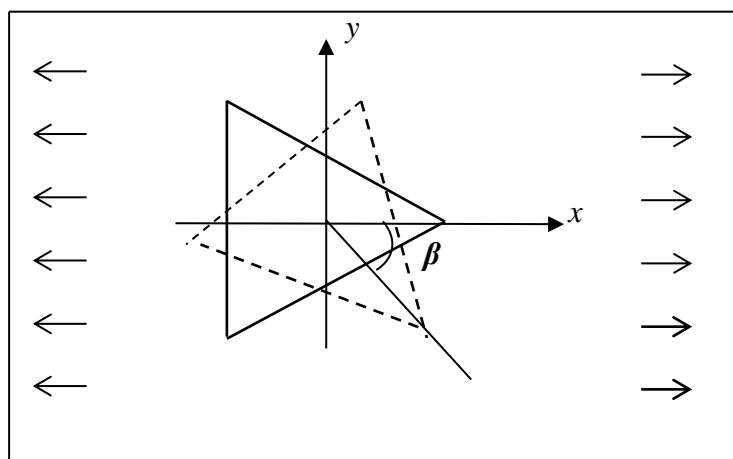


شکل ۳-۱۹ تأثیر انحنای گوشه‌ی گشودگی بر بیشینه‌ی منته‌ی گشتاور پیچشی بی‌بعد برای گشودگی مثلثی در سه چیدمان مختلف



## ۲-۳ تأثیر زاویه‌ی چرخش گشودگی

یکی از پارامترهای تأثیرگذار بر نتیجه‌های تنش و گشتاور، زاویه‌ی چرخش گشودگی است. منظور از زاویه چرخش گشودگی مطابق شکل ۲۰-۳، زاویه‌ای است که محور اصلی گشودگی نسبت به محور افق (محور  $x$ ) می‌سازد. این زاویه در شکل با  $\beta$  نشان داده شده است.



شکل ۲۰-۳ نمایش زاویه‌ی چرخش گشودگی مثلثی

در بررسی تأثیر پارامتر زاویه‌ی چرخش گشودگی مثلثی برای هر چیدمان، مشاهده می‌شود که برای هر گشودگی تغییرات بیشینه‌ی نتیجه‌های بی‌بعد بر حسب زاویه‌ی چرخش پس از یک زاویه‌ی چرخش خاص به صورت متناوب تکرار می‌شود. بنابراین کافی است تا نتایج در زاویه‌ی چرخش بین صفر تا زاویه‌ی تناوب ارائه شود. برای مثلث زاویه‌ی تناوب برابر ۶۰ درجه است و این رفتار متناوب برای سایر نتیجه‌ها و در سایر چیدمان‌ها نیز برقرار است لذا از نمایش نمودارهای مشابه چشم‌پوشی شده است و نتایج برای همه‌ی نتیجه‌ها در این گشودگی و برای سایر گشودگی‌ها در فصل‌های بعد تا زاویه‌ی تناوب آن‌ها گزارش شده است.

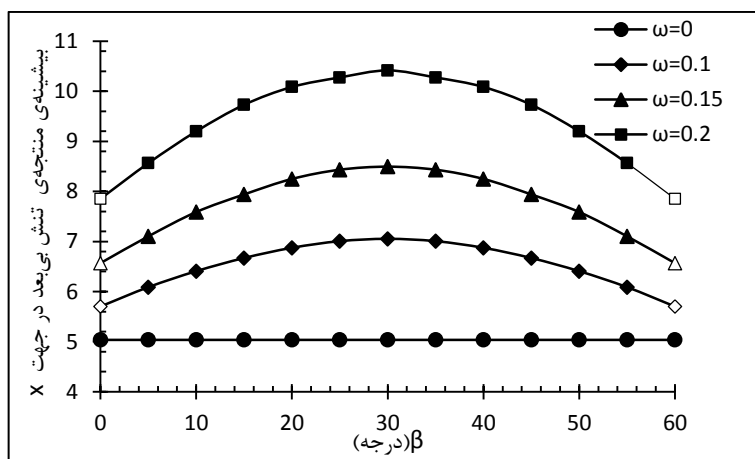
در شکل ۲۱-۳ تا شکل ۳۸-۳ تأثیر زاویه‌ی چرخش گشودگی بر بیشینه‌ی نتیجه‌های تنش و گشتاور برای چیدمان‌های  $[0/90]_T$ ،  $[45/45]_T$  و  $[45/0/90/0/45]_T$  در چندین انحنای مختلف نشان داده شده است. این نمودارها گویای چند نکته‌ی مهم هستند؛ نخست اینکه در تمامی این

نمودارها با تغییر زاویه چرخش، بیشینه‌ی منتجه‌ی تنش بی‌بعد تغییر می‌کند و در زوایای خاصی که برای گشودگی‌های مختلف و منتجه‌های مختلف، متفاوت است؛ بیشینه‌ی منتجه‌ها کمترین و بیشترین مقدار را داراست. بنابراین برای گشودگی مثلثی در انحنای مشخص شده، می‌توان در یک زاویه‌ی چرخش خاص کمترین منتجه‌ی بی‌بعد را داشت. این کمترین منتجه‌ی بی‌بعد، منتجه‌ی مطلوب بی‌بعد و یا به اختصار منتجه‌ی مطلوب<sup>۱</sup> نامیده می‌شود. در طراحی باید با انتخاب زاویه‌ی چرخش مناسب سعی کرد تا به منتجه‌ی مطلوب رسید. از طرفی اگر زاویه‌ی چرخش به‌گونه‌ای انتخاب شود که منتجه‌ی بی‌بعد بیشترین مقدار را داشته باشد، منتجه‌ی حاصل، منتجه‌ی نامطلوب بی‌بعد و یا به اختصار منتجه‌ی نامطلوب<sup>۲</sup> نامگذاری می‌شود. در تمامی اشکال محلّ قرارگیری منتجه‌های مطلوب به‌صورت توخالی مشخص شده‌اند. نکته‌ی دومی که در این اشکال دیده می‌شود این است که همان‌طور که در بخش انحنای گوشه‌ی گشودگی اشاره شد، با افزایش شعاع انحنای گوشه‌ی گشودگی بیشینه‌ی منتجه‌ها نیز افزایش می‌یابد و در انحنای  $\omega=0$  مشاهده می‌شود که منتجه‌ها مقادیر بیشینه‌ی کمتری نسبت به سایر انحنای دارند. از طرفی با چرخش گشودگی همان‌طور که انتظار است، بیشینه‌ی منتجه‌ها برای گشودگی دایروی ( $\omega=0$ ) تغییر نمی‌کند. نکته‌ی سومی که در تمام اشکال وجود دارد تقارن مقادیر بیشینه نسبت به زاویه‌ی چرخش  $\beta=30^\circ$  است. به‌عنوان مثال در زوایای چرخش  $\beta=15^\circ$  و  $\beta=45^\circ$  مشاهده می‌شود که بیشینه‌ی همه‌ی منتجه‌ها دارای مقادیر یکسانی هستند. در ادامه توضیح داده خواهد شد که با وجود برابر بودن مقادیر بیشینه‌ی منتجه‌ها در این زوایا، محلّ قرار گرفتن بیشینه‌ها در اطراف گشودگی برای این زوایا متفاوت است. در شکل ۳-۲۱ تأثیر زاویه‌ی چرخش گشودگی بر بیشینه‌ی منتجه‌ی  $n_x$  در چیدمان  $[0/90]_T$  نشان داده شده است. مشاهده می‌شود که منتجه‌ی مطلوب  $n_x$  برای این چیدمان در زوایای چرخش  $\beta=0^\circ$  و  $\beta=60^\circ$  اتفاق می‌افتد. درحالی‌که همان‌طور که در شکل ۳-۲۲ نشان داده شده است، چیدمان

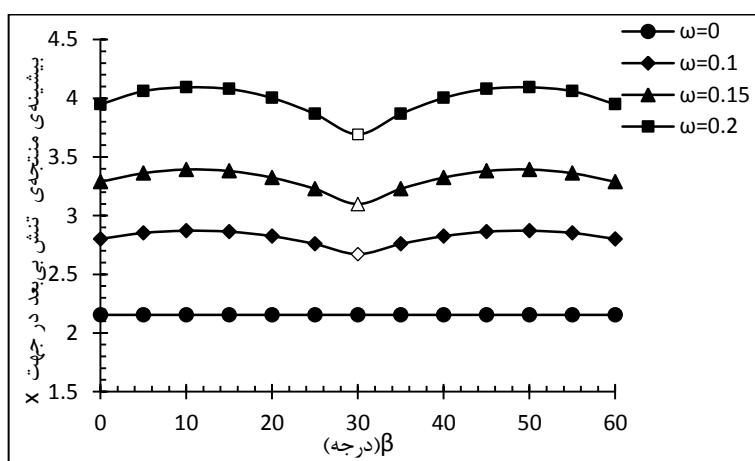
<sup>1</sup>Desirable Resultant

<sup>2</sup>Undesirable Resultant

رفتار متفاوتی از خود نشان می‌دهد؛ به‌گونه‌ای که منتهی مطلوب  $n_x$  برای این چیدمان در  $\beta = 30^\circ$  قرار دارد.

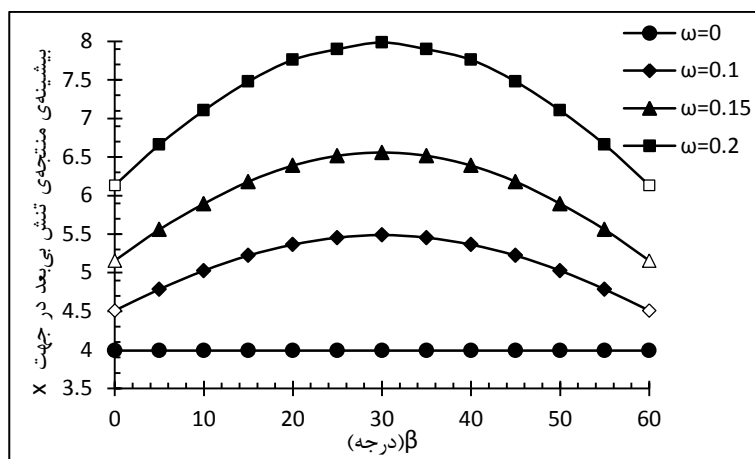


شکل ۲۱-۳ تأثیر زاویه چرخش بر بیشینه‌ی منتهی تنش بی‌بعد در جهت  $x$  برای گشودگی مثلثی در چیدمان  $[0/90]_T$



شکل ۲۲-۳ تأثیر زاویه چرخش بر بیشینه‌ی منتهی تنش بی‌بعد در جهت  $x$  برای گشودگی مثلثی در چیدمان  $[45/-45]_T$

در شکل ۲۳-۳ تأثیر زاویه چرخش گشودگی بر بیشینه‌ی منتهی تنش  $n_x$  در چیدمان  $[45/0/90/0/-45]_T$  نشان داده شده است. در این چیدمان نیز مشابه چیدمان  $[0/90]_T$  منتهی مطلوب  $n_x$  در زوایای چرخش  $\beta = 0^\circ$  و  $\beta = 60^\circ$  اتفاق می‌افتد. علاوه بر این با یک مقایسه کلی در رفتار این منتهی در سه چیدمان مشاهده می‌شود که مقدار بیشینه‌ی این منتهی تنش در چیدمان  $[45/-45]_T$  در انحنای یکسان کمتر از سایر چیدمان‌هاست.



شکل ۳-۲۳ تأثیر زاویه چرخش بر بیشینه‌ی منتجه‌ی تنش بی‌بعد در جهت  $x$  برای گشودگی مثلثی در چیدمان  $[45/0/90/0/-45]_T$

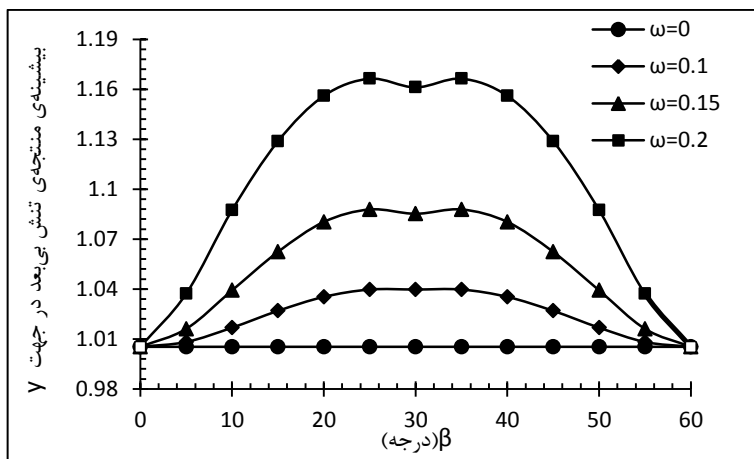
در جدول ۳-۱ مقادیر منتجه‌ی تنش مطلوب و نامطلوب  $n_x$  و زاویه‌ی چرخش آن‌ها برای

گشودگی مثلثی در سه چیدمان گزارش شده است.

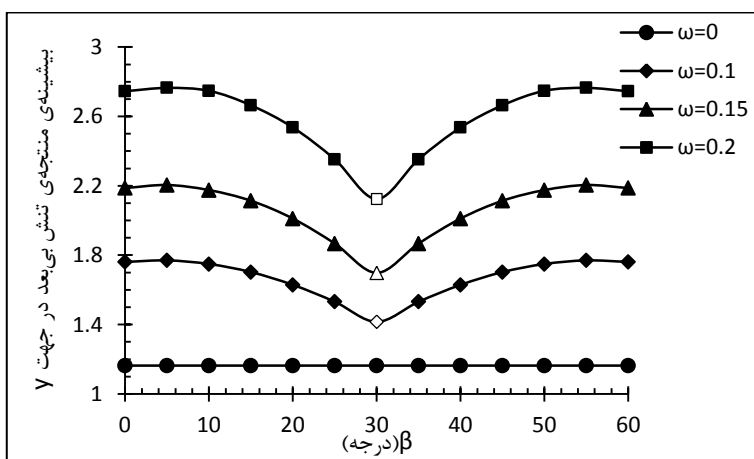
جدول ۳-۱ مقادیر منتجه‌های تنش مطلوب و نامطلوب در جهت  $x$  برای گشودگی مثلثی با انحنای  $\omega=0.2$  در سه چیدمان مختلف

| چیدمان              | زاویه‌ی چرخش منتجه‌ی مطلوب | زاویه‌ی چرخش منتجه‌ی نامطلوب | زاویه‌ی چرخش | منتجه‌ی نامطلوب |
|---------------------|----------------------------|------------------------------|--------------|-----------------|
| $[0/90]_T$          | $7/85$                     | $0$ و $60$                   | $30$         | $10/41$         |
| $[45/-45]_T$        | $3/69$                     | $30$                         | $10$ و $50$  | $4/09$          |
| $[45/0/90/0/-45]_T$ | $6/13$                     | $0$ و $60$                   | $30$         | $7/98$          |

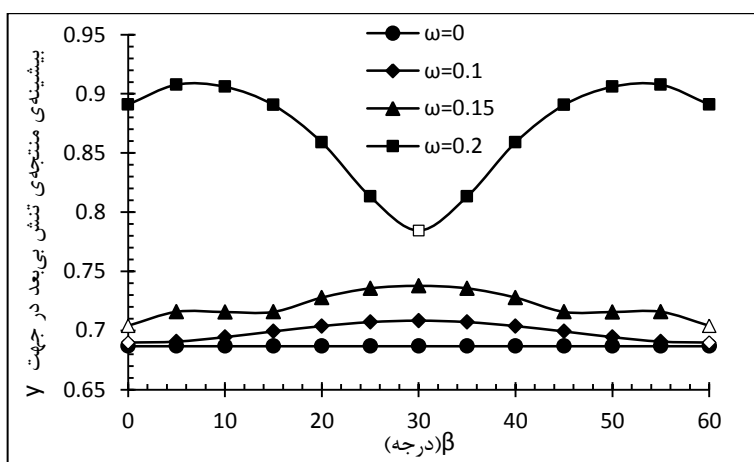
در شکل ۳-۲۴، شکل ۳-۲۵ و شکل ۳-۲۶ تأثیر زاویه‌ی چرخش گشودگی بر بیشینه‌ی منتجه‌ی  $n_y$  برای سه چیدمان نشان داده شده است. در چیدمان  $[0/90]_T$  منتجه‌ی مطلوب  $n_y$  در زوایای چرخش  $\beta=0^\circ$  و  $\beta=60^\circ$  قرار دارد، درحالی‌که در چیدمان  $[45/-45]_T$  منتجه‌ی مطلوب در  $\beta=30^\circ$  قرار دارد. اما در چیدمان  $[45/0/90/0/-45]_T$  منتجه‌ی مطلوب  $n_y$  در انحنای  $\omega=0.2$  در زاویه‌ی  $\beta=30^\circ$  اتفاق می‌افتد، درحالی‌که در انحنای دیگر منتجه‌ی مطلوب  $n_y$  در زاویه‌ی چرخش  $\beta=0^\circ$  و  $\beta=60^\circ$  قرار دارد. همچنین با مقایسه‌ی رفتار سه چیدمان مشاهده می‌شود که در انحنای یکسان چیدمان  $[45/0/90/0/-45]_T$  تنش مطلوب کمتری نسبت به چیدمان‌های دیگر دارد.



شکل ۲۴-۳ تأثیر زاویه چرخش بر بیشینه‌ی منتجه‌ی تنش بی‌بعد در جهت  $Y$  برای گشودگی مثلثی در چیدمان  $[0/90]_T$



شکل ۲۵-۳ تأثیر زاویه چرخش بر بیشینه‌ی منتجه‌ی تنش بی‌بعد در جهت  $Y$  برای گشودگی مثلثی در چیدمان  $[45/-45]_T$



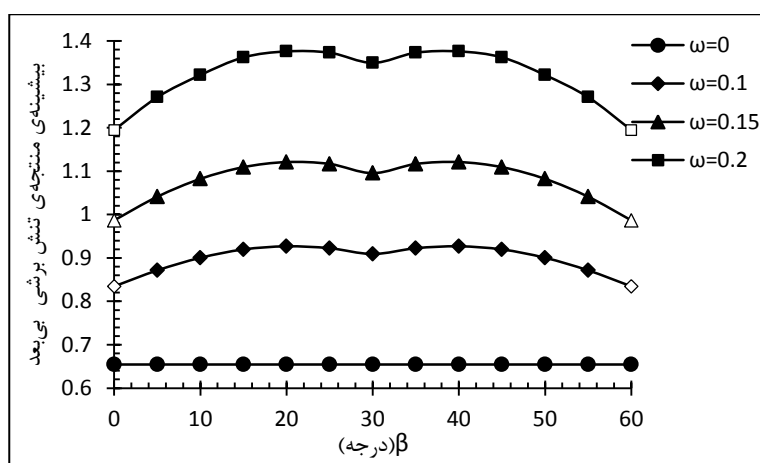
شکل ۲۶-۳ تأثیر زاویه چرخش بر بیشینه‌ی منتجه‌ی تنش بی‌بعد در جهت  $Y$  برای گشودگی مثلثی در چیدمان  $[45/0/90/0/-45]_T$

در جدول ۲-۳ مقادیر منتجه‌ی تنش مطلوب و نامطلوب  $n_y$  و زاویه‌ی چرخش آن‌ها برای گشودگی مثلثی در سه چیدمان معرفی شده‌اند.

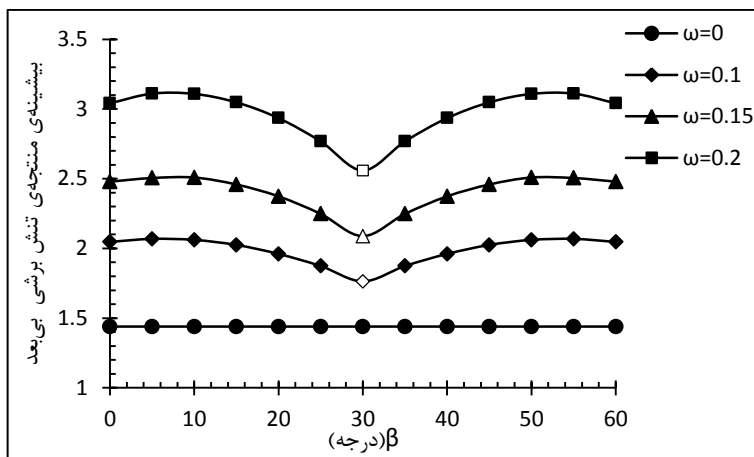
جدول ۲-۳ مقادیر منتجه‌های تنش مطلوب و نامطلوب در جهت  $y$  برای گشودگی مثلثی با انحنای  $\omega=0.2$  در سه چیدمان مختلف

| چیدمان              | منتجه‌ی مطلوب | زاویه‌ی چرخش (درجه) | منتجه‌ی نامطلوب | زاویه‌ی چرخش (درجه) |
|---------------------|---------------|---------------------|-----------------|---------------------|
| $[0/90]_T$          | ۱             | ۰ و ۶۰              | ۱/۱۶            | ۲۵ و ۳۵             |
| $[45/-45]_T$        | ۲/۱۲          | ۳۰                  | ۲/۷۸            | ۵ و ۵۵              |
| $[45/0/90/0/-45]_T$ | ۰/۷۸          | ۳۰                  | ۰/۹۱            | ۵ و ۵۵              |

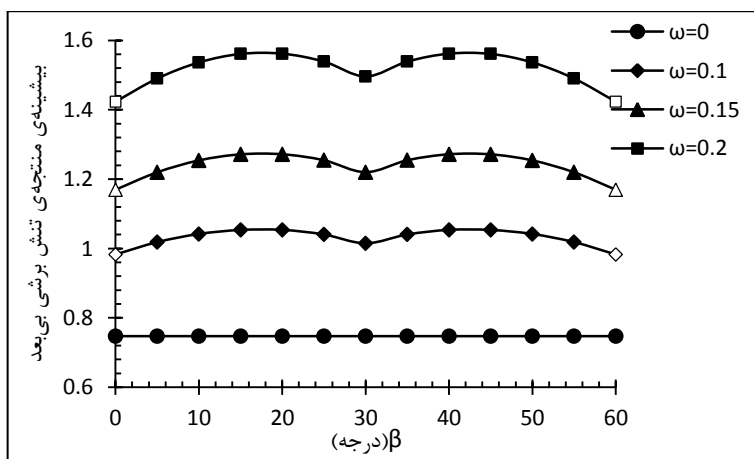
تأثیر زاویه‌ی چرخش گشودگی بر بیشینه‌ی منتجه‌ی تنش برشی  $n_{xy}$  برای سه چیدمان در شکل ۲۷-۳، شکل ۲۸-۳ و شکل ۲۹-۳ نشان داده شده است. در این منته‌مانند  $n_y$  منتجه‌ی مطلوب در چیدمان  $[0/90]_T$  در زوایای چرخش  $\beta=0^\circ$  و  $\beta=60^\circ$  و در چیدمان  $[45/-45]_T$  در زاویه‌ی چرخش  $\beta=30^\circ$  قرار دارد. اما رفتار چیدمان  $[45/0/90/0/-45]_T$  در این منته‌ متفاوت است و منتجه‌ی مطلوب آن در زوایای چرخش  $\beta=0^\circ$  و  $\beta=60^\circ$  قرار دارد. علاوه بر این با مقایسه‌ی رفتار چیدمان‌ها در انحنای یکسان مشهود است که چیدمان  $[0/90]_T$  منتجه‌ی مطلوب کمتری نسبت به چیدمان‌های دیگر دارد.



شکل ۲۷-۳ تأثیر زاویه‌ی چرخش بر بیشینه‌ی منتجه‌ی تنش برشی بی‌بعد برای گشودگی مثلثی در چیدمان  $[0/90]_T$



شکل ۲۸-۳ تأثیر زاویه چرخش بر بیشینه‌ی منتجه‌ی تنش برشی بی‌بعد گشودگی مثلثی در چیدمان  $[45/-45]_T$



شکل ۲۹-۳ تأثیر زاویه چرخش بر بیشینه‌ی منتجه‌ی تنش برشی بی‌بعد برای گشودگی مثلثی در چیدمان

$$[45/0/90/0/-45]_T$$

جدول ۳-۳ معرف مقادیر منتجه‌ی تنش مطلوب و نامطلوب  $n_{xy}$  برای گشودگی مثلثی در سه

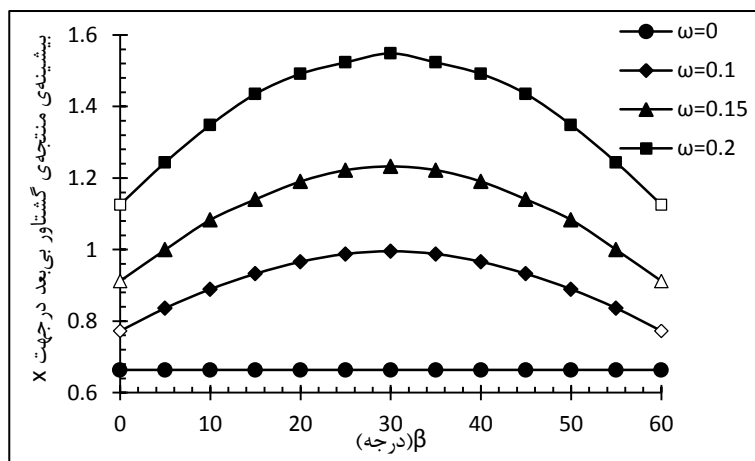
چیدمان است.

جدول ۳-۳ مقادیر منتجه‌های تنش برشی مطلوب و نامطلوب برای گشودگی مثلثی با انحنای  $\omega=0.2$  در سه چیدمان

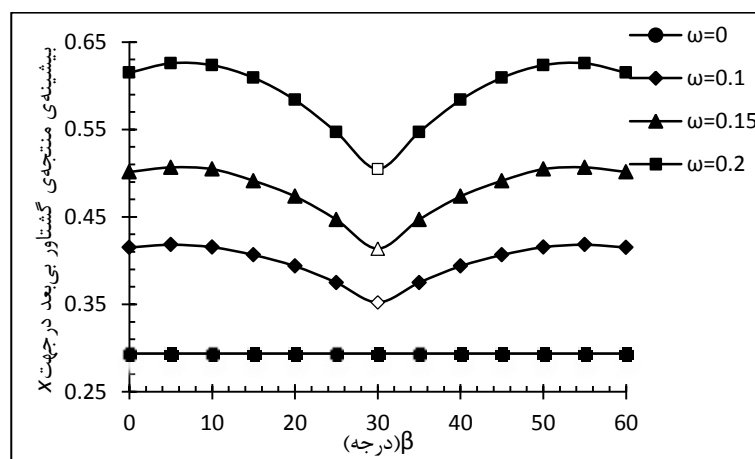
مختلف

| چیدمان              | منتجه‌ی مطلوب | زاویه‌ی چرخش (درجه) | منتجه‌ی نامطلوب | زاویه‌ی چرخش (درجه) |
|---------------------|---------------|---------------------|-----------------|---------------------|
| $[0/90]_T$          | ۱/۱۹          | ۰ و ۶۰              | ۱/۳۸            | ۲۰ و ۴۰             |
| $[45/-45]_T$        | ۲/۰۹          | ۳۰                  | ۳/۱۱            | ۵۵ و ۵              |
| $[45/0/90/0/-45]_T$ | ۱/۴۲          | ۰ و ۶۰              | ۱/۵۶            | ۲۰ و ۴۰             |

تغییرات پیشینه‌ی منته‌ی گشتاور خمشی  $m_x$  در شکل ۳-۳۰، شکل ۳-۳۱ و شکل ۳-۳۲ برای سه چیدمان بر حسب زاویه‌ی چرخش نشان داده شده است. در چیدمان  $[0/90]_T$  منته‌ی مطلوب در  $m_x$  در زوایای چرخش  $\beta = 0^\circ$  و  $\beta = 60^\circ$  قرار دارد، در حالی که در چیدمان  $[45/-45]_T$  منته‌ی مطلوب در  $\beta = 30^\circ$  قرار دارد. در چیدمان  $[45/0/90/0/-45]_T$  نیز مانند چیدمان  $[45/-45]_T$  منته‌ی مطلوب در  $m_x$  در زاویه‌ی  $\beta = 30^\circ$  قرار دارد. با مقایسه‌ی سه چیدمان مشخص می‌شود که در انحنای یکسان چیدمان  $[45/0/90/0/-45]_T$  منته‌ی گشتاور مطلوب  $m_x$  کمتری نسبت به چیدمان‌های دیگر دارد.

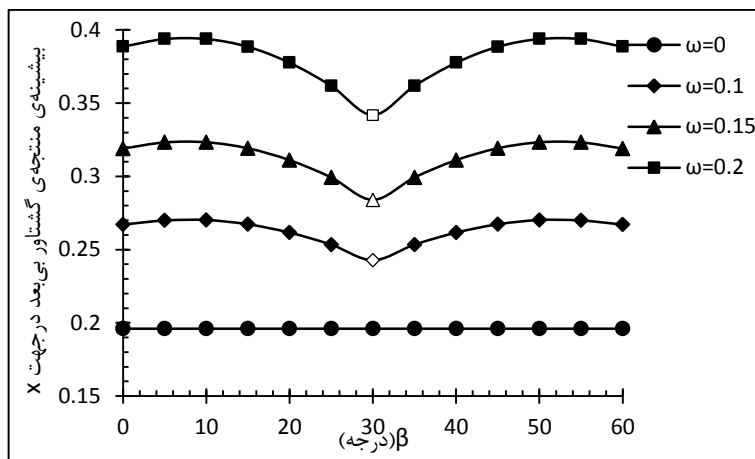


شکل ۳-۳۰ تأثیر زاویه چرخش بر پیشینه‌ی منته‌ی گشتاور بی‌بعد در جهت  $x$  برای گشودگی مثلثی در چیدمان  $[0/90]_T$



شکل ۳-۳۱ تأثیر زاویه چرخش بر پیشینه‌ی منته‌ی گشتاور بی‌بعد در جهت  $x$  برای گشودگی مثلثی در چیدمان  $[45/-45]_T$





شکل ۳-۲۲ تأثیر زاویه چرخش بر بیشینه‌ی منتجه‌ی گشتاور بی‌بعد در جهت  $x$  برای گشودگی مثلثی در چیدمان  $[45/0/90/0/-45]_T$

در جدول ۳-۴ مقادیر منتجه‌ی تنش مطلوب و نامطلوب  $m_x$  و زاویه‌ی چرخش آن‌ها برای

گشودگی مثلثی در سه چیدمان معرفی شده‌اند.

جدول ۳-۴ مقادیر منتجه‌های گشتاور مطلوب و نامطلوب در جهت  $x$  برای گشودگی مثلثی با انحنای  $\omega=0/2$  در سه چیدمان مختلف

| چیدمان              | منتجه‌ی مطلوب | زاویه‌ی چرخش (درجه) | منتجه‌ی نامطلوب | زاویه‌ی چرخش (درجه) |
|---------------------|---------------|---------------------|-----------------|---------------------|
| $[0/90]_T$          | ۰/۱۲          | ۰ و ۶۰              | ۱/۵۵            | ۳۰                  |
| $[45/-45]_T$        | ۰/۵۰          | ۳۰                  | ۰/۶۲            | ۵ و ۵۵              |
| $[45/0/90/0/-45]_T$ | ۰/۳۴          | ۳۰                  | ۰/۳۹            | ۱۰ و ۵۰             |

تأثیر زاویه‌ی چرخش بر بیشینه‌ی منتجه‌ی گشتاور خمشی  $m_y$  در شکل ۳-۳۳، شکل ۳-۳۴ و

شکل ۳-۳۵ به نمایش گذاشته شده است. در این منتجه مشاهده می‌شود که چیدمان‌های  $[0/90]_T$

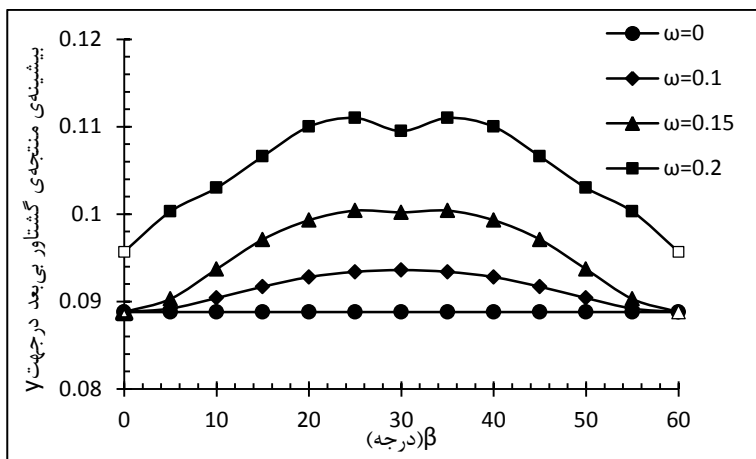
در زوایای چرخش  $\beta=0^\circ$  و  $\beta=60^\circ$  منتجه‌ی مطلوب را اختیار می‌کند. در حالی که در چیدمان‌های

$[45/-45]_T$  و  $[45/0/90/0/-45]_T$  منتجه‌ی مطلوب در زاویه‌ی چرخش  $\beta=30^\circ$  اتفاق می‌افتد. با

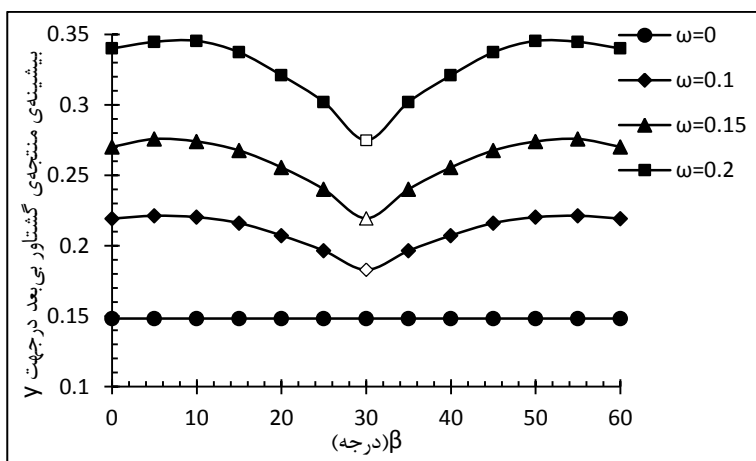
مقایسه‌ی بیشینه‌ی این منتجه برای سه چیدمان مشخص است که چیدمان  $[0/90]_T$  در انحنای

یکسان منتجه‌ی مطلوب کمتری نسبت به دو چیدمان دیگر دارد. جدول ۳-۵ معرف مقادیر منتجه‌ی

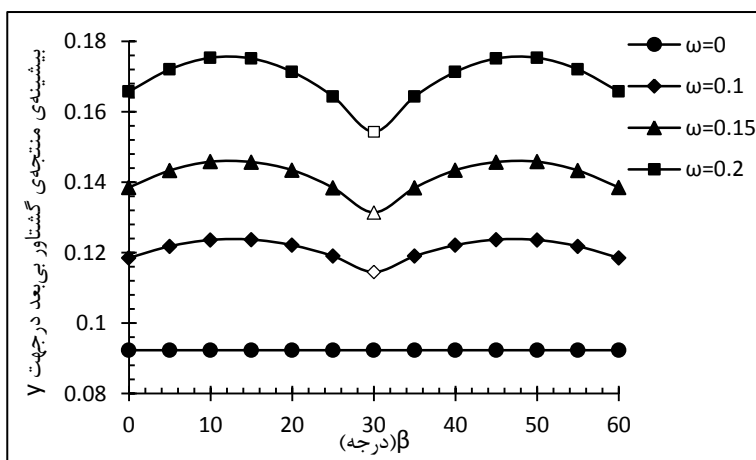
تنش مطلوب و نامطلوب  $m_y$  برای گشودگی مثلثی در سه چیدمان است.



شکل ۳۳-۳ تأثیر زاویه چرخش بر بیشینه‌ی منتهی‌الحد گشادگی بی‌بعد در جهت  $y$  برای گشودگی مثلی در چیدمان  $[0/90]_T$



شکل ۳۴-۳ تأثیر زاویه چرخش بر بیشینه‌ی منتهی‌الحد گشادگی بی‌بعد در جهت  $y$  برای گشودگی مثلی در چیدمان  $[45/-45]_T$



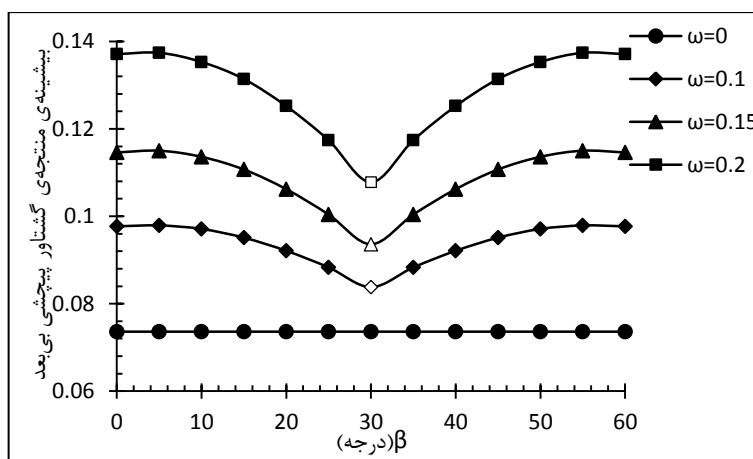
شکل ۳۵-۳ تأثیر زاویه‌ی چرخش بر بیشینه‌ی منتهی‌الحد گشادگی بی‌بعد در جهت  $y$  برای گشودگی مثلی در چیدمان  $[45/0/90/0/-45]_T$

جدول ۳-۵ مقادیر منته‌های گشتاور مطلوب و نامطلوب در جهت  $\gamma$  برای گشودگی مثلثی با انحنای  $\omega=0.2$  در سه چیدمان مختلف

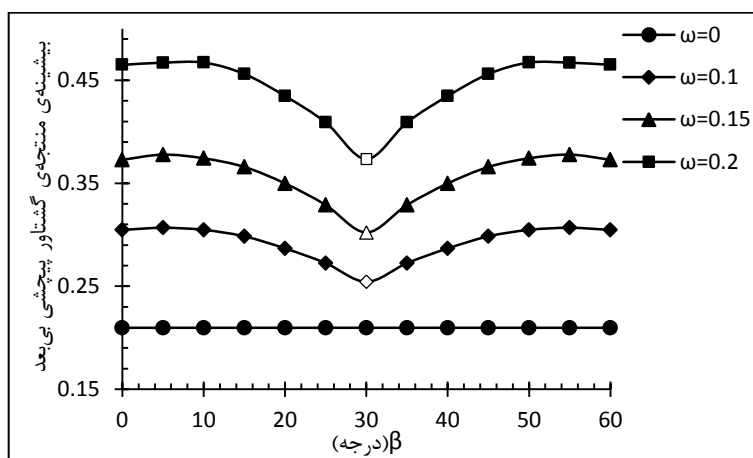
| چیدمان              | منتجه‌ی مطلوب | زاویه‌ی چرخش (درجه) | منتجه‌ی نامطلوب | زاویه‌ی چرخش (درجه) |
|---------------------|---------------|---------------------|-----------------|---------------------|
| $[0/90]_T$          | ۰/۰۹          | ۰ و ۶۰              | ۰/۱۱            | ۲۵ و ۳۵             |
| $[45/-45]_T$        | ۰/۲۷          | ۳۰                  | ۰/۳۴            | ۱۰ و ۵۰             |
| $[45/0/90/0/-45]_T$ | ۰/۱۵          | ۳۰                  | ۰/۱۷            | ۱۰ و ۵۰             |

در شکل ۳-۳۶، شکل ۳-۳۷ و شکل ۳-۳۸ تأثیر چرخش بر بیشینه‌ی  $m_{xy}$  مشهود است. محل

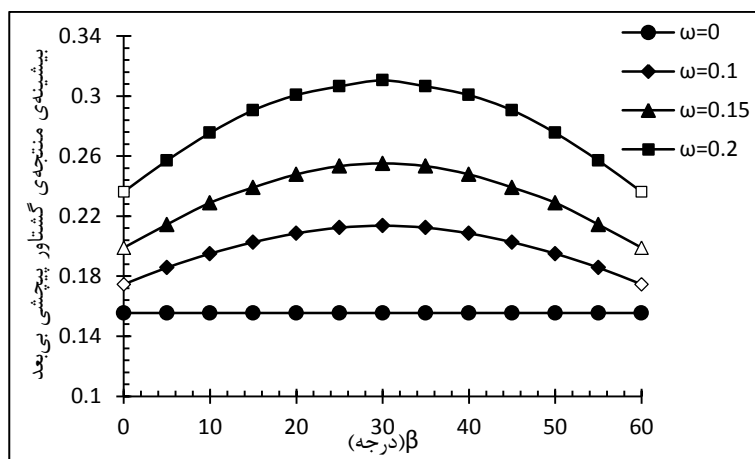
منتجه‌ی مطلوب برای این منته به جز چیدمان  $[0/90]_T$  مانند منته‌ی  $n_{xy}$  است.



شکل ۳-۳۶ تأثیر زاویه چرخش بر بیشینه‌ی منته‌ی گشتاور پیچشی بی‌بعد برای گشودگی مثلثی در چیدمان  $[0/90]_T$



شکل ۳-۳۷ تأثیر زاویه چرخش بر بیشینه‌ی منته‌ی گشتاور پیچشی بی‌بعد برای گشودگی مثلثی در چیدمان  $[45/-45]_T$



شکل ۳-۳۸ تأثیر زاویه چرخش بر بیشینه‌ی منتجه‌ی گشتاور پیچشی بی‌بعد برای گشودگی مثلثی در چیدمان  $[45/0/90/0/-45]_T$

جدول ۳-۶ معرف مقادیر منتجه‌ی تنش مطلوب و نامطلوب  $m_{xy}$  برای گشودگی مثلثی در سه

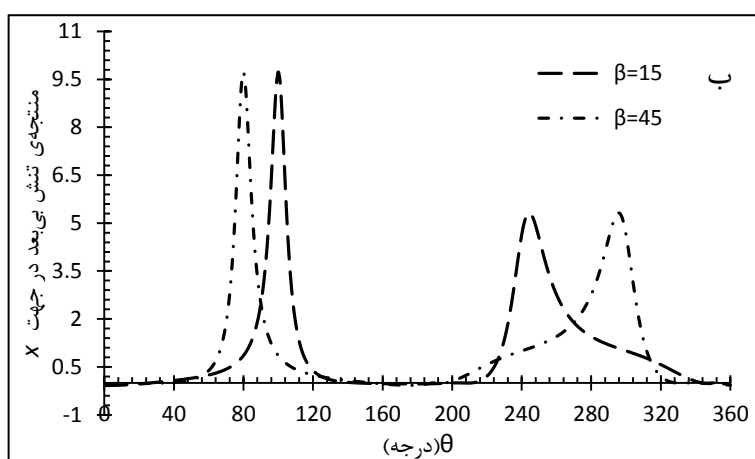
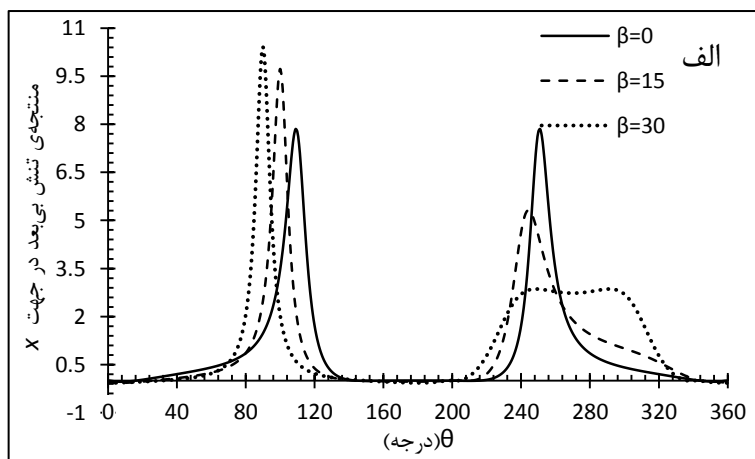
چیدمان است.

جدول ۳-۶ مقادیر منتجه‌های گشتاور پیچشی مطلوب و نامطلوب برای گشودگی مثلثی با انحنای  $\omega=0.2$  در سه چیدمان مختلف

| چیدمان              | زاویه‌ی چرخش منتجه‌ی مطلوب | زاویه‌ی چرخش منتجه‌ی نامطلوب | زاویه‌ی چرخش | منتجه‌ی نامطلوب |
|---------------------|----------------------------|------------------------------|--------------|-----------------|
| $[0/90]_T$          | ۰/۱۱                       | ۳۰                           | ۵ و ۵۵       | ۰/۱۴            |
| $[45/-45]_T$        | ۰/۳۷                       | ۳۰                           | ۱۰ و ۵۰      | ۰/۴۷            |
| $[45/0/90/0/-45]_T$ | ۰/۲۴                       | ۰ و ۶۰                       | ۳۰           | ۰/۳۱            |

در شکل ۳-۳۹ الف، توزیع منتجه‌ی  $n_x$  اطراف گشودگی مثلثی در چیدمان  $[0/90]_T$  و در سه زاویه‌ی چرخش مختلف نشان داده شده است. همان‌طور که بیان شد مشاهده می‌شود که منتجه‌ی  $n_x$  در این چیدمان در زاویه‌ی چرخش  $\beta=30^\circ$  مقدار بیشینه‌ی منتجه‌ی بیشتر (منتجه‌ی نامطلوب) و در زاویه‌ی چرخش  $\beta=0^\circ$  مقدار بیشینه‌ی منتجه‌ی کمتر (منتجه‌ی مطلوب) را اختیار می‌کند. محل قرارگیری بیشینه‌ی  $n_x$  در سه زاویه‌ی چرخش در محدوده‌ی  $90 \leq \theta \leq 110$  درجه قرار دارد. همان‌طور که در بخش بررسی تأثیر پارامتر چرخش گشودگی بر بیشینه‌ی منتجه‌های تنش و گشتاور اشاره شد، در گشودگی مثلثی مقادیر بیشینه‌ی همه‌ی منتجه‌ها در چیدمان‌های مختلف در زوایای

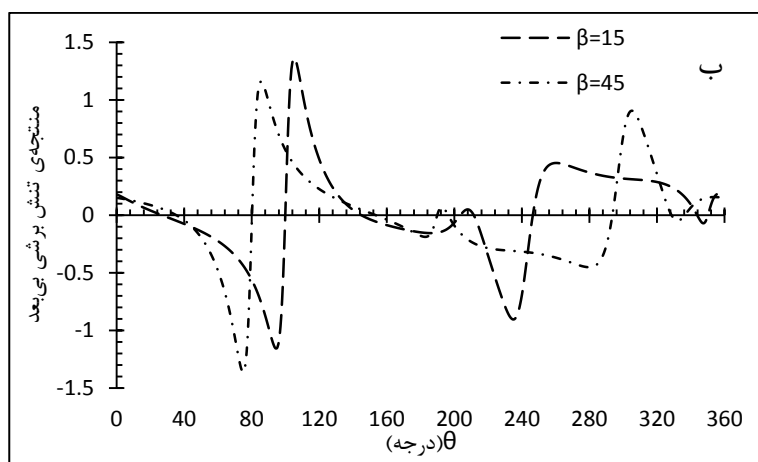
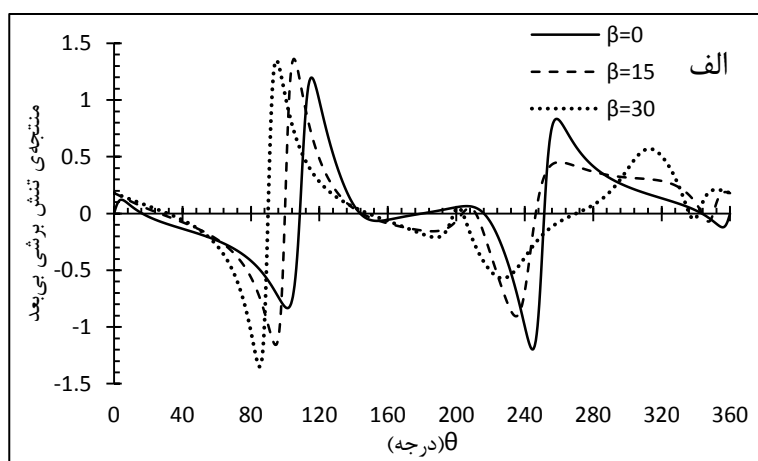
چرخشی که نسبت به زاویه‌ی چرخش  $\beta = 30^\circ$  متقارن هستند، برابر است. در شکل ۳-۳۹، این رفتار برای زوایای چرخش  $\beta = 15^\circ$  و  $\beta = 45^\circ$  نشان داده شده است. نکته‌ی قابل توجه در این شکل این است که با وجود اینکه مقدار بیشینه‌ی منتهی  $n_x$  در این دو زاویه‌ی چرخش برابر است، اما محل این مقدار بیشینه متفاوت است. در زاویه‌ی چرخش  $\beta = 15^\circ$  بیشینه‌ی منتهی  $n_x$  در زاویه‌ی  $\theta = 100^\circ$  رخ می‌دهد، در حالی که این مقدار برای زاویه‌ی چرخش  $\beta = 45^\circ$  در زاویه‌ی  $\theta = 80^\circ$  قرار دارد. این رفتار برای منتهی‌های تنش در جهت  $x$  و  $y$  در همه‌ی چیدمان‌ها مشاهده می‌شود. همچنین منتهی‌های گشتاور در جهت  $x$  و  $y$  در چیدمان  $[0/90]_T$  و منتهی‌های گشتاور پیچشی در چیدمان‌های  $[45/-45]_T$  و  $[45/0/90/0/-45]_T$  نیز همین رفتار را دارند.



شکل ۳-۳۹ توزیع منتهی‌های تنش بی‌بعد در جهت  $x$  برای چیدمان  $[0/90]_T$  (الف) در زوایای چرخش  $\beta = 0^\circ$ ،  $\beta = 15^\circ$

و  $\beta = 30^\circ$  (ب) در زوایای چرخش  $\beta = 15^\circ$  و  $\beta = 45^\circ$

در شکل ۳-۴۰ الف، توزیع منتجه‌ی تنش برشی بی‌بعد اطراف گشودگی مثلی در چیدمان  $[0/90]_T$  در سه زاویه‌ی چرخش مختلف نشان داده شده است. در این منتجه نیز همان‌گونه که بیان شد مشاهده می‌شود که در زاویه‌ی چرخش  $\beta=0^\circ$  مقدار بیشینه‌ی منتجه‌ی کمتر (منتجه‌ی مطلوب) قرار دارد. محلّ قرارگیری بیشینه‌ی  $n_x$  در زاویه‌ی چرخش  $\beta=15^\circ$  و  $\beta=30^\circ$  در محدوده‌ی  $105 \leq \theta \leq 185$  درجه و در حالت بدون چرخش در  $\theta=115^\circ$  و  $\theta=245^\circ$  قرار دارد.



شکل ۳-۴۰ توزیع منتجه‌ی تنش برشی بی‌بعد برای چیدمان  $[0/90]_T$  (الف) در زاویه‌ی چرخش  $\beta=0^\circ$ ،  $\beta=15^\circ$  و

$\beta=30^\circ$  (ب) در زاویه‌ی چرخش  $\beta=15^\circ$  و  $\beta=45^\circ$

در شکل ۳-۴۰ ب، این رفتار برای زاویه‌ی چرخش  $\beta=15^\circ$  و  $\beta=45^\circ$  نشان داده شده است. در این شکل نیز مشاهده می‌شود که مقدار بیشینه‌ی منتجه‌ی  $n_{xy}$  در این دو زاویه‌ی چرخش برابر است، اما محلّ این مقدار بیشینه متفاوت است. تفاوتی که میان رفتار این منتجه و منتجه‌ی  $n_x$  وجود دارد

در این است که علاوه بر اینکه محلّ بیشینه در این دو زاویه چرخش متفاوت است جهت منتهجه نیز تغییر می کند. در زاویه چرخش  $\beta = 15^\circ$  بیشینه منتهجه  $n_{xy}$  در زاویه  $\theta = 105^\circ$  رخ می دهد و مقدار آن برابر  $1/37$  است. در حالی که این مقدار برای زاویه چرخش  $\beta = 45^\circ$  در زاویه  $\theta = 75^\circ$  قرار دارد و مقدار آن برابر  $-1/37$  است. این رفتار برای منتهجه تنش برشی در همه چیدمانها مشاهده می شود. همچنین منتهجههای گشتاور در جهت  $x$  و  $y$  در چیدمانهای  $[45/-45]_T$  و  $[-45/-45]_T$  و منتهجه گشتاور پیچشی در چیدمان  $[0/90]_T$  نیز همین رفتار را دارند.

در این فصل تأثیر پارامترهای شعاع انحنای گوشه گشودگی و زاویه چرخش گشودگی بر توزیع منتهجههای تنش و گشتاور در اطراف گشودگی و مقدار بیشینه منتهجهها مورد بررسی قرار گرفت. همان طور که مشاهده شد، با تغییر این پارامترها و کنترل مناسب آنها می توان منتهجههای تنش و گشتاور را به میزان قابل توجهی کاهش داد. در گشودگی مثلثی با کاهش انحنای گوشه گشودگی مقدار منتهجه مطلوب نیز کاهش می یابد. در فصل آینده به بررسی تأثیر پارامترهای شعاع انحنای گوشه گشودگی و زاویه چرخش آن بر توزیع منتهجههای تنش و گشتاور در اطراف گشودگی چهارضلعی و مقادیر بیشینه آنها پرداخته می شود و مشاهده خواهد شد که برخلاف مثلث، در این گشودگی لزوماً با افزایش انحنای گوشه گشودگی مقدار منتهجهها افزایش پیدا نمی کند.

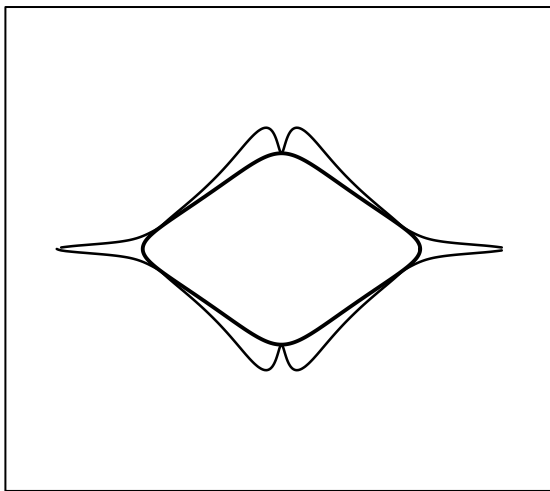




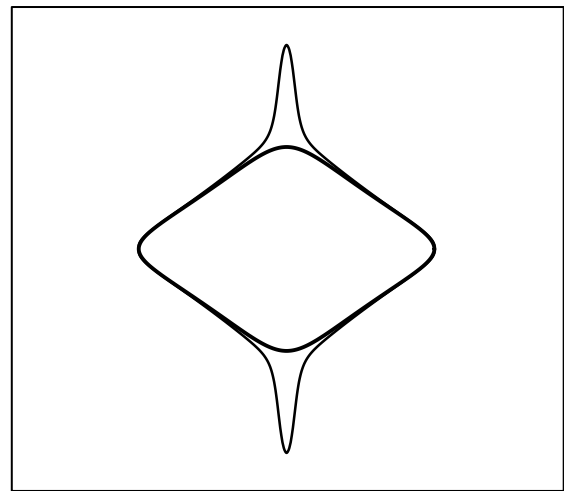
## فصل ۴ : گشودگی چهارضلعی

---

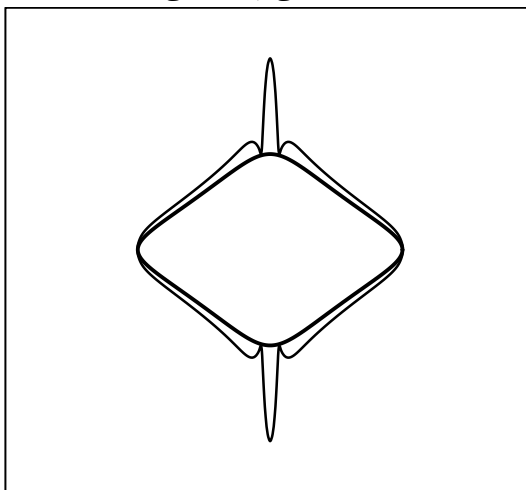
در این فصل، مانند فصل گذشته به بررسی تأثیر پارامترهای انحنا ( $\omega$ )، زاویه‌ی چرخش گشودگی ( $\beta$ ) و تأثیر نحوه‌ی چیدمان لایه‌ها، بر توزیع شش منتهجی تنش و گشتاور اطراف گشودگی چهارضلعی پرداخته می‌شود. به منظور بررسی تأثیر هر پارامتر سایر پارامترها ثابت در نظر گرفته می‌شوند. بارگذاری چندلایه تک‌محوره و در جهت  $x$  صورت می‌گیرد. اگر مقادیر  $n$  و  $c$  در رابطه‌ی (۲-۲)، به ترتیب برابر ۳ و ۱ قرار داده شود؛ برای  $\omega$ های در بازه‌ی  $0 \leq \omega \leq 0.33$  نقاط به دست آمده چهارضلعی‌هایی با انحنای مختلف را ایجاد می‌کنند. در شکل ۱-۴ تا شکل ۶-۴ نمایشی از توزیع منتهجی‌ها اطراف گشودگی مربعی با انحنای  $\omega = 0.125$  و زاویه‌ی چرخش صفر نشان داده شده است.



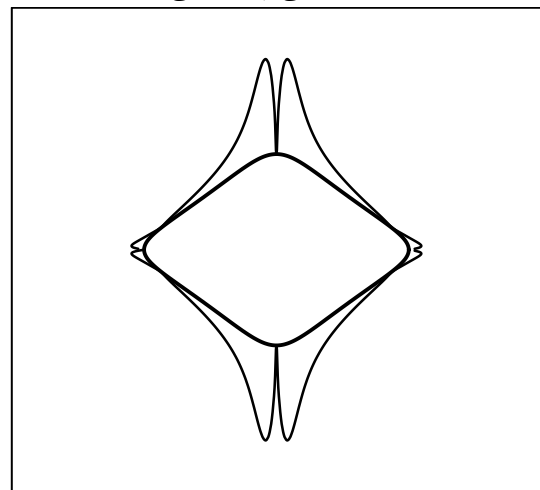
شکل ۲-۴ توزیع منتهجی تنش در جهت  $y$  اطراف گشودگی چهارضلعی



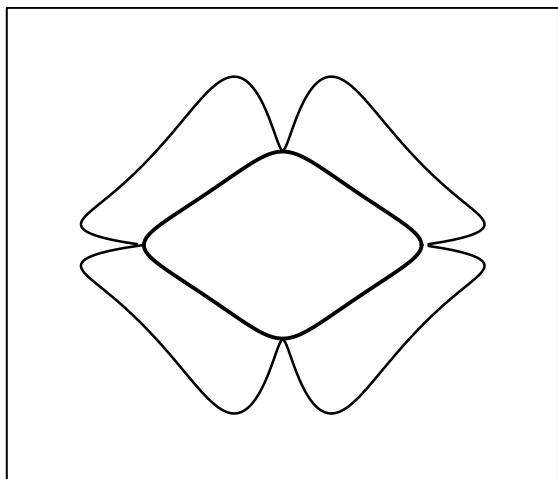
شکل ۱-۴ توزیع منتهجی تنش در جهت  $x$  اطراف گشودگی چهارضلعی



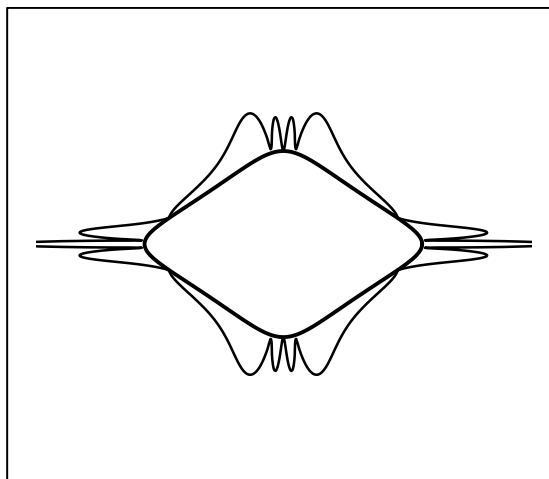
شکل ۴-۴ توزیع منتهجی گشتاور در جهت  $x$  اطراف گشودگی چهارضلعی



شکل ۳-۴ توزیع منتهجی تنش برشی اطراف گشودگی چهارضلعی

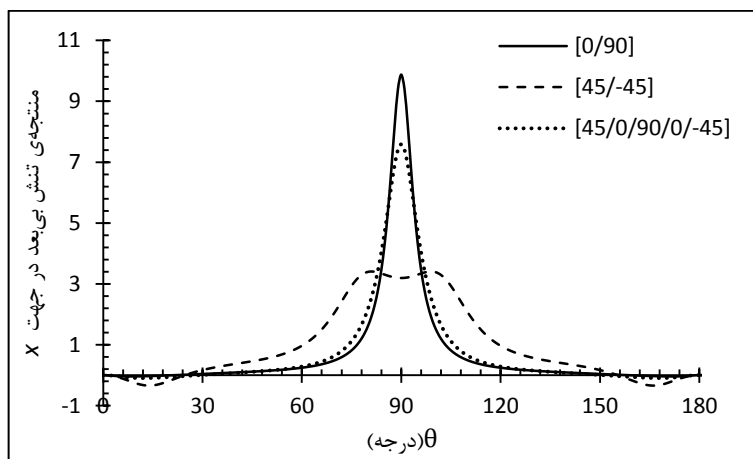


شکل ۴-۶ توزیع منتهی گشتاور پیچشی اطراف گشودگی چهارضلعی



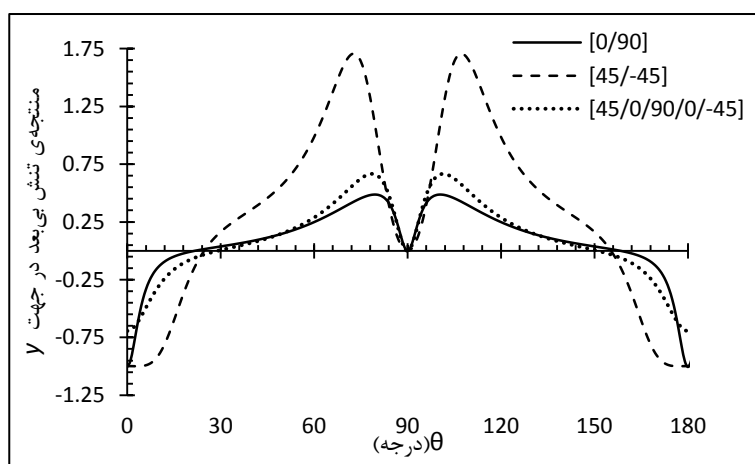
شکل ۴-۵ توزیع منتهی گشتاور در جهت  $y$  اطراف گشودگی چهارضلعی

در شکل ۴-۷ تا شکل ۴-۱۲ توزیع منتهی تنش و گشتاور بی بعد اطراف گشودگی چهارضلعی در سه چیدمان مشاهده می شود. در این نتایج زاویه چرخش گشودگی صفر و شعاع انحنای گوشه‌ی گشودگی  $\omega=0/125$  در نظر گرفته شده است. در شکل ۴-۷ تغییرات  $n_x$  برای سه چیدمان مختلف نشان داده شده است. برای این منتهی و سایر منتهی‌ها، در هر سه چیدمان رفتار متناوب پس از زاویه‌ی  $180^\circ$  درجه مشاهده می شود، به همین دلیل نتایج تا زاویه‌ی  $180^\circ$  درجه گزارش شده است. مقادیر منتهی تنش بی بعد در جهت  $x$  برای چیدمان  $[0/90]_T$  بیشتر از دو چیدمان دیگر است و برای هر سه چیدمان در زوایای  $0^\circ$  و  $180^\circ$  درجه صفر است. مقادیر بیشینه در بازه‌ی  $80^\circ \leq \theta \leq 110^\circ$  درجه رخ می دهند.



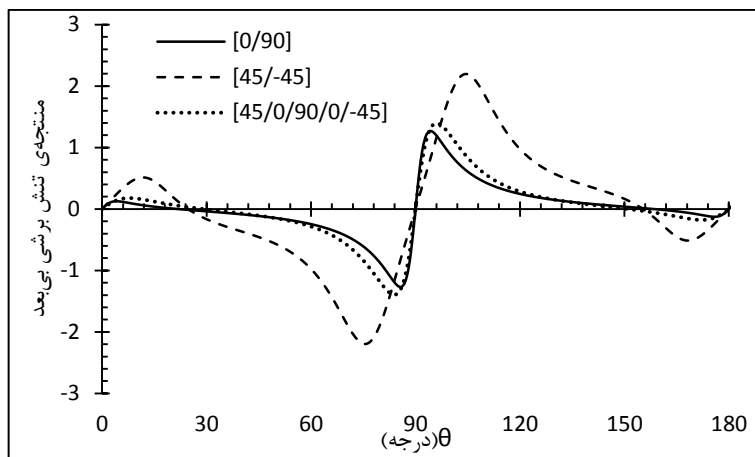
شکل ۴-۷ توزیع منتهی تنش بی بعد در جهت  $x$  اطراف گشودگی چهارضلعی در سه چیدمان مختلف

اما همان‌طور که در شکل ۴-۸ دیده می‌شود، در جهت  $y$  چیدمان‌ها رفتار متفاوتی از جهت  $x$  در اطراف گشودگی نشان می‌دهند. برای چیدمان‌های  $[0/90]_T$  و  $[45/0/90/0/-45]_T$  مشاهده می‌شود که مقادیر بیشینه در این منتهجه به هم نزدیک هستند و در زوایای  $\theta = 0^\circ$  و  $\theta = 180^\circ$  در اطراف گشودگی قرار دارند. برخلاف منتهجه‌ی تنش در جهت  $x$  چیدمان  $[45/-45]_T$  در این جهت مقادیر بیشینه‌ی منتهجه‌ی بی‌بعد بیشتری نسبت به دو چیدمان دیگر دارد و محل این بیشینه‌ها در زوایای  $\theta = 72^\circ$  و  $\theta = 107^\circ$  قرار دارد. ضمناً مقدار این منتهجه در زاویه‌ی  $\theta = 90^\circ$  درجه برای هر سه چیدمان صفر می‌شود.



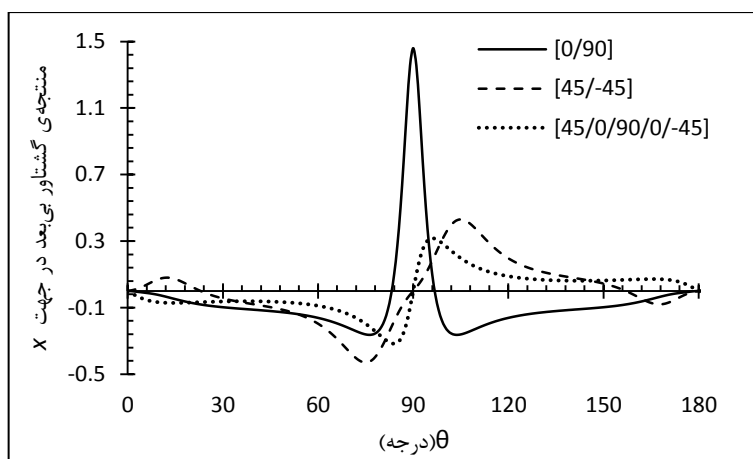
شکل ۴-۸ توزیع منتهجه‌ی تنش بی‌بعد در جهت  $y$  اطراف گشودگی چهارضلعی در سه چیدمان مختلف

در شکل ۴-۹ تغییرات منتهجه‌ی تنش برشی بی‌بعد اطراف گشودگی چهارضلعی برای سه چیدمان مختلف نشان داده شده است. مشاهده می‌شود که در این منتهجه چیدمان  $[45/-45]_T$  مقادیر بیشینه‌ی منتهجه‌ی تنش برشی بی‌بعد ( $n_{xy}$ ) بیشتری نسبت به دو چیدمان دیگر دارد و در چیدمان‌های  $[0/90]_T$  و  $[45/0/90/0/-45]_T$  رفتار این منتهجه شبیه به یکدیگر است به طوری که دارای مقدار بیشینه‌ی نزدیک به هم هستند. همچنین مشهود است که مقدار این منتهجه برای هر سه چیدمان در زوایای  $\theta = 0^\circ$ ،  $\theta = 90^\circ$  و  $\theta = 180^\circ$  درجه در اطراف گشودگی صفر است. علاوه بر این مشاهده می‌شود که محل قرار گرفتن بیشینه‌ی این منتهجه برای هر سه چیدمان در بازه‌ی  $84 \leq \theta \leq 104$  درجه است.



شکل ۹-۴ توزیع منتجه‌ی تنش برشی بی‌بعد اطراف گشودگی چهارضلعی در سه چیدمان مختلف

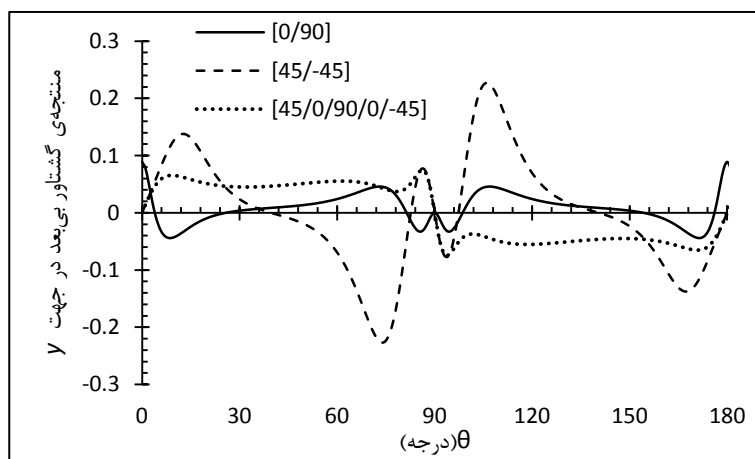
در شکل ۴-۱۰ تغییرات گشتاور خمشی بی‌بعد در جهت  $x$  در اطراف گشودگی برای سه چیدمان مختلف مشاهده می‌شود. همچنین چیدمان  $[0/90]_T$  مقدار بیشینه‌ی منتجه‌ی بی‌بعد بیشتری را به خود اختصاص می‌دهد. محل این بیشینه‌ها در چیدمان  $[0/90]_T$  در زاویه‌ی ۹۰ درجه و در دو چیدمان دیگر در محدوده‌ی  $75 \leq \theta \leq 105$  درجه قرار دارد. مقدار این منتجه برای هر سه چیدمان در زوایای ۰ و ۱۸۰ درجه صفر است.



شکل ۴-۱۰ توزیع منتجه‌ی گشتاور بی‌بعد در جهت  $x$  اطراف گشودگی چهارضلعی در سه چیدمان مختلف

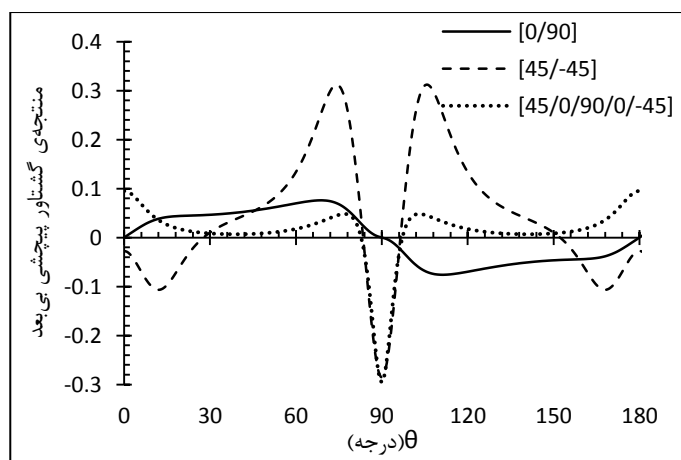
شکل ۴-۱۱ رفتار منتجه‌ی گشتاور بی‌بعد در جهت  $y$  را نشان می‌دهد. چیدمان  $[45/-45]_T$  بیشترین مقدار بیشینه‌ی منتجه‌ی بی‌بعد را دارد. بیشینه‌ها در چیدمان  $[0/90]_T$  در زاویه‌ی صفر و ۱۸۰ درجه و در دو چیدمان دیگر در بازه‌ی  $74 \leq \theta \leq 106$  درجه قرار دارند. مقدار این منتجه برای

هر سه چیدمان در زوایای ۹۰ درجه و برای چیدمان‌های  $[45/-45]_T$  و  $[45/0/90/0/-45]_T$  در صفر و ۱۸۰ درجه صفر است.



شکل ۴-۱۱ توزیع منتجه‌ی گشتاور بی‌بعد در جهت  $y$  اطراف گشودگی چهارضلعی در سه چیدمان مختلف

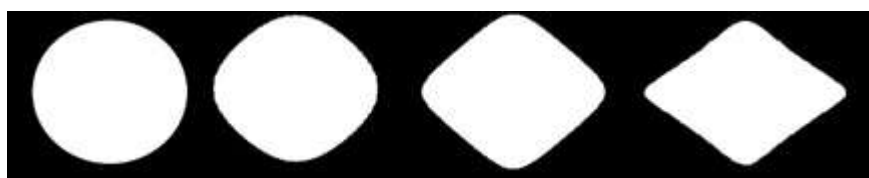
شکل ۴-۱۲ تغییرات منتجه‌ی گشتاور پیچشی بی‌بعد را نشان می‌دهد. بیشینه‌ی این منتجه در چیدمان  $[45/-45]_T$  بیشتر است. مقدار بیشینه در چیدمان  $[45/0/90/0/-45]_T$  در زاویه‌ی ۹۰ درجه و در چیدمان‌های دیگر در بازه‌ی  $70 \leq \theta \leq 110$  درجه قرار دارد. نتایج نشان می‌دهد که برای منتجه‌های در جهت  $x$  چیدمان  $[0/90]_T$  و در سایر منتجه‌ها چیدمان  $[45/-45]_T$  مقادیر بیشینه را به خود اختصاص می‌دهند. همچنین در یک مقایسه‌ی کلی مشخص می‌شود که منتجه‌ها در جهت بارگذاری و در چیدمان  $[0/90]_T$  بیشترین مقادیر بیشینه را دارند.



شکل ۴-۱۲ توزیع منتجه‌ی گشتاور پیچشی بی‌بعد اطراف گشودگی چهارضلعی در سه چیدمان مختلف

## ۴-۱ تأثیر انحنا گوشه‌ی گشودگی

همان‌طور که در بخش تابع نگاشت اشاره شد، پارامتر  $\omega$  بر میزان نرمی یا تیزی لبه‌ی گشودگی تأثیر می‌گذارد و افزایش یا کاهش آن به ترتیب باعث تیز شدن و نرم شدن گوشه‌های گشودگی می‌شود. در این فصل مشاهده می‌شود که با کنترل این پارامتر می‌توان منته‌های تنش و گشتاور را به میزان قابل توجهی کاهش داد. در شکل ۴-۱۳ تأثیر پارامتر انحنا گوشه‌ی گشودگی بر شکل گشودگی چهارضلعی مشاهده می‌شود. لازم به ذکر است که نتایج ارائه شده در این بخش برای زاویه‌ی چرخش گشودگی صفر درجه می‌باشد.



$$\omega=0$$

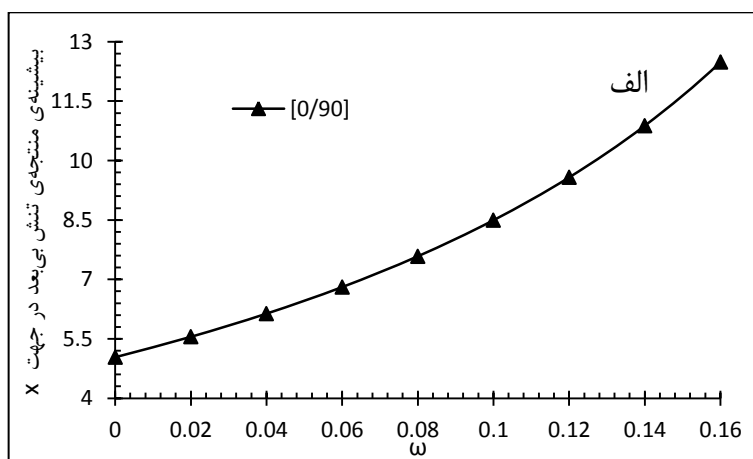
$$\omega=0.05$$

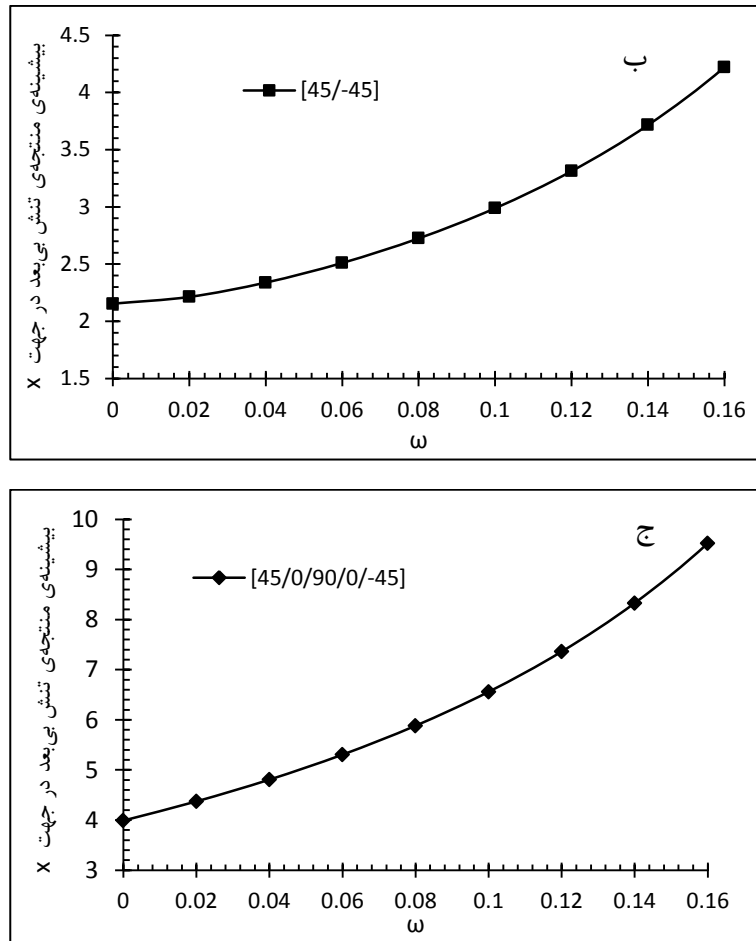
$$\omega=0.1$$

$$\omega=0.15$$

شکل ۴-۱۳ تأثیر انحنا گوشه‌ی گشودگی بر شکل گشودگی چهارضلعی

در شکل ۴-۱۴ تغییرات بیشینه‌ی منته‌ی  $n_x$  بر حسب انحنا برای سه چیدمان در گشودگی چهارضلعی دیده می‌شود. مشاهده می‌شود که در شرایط یکسان چیدمان  $[0/90]_T$  بیشترین مقدار بیشینه‌ی منته‌ی  $n_x$  را دارد؛ در حالی که چیدمان  $[45/-45]_T$  مقادیر کمتری نسبت به دو چیدمان دیگر دارد. منته‌ی مطلوب  $n_x$  برای هر سه چیدمان در  $\omega=0$  قرار دارد و با افزایش انحنا مقدار بیشینه‌ی این منته‌ی نیز افزایش می‌یابد.

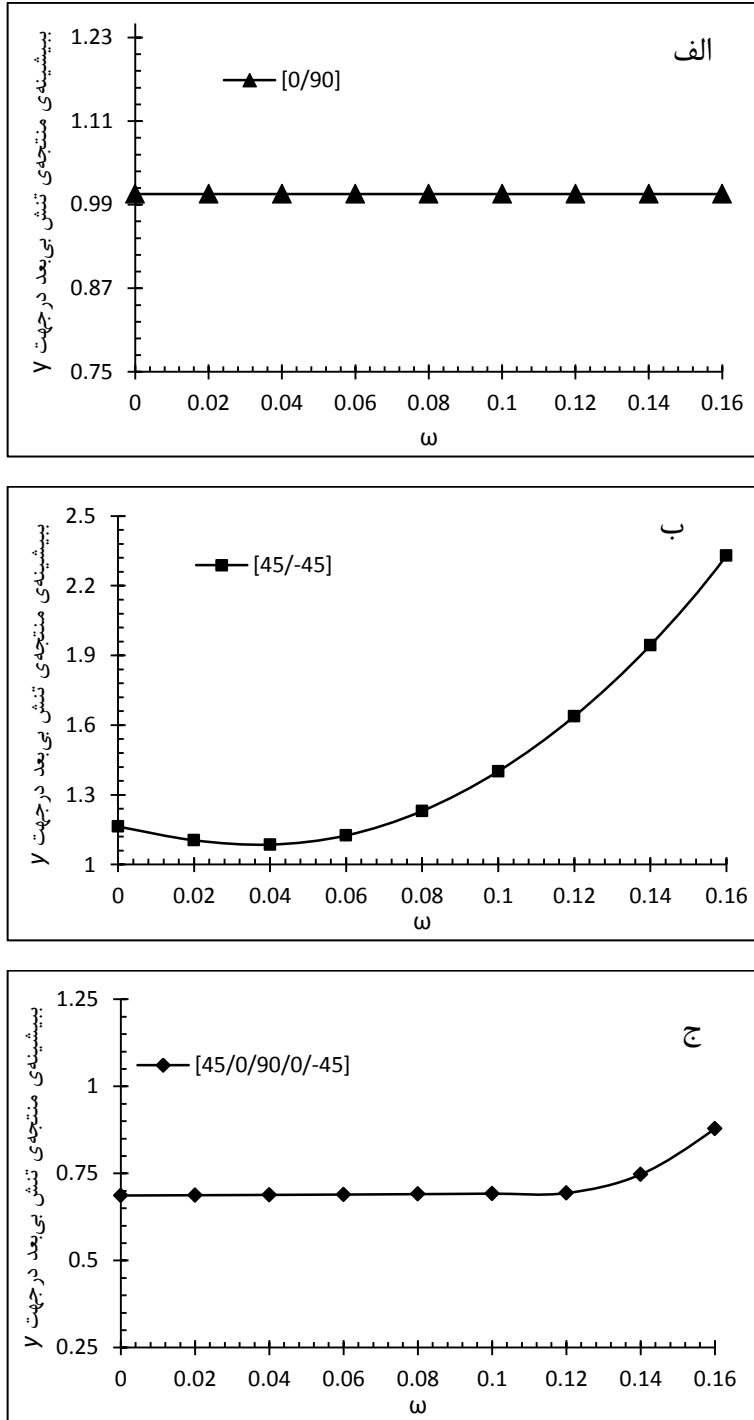




شکل ۴-۱۴ تأثیر انحنا ی گوشه ی گشودگی بر بیشینه ی منتهی تنش بی بعد در جهت  $x$  برای گشودگی چهارضلعی در الف) چیدمان  $[0/90]_T$  ب) چیدمان  $[45/-45]_T$  ج) چیدمان  $[45/0/90/0/-45]_T$

منتجه ی  $n_y$  مطابق شکل ۴-۱۵ الف برای چیدمان  $[0/90]_T$  تغییر نمی کند، به عبارتی در جهت  $y$  منتهی تنش بی بعد مستقل از انحناست. چیدمان  $[45/0/90/0/-45]_T$  نیز رفتاری مشابه تا انحنا  $\omega=0/14$  دارد و با افزایش انحنا پس از آن تنها به میزان ناچیزی افزایش می یابد. (شکل ۴-۱۵ ب) اما چیدمان  $[45/-45]_T$  دارای بیشترین مقدار  $n_y$  است و نکته ی قابل توجه برای این چیدمان این است که با افزایش انحنا نخست بیشینه ی  $n_y$  کاهش و سپس افزایش می یابد. همان طور که در شکل ۴-۱۵ ج مشاهده می شود، مقدار این منتهی در انحنا  $\omega=0/04$  کمتر از انحنا  $\omega=0$  (گشودگی دایروی) است. به عبارت دیگر در این حالت لزوماً گشودگی دایروی منتهی مطلوب  $n_y$  کمتری ندارد و با انتخاب این انحنا برای گشودگی چهارضلعی در این چیدمان می توان به منتهی مطلوب کمتر از گشودگی دایروی رسید.

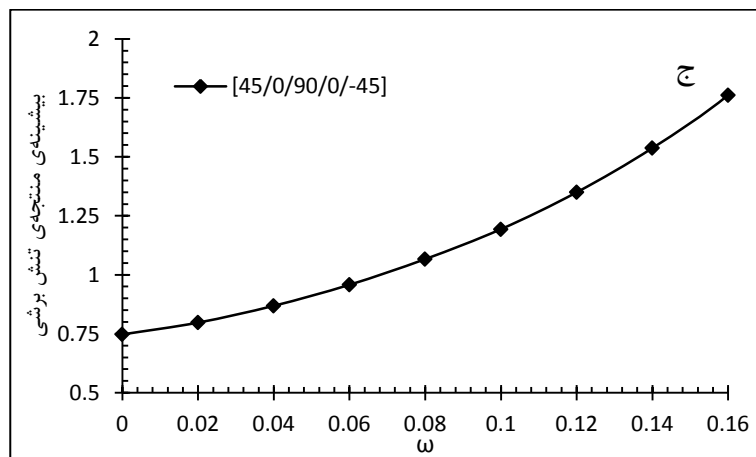
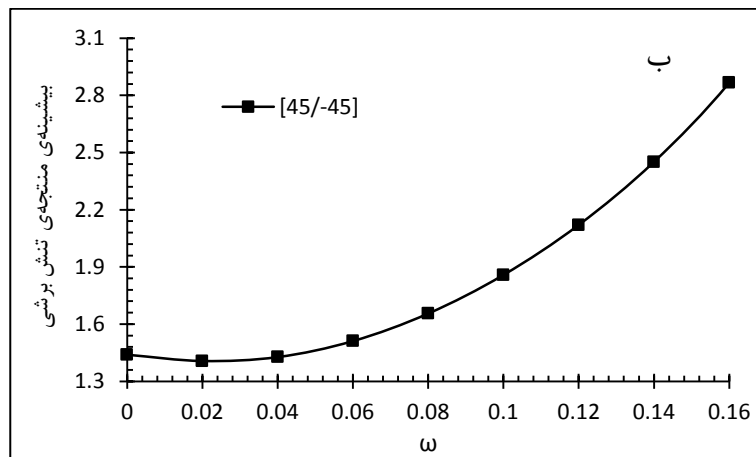
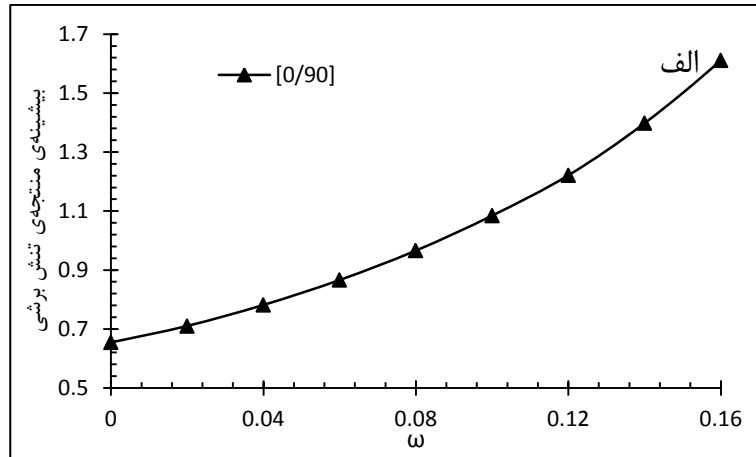




شکل ۴-۱۵ تأثیر انحناى گوشه‌ی گشودگی بر بیشینه‌ی منتهی تنش بی‌بعد در جهت  $Y$  برای گشودگی چهارضلعی  
 الف) در چیدمان  $[0/90]_T$  (ب) در چیدمان  $[45/-45]_T$  (ج) در چیدمان  $[45/0/90/0/-45]_T$

در شکل ۴-۱۶ الف بیشینه‌ی منتهی تنش برشی ( $n_{xy}$ ) برای سه چیدمان بر حسب انحنا مقایسه شده است. بیشینه‌ی  $n_{xy}$  برای چیدمان‌های  $[0/90]_T$  و  $[45/0/90/0/-45]_T$  نزدیک به هم بوده اما چیدمان  $[45/-45]_T$  در این منتهی مقدار بیشینه‌ی بیشتری دارد. مانند منتهی  $n_y$

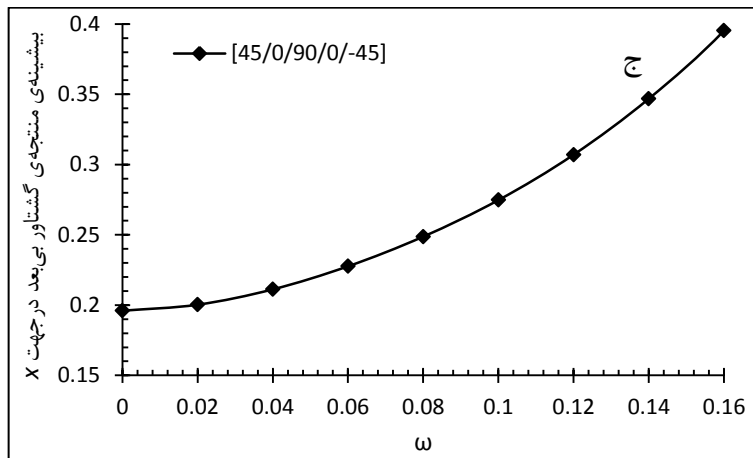
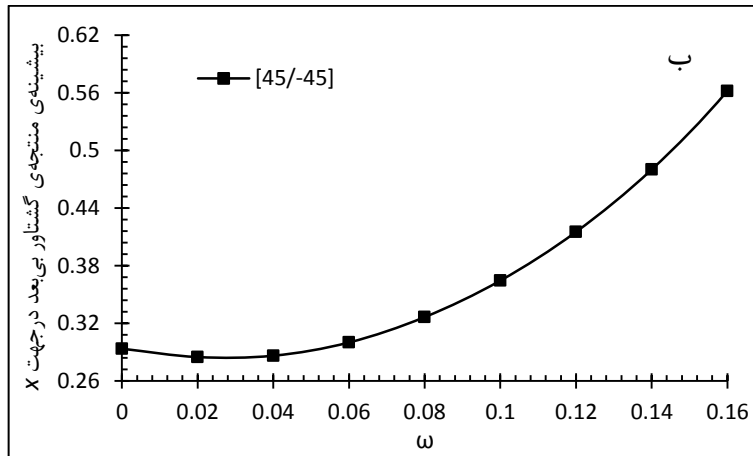
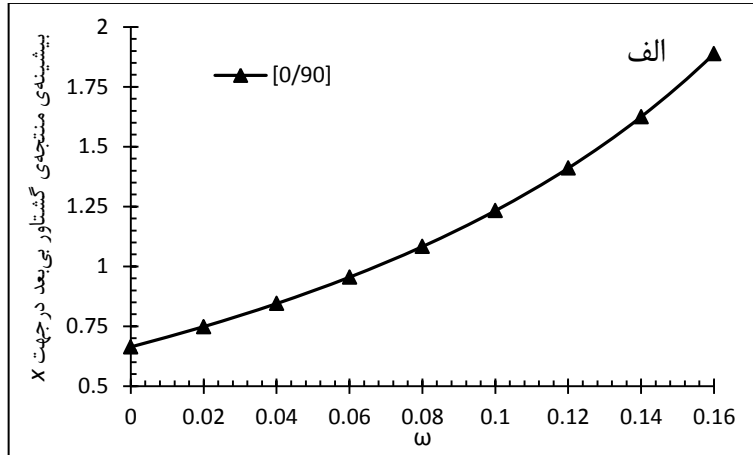
همان‌طور که در شکل ۴-۱۶ مشاهده است، چیدمان  $[45/-45]_T$  در انحنای  $\omega=0.2$  منتجه‌ی مطلوب کمتری از گشودگی دایروی ( $\omega=0$ ) دارد.



شکل ۴-۱۶ تأثیر انحنای گوشه‌ی گشودگی بر بیشینه‌ی منتجه‌ی تنش برشی برای گشودگی چهارضلعی (الف) در چیدمان  $[0/90]_T$  (ب) در چیدمان  $[45/-45]_T$  (ج)  $[45/0/90/0/-45]_T$

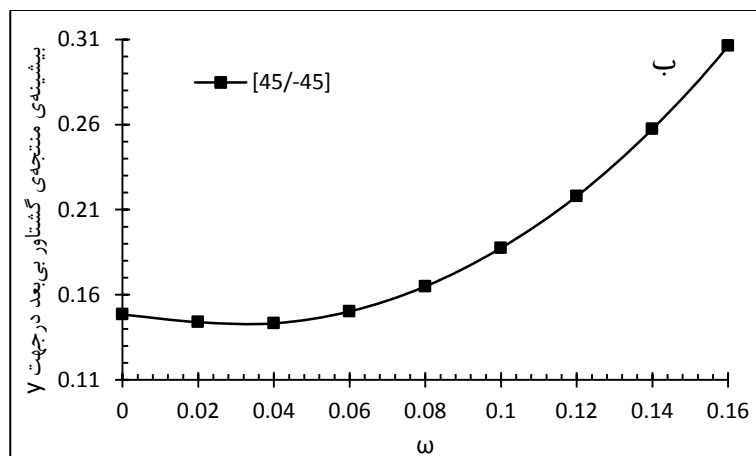
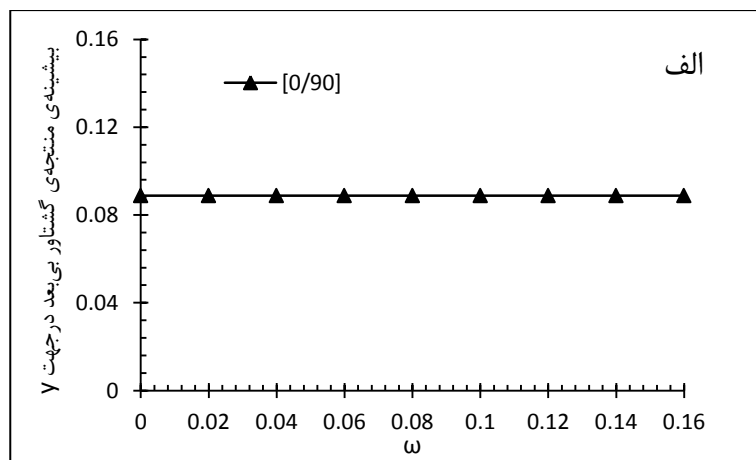
گشتاور  $m_x$  مطابق شکل ۴-۱۷ الف برای چیدمان  $[0/90]_T$  مقدار بیشینه‌ی بیشتر و برای چیدمان

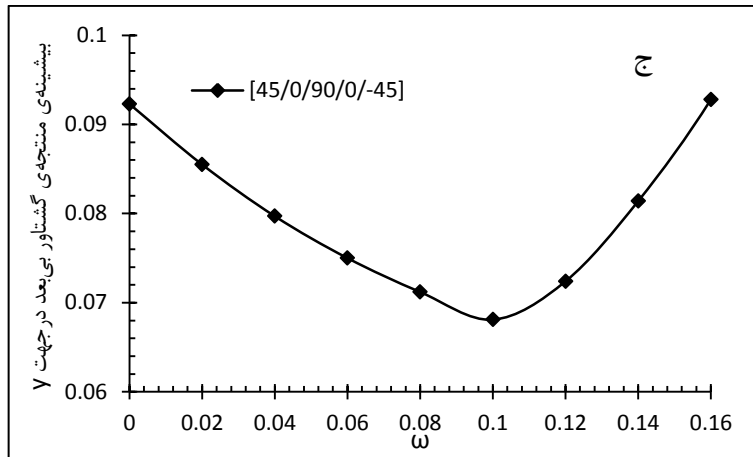
در حالی که همان طور که در شکل ۴-۱۷ مشهود است، چیدمان  $[45/-45]_T$  در انحنای  $\omega=0/0.4$  منتهی مطلوب کمتری از گشودگی دایروی ( $\omega=0$ ) دارد.



شکل ۴-۱۷ تأثیر انحنای گوشه‌ی گشودگی بر بیشینه‌ی منتهی گشتاور بی‌بعد در جهت  $x$  برای گشودگی چهارضلعی (الف) در چیدمان  $[0/90]_T$  (ب) در چیدمان  $[45/-45]_T$  (ج) در چیدمان  $[45/0/90/0/-45]_T$

مانند منتهی تنش  $n_y$  بیشینه‌ی منتهی گشتاور  $m_y$  نیز برای چیدمان  $[0/90]_T$  با افزایش انحنا تغییر نمی‌کند. (شکل ۴-۱۸ الف) می‌توان به این نتیجه رسید که بیشینه‌ی منتهی‌ها در جهت عمود بر بارگذاری تا یک انحنا خاص و در چیدمان  $[0/90]_T$  مستقل از انحنا است. این رفتار برای گشودگی مثلثی نیز در هر دو منتهی تنش و گشتاور دیده شد. مقادیر بیشینه‌ی منتهی گشتاور  $m_y$  برای چیدمان  $[45/-45]_T$  بیشترین مقدار را دارد. درحالی‌که مقدار این منتهی برای چیدمان  $[0/90]_T$  کمتر از دو چیدمان دیگر است. با توجه به شکل ۴-۱۸ ب، در چیدمان  $[45/-45]_T$  منتهی مطلوب در انحنا  $\omega = 0.04$  قرار دارد و مطابق شکل ۴-۱۸ ج برای چیدمان  $[45/0/90/0/-45]_T$  منتهی مطلوب در انحنا  $\omega = 0.1$  قرار دارد. بنابراین مشاهده می‌شود که در این دو چیدمان نیز گشودگی چهارضلعی با انحنا یادشده منتهی گشتاور مطلوب در جهت  $y$  کمتری نسبت به گشودگی دایروی دارد.





شکل ۴-۱۸ تأثیر انحنای گوشه‌ی گشودگی بر بیشینه‌ی منته‌ی گشتاور بی‌بعد در جهت  $y$  برای گشودگی چهارضلعی الف) در چیدمان  $[0/90]$  ب) در چیدمان  $[45/-45]$  ج) در چیدمان  $[45/0/90/0/-45]$

در نهایت تغییرات بیشینه‌ی گشتاور پیچشی بی‌بعد  $(m_{xy})$  بر حسب انحنای برای سه چیدمان در

شکل ۴-۱۹ نشان داده شده است. همان‌طور که مشاهده می‌شود، چیدمان  $[45/-45]$  بیشترین

مقدار منته‌ی گشتاور پیچشی  $m_{xy}$  را دارد و چیدمان  $[0/90]$  کمترین مقدار این منته‌ی گشتاور

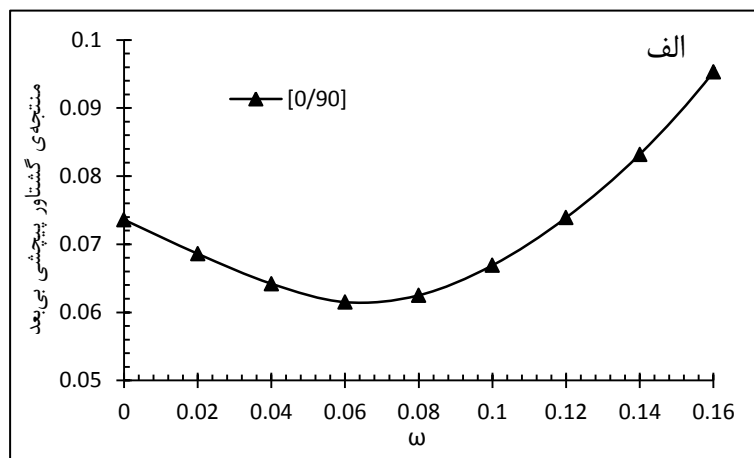
را به خود اختصاص می‌دهد. با توجه به شکل ۴-۱۹ الف، در چیدمان  $[0/90]$  منته‌ی مطلوب در

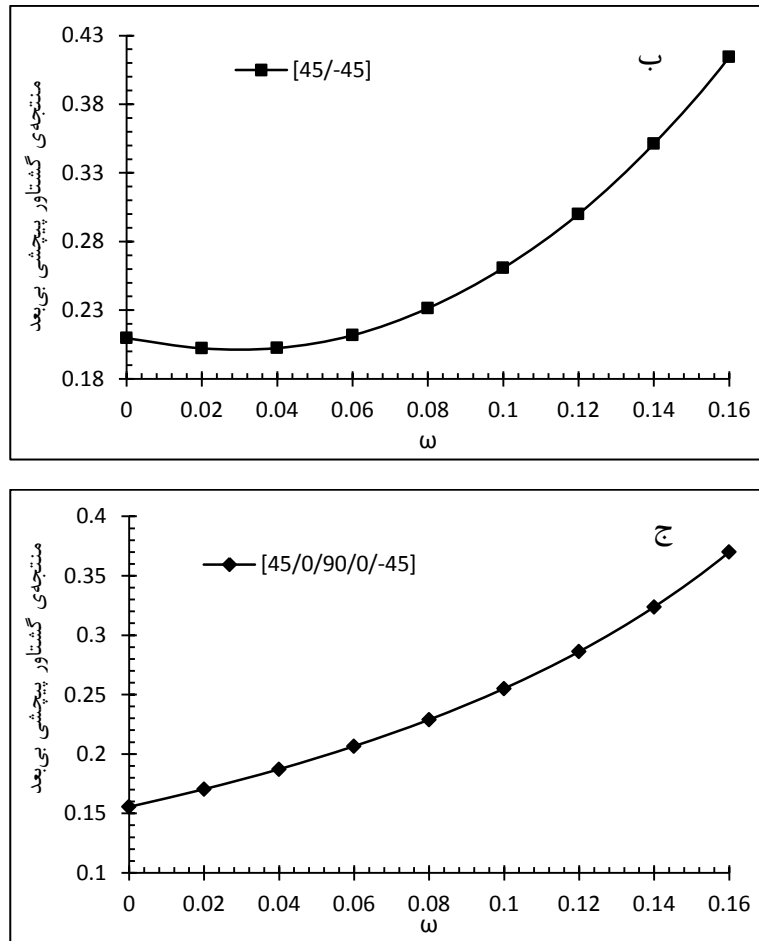
انحنای  $\omega = 0.06$  قرار دارد و مطابق شکل ۴-۱۹ ب در چیدمان  $[45/-45]$  این منته‌ی در انحنای

$\omega = 0.02$  اتفاق می‌افتد. اما در چیدمان  $[45/0/90/0/-45]$  چنین رفتاری برای این منته‌ی مشاهده

نمی‌شود و در این چیدمان منته‌ی مطلوب گشتاور پیچشی  $m_{xy}$  در انحنای  $\omega = 0$  قرار دارد. به

عبارتی در این حالت گشودگی دایروی مقدار منته‌ی مطلوب کمتر را به خود اختصاص می‌دهد.





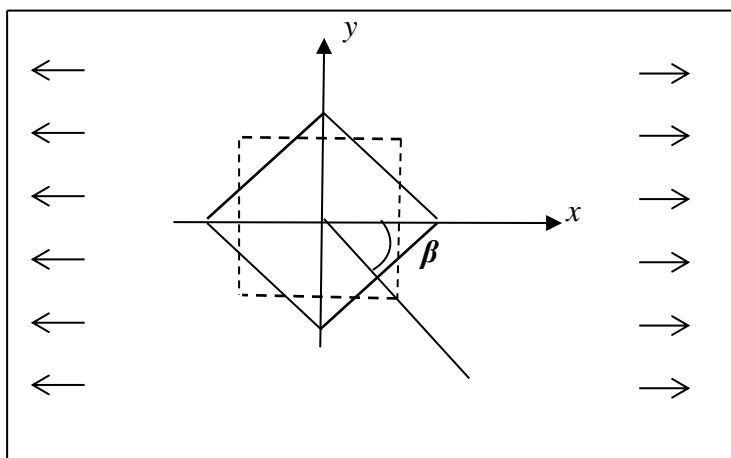
شکل ۴-۱۹ تأثیر انحنای گوشه‌ی گشودگی بر بیشینه‌ی منته‌ی گشتاور پیچشی بی‌بعد برای گشودگی چهارضلعی (الف) در چیدمان  $[0/90]$  (ب) در چیدمان  $[45/-45]$  (ج) در چیدمان  $[45/0/90/0/-45]$

در یک نتیجه‌گیری کلی مشخص می‌شود که در گشودگی چهارضلعی برای هر منته‌ی و بسته به هر چیدمان منته‌ی مطلوب می‌تواند در محلی به غیر از انحنای  $\omega = 0$  اتفاق بیفتد و این بدین معناست که برخلاف انتظار در این حالت لزوماً گشودگی دایروی ( $\omega = 0$ )، دارای کمترین مقدار منته‌ی مطلوب نیست و با انتخاب انحنای مناسب برای این گشودگی می‌توان به منته‌ی مطلوب کمتر از گشودگی دایروی رسید.

## ۴-۲ تأثیر زاویه‌ی چرخش گشودگی

همان‌طور که در فصل گذشته نیز اشاره شد، یکی از پارامترهای تأثیرگذار بر منته‌ی‌های تنش و گشتاور، زاویه‌ی چرخش گشودگی است. نحوه‌ی چرخش گشودگی چهارضلعی در شکل ۴-۲۰

مشاهده می‌شود و زاویه‌ی چرخش در شکل با  $\beta$  نشان داده شده است.

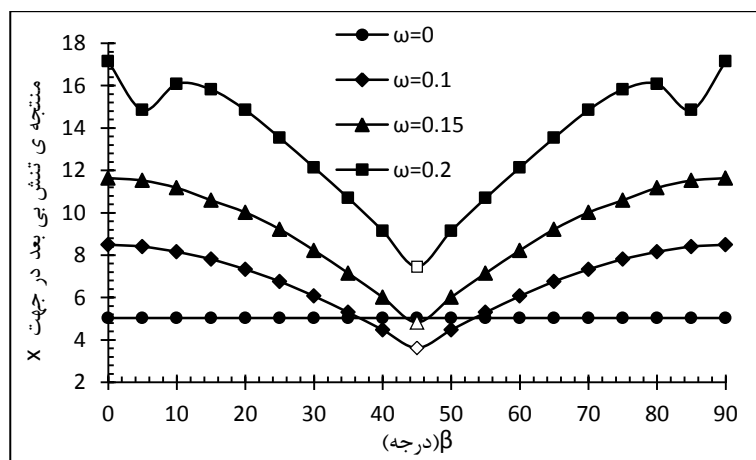


شکل ۴-۲۰ نمایش زاویه‌ی چرخش گشودگی چهارضلعی

همان‌طور که در فصل گذشته بیان شد، برای هر گشودگی رفتار متناوبی پس از یک زاویه‌ی چرخش خاص وجود دارد، که این زاویه برای گشودگی چهارضلعی برابر  $90^\circ$  درجه است. بنابراین کافی است تا برای این گشودگی نتایج در زاویه‌ی چرخش بین صفر تا  $90^\circ$  درجه ارائه شود.

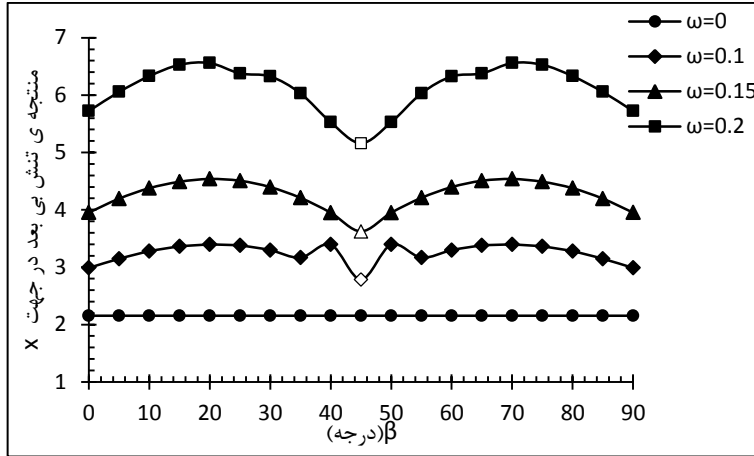
در شکل ۴-۲۱ تا شکل ۴-۳۸ تأثیر پارامتر زاویه‌ی چرخش گشودگی بر بیشینه‌ی منته‌های تنش و گشتاور برای چیدمان‌های  $[0/90]_T$ ،  $[45/-45]_T$  و  $[45/0/90/0/-45]_T$  در چندین انحنای مختلف نشان داده شده است. در این بخش سعی بر این است تا با انتخاب زاویه‌ی چرخش مناسب برای گشودگی چهارضلعی مقادیر بیشینه‌ی منته‌ها را کاهش داد. در تمامی اشکال محلّ قرارگیری منته‌های مطلوب به‌صورت توخالی مشخص شده‌اند. با تغییر زاویه‌ی چرخش همان‌طور که انتظار می‌رود بیشینه‌ی منته‌ها برای گشودگی دایروی ( $\omega=0$ ) تغییر نمی‌کند اما نکته‌ی حائز اهمیت دیگری که در این نتایج مشاهده می‌شود این است که در برخی زوایای چرخش که برای هر منته معرفّی خواهد شد، گشودگی چهارضلعی مقدار بیشینه‌ی کمتری نسبت به گشودگی دایروی دارد. نکته‌ی سومی که در تمام اشکال وجود دارد تقارن مقادیر بیشینه نسبت به زاویه‌ی چرخش  $\beta=45^\circ$  است. به‌عنوان مثال در زوایای چرخش  $\beta=15^\circ$  و  $\beta=75^\circ$  بیشینه‌ی منته‌ها دارای مقادیر یکسانی

هستند. در ادامه توضیح داده خواهد شد که با وجود برابر بودن بیشینه‌ها در این زوایا محلّ قرار گرفتن آن‌ها در اطراف گشودگی متفاوت است. در شکل ۴-۲۳، شکل ۴-۲۴ و شکل ۴-۲۵ تأثیر زاویه‌ی چرخش گشودگی بر بیشینه‌ی منتجه‌ی  $n_x$  به ترتیب در چیدمان‌های  $[0/90]_T$ ،  $[45/-45]_T$  و  $[45/0/90/0/-45]_T$  نشان داده شده است. این اشکال گویای چند نکته‌ی مهم هستند؛ نکته‌ی اول این است که در هر سه چیدمان منتجه‌ی تنش مطلوب  $n_x$  در زوایای چرخش  $\beta = 45^\circ$  اتفاق می‌افتد. دوم اینکه در محدوده‌ای از زوایای چرخش و برای انحنای خاص در هر منتجه می‌توان به بیشینه‌ی منتجه‌ی مطلوب کمتر از منتجه‌ی مطلوب در دایره رسید. همان‌طور که در شکل ۴-۲۳ مشاهده می‌شود، چیدمان  $[0/90]_T$  در انحنای  $\omega = 0/1$  و در محدوده‌ی  $40 \leq \beta \leq 50$  درجه مقدار منتجه‌ی مطلوب کمتری از گشودگی دایروی دارد. در انحنای  $\omega = 0/15$  نیز این رفتار در زاویه‌ی  $\beta = 45^\circ$  مشاهده می‌شود. برخلاف چیدمان  $[0/90]_T$  در شکل ۴-۲۴ چنین روندی برای چیدمان  $[45/-45]_T$  دیده نمی‌شود و منتجه‌ی مطلوب در  $\omega = 0$  مقدار کمتر را اختیار می‌کند؛ اما در شکل ۴-۲۵ برای چیدمان  $[45/0/90/0/-45]_T$  در انحنای  $\omega = 0/1$  و در محدوده‌ی  $40 \leq \beta \leq 50$  درجه نیز مجدداً منتجه‌ی مطلوب  $n_x$  از منتجه‌ی مطلوب در گشودگی دایروی کمتر است. نکته‌ی آخری که از مقایسه‌ی این سه شکل به دست می‌آید این است که چیدمان  $[45/-45]_T$  در انحنای یکسان مقدار منتجه‌ی مطلوب کمتری نسبت به چیدمان‌های دیگر دارد.

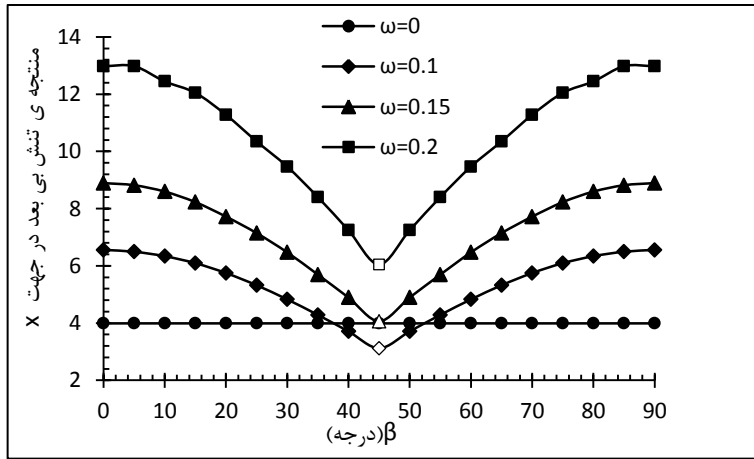


شکل ۴-۲۱ تأثیر زاویه چرخش بر بیشینه‌ی منتجه‌ی تنش بی‌بعد در جهت  $x$  برای گشودگی چهارضلعی در چیدمان  $[0/90]_T$





شکل ۴-۲۲ تأثیر زاویه چرخش بر منتجه‌ی تنش بی‌بعد در جهت  $x$  گشودگی چهارضلعی در چیدمان  $[45/-45]_T$



شکل ۴-۲۳ تأثیر زاویه چرخش بر بیشینه‌ی منتجه‌ی تنش بی‌بعد در جهت  $x$  گشودگی چهارضلعی در چیدمان

$$[45/0/90/0/-45]_T$$

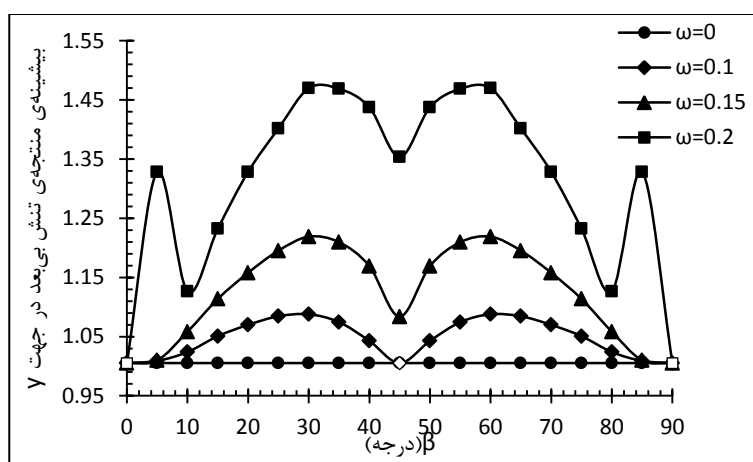
در جدول ۴-۱ مقادیر منتجه‌های تنش مطلوب و نامطلوب در جهت  $x$  گزارش شده است.

جدول ۴-۱ مقادیر منتجه‌های تنش مطلوب و نامطلوب در جهت  $x$  برای گشودگی چهارضلعی با انحنای  $\omega=0/1$  در سه

چیدمان مختلف

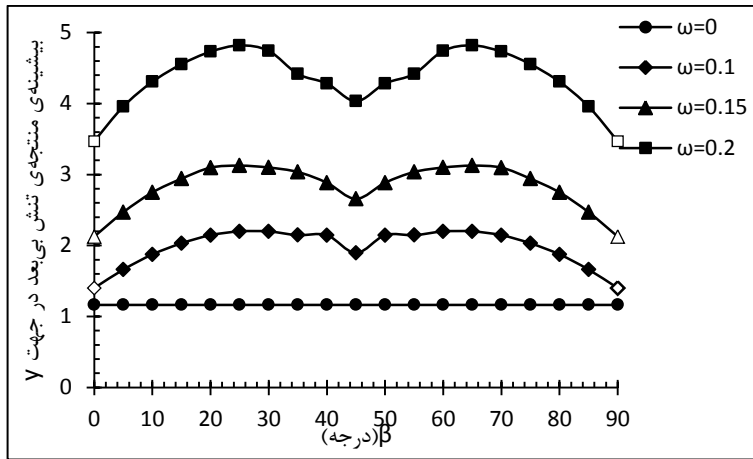
| چیدمان              | منتجه‌ی مطلوب | زاویه‌ی چرخش (درجه) | منتجه‌ی نامطلوب | زاویه‌ی چرخش (درجه) | منتجه‌ی گشودگی |
|---------------------|---------------|---------------------|-----------------|---------------------|----------------|
| $[0/90]_T$          | ۴/۴۸          | ۴۵                  | ۸/۴۹            | ۹۰ و ۰              | ۵/۰۳           |
| $[45/-45]_T$        | ۲/۷۹          | ۴۵                  | ۳/۴۰            | ۲۰ و ۷۰             | ۲/۱۵           |
| $[45/0/90/0/-45]_T$ | ۳/۱۲          | ۴۵                  | ۶/۵۶            | ۹۰ و ۰              | ۳/۹۸           |

در شکل ۴-۲۴، شکل ۴-۲۵ و شکل ۴-۲۶ تأثیر زاویه چرخش گشودگی بر بیشینه‌ی منتجه‌ی  $n_y$  برای سه چیدمان نشان داده شده است. در شکل ۴-۲۴ مشاهده می‌شود که در چیدمان  $[0/90]_T$  منتجه‌ی مطلوب  $n_y$  در زوایای چرخش  $\beta = 0^\circ$  و  $\beta = 90^\circ$  و از آنجا که بیشینه‌ی این منتجه با انحنا تغییر نمی‌کند؛ (به شکل ۴-۱۵ الف مراجعه شود). لذا مقادیر منتجه‌ی مطلوب در همه‌ی انحناها برابر است. از طرفی در انحنا  $\omega = 0/1$  منتجه‌ی مطلوب علاوه بر زوایای  $\beta = 0^\circ$  و  $\beta = 90^\circ$  در زاویه‌ی  $\beta = 45^\circ$  نیز قرار دارد.

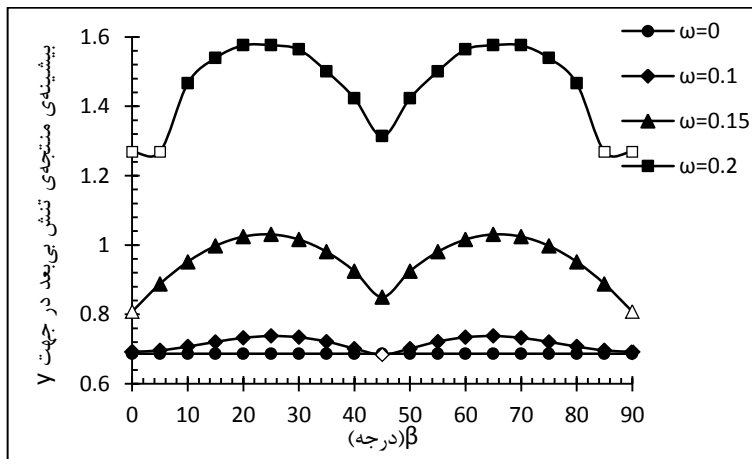


شکل ۴-۲۴ تأثیر زاویه چرخش بر بیشینه‌ی منتجه‌ی تنش بی‌بعد در جهت  $Y$  برای گشودگی چهارضلعی در چیدمان  $[0/90]_T$

در چیدمان  $[45/-45]_T$  نیز منتجه‌ی مطلوب در  $\beta = 0^\circ$  و  $\beta = 90^\circ$  قرار دارد و با افزایش انحنا افزایش می‌یابد. (شکل ۴-۲۵) در نهایت در چیدمان  $[45/0/90/0/-45]_T$  همان‌طور که در شکل ۴-۲۶ دیده می‌شود برای منتجه‌ی  $n_y$  در انحنا  $\omega = 0/1$  محلّ منتجه‌ی مطلوب تغییر می‌کند و در زاویه‌ی  $\beta = 45^\circ$  اتفاق می‌افتد و با منتجه‌ی مطلوب در  $\omega = 0$  یا همان گشودگی دایروی برابر است؛ درحالی‌که در انحناهای دیگر منتجه‌ی مطلوب  $n_y$  در زاویه‌ی  $\beta = 0^\circ$  و  $\beta = 90^\circ$  قرار دارد و با افزایش انحنا افزایش می‌یابد. علاوه بر این با مقایسه‌ی این سه شکل مشخص است که چیدمان  $[45/-45]_T$  در انحنا یکسان منتجه‌ی مطلوب بیشتری نسبت به چیدمان‌های دیگر دارد. در جدول ۴-۲ مقادیر منتجه‌های تنش مطلوب و نامطلوب در جهت برای گشودگی چهارضلعی معرفی شده‌اند.



شکل ۴-۲۵ تأثیر زاویه چرخش بر بیشینه‌ی منتجه‌ی تنش بی‌بعد در جهت  $Y$  برای گشودگی چهارضلعی در چیدمان  $[45/-45]_T$

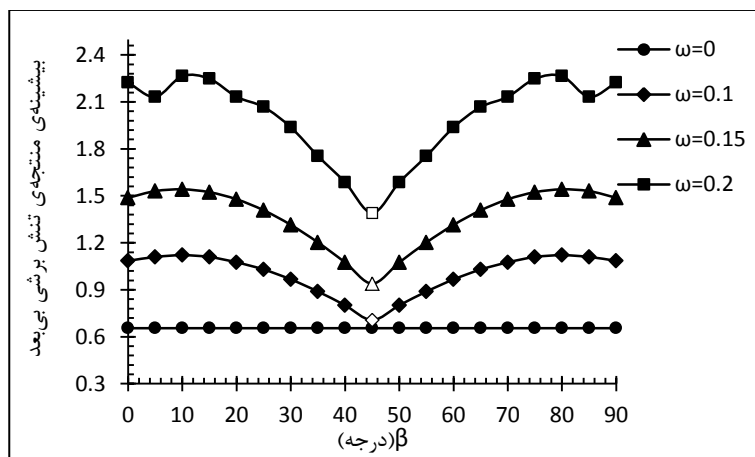


شکل ۴-۲۶ تأثیر زاویه چرخش بر بیشینه‌ی منتجه‌ی تنش بی‌بعد در جهت  $Y$  برای گشودگی چهارضلعی در چیدمان  $[45/0/90/0/-45]_T$

جدول ۴-۲ مقادیر منتجه‌های تنش مطلوب و نامطلوب در جهت  $Y$  برای گشودگی چهارضلعی با انحنای  $\omega=0/1$  در سه چیدمان مختلف

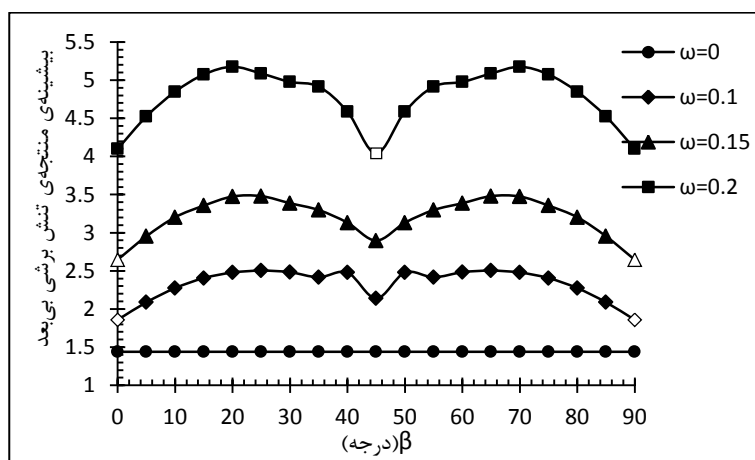
| چیدمان              | منتجه‌ی مطلوب | زاویه‌ی چرخش (درجه) | منتجه‌ی نامطلوب | زاویه‌ی چرخش (درجه) | منتجه‌ی گشودگی | دایروی |
|---------------------|---------------|---------------------|-----------------|---------------------|----------------|--------|
| $[0/90]_T$          | ۱             | ۹۰ و ۴۵ و ۰         | ۱/۱             | ۶۰ و ۳۰             | ۱              | ۱      |
| $[45/-45]_T$        | ۱/۴۰          | ۹۰ و ۰              | ۲/۲۰            | ۶۵ و ۲۵             | گشودگی         | ۱/۱۶   |
| $[45/0/90/0/-45]_T$ | ۰/۶۸          | ۴۵                  | ۰/۷۴            | ۶۵ و ۲۵             | گشودگی         | ۰/۶۹   |

در شکل ۴-۲۷، شکل ۴-۲۸ و شکل ۴-۲۹ تأثیر زاویه چرخش گشودگی بر بیشینه‌ی منتجه‌ی تنش برشی  $n_{xy}$  برای سه چیدمان نشان داده شده است. همان‌طور که در شکل ۴-۲۷ مشاهده می‌شود، منتجه‌ی مطلوب در چیدمان  $T_{[0/90]}$  در  $\beta = 45^\circ$  قرار دارد.

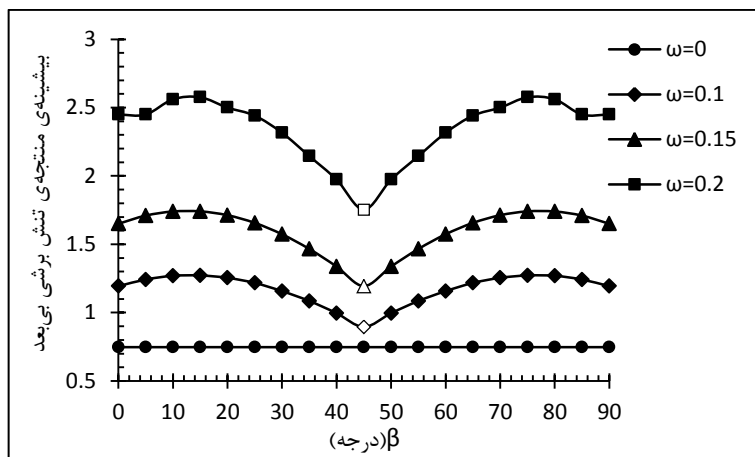


شکل ۴-۲۷ تأثیر زاویه چرخش بر بیشینه‌ی منتجه‌ی تنش برشی بی‌بعد برای گشودگی چهارضلعی در چیدمان  $T_{[0/90]}$

با توجه به شکل ۴-۲۸ منتجه‌ی مطلوب در چیدمان  $T_{[45/-45]}$  و در انحنای  $\omega = 0.1$  و  $\omega = 0.15$  در زاویه‌ی چرخش  $\beta = 0^\circ$  و  $\beta = 90^\circ$  قرار دارد. اما در  $\omega = 0.2$  این مقدار در  $\beta = 45^\circ$  است. در شکل ۴-۲۹ نیز رفتار بیشینه‌ی منتجه‌ی تنش برشی بی‌بعد برای چیدمان  $T_{[45/0/90/0/-45]}$  قابل مشاهده است و منتجه‌های مطلوب در این چیدمان هم‌رفتار با چیدمان  $T_{[0/90]}$  در هر انحنا هستند. علاوه بر این چیدمان  $T_{[45/-45]}$  در انحنای یکسان منتجه‌ی مطلوب بیشتری نسبت به چیدمان‌های دیگر دارد.



شکل ۴-۲۸ تأثیر زاویه چرخش بر بیشینه‌ی منتجه‌ی تنش برشی بی‌بعد گشودگی چهارضلعی در چیدمان  $T_{[45/-45]}$



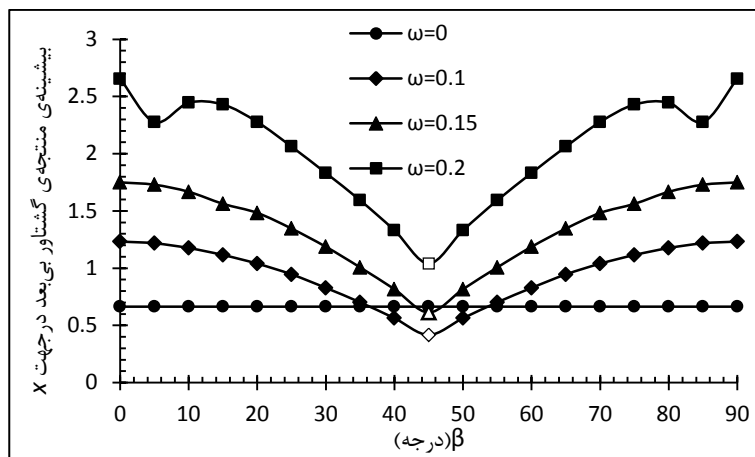
شکل ۴-۲۹ تأثیر زاویه‌ی چرخش بر بیشینه‌ی تنش‌ی منتجه‌ی تنش برشی بی‌بعد برای گشودگی چهارضلعی در چیدمان  $[45/0/90/0/-45]_T$

در جدول ۳-۴ مقادیر منتجه‌ی تنش برشی مطلوب و نامطلوب برای گشودگی چهارضلعی نشان داده شده است.

جدول ۳-۴ مقادیر منتجه‌های تنش برشی مطلوب و نامطلوب برای گشودگی چهارضلعی با انحنای  $\omega=0/1$  در سه چیدمان مختلف

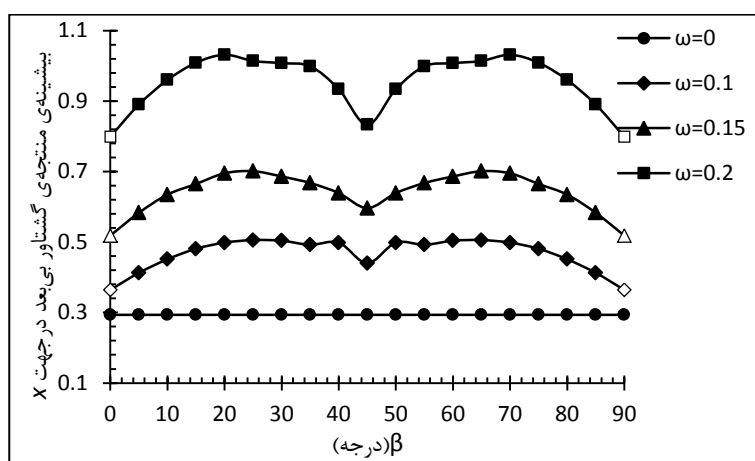
| چیدمان              | منتجه‌ی مطلوب | زاویه‌ی چرخش (درجه) | منتجه‌ی نامطلوب | زاویه‌ی چرخش (درجه) | منتجه‌ی گشودگی | دایروی |
|---------------------|---------------|---------------------|-----------------|---------------------|----------------|--------|
| $[0/90]_T$          | ۰/۷۱          | ۴۵                  | ۱/۱۲            | ۸۰ و ۱۰             | ۰/۶۵           |        |
| $[45/-45]_T$        | ۱/۸۶          | ۰ و ۹۰              | ۲/۵۰            | ۲۵ و ۶۵             | ۱/۴۴           |        |
| $[45/0/90/0/-45]_T$ | ۰/۸۹          | ۴۵                  | ۱۱/۲۷           | ۱۵ و ۷۵             | ۰/۷۵           |        |

در شکل ۴-۳۰، شکل ۴-۳۱ و شکل ۴-۳۲ تأثیر زاویه‌ی چرخش گشودگی بر بیشینه‌ی منتجه‌ی  $m_x$  به ترتیب در سه چیدمان نشان داده شده است. همان‌طور که در شکل ۴-۳۰ مشاهده می‌شود، در چیدمان  $[0/90]_T$  منتجه‌ی مطلوب برای همه‌ی انحنایها در زاویه‌ی چرخش  $\beta = 45^\circ$  قرار دارد. در انحنای  $\omega=0/1$  و در محدوده‌ی  $40 \leq \beta \leq 50$  درجه مقدار منتجه‌ی مطلوب کمتری از گشودگی دایروی دارد. در انحنای  $\omega=0/15$  نیز این رفتار در  $\beta = 45^\circ$  مشاهده می‌شود.

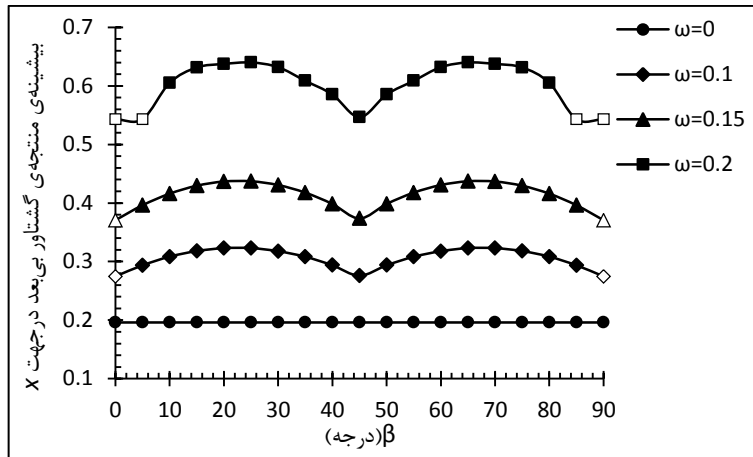


شکل ۳۰-۴ تأثیر زاویه چرخش بر بیشینه‌ی منته‌ی گشتاور بی‌بعد در جهت  $x$  برای گشودگی چهارضلعی در چیدمان  $[0/90]_T$

در شکل ۳۱-۴ چنین روندی برای چیدمان‌های  $[45/-45]_T$  مشاهده نمی‌شود و مقادیر منته‌ی مطلوب در این چیدمان بیشتر از منته‌ی گشودگی دایروی است. محل این منته‌ها برای هر سه انحنای نشان داده شده در زوایای چرخش  $\beta = 90^\circ$  و  $\beta = 0^\circ$  قرار دارد. در چیدمان  $[45]_T$  نیز رفتاری مشابه چیدمان  $[45/0/90/0]$  برای منته‌های مطلوب دیده می‌شود و در این چیدمان نیز منته‌های مطلوب در زوایای  $\beta = 90^\circ$  و  $\beta = 0^\circ$  اتفاق می‌افتد. (شکل ۳۲-۴) علاوه بر این با مقایسه‌ی کلی این سه شکل مشاهده می‌شود که چیدمان  $[0/90]_T$  در انحنای یکسان منته‌ی مطلوب بیشتری نسبت به چیدمان‌های دیگر دارد.



شکل ۳۱-۴ تأثیر زاویه چرخش بر بیشینه‌ی منته‌ی گشتاور بی‌بعد در جهت  $x$  برای گشودگی چهارضلعی در چیدمان  $[45/-45]_T$



شکل ۴-۳۲ تأثیر زاویه‌ی چرخش بر بیشینه‌ی منتجه‌ی گشتاور بی‌بعد در جهت  $x$  برای گشودگی چهارضلعی در چیدمان  $[45/0/90/0/-45]_T$

در جدول ۴-۴ مقادیر منتجه‌های گشتاور مطلوب و نامطلوب در جهت  $x$  برای گشودگی

چهارضلعی گزارش شده است.

جدول ۴-۴ مقادیر منتجه‌های گشتاور مطلوب و نامطلوب در جهت  $x$  برای گشودگی چهارضلعی با انحنای  $\omega=0/1$  در سه چیدمان مختلف

| چیدمان              | منتجه‌ی مطلوب | زاویه‌ی چرخش (درجه) | منتجه‌ی نامطلوب | زاویه‌ی چرخش (درجه) | منتجه‌ی گشودگی | دایروی |
|---------------------|---------------|---------------------|-----------------|---------------------|----------------|--------|
| $[0/90]_T$          | ۰/۴۲          | ۴۵                  | ۱/۲۳            | ۹۰ و ۰              | ۰/۶۶           |        |
| $[45/-45]_T$        | ۰/۳۶          | ۹۰ و ۰              | ۰/۵۰            | ۲۵ و ۶۵             | ۰/۲۹           |        |
| $[45/0/90/0/-45]_T$ | ۰/۲۷          | ۹۰ و ۰              | ۰/۳۲            | ۲۵ و ۶۵             | ۰/۱۹           |        |

در شکل ۴-۳۳، شکل ۴-۳۴ و شکل ۴-۳۵ تأثیر زاویه‌ی چرخش بر بیشینه‌ی منتجه‌ی گشتاور

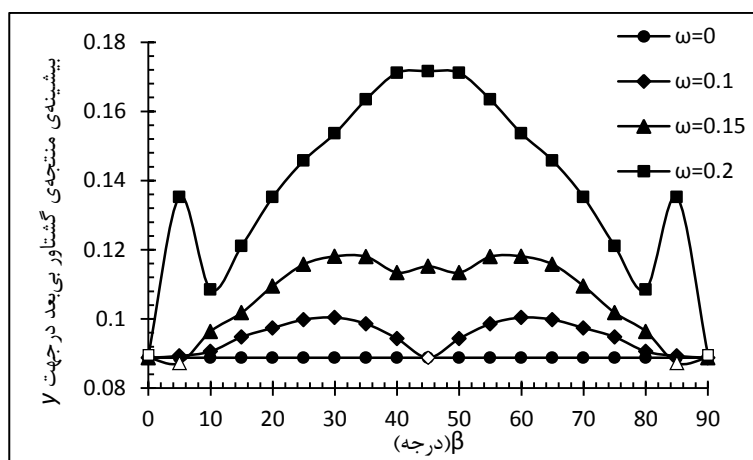
خمشی  $m_y$  مشاهده می‌شود. از آنجا که بیشینه‌ی این منتجه تا انحنای  $\omega=0/14$  تغییر نمی‌کند؛ (به

شکل ۴-۱۸ الف مراجعه شود.) لذا مقادیر منتجه‌ی مطلوب در انحنای  $\omega=0/1$  با این مقدار در

گشودگی دایروی برابر است. و در زوایای  $\beta=0^\circ$ ،  $\beta=5^\circ$  و  $\beta=90^\circ$  وجود دارد. اما در انحنای  $\omega=0/15$

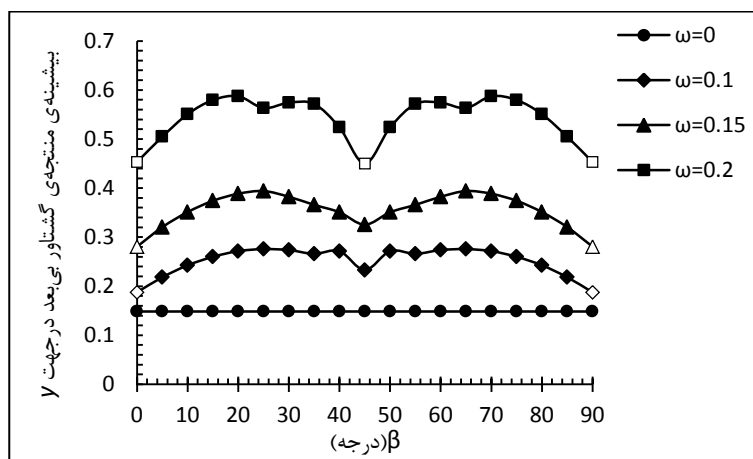
منتجه‌ی مطلوب در زوایای چرخش  $\beta=5^\circ$  و  $\beta=85^\circ$  و با مقداری کمتر از گشودگی دایروی قرار

می‌گیرد. در انحنای  $\omega=0/2$  نیز این مقدار در  $\beta=0^\circ$  و  $\beta=90^\circ$  قرار دارد.



شکل ۳۳-۴ تأثیر زاویه چرخش بر بیشینه‌ی منتجه‌ی گشتاور بی‌بعد در جهت  $y$  برای گشودگی چهارضلعی در چیدمان  $[0/90]_T$

در شکل ۳۴-۴ مشاهده می‌شود که رفتار منتجه‌ی گشتاور خمشی  $m_y$  در چیدمان  $[45/-45]_T$  مانند منتجه‌ی  $m_y$  است با این تفاوت که منتجه‌ی مطلوب در انحنای  $\omega=0/2$  در هر سه زاویه‌ی چرخش  $\beta=0^\circ$ ،  $\beta=45^\circ$  و  $\beta=90^\circ$  اتفاق می‌افتد.

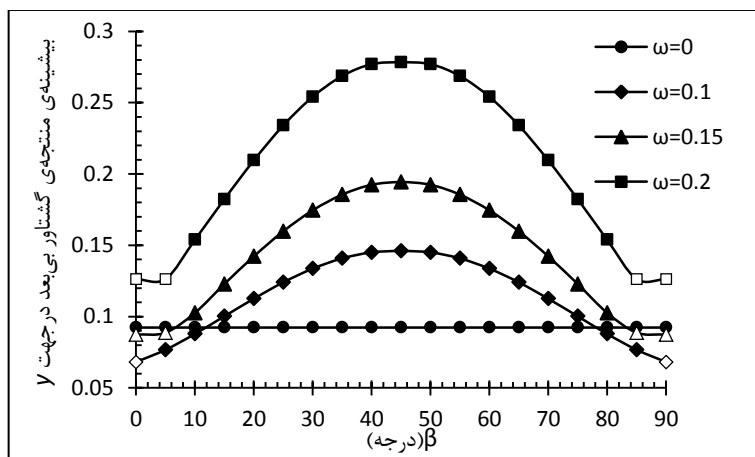


شکل ۳۴-۴ تأثیر زاویه چرخش بر بیشینه‌ی منتجه‌ی گشتاور بی‌بعد در جهت  $y$  برای گشودگی چهارضلعی در چیدمان  $[45/-45]_T$

در شکل ۳۵-۴ تغییرات بیشینه‌ی منتجه‌ی گشتاور خمشی  $m_y$  در چیدمان  $[45/0/90/0/-45]_T$  نشان داده شده است. در انحنای  $\omega=0/1$  و  $\omega=0/15$  مقدار این منتجه کمتر از این مقدار برای گشودگی دایروی است و در زوایای چرخش  $\beta=0^\circ$ ،  $\beta=5^\circ$ ،  $\beta=85^\circ$  و  $\beta=90^\circ$  قرار دارد. در انحنای



$\omega=0/12$  این مقدار در زوایای  $\beta=0^\circ$  و  $\beta=90^\circ$  قرار دارد، اما از منتهی مطلوب در گشودگی دایروی بیشتر است. نکته‌ای که از مقایسه‌ی این سه شکل نتیجه می‌شود، این است که چیدمان  $[45/-45]_T$  در انحنای یکسان منتهی مطلوب بیشتری دارد.



شکل ۴-۳۵ تأثیر زاویه‌ی چرخش بر بیشینه‌ی منتهی‌ی گشتاور بی‌بعد در جهت  $\beta$  برای گشودگی چهارضلعی در چیدمان  $[45/0/90/0/-45]_T$

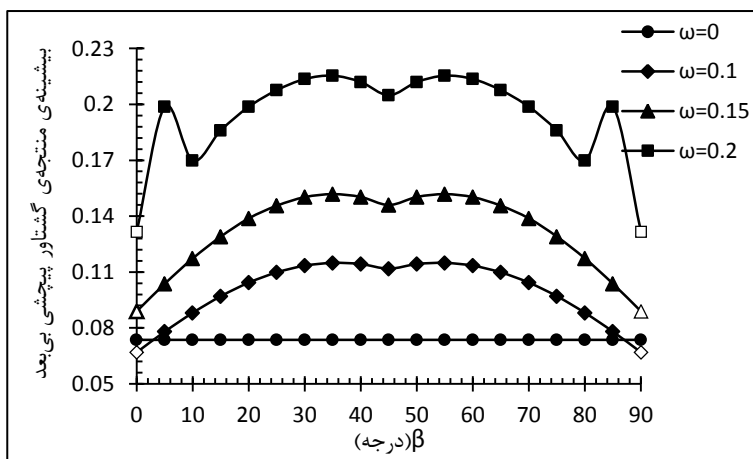
در جدول ۴-۵ مقادیر منتهی‌های گشتاور مطلوب و نامطلوب در جهت  $\beta$  برای گشودگی چهارضلعی معرفی شده‌اند.

جدول ۴-۵ مقادیر منتهی‌های گشتاور مطلوب و نامطلوب در جهت  $\beta$  برای گشودگی چهارضلعی با انحنای  $\omega=0/1$  در سه چیدمان مختلف

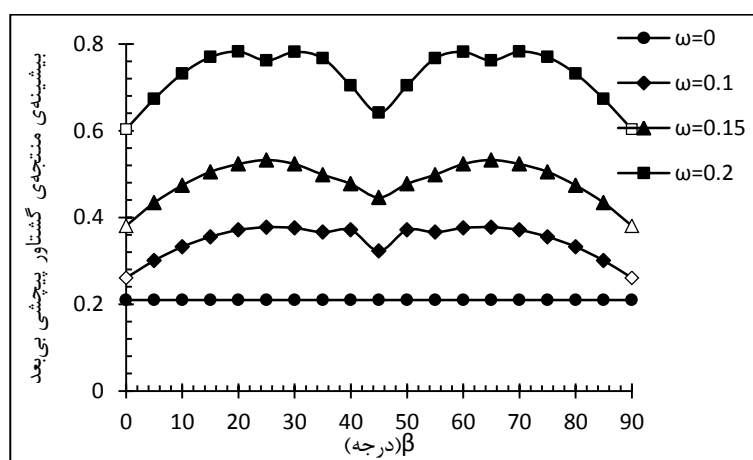
| چیدمان              | منتهی مطلوب | زاویه‌ی چرخش (درجه) | منتهی نامطلوب | زاویه‌ی چرخش (درجه) | منتهی گشودگی دایروی |
|---------------------|-------------|---------------------|---------------|---------------------|---------------------|
| $[0/90]_T$          | ۰/۰۹        | ۹۰ و ۴۵             | ۰/۱           | ۳۰ و ۶۰             | ۰/۰۹                |
| $[45/-45]_T$        | ۰/۱۹        | ۹۰                  | ۰/۲۷          | ۴۰ و ۵۰             | ۰/۱۵                |
| $[45/0/90/0/-45]_T$ | ۰/۰۷        | ۹۰                  | ۰/۱۵          | ۴۵                  | ۰/۰۹                |

در نهایت در شکل ۴-۳۶، شکل ۴-۳۷ و شکل ۴-۳۸ تأثیر زاویه‌ی چرخش بر بیشینه‌ی منتهی‌ی گشتاور پیچشی  $m_{xy}$  مشهود است. محل منتهی مطلوب برای این منتهی در چیدمان  $[0/90]_T$  در

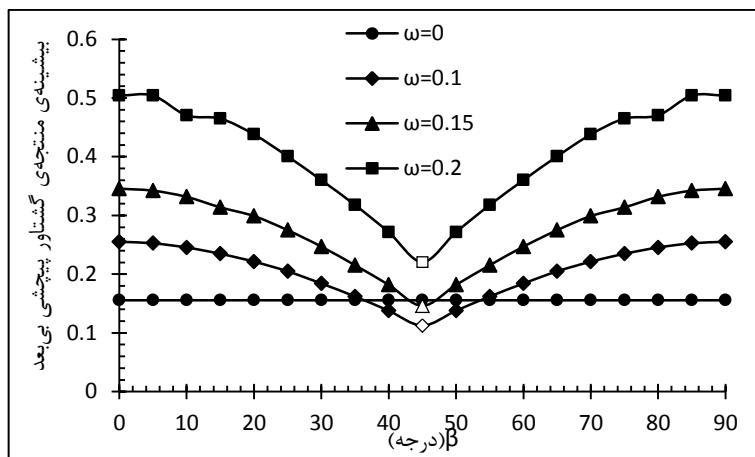
زوایای چرخش  $\beta=0^\circ$  و  $\beta=90^\circ$  قرار دارد. در انحنای  $\omega=0/1$  مشاهده می‌شود که مقدار این منتهی کمتر از منتهی گشودگی دایروی است. در چیدمان  $[45/-45]_T$  نیز منتهی مطلوب در زوایای چرخش  $\beta=0^\circ$  و  $\beta=90^\circ$  قرار دارد؛ اما در این چیدمان منتهی مطلوب مقدار بیشتری نسبت به گشودگی دایروی دارد. در چیدمان  $[45/0/90/0/-45]_T$  برخلاف دو چیدمان دیگر منتهی مطلوب در زوایای چرخش  $\beta=45^\circ$  قرار دارد. همچنین مشاهده می‌شود که در انحنای  $\omega=0/1$  و  $\omega=0/15$  مقدار منتهی مطلوب کمتر از منتهی مطلوب در گشودگی دایروی است. نکته‌ای که از مقایسه‌ی این سه شکل نتیجه می‌شود این است که چیدمان  $[45/-45]_T$  در انحنای یکسان منتهی مطلوب بیشتری دارد.



شکل ۴-۳۶ تأثیر زاویه چرخش بر بیشینه منتهی گشودگی چهارضلعی در چیدمان  $[0/90]_T$



شکل ۴-۳۷ تأثیر زاویه چرخش بر بیشینه منتهی گشودگی چهارضلعی در چیدمان  $[45/-45]_T$



شکل ۴-۳۸ تأثیر زاویه چرخش بر بیشینه‌ی منتجه‌ی گشتاور پیچشی بی‌بعد برای گشودگی چهار ضلعی در چیدمان  $[45/0/90/0/-45]_T$

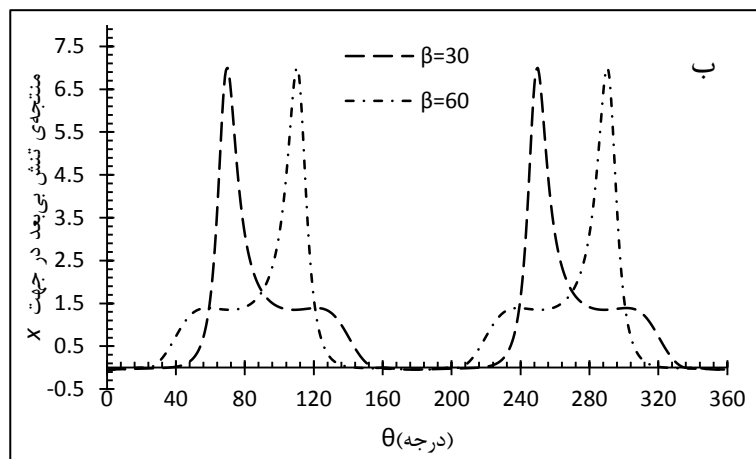
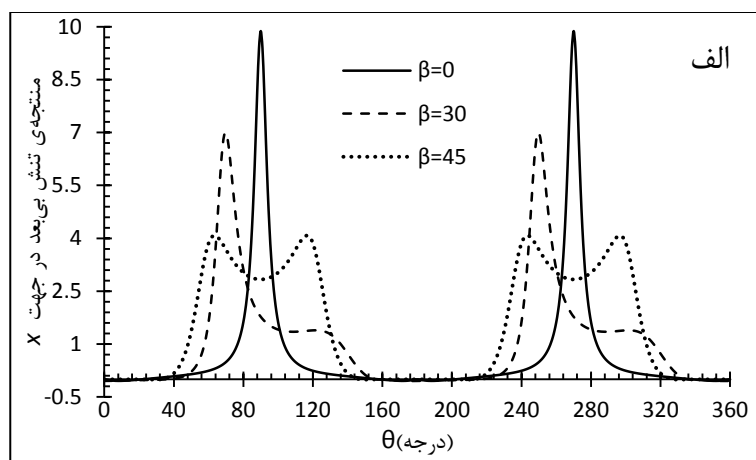
در جدول ۴-۶ مقادیر منتجه‌های گشتاور مطلوب و نامطلوب در جهت  $y$  برای گشودگی چهارضلعی معرفی شده‌اند.

جدول ۴-۶ مقادیر منتجه‌های گشتاور پیچشی مطلوب و نامطلوب برای گشودگی چهارضلعی با انحنای  $w=0/1$  در سه چیدمان مختلف

| چیدمان              | منتجه‌ی مطلوب | زاویه‌ی چرخش (درجه) | منتجه‌ی نامطلوب | زاویه‌ی چرخش (درجه) | منتجه‌ی گشودگی | دایروی |
|---------------------|---------------|---------------------|-----------------|---------------------|----------------|--------|
| $[0/90]_T$          | ۰/۰۷          | ۹۰ و ۰              | ۰/۱۲            | ۳۵ و ۵۵             | گشودگی         | ۰/۰۷   |
| $[45/-45]_T$        | ۰/۲۶          | ۹۰ و ۰              | ۰/۳۷            | ۴۰ و ۵۰             | گشودگی         | ۰/۲۱   |
| $[45/0/90/0/-45]_T$ | ۰/۱۱          | ۴۵                  | ۰/۲۵            | ۰ و ۹۰              | گشودگی         | ۰/۱۶   |

در شکل ۴-۳۹ الف، توزیع منتجه‌ی تنش بی‌بعد در جهت  $x$  اطراف گشودگی چهارضلعی در چیدمان  $[0/90]_T$  برای سه زاویه‌ی چرخش مختلف نشان داده شده است. همان‌طور که بیان شد منتجه‌ی  $n_x$  در این چیدمان در زاویه‌ی چرخش  $\beta=45^\circ$  مقدار بیشینه‌ی منتجه‌ی کمتر (منتجه‌ی مطلوب) را دارد. در بخش بررسی تأثیر پارامتر چرخش اشاره شد که در گشودگی چهارضلعی مقادیر بیشینه‌ی همه‌ی منتجه‌ها در چیدمان‌های مختلف نسبت به زاویه‌ی چرخش  $\beta=45^\circ$  متقارن هستند. در شکل ۴-۳۹ ب، این رفتار برای زوایای چرخش  $\beta=30^\circ$  و  $\beta=60^\circ$  نشان داده شده است. نکته‌ی

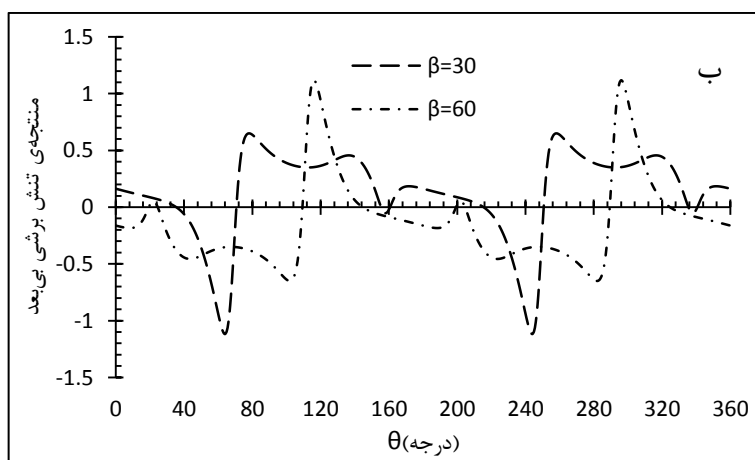
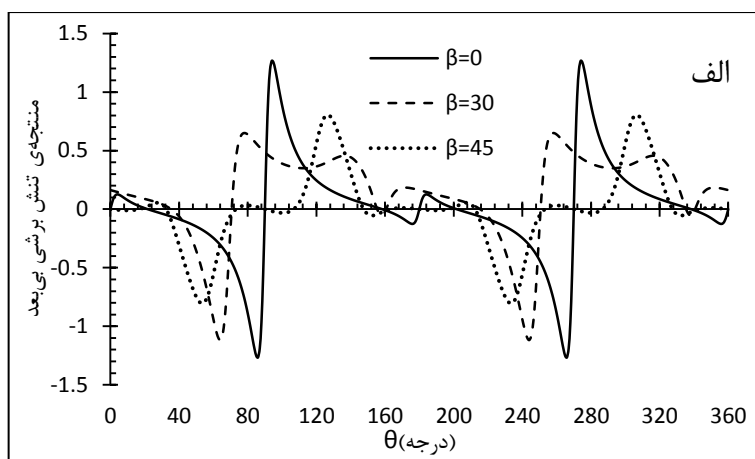
قابل توجه در این شکل این است که با وجود اینکه مقدار بیشینه‌ی منتجه‌ی  $n_x$  در این دو زاویه‌ی چرخش برابر است، محلّ این مقدار بیشینه متفاوت است. در زاویه‌ی چرخش  $\beta = 30^\circ$  بیشینه‌ی منتجه‌ی  $n_x$  در زوایای  $\theta = 7^\circ$  و  $\theta = 25^\circ$  رخ می‌دهد درحالی‌که این مقدار در  $\beta = 60^\circ$  در زاویه‌ی  $\theta = 110^\circ$  و  $\theta = 290^\circ$  قرار دارد. این رفتار برای منتجه‌های تنش در جهت  $x$  و  $y$  در همه‌ی چیدمان‌ها مشاهده می‌شود. همچنین منتجه‌های گشتاور در جهت  $x$  و  $y$  در چیدمان  $[0/90]_T$  و منتجه‌ی گشتاور پیچشی در چیدمان‌های  $[45/-45]_T$  و  $[45/0/90/0/-45]_T$  نیز همین رفتار را دارند.



شکل ۴-۳۹ توزیع منتجه‌ی تنش بی‌بعد در جهت  $x$  برای چیدمان  $[0/90]_T$  (الف) در زوایای چرخش  $\beta = 0^\circ$ ،  $\beta = 30^\circ$  و  $\beta = 45^\circ$  (ب) در زوایای چرخش  $\beta = 30^\circ$  و  $\beta = 60^\circ$

در شکل ۴-۴۰ الف، توزیع منتجه‌ی تنش برشی بی‌بعد اطراف گشودگی چهارضلعی در چیدمان  $[0/90]_T$  در سه زاویه‌ی چرخش مختلف نشان داده شده است. در این منته‌جه نیز همان‌گونه که بیان شد، در زاویه‌ی چرخش  $\beta = 45^\circ$  مقدار بیشینه‌ی منتجه‌ی کمتر (منتجه‌ی مطلوب) قرار دارد.

شکل ۴-۴۰، این رفتار برای زوایای چرخش  $\beta = 30^\circ$  و  $\beta = 60^\circ$  نشان داده شده است. مشاهده می‌شود که مقدار بیشینه‌ی منتهی  $n_{xy}$  در این دو زاویه‌ی چرخش برابر است، اما محل این مقدار بیشینه متفاوت است. تفاوتی که میان رفتار این منتهی و منتهی  $n_x$  وجود دارد، این است که علاوه بر اینکه محل بیشینه متفاوت است جهت منتهی نیز تغییر می‌کند. در زاویه‌ی چرخش  $\beta = 30^\circ$  بیشینه‌ی منتهی  $n_{xy}$  در زوایای  $\theta = 64^\circ$  و  $\theta = 244^\circ$  رخ می‌دهد و مقدار آن برابر  $1/12$  است. در حالی که این مقدار برای زاویه‌ی چرخش  $\beta = 60^\circ$  در زاویه‌ی  $\theta = 116^\circ$  و  $\theta = 296^\circ$  قرار دارد و برابر  $1/12$  است. این رفتار برای منتهی تنش برشی در همهی چیدمان‌ها مشاهده می‌شود. منتهی‌های گشتاور در جهت  $x$  و  $y$  در چیدمان‌های  $[45/-45]_T$  و  $[45/0/90/0/-45]_T$  و منتهی‌های گشتاور پیچشی در چیدمان  $[0/90]_T$  نیز همین رفتار را دارند.



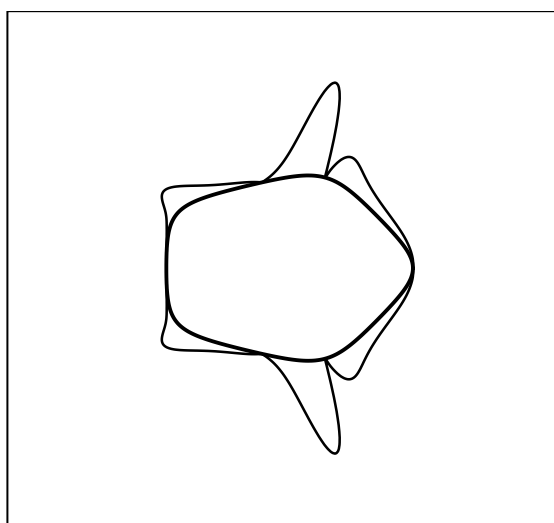
شکل ۴-۴۰ توزیع منتهی تنش برشی بی‌بعد برای چیدمان  $[0/90]_T$  (الف) در زوایای چرخش  $\beta = 0^\circ$ ،  $\beta = 30^\circ$  و  $\beta = 45^\circ$  (ب) در زوایای چرخش  $\beta = 30^\circ$  و  $\beta = 60^\circ$

در این فصل به بررسی پارامترهایی همچون نحوه‌ی چیدمان لایه‌ها، تأثیر انحنای گوشه‌ی گشودگی و زاویه‌ی چرخش گشودگی چهارضلعی پرداخته شد. نتایج قابل توجهی که به دست آمد نشان داد که برخلاف گشودگی مثلثی در این گشودگی با انتخاب زاویه‌ی چرخش و انحنای مناسب می‌توان به نتیجه‌ی مطلوب کمتری نسبت به گشودگی دایروی دست یافت. به عنوان مثال با انتخاب زاویه‌ی چرخش مناسب در انحنای خاص می‌توان مقدار نتیجه‌های مطلوب  $m_x$ ،  $n_x$  و  $m_{xy}$  را به ترتیب ۱۱، ۳۷ و ۹ درصد کاهش داد. در چیدمان  $[45/0/90/0/-45]_T$  نیز با انتخاب زاویه‌ی چرخش مناسب می‌توان نتیجه‌های  $m_y$ ،  $n_x$  و  $m_{xy}$  را به ترتیب ۲۲، ۲۶ و ۲۸ درصد نسبت به گشودگی دایروی کمتر کرد.

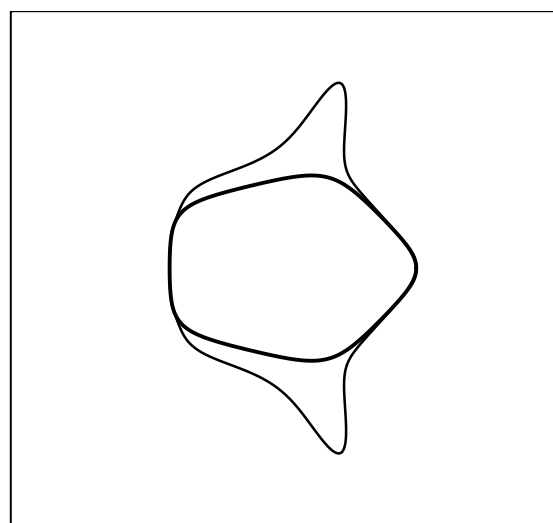
## فصل ۵: گشودگی‌های $n$ ضلعی و بیضی

---

در این فصل، به بررسی تأثیر پارامترهای مختلف همچون انحنای گوشه‌ی گشودگی ( $\omega$ )، زاویه‌ی چرخش گشودگی ( $\beta$ ) و تأثیر نحوه‌ی چیدمان لایه‌ها، بر توزیع شش منته‌جه‌ی تنش و گشتاور اطراف گشودگی‌های  $n$  ضلعی و بیضی پرداخته می‌شود. برای این منظور از کامپوزیت گرافیت BMI که خواص مکانیکی آن در فصل ۱ و در جدول ۱-۱ ارائه شده، استفاده شده است. به منظور بررسی تأثیر هر پارامتر، سایر پارامترها ثابت در نظر گرفته می‌شوند. همچنین بارگذاری چندلایه تک‌محوره و در جهت  $x$  صورت می‌گیرد. برای ایجاد هندسه‌های چندضلعی از رابطه‌ی (۲-۲) استفاده می‌شود، به گونه‌ای که برای ایجاد پنج‌ضلعی، شش‌ضلعی، هفت‌ضلعی و هشت‌ضلعی کفایت مقادیر  $n$  به ترتیب برابر ۴، ۵، ۶ و ۷ و مقدار  $c$  برابر ۱ قرار داده شود؛ برای  $\omega$  های مختلف در بازه‌ی  $0 \leq \omega \leq 1/n$  نقاط به دست آمده، چندضلعی‌هایی با انحنای مختلف را ایجاد می‌کنند. برای گشودگی‌های بیشتر از هشت‌ضلعی رفتار به گشودگی دایره‌ای نزدیک می‌شود که از آوردن نتایج برای آن‌ها صرف نظر شده است. برای ایجاد گشودگی بیضی شکل نیز مقادیر  $n$  و  $c$  به ترتیب برابر ۱ و  $0.5$  در نظر گرفته می‌شوند. در این حالت بیضی با قطر افقی دو برابر قطر عمودی ایجاد می‌شود (در ایجاد بیضی  $\omega = 0$  است) در شکل ۵-۱ تا شکل ۵-۱۰ نمایشی از توزیع منته‌جه‌های تنش و گشتاور در جهت  $x$  اطراف گشودگی‌های  $n$  ضلعی با انحنای  $\omega = 0.5$  و بیضی با زاویه‌ی چرخش صفر درجه نشان داده شده است.

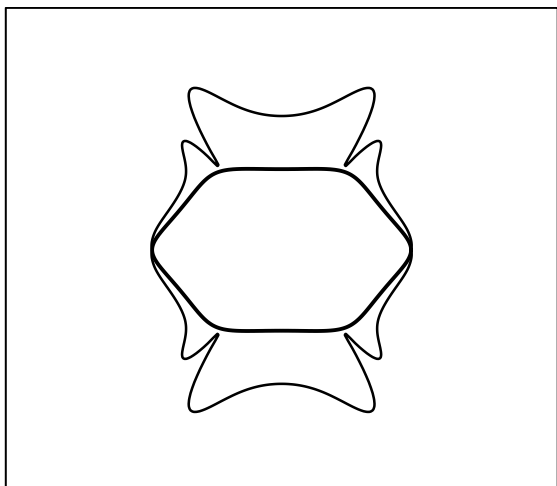


شکل ۲-۵ توزیع منته‌جه‌ی گشتاور در جهت  $x$  اطراف گشودگی پنج‌ضلعی

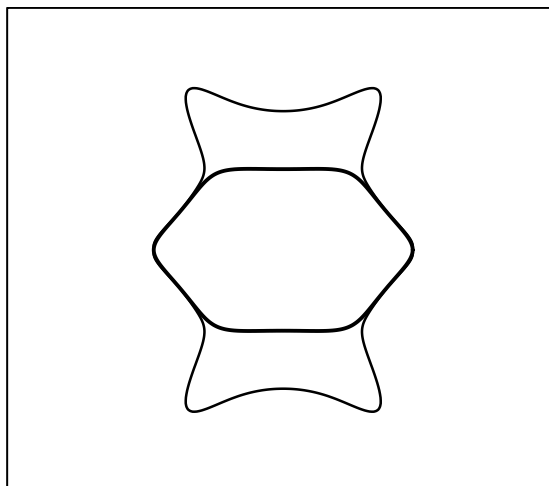


شکل ۵-۱ توزیع منته‌جه‌ی تنش در جهت  $x$  اطراف گشودگی پنج‌ضلعی

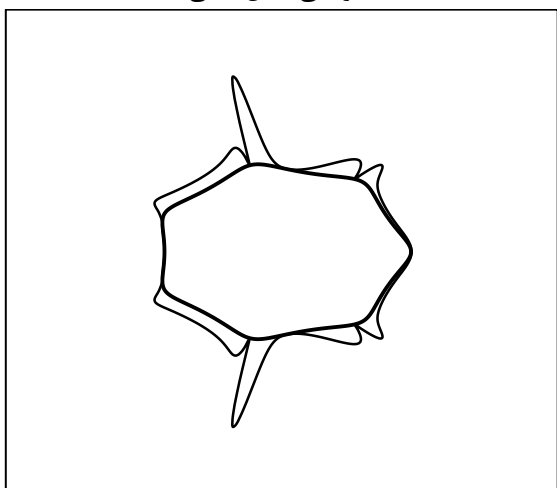




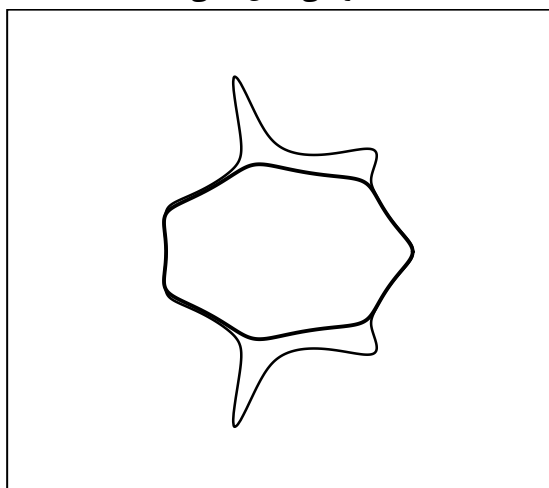
شکل ۴-۵ توزیع منتهی گشتاور در جهت  $x$  اطراف  
گشودگی شش ضلعی



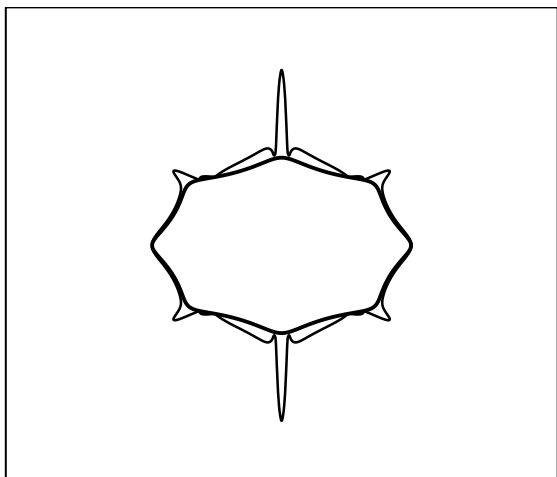
شکل ۳-۵ توزیع منتهی تنش در جهت  $x$  اطراف  
گشودگی شش ضلعی



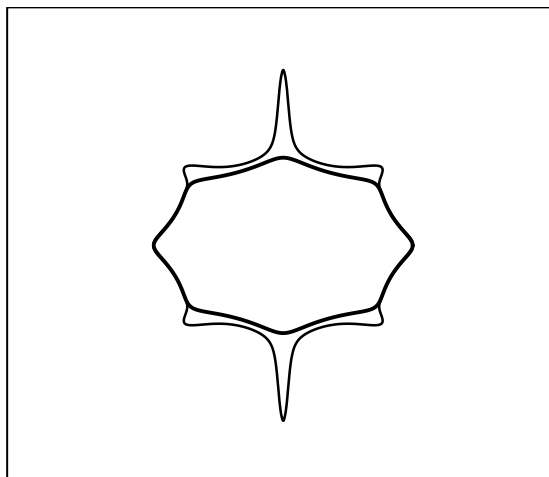
شکل ۶-۵ توزیع منتهی گشتاور در جهت  $x$  اطراف  
گشودگی هفت ضلعی



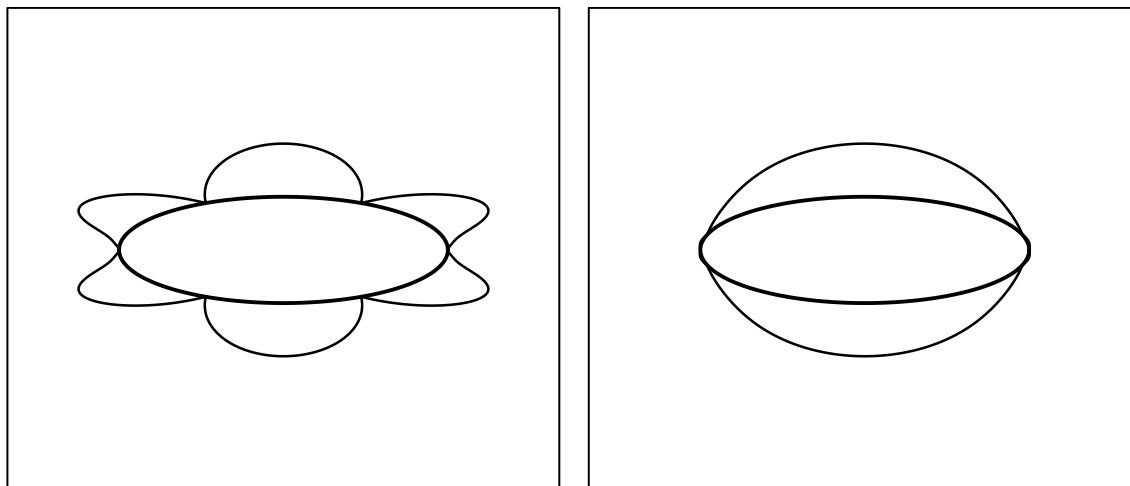
شکل ۵-۵ توزیع منتهی تنش در جهت  $x$  اطراف  
گشودگی هفت ضلعی



شکل ۸-۵ توزیع منتهی گشتاور در جهت  $x$  اطراف  
گشودگی هشت ضلعی



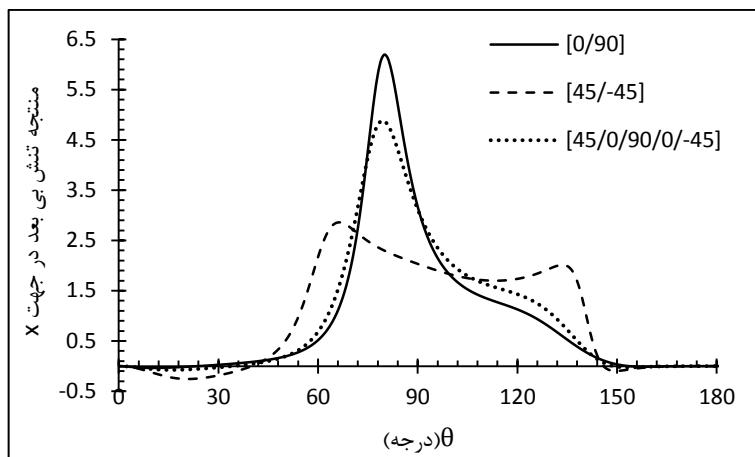
شکل ۷-۵ توزیع منتهی تنش در جهت  $x$  اطراف  
گشودگی هشت ضلعی



شکل ۵-۱۰ توزیع منته‌های گشتاور در جهت  $x$  اطراف بیضی

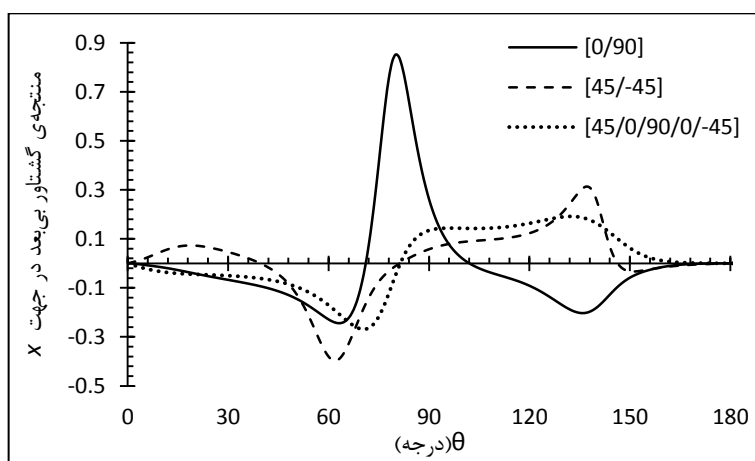
شکل ۵-۹ توزیع منته‌های تنش در جهت  $x$  اطراف بیضی

به منظور بررسی تأثیر چیدمان لایه‌ها بر توزیع منته‌های تنش و گشتاور در گشودگی‌های  $n$  ضلعی و بیضی شکل، نتایج برای منته‌های تنش و گشتاور در جهت  $x$  که مقادیر منته‌های بیشتری نسبت به سایر منته‌ها دارند آورده شده‌اند. همان‌طور که در شکل ۵-۱۱ تا شکل ۵-۱۹ مشاهده می‌شود، چیدمان لایه‌ها یکی از پارامترهای تأثیرگذار بر توزیع منته‌های تنش و گشتاور اطراف گشودگی است. در شکل ۵-۱۱ تغییرات  $n_x$  برای سه چیدمان مختلف در گشودگی پنج ضلعی نشان داده شده است. مشاهده می‌شود که مانند مثلث و چهارضلعی، در  $n$  ضلعی‌ها و بیضی نیز برای این منته‌ها و سایر منته‌ها، در هر سه چیدمان رفتار متناوب پس از زاویه‌ی  $۱۸۰$  درجه مشاهده می‌شود، به همین دلیل نتایج تا زاویه‌ی  $۱۸۰$  درجه گزارش شده است. مقادیر منته‌های تنش بی بعد در جهت  $x$  برای چیدمان  $T [۰/۹۰]$  بیشتر از دو چیدمان دیگر است و مقدار بیشینه‌ی منته‌های  $n_x$ ، برای چیدمان  $T [۴۵/-۴۵]$  حدوداً دو برابر کمتر از چیدمان  $T [۰/۹۰]$  است. این منته‌ها برای هر سه چیدمان در زوایای صفر و  $۱۸۰$  درجه صفر است. در منته‌های  $n_y$ ، مشاهده می‌شود که چیدمان  $T [۴۵/-۴۵]$  مقادیر بیشینه‌ی بیشتری دارد و مقدار این منته‌ها برای هر سه چیدمان در زاویه‌ی  $۹۰$  درجه صفر است. در منته‌های تنش برشی  $n_{xy}$  نیز چیدمان  $T [۴۵/-۴۵]$  مقادیر بیشینه‌ی بیشتر را اختیار می‌کند و در زوایای صفر و  $۱۸۰$  درجه، مقدار این منته‌ها برای هر سه چیدمان صفر است.



شکل ۵-۱۱ توزیع منتهی تنش بی بعد در جهت  $x$  اطراف گشودگی پنج ضلعی در سه چیدمان مختلف

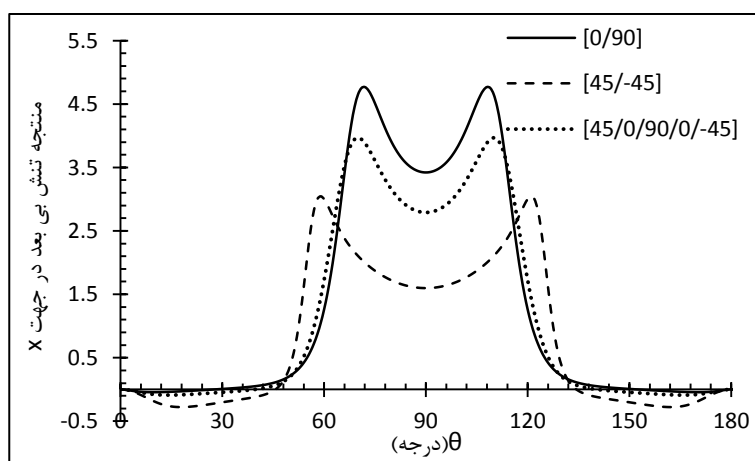
در شکل ۵-۱۲ تغییرات منتهی گشتاور  $m_x$  در سه چیدمان مشاهده می‌شود. این منتهی در هر سه چیدمان در زوایای صفر و  $180^\circ$  درجه مقدار صفر را اختیار می‌کند و چیدمان  $[0/90]_T$  مقدار بیشینه  $m_x$  بیشتری را به خود اختصاص می‌دهد. منتهی گشتاور  $m_y$  نیز رفتار مشابه منتهی  $m_x$  را برای هر سه چیدمان از خود نشان می‌دهد؛ اما در این منتهی چیدمان  $[45/-45]_T$  مقدار بیشینه بیشتری دارد و مقدار این منتهی در چیدمان  $[0/90]_T$  در زاویه  $90^\circ$  درجه صفر می‌شود. در نهایت در منتهی گشتاور  $m_{xy}$  مشاهده می‌شود که مقدار بیشینه بیشتر این منتهی به چیدمان  $[45/-45]_T$  تعلق دارد.



شکل ۵-۱۲ توزیع منتهی گشتاور بی بعد در جهت  $x$  اطراف گشودگی پنج ضلعی در سه چیدمان مختلف

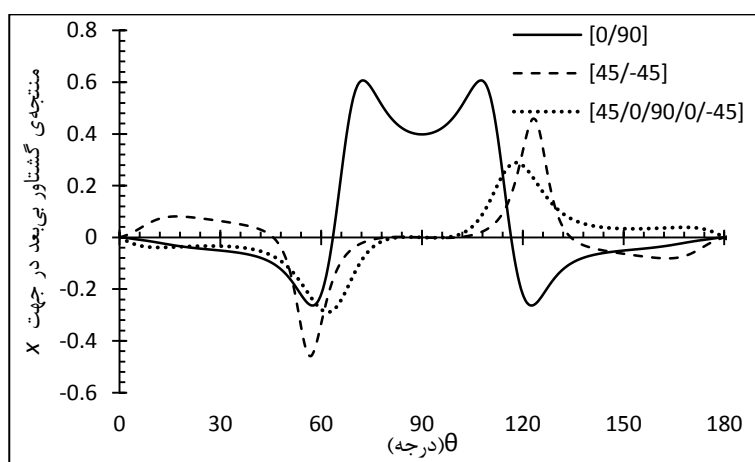
در شکل ۵-۱۳ تغییرات  $n_x$  برای سه چیدمان مختلف در گشودگی شش ضلعی نشان داده شده

است. مقدار این منتهج برای چیدمان  $[0/90]_T$  بیشتر از دو چیدمان دیگر است و این منتهج برای هر سه چیدمان در زوایای صفر و  $180^\circ$  درجه صفر است. در منتهجی  $n_y$  چیدمان  $[45/-45]_T$  مقادیر بیشینه‌ی بیشتری دارد و برای هر سه چیدمان در زوایای  $77^\circ$  و  $90^\circ$  درجه صفر است. در منتهجی  $n_{xy}$  نیز چیدمان  $[45/-45]_T$  مقادیر بیشینه‌ی بیشتری را اختیار می‌کند و مقدار آن در زوایای صفر و  $180^\circ$  درجه، برای هر سه چیدمان صفر است.



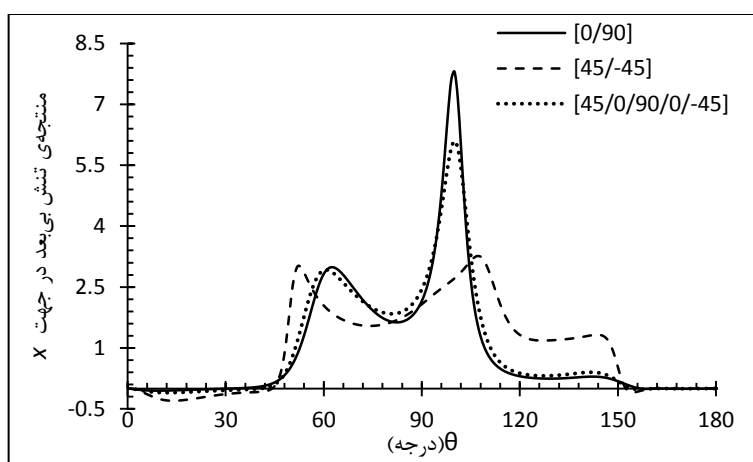
شکل ۵-۱۳ توزیع منتهجی تنش بی بعد در جهت  $x$  اطراف گشودگی شش ضلعی در سه چیدمان مختلف

شکل ۵-۱۴ تغییرات منتهجی گشتاور بی بعد  $m_x$  را در سه چیدمان مختلف برای گشودگی شش ضلعی نشان می‌دهد. در هر سه چیدمان این منتهج در زوایای صفر و  $180^\circ$  درجه مقدار صفر را اختیار می‌کند و چیدمان  $[0/90]_T$  مقدار بیشینه‌ی  $m_x$  بیشتری را به خود اختصاص می‌دهد.



شکل ۵-۱۴ توزیع منتهجی گشتاور بی بعد در جهت  $x$  اطراف گشودگی شش ضلعی در سه چیدمان مختلف

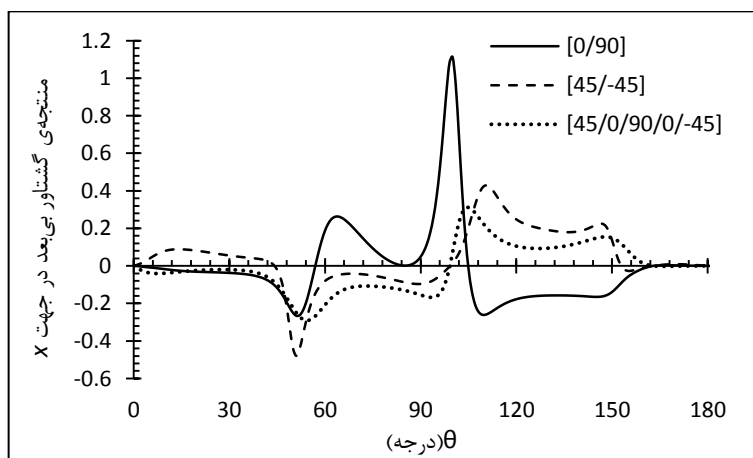
منتجه‌ی گشتاور  $m_y$  نیز مشابه منتجه‌ی گشتاور  $m_x$  رفتار می‌کند؛ با این تفاوت که در این منتجه، چیدمان  $[45/-45]_T$  مقدار بیشینه‌ی بیشتری دارد و این منتجه در چیدمان  $[0/90]_T$  در زاویه‌ی  $90^\circ$  صفر می‌شود. در نهایت مشاهده می‌شود که مقدار بیشینه‌ی بیشتر این منتجه در گشودگی شش ضلعی به چیدمان  $[45/-45]_T$  تعلق دارد. در شکل ۵-۱۵ تغییرات منتجه‌ی تنش  $n_x$  برای گشودگی هفت ضلعی نشان داده شده است. رفتار این منتجه‌ها برای هر چیدمان مانند گشودگی پنج ضلعی می‌باشد و سایر منتجه‌های تنش نیز برای این گشودگی از همین روند پیروی می‌کنند.



شکل ۵-۱۵ توزیع منتجه‌ی تنش بی بعد در جهت  $x$  اطراف گشودگی هفت ضلعی در سه چیدمان مختلف

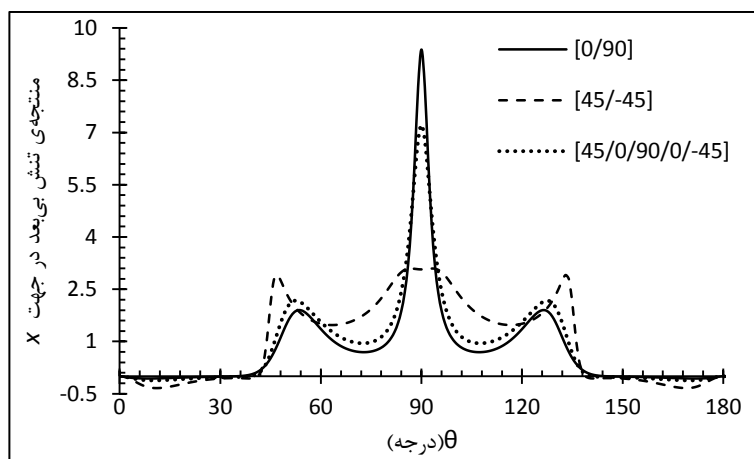
شکل ۵-۱۶ نیز تغییرات منتجه‌ی گشتاور  $m_x$  را نشان می‌دهد که در هر چیدمان رفتاری مشابه

گشودگی پنج ضلعی از خود نشان می‌دهند.



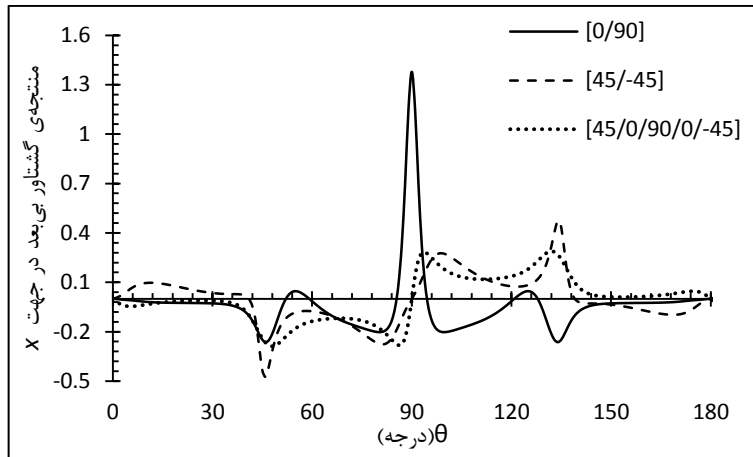
شکل ۵-۱۶ توزیع منتجه‌ی گشتاور بی بعد در جهت  $x$  اطراف گشودگی هفت ضلعی در سه چیدمان مختلف

به همین ترتیب برای سایر منته‌های گشتاور روند مشابه گشودگی پنج‌ضلعی دیده می‌شود. در شکل ۵-۱۷ تغییرات منته‌ی تنش  $m_x$  برای گشودگی هشت‌ضلعی نشان داده شده است. رفتار این منته‌ برای هر چیدمان مانند گشودگی شش‌ضلعی می‌باشد و سایر منته‌های تنش نیز در هر چیدمان برای این گشودگی از همین روند پیروی می‌کنند.

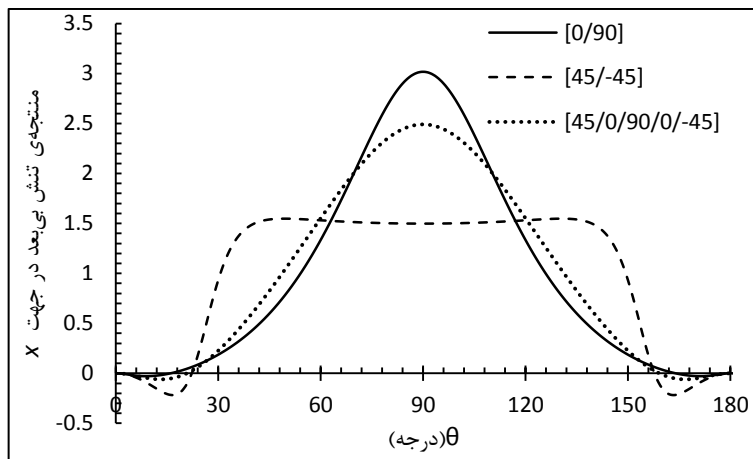


شکل ۵-۱۷ توزیع منته‌ی تنش بی‌بعد در جهت  $x$  اطراف گشودگی هشت‌ضلعی در سه چیدمان مختلف

شکل ۵-۱۸ نیز تغییرات منته‌ی گشتاور  $m_x$  را نشان می‌دهد که در هر چیدمان رفتاری مشابه گشودگی شش‌ضلعی از خود نشان می‌دهد. به همین ترتیب سایر منته‌های گشتاور نیز در هر چیدمان از رفتار گشودگی شش‌ضلعی پیروی می‌کنند؛ با این تفاوت که منته‌ی گشتاور  $m_y$  در این گشودگی برای چیدمان‌های مختلف در نقاط بیشتری صفر می‌شود. در آخر به بررسی تغییرات منته‌های تنش و گشتاور در اطراف گشودگی بیضی شکل پرداخته می‌شود. در شکل ۵-۱۹ تغییرات منته‌ی تنش در جهت  $x$  در سه چیدمان مختلف اطراف بیضی مشاهده می‌شود. بیشینه‌ی این منته‌ برای چیدمان  $[0/90]_T$  بیشتر از دو چیدمان دیگر است و این منته‌ برای هر سه چیدمان در زوایای صفر و  $180^\circ$  درجه صفر است. منته‌ی  $m_y$  در چیدمان  $[45/-45]_T$  مقادیر بیشینه‌ی بیشتری دارد و برای هر سه چیدمان در زوایای  $90^\circ$  و  $270^\circ$  درجه صفر است. در منته‌ی تنش برشی  $m_{xy}$  نیز چیدمان  $[45/-45]_T$  مقادیر بیشینه‌ی بیشتر را اختیار می‌کند و در زوایای صفر،  $90^\circ$  و  $180^\circ$  و  $270^\circ$  درجه برای هر سه چیدمان صفر است.

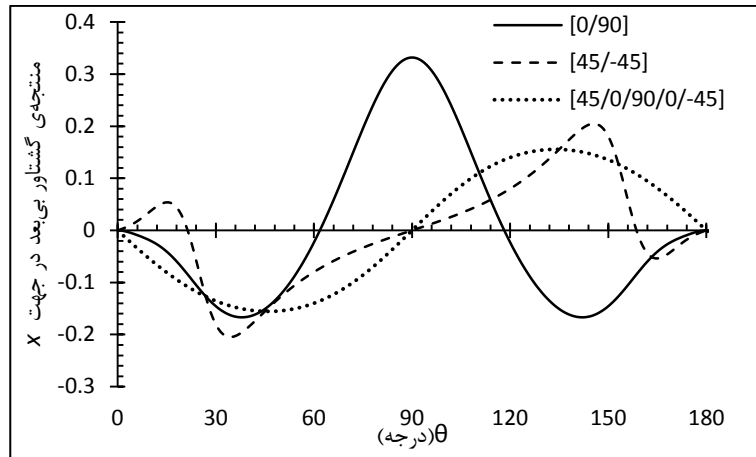


شکل ۵-۱۸ توزیع منتهجی گشتاور بی بعد در جهت  $x$  اطراف گشودگی هشت ضلعی در سه چیدمان مختلف



شکل ۵-۱۹ توزیع منتهجی تنش بی بعد در جهت  $x$  اطراف بیضی در سه چیدمان مختلف

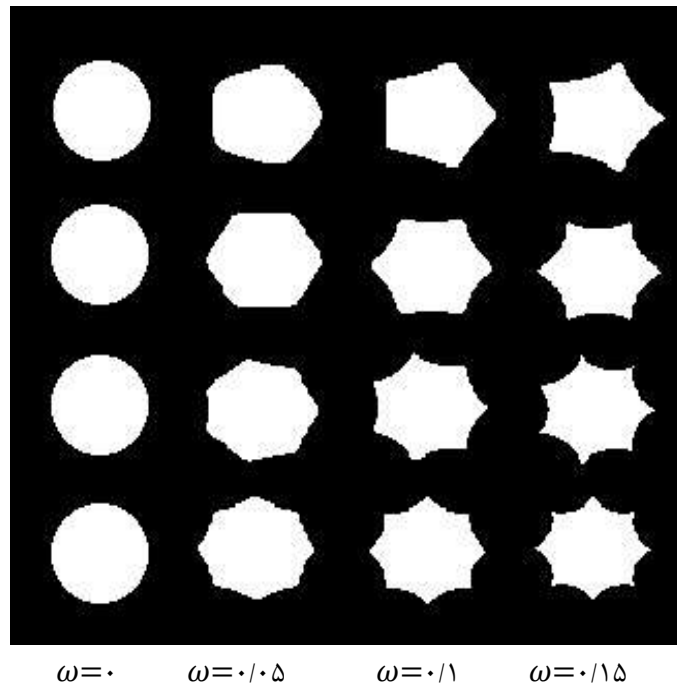
شکل ۵-۲۰ تغییرات منتهجی گشتاور  $m_x$  در سه چیدمان را نشان می‌دهد. در این منتهجی چیدمان  $[0/90]_T$  در زوایای صفر و  $180^\circ$  درجه و چیدمان‌های دیگر در زوایای  $90^\circ$  و  $10^\circ$  و  $270^\circ$  درجه مقدار صفر را اختیار می‌کنند و چیدمان  $[0/90]_T$  در شرایط یکسان مقدار بیشینه  $m_x$  بیشتری را به خود اختصاص می‌دهد. منتهجی گشتاور  $m_y$  نیز مشابه منتهجی  $m_x$  رفتار می‌کند؛ با این تفاوت که در این منتهجی، مقدار بیشینه بیشتر به چیدمان  $[45/-45]_T$  تعلق دارد و مقدار این منتهجی در چیدمان  $[0/90]_T$  در زاویه  $90^\circ$  و  $270^\circ$  درجه و در چیدمان‌های دیگر در زوایای صفر و  $90^\circ$  و  $180^\circ$  درجه صفر می‌شود. در نهایت در منتهجی گشتاور  $m_{xy}$  مقدار بیشینه بیشتر به چیدمان  $[45/-45]_T$  تعلق دارد.



شکل ۵-۲۰ توزیع منتهی گشتاور بی بعد در جهت  $x$  اطراف بیضی در سه چیدمان مختلف

## ۵-۱ تأثیر انحنا گوشه‌ی گشودگی

در این بخش به بررسی تأثیر پارامتر انحنا گوشه‌ی گشودگی بر بیشینه‌ی منتهی‌های تنش و گشتاور در گشودگی‌های  $n$  ضلعی پرداخته می‌شود. در شکل ۵-۲۱ تأثیر این پارامتر بر شکل گشودگی‌های  $n$  ضلعی مشاهده می‌شود. لازم به ذکر است که نتایج ارائه شده در این بخش برای زاویه‌ی چرخش گشودگی صفر درجه است.

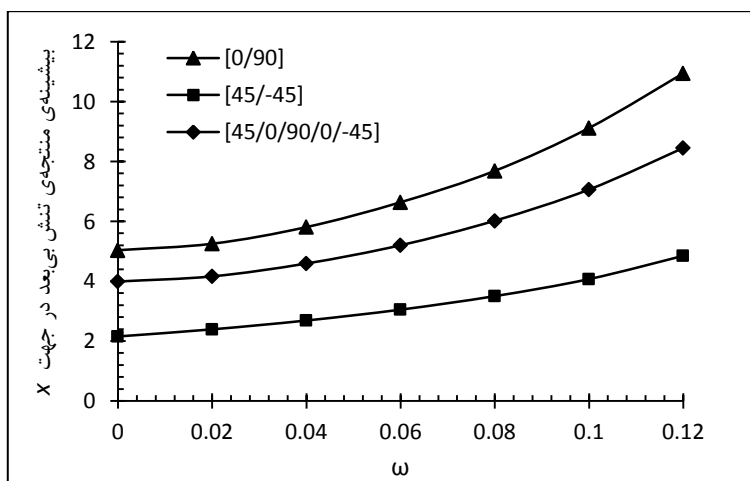


شکل ۵-۲۱ تأثیر انحنا گوشه‌ی گشودگی بر شکل گشودگی‌های  $n$  ضلعی

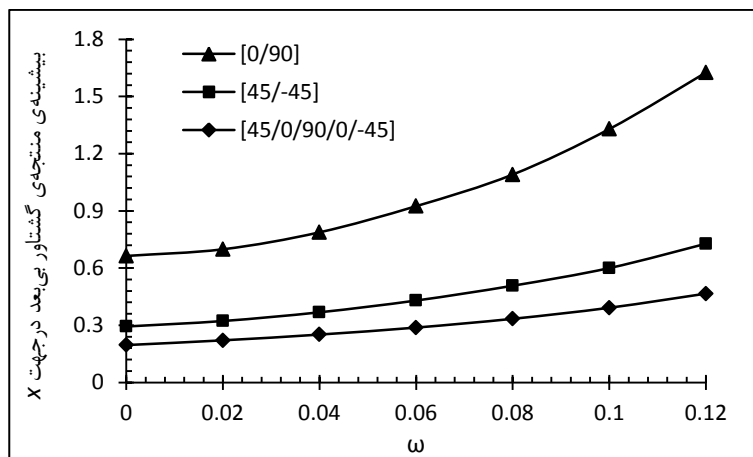


در شکل ۲۲-۵ تا شکل ۲۹-۵ تأثیر پارامتر انحناى گوشه‌ی گشودگی بر بیشینه‌ی منته‌های تنش و گشتاور برای  $n$  ضلعی‌ها در سه چیدمان مختلف مشاهده می‌شود. لازم به ذکر است که از ارائه‌ی نتایج تأثیر انحنا برای همه‌ی منته‌ها در  $n$  ضلعی‌ها صرف‌نظر شده و نتایج برای منته‌های تنش و گشتاور در جهت  $x$  آورده شده است. برای سایر منته‌ها انحناى مطلوب گزارش شده است.

در شکل ۲۲-۵ و شکل ۲۳-۵ تأثیر پارامتر انحناى گوشه‌ی گشودگی بر بیشینه‌ی منته‌های تنش و گشتاور برای پنج‌ضلعی در سه چیدمان مختلف، نشان داده شده است. همان‌طور که مشاهده می‌شود، در شرایط یکسان چیدمان  $[0/90]_T$  بیشترین و چیدمان  $[45/0/90/0/-45]_T$  کمترین منته‌ی تنش  $n_x$  و منته‌ی گشتاور  $m_x$  را دارند. بیشینه‌ی منته‌ی  $n_y$  برای چیدمان  $[0/90]_T$  و  $[45/0/90/0/-45]_T$  تا انحناى  $\omega=0/08$  تغییر نمی‌کند و با افزایش انحنا پس از آن تنها به میزان ناچیزی افزایش می‌یابد. اما چیدمان  $[45/-45]_T$  دارای بیشترین مقدار  $n_y$  است و با افزایش انحنا مقادیر بیشینه‌ی  $n_y$  نیز برای این چیدمان افزایش می‌یابد. در منته‌ی گشتاور  $m_y$  نیز چیدمان  $[0/90]_T$  رفتار مشابه منته‌ی  $n_y$  نشان می‌دهد و در سایر منته‌ها با افزایش انحنا برای هر سه چیدمان بیشینه‌ی منته‌ها افزایش می‌یابد. در تمام منته‌ها مشاهده می‌شود که برای هر سه چیدمان  $\omega=0$  محلّ منته‌ی مطلوب است.

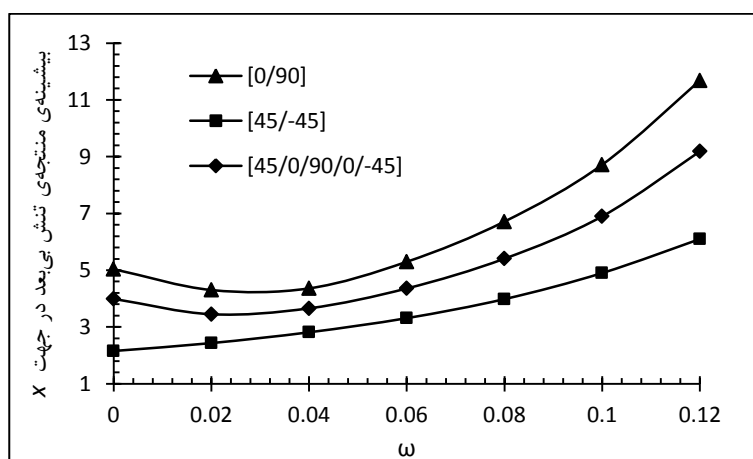


شکل ۲۲-۵ تأثیر انحناى گوشه‌ی گشودگی بر بیشینه‌ی منته‌ی تنش بی‌بعد در جهت  $x$  برای گشودگی ۵ ضلعی در سه چیدمان مختلف



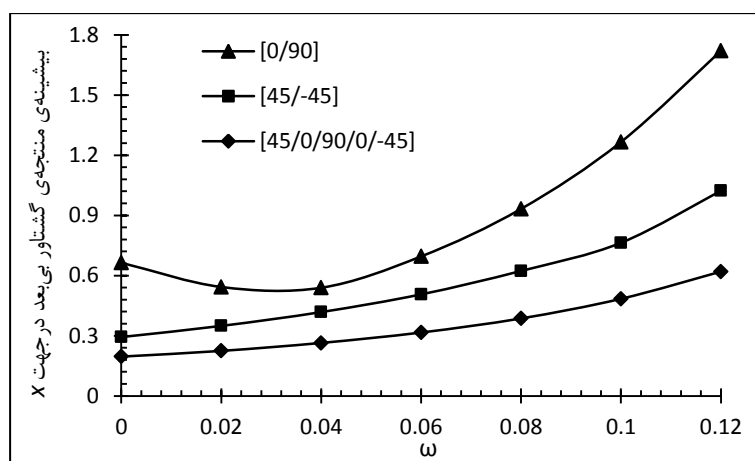
شکل ۲۳-۵ تأثیر انحنای گوشه‌ی گشودگی بر بیشینه‌ی منته‌ی گشتاور بی‌بعد در جهت  $x$  برای گشودگی ۵ ضلعی در سه چیدمان مختلف

در شکل ۲۴-۵ و شکل ۲۵-۵ تأثیر انحنای گوشه‌ی گشودگی شش ضلعی بر بیشینه‌ی منته‌ی تنش و گشتاور در جهت  $x$  برای سه چیدمان نشان داده شده است. همان‌طور که مشاهده می‌شود منته‌ی مطلوب  $n_x$  برای چیدمان  $[0/90]_T$  و  $[45/0/90/0/-45]_T$  در انحنای  $\omega = 0.2$  اتفاق می‌افتد و مقدار منته‌ی در این انحنا کمتر از انحنای  $\omega = 0$  (گشودگی دایروی) است. به عبارت دیگر در این حالت گشودگی شش ضلعی منته‌ی مطلوب کمتری نسبت به گشودگی دایروی دارد. محل منته‌ی مطلوب در دو منته‌ی دیگر تنش برای هر سه چیدمان، انحنای  $\omega = 0$  است و منته‌ی  $n_y$  در چیدمان  $[0/90]_T$  با انحنا تغییر نمی‌کند.



شکل ۲۴-۵ تأثیر انحنای گوشه‌ی گشودگی بر بیشینه‌ی منته‌ی تنش بی‌بعد در جهت  $x$  برای گشودگی ۶ ضلعی در سه چیدمان مختلف

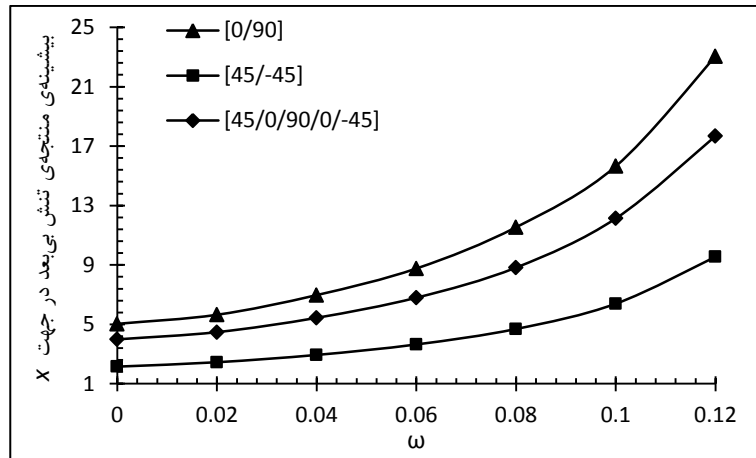
تأثیر انحنای گوشه‌ی شش ضلعی بر بیشینه‌ی منته‌ی گشتاور در جهت  $x$  برای سه چیدمان در شکل ۵-۲۵ مشاهده می‌شود. در دو چیدمان  $[45/-45]_T$  و  $[45/0/90/0/-45]_T$  منته‌ی گشتاور مطلوب در جهت  $x$  در انحنای  $\omega=0$  قرار دارد در حالی که در چیدمان  $[0/90]_T$  منته‌ی مطلوب در  $\omega=0/04$  رخ می‌دهد و در این چیدمان نیز گشودگی شش ضلعی منته‌ی مطلوب کمتری از گشودگی دایروی است. منته‌ی  $m_y$  در چیدمان  $[0/90]_T$  مانند سایر گشودگی‌ها با انحنای تغییر نمی‌کند و مقدار منته‌ی مطلوب آن برای این چیدمان و چیدمان  $[45/-45]_T$  در  $\omega=0$  اتفاق می‌افتد؛ اما در چیدمان  $[45/0/90/0/-45]_T$  منته‌ی گشتاور مطلوب  $m_y$  در انحنای  $\omega=0/02$  رخ می‌دهد. در نهایت مشاهده شد که منته‌ی گشتاور پیشگی مطلوب برای دو چیدمان  $[0/90]_T$  و  $[45/-45]_T$  در انحنای  $\omega=0$  یا حالت گشودگی دایروی قرار دارد، در حالی که مقدار مطلوب در چیدمان  $[45/0/90/0/-45]_T$  در انحنای  $\omega=0/04$  قرار دارد. بنابراین با بررسی تأثیر انحنای در گشودگی شش ضلعی، مشاهده می‌شود که منته‌ها در دایره مقدار منته‌ی مطلوب کمتر را به خود اختصاص نمی‌دهند.



شکل ۵-۲۷ تأثیر انحنای گوشه‌ی گشودگی بر بیشینه‌ی منته‌ی گشتاور بی بعد در جهت  $x$  برای گشودگی ۶ ضلعی در سه چیدمان مختلف

در شکل ۵-۲۶ و شکل ۵-۲۷ تأثیر انحنای گوشه‌ی گشودگی بر بیشینه‌ی منته‌های تنش و گشتاور برای گشودگی هفت ضلعی در سه چیدمان مختلف مشهود است. همان طور که مشاهده می‌شود، چیدمان  $[0/90]_T$  بیشترین و چیدمان  $[45/0/90/0/-45]_T$  کمترین منته‌ی تنش  $n_x$  و

منتجه‌ی گشتاور  $m_x$  را دارند.



شکل ۲۶-۵ تأثیر انحنای گوشه‌ی گشودگی بر بیشینه‌ی منتهی تنش بی‌بعد در جهت  $x$  برای گشودگی هفت‌ضلعی در سه چیدمان مختلف

منتجه‌ی  $n_y$  برای چیدمان  $[0/90]_T$  و  $[45/0/90/0/-45]_T$  تا انحنای  $\omega=0/1$  تغییر نمی‌کند و

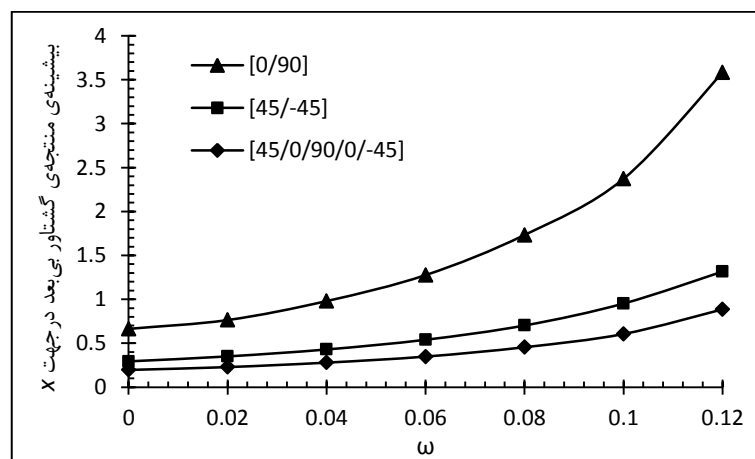
با افزایش انحنا پس از آن تنها به میزان ناچیزی افزایش می‌یابد. اما چیدمان  $[45/-45]_T$  دارای

بیشترین مقدار  $n_y$  است و با افزایش انحنا مقادیر بیشینه‌ی آن افزایش می‌یابد. در منتهی گشتاور

$m_y$  نیز چیدمان  $[0/90]_T$  رفتار مشابه منتهی  $n_y$  نشان می‌دهد و در سایر منتهی‌ها با افزایش انحنا

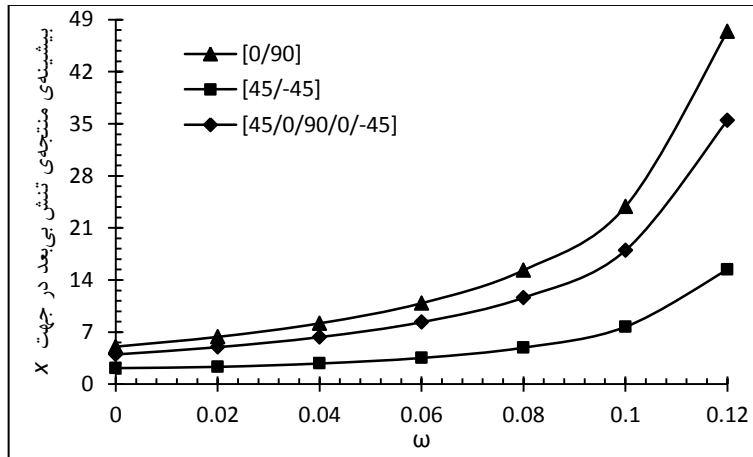
برای هر سه چیدمان بیشینه‌ی منتهی‌ها افزایش می‌یابد. در تمام منتهی‌ها مشاهده می‌شود که برای

هر سه چیدمان  $\omega=0$  انحنای مطلوب است.



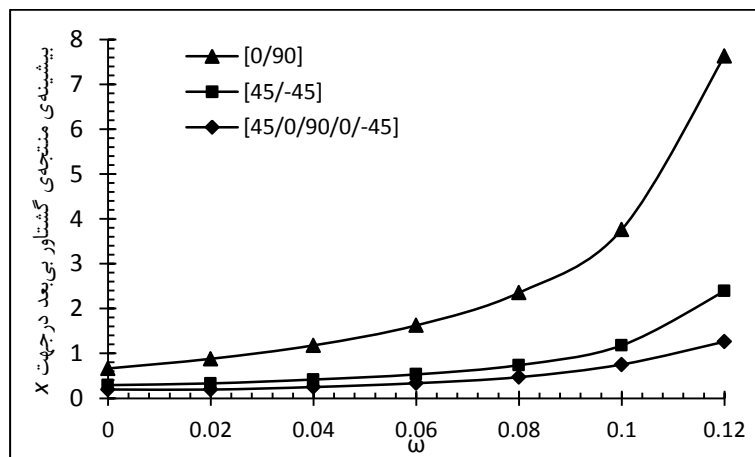
شکل ۲۷-۵ تأثیر انحنای گوشه‌ی گشودگی بر بیشینه‌ی منتهی گشتاور بی‌بعد در جهت  $x$  برای گشودگی هفت‌ضلعی در سه چیدمان مختلف

در نهایت در شکل ۲۸-۵ و شکل ۲۹-۵ تأثیر انحنای گوشه‌ی گشودگی هشت‌ضلعی بر بیشینه‌ی نتیجه‌های تنش و گشتاور در سه چیدمان نمایش داده شده است. در این گشودگی نیز چیدمان  $[0/90]_T$  بیشترین و چیدمان  $[45/0/90/0/-45]_T$  کمترین نتیجه‌ی  $n_x$  و  $m_x$  را دارند.



شکل ۲۸-۵ تأثیر انحنای گوشه‌ی گشودگی بر بیشینه‌ی نتیجه‌ی تنش بی‌بعد در جهت  $X$  برای گشودگی هشت‌ضلعی در سه چیدمان مختلف

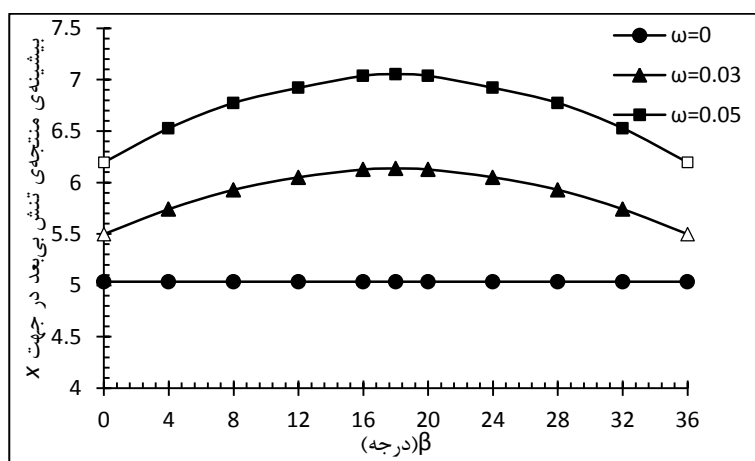
بیشینه‌ی نتیجه‌ی  $n_y$  برای چیدمان  $[0/90]_T$  و تا انحنای  $\omega=0/08$  تغییر نمی‌کند. اما چیدمان  $[45/-45]_T$  دارای بیشترین مقدار بیشینه‌ی  $n_y$  است. در سایر نتیجه‌ها با افزایش انحنای هر سه چیدمان بیشینه‌ی نتیجه‌ها افزایش می‌یابد. در تمام نتیجه‌ها مشاهده می‌شود که برای هر سه چیدمان در  $\omega=0$  در شرایطی که برای گشودگی در نظر گرفته شده است، انحنای مطلوب است.



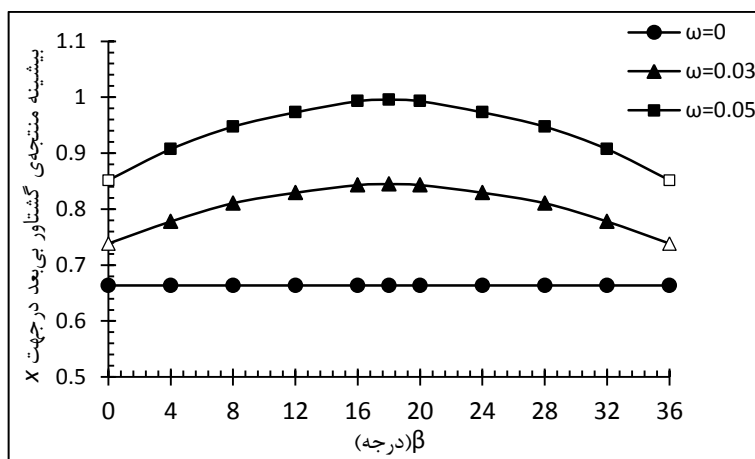
شکل ۲۹-۵ تأثیر انحنای گوشه‌ی گشودگی بر بیشینه‌ی نتیجه‌ی گشتاور بی‌بعد در جهت  $X$  برای گشودگی هشت‌ضلعی در سه چیدمان مختلف

## ۵-۲ تأثیر زاویه ی چرخش گشودگی

در این بخش به بررسی تأثیر پارامتر زاویه‌ی چرخش بر توزیع منته‌های تنش و گشتاور اطراف گشودگی‌های پنج‌ضلعی، شش‌ضلعی، هفت‌ضلعی، هشت‌ضلعی و بیضی پرداخته می‌شود. همان‌طور که در بخش‌های قبل اشاره شد؛ در منته‌های تنش، منته‌ی  $n_x$  و در منته‌های گشتاور، منته‌ی  $m_x$  در بارگذاری تک‌محوره در جهت  $x$  مقادیر منته‌ی مطلوب و نامطلوب بیشتری دارند. همچنین این منته‌ها در چیدمان  $[0/90]_T$  بیشتر از سایر چیدمان‌هاست، لذا بررسی تأثیر چرخش برای  $n$  ضلعی‌ها و بیضی بر همین منته‌ها و در همین چیدمان صورت گرفته است. همان‌طور که برای گشودگی مثلثی و چهارضلعی بیان شد در هر گشودگی تناوبی وجود دارد که رفتار منته‌ها در آن تکرار می‌شود لذا تأثیر پارامتر چرخش تنها در دوره‌ی تناوب بررسی می‌شود. این تناوب برای گشودگی پنج‌ضلعی برابر ۳۶، شش‌ضلعی ۶۰، هفت‌ضلعی ۲۵/۷۱، هشت‌ضلعی ۴۵ و بیضی ۱۸۰ درجه است. در شکل ۵-۳ و شکل ۵-۳۱ تأثیر زاویه‌ی چرخش گشودگی بر بیشینه‌ی منته‌های  $n_x$  و  $m_x$  برای گشودگی پنج‌ضلعی نشان داده شده است. در هر دو منته‌، محل منته‌ی مطلوب در زوایای چرخش  $\beta = 0^\circ$  و  $\beta = 36^\circ$  قرار دارد. همان‌طور که در بخش تأثیر انحنا بیان شد، مقدار این منته‌ با افزایش انحنا برای این گشودگی افزایش می‌یابد و از مقدار منته‌ی گشودگی دایروی بیشتر است.



شکل ۵-۳۰ تأثیر زاویه چرخش بر بیشینه‌ی منته‌ی تنش بی‌بعد در جهت  $x$  برای گشودگی پنج‌ضلعی در چیدمان  $[0/90]_T$



شکل ۵-۳۱ تأثیر زاویه چرخش بر بیشینه‌ی منتجه‌ی گشتاور بی‌بعد در جهت  $x$  برای گشودگی پنج‌ضلعی در چیدمان  $[0/90]_T$

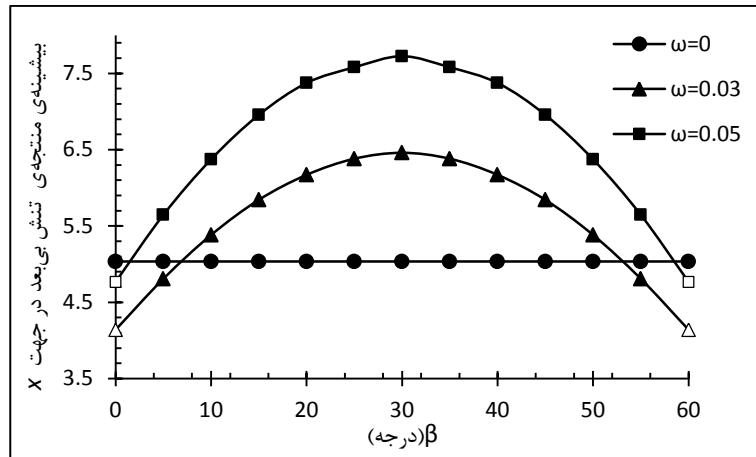
در جدول ۵-۱ مقادیر منتجه‌های مطلوب و نامطلوب و زاویه‌ی چرخش آن‌ها برای گشودگی

پنج‌ضلعی با انحنای  $\omega=0/0.5$  گزارش شده است.

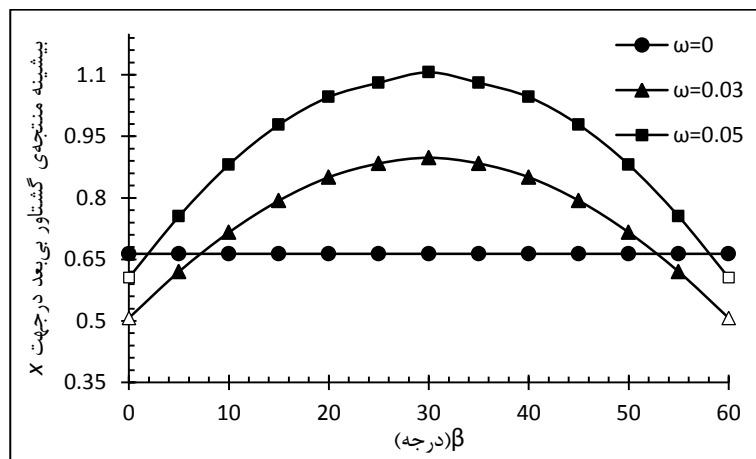
جدول ۵-۱ معرفی مقادیر منتجه‌های مطلوب و نامطلوب در گشودگی پنج‌ضلعی در انحنای  $\omega=0/0.5$

| منتجه‌ی تنش و گشتاور | منتجه‌ی مطلوب | زاویه‌ی چرخش (درجه) | منتجه‌ی نامطلوب | زاویه‌ی چرخش (درجه) |
|----------------------|---------------|---------------------|-----------------|---------------------|
| $n_x$                | ۶/۱۹          | ۰ و ۳۶              | ۷/۰۴            | ۱۸                  |
| $m_x$                | ۰/۸۵          | ۰ و ۳۶              | ۰/۱             | ۱۸                  |

در شکل ۵-۳۲ و شکل ۵-۳۳ تأثیر زاویه‌ی چرخش گشودگی بر بیشینه‌ی منتجه‌های تنش و گشتاور در جهت  $x$  برای گشودگی شش‌ضلعی نشان داده شده است. در شکل ۵-۳۲ مشاهده می‌شود که  $n_x$  در انحنای  $\omega=0/0.3$  در محدوده‌ی  $0 \leq \beta \leq 6$  درجه و  $54 \leq \beta \leq 60$  درجه مقدار منتجه‌ی مطلوب کمتری از گشودگی دایروی دارد. در انحنای  $\omega=0/0.5$  نیز این رفتار تنها در زوایای چرخش  $60^\circ$  و  $59^\circ$  و  $0^\circ$  مشاهده می‌شود. در شکل ۵-۳۳ نیز چنین رفتاری برای  $m_x$  مشاهده می‌شود. لذا در گشودگی شش‌ضلعی نیز مانند گشودگی چهارضلعی با انتخاب زاویه‌ی چرخش در بازه‌ی مشخص شده و با انتخاب انحنای مناسب می‌توان به منتجه‌ی مطلوب کمتری از دایره رسید.



شکل ۳۲-۵ تأثیر زاویه چرخش بر بیشینه‌ی منتجه‌ی تنش بی‌بعد در جهت  $x$  برای گشودگی شش ضلعی در چیدمان  $[0/90]_T$



شکل ۳۳-۵ تأثیر زاویه چرخش بر بیشینه‌ی منتجه‌ی گشتاور بی‌بعد در جهت  $x$  برای گشودگی شش ضلعی در چیدمان  $[0/90]_T$

مقادیر منتجه‌ی مطلوب و نامطلوب و زاویه‌ی چرخش رخ دادن آن‌ها در گشودگی هشت ضلعی با

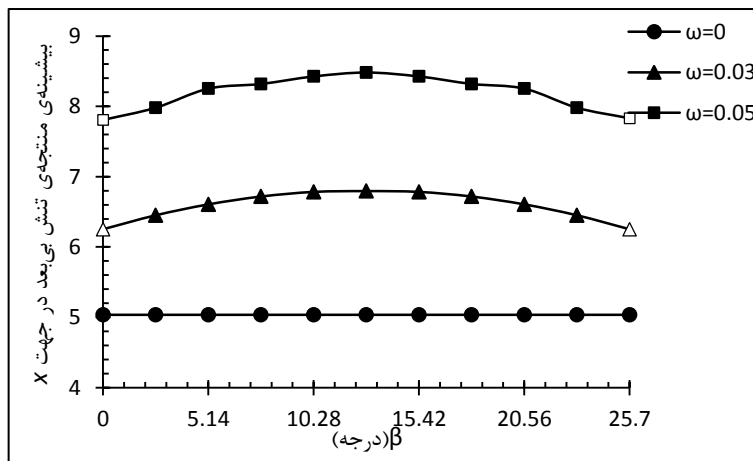
انحنای  $\omega=0/0.5$  در جدول ۲-۵ معرفی شده‌اند.

جدول ۲-۵ معرفی مقادیر منتجه‌های مطلوب و نامطلوب در گشودگی شش ضلعی در انحنای  $\omega=0/0.5$

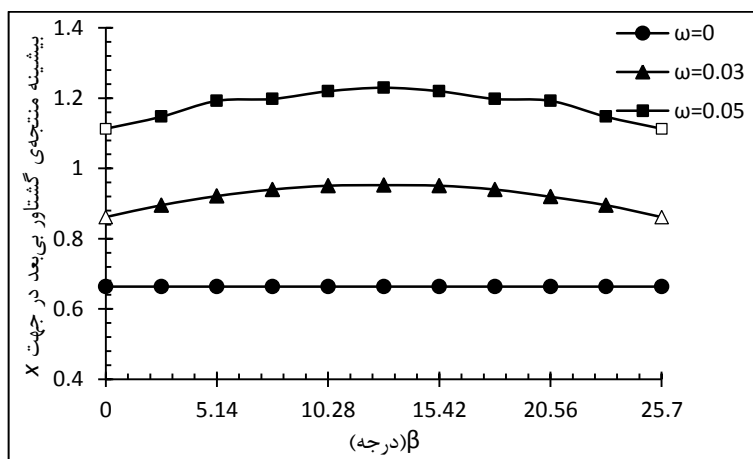
| منتجه‌ی تنش و گشتاور | منتجه‌ی مطلوب | زاویه‌ی چرخش (درجه) | منتجه‌ی نامطلوب | زاویه‌ی چرخش (درجه) | منتجه‌ی گشودگی دایروی |
|----------------------|---------------|---------------------|-----------------|---------------------|-----------------------|
| $n_x$                | ۴/۷۷          | ۰ و ۶۰              | ۷/۷۲            | ۳۰                  | ۵/۰۳                  |
| $m_x$                | ۰/۶۱          | ۰ و ۶۰              | ۱۱/۱            | ۳۰                  | ۰/۶۶                  |



در شکل ۳۴-۵ و شکل ۳۵-۵ تأثیر زاویه چرخش گشودگی بر بیشینه‌ی منتجه‌ی تنش  $n_x$  و منتجه‌ی گشتاور  $m_x$  برای گشودگی هفت ضلعی مشاهده می‌شود. در هر دو منتجه مشاهده می‌شود که محلّ منتجه‌ی مطلوب در زوایای چرخش  $\beta = 0^\circ$  و  $\beta = 51/4^\circ$  قرار دارد و همان‌طور که در بخش تأثیر انحنا بیان شد، مقدار این منتجه با افزایش انحنا برای گشودگی هفت ضلعی افزایش می‌یابد و مقدار آن از مقدار منتجه‌ی گشودگی دایروی بیشتر است. رفتار این گشودگی نیز مانند گشودگی مثلی است و با افزایش انحنا مقادیر منتجه‌های مطلوب در آن افزایش می‌یابد و گشودگی دایروی هندسه‌ی بهتری برای رسیدن به منتجه‌ی مطلوب کمتر است.



شکل ۳۴-۵ تأثیر زاویه چرخش بر بیشینه‌ی منتجه‌ی تنش بی‌بعد در جهت  $x$  برای گشودگی هفت ضلعی در چیدمان  $[0/90]_T$



شکل ۳۵-۵ تأثیر زاویه چرخش بر بیشینه‌ی منتجه‌ی گشتاور بی‌بعد در جهت  $x$  برای گشودگی هفت ضلعی در چیدمان  $[0/90]_T$

در جدول ۳-۵ مقادیر منته‌های مطلوب و نامطلوب برای گشودگی هفت‌ضلعی در انحنای  $\omega=0/05$  معرفی شده‌اند.

جدول ۳-۵ معرفی مقادیر منته‌های مطلوب و نامطلوب در گشودگی هفت‌ضلعی در انحنای  $\omega=0/05$

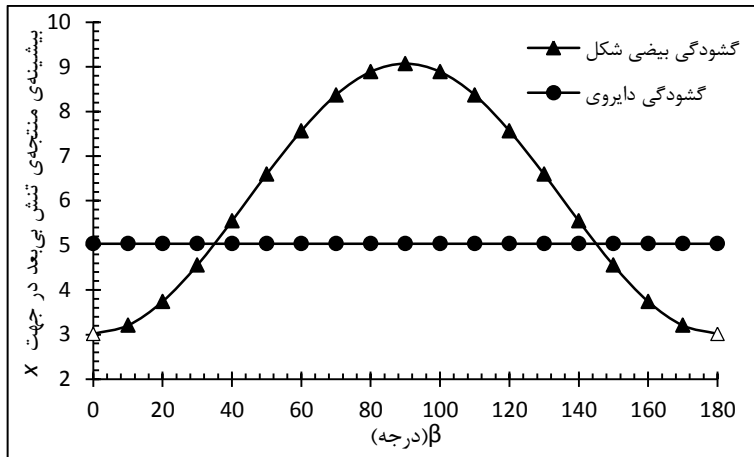
| منتجه‌ی تنش و گشتاور | منتجه‌ی مطلوب | زاویه‌ی چرخش (درجه) | منتجه‌ی نامطلوب | زاویه‌ی چرخش (درجه) |
|----------------------|---------------|---------------------|-----------------|---------------------|
| $n_x$                | ۷/۸۱          | ۰ و ۵۱/۴            | ۸/۴۲            | ۱۲/۸ و ۳۶/۸         |
| $m_x$                | ۱/۱۱          | ۰ و ۵۱/۴            | ۱/۲۲            | ۱۲/۸ و ۳۶/۸         |

در گشودگی هشت‌ضلعی رفتار مشابه گشودگی شش‌ضلعی در منته‌های تنش و گشتاور دیده می‌شود با این تفاوت که در این گشودگی در انحنای  $\omega=0/01$  منته‌های دارای مقادیر مطلوب کمتر از گشودگی دایروی هستند. از آنجا که در این انحنا گشودگی بسیار نزدیک به دایره می‌شود از آوردن نتایج آن صرف‌نظر شده است. در جدول ۴-۵ مقادیر منته‌های مطلوب و نامطلوب در گشودگی هشت‌ضلعی گزارش شده است.

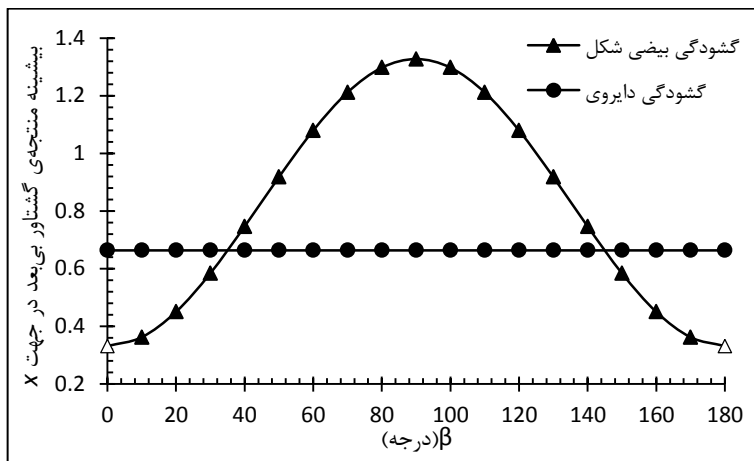
جدول ۴-۵ معرفی مقادیر منته‌های مطلوب و نامطلوب در گشودگی هشت‌ضلعی در انحنای  $\omega=0/05$

| منتجه‌ی تنش و گشتاور | منتجه‌ی مطلوب | زاویه‌ی چرخش (درجه) | منتجه‌ی نامطلوب | زاویه‌ی چرخش (درجه) |
|----------------------|---------------|---------------------|-----------------|---------------------|
| $n_x$                | ۷/۰۸          | ۲۲/۵                | ۹/۳۸            | ۰ و ۴۵              |
| $m_x$                | ۰/۹۸          | ۲۲/۵                | ۱/۳۸            | ۰ و ۴۵              |

در نهایت در شکل ۳۶-۵ و شکل ۳۷-۵ تأثیر پارامتر چرخش بر منته‌های تنش و گشتاور در بیضی مورد بررسی قرار گرفته است. مشاهده می‌شود که در بازه‌ی  $0 \leq \beta \leq 35$  و  $145 \leq \beta \leq 180$  درجه گشودگی بیضی مقادیر بیشینه‌ی منته‌ی کمتری نسبت به دایره دارد. بنابراین با انتخاب زاویه‌ی چرخش مناسب برای این گشودگی می‌توان به منته‌ی مطلوب کمتر از دایره دست یافت.



شکل ۳۶-۵ تأثیر زاویه چرخش بر بیشینه‌ی منتجه‌ی تنش بی‌بعد در جهت  $x$  برای گشودگی بیضی شکل در چیدمان  $[0/90]_T$



شکل ۳۷-۵ تأثیر زاویه چرخش بر بیشینه‌ی منتجه‌ی گشتاور بی‌بعد در جهت  $x$  برای گشودگی بیضی شکل در چیدمان  $[0/90]_T$

مقادیر منتجه‌های مطلوب و نامطلوب برای گشودگی بیضی شکل و زاویه‌ی چرخش آن در جدول

۵-۵ آورده شده است.

جدول ۵-۵ معرفی مقادیر منتجه‌های مطلوب و نامطلوب در گشودگی بیضی شکل

| منتجه‌ی تنش و گشتاور | منتجه‌ی مطلوب | زاویه‌ی چرخش (درجه) | منتجه‌ی نامطلوب | زاویه‌ی چرخش (درجه) | منتجه‌ی گشودگی دایروی |
|----------------------|---------------|---------------------|-----------------|---------------------|-----------------------|
| $n_x$                | ۳/۰۲          | ۱۸۰ و ۰             | ۹/۰۷            | ۹۰                  | ۵/۰۳                  |
| $m_x$                | ۰/۳۳          | ۱۸۰ و ۰             | ۱/۳۳            | ۹۰                  | ۰/۶۶                  |

با مقایسه‌ی نتیجه‌های مطلوب گشودگی بیضی با نتیجه‌های گشودگی دایروی مشاهده می‌شود که برخلاف انتظار لزوماً گشودگی دایروی نتیجه‌ی مطلوب کمتر از آن به خود اختصاص نمی‌دهد و با انتخاب زاویه‌ی چرخش مناسب مقدار نتیجه‌های مطلوب  $m_x, n_x$  به ترتیب ۴۰ و ۵۰ درصد کاهش می‌یابد.

در یک نتیجه‌گیری کلی مشاهده می‌شود که برای گشودگی‌های مختلف با در نظر گرفتن تعداد اضلاع گشودگی، نتایج به دو دسته تقسیم شده است: ابتدا گشودگی‌هایی که دارای اضلاع فرد می‌باشند و سپس گشودگی‌هایی که تعداد اضلاع آنها زوج است. برای گشودگی‌های با اضلاع فرد با نرم‌تر شدن گشودگی یا کاهش انحنا و میل کردن آن به سمت صفر، مقدار نتیجه‌ی مطلوب نیز کاهش می‌یابد. در این حالت گشودگی دایره‌ای، بهترین شکل گشودگی می‌باشد. ولی اگر تعداد اضلاع زوج باشد؛ با انتخاب زاویه‌ی چرخش و انحنا مناسب که برای گشودگی‌های مختلف، متفاوت است؛ می‌توان به نتیجه‌ی مطلوبی حتی کمتر از گشودگی دایره‌ای رسید.

## فصل ۶: نتیجه گیری و پیشنهادها

---

## ۶-۱ نتیجه‌گیری

در این پایان‌نامه با ارائه‌ی حلیّ تحلیلی بر پایه‌ی روش متغیّر مختلط لختیسیکی و با استفاده از تابع نگاشتی هم‌نوا به بررسی توزیع تنش چندلایه‌های نامتقارن کامپوزیتی دارای گشودگی‌های غیر دایروی پرداخته شد. ابعاد صفحه در برابر ابعاد گشودگی طوری در نظر گرفته شد، که بتوان صفحه را بی‌نهایت فرض کرد و گشودگی در مرکز صفحه واقع شد. برای بررسی درستی نتایج، حلّ تحلیلی حاضر با حلّ اجزای محدود و حلّ تحلیلی صورت گرفته توسط سایر محققین مقایسه گردید و نتایج به‌دست‌آمده تطابق خوبی با نتایج فوق داشت. نحوه‌ی چیدمان لایه‌ها، شعاع انحنا‌ی گوشه‌ی گشودگی و زاویه‌ی چرخش گشودگی از پارامترهایی بود که تأثیر آن‌ها بر شش منته‌جه‌ی تنش و گشتاور ایجاد شده در اطراف گشودگی مورد بررسی قرار گرفت.

در یک بررسی جامع تأثیر پارامتر انحنا‌ی گوشه‌ی گشودگی برای گشودگی‌های مختلف مشاهده شد که نتایج به دو دسته‌ی کلی تقسیم می‌شوند. برای گشودگی‌هایی که تعداد اضلاع آن‌ها فرد است؛ گشودگی دایروی بهترین هندسه برای کاهش منته‌جه‌های مطلوب است و با افزایش انحنا‌ی گوشه‌ی این گشودگی‌ها مقادیر منته‌جه‌ی مطلوب نیز افزایش می‌یابد. اما در گشودگی‌هایی با تعداد اضلاع زوج لزوماً چنین رفتاری وجود ندارد؛ به‌گونه‌ای که برای هر یک از این گشودگی‌ها با انتخاب انحنا‌ی مناسب می‌توان به منته‌جه‌ی مطلوب کمتری نسبت به گشودگی دایروی رسید و برخلاف انتظار در این گشودگی‌ها مشاهده می‌شود که دایره دارای کمترین منته‌جه‌های مطلوب نیست.

در بررسی تأثیر پارامتر زاویه‌ی چرخش برای هر گشودگی مشاهده شد که با انتخاب زاویه‌ی چرخش مناسب می‌توان مقدار منته‌جه‌ی مطلوب را در هر جهت کاهش داد. در گشودگی‌های با تعداد اضلاع زوج، مشاهده شد که با کنترل این پارامتر و پارامتر انحنا‌ی گوشه‌ی گشودگی می‌توان در انحنا‌ی خاص و در محدوده‌ای از زوایای چرخش به منته‌جه‌ی مطلوب کمتر از گشودگی دایروی رسید. به‌عنوان مثال در گشودگی چهارضلعی با انتخاب انحنا و زاویه‌ی چرخش مناسب، مقادیر منته‌جه‌های

مطلوب  $n_x$  و  $m_x$  در چیدمان  $[0/90]_T$  به ترتیب به اندازه‌ی ۱۱ و ۳۷ درصد و مقدار منته‌های مطلوب  $n_x$  و  $m_y$  در چیدمان  $[45/0/90/0/-45]_T$  به ترتیب به میزان ۲۲ و ۲۶ درصد نسبت به گشودگی دایروی کاهش یافت. در گشودگی بیضی‌شکل نیز نتایج حاصل نشان داد که با انتخاب زاویه‌ی چرخش در بازه‌ی مناسب می‌توان به مقادیر منته‌های تنش و گشتاور مطلوب در جهت  $x$  به ترتیب ۴۰ و ۵۰ درصد کمتر از گشودگی دایروی رسید.

در یک بررسی کلی مشاهده شد که در بارگذاری تک محوره در جهت  $x$  که در این پایان‌نامه مورد بررسی قرار گرفت، در همه‌ی گشودگی‌ها منته‌های تنش و گشتاور در جهت بارگذاری مقادیر بیشینه‌ی بیشتری نسبت به منته‌های جهات دیگر اختیار می‌کنند. همچنین مقادیر این منته‌ها در چیدمان  $[0/90]_T$  بیشتر از سایر چیدمان‌های بررسی شده در این پایان‌نامه است.

## ۶-۲ پیشنهادها

- ♦ بررسی توزیع تنش اطراف گشودگی‌های غیردایروی در چندلایه‌های نامتقارن کامپوزیتی تحت بارگذاری دو محوره و برشی
- ♦ بررسی توزیع تنش اطراف گشودگی‌های غیردایروی در چندلایه‌های نامتقارن کامپوزیتی تحت بارگذاری حرارتی
- ♦ بهینه‌سازی حل تحلیلی حاضر با استفاده از الگوریتم ژنتیک
- ♦ بررسی تأثیر تکرار زاویه‌ی الیاف در چیدمان چندلایه‌های نامتقارن دارای گشودگی‌های غیردایروی
- ♦ بررسی توزیع تنش اطراف گشودگی‌های غیردایروی در چندلایه‌های هیبریدی نامتقارن
- ♦ بررسی توزیع تنش چندلایه‌های کامپوزیتی نامتقارن دارای چندگشودگی غیردایروی





پیوست‌ها

---

## پیوست الف

### ماتریس سفتی کاهش یافته

مؤلفه‌های ماتریس سفتی کاهش یافته به صورت زیر تعریف می‌شود [۵۳]:

$$\begin{aligned}\bar{Q}_{11} &= Q_{11}\cos^4\theta + 2(Q_{12} + 2Q_{66})\sin^2\theta\cos^2\theta + Q_{22}\sin^4\theta \\ \bar{Q}_{12} &= (Q_{11} + Q_{22} - 4Q_{66})\sin^2\theta\cos^2\theta + Q_{12}(\sin^4\theta\cos^4\theta) \\ \bar{Q}_{22} &= Q_{11}\sin^4\theta + 2(Q_{12} + 2Q_{66})\sin^2\theta\cos^2\theta + Q_{22}\cos^4\theta \\ \bar{Q}_{16} &= (Q_{11} - Q_{12} - 2Q_{66})\sin\theta\cos^3\theta + (Q_{12} - Q_{22} + 2Q_{66})\sin^3\theta\cos\theta \\ \bar{Q}_{26} &= (Q_{11} - Q_{12} - 2Q_{66})\sin^3\theta\cos\theta + (Q_{12} - Q_{22} + 2Q_{66})\sin\theta\cos^3\theta \\ \bar{Q}_{66} &= (Q_{11} + Q_{22} - 2Q_{66} - 2Q_{12})\sin^2\theta\cos^2\theta + Q_{66}(\sin^4\theta + \cos^4\theta)\end{aligned}\quad (\text{الف-۱})$$

در روابط (الف-۱)  $\theta$  زاویه‌ی الیاف در هر لایه است و  $Q_{11}$ ،  $Q_{12}$ ،  $Q_{22}$  و  $Q_{66}$  به صورت زیر تعریف

می‌شوند:

$$\begin{aligned}Q_{11} &= \frac{E_1}{1 - \nu_{12}\nu_{21}} \\ Q_{22} &= \frac{E_2}{1 - \nu_{12}\nu_{21}} \\ Q_{12} &= \frac{\nu_{12}E_2}{1 - \nu_{12}\nu_{21}} \\ Q_{66} &= G_{12}\end{aligned}\quad (\text{الف-۲})$$

## پیوست ب

## ضرایب معادله‌ی درجه‌ی هشت (۳۳-۲)

ضرایب معادله‌ی (۳۳-۲) به صورت زیر محاسبه می‌شوند [۴۵]:

$$Q_0 = B_{11}R_0 + B_{16}S_0 - D_{11}T_0$$

$$Q_1 = B_{11}R_1 + 3B_{16}R_0 + B_{16}S_1 + (B_{12} + 2B_{66})S_0 - D_{11}T_1 - 4D_{16}T_0$$

$$Q_2 = B_{11}R_2 + 3B_{16}R_1 + B_{16}S_1 + (B_{12} + 2B_{66})R_0 + B_{16}S_2 \\ + (B_{12} + 2B_{66})S_1 + 3B_{26}S_0 - D_{11}T_2 - 4D_{16}T_1 - (2D_{12} \\ + 4D_{66})T_0$$

$$Q_3 = B_{11}R_3 + 3B_{16}R_2 + (B_{12} + 2B_{66})R_1 + B_{26}R_0 + B_{16}S_3 \\ + (B_{12} + 2B_{66})S_2 + 3B_{26}S_1 + B_{22}S_0 - D_{11}T_3 - 4D_{16}T_2 \\ - (2D_{12} + 4D_{66})T_1 - 4D_{26}T_0$$

$$Q_4 = B_{11}R_4 + 3B_{16}R_3 + (B_{12} + 2B_{66})R_2 + B_{26}R_1 + B_{16}S_4 \\ + (B_{12} + 2B_{66})S_3 + 3B_{26}S_2 + B_{22}S_1 - D_{11}T_4 - 4D_{16}T_3 \\ - (2D_{12} + 4D_{66})T_2 - 4D_{26}T_1 - D_{22}T_0$$

$$Q_5 = B_{11}R_5 + 3B_{16}R_4 + (B_{12} + 2B_{66})R_3 + B_{26}R_2 + B_{16}S_5 \\ + (B_{12} + 2B_{66})S_4 + 3B_{26}S_3 + B_{22}S_2 - 4D_{16}T_4 \\ - (2D_{12} + 4D_{66})T_3 - 4D_{26}T_2 - D_{22}T_1$$

$$Q_6 = 3B_{16}R_5 + (B_{12} + 2B_{66})R_4 + B_{26}R_3 + (B_{12} + 2B_{66})S_5 + 3B_{26}S_4 \\ + B_{22}S_3 - (2D_{12} + 4D_{66})T_4 - 4D_{26}T_3 - D_{22}T_2$$

$$Q_7 = (B_{12} + 2B_{66})R_5 + B_{26}R_4 + 3B_{26}S_5 + B_{22}S_4 - 4D_{26}T_4 - D_{22}T_3$$

$$Q_8 = B_{26}R_5 + B_{22}S_5 - D_{22}T_4 \quad (\text{ب-۱})$$

ثوابت  $R_0$  تا  $R_5$ ،  $S_0$  تا  $S_5$ ،  $T_0$  تا  $T_5$  به صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$R_0 = A_{66}B_{11} - A_{16}B_{16}$$

$$R_1 = 2A_{66}B_{16} + 2A_{26}B_{11} - A_{16}B_{12} - 2A_{16}B_{66} - A_{12}B_{16}$$

$$R_2 = A_{22}B_{11} + 5A_{26}B_{16} - 3A_{16}B_{26} - A_{12}B_{12} - 2A_{12}B_{66}$$

$$R_3 = -2A_{66}B_{26} + A_{26}B_{12} + 2A_{26}B_{66} + 3A_{22}B_{16} - A_{16}B_{22} - 3A_{12}B_{26}$$

$$R_4 = -A_{26}B_{26} + A_{22}B_{11} + 2A_{22}B_{66} - A_{12}B_{22} - A_{66}B_{22}$$

$$R_5 = A_{22}B_{26} - A_{26}B_{22}$$

$$S_0 = A_{11}B_{16} - A_{16}B_{11}$$

$$S_1 = A_{11}B_{12} + 2A_{11}B_{66} - A_{16}B_{16} - A_{12}B_{11} - A_{66}B_{11}$$

$$S_2 = 3A_{11}B_{26} + A_{16}B_{12} + 2A_{16}B_{66} - 2A_{66}B_{16} - 3A_{12}B_{16} - A_{26}B_{11}$$

$$S_3 = A_{11}B_{22} + 5A_{16}B_{26} - A_{12}B_{12} - 2A_{12}B_{66} - 3A_{26}B_{16}$$

$$S_4 = A_{16}B_{22} + 2A_{66}B_{26} - A_{12}B_{26} - A_{26}B_{12} - 2A_{26}B_{66}$$

$$S_5 = A_{66}B_{22} - A_{26}B_{26}$$

$$T_0 = A_{11}A_{66} - A_{16}^2$$

$$T_1 = 2A_{11}A_{26} - 2A_{12}A_{16}$$

$$T_2 = 2A_{16}A_{26} + A_{11}A_{22} - A_{12}^2 - 2A_{12}A_{66}$$

$$T_3 = 2A_{16}A_{22} - 2A_{12}A_{26}$$

$$T_4 = A_{22}A_{66} - A_{26}^2$$

(ب-۲)

## مراجع

[1] Jones. R. M., (1975), "*Mechanics of Composite Materials*" McGraw-Hill, New York.

[2] Campbell. F. C., (2010), "*Structural Composite Materials*", ASM International.

[3] Campbell. F. C., (2011), "*Manufacturing technology for aerospace structural material*" Elsevier.

[4] Gao C. Y., Xiao J. Z., Ke Y. L., (2014), "FE analysis of stress concentrations in composite plates with multiple holes for zigzag multi-fastened joints", *Materials Science Forum*, Vol. 770, pp.17-20.

[۵] رحیمی ح، (۱۳۸۷)، "مبانی طراحی کامپوزیت ها"، پژوهشگاه پلیمر و پتروشیمی ایران،

[۶] نشریه‌ی کامپوزیت، مؤسسه‌ی کامپوزیت ایران، (۱۳۸۷)، شماره‌ی سی و یکم.

[۷] صباغی ح، (۱۳۶۸)، "کاربرد کامپوزیتها در صنایع هوا - فضا"، نشریه علمی پژوهشی علوم و

تکنولوژی پلیمر، دوره ۲، شماره ۳، مقاله ۶، صص ۲۰۱-۲۰۹

[8] Inglis C. E., (1913), "Stresses in a plate due to the presence of cracks and sharp corners", Fifty-fourth Session of the Institution of Naval Architects, Vol. 55, pp. 219-241.

[9] Heller S. R. Jr., Brock J. S., Bart, R., (1959), "The stresses around a rectangular opening with rounded corners in a uniformly loaded plate", Proceedings of the third U.S. National Congress of Applied Mechanics, ASME, New York, pp. 357-368.

[10] Sobey A. J., (1963), "*Stress concentration Factors for Rounded Rectangular Holes in Infinite Sheets*", Ministry of Aviation, Royal Aircraft Establishment.

[11] Muskhelishvili N. I., (1962), "*Some Basic Problems of the Mathematical Theory of Elasticity*", Second edition, Netherlands, Noordhoff.

[12] Savin G. N., (1961), "*Stress Concentration Around Holes*", New York, Pergamon Press.

[13] Stroh A. N., (1958), "Dislocations and cracks in anisotropic elasticity", *Philosophical Magazine*, Vol. 3, No. 30, pp. 625-646.

[14] Lekhnitskii S. G., (1968), "*Anisotropic Plates*", Second edition, New York, Gordon and Breach Science.

- [15] Jong T. D., (1981), "Stresses around rectangular holes in orthotropic plates", *Journal of Composite Materials*, Vol. 15, No. 3, pp. 311-328.
- [16] Rajaiah K. N., Naik K., (1983), "Optimum quasi-rectangular holes in infinite orthotropic plates under in-plane loadings", *Journal of Applied Mechanics*, Vol. 50, No. 4a, pp. 891-892.
- [17] Theocaris P. S., Petrou L., (1986), "Stress distributions and intensities at corners of equilateral triangular holes", *International Journal of Fracture*; Vol. 31, pp. 271–89.
- [18] Zimmerman R. W., (1986), "Compressibility of two-dimensional cavities of various shapes", *Journal of Applied Mechanics*, Vol. 53, No. 3, pp. 500-504.
- [19] Kamel M., and Liaw B. M., (1989) "Green's functions due to concentrated moments applied in an anisotropic plane with an elliptic hole or a crack", *Mechanics Research Communications*, Vol. 16, No. 5, pp. 379-387.
- [20] Hufenbach W., Schaffer M., Herrmann A. S., (1990), "Calculation of the stress and displacement field of anisotropic plates with elliptical hole", *Ingenieur- Archiv*, Vol. 60, No. 8, pp. 507–517.
- [21] Hwu C., (1990), "Anisotropic plates with various openings under uniform loading or pure bending", *Journal of Applied Mechanics*, Vol. 57, No. 3, pp. 700-706.
- [22] Daoust J., Hoa S. V., (1991), "An analytical solution for anisotropic plates containing triangular holes", *Composite Structures*, Vol. 19, No. 2, pp. 107-130.
- [23] Becker W., (1991), "A complex potential method for plate problems with bending extension coupling", *Journal of Applied Mechanics*, Vol. 61, No. 5, pp. 318-326.
- [24] Ukadgaonker V. G., Kakhandki V., (2005), "Stress analysis for an orthotropic plate with an irregular shaped hole for different in-plane loading conditions", *Composite Structures*, Vol. 70, No. 3, pp. 255-274.
- [25] Rezaeepazhand J., Jafari M., (2005), "Stress analysis of perforated composite plates", *Composite Structures*, Vol. 71, No. 4, pp. 463-468.
- [26] Asmar G. H., Jabbour T. G., (2007), "Stress analysis of anisotropic plates containing rectangular holes", *International Journal of Mechanics and Solids*, Vol. 2, No.1, pp. 59-84.

- [27] Banerjee M., Jain N. K., Sanyal S., (2013), “Stress concentration in isotropic and orthotropic composite plates with center circular hole subjected to transverse static loading”, *International Journal of Mechanical and Industrial Engineering*, Vol.3, Iss-1, pp. 109-113.
- [28] Rezaeepazhand J., Jafari M., (2010), “Stress analysis of composite plates with a quasi-square cutout subjected to uniaxial tension”, *Journal of Reinforced Plastics and Composite*, Vol. 29, No. 13, pp. 2015-2026.
- [29] Batista M., (2011), “On the stress concentration around a hole in an infinite plate subject to uniform load at infinity”, *International Journal of Mechanical Sciences*, Vol 53, No. 4, pp. 254-261.
- [30] Danial I. M., Rowlands R. E., Whiteside J. B., (1974), “Effects of material and stacking sequence on behavior of composite plates with holes”, *Experimental Mechanics*, Vol. 14, No. 1, pp. 1-9.
- [31] Konish H. J., Whitney J. M., (1975), “Approximate stresses in an orthotropic plate containing a circular hole”, *Journal of Composite Materials*, Vol. 9, No. 2, pp. 157-166.
- [32] Rybicki E. F., Schmueser D., (1978), “Effect of stacking sequence and lay-up angle on free edge stresses around a hole in a laminated plate under tension”, *Journal of Composite Materials*, Vol. 12, No. 3, pp. 300-313.
- [33] Prasad C. B., Shuart M. J., (1989), “Moment distributions around holes in symmetric composite laminates subjected to bending moments”, 30th AIAA/ASME/ASCE/AHS/ASC Structures, Structural Dynamics and Materials Conference, Vol. 28, No. 5, pp. 877-882.
- [34] Vellaichamy S., Prakash B. G., Brun S., (1990), “Optimum design of cutouts in laminated composite structures”, *Computers and Structures*, Vol. 31, No. 3, pp. 241-246.
- [35] Bonora N., Costanzi M., Marchetti M., (1993), “On closed form solution for the elastic stress field around holes in orthotropic composite plates under in-plane stress conditions”, *Composite Structures*, Vol. 25, No. 1-4, pp. 139-156.
- [36] Beom H. G., Earmme Y. Y., (1998), “Complex variable method for problems of a laminate composed of multiple isotropic layers”, *International Journal of Fracture*, Vol. 92, No. 4, pp. 305–324.

- [37] Ukadgaonker V. G., Rao D. K. N., (2000), "A general solution for moments around holes in symmetric laminates", *Composite Structures*, Vol. 49, No. 3, pp. 41–54.
- [38] Ukadgaonker V. G., Rao D. K. N., (2000), "A general solution for stresses around holes in symmetric laminates under inplane loading", *Composite Structures*, Vol. 49, No. 3, pp. 339–354.
- [39] Romeo G., (2001), "Analytical behavior of laminates with rectangular opening under biaxial tension, compression and shear loads", *Journal of Composite Materials*, Vol. 35, No. 8, pp. 639–646.
- [40] Yasar kaltakci M., Arsalan H. M., (2006), "Stress concentrations of symmetrically laminated composite plates containing circular holes", *Iranian Journal of Science & Technology*, Vol. 30, No. B4, pp. 447-460.
- [41] Hufenbach W., Grüber B., Gottwald R., Lepper M., Zhou B., (2010), "Analytical and experimental analysis of stress concentration in notched multilayered composite with finite outer boundaries", *Mechanics of Composite Materials*, Vol. 46, No. 5, pp. 531-538.
- [42] Dharmendra S., (2012), "Stress concentration around circular/elliptical/triangular cutouts in infinite composite plate", *Lecture Notes in Engineering and Computer Science*, Vol. 20, No. 1, pp. 1-6.
- [43] Rao D. K. N., Babu M. R., Reddy K.R. N., Sunil D., (2010), "Stress around square and rectangular cutouts in symmetric laminates", *Composite Structures*, Vol. 92, No. 12, pp. 2845-2859.
- [44] Hufenbach W., Grüber B., Gottwald R., Lepper M., Zhou B., (2013), "An analytical method for the determination of stress and strain concentrations in textile-reinforced GF/PP composites with elliptical cutout and a finite outer boundary and its numerical verification", *Archive of Applied Mechanics*, Vol. 83, No. 1, pp. 125–135.
- [۴۵] جعفری م، مشیری اول ب، (۱۳۹۳)، " تحلیل تنش چندلایه‌های کامپوزیتی متقارن با گشودگی شبه‌مستطیلی تحت بارگذاری درون صفحه‌ای"، *ماهنامه‌ی علمی پژوهشی مهندسی مکانیک مدرس*، دوره ۱۴، شماره ۱۵، صص ۳۹۵-۴۰۴.
- [46] Ko W., (1985), "Stress concentration around a small circular hole in the HiMat composite plates", *NASA Technical Memorandum*.
- [47] Becker W., (1992), "Closed form analytical solutions for a griffith crack in a nonsymmetric laminate plate", *Composite Structures*, Vol. 21, No. 1, pp. 49-55.



- [48] Becker W., (1993), “Complex method for the elliptical hole in an unsymmetric laminate”, *Archive of Applied Mechanics*, Vol. 63, No. 3, pp. 159-169.
- [49] Becker W., (1995), “Concentrated forces and moments on laminates with bending extension coupling”, *Composite Structures*. Vol. 30, No. 1, pp. 1-11.
- [50] Ukadgaonker V. G., Rao D. K. N., (2000), “A general solution for stress resultants and moments around holes in unsymmetric laminates”, *Composite Structures*, Vol. 49, No. 1, pp. 27-39.
- [51] Chen P., Shen Z., (2003), “Stress resultants and moments around holes in unsymmetrical composite laminates subjected to remote uniform loading”, *Mechanics Research Communications*, Vol. 30, No. 1, pp. 79–86.
- [52] Chen P., Shen Z., (2001), “Green’s functions for an unsymmetrical laminated plate with an elliptic hole”, *Mechanics Research Communications* , Vol. 28, No. 5, pp. 519-524.
- [53] Madenci E., Barut A., Nemeth M. P., (2001), “A complex potential-variational method for stress analysis of unsymmetric laminates with an elliptical cutout”, *Journal of Applied Mechanics*, Vol. 68, No. 5, pp. 731-739.
- [54] Hsieh M.C., Hwu C., (2003), “Explicit solutions for the coupled stretching–bending problems of holes in composite laminates”, *International Journal of Solids and Structures*, vol. 40, No.15, pp. 3913–3933.
- [55] Cannon. C. P., (2012), Master of Science Thesis, “Stress concentrations around square cutout in a plate composite”, university of texas at Arlington.

## **Abstract**

In this thesis, with the development of the classical Lekhnitskii's complex variable methods, stress analysis of unsymmetric laminated with non-circular holes has been studied. By using the complex variable method, Lekhnitskii obtained the stress distribution around a circular and elliptical hole in anisotropic plates. With the extension of this method to unsymmetric composite laminates and by using the conformal mapping, have tried to investigate the stress distribution around non-circular holes. In this thesis, the effect of various parameters such as, laminate lay-up, hole orientation and bluntness on stress and moment resultants around the hole is considered. Laminate is subjected to uniaxial tension loading along x-axis. This composite has polymer matrix and it reinforce by carbon fiber.

For numerical evaluation ABAQUS software is used to verify the results of the analytical solution. Analytical results are in good agreement with the finite element solution. Based on the analytical results. Unexpectedly circular hole is not the best geometry to reduce the stress concentration in perforated plates and in some cases by selecting the appropriate bluntness and orientation for holes, the stress concentration less than circular hole can be achieved. Also, by choosing an appropriate laminate lay-up and the proper fiber angle for each layer, the stress and moment resultants around the hole can be significantly reduced.

**Keywords :** Stress and Moment Resultants, Analytical Solution, Unsymmetric Laminate, Non-circular Holes.



**University of Shahrood  
Faculty of mechanics**

**Study of the stress distribution around non-circular  
cutouts in unsymmetric laminate plates**

**Hasaan Sadat Ashoori Savadkoohi**

**Supervisor:  
Dr. Mohammad Jafari**

**Feb 2015**