

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ



دانشگاه صنعتی شاهرود

دانشکده‌ی مهندسی مکانیک

گروه طراحی کاربردی

بررسی توزیع تنش در اطراف گشودگی‌های غیردایروی در صفحات چندلایه‌ی متقارن

دانشجو: بهزاد مشیری اول

استاد راهنما:

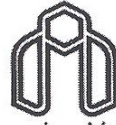
دکتر محمد جعفری

پایان‌نامه ارشد جهت اخذ درجه‌ی کارشناسی ارشد

ماه و سال انتشار:

شهریور ۱۳۹۳

دانشگاه صنعتی شاهرود



دانشگاه صنعتی شاهرود
مدیریت تحصیلات تکمیلی
فرم شماره (۶)

باسمه تعالی

شماره:
تاریخ:
ویرایش:

فرم صورت جلسه دفاع از پایان نامه تحصیلی دوره کارشناسی ارشد

با تأییدات خداوند متعال و با استعانت از حضرت ولی عصر (عج) نتیجه ارزیابی جلسه دفاع از پایان نامه کارشناسی ارشد آقای بهزاد مشیری اول رشته مهندسی مکانیک گرایش طراحی کاربردی. تحت عنوان بررسی توزیع تنش در اطراف گشودگی‌های غیردایروی در صفحات چندلایه متقارن که در تاریخ ۱۳۹۳/۶/۳۰ با حضور هیأت محترم داوران در دانشگاه صنعتی شاهرود برگزار گردید به شرح ذیل اعلام می گردد:

قبول (با درجه : عالی امتیاز: ۱۹,۳) دفاع مجدد مردود

۱- عالی (۲۰ - ۱۹)

۲- بسیار خوب (۱۸/۹۹ - ۱۸)

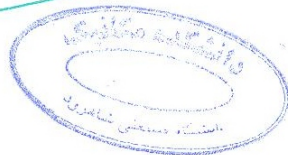
۳- خوب (۱۶ - ۱۷/۹۹)

۴- قابل قبول (۱۴ - ۱۵/۹۹)

۵- نمره کمتر از ۱۴ غیر قابل قبول

عضو هیأت داوران	نام و نام خانوادگی	مرتبۀ علمی	امضاء
۱- استاد راهنما	محمد جعفری	استادیار	
۲- استاد راهنما			
۲- استاد مشاور			
۳- نماینده شورای تحصیلات تکمیلی	مجتبی قطعی	استادیار	
۴- استاد ممتحن	مهدی قنّاد کهتوئی	استادیار	
۵- استاد ممتحن	حمیدرضا ایپکچی	دانشیار	

رئیس دانشکده : امضاء



تقدیم

این پایان نامه را ضمن تشکر و سپاس بیکران و در کمال افتخار و امتنان تقدیم می نمایم به:

محضر ارزشمند پدر و مادر عزیزم

که در سختی ها و دشواری های زندگی همواره یآوری دلسوز و فداکار و پشتیبانی محکم و مطمئن برایم بوده اند.

تشکر و قدردانی

حمد و سپاس پروردگار هستی را که با استعانت از او توفیق آن را پیدا نمودم تا از اقیانوس بی‌کران علم و دانش توشه‌ای بگیرم. بر خود لازم می‌دانم از استاد راهنمای ارجمندم، جناب آقای دکتر محمد جعفری که به پاس انگیزه‌ها و امیدواری‌هایشان در امر پژوهش، اینجانب را از راهنمایی‌های بی‌دریغشان بهره‌مند ساخته‌اند صمیمانه سپاسگزاری نمایم.

بهزاد مشیری اول

تعهدنامه

اینجانب بهزاد مشیری اول دانشجوی دوره‌ی کارشناسی ارشد رشته‌ی مهندسی مکانیک-گرایش طراحی کاربردی دانشکده‌ی مهندسی مکانیک دانشگاه صنعتی شاهرود نویسنده‌ی پایان‌نامه‌ی بررسی توزیع تنش در اطراف گشودگی‌های غیردایروی در صفحات چندلایه متقارن، تحت راهنمایی دکتر محمد جعفری متعهد می‌شوم.

- تحقیقات در این پایان‌نامه توسط اینجانب انجام شده است و از صحت و اصالت برخوردار است.
- در استفاده از نتایج پژوهش‌های محققان دیگر به مرجع مورد استفاده استناد شده است.
- مطالب مندرج در پایان‌نامه تاکنون توسط خود یا فرد دیگری برای دریافت هیچ نوع مدرک یا امتیازی در هیچ جا ارائه نشده است.
- کلیه حقوق معنوی این اثر متعلق به دانشگاه صنعتی شاهرود می‌باشد و مقالات مستخرج با نام «دانشگاه صنعتی شاهرود» و یا «*Shahrood University of Technology*» به چاپ خواهد رسید.
- حقوق معنوی تمام افرادی که در به دست آمدن نتایج اصلی پایان‌نامه تأثیرگذار بوده‌اند در مقالات مستخرج از پایان‌نامه رعایت می‌گردد.
- در کلیه‌ی مراحل انجام این پایان‌نامه، در مواردی که از موجود زنده (یا بافت‌های آن‌ها) استفاده شده است ضوابط و اصول اخلاقی رعایت شده است.
- در کلیه‌ی مراحل انجام این پایان‌نامه، در مواردی که به حوزه‌ی اطلاعات شخصی افراد دسترسی یافته یا استفاده شده است اصل رازداری، ضوابط و اصول اخلاق انسانی رعایت شده است.

تاریخ

امضای دانشجو

مالکیت نتایج و حق نشر

- کلیه‌ی حقوق معنوی این اثر و محصولات آن (مقالات مستخرج، کتاب، برنامه‌های رایانه‌ای، نرم‌افزارها و تجهیزات ساخته شده) متعلق به دانشگاه صنعتی شاهرود می‌باشد. این مطلب باید به نحو مقتضی در تولیدات علمی مربوطه ذکر شود.
- استفاده از اطلاعات و نتایج موجود در پایان‌نامه بدون ذکر مرجع مجاز نمی‌باشد.

چکیده

در این پایان نامه با استفاده از بسط حل تحلیلی لخنیتسکی به مطالعه توزیع تنش اطراف گشودگی های غیردایروی پرداخته شده است. لخنیتسکی از روش تحلیلی متغیر مختلط برای تحلیل تنش صفحات غیرهمسانگرد حاوی گشودگی هایی به شکل دایره و بیضی استفاده کرد. به منظور بسط حل تحلیلی لخنیتسکی برای تحلیل تنش چندلایه های متقارن حاوی گشودگی غیردایروی، به وسیله نگاشت هم‌نوا، ناحیه خارج گشودگی غیردایروی به محدوده خارج گشودگی دایره ای به شعاع واحد تبدیل می شود. در این تحقیق سعی می شود با بسط روش فوق، تأثیر پارامترهای مختلف از قبیل کشیدگی گشودگی، نوع چیدمان لایه ها، زاویه چرخش گشودگی، شعاع انحنای گوشه های گشودگی و زاویه اعمال بار مورد مطالعه قرار گیرد. برای بررسی نتایج حل تحلیلی ارائه شده از روش اجزای محدود (نرم افزار آباکوس) استفاده شده است. نتایج حاصل از حل تحلیلی تطابق خوبی با نتایج حل عددی دارد. این نتایج نشان می دهد که روش حاضر، روشی دقیق برای محاسبه توزیع تنش در صفحات کامپوزیتی با گشودگی های خاص است. با توجه به نتایج ارائه شده پارامترهای ذکر شده تأثیر بسزایی در توزیع تنش اطراف گشودگی مختلف دارند. با نرم تر شدن گوشه های گشودگی و انتخاب زاویه چرخش گشودگی مناسب می توان تمرکز تنش را کاهش داد.

واژگان کلیدی: حل تحلیلی، چندلایه های متقارن، گشودگی غیردایروی، تمرکز

تنش، نگاشت هم‌نوا.

مقالات

۱- جعفری م.، مشیری اول ب.؛ تحلیل تنش چندلایه‌های متقارن حاوی گشودگی مثلثی تحت بارگذاری کششی، بیست و دومین همایش سالانه بین‌المللی مهندسی مکانیک ایران، ص ۸۱، اهواز، ۱۳۹۳.

2. M. Jafari, B. Moshiri Aval; “*Stress analysis of symmetric composite laminates with quasi-rectangular hole subjected to in-plane loading*”, *Modares Mechanical Engineering*, vol.14, No. 15, pp. 395-404,2015 (In Persian)

۳- مشیری اول ب.، جعفری م.؛ بررسی تأثیر پارامترهای مختلف بر توزیع تنش چندلایه‌های متقارن حاوی گشودگی مثلثی، فصلنامه مکانیک هوافضا، ۱۳۹۳. (تحت داوری)

مطالب

فصل ۱	۱
۱-۱ مقدمه	۲
۲-۱ مقدمه‌ای بر کامپوزیت‌ها	۳
۱-۲-۱ تعریف مواد کامپوزیتی	۵
۲-۲-۱ ساختار کامپوزیت‌ها	۶
۱-۲-۲-۱ تقویت کننده	۷
۱-۱-۲-۲-۱ تقویت کننده‌های ذره‌ای	۷
۲-۱-۲-۲-۱ تقویت کننده‌های رشته‌ای (الیافی)	۷
۳-۲-۱ ویژگی‌های مواد کامپوزیتی	۷
۴-۲-۱ کاربردهای کامپوزیت‌ها	۹
۱-۴-۲-۱ صنعت هوافضا:	۱۰
۲-۴-۲-۱ صنعت خودروسازی:	۱۰
۳-۴-۲-۱ صنعت کالاهای ورزشی	۱۱
۴-۴-۲-۱ صنایع دریایی	۱۱
۵-۲-۱ رفتار مکانیکی مواد مرکب	۱۱
۶-۲-۱ انواع کامپوزیت‌ها	۱۳
۳-۱ مروری بر کارهای انجام شده	۱۶
فصل ۲	۲۳
۱-۲ مقدمه	۲۴
۲-۲ روابط حاکم بر چندلایه‌های متقارن	۲۴
۳-۲ تابع نگاشت	۲۸
۴-۲ حل تحلیلی	۳۰
۵-۲ روابط مربوط به چرخش گشودگی	۳۹
فصل ۳	۴۳
۱-۳ مقدمه	۴۴
۲-۳ بررسی درستی جواب‌ها	۴۵
۳-۳ نتایج	۴۷

۴۷	۱-۳-۳ تأثیر انحنای گوشه (w) و کشیدگی (c) گشودگی بر حسب تغییرات زاویه بار (α)
۵۶	۲-۳-۳ تأثیر زاویه چرخش گشودگی (β)
۵۷	۳-۳-۳ تأثیر زاویه چرخش گشودگی (β) و زاویه بار (α)
۶۳	فصل ۴
۶۴	۱-۴ مقدمه
۶۶	۲-۴ بررسی درستی جواب‌ها
۶۸	۳-۴ نتایج
۶۸	۱-۳-۴ تأثیر انحنای گوشه (w) و کشیدگی (c) گشودگی بر حسب تغییرات زاویه بار (α)
۷۶	۲-۳-۴ تأثیر زاویه چرخش گشودگی (β)
۸۳	فصل ۵
۸۴	۱-۵ گشودگی‌های چندضلعی
۸۴	۲-۵ پنج‌ضلعی
۸۵	۱-۲-۵ نتایج
۸۵	۱-۱-۲-۵ تأثیر انحنای گوشه (w) بر حسب زاویه بار (α)
۸۷	۲-۱-۲-۵ تأثیر زاویه چرخش گشودگی (β) و زاویه بار (α)
۸۹	۲-۲-۵ شرایط بهینه
۹۰	۳-۵ شش‌ضلعی
۹۱	۱-۳-۵ تأثیر انحنای گوشه (w) بر حسب زاویه بار (α)
۹۳	۲-۳-۵ تأثیر زاویه چرخش گشودگی (β) و زاویه بار (α)
۹۴	۳-۳-۵ شرایط بهینه
۹۵	۴-۵ هفت‌ضلعی
۹۵	۱-۴-۵ تأثیر انحنای گوشه (w) بر حسب تغییرات زاویه بار (α)
۹۷	۲-۴-۵ تأثیر زاویه چرخش گشودگی (β) و زاویه بار (α)
۹۹	۳-۴-۵ شرایط بهینه
۹۹	۵-۵ هشت‌ضلعی
۹۹	۱-۵-۵ تأثیر انحنای گوشه (w) بر حسب تغییرات زاویه بار (α)
۱۰۱	۲-۵-۵ تأثیر زاویه چرخش گشودگی (β) و زاویه بار (α)
۱۰۲	۳-۵-۵ شرایط بهینه
۱۰۵	فصل ۶

۱۰۶.....	۱-۶ جمع بندی
۱۰۷.....	۲-۶ پیشنهادها
۱۰۸.....	مراجع

فهرست شکل‌ها

شکل ۱-۲	تأثیر پارامترهای n و W در ایجاد گشودگی	۲۹
شکل ۲-۲	مختصات منحنی الخط	۳۴
شکل ۳-۲	نمای حل مسأله: (الف): بار خارجی در لبه‌های بیرونی، شرایط مرزی f_1 و f_2 روی گشودگی مجازی. (ب): بار معکوس روی مرز گشودگی: f_1 - و f_2 - (ج): شرایط تمرکز تنش برای مرز داخلی بدون بار و مرز خارجی تحت بارگذاری	۳۵
شکل ۴-۲	چرخش محورها	۳۹
شکل ۱-۳	نمایی از هندسه گشودگی و بارگذاری آن	۴۴
شکل ۲-۳	تأثیر پارامتر C بر هندسه گشودگی	۴۵
شکل ۳-۳	تأثیر روند تغییرات W بر انحنا گشودگی	۴۵
شکل ۴-۳	مقایسه تنش اطراف گشودگی مثلثی برای ماده گرافیت/اپوکسی از دو روش حل تحلیلی و اجزای محدود	۴۶
شکل ۵-۳	مقایسه تنش اطراف گشودگی مثلثی برای ماده گرافیت/اپوکسی از دو روش حل تحلیلی و اجزای محدود	۴۶
شکل ۶-۳	توزیع تنش اطراف گشودگی مثلثی تحت بارگذاری تک‌محوره افقی	۴۷
شکل ۷-۳	بررسی تغییرات تنش بی‌بعد برای چیدمان $[0 / 90]_s$ بر حسب زاویه اعمال بار در W های مختلف (گرافیت/اپوکسی)	۴۸
شکل ۸-۳	بررسی تغییرات تنش بی‌بعد برای چیدمان $[45 / -45]_s$ بر حسب زاویه اعمال بار در W های مختلف (گرافیت/اپوکسی)	۴۹
شکل ۹-۳	بررسی تغییرات تنش بی‌بعد برای چیدمان $[30 / 0 / -30]_s$ بر حسب زاویه اعمال بار در W های مختلف (گرافیت/اپوکسی)	۴۹
شکل ۱۰-۳	بررسی تغییرات تنش بی‌بعد برای چیدمان $[0 / 90]_s$ بر حسب زاویه اعمال بار در W های مختلف (شیشه/اپوکسی)	۵۰
شکل ۱۱-۳	بررسی تغییرات تنش بی‌بعد برای چیدمان $[45 / -45]_s$ بر حسب زاویه اعمال بار در W های مختلف (شیشه/اپوکسی)	۵۰
شکل ۱۲-۳	بررسی تغییرات تنش بی‌بعد برای چیدمان $[30 / 0 / -30]_s$ بر حسب زاویه اعمال بار در W های مختلف (شیشه/اپوکسی)	۵۱
شکل ۱۳-۳	بررسی تغییرات کمترین تنش بی‌بعد بر حسب W برای سه چیدمان گرافیت/اپوکسی برای $C=1$	۵۱
شکل ۱۴-۳	بررسی تغییرات کمترین تنش بی‌بعد بر حسب W برای سه چیدمان شیشه/اپوکسی	

- برای $C=1$ ۵۲
- شکل ۱۵-۳ بررسی تغییرات تنش بی بعد بر حسب C برای سه چیدمان ماده گرافیت/اپوکسی
- برای $W=0/1$ ۵۲
- شکل ۱۶-۳ بررسی تغییرات تنش بی بعد بر حسب C برای سه چیدمان ماده شیشه/اپوکسی برای
- $W=0/1$ ۵۳
- شکل ۱۷-۳ بررسی تغییرات تنش بی بعد برای چیدمان $[0 / 90]_s$ بر حسب زاویه اعمال بار در
- C های مختلف (گرافیت/اپوکسی) ۵۳
- شکل ۱۸-۳ بررسی تغییرات تنش بی بعد برای چیدمان $[45 / -45]_s$ بر حسب زاویه اعمال بار در
- C های مختلف (گرافیت/اپوکسی) ۵۴
- شکل ۱۹-۳ بررسی تغییرات تنش بی بعد برای چیدمان $[30 / 0 / -30]_s$ بر حسب زاویه اعمال بار
- در C های مختلف (گرافیت/اپوکسی) ۵۴
- شکل ۲۰-۳ بررسی تغییرات تنش بی بعد برای چیدمان $[0 / 90]_s$ بر حسب زاویه اعمال بار در
- C های مختلف (شیشه/اپوکسی) ۵۵
- شکل ۲۱-۳ بررسی تغییرات تنش بی بعد برای چیدمان $[45 / -45]_s$ بر حسب زاویه اعمال بار در
- C های مختلف (شیشه/اپوکسی) ۵۵
- شکل ۲۲-۳ بررسی تغییرات تنش بی بعد برای چیدمان $[30 / 0 / -30]_s$ بر حسب زاویه اعمال بار
- در C های مختلف (شیشه/اپوکسی) ۵۵
- شکل ۲۳-۳ بررسی تغییرات تنش بی بعد بر حسب چرخش گشودگی برای سه چیدمان ماده
- گرافیت/اپوکسی برای $C=1$ و $W=0/1$ ۵۶
- شکل ۲۴-۳ بررسی تغییرات تنش بی بعد بر حسب چرخش گشودگی برای سه چیدمان ماده
- شیشه/اپوکسی برای $C=1$ و $W=0/1$ ۵۷
- شکل ۲۵-۳ بررسی تغییرات تنش بی بعد برای چیدمان $[0 / 90]_s$ بر حسب زاویه اعمال بار در
- زوایای چرخش مختلف (گرافیت/اپوکسی) ۵۷
- شکل ۲۶-۳ بررسی تغییرات تنش بی بعد برای چیدمان لایه‌ای $[45 / -45]_s$ بر حسب زاویه اعمال
- بار در زوایای چرخش مختلف (گرافیت/اپوکسی) ۵۸
- شکل ۲۷-۳ بررسی تغییرات تنش بی بعد برای چیدمان لایه‌ای $[30 / 0 / -30]_s$ بر حسب زاویه
- اعمال بار در زوایای چرخش مختلف (گرافیت/اپوکسی) ۵۹
- شکل ۲۸-۳ بررسی تغییرات تنش بی بعد برای چیدمان $[0 / 90]_s$ بر حسب زاویه اعمال بار در
- زوایای چرخش مختلف (شیشه/اپوکسی) ۵۹
- شکل ۲۹-۳ بررسی تغییرات تنش بی بعد برای چیدمان لایه‌ای $[45 / -45]_s$ بر حسب زاویه اعمال
- بار در زوایای چرخش مختلف (شیشه/اپوکسی) ۶۰

- شکل ۳-۳۰ بررسی تغییرات تنش بی‌بعد برای چیدمان لایه‌ای $[30 / 0 / -30]_s$ برحسب زاویه اعمال بار در زوایای چرخش مختلف (شیشه/اپوکسی) ۶۰
- شکل ۴-۱۰ نمایی از هندسه گشودگی و بارگذاری آن ۶۴
- شکل ۴-۲ تأثیر پارامتر C بر هندسه گشودگی ۶۵
- شکل ۴-۳ تأثیر پارامتر W بر هندسه گشودگی برای $C=1$ ۶۵
- شکل ۴-۴ توزیع تنش اطراف گشودگی مربعی تحت بارگذاری تک‌محوره افقی ۶۶
- شکل ۴-۵ مقایسه تنش اطراف گشودگی مربعی از دو روش حل تحلیلی و اجزای محدود ۶۷
- شکل ۴-۶ مقایسه تنش بی‌بعد اطراف گشودگی شبه‌مربعی برای ماده گرافیت/اپوکسی $[0 / 90]_s$ برحسب W از دو روش حل تحلیلی و اجزای محدود ۶۷
- شکل ۴-۷ بررسی تغییرات تنش بی‌بعد برای چیدمان $[0 / 90]_s$ برحسب زاویه اعمال بار در W های مختلف (گرافیت/اپوکسی) ۶۹
- شکل ۴-۸ بررسی تغییرات تنش بی‌بعد برای چیدمان $[45 / -45]_s$ برحسب زاویه اعمال بار در W های مختلف (گرافیت/اپوکسی) ۶۹
- شکل ۴-۹ بررسی تغییرات تنش بی‌بعد برای چیدمان $[30 / 0 / -30]_s$ برحسب زاویه اعمال بار در W های مختلف (گرافیت/اپوکسی) ۶۹
- شکل ۴-۱۰ بررسی تغییرات تنش بی‌بعد برای چیدمان $[0 / 90]_s$ برحسب زاویه اعمال بار در W های مختلف (شیشه/اپوکسی) ۷۰
- شکل ۴-۱۱ بررسی تغییرات تنش بی‌بعد برای چیدمان $[45 / -45]_s$ برحسب زاویه اعمال بار در W های مختلف (شیشه/اپوکسی) ۷۰
- شکل ۴-۱۲ بررسی تغییرات تنش بی‌بعد برای چیدمان $[30 / 0 / -30]_s$ برحسب زاویه اعمال بار در W های مختلف (شیشه/اپوکسی) ۷۱
- شکل ۴-۱۳ بررسی تغییرات تنش بی‌بعد برحسب W برای سه چیدمان گرافیت/اپوکسی برای $C=1$ ۷۲
- شکل ۴-۱۴ بررسی تغییرات تنش بی‌بعد برحسب W برای سه چیدمان شیشه/اپوکسی برای $C=1$ ۷۲
- شکل ۴-۱۵ بررسی تغییرات تنش بی‌بعد برحسب C برای سه چیدمان ماده گرافیت/اپوکسی برای $W=0/1$ ۷۲
- شکل ۴-۱۶ بررسی تغییرات تنش بی‌بعد برحسب C برای سه چیدمان ماده شیشه/اپوکسی برای $W=0/1$ ۷۳
- شکل ۴-۱۷ بررسی تغییرات تنش بی‌بعد برای چیدمان $[0 / 90]_s$ برحسب زاویه اعمال بار در C های مختلف (گرافیت/اپوکسی) ۷۳

- شکل ۴-۱۸ بررسی تغییرات تنش بی‌بعد برای چیدمان $S_{[45/-45]}$ برحسب زاویه اعمال بار در C‌های مختلف (گرافیت/اپوکسی) ۷۴
- شکل ۴-۱۹ بررسی تغییرات تنش بی‌بعد برای چیدمان $S_{[30/0/-30]}$ برحسب زاویه اعمال بار در C‌های مختلف (گرافیت/اپوکسی) ۷۴
- شکل ۴-۲۰ بررسی تغییرات تنش بی‌بعد برای چیدمان $S_{[0/90]}$ برحسب زاویه اعمال بار در C‌های مختلف (شیشه/اپوکسی) ۷۵
- شکل ۴-۲۱ بررسی تغییرات تنش بی‌بعد برای چیدمان $S_{[45/-45]}$ برحسب زاویه اعمال بار در C‌های مختلف (شیشه/اپوکسی) ۷۵
- شکل ۴-۲۲ بررسی تغییرات تنش بی‌بعد برای چیدمان $S_{[30/0/-30]}$ برحسب زاویه اعمال بار در C‌های مختلف (شیشه/اپوکسی) ۷۵
- شکل ۴-۲۳ بررسی تغییرات تنش بی‌بعد برحسب چرخش گشودگی برای سه چیدمان ماده گرافیت/اپوکسی برای $C=1$ و $W=0/1$ ۷۶
- شکل ۴-۲۴ بررسی تغییرات تنش بی‌بعد برحسب چرخش گشودگی برای سه چیدمان ماده شیشه/اپوکسی برای $C=1$ و $W=0/1$ ۷۶
- شکل ۴-۲۵ بررسی تغییرات تنش بی‌بعد برای چیدمان $S_{[0/90]}$ برحسب زاویه اعمال بار در زوایای چرخش مختلف (گرافیت/اپوکسی) ۷۷
- شکل ۴-۲۶ بررسی تغییرات تنش بی‌بعد برای چیدمان لایه‌ای $S_{[45/-45]}$ برحسب زاویه اعمال بار در زوایای چرخش مختلف (گرافیت/اپوکسی) ۷۸
- شکل ۴-۲۷ بررسی تغییرات تنش بی‌بعد برای چیدمان لایه‌ای $S_{[30/0/-30]}$ برحسب زاویه اعمال بار در زوایای چرخش مختلف (گرافیت/اپوکسی) ۷۸
- شکل ۴-۲۸ بررسی تغییرات تنش بی‌بعد برای چیدمان $S_{[0/90]}$ برحسب زاویه اعمال بار در زوایای چرخش مختلف (شیشه/اپوکسی) ۷۹
- شکل ۴-۲۹ بررسی تغییرات تنش بی‌بعد برای چیدمان لایه‌ای $S_{[45/-45]}$ برحسب زاویه اعمال بار در زوایای چرخش مختلف (شیشه/اپوکسی) ۷۹
- شکل ۴-۳۰ بررسی تغییرات تنش بی‌بعد برای چیدمان لایه‌ای $S_{[30/0/-30]}$ برحسب زاویه اعمال بار در زوایای چرخش مختلف (شیشه/اپوکسی) ۷۹
- شکل ۴-۳۱ بررسی تغییرات تنش بی‌بعد برحسب انحنای گوشه گشودگی برای سه چیدمان گرافیت/اپوکسی برای $C=1$ ۸۰
- شکل ۴-۳۲ بررسی تغییرات تنش بی‌بعد برحسب انحنای گوشه گشودگی برای سه چیدمان شیشه/اپوکسی برای $C=1$ ۸۱
- شکل ۵-۱ تأثیر روند تغییرات W بر انحنای گشودگی ۸۴

- شکل ۲-۵ توزیع تنش اطراف گشودگی مثلثی تحت بارگذاری تک‌محوره افقی ۸۵
- شکل ۳-۵ بررسی تغییرات تنش بی‌بعد برای چیدمان $S [0 / 90]$ برحسب زاویه اعمال بار در W ‌های مختلف (گرافیت/اپوکسی) ۸۶
- شکل ۴-۵ بررسی تغییرات تنش بی‌بعد برای چیدمان $S [45 / -45]$ برحسب زاویه اعمال بار در W ‌های مختلف (گرافیت/اپوکسی) ۸۶
- شکل ۵-۵ بررسی تغییرات تنش بی‌بعد برای چیدمان $S [30 / 0 / -30]$ برحسب زاویه اعمال بار در W ‌های مختلف (گرافیت/اپوکسی) ۸۷
- شکل ۶-۵ بررسی تغییرات تنش بی‌بعد برای چیدمان $S [0 / 90]$ برحسب زاویه اعمال بار در زوایای چرخش مختلف (گرافیت/اپوکسی) ۸۷
- شکل ۷-۵ بررسی تغییرات تنش بی‌بعد برای چیدمان لایه‌ای $S [45 / -45]$ برحسب زاویه اعمال بار در زوایای چرخش مختلف (گرافیت/اپوکسی) ۸۸
- شکل ۸-۵ بررسی تغییرات تنش بی‌بعد برای چیدمان لایه‌ای $S [30 / 0 / -30]$ برحسب زاویه اعمال بار در زوایای چرخش مختلف (گرافیت/اپوکسی) ۸۸
- شکل ۹-۵ بررسی تغییرات تنش مطلوب بر حسب W برای سه چیدمان گرافیت/اپوکسی برای $C=1$ ۸۹
- شکل ۱۰-۵ نمایی از هندسه گشودگی و بارگذاری آن ۹۰
- شکل ۱۱-۵ توزیع تنش اطراف گشودگی پنج‌ضلعی تحت بارگذاری تک‌محوره افقی ۹۱
- شکل ۱۲-۵ بررسی تغییرات تنش بی‌بعد برای چیدمان $S [0 / 90]$ برحسب زاویه اعمال بار در W ‌های مختلف (گرافیت/اپوکسی) ۹۲
- شکل ۱۳-۵ بررسی تغییرات تنش بی‌بعد برای چیدمان $S [45 / -45]$ برحسب زاویه اعمال بار در W ‌های مختلف (گرافیت/اپوکسی) ۹۲
- شکل ۱۴-۵ بررسی تغییرات تنش بی‌بعد برای چیدمان $S [30 / 0 / -30]$ برحسب زاویه اعمال بار در W ‌های مختلف (گرافیت/اپوکسی) ۹۲
- شکل ۱۵-۵ بررسی تغییرات تنش بی‌بعد برای چیدمان $S [0 / 90]$ برحسب زاویه اعمال بار در زوایای چرخش مختلف (گرافیت/اپوکسی) ۹۳
- شکل ۱۶-۵ بررسی تغییرات تنش بی‌بعد برای چیدمان لایه‌ای $S [45 / -45]$ برحسب زاویه اعمال بار در زوایای چرخش مختلف (گرافیت/اپوکسی) ۹۴
- شکل ۱۷-۵ بررسی تغییرات تنش بی‌بعد برای چیدمان لایه‌ای $S [30 / 0 / -30]$ برحسب زاویه اعمال بار در زوایای چرخش مختلف (گرافیت/اپوکسی) ۹۴
- شکل ۱۸-۵ بررسی تغییرات تنش مطلوب بر حسب W برای سه چیدمان گرافیت/اپوکسی برای $C=1$ ۹۵

- شکل ۵-۱۹ بررسی تغییرات تنش بی‌بعد برای چیدمان $S [0 / 90]$ برحسب زاویه اعمال بار در W های مختلف (گرافیت/اپوکسی) ۹۶
- شکل ۵-۲۰ بررسی تغییرات تنش بی‌بعد برای چیدمان $S [45 / -45]$ برحسب زاویه اعمال بار در W های مختلف (گرافیت/اپوکسی) ۹۶
- شکل ۵-۲۱ بررسی تغییرات تنش بی‌بعد برای چیدمان $S [30 / 0 / -30]$ برحسب زاویه اعمال بار در W های مختلف (گرافیت/اپوکسی) ۹۷
- شکل ۵-۲۲ بررسی تغییرات تنش بی‌بعد برای چیدمان $S [0 / 90]$ برحسب زاویه اعمال بار در زوایای چرخش مختلف (گرافیت/اپوکسی) ۹۷
- شکل ۵-۲۳ بررسی تغییرات تنش بی‌بعد برای چیدمان لایه‌های $S [45 / -45]$ برحسب زاویه اعمال بار در زوایای چرخش مختلف (گرافیت/اپوکسی) ۹۸
- شکل ۵-۲۴ بررسی تغییرات تنش بی‌بعد برای چیدمان لایه‌های $S [30 / 0 / -30]$ برحسب زاویه اعمال بار در زوایای چرخش مختلف (گرافیت/اپوکسی) ۹۸
- شکل ۵-۲۵ بررسی تغییرات تنش مطلوب برحسب W برای سه چیدمان گرافیت/اپوکسی برای $C=1$ ۹۹
- شکل ۵-۲۶ بررسی تغییرات تنش بی‌بعد برای چیدمان $S [0 / 90]$ برحسب زاویه اعمال بار در W های مختلف (گرافیت/اپوکسی) ۱۰۰
- شکل ۵-۲۷ بررسی تغییرات تنش بی‌بعد برای چیدمان $S [45 / -45]$ برحسب زاویه اعمال بار در W های مختلف (گرافیت/اپوکسی) ۱۰۰
- شکل ۵-۲۸ بررسی تغییرات تنش بی‌بعد برای چیدمان $S [30 / 0 / -30]$ برحسب زاویه اعمال بار در W های مختلف (گرافیت/اپوکسی) ۱۰۱
- شکل ۵-۲۹ بررسی تغییرات تنش بی‌بعد برای چیدمان $S [0 / 90]$ برحسب زاویه اعمال بار در زوایای چرخش مختلف (گرافیت/اپوکسی) ۱۰۱
- شکل ۵-۳۰ بررسی تغییرات تنش بی‌بعد برای چیدمان لایه‌های $S [45 / -45]$ برحسب زاویه اعمال بار در زوایای چرخش مختلف (گرافیت/اپوکسی) ۱۰۲
- شکل ۵-۳۱ بررسی تغییرات تنش بی‌بعد برای چیدمان لایه‌های $S [30 / 0 / -30]$ برحسب زاویه اعمال بار در زوایای چرخش مختلف (گرافیت/اپوکسی) ۱۰۲
- شکل ۵-۳۲ بررسی تغییرات تنش مطلوب برحسب W برای سه چیدمان گرافیت/اپوکسی برای $C=1$ ۱۰۳

فهرست جدول‌ها

جدول ۱-۱ خواص مکانیکی مواد به‌کاررفته [۳۰].....	۱۶
جدول ۱-۳ مقادیر بهینه پارامترهای مورد بررسی برای چیدمان‌های مختلف ماده گرافیت/اپوکسی	۶۱
جدول ۲-۳ مقادیر بهینه پارامترهای مورد بررسی برای چیدمان‌های مختلف ماده شیشه/اپوکسی	۶۱
جدول ۱-۴ مقادیر بهینه پارامترهای مورد بررسی برای چیدمان‌های مختلف ماده گرافیت/اپوکسی	۸۱
جدول ۲-۴ مقادیر بهینه پارامترهای مورد بررسی برای چیدمان‌های مختلف ماده شیشه/اپوکسی	۸۱
جدول ۱-۵ مقادیر بهینه پارامترهای مورد بررسی گشودگی پنج‌ضلعی برای چیدمان‌های مختلف	۸۹
جدول ۲-۵ مقادیر بهینه پارامترهای مورد بررسی گشودگی شش‌ضلعی برای چیدمان‌های مختلف	۹۵
جدول ۳-۵ مقادیر بهینه پارامترهای مورد بررسی گشودگی هفت‌ضلعی برای چیدمان‌های مختلف	۹۹
جدول ۴-۵ مقادیر بهینه پارامترهای مورد بررسی گشودگی هشت‌ضلعی برای چیدمان‌های مختلف	۱۰۴

علائم

دترمینان ماتریس سفتی	B
ثابت‌های شرایط بارگذاری	B^*, B'^*, C'^*
ثابت‌های مهندسی برای یک لایه	$E_1, E_2, G_{12}, \nu_{12}$
شرایط مرزی تنش مرحله اول بر روی گشودگی مجازی	f_1, f_2
شرایط مرزی تنش مرحله دوم بر روی گشودگی	f_1^0, f_2^0
ثابت‌های مختلط و مزدوج هایشان	$k_1 - k_8, \bar{k}_1 - \bar{k}_8$
شدت فشار یکنواخت در مرز گشودگی	p
جواب‌های معادله مشخصه	$s_j (j = 1, \dots, 4)$
نیروی مماسی روی مرز گشودگی	T
اجزای منته‌های تنش در مرز گشودگی	X_n, Y_n
مختصات مختلط، $z = x + iy$	Z
مختصات مختلط ناهمسانگرد، $Z_i = x + s_j y$	Z_i
زاویه اعمال بار	α
زاویه چرخش گشودگی	β
توابع تنش برای مسأله صفحه داده شده	$\varphi(z_1), \psi(z_2)$
توابع تنش مرحله اول حل	$\varphi_1(z_1), \psi_1(z_2)$
توابع تنش مرحله دوم حل	$\varphi_0(z_1), \psi_0(z_2)$
مختصات نگاشته شده متغیر مختلط، z	ζ
مختصات منحنی الخط	ρ, θ
تنش‌ها در مختصات منحنی الخط	$\sigma_\rho, \sigma_\theta, \sigma_{\rho\theta}$
مشتق اول توابع تنش	$\varphi'(z_1), \psi'(z_2)$
تابع نگاشت	$\omega(\zeta)$

فصل ۱

مقدمه

۱- مقدمه

صفحات به دلیل کاربرد وسیع در صنایع مختلف از اهمیت بسیاری برخوردار هستند. از جمله کاربرد آن‌ها می‌توان انواع مخازن مستطیلی، کوره‌ها، بدنه ماشین‌آلات صنعتی و غیر صنعتی، صنعت ساختمان‌سازی و ... را نام برد. تنوع کاربرد، بسته به نیاز، وجود انواع شیارها و گشودگی‌ها با ابعاد و اشکال مختلف را در صفحات می‌طلبد. گشودگی با اشکال مختلف در سازه‌ها برای ارضای نیازهای طراحی به وجود می‌آیند. این گشودگی‌ها در بالا بردن تنش‌ها و به وجود آوردن شکست‌های فاجعه‌بار مؤثرند. از جمله این موارد، می‌توان به گشودگی درها و پنجره‌ها در بدنه هواپیماها و زیردریایی‌ها، محل اتصال فشارسنج‌ها و دماسنج‌ها در بدنه کوره‌ها، محل اتصال دو ورق به همدیگر توسط پیچ‌ها و پرچ‌ها، وجود گشودگی‌هایی در پره‌های توربین‌ها جهت جریان یافتن سیال خنک‌کننده در پره‌ها و ... اشاره کرد. استفاده از مواد مرکب در صنایع هوافضا و بسیاری از صنایع دیگر به خاطر نسبت استحکام به وزن و سفتی بالای این‌گونه مواد دارای افزایش چشم‌گیری است. با در نظر گرفتن کاربرد وسیع مواد مرکب و ماهیت پیچیده و متفاوت رفتار آن‌ها نسبت به مواد فلزی، مطالعه استحکام شکست آن‌ها لازم به نظر می‌رسد.

گاهی اوقات در اثر تغییرات به وجود آمده در برخی نقاط سازه ممکن است سطح موردنظر به وسیله یک شکاف و یا حفره کاهش یافته باشد که این کاهش سطح ناگهانی به وسیله گشودگی ایجاد شده باعث ایجاد تنش‌های ناخواسته در سازه می‌شود که معمولاً از محل این نواحی سازه با شکست مواجه می‌شود. از این‌رو تحلیل تنش‌ها در این نواحی برای طراحان اهمیت ویژه‌ای دارد. استحکام شکست بیشتر مواد شدیداً به تمرکز تنش ناشی از وجود گشودگی وابسته است. تجربه نشان داده است که تنش واقعی شکست برای صفحات حاوی گشودگی، اساساً کمتر از استحکام کشش نهایی همان ماده بدون گشودگی است؛ بنابراین برای طراحی دقیق صفحات حاوی گشودگی دانستن اطلاعات دقیق در مورد تغییر شکل‌ها و توزیع تنش‌ها لازم است. تمرکز تنش اهمیت ویژه‌ای در

ارزیابی قابلیت اطمینان سازه‌های مهندسی دارد. دیده شده است که ۸۰ درصد شکست‌های انجام‌شده در سازه‌های هوایی از محل بست‌ها و اتصالات که تمرکز تنش در آن‌ها اتفاق افتاده روی داده است [۱].

۱-۲ مقدمه‌ای بر کامپوزیت‌ها

تقاضای روزافزون برای بهبود عملکرد فرآورده‌ها به‌صورت خواسته‌های مختلف از قبیل: وزن کمتر، استحکام بیشتر و هزینه‌های کمتر مطرح می‌شوند. تداوم خواسته‌ها برای بهبود ایفای نقش که ممکن است توسط معیارهای مختلف از جمله وزن کم مطرح شود باعث شده است که مواد کنونی دیگر جواب‌گو نباشند.

استحکام بیشتر و هزینه‌ی کمتر مشخص می‌کند که مواد مصرفی کنونی غالباً به حد بهره‌دهی خود می‌رسند. از این‌رو دانشمندان و نیز صاحب‌نظران علم مواد همیشه در تکاپو هستند که یا خواص مواد موجود و متداول را بهبود بخشند و یا مواد جدیدتری تولید نمایند که به‌عنوان نمونه می‌توان مواد کامپوزیت را نام برد.

کامپوزیت‌ها، مواد کاملاً جدیدی نیستند. این مواد از دو یا چند جزء مجزا و یا فاز تشکیل شده‌اند و از این‌رو می‌توانیم، آجرها و خشت‌های گلی تقویت‌شده با کاه که در تمدن‌های قدیم مورد استفاده قرار می‌گرفتند را در زمره‌ی مواد کامپوزیتی محسوب نماییم.

یکی از مصالح ساختمانی معمول، با کاربردهای متنوع مانند بتن، نمونه دیگری از مواد مرکب می‌باشد. بتن مجموعه‌ای از سنگ‌ریزه‌هاست که توسط سیمان به هم چسبیده و محکم شده است. علاوه بر مواد مرکب مصنوعی، مواد آلی که به‌صورت طبیعی تشکیل شده‌اند نیز وجود دارند که نمونه‌های کاملاً شناخته‌شده آن‌ها استخوان، صدف و چوب است. برای مثال چوب که از ترکیبی از الیاف سلولزی در زمینه چسبی به نام لیگنین تشکیل شده است، یک کامپوزیت است. همچنین صدف جانوران بی‌مهره مثل حلزون و صدف خوراکی مثال دیگری از کامپوزیت‌ها هستند. بعضی از پوسته

صدها از کامپوزیت‌های پیشرفته که به دست بشر ساخته شده، سخت‌تر و محکم‌ترند.

در طول چهل سال گذشته افزایش سریع و قابل ملاحظه‌ای در تولید مواد مرکب مصنوعی صورت گرفته است. این‌گونه مواد از انواع پلاستیک‌های (پلیمرهای) تقویت‌شده توسط رشته‌های ظریف تشکیل گردیده‌اند؛ که بخش عمده‌ی بازار را به خود اختصاص داده‌اند.

عامل و انگیزه‌ی چنین افزایش سریع در طول دهه‌های گذشته، ساخت رشته‌های کربنی در انگلستان و رشته‌های بور در آمریکا در اوایل دهه ۱۹۶۰ بوده است. این رشته‌های جدید که ضرایب کشسانی بالایی دارند باعث افزایش قابل ملاحظه‌ای در سفتی ماده کامپوزیت در مقایسه با مواد شناخته شده حاوی رشته‌های شیشه‌ای گردیده‌اند و از این‌رو امکان گسترش دامنه‌ی استفاده از کامپوزیت‌ها را فراهم می‌آورند.

یکی از عوامل کلیدی در گسترده شدن طیف استفاده از کامپوزیت‌ها نسبت استحکام به وزن خیلی بالایی است که این‌گونه مواد جدید دارا می‌باشند. به‌کارگیری اولیه این مواد در صنایع هوایی منجر به استفاده گسترده‌ی امروزی‌شان در صنایع دیگر از جمله ساخت وسایل تفریحی و ورزشی گردیده است. ساخت رشته‌های کاربید سیلیسیوم Sic و اکسید آلومینیوم Al_2O_3 که خواص خود را در دماهای بالا ننگه می‌دارند منشأ بیشتر تقاضاهای جدید برای مواد کامپوزیت پلیمری، فلزی و سرامیکی گردیده است.

مدت‌هاست که از کامپوزیت‌ها برای مسائل فناورانه استفاده می‌شود. اما فقط از سال ۱۹۶۰ میلادی با معرفی کامپوزیت‌های پلیمری، این مواد مورد توجه صنایع قرار گرفتند. از آن موقع به بعد، مواد کامپوزیتی به‌صورت مواد مهندسی متداول درآمدند و برای کاربردهای مختلف مورد استفاده قرار گرفتند. علت دیگر افزایش استفاده از کامپوزیت‌ها، افزایش آگاهی در مورد نحوه شکل‌دهی این مواد و افزایش رقابت در بازارهای جهانی برای ساخت قطعات سبک بود. از میان همه‌ی مواد، کامپوزیت‌ها دارای پتانسیل بالقوه بهتری برای جایگزین شدن و استفاده وسیع به‌جای فولاد و آلومینیوم هستند و در برخی مواقع کارایی بهتری دارند. جایگزین شدن قطعات کامپوزیتی به‌جای

قطعات فولادی ۶۰ تا ۸۰ درصد و به جای قطعات آلومینیومی ۲۰ تا ۵۰ درصد از وزن تجهیزات را کاهش می‌دهد. امروزه مشخص شده است که برای بسیاری از کاربردهای مهندسی، کامپوزیت‌ها می‌توانند یک ماده منتخب باشند.

۱-۲-۱ تعریف مواد کامپوزیتی

قبلاً گفته شد که کامپوزیت‌ها، مخلوطی از دو یا چند جزء هستند. البته این تعریف کافی نیست و معیارهای دیگری از جمله سه معیار زیر نیز باید در نظر گرفته شود تا بتوان ماده‌ای را به‌عنوان ماده‌ی کامپوزیت معرفی نمود.

۱. نخست این‌که هر دو ماده الزاماً باید با یک نسبت قابل ملاحظه‌ای وجود داشته باشند (مثلاً بیشتر از ۵ درصد).

۲. دوم این‌که فازهای تشکیل‌دهنده، خواص متفاوتی داشته باشند. از این جهت ممکن است خواص کامپوزیت به‌طور قابل ملاحظه‌ای با خواص اجزای تشکیل‌دهنده‌ی آن متفاوت باشد که تحت این شرایط می‌توان این‌گونه مواد را کامپوزیت تلقی نمود. به‌عنوان مثال پلاستیک‌ها گرچه معمولاً دارای مقدار کمی روان‌ساز، مواد جاذب پرتوهای ماورای بنفش و برخی اجزاء و افزودنی‌های دیگر هستند که به دلیل مسائل تجاری از جمله اقتصادی بودن و سادگی فرایند تولید به آن‌ها اضافه می‌شوند، اما هیچ‌یک از این معیارها را در بر نداشته و در گروه‌بندی کامپوزیت‌ها قرار نمی‌گیرند.

۳. نهایتاً این‌که یک کامپوزیت مصنوعی معمولاً توسط مخلوط و ترکیب کردن مناسب اجزای تشکیل‌دهنده توسط وسایل مکانیکی مختلف تولید می‌شوند. لذا یک آلیاژ ریختگی با ریزساختار دوفازی که محصول فرایند انجماد یک مذاب یکنواخت است که بعداً عملیات حرارتی روی آن انجام می‌شود را نمی‌توان جزو گروه‌های کامپوزیت‌ها محسوب نمود.

البته اگر ذرات سرامیکی با نسبت مناسب با یک فلز مخلوط شده و تولید ماده‌ای متشکل از ذرات

سرامیکی توزیع شده در داخل یک فلز را بنمایند، چنین ماده‌ای را می‌توان ماده کامپوزیتی نامید.

۱-۲-۲ ساختار کامپوزیت‌ها

می‌دانیم که مواد مرکب در مقیاس میکروسکوپی دارای دو یا بیشتر از دو فاز مجزا با ترکیب شیمیایی معین بوده که توسط فصل مشترک مشخصی از یکدیگر جدا شده‌اند. نکته‌ی حائز اهمیت این است که بتوان ویژگی‌های این اجزا را از هم تفکیک کرد. مفهوم اصلی کامپوزیت به معنی دارا بودن یک ماده زمینه‌ای (ماتریس) مناسب است. معمولاً مواد کامپوزیتی توسط الیاف تقویت‌کننده در یک زمینه رزینی ساخته می‌شوند. تقویت‌کننده‌ها می‌توانند الیاف، ویسکرها^۱ و ... بوده و زمینه می‌تواند از جنس فلزات، سرامیک‌ها یا پلیمرها باشند.

زمینه (ماتریس)

جزء تشکیل‌دهنده‌ای که در ساختار یک ماده کامپوزیت از پیوستگی لازم برخوردار بوده و اغلب (نه همیشه) درصد بیشتری را دارا می‌باشد زمینه یا ماتریس نامیده می‌شود. نظریه کلی حاکی از این است که در تولید یک ماده کامپوزیتی، این خاصیت زمینه است که با افزودن اجزای دیگر بهبود می‌یابد. یک کامپوزیت ممکن است دارای زمینه سرامیکی، فلزی و یا پلیمری باشد. خواص مکانیکی این سه گروه از مواد به‌طور قابل ملاحظه‌ای با یکدیگر تفاوت دارند. به‌طور کلی می‌توان خواص این سه گروه از مواد را که می‌توانند زمینه‌ی مواد کامپوزیتی را تشکیل دهند به‌صورت زیر خلاصه نمود:

۱. پلیمرها دارای استحکام و ضریب کشسانی پایین می‌باشند
۲. سرامیک‌ها از استحکام و سختی بالایی برخوردار بوده و ترد و شکننده هستند
۳. فلزات دارای استحکام و ضریب کشسانی متوسط هستند، ضمن این‌که از شکل‌پذیری خوبی نیز برخوردار بوده و ترد و شکننده نمی‌باشند.

^۱ whiskers

۱-۲-۲-۱ تقویت کننده

جزء تشکیل دهنده‌ی دوم به لحاظ این که سبب افزایش و یا تقویت خواص مکانیکی زمینه (ماتریس) می‌شود، فاز تقویتی یا تقویت کننده نامیده می‌شود. در بیشتر موارد فاز تقویت کننده، سخت تر، مستحکم تر و سفت تر از زمینه است. البته استثناهایی نیز وجود دارد؛ به عنوان مثال می‌توان از فاز تقویت کننده‌ی فلز (شکل پذیر) در زمینه سرامیکی نام برد.

شکل هندسی فاز تقویت کننده یکی از عوامل اصلی در تعیین شدت تأثیر تقویت کنندگی است. به عبارت دیگر خواص مکانیک ماده کامپوزیت تابعی از شکل و ابعاد جزء تقویت کننده می‌باشد. معمولاً اجزای تقویت کننده را برحسب شکل، رشته‌ای یا ذره‌ای توصیف می‌کنند.

۱-۱-۲-۲-۱ تقویت کننده‌های ذره‌ای

ابعاد تقویت کننده‌های ذره‌ای تقریباً در تمام جهات یکسان می‌باشد. شکل ذرات ممکن است کروی، مکعبی، بشقابی یا هر شکل هندسی منتظم یا غیرمنتظم باشد. ترتیب قرار گرفتن ذرات تقویت کننده ممکن است تصادفی و بدون ترتیب و یا دارای جهت ترجیحی باشند.

۲-۱-۲-۲-۱ تقویت کننده‌های رشته‌ای (الیافی)

یک تقویت کننده‌ی الیافی به وسیله‌ی طول زیاد، که به مراتب بیشتر از ابعاد مقطع آن است، مشخص می‌شود. البته نسبت طول به بعد مقطع که نسبت ظاهری نامیده می‌شود، می‌تواند به میزان قابل ملاحظه‌ای تغییر کند.

۳-۲-۱ ویژگی‌های مواد کامپوزیتی

معمولاً کامپوزیت‌ها برای کاربردهایی که کارایی زیاد و وزن کم لازم است، طراحی و ساخته می‌شوند. این مواد دارای مزایای بسیار زیادی نسبت به مواد مهندسی سنتی هستند، که در زیر شرح داده می‌شوند:

۱. مواد کامپوزیتی قابلیت یکپارچه کردن اجزا را دارند، چند جزء فلزی مختلف می‌تواند با یک کامپوزیت جایگزین شود.
۲. با قراردادن سنسورهایی در ساختارهای کامپوزیتی می‌توان آن‌ها را به سرویس‌های ردیابی مجهز کرد. از این امکان برای آشکارسازی آسیب ناشی از خستگی در ساختار هواپیما استفاده می‌شود.
۳. کامپوزیت‌ها دارای سفتی ویژه^۱ (نسبت سفتی به دانسیته) بالایی هستند. کامپوزیت‌ها دارای سفتی فولاد، با یک پنجم وزن آن و دارای سفتی آلومینیوم با یک دوم وزن آن هستند.
۴. استحکام ویژه^۲ (نسبت استحکام به چگالی) کامپوزیت‌ها بسیار بالاست. به همین دلیل هواپیماها و اتومبیل‌ها در عین سرعت بیشتر سوخت کمتری مصرف می‌کنند. استحکام ویژه کامپوزیت‌ها ۳ تا ۵ برابر آلیاژهای فولاد و آلومینیوم است.
۵. استحکام خستگی^۲ (حد دوام) کامپوزیت‌ها بسیار بالاست. آلیاژهای فولاد و آلومینیوم دارای حد خستگی خوبی در حدود ۵۰٪ استحکام استاتیکی خود هستند. کامپوزیت‌های گرافیت/اپوکسی دارای استحکام خستگی بالایی نزدیک به ۹۰٪ استحکام استاتیکی خود می‌باشند.
۶. کامپوزیت‌ها مقاومت به خوردگی خوبی دارند. آهن و آلومینیوم در حضور آب و هوا خورده می‌شوند لذا احتیاج به پوشش و آلیاژ خاص دارند؛ اما لایه بیرونی کامپوزیت‌های پلیمری از پلاستیک است، لذا مقاومت شیمیایی و مقاومت به خوردگی آن‌ها بسیار خوب است.
۷. ساخت قطعات با شکل‌های پیچیده و طرح‌های خاص که بعضی مواقع توسط فلزات امکان‌پذیر نیست، با استفاد از کامپوزیت‌ها بدون نیاز به پرچ‌کاری یا جوش‌کاری اجزای مختلف می‌تواند صورت گیرد. این موضوع ضریب اطمینان قطعه را افزایش داده و زمان تولید را کاهش می‌دهد؛ همچنین عملیات ساخت را عملی‌تر می‌کند.

¹ Specific Stiffness

² Fatigue Strength

۸. کامپوزیت‌ها استفاده از روش‌های طراحی برای ساخت (DFM)^۱ و طراحی برای مونتاژ (DFA)^۲ را امکان‌پذیر و عملی می‌کند. این روش‌ها کمک می‌کنند که تعداد اجزای محصول به حداقل برسد و در نتیجه باعث کاهش زمان اتصال و مونتاژ می‌شوند. با کاهش تعداد اتصالات، قطعه با اجزای با استحکام بالا و هزینه کمتر ساخته می‌شود.
۹. ویژگی‌های صوتی، ارتعاشی و زبری (NVH)^۳ کامپوزیت‌ها از فلزات بهتر است. کامپوزیت‌ها ارتعاشات را بهتر از فلزات از بین می‌برند. این ویژگی کاربردهای مختلفی همچون لبه انتهایی هواپیما تا چوب گلف را دارد.
۱۰. کامپوزیت‌ها در فشار و دمای کمتری نسبت به فلزات تولید می‌شوند، لذا قیمت ابزار و تجهیزاتی که برای مراحل ساخت کامپوزیت‌ها لازم است، از ابزار مورد نیاز برای ساخت فلزات ارزان‌تر است.

۱-۲-۴ کاربردهای کامپوزیت‌ها

در دهه‌های گذشته، روش‌های پیشرفته ساخت مواد و سیستم‌ها و دستگاه‌های مربوط به کامپوزیت‌ها رشد چشمگیری داشته‌اند تا نیازهای بازارهای مختلف را برطرف سازند. با توجه به مزایا و سوددهی این صنعت، بسیاری صنایع بر روی کامپوزیت‌ها سرمایه‌گذاری کرده‌اند. توسعه و افزایش استفاده از کامپوزیت‌ها به دلیل کاهش قیمت الیاف و کاهش هزینه‌های مربوط به روش‌های ساخت خودکار و روش‌های تولید انبوه بوده است. به‌عنوان مثال، قیمت الیاف کربن از ۱۵۰ دلار بر پوند در سال ۱۹۷۵ به ۸ دلار بر پوند در سال ۲۰۰۰ کاهش یافت. این کاهش قیمت به دلیل توسعه روش‌های تولید کم هزینه و افزایش مصرف صنایع صورت گرفته است. می‌توان بازارهای فروش مواد کامپوزیتی را به گروه‌هایی از قبیل: صنایع هوافضا، صنایع خودروسازی، ساختمان‌سازی، صنایع دریایی، سازندگان تجهیزات مقاوم به خوردگی، سازندگان کالاهای

¹ Design for Manufacturing

² Design for Assembly

³ Noise Vibration Harshness

مصرفی، تجهیزات کاربردی، تجاری و ... طبقه‌بندی کرد.

۱-۲-۴-۱ صنعت هوافضا

این صنعت از نخستین صنایعی بود که مزایای استفاده از کامپوزیت‌ها را درک کرد. به کمک کامپوزیت‌ها هواپیماها، موشک‌ها و پرتابه‌ها با سرعت بیشتر مسافت بیشتری را توانستند بپیمایند. معمولاً کامپوزیت‌های با الیاف شیشه و کربن برای ساخت قطعات هواپیما طراحی می‌شوند. عموماً صنعت هواپیماسازی از کامپوزیت‌هایی با الیاف کربن به دلیل ویژگی برجسته و کارایی بالا استفاده می‌کند.

بال‌ها، بدنه هواپیما، برج‌های رادار، دم هواپیما، تیغه‌های هلی‌کوپتر، چرخ‌های نورد، مخزن‌های سوخت، محفظه‌های موتور راکت، تیوب‌های سکوی پرتاب، از جمله مواردی هستند که در ساخت آن‌ها (در این صنعت) از مواد کامپوزیتی استفاده می‌شود.

۱-۲-۴-۲ صنعت خودروسازی

مواد کامپوزیتی به عنوان یک ماده منتخب در بعضی کاربردهای صنعت اتومبیل‌سازی به کار می‌روند. سازندگان اتومبیل‌ها با استفاده از کامپوزیت‌ها قادرند ظاهر، قیمت و کارایی اتومبیل را به شکل مطلوب تغییر دهند. امروزه استفاده از بدنه‌های از جنس کامپوزیت، در همه نوع اتومبیل از اتومبیل‌های ورزشی و اتومبیل‌های مسافری گرفته تا کامیون‌های سنگین، متوسط و کوچک موفقیت‌آمیز بوده است. چون بازارهای اتومبیل نسبت به قیمت بسیار حساس هستند، کامپوزیت‌های با الیاف کربن به دلیل قیمت بالای آن‌ها هنوز قابل قبول نیستند. در صنایع اتومبیل‌سازی بیشتر از کامپوزیت‌های تقویت‌شده با الیاف شیشه استفاده می‌شود. به طور مثال پنل‌های بدنه، کابین، بادگیرها، کنسول‌ها، پنل‌های تجهیزات، محفظه لامپ‌ها، ضربه‌گیرها، محورهای محرک، چرخ‌دنده‌ها، یاتاقان‌ها، از این مواد ساخته می‌شوند.

۱-۲-۴-۳ صنعت کالاهای ورزشی

وسایل ورزشی و تفریحی از اصلی‌ترین مصرف‌کنندگان مواد کامپوزیتی هستند. علت افزایش میزان مصرف کامپوزیت‌ها در وسایل ورزشی و قایق‌های مسابقه‌ای کارآیی بسیار خوب آن‌ها است. کلوب‌های گلف، کلاه‌های محافظ، لوازم اسکی، کمان تیروکمان، تخته‌های موج‌سواری، چوب‌های ماهی‌گیری، نمونه‌های از کاربرد کامپوزیت‌ها در این صنعت به‌شمار می‌روند.

۱-۲-۴-۴ صنایع دریایی

به‌دلیل مقاومت به خوردگی کامپوزیت‌ها، از این مواد در ساخت کشتی‌ها استفاده می‌شود. وزن کم این مواد باعث کاهش مصرف سوخت، افزایش سرعت مسافرت‌های دریایی و افزایش ظرفیت حمل بار می‌شود. حدود ۷۰٪ اجزای قایق‌های تفریحی از مواد کامپوزیتی ساخته شده است. همچنین از کامپوزیت‌ها برای ساخت لوله‌های مصرفی در دریا برای استخراج گاز و نفت استفاده می‌شوند. انگیزه اصلی استفاده از کامپوزیت‌ها در این صنعت، کاهش هزینه‌های نگهداری و کاهش هزینه‌های نصب و نیز مقاومت به خوردگی خوب این مواد است. مزیت دیگری که استفاده از اتصالات چسبی نسبت به جوش کاری دارد این است که نیاز به کارگرم این قطعات را به حداقل می‌رساند. به‌عنوان مثال در ساخت بدنه کشتی، عرشه، دکل‌ها، محفظه موتور، از مواد کامپوزیتی استفاده می‌شود.

۱-۲-۵ رفتار مکانیکی مواد مرکب

اغلب مواد مهندسی، همگن و ایزوتروپ می‌باشند. یک جسم همگن دارای خواص یکنواخت در تمام نقاط جسم است و دیگر خواص ماده تابعی از موقعیت نقاط آن نمی‌باشد. همچنین جسم ایزوتروپ در هر نقطه دارای خصوصیات یکسان در تمام جهات می‌باشد. اگر جسمی با خواص ایزوتروپ را که به درجه حرارت حساس است؛ در یک گرادیان حرارتی قرار دهیم، دیگر هموزن نبوده

اما خواص ایزوتروپ خود را دارا می‌باشد.

مواد مرکب در حالت کلی غیرهمگن و غیرایزوتروپ هستند. جسم ارتوتروپ دارای خواص مواد مختلف در سه جهت عمود بر هم در یک نقطه از جسم می‌باشد و یا به بیان دیگر جسم ارتوتروپ در هر نقطه از جسم دارای سه صفحه‌ی تقارن عمود بر هم می‌باشد. همچنین جسم غیر ایزوتروپ دارای خواص مختلف در جهات متفاوت بوده و هیچ صفحه تقارنی در آن وجود ندارد. برای مطالعه و بحث بیشتر درباره‌ی خواص مواد مرکب، باید دو جنبه اصلی آن یعنی خصوصیات مکانیک ذرات و مکانیک خود جسم مورد بررسی قرار گیرد.

مکانیک ذرات به بررسی رفتار مواد مرکب در مقیاس میکروسکوپی پرداخته و خواص مواد تشکیل دهنده را مورد بررسی قرار می‌دهد. مکانیک جسم به بررسی جسم مواد مرکب با فرض هموزن بودن پرداخته است و تأثیرات مواد تشکیل دهنده در خصوصیات مواد مرکب را در نظر دارد.

در مواد ایزوتروپ، تنش‌های نرمال باعث افزایش طول در جهت اعمال تنش و کاهش طول در جهت عمود بر راستای اعمال تنش می‌شوند. همچنین تنش‌های برشی باعث تغییر شکل برشی می‌گردند.

در مواد ارتوتروپیک، اگر تنش‌های نرمال در جهت محورهای اصلی ماده اعمال شوند، رفتاری همانند مواد ایزوتروپیک از خود نشان می‌دهند، اما کم و زیاد شدن طول در جهت عمود بر هم می‌تواند با مواد ایزوتروپیک تحت بار مشابه و مدول الاستیسیته برابر در جهت اعمال نیرو تفاوت داشته باشد. تغییر شکل برشی این مواد نیز به واسطه تغییرات مدول الاستیسیته و ضریب پواسون با مواد ایزوتروپ متفاوت می‌باشد.

در مواد غیر ایزوتروپ، اعمال تنش نرمال نه تنها باعث ازدیاد طول در جهت اعمال نیرو و کاهش طول در جهت عمود بر آن می‌شود، بلکه باعث یک تغییر شکل برشی نیز می‌گردد؛ همچنین اعمال تنش برشی نه تنها باعث تغییر شکل برشی می‌شود، بلکه در کم و زیاد شدن طول نیز تأثیر دارد. در مواد ارتوتروپیک نیز در صورتی که اعمال نیرو در راستای محورهای اصلی نباشد، هردو تغییر شکلی

(برشی و طولی) تحت یک نوع تنش به وجود می‌آید.

۱-۲-۶ انواع کامپوزیت‌ها

مواد مرکبی که در مهندسی سازه مورد استفاده قرار می‌گیرند عموماً شامل سه گروه اصلی هستند که عبارت‌اند از:

الف) مواد مرکب الیافی: این نوع از مواد از یک سری الیاف که در ماده دیگری به نام ماتریس که با نظم خاصی قرار گرفته‌اند، تشکیل شده‌اند.

ب) مواد مرکب ذره‌ای: این نوع از مواد مرکب، از قرارگیری یک سری ذرات ماکروسکوپی در ماده دیگر به صورت پراکنده تشکیل شده‌اند.

ج) مواد مرکب لایه‌ای: این نوع از مواد مرکب، از چندین لایه که بر روی هم و بانظم خاصی چسبانده شده‌اند، ساخته می‌شوند. این لایه‌ها، می‌توانند مواد همگن، غیر همگن یا مواد مرکب از نوع (الف) یا (ب) باشد.

در مواد مرکب ذره‌ای، ذرات ماتریس می‌توانند، مواد فلزی و یا غیرفلزی باشند که نتیجه آن، وجود چهار نوع ماده مرکب مختلط فلز در فلز، غیرفلز در فلز، فلز در غیرفلز و غیرفلز در غیرفلز است. سختی و استحکام در مواد مرکب الیافی، بیشتر از الیاف حاصل می‌گردد و ماتریس در حقیقت وظیفه نگه‌داشتن الیاف و انتقال نیرو را به عهده دارد.

در مواد مرکب لایه‌ای که بیشترین کاربرد را دارد، لایه‌های تشکیل‌دهنده ماده‌ی مرکب، خود از نوع مواد مرکب الیافی هستند. در این مواد، می‌توان لایه‌ها را با زوایای مختلف و ترکیب‌های متفاوت روی هم چسباند که عموماً برای چسباندن آن‌ها، از ماده‌ای هم‌جنس ماتریس استفاده می‌شود.

از نظر فنی، کامپوزیت‌های الیافی، مهم‌ترین نوع کامپوزیت‌ها هستند که خود به دو دسته الیاف کوتاه و بلند تقسیم می‌شوند. الیاف، می‌بایست استحکام کششی بسیار بالایی داشته باشند. در واقع، قسمت اعظم نیرو توسط الیاف تحمل می‌شود و ماتریس پلیمری در واقع ضمن حفاظت الیاف از

صدمات فیزیکی و شیمیایی، کار انتقال نیرو به الیاف را انجام می‌دهد. ضمناً ماتریس، الیاف را به‌مانند یک چسب کنار هم نگه می‌دارد و البته گسترش ترک را محدود می‌کند.

نوع دیگری که می‌توان مواد مرکب را تقسیم‌بندی کرد، تقسیم‌بندی بر اساس ماتریس است.

✓ کامپوزیت‌های پایه پلیمری

✓ کامپوزیت‌های پایه فلزی

✓ کامپوزیت‌های پایه سرامیکی

کامپوزیت‌های پایه پلیمری، بیش از ۹۰٪ کاربرد کامپوزیت‌ها را به خود اختصاص داده‌اند و از بقیه مهم‌تر هستند.

کارایی کامپوزیت‌های پلیمری، توسط خواص اجزای آن‌ها تعیین می‌شود. اغلب آن‌ها دارای الیاف با مدول بالا هستند که در ماتریس‌های پلیمری قرار داده شده‌اند و فصل مشترک خوبی نیز بین این دو جزء وجود دارد.

همان‌طور که توضیح داده شد، ماتریس یکی از اجزای تشکیل‌دهنده کامپوزیت‌های پلیمری می‌باشد. این بخش، عملکردهای بسیار مهمی در کامپوزیت دارد. اول این که به‌عنوان یک چسب، الیاف تقویت‌کننده را نگه می‌دارد. دوم، ماتریس، تحت بار اعمالی تغییر شکل می‌دهد و تنش را به الیاف محکم و سفت منتقل می‌کند. سوم، رفتار الاستیک ماتریس پلیمری، انرژی را جذب کرده، موجب کاهش تمرکز تنش می‌شود که در نتیجه، رفتار چقرمگی در شکست را بهبود می‌بخشد. در میان رزین‌ها (ماتریس)، پلی‌استر، وینیل‌استر، اپوکسی و فنولیک از اهمیت بیشتری برخوردار هستند. دیگر قسمت این نوع کامپوزیت‌ها الیاف می‌باشند. الیاف بسته به نوع کاربرد دارای جنس‌های متفاوتی می‌باشند. از الیاف متداول در کامپوزیت‌ها، می‌توان به شیشه، کربن و آرامید اشاره نمود. نوع الیاف، مقدار و آرایش یافتگی آن‌ها روی خواص آن تأثیر می‌گذارد.

الیاف شیشه

الیاف شیشه، مشهورترین تقویت کننده مورد استفاده در صنعت کامپوزیت است و انواع مختلفی از آن، به صورت تجاری وجود دارند که برخی از آنها عبارت‌اند از: AR ، ECR ، C ، S ، R ، E . ترکیبات شیمیایی این الیاف با هم متفاوت است؛ و هر کدام برای کاربرد خاصی مناسب است. تقریباً ۹۰ درصد الیاف مورد استفاده در کامپوزیت‌های مهندسی، الیاف شیشه است. الیاف شیشه استحکام و سختی مناسبی دارد. خواص مکانیکی خود را در دماهای بالا حفظ می‌کند. مقاومت رطوبت و خوردگی مناسبی دارد و نسبتاً ارزان است.

الیاف کربن

اگرچه اکثر الیاف مورد استفاده در صنعت کامپوزیت، از جنس شیشه است ولی مدول آن نسبتاً پایین است. در سال‌های پیش، تلاش‌های زیادی انجام گرفت تا تقویت کننده‌های جدید با مدول بالاتر نسبت به الیاف شیشه ساخته شوند. مشخصه الیاف کربن، سبکی، استحکام و سفتی بالا است. در ابتدا، دو نوع الیاف کربن وجود داشت که استحکام و مدول آن‌ها با هم تفاوت داشت. اولی، الیاف کربن با استحکام بالا که به عنوان نوع دو درجه بندی می‌شد. دومی، نوع مدول بالای این الیاف که به عنوان نوع یک درجه بندی می‌شد. با اعمال کمی کشش و تغییر آرایش یافتگی و با کاهش قطر الیاف از ۷ به ۵ میکرومتر، استحکام و مدول الیاف افزایش می‌یابد. این الیاف، الیاف با مدول متوسط نام دارد.

الیاف آرامید

الیاف آرامید که در حدود سال ۱۹۷۰ معرفی شد، ترکیب آلی حلقوی از کربن، هیدروژن، اکسیژن و نیتروژن است. دانسیته کم و استحکام کششی بالا در این الیاف، موجب تشکیل یک ساختار چقرمه و مقاوم به ضربه با سفتی حدود نصف الیاف کربن می‌شود. الیاف آرامید در ابتدا به منظور جایگزینی فولاد در تایرهای رادیال ساخته شدند و بعداً کاربردهای دیگری پیدا کردند. جلیقه

ضدگلوله از موفقیت‌آمیزترین کاربردهای الیاف آرامید است [۳ و ۲].

در این پایان‌نامه با توجه به تنوع زیاد مواد کامپوزیتی، از خواص مکانیکی دو نوع از پرکاربردترین آن‌ها (شیشه/اپوکسی و گرافیت/اپوکسی) استفاده شده است. خواص مکانیکی مواد موردبررسی در این تحقیق در جدول (۱-۱) آورده شده است.

جدول ۱-۱ خواص مکانیکی مواد به‌کاررفته [۳۰]

گرافیت/اپوکسی	شیشه/اپوکسی
$E_1 = 181 \text{ GPa}$	$E_1 = 47/4 \text{ GPa}$
$E_2 = 10/3 \text{ GPa}$	$E_2 = 16/2 \text{ GPa}$
$G_{12} = 7/17 \text{ GPa}$	$G_{12} = 7 \text{ GPa}$
$\nu_{12} = 0/28$	$\nu_{12} = 0/26$
$\nu_{21} = 0/02$	$\nu_{21} = 0/089$

۱-۳ مروری بر کارهای انجام‌شده

رفتار ورق‌های همسانگرد باوجود گشودگی تحت شرایط بارگذاری‌های متفاوت توسط محققین بسیاری به‌طور گسترده مورد مطالعه قرار گرفته است؛ اما مواد غیر همسانگرد با اشکال مختلف ناپیوستگی، کمتر مورد توجه بوده است.

در مورد تحلیل تنش صفحات دارای گشودگی، تحقیقات بسیار وسیعی از روش‌های مختلف عددی، تجربی و تحلیلی انجام شده است. با توجه به گستردگی تحقیقات انجام شده در این زمینه، سعی می‌شود تا به مروری بر تحلیل تنش صفحات حاوی گشودگی با استفاده از روش حل تحلیلی بر پایه استفاده از تابع پتانسیل مختلط پرداخته شود. استفاده از روش متغیر مختلط در حل مسائل مقدار مرزی در الاستیستیه دوبعدی اولین بار توسط موشخلیشویلی^۱ [۴] برای مواد الاستیک همسانگرد

¹ Muskhelishvili

ارائه شد. کاربردهایی از روش ارائه شده توسط او در مطالعات ساوین^۱ [۵] بر روی صفحات همسانگرد نامحدود حاوی گشودگی‌های مختلف و تحت کشش دیده می‌شود. همچنین ساوین برای مواد غیرهمسانگرد فقط برای گشودگی دایره‌ای و بیضی شکل مطالعاتی را انجام داد. توسعه کامل روش موشخلیشوایی به مسائل الاستیسیته دوبعدی مواد غیرهمسانگرد توسط اشلبای^۲ [۶]، اشترو^۳ [۷] و لخنیتسکی^۴ [۸] انجام شد. بعدها پژوهشگران متعددی با استفاده از روابط ارائه شده توسط آن‌ها به مطالعه صفحات غیرهمسانگرد حاوی گشودگی پرداختند. چن^۵ [۹] رفتار صفحه ارتوتروپیک حاوی گشودگی دایره‌ای و بیضی شکل، تحت شار حرارتی یکنواخت را مورد مطالعه قرار داد. او با استفاده از روش تابع پتانسیل مختلط توانست تنش محیطی^۶ اطراف گشودگی را محاسبه کند. تحلیل تنش صفحات ارتوتروپیک با گشودگی مستطیلی توسط جونگ^۷ [۱۰] و راجایا^۸ [۱۱] انجام شد. روابط آن‌ها براساس روش حل ارائه شده توسط لخنیتسکی و فرمول بندی اشترو و استفاده از نگاشت هم‌نوا بود. زیمرمن^۹ [۱۲] استفاده از تابع نگاشت هم‌نوا، برای نگاشت نقاط گشودگی‌هایی با شکل‌های مختلف به دایره‌ای به شعاع واحد را مورد بررسی قرار داد. هوو^{۱۰} [۱۳] میدان تنش در اطراف گشودگی‌های با شکل‌های مختلف در یک صفحه الاستیک غیرهمسانگرد تحت بارگذاری در بی‌نهایت را مورد مطالعه قرار داد. هافنباخ [۱۴] و همکارانش با ارائه یک حل تحلیلی، میدان تنش و جابجایی اطراف گشودگی بیضی شکل را در یک صفحه غیرهمسانگرد به دست آوردند. آن‌ها نتایج خود را برای زوایای مختلف الیاف و بار ارائه دادند و از نتایج اجزای محدود و تجربی برای بررسی حل خود استفاده کردند. توزیع تنش اطراف گشودگی مثلی در یک صفحه غیرهمسانگرد با استفاده از روش پتانسیل مختلط توسط

¹ Savin

² Eshelby

³ Stroh

⁴ Lekhnitskii

⁵ Chen

⁶ hoop stress

⁷ Jong

⁸ Rajaiah

⁹ Zimmerman

¹⁰ Hwu

دائوست^۱ [۱۵] و همکارش ارائه شد. اهمیت کار آن‌ها تابع نگاهی بود که در نظر گرفتند. تابع نگاشت آن‌ها قادر بود مثلث‌هایی با نسبت قاعده به ارتفاع مختلف را به دایره‌ای به شعاع واحد بنگارد. در تحقیق آن‌ها تأثیر شعاع انحنای گوشه گشودگی نیز مورد مطالعه قرار گرفت. حل آن‌ها برای یک صفحه تک‌لایه با زاویه الیاف صفر درجه بود. رضایی پزند و جعفری [۱۶] با تعریف تابع تنشی که معادلات سازگاری را ارضا می‌کرد؛ حل تحلیلی صفحات غیرهمسانگرد دارای گشودگی‌های مختلف را ارائه کردند. یوکاجونکر^۲ و رائو^۳ [۱۷] صفحه حاوی گشودگی مثلثی را که تحت بارگذاری کشش تک‌محوره، دومحوره با نسبت تنش مختلف و تنش برشی قرار داشت؛ را مورد مطالعه قرار دادند. آن‌ها تحلیل خود را برای مواد همسانگرد، ارتوتروپیک و چندلایه‌های متقارن ارائه کردند. از پارامترهای مورد بررسی توسط آن‌ها انحنای گشودگی و زاویه الیاف بود. رمئو^۴ [۱۸] از روش تحلیلی و تجربی، کرنش در صفحات چندلایه حاوی گشودگی مستطیلی را مورد بررسی قرار داد. این صفحات در حالت کلی تحت بارگذاری تنش دومحوره و برش به‌طور همزمان قرار گرفتند. آن‌ها نتیجه گرفتند که کرنش در صورت حضور همه بارگذاری‌ها بیشتر از زمانی است که تک‌تک بارها به‌صورت مجزا اعمال می‌شوند. اسمر^۵ و جبور^۶ [۱۹] با همین روش، توزیع تنش اطراف گشودگی شبه مستطیلی را در یک صفحه غیرهمسانگرد و تحت کشش به دست آوردند. آن‌ها تأثیر انحنای گشودگی و زاویه بار را به‌طور مجزا بر روی تمرکز تنش مورد بررسی قرار دادند. رضایی پزند و جعفری [۲۰] به بررسی توزیع تنش اطراف گشودگی شبه مربعی در صفحات غیرهمسانگرد پرداختند. آن‌ها تأثیر پارامترهای مختلفی از قبیل زاویه بار، زاویه الیاف و زاویه چرخش گشودگی را مورد مطالعه قرار دادند. در مورد تحلیل تنش صفحات چندلایه کامپوزیتی حاوی گشودگی مطالعات زیادی انجام شده است؛ که غالب این تحقیقات

¹ Daoust

² Ukaadgaonker

³ Rao

⁴ Romeo

⁵ Asmar

⁶ Jabbour

برای گشودگی دایره‌ای و بیضی شکل می‌باشد [۲۱-۲۳]. کلتاچی^۱ و ارسلان^۲ [۲۴] نیز بر روی تمرکز تنش چندلایه‌های متقارن با گشودگی دایروی و تحت بار تک‌محوره کششی مطالعاتی را انجام دادند. آن‌ها تنش را برای هر لایه به‌طور مجزا مورد بررسی قرار دادند و با استفاده از معیار شکست تسای-هیل برای هر لایه کمترین تنش محیطی قابل تحمل را برحسب زاویه الیاف به‌دست آوردند.

همچنین هارمندرا^۳ [۲۵] تمرکز تنش اطراف گشودگی‌های دایره‌ای، بیضی‌شکل و مثلثی را برای صفحات چندلایه ارتوتروپیک و غیرهمسانگرد با استفاده از حل موشخلیشیولی ارائه کرد. او فرض کرد که ابعاد صفحه در مقابل اندازه گشودگی بزرگ است طوری که بتوان صفحه را بی‌نهایت در نظر گرفت. ریبکی^۴ [۲۶] و همکارانش با استفاده از روش اجزای محدود، توزیع تنش اطراف گشودگی دایره‌ای را در چندلایه‌ها به دست آوردند. صفحه مورد تحلیل آن‌ها تحت بار تک‌محوره قرار داشت. آن‌ها از روش تجربی برای تأیید روش اجزای محدود خود استفاده کردند. در مقاله‌ای توسط ولایچامی^۵ [۲۷] و همکارانش به طراحی بهین صفحات چندلایه کامپوزیتی حاوی گشودگی بیضی‌شکل پرداخته شد. متغیرهای طراحی در تحقیق آن‌ها نسبت قطرهای بیضی و زاویه چرخش گشودگی بودند. تابع هدف دسترسی به کمترین تنش ممکن در اطراف گشودگی بود. بونورا^۶ [۲۸] و همکارانش با ارائه عبارتی تحلیلی برای تابع تنش ایری توانستند توزیع تنش اطراف گشودگی‌هایی با هندسه ساده نظیر دایره و بیضی‌شکل را برای چندلایه‌های متقارن به دست آورند. آن‌ها به کمک روش اجزای محدود دقت حل خود را بررسی کردند. تحلیل صفحات مرکب از لایه‌های نازک از ماده همسانگرد و الاستیک خطی توسط بئوم^۷ [۲۹] و همکارانش مورد بررسی قرار گرفت و میدان تنش‌ها و گشتاورهای منتجه و جابجایی با استفاده از روش تابع پتانسیل مختلط به‌دست آمد. هدف اصلی این تحقیق بررسی میدان نوک ترک و میزان رهاسازی انرژی در صفحات چندلایه بود. در مقاله‌ای توسط

¹ Kaltakci

² Arsalan

³ Dharmendra

⁴ Rybicki

⁵ Vellaichamy

⁶ Bonora

⁷ Beom

رائو [۳۰] و همکارانش توزیع تنش اطراف گشودگی مستطیلی و مربعی در چندلایه‌های متقارن به دست آمد. آن‌ها مطالعات خود را بر روی کامپوزیت‌های گرافیت/اپوکسی و شیشه/اپوکسی متمرکز کردند. بارگذاری عمده در این تحقیق بارگذاری دایره‌ای و برشی بود. به خاطر تابع نگاهی که توسط آن‌ها استفاده شد، امکان بررسی شعاع انحنای گوشه گشودگی به صورت تابعی پیوسته بسیار مشکل بود؛ زیرا آن‌ها با تغییر این پارامتر باید مجدد تابع نگاهی را برای گشودگی جدید محاسبه می‌کردند. آن‌ها در این تحقیق زاویه چرخش گشودگی را بررسی نکردند. در مقاله‌ای توسط هافنباخ^۱ [۳۱] و همکارانش با در نظر گرفتن تابع جابجایی بر حسب متغیر مختلط و استفاده از نگاهی هم‌نوا، مسأله تمرکز تنش صفحات کامپوزیتی محدود حاوی گشودگی دایره‌ای و بیضی‌شکل مورد مطالعه قرار گرفت. برای بررسی صحت روش حل تحلیلی در این مقاله، از روش تجربی استفاده شد. هافنباخ [۳۲] با استفاده از روش تحلیلی بر پایه تئوری کلاسیک چندلایه‌ها و استفاده از تابع پتانسیل به شکل متغیر مختلط، میدان تنش و کرنش در اطراف گشودگی برای کامپوزیت‌های تقویت‌شده را تعیین کرد. آن‌ها برای نگاهی نقاط روی مرز گشودگی بیضی‌شکل به دایره‌ای به شعاع واحد از تابع نگاهی هم‌نوا استفاده کردند. همچنین از ترکیب روش حداقل مربعات و روش هم‌مکانی^۲ برای مدل‌سازی مرز خارجی صفحه استفاده کردند. در مورد چندلایه‌های نامتقارن هم تحقیقاتی انجام شده است که غالب آن‌ها برای گشودگی‌های دایره‌ای و بیضی‌شکل می‌باشد [۳۳-۳۵]. یکی از کاربردهای عمده تمرکز تنش در اتصالات صفحات کامپوزیتی می‌باشد. در اتصالات صفحات به وسیله پیچ‌ها و پین‌ها، غالباً از طرف پیچ یا پین نیرویی به مرز گشودگی وارد می‌شود. تحلیل این چنین مسائلی هم با استفاده از به‌کارگیری توابع پتانسیل مختلط در تحقیقات متعددی انجام شده است [۳۶-۳۷].

برای طراحی دقیق اتصالات و یا تقویت گشودگی‌ها با روش‌های مختلف و با توجه به پیشرفت سریع فناوری و افزایش استفاده از مواد مرکب نیاز به اطلاعات دقیقی در مورد توزیع تنش اطراف گشودگی است. اگرچه تحقیقات زیادی در این زمینه انجام شده است ولی مطالعه صفحات چندلایه

^۱ Hufenbach

^۲ Collocation Method

کامپوزیتی حاوی گشودگی‌های مختلف با در نظر گرفتن پارامترهای مهمی از قبیل جنس و نوع چیدمان لایه‌ها، زاویه بار، زاویه چرخش گشودگی، نسبت طول به عرض و شعاع انحنای گوشه گشودگی لازم به نظر می‌رسد.

در این پایان‌نامه به توزیع تنش اطراف گشودگی‌های مختلف در صفحات غیرهمسانگرد چندلایه متقارن پرداخته می‌شود. گشودگی‌ها می‌توانند شکل‌های مختلف مانند مثلث، چهارضلعی و پنج‌ضلعی و در حالت کلی n -ضلعی باشند. زاویه بار و زاویه چرخش گشودگی و شعاع انحنای گشودگی و خواص لایه‌های مختلف از دیگر پارامترهای تأثیرگذار بر توزیع تنش هستند که در این پایان‌نامه مورد بررسی قرار می‌گیرند. در این تحقیق، گشودگی آزاد از بار خارجی است. ماده رفتار الاستیک خطی دارد بنابراین رفتار تنش کرنش خطی است و ابعاد صفحه مورد بحث در مقابل ابعاد گشودگی بزرگ است. (صفحه بی‌نهایت فرض می‌شود).

فصل ۲

روابط حاکم بر روش حل تحلیلی

۲-۱ مقدمه

حلّ تحلیلی حاضر بر پایه تئوری الاستیسیته مواد ناهمسانگرد ارائه شده توسط لخنیتسکی [۶] استوار می‌باشد. در این تئوری ابتدا تابع تنش به صورت عبارتی تحلیلی بر حسب متغیر مختلط نوشته می‌شود. سپس با ارائه معادله سازگاری بر حسب تابع تنش و حلّ آن از روش معادله مشخصه و اعمال شرایط مرزی، می‌توان مؤلفه‌های تنش را به دست آورد. فرضیه‌های اولیه که در استخراج روابط ارائه شده در این پایان‌نامه مدنظر قرار گرفته شده است، عبارتند از:

الف) اندازه گشودگی در مقابل ابعاد صفحه کوچک است (صفحه بی‌نهایت).

ب) ماده دارای رفتار الاستیک خطی است.

پ) صفحه تحت بار تک جهتی کششی قرار گرفته است.

ت) صفحه مورد مطالعه چندلایه متقارن در نظر گرفته شده است.

۲-۲ روابط حاکم بر چندلایه‌های متقارن

با استفاده از قانون هوک تعمیم‌یافته در حالت سه‌بعدی می‌توان هر مؤلفه تنش را به تمام مؤلفه‌های تغییر شکل نسبی و هر مؤلفه تغییر شکل نسبی را به تمام مؤلفه‌های تنش مربوط ساخت:

$$\begin{aligned}\sigma_i &= C_{ij} \varepsilon_j \\ \varepsilon_i &= S_{ij} \sigma_j\end{aligned}\quad (1-2)$$

که در آن $[C]$ و $[S]$ به ترتیب ماتریس‌های سفتی و نرمی ماده هستند همان‌طور که می‌دانیم:

$$[C] = [S]^{-1} \quad (2-2)$$

همان‌طور که می‌دانیم برای مواد کامپوزیتی تک‌لایه روابط تنش کرنش در حالت کلی به صورت

زیر است:

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_z \\ \gamma_{yz} \\ \gamma_{xz} \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \overline{S_{11}} & \overline{S_{12}} & \overline{S_{13}} & 0 & 0 & \overline{S_{16}} \\ \overline{S_{12}} & \overline{S_{22}} & \overline{S_{23}} & 0 & 0 & \overline{S_{26}} \\ \overline{S_{13}} & \overline{S_{23}} & \overline{S_{33}} & 0 & 0 & \overline{S_{36}} \\ 0 & 0 & 0 & \overline{S_{44}} & \overline{S_{45}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \overline{S_{45}} & \overline{S_{55}} & 0 \\ \overline{S_{16}} & \overline{S_{26}} & \overline{S_{36}} & 0 & 0 & \overline{S_{66}} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_z \\ \tau_{yz} \\ \tau_{xz} \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} \quad (3-2)$$

که با فرض حالت تنش صفحه‌ای ($\sigma_z = \tau_{yz} = \tau_{xz} = 0$) رابطه ۳-۲ به صورت زیر در خواهد آمد:

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \overline{S_{11}} & \overline{S_{12}} & \overline{S_{16}} \\ \overline{S_{12}} & \overline{S_{22}} & \overline{S_{26}} \\ \overline{S_{16}} & \overline{S_{26}} & \overline{S_{66}} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} \quad (4-2)$$

با معکوس کردن رابطه (۴-۲) رابطه زیر به دست خواهد آمد:

$$\begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \overline{Q_{11}} & \overline{Q_{12}} & \overline{Q_{16}} \\ \overline{Q_{12}} & \overline{Q_{22}} & \overline{Q_{26}} \\ \overline{Q_{16}} & \overline{Q_{26}} & \overline{Q_{66}} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} \quad (5-2)$$

در سیستم مختصات اصلی ماده:

$$\begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} & 0 \\ Q_{12} & Q_{22} & 0 \\ 0 & 0 & Q_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \gamma_{12} \end{Bmatrix} \quad (6-2)$$

مؤلفه‌های ماتریس $[Q]$ با توجه به ثابت‌های مهندسی به صورت زیر قابل محاسبه می‌باشند:

$$\begin{aligned} Q_{11} &= \frac{E_1}{1 - \nu_{12}\nu_{21}} \\ Q_{12} &= \frac{\nu_{12}E_2}{1 - \nu_{12}\nu_{21}} = \frac{\nu_{21}E_1}{1 - \nu_{12}\nu_{21}} \\ Q_{22} &= \frac{E_2}{1 - \nu_{12}\nu_{21}} \\ Q_{66} &= Q_{12} \end{aligned} \quad (7-2)$$

رابطه بین مؤلفه‌های $\overline{Q_{ij}}$ و Q_{ij} نیز به صورت زیر است:

$$\begin{aligned}
 \overline{Q}_{11} &= m^4 Q_{11} + 2m^2 n^2 (Q_{12} + 2S_{66}) + n^4 Q_{22} \\
 \overline{Q}_{12} &= m^2 n^2 (Q_{11} + Q_{22} - 4Q_{66}) + (m^4 + n^4) Q_{12} \\
 \overline{Q}_{22} &= n^4 Q_{11} + 2m^2 n^2 (Q_{12} + 2Q_{66}) + m^4 Q_{22} \\
 \overline{Q}_{16} &= m^3 n (Q_{11} - Q_{12} - 2Q_{66}) + mn^3 (Q_{12} - Q_{22} + 2Q_{66}) \\
 \overline{Q}_{26} &= mn^3 (Q_{11} - Q_{12} - 2Q_{66}) + nm^3 (Q_{12} - Q_{22} + 2Q_{66}) \\
 \overline{Q}_{66} &= m^2 n^2 (Q_{11} + Q_{22} - 2Q_{12} - 2Q_{66}) + (m^4 + n^4) Q_{66} \\
 m &= \cos \theta, n = \sin \theta
 \end{aligned} \tag{۸-۲}$$

با توجه به روابط چندلایه‌ها داریم:

$$\begin{bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \\ M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{16} & B_{11} & B_{12} & B_{16} \\ A_{12} & A_{22} & A_{26} & B_{12} & B_{22} & B_{26} \\ A_{16} & A_{26} & A_{66} & B_{16} & B_{26} & B_{66} \\ B_{11} & B_{12} & B_{16} & D_{11} & D_{12} & D_{16} \\ B_{12} & B_{22} & B_{26} & D_{12} & D_{22} & D_{26} \\ B_{16} & B_{26} & B_{66} & D_{16} & D_{26} & D_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \\ \kappa_x \\ \kappa_y \\ \kappa_{xy} \end{bmatrix} \tag{۹-۲}$$

که در آن درایه‌های ماتریس A به صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$A_{ij} = \sum_k \left[(\overline{Q}_{ij})_k \right] (h_k - h_{k-1}) \quad i = 1, 2, 6 \quad j = 1, 2, 6 \tag{۱۰-۲}$$

h_k فاصله لایه k ام تا لایه میانی چندلایه متقارن است.

برای چندلایه‌های متقارن می‌توان ثابت کرد درایه‌های ماتریس B برابر صفر هستند. همچنین به

علت نبود گشتاور خارجی درایه‌های ماتریس D نیز صفر می‌باشند.

همچنین داریم:

$$\begin{bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \end{bmatrix} = \sum_{k=1}^n \int_{h_{k-1}}^{h_k} \begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{bmatrix}_k dz \tag{۱۱-۲}$$

$$\int_{h_{k-1}}^{h_k} dz = (h_k - h_{k-1}) = t_k \tag{۱۲-۲}$$

$$\sum_{k=1}^n \int_{h_{k-1}}^{h_k} dz = (h_k - h_{k-1}) = H \tag{۱۳-۲}$$

$$\begin{bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \end{bmatrix} = H \begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{bmatrix} = \frac{1}{H} \begin{bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \end{bmatrix} \quad (۱۴-۲)$$

H ضخامت کل می‌باشد.

در نتیجه برای به دست آوردن مؤلفه‌های ماتریس نرمی کاهش یافته برای مواد کامپوزیتی چندلایه

از روابط زیر استفاده می‌کنیم [۳۰]:

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{16} \\ a_{12} & a_{22} & a_{26} \\ a_{16} & a_{26} & a_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} \quad (۱۵-۲)$$

$$[a] = [\bar{b}_{ij}]^{-1} \quad \bar{b}_{ij} = \frac{1}{H} [A] \quad \text{که در آن:}$$

$$\begin{aligned} a_{11} &= \frac{(\bar{b}_{22}\bar{b}_{66} - \bar{b}_{26}^2)}{B} \\ a_{12} &= \frac{(\bar{b}_{16}\bar{b}_{26} - \bar{b}_{12}\bar{b}_{66})}{B} \\ a_{22} &= \frac{(\bar{b}_{11}\bar{b}_{66} - \bar{b}_{16}^2)}{B} \\ a_{16} &= \frac{(\bar{b}_{12}\bar{b}_{26} - \bar{b}_{16}\bar{b}_{22})}{B} \\ a_{26} &= \frac{(\bar{b}_{12}\bar{b}_{16} - \bar{b}_{11}\bar{b}_{26})}{B} \\ a_{66} &= \frac{(\bar{b}_{11}\bar{b}_{22} - \bar{b}_{12}^2)}{B} \end{aligned} \quad (۱۶-۲)$$

$$B = (\bar{b}_{11}\bar{b}_{22}\bar{b}_{66} - 2\bar{b}_{11}\bar{b}_{26}^2 + 2\bar{b}_{12}\bar{b}_{26}\bar{b}_{16} - \bar{b}_{66}\bar{b}_{12}^2 - \bar{b}_{22}\bar{b}_{16}^2) \quad (۱۷-۲)$$

که در آن H ضخامت کل لایه‌های یک چندلایه متقارن نسبت به یک لایه میانی و t_k ضخامت

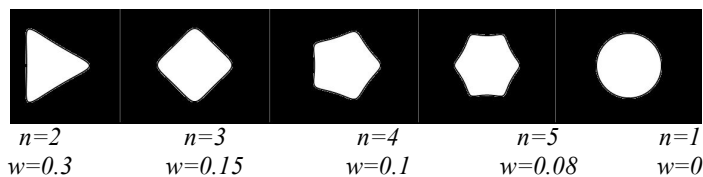
لایه k ام این چندلایه می‌باشد.

۲-۳ تابع نگاشت

همان طور که قبلاً اشاره شد، توزیع تنش اطراف گشودگی دایره‌ای توسط ساوین و لخنیتسکی با استفاده از روش تحلیلی مورد بحث، بررسی شد. برای بسط روش حل آن‌ها به سایر گشودگی‌ها ابتدا باید با استفاده از یک تابع نگاشت ساده ($z = x + sy$) نقاط روی هر گشودگی با شکل خاص (کانتور) را به دایره به شعاع واحد تبدیل کرد که x و y آن از رابطه زیر به دست می‌آیند:

$$\begin{cases} x = \lambda (\cos \theta + w \cos(n\theta)) \\ y = -\lambda (c \sin \theta - w \sin(n\theta)) \end{cases} \quad (18-2)$$

در رابطه بالا، پارامترهای مختلفی وجود دارند که با تغییر آن‌ها، می‌توان گشودگی‌های مختلف را مدل کرد. c و n نشان‌دهنده نوع هندسه گشودگی است. به طوری که n تعداد اضلاع شکل گشودگی و c میزان کشیدگی و یا نسبت اضلاع شکل گشودگی را مشخص می‌کند. λ بزرگی گشودگی را نشان می‌دهد و در گشودگی‌های لبه‌دار w معیار تیزی یا نرمی و انحنای گشودگی است ($w \geq 0$). با تغییر این پارامتر (w) می‌توان انواع گشودگی‌های مختلف را با شعاع انحنای متفاوت ایجاد کرد و در هر مورد تنش در جهت‌های مختلف را مورد بررسی قرار داد. تأثیر پارامترهای مختلف در ایجاد گشودگی در شکل (۱-۲) نشان داده شده است. به عنوان مثال در معادله مثلثاتی بالا برای گشودگی مثلث متساوی‌الاضلاع باید $n=2$ و $c=1$ باشد. برای هر گشودگی وقتی w کاهش می‌یابد گشودگی ملایم‌تر می‌شود تا اینکه w به کمترین مقدار خود، یعنی $w=0$ می‌رسد. در این حالت گشودگی به دایره تبدیل می‌شود. مثلاً برای گشودگی شش‌ضلعی ($n=5, c=1$) تغییرات w در شکل زیر ارائه شده است و روند میل کردن گشودگی شش‌ضلعی به دایره را نشان می‌دهد. در این شکل انواع گشودگی‌ها برای $c=1$ می‌باشد.



شکل ۱-۲ تأثیر پارامترهای n و w در ایجاد گشودگی

رابطه فوق تنها نقاط روی مرز گشودگی را مدل می‌کند برای به‌دست آوردن نقاط خارج از گشودگی از متغیر ξ استفاده می‌کنیم که آن را به‌وسیله پارامترهای ρ و θ به‌صورت زیر تعریف می‌کنیم:

$$\xi = \rho e^{i\theta} = \rho(\cos \theta + i \sin \theta) \quad (19-2)$$

با توجه به رابطه اویلر خواهیم داشت:

$$\begin{aligned} e^{in\theta} &= \cos(n\theta) + i \sin(n\theta) \\ e^{-in\theta} &= \cos(n\theta) - i \sin(n\theta) \end{aligned} \quad (20-2)$$

با جایگذاری $\rho = 1$ در رابطه ۱۹-۲ می‌توان دایره‌ای به شعاع واحد را به‌صورت زیر مدل کرد:

$$\xi = e^{i\theta} = (\cos \theta + i \sin \theta) \quad (21-2)$$

که با توجه به روابط ۲۰-۲ و ۲۱-۲ و از ترکیب آن‌ها خواهیم داشت:

$$\begin{aligned} \cos(n\theta) &= \frac{1}{2} \left[\zeta^n + \frac{1}{\zeta^n} \right] \\ \sin(n\theta) &= -\frac{i}{2} \left[\zeta^n - \frac{1}{\zeta^n} \right] \end{aligned} \quad (22-2)$$

برای نگاشتن هر نوع گشودگی، به دایره‌ای به شعاع واحد می‌توان از تابع انتقال $w(\zeta)$ که به‌صورت زیر تعریف می‌شود استفاده کرد:

$$w(\zeta) = x + iy \quad (23-2)$$

با جایگذاری x و y از رابطه ۱۸-۲ در رابطه ۲۳-۲ به رابطه زیر خواهیم رسید:

$$w(\xi) = \frac{\lambda}{2} \left[\left(\left(\xi + \frac{1}{\xi} \right) + w \left(\xi^n + \frac{1}{\xi^n} \right) \right) - c \left(\xi - \frac{1}{\xi} \right) + w \left(\xi^n - \frac{1}{\xi^n} \right) \right] \quad (24-2)$$

که اگر آن را ساده کنیم به‌صورت زیر خواهد شد:

$$w(\xi) = \frac{\lambda}{2} \left[(1-c)\xi + \frac{(1+c)}{\xi} + 2w\xi^n \right] \quad (25-2)$$

با توجه به تابع نگاشت فوق اگر $\rho = 1$ باشد نقاط روی مرز گشودگی مشخص می‌شوند اما برای نگاشتن نقاط خارج گشودگی کافی است مقدار ρ را کوچک‌تر از یک انتخاب کرد. با استفاده از تابع نگاشت فوق و انتخاب مناسب برای پارامترهای n ، c و w می‌توان گشودگی‌های مختلف را مدل کرد. [۱۶]

۲-۴ حل تحلیلی

در حالت دوبعدی رابطه سازگاری به صورت زیر بیان می‌شود:

$$\frac{\partial^2 \varepsilon_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \varepsilon_y}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 \gamma_{xy}}{\partial x \partial y} \quad (26-2)$$

رابطه تنش و کرنش برای ماتریس نرمی کاهش یافته به صورت زیر است:

$$\begin{aligned} \varepsilon_x &= a_{11}\sigma_x + a_{12}\sigma_y + a_{16}\tau_{xy} \\ \varepsilon_y &= a_{12}\sigma_x + a_{22}\sigma_y + a_{26}\tau_{xy} \\ \gamma_{xy} &= a_{16}\sigma_x + a_{26}\sigma_y + a_{66}\tau_{xy} \end{aligned} \quad (27-2)$$

از طرفی اگر تابع تنش را به صورت $U(x, y)$ تعریف کنیم خواهیم داشت:

$$\begin{aligned} \sigma_x &= \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} \\ \sigma_y &= \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} \\ \tau_{xy} &= -\frac{\partial^2 U}{\partial x \partial y} \end{aligned} \quad (28-2)$$

بنابراین با جایگذاری تابع تنش در رابطه سازگاری ۲۶-۲ معادله سازگاری برای ماده

غیرهمسانگرد و برحسب تابع تنش به صورت زیر می‌باشد:

$$a_{22} \frac{\partial^4 U}{\partial x^4} - 2a_{26} \frac{\partial^4 U}{\partial x^3 \partial y} + (2a_{12} + a_{66}) \frac{\partial^4 U}{\partial x^2 \partial y^2} - 2a_{16} \frac{\partial^4 U}{\partial x \partial y^3} + a_{11} \frac{\partial^4 U}{\partial y^4} = 0 \quad (29-2)$$

در این رابطه a_{ij} اعضاء ماتریس نرمی کاهش یافته یک ورق چندلایه متقارن است که بر اساس

فرض کرنش صفحه‌ای یا تنش صفحه‌ای به صورت تابعی از s_{ij} مطابق رابطه ۲-۱۶ قابل محاسبه می‌باشند. معادله فوق به کمک چهار اپراتور مشتق خطی مرتبه اول به صورت زیر بیان می‌شود:

$$D_1 D_2 D_3 D_4 U = 0 \quad (۳۰-۲)$$

$$D_i (i = 1, 2, 3, 4) = \frac{\partial}{\partial y} - s_i \frac{\partial}{\partial x} \quad (۳۱-۲)$$

که s_i جواب معادله مشخصه زیر است:

$$a_{11}s^4 - 2a_{16}s^3 + (2a_{12} + a_{66})s^2 - 2a_{26}s + a_{22} = 0 \quad (۳۲-۲)$$

ریشه‌های این معادله مشخصه را می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$\begin{aligned} s_1 &= \alpha_1 + i\beta_1, s_3 = \alpha_2 + i\beta_2 \\ s_2 &= \alpha_1 - i\beta_1, s_4 = \alpha_2 - i\beta_2 \end{aligned} \quad (۳۳-۲)$$

برای مواد ایزوتروپیک $a_{16} = a_{26} = 0$ معادله مشخصه به صورت زیر درمی‌آید:

$$a_{11}s^4 + (2a_{12} + a_{66})s^2 + a_{22} = 0 \quad (۳۴-۲)$$

در این حالت $\beta_1 = \beta_2$ می‌باشد.

لخنیتسکی [۸] نشان داد که معادله مشخصه حاضر دارای چهار ریشه مختلط می‌باشد که در حالت کلی برای مواد غیرهمسانگرد این چهار ریشه برابر نمی‌باشند. چون این ریشه‌ها دوه‌دو مزدوج هم هستند؛ بنابراین حل معادله (۲-۲۹) با توجه به ریشه‌های معادله مشخصه به صورت زیر خواهد بود:

$$U(x, y) = F_1(z_1) + F_2(z_2) + \overline{F_1(z_1)} + \overline{F_2(z_2)} \quad (۳۵-۲)$$

که z_i توسط انتقال ساده زیر به دست می‌آید:

$$z_i = x + s_i y \quad i = 1, 2 \quad (۳۶-۲)$$

در رابطه ۲-۳۵ F_1 و F_2 دو تابع تحلیلی هستند و $\overline{F_1}$ و $\overline{F_2}$ به ترتیب مزدوج آن‌ها می‌باشند.

برای ساده‌سازی و پایین آوردن مرتبه مشتق از فرض زیر استفاده می‌کنیم:

$$\frac{dF_1}{dz_1} = \varphi(z_1) \quad , \quad \frac{dF_2}{dz_2} = \psi(z_2) \quad (37-2)$$

$$\frac{d\bar{F}_1}{dz_1} = \overline{\varphi(z_1)} \quad , \quad \frac{d\bar{F}_2}{dz_2} = \overline{\psi(z_2)}$$

با توجه به معادلات ۲-۲۸، ۲-۳۵ و ۲-۳۷ می‌توان نتیجه گرفت که تنش داخل صفحه‌ای به-

صورت تابعی از دو تابع تنش $\varphi(z_1)$ و $\psi(z_2)$ به صورت زیر بیان می‌شود:

$$\sigma_x = \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} = \frac{\partial^2}{\partial y^2} [F_1(z_1) + F_2(z_2) + \overline{F_1(z_1)} + \overline{F_2(z_2)}] = \quad (38-2)$$

$$\frac{\partial}{\partial y} \left[\frac{dF_1}{dz_1} \frac{\partial z_1}{\partial y} + \frac{dF_2}{dz_2} \frac{\partial z_2}{\partial y} + \overline{\frac{dF_1}{dz_1}} \frac{\partial \bar{z}_1}{\partial y} + \overline{\frac{dF_2}{dz_2}} \frac{\partial \bar{z}_2}{\partial y} \right]$$

با توجه به رابطه ۲-۳۷ می‌توان رابطه اخیر را به صورت زیر نوشت:

$$\sigma_x = \frac{\partial}{\partial y} [s_1 \varphi(z_1) + s_2 \psi(z_2) + \overline{s_1 \varphi(z_1)} + \overline{s_2 \psi(z_2)}] \quad (39-2)$$

حاصل $\frac{\partial z_1}{\partial y}$ به این صورت محاسبه می‌شود که اگر فرض کنیم $s_1 = \alpha + i\beta$ آنگاه

$\bar{z}_1 = x + \alpha y - i\beta y$ در نتیجه پس $\bar{z}_1 = x + \alpha y - i\beta y$ به همین ترتیب $\frac{\partial \bar{z}_1}{\partial y} = \alpha - i\beta = \bar{s}_1$.

می‌توان نتیجه گرفت که $\frac{\partial \bar{z}_2}{\partial y} = \bar{s}_2$. بنابراین حاصل مشتق بعدی و مقدار تنش σ_x به صورت زیر

محاسبه می‌شود:

$$\sigma_x = [s_1^2 \varphi'(z_1) + s_2^2 \psi'(z_2) + \overline{s_1^2 \varphi'(z_1)} + \overline{s_2^2 \psi'(z_2)}] \quad (40-2)$$

با توجه به رابطه $z + \bar{z} = 2 \operatorname{Re}[z]$ می‌توان نوشت:

$$\sigma_x = 2 \operatorname{Re}[s_1^2 \varphi'(z_1) + s_2^2 \psi'(z_2)] \quad (41-2)$$

به همین ترتیب بقیه تنش‌ها که در رابطه زیر ارائه شده؛ محاسبه می‌شوند:

$$\begin{aligned}\sigma_x &= P \cos^2 \alpha + 2 \operatorname{Re}[S_1^2 \phi'(z_1) + S_2^2 \psi'(z_2)] \\ \sigma_y &= P \sin^2 \alpha + 2 \operatorname{Re}[\phi'(z_1) + \psi'(z_2)] \\ \tau_{xy} &= P \sin \alpha \cos \alpha - 2 \operatorname{Re}[S_1 \phi'(z_1) + S_2 \psi'(z_2)]\end{aligned}\quad (42-2)$$

که در آن $z_i = x + S_i y$ و $i = 1, 2$

همان طور که می دانیم:

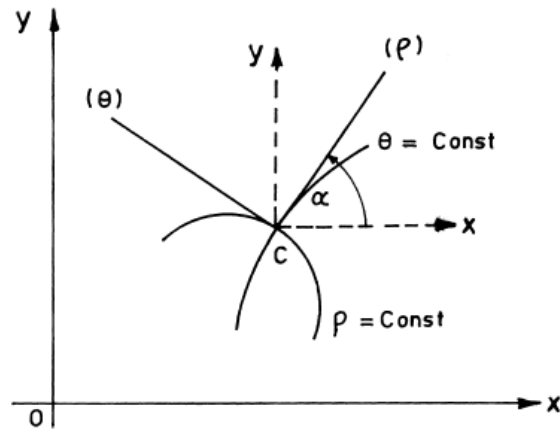
$$\sigma_x^\infty = P \cos^2 \alpha, \quad \sigma_y^\infty = P \sin^2 \alpha, \quad \tau_{xy}^\infty = P \sin \alpha \cos \alpha \quad (43-2)$$

P نیروی کششی در واحد سطح و همان طور که قبلاً نیز اشاره شد α زاویه اعمال نیرو نسبت به محور x هاست. $\phi'(z_1)$ و $\psi'(z_2)$ به ترتیب مشتق توابع $\phi(z_1)$ و $\psi(z_2)$ نسبت به z_1 و z_2 می باشد که بعداً تعریف می شوند.

برای این که از σ_x ، σ_y و τ_{xy} مقادیر σ_ρ ، σ_θ و $\tau_{\rho\theta}$ و برعکس را به دست آوریم از روابط انتقال هم نوا استفاده می کنیم. مماس منحنی های $\rho = ae$ و $\theta = ce$ در نقطه c کشیده شده است و در جهت افزایش ρ و θ با نمادهای (ρ) و (θ) در شکل ۲-۲ نشان داده شده است. مشخص است که زاویه محورهای θ و ρ نسبت به oxy به اندازه α چرخیده است.

با اعمال نگاشت، تنش ها در مختصات کارتزین به مختصات منحنی الخط عمودی (ρ) و (θ) تبدیل می شوند و داریم:

$$\begin{aligned}\sigma_\theta + \sigma_\rho &= \sigma_y + \sigma_x \\ \sigma_\theta - \sigma_\rho + 2i\tau_{\rho\theta} &= (\sigma_y - \sigma_x + 2i\tau_{xy})e^{2i\alpha}\end{aligned}\quad (44-2)$$

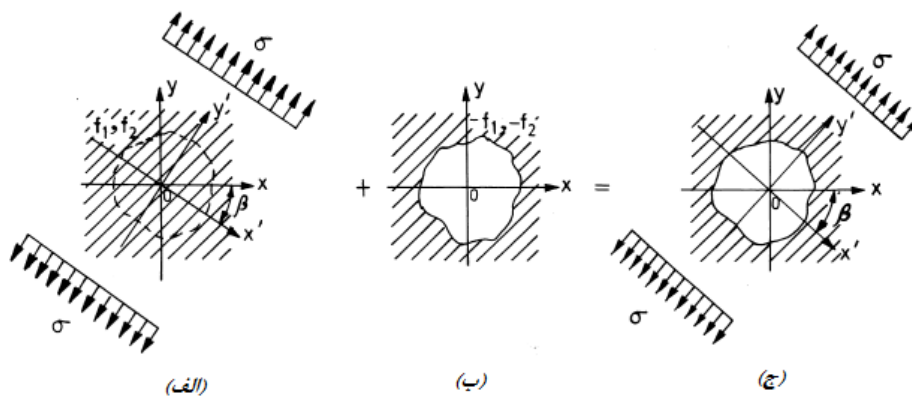


شکل ۲-۲ مختصات منحنی الخط

مطابق شکل فوق، α زاویه بین محور x ها و محور منحنی الخط ρ می باشد (جهت ρ جهت عمود بر سطح گشودگی است).

توابع تحلیلی $\varphi(z_1)$ و $\psi(z_2)$ به فرم توابع انتگرالی توسط ساوین تعریف شده اند. البته توابع فوق به شکل های دیگری مثل سری لورنت نیز تعریف می شوند.

توابع تحلیلی ذکر شده در معادلات ۲-۴۲، با جایگذاری ξ به جای z_1 و z_2 در $\varphi(z_2)$ و $\psi(z_2)$ به دست می آیند. متغیرهای z_1 و z_2 از این واقعیت حاصل می شوند که مواد غیرهمسانگرد لزوماً دارای چهار ریشه s_i خواهند بود؛ (معادله ۲-۳۳) که وابسته به دو ثابت β_1 و β_2 هستند. — توابع تحلیلی برای مواد همسانگرد فقط وابسته به یک متغیر $\beta_1 = \beta_2$ هستند.



شکل ۳-۲ نمای حل مسأله: (الف): بار خارجی در لبه‌های بیرونی، شرایط مرزی f_1 و f_2 روی گشودگی مجازی. (ب): بار معکوس روی مرز گشودگی: f_1 - و f_2 - (ج): شرایط تمرکز تنش برای مرز داخلی بدون بار و مرز خارجی تحت بارگذاری

صفحه‌ی ناهمسانگرد دارای گشودی که تحت بارگذاری در لبه‌های خارجی می‌باشد در شکل ۱- الف نشان داده شده است. در لبه‌های گشودگی باری اعمال نمی‌شود. برای حل ابتدا از صفحه‌ی بدون گشودگی تحت تنش محوری، تابع تنش‌های $\varphi_1(z_1)$ و $\psi_1(z_2)$ که در شکل ۲- الف نشان داده شده است به دست می‌آوریم. شرایط مرزی f_1 و f_2 روی گشودگی مجازی از این توابع تنش به دست می‌آیند.

سپس ورق حاوی گشودگی در غیاب بارگذاری بیرونی تحت شرایط مرزی منفی f_1 و f_2 در مرز گشودگی قرار می‌گیرد. (شکل ۲-ب).

برای این مرحله توابع تنش $\varphi_0(z_1)$ و $\psi_0(z_2)$ بر اساس مقاله یوکاجونکر [۱۳] از شرایط مرزی به دست می‌آیند.

با استفاده از روش جمع آثار مرحله اول و دوم حل داریم:

$$\begin{aligned}\varphi(z_1) &= \varphi_1(z_1) + \varphi_0(z_1) & (۴۵-۲) \\ \psi(z_2) &= \psi_1(z_2) + \psi_0(z_2)\end{aligned}$$

با قرار دادن معادلات ۴۵-۲ در معادلات ۴۲-۲ تنش‌ها به دست می‌آیند.

با قرار دادن $\varphi_1'(z_1) = B^* + iC^*$ و $\psi_1'(z_2) = B'^* + iC'^*$ و انتگرال‌گیری مقدار $\varphi_1(z_1)$ و

$\psi_1(z_2)$ به دست می‌آید. برای یکتایی جواب $C^* = 0$ فرض می‌شود.

شرایط مرزی روی گشودگی مجازی به صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$\begin{aligned}f_1 &= 2 \operatorname{Re}[\varphi_1(z_1) + \psi_1(z_2)] & (۴۶-۲) \\ f_2 &= 2 \operatorname{Re}[s_1 \varphi_1(z_1) + s_2 \psi_1(z_2)]\end{aligned}$$

حال ورق با گشودگی و شرایط مرزی منفی که تحت بار خارجی نیست را در نظر می‌گیریم.

شرایط مرزی روی گشودگی به صورت $f_1^0 = -f_1$ و $f_2^0 = -f_2$ است و داریم:

$$f_1^0 = -2 \operatorname{Re}[B^* z_1 + (B'^* + iC'^*) z_2] \quad (47-2)$$

$$f_2^0 = -2 \operatorname{Re}[s_1 B^* z_1 + s_2 (B'^* + iC'^*) z_2]$$

که در آن:

$$B^* = P \frac{\cos^2 \alpha + (\alpha_2^2 + \beta_2^2) \sin^2 \alpha + \alpha_2 \sin 2\alpha}{2[(\alpha_2 - \alpha_1)^2 + (\beta_2^2 - \beta_1^2)]} \quad (48-2)$$

$$B'^* = P \frac{[(\alpha_1^2 - \beta_1^2) - 2\alpha_1 \alpha_2] \sin^2 \alpha - \cos^2 \alpha - \alpha_2 \sin 2\alpha}{2[(\alpha_2 - \alpha_1)^2 + (\beta_2^2 - \beta_1^2)]} \quad (49-2)$$

$$C'^* = \frac{p}{2\beta_2[(\alpha_2 - \alpha_1)^2 + (\beta_2^2 - \beta_1^2)]} \times \left((\alpha_1 - \alpha_2) \cos^2 \alpha + [\alpha_2(\alpha_1^2 - \beta_1^2) - \alpha_1(\alpha_2^2 - \beta_2^2)] \sin^2 \alpha + \left[(\alpha_1^2 - \beta_1^2) - (\alpha_2^2 - \beta_2^2) \right] \sin \alpha \cos \alpha \right) \quad (50-2)$$

به جای z_1 و z_2 در معادلات فوق به ترتیب مقادیر $z_1 = x + s_1 y$ و $z_2 = x + s_2 y$ جایگذاری

می‌شود. به کمک رابطه شوارتز که به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$F(\xi) = \frac{1}{2\pi i} \int_{\gamma} U(\theta) \frac{\sigma + \xi}{\sigma - \xi} \frac{d\sigma}{\sigma} + i\alpha_0 \quad (51-2)$$

در این انتگرال $U(\theta)$ قسمت حقیقی تابع $F(\xi)$ روی دایره‌ای به شعاع واحد (γ) می‌باشد و

α_0 یک ثابت حقیقی است.

می‌توان نوشت:

$$\Phi_0(\xi) + \psi_0(\xi) = \frac{1}{4\pi i} \int -f_1^0(\theta) \frac{\sigma + \xi}{\sigma - \xi} \frac{d\sigma}{\sigma} + i\alpha_0 \quad (52-2)$$

$$s_1 \Phi_0(\xi) + s_2 \psi_0(\xi) = \frac{1}{4\pi i} \int -f_2^0(\theta) \frac{\sigma + \xi}{\sigma - \xi} \frac{d\sigma}{\sigma} + i\alpha_0$$

با حل معادلات بالا نسبت به $\Phi_0(\xi)$ و $\psi_0(\xi)$ توابع تحلیلی زیر حاصل می‌شود: [5]

$$\Phi_0(\xi) = \frac{i}{4\pi(s_1 - s_2)} \int (s_2 f_1^0 - f_2^0) \frac{\sigma + \xi}{\sigma - \xi} \frac{d\sigma}{\sigma} \quad (53-2)$$

$$\Psi_0(\xi) = \frac{-i}{4\pi(s_1 - s_2)} \int (s_1 f_1^0 - f_2^0) \frac{\sigma + \xi}{\sigma - \xi} \frac{d\sigma}{\sigma} \quad (54-2)$$

که z_i به صورت زیر قابل محاسبه می باشد:

$$z_i = x + s_i y \quad i = 1, 2 \quad (55-2)$$

با استفاده از تعریف x و y در معادله (۲-۱۸) معادله (۲-۵۵) به صورت زیر خواهد شد:

$$z_i = \lambda [r(\cos \theta + w \cos n\theta) - s_i(c \sin \theta - w \sin n\theta)] \quad (56-2)$$

z_i بر حسب ξ با استفاده از معادلات ۲-۲۱ و ۲-۵۶ به صورت زیر بیان می شود:

$$z_i = \frac{\lambda}{2} \left[a_i \xi + \frac{b_i}{\xi} + w c_i \xi^n + \frac{w d_i}{\xi^n} \right] \quad (57-2)$$

که برای حالت روی مرز دایره ($r = 1$):

$$\begin{aligned} a_1 &= 1 + i s_1 c \\ b_1 &= 1 - i s_1 c \\ c_1 &= 1 - i s_1 \\ d_1 &= 1 + i s_1 \end{aligned} \quad (58-2)$$

به همین ترتیب برای z_2 خواهیم داشت:

$$\begin{aligned} z_2 &= x + s_2 y \\ z_2 &= \frac{\lambda}{2} \left[a_2 \xi + \frac{b_2}{\xi} + w c_2 \xi^n + \frac{w d_2}{\xi^n} \right] \end{aligned} \quad (59-2)$$

$$\begin{aligned} a_2 &= 1 + i s_2 c \\ b_2 &= 1 - i s_2 c \\ c_2 &= 1 - i s_2 \\ d_2 &= 1 + i s_2 \end{aligned} \quad (60-2)$$

با جایگذاری معادلات ۲-۵۶ و ۲-۵۸ داخل معادله مربوط به شرایط مرزی ۲-۴۶ خواهیم داشت:

$$f_1^0 = -2 \operatorname{Re} \left[K_1 \xi + \frac{K_2}{\xi} + K_3 \xi^n + \frac{K_4}{\xi^n} \right] \quad (61-2)$$

که در آن:

$$\begin{aligned}
 K_1 &= \frac{\lambda}{2} [B^* a_1 + (B'^* + iC'^*) a_2] \\
 K_2 &= \frac{\lambda}{2} [B^* b_1 + (B'^* + iC'^*) b_2] \\
 K_3 &= \frac{\lambda}{2} [B^* c_1 w + (B'^* + iC'^*) w c_2] \\
 K_4 &= \frac{\lambda}{2} [B^* w d_1 + (B'^* + iC'^*) w d_2]
 \end{aligned} \tag{۶۲-۲}$$

به طور مشابه:

$$f_2^0 = -2 \operatorname{Re} \left[K_5 \xi + \frac{K_6}{\xi} + K_7 \xi^n + \frac{K_8}{\xi^n} \right] \tag{۶۳-۲}$$

$$\begin{aligned}
 K_5 &= \frac{\lambda}{2} [s_1 B^* a_1 + (B'^* + iC'^*) a_2 s_2] \\
 K_6 &= \frac{\lambda}{2} [s_1 B^* b_1 + (B'^* + iC'^*) b_2 s_2] \\
 K_7 &= \frac{\lambda}{2} [s_1 B^* c_1 w + (B'^* + iC'^*) w c_2 s_2] \\
 K_8 &= \frac{\lambda}{2} [s_1 B^* w d_1 + (B'^* + iC'^*) w d_2 s_2]
 \end{aligned} \tag{۶۴-۲}$$

برای حل معادلات ۵۲-۲ و ۵۳-۲ از رابطه شوارتز استفاده شد. رابطه دیگر شوارتز که از آن

استفاده می‌شود انتگرال زیر است:

$$\frac{i}{4\pi(s_1 - s_2)} \int_{\gamma} 2a \operatorname{Re} \left(K_1 \sigma^N + \frac{K_2}{\sigma^N} \right) \frac{\sigma + \xi}{\sigma - \xi} \frac{d\sigma}{\sigma} = \frac{-a}{s_1 - s_2} (K_1 + \bar{K}_2) \xi^N \tag{۶۵-۲}$$

با جایگذاری معادلات ۶۰-۲ و ۶۲-۲ در روابط ۴۲-۲ و ۴۳-۲ و استفاده از قضیه بالا:

$$\Phi_0(\xi) = \frac{\xi}{s_1 - s_2} (s_2 (K_1 + \bar{K}_2) - (K_5 + \bar{K}_6)) + \frac{\xi^n}{s_1 - s_2} (s_2 (K_3 + \bar{K}_4) - (K_7 + \bar{K}_8)) \tag{۶۶-۲}$$

$$\Psi_0(\xi) = \frac{\xi}{s_2 - s_1} (s_1 (K_1 + \bar{K}_2) - (K_5 + \bar{K}_6)) + \frac{\xi^n}{s_2 - s_1} (s_1 (K_3 + \bar{K}_4) - (K_7 + \bar{K}_8)) \tag{۶۷-۲}$$

در این رابطه \bar{K} مزدوج K می‌باشد. حال آخرین مرحله محاسبه $\Phi'_0(z_1)$ و $\Psi'_0(z_2)$ است. برای

به دست آوردن مشتق‌ها از تعریف مشتق به صورت زیر استفاده می‌شود:

$$\varphi_0'(z_1) = \frac{d\varphi_0(z_1)}{dz_1} = \frac{d\Phi_0(\xi)}{d\xi} \cdot \frac{d\xi}{dz_1} = \frac{d\Phi_0(\xi)}{d\xi} \cdot \frac{1}{dz_1/d\xi} \quad (68-2)$$

و به همین ترتیب برای محاسبه $\psi_0'(z_2)$ داریم:

$$\psi_0'(z_2) = \frac{d\Psi(\xi)}{d\xi} \cdot \frac{d\xi}{dz_2} = \frac{d\Psi(\xi)}{d\xi} \cdot \frac{1}{dz_2/d\xi} \quad (69-2)$$

با توجه به معادلات ۶۶-۲ و ۶۷-۲ و به کمک روابط ۶۸-۲ و ۶۹-۲ خواهیم داشت:

$$\frac{dz_1}{d\xi} = \frac{\lambda}{2} \left[a_1 - \frac{b_1}{\xi^2} + wc_1 N \xi^{n-1} - wd_1 n / \xi^{n+1} \right] \quad (70-2)$$

$$\frac{dz_2}{d\xi} = \frac{\lambda}{2} \left[a_2 - \frac{b_2}{\xi^2} + wc_2 n \xi^{n-1} - wd_2 n / \xi^{n+1} \right] \quad (71-2)$$

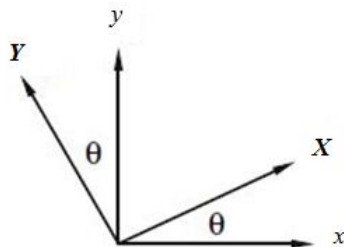
$$\varphi_0'(z_1) = \left[\frac{1}{s_1 - s_2} (s_2 (K_1 + \bar{K}_2) - (K_5 + \bar{K}_6)) + \frac{n \xi^{n-1}}{s_1 - s_2} (s_2 (K_3 + K_4) - (K_7 + \bar{K}_8)) \right] \times (dz_1/d\xi) \quad (72-2)$$

$$\psi_0'(z_2) = \left[\frac{1}{s_2 - s_1} (s_1 (K_1 + \bar{K}_2) - (K_5 + \bar{K}_6)) + \frac{n \xi^{n-1}}{s_2 - s_1} (s_1 (K_3 + K_4) - (K_7 + \bar{K}_8)) \right] \times (dz_2/d\xi) \quad (73-2)$$

۵-۲ روابط مربوط به چرخش گشودگی

برای بررسی حالت چرخش گشودگی نیاز است که در روابط ۵۶-۲ تا ۶۱-۲ تغییراتی به شکل زیر

اعمال کنیم:



شکل ۴-۲ چرخش محورها

با توجه به تعریف z_i در مختصات جدید $X - Y$ داریم:

$$z_i = X + s_i Y \quad (۷۴-۲)$$

که مختصات $X - Y$ جدید با توجه به مختصات $x - y$ مرجع و اگر زاویه چرخش گشودگی را β

در نظر بگیریم به صورت زیر تعریف می شود:

$$\begin{cases} X = x \cos \beta - y \sin \beta \\ Y = x \sin \beta + y \cos \beta \end{cases} \quad (۷۵-۲)$$

که در آن:

$$\begin{cases} x = \lambda (\cos \theta + w \cos(n\theta)) \\ y = -\lambda (c \sin \theta - w \sin(n\theta)) \end{cases} \quad (۷۶-۲)$$

با جایگذاری رابطه ۷۶-۲ در ۷۵-۲ و سپس در رابطه ۷۴-۲ خواهیم داشت:

$$z_i = (x \cos \beta - y \sin \beta) + s_i (x \sin \beta + y \cos \beta) \quad (۷۷-۲)$$

$$\Rightarrow z_i = \lambda \left[\begin{array}{l} (\cos \theta + w \cos(n\theta)) \cos \beta - (c \sin \theta - w \sin(n\theta)) \sin \beta \\ + s_i \left(-(\cos \theta + w \cos(n\theta)) \sin \beta - (c \sin \theta - w \sin(n\theta)) \cos \beta \right) \end{array} \right] \quad (۷۸-۲)$$

$$\Rightarrow z_i = \lambda \left[\begin{array}{l} \cos \theta \cos \beta + w \cos(n\theta) \cos \beta - c \sin \theta \sin \beta + \\ w \sin(n\theta) \sin \beta - s_i \cos \theta \sin \beta - s_i w \cos(n\theta) \sin \beta - \\ s_i c \sin \theta \cos \beta + s_i w \sin(n\theta) \cos \beta \end{array} \right] \quad (۷۹-۲)$$

$$\Rightarrow z_i = \frac{\lambda}{2} \left[\begin{array}{l} \left(\xi + \frac{1}{\xi} \right) \cos \beta + w \left(\xi^n + \frac{1}{\xi^n} \right) \cos \beta - ic \left(\xi - \frac{1}{\xi} \right) \sin \beta + \\ iw \left(\xi^n - \frac{1}{\xi^n} \right) \sin \beta + s_i \left(\xi + \frac{1}{\xi} \right) \sin \beta + s_i w \left(\xi^n + \frac{1}{\xi^n} \right) \sin \beta + \\ is_i c \left(\xi - \frac{1}{\xi} \right) \cos \beta - is_i w \left(\xi^n - \frac{1}{\xi^n} \right) \cos \beta \end{array} \right] \quad (۸۰-۲)$$

پس بنابراین خواهیم داشت:

$$z_i = \frac{\lambda}{2} \left[a\xi + \frac{b}{\xi} + cw\xi^n + \frac{dw}{\xi^n} \right] \quad (۸۱-۲)$$

که در آن:

$$\begin{cases} a = \cos \beta - ic \sin \beta + s_i \sin \beta + is_i c \cos \beta \\ b = \cos \beta + ic \sin \beta + s_i \sin \beta - is_i c \cos \beta \\ c = \cos \beta + i \sin \beta + s_i \sin \beta - is_i \cos \beta \\ d = \cos \beta - i \sin \beta + s_i \sin \beta + is_i \cos \beta \end{cases} \quad (۸۲-۲)$$

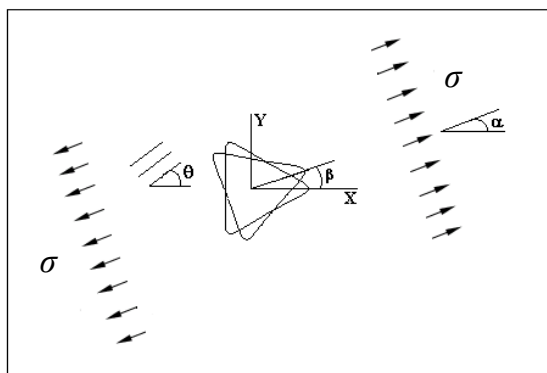
سپس روند حل از معادله ۶۰-۲ به بعد همانند قبل می‌باشد.

فصل ۳

تحلیل تنش اطراف گشودگی مثلثی

۳-۱ مقدمه

مسأله موردبررسی در این بخش صفحه‌ای است حاوی گشودگی مثلثی که به علت بزرگ بودن ابعاد آن نسبت به ابعاد گشودگی، صفحه بی‌نهایت فرض می‌شود. این صفحه مطابق شکل (۳-۱) تحت بارگذاری کششی با زاویه (α) نسبت به محور x قرار دارد. در این شکل زاویه چرخش گشودگی که بیانگر نحوه قرارگیری آن نسبت به افق است، با β نمایش داده شده است. در این مسأله، صفحه دارای رفتار الاستیک خطی بوده و همچنین با اعمال شرایط مرزی $(\sigma_r = \tau_{r\theta} = 0)$ تنها تنش ایجادشده در اطراف گشودگی σ_θ است. بقیه تنش‌ها در مقابل این تنش قابل صرف‌نظر می‌باشند.



شکل ۳-۱ نمایی از هندسه گشودگی و بارگذاری آن

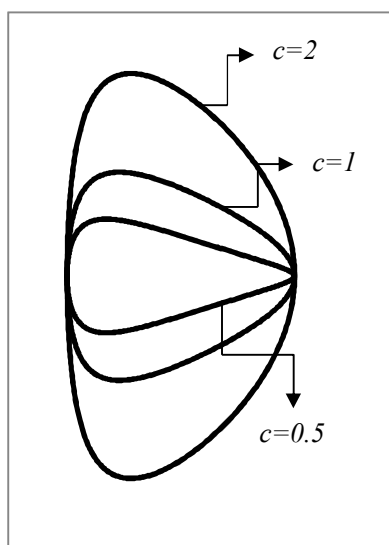
در این بخش سعی می‌شود تا تأثیر پارامترهایی همچون زاویه بار (α) ، زاویه چرخش گشودگی (β) ، انحنای گشودگی (W) و همچنین تأثیر زاویه الیاف بر توزیع تنش اطراف گشودگی مثلثی مورد بررسی قرار گیرد. در نتایج ارائه‌شده در بخش‌های بعدی منظور از تنش بی‌بعد، بیشترین تنش محیطی (σ_θ) ایجادشده در اطراف گشودگی به تنش اعمالی می‌باشد. هدف مطالعه روند تغییرات این تنش با تغییر در پارامترهایی مانند زاویه بار، انحنای گشودگی و زاویه چرخش گشودگی است.

اشکال (۳-۲) و (۳-۳) تأثیر پارامترهای W و C را به ترتیب بر روی انحنای گوشه گشودگی و میزان کشیدگی گشودگی نشان می‌دهند.

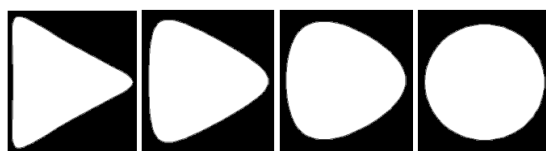
همان‌طور که در شکل (۳-۳) مشاهده می‌شود با تغییر W از مقدار $0/3$ تا صفر از انحنا گشودگی

مثلثی کاسته شده تا در نهایت به شکل دایره تبدیل شود.

تغییر در پارامتر c نیز موجب کشیده شدن گشودگی در راستای محور y می‌شود. همان‌طور که در شکل (۲-۳) ملاحظه می‌شود هر چه c بیشتر شود گشودگی در راستای عمودی کشیده می‌شود و با کاهش آن عکس این قضیه اتفاق می‌افتد.



شکل ۲-۳ تأثیر پارامتر c بر هندسه گشودگی برای $w=0.1$



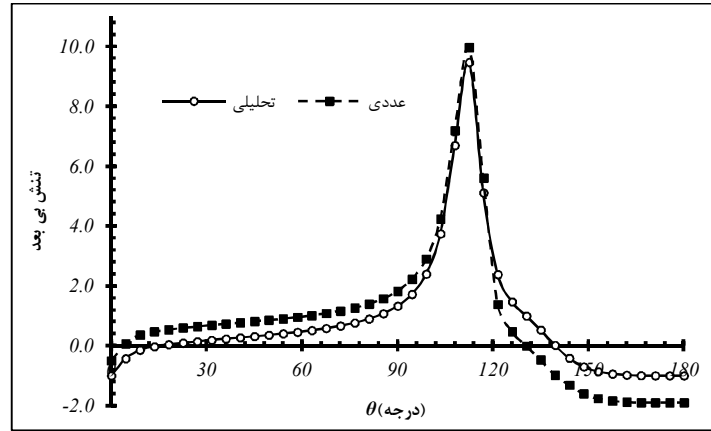
شکل ۳-۳ تأثیر روند تغییرات w بر انحنای گشودگی

۲-۳ بررسی درستی جواب‌ها

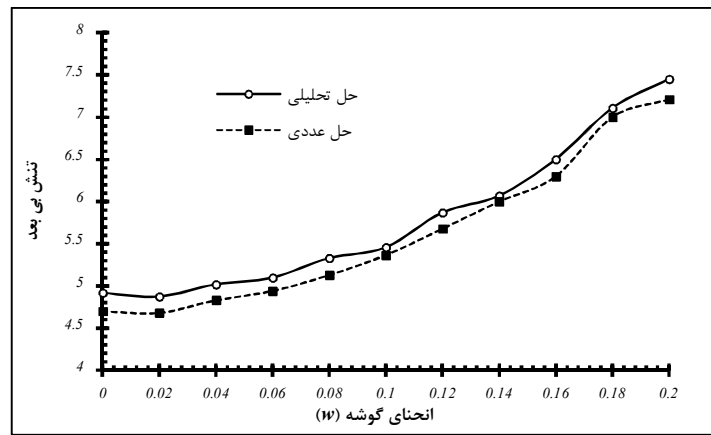
در این بخش از روش اجزای محدود (نرم‌افزار آباکوس) برای بررسی درستی نتایج حاصل از حل تحلیلی استفاده شده است. در اینجا برای ماده گرافیت/اپوکسی با چیدمان لایه‌ای $[0 / 90]_s$ مدلی از مسأله حاوی گشودگی مثلثی تحت بارگذاری کششی در نرم‌افزار آباکوس رسم و نتایج حاصل با نتایج حل تحلیلی ارائه شده در این تحقیق مقایسه شده است.

در بررسی مدل اجزای محدود با بررسی تعداد المان‌های مختلف، سعی شده است از تعداد المان بهینه استفاده شود. اشکال (۴-۳) و (۵-۳) نشان‌دهنده تطابق مناسبی بین حل عددی و حل تحلیلی

در این مسأله می‌باشند. این شکل برای $c=1$ و $w=0/3$ می‌باشد.

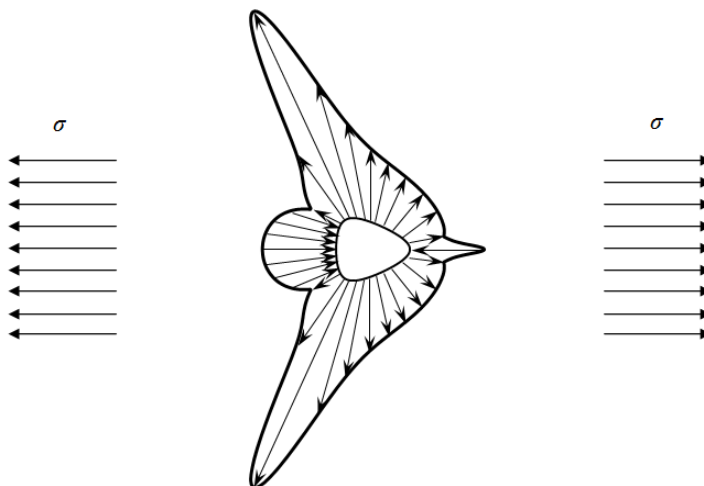


شکل ۳-۴ مقایسه تنش اطراف گشودگی مثلثی برای ماده گرافیت/اپوکسی از دو روش حل تحلیلی و اجزای محدود شکل (۳-۴) نشان‌دهنده مقدار تنش بی‌بعد اطراف گشودگی مثلثی می‌باشد؛ که در این شکل این توزیع تنش، توسط دو روش حل عددی و حل تحلیلی با یکدیگر مقایسه شده است و نتیجه آن در قالب نمودار فوق گزارش شده است.



شکل ۳-۵ مقایسه تنش اطراف گشودگی مثلثی برای ماده گرافیت/اپوکسی از دو روش حل تحلیلی و اجزای محدود در شکل (۳-۵) نیز به مقایسه بین نتایج حاصل از دو روش حل عددی و تحلیلی پرداخته شده است. در این شکل ماکزیمم تنش بی‌بعد اطراف گشودگی مثلثی یک چهارلایه متقارن $[0 / 90]_s$ برحسب w های مختلف مورد بررسی قرار گرفته است. زاویه چرخش گشودگی در این حالت صفر درجه می‌باشد. نتایج ارائه‌شده در شکل (۳-۵) برای $w=0/1$ و $c=1$ و برای ماده گرافیت/اپوکسی است. نزدیکی نتایج دو روش تأکیدی بر درستی حل تحلیلی حاضر است.

شکل (۳-۶) نشان‌دهنده توزیع تنش اطراف گشودگی مثلثی می‌باشد. همان‌طور که در شکل ۶ دیده می‌شود زمانی که بارگذاری در جهت افق می‌باشد ($\alpha=0$)، بیشترین مقدار تنش در دو رأس مثلث که با محور بارگذاری زاویه‌دار هستند اتفاق می‌افتد. لازم به توضیح است که در این شکل $w=0.15$ و $c=1$ است.



شکل ۳-۶ توزیع تنش اطراف گشودگی مثلثی تحت بارگذاری تک‌محوره افقی

۳-۳ نتایج

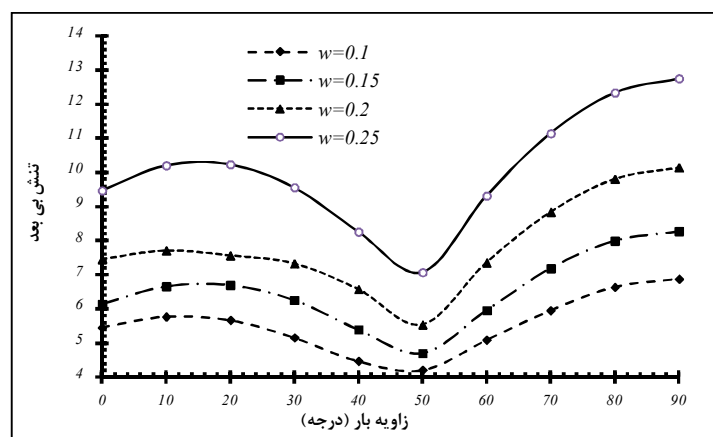
در این بخش، به بررسی تأثیر پارامترهای مختلف همچون زاویه بار (α)، زاویه چرخش گشودگی (β)، انحنای گوشه گشودگی (w)، نسبت طول به عرض (c) و همچنین تأثیر نحوه چیدمان لایه‌ها، بر روی توزیع تنش اطراف گشودگی مثلثی پرداخته می‌شود. برای این منظور از کامپوزیت‌های گرافیت/اپوکسی و شیشه/اپوکسی که خواص مکانیکی آن‌ها در جدول ۱ ارائه شده، استفاده شده است.

۳-۳-۱ تأثیر انحنای گوشه (w) و کشیدگی (c) گشودگی بر حسب تغییرات زاویه بار (α)

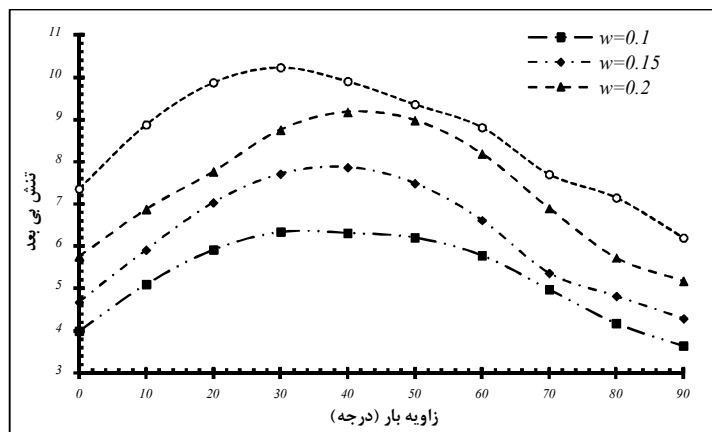
نتایج ارائه شده در این بخش برای زاویه چرخش گشودگی صفر درجه می‌باشد. همان‌طور که قابل پیش‌بینی است و با توجه به اشکال (۳-۷) تا (۳-۱۴) مشخص است که برای هر سه نوع چیدمان و همچنین برای هر نوع چیدمان دیگری کمترین تمرکز تنش اطراف گشودگی مثلثی، زمانی حاصل می‌شود که w کمترین مقدار خود را داشته باشد. این شکل‌ها نشان می‌دهد که با کاهش مقدار w ، از

مقدار تنش بی بعد نیز کاسته می شود تا جایی که $w=0$ شود؛ که در این حالت گشودگی مثلثی به دایره تبدیل شده است. بنابراین برای هر سه حالت چیدمان لایه ها زمانی که انحنا گشودگی (w) کمترین مقدار را دارا باشد، تمرکز تنش به حداقل مقدار خود خواهد رسید.

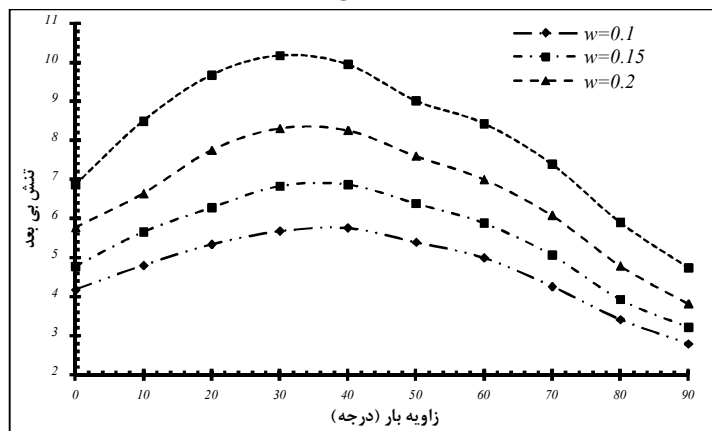
همان طور که در شکل های (۷-۳) تا (۹-۳) برای ماده گرافیت/اپوکسی دیده می شود؛ تغییر تنش بی بعد با زاویه بار، در w های مختلف به نحوه چیدمان لایه ها وابسته است. مثلاً در مورد چیدمان $s[0/90]$ ، کمترین تنش ممکن در زاویه بار ۵۰ درجه اتفاق می افتد. حال آنکه برای چیدمان های $s[0/45]$ ، $s[30/0/0/30]$ کمترین تنش ممکن در زوایای بار صفر و ۹۰ درجه رخ می دهد. زاویه باری که تحت آن بیشترین تنش ممکن در w های مختلف رخ می دهد نیز در چیدمان های مختلف، متفاوت است. برای چیدمان $s[0/90]$ ، این زاویه در w های مختلف یکسان است. اگرچه مقدار بیشترین تنش به شدت به w وابسته است. زاویه باری که این تنش تحت آن اتفاق می افتد برای چیدمان $s[0/90]$ ، ۹۰ درجه است. برای چیدمان $s[30/0/0/30]$ و $s[45/0/45]$ رفتار تغییر تنش بی بعد با زاویه بار کمی متفاوت است؛ به طوری که در چیدمان $s[30/0/0/30]$ این زاویه ۳۰ درجه می باشد در صورتی که در چیدمان $s[45/0/45]$ زاویه مشخصی را نمی توان عنوان کرد.



شکل ۷-۳ بررسی تغییرات تنش بی بعد برای چیدمان $s[0/90]$ بر حسب زاویه اعمال بار در w های مختلف (گرافیت/اپوکسی)



شکل ۸-۳ بررسی تغییرات تنش بی بعد برای چیدمان $s [45 / -45]$ برحسب زاویه اعمال بار در w های مختلف (گرافیت/اپوکسی)



شکل ۹-۳ بررسی تغییرات تنش بی بعد برای چیدمان $s [30 / 0 / -30]$ برحسب زاویه اعمال بار در w های مختلف (گرافیت/اپوکسی)

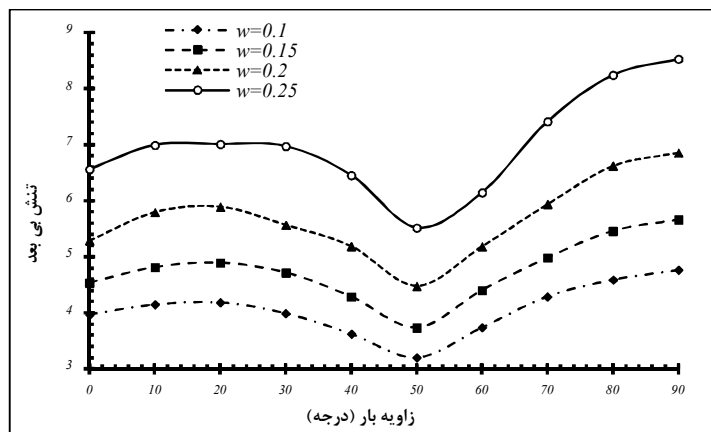
همین نتایج را نیز می توان برای ماده شیشه/اپوکسی در قالب اشکال (۳-۱۰) تا (۳-۱۲) ترسیم

کرد. همان طوری که از این اشکال مشخص است، همانند ماده گرافیت/اپوکسی برای هر سه نوع

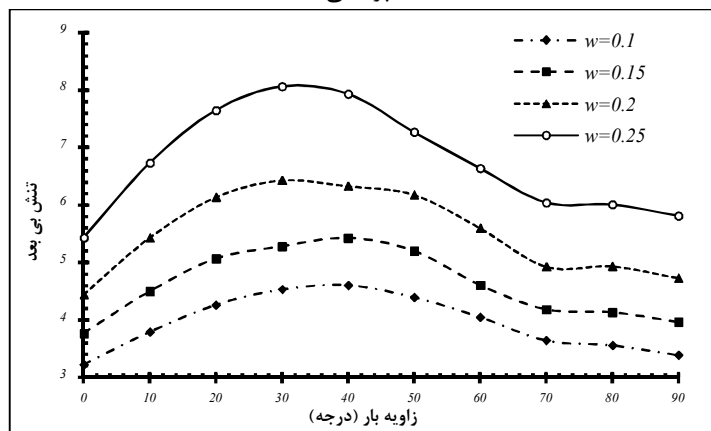
چیدمان کمترین تمرکز تنش اطراف گشودگی مثلثی، زمانی حاصل می شود که w کمترین مقدار خود

را داشته باشد. با توجه به هر نمودار می توان زوایای مربوط به کمترین و بیشترین تنش بی بعد را

به دست آورد.

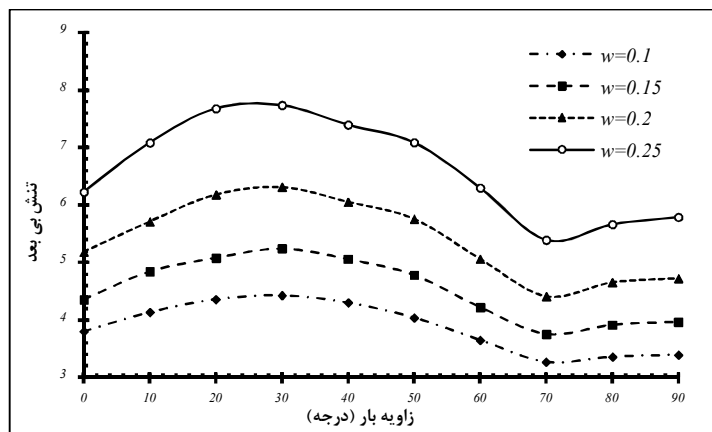


شکل ۱۰-۳ بررسی تغییرات تنش بی بعد برای چیدمان $[0 / 90]_s$ برحسب زاویه اعمال بار در w های مختلف (شیشه/اپوکسی)



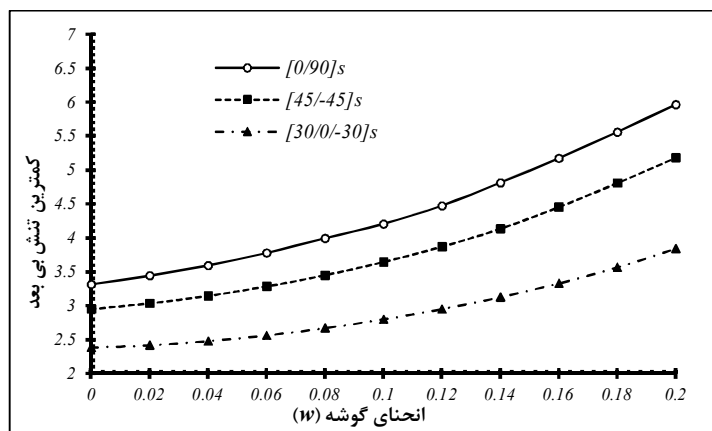
شکل ۱۱-۳ بررسی تغییرات تنش بی بعد برای چیدمان $[45 / -45]_s$ برحسب زاویه اعمال بار در w های مختلف (شیشه/اپوکسی)

همان طور که ملاحظه می شود رفتار ماده شیشه/اپوکسی برحسب تغییرات زاویه بار در w های مختلف همانند ماده گرافیت/اپوکسی است. برای مثال برای چیدمان لایه‌ای $[0 / 90]_s$ ، کمترین تنش بی بعد در زاویه بار 50° درجه اتفاق می افتد برای دیگر چیدمان‌ها نیز این تشابه برقرار است. نکته قابل توجه در این اشکال این است که نوع چیدمان تأثیر بسیار زیادی بر رفتار تنش بی بعد برحسب زاویه بار و انحنا گشودگی دارد.



شکل ۱۲-۳ بررسی تغییرات تنش بی بعد برای چیدمان $[30 / 0 / -30]_s$ برحسب زاویه اعمال بار در w های مختلف (شیشه/پوکسی)

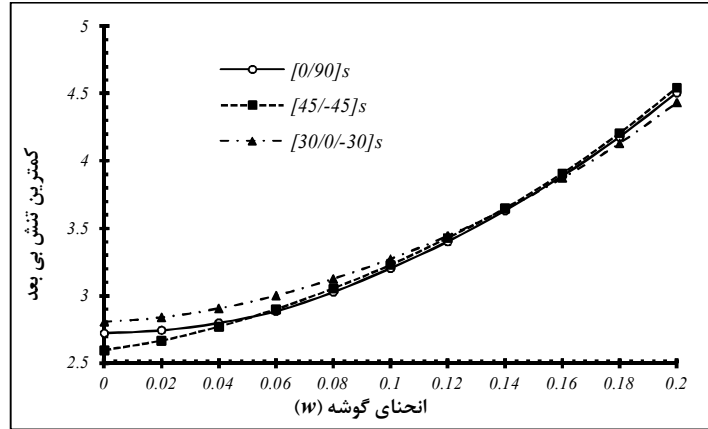
در شکل های (۱۳-۳) و (۱۴-۳) برای چیدمان های مختلف، تغییر کمترین تنش بی بعد برحسب w نشان داده شده است. نتایج ارائه شده در این شکل ها بر اساس زاویه باری می باشد که با توجه به اشکال قبل در آن زوایا هر یک از چیدمان ها کمترین تنش بی بعد را دارا می باشند. به عنوان مثال در شکل (۱۳-۳) منحنی مربوط به چیدمان $[0 / 90]_s$ ، در زاویه بار ۵۰ درجه رسم شده است.



شکل ۱۳-۳ بررسی تغییرات کمترین تنش بی بعد برحسب w برای سه چیدمان گرافیت/پوکسی برای $C=1$

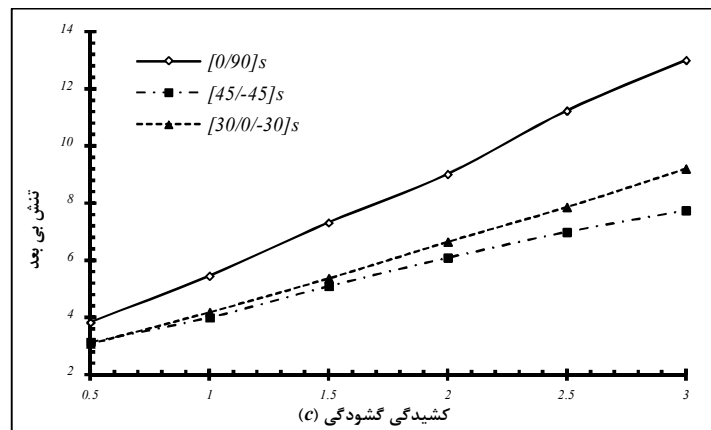
شکل (۱۳-۳) تغییرات تنش بی بعد برحسب w برای سه چیدمان ماده گرافیت/پوکسی و شکل (۳-۱۴) این تغییرات را برای ماده شیشه/پوکسی نشان می دهد. همان طور که انتظار می رود با کاهش w و نرم تر شدن انحنای گوشه گشودگی مقدار تنش بی بعد برای هر دو ماده و برای همه چیدمان های لایه-ای کاهش می یابد تا جایی که برای $w=0$ که گشودگی مثلثی به دایره تبدیل می شود؛ کمترین مقدار

تنش بی بعد برای تمامی چیدمان‌ها پیش می‌آید. با افزایش مقدار w مقدار تنش بی بعد با شیب ملایمی افزایش می‌یابد.

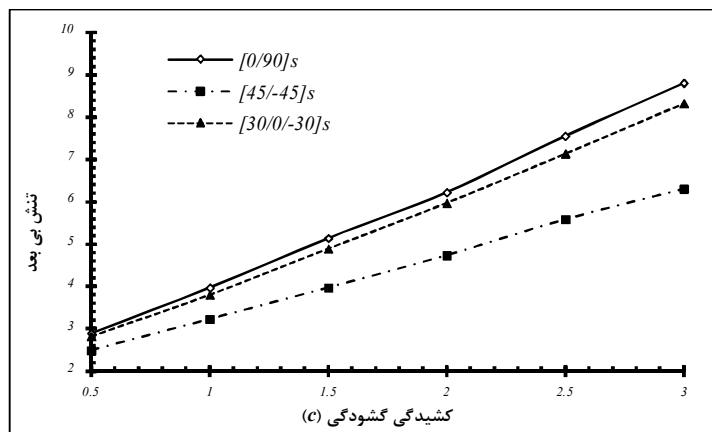


شکل ۳-۱۴ بررسی تغییرات کمترین تنش بی بعد بر حسب w برای سه چیدمان شیشه/اپوکسی برای $c=1$

همان طور که در شکل‌های (۳-۱۵) و (۳-۱۶) مشخص است، تغییر مقدار تنش بی بعد با تغییرات c رابطه تقریباً خطی داشته و افزایش یا کاهش این پارامتر به ترتیب موجب افزایش و یا کاهش تنش بی بعد خواهد شد. برای دستیابی به یک نگاهت هم‌نوا مقدار c در تابع نگاهت باید در محدوده خاصی باشد لذا سعی شده است نتایج ارائه شده برای c در این محدوده قرار گیرد. با توجه به رابطه (۲-۲) پارامتر c فقط در جهت y تابع نگاهت اعمال شده است لذا مطابق شکل (۳-۲) با افزایش مقدار c شکل گشودگی در جهت y کشیده می‌شود.

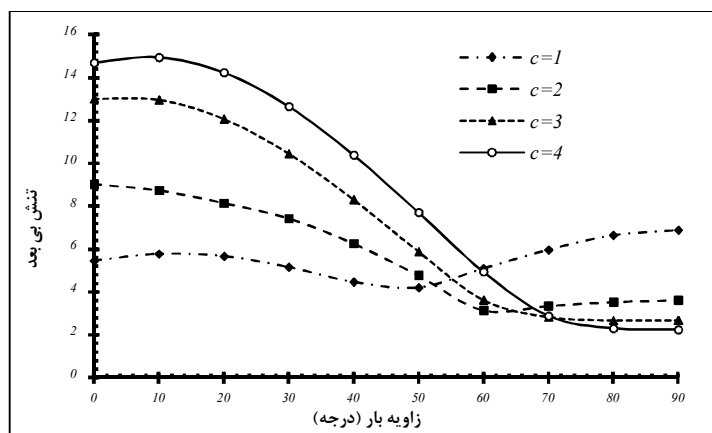


شکل ۳-۱۵ بررسی تغییرات تنش بی بعد بر حسب c برای سه چیدمان ماده گرافیت/اپوکسی برای $w=0.1$



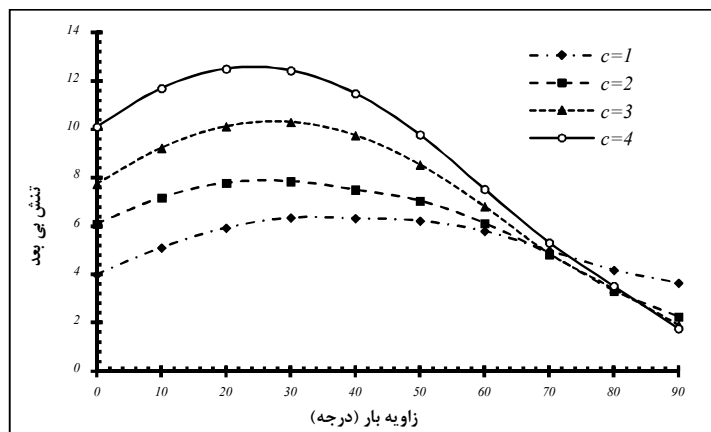
شکل ۱۶-۳ بررسی تغییرات تنش بی بعد بر حسب C برای سه چیدمان ماده شیشه/اپوکسی برای $w=0/1$

در اشکال (۱۷-۳) تا (۱۹-۳) به بررسی تغییرات تنش بی بعد برای انواع چیدمان‌های ماده گرافیت/اپوکسی بر حسب زاویه اعمال بار در C های مختلف پرداخته شده است. همان‌طور که از این اشکال مشخص است برای تمامی چیدمان‌ها و در C های مختلف، در زاویه بار خاصی تنش بی بعد کمترین مقدار است. روند افزایش تنش بی بعد با افزایش مقدار C برای وقتی است که زاویه اعمال بار صفر باشد یا به عبارت دیگر زاویه بار عمود بر امتداد کشیدگی گشودگی باشد. برای وقتی که بارگذاری در جهت y است ($\alpha=90$) با افزایش C تنش بی بعد کاهش می‌یابد. می‌توان مشاهده کرد که منحنی‌های مربوط به هر یک از C ها یکدیگر را در نقاط خاصی قطع می‌کنند این امر نشان‌دهنده آن است که کمترین تنش بی بعد برای چیدمان‌های مختلف، با تغییر C ، تغییر می‌کند.



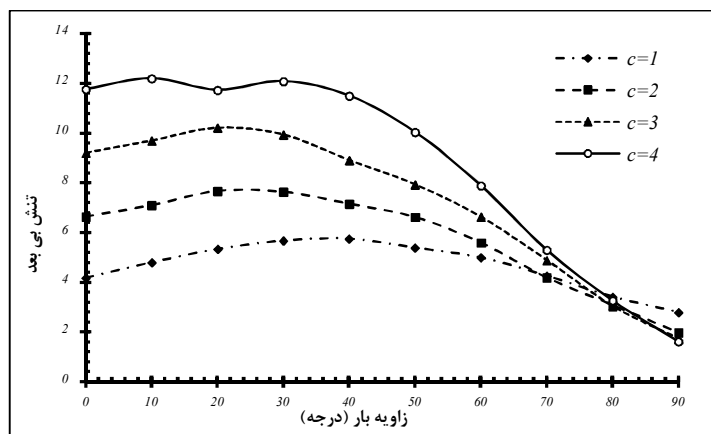
شکل ۱۷-۳ بررسی تغییرات تنش بی بعد برای چیدمان $[0/90]_s$ بر حسب زاویه اعمال بار در C های مختلف (گرافیت/اپوکسی)

همان طور که قبلاً نیز اشاره شد؛ کاهش مقدار تنش بی بعد با کاهش مقدار c ، در چیدمان‌های مختلف، بستگی به زاویه بار هم دارد. به عبارتی در زوایای بار خاصی با کاهش c ، مقدار تنش بی بعد کاهش می‌یابد و برای بعضی دیگر از زوایای بار، عکس این رفتار اتفاق می‌افتد.



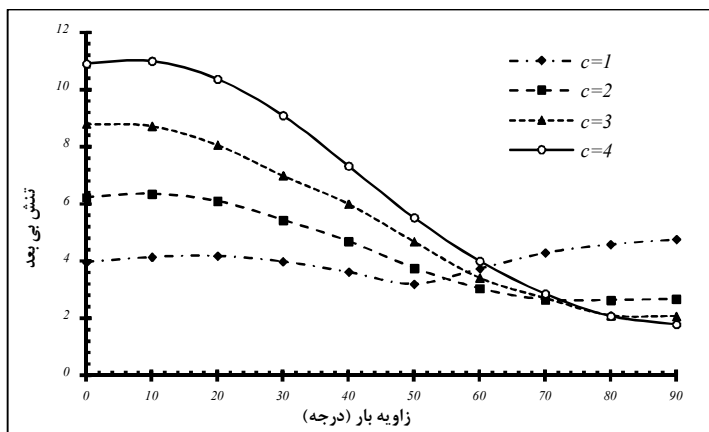
شکل ۳-۱۸ بررسی تغییرات تنش بی بعد برای چیدمان $s[45 / -45]$ برحسب زاویه اعمال بار در c های مختلف (گرافیت/پوکسی)

در مورد چیدمان $s[0 / 90]$ می‌توان گفت بیشترین تنش بی بعد برای تمامی c ها، در زاویه بار صفر و یا نزدیک به صفر درجه رخ می‌دهد درحالی که برای چیدمان $s[45 / -45]$ برای c های مختلف، تقریباً در زاویه بار 20° اتفاق می‌افتد؛ اما برای چیدمان $s[30 / 0 / -30]$ زاویه مشخصی را نمی‌توان گزارش کرد.

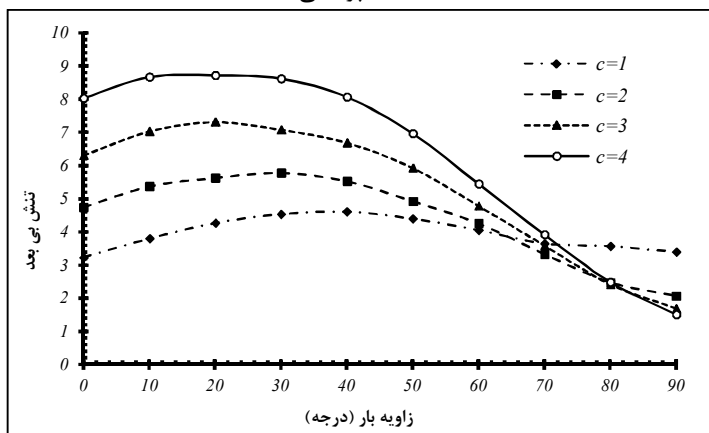


شکل ۳-۱۹ بررسی تغییرات تنش بی بعد برای چیدمان $s[30 / 0 / -30]$ برحسب زاویه اعمال بار در c های مختلف (گرافیت/پوکسی)

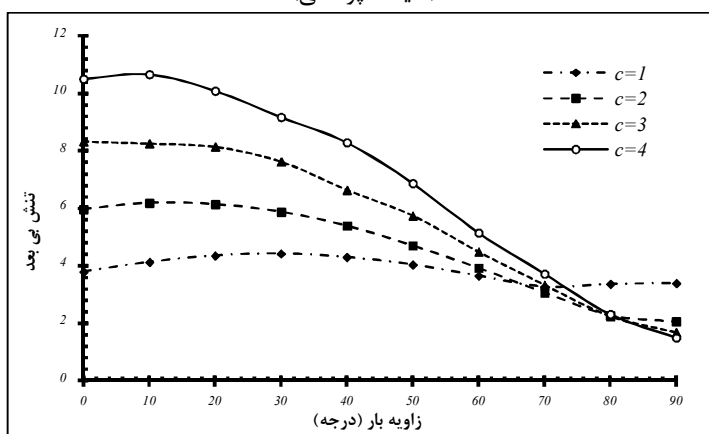
همین رفتار را نیز می‌توان در شکل‌های (۳-۲۰) تا (۳-۲۲) برای ماده شیشه/پوکسی مشاهده کرد.



شکل ۲۰-۳ بررسی تغییرات تنش بی بعد برای چیدمان $[0 / 90]_s$ برحسب زاویه اعمال بار در Cهای مختلف (شیشه/پوکسی)



شکل ۲۱-۳ بررسی تغییرات تنش بی بعد برای چیدمان $[45 / -45]_s$ برحسب زاویه اعمال بار در Cهای مختلف (شیشه/پوکسی)



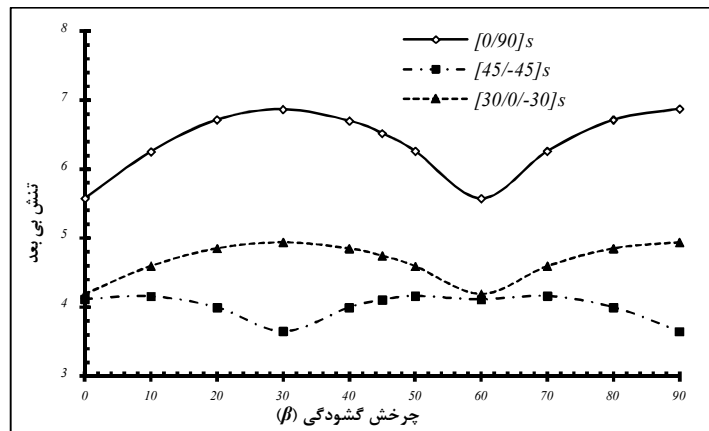
شکل ۲۲-۳ بررسی تغییرات تنش بی بعد برای چیدمان $[30 / 0 / -30]_s$ برحسب زاویه اعمال بار در Cهای مختلف (شیشه/پوکسی)

به طوری که در این اشکال مشخص است پس از نقطه تقاطع منحنی‌ها با افزایش مقدار c تنش

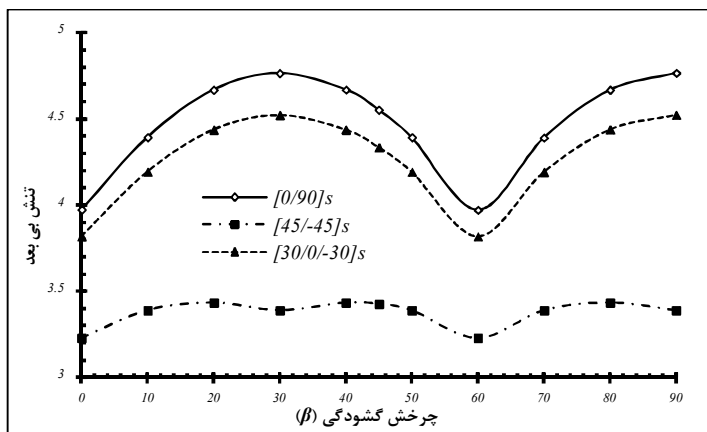
بی‌بعد کاهش می‌یابد این در حالی است که تا قبل از محل تقاطع افزایش مقدار c موجب افزایش تنش بی‌بعد می‌شود. زاویه بار هرچه به 90° درجه نزدیک‌تر باشد کاهش تنش بی‌بعد با افزایش c بیشتر می‌شود.

۳-۳-۲ تأثیر زاویه چرخش گشودگی (β)

ابتدا می‌خواهیم تأثیر چرخش گشودگی را بر تنش بی‌بعد اطراف گشودگی مثلثی به صورت مجزا مورد مطالعه قرار دهیم. برای این منظور با در نظر گرفتن زاویه بار صفر درجه و $w=0/1$ و $c=1$ مشخصی، به بررسی تأثیر زاویه چرخش گشودگی پرداخته شود. شکل‌های (۳-۲۳) و (۳-۲۴) تغییرات تنش بی‌بعد بر حسب زاویه چرخش گشودگی برای $w=0/1$ و $c=1$ را به ترتیب برای کامپوزیت‌های گرافیت/اپوکسی و شیشه/اپوکسی نشان می‌دهد. همان‌طور که در این اشکال مشهود است چیدمان $[30/0/-30]_s$ برای هر دو نوع ماده بهترین نتایج را برای تنش بی‌بعد دارد. در هر دو شکل رفتار منحنی‌های مربوط به چیدمان‌های $[0/90]_s$ و $[45/-45]_s$ مشابه یکدیگر بوده و زاویه چرخشی که طی آن این منحنی‌ها مقدار حداقل خود را دارند 60° درجه می‌باشد. در حالی که برای چیدمان $[30/0/-30]_s$ این رفتار کمی متفاوت می‌باشد. به‌گونه‌ای که این حالت در زاویه چرخش 30° درجه اتفاق می‌افتد.

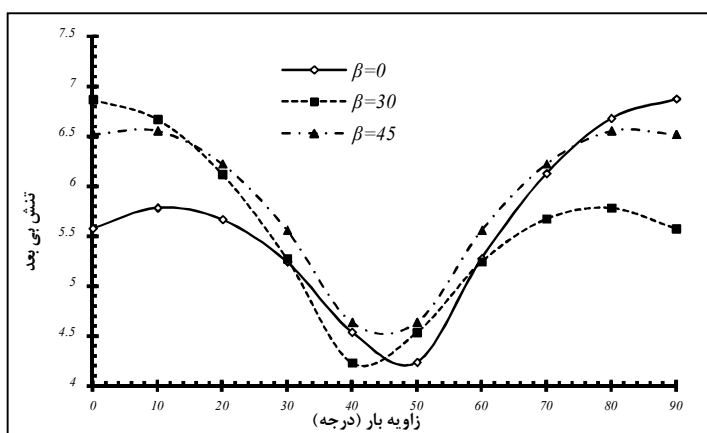


شکل ۳-۲۳ بررسی تغییرات تنش بی‌بعد بر حسب چرخش گشودگی برای سه چیدمان ماده گرافیت/اپوکسی برای $w=0/1$ و $c=1$



شکل ۲۴-۳ بررسی تغییرات تنش بی بعد برحسب چرخش گشودگی برای سه چیدمان ماده شیشه/اپوکسی برای $C=1$ و $W=0.1$ در مورد شیشه/اپوکسی مطابق شکل (۲۴-۳) برای هر سه چیدمان، زاویه چرخشی که تحت آن کمترین تنش بی بعد حاصل می شود؛ ۶۰ درجه است.

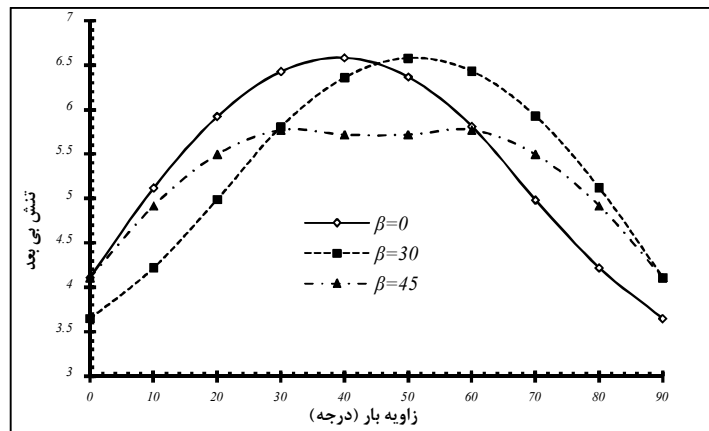
۳-۳-۳ تأثیر زاویه چرخش گشودگی (β) و زاویه بار (α)
 حال در این بخش می خواهیم تأثیر پارامترهای چرخش گشودگی و زاویه بار را به طور هم زمان مورد مطالعه قرار دهیم. با توجه به نتایج حاصل از بخش قبل، زاویه چرخش گشودگی یکی از پارامترهای مؤثر بر توزیع تنش اطراف گشودگی می باشد. لذا در این قسمت سعی می شود تا به بررسی تأثیر پارامتر زاویه بار در کنار زاویه چرخش گشودگی پرداخته شود.



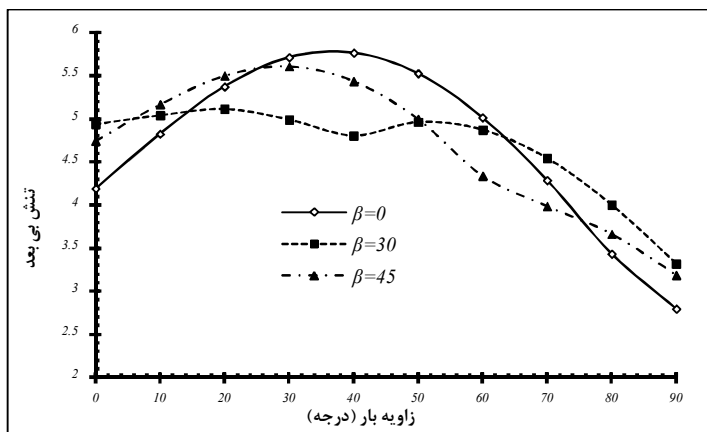
شکل ۲۵-۳ بررسی تغییرات تنش بی بعد برای چیدمان $[0/90]_s$ برحسب زاویه اعمال بار در زوایای چرخش مختلف (گرافیت/اپوکسی) برای مثال با توجه به شکل (۲۵-۳)، مقدار کمترین تنش بی بعد منحنی مربوط به زاویه چرخش

۴۵ درجه، در زاویه بار ۴۵ درجه اتفاق می افتد که مقدار این تنش برابر ۴/۶۵ است. این در حالی است که برای زوایای چرخش صفر و ۳۰ درجه این زاویه به ترتیب ۵۰ و ۴۰ درجه می باشد که مقدار این تنش برای هر دو منحنی مساوی ۴/۲۱ است. این نمودار برای چیدمان $[0 / 90]_s$ می باشد. نتایج این قسمت برای $w=0/1$ و $c=1$ مورد مطالعه قرار گرفته است.

شکل (۳-۲۶) و (۳-۲۷) تغییرات تنش بی بعد برحسب زاویه بار در زوایای چرخش مختلف برای ماده گرافیت/اپوکسی با چیدمان های $[45 / -45]_s$ و $[30 / 0 / -30]_s$ را نشان می دهد. همان طور که در این اشکال مشخص است نمی توان به طور دقیق مشخص کرد که کدام یک از زوایای چرخش گشودگی بهترین نتیجه را برای تنش بی بعد ارائه می دهد. به عبارتی با توجه به تغییرات زاویه بار هر یک از منحنی ها در برخی زوایا دارای حداقل مقدار می باشند. مقدار کمترین تنش بی بعد برای هر دو شکل در زاویه بار ۹۰ درجه اتفاق می افتد این در حالی است که بیشترین مقدار این منحنی ها در زوایای بار مختلف رخ می دهد. به عنوان مثال در شکل (۳-۲۷) برای منحنی مربوط به زاویه چرخش صفر درجه کمترین مقدار خود را در زاویه بار ۹۰ درجه خواهد داشت که مقدار آن برابر ۲/۷۸ است و نقطه ماکزیمم این منحنی در زاویه بار ۴۰ درجه با مقدار ۵/۸۲ می باشد. حال آنکه برای زاویه چرخش ۴۵ درجه این مقدار ۵/۶۱ است که در زاویه بار ۳۰ درجه رخ می دهد.

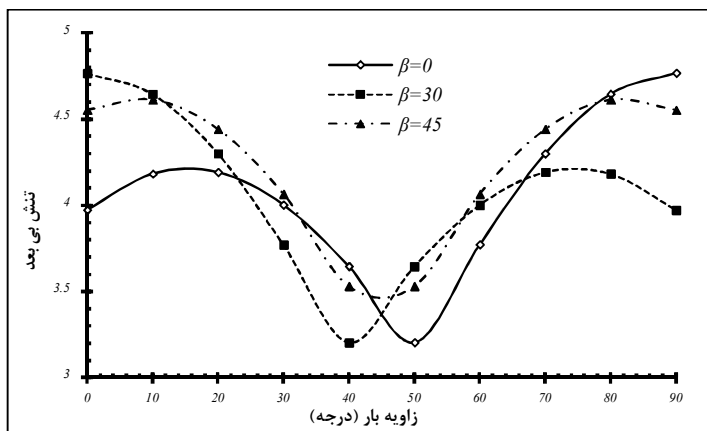


شکل ۳-۲۶ بررسی تغییرات تنش بی بعد برای چیدمان لایه ای $[45 / -45]_s$ برحسب زاویه اعمال بار در زوایای چرخش مختلف (گرافیت/اپوکسی)

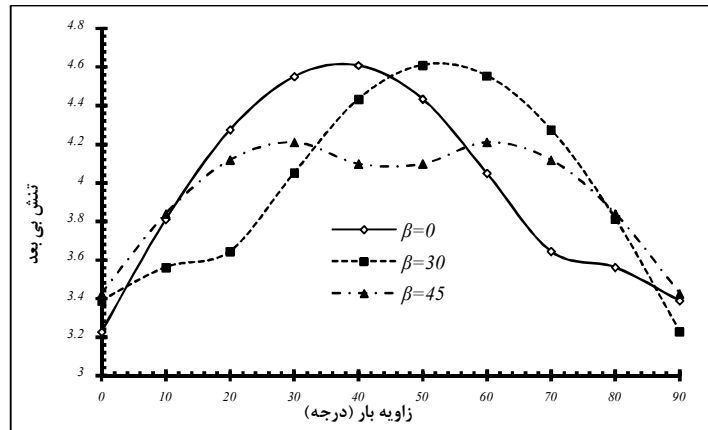


شکل ۳-۲۷ بررسی تغییرات تنش بی بعد برای چیدمان لایه‌ای $S_3 [0 / 0 / -30]$ برحسب زاویه اعمال بار در زوایای چرخش مختلف (گرافیت/اپوکسی)

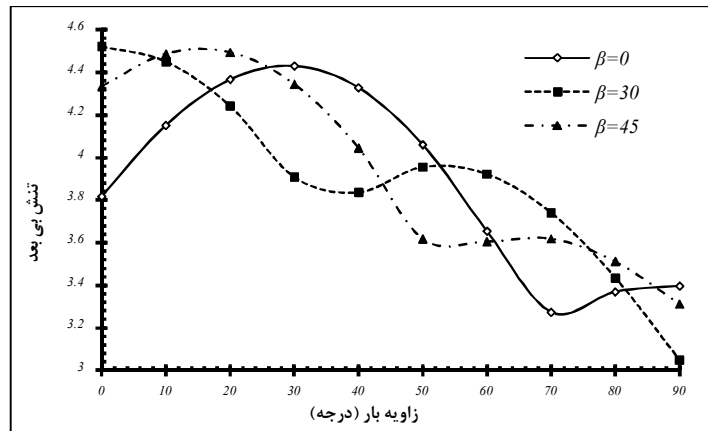
در شکل‌های (۳-۲۸) تا (۳-۳۰) به بررسی تغییرات تنش بی بعد برحسب زاویه بار در زوایای چرخش مختلف برای ماده شیشه/اپوکسی پرداخته شده است. از این شکل‌ها به وضوح نتیجه گرفته می‌شود که برای تمامی چیدمان‌ها، مقدار و موقعیت تنش بی بعد بیشینه با تغییر زاویه چرخش، تغییر می‌کند. برای مثال با توجه به شکل (۳-۲۸)، برای چیدمان لایه‌ای $S_3 [0 / 90]$ ، مقدار کمترین تنش بی بعد مربوط به زاویه چرخش ۳۰ درجه $3/21$ بوده که در زاویه بار ۴۰ درجه اتفاق می‌افتد حال آنکه برای زاویه چرخش ۴۵ درجه این مقدار $3/48$ است که در زاویه بار ۴۵ درجه رخ می‌دهد.



شکل ۳-۲۸ بررسی تغییرات تنش بی بعد برای چیدمان $S_3 [0 / 90]$ برحسب زاویه اعمال بار در زوایای چرخش مختلف (شیشه/اپوکسی)



شکل ۳-۲۹ بررسی تغییرات تنش بی بعد برای چیدمان لایه‌ای $[45 / -45]_s$ برحسب زاویه اعمال بار در زوایای چرخش مختلف (شیشه/اپوکسی)



شکل ۳-۳۰ بررسی تغییرات تنش بی بعد برای چیدمان لایه‌ای $[30 / 0 / -30]_s$ برحسب زاویه اعمال بار در زوایای چرخش مختلف (شیشه/اپوکسی)

در صورتی که برای چیدمان $[45 / -45]_s$ کمترین تنش بی بعد برای هر سه منحنی در زوایای بار صفر و ۹۰ درجه اتفاق می افتد البته مقدار این تنش با یکدیگر متفاوت می باشد. همچنین در چیدمان $[30 / 0 / -30]_s$ برای دو منحنی مربوط به زاویه چرخش گشودگی ۳۰ و ۴۵ درجه زاویه بار ۹۰ درجه باعث به وجود آمدن کمترین تنش بی بعد در اطراف گشودگی می شوند. مقدار این تنش به ترتیب برابر $3/07$ و $3/34$ می باشد. در حالی که برای زاویه چرخش گشودگی صفر درجه این مقدار برابر با $3/26$ بوده و در زاویه بار ۷۰ درجه اتفاق می افتد.

بررسی تغییرات توزیع تنش اطراف گشودگی مثلثی برحسب زاویه بار (α) برای هر یک از زوایای

چرخش گشودگی (β) ارائه شده در اشکال مذکور، نشان می‌دهد که کمترین میزان تمرکز تنش برای هر یک از انواع چیدمان‌ها زمانی حاصل می‌شود که زوایای بار و چرخش گشودگی در حالت بهینه، مطابق آنچه در جداول (۱-۳) و (۲-۳) ارائه شده است، قرار داشته باشند.

جدول ۱-۳ مقادیر بهینه پارامترهای موردبررسی برای چیدمان‌های مختلف ماده گرافیت/پوکسی

تنش مطلوب	زاویه چرخش گشودگی (درجه)	زاویه بار (درجه)	نوع چیدمان
۳/۷۳	۱۰	۵۰	[۰ / ۹۰] _s
	۸۰	۴۰	
۳/۶۴	۳۰ و ۹۰	۰	[۴۵ / -۴۵] _s
	۰ و ۶۰	۹۰	
۲/۷۸	۰	۹۰	[۳۰ / ۰ / -۳۰] _s
	۶۰	۹۰	

جدول ۲-۳ مقادیر بهینه پارامترهای موردبررسی برای چیدمان‌های مختلف ماده شیشه/پوکسی

تنش مطلوب	زاویه چرخش گشودگی (درجه)	زاویه بار (درجه)	نوع چیدمان
۳/۲	۶۰ و ۰	۵۰	[۰ / ۹۰] _s
	۹۰ و ۳۰	۴۰	
۳/۲۲	۳۰ و ۹۰	۰	[۴۵ / -۴۵] _s
	۰ و ۶۰	۹۰	
۳/۰۴	۹۰ و ۳۰	۹۰	[۳۰ / ۰ / -۳۰] _s

همان‌طور که قبلاً اشاره شد، جداول (۱-۳) و (۲-۳) بیانگر مقادیری از زوایای بار و چرخش گشودگی است که تنش بی‌بعد را برای چیدمان‌های خاصی در حالت بهینه قرار می‌دهد. به عبارتی با انتخاب این مقادیر برای پارامترهای مذکور، تنش بی‌بعد مقدار کمینه خود را برای هر نوع چیدمان دارا خواهد بود. باید توجه داشت که نتایج فوق برای $w=0/1$ و $C=1$ می‌باشند.

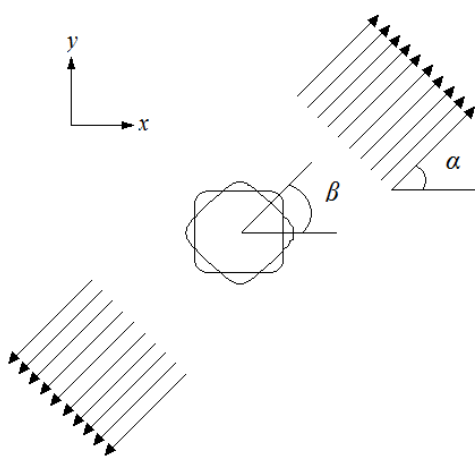
فصل ۴

تحلیل تنش اطراف گشودگی شبه مستطیلی

۴-۱ مقدمه

صفحه مطالعه شده در این بخش یک چندلایه کامپوزیتی متقارن است. صفحه دارای گشودگی چهارضلعی بوده و ابعاد آن در مقابل اندازه گشودگی چنان است که بتوان صفحه را بی‌نهایت فرض کرد. مطابق شکل (۴-۱) صفحه در بی‌نهایت تحت بارگذاری کششی با زاویه (α) نسبت به محور X قرار دارد.

همچنین زاویه چرخش گشودگی که بیانگر نحوه قرارگیری آن نسبت به افق است، با β نمایش داده شده است. صفحه مفروض دارای رفتار الاستیک خطی بوده و با توجه به شرایط مرزی تنها تنش ایجادشده در مرز گشودگی σ_θ است.



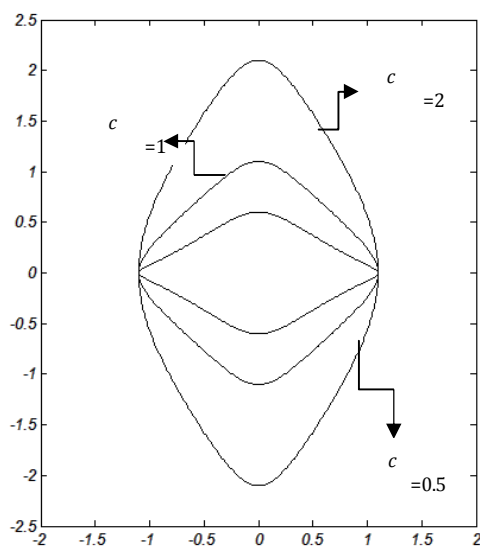
شکل ۴-۱ نمایی از هندسه گشودگی و بارگذاری آن

با توجه به نامحدود بودن صفحه نسبت بزرگ‌ترین ضلع گشودگی به ابعاد صفحه در حل عددی کمتر از ۰/۰۵ در نظر گرفته می‌شود. فرض می‌شود گشودگی در مرکز صفحه قرار گرفته و گشودگی عاری از هرگونه بار خارجی است؛ یعنی در مرز گشودگی $\sigma_r = \tau_{r\theta} = 0$ است.

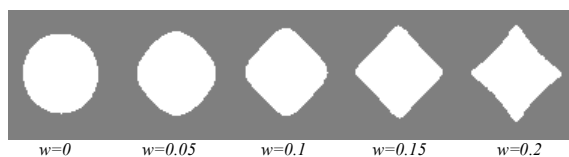
صفحه مورد بررسی در این تحقیق از جنس ماده گرافیت/اپوکسی و شیشه/اپوکسی بوده که خواص این مواد در جدول (۱-۱) ارائه شده است.

در این بخش سعی می‌شود تا تأثیر پارامترهایی همچون زاویه بار (α)، زاویه چرخش گشودگی (β)، انحنا گشودگی (W) و همچنین تأثیر زاویه الیاف بر توزیع تنش اطراف گشودگی مثلی مورد بررسی قرار گیرد. هدف مطالعه روند تغییرات این تنش با تغییر در پارامترهایی مانند زاویه بار، انحنا گشودگی و زاویه چرخش گشودگی است.

اشکال (۲-۴) و (۳-۴) تأثیر پارامترهای W و C را به ترتیب بر روی انحنا گشودگی و میزان کشیدگی گشودگی نشان می‌دهند. همان‌طور که در شکل (۳-۴) مشاهده می‌شود با تغییر W از مقدار $0/2$ تا صفر از انحنا گشودگی کاسته شده تا در نهایت به شکل دایره تبدیل شود. انحنا گشودگی (W) یکی از پارامترهای مهم و تأثیرگذار بر توزیع تنش اطراف گشودگی چهارضلعی است که در این تحقیق تأثیر این پارامتر بررسی می‌شود. در مطالعات قبلی تأثیر این پارامتر توسط محققین کمتر مورد توجه قرار گرفته است.



شکل ۲-۴ تأثیر پارامتر C بر هندسه گشودگی

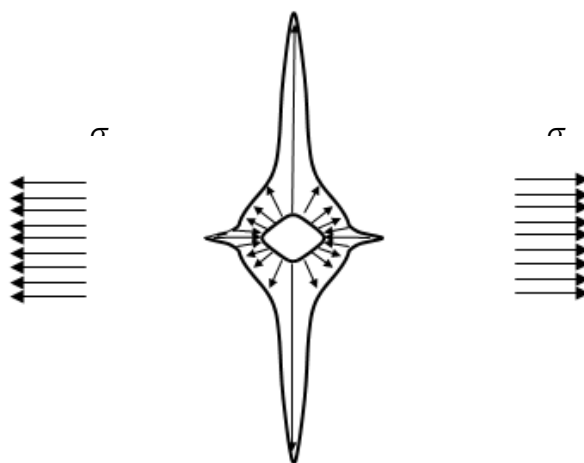


شکل ۳-۴ تأثیر پارامتر W بر هندسه گشودگی برای $C=1$

تغییر در پارامتر C نیز موجب کشیده شدن گشودگی در راستای محور Y می‌شود. همان‌طور که در شکل (۲-۴) ملاحظه می‌شود هرچه C بیشتر شود گشودگی در راستای عمودی کشیده می‌شود و با کاهش آن عکس این قضیه اتفاق می‌افتد.

۲-۴ بررسی درستی جواب‌ها

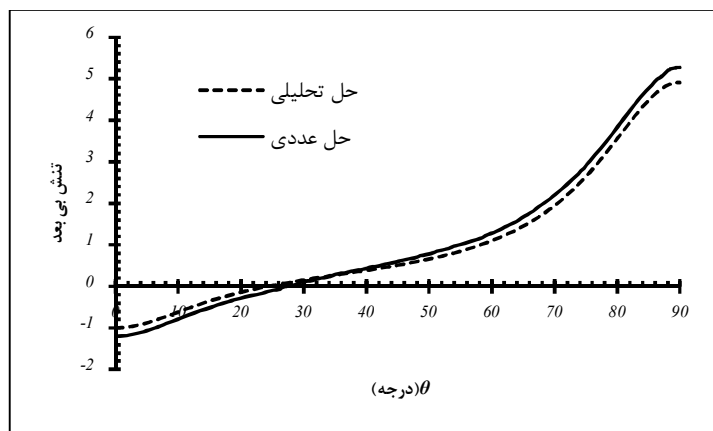
برای راستی آزمایشی نتایج حاصل از حل تحلیلی از روش اجزای محدود (نرم‌افزار آباکوس) استفاده شده است. برای این منظور مدلی از مسأله حاوی گشودگی مربعی برای ماده گرافیت/اپوکسی با چیدمان لایه‌ای $[0 / 90]_s$ تحت بارگذاری کششی در نرم‌افزار آباکوس ایجاد و نتایج حاصل از آن با نتایج به‌دست‌آمده از حل تحلیلی ارائه‌شده در این تحقیق مقایسه شده است. همان‌طور که در شکل (۴-۴) دیده می‌شود زمانی که بارگذاری در جهت افق می‌باشد ($\alpha=0$)، بیشترین مقدار تنش در گوشه‌هایی از گشودگی که با جهت بارگذاری زاویه 90° درجه می‌سازند اتفاق می‌افتد. لازم به توضیح است که در این شکل $w=0.1$ و $c=1$ است.



شکل ۴-۴ توزیع تنش اطراف گشودگی مربعی تحت بارگذاری تک‌محوره افقی

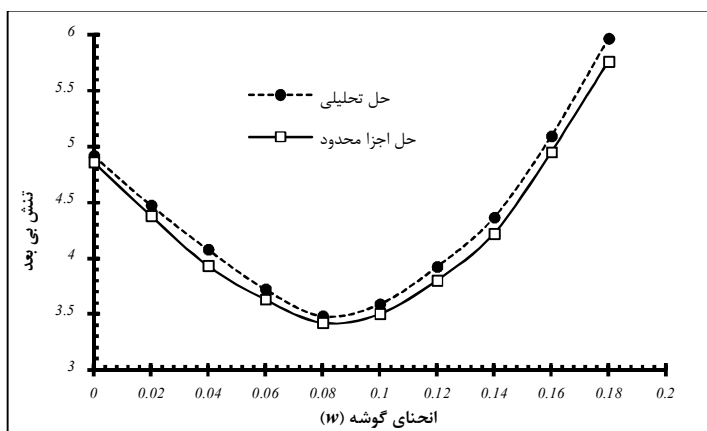
نتایج ارائه‌شده در شکل (۵-۴) برای $w=0.1$ و $c=1$ و برای ماده گرافیت/اپوکسی است. مطابق این شکل تطابق خوبی بین حل عددی و حل تحلیلی حاضر دیده می‌شود. منظور از تنش بی‌بعد در این

شکل و در دیگر نتایج ارائه شده در این تحقیق، بیشترین تنش محیطی (σ_θ) ایجاد شده در اطراف گشودگی به تنش اعمالی می باشد.



شکل ۴-۵ مقایسه تنش اطراف گشودگی مربعی از دو روش حل تحلیلی و اجزای محدود

در شکل (۴-۶) برای چیدمان $S_{[0 / 90]}$ ، تغییرات تنش بی بعد برحسب انحنای مختلف گوشه گشودگی از دو روش اجزای محدود و حل تحلیلی حاضر مورد بررسی قرار گرفته است. زاویه چرخش گشودگی در این حالت ۴۵ درجه می باشد. این مقایسه برای ماده کامپوزیتی گرافیت/اپوکسی انجام شده است. نزدیکی نتایج دو روش تأکیدی بر درستی حل تحلیلی حاضر است.



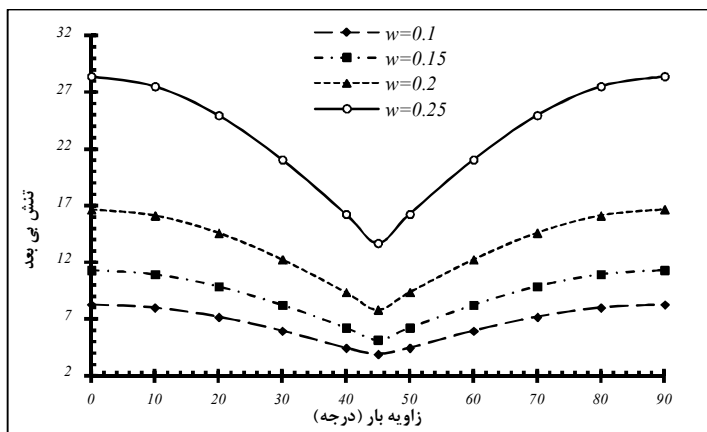
شکل ۴-۶ مقایسه تنش بی بعد اطراف گشودگی شبه مربعی برای ماده گرافیت/اپوکسی $S_{[0 / 90]}$ برحسب w از دو روش حل تحلیلی و اجزای محدود

۳-۴ نتایج

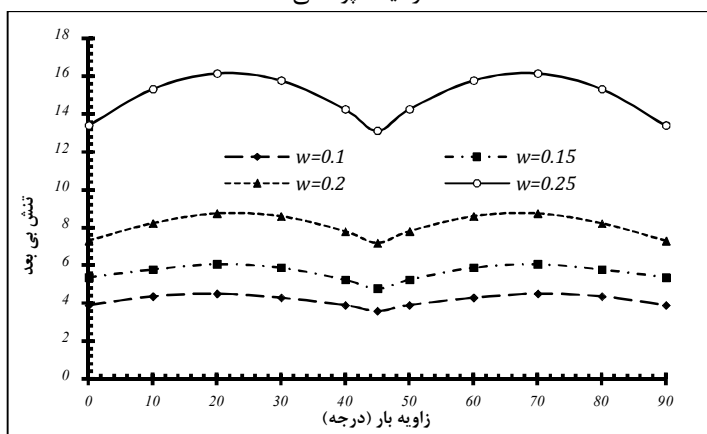
در این بخش، به بررسی تأثیر پارامترهای مختلف همچون زاویه بار (α) ، زاویه چرخش گشودگی (β) ، انحنای گوشه گشودگی (w) ، نسبت طول به عرض (c) و همچنین تأثیر نحوه چیدمان لایه‌ها، بر روی توزیع تنش اطراف گشودگی شبه مستطیلی پرداخته می‌شود. برای این منظور از کامپوزیت‌های گرافیت/اپوکسی و شیشه/اپوکسی که خواص مکانیکی آن‌ها در جدول ۱ ارائه شده، استفاده شده است.

۳-۴-۱ تأثیر انحنای گوشه (w) و کشیدگی (c) گشودگی بر حسب تغییرات زاویه بار (α)

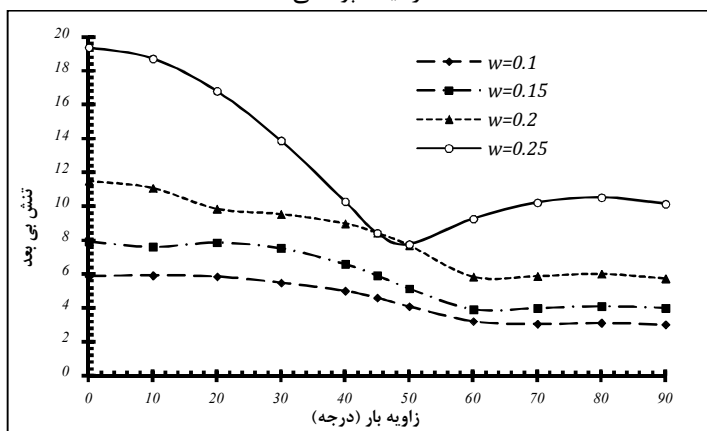
نتایج ارائه شده در این بخش برای زاویه چرخش گشودگی صفر درجه می‌باشد. همان‌طور که در شکل‌های (۷-۴) تا (۹-۴) برای ماده گرافیت/اپوکسی دیده می‌شود؛ تغییر تنش بی‌بعد با زاویه بار، در w های مختلف به شدت به نحوه چیدمان لایه‌ها وابسته است. مثلاً در مورد چیدمان $s[0 / 90]$ ، کمترین تنش ممکن در زاویه بار ۴۵ درجه اتفاق می‌افتد. حال آنکه برای چیدمان $s[45 / -45]$ ، کمترین تنش ممکن در زوایای بار صفر، ۴۵ و ۹۰ درجه رخ می‌دهد. برای چیدمان $s[30 / 0 / -30]$ ، رفتار کاملاً متفاوت است و با تغییر w مقدار و زاویه باری که کمترین تنش ممکن اتفاق می‌افتد؛ تغییر می‌کند. زاویه باری که تحت آن بیشترین تنش ممکن در w های مختلف رخ می‌دهد نیز در چیدمان‌های مختلف، متفاوت است. برای چیدمان $s[0 / 90]$ ، این زاویه در w های مختلف یکسان است. اگرچه مقدار بیشترین تنش به شدت به w وابسته است. این رفتار برای چیدمان $s[45 / -45]$ نیز دیده می‌شود. ولی زاویه باری که این تنش تحت آن اتفاق می‌افتد برای چیدمان $s[0 / 90]$ ، صفر یا ۹۰ درجه است و برای چیدمان $s[45 / -45]$ ، $22/5$ یا $67/5$ درجه است. برای چیدمان $s[30 / 0 / -30]$ ، رفتار تغییر تنش بی‌بعد با زاویه بار بسیار با دیگر چیدمان‌ها متفاوت است؛ ولی در این مورد نیز بیشترین تنش ممکن برای w های مختلف در زاویه صفر درجه رخ می‌دهد.



شکل ۷-۴ بررسی تغییرات تنش بی بعد برای چیدمان $S [0 / 90]$ برحسب زاویه اعمال بار در w های مختلف (گرافیت/اپوکسی)

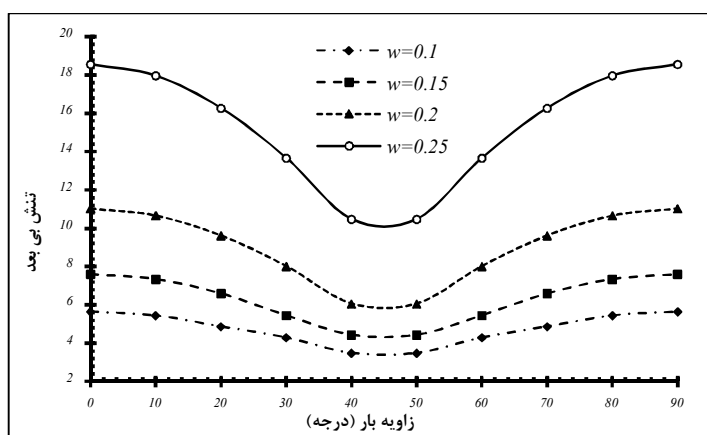


شکل ۸-۴ بررسی تغییرات تنش بی بعد برای چیدمان $S [45 / -45]$ برحسب زاویه اعمال بار در w های مختلف (گرافیت/اپوکسی)

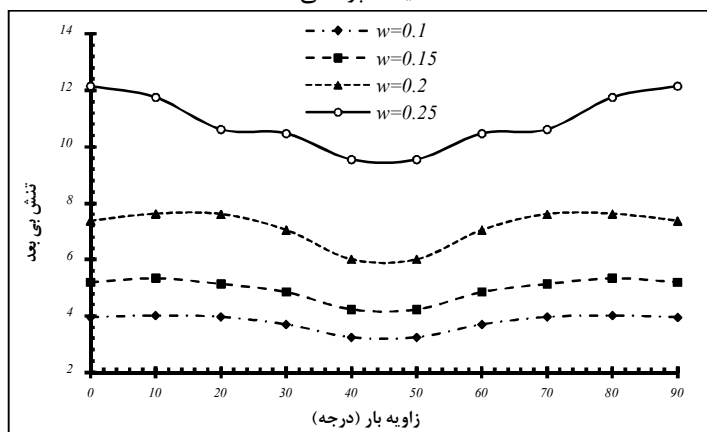


شکل ۹-۴ بررسی تغییرات تنش بی بعد برای چیدمان $S [30 / 0 / -30]$ برحسب زاویه اعمال بار در w های مختلف (گرافیت/اپوکسی)

همین نتایج را نیز می‌توان برای ماده شیشه/اپوکسی به‌دست آورد. همان‌طور که اشکال (۴-۱۰) تا (۴-۱۲) مشخص است همانند ماده گرافیت/اپوکسی زمانی که زاویه چرخش گشودگی صفر باشد، برای هر سه نوع چیدمان کمترین تمرکز تنش اطراف گشودگی مربعی، زمانی حاصل می‌شود که w کمترین مقدار خود را داشته باشد. با توجه به هر نمودار می‌توان زوایای مربوط به کمترین و بیشترین تنش بی‌بعد را به‌دست آورد. به‌طور مثال در چیدمان $[0 / 90]_s$ رفتاری نظیر ماده گرافیت/اپوکسی دارد در اینجا نیز کمترین تنش ممکن در زاویه بار ۴۵ درجه اتفاق می‌افتد.

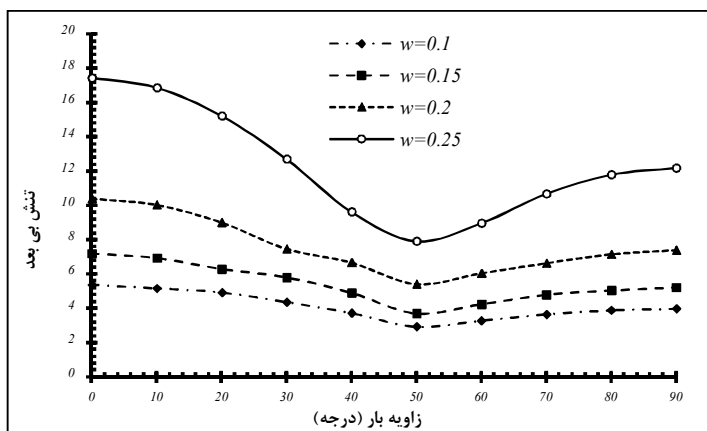


شکل ۴-۱۰ بررسی تغییرات تنش بی‌بعد برای چیدمان $[0 / 90]_s$ برحسب زاویه اعمال بار در w های مختلف (شیشه/اپوکسی)



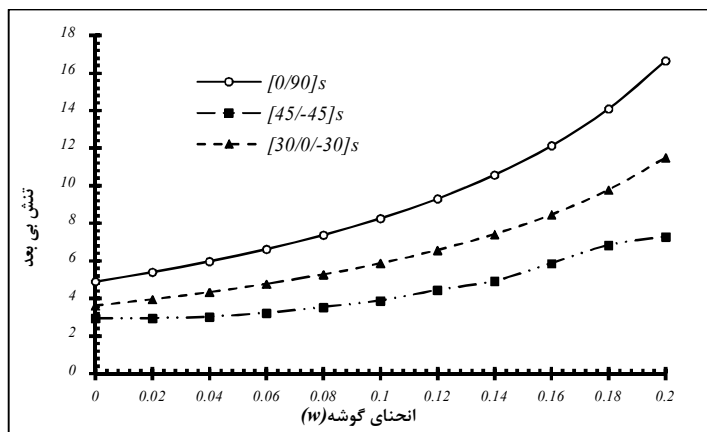
شکل ۴-۱۱ بررسی تغییرات تنش بی‌بعد برای چیدمان $[45 / -45]_s$ برحسب زاویه اعمال بار در w های مختلف (شیشه/اپوکسی)

در صورتی که برای چیدمان $S_{[45/-45]}$ این رفتار در مقایسه با ماده گرافیت/اپوکسی متفاوت است. در این حالت نیز همانند چیدمان $S_{[0/90]}$ کمترین تنش ممکن در زاویه بار ۴۵ رخ می‌دهد. این در حالی است که برای هر سه نوع چیدمان مقدار بیشترین تنش در زاویه بار صفر درجه اتفاق می‌افتد. البته برای چیدمان‌های $S_{[0/90]}$ و $S_{[45/-45]}$ به علت تقارن این مقدار در ۹۰ درجه نیز رخ می‌دهد.

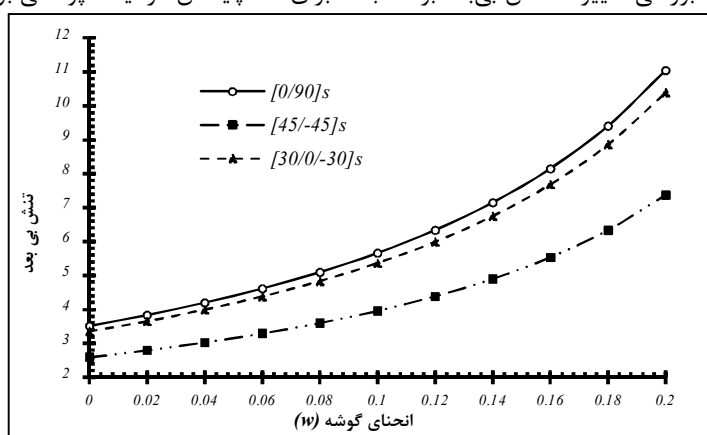


شکل ۴-۱۲ بررسی تغییرات تنش بی‌بعد برای چیدمان $S_{[30/0/-30]}$ برحسب زاویه اعمال بار در w های مختلف (شیشه/اپوکسی)

در شکل‌های (۴-۱۳) و (۴-۱۴) برای چیدمان‌های مختلف، تغییر تنش بی‌بعد برحسب w نشان داده شده است. نتایج ارائه شده در این شکل‌ها برای زوایای بار و چرخش صفر درجه است. شکل (۴-۱۳) تغییرات تنش را برای ماده گرافیت/اپوکسی و شکل (۴-۱۴) این تغییرات را برای ماده شیشه/اپوکسی نشان می‌دهد. همان‌طور که انتظار می‌رود با کاهش w و نرم‌تر شدن انحنای گوشه گشودگی مقدار تنش بی‌بعد برای هر دو ماده و برای همه چیدمان‌های لایه‌ای کاهش می‌یابد تا جایی که برای $w=0$ که گشودگی شبه مربعی شکل خود را از دست داده و به دایره تبدیل می‌شود؛ کمترین مقدار تنش بی‌بعد برای تمامی چیدمان‌ها پیش می‌آید. باید توجه داشت که این در شرایطی است که گشودگی در حالت $\beta=0$ قرار داشته باشد. به عبارتی این نتیجه برای تمامی زوایای چرخش صادق نیست و در برخی زوایا که بعداً توضیح داده خواهد شد کمترین تنش بی‌بعد در $w=0$ اتفاق نمی‌افتد. با افزایش مقدار w مقدار تنش بی‌بعد با شیب ملایمی افزایش می‌یابد.



شکل ۴-۱۳ بررسی تغییرات تنش بی‌بعد بر حسب W برای سه چیدمان گرافیت/اپوکسی برای $C=1$

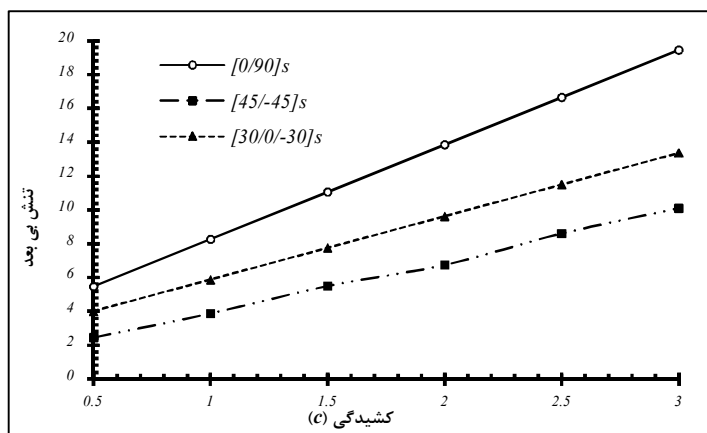


شکل ۴-۱۴ بررسی تغییرات تنش بی‌بعد بر حسب W برای سه چیدمان شیشه/اپوکسی برای $C=1$

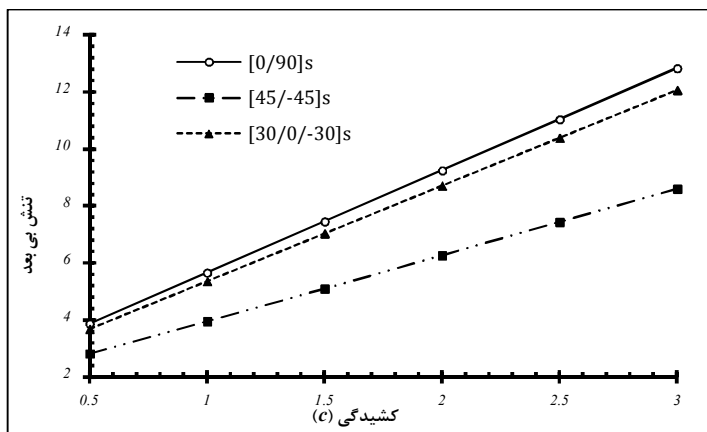
همین بررسی را می‌توان برای تغییرات C نیز مورد مطالعه قرار داد. مطابق شکل‌های (۴-۱۵) و (۴-۱۶)

(۱۶) تغییر مقدار تنش بی‌بعد با تغییرات C رابطه تقریباً خطی داشته و افزایش یا کاهش این پارامتر به

ترتیب موجب افزایش و یا کاهش تنش بی‌بعد خواهد شد.

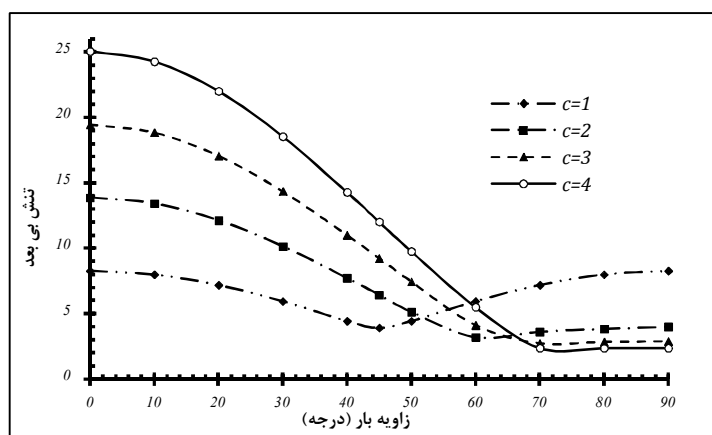


شکل ۴-۱۵ بررسی تغییرات تنش بی‌بعد بر حسب C برای سه چیدمان ماده گرافیت/اپوکسی برای $W=0.1$



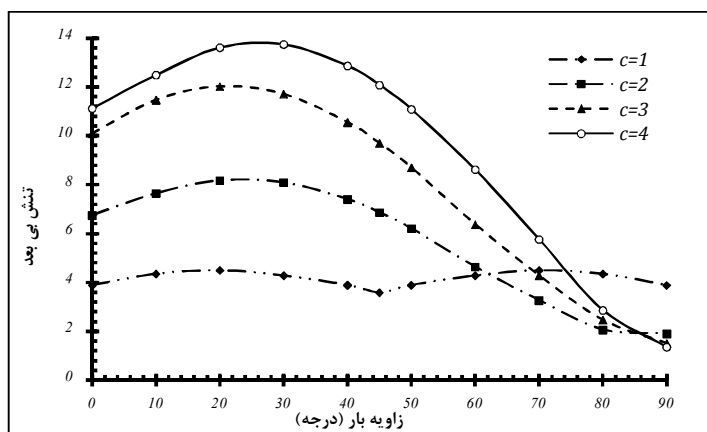
شکل ۴-۱۶ بررسی تغییرات تنش بی بعد بر حسب C برای سه چیدمان ماده شیشه/اپوکسی برای $w=0/1$

مطابق آنچه در شکل‌های (۴-۱۷) تا (۴-۱۹) دیده می‌شود؛ تغییرات تنش بی بعد بر حسب زاویه بار در C های مختلف و برای $w=0/1$ ، رفتار نامنظم‌تری دارد. نتایج این شکل‌ها برای ماده گرافیت/اپوکسی می‌باشد. برای تمامی چیدمان‌ها و در C های مختلف، در زاویه بار خاصی تنش بی بعد کمترین مقدار است. کمترین تنش بی بعد برای چیدمان‌های مختلف، با تغییر C ، تغییر می‌کند. همان‌طور که قبلاً نیز اشاره شد؛ کاهش مقدار تنش بی بعد با کاهش مقدار C ، در چیدمان‌های مختلف، بستگی به زاویه بار هم دارد. در زوایای بار خاصی با کاهش C ، مقدار تنش بی بعد کاهش می‌یابد و برای بعضی دیگر از زوایای بار مانند زاویه بار ۹۰ درجه، این رفتار کاملاً متفاوت است.

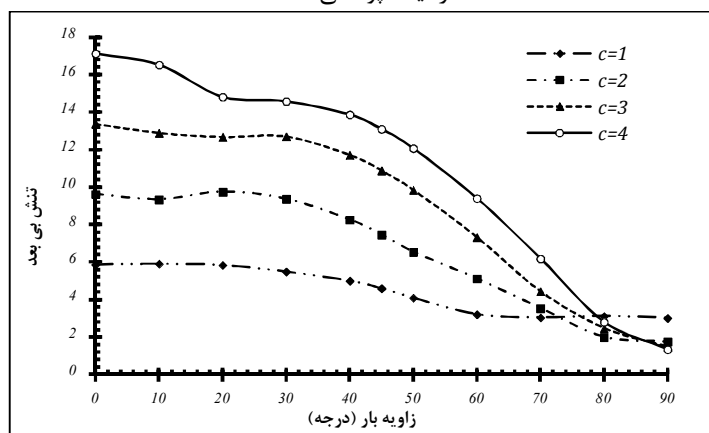


شکل ۴-۱۷ بررسی تغییرات تنش بی بعد برای چیدمان $[0/90]_s$ بر حسب زاویه اعمال بار در C های مختلف (گرافیت/اپوکسی)

تغییرات بیشترین تنش بی‌بعد، رفتار منظم‌تری دارد. برای همه چیدمان‌ها این تنش با کاهش c ، کاهش می‌یابد. در مورد چیدمان‌های $s [0 / 90]$ و $s [30 / 0 / -30]$ ، بیشترین تنش بی‌بعد برای تمامی c ها، در زاویه بار صفر درجه رخ می‌دهد و برای چیدمان $s [45 / -45]$ برای c های مختلف، در زاویه بار $22/5^\circ$ اتفاق می‌افتد.

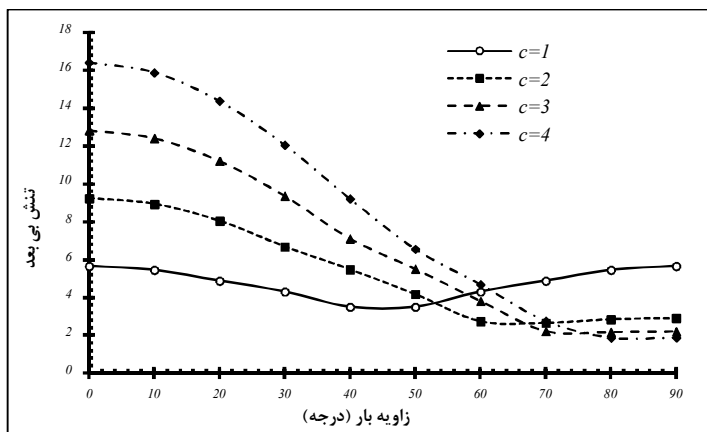


شکل ۴-۱۸ بررسی تغییرات تنش بی‌بعد برای چیدمان $s [45 / -45]$ برحسب زاویه اعمال بار در c های مختلف (گرافیت/اپوکسی)

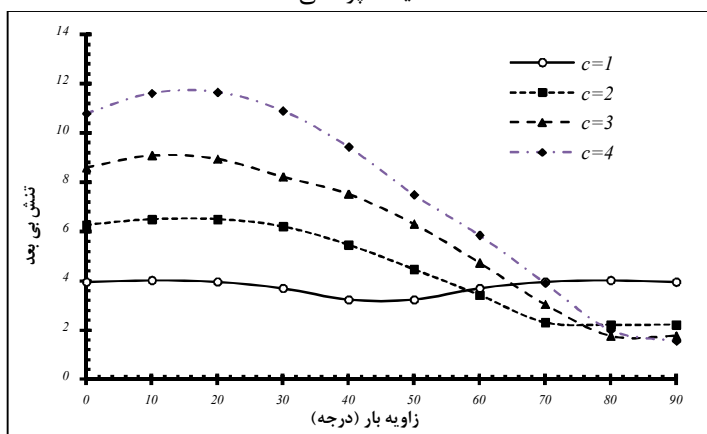


شکل ۴-۱۹ بررسی تغییرات تنش بی‌بعد برای چیدمان $s [30 / 0 / -30]$ برحسب زاویه اعمال بار در c های مختلف (گرافیت/اپوکسی)

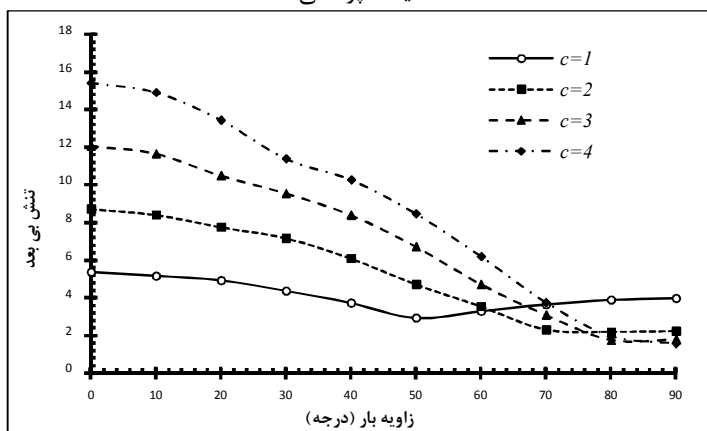
همان‌طور که در اشکال (۴-۲۰) تا (۴-۲۲) مشخص است رفتار ماده شیشه/اپوکسی نسبت به تغییرات c مشابه ماده گرافیت/اپوکسی می‌باشد به‌نحوی که در برخی زوایای بار با کاهش مقدار آن از مقدار تنش بی‌بعد کاسته شده و در برخی دیگر عکس این اتفاق می‌افتد و این زاویه هرچه به 90° درجه نزدیک‌تر باشد کاهش تنش بی‌بعد با افزایش c بیشتر می‌شود.



شکل ۴-۲۰ بررسی تغییرات تنش بی بعد برای چیدمان $S_{[0 / 90]}$ برحسب زاویه اعمال بار در C های مختلف (شیشه/پوکسی)



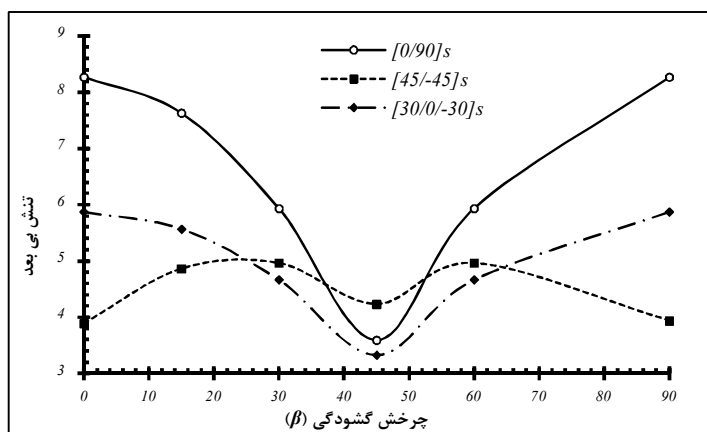
شکل ۴-۲۱ بررسی تغییرات تنش بی بعد برای چیدمان $S_{[45 / -45]}$ برحسب زاویه اعمال بار در C های مختلف (شیشه/پوکسی)



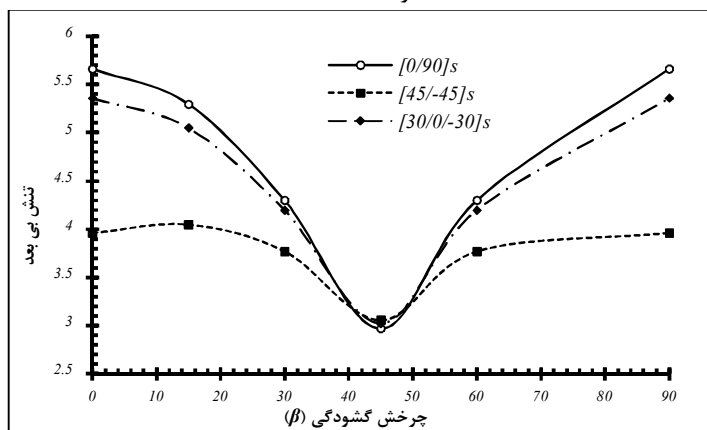
شکل ۴-۲۲ بررسی تغییرات تنش بی بعد برای چیدمان $S_{[30 / 0 / -30]}$ برحسب زاویه اعمال بار در C های مختلف (شیشه/پوکسی)

۲-۳-۴ تأثیر زاویه چرخش گشودگی (β)

در این قسمت سعی می‌شود برای زاویه بار صفر درجه و w و c مشخصی به بررسی تأثیر زاویه چرخش گشودگی پرداخته شود. شکل‌های (۲۳-۴) و (۲۴-۴) به ترتیب برای کامپوزیت‌های گرافیت/اپوکسی و شیشه/اپوکسی، تغییرات تنش بی‌بعد برحسب زاویه چرخش گشودگی برای $w=0/1$ و $c=1$ را نشان می‌دهد. با توجه به نتایج حاصل از این شکل‌ها به وضوح دیده می‌شود که برای گرافیت/اپوکسی در زاویه چرخش ۴۵ درجه مقدار تنش بی‌بعد برای چیدمان‌های $[0/90]_s$ و $[30/0/-30]_s$ ، کمترین مقدار ممکن است. زاویه چرخش مربوط به کمترین تنش بی‌بعد برای چیدمان $[45/-45]_s$ ، صفر یا ۹۰ درجه است.



شکل ۲۳-۴ بررسی تغییرات تنش بی‌بعد برحسب چرخش گشودگی برای سه چیدمان ماده گرافیت/اپوکسی برای $c=1$ و $w=0/1$

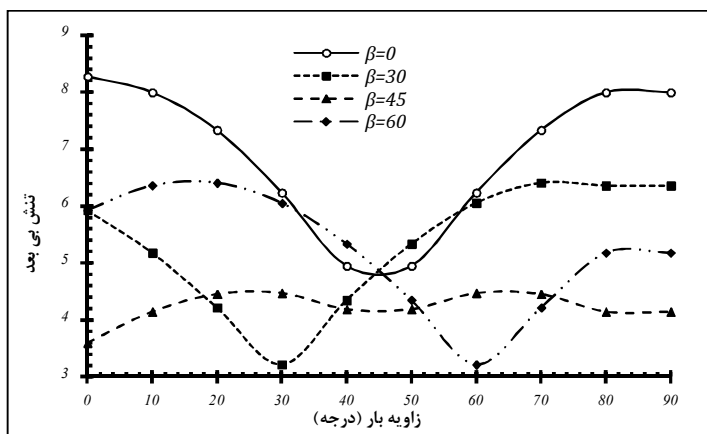


شکل ۲۴-۴ بررسی تغییرات تنش بی‌بعد برحسب چرخش گشودگی برای سه چیدمان ماده شیشه/اپوکسی برای $c=1$ و $w=0/1$

در مورد شیشه/اپوکسی مطابق شکل (۴-۲۴) برای هر سه چیدمان، زاویه چرخشی که تحت آن کمترین تنش بی‌بعد حاصل می‌شود؛ ۴۵ درجه است.

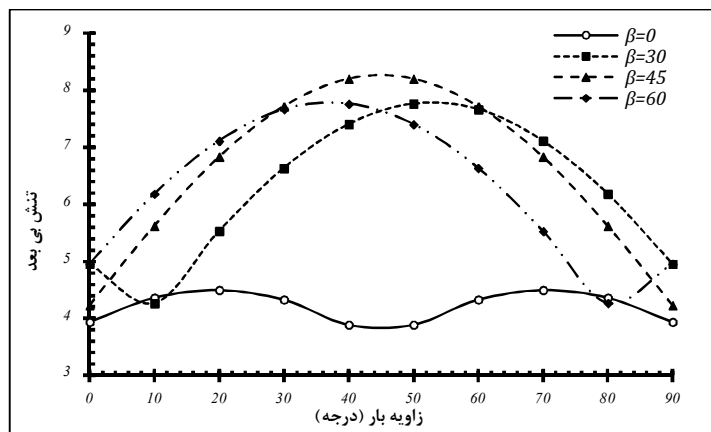
۳ تأثیر زاویه چرخش گشودگی (β) و زاویه بار (α)

با توجه به نتایج حاصل از بخش قبل، زاویه چرخش گشودگی یکی از پارامترهای مؤثر بر توزیع تنش اطراف گشودگی می‌باشد. لذا در این قسمت سعی می‌شود تا به بررسی تأثیر پارامترهای مختلف مانند زاویه بار و β در کنار زاویه چرخش گشودگی پرداخته شود. در شکل‌های (۴-۲۵) تا (۴-۲۷) به بررسی تغییرات تنش بی‌بعد برحسب زاویه بار در زوایای چرخش مختلف پرداخته شده است. مقایسه منحنی‌های مختلف برای چیدمان‌های مورد بحث در هریک از شکل‌های مذکور گویای تأثیر بسزای این پارامتر بر مقدار تنش بی‌بعد است. از این شکل‌ها به وضوح نتیجه گرفته می‌شود که برای تمامی چیدمان‌ها، مقدار و موقعیت تنش بی‌بعد بیشینه با تغییر زاویه چرخش، تغییر می‌کند. برای مثال با توجه به شکل (۴-۲۵)، برای چیدمان لایه‌ای $[0 / 90]_s$ ، مقدار کمترین تنش بی‌بعد مربوط به زاویه چرخش ۴۵ درجه ۳/۵۹ بوده که در زاویه بار صفر درجه اتفاق می‌افتد حال آنکه برای زاویه چرخش ۶۰ درجه این مقدار ۳/۲۱ است که در زاویه بار ۶۰ درجه رخ می‌دهد.

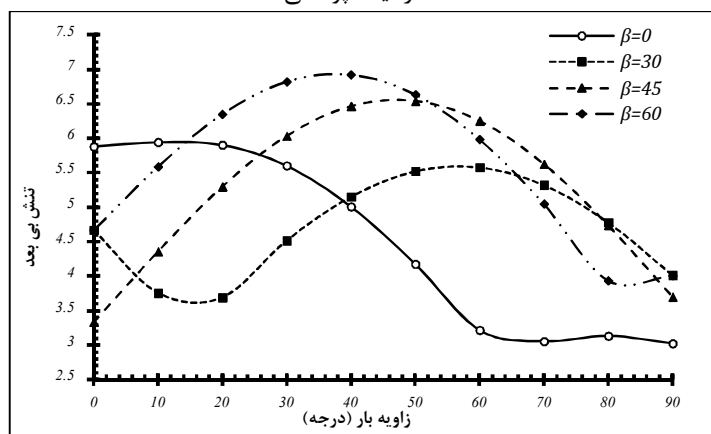


شکل ۴-۲۵ بررسی تغییرات تنش بی‌بعد برای چیدمان $[0 / 90]_s$ برحسب زاویه اعمال بار در زوایای چرخش مختلف (گرافیت/اپوکسی)

برای دیگر چیدمان‌ها نیز با توجه به شکل‌های (۴-۲۶) و (۴-۲۷) این رفتار دیده می‌شود. نتایجی که در این قسمت آورده شده است مربوط به ماده گرافیت/اپوکسی است.

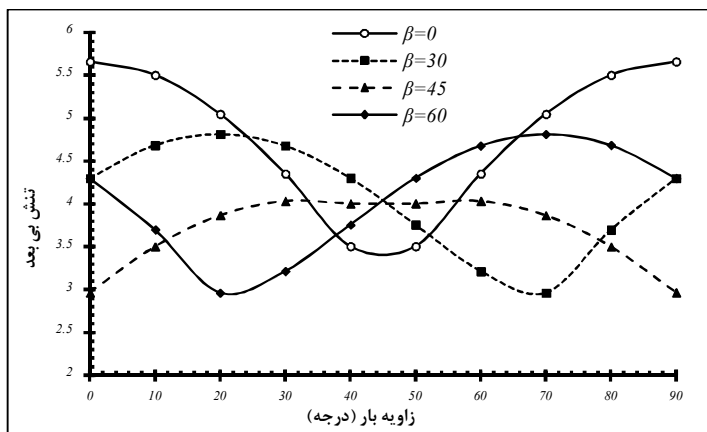


شکل ۴-۲۶ بررسی تغییرات تنش بی بعد برای چیدمان لایه‌ای $S_{[45/-45]}$ برحسب زاویه اعمال بار در زوایای چرخش مختلف (گرافیت/اپوکسی)

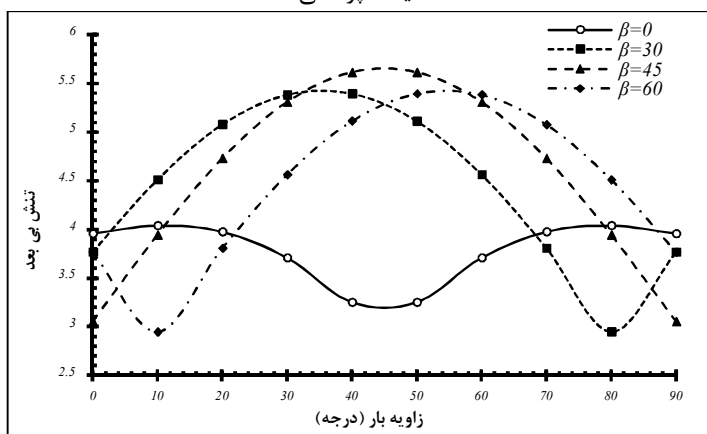


شکل ۴-۲۷ بررسی تغییرات تنش بی بعد برای چیدمان لایه‌ای $S_{[30/0/0/30]}$ برحسب زاویه اعمال بار در زوایای چرخش مختلف (گرافیت/اپوکسی)

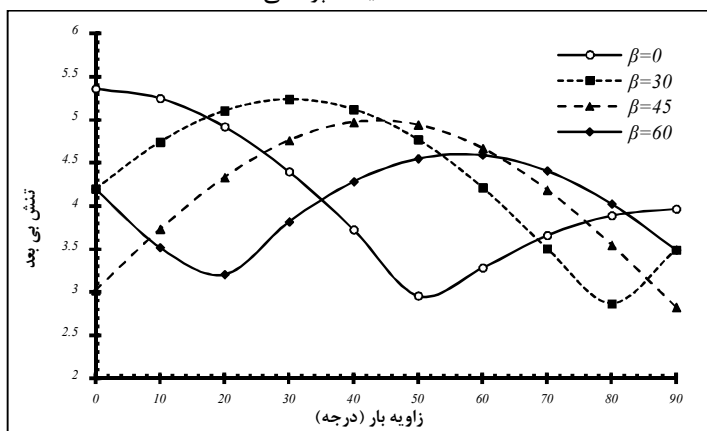
در شکل‌های (۴-۲۸) تا (۴-۳۰) این نتایج برای ماده شیشه/اپوکسی نیز مورد مطالعه قرار گرفته است. همان‌طور که در این اشکال مشخص است نمی‌توان به‌طور دقیق مشخص کرد که کدام‌یک از زوایای چرخش گشودگی بهترین نتیجه را برای تنش بی بعد ارائه می‌دهد. به عبارتی با توجه به تغییرات زاویه بار هر یک از منحنی‌ها در برخی زوایا دارای حداقل مقدار می‌باشند. به‌عنوان مثال در شکل (۴-۲۸) برای منحنی مربوط به زاویه چرخش صفر درجه کمترین مقدار خود را در زاویه بار ۴۵ درجه خواهد داشت که مقدار آن برابر $3/38$ است و نقطه ماکزیمم این منحنی در زاویه بار صفر درجه با مقدار $5/67$ می‌باشد. حال آنکه برای زاویه چرخش ۳۰ درجه این مقدار $4/71$ است که در زاویه بار ۲۰ درجه رخ می‌دهد.



شکل ۴-۲۸ بررسی تغییرات تنش بی بعد برای چیدمان $[0 / 90]_s$ برحسب زاویه اعمال بار در زوایای چرخش مختلف (شیشه/پوکسی)

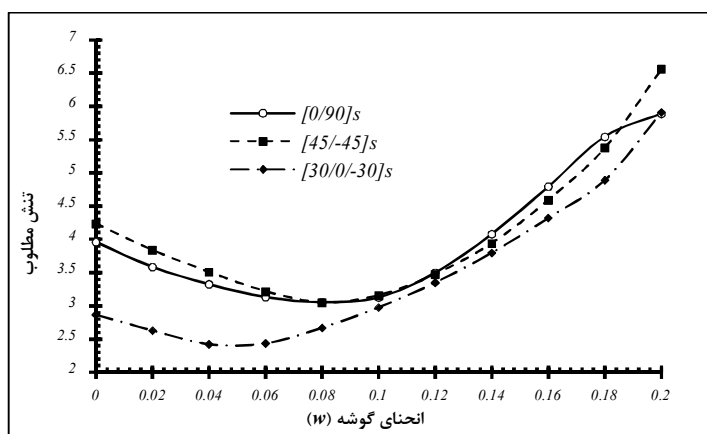


شکل ۴-۲۹ بررسی تغییرات تنش بی بعد برای چیدمان لایه‌ای $[45 / -45]_s$ برحسب زاویه اعمال بار در زوایای چرخش مختلف (شیشه/پوکسی)

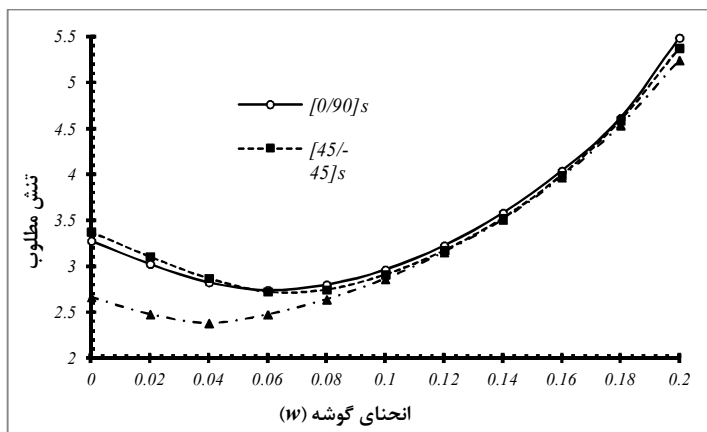


شکل ۴-۳۰ بررسی تغییرات تنش بی بعد برای چیدمان لایه‌ای $[30 / 0 / -30]_s$ برحسب زاویه اعمال بار در زوایای چرخش مختلف (شیشه/پوکسی)

در غالب مسائل طراحی، طراح به دنبال کمترین تنش ممکن ایجاد شده در سازه در اثر بارهای اعمالی است. همان طور که در شکل های (۴-۲۵) تا (۴-۳۰) دیده می شود؛ برای یک زاویه چرخش خاص، مقدار تنش بی بعد در زوایای بار مشخصی کمترین مقدار را دارد. این مقدار تنش بی بعد، تنش بی بعد مطلوب و یا به اختصار تنش مطلوب نام گذاری می شود. در مسائل طراحی هدف نزدیک شدن به شرایط مربوط به تنش مطلوب است؛ بنابراین در ادامه سعی می شود تغییرات تنش مطلوب بر حسب w های مختلف مورد بررسی قرار گیرد. اشکال (۴-۳۱) و (۴-۳۲) به ترتیب تغییرات تنش مطلوب را برای هر سه نوع چیدمان مختلف مواد گرافیت/اپوکسی و شیشه/اپوکسی بر حسب تغییرات w نشان می دهند. همان طور که در شکل (۴-۳۱) مشخص است، برخلاف نتایج حاصل از شکل های (۴-۱۳) و (۴-۱۴)، حالت بهینه پارامتر انحنای گوشه گشودگی در $w=0$ اتفاق نمی افتد بلکه برای چیدمان های $[0/90]_s$ و $[45/-45]_s$ در $w=0/08$ و برای چیدمان لایه های $[30/0/-30]_s$ در $w=0/04$ رخ می دهد. زوایای بار و چرخش متناظر با این حالت بهینه برای هر سه نوع چیدمان در جدول (۴-۱) آورده شده است. شکل (۴-۱۵) و جدول (۴-۲) نیز همین نتایج را برای ماده شیشه/اپوکسی ارائه می کنند. لازم به توضیح است که این نتایج برای حالت $C=1$ است.



شکل ۴-۳۱ بررسی تغییرات تنش بی بعد بر حسب انحنای گوشه گشودگی برای سه چیدمان گرافیت/اپوکسی برای $C=1$



شکل ۴-۳۲ بررسی تغییرات تنش بی‌بعد برحسب انحنای گوشه گشودگی برای سه چیدمان شیشه/اپوکسی برای $C=1$

همان‌طور که در شکل (۴-۳۲) ملاحظه می‌شود با ترسیم نمودار تغییرات تنش بی‌بعد برحسب انحنای گوشه گشودگی برای ماده شیشه/اپوکسی می‌توان دریافت که همانند ماده گرافیت/اپوکسی، در این ماده نیز برای گشودگی شبه‌مستطیلی کمترین تنش بی‌بعد در $w=0$ اتفاق نمی‌افتد بلکه با توجه به نوع چیدمان این مقدار متغیر است. به‌طوری‌که برای چیدمان‌های $[0/90]_s$ و $[30/0/-30]_s$ کمترین مقدار تنش بی‌بعد در $w=0.06$ و برای چیدمان این مقدار در $w=0.04$ رخ می‌دهد.

جدول ۴-۱ مقادیر بهینه پارامترهای مورد بررسی برای چیدمان‌های مختلف ماده گرافیت/اپوکسی

چیدمان لایه‌ای	زاویه بار (درجه)	زاویه چرخش گشودگی (درجه)	انحنای گوشه (w)	تنش مطلوب
$[0/90]_s$	۳۰	۶۰	۰/۰۸	۳/۰۸
$[45/-45]_s$	۷۰	۸۰	۰/۰۸	۳/۰۴
$[30/0/-30]_s$	۸۰	۸۰	۰/۰۴	۲/۴۲

جدول ۴-۲ مقادیر بهینه پارامترهای مورد بررسی برای چیدمان‌های مختلف ماده شیشه/اپوکسی

چیدمان لایه‌ای	زاویه بار (درجه)	زاویه چرخش گشودگی (درجه)	انحنای گوشه (w)	تنش مطلوب
$[0/90]_s$	۲۰	۶۰	۰/۰۶	۲/۷۸
$[45/-45]_s$	۶۰	۱۰	۰/۰۶	۲/۷۲
$[30/0/-30]_s$	۸۰	۳۰	۰/۰۴	۲/۳۸

مقدار تنش مطلوب برای گشودگی دایره‌ای ($w=0$) و سه چیدمان $[0 / 90]_s$ و $[45 / -45]_s$ و $[-30]_s$ / $[30 / 0]$ به ترتیب برابر $3/96$ و $4/23$ و $2/86$ می‌باشد. با مقایسه این مقادیر با مقادیر موجود در جداول (۱-۴) و (۲-۴) به وضوح دیده می‌شود که گشودگی دایره‌ای بهترین شکل گشودگی نیست.

فصل ۵

تحلیل تنش اطراف گشودگی‌های چندضلعی

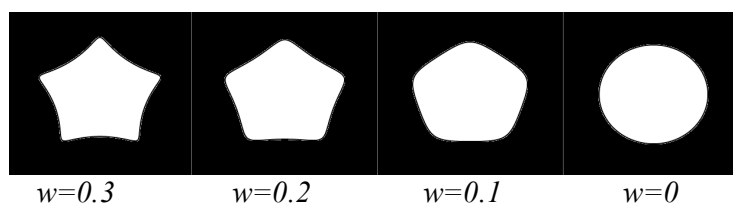
۵-۱ گشودگی‌های چندضلعی

در فصل‌های قبل به بررسی توزیع تنش اطراف گشودگی‌های مثلثی و مربعی پرداختیم. حال در این بخش سعی می‌شود تا تأثیر پارامترهایی همچون زاویه بار (α)، زاویه چرخش گشودگی (β)، انحنا گشودگی (w) و همچنین تأثیر زاویه الیاف بر توزیع تنش اطراف گشودگی‌های با بیش از چهارضلع مورد بررسی قرار گیرد.

۵-۲ پنج‌ضلعی

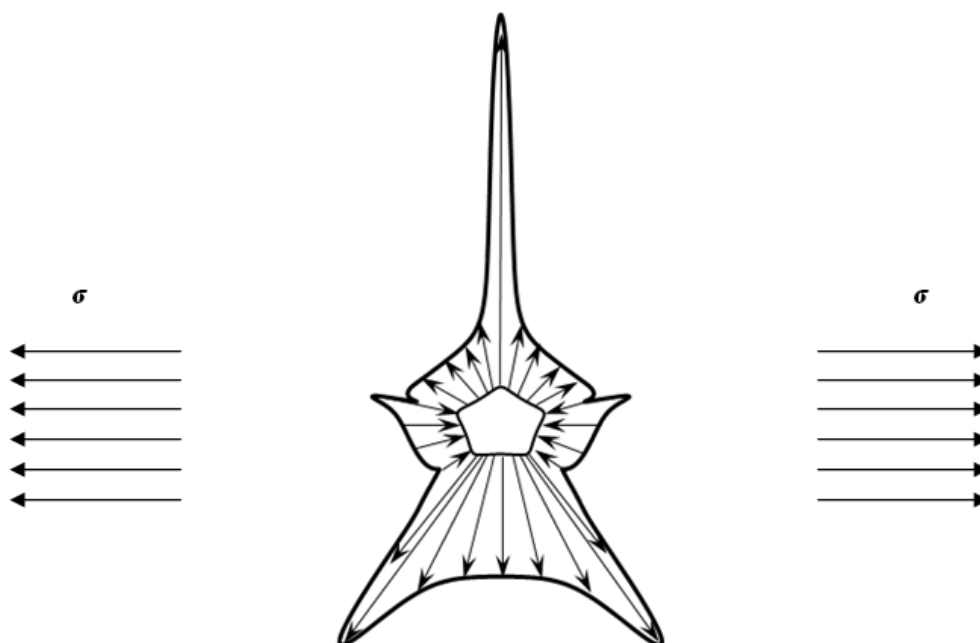
صفحه مطالعه شده در این بخش دارای گشودگی پنج‌ضلعی بوده و ابعاد آن در مقابل اندازه گشودگی چنان است که بتوان صفحه را بی‌نهایت فرض کرد.

همان‌طور که در شکل (۵-۱) مشاهده می‌شود با تغییر w از مقدار $0/3$ تا صفر از انحنا گشودگی مثلثی کاسته شده تا در نهایت به شکل دایره تبدیل شود. انحنا گشودگی (w) یکی از پارامترهای مهم و تأثیرگذار بر توزیع تنش اطراف گشودگی است که در این مقاله تأثیر این پارامتر بررسی می‌شود. در مطالعات قبلی تأثیر این پارامتر توسط محققین کمتر مورد توجه قرار گرفته است.



شکل ۵-۱ تأثیر روند تغییرات w بر انحنا گشودگی

شکل (۵-۲) نشان‌دهنده توزیع تنش اطراف گشودگی پنج‌ضلعی می‌باشد. همان‌طور که در این شکل دیده می‌شود زمانی که بارگذاری در جهت افق می‌باشد ($\alpha=0$)، بیشترین مقدار تنش در رأس بالایی پنج‌ضلعی که با محور بارگذاری زاویه 90 دارد اتفاق می‌افتد. لازم به توضیح است که در این شکل $w=0/1$ و $c=1$ و همچنین زاویه چرخش گشودگی (β) 90 درجه می‌باشد.



شکل ۲-۵ توزیع تنش اطراف گشودگی پنج‌ضلعی تحت بارگذاری تک‌محوره افقی

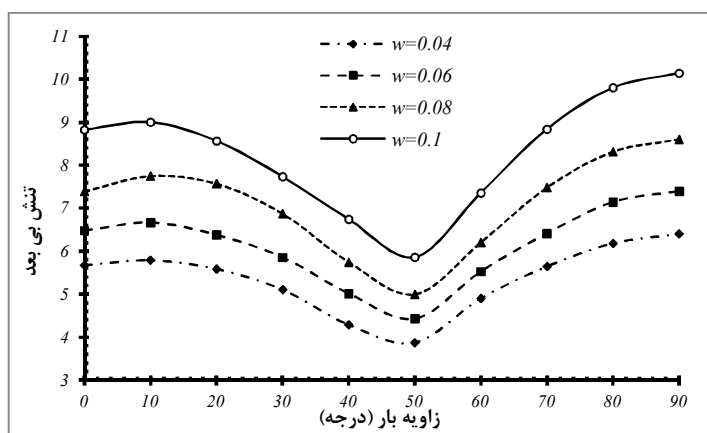
۵-۲-۱ نتایج

همانند فصل‌های گذشته در این قسمت نیز تأثیر پارامترهای مختلف همچون زاویه بار (α)، زاویه چرخش گشودگی (β)، انحنای گوشه گشودگی (w)، نسبت طول به عرض (c) و همچنین تأثیر نحوه چیدمان لایه‌ها، بر روی توزیع تنش اطراف گشودگی پنج‌ضلعی مورد مطالعه قرار گرفته شده است.

۵-۲-۱-۱ تأثیر انحنای گوشه (w) بر حسب زاویه بار (α)

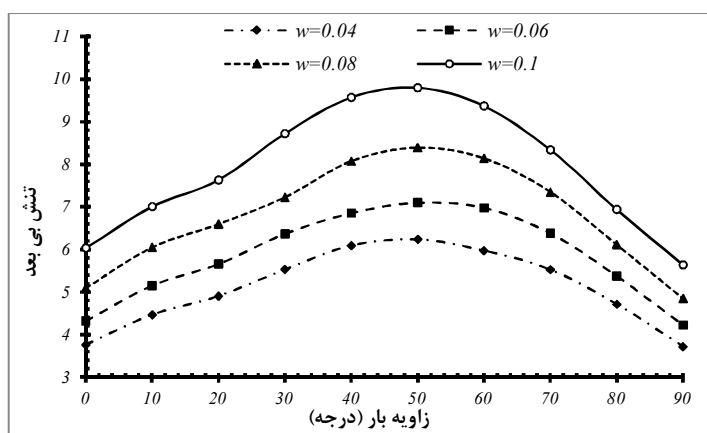
با توجه به اشکال (۳-۵) تا (۵-۵) می‌توان دریافت همانند گشودگی مثلثی، کمترین تمرکز تنش اطراف گشودگی پنج‌ضلعی، زمانی حاصل می‌شود که w کمترین مقدار خود را داشته باشد. این شکل‌ها نشان می‌دهد که با کاهش مقدار w ، از مقدار تنش بی‌بعد نیز کاسته می‌شود تا جایی که $w=0$ شود. که در این حالت گشودگی به دایره تبدیل می‌شود. بنابراین برای هر سه حالت چیدمان لایه‌ها زمانی که انحنای گشودگی (w) کمترین مقدار را دارا باشد، تمرکز تنش به حداقل مقدار خود خواهد رسید. نتایج ارائه‌شده در این بخش برای زاویه چرخش گشودگی صفر درجه می‌باشد.

همان‌طور که در شکل (۳-۵) دیده می‌شود؛ برای چیدمان $s[0 / 90]$ ، کمترین تنش بی‌بعد در زاویه بار ۵۰ درجه اتفاق می‌افتد. حال آنکه برای چیدمان‌های $s[45 / -45]$ ، $s[30 / 0 / -30]$ کمترین تنش ممکن در زاویه بار ۹۰ درجه رخ می‌دهد. همچنین بیشترین تنش ممکن و زاویه باری که تحت این تنش رخ می‌دهد، در چیدمان‌های مختلف متفاوت است. به‌عنوان مثال برای چیدمان $s[0 / 90]$ ، این زاویه ۹۰ درجه است. اگرچه مقدار بیشترین تنش به‌شدت به w وابسته است.

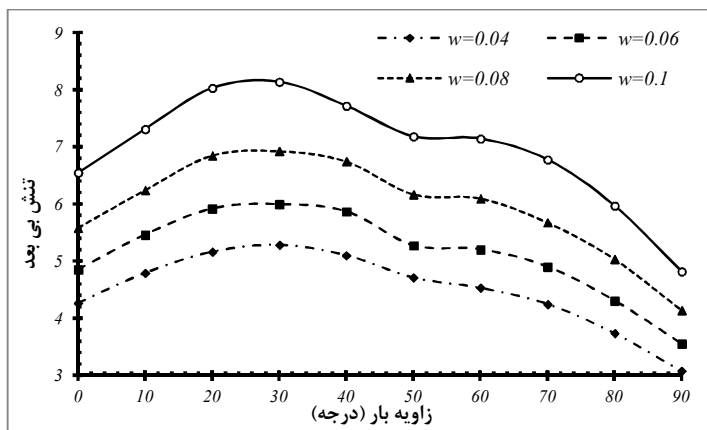


شکل ۳-۵ بررسی تغییرات تنش بی‌بعد برای چیدمان $s[0 / 90]$ برحسب زاویه اعمال بار در w های مختلف (گرافیت/اپوکسی)

برای چیدمان $s[30 / 0 / -30]$ و $s[45 / -45]$ رفتار تغییر تنش بی‌بعد با زاویه بار کمی متفاوت است؛ به‌طوری‌که در چیدمان $s[30 / 0 / -30]$ این زاویه ۳۰ درجه می‌باشد در صورتی‌که در چیدمان $s[45 / -45]$ بیشترین تنش ممکن در زاویه بار ۵۰ درجه اتفاق می‌افتد.



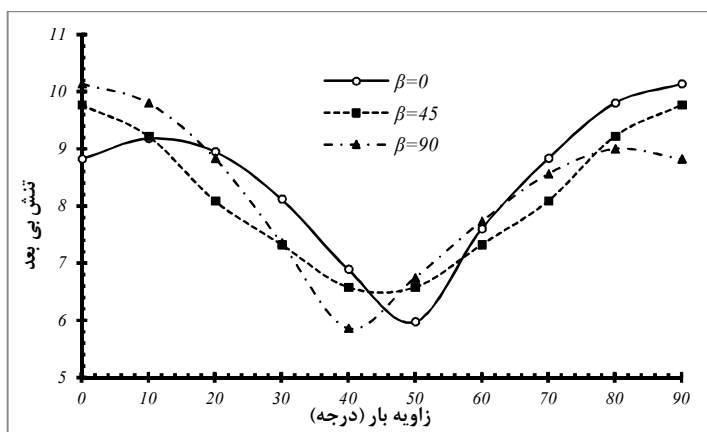
شکل ۴-۵ بررسی تغییرات تنش بی‌بعد برای چیدمان $s[45 / -45]$ برحسب زاویه اعمال بار در w های مختلف (گرافیت/اپوکسی)



شکل ۵-۵ بررسی تغییرات تنش بی بعد برای چیدمان $s [30 / 0 / -30]$ برحسب زاویه اعمال بار در w های مختلف (گرافیت اپوکسی)

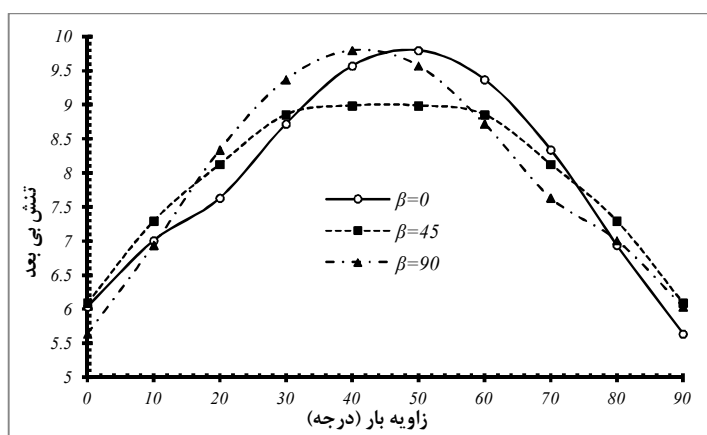
۵-۲-۱-۲-۵ تأثیر زاویه چرخش گشودگی (β) و زاویه بار (α)

برای دستیابی به حالت بهینه برای تنش نیاز است که پارامترهای چرخش گشودگی و زاویه بار به طور هم‌زمان مورد مطالعه قرار بگیرند. بدین منظور در شکل‌های (۷-۵) تا (۹-۵) تغییرات تنش بی بعد برای چیدمان‌های مختلف برحسب زاویه اعمال بار در زوایای چرخش مختلف مورد مطالعه قرار گرفته است. به‌عنوان مثال با توجه به شکل (۷-۵)، زمانی که گشودگی در راستای افق قرار داشته باشد کمترین مقدار تنش را در زاویه بار ۴۰ درجه اتفاق می‌افتد. همچنین اگر گشودگی با راستای افق زاویه ۴۵ بسازد این تنش در زاویه بار ۴۰ درجه رخ می‌دهد.

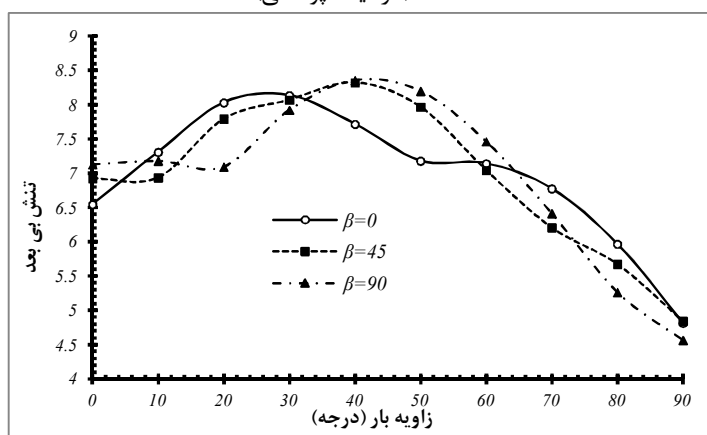


شکل ۶-۵ بررسی تغییرات تنش بی بعد برای چیدمان $s [0 / 90]$ برحسب زاویه اعمال بار در زوایای چرخش مختلف (گرافیت اپوکسی)

همچنین اشکال (۵-۸) و (۵-۹) تغییرات تنش بی‌بعد برحسب زاویه بار در زوایای چرخش مختلف برای ماده گرافیت/اپوکسی با چیدمان‌های $s[45/-45]$ و $s[30/0/-30]$ را نشان می‌دهد. با توجه به شکل (۵-۸) مشخص است که برای هر سه منحنی بیشترین تنش در زاویه باری اتفاق می‌افتد که در بازه ۴۰ تا ۵۰ درجه قرار داشته باشد. درحالی‌که مقدار کمترین تنش بی‌بعد برای هر دو شکل در زاویه بار ۹۰ درجه اتفاق می‌افتد. برای چیدمان $s[30/0/-30]$ نیز بازه‌ای که در آن بیشترین تنش بی‌بعد اتفاق می‌افتد ۳۰ تا ۴۰ درجه برای زاویه بار می‌باشد.

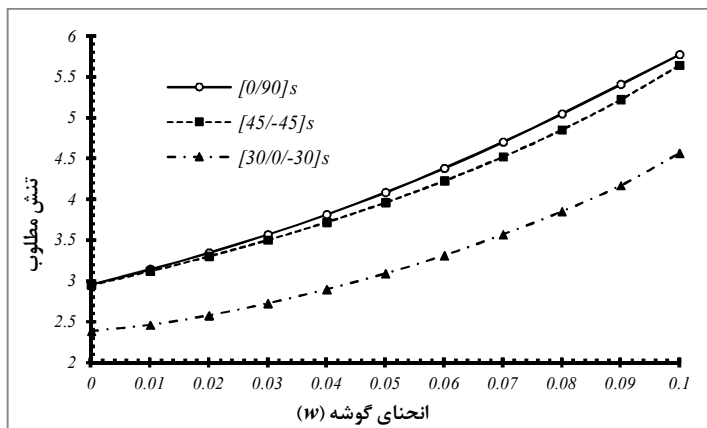


شکل ۵-۷ بررسی تغییرات تنش بی‌بعد برای چیدمان لایه‌های $s[45/-45]$ برحسب زاویه اعمال بار در زوایای چرخش مختلف (گرافیت/اپوکسی)



شکل ۵-۸ بررسی تغییرات تنش بی‌بعد برای چیدمان لایه‌های $s[30/0/-30]$ برحسب زاویه اعمال بار در زوایای چرخش مختلف (گرافیت/اپوکسی)

۵-۲-۲ شرایط بهینه



شکل ۵-۹ بررسی تغییرات تنش مطلوب بر حسب w برای سه چیدمان گرافیت/اپوکسی برای $C=1$

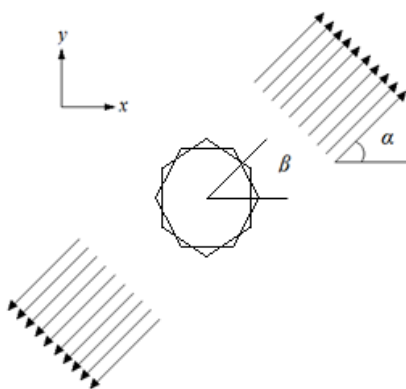
شکل (۵-۶) تنش مطلوب را برای هر چیدمان بر حسب تغییرات w نشان می‌دهد. این شکل با توجه به زوایای بار و چرخش گشودگی بهینه‌ای که از اشکال قبل به دست آمد رسم شده است؛ به-عنوان مثال برای چیدمان $[0/90]_s$ زاویه بار و زاویه چرخش گشودگی که در آن کمترین تنش بی-بعد اتفاق می‌افتد به ترتیب برابر ۴۵ و ۳۰ درجه می‌باشد، حال در این شکل نیز نتایج گرفته شده برای هر مقدار w ، در شرایطی می‌باشد که زاویه بار با خط افق زاویه ۴۵ درجه بسازد و همچنین زاویه چرخش گشودگی ۳۰ درجه باشد. جدول (۵-۱) شرایط لازم برای دستیابی به تنش مطلوب را برای گشودگی پنج‌ضلعی ارائه می‌کند.

جدول ۵-۱ مقادیر بهینه پارامترهای مورد بررسی گشودگی پنج‌ضلعی برای چیدمان‌های مختلف

چیدمان لایه‌ای	زاویه بار (درجه)	زاویه چرخش گشودگی (درجه)	انحنای گوشه (w)	تنش مطلوب
$[0/90]_s$	۴۵	۳۰	۰/۰۲	۳/۳۴
$[45/-45]_s$	۷۰	۸۰	۰/۰۲	۳/۰۳
$[30/0/-30]_s$	۸۰	۸۰	۰/۰۲	۲/۵۷

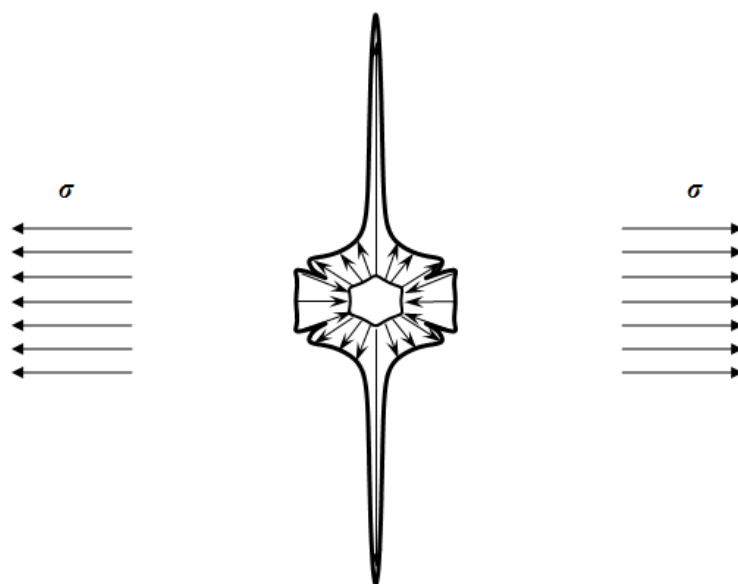
۳-۵ تنش ضلعی

مسأله موردبررسی در این بخش صفحه‌ای است حاوی گشودگی شش ضلعی که به علت بزرگ بودن ابعاد آن نسبت به ابعاد گشودگی، صفحه بی‌نهایت فرض می‌شود. این صفحه مطابق شکل (۵-۱۰) تحت بارگذاری کششی با زاویه (α) نسبت به محور x قرار دارد. در این شکل زاویه چرخش گشودگی که بیانگر نحوه قرارگیری آن نسبت به افق است، با β نمایش داده شده است. صفحه موردبررسی در این تحقیق از جنس ماده گرافیت/اپوکسی می‌باشد که خواص این مواد در جدول (۱-۱) ارائه شده است. در این بخش نیز از چیدمان‌های مختلف از قبیل $[0 / 90]_s$ ، $[45 / -45]_s$ و $[30 / 0 / -30]_s$ برای ایجاد چندلایه‌های متقارن استفاده شده است.



شکل ۵-۱۰ نمایی از هندسه گشودگی و بارگذاری آن

همان‌طور که در شکل (۵-۱۱) دیده می‌شود زمانی که بارگذاری در جهت افق می‌باشد ($\alpha=0$)، بیشترین مقدار تنش در گوشه‌هایی از گشودگی که با جهت بارگذاری زاویه 90° درجه می‌سازند اتفاق می‌افتد. لازم به توضیح است که در این شکل $w=0.1$ و $c=1$ است.

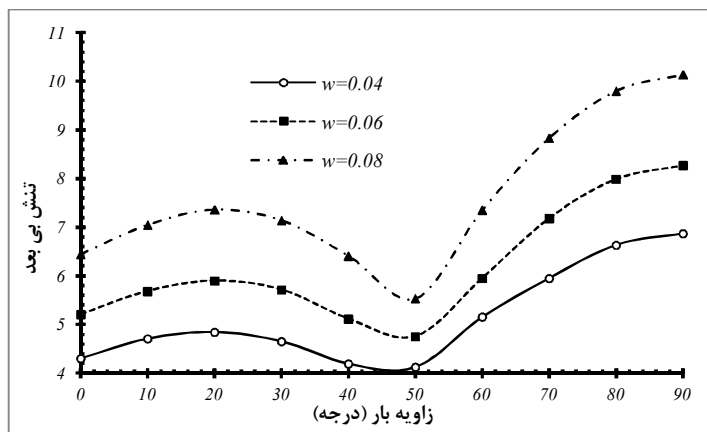


شکل ۱۱-۵ توزیع تنش اطراف گشودگی پنج‌ضلعی تحت بارگذاری تک‌محوره افقی

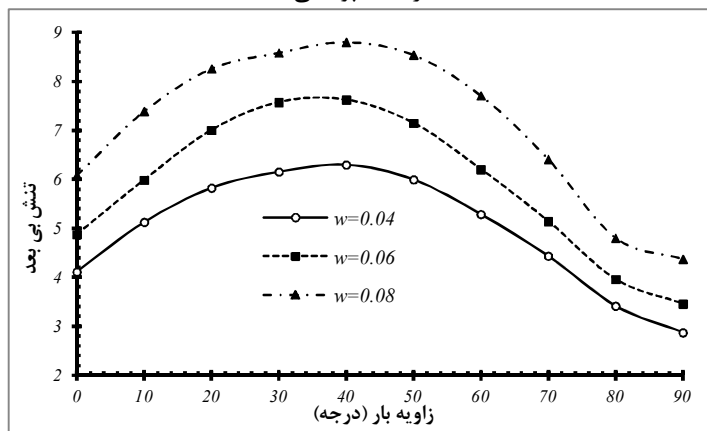
همانند سایر گشودگی‌هایی که مورد بررسی قرار گرفت در مورد گشودگی شش‌ضلعی نیز به بررسی تأثیر پارامترهای مختلف همچون زاویه بار (α) ، زاویه چرخش گشودگی (β) ، انحنای گوشه گشودگی (W) ، نسبت طول به عرض (c) و همچنین تأثیر نحوه چیدمان لایه‌ها، بر روی توزیع تنش اطراف گشودگی این گشودگی پرداخته شده است.

۱-۳-۵ تأثیر انحنای گوشه (W) بر حسب زاویه بار (α)

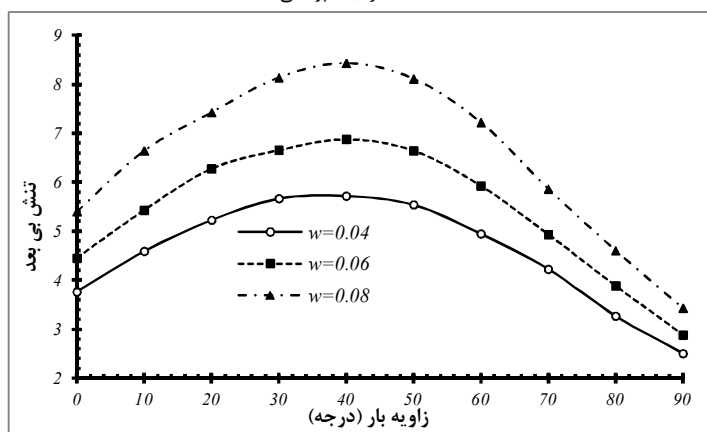
نتایج ارائه‌شده در این بخش برای زاویه چرخش گشودگی صفر درجه می‌باشد. همان‌طور که مشاهده می‌شود در اشکال (۱۲-۵) تا (۱۴-۵) به بررسی تغییرات تنش بی‌بعد بر حسب زاویه بار در W ‌های مختلف برای ماده گرافیت/اپوکسی پرداخته شده است. به‌عنوان مثال در مورد چیدمان $s[0 / 90]$ ، کمترین تنش ممکن در زاویه بار 50° درجه اتفاق می‌افتد. حال آنکه برای چیدمان‌های $s[45 / -45]$ و $s[30 / 0 / -30]$ ، کمترین تنش ممکن در زاویه بار 90° درجه رخ می‌دهد. اما مقدار این تنش با توجه به مقدار W و نوع چیدمان لایه‌ها متفاوت است.



شکل ۵-۱۲ بررسی تغییرات تنش بی بعد برای چیدمان $[0 / 90]_s$ برحسب زاویه اعمال بار در w های مختلف (گرافیت/اپوکسی)



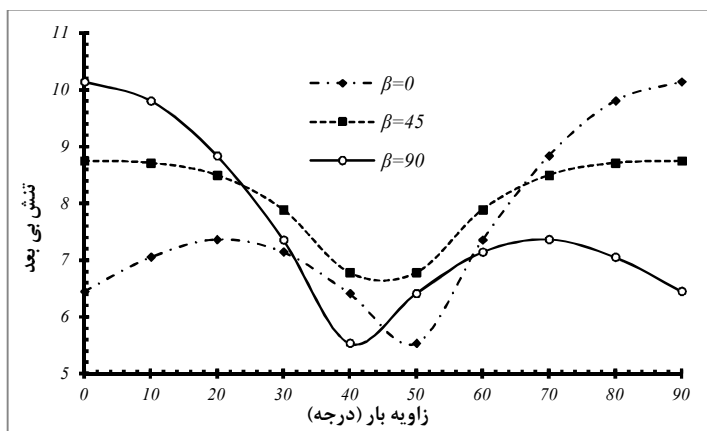
شکل ۵-۱۳ بررسی تغییرات تنش بی بعد برای چیدمان $[45 / -45]_s$ برحسب زاویه اعمال بار در w های مختلف (گرافیت/اپوکسی)



شکل ۵-۱۴ بررسی تغییرات تنش بی بعد برای چیدمان $[30 / 0 / -30]_s$ برحسب زاویه اعمال بار در w های مختلف (گرافیت/اپوکسی)

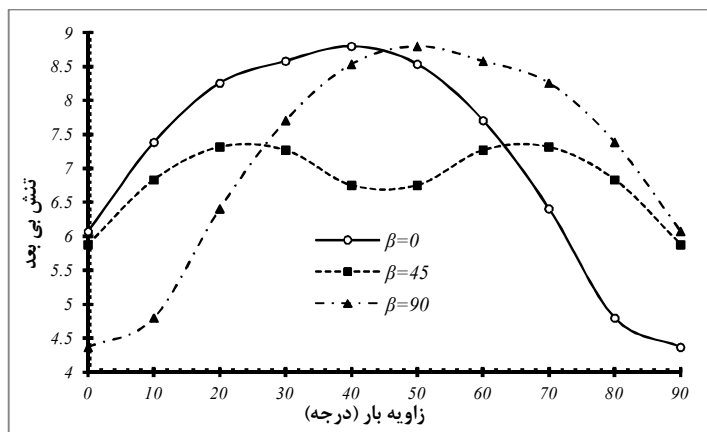
۵-۳-۲ تأثیر زاویه چرخش گشودگی (β) و زاویه بار (α)

در شکل‌های (۵-۱۵) تا (۵-۱۷) به بررسی تغییرات تنش بی‌بعد برحسب زاویه بار در زوایای چرخش مختلف پرداخته شده است. مقایسه منحنی‌های مختلف برای چیدمان‌های مورد بحث در هریک از شکل‌های مذکور گویای تأثیر به سزای این پارامتر بر مقدار تنش بی‌بعد است. از این شکل‌ها به وضوح نتیجه گرفته می‌شود که برای تمامی چیدمان‌ها، مقدار و موقعیت تنش بی‌بعد بیشینه با تغییر زاویه چرخش، تغییر می‌کند. برای مثال با توجه به شکل (۵-۱۵)، برای چیدمان لایه‌ای $s [0 / 90]$ ، مقدار کمترین تنش بی‌بعد مربوط به زاویه چرخش ۴۵ درجه ۶/۶۷ بوده که در زاویه بار ۴۵ درجه اتفاق می‌افتد حال آنکه برای زاویه چرخش ۹۰ درجه این مقدار ۵/۵۳ است که در زاویه بار ۴۰ درجه رخ می‌دهد. این اشکال برای $w=0/06$ ترسیم شده‌اند.

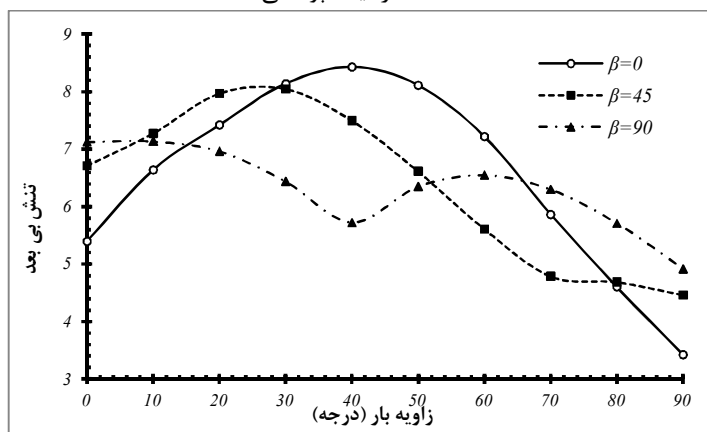


شکل ۵-۱۵ بررسی تغییرات تنش بی‌بعد برای چیدمان $s [0 / 90]$ برحسب زاویه اعمال بار در زوایای چرخش مختلف (گرافیت/اپوکسی)

برای دیگر چیدمان‌ها نیز با توجه به اشکال (۵-۱۶) و (۵-۱۷) می‌توان تغییرات تنش بی‌بعد را برحسب زاویه بار در زوایای چرخش مختلف بررسی کرد. نتایجی که در این قسمت آورده شده است مربوط به ماده گرافیت/اپوکسی است.



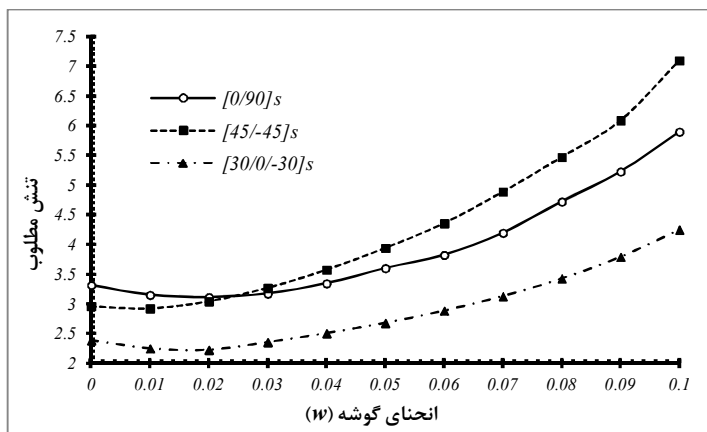
شکل ۵-۱۶ بررسی تغییرات تنش بی بعد برای چیدمان لایه‌های $S_{[45/-45]}$ برحسب زاویه اعمال بار در زوایای چرخش مختلف (گرافیت/اپوکسی)



شکل ۵-۱۷ بررسی تغییرات تنش بی بعد برای چیدمان لایه‌های $S_{[30/0/0/-30]}$ برحسب زاویه اعمال بار در زوایای چرخش مختلف (گرافیت/اپوکسی)

۵-۳-۳ شرایط بهینه

همان‌طور که در شکل‌های (۵-۱۵) تا (۵-۱۷) دیده می‌شود؛ برای یک زاویه چرخش خاص، مقدار تنش بی بعد در زوایای بار مشخصی کمترین مقدار را دارد. این مقدار تنش بی بعد، تنش بی بعد مطلوب و یا به اختصار تنش مطلوب نام گذاری می‌شود. شکل (۵-۱۸) به ترتیب تغییرات تنش مطلوب را برای هر سه نوع چیدمان مختلف مواد گرافیت/اپوکسی برحسب تغییرات W نشان می‌دهند.



شکل ۵-۱۸ بررسی تغییرات تنش مطلوب بر حسب W برای سه چیدمان گرافیت/اپوکسی برای $C=1$

همان‌طور که در این شکل مشخص است، حالت بهینه پارامتر انحنای گوشه گشودگی در $W=0$ اتفاق نمی‌افتد بلکه برای چیدمان‌های $[0/90]_s$ و $[30/0/-30]_s$ در $W=0/0.2$ و برای چیدمان لایه‌ای $[45/-45]_s$ در $W=0/0.1$ رخ می‌دهد. زوایای بار و چرخش متناظر با این حالت بهینه برای هر سه نوع چیدمان در جدول (۵-۲) آورده شده است.

جدول ۵-۲ مقادیر بهینه پارامترهای مورد بررسی گشودگی شش‌ضلعی برای چیدمان‌های مختلف

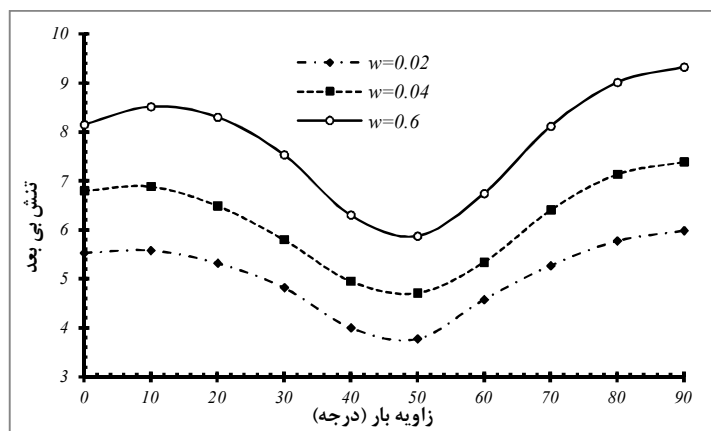
چیدمان لایه‌ای	زاویه بار (درجه)	زاویه چرخش گشودگی (درجه)	انحنای گوشه (W)	تنش مطلوب
$[0/90]_s$	۵۰	۷۰	۰/۰۲	۳/۱۱
$[45/-45]_s$	۹۰	۰	۰/۰۱	۲/۹۲
$[30/0/-30]_s$	۹۰	۶۰	۰/۰۲	۲/۲۲

۴-۵ هفت ضلعی

۵-۴-۱ تأثیر انحنای گوشه (W) بر حسب تغییرات زاویه بار (α)

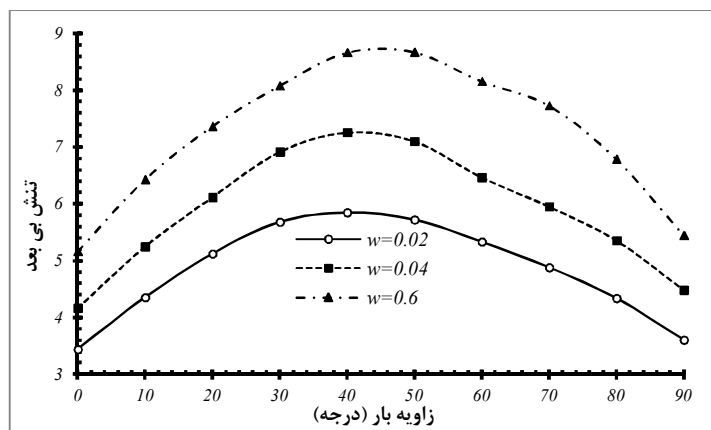
اشکال (۳-۱۹) تا (۳-۲۱) تغییرات تنش بی‌بعد را بر حسب زاویه بار در W های مختلف را برای هر سه نوع چیدمان لایه‌ای ماده گرافیت/اپوکسی نشان می‌دهند. همان‌طور که در این اشکال ملاحظه می‌شود تغییر تنش بی‌بعد با زاویه بار، در W های مختلف به نحوه چیدمان لایه‌ها وابسته است. برای این نوع گشودگی نیز همانند گشودگی مثلثی، کمترین تنش بی‌بعد زمانی حاصل می‌شود که W

کمترین مقدار خود را داشته باشد. همچنین می‌توان به‌وضوح مشاهده کرد که کمترین تنش بی‌بعد در این اشکال در چه زاویه باری اتفاق می‌افتد. برای مثال در شکل (۳-۱۹) برای هر سه منحنی کمترین تنش بی‌بعد در زاویه بار ۵۰ درجه رخ می‌دهد که مقدار این تنش با تغییر در مقدار w ، تغییر خواهد کرد. پس می‌توان نتیجه گرفت؛ در شرایطی که زاویه چرخش گشودگی صفر باشد، برای چیدمان لایه‌ای $[0 / 90]_s$ کمترین تنش بی‌بعد در زاویه بار ۵۰ درجه اتفاق می‌افتد.

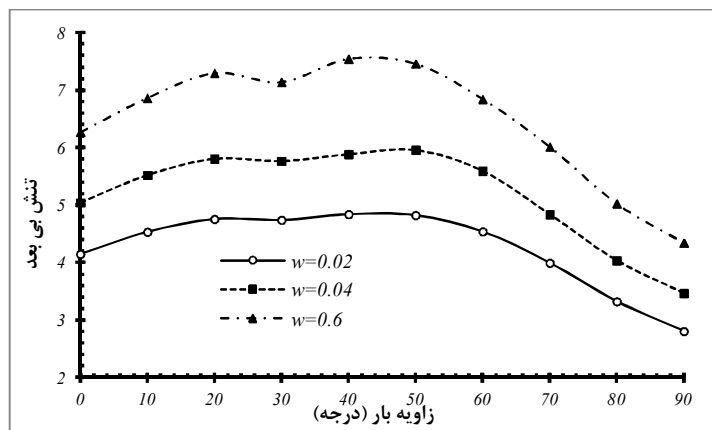


شکل ۱۹-۵ بررسی تغییرات تنش بی‌بعد برای چیدمان $[0 / 90]_s$ برحسب زاویه اعمال بار در w های مختلف (گرافیت/اپوکسی)

همین نتایج را نیز می‌توان برای دو چیدمان دیگر نیز به‌دست آورد. همان‌طور که مشخص است، برای چیدمان‌های $[45 / -45]_s$ و $[30 / 0 / -30]_s$ در حالتی که زاویه چرخش گشودگی صفر باشد کمترین تنش بی‌بعد به ترتیب در زوایای بار صفر و ۹۰ درجه اتفاق می‌افتد.



شکل ۲۰-۵ بررسی تغییرات تنش بی‌بعد برای چیدمان $[45 / -45]_s$ برحسب زاویه اعمال بار در w های مختلف (گرافیت/اپوکسی)



شکل ۵-۲۱ بررسی تغییرات تنش بی بعد برای چیدمان $S [30 / 0 / -30]$ برحسب زاویه اعمال بار در w های مختلف (گرافیت/اپوکسی)

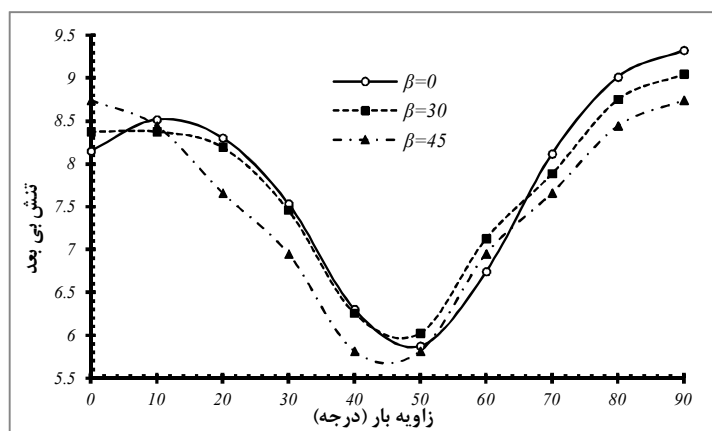
۵-۴-۲ تأثیر زاویه چرخش گشودگی (β) و زاویه بار (α)

حال می‌خواهیم به بررسی تأثیر هم‌زمان پارامترهای زوایای بار و چرخش گشودگی بپردازیم. در

اشکال (۳-۲۲) تا (۳-۲۴) تغییرات تنش بی بعد برحسب زاویه اعمال بار در زوایای چرخش مختلف

برای هر سه نوع چیدمان ترسیم شده است. نتایج این قسمت در شرایطی به دست آمده‌اند که مقادیر C

و w به ترتیب برابر با یک و $0/06$ می‌باشد.

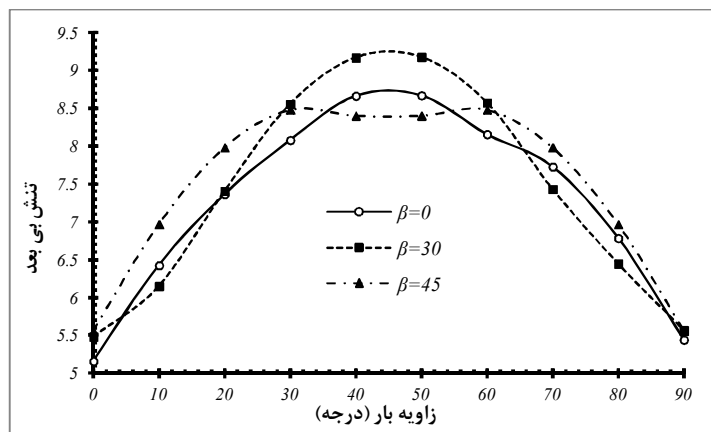


شکل ۵-۲۲ بررسی تغییرات تنش بی بعد برای چیدمان $S [0 / 90]$ برحسب زاویه اعمال بار در زوایای چرخش مختلف (گرافیت/اپوکسی)

برای مثال با توجه به شکل (۳-۲۲)، مقدار کمترین تنش بی بعد منحنی مربوط به زاویه چرخش

۴۵ درجه، در زاویه بار ۴۵ درجه اتفاق می‌افتد که مقدار این تنش برابر $5/81$ است. این در حالی است

که برای زوایای چرخش صفر و ۳۰ درجه، این زاویه ۵۰ درجه می‌باشد.



شکل ۲۳-۵ بررسی تغییرات تنش بی‌بعد برای چیدمان لایه‌ای $[45 / -45]_s$ برحسب زاویه اعمال بار در زوایای چرخش مختلف (گرافیت/اپوکسی)

در شکل‌های (۲۳-۳) و (۲۴-۳) همین نتایج برای دو چیدمان دیگر ترسیم شده است. به‌عنوان

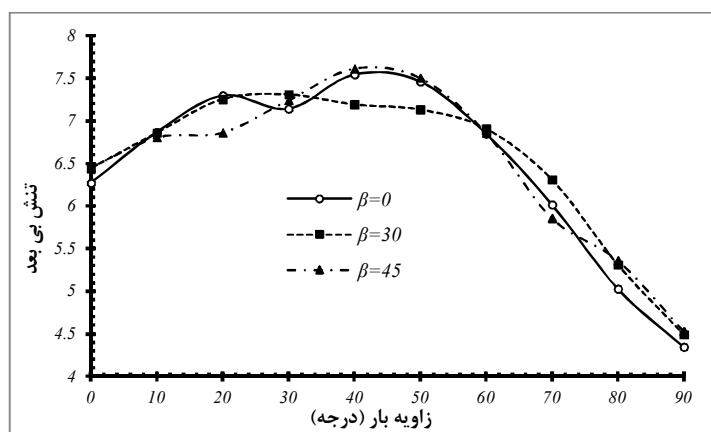
مثال همان‌طور که در شکل (۲۳-۳) مشخص است، برای چیدمان $[45 / -45]_s$ کمترین تنش بی‌بعد

برای زاویه چرخش گشودگی ۳۰ درجه، در زاویه بار صفر درجه اتفاق می‌افتد که مقدار این تنش برابر

با ۵/۴۸ می‌باشد. همچنین می‌توان از این اشکال زاویه باری را که در آن بیشترین تنش بی‌بعد برای

هر زاویه چرخش گشودگی اتفاق می‌افتد را نیز مشخص کرد. که این زاویه برای هر دو چیدمان تقریباً

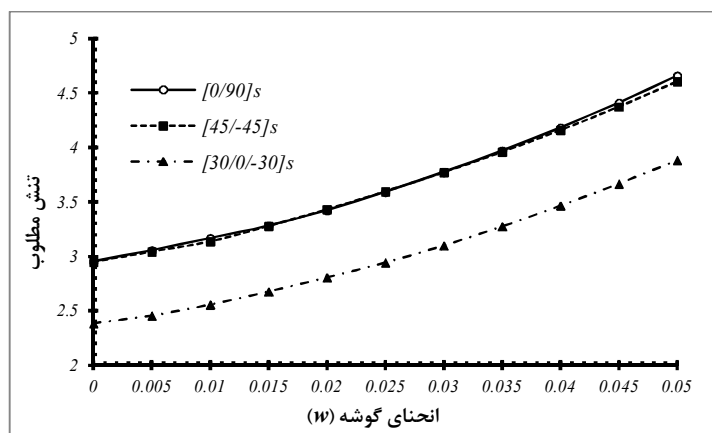
۴۵ درجه می‌باشد ولی مقدار این تنش به زاویه چرخش گشودگی و نوع چیدمان لایه‌ها وابسته است.



شکل ۲۴-۵ بررسی تغییرات تنش بی‌بعد برای چیدمان لایه‌ای $[30 / 0 / -30]_s$ برحسب زاویه اعمال بار در زوایای چرخش مختلف (گرافیت/اپوکسی)

۵-۴-۳ شرایط بهینه

همان‌طور که در شکل‌های (۵-۲۲) تا (۵-۲۴) دیده می‌شود؛ برای یک زاویه چرخش خاص، مقدار تنش بی‌بعد در زوایای بار مشخصی کمترین مقدار را دارد. شکل (۵-۲۵) تغییرات تنش مطلوب را برای هر سه نوع چیدمان مختلف مواد گرافیت/اپوکسی برحسب تغییرات W نشان می‌دهند. زوایای بار و چرخش متناظر با این حالت بهینه برای هر سه نوع چیدمان در جدول (۵-۳) آورده شده است.



شکل ۵-۲۵ بررسی تغییرات تنش مطلوب برحسب W برای سه چیدمان گرافیت/اپوکسی برای $C=1$

جدول ۵-۳ مقادیر بهینه پارامترهای مورد بررسی گشودگی هفت‌ضلعی برای چیدمان‌های مختلف

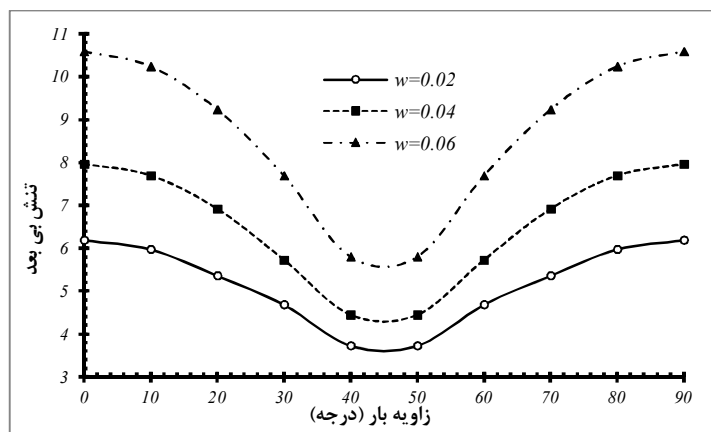
چیدمان لایه‌ای	زاویه بار (درجه)	زاویه چرخش گشودگی (درجه)	انحنای گوشه (W)	تنش مطلوب
[0/90] _s	۴۵	۲۰	برای ۰/۰۲	۳/۴۲
[۴۵/-۴۵] _s	۰	۰	برای ۰/۰۲	۳/۴۳
[۳۰/۰/-۳۰] _s	۹۰	۰	برای ۰/۰۲	۲/۸

۵-۵ هشت ضلعی

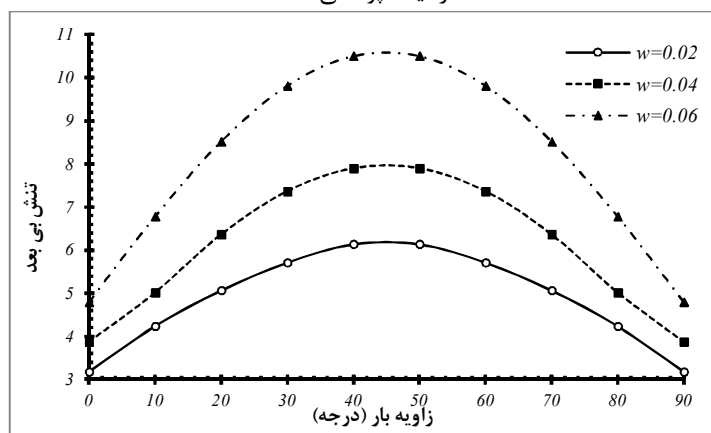
۵-۵-۱ تأثیر انحنای گوشه (W) برحسب تغییرات زاویه بار (α)

همان‌طور که در شکل‌های (۵-۲۶) تا (۵-۲۸) برای ماده گرافیت/اپوکسی دیده می‌شود؛ تغییر تنش بی‌بعد با زاویه بار، در W های مختلف به‌شدت به نحوه چیدمان لایه‌ها وابسته است. مثلاً در مورد چیدمان [0/90]_s، کمترین تنش ممکن در زاویه بار ۴۵ درجه اتفاق می‌افتد. حال آنکه برای چیدمان

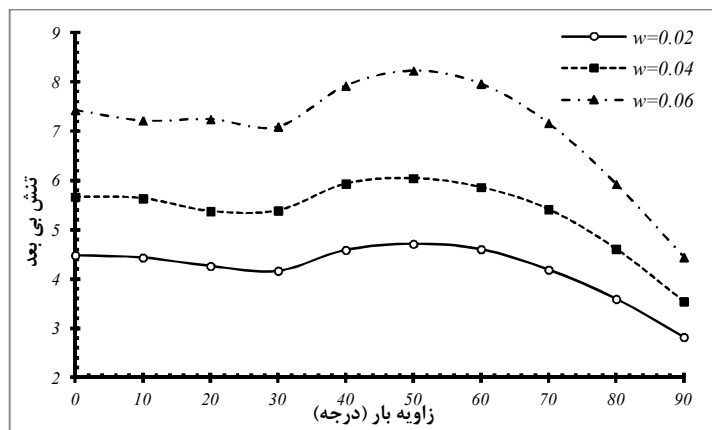
$s[45 / -45]$ ، کمترین تنش ممکن در زوایای بار صفر و 90° درجه رخ می‌دهد. برای چیدمان $s[30 / -30]$ رفتار کمی متفاوت است و همانند دو چیدمان دیگر منحنی‌ها دارای تقارن نمی‌باشند. کمترین تنش بی‌بعد برای این چیدمان در زاویه بار 90° درجه اتفاق می‌افتد. همچنین با توجه به این اشکال می‌توان زاویه باری را که در آن بیشترین تنش بی‌بعد اتفاق می‌افتد را مشخص کرد. برای چیدمان $s[0 / 90]$ ، این زاویه در w های مختلف یکسان و برابر صفر و 90° درجه می‌باشد. اگرچه مقدار بیشترین تنش به شدت به w وابسته است. برای چیدمان $s[45 / -45]$ این زاویه برابر 45° درجه می‌باشد. در مورد چیدمان $s[30 / 0 / -30]$ نیز می‌توان گفت مقدار بیشترین تنش بی‌بعد در زاویه بار 50° درجه رخ می‌دهد.



شکل ۲۶-۵ بررسی تغییرات تنش بی‌بعد برای چیدمان $s[0 / 90]$ برحسب زاویه اعمال بار در w های مختلف (گرافیت/اپوکسی)



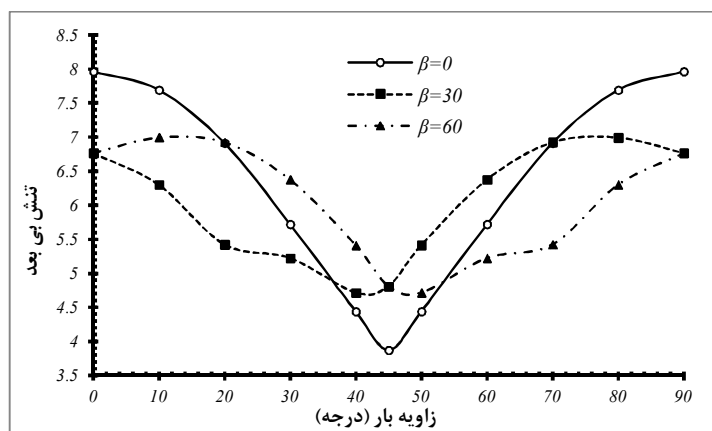
شکل ۲۷-۵ بررسی تغییرات تنش بی‌بعد برای چیدمان $s[45 / -45]$ برحسب زاویه اعمال بار در w های مختلف (گرافیت/اپوکسی)



شکل ۲۸-۵ بررسی تغییرات تنش بی بعد برای چیدمان $S [30 / 0 / -30]$ برحسب زاویه اعمال بار در w های مختلف (گرافیت/اپوکسی)

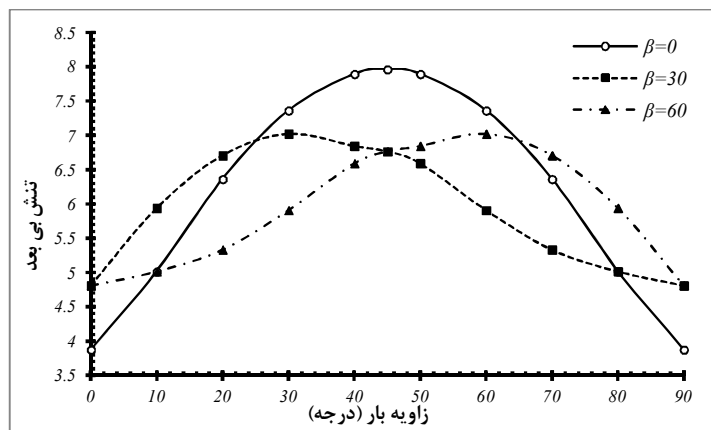
۵-۲ تأثیر زاویه چرخش گشودگی (β) و زاویه بار (α)

در این قسمت نیز همانند سایر گشودگی‌ها به بررسی تأثیر هم‌زمان پارامترهای زوایای بار و چرخش گشودگی پرداخته شده است. در اشکال (۲۹-۵) تا (۳۱-۵) تغییرات تنش بی بعد برحسب زاویه اعمال بار در زوایای چرخش مختلف برای هر سه نوع چیدمان ترسیم شده است. نتایج این قسمت در شرایطی به دست آمده‌اند که مقادیر C و w به ترتیب برابر با یک و 0.04 می‌باشد.



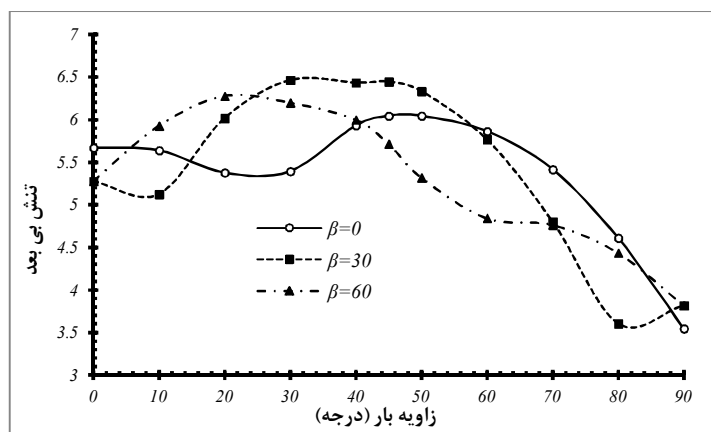
شکل ۲۹-۵ بررسی تغییرات تنش بی بعد برای چیدمان $S [0 / 90]$ برحسب زاویه اعمال بار در زوایای چرخش مختلف (گرافیت/اپوکسی)

با توجه به شکل (۲۹-۵)، مقدار کمترین تنش بی بعد منحنی مربوط به زاویه چرخش صفر درجه، در زاویه بار 45° درجه اتفاق می‌افتد که مقدار این تنش برابر $3/87$ است. این در حالی است که برای زوایای چرخش 30° و 60° درجه، این زاویه به ترتیب برابر 40° و 50° درجه می‌باشد.



شکل ۳۰-۵ بررسی تغییرات تنش بی‌بعد برای چیدمان لایه‌ای $[45 / -45]_s$ برحسب زاویه اعمال بار در زوایای چرخش مختلف (گرافیت/اپوکسی)

در شکل‌های (۳۰-۵) و (۳۱-۳) همین نتایج برای دو چیدمان دیگر ترسیم شده است. به‌عنوان مثال همان‌طور که در شکل (۳۰-۳) مشخص است، برای چیدمان $[45 / -45]_s$ کمترین تنش بی‌بعد برای زاویه چرخش گشودگی ۳۰ درجه، در زاویه بار صفر درجه اتفاق می‌افتد که مقدار این تنش برابر با $4/81$ می‌باشد. در مورد چیدمان $[30 / 0 / -30]_s$ نیز می‌توان گفت، که این زاویه برای زوایای چرخش صفر و ۶۰ درجه، ۹۰ درجه و برای زاویه چرخش ۳۰ درجه، ۸۰ درجه می‌باشد.

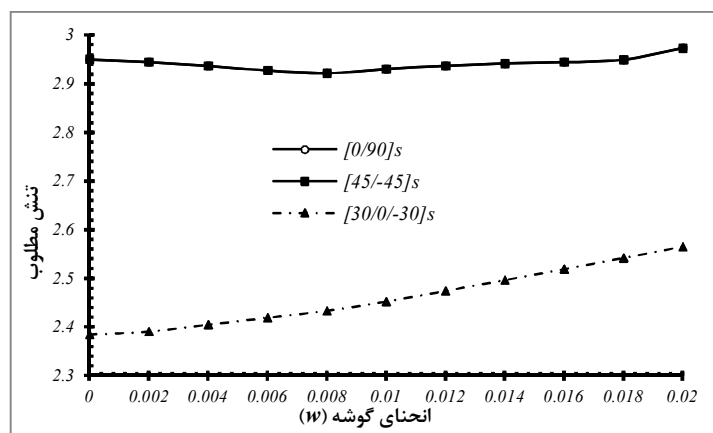


شکل ۳۱-۵ بررسی تغییرات تنش بی‌بعد برای چیدمان لایه‌ای $[30 / 0 / -30]_s$ برحسب زاویه اعمال بار در زوایای چرخش مختلف (گرافیت/اپوکسی)

۵-۵-۳ شرایط بهینه

شکل (۳۱-۵) تنش مطلوب را برای هر چیدمان برحسب تغییرات w نشان می‌دهد. این شکل با توجه به زوایای بار و چرخش گشودگی بهینه‌ای که از اشکال قبل به‌دست آمد رسم شده است؛ به-

عنوان مثال برای چیدمان $[0 / 90]_s$ زاویه بار و زاویه چرخش گشودگی که در آن کمترین تنش بی-بعد اتفاق می‌افتد به ترتیب برابر ۴۵ و صفر درجه می‌باشد، حال در این شکل نیز نتایج گرفته شده برای هر مقدار W ، در شرایطی می‌باشد که زاویه بار با خط افق زاویه ۴۵ درجه بسازد و همچنین زاویه چرخش گشودگی صفر باشد. همان‌طور که در این شکل مشخص است، منحنی‌های مربوط به چیدمان‌های $[0 / 90]_s$ و $[45 / -45]_s$ بر روی یکدیگر منطبق شده‌اند. با توجه به منحنی‌های مربوط به این دو چیدمان مشخص می‌شود که همانند سایر گشودگی‌های با تعداد اضلاع زوج، این گشودگی نیز کمترین تنش بی‌بعد آن در $W=0$ اتفاق نمی‌افتد و این مقدار برای W ، ۰/۰۰۴ می‌باشد. این بدان معناست که برخلاف گشودگی‌های با اضلاع فرد، گشودگی‌های چندضلعی که تعداد اضلاعشان زوج باشد، در W ی غیر از صفر (شکل دایره) دارای کمترین تنش بی‌بعد می‌باشند که مقدار آن بسته به نوع چندضلعی و نوع چیدمان و دیگر پارامترها متغیر است.



شکل ۳۲-۵ بررسی تغییرات تنش مطلوب برحسب W برای سه چیدمان گرافیت/اپوکسی برای $c=1$

جدول (۴-۵) شرایط لازم برای دستیابی به تنش مطلوب را برای گشودگی هشتضلعی ارائه

می‌کند.

تحلیل تنش اطراف گشودگی‌های چندضلعی

جدول ۴-۵ مقادیر بهینه پارامترهای مورد بررسی گشودگی هشتضلعی برای چیدمان‌های مختلف

تنش مطلوب	انحنای گوشه (۱۷)	زاویه چرخش گشودگی (درجه)	زاویه بار (درجه)	چیدمان لایه‌ای
۲/۹۲	۰/۰۰۴	۰	۴۵	$[۰ / ۹۰]_s$
۲/۹۲	۰/۰۰۴	۹۰	۰	$[۴۵ / -۴۵]_s$
۲/۴۳	۰/۰۰۸ برای	۹۰	۰	$[۳۰ / ۰ / -۳۰]_s$

فصل ۶

نتیجه‌گیری و جمع‌بندی

۱-۶ جمع‌بندی

در این پایان‌نامه توزیع تنش اطراف گشودگی‌های مختلف در صفحات غیرهمسانگرد چندلایه متقارن با در نظر گرفتن پارامترهای مهمی از قبیل جنس و نوع چیدمان لایه‌ها، زاویه بار، زاویه چرخش گشودگی، کشیدگی گشودگی و شعاع انحنای گوشه گشودگی مورد مطالعه قرار گرفت. همان‌طور که در فصل‌های گذشته به‌طور مفصل درباره تأثیر هر یک از پارامترهای مورد بحث توضیح داده شد، می‌توان نتایج زیر را به‌طور مختصر بیان کرد:

- ۱- در گشودگی‌هایی که تعداد اضلاعشان فرد باشد، برای هر سه نوع چیدمان کمترین تنش بی-بعد اطراف گشودگی، زمانی حاصل می‌شود که w کمترین مقدار خود را داشته باشد. به‌عبارتی با کاهش مقدار w ، از مقدار تنش بی‌بعد نیز کاسته می‌شود تا جایی که $w=0$ شود؛ که در این حالت گشودگی به دایره تبدیل شده است. بنابراین برای هر سه حالت چیدمان لایه‌ها زمانی که انحنای گشودگی (w) کمترین مقدار را دارا باشد، تمرکز تنش به حداقل مقدار خود خواهد رسید.
- ۲- برخلاف گشودگی‌هایی که تعداد اضلاعشان فرد است، گشودگی‌های با تعداد اضلاع زوج لزوماً حالت بهینه‌ی پارامتر انحنای گوشه گشودگی در $w=0$ اتفاق نمی‌افتد؛ بلکه بسته به جنس ماده، نوع چیدمان لایه‌ها، زاویه بار و همچنین زاویه چرخش گشودگی، مقدار بهینه این پارامتر عددی مخالف صفر خواهد بود. به‌عبارتی در این شرایط تنش مطلوب لزوماً برای گشودگی دایروی ($w=0$) نخواهد بود.

۳- تغییر مقدار تنش بی‌بعد با تغییرات c رابطه تقریباً خطی داشته و افزایش یا کاهش این پارامتر به ترتیب موجب افزایش و یا کاهش تنش بی‌بعد خواهد شد.

۴- با توجه به نتایج فصل‌های مربوط به گشودگی‌های مثلثی و شبه‌مستطیلی، مشخص می‌شود که برای چیدمان‌های در نظر گرفته‌شده و شرایط موجود در این پایان‌نامه، ماده شیشه/اپوکسی در مقایسه با ماده گرافیت/اپوکسی مقدار تنش بی‌بعد کمتری را حاصل می‌شود.

۵- می‌توان به روش بهینه‌سازی، مقادیر دقیق‌تری برای هر یک از پارامترهای مذکور به‌دست

آورد.

۲-۶ پیشنهادها

۱- تحلیل تنش صفحات چندلایه دارای گشودگی تحت بارگذاری محوری و برشی به صورت

هم‌زمان.

۲- تحلیل تنش صفحات چندلایه دارای چند گشودگی تحت بارگذاری محوری.

۳- تحلیل تنش صفحات چندلایه متقارن دارای گشودگی تحت بارگذاری حرارتی و محوری

به صورت هم‌زمان.

۴- تحلیل تنش صفحات چندلایه متقارن دارای گشودگی تحت گشتاورهای خارجی.

۵- تحلیل تنش صفحات چندلایه متقارن پیرو الکتریک دارای گشودگی تحت بارگذاری

هیدرواستاتیک.

۶- تحلیل تنش صفحات چندلایه نامتقارن دارای گشودگی تحت بارگذاری محوری.

۷- تحلیل تنش صفحات چندلایه نامتقارن دارای گشودگی تحت گشتاورهای خارجی.

۸- تحلیل تنش صفحات چندلایه متقارن دارای گشودگی تحت بارگذاری داخل گشودگی (پین

لود).

۹- تحلیل تنش صفحات چندلایه متقارن دارای چند گشودگی خارج از محور تقارن صفحه تحت

بارگذاری داخل گشودگی (پین لود).

مراجع

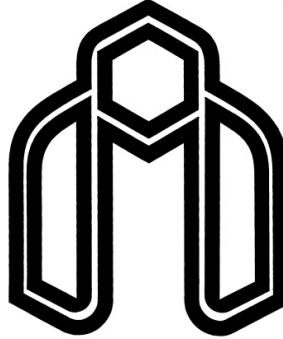
- [1] C. Y. Gao, J. Z. Xiao, Y. L. Ke; “**FE analysis of stress concentrations in composite plates with multiple holes for zigzag multi-fastened joints**”, *Materials Science Forum*, Vol. 770, pp.17-20, (2014).
- [۲] محسنی شکیب م.؛ مکانیک سازه‌های مرکب، مؤسسه چاپ و انتشارات دانشگاه امام حسین (ع)، تهران، ۱۳۸۵.
- [۳] فریدون ع.ح.؛ مکانیک و تحلیل مواد مرکب، دانشگاه سمنان، سمنان، ۱۳۹۰.
- [4] N. I. Muskhelishvili; “**Some Basic Problems of the Mathematical Theory of Elasticity**”, Second edition, Noordhooft, Netherlands, 1962.
- [5] G. N. Savin; “**Stress Concentration Around Holes**”, Pergamon Press, New York, 1961.
- [6] J. D. Eshelby, Read W. T., Shockley W.; “**Anisotropic elasticity with applications to dislocation theory**”, *Acta Metallurgica*, Vol. 1, No. 3, pp. 251–259, 1953.
- [7] A. N. Stroh; “**Dislocations and cracks in anisotropic elasticity**”. *Philosophical Magazine*, Vol. 3, No. 30, pp. 625–646, 1958.
- [8] S. G. Lekhnitskii; “**Anisotropic Plates**”, Second edition, Gordon and Breach Science, New York, 1968.
- [9] W. T. Chen; “**Plane thermal stress at an insulated hole under uniform heat flow in an orthotropic medium**”, *Journal of Applied Mechanics*, Vol. 34, No. 1, pp. 133-136, 1967.
- [10] T. D. Jong; “**Stresses around rectangular holes in orthotropic plates**”, *Journal of Composite Materials*, Vol. 15, No. 3, pp. 311-328, 1981.
- [11] K. Rajaiah; N. K. Naik, “**Optimum quasi-rectangular holes in infinite orthotropic plates under in-plane loadings**”, *Journal of Applied Mechanics*, Vol. 50, No. 4a, pp. 891-892, 1983.
- [12] R. W. Zimmerman; “**Compressibility of two-dimensional cavities of various shapes**”, *Journal of Applied Mechanics*, Vol. 53, No. 3, pp. 500-504, 1986.
- [13] C. Hwu; “**Anisotropic plates with various openings under uniform loading or pure bending**”, *Journal of Applied Mechanics*, Vol. 57, No. 3, pp. 700-706, 1990.
- [14] W. Hufenbach; M. Schaffer, A. S. Herrmann, “**Calculation of the stress and displacement field of anisotropic plates with elliptical hole**”, *Ingenieur Arch*, Vol. 60, pp.507–517, 1990.

- [15] J. Daoust, S. V. Hoa; “**An analytical solution for anisotropic plates containing triangular holes**”, *Composite Structures*, Vol. 19, No. 2, pp. 107–130, 1991.
- [16] J. Rezaeepazhand, M. Jafari; “**Stress analysis of perforated composite plates, Composite Structures**”, Vol. 71, No. 4, pp. 463-468, 2005.
- [17] V. G. Ukadgaonker, D. K. N. Rao; “**A general solution for stresses around holes in symmetric laminates under inplane loading**”, *Composite Structures*, Vol. 49, No. 3, pp. 339–354, 2000.
- [18] G. Romeo; “**Analytical behavior of laminates with rectangular opening under biaxial tension, compression and shear loads**”, *Journal of Composite Materials*, Vol. 35, No. 8, pp. 639–64, 2001.
- [19] G. H. Asmar, T.G. Jabbour; “**Stress analysis of anisotropic plates containing rectangular holes**”, *International journal of mechanics and solids*, Vol. 2, No. 1, pp. 59-84, 2007.
- [20] J. Rezaeepazhand, M. Jafari; “**Stress analysis of composite plates with quasi-square cut out subjected to uniaxial tension**”, *Journal of Reinforced plastics and composites*, Vol. 29, No. 13, pp. 2015-2026, 2010.
- [21] J. M. Whitney, R. J. Nuismer; “**Stress fracture criteria for laminated composites containing stress concentrations, Journal of Composite Materials**”, Vol. 8, No. 3, pp. 253-265, 1974.
- [22] S.P. Garbo, J.M. Ogonowski; “**Strength predictions of composite laminates with unloaded fastener holes**”, *AIAA Journal*, Vol. 18, No. 5, pp. 585-589, 1980.
- [23] F. Chang, R. A. Scott, G. S. Springer; “**Failure of composite laminates containing pin loaded holes- method of solution**”, *Journal of Composite Materials*, Vol. 18, No. 3, pp. 255-278, 1984.
- [24] M. Y. Kalakci, H. M. Arsalan; “**Stress concentrations of symmetrically laminated composite plates containing circular holes**”, *Iranian Journal of Science & Technolog*, Vol. 30, 2006.
- [25] S. Dharmendra; “**Stress Concentration around Circular/Elliptical/Triangular Cutouts in Infinite Composite Plate**” *Proceedings of the World Congress on Engineering*, Vol.III, London, U.K., 2011.
- [26] E. F. Rybicki, D. Schmueser; “**Effect of stacking sequence and lay-up angle on free edge stresses around a hole in a laminated plate under tension**”, *Journal of Composite Materials*, Vol. 12, No. 3, pp.300-313, 1978.

- [27] S. Vellaichamy, B. G. Prakash, S. Brun; “**Optimum design of cutouts in laminated composite structures**”, *Computers and Structures*, Vol. 31, No. 3, pp. 241-246, 1990.
- [28] N. Bonora, M. Costanzi, M. Marchetti; “**On closed form solution for the elastic stress field around holes in orthotropic composite plates under in-plane stress conditions**”, *Composite Structures*, Vol. 25, pp. 139-156, 1993.
- [29] H. G. Beom, Y. Y. Earmme; “**Complex variable method for problems of a laminate composed of multiple isotropic layers**”, *International Journal of Fracture*, Vol. 92, No. 4, pp. 305–324, 1998.
- [30] D. K. N. Rao, M. R. Babu, K.R. N. Reddy, D. Sunil; “**Stress around square and rectangular cutouts in symmetric laminates**”, *Composite Structures*, Vol. 92, No. 12, pp. 2845-2859, 2010.
- [31] W. Hufenbach, B. Grüber, R. Gottwald, M. Lepper; “**B. Zhou, Analytical and experimental analysis of stress concentration in notched multilayered composite with finite outer boundaries**”, *Mechanics of Composite Materials*, Vol. 46, No. 5, pp. 531-538, 2010.
- [32] W. Hufenbach, B. Grüber, R. Gottwald, M. Lepper, B. Zhou; “**An analytical method for the determination of stress and strain concentrations in textile-reinforced GF/PP composites with elliptical cutout and a finite outer boundary and its numerical verification**”, *Archive of Applied Mechanics*, Vol. 83, No. 1, pp. 125–135, 2013.
- [33] W. Becker; “**Complex method for the elliptical hole in an unsymmetric laminate**”, *Archive of Applied Mechanics*, Vol. 63, No. 3, pp. 159-169, 1993.
- [34] V. G. Ukadgaonker, D. K. N. Rao; “**A general solution for stress resultants and moments around holes in unsymmetric laminates**”, *Composite Structures*, Vol. 49, No. 1, pp. 27-39, 2000.
- [35] P. Chen, Z. Shen; “**Stress resultants and moments around holes in unsymmetrical composite laminates subjected to remote uniform loading**”, *Mechanics Research Communications*, Vol. 30, No. 1, pp. 79–86, 2003.
- [36] H. K. Rangavittal, A. C. B. Naidu, B. Dattagurub, T. S. Ramamurthy; “**Analytical solutions for load transfer through smooth elastic pin in an infinite orthotropic plate**”, *Composite Structures*, Vol. 30, No. 3, pp. 329-339, 1995.
- [37] E. Madenci, L. Ileri; “**Analysis of pin-loaded holes in composite laminates under combined bearing- bypass and shear**”, *International Journal of Solids & Structures*, Vol. 32, No. 14, pp. 2053-2062, 1995.
- [38] B. Okutan; “**Behavior of pin-loaded laminated composites**”, *Experimental Mechanics*, Vol. 46, No. 5, pp. 589–600, 2006.

Abstract

In this Thesis, by expanding the Lekhnitiskii's solution, the stress distribution around non-circular hole has been studied. Lekhnitiskii used complex variables analytic method for stress analysis of anisotropic plates with circular and elliptical hole. In order to extend the Lekhnitiskii's analytical method for stress analysis of perforated symmetric laminates with non-circular holes, by means of conformal mapping, the area external to the hole can be represented by the area outside the unit circle. In this paper, try to study the effect of different parameters such as aspect ratio, stacking sequence, rotation angle of hole, bluntness and load angle on stress distribution around quasi-rectangular hole. The finite element method has been used to check the accuracy of analytical results. The analytical results are in good agreement with the numerical results. The results presented herein, indicated that the presented method can be used to determine accurately the stresses and stress concentration in composite plates with special shape cutouts. The results obtained clearly demonstrate the effect of these parameters on maximum stresses in perforated plates subjected to uni-axial tensile load. appropriate selection of bluntness and rotation angle of hole, can decrease stress concentration.



Shahrood University of Technology

Faculty of Mechanical Engineering

*Study of stress distribution around non-circular cutouts
in symmetric laminates*

Behzad Moshiri Aval

*Supervisor
Mohammad Jafari*

September 2014