







دانشگاه صنعتی شاهرود

دانشکده مهندسی مکانیک

گروه مکاترونیک

پایان نامه جهت اخذ درجه کارشناسی ارشد

طراحی مسیر بهینه با کمینه‌سازی زمان و انرژی برای یک

ربات تنسگریتی

دانشجو:

حمید اسلام پور

استاد راهنما:

آقای دکتر مهدی بامداد

زمستان ۱۳۹۲





دانشگاه صنعتی شاهرود

مدیریت تحصیلات تکمیلی

فرم شماره (۶)

باسمه تعالی

شماره:

تاریخ: ۱۱۳۹۲/۱۱/۲۹

ویرایش:

فرم صورت جلسه دفاع از پایان نامه تحصیلی دوره کارشناسی ارشد

با تأییدات خداوند متعال و با استعانت از حضرت ولی عصر (عج) نتیجه ارزیابی جلسه دفاع از پایان نامه کارشناسی ارشد آقای حمید اسلام پور رشته مکانیک، گرایش گرایش مکترونیک، تحت عنوان: طراحی مسیر بهینه با کمینه سازی زمان و انرژی برای یک ربات تنسگریتی که در تاریخ ۱۳۹۲/۱۱/۲۹ با حضور هیأت محترم داوران در دانشگاه صنعتی شاهرود برگزار گردید به شرح ذیل اعلام می گردد:

قبول ( با درجه خوب ۱۷ - امتیاز ۱۷ )  دفاع مجدد  مردود

۱- عالی ( ۲۰ - ۱۹ )

۲- بسیار خوب ( ۱۸ - ۱۸/۹۹ )

۳- خوب ( ۱۷/۹۹ - ۱۶ )

۴- قابل قبول ( ۱۵/۹۹ - ۱۴ )

۵- نمره کمتر از ۱۴ غیر قابل قبول

امضاء	مرتبه علمی	نام و نام خانوادگی	عضو هیأت داوران
	استاد	مهدی ممدادی	۱- استاد راهنما: آقای دکتر مهدی ممدادی
			۲- استاد مشاور
	استاد	حسین حسینی	۳- نماینده شورای تحصیلات تکمیلی آقای دکتر حسین خسروی
	استاد	حبیب احمدی	۴- استاد ممتحن آقای دکتر حبیب احمدی
	استاد	امیر جلالی	۵- استاد ممتحن آقای دکتر امیر جلالی

رئیس دانشکده:   
امضاء:

به پاس تعبیر عظیم و انسانی شان از کلمه ایثار و از خودگذشتگی

به پاس قلب های بزرگشان که فریادس است و سرگردانی و ترس در پناهشان به شجاعت می گراید

به پاس عاطفه سرشار و گرمای امید بخش وجودشان که در این سردترین روزگار ان بهترین پشتیبانی است

و به پاس محبت های بی دینشان که هرگز فروکش نمی کند

این مجموعه را به خانواده عزیزم تقدیم می کنم

## شکر و قدردانی

تخت، پاس خدای راکه اول است و پیش از او اولی نبوده و آخر است و پس از او آخری نباشد. درود فراوان

خدمت خانواده بسیار عزیز، دلسوز و فداکارم که پوسته جرحه نوش جام تعلیم و تربیت، فضیلت و انصافیت آنها بوده ام و

همواره چراغ وجودشان روشنگر راه من در سختی ها و مشکلات بوده است، از ایشان تقدیر و شکر فراوان دارم..

لازم می دانم از تمامی اساتیدی که در این مدت افتخار شاگردی ایشان را داشتم، به ویژه استاد کرامی آقای دکتر مهدی

بماداد که بارها بهمانی های مبرانه، نظارت و سرپرستی این پایان نامه را به عهده داشتند، صمیمانه شکر و قدردانی نمایم.

پنجین از تمامی دوستانی که محظاتی سرشار از صفا و صمیمیت را در کنار خود برایم به یادگار گذاشتند و همیشه اینجانب را مورد

لطف و محبت خود قرار داده و به من درس صداقت و مهرورزی آموختند بسیار سپاسگزارم.

## تعهد نامه

اینجانب **حمید اسلام پور** دانشجوی دوره کارشناسی ارشد رشته مهندسی مکانیک- گرایش مکترونیک دانشکده مهندسی مکانیک دانشگاه صنعتی شاهرود نویسنده پایان نامه با عنوان "**طراحی مسیر بهینه با کمینه سازی زمان و انرژی برای یک ربات تنسگریتی**" تحت راهنمایی دکتر **مهدی بامداد** متعهد می شوم:

- تحقیقات در این پایان نامه توسط اینجانب انجام شده است و از صحت و اصالت برخوردار است .
- در استفاده از نتایج پژوهش های محققان دیگر به مرجع مورد استفاده استناد شده است .
- مطالب مندرج در پایان نامه تاکنون توسط خود یا فرد دیگری برای دریافت هیچ نوع مدرک یا امتیازی در هیچ جا ارائه نشده است .
- کلیه حقوق معنوی این اثر متعلق به دانشگاه صنعتی شاهرود می باشد و مقالات مستخرج با نام «دانشگاه صنعتی شاهرود» و یا «Shahrood University of Technology» به چاپ خواهد رسید.
- حقوق معنوی تمام افرادی که در به دست آمدن نتایج اصلی پایان نامه تأثیرگذار بوده اند در مقالات مستخرج از پایان نامه رعایت می گردد.
- در کلیه مراحل انجام این پایان نامه، در مواردی که از موجود زنده (یا بافتهای آنها) استفاده شده است، ضوابط و اصول اخلاقی رعایت شده است.
- در کلیه مراحل انجام این پایان نامه، در مواردی که به حوزه اطلاعات شخصی افراد دسترسی یافته یا استفاده شده است اصل رازداری، ضوابط و اصول اخلاق انسانی رعایت شده است.

### تاریخ

### امضای دانشجو

#### مالکیت نتایج و حق نشر

- کلیه حقوق معنوی این اثر و محصولات آن (مقالات مستخرج ، کتاب ، برنامه های رایانه ای ، نرم افزارها و تجهیزات ساخته شده است ) متعلق به دانشگاه صنعتی شاهرود می باشد . این مطلب باید به نحو مقتضی در تولیدات علمی مربوطه ذکر شود .
- استفاده از اطلاعات و نتایج موجود در پایان نامه بدون ذکر مرجع مجاز نمی باشد.



## چکیده

سیستم‌های تنسگریتی که به طور گسترده در طبیعت یافت می‌شوند، مزایای چشم‌گیری دارند. در این اواخر سیستم‌های تنسگریتی مورد توجه محققین در زمینه علوم رباتیک و مکانیزم‌ها قرار گرفته است و نمونه‌هایی از مکانیزم‌های تنسگریتی معرفی شده است. تحقیقات انجام شده در زمینه مکانیزم‌های تنسگریتی بسیار اندک و مبهم می‌باشد. در این پایان‌نامه، با بررسی ساختار مکانیزم‌های تنسگریتی ارائه شده در دهه‌ی اخیر، یک مکانیزم تنسگریتی فضایی جدید پیشنهاد داده شد. مدل پیشنهاد شده یک مکانیزم تنسگریتی انعطاف‌پذیر یا سازگار<sup>1</sup> شش درجه‌آزادی - سه درجه‌آزادی انتقالی و سه درجه‌آزادی دورانی - می‌باشد که بر اساس ربات موازی استوارت طراحی شده است. سه بازوی ربات استوارت با سه محرک فنری جایگزین شده است و در سه بازوی دیگر مکانیزم، پیستون محرک‌ها با سه فنر خطی بصورت سری متصل شده است. در این مدل، از محرک‌های فنری استفاده شده است. این محرک‌ها شامل یک قسمت فنری و کابلی می‌باشند و بصورت سری به یکدیگر متصل شده‌اند. طول کابل قابل تغییر می‌باشد و توسط یک قرقره جمع می‌شود. این نوع از محرک‌ها می‌توانند جایگزین مناسبی برای بازوها با مفصل منشوری باشند و در عین حال اینرسی مکانیزم را کاهش دهند. اما مهمترین عاملی که باید در نظر گرفته شود شرط کششی بودن این محرک‌ها است. این مکانیزم علاوه بر سبک بودن، در عین حال محکم و در مقایسه با سایر سیستم‌های مشابه دارای نسبت مقاومت به جرم استثنایی می‌باشند.

در این پایان‌نامه، مسائل تحلیل سینواستاتیکی و تعادل استاتیکی مکانیزم مورد بررسی قرار می‌گیرد و صحنه‌گذاری سینواستاتیک معکوس و مستقیم مکانیزم با مثال‌های عددی انجام می‌پذیرد. معادلات دینامیکی مکانیزم پیشنهادی با استفاده از اصل کار مجازی بدست آورده می‌شود و حرکت مکانیزم همراه با سه مثال شبیه‌سازی می‌شود. نتایج شبیه‌سازی نشانگر کارایی مکانیزم‌های طراحی شده است. از آنجایی که این تحلیل‌ها در کلی‌ترین حالت می‌باشند می‌توان از آنها جهت الگویی برای تحلیل

---

<sup>1</sup> Compliant tensegrity mechanism

مکانیزم‌های مشابه استفاده نمود. در نهایت طراحی مسیر بهینه با کمینه سازی زمان و انرژی همراه با شبیه‌سازی برای مکانیزم مورد بررسی قرار می‌گیرد.

## کلمات کلیدی:

مکانیزم تنسگریتی، تعادل استاتیکی، تحلیل سینواستاتیکی، تحلیل دینامیکی، کار مجازی و طراحی مسیر.

# فهرست مطالب

عنوان	صفحه
فهرست شکل‌ها.....	ذ
فهرست جدول‌ها.....	ز
<b>فصل ۱- مقدمه.....</b>	<b>۱</b>
۱-۱- معرفی ساختارهای تنسگریتی.....	۲
۲-۱- مزایا و کاربرد ساختارهای تنسگریتی در رباتیک.....	۳
۳-۱- مروری بر تحقیقات انجام شده.....	۵
۴-۱- طرح کلی رئوس مطالب.....	۱۲
<b>فصل ۲- تحلیل استاتیکی و سینواستاتیکی یک مکانیزم تنسگریتی موازی جدید</b>	
<b>شش درجه آزادی با عضوهای انعطاف پذیر فعال.....</b>	<b>۱۵</b>
۱-۲- مقدمه.....	۱۶
۲-۲- نوآوری مکانیزم پیشنهادی و مقایسه آن با مکانیزم تنسگریتی مارشال،	
شکر فروش، کران و مون.....	۱۷
۳-۲- توصیف کلی هندسه مکانیزم.....	۱۸
۴-۲- تحلیل موقعیت مکانیزم.....	۲۲
۵-۲- تحلیل استاتیکی.....	۲۳
۶-۲- تحلیل سینواستاتیکی.....	۲۶
۱-۶-۲- تحلیل سینواستاتیک معکوس.....	۲۹
۲-۶-۲- تحلیل سینواستاتیک مستقیم.....	۳۰
۷-۲- مثال عددی.....	۳۱
۱-۷-۲- مثال عددی برای مسأله سینواستاتیک معکوس.....	۳۲
۲-۷-۲- مثال عددی برای مسأله سینواستاتیک مستقیم.....	۳۴
<b>فصل ۳- تحلیل دینامیکی یک مکانیزم تنسگریتی موازی جدید شش درجه آزادی</b>	
<b>با عضوهای انعطاف پذیر فعال.....</b>	<b>۳۹</b>
۱-۳- مقدمه.....	۴۰
۲-۳- تحلیل سرعت و شتاب.....	۴۲
۳-۳- محاسبه‌ی عبارت‌های $\delta L_{2i}$ ، $\delta L_{1i}$ و $\delta \Omega_{ji}$ و $\delta r_{1i}$ .....	۴۵
۴-۳- نیروهای تعمیم یافته.....	۴۷
۱-۴-۳- نیروی تعمیم یافته‌ی فنرها.....	۴۸
۲-۴-۳- نیروی تعمیم یافته‌ی گرانشی.....	۴۸

۴۹.....	۳-۵- استخراج معادلات دیفرانسیل سیستم.....
۵۰.....	۳-۶- شبیه‌سازی و نتایج.....
۶۱.....	<b>فصل ۴- طراحی مسیر بهینه با کمینه سازی زمان و انرژی.....</b>
۶۲.....	۴-۱- مقدمه.....
۶۲.....	۴-۱-۱- مسأله طراحی مسیر با در نظر گرفتن کمینه زمان اجرا.....
۶۳.....	۴-۱-۲- طراحی مسیر با در نظر گرفتن کمینه انرژی.....
۶۴.....	۴-۲- بیان ریاضی مسأله.....
۶۵.....	۴-۳- الگوریتم حل.....
۶۶.....	۴-۴- طراحی و شبیه‌سازی مسیر بهینه‌ی حرکت.....
۷۱.....	<b>فصل ۵- نتیجه‌گیری و پیشنهادات.....</b>
۷۲.....	۵-۱- نتیجه‌گیری.....
۷۳.....	۵-۲- پیشنهادات.....
۷۵.....	<b>منابع.....</b>

## فهرست شکل‌ها

عنوان	صفحه
شکل (۱-۱) ساختار تنسگریتی سنلسون [۱].....	۲
شکل (۲-۱) مکانیزم تنسگریتی منشوری T-3 [۲۷].....	۶
شکل (۳-۱) مکانیزم تنسگریتی فضایی با شش درجه آزادی ارائه شده توسط آرسنالت و جاسلین [۳۴].....	۸
شکل (۴-۱) مکانیزم تنسگریتی فضایی سه درجه آزادی ارائه شده توسط آرسنالت و جاسلین [۳۵].....	۹
شکل (۵-۱) مکانیزم تسگریتی تران [۳۶].....	۹
شکل (۶-۱) مکانیزم تسگریتی مارشال [۳۷].....	۱۰
شکل (۷-۱) مکانیزم تنسگریتی فضایی ارائه شده توسط کران و مون [۳۹].....	۱۱
شکل (۱-۲) طرح کلی مکانیزم تنسگریتی فضایی با عضوهای انعطاف‌پذیر فعال.....	۱۹
شکل (۲-۲) الگوی طرح کلی مکانیزم تنسگریتی فضایی با عضوهای انعطاف‌پذیر فعال.....	۲۰
شکل (۳-۲) الگوی بازوهای محرک پیستونی.....	۲۴
شکل (۴-۲) الگوی بازوهای محرک فنری.....	۲۴
شکل (۵-۲) شماتیکی از یک جفت عضو نرمی فعال و محرک پیستونی.....	۲۷
شکل (۱-۳) طرح کلی مکانیزم تنسگریتی فضایی با عضوهای انعطاف‌پذیر فعال.....	۴۱
شکل (۲-۳) بازوی $i$ ام مکانیزم.....	۴۴
شکل (۳-۳) نیرو در محرک‌های مکانیزم.....	۵۲
شکل (۴-۳) تغییر طول کل بازوهای مکانیزم.....	۵۲
شکل (۵-۳) تغییرات طول پیستون و کابل در محرک فنری.....	۵۲
شکل (۶-۳) تغییرات طول فنر در بازوهای مکانیزم.....	۵۳
شکل (۷-۳) موقعیت مرکز جرم صفحه متحرک.....	۵۳
شکل (۸-۳) سرعت حرکت پیستون و کابل در محرک فنری.....	۵۳
شکل (۹-۳) سرعت حرکت بازوهای مکانیزم.....	۵۴
شکل (۱۰-۳) شتاب حرکت پیستون و کابل در محرک فنری.....	۵۴
شکل (۱۱-۳) شتاب حرکت بازوهای مکانیزم.....	۵۴
شکل (۱۲-۳) نیرو در محرک‌های مکانیزم.....	۵۵
شکل (۱۳-۳) تغییرات طول پیستون و کابل در محرک فنری.....	۵۵
شکل (۱۴-۳) نیرو در محرک‌های مکانیزم.....	۵۶
شکل (۱۵-۳) تغییرات طول پیستون و کابل در محرک فنری.....	۵۶
شکل (۱۶-۳) الف: نیرو در محرک‌های هیدرولیکی ب: نیرو در محرک‌های هیدرولیکی	

- با صرفه نظر از جرم سیلندر و پیستون.....۵۷
- شکل (۳-۱۷) الف: نیرو در محرک‌های فنری ب: نیرو در محرک‌های فنری با صرفه  
نظر از جرم سیلندر و پیستون.....۵۷
- شکل (۳-۱۸) الف: نیرو در محرک‌های هیدرولیکی ب: نیرو در محرک‌های هیدرولیکی  
با صفر در نظر گرفتن سختی فنرها.....۵۸
- شکل (۳-۱۹) الف: نیرو در محرک‌های فنری ب: نیرو در محرک‌های فنری با صفر  
در نظر گرفتن سختی فنرها.....۵۸
- شکل (۴-۱) موقعیت خطی و زاویه‌ای صفحه متحرک.....۶۸
- شکل (۴-۲) سرعت خطی و زاویه‌ای صفحه متحرک .....۶۹
- شکل (۴-۳) تغییرات طول کل بازوهای مکانیزم.....۶۹
- شکل (۴-۴) تغییرات طول پیستون و کابل در محرک فنری.....۶۹
- شکل (۴-۵) نیروی سیلندرها و گشتاور موتورها .....۷۰
- شکل (۴-۶) تغییرات طول فنر در بازوهای مکانیزم.....۷۰

## فهرست جدول‌ها

عنوان	صفحه
جدول (۱-۲) پارامترهای هندسی مکانیزم پیشنهادی.....	۳۲
جدول (۲-۲) مقادیر انتخابی موقعیت زاویه‌ای دوران و بردار موقعیت مکانیزم پیشنهادی.....	۳۲
جدول (۳-۲) مقادیر انتخابی طول سیلندر و پیستون و کابل در بازوهای مکانیزم پیشنهادی.....	۳۳
جدول (۴-۲) طول بازوهای مکانیزم بدست آمده از حل مسأله سینماتیک معکوس.....	۳۳
جدول (۵-۲) طول بازوهای مکانیزم پیشنهادی.....	۳۴
جدول (۶-۲) نتایج بدست آمده از تحلیل سینواستاتیک مستقیم برای عناصر بردار موقعیت و ماتریس دوران.....	۳۴
جدول (۷-۲) طول بازوهای بدست آمده از حل مسأله سینماتیک معکوس مرجع [۳۸].....	۳۶
جدول (۸-۲) طول بازوهای بدست آمده از حل مسأله سینماتیک معکوس مکانیزم پیشنهادی.....	۳۶
جدول (۹-۲) نتایج بدست آمده از تحلیل سینواستاتیک مستقیم مرجع [۳۸].....	۳۶
جدول (۱۰-۲) نتایج بدست آمده از تحلیل سینواستاتیک مستقیم مکانیزم پیشنهادی.....	۳۷
جدول (۱-۳) پارامترهای هندسی مکانیزم پیشنهادی.....	۵۱
جدول (۱-۴) پارامترهای سیستم.....	۶۸





# فصل اول

مقدمه

## ۱-۱- معرفی ساختارهای تنسگریتی

واژه تنسگریتی<sup>۱</sup> از ترکیب کلمات کشش<sup>۲</sup> و یکپارچگی<sup>۳</sup> بدست آمده است. مبدأ سازه‌های تنسگریتی به سال ۱۹۲۱ و به سازه ساخته شده توسط جانسون برمی‌گردد. براساس تعاریف فعلی، سازه جانسون در زمره سازه‌های تنسگریتی قرار نمی‌گیرد، اما به تعریف سازه‌های تنسگریتی بسیار نزدیک است. اولین بار مفهوم تنسگریتی، توسط اسنلسون در اواخر دهه‌ی ۱۹۴۰ مطرح شد. دیدگاه اسنلسون<sup>۴</sup> به ساختارهای تنسگریتی تنها یک نگاه هنری بود. امروزه معمولاً سازه X شکل (۱-۱) که توسط اسنلسون در سال ۱۹۴۸ ساخته شده است، به عنوان اولین نوع سازه‌های تنسگریتی در نظر گرفته می‌شود [۱].



شکل (۱-۱) ساختار تنسگریتی اسنلسون [۱].

گرچه اسنلسون مخترع این سازه‌ها است اما این سازه‌ها از نقطه نظر مهندسی برای اولین بار توسط فولر<sup>۵</sup> در سال ۱۹۷۵ بررسی شده‌اند. فولر مخترع ساختارهای تنسگریتی گنبدی شکل می‌باشد که بسیاری از ایده‌های او هنوز در معماری استفاده می‌شوند [۲]. فولر ساختارهای تنسگریتی را اجتماعی

<sup>1</sup> Tensegrity

<sup>2</sup> Tensile

<sup>3</sup> Integrity

<sup>4</sup> Snelson

<sup>5</sup> Fuller

از اجزاء تحت کشش و تحت فشار که در سیستمی ناپیوسته از اجزاء تحت فشار قرار گرفته‌اند تعریف کرد [۳]. همچنین پیو<sup>۱</sup> در یک تعریف دیگر، ساختارهای تنسگریتی را به این صورت تعریف کرده است: هنگامی یک سیستم تنسگریتی برقرار می‌شود که مجموعه‌ای از اجزاء ناپیوسته و تحت فشار با مجموعه‌ای پیوسته از اجزاء تحت کشش متقابلاً تحت اثر قرار گیرند و یک حجم پایدار را در فضا بوجود آورند. این تعریف عام‌ترین تعریفی است که در مراجع مختلف از سیستم تنسگریتی ارائه می‌شود [۴]. اما تعاریف معتبر دیگری نیز از سیستم تنسگریتی ارائه شده است. هانور<sup>۲</sup> [۵] سازه‌های تنسگریتی را شبکه‌ای از مفاصل پینی تحت کشش اولیه داخلی و خود ایستا توصیف کرد که در آن‌ها مجموعه‌ای از کابل‌ها یا ریسمان‌های تحت کشش در مقابل مجموعه‌ای از میله‌ها یا تیرهای تحت فشار قرار گرفته‌اند. همچنین، لازم به ذکر است که تعریف گوناگون دیگری نیز برای توصیف سیستم‌های تنسگریتی ارائه شده است. با توجه به تعاریف ارائه شده در بالا، به عنوان نمونه‌ای از یک سیستم تنسگریتی موجود در طبیعت، می‌توان به سیستم عضلانی اسکلتی<sup>۳</sup> موجودات زنده اشاره کرد. در این سیستم‌ها، عضلات و تاندون‌ها عضوهای تحت کشش هستند و استخوان‌ها عضوهای تحت فشار. همچنین ترکیب عضلات و تاندون‌ها مجموعه‌ای پیوسته می‌باشد در حالی که استخوان‌ها مجموعه‌ای غیر پیوسته را تشکیل می‌دهند [۶].

## ۱-۲- مزایا و کاربرد ساختارهای تنسگریتی در رباتیک

در سال‌های اخیر ایده حرکت و تغییر شکل در سازه‌ها مطرح شده است. می‌توان با یک تغییر طول مناسب در کابل‌ها و عضوهای فشاری حرکت مطلوب و تغییر شکل مورد نظر را در سازه ایجاد کرد. لذا ساختارهای تنسگریتی یک ایده جدید برای طراحی و ساخت ربات‌هایی با ویژگی‌های خاص نسبت به ربات‌های متداول می‌باشند. به عنوان نمونه‌ای از این ویژگی‌ها، می‌توان به موارد زیر اشاره کرد. این نوع سازه‌ها دارای جرم کم، در عین حال محکم و در مقایسه با سایر سیستم‌های مشابه دارای نسبت

<sup>1</sup> Pugh

<sup>2</sup> Hanaor

<sup>3</sup> Musculoskeletal

مقاومت به جرم استثنایی می‌باشند. در این ساختارها، عضوها تنها تحت نیروهای محوری قرار گرفته‌اند و نیروهای خارجی وارد بر سیستم بصورت محوری و بدون گشتاور در سیستم پخش می‌شود و در نتیجه مقاومت سیستم افزایش می‌یابد. ساختارهای تنسگریتی برای حرکت‌های متنوع استفاده می‌شوند. این ساختارها دارای قابلیت صرفه جویی در حجم هستند و می‌توانند به نحوی طراحی شوند که در زمانی که از این ساختارها استفاده نمی‌شود حجم بسیار کمی اشغال کنند [۷]. با توجه به وجود عضوهای انعطاف‌پذیر، ساختارهای تنسگریتی می‌توانند ضربه‌ها را جذب کنند. از دیگر مزایای این سیستم‌ها، قابلیت تاشوندگی<sup>۱</sup> آن‌ها می‌باشد. به علت اینکه اعضاء تحت فشار به صورت ناپیوسته در سیستم قرار گرفته‌اند، ویژگی‌هایی چون تاشوندگی و امکان جابه‌جایی‌های بزرگ به صورت بالقوه وجود دارند. این ویژگی برای طراحی سازه‌های تاشونده<sup>۲</sup> و هوشمند مورد توجه قرار گرفته‌اند. از دیگر برتری‌های این سیستم‌ها سرعت زیاد آنهاست که به همراه زیاد بودن تعداد طناب‌های کنترلی، جهت جابه‌جایی اجسام ظریف، می‌توانند مورد توجه سیستم‌های رباطی قرار گیرند. در نهایت چون ساختارهای تنسگریتی مکانیزم‌هایی موازی می‌باشند هر کدام از محرک‌ها به تنهایی می‌توانند درجات آزادی سیستم را تحت تاثیر قرار دهند [۸].

از آنجایی که ساختارهای تنسگریتی از دو عضو کششی و فشاری تشکیل شده‌اند، روش‌های تغییر شکل در این مکانیزم‌ها، به یکی از دو روش زیر انجام می‌شود [۹]:

۱- تغییر طول در عضوهای فشاری مکانیزم.

۲- تغییر طول در عضوهای کششی مکانیزم.

در ادامه نمونه‌هایی از مکانیزم‌های تنسگریتی فضایی جدید معرفی می‌شوند و نحوه‌ی تغییر شکل و کنترل این مکانیزم‌ها بررسی می‌شود.

---

<sup>1</sup> Deployability

<sup>2</sup> Deployable Structure

## ۱-۳- مروری بر تحقیقات انجام شده

هابر و آبل<sup>۱</sup> [۱۰] استنتاج کردند که پارامترهای اساسی در طراحی سازه‌ها که قابل تعمیم به سیستم‌های تنسگریتی می‌باشند شامل هندسه، نیروی داخلی، نیروهای خارجی و وضعیت می‌شود. اولین مطالعات بر روی هندسه سیستم‌های تنسگریتی توسط فولر [۳] و پیو [۴] انجام گرفت. کالادین [۱۱]، موترو<sup>۲</sup> [۱۲]، پلگرینو<sup>۳</sup> [۱۳] و سلطان<sup>۴</sup> [۱۴] از جمله افرادی هستند که تحقیقات آن‌ها سهم بسزایی در توسعه‌ی تئوری‌هایی برای استاتیک این سازه‌ها داشته است. سلطان [۱۴]، موریکامی و نیشیمورا<sup>۵</sup> [۱۵-۱۶]، هانور [۱۷] و کبیچه<sup>۶</sup> [۱۸] روش‌های عددی مختلفی را برای استاتیک این سازه‌ها ارائه کردند. اگر چه تحقیقات زیادی در زمینه‌ی استاتیک سازه‌های تنسگریتی انجام گرفته است، دینامیک و کنترل این سازه‌ها به سطح قابل قبولی نرسیده است و به عنوان زمینه‌های باز پیش روی محققان می‌باشد.

دینامیک سازه‌های تنسگریتی مبنای تحقیق موترو [۱۲] قرار گرفت و افرادی چون موریکامی [۱۹]، سلطان و همکاران [۲۰-۲۱] این کار را ادامه دادند و معادلات دینامیکی تعدادی از سازه‌های تنسگریتی معروف را استخراج کردند. همچنین مطالعه کنترل سازه‌های تنسگریتی به طور مختصر توسط افرادی چون اسکلتون و سلطان [۲۲]، موترو [۲۳] و کانچانا ساراتول و ویلیلم<sup>۷</sup> [۲۴] انجام شده است. موترو برای یک مکانیزم تنسگریتی سه درجه آزادی یک سیستم کنترل حلقه بسته طراحی کرد که طول بازوهای مکانیزم با توجه به ورودی مطلوب که همان شکل نهایی مکانیزم است، کنترل شد. کانچانا ساراتول و ویلیلم، کنترل فعال را بر روی یک سیستم تنسگریتی با ۲۷ کابل و ۱۲ میله

<sup>1</sup> Haber and Abel

<sup>2</sup> Motro

<sup>3</sup> Pellegrino

<sup>4</sup> Sultan

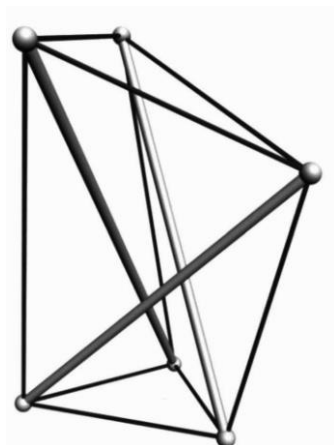
<sup>5</sup> Murakami and Nishimura

<sup>6</sup> Kebiche

<sup>7</sup> Kanchanasaratool and Williamson

اعمال کردند، که نتایج شبیه‌سازی تحقیق نشان دهنده کاهش ارتعاش بر سیستم است. آلدريج<sup>۱</sup> [۲۵] و بامداد<sup>۲</sup> [۲۶] طراحی مسیر بهینه را برای ربات‌های تنسگریتی و موازی انجام داده‌اند. خواص منحصر بفرد سیستم‌های تنسگریتی باعث شده است تا انواع گوناگونی از این نوع سازه‌ها ارائه شود و به تبع آن طراحی و تحلیل و کنترل این سازه‌ها مورد تحقیق قرار گیرد. در ادامه تحقیقات انجام شده را به طور کامل مورد بررسی قرار می‌دهیم.

تنسگریتی‌های منشوری هندسه ساده‌تری را نسبت به سایر خانواده‌های تنسگریتی فضایی دارا می‌باشد. چیدمان اساسی آنها از دو چند ضلعی با تعداد اضلاع یکسان تشکیل یافته است که گوشه‌های آنها توسط عضوهایی به یکدیگر متصل شده‌اند. لازم به ذکر است که این دو چند ضلعی لازم نیست دارای اندازه‌ی برابری باشند [۲۷]. در شکل (۲-۱)، تنسگریتی منشوری<sup>۳</sup> T-3 که به طور گسترده برای طراحی مکانیزم‌های فضایی به کار برده می‌شود، دیده می‌شود. با توجه به تعریف خانواده تنسگریتی منشوری و تشابه هندسی آنها با مکانیزم‌های موازی، می‌توان مکانیزم‌هایی موازی بر اساس خانواده تنسگریتی منشوری طراحی کرد.



شکل (۲-۱) مکانیزم تنسگریتی منشوری T-3 [۲۷].

<sup>1</sup> Aldrich

<sup>2</sup> Bamdad

<sup>3</sup> Tensegrity prism

اسکلتون<sup>۱</sup> با ارائه‌ی یک مکانیزم تنسگریتی فضایی جدید، دینامیک این سیستم‌ها را بررسی کرده است [۲۸]. آلبرت رویرا<sup>۲</sup> و همکاران با ارائه‌ی یک مکانیزم تنسگریتی T-3، به بررسی کنترل پذیری این دسته از مکانیزم‌ها پرداختند. مکانیزم ارائه شده از سه میله تشکیل شده و دارای نه فنر فعال است. با تغییر طول قسمت کابلی این عضوهای انعطاف‌پذیر، می‌توان موقعیت گره‌های مکانیزم را کنترل کرد [۲۹-۳۰].

بیات<sup>۳</sup> [۳۱] سه مکانیزم تنسگریتی صفحه‌ای که از دو میله، تعدادی فنر به عنوان اعضای انعطاف‌پذیر و تعدادی ریسمان به عنوان اعضای غیر قابل انعطاف تشکیل شده‌اند ارائه کرد و به تحلیل ترکیب‌بندی آن‌ها در حالت‌های تعادلی پرداخت. او موفق شد برای مکانیزم با دو فنر، حلی تحلیلی ارائه دهد. در دو مکانیزم دیگر که در آنها سه و چهار فنر استفاده شده بود، به خاطر پیچیدگی معادلات حل تحلیلی ارائه نشد و جواب معادلات از روش تعقیبی<sup>۴</sup> به دست آمد، لازم به ذکر است که در تحلیل این مکانیزم‌های صفحه‌ای، بیات فرض کرد که هیچ گونه نیروی خارجی به مکانیزم وارد نمی‌شود.

آرسنالت و جاسلین<sup>۵</sup> [۳۲] تحلیل استاتیکی و سینماتیکی یک مکانیزم صفحه‌ای با یک درجه آزادی را با استفاده از روش‌های متداول موجود در مبحث رباتیک انجام دادند. آرسنالت و جاسلین [۳۳] سپس تحلیل استاتیکی، سینماتیکی و دینامیکی یک مکانیزم صفحه‌ای با دو درجه آزادی را بررسی کردند. مکانیزم تنسگریتی ارائه شده توسط آنها از دو عضو تحت فشار و چهار عضو تحت کشش تشکیل یافته بود. دو عضو تحت فشار میله‌هایی صلب با طول ثابت و دو عضو تحت کشش، فنر بودند و بالاخره دو عضو دیگر تحت کشش، ریسمان‌هایی بودند که به عنوان عملگرهای مکانیزم مورد استفاده قرار می‌گرفتند. طول این ریسمان‌ها توسط قرقره‌هایی در انتهای آنها تغییر می‌کرد. او از این عملگرها به خاطر کاهش دادن وزن کلی مکانیزم استفاده کرد.

<sup>1</sup> Skelton

<sup>2</sup> Rovira

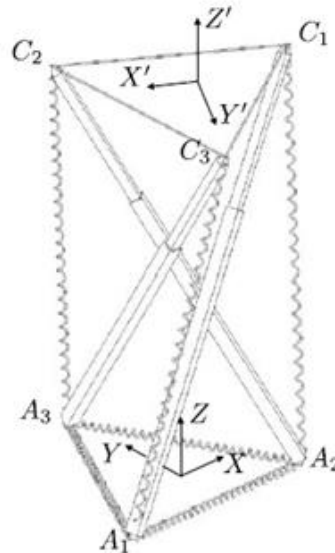
<sup>3</sup> Bayat

<sup>4</sup> Continuation method

<sup>5</sup> Arsenault and Gosselin

<sup>6</sup> Actuator

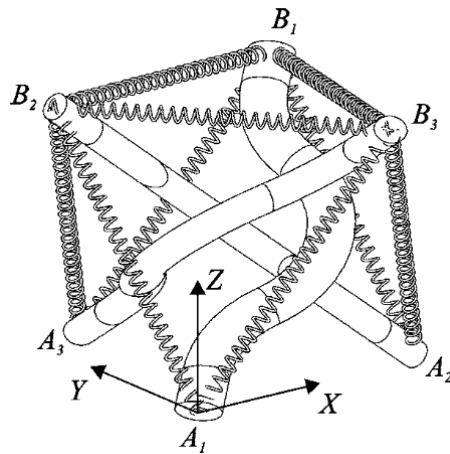
با توجه به مکانیزم تنسگریتی منشوری T-3 آرسنالت و جاسلین [۳۴-۳۵] با استفاده از خانواده تنسگریتی منشوری دو مکانیزم فضایی جدید پیشنهاد دادند. این مکانیزم‌ها در شکل‌های (۳-۱) و (۴-۱) نشان داده شده‌اند.



شکل (۳-۱) مکانیزم تنسگریتی فضایی با شش درجه آزادی ارائه شده توسط آرسنالت و جاسلین [۳۴].

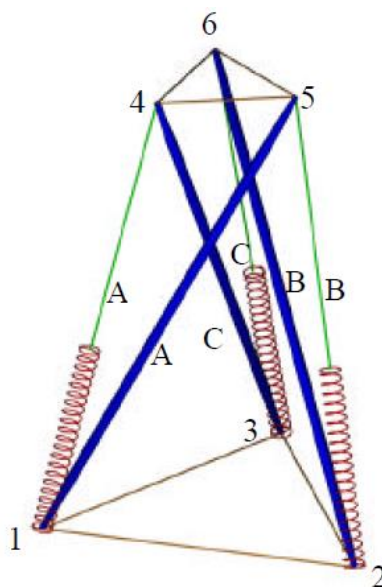
در مکانیزم شکل (۳-۱) سه عملگر منشوری، عضوهای تحت فشار می‌باشند و سه عضو از اعضای تحت کشش کابل‌ها و شش عضو کششی باقیمانده فنرها هستند. این مکانیزم شش درجه آزادی دارد و سه عملگر مکانیزم با تغییر طول خود موجب حرکت صفحه متحرک می‌شوند. همچنین، مکانیزم شکل (۴-۱) از سه میله تحت فشار و نه فنر تحت کشش تشکیل شده است. این مکانیزم دارای سه درجه آزادی و با تغییر طول سه محرک مکانیزم، موقعیت یک گره در فضای کارترین تغییر داده می‌شود.





شکل (۴-۱) مکانیزم تنسگریتی فضایی سه درجه آزادی ارائه شده توسط آرسنالت و جاسلین [۳۵].

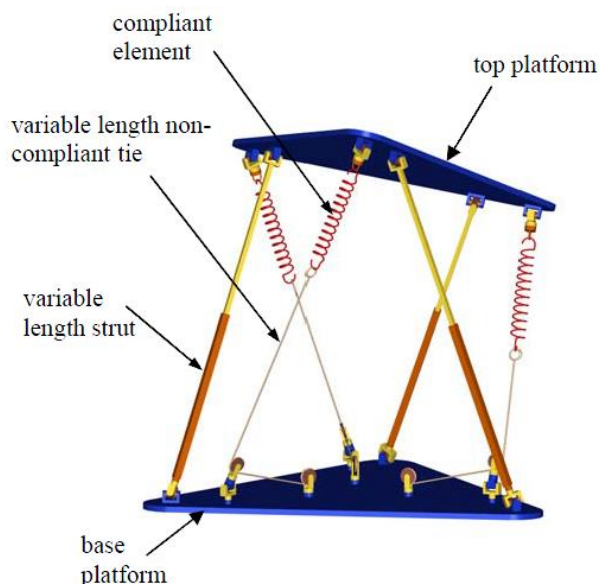
تران<sup>۱</sup> [۳۶] نیز بر اساس مکانیزم تنسگریتی منشوری T-3 یک مکانیزم جدید مطابق شکل (۵-۱) ارائه کرد. در این مکانیزم سه عضو تحت کشش جانبی در تنسگریتی منشوری T-3 را می‌توان با سه فنر، که بصورت سری با سه کابل می‌باشند جایگزین کرد. طول این کابل‌ها و طول میله‌های تحت فشار را می‌توان برای کنترل شکل مکانیزم تغییر داد. سایر عضوهای کششی در صفحه‌ی بالایی و پایینی، کابل می‌باشند.



شکل (۵-۱) مکانیزم تنسگریتی تران [۳۶].

<sup>1</sup> Tran

در ادامه مارشال<sup>۱</sup> [۳۷] استدلال کرد چون اعضای کششی موجود در صفحات بالایی و پایینی در مکانیزم ارائه شده توسط تران غیر قابل انعطاف هستند و شکل آنها تغییر نمی‌کند، می‌توان آنها را با صفحات صلب جایگزین کرد و به این ترتیب یک مکانیزم موازی تنسگریتی با شش درجه آزادی طبق شکل (۶-۱) ارائه کرد که در آن محرک‌ها توسط مفاصل کروی به صفحات ثابت و متحرک متصل شده‌اند. در این مکانیزم برای اینکه عضوهای انعطاف‌پذیر همواره تحت کشش قرار داشته باشند نیاز به اعمال نیروی خارجی است. در ادامه شکر فروش<sup>۲</sup> [۳۸] با معکوس کردن مکانیزم مارشال یک مکانیزم جدید پیشنهاد داد که به دلیل اعمال نیروهای گرانشی عضوهای انعطاف‌پذیر همواره تحت کشش قرار دارند و نیازی به اعمال نیروی خارجی نمی‌باشد.



شکل (۶-۱) مکانیزم تنسگریتی مارشال [۳۷].

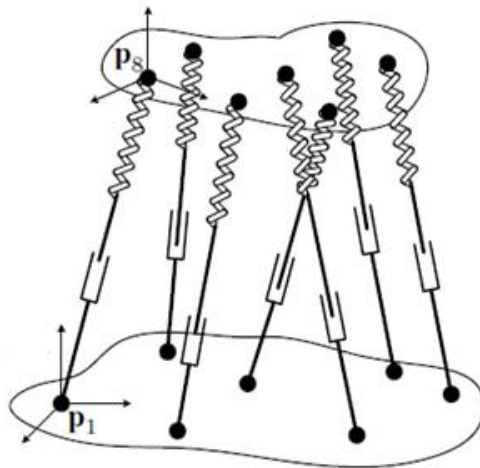
یک مکانیزم سه بعدی توسط کران و مون<sup>۳</sup> ارائه شده است. این مکانیزم در شکل (۷-۱) نمایش داده شده است و در آن صفحه‌ی متحرک توسط هفت بازوی انعطاف‌پذیر به پایه‌ی ربات متصل شده است. هر بازو شامل یک فنر است که بصورت سری به یک پیستون متصل شده است. با تغییر طول قسمت

<sup>1</sup> Marshall

<sup>2</sup> Shekarforoush

<sup>3</sup> Moon and Crane

پیستونی حرکت مکانیزم کنترل می‌گردد. در این تحقیق تنها استاتیک مکانیزم مورد بررسی قرار گرفته است [۳۹].



شکل (۷-۱) مکانیزم تنسگریتی فضایی ارائه شده توسط کران و مون [۳۹].

همچنین، این محققان در ادامه، یک مکانیزم تنسگریتی صفحه‌ای مشابه مکانیزم بالا ارائه کرده‌اند. صفحه‌ی متحرک این مکانیزم توسط چهار بازو به پایه‌ی ربات متصل شده است. در این تحقیق دو مسأله بصورت تحلیلی بررسی شده است. در مسأله اول، ثابت فنرها و طول آزاد چهار فنر داده شده است و طول چهار پیستون با در نظر گرفتن شرایط زیر تعیین شده است:

۱- جسم متحرک در یک موقعیت دلخواه قرار گیرد.

۲- با اعمال یک رنج خارجی مکانیزم در تعادل باشد.

۳- انرژی پتانسیل ذخیره شده در فنرها برابر یک مقدار مشخص باشد.

در مسأله دوم، طول آزاد فنرها داده شده است و با در نظر گرفتن شرایط اول و دوم و با در نظر گرفتن یک مقدار ثابت برای ماتریس سفتی<sup>۱</sup>، ثابت فنرها و طول پیستونها بدست آورده شده است [۴۰-۴۱].

[۴۱].

<sup>1</sup> Stiffness matrix

مسأله اساسی در تحلیل سیستم‌های تنسگریتی بدست آوردن وضعیت هندسی سیستم در حالت تعادل استاتیکی می‌باشد. در سیستم‌های تنسگریتی، نوع چیدمان عضوهای آن و نیروهای داخلی موجود در آن‌ها طوری است که کل سیستم به صورت خود به خودی ایستاده است [۴۲]. مسأله پیدا کردن وضعیت‌های تعادلی سیستم در سازه‌های تنسگریتی به مسائل شکل‌یابی<sup>۱</sup> مشهور می‌باشد. به طور کلی دو روش کلی برای شکل‌یابی سازه‌های تنسگریتی وجود دارد [۴۳-۴۵]، که هر کدام از آن‌ها خود شامل چند روش می‌باشند. در روش اول، که به روش سینماتیکی مشهور است طول کابل‌ها ثابت نگه داشته می‌شود و طول میله‌ها را افزایش می‌دهیم تا به حداکثر مقدار خود برسند و یا به همین ترتیب طول میله‌ها ثابت نگه داشته می‌شود و طول کابل‌ها را کاهش می‌دهیم تا به حداقل مقدار خود برسند. روش دوم که به روش استاتیکی مشهور است، بر اساس ارتباط بین وضعیت تعادلی سازه با هندسه آن و نیروهای درون سازه‌ای می‌پردازد [۴۶-۴۸].

#### ۱-۴- طرح کلی رئوس مطالب

در این تحقیق، مکانیزم‌های تنسگریتی طراحی شده در این دهه معرفی شده‌اند و ساختار آن‌ها توضیح داده شده است. در ادامه یک مکانیزم تنسگریتی فضایی جدید معرفی گردیده است. مکانیزم دارای شش درجه آزادی و دارای سه محرک پیستونی و سه محرک فنری است. برای مکانیزم، تعادل استاتیکی، تحلیل سینواستاتیکی معکوس و مستقیم، دینامیک معکوس و طراحی مسیر و موارد کاربرد آن، مورد مطالعه قرار گرفته است و با توجه به معادلات حرکت استخراج شده، حرکت مکانیزم تنسگریتی پیشنهادی، شبیه‌سازی گردیده است.

لازم است اشاره شود که بسیاری از ربات‌ها، هیچگونه اندر کنشی با محیط اطراف ندارند و تنها کنترل موقعیت ربات اهمیت دارد. به عنوان مثال جوشکاری قوسی نمونه‌ای از این عملکردها است. اما بسیاری از عملکردها وجود دارند که نیازمند تماس ربات با محیط است. در این ربات‌ها یک تغییر جزئی در موقعیت ربات می‌تواند باعث صدمه‌ای شدید به ربات یا به جسمی که ربات با آن در تماس

---

<sup>1</sup> form finding

است گردد [۴۹]. ربات‌های تنسگریتی به دلیل وجود عضوهای انعطاف‌پذیر می‌توانند راه حلی برای این مشکل باشند و در مواقعی که نیاز به تماس آرام با یک جسم است این مکانیزم‌ها بسیار کارا می‌باشند.



## فصل دوم

تحلیل استاتیکی و سینواستاتیکی یک مکانیزم

تنسگریتی موازی جدید شش درجه آزادی با

عضوهای انعطاف پذیر فعال

## ۲-۱- مقدمه

برای سالیان متمادی، تنسگریتی یک ایده جهت طراحی سازه‌های استاتیکی بود. در سال‌های اخیر، ایده‌ی طراحی مکانیزم‌ها با استفاده از سازه‌های تنسگریتی مطرح شده است. با افزودن محرک به سازه‌های تنسگریتی می‌توان حرکت مطلوب و تغییر شکل مورد نظر را در سازه ایجاد کرد و ربات‌هایی با ویژگی‌های منحصر به فرد ارائه کرد. به دلیل تفاوت اساسی در تحلیل مکانیزم‌های تنسگریتی هنگامی که اعضاء انعطاف‌پذیر به کار رفته در مکانیزم‌ها انفعالی باشند یا فعال، بهتر است تحلیل مکانیزم‌های تنسگریتی را بر این اساس به دو دسته تقسیم کرد [۵۰]. در مکانیزم‌های با اعضاء انعطاف‌پذیر منفعل (فنی)، هنگامی که عضوهای انعطاف‌پذیر به کار رفته در مکانیزم به صورت منفعل باشند این عضوها تاثیری در حرکت مکانیزم ندارند و از آن‌ها تنها برای خنثی کردن نیروهای گرانشی استفاده می‌شود.

اما از نقطه نظر توازن استاتیکی، نکته منفی استفاده از اعضاء انعطاف‌پذیر منفعل این است که تنها در نقاط محدودی از محدوده کار مکانیزم توازن استاتیکی ایجاد می‌شود و معمولاً به خاطر مستقل بودن مسأله استاتیک از سینماتیک نمی‌توان این نقاط خاص را به صورت دلخواه در نقاطی معین تعیین کرد. این ضعف را می‌توان با استفاده از عضوهای انعطاف‌پذیر فعال بر طرف کرد. اگر عضوهای انعطاف‌پذیر موجود در مکانیزم فعال باشند این عضوها دارای دو وظیفه مجزا هستند، با تغییر طول آن‌ها می‌توان حرکت را در مکانیزم به وجود آورد همچنین، از آن‌ها به عنوان متوازن کننده مکانیزم استفاده می‌شود. به طور خلاصه این به این معنی است که مسائل سینماتیک و استاتیک در این نوع مکانیزم‌های تنسگریتی را باید به صورت همزمان در نظر گرفت.

در این تحقیق، یک مکانیزم تنسگریتی فضایی معرفی شده است. این مکانیزم از نظر ساختاری مشابه مکانیزم تنسگریتی پیشنهاد داده شده توسط مارشال است [۳۷]. مکانیزم پیشنهادی دارای ۶ درجه آزادی می‌باشد، به طوری که صفحه متحرک مکانیزم دارای سه درجه آزادی انتقالی و سه درجه آزادی دورانی است. در این مکانیزم سه محرک فنی به کار رفته است. این محرک‌ها قادر به ایجاد نیروی



فشاری نمی‌باشند. در مکانیزم پیشنهادی صفحه‌ی متحرک نسبت به پایه دوران داده شده است و این عامل باعث شده است در فضای کاری ربات این محرک‌ها تحت کشش باشند.

لازم به ذکر است که مارشال تنها حالت خاصی از مسأله سینماتیک معکوس را ارائه داده است که در آن اندازه انرژی پتانسیل کل مکانیزم، به عنوان مقداری معلوم در صورت مسأله داده شده است. در این تحقیق، شرایط تحقق تعادل استاتیکی مکانیزم با کمینه کردن کل انرژی پتانسیل مکانیزم نسبت به مختصات تعمیم یافته بدست آورده می‌شود.

## ۲-۲- نوآوری مکانیزم پیشنهادی و مقایسه آن با مکانیزم تنسگریتی مارشال،

### شکر فروش، کران و مون.

مارشال در پایان نامه خود یک مکانیزم تنسگریتی با استفاده از سه محرک پیستونی و سه محرک فنری پیشنهاد داد، با توجه به شکل (۱-۶) این مکانیزم به تنهایی نمی‌تواند در تعادل قرار گیرد و حتما نیاز به نیروی خارجی دارد. همچنین مارشال در فصل سوم پایان نامه خود، یک مکانیزم تنسگریتی جدید با چهار محرک پیستونی و سه محرک فنری پیشنهاد داد که با اضافه کردن محرک پیستونی چهارم، مکانیزم را در هر موقعیت، در کشش و تعادل قرار داده است و دیگر نیازی به نیروی خارجی ندارد [۳۷].

شکرفروش با معکوس کردن مکانیزم مارشال یک مکانیزم جدید پیشنهاد داد که به دلیل اعمال نیرو-های گرانشی (وزن صفحه متحرک)، عضوهای انعطاف‌پذیر همواره تحت کشش قرار دارند و دیگر نیازی به اعمال نیروی خارجی نمی‌باشد. شکرفروش برای اینکه اعضای انعطاف‌پذیر تحت کشش باشند از وزن صفحه متحرک استفاده کرده است در صورتی که این ایده با مشکل روبروست، زیرا برای کاهش اینرسی مکانیزم از اعضای انعطاف‌پذیر استفاده کرده است و از طرف دیگر به ناچار برای اینکه اعضای انعطاف‌پذیر در کشش باشند باید وزن صفحه متحرک زیاد در نظر گرفته شود [۳۸].

آقای کران و مون یک مکانیزم تنسگریتی سه بعدی ارائه دادند. این مکانیزم در شکل (۷-۱) نمایش داده شده است. در این مکانیزم صفحه‌ی متحرک توسط هفت بازوی انعطاف‌پذیر به پایه‌ی ربات متصل شده است. هر بازو شامل یک فنر است که بصورت سری به یک پیستون متصل شده است [۳۹].

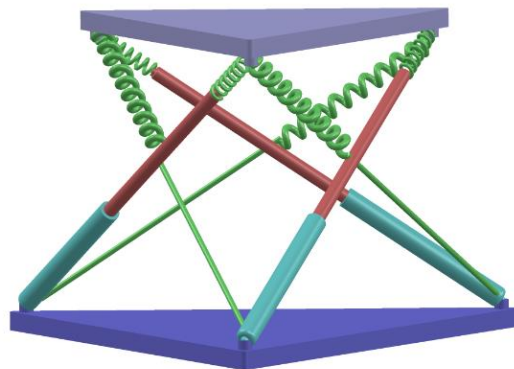
مکانیزم پیشنهاد داده شده در این تحقیق، بر اساس ربات موازی استوارت طراحی شده است، با توجه به ربات کران و مون، در مکانیزم پیشنهادی بجای هفت بازو، از شش بازو استفاده شده است و همچنین سه بازوی سیلندر و پیستون حذف و به جای آن از سه بازوهای انعطاف‌پذیر فنر که با کابل سری شده است، استفاده شده است، همچنین در مکانیزم پیشنهادی برای اینکه عضوهای انعطاف‌پذیر تحت کشش باشد و ربات سقوط نکند از روش‌های آقای مارشال و شکر فروش (اعمال نیروی خارجی، اضافه کردن بازو و وزن صفحه متحرک ربات) استفاده نشده است. در مکانیزم پیشنهادی صفحه‌ی متحرک نسبت به پایه دوران داده شده است و این عامل باعث شده است در فضای کاری ربات این محرک‌ها تحت کشش باشند.

## ۲-۳- توصیف کلی هندسه مکانیزم

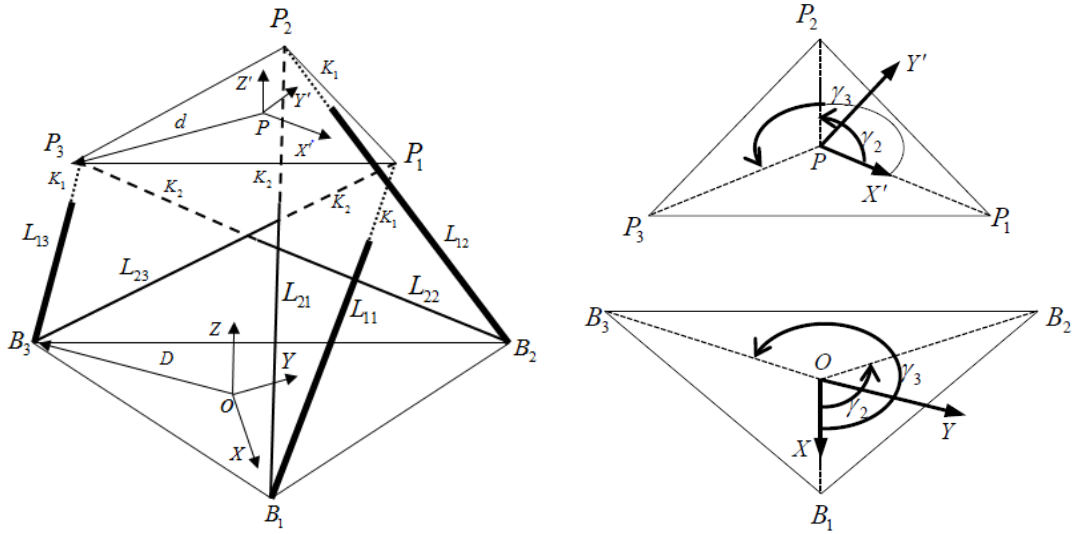
شکل (۱-۲) و (۲-۲) نمایشگر مکانیزم تنسگریتی پیشنهادی است. همانطور که مشاهده می‌شود، این مکانیزم مشابه مکانیزم ارائه شده توسط مارشال است. مشابه مکانیزم تنسگریتی منشوری  $T-3$  شش بازو صفحه‌ی متحرک را به صفحه‌ی ثابت متصل کرده است. این بازوها در نقاط  $B_i$  به صفحه‌ی ثابت و در نقاط  $P_i$  به صفحه‌ی متحرک متصل شده‌اند. سه تا از بازوهای مکانیزم  $B_i P_i$ ، از یک سیلندر و پیستون که بصورت سری با یک فنر قرار گرفته، تشکیل شده است و سه بازوی انعطاف‌پذیر دیگر مکانیزم  $B_i P_{i+1}$ ، ترکیبی از یک فنر و کابل است (از دو قسمت غیر قابل انعطاف‌پذیر و انعطاف‌پذیر تشکیل شده‌اند). در این مکانیزم با استفاده از سه محرک پیستونی و تغییر طول قسمت کابلی

محرک‌های فنری، می‌توان حرکت مکانیزم را کنترل کرد. در روابط این تحقیق، اگر  $i=3$  باشد  $i+1$  برابر ۱ در نظر گرفته شده است.

جهت تحلیل مکانیزم، همانطور که در شکل (۲-۲) نشان داده شده است دستگاه مختصات مرجع  $O(x, y, z)$  به مرکز هندسی مثلث  $\Delta B_1 B_2 B_3$  در صفحه‌ی ثابت متصل شده است. در این دستگاه محور  $x$  در جهت  $OB_1$  و محور  $y$  در صفحه‌ی پایه‌ی ربات قرار گرفته است. همچنین دستگاه مختصات  $P(x', y', z')$  به مرکز هندسی مثلث  $\Delta P_1 P_2 P_3$  به نحوی متصل شده است که محور  $x'$  در جهت  $PP_1$  و محور  $z'$  عمود بر صفحه‌ی متحرک مکانیزم است. مناسب‌ترین روش برای استخراج مجموعه معادلات جبری توصیف‌کننده سینماتیک در مکانیزم‌های موازی، استفاده از درایه‌های ماتریس دوران و بردار موقعیت صفحه متحرک است [۵۱-۵۳].



شکل (۲-۱) طرح کلی مکانیزم تنسگریتی فضایی با عضوهای انعطاف‌پذیر فعال.



شکل (۲-۲) الگوی طرح کلی مکانیزم تنسگریتی فضایی با عضوهای انعطاف پذیر فعال.

بردار  $P = [P_x \ P_y \ P_z]^T$  بیانگر موقعیت مرکز جرم صفحه‌ی متحرک و  $\Theta = [\psi, \theta, \phi]^T$  مشخص کننده‌ی جهت گیری صفحه‌ی متحرک است و در آن  $\psi$ ،  $\theta$  و  $\phi$  زوایای اویلر با توالی ۱-۲-۳ می‌باشند. دستگاه مختصات متصل به صفحه‌ی متحرک  $P-x'y'z'$  از دوران دستگاه مرجع  $O-xyz$  به اندازه  $\gamma = \pi/6$  حول محور  $z$  و دوران این دستگاه با توالی ۱-۲-۳ بدست می‌آید. ماتریس دوران  $R$  را می‌توان به صورت زیر نوشت.

$$R = \begin{bmatrix} u_x & v_x & w_x \\ u_y & v_y & w_y \\ u_z & v_z & w_z \end{bmatrix} \quad (1-2)$$

به طوری که عضوهای ماتریس دوران باید شرایط تعامد زیر را نیز ارضاء کنند.

$$u_x^2 + u_y^2 + u_z^2 = 1 \quad (2-2)$$

$$v_x^2 + v_y^2 + v_z^2 = 1 \quad (3-2)$$

$$w_x^2 + w_y^2 + w_z^2 = 1 \quad (4-2)$$

$$u_x v_x + u_y v_y + u_z v_z = 0 \quad (5-2)$$

$$u_x w_x + u_y w_y + u_z w_z = 0 \quad (6-2)$$

$$v_x w_x + v_y w_y + v_z w_z = 0 \quad (7-2)$$

اگر  $r_{B_i} = [D_{i,x} \ D_{i,y} \ 0]^T$  و  $\bar{U}_{P_i} = [\bar{U}_{i,x'} \ \bar{U}_{i,y'} \ 0]^T$  به ترتیب به عنوان بردار موقعیت نقاط  $B_i$  و  $P_i$  نسبت به چارچوب‌های  $B$  و  $P$  تعریف شوند و  $U_{P_i}$  هنگامی که نسبت به چارچوب مرجع سنجیده شده است. آنگاه مختصات نقاط  $B_i$  و  $P_i$  بدست می‌آید.

$$U_{P_i} = [U_{i,x} \ U_{i,y} \ U_{i,z}]^T \quad (8-2)$$

$$r_{B_1} = [D \ 0 \ 0]^T \quad (9-2)$$

$$r_{B_2} = \left[ -\frac{1}{2}D \ \frac{\sqrt{3}}{2}D \ 0 \right]^T \quad (10-2)$$

$$r_{B_3} = \left[ -\frac{1}{2}D \ -\frac{\sqrt{3}}{2}D \ 0 \right]^T \quad (11-2)$$

$$\bar{U}_{P_1} = [d \ 0 \ 0]^T \quad (12-2)$$

$$\bar{U}_{P_2} = \left[ -\frac{1}{2}d \ \frac{\sqrt{3}}{2}d \ 0 \right]^T \quad (13-2)$$

$$\bar{U}_{P_3} = \left[ -\frac{1}{2}d \ -\frac{\sqrt{3}}{2}d \ 0 \right]^T \quad (14-2)$$

بردار موقعیت نقاط  $P_i$  نسبت به چارچوب مرجع  $B$  را می‌توان از رابطه (۱۵-۲) بدست آورد [۳۸].

$$r_{P_i} = P + R\bar{U}_{P_i} = P + U_{P_i} \quad i=1,2,3 \quad (15-2)$$

با جایگذاری معادلات (۱۲-۲) تا (۱۴-۲) در معادله (۱۵-۲) بدست می‌آید.

$$r_{P_1} = [P_x + du_x \ P_y + du_y \ P_z + du_z] \quad (16-2)$$

$$r_{P_2} = \left[ P_x - \frac{1}{2}du_x + \frac{\sqrt{3}}{2}dv_x \ P_y - \frac{1}{2}du_y + \frac{\sqrt{3}}{2}dv_y \ P_z - \frac{1}{2}du_z + \frac{\sqrt{3}}{2}dv_z \right] \quad (17-2)$$

$$r_{P_3} = \left[ P_x - \frac{1}{2}du_x - \frac{\sqrt{3}}{2}dv_x \ P_y - \frac{1}{2}du_y - \frac{\sqrt{3}}{2}dv_y \ P_z - \frac{1}{2}du_z - \frac{\sqrt{3}}{2}dv_z \right] \quad (18-2)$$

## ۲-۴- تحلیل موقعیت مکانیزم

در تحلیل سینماتیکی موقعیت هر کدام از بازوها نسبت به موقعیت صفحه متحرک را می‌توان به صورت یک معادله حلقه بسته برداری نوشت. برای سه بازویی که شامل سیلندر و پیستون می‌باشند این معادلات حلقه بسته را می‌توان به صورت رابطه (۲-۱۹) نوشت.

$$r_{B_i} + L_{1i}s_{1i} = P + R\bar{U}_{P_i} \quad i=1,2,3 \quad (۲-۱۹)$$

به طوری که  $s_{1i}$  بردارهای یکه‌ای می‌باشند که از نقاط  $B_i$  به سمت نقاط  $P_i$  امتداد یافته‌اند. با حل معادلات (۲-۱۹) برای  $s_{1i}$  می‌توان نوشت.

$$s_{1i} = \frac{P + R\bar{U}_{P_i} - r_{B_i}}{L_{1i}} \quad (۲-۲۰)$$

به طوری که

$$L_{1i} = |P + R\bar{U}_{P_i} - r_{B_i}| \quad (۲-۲۱)$$

به طور مشابه، برای سه بازوی انعطاف‌پذیر مکانیزم معادلات حلقه بسته را می‌توان به صورت زیر نوشت.

$$r_{B_i} + L_{2i}s_{2i} = P + R\bar{U}_{P_{i+1}} \quad i=1,2,3 \quad (۲-۲۲)$$

به طوری که  $s_{2i}$  بردارهای یکه‌ای می‌باشند که از نقاط  $B_i$  به سمت نقاط  $P_{i+1}$ ،  $i=1,2,3$  امتداد یافته‌اند. توجه شود که پایین نویس  $i$  در این معادله دارای دوره تناوب ۳ می‌باشد. با حل معادله (۲-۲۲) برای  $s_{2i}$  می‌توان نوشت.

$$s_{2i} = \frac{P + R\bar{U}_{P_{i+1}} - r_{B_i}}{L_{2i}} \quad (۲-۲۳)$$

به طوری که

$$L_{2i} = |P + R\bar{U}_{P_{i+1}} - r_{B_i}| \quad (۲-۲۴)$$

معادلات (۲-۱۹) تا (۲-۲۴) معادلاتی هستند که موقعیت سکوی متحرک را نسبت به پایه ثابت توصیف می‌کنند.

## ۲-۵- تحلیل استاتیکی

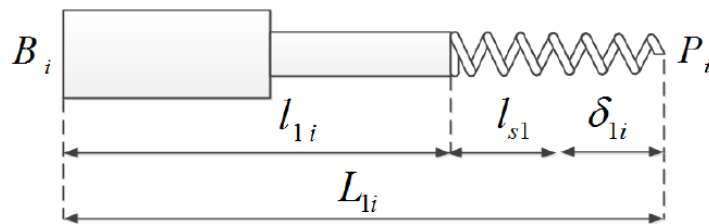
برای فرمول‌بندی روابط استاتیکی مسأله از اصل اجرام معادل استاتیکی استفاده شده است. اصل اجرام معادل استاتیکی بیان می‌کند که دو سیستم از اجرام صلب از لحاظ استاتیکی معادل می‌باشند اگر اندازه جرم کل هر دو سیستم برابر باشند و هر دو سیستم دارای مرکز جرم یکسانی باشند [۵۴]. اگر فرض شود که جرم کل صفحه متحرک برابر با  $M$  باشد آنگاه با استفاده از تعریف بالا، جرم کل صفحه متحرک به صورت استاتیکی با مجموعه سه جرم نقطه‌ای یکسان که جرم هر کدام از آن‌ها برابر با یک سوم جرم کل صفحه متحرک باشد و در نقاط  $P_i$  از صفحه متحرک نصب شده باشند معادل است. همچنین، قابل قبول است فرض شود که جرم کابل‌ها و فنرها در بازوهای انعطاف‌پذیر نسبت به جرم سایر بازوها و صفحه متحرک قابل چشم‌پوشی باشد. همچنین اگر فرض شود، هر کدام از سیلندرها و پیستون‌ها دارای طول یکسان و همچنین جرم یکسان  $m$  باشند آنگاه با استفاده از اصل اجرام معادل استاتیکی، به راحتی می‌توان نشان داد که جرم سیلندرها و پیستون‌ها از لحاظ استاتیکی با دو جرم نقطه‌ای یکسان با اندازه  $m$  که به ترتیب در نقاط  $B_i$  و  $P_i$  از مکانیزم قرار گرفته باشند معادل است. در حالت تعادل استاتیکی، در عملگرهای موجود در بازوهای مکانیزم هیچ گونه نیرویی ایجاد نمی‌شود. همچنین اگر فرض شود هیچ گونه نیروی خارجی به مکانیزم وارد نمی‌آید این مکانیزم یک سیستم پایستار است و شرایط تعادل استاتیکی مکانیزم را می‌توان با کمینه کردن انرژی پتانسیل کل ذخیره شده در مکانیزم نسبت به مختصات تعمیم یافته بدست آورد. اگر مجموعه طول‌های بازوها  $L_{ji}$ ،  $j=1,2$  و  $i=1,2,3$  به عنوان مختصات تعمیم یافته این مکانیزم شش درجه آزادی انتخاب شود، مجموعه معادلات توصیف کننده تعادل استاتیکی را می‌توان به صورت رابطه (۲-۲۵) محاسبه کرد.

$$\frac{\partial V}{\partial L_{ji}} = 0 \quad i=1,2,3 \text{ and } j=1,2 \quad (2-25)$$

به طوری که در معادله (۲-۲۵)،  $\nu$  نمایانگر انرژی پتانسیل کل سیستم می‌باشد. برای بدست آوردن انرژی پتانسیل کل در مکانیزم، انرژی پتانسیل الاستیک ذخیره شده در سه بازوی سیلندر و پیستون و سه بازوی انعطاف‌پذیر مکانیزم به علاوه انرژی پتانسیل گرانشی در سایر بازوها و صفحه متحرک باید محاسبه شود.

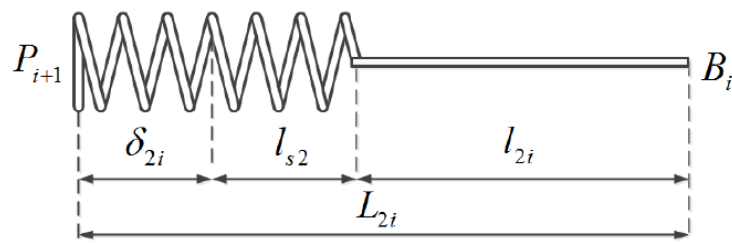
برای محاسبه انرژی پتانسیل الاستیک ذخیره شده در بازوهای سیلندر و پیستون و بازوی انعطاف‌پذیر، لازم است که تغییر طول هر کدام از فنرهای موجود در آن‌ها محاسبه شود. از آنجایی که تمام بازوهای سیلندر و پیستون و بازوهای انعطاف‌پذیر تحت فشار و کشش قرار گرفته‌اند تغییر طول آن‌ها را می‌توان به صورت روابط (۲-۲۶) و (۲-۲۷) نوشت. شکل‌های (۲-۳) و (۲-۴).

$$L_{1i} = l_{1i} + l_{s1} + \delta_{1i} \quad i=1,2,3 \quad (2-26)$$



شکل (۳-۲) الگوی بازوهای محرک پیستونی.

$$L_{2i} = l_{2i} + l_{s2} + \delta_{2i} \quad i=1,2,3 \quad (2-27)$$



شکل (۴-۲) الگوی بازوهای محرک فنری.

در رابطه‌ی (۲-۲۶) و (۲-۲۷)  $L_{1i}$  و  $l_{1i}$  به ترتیب طول کل و طول قسمت پیستونی بازو با محرک پیستونی است. همچنین طول آزاد فنرها و تغییر طول فنرها در محرک‌های پیستونی بترتیب با  $l_{s1}$  و  $\delta_{1i}$  نشان داده شده است. به طور مشابه،  $L_{2i}$  و  $l_{2i}$  به ترتیب طول کل و طول قسمت کابلی



محرک‌های فنری است و همانطور که در شکل (۲-۴) نشان داده شده است، طول آزاد فنرها و  $\delta_{2i}$  تغییر طول این فنرها است.

بنابراین، کل انرژی پتانسیل الاستیک ذخیره شده در بازوهای سیلندر و پیستون و بازوهای انعطاف-پذیر  $V_s$  را می‌توان محاسبه کرد.

$$\begin{aligned} V_s &= \sum_{i=1, j=1}^{i=3} \frac{1}{2} k_j (\delta_{1i})^2 + \sum_{i=1, j=2}^{i=3} \frac{1}{2} k_j (\delta_{2i})^2 \\ &= \sum_{i=1, j=1}^{i=3} \frac{1}{2} k_j (L_{1i} - l_{1i} - l_{s1})^2 + \sum_{i=1, j=2}^{i=3} \frac{1}{2} k_j (L_{2i} - l_{2i} - l_{s2})^2 \end{aligned} \quad (28-2)$$

همچنین کل انرژی پتانسیل گرانشی در بازوها و صفحه متحرک  $V_w$  را می‌توان به صورت رابطه (۲-۲۹) محاسبه کرد.

$$V_w = \left( \frac{M}{3} + m \right) g \times \sum_{i=1}^3 L_{2i} s_{2i,z} \quad (29-2)$$

با استفاده از معادلات (۲۸-۲) و (۲۹-۲)، کل انرژی پتانسیل ذخیره شده در مکانیزم  $V$  را می‌توان از جمع دو معادله فوق به صورت زیر محاسبه کرد.

$$\begin{aligned} V = V_s + V_w &= \sum_{i=1, j=1}^{i=3} \frac{1}{2} k_j (L_{1i} - l_{1i} - l_{s1})^2 \\ &+ \sum_{i=1, j=2}^{i=3} \frac{1}{2} k_j (L_{2i} - l_{2i} - l_{s2})^2 + \left( \frac{M}{3} + m \right) g \times \sum_{i=1}^3 L_{2i} s_{2i,z} \end{aligned} \quad (30-2)$$

با مشتق‌گیری جزئی از انرژی پتانسیل کل در مکانیزم نسبت به مختصات تعمیم یافته، معادله تعادل استاتیکی به صورت رابطه (۳۱-۲) استخراج می‌شود.

$$\frac{\partial V}{\partial L_{ji}} = k_1 (L_{1i} - l_{1i} - l_{s1}) + k_2 (L_{2i} - l_{2i} - l_{s2}) + \left( \frac{M}{3} + m \right) g \cdot s_{2i,z} = 0 \quad i=1,2,3 \text{ and } j=1,2 \quad (31-2)$$

معادله (۳۱-۲) نمایانگر شرایط استاتیکی مکانیزم می‌باشد.

## ۲-۶- تحلیل سینواستاتیکی

با توجه به مکانیزم، مشخص است که تغییر طول توسط قرقه یا موتوری که در انتهای آن متصل شده است حرکت صفحه متحرک را ایجاد می‌کند. بنابراین، منطقی‌تر است که در حل مسائل سینماتیک، طول قسمت کابل‌ها در عضوهای انعطاف‌پذیر به عنوان متغیری معلوم در صورت مسأله داده شود. در این صورت، معادلات هندسی و تعادل مکانیزم را باید به صورت همزمان در نظر گرفت و حل نمود.

هنگامی که عضوهای انعطاف‌پذیر در مکانیزم به صورت فعال باشند مسائل سینماتیک و استاتیک باید به طور همزمان حل شوند [۵۰]. نکته اول این است که متغیرهایی که در مسأله استاتیک قرار دارند از جنس نیرو هستند و متغیرهایی که در مسأله سینماتیک وجود دارد از جنس‌هایی چون طول و زاویه می‌باشند. بنابراین برای ارتباط دادن معادلات، باید این نیروها را از جنس‌های موقعیت مثل طول تبدیل شود. همان طور که در استخراج معادلات استاتیک مشاهده شد از کمینه کردن انرژی پتانسیل برای استخراج معادلات استفاده شد. اگر این نیروهای خارجی نیروی کشش فنر باشند می‌توان از طول یا به عبارتی تغییر طول آنها در استخراج معادلات استاتیک استفاده نمود و نیروها نیز از جنس طول می‌شوند که برای حل مسأله سینماتیک مناسب می‌باشد. اما چون جرم لینک‌ها معلوم است انرژی پتانسیل  $U = mgh$  می‌شود، که باز هم نیروها را می‌توان با طول‌هایی مشخص نمود بنابراین در مرحله نخست، نیروها را می‌توان با متغیرهایی از جنس طول مشخص نمود. حال اگر معادلات سینماتیک و استاتیک نوشته شوند تعداد معادلات از تعداد مجهولات بیشتر می‌شود. در مسأله سینماتیک ۱۲ مجهول وجود دارد و ۶ شرط تعادل به اضافه ۶ معادله سینماتیک تعداد کل ۱۲ معادله را تشکیل می‌دهد که اگر معادلات استاتیک (۶ معادله استاتیک) نیز به آن اضافه شود تعداد معادلات ۱۸ می‌شود و از مجهولات بیشتر می‌شود حال طبق مرجع [۳۸] تعداد معادلات استاتیک را به ۳ کاهش داده می‌شود و همچنین معادلات سینماتیک را توسط ۳ معادله به جای ۶ معادله مشخص می‌کند یعنی با سه معادله توصیف کاملی از هندسه مکانیزم ارائه می‌شود و تعداد معادلات و مجهولات بالانس می‌شود.

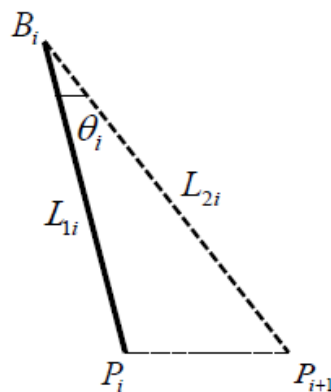
برای بررسی سینماتیک در مکانیزم‌های دارای حلقه‌های چندگانه، معمولاً از روش‌های هندسی استفاده می‌شود. در این روش‌ها، حلقه‌های معادلات برداری نوشته شده برای هر کدام از بازوها، مجموعه معادلات سینماتیکی مکانیزم را تشکیل می‌دهد. تعداد معادلات نوشته شده برای مکانیزم با تعداد حلقه‌ها و درجات آزادی مکانیزم برابر می‌باشد و اگر معادلات تعادل به این مجموعه از معادلات اضافه شود تعداد معادلات از تعداد مجهولات بیشتر شده و توازن دستگاه از بین می‌رود. بنابراین همان‌طور که گفته شد دستگاه معادلات را طوری تشکیل داده می‌شود که علاوه بر توصیف هندسی مکانیزم به طور همزمان شرایط تعادل در مکانیزم را نیز ارضاء کند و توازن دستگاه معادلات برقرار باشد.

در ادامه تحقیق با توجه به شکل (۲-۵)، با معرفی سه زاویه  $\theta_i$  بین بازوهای  $L_{1i}$  و  $L_{2i}$  به ازاء  $i=1,2,3$ ، توصیف جدیدی از هندسه مکانیزم ارائه شده است. با نوشتن قانون کسینوس‌ها در هر

کدام از مثلث‌های  $\Delta B_i P_{i+1} P_i$  به ازاء  $i=1,2,3$  رابطه (۲-۳۲) بدست می‌آید.

$$\cos \theta_i = \frac{L_{1i}^2 + L_{2i}^2 - (\overline{P_i P_{i+1}})^2}{2L_{1i}L_{2i}} \quad i=1,2,3 \quad (۲-۳۲)$$

به طوری که با مراجعه به شکل (۲-۲)،  $\overline{P_i P_{i+1}} = \sqrt{3}d$  بدست می‌آید.



شکل (۲-۵) شماتیکی از یک جفت عضو نرمی فعال و محرک پیستونی.

از طرف دیگر،  $\theta_i$  زاویه بین دو بردار  $\overrightarrow{B_i P_i}$  و  $\overrightarrow{B_i P_{i+1}}$  می‌باشد و زاویه بین دو بردار غیر صفر را می‌توان با ضرب داخلی آن‌ها محاسبه کرد. بنابراین،  $\theta_i$  را می‌توان به صورت زیر محاسبه کرد.

$$\cos \theta_i = \frac{\overrightarrow{B_i P_i} \cdot \overrightarrow{B_i P_{i+1}}}{|\overrightarrow{B_i P_i}| \cdot |\overrightarrow{B_i P_{i+1}}|} = s_{1i} \cdot s_{2i} \quad i = 1, 2, 3 \quad (33-2)$$

از مقایسه معادلات (۳۲-۲) و (۳۳-۲) بدست می‌آید.

$$s_{1i} \cdot s_{2i} = \frac{L_{1i}^2 + L_{2i}^2 - (\overrightarrow{P_i P_{i+1}})^2}{2L_{1i}L_{2i}} \quad i = 1, 2, 3 \quad (34-2)$$

با محاسبه مقادیر  $s_{1i}$  و  $s_{2i}$  از معادلات (۲۰-۲) و (۲۳-۲) و جایگذاری آن‌ها در معادله (۳۴-۲)، این معادله را می‌توان به صورت روابط زیر بسط داد.

$$\begin{aligned} P_x^2 + P_y^2 + P_z^2 + \frac{1}{2}d(P_x u_x + P_y u_y + P_z u_z) + \frac{\sqrt{3}}{2}d(P_x v_x + P_y v_y + P_z v_z) \\ - \frac{1}{2}d^2(u_x^2 + u_y^2 + u_z^2) + \frac{\sqrt{3}}{2}d^2(u_x v_x + u_y v_y + u_z v_z) - \frac{1}{2}Dd(u_x + \sqrt{3}v_x) \\ - 2DP_x + D^2 + \frac{3}{2}d^2 = \frac{L_{11}^2 + L_{21}^2}{2} \end{aligned} \quad (35-2)$$

$$\begin{aligned} P_x^2 + P_y^2 + P_z^2 - d(P_x u_x + P_y u_y + P_z u_z) + \frac{1}{4}d^2(u_x^2 + u_y^2 + u_z^2) - \frac{3}{4}d^2(v_x^2 + v_y^2 + v_z^2) \\ + \frac{1}{2}Dd(-u_x + \sqrt{3}u_y) + D(P_x + \sqrt{3}P_y) + D^2 + \frac{3}{2}d^2 = \frac{L_{12}^2 + L_{22}^2}{2} \end{aligned} \quad (36-2)$$

$$\begin{aligned} P_x^2 + P_y^2 + P_z^2 + \frac{1}{2}d(P_x u_x + P_y u_y + P_z u_z) - \frac{\sqrt{3}}{2}d(P_x v_x + P_y v_y + P_z v_z) \\ + Dd\left(\frac{1}{4}u_x - \frac{\sqrt{3}}{4}v_x + \frac{\sqrt{3}}{4}u_y - \frac{3}{4}v_y\right) - \frac{1}{2}d^2(u_x^2 + u_y^2 + u_z^2) \\ - \frac{\sqrt{3}}{2}d^2(u_x v_x + u_y v_y + u_z v_z) + D(P_x + \sqrt{3}P_y) + D^2 + \frac{3}{2}d^2 = \frac{L_{13}^2 + L_{23}^2}{2} \end{aligned} \quad (37-2)$$

معادلات (۲-۳۵) تا (۲-۳۷) توصیف کاملی از هندسه مکانیزم را بیان می‌کنند. سمت چپ این سه معادله تنها شامل متغیرهای خروجی مسأله - متغیرهای موقعیت صفحه متحرک - می‌باشد و سمت راست آن‌ها تنها شامل متغیرهای ورودی مسأله - متغیرهای مفاصل - می‌باشد. در مرحله بعد، با محاسبه  $s_{2i,z}$  به ازاء  $i=1,2,3$ ، از معادله (۲-۲۳) و جایگذاری این مقادیر در معادله استاتیکی (۲-۳۱) این معادلات را می‌توان به صورت روابط زیر بازنویسی کرد.

$$-\frac{1}{2}u_z d + \frac{\sqrt{3}}{2}v_z d + P_z = \frac{-k_1 L_{21}(L_{11}-l_{11}-l_{s1}) - k_2 L_{21}(L_{21}-l_{21}-l_{s2})}{\left(\frac{M}{3} + m\right)g} \quad (۲-۳۸)$$

$$-\frac{1}{2}u_z d - \frac{\sqrt{3}}{2}v_z d + P_z = \frac{-k_1 L_{22}(L_{12}-l_{12}-l_{s1}) - k_2 L_{22}(L_{22}-l_{22}-l_{s2})}{\left(\frac{M}{3} + m\right)g} \quad (۲-۳۹)$$

$$u_z d + P_z = \frac{-k_1 L_{23}(L_{13}-l_{13}-l_{s1}) - k_2 L_{23}(L_{23}-l_{23}-l_{s2})}{\left(\frac{M}{3} + m\right)g} \quad (۲-۴۰)$$

در این حالت نیز، سمت چپ این سه معادله تنها شامل متغیرهای ورودی مسأله و سمت راست آن‌ها تنها شامل متغیرهای خروجی مسأله می‌باشد.

سه معادله توصیف کننده هندسه مکانیزم معادلات (۲-۳۵) تا (۲-۳۷) و سه معادله توصیف کننده شرایط تعادل استاتیکی معادلات (۲-۳۸) تا (۲-۴۰) دستگامی از شش معادله را تشکیل می‌دهند که این معادلات علاوه بر توصیف هندسه مکانیزم شرایط تعادل استاتیکی مکانیزم را نیز ارضاء می‌کنند.

## ۲-۶-۱- تحلیل سینواستاتیک معکوس

برای تحلیل سینواستاتیک معکوس، بردار موقعیت صفحه متحرک  $P$  و ماتریس دوران به همراه ثابت فنرها  $k_j$  به ازاء  $j=1,2$  و طول آزاد آن‌ها  $l_{s1}$  و  $l_{s2}$  و طول سیلندر و پیستون  $l_{1i}$  به ازاء  $i=1,2,3$  و طول قسمت کابل  $l_{2i}$  به ازاء  $i=1,2,3$  در بازوهای انعطاف‌پذیر به عنوان مقادیر معلوم مسأله در نظر گرفته می‌شوند و طول تمام بازوهای مکانیزم  $L_{ji}$  ( $i=1,2,3$  و  $j=1,2$ ) به عنوان مقادیر مجهول

مسأله باید محاسبه شوند. مسأله سینواستاتیک معکوس در این حالت دارای حل تحلیلی می‌باشد. اندازه طول بازوها  $L_{1i}$  و  $L_{2i}$  به ازاء  $i=1,2,3$  را می‌توان از معادلات (۲-۳۵) تا (۲-۴۰) به طور مستقیم محاسبه نمود. بنابراین، به ازاء هر موقعیت صفحه متحرک در فضا، به طور کلی چهار جواب ممکن برای طول بازوها بدست می‌آید که مقادیر منفی و مختلط برای بازوها غیر قابل قبول است.

## ۲-۶-۲- تحلیل سینواستاتیک مستقیم

برای تحلیل سینواستاتیک مستقیم در این حالت، طول تمام بازوهای مکانیزم  $L_{ji}$  ( $j=1,2$ ) و  $(i=1,2,3)$  به همراه ثابت فنرها  $k_j$  به ازاء  $j=1,2$  و طول آزاد آنها  $l_{s1}$  و  $l_{s2}$  و طول سیلندر و پیستون  $l_{1i}$  به ازاء  $i=1,2,3$  و طول قسمت کابل  $l_{2i}$  به ازاء  $i=1,2,3$  در بازوهای انعطاف‌پذیر به عنوان مقادیر معلوم مسأله در نظر گرفته می‌شوند و بردار موقعیت صفحه  $P$  و ماتریس دوران به عنوان مقادیر مجهول مسأله باید محاسبه شوند.

مسأله سینواستاتیک مستقیم در این حالت شامل دستگاه دوازده معادله و دوازده مجهول می‌باشد. بردار موقعیت صفحه متحرک شامل سه مقدار اسکالر مجهول می‌باشد و ماتریس دوران نیز شامل نه مقدار اسکالر مجهول می‌باشد که در مجموع تعداد کل دوازده مجهول مسأله را تشکیل می‌دهند. از طرفی، سه معادله توصیف کننده هندسه مکانیزم معادلات (۲-۳۵) تا (۲-۳۷) به همراه شرایط تعادل عضوهای ماتریس دوران معادلات (۲-۲) تا (۲-۷) و سه معادله توصیف کننده شرایط تعادل استاتیکی مکانیزم معادلات (۲-۳۸) تا (۲-۴۰) دستگاه دوازده معادله مسأله را تشکیل می‌دهند. برای حل این دستگاه معادلات، دستگاه اولیه شامل دوازده معادله را به دو دسته مجزا تقسیم می‌کنیم. دسته اول شامل سه معادله (۲-۳۸) تا (۲-۴۰) و دسته دوم شامل نه معادله (۲-۲) تا (۲-۷) و (۲-۳۵) تا (۲-۳۷) می‌باشد.

در سه معادله دسته اول تنها مجهولات  $u_z$ ،  $v_z$  و  $P_z$  ظاهر شده‌اند. همچنین این معادلات نسبت به این مجهولات خطی بوده و می‌توان آنها را به صورت تحلیلی حل کرد. با حل این سه معادله مقادیر  $u_z$ ،  $v_z$  و  $P_z$  تعیین خواهند شد.

$$u_z = \frac{-T_1 - T_2 + 2T_3}{3d} \quad (41-2)$$

$$v_z = \frac{T_1 - T_2}{\sqrt{3}d} \quad (42-2)$$

$$p_z = \frac{T_1 + T_2 + T_3}{3} \quad (43-2)$$

به طوری که

$$T_i = \frac{-k_1 L_{2i} (L_{1i} - l_{1i} - l_{s1}) - k_2 L_{2i} (L_{2i} - l_{2i} - l_{s2})}{\left(\frac{M}{3} + m\right)g} \quad i = 1, 2, 3 \quad (44-2)$$

با بدست آوردن  $u_z$ ،  $v_z$  و  $P_z$  از حل معادلات دسته اول و جایگذاری آنها در نه معادله دسته دوم، دستگاهی با نه معادله و نه مجهول  $u_x$ ،  $u_y$ ،  $v_x$ ،  $v_y$ ،  $w_x$ ،  $w_y$ ،  $P_x$  و  $P_y$  تشکیل می‌شود که نسبت به این مجهولات به شدت غیر خطی بوده و باید توسط روش‌های عددی حل شوند.

## ۷-۲- مثال عددی

در این بخش، دو مثال عددی آورده شده است و به بررسی تحلیل سینواستاتیک صورت گرفته در بخش قبل پرداخته می‌شود. برای هر دو مثال پارامترهای هندسی مکانیزم پیشنهادی در جدول (۲-۱) آورده شده است.

جدول (۱-۲) پارامترهای هندسی مکانیزم پیشنهادی.

پارامتر	مقدار	دیمانسیون
$D$	۱	$m$
$d$	۰,۵	$m$
$M$	۱۵	$kg$
$m$	۰,۲	$kg$
$g$	۹,۸۱	$(m/s^2)$
$k_1$	۵۰	$(N/m)$
$k_2$	۶۰	$(N/m)$
$l_{s1}$	۰,۴	$m$
$l_{s2}$	۰,۴	$m$

## ۲-۷-۱- مثال عددی برای مسأله سینواستاتیک معکوس

اگر بردار شش بعدی  $q = [P_x \ P_y \ P_z \ \psi \ \theta \ \phi]^T$  نمایانگر موقعیت صفحه متحرک در فضا باشد. موقعیت زاویه‌ای دوران چارچوب  $P$  نسبت به چارچوب مرجع  $B$  و بردار موقعیت صفحه متحرک مسیری از نقاط مختلف و همچنین مقادیر انتخابی طول سیلندر و پیستون و کابل در بازوهای مکانیزم پیشنهادی - به عنوان مقادیر معلوم مسأله - مطابق با جدول (۲-۲) و (۳-۲) انتخاب شود.

جدول (۲-۲) مقادیر انتخابی موقعیت زاویه‌ای دوران و بردار موقعیت مکانیزم پیشنهادی.

پارامتر	نقطه اول	نقطه دوم	نقطه سوم	دیمانسیون
$P_x$	۰,۵	۰	-۰,۵	$m$
$P_y$	۰,۷۵	۰	-۰,۷۵	$m$
$P_z$	۰	۲	۲,۶	$m$
$\psi$	۳۰	۰	-۳۰	درجه
$\theta$	۴۵	۱۵	-۲۰	درجه
$\phi$	۶۰	۳۰	-۱۰	درجه



جدول (۳-۲) مقادیر انتخابی طول سیلندر و پیستون و کابل در بازوهای مکانیزم پیشنهادی.

پارامتر	مقدار	دیمانسیون
$l_{11}$	۲	$m$
$l_{12}$	۲	$m$
$l_{13}$	۲	$m$
$l_{21}$	۱,۷	$m$
$l_{22}$	۱,۷	$m$
$l_{23}$	۱,۷	$m$

به ازاء این مقادیر داده شده، طول بازوهای مکانیزم را می‌توان برای مسیرهای مختلفی از نقاط با استفاده از معادلات (۳۵-۲) تا (۴۰-۲) بدست آورد. نتایج بدست آمده پس از حل معادلات در جدول (۴-۲) آورده شده است.

جدول (۴-۲) طول بازوهای مکانیزم بدست آمده از حل مسأله سینماتیک معکوس.

طول بازو	طول اول ( $m$ )	طول دوم ( $m$ )	طول سوم ( $m$ )
$L_{11}$	۱,۵۶۳۵	۱,۷۶۳۵	۲,۸۲۱۳
$L_{12}$	۱,۳۹۸۲	۲,۳۵۲۴	۳,۰۱۲۵
$L_{13}$	۲,۶۴۹۱	۳,۴۱۲۵	۳,۳۲۵۱
$L_{21}$	۲,۷۶۰۹	۲,۸۱۲۳	۲,۶۵۲۴
$L_{22}$	۳,۰۵۹۳	۲,۹۵۴۸	۲,۸۵۳۲
$L_{23}$	۲,۱۳۳۲	۲,۰۲۱۵	۱,۸۲۳۲

## ۲-۷-۲- مثال عددی برای مسأله سینواستاتیک مستقیم

برای طول بازوهای مکانیزم و طول ثابت قسمت سیلندر و پیستون و کابل‌ها در بازوها - به عنوان مقادیر معلوم مسأله - مقادیر بدست آمده در سینواستاتیک معکوس مطابق با جدول (۲-۳) و (۲-۵) انتخاب می‌شود و نتایج بدست آمده در جدول (۲-۶) نمایش داده شده است.

جدول (۲-۵) طول بازوهای مکانیزم پیشنهادی.

پارامتر	مقدار	دیمانسیون
$L_{11}$	۱,۵۶۳۵	$m$
$L_{12}$	۱,۳۹۸۲	$m$
$L_{13}$	۲,۶۴۹۱	$m$
$L_{21}$	۲,۷۶۰۹	$m$
$L_{22}$	۳,۰۵۹۳	$m$
$L_{23}$	۲,۱۳۳۲	$m$

جدول (۲-۶) نتایج بدست آمده از تحلیل سینواستاتیک مستقیم برای عناصر بردار موقعیت و ماتریس دوران.

مجهولات	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸
$u_x$	-۰,۱۲۸۵	-۰,۶۴۴۷	۰,۴۵۱۴	-۰,۱۲۸۵	۰,۴۵۱۴	۰,۳۱۱۱	-۰,۶۴۴۷	۰,۳۱۱۱
$u_y$	۰,۷۸۰۱	-۰,۴۵۷۵	۰,۶۴۹۰	۰,۷۸۰۱	۰,۶۴۹۰	-۰,۷۲۶۸	-۰,۴۵۷۵	-۰,۷۲۶۸
$u_z$	-۰,۷۰۷۱	-۰,۷۰۷۱	-۰,۷۰۷۱	-۰,۷۰۷۱	-۰,۷۰۷۱	-۰,۷۰۷۱	-۰,۷۰۷۱	-۰,۷۰۷۱
$v_x$	-۰,۹۲۷۰	۰,۲۹۳۶	۰,۸۹۰۹	-۰,۹۲۷۰	۰,۸۹۰۹	-۰,۷۰۴۰	۰,۲۹۳۶	-۰,۷۰۴۰
$v_y$	۰,۱۲۵۵	-۰,۸۸۸۱	-۰,۲۸۵۳	۰,۱۲۵۵	-۰,۲۸۵۳	-۰,۶۰۴۳	-۰,۸۸۸۱	-۰,۶۰۴۳
$v_z$	۰,۶۱۲۳	۰,۶۱۲۳	۰,۶۱۲۳	۰,۶۱۲۳	۰,۶۱۲۳	۰,۶۱۲۳	۰,۶۱۲۳	۰,۶۱۲۳
$w_x$	۰,۳۵۲۷	۰,۷۰۵۶	۰,۰۵۴۸	-۰,۳۵۲۷	۰,۰۵۴۸	-۰,۰۵۴۸	-۰,۷۰۵۶	۰,۶۲۷۰
$w_y$	۰,۶۱۳۱	-۰,۰۴۸۲	-۰,۷۰۵۲	-۰,۶۱۳۱	-۰,۷۰۵۲	۰,۳۲۷۳	۰,۰۴۸۲	-۰,۳۲۷۳
$w_z$	۰,۷۰۶۹	-۰,۷۰۶۹	۰,۷۰۶۹	-۰,۷۰۶۹	۰,۷۰۶۹	-۰,۷۰۶۹	۰,۷۰۶۹	۰,۷۰۶۹
$P_x$	۰,۴۹۸۳	۰,۰۰۳۱	۰,۶۲۵۵	۰,۴۹۸۳	۰,۶۲۵۵	۰,۱۲۹۰	۰,۰۰۳۱	۰,۱۲۹۰
$P_y$	۰,۷۵۱۱	۰,۹۹۱۴	۰,۸۰۱۷	۰,۷۵۱۱	۰,۸۰۱۷	۰,۹۸۱۷	۰,۹۹۱۴	۰,۹۸۱۷
$P_z$	۰,۰۰۰۳	۰,۰۰۰۳	۰,۰۰۰۳	۰,۰۰۰۳	۰,۰۰۰۳	۰,۰۰۰۳	۰,۰۰۰۳	۰,۰۰۰۳

برای این مقادیر معلوم داده شده، در ابتدا،  $u_z$ ،  $v_z$  و  $P_z$  با استفاده از معادلات (۲-۴۱) تا (۲-۴۴) بدست می‌آیند. سپس، با استفاده از نرم افزار متلب برنامه‌ای برای بدست آوردن دسته دوم مجهولات نوشته شد و تمام جواب‌های دستگاه معادلات در جدول (۲-۶) به دست می‌آیند.

به ازاء مقادیر معلوم انتخاب شده در مسأله مورد بررسی، در کل هشت دسته جواب - هشت موقعیت برای صفحه متحرک - با حل معادلات سینواستاتیک مستقیم بدست آمده است. اگر چه تمامی دسته جواب‌های آورده شده در جدول (۲-۶) با حل معادلات مربوط به تعادل استاتیک، هندسه مکانیزم و قیود تعامد بدست آمده است، ولی از آنجا که با حل سینواستاتیک مستقیم برای دسته جواب‌های ستون اول در جدول (۲-۶)، به موقعیت صفحه متحرک در فضا  $(q = [P_x \ P_y \ P_z \ \psi \ \theta \ \phi])$  دست می‌یابیم، بنابراین این مجموعه جواب، پاسخ صحیح مسأله می‌باشد. سایر نتایج شرایط فیزیکی حاکم بر مسأله مورد بررسی را ارضاء نمی‌کند. لازم به ذکر است که در صورت انتخاب مقادیر دیگری به عنوان مقادیر معلوم مسأله ممکن است تعداد این جواب‌ها بیشتر یا کمتر از هشت باشد. در واقع، یافتن حداکثر جواب‌های حقیقی ممکن برای دستگاه چندجمله‌ای بدست آمده خود مسأله‌ایست که به صورت مجزا قابل تحقیق می‌باشد.

در نهایت، نتایج مسأله سینواستاتیک معکوس و مستقیم مکانیزم پیشنهادی با مکانیزم مرجع [۳۸] در شرایط یکسان مقایسه شد، که نتایج جواب‌های مسأله سینواستاتیک مکانیزم پیشنهادی دقیقا شبیه مکانیزم مرجع [۳۸] بدست آمد، نتایج مقایسه مسأله سینواستاتیک معکوس در جدول (۲-۷) و (۲-۸) و همچنین، نتایج مقایسه مسأله سینواستاتیک مستقیم در جدول (۲-۹) تا (۲-۱۰) آمده است.

جدول (۷-۲) طول بازوهای بدست آمده از حل مسأله سینماتیک معکوس مرجع [۳۸].

پارامتر	مقدار	دیمانسیون
$L_{11}$	۱,۸۸۱۹	$m$
$L_{12}$	۰,۴۹۶۵	$m$
$L_{13}$	۱,۵۳۴۱	$m$
$L_{21}$	۲,۵۴۱۴	$m$
$L_{22}$	۲,۸۶۴۰	$m$
$L_{23}$	۳,۴۹۰۲	$m$

جدول (۸-۲) طول بازوهای بدست آمده مسأله از حل مسأله سینماتیک معکوس مکانیزم پیشنهادی.

پارامتر	مقدار	دیمانسیون
$L_{11}$	۱,۸۸۱۸	$m$
$L_{12}$	۰,۴۹۶۵	$m$
$L_{13}$	۱,۵۳۴۱	$m$
$L_{21}$	۲,۵۴۱۴	$m$
$L_{22}$	۲,۸۶۴۰	$m$
$L_{23}$	۳,۴۹۰۲	$m$

جدول (۹-۲) نتایج بدست آمده از تحلیل سینواستاتیک مستقیم مرجع [۳۸].

مجهولات	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸
$u_x$	-۰,۰۸۲۳	۰,۵۶۵۲	-۰,۵۴۱۳	۰,۱۷۰۰	-۰,۰۸۲۳	۰,۵۶۵۲	۰,۱۷۰۰	-۰,۵۴۱۳
$u_y$	۰,۵۷۷۳	-۰,۱۴۳۳	-۰,۲۱۶۹	-۰,۵۵۷۸	۰,۵۷۷۳	-۰,۱۴۳۳	-۰,۵۵۷۸	-۰,۲۱۶۹
$u_z$	۰,۸۱۲۴	۰,۸۱۲۴	۰,۸۱۲۴	۰,۸۱۲۴	۰,۸۱۲۴	۰,۸۱۲۴	۰,۸۱۲۴	۰,۸۱۲۴
$v_x$	-۰,۵۶۶۲	۰,۵۷۹۸	-۰,۸۴۰۵	۰,۶۵۸۴	-۰,۵۶۶۲	۰,۵۷۹۸	۰,۶۵۸۴	-۰,۸۴۰۵
$v_y$	-۰,۶۴۳۷	-۰,۶۳۱۵	۰,۱۶۹۱	-۰,۵۴۹۱	۰,۶۴۳۷	-۰,۶۳۱۵	-۰,۵۴۹۱	۰,۱۶۹۱
$v_z$	-۰,۵۱۴۸	-۰,۵۱۴۸	-۰,۵۱۴۸	-۰,۵۱۴۸	-۰,۵۱۴۸	-۰,۵۱۴۸	-۰,۵۱۴۸	-۰,۵۱۴۸
$w_x$	۰,۸۲۰۲	-۰,۵۸۶۸	۰,۰۲۵۷	۰,۷۳۳۳	-۰,۸۲۰۲	۰,۵۸۶۸	-۰,۷۳۳۳	-۰,۰۲۵۷
$w_y$	۰,۵۰۲۴	-۰,۷۶۲۰	۰,۹۶۱۴	۰,۶۲۲۴	-۰,۵۰۲۴	۰,۷۶۲۰	-۰,۶۲۲۴	-۰,۹۶۱۴
$w_z$	-۰,۲۷۳۸	۰,۲۷۳۸	۰,۲۷۳۸	۰,۲۷۳۸	-۰,۲۷۳۸	-۰,۲۷۳۸	-۰,۲۷۳۸	-۰,۲۷۳۸
$P_x$	۱,۸۸۴۹	۲,۰۴۶۲	۱,۲۹۵۳	۱,۴۴۰۰	۱,۸۸۴۹	۲,۰۴۶۲	۱,۴۴۰۰	۱,۲۹۵۳
$P_y$	۱,۴۰۸۴	۱,۲۲۹۸	۱,۹۶۳۸	۱,۹۱۲۹	۱,۴۰۸۴	۱,۲۲۹۸	۱,۹۱۲۹	۱,۹۶۳۸
$P_z$	-۱,۴۴۶۴	-۱,۴۴۶۴	-۱,۴۴۶۴	-۱,۴۴۶۴	-۱,۴۴۶۴	-۱,۴۴۶۴	-۱,۴۴۶۴	-۱,۴۴۶۴

جدول (۲-۱۰) نتایج بدست آمده از تحلیل سینواستاتیک مستقیم مکانیزم پیشنهادی.

مجهولات	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸
$u_x$	-۰,۵۴۰۹	-۰,۰۷۴۳	۰,۵۶۷۳	۰,۱۶۷۲	۰,۵۶۷۳	۰,۱۶۷۲	-۰,۰۷۴۳	-۰,۵۴۰۹
$u_y$	-۰,۲۲۱۰	۰,۵۷۹۶	-۰,۱۴۰۲	-۰,۵۵۹۹	-۰,۱۴۰۲	۰,۵۷۹۶	-۰,۲۲۱۰	-۰,۲۲۱۰
$u_z$	۰,۸۱۱۵	۰,۸۱۱۵	۰,۸۱۱۵	۰,۸۱۱۵	۰,۸۱۱۵	۰,۸۱۱۵	۰,۸۱۱۵	۰,۸۱۱۵
$v_x$	-۰,۸۴۰۷	-۰,۵۶۱۷	۰,۵۷۹۵	۰,۶۵۹۳	۰,۵۷۹۵	۰,۶۵۹۳	-۰,۵۶۱۷	-۰,۸۴۰۷
$v_y$	۰,۱۶۹۴	۰,۶۴۸۰	-۰,۶۳۲۲	-۰,۵۴۸۵	-۰,۶۳۲۲	۰,۶۴۸۰	۰,۱۶۹۴	۰,۱۶۹۴
$v_z$	-۰,۵۱۴۳	-۰,۵۱۴۳	-۰,۵۱۴۳	-۰,۵۱۴۳	-۰,۵۱۴۳	-۰,۵۱۴۳	-۰,۵۱۴۳	-۰,۵۱۴۳
$w_x$	-۰,۰۲۳۸	-۰,۸۲۴۰	۰,۷۳۳۰	۰,۵۸۵۱	۰,۷۳۳۰	۰,۵۸۵۱	-۰,۸۲۴۰	-۰,۰۲۳۸
$w_y$	-۰,۹۶۰۵	-۰,۴۹۴۱	-۰,۷۶۲۰	۰,۶۲۱۰	-۰,۷۶۲۰	۰,۴۹۴۱	-۰,۹۶۰۵	-۰,۹۶۰۵
$w_z$	-۰,۲۷۷۴	-۰,۲۷۷۴	-۰,۲۷۷۴	-۰,۲۷۷۴	-۰,۲۷۷۴	-۰,۲۷۷۴	-۰,۲۷۷۴	-۰,۲۷۷۴
$P_x$	۱,۲۹۴۳	۱,۸۹۰۷	۱,۴۳۷۵	۲,۰۵۰۴	۱,۴۳۷۵	۲,۰۵۰۴	۱,۸۹۰۷	۱,۲۹۴۳
$P_y$	۱,۹۶۵۶	۱,۴۰۲۵	۱,۹۱۶۰	۱,۲۲۴۴	۱,۹۱۶۰	۱,۲۲۴۴	۱,۴۰۲۵	۱,۹۶۵۶
$P_z$	-۱,۴۴۴۹	-۱,۴۴۴۹	-۱,۴۴۴۹	-۱,۴۴۴۹	-۱,۴۴۴۹	-۱,۴۴۴۹	-۱,۴۴۴۹	-۱,۴۴۴۹



## فصل سوم

تحلیل دینامیکی یک مکانیزم تنسگریتی موازی جدید

شش درجه آزادی با عضوهای انعطاف پذیر فعال

### ۳-۱- مقدمه

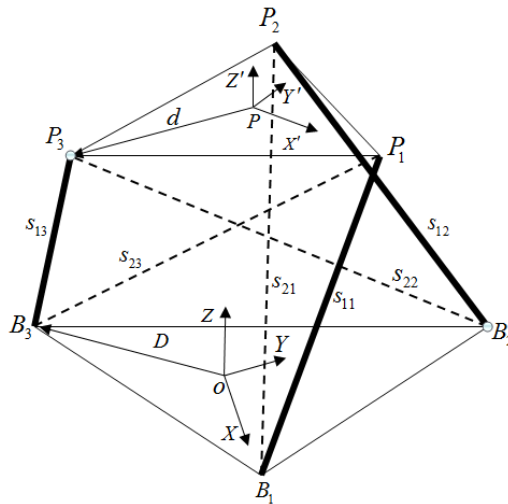
در این بخش استخراج معادلات دینامیکی حرکت انجام می‌شود. به خاطر شباهتی که بین مکانیزم-های تنسگریتی موازی و مکانیزم های موازی وجود دارد، معادلات دینامیکی این نوع مکانیزم را می‌توان به کمک روش‌های پیشنهادی در مکانیزم‌های موازی استخراج کرد. برای استخراج معادلات حرکت می‌توان از فرمول‌بندی نیوتن اویلر [۵۵-۵۶]، لاگرانژ [۵۷-۵۸] و یا اصل کار مجازی [۵۹-۶۰] استفاده کرد. هر کدام از این فرمول‌بندی‌ها دارای ویژگی‌هایی هستند. در فرمول‌بندی نیوتن- اویلر نیرو و گشتاورهای بین اجزای ربات محاسبه می‌شوند اما تعداد معادلات و حجم محاسبات زیاد است. در روش لاگرانژ با حذف نیروهای عکس العمل که در الگوریتم‌های کنترلی مورد نیاز نمی‌باشند حجم محاسبات کاهش می‌یابد. اما در حالتی که ربات دارای حلقه‌های سینماتیکی بسته می‌باشد استخراج معادلات بر حسب مختصات تعمیم یافته بسیار سخت است و برای حل این مشکل می‌توان با استفاده از مختصات اضافی و ضرایب لاگرانژ معادلات حرکت را بدست آورد اما در روش اصل کار مجازی با حجم محاسبات کمتر، فرم معادلات نیز برای طراحی کنترلرهای مقاوم، تطبیقی، تطبیقی- مقاوم مناسب است و ضرایب لاگرانژ نیز وارد معادلات نمی‌شوند. در این پایان نامه، معادلات حرکت ربات تنسگریتی با استفاده از اصل کار مجازی بدست آورده می‌شوند و با استفاده از این معادلات، حرکت مکانیزم شبیه‌سازی می‌گردد.

برای مسأله دینامیک معکوس، یک مسیر مطلوب صفحه متحرک داده می‌شود و هدف تعیین نیروهای ورودی لازم برای ایجاد حرکت مکانیزم است، برای دسترسی به این هدف، معادلات دینامیکی حرکت توسط اصل کار مجازی فرموله می‌شوند.

با توجه به توضیحات بخش ۲-۲، ماتریس دوران از دستگاه متصل به صفحه‌ی متحرک به دستگاه مختصات مرجع بصورت رابطه (۳-۱) بدست می‌آید.



$$R = \begin{bmatrix} c_\gamma & -s_\gamma & 0 \\ s_\gamma & c_\gamma & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c\psi c\theta & -s\psi c\phi + c\psi s\theta s\phi & s\psi s\phi + c\psi s\theta c\phi \\ s\psi c\theta & c\psi c\phi + s\psi s\theta s\phi & -c\psi s\phi + s\psi s\theta c\phi \\ -s\theta & c\theta s\phi & c\theta c\phi \end{bmatrix} \quad (1-3)$$



شکل (۱-۳) الگوی طرح کلی مکانیزم تنسگریتی فضایی با عضوهای انعطاف‌پذیر فعال.

همانطور که در شکل (۱-۳) نشان داده شده است، هندسه صفحه‌ی ثابت توسط سه نقطه‌ی  $B_i$  تعیین می‌شود. بردار موقعیت این نقاط در دستگاه مختصات مرجع بصورت رابطه (۲-۳) نظر گرفته شده است.

$$r_{B_i} = [D \cos(\gamma_i), D \sin(\gamma_i), 0]^T \quad i=1,2,3 \quad (2-3)$$

با توجه به شکل (۱-۳)، مقادیر ثابتی می‌باشند و بصورت زیر در نظر گرفته شده‌اند.

$$\gamma_1 = 0, \quad \gamma_2 = 2\pi/3, \quad \gamma_3 = 4\pi/3 \quad (3-3)$$

همچنین، همانطور که در شکل (۱-۳) نشان داده شده است، موقعیت نقاط  $P_i$  نسبت به نقطه‌ی  $P$  در دستگاه مختصات متحرک می‌شود.

$$\bar{U}_{P_i} = [d \cos(\gamma_i), d \sin(\gamma_i), 0]^T \quad i=1,2,3 \quad (4-3)$$

### ۳-۲- تحلیل سرعت و شتاب

در این قسمت، سرعت و شتاب زاویه‌ای صفحه‌ی متحرک بدست آورده می‌شود. با در نظر گرفتن زوایای اوایلر با توالی ۱-۲-۳ سرعت زاویه‌ای صفحه‌ی متحرک در دستگاه مختصات مرجع بدست می‌آید [۶۱].

$$\omega = (-\dot{\psi} s\theta + \dot{\phi})X + (\dot{\psi} c\theta s\phi + \dot{\theta} c\phi)Y + (\dot{\psi} c\theta c\phi - \dot{\theta} s\phi)Z \quad (۵-۳)$$

رابطه‌ی فوق بصورت ماتریسی زیر قابل بیان است.

$$\omega = \mathbf{K}_1 \dot{\Theta} \quad (۶-۳)$$

که

$$\mathbf{K}_1 = \begin{bmatrix} -s\theta & 0 & 1 \\ c\theta s\phi & c\phi & 0 \\ c\theta c\phi & -s\phi & 0 \end{bmatrix} \quad (۷-۳)$$

با مشتق‌گیری از رابطه‌ی (۶-۳) شتاب زاویه‌ای صفحه‌ی متحرک بصورت زیر قابل استخراج است.

$$\dot{\omega} = \mathbf{K}_1 \ddot{\Theta} + \mathbf{K}_2 \dot{\Theta} \quad (۸-۳)$$

که

$$\mathbf{K}_2 = \left[ \frac{\partial \mathbf{K}_1}{\partial \phi} \right] \dot{\phi} + \left[ \frac{\partial \mathbf{K}_1}{\partial \theta} \right] \dot{\theta} + \left[ \frac{\partial \mathbf{K}_1}{\partial \psi} \right] \dot{\psi} \quad (۹-۳)$$

در این قسمت سرعت و شتاب زاویه‌ای بازوها بر حسب مختصات تعمیم یافته، بیان می‌شوند. با توجه به شکل (۱-۳)، موقعیت و سرعت نقطه‌ی  $P_i$  و  $P_{i+1}$  بصورت زیر است.

$$r_{P_i} = P + U_{P_i} \quad (۱۰-۳)$$

$$\dot{r}_{P_i} = \dot{P} + \omega \times U_{P_i} \quad (۱۱-۳)$$

$$r_{P_{i+1}} = P + U_{P_{i+1}} \quad (۱۲-۳)$$

$$\dot{r}_{P_{i+1}} = \dot{P} + \omega \times U_{P_{i+1}} \quad (۱۳-۳)$$

در رابطه‌ی بالا،  $U_{P_i}$  بیان بردار  $\bar{U}_{P_i}$  در دستگاه مختصات مرجع می‌باشد. از طرف دیگر معادلات بالا را می‌توان بر حسب پارامترهای بازوها بصورت زیر بیان کرد.

$$r_{P_i} = r_{B_i} + L_{1i} s_{1i} \quad (۱۴-۳)$$

$$\dot{r}_{P_i} = \dot{L}_{1i} s_{1i} + L_{1i} \dot{\Omega}_{1i} \times s_{1i} \quad (۱۵-۳)$$

$$r_{P_{i+1}} = r_{B_i} + L_{2i} s_{2i} \quad (۱۶-۳)$$

$$\dot{r}_{P_{i+1}} = \dot{L}_{2i} s_{2i} + L_{2i} \dot{\Omega}_{2i} \times s_{2i} \quad (۱۷-۳)$$

در این رابطه‌ها  $\dot{\Omega}_{ji}$  ( $j=1,2$  and  $i=1,2,3$ ) سرعت زاویه‌ای بازوها می‌باشد. همچنین در روابط بالا  $s_{1i}$  بردار یکه، بیانگر جهت بازوهای هیدرولیکی و  $s_{2i}$  بردار یکه، بیانگر جهت بازوها با محرک فنری می‌باشند و طبق رابطه زیر قابل استخراج می‌باشند.

$$s_{1i} = \frac{P + U_{P_i} - r_{B_i}}{L_{1i}} \quad (۱۸-۳)$$

$$s_{2i} = \frac{P + U_{P_{i+1}} - r_{B_i}}{L_{2i}} \quad (۱۹-۳)$$

با ضرب خارجی رابطه‌ی (۱۵-۳) در بردار  $s_{1i}$  رابطه‌ی زیر استخراج می‌شود.

$$s_{1i} \times \dot{r}_{P_i} = \dot{L}_{1i} s_{1i} \times s_{1i} + L_{1i} s_{1i} \times (\dot{\Omega}_{1i} \times s_{1i}) \quad (۲۰-۳)$$

عبارت دوم در سمت راست رابطه‌ی بالا بصورت زیر قابل ساده سازی است.

$$s_{1i} \times (\dot{\Omega}_{1i} \times s_{1i}) = (s_{1i} \cdot s_{1i}) \dot{\Omega}_{1i} - (s_{1i} \cdot \dot{\Omega}_{1i}) s_{1i} \quad (۲۱-۳)$$

با صرف نظر کردن از مولفه‌ی سرعت زاویه‌ای در جهت  $s_{1i}$  می‌توان نتیجه گرفت  $\dot{\Omega}_{1i} \cdot s_{1i} = 0$  و در نهایت رابطه‌ی بالا بصورت زیر بازنویسی می‌شود.

$$s_{1i} \times (\dot{\Omega}_{1i} \times s_{1i}) = \dot{\Omega}_{1i} \quad (۲۲-۳)$$

سرعت زاویه‌ای بازوهای هیدرولیکی مکانیزم بصورت زیر استخراج می‌شود.

$$\dot{\Omega}_{ii} = \frac{1}{L_{1i}} s_{1i} \times \dot{r}_{P_i} \quad i=1,2,3 \quad (23-3)$$

شتاب زاویه‌ای بازوهای هیدرولیکی با مشتق‌گیری از رابطه‌ی بالا بصورت زیر بدست می‌آید.

$$\ddot{\Omega}_{ii} = \frac{1}{L_{1i}} \left[ s_{1i} \times \ddot{r}_{P_i} + (\dot{\Omega}_{ii} \times s_{1i}) \times \dot{r}_{P_i} \right] - \frac{\dot{L}_{1i}}{L_{1i}^2} s_{1i} \times \dot{r}_{P_i} \quad (24-3)$$

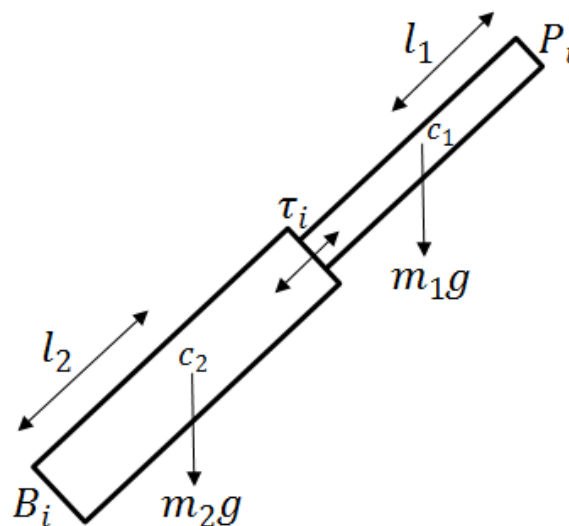
با در نظر گرفتن ترم‌ها با مشتقات درجه دوم رابطه‌ی بالا بصورت زیر بازنویسی می‌گردد.

$$\ddot{\Omega}_{ii} = \frac{1}{L_{1i}} s_{1i} \times \left[ \ddot{P} + \dot{\omega} \times U_{P_i} \right] \quad (25-3)$$

به طور مشابه برای بازوهای انعطاف‌پذیر، سرعت زاویه‌ای بصورت زیر استخراج می‌شود.

$$\dot{\Omega}_{2i} = \frac{1}{L_{2i}} s_{2i} \times \dot{r}_{P_{i+1}} \quad i=1,2,3 \quad (26-3)$$

در ادامه سینماتیک مرکز جرم پیستون‌ها بررسی می‌گردد. موقعیت مرکز جرم پیستون بازوی هیدرولیک  $i$  ام با توجه به شکل (۲-۳) بصورت زیر است.



شکل (۲-۳) بازوی  $i$  ام مکانیزم.

$$r_{1i} = r_{P_i} - l_1 s_{1i} \quad (27-3)$$

در رابطه‌ی فوق، مرکز جرم پیستون بازوهای هیدرولیکی با طول‌های  $l_1$  و  $l_2$  مشخص می‌شود. با مشتق‌گیری از رابطه بالا و جایگذاری  $\dot{r}_p$  از رابطه (۳-۱۵) عبارت زیر برای  $\dot{r}_{1i}$  بدست آورده می‌شود.

$$\dot{r}_{1i} = \dot{P} + \omega \times U_{P_i} - l_1 (\dot{\Omega}_{1i} \times s_{1i}) \quad (۳-۲۸)$$

با مشتق‌گیری از رابطه‌ی (۳-۲۸)، شتاب مرکز جرم پیستون بازوهای هیدرولیکی بصورت زیر استخراج می‌شود.

$$\ddot{r}_{1i} = \ddot{r}_p - l_1 (\ddot{\Omega}_{1i} \times s_{1i}) + l_1 (\dot{\Omega}_{1i} \cdot \dot{\Omega}_{1i}) s_{1i} \quad (۳-۲۹)$$

با جایگذاری  $\ddot{\Omega}_{1i}$  از رابطه‌ی (۳-۲۵) و در نظر گرفتن عبارت‌های با درجات بالا، رابطه‌ی بالا بصورت زیر بازنویسی می‌شود.

$$\ddot{r}_{1i} = \mathbf{T}_i (\ddot{P} + \dot{\omega} \times U_{P_i}) \quad (۳-۳۰)$$

که

$$\mathbf{T}_i = \left[ \mathbf{I}_{3 \times 3} + \frac{l_1}{L_{1i}^2} \tilde{s}_{1i} \tilde{s}_{1i} \right] \quad (۳-۳۱)$$

### ۳-۳- محاسبه‌ی عبارت‌های $\delta L_{1i}$ ، $\delta L_{2i}$ ، $\delta \Omega_{ji}$ و $\delta r_{1i}$ :

در این قسمت، تغییر مجازی عبارت‌های  $L_{1i}$ ،  $L_{2i}$ ،  $\Omega_{ji}$  و  $r_{1i}$  با استفاده از روش سینماتیکی بدست آورده می‌شوند. این روش بیانگر این است که تغییر مکان مجازی یک بردار موقعیت مشابه مشتق زمانی آن است [۶۱]. در نتیجه، با استفاده از رابطه‌ی بردار سرعت و جایگزینی مولفه‌های سرعت با تغییر مکان مجازی و حذف کلیه‌ی عبارت‌هایی که صریحاً تابع زمان می‌باشند تغییر مکان مجازی بردار بدست می‌آید. فرض کنید سرعت نقطه‌ی  $B$  از عبارت سرعت نسبی بصورت زیر بدست آورده شده باشد.

$$V_B = V_A + \omega \times r_{B/A} + V_{Brel} \quad (۳-۳۲)$$

آنگاه  $\delta r_B$  بصورت زیر محاسبه می‌شود [۶۱].

$$\delta r_B = \delta r_A + \delta \theta \times r_{B/A} + \delta r_{Brel} \quad (۳۳-۳)$$

با توجه به توضیحات بالا، برای محاسبه‌ی  $\delta L_{1i}$ ، با ضرب داخلی رابطه (۳-۱۵) در بردار  $s_{1i}$  عبارت

زیر برای  $\dot{L}_{1i}$  بدست آورده می‌شود.

$$\dot{L}_{1i} = s_{1i} \cdot \dot{r}_{P_i} \quad (۳۴-۳)$$

با جایگذاری  $r_{P_i}$  از رابطه‌ی (۳-۱۱) در رابطه‌ی بالا، عبارت زیر بدست می‌آید.

$$\dot{L}_{1i} = s_{1i} \cdot (\dot{P} + \omega \times U_{P_i}) \quad (۳۵-۳)$$

در نتیجه،  $\delta L_{1i}$  و  $\delta L_{2i}$  بصورت ماتریسی زیر بدست می‌آید.

$$\delta L_{1i} = s_{1i}^T \begin{bmatrix} \mathbf{I} & -\tilde{U}_{P_i} \mathbf{K}_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta P \\ \delta \Theta \end{bmatrix} \quad (۳۶-۳)$$

به طور مشابه می‌توان نتیجه گرفت.

$$\delta L_{2i} = s_{2i}^T \begin{bmatrix} \mathbf{I} & -\tilde{U}_{P_{i+1}} \mathbf{K}_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta P \\ \delta \Theta \end{bmatrix} \quad (۳۷-۳)$$

برای محاسبه‌ی  $\delta \Omega_{1i}$  با جایگذاری  $r_{P_i}$  از رابطه‌ی (۳-۱۱) در رابطه‌ی (۳-۲۳)، عبارت زیر بدست می‌آید.

$$\dot{\Omega}_{1i} = \frac{1}{L_{1i}} s_{1i} \times (\dot{P} + \omega \times U_{P_i}) \quad (۳۸-۳)$$

در نتیجه،  $\delta \Omega_{1i}$  بصورت زیر محاسبه می‌شود.

$$\delta \Omega_{1i} = \mathbf{H}_{1i} \begin{bmatrix} \delta P \\ \delta \Theta \end{bmatrix} \quad (۳۹-۳)$$

که

$$\mathbf{H}_{1i} = \frac{1}{L_{1i}} \tilde{s}_{1i} \begin{bmatrix} \mathbf{I} & -\tilde{U}_{P_i} \mathbf{K}_1 \end{bmatrix} \quad (۴۰-۳)$$

به طور مشابه برای بازوهای انعطاف پذیر، برای محاسبه  $\delta\Omega_{2i}$  با جایگذاری  $\dot{r}_{P_{i+1}}$  از رابطه (۳-۱۳) در رابطه (۳-۲۶)، عبارت زیر بدست می آید.

$$\dot{\Omega}_{2i} = \frac{1}{L_{2i}} s_{2i} \times (\dot{P} + \omega \times U_{P_{i+1}}) \quad (۳-۴۱)$$

در نتیجه،  $\delta\Omega_{2i}$  بصورت زیر محاسبه می شود.

$$\delta\Omega_{2i} = \mathbf{H}_{2i} \begin{bmatrix} \delta P \\ \delta\Theta \end{bmatrix} \quad (۳-۴۲)$$

که

$$\mathbf{H}_{2i} = \frac{1}{L_{2i}} \tilde{s}_{2i} [\mathbf{I}, -\tilde{U}_{P_{i+1}} \mathbf{K}_1] \quad (۳-۴۳)$$

با استفاده از رابطه (۳-۲۷) و استفاده از روابط (۳-۲۳) و (۳-۱۱) تغییر مکان مجازی  $\delta r_{1i}$  بصورت زیر استخراج می شود.

$$\delta r_{1i} = \mathbf{G}_i \begin{bmatrix} \delta P \\ \delta\Theta \end{bmatrix} \quad i=1,2,3 \quad (۳-۴۴)$$

که

$$\mathbf{G}_i = (\mathbf{I}_{3 \times 3} - \frac{\ell_1}{L_{1i}} \tilde{s}_{1i} \tilde{s}_{1i}^T) [\mathbf{I}, -\tilde{U}_{P_i} \mathbf{K}_1] \quad (۳-۴۵)$$

### ۳-۴- نیروهای تعمیم یافته

در این قسمت نیروی تعمیم یافته گرانشی و نیروهای تعمیم یافته ناشی از فنرها بدست آورده می شوند و در ادامه با استفاده از اصل کار مجازی معادلات تعادل مکانیزم استخراج می گردند.

### ۳-۴-۱- نیروی تعمیم یافته‌ی فنرها:

کار مجازی ناشی از فنرها در محرک‌های فنری و پیستونی بصورت رابطه (۳-۴۶) قابل محاسبه است [۶۲].

$$\delta w_{ji} = -k_j \delta_{ji} \delta L_{ji} \quad j=1,2 \text{ and } i=1,2,3 \quad (۳-۴۶)$$

در این معادله،  $\delta L_{1i}$  و  $\delta L_{2i}$  تغییر طول مجازی بازوی  $i$ ام مکانیزم است. با جایگذاری روابط (۳-۳۶) و (۳-۳۷) در معادله‌ی (۳-۴۶)، بدست می‌آید.

$$\delta w_{ji} = \mathbf{Q}_{ji}^T \begin{bmatrix} \delta P \\ \delta \Theta \end{bmatrix} \quad (۳-۴۷)$$

که،  $\mathbf{Q}_{1i}$  نیروی تعمیم یافته ناشی از محرک پیستونی  $i$ ام و  $\mathbf{Q}_{2i}$  نیروی تعمیم یافته ناشی از محرک فنری  $i$ ام است و بصورت روابط زیر استخراج شده‌اند.

$$\mathbf{Q}_{1i} = k_1 \delta_{1i} \begin{bmatrix} -s_{1i} \\ \mathbf{K}_1^T \tilde{\mathbf{U}}_{P_i}^T s_{1i} \end{bmatrix} \quad i=1,2,3 \quad (۳-۴۸)$$

$$\mathbf{Q}_{2i} = k_2 \delta_{2i} \begin{bmatrix} -s_{2i} \\ \mathbf{K}_1^T \tilde{\mathbf{U}}_{P_{i+1}}^T s_{2i} \end{bmatrix} \quad i=1,2,3 \quad (۳-۴۹)$$

### ۳-۴-۲- نیروهای تعمیم یافته‌ی گرانشی:

جرم قسمت سیلندر و پیستون محرک‌های هیدرولیکی با  $m_1$  و  $m_2$  نشان داده شده است. موقعیت مرکز جرم آن‌ها مطابق شکل (۳-۲) با  $l_1$  و  $l_2$  مشخص شده است. همچنین جرم صفحه متحرک با  $M$  نمایش داده شده است. کار مجازی مربوط به نیروی گرانشی وزن اجزای ربات به صورت زیر قابل محاسبه می‌باشد. در این رابطه  $\mathbf{g} = [0, 0, -9.8]^T$  بردار گرانش می‌باشد.

$$\delta w_g = \delta P.Mg + \sum_{i=1}^3 [m_1 \delta r_{1i} \cdot \mathbf{g}] + \sum_{i=1}^3 [m_2 \ell_2 \delta \Omega_{2i} \cdot (s_{1i} \times \mathbf{g})] \quad (۳-۵۰)$$



حال با توجه به روابط استخراج شده برای  $\delta r_{li}$  و  $\delta \Omega_{li}$  و با استفاده از رابطه بالا نیروی تعمیم یافته ناشی از نیروهای گرانشی بصورت زیر محاسبه می‌شوند.

$$\mathbf{Q}_g = \begin{bmatrix} M \mathbf{g} \\ \mathbf{0}_{3 \times 1} \end{bmatrix} + \sum_{i=1}^3 [m_1 \mathbf{G}_i^T \mathbf{g}] + \sum_{i=1}^3 [m_2 \ell_2 \mathbf{H}_i^T (s_{li} \times \mathbf{g})] \quad (51-3)$$

### ۳-۵- استخراج معادلات دیفرانسیل سیستم:

معادلات حرکت مکانیزم تنسگریتی، با استفاده از اصل کار مجازی بدست آورده می‌شوند. در نهایت معادلات حرکت مکانیزم بفرم زیر استخراج می‌گردد.

$$\mathbf{M} \ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{C} \dot{\mathbf{q}} + \mathbf{D} = \mathbf{P} \mathbf{U} \quad (52-3)$$

ماتریس‌های  $\mathbf{M}$ ،  $\mathbf{C}$  و  $\mathbf{D}$  عبارتند از:

$$\mathbf{M} = \sum_{i=1}^3 [m_1 \mathbf{G}_i^T \mathbf{T}_i [\mathbf{I}, -\tilde{\mathbf{U}}_{P_i} \mathbf{K}_1] + \mathbf{H}_i^T (j_1 + j_2) \frac{\tilde{s}_{li}}{L_{li}} [\mathbf{I}, -\tilde{\mathbf{U}}_{P_i} \mathbf{K}_1]] + \begin{bmatrix} M \mathbf{I} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{J} \mathbf{K}_1 \end{bmatrix} \quad (53-3)$$

$$\mathbf{C} = \sum_{i=1}^3 [m_1 \mathbf{G}_i^T \mathbf{T}_i [\mathbf{0}_{3 \times 3}, -\tilde{\mathbf{U}}_{P_i} \mathbf{K}_2] + \mathbf{H}_i^T (j_1 + j_2) \frac{\tilde{s}_{li}}{L_{li}} [\mathbf{0}_{3 \times 3}, -\tilde{\mathbf{U}}_{P_i} \mathbf{K}_2]] + \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \tilde{\omega} \mathbf{J} \mathbf{K}_1 + \mathbf{J} \mathbf{K}_2 \end{bmatrix} \quad (54-3)$$

$$\mathbf{D} = \begin{bmatrix} M \mathbf{g} \\ \mathbf{0}_{3 \times 1} \end{bmatrix} + \sum_{i=1}^3 [m_1 \mathbf{G}_i^T \mathbf{g}] + \sum_{i=1}^3 [m_2 \ell_2 \mathbf{H}_i^T (s_{li} \times \mathbf{g})] \quad (55-3)$$

همچنین، حاصلضرب  $\mathbf{P}$  و  $\mathbf{U}$  نیروی تعمیم یافته‌ی ناشی از محرک‌های پیستونی و فنری است.

$$\mathbf{P} = \begin{bmatrix} [-s_{11}] & [-s_{12}] & [-s_{13}] & [-s_{21}] & [-s_{22}] & [-s_{23}] \\ \mathbf{K}_1^T \tilde{\mathbf{U}}_{P_1}^T s_{11} & \mathbf{K}_1^T \tilde{\mathbf{U}}_{P_2}^T s_{12} & \mathbf{K}_1^T \tilde{\mathbf{U}}_{P_3}^T s_{13} & \mathbf{K}_1^T \tilde{\mathbf{U}}_{P_2}^T s_{21} & \mathbf{K}_1^T \tilde{\mathbf{U}}_{P_3}^T s_{22} & \mathbf{K}_1^T \tilde{\mathbf{U}}_{P_1}^T s_{23} \end{bmatrix} \quad (56-3)$$

$$\mathbf{U} = \begin{bmatrix} k_1 \delta_{11} \\ k_1 \delta_{12} \\ k_1 \delta_{13} \\ k_2 \delta_{21} \\ k_2 \delta_{23} \\ k_2 \delta_{23} \end{bmatrix} \quad (3-57)$$

در روابط بالا،  $r_1$  ممان اینرسی پیستون نسبت به مرکز جرم آن و  $r_1$  ممان اینرسی سیلندر نسبت به نقطه‌ی  $b_1$  است.

### ۳-۶- شبیه‌سازی و نتایج

با استفاده از معادلات حرکت استخراج شده، چندین مثال عددی ارائه و دینامیک معکوس مکانیزم بررسی شده است. در شبیه‌سازی حرکت مکانیزم پارامترهای هندسی مطابق جدول (۳-۱) نظر گرفته شده است.

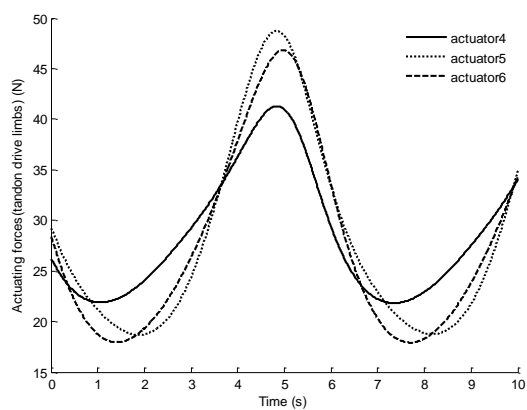
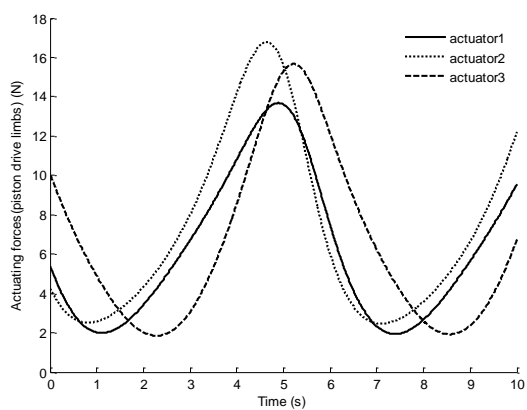
در مثال اول، مکانیزم دارای حرکت همزمان انتقالی و دورانی می‌باشد. مسیر مورد نظر بصورت زیر در نظر گرفته شده است.

$$q = [0.2 \sin(t), 0.2 \cos(t), 0.7 + 0.1 \sin(t), 0.1 \sin(t), 0.1 \sin(t), 0.1 \sin(t)] \quad (58-3)$$

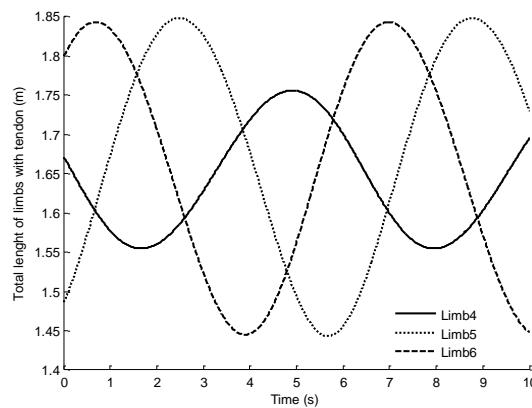
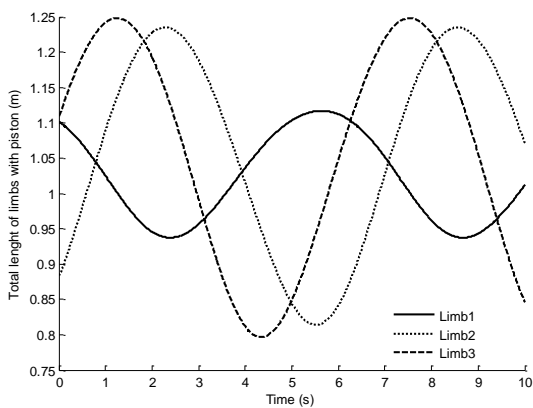
جدول (۱-۳) پارامترهای هندسی مکانیزم پیشنهادی.

پارامتر	مقدار	دیمانسیون
$d$	۰,۵	$m$
$D$	۱	$m$
$M$	۲	$kg$
$m_1$	۰,۱	$kg$
$m_2$	۰,۱	$kg$
$l_{s1}$	۰,۲	$m$
$l_{s2}$	۰,۲	$m$
$k_1$	۲۰۰	$N/m$
$k_2$	۱۰۰	$N/m$

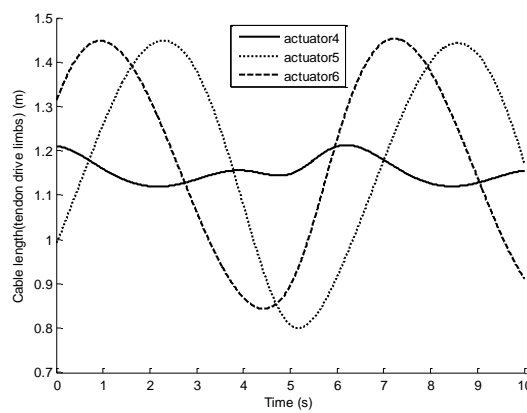
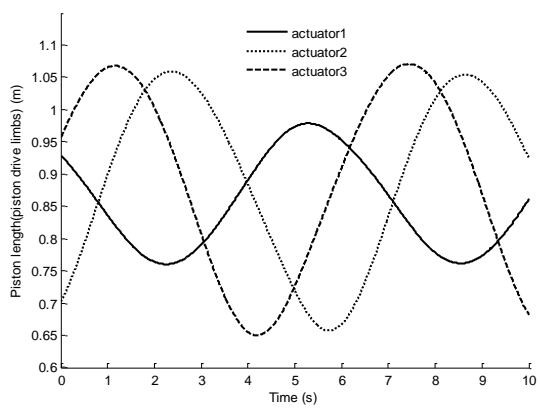
با توجه به پارامترهای هندسی و مسیر در نظر گرفته شده، به ترتیب، نیروها در محرک‌های فنری و پیستونی، تغییر طول کل بازوهای مکانیزم، تغییر طول پیستون و طول قسمت کابلی در محرک‌های فنری، تغییر طول فنر در بازوهای مکانیزم، موقعیت مرکز جرم صفحه متحرک، سرعت حرکت پیستون و کابل در محرک‌های فنری، سرعت حرکت بازوهای مکانیزم، شتاب حرکت پیستون و کابل در محرک‌های فنری و شتاب بازوهای مکانیزم بصورت مجزا بر حسب زمان در شکل‌های (۳-۳) تا (۳-۳-۱) نمایش داده شده است.



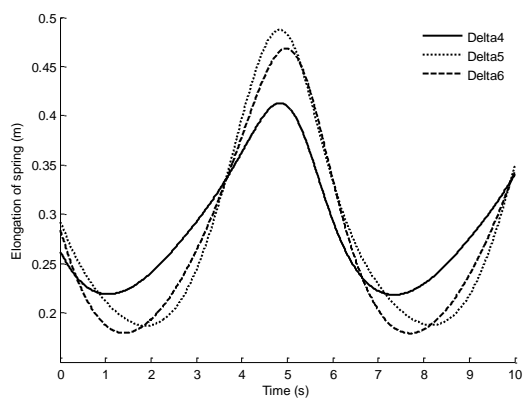
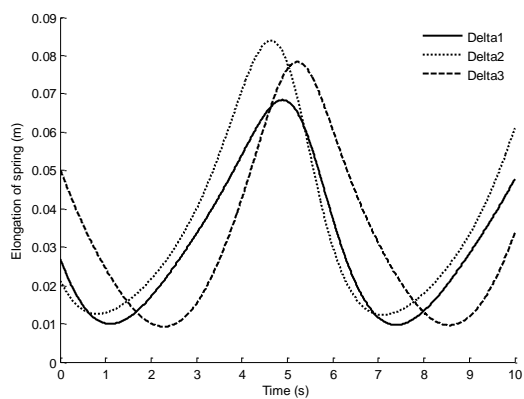
شکل (۳-۳) نیرو در محرک‌های مکانیزم.



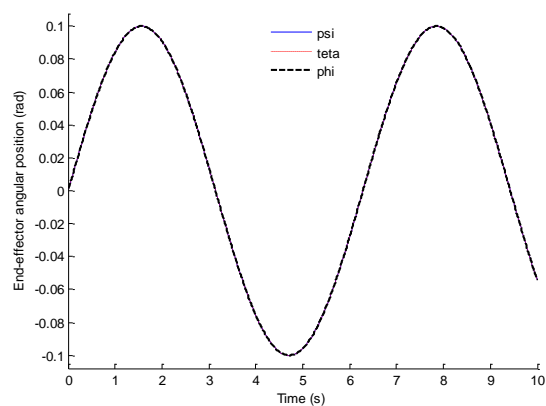
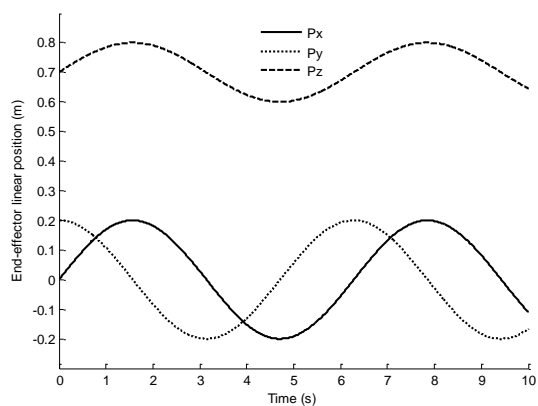
شکل (۴-۳) تغییر طول کل بازوهای مکانیزم.



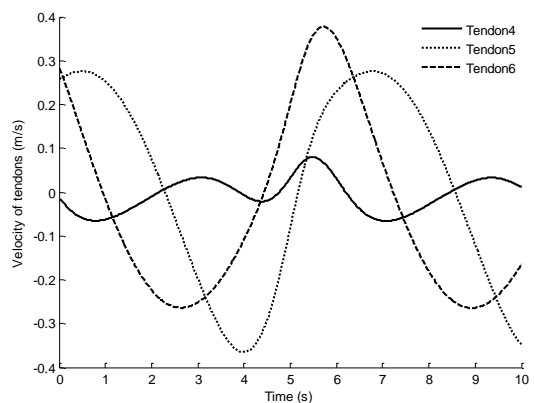
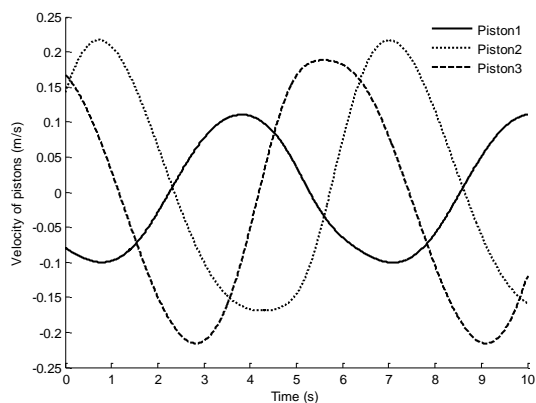
شکل (۵-۳) تغییرات طول پیستون و کابل در محرک فنری.



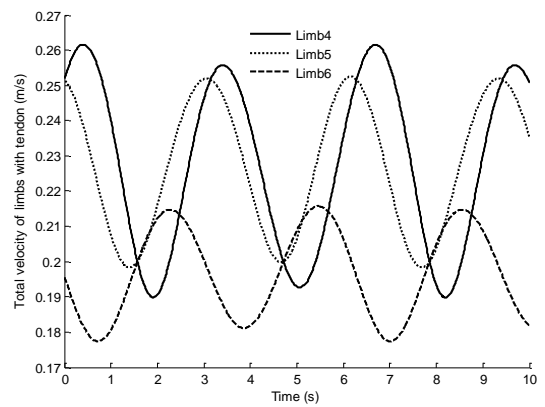
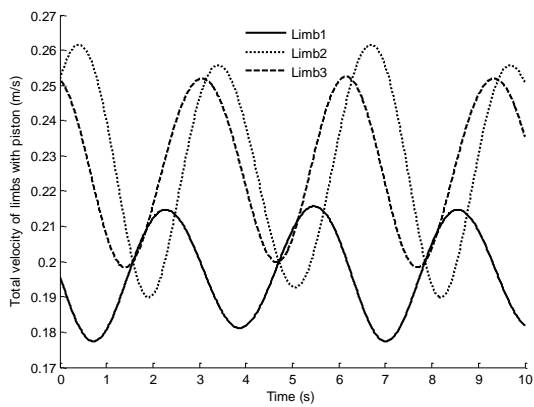
شکل (۳-۶) تغییرات طول فنر در بازوهای مکانیزم.



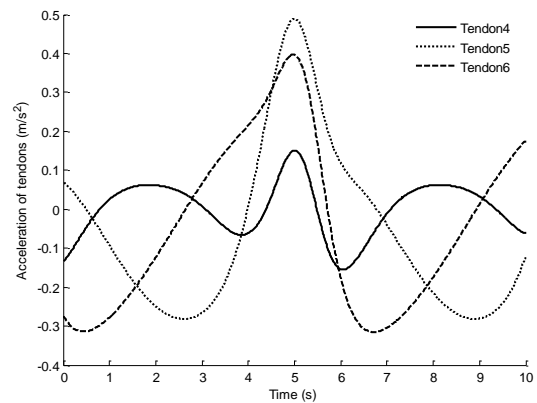
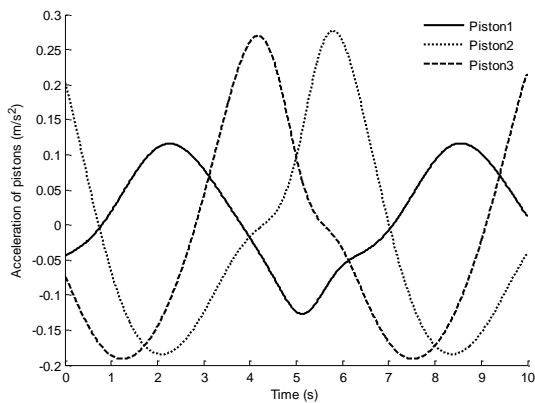
شکل (۳-۷) موقعیت مرکز جرم صفحه متحرک.



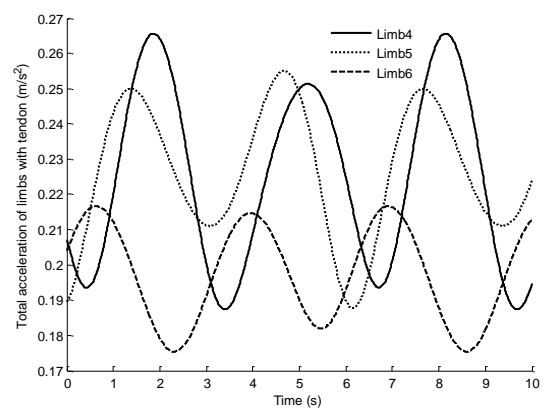
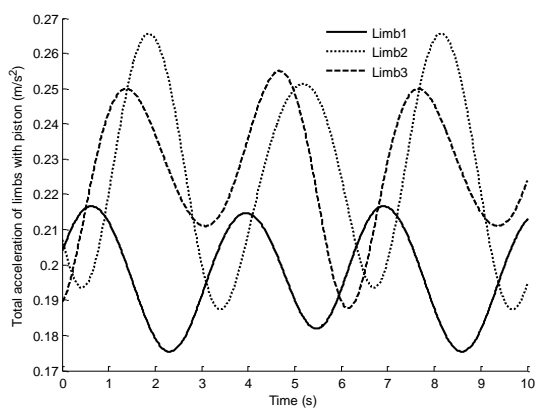
شکل (۳-۸) سرعت حرکت پیستون و کابل در محرک فنری.



شکل (۹-۳) سرعت حرکت بازوهای مکانیزم.



شکل (۱۰-۳) شتاب حرکت پیستون و کابل در محرک فنری.

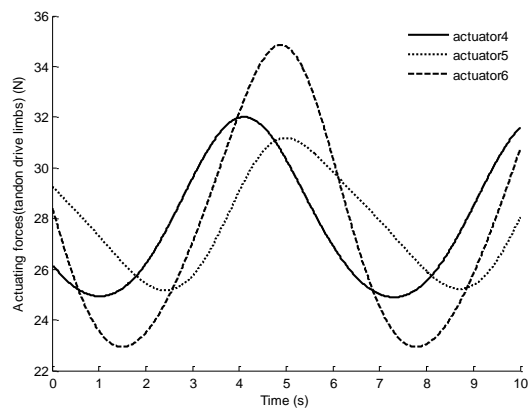
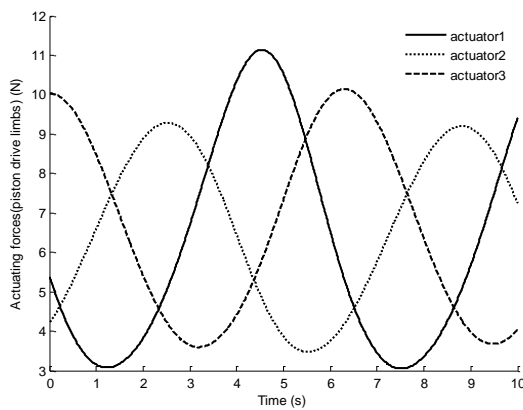


شکل (۱۱-۳) شتاب حرکت بازوهای مکانیزم.

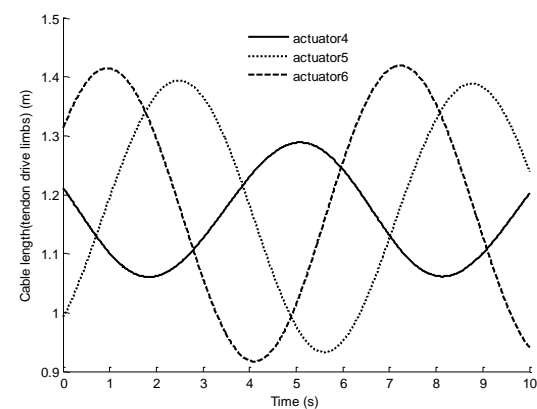
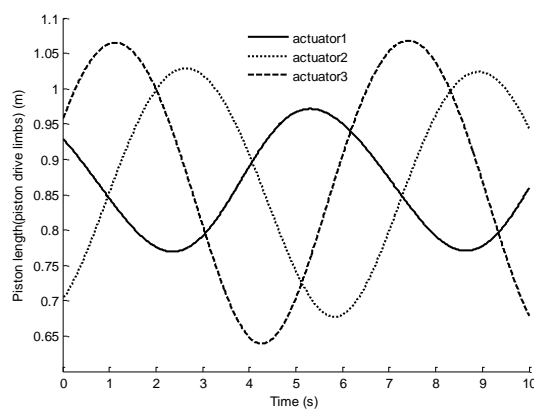
در مثال دوم، حرکت انتقالی خالص صفحه‌ی متحرک بررسی شده است. مسیر مورد نظر بصورت زیر در نظر گرفته شده است.

$$q = [0.2 \sin(t), 0.2 \cos(t), 0.7 + 0.1 \sin(t), 0, 0, 0] \quad (۵۹-۳)$$

در مثال دوم نیرو در محرک‌ها و تغییرات طول در بازوهای مکانیزم بر حسب زمان در شکل‌های (۳-۱۲) و (۳-۱۳) رسم گردیده است.



شکل (۳-۱۲) نیرو در محرک‌های مکانیزم.



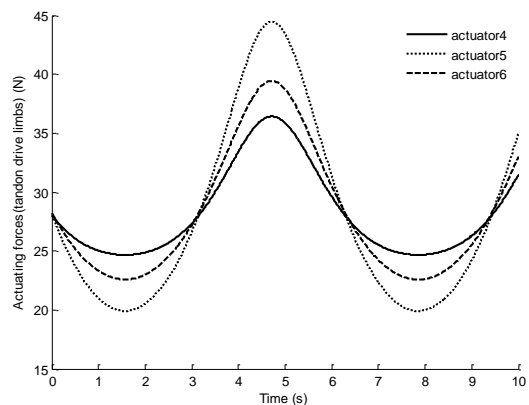
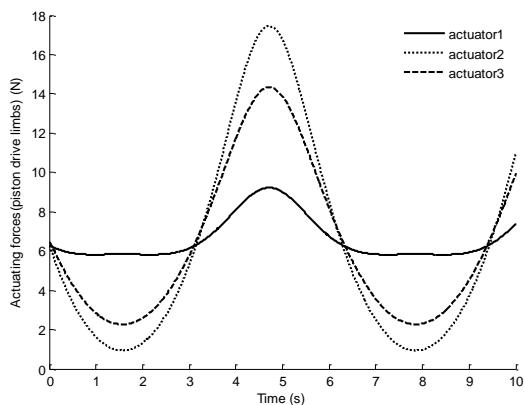
شکل (۳-۱۳) تغییرات طول پیستون و کابل در محرک فنری.

در نهایت، به عنوان آخرین مثال حرکت دورانی خالص صفحه‌ی متحرک بررسی شده است. مسیر مورد نظر بصورت زیر در نظر گرفته شده است.

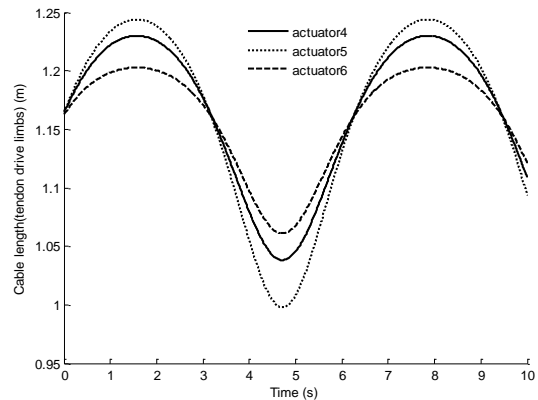
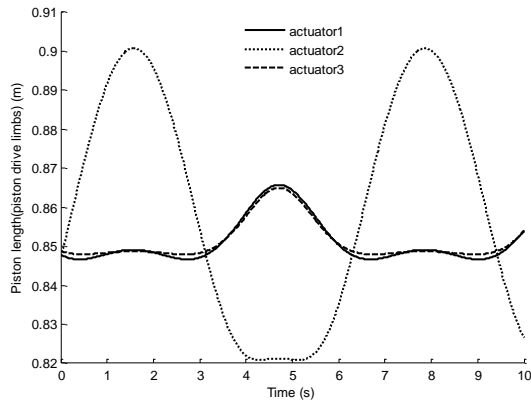
$$q = [0, 0, 0.7, 0.1\sin(t), 0.1\sin(t), 0.1\sin(t)]$$

(۳-۶۰)

به طور مشابه، در مثال آخر نیرو در محرک‌ها و تغییرات طول در بازوهای مکانیزم بر حسب زمان در شکل‌های (۳-۱۴) و (۳-۱۵) رسم گردیده است.



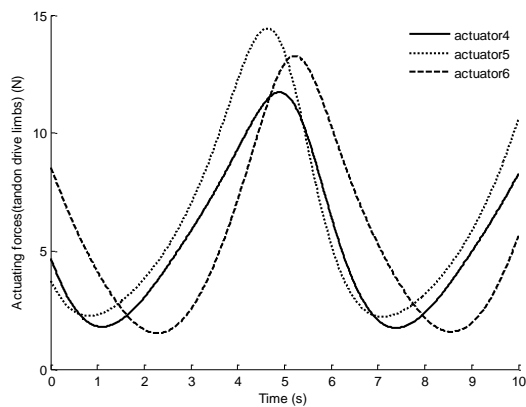
شکل (۳-۱۴) نیرو در محرک‌های مکانیزم.



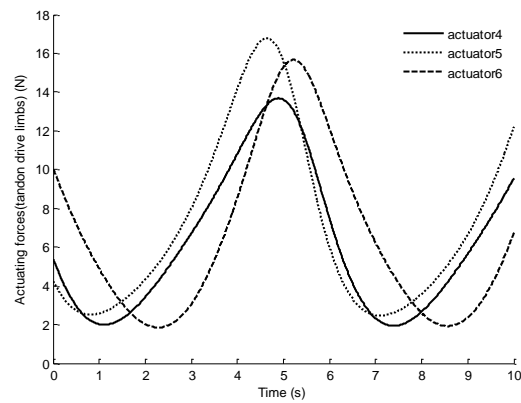
شکل (۳-۱۵) تغییرات طول پیستون و کابل در محرک فنی.

با توجه به مسیر (۳-۵۸)، نیروی محرک‌های مکانیزم را با حالتی که از جرم سیلندر و پیستون مکانیزم صرفه نظر شده است، در شکل‌های (۳-۱۶) و (۳-۱۷) مقایسه و نشان داده شده است.



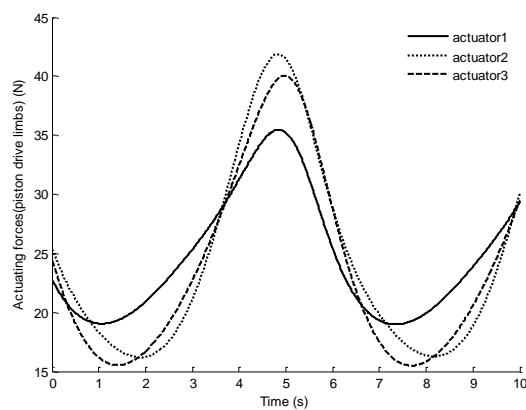


ب

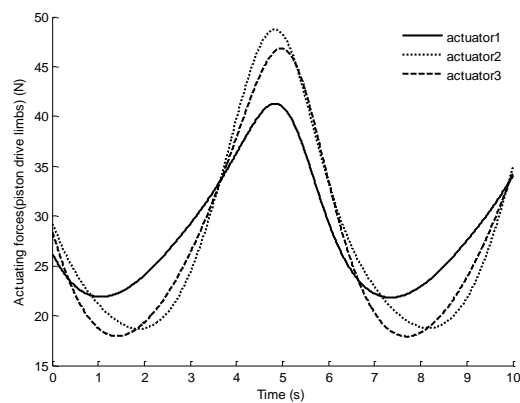


الف

شکل (۳-۱۶) الف: نیرو در محرک‌های هیدرولیکی ب: نیرو در محرک‌های هیدرولیکی با صرفه نظر از جرم سیلندر و پیستون



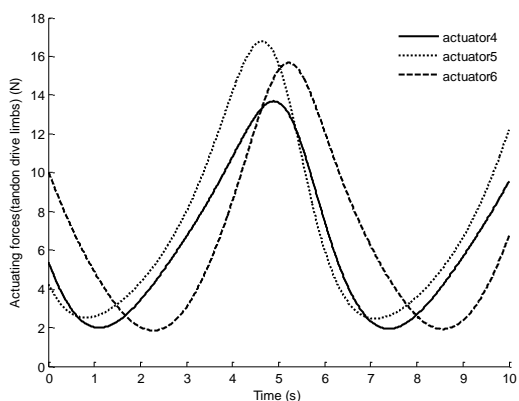
ب



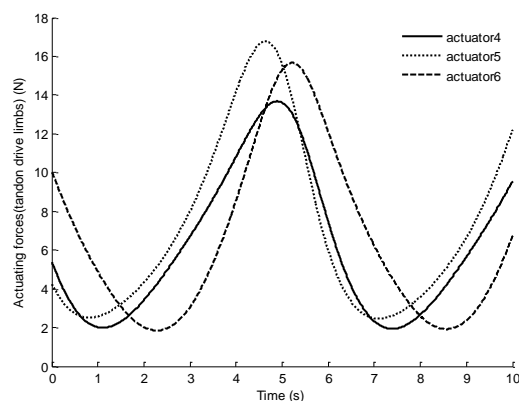
الف

شکل (۳-۱۷) الف: نیرو در محرک‌های فنری ب: نیرو در محرک‌های فنری با صرفه نظر از جرم سیلندر و پیستون

همچنین، با توجه به مسیر (۳-۵۸)، نیروی محرک‌های مکانیزم را با حالتی که سختی فنرهای بازوهای مکانیزم صفر در نظر گرفته شده است، در شکل های (۳-۱۸) و (۳-۱۹) مقایسه و نشان داده شده است.

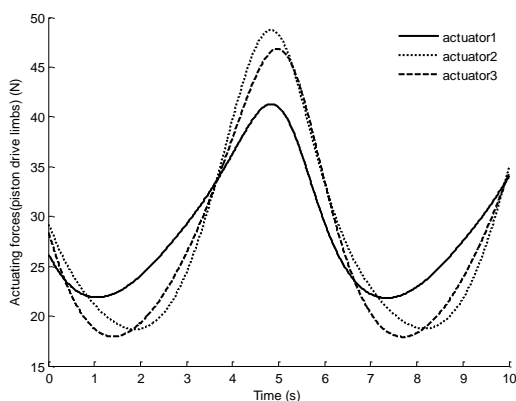


ب

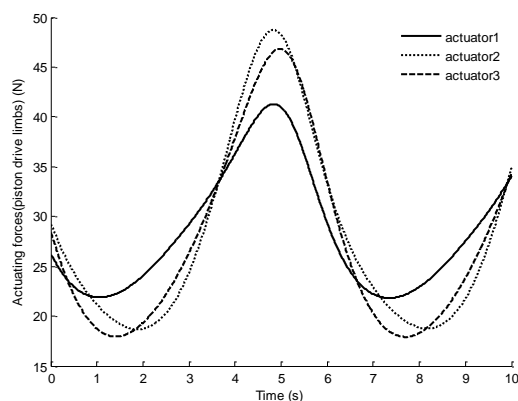


الف

شکل (۱۸-۳) الف: نیرو در محرک‌های هیدرولیکی ب: نیرو در محرک‌های هیدرولیکی با صفر در نظر گرفتن سختی فنرها



ب



الف

شکل (۱۹-۳) الف: نیرو در محرک‌های فنری ب: نیرو در محرک‌های فنری با صفر در نظر گرفتن سختی فنرها

با استفاده از معادلات حرکت استخراج شده، سه مثال عددی ارائه و دینامیک معکوس مکانیزم همرا با شبیه‌سازی مورد بررسی قرار گرفت. همان‌طور که در شکل‌های (۳-۳)، (۳-۵)، (۳-۱۲)، (۳-۱۳)، (۳-۱۴) و (۳-۱۵) ملاحظه می‌شود، نیرو در کابل‌ها همیشه مثبت و دارای پیش کشش است و همچنین با توجه به شکل‌های (۳-۴)، (۳-۵) و (۳-۶) می‌توان نتیجه گرفت رابطه مستقیم بین تغییر طول محرک‌ها، کشیدگی فنرها و طول کل بازوهای مکانیزم وجود دارد. همچنین با توجه به مسیرهای داده شده و شکل‌های (۳-۳)، (۳-۱۲) و (۳-۱۴)، می‌توان نتیجه گرفت نیروی محرکه‌ها در بازوی دوم و پنجم مکانیزم نسبت به سایر محرک‌های مکانیزم اندازه بزرگتری دارد، یعنی اینکه این محرک‌ها توان

بیشتری مصرف می‌کنند و می‌توان از محرکه‌هایی با توان بالاتر استفاده شود و همچنین، همان‌طور که از شکل‌های (۳-۹) و (۳-۱۱) ملاحظه می‌شود سرعت و شتاب بازوهای مکانیزم دو به دو با هم برابر هستند که با توجه به هندسه مکانیزم کاملاً منطقی است. با توجه به شکل‌های (۳-۱۶) و (۳-۱۷) می‌توان نتیجه گرفت، زمانی که از جرم سیلندر و پیستون‌ها صرف نظر شود، برای حرکت دادن مکانیزم محرک‌ها نیاز به نیروی کمتری دارند و همچنین، همان‌طور که از شکل‌های (۳-۱۸) و (۳-۱۹) ملاحظه می‌شود، نیروی محرک‌ها با زمانی که سختی فنرهای مکانیزم ضفر در نظر گرفته می‌شوند یکسان بدست می‌آیند. در نتیجه، نتایج شبیه‌سازی نشانگر کارایی مکانیزم‌های طراحی شده است. از آنجایی که این تحلیل‌ها در کلی‌ترین حالت می‌باشند می‌توان از آنها جهت الگویی برای تحلیل مکانیزم‌های مشابه استفاده نمود.



## فصل چهارم

طراحی مسیر بهینه با کمینه‌سازی زمان و انرژی

#### ۴-۱- مقدمه

در صنعت بزرگ رباتیک، ایجاد حرکت پیوسته بدون تقاطع بازوی ربات برای اتصال دو نقطه در فضای کاری مطلوب است. در نتیجه حرکت روی مسیر مشخص شده باید با معادلات دینامیکی و قیدهای مکانیکی سیستم سازگار باشد، بنابراین بهینه‌سازی زمان و انرژی یک شاخص مهم اجرایی در کاربردهای صنعتی می‌باشد که منجر به صرفه جویی در مصرف انرژی می‌شود. در مورد عملکرد یک ربات، دقت و سرعت عملکرد و مقدار انرژی که باید برای کنترل آن صرف شود مورد سوال قرار می‌گیرد، جواب این سوال بستگی به اینرسی دینامیک ربات، محدودیت محرک‌های ربات و بازه حرکت و تغییر شکل آن دارد.

مسئله طراحی مسیر حرکت مفاصل<sup>۱</sup> یک اصل بنیادی در علم رباتیک می‌باشد و به صورت زیر تعریف می‌شود:

پیدا کردن قانون موقتی حرکت در طول مسیر هندسی داده شده، از قبیل موارد مشخص که بر روی خواص مسیر قرار داده می‌شود. طراحی مسیر به استخراج ورودی‌های مرجع برای سیستم کنترل صفحه متحرک به منظور توانایی اجرای حرکت، اختصاص پیدا می‌کند.

در این پروژه معیارهای حداقل زمان، حداقل انرژی ضابطه‌هایی برای تولید مسیر می‌باشد.

۱- حداقل زمان اجرائی (Minimum execution time)

۲- حداقل انرژی یا عمل سیستم کار انداز (Minimum energy or actuator effort)

#### ۴-۱-۱- مسئله طراحی مسیر با در نظر گرفتن کمینه زمان اجرا

مسئله کمینه زمان اجرایی اولین روش و تکنیک پیشنهاد شده در این پروژه می‌باشد چرا که به طور محکم نیاز به افزایش بهره‌وری در بخش صنعتی مربوط می‌شود. به منظور تولید مسیرهایی با شتاب

---

<sup>1</sup> Trajectory

پیوسته استراتژی معمول این است که از مسیر هموار یا صاف استفاده شود، مانند توابع اسپلاین<sup>۱</sup> که به طور زیاد و گسترده در طراحی سینماتیکی و دینامیکی مسیر به کار گرفته می‌شود.

#### ۴-۱-۲- طراحی مسیر با در نظر گرفتن کمینه انرژی

طراحی مسیر ربات با استفاده از ضوابط دارای انرژی چندین مزیت را در بر می‌گیرد. در یک طرف مسیرهای هموار را ثمر می‌دهد که آسانتر پیگیری می‌شود و تنشهای بر روی کار اندازها و ساختمان ربات را کاهش می‌دهد [۶۳]. علاوه بر آن ذخیره انرژی از خیلی جهات مطلوب می‌باشد. مانند محدود کردن ظرفیت و حجم منبع انرژی (مانند ربات هایی برای اکتشافهای زیر دریایی).

وظیفه بهینه‌سازی تعیین مقادیر مسیر بهینه می‌باشد به گونه‌ای که یک تابع هدف یا معیار عملکرد<sup>۲</sup> را کمینه کند و هم زمان قیود فیزیکی را نیز ارضا نماید. به منظور ارزیابی عملکرد سیستم، انتخاب یک معیار عملکرد ضروری می‌باشد. معیار عملکرد مورد نظر در بعضی مسائل مشخص و واضح است مانند مسأله‌ی بهینه‌سازی زمان که تابع هدف به طور مشخص زمان طی شده می‌باشد. اما در بعضی موارد انتخاب معیار عملکرد مناسب موضوع اصلی می‌باشد. در حالت کلی تابعی معیار<sup>۳</sup> در مسائل بهینه‌سازی به صورت زیر در نظر گرفته می‌شود.

$$J(u) = h(x(t_f), t_f) + \int_{t_0}^{t_f} g(x(t), u(t), t) dt \quad (1-4)$$

که  $g$  و  $h$  توابعی از حالتها  $(x)$ ، ورودی‌ها  $(u)$  و زمان  $(t)$  هستند.  $x$  بردار وضعیت  $n \times 1$  و  $u$  بردار  $m \times 1$  ورودی‌های سیستم می‌باشند. در اینجا  $h$ ، حالتها را در وضعیت نهایی نشان می‌دهد و  $g$  یک تابع وابسته به کل بازه زمانی می‌باشد. هدف بهینه‌سازی یافتن مسیر بهینه است به گونه‌ای که باعث می‌شود  $J(u)$  کمینه شود. مسأله‌ای که در این تحقیق به آن پرداخته می‌شود، یافتن مسیر بهینه حرکت با صرف زمان و انرژی در حرکت نقطه به نقطه می‌باشد. در این فصل، در ابتدا مسأله مورد نظر به شکل مسأله بهینه‌سازی تعریف می‌گردد.

<sup>1</sup> Spline

<sup>2</sup> Performance index

<sup>3</sup> Performance functional

## ۴-۲- بیان ریاضی مسأله

در حالت کلی معادلات دینامیکی به صورت زیر نوشته می‌شود.

$$M(q)\ddot{q} + C(q)\dot{q} + D(q) = PU \quad (۲-۴)$$

که در آن  $q \in R^{n \times 1}$  بردار حالات،  $M \in R^{n \times n}$  ماتریس اینرسی،  $C \in R^{n \times n}$  بردار سرعت،  $D \in R^{n \times 1}$  بردار نیروهای جاذبه و  $U \in R^{m \times 1}$  بردار نیروهای اعمالی از طرف محرک‌ها به مکانیزم می‌باشد. با تعریف بردار حالت  $X \in R^{2n \times 1}$  به صورت زیر.

$$X = \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} q \\ \dot{q} \end{bmatrix} \quad (۳-۴)$$

معادله دینامیکی سیستم در فرم فضای حالت به صورت زیر باز نویسی می‌شود.

$$\dot{X} = \begin{bmatrix} \dot{X}_1 \\ \dot{X}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_2 \\ N(X) + Z(X_1)U \end{bmatrix} \quad (۴-۴)$$

که در آن

$$\begin{aligned} Z(X_1) &= M^{-1}P \\ N(X) &= -M^{-1}(C + D) \end{aligned} \quad (۵-۴)$$

حال مسأله‌ی بهینه‌سازی تعیین حالت‌های  $X$  و ورودی  $U$  است به گونه‌ای که برای مدل داده شده در معادله (۴-۴) یک تابع معیار تعریف شده کمینه گردد. در اینجا هدف یافتن مسیر بهینه با کمینه سازی زمان و انرژی می‌باشد. بنابراین مسأله‌ی بهینه‌سازی را به صورتی که در ادامه آورده می‌شود می‌توان تعریف نمود. اگر  $\Omega$  محدوده کنترل قابل قبول باشد، مسأله‌ی بهینه‌سازی یافتن کنترل  $U(t) \in \Omega$  به گونه‌ای که مکانیزم داده شده با معادله (۴-۴)، بتواند مسیر بهینه را در حداقل زمان با صرف کمترین انرژی از شرایط اولیه به موقعیت نهایی مطلوب برسد. بنابراین تابع هدفی که باید کمینه گردد، به صورت زیر می‌توان تعریف نمود.



$$J = \int_{t_0}^{t_f} 1 + \frac{1}{2} u^T R u dt \quad (6-4)$$

که  $t_f$  زمان نهایی می‌باشد و  $R$  یک ماتریس قطری با مولفه های مثبت است. برای مسأله مسیر بهینه حالت‌ها که از شرایط اولیه زیر حرکت می‌کنند.

$$X_1(0) = X_{10}, X_2(0) = X_{20} \quad (7-4)$$

باید به شرایط نهایی زیر برسند.

$$X_1(t_f) = X_{1f}, X_2(t_f) = X_{2f} \quad (8-4)$$

به طوری که مقادیر کنترل از محدوده مجاز  $\Omega$  که به صورت زیر تعریف می‌شود، تجاوز ننمایند.

$$U_i^- \leq U_i \leq U_i^+ \quad (9-4)$$

#### ۴-۳- الگوریتم حل

با بدست آوردن معادله‌ی دینامیکی سیستم، مشخص کردن شرایط مرزی (محدودیت‌ها) و تابع هدف، مسأله‌ی بهینه‌سازی تعریف می‌گردد. برای حل مسأله‌ی بهینه‌سازی، دو روش مستقیم و غیر مستقیم وجود دارد. در روش غیرمستقیم [۲۶] با استفاده از اصل پونترایگین، قانون کنترل بدست می‌آید که با جایگذاری در دینامیک سیستم مسأله به معادلات مقدار مرزی می‌رسیم که با حل این معادلات، مسیر بهینه بدست می‌آید. در این تحقیق با استفاده از الگوریتم ارائه شده با استفاده از روش مستقیم مسأله‌ی بهینه‌سازی حل می‌گردد. در اینجا از الگوریتم طیف مجازی گاوس استفاده می‌گردد. برای این منظور معادلات مسأله‌ی بهینه‌سازی به فرم مسأله‌ی بهینه‌ی پیوسته بولزا<sup>۱</sup> بازنویسی می‌شود. این معادلات بهینه‌سازی با استفاده از تبدیل زیر از بازه زمانی  $\tau \in [-1 \ 1]$  به بازه زمانی  $t \in [t_0 \ t_f]$  منتقل می‌شوند.

<sup>1</sup> Continuous Bolza problem

$$t = \frac{t_f - t_0}{2} \tau + \frac{t_f + t_0}{2} \quad (10-4)$$

این معادلات که معادلات پیوسته می‌باشند با استفاده از گسسته‌سازی به روش گاووس و بازنویسی آنها به معادلات غیر خطی در نقاط مختلف (نقاط گاووس-لژاندر) تبدیل می‌شوند. این امر با استفاده از تخمین حالت‌ها و کنترل‌ها با استفاده از چندجمله‌ای‌های درونیاب لاگرانژ صورت می‌گیرد. تخمین کنترل‌ها با استفاده از چندجمله‌ای درجه  $n$  و تخمین حالت‌ها با استفاده از چندجمله‌ای درجه  $n+1$  صورت می‌گیرد. همچنین مشتق چند جمله‌ای‌های لاگرانژ در قالب یک ماتریس تخمین تفاضلی بیان می‌شود. بدین وسیله قیود دینامیکی سیستم به قیود جبری تبدیل می‌شوند. همچنین تابع هدف بوسیله‌ی مربع‌سازی به روش گوس تخمین زده می‌شود. در نهایت مسأله بهینه‌سازی به یک مسأله‌ی غیرخطی جبری تبدیل می‌شود که توسط روش‌های عددی حل می‌گردد [۶۴].

#### ۴-۴- طراحی و شبیه‌سازی مسیر بهینه حرکت

در اینجا هدف پیدا کردن مسیر بهینه بین دو نقطه با کمینه سازی همزمان انرژی و زمان می‌باشد و از جرم بازوهای مکانیزم صرفه نظر شده است. برای این منظور تابع هدف بصورت زیر تعریف می‌گردد:

$$J = \int_{t_0}^{t_f} 1 + \frac{1}{2} u^T R u dt \quad (11-4)$$

اکنون با داشتن معادلات دینامیکی، تعریف تابع هدف و معادلات حالات می‌توان مسأله‌ی بهینه‌سازی برای مدل ارائه شده را تعریف نمود. محدودیت‌های موجود در مسأله‌ی بهینه‌سازی عبارتند از محدودیت فضای کاری و محدودیت تولید نیرو و گشتاور توسط موتورها و سیلندرها و همچنین اصطکاک و اینرسی قرقره‌ها صرف‌نظر شده است.

با تعریف بردار  $q = [P_x \ P_y \ P_z \ \psi \ \theta \ \phi]^T$  بردار حالت به صورت زیر تعریف می‌شود.

$$X = \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} q \\ \dot{q} \end{bmatrix} \quad (12-4)$$

که بردار  $P = [P_x \ P_y \ P_z]^T$  بیانگر موقعیت مرکز جرم صفحه‌ی متحرک و  $\Theta = [\psi, \theta, \phi]^T$  مشخص کننده‌ی جهت گیری صفحه‌ی متحرک است.

اکنون معادلات حالت به فرم زیر حاصل می‌شوند.

$$\dot{X} = \begin{bmatrix} X_2 \\ N + ZU \end{bmatrix} \quad (13-4)$$

که ماتریس‌های  $N$  و  $Z$  از رابطه (14-4) محاسبه می‌گردند.

$$\begin{aligned} N &= -M^{-1}(C + D) \\ Z &= M^{(-1)}P \end{aligned} \quad (14-4)$$

که  $M$ ،  $C$ ،  $G$  و  $P$  از روابط (3-29) تا (3-32) بدست می‌آیند.

بردار موقعیت و سرعت اولیه و نهایی به صورت زیر می‌باشد.

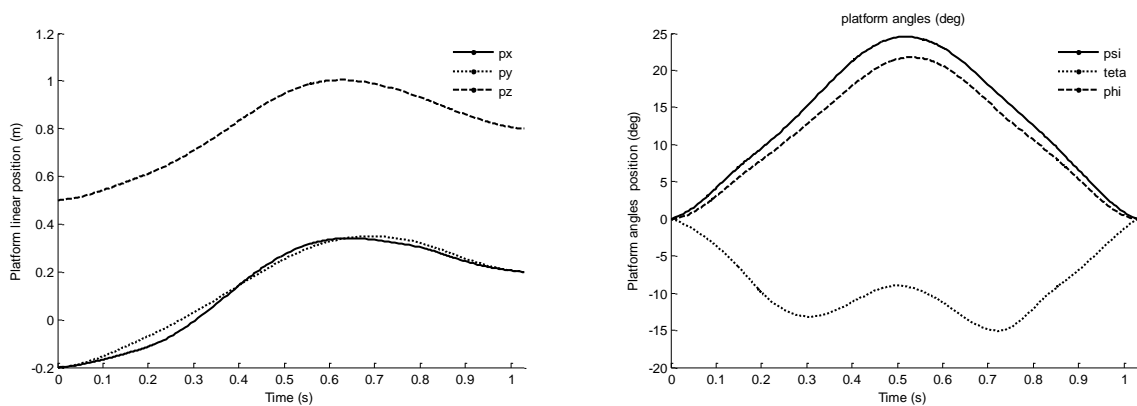
$$q_0 = \begin{bmatrix} -0.2 \\ -0.2 \\ 0.5 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad q_f = \begin{bmatrix} 0.2 \\ 0.2 \\ 0.8 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad \& \quad \dot{q}_0 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \dot{q}_f = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (15-4)$$

پارامترهای سیستم به صورت جدول (4-1) می‌باشد.

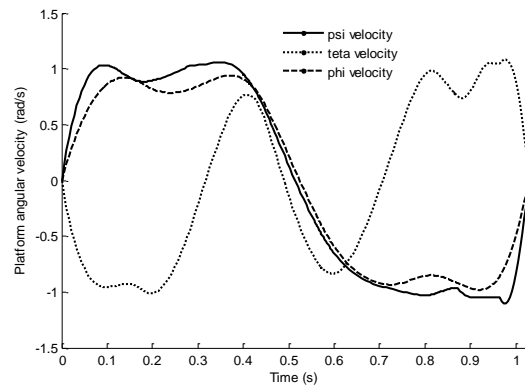
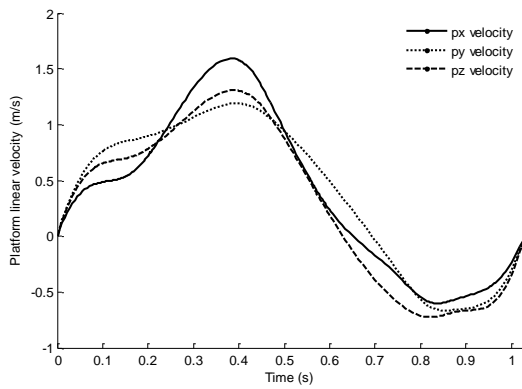
جدول (۱-۴) پارامترهای سیستم.

پارامتر	مقدار	دیمانسیون
$M$	۲	$kg$
$I_{xx}$	۰,۰۸۳۳	$kg.m^2$
$I_{yy}$	۰,۱۴۵۸	$kg.m^2$
$I_{xy}$	۰,۰۳۶۱	$kg.m^2$
$d$	۰,۵	$m$
$D$	۱	$m$
$l_{s1}$	۰,۲	$m$
$l_{s2}$	۰,۲	$m$
$k_1$	۲۰۰	$N/m$
$k_2$	۱۰۰	$N/m$
$R_g$	۰,۰۲	$m$
$u_{4max} = u_{5max} = u_{6max} = 50$		
$u_1^\pm = u_2^\pm = u_3^\pm = \pm 20$		
		محدوده ورودی‌های کنترلی
$N.m$		
$N$		

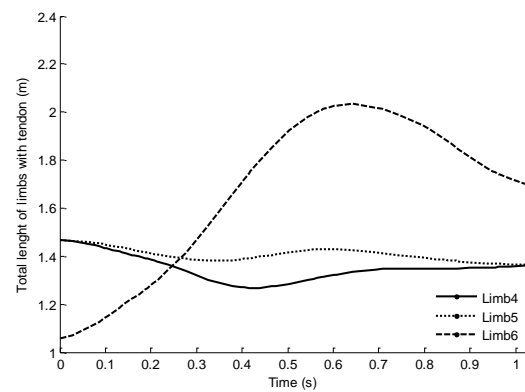
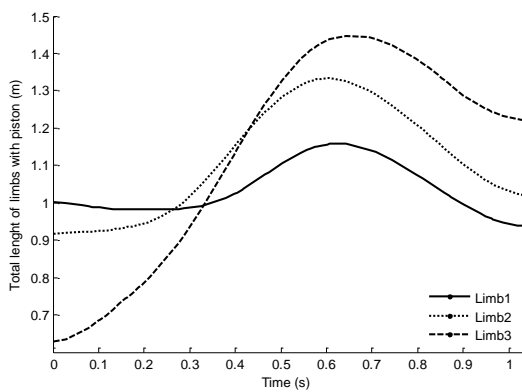
$R_g$  شعاع پولی موتور می باشد. با حل مسأله‌ی بهینه‌سازی نتایج در شکل های (۱-۴) تا (۶-۴) نمایش داده شده است.



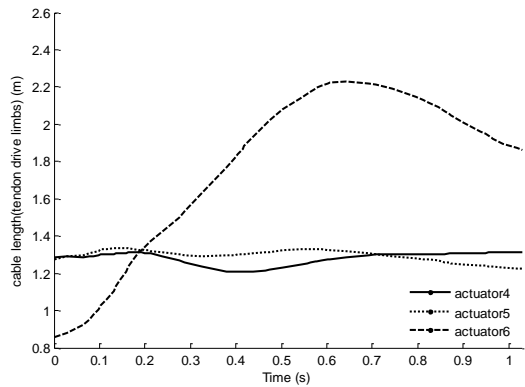
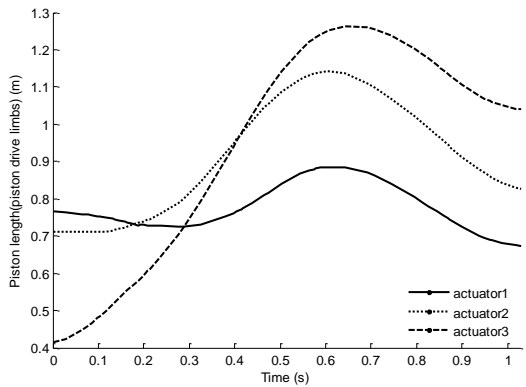
شکل (۱-۴) موقعیت خطی و زاویه‌ای صفحه متحرک.



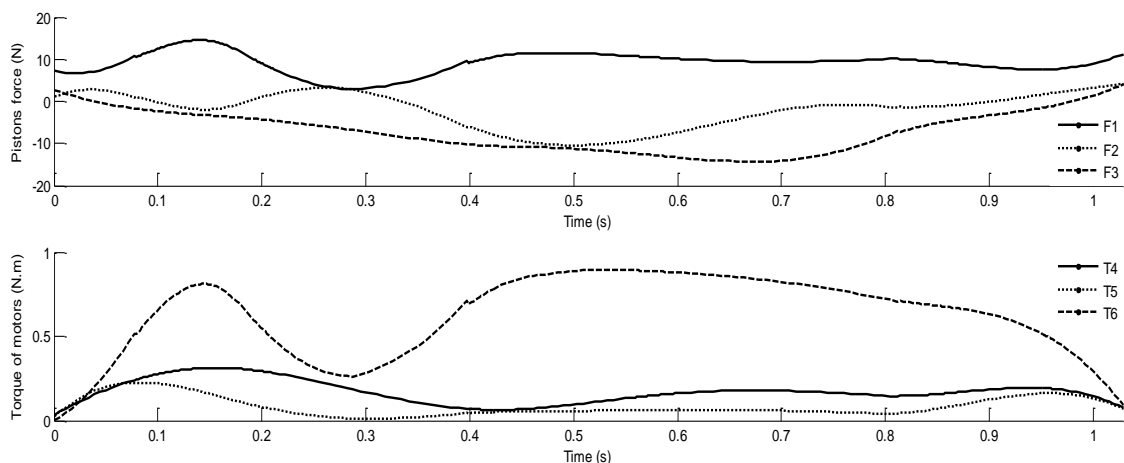
شکل (۲-۴) سرعت خطی و زاویه‌ای صفحه متحرک.



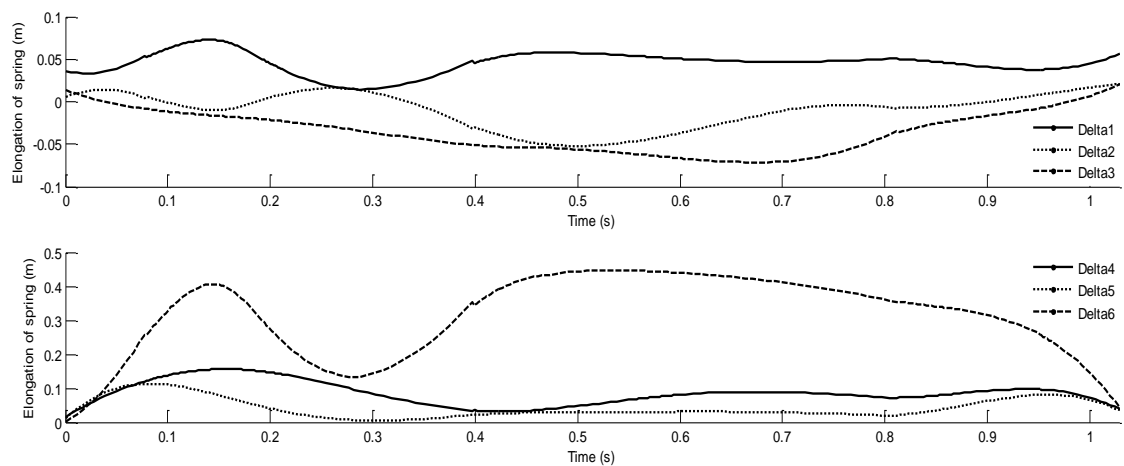
شکل (۳-۴) تغییرات طول کل بازوهای مکانیزم.



شکل (۴-۴) تغییرات طول پیستون و کابل در محرک فنری.



شکل (۵-۴) نیروی سیلندرها و گشتاور موتورها.



شکل (۶-۴) تغییرات طول فنر در بازوهای مکانیزم.

همان‌طور که در شکل‌ها نشان داده می‌شود، موقعیت‌های صفحه متحرک از نقاط ابتدایی داده شده شروع، و به نقاط انتهایی داده شده می‌رسد و سرعت‌ها از صفر شروع شده و در انتها نیز به صفر میل می‌کنند. همچنین با توجه به شکل‌های (۳-۴)، (۴-۴) و (۶-۴) می‌توان نتیجه گرفت رابطه مستقیم بین تغییر طول محرک‌ها، کشیدگی فنرها و طول کل بازوهای مکانیزم وجود دارد.

زمان بهینه حرکت نزدیک به ۱,۰۲۸۷ ثانیه می‌باشد و ورودی‌های کنترلی هر شش محرکه در محدوده مجاز تغییر می‌کنند. برای کاهش تغییرات ورودی‌های کنترل، می‌توان در تابع هدف رابطه (۷-۴) مقادیر قطری ماتریس  $R$  را بزرگتر از ۱ قرار داد.

## فصل پنجم

نتیجه‌گیری و پیشنهادات

## ۵-۱- نتیجه گیری

برای سالیان متمادی، تنسگریتی یک ایده جهت طراحی سازه‌های استاتیکی بود. در سال‌های اخیر، ایده‌ی طراحی مکانیزم‌ها با استفاده از سازه‌های تنسگریتی مطرح شده است. با افزودن محرک به سازه‌های تنسگریتی می‌توان حرکت مطلوب و تغییر شکل مورد نظر را در سازه ایجاد کرد و ربات‌هایی با ویژگی‌های منحصر به فرد ارائه کرد. این تحقیق سعی داشت به نظام‌مند ساختن تحلیل این نوع مکانیزم‌ها بپردازد. به این منظور ابتدا در مقدمه و در مطالبی که در خلال بخش تحقیقات انجام شده بیان شد، یک دید کلی از طرح‌های پیشنهادی این مکانیزم‌ها ارائه کرد.

در این پایان نامه، با بررسی ساختار مکانیزم‌های تنسگریتی ارائه شده در دهه‌ی اخیر، یک مکانیزم تنسگریتی فضایی جدید پیشنهاد داده شد. مدل پیشنهاد شده یک مکانیزم تنسگریتی انعطاف‌پذیر یا سازگار<sup>۱</sup> شش درجه‌آزادی - سه درجه آزادی انتقالی و سه درجه آزادی دورانی - می‌باشد که بر اساس ربات موازی استوارت طراحی شده است. سه بازوی ربات استوارت با سه محرک فنری جایگزین شده است و در سه بازوی دیگر مکانیزم، پیستون محرک‌ها با سه فنر خطی بصورت سری متصل شده است. در این مدل، از محرک‌های فنری استفاده شده است. همان‌طور که قبلاً ذکر شده است این محرک‌ها شامل یک قسمت فنری و کابلی می‌باشند و بصورت سری به یکدیگر متصل شده‌اند. طول کابل قابل تغییر می‌باشد و توسط یک قرقره جمع می‌شود. این نوع از محرک‌ها می‌توانند جایگزین مناسبی برای بازوها با مفصل منشوری باشند و در عین حال اینرسی مکانیزم را کاهش دهند. اما مهمترین عاملی که باید در نظر گرفته شود شرط کششی بودن این محرک‌ها است.

در این پایان نامه، مسائل تحلیل سینواستاتیکی و تعادل استاتیکی مکانیزم مورد بررسی قرار گرفت و صحه‌گذاری سینواستاتیک معکوس و مستقیم مکانیزم با مثال‌های عددی انجام پذیرفت. معادلات دینامیکی مکانیزم پیشنهادی با استفاده از اصل کار مجازی بدست آورده شده است و حرکت مکانیزم همراه با سه مثال شبیه‌سازی گردیده است. نتایج شبیه‌سازی نشانگر کارایی مکانیزم‌های طراحی شده

---

<sup>1</sup> Compliant tensegrity mechanism



است. از آنجایی که این تحلیل‌ها در کلی‌ترین حالت می‌باشند می‌توان از آنها جهت الگویی برای تحلیل مکانیزم‌های مشابه استفاده نمود. در نهایت طراحی مسیر بهینه با کمینه سازی زمان و انرژی همراه با شبیه‌سازی برای مکانیزم مورد بررسی قرار گرفت.

## ۵-۲- پیشنهادات

مفهوم تنسگریتی مفهومی جدید در مباحث مربوط به مکانیزم‌ها می‌باشد و برای رسیدن به مرحله تولید را بلندی در پیش دارد. هرچند مکانیزم‌های تنسگریتی زیادی ارائه شده است، با این حال می‌توان مکانیزم‌های جدیدی طراحی و تحلیل کرد. به عنوان مثال می‌توان با در نظر گرفتن خانواده‌ی تنسگریتی منشوری مکانیزم‌های تنسگریتی متحرک جدیدی ارائه کرد. تحقیق حاضر قدم ابتدایی در جهت‌دهی به تحلیل مکانیزم‌های تنسگریتی می‌باشد و تحقیق در هر دو زمینه طراحی و تحلیل مکانیزم‌های تنسگریتی قابل پیگیری است.

در زمینه طراحی می‌توان گفت، مکانیزم‌های تنسگریتی نیز مانند سایر مکانیزم‌ها از تعدادی مفصل و لینک تشکیل یافته‌اند. لینک‌های مکانیزم‌های تنسگریتی می‌توانند اجزاء غیر صلبی مانند کابل و زنجیر باشند. این لینک‌های غیر صلب خود می‌توانند انعطاف‌پذیر و غیر قابل انعطاف باشند. با ترکیب این مفاصل و لینک‌ها و بر اساس کاربردی که برای مکانیزم در نظر گرفته می‌شود می‌توان مدل‌های گوناگون دیگری از مکانیزم‌های دوبعدی و سه بعدی ارائه کرد. به عنوان مثال یکی از مسائل در طراحی مکانیزم‌ها این است که بر اساس موقعیت، جهت و همچنین حرکت صفحه متحرک مکانیزمی طراحی شود. می‌توان به کمک سیستم‌های تنسگریتی مکانیزمی طراحی کرد که آن حرکت معین را به صورت بهینه‌تری در مقایسه با مکانیزم‌های معمولی به انجام رساند. بنابراین، طراحی و ارائه مکانیزم‌های تنسگریتی صفحه‌ای و فضایی گوناگون و جدید یکی از پیشنهادات اساسی در توسعه مکانیزم‌های تنسگریتی می‌باشد.

معادلات سینواستاتیک استخراج شده در مکانیزم پیشنهادی- با عضوهای انعطاف‌پذیر فعال- در غیاب نیروهای خارجی بدست آمد. در این مورد می‌توان در حالت کلی‌تری که نیروهای خارجی نیز به مکانیزم وارد می‌آید، معادلات سینواستاتیک را استخراج کرد.

در مورد تحلیل سینواستاتیک، معادلات استاتیکی و سینماتیکی را باید به صورت همزمان مورد بررسی قرار داد. یکی از پیشنهادات این است که روش‌های عمومی‌تری که قابل بسط به سایر مکانیزم‌ها نیز می‌باشد برای تشکیل دستگاه معادلات ارائه شود.

در این مکانیزم، به دلیل استفاده از محرک‌های فنری جرم مکانیزم کاهش داده شده است ولی به دلیل وجود عضوهای انعطاف‌پذیر، در اثر اعمال نیروهای خارجی، شکل این مکانیزم تغییر می‌کند. لذا استخراج ماتریس سفتی در این مکانیزم‌ها اهمیت ویژه‌ای دارد. یکی دیگر از پیشنهادات بدست آوردن ماتریس سفتی این مکانیزم‌ها می‌باشد و همچنین مسأله بررسی تداخل برای این مکانیزم می‌تواند پیشنهاد دیگری باشد.

کنترل مکانیزم‌های تنسگریتی موازی، مشابه مکانیزم ارائه شده در این تحقیق نیاز به مطالعه دارد و می‌تواند موضوع جالبی جهت تحقیق باشد.

یکی دیگر از پیشنهادات این پایان نامه، طراحی و کد نویسی نرم افزارهای تخصصی جهت تحلیل دینامیکی مکانیزم‌های تنسگریتی است. نرم‌افزارهای دینامیکی موجود قادر به شبیه‌سازی عضوهای انعطاف‌پذیر فعال نمی‌باشند و طراحی و تحلیل این مکانیزم‌ها نیازمند نرم‌افزارهای تخصصی می‌باشد. همچنین این نرم افزار باید با در نظر گرفتن شرط کشش در عضوهای انعطاف‌پذیر و در نظر گرفتن برخورد بین اجزای مختلف مکانیزم، قادر به تعیین فضای کاری مکانیزم باشد.

# منابع

- [1] Snelson K., <http://www.kennethsnelson.net>.
- [2] Fuller R.B., (2005), Patent information courtesy of Buckminster Fuller Institute. Available: <http://www.bfi.org>.
- [3] Fuller R.B., (1962), “Tensile-integrity structures”, United States Patent 3,063,521,1962.
- [4] Pugh A., (1976), “An introduction to tensegrity” **University of California Press**, Berkeley, CA, US.
- [5] Hanaor A., (1994), “Geometrically rigid double-layer tensegrity grids”. **International Journal of Space Structures**. 9, 4, pp. 227–238.
- [6] Chen C.S., Ingber D.E., (1999), “Tensegrity and mechanoregulation: from skeleton to cytoskeleton”, **Osteoarthritis and Cartilage**, 7, pp. 81-94.
- [7] Motro R., (2003), “**Tensegrity: Structural Systems for the Future**”. Kogan Page Science, Sterling, VA.
- [8] Paul C., Valero-Cuevas F.J. and Lipson H. (2006), “Design and control of tensegrity robots for locomotion”. **Robotics**, 5, 22, pp. 944-957.
- [9] Shibata M., Saijyo F. and Hirai S. (2009). “Crawling by Body Deformation of Tensegrity Structure Robots”. **Robotics and Automation**, pp. 4375-4380, ICRA '09. IEEE International Conference on.
- [10] Haber R.B. and Abel J.F. (1982). “Initial equilibrium solution methods for cable reinforced membranes part I—formulations” **Comput. Meth. Appl. Mech. Eng.** 3,30, pp. 263–284.
- [11] Calladine C.R. (1978). “Buckminster Fuller’s tensegrity structures and Clerk Maxwell’s rules for the construction of stiff frames” **Int. J. Solids Struct.** 2,14, pp.161–172.
- [12] Motro R., Najari S. and Jouanna P. (1986). “Static and dynamic analysis of tensegrity systems” In *Shell and Spatial Structures: Computational Aspects*. Springer Verlag, NewYork, pp. 270–279.
- [13] Pellegrino S. and Calladine C.R. (1986). “Matrix analysis of statically and kinematically indetermined frameworks” **Int. J. Solids Struct.** 4,22, pp. 409–428.
- [14] Sultan C., Corless, M., Skelton, R.E. (2001). “The prestressability problem of tensegrity structures: Some analytical solutions” **Int. J. Solids Struct.** 30,38, pp. 5223–5252.

- [15] Murakami H. and Nishimura Y. (2001). “Initial shape finding and modal analysis of cyclic right-cylindrical tensegrity modules” **Comput. Struct.** 9,79, pp.891–917.
- [16] Murakami H. and Nishimura, Y. (2001). “Static and dynamic characterization of regular truncated icosahedral and dodecahedral tensegrity modules” **Int. J.Solids Struct.** 50,38, pp. 9359–9381.
- [17] Hanaor A., (1988). “Prestressed pin-jointed structures—flexibility analysis and prestress design” **Comput. Struct.** 6, 28, pp. 757–769.
- [18] Kebiche K., Kazi-Aoual M.N. and Motro R. (1999). “Geometrical non-linear analysis of tensegrity systems” **Eng. Struct.** 9,21, pp 864–876.
- [19] Murakami H. (2001). “Static and dynamic analyses of tensegrity structures.Part 1: nonlinear equations of motion” **Int. J. Solids Struct.** 20,38, pp. 3599–3613.
- [20] **Sultan C. (1999). “Modeling, design, and control of tensegrity structures with applications” Ph.D. dissertation, Purdue University, West Lafayette.**
- [21] Sultan C., Corless M. and Skelton R.E., (2002). “Linear dynamics of tensegrity structures.” **J. Eng. Struct.** 6,24, pp. 671–685.
- [22] Skelton R.E. and Sultan C. (1997).” Controllable tensegrity, a new class of smart structures.” **In Smart Structures and Materials**, pp. 166–177.
- [23] Motro R., Djouadi S., Pons J.C. and Crosnier, B., (1998). “Active control of tensegrity systems” **ASCE J. Aerospace Eng.** 2,11, pp. 37–44.
- [24] Kanchanasaratool N. and Williamson D. (2002). “Modeling and control of class NSP tensegrity structures.” **Int. J. Control**, 2,75 , pp. 123–139.
- [25] Aldrich J.B. and Skelto R.E. (2005).“Time-energy optimal control of hyper-actuated mechanical systems with geometric path constraints” Conference on Decision and Control, pp. 8246-8253.
- [26] Bamdad M. (2013). “**Time-Energy Optimal Trajectory Planning of Cable Suspended Manipulators**” Vol. 1, UK. 1, Springer-Verlag Berlin Heidelberg, pp. 41-51.
- [27] Burkhardt W. (2008), “A Practical Guide to Tensegrity Design” 2nd edition, Cambridge, MA 02142-0021 USA Version 2.27 June 29.
- [28] Pinaud J.P., Masic M. and Skelton R.E. (2003). “Path planning for the deployment of tensegrity structures”. **In Proc. of SPIE**, 5.49 , pp. 436-447

- [29] Graells Rovira A. and Mirats Tur J.M. (2009), “Control and simulation of a tensegrity-based mobile robot”. **Robotics and Autonomous Systems**, 5,57 , pp. 526-535.
- [30] Mirats Tur J.M., Juan S.H. and Rovira A.G. (2007) “Dynamic equations of motion for a 3-bar tensegrity based mobile robot,” IEEE Symposium on Emerging Technologies and Factory Automation, ETFA, pp. 1334-1339.
- [31] **Bayat J. (2006). “Position analysis of planar tensegrity structures” PhD dissertation, Center for Intelligent Machine and Robotics, University of Florida, Gainesville, FL.**
- [32] Arsenault M. and Gosselin C.M. (2004). “ Development and analysis of a planar 1-DOF tensegrity mechanism” in: Proceedings of the 2004 Canadian Society of Mechanical Engineering (CSME) Forum.
- [33] Arsenault M. and Gosselin C. M. (2006). “Kinematic, static and dynamic analysis of a planar 2-DoF tensegrity mechanism” **Mechanism and Machine Theory**, 9, 41, pp. 1072–1089.
- [34] Arsenault M. and Gosselin C. (2008). “Kinematic and static analysis of 3-PUPS spatial tensegrity mechanism”. **Journal of Mechanism and Machine Theory**. 1, 44, pp. 162-179.
- [35] Arsenault M. and Gosselin C. (2006) “Kinematic, static, and dynamic analysis of a spatial three degree-of-freedom tensegrity mechanism”. **Journal of Mechanical Design**, 5, 128, pp. 1061–1069.
- [36] **Tran T. (2002) “Reverse Displacement Analysis for Tensegrity Structures” Master of Science Thesis, Center for Intelligent Machine and Robotics, University of Florida, Gainesville, FL.**
- [37] **Marshall M. Q. (2003). “Analysis of Tensegrity-Based Parallel Platform Devices”. Master of Science Thesis, Center for Intelligent Machine and Robotics, University of Florida, Gainesville, FL.**
- [38] Shekarforoush S.M.M., Eghtesad M. and Farid M. (2012). “Kinematic and Static Analyses of Statically Balanced Spatial Tensegrity Mechanism with Active Compliant Components”. **Journal Of Intelligent & Robotic Systems**, pp. 1-16.
- [39] Moon Y., Crane C.D. and Roberts R.G. (2011). “ Analysis of a Spatial Tensegrity-based Compliant Mechanism”. 13th World Congress in Mechanism and Machine Science, Guanajuato, M´exico, pp. 19-25.

- [40] Moon Y., Crane C.D. and Roberts, R.G. (2010). “Analysis of a planar tensegrity-based compliant mechanism”. Proceedings of the ASME Design Engineering Technical Conference 2 (PARTS A AND B) , pp. 291-299
- [41] Moon, Y., Crane, C.D., Roberts, R.G. (2012). “Position and Force Analysis of a Planar Tensegrity-Based Compliant Mechanism”. **Journal of Mechanisms and Robotics**.
- [42] **Tobie R.S. (1976) “A Report on an Inquiry into The Existence, Formation and Representation of Tensile Structures” Master of Industrial Design Thesis, Pratt Institute, New York.**
- [43] Connelly R. and Terrell M. (1995). “Globally rigid symmetric tensegrities”. **Structural Topology** **21**, pp. 59–78.
- [44] **Pellegrino S. (1986) “Mechanics of kinematically indeterminate structures” PhD thesis, University of Cambridge, Cambridge, UK.**
- [45] Motro R. (1984) “Forms and forces in tensegrity systems” In *Third International Conference on Space Structures* Elsevier, pp. 180–185.
- [46] Kenner H. (1976) “**Geodesic math and how to use it**”. University of California Press, Berkeley, CA, USA,
- [47] Schek H. J. (1974) “The force density method for form finding and computation of general networks” **Computational Methods in Applied Mechanics and Engineering** , 1, 3, pp. 115–134.
- [48] Sultan C., Corless M. and Skelton R.E. (1999). “Reduced prestressability conditions for tensegrity structures” In 40st AIAA/ASME/ASCE/AHS/ASC Structures, Structural Dynamics, and Materials Conference, pp. 2300-2308.
- [49] **Jung, H. K. (2006). “Parallel mechanism with variable compliance.” PhD thesis, Center for Intelligent Machine and Robotics, University of Florida, Gainesville, FL**
- [50] Shekarforoush S.M.M., Eghtesad M., and Farid M. (2010). “Design of statically balanced six-degree-of-freedom parallel mechanisms based on tensegrity system”. ASME International Mechanical Engineering Congress and Exposition, Proceedings 4 , pp. 245-253.
- [51] Lazard, D. (1993). “On the representation of rigid-body motions and its application to generalized platform manipulators.” **J. Comput. Kinematics**, 9, 12, pp. 175–182.

- [52] Waldron K. J., Sreenivasan S. and Nanua V.P. (1994). “Direct displacement analysis of a 6-6 Stewart platform” **Mech. Machine Theory**, 6,29, pp. 855–864.
- [53] Bruyninckx H. and De Schutter J. (1996). “A class of fully parallel manipulators with closed-form forward position kinematics” **Adv. Robot Kinematics**, pp. 411–420.
- [54] Hamilton H.M. and Reinholtz C. F. (1987) “Mechanisms and dynamics of machinery” John Wiley and SonDate Published.
- [55] Do W. Q. D. and Yang D. C. H. (1988). “Inverse Dynamic Analysis and Simulation of a Platform Type of Robot” **J. Robotic Systems**, 3,5, pp. 209–227.
- [56] Tsai K. Y. and Kohli D. (1990). “Modified Newton-Euler Computational Scheme for Dynamic Analysis and Simulation of Parallel Manipulators with Applications to Configuration Based on R-L Actuators.” Proceedings of the 1990 ASME Design Engineering Technical Conferences, 24, pp. 111–117.
- [57] Lebret G., Liu K. and Lewis F. L., (1993). “Dynamic Analysis and Control of a Stewart Platform Manipulator.” **J. Robotic Systems**, 5, 10 , pp. 629–655.
- [58] Pang H. and Shahingpoor M. (1994) “Inverse Dynamics of a Parallel Manipulator.” **J. Robotic Systems**, 8, 10 , pp. 693–702.
- [59] Zanganeh K.E, Sinatra R. and Angeles J. (1997). “Kinematics and Dynamics of a Six-Degree-of-Freedom Parallel Manipulator with Revolute Legs” **Robotica**, 04, 15, pp. 385–394.
- [60] Zhang C. D. and Song S. M. (1993). “An Efficient Method for Inverse Dynamics of Manipulators Based on the Virtual Work Principle” **J. Robotic Systems**, 5, 10, pp. 605–627.
- [61] Baruh H. (1999).“**Analytical dynamics**”. McGraw-Hill, International Edition, Singapore.
- [62] Shabana A. A. (2001) “**Computational Dynamics (Second Edition)**”. Published by Wiley.
- [63] Field G. and Stepanenko Y. (1996). “Iterative dynamic programming: an approach to minimum energy trajectory planning for robotic manipulators” Proceedings of the IEEE international conference on robotics and automation, 3, pp. 2755-2760.
- [64] Rao A. V. and Patterson M. A. (2013), “**GPOPS – II: A Matlab Software for Solving Multiple-Phase Optimal Control Problems Using hp-Adaptive Gaussian Quadrature Collocation Methods and Sparse Nonlinear Programming**” University of Florida, pp. 1-38





## **Abstract**

Tensegrity systems which are widely used in nature, have fascinating advantages. Lately tensegrity systems have got researchers of robotics and mechanism science and few samples of tensegrity systems have been introduced. Researches done on this field are few and complicated. On this thesis new space tensegrity mechanism has been suggested, by studying the structure of tensegrity mechanism introduced during the last decade. Suggested model is a flexible or compliant tensegrity mechanism with six freedom dimensions – 3 translational degrees of freedom and 3 rotational degrees of freedom – designed based on Stewart's parallel robot. Three mechanical arm from Stewart's model have been replaced with three springy actuator and the other three have the translator pistons mechanism which they are linked to each other series with three linear springs. This model use spring actuator. This actuators contain a spring and cable part, linked series to each other. Cable's length is changeable and is collected by a pulley. His type of actuators can be a good replacement for arms with prismatic joints and reduce the mechanism inertia at the same time. But the most important factor to remember would be the elasticity feature of this actuators. This mechanism is strong while it's light and has a greater resistance to mass in comparison to other systems.

In the presented thesis cytostatic problem analyses and statics balance are studied and reverse direct statics would be approved by numerical examples. Suggested mechanism dynamic equations were found by virtual work theory and the motion mechanism would be simulated by three examples. The results from simulation shows the applicability of the designed mechanism. Because the analyses are holistic, they can be used as samples for similar mechanism analyses. Finally, designing the optimal method and reducing the time and energy consumption and also mechanism design will be studied.

**Key words:** Tensegrity mechanism, statical balance, cytostatistical analyses, virtual work, trajectory method.





Shahrood University of Technology  
Faculty of Mechanical Engineering

**Design the optimum trajectory based on time-energy  
minimization for a tensegrity robot**

**Thesis**

Submitted in Partial Fulfillment of the Requirements for the Degree of  
Master of Science (M.Sc)  
In Mechanical Engineering, mechatronics

**Hamid eslampour**

Supervisors

**Dr. Mahdi bamdad**

**2014**