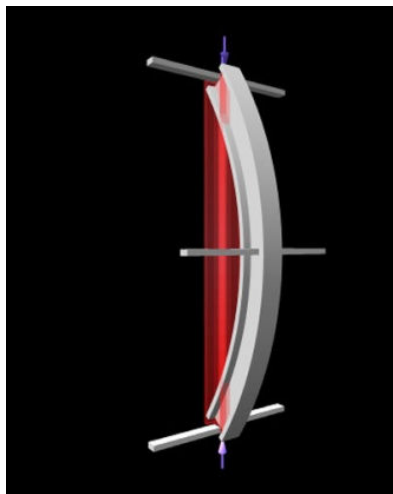


## مقدمه

کمانش یکی از پیچیده‌ترین پدیده‌ها در مکانیک جامدات می‌باشد. این پدیده، بیشتر سازه‌هایی را تهدید می‌کند که نازک بوده و تحت نیروی فشاری و یا در حوزه تنش‌های فشاری واقعند. سازه‌هایی مانند ستون‌ها، ورق‌ها و پوسته‌ها، سازه‌های رایجی هستند که کاربردهای بسیار متنوعی در صنایع مکانیک، عمران، هوافضا و کشتی‌سازی دارند. شکل (۱) تیری را نشان می‌دهد که در اثر بار فشاری دچار کمانش شده است.



شکل (۱) - کمانش تیر تحت نیروی فشاری

پدیده کمانش دارای ویژگی های زیر است:

- این پدیده در یک کلاس رفتاری که در آن جابجایی ها در جهت عمود بر نیروهای اعمالی رخ می دهد، طبقه بندی می شود.
- در این پدیده جابجایی ها با نیروی کم به سرعت تغییر می کنند.
- بارگذاری ممکن است به صورت فشاری، خمشی و یا برشی باشد.

پدیده کمانش از موضوعات مهم و کاربردی در حوزه مهندسی مکانیک است. قطعات بسیار زیادی وجود دارند که در حین کار ممکن است تحت اثر بارگذاری های مختلف محوری، خمشی یا عرضی دچار کمانش شوند. اگر قطعه ای دچار کمانش گردد، موجب زوال و از کار افتادگی آن قطعه خواهد شد. کمانش در صورتی که پیش بینی و کنترل نگردد، می تواند موجب تسلیم شدن سازه و خسارت های جبران ناپذیر گردد. شکل (۱)، چند سازه (ریل آهن، سکوی نفتی، بدنه ی کشتی، و اسکلت ساختمان) که دچار پدیده کمانش شده اند را نشان می دهد.



شکل (۱) - چند سازه که دچار پدیده کمانش شده اند.

عوامل و پارامترهای بسیاری در ایجاد پدیده کمانش نقش دارند؛ گشودگی موجود در اجزای سازه، هندسه ی گشودگی، نوع بارگذاری و نوع تکیه گاه از جمله ی این عواملند.

ورق های فولادی در بسیاری از سازه‌ها مانند سازه‌های عرشه و بدنه کشتی‌ها، پل‌ها و سازه‌های صنایع هوافضا وجود دارند. در بسیاری از موارد، این صفحات در معرض بار فشاری تک محوره قرار دارند که زمینه را برای ناپایداری و کمانش ورق فراهم می‌آورد.

گاهی، وجود گشودگی در ورق‌ها جهت بازرسی، نگهداری و سرویس، اجتناب ناپذیر است. در این موارد، وجود این گشودگی‌ها توزیع تنش در ورق را تغییر داده و ممکن است پایداری آنها را به طور چشمگیری کاهش دهند. لذا ضروری است که رفتار کمانش این گونه ورق‌ها مورد تحلیل و بررسی دقیق قرار گیرد.

### - روش های بررسی پدیده ی کمانش

سه روش برای بررسی پدیده ی کمانش وجود دارد:

#### • روش تحلیلی

این روش صرفاً برای برخی هندسه های خاص که تحت شرایط مرزی و بارگذاری های ساده قرار دارند، کاربرد دارد. چنانچه بارگذاری، شرایط مرزی و یا هندسه کمی پیچیده شود (مثلاً ورق دارای گشودگی)، دیگر روش های تحلیلی پاسخگو نیستند.

#### • روش عددی

روش عددی که عمدتاً از تکنیک اجزای محدود استفاده می کند، قادر به بررسی طیف وسیعتری از مسائل نسبت به روش تحلیلی می باشد. این روش بسته به نوع تحلیل و مشخصاتی که کاربر برای مسئله انتخاب می کند (نظیر انتخاب نوع المان، نحوه مش بندی نمونه)، می تواند پاسخ های متفاوتی ارائه کند. این روش نسبتاً سریع و کم هزینه بوده و در صورت استفاده ی صحیح، جواب های قابل قبولی را ارائه می دهد.

## • روش تجربی

روشی نسبتاً پرهزینه و بعضاً زمان بر بوده ولی در صورت استفاده ی صحیح از آن، جواب های دقیق و قابل اطمینانی می دهد که می توان نتایج بدست آمده از آن را مبنای طراحی و تأیید روش های دیگر قرار داد.

در این تحقیق رفتار کمانش صفحات مستطیلی با گشودگی های دایروی و مربعی، تحت بارگذاری با پهنای بار مختلف بررسی شده است. مسأله به گونه ای بررسی شده که ورق ها از یک انتها تحت دو نوع تکیه گاه ساده و گیردار قرار می گیرند و کلیه ی بارگذاری ها از انتهای دیگر ورق توسط تکیه گاه های ساده با عرض های متفاوت اعمال می شود. عوامل و پارامترهای مؤثر در مسأله به صورت جداگانه مورد بررسی قرار گرفته اند و داده های به کار گرفته شده جهت تحلیل، عمدتاً از طریق آزمایش های تجربی به دست آمده اند، لذا کاملاً قابل اعتماد می باشند. نتایج به دو روش عددی و تجربی استخراج و با یکدیگر مقایسه شده است. در روش عددی از نرم افزار ABAQUS و در روش تجربی از یک دستگاه سرو هیدرلیک INSTRON8802 استفاده شده است.

فصل اول، مروری بر تحقیقات انجام شده توسط دیگران دارد. چند روش برای تحلیل کمانش ورق ها مختصراً شرح داده شده است. در فصل دوم روند تحلیل عددی مسئله به روش المان محدود به تفصیل بیان شده و در فصل سوم به بررسی تجربی مسئله پرداخته شده است. در فصل چهارم، مقایسه ی نتایج تجربی و عددی با یکدیگر آورده شده است.

## فصل اول

### مروری بر تحقیقات انجام گرفته

مسأله ی کمانش ورق مستطیلی دارای تکیه گاه های ساده ی چهار لبه و با طول  $a$  ، عرض  $b$  و ضخامت  $t$  ، برای اولین بار توسط تیموشنکو<sup>۱</sup> [۱] در سال ۱۹۶۱ مورد مطالعه قرار گرفت و با در نظر گرفتن فقط جمله درجه اول در معادله حاکم، تنش بحرانی به این صورت حاصل شد :

$$\sigma_{cr} = k \pi^2 E / (12(1-\nu^2)) (t / b)^2 \quad (۱-۱)$$

$k$  ضریب بی بعد کمانش ورق بوده و به نوع بارگذاری، شرایط مرزی و نسبت طول به عرض  $a/b$  بستگی دارد. همچنین،  $E$  مدول یانگ و  $\nu$  ضریب پواسون است. برای شرایط مرزی تکیه گاه ساده و بارگذاری فشاری تک محوره در دو لبه کوتاه،  $k$  به این صورت نوشته می شود:

$$k = \left( \frac{1}{m} \frac{a}{b} + m \frac{b}{a} \right)^2 \text{ و } m=1,2,\dots \quad (۲-۱)$$

که کمترین مقدار  $k$ ، در این حالت برابر چهار می باشد.

این مقدار مینیمم برای  $a/b=1$  در  $m=1$  و برای  $a/b=2$  در  $m=2$  و ... اتفاق می افتد.

مشاهده شده است که کمترین بار مختص حالتی است که مقدار نسبت طول به عرض، عدد

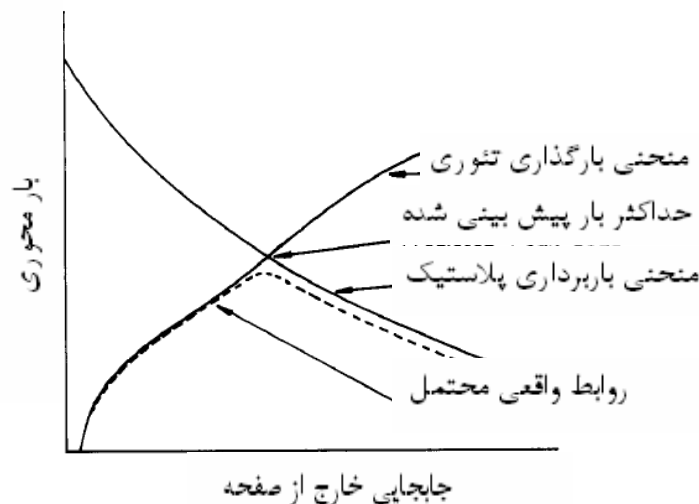
---

<sup>۱</sup> Timoshenko

صحیح بوده و مستقل از مقدار این پارامتر است. بنابراین بسیاری از محققان ورق مربع ( $a/b = 1$ ) را برای بررسی رفتار کمانشی صفحات مستطیلی با نسبت طول به عرض عدد صحیح، مورد مطالعه قرار داده اند.

میگنوت<sup>۱</sup> [۲] در سال ۱۹۸۰ در مقاله‌ای پیشنهاد کرده است که برای بررسی کمانش ورق های دارای گشودگی، این مسأله با روشی به نام همگن سازی به مسأله کمانش ورق بدون گشودگی تقلیل داده شود. وی مسأله مقدار ویژه و نیز پس کمانش ورق را با این روش حل کرده است.

نرایانان<sup>۲</sup> [۳]، در سال ۱۹۸۴ به بررسی ظرفیت نهایی کمانش ورق های دارای گشودگی تحت بار فشاری تک محوره پرداخته است. وی از روشی تقریبی برای پیش بینی بار کمانش استفاده کرده و با نتایج تجربی، کار تئوری خود را تأیید کرده است. وی در این مقاله ورق های مربعی دارای گشودگی دایروی و مربعی را بررسی کرده است. وی بار کمانش را از نقطه تلاقی بین منحنی تئوری بارگذاری و منحنی باربرداری بدست آمده از تئوری پلاستیک بدست می آورد (شکل ۱-۱) و از طریق مقایسه با نتایج تجربی و نیز مطالعات تئوری انجام شده نشان می دهد که این روش، در عمل دارای دقتی مناسب برای ورق ها می باشد.



شکل (۱-۱)- رفتار بار-جابجایی ورق تحت فشار تک محوری [۳]

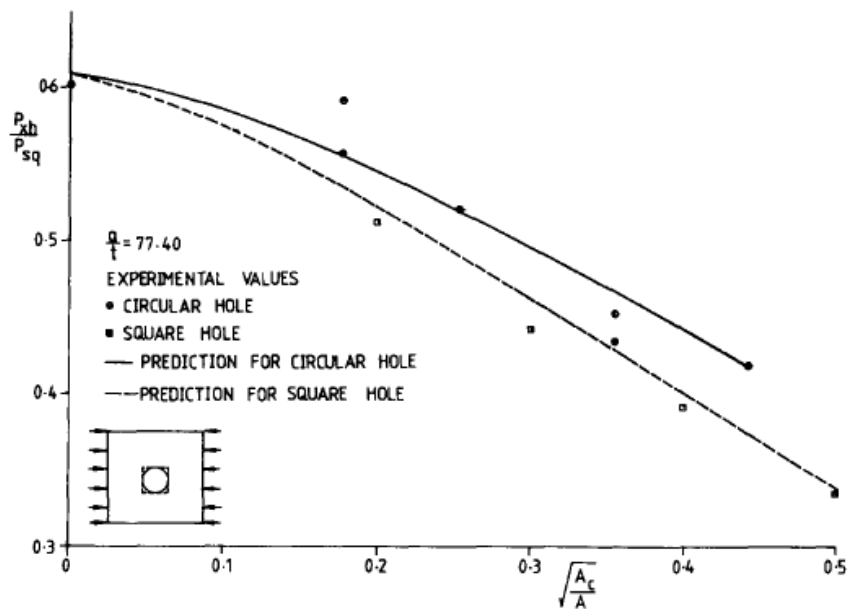
<sup>1</sup> Mignot

<sup>2</sup> Narayanan

وی در مقاله خود، تأثیر قطر گشودگی و نیز تأثیر ضخامت ورق را در رفتار کمانشی بررسی کرده است. همچنین نقص اولیه ورق های مورد مطالعه را با دستگاه های دقیق اندازه گیری کرده و سپس آزمایش های تجربی را انجام داده است. وی مشاهده کرد که نتایج تئوری و تجربی تطابق خوبی با هم دارند.

نتایج نرایانان نشان می دهد که تغییر مکان گشودگی برای سوراخ های کوچکتر از  $0/3a$  (a، طول ترک)، تأثیر اندکی بر ضریب کمانش دارند. برای گشودگی های بزرگتر، ضریب کمانش با بیشتر شدن فاصله گشودگی از مرکز صفحه کاهش می یابد. برای گشودگی با سایز  $0/5a$ ، کاهش خطی در ضریب کمانش از ۳ به ۲ در افزایش فاصله گشودگی از مرکز سوراخ از 0 تا  $0/2a$  مشاهده می شود.

در شکل (۲-۱)، نتایج تحقیق نرایانان برای سوراخ های دایروی و مربعی آورده شده است، همان طور که مشاهده می شود، ورق های با گشودگی مربعی شکل دارای پایداری کمتری می باشند.



شکل (۲-۱)- بار کمانش ورق های دارای گشودگی دایروی و مربعی [۲]

رابرتز<sup>۱</sup> [۴]، نیز در سال ۱۹۸۴ با استفاده از روش  $FEM^2$ ، کمانش الاستوپلاستیک ورق های دارای گشودگی را بررسی کرده است.

رابرتز از المان های مثلثی سه گرهی که هر گره ۵ درجه آزادی دارد برای مدل کردن صفحه استفاده کرده و روابط تنش-کرنش الاستوپلاستیک را بر اساس تابع ناحیه تسلیم با فرض پلاستیک کامل شدن کل ضخامت ورق برای سطح تسلیم در نظر گرفته است. بر این اساس، کمانش الاستیک ورق منجر به حل معادله  $\det[KL] + \mu[KG] = 0$  می شود که  $[KL]$  ماتریس سفتی خمشی و  $[KG]$  ماتریس سفتی هندسی که بستگی به تنش های غشایی قبل از کمانش دارد، می باشند. کمترین مقدار ویژه  $\mu$  معرف فاکتور بار بحرانی و بردار ویژه مربوطه معرف شکل کمانش می باشد. وی ورق مربعی دارای تکیه گاه های ساده را مورد مطالعه قرار داده است.

در نتایج رابرتز،  $d$ ،  $b$  و  $t$ ، به ترتیب قطر گشودگی، عرض و ضخامت ورق است که برای نسبت  $d/b$  بین ۰ تا ۰/۵، اندازه ی گشودگی تأثیر چندانی بر بار کمانش ندارد و بار کمانش با افزایش اندازه سوراخ، مخصوصاً برای مقادیر کوچکتر  $b/t$  کاهش می یابد.

نتایج حل المان محدود رابرتز با اختلاف بسیار اندکی با نتایج تئوری و تجربی موجود مطابقت می کند که این مسأله تأییدی بر نتایج وی می باشد.

یترمان<sup>۳</sup> و براون<sup>۴</sup> [۵] در سال ۱۹۸۵ با استفاده از روش ماتریس مستقیم، پایداری ورق های مربعی شکل را بررسی کرده است. به عقیده وی دقت در تعیین توزیع تنش در ورق عامل اساسی برای دقت در پیش بینی بار کمانش می باشد. نتایج تحلیل های آنها در گشودگی های کوچک تطابق خوبی با نتایج رابرتز [۴] دارد (شکل ۱-۳). اما در گشودگی های بزرگتر اختلاف بیشتر می شود که براون پیدا کردن دلیل این اختلاف را ملزم به تحقیقات بیشتر دانسته است.

---

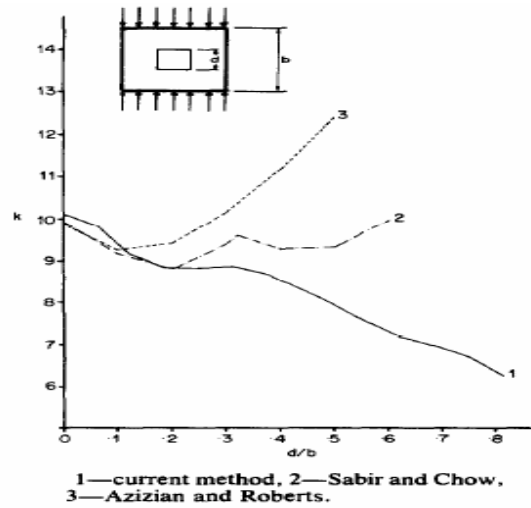
<sup>1</sup> Roberts

<sup>2</sup> Finite Element Method

<sup>3</sup> Yetterman

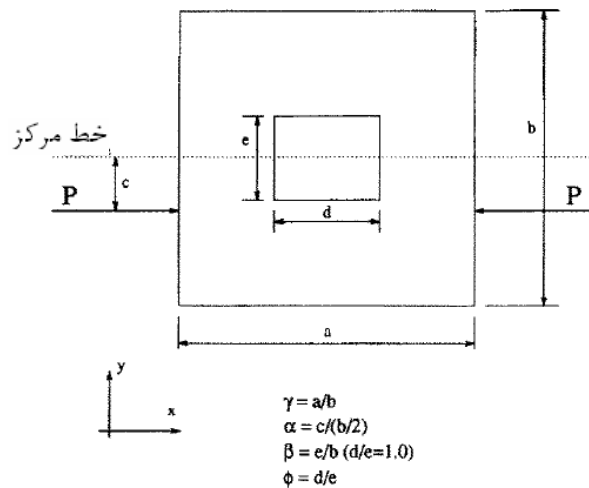
<sup>4</sup> Brown





شکل (۳-۱) - مقایسه نتایج برای شرایط مرزی گیردار در هر چهار لبه [۵]

براون [۶] در سال ۱۹۸۹ تغییرات بار کمانش صفحات مستطیلی با گشودگی مربعی را که تحت بار متمرکز قرار داشتند، مورد بررسی قرار داد و ارتباط بین تغییرات ضریب کمانش را با نسبت اضلاع مختلف صفحه، گشودگی و تغییر محل اثر نیرو بدست آورد. وی از روش اجزاء محدود برای تحقیق پارامترهای مؤثر بر پایداری صفحات مورد نظر استفاده کرد. نمای کلی هندسه ای که وی مورد بررسی قرار داد در شکل (۴-۱) نشان داده شده است.



شکل (۴-۱) - هندسه و مشخصات ورق های مورد بررسی توسط براون [۶]

معادلات حاکم به صورت زیر بود:

(۳-۱)

$$\gamma_{cr} Bv = KV$$

$$\gamma_{cr} Gv = V$$

$$G = K^{-1}B = FB$$

**V**: بردار جابجایی عرضی

**B**: ماتریس تنش

**K**: ماتریس سفتی صفحه

**F**: ماتریس انعطاف پذیری صفحه

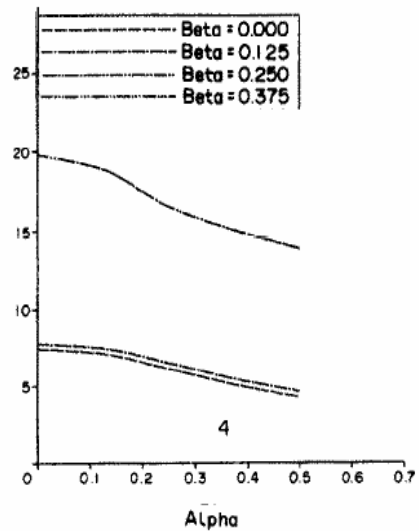
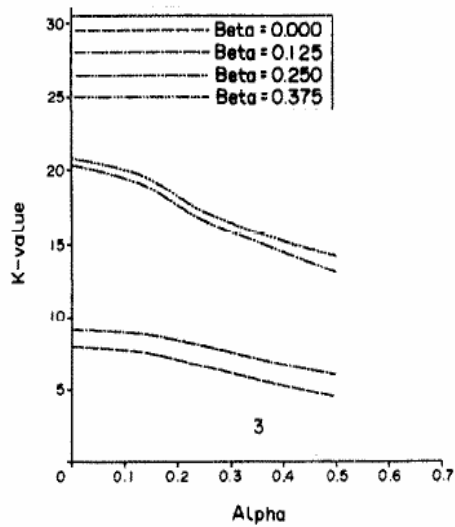
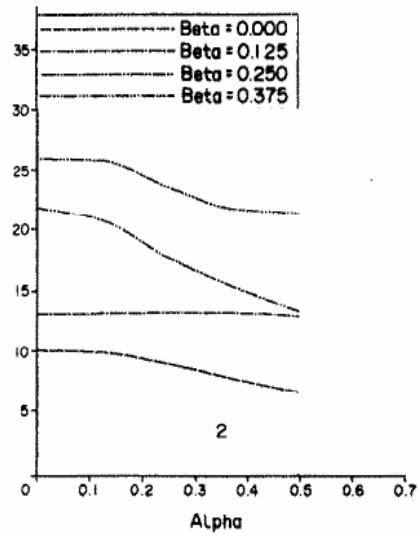
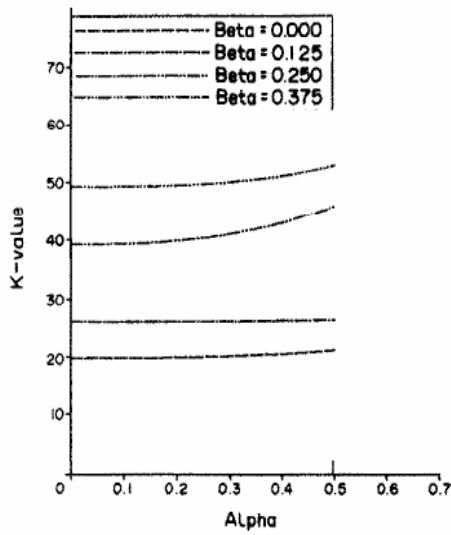
$\gamma_{cr}$ : نخستین مقدار ویژه

وی ورق ها را تحت چهار شرط مرزی لبه ای بررسی کرد و تغییرات ضریب کمانش الاستیک را با نسبت های مختلف  $(\alpha = c/(b/2))$  ، برای سه نسبت طول به عرض  $(\gamma = a/b)$  ، ۰/۵ ، ۱ و ۲ بررسی کرد. در شکل های (۵-۱) تا (۷-۱)، نمودار مربوط به نتایج این تحقیق آورده شده است. در این شکل ها، شماره ی ۱ تا ۴ به ترتیب بیانگر: ۱- چهار طرف تکیه گاه ساده<sup>۱</sup> (SSSS). ۲- دو طرف مقابل تحت اثر نیرو و تکیه گاه ساده و دو طرف مقابل دیگر کاملاً گیردار<sup>۲</sup> (SFSF). ۳- دو طرف مقابل تحت اثر نیرو و کاملاً گیردار و دو طرف مقابل دیگر تکیه گاه ساده (FSFS). ۴- چهار طرف تکیه گاه گیردار (FFFF).

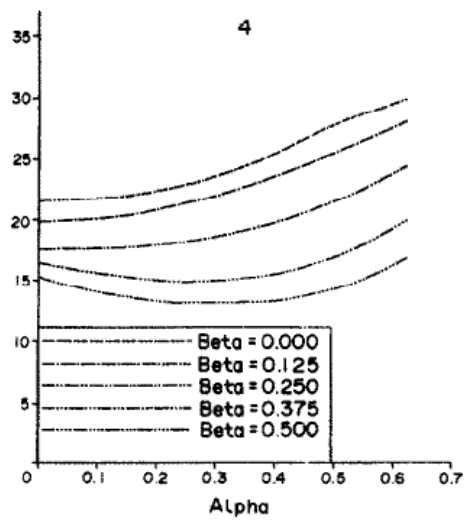
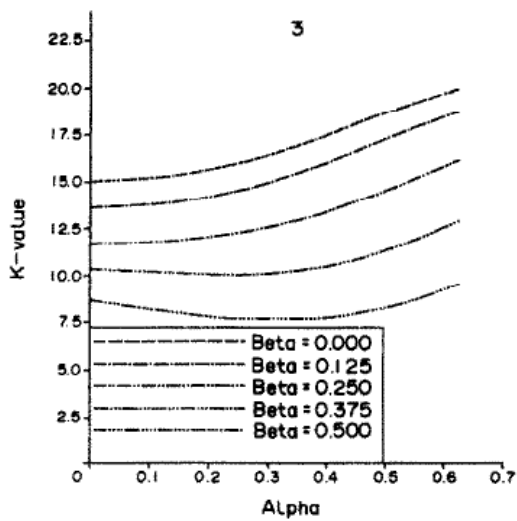
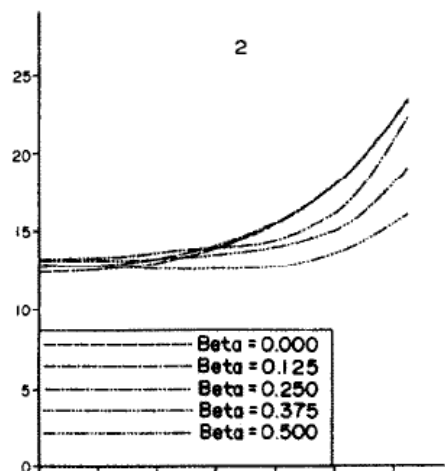
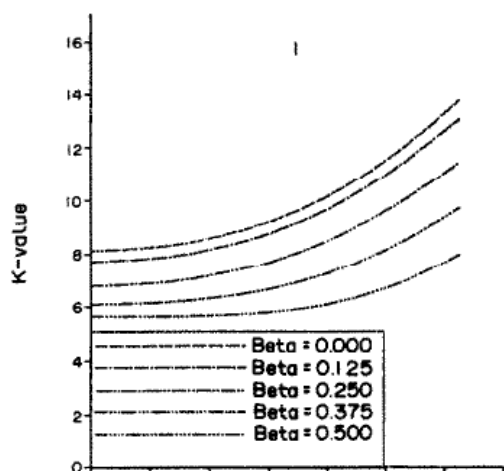
---

<sup>1</sup> Simply Support

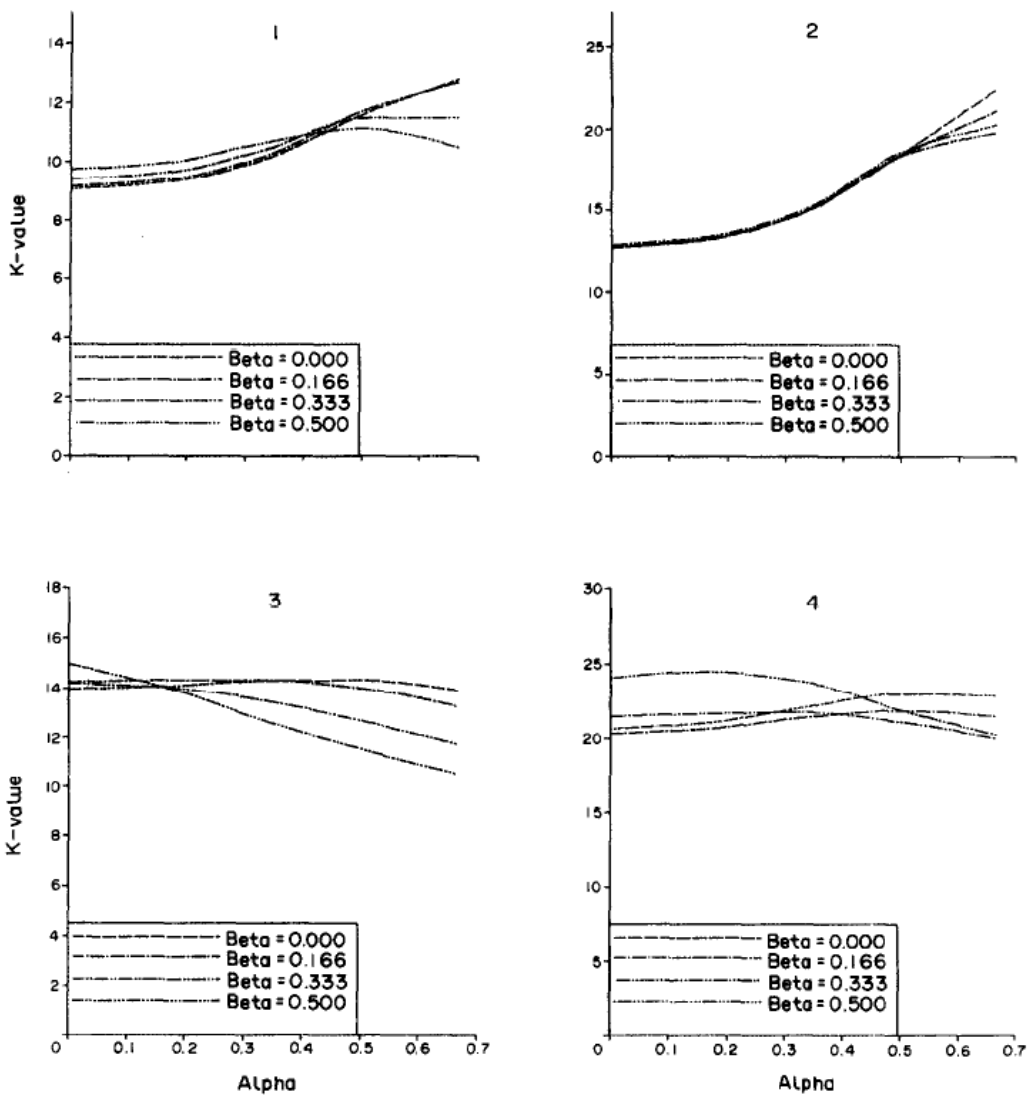
<sup>2</sup> Fully Fixed



شکل (۱-۵) - تغییرات ضریب کمانش الاستیک با نسبت های مختلف  $\alpha$  و  $\gamma = 0.5$  [۶]

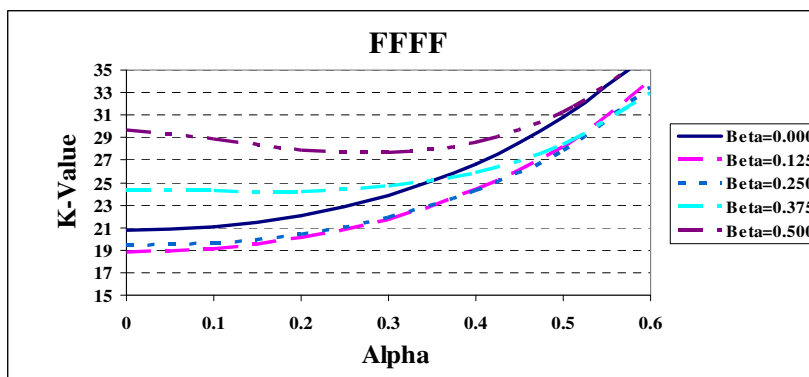
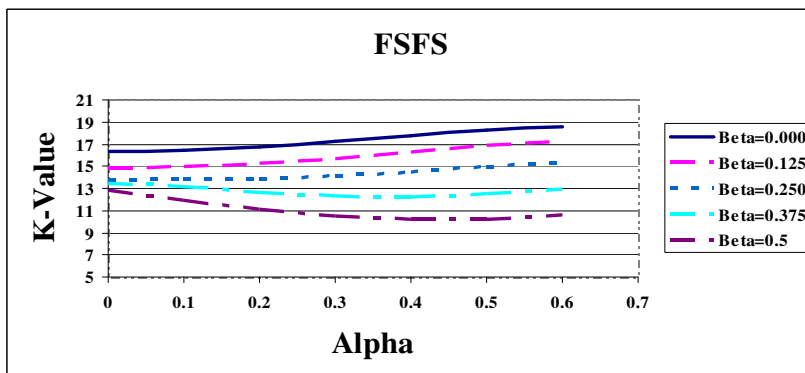
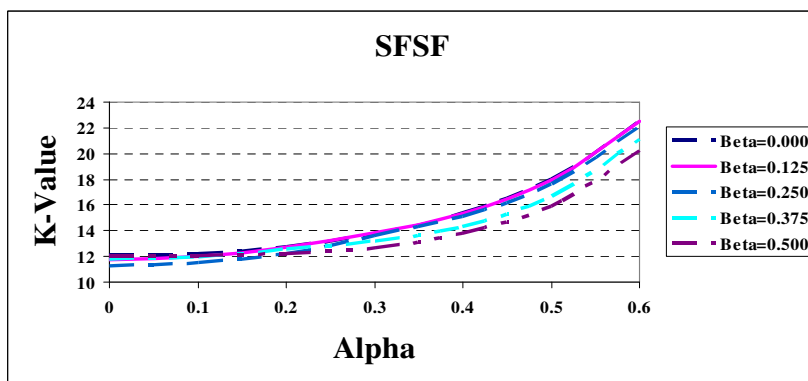
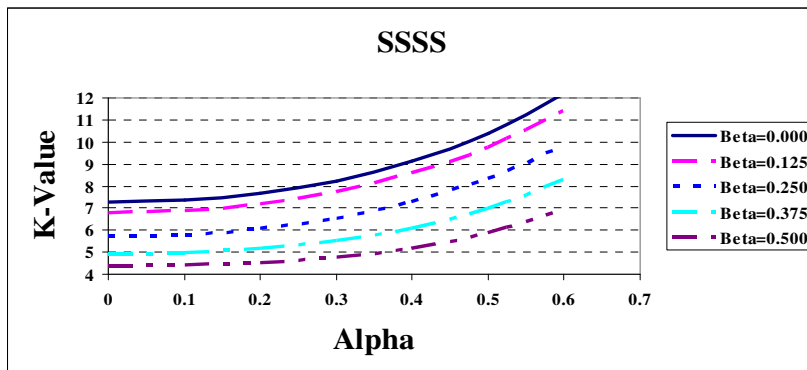


شکل (۶-۱) - تغییرات ضریب کمانش الاستیک با نسبت های مختلف  $\alpha$  و  $\gamma=1$  [۶]

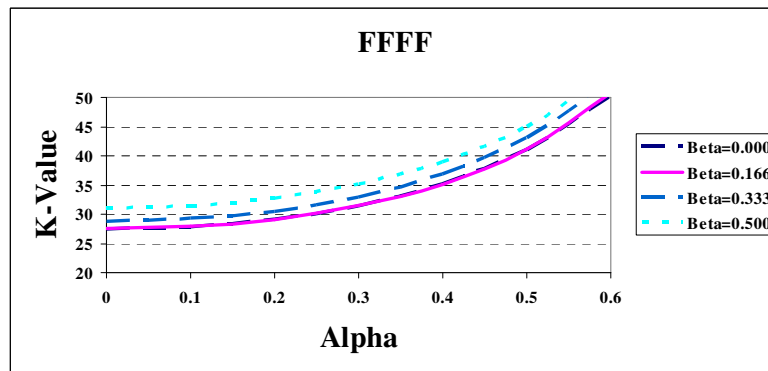
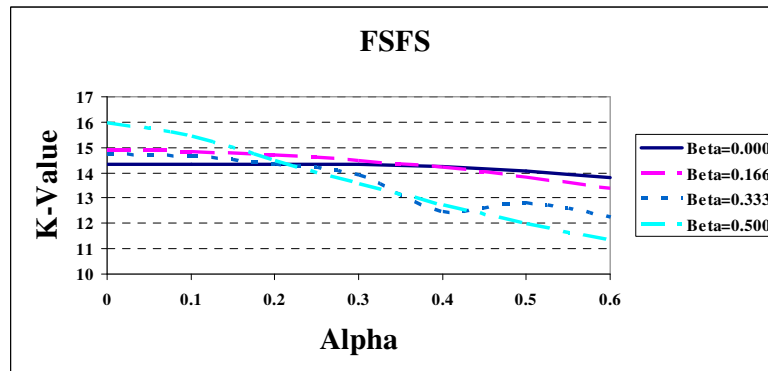
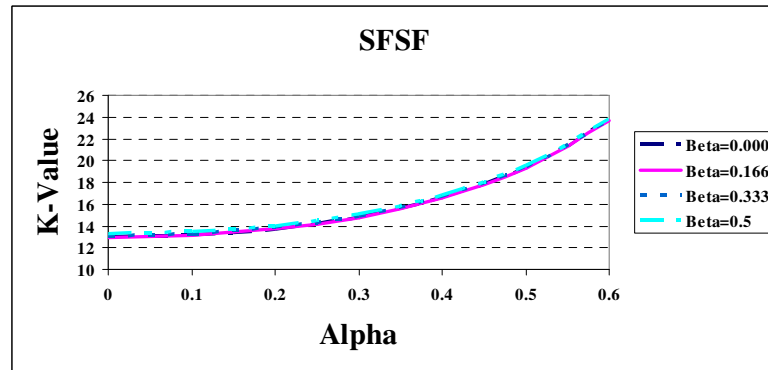
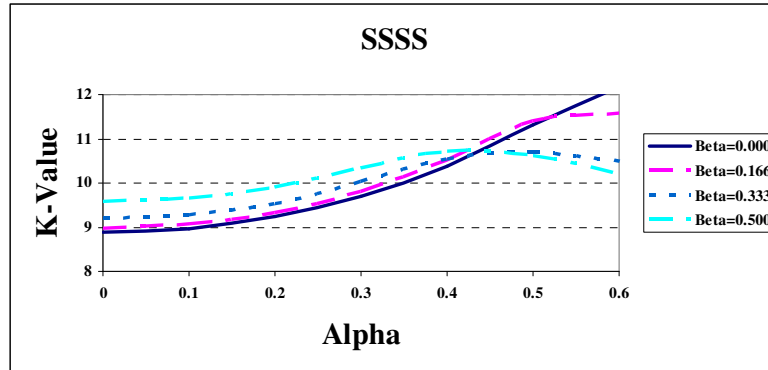


شکل (۷-۱) - تغییرات ضریب کمانش الاستیک با نسبت های مختلف  $\alpha - \gamma = 2$  [۶]

در سال ۲۰۰۷ مؤلفین طی مطالعه ای مسئله جاری را به روش عددی و توسط نرم افزار ABAQUS مجدداً مورد بررسی قرار دادند که روند نتایج حاصله نیز مطابقت خوبی با نتایج آقای براون داشت. این نتایج در شکل های (۸-۱) و (۹-۱) آورده شده است.

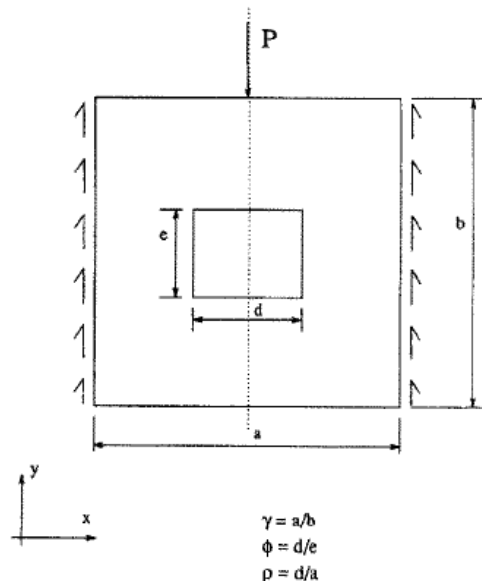


شکل (۸-۱) - تغییرات ضریب کمانش الاستیک با نسبت های مختلف  $\alpha$  و  $\gamma = 1$



شکل (۹-۱) - تغییرات ضریب کمانش الاستیک با نسبت های مختلف  $\alpha$  و  $\gamma = 2$

براون برای هندسه ی نشان داده شده در شکل (۱۰-۱) نیز ضرایب کمانش را محاسبه کرد که در آن ورق دارای گشودگی، تحت نیروی متمرکز و دو تکیه گاه برشی قرار دارد.



شکل (۱۰-۱) - هندسه و مشخصات نمونه ی مورد بررسی براون [۶]

K، ضریب کمانش، از رابطه ی زیر محاسبه می شود

$$k = \frac{P_{cr} b}{\pi D} \quad (۴-۱)$$

شنماگام<sup>۱</sup> و همکارانش [۷]، در سال ۱۹۹۹، به بررسی کمانش ورق های دارای گشودگی تحت فشار محوری پرداخته است. وی در این مقاله رفتار کمانشی و پس کمانشی ورق های سوراخدار با شرایط مرزی مختلف تحت بار فشاری تک محوره و دو محوره را مورد مطالعه قرار داده است.

وی در تحقیق خود از نرم افزار المان محدود ABAQUS برای بررسی رفتار کمانشی ورق های مربعی دارای گشودگی دایروی و مربعی شکل استفاده کرده است. وی پارامترهایی همچون هندسه و ابعاد گشودگی، ضخامت ورق، شرایط مرزی و نوع بارگذاری را مورد بررسی قرار داده است

<sup>1</sup> Shanmugam



شناگام، برای بررسی دقت آنالیز انجام شده با ABAQUS، نتایج تجربی بدست آمده توسط نرایانان [۳] را با نتایج تحلیل عددی خود مقایسه کرده و به تطابق خوبی دست یافته است، به طوری که حداکثر اختلاف بین نتایج تجربی نرایانان و بررسی FEM با این نرم افزار ۷٪ حاصل شده است که بیانگر این واقعیت است که نرم افزار المان محدود ABAQUS توانایی مدل سازی رفتار کمانشی ورق های دارای گشودگی را با دقت مناسبی دارا می باشد.

در تحلیل ورق های دارای گشودگی، پارامترهایی که باید در نظر گرفته شوند، بسیار زیاد هستند. مهمترین پارامتر به اعتقاد شناگام نسبت عرض به ضخامت ورق  $b/t$  می باشد. پارامتر موثر دیگر نسبت ابعاد سوراخ به ابعاد صفحه است. وی نقص اولیه را معادل  $b/1000$  برای تمامی ورق ها در نظر گرفته است. دیگر پارامترهای در نظر گرفته شده، شرایط مرزی و نوع بارگذاری (تک محوره و دو محوره) می باشند. در تحقیق وی، تحلیل ها با ثابت در نظر گرفتن همه پارامترها غیر از یک پارامتر که در حال تغییر می باشد، انجام شده و بار بحرانی بدست آمده است و از این نتایج برای ارائه فرمول استفاده شده است.

به عنوان مثال برای یک شرط مرزی و بارگذاری در نظر گرفته شده، نسبت بار بحرانی به بار تسلیم، تابعی از نسبت عرض به ضخامت و نسبت ابعاد گشودگی به عرض ورق  $d/b$  در نظر گرفته شده و تغییرات بار بحرانی بر بار تسلیم بر حسب نسبت ضخامت و نسبت  $d/b$  بدست آمده و سپس، یک چند جمله ای درجه دوم از این نتایج عبور داده شده است که فرمول پیشنهادی برای این حالت، بدین ترتیب حاصل شده است.

شناگام، فرمول های پیشنهادی خود را با نتایج تجربی نرایانان مقایسه کرده و مشاهده کرده است که نتایج با هم تطابق خوبی دارند. وی همچنین برای بررسی رابطه پیشنهادی خود، نتایج حاصل از این فرمول ها را با نتایج بدست آمده توسط نرم افزار ABAQUS نیز تأیید کرده است. در مقایسه این نتایج مشاهده شده است که فرمول های پیشنهادی وی، پیش بینی محافظه کارانه با خطای کمتر از ۱۰٪ ارائه می دهد، که این نتایج برای طراحی قابل قبول می باشند.

خالد<sup>۱</sup> و همکارانش [۸]، در سال ۲۰۰۱ در مقاله ای تأثیر نسبت طول به عرض در کمانش صفحات دارای گشودگی غیر مرکزی تحت بار تک محوره را مورد مطالعه قرار داده‌اند. در تحقیق آنها از روش FEM برای تعیین بار کمانش استفاده شده است. آنها شرایط مرزی را برای هر چهار لبه، ساده در نظر گرفته و نسبت های طول به عرض ۱ تا ۴ را برای بررسی تأثیر این پارامتر بر روی بار کمانش بررسی کردند. دو هندسه برای گشودگی به صورت دایروی و مستطیلی با گوشه‌های گرد شده مورد بررسی قرار گرفته و مرکز گشودگی در نقاط مختلفی از صفحه واقع شد.

آنها ابراز داشتند که در ورق های نازک (یعنی مقادیر بزرگ  $b/t$ ) ، غالباً ناپایداری در تنش بحرانی  $\sigma_{cr}$  که بسیار کوچکتر از تنش تسلیم ماده  $\sigma_{ys}$  می باشد، رخ می‌دهد، مخصوصاً در مواردی که ورق دارای گشودگی نباشد، که این تنش، تنش کمانش الاستیک است. اما در ورق های ضخیم یا در ورق های دارای گشودگی بزرگ، ناپایداری ممکن است هنگامی رخ دهد که ماده به تنش تسلیم برسد، که در این حالت، کمانش غیر الاستیک می باشد.

بنابراین در ورق های بسیار ضخیم، زوال قطعه ممکن است پیش از کمانش رخ دهد. در تحقیق خالد [۸]، ورق ها نازک فرض شده‌اند تا تنش کمانش کمتر از تنش تسلیم ماده بوده و کمانش الاستیک مورد بررسی قرار بگیرد.

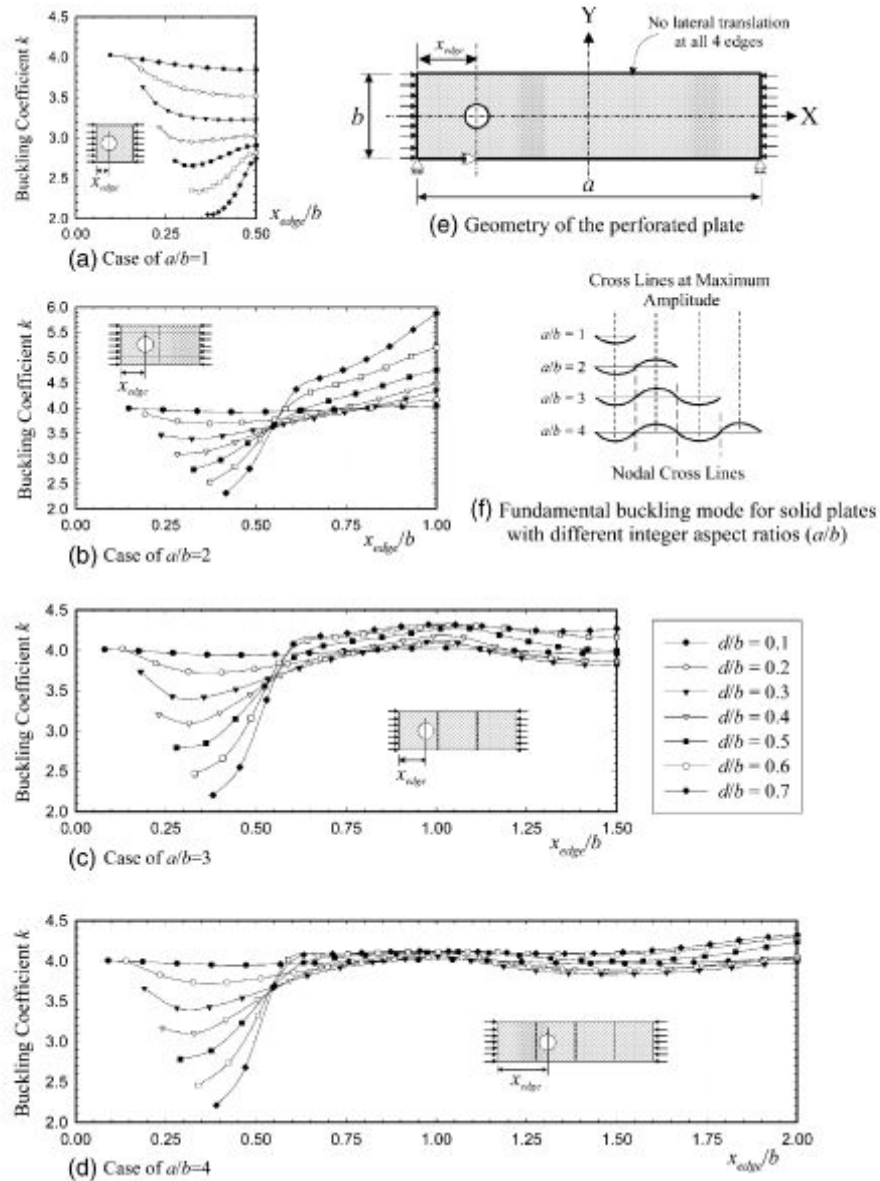
وی از نرم افزار المان محدود ANSYS برای تعیین بار کمانش استفاده کرده است. پس از تحلیل المان محدود، ضرایب کمانش  $k$  بدست آمده برای صفحات با سوراخ جابجا شده در امتداد طولی صفحه در شکل (۱-۱۱) نشان داده شده است.

در این شکل مشاهده می شود که برای اندازه ی کوچک سوراخ (مثلاً برای  $d/b = 0.1$ ) ، جایگاه سوراخ تأثیر کمی بر روی ضریب کمانش دارد، مخصوصاً برای حالتی که نسبت طول به عرض صفحه بزرگتر می شود. همچنین مشاهده می شود که رفتار کمانش صفحات مستطیلی با نسبت طول به عرض ۲ ، ۳ و ۴ هنگامی که سوراخ در امتداد طولی صفحه و در نیمه بیرونی پانل آخری جابجا می شود ( $x_e/b < 0.5$ ) ، مشابه صفحه مربعی شکل است، با این تفاوت که به مقدار بسیار

---

<sup>1</sup> Khaled

کم ، پارامتر  $k$  افزایش می یابد. همچنین مشاهده می شود که یک منطقه نامطلوبی برای جایگاه سوراخ‌های بزرگ وجود دارد که در آن ناحیه، ضریب کمانش به مقدار چشمگیری کاهش می یابد. این منطقه را می توان برای  $x_e / b$  بین  $0.25$  و  $0.5$  تعریف کرد. به این منظور پیشنهاد می شود که وقتی اجبار برای قرار گرفتن سوراخ در این ناحیه وجود دارد، اندازه سوراخ برابر  $d/b < 0.4$  در نظر گرفته شود تا  $k$  از ۳ کوچکتر نشود.

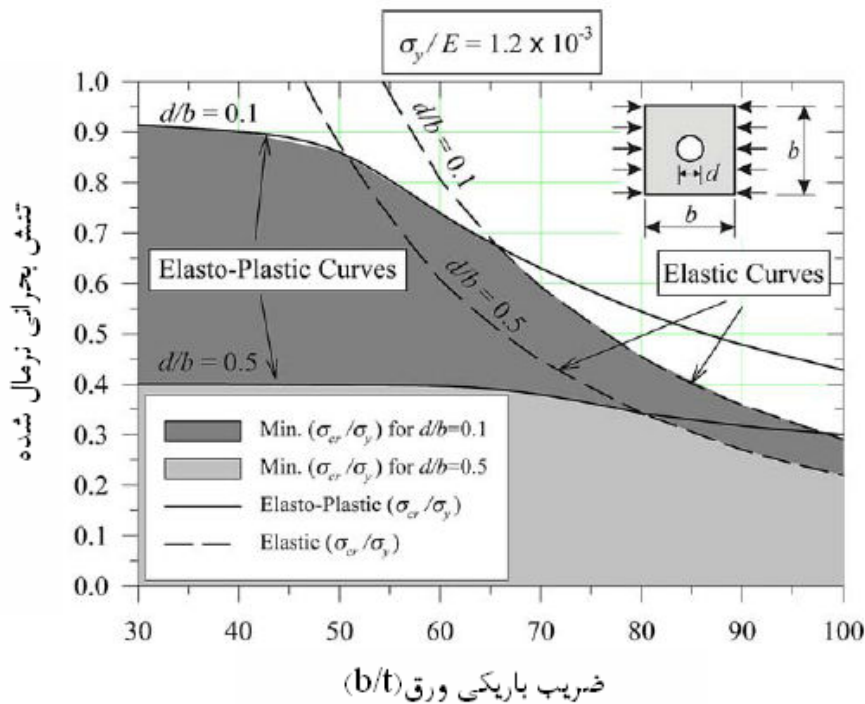


شکل (۱-۱۱) - ضرایب کمانش  $k$  برای صفحات با سوراخ جابجا شده در امتداد طولی صفحه [۸]

خالد [۸]، همچنین پیشنهاد می کند که برای اینکه  $k > 3/4$  باشد، باید فاصله لبه گشودگی از لبه بارگذاری نشده ورق (لبه های طولی) بیشتر از  $1/b$  باشد؛ چرا که با افزایش این فاصله، پایداری ورق بیشتر می شود. در بررسی گشودگی مستطیلی شکل نیز وی پیشنهاد می کند که عرض مستطیل در راستای طولی صفحه قرار بگیرد؛ چرا که در بررسی وی مشخص شده است که گشودگی مستطیلی که طول آن در راستای طولی صفحه قرار گرفته باشد، بار کمانش را کاهش می دهد.

خالد [۹] در مقاله ای تحت عنوان کمانش الاستوپلاستیک صفحات دارای گشودگی تحت فشار تک محور در سال ۲۰۰۴، به بررسی این موضوع پرداخته است. وی در این تحقیق از روش FEM برای تعیین تنش کمانش صفحات دارای گشودگی دایروی شکل بهره برده است. وی منحنی های مربوط به تنش الاستیک و نیز تنش الاستوپلاستیک بر حسب نسبت عرض به ضخامت ورق ( $b/t$ ) برای جنس های متفاوتی از فولاد را بدست آورده که از این اطلاعات برای تعیین مد خرابی حاکم می توان استفاده کرد. در این مقاله نیز مکان گشودگی در امتداد طولی صفحه جایجا شده است تا تأثیر این پارامتر بر رفتار کمانشی مورد بررسی قرار گیرد. با بررسی نتایج این تحقیق مشاهده می شود که تنش بحرانی کمانش با افزایش نسبت عرض به ضخامت ورق ( $b/t$ )، همیشه کاهش می یابد و این افزایش برای مقادیر بزرگتر نسبت ضخامت، مخصوصاً برای ابعاد کوچک گشودگی ها که خرابی قطعه از حالت الاستوپلاستیک به پلاستیک خالص تغییر وضعیت می دهد، بیشتر است. در این مقاله نیز خالد، از نرم افزار المان محدود ANSYS استفاده کرده است. شرایط مرزی در هر چهار لبه ساده در نظر گرفته شده است. وی خواص ماده را الاستیک خطی-پلاستیک کامل در نظر گرفته است و از پدیده کار سختی صرف نظر کرده است. در این مقاله حداکثر مقدار نقص اولیه  $b/2000$  در نظر گرفته شده است.

در شکل (۱-۱۲) تغییرات تنش بحرانی نرمال شده بر حسب نسبت ضخامت برای فولاد A36 آورده شده است.



شکل (۱۲-۱) - تنش کمناش بر حسب نسبت عرض به ضخامت برای فولاد A36 [۹]

همانطور که مشاهده می شود، برای ورق های نازکتر در یک اندازه سوراخ مشخص، تنش کمناش غیر الاستیک بزرگتر از تنش الاستیک است که این اختلاف با افزایش  $b/t$  افزایش می یابد. نقطه تلاقی منحنی های الاستیک و غیر الاستیک، تعیین کننده نسبت  $(b/t)$  بحرانی می باشد که در آن تنش بحرانی از الاستیک به غیر الاستیک تغییر می کند.

خالد [۹]، نتایج این تحقیق را بدین صورت بیان می کند که برای صفحه مربعی شکل با سوراخ مرکزی تحت بار فشاری تک محوره، برای اندازه های کوچک سوراخ ( $d/b < 0.3$ ) کمناش الاستیک رخ می دهد و همچنین در مواردی که  $b/t > 65$  برای فولاد A36،  $b/t > 55$  برای فولاد A572 و  $b/t > 50$  برای فولاد A572 می باشد، نیز کمناش در محدوده الاستیک می باشد.

برای سوراخ های بزرگ ( $d/b = 0.6$  و  $0.7$ )، نسبت ضخامت تأثیر قابل اغماضی در تنش بحرانی داشته و کمناش کاملاً غیرالاستیک رخ می دهد.

برای ورق های ضخیم، در تمام اندازه سوراخ ها کمانش غیرالاستیک رخ می دهد و تنش بحرانی با افزایش قطر سوراخ، کاهش می یابد. همچنین مقدار تنش بحرانی بستگی به تنش تسلیم فولاد دارد که با بیشتر شدن تنش تسلیم، افزایش می یابد.

خالد [۹]، پیشنهاد می کند که در کمانش الاستوپلاستیک، فاصله مرکز سوراخ از لبه صفحه از  $0.1$  کمتر نباشد ( $x_e / b > 0.1$ )، چرا که در غیر اینصورت تنش بحرانی به شدت کاهش می یابد. وی همچنین بیان می کند که ورق بیشترین پایداری را در حالتی از خود نشان می دهد که برای تمام اندازه گشودگی ها، سوراخ در مرکز صفحه واقع شده باشد.

آناند<sup>۱</sup> [۱۰] در سال ۲۰۰۶، مسأله مقدار ویژه کمانش در ورق های دوگانه پیوسته را بررسی کرده است. وی از ورق های مربع و مستطیل شکل که دارای سوراخ مرکزی می باشند، به عنوان مثال عددی برای ورق های دوگانه پیوسته استفاده کرده است. وی ضریب کمانش را محاسبه کرده و با نتایج موجود و روش المان محدود مقایسه کرده است.

مقاله آناند به بررسی تحلیل کمانش ورق های مربع سوراخدار و فاقد سوراخ با استفاده از روشی عددی بر پایه جابجایی و بر اساس تغییر شکل برشی مرتبه اول می پردازد. این روش، امکان تحلیل ورق بدون سوراخ را با مدلی که فقط با یک ناحیه چهار گوش نشان داده می شود، فراهم می کند و دقت نتایج را می توان با بالا بردن مرتبه چند جمله ای هایی را که برای میدان جابجایی بکار برده می شود، بهبود داد. بطور مشابه مسأله تحلیل ورق دوگانه پیوسته را می توان تنها با در نظر گرفتن دو زیر ناحیه در یک چهارم از هندسه انجام داد و از شرایط تقارن هندسی، بارگذاری و شرایط مرزی بهره برد. نتایج عددی در فرم بی بعد مربوط به ضریب کمانش  $k = \frac{P_{cr} a}{\pi^2 D}$  بر حسب بار، طول، ضخامت و صلبیت خمشی محاسبه شده و با نتایج منتشر شده در مراجع و نیز روش المان محدود با استفاده از I-DEAS مقایسه شده است و به همخوانی قابل قبولی دست یافته است.

---

<sup>1</sup> Anand

مان<sup>۱</sup> [۱۱] در سال ۲۰۰۷، از روش المان محدود شبکه ثابت FGFEA برای حل مسأله کمانش استفاده کرده است. وی در این مقاله به بررسی جزئیات روش FGFEA برای تعمیم آن جهت حل مسائل مقدار ویژه مانند فرکانس طبیعی و کمانش می پردازد. تقسیم کردن یک جسم با استفاده از روش تحلیل المان محدود منجر به تولید یک سری المان هایی می شود که از مرز سازه شکل گرفته اند. بنابراین ارتباط مستقیمی بین مرز و مش وجود دارد، به طوریکه هر تغییری در مرزها در مش بندی تأثیر می گذارد. تغییرات مهم در مرز در مواقعی که مش نتواند سازه را به درستی پوشش دهد، می تواند منجر به لزوم مش بندی مجدد باشد. علاوه براین، با افزایش پیچیدگی هندسی سازه، زمان مش بندی کردن به طور چشمگیری افزایش می یابد. این عوامل ناکارآمدی قابل توجهی را در پروسه FEM موجب می شوند، به خصوص زمانی که مش بندی های مجدد متعدد نیاز باشد.

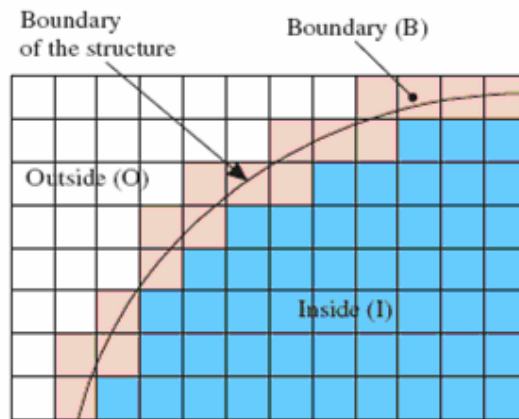
به منظور جایگزین کردن روشی دیگر به جای FEM در دهه های اخیر تعدادی از روش های تحلیل برای مسائلی که مرز سازه با مش سازگار نیست مورد بررسی قرار گرفته اند.

این روش ها، روش های بدون مش نامیده می شوند، به طوریکه تقسیم کردن ناحیه به جای مش منجر به پیدایش زیر نواحی گره ها یا نقاط تحلیل می شود. روش تولید مجدد کرنل (PKPM) و روش بدون المان گالرکین (EFGM) از مهم ترین روش های تحلیل بدون المان هستند، که با کارایی در زمینه های مسائل تغییر شکل زیاد غیر خطی و تحلیل شکست مورد استفاده قرار می گیرند.

از دیگر روش های جایگزین برای سازه هایی که مش با مرز سازه تطابق ندارد، روش تحلیل المان محدود شبکه ثابت (FGFEA) است. در این روش، تقسیم کردن ناحیه عبارآزمایش از قرار دادن شبکه منظم ثابتی از المان های مستطیلی با اندازه مناسب بر روی فضای سازه. سپس المانها با در نظر گرفتن مکان آنها درون ناحیه تقسیم شده جسم، به ۳ گروه متمایز تقسیم می شوند. این سه گروه عبارتند از: درونی (I)، بیرونی (O) و مرزی (B). مکان این المان ها به ترتیب، درون، روی مرز و خارج از جسم می باشد که در شکل (۱-۱۳) نشان داده شده است.

---

<sup>1</sup> Maan



شکل (۱-۱۳)- نحوه قرار گرفتن شبکه بر روی جسم [۱۱]

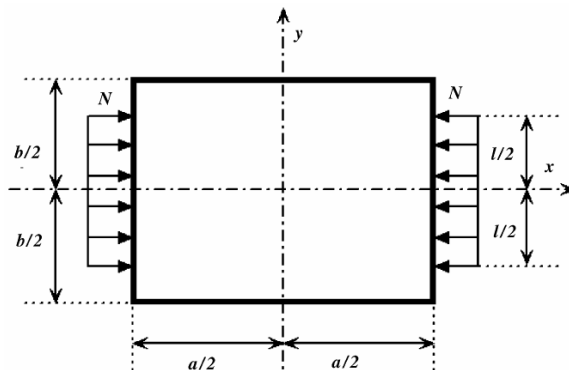
به خاطر اینکه شبکه مستقل از جسم است، هیچ تغییر هندسی در جسم موجب بی‌ارزش شدن المان‌ها نمی‌شود. خواص ماده برای هر المان بر حسب تابعی از نوع المان تعریف شده و احیاناً برای منعکس کردن تأثیر تغییرات هندسی اصلاح می‌شوند. المان‌های بیرونی با ضرب یک مقدار بسیار کوچک در خواص مکانیکی ماده توصیف می‌شوند، تا نمایانگر فضای خارج از سازه باشند و خواص المان‌های مرزی بر حسب تابعی از نسبت سطح جسم قرار گرفته در المان بر سطح فضای خالی در نظر گرفته می‌شود. وی مساله کمانش ورق مستطیلی دارای سوراخ دایروی را با این روش تحلیل کرده و نتایج را با روش المان محدود مقایسه کرده است، که به تطابق بسیار خوبی دست یافته است.

در زمینه تأثیر عرض بارگذاری بر روی ضریب کمانش ورق‌ها، لیو<sup>۱</sup> و پاولویچ<sup>۲</sup> [۱۲] در سال ۲۰۰۷ تحقیقاتی انجام دادند. آنها پایداری ورق‌های مستطیلی با تکیه گاه ساده، تحت نیروهای فشاری که فقط به بخشی از عرض صفحه وارد می‌شد را بوسیله روش انرژی ریتز مورد بررسی قرار داده و هر دو سری فوریه ی یگانه و دوگانه را برای محاسبه ی مقادیر ضرایب کمانش بکار گرفتند. هندسه ای که آنها مورد بررسی قرار دادند در شکل (۱-۱۴) آورده شده است.

<sup>1</sup> Liu

<sup>2</sup> Pavlovic





شکل (۱-۱۴) - صفحه ی مستطیلی تحت نیروی فشاری تکه ای [۱۲]

حالت کلی نشان داده شده،  $(0 \leq l \leq a)$ ، دو وضعیت خیلی معمول را پوشش می دهد. این دو وضعیت به ترتیب حالت  $l=0$  معادل بار متمرکز اعمال شده بر وسط عرض صفحه،  $a$ ، بوده و حالت  $l=a$  معادل بار گسترده ی اعمال شده به کل عرض صفحه است. همان طور که مشاهده شد، این دو مورد در بسیاری از رساله های کمانش ورق مورد بررسی قرار گرفته است. به وضوح، پایداری الاستیک چنین ورق هایی با تکیه گاه ساده، به توزیع محدوده نیرو و نیز نسبت اضلاع ورق بستگی دارد.

آنها پس از حل این مسئله، ضریب کمانش را بصورت زیر بدست آوردند:

$$K = \frac{Nb^2t}{\pi^2 D} \quad (۵-۱)$$

$N$ : بار خارجی اعمال شده (بار بر واحد طول)

$b$ : عرض صفحه

$t$ : ضخامت صفحه

$D$ : ضریب صلبیت

نهایتاً لیو و پاولویچ، نتایج تحلیلی خود را با نتایج روش اجزای محدود و تحقیقات گذشته مقایسه کرده و نتایج خود را به صورت گراف هایی ارائه کردند.

در سال ۲۰۰۷، شریعتی و فرجیان [۱۳] در مقاله ای رفتار کمانشی ورق های دارای گشودگی را به روش عددی و تجربی مورد بررسی قرار دادند. نمونه های مورد بررسی آنها، دارای نسبت های طول به عرض مختلف بوده و همچنین مکان، هندسه و مساحت گشودگی و نیز تعداد گشودگی ها در آنها متغیر می باشد. شرایط مرزی را به صورت دو سر آزاد و دو سر گیر دار انتخاب کردند. در روش عددی از نرم افزار اجزای محدود ABAQUS استفاده کردند.

نتایج عددی و تجربی آنها نزدیکی خوبی را به یکدیگر نشان می دهد و نهایتاً آنها روابطی را برای محاسبه بار کمانش ورق های دارای گشودگی ارائه کردند.

## فصل دوم

# تحلیل عددی کمانش ورق های مستطیلی

## دارای گشودگی

در این بحث از روش المان محدود برای تحلیل کمانش ورق مستطیلی استفاده شده است. به این منظور نرم افزار ABAQUS 6.6.3 مورد استفاده قرار گرفته است.

ABAQUS یک مجموعه از برنامه‌های مدل‌سازی بسیار توانمند می‌باشد که مبتنی بر روش اجزای محدود، قابلیت حل مسایل از یک تحلیل خطی ساده تا پیچیده‌ترین مدل‌سازی غیر خطی را دارا می‌باشد. این نرم افزار دارای مجموعه المان های بسیار گسترده‌ای می‌باشد که هر نوع هندسه‌ای را می‌توان به صورت مجازی توسط این المان‌ها مدل کرد. همچنین دارای مدل های مواد مهندسی بسیار زیادی است که در مدل‌سازی انواع مواد با خواص و رفتار گوناگون نظیر فلزات، لاستیک ها، پلیمرها، کامپوزیت‌ها، بتن تقویت شده، فوم های فبری و نیز شکننده و همچنین مواد موجود در زمین نظیر خاک و سنگ، قابلیت بالایی را ممکن می‌سازد.

نظر به اینکه ABAQUS یک ابزار مدلسازی عمومی و گسترده می‌باشد، استفاده از آن تنها محدود به تحلیل‌های مکانیک جامدات و سازه (تنش- تغییر مکان) نمی‌شود. با استفاده از این نرم‌افزار می‌توان مسایل مختلفی نظیر انتقال حرارت، نفوذ جرم، تحلیل حرارتی اجزای الکتریکی، اکوستیک، مکانیک خاک و پیزو الکتریک را مورد مطالعه قرار داد.

استفاده از نرم افزار ABAQUS با وجود اینکه مجموعه قابلیت های بسیار گسترده ای را در اختیار کاربر قرار می‌دهد، کار نسبتاً ساده‌ای می‌باشد. پیچیده ترین مسایل را می‌توان به آسانی مدل کرد. به عنوان مثال مسایل شامل بیش از یک جزء را می‌توان با ایجاد مدل هندسی هر جزء و سپس نسبت دادن رفتار ماده مربوطه به هر جزء و مونتاژ اجزاء مختلف، مدل کرد. در اغلب مدلسازی‌ها، حتی مدل‌های با درجه ی غیر خطی بالا، کاربر می‌بایست تنها داده‌های مهندسی نظیر هندسه مسأله، رفتار ماده ی مربوط به آن، شرایط مرزی و بار گذاری آن مسأله را تعیین کند. در یک تحلیل غیر خطی ABAQUS، به طور اتوماتیک میزان نمو بار<sup>۱</sup> و تیرانس های همگرایی را انتخاب و همچنین در طول تحلیل مقادیر آنها را جهت دستیابی به یک جواب صحیح تعدیل می‌کند. در نتیجه کاربر بندرت می‌بایست مقادیر پارامترهای کنترلی حل عددی مسأله را تعیین کند.

ABAQUS/CAE محیط اصلی و گرافیکی ABAQUS می‌باشد که در آن قابلیت های متنوعی جهت مدلسازی، اجرای فرمان حل و مانیتور کردن آن به طور هم زمان و نیز مشاهده نتایج در دسترس قرار گرفته است. ABAQUS/CAE به محیط های ده گانه‌ای تقسیم شده است که در هر یک از این محیط ها طبق یک فرآیند منطقی یکی از بخش های مدلسازی انجام می‌گیرد. هنگامی که مدلسازی به اتمام رسید، ABAQUS/CAE یک فایل ورودی<sup>۲</sup> ایجاد می‌کند که ساختاری بسیار شبیه به یک کد برنامه نویسی شده دارد و توسط یکی از دو روش ضمنی و یا صریح مورد تحلیل قرار می‌گیرد. حلگر نرم افزار، فایل ورودی را خوانده و طی فرآیند حل اطلاعاتی را به CAE می‌فرستد که قابلیت مانیتور کردن پروسه ی حل به طور همزمان را ممکن می‌سازد. همچنین نتایج تحلیل در یک فایل خروجی<sup>۳</sup> ذخیره می‌گردد. در نهایت کاربر با استفاده از محیط گرافیکی فایل خروجی حلگر را باز کرده و به مشاهده ی نتایج به صورت نمودار، کانتور، انیمیشن و یا هر رابط گرافیکی دیگر، می‌پردازد.

---

<sup>1</sup> Load Increment

<sup>2</sup> Input file

<sup>3</sup> Output database

تعریف حلگر مسئله در محیط Step انجام می‌شود. برای تحلیل مسئله ی کمانش در نرم افزار ABAQUS، باید دو نوع تحلیل انجام شود. تحلیل اول Buckle و تحلیل دوم Static,Riks نامیده می‌شود.

## ۲-۱- تحلیل Buckle

این فرایند حل، یک تحلیل خطی مقدار ویژه است و برای بدست آوردن مقادیر ویژه کمانش برای سازه‌های الاستیک و سفت<sup>۱</sup> مورد استفاده قرار می‌گیرد. به عبارت دیگر بار بحرانی، تغییر شکل های بحرانی و نیز شکل مدهای کمانش را بدست می‌دهد. یک مثال ساده از سازه‌های سخت ستون اوپلر است.

در یک مسئله مقدار ویژه، هدف تعیین بارهایی است که در این بارها ماتریس سختی مدل تکین شود. بنابراین مسئله

$$K^{MN} v^M = 0 \quad (1-2)$$

حل های غیر صفر خواهد داشت. وقتی بار اعمال می‌شود،  $K^{MN}$  ماتریس سختی است. و  $v^M$  جابجایی‌های مخالف صفر هستند. بارهای اعمال شده می‌توانند شامل فشار، نیروهای متمرکز، جابجایی‌های غیر صفر معین و یا بارگذاری حرارتی باشند.

فرمول بندی مسئله مقدار ویژه به صورت زیر است:

$$(K_0^{NM} + \lambda_i K_{\Delta}^{NM}) v_i^M = 0 \quad (2-2)$$

که در این رابطه  $K_0^{NM}$  ماتریس سفتی مربوط به حالت اولیه و شامل تأثیرات پیش بارها است.  $K_{\Delta}^{NM}$  ماتریس سفتی دیفرانسیلی بار و تنش اولیه ناشی از الگوی بارگذاری افزایشی است.  $\lambda_i$  ها مقادیر ویژه و  $v_i^M$  ها شکل مدهای کمانش (بردارهای ویژه) هستند. M و N مربوط به درجات آزادی کل مدل و i مشخص کننده مد کمانش  $\lambda$ ام است.

تحلیل های خطی، بار کمانش را بیشتر از مقدار واقعی پیش بینی می‌کنند. با این وجود، باید برای تمام نمونه ها ابتدا یک تحلیل خطی (مقدار ویژه) انجام شود تا شکل مدهایی که مقدار ویژه

<sup>1</sup> Stiff

کمتری دارند بدست آیند؛ زیرا کمانش معمولاً در این مدها اتفاق می‌افتد (در هندسه مورد بررسی، کمانش در حالت تجربی فقط در مد یک رخ می‌دهد). جابجایی‌های مربوط به این شکل مدها در فایلی ذخیره می‌شوند و در تحلیل بعدی (Static,Riks) به عنوان نقص اولیه<sup>۱</sup> مورد استفاده قرار می‌گیرند تا تأثیر شکل مدها در تحلیل کمانش اعمال شود. برای این منظور از روش حلگر Subspace در نرم افزار استفاده شد. در غیر این صورت نرم افزار به طور اختیاری مد کمانش را انتخاب می‌کند که این معمولاً به نتایج غیر واقعی منجر می‌شود.

## ۲-۲- تحلیل Static,Riks

این روش حل یک فرایند تحلیل بار - جابجایی غیر خطی است. و برای تعیین بارهای فروپاشی بویژه برای سازه‌های حساس به عیب و نقص<sup>۲</sup> مناسب است. در این تحلیل می‌توان غیر خطی بودن ماده، شرایط مرزی و هندسه را در نظر گرفت.

این تحلیل غالباً باید با یک تحلیل مقدار ویژه کمانش همراه باشد. تا اطلاعات کاملی درباره فروپاشی سازه‌ها ارائه کند.

حلگر Riks از مقدار بار به عنوان یک مجهول اضافی استفاده می‌کند و بطور همزمان مسئله را برای بارها و جابجایی‌ها حل می‌کند. بنابراین یک کمیت دیگر برای اندازه‌گیری پیشروی حل باید مورد استفاده قرار گیرد. حلگر ABAQUS/Standard از طول کمان<sup>۳</sup>  $l$ ، در امتداد مسیر تعادل استاتیکی در فضای بار - جابجایی استفاده می‌کند. این روش منجر به حل مسئله می‌شود صرفنظر از اینکه پاسخ پایدار یا ناپایدار است.

در این تحقیق برای بررسی رفتار کمانش و پیدا کردن منحنی‌های بار- جابجایی خطی از حلگر Static,Riks استفاده شد و همانطور که قبلاً گفته شد بارگذاری به صورت اعمال جابجایی در این Step صورت گرفت.

---

<sup>۱</sup> Initial Imperfection

<sup>۲</sup> Imperfection

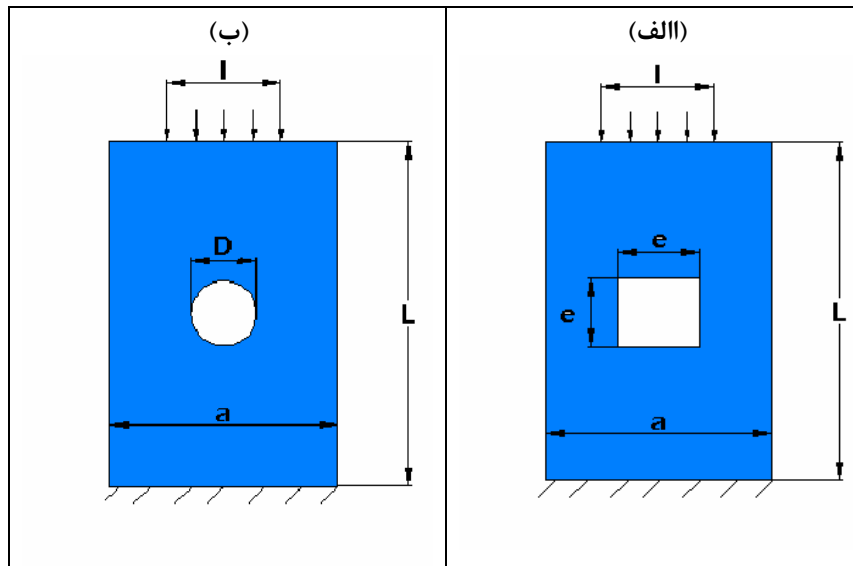
<sup>۳</sup> Arc length

## ۲-۳- خواص مکانیکی ورق ها

ورق های مورد آزمایش از جنس فولاد بوده که خواص مکانیکی آنها از طریق آزمایش کشش استاندارد ASTM E8 و توسط یک دستگاه سرو هیدرولیک INSTRON8802 به دست آمده است. از روی قسمت خطی نمودار تنش- کرنش حاصله، مقدار مدول الاستیسیته برابر  $E=218\text{GPa}$  به دست آمد، همچنین مقدار ضریب پواسون،  $\nu=0/33$  در نظر گرفته شده است. جزئیات آزمایش کشش و نتایج بدست آمده برای خواص ماده در فصل بعد آورده شده است و در این فصل فقط از نتایج حاصله استفاده می شود.

## ۲-۴- هندسه نمونه ها و نوع بارگذاری

هندسه ی نمونه ها و نوع بارگذاری در شکل (۲-۱) نشان داده شده است. در این شکل،  $l$  عرض بارگذاری بوده که در محدوده ی  $(0 \leq l \leq a)$  تغییر می کند. حالت  $l=0$  معادل بار متمرکز اعمال شده بر وسط عرض صفحه،  $a$ ، بوده و حالت  $l=a$ ، معادل بار گسترده ی اعمال شده به کل عرض صفحه است.



شکل (۲-۱) - هندسه ی ورق و نوع بارگذاری اعمال شده  
(الف) ورق با گشودگی مربعی (ب) ورق با گشودگی دایروی.

در این تحقیق از ورق های مستطیلی به ابعاد  $150 \times 100 \text{ mm}^2$  با سوراخ های مربعی و دایروی استفاده شده است. ورق ها دارای ضخامتی معادل  $2/07$  میلیمتر می باشند. ضلع مربع گشودگی،  $e$ ،  $30$  میلیمتر در نظر گرفته شده که به جهت یکسان بودن مساحت سطح دو نوع گشودگی، قطر دایره،  $d$ ، معادل  $16/92$  میلیمتر بدست آمده است. یکی از اهداف یکسان در نظر گرفتن مساحت سطح مقطع گشودگی ها، بررسی تغییرات تنش های موجود و در پی آن بار کمانش با تغییر نوع گشودگی است.

## ۲-۵- شرایط مرزی

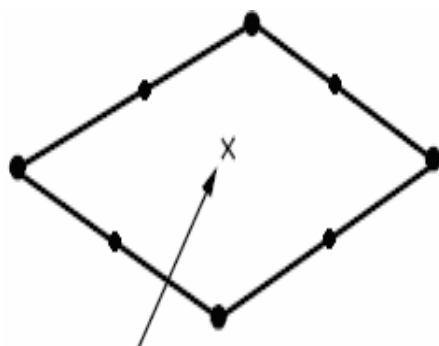
لبه ی پایینی برخی نمونه ها تکیه گاه ساده و برخی دیگر تکیه گاه گیردار است. این دو نوع تکیه گاه، تمام درجه آزادی های حرکتی جسم را مهار کرده ولی تکیه گاه ساده بر خلاف تکیه گاه گیردار درجه آزادی های مربوط به چرخش جسم حول محورهای سه گانه را آزاد می گذارد. لبه ی بالایی ورق ها از طریق تکیه گاه های ساده با پهنای بار های مختلف، به صورت کاملاً متقارن تحت نیروی فشاری گسترده قرار می گیرد. تحلیل ها برای پهنای بارگذاری  $100$ ،  $75$ ،  $50$ ،  $30$ ،  $15$  میلیمتر انجام شده است.

## ۲-۶- المان بندی نمونه ها

پس از تعریف هندسه و اعمال شرایط مرزی و بار گذاری مربوطه، باید نمونه را جهت تحلیل، المان بندی کرد. این عمل با استفاده از المان های مربعی غیر خطی S8R5 انجام شده است. این المان، همان طور که در شکل (۲-۲) نشان داده شده است، یک المان هشت گرهی با پنج درجه آزادی است که شامل سه جا بجایی در سه جهت محورهای مختصات و دو چرخش برای هر گره است. هشت گره طوری واقع شده اند که چهار گره آن روی رأس های چهارگوش و چهار گره دیگر در وسط اضلاع چهارگوش قرار گرفته است. این المان دارای درجات آزادی مناسبی جهت مدل کردن نمونه ها و شرایط مرزی می باشند. همچنین در این المان ها اثر تنش برشی در نظر گرفته شده و از یک انتگرال کاهش یافته<sup>۱</sup> برای محاسبه ماتریس سختی استفاده می کنند که به دقت نتایج می افزاید.

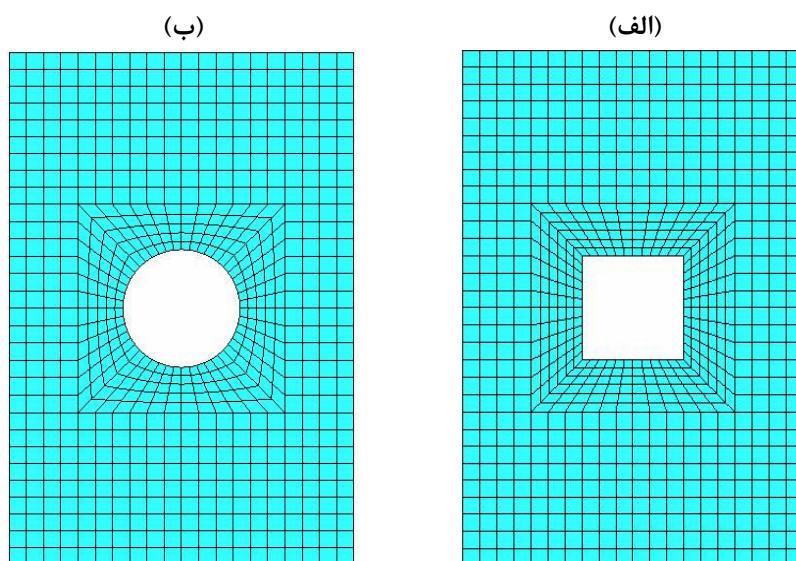
<sup>1</sup> Reduced Integration





شکل (۲-۲) - المان S8R5

ولی ماتریس‌های جرم و بار به طور دقیق انتگرال‌گیری می‌شوند. انتگرال کاهش یافته معمولا منجر به نتایج دقیقتری می‌شود. مشروط به اینکه المان‌ها مناسب باشند یا تحت بارگذاری خمشی صفحه‌ای<sup>۱</sup> قرار نگرفته باشند. همچنین این روش باعث کاهش زمان تحلیل می‌شود. در نمونه‌های دارای گشودگی جهت افزایش دقت در محاسبات در نزدیکی گشودگی المان‌ها ریزتر شده‌اند. دو نمونه از المان بندی ورق‌ها با سوراخ مربعی و دایره‌ای در شکل (۲-۳) آورده شده است.



شکل (۲-۳) - المان بندی ورق‌ها (الف) ورق با گشودگی مربعی (ب) ورق با گشودگی دایروی.

<sup>۱</sup> In-Plane bending

## ۲-۷- فرآیند تحلیل

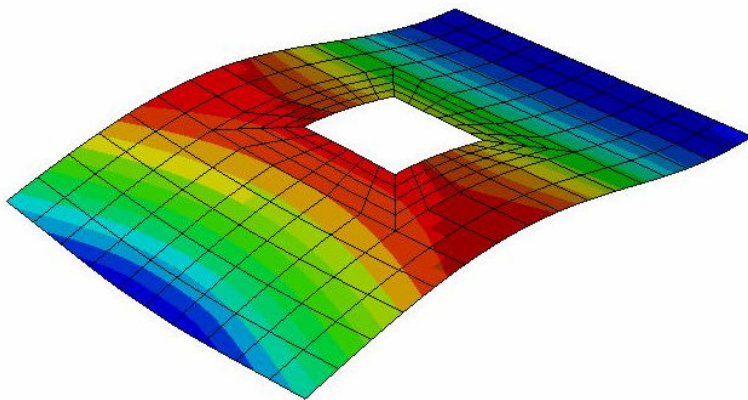
همان طور که قبلاً اشاره شد، تحلیل های خطی به علت در نظر نگرفتن خواص پلاستیک ماده، مقدار بار کمانش را بیشتر از مقدار واقعی پیش بینی می کنند. با این وجود، باید برای تمام نمونه ها ابتدا یک تحلیل خطی (مقدار ویژه) انجام شود تا شکل مدهایی که مقدار ویژه کمتری دارند بدست آیند؛ زیرا کمانش معمولاً در این شکل مدها اتفاق می افتد. جابجایی های مربوط به این مدها در فایلی ذخیره می شوند و در تحلیل بعدی (Static,Riks) مورد استفاده قرار می گیرند تا تأثیر شکل مدها در تحلیل کمانش اعمال شود. به عنوان نمونه، سه مد به دست آمده از تحلیل یک نمونه با سوراخ مربعی تحت تکیه گاه گیردار که باری به پهنای ۱۵ میلیمتر به آن اعمال شده، در شکل (۲-۴) آورده شده است.

در ادامه یک تحلیل غیر خطی با استفاده از حلگر Static Riks و با در نظر گرفتن خواص پلاستیک ماده انجام داده و تأثیر سه مد اول کمانش به دست آمده از تحلیل خطی در این تحلیل لحاظ می شود. به این ترتیب یک منحنی بار- جابجایی بدست می آید که مقدار ماکزیمم این منحنی، بار کمانش را می دهد.

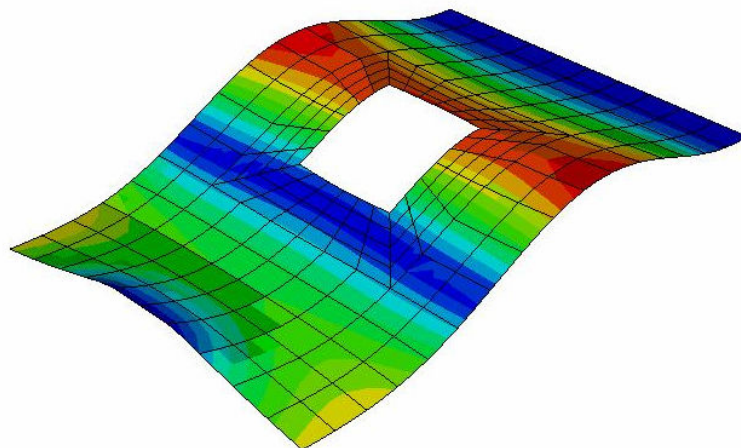
در تحلیل غیر خطی، باید شکل مدی که نمونه در عمل بدان شکل کمانش می کند را (که در بررسی تجربی حاضر تماماً مد یک بوده) به همراه نقص اولیه ی ورق به نرم افزار داد. بدین منظور، قبل از تحلیل عددی مقدار نقص اولیه ی تمامی نمونه ها در آزمایشگاه اندازه گیری شده است که در ادامه روش کار به تفصیل بیان خواهد شد. پس از اتمام اندازه گیری نقص اولیه برای تمامی نمونه ها، فقط نمونه هایی که دارای نقص اولیه ی یکسان بودند انتخاب شدند. در این مطالعه، مقدار  $0/48$  میلیمتر، مقداریست که به عنوان نقص اولیه برای تمام ورق ها در نظر گرفته شده است.

همانطور که در فصل دوم بیان شد در مراجع مختلف، مقادیر متفاوتی برای این پارامتر در نظر گرفته شده است. خالد [۹] مقدار  $b/2000$  را به عنوان نقص اولیه فرض کرده است. شنماگام [۷] در تحقیق خود، نقص اولیه را معادل  $b/1000$  برای تمامی ورق ها در نظر گرفته و رابرتز [۴]، نقص اولیه ورق های مورد بررسی را تابعی به صورت  $w_0 = 0.145b\sqrt{\sigma_{ys}/E} \sin(\pi x/b) \sin(\pi y/b)$  در نظر گرفته است. اما روشی که در این تحقیق حاضر از آن استفاده شده است، یعنی اندازه گیری تجربی نقص اولیه برای هر نمونه، بهترین راه تعیین این پارامتر می باشد.

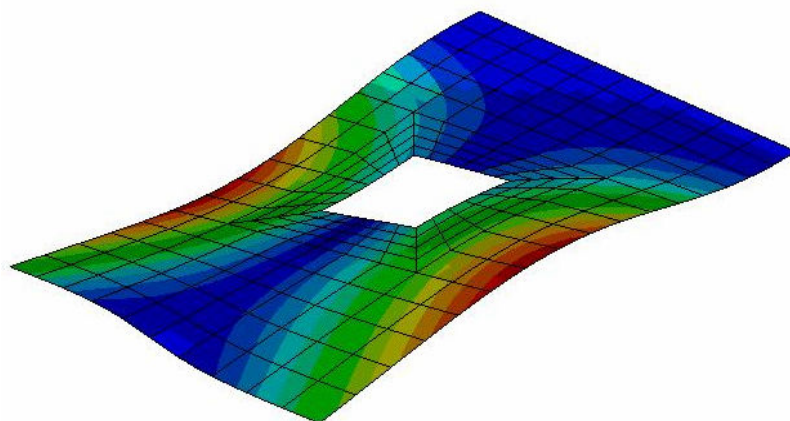
(الف)



(ب)



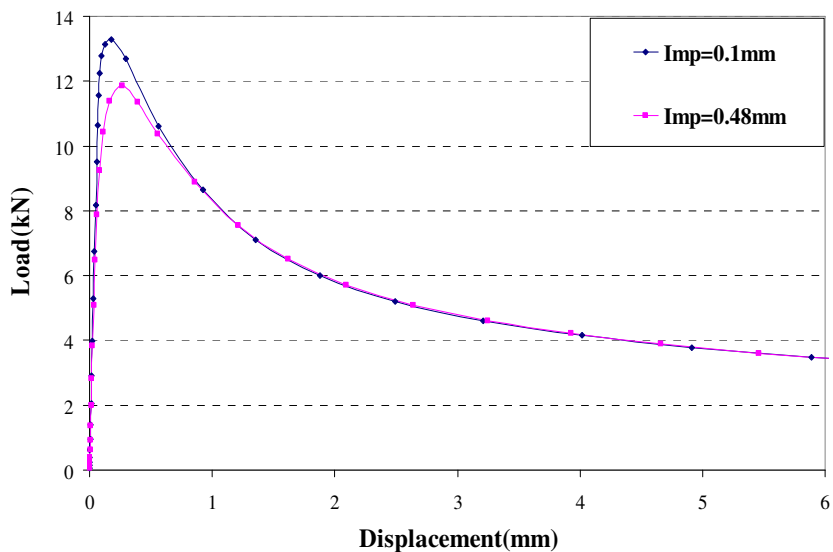
(ج)



شکل (۲-۴) - شکل مدهای ورق با سوراخ مربعی تحت باری به پهنای ۱۵ میلیمتر و انتها تکیه گاه گیردار  
(الف) شکل مد اول، (ب): شکل مد دوم، (ج) شکل مد سوم

## ۲-۸- تأثیر خم اولیه بر بار کمانش

نکته ای که باید در انجام این تحلیل ها در نظر گرفته شود، خم اولیه ی ورق هاست. خم اولیه ی ورق تأثیر به سزایی در بار کمانش آن دارد. برای روشن تر شدن این موضوع، تأثیر خم اولیه بر روی بار کمانش یک ورق مستطیلی با دو مقدار متفاوت خم اولیه به صورت عددی مقایسه شده است. ورق دارای سوراخ مربعی بوده که از یک سمت دارای تکیه گاه گیردار و از سمت دیگر توسط تکیه گاهی ساده به عرض ۱۵ میلیمتر، تحت بار قرار گرفته است. به ازای دو مقدار خم اولیه ۰/۱ و ۰/۴۸ میلیمتر، بارهای کمانش بحرانی به ترتیب  $13/298kN$  و  $11/856kN$  حاصل شده که دارای اختلاف  $1/442kN$  است، و همان طور که در شکل (۲-۵) نیز مشاهده می شود، مقدار قابل ملاحظه ای است. بنابراین قبل از انجام تحلیل غیر خطی، باید مقدار خم اولیه تعیین شود.

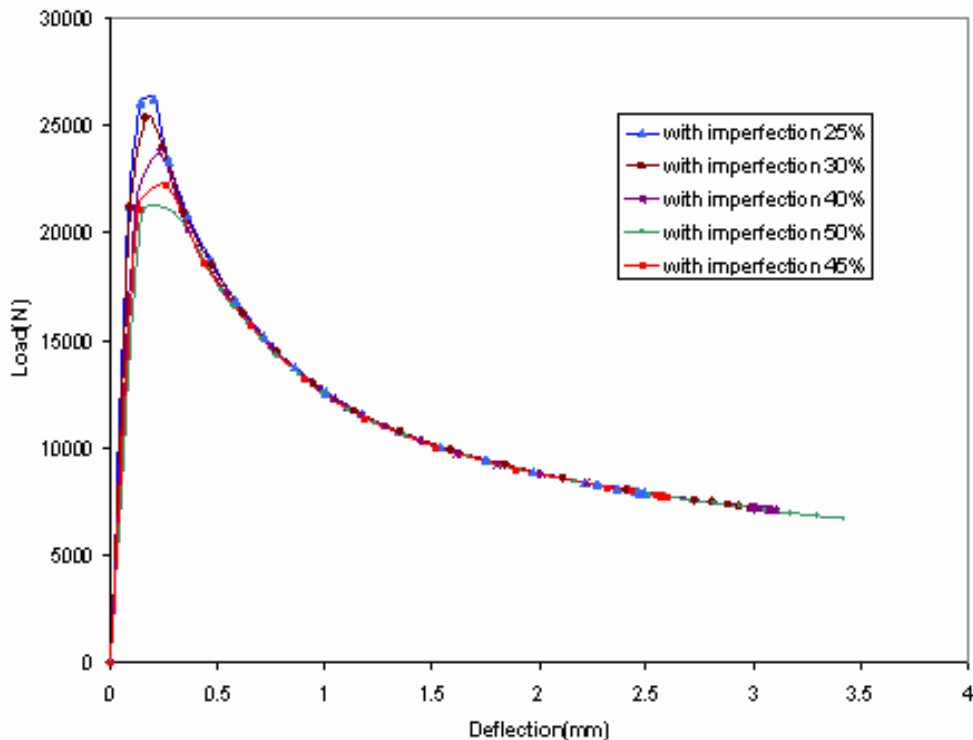


شکل (۲-۵) - تأثیر خم اولیه بر بار کمانش

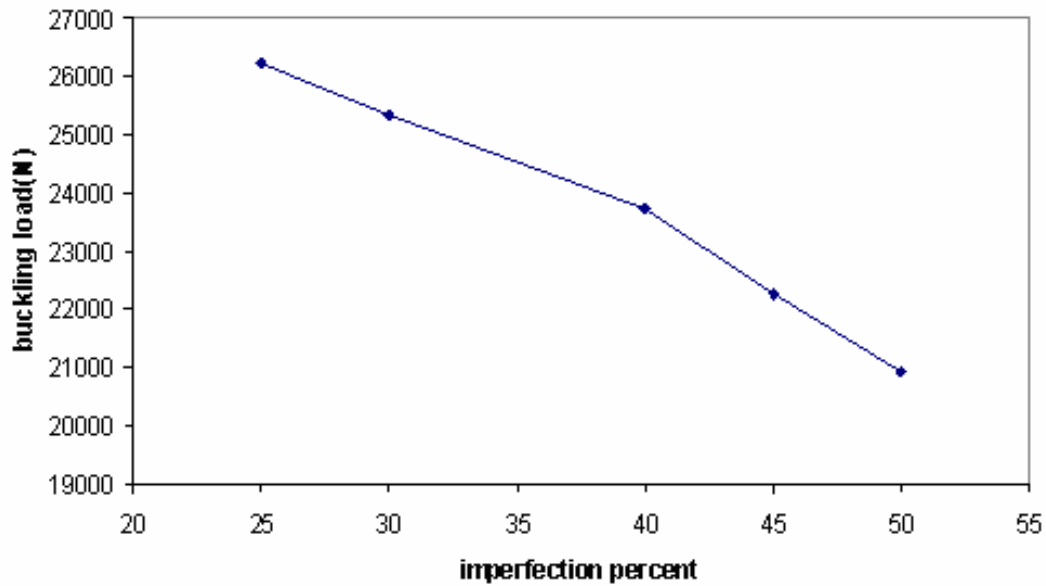
آقایان فرجیان و شریعتی [۱۳] نیز در بررسی خود بر روی ورق های دارای گشودگی تأثیر نقص اولیه را در تحلیل های خود لحاظ کردند. به این ترتیب که آنها بر این اعتقاد بودند که نقص اولیه به معنی انحراف تصادفی کوچکی از شکل مفروض اولیه سازه می باشد که اگر این پارامتر در

تحلیل عددی مد نظر قرار نگیرد، باعث ایجاد اختلاف بین نتایج تجربی و عددی می شود. آنها این موضوع را بر روی یک ورق مستطیلی به ابعاد ۱۰۰ در ۱۶۰ میلیمتر که دارای ضخامت ۲/۲ میلیمتر و فاقد گشودگی بود به صورت زیر بررسی کردند. هر دو انتهای ورق دارای تکیه گاه گیردار بود که بار فشاری را بر ورق اعمال می کردند. آنها فرض کردند که مقدار نقص اولیه ی نمونه مشخص نمی باشد و مقدار آن را ۲۵٪ تا ۵۰٪ ضخامت ورق تغییر دادند (شکل ۲-۶)؛ مشاهده کردند که بار کمانش از ۲۶/۲kN برای نقص اولیه ۲۵٪ ضخامت به مقدار ۲۰/۹kN برای نقص اولیه ۵۰٪ ضخامت کاهش یافته و این ۲۰٪ کاهش در بار کمانش فقط در اثر افزایش مقدار نقص اولیه می باشد.

نتیجه دیگری که از بررسی شکل (۲-۶) حاصل می شود این است که مقدار نقص اولیه بر رفتار پس کمانش تأثیری ندارد. در شکل (۲-۷) مقدار بار کمانش بر حسب نقص اولیه جهت مقایسه بهتر مشاهده می شود.



شکل (۲-۶) - بررسی تأثیر نقص اولیه بر بار کمانش [۱۴]



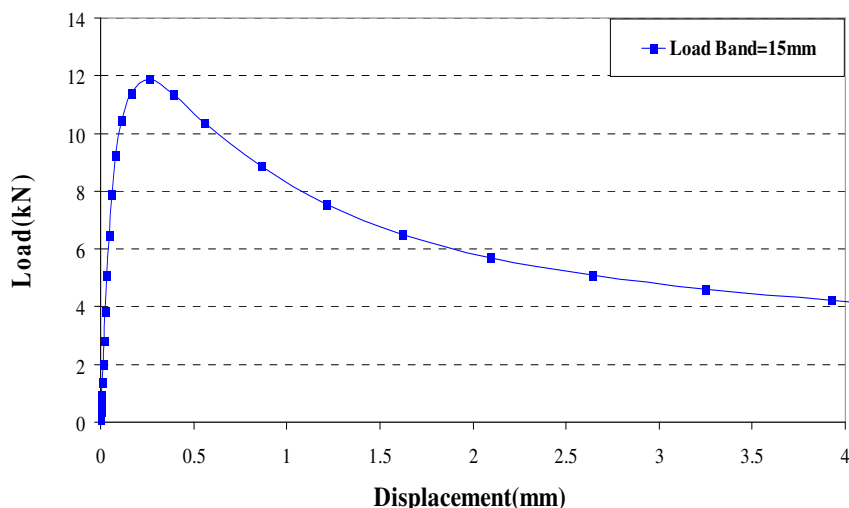
شکل (۲-۷) - بار کمانش بر حسب نقص اولیه [۱۴]

پس از بدست آمدن نتایج تحلیل غیر خطی برای هر نمونه، مقدار بار و مقدار جابجایی در امتداد طول (کوتاه شدگی<sup>۱</sup>) از لبه بالایی تعیین می‌شوند. نقطه ماکزیمم نمودار بار-جابجایی، مقدار بار بحرانی کمانش را نشان می‌دهد.

## ۲-۹- نتایج تحلیل المان محدود

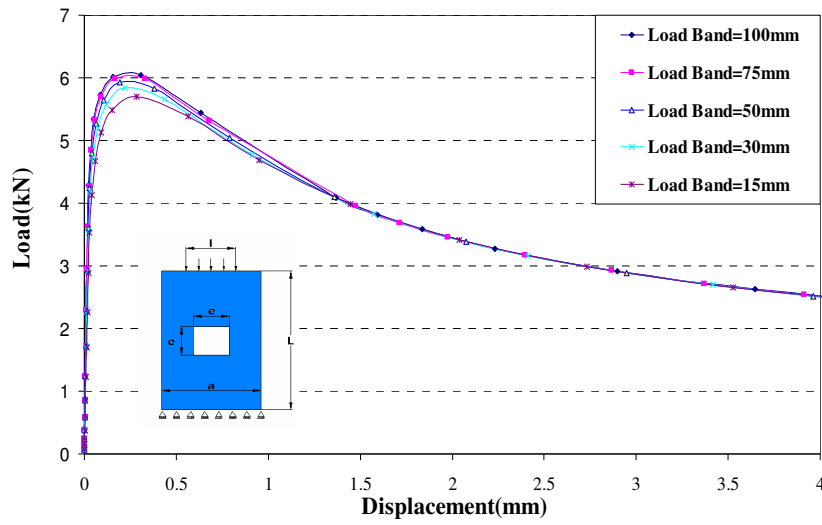
برای آشنایی با رفتار کلی کمانش ورق‌ها، یک نمودار بار-جابجایی مربوط به نمونه ای با گشودگی مربعی که تحت عرض بار ۱۵ میلی‌متر بوده و دارای شرط مرزی انتها گیردار است، در شکل (۲-۸) نشان داده شده است. قبلاً سه مد کمانش مربوط به این نمونه، در شکل (۲-۴) آورده شد.

<sup>1</sup> deflection

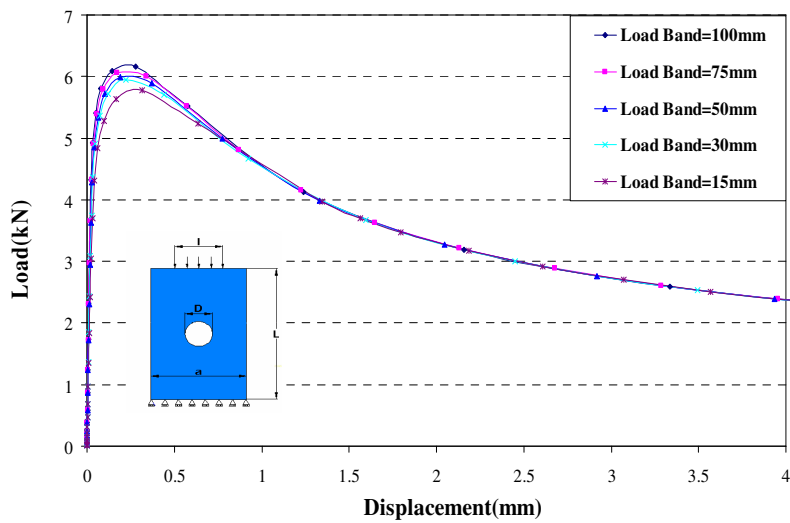


شکل (۸-۲) - نمودار بار - جابجایی مربوط به نمونه ای با گشودگی مربعی، تحت عرض بار ۱۵ میلیمتر

در این بخش اثر عرض بارگذاری بر روی رفتار کمانش ورق های دارای گشودگی به صورت عددی مورد بررسی و تحلیل قرار گرفته است. عرض بار بین ۱۵ تا ۱۰۰ میلیمتر تغییر کرده است. رفتار بار-جابجایی ورق ها تحت عرض بار های مختلف برای گشودگی های مربعی و دایروی و همچنین دو نوع تکیه گاه ساده و گیردار در شکل های (۲-۹) تا (۲-۱۲) آورده شده است. با مشاهده ی رفتار نمودارها، درمی یابیم که پس از رسیدن بار ورق به مقدار بحرانی و ایجاد پدیده ی کمانش، از پایداری ورق ها به شدت کاسته شده و با نیروی اندکی ورق خم می شود. همچنین مشاهده می شود که با افزایش عرض بار، از ۱۵ میلیمتر به ۱۰۰ میلیمتر، مقدار بار کمانش نیز افزایش می یابد. برای درک بهتر نتایج، مقدار بار کمانش هر ورق به ازای عرض بارگذاری مربوطه، با توجه به نوع هندسه و شرایط مرزی، در جداول (۲-۱) تا (۲-۴) آورده شده است.

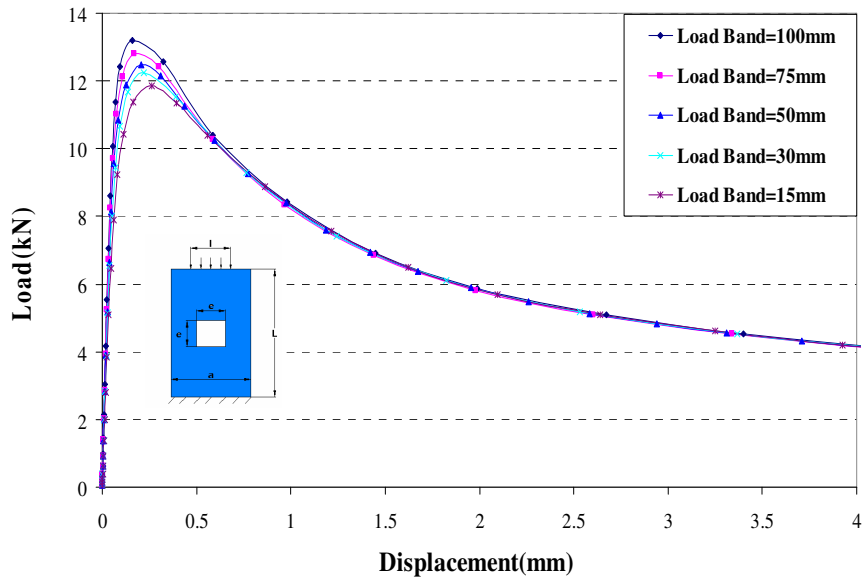


شکل (۹-۲) - رفتار بار-جابجایی ورق با گشودگی مربعی و انتهای پایین تکیه گاه ساده

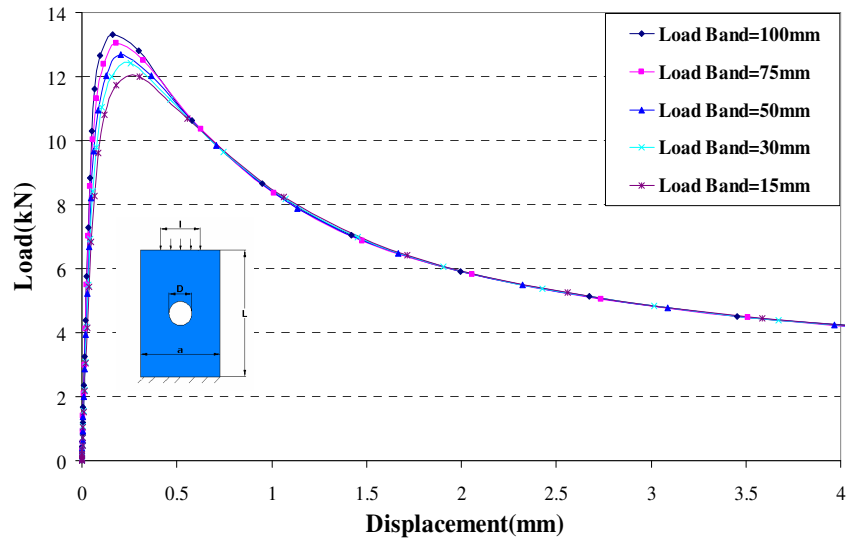


شکل (۱۰-۲) - رفتار بار-جابجایی ورق با گشودگی دایروی و انتهای پایین تکیه گاه ساده





شکل (۲-۱۱) - رفتار بار-جابجایی ورق با گشودگی مربعی و انتهای پایین تکیه گاه گیردار



شکل (۲-۱۲) - رفتار بار-جابجایی ورق با گشودگی دایروی و یک لبه با تکیه گاه گیردار

جدول (۱-۲) - ورق با گشودگی دایروی وانتهای پایین، تکیه گاه ساده

پهنای نیرو (mm)	مقدار بار کمانش عددی (kN)
۱۵	۵/۷۷۹
۳۰	۵/۹۴۸
۵۰	۵/۹۹۳
۷۵	۶/۰۶۷
۱۰۰	۶/۱۹۴

جدول (۲-۲) - ورق با گشودگی مربعی وانتهای پایین، تکیه گاه ساده

پهنای نیرو (mm)	مقدار بار کمانش عددی (kN)
۱۵	۵/۷۰۲
۳۰	۵/۸۳۷
۵۰	۵/۹۲۵
۷۵	۵/۹۹۱
۱۰۰	۶/۰۸۳

جدول (۳-۲) - ورق با گشودگی دایروی وانتهای پایین، تکیه گاه گیردار

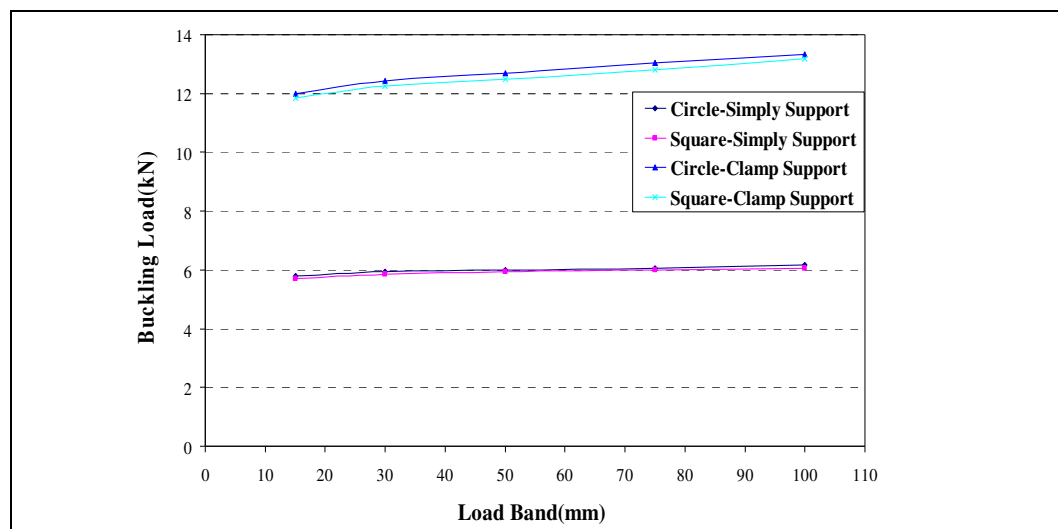
پهنای نیرو (mm)	مقدار بار کمانش عددی (kN)
۱۵	۱۲/۰۰۴
۳۰	۱۲/۴۲۴
۵۰	۱۲/۶۸۷
۷۵	۱۳/۰۴۸
۱۰۰	۱۳/۳۷۲

جدول (۴-۲) - ورق با گشودگی مربعی وانتهای پایین، تکیه گاه گیردار

پهنای نیرو (mm)	مقدار بار کمانش عددی (kN)
۱۵	۱۱/۸۵۱
۳۰	۱۲/۲۵۶
۵۰	۱۲/۴۸۶
۷۵	۱۲/۸۲۱
۱۰۰	۱۳/۰۷۶

با دقت در نتایج مشاهده می شود که با تغییر عرض بارگذاری، مقدار تغییر بار کمانش اندک بوده و یکبار دیگر به این نکته می توان اذعان کرد که مقایسه ی ورق هایی که خم اولیه ی یکسان ندارند، صحیح نیست.

برای روشن شدن تغییرات بار کمانش نسبت به عرض بار، دو نمونه با گشودگی مربعی و دایروی، با دو نوع شرط مرزی انتها ساده و گیردار به صورت عددی مقایسه شده و تغییرات بار کمانش هرکدام نسبت به عرض بار وارده در شکل (۲-۱۳) نشان داده شده است. Circle-Simply Support بیانگر نمونه با گشودگی دایروی است که انتهای آن تکیه گاه ساده است. همچنین Square-Clamp Support بیانگر نمونه با گشودگی مربعی است که انتهای آن تکیه گاه گیردار است.



شکل (۲-۱۳) - تغییرات بار کمانش با عرض بار برای گشودگی ها و عرض بارهای مختلف

همان طور که در شکل (۲-۱۳) مشاهده می شود، در یک پهنای بار مشخص، و در شرایط مرزی یکسان، بار کمانش قطعه با گشودگی دایروی از بار کمانش قطعه با گشودگی مربعی، به مقدار بسیار کمی بیشتر است. بنابر این به دلیل کمتر بودن مشکلات ساخت و ایجاد گشودگی دایروی نسبت به مربعی و همچنین بالاتر بودن بار کمانش نمونه با گشودگی دایروی نسبت به نمونه با گشودگی مربعی، توصیه می شود در هندسه هایی که محدودیتی از لحاظ نوع هندسه ی گشودگی وجود ندارد، از گشودگی دایروی استفاده شود. همچنین در این نمودار مشاهده می گردد که بار

کمانش هر قطعه با شرط مرزی انتها گیردار به مراتب بیشتر از بار کمانش با شرط مرزی انتها ساده است که در این مورد خاص برای هر قطعه تقریباً دو برابر است.

## فصل سوم

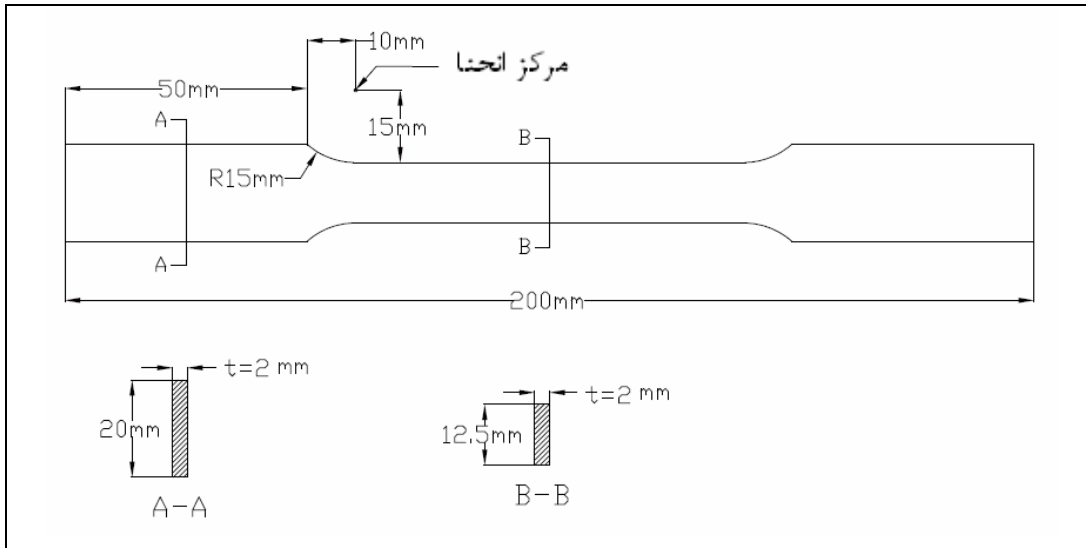
# تحلیل تجربی کمانش ورق های مستطیلی دارای گشودگی

جهت بررسی تجربی کمانش ورق های مستطیلی دارای گشودگی از یک دستگاه سروهیدرولیک INSTRON 8802 استفاده شده است (شکل ۳-۱). دستگاه مورد استفاده، دارای دقت و قابلیت بسیار بالایی در بارگذاری تک محوره می باشد. ظرفیت اعمال بار استاتیکی دستگاه ۳۰۰kN می باشد.



شکل (۳-۱) - دستگاه سروهیدرولیک INSTRON 8802

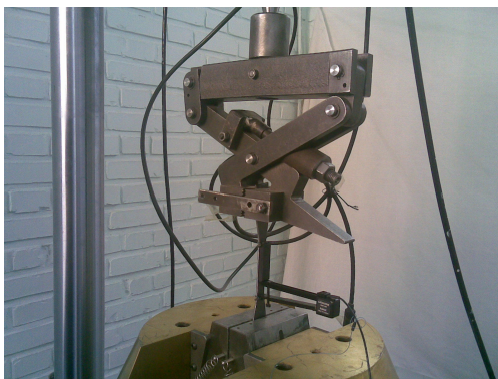
پس از مشخص شدن جنس فولاد مورد استفاده در ساخت نمونه‌ها، چند نمونه آزمایش کشش طبق استاندارد ASTM E8 جهت تعیین خواص مکانیکی ماده، از همان جنس ساخته شد. یک نمونه استاندارد برای این آزمایش در شکل (۲-۳) نشان داده شده است.



شکل (۲-۳) - نمونه استاندارد آزمایش کشش

### ۳-۱- آزمایش کشش استاندارد

برای بدست آوردن خواص مکانیکی نمونه‌ها ابتدا باید آزمایش کشش انجام پذیرد. آزمایش کشش بر روی نمونه‌ها، مطابق استاندارد ASTM E8 و توسط دستگاه INSTRON انجام گرفته و مدول یانگ، تنش تسلیم و خواص پلاستیک ماده بدست آمده است (شکل ۳-۳).



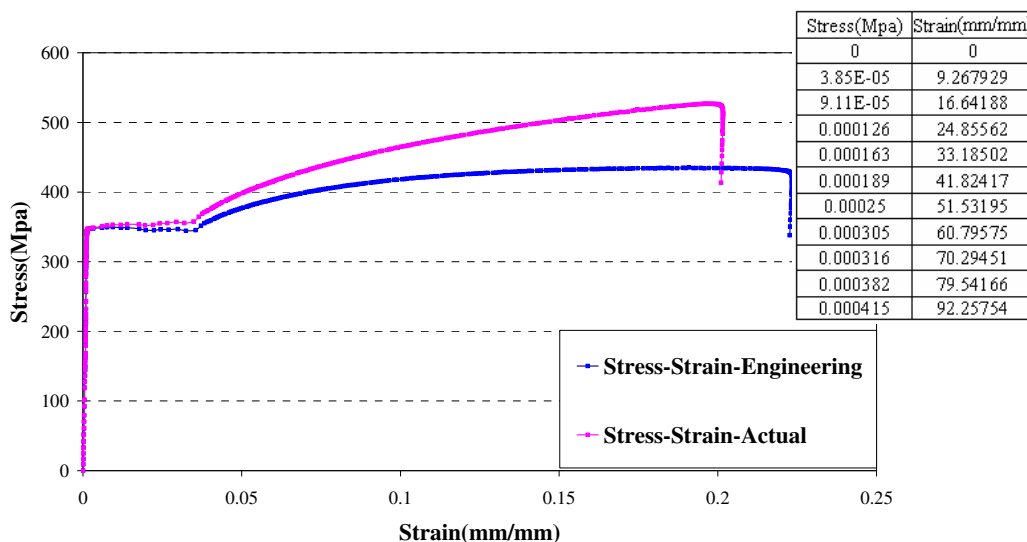
شکل (۳-۳) - آزمایش کشش استاندارد

آزمایش در شرایط جابجایی ثابت<sup>۱</sup> انجام می‌گیرد. سرعت انجام آزمایش ها 0.00936mm/s است. برای دقت بیشتر در خواندن نیرو از نیروسنج<sup>۲</sup> ۲۵ kN و نیز جهت بالا بردن دقت در اندازه‌گیری کرنش و جابجایی از یک اکستنسیومتر در آزمایش کشش استفاده شد. پس از اتمام آزمایش، داده‌های مورد نظر، که مقدار نیروی وارد شده بر نیروسنج و مقدار جابجایی اکستنسیومتر می‌باشند، به‌طور خودکار در یک فایل ذخیره می‌شوند. با معلوم بودن سطح مقطع نمونه مقدار تنش مهندسی و با معلوم بودن فاصله اولیه دهانه اکستنسیومتر که ۲۵ میلی‌متر می‌باشد، کرنش مهندسی حاصل می‌شود. بنابراین نتایجی که از دستگاه حاصل می‌شوند تنش و کرنش مهندسی را ارائه می‌دهند که مقادیرشان کمتر از مقادیر تنش و کرنش واقعی است. چون سطح مقطع نمونه آزمایش کشش در حال کم شدن است، به راحتی از مبحث الاستیسیته می‌توان روابط ۱-۳ و ۲-۳ را برای بدست آوردن تنش و کرنش واقعی از مقادیر مهندسی استخراج کرد.

$$\varepsilon_{real} = \ln(1 + \varepsilon_{Eng.}) \quad (1-3)$$

$$\sigma_{real} = \sigma_{Eng.} (1 + \varepsilon_{Eng.}) \quad (2-3)$$

نمودار تنش-کرنش واقعی و مهندسی حاصل از آزمایش کشش استاندارد در شکل (۳-۴) و برخی از داده‌های بخش خطی نمودار در گوشه ی بالای این شکل نشان داده شده است.



شکل (۳-۴)-منحنی تنش-کرنش حاصل از آزمایش تجربی

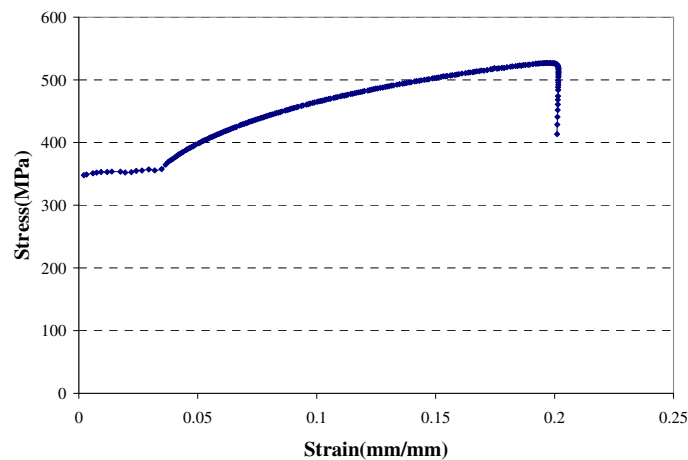
<sup>1</sup> displacement control

<sup>2</sup> loadcell

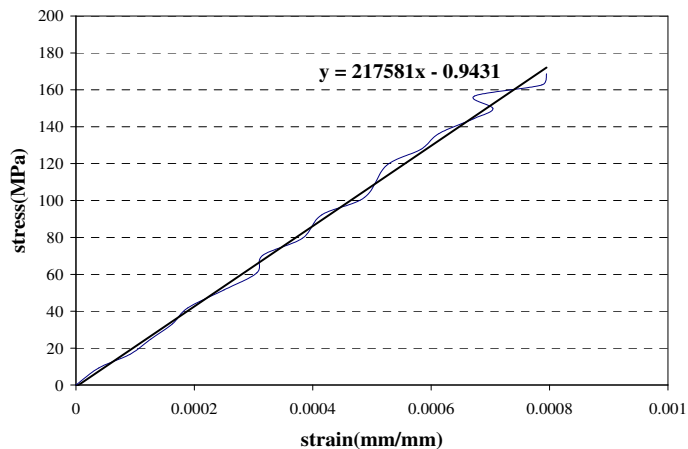
در تحلیل المان محدود با نرم‌افزار ذکر شده برای تحلیل غیر خطی، خواص پلاستیک ماده نیز مورد نیاز می‌باشد. کرنش پلاستیک از رابطه زیر حاصل می‌شود.

$$\varepsilon_{pl} = \varepsilon_{real} - \frac{\sigma_{real}}{E} \quad (3-3)$$

شکل (۳-۵) منحنی کرنش پلاستیک حاصل از رابطه ۳-۳ را نشان می‌دهد. از قسمت خطی در نمودار تنش-کرنش واقعی، مدول یانگ بدست می‌آید. بطوریکه یک منحنی درجه اول از قسمت خطی آن عبور داده شده و شیب خط مذکور به عنوان مدول یانگ در تمامی تحلیل‌ها مورد استفاده قرار خواهد گرفت شکل (۳-۶).



شکل (۳-۵) - منحنی کرنش پلاستیک

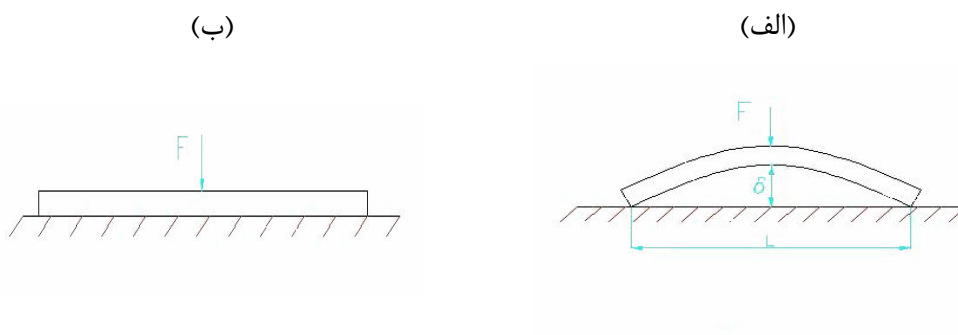


شکل (۳-۶) - بخش خطی نمودار تنش-کرنش برای محاسبه مدول یانگ



### ۳-۲- اندازه گیری تجربی خم اولیه

همان طور که قبلاً نیز توضیح داده شد، برای داشتن مقایسه ای صحیح بین نتایج عددی و تجربی ورق ها، باید از ورق هایی با خم اولیه ی یکسان استفاده کرد. بدین منظور، ابتدا تعداد زیادی ورق مستطیلی با ابعاد مورد نظر تهیه و خم اولیه ی آنها بطور تجربی اندازه گیری شد. به این ترتیب که با فشردن ورق در جهت ضخامت و به دست آوردن نمودار بار-جابجایی آن می توان مقدار خم اولیه را به دست آورد. این عمل که توسط دستگاه INSTRON انجام شد، به طور شماتیک در شکل (۳-۷) نشان داده شده است.  $\delta$  در این شکل بیانگر مقدار خم اولیه است. همچنین نحوه ی به دست آوردن مقدار خم اولیه توسط دستگاه، در شکل (۳-۸) نشان داده شده است. با توجه به نمودار بار-جابجایی عرضی نشان داده شده در شکل (۳-۹)، آنجایی که نمودار حالت مجانبی پیدا می کند، نشان دهنده ی مقدار خم اولیه بر روی محور افقی است که در این نمودار تقریباً برابر  $0.36$  میلیمتر است.

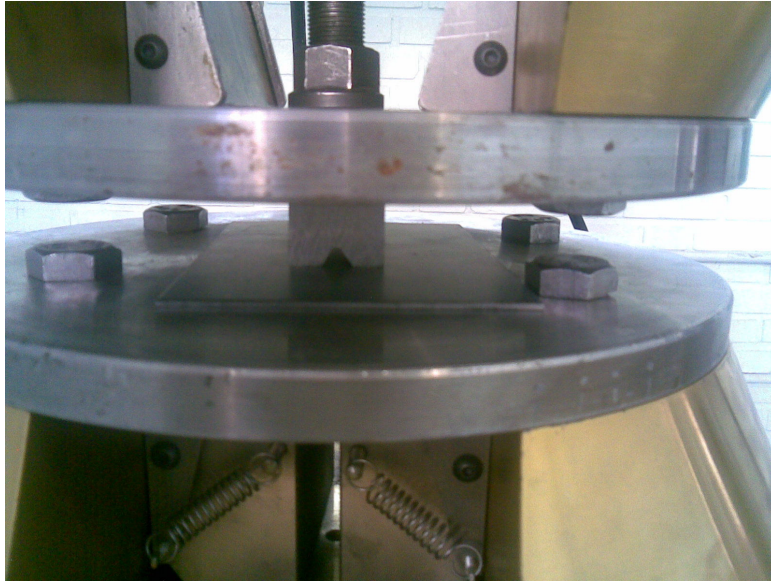


شکل (۳-۷) - نحوه ی به دست آوردن مقدار خم اولیه از طریق آزمایش تجربی  
(الف) قبل از بارگذاری (ب) بعد از بارگذاری

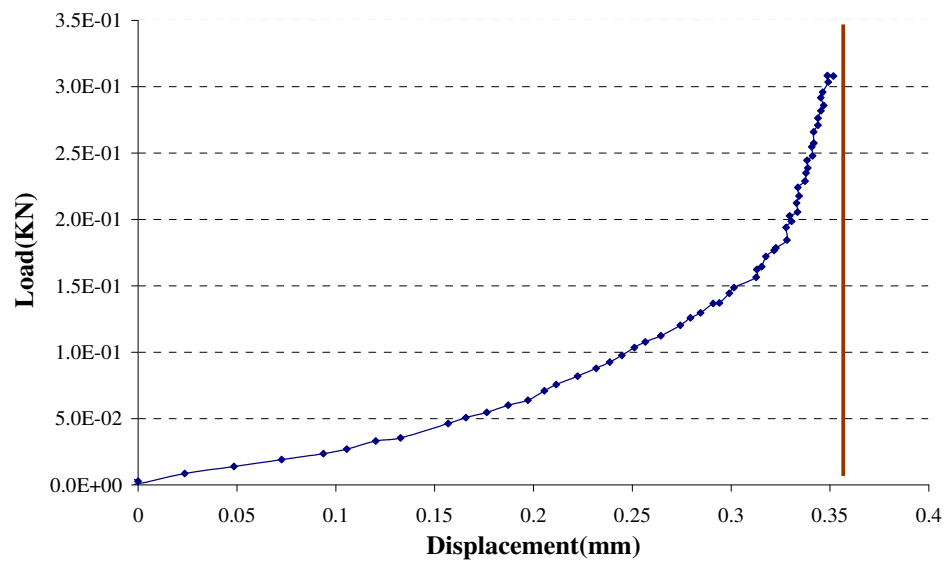
سپس به منظور عدم تغییر خم اولیه، عملیات سوراخکاری بر روی ورق هایی که خم اولیه ی یکسان داشتند، توسط دستگاه SPARK انجام شد.

این دستگاه عمل سوراخکاری (براده برداری) را به وسیله ی جریان برق انجام می دهد. به این ترتیب که قالبی از جنس مس به شکل سوراخ ساخته و آن را قطب مثبت قرار می دهند و قطعه قطب منفی می شود. قطعه ثابت شده و قالب مسی با دور و نزدیک شدن به آن و ایجاد جرقه های

ریز، به مرور باعث خورده شدن قطعه می گردد. این عمل حرارت زیادی تولید می کند، بنابراین به منظور خنک کاری، معمولاً قطعه را در حین عملیات براده برداری، درون نفت قرار می دهند.



شکل (۳-۸) - نحوه ی به دست آوردن مقدار خم اولیه توسط دستگاه



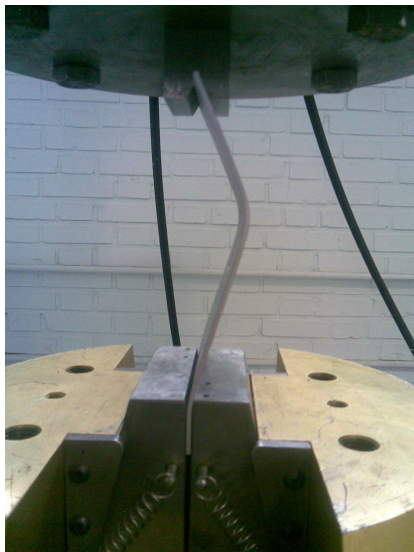
شکل (۳-۹) - نمودار بار-جابجایی جهت به دست آوردن خم اولیه

### ۳-۳- آزمایش کمانش

لبه ی پایین ورق ها در تکیه گاه ساده و یا گیردار و لبه ی بالای آن تحت بار با پهنا های مختلف از طریق یک تکیه گاه ساده قرار گرفتند. چند نمونه نحوه ی اعمال بارگذاری تجربی بر روی ورق ها در شکل (۱۰-۳) و (۱۱-۳) نشان داده شده است.



شکل (۱۰-۳) - شرایط بار گذاری و نحوه ی تغییر شکل نمونه با گشودگی دایروی (انتها تکیه گاه ساده)

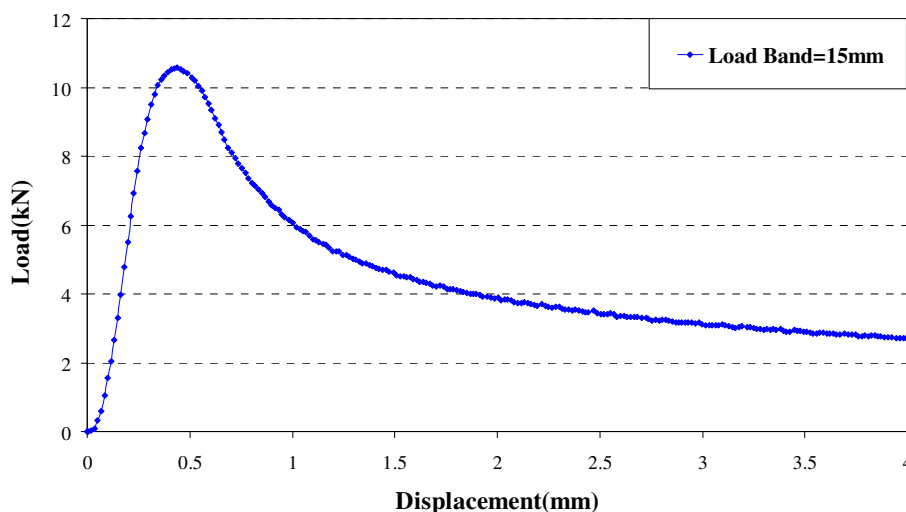


شکل (۱۱-۳) - شرایط بار گذاری و نحوه ی تغییر شکل نمونه با گشودگی مربعی (انتها تکیه گاه گیردار)

لازم به ذکر است که برای ورق هایی که دارای شرط مرزی انتها گیردار هستند، طول ورق ها ۱ cm بیشتر از طول مفید می باشد که این مقدار برای درگیر شدن در فک پایین در نظر گرفته شده است و طول مفیدی که در تحلیل تئوری اعمال شد فاصله آزاد بین دو تکیه گاه است. آزمایش های کمانش در شرایط کنترل جابجایی انجام شده اند. پس از اتمام آزمایش، داده های مورد نظر، که مقدار نیروی وارد شده بر نیروسنج و مقدار جابجایی محرک (که همان کوتاه شدگی نمونه می باشد) می باشند، به طور خودکار در یک فایل ذخیره می شوند. نام گذاری نمونه ها، دقیقاً همانند نام گذاری ها در قسمت تحلیل المان محدود می باشند. در ادامه، به بررسی نتایج آزمایش ها پرداخته می شود.

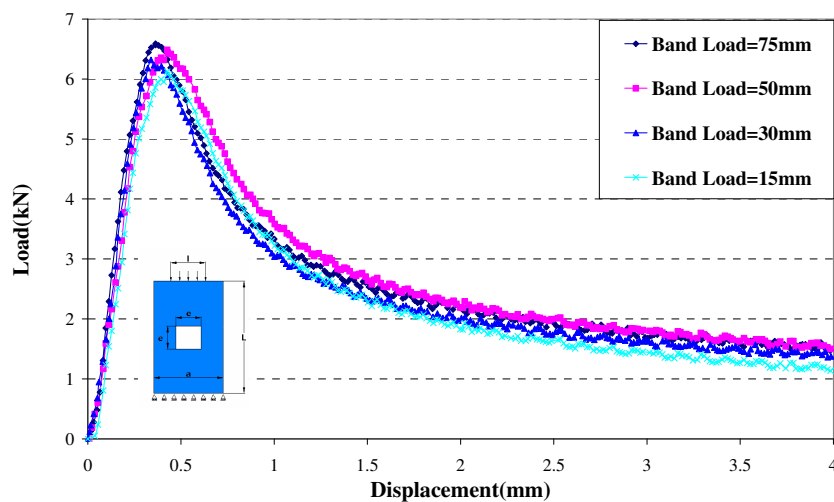
### ۳-۴- نتایج تجربی

برای آشنایی با رفتار کلی کمانش ورق ها، یک نمودار بار-جابجایی مربوط به نمونه ای با گشودگی مربعی که تحت عرض بار ۱۵ میلیمتر قرار داشته و دارای شرط مرزی انتها گیردار است، در شکل (۳-۱۲) نشان داده شده است. رفتار بار-جابجایی حاصل از تحلیل عددی این نمونه در فصل قبل و در شکل (۲-۹) آورده شد.

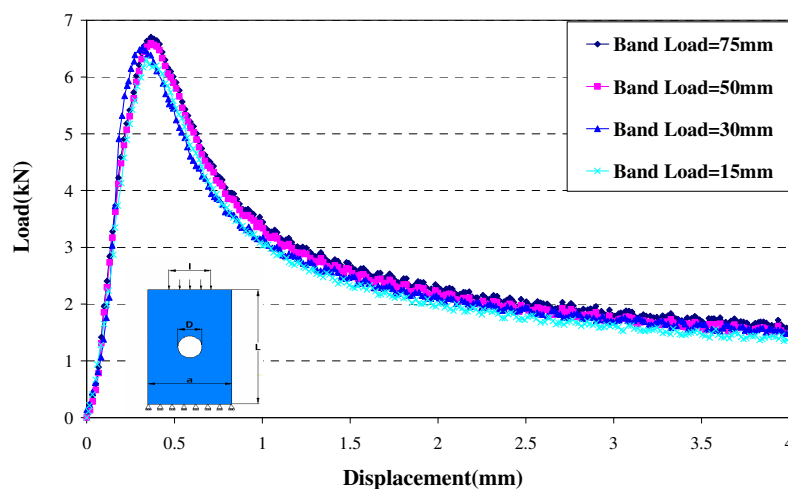


شکل (۳-۱۲) - نمودار بار-جابجایی نمونه ای با گشودگی مربعی، تحت عرض بار ۱۵ میلیمتر

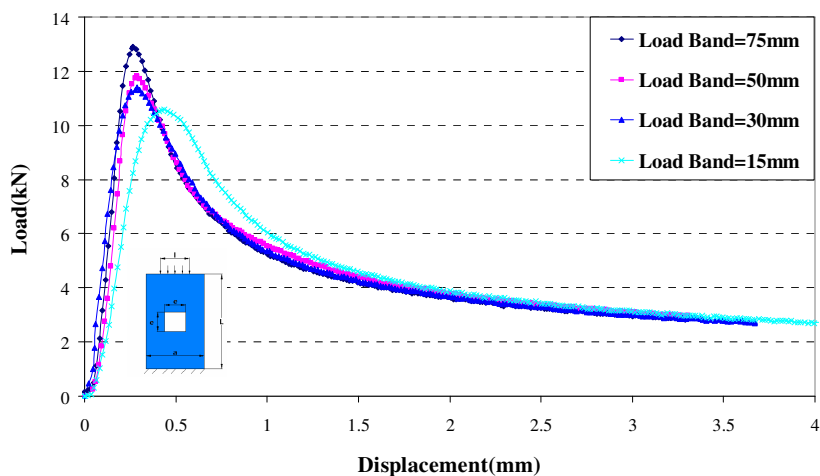
در این بخش اثر عرض بارگذاری بر روی رفتار کمانش ورق های دارای گشودگی، حاصل از آزمایش های تجربی مورد بررسی و تحلیل قرار گرفته است. از میان تعداد زیاد ورق های موجود، آنهایی که دارای خم اولیه ی ۰/۴۸ میلیمتر بودند، برای آزمایش کمانش انتخاب شدند. که این مقدار خم اولیه، همان مقدار بکار رفته در تحلیل های عددی است. عرض بار بین ۱۵ تا ۷۵ میلیمتر تغییر کرده است. رفتار بار-جابجایی ورق ها تحت عرض بار های مختلف برای گشودگی های مربعی و دایروی و همچنین دو نوع تکیه گاه ساده و گیردار در شکل های (۳-۱۳) تا (۳-۱۶) آورده شده است.



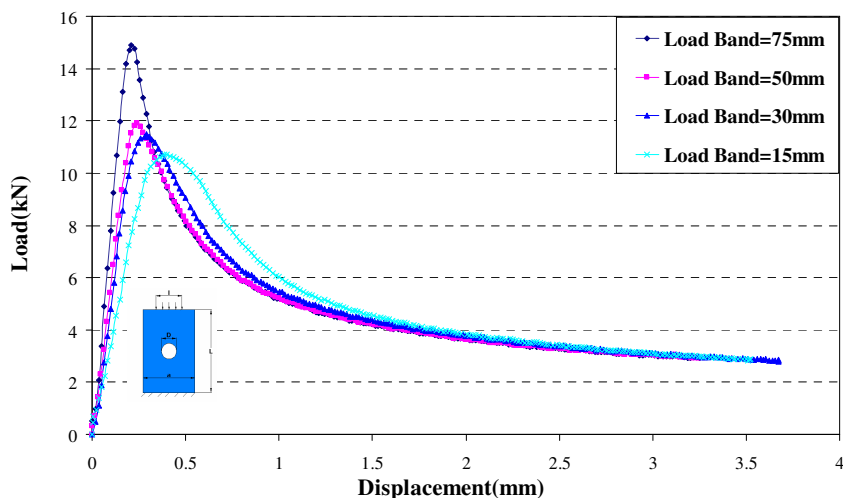
شکل (۳-۱۳) - رفتار بار-جابجایی ورق با سوراخ مربعی وانتهای پایین، تکیه گاه ساده



شکل (۳-۱۴) - رفتار بار-جابجایی ورق با سوراخ دایروی وانتهای پایین، تکیه گاه ساده



شکل (۳-۱۵) - رفتار بار-جابجایی ورق با سوراخ مربعی وانتهای پایین، تکیه گاه گیردار



شکل (۳-۱۶) - رفتار بار-جابجایی ورق با سوراخ دایروی وانتهای پایین، تکیه گاه گیردار

با دقت در نمودارها مشاهده می شود که پس از رسیدن بار ورق به مقدار بحرانی و ایجاد پدیده ی کمانش، از پایداری ورق ها به شدت کاسته شده و با نیروی اندکی ورق خم می شود. همچنین مشاهده می شود که با افزایش عرض بار، از ۱۵ میلیمتر به ۷۵ میلیمتر، مقدار بار کمانش نیز افزایش می یابد. برای درک بهتر نتایج، مقدار بار کمانش هر ورق به ازای عرض بارگذاری مربوطه، با توجه به نوع هندسه و شرایط مرزی، در جداول (۳-۲) تا (۳-۵) آورده شده است.

جدول (۲-۳) - ورق با گشودگی دایروی وانتهای پایین، تکیه گاه ساده

پهنای نیرو (mm)	مقدار بار کمانش تجربی (kN)
۱۵	۶/۳۰۵
۳۰	۶/۵۱۹
۵۰	۶/۵۹۶
۷۵	۶/۷۰۲

جدول (۳-۳) - ورق با گشودگی مربعی وانتهای پایین، تکیه گاه ساده

پهنای نیرو (mm)	مقدار بار کمانش تجربی (kN)
۱۵	۶/۵۹
۳۰	۶/۴۸۶
۵۰	۶/۳۱۷
۷۵	۶/۱۲۴

جدول (۴-۳) - ورق با گشودگی دایروی وانتهای پایین، تکیه گاه گیردار

پهنای نیرو (mm)	مقدار بار کمانش تجربی (kN)
۱۵	۱۰/۷۱۸
۳۰	۱۱/۴۸۸
۵۰	۱۱/۹۲۰
۷۵	۱۴/۸۸۱

جدول (۵-۳) - ورق با گشودگی مربعی وانتهای پایین، تکیه گاه گیردار

پهنای نیرو (mm)	مقدار بار کمانش تجربی (kN)
۱۵	۱۰/۵۸۴
۳۰	۱۱/۳۸۹
۵۰	۱۱/۷۹۶
۷۵	۱۲/۹۱۸

# فصل چهارم

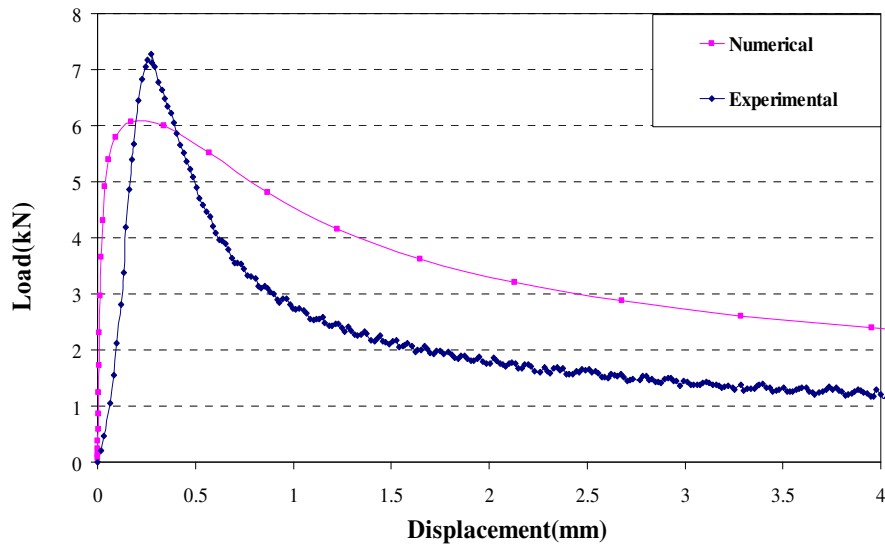
## بحث و نتیجه‌گیری

در این فصل نتایج تجربی بدست آمده در فصل ۳ و نتایج تحلیل المان محدود در فصل ۲ با هم مقایسه شده‌اند. نمودارهای بار-جابجایی و مد کمانش تجربی و عددی تعدادی از نمونه‌ها با هم مقایسه شده است. همچنین برای بعضی از نمونه‌ها، مقدار بار کمانش بدست آمده از طریق تجربی و عددی، به همراه درصد اختلاف بین این مقادیر، در نمودارها آورده شده است.

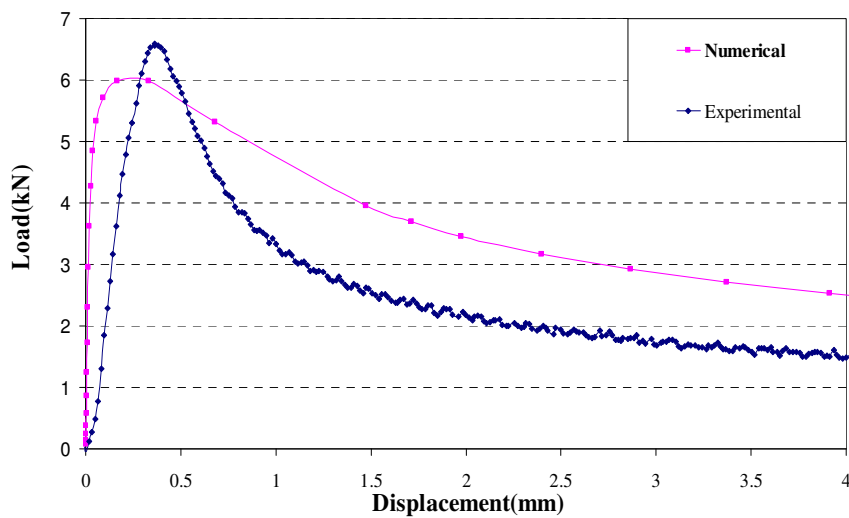
### ۴-۱- بررسی نتایج

در شکل‌های (۴-۱) تا (۴-۸)، منحنی بار-جابجایی حاصل از تحلیل المان محدود به همراه نتایج آزمایش‌های تجربی برای تعدادی از نمونه‌ها آورده شده است.

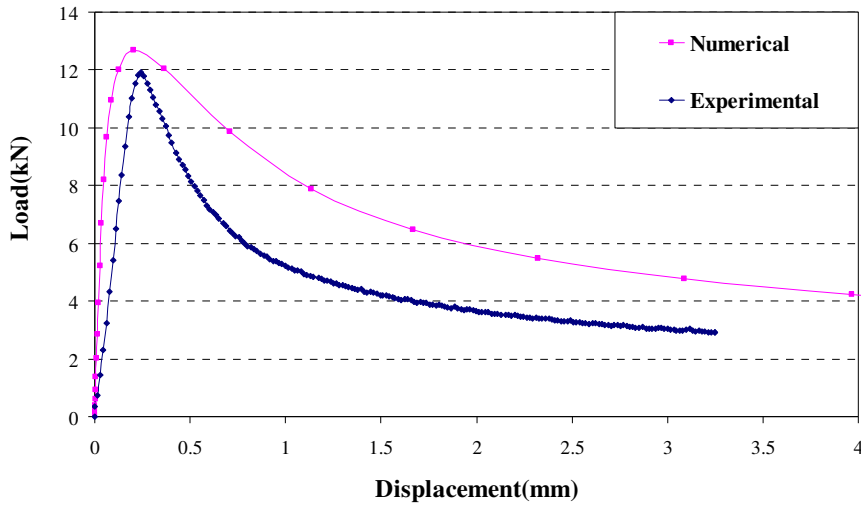




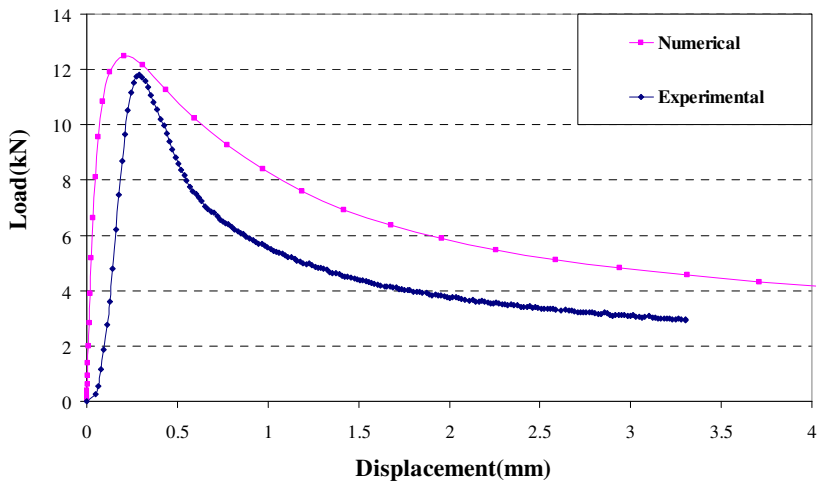
شکل (۴-۱) - رفتار نیرو بر حسب جابجایی حاصل از دو روش عددی و تجربی برای نمونه با گشودگی دایروی و شرط انتها تکیه گاه ساده، تحت عرض بار ۷۵ میلیمتر



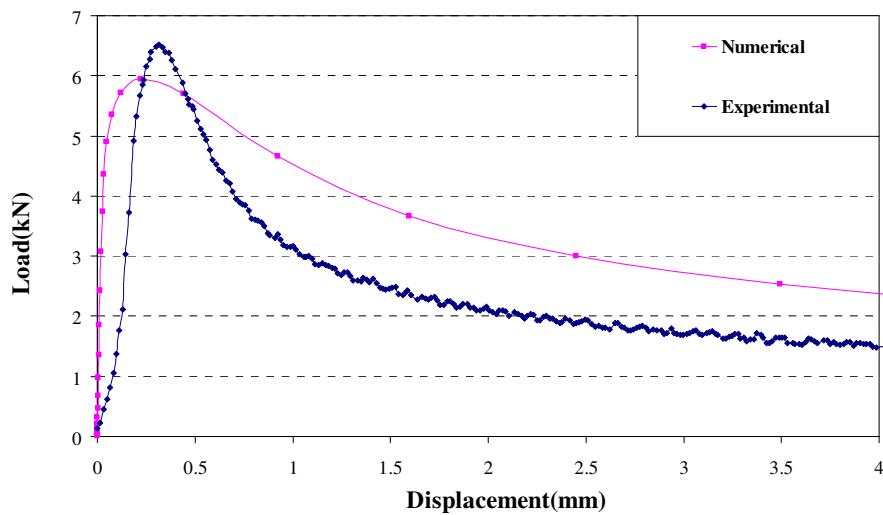
شکل (۴-۲) - رفتار نیرو بر حسب جابجایی حاصل از دو روش عددی و تجربی برای نمونه با گشودگی مربعی و شرط انتها تکیه گاه ساده، تحت عرض بار ۷۵ میلیمتر



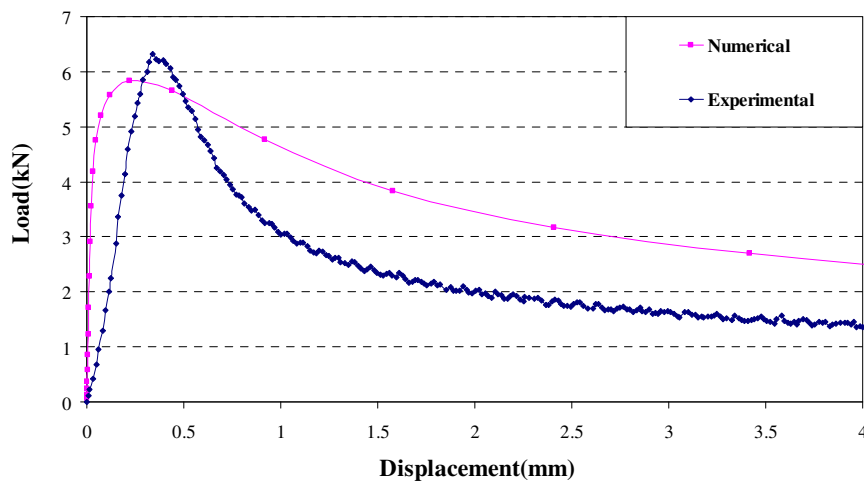
شکل (۳-۴) - رفتار نیرو بر حسب جابجایی حاصل از دو روش عددی و تجربی برای نمونه با گشودگی دایروی و شرط انتها تکیه گاه گیردار، تحت عرض بار ۱۵ میلیمتر



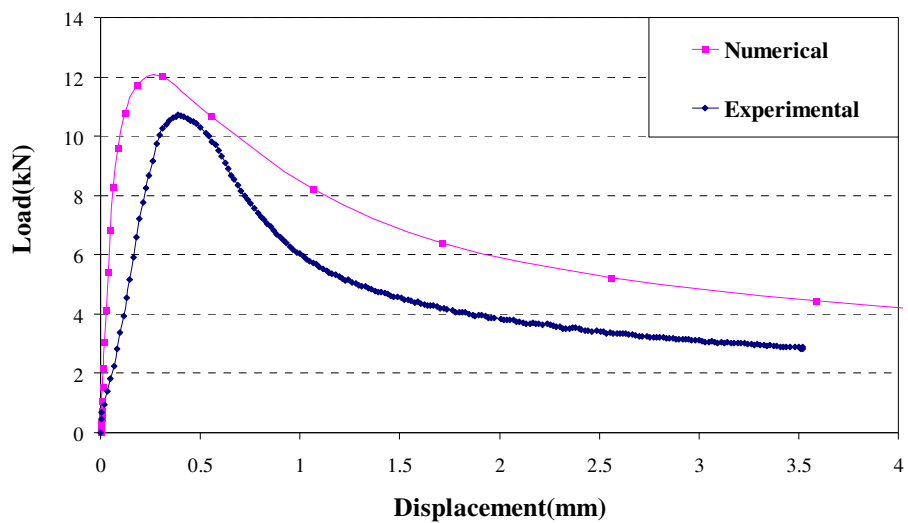
شکل (۴-۴) - رفتار نیرو بر حسب جابجایی حاصل از دو روش عددی و تجربی برای نمونه با گشودگی مربعی و شرط انتها تکیه گاه گیردار، تحت عرض بار ۵۰ میلیمتر



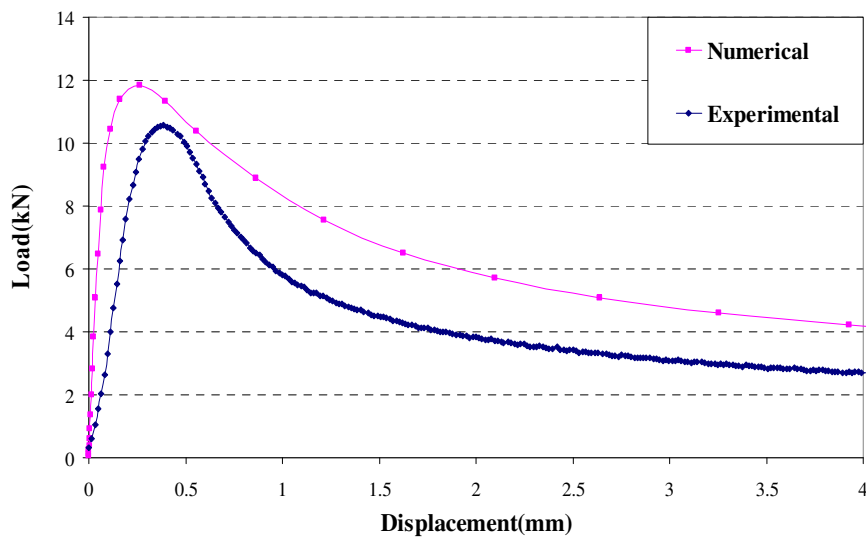
شکل (۴-۵) - رفتار نیرو بر حسب جابجایی حاصل از دو روش عددی و تجربی برای نمونه با گشودگی دایروی و شرط انتها تکیه گاه ساده، تحت عرض بار ۳۰ میلیمتر



شکل (۴-۶) - رفتار نیرو بر حسب جابجایی حاصل از دو روش عددی و تجربی برای نمونه با گشودگی مربعی و شرط انتها تکیه گاه ساده، تحت عرض بار ۳۰ میلیمتر



شکل (۷-۴) - رفتار نیرو بر حسب جابجایی حاصل از دو روش عددی و تجربی برای نمونه با گشودگی دایروی و شرط انتها تکیه گاه گیردار، تحت عرض بار ۱۵ میلیمتر



شکل (۸-۴) - رفتار نیرو بر حسب جابجایی حاصل از دو روش عددی و تجربی برای نمونه با گشودگی مربعی و شرط انتها تکیه گاه گیردار، تحت عرض بار ۱۵ میلیمتر

با دقت در نمودارها مشاهده می شود که در هر دو نمونه ی با گشودگی دایروی و مربعی، در شرط مرزی انتها تکیه گاه ساده، مقدار بار کمانش تجربی بیشتر از مقدار محاسبه شده توسط روش عددی است و این در حالیست که در شرط مرزی انتها تکیه گاه گیردار، مقدار بار کمانش تجربی کمتر از مقدار محاسبه شده توسط روش عددی است. علت این موضوع میتواند در تحلیل عددی جستجو شود، بدین معنا که نحوه مش بندی، المان مورد استفاده و ... می تواند نقش موثری در این اختلاف داشته باشد. البته از این نکته نیز نباید غافل بود که برخی خطاهای انسانی نیز در حین آزمایش محتمل است. این موضوع در داده های جداول (۴-۱) تا (۴-۴) نیز مشاهده می شود.

جدول (۴-۱) - ورق با گشودگی دایروی وانتهای پایین، تکیه گاه ساده

پهنای نیرو (mm)	مقدار بار کمانش عددی (kN)	مقدار بار کمانش تجربی (kN)	درصد خطای عددی
۱۵	۵/۷۷۹	۶/۳۰۵	۸/۳۴
۳۰	۵/۹۴۸	۶/۵۱۹	۸/۷۶
۵۰	۵/۹۹۳	۶/۵۹۶	۹/۱۴
۷۵	۶/۰۶۷	۶/۷۰۲	۹/۴۷

میانگین خطا: ۸/۹۲٪

جدول (۴-۲) - ورق با گشودگی مربعی وانتهای پایین، تکیه گاه ساده

پهنای نیرو (mm)	مقدار بار کمانش عددی (kN)	مقدار بار کمانش تجربی (kN)	درصد خطای عددی
۱۵	۵/۷۰۲	۶/۱۲۴	۶/۸۹
۳۰	۵/۸۳۷	۶/۳۱۷	۷/۵۹
۵۰	۵/۹۲۵	۶/۴۸۶	۸/۷
۷۵	۵/۹۹۱	۶/۵۹	۹/۲۱

میانگین خطا: ۸/۰۹٪

جدول (۳-۴) - ورق با گشودگی دایروی وانتهای پایین، تکیه گاه گیردار

پهنای نیرو (mm)	مقدار بار کمانش عددی (kN)	مقدار بار کمانش تجربی (kN)	درصد خطای عددی
۱۵	۱۲/۰۰۴	۱۰/۷۱۸	۱۱/۹۹
۳۰	۱۲/۴۲۴	۱۱/۴۸۸	۸/۱۴
۵۰	۱۲/۶۸۷	۱۱/۹۲۰	۶/۴۳
۷۵	۱۳/۰۴۸	۱۴/۸۸۱	۱۲/۳۲

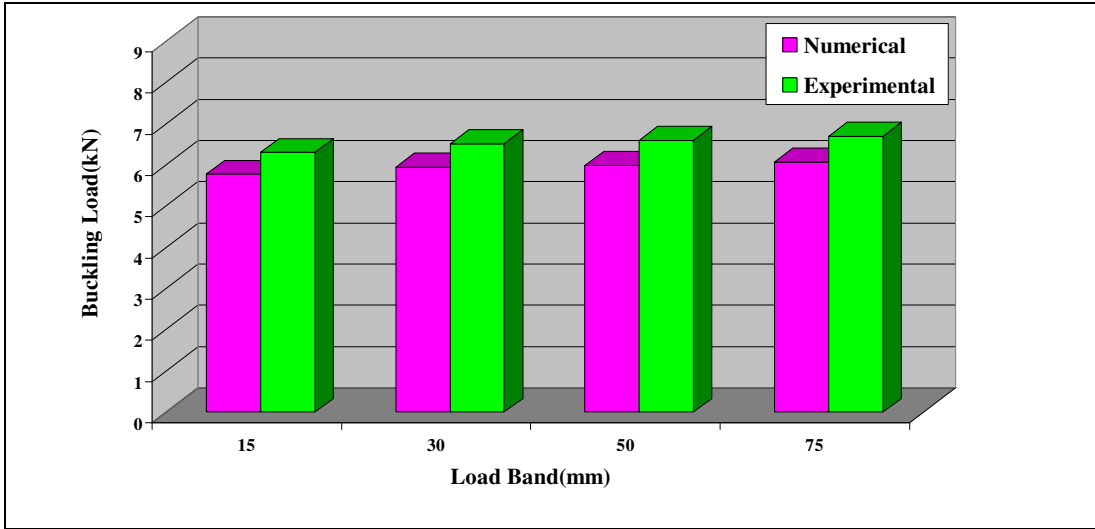
میانگین خطا: ۹/۷۲٪

جدول (۴-۴) - ورق با گشودگی مربعی وانتهای پایین، تکیه گاه گیردار

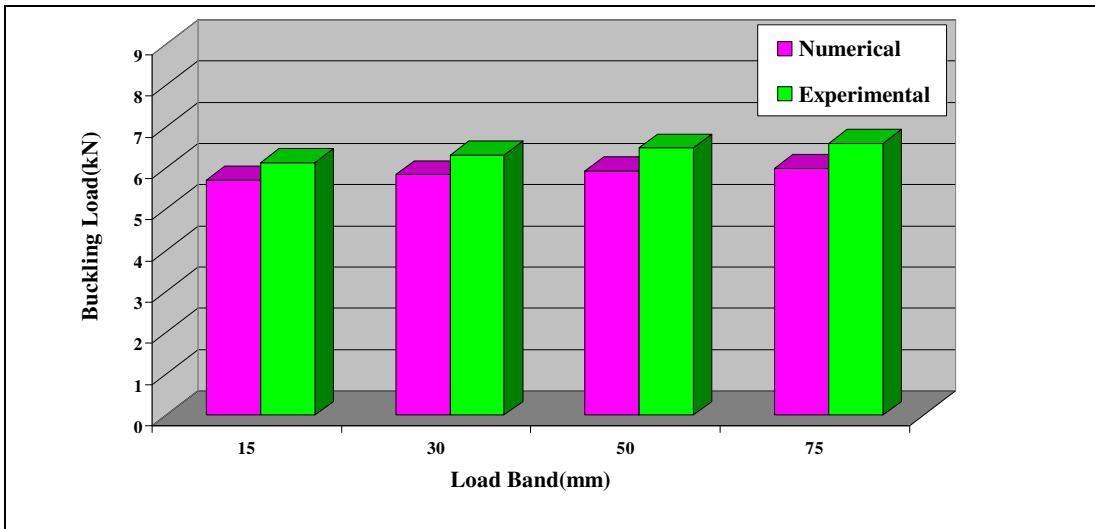
پهنای نیرو (mm)	مقدار بار کمانش عددی (kN)	مقدار بار کمانش تجربی (kN)	درصد خطای عددی
۱۵	۱۱/۸۵۱	۱۰/۵۸۴	۱۲/۰۱
۳۰	۱۲/۲۵۶	۱۱/۳۸۹	۷/۶۱
۵۰	۱۲/۴۸۶	۱۱/۷۹۶	۵/۸۴
۷۵	۱۲/۸۲۱	۱۲/۹۱۸	۰/۷۵

میانگین خطا: ۶/۵۵٪

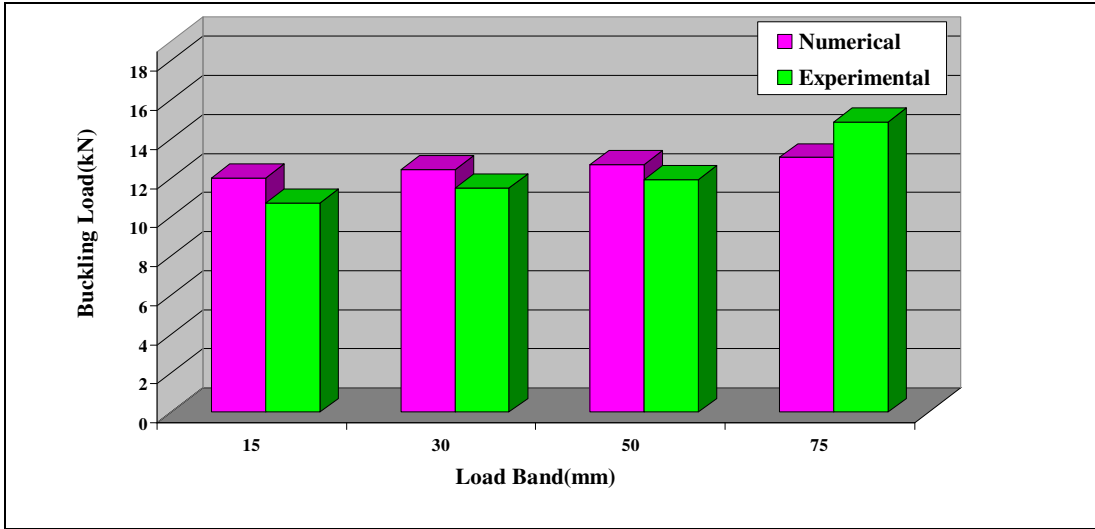
برای نمایش بهتر این نتایج، مقایسه ی بار کمانش عددی و تجربی به ازاء عرض بار های مختلف در شکل های (۹-۴) تا (۱۲-۴) آورده شده است.



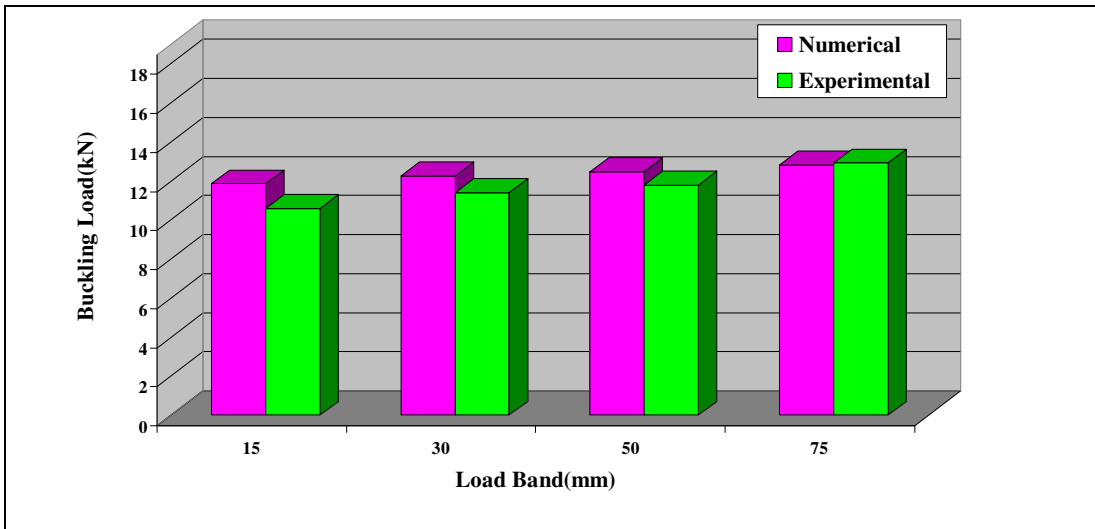
شکل (۴-۹) - ورق با گشودگی دایروی و انتهای پایین، تکیه گاه ساده



شکل (۴-۱۰) - ورق با گشودگی مربعی و انتهای پایین، تکیه گاه ساده



شکل (۴-۱۱) - ورق با گشودگی دایروی وانتهای پایین، تکیه گاه گیردار



شکل (۴-۱۲) - ورق با گشودگی مربعی وانتهای پایین، تکیه گاه گیردار



حال با مشاهده جداول (۴-۵) تا (۴-۸)، می توان تأثیر نوع گشودگی را بر بار کمانش ورق ها در عرض بارهای مختلف بررسی کرد. هر یک از این جداول برای یک نوع تکیه گاه مشخص تنظیم شده و مقادیر عددی و تجربی به تفکیک بررسی شده است.

جدول (۴-۵) - مقایسه ی عددی بار کمانش در عرض بار های مختلف، برای نمونه هایی

با گشودگی دایروی و مربعی - شرط مرزی انتها تکیه گاه ساده

پهنای نیرو (mm)	مقدار بار کمانش عددی (kN) - نمونه با گشودگی مربعی	مقدار بار کمانش عددی (kN) - نمونه با گشودگی دایروی
۱۵	۵/۷۰۲	۵/۷۷۹
۳۰	۵/۸۳۷	۵/۹۴۸
۵۰	۵/۹۲۵	۵/۹۹۳
۷۵	۵/۹۹۱	۶/۰۶۷

جدول (۴-۶) - مقایسه ی تجربی بار کمانش در عرض بار های مختلف، برای نمونه هایی

با گشودگی دایروی و مربعی - شرط مرزی انتها تکیه گاه ساده

پهنای نیرو (mm)	مقدار بار کمانش تجربی (kN) - نمونه با گشودگی مربعی	مقدار بار کمانش تجربی (kN) - نمونه با گشودگی دایروی
۱۵	۶/۱۲۴	۶/۳۰۵
۳۰	۶/۳۱۷	۶/۵۱۹
۵۰	۶/۴۸۶	۶/۵۹۶
۷۵	۶/۵۹	۶/۷۰۲

جدول (۷-۴) - مقایسه ی عددی بار کمانش در عرض بار های مختلف، برای نمونه هایی

با گشودگی دایروی و مربعی - شرط مرزی انتها تکیه گاه گیردار

پهنای نیرو (mm)	مقدار بار کمانش عددی (kN) - نمونه با گشودگی مربعی	مقدار بار کمانش عددی (kN) - نمونه با گشودگی دایروی
۱۵	۱۱/۸۵۱	۱۲/۰۰۴
۳۰	۱۲/۲۵۶	۱۲/۴۲۴
۵۰	۱۲/۴۸۶	۱۲/۶۸۷
۷۵	۱۲/۸۲۱	۱۳/۰۴۸

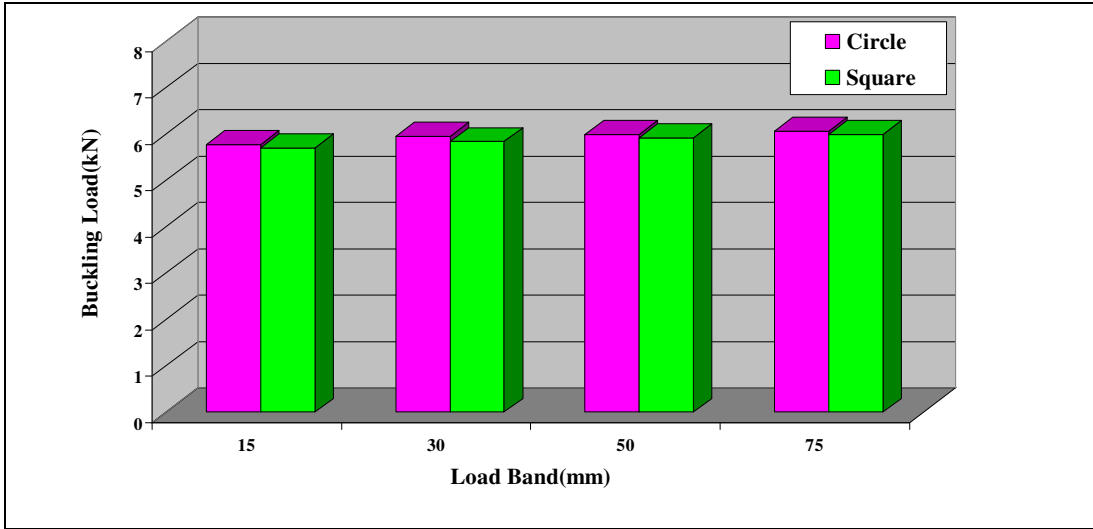
جدول (۸-۴) - مقایسه ی تجربی بار کمانش در عرض بار های مختلف، برای نمونه هایی

با گشودگی دایروی و مربعی - شرط مرزی انتها تکیه گاه گیردار

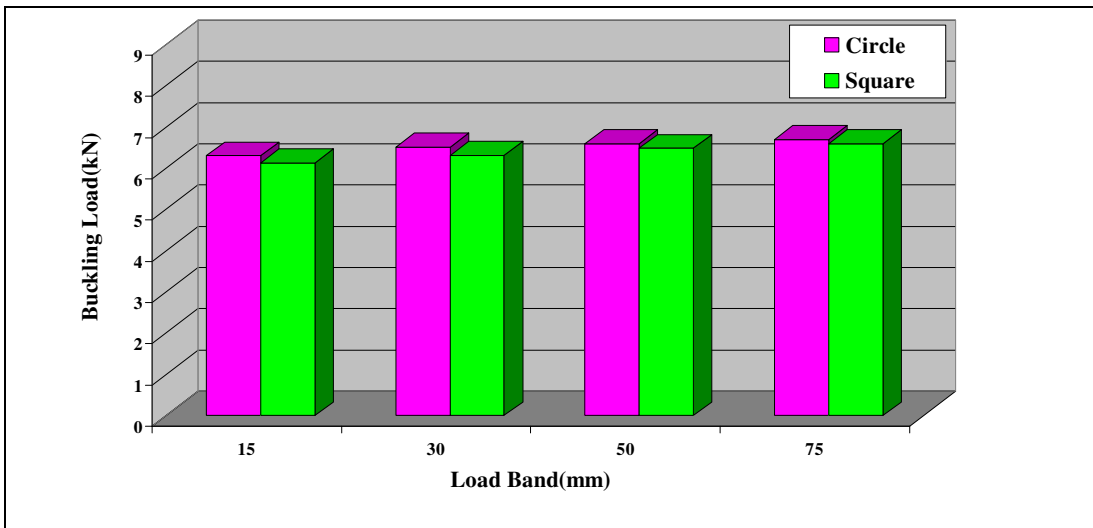
پهنای نیرو (mm)	مقدار بار کمانش تجربی (kN) - نمونه با گشودگی مربعی	مقدار بار کمانش تجربی (kN) - نمونه با گشودگی دایروی
۱۵	۱۰/۵۸۴	۱۰/۷۱۸
۳۰	۱۱/۳۸۹	۱۱/۴۸۸
۵۰	۱۱/۷۹۶	۱۱/۹۲۰
۷۵	۱۲/۹۱۸	۱۴/۸۸۱

همچنین برای نمایش بهتر روند فوق، تأثیر نوع گشودگی بر بار کمانش ورق ها در عرض

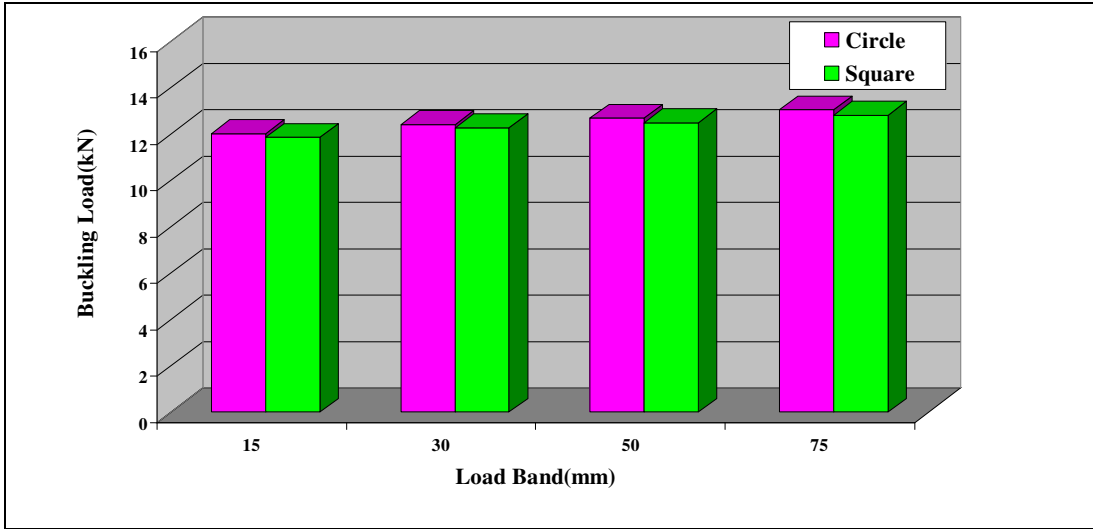
بارهای مختلف، این مقایسه در شکل های (۴-۱۳) تا (۴-۱۶) آورده شده است.



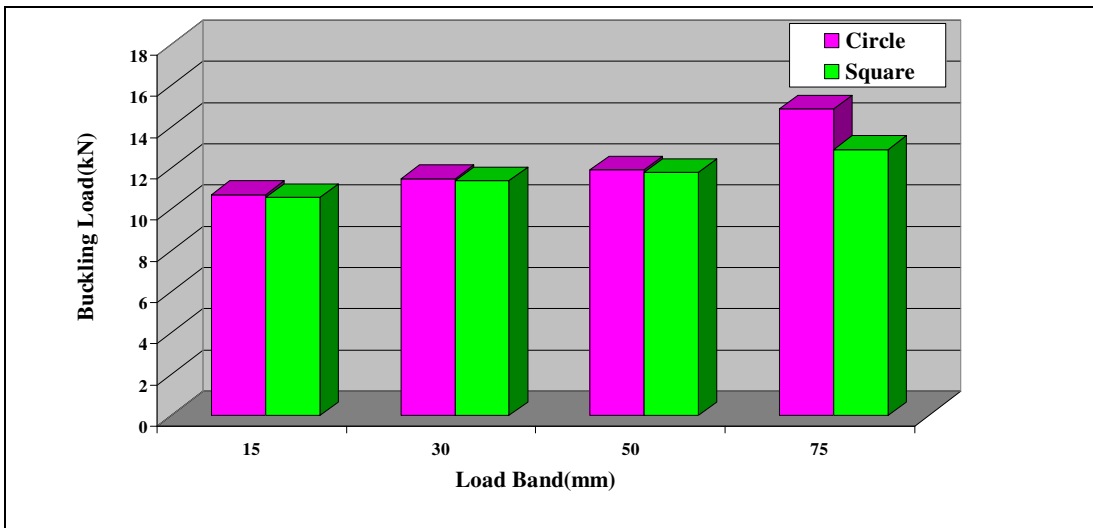
شکل (۴-۱۳) - مقایسه ی عددی بار کمانش در عرض بار های مختلف، برای نمونه هایی با گشودگی دایروی و مربعی - شرط مرزی انتها تکیه گاه ساده



شکل (۴-۱۴) - مقایسه ی تجربی بار کمانش در عرض بار های مختلف، برای نمونه هایی با گشودگی دایروی و مربعی - شرط مرزی انتها تکیه گاه ساده

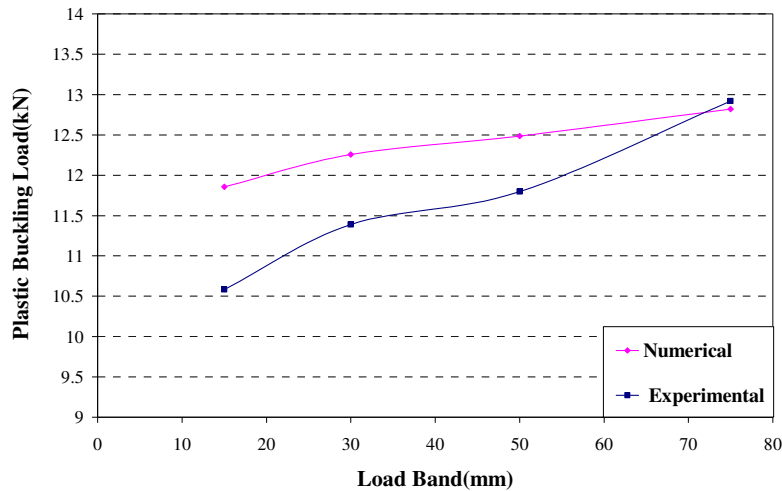


شکل (۴-۱۵) - مقایسه ی عددی بار کمانش در عرض بار های مختلف، برای نمونه هایی با گشودگی دایروی و مربعی - شرط مرزی انتها تکیه گاه گیردار

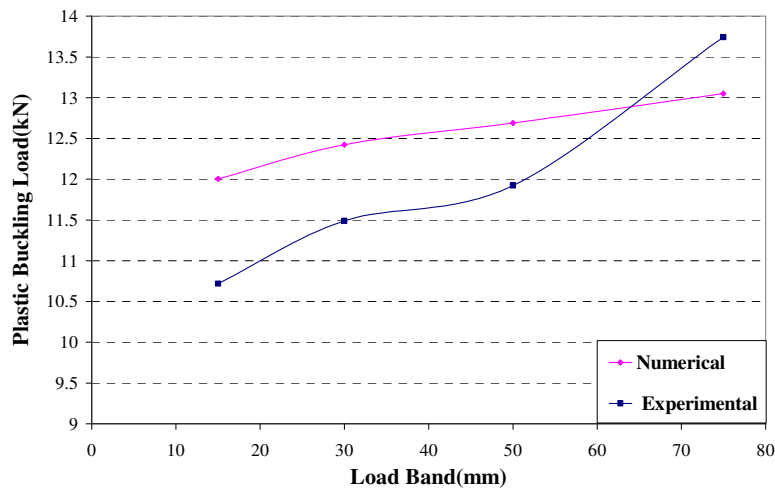


شکل (۴-۱۶) - مقایسه ی تجربی بار کمانش در عرض بار های مختلف، برای نمونه هایی با گشودگی دایروی و مربعی - شرط مرزی انتها تکیه گاه گیردار

مقدار بار کمانش به دست آمده از تحلیل های عددی و تجربی برای چند عرض بار مختلف و انتها تکیه گاه گیردار در نمودار شکل های (۴-۱۷) و (۴-۱۸) نیز با یکدیگر مقایسه شده است.



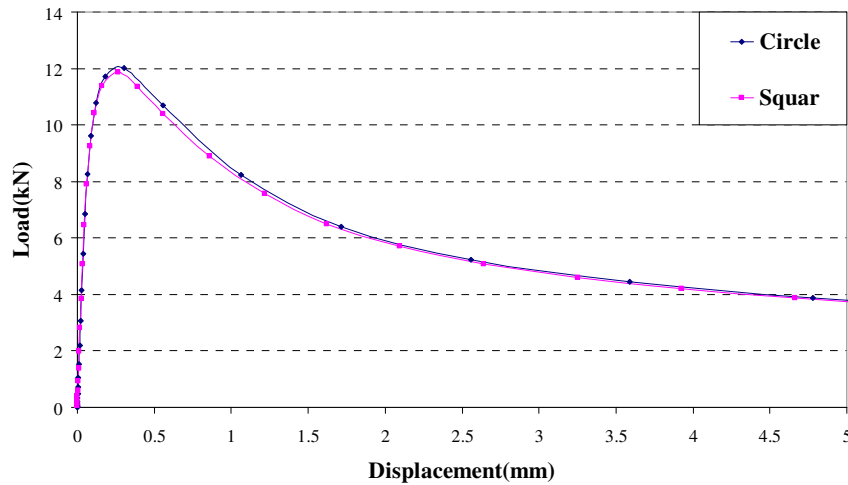
شکل (۴-۱۷) - مقایسه ی عددی و تجربی رفتار تغییر بار کمانش نسبت به عرض بارگذاری برای نمونه با سوراخ مربعی و انتها تکیه گاه گیردار



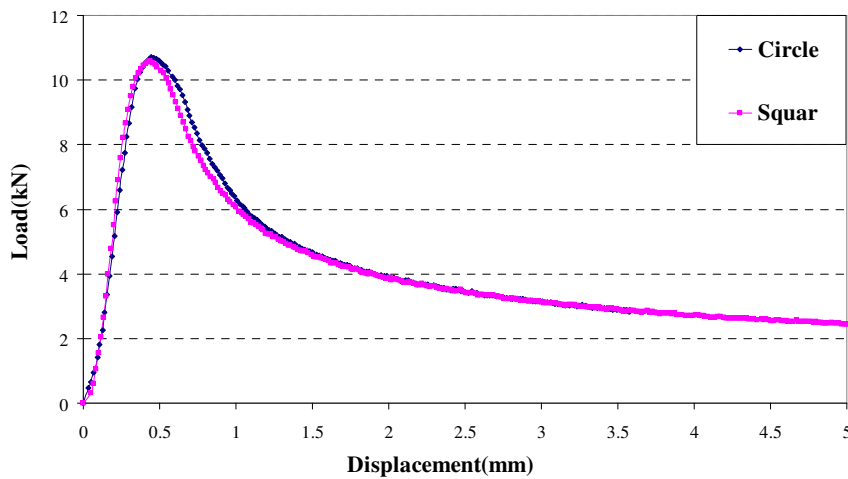
شکل (۴-۱۸) - مقایسه ی عددی و تجربی رفتار تغییر بار کمانش نسبت به عرض بارگذاری برای نمونه با سوراخ دایروی و انتها تکیه گاه گیردار

از آنجایی که مساحت سوراخ های دایره و مربع با هم برابر است، خوب است که بار بحرانی این دو نوع ورق نیز با یکدیگر مقایسه شود. البته باید دقت داشت که خم اولیه ی ورق با سوراخ مربعی و دایروی

که تحت بار مشابهی قرار می گیرند، باید یکسان باشد. با توجه به نمودار های شکل (۴-۱۹) و (۴-۲۰) درمی یابیم که بار کمانش ورق های با سوراخ دایروی از بار کمانش ورق های با سوراخ مربعی با مساحت یکسان، هم از لحاظ عددی و هم تجربی، بیشتر است.



شکل (۴-۱۹) - مقایسه ی بار کمانش ورق های با گشودگی دایروی و مربعی با مساحت سطح مقطع یکسان به روش عددی (عرض بار، ۱۵ میلیمتر و شرط مرزی انتها گیردار)



شکل (۴-۲۰) - مقایسه ی بار کمانش ورق های با گشودگی دایروی و مربعی با مساحت سطح مقطع یکسان به روش تجربی (عرض بار، ۱۵ میلیمتر و شرط مرزی انتها گیردار)

## ۴-۲- نتیجه گیری

۱. از مقایسه منحنی های حاصل از روش عددی و تجربی نتیجه می شود که این منحنی ها مطابقت بسیار خوبی دارند.
  ۲. پس از ایجاد پدیده ی کمانش، ظرفیت تحمل بار ورق به شدت کاهش می یابد.
  ۳. تأثیر خم اولیه در بار کمانش قابل توجه است، لذا فقط بار کمانش ورق هایی که خم اولیه یکسان دارند، قابل مقایسه است.
  ۴. مقدار خم اولیه تأثیری بر رفتار پس کمانشی ورق مستطیلی ندارد.
  ۵. نتایج نشان می دهد که هر چه عرض بارگذاری از حالت متمرکز به گسترده افزایش پیدا کند، مقدار بار قابل تحمل توسط ورق دارای گشودگی افزایش می یابد.
  ۶. بار کمانش نمونه های با گشودگی مربعی نسبت به نمونه های با گشودگی دایروی با مساحت سطح برابر، در هر عرض بارگذاری و هر نوع تکیه گاهی که ورق در آن قرار داشته باشد، به مقدار اندکی کمتر است. بنابر این به دلیل کمتر بودن مشکلات ساخت و ایجاد گشودگی دایروی نسبت به مربعی و همچنین بالاتر بودن بار کمانش نمونه با گشودگی دایروی نسبت به نمونه با گشودگی مربعی، توصیه می شود در هندسه هایی که محدودیتی از لحاظ نوع هندسه ی گشودگی وجود ندارد، از گشودگی دایروی استفاده شود.
  ۷. بار کمانش ورق های با تکیه گاه گیردار، بیشتر از ورق های با تکیه گاه ساده بوده و در این مورد مطالعاتی حدوداً ۲ برابر است.
  ۸. کمترین خطای روش عددی، ۰/۷۵ درصد و بیشترین خطا معادل ۱۲/۳۲ درصد گزارش شده است. میانگین خطای عددی کلیه ی نمونه ها، ۸/۳۲ درصد بوده که در بحث ورق ها، رقم قابل قبولی است.
- می توان در مطالعات آینده، تاثیر نسبت ضخامت ورق و نیز تاثیر هندسه گشودگی های هم مساحت در نسبت طول به عرض های مختلف را در مواد با جنس های متفاوت مورد بررسی قرار داد.

# مراجع

- [1] Timoshenko SP, Gere J.M. ,Theory of Elastic Stability, 2nd ed, New York:McGraw-Hill Book Company, (1961).
  - [2] Mignot F. & Puel J-P. :Homogenization and Bifurcation of Perforated Plates, Engineering science vol 18. pp. 409-414, (1980).
  - [3] Narayanan R. & Chow F. Y. :Ultimate Capacity of Uniaxially Compressed Perforated Plates, Thin-Walled Structures 241-264, (1984).
  - [4] Roberts T. M. & Azizian Z. G. :Strength of Perforated Plates Subjected to In- Plane Loading, Thin-Walled Structures, 2153-164, (1984).
  - [5] Yetterman A. L. & Brown C. J. :The Elastic Stability Of Square Perforated Plates, Computer & Structures, Vol. 21. No. 6. 1267-1272, (1985).
  - [6] Brown C. J. :Elastic stability of plates subjected to concentrated loads. Compute.trict 33(1325-1327) (1989).
  - [7] Shanmugam NE. & Thevendran V, Tan YH. :Design formula for axially compressed perforated plates. Thin-Walled Structures 341-20, (1999).
  - [8] khaled M. El-Sawy, Aly S. Nazmy , Effect of aspect ratio on the elastic buckling of uniaxially loaded plates with eccentric holes , Thin-Walled Structures 39 (983-998), (2001).
  - [9] khaled M. El-Sawy, Aly S. Nazmy, Mohammad Ikbal Martini. Elasto-plastic buckling of perforated plates under uniaxial compression , Thin-Walled Structures 42 (1083-1101), (2004).
  - [10] Anand V. Singh, Muhammad Tanveer, Eigenvalue analysis of doubly connected plates with different configurations, Journal of Sound and Vibration 29576-93, (2006).
  - [11] Maan F.S. , Querin O.M., D.C. Barton, Extension of the fixed grid finite element method to eigenvalue problems, Advances in Engineering Software, (2007).
  - [12] Liu Y.G. , Pavlovic M.N. : Elastic Stability of flat rectangular plates under patch compression, International Journal of Mechanical Sciences 49 (970-982), (2007).
- [۱۳] یاشار فرجیان محترم، محمود شریعتی، بررسی عددی و تجربی کمانش ورق های فولادی دارای گشودگی با دو تکیه گاه گیردار، پایان نامه کارشناسی ارشد، دانشگاه صنعتی شاهرود، پاییز ۸۶



## **Abstract**

The aim of this project is the numerical and the experimental investigation on the buckling behavior of the rectangular plates with circular and square cut outs under compressive loading with various load bands. The problem has been studied under two types of supports: Simple support and fixed support. The lower end of the plates (simply or fixed supports) always are loaded under full length load band, upper end of plates always are loaded by a simple support with various load bands. Some effective parameters on the buckling have been studied separately and the required data for analysis have been gained through experimental tests. The finite elements ABAQUS software has been used for the numerical analysis and a set of servohydraulic Instron8802 was applied in the experimental tests. The numerical and the experimental results are in good agreement.

**Key Words:** Buckling; Perforated rectangular plates; Cut out; Finite element method; Imperfection



*shahrood university of technology*  
*faculty of mechanical engineering*

**M.Sc. Thesis of Mechanical Engineering**

**Numerical and Experimental  
Investigation of Loading Band on  
Buckling of Perforated  
Rectangular Plates**

**By :**

**Ali Dadrasi**

**supervised by :**

**Dr. Mahmoud Shariati**

**& Dr. Hamid Reza Epack Chi**

**Sep. 2008**