

دانشگاه صنعتی شاهرود

دانشکده مهندسی مکانیک

پایان نامه کارشناسی ارشد

تحلیل ترموهیدرودینامیکی یاتاقان ژورنال با استفاده از روش تفاضل محدود فشرده

استاد راهنما

دکتر محمد جواد مغربی

تهیه کننده

حسام حبیب الهی

تیر ۸۷

تقديم به

مادر و پدرم

تقدیر و تشکر

برخود لازم می دانم از زحمات استاد گرامی جناب آقای دکتر محمد جواد مغربی به دلیل راهنمایی های مدبرانه و دلسوزانه تشکر و قدردانی نمایم.

تیر ۱۳۸۷

چکیده

از زمانهای دور تاکنون بحث اصطکاک و روانکاری مناسب قطعاتی که نسبت به هم حرکت دارند از مهمترین مسائل در طراحی ماشین آلات صنعتی بوده است. یک روانکاری خوب باعث صرفه جویی در مصرف انرژی، جلوگیری از استهلاک ماشین آلات و در نهایت باعث صرفه جویی اقتصادی خواهد شد.

در این تحقیق با استفاده از روش تفاضل محدود فشرده تحلیل ترموهیدرودینامیکی (*THD*) با فرض جریان آرام و پایدار در مختصات دو بعدی یاتاقانهای ژورنال مورد بررسی قرار گرفته است. بدین منظور ابتدا معادلات حاکم بر مسئله مورد بررسی قرار گرفته و با اعمال شرایط مرزی پرئودیک و مقدار ثابت و با استفاده از روش تفاضل محدود فشرده نتایج مورد استخراج قرار گرفته است. نتایج فشار، سرعت و دما در فیلم روغن یاتاقان ژورنال با اعمال شرایط مختلف به دست آمده و در انتها به بحث و بررسی نتایج پرداخته شده است.

کلمات کلیدی: یاتاقان ژورنال، تحلیل ترموهیدرودینامیکی، معادله رینولدز، معادله انرژی، روش تفاضل محدود فشرده، شرط مرزی پرئودیک، جریان آرام.

فصل اول

مقدمه ۱

فصل دوم

تاریخچه ۴

فصل سوم

روانکاری یاتاقان ۱۴

۳-۱ مقدمه ۱۵

۳-۲ انواع روانکاری ۱۶

۳-۲-۱ روانکاری هیدرودینامیکی ۱۷

۳-۲-۲ روانکاری هیدرواستاتیکی ۱۷

۳-۲-۳ روانکاری الاستوهیدرودینامیکی ۱۸

۳-۳ دسته بندی یاتاقانهای لغزشی ۱۸

۳-۳-۱ دسته بندی از لحاظ نحوه عملکرد ۱۹

۳-۳-۲ دسته بندی از لحاظ جهت بار اعمالی ۱۹

۳-۳-۳ دسته بندی از لحاظ شکل هندسی ۱۹

۳-۳-۴ دسته بندی از لحاظ نوع روانکار ۲۱

۳-۴ یاتاقان ژورنال ۲۱

۳-۴-۱ منحنی استریک ۲۳

۳-۴-۲ روابط و پارامترهای هندسی ۲۴

۲۵..... ۳-۴-۳ تعیین ضخامت فیلم روغن

فصل چهارم

۲۷..... روابط ریاضی

۲۸..... ۴-۱ مقدمه

۲۸..... ۴-۲ آزمایش تاور

۲۹..... ۴-۳ معادله رینولدز

۳۰..... ۴-۳-۱ تعادل نیروها

۳۲..... ۴-۳-۲ سرعت جریان

۳۵..... ۴-۳-۳ معادله پیوستگی

۳۷..... ۴-۳-۴ تعیین معادله رینولدز

۳۸..... ۴-۴ معادله انرژی

فصل پنجم

۴۳..... معرفی روش عددی و شرایط مرزی

۴۴..... ۵-۱ مقدمه

۴۵..... ۵-۲ محاسبه مشتقات

۴۵..... ۵-۲-۱ مشتق اول

۵۰..... ۵-۲-۲ مشتق دوم

۵۵..... ۵-۳ اعمال شرایط مرزی

۵۵..... ۵-۳-۱ شرط مرزی پرئودیک

۵۷..... ۵-۳-۲ شرط مرزی با مقدار ثابت

فصل ششم

حل معادلات حاکم و بحث و بررسی نتایج	۵۹
۶-۱ مقدمه	۶۰
۶-۲ گسسته سازی	۶۱
۶-۲-۱ معادله رینولدز	۶۱
۶-۲-۲ محدوده محاسبات و شرایط مرزی	۶۱
۶-۲-۳ معادله سرعت	۶۴
۶-۲-۴ معادله انرژی	۶۵
۶-۲-۵ دامنه یاتاقان برای بررسی دما	۶۵
۶-۳ حل تحلیلی	۶۷
۶-۳-۱ حل تحلیلی یاتاقان بلند	۶۷
۶-۳-۲ حل تحلیلی یاتاقان کوتاه	۷۰
۶-۴ ظرفیت بار	۷۲
۶-۴-۱ یاتاقان کوتاه	۷۲
۶-۴-۲ یاتاقان بلند	۷۵
۶-۴-۳ محاسبه بار یاتاقان به روش عددی	۷۵
۶-۵ زاویه بار	۷۶
۶-۶ اصطکاک در یاتاقان ژورنال	۷۶
۶-۷ نتایج ، بحث و بررسی	۷۸
۶-۷-۱ پروفیل فشار	۷۸
۶-۷-۲ مقایسه با یاتاقان با طول بلند	۷۸
۶-۷-۳ مقایسه با یاتاقان با طول کوتاه	۸۲
۶-۷-۴ نمودار سرعت	۸۶

۶-۷-۵ تغییرات فشار نسبت به تغییر پارامترهای مختلف ۸۹

۶-۷-۶ پروفیل دما ۹۵

۶-۷-۷ تغییرات دما نسبت به تغییر پارامترهای مختلف ۹۷

نتیجه گیری ۹۹

پیشنهادات برای تحقیقات آینده ۱۰۰

مراجع ۱۰۱

فهرست شکل ها

- شکل (۳-۱) یاتاقان هیدرواستاتیکی تحت فشار خارجی P_s ۱۷
- شکل (۳-۲) فیلم روغن در روانکاری مرزی با نمایش مولکول های روغن ۱۸
- شکل (۳-۳) a- یاتاقان ژورنال b- یاتاقان ناقص c- یاتاقان دو بخشی d- یاتاقان سه بخشی
- e- یاتاقان چرخان f- یاتاقان با رینگ شناور ۲۱
- شکل (۳-۴) یاتاقان ژورنال ۲۲
- شکل (۳-۵) منحنی استریبک ۲۳
- شکل (۳-۶) سطح مقطع یاتاقان ژورنال کامل ۲۴
- شکل (۳-۷) سه حالت محور در یاتاقان ۲۶
- شکل (۴-۱) تجهیزات آزمایش تاور ۲۹
- شکل (۴-۲) المان کوچکی از سیال ۳۰
- شکل (۴-۳) جریان تنشی ۳۴
- شکل (۴-۴) جریان فشاری ۳۴
- شکل (۴-۵) پروفیل سرعت نهایی ۳۴
- شکل (۴-۶) المان استوانه ای ۳۶
- شکل (۴-۷) انرژی ورودی به المان از طریق هدایت ۳۹
- شکل (۴-۸) دیاگرام کار اعمال شده به المان توسط نیروهای سطحی ۴۲
- شکل (۵-۱) مقایسه مشتق اول تابع $f(x) = 2x^2 + \sin(3x)$ به روش عددی و تحلیلی ۴۹
- شکل (۵-۲) مرتبه دقت برای مشتق اول با بکاربردن طرح اختلاف محدود استاندارد ۴۹
- شکل (۵-۳) مقایسه مشتق دوم تابع $f(x) = 2x^2 + \sin(3x)$ به روش عددی و تحلیلی ۵۴
- شکل (۵-۴) مرتبه دقت برای مشتق اول با بکاربردن طرح اختلاف محدود ۵۴

۶۱ شکل (۶-۱) دامنه یاتاقان برای بررسی فشار
۶۵ شکل (۶-۲) دامنه یاتاقان برای بررسی دما
۷۰ شکل (۶-۳) تغییرات فشار در جهت طولی و عرضی در یاتاقان کوتاه
۷۳ شکل (۶-۴) مولفه های نیرو در یاتاقان ژورنال
۷۶ شکل (۶-۵) زاویه بار در یاتاقان ژورنال
۷۹ شکل (۶-۶) پروفیل فشار حاصل از حل عددی برای $l = 0.05m$
۷۹ شکل (۶-۷) پروفیل فشار حاصل از حل تحلیلی برای $l = 0.05m$
۸۰ شکل (۶-۸) پروفیل فشار حاصل از حل عددی برای $l = 0.12m$
۸۰ شکل (۶-۹) پروفیل فشار حاصل از حل تحلیلی برای $l = 0.12m$
۸۱ شکل (۶-۱۰) پروفیل فشار حاصل از حل عددی برای $l = 0.26m$
۸۱ شکل (۶-۱۱) پروفیل فشار حاصل از حل تحلیلی برای $l = 0.26m$
۸۳ شکل (۶-۱۲) پروفیل فشار حاصل از حل عددی برای $l = 0.01m$
۸۳ شکل (۶-۱۳) پروفیل فشار حاصل از حل تحلیلی برای $l = 0.01m$
۸۴ شکل (۶-۱۴) پروفیل فشار حاصل از حل عددی برای $l = 0.006m$
۸۴ شکل (۶-۱۵) پروفیل فشار حاصل از حل تحلیلی برای $l = 0.006m$
۸۵ شکل (۶-۱۶) پروفیل فشار حاصل از حل عددی برای $l = 0.002m$
۸۵ شکل (۶-۱۷) پروفیل فشار حاصل از حل تحلیلی برای $l = 0.002m$
۸۷ شکل (۶-۱۸) نمودار فشار در وسط یاتاقان
۸۸ شکل (۶-۱۹) نمودار سرعت فیلم روغن در نقطه A
۸۸ شکل (۶-۲۰) نمودار سرعت فیلم روغن در نقطه B

- شکل (۶-۲۱) نمودار سرعت فیلم روغن در نقطه C ۸۸
- شکل (۶-۲۲) نمودار تغییرات فشار فیلم روغن برای دوره‌های مختلف ۸۹
- شکل (۶-۲۳) نمودار تغییرات فشار بیشینه فیلم روغن برای دوره‌های مختلف ۹۰
- شکل (۶-۲۴) نمودار تغییرات فشار فیلم روغن برای نسبت خروج از مرکز مختلف ۹۱
- شکل (۶-۲۵) نمودار تغییرات بیشینه فشار فیلم روغن برای نسبت خروج از مرکز مختلف ۹۲
- شکل (۶-۲۶) نمودار تغییرات ظرفیت بار برای دورها و نسبت خروج از مرکز مختلف ۹۳
- شکل (۶-۲۷) نمودار تغییرات ضریب اصطکاک برای نسبت خروج از مرکز مختلف ۹۴
- شکل (۶-۲۸) توزیع دما در فیلم روغن برای $\omega = 850rpm$ ۹۶
- شکل (۶-۲۹) توزیع دما در فیلم روغن برای $\omega = 1700rpm$ ۹۶
- شکل (۶-۳۰) توزیع دما در فیلم روغن برای $\omega = 2550rpm$ ۹۶
- شکل (۶-۳۱) توزیع دما در فیلم روغن برای $\omega = 3400rpm$ ۹۶
- شکل (۶-۳۲) تغییرات بیشینه دمای روغن برای دوره‌های مختلف ۹۷
- شکل (۶-۳۳) تغییرات بیشینه دمای روغن برای نسبت خروج از مرکز مختلف ۹۸

ضخامت فیلم روغن	h
خروج از مرکز	e
زاویه در جهت چرخش	θ
شعاع یاتاقان	r_b
لقی شعاعی	c
نسبت خروج از مرکز	ε
تنش عمودی	σ
تنش برشی	τ
ویسکوزیته	μ
فشار	p
دما	T
ضریب در محاسبه مشتق	α
سرعت دورانی	ω_b
سرعت خطی یاتاقان	u_b
چگالی	ρ
طول یاتاقان	L
زاویه بار	ψ
مولفه های سرعت	u, v, w
شمارنده تقسیمات در جهت x	i
شمارنده تقسیمات در جهت y	j
اپراتور مشتق	D
ضرایب ماتریس مشتق اول	$[A]_b [B]$
ضرایب ماتریس مشتق دوم	$[C]_b [D]$

فصل اول

مقدمه

هدف از این تحقیق تحلیل ترموهیدرودینامیکی^۱ یاتاقانهای ژورنال با استفاده از روش تفاضل محدود فشرده^۲ می باشد که در ابتدا توزیع فشار در یاتاقان ژورنال^۳ با استفاده از معادله رینولدز^۴ تعیین می شود سپس توزیع سرعت سیال مورد استفاده در یاتاقان و درانتها با استفاده از معادله انرژی توزیع دمای آن مورد بررسی قرار می گیرد. در این تحقیق سیال مورد نظر نیوتنی بوده و تحلیل به صورت دو بعدی و جریان آرام و پایدار صورت گرفته است .

مهمترین قسمت این تحقیق کاربرد روش تفاضل محدود فشرده با اعمال شرایط مرزی مربوطه در حل معادلات مذکور می باشد . در ادامه اشاره ای به فصلهای بعدی این تحقیق می شود .

در فصل دوم نگاهی خواهیم داشت به خلاصه ای از تحقیقات مختلف صورت گرفته در تحلیل ترموهیدرودینامیکی یاتاقانهای ژورنال با شرایط و فرض های مختلف.

تئوری روانکاری ، انواع یاتاقان و همچنین رژیم های مختلف روانکاری و تعریف و معرفی یاتاقان ژورنال و روابط هندسی بین اجزاء در فصل سوم مرور خواهد شد .

روابط ریاضی حاکم در فصل چهارم مورد بررسی قرار خواهند گرفت . تاریخچه معادلات مورد استفاده و نحوه بدست آوردن آنها ، همچنین تعیین فرضیات اعمال شده و نیز شرایط مرزی از دیگر مواردی است که در این فصل به آنها اشاره می شود .

1 - Thermohydrodynamics (THD)

2 - Compact Finite Difference

3 - Journal Bearing

4 - Reynolds Equation

در فصل پنجم به معرفی روش تفاضل محدود فشرده پرداخته و با توجه به پارامترهای موجود در معادلات مذکور، ضرایب و ماتریسهای مربوطه را با استفاده از این روش تعیین کرده و برای اطمینان از صحت عملکرد آنها مثال‌هایی جهت تست اپراتورهای مربوطه ارائه می‌شود.

در فصل ششم اپراتورهای بدست آمده از فصل قبل را در معادلات مورد نظر اعمال کرده و الگوریتمی برای حل آنها ارائه خواهیم داد و در ادامه به بررسی نتایج حاصله خواهیم پرداخت.

فصل دوم

تاریخچه

موضوع یاتاقان ژورنال سالها مورد توجه دانشمندان و پژوهشگران مختلف بوده است. در سال ۱۸۸۶ رینولدز^۱ [۱] در مقاله خود در مورد تاثیرات دمایی در روانکاری بحث کرد. وی نتیجه گرفت که اگر ویسکوزیته ثابت باشد اصطکاک و مقاومت با افزایش سرعت به صورت خطی افزایش پیدا می کند که این موضوع با آزمایش تاور^۲ که بیانگر نرخ پایین تر افزایش مقاومت بود، مطابقت نداشت که به نظر وجود مشکلی در آزمایش تاور مثلا عدم توانایی اندازه گیری دماسنج در بالا رفتن دمای روغن را بیان می کرد. به نظر می رسید که می بایست افزایش دما در فیلم روغن به سبب کار انجام شده برای غلبه بر اصطکاک پدید آمده که با بررسی و دقت مجدد مطابق نتایج ارائه شده توسط تاور مشخص شد که اختلاف چند درجه ای دما بین حمام روغن مربوط به آزمایش تاور و فیلم روغن وجود دارد.

رینولدز به این نتیجه رسید که می بایست رابطه ای بین اصطکاک، فشار و سرعت وجود داشته باشد. وی تئوری ریاضی را که بیانگر فهم اساس روانکاری ترموهیدرودینامیکی بود ارائه داد.

در سال ۱۹۰۴ سامرفیلد^۳ [۲] راه حل کلی برای یاتاقانهای با طول بلند با صرفنظر از نشت جانبی^۴ که ناشی از چشم پوشی از تغییرات فشار در جهت محور بود ارائه داد. فیلم روغن در تحلیل وی دور تا دور یاتاقان به طور پیوسته قرار گرفته بود. بعد از چندی مشخص شد که پروفیل بدست آمده از این طریق به درستی با پروفیل فشار واقعی یکسان نبود. برای نمونه یک ناپیوستگی در پروفیل فشار وجود داشته و پدیده کاویتاسیون^۵ در امتداد کناره یاتاقان اتفاق می افتاد. به هر حال

1 - Reynolds
 2 - Tower
 3 - Sommerfeld
 4 - Side Leakage
 5 - Cavitation

معرفی پارامتر بی بعدی که توسط سامرفیلد ارائه شد امکان مطالعه دسته وسیعی از یاتاقانها را فراهم نمود.

در سال ۱۹۴۸ کلایتون^۱ [۳] به مطالعه توزیع دما بر روی بوش^۲ در یاتاقان ژورنال بازی شرایط مختلف ورودی جریان پرداخت. وی نشان داد که بیشترین دما در ناحیه کمترین ضخامت فیلم روغن اتفاق می افتد.

در سال ۱۹۶۵ عملکرد یاتاقان با سرعت بالا تحت بار ثابت توسط ولکات^۳ [۴] مورد مطالعه قرار گرفت. بر اساس بررسی وی برای تشریح ظرفیت بار یاتاقان در تئوری ویسکوزیته ثابت می توان از میانگین دمای یاتاقان استفاده کرد.

در سال ۱۹۶۶ داسون^۴ [۵] توزیع دما در یاتاقان با طول بلند را مورد بررسی قرار داد و تغییرات دما در محور، بوش و در طول فیلم روغن را ارائه کرد. بر مبنای آزمایش وی تغییرات دما در سطح محور قابل توجه نبوده و می توان آن را ثابت فرض کرد. این محقق تغییرات چگالی و ویسکوزیته را تابعی از درجه حرارت در نظر نگرفت.

1 - Clayton
2 - Bush
3 - Woolcot
4 - Dowson

در همان سال مک کالین^۱ [۶] روش تئوری برای بررسی عملکرد یاتاقان تحت شرایط پایدار و ویسکوزیته متغییر با دما ارائه کرد که بر پایه آن ظرفیت بار یاتاقان نسبت به روش ویسکوزیته ثابت کمتر خواهد بود. همچنین رفتار پایدار یاتاقان ژورنال تحت شرایط نامحوری^۲ نیز توسط این نویسنده به صورت تئوری ارائه شد.

در سال ۱۹۶۷ اورکات^۳ و آراس^۴ [۷] تحقیقات خود را در زمینه مشخصات جریان پایدار یاتاقان ژورنال کامل^۵ و ناقص^۶ در شرایط آرام و مغشوش ارائه دادند. بدلیل معرفی ضعیف شرایط مرزی نتایج آزمایشات و تئوری همخوانی مطلوبی نداشتند.

نیکا^۷ [۸] در سال ۱۹۷۰ به مطالعه توزیع دما در فیلم روانکاری یاتاقان ژورنال پرداخت که نتایج وی با نتایج تجربی همخوانی خوبی داشت.

در سال ۱۹۷۳ تیو^۸ [۹] برای حل معادله انرژی از روش اجزاء محدود^۹ استفاده نمود. وی به بررسی توزیع دمای فیلم روغن در یاتاقان بلند پرداخت. تغییرات چگالی و سرعت در جهت ضخامت فیلم روغن در تحلیل وی نادیده گرفته شد. وی نتایج خویش را با نتایج محققان قبلی [۵] برای حالت های ویسکوزیته ثابت و متغییر مورد بررسی قرار داده و به نتایج نزدیک به آنها رسید.

1 - Mc Callin
2- Misalined
3 - Orcutt
4 - Arwas
5 - Full
6 - Partial
7 - Nica
8 - A.K.Tieu
9 - Finite Element Method

تاثیر تغییرات ویسکوزیته با فشار در عملکرد یاتاقان ژورنال توسط سینگ^۱ [۱۰] در سال ۱۹۷۳ مورد بررسی قرار گرفت. وی متوجه شد اگر چنانچه ویسکوزیته را تابعی از فشار در نظر بگیریم باعث افزایش ظرفیت بار یاتاقان می شود. وی مدعی شد که این نتیجه در طراحی یاتاقان به خصوص در شرایط سرعت بالا و بار زیاد مهم می باشد.

در سال ۱۹۸۱ تانسن^۲ [۱۱] نتایج حاصله از آزمایش خویش را که شامل یاتاقان ژورنال با قطر ۱۰۰ میلیمتر با $\frac{L}{D} = 0.55$ و $\frac{C}{R} = 0.0015$ ارائه داد. وی توزیع فشار و دمای محور و یاتاقان را بر مبنای تابعی از سرعت، بار و ویسکوزیته مشخص کرد. در آزمایش وی سرعت بین $6.7 - 1333 \text{ Hz}$ تغییر می کرد و دامنه تغییرات بار و ویسکوزیته به ترتیب $0 - 9000 \text{ N}$ و $4 - 28 (\text{Mpa.s})$ بود. وی همچنین نتایج خود را با نتایج تئوری مقایسه کرد.

در سال ۱۹۸۳ فرون^۳ [۱۲] یاتاقان با طول محدود را به صورت آزمایشی و تئوری مورد بررسی قرار داد. وی انتقال حرارت بین فیلم روغنکاری و محور یاتاقان را در نظر گرفته و با نگاهی به کلویتاسیون و چرخش روانکار به بررسی توزیع فشار و دما در دیواره یاتاقان به ازای نسبت خروج از مرکز و بار مختلف پرداخته است که نتایج تئوری و آزمایشی وی تطابق قابل قبولی با هم دارند.

1 - D.Singh
2 - Tonnesen
3 - Ferron

لاند^۱ [۱۳] در سال ۱۹۸۴ محاسباتی را برای یاتاقان ژورنال که دارای دو شکاف محوری می باشد برای بارها و سرعت های مختلف ارائه داد. وی توزیع دما در فیلم روغن، پوسته یاتاقان و دمای سطح محور را مشخص نمود. همچنین پروفیل فشار را نیز ارائه داد که در انتها نتایج حاصله با نتایج آزمایشگاهی تطابق خوبی داشت.

در همان سال بورگین^۲ [۱۴] ظرفیت تحمل بار یک یاتاقان ژورنال با طول محدود را از روش اجزاء محدود با استفاده از تکنیک گرادیان مشخص نمود. وی رفتار سیال روانکار را غیر نیوتنی در نظر گرفت. تاثیر پارامترهای غیر نیوتنی بر پروفیل فشار و ظرفیت بار یاتاقان به صورت تئوری و آزمایشی ارائه شد.

در سال ۱۹۸۴ لاند [۱۵] تحلیلی را برای حل معادله انرژی برای فیلم روغن یاتاقان ژورنال همراه با معادله حرارتی هدایت برای پوسته یاتاقان ارائه داد. وی پروفیل دما در طول ضخامت فیلم را با چند جمله ای مرتبه چهار تقریب زد. تغییرات دمای روغن در دور یاتاقان به صورت بسط سری فوریه معرفی شد.

در سال ۱۹۸۵ گتین^۳ [۱۶] و مدول^۴ با ارائه مشخصات و طراحی دستگاهی برای تست یاتاقان ژورنال سرعت بالا، تغییرات ظرفیت بار، گشتاور عکس العمل یاتاقان و نشتی با سرعت یاتاقان مورد مطالعه قرار گرفت. آنها بیان کردند که تغییرات دمای یاتاقان در جهت دایره ای با افزایش فیلم

1 - J.W.Lund

2 - Bourgin

3 - Getin,D.T

4 - Medwell, D.O

روغن کاهش می یابد .

در سال ۱۹۸۷ گتین [۱۷] مدل المان محدود رفتار ترموهیدرودینامیکی یاتاقان ژورنال را ارائه داد . وی با مقایسه نتایج خود با نتایج آزمایشگاهی به تطابق خوبی رسید . وی همچنین رفتار ترموالاستیکی^۱ بین محور و یاتاقان را مورد توجه قرار داده و بیان نمود که رفتار یاتاقان به طور قابل ملاحظه ای می تواند تحت تاثیر این پدیده قرار گیرد .

در سال ۱۹۸۸ اوت^۲ [۱۸] مشخصات جریان هیدرودینامیکی در یاتاقان ژورنال را با استفاده از روش تکرار^۳ دستگاه معادلات رینولدز و انرژی محاسبه نمود . در ناحیه کاویتاسیون جریان در یاتاقان با استفاده از مدل تئوری تقریب زده شد .

در سال ۱۹۹۳ فراند^۴ و تیو^۵ [۱۹] مطالعاتی بر روی تحلیل ترموالاستوهیدرودینامیکی یاتاقان ژورنال کامل داشتند . آنها با استفاده از روش اجزاء محدود در تحلیل خود به بررسی تغییر شکل یاتاقان ، پروفیل فشار و دما در جریان آرام پرداختند . با توجه به نتایج آنها در تحلیل ترموالاستوهیدرودینامیکی در مقایسه با تحلیل ترموهیدرودینامیکی یاتاقان ژورنال ، ظرفیت تحمل بار افزایش می یابد . آنها همچنین نتیجه گرفتند که عملکرد یاتاقان تحت تاثیر دمای محور قرار دارد.

1 - Thermoelastic

2 - Ott

3 - Iterative

4 - Freund,N.O

5 - Tieu,A.K

در سال ۱۹۹۴ ایندولکا^۱ [۲۰] سه معادله مومنتم ، پیوستگی و انرژی را به صورت همزمان برای یاتاقان ژورنال در حالت سه بعدی از طریق روش اجزاء محدود تحلیل نمود و به این نتیجه رسید که در تمام نسبت لقی با افزایش عدد پکلت^۲ بار اعمال شده بر یاتاقان کاهش پیدا می کند . همچنین زاویه بار با افزایش عدد پکلت کاهش می یابد .

در سال ۲۰۰۲ موئیری^۳ [۲۲] در مقاله ای تحت عنوان " رفتار ترموهیدرودینامیکی یاتاقانهای ژورنال تحت شرایط پایدار مختلف " به بررسی مشخصات ترموهیدرودینامیکی یاتاقانهای ژورنال در جریان آرام با حل همزمان معادلات ناویراستوکس^۴ و انرژی پرداخته و بدون در نظر گرفتن تمام فرضیات موجود در معادله رینولدز با استفاده از روش دینامیک سیالات محاسباتی^۵ و الگوریتم سیمپل^۶ به حل کامل معادلات در حالت سه بعدی پرداخته است . طبق محاسبات وی تاثیرات دمایی در فیلم روغن یاتاقان ژورنال برای مقادیر بزرگ نسبت خروج از مرکز^۷ و سرعت بالای محور و همچنین برای مقادیر کوچک لقی قابل ملاحظه است . همچنین ظرفیت تحمل بار یاتاقان ژورنال با افزایش سرعت محور یاتاقان و نسبت خروج از مرکز افزایش می یابد اما به سرعت با افزایش نسبت لقی کاهش می یابد .

1 - T.P.Indulekha
 2 - Peclet Number
 3 - M.S.Moayeri
 4 - Navier-Stokes
 5 - CFD
 6 - Simple
 7 - clearance ratio

در سال ۲۰۰۴ چان^۱ [۲۳] به بررسی ترموهیدرودینامیکی یاتاقانهای ژورنال تحت شرایط مغشوش پرداخته و تاثیر تغییرات چگالی و انرژی مخصوص سیال روانکار را در تحلیل خود مد نظر قرار داده است. بر اساس نتایج وی تاثیر تغییرات چگالی و انرژی مخصوص سیال در فشار بیشینه، دمای بیشینه، بار یاتاقان و تلفات اصطکاک در یاتاقانهای با سرعت عملکرد بالا قابل توجه می باشد و نمی توان از تغییرات آن صرفنظر کرد. به طور مثال اگر چنانچه تغییرات پارامترهای مذکور در یاتاقانهای با عملکرد بالا مد نظر قرار نگیرد دمای محاسبه شده ممکن است در مقایسه با دمای واقعی بسیار بزرگتر باشد.

در سال ۲۰۰۶ وانگ^۲ در مقاله [۲۴] خود تحلیل عددی یاتاقانهای ژورنال تحت سیال غیر نیوتنی^۳ را مورد بررسی قرار داد. برای این منظور وی معادلات رینولدز و انرژی را بر اساس تئوری ارینگن^۴ بازنویسی نمود و معادله رینولدز جدید را بر مبنای الگوریتم الورد^۵ مورد تحلیل قرار داد بر این اساس در مقایسه با سیال نیوتنی استفاده از سیال میکروپولار^۶ باعث افزایش ظرفیت بار و همچنین دما می شود ولی ضریب اصطکاک و جریان جانبی^۷ را کاهش می دهد.

1 - Sang Myung Chun
 2 - Xiao-li wang
 3 - Non- Newton
 4 - Eringen's Theory
 5 - Elord's Algoritm
 6 - Micropolar
 7 - Side Leakage

در سال ۲۰۰۷ نیکلاس^۱ [۲۵] توزیع دمایی در یاتاقان ژورنال را با استفاده از روش عددی شبکه ارائه داد. در این روش وی با فرض معلوم بودن پروفیل فشار معادله غیر خطی انرژی از طریق مدل کردن مقاومت و جریان با استفاده از کد پی اسپایس^۲ مورد تحلیل قرار داده است. مزیت این روش سادگی و کار آمد بودن آن می باشد و برای تحلیل به زمان محاسباتی کمی نیاز دارد.

1 - Nicolas
2 - Pspice Code

فصل سوم

روانکاری و یاتاقان ژورنال

۳-۱ مقدمه :

در طول تاریخ اکثر فعالیت های بشر همواره به اصطکاک و یا در حقیقت نیروی مقاوم در مقابل حرکت مرتبط بوده است . در برخی موارد نظیر راه رفتن ، پوشیدن لباس ، تهیه آتش و حتی حرکت اتومبیل و یا توقف آن اصطکاک بسیار ارزشمند می باشد حال آنکه در اکثر مواقع اصطکاک عاملی مزاحم در فعالیت ها بشر می باشد .

چگونگی غلبه بر اصطکاک یکی از بنیادی ترین مسائل در تکنولوژی امروز می باشد .

قطعات زیادی در یک ماشین وجود دارند که نسبت به هم حرکت می کنند مانند محور و یاتاقان ، چرخ دنده و ... در چنین مواردی اصطکاک همواره بین دو سطح لغزنده وجود دارد که باعث هدر رفتن انرژی ، سایش و در نهایت گیرپاژ می شود .

کاهش اصطکاک و سایش بواسطه استفاده از ماده های مناسب مانند روغن بین دو سطح که حرکت نسبی دارند روانکاری نامیده می شود و ماده ای که بدین منظور استفاده می شود روانکار نام دارد . علاوه بر روغن ها که از روانکارهای معمول می باشند سایر سیالات نظیر آب و گریس و یا حتی گازها جهت روانکاری استفاده می شود .

بطور کلی روانکاری مناسب می تواند باعث کاهش اصطکاک و بنابراین صرفه جویی در انرژی شود و همچنین با کاهش سایش عمر دستگاهها را نیز افزایش دهد .

کلمه *Tribology* در سال های اخیر اغلب به گوش می رسد . این کلمه اولین بار در تاریخ ۱۹۶۶ در گزارش *Jost* موسسه آموزش و علمی انگلستان استفاده شد . تمامی موضوعات کلاسیک در جهت اهمیت تکنولوژی و علم کاهش اصطکاک و سایش و همچنین روانکاری در گزارش مذکور تحت نام جدید *Tribology* بیان شدند .

اهمیت *Tribology* در آینده در جهت انرژی و حفاظت از منابع آن گسترش خواهد یافت . کلمه *Tribology* بر مبنای کلمه یونانی *Tribos* به معنی ساییدن می باشد . در ادامه این فصل به بررسی انواع روانکاری و رژیم های مختلف آن خواهیم پرداخت .

۲-۳ انواع روانکاری

روانکاری از لحاظ مختلف تقسیم بندی های متفاوتی دارند ولی کلی ترین تقسیم بندی به صورت زیر می باشد :

- ۱- روانکاری هیدرودینامیکی^۱
- ۲- روانکاری هیدرواستاتیکی^۲
- ۳- روانکاری الاستوهیدرودینامیکی^۳
- ۴- روانکاری مرزی^۴

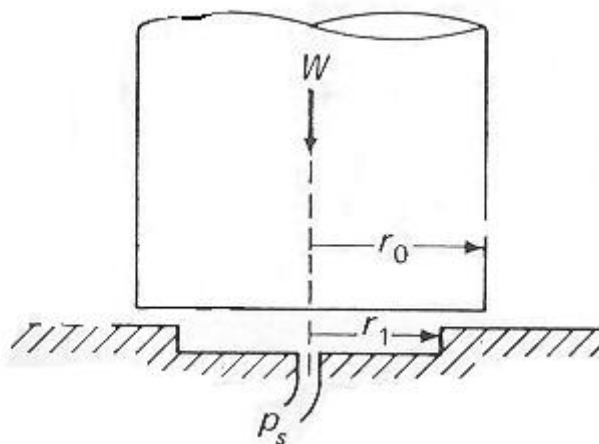
1 - Hydrodynamic lubrication
 2 - Hydrostatic lubrication
 3 - Elastohydrodynamic lubrication
 4 - Boundary lubrication

۳-۲-۱ روانکاری هیدرودینامیکی

در روانکاری هیدرودینامیکی به منظور جلوگیری از تماس جامد با جامد دو سطح که نسبت به هم حرکت دارند توسط فیلم روغن از یکدیگر جدا می شوند. در این نوع روانکاری در جریان سرعت نسبی صفحات پروفیل فشاری تولید شده که دو صفحه را درمقابل بار روی یاتاقان جدا نگه می دارد.

۳-۲-۲ روانکاری هیدرواستاتیکی

در روانکاری هیدرواستاتیکی معروف به یاتاقان تحت فشار خارجی^۱ قابلیت حمل بار با تامین سیالی از یک منبع خارجی فشار بالا صورت می گیرد و هیچ نیازی به حرکت نسبی یاتاقان و سر محور ندارد.



شکل (۳-۱) یاتاقان هیدرواستاتیکی تحت فشار خارجی P_s [۲۶]

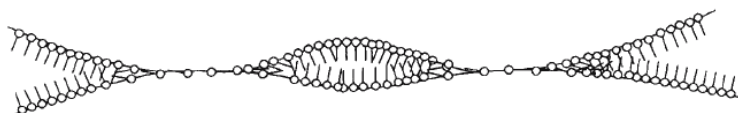
1 - External pressure

۳-۲-۳ روانکاری الاستو هیدرودینامیکی

در روانکاری الاستو هیدرودینامیکی صفحات در تماس غلتشی نسبت به یکدیگر می باشند مانند یاتاقان ساچمه ای. به منظور شبیه سازی الاستو هیدرودینامیکی تئوری هرتزین^۱ تنش تماسی و مکانیک سیالات مورد استفاده قرار می گیرد .

۳-۲-۴ روانکاری مرزی

روانکاری مرزی همانند روانکاری هیدرودینامیکی می باشد با این تفاوت که در این نوع روانکاری بار اعمال شده بیشتر توسط تماس جامد دو صفحه متحرک نسبت به هم تحمل می شود و نقش هیدرودینامیکی فیلم روغن کاهش می یابد . این نوع روانکاری در شکل (۳-۲) به صورت شماتیک نمایش داده شده است .



شکل (۳-۲) فیلم روغن در روانکاری مرزی با نمایش مولکول های روغن [۲۷]

۳-۳ دسته بندی یاتاقان های لغزشی :

یاتاقان های لغزشی از لحاظ نحوه عملکرد ، جهت بار اعمالی ، شکل هندسی و نوع روانکار به انواع مختلف طبقه بندی می شوند :

1 - Hertzian

۳-۳-۱ دسته بندی از لحاظ نحوه عملکرد :

۱- یاتاقانهای هیدرودینامیکی که فیلم فشار روغن را جهت تحمل بار اعمالی توسط چرخش محور درون یاتاقان تولید می کند .

۲- یاتاقانهای هیدرواستاتیکی ، در این نوع یاتاقان نیز فشار فیلم روغن جهت تحمل بار استفاده می شود با این تفاوت که این فشار از یک منبع خارجی نظیر پمپ یا کمپرسور اعمال می گردد.

۳-۳-۲ دسته بندی از لحاظ جهت بار اعمالی :

۱- یاتاقان ژورنال^۱ ، که بار اعمالی به آن در جهت عمود بر محور چرخنده می باشد . دلیل نامگذاری این یاتاقان به یاتاقان ژورنال به این دلیل است که آن قسمت از محور که درون یاتاقان قرار دارد ژورنال نامیده می شود . این نوع یاتاقان از مرسوم ترین انواع یاتاقان های لغزشی می باشد .

۲- یاتاقان های بار محوری^۲ ، که بار اعمالی در جهت محور یاتاقان می باشد .

۳-۳-۳ دسته بندی یاتاقان ژورنال از لحاظ هندسی :

۱- یاتاقان کامل^۳ ، در این نوع یاتاقان سطح مقطع عمودی به صورت یک دایره کامل می باشد . این نوع از یاتاقان اصلی ترین نوع یاتاقان ژورنال می باشد .

1 - Journal bearing
2 - Thrust bearing
3 - Circular bearings

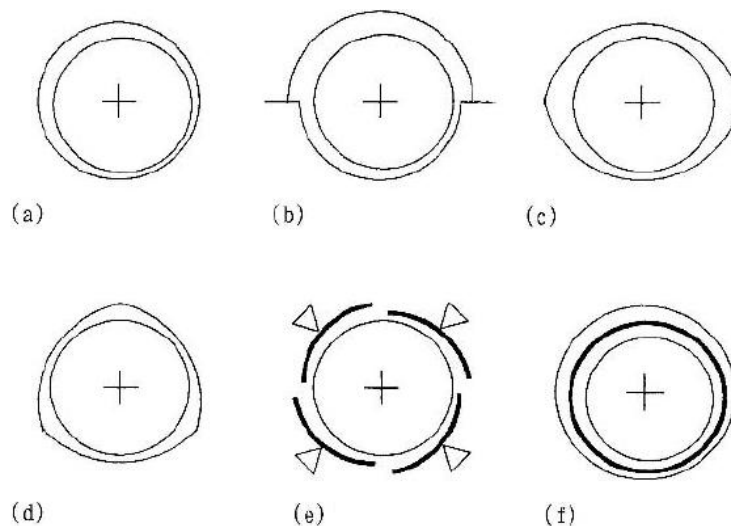
۲- یاتاقان ناقص^۱، که یاتاقان آن به صورت یک نیم دایره در قسمت تحمل باریاتاقان می باشد.

۳- یاتاقان دو بخشی^۲ و سه بخشی^۳ که دارای سطح مقطعی متشکل از دو یا سه انحناء دایره ای می باشند این نوع یاتاقان ها برای پایداری بیشتر محور چرخان مورد استفاده قرار می گیرند .

۴- یاتاقان بالشتک لولایی یا چرخان^۴ یاتاقان های لغزشی را می توان بر اساس امکان چرخش سطح یاتاقان جدا کرد . مزیت اصلی یاتاقان های لغزشی با بالشتک چرخان یا لولایی نسبت به یاتاقان های با بالشتک ثابت^۵ آن است که این یاتاقانها می توانند با افت عملکرد کم ، با ناهمراستایی و انواع خم شدگیهای محور مطابقت کنند .این نوع یاتاقانها مخصوصا برای بار سبک و سرعت چرخش بالای محور که به ناپایداری تمایل دارند مورد استفاده قرار می گیرند .

۵- یاتاقانهای با رینگ شناور ، که با افزودن یک رینگ شناور^۶ بین یاتاقان و سر محور ، فیلم روانکاری به دو بخش تقسیم می شود . یاتاقانهای با رینگ شناور ، انتهای اصطکاکی کمتر دارند، تولید حرارت را کاهش می دهند و استحکام و پایداری بیشتری ایجاد می کنند . از این نوع یاتاقانها برای خنثی کردن ارتعاش محور استفاده می شود .

1 - Partial bearings
2 - Two arc bearings
3 - Three arc bearings
4- Tilting pad bearing
5 - Fixed pad
6 - Floating



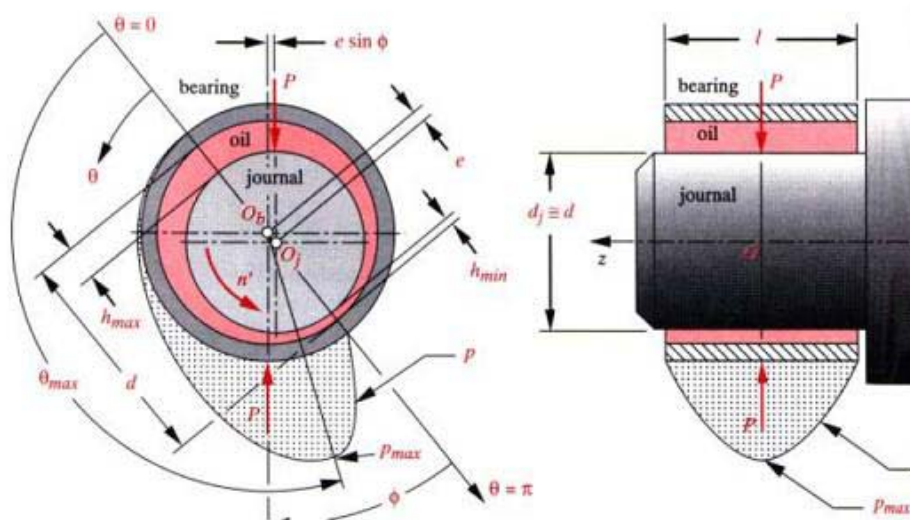
شکل (۳-۳) a- یاتاقان ژورنال b- یاتاقان ناقص c- یاتاقان دو بخشی d- یاتاقان سه بخشی
e- یاتاقان چرخان با رینگ شناور f- یاتاقان با رینگ شناور

۳-۳-۴ دسته بندی از لحاظ نوع روانکار :

یاتاقانهای لغزشی بر اساس نوع سیال روانکار به یاتاقانهای روغنی ، یاتاقان گازی و یا گریس و...
طبقه بندی می شوند .

۳-۴ یاتاقان ژورنال

نمایی از یک یاتاقان ژورنال با جزئیات هندسی و پروفیل فشار در شکل (۳-۴) نمایش داده شده
است .



شکل (۳-۴) یاتاقان ژورنال

یک یاتاقان ژورنال از یک سر محور^۱ که داخل یک یاتاقان کاملاً محکم شده تشکیل شده است. سطوح سر محور و یاتاقان با یک لایه روانکار (مایع یا گاز) ارسالی به فضای لقی بین سطوح، از یکدیگر جدا می‌شوند. فضای لقی معمولاً بسیار کوچک ($1/500$ شعاع محور) می‌باشد که چهار وظیفه مهم را به عهده دارد:

۱- امکان پذیر کردن مونتاژ یاتاقان و سر محور

۲- ایجاد فضایی برای روانکار

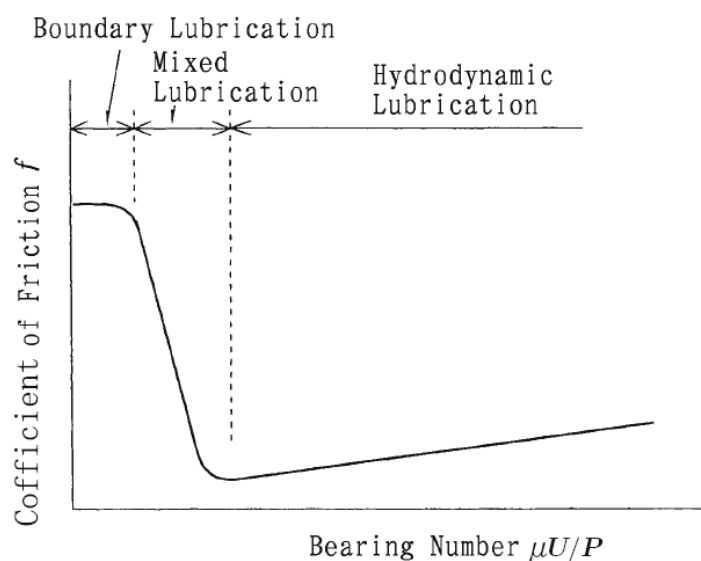
۳- اصلاح انبساط حرارتی اجتناب ناپذیر

۴- جبران خمیدگی محور و یا ناهمراستایی آن

1 - Journal

۱-۴-۳ منحنی استریبک^۱

در سال ۱۹۰۲ ریچارد استریبک منحنی ضریب اصطکاک در مقابل عدد یاتاقان^۲ را به صورت تجربی ارائه داد .



شکل (۳-۵) منحنی استریبک [۲۷]

بر این اساس یاتاقان ژورنال می تواند در سه ناحیه روانکاری که شامل روانکاری هیدرودینامیکی ، روانکاری مرزی و ناحیه روانکاری بین این دو ناحیه که مخلوطی از آنها می باشد عمل کند . در رابطه با این رژیم های روانکاری در بخش قبل توضیحاتی ارائه شده است .

1 - Stribeck diagram
2 - Bearing number

۳-۴-۳ تعیین ضخامت فیلم روغن

با توجه به شکل (۳-۶) خط ABC را در نظر می گیریم :

$$h = BC = AC - AB \quad (3-1)$$

$$AC = r_b + e \cos \theta \quad (3-2)$$

$$AB = \sqrt{r_j^2 - (e \sin \theta)^2} \quad (3-3)$$

با جایگذاری معادلات (۳-۱) و (۳-۲) در معادله (۳-۳) داریم :

$$h = r_b + e \cos \theta - r_j \sqrt{1 - \left(\frac{e}{r_j}\right)^2 \sin^2 \theta}$$

با توجه به اینکه نسبت $\frac{e}{r_j}$ از مرتبه 10^{-3} می باشد می توان از ترم دوم زیر رادیکال صرفنظر

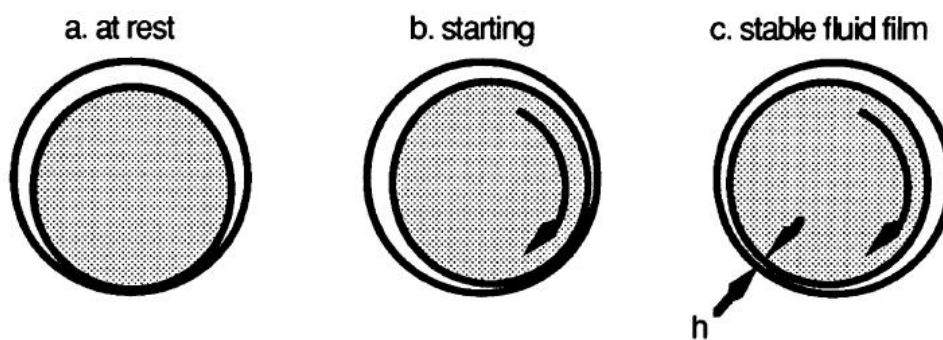
کرد :

$$h = (r_b - r_j) + e \cos \theta = c + e \cos \theta$$

که ضخامت فیلم روغن با تقریب خوبی به صورت معادله (۳-۴) معرفی می شود .

$$h = c(1 + \varepsilon \cos \theta) \quad (3-4)$$

شکل (۳-۷) نشان دهنده مراحل تشکیل فیلم روغن در یاتاقان ژورنال می باشد .



شکل (۳-۷) سه حالت محور در یاتاقان

فصل چهارم

روابط ریاضی

۴-۱ مقدمه :

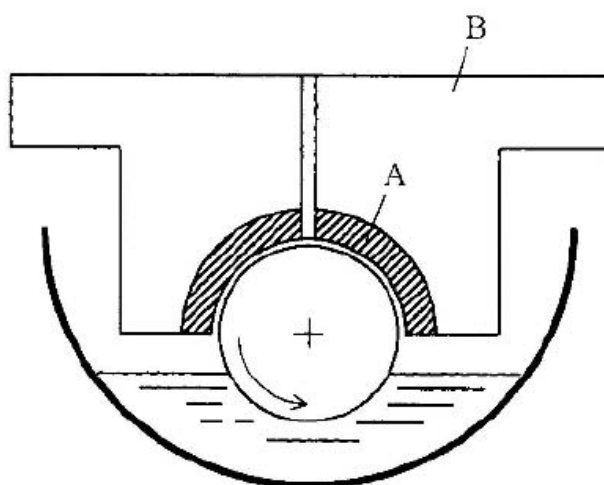
ماهیت روانکاری هیدرودینامیکی اولین بار توسط مهندس راه آهن انگلیسی به نام تاور^۱ در سال ۱۸۸۳ [۲۸] ارائه شد. بر اساس تجربه تاور، رینولدز^۲ در سال ۱۸۸۶ به فرموله کردن تئوری روانکاری پرداخت و از آن سال به بعد تئوری وی پایه ای برای تئوری روانکاری هیدرودینامیکی قرار گرفت.

در این فصل ابتدا اشاره ای خواهیم داشت به آزمایش تاور و سپس به بررسی فرمول ها و معادلات مورد استفاده در این تحقیق و نحوه به دست آوردن آنها خواهیم داشت.

۴-۲ آزمایش تاور :

شکل (۴-۱) نشان دهنده نحوه آزمایش وی می باشد. یاتاقان ناقص A نیمه بالایی محور را پوشانده و بار از طریق کپ^۳ B و یاتاقان به محور اعمال می شود. نیمه پایینی در روغن غوطه ور می باشد که روغن بواسطه چرخش محور به فضای بین یاتاقان و محور می رسد.

1 - Tower
2 - Reynolds
3 - Cap



شکل (۴-۱) تجهیزات آزمایش تاور [۲۷]

در طی انجام این آزمایش تاور متوجه شد که بواسطه سرعت نسبی بین محور و یاتاقان ، روی یاتاقان توزیع فشاری بوجود می آید . وی به صورت تجربی این توزیع فشار را در جهت طولی و دایره ای مشخص نمود .

۴-۳ معادله رینولدز :

در ابتدا برای بدست آوردن معادله رینولدز فرضیات زیر را انجام می دهیم :

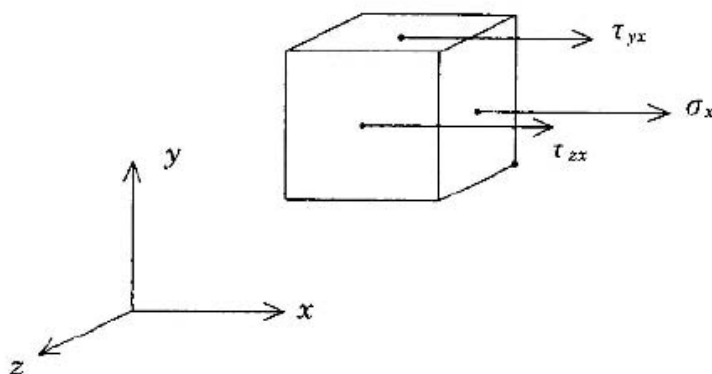
- ۱- جریان به صورت آرام می باشد .
- ۲- نیروهای اینرسی و وزنی در مقایسه با نیروهای لزجت قابل صرفنظر کردن می باشند .
- ۳- سیال غیر قابل تراکم می باشد .
- ۴- سیال نیوتنی بوده و ضریب ویسکوزیته ثابت می باشد .
- ۵- در جهت ضخامت فیلم روغن تغییرات فشار نداریم .

۶- تغییرات سرعت u و w در جهات x و z در مقایسه با تغییرات در جهت y قابل صرفنظر کردن می باشد.

۷- لغزش بین سطح جامد و سیال وجود ندارد.

۴-۳-۱ تعادل نیروها :

اگر چنانچه تعادل نیروهای وارد بر المان حجمی شکل (۴-۲) را مورد بررسی قرار دهیم به معادله (۴-۱) خواهیم رسید.



شکل (۴-۲) المان کوچکی از سیال

$$\left(\sigma_x + \frac{\partial \sigma_x}{\partial x} dx \right) dydz + \left(\tau_{yx} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} dy \right) dx dz + \left(\tau_{zx} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} dz \right) dx dy - \sigma_x dydz - \tau_{yx} dx dz - \tau_{zx} dx dy = 0$$

(۴-۱)

که در آن σ_x تنش عمودی وارد بر صفحه عمود بر جهت x و $\tau_{y,x}$ و $\tau_{z,x}$ تنش های برشی هستند که بر صفحات عمود بر محور y و z اعمال می شوند .

معادله (۴-۱) را می توان به صورت معادله (۴-۲) نوشت :

$$\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} = 0 \quad (۴-۲)$$

اگر چنانچه فشار سیال را با P نشان داده و $P = -\sigma_x$ قرار دهیم معادله (۴-۲) به معادله (۴-۳) تبدیل خواهد شد :

$$\frac{\partial p}{\partial x} = \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} \quad (۴-۳)$$

با توجه به سیال قانون نیوتنی روابط زیر برقرار می باشند

$$\tau_{yx} = \mu \frac{\partial u}{\partial y}$$

$$\tau_{zx} = \mu \frac{\partial u}{\partial z}$$

با جایگذاری در معادله (۴-۳) معادله (۴-۴) بدست می آید :

$$\frac{\partial p}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial y} \left(\mu \frac{\partial u}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\mu \frac{\partial u}{\partial z} \right) \quad (۴-۴)$$

با توجه به فرض شماره ۴ ، دومین جمله سمت راست معادله (۴-۴) در مقایسه با جمله اول کوچک و قابل صرفنظر کردن می باشد .

$$\frac{\partial p}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial y} \left(\mu \frac{\partial u}{\partial y} \right)$$

با توجه به فرض ثابت بودن ویسکوزیته معادله حاصل از تعادل نیروها در جهت x به صورت زیر خواهد شد :

$$\frac{\partial p}{\partial x} = \mu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \quad (۴-۵)$$

با اعمال مراحل فوق در جهت z معادله تعادل نیروها در این جهت نیز به صورت زیر قابل دسترسی می باشد :

$$\frac{\partial p}{\partial z} = \mu \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \quad (۴-۶)$$

۴-۳-۲ سرعت جریان :

با دو بار انتگرال گیری از معادلات (۴-۵) و (۴-۶) با اعمال شرط مرزی (۴-۷) سرعت جریان سیال بدست می آید :

$$u = U_1, w = W_1 \quad \text{at} \quad y = 0$$

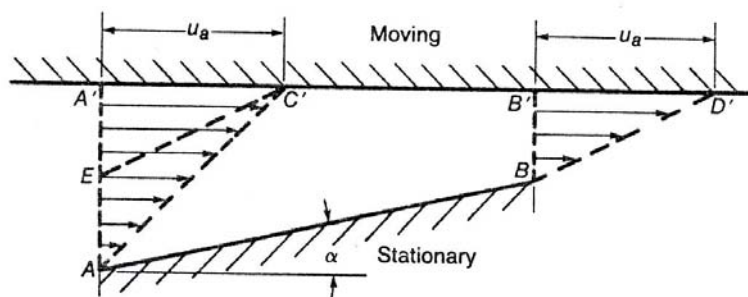
$$u = U_2, w = W_2 \quad \text{at} \quad y = h \quad (4-7)$$

$$u = -\frac{1}{2\mu} \frac{\partial p}{\partial x} y(h-y) + \left[\left(1 - \frac{y}{h}\right) U_1 + \frac{y}{h} U_2 \right] \quad (4-8)$$

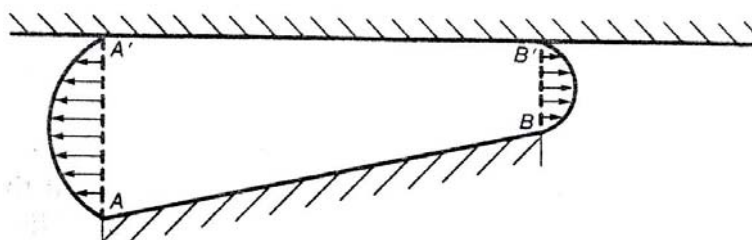
$$w = -\frac{1}{2\mu} \frac{\partial p}{\partial z} y(h-y) + \left[\left(1 - \frac{y}{h}\right) W_1 + \frac{y}{h} W_2 \right] \quad (4-9)$$

در معادله (۴-۸) برای سرعت u ترم دوم سمت راست (داخل براکت) سرعت سیال حاصل از حرکت سطح جامد در جهت x می باشد که به صورت خطی همانطور که در شکل (۴-۳) نشان داده شده است تغییر می کند (با فرض $U_2 = 0$) که جریان تنشی یا جریان کوتاه^۱ نامیده می شود. ترم دیگر سمت راست معادله (۴-۸) نماینگر سرعت جریان حاصل از تغییرات فشار می باشد که جریان فشاری یا جریان پیوسله^۲ نامیده می شود. که در حالت کلی سرعت جریان، حاصل از جمع دو نوع جریان مذکور می باشد که در شکل (۴-۵) نشان داده شده است که در ناحیه ای از آن $\frac{dp}{dx} = 0$ می باشد که در این منطقه سرعت تنها ناشی از سرعت تنشی می باشد.

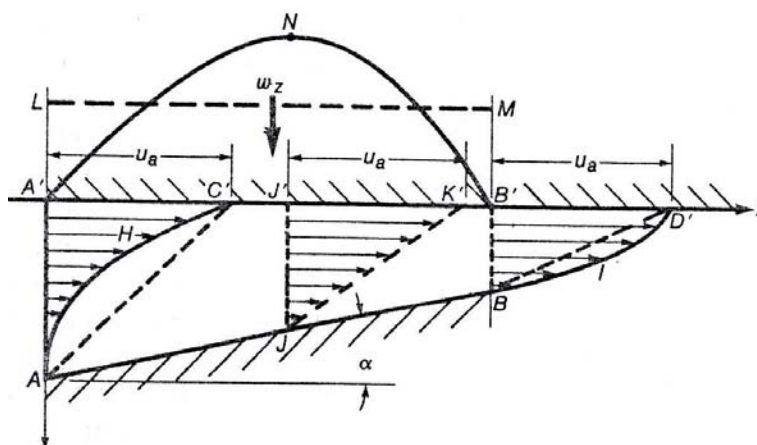
1 - Couette flow
2 - Poiseuille flow



شکل (۴-۳) جریان تنشی [۳۰]



شکل (۴-۴) جریان فشاری [۳۰]



شکل (۴-۵) پروفیل سرعت نهایی [۳۰]

۴-۳-۳ معادله پیوستگی

معادله پیوستگی برای سیال غیر قابل تراکم به صورت زیر می باشد :

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad (4-10)$$

با انتگرال گیری از معادله پیوستگی در طول المان ستونی $(dx \times dz \times h)$ در شکل (۴-۶) در جهت

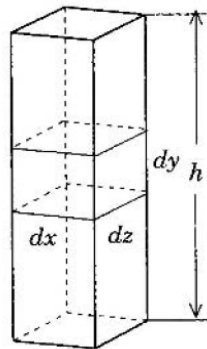
ضخامت فیلم از $y = 0$ تا $y = h$ داریم :

$$\int_0^h \frac{\partial u}{\partial x} dy + \int \frac{\partial w}{\partial z} dy + [v]_0^h \quad (4-11)$$

معادله (۴-۱۱) با تغییرات در مرتبه دیفرانسیل و انتگرال گیری به صورت زیر قابل باز نویسی است :

$$\frac{\partial}{\partial x} \int_0^h u dy + \frac{\partial}{\partial z} \int_0^h w dy - (u)_{y=h} \frac{\partial h}{\partial x} - (w)_{y=h} \frac{\partial h}{\partial z} + [v]_0^h = 0 \quad (4-12)$$

معادله (۴-۱۲) معادله پیوستگی مربوط به المان ستونی بین دو سطح جامد نشان داده شده در شکل (۴-۶) می باشد .



شکل (۴-۶) المان استوانه ای

معادله (۴-۱۲) را می توان با توجه به سرعت صفحات و شرایط مرزی به صورت زیر بازنویسی کرد :

$$\frac{\partial}{\partial x} \int_0^h u dy + \frac{\partial}{\partial z} \int_0^h w dy - U_2 \frac{\partial h}{\partial x} - W_2 \frac{\partial h}{\partial z} + (V_2 - V_1) = 0 \quad (۴-۱۳)$$

۴-۳-۴ تعیین معادله رینولدز :

با انتگرال گیری از معادلات (۴-۱۳)

$$\int_0^h u dy = -\frac{h^3}{12\mu} \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{h}{2}(U_1 + U_2) \quad (۴-۱۴)$$

$$\int_0^h w dy = -\frac{h^3}{12\mu} \frac{\partial p}{\partial z} + \frac{h}{2}(W_1 + W_2) \quad (۴-۱۵)$$

و جایگزینی آنها در معادله (۴-۱۳) به معادله (۴-۱۶) که به معادله رینولدز معروف می باشد خواهیم رسید .

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{h^3}{\mu} \frac{\partial p}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{h^3}{\mu} \frac{\partial p}{\partial z} \right) = 6 \left[\begin{aligned} &(U_1 - U_2) \frac{\partial h}{\partial x} + h \frac{\partial}{\partial x} (U_1 + U_2) + (W_1 - W_2) \frac{\partial h}{\partial z} \\ &+ h \frac{\partial}{\partial z} (W_1 + W_2) + 2(V_2 + V_1) \end{aligned} \right] \quad (۴-۱۶)$$

که در یاتاقان ژورنال محور با سرعت ثابت چرخش می کند بنابراین U_1 در جهت x ثابت بوده و سرعت در جهات دیگر صفر می باشد بنابراین معادله (۴-۱۶) به معادله (۴-۱۷) تبدیل خواهد شد :

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(h^3 \frac{\partial p}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(h^3 \frac{\partial p}{\partial z} \right) = 6\mu U_1 \frac{\partial h}{\partial x} \quad (۴-۱۷)$$

۴-۴ معادله انرژی :

برای تعیین پروفیل دما در سیال روانکار می بایست معادله انرژی را حل کرد . بر مبنای قانون اول ترمودینامیک ، اگر چنانچه منبع تولید انرژی وجود نداشته باشد ، تعادل انرژی برای یک المان حجمی شکل (۴-۷) به صورت زیر خواهد بود . [۳۱]

$$= [\text{نرخ افزایش انرژی در المان}]$$

$$+ [\text{نرخ انرژی خالص ورودی بوسیله هدایت}] \quad (۴-۱۸)$$

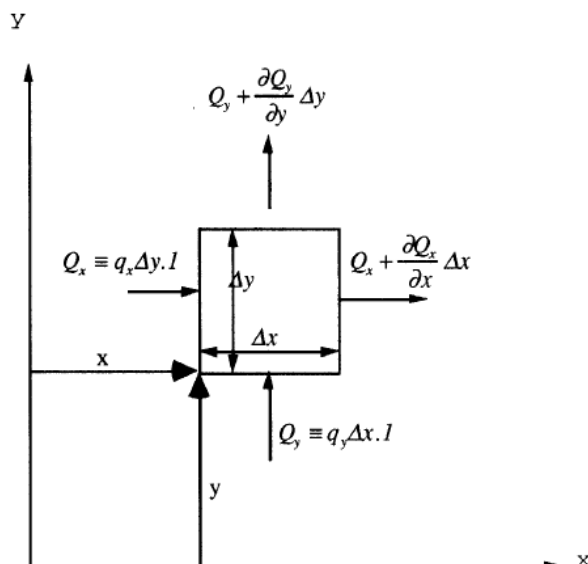
$$+ [\text{کار انجام شده توسط نیروی وزنی و ... روی سیال}] \quad (۴-۱۹)$$

$$[\text{کار انجام شده توسط نیروی سطحی (تنش) روی سیال}] \quad (۴-۲۰)$$

برای تعیین معادله انرژی می بایست هر یک از موارد فوق را به صورت جداگانه با فرض جریان ثابت در مختصات دو بعدی و سیال نیوتنی و غیر قابل تراکم مورد بررسی قرار داد .

یک المان حجمی در نقطه (x, y) در مختصات کارتزین شکل (۴-۷) فرض می کنیم .

مطابق این شکل اولین جمله سمت راست معادله (۴-۱۸) به صورت زیر خواهد بود :



شکل (۴-۷) انرژی ورودی به المان از طریق هدایت

$$[\text{نرخ انرژی خالص ورودی بوسیله هدایت}] = - \left(\frac{\partial Q_x}{\partial x} \Delta x + \frac{\partial Q_y}{\partial y} \Delta y \right) = \left(\frac{\partial q_x}{\partial x} + \frac{\partial q_y}{\partial y} \right) \Delta x \Delta y$$

که در آن q_x و q_y به ترتیب مساوی $-k \frac{\partial T}{\partial x}$ و $-k \frac{\partial T}{\partial y}$ می باشند. بنابراین معادله فوق به

صورت زیر در خواهد آمد:

$$[\text{نرخ انرژی خالص ورودی بوسیله هدایت}] = \left(\frac{\partial}{\partial x} \left(k \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(k \frac{\partial T}{\partial y} \right) \right) \Delta x \Delta y$$

اگر چنانچه F_x و F_y نیروهای وزنی باشند که بر واحد حجم المان وارد می شوند و u, v اجزاء

عمودی و افقی سرعت باشند جمله دوم سمت راست معادله به صورت زیر بیان می شود :

$$[\text{کار انجام شده توسط نیروی وزنی و ... روی سیال}] = (uF_x + vF_y) \Delta x \Delta y$$

و سرانجام با توجه به شکل (۴-۸) جمله آخر سمت راست معادله که نشانگر کار انجام شده توسط تنش های صفحه ای است به طریق زیر معرفی می گردد ، نرخ خالص انرژی ورودی بواسطه تنش عمودی σ_x برابر معادله (۴-۲۱) خواهد بود.

$$\left\{ -u\sigma_x + \left[u\sigma_x + \frac{\partial}{\partial x}(u\sigma_x)\Delta x \right] \right\} \Delta y = \Delta x \Delta y \frac{\partial}{\partial x}(u\sigma_x) \quad (۴-۲۱)$$

و در جهت عمودی نرخ انرژی رونی حاصل از σ_y بوسیله معادله (۴-۲۲) معرفی می گردد .

$$\left\{ -v\sigma_y + \left[v\sigma_y + \frac{\partial}{\partial y}(v\sigma_y)\Delta y \right] \right\} \Delta x = \Delta x \Delta y \frac{\partial}{\partial y}(v\sigma_y) \quad (۴-۲۲)$$

انرژی حاصل از تنش برشی با معادلات (۴-۲۳) و (۴-۲۴) بیان می شوند .

$$\left\{ -u\tau_{yx} + \left[u\tau_{yx} + \frac{\partial}{\partial y}(u\tau_{yx})\Delta y \right] \right\} \Delta x = \Delta x \Delta y \frac{\partial}{\partial y}(u\tau_{yx}) \quad (۴-۲۳)$$

$$\left\{ -v\tau_{xy} + \left[v\tau_{xy} + \frac{\partial}{\partial y}(v\tau_{xy})\Delta y \right] \right\} \Delta x = \Delta x \Delta y \frac{\partial}{\partial y}(v\tau_{xy}) \quad (۴-۲۴)$$

که تمام معادلات بالا در مجموع نماینگر انرژی وارد به المان می باشند بنابراین نرخ انرژی به صورت معادله (۴-۲۵) خواهد بود .

$$[\text{کار انجام شده توسط نیروی سطحی (تنش) روی سیال}] = \quad (۴-۲۵)$$

$$\left[\frac{\partial}{\partial x}(u\sigma_x) + \frac{\partial}{\partial y}(v\sigma_y) + \frac{\partial}{\partial y}(u\tau_{yx}) + \frac{\partial}{\partial x}(v\tau_{xy}) \right]$$

انرژی هر المان شامل مجموع انرژی مخصوص داخلی بر واحد جرم e و انرژی جنبشی $\frac{1}{2}(u^2 + v^2)$ بر واحد جرم سیال می باشد . بنابراین انرژی در المان حجمی $\Delta x \Delta y$ به صورت زیر خواهد بود :

$$\rho \left[e + \frac{1}{2}(u^2 + v^2) \right] \Delta x \Delta y \quad (۴-۲۶)$$

و نرخ این نوع انرژی به صورت زیر تعریف می شود :

$$[\text{نرخ افزایش انرژی در المان}] = \rho \left[\frac{De}{Dt} + \frac{1}{2} \frac{D}{Dt}(u^2 + v^2) \right] \Delta x \Delta y \quad (۴-۲۷)$$

که در آن مشتق کلی D/Dt در مختصات دو بعدی به صورت زیر تعریف می شود [۳۲]

$$D/Dt = u \frac{\partial}{\partial x} + v \frac{\partial}{\partial y} \quad (۴-۲۸)$$

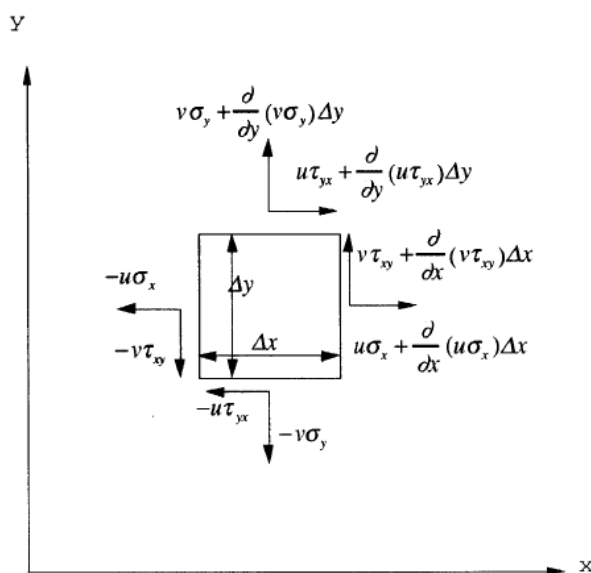
اگر چنانچه معادلات معرفی شده را در معادله تعادل انرژی جایگذاری کرده و با یک سری ساده سازی به معادله انرژی در دستگاه کارتزین دو بعدی با سیال نیوتنی و در حالت جریان ثابت به صورت معادله (۴-۲۹) خواهیم رسید .

$$\rho c \left[u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} \right] - \left[\frac{\partial}{\partial x} \left(k \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(k \frac{\partial T}{\partial y} \right) \right] - \phi = 0 \quad (4-29)$$

که در آن ϕ جمله مربوط به تلفات بوده و به صورت زیر تعریف می شود .

$$\phi = 2\mu \left[\left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial y} \right)^2 \right] + \mu \left(\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 \quad (4-30)$$

جمله اول معادله (۴-۳۰) نماینگر نرخ انرژی مبادله شده بواسطه انتقال جرم می باشد در حالی که جملات دوم و سوم نشانگر انتقال حرارت به روش هدایت و تلفات ناشی از نیروهای اصطکاک بین لایه ای جریان می باشند .



شکل (۴-۸) دیاگرام کار اعمال شده به المان توسط نیروهای سطحی

فصل پنجم

معرفی روش عددی و

شرایط مرزی

۵-۱ مقدمه :

در این فصل جزئیات مربوط به روش های عددی استفاده شده جهت حل معادلات حاکم توضیح داده شده است .

برای حل معادلات حاکم می بایست مراحل زیر را طی کنیم :

۱- محاسبه مشتقات

۲- اعمال شرایط مرزی و اپراتورهای مربوطه در معادله رینولدز و رسیدن به معادله معروف سیلوستر^۱ .

۳- انتگرال گیری از پروفیل فشار برای تعیین نیروی وارد به یاتاقان .

۴- اعمال شرایط مرزی و اپراتورهای مربوطه در معادله انرژی و حل معادله تکراری^۲ به دست آمده .

در ادامه به نحوه محاسبه مشتقات مادی و تعیین اپراتورهای مربوطه برای مشتقات مرتبه اول و دوم پرداخته و نحوه اعمال شرایط مرزی در این معادلات و تست اپراتورهای بدست آمده مورد بررسی قرار می گیرد .

1 - Sylvester equation

2 - Iterative

۵-۲ محاسبه مشتقات :

در این تحقیق با استفاده از روش تفاضل محدود فشرده^۱ که در ابتدا توسط لیلی^۲ [۳۳] ارائه شده است، مشتقات مادی مورد محاسبه قرار می گیرند.

لیلی در مقاله خود روشهای مختلفی برای محاسبه مشتقات مادی با مرتبه دقت مختلف ارائه داده است.

۵-۲-۱ مشتق اول

مشتق اول تابع دلخواهی مانند $f(x)$ را به صورت ضمنی مطابق معادله (۵-۱) بیان نموده است :

$$\beta f'_{i-2} + \alpha f'_{i-1} + f'_i + \alpha f'_{i+1} + \beta f'_{i+2} = c \frac{f_{i+3} - f_{i-3}}{6h} + b \frac{f_{i+2} - f_{i-2}}{4h} + a \frac{f_{i+1} - f_{i-1}}{2h} \quad (5-1)$$

که در آن علامت پریم نمایانگر مشتق اول، i بیانگر شماره گره $(0 \leq i \leq I)$ و $\Delta x = h/I$ می باشند.

رابطه بین ضرایب فوق به صورت معادله (۵-۲) می باشد.

$$a + 2^2 b + 3^2 c = 2 \frac{3!}{2!} (\alpha + 2^2 \beta) \quad (5-2)$$

1 - Compact finite difference

2 - S.K.Lele

که روش ماتریس سه قطری با دقت مرتبه چهارم دارای ضرایب زیر می باشد :

$$\beta = 0, \quad a = \frac{2}{3}(\alpha + 2), \quad b = \frac{1}{3}(4\alpha - 1), \quad c = 0$$

با اعمال ضرایب فوق در معادله (۵-۱) به معادله (۵-۳) که بیانگر تقریب مشتق اول تابع $f(x)$ می باشد خواهیم رسید .

$$\alpha f'_{i-1} + f'_i + \alpha f'_{i+1} = \frac{\alpha + 2}{3\Delta x}(f_{i+1} - f_{i-1}) + \frac{4\alpha - 1}{12\Delta x}(f_{i+2} - f_{i-2}) \quad (۵-۳)$$

اگر در معادله (۵-۳) ، $\alpha = \frac{1}{4}$ یا $\alpha = \frac{1}{3}$ قرار داده شود به طرحهایی با مرتبه خطای چهارم و ششم می رسیم ، در این صورت ترم قطری اصلی در طرف راست معادله (۵-۳) سه یا چهار برابر کوچکتر از دیگر ترم ها خواهد بود که این مسئله می تواند موجب ایجاد شرایط ناهنجاری^۱ در ماتریس گردد . برای جلوگیری از این مسئله و اصلاح معادله هر دو طرف آن را در ضریب $\frac{1}{\alpha}$ ضرب می کنیم در این صورت معادله (۵-۳) به فرم معادله (۵-۴) تغییر شکل خواهد یافت .

$$f'_{i-1} + \frac{1}{\alpha} f'_i + f'_{i+1} = \frac{1 + 2/\alpha}{3 - \Delta x}(f_{i+1} - f_{i-1}) + \frac{4 - 1/\alpha}{12\Delta x}(f_{i+2} - f_{i-2}) \quad (۵-۴)$$

در مرزها یعنی جایی که $i = 0$ یا $i = I$ است ، از یک طرح مرتبه سوم یک طرفه ضمنی استفاده شده است .

1- Ill-condition

$$f_0' + 2f_1' = \frac{1}{2\Delta x}(-5f_0 + 4f_1 + f_2) \quad (5-5)$$

$$f_i + 2f_{i-1}' = \frac{1}{2\Delta x}(5f_i - 4f_{i-1} - f_{i-2}) \quad (5-6)$$

در همسایگی مرزها یعنی جایی که $i=1$ و یا $i=I-1$ است از معادله (۵-۴) در حالتی که $\alpha = \frac{1}{4}$ است، استفاده می شود.

به طور خلاصه با در نظر گرفتن دقت مرتبه چهار و قرار دادن $\alpha = \frac{1}{4}$ در معادله (۵-۴)، معادله (۵-۷) برقرار خواهد بود.

$$[A]_{n \times n} \times [F']_{n \times 1} = [B]_{n \times n} \times [F]_{n \times 1} \quad (5-7)$$

که در آن $[A]$ و $[B]$ ماتریس های ضرایب و $[f]$ و $[f']$ مقادیر توابع $f(x)$ و $f'(x)$ خواهند بود.

$$A = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & 0 & \dots & \dots & \dots & \dots & 0 \\ A_{21} & A_{22} & A_{23} & 0 & \dots & \dots & \dots & \vdots \\ 0 & A_{32} & \ddots & \ddots & 0 & \dots & \dots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \dots & \vdots \\ \vdots & \dots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \dots & \dots & 0 & \ddots & \ddots & A_{(n-2)(n-1)} & 0 \\ \vdots & \dots & \dots & \dots & 0 & A_{(n-1)(n-2)} & A_{(n-1)(n-1)} & A_{(n-1)(n)} \\ 0 & \dots & \dots & \dots & \dots & 0 & A_{(n)(n-1)} & A_{nn} \end{bmatrix}$$

که در آن

$$A_{i,i} = 4 \quad 2 \leq i \leq n-1$$

$$A_{i,i+1} = 1 \quad 2 \leq i \leq n-1$$

$$A_{i,i-1} = 1 \quad 2 \leq i \leq n-1$$

$$A_{12} = A_{n(n-1)} = 2$$

$$A_{11} = A_{nn} = 1$$

$$B = \begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} & B_{13} & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & 0 \\ B_{21} & 0 & B_{23} & 0 & \cdots & \cdots & \cdots & \vdots \\ 0 & B_{32} & 0 & \ddots & 0 & \cdots & \cdots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \cdots & \vdots \\ \vdots & \cdots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \cdots & \cdots & 0 & \ddots & 0 & B_{(n-2)(n-1)} & 0 \\ \vdots & \cdots & \cdots & \cdots & 0 & B_{(n-1)(n-2)} & 0 & B_{(n-1)(n)} \\ 0 & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & B_{(n)(n-2)} & B_{(n)(n-1)} & B_{nn} \end{bmatrix}$$

که مقادیر ماتریس B به قرار زیر می باشد :

$$B_{i,i+1} = \frac{3}{\Delta x}$$

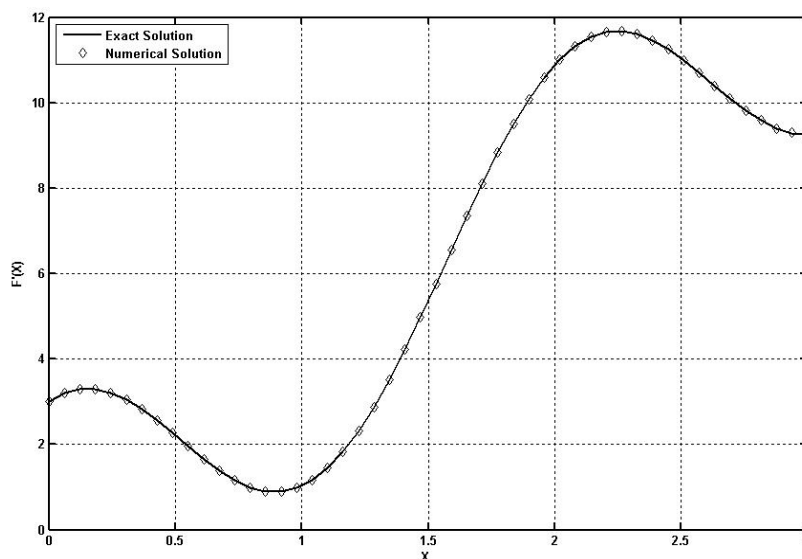
$$B_{i,i-1} = -\frac{3}{\Delta x}$$

$$B_{13} = -B_{n(n-2)} = \frac{1}{2\Delta x} \quad (2 \leq i \leq n-1)$$

$$B_{12} = -B_{n(n-1)} = \frac{4}{2\Delta x}$$

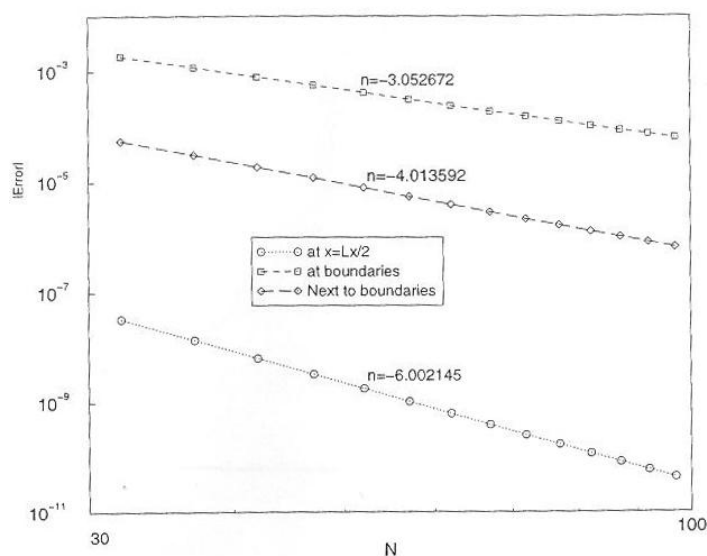
$$B_{11} = B_{nn} = -\frac{5}{2\Delta x}$$

در شکل (۵-۱) مقایسه بین نتایج عددی حاصل از روش تفاضل محدود فشرده و مقدار واقعی تابع $f(x) = 2x^2 + \sin(3x)$ را می توان ملاحظه کرد.



شکل (۵-۱) مقایسه مشتق اول تابع $f(x) = 2x^2 + \sin(3x)$ به روش عددی و تحلیلی

در شکل (۵-۲) نمودار خطای روش مذکور در تعداد تقسیمات متفاوت در مرزها، نزدیک مرزها و گره های داخلی ترسیم شده است.



شکل (۵-۲) مرتبه دقت برای مشتق اول با بکاربردن طرح اختلاف محدود استاندارد [۳۲]

۵-۲-۲ مشتق دوم

معادله (۵-۸) مشتق دوم تابع $f(x)$ را با طرح اختلاف محدود فشرده نشان می دهد .

(۵-۸)

$$\beta f_{i-2}'' + \alpha f_{i-1}'' + f_i'' + \alpha f_{i+1}'' + \beta f_{i+2}'' = c \frac{f_{i+3} - 2f_i + f_{i-3}}{9h^2} + b \frac{f_{i+2} - 2f_i + f_{i-2}}{4h^2} + a \frac{f_{i+1} - 2f_i + f_{i-1}}{h^2}$$

که رابطه بین ضرایب فوق برای خطای مرتبه چهارم به صورت معادله زیر می باشد .

$$a + 2^2 b + 3^2 c = \frac{4!}{2!} (\alpha + 2^2 \beta) \quad (۵-۹)$$

که روش ماتریس پنج قطری با دقت خطای مرتبه چهارم دارای مقادیر ضرایب زیر می باشد :

$$\beta = 0 \quad , \quad c = 0 \quad , \quad a = \frac{4}{3}(1-\alpha) \quad , \quad b = \frac{1}{3}(-1+10\alpha)$$

که با جایگذاری در معادله (۵-۸) طرح اختلاف محدود فشرده برای مشتق ضمنی مرتبه دوم به

صورت معادله (۵-۱۰) خواهد شد .

$$\alpha f_{i-1}'' + f_i'' + \alpha f_{i+1}'' = \frac{4(1-\alpha)}{3\Delta x^2} (f_{i-1} - 2f_i + 4f_{i+1}) + \frac{10\alpha-1}{12\Delta x^2} (f_{i+2} - 2f_i + f_{i-2}) \quad (۵-۱۰)$$

که در آن $\alpha = \frac{1}{4}$ می باشد. در اینجا نیز مسئله ناهنجاری مشکل ساز خواهد شد که برای غلبه بر آن معادله (۵-۱۰) را در $\frac{1}{\alpha}$ ضرب می کنیم در این صورت معادله به فرم معادله (۵-۱۱) تغییر شکل خواهد داد .

$$f''_{i-1} + \frac{1}{\alpha} f_i + f''_{i+1} = \frac{4\left(\frac{1}{\alpha} - 1\right)}{3\Delta x^2} (f_{i-1} - 2f_i + f_{i+1}) + \frac{10 - \frac{1}{\alpha}}{12\Delta x^2} (f_{i+2} - 2f_i + f_{i-2}) \quad (5-11)$$

در مرزهای جریان ، حالت مرتبه سوم یک طرفه بکار برده می شود که به صورت زیر می باشد :

$$f''_0 + 11f''_1 = \frac{1}{\Delta x^2} (13f_0 - 27f_1 + 15f_2 - f_3) \quad (5-12)$$

$$f''_I + 11f''_{I-1} = \frac{1}{\Delta x^2} (13f_I - 27f_{I-1} + 15f_{I-2} - f_{I-3}) \quad (5-13)$$

از طرفی با مشتق گیری از معادله (۵-۵) معادله زیر تولید می شود .

$$f''_0 + 2f''_1 = \frac{1}{2\Delta x} (-5f'_0 + 4f'_1 + f'_2) \quad (5-14)$$

حال معادله (۵-۱۵) را از معادله (۵-۱۴) استخراج کرده و داریم :

$$f''_0 + 2f''_1 = \frac{-3}{\Delta x} f'_0 + \frac{1}{2\Delta x} (f'_0 + 4f'_1 + f'_2) \quad (5-15)$$

با جایگذاری طرف چپ معادله (۵-۵) با فرض $\alpha = \frac{1}{4}$ برای ترم های داخل پرانتز در معادله

(۵-۱۵) به معادله زیر می‌رسیم :

$$f_0'' + 2f_1'' = \frac{-3}{\Delta x} \frac{df}{dx} \Big|_{x=0} - \frac{3}{2\Delta x^2} (f_0 - f_2) \quad (5-16)$$

نزدیک مرزها یعنی جایی که $i=1$ و $i=I-1$ است از طرح اختلاف فشرده مرتبه دوم استفاده شده است که با جایگزینی $\alpha = 1/10$ در معادله (۵-۱۱) بدست می‌آید. ماتریس محاسبات به فرم معادله (۵-۱۷) خواهد بود.

$$[C]_{n \times n} [F'']_{n \times 1} = [D]_{n \times n} [F]_{n \times 1} \quad (5-17)$$

که در آن ماتریس‌های $[C]$ و $[D]$ ماتریس ضرایب و ماتریس‌های $[F]$ و $[F'']$ مقادیر توابع $f(x)$ و $f''(x)$ می‌باشند.

$$C = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & 0 & \dots & \dots & \dots & \dots & 0 \\ C_{21} & C_{22} & C_{23} & 0 & \dots & \dots & \dots & \vdots \\ 0 & C_{32} & C_{33} & C_{34} & 0 & \dots & \dots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \dots & \vdots \\ \vdots & \dots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \dots & \dots & 0 & C_{(n-2)(n-3)} & C_{(n-2)(n-2)} & C_{(n-2)(n-1)} & 0 \\ \vdots & \dots & \dots & \dots & 0 & C_{(n-1)(n-2)} & C_{(n-1)(n-1)} & C_{(n-1)(n)} \\ 0 & \dots & \dots & \dots & \dots & 0 & C_{(n)(n-1)} & C_{nn} \end{bmatrix}$$

$$C_{i,i} = 4 \rightarrow (3 \leq i \leq n-2)$$

$$C_{i,i+2} = C_{i,i-1} = 1 \rightarrow (2 \leq i \leq n-1)$$

$$C_{(n-1)(n-1)} = C_{22} = 10$$

$$C_{(n)(n-1)} = C_{12} = 11$$

$$C_{nn} = C_{11} = 1$$

$$D = \begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} & D_{13} & D_{14} & 0 & \dots & \dots & \dots & \dots & 0 \\ D_{21} & D_{22} & D_{23} & 0 & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \vdots \\ D_{31} & D_{32} & D_{33} & D_{34} & D_{35} & 0 & \dots & \dots & \dots & \vdots \\ 0 & D_{42} & D_{43} & D_{44} & D_{45} & D_{46} & 0 & \dots & \dots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \dots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \dots & \dots & 0 & D_{(n-3)(n-5)} & D_{(n-3)(n-4)} & D_{(n-3)(n-3)} & D_{(n-3)(n-2)} & D_{(n-3)(n-1)} & 0 \\ \vdots & \dots & \dots & \dots & 0 & D_{(n-2)(n-4)} & D_{(n-2)(n-3)} & D_{(n-2)(n-2)} & D_{(n-2)(n-1)} & D_{(n-2)(n)} \\ \vdots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & 0 & D_{(n-1)(n-2)} & D_{(n-1)(n-1)} & D_{(n-1)(n)} \\ 0 & \dots & \dots & \dots & \dots & 0 & D_{(n)(n-3)} & D_{(n)(n-2)} & D_{(n)(n-1)} & D_{(n)(n)} \end{bmatrix}$$

که مقادیر ماتریس به قرار زیر می باشد

$$D_{1,1} = D_{(n)(n)} = \frac{13}{\Delta x^2}$$

$$D_{1,2} = D_{(n)(n-1)} = \frac{-27}{\Delta x^2}$$

$$D_{1,3} = D_{(n)(n-2)} = \frac{15}{\Delta x^2}$$

$$D_{1,4} = D_{(n)(n-3)} = \frac{-1}{\Delta x^2}$$

$$D_{2,1} = D_{(n-1)(n)} = \frac{12}{\Delta x^2}$$

$$D_{2,2} = D_{(n-1)(n-1)} = \frac{-24}{\Delta x^2}$$

$$D_{2,3} = D_{(n-1)(n-2)} = \frac{12}{\Delta x^2}$$

$$D_{2,4} = D_{(n-1)(n-3)} = 0$$

$$D_{i+2,i+4} = \frac{1}{2\Delta x^2} \rightarrow (1 \leq i \leq n-2)$$

$$D_{i+2,i+3} = \frac{4}{\Delta x^2} \rightarrow (1 \leq i \leq n-2)$$

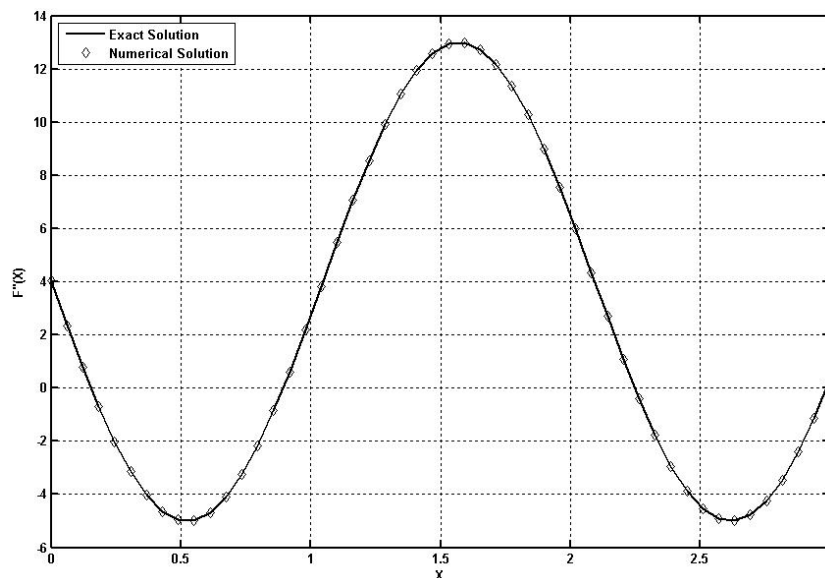
$$D_{i+2,i+2} = \frac{-9}{\Delta x^2} \rightarrow (1 \leq i \leq n-2)$$

$$D_{i+2,i+1} = \frac{4}{\Delta x^2} \rightarrow (1 \leq i \leq n-2)$$

$$D_{i+2,i} = \frac{1}{2\Delta x^2} \rightarrow (1 \leq i \leq n-2)$$

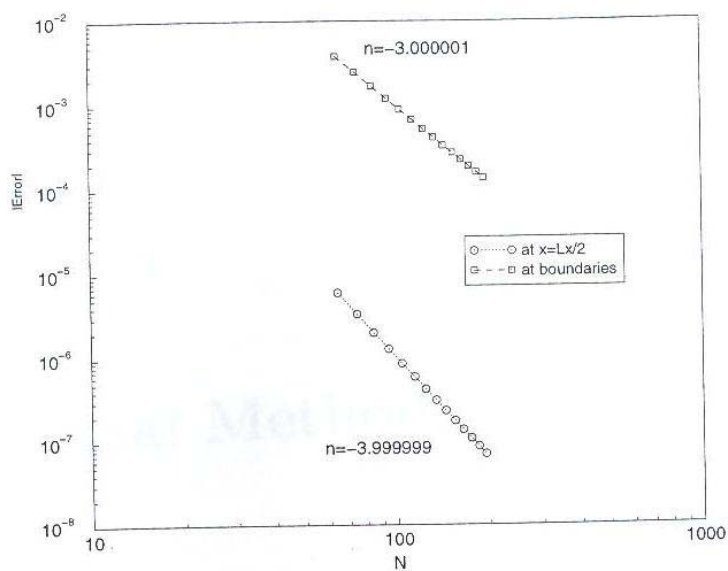
در شکل (۵-۳) مقایسه بین نتایج عددی مشتق دوم و مقدار واقعی تابع $f(x) = 2x^2 + \sin(3x)$ را

می توان ملاحظه کرد .



شکل (۵-۳) مقایسه مشتق دوم تابع $f(x) = 2x^2 + \sin(3x)$ به روش عددی و تحلیلی

در شکل (۵-۴) نمودار خطای روش مذکور در تعداد تقسیمات متفاوت در مرزها و گره های داخلی ترسیم شده است .



شکل (۵-۴) مرتبه دقت برای مشتق اول با بکاربردن طرح اختلاف محدود [۳۲]

۳-۵ اعمال شرایط مرزی

۱-۳-۵ شرط مرزی پریودیک

از جمله شرایط مرزی حاکم بر معادلات مربوط به این تحقیق شرط مرزی پریودیک^۱ می باشد که می بایستی بر روی اپراتورهای بدست آمده در بخش قبل اعمال شود .

ابتدا شرط پریودیک را برای مشتق اول اعمال کرده و سپس مشتق مرتبه دوم را مورد بررسی قرار می دهیم .

اگر چنانچه بخواهیم معاله (۵-۷) را با شرط مرزی پریودیک حل کنیم ، با توجه به ماتریس ضرایب بدست آمده در بخش قبل می توان نوشت :

$$\begin{cases} A_1 y' = A_1 f(x) \\ B_1 y = A_1 f(x) \\ y_N = y_0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \sum_{j=0}^N (b_1)_{ij} y_j = R_i \rightarrow (i = 0, 1, \dots, N) \\ y_N = y_0 \end{cases} \quad (5-18)$$

با توجه به معادلات (۵-۱۸) ملاحظه می شود که (N+1) معادله برای (N+1) مجهول خواهیم داشت ، حال اگر معادله $y_N = y_0$ را در معادله جایگزین کنیم به معادله (۵-۱۹) خواهیم رسید .

$$\sum (b_1)_{ij} y_j + (b_{1i,0} + b_{1i,N}) y_0 = R_i \quad i = 0, 1, \dots, N-1 \quad (5-19)$$

که در این حالت N معادله و N مجهول خواهیم داشت که حل فوق شرط مرزی را ارضا می کند. لازم بذکر است چنانچه تابع $f(x)$ داده شده باشد و پریودیک نیز باشد مشتق تابع یعنی $f'(x)$ نیز پریودیک خواهد بود . به عبارت دیگر تابع $f(x)$ بخودی خود خواص مشتق را نیز پیشگویی

1 - Periodic

می کند و در بطن خود دارد ولی چنانچه $y' = f(x)$ داده شده باشد و بخواهیم جواب یعنی y پریودیک باشد باید شرط مرزی را مطابق فوق اعمال کنیم .

در مورد مشتق دوم اگر چنانچه بخواهیم معادله $y'' = f(x)$ را با شرط مرزی پریودیک حل کنیم خواهیم داشت :

$$y'' = f(x) \quad \text{periodic B.C.s} \begin{cases} y'_N = y'_0 \\ y_n = y_0 \end{cases} \quad (5-20)$$

$$A_1 y'' = A_1 f(x) \quad (5-21)$$

$$\begin{cases} B_1 y' = A_1 f(x) \\ y'_N = y'_0 \end{cases} \quad (5-22)$$

که در معادله (۵-۲۲) y' از همان روش فوق مربوط به مشتق اول قابل محاسبه می باشد و در ادامه خواهیم داشت :

$$y' = g(x) \quad y_n = y_0 \quad (5-23)$$

$$A_1 y' = A_1 g(x) \quad (5-24)$$

$$\begin{cases} B_1 y = A_1 g(x) \\ y_N = y_0 \end{cases} \quad (5-25)$$

و در نهایت در معادله (۵-۲۵) y را نیز از روش مشتق اول محاسبه می کنیم .

جمع بندی مطالب فوق به صورت زیر خواهد بود :

$$y' = f(x) \quad (۵-۲۶)$$

$$\sum_{j=0}^{N-1} (b_{new})_{ij} y_j = A_1 f(x) = R_i \quad i = 0, 1, \dots, N-1 \quad (۵-۲۷)$$

$$[B_{New}] \{y\} = [A_{1New}] f(x) \Rightarrow y = inv(B_{New}) A_{1New} f(x) \quad (۵-۲۸)$$

اگر چنانچه بخواهیم y' را محاسبه کنیم :

$$\begin{cases} (inv(A_{1New} B_{New})) y = f(x) \\ y' = f(x) \end{cases} \quad (۵-۲۹)$$

برای محاسبه معادله $y'' = f(x)$ داریم :

$$y'' = (y')' = f(x) \quad (۵-۳۰)$$

$$y' = [inv(B_{New}) A_{1New}] f(x) \quad (۵-۳۱)$$

$$y = [inv(B_{New}) A_{1New}]^2 f(x) \quad (۵-۳۲)$$

۵-۳-۲ شرط مرزی با مقدار ثابت

با توجه به اینکه در فصل بعد با اعمال ماتریس ضرایب روش تفاضل محدود فشرده در معادلات

مربوط به معادله معروف سیلوستر^۱

$$AX + XB = C \quad (۵-۳۳)$$

1 - Sylvester

خواهیم رسید. شرط مرزی دیگری را که می بایست در این معادله اعمال شود مورد بررسی قرار می دهیم.

اگر چنانچه معادله (۵-۳۳) به فرم جبری باز نویسی کنیم:

$$\sum_{k=1}^{N_x} a_{ik} x_{kj} + \sum_{k=1}^{N_y} x_{ik} b_{kj} = C_{ij} \quad \begin{cases} 1 \leq i \leq N_x \\ 1 \leq j \leq N_y \end{cases} \quad (5-34)$$

با اعمال شرط مرزی زیر در معادله (۵-۳۴)

$$x[i, N_y] = \alpha \quad x[i, 1] = \beta \quad (5-35)$$

معادله مذکور به معادله (۵-۳۶) تبدیل خواهد شد.

$$\sum_{k=1}^{N_x} a_{ik} x_{kj} + \sum_{k=2}^{N_y-1} x_{ik} b_{kj} + \sum a_{ik} x_{k, N_y} + x_{i, N_y} b_{N_y, j} + \sum a_{ik} x_{k, 1} + x_{i, 1} b_{1, j} = C_{ij}$$

$$\sum_{k=1}^{N_x} a_{ik} x_{kj} + \sum_{k=2}^{N_y-1} x_{ik} b_{kj} = C_{ij} - \sum a_{ik} \alpha - \alpha b_{N_y, j} - \sum a_{ik} \beta - \beta b_{1, j} \quad (5-36)$$

فصل ششم

حل معادلات حاکم

بحث و بررسی نتایج

۱-۶ مقدمه :

در این فصل به جمع بندی فصول گذشته و اعمال شرایط و اپراتورهای بدست آمده از روش تفاضل محدود فشرده بر روی معادلات مورد نظر پرداخته و پروفیل فشار ، سرعت و دما را برای یاتاقان ژورنال در شرایط عملکردی مختلف بدست می آوریم . در ادامه به مقایسه جواب های بدست آمده از روش تحلیلی پرداخته و به معرفی پارامترهای مختلف یاتاقان ژورنال مانند ظرفیت بار^۱ ، زاویه بار^۲ و غیره پرداخته و مقادیر آنها را تحت شرایط مختلف یاتاقان ارائه می دهیم .

1 - Load capacity
2 - Attitude angle

۶-۲ گسسته سازی معادلات

۶-۲-۱ معادله رینولدز

فرم معادله رینولدز (۴-۱۷) برای یاتاقان ژورنال با توجه به هندسه یاتاقان و روابط

$$x = r_b \theta \quad \text{و} \quad u = \frac{u_b}{2} = \frac{r_b \omega_b}{2}$$

و همچنین رابطه (۳-۴) مربوط به ضخامت فیلم روغن به صورت معادله (۶-۱) قابل بیان می باشد.

$$\frac{\partial}{\partial \theta} \left[h^3 \frac{\partial p}{\partial \theta} \right] + r_b^2 h^3 \frac{\partial^2 p}{\partial y^2} = -6\mu\omega_b r_b^2 e \sin \theta \quad (۶-۱)$$

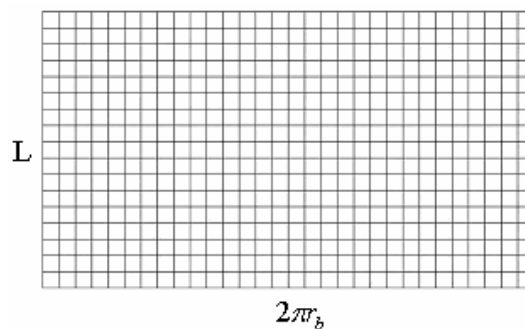
که با ساده سازی بیشتر به معادله (۶-۲) می رسیم .

$$h^3 \frac{\partial^2 p}{\partial \theta^2} + r^2 h^3 \frac{\partial^2 p}{\partial y^2} - 3h^2 e \sin \theta \frac{\partial p}{\partial \theta} = -6\mu\omega_b r_b^2 e \sin \theta \quad (۶-۲)$$

۶-۲-۲ محدوده محاسبات و شرایط مرزی

برای محاسبه پروفیل فشار در یاتاقان ، ناحیه تحت فشار یاتاقان را در جهت طولی و محیطی باز

می کنیم شکل (۶-۱) .



شکل (۶-۱) دامنه یاتاقان برای بررسی فشار

شبکه مذکور به شکل یک مستطیل می باشد که دارای طولی به اندازه $2\pi r_b$ و عرض L یا همان عرض یاتاقان می باشد که در جهت x به I قسمت و در جهت y به J قسمت تقسیم می شود . شرایط مرزی نیز به صورت زیر می باشد :

$$P(1, j) = P(I, j) \quad 0 \leq j \leq J \quad (۶-۳)$$

$$P(i, 1) = P(i, J) = P_{atm} \quad 0 \leq i \leq I \quad (۶-۴)$$

اگر چنانچه ضریب معادله (۶-۲) را در ماتریسهای مجزا تعریف کنیم خواهیم داشت :

$$[G]_{I \times I} = (h(i))^3 \quad [H]_{I \times I} = r_b^2 (h(i))^3 \quad 0 \leq j \leq J$$

$$[K]_{I \times I} = -3 \times (h(i))^2 e \sin(\theta_i) \quad [M]_{I \times J} = -6\mu r_b^2 \omega e \sin(\theta_i) \quad 0 \leq i \leq I$$

که با جایگذاری در معادله (۶-۲) به معادله خلاصه تری به شکل معادله (۶-۵) خواهیم رسید .

$$G \frac{\partial^2 P}{\partial \theta^2} + H \frac{\partial^2 P}{\partial y^2} + K \frac{\partial P}{\partial \theta} = M \quad (۶-۵)$$

با توجه به توضیحات فصل قبل و اپراتورهای مشتق اول و دوم حاصل از روش تفاضل محدود فشرده این اپراتورها را در معادله (۶-۵) اعمال می کنیم .

$$[A]_{I \times I} \frac{\partial P}{\partial \theta} = [B]_{I \times I} P \quad \Rightarrow \quad \frac{\partial P}{\partial \theta} = \text{inv}(A)_{I \times I} [B]_{I \times I} P$$

$$\text{inv}(A)_{I \times I} [B]_{I \times I} = N$$

$$\frac{\partial P}{\partial \theta} = NP \quad (6-6)$$

با توجه به اینکه پروفیل فشار در جهت θ پریودیک می باشد از معادله (۵-۳۲) می توان مشتق مرتبه دوم در جهت θ را به صورت معادله (۶-۷) نوشت .

$$\frac{\partial^2 P}{\partial \theta^2} = N^2 P \quad (6-7)$$

برای مشتق دوم فشار در جهت طول یاتاقان داریم :

$$\left[\frac{\partial^2 P}{\partial y^2} \right]_{I \times J} \xrightarrow{\text{Transpose}} \left(\left[\frac{\partial^2 P}{\partial y^2} \right]^T \right)_{J \times I}$$

$$[A']_{J \times J} \left(\frac{\partial^2 P}{\partial y^2} \right) = [B']_{J \times J} (P)^T \quad \rightarrow \quad \left[\left(\frac{\partial^2 P}{\partial y^2} \right)^T = \text{inv}(A')_{J \times J} [B']_{J \times J} (P)^T \right]^T$$

$$\frac{\partial^2 P}{\partial y^2} = P (\text{inv}(A')_{J \times J} [B']_{J \times J})^T \quad (\text{inv}(A')_{J \times J} [B']_{J \times J})^T = O$$

$$\frac{\partial^2 P}{\partial y^2} = PO \quad (6-8)$$

با استفاده از معادلات (۶-۶) ، (۶-۷) و (۶-۸) و جایگذاری در معادله (۶-۵) داریم :

$$[G]_{I \times I} [N]_{I \times I}^2 P + [H]_{I \times I} P [O]_{J \times J} + [K]_{I \times I} [N]_{I \times I} P = [M]_{I \times J}$$

$$([G]_{I \times I} [N]_{I \times I}^2 + [K]_{I \times I} [N]_{I \times I}) \times P + [H]_{I \times I} P [O]_{J \times J} = [M]_{I \times J} \quad (۶-۹)$$

اگر چنانچه دو طرف معادله (۶-۹) را در معکوس ماتریس H ضرب کنیم ،

$$\text{inv}(H)_{I \times I} ([G]_{I \times I} [N]_{I \times I}^2 + [K]_{I \times I} [N]_{I \times I}) \times P + P [O]_{J \times J} = \text{inv}(H)_{I \times I} [M]_{I \times J} \quad (۶-۱۰)$$

که با معرفی

$$\begin{aligned} A1 &= \text{inv}(H)_{I \times I} ([G]_{I \times I} [N]_{I \times I}^2 + [K]_{I \times I} [N]_{I \times I}) \\ A2 &= [O]_{J \times J} \\ A3 &= \text{inv}(H)_{I \times I} [M] \end{aligned}$$

و جایگذاری آنها در معادله (۶-۱۰) به معادله (۶-۱۱) می رسیم .

$$A1P + PA2 = A3 \quad (۶-۱۱)$$

۶-۲-۳ معادله سرعت

پس از مشخص شدن مقدار فشار در یاتاقان با توجه به فرمول (۴-۸) سرعت در جهت x یاتاقان را

محاسبه نمود. لازم به ذکر است که در فرمول مذکور به جای تغییرات فشار در جهت x ، $\frac{\partial p}{\partial x}$ با

معلوم بودن مقادیر فشار در نقاط مختلف با استفاده از اپراتور (۵-۷) و ضرب آن در مقادیر فشار

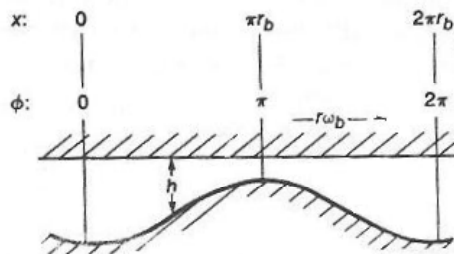
مقدار $\frac{\partial p}{\partial x}$ را مشخص نمود و همین عملیات را می توان برای محاسبه سرعت طولی با استفاده از معادله (۴-۹) تکرار کرد.

۴-۲-۴ معادله انرژی

باتوجه به معادله (۴-۲۹) با معلوم بودن مقادیر سرعت و فشار با اعمال اپراتورهای مشتق اول و دوم حاصل از روش تفاضل محدود در فصل قبل به بررسی توزیع دما در فیلم روغن می پردازیم.

۵-۲-۶ دامنه یاتاقان برای بررسی دما

برای تعیین دما در فیلم روغن، از وسط یاتاقان مقطع زده و فیلم روغن را به صورت باز شده شکل (۶-۲) به عنوان دامنه مورد بررسی، لحاظ می کنیم.



شکل (۶-۲) دامنه یاتاقان برای بررسی دما

با توجه به معادله انرژی

$$\rho c \left[u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} \right] - \left[\frac{\partial}{\partial x} \left(k \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(k \frac{\partial T}{\partial y} \right) \right] - \phi = 0$$

$$\phi = 2\mu \left[\left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial y} \right)^2 \right] + \mu \left(\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \right)^2$$

با توجه به فرض ثابت بودن ضریب هدایت حرارتی روغن معادله انرژی به صورت معادله (۶-۱۲) در می آید .

$$\rho c \left[u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} \right] - \left[k \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + k \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right] - \phi = 0 \quad (۶-۱۲)$$

با توجه به اپراتورهای معرفی شده در فصل ۵ معادله انرژی را به صورت زیر گسسته می کنیم .
اگر چنانچه اپراتورهای مشتق اول و دوم در جهات x, y به صورت زیر تعریف کنیم :

$$[\tilde{A}] = \text{مشتق اول در جهت } x$$

$$[\tilde{B}] = \text{مشتق اول در جهت } y$$

$$[\tilde{C}] = \text{مشتق دوم در جهت } x$$

$$[\tilde{D}] = \text{مشتق دوم در جهت } y$$

با جایگذاری ماتریس های ضرایب فوق در معادله (۶-۱۲) خواهیم داشت :

$$[\rho c u]_{ik} [\tilde{A}]T + [\rho c v]_{ik} [\tilde{B}]T - [K_{ik} [\tilde{C}]T + K_{ik} [\tilde{D}]T] - \phi = 0 \quad (۶-۱۳)$$

لازم به ذکر است که ضرب بین ماتریس ها $[\rho c u]_{ik}$ و $[\tilde{A}]T$ همچنین $[\rho c v]_{ik}$ و $[\tilde{B}]T$ به صورت ضرب المان های ماتریس در یکدیگر می باشد .

معادله (۶-۱۳) را از طریق روش تکراری برای تعیین پروفیل دما در فیلم روغن حل می کنیم . برای این منظور معادله مذکور را به صورت زیر می نویسیم :

$$(K_{ik}[\tilde{D}]T)^{n+1} = ([\rho cu]_{ik}[\tilde{A}]T)^n + ([\rho cv]_{ik}[\tilde{B}]T)^n - (K_{ik}[\tilde{C}]T)^n - \phi \quad (6-14)$$

که با توجه به شرط مرزی زیر

$$T(i,0) = T_b, \quad T(i,K) = T_j \quad (6-15)$$

و معادله (۵-۳۶) که نشان دهنده طریقه اعمال شرایط مرزی است ، معادله (۶-۱۴) به صورت زیر در می آید .

$$(K_{ik}[\tilde{D}]T)^{n+1} = ([\rho cu]_{ik}[\tilde{A}]T)^n + ([\rho cv]_{ik}[\tilde{B}]T)^n - (K_{ik}[\tilde{C}]T)^n - \phi - BC \quad (6-16)$$

معادله فوق را با تعیین فرض اولیه برای دما به صورت تکراری حل می کنیم تا به جواب همگرا شود.

۶-۳ حل تحلیلی

۶-۳-۱ حل تحلیلی یاتاقانهای بلند :

در معادله رینولدز (۴-۱۷) با فرض عرض بینهایت یاتاقان ، می توان جریان سیال در جهت y را صفر

فرض کرد و بنابراین $\frac{\partial P}{\partial y} = 0$ خواهد شد و معادله (۴-۱۷) به صورت زیر خواهد شد .

$$\frac{\partial}{\partial x} \left[h^3 \frac{\partial P}{\partial x} \right] = 6\mu u \frac{\partial h}{\partial x} \quad (۶-۱۷)$$

با انتگرال گیری معادله (۶-۱۷) نسبت به x خواهیم داشت :

$$h^3 \frac{\partial P}{\partial x} = 6\mu u h + c \quad (۶-۱۸)$$

با توجه به شرط مرزی زیر

$$\text{at } h = h_m \rightarrow \frac{\partial P}{\partial x} = 0 \rightarrow c = -6\mu u h_m \quad (۶-۱۹)$$

و همچنین فرض اینکه P فقط تابعی از x است معادله (۶-۱۸) به صورت زیر در می آید .

$$\frac{dp}{dx} = 6\mu u \frac{(h - h_m)}{h^3} \quad (۶-۲۰)$$

با قرار دادن مقادیر $dx = r d\phi$ و $x = r\phi$ و $u = \omega r_b$ معادله فوق به معادله (۶-۲۰) تبدیل می شود .

$$\frac{dp}{d\phi} = \frac{6\mu r_b^2 \omega (h - h_m)}{h^3} \quad (۶-۲۱)$$

حال با قرار دادن مقدار ضخامت فیلم روغن با استفاده از معادله (۳-۴) در معادله فوق داریم :

$$\frac{dP}{d\phi} = 6\mu\omega \left(\frac{r_b}{c}\right)^2 \left[\frac{1}{(1 + \varepsilon \cos \phi)^2} - \frac{h_m}{c(1 + \varepsilon \cos \phi)^3} \right]$$

که با انتگرالگیری از معادله فوق داریم :

$$P = 6\mu\omega \left(\frac{r_b}{c}\right)^2 \int \left[\frac{1}{(1 + \varepsilon \cos \phi)^2} - \frac{h_m}{c(1 + \varepsilon \cos \phi)^3} \right] d\phi + C \quad (۶-۲۲)$$

سامرفیلد^۱ با ارائه تغییر متغیر زیر اقدام به انتگرال گیری از معادله (۶-۲۱) نمود .

$$1 + \varepsilon \cos \phi = \frac{1 - \varepsilon^2}{1 - \varepsilon \cos \gamma} \quad (۶-۲۳)$$

که با توجه به رابطه (۶-۲۲) روابط زیر نیز قابل محاسبه می باشد .

$$\sin \phi = \frac{(1 - \varepsilon^2)^{1/2} \sin \gamma}{1 - \varepsilon \cos \gamma} \quad (۶-۲۴)$$

$$\cos \phi = \frac{\cos \gamma - \varepsilon}{1 - \varepsilon \cos \gamma} \quad (۶-۲۵)$$

$$\sin \gamma = \frac{(1 - \varepsilon^2)^{1/2} \sin \phi}{1 + \varepsilon \cos \phi} \quad (۶-۲۶)$$

1- Sommerfeld

$$\cos \gamma = \frac{\varepsilon + \cos \phi}{1 + \varepsilon \cos \phi} \quad (۶-۲۷)$$

$$d\phi = \frac{(1 - \varepsilon^2)^{1/2} d\gamma}{1 - \varepsilon \cos \gamma} \quad (۶-۲۸)$$

با جایگذاری معادلات فوق و اعمال شرط پریودیک به معادله توزیع فشار می‌رسیم .

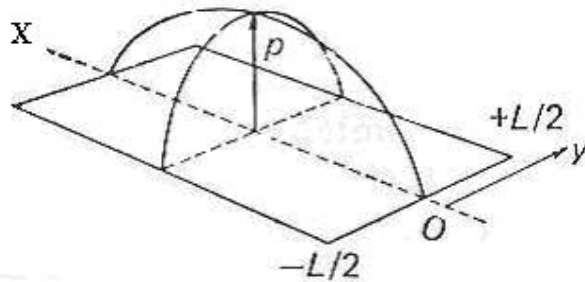
$$P = \frac{6\mu\omega \left(\frac{r_b}{c}\right)^2 \varepsilon \sin \phi (2 + \varepsilon \cos \phi)}{(2 + \varepsilon^2)(1 + \varepsilon \cos \phi)^2} \quad (۶-۲۹)$$

۶-۳-۲ حل تحلیلی یاتاقانهای کوتاه :

در یاتاقان های کوتاه تغییرات فشار در جهت x بسیار کمتر از تغییرات فشار در جهت y به بیان دیگر با توجه به شکل (۶-۳) گرادیان فشار در جهت y متناسب با (P/L) و گرادیان فشار در جهت

x متناسب با (P/B) حال اگر $L \ll B$ بنابراین

$$\frac{P}{L} \gg \frac{P}{B} \quad \rightarrow \quad \frac{\partial P}{\partial x} \ll \frac{\partial P}{\partial y}$$



شکل (۶-۳) تغییرات فشار در جهت طولی و عرضی در یاتاقان کوتاه

بنابراین می توان از جمله اول معادله رینولدز (۴-۱۷) نسبت به جمله بعدی صرفنظر کرد. [۲۶]

$$\frac{\partial}{\partial y} \left(h^3 \frac{\partial P}{\partial y} \right) = 6U\mu \frac{\partial h}{\partial x} \quad (۶-۳۰)$$

با توجه به این که h تنها تابعی از x می باشد، داریم

$$\frac{d^2 P}{dy^2} = 6U\mu \frac{dh/dx}{h^3} \quad (۶-۳۱)$$

که معادله فوق عموماً با نام معادله اوسویرک^۱ معروف است هر چند که اولین بار توسط میشل^۲ معرفی شد.

با دو بار انتگرالگیری از معادله (۶-۳۱) به معادله (۶-۳۲) می رسیم

$$P = 3U\mu \frac{dh/dx}{h^3} y^2 + C_1 y + C_2 \quad (۶-۳۲)$$

با توجه به شکل (۶-۳) داریم:

$$\text{at } y = \pm L/2 \quad \rightarrow \quad P = 0 \quad (۶-۳۳)$$

$$\text{at } y = 0 \quad \rightarrow \quad dP/dy = 0$$

1 - Ocvirk
2 - Michell

با جایگذاری در معادله (۶-۳۲) مقادیر C_1 ، C_2 و معادله مربوط به پروفیل فشار بدست می آید .

$$C_1 = 0$$

$$C_2 = -3U\mu \frac{dh/dx}{h^3} \frac{L^2}{4}$$

$$P = 3U\mu \frac{dh/dx}{h^3} \left(y^2 - \frac{L^2}{4} \right) \quad (۶-۳۴)$$

با توجه به رابطه

$$\frac{dh}{dx} = -\frac{(c\varepsilon \sin \theta)}{R}$$

بنابراین معادله پروفیل فشار در یاتاقانهای با طول کوتاه به صورت معادله (۶-۳۵) بیان می شود .

$$P = \frac{3U\mu c\varepsilon \sin \theta}{Rc^3(1 + \varepsilon \cos \theta)^3} \left(\frac{L^2}{4} - y^2 \right) \quad (۶-۳۵)$$

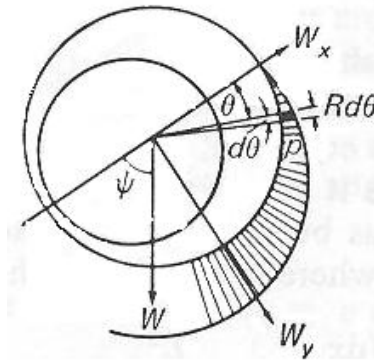
۶-۴ ظرفیت بار :

۶-۴-۱ یاتاقان کوتاه

نیروی وارد بر یاتاقان را می توان با انتگرالگیری پروفیل فشار دور یاتاقان محاسبه نمود . با توجه به

شکل (۶-۴) اگر سطح دیفرانسیلی روی محور یاتاقان را که تحت فشار است را به صورت $Rd\theta dy$ در

نظر بگیریم ، نیروی وارد بر آن سطح به صورت $pRd\theta dy$ خواهد بود که شامل دو جزء $pRd\theta dy \cos \theta$ در جهت خط مرکزی و $pRd\theta dy \sin \theta$ در جهت عمود بر آن می باشد .



شکل (۶-۴) مولفه های نیرو در یاتاقان ژورنال

کل نیروی وارده در جهت خط مرکزی یاتاقان به صورت انتگرال زیر قابل محاسبه می باشد .

$$F_x = \int_0^\pi \int_{-\frac{L}{2}}^{+\frac{L}{2}} pRd\theta dy \cos \theta \quad (۶-۳۶)$$

و در جهت عمود بر خط مرکزی به صورت زیر می باشد .

$$F_y = \int_0^\pi \int_{-\frac{L}{2}}^{+\frac{L}{2}} pRd\theta dy \sin \theta \quad (۶-۳۷)$$

با جایگذاری مقدار فشار معادله (۶-۳۵) در معادلات مذکور مقادیر نیروهای F_x, F_y به صورت زیر قابل محاسبه می باشند .

$$F_y = \iint p \sin \theta R d\theta dy = \iint \frac{3U\mu\varepsilon \sin^2 \theta R d\theta}{Rc^2 (1 + \varepsilon \cos \theta)^3} \left(\frac{L^2}{4} - y^2 \right) dy \quad (۶-۳۸)$$

$$F_y = \iint p \cos \theta R d\theta dy = \iint \frac{3U\mu\varepsilon \sin \theta \cos \theta d\theta}{c^2(1 + \varepsilon \cos \theta)^3} \left(\frac{L^2}{4} - y^2 \right) dy \quad (۶-۳۹)$$

$$\int_{-\frac{L}{2}}^{+\frac{L}{2}} \left(\frac{L^2}{4} - y^2 \right) dy = 2 \int_0^{\frac{L}{2}} \left(\frac{L^2}{4} - y^2 \right) dy = \frac{L^3}{6}$$

$$\int_0^\pi \frac{\sin^2 \theta d\theta}{(1 + \varepsilon \cos \theta)^3} = \frac{\pi}{2(1 - \varepsilon^2)^{3/2}}$$

$$\int_0^\pi \frac{\sin \theta \cos \theta d\theta}{(1 + \varepsilon \cos \theta)^3} = \frac{-2\varepsilon}{(1 - \varepsilon^2)^2}$$

و در نهایت مقادیر نیروها به صورت زیر خواهد بود.

$$F_x = \frac{-U\mu L^3}{2c^2} \times \frac{2\varepsilon^2}{(1 - \varepsilon^2)^2} \quad (۶-۴۰)$$

$$F_y = \frac{U\mu L^3 \varepsilon \pi}{2c^2 2(1 - \varepsilon^2)^{3/2}} \quad (۶-۴۱)$$

کل نیروی وارد بر یاتاقان برابر با برآیند نیروها خواهد بود .

$$F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2} \quad (۶-۴۲)$$

که با جایگذاری معادلات (۶-۴۰) و (۶-۴۱) در معادله فوق داریم :

$$F = \frac{U\mu\pi L^3}{4c^2} \frac{\varepsilon}{(1-\varepsilon^2)^2} \left[\left(\frac{16}{\pi^2} - 1 \right) \varepsilon^2 + 1 \right]^{1/2} \quad (6-43)$$

۶-۴-۲ یاتاقان بلند

مولفه های نیروی وارده به محور در یاتاقان با طول بلند نیز مانند یاتاقان کوتاه با جایگذرای پروفیل فشار، معادله (۶-۲۹) در معادله (۶-۳۶) و (۶-۳۷) قابل محاسبه خواهند بود. [۳۰]

$$F_x = 6\mu\omega_b r_b \left(\frac{r_b}{c} \right)^2 \frac{\pi\varepsilon}{(2+\varepsilon^2)(1-\varepsilon^2)^{1/2}} \quad (6-44)$$

$$F_y = 12\mu\omega_b r_b \left(\frac{r_b}{c} \right)^2 \frac{\varepsilon^2}{(2+\varepsilon^2)(1-\varepsilon^2)} \quad (6-45)$$

$$F = \mu\omega_b r_b \left(\frac{r_b}{c} \right)^2 \frac{6\varepsilon(\pi^2 - \varepsilon^2(\pi^2 - 4))^{1/2}}{(2+\varepsilon^2)(1-\varepsilon^2)} \quad (6-46)$$

۶-۴-۳ محاسبه بار یاتاقان به روش عددی

در این روش با معلوم بودن پروفیل فشار به روش عددی انتگرال های (۶-۳۶) و (۶-۳۷) را به صورت مجموعه سری های زیر محاسبه می کنیم.

$$F_x = \left(\frac{L}{J} \right) \left(\frac{2\pi r_b}{I} \right) \sum_{j=0}^J \sum_{i=0}^{\frac{I}{2}-1} \left(P_{ij} \sin \left(\frac{2\pi i}{I} \right) \right) \quad (6-47)$$

$$F_y = \left(\frac{L}{J}\right) \left(\frac{2\pi r_b}{I}\right) \sum_{j=0}^J \sum_{i=0}^{\frac{I}{2}-1} \left(P_{ij} \cos\left(\frac{2\pi i}{I}\right)\right) \quad (6-48)$$

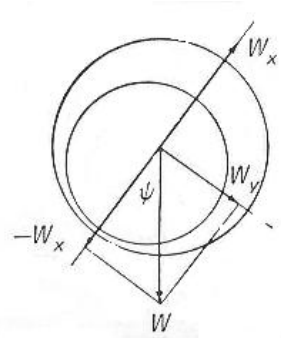
و نیروی کلی که حاصل برآیند نیروهای فوق خواهد بود .

$$F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2}$$

۶-۵ زاویه بار^۱

با توجه به شکل (۶-۵) زاویه بار به صورت زیر تعریف می شود :

$$\tan \psi = -\frac{F_y}{F_x} \quad (6-49)$$



شکل (۶-۵) زاویه بار در یاتاقان ژورنال

۶-۶ اصطکاک^۲ در یاتاقان ژورنال

با توجه به رابطه تنش برشی با تغییرات سرعت و مطالب مطرح شده در فصل چهارم، رابطه (۶-۵۰) برقرار خواهد بود .

$$\tau = \mu \frac{\partial u}{\partial x} = \frac{dp}{dx} \frac{h}{2} + \mu \frac{U}{h} \quad (6-50)$$

1 - Attitude angle

2 - Friction

با ضرب تنش در مساحت به نیروی اصطکاک می‌رسیم که با انتگرالگیری در کل یاتاقان برآیند نیروی اصطکاک وارده محاسبه می‌شود.

$$F_{fr} = \int_0^L \left(\int_0^\pi \frac{dp}{r_b d\theta} \frac{h}{2} r_b d\theta + \int_0^{2\pi} \frac{\mu U}{h} r_b d\theta \right) dy \quad (۶-۵۱)$$

که با توجه به روابط مربوط به نیروی وارده به یاتاقان و زاویه بار نیروی اصطکاک برابر خواهد بود با

$$F_{fr} = \frac{c\varepsilon}{2r_b} F \sin \psi + \frac{2\pi\mu U r_b L}{c\sqrt{(1-\varepsilon^2)}} \quad (۶-۵۲)$$

ضریب اصطکاک نیز به صورت زیر تعریف می‌شود

$$C_f = \frac{F_{fr}}{F} \quad (۶-۵۳)$$

با جایگذاری معادله (۶-۵۲) در معادله فوق مقدار ضریب اصطکاک قابل محاسبه خواهد بود.

$$C_f = \frac{c\varepsilon}{2r_b} \sin \psi + \frac{2\pi}{\sqrt{(1-\varepsilon^2)}} \frac{\mu U r_b L}{cF} \quad (۶-۵۴)$$

۶-۷ نتایج ، بحث و بررسی

در این قسمت با ارائه یاتاقانهایی با مشخصات هندسی و عملکردی معلوم و با استفاده از روابط ارائه شده در بخش های قبل به بررسی کمی و کیفی یاتاقان های ژورنال در شرایط مختلف می پردازیم .

۶-۷-۱ پروفیل فشار

پروفیل فشار برای یاتاقانی با مشخصات زیر با طول های مختلف را به روش عددی مذکور بدست آورده و نتایج حاصله را با روش تحلیلی مقایسه می کنیم .

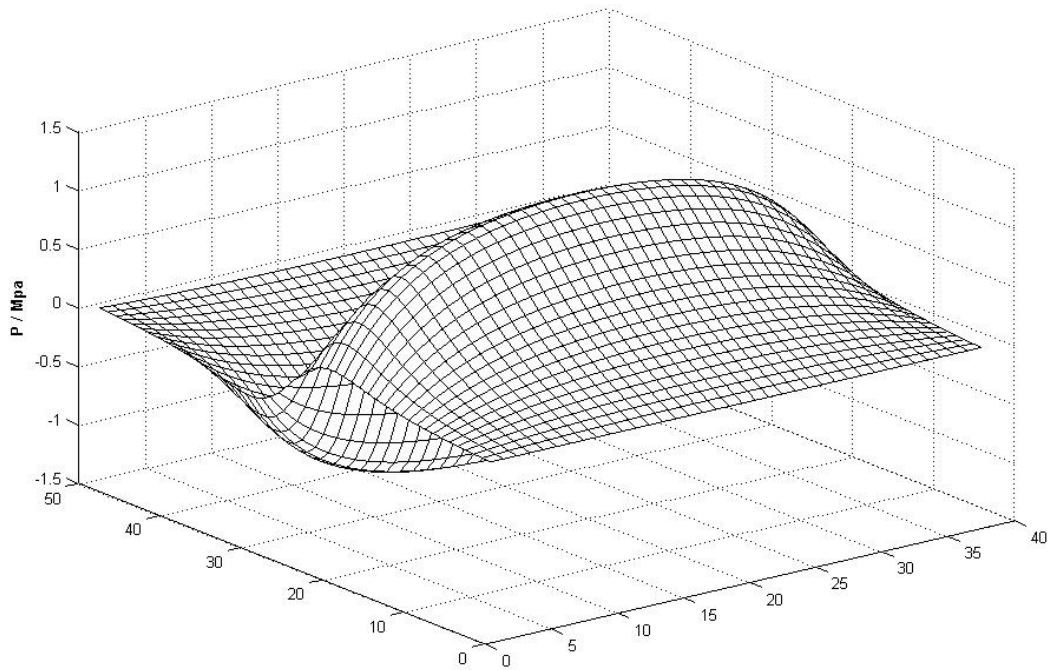
$r_b(m)$	$\omega(rpm)$	ε	$c(m)$	$viscosity(N.s/m^2)$	$Density(kg/m^3)$
0.01	2500	0.58	0.00005	0.0277	860

جدول (۶-۱) مشخصات یاتاقان و سیال عامل

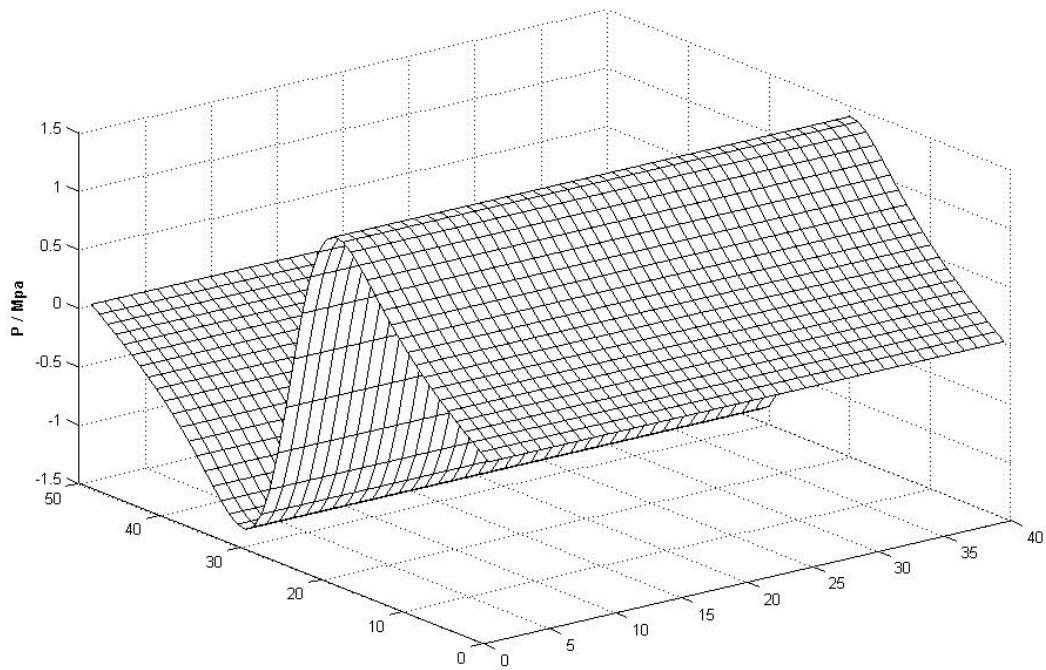
۶-۷-۲ مقایسه با یاتاقان با طول بلند

برای مقایسه حل عددی با حل تحلیلی یاتاقان با مشخصات جدول (۶-۱) را برای طول های مختلف مورد بررسی قرار می دهیم .

الف - برای $L = 0.05m$ نتایج حاصل از روش عددی و تحلیلی به قرار زیر می باشد .

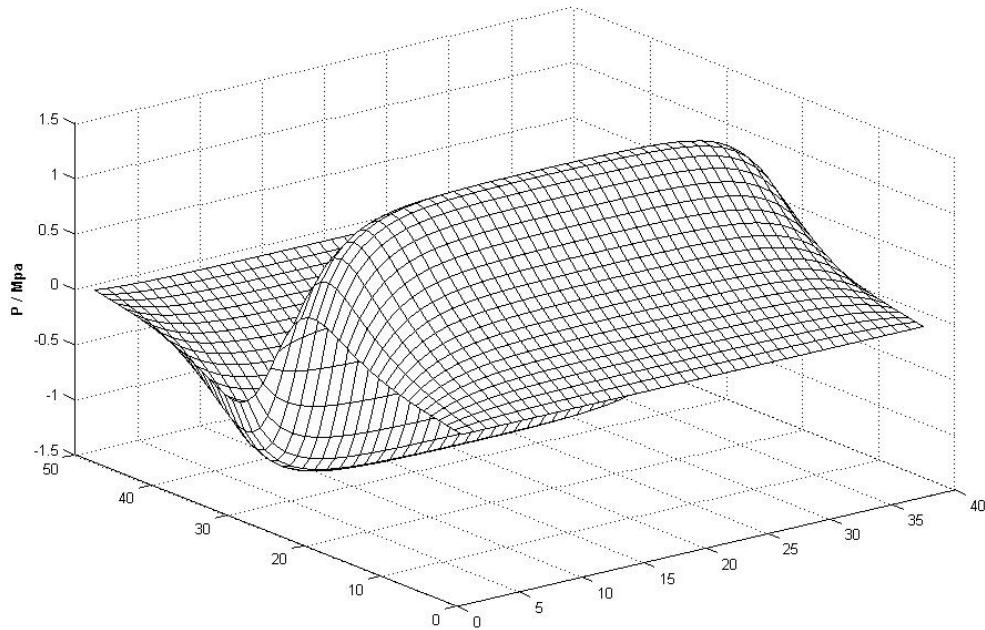


شکل (۶-۶) پروفیل فشار حاصل از حل عددی برای $l = 0.05m$

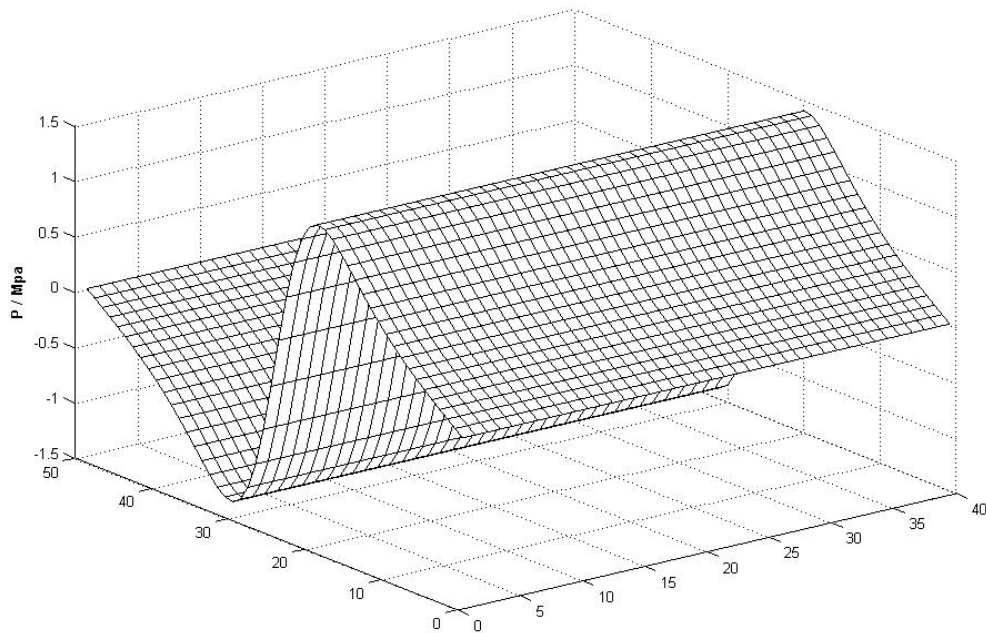


شکل (۶-۷) پروفیل فشار حاصل از حل تحلیلی برای $l = 0.05m$

ب - برای $L = 0.12m$ نتایج حاصل از روش عددی و تحلیلی به قرار زیر می باشد .

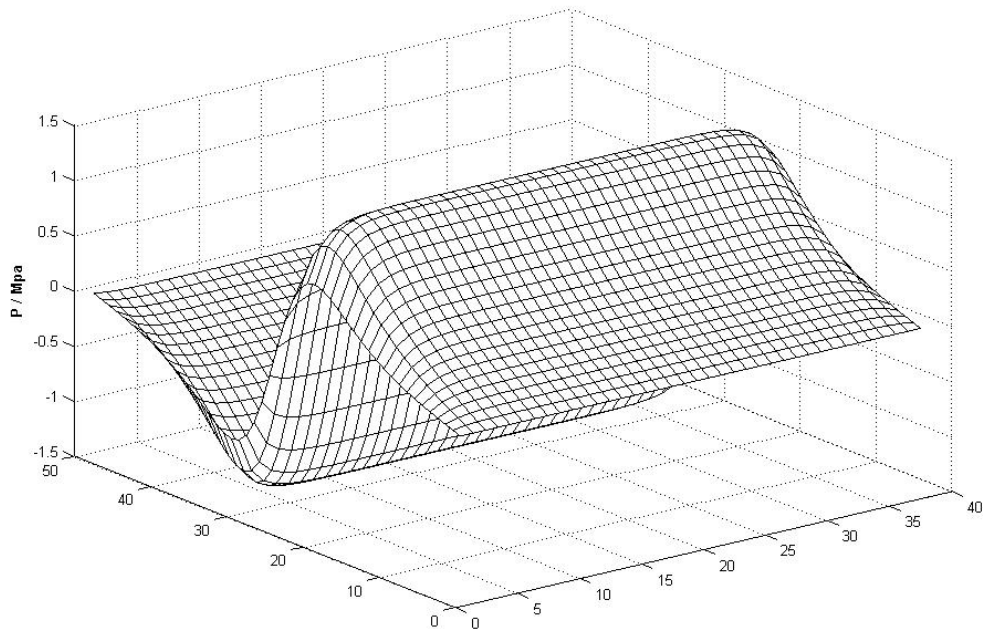


شکل (۶-۸) پروفیل فشار حاصل از حل عددی برای $l = 0.12m$

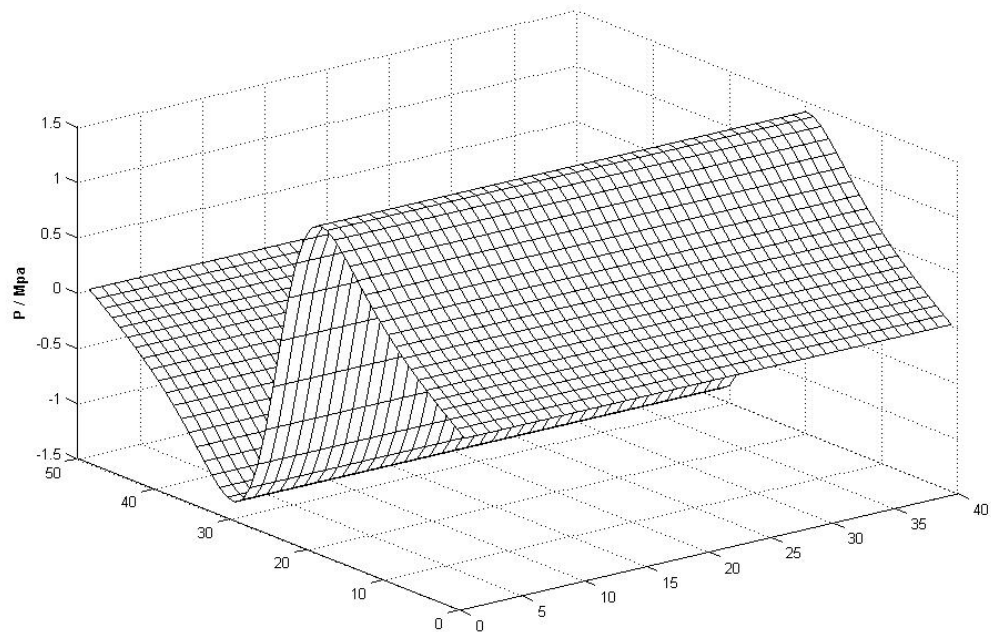


شکل (۶-۹) پروفیل فشار حاصل از حل تحلیلی برای $l = 0.12m$

ج - برای $L = 0.26m$ نتایج حاصل از روش عددی و تحلیلی به قرار زیر می باشد .



شکل (۶-۱۰) پروفیل فشار حاصل از حل عددی برای $l = 0.26m$



شکل (۶-۱۱) پروفیل فشار حاصل از حل تحلیلی برای $l = 0.26m$

ظرفیت بار هر کدام از یاتاقانها در طول های مختلف با روش های حل عددی و تحلیلی در جدول (۶-۲) بیان شده است .

	$L(m)$	$F_{Analytical}(KN)$	$F_{Numerical}(KN)$	$\frac{F_{Analytical}}{F_{Numerical}}$
1	0.05	0.9388	0.6233	1.51
2	0.12	2.2531	1.8992	1.19
3	0.26	4.8818	4.4464	1.09

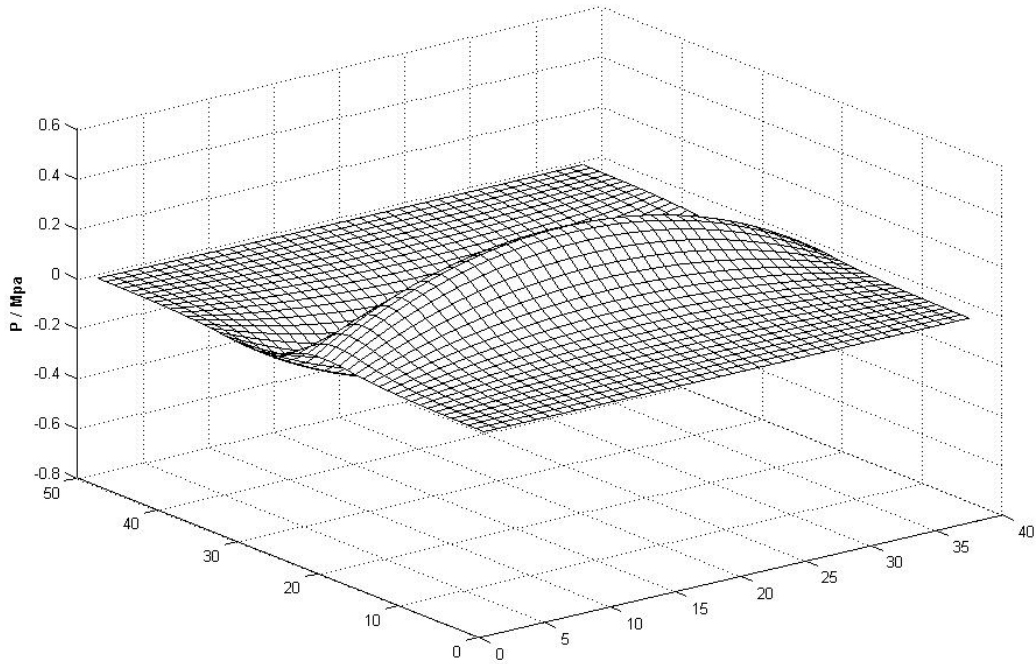
جدول (۶-۲) مقایسه بار بدست آمده از طریق روش عددی و تحلیلی برای طول های مختلف

با توجه به جدول (۶-۲) و نتایج حاصله مشخص می شود که با افزایش نسبت L/D در یاتاقان ژورنال نتایج حاصل از دو حل عددی و تحلیلی به یکدیگر نزدیک می شوند .

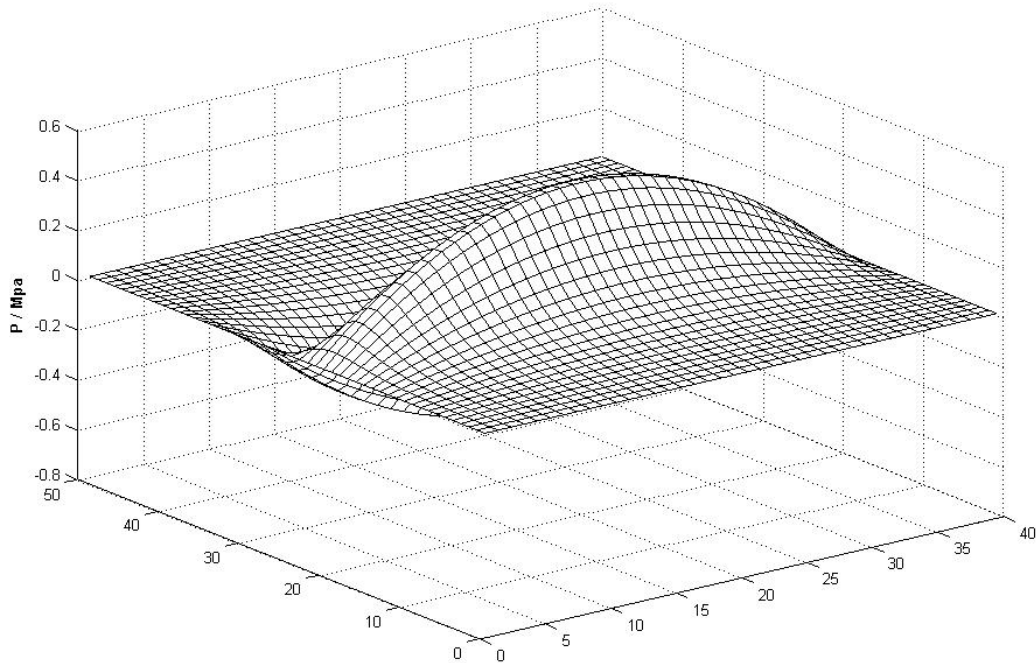
۶-۷-۳ مقایسه یاتاقان با طول کوتاه

در این بخش نیز یاتاقانی با مشخصات جدول (۶-۱) را برای طول های مختلف از دو روش عددی و تحلیلی بررسی کرده و نتایج آن را با هم مقایسه می کنیم .

الف - برای $L = 0.01m$ نتایج حاصل از روش عددی و تحلیلی به قرار زیر می باشد .

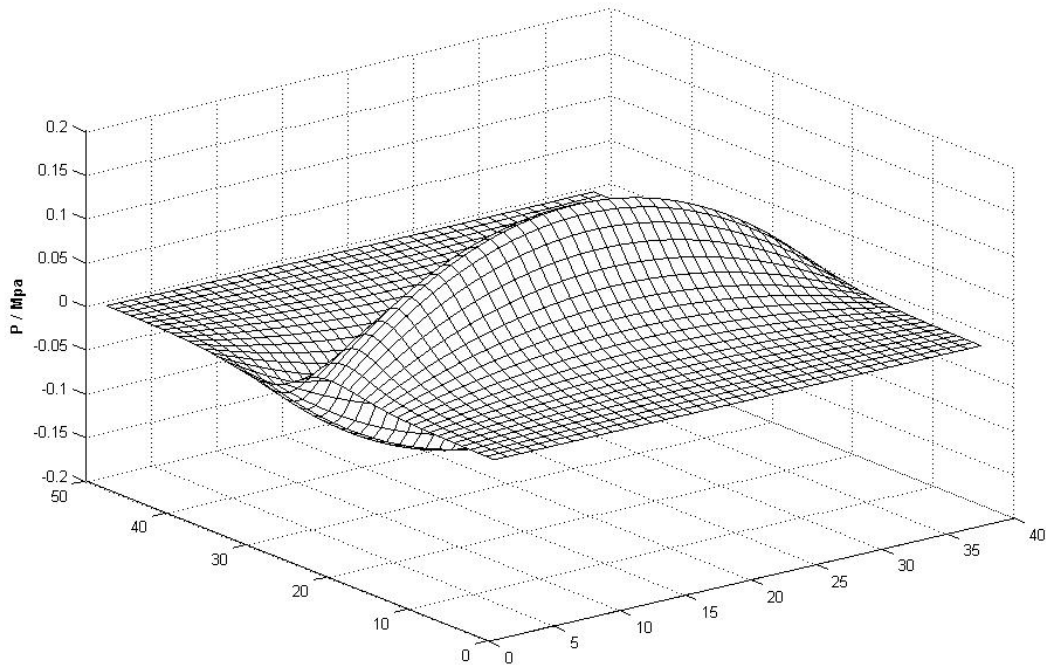


شکل (۶-۱۲) پروفیل فشار حاصل از حل عددی برای $l = 0.01m$

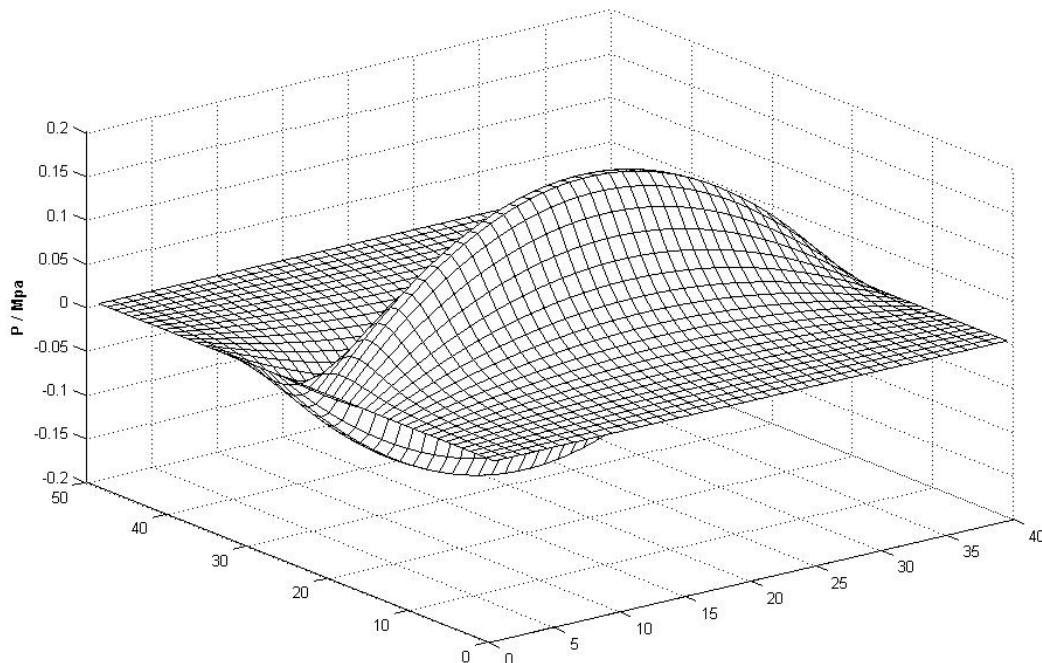


شکل (۶-۱۳) پروفیل فشار حاصل از حل تحلیلی برای $l = 0.01m$

ب - برای $L = 0.006m$ نتایج حاصل از روش عددی و تحلیلی به قرار زیر می باشد .

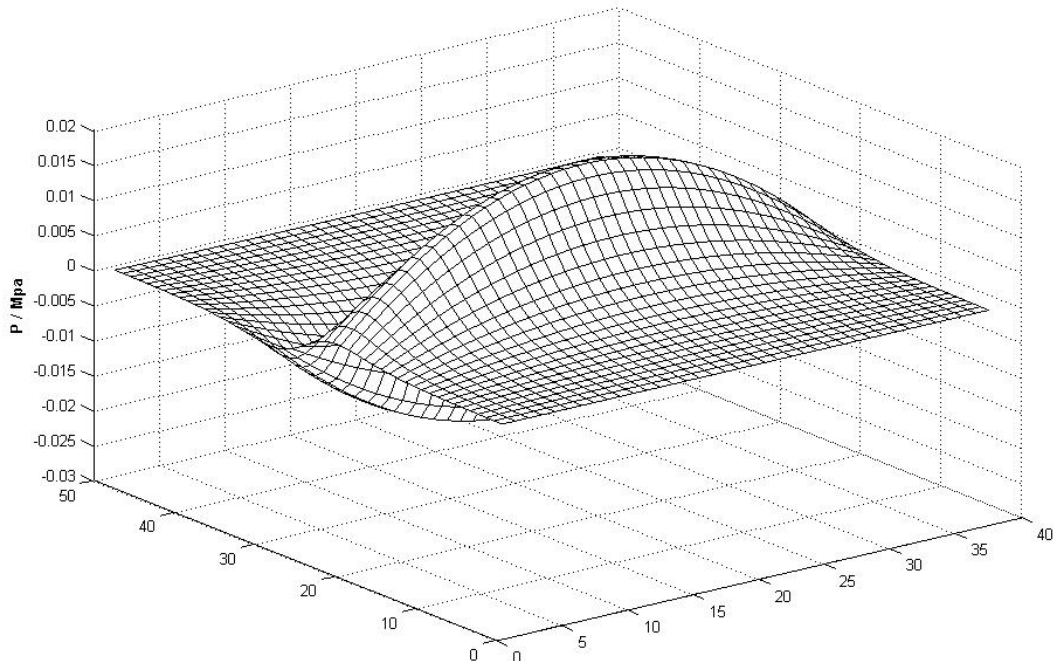


شکل (۶-۱۴) پروفیل فشار حاصل از حل عددی برای $l = 0.006m$

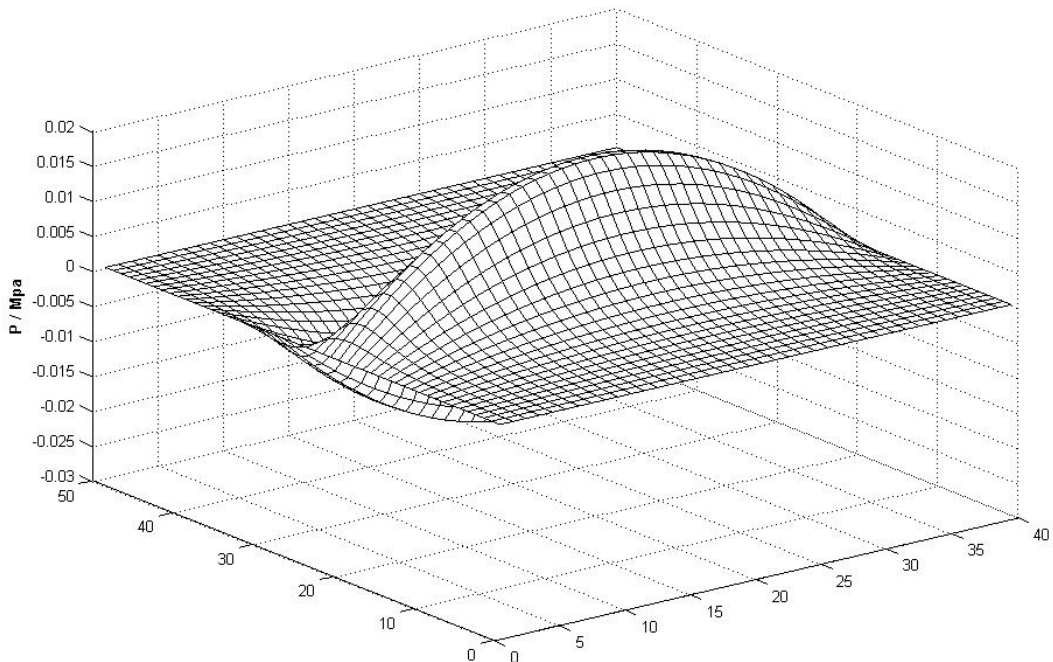


شکل (۶-۱۵) پروفیل فشار حاصل از حل تحلیلی برای $l = 0.006m$

ج - برای $L = 0.002m$ نتایج حاصل از روش عددی و تحلیلی به قرار زیر می باشد .



شکل (۶-۱۶) پروفیل فشار حاصل از حل عددی برای $l = 0.002m$



شکل (۶-۱۷) پروفیل فشار حاصل از حل تحلیلی برای $l = 0.002m$

مطابق روش یاتاقان با طول بلند جدول زیر را برای مقایسه نتایج یاتاقان با طول مختلف و روش حل تحلیلی و عددی ارائه می دهیم .

	$L(m)$	$F_{Analytical}(KN)$	$F_{Numerical}(KN)$	$\frac{F_{Analytical}}{F_{Numerical}}$
1	0.01	33	24.5	1.35
2	0.006	7.1	6.3	1.13
3	0.002	0.264	0.259	1.02

جدول (۶-۳) مقایسه بار بدست آمده از طریق روش عددی و تحلیلی برای طول های مختلف

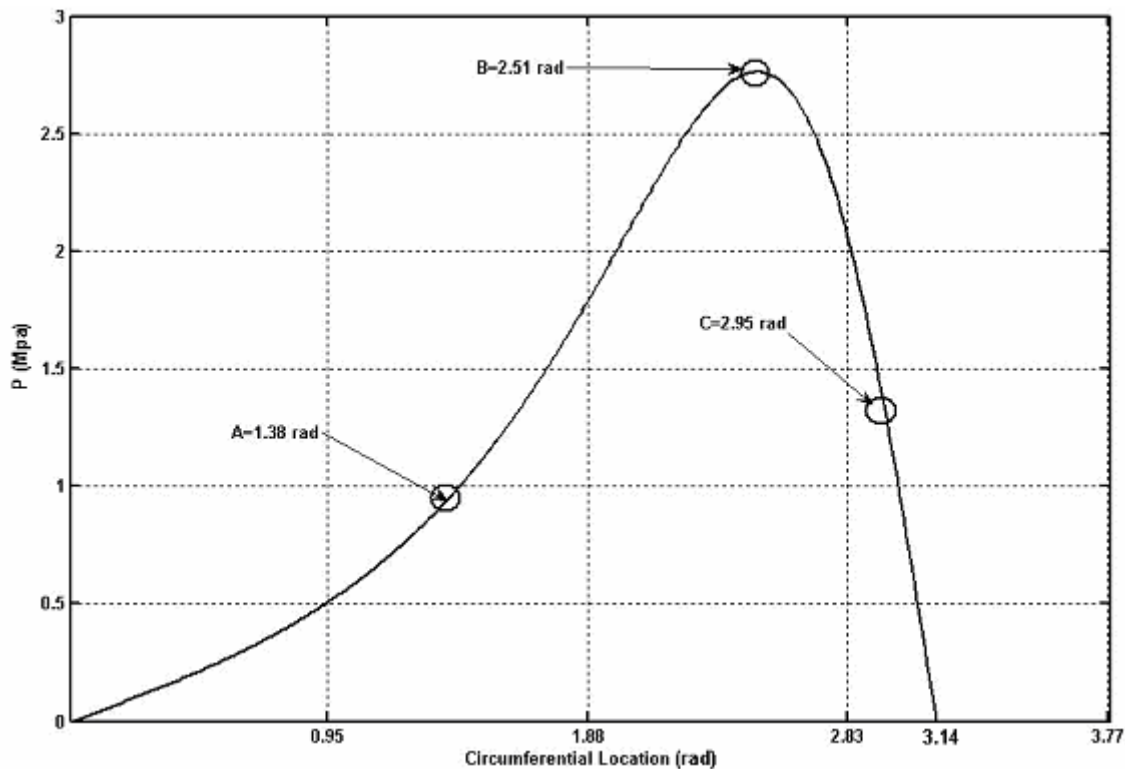
با توجه به جدول (۶-۳) و نتایج حاصله مشخص می شود که با کاهش نسبت L/D در یاتاقان ژورنال نتایج حاصل از دو حل عددی و تحلیلی به یکدیگر نزدیک می شوند .

۶-۷-۴ نمودار سرعت

اگر چنانچه بخواهیم نمودار سرعت فیلم روغن را بررسی کنیم با توجه به معادله (۴-۸) ابتدا می بایست پروفیل فشار در فیلم روغن را محاسبه کنیم . برای این منظور یاتاقانی با مشخصات جدول زیر را مورد بررسی قرار داده و نمودار فشار در وسط یاتاقان ، شکل (۶-۱۸) را تعیین می کنیم سپس به بررسی نمودار سرعت در چند نقطه از یاتاقان می پردازیم .

$r_b(m)$	L	ε	$c(m)$	$viscosity(N.s/m^2)$	$\omega(rpm)$
0.05	0.07	0.55	0.000075	0.0192	2000

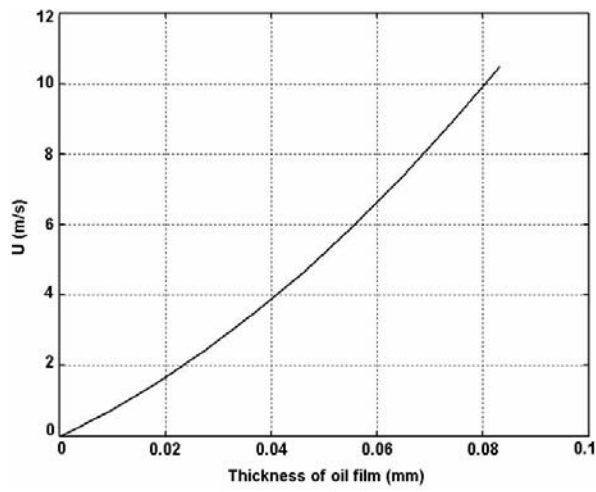
جدول (۶-۴) مشخصات یاتاقان و سیال عامل



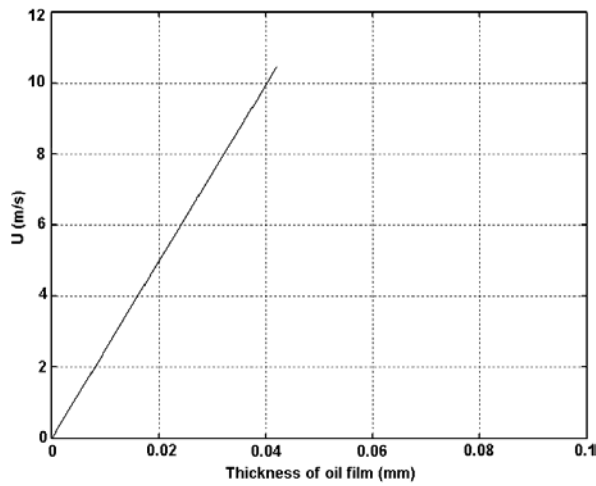
شکل (۶-۱۸) نمودار فشار در وسط یاتاقان

با معلوم بودن فشار نمودار سرعت به ضخامت لایه مرزی را برای نقاط A, B, C که به ترتیب دارای شیب مثبت، صفر و منفی است رسم می نماییم.

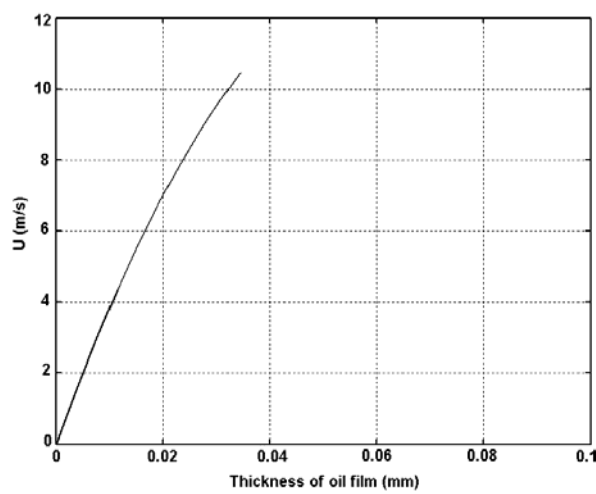
با توجه به نتایج ملاحظه می شود که ضخامت لایه مرزی در هر نقطه کاهش پیدا می کند و همچنین در نقطه B که شیب نمودار صفر می باشد، تغییرات سرعت به صورت خطی می باشد.



شکل (۶-۱۹) نمودار سرعت فیلم روغن در نقطه A



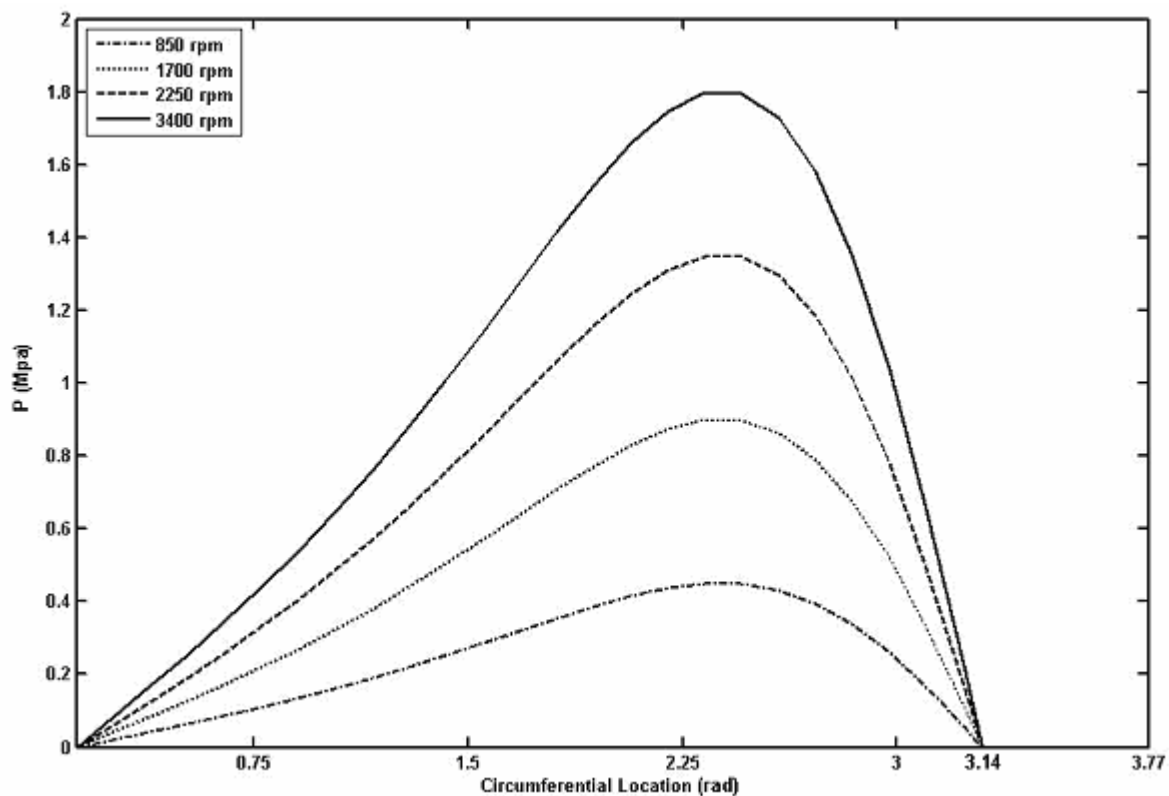
شکل (۶-۲۰) نمودار سرعت فیلم روغن در نقطه B



شکل (۶-۲۱) نمودار سرعت فیلم روغن در نقطه C

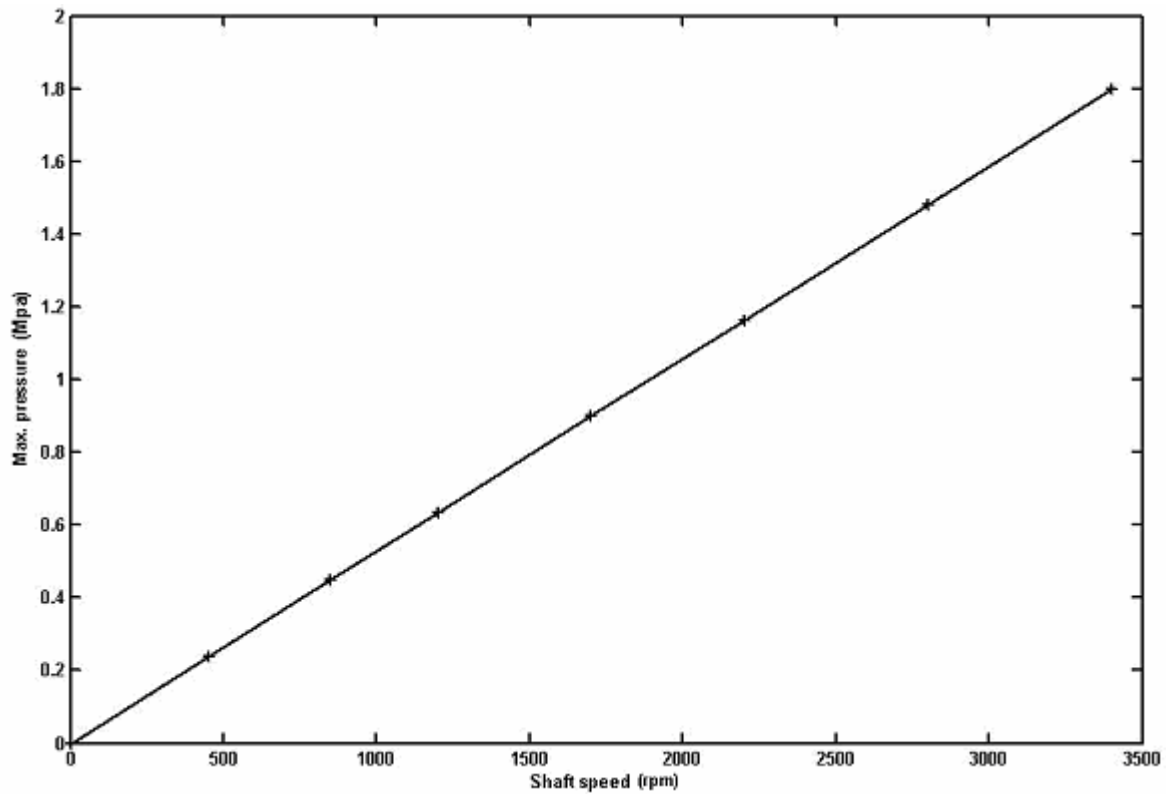
۵-۷-۶ تغییرات فشار نسبت به تغییر پارامترهای مختلف

در این قسمت به بررسی نحوه تغییرات عملکرد یاتاقانی با مشخصات جدول (۴-۶) و با $\varepsilon = 35$ بازای تغییرات در مشخصه های یاتاقان می پردازیم . ابتدا نمودار تغییرات پروفیل فشار در دوره های مختلف یاتاقان را ترسیم می کنیم .



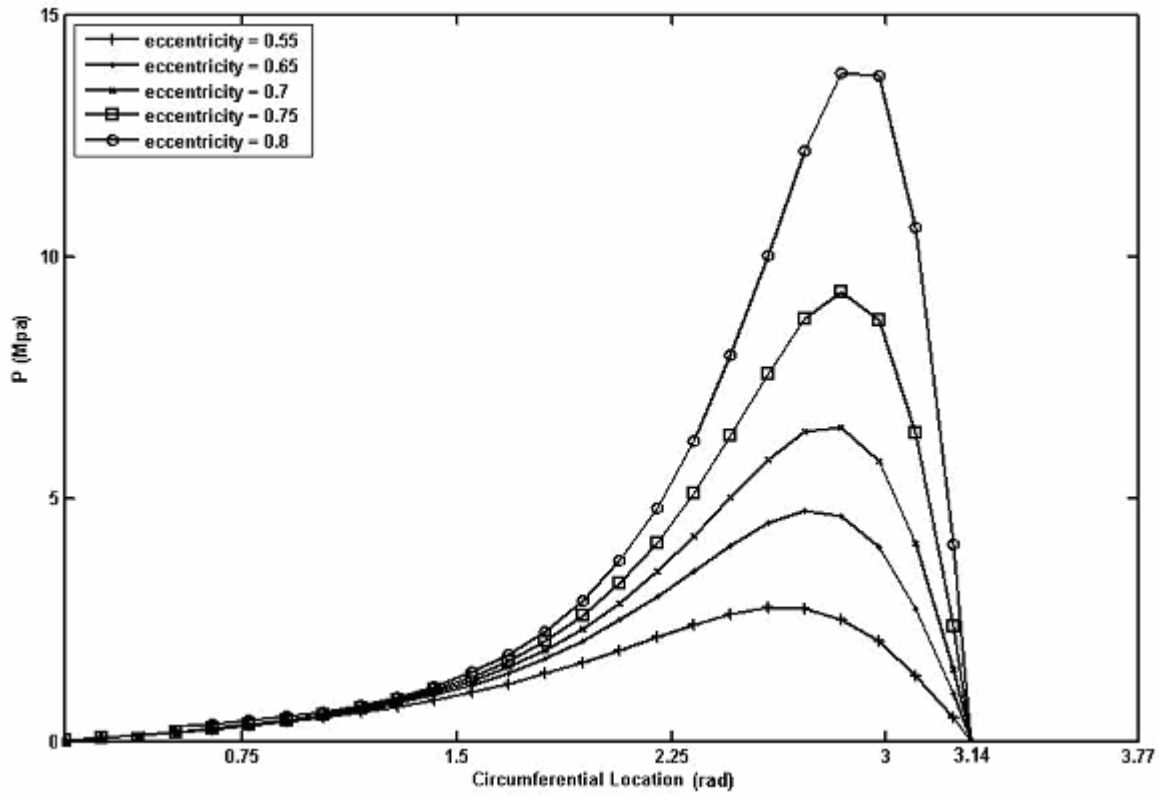
شکل (۲۲-۶) نمودار تغییرات فشار فیلم روغن برای دوره های مختلف

همانطور که از شکل (۲۲-۶) مشخص است با افزایش سرعت دورانی یاتاقان مقدار فشار بیشتری تولید می شود .



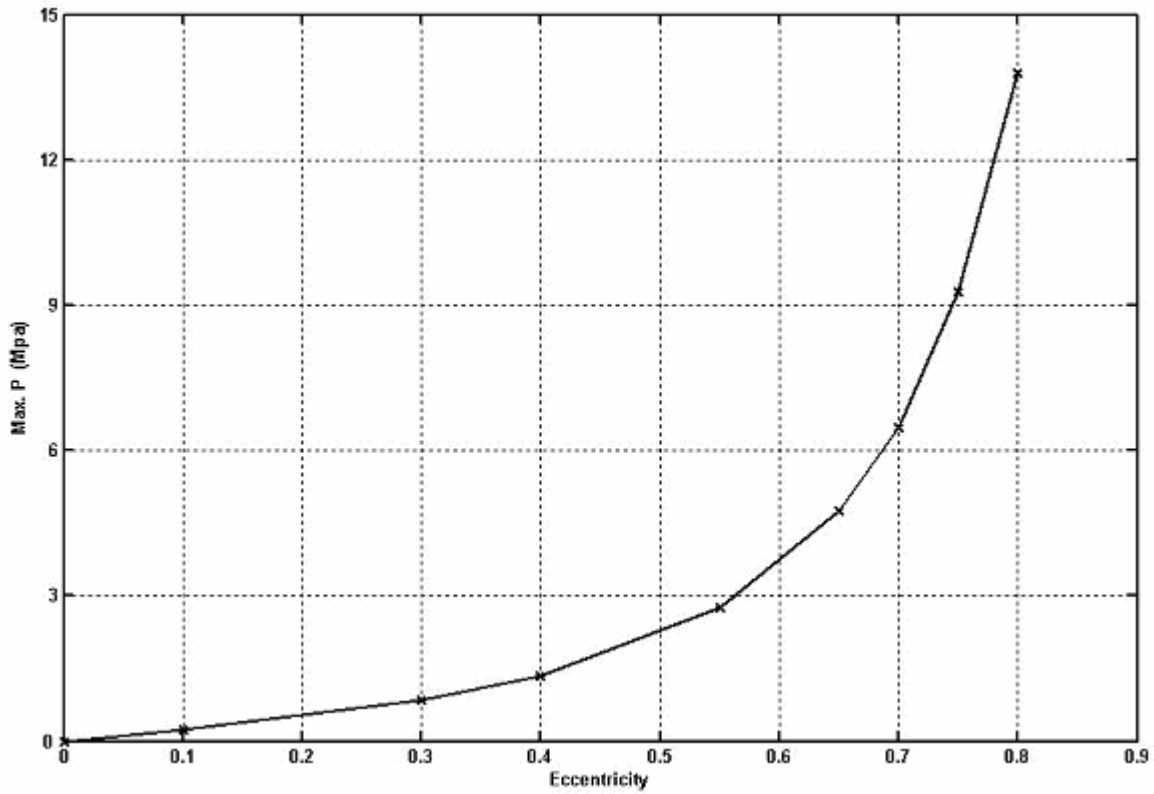
شکل (۶-۲۳) نمودار تغییرات فشار بیشینه فیلم روغن برای دورهای مختلف

شکل (۶-۲۳) نشان دهنده افزایش بیشینه فشار در مقابل افزایش سرعت چرخش یاتاقان می باشد.



شکل (۶-۲۴) نمودار تغییرات فشار فیلم روغن برای نسبت خروج از مرکز مختلف

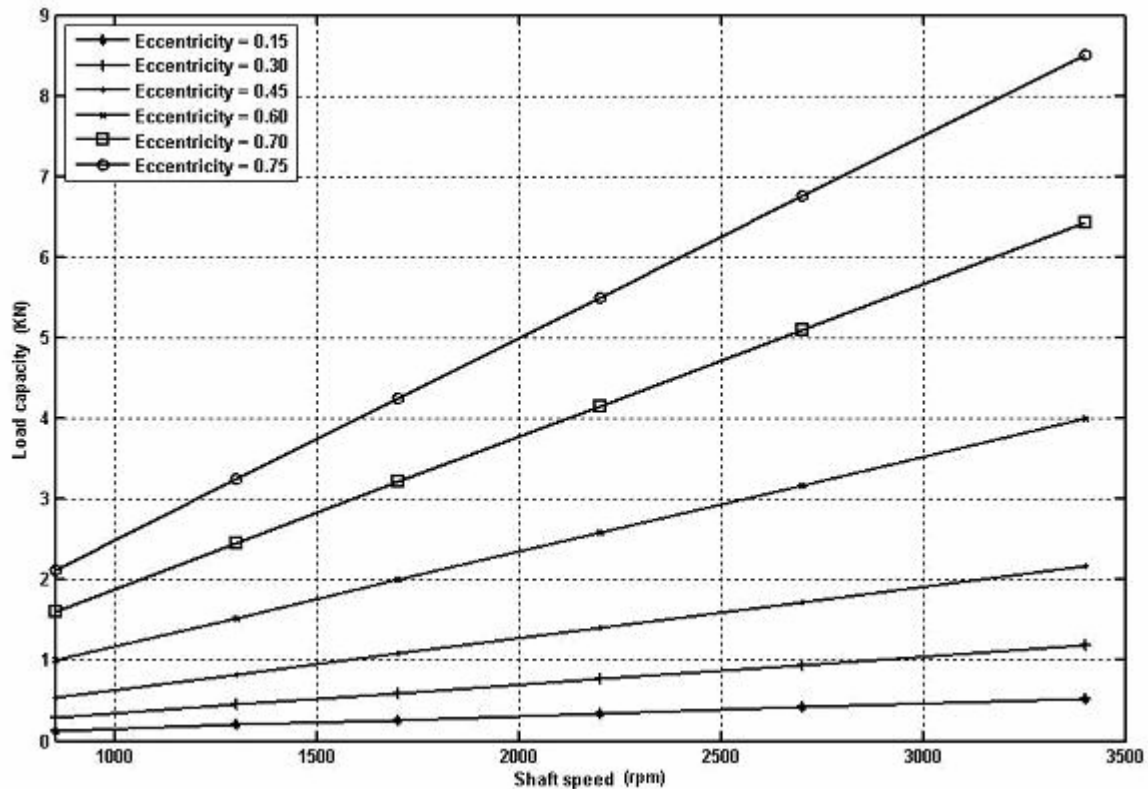
شکل (۶-۲۴) نشان دهنده تغییرات پروفیل فشار با ε می باشد ، همانطور که ملاحظه می شود با افزایش ε فشار افزایش می یابد .



شکل (۶-۲۵) نمودار تغییرات بیشینه فشار فیلم روغن برای نسبت خروج از مرکز مختلف

با توجه به شکل (۶-۲۵) ملاحظه می شود که شیب تغییرات بیشینه فشار به تغییرات ε با افزایش

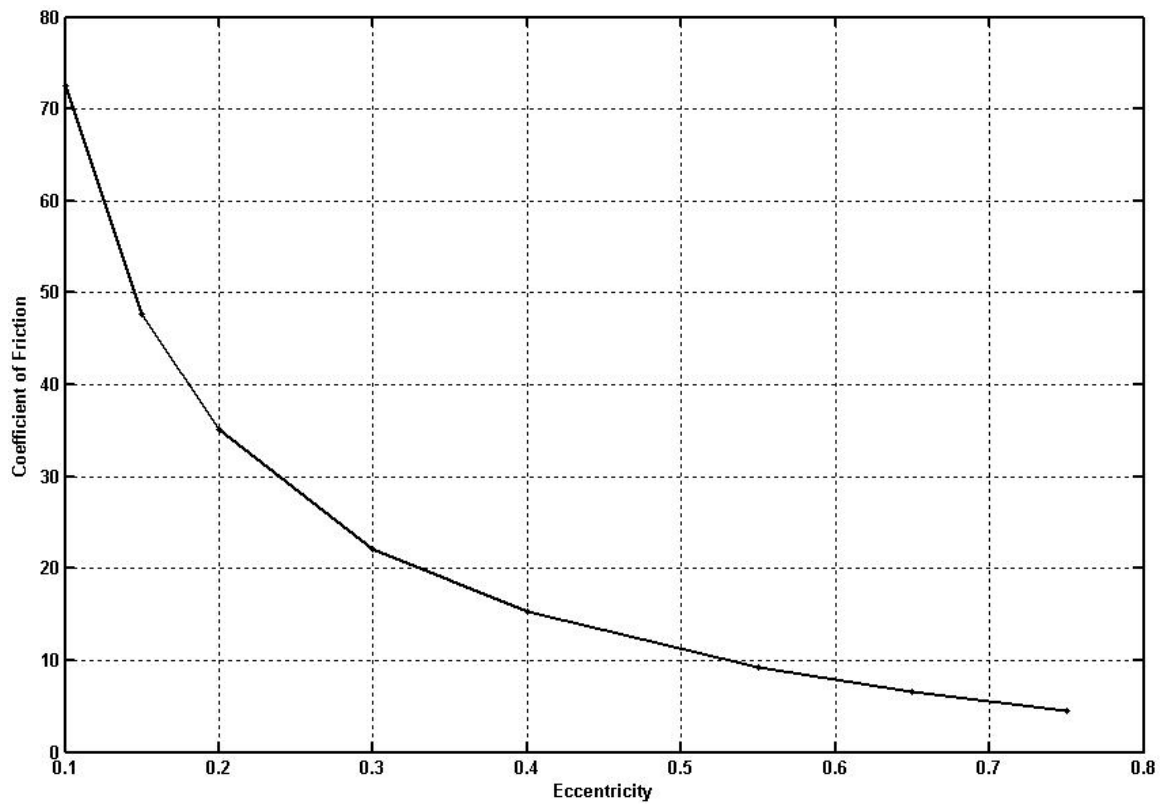
ε به شدت افزایش می یابد.



شکل (۶-۲۶) نمودار تغییرات ظرفیت بار برای دورها و نسبت خروج از مرکز مختلف

با توجه به تعریف ظرفیت بار ، معادله (۶-۴۲) ، شکل (۶-۲۶) نشان دهنده تغییرات این پارامتر بازای تغییرات دور در ε مختلف می باشد . همانطور که ملاحظه می شود در ε بالا تغییرات ظرفیت بار در سرعت های مختلف بسیار بیشتر از تغییرات آن در ε پایین می باشد . هر چه ظرفیت حمل بار بیشتر باشد خروج از مرکز بیشتر است و در یاتاقانها با ظرفیت بار کم ، خروج از مرکز نیز کم است . در حالت حدی وقتی ظرفیت بار به صفر برسد ، خروج از مرکز نیز صفر خواهد شد .

با توجه به تعریف ضریب اصطکاک در یاتاقان ژورنال در معادله (۶-۵۴) ، نمودار تغییرات این ضریب در مقایسه با ε مختلف در شکل (۶-۲۷) ترسیم شده است .



شکل (۶-۲۷) نمودار تغییرات ضریب اصطکاک برای نسبت خروج از مرکز مختلف

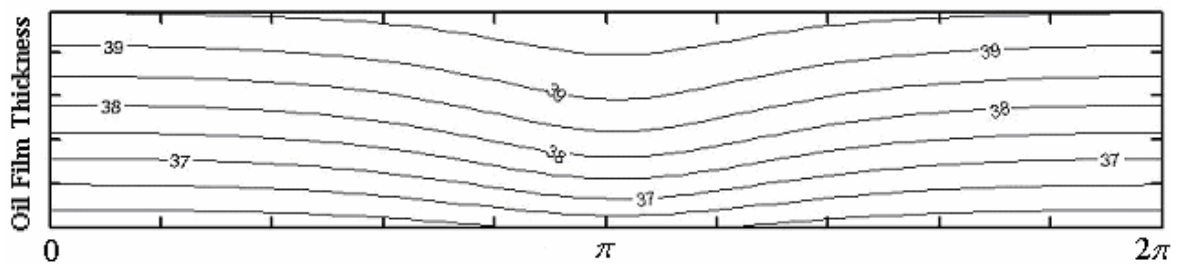
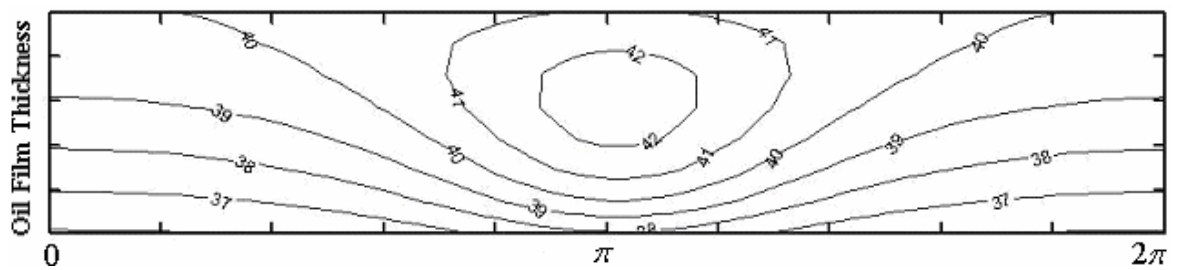
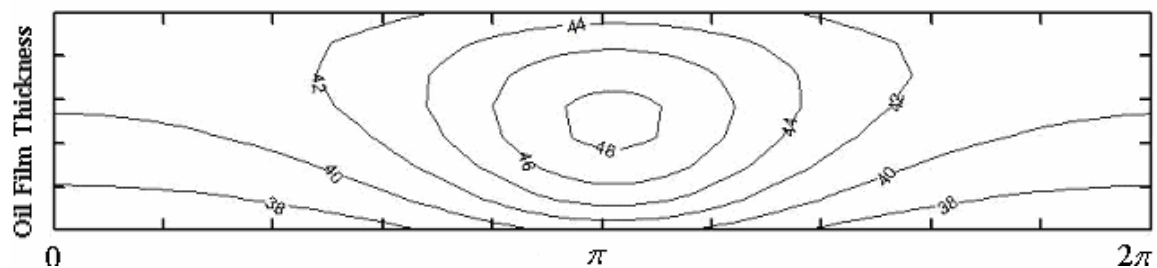
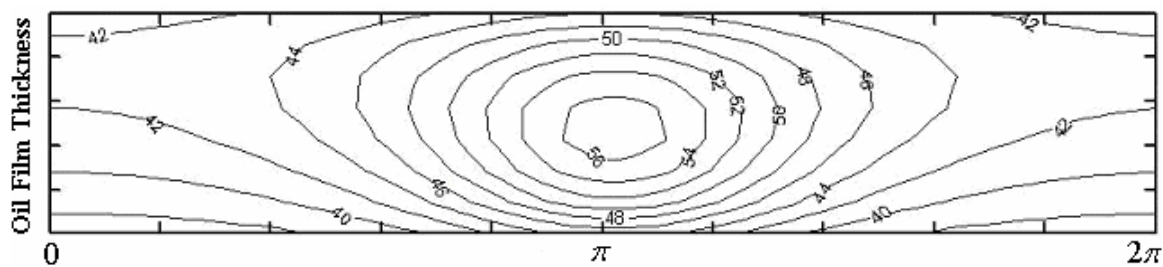
۶-۷-۶ پروفیل دما

پس از بررسی مقادیر فشار و سرعت در یاتاقانهای ژورنال و بررسی تاثیر پارامترهای مختلف در عملکرد یاتاقان به تحلیل حرارتی و تعیین دما در فیلم روغن می پردازیم .
 با توجه به معادله (۶-۱۶) و با معلوم بودن فشار و سرعت در فیلم روغن می توان توزیع دمایی و بیشینه مقدار دما را تعیین کنیم . برای این منظور یاتاقانی با مشخصات مندرج در جدول (۶-۵) را مورد بررسی قرار می دهیم .

$r_b(m)$	$L(m)$	$c(m)$	ε	viscosity ($N.s/m^2$)	Density (kg/m^3)	Thermal Conductivity ($W/m.K$)	Specific Heat ($J/kg.K$)
0.05	0.11	0.00005	0.3	0.0192	860	0.135	970

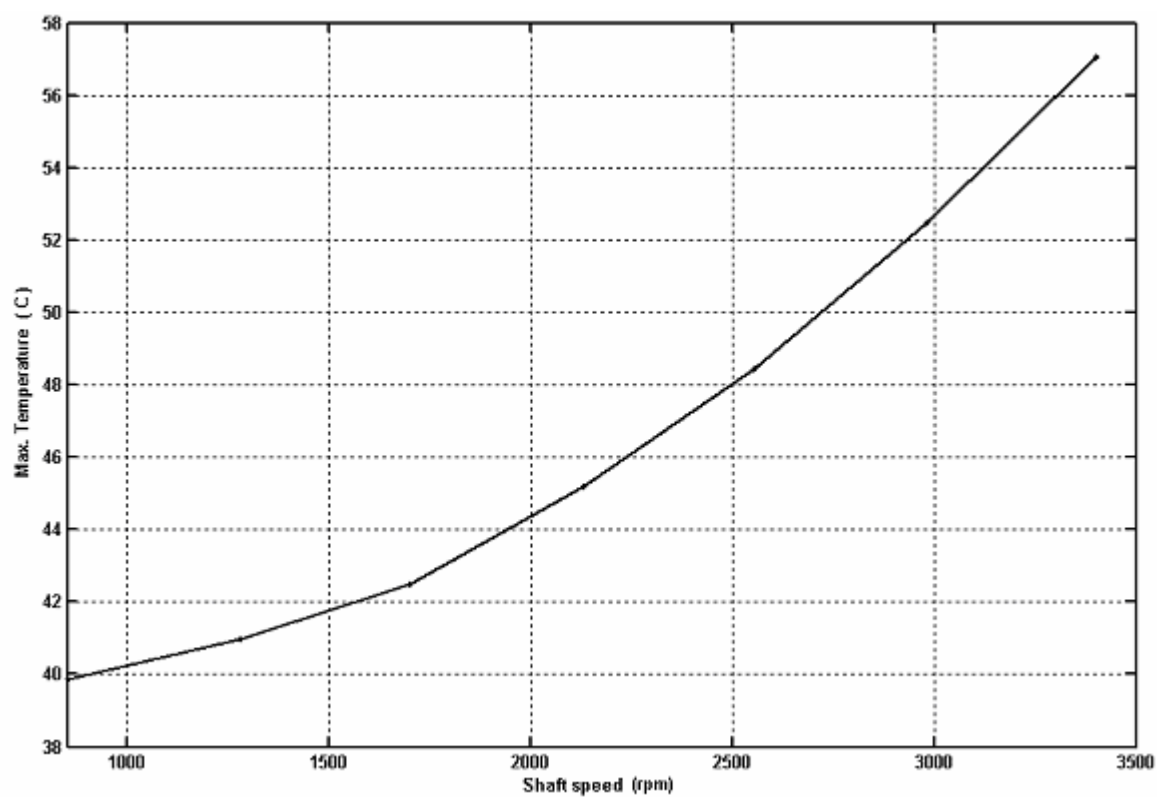
جدول (۶-۵) مشخصات یاتاقان و سیال عامل

در ادامه توزیع دمایی فیلم روغن یاتاقان مذکور با فرض ثابت بودن دمای ژورنال و یاتاقان که به ترتیب برابر با $40^\circ C$ و $35^\circ C$ می باشد را برای سرعت های مختلف بررسی می کنیم .
 لازم به ذکر است که در نمودارهای توزیع دما محور افقی در واقع سطح مقطع باز شده محیطی وسط یاتاقان می باشد و محور عمودی نماینگر ضخامت فیلم روغن می باشد . همانطور که ملاحظه می شود تغییرات دمایی نسبت به تغییرات ضخامت در ناحیه نزدیک به کمینه ضخامت افزایش می یابد .

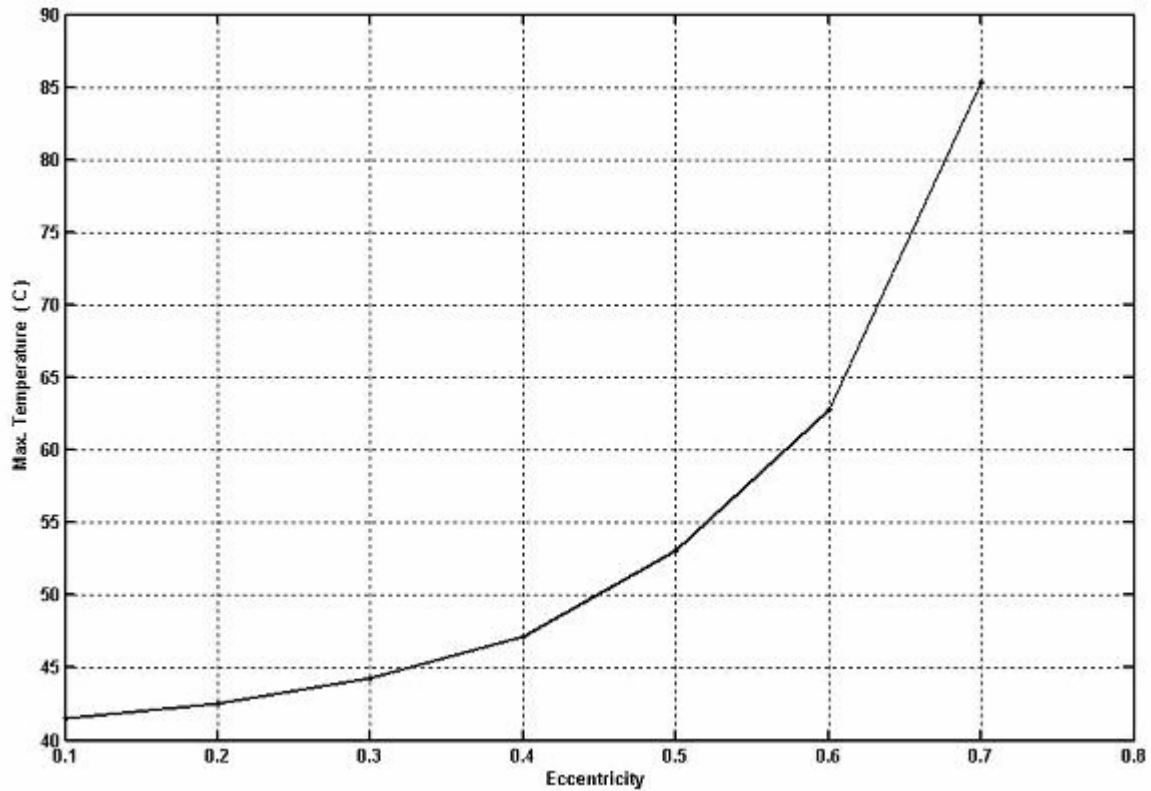
شکل (۶-۲۸) توزیع دما در فیلم روغن برای $\omega = 850rpm$ شکل (۶-۲۹) توزیع دما در فیلم روغن برای $\omega = 1700rpm$ شکل (۶-۳۰) توزیع دما در فیلم روغن برای $\omega = 2550rpm$ شکل (۶-۳۱) توزیع دما در فیلم روغن برای $\omega = 3400rpm$

۶-۷-۷ تغییرات دما نسبت به تغییر پارامترهای مختلف

همانند بحث فشار برای دما نیز تغییرات سرعت چرخش و ε برای یاتاقان مذکور و تاثیر آن را مورد بررسی قرار می دهیم .



شکل (۶-۳۲) تغییرات بیشینه دمای روغن برای دورهای مختلف



شکل (۶-۳۳) تغییرات بیشینه دمای روغن برای نسبت خروج از مرکز مختلف

با توجه به نمودار شکل های (۶-۳۲) و (۶-۳۳) ملاحظه می شود که بیشینه دمای فیلم روغن با افزایش سرعت و ε افزایش می یابد.

نتیجه گیری

استفاده از روش تفاضل محدود فشرده در این تحقیق نشان داد که روش مذکور از دقت بالایی برخوردار می باشد . اعمال شرط پریودیک در اپراتورهای مربوط به مشتقات و صحت عملکرد اپراتورهای جدید ، امکان اعمال اپراتورهای مذکور را در مسائل دیگر که دارای شرط پریودیک می باشند فراهم می سازد .

پروفیل فشار بدست آمده از روش عددی مذکور با روش های تحلیلی موجود مورد مقایسه قرار گرفت که نتایج نشان از تطابق دو روش مذکور می دهد . با توجه به نتایج ارائه شده مشخص شد که فشار روغن با افزایش سرعت دورانی محور افزایش می یابد که در این حالت دمای فیلم روغن نیز افزایش می یابد که متناسب با سرعت دوران می بایست تمهیدات لازم جهت جلوگیری از افزایش بیش از حد دمای روغن صورت گیرد. با توجه به نتایج حاصل از تغییرات فشار نسبت به تغییرات نسبت خروج از مرکز یاتاقان ، فشار فیلم روغن افزایش می یابد که شدت این افزایش در نسبت خروج از مرکز بالاتر بسیار بیشتر می باشد . با افزایش نسبت خروج از مرکز دمای فیلم روغن نیز افزایش می یابد . با توجه به توزیع دما در فیلم روغن ملاحظه شد که شدت تغییرات دمایی در ناحیه نزدیک به کمترین ضخامت بیشتر از نقاط دیگر است و بیشینه دمای فیلم روغن نیز در همین ناحیه روی می دهد.

پیشنهادات

با توجه به تحلیل ترموهیدرودینامیکی انجام شده برای یاتاقان ژورنال با استفاده از روش تفاضل محدود فشرده جهت ادامه تحقیقات موارد زیر پیشنهاد می شود :

۱- با توجه به اینکه تحلیل مذکور در شرایط آرام صورت گرفته است پیشنهاد می شود که با اعمال تئوریهای مربوط به جریان مغشوش و تصحیح معادله رینولدز برای این جریان ، تحلیل در ناحیه مغشوش نیز مورد بررسی قرار گیرد .

۲- با استفاده از طرح اختلاف رانج کوتای مرتبه سوم فشرده می توان تحلیل را در حالت ناپایدار انجام داده و سپس به حالت پایدار رسید .

۳- هرکدام از پارامترهای مختلف روغن نظیر ویسکوزیته ، ضریب هدایت حرارتی و ضریب حرارت ویژه را نسبت به دما و فشار متغییر در نظر گرفته و نتایج حاصل را مورد بررسی قرار داد.

۴- با استفاده از الگوریتم بهینه و کامپیوتر قدرتمند می توان تحلیل را در حالت سه بعدی ، مغشوش و ناپایدار مورد بررسی قرار داد.

۵- با توجه به اینکه در کاربردهای عملی، طرحها معمولا بر اساس بار مشخص صورت می گیرد لذا پیشنهاد می شود به جای در نظر گرفتن خروج از مرکزیت به عنوان پارامتر ورودی ، مساله با بار مشخص مورد تحلیل قرار گیرد .

1. Reynolds, O. "On the Extent and Action of the Heating Surface for Steam Boilers ," Proc. Manchester Lit. Phil. Soc., vol. 14, 1874, pp. 7-12.
2. Sommerfield, A. "Zur Hydrodynamische theorie der schmeirmittelreibung," Zeitschrift furr Mathematik und physik, Vol . 50, 1904, p.97
3. Clayton, D. and Wilkie, M.J. " Temperature distribution of a Journal Bearing" , Engineering , Vol 166, 1948, p.49-53
4. Woolcot, R. "Hydrodynamic Journal Bearing Performance at High Speed under Steady Load," Institution Of Mech. Engineers., Vol 180, Pt.3k, 1965-66, p. 76
5. Dowson. D. Hudson. J.D., Hunter, B.H. and March, C.N."An Experimental Investigation of the Thermal Equilibrium of Steady Loaded Journal Bearings," Institution Of Mech. Engineers., Vol 181,Pt.3b, 1966-67, p.70.
6. Smalley, A.J. and Mc Callion, H. " The Effect of Journal Misalignment on the Performance of a Journal Bearing under Steady Running Condition," Institution Of Mech. Engineers. , Vol 181,Pt.3B, 1966-67, p.55
7. Orcutt, F.K. and Arwas, E.B. "The Steady State and Dynamic Characteristics of a Full Circular Bearing and a partial Arc Bearing in the Laminar and Turbulent Flow Regimes," A.S.M.E., J.L.T., Vol 89,No. 2 , April 1967,p.143
8. Al Nica "Thermal Behavior and Friction in Journal Bearings," A.S.M.E. , Journal of Lubrication Technology, Vol 92, July 1970, p.373
9. Tieu, A. K. "Oil-Film Temperature Distribution in an Infinitely Wide Slider Bearing: An Application of the Finite Element Method," Journal Mechanical Engineering Science, Vol 15, No. ,April 1973,p. 311-319
10. Singh, D. V. , Et al, Sinhasan,R. and Goel V.K "Solution of Reynolds Equation Considering Variation of viscosity with pressure,"I.E. (I), Jour.M . E. ,Vol 53, May 1973, p.232

11. Tonnesen, J. and Hansen, P.K. , " Some Experiments on the Steady State Characteristics of a Cylindrical Fluid-Film Bearing Considering Thermal Effects,"*Journal of Lubrication Technology*, Vol 103, Jan 1981,p.107-114
12. Mitsui, J. , Hori, Y. and Tanaka, M. "Thermohydrodynamic Analysis of Cooling Effect of Supply Oil in Circular Journal Bearing," *ASME Journ., Lub. tech.*, 105, 1983,p. 414-421
13. Lund, J. W., Tonnesen, J. "An Approximate Analysis of the Temperature Conditions in a Journal Bearing. Part II: Application," *Trans. A.S.M.E.,Journal of Lubrication Technology*, Vol 106 , April 1984,p. 237-245
14. Bourgin , P. , and Gay, B. "Determination of the Load Capacity of a Finite Width Journal Bearing by a Finite Element Method in the Case of a Non-Newtonian Lubricant," *Trans. A.S.M.E.,Journal of Tribology*, vol 106, April 1984, p. 285-290
15. Lund, J. W. and Hansen . P. K. " An Approximate Analysis of the Temperature Conditions in a Journal Bearing. Part I : Theory,"*Trans. A.S.M.E.,Journal of Tribology*, vol 106, April 1984, p. 228-235
16. Gethin, D. T. and Medwell,J.O. "An Experimental Investigation Into the Thermohydrodynamic Behaviour of a High Speed Cylindrical Bore Journal Bearing,"*Trans. A.S.M.E.,Journal of Lubrication Technology*, Vol 107 , October 1985, p.538-543
17. D. T. Gethin,"An Application of the Finite Element Method to the Thermohydrodynamic Analysis of a Thin Film Cylindrical Bore Bearing Running at High Sliding Speed," *Trans. A.S.M.E.,Journal of Tribology*, Vol 109 , April 1987, p. 283-289
18. H. H. Ott and G. Paradissiadis , " Thermohydrodynamic Analysis of journal Bearings Considering Cavitation and Reverse Flow", *Trans. A.S.M.E.,Journal of Tribology*, Vol 112, July 1988, p.439-447
19. N. O. Freund and A. K. Tieu , "A Thermo-Elasto-Hydrodynamic Study of Journal Bearing With Controlled Deflection", *Trans. A.S.M.E, Journal of Tribology*, Vol 115, July 1993, p.550-555
20. T. P. Indulekha , M. L. Joy , K. Prabhakaran Nair , " Fluid flow and thermal analysis of a circular journal bearing ", *Spriger – verlarg* 1994, p.367-371

22. M. S. Moayeri , S.A. Gandjalikhan Nassab , " Thermohydrodynamic behavior of journal bearing running under different steady condition " , Iranian Journal of Science & Technology , Vol. 26 , 2002
23. Sang Myung Chun , " Thermohydrodynamic lubrication analysis of high – speed journal bearing considering variable density and variable specific heat " Tribology International 37 ,2004, p.405-413
24. Xiao-Li Wang , Ke-Qin Zhu , " Numerical analysis of journal lubricated with micropolar fluids including thermal and cavitating effects " , Tribology International 39 , 2006 , p.227-237
25. J.A. Moreno Nicolas , F. C. Gomez , " Solution of temperature fields in hydrodynamics bearings by the numerical network method " , Tribology International 40 , 2007 , p.139-145
26. A.Cameron , 1981 . Basic Lubrication Theory , 3rd edition , Ellis Horwood
27. Yukio Hori , 2006 , Hydrodynamic lubrication , Springer
28. Beauchamp Tower, " First Report on Friction-Experiments (Friction of Lubricated Bearings)" ,Proc. Institution of Mechanical Engineers, November 1883, pp. 632 - 659.(“Adjourned Discussion”, January 1884, pp. 29 - 35)
29. Joseph E. Shigley & Charles R. Mischke , 1985 Bearing & Lubrication , Wiely
30. Bernard J. Hamrock , Steve R. Schmid ,2004. Fundamentals of Fluid Film Lubrication , CRC Press
31. M. J. Maghrebi, "Finite Element Simulation of Thermohydrodynamic Turbulent Lubrication " , 1993 , The university of Wollongong .
32. M. J. Maghrebi, "A Study of the Evolution of Intense Focal Structures in Spatially-Developing Three-Dimensional Plane Wakes" , 1999 , Monash University
33. F. M. White , 1991. Viscous Fluid Flow, second edition, McGraw-Hill .
34. Sanjiva K. Lele , " Compact Finite Difference Schemes with Spectral-like Resolution " , 1992 , Journal of Computational Physics , 103,p.16-42.