

صلى الله عليه وسلم



دانشگاه صنعتی شاهرود

دانشکده مکانیک

بررسی رفتار ارتعاشاتی تیر متداول (خطی و غیر خطی) و تیر مونتاژ شده میکروسلوپ نیرو اتمی با
استفاده از تئوری های تیر کلاسیک و تیش کوپل اصلاح شده

دانشجو: محمد عباسی

استاد راهنما:

دکتر ارشد شیر کریمی محمدی

رساله دکتری جهت اخذ درجه دکتری

بهمن ۱۳۹۲



مدیریت تحصیلات تکمیلی

فرم شماره ۱۲

شماره: ۳۰۹۲۸۷۶

تاریخ: ۹۲/۱۲/۲۰

ویرایش:

بسمه تعالی

صور تجلسه دفاع از رساله دکتری (Ph.D)

بدینوسیله گواهی می شود آقای محمد عباسی دانشجوی دکتری رشته مهندسی مکانیک ورودی سال ۱۳۸۸ در تاریخ ۱۳۹۲/۱۱/۱۰ از رساله خود با عنوان "بررسی رفتار ارتعاشاتی تیر متداول (خطی و غیرخطی) و تیر مونتاژ شده میکروسکوپ نیرو اتمی با استفاده از تئوری های تیر کلاسیک و تنش کوپل اصلاح شده" دفاع و با اخذ ۸۰/۳۱ به درجه : عالی نائل گردید .

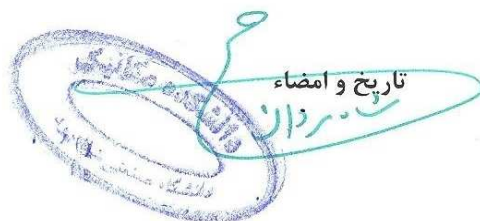
☒ الف (درجه عالی : نمره ۱۹-۲۰	☐ ب (درجه بسیار خوب : نمره ۱۸/۹۹ - ۱۷
☐ ج (درجه خوب : نمره ۱۶/۹۹ - ۱۵	☐ د (غیر قابل قبول و نیاز به دفاع مجدد دارد
☐ ذ (رساله نیاز به اصلاحات دارد	

ردیف	هیئت داوران	نام و نام خانوادگی	مرتبه علمی	امضاء
۱	دکتر اردشیر کرمی محمدی	استاد راهنما	استاد	
۲	دکتر عبدالحسین فریدون	استاد مدعو خارجی	استاد	
۳	دکتر محمدرضا آشوری	استاد مدعو خارجی	دانشیار	
۴	دکتر حمید رضا ایپکچی	استاد مدعو داخلی		
۵	دکتر امیر جلالی	استاد مدعو داخلی	استاد	
۶	دکتر رضا طاهریان	سرپرست (نماینده) تحصیلات تکمیلی دانشکده	استاد	

مدیر محترم تحصیلات تکمیلی دانشگاه

ضمن تأیید مراتب فوق مقرر فرمائید اقدامات لازم بعمل آید .

رئیس دانشکده و رئیس هیأت داوران :



تقدیم بہ مہربان فرشتگانی کہ:

لذت و غرور دانستن، جسارت خواستن، عظمت رسیدن و تمام تجربہ

ہایکیتا و زیبای زندگیم، مدیون حضور سبز آنہاست

تقدیم بہ خانوادہ عزیزم.

تقدیر و تشکر شایسته از استاد فریخته و فرزانه جناب آقای دکتر اردشیر کرمی محمدی که با نکته های دلاویز

و گفته های بلند، صحیفه های سخن را علم پرور نمود و همواره راهنما و راه‌گشای اینجانب در اتمام و تکمال

پایان نامه بوده است.

دانشجو تأیید می نماید که مطالب مندرج در این پایان نامه (رساله) نتیجه تحقیقات خودش می باشد و در صورت استفاده از نتایج دیگران مرجع آن را ذکر نموده است.

کلیه حقوق مادی مترتب از نتایج مطالعات، آزمایشات و نوآوری ناشی از تحقیق موضوع این پایان نامه (رساله) متعلق به دانشگاه صنعتی شاهرود می باشد.

بهمن ۱۳۹۲

بررسی رفتار ارتعاشاتی تیر متداول (خطی و غیر خطی) و تیر مونتاژ شده میکروسکوپ نیرو اتمی با استفاده از تئوری‌های تیر کلاسیک و تنش کوپل اصلاح شده

محمد عباسی

دانشگاه صنعتی شاهرود، بهمن ۹۲

استاد راهنما: دکتر اردشیر کرمی محمدی

چکیده

میکروسکوپ نیرو اتمی یکی از ابزارآلات مهم و اساسی برای بدست آوردن تصاویر سطوح و خصوصیات سطحی نانو/میکرو مواد بوده و به صورت گسترده مورد استفاده قرار می‌گیرد. هنگامی که نوک تیر، سطح نمونه را روبش می‌نماید، نیروهای برهم‌کنش دینامیکی بین نوک و سطح نمونه بوجود می‌آیند. این نیروهای دینامیکی بسیار پیچیده بوده اما تحلیل دقیق آنها می‌تواند تاثیر بسزایی در دقت و عملکرد میکروسکوپ نیرو اتمی داشته باشد. میکروسکوپ نیرو اتمی بطور عمده در دو مد تماسی و متناوب سطح نمونه را روبش می‌نماید. در مد تماسی، دامنه نوسان بسیار پایین و در حدود ۱ تا ۵ نانومتر می‌باشد، اما دامنه نوسان در مد متناوب بسیار بزرگ‌تر و در حدود ۵ تا ۱۰۰ نانومتر می‌باشد. در این رساله، رفتار ارتعاشاتی هر دو میکروتیر متداول و مونتاژ شده میکروسکوپ نیرو اتمی با دو هدف مختلف مورد تحلیل قرار گرفته است. هدف اول، بررسی پارامترها و عوامل مختلف، نظیر ابعاد هندسی میکروتیر و نوک، مکانیک تماس و شرایط محیط آزمایش بر رفتار ارتعاشاتی میکروتیر میکروسکوپ در مد عملکرد مورد نظر می‌باشد. اما هدف دوم، بررسی رفتار ارتعاشاتی وابسته به اندازه میکروتیرهای مختلف میکروسکوپ نیرو اتمی و تحقیق در مورد شرایط لزوم استفاده از تئوری‌های الاستیسته غیر کلاسیک در تحلیل رفتار ارتعاشاتی این میکروتیرها می‌باشد. به این منظور از معادلات

ساختاری تئوری‌های غیرکلاسیک متفاوت، نظیر تئوری گرادیان کرنش، تئوری تنش-کوپل اصلاح شده و تئوری غیرمحلی استفاده شده است. برای حل روابط غیرخطی میکروتیر میکروسکوپ نیرو اتمی در مد متناوب، از تئوری اغتشاشات استفاده شده است که با استفاده از این تئوری، روابطی برای فرکانس غیرخطی و فاکتور میرایی غیرخطی موثر سیستم و همچنین روابطی برای تحلیل پاسخ فرکانسی سیستم، حاصل گشته است.

نتایج گویای این واقعیت می‌باشد که رفتار ارتعاشاتی میکروتیرهای میکروسکوپ نیرو اتمی در مد تماسی، بخصوص برای هنگامی که ضخامت تیر در حدود پارامتر مقیاس طول می‌باشد و از میکروتیر جهت روبش نمونه‌های سخت‌تر استفاده می‌گردد، وابسته به اندازه می‌باشد. لذا در این حالت، استفاده از تئوری‌های غیر کلاسیک، جهت انجام تحلیل ضروری به نظر می‌رسد. مطابق نتایج، در میکروتیرهای مونتاژ شده، عواملی مانند طول رابط، مکان رابط و فاصله بین رابط‌ها می‌تواند تاثیر بسزایی بر فرکانس تشدید و حساسیت ارتعاشات داشته باشد.

در تحلیل رفتار ارتعاشاتی غیرخطی میکروتیر متداول میکروسکوپ نیرو اتمی در مد متناوب و بر اساس تئوری تنش-کوپل اصلاح شده، شواهد گویای وجود اختلاف بین نتایج حاصل از تئوری تیر کلاسیک با نتایج بدست آمده از تئوری تنش-کوپل اصلاح شده می‌باشد. لذا در این مد، تحلیل بر مبنای تئوری‌های غیرکلاسیک که در آنها اثر اندازه بسیار کوچک میکروتیر نیز در روابط در نظر گرفته می‌شود، توصیه می‌گردد. مطابق نتایج، پدیده‌های نرم شوندگی و سخت شوندگی در پاسخ‌های فرکانسی میکروتیر میکروسکوپ نیرو اتمی مد تماسی دیده می‌شود که عواملی مانند خطای مونتاژ نوک، شعاع انحنای سر نوک و فاصله تعادلی بین نوک و سطح نمونه، می‌توانند این پدیده‌ها را تقلیل داده یا تشدید نماید.

کلمات کلیدی: میکروسکوپ نیرو اتمی، رفتار ارتعاشاتی وابسته به اندازه، میکروتیر مونتاژ شده، مد تماسی، مد متناوب

لیست مقالات مستخرج از پایان نامه:

1. M. Abbasi, A.K. Mohammadi, " Study of the sensitivity and resonant frequency of the flexural modes of an atomic force microscopy microcantilever modeled by strain gradient elasticity theory ", IMechE, Part C, In press, online 10 October 2013 (ISI)
2. M. Abbasi, A.K. Mohammadi, " A Detailed Analysis of Resonant Frequency and Sensitivity of Flexural Modes of an Atomic Force Microscope Cantilevers with Sidewall Probe based on a Nonlocal Elasticity Theory", Strojnicki Vestnik-Journal of Mechanical Engineering, Vol. 60, Issue 3, 2014 (ISI)
۳. بررسی اثر اندازه بر رفتار ارتعاشی یک نوع تیر مونتاژ شده میکروسکوپ نیرو اتمی، با استفاده از تئوری الاستیسیته گرادیان کرنش، مجله مهندسی مکانیک دانشگاه تربیت مدرس، دوره ۱۳، شماره ۱۳، ص ۹۰-۹۹، اسفند ۱۳۹۲ (علمی پژوهشی).
۴. بررسی رفتارهای ارتعاشی وابسته به اندازه برای تیر میکروسکوپ نیرو اتمی با رابط عمودی جهت روبش جداره، فصلنامه علمی پژوهشی مهندسی مکانیک جامدات دانشگاه آزاد اسلامی- واحد خمینی شهر تحت چاپ، ۱۳۹۲ (علمی پژوهشی).
۵. تحلیل رفتار ارتعاشات خمشی تیر مونتاژ شده میکروسکوپ نیرو اتمی با استفاده از تئوری تنش-کوپل اصلاح شده (همایش ملی علوم و فناوری نانو، دانشگاه پیام نور اصفهان، اردیبهشت ۹۲)
۶. بررسی پاسخهای ارتعاشات پیچشی تیر میکروسکوپ نیرو اتمی با استفاده از نظریه تنش-کوپل اصلاح شده (همایش ملی علوم و فناوری نانو، دانشگاه پیام نور اصفهان، اردیبهشت ۹۲)
۷. مطالعه رفتار فرکانسی تیر مونتاژ شده میکروسکوپ نیرو اتمی به روش حل دقیق و بر اساس تئوری تنش-کوپل اصلاح شده (سیزدهمین همایش دانشجویی فناوری نانو، اردیبهشت ۹۲)

فهرست مطالب

ز	چکیده.....
۱	۱- مقدمه.....
۲	۱-۱ مقدمه.....
۳	۲-۱ تکنولوژی پراب روبشی: مفاهیم بنیادی.....
۷	۱-۲-۱ میکروسکوپ نیرو اتمی شبه استاتیکی.....
۹	۲-۲-۱ میکروسکوپ نیرو اتمی دینامیکی.....
۱۱	۳-۱ ارتعاشات میکروتیر یکسردرگیر میکروسکوپ نیرو اتمی؛ پیشینه تحقیق.....
۱۹	۴-۱ هدف رساله.....
۲۱	۲. کلیات میکروسکوپ نیرو اتمی و تئوری‌های الاستیسیته غیرکلاسیک.....
۲۲	۱-۲ مقدمه.....
۲۳	۲-۲ کاربردهای میکروسکوپ نیرو اتمی.....
۲۳	۳-۲ دقت میکروسکوپ نیرو اتمی.....
۲۴	۴-۲ میکروتیرهای متداول میکروسکوپ نیرو اتمی.....
۲۵	۵-۲ نیروهای برهم‌کنش بین نوک و سطح نمونه.....
۲۷	۱-۵-۲ نیروهای وان‌دروالسی.....
۲۷	۲-۵-۲ نیروهای مؤینگی.....
۲۷	۳-۵-۲ نیروهای چسبندگی.....
۲۸	۴-۵-۲ نیروهای الکترواستاتیک.....
۲۸	۵-۵-۲ نیروهای مغناطیسی.....
۲۸	۶-۵-۲ نیروهای اصطکاکی.....

۶-۲ میکروتیرهای مونتاژ شده میکروسکوپ نیرو اتمی.....	۲۸
۷-۲ تئوری‌های الاستیسیته غیر کلاسیک.....	۳۲
۱-۷-۲ تئوری الاستیسیته تنش-کوپل اصلاح شده.....	۳۶
۲-۷-۲ تئوری الاستیسیته گرادیان کرنش اصلاح شده.....	۳۷
۳-۷-۲ تئوری الاستیسیته غیر محلی.....	۳۹
۳. رفتار ارتعاشاتی خطی و غیر خطی میکروتیر متداول.....	۴۳
۱-۳ مقدمه.....	۴۴
۲-۳ ارتعاشات خطی میکروتیر متداول میکروسکوپ نیرو اتمی.....	۴۵
۱-۲-۳ مدل سازی و تحلیل دینامیکی میکروتیر.....	۴۶
۲-۳-۳ تحلیل رفتار ارتعاشاتی خطی میکروتیر متداول.....	۵۲
۳-۳ ارتعاشات غیر خطی میکروتیر متداول میکروسکوپ نیرو اتمی.....	۶۱
۱-۴-۳ مدل سازی میکروتیر میکروسکوپ نیرو اتمی.....	۶۱
۲-۴-۳ برهم کنش بین نوک و سطح نمونه.....	۶۲
۳-۴-۳ معادله دیفرانسیل و شرایط مرزی.....	۶۴
۴-۳-۳ تحلیل ارتعاشات غیر خطی میکروتیر میکروسکوپ نیرو اتمی.....	۶۹
۴. رفتار ارتعاشاتی میکروتیر مونتاژ شده نوع اول.....	۸۹
۱-۴ مقدمه.....	۹۰
۲-۴ تحلیل دینامیکی میکروتیر ACP.....	۹۰
۱-۲-۴ تئوری تیر کلاسیک اولر برنولی.....	۹۰
۲-۲-۴ تئوری الاستیک گرادیان کرنش و تنش کوپل اصلاح شده.....	۹۷
۳-۲-۴ تئوری الاستیسیته غیر محلی.....	۱۰۴
۱-۳-۲-۴ ارتعاشات خمشی.....	۱۰۵

۱۰۹	۲-۳-۲-۴ ارتعاشات پیچشی
۱۱۵	۳-۴ بحث و نتیجه گیری
۱۳۷	۵. رفتار ارتعاشاتی میکروتیر مونتاژ شده نوع دوم و سوم
۱۳۸	۱-۵ مقدمه
۱۳۸	۲-۵ رفتار ارتعاشاتی میکروتیر مونتاژ شده نوع دوم
۱۳۸	۱-۲-۵ مدل سازی
	۲-۲-۵ معادله حرکت و شرایط مرزی بر پایه تئوری های الاستیسیته گرادیان کرنش و تنش-کوپل
۱۴۰	اصلاح شده
۱۴۷	۳-۲-۵ تحلیل و بررسی
۱۵۲	۳-۵ رفتار ارتعاشاتی میکروتیر مونتاژ شده نوع سوم
۱۵۲	۱-۳-۵ مدل سازی
	۲-۳-۵ معادله حرکت و شرایط مرزی بر پایه تئوری های الاستیسیته گرادیان کرنش و تنش-کوپل
۱۵۴	اصلاح شده
۱۵۹	۳-۳-۵ تحلیل و بررسی
۱۷۱	۶. نتیجه گیری و پیشنهادها برای مطالعات آینده
۱۷۲	۱-۶ مقدمه
۱۷۲	۱-۱-۶ میکروسکوپ نیرو اتمی مد تماسی
۱۷۴	۲-۱-۶ میکروسکوپ نیرو اتمی مد متناوب
۱۷۵	۲-۶ مطالعات آینده
۱۷۵	۱-۲-۶ بررسی مدهای مرتبه بالاتر در مد متناوب
۱۷۶	۱-۲-۶ میکروتیرهای مونتاژ شده در مد متناوب
۱۷۶	۲-۲-۶ تحلیل های سه بعدی

۳-۲-۶ رفتار دینامیکی میکروتیرهای عیب‌دار ۱۷۶

مراجع ۱۷۷

فهرست شکل‌ها

- شکل ۱-۱ اجزای یک دستگاه پراب روبشی ۵
- شکل ۲-۱ (a) اصول عملکرد میکروسکوپ نیرو اتمی؛ (b) شماتیک یک میکروسکوپ نیرو اتمی و اجزا الکتریکی مورد استفاده در آن برای ثبت داده‌ها و کنترل عملکرد میکروسکوپ ۶
- شکل ۱-۲ تاثیر تیزی نوک بر دقت میکروسکوپ نیرو اتمی [۹۱] ۲۴
- شکل ۲-۲ انواع میکروتیرهای متداول میکروسکوپ نیرو اتمی ۲۵
- شکل ۳-۲ نمودار متداول برای نیرو در برابر تغییرات فاصله بین نوک و سطح نمونه در میکروسکوپ نیرو اتمی [۹۴] ۲۶
- شکل ۴-۲ شماتیکی از یک میکروتیر مونتاژ شده ACP توسط دای و همکاران [۵۹] ۳۰
- شکل ۵-۲ (a) میکروتیر مونتاژ شده نوع اول در حال روبش جداره؛ (b) تصویر حاصل از روبش جداره [۵۹] ۳۱
- شکل ۶-۲ شماتیک میکروتیر ACP نوع دوم در حال اندازه‌گیری یک میکروچرخنده؛ (a) نوک t_a که در راستای افقی گسترش یافته و برای اندازه‌گیری جداره دندان‌های چرخنده مورد استفاده قرار می‌گیرد؛ (b) نوک t_b که در راستای عمودی گسترش یافته و برای اندازه‌گیری سطح بالایی چرخنده مورد استفاده قرار می‌گیرد ۳۲
- شکل ۷-۲ شماتیک میکروتیر مونتاژ شده نوع سوم ۳۳
- شکل ۱-۳ شماتیک یک تیر متداول میکروسکوپ نیرو اتمی در تماس با سطح نمونه ۴۷
- شکل ۲-۳ مقایسه بین دو روش حل دقیق و عددی BIE برای تخمین فرکانس تشدید مد اول ۵۴
- شکل ۳-۳ فرکانس تشدید اول برای مقادیر مختلف نسبت ضخامت تیر به پارامتر مقیاس طول، h/l ۵۵
- شکل ۴-۳ فرکانس تشدید دوم برای مقادیر مختلف نسبت ضخامت تیر به پارامتر مقیاس طول، h/l ۵۶

شکل ۵-۳ حساسیت ارتعاشات اول برای مقادیر مختلف نسبت ضخامت تیر به پارامتر مقیاس طول ۵۶

شکل ۶-۳ حساسیت ارتعاشات دوم برای مقادیر مختلف نسبت ضخامت تیر به پارامتر مقیاس طول ۵۷

شکل ۷-۳ درصد خطای نسبی فرکانس اول به صورت تابعی از سختی نرمال، β_n و برای مقادیر مختلف نسبت ضخامت تیر به پارامتر مقیاس طول، h/l ۵۸

شکل ۸-۳ درصد خطای نسبی فرکانس دوم به صورت تابعی از سختی نرمال، β_n و برای مقادیر مختلف نسبت ضخامت تیر به پارامتر مقیاس طول، h/l ۵۸

شکل ۹-۳ درصد خطای نسبی حساسیت اول به صورت تابعی از سختی نرمال، β_n و برای مقادیر مختلف نسبت ضخامت تیر به پارامتر مقیاس طول، h/l ۵۹

شکل ۱۰-۳ درصد خطای نسبی حساسیت دوم به صورت تابعی از سختی نرمال، β_n و برای مقادیر مختلف نسبت ضخامت تیر به پارامتر مقیاس طول، h/l ۶۰

شکل ۱۱-۳ شماتیک میکروتیر میکروسکوپ نیرو اتمی دینامیکی در مد متناوب در حال روبش سطح نمونه ۶۲

شکل ۱۲-۳ تغییرات a و γ نسبت به T_1 برای $\varepsilon = 0.1$ ، $h_g = 0.5e - 9$ ، $a(0) = 7.5e - 9$ و $\gamma(0) = 0.5$ ۷۴

شکل ۱۳-۳ تغییرات فرکانس غیرخطی موثر با افزایش دامنه نوسان نوک برای مقادیر مختلف فاصله جدایی تعادلی بین نوک و سطح نمونه ۷۶

شکل ۱۴-۳ تغییرات فاکتور میرایی غیرخطی موثر با افزایش دامنه نوسان نوک برای مقادیر مختلف فاصله جدایی تعادلی بین نوک و سطح نمونه ۷۷

شکل ۱۵-۳ تغییرات فرکانس غیرخطی موثر با افزایش دامنه نوسان نوک برای مقادیر مختلف مکان اتصال ۷۸

شکل ۱۶-۳ تغییرات فاکتور میرایی غیرخطی موثر با افزایش دامنه نوسان نوک برای مقادیر مختلف مکان اتصال ۷۹

- شکل ۳-۱۷ تغییرات فرکانس غیرخطی موثر با افزایش دامنه نوسان نوک برای مقادیر مختلف شعاع انحنای نوک تیر ۸۰
- شکل ۳-۱۸ تغییرات فرکانس غیرخطی موثر با افزایش دامنه نوسان نوک برای سه تیر مشخص شده در جدول ۳-۲ بر اساس دو تئوری تیر کلاسیک و تنش-کوپل اصلاح شده ۸۱
- شکل ۳-۱۹ تغییرات فاکتور میرایی غیرخطی موثر با افزایش دامنه نوسان نوک برای سه تیر مشخص شده در جدول ۳-۲ بر اساس دو تئوری تیر کلاسیک و تنش-کوپل اصلاح شده ۸۲
- شکل ۳-۲۰ پاسخ فرکانسی میکروتیر یکسر در گیر نوع اول میکروسکوپ نیرو اتمی در نزدیکی فرکانس تشدید؛ ۸۳
- شکل ۳-۲۱ پاسخ فرکانسی میکروتیر یکسر در گیر نوع دوم میکروسکوپ نیرو اتمی در نزدیکی فرکانس تشدید؛ ۸۵
- شکل ۳-۲۲ پاسخ فرکانسی میکروتیر یکسر در گیر نوع سوم میکروسکوپ نیرو اتمی در نزدیکی فرکانس تشدید؛ ۸۶
- شکل ۳-۲۳ پاسخ فرکانسی میکروتیر یکسر در گیر نوع اول میکروسکوپ نیرو اتمی در نزدیکی فرکانس تشدید برای مقادیر مختلف میرایی محیط ۸۷
- شکل ۳-۲۴ پاسخ فرکانسی میکروتیر یکسر در گیر نوع اول میکروسکوپ نیرو اتمی در نزدیکی فرکانس تشدید برای مقادیر مختلف شعاع نوک ۸۷
- شکل ۴-۱ شماتیک تیر ACP مدل شده در تماس با سطح نمونه ۹۱
- شکل ۴-۲ تغییر مکان نوک در اثر خیر میکروتیر یکسر در گیر ۹۲
- شکل ۴-۳ نمودار آزاد میکروتیر مونتاز شده میکروسکوپ نیرو اتمی ۹۳
- شکل ۴-۴ شماتیک میکروتیر مونتاز شده میکروسکوپ نیرو اتمی در تماس با سطح نمونه ۹۸
- شکل ۴-۵ شماتیک تیر ACP نوع اول در تماس با سطح تحت ارتعاشات پیچشی ۱۱۰
- شکل ۴-۶ حساسیت ارتعاشات خمشی چهار مد اول بر اساس تئوری تیر کلاسیک ۱۱۶

شکل ۷-۴ فرکانس تشدید اول نسبت به مکان تماس رابط بر روی تیر یکسردرگیر بر اساس تئوری تیر

کلاسیک ۱۱۶

شکل ۸-۴ حساسیت ارتعاشات خمشی اول نسبت به مکان تماس رابط بر روی تیر یکسردرگیر .. ۱۱۷

شکل ۹-۴ تغییرات نسبی فرکانس اول به ازای مقادیر مختلف نسبت طول رابط به تیر یکسردرگیر

برای دو حالت مختلف؛ حالت اول: تغییر ۱۵ درجه‌ای در زاویه رابط، α ، از 90° به 75° ؛ حالت دوم:

تغییر ۱۵ درجه‌ای در شیب تیر یکسردرگیر، θ ، از 0° به 15° ۱۱۸

شکل ۱۰-۴ تغییرات نسبی حساسیت اول به ازای مقادیر مختلف نسبت طول رابط به تیر یکسردرگیر

برای دو حالت مختلف؛ حالت اول: تغییر ۱۵ درجه‌ای در زاویه رابط، α ، از 90° به 75° ؛ حالت دوم:

تغییر ۱۵ درجه‌ای در شیب تیر یکسردرگیر، θ ، از 0° به 15° ۱۱۹

شکل ۱۱-۴ تغییرات نسبی فرکانس تشدید سه مد اول بر اساس تئوری تیر کلاسیک ؛ (۱) $C_l = 0$ ، (۲)

$C_l = 10^{-8}$ ۱۲۰

شکل ۱۲-۴ تاثیر میرایی بر حساسیت ارتعاشات اول بر اساس تئوری تیر کلاسیک ۱۲۰

شکل ۱۳-۴ فرکانس تشدید مد اول برای مقادیر مختلف نسبت ضخامت تیر به پارامتر مقیاس طول

ماده، h/l ۱۲۲

شکل ۱۴-۴ فرکانس تشدید مد دوم برای مقادیر مختلف نسبت ضخامت تیر به پارامتر مقیاس طول

ماده، h/l ۱۲۲

شکل ۱۵-۴ حساسیت بی‌بعد مد اول برای مقادیر مختلف نسبت ضخامت تیر به پارامتر مقیاس طول

ماده، h/l ۱۲۴

شکل ۱۶-۴ حساسیت بی‌بعد مد دوم برای مقادیر مختلف نسبت ضخامت تیر به پارامتر مقیاس طول

ماده، h/l ۱۲۴

شکل ۱۷-۴ فرکانس تشدید ارتعاشات خمشی مد اول برای مقادیر مختلف پارامتر بی‌بعد غیرمحملی

..... ۱۲۵

شکل ۴-۱۸ فرکانس تشدید ارتعاشات خمشی مد دوم برای مقادیر مختلف پارامتر بی بعد غیرمحلی

۱۲۶

شکل ۴-۱۹ حساسیت خمشی مد اول برای مقادیر مختلف پارامتر بی بعد غیرمحلی

شکل ۴-۲۰ حساسیت خمشی مد دوم برای مقادیر مختلف پارامتر بی بعد غیرمحلی

شکل ۴-۲۱ حساسیت اول به صورت تابعی از طول بی بعد رابط عمودی برای مقادیر مختلف پارامتر

بی بعد غیرمحلی

شکل ۴-۲۲ فرکانس تشدید پیچشی اول میکروتیر ACP نوع اول برای مقادیر مختلف پارامتر

غیرمحلی بی بعد

شکل ۴-۲۳ فرکانس تشدید پیچشی دوم میکروتیر ACP نوع اول برای مقادیر مختلف پارامتر

غیرمحلی بی بعد

شکل ۴-۲۴ حساسیت اول پیچشی میکروتیر ACP نوع اول برای مقادیر مختلف پارامتر غیرمحلی بی -

بعد

شکل ۴-۲۵ حساسیت دوم پیچشی میکروتیر ACP نوع اول برای مقادیر مختلف پارامتر غیرمحلی

بی بعد

شکل ۴-۲۶ فرکانس تشدید اول پیچشی میکروتیر ACP نوع اول برای مقادیر مختلف طول بی بعد

رابط عمودی

شکل ۴-۲۷ حساسیت اول پیچشی میکروتیر ACP نوع اول برای مقادیر مختلف طول بی بعد رابط

عمودی

شکل ۴-۲۸ درصد خطای نسبی فرکانس تشدید اول ناشی از تغییر طول بی بعد رابط از ۵/۰ به ۸/۰ بر

اساس دو تئوری تیر کلاسیک و الاستیسیته غیرمحلی

شکل ۴-۲۹ درصد خطای نسبی حساسیت اول ناشی از تغییر طول بی بعد رابط از ۵/۰ به ۸/۰ بر

اساس دو تئوری تیر کلاسیک و الاستیسیته غیرمحلی

شکل ۵-۱ شماتیک میکروتیر مونتاژ شده نوع دوم جهت روبش همزمان سطح فوقانی و جداره نانومواد

۱۳۹

شکل ۵-۲ مقایسه دو روش تحلیلی و ریلی ریتز در پیش‌بینی فرکانس تشدید بی‌بعد اول به صورت

تابعی از سختی تماسی برای مقادیر مختلف طول بی‌بعد رابط، Q ۱۴۸

شکل ۵-۳ مقایسه دو روش تحلیلی و ریلی ریتز در پیش‌بینی حساسیت بی‌بعد اول (a) نسبت به نوک

سطح بالایی، (b) نسبت به نوک جداره، به صورت تابعی از سختی تماسی برای مقادیر مختلف طول

بی‌بعد رابط، Q ۱۴۹

شکل ۵-۴ فرکانس تشدید بی‌بعد (a) مد اول، (b) مد دوم، بر اساس تئوری‌های گرادیان کرنش،

تنش-کوپل اصلاح شده و تیر کلاسیک و برای مقادیر مختلف h/l ۱۵۰

شکل ۵-۵ حساسیت بی‌بعد (a) مد اول، (b) مد دوم نسبت به نوک سطح بالایی، بر اساس تئوری‌های

گرادیان کرنش، تنش-کوپل اصلاح شده و تیر کلاسیک و برای مقادیر مختلف h/l ۱۵۱

شکل ۵-۶ حساسیت بی‌بعد (a) مد اول، (b) مد دوم نسبت به نوک جداره، بر اساس تئوری‌های

گرادیان کرنش، تنش-کوپل اصلاح شده و تیر کلاسیک و برای مقادیر مختلف h/l ۱۵۲

شکل ۵-۷ شماتیک هندسه یک نمونه میکروتیر مونتاژ شده نوع سوم در تماس با سطح نمونه ۱۵۳

شکل ۵-۸ حساسیت بی‌بعد سه مد اول نسبت به نوک جداره چپ بر اساس تئوری گرادیان کرنش

۱۶۱

شکل ۵-۹ حساسیت بی‌بعد سه مد اول نسبت به نوک جداره راست بر اساس تئوری گرادیان کرنش

۱۶۱

شکل ۵-۱۰ فرکانس تشدید بی‌بعد مد اول بر اساس تئوری‌های گرادیان کرنش، تنش-کوپل اصلاح

شده و تیر کلاسیک برای مقادیر مختلف h/l ۱۶۲

شکل ۵-۱۱ فرکانس تشدید بی‌بعد مد دوم بر اساس تئوری‌های گرادیان کرنش، تنش-کوپل اصلاح

شده و تیر کلاسیک برای مقادیر مختلف h/l ۱۶۲

- شکل ۱۲-۵ حساسیت بی‌بعد اول نسبت به نوک جداره چپ بر اساس تئوری‌های گرادیان کرنش، تنش-کوپل اصلاح شده و تیر کلاسیک برای مقادیر مختلف h/l ۱۶۴
- شکل ۱۳-۵ حساسیت بی‌بعد اول نسبت به نوک جداره راست بر اساس تئوری‌های گرادیان کرنش، تنش-کوپل اصلاح شده و تیر کلاسیک برای مقادیر مختلف h/l ۱۶۴
- شکل ۱۴-۵ فرکانس تشدید بی‌بعد اول برای مقادیر متفاوت فاصله بی‌بعد بین دو رابط عمودی، $L2$ ۱۶۵
- شکل ۱۵-۵ حساسیت بی‌بعد اول نسبت به نوک چپ برای مقادیر متفاوت فاصله بی‌بعد بین دو رابط عمودی، $L2$ ۱۶۶
- شکل ۱۶-۵ حساسیت بی‌بعد اول نسبت به نوک راست برای مقادیر متفاوت فاصله بی‌بعد بین دو رابط عمودی، $L2$ ۱۶۶
- شکل ۱۷-۵ فرکانس تشدید بی‌بعد اول برای مقادیر متفاوت طول بی‌بعد رابط عمودی، Q ۱۶۷
- شکل ۱۸-۵ حساسیت بی‌بعد اول نسبت به نوک جداره چپ برای مقادیر متفاوت طول بی‌بعد رابط عمودی، Q ۱۶۸
- شکل ۱۹-۵ حساسیت بی‌بعد اول نسبت به نوک جداره راست برای مقادیر متفاوت طول بی‌بعد رابط عمودی، Q ۱۶۸

١. مقدمه

۱-۱ مقدمه

میکروسکوپ نیرو اتمی^۱ (AFM)، از جمله میکروسکوپ‌های پراب روبشی^۲ (SPMs) می‌باشد که در دهه ۱۹۸۰ اختراع شده است. در میکروسکوپ‌های پراب روبشی از یک کاوشگر^۳ تیز جهت روبش سطوح مواد و به منظور اندازه‌گیری مشخصه‌های فیزیکی و مکانیکی ماده از قبیل نقشه سه‌بعدی، نیرو، سختی و رسانایی استفاده می‌گردد. اولین نمونه میکروسکوپ پراب روبشی، میکروسکوپ جریان روبشی^۴ (STM) می‌باشد که در سال ۱۹۸۲ به وسیله بینینگ و رهبر [۱] ارائه گردید که چند سال بعد، یعنی سال ۱۹۸۶، برای آنها جایزه نوبل را به ارمغان آورد. در STM از یک نوک سوزنی تیز برای روبش سطوح مواد رسانا یا نیمه‌رسانا استفاده می‌گردد. لذا در هنگام روبش، یک جریان کوچک بین نوک و سطح نمونه بوجود می‌آید که با اندازه‌گیری این جریان، می‌توان ویژگی‌های سطح را بدست آورد. این دستگاه، یک ابزار بسیار مهم برای مطالعه ساختارهای اتمی مواد بلورین یا نیمه رسانا می‌باشد.

همانطور که اشاره گردید، میکروسکوپ جریان روبشی تنها می‌تواند بر روی نمونه‌های رسانا و نیمه-رسانا عمل نماید و نمی‌توان از آن برای روبش سطوح مواد غیررسانا استفاده نمود. برای حل این مشکل، بینینگ، کوئت و گربر [۲] توانستند با اتصال یک نوک^۵ خیلی کوچک به انتهای یک تیر یکسردرگیر^۶، عضو جدیدی از میکروسکوپ‌های پراب روبشی با نام میکروسکوپ نیرو اتمی را در سال ۱۹۸۶ اختراع نمایند که قادر بود سطوح کلیه مواد، چه رسانا و چه غیررسانا را روبش نماید. میکروسکوپ نیرو اتمی، مهمترین عضو خانواده میکروسکوپ‌های پراب روبشی می‌باشد. امروزه STM و AFM به عنوان مجموعه‌ای از میکروسکوپ‌ها که می‌توانند در کاربردهای متفاوت به کار روند، مورد

¹ Atomic Force Microscope

² Scanning Probe Microscopes

³ Probe

⁴ Scanning Tunneling Microscope

⁵ Tip

⁶ Cantilever

استفاده قرار می‌گیرند تا بتوانند خصوصیات مختلف شیمیایی و فیزیکی مواد را بدست آورند. کوئت و گربر در الگوی خود، از یک نوک تیز بسیار کوچک که در انتهای یک تیر یکسردرگیر متصل می‌شود، برای اندازه‌گیری مشخصه‌های سطح استفاده کرده بودند. آنها نشان دادند که با مرتعش نمودن میکروتیر یکسردرگیر، می‌توان عملکرد AFM را ارتقا داد که بعدها این نوع میکروسکوپ، که در آن تیر یکسردرگیر تحت ارتعاش قرار می‌گیرد، میکروسکوپ نیرو اتمی دینامیکی^۱ نام گرفت. اولین آزمایش بر روی میکروسکوپ نیرو اتمی با تیر مرتعش شونده توسط مارتین [۳] در سال ۱۹۸۷ ارائه گردید. او در آزمایش خود از یک تداخل‌سنج^۲ نوری، برای سنجش دامنه ارتعاشات تیر یکسردرگیر استفاده نمود.

۱-۲ تکنولوژی پراب روبشی: مفاهیم بنیادی

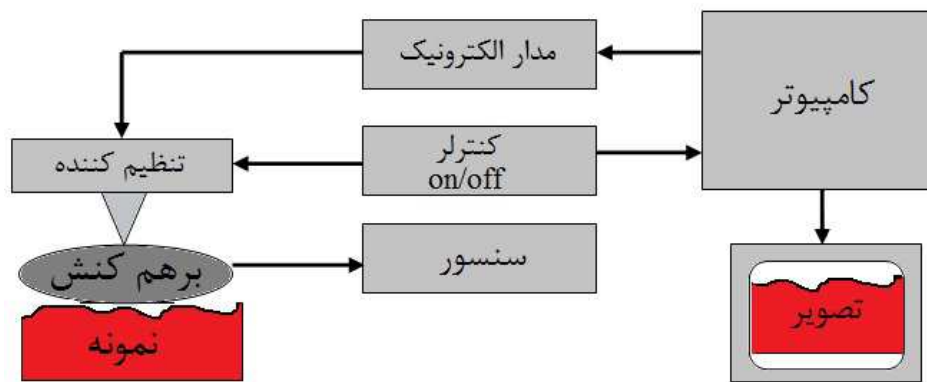
تمامی روش‌هایی که در زمره روش‌های پراب روبشی قرار می‌گیرند، باید دو شرط اساسی را داشته باشند؛ روبش و عملکرد نوک در نزدیکی میدان. عملکرد نوک در نزدیکی میدان به این معناست که نوک روبش کننده به اندازه کافی نزدیک به سطح نمونه حرکت کند. برای تصویر برداری از سطح نمونه، ابتدا نوک در راستای طولی سطح نمونه روبش می‌کند، تا نقشه محلی سطح، یعنی نقشه دو بعدی سطح نمونه حاصل گردد. با قرار دادن نقشه محلی در برابر موقعیت عرضی نوک در هر لحظه، نقشه هندسی سه بعدی سطح بدست می‌آید. هنگامی که نوک، سطح را روبش می‌کند، یک برهم‌کنش دینامیکی متغیر بین سطح و نمونه بوجود می‌آید. اگر فاصله نوک و سطح در حد چند نانومتر باشد، نیروهای وان‌دروالسی بین نوک و سطح ایجاد می‌شود. اگر علاوه بر این، یک اختلاف پتانسیل الکتریکی به صورت خارجی اعمال شود، برهم‌کنش الکترواستاتیکی اتفاق می‌افتد. اگر جنس نوک و نمونه هر دو از مواد فرومغناطیس باشد، سپس نیروهای مگنواستاتیکی ایجاد خواهد شد. اگر فاصله

¹ Dynamic Atomic Force Microscope

² Interferometer

نوک و نمونه به حدود یک نانومتر کاهش یابد، یک جریان محلی بین نمونه و سطح پیدا خواهد شد. البته این در صورتی است که هردوی آنها رسانا یا نیمه‌رسانا باشند. مواردی که گفته شد اصولی بود که STM بر مبنای آنها کار می‌کند. اگر نوک قادر به جمع یا انتشار اشعه در مقیاس پایین‌تر از طول موج باشد، سطح نمونه را می‌توان پایین‌تر از محدوده انتشار (پراش) تصویربرداری نمود. از این اصل در SNOM¹ استفاده می‌شود. همچنین می‌توان نوک‌های مناسب را در تماس مکانیکی مستقیم با سطح نمونه قرار داد تا بتوان اطلاعاتی از نقشه سه‌بعدی سطح و برهم‌کنش‌های سطحی و نیز پاسخ‌های الاستیکی و غیرالاستیکی سطح را بدست آورد. برهم‌کنش‌های دیگری نیز بین نوک و سطح وجود دارد که شامل اکوستیک میدان نزدیک، انتقال یون یا حرارت می‌باشند. صرفنظر از نوع پیکربندی نوک و سطح از پارامترهای اعمالی خارجی، برهم‌کنش‌های بوجود آمده بین نوک و سطح می‌توانند تحت تاثیر شرایط محیطی، چه محیط‌های گازی و چه مایع قرار گیرند. عملکرد میدان نزدیک، پیش‌نیازی جهت بدست آوردن دقت بالای سه بعدی به وسیله شکستن محدوده پراش می‌باشد. اگر چه در عمل برای بدست آوردن وضوح بالا، باید از پتانسیلی جهت ثابت نگاه داشتن نوک در منطقه میدان نزدیک در برابر موقعیت عمودی آن استفاده کرد و جایگیری عرضی نوک باید به حد کافی دقیق باشد. دقت اتمی یا حتی زیر اتمی در جایگیری با بکارگیری محرک پیزوالکتریک بدست خواهد آمد. با استفاده از اثر پیزوالکتریک، ولتاژی بر الکترودهای محرک اعمال می‌شود که می‌تواند به طور مستقیم باعث انقباض یا انبساط المان‌های پیزو شود. برای اولین بار بینینگ و روهرر [۴] در سال ۱۹۸۲ توانستند به وسیله یک آرایش منظم لوله‌های پیزوالکتریک، به صورت یک سه پایه، به موقعیت یابی سه‌بعدی دست یابند. همانطور که پیشتر گفته شد، ضروری است که همواره نوک در میدان نزدیک برهم‌کنش بین نوک با نمونه نگاه داشته شود (شکل ۱-۱). در STM این برهم‌کنش با ایجاد یک جریان که بسیار وابسته به فاصله بین نوک و نمونه می‌باشد، خود را نشان می‌دهد که تغییرات در فاصله به اندازه قطر

¹ Scanning Near-Field Optical Microscopy

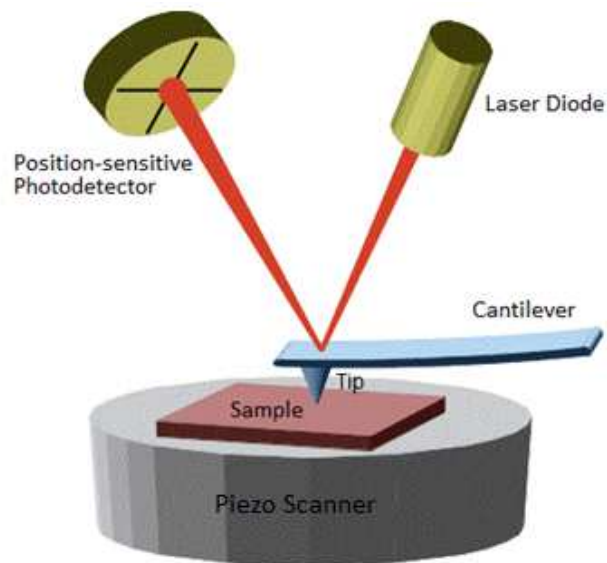


شکل ۱-۱ اجزای یک دستگاه پراب روبشی

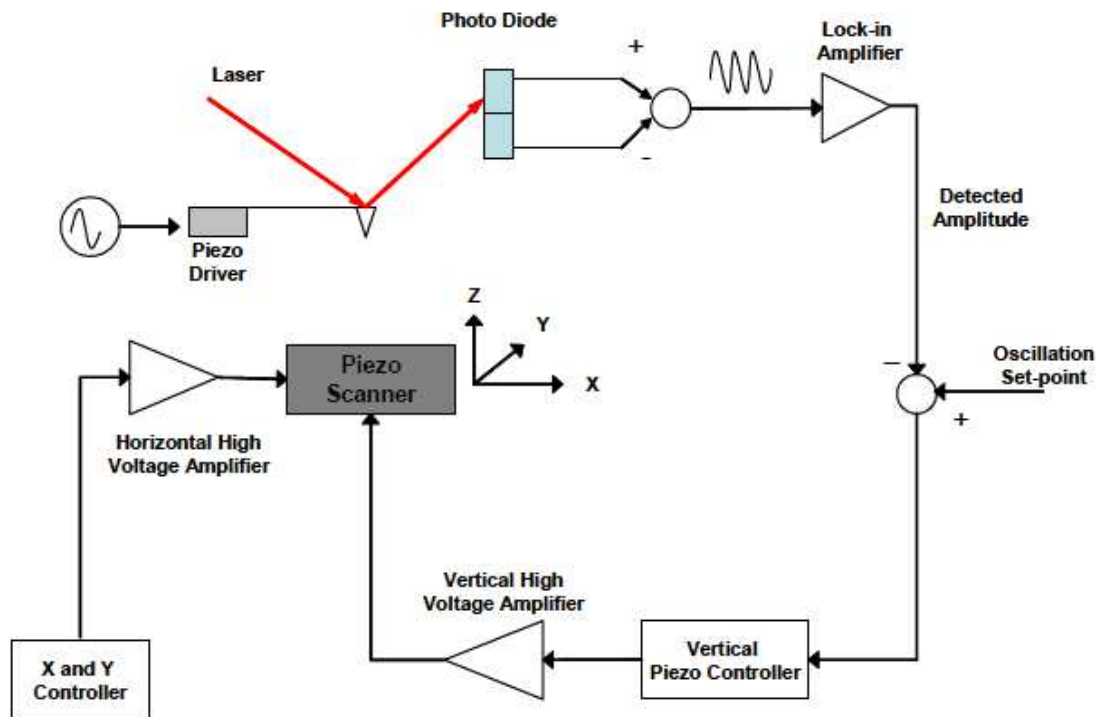
اتم، بزرگی جریان را به طور چشمگیری تغییر می‌دهد. بنابراین کنترل فاصله بین نوک و نمونه به وسیله یک مکانیزم فیدبک که برهم‌کنش ایجاد شده را همواره ثابت نگاه دارد، ضروری است.

اصول عملکرد میکروسکوپ نیرو اتمی به زبان ساده را می‌توان به صورت شکل ۱-۲ (a) و (b) نشان داد. یک نوک تیز با مکانیزم فیدبک که در انتهای تیر یکسردرگیر متصل شده است و به طور معمول شعاعی در حدود ۱۰ تا ۲۰ نانومتر دارد، سطح را روبش می‌نماید. هنگامی که نوک سطح را روبش می‌نماید، دچار خیز شده یا در صورت نوسان، تغییرات در نوسان آن روی خواهد داد. تغییرات در نوسان یا خیز میکروتیر یکسردرگیر به طور معمول به وسیله تابش و بازتاب یک پرتوی لیزر آشکار می‌گردد. در این روش مطابق شکل ۱-۲b، یک پرتوی لیزر بر پشت تیر یکسردرگیر که حالت آینه‌ای دارد تابیده و سپس بازتاب می‌گردد و بازتاب آن توسط یک فوتودیود دو یا چهار المانی دریافت می‌گردد. اگر فاصله بین محل تابش پرتو بر روی تیر تا فوتودیود برابر S و طول تیر L در نظر گرفته شود، می‌توان گفت که خیز تیر می‌تواند با فاکتوری در حدود $\frac{3S}{L}$ تقویت گردد [۵]. با تفکیک سیگنال دریافتی توسط هر المان، امکان ثبت خیز یا نوسان تیر مورد نظر فراهم می‌گردد.

مطابق شکل ۱-۲، نمونه بر روی یک اسکنر ساخته شده از مواد پیزوالکتریک که قادر به حرکت در راستای هر سه بعد با دقت کسری از نانومتر می‌باشد، قرار می‌گیرد. حرکت اسکنر در راستای عمودی باعث می‌شود که سطح نمونه به نوک نزدیک‌تر گردد تا اینکه نوک به وسیله نیروهای بین اتمی با سطح نمونه برهم‌کنش نماید که در نتیجه باعث می‌گردد دامنه نوسان کاهش یابد (یا در مد تماسی



(a)



(b)

شکل ۲-۱ (a) اصول عملکرد میکروسکوپ نیرو اتمی؛ (b) شماتیک یک میکروسکوپ نیرو اتمی و اجزا الکتریکی مورد استفاده در آن برای ثبت داده‌ها و کنترل عملکرد میکروسکوپ

تغییرات جریان DC افزایش یابد). همزمان از یک سیستم فیدبک برای کنترل فاصله بین نوک و سطح نمونه با مقایسه بین سیگنال ناشی از نوسان تیر (یا تغییرات جریان DC) با سیگنال مطلوب پیش

فرض استفاده می‌گردد. سیستم فیدبک، مستقل از موقعیت عرضی نوک نسبت به سطح نمونه، فاصله بین نوک با سطح نمونه را در هر لحظه کنترل می‌نماید.

میکروسکوپ نیرو اتمی را بسته به مد عملکرد آن به دو دسته میکروسکوپ نیرو اتمی شبه استاتیکی^۱ و میکروسکوپ نیرو اتمی دینامیکی تقسیم‌بندی می‌نمایند. در میکروسکوپ نیرو اتمی دینامیکی، میکروتیر یکسردرگیر بوسیله یک فرکانس تحریک وادار به نوسان می‌گردد. برای ایجاد این نوسان از دو روش مد صوتی^۲ یا مد مغناطیسی^۳ استفاده می‌گردد. مد صوتی یک روش معمول بخصوص در مواقعی که میکروسکوپ در محیط هوا روبش می‌نماید، می‌باشد. در این روش برای نوسان میکروتیر از المان‌های پیزوالکتریک که در قسمت نگهدارنده تیر^۴ متصل شده‌اند، استفاده می‌گردد. مد مغناطیسی که در آن میکروتیر به وسیله مواد مغناطیسی پوشانده شده است، با ایجاد یک میدان مغناطیسی تحریک به نوسان می‌گردد که از این روش به طور عمده در محیط‌های مایع استفاده می‌گردد [۶].

۱-۲-۱ میکروسکوپ نیرو اتمی شبه استاتیکی

هنگامی که میکروسکوپ نیرو اتمی در مد تماسی روبش نماید، به علت اینکه برخلاف مدهای عملکرد دیگر، میکروتیر یکسردرگیر وادار به ارتعاش نمی‌گردد، به آن میکروسکوپ نیرو اتمی شبه استاتیکی گفته می‌شود. این نوع میکروسکوپ اولین نسل از میکروسکوپ‌های نیرو اتمی می‌باشد و به علت برخی مزایا از جمله عملکرد ساده، هم‌اکنون نیز به صورت گسترده مورد استفاده قرار می‌گیرد. در مد تماسی، نوک متصل شده در انتهای تیر یکسردرگیر در تماس با سطح قرار گرفته و در امتداد آن شروع به روبش نموده و تغییرات در خیز تیر به وسیله پرتوی بازتاب شده بر روی فوتو دیود نوری ثبت می‌گردد. سپس به وسیله یک حلقه فیدبک، فاصله بین نوک و نمونه با حرکت عمودی اسکنر به سمت بالا یا پایین با مقایسه با یک مقدار پیش‌فرض ثابت می‌گردد. چندین روش برای رهگیری خیز تیر به

^۱ Quasi-static

^۲ Acoustic Mode

^۳ Magnetic Mode

^۴ Holder

منظور ثابت نگاه داشتن آن وجود دارد. در اولین روش که توسط بینینگ، گربر و کوئت [۲] ارائه گردید، از اصول عملکرد STM الهام گرفته شده است. در این روش، یک نوک دوم بالای میکروتیر یکسردرگیر قرار داشته که با اندازه‌گیری جریان عبوری بین این نوک و میکروتیر، انحراف تیر اندازه‌گیری می‌گردد. حساسیت این روش به صورتی می‌باشد که $1\text{\AA}$ تغییرات در فاصله بین نوک و نمونه، بزرگی جریان را یک مرتبه افزایش می‌دهد و قادر است خیزهایی به کوچکی $0.1\text{\AA}$ را اندازه‌گیری نماید. روش دیگری که می‌تواند مورد استفاده قرار گیرد، استفاده از تداخل‌سنج می‌باشد که روشی بسیار پیچیده است. اما مناسب‌ترین روش که بسیار رایج نیز است، تابش پرتوی لیزر بر روی تیر و ثبت تغییرات پرتوی بازتاب شده بوسیله یک فوتو دیود چهار المانی می‌باشد (شکل ۱-۲). در این روش به جای انحراف نوک، $w(L)$ ، پارامتری که اندازه‌گیری می‌گردد، زاویه خمش انتهای میکروتیر، $w'(L)$ می‌باشد. برای خمش استاتیکی ناشی از بار نقطه‌ای اعمال شده در انتهای یک تیر یکسردرگیر با طول L ، زاویه خمش در انتهای تیر متناسب با انحراف تیر در نقطه مذکور می‌باشد، که می‌توان گفت

$$\frac{w'}{w} = \frac{2L}{3}$$

در مد تماسی، با آشکار شدن خیز تیر در هر لحظه، می‌توان نیروی برهم‌کنش بین نوک و سطح نمونه، F_{ts} که از نوع دافعه می‌باشد را به صورت $F_{ts} = k_{static}w$ بدست آورد، که k_{static} سختی استاتیکی تیر یکسردرگیر می‌باشد. اما به علت اینکه انحراف تیر باید به طور قابل ملاحظه بیشتر از تغییر شکل نوک و سطح نمونه باشد، k_{static} باید در یک محدوده مشخص قرار گیرد [۷].

مد تماسی علاوه بر سادگی عملکرد، مزایای دیگری نیز دارد که باعث شده این مد در حال حاضر نیز در موارد بسیاری یک انتخاب مطلوب جهت انجام روبش باشد. به علت اینکه میکروتیر یکسردرگیر در معرض نیروی تماسی به سرعت واکنش نشان داده و دچار انحراف می‌گردد، سرعت روبش در مد تماسی بسیار بالا است. از طرف دیگر، میکروسکوپ نیرو اتمی شبه استاتیکی معایبی دارد که استفاده از آن، برای برخی کاربردها را دچار محدودیت می‌کند. اگرچه تماس بین نوک و سطح نمونه، وضوح و کیفیت تصویر حاصل شده و یا دقت داده بدست آمده را افزایش می‌دهد، اما نیروی جانبی وارد شده

به نوک می‌تواند آسیب جدی به سطح ماده، بخصوص مواد نرم وارد کند و همچنین می‌تواند طول عمر نوک را به طور قابل ملاحظه کاهش دهد. علاوه بر این، به علت تماس بین نوک و سطح نمونه، بزرگی نیروهای برهم‌کنش بوجود آمده بین نوک و سطح ممکن است بسیار زیاد باشد که بزرگی این نیروها علاوه بر صدمه به سطح ماده، باعث بوجود آمدن یک جریان حرارتی می‌گردد. این جریان حرارتی بوجود آمده می‌تواند حساسیت فوتودیود را کاهش داده و در نتیجه دقت میکروسکوپ را کاهش دهد.

۱-۲-۲ میکروسکوپ نیرو اتمی دینامیکی

میکروسکوپ نیرو اتمی دینامیکی (DAFM) به طور گسترده برای بدست آوردن خصوصیات و ویژگی‌های سطوح نانومواد مورد استفاده قرار می‌گیرد. این نوع میکروسکوپ در مقایسه با میکروسکوپ‌های نیرو اتمی دیگر که در آنها تیر یکسردرگیر در حرکت شبه استاتیکی می‌باشد، قابلیت‌های بالاتری داشته و می‌تواند نسبت سیگنال به اختلال^۱ را افزایش داده و خصوصیات دقیق‌تر و تصاویر واضح‌تر از مواد و سطوح ارائه نماید.

در میکروسکوپ نیرو اتمی دینامیکی یک نوک تیز با ابعادی در مقیاس نانو که بر روی یک تیر مرتعش سوار شده است، به طور متناوب در طول روبش، با سطح نمونه برهم‌کنش می‌نماید. بر اساس روش ردیابی^۲ مورد استفاده، میکروسکوپ نیرو اتمی دینامیکی به دو دسته میکروسکوپ نیرو اتمی تلفیق فرکانسی^۳ (FM-AFM) و میکروسکوپ نیرو اتمی تلفیق دامنه^۴ (AM-AFM) تقسیم‌بندی می‌شود.

اصول عملکرد FM-AFM، استفاده از یک تیر مرتعش شونده همراه با ثابت نگاه داشتن فرکانس تشدید، جهت بدست آوردن خصوصیات مورد نظر ماده، می‌باشد [۸]. در FM-AFM از یک مدار PLL جهت رهگیری تغییرات فرکانس تشدید تیر ناشی از برهم‌کنش‌های بین سطح و نوک استفاده می‌گردد. به علت اینکه در اغلب موارد در FM-AFM، نوک در فاصله بیشتری نسبت به سطح قرار می‌-

¹ Noise

² Detection Technique

³ Frequency Modulation AFM

⁴ Amplitude Modulation AFM

گیرد به طوری که تماسی بین نوک و نمونه نمی‌باشد، به روش تلفیق فرکانسی، مد غیرتماسی^۱ نیز گفته می‌شود و از اینرو FM-AFM میکروسکوپ نیرو اتمی غیرتماسی (NC-AFM) نیز نامیده می‌شود. مد غیرتماسی حالت دیگری از مد تماسی می‌باشد. به علت اینکه در مد تماسی احتمال صدمه به سطوح مواد نرم وجود داشت، برای غلبه بر این موضوع، فاصله‌ای بین نوک و سطح ایجاد گردید. اما این فاصله باعث می‌گردد که حساسیت نوک در طول روبش نسبت به نیروهای سطحی به شدت کاهش یابد. از اینرو در مدت روبش، نوک تیر میکروسکوپ نیرو اتمی تحت یک نوسان با دامنه کوچک قرار می‌گیرد. با توجه به موارد گفته شده می‌توان نتیجه گرفت که در مد غیرتماسی، نوک به طور عمده تحت تاثیر نیروهای جاذبه قرار می‌گیرد. در FM-AFM فاکتور کیفیت^۲ (Q) باید بسیار بالا باشد که این امر باعث می‌گردد سرعت روبش به شدت کاهش یابد.

مد دیگری که میکروسکوپ نیرو اتمی دینامیکی به طور عمده در آن روبش می‌نماید، مد تلفیق دامنه می‌باشد. در این مد به جای استفاده از فرکانس تشدید در حلقه کنترل، از دامنه نوسان به عنوان فیدبک استفاده می‌گردد و دامنه نوسان در یک مقدار مطلوب ثابت نگاه داشته می‌شود. همچنین در این مد، فرکانس تحریک در یا نزدیک به فرکانس تشدید تنظیم می‌گردد. برای اولین بار مارتین و همکاران [۳] در یک آزمایش از دامنه نوسان به صورت سیگنال فیدبک برای تصویربرداری استفاده نمودند. آنها در آزمایش خود از دامنه نوسان بسیار پایین، کمتر از یک نانومتر استفاده نمودند، که تغییرات در دامنه بیشتر تحت تاثیر نیروهای وان‌دروالسی محدوده بالا قرار می‌گرفت. در این حالت، به علت ایجاد یک جریان هلالی شکل از آب بین نوک و سطح نمونه، حرکت و نوسان نوک تحت تاثیر این جریان قرار گرفته و تصویر حاصل شده تحت تاثیر قرار می‌گیرد. برای غلبه بر این مشکل، زهانگ و همکاران [۹] با افزایش دامنه نوسان تا حدود ۱۰۰ نانومتر، AM-AFM را اصلاح نمودند. در این روش به علت دامنه بالای نوسان، مدت زمان تماس نوک با سطح نمونه کاهش یافته و از ایجاد جریان

¹ Non-contact Mode

² Quality Factor

آب و محصور شدن نوک در این جریان جلوگیری می‌گردد. این مد، مد متناوب^۱ نامگذاری گردید و به میکروسکوپی که در این مد روبش می‌نماید، میکروسکوپ نیرو اتمی مد متناوب^۲ (TM-AFM) گفته می‌شود. برعکس مد تماسی، مد متناوب مدت زمان تماس بین نوک و سطح نمونه را کاهش داده و بدین ترتیب نیروهای اصطکاک و جانبی را به صورت قابل ملاحظه‌ای کاهش می‌دهد. همچنین در این مد با ثبت تغییرات فاز بین نوسانگر پیزو که بر روی نگهدارنده تیر قرار گرفته است و نوک مرتعش شده، می‌توان اطلاعات بسیار مفیدی در مورد ویژگی‌های سطح از قبیل اصطکاک، چسبندگی و خصوصیات ویسکوالاستیک ماده را بدست آورد. به علت تماس متناوب نوک با سطح، مد متناوب این امکان را فراهم می‌سازد تا بتوان تصاویر سه‌بعدی با وضوح بالا از سطح نمونه‌هایی که به راحتی تحت روبش صدمه می‌بینند، از لحاظ شیمیایی ناپایدارند یا با روش‌های دیگر میکروسکوپ نیرو اتمی نمی‌توان آنها را روبش نمود، تهیه کرد.

۱-۳ ارتعاشات میکروتیر یکسر در گیر میکروسکوپ نیرو اتمی؛ پیشینه تحقیق

هنگامی که نوک میکروسکوپ نیرو اتمی، یک سطح را روبش می‌نماید، نیروهای برهم‌کنش دینامیکی بین سطح نمونه و نوک میکروسکوپ بوجود می‌آید. رفتار دینامیکی پیچیده بوده و تحلیل دقیق آن مشکل می‌باشد. اما تحلیل و شناخت این رفتار تاثیر بسزایی در فرایند روبش سطح خواهد داشت. در مد تماسی، در عمل همیشه یک بار اولیه به نوک وارد شده که باعث بوجود آمدن انحراف اولیه در میکروتیر می‌گردد. در این مد، به علت اینکه انحراف اولیه به اندازه کافی بزرگ و دامنه به اندازه کافی کوچک می‌باشد (۱-۵ نانومتر)، می‌توان مدل تماسی را به صورت خطی فرض نمود [۱۰]. از اینرو اساسی‌ترین و ساده‌ترین روش برای مدل نمودن نیروهای برهم‌کنش بین نوک میکروسکوپ نیرو اتمی و سطح نمونه، استفاده از یک فنر خطی می‌باشد. بررسی ارتعاشات خطی میکروتیر مستطیل شکل و

¹ Tapping Mode

² Tapping Mode AFM

موازی سطح نمونه با شرایط تماس خطی یک مسئله متداول بوده و حل دقیق آن در بسیاری از مراجع آمده است [۱۱-۱۳]. لذا تحلیل‌های دینامیکی سیستم خطی تا حد بسیاری پیشرفت کرده است. اما به علت عدم انطباق بین پیش‌بینی‌های تئوری با اندازه‌گیری‌های عملی برای برخی تحلیل‌ها، هنوز مسائل حل نشده مهمی وجود دارند.

در حالت کلی، برای بررسی رفتار دینامیکی تیر میکروسکوپ نیرو اتمی دو نظریه متفاوت وجود دارد؛ نظریه مدل متمرکز [۱۴، ۱۵] و نظریه مدل پیوسته [۱۶، ۱۷]. پیچیدگی‌های رفتار ارتعاشاتی تیر الاستیک، بسیاری از محققان را بر آن نهاد تا آن را به صورت مدل متمرکز که دینامیک ساده‌تری دارد، مورد بررسی قرار دهند. مدل متمرکز را مدل جرم نقطه‌ای^۱ یا مدل جرم فنر نیز می‌نامند. در این مدل، تیر الاستیک با یک جرم و یک فنر که معرف جرم و سختی معادل تیر می‌باشند، جایگزین می‌گردد [۱۸، ۱۹]. تیر الاستیک با یک جرم نقطه‌ای که معمولاً با m^* نشان داده می‌شود، جایگزین شده و به یک فنر با ثابت k که معرف سختی تیر می‌باشد، متصل می‌گردد. جرم معادل و ثابت فنر به صورتی انتخاب می‌شوند که فرکانس تشدید با فرکانس طبیعی مد اول خمشی تیر برابر باشد. لذا در این روش، تنها مد اول در نظر گرفته شده و از مدهای مرتبه بالاتر صرف‌نظر می‌شود. روش مدل جرم نقطه‌ای به روش تقریب مد اول^۲ (FMA) نیز معروف است. این نوع مدل هنگامی که سختی تیر نسبت به سختی نمونه بسیار بالا باشد، از دقت بالاتری برخوردار است.

رابه و همکاران [۷] از اولین افرادی بشمار می‌آیند که رفتار دینامیکی تیر AFM را به وسیله مدل-هایی بسیار ساده مورد بررسی قرار دادند. آنها دامنه و فرکانس ارتعاشات تیر AFM را به صورت تئوری و آزمایشگاهی بدست آورده و نتایج را با یکدیگر مقایسه نمودند. همچنین با مقایسه نتایج بدست آمده از تئوری تیر الاستیک با مدل جرم نقطه‌ای، رابه و همکاران دریافتند که هنگامی که نسبت سختی تماسی به سختی تیر کوچک‌تر از یک باشد، انطباق خوبی بین دو مدل وجود دارد.

^۱ Point Mass Model

^۲ First Mode Approximation

تورنر و همکاران [۲۰] نیز ارتعاشات خمشی تیر AFM را به صورت خطی و غیرخطی با دو دیدگاه تیر الاستیک و مدل جرم نقطه‌ای تحلیل نموده و نتایج را با یکدیگر مقایسه نمودند تا بتوانند محدودیت‌های مدل جرم نقطه‌ای در زمینه محدوده فرکانسی، میرایی و رفتار غیرخطی را مورد بررسی قرار دهند.

سختی و میرایی در رفتار ارتعاشاتی تیر تاثیر بسزایی خواهند داشت [۲۱, ۲۲]. به طور عمده، میرایی در تیر AFM ناشی از دو اثر مختلف می‌باشد؛ میرایی ساختاری، ناشی از اتلاف داخلی در تیر به علاوه اتلاف در اثر سیال حائل که تیر در آن ارتعاش می‌کند و میرایی کنشی، ناشی از نیروهای برهم‌کنش که در هنگام تماس بین نوک و نمونه بر آن اثر می‌نماید. عامل اصلی میرایی نوع دوم یا میرایی کنشی، اثرات چسبندگی می‌باشد. برخلاف میرایی ساختاری که در معادله حرکت ظاهر می‌شود، میرایی کنشی در شرایط مرزی ظاهر شده که تاثیر متفاوتی در حرکت تیر نسبت به میرایی ساختاری دارد [۲۰]. یارالیوگلو و همکاران [۲۳] با تلفیق تئوری هرتزین و روش مقاومت تابشی^۱، الگوریتمی برای محاسبه مکانیک تماس بین نوک میکروسکوپ نیرو اتمی و یک ماده تک لایه بدست آوردند که قادر بود پارامترهایی از قبیل سختی و شعاع تماس را با چند مرتبه تکرار بدست آورد. با محاسبه سختی تماسی و با کمک میکروسکوپ نیرو اتمی فراصوت، یارالیوگلو و همکارانش توانستند ضخامت مواد را با دقت بسیار بالا محاسبه نمایند. آنها دریافتند که میکروسکوپ نیرو اتمی فراصوت نسبت به لایه‌های خیلی نازک بسیار حساس‌تر عمل می‌نماید. همچنین مقاومت تابشی از یک سطح، تحت تاثیر شدید چسبندگی‌های بین لایه‌ای قرار داشته که با بهره‌گیری از این خصوصیت، می‌توان عیوب بین لایه‌ای را با کمک این دستگاه آشکار ساخت.

بسیاری از محققان [۲۴-۲۶] نیز مطالعاتی برای بدست آوردن سختی تیر میکروسکوپ نیرو اتمی انجام داده‌اند. لوی و مالوم [۲۷] با استفاده از روش ارتعاشات حرارتی، سختی چند نمونه تیر

¹ Radiation Impedance

میکروسکوپ نیرو اتمی با شکل‌های متفاوت از جمله V شکل را بدست آورده و نتایج خود را با نتایج تئوری مقایسه نمودند.

یکی از پارامترهایی که در تحلیل رفتار دینامیکی تیر میکروسکوپ نیرو اتمی بسیار مورد توجه قرار می‌گیرد، فاکتور حساسیت می‌باشد. به طور کلی، حساسیت عبارت است از تغییرات در فرکانس تشدید با توجه به تغییرات در سختی تماسی یا به عبارت دیگر $\frac{df}{d\beta}$ که در آن f معرف فرکانس تشدید و β معرف سختی تماسی می‌باشد. فرکانس تشدید تیر می‌تواند تاثیر بسزایی بر نرخ تصویربرداری داشته باشد. از طرفی دیگر، حساسیت بر وضوح تصویر تاثیر گذار می‌باشد. از اینرو مطالعه این دو فاکتور بسیار ضروری می‌نماید [۱۰].

تورنر و وین [۱۳] با تحلیل ارتعاشات پیچشی و خمشی یک تیر AFM، حساسیت مدهای خمشی و پیچشی یک تیر یکنواخت را به وسیله روش حل دقیق و روش عددی ریلی ریتز^۱ [۲۸] مورد مطالعه قرار دادند. آنها در مطالعات خود از پارامترهایی نظیر شکل هندسی نوک، مکان تماس و زاویه تیر صرف‌نظر کرده و با فرض پایین بودن دامنه ارتعاشات، مدل خود را خطی فرض نمودند. چانگ [۲۹] حساسیت ارتعاشات خمشی یک تیر الاستیک مستطیل شکل را در مد تماسی مورد مطالعه قرار داد. چانگ در تحلیل خود، تاثیر پارامترهای مختلف به ویژه شیب اولیه را بر حساسیت ارتعاشات بررسی نمود و دریافت که مد اول از حساسیت بالاتری نسبت به بقیه مدها قرار دارد. او همچنین به همراه همکارانش [۳۰] تاثیر میرایی را بر حساسیت مدهای ارتعاشاتی خمشی و پیچشی به صورت جداگانه مورد بررسی قرار داد. شن، هرلی و تورنر [۳۱] نیز رفتار ارتعاشاتی تیر خنجری شکل، از جمله حساسیت و فرکانس تشدید را مورد بررسی قرار دادند. مهدوی و همکاران [۳۲] با در نظر گرفتن چهار فاکتور اینرسی چرخشی (RI) و تغییر شکل برشی (SD) تیر و همچنین جرم و ممان اینرسی نوک و با فرض تئوری تیر تیموشنکو، یک مدل جامع‌تر برای میکروسکوپ نیرو اتمی ارائه نمودند.

¹ Rayleigh–Ritz Method

به علت اینکه اندازه طولی میکروتیر یکسردرگیر میکروسکوپ نیرو اتمی به کوچکی $100-400\mu m$ می‌باشد، اتصال نوک به طور دقیق در انتهای میکروتیر یکسردرگیر در حین تولید دشوار و در عمل غیر ممکن می‌باشد. لذا ایجاد یک فاصله کوچک بین نوک و سر آزاد میکروتیر در حین تولید اجتناب ناپذیر است. عباسی و کرمی محمدی [۳۳-۳۵] تاثیر عوامل مختلف نظیر مکان نوک، زاویه تیر، میرایی و ممان اینرسی نوک را بر روی فرکانس تشدید ارتعاشات خمشی و پیچشی میکروتیر میکروسکوپ نیرو اتمی مورد مطالعه قرار داده‌اند. تحقیقات صورت گرفته نشان دهنده این واقعیت می‌باشد که هر مد ارتعاشات میکروتیر میکروسکوپ نیرو اتمی به منظور عملکرد خاصی مناسب می‌باشد. بطور معمول از مد اول برای اندازه‌گیری پاسخ‌های دینامیکی توپوگرافی نانو مواد و بررسی ویژگی‌های مکانیکی سطح نمونه استفاده می‌شود [۳۶]. رودریگز و گارسیا [۳۷] حرکت نوک را با در نظر گرفتن میرایی ساختاری در AM-AFM مورد بررسی قرار داده و دریافتند در محیط‌هایی با ضریب کیفیت پایین، نقش مدهای بالاتر بسیار اساسی می‌باشد. استارک و همکاران [۳۸] با استفاده از روش المان محدود، پنج مد اول یک تیر سیلیکونی میکروسکوپ نیرو اتمی را مورد بررسی قرار دادند. آنها در تحقیقات خود دریافتند که تصویربرداری در مد سوم نسبت به ناهمگنی‌ها و همچنین آلودگی‌های سطح که در میکروسکوپ نیرو اتمی استاندارد قابل مشاهده نیستند، بسیار حساس می‌باشد. لوجسکا و همکاران [۳۹] مد اول را به تصویر سه‌بعدی سطح و مد دوم را به اندازه‌گیری خصوصیات نانو مواد نسبت دادند.

اگرچه رفتار دینامیکی خطی تیر میکروسکوپ نیرو اتمی توسط بسیاری از محققان مورد تحلیل و مطالعه قرار گرفته است، اما هنوز پیشرفت زیادی در بررسی رفتار غیرخطی تیر میکروسکوپ نیرو اتمی صورت نگرفته است. تحقیقات آزمایشگاهی انجام شده بر روی تیر AFM، نشان دهنده وجود رفتارهای به شدت غیرخطی می‌باشد [۴۰، ۴۱]. از اینرو تحلیل‌های غیرخطی، برای درک بهتر رفتار ارتعاشاتی تیر میکروسکوپ نیرو اتمی و برهم‌کنش‌های موجود بین نوک و سطح نمونه ضروری می‌نماید. از بین مدهای عملکرد میکروسکوپ نیرو اتمی، مد متناوب (TM) به دلایل متفاوتی بیشتر از

بقیه مدها در معرض رفتارهای غیرخطی قرار دارد [۴۲]. در AM-AFM یا همان میکروسکوپ نیرو اتمی با مد متناوب، برهم کنش‌های بین نوک و سطح نمونه بسیار پیچیده بوده و به شدت غیرخطی می‌باشند. وجود برهم کنش‌هایی با ماهیت دافعه و جاذبه بین نوک و سطح نمونه باعث ایجاد دو نوع بازه عملکرد متفاوت دافعه و جاذبه در AM-AFM می‌گردد. همچنین دامنه نوسان نوک میکروتیر در مد متناوب به طور تقریبی بسیار بزرگ (در حدود ۱۰ تا ۱۰۰ نانومتر) می‌باشد. هنگامی که دامنه ارتعاشات به اندازه کافی کوچک نباشد، شرایط تماس خطی دیگر با ارزش نمی‌باشند.

مطالعات بسیاری چه به صورت تحلیلی [۴۳-۵۰] و چه به صورت آزمایشگاهی [۵۱-۵۳] بر روی رفتارهای غیرخطی میکروسکوپ نیرو اتمی صورت گرفته است. بوکارا و همکاران [۵۴] از جمله اولین افرادی بودند که تاثیر رفتار دینامیکی غیرخطی را در آزمایشات انجام گرفته بر میکروسکوپ پراب روبشی مورد بررسی قرار دادند. آنها دامنه نوسان را به صورت تابعی از فرکانس تحریک برای نوک STM که در نزدیکی سطح نمونه در حال ارتعاش می‌باشد، اندازه‌گیری کرده و مشاهده نمودند که برای برخی فرکانس‌ها، دو مقدار مختلف دامنه وجود دارد. با استفاده از شبیه‌سازی عددی، فین و همکارانش [۴۴] زمان تماس و متوسط مقدار نیروهای برهم کنش سطح نوک را محاسبه نمودند. رودریگز و گارسیا [۳۷] نتایج شبیه‌سازی عددی دینامیک غیرخطی حاصل از دو مدل پیوسته و جرم نقطه‌ای را با یکدیگر مورد مقایسه قرار دادند. رامن و همکاران [۴۱، ۵۲، ۵۵] پدیده‌های غیرخطی در AM-AFM را به طور جامع بر اساس تئوری سیستم دینامیکی غیرخطی، روش‌های پوسته محاسباتی و همچنین آزمایشات موردی بر روی یک نمونه گرافیت مورد مطالعه قرار دادند. روش‌های بسیاری برای بررسی رفتار غیرخطی در میکروسکوپ نیرو اتمی بکار گرفته شده است [۵۶]. تقریب خطی-سازی از جمله این روش‌ها می‌باشد. با خطی‌سازی برهم کنش‌های موجود بین نوک و سطح نمونه و با استفاده از روش عددی المان محدود، کرایم و همکاران [۵۰] پاسخ‌های فرکانسی میکروتیر میکروسکوپ نیرو اتمی متناوب را در محیط مایع و هوا مورد بررسی قرار دادند. روش نیمه‌تحلیلی تئوری اغتشاشات یکی دیگر از روش‌های پرکاربرد در تحلیل رفتارهای غیرخطی میکروتیر یکسر درگیر

AFM می‌باشد [۵۷]. لین و همکارانش [۵۸] تغییرات فرکانسی در مدهای ارتعاشاتی یک میکروتیر غیریکنواخت FM-AFM که در معرض نیروی جاذبه لنارد جونز^۱ قرار داشت را به وسیله روش تئوری اغتشاشات مورد تحلیل قرار دادند. با روش مشابه و با فرض شرایط یکسان، آنها [۳۶] تغییرات فرکانسی یک میکروتیر میکروسکوپ نیرو اتمی در مد ارتعاشاتی FM-AFM که در حال روبش یک سطح شیب‌دار بود را نیز مطالعه نمودند.

اندازه‌گیری سطوح جداره نمونه‌ها در مقیاس میکرو/نانو یکی از موارد مهم و ضروری در علم نانو می‌باشد. سطوح زبر و موجدار جداره‌ها و همچنین موقعیت نسبی جداره‌ها نسبت به صفحات بالایی و پایینی، پارامترهای مهمی هستند که تاثیر بسزایی بر عملکرد میکروسیستم‌ها دارند. به عنوان مثال، میکروچرخنده‌ها و میکرونازل‌های تزریقی^۲ نمونه‌هایی از این سیستم‌ها می‌باشند. علاوه بر این، مشخص نمودن زوایا و زبری جداره‌ها از مواردی ضروری در صنعت نیمه‌رساناها می‌باشد. نوک میکروسکوپ نیرو اتمی، حتی اگر خیلی تیز باشد، هرگز نمی‌تواند به اندازه کافی به سطوح جداره نمونه نزدیک شود تا سطح آن را روبش کند. از اینرو، دای و همکاران [۵۹، ۶۰]، انواع جدیدی از تیر میکروسکوپ نیرو اتمی، با نام تیر مونتاژ شده^۳ (ACP) را معرفی نمودند که در آنها از یک یا چند تیر یا رابط عمودی که بر روی تیر افقی یکسردرگیر متصل می‌شوند، جهت روبش استفاده می‌گردد. چانگ و همکاران [۶۱] حساسیت و فرکانس تشدید مدهای ارتعاشات خمشی یک نمونه از این تیر ACP را که شامل یک تیر یکسردرگیر و یک رابط عمودی در انتهای آزاد تیر بود را مورد مطالعه قرار دادند. به تازگی نیز، کهرباییان و همکاران [۶۲] رفتار ارتعاشاتی نوعی دیگر از تیر مونتاژ شده معرفی شده توسط دای و همکاران [۶۰] را که شامل دو نوک، یکی بر روی تیر یکسردرگیر و دیگری بر روی رابط عمودی بودند را مورد مطالعه قرار دادند.

¹ Lenard-Jones

² Microinjection Nozzles

³ Assembled Cantilever Probe

تیرهای مورد استفاده در برخی دستگاه‌ها، نظیر میکروسکوپ نیرو اتمی، دارای ابعادی در حد میکرون و پایین‌تر از آن می‌باشند. رفتارهای دینامیکی و استاتیکی وابسته به اندازه مواد در مقیاس میکرو و پایین‌تر از آن، از طریق آزمایشات متفاوت به اثبات رسیده است [۶۳، ۶۴]. به عنوان مثال، در آزمایش پیچش یک سیم مسی، فلک و همکاران [۶۵] مشاهده نمودند که با کاهش قطر سیم از $170\mu m$ به $12\mu m$ ، سختی پیچشی آن حدود سه برابر کاهش می‌یابد. در آزمایش دندان‌گذاری، ما و همکاران [۶۶] دریافتند که سختی دندان‌گذاری بر روی سیلور تک کریستالی با کاهش عمق دندان از $2\mu m$ به $1\mu m$ بطور تقریبی بیشتر از دو برابر افزایش می‌یابد. در آزمایش تست خمش تیرهای نازک نیکل، استوکلن و ایوانز [۶۷] مشاهده نمودند که با کاهش ضخامت تیر از ۵۰ به $12/5$ میکرومتر، سختی کار پلاستیک بطور قابل ملاحظه افزایش می‌یابد. نظریه کلاسیک مکانیک محیط پیوسته قادر به شرح رفتار وابسته به اندازه که در سازه‌های در حد میکرون و پایین‌تر اتفاق می‌افتد، نمی‌باشد. از اینرو در دهه اخیر، برخی تئوری‌های پیوسته غیرکلاسیک، نظیر تئوری الاستیسیته تنش-کوپل [۶۸-۷۰]، تئوری الاستیسیته غیرمحلی [۷۱، ۷۲]، تئوری گرادیان کرنش [۷۳-۷۵] و تئوری تنش-کوپل اصلاح شده [۷۶] فرمول بندی شده است. برخلاف تئوری‌های کلاسیک که در آنها تنها از دو پارامتر ماده، یعنی مدول الاستیک و ضریب پواسان استفاده می‌گردد، در تئوری‌های غیرکلاسیک تعداد دیگری از پارامترهای ماده مورد استفاده قرار گرفته که این تئوری‌ها را قادر می‌سازد تا رفتار وابسته به اندازه ماده را نیز مد نظر قرار دهند. بر مبنای تئوری‌های غیرکلاسیک، رفتار ارتعاشاتی وابسته به اندازه بسیاری از میکرو/نانو ساختارها مورد مطالعه و تحلیل قرار گرفته است [۷۷-۸۲]. کانگ و همکاران [۸۳] رفتار دینامیکی و استاتیکی وابسته به اندازه یک میکروتیر را بر مبنای تئوری تنش-کوپل اصلاح شده مورد بررسی قرار دادند. کهرباییان و همکاران [۸۴] فرکانس تشدید و حساسیت ارتعاشات یک تیر متداول میکروسکوپ نیرو اتمی در مد تماسی را توسط تئوری تنش-کوپل اصلاح شده بررسی نمودند. لی و چانگ [۸۵] نیز، حساسیت خمشی یک تیر میکروسکوپ نیرو اتمی ۷ شکل را بر مبنای تئوری غیرکلاسیک تنش-کوپل اصلاح شده و با استفاده از روش عددی ریلی ریتز مورد مطالعه قرار

دادند. کانگ و گروهش [۸۶] رفتار دینامیکی و استاتیکی وابسته به اندازه یک میکروتیر را بر مبنای تئوری گرادیان کرنش اصلاح شده مورد بررسی قرار دادند. با استفاده از تئوری گرادیان کرنش، کهرابیایان و همکاران [۸۷] و همچنین نارندر و همکاران [۸۸] ارتعاشات پیچشی میکرومیله‌ها را مورد تحلیل قرار دادند.

۴-۱ هدف رساله

هدف از این رساله، بررسی ارتعاشات میکروتیرهای میکروسکوپ نیرو اتمی در عملکردهای مختلف می‌باشد. لذا، علاوه بر بررسی تیرهای متداول میکروسکوپ نیرو اتمی که به طور معمول مورد استفاده قرار می‌گیرند، رفتار ارتعاشاتی تیرهای مونتاژ شده (ACP) نیز مورد مطالعه قرار گرفته است. به این منظور، مطالعات حاضر به دو بخش کلی تقسیم بندی شده است. نخست در بخش اول، رفتار خطی و غیرخطی ارتعاشات میکروتیرهای متداول در نظر گرفته شده و مورد بررسی قرار می‌گیرد. در ادامه در بخش دوم، مدل‌های متفاوتی برای سه نمونه تیر مونتاژ شده معرفی شده توسط دای و همکاران [۵۹، ۶۰] در نظر گرفته شده و با استفاده از تئوری‌های غیرکلاسیک، به مطالعه رفتار ارتعاشاتی هر کدام پرداخته شده است. رویکرد اصلی پایان نامه، بررسی تغییرات و رفتار وابسته به اندازه فرکانس تشدید و حساسیت ارتعاشاتی میکروتیر یکسر درگیر میکروسکوپ نیرو اتمی و عوامل موثر بر آنها، مانند هندسه تیر و نوک، برهم‌کنش‌های سطح و مکان نوک می‌باشد.

در فصل دوم، کلیاتی از میکروسکوپ نیرو اتمی و تئوری‌های الاستیسیته غیرکلاسیک آورده شده است. فصل سوم به بررسی رفتار ارتعاشاتی میکروتیر متداول میکروسکوپ نیرو اتمی می‌پردازد. در این فصل، ابتدا با بهره‌گیری از تئوری‌های مرتبه بالاتر گرادیان کرنش و تنش-کوپل اصلاح شده، رفتار خطی میکروتیر متداول میکروسکوپ نیرو اتمی در مد تماسی مورد مطالعه قرار گرفته است. سپس با استفاده از تئوری تنش-کوپل اصلاح شده و با بهره‌گیری از تئوری اغتشاشات، پاسخ‌های فرکانسی میکروسکوپ نیرو اتمی در مد متناوب و رفتار وابسته به اندازه فرکانس غیرخطی و میرایی غیرخطی و

همچنین تاثیر عوامل مختلف مانند مکان نوک بر روی آنها بررسی شده است. فصل چهارم به تحلیل ارتعاشات خمشی و پیچشی میکروتیر مونتاژ شده نوع اول با استفاده از تئوری‌های مرتبه بالاتر گرادیان کرنش و تنش-کوپل اصلاح شده و همچنین تئوری الاستیسیته غیرمحلی می‌پردازد. در فصل پنجم، رفتار ارتعاشاتی میکروتیرهای مونتاژ شده نوع دوم و سوم بر مبنای تئوری‌های مرتبه بالاتر مورد تحلیل و بررسی قرار گرفته است. در نهایت در فصل ششم به نتیجه‌گیری و پیشنهاد برای مطالعات آینده پرداخته شده است.

۲. کلیات میکروسکوپ نیرو اتمی و تئوری‌های الاستیسیته

غیر کلاسیک

۲-۱ مقدمه

به منظور پیشرفت در عرصه فناوری نانو، به طور حتم نیاز فراوانی به بالا بردن وضوح تصاویر تهیه شده در این مقیاس می‌باشد که این نیاز هر روزه در حال گسترش است. از میکروسکوپ نیرو اتمی به طور عمده برای مطالعه تصاویر سه‌بعدی مواد مختلف و اندازه‌گیری نیروهای بین مولکولی مواد در علوم مختلف، نظیر علوم پزشکی و علوم مهندسی استفاده می‌گردد [۸۹، ۹۰]. با توجه به تناوب اختصاص جوایز نوبلی که در چند دهه گذشته به مخترعان و محققانی که در این زمینه فعالیت می‌کردند، می‌توان به اهمیت نقش این دستگاه پی‌برد. امروزه به علت نیازهای گسترده به شناخت فناوری‌های کلیدی، اشتیاق بسیاری برای پیشرفت بیشتر در زمینه میکروسکوپ‌های پراب روبشی دیده می‌شود، به طوری که این زمینه، محققان بسیاری را به خود جذب نموده است.

میکروسکوپ‌های پراب روبشی دارای حوزه عملکرد گسترده می‌باشند که در آنها از یک نوک تیز جهت روبش استفاده شده است تا بتواند خصوصیات سطح، نظیر تصویر سه بعدی سطح، نیرو، سختی و رسانایی ماده را اندازه‌گیری نماید. میکروسکوپ‌های پراب روبشی یکی از ضروری‌ترین دستگاه‌ها برای ساخت مواد در مقیاس‌هایی از چند میکرون تا کمتر از یک نانومتر می‌باشند. این دستگاه‌ها در رشد و پیشرفت علوم مختلف سهم بسزایی داشته و حساسیت بسیار بالای آنها در تشخیص نیروهایی به کوچکی 10^{-18} نیوتن، این دستگاه‌ها را قادر ساخته تا به عنوان ابزارهایی برای تصویربرداری سه بعدی از ساختار مولکول‌ها به کار روند.

هدف از این فصل، ارائه مقدمه‌ای مختصر و کلی در مورد میکروسکوپ نیرو اتمی، میکروتیرهای مورد استفاده در آن و همچنین تئوری‌های الاستیسیته غیرکلاسیک برای تحلیل رفتار ارتعاشاتی این میکروتیرها می‌باشد.

۲-۲ کاربردهای میکروسکوپ نیرو اتمی

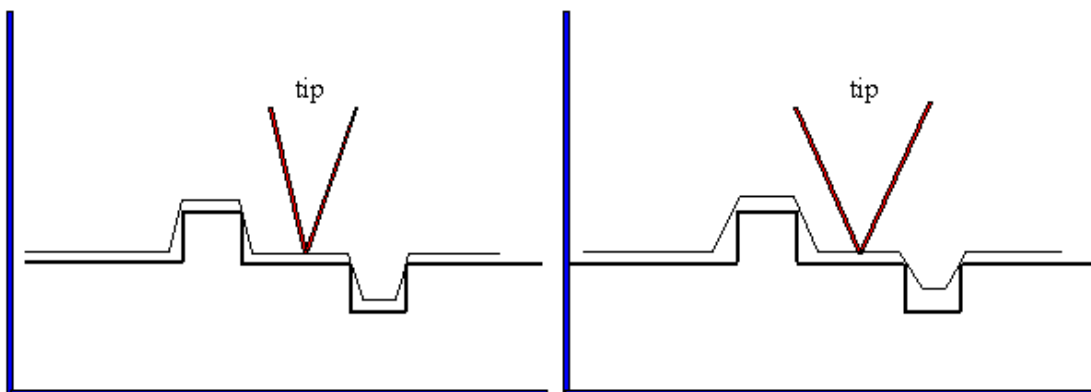
همانطور که گفته شد، میکروسکوپ نیرو اتمی قادر به گرفتن تصاویر سه بعدی و با وضوح بالا از سطوح تمام نمونه‌ها، چه رسانا و چه غیررسانا، می‌باشد. این عمل با استفاده از روش تقطیع^۱ رساناها و عایق‌ها در مقیاس اتمی صورت می‌گیرد. به علاوه، AFM برای حکاکی در مقیاس نانو بر روی سیستم‌های میکرو و نانوالکترومکانیکی^۲ (MEMS/NEMS) کاربرد دارد. از نوک AFM برای برش مواد در مقیاس نانو نیز استفاده می‌شود. اگرچه این کاربردها تنها مختص به میکروسکوپ نیرو اتمی نبوده و مشترک بین میکروسکوپ‌های پراب روبشی می‌باشد، اما برای طراحی قابل اعتماد MEMS/NEMS، داشتن اطلاعات از خصوصیات مواد در مقیاس نانو، آن هم در حالی که بیشتر خصوصیات مواد وابسته به اندازه قطعه می‌باشند، ضروری می‌نماید. ویژگی که AFM را نسبت به سایر این میکروسکوپ‌ها متمایز می‌نماید، ساخت سازه‌ها در مقیاس نانو و انجام آزمایش‌هایی برای تعیین خصوصیات مکانیکی آنها می‌باشد. از جمله این آزمایش‌ها می‌توان به آزمایش تست خمش، تعیین مدول الاستیکی و مقاومت خمشی، تخمین عمر شکست و آزمایشات خستگی بر روی نانو مواد اشاره نمود.

۳-۲ دقت میکروسکوپ نیرو اتمی

به طور کلی، دقت به تمایز بین دو نقطه متفاوت گفته می‌شود. به طور معمول، این تمایز با دقت افقی سنجیده می‌شود. مفهوم دقت در میکروسکوپ نیرو اتمی با میکروسکوپ‌های نوری متفاوت می‌باشد، زیرا روش عکس‌برداری در میکروسکوپ نیرو اتمی روش سه بعدی است. بطور معمول برای بررسی دقت در میکروسکوپ نیرو اتمی، عرض مولکول DNA را که در حدود ۲nm می‌باشد، معیار قرار می‌دهند. بهترین تصاویر گرفته شده با AFM از یک مولکول DNA، این مقدار را در حدود ۳nm نشان می‌دهد [۹۱].

^۱ Scanning Method

^۲ Micro/ Nano Electro Mechanical System



شکل ۱-۲ تاثیر تیزی نوک بر دقت میکروسکوپ نیرو اتمی [۹۱]

اما متأسفانه این تعریف از دقت تا حدی نامناسب است، زیرا که برجستگی‌های موجود در نمونه یا در اصطلاح ارتفاع نمونه نیز تاثیر بسزایی در دقت حاصل شده دارند. عوامل متفاوتی در دقت میکروسکوپ نیرو اتمی نقش دارند که یکی از مهمترین آنها، شعاع انحنا نوک می‌باشد. تصاویر گرفته شده از DNA با نوک تیزتر، افزایش بسزایی در دقت عرض مولکول را نشان می‌دهد. نتایج نشان می‌دهد که هر قدر نوک میکروسکوپ تیزتر باشد، بر دقت تصویر افزوده می‌شود. با مقایسه دو تصویر نشان داده شده در شکل ۱-۲، دیده می‌شود که هنگامی که نوک تیزتر می‌باشد، در برخورد با ناصافی‌های سطح، محدوده بیشتری از این ناصافی‌ها را تحت پوشش قرار می‌دهد.

۲-۴ میکروتیرهای متداول میکروسکوپ نیرو اتمی

به طور معمول میکروتیرهای مورد استفاده برای روبش در میکروسکوپ نیرو اتمی شامل یک تیر یکسردرگیر و یک نوک در انتهای آن، جهت روبش سطوح مواد می‌باشند. به این نوع میکروتیرها در اصطلاح میکروتیرهای متداول^۱ گفته می‌شود. میکروتیرهای متداول میکروسکوپ نیرو اتمی به طور معمول مستطیل شکل می‌باشند اما بسته به یک عملکرد خاص می‌توانند در شکل‌های متفاوت مانند خنجری شکل، V شکل و یا مثلثی شکل باشند (شکل ۲-۲).

¹ Conventional Cantilevers



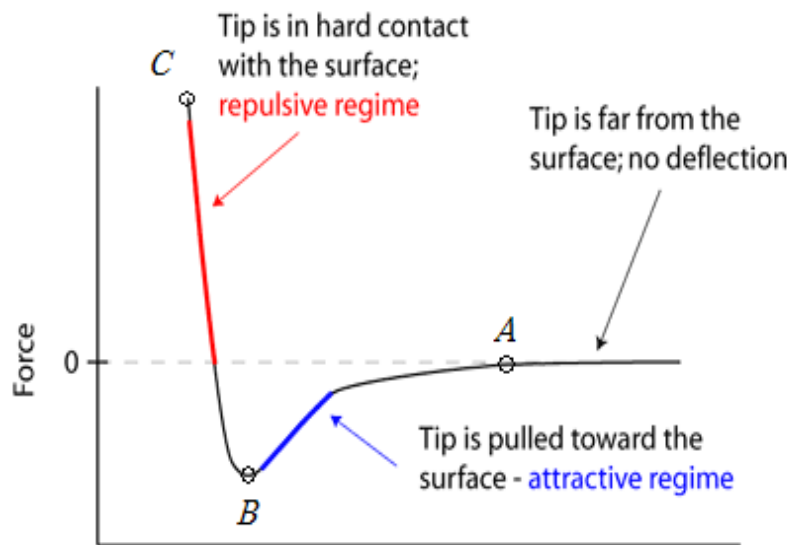
شکل ۲-۲ انواع میکروتیرهای متداول میکروسکوپ نیرو اتمی

میکروتیرهای V شکل و مثلثی شکل می‌توانند چرخش جانبی را کاهش دهند و از حساسیت کمتری در برابر چرخش نسبت به نوع مستطیلی و خنجرى شکل برخوردار می‌باشند. اکثر تیرها از مواد Si، SiO_4 و Si_3N_4 با استفاده از فرایندهای میکرولیتوگرافی^۱ ساخته می‌شوند [۹۲]. نوک تیر که نزدیک به قسمت انتهایی آن قرار می‌گیرد، نقشی مهم در کیفیت تصویر بازی می‌کند که بسته به عملکردهای مشخص، نوک‌های متفاوتی انتخاب می‌شوند. نوک‌های خیلی تیز در تهیه تصاویر سه‌بعدی از سطوحی که دارای زبری بالایی می‌باشند، استفاده می‌شوند و به همین ترتیب، نوک‌های کندتر برای سطوح دارای صافی سطح بالاتر استفاده می‌گردند. طراحی نوک کاری بسیار پیچیده می‌باشد. اغلب نوک‌های تیز، هرمی، مخروطی یا چهارضلعی می‌باشند و در بیشتر اوقات قسمت فوقانی نوک در محاسبات به صورت بخشی از یک کره در نظر گرفته می‌شود [۹۳].

۲-۵ نیروهای برهم‌کنش بین نوک و سطح نمونه

تحلیل دقیق برهم‌کنش‌های بین نوک و نمونه بسیار پیچیده می‌باشد، زیرا که نیروهای بسیار زیادی از قبیل نیروهای وان‌دروالسی، چسبندگی، اصطکاکی، خازنی، الکترواستاتیکی و مغناطیسی در این برهم‌کنش‌ها شرکت دارند. این نیروها را می‌توان به صورت نیروهای دافعه یا جاذبه و نیروهای محدوده

¹ Microlithography Processes



شکل ۳-۲ نمودار متداول برای نیرو در برابر تغییرات فاصله بین نوک و سطح نمونه در میکروسکوپ نیرو اتمی [94]

پایین یا محدوده بالا طبقه بندی نمود. منظور از نیروهای محدوده بالا و پایین، بزرگی نیرو می‌باشد. نیروهای بین مولکولی با اندازه قابل ملاحظه، در دسته نیروهای محدوده بالا قرار گرفته و نیروهای بین مولکولی با بزرگی ناچیز، در دسته نیروهای محدوده پایین قرار می‌گیرند. شماتیک تغییرات نیرو در برابر فاصله در شکل ۳-۲ نشان داده شده است. مطابق این شکل، این نیروها به شدت تابع فاصله بین نوک و سطح نمونه می‌باشند. با توجه به شکل ۳-۲، نیروهای بین نوک و نمونه در ناحیه تماسی و غیر تماسی متفاوت می‌باشند. در ناحیه تماسی، فاصله بین نوک و سطح نمونه کمتر از چند انگستروم می‌باشد و با کاهش فاصله بین نوک و سطح، نیرو به صورت چشمگیری افزایش می‌یابد. هنگامی که این فاصله بین ۲ تا ۳ انگستروم متر است، نیروها از نوع دافعه و در محدوده کوتاه می‌باشند [۹۵]. همانطور که شکل ۳-۲ نشان داده است، با نزدیک شدن فاصله به سمت صفر، نیروها به شدت افزایش می‌یابند. در حالت غیرتماسی، نیروها بین صفر تا 10^{-12} نیوتن تغییر می‌کنند. به طور معمول اندازه‌گیری نیروهایی با این مقیاس کوچک، مشکل می‌باشد [۹۴]. در ابتدای ناحیه غیرتماسی، مقدار کل نیروهای جاذبه به سرعت افزایش می‌یابد. در نقطه B این نیروها به حداکثر مقدار خود می‌رسند و سپس با جدایش بین نوک و نمونه این نیروها ضعیف و ضعیف‌تر می‌گردند.

۲-۵-۱ نیروهای وان دروالسی

نیروهای وان دروالسی در دسته نیروهای محدوده بالا که در فاصله‌های بیشتر بین نوک و سطح نمونه بوجود می‌آیند، قرار می‌گیرند [۹۶-۹۸]. این نوع نیروها بین تمام اتم‌ها و مولکول‌ها وجود داشته و به صورت مجموع نیروهای جاذبه بین مولکول‌ها می‌باشند. نیروهای دوقطبی-دوقطبی که مهمترین بخش نیروهای وان دروالسی می‌باشند، بین مولکولهای قطبی دیده می‌شوند. این مولکول‌ها دارای دوقطبی‌های دائمی هستند و تمایل به قرار گرفتن در راستای میدان الکتریکی دارند. پایدارترین حالت زمانی است که قطب مثبت یک مولکول تا حد امکان به قطب منفی مولکول مجاور نزدیک باشد. در این شرایط بین مولکول‌های مجاور، یک نیروی جاذبه الکتروستاتیکی به نام نیروی دوقطبی بوجود می‌آید. تاثیر نیروهای وان دروالسی در فاصله بین چند ده تا چند صد انگستروم متر می‌باشد و بزرگی این نیروها بین فاصله 1 nN تا 20 nN است.

۲-۵-۲ نیروهای موئینگی

هنگامی که فاصله بین نوک و نمونه کوچک می‌شود، وجود فیلم نازک مایع روی نمونه و چگالش بخار آب، باعث بوجود آمدن نیروهایی با نام نیروهای موئینگی می‌گردد. نیروهای موئینگی از نوع نیروهای جاذبه بوده و از نیروهای وان دروالسی بزرگ‌تر می‌باشند، به طوری که بزرگی این نیروها در بازه بین 10 nN - 100 nN قرار می‌گیرد و این نیروها در محدوده بین چند انگستروم تا چند صد انگستروم متر عمل می‌کنند.

۲-۵-۳ نیروهای چسبندگی

نیروهای چسبندگی بین نوک و نمونه و به علت پدیده‌ای با نام کشش سطحی بوجود می‌آیند. چسبندگی یک فرایند غیرپایستار بوده و نیروهای چسبندگی متناسب با مساحت تماس و کار مورد نیاز برای جدایش نوک از سطح نمونه می‌باشند.

۲-۵-۴ نیروهای الکترواستاتیک

نیروهای الکترواستاتیک بین بارهای محلی، بر روی نوک و نمونه اثر می‌کنند [۹۸]، به طوری که مقاومت و فاصله عمل این نیروها از قانون کلمب پیروی می‌نماید. نیروهای الکترواستاتیک با اعمال ولتاژی بین نوک و سطح نمونه اندازه‌گیری می‌شوند.

۲-۵-۵ نیروهای مغناطیسی

نیروهایی که بر دوقطبی‌های مغناطیسی واقع شده در میدان‌های مغناطیسی عمل می‌کنند، نیروهای مغناطیسی نامیده می‌شوند [۹۸]. در عملکرد میکروسکوپ نیرو اتمی، به طور معمول، دوقطبی‌های مغناطیسی، مواد فرومغناطیس موجود بر روی نوک را احاطه کرده و میدان مغناطیسی به وسیله نمونه فرومغناطیس یا یک جریان توزیع شده نزدیک به نوک بوجود می‌آید و بزرگی این نیروها در حدود چند صد نانونیوتن می‌باشد.

۲-۵-۶ نیروهای اصطکاکی

در هنگام روبش نوک بر روی سطح نمونه، نیروهای اصطکاکی یا بارهای مماسی در سطح تماس بوجود می‌آیند. نیروهای اصطکاکی در ناحیه تماس به علت چرخش نوک و برهم‌کنش مواد ناهمسان نوک و نمونه نیز بوجود می‌آیند.

۲-۶ میکروتیرهای مونتاژ شده میکروسکوپ نیرو اتمی

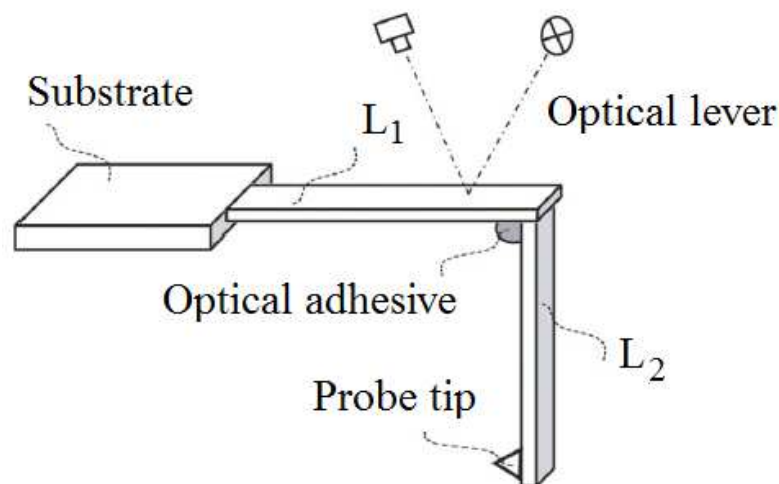
اندازه‌گیری سطوح جداره نمونه‌ها در مقیاس نانو یکی از موارد مهم و ضروری در علم نانو می‌باشد. سطوح زیر و موجدار جداره‌ها و همچنین موقعیت نسبی جداره‌ها نسبت به صفحات بالایی و پایینی، پارامترهای مهمی هستند که تاثیر بسزایی بر عملکرد میکروسیستم‌ها دارند. به عنوان مثال، میکروچرخنده‌ها و میکرونازل‌های تزریقی^۱ نمونه‌هایی از این سیستم‌ها می‌باشند. علاوه بر این،

^۱ Microinjection Nozzles

مشخص نمودن زوایا و زبری جداره‌ها از مواردی ضروری در صنعت نیمه‌رساناها می‌باشد. از طرفی دیگر، ابزارآلات موجود برای اندازه‌گیری در مقیاس نانو، مانند میکروسکوپ‌های نیرو اتمی، میکروسکوپ‌های الکترون روبشی (SEMs)، ماشین اندازه‌گیری مختصات (CMM)، با مشکلات بسیاری برای اندازه‌گیری سطوح جداره‌ها روبرو هستند. به طور مثال، تابش توسط تیر نوری یا توسط میکروسکوپ الکترون روبشی به صورت خیلی ضعیف انجام پذیرفته و تصویر بدست آمده از وضوح پایینی برخوردار می‌باشد. همچنین نوک میکروسکوپ نیرو اتمی، حتی اگر خیلی تیز باشد، هرگز نمی‌تواند به اندازه کافی به جداره نمونه نزدیک شود تا سطح آن را روبش نماید. قطر کوچک‌ترین نوک دستگاه اندازه‌گیری مختصات متداول نیز از چند دهم میلی‌متر کمتر نمی‌باشد. در ۱۵ سال اخیر، چندین روش جدید روبش میکروسکوپ نیرو اتمی مورد بررسی قرار گرفته است. این روش‌ها بر اساس میکروسکوپ نیرو اتمی اصلاح شده بوده که در قسمت نوک خود دارای ساختارهای متفاوت می‌باشند [۹۹، ۱۰۰]. به عنوان مثال، مارتین [۱۰۰] یک نمونه از نوک میکروسکوپ که شکلی شبیه به چکمه دارد را ساخت که این نوک قادر بود شیب سطوح را با ارتعاش خود در جهات z (عمودی) و x (افقی) بیابد. اما نوک ساخته شده دارای دو نقص عمده بود؛ اول اینکه شکل بخصوص نوک، باعث ضعف در وضوح تصویر می‌شد. همچنین به علت روش تولید، طول نوک نمی‌توانست از چند میکرومتر افزایش یابد.

سرانجام در سال ۲۰۰۶، دای و همکاران [۵۹] موفق به ساخت تیر بخصوصی برای میکروسکوپ نیرو اتمی به منظور اندازه‌گیری جداره سطوح ساختارهای میکرو و نانو شدند. این نمونه تیر، تیر مونتاژ شده^۱ (ACP) نامیده شده که شامل یک تیر افقی با طول L_1 بوده که بر روی آن یک یا چند تیر عمودی به طول L_2 متصل می‌شوند. نمونه‌ای از ACP در شکل ۲-۴ نشان داده شده است. برای روبش سطوح، یک نوک در انتهای آزاد تیر L_2 متصل می‌گردد. هنگامی که نوک در مد تماسی، متناوب یا

¹ Assembled Cantilever Probe



شکل ۴-۲ شماتیکی از یک میکروتیر مونتاز شده ACP توسط دای و همکاران [۵۹]

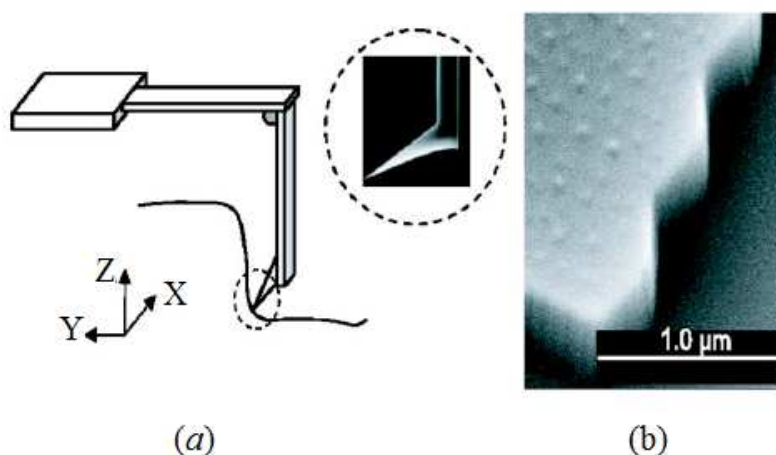
غیرتماسی با سطح جداره قرار می‌گیرد، شکل استاتیکی یا رفتار دینامیکی در تیر L_1 تغییر می‌کند که از این تغییرات می‌توان به عنوان فیدبک جهت اندازه‌گیری استفاده نمود. تیر L_2 نسبت به L_1 می‌تواند شش درجه آزادی داشته باشد. همانطور که در شکل ۴-۲ نشان داده شده است، از یک چسبنده نوری^۱ برای اتصال دو تیر استفاده می‌شود. این ساختار دو مزیت مهم نسبت به میکروسکوپ‌های نیرو اتمی متداول دارد. اول اینکه نوک در جهت افقی قرار گرفته است که در نتیجه می‌تواند جداره‌ها را در جهت طبیعی خود با حساسیت بالاتر روبش نماید. دوم اینکه نوک با استفاده از یک اتصال گسترش یافته^۲ (در اینجا L_2) به تیر L_1 متصل می‌شود، که در نتیجه یک فضای بسیار زیاد بین نوک و تیر L_1 بوجود خواهد آمد. در این حالت، به نوک این امکان داده خواهد شد تا جداره‌هایی با عمق صدها میکرومتر را روبش نماید. میکروسکوپ‌های پیشین می‌توانستند تنها ساختارهایی با عمق چند میکرومتر را روبش نمایند. شکل ۵-۲ این نوع ACP را در حال روبش سطح جداره نشان می‌دهد. از این نمونه ACP، برای اندازه‌گیری ناهمواری‌های گوشه‌های خطی^۳ (LER) مدارهای مجتمع^۴ (IC)

^۱ Optical Adhesive

^۲ Extension

^۳ Line Edge Roughness

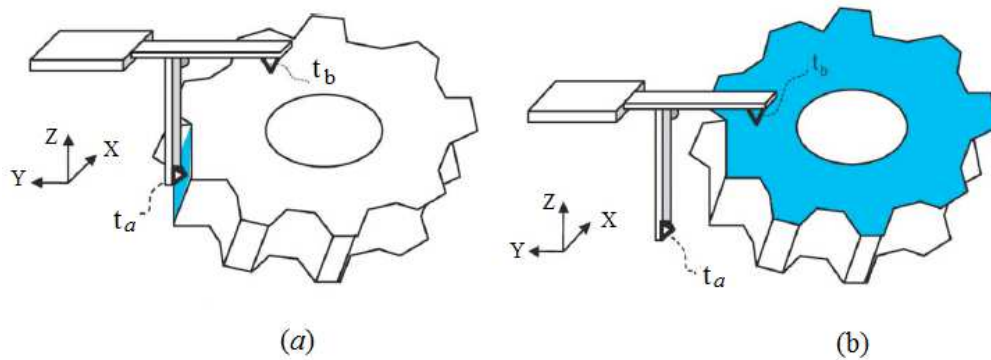
^۴ Integrated Circuit



شکل ۲-۵ (a) میکروتیر مونتاز شده نوع اول در حال روبش جداره؛ (b) تصویر حاصل از روبش جداره [۵۹]

استفاده می‌گردد. در این ساختار نوک به طور دقیق در انتهای تیر L_2 به صورت زاویه‌دار قرار می‌گیرد که به میکروسکوپ این امکان را می‌دهد که جداره‌های نزدیک به قسمت تحتانی سطح را اندازه‌گیری نماید. در این پایان نامه این نوع میکروتیر مونتاز شده، در اصطلاح میکروتیر مونتاز شده نوع اول نامیده می‌شود.

بسته به سطح مورد نظر برای روبش، انواع مختلفی از ACP را می‌توان طراحی نمود. شکل ۲-۶ شماتیکی از یک نمونه دیگر ACP را نشان می‌دهد که برای اندازه‌گیری همزمان سطوح فوقانی و جداره نمونه‌های مختلف از جمله میکرو چرخنده‌ها مورد استفاده قرار می‌گیرد. در این رساله، این نوع میکروتیر در اصطلاح میکروتیر مونتاز شده نوع دوم نامیده می‌شود. در این طراحی، هر دو تیر L_1 و L_2 دارای یک نوک در قسمت انتهایی خود بوده و تیر L_2 در فاصله معینی از سردرگیر L_1 متصل می‌گردد. نوک t_a که به صورت افقی مونتاز شده است، برای اندازه‌گیری جداره دندان‌های چرخنده استفاده می‌شود (شکل ۲-۶a)، در حالی که نوک t_b که در راستای عمودی قرار گرفته است، برای اندازه‌گیری سطوح بالایی چرخنده مورد استفاده قرار می‌گیرد (شکل ۲-۶b). مزیت مهم این روش این می‌باشد که هر دو سطح بالایی و جانبی نسبت به یک دستگاه مختصات اندازه‌گیری می‌شوند، در نتیجه می‌توان موقعیت نسبی دو سطح نسبت به یکدیگر (به عنوان مثال عمود بودن دو سطح) را بسیار دقیق محاسبه نمود. شکل ۲-۷ نیز نمونه‌ای دیگر از میکروتیرهای مونتاز شده را نشان می‌دهد



شکل ۶-۲ شماتیک میکرو تیر ACP نوع دوم در حال اندازه گیری یک میکرو چرخدنده؛ (a) نوک t_a که در راستای افقی گسترش یافته و برای اندازه گیری جداره دندانه های چرخدنده مورد استفاده قرار می گیرد؛ (b) نوک t_b که در راستای عمودی گسترش یافته و برای اندازه گیری سطح بالایی چرخدنده مورد استفاده قرار می گیرد.

که در این رساله میکرو تیر مونتاژ شده نوع سوم نامیده شده است. این نوع میکرو تیر که در آن دو رابط عمودی با فاصله ای مشخص بر روی یک تیر افقی مونتاژ می گردند، با توجه به کاربرد مورد نظر به کولیس^۱ نانو معروف می باشد. بعد از کالیبره نمودن فاصله بین دو تیر عمودی، می توان از این نوع بخصوص ACP برای اندازه گیری قطر داخلی یا خارجی میکروساختارها استفاده نمود.

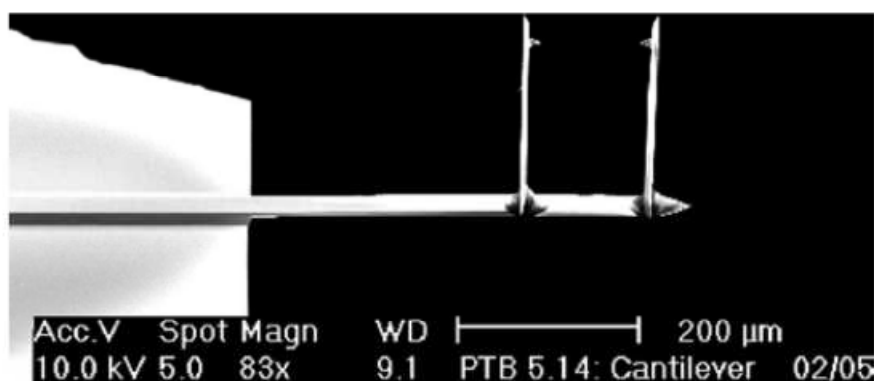
در سال ۲۰۰۷، دای و همکاران [۶۰] روبش جداره ساختارهای نانو و میکرو را بررسی کردند. آنها به بیان توضیحات بیشتر و جامع تر در مورد ساختار، روش مونتاژ و طریقه روبش ACP پرداخته و مدل های دیگری برای آن ارائه نمودند.

۷-۲ تئوری های الاستیسیته غیر کلاسیک

هر روزه تمایل استفاده از ساختارهای کوچک تر در کاربردهای مهندسی بیشتر شده و ابعاد این ساختارها به سمت مقیاس هایی در حدود میکرون و پایین تر از آن در حال تغییر می باشند [۹۲]. در این پایان نامه، چنین ساختارهای کوچکی که ابعادی در حدود میکرون و پایین تر دارند، در اصطلاح ریز ساختار^۲ نامیده شده است. از جمله این ریزساختارها، می توان به میکرو تیرها و میکرو صفحه ها

^۱ Caliper

^۲ Small-Scale structures



شکل ۷-۲ شماتیک میکروتیر مونتاز شده نوع سوم

اشاره نمود که کاربردهای بسیاری در فناوری نانو در سیستم‌های میکروالکترومکانیک^۱ (MEMS) و نانوالکترومکانیک^۲ (NEMS) داشته و به طور معمول ضخامتی در حدود میکرون و پایین‌تر دارند [۱۰۱، ۱۰۲]. آزمایشات انجام گرفته حاکی از این واقعیت است که رفتار مکانیکی برخی مواد در مقیاس طولی میکرون یا پایین‌تر، به شدت وابسته به اندازه می‌باشد، که اینگونه رفتار مواد در ابعاد میکرون و پایین‌تر را در اصطلاح رفتار وابسته به اندازه^۳ نامند. منظور از رفتار وابسته به اندازه، تغییر در خصوصیات و ویژگی‌های مکانیکی ماده با کاهش مقیاس آن می‌باشد. برای اولین بار این پدیده با انجام آزمایش بر روی برخی از فلزات و پلیمرها دیده شد [۱۰۳-۱۰۵]. به عنوان مثال، در تست میکروخمش تیرهای پلیمری اپوکسی در سال ۲۰۰۳، لام و همکاران [۶۳] دریافتند که با کاهش ضخامت تیر از $115\mu m$ به $20\mu m$ ، صلبیت تیر $2/4$ برابر افزایش می‌یابد. در سال ۲۰۰۵ نیز، مک فارلند و گروهش [۶۴، ۱۰۶] با انجام تست خمش بر روی میکروتیرهای یکسردرگیر پلی‌پراپیلن مشاهده نمودند که سختی اندازه‌گیری شده در آزمایش، حداقل چهار مرتبه بیشتر از سختی بدست آمده به وسیله تئوری تیر کلاسیک می‌باشد.

¹ Micro Electro Mechanical Systems

² Nano Electro Mechanical Systems

³ Size dependent behavior

مطالعات فراوانی بر روی رفتار دینامیکی ریزساختارها با استفاده از تئوری‌های الاستیسیته کلاسیک صورت گرفته است [۴۷، ۱۰۷، ۱۰۸]. اما نتایج حاصل از تئوری‌های کلاسیک در ابعاد میکرون و پایین‌تر قابل اعتماد نیستند زیرا در معادلات بنیادی تئوری‌های الاستیسیته کلاسیک، پارامتر یا پارامترهایی که توجیه‌کننده رفتارهای وابسته به اندازه ماده باشد، وجود ندارد. به چنین پارامترهایی در اصطلاح پارامتر مقیاس طول ماده^۱ گفته می‌شود. از اینرو، برای بررسی رفتار مکانیکی مواد در مقیاس طولی میکرون و پایین‌تر، تئوری‌های غیرکلاسیک که معادلات بنیادی آنها شامل جملات اضافی که در برگیرنده پارامترهای مقیاس طولی ماده نیز می‌باشند، بوجود آمده است. تئوری‌های مرتبه بالاتر^۲ و تئوری الاستیسیته غیرمحل^۳ از جمله دو دسته بسیار پرکاربرد از تئوری‌های غیرکلاسیک می‌باشند.

تئوری‌های مرتبه بالاتر که در معادلات ساختاری آنها، جملات متناظر با گرادیان کرنش نیز لحاظ می‌گردد، توسط توپلین [۱۰۹]، میندیلین و ترستین [۷۰]، کوپتر [۱۱۰] و میدلین [۶۸، ۶۹] در دهه ۱۹۶۰ معرفی و بسط داده شده است. در حالت کلی می‌توان تئوری‌های مرتبه بالاتر را با توجه به شکل ماتریس تغییر شکل به دو دسته کلی تئوری‌های گرادیان کرنش^۴ و تئوری‌های تنش-کوپل^۵ تقسیم نمود. در تئوری‌های تنش-کوپل [۶۸، ۷۰، ۱۰۹، ۱۱۰]، گرادیان‌های چرخشی مرتبه بالاتر به عنوان ماتریس‌های تغییر شکل به معادلات ساختاری اضافه می‌گردند. گرادیان‌های چرخش، بخش غیرمتقارن گرادیان‌های تغییر شکل مرتبه دوم بوده که هشت مولفه مستقل دارند. به طور معمول در تئوری‌های تنش-کوپل، از بخش متقارن گرادیان تغییر شکل مرتبه دوم صرف‌نظر می‌شود. میندیلین [۶۹] در سال ۱۹۶۵ یک تئوری کلی تنش مرتبه بالاتر که شامل گرادیان کرنش مرتبه بالاتر بود را بسط داد که به بیان ساده، روابط او تنها شامل گرادیان‌های تغییر شکل مرتبه دوم (گرادیان‌های

¹ Material length Scale Parameter

² Higher Order Theories

³ Nonlocal Theory of Elasticity

⁴ Strain Gradient Theory

⁵ Couple Stress Theory

کرنش مرتبه اول) به عنوان بخش اضافی ماتریس‌های تغییر شکل بودند. گرادیان تغییر شکل مرتبه دوم (۱۸ مولفه مستقل) دارای یک قسمت غیرمتقارن (۸ مولفه مستقل) و یک قسمت متقارن (۱۰ مولفه مستقل) می‌باشد. تمامی این تئوری‌ها برای مواد الاستیک همگن، چهار ثابت ماده (دو کلاسیک و دو اضافی) فرض می‌نمودند. در سال ۲۰۰۲، یانگ و همکاران [۷۶] با معرفی مفهوم المان حجم، تئوری‌های تنش-کوپل را اصلاح نمودند و آن را تئوری الاستیسیته تنش-کوپل اصلاح شده نامیدند. به منظور پیش‌بینی رفتار تنش‌های مرتبه بالاتر، آنها یک معادله تعادلی دیگر را علاوه بر معادلات تعادل نیروها و گشتاور نیروها در حالت کلاسیک، یعنی معادله تعادل گشتاور نیروها، معرفی کردند. آنها دریافتند که تانسور تنش-کوپل متقارن بوده و بخش غیرمتقارن تانسور گرادیان چرخش نقشی در انرژی تغییر شکل ندارد. معادلات ساختاری تئوری تنش کوپل اصلاح شده، شامل یک پارامتر مقیاس طولی ماده علاوه بر دو ثابت کلاسیک ماده می‌باشند.

در سال ۱۹۹۷، فلک و هاتچینسون [۷۴، ۷۵] تئوری میندلین را به طور مجدد فرمول‌بندی نموده و آن را تئوری گرادیان کرنش نامیدند. در تئوری گرادیان کرنش، تانسور گرادیان تغییر شکل مرتبه دوم به دو بخش مستقل تجزیه می‌گردد که عبارتند از تانسور گرادیان کرنش و تانسور گرادیان چرخش. به منظور پیش‌بینی رفتار تنش‌های مرتبه بالاتر، با اضافه نمودن یک معادله تعادل جدید علاوه بر معادلات تعادل نیروها و گشتاور نیروها، یعنی معادله تعادل گشتاور کوپل‌ها، لام و همکاران در سال ۲۰۰۳ تئوری الاستیسیته گرادیان کرنش اصلاح شده^۱ را ارائه نمودند. در تئوری مذکور سه پارامتر مقیاس طولی برای مواد الاستیک خطی و همگن وجود دارد.

همانطور که پیشتر اشاره شد، تئوری الاستیسیته غیرمحلّی دسته دیگری از تئوری‌های غیرکلاسیک می‌باشد که برای اولین بار توسط ایرینگن [۷۱، ۷۲، ۱۱۱] و ایرینگن و ادلن [۱۱۲] ارائه گردید.

¹ Modified Strain Gradient Elasticity Theory

اساس این تئوری بر این فرضیه استوار است که تنش در یک نقطه تابعی از کرنش در همه نقاط جسم می‌باشد.

در ادامه، مروری مفصل‌تر بر معادلات ساختاری سه تئوری غیرکلاسیک تنش-کوپل اصلاح شده، گرا دیان کرنش اصلاح شده و الاستیسیته غیرمحلی که در این پایان‌نامه از روابط آنها بهره گرفته شده است، خواهیم داشت. همچنین با توجه به هدف پایان‌نامه، بیشتر بر کاربرد تئوری‌های مذکور در تحلیل رفتار ارتعاشاتی میکروتیرها تمرکز شده است.

۲-۷-۱ تئوری الاستیسیته تنش-کوپل اصلاح شده

تئوری تنش کوپل اصلاح شده از جمله ساده‌ترین تئوری‌های غیرکلاسیک می‌باشد که در معادلات ساختاری آن، تنها یک پارامتر مقیاس طولی وجود دارد. این تئوری در سال ۲۰۰۲ توسط یانگ و همکاران [۷۶] ارائه گردید که در آن چگالی انرژی کرنش تابعی از دو تانسور کرنش (متناظر با تانسور تنش) و پیچیدگی (متناظر با تانسور تنش-کوپل) می‌باشد. در اینصورت انرژی کرنش U برای یک ماده تغییر شکل یافته الاستیک خطی و همگن در دامنه Ω به صورت زیر داده می‌شود:

$$U = \frac{1}{2} \int_{\Omega} (\sigma_{ij} \varepsilon_{ij} + m_{ij} \chi_{ij}) dv \quad (i, j = 1, 2, 3) \quad (۱-۲)$$

که در رابطه فوق σ_{ij} تانسور تنش، ε_{ij} تانسور کرنش، m_{ij} بخشی از تانسور تنش-کوپل که منجر به انحراف رفتار ماده می‌گردد^۱ و χ_{ij} تانسور متقارن پیچیدگی می‌باشند و به صورت زیر تعریف می‌گردند:

$$\sigma_{ij} = k \text{tr}(\varepsilon_{ij}) I + 2G \varepsilon_{ij} \quad (۲-۲)$$

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2} [\nabla u_i + (\nabla u_i)^T] \quad (۳-۲)$$

$$m_{ij} = 2l^2 G \chi_{ij} \quad (۴-۲)$$

$$\chi_{ij} = \frac{1}{2} [\nabla \theta_i + (\nabla \theta_i)^T] \quad \theta_i = \frac{1}{2} \text{curl}(u_i) \quad (۵-۲)$$

^۱ Deviatoric Part of the Couple Stress Tensor

در روابط فوق k و G به ترتیب مدول یانگ و مدول برشی، l پارامتر مقیاس طولی ماده، u_i مولفه‌های بردار جابجایی و θ_i مولفه‌های بردار چرخش می‌باشند. با توجه به تقارن تانسورهای ε_{ij} و χ_{ij} تانسورهای σ_{ij} و m_{ij} نیز متقارن می‌باشند، یعنی: $\sigma_{ij} = \sigma_{ij}^T$ و $m_{ij} = m_{ij}^T$.

با استفاده از روابط تئوری تنش-کوپل اصلاح شده، پارک و گائو [۱۱۳] ویژگی‌های مکانیکی استاتیکی تیر اولر-برنولی را مورد مطالعه قرار داده و نتایج تست خمش تیر پلیمری اپوکسی را به طور موفقیت-آمیز صحنه‌گذاری نمودند. کانگ و ژای [۱۱۴] بر مبنای تئوری مذکور، فرکانس تشدید یک میکروتیر را به صورت تئوری مورد تحلیل قرار دادند و مشاهده نمودند که فرکانس تشدید میکروتیر مذکور وابسته به اندازه می‌باشد. کانگ و همکاران [۸۳] معادله حرکت و شرایط مرزی یک تیر اولر-برنولی را بر مبنای تئوری تنش-کوپل اصلاح شده و با استفاده از اصل هامیلتون بدست آوردند. با حل معادله حاکم، آنها دریافتند هنگامی که پارامتر مقیاس طولی در حدود اندازه مشخصه تیر قرار گیرد، تفاوت بین فرکانس تشدید حاصل از تئوری‌های تنش-کوپل اصلاح شده و تیر کلاسیک قابل ملاحظه می‌باشد. منظور از طول مشخصه یک تیر با مقطع منشوری، ضخامت تیر و با مقطع دایروی، شعاع تیر می‌باشد. کهرباییان و همکاران [۸۴] با بهره‌گیری از این تئوری، فرکانس تشدید و حساسیت ارتعاشات میکروتیر یکسردرگیر میکروسکوپ نیرو اتمی را مورد مطالعه قرار دادند. آنها نتیجه گرفتند که به ازای برخی مقادیر سختی سطح، تفاوت بین نتایج تئوری تنش-کوپل اصلاح شده و تیر کلاسیک در پیش-بینی فرکانس تشدید و حساسیت ارتعاشات چشمگیر می‌باشد.

۲-۷-۲ تئوری الاستیسیته گرادیان کرنش اصلاح شده

تئوری الاستیسیته گرادیان کرنش اصلاح شده، شکل جامع‌تر و کامل‌تر تئوری تنش کوپل اصلاح شده می‌باشد که در سال ۲۰۰۳ توسط لام و همکاران [۶۳] ارائه گردید. برخلاف تئوری تنش کوپل اصلاح شده که در آن تنها یک پارامتر مقیاس طولی برای پیش‌بینی رفتار وابسته به اندازه مواد الاستیک خطی و همگن وجود دارد، در تئوری گرادیان کرنش اصلاح شده سه پارامتر مقیاس طولی برای این

مواد در نظر گرفته می‌شود. انرژی کرنش U برای یک ماده تغییر شکل یافته الاستیک خطی و همگن در دامنه Ω به صورت زیر تعریف می‌گردد [۶۳]:

$$U = \frac{1}{2} \int_{\Omega} (\sigma_{ij} \varepsilon_{ij} + p_i \gamma_i + \tau_{ijk} \eta_{ijk} + m_{ij}^s \chi_{ij}^s) dv \quad (۶-۲)$$

که:

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2} (\partial_i u_j + \partial_j u_i) \quad (۷-۲)$$

$$\gamma_i = \partial_i \varepsilon_{mm} \quad (۸-۲)$$

$$\eta_{ijk}^{(1)} = \frac{1}{3} (\partial_i \varepsilon_{jk} + \partial_j \varepsilon_{ki} + \partial_k \varepsilon_{ij}) - \frac{1}{15} \delta_{ji} (\partial_k \varepsilon_{mm} + 2 \partial_m \varepsilon_{mk}) - \frac{1}{15} [\delta_{jk} (\partial_i \varepsilon_{mm} + 2 \partial_m \varepsilon_{mi}) + \delta_{ki} (\partial_j \varepsilon_{mm} + 2 \partial_m \varepsilon_{mj})] \quad (۹-۲)$$

$$\chi_{ij}^s = \frac{1}{2} (e_{ipq} \partial_p \varepsilon_{qj} + e_{ipq} \partial_p \varepsilon_{qi}) \quad (۱۰-۲)$$

در معادلات فوق، ε_{ij} ، γ_i ، $\eta_{ijk}^{(1)}$ و χ_{ij}^s به ترتیب درایه‌های تانسور کرنش، بردار گرادیان اتساع^۱،

تانسور گرادیان کشیدگی انحراف رفتار ماده^۲ و تانسور گرادیان چرخش متقارن^۳ می‌باشند. u_i بردار

جابجایی و δ_{ij} دلتای کرانیکر می‌باشند. همچنین، تنش‌های متناظر با پارامترهای ε_{ij} ، γ_i ، $\eta_{ijk}^{(1)}$ و χ_{ij}^s

به ترتیب با σ_{ij} ، p_i ، $\tau_{ijk}^{(1)}$ و m_{ij}^s نشان داده می‌شوند که σ_{ij} معرف تانسور تنش کلاسیک و p_i ،

$\tau_{ijk}^{(1)}$ و m_{ij}^s بیانگر تانسورهای تنش مرتبه بالا بوده که به صورت زیر داده می‌شوند:

$$\sigma_{ij} = k \delta_{ij} \varepsilon_{mm} + 2G \varepsilon'_{ij} \quad (۱۱-۲)$$

$$p_i = 2G l_0^2 \gamma_i \quad (۱۲-۲)$$

$$\tau_{ijk}^{(1)} = 2G l_1^2 \eta_{ijk}^{(1)} \quad (۱۳-۲)$$

$$m_{ij}^s = 2G l_2^2 \chi_{ij}^s \quad (۱۴-۲)$$

در معادلات فوق، $\varepsilon'_{ij} = \varepsilon_{ij} - \frac{1}{3} \varepsilon_{mm} \delta_{ij}$ معرف تانسور کرنش انحراف رفتار ماده^۴ بوده و l_0 ، l_1 و l_2

پارامترهای مقیاس طول ماده می‌باشند که در معادلات ساختاری تنش‌های مرتبه بالاتر ظاهر می‌-

^۱ Dilatation Gradient Vector

^۲ Deviatoric Stretch Gradient Tensor

^۳ Symmetric Rotation Gradient Tensor

^۴ Deviatoric strain

گردند. همچنین، k و G مدول حجمی و برشی ماده بوده که با استفاده از مدول یانگ، E و ضریب پواسن، ν به صورت $k = E/3(1-2\nu)$ و $G = E/2(1+\nu)$ بدست می‌آیند. با صرفنظر نمودن از پارامترهای مقیاس طولی l_0 و l_1 ، تئوری گرادیان کرنش اصلاح شده به تئوری تنش-کوپل اصلاح شده تقلیل می‌یابد. همچنین هنگامی که $l_0 = l_1 = l_2 = 0$ می‌باشد، معادلات ساختاری دو تئوری تنش-کوپل اصلاح شده و گرادیان کرنش اصلاح شده به روابط متناظر با تئوری کلاسیک تبدیل می‌گردند.

با استفاده از تئوری گرادیان کرنش اصلاح شده، کانگ و همکاران [۸۶] رفتار دینامیکی و استاتیکی وابسته به اندازه یک میکروتیر را مورد بررسی قرار دادند. آنها مشاهده نمودند هنگامی که طول مشخصه تیر در محدوده پارامتر مقیاس طولی قرار می‌گیرد، خیز تیر کاهش یافته اما فرکانس تشدید آن افزایش می‌یابد. کهرباییان و همکاران [۸۷] معادله حرکت و شرایط مرزی یک میکرومیله در حالت پیچش را بر اساس تئوری مذکور بدست آوردند. با در نظر گرفتن حالت دوسردرگیر برای میکرومیله، آنها رفتار ارتعاشاتی و استاتیکی میکرومیله مذکور را مورد بررسی قرار دادند و نتایج را با نتایج حاصل از تئوری‌های تنش-کوپل اصلاح شده و تیر کلاسیک مورد مقایسه قرار دادند. به تازگی نیز، لازوپلوس و همکارش [۱۱۵] پیچش میکرومیله‌های الاستیک با مقاطع مختلف را با استفاده از تئوری الاستیسته گرادیان کرنش مورد مطالعه قرار دادند. آنها دریافتند که استفاده از تئوری مذکور تنها برای بررسی پیچش میکرومیله‌های الاستیک با مقطع دایروی امکان‌پذیر می‌باشد و برای سایر میکرومیله‌ها استفاده از شرایط مرزی غیرکلاسیک امکان‌پذیر نمی‌باشد.

۳-۷-۲ تئوری الاستیسته غیرمحلی

اکثر تئوری‌های کلاسیک محیط پیوسته بر اساس این فرضیه شکل گرفته‌اند که تنش در یک نقطه تابعی از کرنش در همان نقطه است. در سال ۱۹۷۲، ایرینگن [۷۱، ۷۲، ۱۱۱، ۱۱۲] تئوری الاستیسته غیرمحلی را پایه‌گذاری نمود که اساس آن این فرضیه بود که تنش در یک نقطه تابعی از کرنش در تمام نقاط جسم می‌باشد. این تئوری، حامل اطلاعاتی مربوط به نیروهای بین اتم‌ها بوده و

پارامتر مقیاس داخلی ماده، به عنوان یک ثابت ماده در معادلات ساختاری آن در نظر گرفته می‌شود. ایرینگن برای معادلات ساختاری غیرمحلی، شکل دیفرانسل جزئی زیر را در نظر گرفت:

$$(1 - \mu \nabla^2) \sigma_{ij} = t_{ij} \quad \mu = e_0^2 a^2 \quad (15-2)$$

که:

$$t_{ij} = C_{ijkl} \varepsilon_{kl} \quad (16-2)$$

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2} (u_{i,j} + u_{j,i}) \quad (17-2)$$

در معادلات فوق، σ_{ij} ، t_{ij} و ε_{kl} و C_{ijkl} به ترتیب تنش غیرمحلی، تنش کلاسیک، کرنش کلاسیک و تانسور الاستیسته مرتبه چهارم می‌باشند. ∇^2 عملگر لاپلاس و u_i نشان‌دهنده بردار جابجایی می‌باشد. همچنین μ پارامتر غیرمحلی، و e_0 و a به ترتیب ثابت ماده و طول مشخصه داخلی ماده می‌باشند که نماینده رفتار ماده در مقیاس کوچک^۱ می‌باشند. پارامتر غیرمحلی تابعی از فاکتورهای متفاوت نظیر شرایط مرزی، شکل مدها و نوع حرکت می‌باشد [۱۱۶].

بر مبنای تئوری الاستیسته غیرمحلی، مقالات بسیاری با هدف بسط مدل‌های تیر غیرمحلی و اعمال آنها بر خمش، کمانش و ارتعاشات منتشر گردید [۱۱۷-۱۲۱]. بعنوان مثال، ردی [۸۰، ۱۲۲] تئوری-های تغییر شکل برشی تیر و صفحه را بر مبنای تئوری الاستیک غیرمحلی به طور مجدد فرمول‌بندی نمود. با استفاده از روابط تئوری الاستیسته غیرمحلی، تای [۱۲۳] یک تئوری تیر تغییر شکل برشی غیرمحلی، برای خمش، کمانش و ارتعاشات نانوتیر ارائه نمود. با بهره‌گیری از تئوری مذکور و با توجه به تئوری‌های مختلف تیر، ایداگدو [۸۲] یک تئوری تیر غیرمحلی جامع‌تر برای بررسی خمش، کمانش و ارتعاشات آزاد نانوتیرها معرفی نمود. همچنین قشلاقی و میرزایی [۱۲۴] تغییر فرکانس سنسورهایی که در آنها از میکروتیرهای یکسردرگیر به عنوان بخش اصلی استفاده می‌شود را با استفاده از تئوری تیر غیرمحلی مورد مطالعه قرار دادند. با بهره‌گیری از معادلات ساختاری تئوری تیر غیرمحلی، سیوالک و دمیر [۱۲۵] خمش نانوتیرهای الاستیک را مورد مطالعه قرار دادند.

¹ Small-scale effect

برای یک جامد الاستیک همگن، معادله (۲-۱۲) را می‌توان به شکل زیر بازنویسی نمود:

$$t_{ij} = C_{ijkl} \varepsilon_{kl} = \kappa \varepsilon_{kk} \delta_{ij} + 2G \varepsilon_{ij} \quad (2-18)$$

که در معادله فوق، دلتای کرانیکر بوده، و G و κ به ترتیب متناظر با مدول برشی و مدول حجمی ماده می‌باشند.

۳. رفتار ارتعاشاتی خطی و غیرخطی میکروتیر متداول

۳-۱ مقدمه

در این فصل، رفتار ارتعاشاتی خطی و غیرخطی میکروتیر متداول میکروسکوپ نیرو اتمی به وسیله تئوری‌های الاستیسیته مرتبه بالاتر گرادیان کرنش و تنش-کوپل اصلاح شده مورد مطالعه قرار گرفته است. همانطور که در فصل پیش نیز اشاره شد، منظور از تیر متداول میکروسکوپ نیرو اتمی، تیری متشکل از یک میکروتیر یکسردرگیر و یک نوک در انتهای آزاد آن بوده که به صورت گسترده برای روبش سطوح نانومواد و یا به منظور انجام برخی عملیات مکانیکی بر روی آنها نظیر لایه‌برداری، برش و انجام تست خمش، مورد استفاده قرار می‌گیرد. به دلیل ابعاد پایین میکروتیر میکروسکوپ، در عمل امکان مونتاژ نوک بطور دقیق در انتهای تیر وجود نداشته و ناگزیر فاصله‌ای بین نوک و سر آزاد میکروتیر بوجود خواهد آمد [۱۲۶]. تاثیر این فاصله بر روی رفتار ارتعاشات خطی تیر میکروسکوپ نیرو اتمی در مد تماسی، پیشتر توسط برخی محققان مورد مطالعه قرار گرفته است [۳۳، ۳۴]، اما تاثیر آن بر روی رفتار ارتعاشاتی غیرخطی تیر میکروسکوپ آن هم در مد متناوب هنوز آشکار نشده است.

ابتدا در بخش ۳-۲، رفتار ارتعاشاتی خطی میکروتیر متداول میکروسکوپ به وسیله تئوری غیرکلاسیک گرادیان کرنش مورد مطالعه قرار گرفته است و روابطی برای فرکانس تشدید و حساسیت ارتعاشات خطی بدست آمده است. در بخش ۳-۳ رفتار ارتعاشاتی خطی میکروتیر متداول میکروسکوپ بر اساس تئوری گرادیان کرنش مورد تحلیل قرار گرفته و نتایج تحلیل با نتایج حاصل از دو تئوری تنش-کوپل اصلاح شده و تیر کلاسیک مقایسه شده است. بر پایه تئوری غیرکلاسیک تنش-کوپل اصلاح شده، معادله حرکت غیرخطی میکروتیر میکروسکوپ نیرو اتمی در مد متناوب و تحت ارتعاشات اجباری در بخش ۳-۴ ارائه شده است. برای بدست آوردن معادله حرکت، تاثیر خطای ناشی از عدم مونتاژ دقیق نوک بر روی میکروتیر، بر رفتار ارتعاشاتی غیرخطی میکروتیر نیز مد نظر

قرار گرفته است. در نهایت در بخش ۳-۵، با بهره‌گیری از روش تئوری اغتشاشات^۱، معادله حرکت غیرخطی مورد تحلیل قرار گرفته و روابطی برای فرکانس غیرخطی و میرایی غیرخطی موثر سیستم و همچنین روابطی برای تحلیل پاسخ‌های فرکانسی سیستم به صورت توابعی از پارامترهای مختلف ارائه شده است. سپس به وسیله روابط بدست آمده، رفتار ارتعاشاتی غیرخطی میکروتیر متداول میکروسکوپ نیرو اتمی مورد بررسی قرار گرفته است.

۳-۲ ارتعاشات خطی میکروتیر متداول میکروسکوپ نیرو اتمی

به طور کلی، میکروسکوپ نیرو اتمی در مد تماسی، بسته به خروجی مطلوب، در دو حالت می‌تواند عمل نماید؛ در صورتی که خروجی مطلوب، اطلاعات ارتفاع باشد، نیروی ما بین نوک و سطح را ثابت نگاه داشته شده و در صورتی که خروجی مطلوب نیروی ما بین نوک و سطح باشد، ارتفاع ثابت نگاه داشته می‌شود. در مد تماسی، نوک با دامنه بسیار کوچک، در حدود ۱ تا ۵ نانومتر به سمت بالا و پایین حرکت کرده و سطح نمونه را روبش می‌نماید [۱۰]. لذا می‌توان رفتار ارتعاشاتی میکروتیر میکروسکوپ نیرو اتمی را در این حالت به صورت خطی مورد تحلیل قرار داد.

تیرهای میکروسکوپ نیرو اتمی به طور معمول از جنس سیلیکون بوده اما نوک آنها می‌تواند از جنس سیلیکون یا پلی‌سیلیکون باشد. طبق تحقیقات صورت گرفته توسط ایفانتیس [۱۲۷] پارامتر مقیاس طول، l برای ماده سیلیکون در حدود $0.67\mu m$ می‌باشد. از طرف دیگر، ضخامت تیرهای میکروسکوپ نیرو اتمی در حدود $(0.5 \sim 7.5\mu m)$ می‌باشد [۱۲۸] که می‌توان نتیجه گرفت برای برخی از تیرها، ضخامت تیر در حدود پارامتر مقیاس طول قرار گرفته، به طوریکه نسبت ضخامت تیر به پارامتر مقیاس طول، کوچک می‌گردد. لذا تحلیل رفتار ارتعاشاتی وابسته به اندازه میکروتیر میکروسکوپ نیرو اتمی با استفاده از تئوری‌های غیرکلاسیک ضروری می‌نماید.

¹ Perturbation Technique

در این بخش فرض شده است میکروسکوپ نیرو اتمی در مد تماسی سطح نمونه را روبش نماید. برای تحلیل رفتار ارتعاشاتی وابسته به اندازه تیر در این حالت، از تئوری‌های الاستیسیته غیرکلاسیک گرادیان کرنش و تنش-کوپل اصلاح شده استفاده شده است. همچنین، نتایج حاصل از این دو تئوری با یکدیگر و همچنین با نتایج حاصل از تئوری تیر کلاسیک مورد مقایسه قرار گرفته است. برای حلی جامع‌تر، تحلیل حاضر با استفاده از پارامترهای بی‌بعد انجام گرفته است. اما برای درک بهتر نتایج حاصل شده با واقعیت موجود، دو نوع میکروتیر موجود در صنعت که برای روبش سطوح در مد تماسی مورد استفاده قرار می‌گیرند و دارای هندسه بطور نسبی متفاوت می‌باشند، انتخاب شده است و با استفاده از نتایج بدست آمده، رفتار ارتعاشاتی وابسته به اندازه آنها نیز مورد مطالعه قرار گرفته است.

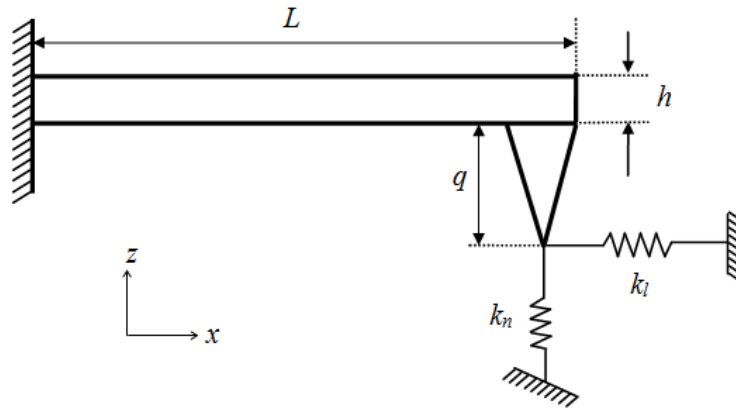
۳-۲-۱ مدل‌سازی و تحلیل دینامیکی میکروتیر

شکل ۳-۱ شماتیک میکروتیر مورد نظر برای تحلیل در این بخش را نشان می‌دهد. تیر مذکور، یک تیر الاستیک با عرض b ، ضخامت h و طول L می‌باشد. مطابق این شکل، محور x در امتداد طول تیر بوده و $w(x, t)$ خیز تیر در امتداد محور x و در زمان t می‌باشد. یک انتهای میکروتیر در $x = 0$ درگیر بوده و انتهای دیگر آن در $x = L$ دارای یک نوک مخروطی با طول q و جرم m_t می‌باشد. همانطور که پیشتر نیز اشاره شد، به علت دامنه پایین نوسان در مد تماسی، نیروهای برهم‌کنش بین نوک و سطح نمونه به صورت خطی فرض شده اند. از اینرو، برای مدل نمودن این نیروها، از دو فنر خطی، یکی برای مدل نمودن نیروهای نرمال با سختی k_n و دیگری برای مدل نمودن نیروهای جانبی با سختی k_l استفاده شده است. با توجه به تئوری تیر اولر-برنولی، مولفه‌های جابجایی میکروتیر مذکور تحت خمش، به صورت زیر بدست می‌آیند:

$$u_1 = -z \frac{\partial w(x, t)}{\partial x} \quad u_2 = 0 \quad u_3 = w(x, t) \quad (1-3)$$

که در روابط فوق، u_1 ، u_2 و u_3 به ترتیب جابجایی در راستای محوره‌های x ، y و z می‌باشند.

معادلات ساختاری تئوری الاستیک گرادیان کرنش اصلاح شده در بخش ۲-۳ بطور کامل شرح داده شد. با جایگذاری معادله (۱-۳) در معادله (۷-۲)، مولفه غیرصفر کرنش ε_{ij} بدست می‌آید:



شکل ۱-۳ شماتیک یک تیر متداول میکروسکوپ نیرو اتمی در تماس با سطح نمونه

$$\varepsilon_{11} = -z \frac{\partial^2 w(x,t)}{\partial x^2} \quad (۲-۳)$$

همچنین، مولفه‌های غیر صفر تانسور کرنش اعوجاج، ε'_{ij} نیز به صورت زیر بدست می‌آیند:

$$\varepsilon'_{11} = \frac{2}{3} \varepsilon_{11} \quad \varepsilon'_{22} = \varepsilon'_{33} = -\frac{1}{3} \varepsilon_{11} \quad (۳-۳)$$

با جایگذاری رابطه (۲-۳) در روابط (۸-۲) تا (۱۰-۲)، مولفه‌های غیر صفر بردار γ_i و تانسورهای $\eta_{ijk}^{(1)}$

و χ_{ij}^s به صورت زیر حاصل می‌گردند:

$$\gamma_1 = -z \frac{\partial^3 w(x,t)}{\partial x^3} \quad \gamma_3 = -\frac{\partial^2 w(x,t)}{\partial x^2} \quad (۴-۳)$$

$$\eta_{111}^{(1)} = -\frac{2}{5} z \frac{\partial^3 w(x,t)}{\partial x^3}, \eta_{113}^{(1)} = \eta_{131}^{(1)} = \eta_{311}^{(1)} = -\frac{4}{15} \frac{\partial^2 w(x,t)}{\partial x^2}$$

$$\eta_{122}^{(1)} = \eta_{133}^{(1)} = \eta_{212}^{(1)} = \eta_{221}^{(1)} = \eta_{313}^{(1)} = \eta_{331}^{(1)} = \frac{1}{5} z \frac{\partial^3 w(x,t)}{\partial x^3}$$

$$\eta_{223}^{(1)} = \eta_{232}^{(1)} = \eta_{322}^{(1)} = \frac{1}{15} \frac{\partial^2 w(x,t)}{\partial x^2}, \eta_{333}^{(1)} = \frac{1}{5} \frac{\partial^2 w(x,t)}{\partial x^2} \quad (۵-۳)$$

$$\chi_{12}^s = \chi_{21}^s = -\frac{1}{2} \frac{\partial^2 w(x,t)}{\partial x^2} \quad (۶-۳)$$

بدین ترتیب، با توجه به روابط حاصل شده (۱-۳) تا (۶-۳) و تانسورهای تنش کلاسیک و

غیرکلاسیک معرفی شده در روابط (۱۱-۲) تا (۱۴-۲)، درایه‌های غیر صفر این تنش‌ها را می‌توان به

صورت زیر بدست می‌آورد:

$$\sigma_{11} = E \varepsilon_{11} = -E z \frac{\partial^2 w(x,t)}{\partial x^2} \quad (۷-۳)$$

$$p_1 = -2Gl_0^2 z \frac{\partial^3 w(x,t)}{\partial x^3} \quad p_3 = -2Gl_0^2 \frac{\partial^2 w(x,t)}{\partial x^2} \quad (۸-۳)$$

$$\begin{aligned} \tau_{111}^{(1)} &= -\frac{4}{5} Gl_1^2 z \frac{\partial^3 w(x,t)}{\partial x^3}, \tau_{333}^{(1)} = \frac{2}{5} Gl_1^2 \frac{\partial^2 w(x,t)}{\partial x^2} \\ \tau_{113}^{(1)} &= \tau_{131}^{(1)} = \tau_{311}^{(1)} = -\frac{8}{15} Gl_1^2 \frac{\partial^2 w(x,t)}{\partial x^2}, \tau_{122}^{(1)} = \tau_{133}^{(1)} = \tau_{212}^{(1)} = \frac{2}{5} Gl_1^2 z \frac{\partial^3 w(x,t)}{\partial x^3} \\ \tau_{221}^{(1)} &= \tau_{313}^{(1)} = \tau_{331}^{(1)} = \frac{2}{5} Gl_1^2 z \frac{\partial^3 w(x,t)}{\partial x^3}, \tau_{223}^{(1)} = \tau_{232}^{(1)} = \tau_{322}^{(1)} = \frac{2}{15} Gl_1^2 \frac{\partial^2 w(x,t)}{\partial x^2} \end{aligned} \quad (۹-۳)$$

$$m_{12}^s = m_{21}^s = -Gl_2^2 \frac{\partial^2 w(x,t)}{\partial x^2} \quad (۱۰-۳)$$

با جایگذاری معادلات (۱-۳) و (۳-۳) تا (۱۰-۳) در معادله ساختاری تئوری گرادیان کرنش، معادله

(۶-۲)، انتگرال گیری بر روی حجم تیر و سپس اضافه نمودن انرژی الاستیک مربوط به فنرهای نرمال

و جانبی، انرژی کرنش کل U برای میکروتیر یکسردرگیر مورد نظر به صورت زیر بدست می آید:

$$U = \frac{1}{2} \int_0^L \left[R \left(\frac{\partial^2 w(x,t)}{\partial x^2} \right)^2 + K \left(\frac{\partial^3 w(x,t)}{\partial x^3} \right)^2 \right] dx + \frac{1}{2} k_n (w(L,t))^2 + \frac{1}{2} k_l \left(q \frac{\partial w(L,t)}{\partial x} \right)^2 \quad (۱۱-۳)$$

که

$$R = EI + 2GAl_0^2 + \frac{8}{15} GAl_1^2 + GAl_2^2 \quad K = GI \left(2l_0^2 + \frac{4}{5} l_1^2 \right) \quad (۱۲-۳)$$

برای میکروتیر موردنظر، انرژی جنبشی نیز به صورت زیر داده می شود:

$$T = \frac{1}{2} \int_0^L \rho A \left(\frac{\partial w(x,t)}{\partial t} \right)^2 dx + \frac{1}{2} m_t \left(\frac{\partial w(L,t)}{\partial t} \right)^2 \quad (۱۳-۳)$$

با در نظر گرفتن روابط داده شده برای U و T ، و سپس اعمال رابطه هامیلتون، معادله حاکم و شرایط

مرزی میکروتیر متداول موردنظر بر اساس تئوری گرادیان کرنش بدست خواهند آمد. رابطه هامیلتون

به صورت زیر تعریف می گردد:

$$\delta \int_{t_1}^{t_2} (T - U + W_e) dt = 0 \quad (۱۴-۳)$$

که در رابطه فوق W_e کار انجام شده توسط گشتاورهای مرتبه بالاتر و کلاسیک خارجی می باشد که در

اینجا برابر صفر در نظر گرفته شده است.

با توجه به معادله (۱۴-۳)، تغییرات انرژی پتانسیل به صورت زیر بدست می آید:

$$\begin{aligned} \delta U &= \delta \left(\frac{1}{2} \int_0^L \left[R \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right)^2 + K \left(\frac{\partial^3 w}{\partial x^3} \right)^2 \right] dx + \frac{1}{2} k_n (w(L,t))^2 + \frac{1}{2} k_l \left(q \frac{\partial w(L,t)}{\partial x} \right)^2 \right) \\ &= \int_0^L \left[R \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \frac{\partial^2}{\partial x^2} \delta w + K \frac{\partial^3 w}{\partial x^3} \frac{\partial^3}{\partial x^3} \delta w \right] dx + k_n w \delta w|_{x=L} + k_l q^2 \frac{\partial w}{\partial x} \delta \frac{\partial w}{\partial x} \Big|_{x=L} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \int_0^L \left[R \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} - K \frac{\partial^6 w}{\partial x^6} \right] \delta w \, dx + \left(K \frac{\partial^5 w}{\partial x^5} - R \frac{\partial^3 w}{\partial x^3} \right) \delta w \Big|_0^L + \left(R \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} - K \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} \right) \delta \frac{\partial w}{\partial x} \Big|_0^L \\
&+ K \frac{\partial^3 w}{\partial x^3} \delta \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \Big|_0^L + k_n w \delta w \Big|_{x=L} + k_l q^2 \frac{\partial w}{\partial x} \delta \frac{\partial w}{\partial x} \Big|_{x=L} \quad (۱۵-۳)
\end{aligned}$$

تغییرات انرژی جنبشی نیز برابر خواهد بود با:

$$\begin{aligned}
\int_{t_1}^{t_2} \delta T \, dt &= \int_{t_1}^{t_2} \delta \left[\frac{1}{2} \int_0^L \rho A \left(\frac{\partial w(x,t)}{\partial t} \right)^2 dx + \frac{1}{2} m_t \left(\frac{\partial w(L,t)}{\partial t} \right)^2 \right] dt \\
&= \int_{t_1}^{t_2} \int_0^L \rho A \frac{\partial w(x,t)}{\partial t} \frac{\partial}{\partial t} \delta w \, dx \, dt + \int_{t_1}^{t_2} m_t \frac{\partial w(L,t)}{\partial t} \frac{\partial}{\partial t} \delta w \, dt = \int_0^L \rho A \frac{\partial w(x,t)}{\partial t} \delta w \Big|_{t_1}^{t_2} dx \\
&- \int_0^L \int_{t_1}^{t_2} \rho A \frac{\partial^2 w(x,t)}{\partial t^2} \delta w \, dt \, dx + m_t \frac{\partial w(L,t)}{\partial t} \delta w \Big|_{t_1}^{t_2} - \int_{t_1}^{t_2} m_t \frac{\partial^2 w(x,t)}{\partial t^2} \delta w \Big|_{x=L} dt \\
&= - \int_0^L \int_{t_1}^{t_2} \rho A \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} \delta w \, dt \, dx - \int_{t_1}^{t_2} m_t \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} \delta w \Big|_{x=L} dt \quad (۱۶-۳)
\end{aligned}$$

با جایگذاری روابط (۱۵-۳) و (۱۶-۳) در رابطه (۱۴-۳)، رابطه‌ای به صورت زیر بدست می‌آید:

$$\begin{aligned}
&\int_{t_1}^{t_2} \left\{ \int_0^L \left(\rho A \frac{\partial^2 w(x,t)}{\partial t^2} + R \frac{\partial^4 w(x,t)}{\partial x^4} - K \frac{\partial^6 w(x,t)}{\partial x^6} \right) \delta w \, dx + \left(K \frac{\partial^5 w}{\partial x^5} - R \frac{\partial^3 w}{\partial x^3} \right) \delta w \Big|_0^L \right. \\
&+ \left(R \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} - K \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} \right) \delta \frac{\partial w}{\partial x} \Big|_0^L + K \frac{\partial^3 w}{\partial x^3} \delta \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \Big|_0^L + \left(m_t \frac{\partial^2 w(x,t)}{\partial t^2} + k_n w \right) \delta w \Big|_{x=L} \\
&\left. + k_l p^2 \frac{\partial w}{\partial x} \delta \frac{\partial w}{\partial x} \Big|_{x=L} \right\} dt = 0 \quad (۱۷-۳)
\end{aligned}$$

با توجه به رابطه فوق، معادله حرکت و شرایط مرزی به صورت زیر بدست می‌آیند:

$$K \frac{\partial^6 w(x,t)}{\partial x^6} - R \frac{\partial^4 w(x,t)}{\partial x^4} - \rho A \frac{\partial^2 w(x,t)}{\partial t^2} = 0 \quad (۱۸-۳)$$

$$w(0,t) = \frac{\partial w(0,t)}{\partial x} = 0 \quad (۱۹-۳)$$

$$K \frac{\partial^4 w(L,t)}{\partial x^4} - R \frac{\partial^2 w(L,t)}{\partial x^2} - k_l q^2 \frac{\partial w(L,t)}{\partial x} = 0 \quad (۲۰-۳)$$

$$K \frac{\partial^5 w(L,t)}{\partial x^5} - R \frac{\partial^3 w(L,t)}{\partial x^3} + k_n w(L,t) + m_t \frac{\partial^2 w(L,t)}{\partial t^2} = 0 \quad (۲۱-۳)$$

همچنین، برای شرایط مرزی غیر کلاسیک نیز، یک انتخاب ممکن به صورت زیر می‌باشد.

$$\frac{\partial^2 w(0,t)}{\partial x^2} = \frac{\partial^3 w(L,t)}{\partial x^3} = 0 \quad (۲۲-۳)$$

همانطور که گفته شد، رابطه (۱۷-۳) معادله حرکت و روابط (۱۸-۳) تا (۲۲-۳) شرایط مرزی سیستم

بوده که بر اساس تئوری گرادیان کرنش بدست آمده‌اند. لازم به ذکر است که با قرار دادن

$l_0 = l_1 = 0$ در روابط فوق، معادله حرکت و شرایط مرزی تئوری گرادیان کرنش حاصل می‌شود.

همچنین با صرفنظر نمودن از کلیه پارامترهای مقیاس طول، $l_0 = l_1 = l_2 = 0$ روابط فوق به روابط

حاصل از تئوری تیر کلاسیک تقلیل می‌یابند. روابط بی‌بعد را به صورت زیر معرفی می‌نماییم:

$$X = \frac{x}{L} \quad W = \frac{w}{L} \quad \tau = t \sqrt{\frac{EI}{\rho AL^4}} \quad \tilde{G} = \frac{G}{E} \quad Q = \frac{q}{L}$$

$$m_f = \frac{m_t}{\rho AL} \quad \beta_l = \frac{k_l L^3}{EI} \quad \beta_n = \frac{k_n L^3}{EI} \quad (23-3)$$

با جایگذاری معادله (۲۳-۳) در روابط (۱۸-۳) تا (۲۲-۳)، معادلات حرکت و شرایط مرزی بی‌بعد به صورت زیر بدست می‌آیند:

$$\tilde{K} \frac{\partial^6 W(X, \tau)}{\partial X^6} - \tilde{R} \frac{\partial^4 W(X, \tau)}{\partial X^4} - \frac{\partial^2 W(X, \tau)}{\partial \tau^2} = 0 \quad (24-3)$$

$$W(0, \tau) = \frac{\partial W(0, \tau)}{\partial X} = 0 \quad (25-3)$$

$$\frac{\partial^2 W(0, \tau)}{\partial X^2} = \frac{\partial^3 W(1, \tau)}{\partial X^3} = 0 \quad (26-3)$$

$$\tilde{K} \frac{\partial^4 W(1, \tau)}{\partial X^4} - \tilde{R} \frac{\partial^2 W(1, \tau)}{\partial X^2} - \beta_l Q^2 \frac{\partial W(1, \tau)}{\partial X} = 0 \quad (27-3)$$

$$\tilde{K} \frac{\partial^5 W(1, \tau)}{\partial X^5} - \tilde{R} \frac{\partial^3 W(1, \tau)}{\partial X^3} + \beta_n W(1, \tau) + m_f \frac{\partial^2 W(1, \tau)}{\partial \tau^2} = 0 \quad (28-3)$$

که:

$$\tilde{K} = \frac{K}{EIL^2} = \tilde{G} \left[2 \left(\frac{l_0}{L} \right)^2 + \frac{4}{5} \left(\frac{l_1}{L} \right)^2 \right] \quad (29-3)$$

$$\tilde{R} = \frac{R}{EI} = 1 + 12\tilde{G} \left[2 \left(\frac{l_0}{h} \right)^2 + \frac{8}{15} \left(\frac{l_1}{h} \right)^2 + \left(\frac{l_2}{h} \right)^2 \right] \quad (30-3)$$

با فرض حلی هارمونیک برای W به صورت $W(X, \tau) = V(X)e^{i\omega\tau}$ می‌توان معادله حرکت و شرایط مرزی را به صورت زیر بازنویسی نمود:

$$\tilde{K} \frac{d^6 V(X)}{dX^6} - \tilde{R} \frac{d^4 V(X)}{dX^4} + \omega^2 V(X) = 0 \quad (31-3)$$

$$V(0) = \frac{dV(0)}{dX} = 0 \quad (32-3)$$

$$\frac{d^2 V(0)}{dX^2} = \frac{d^3 V(1)}{dX^3} = 0 \quad (33-3)$$

$$\tilde{K} \frac{d^4 V(1)}{dX^4} - \tilde{R} \frac{d^2 V(1)}{dX^2} - \beta_l Q^2 \frac{dV(1)}{dX} = 0 \quad (34-3)$$

$$\tilde{K} \frac{d^5 V(1)}{dX^5} - \tilde{R} \frac{d^3 V(1)}{dX^3} + (\beta_n - m_f \omega^2) V(1) = 0 \quad (35-3)$$

که در رابطه فوق، ω فرکانس زاویه‌ای می‌باشد. برای معادله (۳۱-۳) می‌توان حلی به صورت زیر فرض نمود:

$$V(X) = \sum_{i=1}^6 C_i e^{\lambda_i X} \quad (36-3)$$

که در این معادله، C_i ($i=1,2,3,6$) ثوابتی هستند که با استفاده از شرایط مرزی تعیین می‌شوند.

λ_i ($i=1,2,3,6$) نیز که می‌توانند مقادیر مختلط باشند، ریشه‌های معادله جبری زیر می‌باشند:

$$\tilde{K}\lambda^6 - \tilde{R}\lambda^4 + \omega^2 = 0 \quad (37-3)$$

ریشه‌های معادله فوق، λ_i ($i=1,2,3,6$) تابعی از فرکانس سیستم، ω می‌باشند. با جایگذاری معادله

(36-3) در شرایط مرزی (32-3) تا (35-3)، مجموعه‌ای از معادلات همگن به فرم ماتریسی، به

صورت زیر بدست می‌آید که نسبت به ثابت‌های C خطی بوده اما نسبت به λ غیرخطی می‌باشد:

$$[A(\omega)][C] = \{0\} \quad (38-3)$$

درایه‌های ماتریس A به صورت زیر می‌باشند:

$$\begin{aligned} A_{1i} &= 1, & A_{2i} &= \lambda_i, & A_{3i} &= \lambda_i^2, & A_{4i} &= \lambda_i^3 e^{\lambda_i} \\ A_{5i} &= (\tilde{R}\lambda_i^2 - \tilde{K}\lambda_i^4 + \beta_l Q^2 \lambda_i) e^{\lambda_i} \\ A_{6i} &= (\tilde{K}\lambda_i^5 - \tilde{R}\lambda_i^3 + (\beta_n - m_f \omega^2)) e^{\lambda_i} \end{aligned} \quad (39-3)$$

شرط لازم و کافی برای اینکه معادله (38-3) حلی غیربدیهی داشته باشد این می‌باشد که:

$$D(\omega, \beta_l) = \det[A(\omega, \beta_l)] = 0 \quad (40-3)$$

فرکانس طبیعی سیستم را می‌توان به صورت ریشه‌های دترمینان فوق محاسبه نمود. به این منظور، از

یک روش عددی با عنوان روش BIE^1 استفاده شده است [129]. مطابق این روش، به علت اینکه

درایه‌های ماتریس A در حالت کلی مقادیر مختلط می‌باشند و پیدا نمودن ریشه‌های معادله (40-3)،

یعنی نقاط صفر در صفحه مختلط دشوار می‌باشد، مقادیری از فرکانس که بتوانند مقدار دترمینان به

شکل $\log(|D(\omega, \beta_l)|)$ را مینیمم نمایند، متناظر با فرکانس طبیعی سیستم خواهند بود. بدین منظور

منحنی $D(\omega, \beta_l) = \log(|D(\omega, \beta_l)|)$ بر حسب مقادیر مختلف ω رسم شده و مقادیری از ω که منحنی

را مینیمم می‌نمایند به عنوان فرکانس‌های طبیعی سیستم انتخاب می‌شوند. برای جزئیات بیشتر در

¹ Boundary Integral Equation

مورد این روش می‌توان به مطالعات صورت گرفته توسط کیتاهارا و همکاران [۱۳۰، ۱۳۱] مراجعه نمود.

با تعیین مقادیر فرکانس طبیعی، حساسیت بی‌بعد سیستم، S به صورت مشتق فرکانس نسبت به سختی نرمال سطح محاسبه می‌گردد [۳۰]:

$$S = \frac{\partial \omega}{\partial \beta_n} = - \left(\frac{\partial D}{\partial \beta_n} \right) / \left(\frac{\partial D}{\partial \omega} \right) \quad (۳-۴۱)$$

برای درک بهتر تفاوت موجود بین دو تئوری غیرکلاسیک گرادیان کرنش و تنش-کوپل اصلاح شده در تخمین فرکانس تشدید و حساسیت ارتعاشات میکروتیر مورد نظر، درصد خطای نسبی^۱ فرکانس تشدید، e_f و درصد خطای نسبی حساسیت ارتعاشات، e_s به صورت زیر معرفی می‌شوند:

$$e_f = \frac{\omega_{CS} - \omega_{ST}}{\omega_{ST}} \times 100\% \quad e_s = \frac{S_{CS} - S_{ST}}{S_{ST}} \times 100\% \quad (۳-۴۲)$$

که در رابطه فوق، ω و S به ترتیب معرف فرکانس تشدید و حساسیت ارتعاشات سیستم می‌باشند. همچنین اندیس‌های CS و ST نیز نشان‌دهنده تئوری مورد استفاده برای تخمین فرکانس تشدید یا حساسیت ارتعاشات میکروتیر مورد نظر می‌باشند که CS مربوط به تئوری تنش-کوپل اصلاح شده و ST مربوط به تئوری گرادیان کرنش می‌باشد.

۳-۲-۲ تحلیل رفتار ارتعاشاتی خطی میکروتیر متداول

در این بخش، با استفاده از روابط حاصل در بخش ۳-۲-۱، فرکانس تشدید و حساسیت ارتعاشات مدهای اول و دوم خمشی یک میکروتیر یکسردرگیر میکروسکوپ نیرو اتمی مورد تحلیل قرار گرفته است. نتایج بر مبنای دو تئوری غیرکلاسیک گرادیان کرنش و تنش-کوپل اصلاح شده و همچنین تئوری تیر کلاسیک بدست آمده است که به منظور بررسی رفتار ارتعاشاتی وابسته به اندازه میکروتیر متداول، با یکدیگر مقایسه شده اند. لذا فرض شده است سه پارامتر مقیاس طول با هم برابر و مساوی پارامتر مقیاس طول مورد استفاده در تئوری تنش-کوپل اصلاح شده باشند، $l_0 = l_1 = l_2 = l$.

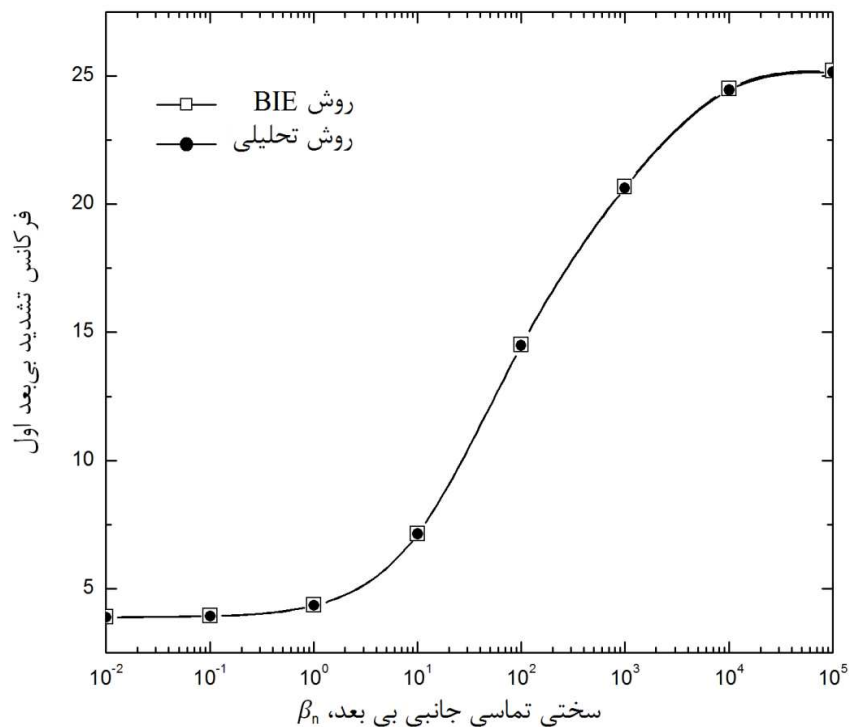
¹ Relative Error Percentage

جدول ۱-۳ نوع و مشخصات هندسی دو میکروتیر استفاده شده جهت تحلیل [۱۲۸]

نوع تیر	$L (\mu m)$	$b (\mu m)$	$h (\mu m)$	$q (\mu m)$
MikroMasch NSC16	۲۲۵	۳۷	۷	۱۸
MikroMasch NSC19	۱۲۰	۲۲/۵	۱	۱۲

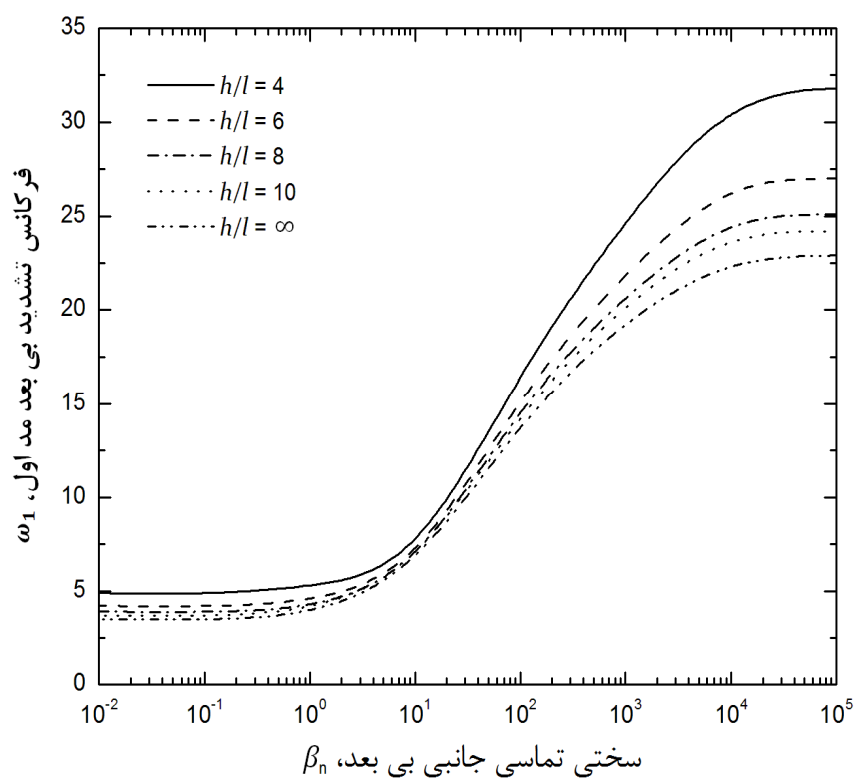
ذکر مجدد این نکته مهم است که تئوری تنش-کوپل اصلاح شده یک حالت خاص از تئوری گرا دیان کرنش است و برای تحلیل بر پایه تئوری تنش-کوپل اصلاح شده، تنها لازم است $l_0 = l_1 = 0$ و $l_2 = l$ فرض شوند. همچنین برای حالتی که $h/l = \infty$ روابط حاصل در بخش ۳-۲-۱، به روابط حاصل از تئوری تیر کلاسیک تقلیل یافته و می توان این گونه برداشت نمود که تحلیل بر پایه تئوری تیر کلاسیک صورت گرفته است.

لازم به ذکر است که با هدف ارائه نمودارهایی جامع که بتوان از آنها جهت تحلیل رفتار ارتعاشاتی کلیه میکروتیرهای متداول میکروسکوپ نیرو اتمی که در مد تماسی روبش می نمایند، استفاده نمود، تحلیل به صورت بی بعد صورت گرفته و در نتیجه نتایج نیز به صورت بی بعد ارائه شده است. جنس میکروتیرهای مذکور برای تحلیل سیلیکون فرض شده است. همچنین مشخصات ماده و ابعاد هندسی میکروتیر به صورت $E = 170 \text{ Gpa}$ ، $\rho = 2330 \text{ Kg / m}^3$ ، $m_t = 2 \times 10^{-13} \text{ Kg}$ ، $\nu = 0.22$ و $P = 0.1$ در نظر گرفته شده است. همچنین سختی های نرمال و جانبی به صورت $\beta_n = 0.9\beta_l$ فرض شده اند [۱۰]. از طرف دیگر، به منظور درک بهتر مطالعه انجام شده، تحلیل حاضر برای دو نمونه مختلف میکروتیر یکسردرگیر میکروسکوپ، Mikro Mash NSC16 و Mikro Mash NSC 19 که در صنعت کاربرد فراوانی دارند، نیز انجام گرفته است. مشخصات هندسی دو میکروتیر مذکور در جدول ۱-۳ آورده شده است. همانطور که در بخش پیش نیز اشاره شد، برای تخمین فرکانس تشدید از روش عددی BIE استفاده شده است. هنگامی که تحلیل بر مبنای تئوری تیر کلاسیک یا تئوری تنش-کوپل اصلاح شده

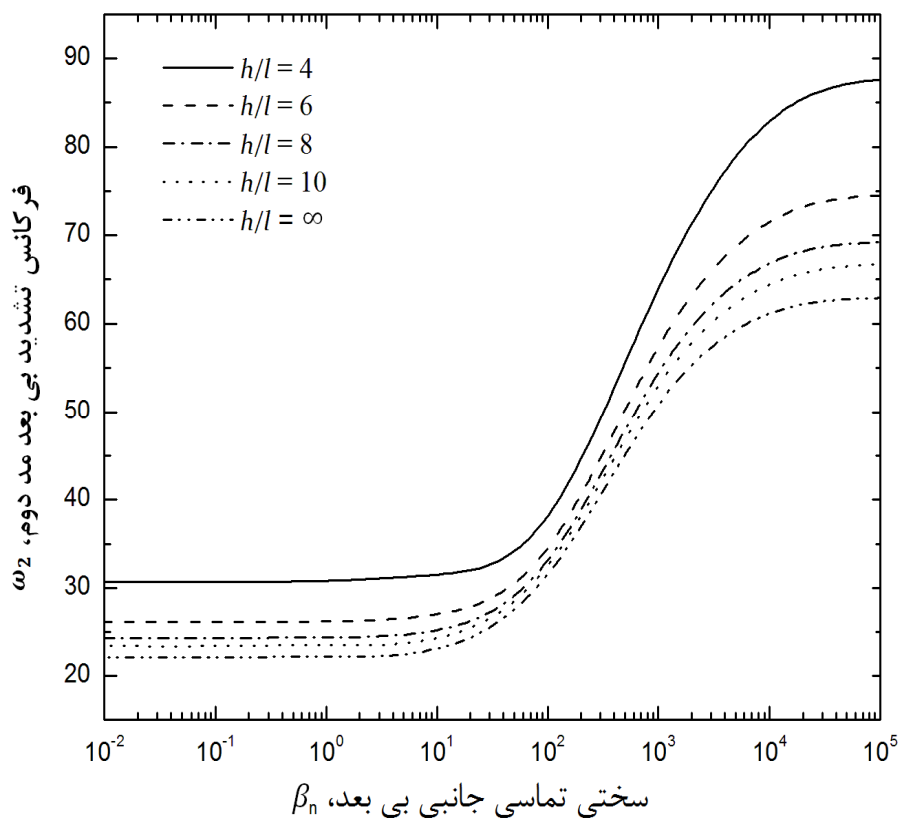


شکل ۳-۲ مقایسه بین دو روش حل دقیق و عددی BIE برای تخمین فرکانس تشدید مد اول انجام گیرد، حل دقیق در دسترس می‌باشد و نیازی به استفاده از روش عددی نمی‌باشد. لذا برای صحنه‌گذاری روش عددی مذکور، بر پایه تئوری تنش-کوپل اصلاح شده، فرکانس تشدید را با استفاده از هر دو روش حل دقیق و حل عددی بدست آورده‌ایم و نتایج را مطابق شکل ۳-۲ با یکدیگر مقایسه نموده‌ایم. این شکل گویای این واقعیت است که نتایج بدست آمده از روش عددی BIE با دقت بسیار بالا بر نتایج حاصل از روش حل دقیق منطبق می‌باشد.

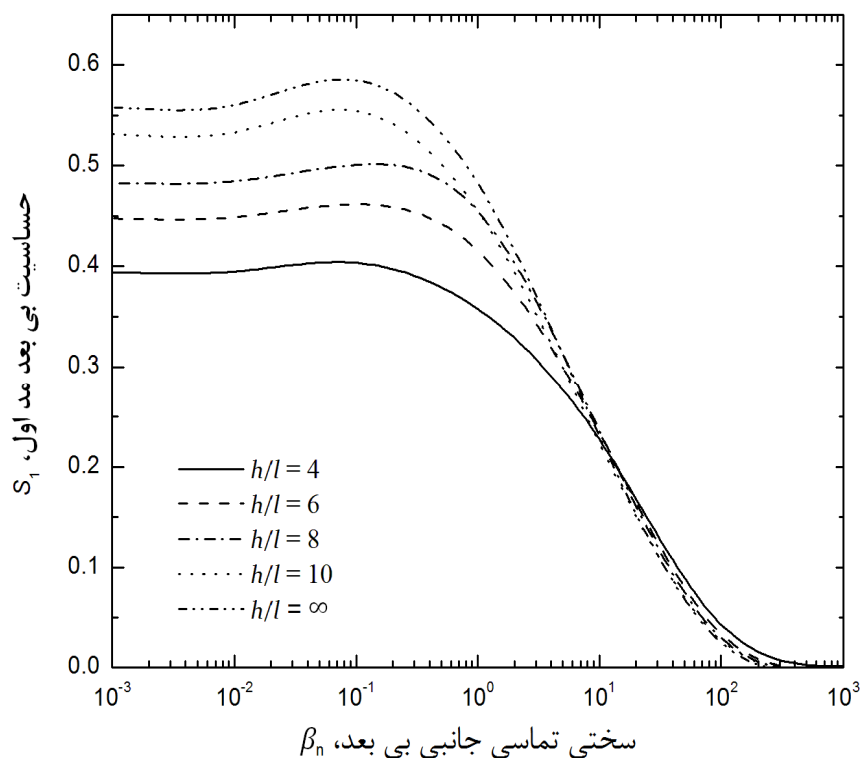
شکل‌های ۳-۳ و ۴-۳، فرکانس تشدید مد اول را بر اساس تئوری گرادیان کرنش نشان می‌دهند. مطابق این دو شکل، فرکانس از یک مقدار ثابت برای مقادیر پایین سختی تماسی شروع شده و با افزایش سختی تماسی بطور چشمگیری افزایش می‌یابد تا اینکه در نهایت برای مقادیر بسیار بالای سختی تماسی، به طور مجدد به یک مقدار ثابت میل می‌نماید. با توجه به این دو شکل، تئوری گرادیان کرنش مقادیر فرکانس را نسبت به تئوری تیر کلاسیک بالاتر نشان می‌دهد و کمترین اختلاف بین دو تئوری در پیش‌بینی مقادیر فرکانس به طور تقریبی برای مقادیر سختی بین ۱۰ و ۱۰۰ در مد اول و بین ۱۰۰ و ۱۰۰۰ برای مد دوم می‌باشد. مطابق نتایج حاصل شده، نزدیک شدن ضخامت تیر به



شکل ۳-۳ فرکانس تشدید اول برای مقادیر مختلف نسبت ضخامت تیر به پارامتر مقیاس طول، h/l

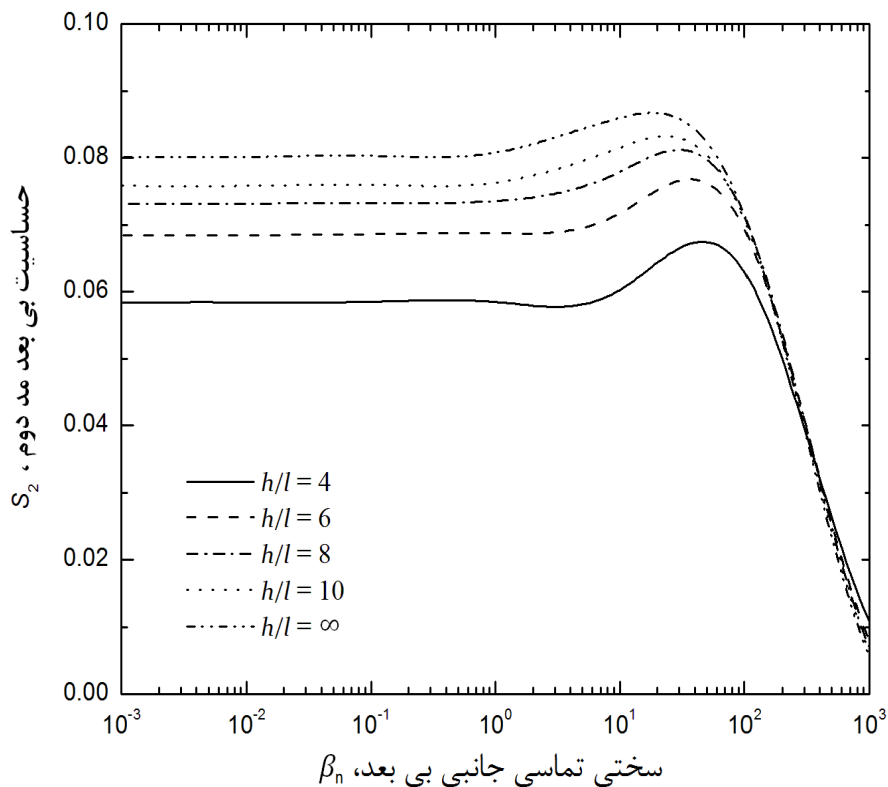


شکل ۴-۳ فرکانس تشدید دوم برای مقادیر مختلف نسبت ضخامت تیر به پارامتر مقیاس طول، h/l



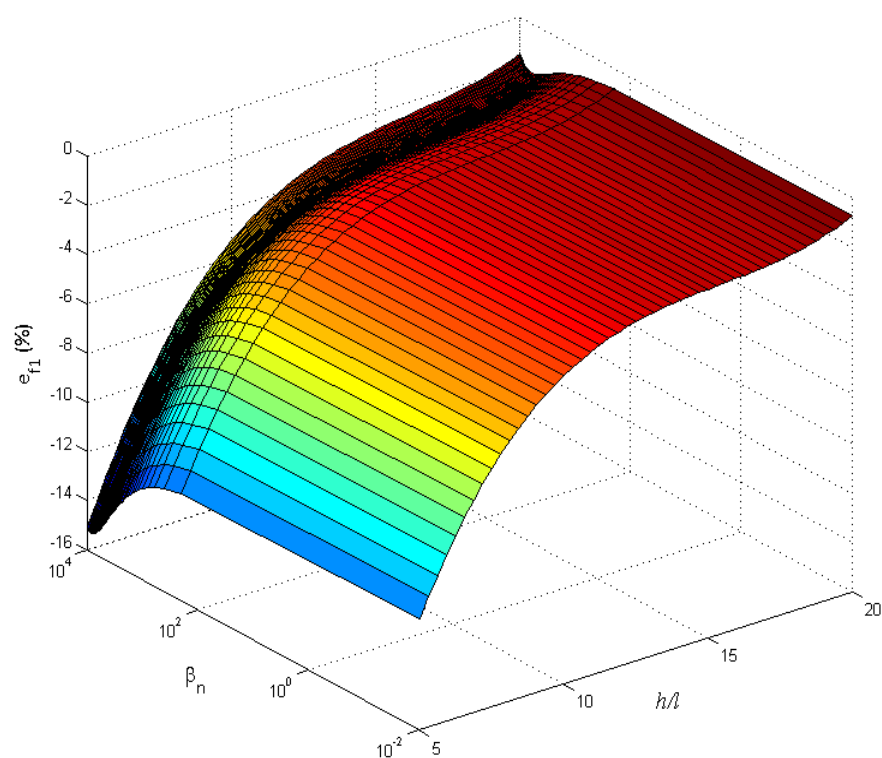
شکل ۳-۵ حساسیت ارتعاشات اول برای مقادیر مختلف نسبت ضخامت تیر به پارامتر مقیاس طول β_n حساسیت طول، فرکانس را افزایش می‌دهد. اگر چه حساسیت فرکانس مد دوم در برابر تغییرات ضخامت تیر بیشتر است، اما در حالت کلی، برای مقادیر بسیار بالا یا بسیار پایین سختی تماسی، به ویژه هنگامی که نسبت بین ضخامت تیر و پارامتر مقیاس طول پایین می‌باشد، اختلاف دو تئوری برای تخمین فرکانس تشدید حداکثر می‌گردد. این بدان معناست که در این شرایط، فرکانس تشدید میکروتیر مورد نظر به شدت وابسته به اندازه عمل می‌نماید.

حساسیت ارتعاشات اول و دوم میکروتیر میکروسکوپ نیرو اتمی به صورت تابعی از سختی تماسی نرمال، β_n و نسبت ضخامت میکروتیر یکسردرگیر به پارامتر مقیاس طول، h/l به ترتیب در شکل‌های ۳-۵ و ۳-۶ نشان داده شده است. مطابق این دو شکل، برای مقادیر پایین سختی تماسی، حساسیت ماکزیمم می‌باشد. اما با افزایش β_n ، حساسیت دچار افت ناگهانی شده بطوری که برای مقادیر بسیار بالای سختی تماسی، به سمت صفر میل می‌نماید. در مد دوم، نمودارهای حساسیت قبل از افت ناگهانی یک خیز را تجربه می‌نمایند. با توجه به این دو شکل همچنین می‌توان نتیجه گرفت که در

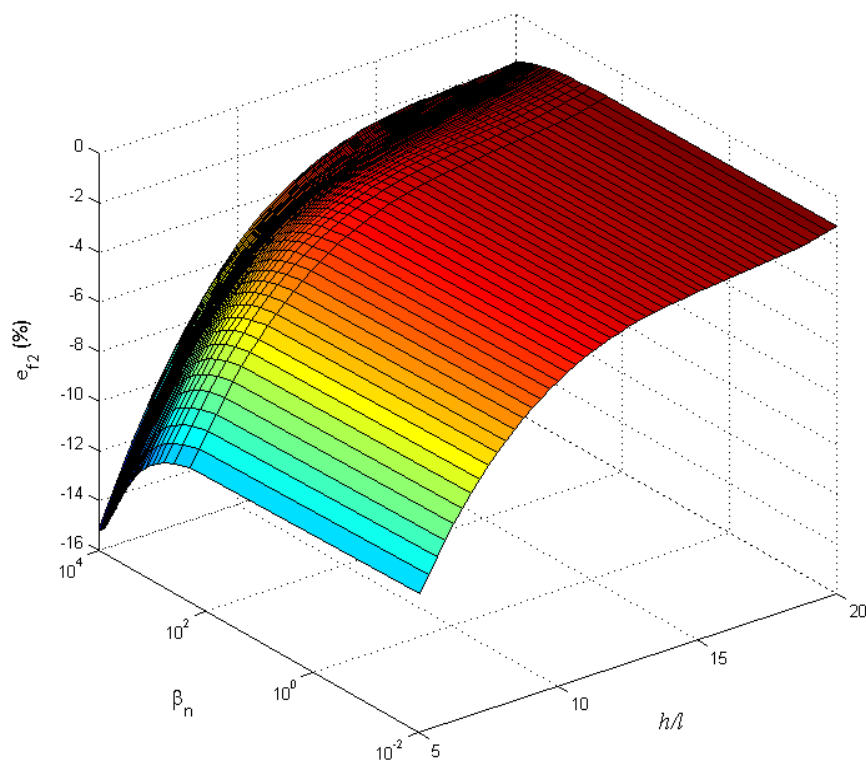


شکل ۳-۶ حساسیت ارتعاشات دوم برای مقادیر مختلف نسبت ضخامت تیر به پارامتر مقیاس طول مقادیر پایین سختی تماسی، مقادیر حساسیت پیش‌بینی شده از تئوری گرادیان کرنش، کمتر از مقادیر حساسیت حاصل از تئوری تیر کلاسیک می‌باشد. برای مد اول در مقادیر سختی تماسی حدود $\beta_n > 10$ و در مد دوم برای مقادیر سختی حدود $\beta_n > 120$ ، این شرایط عکس می‌گردد. همچنین، هنگامی که مقادیر سختی بطور تقریبی برابر مقادیر ذکر شده می‌گردد، حساسیت ارتعاشات میکروتیر مذکور مستقل از اندازه می‌گردد.

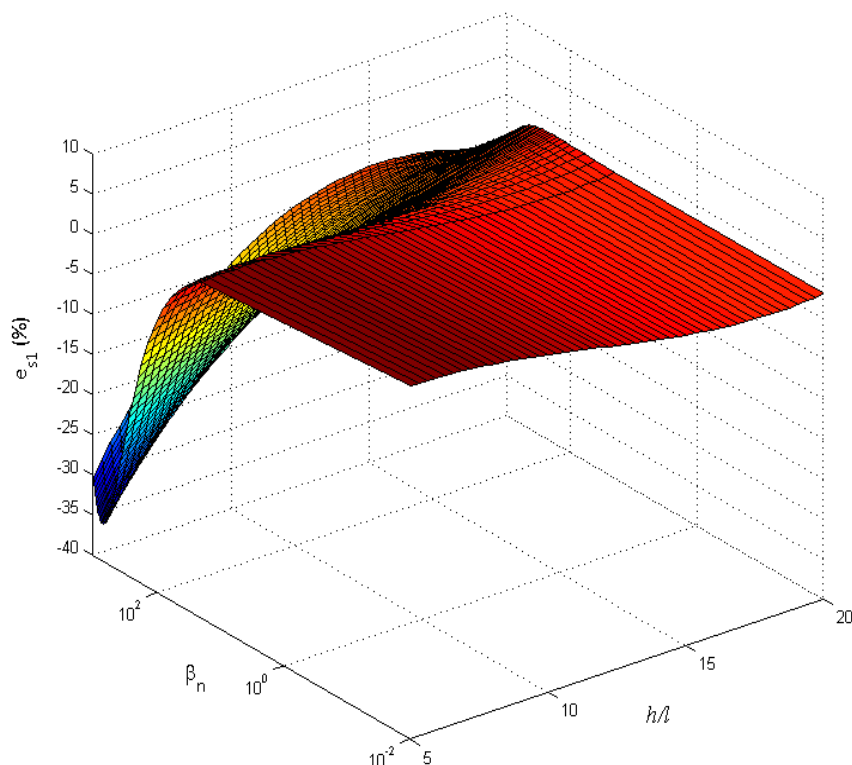
درصد خطای نسبی فرکانس اول و دوم که معیاری برای سنجش اختلاف دو تئوری گرادیان کرنش و تنش-کوپل اصلاح شده است نیز به صورت تابعی از سختی تماسی نرمال، β_n و نسبت بین ضخامت تیر به پارامتر مقیاس طول، h/l به ترتیب در شکل‌های ۳-۷ و ۳-۸ نشان داده شده است. با توجه به این دو شکل می‌توان نتیجه گرفت که مقادیر فرکانس حاصل از تئوری گرادیان کرنش در حالت کلی بیشتر از مقادیر فرکانس بدست آمده از تئوری تنش-کوپل اصلاح شده می‌باشد. همچنین نتیجه می‌شود که با کاهش نسبت h/l ، اختلاف بین دو تئوری در پیش‌بینی مقادیر فرکانسی اول و دوم بیشتر



شکل ۳-۷ درصد خطای نسبی فرکانس اول به صورت تابعی از سختی نرمال، β_n و برای مقادیر مختلف نسبت ضخامت تیر به پارامتر مقیاس طول، h/l



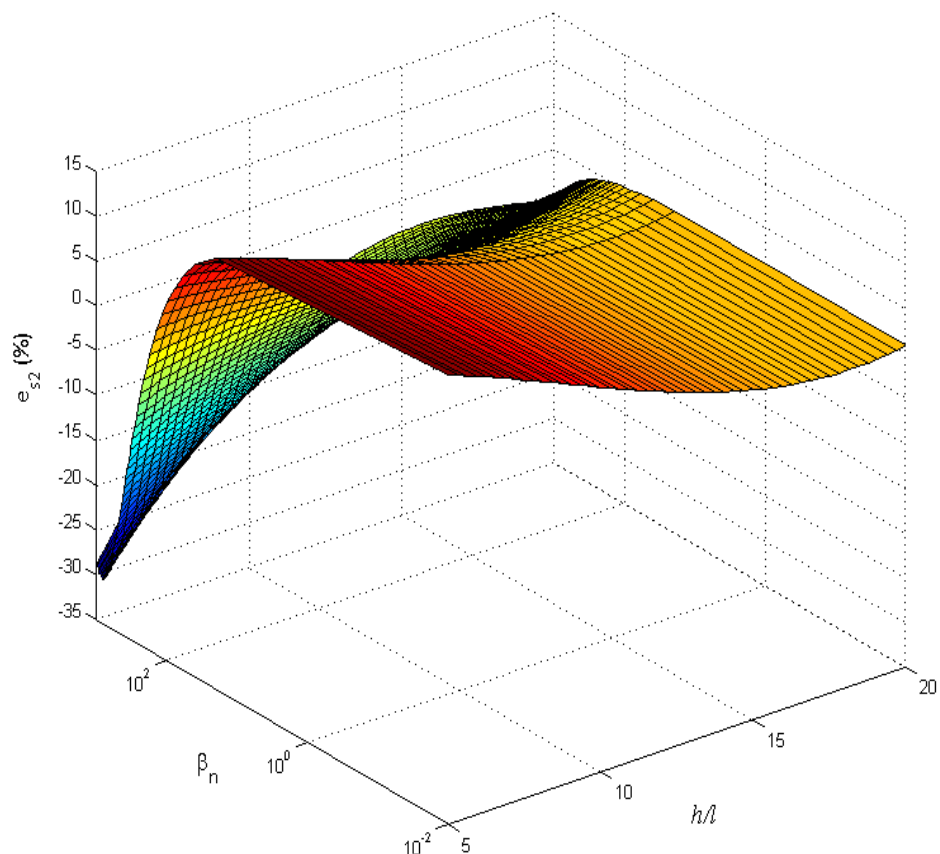
شکل ۳-۸ درصد خطای نسبی فرکانس دوم به صورت تابعی از سختی نرمال، β_n و برای مقادیر مختلف نسبت ضخامت تیر به پارامتر مقیاس طول، h/l



شکل ۳-۹ درصد خطای نسبی حساسیت اول به صورت تابعی از سختی نرمال، β_n و برای مقادیر مختلف نسبت ضخامت تیر به پارامتر مقیاس طول، h/l

می‌گردد و بیشترین اختلاف بین دو تئوری در مقادیر بسیار بالای سختی تماسی، هنگامی که ضخامت میکروتیر در حدود پارامتر مقیاس طول می‌باشد، وجود دارد. همچنین با مقایسه دو شکل پیداست که درصد اختلاف بین دو تئوری در پیش‌بینی فرکانس مد دوم قدری بیشتر از فرکانس مد اول است، اگر چه روند تغییرات دو نمودار بسیار مشابه می‌باشد.

شکل‌های ۳-۹ و ۳-۱۰ نیز به ترتیب درصد خطای نسبی حساسیت اول و دوم را برای مقادیر مختلف از سختی تماسی، β_n و نسبت ضخامت تیر به پارامتر مقیاس طول، h/l نشان می‌دهند. با توجه به این دو شکل، هنگامی که مقادیر سختی تماسی پایین است، مقادیر حساسیت حاصل از تئوری گرادیان کرنش کمتر از مقادیر حساسیت حاصل از تئوری تنش-کوپل اصلاح شده می‌باشد. این در حالی است که برای مقادیر بالای سختی تماسی، شرایط عکس می‌باشد. با توجه به این دو شکل، بیشترین اختلاف بین دو شکل برای مقادیر بالای سختی تماسی و پایین نسبت h/l می‌باشد. در مقادیر پایین سختی تماسی، به خصوص هنگامی که مقدار ضخامت تیر از مقدار پارامتر مقیاس طول



شکل ۳-۱۰ درصد خطای نسبی حساسیت دوم به صورت تابعی از سختی نرمال، β_n و برای مقادیر مختلف نسبت ضخامت تیر به پارامتر مقیاس طول، h/l

فاصله می‌گیرد، اختلاف بین دو تئوری حداقل می‌گردد. همچنین از مقایسه دو شکل ۳-۹ و ۳-۱۰ می‌توان دریافت که روند تغییرات دو مد به طور تقریبی مشابه یکدیگر است، اما در مقادیر پایین سختی تماسی، قدری اختلاف بین مقادیر درصد خطای نسبی اول و دوم دیده می‌شود. بطور کلی از تحلیل انجام گرفته می‌توان اینگونه نتیجه گرفت که هنگامی که ضخامت تیر در محدوده پارامتر مقیاس طول قرار می‌گیرد، به ویژه هنگامی که از میکروسکوپ برای روبش نمونه‌های سخت‌تر استفاده می‌گردد، استفاده از تئوری الاستیسیته گرادیان کرنش برای پیش‌بینی رفتار ارتعاشاتی میکروتیر یکسردرگیر ضروری می‌نماید.

۳-۳ ارتعاشات غیرخطی میکروتیر متداول میکروسکوپ نیرو اتمی

در این بخش، پاسخ‌های فرکانسی میکروسکوپ نیرو اتمی دینامیکی به وسیله تئوری تنش-کوپل اصلاح شده مورد تحلیل قرار گرفته است. ابتدا به وسیله تئوری مکانیک تماسی^۱ DMT، نیروهای برهم‌کنش بین نوک تیر میکروسکوپ دینامیکی و سطح نمونه مدل شده است و با بهره‌گیری از اصل هامیلتون و بر اساس معادلات ساختاری تئوری الاستیسیته تنش-کوپل اصلاح شده، معادله حرکت و شرایط مرزی میکروتیر بدست آمده است. سپس با استفاده از تئوری اغتشاشات^۲ و به وسیله روش مقیاس‌های چندگانه^۳، معادلات غیرخطی بدست آمده، حل شده است. همچنین روابطی برای فرکانس غیرخطی و فاکتور میرایی غیرخطی حاصل گشته است. در نهایت در بخش ۳-۵، با استفاده از روابط بدست آمده، پاسخ‌های فرکانسی سیستم مورد تحلیل قرار گرفته و تاثیر پارامترهای مختلف نظیر پارامتر مقیاس طول و مکان نوک بر فرکانس و میرایی غیرخطی سیستم بررسی شده است.

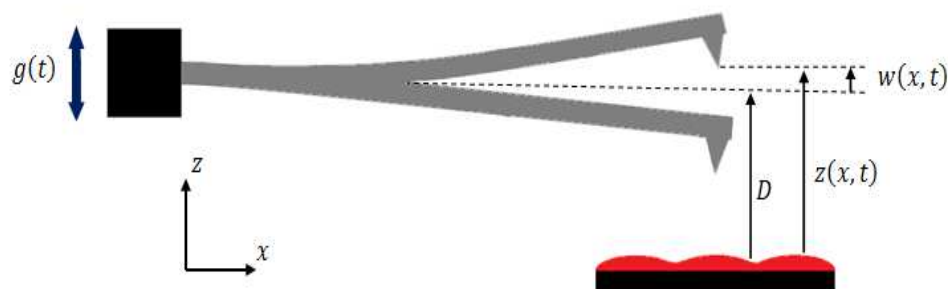
۳-۳-۱ مدل سازی میکروتیر میکروسکوپ نیرو اتمی

شکل ۳-۱۱، شماتیک یک تیر میکروسکوپ نیرو اتمی دینامیکی در حال روبش سطح نمونه در مد متناوب را نشان می‌دهد. میکروتیر یکسردرگیر مورد نظر، یک تیر مستطیل شکل با ضخامت h ، عرض b و طول L می‌باشد. فرض نموده‌ایم نوک تیر بطور دقیق در انتهای آن قرار نگرفته باشد و دارای فاصله L_1 از سر درگیر و L_2 از سر آزاد تیر باشد. با توجه به شکل ۳-۱۱، D فاصله جدایی تعادلی بین نوک و سطح نمونه در حالت عدم وجود نیروهای برهم‌کنش بین نوک و سطح می‌باشد. $z(x, t)$ فاصله لحظه‌ای بین نوک و نمونه بوده و $v(x, t)$ خیز تیر نسبت به یک دستگاه مختصات غیراینرسی متصل به نگهدارنده آن می‌باشد. تیر میکروسکوپ به وسیله یک محرک پیزوالکتریک تحت حرکت هارمونیک با رابطه $g(t) = h_g \cos(\omega t)$ بوده که در آن h_g دامنه تحریک و ω فرکانس تحریک می‌باشد.

¹ Derjaguin-Müller-Toporov

² Perturbation Technique

³ Multiple Scales Method



شکل ۱۱-۳ شماتیک میکروتیر میکروسکوپ نیرو اتمی دینامیکی در مد متناوب در حال روبش سطح نمونه

$w(x, t)$ نیز خیز تیر نسبت به یک دستگاه اینرسی متصل به زمین می‌باشد که به صورت زیر بدست می‌آید:

$$w(x, t) = v(x, t) + g(t) \quad (۴۳-۳)$$

همچنین فاصله لحظه‌ای بین نوک و سطح نمونه، $z(x, t)$ به صورت زیر تعریف می‌گردد:

$$z(x, t) = D + v(x, t) + g(t) = D + w(x, t) \quad (۴۴-۳)$$

۳-۳-۲ برهم‌کنش بین نوک و سطح نمونه

برای مدل نمودن نیروهای برهم‌کنش بین نوک و سطح نمونه مدل‌های متفاوتی وجود دارد. نخستین مدل تماسی در سال ۱۸۸۲ توسط هرتر [۱۳۲] ارائه گردید که به مدل هرترزین معروف می‌باشد. این مدل دو سطح تماسی را به صورت دو کره مدل نموده و از نیروهای چسبندگی صرف‌نظر می‌نماید. لذا این مدل تنها هنگامی مناسب است که نیروهای چسبندگی بسیار کوچک‌تر از نیروهای خارجی موجود دیگر باشند. پس از مدل ارائه شده توسط هرترز، مدل‌های دیگری توسط سایر محققان ارائه شدند [۱۳۳]. از میان آنها، دو مدل JKR^1 و DMT^2 از دقت بالاتری برای مدل نمودن تماس بین دو جسم برخوردارند [۱۳۳، ۱۳۴]. از تئوری JKR برای مدل نمودن تماس بین نوک‌های بلند و سطوح

¹ Johnson, Kendall, Roberts

² Derjaguin-Müller-Toporov

نرم با چسبندگی زیاد استفاده می‌شود. اما از تئوری DMT برای مدل کردن تماس بین نوک‌های کوتاه و سطوح سخت با چسبندگی کم استفاده می‌گردد.

در این تحقیق فرض شده است تیرهایی با جنس سیلیکون با نوک‌های تیز برای روبش سطح نمونه مورد استفاده قرار گیرند. همچنین جنس ماده نمونه مورد نظر ¹HOPG در نظر گرفته شده است که یک ماده سخت با میزان چسبندگی پایین است. لذا با توجه به این فرضیات می‌توان نتیجه گرفت که تئوری DMT، تئوری مناسب برای مدل نمودن تماس بین نوک و سطح نمونه می‌باشد. در مدل تماسی DMT، نیروهای برهم‌کنش به وسیله نیروهای وان‌دروالس و نیروهای تماسی DMT بین راس کروی نوک با شعاع R و یک سطح هموار، مدل می‌گردند. بدین ترتیب، می‌توان نیروهای برهم‌کنش بین نوک و سطح را به صورت زیر در نظر گرفت [۳۷، ۴۷]:

$$F_{tsd}(z) = \begin{cases} -\frac{HR}{6z^2} & , z > a_0 \\ -\frac{HR}{6a_0^2} + \frac{4}{3}E^*\sqrt{R}(a_0 - z)^{3/2} & , z \leq a_0 \end{cases} \quad (۴۵-۳)$$

در رابطه فوق، H ثابت هاماکر، R شعاع نوک، z فاصله آنی بین نوک و سطح و a_0 فاصله بین مولکولی که در آن تماس آغاز می‌گردد، می‌باشد. همچنین E^* مدول الاستیک موثر بین نوک و نمونه بوده که به صورت زیر داده می‌شود [۳۷]:

$$\frac{1}{E^*} = \frac{1-\nu_t^2}{E_t} + \frac{1-\nu_s^2}{E_s} \quad (۴۶-۳)$$

ν_t ، ν_s و E_t و E_s به ترتیب ضریب پواسان و مدول الاستیک نوک و نمونه می‌باشند. همانطور که از رابطه (۴۶-۳) پیداست، بسته به فاصله بین نوک و سطح نمونه، ماهیت نیروها می‌تواند از نوع جاذبه یا دافعه باشد. هنگامی که $z > a_0$ است، نیروهای موجود بین نوک و تیر از نوع نیروهای جاذبه وان-دروالسی می‌باشند. اما با کم‌تر شدن فاصله لحظه‌ای بین نوک و نمونه از فاصله بین مولکولی، $z \leq a_0$ ماهیت نیروها به صورت دافعه خواهد بود. طبق رابطه (۴۶-۳)، هنگامی که تماس برقرار می‌گردد،

¹ Highly Oriented Pyrolytic Graphite

ماهیت نیروهای بین نوک و سطح نمونه، از نوع وان دروالس بوده که برابر $\frac{HR}{6a_0^2}$ است، می باشد. اگر

اتلاف انرژی قابل ملاحظه باشد، نیروهای ویسکوالاستیک نیز در حالت $z < a_0$ اضافه می گردند.

$$F_{tsv}(z, \dot{z}) = D_{ts}(a_0 - z)\dot{z} \quad (47-3)$$

که در این رابطه، D_{ts} ضریب میرایی بین نوک و سطح نمونه می باشد. با فرض وجود اتلاف انرژی،

نیروهای برهم کنش بین نوک و سطح نمونه به صورت زیر فرض می گردد [47]:

$$F_{ts}(z, \dot{z}) = F_{tsd}(z) + F_{tsv}(z, \dot{z}) = \begin{cases} -\frac{HR}{6z^2} & , z > a_0 \\ -\frac{HR}{6a_0^2} + \frac{4}{3}E^*\sqrt{R}(a_0 - z)^{3/2} + D_{ts}(a_0 - z)\dot{z} & , z \leq a_0 \end{cases} \quad (48-3)$$

۳-۳-۳ معادله دیفرانسیل و شرایط مرزی

برای یک تیر متداول DAFM در مد متناوب، انحراف تیر در حدود $(5 \sim 100nm)$ بوده و ضخامت

تیر در حدود $(0.5 \sim 7.5\mu m)$ می باشد. این در حالی است که طول تیرهای بکار رفته در مد متناوب

در حدود $(90 \sim 500\mu m)$ می باشد [92]. از اینرو می توان میکروتیر DAFM در مد متناوب را به

وسیله تئوری تیر اولر برنولی مدل نمود. برای میکروتیر DAFM نشان داده شده در شکل ۳-۱۱، می-

توان انرژی جنبشی را به صورت زیر در نظر گرفت:

$$T = \frac{1}{2} \int_0^L \rho_c A_c \left(\frac{\partial z}{\partial t} \right)^2 dx = \frac{1}{2} \int_0^L \rho_c A_c \left(\frac{\partial w}{\partial t} \right)^2 dx \quad (49-3)$$

که در رابطه فوق، ρ_c و A_c به ترتیب معرف چگالی ماده تیر و مساحت سطح مقطع تیر می باشند.

همچنین، بر اساس تئوری تنش-کوپل اصلاح شده، انرژی پتانسیل برای میکروتیر مورد نظر برابر

خواهد بود با [135]:

$$U = \frac{1}{2} \int_0^L (EI_c + GA_c l^2) \left(\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} \right)^2 dx = \frac{1}{2} \int_0^L (EI_c + GA_c l^2) \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} \right)^2 dx \quad (50-3)$$

E و G به ترتیب مدول الاستیک و مدول برشی ماده تیر و I_c ممان اینرسی سطح مقطع تیر می باشند.

l نیز پارامتر مقیاس طول ماده تیر بوده که برای سیلیکون حدود $0.167\mu m$ در نظر گرفته شده است

[127].

اگر $f(x, t)$ معرف نیروی وارد شده بر تیر یکسردرگیر باشد، آنگاه می‌توان کار نیروهای غیرپایستار را به صورت زیر در نظر گرفت:

$$\delta w_{nc} = \int_0^L f(x, t) \delta w(x, t) dx = \int_0^L f(x, t) \delta v(x, t) dx \quad (51-3)$$

در میکروسکوپ نیرو اتمی دینامیکی دو نوع نیرو بر تیر وارد می‌شود. یک نیرو، نیروی برهم‌کنش بین نوک و سطح نمونه بوده که در بخش قبلی به طور مفصل به آن پرداخته شد. در حالت ایده‌آل، این نیرو باید به انتهای میکروتیر وارد شود. از آنجایی که به علت ابعاد بسیار پایین نوک و میکروتیر، امکان مونتاژ دقیق نوک در انتهای میکروتیر وجود ندارد، وجود فاصله‌ای حتی اندک بین محل قرارگیری نوک و سر آزاد میکروتیر یکسردرگیر امری اجتناب ناپذیر است. لذا این نیرو در عمل نمی‌تواند بطور دقیق به انتهای میکروتیر وارد شود. در این تحقیق، تاثیر وجود این فاصله را نیز در تحلیل حاضر مد نظر قرار داده‌ایم. لذا فرض نموده‌ایم نوک بطور دقیق در انتهای تیر قرار نگرفته و فاصله‌ای برابر L_1 و L_2 به ترتیب از سر درگیر و آزاد تیر میکروسکوپ داشته باشد. برای بررسی تاثیر این فاصله بر روی پاسخ‌های فرکانسی تیر، پارامتری به صورت $C_p = \frac{L_1}{L}$ که نشان دهنده محل قرارگیری یا تماس نوک بر روی تیر است را تعریف می‌نماییم. اما نیروی دیگری که در میکروسکوپ نیرو اتمی دینامیکی بر میکروتیر وارد می‌شود، نیروی میرایی بوده که تابع ضریب میرایی محیط عملکرد میکروسکوپ، هوا یا مایع می‌باشد. در این تحقیق فرض شده است که میکروسکوپ در هوا عمل می‌نماید. با توجه به موارد گفته شده، می‌توان نیروی وارد شده بر تیر یکسردرگیر را به صورت زیر در نظر گرفت:

$$f(x, t) = F_{ts}(z, \dot{z})\delta(x - L_1) - D_{air}\dot{w}(x, t) \quad (52-3)$$

که δ دلتای دیراک و D_{air} ضریب میرایی هوا می‌باشد. لازم به ذکر است در رابطه بالا، به علت ناچیز بودن ضریب میرایی ماده سازنده میکروتیر، از میرایی تیر یکسردرگیر صرف‌نظر شده است.

برای بدست آوردن معادله حرکت و شرایط مرزی میکروتیر مورد نظر بر اساس تئوری تنش-کوپل اصلاح شده، از اصل هامیلتون، رابطه (3-14) استفاده می‌نماییم.

با توجه به معادله (3-49)، تغییرات انرژی جنبشی به صورت زیر بدست می‌آید:

$$\begin{aligned}
\int_{t_1}^{t_2} \delta T dt &= \int_{t_1}^{t_2} \delta \left[\frac{1}{2} \int_0^L \rho A \left(\frac{\partial w(x,t)}{\partial t} \right)^2 dx \right] dt = \int_{t_1}^{t_2} \int_0^L \rho A \frac{\partial w(x,t)}{\partial t} \frac{\partial}{\partial t} \delta w dx dt \\
&= \int_0^L \rho A \frac{\partial w(x,t)}{\partial t} \delta w \Big|_{t_1}^{t_2} dx - \int_0^L \int_{t_1}^{t_2} \rho A \frac{\partial^2 w(x,t)}{\partial t^2} \delta w dt dx \\
&= - \int_0^L \int_{t_1}^{t_2} \rho A \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} \delta w dt dx \quad (53-3)
\end{aligned}$$

تغییرات انرژی پتانسیل نیز برابر خواهد بود با:

$$\begin{aligned}
\delta U &= \delta \left(\frac{1}{2} \int_0^L \left[EI_c \lambda \left(\frac{\partial^2 v}{\partial t^2} \right)^2 \right] dx \right) = \int_0^L EI_c \lambda \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \frac{\partial^2}{\partial x^2} \delta w dx = \int_0^L EI_c \lambda \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \frac{\partial^2}{\partial x^2} \delta w dx \\
&= \int_0^L EI_c \lambda \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} \delta w dx - EI_c \lambda \frac{\partial^3 w}{\partial x^3} \delta w \Big|_0^L + EI_c \lambda \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \delta \frac{\partial w}{\partial x} \Big|_0^L \quad (54-3)
\end{aligned}$$

که در رابطه فوق $\lambda = 1 + \frac{12G}{E(h/l)^2}$ می‌باشد. با جایگذاری روابط (51-3)، (53-3) و (54-3) در معادله (54-3)، معادله حرکت سیستم به صورت زیر بدست می‌آید:

$$\rho_c A_c \left(\frac{\partial^2 v}{\partial t^2} + \frac{\partial^2 g}{\partial t^2} \right) + (EI_c + GA_c l^2) \frac{\partial^4 v}{\partial x^4} - f(x, t) = 0 \quad (55-3)$$

همچنین، با جایگزین نمودن معادلات (52-3) در معادله فوق و با در نظر گرفتن $g(t) = h_g \cos(\omega t)$ می‌توان رابطه (55-3) را به صورت زیر بازنویسی نمود:

$$\begin{aligned}
\rho_c A_c \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} - \rho_c A_c h_g \omega^2 \cos(\omega t) + EI_c \lambda \frac{\partial^4 v}{\partial x^4} \\
= F_{ts}(z, \dot{z}) \delta(x - L_1) - D_{air} \left(\frac{\partial v}{\partial t} - h_g \omega \sin(\omega t) \right) \quad (56-3)
\end{aligned}$$

با ساده‌سازی معادله فوق، معادله حرکت در نهایت به صورت زیر بدست می‌آید:

$$\begin{aligned}
EI_c \lambda \frac{\partial^4 v}{\partial x^4} + D_{air} \frac{\partial v}{\partial t} + \rho_c A_c \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} \\
= F_{ts}(z, \dot{z}) \delta(x - L_1) + \rho_c A_c h_g \omega^2 \cos(\omega t) + D_{air} h_g \omega \sin(\omega t) \quad (57-3)
\end{aligned}$$

شرایط مرزی نیز به صورت زیر در نظر گرفته می‌شود:

$$v(0, t) = \frac{\partial v(0, t)}{\partial x} = 0 \quad \frac{\partial^2 v(L, t)}{\partial x^2} = \frac{\partial^3 v(L, t)}{\partial x^3} = 0 \quad (58-3)$$

برای حل معادله مشتق جزئی (57-3) و تحلیل فرکانسی سیستم، توابع مکان و زمان باید گسسته شوند. بدین منظور از روش گالرکین [28] استفاده شده است:

$$v(x, t) = \sum_{i=1}^{\infty} v_i(x, t) = \sum_{i=1}^{\infty} \alpha_i(x) q_i(t) \quad (59-3)$$

که در رابطه فوق، q_i مختصات تعمیم یافته وابسته به زمان بوده و α_i توابع تطبیقی^۱ می باشند. برای بدست آوردن این توابع، از توابع شکل مد خطی استفاده می نماییم که با فرض یک سیستم خطی، غیرمیرا و تحت ارتعاشات آزاد بدست می آیند. معادله حرکت و شرایط مرزی یک سیستم خطی، غیرمیرا و تحت ارتعاشات آزاد بر اساس تئوری تنش-کوپل اصلاح شده، به صورت زیر می باشد:

$$EI_c \lambda \frac{\partial^4 v}{\partial x^4} + \rho_c A_c \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} = 0 \quad (60-3)$$

$$v(0, t) = \frac{\partial v(0, t)}{\partial x} = 0 \quad \frac{\partial^2 v(L, t)}{\partial x^2} = \frac{\partial^3 v(L, t)}{\partial x^3} = 0 \quad (61-3)$$

با فرض حلی هارمونیک به صورت $v(x, t) = \alpha_i(x) e^{i\omega_i t}$ و جایگذاری در معادله فوق خواهیم داشت:

$$\alpha_i^{(4)}(x) - \beta_i^4 \alpha_i(x) = 0 \quad (62-3)$$

که $\beta_i = \sqrt[4]{\frac{\rho_c A_c}{EI_c \lambda} \omega_i^2}$ عدد موج سیستم و ω_i فرکانس طبیعی خطی سیستم می باشد. با حل رابطه فوق، $\alpha_i(x)$ به صورت زیر بدست می آید:

$$\alpha_i(x) = C_i \left[\cos \beta_i x - \cosh \beta_i x + \frac{\cos \beta_i L + \cosh \beta_i L}{\sin \beta_i L + \sinh \beta_i L} (\sinh \beta_i x - \sin \beta_i x) \right] \quad (63-3)$$

برای تحلیل سیستم به صورت غیرخطی، C_i ($i = 1, 2, \dots$) طوری بدست خواهد آمد که $\alpha_i(L) = 1$ گردد. با معرفی $K = \beta L$ به عنوان عدد موج نرمالیز شده، می توان مقادیر K را از معادله مشخصه سیستم خطی که به صورت زیر تعریف می گردد، بدست آورد:

$$1 + \cos K \cosh K = 0 \quad (64-3)$$

که خواهیم داشت:

$$K_1 = 1.8751, K_2 = 4.6941, K_3 = 7.8548, K_4 = 10.9955, \dots \quad (65-3)$$

با جایگذاری معادله (۵۹-۳) در معادله (۵۷-۳) و ضرب طرفین رابطه در $\alpha_i(x)$ و در نهایت انتگرال-گیری از طرفین رابطه حاصل شده، معادله حرکت سیستم غیرخطی، میراشونده و تحت ارتعاشات اجباری به صورت زیر بدست می آید:

^۱ توابعی که باید در شرایط مرزی صدق نمایند اما ارضای معادله حرکت الزامی ندارد.

$$m_i \ddot{q}_i + d_i \dot{q}_i + k_i q_i = F_{ts}(z, \dot{z}) \alpha_i(L_1) + h_g \int_0^L \alpha_i(x) dx [\rho A \omega^2 \cos(\omega t) + D_{air} \omega \sin(\omega t)] \quad (۶۶-۳)$$

که:

$$m_i = \rho_c A_c \int_0^L \alpha_i^2(x) dx, \quad d_i = D_{air} \int_0^L \alpha_i^2(x) dx, \quad k_i = EI_c \lambda \int_0^L \alpha_i^{(4)}(x) \alpha_i(x) dx \quad (۶۷-۳)$$

m_i , d_i و k_i به ترتیب معرف جرم موثر، میرایی موثر و سختی موثر سیستم می‌باشند.

با توجه به رابطه (۶۲-۳)، می‌توان سختی موثر را به صورت زیر بازنویسی نمود:

$$k_i = EI_c \lambda \beta_i^4 \int_0^L \alpha_i^2(x) dx \quad (۶۸-۳)$$

که در نتیجه رابطه‌ای به صورت زیر بین جرم موثر و سختی موثر برقرار می‌باشد:

$$\frac{k_i}{m_i} = \omega_i^2 \quad (۶۹-۳)$$

همانطور که پیشتر گفته شد، فرض نموده‌ایم $\alpha_i(L) = 1$. با توجه به این فرض، برای یک تیر یکسردرگیر می‌توان ثابت نمود که $\int_0^L \alpha_i^2(x) dx = \frac{L}{4}$. با تقسیم طرفین رابطه (۶۶-۳) بر m_i خواهیم داشت:

$$\ddot{q}_i + \frac{d_i}{m_i} \dot{q}_i + \omega_i^2 q_i = \frac{\alpha_i(L_1)}{m_i} F_{ts}(z, \dot{z}) + h_g \int_0^L \alpha_i(x) dx \left[\frac{\rho A \omega^2}{m_i} \cos(\omega t) + \frac{D_{air} \omega}{m_i} \sin(\omega t) \right] \quad (۷۰-۳)$$

با معرفی عبارت بی‌بعد برای زمان به صورت $\tau = \omega_i t$ ، می‌توان رابطه (۷۰-۳) را نسبت به زمان بی‌بعد نمود:

$$\frac{d^2 q_i}{d\tau^2} + \frac{1}{Q_i} \frac{dq_i}{d\tau} + q_i = \frac{\alpha_i(L_1)}{k_i} F_{ts}(z, \dot{z}) + \frac{\rho A h_g \omega^2}{k_i} \int_0^L \alpha_i(x) dx \left[\cos(\Omega_i \tau) + \frac{1}{Q_i \Omega_i} \sin(\Omega_i \tau) \right] \quad (۷۱-۳)$$

در رابطه فوق $\Omega_i = \frac{\omega}{\omega_i}$ و همچنین پارامتر Q معرف فاکتور کیفیت بوده که به صورت $Q_i = \frac{m_i \omega_i}{d_i}$ تعریف می‌گردد.

عبارت داخل کلوشه در رابطه (۷۱-۳) را می‌توان به صورت زیر ساده نمود:

$$\cos(\Omega_i \tau) + \frac{1}{Q_i \Omega_i} \sin(\Omega_i \tau) = \sqrt{1 + \frac{1}{Q_i^2 \Omega_i^2}} \cos(\Omega_i t - \Phi_i) \quad (72-3)$$

که در آن $\Phi_i = \tan^{-1} \left(\frac{1}{Q_i \Omega_i} \right)$ می‌باشد. در مد متناوب فاکتور کیفیت بسیار بزرگ‌تر از واحد بوده ($Q \gg 1$) و همچنین فرکانس تحریک در حدود فرکانس طبیعی می‌باشد ($\omega \approx \omega_i$). لذا می‌توان فرض نمود:

$$\frac{1}{Q_i^2 \Omega_i^2} = 0 \quad \Phi_i = 0 \quad (73-3)$$

با در نظر گرفتن روابط (72-3) و (73-3)، می‌توان رابطه (71-3) را به صورت زیر بازنویسی نمود:

$$\frac{d^2 q_i}{d\tau^2} + \frac{1}{Q_i} \frac{dq_i}{d\tau} + q_i = \frac{\alpha_i(L_1)}{k_i} F_{ts}(z, \dot{z}) + F_{ext} \cos(\Omega_i \tau) \quad (74-3)$$

که در رابطه فوق:

$$F_{ext} = \frac{h_g \Omega_i^2}{L/4} \int_0^L \alpha_i(x) dx \quad (75-3)$$

در رابطه (74-3)، $z(L_1, \tau) = D + \alpha_i(L_1) q_i(\tau) + g(\tau)$ ، برای حالتی که نوک در انتهای تیر قرار گیرد، این رابطه به صورت $z(L, \tau) = D + q_i(\tau) + g(\tau)$ خواهد بود.

۳-۳-۴ تحلیل ارتعاشات غیرخطی میکروتیر میکروسکوپ نیرو اتمی

در این بخش، برای تحلیل رفتار دینامیکی غیرخطی میکروسکوپ نیرو اتمی دینامیکی، از تئوری نیمه تحلیلی اغتشاشات استفاده شده است. به این منظور از روش مقیاس‌های چندگانه^۱ استفاده نموده‌ایم [۵۷]. برای امکان اعمال روش مقیاس‌های چندگانه، معادله (74-3) را برای مد اول ارتعاشات به صورت زیر بازنویسی می‌نماییم:

$$\frac{d^2 q}{d\tau^2} + \frac{\varepsilon}{\tilde{Q}} \frac{dq}{d\tau} + q = \alpha_k \varepsilon f_{ts}(z, \dot{z}) + \varepsilon f_{ext} \cos(\Omega \tau) \quad (76-3)$$

که در آن:

$$\tilde{Q} = \varepsilon Q \quad F_{ts} = \varepsilon f_{ts} \quad F_{ext} = \varepsilon f_{ext} \quad \alpha_k = \frac{\alpha_1(L_1)}{k_1} \quad (77-3)$$

¹ Multiple Scales Method

در روابط (۷۶-۳) و (۷۷-۳)، ε یک پارامتر بسیار کوچک و مثبت می‌باشد. لذا طبق این روابط فرض شده است، $1/Q$ ، F_{ts} و F_{ext} نسبت به دامنه ارتعاشات نوک از مرتبه $O(\varepsilon)$ باشند. لازم به ذکر است در این روابط، $Q = Q_1$ ، $q = q_1$ و $\Omega = \Omega_1 = \frac{\omega}{\omega_1}$ می‌باشد.

در روش مقیاس‌های چندگانه، مقیاس‌های زمانی به صورت $T_0 = t$ و $T_1 = \varepsilon t$ معرفی می‌گردند که T_1 تغییرات در فرکانس سیستم به واسطه رفتار غیرخطی را نشان داده و T_0 نشان‌دهنده حرکت در فرکانس طبیعی ω_i می‌باشد.

طبق این روش، پاسخ‌های معادله (۷۶-۳) به صورت زیر تخمین زده می‌شود:

$$q = q_0(T_0, T_1) + \varepsilon q_1(T_0, T_1) + \varepsilon^2 q_2(T_0, T_1) + \dots \quad (۷۸-۳)$$

همچنین، مشتقات زمانی به صورت زیر تعریف می‌گردند:

$$\frac{d}{d\tau} = D_0 + \varepsilon D_1 + \dots + \varepsilon^n D_n \quad (۷۹-۳)$$

$$\frac{d^2}{d\tau^2} = D_0^2 + 2\varepsilon D_0 D_1 + \dots \quad (۸۰-۳)$$

که در روابط فوق، $D_n = \partial/\partial T_n$ می‌باشد.

با جایگذاری روابط (۷۸-۳) تا (۸۰-۳) در معادله (۷۶-۳) خواهیم داشت:

$$D_0^2(q_0 + \varepsilon q_1 + \dots) + 2\varepsilon D_0 D_1(q_0 + \varepsilon q_1 + \dots) + \frac{\varepsilon}{Q}(D_0(q_0 + \varepsilon q_1 + \dots) + \varepsilon D_1(q_0 + \varepsilon q_1 + \dots)) + (q_0 + \varepsilon q_1 + \dots) = \alpha_k \varepsilon f_{ts}(z, \dot{z}) + \varepsilon f_{ext} \cos(\Omega T_0) \quad (۸۱-۳)$$

با مساوی قرار دادن توان‌های یکسان ε در دو طرف معادله فوق، مجموعه‌ای از معادلات دیفرانسیل به صورت زیر حاصل می‌گردد:

$$(\varepsilon^0): D_0^2 q_0 + q_0 = 0 \quad (۸۲-۳)$$

$$(\varepsilon^1): D_0^2 q_1 + q_1 = -2D_0 D_1 q_0 - \frac{1}{Q} D_0 q_0 + \alpha_k f_{ts} + f_{ext} \cos(\Omega T_0) \quad (۸۳-۳)$$

برای معادله (۸۲-۳) می‌توان حلی به فرم زیر یافت:

$$q_0 = a \cos(\tau + \beta) = a \cos(T_0 + \beta) \quad (۸۴-۳)$$

با استفاده از تعریف تابع کسینوس به صورت تابع نمایی مختلط، می توان حل (۸۴-۳) را به صورت زیر بازنویسی نمود:

$$q_0 = A(T_1)e^{iT_0} + \bar{A}(T_1)e^{-iT_0} \quad (۸۵-۳)$$

که:

$$A(T_1) = \frac{1}{2}ae^{i\beta} \quad \bar{A}(T_1) = \frac{1}{2}ae^{-i\beta} \quad (۸۶-۳)$$

با جاگزین نمودن حل (۸۵-۳) در رابطه (۸۳-۳) و ساده سازی، نتیجه می شود:

$$D_0^2 q_1 + q_1 = -i \left(2A' + \frac{1}{Q}A \right) e^{iT_0} + i \left(2\bar{A}' + \frac{1}{Q}\bar{A} \right) e^{-iT_0} + \alpha_k f_{ts} + f_{ext} \cos(\Omega T_0) \quad (۸۷-۳)$$

در تحلیل حاضر، به دنبال پاسخ های با مرتبه $O(\varepsilon)$ می باشیم. لذا پاسخ (۷۸-۳)، به صورت زیر در نظر گرفته می شود:

$$q = q_0(T_0, T_1) + O(\varepsilon) = a \cos(T_0 + \beta) + O(\varepsilon) \quad (۸۹-۳)$$

همچنین به علت اینکه انحراف نوک، بسیار بزرگ تر از حرکت نگهدارنده تیر می باشد، یا به عبارت دیگر، $q(\tau) \gg y(\tau) = h_g \cos(\Omega T_0)$ می توان حرکت نوک نسبت به سطح نمونه را به صورت زیر تقریب زد:

$$z(L_1, \tau) \approx D + \alpha_i(L_1)q(\tau) = D + \alpha_i(L_1)a \cos(T_0 + \beta) = D + \alpha_i(L_1)a \cos \varphi \quad (۹۰-۳)$$

که در رابطه فوق، $\varphi = T_0 + \beta$ می باشد. برای پیدا نمودن حل رابطه (۸۷-۳)، می توان قسمت $f_{ts}(z, \dot{z})$ را به وسیله سری فوریه بسط داد:

$$f_{ts}(z, \dot{z}) = f_{ts}(D + a \cos \varphi, -a \sin \varphi) = f_0 + \sum_{n=1}^{\infty} f_n \cos n\varphi + \sum_{n=1}^{\infty} g_n \sin n\varphi \quad (۹۱-۳)$$

که:

$$f_0 = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} f_{ts}(D + a \cos \varphi, -a \sin \varphi) d\varphi \quad (۹۲-۳)$$

$$f_n = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} f_{ts}(D + a \cos \varphi, -a \sin \varphi) \cos n\varphi d\varphi \quad (۹۳-۳)$$

$$g_n = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} f_{ts}(D + a \cos \varphi, -a \sin \varphi) \sin n\varphi d\varphi \quad (۹۴-۳)$$

با جایگزین نمودن رابطه (۳-۹۱) در رابطه (۳-۸۷) و استفاده از تعریف توابع سینوس و کسینوس به صورت توابع نمایی مختلط، معادله زیر حاصل می‌گردد:

$$D_0^2 q_1 + q_1 = -i \left(2A' + \frac{1}{Q} A \right) e^{iT_0} + i \left(2\bar{A}' + \frac{1}{Q} \bar{A} \right) e^{-iT_0} \\ + \alpha_k f_0 + \frac{\alpha_k}{2} \sum_{n=1}^{\infty} f_n [e^{in(T_0+\beta)} + e^{-in(T_0+\beta)}] \\ + \frac{\alpha_k}{2i} \sum_{n=1}^{\infty} g_n [e^{in(T_0+\beta)} - e^{-in(T_0+\beta)}] + \frac{1}{2} f_{ext} (e^{i\Omega T_0} + e^{-i\Omega T_0}) \quad (۳-۹۵)$$

به علت اینکه $\Omega \approx 1$ می‌باشد، یک پارامتر انحراف از تشدید^۱، σ به صورت زیر تعریف می‌گردد:

$$\Omega = 1 + \varepsilon \sigma \quad (۳-۹۶)$$

با قرار دادن رابطه (۳-۹۶) در رابطه (۳-۹۵) عبارت زیر حاصل می‌گردد:

$$D_0^2 q_1 + q_1 = -i \left(2A' + \frac{1}{Q} A \right) e^{iT_0} + i \left(2\bar{A}' + \frac{1}{Q} \bar{A} \right) e^{-iT_0} \\ + \alpha_k f_0 + \frac{\alpha_k}{2} \sum_{n=1}^{\infty} f_n [e^{in(T_0+\beta)} + e^{-in(T_0+\beta)}] \\ + \frac{\alpha_k}{2i} \sum_{n=1}^{\infty} g_n [e^{in(T_0+\beta)} - e^{-in(T_0+\beta)}] + \frac{1}{2} f_{ext} (e^{i(T_0+\sigma T_1)} + e^{-i(T_0+\sigma T_1)}) \quad (۳-۹۷)$$

شرط حل‌پذیری معادله (۳-۹۷)، ممانعت از شکل‌گیری جمله بسیار بزرگ پاسخ زمانی است. لذا می‌بایستی ضریب جمله e^{iT_0} در این معادله صفر گردد:

$$-i \left(2A' + \frac{1}{Q} A \right) + \frac{\alpha_k}{2} f_1 e^{i\beta} + \frac{\alpha_k}{2i} g_1 e^{i\beta} + \frac{1}{2} f_{ext} e^{i\sigma T_1} = 0 \quad (۳-۹۸)$$

با در نظر گرفتن رابطه (۳-۸۶)، رابطه (۳-۹۸) به صورت زیر باز نویسی می‌گردد:

$$-ia' + a\beta' - \frac{i}{2Q} a + \frac{\alpha_k}{2} f_1 - \frac{i\alpha_k}{2} g_1 + \frac{1}{2} f_{ext} e^{i(\sigma T_1 - \beta)} = 0 \quad (۳-۹۹)$$

که با جدا نمودن قسمت‌های حقیقی و موهومی رابطه (۳-۹۹)، رابطه زیر نتیجه گرفته می‌شود:

$$\begin{cases} a' = -\frac{1}{2Q} a - \frac{\alpha_k}{2} g_1 + \frac{1}{2} f_{ext} \sin(\sigma T_1 - \beta) \\ a\beta' = -\frac{\alpha_k}{2} f_1 - \frac{1}{2} f_{ext} \cos(\sigma T_1 - \beta) \end{cases} \quad (۳-۱۰۰)$$

با یک انتقال به فرم $\gamma = \sigma T_1 - \beta$ ، به قسمی که $\gamma' = \sigma - \beta'$ می‌باشد، می‌توان رابطه (۳-۱۰۰) را

به صورت زیر بازنویسی نمود:

^۱ Detuning parameter

$$\begin{cases} a' = -\frac{1}{2\bar{Q}}a - \frac{\alpha_k}{2}g_1 + \frac{1}{2}f_{ext} \sin \gamma \\ a\gamma' = a\sigma + \frac{\alpha_k}{2}f_1 + \frac{1}{2}f_{ext} \cos \gamma \end{cases} \quad (۱۰۱-۳)$$

که با توجه به رابطه (۸۹-۳)، پاسخ معادله به صورت زیر می‌باشد:

$$q = a \cos(\tau + \beta) + O(\varepsilon) = a \cos(\Omega\tau - \gamma) + O(\varepsilon) \quad (۱۰۲-۳)$$

که a ، β و γ از رابطه (۱۰۱-۳) بدست می‌آیند.

با توجه به رابطه (۱۰۱-۳)، می‌توان میرایی غیر خطی موثر و همچنین فرکانس غیر خطی موثر را به صورت زیر بدست آورد:

$$\mu_e = \frac{1}{2\bar{Q}} + \frac{\alpha_k}{2a}G_1 \quad (۱۰۳-۳)$$

$$\Omega_e = 1 - \frac{\alpha_k}{2a}F_1 \quad (۱۰۴-۳)$$

با توجه به روابط (۷۷-۳) و (۹۲-۳) تا (۹۴-۳)، $G_1 = \varepsilon g_1$ ، $F_1 = \varepsilon f_1$ و $Q = \frac{\bar{Q}}{\varepsilon}$ می‌باشند. از آنجا که سختی موثر، k پارامتری وابسته به اندازه است، لذا با توجه به وجود پارامتر α_k در روابط فوق، می‌توان دریافت که فرکانس غیر خطی و میرایی غیر خطی نیز مقادیری وابسته به اندازه می‌باشند.

فرکانس غیر خطی موثر نسبت بین فرکانس غیر خطی به فرکانس خطی سیستم می‌باشد. لذا با توجه به رابطه (۱۰۴-۳)، می‌توان فرکانس غیر خطی مد اول را با استفاده از رابطه زیر بدست آورد:

$$\omega_{NL} = \omega_1 \left(1 - \frac{\alpha_k}{2a}F_1\right) \quad (۱۰۵-۳)$$

با جایگزین نمودن روابط (۱۰۳-۳) و (۱۰۴-۳) در رابطه (۱۰۱-۳)، خواهیم داشت:

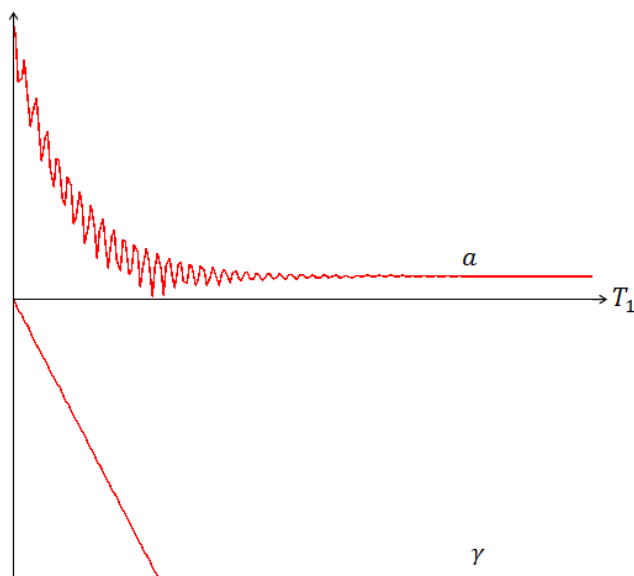
$$\begin{cases} a' = -\frac{a}{\varepsilon} \left(\mu_e - \frac{1}{2a}F_{ext} \sin \gamma \right) \\ \gamma' = \frac{1}{\varepsilon} \left((\Omega - \Omega_e) + \frac{1}{2a}F_{ext} \cos \gamma \right) \end{cases} \quad (۱۰۶-۳)$$

که در رابطه فوق، $F_{ext} = \varepsilon f_{ext}$ می‌باشد.

شکل ۱۲-۳ تغییرات a و γ را نسبت به T_1 نشان می‌دهد که به وسیله انتگرال گیری عددی رابطه (۳-۳)

(۱۰۶) بدست آمده است. همانطور که از شکل پیداست، در ابتدا a و γ با تغییرات T_1 نوسان می‌نمایند.

اما با افزایش T_1 ، a و γ در نهایت به مقادیر ثابتی میل می‌نمایند. از اینرو می‌توان آنها را مقادیر حالت



شکل ۳-۱۲ تغییرات a و γ نسبت به T_1 برای $\varepsilon = 0.1$, $h_g = 0.5e - 9$, $a(0) = 7.5e - 9$ و $\gamma(0) = 0.5$ یکنوا^۱ در نظر گرفت و از تغییرات آنها صرف نظر نمود. در نتیجه، می توان رابطه (۳-۱۰۶) را به صورت زیر بازنویسی نمود:

$$F_{ext} \sin \gamma = 2a\mu_e \quad (۳-۱۰۷)$$

$$F_{ext} \cos \gamma = 2a(\Omega_e - \Omega) \quad (۳-۱۰۸)$$

با توجه به رابطه فوق، می توان پاسخ های فرکانسی سیستم مورد نظر را به صورت زیر تحلیل نمود:

$$a = \frac{F_{ext}}{2\sqrt{\mu_e^2 + (\Omega_e - \Omega)^2}} \quad (۳-۱۰۹)$$

$$\gamma = \tan^{-1} \left(\frac{\mu_e}{\Omega_e - \Omega} \right) \quad (۳-۱۱۰)$$

برای بررسی حل پایدار معادلات (۳-۱۰۹) و (۳-۱۱۰)، ماتریس ژاکوبین معادلات (۳-۱۰۷) و (۳-۱۰۸) در نقاط تعادلی $(a_0 - \gamma_0)$ به صورت زیر بدست می آید:

$$J(a = a_0, \gamma = \gamma_0) = \begin{vmatrix} 2\mu_e + 2a \frac{d\mu_e}{da} & -F_{ext} \cos \gamma \\ 2(\Omega_e - \Omega) + 2a \frac{d\Omega_e}{da} & F_{ext} \sin \gamma \end{vmatrix} \quad (۳-۱۱۱)$$

^۱ Steady state values

جدول ۲-۳ خصوصیات هندسی تیرهای میکروسکوپ دینامیکی جهت تحلیل رفتار ارتعاشاتی در مد متناوب [۱۲۸]

نوع میکروتیر	$L (\mu m)$	$b (\mu m)$	$h (\mu m)$	$R (\mu m)$	h/l
Mikro masch NSC 35-C	۱۲۵	۳۲/۵	۲/۰۱	۱۰	۳
Budget Tap300DLC	۱۲۵	۳۲/۵	۴/۰۲	۱۲	۶
Mikro masch NSC 16	۲۲۵	۳۷/۵	۶/۷	۲۲	۱۰

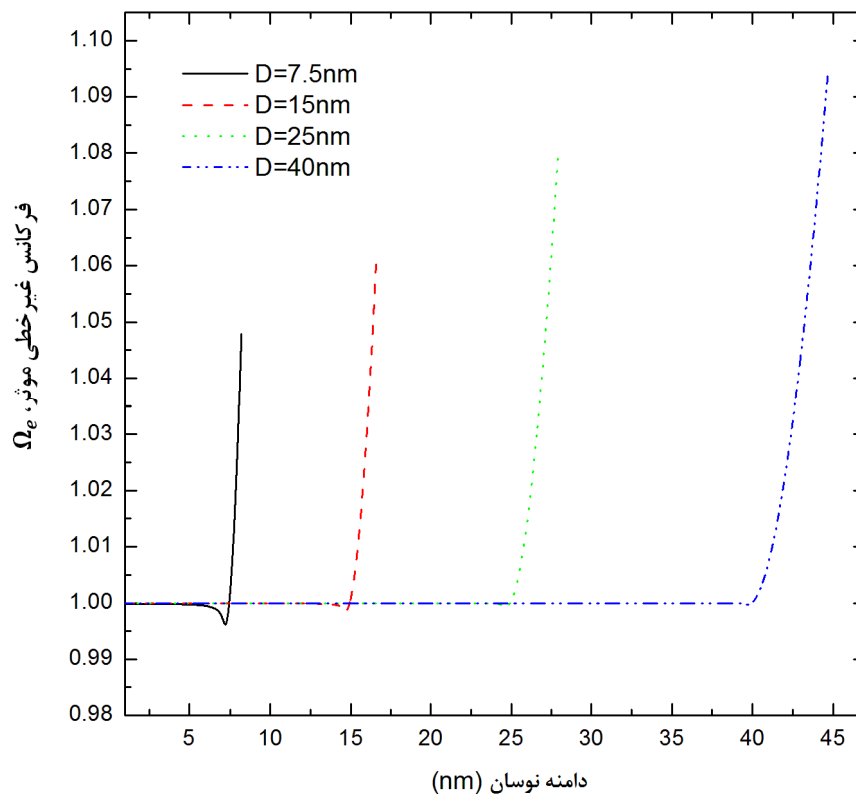
جدول ۳-۳ خصوصیات مکانیکی نمونه HOPG و پارامترهای مورد نیاز جهت تحلیل رفتار ارتعاشاتی میکرو تیر

میکروسکوپ نیرو اتمی دینامیکی در مد متناوب [۵۰، ۸۶]

پارامتر	واحد	مقدار
a_0	nm	۰/۳۸
H	J	$۲/۹۶ \cdot ۱۰^{-۱۹}$
E^*	GPa	۱۰/۲
D_{air}	$N.s/m$	$۲/۵۲ \cdot ۱۰^{-۳}$
d_{ts}	$nN.s/m$	۱۰۵/۵

حل بدست آمده در نقاط (a_0, γ_0) پایدار (ناپایدار) است اگر ماتریس $(۱۱۱-۳)$ تنها دارای مقادیر ویژه با قسمت‌های حقیقی منفی (مثبت) باشد.

لازم به ذکر است که با قرار دادن $l = 0$ در روابط بدست آمده در این بخش، روابط مربوط به تئوری تیر کلاسیک بدست می‌آیند. در این تحقیق دو هدف کلی وجود دارد. نخست به دنبال تحلیل پاسخ-های فرکانسی غیرخطی میکروتیر میکروسکوپ نیرو اتمی دینامیکی در مد متناوب می‌باشیم. به این منظور میکروتیر Mikro masch NSC 35-C را برای تحلیل انتخاب نموده‌ایم که خصوصیات هندسی آن در جدول ۲-۳ نشان داده شده است. هدف کلی بعدی در این تحقیق، بررسی تفاوت بین دو تئوری تنش-کوپل اصلاح شده و تیر کلاسیک در پیش‌بینی فرکانس غیرخطی و فاکتور میرایی غیرخطی موثر در مد متناوب برای حالت‌های متفاوت نسبت h/l می‌باشد. از اینرو، مطابق جدول ۲-۳، سه نوع مختلف تیر متداول در مد متناوب با ضخامت‌های متفاوت در نظر گرفته شده است که عبارتند از Mikro masch NSC 35-C، Budget Tap300DLC و Mikro masch NSC 16. همچنین، ویژگی-های مکانیکی نمونه HOPG و پارامترهای مورد نیاز برای تحلیل میکروتیر مورد نظر نیز، در جدول ۳-۳

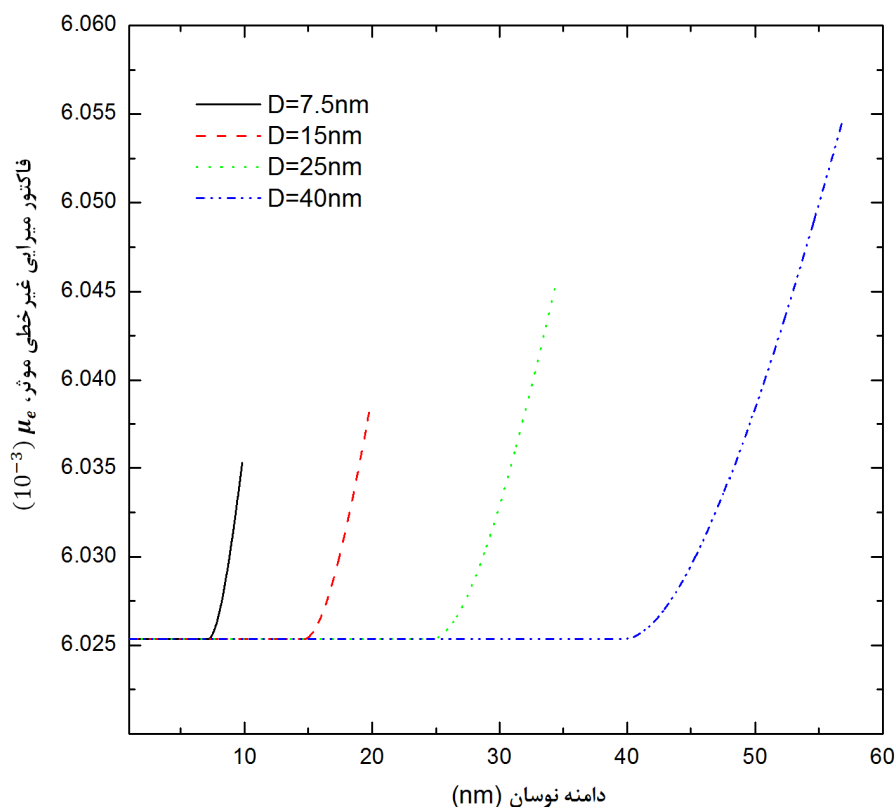


شکل ۳-۱۳ تغییرات فرکانس غیرخطی موثر با افزایش دامنه نوسان نوک برای مقادیر مختلف فاصله جدایی تعادلی بین نوک و سطح نمونه

۳ آورده شده است.

با انتگرال گیری عددی از روابط (۳-۱۰۳) تا (۳-۱۰۴)، می توان فرکانس غیرخطی و میرایی غیرخطی سیستم را مورد تحلیل قرار داد. با توجه به اینکه جنس تیرهای مفروض در جدول ۳-۲ سیلیکون می باشد، خصوصیات مکانیکی آنها را می توان به صورت $E = 169GPa$ ، $\nu = 0.22$ و $\rho_c = 2300$ در نظر گرفت که ν معرف ضریب پواسان می باشد.

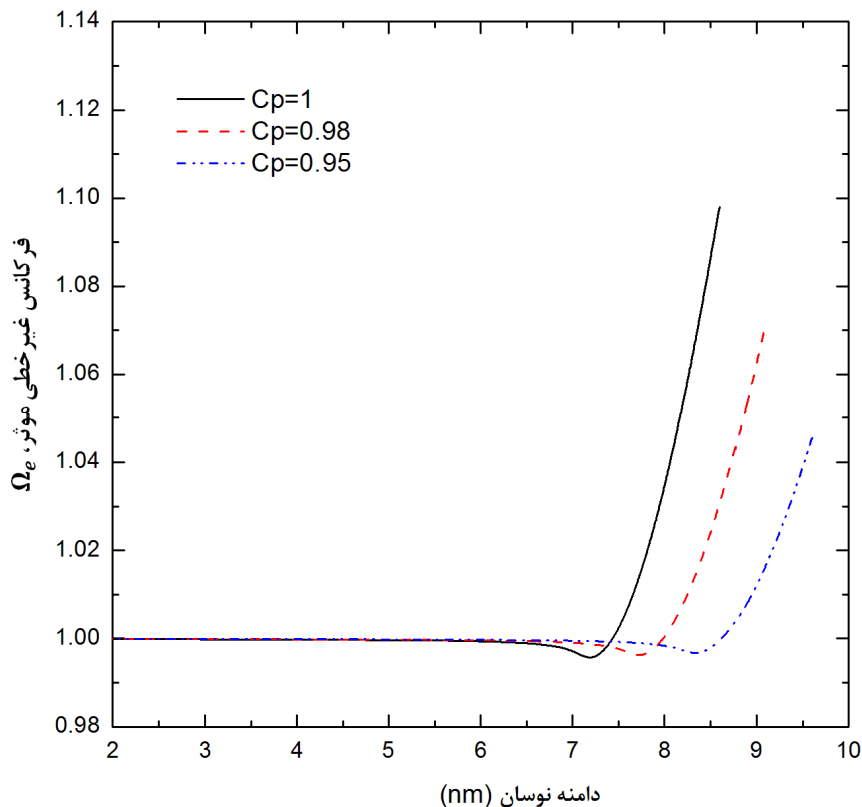
شکل ۳-۱۳ تغییرات فرکانس غیرخطی موثر را در اثر تغییر دامنه نوسان نوک برای مقادیر مختلف فاصله جدایی تعادلی، D نشان می دهد. با افزایش دامنه نوسان ابتدا فرکانس غیرخطی مقداری کاهش یافته و کمتر از مقدار فرکانس خطی می گردد. این میزان کاهش به این علت می باشد که نوک در محدوده نیروهای جاذبه وان دروالسی قرار می گیرد. وجود نیروهای جاذبه، فرکانس غیرخطی را کاهش می دهد. با افزایش بیشتر دامنه نوسان، نوک به طور متناوب در معرض نیروهای دافعه نیز قرار می گیرد



شکل ۳-۱۴ تغییرات فاکتور میرایی غیرخطی موثر با افزایش دامنه نوسان نوک برای مقادیر مختلف فاصله جدایی تعادلی بین نوک و سطح نمونه

که باعث افزایش فرکانس غیرخطی نسبت به فرکانس خطی می‌گردد. افزایش بیشتر دامنه، فرکانس غیرخطی را به شدت افزایش می‌دهد. از طرف دیگر، افزایش فاصله جدایی تعادلی بین نوک و نمونه، باعث کاهش تاثیر نیروهای دافعه بر فرکانس غیرخطی می‌گردد. که این بدان علت می‌باشد که با افزایش D ، نوک تیر در فواصل زمانی بسیار کمتری در معرض نیروهای جاذبه وان‌دروالسی قرار می‌گیرد.

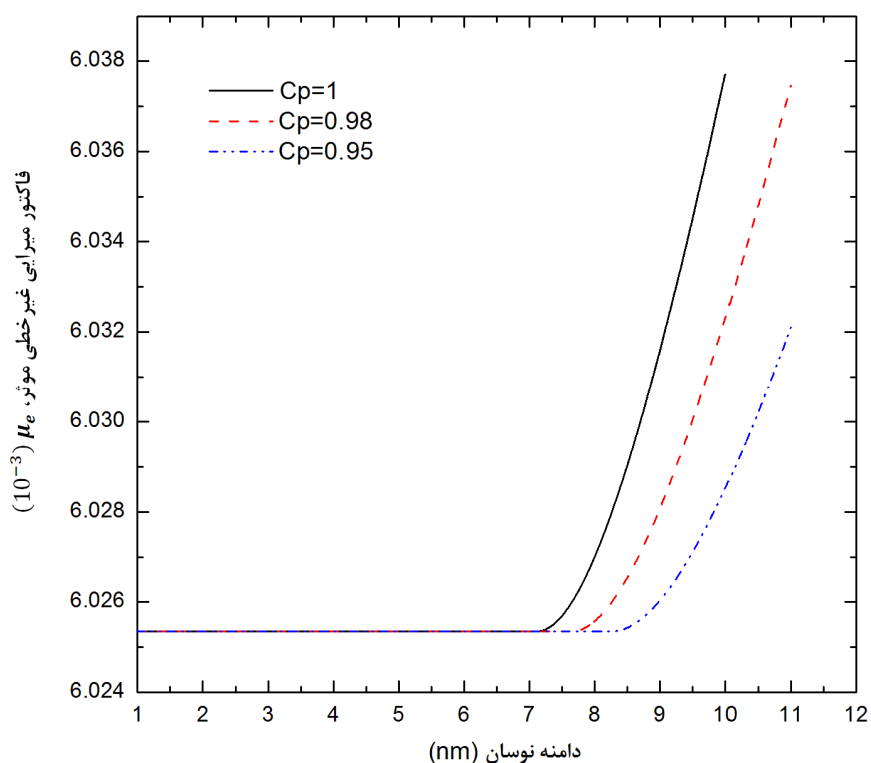
تغییرات میرایی غیرخطی موثر سیستم در اثر تغییرات دامنه نوسان برای مقادیر متفاوت فاصله جدایی تعادلی بین نوک و نمونه در شکل ۳-۱۴ نشان داده شده است. از رابطه (۳-۴۸) پیداست که اتلاف انرژی هنگامی وجود خواهد داشت که نوک تیر در معرض نیروهای دافعه قرار گیرد یا به عبارتی دیگر، فاصله لحظه‌ای نوک از سطح نمونه کمتر از فاصله بین مولکولی سطح باشد. از اینرو مطابق شکل ۳-۱۴، تغییرات دامنه نوسان نوک بر روی میرایی غیرخطی موثر، تا قبل از قرارگیری نوک تیر در معرض



شکل ۳-۱۵ تغییرات فرکانس غیرخطی موثر با افزایش دامنه نوسان نوک برای مقادیر مختلف مکان اتصال

نیروهای دافعه، تاثیری نخواهد داشت اما پس از آن، افزایش دامنه می‌تواند میرایی را افزایش دهد. همانطور که از شکل ۳-۱۴ پیدا است، افزایش D ، شدت تغییرات میرایی غیرخطی موثر در اثر افزایش دامنه نوسان نوک را تا حدی کاهش می‌دهد.

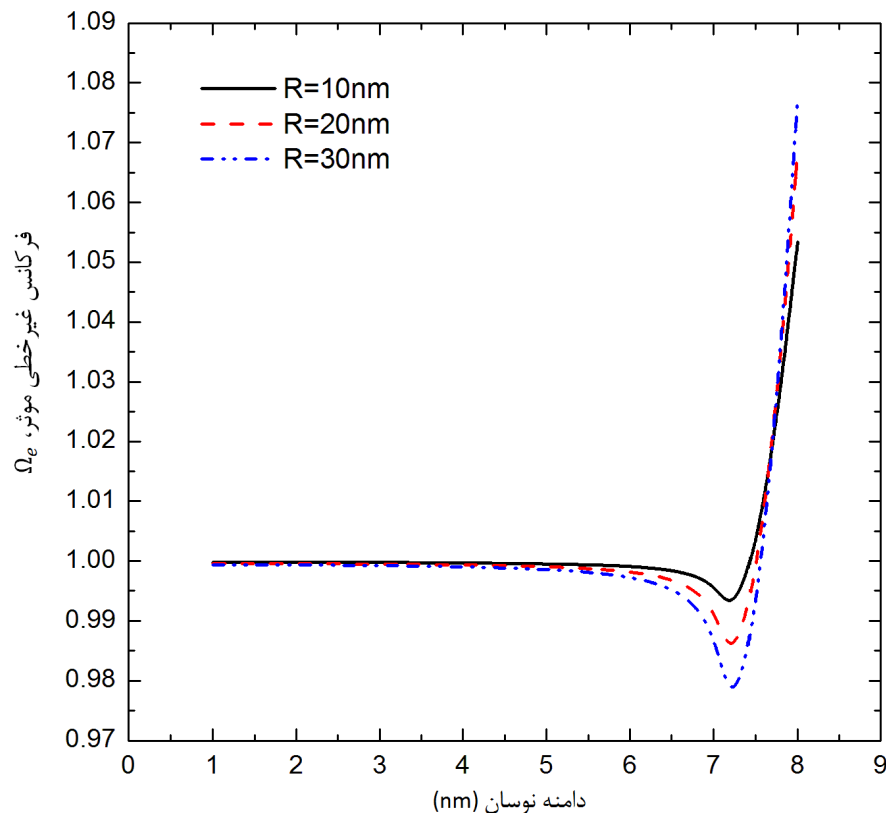
برای بررسی تاثیر مکان قرارگیری نوک روی تیر بر فرکانس و فاکتور میرایی غیرخطی موثر، همانطور که در بخش ۳-۴-۳ اشاره شد، پارامتری به صورت $C_p = \frac{L_1}{L}$ که معرف مکان اتصال بین نوک و تیر در نظر گرفته شده است. شکل ۳-۱۵ تاثیر مکان قرارگیری نوک روی تیر بر تغییرات فرکانس غیرخطی نسبت به فرکانس خطی را مورد بررسی قرار می‌دهد. مطابق شکل، افزایش فاصله بین نوک و سر آزاد تیر، باعث کاهش تاثیر نیروهای جاذبه وان‌دروالس بر روی نوک تیر می‌شود، چراکه با افزایش C_p ، افت فرکانس غیرخطی نسبت به فرکانس خطی کمتر می‌گردد. همچنین، افزایش فاصله بین نوک و سر آزاد تیر، از شدت افزایش فرکانس موثر در اثر افزایش دامنه نوسان می‌کاهد. به طور کلی می‌توان نتیجه گرفت که خطای ناشی از عدم مونتاژ دقیق نوک در انتهای میکروتیر، می‌تواند حساسیت نوک را



شکل ۳-۱۶ تغییرات فاکتور میرایی غیرخطی موثر با افزایش دامنه نوسان نوک برای مقادیر مختلف مکان اتصال

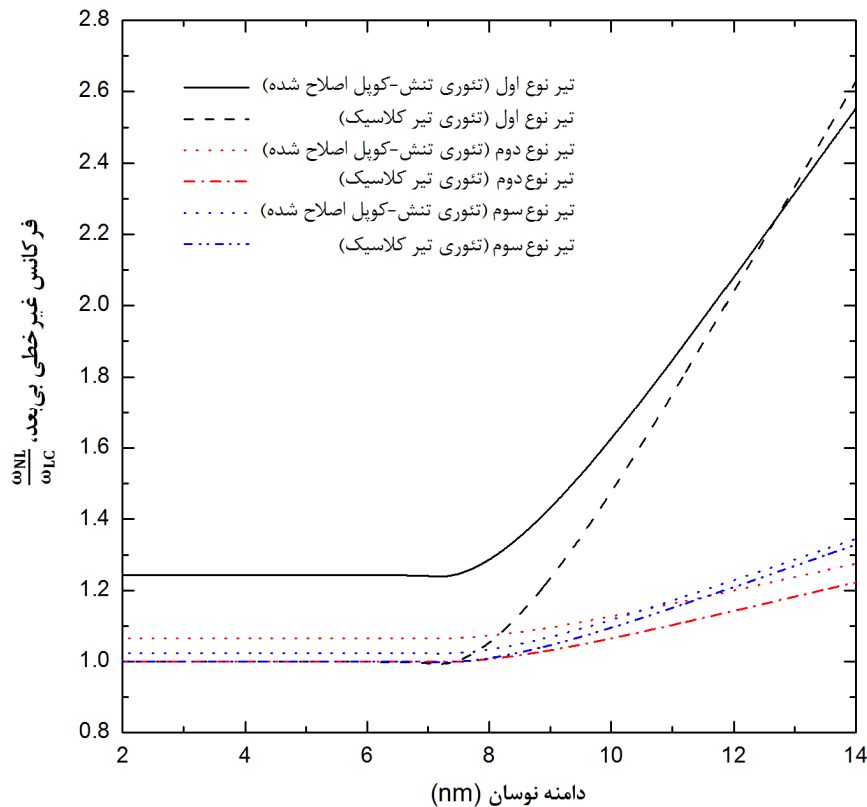
کاهش و دقت عملکرد میکروسکوپ را کم نماید.

شکل ۳-۱۶ نیز تاثیر مکان تماس، C_p را بر فاکتور میرایی غیرخطی موثر، μ_e نشان می‌دهد. با توجه به این شکل می‌توان نتیجه گرفت که تغییرات پارامتر C_p بر روی فاکتور میرایی اثر چندانی نداشته و تنها باعث شده افزایش ناگهانی فاکتور میرایی به‌ازای مقادیر بزرگتری از دامنه نوسان روی دهد. هنگامی که نوک میکروسکوپ سطح را روبش می‌نماید، به علت تماس نوک با سطح، نوک به مرور زمان فرسایش یافته و کند می‌گردد. این پدیده به ویژه در مد تماسی، که نوک به طور مداوم در تماس با سطح قرار می‌گیرد، بیشتر دیده می‌شود. همچنین سرعت کند شدن نوک با سختی جسم نمونه نیز رابطه مستقیم دارد، به طوریکه هر قدر نمونه سخت‌تر باشد، سرعت کندشوندگی در نوک بیشتر می‌گردد. کندشدن نوک عواقب متعددی مانند کاهش وضوح تصویر و خطای اندازه‌گیری به همراه دارد. بطور کلی، هنگامی که یک نوک میکروسکوپ کند می‌گردد، شعاع انحنای آن افزایش می‌یابد.



شکل ۳-۱۷ تغییرات فرکانس غیرخطی موثر با افزایش دامنه نوسان نوک برای مقادیر مختلف شعاع انحنای نوک تیر شکل ۳-۱۷ تاثیر کند شدن نوک را بر تغییرات فرکانس غیر خطی نسبت به فرکانس خطی مورد بررسی قرار می‌دهد. با توجه به این شکل می‌توان دریافت که با افزایش شعاع سر نوک که در نتیجه کند شدن آن اتفاق می‌افتد، کاهش فرکانس غیرخطی نسبت به فرکانس خطی، برای هنگامی که نوک در محدوده نیروهای جاذبه وان‌دروالسی قرار می‌گیرد، بسیار بیشتر می‌باشد. این بدان معناست که با افزایش شعاع سر نوک، شدت تاثیر نیروهای جاذبه وان‌دروالسی بر فرکانس تشدید میکروتیر یکسردرگیر به طور چشمگیری افزایش می‌یابد.

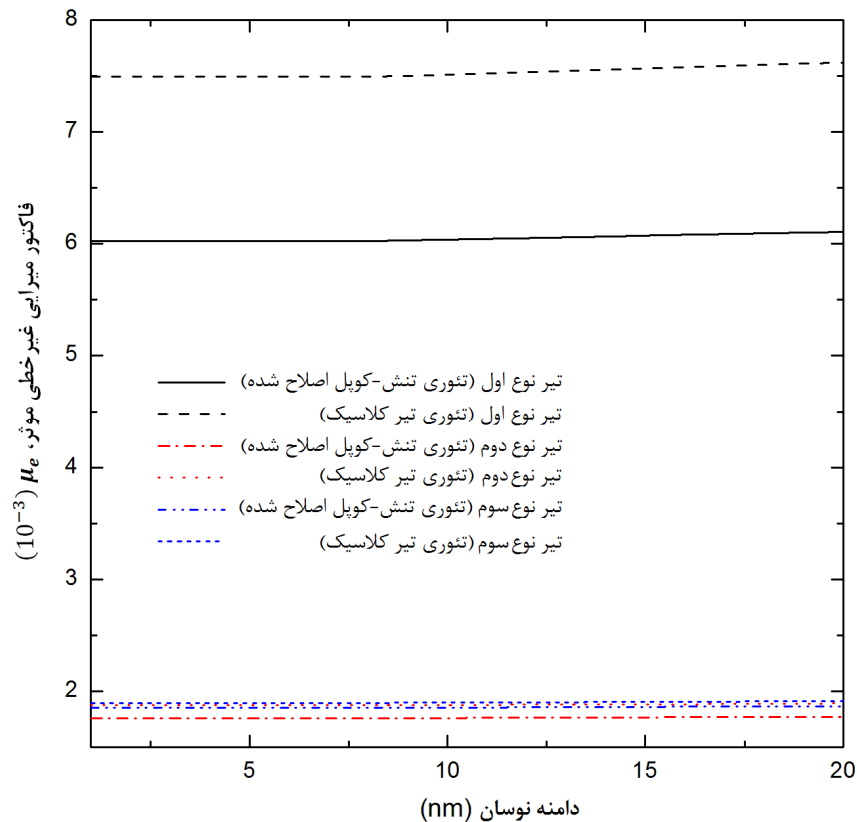
شکل ۳-۱۸ به مقایسه دو تئوری تنش-کوپل اصلاح شده و تیر کلاسیک در پیش‌بینی مقادیر فرکانس غیرخطی سه تیر مشخص شده در جدول ۱ می‌پردازد. همانطور که در جدول ۳-۲ ذکر شده است، نسبت ضخامت تیر به پارامتر مقیاس طول برای تیرهای شماره یک تا سه به ترتیب برابر با ۳، ۶ و ۱۰ می‌باشد. ω_{LC} فرکانس خطی سیستم بر اساس تئوری تیر کلاسیک می‌باشد. مطابق شکل ۳-۱۸، بیشترین تفاوت بین دو تئوری مذکور در پیش‌بینی مقادیر فرکانس غیرخطی، مربوط به تیر شماره



شکل ۳-۱۸ تغییرات فرکانس غیرخطی موثر با افزایش دامنه نوسان نوک برای سه تیر مشخص شده در جدول ۳-۲ بر اساس دو تئوری تیر کلاسیک و تنش-کوپل اصلاح شده

یک می‌باشد که ضخامت آن کمتر بوده و نسبت $\hbar/l$ در آن برابر ۳ می‌باشد، که با افزایش این نسبت، تفاوت بین دو تئوری تنش-کوپل اصلاح شده و تیر کلاسیک در پیش‌بینی مقادیر فرکانس غیرخطی کاهش می‌باشد. با توجه به این شکل، مقادیر فرکانسی بدست آمده از تئوری تنش-کوپل برای مقادیر پایین دامنه نوسان بیشتر از مقادیر متناظر بدست آمده از تئوری تیر کلاسیک می‌باشد. اما این شرایط برای مقادیر بسیار بالای دامنه نوسان عکس می‌باشد. همچنین در یک نقطه از دامنه نوسان، مقادیر فرکانسی بدست آمده از دو تئوری مذکور مساوی می‌گردند که این نقطه برای سه تیر مذکور، متفاوت می‌باشد.

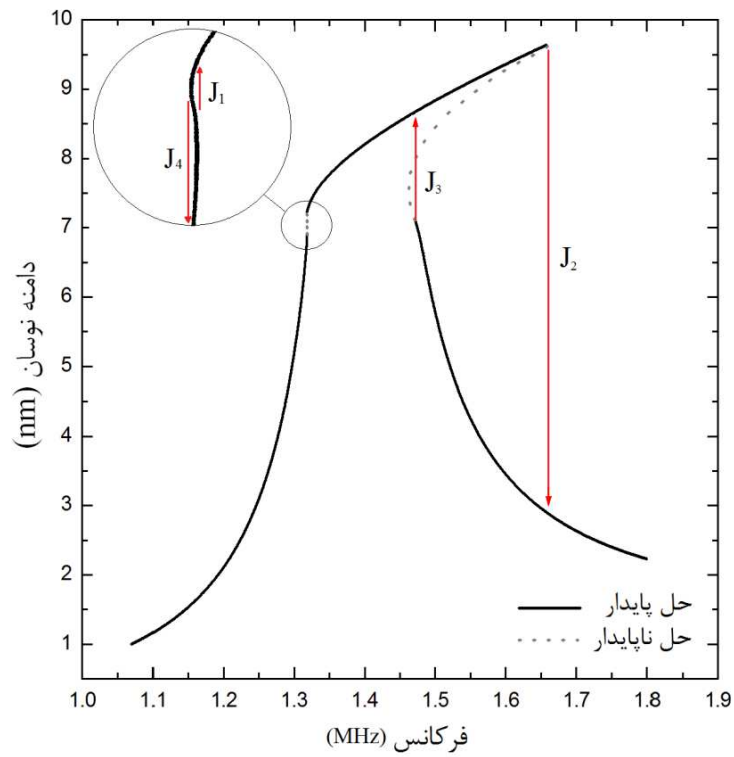
شکل ۳-۱۹، تفاوت بین دو تئوری تیر کلاسیک و تنش-کوپل اصلاح شده در محاسبه مقادیر فاکتور میرایی غیرخطی موثر را نشان می‌دهد. همانند شکل ۳-۱۸، این شکل نیز نشان دهنده این واقعیت است که هنگامی که ضخامت میکروتیر نزدیک پارامتر مقیاس طول می‌باشد، اختلاف بین دو تئوری



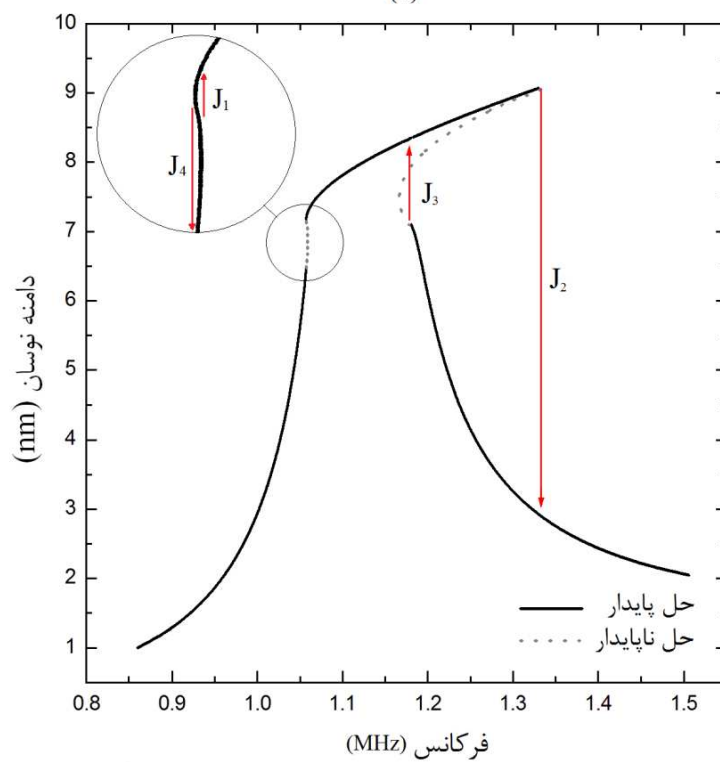
شکل ۳-۱۹ تغییرات فاکتور میرایی غیرخطی موثر با افزایش دامنه نوسان نوک برای سه تیر مشخص شده در جدول ۳-۲ بر اساس دو تئوری تیر کلاسیک و تنش-کوپل اصلاح شده

در محاسبه مقادیر فاکتور میرایی غیرخطی موثر چشمگیر می‌باشد. اما قدری فاصله بین ضخامت تیر و پارامتر مقیاس طول، همانطور که برای تیر نوع دوم و سوم صادق است، اختلاف بین دو تئوری را به طور چشمگیری کاهش می‌دهد، که درصد اختلاف نسبی بین دو تئوری مذکور برای تیر اول، دوم و سوم به ترتیب در حدود $0.24/5\%$ ، $0.6/6\%$ و $0.2/4\%$ می‌باشد. همچنین با توجه به این که دو تیر اول و دوم به جز در ضخامت، دارای ابعاد هندسی و خصوصیات مکانیکی یکسانی هستند، می‌توان این نکته مهم را نتیجه گرفت که به طور کلی کاهش ضخامت تیر، فاکتور میرایی غیرخطی را به صورت چشمگیری افزایش می‌دهد.

شکل‌های ۳-۲۰ تا ۳-۲۲ به ترتیب پاسخ‌های فرکانسی سه نوع میکروتیر یکسردرگیر میکروسکوپ نیرو اتمی آورده شده در جدول ۳-۲ را بر اساس دو تئوری تنش-کوپل اصلاح شده و تئوری تیر کلاسیک نشان می‌دهند. در این شکل‌ها، حل پایدار با خط توپر و حل غیرپایدار با نقطه‌چین نشان



(a)



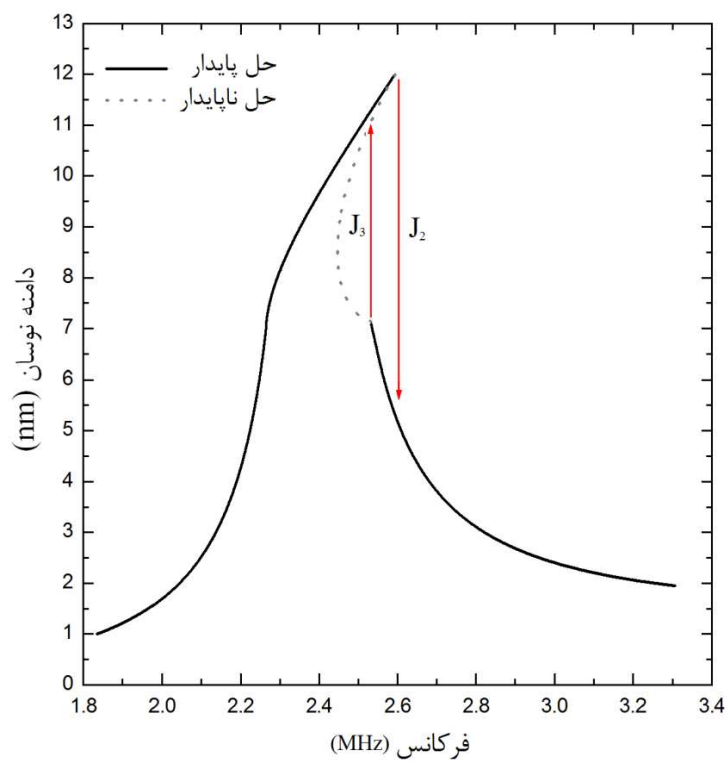
(b)

شکل ۳-۲۰ پاسخ فرکانسی میکروتیر یکسردرگیر نوع اول میکروسکوپ نیرو اتمی در نزدیکی فرکانس تشدید؛

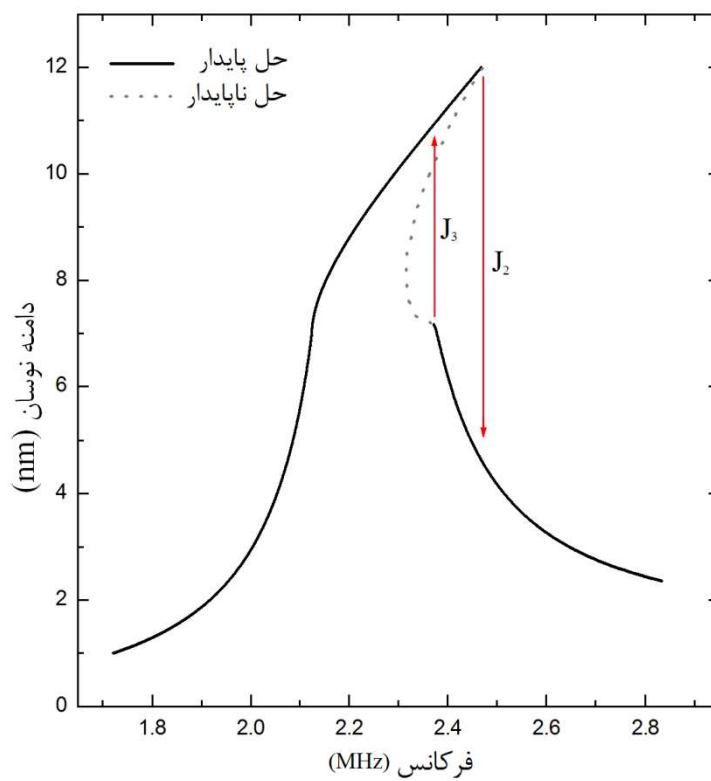
(a) تئوری تیر تنش-کوپل اصلاح شده، (b) تئوری تیر کلاسیک

داده شده است. در شکل ۳-۲۰ مشاهده می‌شود که شاخه پایدار دامنه بالا توسط دو شاخه غیرپایدار به دو شاخه پایدار دامنه پایین متصل می‌گردد. با توجه به این شکل، هنگامی که فرکانس تحریک از مقادیر پایین‌تر از تشدید افزایش می‌یابد، به علت وجود پدیده نرم‌شوندگی، فرکانس تحریک دچار جهش ناگهانی به سمت شاخه دامنه بالا در J_1 می‌گردد. با افزایش بیشتر فرکانس تحریک، به علت وجود پدیده سخت‌شوندگی، فرکانس به طور مجدد در J_2 دچار افت شدید دامنه گشته و به شاخه دامنه پایین جهش می‌یابد. با کاهش فرکانس تحریک از مقادیر بالاتر از تشدید، فرکانس از شاخه دامنه پایین به شاخه دامنه بالا در J_3 جهش می‌یابد. با کاهش بیشتر فرکانس تحریک، فرکانس به طور مجدد به سمت

شاخه دامنه پایین در J_4 جهش می‌یابد. وجود پدیده نرم‌شوندگی را می‌توان به نیروهای جاذبه وان-دروالسی و پدیده سخت‌شوندگی را به نیروهای دافعه DMT نسبت داد. که با قرار گیری نوک در معرض نیروهای جاذبه وان‌دروالسی، جهش‌های J_1 و J_4 بوجود آمده و به طور مشابه با قرار گیری نوک در معرض نیروهای دافعه DMT، جهش‌های J_2 و J_3 اتفاق می‌افتد. اما این روند برای پاسخ‌های فرکانسی میکروتیر دوم و سوم که دارای ضخامت بالاتری می‌باشند، قدری متفاوت می‌باشد. مطابق شکل‌های ۳-۲۱ و ۳-۲۲، در نمودارهای پاسخ فرکانسی مربوط به این دو میکروتیر، پدیده نرم‌شوندگی دیده نمی‌شود. به طوری که جهش‌های J_1 و J_4 بسیار کوچک شده و به طور تقریبی در یک فرکانس اتفاق می‌افتد. عدم وجود پدیده نرم‌شوندگی برای پاسخ‌های فرکانسی این دو تیر را می‌توان به افزایش ضخامت آنها و به دنبال آن کاهش تاثیر نیروهای جاذبه وان‌دروالسی بر نوک آنها نسبت داد. لذا در نمودارهای آنها تنها می‌توان جهش‌های J_2 و J_3 را در اثر وجود پدیده سخت‌شوندگی مشاهده نمود. اما با مقایسه پاسخ‌های فرکانسی حاصل از دو تئوری تنش-کوپل اصلاح شده و تیر کلاسیک می‌توان دریافت که با افزایش ضخامت، اختلاف نتایج بین این دو تئوری به طور تقریبی کاهش می‌یابد. بیشترین اختلاف بین نتایج این دو تئوری، مربوط به نتایج پاسخ فرکانسی تیر اول که ضخامت آن نزدیک‌تر به پارامتر مقیاس طول است، می‌باشد. در تیر اول، تئوری تنش-کوپل، جهش‌های J_2 و J_3 را



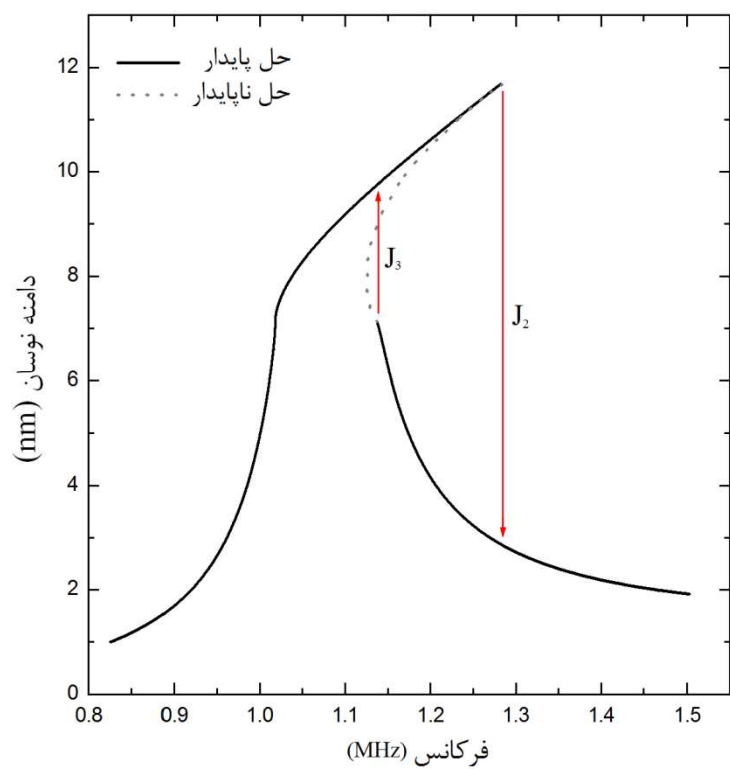
(a)



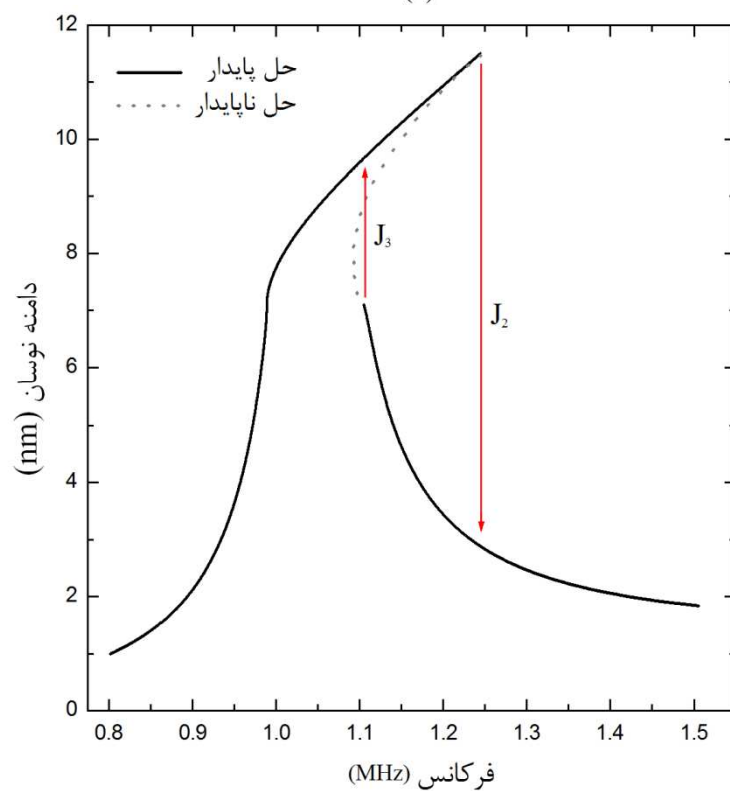
(b)

شکل ۳-۲۱ پاسخ فرکانسی میکروتیر یکسردرگیر نوع دوم میکروسکوپ نیرو اتمی در نزدیکی فرکانس تشدید؛

(a) تئوری تیر تنش-کوپل اصلاح شده، (b) تئوری تیر کلاسیک



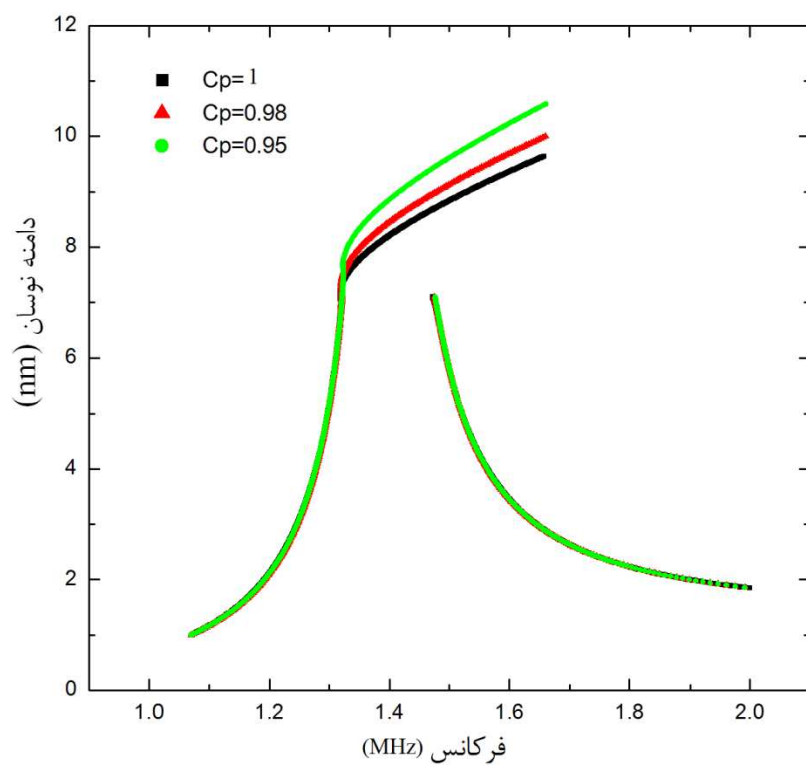
(a)



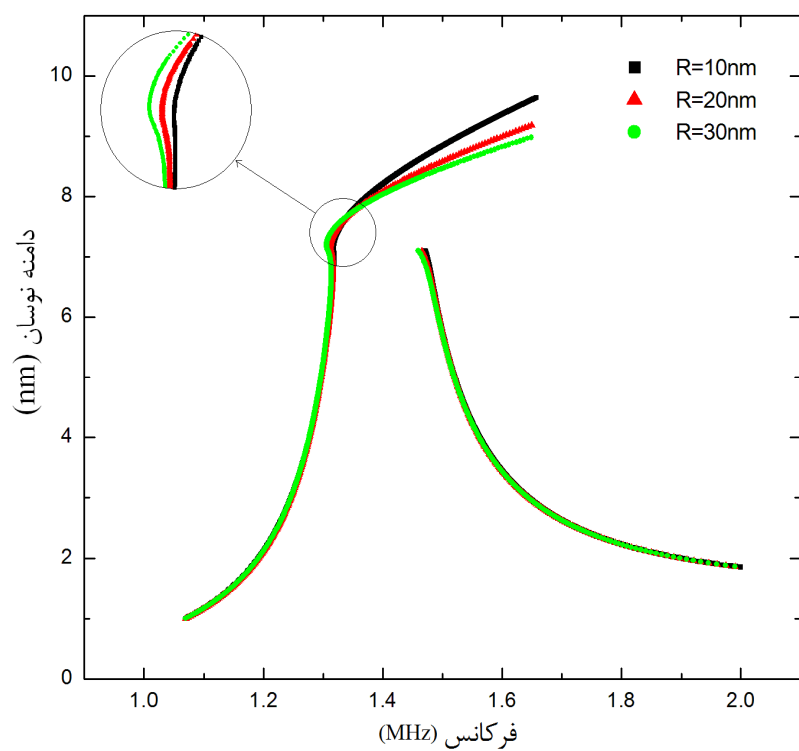
(b)

شکل ۲۲-۳ پاسخ فرکانسی میکروتیر یکسردرگیر نوع سوم میکروسکوپ نیرو اتمی در نزدیکی فرکانس تشدید؛

(a) تئوری تیر تنش-کوپل اصلاح شده، (b) تئوری تیر کلاسیک



شکل ۳-۲۳ پاسخ فرکانسی میکروتیر یکسردرگیر نوع اول میکروسکوپ نیرو اتمی در نزدیکی فرکانس تشدید برای مقادیر مختلف میرایی محیط



شکل ۳-۲۴ پاسخ فرکانسی میکروتیر یکسردرگیر نوع اول میکروسکوپ نیرو اتمی در نزدیکی فرکانس تشدید برای مقادیر مختلف شعاع نوک

به طوری نسبی شدیدتر از تئوری تیر کلاسیک نشان می‌دهد اما این پدیده برای دو جهش J_1 و J_4 برعکس می‌باشد. با افزایش ضخامت میکروتیر و فاصله گرفتن ضخامت از پارامتر مقیاس طول، نتایج حاصل از دو تئوری به یکدیگر نزدیک‌تر می‌گردند اما کماکان اختلاف دو تئوری در پیش‌بینی پاسخ-های فرکانسی میکروتیر قابل ملاحظه می‌باشد. لذا می‌توان گفت که اعمال تئوری‌های غیرکلاسیک مانند تئوری تنش-کوپل اصلاح شده، برای بررسی رفتار غیرخطی تمامی میکروتیرهای میکروسکوپ نیرو اتمی در مد متناوب ضروری می‌باشد.

شکل ۳-۲۳ پاسخ فرکانسی میکروتیر نوع اول میکروسکوپ نیرو اتمی را برای مقادیر مختلف مکان قرار گیری نوک بر روی تیر، C_p نشان می‌دهد. با توجه به این شکل می‌توان نتیجه گرفت که خطای مونتاژ دقیق نوک در سر آزاد تیر، یعنی عدم قرار گیری نوک بطور دقیق در انتهای تیر، باعث تغییر شیب شاخه فرکانس بالا می‌گردد که بطور متعاقب پدیده سخت‌شوندگی را با افزایش جهش‌های J_2 و J_3 تشدید نموده، اما پدیده نرم‌شوندگی را با کاهش جهش‌های J_1 و J_4 تقلیل می‌دهد.

شکل ۳-۲۴ تاثیر کندشدگی نوک و به دنبال آن افزایش شعاع انحنای سر نوک را بر روی پاسخ فرکانسی میکروسکوپ نیرو اتمی متناوب در نزدیکی فرکانس تشدید نشان می‌دهد. با توجه به این شکل، تاثیر افزایش شعاع نوک بر پاسخ فرکانسی نوک به طور تقریبی عکس تاثیر افزایش پارامتر مکان تماس، C_p بر پاسخ فرکانسی سیستم می‌باشد. افزایش شعاع نوک که می‌تواند در اثر کند شدن نوک روی دهد، پدیده نرم‌شوندگی را تشدید و پدیده سخت‌شوندگی را تقلیل می‌دهد.

۴. رفتار ارتعاشاتی میکروتیر مونتاز شده نوع اول

۴-۱ مقدمه

در این فصل به بررسی رفتار ارتعاشاتی یک نمونه میکروتیر مونتاژ شده^۱ (ACP) که شامل یک تیر افقی، یک رابط عمودی و یک نوک در انتهای رابط عمودی است، می‌پردازیم. این نوع میکروتیر در این رساله، میکروتیر مونتاژ شده نوع اول نامیده شده است. ابتدا میکروتیر مورد نظر به وسیله تئوری تیر کلاسیک اولر برنولی مدل شده است تا تاثیر برخی پارامترها از قبیل زاویه تیر افقی و رابط عمودی، میرایی و طول رابط بر روی فرکانس تشدید و حساسیت ارتعاشات خمشی مورد بررسی قرار گیرد. سپس در ادامه، با استفاده از تئوری‌های غیرکلاسیک، رفتار وابسته به اندازه ارتعاشات خمشی و پیچشی این نوع میکروتیر بررسی شده است. به دلیل کاربرد بیشتر میکروتیر مونتاژ شده نوع اول در صنعت، در مقایسه با میکروتیرهای مونتاژ شده نوع دوم و سوم، تمرکز بیشتری بر روی رفتار ارتعاشاتی آن صورت گرفته است و رفتار ارتعاشاتی وابسته به اندازه آن هم به وسیله تئوری‌های مرتبه بالاتر گرادیان کرنش^۲ و تنش-کوپل اصلاح شده^۳ و هم توسط تئوری غیرکلاسیک الاستیسیته غیرموضعی^۴ مورد تحلیل و بررسی قرار گرفته است.

۴-۲ تحلیل دینامیکی میکروتیر ACP

۴-۲-۱ تئوری تیر کلاسیک اولر برنولی

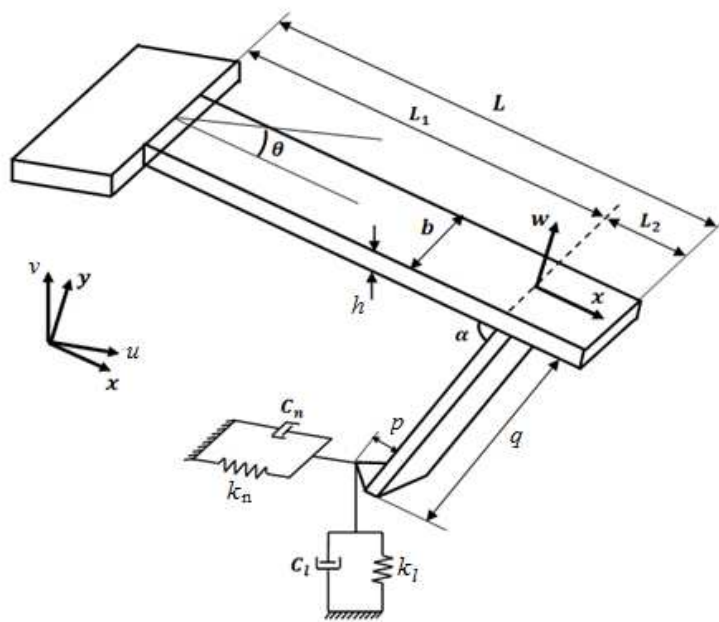
هندس و شماتیک تیر ACP مورد نظر برای تحلیل در این بخش، در شکل ۴-۱ نشان داده شده است. همانطور که پیشتر ذکر گردید، تیر مورد نظر شامل یک تیر یکسردرگیر، یک رابط و یک نوک در انتهای رابط برای روبش سطح می‌باشد. تیر یکسردرگیر و رابط به ترتیب با طول‌های L و q ، دارای

¹ Assembled cantilever probe

² Strain gradient theory

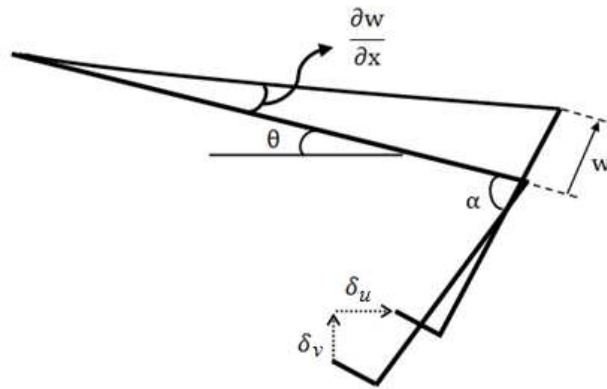
³ Modified couple stress theory

⁴ Nonlocal beam theory



شکل ۴-۱ شماتیک تیر ACP مدل شده در تماس با سطح نمونه

سطح مقطع یکنواخت با ضخامت h و عرض b می‌باشند. p نیز طول نوک AFM بوده که در انتهای رابط قرار گرفته است. در عمل، هنگامی که تیر میکروسکوپ، سطح نمونه را روبش می‌نماید، نمی‌توان تیر را موازی سطح نمونه قرار داد و ناگزیر زاویه‌ای بین تیر و خط افق بوجود خواهد آمد. همچنین به علت پایین بودن ابعاد میکروتیر، مونتاژ رابط به طور دقیق در انتهای تیر یکسردرگیر امکان‌پذیر نخواهد بود. در این بخش، فرض نموده‌ایم تیر یکسردرگیر بطور کامل افقی نبوده و دارای یک زاویه θ با خط افق باشد (شکل ۴-۱). همچنین، به دلیل پایین بودن ابعاد، در عمل مونتاژ رابط به صورت عمودی در انتهای میکروتیر یکسردرگیر امکان‌پذیر نمی‌باشد. مطابق شکل، α زاویه بین میکروتیر و رابط بوده و L_1 و L_2 به ترتیب فاصله رابط از سردرگیر و آزاد تیر یکسردرگیر می‌باشند. در راستای طول تیر یکسردرگیر بوده و $w(x,t)$ خیز تیر در راستای محور y می‌باشد و مبدا مختصات در محل اتصال رابط بر روی میکروتیر فرض شده است. همچنین محورهای u و v به ترتیب موازی و عمود بر صفحه می‌باشند. برای مدل نمودن نیروهای برهم‌کنش نرمال و جانبی از یک مجموعه فنر (k_l و k_n) و میرا کننده (C_l و C_n) استفاده شده است. با توجه به نسبت صلبیت رابط به



شکل ۲-۴ تغییر مکان نوک در اثر خیر میکروتیر یکسر درگیر

صلبیت تیر یکسردرگیر، می‌توان از خیز رابط نسبت به تیر صرفنظر نمود. به همین دلیل، در تحلیل موجود، رابط را صلب در نظر گرفته‌ایم.

شکل ۲-۴ تغییر مکان نوک را در دو جهت قائم و افقی (u و v) در اثر خیز تیر نشان می‌دهد. با توجه به این شکل، تغییر مکان نوک در راستای محورهای مختصات u و v عبارت است از:

$$\begin{cases} \delta_u = w(0,t) \sin \theta + q \frac{\partial w(0,t)}{\partial x} \sin(\alpha - \theta) - p \frac{\partial w(0,t)}{\partial x} \cos(\alpha - \theta) \\ \delta_v = w(0,t) \cos \theta + q \frac{\partial w(0,t)}{\partial x} \cos(\alpha - \theta) - p \frac{\partial w(0,t)}{\partial x} \sin(\alpha - \theta) \end{cases} \quad (۱-۴)$$

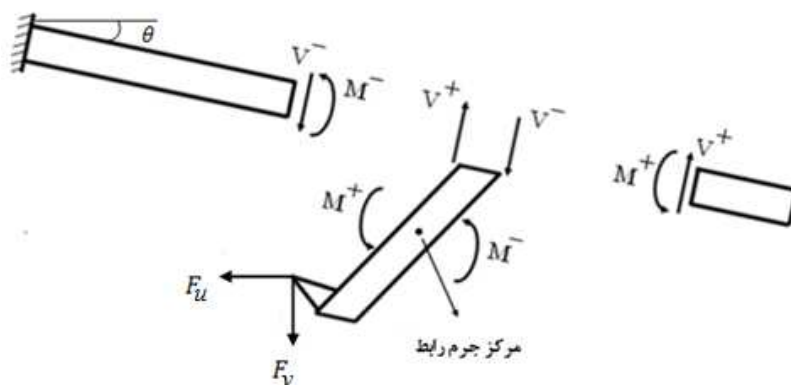
در این صورت نیروهای برهم‌کنش بین نوک و جداره نمونه در دو راستای u و v به صورت زیر بدست می‌آیند:

$$\begin{cases} F_u = k_l \delta_u + C_l \frac{d\delta_u}{dt} \\ F_v = k_n \delta_v + C_n \frac{d\delta_v}{dt} \end{cases} \quad (۲-۴)$$

با فرض تیر یکسردرگیر به صورت دو تیر الاستیک، معادله دیفرانسیل حرکت و شرایط مرزی برای ارتعاشات خمشی میکروتیر مورد نظر برابر خواهد بود با:

$$EI \frac{\partial^4 w(x,t)}{\partial x^4} + \rho A \frac{\partial^2 w(x,t)}{\partial t^2} = 0 \quad -L_1 \leq x \leq 0, \quad 0 \leq x \leq L_2 \quad (۳-۴)$$

$$w(-L_1, t) = \frac{\partial w(-L_1, t)}{\partial x} = 0 \quad EI \frac{\partial^2 w(L_2, t)}{\partial x^2} = EI \frac{\partial^3 w(L_2, t)}{\partial x^3} = 0 \quad (۴-۴)$$



شکل ۳-۴ نمودار آزاد میکروتیر مونتاژ شده میکروسکوپ نیرو اتمی

که E مدول الاستیسیته، ρ چگالی تیر یکسردرگیر و A و I به ترتیب مساحت و ممان اینرسی سطح مقطع تیر یکسردرگیر می‌باشند.

با در نظر گرفتن نمودار آزاد جسم شکل ۳-۴، شرایط پیوستگی به صورت زیر بدست می‌آیند:

$$w(0^-, t) = w(0^+, t) \quad \left. \frac{\partial w(x, t)}{\partial x} \right|_{x=0^-} = \left. \frac{\partial w(x, t)}{\partial x} \right|_{x=0^+} \quad (۵-۴)$$

$$V^- - V^+ = F_v \cos \theta + F_u \sin \theta + M_e \frac{\partial^2 w_G}{\partial t^2} \quad (۶-۴)$$

$$M^- - M^+ = \frac{q}{2}(V^- - V^+) \cos \alpha - \frac{h}{2}(V^- - V^+) - (F_v \sin \theta - F_u \cos \theta) \left(\frac{q}{2} \sin \alpha - p \cos \alpha \right) \quad (۷-۴)$$

$$+ (F_u \sin \theta + F_v \cos \theta) \left(p \sin \alpha + \frac{q}{2} \cos \alpha + \frac{h}{2} \right) - J_e \frac{\partial^3 w}{\partial t^2 \partial x}$$

که در آن:

$$M = EI \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \quad V = EI \frac{\partial^3 w}{\partial x^3} \quad (۸-۴)$$

در معادلات فوق $M_e = \rho_e A q$ و $J_e = \frac{1}{3} M_e q^2$ به ترتیب جرم و ممان اینرسی رابط و ρ_e به عنوان دانسیته

رابط می‌باشند. همچنین، w_G تغییر مکان مرکز جرم در راستای y می‌باشد که برابر است با:

$$w_G = w(0^-, t) - \frac{q}{2} \cos(\alpha) \frac{\partial w(0^-, t)}{\partial x} \quad (۹-۴)$$

با جایگذاری رابطه (۹-۴) در شرایط پیوستگی (۶-۴) و (۷-۴) و سپس ساده‌سازی روابط، شرایط

پیوستگی (۶-۴) و (۷-۴) به صورت زیر اصلاح می‌گردند:

$$EI \frac{\partial^3 w(0^-, t)}{\partial x^3} - EI \frac{\partial^3 w(0^+, t)}{\partial x^3} = F_v \cos \theta + F_u \sin \theta + M_e \frac{\partial^2 w_G}{\partial t^2} \quad (۱۰-۴)$$

$$EI \frac{\partial^2 w(0^-, t)}{\partial x^2} - EI \frac{\partial^2 w(0^+, t)}{\partial x^2} = -EI \frac{\partial^3 w(0^+, t)}{\partial x^3} h + (F_v \cos \theta + F_u \sin \theta) \kappa_1 + (F_v \sin \theta - F_u \cos \theta) \kappa_2 + \frac{1}{2} M_e \frac{\partial^2 w_G}{\partial t^2} \kappa_3 - J_e \frac{\partial^3 w}{\partial x \partial t^2} \quad (11-4)$$

که:

$$\begin{cases} \kappa_1 = q \cos \alpha + p \sin \alpha \\ \kappa_2 = \frac{q}{2} \sin \alpha - p \cos \alpha \\ \kappa_3 = q \cos \alpha - h \end{cases} \quad (12-4)$$

با فرض حلی هارمونیک به صورت $w(x, t) = Y(x)e^{i\omega t}$ و $w(x, t) = Z(x)e^{i\omega t}$ به ترتیب برای سمت چپ و راست تیر عمودی و جایگذاری در معادله (۳-۴)، معادلات دیفرانسیلی حاکم بر سیستم به صورت زیر بدست می‌آیند:

$$\begin{aligned} \frac{d^4 Y(x)}{dx^4} - \beta^4 Y(x) &= 0 & -L_1 \leq x \leq 0 \\ \frac{d^4 Z(x)}{dx^4} - \beta^4 Z(x) &= 0 & 0 \leq x \leq L_2 \end{aligned} \quad \beta^4 = \frac{\rho A}{EI} \omega^2 \quad (13-4)$$

در معادلات فوق، β عدد موج خمشی و ω فرکانس زاویه‌ای می‌باشند. با این فرض، شرایط مرزی و پیوستگی نیز به صورت ذیل بازنویسی می‌گردند:

$$Y(-L_1) = \frac{dY(-L_1)}{dx} = 0 \quad \frac{d^2 Z(L_2)}{dx^2} = \frac{d^3 Z(L_2)}{dx^3} = 0 \quad (14-4)$$

$$Y(0) = Z(0) \quad \frac{dY(0)}{dx} = \frac{dZ(0)}{dx} \quad (15-4)$$

$$L^3 \frac{d^3 Y(0)}{dx^3} + P_1 \frac{dY(0)}{dx} + P_2 Y(0) = L^3 \frac{d^3 Z(0)}{dx^3} \quad (16-4)$$

$$L^3 \frac{d^2 Y(0)}{dx^2} + q_1 \frac{dY(0)}{dx} + q_2 Y(0) = L^3 \frac{d^2 Z(0)}{dx^2} - L^3 h \frac{d^3 Z(0)}{dx^3} \quad (17-4)$$

که:

$$\begin{cases} P_1 = -\frac{1}{2} M_f \gamma^4 q \cos \alpha + r_2 \\ P_2 = M_f \gamma^4 - r_1 \\ q_1 = r_2 \kappa_1 + r_4 \kappa_2 - \frac{1}{4} M_f \gamma^4 \kappa_3 q \cos \alpha - J_f q^2 \gamma^4 \\ q_2 = \frac{1}{2} M_f \gamma^4 \kappa_3 - r_1 \kappa_1 - r_3 \kappa_2 \end{cases} \quad (18-4)$$

$$\begin{cases} r_1 = \eta_l \cos^2 \theta + \eta_n \sin^2 \theta \\ r_2 = -\eta_n u_2 \sin \theta + \eta_l u_1 \cos \theta \\ r_3 = \frac{1}{2} \sin 2\theta (\eta_l - \eta_n) \\ r_4 = \eta_l u_1 \sin \theta + \eta_n u_2 \cos \theta \end{cases} \quad (19-4)$$

$$\begin{cases} u_1 = q \cos(\alpha - \theta) + p \sin(\alpha - \theta) \\ u_2 = q \sin(\alpha - \theta) - p \cos(\alpha - \theta) \end{cases} \quad (20-4)$$

در معادلات فوق، پارامترهای بدون بعد به صورت زیر تعریف می گردند:

$$\begin{aligned} k_c &= \frac{EI}{L^3}, \quad \beta_l = \frac{k_l}{k_c}, \quad \beta_n = \frac{k_n}{k_c}, \quad \zeta_l = \frac{\omega C_l}{k_c} \\ \zeta_n &= \frac{\omega C_n}{k_c}, \quad M_f = \frac{M_e}{\rho AL}, \quad J_f = \frac{J_e}{\rho AL q^2}, \quad \gamma = \beta L \\ \eta_l &= \frac{\eta_l}{k_c} = \beta_l + i\zeta_l, \quad \eta_n = \frac{\eta_n}{k_c} = \beta_n + i\zeta_n \end{aligned} \quad (21-4)$$

که در این روابط، γ عدد موج نرمال شده و η_n و η_l توابعی شامل سختی ها و میرایی های نرمال و

جانبی می باشند و به صورت زیر تعریف می گردند:

$$\eta_n = k_n + i\omega C_n, \quad \eta_l = k_l + i\omega C_l \quad (22-4)$$

برای معادله (۴-۱۳)، حل عمومی به صورت زیر داده می شود:

$$Y(x) = C_1 \sin \beta x + C_2 \sinh \beta x + C_3 \cos \beta x + C_4 \cosh \beta x \quad (23-4)$$

$$Z(x) = D_1 \sin \beta x + D_2 \sinh \beta x + D_3 \cos \beta x + D_4 \cosh \beta x$$

با جایگذاری شرایط مرزی (۴-۱۴) در معادله (۴-۲۳)، حل عمومی به صورت زیر ساده سازی می گردد:

$$\begin{aligned} Y(x) &= C_1 [\sin \beta (x + L_1) - \sinh \beta (x + L_1)] \\ &+ C_2 [\cos \beta (x + L_1) - \cosh \beta (x + L_1)] \end{aligned} \quad (24-4)$$

$$\begin{aligned} Z(x) &= D_1 [\sin \beta (x - L_2) + \sinh \beta (x - L_2)] \\ &+ D_2 [\cos \beta (x - L_2) + \cosh \beta (x - L_2)] \end{aligned}$$

سپس با جایگذاری شرایط پیوستگی (۴-۱۵) تا (۴-۱۷) در حل عمومی (۴-۲۴)، پس از محاسبات

طولانی، معادله مشخصه سیستم به صورت زیر بدست می آید:

$$C(\gamma, \beta_l) = \Delta_{11} \Delta_{22} - \Delta_{12} \Delta_{21} \quad (25-4)$$

که:

$$\Delta_{11} = h_1 F_1 + h_2 G_1 + h_3 \quad \Delta_{12} = h_1 F_2 + h_2 G_2 + h_4 \quad (26-4)$$

$$\Delta_{21} = k_1 F_1 + k_2 G_1 + k_3 \quad \Delta_{22} = k_1 F_2 + k_2 G_2 + k_4$$

و همچنین:

$$\begin{aligned}
F_1 &= \\
& - \left(\cos \gamma - \sin \frac{\gamma C_p}{1+C_p} \sinh \frac{\gamma}{1+C_p} + \cosh \gamma - \cosh \frac{\gamma C_p}{1+C_p} \cos \frac{\gamma}{1+C_p} + \cos \frac{\gamma C_p}{1+C_p} \cosh \frac{\gamma}{1+C_p} - \right. \\
& \left. \sinh \gamma C_p 1 + C_p \sin \gamma 1 + C_p / 2 1 + \cos \gamma C_p 1 + C_p \cosh \gamma C_p 1 + C_p \right. \\
F_2 &= - \left(\sin \gamma - \sin \frac{\gamma C_p}{1+C_p} \cosh \frac{\gamma}{1+C_p} + \sinh \gamma + \cosh \frac{\gamma C_p}{1+C_p} \sin \frac{\gamma}{1+C_p} + \cos \frac{\gamma C_p}{1+C_p} \sinh \frac{\gamma}{1+C_p} - \right. \\
& \left. \sinh \gamma C_p 1 + C_p \cos \gamma 1 + C_p / 2 1 + \cos \gamma C_p 1 + C_p \cosh \gamma C_p 1 + C_p \right. \\
G_1 &= \left(\sin \gamma + \cos \frac{\gamma}{1+C_p} \sinh \frac{\gamma C_p}{1+C_p} - \sinh \gamma - \cosh \frac{\gamma}{1+C_p} \sin \frac{\gamma C_p}{1+C_p} - \cos \frac{\gamma C_p}{1+C_p} \sinh \frac{\gamma}{1+C_p} + \right. \\
& \left. \cosh \gamma C_p 1 + C_p \sin \gamma 1 + C_p / 2 1 + \cos \gamma C_p 1 + C_p \cosh \gamma C_p 1 + C_p \right. \\
G_2 &= \left(\cos \gamma - \sin \frac{\gamma}{1+C_p} \sinh \frac{\gamma C_p}{1+C_p} - \cosh \gamma - \sinh \frac{\gamma}{1+C_p} \sin \frac{\gamma C_p}{1+C_p} - \cos \frac{\gamma C_p}{1+C_p} \cosh \frac{\gamma}{1+C_p} + \right. \\
& \left. \cosh \gamma C_p 1 + C_p \cos \gamma 1 + C_p / 2 1 + \cos \gamma C_p 1 + C_p \cosh \gamma C_p 1 + C_p \right. \\
h_1 &= -\gamma^3 \left(\cos \frac{\gamma}{1+C_p} + \cosh \frac{\gamma}{1+C_p} \right) + \frac{P_1 \gamma}{L} \left(\cos \frac{\gamma}{1+C_p} - \cosh \frac{\gamma}{1+C_p} \right) + P_2 \times \left(\sin \frac{\gamma}{1+C_p} - \right. \\
& \left. \sinh \gamma 1 + C_p \right. \\
h_2 &= \gamma^3 \left(\sin \frac{\gamma}{1+C_p} - \sinh \frac{\gamma}{1+C_p} \right) - \frac{P_1 \gamma}{L} \left(\sin \frac{\gamma}{1+C_p} + \sinh \frac{\gamma}{1+C_p} \right) + P_2 \times \left(\cos \frac{\gamma}{1+C_p} - \right. \\
& \left. \cosh \gamma 1 + C_p \right. \\
h_3 &= \gamma^3 \left(\cos \frac{\gamma C_p}{1+C_p} - \cosh \frac{\gamma C_p}{1+C_p} \right) \\
h_4 &= \gamma^3 \left(\sin \frac{\gamma C_p}{1+C_p} + \sinh \frac{\gamma C_p}{1+C_p} \right) \\
k_1 &= -\frac{q_1 \gamma^2}{L^2} \left(\sin \frac{\gamma}{1+C_p} + \sinh \frac{\gamma}{1+C_p} \right) + \frac{q_2 \gamma}{L} \left(\cos \frac{\gamma}{1+C_p} - \cosh \frac{\gamma}{1+C_p} \right) \\
k_2 &= -\frac{q_1 \gamma^2}{L^2} \left(\cos \frac{\gamma}{1+C_p} + \cosh \frac{\gamma}{1+C_p} \right) - \frac{q_2 \gamma}{L} \left(\sin \frac{\gamma}{1+C_p} + \sinh \frac{\gamma}{1+C_p} \right) \\
k_3 &= \gamma^3 h \left(-\cos \frac{\gamma C_p}{1+C_p} + \cosh \frac{\gamma C_p}{1+C_p} \right) + \gamma^2 L \left(-\sin \frac{\gamma C_p}{1+C_p} + \sinh \frac{\gamma C_p}{1+C_p} \right) \\
k_4 &= -\gamma^3 h \left(\sin \frac{\gamma C_p}{1+C_p} + \sinh \frac{\gamma C_p}{1+C_p} \right) + \gamma^2 L \left(\cos \frac{\gamma C_p}{1+C_p} - \cosh \frac{\gamma C_p}{1+C_p} \right) \tag{۲۷-۴}
\end{aligned}$$

در روابط فوق، $C_p = L_2/L_1$ نشان‌دهنده مکان تماس یا اتصال رابط بر روی تیر یکسردگیر می‌باشد. بدین معنی که برای $C_p = 0$ ، رابط به طور دقیق در انتهای میکروتیر یکسردگیر قرار داشته و با افزایش این فاکتور بی‌بعد، رابط از انتهای آزاد تیر فاصله گرفته و به سردگیر نزدیک می‌گردد. با توجه به رابطه (۴-۱۳)، رابطه بین فرکانس و عدد موج به صورت زیر بیان می‌گردد:

$$f = \frac{\gamma^2}{2\pi L^2} \sqrt{\frac{EI}{\rho A}} \quad (۲۸-۴)$$

همانطور که پیشتر اشاره شد، حساسیت سیستم به صورت نسبت تغییرات فرکانس به سختی تماسی تعریف می‌گردد. حساسیت بی‌بعد را می‌توان با استفاده از رابطه زیر محاسبه نمود [۷]:

$$S_n = \frac{\partial f / \partial \beta_l}{(1/2\pi L^2) \sqrt{EI/\rho A}} \quad (۲۹-۴)$$

که در این رابطه $df/d\beta_l$ و همچنین $d\gamma/d\beta_l$ به صورت زیر بدست می‌آیند:

$$\frac{\partial f}{\partial \beta_l} = \frac{\partial f}{\partial \gamma} \frac{\partial \gamma}{\partial \beta_l} \quad \frac{\partial \gamma}{\partial \beta_l} = - \frac{\frac{\partial C(\gamma, \beta_l)}{\partial \beta_l}}{\frac{\partial C(\gamma, \beta_l)}{\partial \gamma}} \quad (۳۰-۴)$$

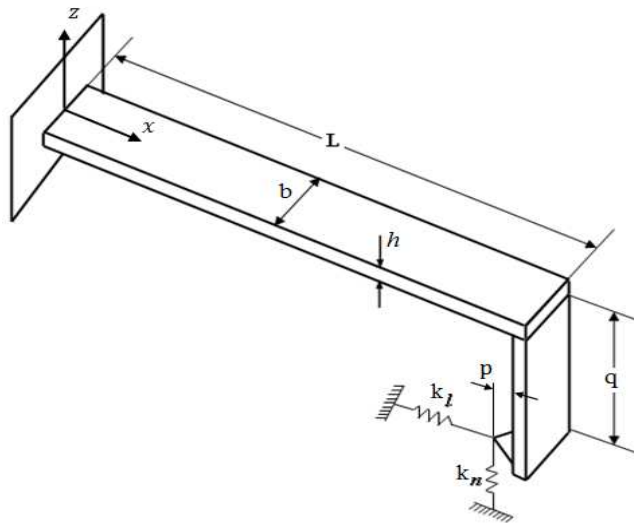
برای درک بهتر تاثیر تغییرات پارامترهای مختلف بر روی فرکانس و حساسیت سیستم، درصد تغییرات نسبی فرکانس و حساسیت به صورت زیر تعریف می‌گردند:

$$E_f = \frac{(f_2 - f_1)}{f_1} \times 100\% \quad (۳۱-۴)$$

$$E_s = \frac{(S_{n2} - S_{n1})}{S_{n1}} \times 100\% \quad (۳۲-۴)$$

۲-۲-۴ تئوری الاستیک گرادیان کرنش و تنش کوپل اصلاح شده

معادلات ساختاری تئوری الاستیک گرادیان کرنش اصلاح شده در بخش ۲-۳ به طور کامل شرح داده شد. هدف از این بخش ارائه روابط ارتعاشاتی مربوط به میکروتیر ACP نوع اول بر پایه این تئوری می‌باشد. به علت اینکه تئوری تنش-کوپل اصلاح شده حالت خاصی از تئوری گرادیان کرنش می‌باشد، معادله حرکت و شرایط مرزی بر پایه تئوری گرادیان کرنش بدست آمده است و سپس با ساده‌سازی روابط، نتایج بر اساس تئوری تنش-کوپل اصلاح شده نیز حاصل گشته است. نتایج بدست



شکل ۴-۴ شماتیک میکروتیر مونتاژ شده میکروسکوپ نیرو اتمی در تماس با سطح نمونه

آمده از تئوری گرادیان کرنش با نتایج حاصل از تئوری‌های تنش-کوپل اصلاح شده و تیر کلاسیک مقایسه شده است. مدل میکروتیر ACP مورد نظر برای تحلیل در این بخش، در شکل ۴-۴ نشان داده شده است که مشخصات هندسی آن مطابق میکروتیر تحلیل شده در بخش قبلی (شکل ۴-۱) می‌باشد. با توجه به نسبت صلبیت تیر عمودی نسبت به تیر افقی، انحراف تیر عمودی نسبت به تیر افقی ناچیز و قابل صرف نظر می‌باشد. از اینرو فرض می‌نماییم تیر عمودی صلب بوده و برای پرهیز از اشتباه آن را رابط عمودی می‌نامیم. مطابق شکل ۴-۴، برای مدل‌سازی نیروهای برهم‌کنش عمودی و جانبی نوک تیر ACP و سطح نمونه، به ترتیب از دو فنر با ثابت‌های k_l و k_n استفاده شده است. محور x در امتداد طول تیر افقی بوده و $w(x, t)$ نیز معرف انحنای میکروتیر یکسردرگیر در امتداد x و در زمان t می‌باشد.

مولفه‌های جابجایی تیر مذکور با توجه به تئوری تیر اولر-برنولی تحت خمش به صورت زیر می‌باشند:

$$u_x = -z \frac{\partial w(x, t)}{\partial x} \quad u_y = 0 \quad u_z = w(x, t) \quad (۳۳-۴)$$

که u_x ، u_y و u_z به ترتیب جابجایی در راستای محوره‌های x ، y و z می‌باشند. با جایگذاری معادله (۴-۳۳)

در معادله (۲-۷)، مولفه غیرصفر کرنش ε_{ij} بدست می‌آید:

$$\varepsilon_{xx} = -z \frac{\partial^2 w(x, t)}{\partial x^2} \quad (۳۴-۴)$$

همانطور که در بخش ۳-۲ گفتیم، $\varepsilon'_{ij} = \varepsilon_{ij} - \frac{1}{3} \varepsilon_{mm} \delta_{ij}$ می‌باشد. با توجه به معادله (۴-۳۴)، مولفه‌های

غیرصفر تانسور کرنش انحراف رفتار ماده، ε'_{ij} نیز بدست می‌آیند:

$$\varepsilon'_{xx} = \frac{2}{3} \varepsilon_{xx} \quad \varepsilon'_{yy} = \varepsilon'_{zz} = -\frac{1}{3} \varepsilon_{xx} \quad (۴-۳۵)$$

با جایگذاری رابطه (۴-۳۴) در روابط (۲-۸) تا (۲-۱۰)، درایه‌های غیرصفر بردار γ_i و تانسورهای $\eta_{ijk}^{(1)}$

و χ_{ij}^s به صورت زیر حاصل می‌گردند:

$$\gamma_x = -Z \frac{\partial^3 w(x,t)}{\partial x^3} \quad \gamma_z = -\frac{\partial^2 w(x,t)}{\partial x^2} \quad (۴-۳۶)$$

$$\begin{aligned} \eta_{111}^{(1)} &= -\frac{2}{5} Z \frac{\partial^3 w(x,t)}{\partial x^3}, \eta_{333}^{(1)} = \frac{1}{5} \frac{\partial^2 w(x,t)}{\partial x^2}, \eta_{113}^{(1)} = \eta_{131}^{(1)} = \eta_{311}^{(1)} = -\frac{4}{15} \frac{\partial^2 w(x,t)}{\partial x^2} \\ \eta_{122}^{(1)} &= \eta_{133}^{(1)} = \eta_{212}^{(1)} = \frac{1}{5} Z \frac{\partial^3 w(x,t)}{\partial x^3}, \eta_{221}^{(1)} = \eta_{313}^{(1)} = \eta_{331}^{(1)} = \frac{1}{5} Z \frac{\partial^3 w(x,t)}{\partial x^3} \end{aligned} \quad (۴-۳۷)$$

$$\begin{aligned} \eta_{223}^{(1)} &= \eta_{232}^{(1)} = \eta_{322}^{(1)} = \frac{1}{15} \frac{\partial^2 w(x,t)}{\partial x^2} \\ \chi_{xy}^s &= \chi_{yx}^s = -\frac{1}{2} \frac{\partial^2 w(x,t)}{\partial x^2} \end{aligned} \quad (۴-۳۸)$$

بدین ترتیب، با توجه به روابط حاصل شده (۴-۳۴) تا (۴-۳۸) و تانسورهای تنش کلاسیک و

غیرکلاسیک معرفی شده در روابط (۲-۱۱) تا (۲-۱۴)، درایه‌های غیرصفر این تنش‌ها را می‌توان به

صورت زیر بدست می‌آورد:

$$\sigma_{xx} = E \varepsilon_{xx} = -E Z \frac{\partial^2 w(x,t)}{\partial x^2} \quad (۴-۳۹)$$

$$p_x = -2G l_0^2 Z \frac{\partial^3 w(x,t)}{\partial x^3} \quad p_z = -2G l_0^2 \frac{\partial^2 w(x,t)}{\partial x^2} \quad (۴-۴۰)$$

$$\begin{aligned} \tau_{111}^{(1)} &= -\frac{4}{5} G l_1^2 Z \frac{\partial^3 w(x,t)}{\partial x^3}, \tau_{333}^{(1)} = \frac{2}{5} G l_1^2 \frac{\partial^2 w(x,t)}{\partial x^2} \\ \tau_{113}^{(1)} &= \tau_{131}^{(1)} = \tau_{311}^{(1)} = -\frac{8}{15} G l_1^2 \frac{\partial^2 w(x,t)}{\partial x^2}, \tau_{122}^{(1)} = \tau_{133}^{(1)} = \tau_{212}^{(1)} = \frac{2}{5} G l_1^2 Z \frac{\partial^3 w(x,t)}{\partial x^3} \\ \tau_{221}^{(1)} &= \tau_{313}^{(1)} = \tau_{331}^{(1)} = \frac{2}{5} G l_1^2 Z \frac{\partial^3 w(x,t)}{\partial x^3}, \tau_{223}^{(1)} = \tau_{232}^{(1)} = \tau_{322}^{(1)} = \frac{2}{15} G l_1^2 \frac{\partial^2 w(x,t)}{\partial x^2} \end{aligned} \quad (۴-۴۱)$$

$$m_{xy}^s = m_{yx}^s = -G l_2^2 \frac{\partial^2 w(x,t)}{\partial x^2} \quad (۴-۴۲)$$

در نهایت، با جایگذاری معادلات (۴-۳۴) و (۴-۳۶) تا (۴-۴۲) در معادله (۲-۶) که نشان‌دهنده انرژی

کرنش، U بر مبنای تئوری گرادیان کرنش می‌باشد، سپس انتگرال‌گیری بر روی حجم تیر و اضافه

نمودن انرژی الاستیک مربوط به فنرهای نرمال و جانبی، کل انرژی کرنش، U برای میکروتیر مورد

نظر بدست می‌آید:

$$U = \frac{1}{2} \int_0^L \left[R \left(\frac{\partial^2 w(x,t)}{\partial x^2} \right)^2 + K \left(\frac{\partial^3 w(x,t)}{\partial x^3} \right)^2 \right] dx + \frac{1}{2} k_n \left(q \frac{\partial w(L,t)}{\partial x} \right)^2 + \frac{1}{2} k_l (w(L,t) - p \frac{\partial w(L,t)}{\partial x})^2 \quad (43-4)$$

که

$$R = EI + 2GAl_0^2 + \frac{8}{15} GAl_1^2 + GAl_2^2 \quad K = GI \left(2l_0^2 + \frac{4}{5} l_1^2 \right) \quad (44-4)$$

برای میکروتیر موردنظر، انرژی جنبشی نیز به صورت زیر می‌باشد:

$$T = \frac{1}{2} \int_0^L \rho A \left(\frac{\partial w(x,t)}{\partial t} \right)^2 dx + \frac{1}{2} M_e \left(\frac{\partial w(L,t)}{\partial t} \right)^2 + \frac{1}{2} J_e \left(\frac{\partial^2 w(L,t)}{\partial t \partial x} \right)^2 \quad (45-4)$$

که در رابطه فوق $M_e = \rho_e A q$ و $J_e = \frac{1}{3} M_e q^2$ به ترتیب به عنوان جرم و ممان اینرسی جرمی رابط

عمودی و ρ و ρ_e به عنوان چگالی تیر افقی و رابط عمودی می‌باشند.

برای بدست آوردن معادله حرکت و شرایط مرزی میکروتیر مورد نظر بر اساس تئوری گرادیان کرنش،

از اصل هامیلتون استفاده شده است که به صورت زیر ارائه می‌گردد:

$$\delta \int_{t_1}^{t_2} (T - U + W_{nc}) dt = 0 \quad (46-4)$$

با توجه به معادله (43-4)، تغییرات انرژی پتانسیل به صورت زیر بدست می‌آید:

$$\begin{aligned} \delta U &= \delta \left(\frac{1}{2} \int_0^L \left[R \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right)^2 + K \left(\frac{\partial^3 w}{\partial x^3} \right)^2 \right] dx + \frac{1}{2} k_n \left(q \frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 + \frac{1}{2} k_l (w(L,t) - p \frac{\partial w(L,t)}{\partial x})^2 \right) \\ &= \int_0^L \left[R \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \frac{\partial^2}{\partial x^2} \delta w + K \frac{\partial^3 w}{\partial x^3} \frac{\partial^3}{\partial x^3} \delta w \right] dx + k_n q^2 \frac{\partial w}{\partial x} \frac{\partial}{\partial x} \delta w|_{x=L} + k_l \left(w \delta w|_{x=L} - p w(L,t) \frac{\partial}{\partial x} \delta w|_{x=L} \right) \\ &= \int_0^L \left[R \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} - K \frac{\partial^6 w}{\partial x^6} \right] \delta w dx + \left(K \frac{\partial^5 w}{\partial x^5} - R \frac{\partial^3 w}{\partial x^3} \right) \delta w|_0^L + \left(R \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} - K \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} \right) \delta \frac{\partial w}{\partial x} \Big|_0^L + K \frac{\partial^3 w}{\partial x^3} \delta \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \Big|_0^L \\ &\quad + k_l w \delta w|_{x=L} + \left(k_n q^2 \frac{\partial w}{\partial x} - k_l p w \right) \delta \frac{\partial w}{\partial x} \Big|_{x=L} \end{aligned} \quad (47-4)$$

تغییرات انرژی جنبشی نیز برابر خواهد بود با:

$$\begin{aligned} \int_{t_1}^{t_2} \delta T dt &= \int_{t_1}^{t_2} \delta \left[\frac{1}{2} \int_0^L \rho A \left(\frac{\partial w(x,t)}{\partial t} \right)^2 dx + \frac{1}{2} M_e \left(\frac{\partial w(L,t)}{\partial t} \right)^2 + \frac{1}{2} J_e \left(\frac{\partial^2 w(L,t)}{\partial t \partial x} \right)^2 \right] dt \\ &= \int_{t_1}^{t_2} \int_0^L \rho A \frac{\partial w(x,t)}{\partial t} \frac{\partial}{\partial t} \delta w dx dt + \int_{t_1}^{t_2} M_e \frac{\partial w(L,t)}{\partial t} \frac{\partial}{\partial t} \delta w dt + \int_{t_1}^{t_2} J_e \frac{\partial^2 w(L,t)}{\partial t \partial x} \frac{\partial^2}{\partial t \partial x} \delta w dt \\ &= \int_0^L \rho A \frac{\partial w(x,t)}{\partial t} \delta w|_{t_1}^{t_2} dx - \int_0^L \int_{t_1}^{t_2} \rho A \frac{\partial^2 w(x,t)}{\partial t^2} \delta w dt dx + M_e \frac{\partial w(L,t)}{\partial t} \delta w|_{t_1}^{t_2} \\ &\quad - \int_{t_1}^{t_2} M_e \frac{\partial^2 w(x,t)}{\partial t^2} \delta w|_{x=L} dt + J_e \frac{\partial^2 w(L,t)}{\partial t \partial x} \frac{\partial}{\partial x} \delta w \Big|_{t_1}^{t_2} - \int_{t_1}^{t_2} J_e \frac{\partial^3 w(L,t)}{\partial t^2 \partial x} \delta \frac{\partial w}{\partial x} \Big|_{x=L} dt \\ &= - \int_0^L \int_{t_1}^{t_2} \rho A \frac{\partial^2 w(x,t)}{\partial t^2} \delta w dt dx - \int_{t_1}^{t_2} M_e \frac{\partial^2 w(x,t)}{\partial t^2} \delta w|_{x=L} dt \\ &\quad - \int_{t_1}^{t_2} J_e \frac{\partial^3 w(L,t)}{\partial t^2 \partial x} \delta \frac{\partial w}{\partial x} \Big|_{x=L} dt \end{aligned} \quad (48-4)$$

با صرفنظر نمودن از کار نیروهای غیرپایستار و جایگذاری معادلات (۴۷-۴) و (۴۸-۴) در رابطه (۴-۴۶)، خواهیم داشت:

$$\int_{t_1}^{t_2} \left\{ \int_0^L \left(\rho A \frac{\partial^2 w(x,t)}{\partial t^2} + R \frac{\partial^4 w(x,t)}{\partial x^4} - K \frac{\partial^6 w(x,t)}{\partial x^6} \right) \delta w dx + \left(K \frac{\partial^5 w}{\partial x^5} - R \frac{\partial^3 w}{\partial x^3} \right) \delta w \Big|_0^L + \right. \\ \left. \left(R \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} - K \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} \right) \delta \frac{\partial w}{\partial x} \Big|_0^L + K \frac{\partial^3 w}{\partial x^3} \delta \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \Big|_0^L + \left(M_e \frac{\partial^2 w(x,t)}{\partial t^2} + k_l w \right) \delta w \Big|_{x=L} + \left(k_n q^2 \frac{\partial w}{\partial x} - k_l p w + J_e \frac{\partial^3 w}{\partial t^2 \partial x} \right) \delta \frac{\partial w}{\partial x} \Big|_{x=L} \right\} dt = 0 \quad (۴۹-۴)$$

با توجه به معادله فوق، معادله حرکت حاکم بر سیستم برابر خواهد بود با:

$$\rho A \frac{\partial^2 w(x,t)}{\partial t^2} + R \frac{\partial^4 w(x,t)}{\partial x^4} - K \frac{\partial^6 w(x,t)}{\partial x^6} = 0 \quad (۵۰-۴)$$

همچنین با در نظر گرفتن میکروتیر ACP مورد نظر، شرایط مرزی نیز به صورت زیر انتخاب می-گردند:

$$w(0,t) = 0 \quad \frac{\partial w(0,t)}{\partial x} = 0 \quad (۵۱-۴)$$

$$K \frac{\partial^5 w(L,t)}{\partial x^5} - R \frac{\partial^3 w(L,t)}{\partial x^3} + M_e \frac{\partial^2 w(L,t)}{\partial t^2} + k_l w(L,t) = 0 \quad (۵۲-۴)$$

$$K \frac{\partial^4 w(L,t)}{\partial x^4} - R \frac{\partial^2 w(L,t)}{\partial x^2} - J_e \frac{\partial^3 w(L,t)}{\partial t^2 \partial x} - k_n q^2 \frac{\partial w(L,t)}{\partial x} + k_l p w(L,t) = 0 \quad (۵۳-۴)$$

برای شرایط مرزی غیرکلاسیک نیز، یک انتخاب ممکن به صورت زیر می‌باشد.

$$\frac{\partial^2 w(0,t)}{\partial x^2} = 0 \quad (۵۴-۴)$$

$$\frac{\partial^3 w(L,t)}{\partial x^3} = 0 \quad (۵۵-۴)$$

با معرفی روابط زیر می‌توان برای یک تحلیل جامع‌تر، معادله حرکت و شرایط مرزی بدست آمده در

معادلات (۵۰-۴) تا (۵۵-۴) را بی‌بعد نمود:

$$X = \frac{x}{L} \quad W(X, \tau) = \frac{w(x,t)}{L} \quad \tau = \frac{t}{L^2 \sqrt{\frac{\rho A}{EI}}} \quad \tilde{\rho} = \frac{\rho_e}{\rho} \quad \tilde{G} = \frac{G}{E} \\ Q = \frac{q}{L} \quad P = \frac{P}{L} \quad \beta_l = \frac{k_l L^3}{EI} \quad \beta_n = \frac{k_n L^3}{EI} \quad (۵۶-۴)$$

با جایگذاری معادله (۵۶-۴) در معادلات حرکت و شرایط مرزی (۵۰-۴) تا (۵۵-۴)، روابط بی‌بعد به

صورت زیر بدست می‌آید:

$$\frac{\partial^2 W(X, \tau)}{\partial \tau^2} + \tilde{R} \frac{\partial^4 W(X, \tau)}{\partial X^4} - \tilde{K} \frac{\partial^6 W(X, \tau)}{\partial X^6} = 0 \quad (۵۷-۴)$$

$$W(0, \tau) = \frac{\partial W(0, \tau)}{\partial X} = \frac{\partial^2 W(0, \tau)}{\partial X^2} = 0 \quad (58-4)$$

$$\frac{\partial^3 W(1, \tau)}{\partial X^3} = 0 \quad (59-4)$$

$$\tilde{K} \frac{\partial^5 W(1, \tau)}{\partial X^5} - \tilde{R} \frac{\partial^3 W(1, \tau)}{\partial X^3} + \tilde{\rho} Q \frac{\partial^2 W(1, \tau)}{\partial \tau^2} + \beta_l W(1, \tau) = 0 \quad (60-4)$$

$$\tilde{K} \frac{\partial^4 W(1, \tau)}{\partial X^4} - \tilde{R} \frac{\partial^2 W(1, \tau)}{\partial X^2} - \frac{1}{3} \tilde{\rho} Q^3 \frac{\partial^3 W(1, \tau)}{\partial \tau^2 \partial X} - \beta_n Q^2 \frac{\partial W(1, \tau)}{\partial X} + \beta_l P W(1, \tau) = 0 \quad (61-4)$$

که:

$$\tilde{K} = \frac{K}{EIL^2} = \tilde{G} \left[2 \left(\frac{l_0}{L} \right)^2 + \frac{4}{5} \left(\frac{l_1}{L} \right)^2 \right] \quad (62-4)$$

$$\tilde{R} = \frac{R}{EI} = 1 + 12 \tilde{G} \left[2 \left(\frac{l_0}{h} \right)^2 + \frac{8}{15} \left(\frac{l_1}{h} \right)^2 + \left(\frac{l_2}{h} \right)^2 \right] \quad (63-4)$$

با فرض حلی هارمونیک به صورت $W(X, \tau) = V(X)e^{i\omega\tau}$ معادله حرکت و شرایط مرزی را می‌توان

به صورت زیر بازنویسی نمود:

$$\tilde{K} \frac{d^6 V(X)}{dX^6} - \tilde{R} \frac{d^4 V(X)}{dX^4} + \omega^2 V(X) = 0 \quad (64-4)$$

$$V(0) = \frac{dV(0)}{dX} = \frac{d^2 V(0)}{dX^2} = 0 \quad (65-4)$$

$$\frac{d^3 V(1)}{dX^3} = 0 \quad (66-4)$$

$$\tilde{K} \frac{d^5 V(1)}{dX^5} - \tilde{R} \frac{d^3 V(1)}{dX^3} + (\beta_l - \tilde{\rho} Q \omega^2) V(1) = 0 \quad (67-4)$$

$$\tilde{K} \frac{d^4 V(1)}{dX^4} - \tilde{R} \frac{d^2 V(1)}{dX^2} + \left(\frac{1}{3} \tilde{\rho} Q^3 \omega^2 - \beta_n Q^2 \right) \frac{dV(1)}{dX} + \beta_l P V(1) = 0 \quad (68-4)$$

که در روابط فوق، ω فرکانس طبیعی سیستم می‌باشد. لازم به ذکر است که با قرار دادن

$l_0 = l_1 = 0$ و $l_2 = l$ ، معادلات فوق متناظر با معادله حرکت و شرایط مرزی بدست آمده از تئوری

تنش-کوپل اصلاح شده خواهند گردید. همچنین با صرفنظر نمودن از هر سه پارامتر مقیاس طول

یعنی با فرض $l_0 = l_1 = l_2 = 0$ ، معادله حرکت و شرایط مرزی مربوط به تئوری تیر کلاسیک بدست

می‌آیند.

برای معادله (64-4) می‌توان حلی به فرم زیر در نظر گرفت:

$$V(X) = \sum_{i=1}^6 C_i e^{\lambda_i X} \quad (69-4)$$

که در این معادله، $C_i (i=1,2,3,...,6)$ ثوابتی هستند که باید با استفاده از شرایط مرزی تعیین گردند.

$\lambda_i (i=1,2,3,...,6)$ نیز که می‌توانند مقادیر مختلط باشند، ریشه‌های معادله جبری زیر می‌باشند:

$$\tilde{K}\lambda^6 - \tilde{R}\lambda^4 + \omega^2 = 0 \quad (70-4)$$

ریشه‌های معادله فوق، $\lambda_i (i=1,2,3,...,6)$ تابعی از فرکانس سیستم، ω می‌باشند. با جایگذاری معادله

(۶۹-۴) در شرایط مرزی (۶۵-۴) تا (۶۸-۴)، مجموعه‌ای از معادلات همگن به فرم ماتریسی، به

صورت زیر بدست می‌آید که نسبت به ثابت‌های C خطی بوده اما نسبت به λ غیرخطی می‌باشد:

$$[A(\omega)]\{C\} = \{0\} \quad (71-4)$$

درایه‌های ماتریس A به صورت زیر می‌باشند:

$$A_{1i} = 1, \quad A_{2i} = \lambda_i, \quad A_{3i} = \lambda_i^2, \quad A_{4i} = \lambda_i^3 e^{\lambda_i}$$

$$A_{5i} = \left(\tilde{K}\lambda_i^5 - \tilde{R}\lambda_i^3 + (\beta_l - \tilde{\rho}Q\omega^2) \right) e^{\lambda_i}$$

$$A_{6i} = \left(\tilde{K}\lambda_i^4 - \tilde{R}\lambda_i^2 + \left(\frac{1}{3}\tilde{\rho}Q^3\omega^2 - \beta_n Q^2 \right) \lambda_i + \beta_l P \right) e^{\lambda_i} \quad (72-4)$$

شرط لازم و کافی برای اینکه معادله (۷۱-۴) حلی غیربدیهی داشته باشد این می‌باشد که:

$$D(\omega, \beta_l) = \det[A(\omega, \beta_l)] = 0 \quad (73-4)$$

فرکانس طبیعی سیستم را می‌توان به صورت ریشه‌های دترمینان فوق محاسبه نمود. به این منظور، از

روش عددی ^۱BIE استفاده شده است [۱۲۹]. مطابق این روش، چون مقادیر دترمینان در حالت کلی

مختلط می‌باشند، فرکانس طبیعی سیستم متناظر با مقادیر مینیمم محلی دترمینان با فرم

$$\log(|D(\omega, \beta_l)|)$$

توسط کیتاهازا و همکاران [۱۳۰، ۱۳۱] مراجعه نمود.

با تعیین مقادیر فرکانس طبیعی، حساسیت بی‌بعد سیستم، S به صورت مشتق فرکانس نسبت به

سختی جانبی سطح محاسبه می‌گردد:

¹ Boundary Integral Equation

$$S = \frac{\partial \omega}{\partial \beta_l} = - \left(\frac{\partial D}{\partial \beta_l} \right) / \left(\frac{\partial D}{\partial \omega} \right) \quad (۷۴-۴)$$

۴-۲-۳ تئوری الاستیسیته غیرمحلّی

به علت کاربرد بیشتر میکروتیر مونتاژ شده نوع اول نسبت به دو میکروتیر مونتاژ شده دیگر، رفتار ارتعاشاتی وابسته به اندازه این نوع تیر، علاوه بر تئوری‌های مرتبه بالاتر گرا دیان کرنش و تنش-کوپل اصلاح شده، توسط تئوری غیرکلاسیک الاستیسیته غیرموضعی نیز مورد تحلیل قرار گرفته است. همچنین با استفاده از این تئوری، علاوه بر تحلیل رفتار ارتعاشاتی خمشی میکروتیر مذکور، رفتار ارتعاشاتی پیچشی آن نیز مورد تحلیل قرار گرفته است. در دو بخش بعدی، به تحلیل رفتار ارتعاشاتی خمشی و پیچشی میکروتیر ACP مورد نظر با استفاده از تئوری الاستیسیته غیرمحلّی خواهیم پرداخت.

همانطور که در فصل ۲ نیز اشاره شد، شکل دیفرانسیل جزئی معادلات ساختاری غیرمحلّی به صورت زیر در نظر گرفته می‌شود [۷۱، ۷۲]:

$$(1 - \mu \nabla^2) \sigma_{ij} = t_{ij} \quad \mu = e_0^2 a^2 \quad (۷۵-۴)$$

که:

$$t_{ij} = C_{ijkl} \varepsilon_{kl} \quad (۷۶-۴)$$

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2} (u_{i,j} + u_{j,i}) \quad (۷۷-۴)$$

که در معادلات فوق، σ_{ij} ، t_{ij} ، ε_{kl} و C_{ijkl} به ترتیب تنش غیرمحلّی، تنش کلاسیک، کرنش کلاسیک و تانسور الاستیسیته مرتبه چهارم می‌باشند.

تانسور الاستیسیته مرتبه چهارم برای یک جامد الاستیک ایزوتروپیک به صورت زیر بیان می‌گردد [۱۳۶]:

$$C_{ijkl} = \lambda \delta_{ij} \delta_{kl} + \alpha \delta_{ik} \delta_{jl} + \beta \delta_{il} \delta_{jk} \quad G = \frac{\alpha + \beta}{2} \quad (۷۸-۴)$$

که در معادله فوق λ و G به ترتیب ثابت لامه و مدول برشی می‌باشند که برحسب مدول یانگ، E و ضریب پواسان ν به صورت زیر داده می‌شوند:

$$\lambda = \frac{Ev}{(1+\nu)(1-2\nu)} \quad G = \frac{E}{2(1+\nu)} \quad (79-4)$$

با جایگذاری معادله (79-4) در معادله (76-4)، رابطه‌ای به صورت زیر بدست می‌آید:

$$t_{ij} = C_{ijkl}\epsilon_{kl} = \lambda\delta_{ij}\delta_{kl}\epsilon_{kl} + \alpha\delta_{ik}\delta_{jl}\epsilon_{kl} + \beta\delta_{il}\delta_{jk}\epsilon_{kl} \quad (80-4)$$

رابطه فوق را می‌توان به صورت زیر ساده نمود:

$$\delta_{ij}\delta_{kl}\epsilon_{kl} = \delta_{ij}\epsilon_{kk}, \quad \delta_{ik}\delta_{jl}\epsilon_{kl} = \epsilon_{ij}, \quad \delta_{il}\delta_{jk}\epsilon_{kl} = \epsilon_{ij} \quad (81-4)$$

با جایگذاری معادله (81-4) در معادله (80-4)، رابط کلاسیک تنش- کرنش بدست می‌آید:

$$t_{ij} = C_{ijkl}\epsilon_{kl} = \lambda\epsilon_{kk}\delta_{ij} + (\alpha + \beta)\epsilon_{ij} = \lambda\epsilon_{kk}\delta_{ij} + 2G\epsilon_{ij} \quad (82-4)$$

۴-۲-۳-۱ ارتعاشات خمشی

برای تحلیل ارتعاشات خمشی، هندسه و شماتیک تیر ACP مورد نظر شکل ۴-۴ می‌باشد. مولفه غیرصفر کرنش ϵ_{ij} برای تیر تحت خمش در معادله (۴-۳۴) داده شده است. با جایگذاری این معادله در معادله (۸۲-۴) مولفه‌های غیرصفر تنش کلاسیک به صورت زیر بدست می‌آید:

$$t_{xx} = E\epsilon_{xx} \quad (83-4)$$

با جایگذاری معادله (۸۳-۴) در معادله (۷۵-۴) و با صرفنظر نمودن از رفتار غیرمحلّی در راستای ضخامت تیر، معادله ساختاری غیرمحلّی برای میکروتیر مورد نظر به صورت زیر بدست می‌آید:

$$\sigma_{xx} - \mu \frac{\partial^2 \sigma_{xx}}{\partial x^2} = E\epsilon_{xx} \quad (84-4)$$

با ضرب z در معادله فوق و انتگرال‌گیری بر روی سطح مقطع تیر، A و با در نظر گرفتن کرنش میکروتیر مورد نظر به صورت معادله (۴-۳۴)، رابطه زیر حاصل می‌گردد:

$$M - \mu \frac{\partial^2 M}{\partial x^2} = -EI \frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial x^2} \quad (85-4)$$

که در رابطه فوق I ممان اینرسی سطح مقطع و M ممان خمشی اعمال شده بر سطح مقطع بوده که به صورت زیر تعریف می‌گردد:

$$M = \int_A z \sigma_{xx} dA \quad (86-4)$$

انرژی کرنش، U در یک ماده الاستیک خطی که حجم Ω را اشغال می‌نماید، به صورت زیر تعریف می‌گردد:

$$U = \frac{1}{2} \int_{\Omega} \sigma_{ij} \varepsilon_{ij} dv \quad (۸۷-۴)$$

با جایگذاری معادله (۳۴-۴) در معادله (۸۷-۴) و همچنین با در نظر گرفتن معادله (۸۶-۴)، انرژی پتانسیل برای یک میکروتیر دوسر آزاد به صورت زیر بدست می‌آید:

$$U = -\int_0^L M \frac{\partial^2 w(x,t)}{\partial x^2} dx \quad (۸۸-۴)$$

با در نظر گرفتن انرژی پتانسیل مربوط به فنر میکروتیر مورد نظر در این بخش (شکل ۴-۴)، انرژی پتانسیل کل میکروتیر ACP بدست می‌آید:

$$U = -\int_0^L M \frac{\partial^2 w(x,t)}{\partial x^2} dx + \frac{1}{2} K_n \left(q \frac{\partial w(L,t)}{\partial x} \right)^2 + \frac{1}{2} K_l \left(w(x,t) - p \frac{\partial w(x,t)}{\partial x} \right)^2 \quad (۸۹-۴)$$

برای بدست آوردن معادله حرکت و شرایط مرزی بر مبنای تئوری الاستیک غیرمحلّی، از اصل هامیلتون (معادله (۴۶-۴)) استفاده می‌نماییم. بدین منظور، نخست لازم است که تغییرات انرژی پتانسیل و جنبشی بدست آید. با توجه به معادله (۸۹-۴)، تغییرات انرژی پتانسیل برابر خواهد بود با:

$$\delta U = -\int_0^L \frac{\partial^2 M}{\partial x^2} \delta w dx - M \delta \frac{\partial w}{\partial x} \Big|_0^L + \frac{\partial M}{\partial x} \delta w \Big|_0^L + \left[k_n q^2 \frac{\partial w}{\partial x} - k_l p w \right] \delta \frac{\partial w}{\partial x} \Big|_{x=L} + k_l w \delta w \Big|_{x=L} \quad (۹۰-۴)$$

انرژی جنبشی میکروتیر مورد نظر و تغییرات آن، در روابط (۴۵-۴) و (۴۸-۴) بدست آمده است. با صرف نظر نمودن از کار نیروهای غیرپایستار و جایگذاری معادلات (۴۸-۴) و (۹۰-۴) در رابطه (۴۶-۴)، خواهیم داشت:

$$\begin{aligned} \delta \int_{t_1}^{t_2} (T - U + W_{nc}) dt &= \int_{t_1}^{t_2} \left\{ \int_0^L \left(-\rho A \frac{\partial^2 w(x,t)}{\partial t^2} + \frac{\partial^2 M}{\partial x^2} \right) \delta w dx + M \delta \frac{\partial w}{\partial x} \Big|_0^L + \frac{\partial M}{\partial x} \delta w \Big|_0^L \right. \\ &\quad \left. + \left(-J_e \frac{\partial^3 w}{\partial t^2 \partial x} + k_l p w - k_n q^2 \frac{\partial w}{\partial x} \right) \delta \frac{\partial w}{\partial x} \Big|_{x=L} - \left(M_e \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + k_l w \right) \delta w \Big|_{x=L} \right\} dt = 0 \end{aligned} \quad (۹۱-۴)$$

با توجه به رابطه فوق، معادله حرکت سیستم برابر خواهد بود با:

$$\frac{\partial^2 M(x,t)}{\partial x^2} - \rho A \frac{\partial^2 w(x,t)}{\partial x^2} = 0 \quad (۹۲-۴)$$

همچنین با در نظر گرفتن مدل ACP مورد نظر در این بخش و رابطه (۹۱-۴)، شرایط مرزی نیز به صورت زیر بدست می‌آیند:

$$w(x, t) = 0 \quad \frac{\partial w(x, t)}{\partial x} = 0 \quad \text{at } x = 0 \quad (93-4)$$

$$M_e \frac{\partial^2 w(x, t)}{\partial t^2} + \frac{\partial M}{\partial x} + K_I w(x, t) = 0 \quad \text{at } x = L \quad (94-4)$$

$$-J_e \frac{\partial^3 w(x, t)}{\partial x \partial t^2} + M - K_n q^2 \frac{\partial w(x, t)}{\partial x} + K_I p w(x, t) = 0 \quad \text{at } x = L \quad (95-4)$$

با قرار دادن رابطه (۹۲-۴) در رابطه (۸۵-۴)، عبارت زیر برای ممان خمشی حاصل می‌گردد:

$$M = -EI \frac{\partial^2 w(x, t)}{\partial x^2} + \mu \rho A \frac{\partial^2 w(x, t)}{\partial t^2} \quad (96-4)$$

در نهایت با جایگذاری عبارت فوق برای ممان خمشی در معادله حرکت و شرایط مرزی (۹۲-۴) تا (۹۵-۴)، می‌توان معادله حرکت و شرایط مرزی را به صورت زیر بازنویسی نمود:

$$EI \frac{\partial^4 w(x, t)}{\partial x^4} + \rho A \frac{\partial^2 w(x, t)}{\partial t^2} - \mu \rho A \frac{\partial^4 w(x, t)}{\partial t^2 \partial x^2} = 0 \quad (97-4)$$

$$w(0, t) = 0 \quad \frac{\partial w(0, t)}{\partial x} = 0 \quad (98-4)$$

$$\mu \rho A \frac{\partial^3 w(L, t)}{\partial t^2 \partial x} - EI \frac{\partial^3 w(L, t)}{\partial x^3} + M_e \frac{\partial^2 w(L, t)}{\partial t^2} + k_I w(L, t) = 0 \quad (99-4)$$

$$EI \frac{\partial^2 w(L, t)}{\partial x^2} - \mu \rho A \frac{\partial^2 w(L, t)}{\partial t^2} + J_e \frac{\partial^3 w(L, t)}{\partial x \partial t^2} + k_n q^2 \frac{\partial w(L, t)}{\partial x} - k_I p w(L, t) = 0 \quad (100-4)$$

با در نظر گرفتن پارامترهای بی‌بعد معرفی شده در رابطه (۵۶-۴) و همچنین تعریف پارامتر غیرمحملی

بی‌بعد به صورت $e = \frac{\mu}{L^2}$ ، می‌توان روابط (۹۷-۴) تا (۱۰۰-۴) را به صورت زیر بی‌بعد نمود:

$$\frac{\partial^4 W(X, \tau)}{\partial X^4} + \frac{\partial^2 W(X, \tau)}{\partial \tau^2} - e \frac{\partial^4 W(X, \tau)}{\partial \tau^2 \partial X^2} = 0 \quad (101-4)$$

$$W(0, \tau) = 0 \quad \frac{\partial W(0, \tau)}{\partial X} = 0 \quad (102-4)$$

$$e \frac{\partial^3 W(1, \tau)}{\partial \tau^2 \partial X} - \frac{\partial^3 W(1, \tau)}{\partial X^3} + \tilde{\rho} Q \frac{\partial^2 W(1, \tau)}{\partial \tau^2} + \beta_I W(1, \tau) = 0 \quad (103-4)$$

$$\frac{\partial^2 W(1, \tau)}{\partial X^2} - e \frac{\partial^2 W(1, \tau)}{\partial \tau^2} + \frac{1}{3} \tilde{\rho} Q^3 \frac{\partial^3 W(1, \tau)}{\partial X \partial \tau^2} + \beta_n Q^2 \frac{\partial W(1, \tau)}{\partial X} - \beta_l P W(1, \tau) = 0 \quad (104-4)$$

در ادامه با فرض حلی هارمونیک برای $W(X, \tau)$ به صورت $W(X, \tau) = V(X)e^{i\omega\tau}$ ، شکل دیفرانسیلی معادلات (101-4) تا (104-4) بدست می‌آید:

$$\frac{d^4 V(X)}{dX^4} + e\omega^2 \frac{d^2 V(X)}{dX^2} - \omega^2 V(X) = 0 \quad (105-4)$$

$$V(0) = \frac{dV(0)}{dX} = 0 \quad (106-4)$$

$$e\omega^2 \frac{dV(1)}{dX} + \frac{d^3 V(1)}{dX^3} + r_1 V(1) = 0 \quad (107-4)$$

$$\frac{d^2 V(1)}{dX^2} + r_2 \frac{dV(1)}{dX} + r_3 V(1) = 0 \quad (108-4)$$

که در این معادلات ω ، فرکانس و r_1 ، r_2 و r_3 عبارتند از:

$$r_1 = \tilde{\rho} Q \omega^2 - \beta_l, \quad r_2 = \beta_n Q^2 - \frac{1}{3} \tilde{\rho} Q^3 \omega^2, \quad r_3 = e\omega^2 - \beta_l P \quad (109-4)$$

حل عمومی معادله (105-4) عبارتست از:

$$V(X) = a_1 \sinh \lambda_1 X + a_2 \cosh \lambda_1 X + a_3 \sin \lambda_2 X + a_4 \cos \lambda_2 X \quad (110-4)$$

که در معادله فوق، a_i ($i=1...4$) ثوابتی هستند که با استفاده از شرایط مرزی (106-4) تا (108-4) تعیین می‌گردند. همچنین، λ_1 و λ_2 به صورت زیر تعیین می‌گردند:

$$\lambda_1 = \sqrt{\frac{-e\omega^2 + \sqrt{(e\omega)^2 + 4\omega^2}}{2}} \quad \lambda_2 = \sqrt{\frac{e\omega^2 + \sqrt{(e\omega)^2 + 4\omega^2}}{2}} \quad (111-4)$$

با اعمال شرایط مرزی (106-4) تا (108-4) در معادله (110-4)، معادله مشخصه سیستم به صورت زیر بدست می‌آید:

$$C(\omega, \beta) = U_1 U_4 - U_2 U_3 = 0 \quad (112-4)$$

که:

$$U_1 = e\omega^2 \lambda_2 (-\cosh \lambda_1 + \cos \lambda_2) - \lambda_1^2 \lambda_2 \cosh \lambda_1 - \lambda_2^3 \cos \lambda_2 + r_1 \left(\frac{-\lambda_2}{\lambda_1} \sinh \lambda_1 + \sin \lambda_2 \right) \quad (113-4)$$

$$U_2 = -e\omega^2(\lambda_1 \sinh \lambda_1 + \lambda_2 \sin \lambda_2) + \left(-\lambda_1^3 \sinh \lambda_1 + \lambda_2^3 \sin \lambda_2\right) + r_1(-\cosh \lambda_1 + \cos \lambda_2) \quad (114-4)$$

$$U_3 = -\lambda_1 \lambda_2 \sinh \lambda_1 - \lambda_2^2 \sin \lambda_2 + r_2 \lambda_2(-\cosh \lambda_1 + \cos \lambda_2) + r_3 \left(\frac{-\lambda_2}{\lambda_1} \sinh \lambda_1 + \sin \lambda_2\right) \quad (115-4)$$

$$U_4 = -\lambda_1^2 \cosh \lambda_1 - \lambda_2^2 \cos \lambda_2 - r_2(\lambda_1 \sinh \lambda_1 + \lambda_2 \sin \lambda_2) + r_3(-\cosh \lambda_1 + \cos \lambda_2) \quad (116-4)$$

حساسیت بی بعد تیر ACP موردنظر نیز، به صورت دیفرانسیل فرکانس تشدید بی بعد نسبت به سختی تماسی بی بعد سطح بدست می آید:

$$S = \frac{\partial \omega}{\partial \beta_1} = -\frac{\partial C / \partial \beta_1}{\partial C / \partial \omega} \quad (117-4)$$

۲-۳-۲-۴ ارتعاشات پیچشی

هندس و شماتیک تیر ACP مورد نظر برای تحلیل پیچشی در شکل ۴-۵ نشان داده شده است. برای مدل سازی برهم کنش جانبی بین نوک و سطح نمونه از یک فنر جانبی با سختی k_t استفاده شده است. در پیچش مقاطع منشوری شکل، علاوه بر پیچش خالص سطح مقطع، پیچیدگی^۱ سطح مقطع نیز اتفاق می افتد. با در نظر گرفتن این موضوع، درایه های بردار جابجایی، u برای میکروتیر یکسردرگیر ACP که در شکل ۴-۵ نشان داده شده است، را می توان به صورت زیر در نظر گرفت [۱۳۷]:

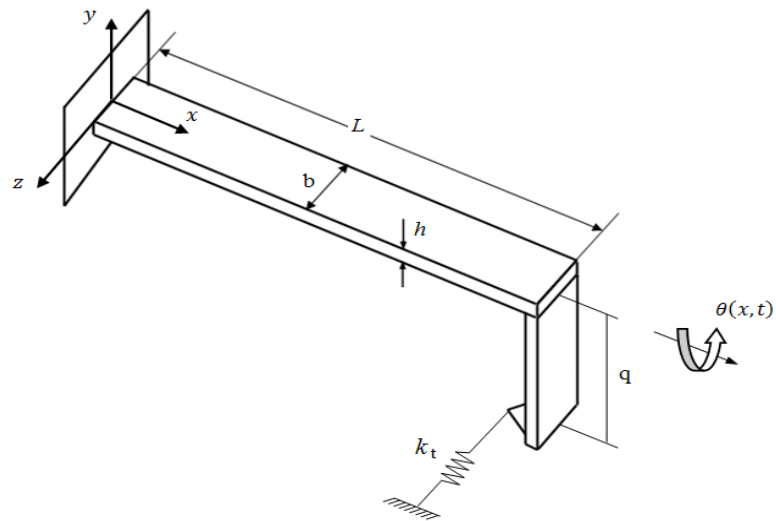
$$u_1 = \theta(x, t) \psi(y, z), \quad u_2 = -z \theta(x, t), \quad u_3 = y \theta(x, t) \quad (118-4)$$

که در این رابطه، u_1 ، u_2 و u_3 معرف جابجایی به ترتیب در راستای محوره های x ، y و z و $\psi(y, z)$ تابع پیچیدگی سطح مقطع می باشند. با جایگذاری رابطه فوق در معادله (۴-۷۷)، مولفه های غیر صفر کرنش برای تیر مورد نظر به صورت زیر بدست می آیند:

$$\varepsilon_{xy} = \varepsilon_{yx} = \frac{1}{2} \left(\theta(x, t) \frac{\partial \psi(y, z)}{\partial y} - z \frac{\partial \theta(x, t)}{\partial x} \right), \quad \varepsilon_{xz} = \varepsilon_{zx} = \frac{1}{2} \left(\theta(x, t) \frac{\partial \psi(y, z)}{\partial z} + y \frac{\partial \theta(x, t)}{\partial x} \right) \quad (119-4)$$

همچنین باید ذکر نمود که به علت ناچیز بودن کرنش ε_{xx} ، از آن صرف نظر شده است. با جایگذاری معادله (۴-۱۱۹) در معادله (۴-۸۲)، درایه های تانسور تنش کلاسیک حاصل می گردند:

¹ Warping



شکل ۴-۵ شماتیک تیر ACP نوع اول در تماس با سطح تحت ارتعاشات پیچشی

$$t_{xy} = t_{yx} = 2G\varepsilon_{xy} = G \left(\theta(x, t) \frac{\partial \psi(y, z)}{\partial y} - z \frac{\partial \theta(x, t)}{\partial x} \right) \quad (۱۲۰-۴)$$

$$t_{xz} = t_{zx} = 2G\varepsilon_{xz} = G \left(\theta(x, t) \frac{\partial \psi(y, z)}{\partial z} + y \frac{\partial \theta(x, t)}{\partial x} \right)$$

با معرفی تابع تنش^۱ Φ ، تنش‌های برشی (۱۲۰-۴) به صورت زیر تعریف می‌گردند [۱۳۷]:

$$t_{xy} = t_{yx} = \frac{\partial \Phi}{\partial z} \quad t_{xz} = t_{zx} = -\frac{\partial \Phi}{\partial y} \quad (۱۲۱-۴)$$

با توجه به رابطه فوق و رابطه (۱۲۰-۴) می‌توان نوشت:

$$\frac{\partial \Phi}{\partial z} = G \left(\theta \frac{\partial \psi}{\partial y} - z \frac{\partial \theta}{\partial x} \right) \quad -\frac{\partial \Phi}{\partial y} = G \left(\theta \frac{\partial \psi}{\partial z} - y \frac{\partial \theta}{\partial x} \right) \quad (۱۲۲-۴)$$

به وسیله روش شبیه‌سازی غشایی، تابع تنش برای میکروتیر مستطیلی مورد نظر در تحلیل حاضر به

صورت زیر بدست می‌آید [۱۳۷]:

$$\Phi = G\Lambda \frac{\partial \theta}{\partial x} \quad (۱۲۳-۴)$$

که:

$$\Lambda = \frac{8h^2}{\pi^3} \sum_{n=1,3,\dots}^{\infty} \frac{1}{n^3} (-1)^{\frac{n-1}{2}} \left[1 - \frac{\cosh(n\pi z/h)}{\cosh(n\pi b/2h)} \right] \cos(n\pi y/h) \quad (۱۲۴-۴)$$

با توجه به رابطه (۱۲۳-۴)، می‌توان رابطه (۱۲۱-۴) را به صورت زیر بازنویسی نمود:

^۱ Stress Function

$$t_{xy} = t_{yx} = G\Lambda_z \frac{\partial \theta}{\partial x} \quad t_{xz} = t_{zx} = -G\Lambda_y \frac{\partial \theta}{\partial x} \quad (۱۲۵-۴)$$

در رابطه فوق، Λ_z و Λ_y به ترتیب مشتق Λ نسبت به z و y می‌باشند که به صورت زیر بدست می‌آیند:

$$\Lambda_z = -\frac{8h}{\pi} \sum_{n=1,3,\dots}^{\infty} \frac{1}{n^2} (-1)^{\frac{n-1}{2}} \frac{\sinh(n\pi z/h)}{\cosh(n\pi b/2h)} \cos(n\pi y/h) \quad (۱۲۶-۴)$$

$$\Lambda_y = -\frac{8h}{\pi} \sum_{n=1,3,\dots}^{\infty} \frac{1}{n^2} (-1)^{\frac{n-1}{2}} \left[1 - \frac{\cosh(n\pi z/h)}{\cosh(n\pi b/2h)} \right] \sin(n\pi y/h) \quad (۱۲۷-۴)$$

با توجه به روابط (۱۲۰-۴) و (۱۲۵-۴) می‌توان کرنش‌های ε_{xz} و ε_{xy} را به صورت زیر بدست آورد:

$$\varepsilon_{xy} = \varepsilon_{yx} = \frac{1}{2} \Lambda_z \frac{\partial \theta}{\partial x} \quad \varepsilon_{xz} = \varepsilon_{zx} = -\frac{1}{2} \Lambda_y \frac{\partial \theta}{\partial x} \quad (۱۲۸-۴)$$

سپس با جایگذاری معادله (۱۲۵-۴) در معادله (۷۵-۴) و با فرض این واقعیت که رفتارهای غیرمحلی

در جهت ضخامت قابل صرفنظر نمودن می‌باشند، روابط زیر برای تیر تحت پیچش حاصل می‌گردد:

$$\sigma_{xy} - \mu \frac{\partial^2 \sigma_{xy}}{\partial x^2} = G\Lambda_z \frac{\partial \theta}{\partial x} \quad (۱۲۹-۴)$$

$$\sigma_{xz} - \mu \frac{\partial^2 \sigma_{xz}}{\partial x^2} = -G\Lambda_y \frac{\partial \theta}{\partial x} \quad (۱۳۰-۴)$$

در روابط فوق، با صرفنظر نمودن از پارامتر غیرمحلی، μ ، روابط کلاسیک بدست خواهند آمد.

با ضرب طرفین رابطه (۱۲۹-۴) در Λ_z و طرفین معادله (۱۳۰-۴) در $-\Lambda_y$ و سپس جمع روابط

حاصل شده، رابطه‌ای به صورت زیر بدست می‌آید:

$$\Lambda_z \sigma_{xy} - \Lambda_y \sigma_{xz} = \mu \frac{\partial^2}{\partial x^2} (\Lambda_z \sigma_{xy} - \Lambda_y \sigma_{xz}) + G \frac{\partial \theta}{\partial x} (\Lambda_y^2 + \Lambda_z^2) \quad (۱۳۱-۴)$$

با انتگرال‌گیری از رابطه فوق بر روی سطح مقطع تیر، A رابطه زیر حاصل می‌گردد:

$$\begin{aligned} \int_A (\Lambda_z \sigma_{xy} - \Lambda_y \sigma_{xz}) dA &= \int_A \left[\mu \frac{\partial^2}{\partial x^2} (\Lambda_z \sigma_{xy} - \Lambda_y \sigma_{xz}) + G \frac{\partial \theta}{\partial x} (\Lambda_y^2 + \Lambda_z^2) \right] dA \\ \Rightarrow \int_A (\Lambda_z \sigma_{xy} - \Lambda_y \sigma_{xz}) dA &= \int_A \mu \frac{\partial^2}{\partial x^2} (\Lambda_z \sigma_{xy} - \Lambda_y \sigma_{xz}) dA + \int_A G \frac{\partial \theta}{\partial x} (\Lambda_y^2 + \Lambda_z^2) dA \\ \Rightarrow \int_A (\Lambda_z \sigma_{xy} - \Lambda_y \sigma_{xz}) dA &= \mu \frac{\partial^2}{\partial x^2} \int_A (\Lambda_z \sigma_{xy} - \Lambda_y \sigma_{xz}) dA + G \frac{\partial \theta}{\partial x} \int_A (\Lambda_y^2 + \Lambda_z^2) dA \quad (۱۳۲-۴) \end{aligned}$$

با در نظر گرفتن $T_N = \int_A (\Lambda_z \sigma_{xy} - \Lambda_y \sigma_{xz}) dA$ به عنوان گشتاور غیرمحمولی بر روی سطح مقطع تیر یکسردرگیر و $J = \int_A (\Lambda_y^2 + \Lambda_z^2) dA$ ، رابطه (۴-۱۳۲) را می‌توان به صورت زیر بازنویسی کرد:

$$T_N - \mu \frac{\partial^2 T_N}{\partial x^2} = GJ \frac{\partial \theta}{\partial x} \quad (۴-۱۳۳)$$

انرژی کرنش، U میکروتیر نشان داده شده در شکل ۴-۵ در ناحیه Ω ، به صورت زیر می‌باشد:

$$U = \frac{1}{2} \int_{\Omega} (2\sigma_{xy} \varepsilon_{xy} + 2\sigma_{xz} \varepsilon_{xz}) dv \quad (۴-۱۳۴)$$

با جایگذاری رابطه (۴-۱۲۸) در رابطه فوق، انرژی کرنشی میکروتیر بدست می‌آید:

$$\begin{aligned} U &= \frac{1}{2} \int_{\Omega} \left(\sigma_{xy} \Lambda_z \frac{\partial \theta}{\partial x} + \sigma_{xz} \Lambda_y \frac{\partial \theta}{\partial x} \right) dv \\ &= \frac{1}{2} \int \left[\int_A (\sigma_{xy} \Lambda_z + \sigma_{xz} \Lambda_y) dA \right] \frac{\partial \theta}{\partial x} dx = \frac{1}{2} \int T_N \frac{\partial \theta}{\partial x} dx \end{aligned} \quad (۴-۱۳۵)$$

با توجه به رابطه فوق و با در نظر گرفتن تیر نشان داده شده در شکل ۴-۵، انرژی پتانسیل کل میکروتیر نیز بدست می‌آید:

$$U = \frac{1}{2} \int T_N \frac{\partial \theta}{\partial x} dx + \frac{1}{2} k_t (q\theta(L, t))^2 \quad (۴-۱۳۶)$$

انرژی جنبشی میکروتیر موردنظر نیز به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$T = \frac{1}{2} \int \rho I_c \left(\frac{\partial \theta}{\partial t} \right)^2 dx + \frac{1}{2} J_e \left(\frac{\partial \theta}{\partial t} \right)^2 \quad (۴-۱۳۷)$$

در رابطه فوق، I_c ممان اینرسی سطح مقطع تیر و J_e ممان اینرسی جرمی رابط عمودی می‌باشند که به صورت زیر تعریف می‌گردند:

$$I_c = \frac{1}{12} (bh^3 + b^3h) \quad J_e = \frac{1}{3} M_e q^2 = \frac{1}{3} \rho_e A q^3 \quad (۴-۱۳۸)$$

برای بدست آوردن معادله حرکت و شرایط مرزی ارتعاشات پیچشی میکروتیر مورد نظر از اصل هامیلتون استفاده می‌نماییم. بدین منظور ابتدا تغییرات انرژی پتانسیل و جنبشی را بدست می‌آوریم:

$$\delta U = \int_0^L T_N \frac{\partial}{\partial x} \delta \theta dx + \frac{1}{2} K q^2 \theta \delta \theta = T_N \delta \theta \Big|_0^L - \int_0^L \frac{\partial T_N}{\partial x} \delta \theta dx + k_t q^2 \theta \delta \theta \Big|_0^L \quad (۴-۱۳۹)$$

$$\begin{aligned} \int_{t_1}^{t_2} \delta T dt &= \int_0^L \int_{t_1}^{t_2} \rho I_c \frac{\partial \theta}{\partial t} \frac{\partial}{\partial t} \delta \theta dt dx + \int_{t_1}^{t_2} J_e \frac{\partial \theta}{\partial t} \frac{\partial}{\partial t} \delta \theta dt \\ &= \rho I_c \frac{\partial \theta}{\partial t} \delta \theta \Big|_{t_1}^{t_2} - \int_0^L \int_{t_1}^{t_2} \rho I_c \frac{\partial^2 \theta}{\partial t^2} \delta \theta dt dx + J_e \frac{\partial \theta}{\partial t} \delta \theta \Big|_{t_1}^{t_2} - \int_{t_1}^{t_2} J_e \frac{\partial^2 \theta}{\partial t^2} \delta \theta dt \end{aligned} \quad (۱۴۰-۴)$$

در ادامه، با صرفنظر نمودن از کار نیروهای غیرپایستار، روابط (۱۳۹-۴) و (۱۴۰-۴) را در اصل هامیلتون (رابطه (۴۶-۴)) جایگذاری می‌نماییم:

$$\int_{t_1}^{t_2} \left\{ \int_0^L \left(\frac{\partial T_N}{\partial x} - \rho I_c \frac{\partial^2 \theta}{\partial t^2} \right) \delta \theta dx + \left(k_t q^2 \theta + T_N \right) \delta \theta \Big|_0^L - J_e \frac{\partial^2 \theta}{\partial t^2} \delta \theta \Big|_{x=L} \right\} dt = 0 \quad (۱۴۱-۴)$$

در نتیجه معادله حرکت و شرایط مرزی به صورت زیر بدست می‌آیند:

$$\rho I_c \frac{\partial^2 \theta(x,t)}{\partial t^2} - \frac{\partial T_N}{\partial x} = 0 \quad (۱۴۲-۴)$$

$$\theta(x,t) = 0 \quad \text{at} \quad x=0 \quad (۱۴۳-۴)$$

$$J_e \frac{\partial^2 \theta(x,t)}{\partial t^2} + T_N + k_t q^2 \theta(x,t) = 0 \quad \text{at} \quad x=L \quad (۱۴۴-۴)$$

با جایگذاری معادله (۱۴۲-۴) در رابطه (۱۳۳-۴)، عبارت زیر برای T_N بدست می‌آید:

$$T_N = \mu \rho I \frac{\partial^3 \theta}{\partial t^2 \partial x} + GJ \frac{\partial \theta}{\partial x} \quad (۱۴۵-۴)$$

با جایگذاری معادله (۱۴۵-۴) در روابط (۱۴۲-۴) تا (۱۴۴-۴)، می‌توان معادله حرکت و شرایط مرزی

را به صورت زیر بازنویسی نمود:

$$\mu \rho I_c \frac{\partial^4 \theta(x,t)}{\partial t^2 \partial x^2} + GJ \frac{\partial^2 \theta(x,t)}{\partial x^2} - \rho I_c \frac{\partial^2 \theta(x,t)}{\partial t^2} = 0 \quad (۱۴۶-۴)$$

$$\theta(0,t) = 0 \quad (۱۴۷-۴)$$

$$J_e \frac{\partial^2 \theta(0,t)}{\partial t^2} + \mu \rho I_c \frac{\partial^3 \theta(0,t)}{\partial t^2 \partial x} + GJ \frac{\partial \theta(0,t)}{\partial x} + k_t q^2 \theta(0,t) = 0 \quad (۱۴۸-۴)$$

پارامترهای بی‌بعد به صورت زیر تعریف می‌گردند:

$$\begin{aligned} X &= \frac{x}{L} & \tau &= \frac{t}{L} \sqrt{\frac{G}{\rho}} & \tilde{J} &= \frac{J}{I_c} & \tilde{J}_e &= \frac{J_e}{\rho J L} \\ e &= \frac{\mu}{L^2} & Q &= \frac{q}{L} & \beta &= \frac{k_t L^3}{GJ} \end{aligned} \quad (۱۴۹-۴)$$

با اعمال پارامترهای بی بعد فوق در روابط (۴-۱۴۶) تا (۴-۱۴۸)، معادله حرکت و شرایط مرزی ارتعاشات پیچشی به صورت بی بعد حاصل می گردند:

$$e \frac{\partial^4 \theta(X, \tau)}{\partial \tau^2 \partial X^2} + \tilde{J} \frac{\partial^2 \theta(X, \tau)}{\partial X^2} - \frac{\partial^2 \theta(X, \tau)}{\partial \tau^2} = 0 \quad (۴-۱۵۰)$$

$$\theta(0, \tau) = 0 \quad (۴-۱۵۱)$$

$$\tilde{J}_e \frac{\partial^2 \theta(1, \tau)}{\partial \tau^2} + \frac{e}{\tilde{J}} \frac{\partial^3 \theta(1, \tau)}{\partial \tau^2 \partial X} + \frac{\partial \theta(1, \tau)}{\partial X} + \beta Q^2 \theta(1, \tau) = 0 \quad (۴-۱۵۲)$$

در نهایت با فرض حلی هارمونیک به صورت $\theta(X, \tau) = \phi(X) e^{i\omega\tau}$ ، صورت دیفرانسیلی معادله حرکت و شرایط مرزی را نتیجه می دهد:

$$\frac{d^2 \phi}{dX^2} + \lambda^2 \phi = 0 \quad (۴-۱۵۳)$$

$$\phi(0) = 0 \quad (۴-۱۵۴)$$

$$\left(1 - \frac{e}{\tilde{J}} \omega^2\right) \frac{d\phi(1)}{dx} + (\beta Q^2 - \tilde{J}_e \omega^2) \phi(1) = 0 \quad (۴-۱۵۵)$$

که در روابط فوق، ω فرکانس تشدید و λ عدد موج خمشی نرمالیز شده بوده که به صورت زیر تعریف می گردد:

$$\lambda^2 = \frac{\omega^2}{\tilde{J} - e\omega^2} \quad (۴-۱۵۶)$$

حل عمومی معادله (۴-۱۵۳) به صورت زیر در نظر گرفته می شود:

$$\phi(X) = a_1 \cos \lambda X + a_2 \sin \lambda X \quad (۴-۱۵۷)$$

که در این رابطه a_i ($i=1,2$) ثوابتی دلخواه می باشند. با اعمال حل عمومی فوق در شرایط مرزی (۴-۱۵۴) و (۴-۱۵۶)، معادله مشخصه سیستم به صورت زیر بدست می آید:

$$C(\omega, \beta) = \cos \lambda + \lambda r \sin \lambda = 0 \quad (۴-۱۵۸)$$

که در این رابطه $r = \frac{\tilde{J}(\beta h^2 - \tilde{J}_e \omega^2)}{\omega^2}$ می باشد.

حساسیت پیچشی بی‌بعد میکروتیر ACP مورد نظر، S نیز به صورت مشتق فرکانس بی‌بعد نسبت به سختی تماسی جانبی بی‌بعد تعریف می‌گردد:

$$S = \frac{\partial \omega}{\partial \beta} = - \left(\frac{\partial C}{\partial \beta} \right) / \frac{\partial C}{\partial \omega} \quad (159-4)$$

با جایگذاری رابطه (4-158) در رابطه (4-159)، عبارت زیر برای حساسیت پیچشی میکروتیر ACP نوع اول بدست می‌آید:

$$S = - \frac{\tilde{J}h^2}{\omega^2} \sin \lambda \times \left\{ \left[\frac{1+e\lambda^2}{\omega} (r-1) - \frac{2\tilde{J}\beta h^2}{\omega^3} \right] \sin \gamma + \lambda r \frac{1+e\lambda^2}{\omega} \cos \lambda \right\}^{-1} \quad (160-4)$$

برای تحلیل دقیق‌تر، رابطه‌ای برای درصد تغییرات نسبی فرکانس و حساسیت به صورت زیر تعریف می‌گردد:

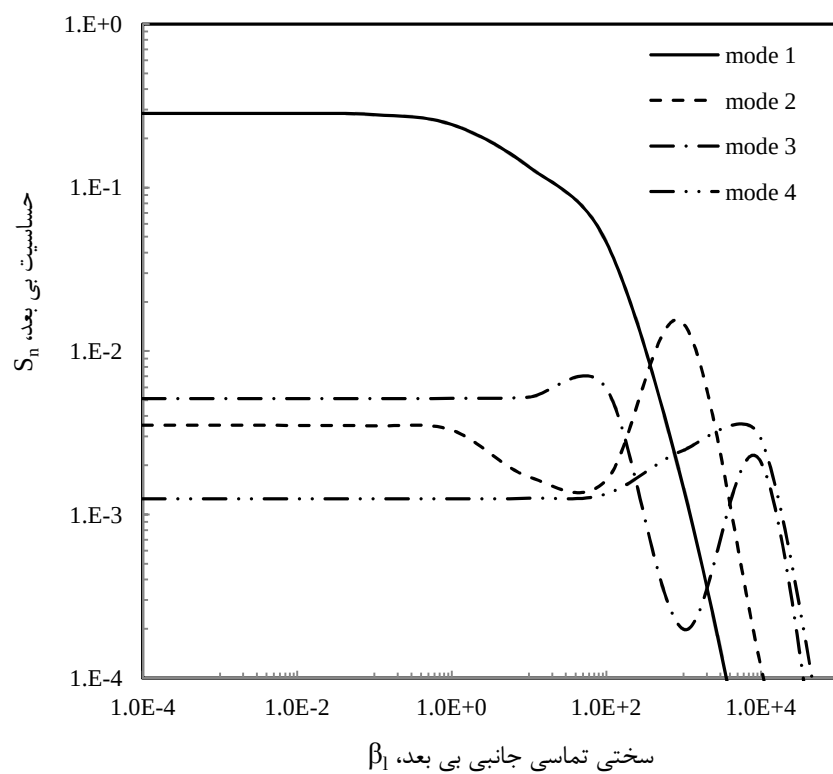
$$E_f = \frac{\omega_2 - \omega_1}{\omega_1} \times 100\% \quad E_s = \frac{S_2 - S_1}{S_1} \times 100\% \quad (161-4)$$

که در روابط فوق اندیس ۱ و ۲ به ترتیب نشان‌دهنده فرکانس یا حساسیت ارتعاشات برای دو حالت دلخواه اول و دوم می‌باشند.

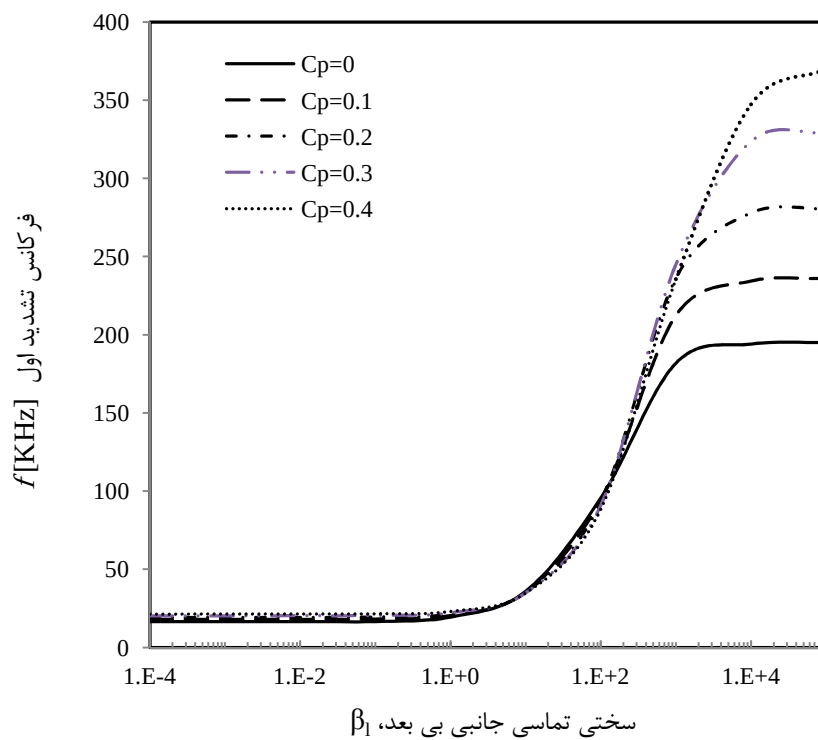
۴-۳ بحث و نتیجه‌گیری

بر مبنای تحلیل‌های صورت گرفته در بخش‌های پیشین، در این قسمت رفتار ارتعاشاتی میکروتیر ACP مورد بررسی قرار گرفته است. به این منظور، ابعاد و خصوصیات مواد به صورت $E = 170 \text{ GPa}$ ، $G = 64/1 \text{ GPa}$ ، $\rho = 2330 \text{ Kg/m}^3$ ، $\rho_e = 3440 \text{ Kg/m}^3$ ، $C_l = 10^{-8} \text{ N.m/s}$ ، $Q = q/L = 0/5$ و $C_n = 0/9 C_l$ ، $\beta_n = 0/9 \beta_l$ که همچنین فرض نموده‌ایم که $P = p/L = 0/1$ و $L = 20 \text{ h}$ فرض شده است. [۶۲، ۳۰].

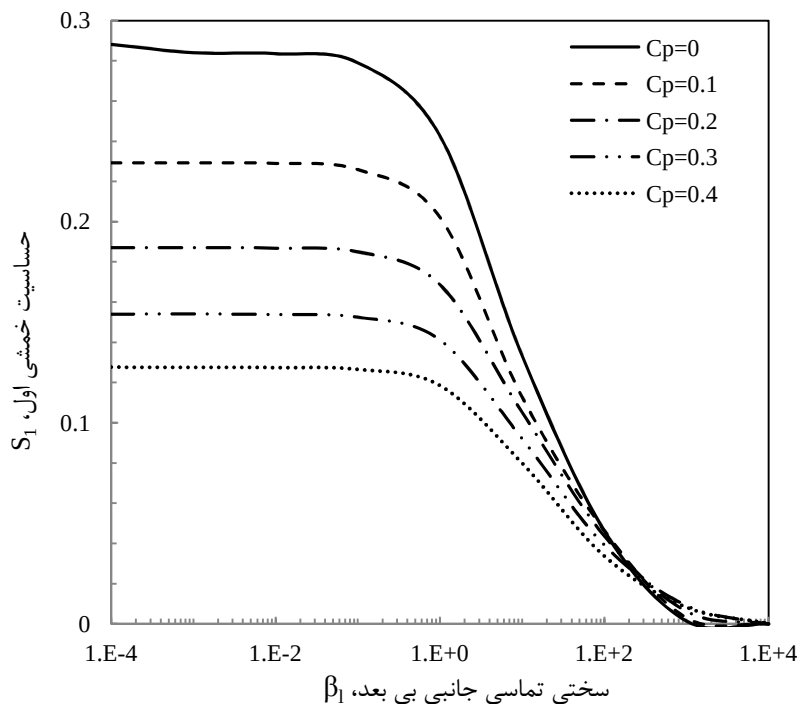
شکل ۴-۶ حساسیت بی‌بعد چهار مد اول ارتعاشات خمشی را برای مقادیر مختلف سختی تماسی نشان می‌دهد. همانطور که از شکل پیدا است، مد اول بیشترین حساسیت را نسبت به تغییرات سختی



شکل ۴-۶ حساسیت ارتعاشات خمشی چهار مد اول بر اساس تئوری تیر کلاسیک



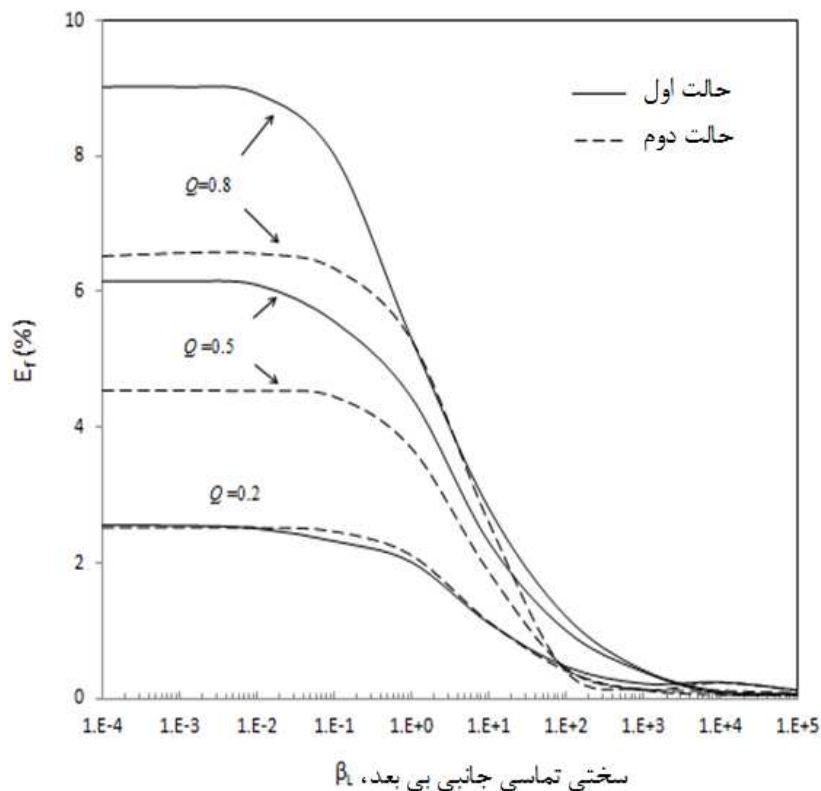
شکل ۴-۷ فرکانس تشدید اول نسبت به مکان تماس رابط بر روی تیر یکسردرگیر بر اساس تئوری تیر کلاسیک



شکل ۴-۸ حساسیت ارتعاشات خمشی اول نسبت به مکان تماس رابط بر روی تیر یکسردرگیر

سطح از خود نشان می‌دهد. مطابق شکل، مقدار ماکزیمم مقادیر حساسیت برای چهار مد اول به ترتیب برابر با $0/28398$ ، $0/03527$ ، $0/005119$ و $0/001247$ می‌باشد. هنگامی که سختی تماسی جانبی به حدود 120 می‌رسد، حساسیت مد اول کمتر از حساسیت مد دوم گشته و مد دوم بالاترین مقدار حساسیت را نسبت به بقیه مدها تجربه می‌نماید. با افزایش بیشتر سختی تماسی، این روند به طور مشابه برای مدهای مرتبه بالاتر مشاهده می‌گردد، که مدهای مرتبه بالاتر از حساسیت بیشتری نسبت به مدهای مرتبه پایین‌تر برخوردار می‌گردند. به طور کلی می‌توان اینگونه برداشت کرد که برای تصویربرداری از سطوح جانبی مواد نرم، باید تصویربرداری در مد اول صورت پذیرد، اما برای سطوح سخت‌تر، تصویربرداری در مدهای بالاتر و همچنین استفاده از تیرهای سخت‌تر توصیه می‌گردد.

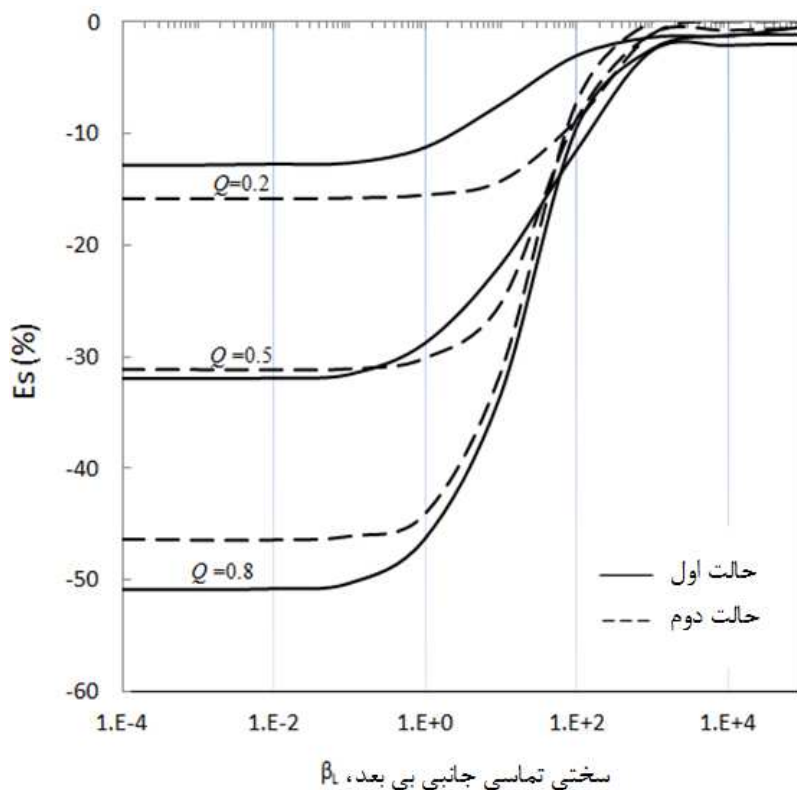
پیشتر اشاره نمودیم که به دلیل ابعاد پایین تیر و نوک، امکان مونتاژ دقیق رابط بر روی تیر یکسردرگیر و یا حتی نوک بر روی رابط وجود نداشته و ایجاد قدری فاصله بین نقطه اتصال رابط بر روی تیر تا انتهای تیر طبیعی می‌نماید. همچنین ممکن است رابط به طور دقیق با زاویه قائمه بر روی تیر یکسردرگیر قرار نگیرد. شکل‌های ۴-۷ تا ۴-۱۰ به تحلیل دقیق‌تر تاثیر چنین پدیده‌هایی بر روی



شکل ۹-۴ تغییرات نسبی فرکانس اول به ازای مقادیر مختلف نسبت طول رابط به تیر یکسردرگیر برای دو حالت مختلف؛ حالت اول: تغییر ۱۵ درجه‌ای در زاویه رابط، α ، از 90° به 75° ؛ حالت دوم: تغییر ۱۵ درجه‌ای در شیب تیر یکسردرگیر، θ ، از 0° به 15°

فرکانس و حساسیت ارتعاشات خمشی پرداخته است.

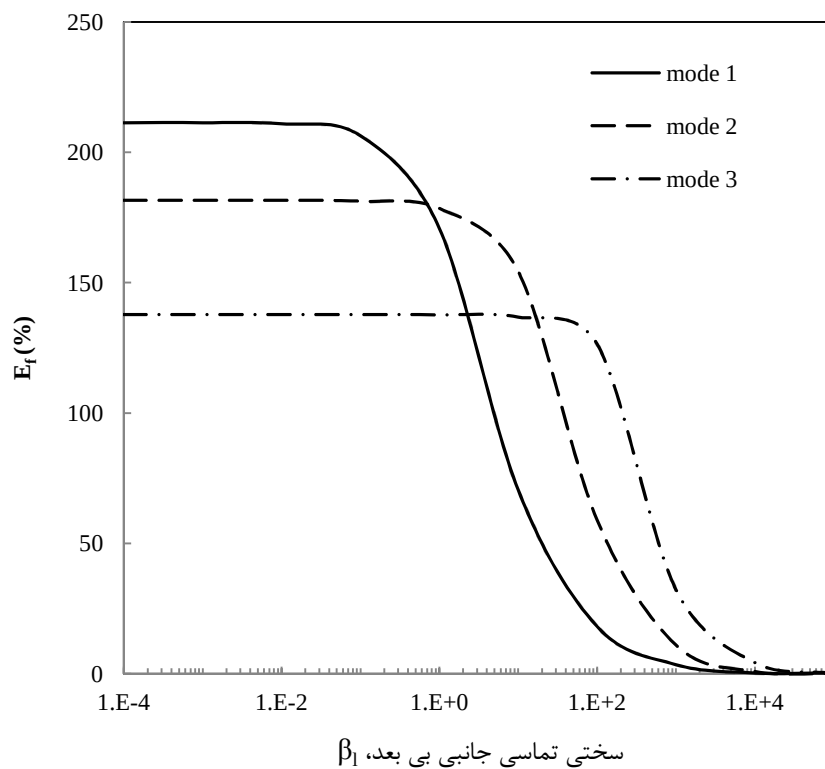
شکل‌های ۷-۴ و ۸-۴ تاثیر تغییرات محل قرارگیری رابط بر روی تیر یکسردرگیر، C_p ، را به ترتیب بر روی بر فرکانس تشدید و حساسیت ارتعاشات خمشی مد اول نشان دهند. از شکل ۷-۴ پیداست که فرکانس تشدید برای مقادیر پایین سختی تماسی، مستقل از سختی سطح بوده و به طور تقریبی با فرکانس ارتعاشات آزاد تیر برابر می‌باشد. با افزایش سختی تماسی، فرکانس تشدید به طور ناگهانی افزایش یافته تا اینکه در نهایت به یک نقطه ثابت برای مقادیر بسیار بالای سختی سطح می‌رسد. نکته مهمی که از این شکل می‌توان برداشت کرد این است که برای مقادیر پایین سختی تماسی، محل قرارگیری رابط بر روی تیر، به طور تقریبی تاثیری بر فرکانس ندارد، اما در مقادیر بالای سختی تماسی جانبی، افزایش فاصله بین رابط تا انتهای آزاد تیر، فرکانس را به طور چشمگیری افزایش



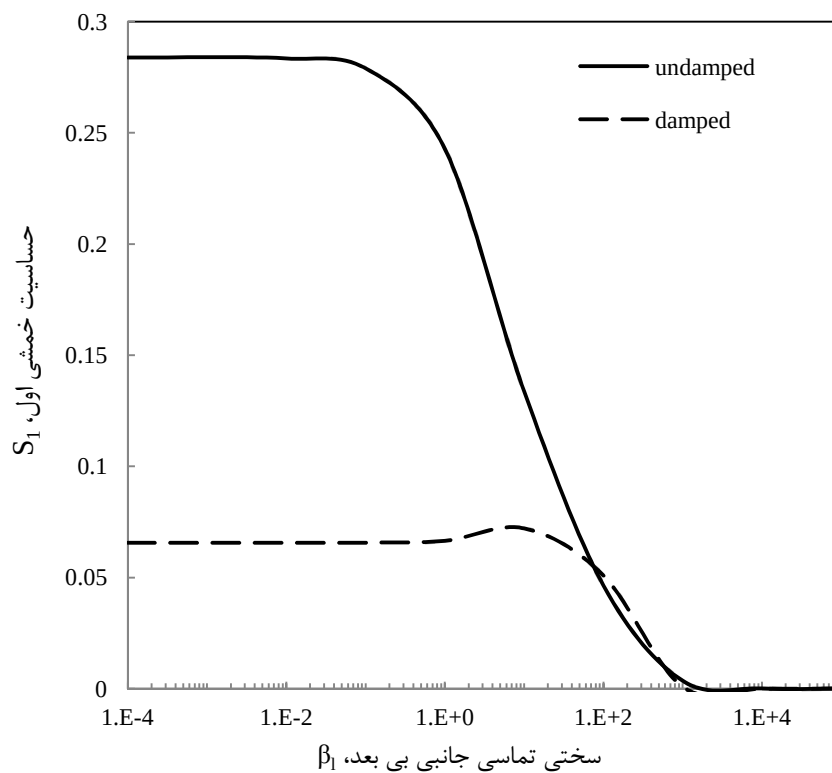
شکل ۴-۱۰ تغییرات نسبی حساسیت اول به ازای مقادیر مختلف نسبت طول رابط به تیر یکسردرگیر برای دو حالت مختلف؛ حالت اول: تغییر ۱۵ درجه‌ای در زاویه رابط، α ، از 90° به 75° ؛ حالت دوم: تغییر ۱۵ درجه‌ای در شیب تیر یکسردرگیر، θ ، از 0° به 15°

می‌دهد. از طرفی دیگر، با توجه به شکل ۴-۸، تاثیر تغییرات پارامتر C_p تنها به ازای مقادیر پایین سختی تماسی بر روی حساسیت ارتعاشات خمشی قابل ملاحظه می‌باشد. با توجه به این شکل، در مقادیر پایین سختی تماسی، هنگامی حساسیت ماکزیمم است که فاصله رابط تا انتهای آزاد تیر کمتر باشد. به طور کلی از شکل‌های ۴-۷ و ۴-۸ می‌توان نتیجه گرفت که برای روبش نمونه‌های نرم‌تر، حساسیت ارتعاشات وابسته به مکان اتصال و فرکانس تشدید مستقل از آن می‌باشد و برای روبش نمونه‌های سخت‌تر، این حالت عکس می‌باشد. این نوع استقلال فرکانس و حساسیت از یکدیگر به ازای برخی مقادیر سختی تماسی، می‌تواند در طراحی میکروتیر مفید باشد.

تاثیر تغییرات در زوایای بین رابط و تیر یکسردرگیر، α و همچنین تیر یکسردرگیر و خط افق، β بر تغییرات نسبی فرکانس تشدید و حساسیت ارتعاشات در برابر نسبت‌های مختلف از طول رابط به طول



شکل ۱۱-۴ تغییرات نسبی فرکانس تشدید سه مد اول بر اساس تئوری تیر کلاسیک؛ (۱) $C_l = 0$ ، (۲) $C_l = 10^{-8}$



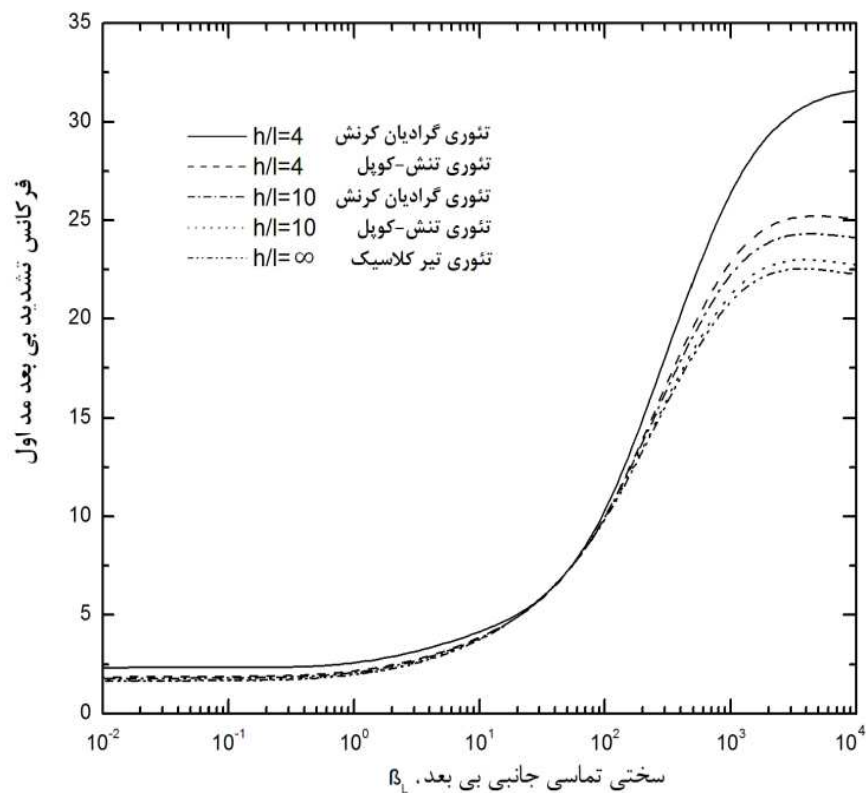
شکل ۱۲-۴ تاثیر میرایی بر حساسیت ارتعاشات اول بر اساس تئوری تیر کلاسیک

تیر یک‌سردرگیر، Q به ترتیب در شکل‌های ۹-۴ و ۱۰-۴ نشان داده است. در این دو شکل، تغییرات فرکانس و حساسیت برای دو حالت مختلف مورد تحلیل قرار گرفته‌اند:

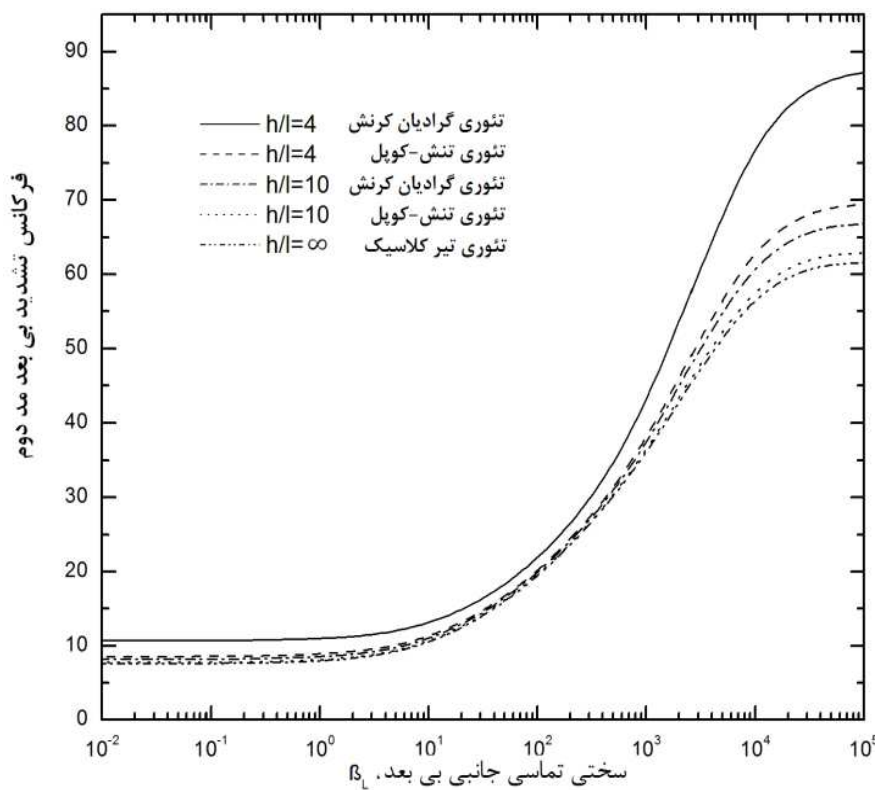
$$\left. \begin{array}{l} \beta = 0^\circ - 1 \\ \beta = 15^\circ - 2 \end{array} \right\} \text{حالت دوم} \qquad \left. \begin{array}{l} \alpha = 90^\circ - 1 \\ \alpha = 70^\circ - 2 \end{array} \right\} \text{حالت اول}$$

لازم به ذکر است در حالت اول $\beta = 0^\circ$ و در حالت دوم $\alpha = 90^\circ$ فرض شده‌است. در هر دو حالت سه مقدار مختلف برای Q در نظر گرفته شده است که عبارتند از $0/2$ ، $0/5$ و $0/8$. نگاهی اجمالی به این دو شکل موید این واقعیت است که برای مقادیر بالای سختی تماسی ($\beta > 100$) تاثیر تغییرات زوایای α و β بر فرکانس تشدید و حساسیت ارتعاشات ناچیز و قابل صرف‌نظر کردن می‌باشند. این درحالی است که افزایش نسبت طول رابط به طول تیر در تمامی مقادیر سختی تماسی، E_f و E_s را افزایش می‌دهد. از شکل ۹-۴ می‌توان نتیجه گرفت که تغییر زاویه بین رابط و تیر، α نسبت به تغییر شیب تیر یک‌سردرگیر، β تاثیر بیشتری بر فرکانس تشدید به خصوص در مقادیر بیشتر Q دارد. این موضوع در شکل ۱۰-۴ متفاوت می‌باشد. با توجه به این شکل برای مقادیر پایین Q ، تغییرات β نسبت به تغییرات α تاثیر بیشتری بر حساسیت ارتعاشات دارد. اما برای مقادیر بالای Q ، عکس این روند دیده می‌شود.

شکل ۱۱-۴ تغییرات نسبی فرکانس تشدید سه مد اول را برای حالت وجود میرایی و عدم وجود آن نشان می‌دهد. هنگامی که سختی تماسی جانبی پایین است، تاثیر میرایی بر فرکانس تشدید، به خصوص در فرکانس اول قابل ملاحظه است. با توجه به شکل دیده می‌شود که ماکزیمم تغییرات نسبی برای سه مد اول به ترتیب حدود ۱۳۷، ۱۸۲ و ۲۱۱ درصد می‌باشند. با افزایش سختی تماسی، تغییرات نسبی فرکانس اول به شدت کاهش یافته و در حدود $\beta_1 = 1$ ، تغییرات نسبی فرکانس دوم بیشینه می‌گردد. با افزایش سختی تماسی این روند برای مدهای دیگر نیز تکرار می‌گردد. به طور کلی هنگامی که سختی نمونه پایین‌تر است، تاثیر میرایی بر فرکانس تشدید بیشتر می‌باشد. شکل ۱۲-۴ نیز تاثیر میرایی را بر حساسیت ارتعاشات خمشی نشان می‌دهد. مطابق این شکل، تاثیر میرایی بر



شکل ۴-۱۳ فرکانس تشدید مد اول برای مقادیر مختلف نسبت ضخامت تیر به پارامتر مقیاس طول ماده، h/l



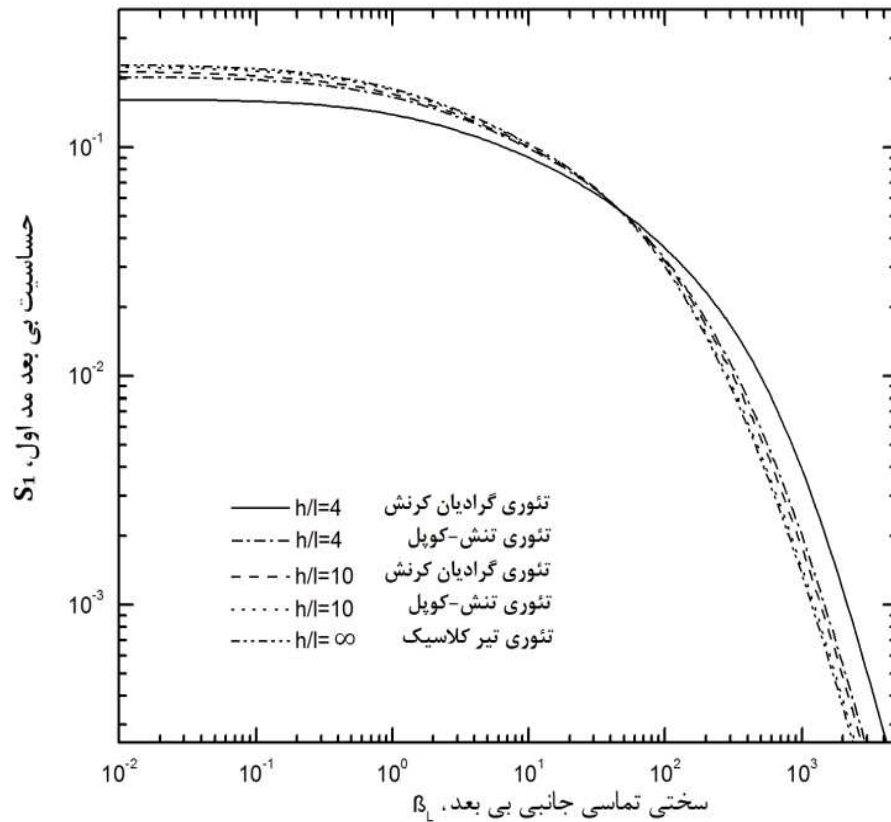
شکل ۴-۱۴ فرکانس تشدید مد دوم برای مقادیر مختلف نسبت ضخامت تیر به پارامتر مقیاس طول ماده، h/l

حساسیت ارتعاشات در مقادیر پایین سختی تماسی چشمگیر است، طوری که برای مقادیر پایین سختی تماسی، میرایی به شدت حساسیت را کاهش می‌دهد. همچنین، با توجه به شکل‌های ۴-۱۱ و ۴-۱۲ برای نمونه‌های نرم، اتلاف انرژی قابل ملاحظه می‌گردد.

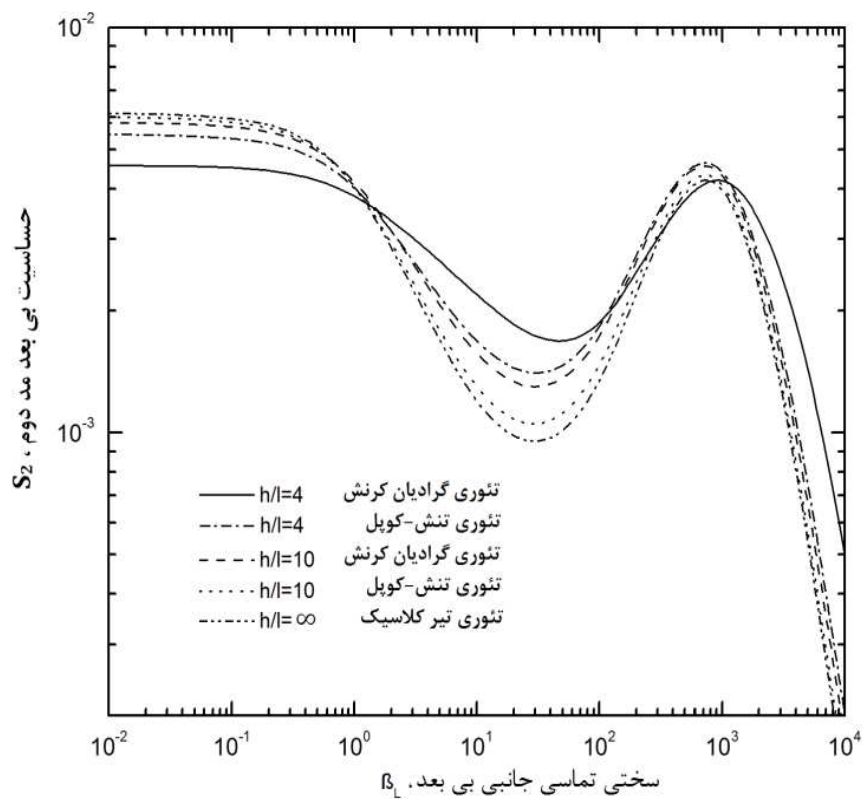
در ادامه به بررسی رفتار وابسته به اندازه میکروتیر مورد نظر با استفاده از تئوری گرادیان کرنش اصلاح شده می‌پردازیم و نتایج حاصل از این تئوری را با نتایج حاصل از دو تئوری تنش-کرنش اصلاح شده و تیرکلاسیک مقایسه می‌نماییم. برای تحلیل رفتار وابسته به اندازه میکروتیر ACP مورد نظر با استفاده از تئوری گرادیان کرنش، مقدار هر سه پارامتر مقیاس طول ماده، یکسان و برابر یک مقدار ثابت در نظر گرفته شده است، $l_0 = l_1 = l_2 = 0$.

شکل‌های ۴-۱۳ و ۴-۱۴، فرکانس تشدید دو مد اول ارتعاشات خمشی، حاصل از تئوری‌های گرادیان کرنش، تنش-کوپل اصلاح شده و تیر کلاسیک را به صورت تابعی از سختی تماسی نرمال، β_l و به ازای مقادیر مختلف از نسبت ضخامت تیر به پارامتر مقیاس طول، h/l نشان می‌دهند. با نگاهی به این دو شکل می‌توان دریافت که فرکانس تشدید از یک نقطه ثابت در مقادیر بسیار کم از سختی تماسی جانبی، β_l آغاز شده و با افزایش سختی تماسی جانبی ابتدا روندی ثابت داشته و سپس به صورت ناگهانی افزایش می‌یابد، که به ازای مقادیر بسیار بالا از سختی تماسی نرمال، به یک مقدار ثابت میل می‌نماید. همچنین به طور تقریبی برای تمامی مقادیر سختی تماسی، ماکزیمم مقدار فرکانس توسط تئوری الاستیسیته گرادیان کرنش ارزیابی شده است. در حالت کلی، برای نسبت پایین h/l ، مقادیر فرکانسی حاصل از دو تئوری غیرکلاسیک بیشتر از مقادیر متناظر بدست آمده از تئوری تیر کلاسیک می‌باشند. همچنین از این دو شکل می‌توان دریافت که نزدیک شدن ضخامت تیر به پارامتر مقیاس طول (کاهش h/l)، فرکانس حاصل از دو تئوری غیر کلاسیک را به خصوص برای مقادیر بالاتر سختی تماسی افزایش می‌دهد.

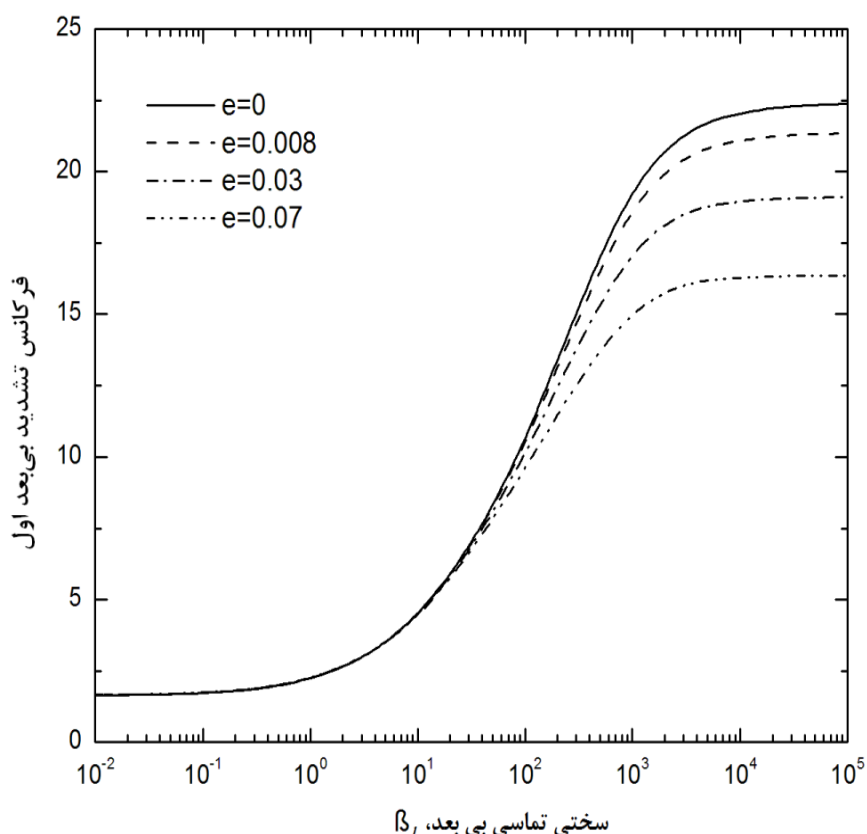
بر مبنای سه تئوری مذکور، حساسیت ارتعاشات خمشی مد اول و دوم به صورت تابعی از سختی تماسی نرمال، β_l نسبت به مقادیر مختلف h/l به ترتیب در شکل‌های ۴-۱۵ و ۴-۱۶ نشان داده شده



شکل ۴-۱۵ حساسیت بی بعد مد اول برای مقادیر مختلف نسبت ضخامت تیر به پارامتر مقیاس طول ماده، h/l

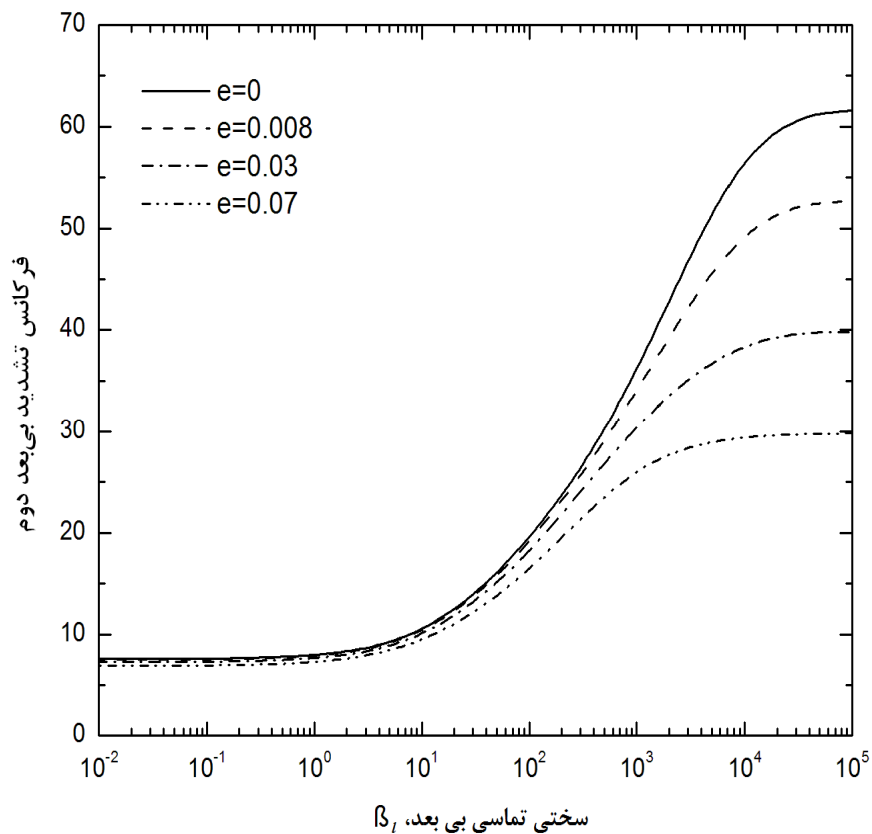


شکل ۴-۱۶ حساسیت بی بعد مد دوم برای مقادیر مختلف نسبت ضخامت تیر به پارامتر مقیاس طول ماده، h/l



شکل ۴-۱۷ فرکانس تشدید ارتعاشات خمشی مد اول برای مقادیر مختلف پارامتر بی بعد غیرمحملی

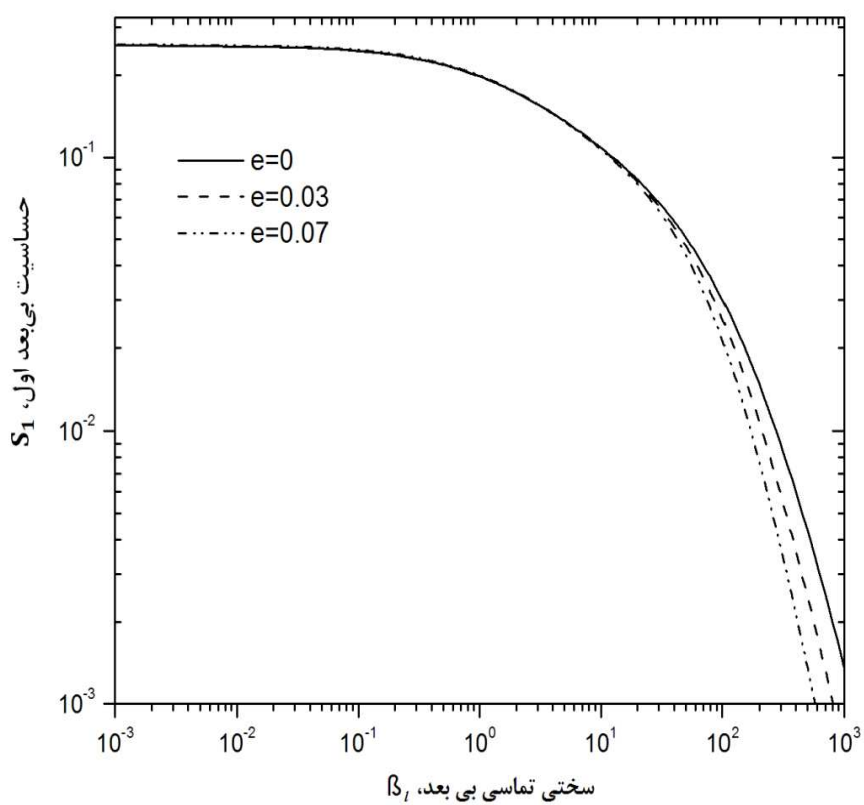
است. با مشاهده این دو شکل می‌توان نتیجه گرفت که حساسیت از یک مقدار ماکزیمم در مقادیر پایین β_l شروع شده و در مقادیر بسیار بالای β_l به حداقل مقدار خود می‌رسد. این روند برای مد اول یکنواخت بوده و منحنی‌های مذکور به صورت یکنواخت این مسیر را طی می‌نمایند. به طور کلی می‌توان دریافت که به ازای مقادیر پایین سختی تماسی و با نزدیک شدن ضخامت تیر افقی به پارامتر طول مقیاس (کاهش h/l)، رابطه زیر برای مقادیر حساسیت حاصل از دو تئوری غیر کلاسیک گرادیان کرنش و تنش-کوپل اصلاح شده و تئوری تیر کلاسیک برقرار می‌باشد: $S_{St} < S_{Cs} < S_{Cl}$ که در این رابطه، S_{St} ، S_{Cs} و S_{Cl} به ترتیب حساسیت‌های حاصل از تئوری‌های گرادیان کرنش، تنش-کوپل اصلاح شده و تیر کلاسیک می‌باشند. این روند برای مقادیر بالاتر سختی تماسی جانبی، به طور کامل برعکس می‌باشد. ذکر این نکته مفید می‌نماید که در مد دوم، روند تغییرات حساسیت به ازای تغییرات سختی تماسی، همراه مقداری نوسان می‌باشد، که شدت این نوسانات برای مقادیر حساسیت



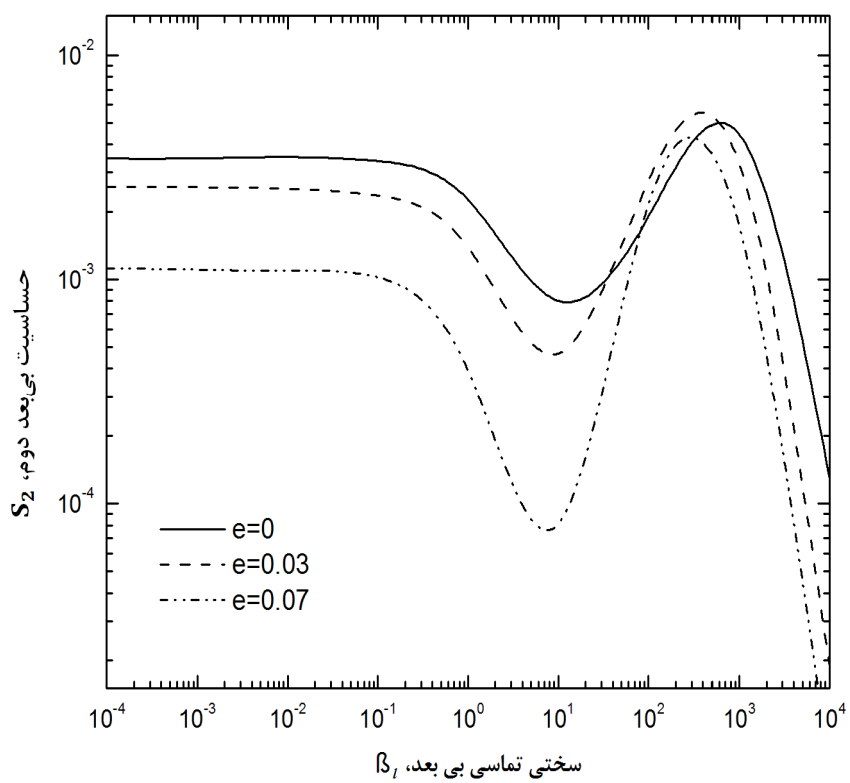
شکل ۴-۱۸ فرکانس تشدید ارتعاشات خمشی مد دوم برای مقادیر مختلف پارامتر بی بعد غیرمحملی

حاصل از تئوری الاستیسیته گرادیان کرنش قدری ملایم تر می باشد.

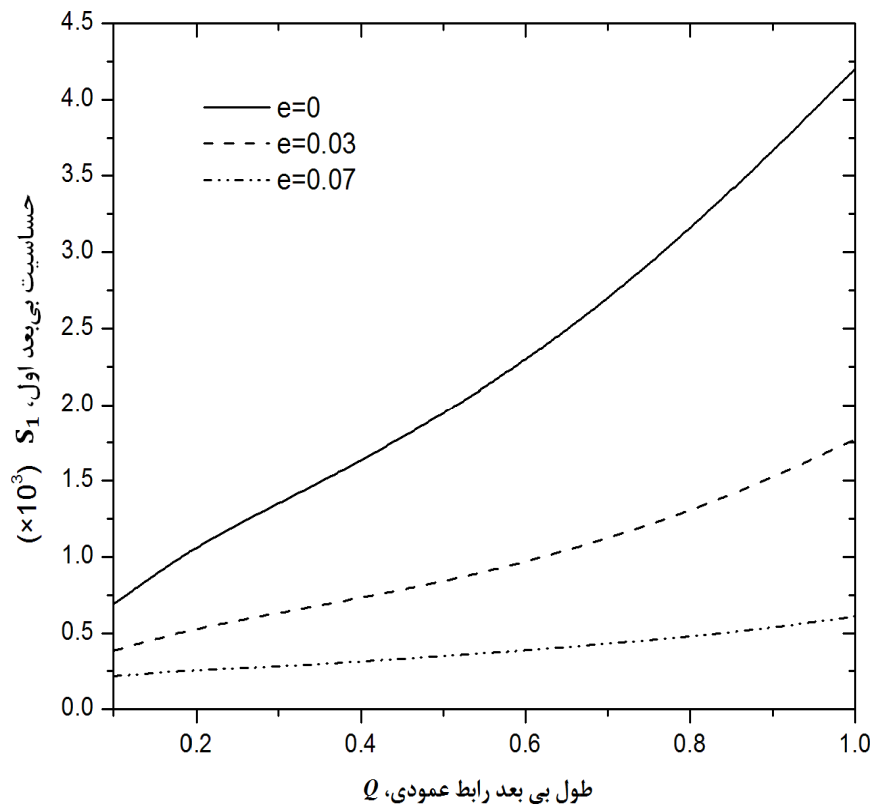
شکل های ۴-۱۷ و ۴-۱۸ فرکانس تشدید اول و دوم میکروتیر مونتاژ شده میکروسکوپ نیرو اتمی را بر اساس تئوری الاستیسیته غیرمحملی برای مقادیر مختلف پارامتر بی بعد غیرمحملی نشان می دهد. لازم به ذکر است هنگامی که پارامتر بی بعد غیرمحملی، e صفر در نظر گرفته شود، نتایج بدست آمده متناظر با نتایج حاصل از تئوری تیر کلاسیک می باشد مطابق این شکل ها، در مقادیر سختی تماسی در حدود $\beta_l < 10$ ، اختلاف دو تئوری تیر کلاسیک و غیر محلی در پیش بینی مقادیر فرکانس اول و دوم ناچیز می باشد. برای مقادیر سختی تماسی بیشتر، فرکانس پیش بینی شده توسط تئوری غیرمحملی چه برای مد اول و چه برای مد دوم، کمتر از مقادیر متناظر بدست آمده از تئوری تیر کلاسیک می باشد. در این شرایط، با افزایش پارامتر غیرمحملی، روند کاهش مقادیر فرکانس تشدید، شدت می یابد. اگرچه باید گفت که حساسیت فرکانس دوم نسبت به تغییر مقادیر پارامتر بی بعد غیرمحملی بیشتر از حساسیت



شکل ۴-۱۹ حساسیت خمشی مد اول برای مقادیر مختلف پارامتر بی بعد غیر محلی

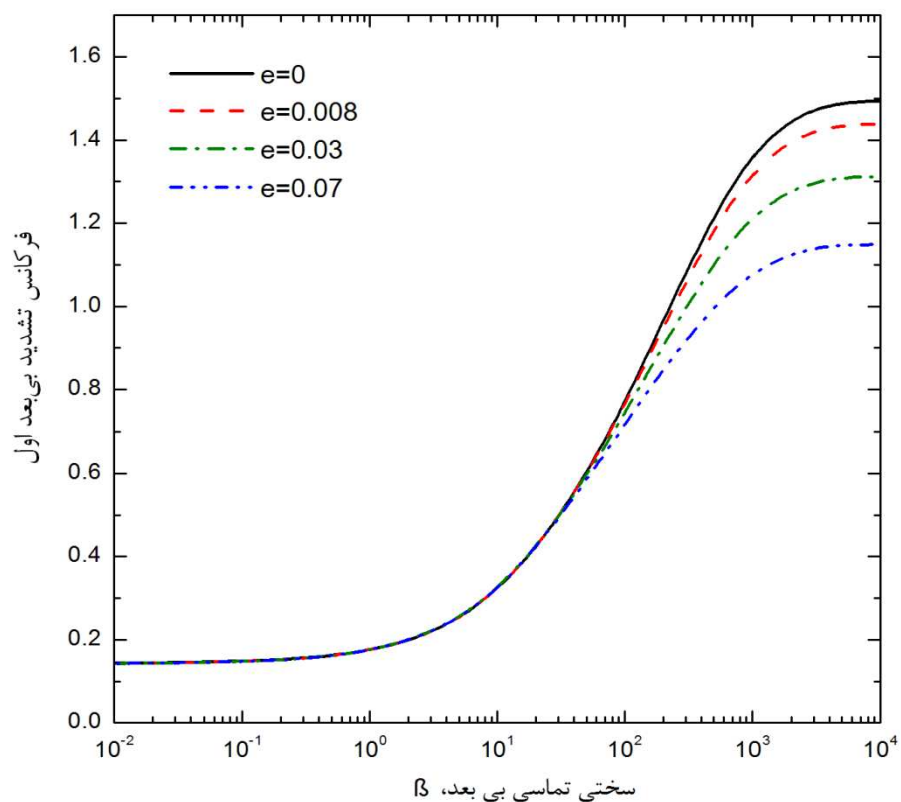


شکل ۴-۲۰ حساسیت خمشی مد دوم برای مقادیر مختلف پارامتر بی بعد غیر محلی

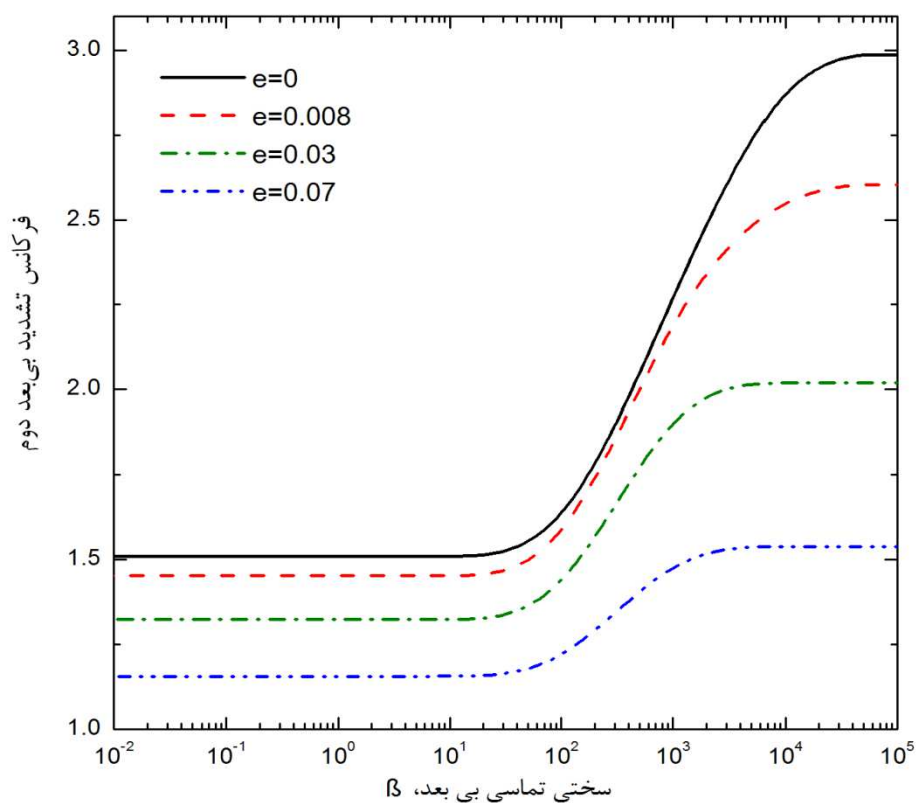


شکل ۲۱-۴ حساسیت اول به صورت تابعی از طول بی بعد رابط عمودی برای مقادیر مختلف پارامتر بی بعد غیرمحملی مد اول می باشد.

شکل های ۴-۱۹ و ۴-۲۰ نیز حساسیت ارتعاشات پیچشی اول و دوم را برای مقادیر متفاوت پارامتر غیرمحملی نشان می دهند. همانند آنچه برای فرکانس اول و دوم در شکل های ۴-۱۷ و ۴-۱۸ مشاهده نمودیم، برای مقادیر سختی پایین تر از $\beta_I < 10$ ، اختلافی بین دو تئوری الاستیسیته غیرمحملی و تیر کلاسیک در پیش بینی مقادیر حساسیت دیده نمی شود. اما برای مقادیر سختی بزرگتر از مقدار ذکر شده، مقادیر حساسیت پیش بینی شده توسط تئوری غیرمحملی کمتر از مقادیر متناظر بدست آمده از تئوری تیر کلاسیک می باشند که با افزایش پارامتر بی بعد غیرمحملی، درصد اختلاف بین دو تئوری بیشتر می گردد. این نوع رفتار در مد دوم حساسیت، برای تمامی مقادیر سختی تماسی به غیر از هنگامی که سختی تماسی در حدود $10^3 < \beta_I < 10^2$ می باشد، دیده می شود. هنگامی که سختی تماسی در حدود $10^3 < \beta_I < 10^2$ می باشد، تئوری تیر کلاسیک مقادیر پایین تری را برای حساسیت



شکل ۴-۲۲ فرکانس تشدید پیچشی اول میکروتیر ACP نوع اول برای مقادیر مختلف پارامتر غیرمحملی بی بعد



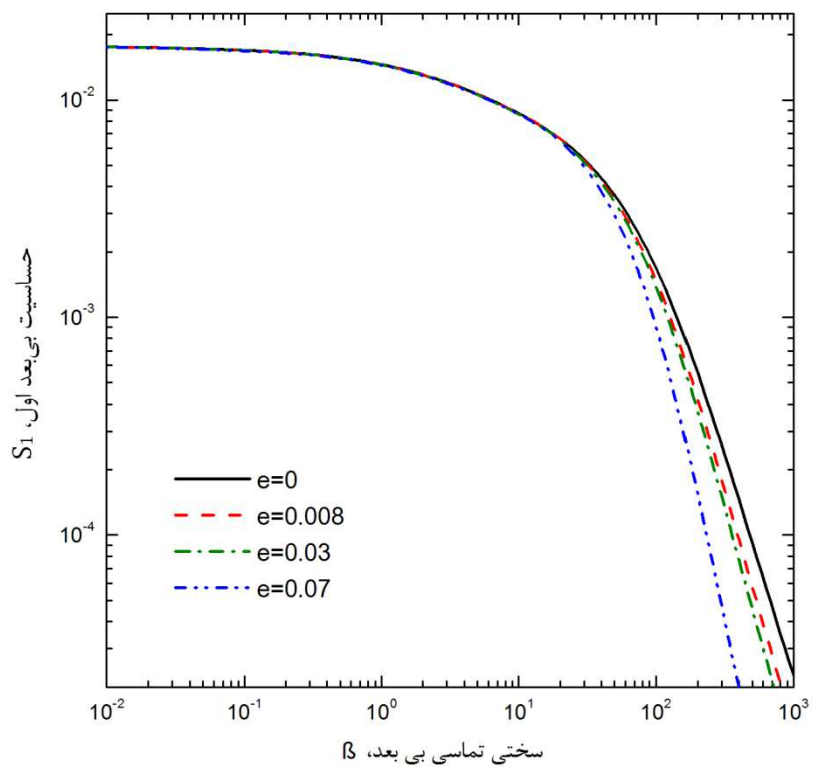
شکل ۴-۲۳ فرکانس تشدید پیچشی دوم میکروتیر ACP نوع اول برای مقادیر مختلف پارامتر غیرمحملی بی بعد

مد دوم نشان می‌دهد. مطابق شکل ۴-۲۰ می‌توان بیان داشت که در دو نقطه از سختی تماسی جانبی یعنی $\beta_l = 90$ و $\beta_l = 600$ ، حساسیت مد دوم به طور تقریبی مستقل از اندازه می‌گردد.

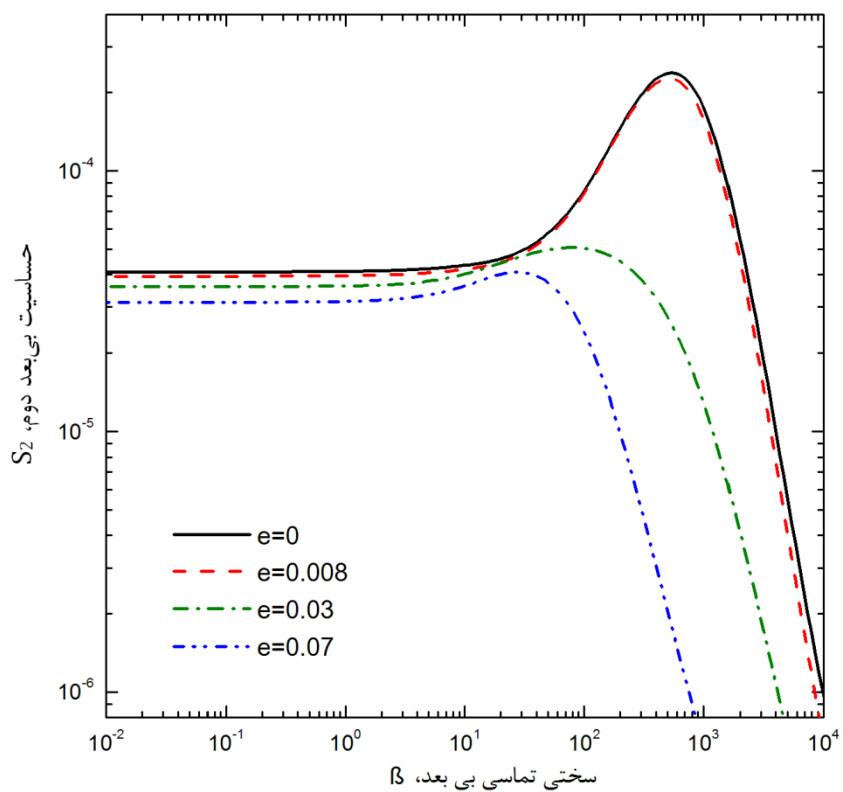
شکل ۴-۲۱ تاثیر تغییرات طول بی‌بعد رابط عمودی بر حساسیت مد اول را برای مقادیر متفاوت پارامتر بی‌بعد غیرمحلّی نشان می‌دهد. با توجه به این شکل، افزایش طول بی‌بعد رابط، Q مقادیر حساسیت را افزایش می‌دهد. این روند افزایشی برای مقادیر حساسیت بدست آمده از تئوری تیر کلاسیک ($e=0$) بسیار شدید می‌باشد و طبق تئوری تیر کلاسیک، افزایش طول بی‌بعد رابط عمودی از $0/2$ تا 1 می‌تواند حساسیت را به طور تقریبی تا چهار برابر افزایش دهد. مطابق نتایج حاصل از تئوری الاستیسیته غیرمحلّی، با افزایش پارامتر بی‌بعد غیرمحلّی، تاثیر طول بی‌بعد رابط بر حساسیت ارتعاشات مد اول به شدت کاهش می‌یابد.

شکل‌های ۴-۲۲ و ۴-۲۳ فرکانس تشدید اول و دوم ارتعاشات پیچشی میکروتیر ACP نوع اول را بر اساس تئوری الاستیسیته غیرمحلّی و تئوری تیر کلاسیک برای مقادیر مختلف پارامتر بی‌بعد غیرمحلّی، e نشان می‌دهند. با توجه به شکل ۴-۲۲، اختلاف دو تئوری مذکور در پیش‌بینی مقادیر فرکانس اول برای مقادیر پایین سختی تماس ناچیز است. اما هنگامی که سختی تماسی بیشتر از 10 می‌باشد، اختلاف دو تئوری بیشتر شده و با افزایش پارامتر بی‌بعد غیرمحلّی به حداکثر می‌رسد. این روند در مد دوم، به ازای تمامی مقادیر سختی تماسی دیده می‌شود. در هر دو مد، مقادیر فرکانسی بدست آمده از تئوری تیر کلاسیک بیشتر از مقادیر متناظر حاصل شده توسط تئوری الاستیسیته غیرمحلّی می‌باشند.

حساسیت پیچشی دو مد اول میکروتیر ACP مذکور به صورت تابعی از مقادیر پارامتر غیرمحلّی به ترتیب در شکل‌های ۴-۲۴ و ۴-۲۵ نشان داده شده است. با توجه به شکل ۴-۲۴ می‌توان نتیجه گرفت که روند تغییرات حساسیت پیچشی اول بر اساس تئوری تیر کلاسیک و تئوری غیرمحلّی مشابه روند تغییرات حساسیت خمشی اول بر پایه دو تئوری مذکور (شکل ۴-۱۹) می‌باشد. اگرچه، حساسیت پیچشی هنگامی که سختی تماسی کمتر از 1 می‌باشد، مستقل از اندازه می‌باشد. این مقدار



شکل ۴-۲۴ حساسیت اول پیچشی میکروتیر ACP نوع اول برای مقادیر مختلف پارامتر غیرمحملی بی بعد

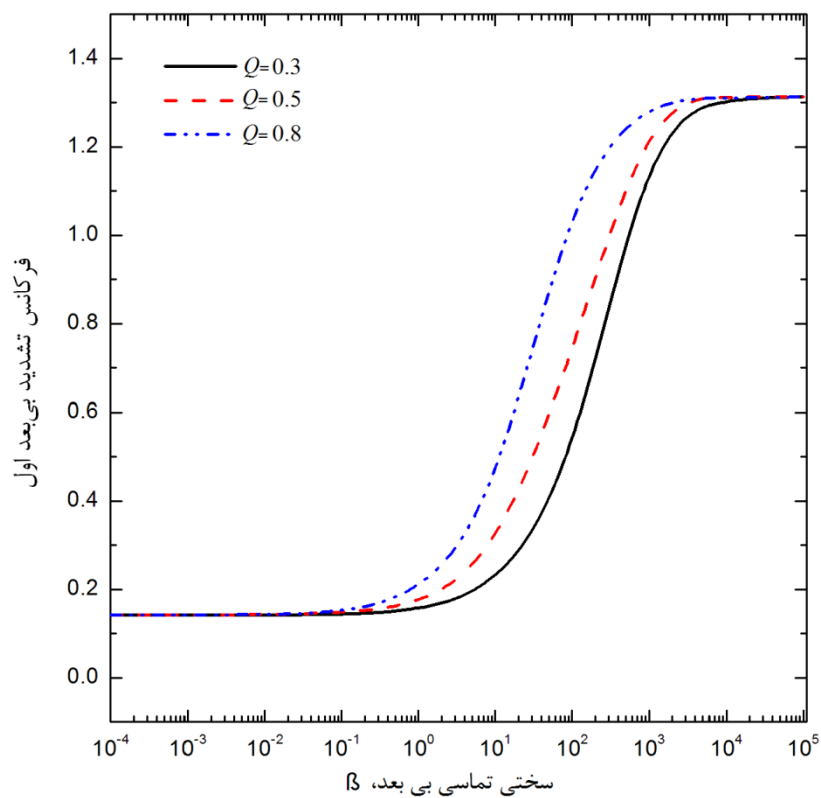


شکل ۴-۲۵ حساسیت دوم پیچشی میکروتیر ACP نوع اول برای مقادیر مختلف پارامتر غیرمحملی بی بعد

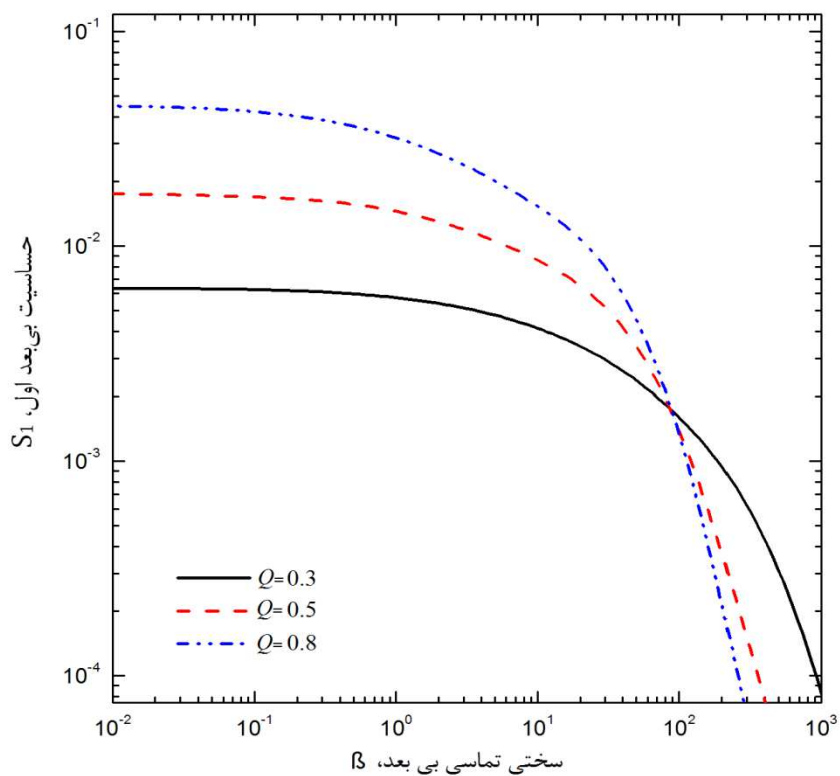
برای حساسیت خمشی مد اول در حدود ۱۰ می‌باشد. روند تغییرات حساسیت پیچشی مد دوم حاصل از دو تئوری تیر کلاسیک و غیرمحلی قدری متفاوت است. در این مد، به استثنای بازه کوچکی از مقادیر سختی تماسی ($2 < \beta_l < 8$)، تفاوت بین دو تئوری تیر کلاسیک و الاستیسیته غیرمحلی در پیش‌بینی مقادیر حساسیت پیچشی مد دوم به طور کامل آشکار است. این تفاوت برای مقادیر بالای سختی تماسی به خصوص با افزایش پارامتر غیرمحلی، بیشتر می‌گردد. هنگامی که سختی تماسی در حدود کران بالا و پایین بازه ذکر شده قرار می‌گیرد، می‌توان ادعا نمود که حساسیت پیچشی مد دوم، مستقل از اندازه میکروتیر می‌باشد.

شکل ۴-۲۶ و ۴-۲۷ تاثیر طول بی‌بعد رابط، Q را به ترتیب بر فرکانس تشدید و حساسیت پیچشی مد اول نشان می‌دهند. مطابق شکل ۴-۲۶، برای مقادیر بسیار پایین و بسیار بالای سختی تماسی، فرکانس اول مستقل از تغییرات Q می‌باشد. اما برای مقادیر سختی تماسی $10^{-3} < \beta < 10^{-1}$ ، افزایش طول رابط، فرکانس تشدید را کاهش می‌دهد. این روند برای حساسیت پیچشی اول هنگامی که سختی تماسی پایین است دیده می‌شود اما با افزایش سختی تماسی این حالت عکس شده و افزایش طول رابط می‌تواند حساسیت را افزایش دهد.

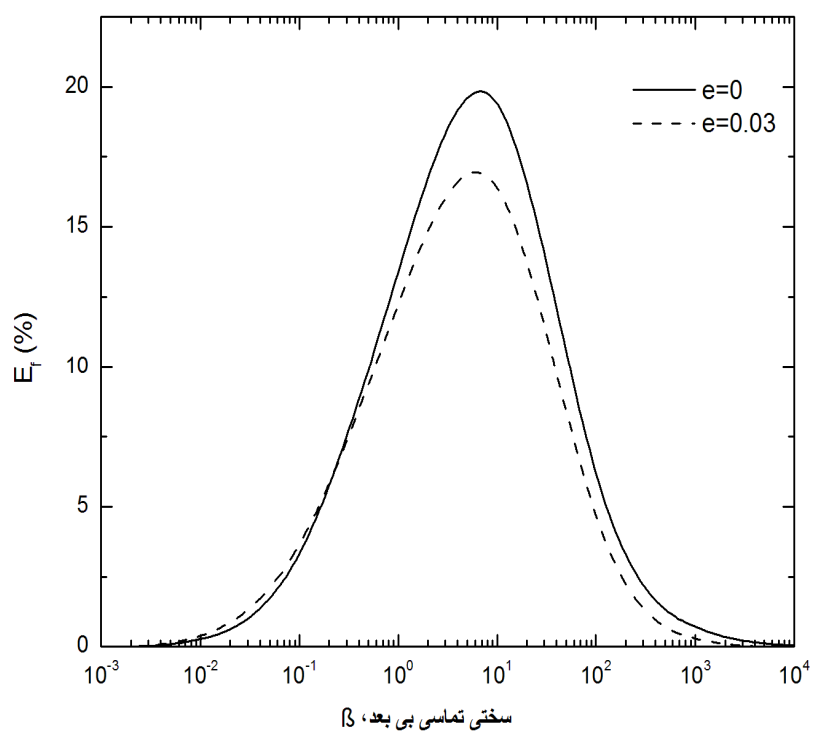
درصد خطای نسبی فرکانس و حساسیت مد اول براساس دو تئوری تیرکلاسیک و غیرمحلی برای تغییر طول بی‌بعد رابط عمودی از ۰/۵ تا ۰/۸ به ترتیب در شکل‌های ۴-۲۸ و ۴-۲۹ نشان داده شده است. مطابق شکل ۴-۲۸، خطای نسبی فرکانس اول ناشی از تغییر طول رابط برای مقادیر بسیار پایین و بسیار بالای سختی تماسی در حدود صفر بود اما هنگامی که سختی تماسی در حدود ۶ است، حداکثر می‌باشد. این نکته با آنچه در شکل ۴-۲۶ نیز نشان داده شده بود، صادق است. اما شکل ۴-۲۸ گویای این واقعیت می‌باشد که تئوری تیر کلاسیک، حساسیت فرکانس تشدید نسبت به تغییرات طول رابط را نسبت به آنچه تئوری غیرمحلی پیش‌بینی می‌نماید، بیشتر نشان می‌دهد. با توجه به شکل ۴-۲۹ می‌توان نتیجه گرفت که بیشترین تغییرات حساسیت پیچشی اول به علت تغییرات طول بی‌بعد رابط، در مقادیر پایین سختی اتفاق می‌افتد. در این حالت، اختلافی بین نتایج دو تئوری دیده



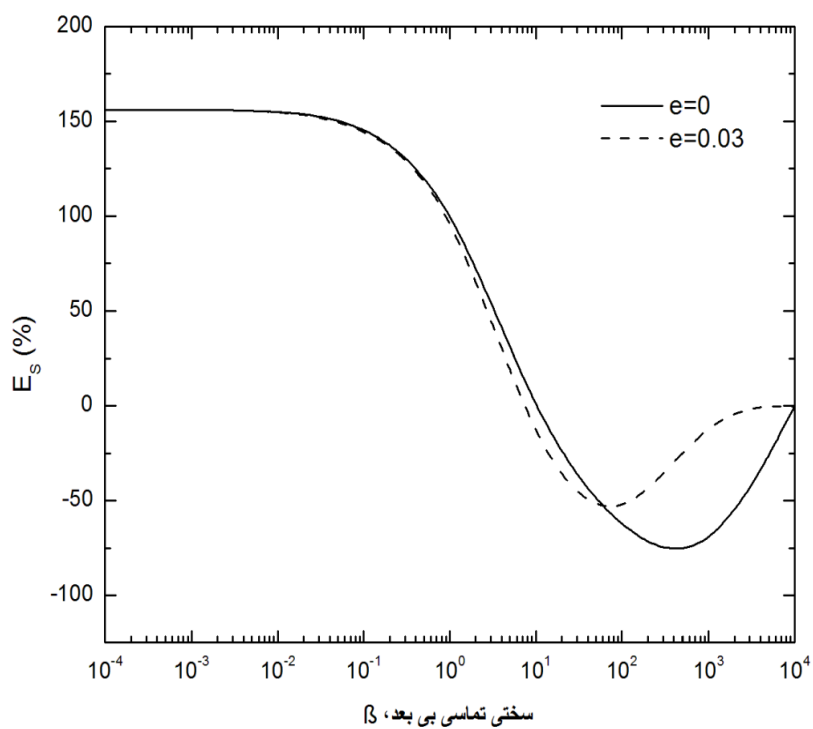
شکل ۲۶-۴ فرکانس تشدید اول پیچشی میکروتیر ACP نوع اول برای مقادیر مختلف طول بی بعد رابط عمودی



شکل ۲۷-۴ حساسیت اول پیچشی میکروتیر ACP نوع اول برای مقادیر مختلف طول بی بعد رابط عمودی



شکل ۴-۲۸ درصد خطای نسبی فرکانس تشدید اول ناشی از تغییر طول بی بعد رابط از 0.5 به 0.8 بر اساس دو تئوری تیر کلاسیک و الاستیسیته غیرمحلی



شکل ۴-۲۹ درصد خطای نسبی حساسیت اول ناشی از تغییر طول بی بعد رابط از 0.5 به 0.8 بر اساس دو تئوری تیر کلاسیک و الاستیسیته غیرمحلی

نمی‌شود. اما برای مقادیر بالای سختی تماسی، خطای نسبی حساسیت بدست آمده از تئوری الاستیسیته غیرمحلی، کمتر از مقدار متناظر حاصل از تئوری تیر کلاسیک می‌باشد. همچنین، تئوری الاستیسیته غیرمحلی بر عکس تئوری تیر کلاسیک، درصد خطای نسبی حساسیت پیچشی ناشی از افزایش طول رابط را برای مقادیر بسیار بالای سختی تماسی، در حدود صفر نشان می‌دهد.

۵. رفتار ارتعاشاتی میکروتیر مونتاژ شده نوع دوم و سوم

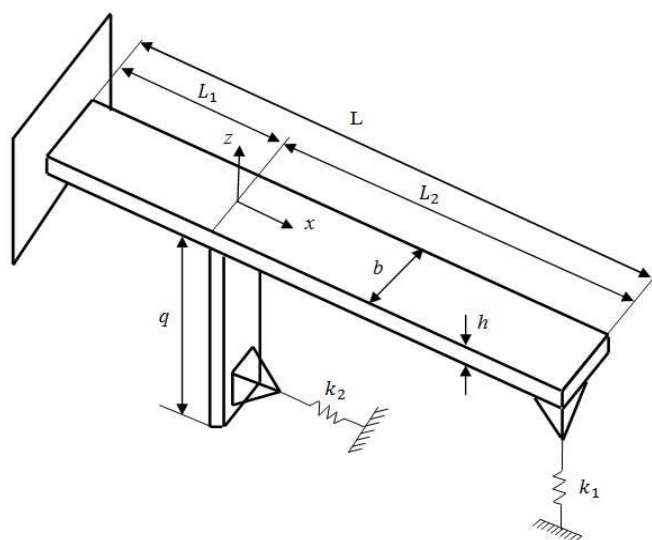
۵-۱ مقدمه

اگرچه در عمل میکروتیر مونتاز شده نوع اول کاربرد بیشتری در صنعت نسبت به میکروتیرهای مونتاز شده نوع دوم و سوم دارد، اما شکل به خصوص میکروتیرهای مونتاز شده نوع دوم و سوم، آنها را به یک انتخاب مناسب برای عملکردهای خاص تبدیل نموده است. از میکروتیر مونتاز شده نوع دوم به طور عمده برای روبش همزمان سطح فوقانی و جداره میکرو/نانو مواد، مانند میکروچرخنده‌ها استفاده می‌شود. این نوع میکروتیر مونتاز شده این امکان را فراهم می‌سازد تا بتوان بدون باز نمودن نمونه از روی اسکنر پیروز، سطح فوقانی و جداره آن را روبش نمود. لذا استفاده از این نوع میکروتیر جهت روبش سطح فوقانی و جداره نمونه‌ها، علاوه بر سهولت عملکرد، می‌تواند خطای روبش را نیز کاهش دهد. اما شکل به خصوص میکروتیر مونتاز شده نوع سوم که دارای دو رابط عمودی با طول‌های یکسان و دو نوک در انتهای هر رابط می‌باشد، این امکان را فراهم می‌سازد تا بتوان از آن جهت اندازه‌گیری ضخامت خارجی یا داخلی نمونه‌ها استفاده نمود. هدف از این فصل، بررسی و تحلیل رفتار ارتعاشاتی میکروتیرهای مونتاز شده نوع دوم و سوم با استفاده از تئوری‌های مرتبه بالاتر گرادیان کرنش و تنش-کوپل اصلاح شده می‌باشد. همچنین، برای بررسی رفتار ارتعاشاتی وابسته به اندازه این دو نوع میکروتیر مونتاز شده، نتایج بدست آمده از دو تئوری گرادیان کرنش و تنش-کوپل اصلاح شده با یکدیگر و همچنین با نتایج حاصل از تئوری تیر کلاسیک مقایسه شده است.

۵-۲ رفتار ارتعاشاتی میکروتیر مونتاز شده نوع دوم

۵-۲-۱ مدل‌سازی

شکل ۵-۱ شماتیک یک میکروتیر مونتاز شده میکروسکوپ نیرو اتمی را نشان می‌دهد که قادر به روبش همزمان سطح و جداره نانو/میکرو مواد می‌باشد. همانطور که از شکل پیداست، میکروتیر نشان داده شده، شامل یک میکروتیر یکسر درگیر افقی و یک رابط عمودی می‌باشد. این مجموعه دارای دو



شکل ۵-۱ شماتیک میکروتیر مونتاژ شده نوع دوم جهت روبش همزمان سطح فوقانی و جداره نانومواد

نوک تیز می‌باشد که یکی در سر آزاد تیر افقی، به منظور روبش سطح نمونه و دیگری در انتهای رابط عمودی جهت روبش جداره نمونه تعبیه شده است. میکروتیر یکسردرگیر افقی با طول L و رابط عمودی با طول q هر دو داری سطح مقطع یکسان با ضخامت h و عرض b می‌باشند. مطابق شکل ۵-۱، رابط عمودی در فاصله L_1 از سر درگیر تیر افقی قرار گرفته است. به منظور تحلیل میکروتیر مونتاژ شده فرض نموده‌ایم تیر افقی از دو تیر تشکیل شده است که یکی سمت چپ رابط و دیگری سمت راست رابط قرار گرفته‌اند و محل قرار گیری رابط عمودی، فصل مشترک دو تیر می‌باشد. لذا محل قرارگیری رابط عمودی را مرکز مختصات، $x = 0$ فرض نموده‌ایم که محور x در امتداد محور تیر افقی می‌باشد. در نتیجه طبق این فرض، مختصات سردرگیر و سر آزاد میکروتیر افقی به ترتیب برابر با $x = L_2$ و $x = -L_1$ می‌باشند. در مدل معرفی شده، $w(x, t)$ نیز معرف خیز عمودی تیر افقی می‌باشد. با توجه به نسبت صلبیت رابط عمودی به تیر افقی، خیز رابط عمودی در مقایسه با خیز میکروتیر افقی ناچیز بوده و می‌توان از آن صرف‌نظر نمود. در نتیجه، میکروتیر افقی در مدت تماس با سطح نمونه تحت ارتعاشات خمشی قرار می‌گیرد. مد عملکرد میکروسکوپ نیرو اتمی برای روبش سطح نمونه، مد تماسی در نظر گرفته شده است و از آنجا که در این شرایط دامنه نوسان بسیار پایین و در حدود انگستروم است، می‌توان نیروهای برهم‌کنش بین نوک و سطح نمونه را به صورت خطی

مدل نمود. لذا در این مجموعه، مطابق شکل ۵-۱، برای مدل نمودن نیروهای برهم‌کنش بین نوک تیر با سطح فوقانی نمونه و همچنین نوک رابط با جداره نمونه، به ترتیب از دو فنر خطی با ثابت‌های k_1 و k_2 استفاده شده است. به علت اینکه، تاثیر میرایی کنشی بر رفتار ارتعاشاتی میکروتیر مونتاژ شده نوع اول در فصل پیش مورد بررسی قرار گرفت، در این فصل از آن صرف‌نظر شده است.

۵-۲-۲ معادله حرکت و شرایط مرزی بر پایه تئوری‌های الاستیسیته گرادیان کرنش و

تنش-کوپل اصلاح شده

معادلات ساختاری تئوری‌های مرتبه بالاتر گرادیان کرنش و تنش-کوپل اصلاح شده در فصل دوم در روابط (۲-۱) تا (۲-۱۴) به تفصیل شرح داده شد. در این بخش برانیم تا با استفاده از این روابط، معادله حرکت و شرایط مرزی میکروتیر مونتاژ شده نوع دوم را بر اساس دو تئوری مذکور بدست آوریم.

مولفه‌های جابجایی برای میکروتیر نشان داده شده در شکل ۵-۱، طبق تئوری تیر اولر-برنولی به صورت زیر فرض شده است:

$$u_1 = -z \frac{\partial w(x,t)}{\partial x} \quad u_2 = 0 \quad u_3 = w(x,t) \quad (۵-۱)$$

که در روابط فوق، u_1 ، u_2 و u_3 به ترتیب جابجایی در امتداد محورهای x ، y و z می‌باشند. با جایگذاری روابط فوق در معادله (۲-۷)، مولفه‌های غیرصفر کرنش به صورت زیر بدست می‌آیند:

$$\varepsilon_{xx} = -z \frac{\partial^2 w(x,t)}{\partial x^2} \quad (۵-۲)$$

همچنین مولفه‌های غیرصفر کرنش اعوجاج، ε'_{ij} به صورت زیر تعریف می‌گردد:

$$\varepsilon'_{xx} = \frac{2}{3} \varepsilon_{xx} \quad \varepsilon'_{yy} = \varepsilon'_{zz} = -\frac{1}{3} \varepsilon_{xx} \quad (۵-۳)$$

با جایگذاری رابطه (۵-۲) در روابط (۲-۸) تا (۲-۱۰)، مولفه‌های غیرصفر بردار گرادیان اتساع، γ_{ij} ، تانسور گرادیان کششی انحراف رفتار ماده، $\eta_{ijk}^{(1)}$ و تانسور گرادیان چرخش متقارن، χ_{ij}^s بدست می‌آیند:

$$\gamma_1 = -z \frac{\partial^3 w(x,t)}{\partial x^3} \quad \gamma_3 = -\frac{\partial^2 w(x,t)}{\partial x^2} \quad (۴-۵)$$

$$\eta_{111}^{(1)} = -\frac{2}{5} z \frac{\partial^3 w}{\partial x^3}, \quad \eta_{122}^{(1)} = \eta_{133}^{(1)} = \eta_{212}^{(1)} = \eta_{221}^{(1)} = \eta_{313}^{(1)} = \eta_{331}^{(1)} = \frac{1}{5} z \frac{\partial^3 w}{\partial x^3}$$

$$\eta_{113}^{(1)} = \eta_{131}^{(1)} = \eta_{311}^{(1)} = -\frac{4}{15} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2}, \quad \eta_{223}^{(1)} = \eta_{232}^{(1)} = \eta_{322}^{(1)} = \frac{1}{15} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2}, \quad \eta_{333}^{(1)} = \frac{1}{5} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \quad (۵-۵)$$

$$\chi_{12}^s = \chi_{21}^s = -\frac{1}{2} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \quad (۶-۵)$$

با اعمال روابط (۲-۵) تا (۶-۵) در تانسورهای تنش کلاسیک و مرتبه بالاتر معرفی شده در روابط (۲-۱) تا (۲-۱۴)، مولفه‌های غیرصفر این تانسورهای تنش به صورت زیر حاصل می‌شوند:

$$\sigma_{11} = E \varepsilon_{11} = -Ez \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \quad (۷-۵)$$

$$p_1 = -2Gl_0^2 z \frac{\partial^3 w}{\partial x^3} \quad p_3 = -2Gl_0^2 \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \quad (۸-۵)$$

$$\tau_{111}^{(1)} = -\frac{4}{5} Gl_1^2 z \frac{\partial^3 w}{\partial x^3}, \quad \tau_{122}^{(1)} = \tau_{133}^{(1)} = \tau_{212}^{(1)} = \tau_{221}^{(1)} = \tau_{313}^{(1)} = \tau_{331}^{(1)} = \frac{2}{5} Gl_1^2 z \frac{\partial^3 w}{\partial x^3}$$

$$\tau_{113}^{(1)} = \tau_{131}^{(1)} = \tau_{311}^{(1)} = -\frac{8}{15} Gl_1^2 \frac{\partial^2 w}{\partial x^2}, \quad \tau_{223}^{(1)} = \tau_{232}^{(1)} = \tau_{322}^{(1)} = \frac{2}{15} Gl_1^2 \frac{\partial^2 w}{\partial x^2}, \quad \tau_{333}^{(1)} = \frac{2}{5} Gl_1^2 \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \quad (۹-۵)$$

$$m_{12}^s = m_{21}^s = 2Gl_2^2 \left(-\frac{1}{2} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) = -Gl_2^2 \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \quad (۱۰-۵)$$

با جایگذاری روابط (۲-۵) و (۴-۵) تا (۱۰-۵) در رابطه (۲-۶) و با در نظر گرفتن میکروتر افقی به

صورت دو تیر و همچنین با اضافه کردن انرژی الاستیک مربوط به فنرها، انرژی کرنش کل، U برای

میکروتر مونتاژ شده نوع دوم، بدست می‌آید:

$$U = \frac{1}{2} \int_{-L_1}^0 \left[R \left(\frac{\partial^2 w(x,t)}{\partial x^2} \right)^2 + K \left(\frac{\partial^3 w(x,t)}{\partial x^3} \right)^2 \right] dx + \frac{1}{2} \int_0^{L_2} \left[R \left(\frac{\partial^2 w(x,t)}{\partial x^2} \right)^2 + K \left(\frac{\partial^3 w(x,t)}{\partial x^3} \right)^2 \right] dx$$

$$+ \frac{1}{2} k_1 \left(q \frac{\partial w(0,t)}{\partial x} \right)^2 + \frac{1}{2} k_1 (w(L_2, t))^2 \quad (۱۱-۵)$$

که:

$$R = EI + 2GAl_0^2 + \frac{8}{15} GAl_1^2 + GAl_2^2 \quad K = GI \left(2l_0^2 + \frac{4}{5} l_1^2 \right) \quad (۱۲-۵)$$

همچنین، انرژی جنبشی سیستم ناشی از سرعت اجزا آن در امتداد محور z ، به صورت زیر می‌باشد:

$$T = \frac{1}{2} \int_{-L_1}^0 \rho A \left(\frac{\partial w(x,t)}{\partial t} \right)^2 dx + \frac{1}{2} \int_0^{L_2} \rho A \left(\frac{\partial w(x,t)}{\partial t} \right)^2 dx + \frac{1}{2} M_e \left(\frac{\partial w(0,t)}{\partial t} \right)^2 + \frac{1}{2} J_e \left(\frac{\partial^2 w(0,t)}{\partial x \partial t} \right)^2 \quad (۱۳-۵)$$

که در رابطه فوق، M_e و J_e به ترتیب معرف جرم و ممان اینرسی جرمی رابط می‌باشند که به صورت

زیر تعریف می‌گردند:

$$M_e = \rho_e A q \quad J_e = \frac{1}{3} M_e q^2 = \frac{1}{3} \rho_e A q^3 \quad (۱۴-۵)$$

ρ و ρ_e به ترتیب نشان‌دهنده جرم حجمی تیر افقی و رابط عمودی بوده و A نیز معرف سطح مقطع تیر افقی و رابط عمودی می‌باشد.

به مانند فصل‌های گذشته، در این فصل نیز برای بدست آوردن معادله حرکت و شرایط مرزی از اصل هامیلتون استفاده شده است:

$$\delta \int_{t_1}^{t_2} (T - U + W_e) dt = 0 \quad (۱۵-۵)$$

که در این رابطه، W_e کار انجام شده توسط گشتاورهای مرتبه بالاتر و کلاسیک خارجی بوده که از آن صرف‌نظر شده است. با توجه به رابطه (۱۵-۱)، تغییرات انرژی پتانسیل بدست می‌آید:

$$\begin{aligned} \delta U = & \delta \left(\frac{1}{2} \int_{-L_1}^{0^-} \left[R \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right)^2 + K \left(\frac{\partial^3 w}{\partial x^3} \right)^2 \right] dx + \frac{1}{2} \int_{0^+}^{L_2} \left[R \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right)^2 + K \left(\frac{\partial^3 w}{\partial x^3} \right)^2 \right] dx + \right. \\ & \frac{1}{2} k_1 (w(L_2, t))^2 + \frac{1}{2} k_2 \left(q \frac{\partial w(0, t)}{\partial x} \right)^2 \Big) = \int_{-L_1}^{0^-} \left[R \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \frac{\partial^2}{\partial x^2} \delta w + K \frac{\partial^3 w}{\partial x^3} \frac{\partial^3}{\partial x^3} \delta w \right] dx \\ & + \int_{0^+}^{L_2} \left[R \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \frac{\partial^2}{\partial x^2} \delta w + K \frac{\partial^3 w}{\partial x^3} \frac{\partial^3}{\partial x^3} \delta w \right] dx + k_1 w \delta w|_{x=L_2} + k_2 q^2 \frac{\partial w}{\partial x} \frac{\partial}{\partial x} \delta w|_{x=0} \\ & = \int_{-L_1}^{0^-} \left[R \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} - K \frac{\partial^6 w}{\partial x^6} \right] \delta w dx + \int_{0^+}^{L_2} \left[R \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} - K \frac{\partial^6 w}{\partial x^6} \right] \delta w dx + \left(K \frac{\partial^5 w}{\partial x^5} - R \frac{\partial^3 w}{\partial x^3} \right) \delta w|_{-L_1}^{0^-} \\ & + \left(K \frac{\partial^5 w}{\partial x^5} - R \frac{\partial^3 w}{\partial x^3} \right) \delta w|_{0^+}^{L_2} + \left(R \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} - K \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} \right) \delta \frac{\partial w}{\partial x} \Big|_{-L_1}^{0^-} + \left(R \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} - K \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} \right) \delta \frac{\partial w}{\partial x} \Big|_{0^+}^{L_2} \\ & + K \frac{\partial^3 w}{\partial x^3} \delta \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \Big|_{-L_1}^{0^-} + K \frac{\partial^3 w}{\partial x^3} \delta \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \Big|_{0^+}^{L_2} + k_1 w \delta w|_{x=L_2} + k_2 q^2 \frac{\partial w}{\partial x} \delta \frac{\partial w}{\partial x} \Big|_{x=0} \end{aligned} \quad (۱۶-۵)$$

تغییرات انرژی جنبشی نیز به صورت زیر خواهد بود:

$$\begin{aligned} \int_{t_1}^{t_2} \delta T dt = & \int_{t_1}^{t_2} \delta \left[\frac{1}{2} \int_{-L_1}^{0^-} \rho A \left(\frac{\partial w(x, t)}{\partial t} \right)^2 dx + \frac{1}{2} \int_{0^+}^{L_2} \rho A \left(\frac{\partial w(x, t)}{\partial t} \right)^2 dx + \frac{1}{2} M_e \left(\frac{\partial w(0, t)}{\partial t} \right)^2 \right. \\ & \left. + \frac{1}{2} J_e \left(\frac{\partial^2 w(0, t)}{\partial t \partial x} \right)^2 \right] dt = \int_{t_1}^{t_2} \int_{-L_1}^{0^-} \rho A \frac{\partial w(x, t)}{\partial t} \frac{\partial}{\partial t} \delta w dx dt + \int_{t_1}^{t_2} \int_{0^+}^{L_2} \rho A \frac{\partial w(x, t)}{\partial t} \frac{\partial}{\partial t} \delta w dx dt \\ & + \int_{t_1}^{t_2} M_e \frac{\partial w(L, t)}{\partial t} \frac{\partial}{\partial t} \delta w dt + \int_{t_1}^{t_2} J_e \frac{\partial^2 w(L, t)}{\partial t \partial x} \frac{\partial^2}{\partial t \partial x} \delta w dt = \int_{-L_1}^{0^-} \rho A \frac{\partial w(x, t)}{\partial t} \delta w|_{t_1}^{t_2} dx \\ & - \int_{-L_1}^{0^-} \int_{t_1}^{t_2} \rho A \frac{\partial^2 w(x, t)}{\partial t^2} \delta w dt dx + \int_{0^+}^{L_2} \rho A \frac{\partial w(x, t)}{\partial t} \delta w|_{t_1}^{t_2} dx - \int_{0^+}^{L_2} \int_{t_1}^{t_2} \rho A \frac{\partial^2 w(x, t)}{\partial t^2} \delta w dt dx \\ & + M_e \frac{\partial w(0, t)}{\partial t} \delta w|_{t_1}^{t_2} - \int_{t_1}^{t_2} M_e \frac{\partial^2 w(0, t)}{\partial t^2} \delta w|_{x=0} dt + J_e \frac{\partial^2 w(0, t)}{\partial t \partial x} \frac{\partial}{\partial x} \delta w \Big|_{t_1}^{t_2} \\ & - \int_{t_1}^{t_2} J_e \frac{\partial^3 w(0, t)}{\partial t^2 \partial x} \delta \frac{\partial w}{\partial x} \Big|_{x=0} dt = - \int_{-L_1}^{0^-} \int_{t_1}^{t_2} \rho A \frac{\partial^2 w(x, t)}{\partial t^2} \delta w dt dx - \int_{0^+}^{L_2} \int_{t_1}^{t_2} \rho A \frac{\partial^2 w(x, t)}{\partial t^2} \delta w dt dx \\ & - \int_{t_1}^{t_2} M_e \frac{\partial^2 w(0, t)}{\partial t^2} \delta w|_{x=0} dt - \int_{t_1}^{t_2} J_e \frac{\partial^3 w(0, t)}{\partial t^2 \partial x} \delta \frac{\partial w}{\partial x} \Big|_{x=0} dt \end{aligned} \quad (۱۷-۵)$$

در نهایت با جایگذاری روابط (۱۶-۵) و (۱۷-۵) در رابطه (۱۵-۵) خواهیم داشت:

$$\begin{aligned} & \int_{t_1}^{t_2} \left\{ \int_{-L_1}^{0^-} \left(\rho A \frac{\partial^2 w(x, t)}{\partial t^2} + R \frac{\partial^4 w(x, t)}{\partial x^4} - K \frac{\partial^6 w(x, t)}{\partial x^6} \right) \delta w dx \right. \\ & \left. + \int_{0^+}^{L_2} \left(\rho A \frac{\partial^2 w(x, t)}{\partial t^2} + R \frac{\partial^4 w(x, t)}{\partial x^4} - K \frac{\partial^6 w(x, t)}{\partial x^6} \right) \delta w dx \right. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \left(K \frac{\partial^5 w}{\partial x^5} - R \frac{\partial^3 w}{\partial x^3} \right) \delta w \Big|_{-L_1}^{0^-} + \left(K \frac{\partial^5 w}{\partial x^5} - R \frac{\partial^3 w}{\partial x^3} \right) \delta w \Big|_0^{L_2} + \left(R \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} - K \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} \right) \delta \frac{\partial w}{\partial x} \Big|_{-L_1}^{0^-} \\
& + \left(R \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} - K \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} \right) \delta \frac{\partial w}{\partial x} \Big|_{-L_1}^{0^-} + \left(R \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} - K \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} \right) \frac{\partial w}{\partial x} \Big|_0^{L_2} + K \frac{\partial^3 w}{\partial x^3} \delta \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \Big|_{-L_1}^{0^-} \\
& + K \frac{\partial^3 w}{\partial x^3} \delta \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \Big|_0^{L_2} + k_1 w \delta w \Big|_{x=L_2} + \left(k_2 q^2 \frac{\partial w}{\partial x} + J_e \frac{\partial^3 w(0,t)}{\partial t^2 \partial x} \right) \delta \frac{\partial w}{\partial x} \Big|_{x=0} \\
& + M_e \frac{\partial^2 w(0,t)}{\partial t^2} \delta w \Big|_{x=0} \Big\} dt = 0
\end{aligned} \tag{۱۸-۵}$$

که در نتیجه، معادله حرکت و شرایط مرزی به صورت زیر حاصل می گردند:

$$K \frac{\partial^6 w(x,t)}{\partial x^6} - R \frac{\partial^4 w(x,t)}{\partial x^4} - \rho A \frac{\partial^2 w(x,t)}{\partial t^2} = 0 \quad -L_1 < x < L_2 \tag{۱۹-۵}$$

$$w(-L_1, t) = \frac{\partial w(-L_1, t)}{\partial x} = 0 \tag{۲۰-۵}$$

$$\frac{\partial^2 w(-L_1, t)}{\partial x^2} = \frac{\partial^3 w(L_2, t)}{\partial x^3} = 0 \tag{۲۱-۵}$$

$$K \frac{\partial^5 w(L_2, t)}{\partial x^5} - R \frac{\partial^3 w(L_2, t)}{\partial x^3} + k_1 w(L_2, t) = 0 \tag{۲۲-۵}$$

$$K \frac{\partial^4 w(L_2, t)}{\partial x^4} - R \frac{\partial^2 w(L_2, t)}{\partial x^2} = 0 \tag{۲۳-۵}$$

همچنین با توجه به رابطه (۱۸-۵)، شرایط پیوستگی نیز به صورت زیر حاصل می گردد:

$$w(0^-, t) = w(0^+, t) \tag{۲۴-۵} \quad \frac{\partial w(x,t)}{\partial x} \Big|_{x=0^-} = \frac{\partial w(x,t)}{\partial x} \Big|_{x=0^+} \tag{۲۵-۵}$$

$$\frac{\partial^2 w(x,t)}{\partial x^2} \Big|_{x=0^-} = \frac{\partial^2 w(x,t)}{\partial x^2} \Big|_{x=0^+} \tag{۲۶-۵} \quad \frac{\partial^3 w(x,t)}{\partial x^3} \Big|_{x=0^-} = \frac{\partial^3 w(x,t)}{\partial x^3} \Big|_{x=0^+} \tag{۲۷-۵}$$

$$K \frac{\partial^5 w(x,t)}{\partial x^5} \Big|_{x=0^-} - K \frac{\partial^5 w(x,t)}{\partial x^5} \Big|_{x=0^+} - R \frac{\partial^3 w(x,t)}{\partial x^3} \Big|_{x=0^-} + R \frac{\partial^3 w(x,t)}{\partial x^3} \Big|_{x=0^+} + M_e \frac{\partial^2 w(x,t)}{\partial t^2} \Big|_{x=0} = 0 \tag{۲۸-۵}$$

$$\begin{aligned}
& R \frac{\partial^2 w(x,t)}{\partial x^2} \Big|_{x=0^-} - R \frac{\partial^2 w(x,t)}{\partial x^2} \Big|_{x=0^+} - K \frac{\partial^4 w(x,t)}{\partial x^4} \Big|_{x=0^-} + K \frac{\partial^4 w(x,t)}{\partial x^4} \Big|_{x=0^+} \\
& + k_2 q^2 \frac{\partial w(x,t)}{\partial x} \Big|_{x=0} + J_e \frac{\partial^3 w(x,t)}{\partial x \partial t^2} \Big|_{x=0} = 0
\end{aligned} \tag{۲۹-۵}$$

جهت انجام یک تحلیل جامع تر و کامل تر، پارامترهای بی بعد را به صورت زیر معرفی می نماییم:

$$W = \frac{w}{L}, \quad X = \frac{x}{L}, \quad \tau = t \sqrt{\frac{EI}{\rho A L^4}}, \quad \tilde{G} = \frac{G}{E}, \quad \tilde{\rho} = \frac{\rho_e}{\rho}, \quad \tilde{L}_1 = \frac{L_1}{L}, \quad \tilde{L}_2 = \frac{L_2}{L},$$

$$Q = \frac{q}{L}, \quad \beta_1 = \frac{k_1 L^3}{EI}, \quad \beta_2 = \frac{k_2 L^3}{EI} \tag{۳۰-۵}$$

با جایگذاری روابط بی بعد (۳۰-۵) در معادله حرکت و شرایط مرزی و پیوستگی (۱۹-۵) تا (۲۹-۵)

خواهیم داشت:

$$\tilde{K} \frac{\partial^6 W(X, \tau)}{\partial X^6} - \tilde{R} \frac{\partial^4 W(X, \tau)}{\partial X^4} - \frac{\partial^2 W(X, \tau)}{\partial \tau^2} = 0 \quad -\tilde{L}_1 < X < \tilde{L}_2 \quad (31-5)$$

$$W(-\tilde{L}_1, \tau) = \frac{\partial W(-\tilde{L}_1, \tau)}{\partial X} = 0 \quad (32-5) \quad \frac{\partial^2 W(-\tilde{L}_1, \tau)}{\partial X^2} = \frac{\partial^3 W(\tilde{L}_2, \tau)}{\partial X^3} = 0 \quad (33-5)$$

$$\tilde{K} \frac{\partial^5 W(\tilde{L}_2, \tau)}{\partial X^5} - \tilde{R} \frac{\partial^3 W(\tilde{L}_2, \tau)}{\partial X^3} + \beta_1 W(\tilde{L}_2, \tau) = 0 \quad (34-5)$$

$$\tilde{K} \frac{\partial^4 W(\tilde{L}_2, \tau)}{\partial X^4} - \tilde{R} \frac{\partial^2 W(\tilde{L}_2, \tau)}{\partial X^2} = 0 \quad (35-5)$$

$$W(0^-, \tau) = W(0^+, \tau) \quad (36-5) \quad \frac{\partial W(X, \tau)}{\partial X} \Big|_{X=0^-} = \frac{\partial W(X, \tau)}{\partial X} \Big|_{X=0^+} \quad (37-5)$$

$$\frac{\partial^2 W(X, \tau)}{\partial X^2} \Big|_{X=0^-} = \frac{\partial^2 W(X, \tau)}{\partial X^2} \Big|_{X=0^+} \quad (38-5) \quad \frac{\partial^3 W(X, \tau)}{\partial X^3} \Big|_{X=0^-} = \frac{\partial^3 W(X, \tau)}{\partial X^3} \Big|_{X=0^+} \quad (39-5)$$

$$\begin{aligned} & \tilde{K} \frac{\partial^5 W(X, \tau)}{\partial X^5} \Big|_{X=0^-} - \tilde{K} \frac{\partial^5 W(X, \tau)}{\partial X^5} \Big|_{X=0^+} - \tilde{R} \frac{\partial^3 W(X, \tau)}{\partial X^3} \Big|_{X=0^-} + \tilde{R} \frac{\partial^3 W(X, \tau)}{\partial X^3} \Big|_{X=0^+} \\ & + \tilde{\rho} Q \frac{\partial^2 W(X, \tau)}{\partial \tau^2} \Big|_{X=0} = 0 \end{aligned} \quad (40-5)$$

$$\begin{aligned} & \tilde{R} \frac{\partial^2 W(X, \tau)}{\partial X^2} \Big|_{X=0^-} - \tilde{R} \frac{\partial^2 W(X, \tau)}{\partial X^2} \Big|_{X=0^+} - \tilde{K} \frac{\partial^4 W(X, \tau)}{\partial X^4} \Big|_{X=0^-} + \tilde{K} \frac{\partial^4 W(X, \tau)}{\partial X^4} \Big|_{X=0^+} \\ & + \beta_2 Q^2 \frac{\partial W(X, \tau)}{\partial X} \Big|_{X=0} + \frac{1}{3} \tilde{\rho} Q^3 \frac{\partial^3 W(X, \tau)}{\partial X \partial \tau^2} \Big|_{X=0} = 0 \end{aligned} \quad (41-5)$$

که در روابط فوق:

$$\tilde{K} = \frac{K}{EI L^2} = \tilde{G} \left[2 \left(\frac{l_0}{L} \right)^2 + \frac{4}{5} \left(\frac{l_1}{L} \right)^2 \right] \quad \tilde{R} = \frac{R}{EI} = 1 + 12 \tilde{\mu} \left[2 \left(\frac{l_0}{h} \right)^2 + \frac{8}{15} \left(\frac{l_1}{h} \right)^2 + \left(\frac{l_2}{h} \right)^2 \right] \quad (42-5)$$

با فرض حلی هارمونیک به صورت $W(X, \tau) = V(X)e^{i\omega\tau}$ و $W(X, \tau) = Y(X)e^{i\omega\tau}$ به ترتیب برای

سمت چپ و راست رابط عمودی و اعمال آن بر معادله حرکت (31-5)، دو معادله دیفرانسیلی برای

شکل‌های مد به صورت زیر بدست می‌آید:

$$\tilde{K} \frac{d^6 Y(X)}{dX^6} - \tilde{R} \frac{d^4 Y(X)}{dX^4} + \omega^2 = 0 \quad -\tilde{L}_1 < x < 0 \quad (43-5)$$

$$\tilde{K} \frac{d^6 V(X)}{dX^6} - \tilde{R} \frac{d^4 V(X)}{dX^4} + \omega^2 = 0 \quad 0 < x < \tilde{L}_2 \quad (44-5)$$

ω معرف فرکانس بی‌بعد سیستم می‌باشد. همچنین، با اعمال حل‌های داده شده در شرایط مرزی و

پیوستگی (32-5) تا (41-5)، می‌توان این روابط را به صورت زیر بازنویسی نمود:

$$Y(-\tilde{L}_1) = \frac{dY(-\tilde{L}_1)}{dX} = 0 \quad (45-5) \quad \frac{d^2 Y(-\tilde{L}_1)}{dX^2} = \frac{d^3 V(\tilde{L}_2)}{dX^3} = 0 \quad (46-5)$$

$$\tilde{K} \frac{d^5 V(\tilde{L}_2)}{dX^5} - \tilde{R} \frac{d^3 V(\tilde{L}_2)}{dX^3} + \beta_1 V(\tilde{L}_2) = 0 \quad (57-5)$$

$$\tilde{K} \frac{d^4 V(\tilde{L}_2)}{dX^4} - \tilde{R} \frac{d^2 V(\tilde{L}_2)}{dX^2} = 0 \quad (58-5)$$

$$Y(0) = V(0) \quad (59-5) \quad \frac{dY(0)}{\partial X} = \frac{dV(0)}{\partial X} \quad (60-5)$$

$$\frac{d^2 Y(0)}{dX^2} = \frac{d^2 V(0)}{dX^2} \quad (61-5) \quad \frac{d^3 Y(0)}{dX^3} = \frac{d^3 V(0)}{dX^3} \quad (62-5)$$

$$\tilde{K} \frac{d^5 Y(0)}{dX^5} - \tilde{K} \frac{d^5 V(0)}{dX^5} - \tilde{R} \frac{d^3 Y(0)}{dX^3} + \tilde{R} \frac{d^3 V(0)}{dX^3} - \tilde{\rho} Q \omega^2 Y(0) = 0 \quad (63-5)$$

$$\tilde{R} \frac{d^2 Y(0)}{dX^2} - \tilde{R} \frac{d^2 V(0)}{dX^2} - \tilde{K} \frac{d^4 Y(0)}{dX^4} + \tilde{K} \frac{d^4 V(0)}{dX^4} + \left(\beta_2 Q^2 - \frac{1}{3} \tilde{\rho} Q^3 \omega^2 \right)^2 \frac{dY(0)}{dX} = 0 \quad (64-5)$$

لازم به ذکر است با در نظر گرفتن $l_0 = l_1 = 0$ ، روابط فوق به روابط حاصل از تئوری تنش-کوپل اصلاح شده تقلیل خواهد یافت. همچنین، با صرف نظر نمودن از تمامی پارامترهای مقیاس طول، یعنی با فرض $l_0 = l_1 = l_2 = 0$ ، روابط حاصل شده از تئوری گرادیان کرنش به روابط حاصل از تئوری تیر کلاسیک تبدیل خواهد شد.

برای معادلات (53-5) و (54-5) می توان حلی عمومی به صورت زیر در نظر گرفت:

$$Y(X) = \sum_{i=1}^6 C_i e^{\lambda_i X} \quad (65-5) \quad V(X) = \sum_{i=7}^{12} C_i e^{\lambda_{(i-6)} X} \quad (66-5)$$

به صورتی که C_i ($i = 1, 2, 3, \dots, 12$)، ثوابتی دلخواه می باشند که باید با استفاده از شرایط مرزی و پیوستگی تعیین شوند. همچنین، λ_i ($i = 1, 2, \dots, 6$) که می تواند مقادیر مختلط بگیرد، ریشه های معادله جبری زیر می باشد:

$$\tilde{K} \lambda^6 - \tilde{R} \lambda^4 + \omega^2 = 0 \quad (67-5)$$

جایگذاری معادلات (65-5) و (66-5) در شرایط مرزی و پیوستگی (55-5) تا (64-5)، مجموعه ای از معادلات را نتیجه می دهد که این معادلات نسبت به ثوابت C خطی بوده اما نسبت به λ غیرخطی می باشند که به صورت زیر داده می شوند:

$$[A(\omega)][C] = \{0\} \quad (68-5)$$

که C بردارهای ویژه معادله فوق بوده و مولفه‌های غیرصفر ماتریس A نیز به صورت زیر تعیین می‌گردند:

$$\begin{aligned}
 A_{1i} &= e^{(-\lambda_i \tilde{L}_1)} \quad (i = 1..6) & A_{2i} &= \lambda_i e^{(-\lambda_i \tilde{L}_1)} \quad (i = 1..6) & (۶۹-۵) \\
 A_{3i} &= \lambda_i^2 e^{(-\lambda_i \tilde{L}_1)} \quad (i = 1..6) & A_{4i} &= \lambda_{(i-6)}^3 e^{(\lambda_{(i-6)} \tilde{L}_2)} \quad (i = 7..12) & (۷۰-۵) \\
 A_{5i} &= [\tilde{K} \lambda_{(i-6)}^5 - \tilde{R} \lambda_{(i-6)}^3 + \beta_1] e^{(\lambda_{(i-6)} \tilde{L}_2)} \quad (i = 7..12) & & & (۷۱-۵) \\
 A_{6i} &= [\tilde{R} \lambda_{(i-6)}^2 - \tilde{K} \lambda_{(i-6)}^4] e^{(\lambda_{(i-6)} \tilde{L}_2)} \quad (i = 7..12) & & & (۷۲-۵) \\
 A_{7i} &= 1 \quad (i = 1..6) & A_{7i} &= -1 \quad (i = 7..12) & (۷۳-۵) \\
 A_{8i} &= \lambda_i \quad (i = 1..6) & A_{8i} &= -\lambda_{(i-6)} \quad (i = 7..12) & (۷۴-۵) \\
 A_{9i} &= \lambda_i^2 \quad (i = 1..6) & A_{9i} &= -\lambda_{(i-6)}^2 \quad (i = 7..12) & (۷۵-۵) \\
 A_{10i} &= \lambda_i^3 \quad (i = 1..6) & A_{10i} &= -\lambda_{(i-6)}^3 \quad (i = 7..12) & (۷۶-۵) \\
 A_{11i} &= \tilde{K} \lambda_i^5 - \tilde{R} \lambda_i^3 - \tilde{\rho} Q \omega^2 \quad (i = 1..6) & & & (۷۸-۵) \\
 A_{11i} &= -\tilde{K} \lambda_{(i-6)}^5 + \tilde{R} \lambda_{(i-6)}^3 \quad (i = 7..12) & & & (۷۹-۵) \\
 A_{12i} &= \tilde{R} \lambda_i^2 - \tilde{K} \lambda_i^4 + \left(\beta_2 Q^2 - \frac{1}{3} \tilde{\rho} Q^3 \omega^2 \right) \lambda_i \quad (i = 1..6) & & & (۸۰-۵) \\
 A_{12i} &= -\tilde{R} \lambda_{(i-6)}^2 + \tilde{K} \lambda_{(i-6)}^4 \quad (i = 7..12) & & & (۸۱-۵)
 \end{aligned}$$

لازم به ذکر است که ریشه‌های معادله (۶۷-۵)، λ_i ($i = 1, 2, \dots, 6$) توابعی از فرکانس، ω می‌باشند.

شرط لازم و کافی برای اینکه معادله (۶۸-۵) حل غیربدیهی داشته باشد این است که [۱۲۹]:

$$D(\omega, \beta_n) = \det[A(\omega, \beta_l)] = 0 \quad (۸۲-۵)$$

همانند فصول گذشته، برای بدست آوردن فرکانس طبیعی سیستم و حل رابطه فوق، از روش عددی BIE استفاده شده است که در فصل سوم به آن پرداخته شد.

حساسیت خمشی، S نیز که به صورت دیفرانسیل فرکانس بی‌بعد نسبت به سختی تماسی بی‌بعد

تعریف می‌گردد، توسط رابطه زیر بدست خواهد آمد:

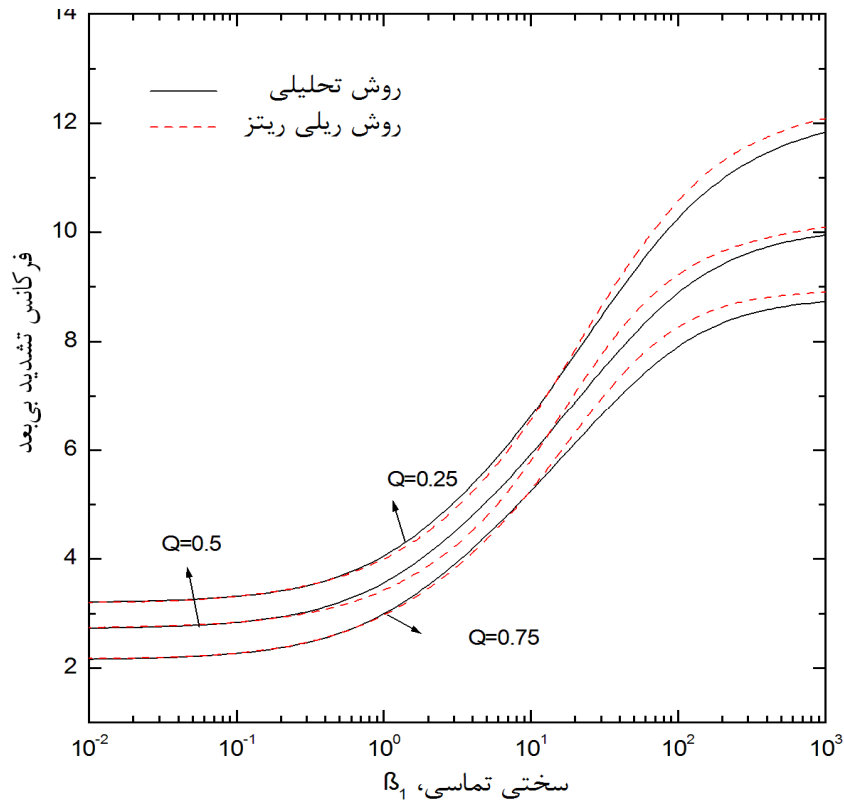
$$S_{j,q} = \frac{\partial \omega_q}{\partial \beta_j} = - \left(\frac{\partial D}{\partial \beta_j} \right) / \left(\frac{\partial D}{\partial \omega_q} \right) \quad (۸۳-۵)$$

که در این رابطه $j = 1, 2$ و q نشان‌دهنده مرتبه مد ارتعاشاتی مورد نظر می‌باشد، که $S_{j,q}$ معرف حساسیت ارتعاشات خمشی نوک متصل به فنر j ام در مد ارتعاشاتی مرتبه q می‌باشد.

۵-۲-۳ تحلیل و بررسی

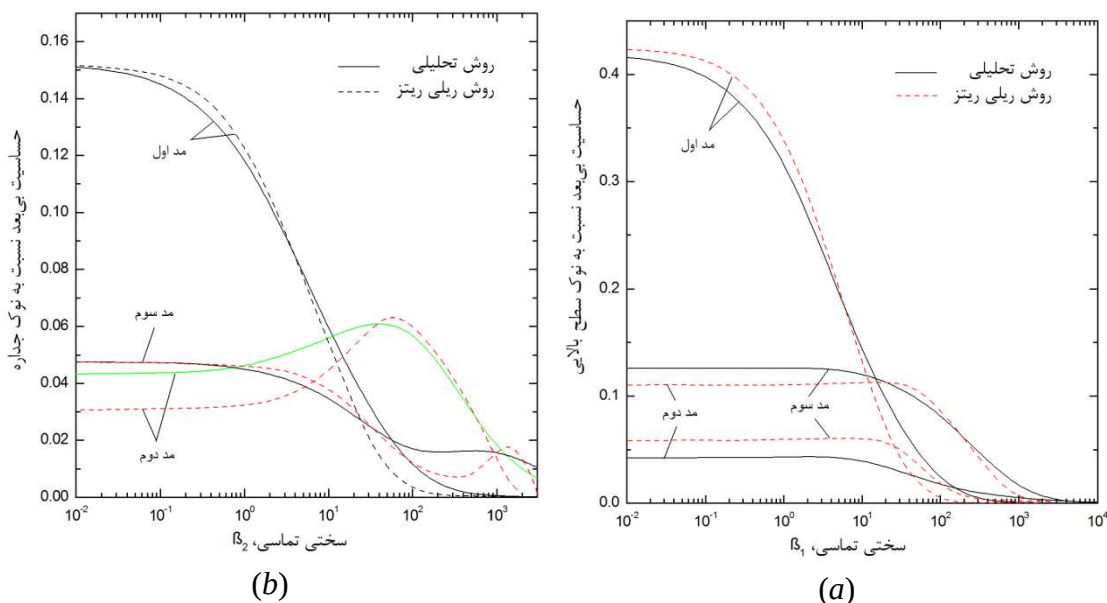
در بخش پیشین، روابطی تحلیلی برای فرکانس تشدید و حساسیت یک نوع خاص از میکروتیرهای مونتاژ شده میکروسکوپ نیرو اتمی بدست آوردیم تا به واسطه آنها رفتار ارتعاشاتی این نوع میکروتیر را هنگامی که ابعاد کوچک میکروتیر نیز در رفتار آن مهم می‌باشند، مورد بررسی و مطالعه قرار دهیم. لذا در این بخش، به بررسی و تحلیل رفتار ارتعاشاتی میکروتیر مونتاژ شده نوع دوم بر پایه تئوری مرتبه بالاتر گرادیان کرنش پرداخته شده است. همچنین نتایج حاصل از تئوری مذکور با نتایج حاصل از تئوری غیر کلاسیک تنش-کوپل اصلاح شده و تئوری تیر کلاسیک مقایسه شده است. همانطور که پیشتر توضیح داده شد، این نوع میکروتیر مونتاژ شده متشکل از یک تیر یکسردرگیر افقی، یک رابط عمودی و دو نوک یکی در سر آزاد تیر افقی و دیگری در انتهای رابط عمودی می‌باشد که ساختار آن به میکروسکوپ این امکان را می‌دهد که جداره سطوح مواد را همزمان و با یک بار بستن نمونه روی اسکنر پیزو به همراه سطوح فوقانی نمونه روبش نماید. همانطور که در فصل‌های گذشته نیز اشاره گردید، برای مقایسه نتایج تئوری‌های گرادیان کرنش و تنش-کوپل اصلاح شده، سه پارامتر مقیاس طول برابر با یکدیگر و مساوی پارامتر مقیاس طول تئوری تنش-کوپل اصلاح شده فرض شده است، $l_0 = l_1 = l_2 = l$. جنس میکروتیر افقی از سیلیکون و رابط آن از پلی‌سیلیکون در نظر گرفته شده است. در نتیجه ویژگی‌های مکانیکی و هندسی مواد به صورت $E = 170Gpa$ ، $\rho = 2330Kg/m^3$ ، $\rho_e = 3440Kg/m^3$ ، $v = 0.22$ و $Q = 0.5$ و $\tilde{L}_1 = 0.5$ در نظر گرفته شده است. همچنین فرض نموده‌ایم $\beta_2 = 0.9\beta_1$ و $h/l = 4$ باشند [۶۲، ۳۰].

شکل‌های ۲-۵ و ۳-۵ نتایج روش تحلیلی حاضر را با نتایج حاصل از روش ریلی ریتز ارائه شده توسط کهرباییان و همکاران [۶۲] مورد مقایسه قرار داده است. برای بدست آوردن نتایج تحلیل حاضر به صورت تحلیلی، پارامترهای مقیاس طول برابر صفر در نظر گرفته شده‌اند که این بدان معنی است که نتایج تحلیلی نشان‌دهنده شده در شکل‌های ۲-۵ و ۳-۵ بر پایه تئوری تیر کلاسیک بدست آمده است. شکل ۲-۵ تغییرات فرکانس تشدید اول را به ازای تغییرات در سختی تماسی، β_1 و طول بی‌بعد رابط،



شکل ۵-۲ مقایسه دو روش تحلیلی و ریلی ریتز در پیش‌بینی فرکانس تشدید بی‌بعد اول به صورت تابعی از سختی تماسی برای مقادیر مختلف طول بی‌بعد رابط، Q

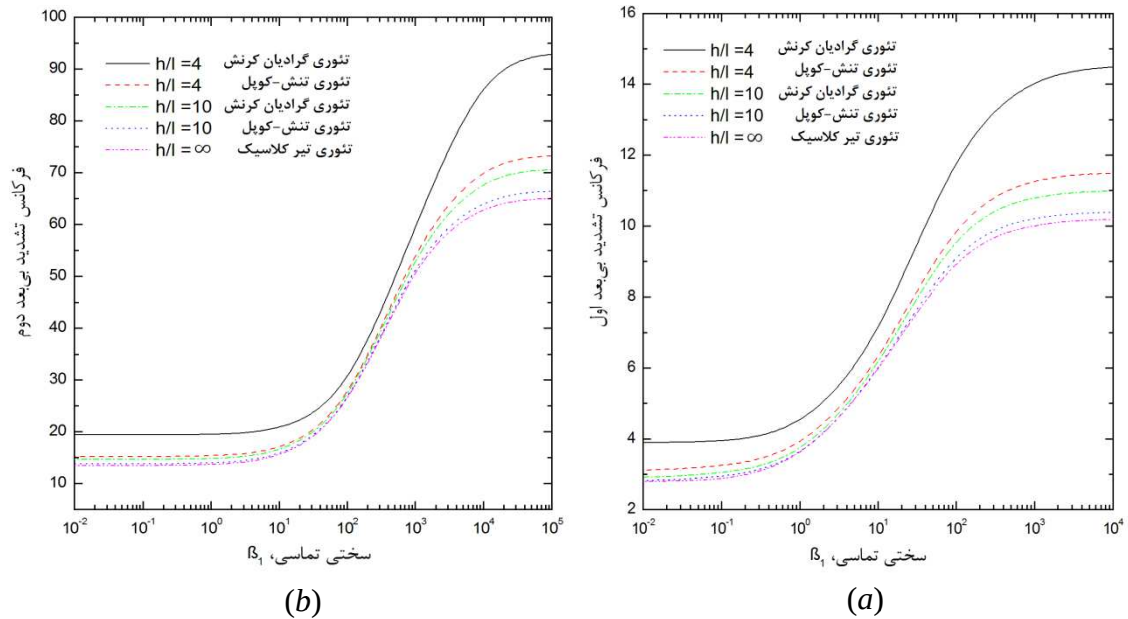
Q ، نشان می‌دهد. مطابق شکل، برای مقادیر پایین سختی تماسی، نتایج حاصل از روش تحلیلی منطبق بر نتایج بدست آمده از روش ریلی ریتز می‌باشند. اما هنگامی که سختی تماسی افزایش یافته و به طور تقریبی بیشتر از ۱۰ می‌گردد، اختلاف حل ریلی ریتز با روش تحلیلی بیشتر می‌شود و فرکانس تشدید حاصل از روش ریلی ریتز بیشتر از فرکانس تشدید حاصل از روش تحلیلی می‌باشند. شکل‌های ۵-۳a و ۵-۳b نیز حساسیت سه مد اول را نسبت به نوک متصل به فنر اول و نوک متصل به فنر دوم بر پایه دو روش تحلیلی و ریلی ریتز مورد مقایسه قرار داده است. منظور از حساسیت نسبت به نوک متصل به فنر اول و حساسیت نسبت به نوک متصل به فنر دوم به ترتیب حساسیت نسبت به نوک تیر یکسردرگیر و حساسیت نسبت به نوک رابط عمودی می‌باشد که از این پس به اختصار حساسیت نوک اول و حساسیت نوک دوم نامیده می‌شوند. مطابق دو شکل مذکور، دقت روش ریلی ریتز برای پیش‌بینی مقادیر حساسیت نوک اول و دوم و برای هر سه مد ارتعاشاتی پایین بوده



شکل ۳-۵ مقایسه دو روش تحلیلی و ریلی ریتز در پیش‌بینی حساسیت بی‌بعد اول (a) نسبت به نوک سطح بالایی، (b) نسبت به نوک جداره، به صورت تابعی از سختی تماسی برای مقادیر مختلف طول بی‌بعد رابط، Q

و نمی‌توان نتایج این روش را برای پیش‌بینی مقادیر حساسیت توسط نتایج روش تحلیلی صحه‌گذاری نمود. لذا نتایج ناشی از روش ریلی ریتز در پیش‌بینی مقادیر حساسیت به ویژه برای مدهای مرتبه بالاتر قابل اعتماد نمی‌باشد.

فرکانس تشدید بی‌بعد اول و دوم بر پایه سه تئوری گرادیان کرنش، تنش-کوپل اصلاح شده و تیر کلاسیک به ترتیب در شکل‌های ۴a-۵ و ۴b-۵ نشان داده شده‌اند. مطابق این دو شکل، رفتار فرکانسی میکروتیر مذکور به خصوص برای مقادیر بسیار پایین یا بسیار بالای سختی تماسی وابسته به اندازه می‌باشد. به طور کلی برای هر دو مد، مقادیر فرکانسی حاصل از گرادیان کرنش بیشتر از مقادیر فرکانسی حاصل از تئوری تنش-کوپل اصلاح شده و مقادیر فرکانسی حاصل از تئوری اخیر بیشتر از مقادیر فرکانسی حاصل از تئوری تیر کلاسیک می‌باشد. تفاوت بین نتایج تئوری گرادیان کرنش با نتایج دو تئوری دیگر، با کاهش ضخامت تیر فاحش‌تر می‌شود. در این شرایط، برای مد اول، به طور تقریبی به ازای تمامی مقادیر سختی تماسی و برای مد دوم به جز هنگامی که سختی تماسی در حدود بازه ۱۰۰ تا ۱۰۰۰ می‌باشد، این تفاوت دیده می‌شود. اگرچه، با کاهش ضخامت میکروتیر و

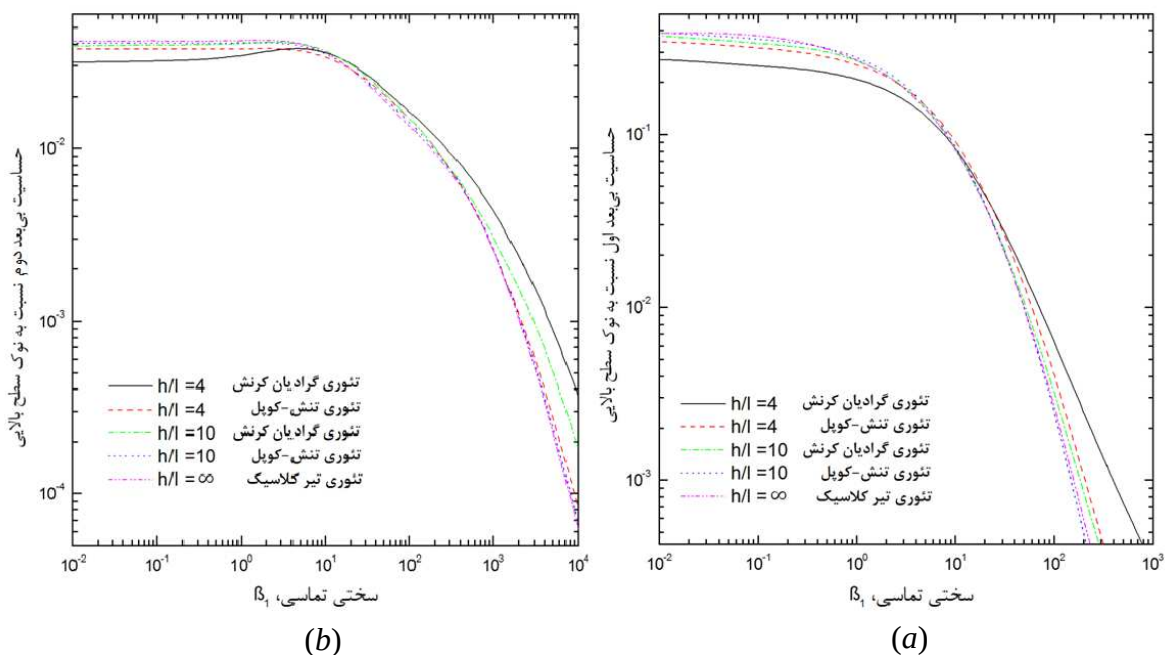


شکل ۴-۵ فرکانس تشدید بی بعد (a) مد اول، (b) مد دوم، بر اساس تئوری‌های گرادیان کرنش، تنش-کوپل اصلاح

شده و تیر کلاسیک و برای مقادیر مختلف h/l

نزدیک شدن ضخامت به پارامتر مقیاس طول، تفاوت بین نتایج حاصل از دو تئوری تنش-کوپل اصلاح شده و تیر کلاسیک دیده می‌شود، اما این تفاوت تنها برای مقادیر بالای سختی تماسی، برای مد اول $\beta_1 > 100$ و برای مد دوم برای $\beta_1 > 1000$ قابل ملاحظه است. با مقایسه نتایج هر سه تئوری با یکدیگر آشکار می‌گردد که در مد دوم، هنگامی که سختی تماسی در حدود بازه ۱۰۰ تا ۱۰۰۰ قرار می‌گیرد، رفتار فرکانسی میکروتیر مونتاژ شده نوع دوم به طور تقریبی مستقل از اندازه می‌گردد.

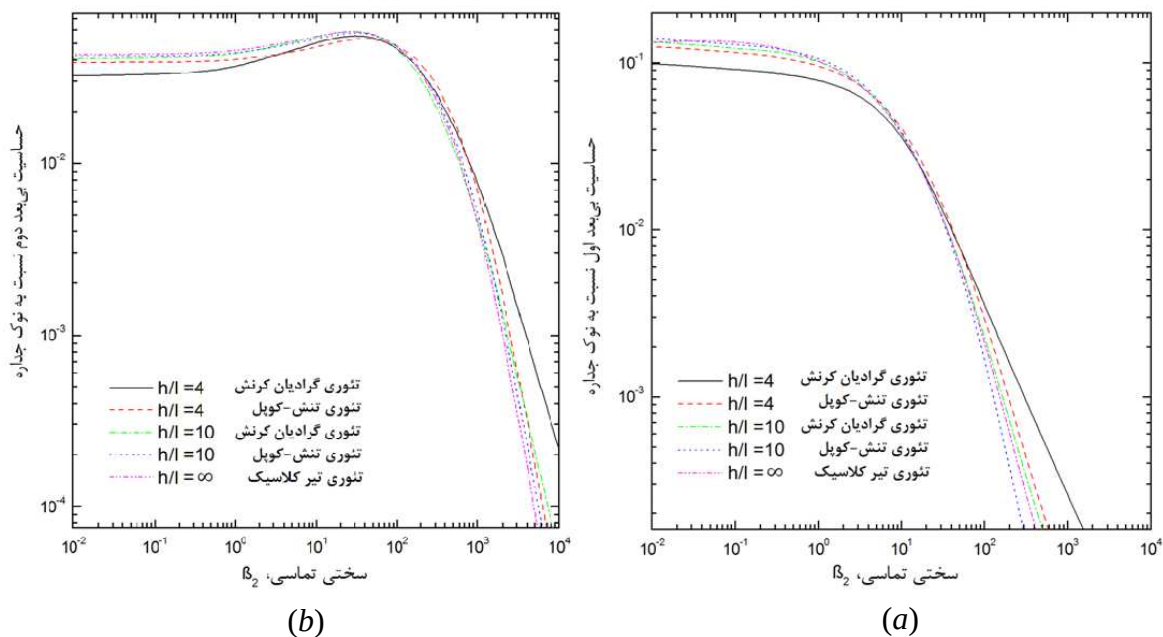
شکل‌های ۵a-۵ و ۵b-۵ به ترتیب حساسیت مد اول و دوم نوک اول (S_{11} و S_{21}) و شکل‌های ۵a-۶ و ۵b-۶ به ترتیب حساسیت مد اول و دوم نوک دوم (S_{12} و S_{22}) را بر اساس سه تئوری گرادیان کرنش، تنش-کوپل اصلاح شده و تیر کلاسیک نشان می‌دهند. با توجه به این شکل‌ها می‌توان دریافت که برای مقادیر پایین سختی تماسی، حساسیت حاصل از تئوری گرادیان کرنش کمتر از حساسیت بدست آمده از تئوری تنش-کوپل اصلاح شده و حساسیت حاصل از این تئوری، کمتر از حساسیت بدست آمده از تئوری تیر کلاسیک می‌باشد. این روند برای مقادیر بالاتر سختی تماسی عکس می‌باشد. در مد اول، مقادیر حساسیت نسبت به نوک اول و دوم، به طور تقریبی مشابه یکدیگر می‌باشند، اگرچه



شکل ۵-۵ حساسیت بی بعد (a) مد اول، (b) مد دوم نسبت به نوک سطح بالایی، بر اساس تئوری های گرادیان کرنش،

تنش-کوپل اصلاح شده و تیر کلاسیک و برای مقادیر مختلف h/l

در سختی های پایین، حساسیت نوک اول قدری بیشتر از حساسیت نوک دوم می باشد. همچنین هنگامی که سختی تماسی در حدود ۱۰ می باشد، حساسیت نوک اول به طور تقریبی مستقل از اندازه می گردد. این حالت برای حساسیت مد دوم، برای مقادیر سختی تماسی در حدود بازه ۱۰ تا ۳۰ دیده می شود. در مد دوم، حساسیت نوک اول و دوم، چه در روند تغییرات و چه در مقادیر، به طور تقریبی مشابه یکدیگر می باشند، اگرچه حساسیت نوک دوم، قبل از افت ناگهانی دچار یک خیز می گردد و مقادیر حساسیت قدری افزایش می یابند. برای حساسیت نوک اول، هنگامی که سختی حدود ۱۰ می باشد، حساسیت ارتعاشات مستقل از اندازه عمل می نماید. برای حساسیت نوک دوم این پدیده برای مقادیر سختی در حدود بازه ۵۰ تا ۳۰۰ دیده می شود. صرف نظر از نقاط یا بازه های داده شده برای سختی تماسی که در آنها رفتار حساسیت مستقل از اندازه می گردد، به طور کلی می توان نتیجه گرفت که برای مقادیر پایین h/l ، تفاوت نتایج حاصل از تئوری گرادیان کرنش با نتایج پیش بینی شده توسط دو تئوری دیگر قابل ملاحظه می باشد و حتی هنگامی که نسبت ضخامت میکروتیر به پارامتر مقیاس طول حدود ۱۰ می باشد، تفاوت مقادیر حساسیت پیش بینی شده توسط تئوری گرادیان کرنش



شکل ۵-۶ حساسیت بی بعد (a) مد اول، (b) مد دوم نسبت به نوک جداره، بر اساس تئوری‌های گرادیان کرنش، تنش-

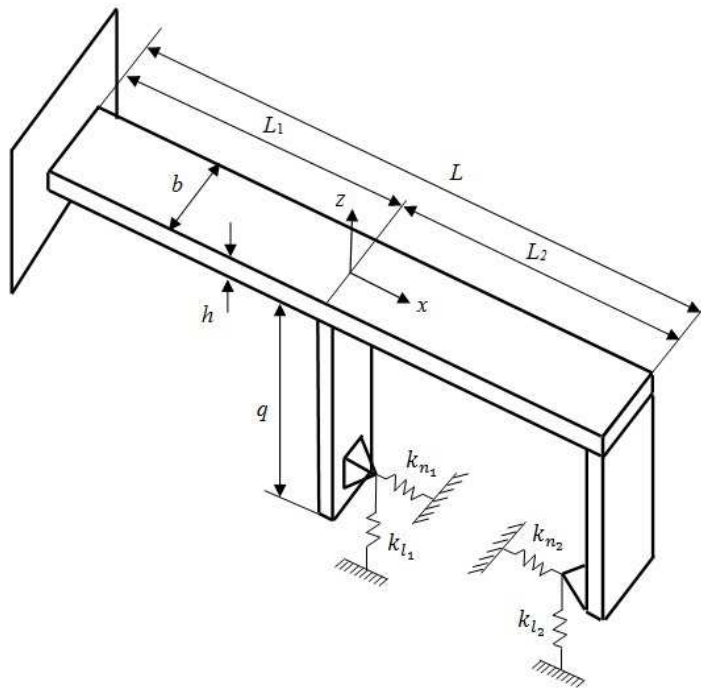
کوپل اصلاح شده و تیر کلاسیک و برای مقادیر مختلف h/l

با مقادیر حساسیت حاصل از دو تئوری دیگر در مد دوم، به ازای برخی مقادیر سختی تماسی آشکار است.

۵-۳ رفتار ارتعاشاتی میکروتیر مونتاز شده نوع سوم

۵-۳-۱ مدل سازی

میکروتیر مونتاز شده میکروسکوپ نیرو اتمی که در این فصل مورد مطالعه قرار گرفته است، شامل یک تیر یکسردرگیر افقی، دو رابطه عمودی با فاصله معین از یکدیگر و دو نوک تیز در انتهای رابط-های عمودی می‌باشد. ساختار این نوع میکروتیر این امکان را فراهم می‌نماید که بتوان در فناوری نانو از آن به عنوان ابزاری برای سنجش قطر، ضخامت و حتی طول نانو مواد استفاده نمود، از اینرو این نوع



شکل ۷-۵ شماتیک هندسه یک نمونه میکرو تیر مونتاز شده نوع سوم در تماس با سطح نمونه

میکرو تیر میکروسکوپ نیرو اتمی را کولیس^۱ نانو نیز می نامند. شکل ۷-۵ شماتیک هندسه یک نمونه از این نوع میکرو تیر مونتاز شده یا کولیس نانو را نشان می دهد که در تماس با سطح نمونه می باشد. مطابق شکل، تیر افقی با طول L دارای یک سطح مقطع با ضخامت h و عرض b می باشد. رابط های عمودی با سطح مقطع های مشابه تیر افقی، داری طول q می باشند. رابط عمودی سمت چپ که از این پس آن را رابط اول می نامیم، به فاصله L_1 از سردرگیر تیر افقی قرار گرفته است. رابط عمودی سمت راست نیز که از این پس آن را رابط دوم می نامیم به فاصله L_2 از رابط اول و در انتهای سر آزاد میکرو تیر افقی مونتاز شده است. به مانند بخش ۵-۲، برای تحلیل ارتعاشات میکرو تیر، تیر افقی را به صورت دو تیر، یکی از سر درگیر تیر افقی تا رابط اول و دیگری از رابط اول تا انتهای تیر افقی یعنی محل قرارگیری رابط دوم مدل شده است. مطابق شکل ۷-۵، محور x در راستای محور تیر یکسر درگیر افقی و محور z عمود بر سطح فوقانی آن می باشد. برای راحتی تحلیل، مبدا مختصات در مکان قرارگیری رابط اول بر روی میکرو تیر افقی یکسر درگیر فرض شده است. در نتیجه طبق این فرض،

^۱ Caliper

مختصات افقی سر درگیر تیر افقی، $x = -L_1$ ، رابط عمودی اول $x = 0$ و رابط عمودی دوم $x = L_2$ می‌باشد. $w(x, t)$ خیز عمودی تیر افقی در راستای x و در زمان t می‌باشد. در هر نوک از دو فنر یکی نرمال، k_n و دیگری افقی k_t به ترتیب برای مدل نمودن نیروهای بر هم کنش افقی و عمودی بین نوک و سطح نمونه استفاده شده است که جهت تمایز فنرهای مدلسازی شده برای نوک هر رابط از اندیس‌های ۱ و ۲ استفاده شده است که اندیس ۱، فنر متصل به نوک رابط اول و اندیس ۲، فنر متصل به نوک رابط دوم را نشان می‌دهد.

۵-۳-۲ معادله حرکت و شرایط مرزی بر پایه تئوری‌های الاستیسیته گرادیان کرنش و

تنش-کوئل اصلاح شده

به دلیل هندسه و شرایط یکسان تیر افقی یکسردرگیر شکل ۵-۷ با تیر یکسردرگیر مورد تحلیل در بخش ۵-۲، روابط بدست آمده در معادلات (۵-۱) تا (۵-۱۰) برای میکروتیر حاضر نیز صادق می‌باشد. لذا با جایگذاری این روابط در رابطه (۲-۶) و با مدل نمودن میکروتیر افقی به صورت دو تیر و همچنین با اضافه نمودن انرژی الاستیک مربوط به فنرها، انرژی کرنش کل، U برای میکروتیر مونتاژ شده نوع سوم به صورت زیر حاصل می‌گردد:

$$U = \frac{1}{2} \int_{-L_1}^0 \left[R \left(\frac{\partial^2 w(x, t)}{\partial x^2} \right)^2 + K \left(\frac{\partial^3 w(x, t)}{\partial x^3} \right)^2 \right] dx + \frac{1}{2} \int_0^{L_2} \left[R \left(\frac{\partial^2 w(x, t)}{\partial x^2} \right)^2 + K \left(\frac{\partial^3 w(x, t)}{\partial x^3} \right)^2 \right] dx + \frac{1}{2} k_{n1} \left(q \frac{\partial w(0, t)}{\partial x} \right)^2 + \frac{1}{2} k_{n2} \left(q \frac{\partial w(L_2, t)}{\partial x} \right)^2 + \frac{1}{2} k_{l1} (w(0, t))^2 + \frac{1}{2} k_{l1} (w(L_2, t))^2 \quad (۵-۸۴)$$

که:

$$R = EI + 2GA l_0^2 + \frac{8}{15} GA l_1^2 + GA l_2^2 \quad K = GI \left(2l_0^2 + \frac{4}{5} l_1^2 \right) \quad (۵-۸۵)$$

انرژی جنبشی میکروتیر مونتاژ شده مورد نظر نیز به صورت زیر تعریف می‌گردد:

$$T = \frac{1}{2} \int_{-L_1}^0 \rho A \left(\frac{\partial w(x, t)}{\partial t} \right)^2 dx + \frac{1}{2} \int_0^{L_2} \rho A \left(\frac{\partial w(x, t)}{\partial t} \right)^2 dx + \frac{1}{2} M_e \left[\left(\frac{\partial w(0, t)}{\partial t} \right)^2 + \left(\frac{\partial w(L_2, t)}{\partial t} \right)^2 \right] + \frac{1}{2} J_e \left[\left(\frac{\partial^2 w(0, t)}{\partial x \partial t} \right)^2 + \left(\frac{\partial^2 w(L_2, t)}{\partial x \partial t} \right)^2 \right] \quad (۵-۸۶)$$

که همانطور که از روابط فوق پیدا است، به دلیل یکسان بودن هندسه و مواد سازنده رابط‌های عمودی،

جرم و ممان اینرسی جرمی آنها یکسان فرض شده است.

برای بدست آوردن معادله حرکت و شرایط مرزی، از اصل هامیلتون، رابطه (۵-۱۵) استفاده شده است.

به این منظور تغییرات انرژی پتانسیل و جنبشی با استفاده از روابط (۵-۸۴) و (۵-۸۶) به صورت زیر

حاصل شده است:

$$\begin{aligned} \delta U = & \delta \left(\frac{1}{2} \int_{-L_1}^{0^-} \left[R \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right)^2 + K \left(\frac{\partial^3 w}{\partial x^3} \right)^2 \right] dx + \frac{1}{2} \int_{0^+}^{L_2} \left[R \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right)^2 + K \left(\frac{\partial^3 w}{\partial x^3} \right)^2 \right] dx + \right. \\ & \left. \frac{1}{2} k_{l1} (w(0, t))^2 + \frac{1}{2} k_{n1} \left(q \frac{\partial w(0, t)}{\partial x} \right)^2 + \frac{1}{2} k_{l2} (w(L_2, t))^2 + \frac{1}{2} k_{n2} \left(q \frac{\partial w(L_2, t)}{\partial x} \right)^2 \right) \\ = & \int_{-L_1}^{0^-} \left[R \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \frac{\partial^2}{\partial x^2} \delta w + K \frac{\partial^3 w}{\partial x^3} \frac{\partial^3}{\partial x^3} \delta w \right] dx + \int_{0^+}^{L_2} \left[R \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \frac{\partial^2}{\partial x^2} \delta w + K \frac{\partial^3 w}{\partial x^3} \frac{\partial^3}{\partial x^3} \delta w \right] dx \\ & + k_{l1} w \delta w|_{x=0} + k_{n1} q^2 \frac{\partial w}{\partial x} \frac{\partial}{\partial x} \delta w|_{x=0} + k_{l2} w \delta w|_{x=L_2} + k_{n2} q^2 \frac{\partial w}{\partial x} \frac{\partial}{\partial x} \delta w|_{x=L_2} \\ = & \int_{-L_1}^{0^-} \left[R \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} - K \frac{\partial^6 w}{\partial x^6} \right] \delta w dx + \int_{0^+}^{L_2} \left[R \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} - K \frac{\partial^6 w}{\partial x^6} \right] \delta w dx + \left(K \frac{\partial^5 w}{\partial x^5} - R \frac{\partial^3 w}{\partial x^3} \right) \delta w|_{-L_1}^{0^-} \\ & + \left(K \frac{\partial^5 w}{\partial x^5} - R \frac{\partial^3 w}{\partial x^3} \right) \delta w|_{0^+}^{L_2} + \left(R \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} - K \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} \right) \delta \frac{\partial w}{\partial x} \Big|_{-L_1}^{0^-} + \left(R \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} - K \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} \right) \delta \frac{\partial w}{\partial x} \Big|_{0^+}^{L_2} \\ & + K \frac{\partial^3 w}{\partial x^3} \delta \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \Big|_{-L_1}^{0^-} + K \frac{\partial^3 w}{\partial x^3} \delta \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \Big|_{0^+}^{L_2} + k_{l1} w \delta w|_{x=0} + k_{l2} w \delta w|_{x=L_2} \\ & + k_{n1} q^2 \frac{\partial w}{\partial x} \delta \frac{\partial w}{\partial x} \Big|_{x=0} + k_{n2} q^2 \frac{\partial w}{\partial x} \delta \frac{\partial w}{\partial x} \Big|_{x=L_2} \end{aligned} \quad (۸۷-۵)$$

$$\begin{aligned} \int_{t_1}^{t_2} \delta T dt = & \int_{t_1}^{t_2} \delta \left[\frac{1}{2} \int_{-L_1}^{0^-} \rho A \left(\frac{\partial w(x, t)}{\partial t} \right)^2 dx + \frac{1}{2} \int_{0^+}^{L_2} \rho A \left(\frac{\partial w(x, t)}{\partial t} \right)^2 dx + \frac{1}{2} M_e \left(\frac{\partial w(0, t)}{\partial t} \right)^2 \right. \\ & \left. + \frac{1}{2} J_e \left(\frac{\partial^2 w(0, t)}{\partial t \partial x} \right)^2 \right] dt = \int_{t_1}^{t_2} \int_{-L_1}^{0^-} \rho A \frac{\partial w(x, t)}{\partial t} \frac{\partial}{\partial t} \delta w dx dt + \int_{t_1}^{t_2} \int_{0^+}^{L_2} \rho A \frac{\partial w(x, t)}{\partial t} \frac{\partial}{\partial t} \delta w dx dt \\ & + \int_{t_1}^{t_2} M_e \frac{\partial w(0, t)}{\partial t} \frac{\partial}{\partial t} \delta w dt + \int_{t_1}^{t_2} M_e \frac{\partial w(L_2, t)}{\partial t} \frac{\partial}{\partial t} \delta w dt + \int_{t_1}^{t_2} J_e \frac{\partial^2 w(0, t)}{\partial t \partial x} \frac{\partial^2}{\partial t \partial x} \delta w dt \\ & + \int_{t_1}^{t_2} J_e \frac{\partial^2 w(L_2, t)}{\partial t \partial x} \frac{\partial^2}{\partial t \partial x} \delta w dt = \int_{-L_1}^{0^-} \rho A \frac{\partial w(x, t)}{\partial t} \delta w|_{t_1}^{t_2} dx - \int_{-L_1}^{0^-} \int_{t_1}^{t_2} \rho A \frac{\partial^2 w(x, t)}{\partial t^2} \delta w dt dx \\ & + \int_{0^+}^{L_2} \rho A \frac{\partial w(x, t)}{\partial t} \delta w|_{t_1}^{t_2} dx - \int_{0^+}^{L_2} \int_{t_1}^{t_2} \rho A \frac{\partial^2 w(x, t)}{\partial t^2} \delta w dt dx + M_e \frac{\partial w(0, t)}{\partial t} \delta w|_{t_1}^{t_2} \\ & - \int_{t_1}^{t_2} M_e \frac{\partial^2 w(0, t)}{\partial t^2} \delta w|_{x=0} dt + M_e \frac{\partial w(L_2, t)}{\partial t} \delta w|_{t_1}^{t_2} - \int_{t_1}^{t_2} M_e \frac{\partial^2 w(L_2, t)}{\partial t^2} \delta w|_{x=L_2} dt \\ & + J_e \frac{\partial^2 w(0, t)}{\partial t \partial x} \frac{\partial}{\partial x} \delta w \Big|_{t_1}^{t_2} - \int_{t_1}^{t_2} J_e \frac{\partial^3 w(0, t)}{\partial t^2 \partial x} \delta \frac{\partial w}{\partial x} \Big|_{x=0} dt + J_e \frac{\partial^2 w(L_2, t)}{\partial t \partial x} \frac{\partial}{\partial x} \delta w \Big|_{t_1}^{t_2} \\ & - \int_{t_1}^{t_2} J_e \frac{\partial^3 w(L_2, t)}{\partial t^2 \partial x} \delta \frac{\partial w}{\partial x} \Big|_{x=L_2} dt = - \int_{-L_1}^{0^-} \int_{t_1}^{t_2} \rho A \frac{\partial^2 w(x, t)}{\partial t^2} \delta w dt dx - \int_{0^+}^{L_2} \int_{t_1}^{t_2} \rho A \frac{\partial^2 w(x, t)}{\partial t^2} \delta w dt dx \\ & - \int_{t_1}^{t_2} M_e \frac{\partial^2 w(0, t)}{\partial t^2} \delta w|_{x=0} dt - \int_{t_1}^{t_2} M_e \frac{\partial^2 w(L_2, t)}{\partial t^2} \delta w|_{x=L_2} dt - \int_{t_1}^{t_2} J_e \frac{\partial^3 w(0, t)}{\partial t^2 \partial x} \delta \frac{\partial w}{\partial x} \Big|_{x=0} dt \\ & - \int_{t_1}^{t_2} J_e \frac{\partial^3 w(L_2, t)}{\partial t^2 \partial x} \delta \frac{\partial w}{\partial x} \Big|_{x=L_2} dt \end{aligned} \quad (۸۸-۵)$$

با جایگذاری روابط (۵-۸۷) و (۵-۸۸) در اصل هامیلتون، رابطه (۵-۱۵) و صرفنظر نمودن از کار انجام

شده توسط گشتاورهای مرتبه بالاتر و کلاسیک خارجی، خواهیم داشت:

$$\begin{aligned}
& \int_{t_1}^{t_2} \left\{ \int_{-L_1}^{0^-} \left(\rho A \frac{\partial^2 w(x,t)}{\partial t^2} + R \frac{\partial^4 w(x,t)}{\partial x^4} - K \frac{\partial^6 w(x,t)}{\partial x^6} \right) \delta w dx \right. \\
& + \int_{0^+}^{L_2} \left(\rho A \frac{\partial^2 w(x,t)}{\partial t^2} + R \frac{\partial^4 w(x,t)}{\partial x^4} - K \frac{\partial^6 w(x,t)}{\partial x^6} \right) \delta w dx \\
& + \left(K \frac{\partial^5 w}{\partial x^5} - R \frac{\partial^3 w}{\partial x^3} \right) \delta w \Big|_{-L_1}^{0^-} + \left(K \frac{\partial^5 w}{\partial x^5} - R \frac{\partial^3 w}{\partial x^3} \right) \delta w \Big|_{0^+}^{L_2} + \left(R \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} - K \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} \right) \delta \frac{\partial w}{\partial x} \Big|_{-L_1}^{0^-} \\
& + \left(R \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} - K \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} \right) \delta \frac{\partial w}{\partial x} \Big|_{-L_1}^{0^-} + \left(R \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} - K \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} \right) \delta \frac{\partial w}{\partial x} \Big|_{0^+}^{L_2} + K \frac{\partial^3 w}{\partial x^3} \delta \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \Big|_{-L_1}^{0^-} \\
& + K \frac{\partial^3 w}{\partial x^3} \delta \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \Big|_{0^+}^{L_2} + \left(k_{l1} w + M_e \frac{\partial^2 w(0,t)}{\partial t^2} \right) \delta w \Big|_{x=0} + \left(k_{l2} w + M_e \frac{\partial^2 w(L_2,t)}{\partial t^2} \right) \delta w \Big|_{x=L_2} \\
& \left. + \left(k_{n1} q^2 \frac{\partial w}{\partial x} + J_e \frac{\partial^3 w(0,t)}{\partial t^2 \partial x} \right) \delta \frac{\partial w}{\partial x} \Big|_{x=0} + \left(k_{n2} q^2 \frac{\partial w}{\partial x} + J_e \frac{\partial^3 w(L_2,t)}{\partial t^2 \partial x} \right) \delta \frac{\partial w}{\partial x} \Big|_{x=L_2} \right\} dt = 0 \quad (۸۹-۵)
\end{aligned}$$

که با توجه با رابطه فوق، معادله حرکت سیستم عبارت خواهد بود از:

$$K \frac{\partial^6 w(x,t)}{\partial x^6} - R \frac{\partial^4 w(x,t)}{\partial x^4} - \rho A \frac{\partial^2 w(x,t)}{\partial t^2} = 0 \quad -L_1 < x < L_2 \quad (۹۰-۵)$$

همچنین شرایط مرزی به صورت زیر تعیین می گردند:

$$w(-L_1, t) = \frac{\partial w(-L_1, t)}{\partial x} = \frac{\partial^2 w(-L_1, t)}{\partial x^2} = 0 \quad (۹۱-۵)$$

$$\frac{\partial^3 w(L_2, t)}{\partial x^3} = 0 \quad (۹۲-۵)$$

$$K \frac{\partial^4 w(L_2, t)}{\partial x^4} - R \frac{\partial^2 w(L_2, t)}{\partial x^2} - k_{n2} q^2 \frac{\partial w(L_2, t)}{\partial x} - J_e \frac{\partial^3 w(L_2, t)}{\partial x \partial t^2} = 0 \quad (۹۳-۵)$$

$$K \frac{\partial^5 w(L_2, t)}{\partial x^5} - R \frac{\partial^3 w(L_2, t)}{\partial x^3} + k_{l2} w(L_2, t) + M_e \frac{\partial^2 w(L_2, t)}{\partial t^2} = 0 \quad (۹۴-۵)$$

شرایط پیوستگی نیز به صورت زیر می باشند:

$$w(0^-, t) = w(0^+, t) \quad (۹۵-۵)$$

$$\frac{\partial w(x, t)}{\partial x} \Big|_{x=0^-} = \frac{\partial w(x, t)}{\partial x} \Big|_{x=0^+} \quad (۹۶-۵)$$

$$\frac{\partial^2 w(x, t)}{\partial x^2} \Big|_{x=0^-} = \frac{\partial^2 w(x, t)}{\partial x^2} \Big|_{x=0^+} \quad (۹۷-۵)$$

$$\frac{\partial^3 w(x, t)}{\partial x^3} \Big|_{x=0^-} = \frac{\partial^3 w(x, t)}{\partial x^3} \Big|_{x=0^+} \quad (۹۸-۵)$$

$$\begin{aligned}
& R \frac{\partial^2 w(x, t)}{\partial x^2} \Big|_{x=0^-} - R \frac{\partial^2 w(x, t)}{\partial x^2} \Big|_{x=0^+} - K \frac{\partial^4 w(x, t)}{\partial x^4} \Big|_{x=0^-} + K \frac{\partial^4 w(x, t)}{\partial x^4} \Big|_{x=0^+} + k_{n1} q^2 \frac{\partial w(x, t)}{\partial x} \Big|_{x=0} \\
& + J_e \frac{\partial^3 w(x, t)}{\partial x \partial t^2} \Big|_{x=0} = 0 \quad (۹۹-۵)
\end{aligned}$$

$$K \frac{\partial^5 w(x,t)}{\partial x^5} \Big|_{x=0^-} - K \frac{\partial^5 w(x,t)}{\partial x^5} \Big|_{x=0^+} - R \frac{\partial^3 w(x,t)}{\partial x^3} \Big|_{x=0^-} + R \frac{\partial^3 w(x,t)}{\partial x^3} \Big|_{x=0^+} + k_{l1} w(0,t) + M_e \frac{\partial^2 w(x,t)}{\partial t^2} \Big|_{x=0} = 0 \quad (۱۰۰-۵)$$

برای تحلیلی جامع‌تر، معادلات بدست آمده را بدون بعد می‌نماییم. لذا روابط بی‌بعد مورد استفاده برای

تحلیل حاضر به صورت زیر تعیین می‌گردند:

$$W = \frac{w}{L}, \quad X = \frac{x}{L}, \quad \tau = t \sqrt{\frac{EI}{\rho AL^4}}, \quad \tilde{G} = \frac{G}{E}, \quad \tilde{\rho} = \frac{\rho_e}{\rho}, \quad \tilde{L}_1 = \frac{L_1}{L}, \quad \tilde{L}_2 = \frac{L_2}{L},$$

$$Q = \frac{q}{L}, \quad \beta_{l1} = \frac{k_{l1} L^3}{EI}, \quad \beta_{l2} = \frac{k_{l2} L^3}{EI}, \quad \beta_{n1} = \frac{k_{n1} L^3}{EI}, \quad \beta_{n2} = \frac{k_{n2} L^3}{EI} \quad (۱۰۱-۵)$$

با جایگذاری روابط بی‌بعد فوق در معادله حرکت، شرایط مرزی و پیوستگی (۹۰-۵) تا (۱۰۰-۵)،

خواهیم داشت:

$$\tilde{K} \frac{\partial^6 W(X, \tau)}{\partial X^6} - \tilde{R} \frac{\partial^4 W(X, \tau)}{\partial X^4} - \frac{\partial^2 W(X, \tau)}{\partial \tau^2} = 0 \quad -\tilde{L}_1 < X < \tilde{L}_2 \quad (۱۰۲-۵)$$

$$W(-\tilde{L}_1, \tau) = \frac{\partial W(-\tilde{L}_1, \tau)}{\partial X} = 0 \quad (۱۰۳-۵) \quad \frac{\partial^2 W(-\tilde{L}_1, \tau)}{\partial X^2} = \frac{\partial^3 W(\tilde{L}_2, \tau)}{\partial X^3} = 0 \quad (۱۰۴-۵)$$

$$\tilde{K} \frac{\partial^5 W(\tilde{L}_2, \tau)}{\partial X^5} - \tilde{R} \frac{\partial^3 W(\tilde{L}_2, \tau)}{\partial X^3} + \beta_{l2} W(\tilde{L}_2, \tau) + \tilde{\rho} Q \frac{\partial^2 W(\tilde{L}_2, \tau)}{\partial X^2} = 0 \quad (۱۰۵-۵)$$

$$\tilde{K} \frac{\partial^4 W(\tilde{L}_2, \tau)}{\partial X^4} - \tilde{R} \frac{\partial^2 W(\tilde{L}_2, \tau)}{\partial X^2} - \beta_{n2} Q^2 \frac{\partial W(\tilde{L}_2, \tau)}{\partial X} - \frac{1}{3} \tilde{\rho} Q^3 \frac{\partial^3 W(\tilde{L}_2, \tau)}{\partial X \partial \tau^2} = 0 \quad (۱۰۶-۵)$$

$$W(0^-, \tau) = W(0^+, \tau) \quad (۱۰۷-۵) \quad \frac{\partial W(X, \tau)}{\partial X} \Big|_{X=0^-} = \frac{\partial W(X, \tau)}{\partial X} \Big|_{X=0^+} \quad (۱۰۸-۵)$$

$$\frac{\partial^2 W(X, \tau)}{\partial X^2} \Big|_{X=0^-} = \frac{\partial^2 W(X, \tau)}{\partial X^2} \Big|_{X=0^+} \quad (۱۰۹-۵) \quad \frac{\partial^3 W(X, \tau)}{\partial X^3} \Big|_{X=0^-} = \frac{\partial^3 W(X, \tau)}{\partial X^3} \Big|_{X=0^+} \quad (۱۱۰-۵)$$

$$\tilde{R} \frac{\partial^2 W(X, \tau)}{\partial X^2} \Big|_{X=0^-} - \tilde{R} \frac{\partial^2 W(X, \tau)}{\partial X^2} \Big|_{X=0^+} - \tilde{K} \frac{\partial^4 W(X, \tau)}{\partial X^4} \Big|_{X=0^-} + \tilde{K} \frac{\partial^4 W(X, \tau)}{\partial X^4} \Big|_{X=0^+} + \beta_{n1} Q^2 \frac{\partial W(X, \tau)}{\partial X} \Big|_{X=0} + \frac{1}{3} \tilde{\rho} Q^3 \frac{\partial^3 W(X, \tau)}{\partial X \partial \tau^2} \Big|_{X=0} = 0 \quad (۱۱۱-۵)$$

$$\tilde{K} \frac{\partial^5 W(X, \tau)}{\partial X^5} \Big|_{X=0^-} - \tilde{K} \frac{\partial^5 W(X, \tau)}{\partial X^5} \Big|_{X=0^+} - \tilde{R} \frac{\partial^3 W(X, \tau)}{\partial X^3} \Big|_{X=0^-} + \tilde{R} \frac{\partial^3 W(X, \tau)}{\partial X^3} \Big|_{X=0^+} + \beta_{l1} W(0, \tau) + \rho Q \frac{\partial^2 W(X, \tau)}{\partial \tau^2} \Big|_{X=0} = 0 \quad (۱۱۲-۵)$$

که $\tilde{K}$ و $\tilde{R}$ در رابطه (۵۲-۵) تعیین شده‌اند.

با فرض حلی هارمونیک به صورت $W(X, \tau) = V(X)e^{i\omega\tau}$ و $W(X, \tau) = Y(X)e^{i\omega\tau}$ به ترتیب برای سمت چپ و راست رابط عمودی اول و اعمال آن بر معادله حرکت (۵-۱۰۲)، دو معادله دیفرانسیلی برای شکل‌های مد، به صورت زیر بدست می‌آید:

$$\tilde{K} \frac{d^6 Y(X)}{dX^6} - \tilde{R} \frac{d^4 Y(X)}{dX^4} + \omega^2 = 0 \quad -\tilde{L}_1 < x < 0 \quad (۱۱۳-۵)$$

$$\tilde{K} \frac{d^6 V(X)}{dX^6} - \tilde{R} \frac{d^4 V(X)}{dX^4} + \omega^2 = 0 \quad 0 < x < \tilde{L}_2 \quad (۱۱۴-۵)$$

ω معرف فرکانس بی‌بعد سیستم می‌باشد. همچنین با اعمال حل‌های داده شده در شرایط مرزی و پیوستگی (۵-۱۰۳) تا (۵-۱۱۲)، می‌توان این روابط را به صورت زیر بازنویسی نمود:

$$Y(-\tilde{L}_1) = \frac{dY(-\tilde{L}_1)}{dX} = \frac{d^2 Y(-\tilde{L}_1)}{dX^2} = \frac{d^3 V(\tilde{L}_2)}{dX^3} = 0 \quad (۱۱۵-۵)$$

$$\tilde{K} \frac{d^4 V(\tilde{L}_2)}{dX^4} - \tilde{R} \frac{d^2 V(\tilde{L}_2)}{dX^2} + \left(\frac{1}{3} \tilde{\rho} Q^3 \omega^2 - \beta_{n_2} Q^2 \right) \frac{dV(\tilde{L}_2)}{dX} = 0 \quad (۱۱۶-۵)$$

$$\tilde{K} \frac{d^5 V(\tilde{L}_2)}{dX^5} - \tilde{R} \frac{d^3 V(\tilde{L}_2)}{dX^3} + (\beta_{l_2} - \rho Q \omega^2) V(\tilde{L}_2) = 0 \quad (۱۱۷-۵)$$

$$Y(0) = V(0) \quad (۱۱۸-۵) \quad \frac{dY(0)}{\partial X} = \frac{dV(0)}{\partial X} \quad (۱۱۹-۵)$$

$$\frac{d^2 Y(0)}{dX^2} = \frac{d^2 V(0)}{dX^2} \quad (۱۲۰-۵) \quad \frac{d^3 Y(0)}{dX^3} = \frac{d^3 V(0)}{dX^3} \quad (۱۲۱-۵)$$

$$\tilde{R} \frac{d^2 Y(0)}{dX^2} - \tilde{R} \frac{d^2 V(0)}{dX^2} - \tilde{K} \frac{d^4 Y(0)}{dX^4} + \tilde{K} \frac{d^4 V(0)}{dX^4} + \left(\beta_{n_1} Q - \frac{1}{3} \tilde{\rho} Q^3 \omega^2 \right)^2 \frac{dY(0)}{dX} = 0 \quad (۱۲۲-۵)$$

$$\tilde{K} \frac{d^5 Y(0)}{dX^5} - \tilde{K} \frac{d^5 V(0)}{dX^5} - \tilde{R} \frac{d^3 Y(0)}{dX^3} + \tilde{R} \frac{d^3 V(0)}{dX^3} + (\beta_{l_1} - \rho Q \omega^2) Y(0) = 0 \quad (۱۲۳-۵)$$

روند حل معادلات حاضر در این بخش، مشابه روند حل معادله حرکت و شرایط مرزی و پیوستگی (۵-۵۳) تا (۵-۶۴) در بخش ۵-۵-۲ می‌باشد، که روابطی مشابه روابط (۵-۶۶) تا (۵-۶۸) حاصل می‌گردد

که در آن مولفه‌های غیرصفر ماتریس A در رابطه (۵-۶۸) به صورت زیر تعیین می‌گردند:

$$A_{1i} = e^{(-\lambda_i \tilde{L}_1)} \quad (i = 1..6) \quad A_{2i} = \lambda_i e^{(-\lambda_i \tilde{L}_1)} \quad (i = 1..6) \quad (۱۲۴-۵)$$

$$A_{3i} = \lambda_i^2 e^{(-\lambda_i \tilde{L}_1)} \quad (i = 1..6) \quad A_{4i} = \lambda_{(i-6)}^3 e^{(\lambda_{(i-6)} \tilde{L}_2)} \quad (i = 7..12) \quad (۱۲۵-۵)$$

$$A_{5i} = \left[\tilde{R} \lambda_{(i-6)}^2 - \tilde{K} \lambda_{(i-6)}^4 + \left(\beta_{n_2} Q^2 - \frac{1}{3} \tilde{\rho} Q^3 \omega^2 \right) \lambda_{(i-6)} \right] e^{(\lambda_{(i-6)} \tilde{L}_2)} \quad (i = 7..12) \quad (۱۲۶-۵)$$

$$A_{6i} = \left[\tilde{K} \lambda_{(i-6)}^5 - \tilde{R} \lambda_{(i-6)}^3 + (\beta_{l_2} - \tilde{\rho} Q \omega^2) \right] e^{(\lambda_{(i-6)} \tilde{L}_2)} \quad (i = 7..12) \quad (۱۲۷-۵)$$

$$A_{7i} = 1 \quad (i = 1..6) \quad A_{7i} = -1 \quad (i = 7..12) \quad (۱۲۸-۵)$$

$$A_{8i} = \lambda_i \quad (i = 1..6) \quad A_{8i} = -\lambda_{(i-6)} \quad (i = 7..12) \quad (129-5)$$

$$A_{9i} = \lambda_i^2 \quad (i = 1..6) \quad A_{9i} = -\lambda_{(i-6)}^2 \quad (i = 7..12) \quad (130-5)$$

$$A_{10i} = \lambda_i^3 \quad (i = 1..6) \quad A_{10i} = -\lambda_{(i-6)}^3 \quad (i = 7..12) \quad (131-5)$$

$$A_{11i} = \tilde{R}\lambda_i^2 - \tilde{K}\lambda_i^4 + \left(\beta_{n_1}Q^2 - \frac{1}{3}\tilde{\rho}Q^3\omega^2\right)\lambda_i \quad (i = 1..6) \quad (132-5)$$

$$A_{11i} = -\tilde{R}\lambda_{(i-6)}^2 + \tilde{K}\lambda_{(i-6)}^4 \quad (i = 7..12) \quad (133-5)$$

$$A_{12i} = \tilde{K}\lambda_i^5 - \tilde{R}\lambda_i^3 + (\beta_{l_1} - \tilde{\rho}Q\omega^2) \quad (i = 1..6) \quad (134-5)$$

$$A_{12i} = -\tilde{K}\lambda_{(i-6)}^5 + \tilde{R}\lambda_{(i-6)}^3 \quad (i = 7..12) \quad (135-5)$$

برای حل رابطه (۵-۶۸) با فرض مولفه‌های ماتریس A به صورت روابط (۵-۱۲۴) تا (۵-۱۳۵)، حلی

غیربدیهی مانند رابطه (۵-۸۲) فرض می‌گردد که برای حل آن از روش عددی BIE استفاده می‌گردد.

حساسیت بی‌بعد خمشی نیز مانند رابطه (۵-۸۳) تعریف می‌گردد که در این رابطه S_{jq} حساسیت

ارتعاشات نوک متصل به رابط q ام در مد ارتعاشاتی مرتبه q ام می‌باشد.

۳-۳-۵ تحلیل و بررسی

با استفاده از روابط حاصل شده در بخش ۳-۵-۲، در این بخش برانیم تا رفتار ارتعاشاتی میکروتیر

مونتاز شده نوع سوم میکروسکوپ نیرو اتمی که ساختاری کولیس مانند دارد را مورد بررسی

قراردهیم. همچنین برای بررسی رفتار ارتعاشاتی وابسته به اندازه میکروتیر مذکور، نتایج بر پایه سه

تئوری گرادیان کرنش، تنش-کوپل اصلاح شده و تیر کلاسیک حاصل شده و با یکدیگر مورد مقایسه

قرار گرفته‌اند.

در تحلیل حاضر، جنس تیر افقی این نوع تیر از سیلکون و رابط‌های آن از پلی سیلیکون فرض شده

است. لذا فرضیات در نظر گرفته شده برای ابعاد هندسی و خصوصیات مکانیکی میکروتیر مونتاز شده

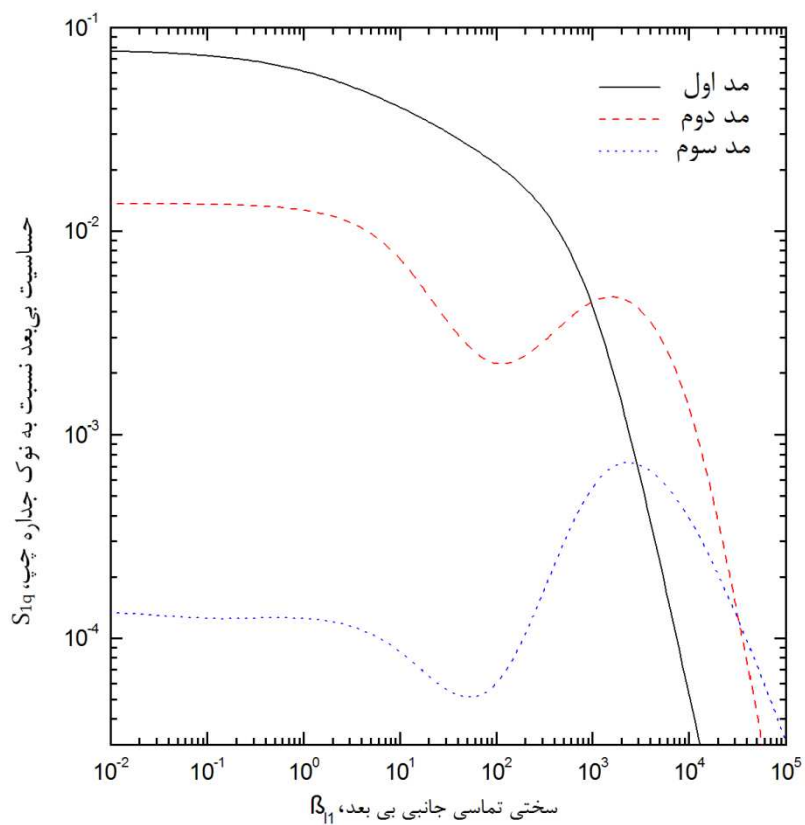
نوع دوم در بخش ۳-۵-۲ در این بخش نیز صادق می‌باشند، به جز اینکه در این بخش $\tilde{L}_1 = 0.8$

فرض شده است و همچنین روابط بین سختی‌های نرمال و جانبی به صورت $\beta_{l1} = \beta_{l2}$

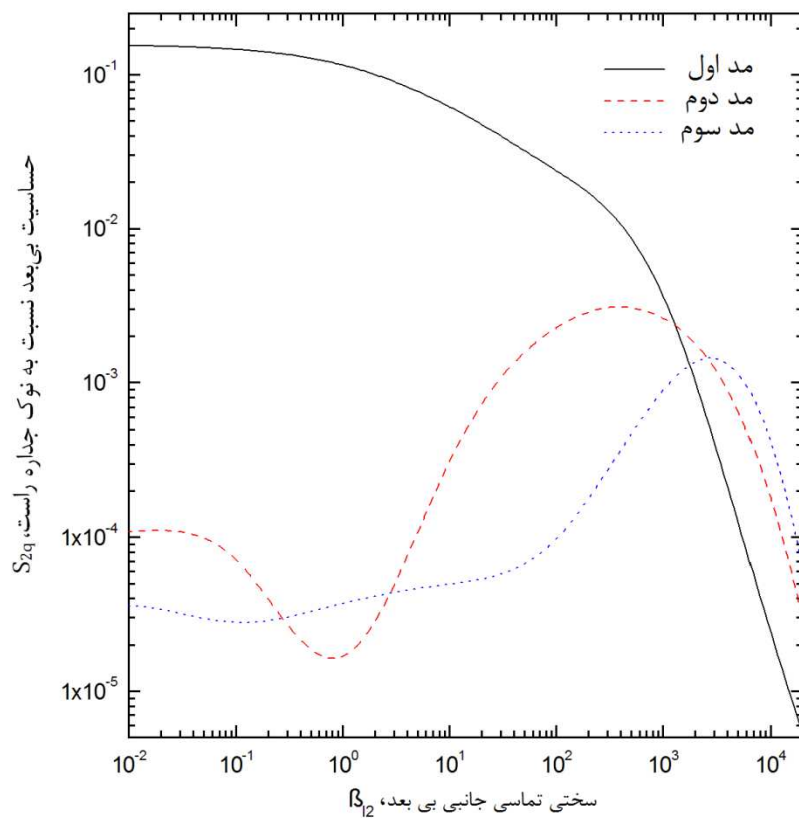
$\beta_{n2} = 0.9\beta_{l2}$ و $\beta_{n1} = 0.9\beta_{l1}$ در نظر گرفته شده است.

شکل‌های ۵-۸ و ۵-۹ سه مد اول حساسیت ارتعاشات را به ترتیب نسبت به نوک اول و دوم نشان می‌دهند. مطابق این دو شکل، حساسیت از یک مقدار بیشینه در مقادیر پایین سختی تماسی شروع شده و با افزایش سختی تماسی ابتدا ثابت بوده و سپس دچار افت ناگهانی می‌شود، به صورتی که برای مقادیر بسیار بالای سختی تماسی به سمت صفر میل می‌نماید. در مقادیر پایین سختی تماسی، مد اول بیشترین حساسیت نسبت به دو مد دیگر را دارد. با افزایش سختی تماسی، حساسیت مد دوم بیشتر از حساسیت مد اول می‌گردد که این روند برای مدهای بالاتر نیز ادامه خواهد داشت و حساسیت هر مد به ازای یک بازه مشخص از مقادیر سختی تماسی بیشینه می‌گردد. در مدهای دوم و سوم هر نوک، حساسیت قبل از افت ناگهانی، ابتدا دچار یک مقدار کمینه شده و سپس یک مقدار بیشینه را تجربه می‌نماید. مطابق شکل ۵-۹، این مقدار کمینه، برای حساسیت مد دوم نوک دوم به قدری شدید بوده که برای یک بازه خاص از سختی تماسی، حساسیت مد دوم کمتر از حساسیت مد سوم می‌گردد. با مقایسه شکل ۵-۸ و ۵-۹ می‌توان نتیجه گرفت که حساسیت اول نسبت به هر دو نوک، چه از لحاظ روند تغییرات و چه از لحاظ مقادیر حساسیت مشابه یکدیگر می‌باشند. برای مد دوم و سوم، حساسیت هر دو نوک از لحاظ روند تغییرات به طور تقریبی مشابه یکدیگر می‌باشند، اما از لحاظ مقادیر، به ازای مقادیر پایین سختی تماسی، $\beta_l < 1000$ ، مقادیر حساسیت نوک دوم بسیار پایین‌تر از مقادیر حساسیت نوک اول می‌گردند. این بدان معنی است که برای نمونه‌های نرم‌تر، هنگامی که از مد دوم و یا سوم برای روبش استفاده می‌گردد، دقت پایین‌تر نوک دوم می‌تواند نتایج حاصل از سنجش را دچار قدری خطا نماید.

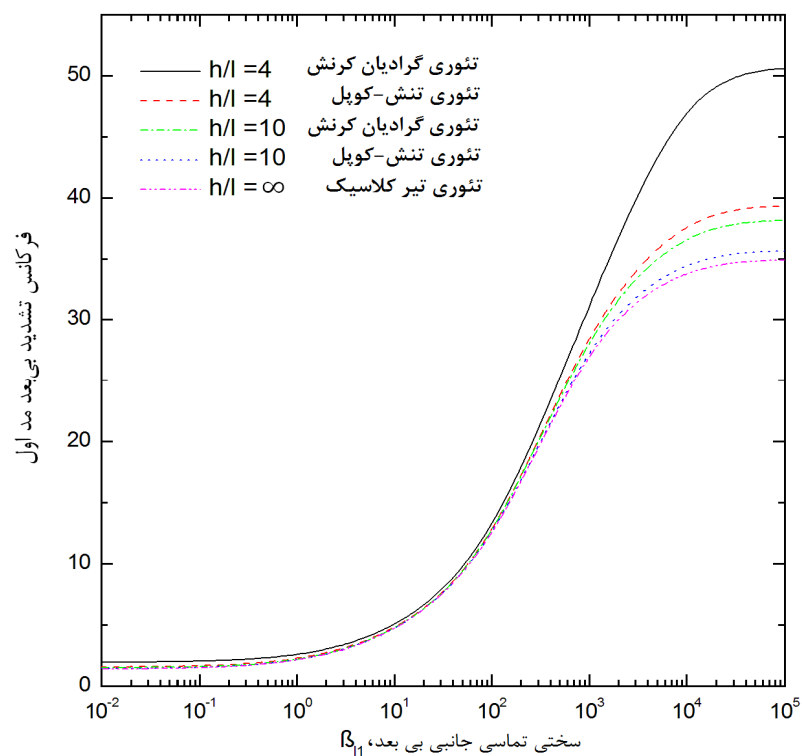
فرکانس تشدید بی‌بعد اول و دوم ارتعاشات خمشی میکروتیر مذکور برای مقادیر متفاوت از سختی تماسی، β_l و نسبت ضخامت تیر به پارامتر مقیاس طول، h/l بر پایه سه تئوری گرادیان کرنش، تنش-کوپل اصلاح شده و تیر کلاسیک به ترتیب در شکل‌های ۵-۱۰ و ۵-۱۱ نشان داده شده است. مشاهده می‌شود که روند تغییرات فرکانس میکروتیر مذکور نسبت به سختی تماسی، مشابه روند تغییرات دو میکروتیر مونتاز شده دیگر است، اما نسبت به تغییرات ضخامت تیر قدری متفاوت است.



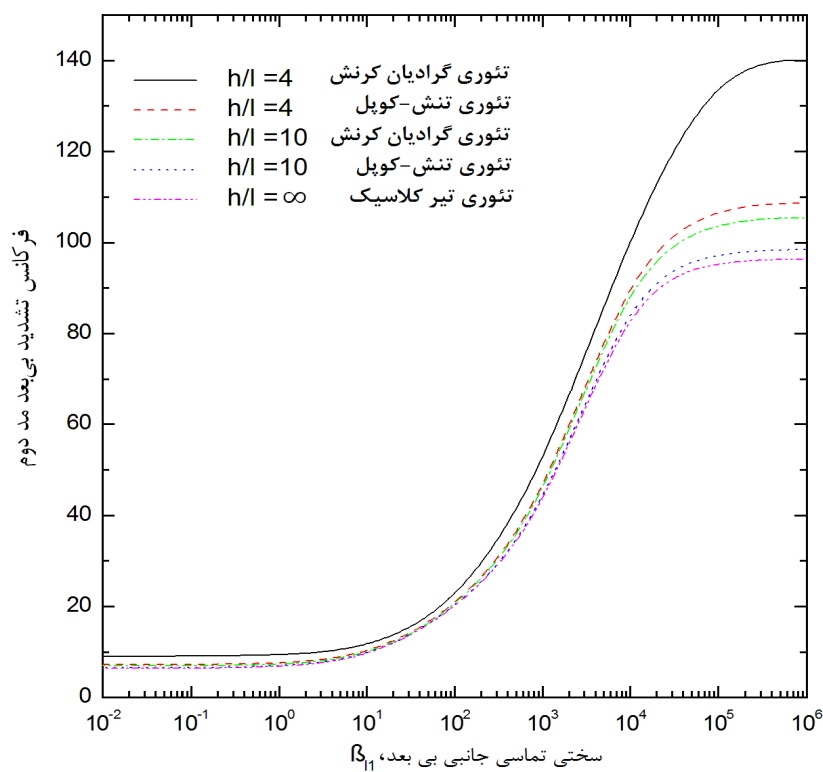
شکل ۵-۸ حساسیت بی بعد سه مد اول نسبت به نوک جداره چپ بر اساس تئوری گرادیان کرنش



شکل ۵-۹ حساسیت بی بعد سه مد اول نسبت به نوک جداره راست بر اساس تئوری گرادیان کرنش



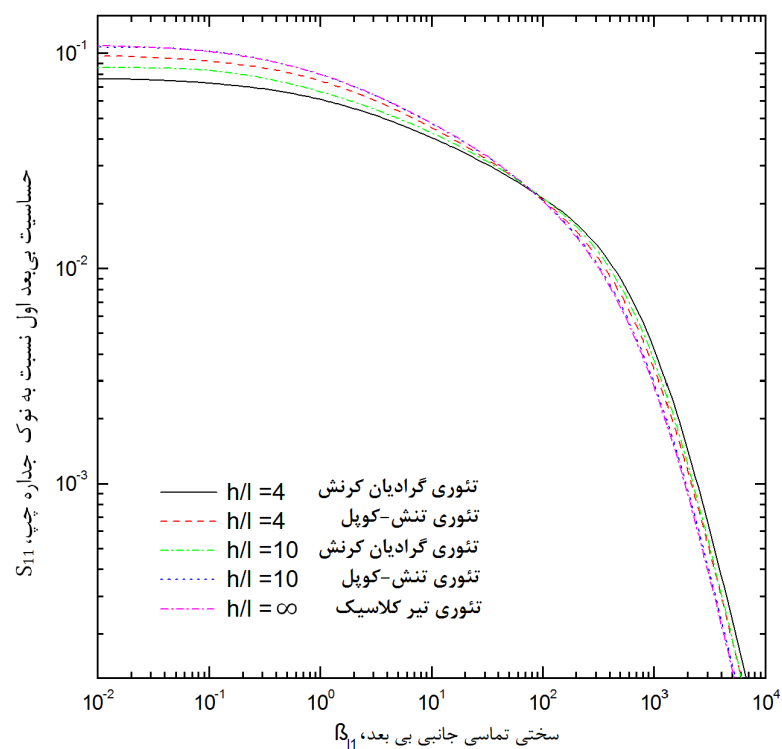
شکل ۵-۱۰ فرکانس تشدید بی بعد مد اول بر اساس تئوری‌های گرادیان کرنش، تنش-کوئل اصلاح شده و تیر کلاسیک برای مقادیر مختلف h/l



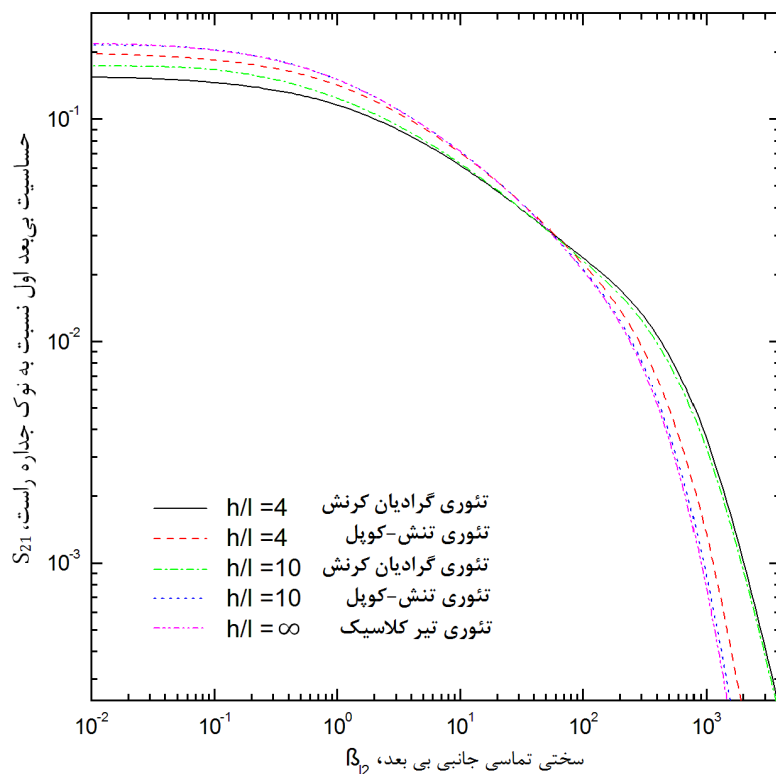
شکل ۵-۱۱ فرکانس تشدید بی بعد مد دوم بر اساس تئوری‌های گرادیان کرنش، تنش-کوئل اصلاح شده و تیر کلاسیک برای مقادیر مختلف h/l

با توجه به این دو شکل می‌توان نتیجه گرفت که هنگامی که از مد اول برای سنجش ابعاد مواد نرم‌تر استفاده می‌شود، فرکانس تشدید ارتعاشات، به طور تقریبی مستقل از اندازه عمل نموده و نتایج حاصل از هر سه تئوری با یکدیگر مطابقت دارد. این روند، برای مد دوم، در نتایج حاصل از دو تئوری تنش-کوپل اصلاح شده و تیر کلاسیک دیده می‌شود، اما نتایج حاصل از تئوری گرادیان کرنش هنگامی که از تیرهایی با ضخامت در حدود پارامتر مقیاس طول استفاده می‌گردد، قدری اختلاف با نتایج حاصل از دو تئوری دیگر دارد. از طرف دیگر، هنگامی که از کولیس نانو برای سنجش مواد سخت‌تر، (در مد اول در حدود $\beta_l > 100$ و در مد دوم در حدود $\beta_l > 250$) استفاده می‌گردد، اختلاف بین سه تئوری حتی برای مقادیر بالاتر نسبت h/l ، قابل توجه می‌باشد و می‌توان این گونه برداشت نمود که برای مواد با سختی بالا، رفتار فرکانسی میکروتیر مذکور، چه در مد اول و چه در مد دوم، به شدت وابسته به اندازه می‌باشد. به طور کلی می‌توان گفت که برای روبش در مد اول، به ازای مقادیر پایین سختی تماسی و برای روبش در مد دوم، برای تمامی مقادیر سختی تماسی، بهتر است تحلیل رفتار فرکانسی بر پایه تئوری گرادیان کرنش صورت پذیرد.

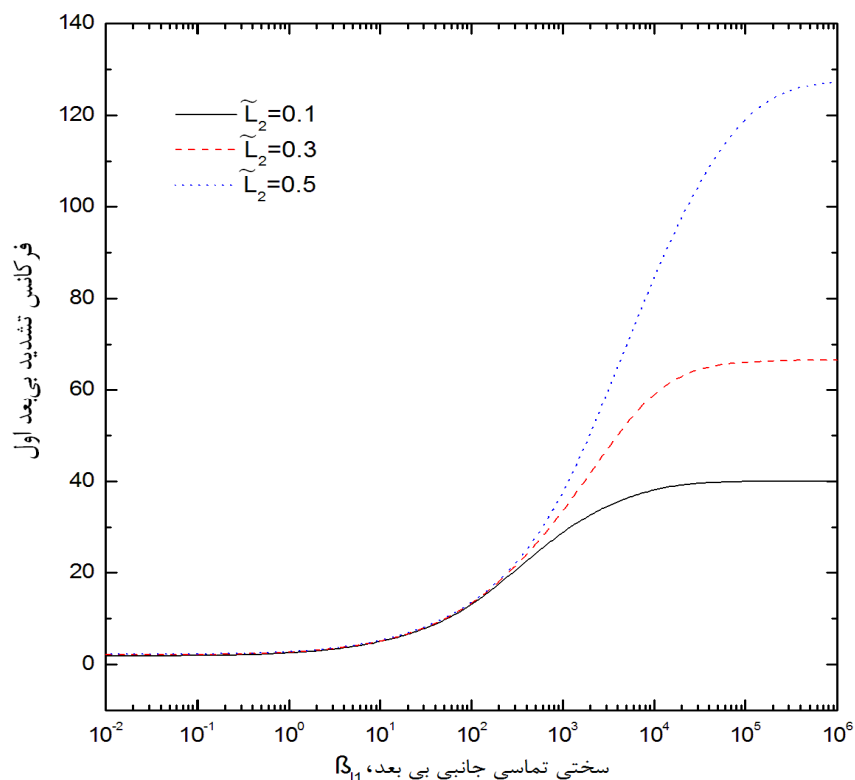
رفتار وابسته به اندازه حساسیت ارتعاشات خمشی اول، نسبت به نوک سمت چپ و راست، بر پایه سه تئوری گرادیان کرنش، تنش-کوپل اصلاح شده و تیر کلاسیک، به ترتیب در شکل‌های ۵-۱۲ و ۵-۱۳ نشان داده شده است. مطابق این دو شکل، هنگامی که سختی تماسی برای حساسیت نوک اول در حدود ۶۰ تا ۱۰۰ و برای حساسیت نوک دوم در حدود ۵۰ تا ۷۰ می‌باشد، تفاوت بین نتایج حاصل از سه تئوری مذکور ناچیز می‌باشد. اما برای مقادیر دیگر سختی تماسی، تفاوت بین نتایج حساسیت پیش‌بینی شده توسط این سه تئوری و به خصوص بین نتایج حاصل از تئوری گرادیان کرنش با نتایج حاصل از دو تئوری دیگر، حتی برای مقادیر بالاتر h/l ، آشکار می‌گردد. در مقادیر بالای h/l ، اختلاف بین نتایج دو تئوری تنش-کوپل اصلاح شده و گرادیان کرنش ناچیز می‌باشد. باید اشاره نمود که در مقادیر پایین‌تر سختی تماسی، حساسیت حاصل از تئوری گرادیان کرنش بیشتر از حساسیت حاصل از تئوری تنش‌کوپل اصلاح‌شده و حساسیت حاصل از این تئوری نیز بیشتر از حساسیت حاصل از تئوری



شکل ۵-۱۲ حساسیت بی بعد اول نسبت به نوک جداره چپ بر اساس تئوری‌های گرادیان کرنش، تنش-کوپل اصلاح شده و تیر کلاسیک برای مقادیر مختلف h/l



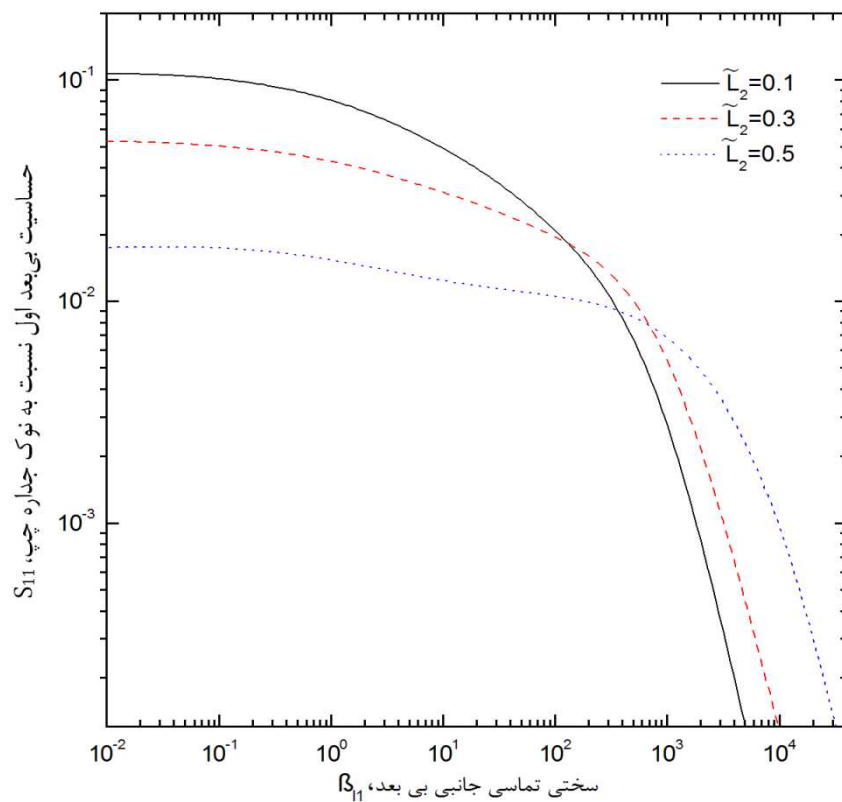
شکل ۵-۱۳ حساسیت بی بعد اول نسبت به نوک جداره راست بر اساس تئوری‌های گرادیان کرنش، تنش-کوپل اصلاح شده و تیر کلاسیک برای مقادیر مختلف h/l



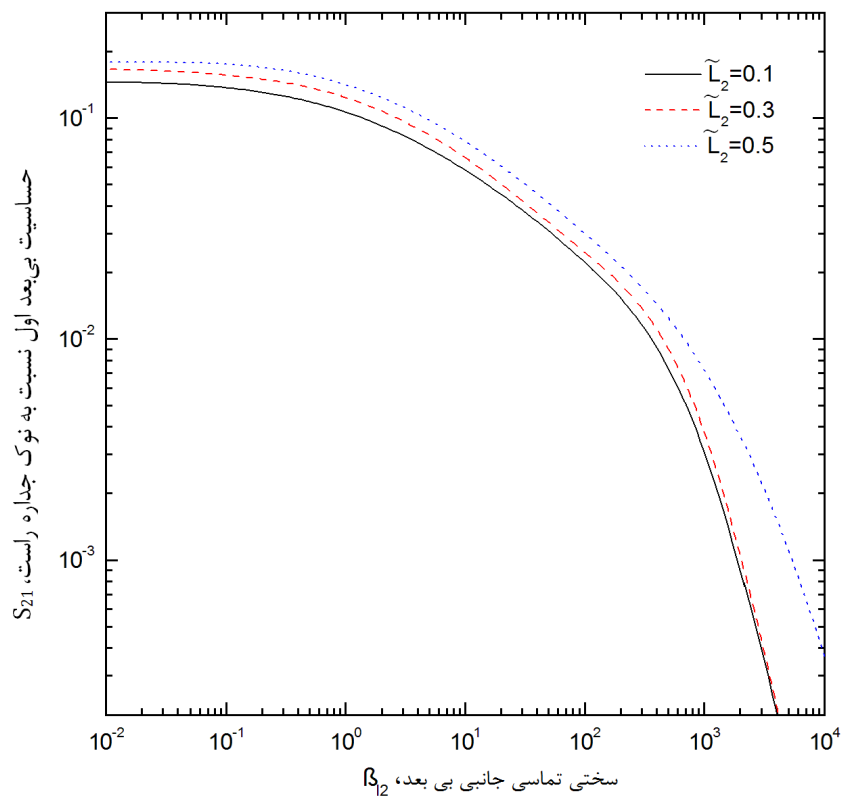
شکل ۵-۱۴ فرکانس تشدید بی بعد اول برای مقادیر متفاوت فاصله بی بعد بین دو رابط عمودی، $\tilde{L}_2$

تیر کلاسیک است. این شرایط برای مقادیر بالاتر سختی تماسی، به طور کامل عکس می باشد. همچنین، با مقایسه این دو شکل می توان بیان داشت که برای مقادیر بالاتر سختی تماسی، تاثیر تغییرات ضخامت تیر بر روی حساسیت نوک دوم بیشتر از تاثیر آن بر حساسیت نوک اول می باشد.

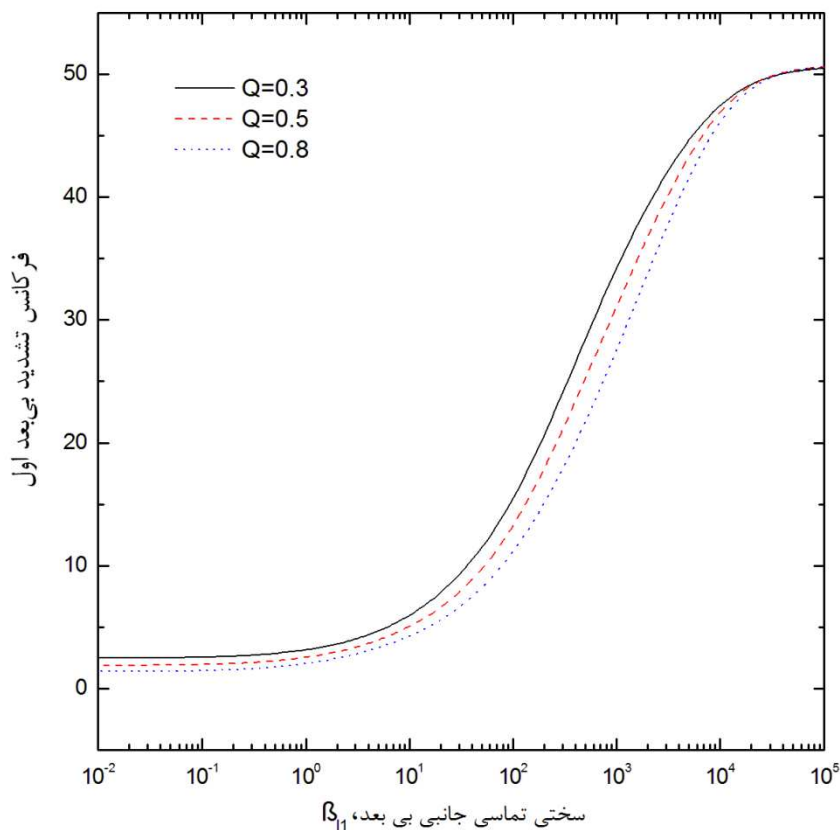
شکل ۵-۱۴ تاثیر تغییرات در فاصله بی بعد بین دو رابط عمودی، $\tilde{L}_2$ را بر روی فرکانس تشدید مد اول نشان می دهد. مطابق شکل، برای مقادیر پایین سختی تماسی، تغییرات در فاصله بین دو رابط عمودی تاثیری بر فرکانس تشدید ندارد. با افزایش سختی تماسی $\beta_{l1} > 200$ ، افزایش در فاصله بین دو رابط عمودی، فرکانس تشدید را افزایش می دهد و میزان تاثیر تغییر در $\tilde{L}_2$ بر فرکانس تشدید برای مقادیر بالای سختی تماسی بسیار چشمگیر است. به طور کلی می توان گفت که برای مواد با سختی کمتر از ۲۰۰، فرکانس تشدید کولیس نانو برای اندازه گیری مواد با ابعاد مختلف یکسان می باشد و مستقل از ضخامت ابعاد نمونه است. اما برای سنجش ابعاد مواد با سختی بالاتر، فرکانس تشدید کولیس نانو رابطه ای مستقیم با ضخامت مواد دارد، چرا که برای مواد با ضخامت بیشتر باید فاصله بین دو رابط



شکل ۱۵-۵ حساسیت بی بعد اول نسبت به نوک چپ برای مقادیر متفاوت فاصله بی بعد بین دو رابط عمودی، $\tilde{L}_2$



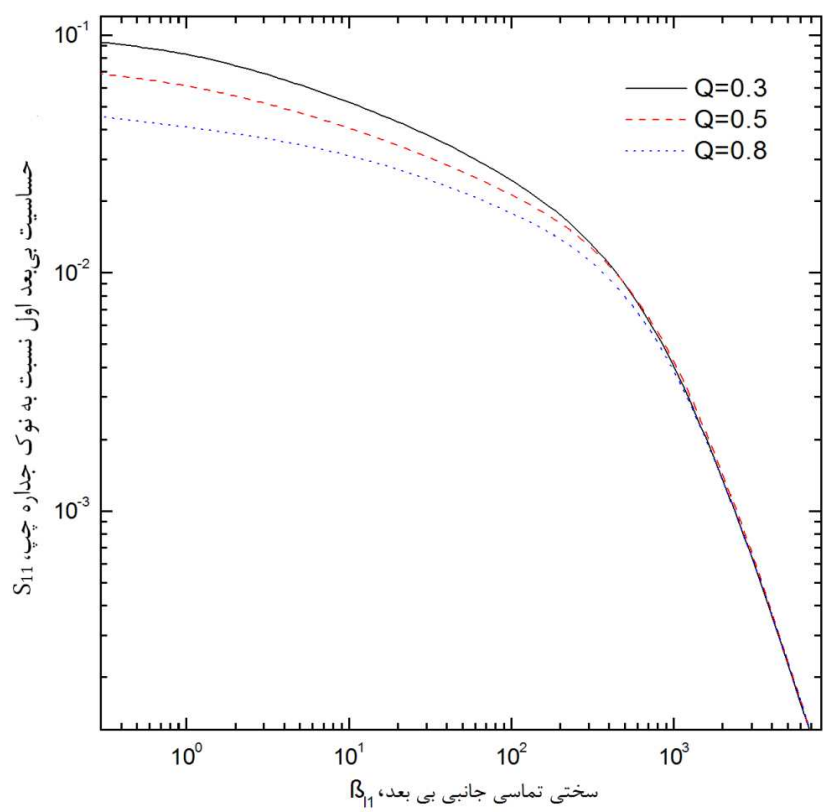
شکل ۱۶-۵ حساسیت بی بعد اول نسبت به نوک راست برای مقادیر متفاوت فاصله بی بعد بین دو رابط عمودی، $\tilde{L}_2$



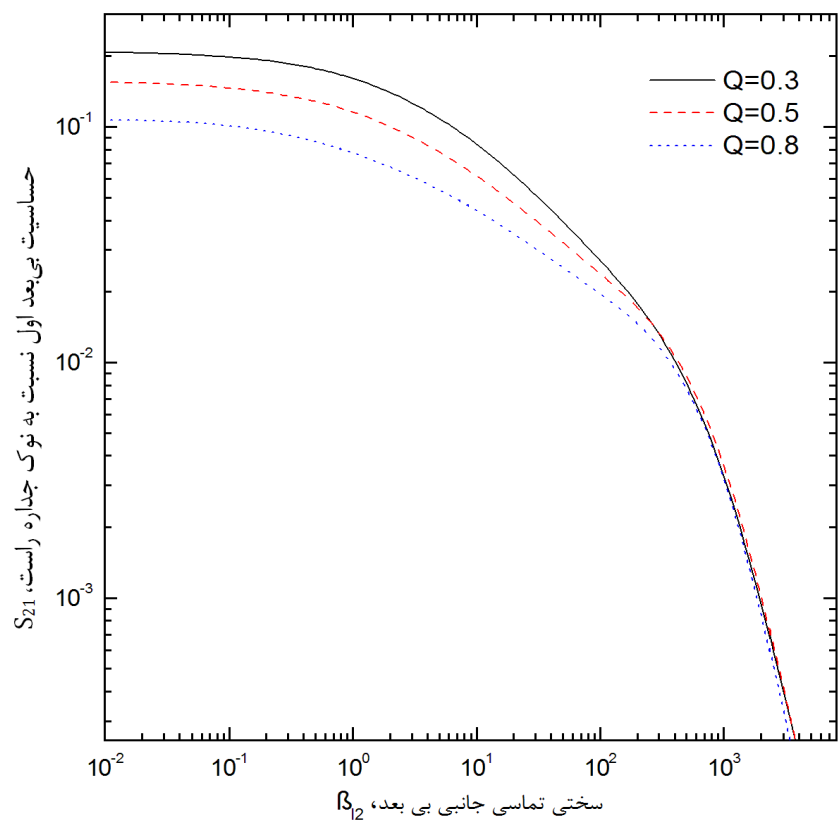
شکل ۵-۱۷ فرکانس تشدید بی بعد اول برای مقادیر متفاوت طول بی بعد رابط عمودی، Q

عمودی را افزایش داد و مطابق نتایج تحلیل، افزایش این فاصله، فرکانس تشدید را نیز افزایش می دهد. شکل های ۵-۱۵ و ۵-۱۶ نیز تاثیر فاصله بی بعد بین دو رابط عمودی، $\tilde{L}_2$ را به ترتیب بر حساسیت مد اول نوک سمت چپ و نوک سمت راست نشان می دهند. مطابق این دو شکل می توان نتیجه گرفت که افزایش فاصله بی بعد بین دو رابط عمودی، حساسیت نوک اول را در مقادیر بالاتر سختی تماسی و حساسیت نوک دوم را برای تمامی مقادیر سختی تماسی، افزایش می دهد. این پدیده برای حساسیت نوک اول در مقادیر پایین سختی تماسی، عکس می باشد. از آنجا که حساسیت نوک تیر رابطه مستقیمی با دقت میکروسکوپ دارد، می توان از این گفته این گونه برداشت نمود که دقت کولیس در سنجش ابعاد مواد با سختی و ضخامت بیشتر، بالاتر می باشد.

شکل ۵-۱۷ تاثیر طول بی بعد رابط های عمودی، Q را بر فرکانس تشدید بی بعد اول نشان می دهد. مطابق شکل، افزایش طول بی بعد رابط های عمودی، فرکانس تشدید بی بعد را تا حدی کاهش می دهد.



شکل ۱۸-۵ حساسیت بی بعد اول نسبت به نوک جداره چپ برای مقادیر متفاوت طول بی بعد رابط عمودی، Q



شکل ۱۹-۵ حساسیت بی بعد اول نسبت به نوک جداره راست برای مقادیر متفاوت طول بی بعد رابط عمودی، Q

اگرچه مطابق شکل، برای مقادیر بسیار بالای سختی تماسی، $\beta_{l1} > 2 \times 10^4$ ، تغییر طول رابط‌های عمودی تاثیری بر فرکانس تشدید ندارد.

تاثیر طول بی‌بعد رابط‌های عمودی بر حساسیت ارتعاشات نوک سمت چپ و راست میکروتیر مونتاژ شده مذکور، به ترتیب در شکل‌های ۵-۱۸ و ۵-۱۹ نشان داده شده است. از این دو شکل می‌توان این گونه برداشت نمود که برای مقادیر پایین سختی تماسی، $\beta_{l1} < 700$ و $\beta_{l2} < 400$ ، افزایش طول بی‌بعد رابط‌های عمودی، حساسیت ارتعاشات نوک اول و دوم را کاهش می‌دهد. اما برای مقادیر بی‌بعد سختی بیشتر، تغییر طول رابط‌های عمودی، تاثیری بر حساسیت ارتعاشات نوک اول و دوم ندارد.

۶. نتیجه‌گیری و پیشنهادها برای مطالعات آینده

۶-۱ مقدمه

در این رساله، رفتار ارتعاشاتی میکروتیرهای میکروسکوپ نیرو اتمی در دو مد عملکرد تماسی و متناوب با دو هدف متفاوت مورد بررسی قرار گرفته است. هدف اول، بررسی پارامترها و عوامل مختلف نظیر، ابعاد هندسی میکروتیر و نوک، مکانیک تماس و شرایط محیط آزمایش بر رفتار ارتعاشاتی میکروتیر مورد نظر در دو عملکرد مورد نظر می‌باشد. اما هدف دوم، بررسی رفتار ارتعاشاتی وابسته به اندازه میکروتیرهای مختلف میکروسکوپ نیرو اتمی و تحقیق در مورد شرایط لزوم استفاده از تئوری-های الاستیسته غیرکلاسیک در تحلیل رفتار ارتعاشاتی این میکروتیرها می‌باشد. به این منظور از معادلات ساختاری تئوری‌های غیرکلاسیک متفاوت، نظیر تئوری گرادیان کرنش، تئوری تنش-کوپل اصلاح شده و تئوری غیرمحلی بهره جسته‌ایم.

بسته به دو عملکرد میکروسکوپ نیرو اتمی، می‌توان نتایج حاصل از رساله را در دو بخش کلی میکروسکوپ نیرو اتمی مد تماسی و میکروسکوپ نیرو اتمی مد متناوب ارائه نمود.

۶-۱-۱ میکروسکوپ نیرو اتمی مد تماسی

به علت اینکه در دو تماسی دامنه نوسان نوک بسیار کوچک و در حدود ۱ تا ۵ نانومتر می‌باشد، رفتار ارتعاشاتی میکروتیرهای میکروسکوپ نیرو اتمی در دو تماسی به صورت خطی تحلیل شده است. در این مد، رفتار ارتعاشاتی هر دو میکروتیر متداول و مونتاژ شده میکروسکوپ نیرو اتمی مورد تحلیل قرار گرفته است. برای میکروتیرهای مونتاژ شده، سه نوع مختلف از این نوع میکروتیر که دارای هندسه و کاربرد متفاوت هستند، مد نظر قرار گرفته است.

مطابق نتایج، در حالت کلی استفاده از تئوری‌های غیرکلاسیک برای بررسی رفتار ارتعاشاتی میکروتیرهای میکروسکوپ نیرو اتمی در مقادیر بالای سختی تماسی، هنگامی که ضخامت تیر در حدود پارامتر مقیاس طول قرار می‌گیرد، الزامی است. در این حالت بیشترین تفاوت بین نتایج حاصل از تئوری تیر کلاسیک و تئوری‌های تیر غیرکلاسیک وجود دارد.

نتایج همچنین گویای این واقعیت می‌باشند که تئوری‌های مرتبه بالاتر گرادیان کرنش و تنش-کوپل اصلاح شده مقادیر فرکانس را بیشتر از تئوری تیر کلاسیک نشان می‌دهند. این حالت برای حساسیت در سختی‌های بالاتر اتفاق می‌افتد، اما در مقادیر پایین سختی تماسی، این حالت برای حساسیت برعکس می‌باشد. با توجه به نتایج همچنین می‌توان بیان نمود که در مد تماسی، رفتار ارتعاشاتی میکروتیر متداول با میکروتیر مونتاژ شده نوع دوم و میکروتیر مونتاژ شده نوع اول با میکروتیر مونتاژ شده نوع سوم، به خصوص در فرکانس تشدید، به طور تقریبی مشابه یکدیگر می‌باشند. هنگامی که ضخامت میکروتیر میکروسکوپ نیرو اتمی در حدود پارامتر مقیاس طول ماده می‌باشد، فرکانس تشدید میکروتیر متداول و میکروتیر مونتاژ شده نوع دوم برای کلیه مقادیر سختی تماسی وابسته به اندازه می‌باشد. برای میکروتیر مونتاژ شده نوع اول و سوم، این حالت برای مقادیر سختی تماسی حدود پایین‌تر از ۱۰۰ دیده می‌شود. حساسیت ارتعاشات میکروتیرهای میکروسکوپ نیرو اتمی نیز برای برخی مقادیر سختی تماسی به طور تقریبی مستقل از اندازه می‌باشند. در این حالت می‌توان حساسیت ارتعاشات میکروتیر مورد نظر را با استفاده از تئوری تیر کلاسیک تحلیل نمود. حساسیت مد اول میکروتیر متداول و مدهای اول و دوم میکروتیر مونتاژ شده نوع دوم، در سختی تماسی حدود ۱۰ و حساسیت مد دوم میکروتیر متداول و مد اول و دوم میکروتیر مونتاژ شده نوع سوم در سختی تماسی حدود ۱۰۰ مستقل از اندازه می‌باشند. این حالت برای حساسیت‌های مد اول و دوم میکروتیر مونتاژ شده نوع اول به ترتیب در حدود ۷۰ و ۱۱۰ می‌باشد.

نتایج نشان می‌دهند که برای مواد سخت، افزایش فاصله بین دو رابط عمودی، فرکانس تشدید را افزایش می‌دهد، اما تغییر فاصله بین دو رابط برای مواد نرم، تاثیری بر فرکانس تشدید ندارد. دقت داده‌های حاصل از روبش به وسیله میکروتیر مونتاژ شده نوع سوم یا همان کولیس نانو، برای مواد نرم با ضخامت کمتر بیشتر می‌باشد، اما برای مواد سخت برعکس می‌باشد. دقت میکروتیر مونتاژ شده نوع سوم برای روبش مواد نرم، با کاهش طول بی‌بعد رابط نیز افزایش می‌یابد. در حالت کلی، افزایش طول بی‌بعد رابط، فرکانس تشدید میکروسکوپ نیرو اتمی را کاهش می‌دهد.

مطابق نتایج می‌توان گفت که استفاده از تئوری‌های مرتبه بالاتر جهت تحلیل رفتار ارتعاشات پیچشی میکروتیر مونتاز شده نوع اول، به خصوص هنگامی که از این نوع میکروتیر جهت روبش مواد سخت استفاده می‌گردد، توصیه می‌شود. افزایش طول بی‌بعد رابط، فرکانس تشدید پیچشی میکروتیر مونتاز شده نوع اول را افزایش می‌دهد. این حالت برای حساسیت پیچشی میکروتیر مذکور برای مقادیر بسیار بالای سختی تماسی جانبی دیده می‌شود اما برای مقادیر پایین سختی تماسی، برعکس می‌باشد.

۶-۱-۲ میکروسکوپ نیرو اتمی مد متناوب

در مد متناوب، تیر در حین روبش به وسیله یک محرک خارجی تحت نوسان قرار می‌گیرد. در این حالت، دامنه نوسان بسیار بالا و در حدود ۵ تا ۱۰۰ نانومتر می‌باشد. از اینرو، میکروتیر میکروسکوپ به صورت غیرخطی مدل شده است. در این رساله، با بهره‌گیری از تئوری اغتشاشات، پاسخ‌های فرکانسی میکروتیر متداول در مد متناوب مورد تحلیل و بررسی قرار گرفته است. در این تحلیل فرض شده است که نوک تیر به طور دقیق در سر آزاد تیر یکسردرگیر قرار نگرفته است و تاثیر خطای مونتاز نوک بر روی تیر بر رفتار غیرخطی تیر، در تحلیل در نظر گرفته شده است. به علت ابعاد بسیار پایین میکروتیرهای متداول میکروسکوپ نیرو اتمی در مد متناوب، روابط ارتعاشاتی موردنیاز، با استفاده از تئوری غیرکلاسیک تنش-کوپل اصلاح شده که در آن اثر ابعاد را نیز در معادلات ساختاری خود در نظر می‌گیرد، بدست آمده است. برای بررسی رفتار ارتعاشاتی وابسته به اندازه، نتایج حاصل از تئوری مذکور با نتایج حاصل از تئوری تیر کلاسیک مقایسه شده است. نتایج حاصل شده از این تحلیل به طور خلاصه در ادامه آمده است.

مطابق نتایج، برای روبش در مد متناوب، تحلیل رفتار ارتعاشاتی تیر با استفاده از یک تئوری تیر غیرکلاسیک توصیه می‌گردد، چرا که رفتار وابسته به اندازه تیر میکروسکوپ در مد متناوب و بطور تقریبی برای تمامی ضخامت‌های میکروتیرهای متداول دیده می‌شود. نتایج همچنین گویای این واقعیت است که با نزدیک شدن دامنه نوسان نوک به فاصله تعادلی بین نوک و سطح نمونه، تاثیر نیروهای جاذبه وان‌دروالسی بر نوک میکروسکوپ افزایش می‌یابد. هنگامی که دامنه نوسان در حدود

این فاصله غیرخطی قرار گیرد، فرکانس غیرخطی نسبت به فرکانس خطی کاهش می‌یابد که با افزایش دامنه نوسان، فرکانس غیرخطی نسبت به فرکانس خطی، به شدت افزایش می‌یابد. همچنین این نوع نیروها، می‌توانند باعث بروز پدیده نرم‌شوندگی در پاسخ‌های فرکانسی میکروتیر گردند. عواملی نظیر افزایش فاصله تعادلی بین نوک و سطح نمونه، افزایش فاصله بین نوک و سر آزاد تیر، کاهش شعاع انحنای سر نوک و افزایش ضخامت تیر، می‌توانند تاثیر نیروهای جاذبه وان‌دروالسی بر رفتار ارتعاشاتی غیرخطی نوک را برای زمانی که دامنه نوک در حدود فاصله تعادلی قرار می‌گیرد، کاهش دهند و به دنبال آن پدیده نرم‌شوندگی را تقلیل دهند. در پاسخ‌های فرکانسی میکروتیر متداول در مد متناوب، شاهد پدیده سخت‌شوندگی نیز بودیم، که وجود این پدیده را می‌توان به نیروهای دافعه DMT نسبت داد. عوملی مانند خطای مونتاژ نوک بر روی تیر و کاهش شعاع انحنای سر نوک، این پدیده را تشدید می‌نمایند

۲-۶ مطالعات آینده

مطالعات انجام گرفته در این رساله بر رفتار ارتعاشاتی میکروتیرهای متداول و مونتاژ شده میکروسکوپ نیرو اتمی در مدهای عملکرد تماسی و متناوب و بر اساس تئوری‌های غیرکلاسیک تمرکز یافته است. جهت ادامه مطالعات به صورت جامع‌تر می‌توان پیشنهادهایی برای مطالعات آینده ارائه داد که در بخش‌های بعدی، برخی از این پیشنهادهای آورده شده است.

۱-۲-۶ بررسی مدهای مرتبه بالاتر در مد متناوب

در این رساله، تنها پاسخ‌های دینامیکی میکروتیر متداول میکروسکوپ نیرو اتمی مد متناوب برای مد اول مورد بررسی قرار گرفته است. هنگامی که نوک میکروسکوپ تحت نوسان قرار می‌گیرد، مدهای مرتبه بالاتر نیز برانگیخته می‌شوند. پاسخ فرکانسی میکروتیر میکروسکوپ نیرو اتمی مد متناوب در مدهای مرتبه بالاتر به صورت غیرخطی مورد تحلیل قرار نگرفته است. تحلیل نقش مدهای مرتبه بالاتر در مد متناوب می‌تواند مفید باشد.

۶-۲-۱ میکروتیرهای مونتاژ شده در مد متناوب

در این رساله، رفتار ارتعاشاتی میکروتیرهای مونتاژ شده میکروسکوپ نیرو اتمی در مد تماسی مورد بررسی قرار گرفت، اما رفتار ارتعاشاتی این نوع میکروتیرها در مد متناوب هنوز بررسی نشده است. میکروتیرهای مونتاژ شده میکروسکوپ نیرو اتمی علاوه بر روبش در مد متناوب، می‌توانند در مد تماسی نیز روبش نمایند. بررسی رفتار ارتعاشاتی این نوع میکروتیرها در مد متناوب می‌تواند تاثیر بسزایی بر دقت و عملکرد میکروسکوپ نیرو اتمی در این مد داشته باشد.

۶-۲-۲ تحلیل‌های سه‌بعدی

میکروتیرهای میکروسکوپ نیرو اتمی به طور معمول به صورت تیر یکسردرگیر مدل می‌شوند. اما در واقع شرایط مرزی سر گیردار، یک قید الاستیک می‌باشد. بنابراین، ارائه یک مدل سه بعدی که در آن سیستم به صورت الاستیک در نظر گرفته شود، می‌تواند دقت تحلیل‌ها را افزایش دهد.

۶-۲-۳ رفتار دینامیکی میکروتیرهای عیب‌دار

در عمل، میکروتیرهای میکروسکوپ نیرو اتمی نمی‌توانند بی‌عیب باشند. برای مثال میکروتیر نمی‌تواند سطح مقطع دوزنقه‌ای کامل داشته باشد. در نتیجه سطح مقطع تیر، نامتقارن می‌باشد. همچنین ممکن است رابط در میکروتیرهای مونتاژ شده، به طور دقیق در خط مرکز تیر یکسر درگیر قرار نگرفته و اندکی با فاصله قرار گیرد. بنابراین هم ارتعاشات خمشی و هم پیچشی کوپل خواهند شد. عیوب در میکروسکوپ می‌تواند مانند موارد گفته شده ناشی از فرایند ساخت و مونتاژ تیر باشد یا می‌تواند مانند پدیده ترک در حین عملکرد میکروسکوپ، بر روی میکروتیر ظاهر گردد. بررسی هر کدام از این موارد می‌تواند رفتار ارتعاشاتی میکروتیر میکروسکوپ نیرو اتمی را به صورت دقیق‌تر مورد بررسی قرار داده و عملکرد میکروسکوپ را بهبود بخشد.

مراجع

1. Binnig G. and R. H., *Scanning tunneling microscopy-from birth to adolescence*. Rev. of Mod. Phys., 1987. **59**: p. 615-625.
2. Binnig G., Quate C.F., and G. Ch., *Atomic force microscope*. Phys. Rev. Lett., 1986. **56**: p. 930-933.
3. Martin Y., Williams C.C., and W. H.K., *Atomic Force Microscope-Force Mapping and Profiling on a sub 100-Å scale*. J. Appl. Phys., 1987. **61**: p. 4723-4729.
4. Binnig, G. and H. Rohrer, *Scanning tunneling microscope*. Helvetica Physica Acta, 1982. **55**: p. 726-735.
5. Sarid, D., *Scanning Force Microscopy with Applications to Electric, Magnetic and Atomic Forces*. 1999, London: Oxford University Press Inc.
6. Lantz M., et al., *Dynamic force microscopy in fluid*. Surface and Interface Analysis, 1999. **27**: p. 354-360.
7. Rabe, U., K. Janser, and W. Arnold, *Vibrations of free and surface coupled atomic force microscope cantilevers: Theory and Experiment*. Review of Scientific Instruments, 1996. **67**: p. 3281-3293.
8. Albrecht, T., et al., *Frequency-modulation detection using high-q cantilevers for enhanced force microscope sensitivity*. Journal of Applied Physics, 1991. **69**: p. 668-673.
9. Zhong, Q., et al., *Fractured polymer silica ber surface studied by tapping mode atomic-force microscopy* Surface Science, 1993. **290**: p. L688-L692.
10. Wu, T.S., W.J. Chang, and J.-C. Hsu, *Effect of tip length and normal and lateral contact stiffness on the flexural vibration responses of atomic force microscope cantilevers*. Microelectronic Engineering, 2004. **71**(1): p. 15-20.
11. Meirovich, L., *Elements of Vibration Analysis*,. 1986, New York: McGraw-Hill.
12. Rao, J.S., *Advanced Theory of Vibration*. 1992, New York: John Wiley and Sons.
13. Turner, J.A. and J.S. Wiehn, *Sensitivity of Flexural and Torsional Vibration Modes of Atomic Force Microscope Cantilevers to Surface Stiffness Variation*. Nanotechnology, 2001. **12**: p. 322-330.
14. Burnham, N.A., et al., *How does a tip tap?*. Nanotechnology, 1997. **8**(2): p. 67.
15. Ashhab, M., et al., *Melnikov-Based Dynamical Analysis of Microcantilevers in Scanning Probe Microscopy*. Nonlinear Dynamics, 1999. **20**(3): p. 197-220.
16. Stark, R.W., et al., *State-space model of freely vibrating and surface-coupled cantilever dynamics in atomic force microscopy*. Phys. Rev. B, 2004. **69**: p. 085412.
17. Sierra, F.J.R., R. Vázquez, and R.W. Stark, *Transfer Function Analysis of the Micro Cantilever Used in Atomic Force Microscopy*. IEEE Transactions on Nanotechnology, 2006. **5**: p. 692-700.
18. Florin, E.L., et al., *Atomic force microscope with magnetic force modulation* Rev. Sci. Instrum., 1994. **65**: p. 639.
19. Burnham, N.A., et al., *Scanning local-acceleration microscopy* J. Vac. Sci. Technol. B, 1996. **14**.
20. Turner, J.A., et al., *High-frequency response of atomic-force microscope cantilevers*. J. Appl. Phys., 1997. **82**(3): p. 966-979.

21. Drobek, T., et al., *Overtone atomic force microscopy studies of decagonal quasicrystal surfaces*. New J. Phys. 1 1999 **1**.
22. Mazeran, P.E. and J.L. Loubet, *Normal and lateral modulation with a scanning force microscope, an analysis: implication in quantitative elastic and friction imaging*. Tribology Lett. , 1999. **7**: p. 199-212.
23. Yaralioglu, G.G., et al., *Contact stiffness of layered materials for ultrasonic atomic force microscopy*. J. Appl. Phys. , 2000. **87**(10).
24. Hutter, J.L. and J. Bechhoefer, *Calibration of atomic-force microscope tips*. Rev. Sci. Instrum., 1993. **64**(7): p. 1868-1873.
25. Neumeister, J.M. and W.A. Ducker, *Lateral, normal, and longitudinal spring constants of atomic force microscopy cantilevers*. Rev. Sci. Instrum. , 1994. **65** (12): p. 2527-2531.
26. Radmacher, M., J.P. Cleveland, and P.K. Hansma, *Improvement of thermally induced bending of cantilevers used for atomic force microscopy*. Scanning 1995. **17**(2): p. 117–121.
27. Levy, R. and M. Maaloum, *Measuring the spring constant of atomic force microscope cantilevers: thermal fluctuations and other methods*. Nanotechnology 2002. **13** (1): p. 33-37.
28. Meirovitch, L., *Fundamentals of Vibrations*. Second ed. Mechanical Engineering. 2001, New York: McGraw-Hill.
29. Chang, W., *Sensitivity of Vibration Modes of Atomic Force Microscope Cantilevers in Continuous Surface Contact*. Nanotechnology, 2002. **13**: p. 510-514.
30. Chang, W.-J., T.-H. Fang, and H.-M. Chou, *Effect of interactive damping on sensitivity of vibration modes of rectangular AFM cantilevers*. Physics Letters A, 2003. **312**(3-4): p. 158-165.
31. Shen, K., D.C. Hurley, and J.A. Turner, *Dynamic behaviour of dagger-shaped cantilevers for atomic force microscopy*. Nanotechnology, 2004. **15**(11): p. 1582-1589.
32. Mahdavi, M.H., et al., *A more comprehensive modeling of atomic force microscope cantilever*. Ultramicroscopy, 2008. **109**(1): p. 54-60.
33. Abbasi, M. and A. Karami Mohammadi, *A new model for investigating the flexural vibration of an atomic force microscope cantilever*. Ultramicroscopy, 2010. **110** :p. 1374-1379.
34. Abbasi, M. and A. Karami Mohammadi, *Effect of contact position and tip properties on the flexural vibration responses of atomic force microscope cantilevers*. IREME, 2009. **3**: p. 196-202.
35. Karami Mohammadi, A. and M. Abbasi, *Effect of Contact Position and Tip properties on the Torsional Vibration Responses of Atomic Force Microscope Cantilever*. IREME, 2008. **2**(6): p. 822-827.
36. Lin, S.M., et al., *Analytical solutions of the frequency shifts of several modes in AFM scanning an inclined surface, subjected to the Lennard-Jones force*. International Journal of Solids and Structures, 2007. **44**(3-4): p. 799-810.
37. Rodriguez, T.R. and R. Garcia, *Tip motion in amplitude modulation (tapping-mode) atomic-force microscopy: Comparison between continuous and point-mass models*. Applied Physics Letters, 2002. **80** p. 1646–1648.
38. Stark, R.W., T. Drobek, and W.M. Heckl, *Tapping-mode atomic force microscopy and phase-imaging in higher modes*. Applied Physics Letters, 1999. **74**: p. 3296–3298.

39. Łojewskaa, J., et al., *Topography and morphology of multicomponent catalytic materials based on Co, Ce and Pd oxides deposited on metallic structured carriers studied by AFM/Raman interlaced microscopes*. Catalysis Today, 2013. **216**(1): p. 11–17.
40. García, R. and A. San Paulo, *Attractive and repulsive tip-sample interaction regimes in tapping-mode atomic force microscopy*. Physical Review B, 1999. **60**(7): p. 4961-4967.
41. Lee, S.I., et al., *Nonlinear dynamic perspectives on dynamic force microscopy*. Ultramicroscopy, 2003. **9**(1-4): p. 185-198.
42. Garcia, R., *Amplitude Modulation Atomic Force Microscopy*. First ed. 2010, Germany: Wiley-VCH.
43. García, R. and A.S. Paulo, *High-resolution imaging of antibodies by tappingmode atomic force microscopy: Attractive and repulsive tip-sample interaction regimes*. Biophysical Journal, 2000. **78** (3): p. 1599-1605.
44. Fain, S.C., et al., *Measuring average tip-sample forces in intermittent-contact (tapping) force microscopy in air*. Applied Physics Letters, 2000. **76**(7): p. 930-932.
45. Horng, T.L., *Analyses of vibration responses on nanoscale processing in a liquid using tapping-mode atomic force microscopy*. Applied Surface Science, 2009. **256**(1): p. 311-317.
46. Korayem, M.H., A. Kavousi, and N. Ebrahimi, *Dynamic analysis of tapping-mode AFM considering capillary force interactions*. Scientia Iranica, 2011. **18**(1): p. 121-129.
47. Song, Y. and B. Bhushan, *Simulation of dynamic modes of atomic force microscopy using a 3D finite element model*. Ultramicroscopy, 2006. **106**(8-9): p. 847-873.
48. Mokhtari-Nezhad, F., A.R. Saidi, and S. Ziaei-Rad, *Influence of the tip mass and position on the AFM cantilever dynamics: coupling between bending, torsion and flexural modes*. Ultramicroscopy, 2009. **109**(9): p. 1193-202.
49. Lin, S.M., *Exact solution of the frequency shift in dynamic force microscopy*. Applied Surface Science, 2005. **250**(1-4): p. 228-237.
50. Korayem, M.H., H.J. Sharahi, and K. A.H., *Comparison of frequency response of atomic force microscopy cantilevers under tip-sample interaction in air and liquids*. Scientia Iranica B 2012. **19**(1): p. 106–112.
51. Cuberes, M.T., G.D. Briggs, and O. Kolosov, *Nonlinear Detection of Ultrasonic Vibration of AFM Cantilevers in and out Contact with Sample*. Nanotechnology, 2001. **12**: p. 53-59.
52. Lee, S.I., et al. ,*Nonlinear Dynamics of Micro cantilevers in Tapping Mode Atomic Force Microscopy: A comparison between theory and experiment*. Physical Renew B, 2002. **66**: p. 1-10.
53. Boisgard, R., D. Michel, and J.P. Aimé, *Hysteresis generated by attractive interaction :oscillating behavior of a vibrating tip-microlever system near a surface*. Surface Science, 1998. **401**(2): p. 199-205.
54. Boccara, A.C., P. Gleyzes, and P.K. Kuo, *Bistable behavior of a vibrating tip near asolid-surface*. Applied Physics Letters,, 1991. **5**(25): p. 2989-2991.
55. Rutzel, S., S.I. Lee, and A. Raman, *Nonlinear dynamics of atomic-forcemicroscope probes driven in lennard-jones potentials*. Proceedings of the Royal Society A-Mathematical Physical and Engineering Sciences, 2003. **459** p. 1925-1948.

56. Korayem, M.H., N. Ebrahimi, and M.S. Sotoudegan, *Frequency response of atomic force microscopy microcantilevers oscillating in a viscous liquid: A comparison of various methods*. Scientia Iranica, 2011. **18**(5): p. 1116-1125.
57. Nayfeh, A.H., *Introduction to Perturbation Techniques*, 1993 ,New York: Wiley & Sons, Inc.
58. Lin, S.M., et al., *Analytical solutions of the first three frequency shifts of AFM non-uniform probe subjected to the Lennard–Jones force*. Ultramicroscopy, 2006. **106**(6): p. 508-515.
59. Dai, G., et al., *Atomic force probe for sidewall scanning of nano- and microstructures*. Applied Physics Letters, 2006. **88**(17): p. 171908.
60. Dai, G., et al., *Nanoscale surface measurements at sidewalls of nano- and micro-structures*. Measurement Science and Technology, 2007. **18**(2): p. 334-341.
61. Chang, W.J., H.L. Lee, and T.Y. Chen, *Study of the sensitivity of the first four flexural modes of an AFM cantilever with a sidewall probe*. Ultramicroscopy, 2008. **108**(7): p. 619-24.
62. Kahrobaiyan, M.H., et al. ,*Sensitivity and resonant frequency of an AFM with sidewall and top-surface probes for both flexural and torsional modes*. International Journal of Mechanical Sciences, 2010. **52**(10): p. 1357-1365.
63. Lam, D.C.C., et al., *Experiments and theory in strain gradient elasticity*. Journal of the Mechanics and Physics of Solids, 2003. **51**(8): p. 1477-1508.
64. McFarland, A.W. and J.S. Colton, *Role of material microstructure in plate stiffness with relevance to microcantilever sensors*. Journal of Micromechanics and Microengineering, 2005. **15**(5): p. 1060–1067.
65. Fleck, N.A., G.M. Muller, and M.F. Ashby, *Strain gradient plasticity: theory and experiment*. Acta Metallurgica et Materialia, 1994. **42**(2): p. 475-487.
66. Ma, Q. and D.R. Clarke, *Size dependent hardness of silver single crystals*. Journal of Materials Research, 1995. **10**(4): p. 853–863.
67. Stolken J.S. , E.A.G., *Microbend test method for measuring the plasticity length scale*. Acta Materialia 1998. **46**(14): p. 5109–5115.
68. Mindlin, R.D., *Micro-structure in linear elasticity*. Arch. Rational Mech. Anal., 1964. **16**: p. 51–78.
69. Mindlin, R.D., *Second gradient of strain and surface tension in linear elasticity*. Int. J. Solids Struct., 1965. **1**: p. 417–438.
70. Mindlin, R.D. and H.F. Tiersten, *Effects of couple-stresses in linear elasticity*. Arch. Rational Mech. Anal., 1962. **11**: p. 415–448.
71. Eringen, A.C., *Nonlocal polar elastic continua*., Int. J. Eng. Sci. , 1972. **10**: p. 1-16.
72. Eringen, A.C., *On differential equations of nonlocal elasticity and solutions of screw dislocation and surface waves*. J. of Appl. Phys., 1983. **54**: p. 4703-4710.
73. Fleck, N.A. and J.W. Hutchinson, *Phenomenological theory for strain gradient effects in plasticity*. J. Mech. Phys. Solids 1993. **41**: p. 1825–1857.
74. Fleck, N.A. and J.W. Hutchinson, *Strain gradient plasticity*. Advances in Applied Mechanics, ed. J.W. Hutchinson and T.Y. Wu. Vol. 33. 1997, New York: Academic Press.
75. Fleck, N.A. and J.W. Hutchinson, *A reformulation of strain gradient plasticity*. J. Mech. Phys. Solids, 2001. **49**: p. 2245-2271.
76. Yang, F., et al., *Couple stress based strain gradient theory for elasticity*. International Journal of Solids and Structures, 2002. **39**: p. 2731–2743.

77. Akgöz, B. and Ö. Civalek, *Comment on “Static and dynamic analysis of micro beams based on strain gradient elasticity theory” by S. Kong, S. Zhou, Z. Nie, and K. Wang, (International Journal of Engineering Science, 47, 487–498, 2009).* International Journal of Engineering Science, 2012. **50**(1): p. 279-281.
78. Akgoz, B. and O. Civalek., *Analysis of micro-sized beams for various boundary conditions based on the strain gradient elasticity theory.* Archive of Applied Mechanics, 2012. **82**(3): p. 423-443.
79. Akgoz, B. and O. Civalek., *A size-dependent shear deformation beam model based on the strain gradient elasticity theory.* International Journal of Engineering Science, 2013. **70**: p. 1-14.
80. Reddy, J.N., *Nonlocal nonlinear formulations for bending of classical and shear deformation theories of beams and plates.* International Journal of Engineering Science, 2010. **48**(11): p. 1507-1518.
81. Wang, C.M. and et al., *Buckling analysis of micro- and nano-rods/tubes based on nonlocal Timoshenko beam theory.* J. Phys. D: Appl. Phys, 2006. **39**: p. 3904-3909.
82. Aydogdu, M., *A general nonlocal beam theory: Its application to nanobeam bending, buckling and vibration.* Physica E: Low-dimensional Systems and Nanostructures, 2009. **41**(9): p. 1651-1655.
83. Kong, S., et al., *The size-dependent natural frequency of Bernoulli–Euler micro beams.* International Journal of Engineering Science, 2008. **46**(5): p. 427-437.
84. Kahrobaiyan, M.H., et al., *Investigation of the size-dependent dynamic characteristics of atomic force microscope microcantilevers based on the modified couple stress theory.* International Journal of Engineering Science, 2010. **48**(12): p. 1985-1994.
85. Lee, H.L. and W.J. Chang, *Sensitivity of V-shaped atomic force microscope cantilevers based on a modified couple stress theory.* Microelectronic Engineering, 2011. **88**(11): p. 3214-3218.
86. Kong, S., et al., *Static and dynamic analysis of micro beams based on strain gradient elasticity theory.* International Journal of Engineering Science, 2009. **47**(4): p. 487-498.
87. Kahrobaiyan, M.H., et al., *Torsion of strain gradient bars.* Int. J. Eng. Sci, 2011. **49**: p. 856-866.
88. Narendar, S., *Buckling analysis of micro-/nano-scale plates based on two-variable refined plate theory incorporating nonlocal scale effects.* Composite Structures, 2011. **93**(12): p. 3093-3103.
89. Garcia, R. and A.S. Paulo, *Dynamics of a vibrating tip near or in intermittent contact with a surface.* Phys. Rev. B, 2000. **61**(20): p. R13381-R13384.
90. Jalili, N. and K. Laxminarayana, *A review of atomic force microscopy imaging systems: application to molecular metrology and biological sciences.* Mechatronics, 2004. **14**(8): p. 907-945.
91. Li, H.Q. *AFM Resolution.* 1997; Available from: <http://www.chembio.uoguelph.ca/educmat/chm729/afm/resolution.htm>.
92. Albrecht, T.R., et al., *Microfabrication of cantilever for the atomic force microscope.* J.Vacuum Sci.Technol.A-Vacuum Surf.Films, 1990. **8**: p. 3386–3396.
93. Weihs, T.P., et al., *Limits of imaging resolution for atomic force microscopy of molecules* Applied Physics Letters, 1991. **59** (25): p. 3536-3538.

94. Burnham, N.A., J.S. Colton, and H.M. Pollock, *Interpretation of force curves in force microscopy* Nanotechnology, 1993. **4**(64): p. 64-80.
95. Butt, H.J. and M. Jaschke, *Calculation of thermal noise in atomic force microscopy* Nanotechnology 1995. **6**(1): p. 1-7.
96. Ciraci, S., et al., *Theoretical study of short- and long-range forces and atom transfer in scanning force microscopy*. Physical Review B, 1992 **46**(16): p. 10411-10422.
97. Lange, D., O. Brand, and H. Baltes, *CMOS Cantilever Sensor Systems*. 2002, New York: Springer.
98. Morris, V.J. ,A.J. Kirby, and A.P. Gunning, *Atomic Force Microscopy for Biologists*. 1999, UK: Imperial College Press.
99. Nyysönen, D., L. Landstein, and E. Coombs, *Two-dimensional atomic force microprobe trench metrology system*. J. Vac. Sci. Technol. B 1991. **9**(6).
100. Martin, Y. and H.K. Wickramasinghe, *Method for imaging sidewalls by atomic force microscopy* Appl. Phys. Lett. , 1994. **64**(19): p. 2498-2450.
101. Hall, N.A., et al., *Surface and bulk-silicon-micromachined optical displacement sensor fabricated with the SwIFT-Lite process*. Journal of Microelectromechanical Systems, 2006. **15**(4): p. 770–776.
102. De Boer, M.P., et al., *High-performance surface-micromachined inchworm actuator*. Journal of Microelectromechanical Systems, 2004. **13**(1): p. 63–74.
103. Stelmashenko, N.A., et al., *Microindentations on W and Mo oriented single crystals: an STM study*,. Acta Metallurgica et Materialia, 1993. **41**(10): p. 2855–2865.
104. Poole, W.J., M.F. Ashby, and N.A. Fleck, *Micro-hardness of annealed and work-hardened copper polycrystals*. Scripta Materialia, 1996. **34**(4): p. 559-564.
105. Guo, X.H., D.N. Fang, and X.D. Li, *Measurement of deformation of pure Ni foils by speckle pattern interferometry*. Mechanical in Engineering, 2005. **27**(2): p. 21-25.
106. McFarland, A.W., *Production and analysis of polymer microcantilever parts*, in *Ph.D. thesis*2004, Georgia Institute of Technology, Atlanta
107. Moser, Y. and M.A.M. Gijs, *Miniaturized flexible temperature sensor*. Journal of Microelectromechanical Systems, 2007. **16**: p. 1349–1354.
108. Li, T. and A *mechanics model of microtubule buckling in living cells*. J. Biomech., 2008. **41**: p. 1722–1729.
109. Toupin, R.A., *Elastic materials with couple stresses*. Arch.Rational Mech.Anal., 1962. **11**: p. 385–414.
110. Koiter, W.T., *Couple stresses in the theory of elasticity*. Proc. K. Ned. Akad. Wet. (B) 1964. **67**: p. 17–44.
111. Eringen, A.C., *Nonlocal Continuum Field Theories*. 2002, New York: Springer-Verlag.
112. Eringen, A.C. and D.G.B. Edelen, *On nonlocal elasticity*. Int. J. Eng. Sci. , 1972. **10** :p. 233-248.
113. Park, S.K. and X.L. Gao, *Bernoulli–Euler beam model based on a modified couple stress theory*. Journal of Micromechanics and Microengineering, 2006. **16**(11): p. 2355-2359.
114. Kang, X. and Z.W. Xi, *Size effect on the dynamic characteristic of a micro beam based on cosserat theory*. Journal of Mechanical Strength, 2007. **29**(1): p. 1-4.
115. Lazopoulos, K.A. and A.K. Lazopoulos, *On the torsion problem of strain gradient elastic bars*. Mechanics Research Communications, 2012. **45**: p. 42-47.

116. Arash, B. and Q. Wang, *A review on the application of nonlocal elastic models in modeling of carbon nanotubes and graphines*. Computational Materials Science 2012. **51**: p. 303-313.
117. Reddy, J.N. and S.D. Pang, *Nonlocal continuum theories of beams for the analysis of carbon nanotubes*. Journal of Applied Physics, 2008. **103**: p. 023511.
118. Wang, Q. and K.M. Liew, *Application of nonlocal continuum mechanics to static analysis of micro-and nano-structures*. Physics Letters A, 2007. **363**: p. 236-242.
119. Lim ,C.W., C. Li, and J.L. Yu, *Free torsional vibration of nanotubes based on nonlocal stress theory*. Journal of Sound and Vibration, 2012. **331**(12): p. 2798-2808.
120. Khademolhosseini, F., R.K.N.D. Rajapakse, and A. Nojeh, *Torsional buckling of carbon nanotubes based on nonlocal elasticity shell models*. Computational Materials Science, 2010. **48**(4): p. 736-742.
121. Farajpour, A., et al., *Buckling of orthotropic micro/nanoscale plates under linearly varying in-plane load via nonlocal continuum mechanics*. Composite Structures, 2012. **94**(5): p. 1605-1615.
122. Reddy, J.N., *Nonlocal theories for buckling bending and vibration of beams*. International Journal of Engineering Science, 2007. **45**: p. 288-307.
123. Thai, H.-T., *A nonlocal beam theory for bending, buckling ,and vibration of nanobeams*. International Journal of Engineering Science, 2012. **52**: p. 56-64.
124. Gheshlaghi, B. and Y. Mirzaei, *Flexural sensitivity and resonance of cantilever micro-sensors based on nonlocal elasticity theory*. Optics Communications, 2012. **285**(12): p. 2798-2801.
125. Civalek, Ö. and Ç. Demir, *Bending analysis of microtubules using nonlocal Euler–Bernoulli beam theory*. Applied Mathematical Modelling, 2011. **35**(5): p. 2053-2067.
126. Shen, K., *Dynamic behavior of atomic force microscope cantilevers*, in *Engineering2005*, University of Nebraska: Lincoln, Nebraska.
127. Aifantis, E.C., *Strain gradient interpretation of size effects*. International Journal of Fracture 1999. **95**: p. 299–314.
128. Atomic fore microscope probes Available from: <http://www.nanoandmore.com/home.php>.
129. Kitahara, M., *Boundary Integral Equation Methods in Eigenvalue Problems of Elastodynamics and Thin Plates*,. 1985, Amsterdam: Elsevier.
130. Niwa, Y., S. Kobayashi, and M. Kitahara, *Application of integral equation method to eigen-value problems of elasticity*. Proc. of the Japon Society of Civil Engineers, 1979. **285**: p. 17-28.
131. Niwa, Y., S. Kobayashi, and M. Kitahara, *Determination of eihenvalues by boundary element methods*. Boundary Element Methods 2,, ed. P.K. Banerjee and R.P. Shaw. 1982, London: Applied Science Pub.
132. Hertz, H., *On the contact of elastic solids*. Journal für die Reine und Angewandte Mathematik, 1882. **92**: p. 156.
133. Maugis, D., *Adhesion of Spheres; The JKRDMT Transition Using a Dugdale Model* .Journal of Colloid and Interface Science, 1992. **4**(150): p. 243-269.
134. Johnson, K.L., K. Kendall, and A.D. Roberts, *Surface Energy and the Contact of Elastic Solid*. Proceedings of the Royal Society of London, A., 1971. **324**: p. 301-313.

- 135 Kong, S ,et al., *The size-dependent natural frequency of Bernoulli–Euler micro-*
beams. International Journal of Engineering Science, 2008. **46**(5): p. 427-437.
- 136 Lai, W.M., D. Rubin, and E. Rubin, *Introduction to Continuum Mechanics*. 4 ed.
2010, Oxford: Elsevier.
- 137 Timoshenko, S., Goodier, J.N., *Theory of Elasticity*, 1953, McGraw-Hill, New
York

Investigation of the Vibration Behavior of Atomic Force Microscope with Conventional Cantilever (Linear and Nonlinear) and Assembled Cantilever Probes by Using Classical Beam and Modified Couple Stress Theories

Mohammad Abbasi

Shahrood University of Technology, January 2014

Requirements for the Degree of Doctor of Philosophy in Mechanical Engineering

Supervisor: Dr. Ardeshir Karami Mohammadi

Abstract

The atomic force microscope (AFM) is a powerful instrument in the field of nanotechnology, and is now widely used for imaging the surface topography conductors and insulators on an atomic scale. When a tip scans across a sample surface, it induces a dynamic interaction force between the tip and the surface. This dynamic interaction behaviour between the cantilever and sample is complicated, and its analysis can help to increase the resolution of surface images.

The AFM typically operates in two modes, according to the type of contact between the tip of the cantilever and the sample, contact mode and tapping mode. In contact mode, AFM cantilever moves up and down vertically with small amplitude (1–5 nm), while in tapping mode the amplitude is approximately high (5-100nm).

In this thesis, the vibration behavior of both conventional cantilever and assembled cantilever probe are analyzed with two different objectives. The first objective is to investigate the effects of various parameters such as the geometry of cantilever and tip, contact mechanics and experimental circumstances on the dynamic behavior of AFM microcantilever in the proposed application mode. On the other hand, the investigation of the size dependant vibration behavior of AFM cantilevers and also the study of necessary conditions for applying them in the analysis of the vibration behavior of AFM microcantilever is the second objective. Hence, the analysis have been done base on the constitutive equations of different non-classical beam theories such as strain gradient theory, modified couple stress theory and nonlocal beam theory. In order to solve the nonlinear equations in the tapping mode, the perturbation technique have been used. Utilizing this technique, closed-form expressions for effective nonlinear frequency and damping factor have been obtained and also a expression for the analysis of system frequency response have been presented.

For the contact mode, the results show that the vibration behavior of AFM microcantilever are strongly size-dependant especially when the contact stiffness is high and the thickness of the microcantilever approaches the internal material length scale

parameter. In this situation, utilizing a non-classical beam theory for analysis the vibration behavior of AFM cantilever are recommended.

In the analysis of the nonlinear vibration behavior of conventional microcantilever in the tapping mode, some difference between the results obtained by classical beam theory and those predicted by modified couple stress theory are observed. Therefore, the analysis based on a non-classical beam theory, in which the effects of the small scale are considered, seems necessary. According to the results, it is indicated that attractive van der Waals interactions lead to an initial softening nonlinearity of the periodic solution response while the repulsive DMT interactions lead to a subsequent hardening nonlinear response. Some factors such as tip position, tip radius and equilibrium tip-sample separation can affect the intensity of either softening or hardening phenomenon.

Keywords: Atomic force microscope, Size dependent vibration behavior, Assembled cantilever probe, Contact mode, Tapping mode.



Shahrood University of Technology

Faculty of Mechanical Engineering

**Investigation of the Vibration Behavior of Atomic Force
Microscope with Conventional Cantilever (Linear and Nonlinear)
and Assembled Cantilever Probes by Using Classical Beam and
Modified Couple Stress Theories**

Mohammad Abbasi

Supervisor:

Dr. Ardeshir Karami Mohammadi

January 30, 2014