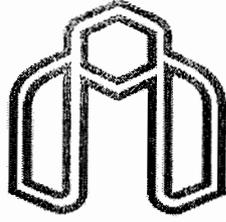


سورة الاحقاف



دانشگاه صنعتی شاهرود

دانشکده مهندسی مکانیک

## پایان نامه کارشناسی ارشد

### تحت عنوان

مطالعه عددی حل خود تشابهی در سیستم روتور- استاتور با  
خروجی جریان شعاعی

### نگارش

محمد فخاریان

### اساتید راهنما

دکتر محمود فرزانه گرد

دکتر محمد جواد مغربی

شهریور ۱۳۸۶

بنام خدا

مطالعه عددی حل خود تشابهی در سیستم روتور - استاتور  
با خروجی جریان شعاعی

توسط

محمد فخاریان

پایان نامه

ارائه شده به دانشکده مهندسی مکانیک - گروه تبدیل انرژی به عنوان بخشی از  
فعالیت‌های تحصیلی لازم برای اخذ درجه کارشناسی ارشد  
در رشته مهندسی مکانیک - گرایش تبدیل انرژی

از دانشگاه صنعتی شاهرود

شاهرود، ایران

ارزیابی و تصویب شده توسط کمیته پایان نامه با درجه:

امضاء اعضای کمیته پایان نامه:

دکتر محمود فرزانه گرد، استادیار مهندسی مکانیک (استاد راهنما)

دکتر محمد جواد مغربی، استادیار مهندسی مکانیک (استاد راهنما)

دکتر فضل الله ساغروانی، استادیار مهندسی عمران (ممتحن خارجی)

دکتر محمد محسن شاهمردان، استادیار مهندسی مکانیک (ممتحن داخلی)

شهریور ۱۳۸۶

تقدیم ہے

# بدر و ماحول

بہ خاطر ۱۹۹۵ء چیز

## تقدیر

سپاس بی‌نهایت خدای را که نعمت بی‌همتای سلامتی را به من عطا کرده و در تمامی لحظات زندگی یاری رسانم بوده؛ امید دارم مرا همواره مورد لطف و عنایت خود قرار دهد.

از خانواده عزیزم که همواره شرایط مناسب در جهت ارتقایم را فراهم نموده و تا این مرحله از زندگی پشتوانه و دلگرمی من بوده‌اند، نهایت قدردانی را دارم.

وظیفه است که از زحمات اساتید گرانقدر پروژه‌ام تقدیر و تشکر به عمل آورم:

استاد محترم، آقای **دکتر محمود فرزانه گرد** که علی‌رغم به وجود آمدن مشکلات فراوان در روند پیشرفت پایان‌نامه، همواره با شکیبایی، حسن خلق و توانمندی بالایشان هدایت اینجانب را بر عهده داشته و پیوسته مرا به ادامه کار تشویق می‌نمودند. استاد گرامی، آقای **دکتر محمد جواد مغربی** که با راهنمایی‌های کاملاً ارزشمند و مفیدشان در انجام این تحقیق یار و یاور من بودند.

امیدوارم شرایط به گونه‌ای رقم خورد تا بتوانم گوشه‌ای از محبت‌هایی را که در حقم انجام شده، پاسخگو باشم.

## چکیده

در این پایان نامه جریان سیال و انتقال حرارت در درون محفظه های روتور- استاتور با خروجی جریان شعاعی بصورت عددی مورد بررسی قرار گرفته است. داده های تجربی نیز برای محفظه مورد بررسی ارائه و با نتایج عددی مقایسه شده است. محفظه مورد بررسی بخشی از سیستم خنک کننده توربینهای گازی محسوب می شود. هوای خنک کن خروجی از کمپرسور توربینهای گازی قبل از اینکه برای خنک کردن پره های توربین مورد استفاده قرار بگیرد در اینگونه محفظه ها چرخش داده می شود. این چرخش باعث کاهش دمای استاتیکی هوای خنک کن شده و در نهایت باعث بهبود کارایی سیستم خنک کننده خواهد شد. هوا (بعنوان سیال عامل) بصورت محوری وارد محفظه شده و بعد از برخورد با روتور به سمت فضای موجود بین روتور و استاتور هدایت می شود. هوا بعد از طی مسیر و چرخش در فضای موجود بین دو دیسک در نهایت بصورت شعاعی در شعاع بیشینه از محفظه خارج می شود. معادلات ناویر- استوکس برای جریان پایدار و سیال تراکم ناپذیر در مختصات استوانه ای حل شده اند. از مدل  $k-\epsilon$  رینولدز پایین برای تحلیل عددی استفاده شده است. جواب عددی و داده های تجربی برای مولفه های سرعت مماسی و شعاعی و نیز عدد ناسلت مقایسه و همخوانی خوبی را نشان می دهد. ساختار جریان در درون محفظه وجود لایه مرزی بر روی هر کدام از دیسکها را نمایش می دهد که نمایش دهنده وجود جریان نوع بچلور در درون محفظه می باشد. با انجام آنالیز تشابهی رینولدز بین ضریب مومنوم کلی روتور و عدد ناسلت نتایج خوبی حاصل شده است. خودتشابهی حل بدست آمده نیز بررسی شده است که در سرعتهای دورانی بالاتر روتور و در میانه محفظه بیشتر دیده می شود.

واژه های کلیدی: سیستم خنک کاری توربینهای گازی ، سیستم روتور- استاتور ، جریان چرخشی ، حل عددی ، خودتشابهی

صفحه	عنوان
۱	فصل اول : مقدمه
۱۰	فصل دوم : مروری بر مطالعات و کارهای انجام شده
۱۱	۱-۲ دیسک آزاد
۱۴	۲-۲ سیستم روتور- استاتور
۲۱	۳-۲ شکافهای چرخان با جریان خروجی شعاعی برهم‌نهاده شده
۲۴	۴-۲ دیسکهای ناهم‌جهت چرخان
۲۵	۵-۲ سیستمهای دارای پیش- چرخش
۲۶	۱-۵-۲ سیستمهای پیش- چرخش دارای صفحه پوشاننده
۲۷	۲-۵-۲ سیستمهای پیش- چرخش انتقال مستقیم
۳۰	فصل سوم : روش حل عددی و معادلات حاکم
۳۲	۱-۳ معادلات حاکم
۳۸	۲-۳ معادلات حجم محدود
۴۱	۳-۳ محاسبه ترم‌های چشمه
۴۷	۴-۳ تخفیف زیرین
۴۸	۵-۳ الگوریتم TDMA برای حل معادلات جبری
۵۰	۶-۳ شبکه‌بندی شطرنجی
۵۱	۷-۳ الگوریتم سیمپل
۵۴	۸-۳ همگرایی
۵۶	۹-۳ روش محاسبه و استفاده از کد
۵۶	۱۰-۳ شرایط مرزی
۵۸	فصل چهارم : بررسی سیستم روتور- استاتور بسته
۶۰	۱-۴ مدل استفاده شده و شرایط مرزی
۶۲	۲-۴ ساختار جریان
۶۳	۱-۲-۴ خطوط جریان
۶۵	۲-۲-۴ مولفه‌های سرعت بی‌بعد شده شعاعی و مماسی
۶۵	۱-۲-۲-۴ مولفه‌های سرعت بی‌بعد شده شعاعی
۶۸	۲-۲-۲-۴ مولفه‌های سرعت بی‌بعد شده مماسی

صفحه	عنوان
۷۱	۳-۲-۴ کانتورهای سرعت مماسی
۷۳	۴-۲-۴ ضریب مومنتم کلی روتور
۷۷	۳-۴ انتقال حرارت
۷۷	۱-۳-۴ کانتورهای فشار بی بعد
۷۹	۲-۳-۴ عد ناسلت
۷۹	۱-۲-۳-۴ عد ناسلت محلی
۸۲	۲-۲-۳-۴ عد ناسلت متوسط
۸۴	۴-۴ آنالیز تشابهی رینولدز میان $C_m$ و $Nu_{iv}$
۸۶	۵-۴ بررسی خود تشابهی در نتایج بدست آمده
<b>فصل پنجم : بررسی سیستم روتور- استاتور باز</b>	
۹۰	۱-۵ مدل استفاده شده و شرایط مرزی
۹۱	۲-۵ ساختار جریان
۹۳	۱-۲-۵ خطوط جریان
۹۴	۲-۲-۵ مولفه‌های سرعت بی بعد شده شعاعی و مماسی
۹۶	۱-۲-۲-۵ مولفه‌های سرعت بی بعد شده شعاعی
۹۶	۲-۲-۲-۵ مولفه‌های سرعت بی بعد شده مماسی
۱۰۲	۳-۲-۵ کانتورهای سرعت مماسی
۱۰۴	۴-۲-۵ ضریب مومنتم کلی روتور
۱۰۶	۳-۵ انتقال حرارت
۱۰۶	۱-۳-۵ کانتورهای فشار بی بعد
۱۰۸	۲-۳-۵ کانتورهای دمای بی بعد
۱۱۰	۳-۳-۵ عد ناسلت
۱۱۰	۱-۳-۳-۵ عد ناسلت محلی
۱۱۳	۱-۳-۳-۵ عد ناسلت متوسط
۱۱۵	۴-۵ آنالیز تشابهی رینولدز میان $C_m$ و $Nu_{iv}$
۱۱۸	۵-۵ بررسی تاثیر اندازه شبکه بندی
۱۱۹	۱-۵-۵ خطوط جریان
۱۲۰	۲-۵-۵ مولفه‌های سرعت بی بعد شده شعاعی و مماسی
۱۲۱	۶-۵ بررسی خود تشابهی در نتایج بدست آمده

صفحه	عنوان
۱۲۸	فصل ششم : نتیجه گیری و پیشنهاد برای کارهای آینده
۱۲۹	۱-۶ نتیجه گیری
۱۳۰	۱-۱-۶ ساختار جریان
۱۳۰	۱-۱-۶-۱ سیستم روتور- استاتور بسته
۱۳۲	۱-۱-۶-۲ سیستم روتور- استاتور باز
۱۳۵	۱-۶-۲ انتقال حرارت
۱۳۵	۱-۶-۲-۱ سیستم روتور- استاتور بسته
۱۳۶	۱-۶-۲-۲ سیستم روتور- استاتور باز
۱۳۸	۲-۶ پیشنهادات
۱۳۹	فهرست مراجع
۱۴۴	پیوست : برخی دیگر از نتایج بدست آمده

صفحه	عنوان شکل
<b>فصل اول</b>	
۴	شکل ۱-۱ نمای گردش جریان هوای داخلی به کار رفته در یک توربین گاز
۵	شکل ۲-۱ جریان هوای سرد کننده در درون یک توربین گازی
۷	شکل ۳-۱ شمایی از سیستم‌های صفحه-دیسک چرخان
۸	شکل ۴-۱ شمایی از سیستم‌های پیش-چرخش
۹	شکل ۵-۱ شماتیکی از مدل ساده استفاده شده در حل عددی
<b>فصل دوم</b>	
۱۶	شکل ۱-۲ رژیم‌های جریان برای سیستم‌های روتور-استاتور بسته
۲۲	شکل ۲-۲ شمایی از خطوط جریان در سیستم‌های شکاف چرخان با خروجی جریان شعاعی
<b>فصل سوم</b>	
۴۰	شکل ۱-۳ ساختار شماتیک حجم محدود و موقعیت سطوح حجم کنترل
<b>فصل چهارم</b>	
۶۰	شکل ۱-۴ شبکه بندی $129 \times 129$ استفاده شده در حل عددی ( $s/b=0.12$ )
۶۳	شکل ۲-۴ خطوط جریان بدست آمده در حالت $Cw=0$ , $s/b=0.12$ , $a/b=0.06$
۶۴	شکل ۳-۴ خطوط جریان بدست آمده در حالت $Cw=0$ , $s/b=0.12$ , $Re_0=1.25e+6$
۶۴	شکل ۴-۴ خطوط جریان بدست آمده در حالت $Cw=0$ , $a/b=0.06$ , $Re_0=1.25e+6$
۶۶	شکل ۵-۴ نمودار $Vt/\Omega.r$ برحسب $z/s$ در $Re_0=1.25e+6$ , $a/b=0.06$ , $s/b=0.12$
۶۶	شکل ۶-۴ نمودار $Vt/\Omega.r$ برحسب $z/s$ در $s/b=0.12$ , $a/b=0.06$ , $x=0.7$
۶۷	شکل ۷-۴ نمودار $Vt/\Omega.r$ برحسب $z/s$ در $s/b=0.12$ , $Re_0=1.25e+6$ , $x=0.7$
۶۷	شکل ۸-۴ نمودار $Vt/\Omega.r$ برحسب $z/s$ در $a/b=0.06$ , $Re_0=1.25e+6$ , $x=0.7$
۶۹	شکل ۹-۴ نمودار $Vt/\Omega.r$ برحسب $z/s$ در $s/b=0.12$ , $a/b=0.06$ , $Re_0=1.25e+6$
۶۹	شکل ۱۰-۴ نمودار $Vt/\Omega.r$ برحسب $z/s$ در $s/b=0.12$ , $a/b=0.06$ , $x=0.7$
۷۰	شکل ۱۱-۴ نمودار $Vt/\Omega.r$ برحسب $z/s$ در $s/b=0.12$ , $Re_0=1.25e+6$ , $x=0.7$
۷۰	شکل ۱۲-۴ نمودار $Vt/\Omega.r$ برحسب $z/s$ در $a/b=0.06$ , $Re_0=1.25e+6$ , $x=0.7$
۷۲	شکل ۱۳-۴ کانتورهای $Vt$ بدست آمده در حالت $s/b=0.12$ , $a/b=0.06$
۷۲	شکل ۱۴-۴ کانتورهای $Vt$ بدست آمده در حالت $Re_0=1.25e+6$ , $s/b=0.12$
۷۳	شکل ۱۵-۴ کانتورهای $Vt$ بدست آمده در حالت $Re_0=1.25e+6$ , $a/b=0.06$

صفحه	عنوان شکل
۷۵	شکل ۴-۱۶ مقایسه نتایج عددی و نتایج بدست آمده از رابطه تجربی برای $C_m$ در $a/b=0.06$ و $s/b=0.12$
۷۵	شکل ۴-۱۷ تغییرات $C_m$ بر حسب $Re_0$ در $s/b=0.12$
۷۶	شکل ۴-۱۸ تغییرات $C_m$ بر حسب $Re_0$ در $a/b=0.06$
۷۸	شکل ۴-۱۹ کانتورهای نسبت فشار بدست آمده در حالت $a/b=0.06$ , $s/b=0.12$
۷۸	شکل ۴-۲۰ کانتورهای نسبت فشار بدست آمده در حالت $s/b=0.12$ , $Re_0=1.25e+6$
۷۹	شکل ۴-۲۱ کانتورهای نسبت فشار بدست آمده در حالت $a/b=0.06$ , $Re_0=1.25e+6$
۸۰	شکل ۴-۲۲ نمودار $Nu$ بر حسب $r/b$ در $a/b=0.06$ , $s/b=0.12$
۸۱	شکل ۴-۲۳ نمودار $Nu$ بر حسب $r/b$ در $Re_0=1.25e+6$ , $s/b=0.12$
۸۱	شکل ۴-۲۴ نمودار $Nu$ بر حسب $r/b$ در $Re_0=1.25e+6$ , $a/b=0.06$
۸۳	شکل ۴-۲۵ نمودار $Nu_{av}$ بر حسب $Re_0$ در $s/b=0.12$
۸۳	شکل ۴-۲۶ نمودار $Nu_{av}$ بر حسب $Re_0$ در $a/b=0.06$
۸۴	شکل ۴-۲۷ نمودار $Nu_{av}$ و $C_m$ بر حسب $Re_0$ در $a/b=0.06$ , $s/b=0.12$
۸۵	شکل ۴-۲۸ نمودار $Nu_{av}/C_m$ بر حسب $Re_0$ در $s/b=0.12$ , $a/b=0.06$
۸۷	شکل ۴-۲۹ نمودار نشانگر خودتشابهی حل $Vr/\Omega.r$ بدست آمده در شکل ۴-۷ بر حسب $z/s$ در قسمت اول
۸۹	شکل ۴-۳۰ نمودار نشانگر خودتشابهی حل $Vr/\Omega.r$ بدست آمده در شکل ۴-۷ بر حسب $z/s$ در قسمت دوم
فصل پنجم	
۹۲	شکل ۵-۱ شبکه بندی $129 \times 129$ استفاده شده در حل عددی ( $s=47mm$ $b=383mm$ )
۹۵	شکل ۵-۲ خطوط جریان بدست آمده در حالت $C_w=3920=cte$
۹۵	شکل ۵-۳ خطوط جریان بدست آمده در حالت $Re_0=1.25e+6=cte$
۹۷	شکل ۵-۴ مقایسه نتایج حل عددی با نتایج تجربی برای $Vr/\Omega.r$ در $Re_0=1.25e+6$ , $C_w=6100$
۹۸	شکل ۵-۵ نمودار $Vr/\Omega.r$ بر حسب $z/s$ در $Re_0=1.25e+6$ , $C_w=9700$
۹۸	شکل ۵-۶ نمودار $Vr/\Omega.r$ بر حسب $z/s$ در $Re_0=1.25e+6$ , $x=0.7$
۹۹	شکل ۵-۷ نمودار $Vr/\Omega.r$ بر حسب $z/s$ در $C_w=9700$ , $x=0.7$
۱۰۰	شکل ۵-۸ مقایسه نتایج حل عددی با نتایج تجربی برای $Vt/\Omega.r$ در $Re_0=1.25e+6$ , $C_w=6100$
۱۰۰	شکل ۵-۹ نمودار $Vt/\Omega.r$ بر حسب $z/s$ در $Re_0=1.25e+6$ , $C_w=9700$
۱۰۱	شکل ۵-۱۰ نمودار $Vt/\Omega.r$ بر حسب $z/s$ در $Re_0=1.25e+6$ , $x=0.7$
۱۰۱	شکل ۵-۱۱ نمودار $Vt/\Omega.r$ بر حسب $z/s$ در $C_w=9700$ , $x=0.7$
۱۰۳	شکل ۵-۱۲ کانتورهای $Vt$ بدست آمده در حالت $C_w=3920=cte$
۱۰۳	شکل ۵-۱۳ کانتورهای $Vt$ بدست آمده در حالت $Re_0=1.25e+6=cte$

صفحه	عنوان شکل
۱۰۴	شکل ۱۴-۵ مقایسه نتایج عددی و نتایج بدست آمده از رابطه تجربی برای $C_m$
۱۰۴	شکل ۱۵-۵ تغییرات $C_m$ بر حسب $C_w$
۱۰۵	شکل ۱۶-۵ تغییرات $C_m$ بر حسب $Re_0$
۱۰۵	شکل ۱۷-۵ تغییرات $C_m$ بر حسب $\lambda_T$
۱۰۷	شکل ۱۸-۵ کانتورهای ضریب فشار بدست آمده در حالت $C_w=3920=cte$
۱۰۸	شکل ۱۹-۵ کانتورهای ضریب فشار بدست آمده در حالت $Re_0 = 1.25e+6=cte$
۱۰۹	شکل ۲۰-۵ کانتورهای دمای بی‌بعد بدست آمده در حالت $C_w=3920=cte$
۱۱۰	شکل ۲۱-۵ کانتورهای دمای بی‌بعد بدست آمده در حالت $Re_0 = 1.25e+6=cte$
۱۱۱	شکل ۲۲-۵ مقایسه نتایج حل عددی با نتایج تجربی برای $Nu$
۱۱۲	شکل ۲۳-۵ نمودار $Nu$ بر حسب $r/b$ در $C_w=9700$
۱۱۲	شکل ۲۴-۵ نمودار $Nu$ بر حسب $r/b$ در $Re_0 = 1.25e+6$
۱۱۳	شکل ۲۵-۵ نمودار $Nu_{qv}$ بر حسب $C_w$
۱۱۴	شکل ۲۶-۵ نمودار $Nu_{qv}$ بر حسب $Re_0$
۱۱۴	شکل ۲۷-۵ نمودار $Nu_{qv}$ بر حسب $\lambda_T$
۱۱۵	شکل ۲۸-۵ نمودار $Nu_{qv}$ و $C_m$ بر حسب $C_w$ در $Re_0 = 1.25e+6$
۱۱۵	شکل ۲۹-۵ نمودار $Nu_{qv}$ و $C_m$ بر حسب $Re_0$ در $C_w=6100$
۱۱۶	شکل ۳۰-۵ نمودار $Nu_{qv}$ و $C_m$ بر حسب $\lambda_T$ در $Re_0 = 1.25e+6$
۱۱۶	شکل ۳۱-۵ نمودار $Nu_{qv}/C_m$ بر حسب $Re_0$ در $C_w=6100$
۱۱۸	شکل ۳۲-۵ شبکه بندی $143 \times 143$ استفاده شده در حل عددی ( $s=47mm$ $b=383mm$ )
۱۱۹	شکل ۳۳-۵ خطوط جریان بدست آمده برای دو اندازه شبکه بندی
۱۲۰	شکل ۳۴-۵ نمودار $Vt/\Omega.r$ بر حسب $z/s$ در $C_w=6100$ , $Re_0 = 1.25e+6$ ( $x=0.7$ ) برای دو اندازه شبکه بندی
۱۲۰	شکل ۳۵-۵ نمودار $Vt/\Omega.r$ بر حسب $z/s$ در $C_w=6100$ , $Re_0 = 1.25e+6$ ( $x=0.7$ ) برای دو اندازه شبکه بندی
۱۲۳	شکل ۳۶-۵ نمودار نشانگر خودتشابهی حل $Nu$ بدست آمده در شکل ۲۳-۵ بر حسب $r/b$ در قسمت اول
۱۲۴	شکل ۳۷-۵ نمودار نشانگر خودتشابهی حل $Nu$ بدست آمده در شکل ۲۳-۵ بر حسب $r/b$ در قسمت دوم
۱۲۵	شکل ۳۸-۵ نمودار نشانگر خودتشابهی حل $Nu$ بدست آمده در شکل ۲۳-۵ بر حسب $r/b$ در قسمت سوم
۱۲۶	شکل ۳۹-۵ نمودار نشانگر خودتشابهی حل $Nu$ بدست آمده در شکل ۲۳-۵ بر حسب $r/b$ در قسمت چهارم

صفحه	عنوان جدول
	<b>فصل سوم</b>
۳۶	جدول ۱-۳ ضرایب موجود در معادلات انتقال
۳۷	جدول ۲-۳ عبارات موجود در مدل‌های آشفته k-ε
۴۱	جدول ۳-۳ مقایر C و D در معادله جداسازی شده
	<b>فصل چهارم</b>
۶۱	جدول ۱-۴ شرایط مرزی اعمال شده بر سیستم روتور- استاتور بسته
۸۷	جدول ۲-۴ ضرایب A و B در معادله منطبق شده بر قسمت اول نمودارهای شکل ۴-۵
۸۸	جدول ۳-۴ ضرایب A ، B ، C در معادله منطبق شده بر قسمت دوم نمودارهای شکل ۴-۵
	<b>فصل پنجم</b>
۹۵	جدول ۱-۵ شرایط مرزی اعمال شده بر سیستم روتور- استاتور باز
۱۲۲	جدول ۲-۵ ضرایب A ، B و C در معادله منطبق شده بر قسمت اول نمودارهای شکل ۵-۲۳
۱۲۳	جدول ۳-۵ ضرایب A ، B ، C و D در معادله منطبق شده بر قسمت دوم نمودارهای شکل ۵-۲۳
۱۲۵	جدول ۴-۵ ضرایب A ، B ، C و D در معادله منطبق شده بر قسمت سوم نمودارهای شکل ۵-۲۳
۱۲۶	جدول ۵-۵ ضرایب A ، B ، C و D در معادله منطبق شده بر قسمت چهارم نمودارهای شکل ۵-۲۳

علامت	
$a$	شعاع داخلی دیسک
$a_{P,N,S,E,W,U,D}$	ضرایب معادلات جبری
$A_{n,s,e,w,u,d}$	سطوح مقطع عبوری از حجم کنترل
$A^+, A_\mu, A_t$	ضرایب تابع میراکننده در نزدیکی دیواره
$b$	شعاع خارجی دیسک
$C$	ضریب جابجایی
$C_{\mu,c1,c2}$	ثابت‌های مربوط به مدل آشفته $k-\epsilon$
$C_M$	ضریب مومنتوم روتور ( $=M/0.5\rho\Omega^2 b^4$ )
$C_D$	ضریب تخلیه
$c_p, c_v$	گرمای مخصوص در فشار و حجم ثابت
$C_w$	نرخ جریان جرمی بدون بعد ( $= \dot{m}/\omega b$ )
$D$	ترم چشمه در معادله $k$
$E$	ترم چشمه در معادله $\epsilon$
$F$	ترم چشمه در معادله $\epsilon$
$f_\mu$	تابع میراکننده در نزدیکی دیواره
$G$	نسبت فاصله هوایی ( $s/b$ )
$H, h$	آنتالپی کل ( $= c_p T + \frac{1}{2}(V_r^2 + V_\theta^2 + V_z^2) + k_p' / \rho$ )
$h$	ضریب انتقال حرارت جابجایی
$k$	انرژی جنبشی آشفته
$k$	هدایت حرارتی
$k'$	$\theta$ (گاز کامل)، $l$ (سیال غیر قابل تراکم) در عبارت مربوط به $H$
$M$	ممان بر روی یک طرف دیسک
$\dot{m}$	نرخ جریان جرمی
$Nu$	عدد ناسلت محلی
$Nu_{av}$	عدد ناسلت متوسط
$P$	نرخ تولید انرژی جنبشی آشفته
$Pr$	عدد پرانتل ( $u, c_p, k$ )
$Pr_t$	عدد پرانتل آشفته
$P$	فشار استاتیک
$P_0$	فشار کل
$\dot{Q}$	نرخ انتقال حرارت

علامت	
$q$	شار حرارتی
$R$	ضریب بهبود ( $= Pr^{1/3}$ )
$Re_\phi$	عدد رینولدز چرخشی ( $= \frac{\rho \Omega b^2}{\alpha}$ )
$r, \phi, z$	مختصات شعاعی، مماسی و محوری
$S$	ترمه‌های چشمه
$S_{II}$	جزء خطی ترمه‌های چشمه
$S_p$	جزء غیرخطی ترمه‌های چشمه
$s$	فاصله بین دو دیسک
$T$	دما
$U$	سرعت مجموع
$U_\tau$	سرعت اصطکاکی ( $= \sqrt{\tau_{II} / \rho}$ )
$V_r, V_\phi, V_z$	اجزاء سرعت متوسط زمانی شعاعی، مماسی و محوری
$x$	مختصه شعاعی بدون بعد ( $r/b$ )
$y$	فاصله عمود بر دیوار
$y^+$	فاصله بدون بعد ( $= \rho y U_\tau / \alpha$ )
$\theta$	تائیر
$\phi$	متغیر وابسته عمومی در معادله انتقال
$\Omega$	سرعت زاویه‌ای دیسک
$\alpha$	پارامتر میان‌یابی
$\beta$	نسبت چرخش ( $= \frac{V_\phi}{\Omega r}$ )
$\gamma$	نرخ حرارت‌های مخصوص ( $c_v, c_p$ )
$\delta$	ضخامت لایه مرزی
$\varepsilon$	نرخ پخش انرژی آشفته
$\lambda_T$	پارامتر جریان آشفته ( $= C_{II} / Re_\phi^{0.8}$ )
$\mu, \mu_0, \mu_e$	لزجت‌های دینامیکی، آشفته و موثر
$\nu$	لزجت سینماتیکی
$\rho$	چگالی
$\sigma_\varepsilon$	عدد پراوتل آشفته برای $\varepsilon$
$\sigma_\kappa$	عدد پراوتل آشفته برای $\kappa$
$\tau$	تنش برشی

## زیرنویس‌ها

مقدار در نقطه سکون	*
مقدار مجموع در دستگاه مرجع ثابت	$\theta$
مقدار متوسط	$\bar{a}$
مقادیر در سمت شرقی، غربی، شمالی، جنوبی، بالا و پایین سطوح کنترل	$e, w, n, s, u, d$
مقدار موثر	$eff$
سطح دیسک	$s$
مقدار مجموع در دستگاه مرجع دوار	$t$
مقدار در بیرون لایه مرزی	$x$

# فصل اول

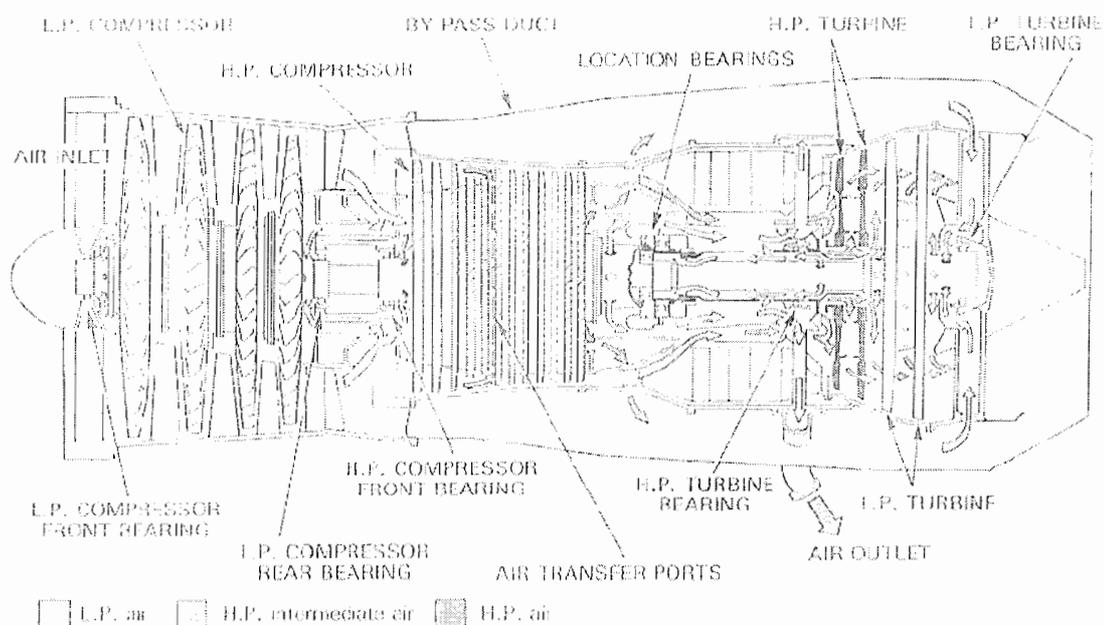
## مقدمه

استفاده از دینامیک سیالات محاسباتی برای پیش بینی جریان های داخلی و خارجی در دو دهه گذشته پیشرفت چشمگیری داشته است. در دهه ۱۹۸۰ حل مسائل جریان سیال توسط دینامیک سیالات عددی موضوع حوزه تحقیقات بسیاری از محققین فوق دکتری ، دانشجویان دکتری و یا متخصصین شبیه سازی که چندین سال به طور اصولی دوره دیده بودند ، در آمده بود.

قابلیت وسیع موقعیت های کاری، مهندسی توأم با الگوریتم های حل مؤثر و پیشرفته شدن امکانات پیش پردازنده و پس پردازنده امکان استفاده از برنامه های تحلیل عددی جریان تجاری را برای فارغ التحصیلان مهندسی به منظور تحقیق ، توسعه و طراحی در صنعت فراهم کرده است. برنامه هایی که در حال حاضر در بازار موجود است ، ممکن است بسیار قوی باشند اما عملکرد آنها هنوز نیازمند یک مهارت و درک بسیار بالا از سوی کاربر می باشد تا نتایج قابل قبولی در حالت های پیچیده بدست آید. پیش تر دوره آموزشی طولانی شامل یک کارآموزی بیشتر از چهارسال و به طور نامحدود به صورت مطالعات دکتری و فوق دکتری برای کاربرهای دهه ۸۰ برگزار می شد، به طوری که در تمام مدت تجارب لازم را خودشان کسب می کردند و از محدودیتهای مربوط به دینامیک سیالات محاسباتی کاملاً آگاه می شدند.

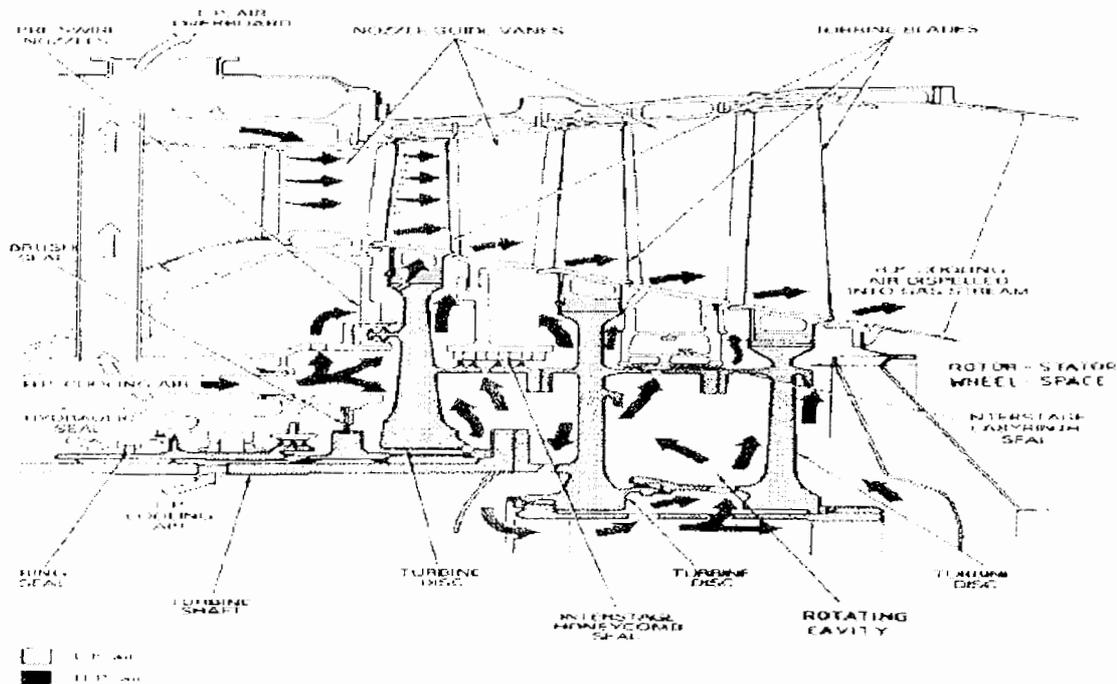
حرارتی استفاده می شوند و بخصوص بخاطر زمان راه اندازی سریع، بعنوان منبع ذخیره در زمان اوج مصرف میتواند مورد استفاده قرار گیرند [۱].

شکل ۱-۱ جریان هوای خنک کننده را در درون یک توربین گازی را نمایش می دهد و شکل ۲-۱ به صورت جزئی تر فرایند خنک سازی را نشان می دهد. هوای خروجی از کمپرسور بعنوان منبع خنک کاری مورد استفاده قرار می گیرد. چنان که در شکل ۲-۱ مشخص است هندسه جریان در درون یک توربین گازی بسیار پیچیده است. معمولاً برای مدلسازی چنین هندسه پیچیده ای از ترکیبی از سیستمهای صفحه چرخان- ثابت<sup>۱</sup> در کنار یکدیگر استفاده می شود [۱].



شکل ۱-۱ نمای گردش جریان هوای داخلی به کار رفته در یک توربین گاز [۱].

<sup>۱</sup>Plane Rotating-Disc Systems



شکل ۱-۲ جریان هوای سرد کننده در درون یک توربین گازی [۱].

شکل ۱-۳ الف تا ۱-۳ د شمایی از سیستم‌های صفحه-دیسک چرخان را نشان می‌دهد. دیسک آزاد<sup>۱</sup> که در شکل ۱-۳ الف نمایش داده شده است، نقطه شروعی برای مطالعات همه سیستم‌های دیسک چرخان می‌باشد. جریان در اطراف دیسک مسطح که حول محور عمود بر صفحه خود با سرعت زاویه ای  $\Omega$  می‌چرخد و در سیال ساکن و نامحدود قرار دارد مورد بررسی قرار گرفته است. با توجه به چرخش دیسک، لایه نزدیک به دیسک با توجه به اصطکاک بین دیسک و سیال به طرف بیرون کشیده شده و جریان محوری به طرف دیسک می‌باشد. شکل ۱-۳ ب سیستم روتور-استاتور<sup>۲</sup> می‌باشد. این سیستم‌ها دارای دو دیسک می‌باشد. دیسک اول که روتور نام دارد، با سرعت زاویه ای  $\Omega$  می‌چرخد و دیسک

<sup>۱</sup>Free Disc

<sup>۲</sup>Rotor-Stator System

بعدی که ثابت است استاتور نامیده می شود. یک فاصله محوری به اندازه  $S$  بین دو دیسک وجود دارد و عدد رینولدز بر حسب فاصله بین دو دیسک  $Re_s$ ، به صورت زیر تعریف می شود:

$$Re_s = \Omega s^2 / \nu = G^2 Re_\phi$$

که  $G = s/b$  نسبت شکاف<sup>۱</sup> می باشد.

این سیستم می تواند بعنوان یک مدل سازی ساده برای جریان هوا و انتقال حرارت در درون بخشی از سیستم خنک کاری یک توربین گازی مورد استفاده قرار گیرد. چنان که در شکل مشخص است جریان هوا بصورت محوری وارد شده و پس از برخورد به روتور در فضای بین روتور و استاتور چرخانده می شود و سپس بصورت شعاعی خارج می شود. اشکال ۱-۳-ج و ۱-۳-د نیز به ترتیب سیستمهای شکاف-چرخان<sup>۲</sup> و دیسکهای ناهم جهت چرخان<sup>۳</sup> را به نمایش در آورده است. این سیستمها همچنین می توانند بر اساس چگونگی ورود و خروج جریان هوای خنک کن به آنها مانند ورودی جریان شعاعی، خروجی جریان شعاعی و نیز ورودی یا خروجی جریان محوری دسته بندی گردند [۱].

چنانکه می دانیم با افزایش دمای هوای خروجی از کمپرسور، بازده حرارتی افزایش می یابد ولی باعث افزایش دمای خنک کاری می شود. برای بهبود کارایی خنک کاری، هوای خروجی از کمپرسور در محفظه هایی در جهت چرخش دیسک چرخان، چرخانده می شود این کار باعث کاهش دمای استاتیکی هوای خنک کاری نسبت به دیسک چرخان می شود. این گونه محفظه ها به سیستمهای پیش-چرخش<sup>۴</sup> معروفند. دو نوع از سیستمهای پیش چرخان به طور گسترده در توربین های

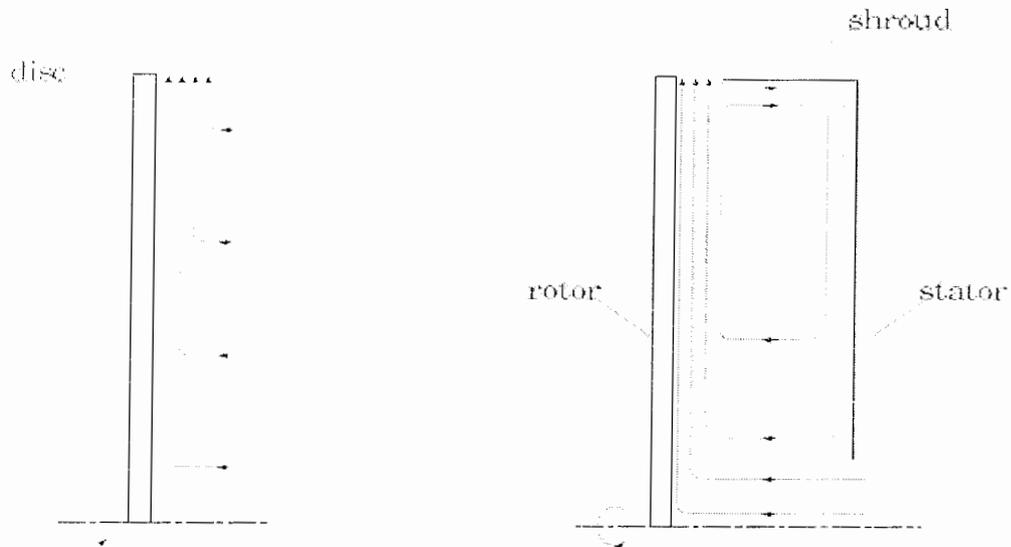
<sup>۱</sup> Gap Ratio

<sup>۲</sup> Rotating Cavity

<sup>۳</sup> Contra-Rotating Discs

<sup>۴</sup> Pre-Swirl Systems

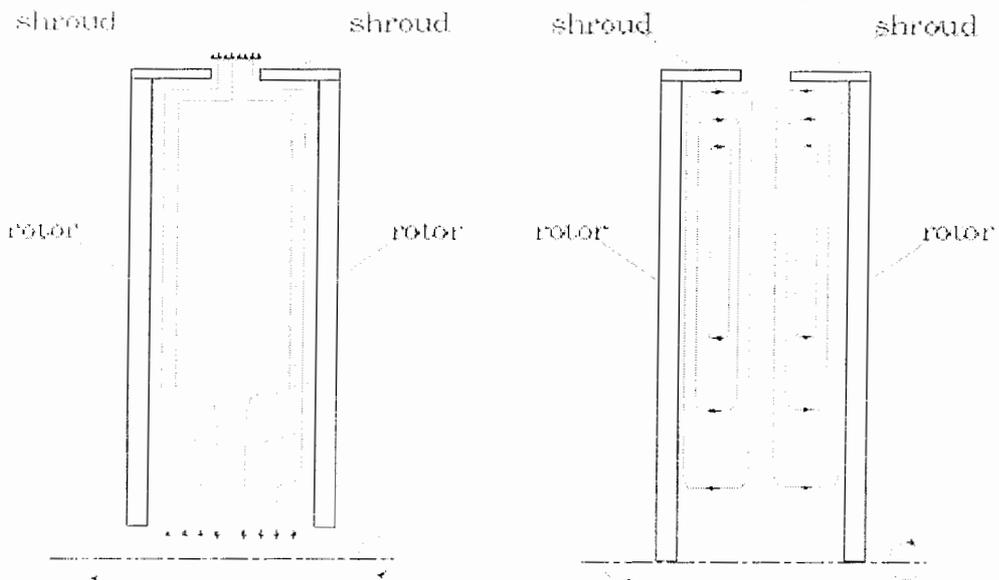
گازی به کار می رود ، سیستم با صفحه پوشاننده<sup>۱</sup> و سیستم انتقال مستقیم<sup>۲</sup> که در شکل ۴-۱ نشان داده شده اند [۲].



شکل ۳-۱-الف دیسک آزاد

شکل ۳-۱-ب روتور-استاتور با

خروجی جریان شعاعی



شکل ۳-۱-ج شکاف چرخان یا

خروجی جریان شعاعی

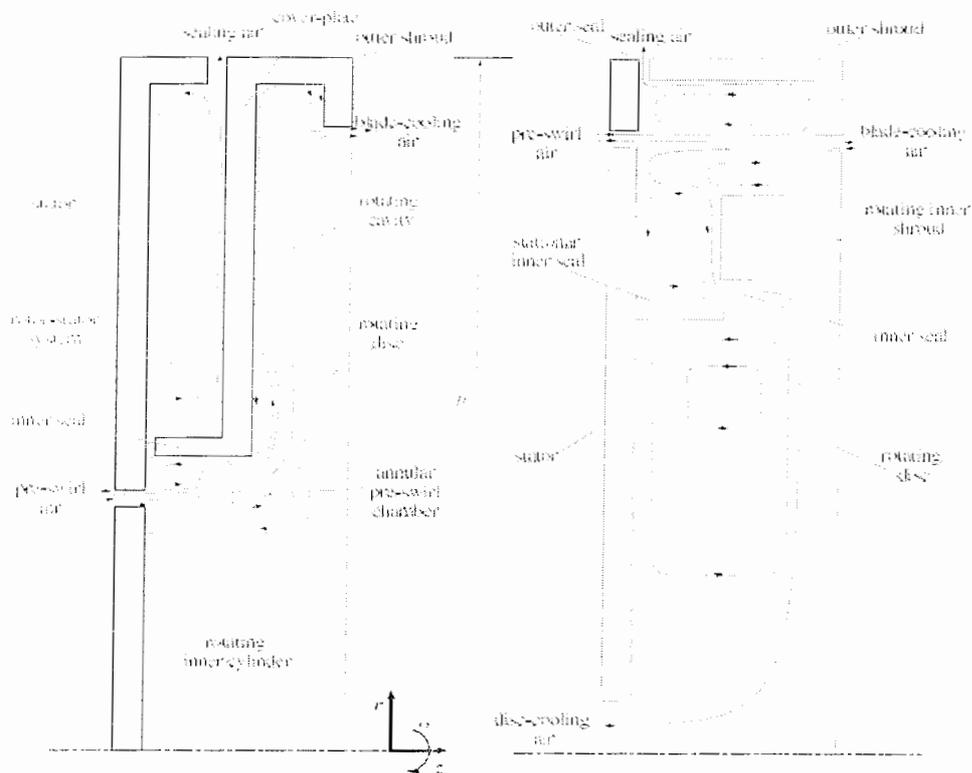
شکل ۳-۱-د دیسکهای ناهم جهت چرخان

بدون برهم نهی جریان

شکل ۳-۱ شمایی از سیستم‌های صفحه-دیسک چرخان [۱].

<sup>۱</sup> Cover-Plate System

<sup>۲</sup> Direct-Transfer system



شکل ۴-۱ الف سیستم با صفحه پوشاننده

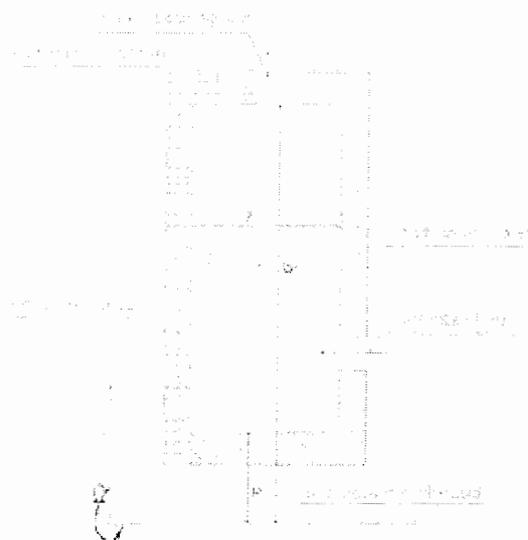
شکل ۴-۱ ب سیستم انتقال مستقیم

شکل ۴-۱ شمایی از سیستم‌های پیش-چرخش [۱].

هدف از این پایان نامه مدل‌سازی عددی جریان سیال و نحوه انتقال حرارت بین روتور و استاتور در یک سیستم پیش-چرخش با انتقال مستقیم می‌باشد که در شکل ۱-۵ نشان داده شده است. این شکل مدل ساده ای برای حرکت جریان و انتقال حرارت بین دیسک ثابت و دیسک گردان توربین هست که توسط هوا خنک می‌شود.

روتور که با سرعت بسیار بالایی می‌چرخد در فاصله کمی از استاتور قرار گرفته است. روتور آدیاباتیک فرض می‌شود و بعنوان مکانیزم سردکننده عمل می‌کند. هوا از طریق مسیری از مرکز استاتور وارد سیستم می‌شود و به صورت شعاعی حرکت کرده و از فاصله بین دیسک ثابت و گردان به بیرون هدایت می‌شود. در

موتورها از این هوای سرد برای خنک کردن دیسک‌هایی که توسط پره های توربین گرم شده اند استفاده می‌شود. در چنین سیستم‌هایی معمولاً از نازل‌هایی که بر روی استاتور و در موقعیتهایی مناسب قرار گرفته اند برای سرد کردن پره های توربین نیز استفاده می‌شود. که در شکل فوق نشان داده نشده است و ما نیز در اینجا پایان نامه از اثرات این نازلها صرف‌نظر کرده ایم.



شکل ۱-۵ شماتیکی از مدل ساده استفاده شده در حل عددی [۲].

مروری بر مطالعات و کارهای انجام شده قبلی در فصل دوم گنجانده شده است. در فصل سوم در مورد روش عددی و برنامه استفاده شده جهت حل مدل مورد نظر توضیح داده شده است. جریان و انتقال حرارت در سیستم روتور-استاتور باز و سیستم روتور-استاتور بسته به ترتیب در فصول چهارم و پنجم مورد بررسی قرار گرفته‌اند و در پایان در فصل ششم نتیجه‌های کلی به دست آمده ارائه شده و پیشنهادهایی نیز برای کارهای آینده آورده شده است.

فصل دوم

**مروری بر مطالعات  
و کارهای انجام شده**

در این فصل مطالعات و کارهای انجام شده قبلی در زمینه جریان و انتقال حرارت در سیستمهای دیسک چرخان<sup>۱</sup> (که در شکل ۱-۳ نمایش داده شده‌اند) مرور می‌شوند. بیشترین تمرکز بر روی سیستمهای روتور-استاتور که موضوع اصلی این تحقیق است معطوف می‌گردد. تحقیقات قبلی در مورد سیستمهای دیسک چرخان بوسیله/ون<sup>۲</sup> و راجرز<sup>۳</sup> (۱۹۹۵-۱۹۸۹) انجام شده است [۱].

## ۲-۱ دیسک آزاد

دیسک آزاد نقطه شروعی برای مطالعات همه سیستم‌های دیسک چرخان می‌باشد و قبل از رسیدگی به سیستم‌های پیچیده تر مورد بررسی قرار گرفته است. جریان در اطراف دیسک مسطح که حول محور عمود بر صفحه خود با سرعت زاویه ای  $\Omega$  می‌چرخد و در سیال ساکن و نامحدود قرار دارد بررسی گردید. با

<sup>۱</sup> Rotating-Disk Systems

<sup>۲</sup> Owen

<sup>۳</sup> Rogers

توجه به چرخش دیسک ، لایه نزدیک به دیسک با توجه به اصطکاک بین دیسک و سیال به طرف بیرون کشیده شده و جریان محوری به طرف دیسک می‌باشد.

فون کارمن<sup>۱</sup> [۳] معادلات ناویر/استوکس<sup>۲</sup> را برای جریان آرام<sup>۳</sup> با به کارگیری حل‌های تشابهی به

معادلات دیفرانسیل معمولی تبدیل کرد [۱]. کوچران<sup>۴</sup> [۴] با حل کردن معادلات به نتیجه زیر رسید:

اگر ضخامت لایه مرزی<sup>۵</sup> ،  $\delta$  ، به صورت مقادیری از  $z$  وقتی که  $V\varphi=0.01\Omega r$  تعریف شود آنگاه:

$$\delta=5.5(\mu/\rho\Omega)^{0.5} \quad (1-2)$$

دبی جریان محوری به طرف دیسک برابر دبی جریان پمپ شده شعاعی به طرف خارج با اثرات گریز از

مرکز می‌باشد و به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$(2-2)$$

$$(m/\pi r) = 2.779(x^2 Re_\varphi)^{0.5}$$

و ضریب ممنتوم<sup>۶</sup> اصطکاکی ،  $C_m$  ، به صورت زیر است:

$$C_m=1.935(Re \varphi)^{0.5} \quad (3-2)$$

معادلات بالا فقط برای جریان آرام درست می‌باشند.

فون کارمن [۳] به جریان آشفته<sup>۷</sup> در اطراف دیسک آزاد رسیدگی کرد و با به کارگیری متغیرهای

تشابهی و قانون توان ۱/۷ معادلات ممنتوم را حل کرد و معادلات زیر را به دست آورد:

$$(\delta/r)=0.5261(x^2 Re\varphi)^{-0.2} \quad (4-2)$$

<sup>1</sup> Von Karman

<sup>2</sup> Navier-Stokes Equations

<sup>3</sup> Laminar Flow

<sup>4</sup> Cochran

<sup>5</sup> Boundary Layer

<sup>6</sup> Momentum

<sup>7</sup> Turbulent Flow

$$(m/\omega) = 0.2186(x^2 \text{Re}_\varphi)^{0.8} \quad (5-2)$$

$$C_m = 0.7288(\text{Re}_\varphi)^{0.2} \quad (6-2)$$

از معادلات ۲-۲ تا ۲-۵ پارامترهای جریان آرام و آشفته<sup>۱</sup> برای یک دیسک محدود با شعاع خارجی b

به شکل زیر به دست می آیند:

$$\lambda_L = \frac{C_w}{\text{Re}_\varphi^{0.5}} = 2.779 \quad (7-2)$$

$$\lambda_T = \frac{C_w}{\text{Re}_\varphi^{0.8}} = 0.2186 \quad (8-2)$$

مهمترین پارامتر برای تعیین جریان آشفته یا آرام عدد رینولدز چرخشی محلی<sup>۲</sup>  $(x^2 \text{Re}_\varphi)$  می باشد. مطالعات تجربی تئودورسن<sup>۳</sup> و رجیر<sup>۴</sup> [۵] نشان داد که عدد رینولدز انتقالی از جریان آرام به آشفته برای یک دیسک کاملاً صاف حدود  $3.1 \times 10^5$   $(x^2 \text{Re}_\varphi)$  و برای دیسک ناصاف به  $2.2 \times 10^5$  کاهش می یابد.

تحقیقات اون و راجرز [۶] نشان داد که اگر سرعت مماسی  $V_{\varphi\infty}$  بیرون لایه مرزی بزرگتر از  $\Omega r$  باشد جهت جریان در لایه مرزی، به صورت شعاعی رو به داخل خواهد بود و اگر  $\Omega r < V_{\varphi\infty}$  به صورت شعاعی رو به خارج خواهد بود و در حالتیکه  $V_{\varphi\infty} = \Omega r$  جریانی وجود نخواهد داشت.

انتقال حرارت با توجه به چرخش دیسک یا سیال یا هر دوی آن به توزیع درجه حرارت بر روی دیسک، درجه حرارت سیال احاطه کننده و خواص سیال بستگی دارد. برای یک حالت ساده هنگامی که

<sup>۱</sup> Laminar and Turbulent Flow Parameters

<sup>۲</sup> Local Rotational Reynolds Number

<sup>۳</sup> Theodorsen

<sup>۴</sup> Regier

دمای سیال ثابت باشد و دیسک چرخان نیز حرارت یکنواختی داشته باشد، تقریب لایه مرزی معادلات زیر را بدست می دهد:

برای جریان آرام:

$$Nu=0.3259(x^2Re\varphi)^{0.5} \quad (9-2)$$

برای جریان آشفته:

$$Nu=0.0194(x^2Re\varphi)^{0.8} \quad (10-2)$$

اون و راجرز [۷] برای محاسبه میزان انتقال حرارت در جریان آرام و آشفته در حالت‌های خاص و در اعداد پرانتل مختلف از شباهت سازی رینولدز میان جزء مماسی تنش برشی و شار حرارتی استفاده کردند.

## ۲-۲ سیستم روتور-استاتور

شکل ۱-۳-ب نمای شماتیک از یک سیستم روتور-استاتور را نشان می دهد. این سیستم ها دارای دو دیسک می باشد. دیسک اول که روتور نام دارد، با سرعت زاویه ای  $\Omega$  می چرخد و دیسک بعدی که ثابت است استاتور نامیده می شود. یک فاصله محوری به اندازه  $s$  بین دو دیسک وجود دارد.

بیشتر کارهای انجام شده در این زمینه به مدلسازی جریان سیال مربوط می شود (مقاله های اون و راجرز در سال ۱۹۸۹ و چن و همکاران در سال ۱۹۹۳) و کمتر بر روی مدل انتقال حرارتی کار انجام شده است [۱].

فرزانه<sup>۱</sup> [۸] جریان هوا خنک کاری را در درون یک محفظه پیش-چرخش برای ورودی و خروجی جریان محوری با استفاده از حل عددی برای جریان متقارن مورد بررسی قرار داد. انتقال حرارت در همین سیستم در مرجع [۹] مورد تجزیه و تحلیل قرار گرفت و اثر پارامترهای مهم بر روی جریان و انتقال حرارت مورد بررسی قرار گرفت.

دیلی<sup>۲</sup> و نس<sup>۳</sup> [۱۰] مشخصات گذرای سیال را در سیستم بسته روتور و استاتور مطالعه کردند و مقدار عدد رینولدزی که در آن اغتشاش<sup>۴</sup> رخ می‌دهد را در حدود  $Re = 1.5 \times 10^2$  بدست آوردند که این مقدار کمتر از مقدار بدست آمده برای دیسک خالی  $Re = 2.8 \times 10^2$  می‌باشد. آنها همچنین در سیستم روتور استاتور بسته به صورت تجربی چهار ناحیه<sup>۵</sup> جریان را شناسایی کردند که برای آن  $C_m^*$  به صورت زیر است:

$$Cm^* = \pi(G^{-1} \cdot Re_{\phi}^{-1}) \quad (\text{ناحیه I}) \quad (11-2)$$

$$Cm^* = 1.85(G^{0.1} \cdot Re_{\phi}^{-0.5}) \quad (\text{ناحیه II}) \quad (12-2)$$

$$Cm^* = 0.0040(G^{-0.17} \cdot Re_{\phi}^{-0.25}) \quad (\text{ناحیه III}) \quad (13-2)$$

$$Cm^* = 0.0510(G^{0.1} \cdot Re_{\phi}^{-0.2}) \quad (\text{ناحیه IV}) \quad (14-2)$$

محدودیت های چهار ناحیه جریان در شکل ۱-۲ نشان داده شده است:

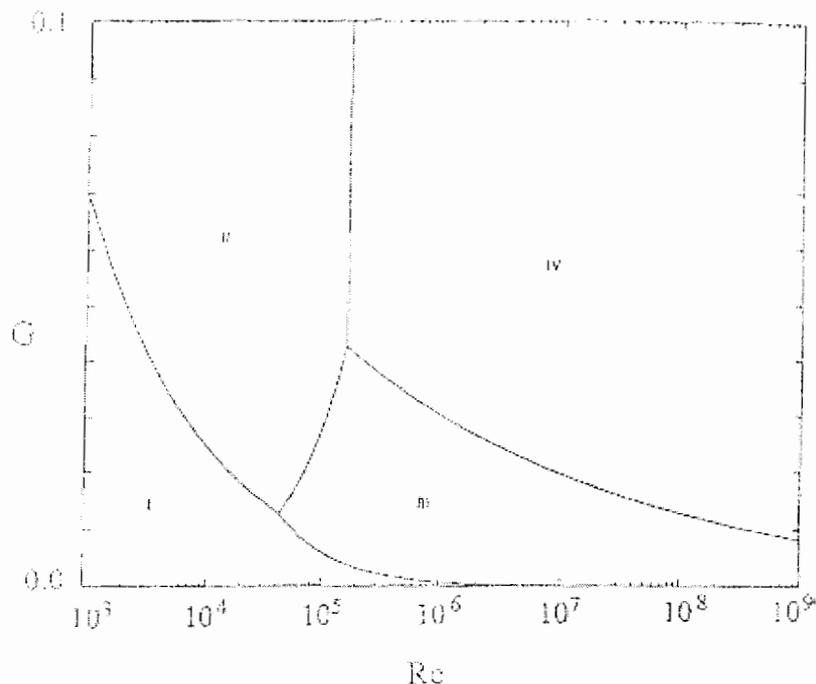
<sup>1</sup> Farzaneh

<sup>2</sup> Daily

<sup>3</sup> Nece

<sup>4</sup> Turbulance

<sup>5</sup> Regime



شکل ۲-۱ نواحی جریان برای سیستمهای روتور-استاتور بسته [۷].

نوع کوئت<sup>۱</sup> جریان آرام در شکاف برای ناحیه I اتفاق می افتد ، نوع بچلور (لایه مرزی جدا از هم) جریان آرام برای ناحیه II اتفاق می افتد. جریان آشفته در نواحی III و IV اتفاق می افتد که به ترتیب با نوع جریان کوئت و بچلور مطابقت دارند.

کوپر<sup>۲</sup> و رشوتکو<sup>۳</sup> [۱۱] دریافتند که انتقال از جریان آرام به آشفته بین دیسک و دیوار در محدوده  $Re = 160k \sim 250k$  رخ می دهد.

برای اولین بار واگنر<sup>۴</sup> [۱۲] توانست رابطه ای برای بیان میزان انتقال حرارت از دیسک گرم دوار ارائه

دهد.

<sup>۱</sup> Couette  
<sup>۲</sup> Cooper  
<sup>۳</sup> Reshotko  
<sup>۴</sup> Wagner

کریث<sup>۱</sup> و همکاران [۱۳] توانستند نتایجی در رابطه با میزان انتقال حرارت بین دیسک ثابت و دوار برای محدوده‌ای از فاصله بین دیسکها ارائه دهند. آنها نتیجه گرفتند که وجود دیسک ثابت در مقابل دیسک دوار میزان انتقال حرارت را کاهش می‌دهد.

شبهه سازی های عددی انجام شده توسط پراکاش<sup>۲</sup> و پاول<sup>۳</sup> [۱۴] نیز نشان می‌دهد که برای جریان آرام بین دیسک دوار و ثابت جریانهایی بصورت سیرکولاسیون در ناحیه بین دیسکها مخصوصاً در ناحیه ای که جریان هوا وارد و خارج می‌شود بوجود می‌آید که در میزان انتقال حرارت تاثیرگذار هست.

بچلور<sup>۴</sup> [۱۵] فرض کرد که یک لایه مرزی بر روی هر یک از دیسک ها وجود دارد و هسته چرخان نیز بین آن دو لایه واقع شده است که مقدار چرخش بین 0 تا  $\Omega$  می باشد. جریان بر روی روتور مشابه دیسک چرخان در سیال ساکن می باشد که دارای جریان خروجی شعاعی سیال می باشد. جریان در استاتور مشابه سیال چرخان نزدیک به دیسک ثابت می‌باشد که دارای جریان ورودی شعاعی سیال و ریزش جریان از لایه مرزی به هسته می باشد.

استروارتسون<sup>۵</sup> [۱۶] مدل دیگری را بررسی کرد. او پیشنهاد کرد که یک لایه مرزی بر روی روتور وجود دارد (مشابه جریان فون کارمن بر روی دیسک آزاد) که مؤلفه مماسی سرعت از 0 تا  $\Omega r$  بر روی دیسک در فاصله دور از آن کاهش می یابد. در این مدل لایه مرزی ای بر روی استاتور وجود ندارد.

<sup>1</sup> Kreith

<sup>2</sup> Prakash

<sup>3</sup> Powle

<sup>4</sup> Batchelor

<sup>5</sup> Stewartson

گروه<sup>۱</sup> [۱۷] معادلات فون کارمن را برای اعداد رینولدز تا  $Re_s = 100$  حل کرد و متوجه شد که هنگامی که  $Re_s = 10$  هیچ هسته چرخانی ظاهر نمی شود ولی وقتی که  $Re_s = 100$  شواهدی برای جدایی لایه های مرزی و هسته چرخان وجود دارد.

پیچا<sup>۲</sup> و اکرت<sup>۳</sup> [۱۸] که اندازه گیری های سرعت را انجام می دادند ، دریافتند زمانی که دیسک ها به صورت باز در جو قرار می گیرند هسته چرخان قابل توجهی اتفاق نمی افتد ولی زمانی که دیسک ها توسط قسمت های ساکن (یا پوسته<sup>۴</sup>) احاطه شوند ، هسته چرخان وجود دارد.

بسیاری از محققین کارهای تجربی و تئوری زیادی بر روی مسائل روتور- استاتور انجام داده اند. بعضی از آنها مانند لانس و راجرز [۱۹] به نوع جریان بچلور همراه با هسته چرخان سیال دست یافتند و بعضی دیگر مانند پیرسون<sup>۵</sup> [۲۰] به نوع جریان استروارتسون بدون هسته چرخان دست یافتند. اکنون این مساله روشن است که هر دو ساختار جریان می تواند وجود داشته باشد و شرایط لبه های دیسک های محدود می تواند در نوع جریانی که اتفاق می افتد تاثیرگذار باشد. برای سیستم روتور-استاتور پوشیده شده نوع جریان بچلور اتفاق می افتد البته مقادیر  $Re_s$  باید به اندازه کافی زیاد باشد تا جدایی لایه های مرزی را تضمین کند.

دیلی و همکاران [۲۱] به حالتی با نسبت شکاف  $0.069$  ،  $0.124$  ،  $G=0.0276$  برای

$10^7 \leq Re_\phi \leq 2 \times 10^6$  و یک جریان شعاعی خروجی منطبق بر آن با  $0 \leq \lambda_T \leq 0.06$  پرداختند و مقادیر اندازه

گیری شده  $C_M$  را به شکل زیر به دست آوردند:

<sup>۱</sup> Grohne

<sup>۲</sup> Picha

<sup>۳</sup> Eckert

<sup>۴</sup> Shroud

<sup>۵</sup> Pearson

$$C_M = C_m^* (1 + 13.9\beta^* \lambda_T G^{-0.125}) \quad (۱۴-۲)$$

که  $C_m^*$ ،  $\beta^* = V_\varphi / r\Omega$  به ترتیب ضریب ممنتوم و نسبت چرخش هسته برای سیستم روتور استاتور بسته ( $\lambda_T=0$ ) مشابه می باشد.

دانیلز<sup>۱</sup> (۱۹۹۱) مقادیر  $C_M$  را برای  $G=0.328$ ،  $1.6 \times 10^7 \leq Re_\varphi \leq 2 \times 10^6$ ،  $\lambda_T \leq 0.14$

$\leq 0.14$  - (که برای جریان شعاعی ورودی مثبت و برای جریان شعاعی خروجی منفی می باشد) به دست آورد و گزارش داد که در یک سیستم روتور استاتور،  $C_M$  به جهت جریان بستگی دارد همان طور که به  $Re_\varphi$  و  $C_\omega$  بستگی دارد [۱].

بسیاری از مطالعات تجربی و عددی انجام شده اند تا مشخصات جریان آشفته و انتقال حرارت در سیستم های روتور- استاتور به دست آید.

میلوارد<sup>۲</sup> و رابینسون<sup>۳</sup> [۲۲] تحقیقاتی در زمینه مدل انتقال حرارتی دیسکهای دوار مورد استفاده در موتورها انجام داده و اندازه گیری های انتقال حرارتی برای دیسک چرخان خنک شونده با هوا برای عدد رینولدز چرخشی حداکثر  $Re_\varphi = 1.7 \times 10^7$  بعمل آوردند.

دیبلیوس<sup>۴</sup> و هینن<sup>۵</sup> [۲۳] اندازه گیری هایی را در اسبابی<sup>۶</sup> با روتور هم دما و استاتور خنک برای  $Re_\varphi$  تا  $2 \times 10^6$  انجام دادند.

چن<sup>۷</sup> و همکاران [۲۴] مطالعات تجربی و عددی انتقال حرارت از دیسک چرخان الکتریکی گرم شده

نزدیک به استاتور گرم نشده برای جریان بدون بعد تا  $C_\omega = 9680$  و عدد رینولدز چرخشی تا  $Re_\varphi = 1.2 \times 10^6$

<sup>۱</sup> Daniels

<sup>۲</sup> Millward

<sup>۳</sup> Robinson

<sup>۴</sup> Diblelius

<sup>۵</sup> Heinen

<sup>۶</sup> Rig

<sup>۷</sup> Chen

انجام داد. عدد نوسلت موضعی توسط شارسنج اندازه گیری شد و محاسبات با استفاده از یک حل کننده بیضوی با مدل توبولانس رینولدز پایین k-ε بدست آمد.

اون و ویلسون<sup>۱</sup> [۲۵] کاری را انجام دادند که نشان می داد جریان و انتقال حرارت در سیستم هایی با خروجی شعاعی می تواند با دقت قابل قبولی توسط مدل های توربولانس k-ε محاسبه شود.

یاب<sup>۲</sup> و همکاران (۱۹۸۷) پیشنهاد کردند که عبارت تصحیح آزمایشی به ترم چشمه<sup>۳</sup> معادلات ε در مدل k-ε رینولدز پایین لاندنر- شرما<sup>۴</sup> اضافه شود. این عبارت ترازهای غیر واقعی نزدیک دیواره را که در ناحیه جدایی جریان توسط مدل لاندنر- شرما به جا مانده بود کاهش داد [۱].

کرافت<sup>۵</sup> و همکاران (۱۹۹۲) نشان دادند که جهش بزرگ غیرحقیقی در پیش بینی عدد نوسلت در جریان های برخوردی با استفاده از مدل لاندنر- شرما می تواند با استفاده از ضریب یاب اصلاح شود [۱].

یاکویدس<sup>۶</sup> و تومپاناکیس<sup>۷</sup> [۲۶] از ضریب تصحیح یاب برای جریان در سیستم روتور- استاتور اکسیسیمتریک استفاده کردند. آن ها پیش بینی بهتری از میدان سرعت نزدیک پوشش خارجی بدست آوردند و در نتیجه پیش بینی بهتر و درست تری از جریان نزدیک پوشش خارجی بدست آمد.

ضریب تصحیح یاب ،  $Y_c$  ، که به ترم چشمه معادلات ε برای مدل لاندنر- شرما اضافه شده است به

صورت زیر نوشته می شود:

$$Y_c = \max[0.83(l_0/l - 1)(l_0/l)2\varepsilon^2/k.0] \quad (15-2)$$

<sup>1</sup> Wilson

<sup>2</sup> Yap

<sup>3</sup> Source

<sup>4</sup> Launder-Sharma

<sup>5</sup> Craft

<sup>6</sup> Iacovides

<sup>7</sup> Toumpanakis

که

$$l_0 = k^{1.5} / \varepsilon \quad (2-16)$$

و

$l = 2.55y$  که  $y$  فاصله عمودی از دیواره است.

یان<sup>۱</sup> و همکاران [۲۷] بصورت حل عددی جریان سه بعدی و با استفاده با روشهای تجربی مورد بررسی قرار گرفته است. یافته های آنها نشان داد که ساختار جریان شباهتهای با آنچه که در یک سیستم روتور- استاتور کلاسیک مشاهده شده، دارد حل عددی و نتایج تجربی یک کاهش شدید در ضریب فشار دینامیکی نشان داد آنها این کاهش شدید را در اثر پدیده اختلاط جریان دانستند.

بنیم<sup>۲</sup> و همکاران [۲۸] یک سیستم پیش- چرخش روتور- استاتور را با استفاده از نرم افزار فلونت<sup>۳</sup> مورد تجزیه و تحلیل قرار دادند. برای مدلسازی نازلهای ورودی و حفرهای خروجی جریان برای یک حل سه بعدی پایدار آنها از روشی بنام روتور ثابت استفاده کردند.

## ۲-۳ شکافهای چرخان با جریان خروجی شعاعی برهم نهاده شده<sup>۴</sup>

شمایی از خطوط جریان در سیستمهای شکاف چرخان با خروجی جریان شعاعی در شکل ۲-۲ نشان

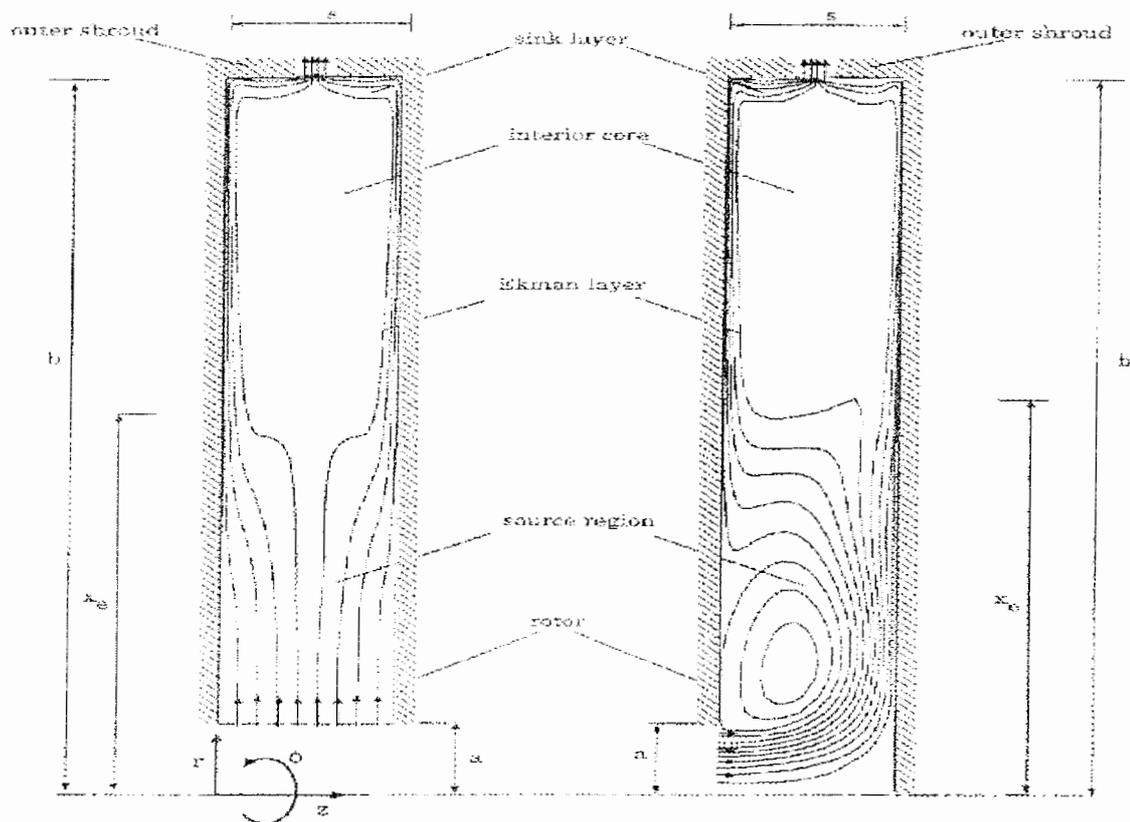
داده شده است:

<sup>۱</sup> Yan

<sup>۲</sup> Benim

<sup>۳</sup> Fluent

<sup>۴</sup> Rotating Cavities with Superposed Radial Out-flow



شکل ۲-۲-الف ورودی شعاعی

شکل ۲-۲-ب ورودی محوری

شکل ۲-۲ شمایی از خطوط جریان در سیستم‌های شکاف چرخان با خروجی جریان شعاعی [۱].

همان طور که نشان داده شده است شکاف‌های چرخان اغلب دو گونه ورودی دارند؛ ورودی شعاعی با

ورودی متقارن حول صفحه میانی ( $z/s=0.5$ ) و ورودی محوری.

اون و راجرز (۱۹۸۵) نشان دادند که ساختار جریان به طور عمده توسط دو پارامتر کنترل می‌شود:

۱- نسبت پیش چرخش<sup>۱</sup>؛

$$\beta_p = V_{\phi, \text{inlet}} / \Omega r \quad (17-2)$$

۲- پارامتر جریان آشفته،  $\lambda_T$ .

<sup>۱</sup>Pre-Swirl Ratio

برای مقادیر به اندازه کافی بزرگ  $\lambda_T$ ، بیرون لایه های مرزی داخل شکاف چرخان در حالتیکه  $rV_{\varphi,\infty} = \text{constant}$  باشد، گردابه آزاد<sup>۱</sup> اتفاق می افتد. با در نظر گرفتن  $V_{\varphi,r}/\Omega r = \beta_p$  در شعاع ورودی پیش چرخش به گردابه آزاد ایده آلی به صورت زیر می توان رسید:

$$V_{\varphi,\infty}/\Omega r = \beta_p (r_p/r)^2 = \beta_p (x_p/x)^2 \quad (18-2)$$

که  $x=r/b$  مختصات شعاعی بدون بعد است.

همان طور که در شکل ۲-۲ نشان داده شده است، تعدادی از نواحی داخل شکاف چرخان تشکیل می شود. لایه های مرزی بر روی دیسک ها و پوشش ها وجود دارد و در داخل هسته چرخان سیال وجود دارد. برای مقادیر بزرگ  $\lambda_T$ ، جریان گردابه آزاد داخل هسته چرخان وجود خواهد داشت. در حالی که برای مقادیر کوچک  $\lambda_T$ ، هسته دو قسمت را شامل می شود؛ ناحیه اصلی در شعاع های کوچکتر که در آن جریان گردابه آزاد اتفاق می افتد و هسته داخلی که جریان به صورت گردابه آزاد رفتار نمی کند. در ناحیه اصلی، سیال بر روی لایه های مرزی موجود روی دیسک ها سوار می شود. برای  $x > x_c$  (شکل ۲-۲ را ببینید) لایه های مرزی روی دیسک ها غیر وارد شونده می شود و به عنوان لایه های نوع اکمان غیر وارد شونده<sup>۲</sup> شناخته می شوند.

اثر تیلور-پرودمن<sup>۳</sup> باعث بوجود آمدن هسته چرخان می شود و نبود جریان محوری در هسته و نیز

در نتیجه آن نبود جریان ورودی به این لایه های مرزی را تضمین می کند.

برای جریان چرخان که نیروهای کریولیس<sup>۴</sup> بر نیروهای اینرسی<sup>۵</sup> غلبه می کند، هنگامی که:

<sup>۱</sup>Free Vortex

<sup>۲</sup>Nonentraining Ekman-Type Layers

<sup>۳</sup>Taylor-Proudman Effect

<sup>۴</sup>Coriolis Forces

<sup>۵</sup>Inertia Forces

$$V_{\varphi, x} > \Omega r$$

جریان در لایه های مرزی به صورت شعاعی واردشونده است و زمانی که:

$$V_{\varphi, x} < \Omega r$$

خارج شونده است.

بنابراین یک نقطه رکود<sup>۱</sup> بر روی دیسک های چرخان وجود دارد که در  $x=x^*$  اتفاق می افتد و در

آنجا داریم:

$$V_{\varphi, x} = \Omega r$$

بر پایه حل های عددی معادلات انتگرالی ممنتوم ، اون و راجرز (۱۹۸۵) تصحیحی برای تخمین

مقادیر  $x^*$  برای شکاف چرخان با جریان خروجی شعاعی بدست آوردند [۱].

## ۲-۴ دیسکهای ناهم جهت چرخان

گان<sup>۲</sup> و همکاران [۲۹،۳۰،۳۱] مطالعات تجربی و عددی بر روی جریان آرام و آشفته بین دیسکهای

ناهم جهت چرخان انجام دادند.

نتایج برای شکاف پوشیده شده دو ساختار جریان متفاوت در رینولدزهای پایین نشان داد. محاسبات

جریان آرام تا به وجود آمدن جریان بچلور ادامه پیدا کرد که نوع جریان استروارتسون برای محاسبات جریان

آشفته به وجود آمد. برای تمام رینولدزهای بررسی شده ، نتایج اندازه گیری های انجام شده برای رژیم های

دور از دیسک با محاسبات آشفته توافق نزدیکی دارد. این تحقیق نشان داد که جریان نوع بچلور با توجه به

<sup>۱</sup> Stagnation Point

<sup>۲</sup> Gan

ناپایداری‌های ماندگارش به صورت تجربی بوجود نمی‌آید. جریان نوع استروارتسون در موردهایی با جریان منطبق شده مشاهده گردید.  $C_M$  محاسبه شده خیلی به  $C_{00}$  وابسته نیست. مطالعات محاسباتی جامع این سیستم توسط کیلیک<sup>۱</sup> [۳۲] انجام شده است.

## ۲-۵ سیستم های دارای پیش چرخش

سیستم دیسک چرخان دارای پیش چرخش معمولاً در سیستم های خنک کننده داخلی توربین های گازی ، برای کاهش دمای هوای خنک کننده با توجه به چرخش پره های توربین به کار می رود. دو نوع از سیستم های دارای پیش چرخش به طور گسترده در توربین های گازی به کار می رود.

۱. سیستم های دارای صفحه پوشاننده.

۲. سیستم های انتقال مستقیم .

جیس<sup>۲</sup> و همکاران [۳۳] بازده خنک کاری یک سیستم پیش چرخش را بصورت تجربی مورد بررسی قرار دادند و نتایج تجربیشان را با یک مدل ساده تئوری مقایسه کردند. آنها نتیجه گرفتند که خنک کاری یک سیستم پیش- چرخش کمتر از یک جریان ایزونتروپیک است.

این سیستم ها توسط بسیاری دیگر از محققین مورد مطالعه قرار گرفته است که بعضی از کارهای انجام شده در زیر آمده است.

<sup>۱</sup> Kilie

<sup>۲</sup> Geis

## ۲-۵-۱ سیستم‌های پیش-چرخش دارای صفحه پوشاننده

شکل ۱-۴-الف نمونه ای از این سیستم را نشان می دهد. هوای خنک کننده دارای پیش چرخش از طریق نازل هایی در استاتور فراهم می شود. جریان در شکاف چرخان بین دیسک چرخان شعاعی خارج شونده است و صفحه پوشاننده به آن متصل شده است و جریان سیستم را از طریق سوراخ های پره خنک شونده ترک می کند.

پاپ<sup>۱</sup> و همکاران [۳۴] تحلیل CFD سه بعدی از سیستم های دارای صفحه پوشاننده ارائه دادند و تاثیرات پارامترهای هندسی بر راندمان نازل های پیش چرخش را مطالعه کردند و این نتیجه بدست آمد که مهمترین پارامتر هندسی برای راندمان سیستم نسبت بین سطح مقطع کلی سوراخ های دریافت کننده و نازل های ورودی می باشد.

کارابای<sup>۲</sup> و همکاران [۳۵،۳۶،۳۷] مطالعات تجربی، تئوری و عددی بر روی این سیستم ها انجام دادند. او از یک حلال<sup>۳</sup> CFD<sup>۴</sup> بیضوی<sup>۵</sup> متقارن<sup>۶</sup> استفاده کرد و هر دو مدل آشفته لاند-شرما و مرس<sup>۷</sup> را با هم یکی کرد تا جریان و انتقال حرارت را محاسبه کند. بین مقادیر سرعت مماسی محاسبه شده و اندازه گیری شده برای عدد رینولدز چرخشی تا  $1.5 \times 10^6$  و نسبت پیش چرخش تا 4.6 نزدیکی خوبی وجود داشت. او مقادیر عدد نوسلت محاسبه شده را برای دیسک چرخان حرارت داده شده با مقادیر اندازه گیری شده مقایسه کرد و نزدیکی قابل قبولی بین این دو مقدار برای نرخ بی بعد خنک شوندگی جریان تا 20000 و عدد رینولدز چرخشی تا  $1.5 \times 10^6$  و نسبت پیش چرخش تا 3.1 بدست آورد. همچنین جریان و انتقال

<sup>۱</sup> Popp

<sup>۲</sup> Karabay

<sup>۳</sup> Solver

<sup>۴</sup> Computational Fluid Dynamic

<sup>۵</sup> Elliptical

<sup>۶</sup> Axisymmetric

<sup>۷</sup> Morse

حرارت در یک شکاف چرخان ساده بررسی شد و با نتایج آنالیز تشابهی رینولدز مقایسه شد و هر دو نشان می داد که در یک مقدار اپتیمم برای مقادیر نسبت پیش چرخش مقدار مینیمی برای عدد نوسلت متوسط وجود دارد و همچنین مقدار ضریب ممنوم صفر برای مقادیر دیگر نسبت پیش چرخش وجود دارد. توصیفی تئوری برای توزیع فشار شعاعی بدست آمد و با مقادیر توزیع فشار محاسبه شده نزدیکی خوبی داشت. او همچنین توصیفی تئوری برای محاسبه دمای دیسک آدیاباتیک بدست آورد و بین توصیف تئوری و مقادیر محاسبه شده برای  $Pi=0.71$ ,  $Pi=1$  توافق خوبی مشاهده نمود.

## ۲-۵-۲ سیستم‌های پیش-چرخش انتقال مستقیم

شکل ۱-۴-ب نمایی از این نوع سیستم ها را نشان می دهد که شامل یک دیسک چرخان ، یک دیسک ثابت و یک آب بندی داخلی می باشد که شامل پوشش های ثابت و چرخان است.

میرهافر<sup>۱</sup> و فرانکلین<sup>۲</sup> [۳۸] تصویر کلی از نسبت سرعت نازل واقعی تا ایده آل را معرفی کردند تا سودمندی این سیستم ها را نشان دهند و اندازه گیری های تجربی یک سیستم را که ارنج بندی نازل های آن تغییر می کرد انجام دادند. نتایج آنها نشان می داد که کاهش قابل توجه در دمای نسبی کلی توسط پیش چرخش می تواند بدست آید و نشان دادند که راندمان تابعی از نسبت سرعت هوای دریافتی به سرعت دیسک است.

<sup>۱</sup>Meierhofer

<sup>۲</sup>Franklin

ای-اوتن<sup>۱</sup> و اون [۳۹] مطالعاتی را به صورت تجربی و تئوری برای سیستمی انجام دادند که هوای دارای پیش چرخش از طریق نازل هایی در استاتور فراهم می شد. هوای خنک کننده دیسک ، شعاعی خارج شونده یا شعاعی وارد شونده بود و هوا سیستم را در طول پره های خنک شونده ترک می کرد.

آنها مدل تئوری بر پایه تشابه رینولدزی بنا نهادند تا دمای پره خنک شونده با هوا را در سیستم روتور- استاتور آدیاباتیک محاسبه کنند. آزمایشات برای طیف گسترده ای از نرخ جریان خنک کننده برای  $Re_{\phi}$  تا  $1.8 \times 10^6$  انجام شد. آنها به نتایج نزدیکی برای آزمایشات و تئوری دست یافتند و نشان دادند که دمای نسبی هوا با افزایش نسبت پیش چرخش در نمونه چرخان مورد نظر کاهش می یابد.

ویلسون و همکاران [۴۰] مقایسه ای بین سرعت ها ، دماها و اعداد نوسلت برای سیستم روتور- استاتور دارای پیش چرخش انتقال مستقیم برای حالت های اندازه گیری شده و محاسبه شده برای  $Re_{\phi} \sim 1.2 \times 10^6$  ,  $0.06$  ,  $0.03$  ,  $\lambda_1 \sim 0.03$  و  $\beta_{\eta} \sim 1.2$  انجام دادند. آنها اندازه گیری را برای اسبابی که اتاق پیش چرخش توسط یک آب بندی از سیستم روتور- استاتور داخلی جدا می شد انجام دادند و محاسبات با استفاده از حلال بیضوی متقارن همراه با مدل آشفته  $k-\epsilon$  رینولدز پایین بدست آمد. نتایج برای دما و سرعت در صفحه میانی به طور عمده رضایت بخش بود (بین مقادیر اندازه گیری شده و محاسبه شده) ولی عدد نوسلت محاسبه شده برای روتور با مقدار اندازه گیری شده متفاوت بود.

چوو<sup>۲</sup> و همکاران [۴۱] تحلیل های تئوری و اندازه گیری هایی برای سیستم دریافت کننده هوای خنک کننده دارای پیش چرخش انجام دادند. مدل ابتدایی برای محاسبات دمای هوای خنک کننده دریافتی بود. این محاسبات برای نسبت پیش چرخش سرعت نازل ، ممنوم بر روی سطح چرخان و ثابت در اتاق پیش

<sup>۱</sup> Ei-oun

<sup>۲</sup> Chew

چرخش و جریان بر روی آب بندی های داخلی و خارجی اتاق نیز محاسبه شد. این مدل برای طیف سرعتی گسترده ای از دیسک درست به نظر می رسید.

فصل سوم

روش حل عددی و

معادلات حاکم

هدف از این مطالعه ، رسیدگی به جریان و انتقال حرارت در سیستم رتور استاتور مسأله مورد نظر بوسیله کدی که توسط چن<sup>۱</sup> (۱۹۹۷) به عنوان نقطه شروعی برای کارهای عددی نوشته شد، می باشد.

کد فرتن مورد نظر مسائل دیسک های دوار سه بعدی و دوبعدی متقارن را با جریان غیر قابل تراکم و انتقال حرارت حالت پایدار حل می کند. معادلات ناویر استوکس و انرژی مربوطه در مختصات قطبی- استوانه‌ای بیان می شود. کد شامل کلیدی برای محاسبات جریان آرام یا آشفته می باشد و از راه حل سیمپل<sup>۲</sup> یا سیمپل سی<sup>۳</sup> با یک شبکه بندی شطرنجی استفاده می کند. تعدادی از مدل های مختلف  $k-\epsilon$  (رینولدز پایین) در این کد توسط چن ارزیابی شده است. در صورتیکه فقط مدل مرس و لاندنر- شرما در روتور- استاتور و سیستم های پیش چرخش تست شده است. البته این کد دارای مشکلاتی در جریان آرام و مدل آشفته مرس بود که توسط آقای دکتر فرزانه بازنگری شد و اشتباهات آن تصحیح شد و برای ارتقا آن بعضی قسمت ها حذف و دوباره بازنویسی شد.

در ادامه در مورد معادلات حاکم و شکل آنها در حجم محدود ، روشهای حل معادلات ، شبکه بندی مورد استفاده و همگرایی حل بدست آمده توضیحاتی آورده شده است.

---

<sup>۱</sup> Chen

<sup>۲</sup> Simple

<sup>۳</sup> Simplec

۳-۱ معادلات حاکم<sup>۱</sup>

معادلات جریان رینولدز متوسط تراکم ناپذیر حالت پایدار سه بعدی در یک سیستم مختصات قطبی-

استوانه ای ثابت  $(r, \phi, z)$  با مؤلفه های سرعت  $V_r, V_\phi, V_z$  به صورت زیر نوشته می شود:

معادله پیوستگی :

$$\frac{\partial V_z}{\partial z} + \frac{1}{r} \frac{\partial(rV_r)}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial V_\phi}{\partial \phi} = 0 \quad (1-3)$$

معادله ممنتوم در جهت  $r$  :

$$\rho \left( V_z \frac{\partial V_r}{\partial z} + V_r \frac{\partial V_r}{\partial r} + \frac{V_\phi}{r} \frac{\partial V_r}{\partial \phi} - \frac{V_\phi^2}{r} \right) = - \frac{\partial P}{\partial r} - \rho \left( \frac{\partial(\overline{V_z V_r'})}{\partial z} + \frac{1}{r} \frac{\partial(r \overline{V_r' V_r'})}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial(\overline{\partial V_r' V_\phi'})}{\partial \phi} - \frac{\overline{V_\phi' V_\phi'}}{r} \right) \quad (2-3)$$

$$+ \mu \left( \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial V_r}{\partial r} \right) - \frac{V_r}{r^2} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 V_r}{\partial \phi^2} - \frac{2}{r^2} \frac{\partial V_\phi}{\partial \phi} + \frac{\partial^2 V_r}{\partial z^2} \right)$$

معادله ممنتوم در جهت  $\phi$  :

$$\rho \left( V_z \frac{\partial V_\phi}{\partial z} + V_r \frac{\partial V_\phi}{\partial r} + \frac{V_\phi}{r} \frac{\partial V_\phi}{\partial \phi} - \frac{V_\phi V_r}{r} \right) = - \frac{1}{r} \frac{\partial p}{\partial \phi} - \rho \left( \frac{\partial(\overline{V_z V_\phi'})}{\partial z} + \frac{1}{r} \frac{\partial(r \overline{V_r' V_\phi'})}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial(\overline{\partial V_\phi' V_\phi'})}{\partial \phi} + \frac{\overline{V_r' V_\phi'}}{r} \right) \quad (3-3)$$

$$+ \mu \left( \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial V_\phi}{\partial r} \right) - \frac{V_\phi}{r^2} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 V_\phi}{\partial \phi^2} - \frac{2}{r^2} \frac{\partial V_r}{\partial \phi} + \frac{\partial^2 V_\phi}{\partial z^2} \right)$$

<sup>1</sup> Governing Equations

معادله ممنوم در جهت Z :

$$\rho \left( V_z \frac{\partial V_z}{\partial z} + V_r \frac{\partial V_z}{\partial r} + \frac{V_\phi}{r} \frac{\partial V_z}{\partial \phi} \right) = - \frac{\partial p}{\partial z}$$

$$- \rho \left( \frac{\partial(\overline{V_z V_z})}{\partial z} + \frac{1}{r} \frac{\partial(r \overline{V_r V_z})}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial(\overline{\partial V_z V_\phi})}{\partial \phi} \right) \quad (4-3)$$

$$+ \alpha \left( \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial V_z}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 V_z}{\partial \phi^2} + \frac{\partial^2 V_z}{\partial z^2} \right)$$

در اینجا  $(V_r', V_\phi', V_z')$  مؤلفه های نوسانی سرعت در جهات  $(r, \phi, z)$  می باشد. ترم های به فرم  $(\overline{\rho V_i V_j})$  در معادلات بالا تنش های آشفته یا رینولدزی می باشد. مدل های آشفته برای محاسبه تنش های رینولدز و ارزیابی آنها به صورت ترم های سرعت جریان متوسط استفاده می شود. در این مطالعه از لزجت همگن آشفته استفاده شد که برای جریان سه بعدی در مختصات قطبی - استوانه ای می باشد [۴۲].

$$\overline{\rho V_r V_r} = \frac{2}{3} \rho \kappa - 2 \alpha_1 \frac{\partial V_r}{\partial r} \quad (5-3)$$

$$\overline{\rho V_\phi V_\phi} = \frac{2}{3} \rho \kappa - 2 \alpha_1 \left( \frac{1}{r} \frac{\partial V_\phi}{\partial \phi} + \frac{V_r}{r} \right) \quad (6-3)$$

$$\overline{\rho V_z V_z} = \frac{2}{3} \rho \kappa - 2 \alpha_1 \frac{\partial V_z}{\partial z} \quad (7-3)$$

$$\overline{\rho V_r V_\phi} = - \alpha_1 \left( r \frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{V_\phi}{r} \right) + \frac{1}{r} \frac{\partial V_r}{\partial \phi} \right) \quad (8-3)$$

$$\overline{\rho V_z V_\phi} = -\alpha_l \left( \frac{\partial V_\phi}{\partial z} + \frac{1}{r} \frac{\partial V_z}{\partial \phi} \right) \quad (9-3)$$

$$\overline{\rho V_r V_z} = -\alpha_l \left( \frac{\partial V_r}{\partial z} + \frac{\partial V_z}{\partial r} \right) \quad (10-3)$$

که  $\mu_1$  لزجت آشفته می باشد که از معادله کولموگورف<sup>۱</sup> بدست می آید:

$$\alpha_l = c_{\alpha f} \alpha \frac{\rho \kappa^2}{\varepsilon} \quad (11-3)$$

انرژی جنبشی توربولانت  $k$  به صورت زیر تعریف می شود:

$$k = \frac{1}{2} \left( \overline{V_\phi^2} + \overline{V_r^2} + \overline{V_z^2} \right) \quad (12-3)$$

با جایگزینی توصیفات بالا برای تنش رینولدز در معادله ممنتوم می توان به معادله ای به فرم زیر

رسید:

$$\begin{aligned} & \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (\rho r V_r \Phi) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \phi} (\rho V_\phi \Phi) + \frac{\partial}{\partial z} (\rho V_z \Phi) \\ & = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \Gamma_r \frac{\partial \Phi}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial \phi} \left( \Gamma_\phi \frac{\partial \Phi}{\partial \phi} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \Gamma_z \frac{\partial \Phi}{\partial z} \right) + S_\Phi \end{aligned} \quad (13-3)$$

که  $\Phi$  تغییرات ممنتوم تولید شده می باشد و  $S_\Phi$  (ترم چشمه خالص) برای هر یک از مؤلفه های

ممنتوم متفاوت است.  $\Gamma_z, \Gamma_\phi, \Gamma_r$  ترم های انتشار مؤثر در جهت های شعاعی، محیطی و محوری که

مؤلفه های توربولانت و آرام را شامل می شود.

<sup>۱</sup>Kolmogorov

در این مطالعه، محاسبات جریان توربولانت با استفاده از مدل  $k-\varepsilon$  رینولدز پایین ارائه شده توسط لاندنر-شارما [۴۳] و مرس [۴۴] با انتقال حرارت آشفته با عدد پرانتل آشفته برابر 0.9 می باشد. معادلات انرژی و معادلات انتقال مدل آشفته  $k-\varepsilon$  می توانند به فرم ۳-۱۳ نوشته شوند که در جدول ۳-۱ آورده شده است.

$$\mu_{eff} = \mu + \mu_t \quad \text{لزجت مؤثر می باشد.}$$

در معادلات  $k, \varepsilon$ ،  $p$  نرخ تولید انرژی جنبشی آشفته می باشد که به صورت زیر تعریف می شود:

$$P = \mu_t \left[ 2 \left( \left( \frac{\partial V_z}{\partial z} \right)^2 + \left( \frac{\partial V_\varphi}{r \partial \varphi} + \frac{V_r}{r} \right)^2 + \left( \frac{\partial V_r}{\partial r} \right)^2 \right) + \left( \frac{\partial V_z}{\partial r} + \frac{\partial V_r}{\partial z} \right)^2 + \left( \frac{\partial V_\varphi}{\partial z} + \frac{V_z}{r \partial \varphi} \right)^2 + \left( r \frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{V_\varphi}{r} \right) + \frac{\partial V_r}{r \partial \varphi} \right)^2 \right] \quad (14-3)$$

بقیه ترم های ظاهر شده در معادلات  $k-\varepsilon$  در جدول ۳،۲ داده شده است.  $f_{II}$  تابع استهلاک دیوار<sup>۱</sup>

مربوط به مدل  $k-\varepsilon$  رینولدز پایین می باشد.  $R_t$  عدد رینولدز آشفته محلی می باشد:

$$R_t = \frac{\rho K^2}{\varepsilon} \quad (15-3)$$

$y^+$  فاصله بدون بعد از سطح جامد می باشد.

$$y^+ = y_{min} \sqrt{\frac{\tau_w \rho}{\nu}} \quad (16-3)$$

در معادله ۳-۱۶ به عنوان مینیمم فاصله بین هر کدام از دیوارها و نقاط مش بندی و  $\tau_w$  تنش

برشی متوسط دیوار می باشد.

<sup>۱</sup> Wall damping Function

جدول ۳-۱ ضرایب موجود در معادلات انتقال [۱]

معادله	$\Phi$	$\Gamma_r$	$\Gamma_\phi$	$\Gamma_z$	$S_\phi$
پیوستگی	۱	۰	۰	۰	۰
مومنوم در جهت r	$V_r$	$\alpha_1 + \alpha$	$\alpha_1 + \alpha$	$2\alpha_1 + \alpha$	$-\frac{\partial \Gamma}{\partial r} + \frac{\rho V_\phi^2}{r} - \frac{2\alpha_{eff}}{r^2} \frac{\partial V_\phi}{\partial \phi}$ $-(2\alpha_1 + \alpha) \frac{V_r}{r^2} - \frac{\partial(\rho k)}{\partial r} +$ $\frac{\partial}{\partial z} \left( \alpha_1 \frac{\partial V_r}{\partial r} \right) + \alpha_1 \frac{\partial}{\partial \phi} \left( \frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{V_\phi}{r} \right) \right)$
مومنوم در جهت $\phi$	$V_\phi$	$2\alpha_1 + \alpha$	$\alpha_1 + \alpha$	$\alpha_1 + \alpha$	$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( \alpha_1 \frac{\partial V_r}{\partial \phi} \right) - \frac{V_\phi}{r} \frac{\partial \alpha_1}{\partial r} +$ $\frac{3\alpha_1 + 2\alpha}{r^2} \frac{\partial V_r}{\partial \phi} + \frac{2V_r}{r^2} \frac{\partial \alpha_1}{\partial \phi} -$ $\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \phi} (P + \rho k) - \frac{\alpha_{eff} V_\phi}{r^2} +$ $\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial z} \left( \alpha_1 \frac{\partial V_z}{\partial \phi} \right) - \frac{\rho V_r V_\phi}{r}$
مومنوم در جهت Z	$V_z$	$\alpha_1 + \alpha$	$\alpha_1 + \alpha$	$2\alpha_1 + \alpha$	$-\frac{\partial}{\partial z} (P + \rho k) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \alpha_1 \frac{\partial V_r}{\partial z} \right)$ $\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \phi} \left( \alpha_1 \frac{\partial V_\phi}{\partial z} \right)$
دما	T	$\frac{\alpha}{Pr} + \frac{\alpha_1}{Pr_1}$	$\frac{\alpha}{Pr} + \frac{\alpha_1}{Pr_1}$	$\frac{\alpha}{Pr} + \frac{\alpha_1}{Pr_1}$	$\frac{2\alpha_{eff}}{c_p} \left[ \left( \frac{\partial V_r}{\partial r} \right)^2 + \left( \frac{\partial V_\phi}{r \partial \phi} + \frac{V_r}{r} \right)^2 \right]$ $+ \left( \frac{\partial V_z}{\partial z} \right)^2 + \frac{2\alpha_{eff}}{c_p}$ $\left  r \frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{V_r}{r} \right) + \frac{\partial V_r}{r \partial \phi} \right ^2 + \frac{\alpha_{eff}}{c_p}$ $\left[ \left( \frac{\partial V_r}{r \partial \phi} + \frac{\partial V_\phi}{\partial z} \right)^2 + \left( \frac{\partial V_r}{\partial z} + \frac{\partial V_z}{\partial r} \right)^2 \right]$
انرژی جنبشی	K	$\alpha + \frac{\alpha_1}{\sigma_k}$	$\alpha + \frac{\alpha_1}{\sigma_k}$	$\alpha + \frac{\alpha_1}{\sigma_k}$	$P - \rho \epsilon - D$
پراش انرژی	$\epsilon$	$\alpha + \frac{\alpha_1}{\sigma \epsilon}$	$\alpha + \frac{\alpha_1}{\sigma \epsilon}$	$\alpha + \frac{\alpha_1}{\sigma \epsilon}$	$\frac{\epsilon}{K} (C_{\epsilon 1} P - C_{\epsilon 2} \rho \epsilon) + E - F$

جدول ۲-۳ عبارات موجود در مدل‌های آشفته k-ε [۱]

مدل مورس (M) (چن و همکاران ۱۹۹۶)	مدل لاندر-شارما (LS) (۱۹۷۱)	عبارت
0.09	0.09	$C_{\infty}$
1.44	1.44	$C_{\epsilon 1}$
$1.92f_1$	$1.92f_1$	$C_{\epsilon 2}$
$2\alpha \left[ \left( \frac{\partial \sqrt{k}}{\partial z} \right)^2 + \left( \frac{\partial \sqrt{k}}{\partial r} \right)^2 + \left( \frac{\partial \sqrt{k}}{r \partial \phi} \right)^2 \right]$	$2\alpha \left[ \left( \frac{\partial \sqrt{k}}{\partial z} \right)^2 + \left( \frac{\partial \sqrt{k}}{\partial r} \right)^2 + \left( \frac{\partial \sqrt{k}}{r \partial \phi} \right)^2 \right]$	D
$2(1-f_{\epsilon}) \frac{\alpha \alpha_1}{\rho} \left[ \left( \frac{\partial^2 V_r}{\partial z^2} \right)^2 + \left( \frac{\partial^2 V_{\phi}}{\partial z^2} \right)^2 + \left( \frac{\partial^2 V_z}{\partial r^2} \right)^2 + \left( \frac{\partial^2 V_{\phi}}{\partial r^2} \right)^2 + \left( \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 V_r}{\partial \phi^2} \right)^2 + \left( \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 V_z}{\partial \phi^2} \right)^2 \right]$	$2 \frac{\alpha \alpha_1}{\rho} \left[ \left( \frac{\partial^2 V_r}{\partial z^2} \right)^2 + \left( \frac{\partial^2 V_{\phi}}{\partial z^2} \right)^2 + \left( \frac{\partial^2 V_z}{\partial r^2} \right)^2 + \left( \frac{\partial^2 V_{\phi}}{\partial r^2} \right)^2 + \left( \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 V_r}{\partial \phi^2} \right)^2 + \left( \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 V_z}{\partial \phi^2} \right)^2 \right]$	E
$2\alpha \left[ \left( \frac{\partial \sqrt{\epsilon}}{\partial r} \right)^2 + \left( \frac{\partial \sqrt{\epsilon}}{\partial z} \right)^2 + \left( \frac{\partial \sqrt{\epsilon}}{r \partial \phi} \right)^2 \right]$	0	F
$1 - 0.22 \exp(-R_i^2/36)$	$1 - 0.3 \exp(-R_i^2)$	$f_i$
$[1 - \exp(-y^+/26)]^2$	$\exp \left[ \frac{-3.4}{(1 + \frac{R_i}{50})^2} \right]$	$f_{\infty}$
1	1	$\sigma_k$
1.22	1.3	$\sigma_{\epsilon}$

۲-۳ معادلات حجم محدود<sup>۱</sup>

معادله حرکت ۱۳-۳ می تواند به فرم زیر نوشته شود:

$$\text{div}(\rho u \Phi) = \text{div}(\Gamma \text{grad} \Phi) + s_{\Phi} \quad (17-3)$$

که  $\bar{\bar{u}}$  بردار سرعت است. با انتگرال گیری روی حجم و سطح داریم:

$$\int_A n \cdot (\rho u \Phi) dA = \int_A n \cdot (\Gamma \text{grad} \Phi) dA + \int_V s_{\Phi} dV \quad (18-3)$$

این مناسب است که شار انتشار یافته و جابجا شده را ترکیب کنیم:

$$\bar{I} = \rho u \Phi - \Gamma \text{grad} \Phi \quad (19-3)$$

معادله ۱۸-۳ با استفاده از معادله ۱۹-۳ به شکل زیر بازنویسی می شود:

$$\int_A \bar{I} dA = \int_V s_{\Phi} dV \quad (20-3)$$

معادله ۲۰-۳ می تواند با انتگرال گیری به فرم زیر جداسازی شود:

$$\left(\bar{I} \cdot \bar{A}\right)_e + \left(\bar{I} \cdot \bar{A}\right)_w + \left(\bar{I} \cdot \bar{A}\right)_s + \left(\bar{I} \cdot \bar{A}\right)_n + \left(\bar{I} \cdot \bar{A}\right)_u + \left(\bar{I} \cdot \bar{A}\right)_d = s_{\Phi} \delta V \quad (21-3)$$

که  $d, u, s, n, w, e$  به وجوه کنترل نسبت داده می شود. با توجه به حجم کنترل نشان داده شده

در شکل ۱-۳ و دنبال کردن کارهای پاتانکار<sup>۲</sup> معادله ۲۱-۳ توصیف زیر را بدست می دهد:

<sup>1</sup> Finite Volume Equations

<sup>2</sup> Patankar

$$\begin{aligned} & \frac{r_n}{r_s} \left( \rho V_r \Phi - \Gamma \frac{\partial \Phi}{\partial r} \right)_n A_n - \frac{r_n}{r_s} \left( \rho V_r \Phi - \Gamma \frac{\partial \Phi}{\partial r} \right)_s A_s + \left( \rho V_z \Phi - \Gamma \frac{\partial \Phi}{\partial z} \right)_e A_e - \\ & \left( \rho V_z \Phi - \Gamma \frac{\partial \Phi}{\partial z} \right)_w A_w + \left( \rho V_\phi \Phi - \Gamma \frac{\partial \Phi}{r \partial \phi} \right)_u A_u - \left( \rho V_\phi \Phi - \Gamma \frac{\partial \Phi}{r \partial \phi} \right)_d A_d = s_\Phi \delta V \end{aligned} \quad (22-3)$$

که  $A$  مساحت سطح حجم کنترل مربوطه می باشد ،  $\delta V$  حجم می باشد و  $S_\Phi$  مقدار متوسط ترم

چشمه بر روی حجم کنترل می باشد.

در حالت کاربردی ممکن است ترم چشمه تابعی از مقادیر وابسته باشد. در بعضی موارد روش حجم

محدود ترم چشمه را به فرم خطی تقریب می زند ( $s_p \leq 0$ ):

$$s_\Phi \delta V = s_u + s_p \Phi_p \quad (23-3)$$

با استفاده از تقریب تفاضل مرکزی مرتبه دوم نتیجه زیر می تواند از معادله ۲۲-۳ بدست آید:

$$a_p \Phi_p = a_w \Phi_w + a_E \Phi_E + a_S \Phi_S + a_N \Phi_N + a_U \Phi_U + a_D \Phi_D + s_u \quad (24-3)$$

با ضرایب مرکزی:

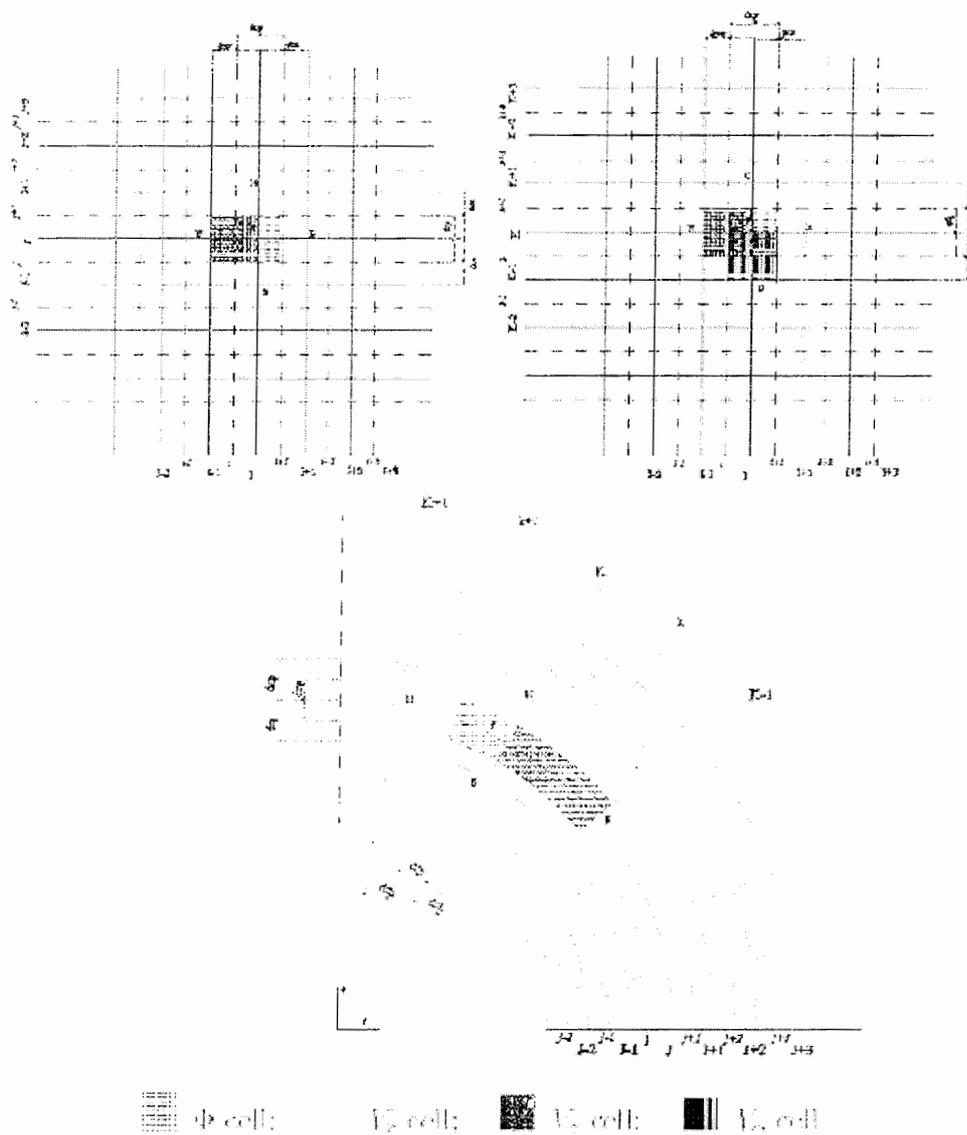
$$a_p = a_w + a_E + a_S + a_N + a_U + a_D - s_p \quad (25-3)$$

ضرایب این معادله به صورت زیر است [۴۵، ۴۲]:

$$a_w = \max \left( \frac{|C_w|}{2}, D_w \right) + \frac{C_w}{2} \quad (26-3)$$

$$a_E = \max \left( \frac{|C_E|}{2}, D_E \right) - \frac{C_E}{2} \quad (27-3)$$

$$a_S = \max \left( \frac{|C_S|}{2}, D_S \right) + \frac{C_S}{2} \quad (28-3)$$



شکل ۳-۱ ساختار شماتیک حجم محدود و مرزیت سطوح حجم کنترل [۱].

$$a_N = \max\left(\frac{|C_N|}{2} \cdot D_N\right) - \frac{C_N}{2} \tag{۳-۲۹}$$

$$a_D = \max\left(\frac{|C_D|}{2} \cdot D_D\right) + \frac{C_D}{2} \tag{۳-۳۰}$$

$$a_u = \max\left(\frac{|C_u|}{2}, D_u\right) - \frac{C_u}{2} \quad (3-31)$$

که مقادیر C, D به صورت زیر محاسبه شده است:

جدول ۳-۳ مقادیر C و D در معادله جداسازی شده [۱]

Face	w	e	s	n	d	u
C	$(\rho V_z)_w A_w$	$(\rho V_z)_e A_e$	$(\rho V_r)_s A_s$	$(\rho V_r)_n A_n$	$(\rho V_\phi)_d A_d$	$(\rho V_\phi)_u A_u$
D	$\frac{\Gamma_w A_w}{\delta z_w}$	$\frac{\Gamma_e A_e}{\delta z_e}$	$\frac{\Gamma_s A_s}{\delta r_s}$	$\frac{\Gamma_n A_n}{\delta r_n}$	$\frac{\Gamma_d A_d}{r_p \delta \phi_d}$	$\frac{\Gamma_u A_u}{r_p \delta \phi_u}$

### ۳-۳ محاسبه ترم‌های چشمه

مقادیر ترم چشمه معادلات جداسازی شده با استفاده از مقادیر متغیرهای متداول ارزیابی می‌شود. از

آنجایی که شبکه بندی شطرنجی برای محاسبات مورد استفاده قرار می‌گیرد، میان یابی برای محاسبه

ترم‌های گرادیان سرعت که در برخی توزیعهای ترم‌های چشمه ظاهر می‌شود، نیاز است.

ترم‌های چشمه ظاهر شده در معادلات حرکت با استفاده از شکل ۳-۱ به صورت زیر می‌باشد. لازم به

ذکر است که ترم‌هایی که زیر آنها خط کشیده شده است فقط برای جریان آشفته می‌باشد:

ممنتوم در جهت  $r$  :

$$s_u = -(P_n - P_s)r_p \delta\phi_p \delta z_p - \frac{2}{3}(\rho_n \kappa_n - \rho_s \kappa_s)r_p \delta\phi_p \delta z_p + \rho V_{\phi p}^2 \delta r_p \delta\phi_p \delta z_p -$$

$$\frac{2\alpha}{r_p}(V_{\phi u} - V_{\phi d})\delta r_p \delta z_p + \left[ \frac{\alpha_{te} V_{zcn} - \alpha_{te} V_{zcs}}{\delta r_p} - \frac{\alpha_{tw} V_{zwn} - \alpha_{tw} V_{zws}}{\delta r_p} \right] r_p \delta r_p \delta\phi_p + \quad (32-3)$$

$$\left[ \frac{\alpha_{tu} V_{\phi un} - \alpha_{tu} V_{\phi us}}{\delta r_p} - \frac{\alpha_{td} V_{\phi dn} - \alpha_{td} V_{\phi ds}}{\delta r_p} \right] r_p \delta r_p \delta z_p + \alpha_G \rho_p |V_{\phi p}| V_{r p} \delta r_p \delta z_p \delta\phi_p +$$

$$|C_n - C_s + C_e - C_w + C_d - C_u| V_{r p} r_p \delta z_p \delta\phi_p \delta r_p$$

$$s_p = -(2\alpha_t + \alpha) \frac{\delta r_p \delta\phi_p \delta z_p}{r_p} - |C_n - C_s + C_e - C_w + C_d - C_u| r_p \delta z_p \delta\phi_p \delta r_p \quad (33-3)$$

$$- \alpha_G \rho_p |V_{\phi p}| \delta r_p \delta z_p \delta\phi_p$$

ممنتوم در جهت  $\phi$  :

$$s_u = \left[ \frac{\alpha_m V_{ruu} - \alpha_m V_{rud}}{\delta\phi_n} - \frac{\alpha_{ts} V_{rsu} - \alpha_{ts} V_{rsd}}{\delta\phi_s} \right] \delta z_p \delta\phi_p + (3\alpha_t P + 2\alpha)(V_{ru} - V_{rd})$$

$$\frac{\delta z_p \delta\phi_p}{r_p} + \left[ \frac{\alpha_{te} V_{zew} - \alpha_{tw} V_{zww}}{\delta\phi_e} - \frac{\alpha_{tw} V_{zww} - \alpha_{tw} V_{zwe}}{\delta\phi_w} \right] \delta r_p \delta\phi_p \quad (34-3)$$

$$- \frac{2}{3}(\rho_u \kappa_u - \rho_d \kappa_d)\delta r_p \delta z_p - (P_u - P_d)\delta r_p \delta z_p + 2V_r(\alpha_{tu} - \alpha_{td}) \frac{\delta r_p \delta z_p}{r_p} +$$

$$|C_n - C_s + C_e - C_w + C_d - C_u| V_{\phi p} r_p \delta z_p \delta r_p \delta\phi_p$$

$$s_p = -V_{\phi p}(\alpha_m - \alpha_{ts})\delta z_p \delta\phi_p \frac{\alpha_{tp} - \alpha_p}{r_p} \delta z_p \delta\phi_p \delta r_p - \quad (35-3)$$

$$|C_n - C_s + C_e - C_w + C_d - C_u| r_p \delta z_p \delta\phi_p \delta r_p$$

ممنتوم در جهت Z :

$$s_u = -(P_e - P_w)r_p \delta\phi_p \delta r_p + \left[ r_n \alpha_{in} (V_{me} - V_{mw}) - r_s \alpha_{is} (V_{se} - V_{sw}) \right] \delta\phi_p - \quad (36-3)$$

$$\frac{2}{3} (\rho_e \kappa_e - \rho_w \kappa_w) r_p \delta r_p \delta\phi_p + \left[ (\alpha_{me} V_{\phi me} - \alpha_{mw} V_{\phi mw}) - (\alpha_{ide} V_{\phi de} - \alpha_{idw} V_{\phi dw}) \right] \delta r_p +$$

$$|C_n - C_s + C_e - C_w + C_d - C_u| V_{zp} r_p \delta z_p \delta\phi_p \delta r_p$$

$$s_p = |C_n - C_s + C_e - C_w + C_d - C_u| r_p \delta z_p \delta\phi_p \delta r_p \quad (37-3)$$

مفید است که ترم های زیر را قبل محاسبه ترم های چشمه در معادلات k-ε و انرژی تعریف کنیم:

در جهت شعاعی:

$$k_s = (k_s + k_p) / 2$$

$$k_n = (k_s + k_p) / 2$$

$$\varepsilon_s = (\varepsilon_s + \varepsilon_p) / 2$$

$$\varepsilon_n = (\varepsilon_s + \varepsilon_p) / 2$$

$$V_{zs} = \left( \frac{V_{zsw} + V_{zw}}{2} \delta z_e + \frac{V_{zse} + V_{ze}}{2} \delta z_w \right) \frac{1}{\delta z_w + \delta z_e}$$

$$V_{zn} = \left( \frac{V_{zsw} + V_{zw}}{2} \delta z_e + \frac{V_{zse} + V_{ze}}{2} \delta z_w \right) \frac{1}{\delta z_w + \delta z_e}$$

$$V_{\phi_s} = \left( \frac{V_{\phi S_d} + V_{\phi_d}}{2} r_u \delta\phi_u + \frac{V_{\phi S_u} + V_{\phi_u}}{2} r_d \delta\phi_d \right) \frac{1}{r_u \delta\phi_u + r_d \delta\phi_d}$$

$$V_{\phi_n} = \left( \frac{V_{\phi N_d} + V_{\phi_d}}{2} r_u \delta\phi_u + \frac{V_{\phi N_u} + V_{\phi_u}}{2} r_d \delta\phi_d \right) \frac{1}{r_u \delta\phi_u + r_d \delta\phi_d}$$

در جهت محوری :

$$k_w = (k_H + k_P) / 2$$

$$k_v = (k_E + k_P) / 2$$

$$\varepsilon_w = (\varepsilon_H + \varepsilon_P) / 2$$

$$\varepsilon_v = (\varepsilon_E + \varepsilon_P) / 2$$

$$V_{r_w} = \left( \frac{V_{r_w} + V_{r_n}}{2} \delta r_s + \frac{V_{r_s} + V_{r_n}}{2} \delta r_n \right) \frac{1}{\delta r_s + \delta r_n}$$

$$V_{r_v} = \left( \frac{V_{r_v} + V_{r_n}}{2} \delta r_s + \frac{V_{r_s} + V_{r_n}}{2} \delta r_n \right) \frac{1}{\delta r_s + \delta r_n}$$

$$V_{\omega_c} = \left( \frac{V_{\phi W_d} + V_{\phi_d}}{2} r_u \delta\phi_u + \frac{V_{\phi W_u} + V_{\phi_u}}{2} r_d \delta\phi_d \right) \frac{1}{r_u \delta\phi_u + r_d \delta\phi_d}$$

$$V_{\omega_v} = \left( \frac{V_{\phi E_d} + V_{\phi_d}}{2} r_u \delta\phi_u + \frac{V_{\phi E_u} + V_{\phi_u}}{2} r_d \delta\phi_d \right) \frac{1}{r_u \delta\phi_u + r_d \delta\phi_d}$$

در جهت مماسی:

$$k_u = (k_L + k_p) / 2$$

$$k_d = (k_D + k_p) / 2$$

$$\varepsilon_u = (\varepsilon_L + \varepsilon_p) / 2$$

$$\varepsilon_d = (\varepsilon_D + \varepsilon_p) / 2$$

$$V_{zu} = \left( \frac{V_{zLw} + V_{zw}}{2} \delta z_e + \frac{V_{zLc} + V_{zc}}{2} \delta z_w \right) \frac{1}{\delta z_w + \delta z_e}$$

$$V_{zd} = \left( \frac{V_{zDw} + V_{zw}}{2} \delta z_e + \frac{V_{zDe} + V_{ze}}{2} \delta z_w \right) \frac{1}{\delta z_w + \delta z_e}$$

$$V_{ru} = \left( \frac{V_{rLs} + V_{rs}}{2} \delta r_n + \frac{V_{rLc} + V_{rc}}{2} \delta r_s \right) \frac{1}{\delta r_s + \delta r_n}$$

$$V_{rd} = \left( \frac{V_{rDc} + V_{rc}}{2} \delta r_s + \frac{V_{rDe} + V_{re}}{2} \delta r_n \right) \frac{1}{\delta r_s + \delta r_n}$$

در نقطه مرکزی<sup>۱</sup>:

$$V_{zp} = \frac{V_{zc} \delta z_w + V_{zw} \delta z_e}{\delta z_w + \delta z_e}$$

$$V_{rp} = \frac{V_{rs} \delta r_n + V_{rn} \delta r_s}{\delta r_n + \delta r_s}$$

$$V_{\phi p} = \frac{V_{\phi d} r_d \delta \phi_d + V_{\phi u} r_u \delta \phi_u}{r_d \delta \phi_d + r_u \delta \phi_u}$$

<sup>۱</sup>Cell Center

بقیه ترم های ظاهر شده در معادلات k-ε و انرژی به صورت زیر تعریف می شوند:

$$\begin{aligned}
 PD = & 2 \cdot \left[ \left( \frac{V_{ze} - V_{zw}}{\delta z_p} \right)^2 + \left( \frac{V_{re} - V_{rs}}{\delta r_p} \right)^2 + \left( \frac{V_{\phi e} - V_{\phi l}}{r \delta \phi_p} + \frac{V_{rp}}{r_p} \right)^2 \right] + \\
 & \left( \frac{V_{ze} - V_{zs}}{\delta r_p} + \frac{V_{re} - V_{rw}}{\delta z_p} \right)^2 + \left( \frac{V_{\phi e} - V_{\phi w}}{\delta z_p} + \frac{V_{ze} - V_{zd}}{r_p \delta \phi_p} \right)^2 + \left( r_p \frac{V_{\phi n} - V_{\phi s}}{\delta r_p} + \frac{V_{ru} - V_{rd}}{r_p \delta \phi_p} \right)^2 \\
 PE = & \left( \frac{V_{ze} - V_{zp} - V_{zp} - V_{zs}}{\delta r_p} \right)^2 + \left( \frac{V_{re} - V_{rp} - V_{rp} - V_{rw}}{\delta z_p} \right)^2 + \left( \frac{V_{\phi n} - V_{\phi p} - V_{\phi p} - V_{\phi s}}{\delta r_p} \right)^2 + \\
 & \left( \frac{V_{\phi e} - V_{\phi p} - V_{\phi p} - V_{\phi w}}{\delta z_p} \right)^2 + \left( \frac{V_{ze} - V_{zp} - V_{zp} - V_{zd}}{r_u \delta \phi_p} + \frac{V_{rp} - V_{rd}}{r_d \delta \phi_p} \right)^2 + \left( \frac{V_{ru} - V_{rp} - V_{rp} - V_{rd}}{r_u \delta \phi_p} + \frac{V_{rp} - V_{rd}}{r_p \delta \phi_p} \right)^2 \\
 D = & 2 \alpha \left[ \left( \frac{\sqrt{k_e} - \sqrt{k_w}}{\delta z_p} \right)^2 + \left( \frac{\sqrt{k_n} - \sqrt{k_s}}{\delta r_p} \right)^2 + \left( \frac{\sqrt{k_n} - \sqrt{k_d}}{r_p \delta \phi_p} \right)^2 \right] \\
 F = & 2 \alpha \left[ \left( \frac{\sqrt{\varepsilon_e} - \sqrt{\varepsilon_w}}{\delta z_p} \right)^2 + \left( \frac{\sqrt{\varepsilon_n} - \sqrt{\varepsilon_s}}{\delta r_p} \right)^2 + \left( \frac{\sqrt{\varepsilon_n} - \sqrt{\varepsilon_d}}{r_p \delta \phi_p} \right)^2 \right]
 \end{aligned}$$

با استفاده از تعاریف بالا ، ترم های چشمه در معادلات k-ε و انرژی ترکیبی از این تعاریف و بعضی

ترم های دیگر می باشد که به آسانی قابل محاسبه است:

معادلات k :

$$s_u = \alpha_i PD - \rho \varepsilon_p - D$$

(۳۸-۳)

$$s_p = 0 \quad (39-3)$$

معادلات ۴:

$$s_u = \frac{\varepsilon_p}{k_p} (C_{\varepsilon 1} \alpha_i PD - C_{\varepsilon 2} \rho \varepsilon_p) - E_p \quad (40-3)$$

$$s_p = 0 \quad (41-3)$$

معادلات انرژی:

$$s_u = \frac{\alpha_{eff}}{c_p} \cdot PD \quad (42-3)$$

$$s_p = 0 \quad (43-3)$$

### ۳-۴ تخفیف زیرین<sup>۱</sup>

تخفیف به طور گسترده ای در راه حل های تکراری معادلات جبری برای توسعه دادن یا کاهش دادن تغییرات از یک تکرار به تکرار بعد مورد استفاده قرار می گیرد. روش اول فوق تخفیف<sup>۲</sup> و روش دوم را تخفیف زیرین می گویند. روش فوق تخفیف کاربرد محدودی دارد ولی روش تخفیف زیرین روش بسیار کاربردی برای مسائل غیر خطی برای جلوگیری از انحراف (واگرایی) در راه حل های تکراری می باشد. با در نظر گرفتن ضریب زیر تخفیف  $\alpha_\Phi$  برای متغیر وابسته  $\Phi$ ، معادله ۳-۲۴ به فرم زیر می تواند نوشته شود:

$$\frac{a_p}{\alpha_\Phi} \Phi_p = \sum a_{nb} \Phi_{nb} + s_u + \frac{1 - \alpha_\Phi}{\alpha_\Phi} a_p \Phi_p \quad (44-3)$$

<sup>۱</sup> Under Relaxation

<sup>۲</sup> Over Relaxation

که  $\Phi$  و  $\Phi^*$  به ترتیب مقادیر تکرارهای جاری و قبلی می باشد.

پارامتر زیر تخفیف می تواند تغییر کند ( $0 < \alpha_\Phi \leq 1$ ) و  $a_p$  به صورت زیر داده شود:

$$a_p = \sum a_{nb} - s_p \quad (45-3)$$

برای جریان با چرخش زیاد، ترم های نیروی گریز از مرکز و گرادیان فشار ترم های حاکم در معادله ممنتوم شعاعی می باشد و اختلاف کوچک بین این ترم ها می تواند خطاهای بزرگی در راه حل های تکراری بوجود آورد. بنابراین یک ترم میرایی اضافی به صورت زیر می تواند نوشته شود:

$$\alpha_G \frac{\rho |V_\theta|}{r} (V_r^{old} - V_r^{new}) \quad (46-3)$$

$\alpha_G$  ثابت آزمایشی می باشد.

### ۳-۵ الگوریتم TDMA برای حل معادلات جبری خطی

تکنیک معمول برای حل معادلات گسسته به فرم معادلات ۳-۲۴، روش  $TDMA^1$  می باشد. این الگوریتم فقط به آرایه های یک بعدی نیاز دارد و ترکیبی از حلال مستقیم (TDMA) را برای حالت یک بعدی و روش گوس-سایدل<sup>۲</sup> تشکیل می دهد. در حالت سه بعدی معادله ۳-۲۴ می تواند به فرم زیر نوشته شود:

<sup>1</sup> Tri-Diagonal Matrix Algorithm

<sup>2</sup> Gauss-Siede

$$\begin{aligned}
 a_p(i, j, k)\Phi(i, j, k) = & a_E(i, j, k)\Phi(i+1, j, k) + a_w(i, j, k)\Phi(i-1, j, k) + \\
 & a_N(i, j, k)\Phi(i, j+1, k) + a_S(i, j, k)\Phi(i, j-1, k) + a_U(i, j, k)\Phi(i, j, k+1) + \\
 & a_D(i, j, k)\Phi(i, j, k-1) + s_u(i, j, k)
 \end{aligned}
 \tag{۴۷-۳}$$

معادله سه بعدی بالا می تواند با به کار بردن روش TDMA در راستای مسیر انتخابی به معادله یک بعدی تبدیل شود. برای این کار فرض می شود که تمام متغیرها در طول دو خط مجاور هم موقتاً معلوم باشد (با مقدار دقیق محاسبه شده جایگزین می شود).

با توجه به شکل ۱-۳ برای یک خط انتخابی ، معادله ۴۷-۳ می تواند به صورت زیر نوشته شود:

$$a(i)\Phi(i) = b(i)\Phi(i+1) + c(i)\Phi(i-1) + d(i) \quad i = 1, 2, 3, \dots, N \tag{۴۸-۳}$$

معادله بالا می تواند به فرم زیر بازنویسی شود:

$$\Phi(i) = P(i)\Phi(i+1) + Q(i) \tag{۴۹-۳}$$

که ضرایب  $P(i)$  و  $Q(i)$  با استفاده از TDMA به صورت ترم هایی از  $a(i)$  ,  $b(i)$  ,  $c(i)$  ,  $d(i)$  به صورت بازگشتی پیدا می شود. با به کار بردن متد TDMA برای تمام نقاط (مش ها)  $(i=2, \dots, N-1)$  در طول خط انتخابی و سپس جابجا کردن به خط بعد در صفحه انتخابی ، حل  $\Phi(i, j)$  برای یک صفحه می تواند بدست آید. سپس این پروسه باید برای تمام صفحات در جهت عمود بر صفحه انتخابی انجام شود. وقتی این عمل جاروب کردن در یک جهت کامل شد ، برای جهات دیگر نیز انجام می شود.

### ۳-۶ شبکه بندی شطرنجی

همانطور که توسط بسیاری از دانشمندان از جمله پاتانکار و اسپالدینگ (۱۹۷۲) و نیز ورستیگ و مالاکاسارا (۱۹۹۵) نشان داده شد، اگر سرعت ها به صورت شبکه بندی اسکالر تعریف شوند، تاثیرات فشار در معادلات جداسازی شده ممنوم به درستی نشان داده نمی شود.

چاره این مشکل استفاده از شبکه بندی شطرنجی برای مؤلفه های سرعت می باشد. هارلو و ولج [۴۶] پیشنهاد کردند که متغیرهای اسکالر از قبیل فشار، دما و ... را در نقاط گره ای معمولی ارزیابی شود ولی مؤلفه های سرعت در شبکه شطرنجی قرار گرفته در اطراف نقاط اسکالر محاسبه گردند. مؤلفه های سرعت  $V_z$  در شکل ۱-۳ نشان داده شده است. علامتهای جدیدی بر روی خطوط شبکه و نقاط صفحه انجام شده است. در شکل ۱-۳ خطوط غیر شکسته شبکه با حروف بزرگ نشان داده شده است. خط تیره ها که صفحات مش بندی را می سازند با حروف کوچک نشان داده می شود. روش پیشرو<sup>۱</sup> یا پسرو<sup>۲</sup> برای شبکه سرعت می تواند استفاده شود. در این پروژه از شبکه بندی پسرو استفاده شده است که موقعیت  $i$  برای سرعت  $V_z(i, J, K)$ ، در فاصله  $\delta_z/2$  از گره اسکالر  $(I, J, K)$  قرار گرفته است.

با توجه به سیستم مختصات جدید، معادله ممنوم جداسازی شده  $V_z$  برای سرعت در موقعیت  $(i, J, K)$  به صورت زیر داده شده است:

$$a_p(i, J, K)V_z(i, J, K) = \sum_{nb} a_{nb} V_{znb} - (P(I, J, K) - P(I-1, J, K))A(i, J, K) + A(i, J, K)b(i, J, K)$$

(۵۰-۳)

<sup>۱</sup> Forward<sup>۲</sup> Backward

که  $b(i, J, K)$  ترم منبع ممنتوم منهای ترم فشار است و  $A(i, J, K)$  مساحت صفحه مش بندی شده شرق یا غرب از حجم کنترل می باشد.

### ۳-۷ الگوریتم سیمپل

این الگوریتم یک روش نیمه ضمنی برای معادلات فشار-مرتبط<sup>۱</sup> می باشد که توسط پاتانکار و اسپالدینگ در سال ۱۹۷۲ ارائه شد و یک روش سعی و خطا برای محاسبه فشار در شبکه‌های شطرنجی می باشد [۱].

میدان فشار  $P^*$  برای شروع روند الگوریتم سیمپل حدس زده می شود و سپس معادله ممنتوم گسسته شده با میدان فشار حدسی حل شده تا مؤلفه های سرعت به صورت زیر بدست آید:

$$a_p(i, J, K) V_{\bar{z}}^*(i, J, K) = \sum_{nb} a_{nb} V_{znb}^* - A_v (P_{i-1}^* - P_i^*) + b(i, J, K) \quad (51-3)$$

اکنون تصحیح  $P'$  به صورت اختلاف میان میدان فشار صحیح  $P$  و میدان فشار حدسی  $P^*$  می باشد

پس:

$$P = P^* + P' \quad (52-3)$$

به طور مشابه تصحیح سرعت به صورت زیر تعریف می شود تا سرعت صحیح  $V_z$  را به سرعت محاسبه

شده  $V_z^*$  مربوط کند:

$$V_{\bar{z}} = V_{\bar{z}}^* + V_{\bar{z}}' \quad (53-3)$$

<sup>1</sup> Pressure-Linked Equations

با قرار دادن میدان فشار صحیح  $P$  در معادلات ممنتوم میدان سرعت صحیح  $(V_r, V_\phi, V_z)$  بدست می آید. معادله گسسته شده ۳-۲۴ میدان سرعت صحیح را به میدان فشار صحیح مربوط می کند. با کم کردن معادله ۳-۵۰ از ۳-۵۰ داریم:

$$a_p(i, J, K)(V_z(i, J, K) - V_z^*(i, J, K)) = \sum_{nb} a_{nb}(V_{znb} - V_{znb}^*) + A_c \left[ (P_{i-1} - P_{i-1}^*) - (P_i - P_i^*) \right] \quad (54-3)$$

با ترکیب معادلات و برخی ساده‌سازی‌ها در نهایت به روابط زیر می‌رسیم:

$$V_z(i, J, K) = V_z^*(i, J, K) + d(i, J, K)(P_{i-1}^i - P_i^i) \quad (55-3)$$

$$V_r(I, j, K) = V_r^*(I, j, K) + d(I, j, K)(P_{j-1}^j - P_j^j) \quad (56-3)$$

$$V_\phi(I, J, k) = V_\phi^*(I, J, k) + d(I, J, k)(P_{K-1}^K - P_K^K) \quad (57-3)$$

برای معادله پیوستگی نیز خواهیم داشت:

$$a_p P_p^i = a_E P_E^i + a_W P_W^i + a_N P_N^i + a_S P_S^i + a_U P_U^i + a_D P_D^i + b_p$$

(58-3)

که در آن:

$$a_E = (\rho A d)_e$$

$$a_w = (\rho A d)_w$$

$$a_N = (\rho A d)_n$$

$$a_s = (\rho A d)_s$$

$$a_{T'} = (\rho A d)_u$$

$$a_D = (\rho A d)_d$$

و

$$b_p = [(\rho V_r^* A)_n - (\rho V_r^* A)_s] + [(\rho V_\phi^* A)_u - (\rho V_\phi^* A)_d] + [(\rho V_z^* A)_e - (\rho V_z^* A)_w]$$

معادله ۵۸-۳ معادله پیوستگی گسسته برای تصحیح فشار  $P'$  می باشد و با توجه به روش حل گفته

شده ، حل می شود. میدان فشار اصلاح شده به فرم زیر پیدا می شود:

$$P = P^* + \alpha_p P'$$

(۵۸-۳)

که  $\alpha_p$  ضریب زیر تخفیف می باشد.

توالی کارهای انجام شده در الگوریتم سیمپل به صورت زیر می باشد:

۱. حدس میدان فشار  $p^*$  و میدان سرعت  $(V_r^*, V_\phi^*, V_z^*)$ .
۲. حل معادله ممنتوم گسسته برای بدست آوردن  $(V_r^*, V_\phi^*, V_z^*)$  جدید.
۳. حل معادله تصحیح فشار برای بدست آوردن  $P'$ .
۴. صحیح کردن مقدار فشار و سرعت با استفاده از معادلات تصحیح فشار و سرعت.
۵. حل دیگر معادلات انتقال گسسته شده برای بدست آوردن  $\Phi$ .
۶. تکرار مراحل از مرحله ۲ تا ۵ تا راه حل همگرا شود.

### ۳-۸ همگرایی

همگرایی راه حل های عددی از طریق دو نوع اندازه گیری از تکرار قبلی  $(n-1)$  به تکرار فعلی  $(n)$

صورت می گیرد.

اولی  $RMS^1$  می باشد که برای متغیرهای وابسته در طول شبکه از یک تکرار به تکرار دیگر می باشد.

مقدار تغییرات RMS به صورت زیر تعریف می شود:

$$RMS^\Phi = \sqrt{\frac{\sum_{ij} (\Phi^n - \Phi^{n-1})^2}{\sum_{ij} (\Phi^n)^2}} \quad (3-59)$$

<sup>1</sup>Root Mean Square

که  $\Phi^n$  و  $\Phi^{n-1}$  مقادیر فعلی و قبلی تکرار برای متغیر محاسبه شده  $\Phi$  می باشد و  $\sum_{i=1}^n$  جمع بر روی تمام نقاط شبکه می باشد.

مقادیر RMS می تواند برای چک کردن همگرایی در بیشتر مواقع کافی باشد ولی بعضی مواقع با اینکه مقادیر واقعی متغیرها یا ضرایب تخفیف کوچک می باشد و تغییرات RMS نیز کوچک می باشد ولی راه حل همگرا نمی شود. در این حالت تغییرات مقدار RMS به تنهایی نمی تواند برای همگرایی به کار رود و اندازه گیری دیگری لازم است تا همگرایی را تضمین کند. معیار دیگر برای تضمین همگرایی ، چک کردن ترازهای مقادیر محلی باقیمانده ها<sup>۱</sup> برای تمام متغیرهای وابسته می باشد. باقیمانده ها برای هر نقطه برای هر متغیر  $\Phi$  به صورت زیر محاسبه می شوند:

$$R_{i,j}^{\Phi} = (a_{p,\Phi} - s_p^{\Phi})\Phi_p - (a_{N,\Phi}\Phi_N + a_{S,\Phi}\Phi_S + a_{E,\Phi}\Phi_E + a_{W,\Phi}\Phi_W + a_{U,\Phi}\Phi_U + a_{D,\Phi}\Phi_D + s_C^{\Phi}) \quad (۵۹-۳)$$

بزرگترین مقادیر باقیمانده برای هر متغیر وابسته ، محاسبه شده و سپس با پارامترهای مختلف نرمالیزه کردن ، نرمالیزه می شود. یک شار مرجع ، که معمولاً مقدار ورودی یا مقدار واحد در سیستم های بسته می باشد برای نرمالیزه کردن باقیمانده ها در نظر گرفته می شود.

در این پروژه همگرایی برای مقادیر RMS و مقادیر نرمالیزه شده باقیمانده برای هر متغیر ، کمتر از به ترتیب  $10^{-4}$  و  $10^{-6}$  فرض شده است.

<sup>۱</sup>Residuals

### ۳-۹ روش محاسبه و استفاده از کد

مطالعه بر روی کد تصحیح شده، استفاده شده در مرجع [۱]، صورت پذیرفت. در این برنامه جریان سیال بطور سه بعدی در اتاقک روتور-استاتور برای یک سیال تراکم پذیر و برای شرایط حالت پایدار حل می شود. معادلات مورد استفاده در این کد، معادلات سه بعدی ناویر-استوکس با عبارات مربوط به انتقال حرارت می باشد. این کد هم برای جریان آرام و هم برای جریان آشفته تهیه شده است و از روشهای سیمپل و سیمپل سی استفاده کرده است. کد فوق الذکر ابتدا در محیط لینوکس<sup>۱</sup> نوشته شده بود. برای استفاده راحتتر از آن با انجام تغییراتی به محیط ویندوز<sup>۲</sup> برده شد و برخی از زیربرنامه های<sup>۳</sup> آن جهت تطابق با مدل مورد نظر اصلاح گردید.

شکل ۱-۵ شماتیکی از مدل استفاده شده در حل عددی را نمایش می دهد. براساس میزان جریان جرمی ورودی و خروجی، یک سرعت یکنواخت در ورود و خروج در نظر گرفته شده است. در روی مرزهای جامد شرط عدم لغزش اعمال شده است و شرط گرادیان صفر برای سرعت مماسی در خروجی در نظر گرفته شده است.

شرایط مرزی که به مسأله اعمال گردیده حالت ایده آلی از شرایط مرزی یک مسأله واقعی هست که برای هر حالت مورد بحث در ادامه آورده شده است. توجه خاصی نیز بر روی شرایط مرزی ناحیه مدلسازی شده است بدین معنا که اعمال شرایط مرزی واقعی که شامل سرعت جریان در این مرزها هست تقریباً غیرممکن هست ولی با تقریب خوبی می توان فشار گیبج صفر برای این ناحیه در نظر گرفت ضریب ویسکوزیته آشفته در حدود 10 بعنوان پیش فرض در نظر گرفته شده است.

<sup>۱</sup> Linux

<sup>۲</sup> Windows

<sup>۳</sup> Subroutin

تست شبکه مش نشان داد که یک شبکه بندی  $129 \times 129$  در جهت های محوری و شعاعی با ضریب انبساط 1.1 مناسب می باشد. با استفاده از این شبکه شرط  $y^+ < 0.5$  که برای مدل آشفته رینولدز پایین نیز مورد نیاز است، عملی شده است.

فصل چہارم

بررسی سیستم

روتور-استاتور بستہ

در این فصل جریان سیال و انتقال حرارت در درون محفظه‌های روتور-استاتور بسته ( $C_w=0$ ) بصورت عددی مورد بررسی قرار گرفته است. معادلات ناویر-استوکس و انرژی سه بعدی برای جریان پایدار و سیال تراکم ناپذیر در مختصات استوانه‌ای حل شده‌اند. از مدل  $k-\epsilon$  رینولدز پایین برای تحلیل عددی استفاده شده است. از جمله پارامترهای مورد علاقه جهت بررسی می‌توان به تاثیر فاصله بین دیسکها در شکل جریان، میزان انتقال حرارت و بدست آوردن فاصله بهینه برای ماکزیمم کردن میزان انتقال حرارت اشاره کرد با تغییر نسبت‌های  $a/b$ ،  $G(=s/b)$  و  $Re_0$  جواب‌های عددی بدست آمده برای مولفه‌های سرعت و عدد نوسلت با هم مقایسه شده است.

### ۴-۱ مدل استفاده شده و شرایط مرزی

شکل ۱-۵ شماتیکی از مدل استفاده شده در حل عددی را نمایش می دهد. ابعاد و اندازه محفظه به

صورت زیر می باشد:

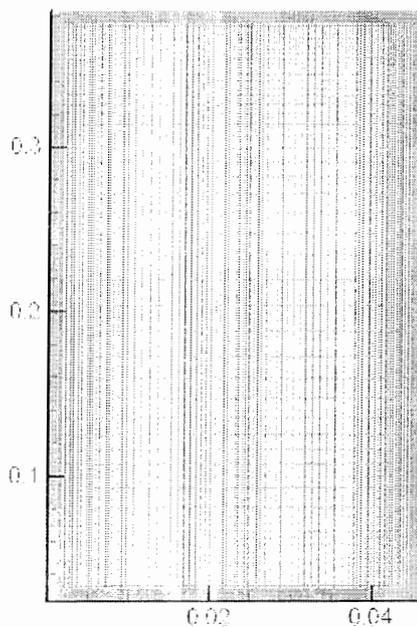
$b=383 \text{ mm}$  ، برای سه حالت  $0.1$  ،  $0.08$  ،  $0.06$  ;  $a/b=0.06$  ،  $30.64 \text{ mm}$  ،  $22.98 \text{ mm}$  و

برای سه حالت  $0.2$  ،  $0.15$  ،  $0.12$  ;  $s=45.96 \text{ mm}$  ،  $57.45 \text{ mm}$  ،  $76.6 \text{ mm}$  .

از یک شبکه بندی شطرنجی  $129 \times 129$  در جهت های محوری و شعاعی با ضریب انبساط ۱.۱

استفاده شده است. در شکل ۴-۱ شبکه بدست آمده برای یکی از وضعیت های فوق الذکر نشان داده شده

است.



شکل ۴-۱ شبکه بندی  $129 \times 129$  استفاده شده در حل عددی ( $s/b=0.12$ )

شرایط مرزی که به مسأله اعمال گردیده بدینصورت است که جریان جرمی ورودی و خروجی نداریم و در روی مرزهای جامد شرط عدم لغزش اعمال شده است. توجه خاصی نیز بر روی شرایط مرزی ناحیه مدلسازی شده است بدین معنا که اعمال شرایط مرزی واقعی که شامل سرعت جریان در این مرزها هست تقریباً غیرممکن هست ولی با تقریب خوبی می توان فشار گنج صفر برای این ناحیه در نظر گرفت ضریب ویسکوزیته آشفته در حدود 10 بعنوان پیش فرض در نظر گرفته شده است. فهرستی از شرایط مرزی اعمال شده در جدول ۴-۱ خلاصه شده است:

جدول ۴-۱ شرایط مرزی اعمال شده بر سیستم روتور-استاتور بسته

ناحیه	$T$	$\varepsilon$	$k$	$V_z$	$V_\varphi$	$V_r$
$z=0, a < r < b$	<i>fitted</i>	0	0	0	$\Omega r$	0
$z=s, a < r < b$	<i>Tref</i>	0	0	0	0	0
$r=a, 0 < z < s$	$\frac{\partial T}{\partial z} = 0$	0	0	0	$\Omega a$	0
$r=b, 0 < z < s_1$	$\frac{\partial T}{\partial z} = 0$	0	0	0	0	0
$r=b, s_1 < z < s_2$	$\frac{\partial T}{\partial z}$	0	0	0	$\Omega \Delta z = b$	0
$r=b, s_2 < z < s$	$\frac{\partial T}{\partial z}$	0	0	0	0	0

که  $T_{fitted}$  دمای منطبق شده بر اطلاعات تجربی مرجع [۴۷]،  $s_1$  فاصله محوری از روتور تا شکاف

خروجی و  $s_2$  فاصله محوری از شکاف خروجی تا استاتور می باشد.

مقادیر  $a/b$  و  $s/b$  و عدد رینولدز چرخشی،  $Re_{\theta}$ ، برای حل عددی به گونه ای انتخاب شده است که بتوان اثرات ابعاد و شکل محفظه و نیز سرعت دورانی روتور را بر روی میدان جریان در درون مدل بطور مستقل بررسی کرد و بتوان نتایج بدست آمده را نیز با هم مقایسه نمود..

$$a/b = 0.06, 0.08, 0.1 \quad \text{گروه 1}$$

$$s/b = 0.12, 0.15, 0.2 \quad \text{گروه 2}$$

$$Re_{\theta} E+6 = 0.25, 0.73, 1.25 \quad \text{گروه 3}$$

ناگفته نماند که پارامتری بعد جریان جرمی<sup>۱</sup>،  $C_w$ ، برای تمام حالت‌های عنوان شده برابر صفر

می‌باشد.

در این قسمت تاثیر پارامترهای مختلف مانند  $a/b$ ،  $s/b$  و  $Re_{\theta}$  را بر روی ساختار جریان و انتقال حرارت بررسی می‌کنیم. همچنین به نحوه تغییرات برخی از خواص جریان و مشخصه‌های انتقال حرارتی سیستم در موقعیت‌های مختلف محوری می‌پردازیم.

## ۴-۲ ساختار جریان<sup>۲</sup>

ساختار جریان را می‌شود با بدست آوردن خطوط جریان، مولفه های سرعت بی بعد شده شعاعی  $(V_r/\Omega r)$  و مماسی  $(V_t/\Omega R)$ ، کانتورهای سرعت مماسی  $(V_t)$  و ضریب مومنتوم کلی روتور مورد بررسی قرار داد.

<sup>۱</sup> Non-Dimensional Mass Flow Rate

<sup>۲</sup> Flow Structure

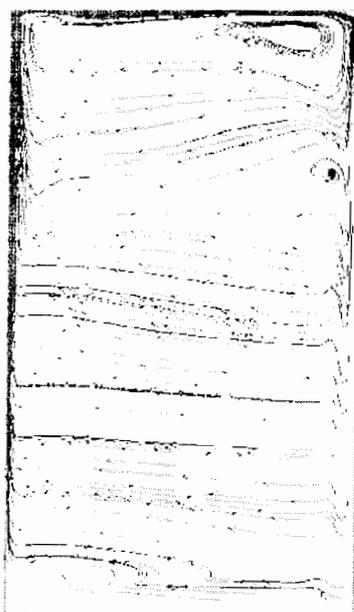
۴-۲-۱ خطوط جریان<sup>۱</sup>

در اینجا خطوط جریان بدست آمده برای سه حالت  $s/b=0.12$ ،  $a/b=0.06$ ،  $1.25e+6$ ،  $0.25e+6$

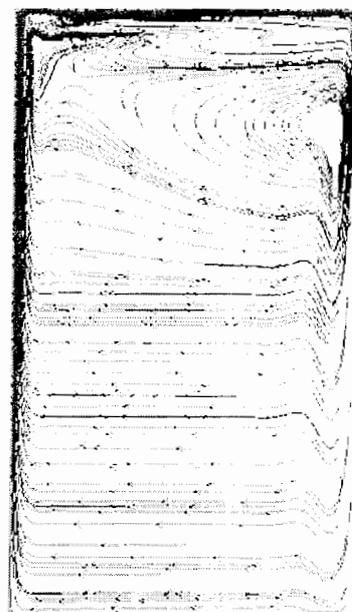
$(Re_0=1.25e+6, a/b=0.06, s/b=0.12)$  و  $(Re_0=1.25e+6, a/b=0.06, 0.1)$ ،  $(Re_0=$

آورده شده‌اند و سایر خطوط جریان‌ها در پیوست ارائه می‌گردند. شکل ۴-۲، ۴-۳ و ۴-۴ خطوط

جریان را در حالت‌های اول، دوم و سوم نمایش می‌دهند.



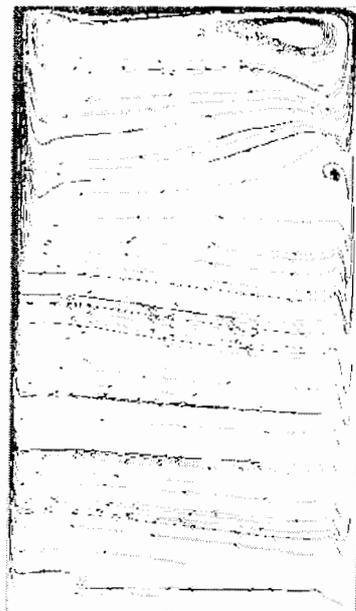
شکل ۴-۲ ب  $Re_0=1.25e+6$



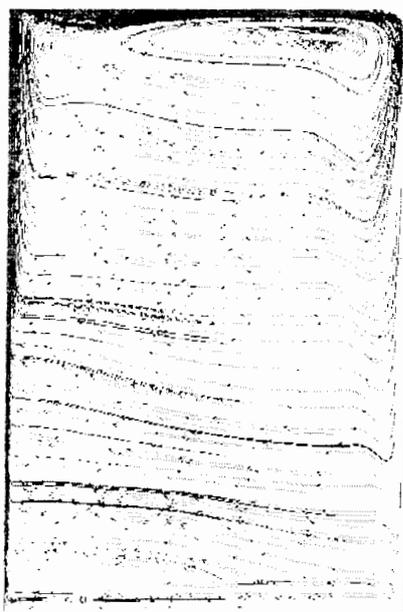
شکل ۴-۲ الف  $Re_0=0.25e+6$

شکل ۴-۲ خطوط جریان بدست آمده در حالت  $Cw=0$ ،  $s/b=0.12$ ،  $a/b=0.06$

<sup>۱</sup> Streamlines

شکل ۴-۳ ب-  $a/b=0.1$ شکل ۴-۳ الف  $a/b=0.06$ 

شکل ۴-۳ خطوط جریان بدست آمده در حالت  $Re_0=1.25e+6$ ,  $s/b=0.12$ ,  $C_w=0$

شکل ۴-۴ ب-  $s/b=0.2$ شکل ۴-۴ الف  $s/b=0.12$ 

شکل ۴-۴ خطوط جریان بدست آمده در حالت  $Re_0=1.25e+6$ ,  $a/b=0.06$ ,  $C_w=0$

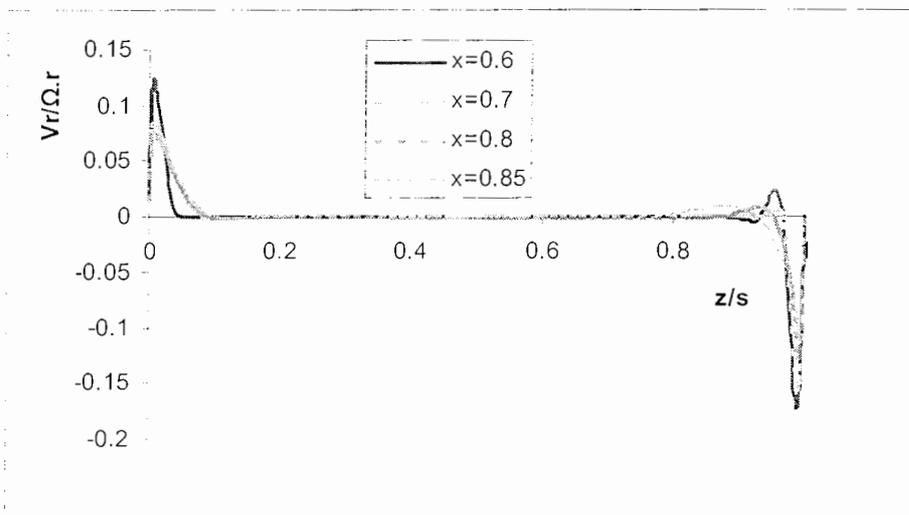
با توجه به شکل ۲-۴ می توان دریافت که با افزایش رینولدز جریان کمتر دچار بازگردش<sup>۱</sup> شده و بیشتر به سمت روتور حرکت می کند و بخاطر لایه مرزی بزرگتر ایجاد شده بر روی روتور بطور مماسی بر روتور به سمت خروجی حرکت می کند در صورتیکه در  $Re_0$  کمتر دو ناحیه بازگردش قابل تشخیص بوده و در خروج از محفظه بی نظمی بیشتری دیده می شود. از شکل ۳-۴ در می یابیم که افزایش مقدار  $a/b$  در شکل خطوط جریان تغییر آنچنانی ایجاد نمی کند و فقط اختلاف کمی در ناحیه با  $x < 0.2$  دیده مشاهده می گردد. با افزایش نسبت  $s/b$  تراکم خطوط جریان بیشتر معطوف به ناحیه با  $x > 0.6$  می گردد. این موضوع به وضوح در شکل ۴-۴ قابل تشخیص است.

#### ۲-۲-۴ مولفه های سرعت بی بعد شده شعاعی و مماسی

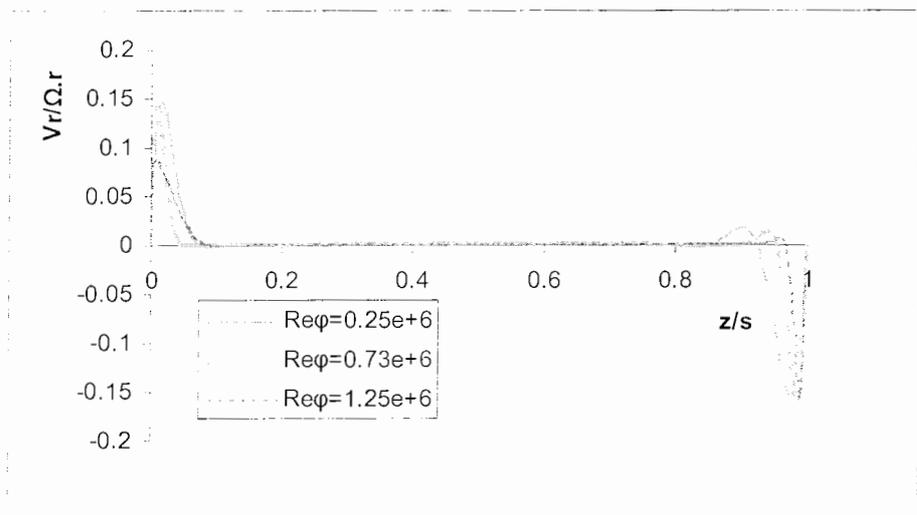
##### ۱-۲-۲-۴ مولفه سرعت بی بعد شده شعاعی

در اینجا نتایج بدست آمده برای مولفه سرعت بی بعد شده شعاعی یا همان  $V_r/\Omega r$  برای برای چهار حالت  $Re_0 = 1.25e+6$  ،  $a/b=0.06$  ،  $s/b=0.12$  ،  $(@x=0.7)$  ،  $a/b=0.06$  ،  $s/b=0.12$  ،  $Re_0 = 1.25e+6$  و  $(@x=0.7)$  ،  $a/b=0.06$  ،  $Re_0 = 1.25e+6$  آورده شده اند و سایر نمودارها نیز در پیوست ارائه می گردند. شکل ۴-۵ ، ۴-۶ ، ۴-۷ و ۴-۸ به ترتیب حالت های فوق الذکر را نشان می دهند.

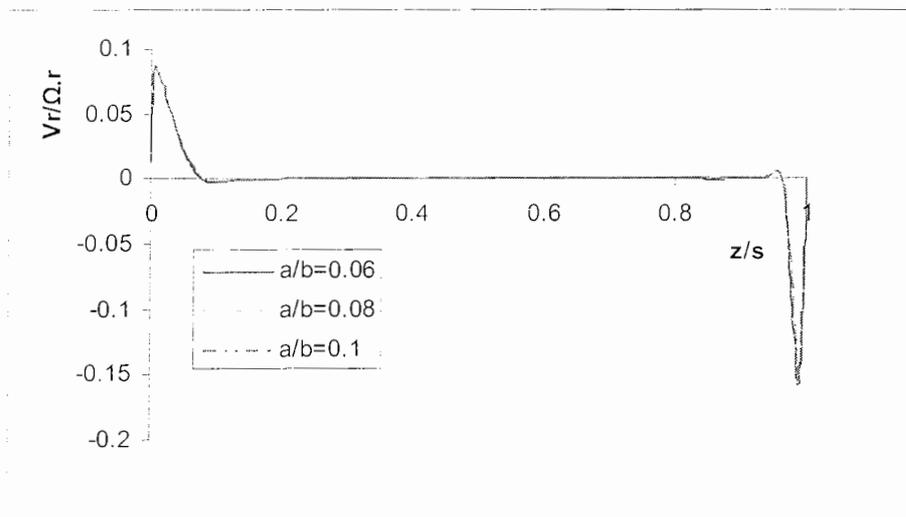
<sup>۱</sup> Recirculation



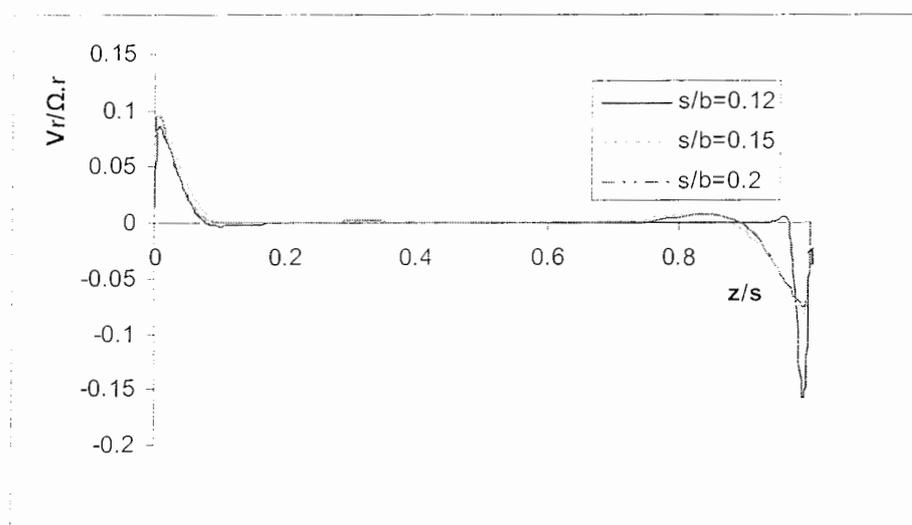
شکل ۴-۵ نمودار  $V_r/\Omega.r$  بر حسب  $z/s$  در  $Re_0 = 1.25e+6$  .  $a/b=0.06$  .  $s/b=0.12$



شکل ۴-۶ نمودار  $V_r/\Omega.r$  بر حسب  $z/s$  در  $x=0.7$  .  $a/b=0.06$  .  $s/b=0.12$



شکل ۷-۴ نمودار  $V_r/\Omega.r$  بر حسب  $z/s$  در  $\alpha=0.7$ ،  $Re_0=1.25e+6$ ،  $s/b=0.12$

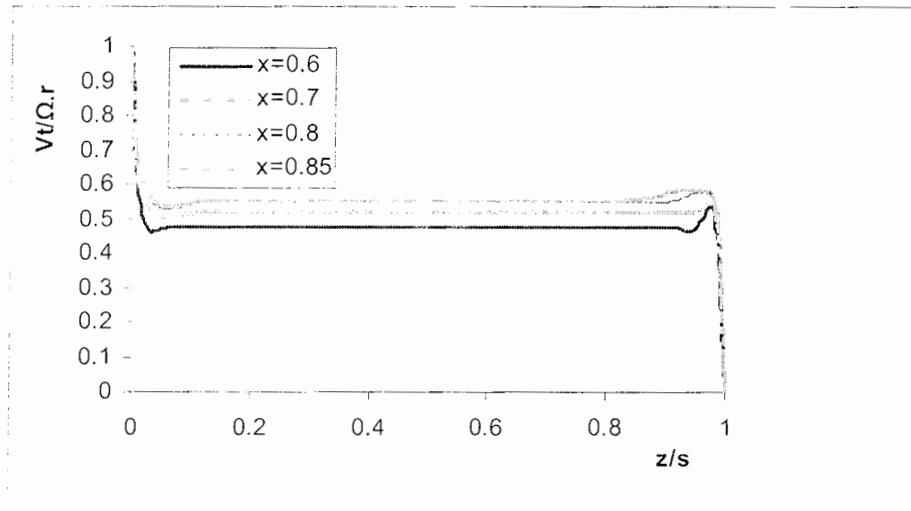


شکل ۸-۴ نمودار  $V_r/\Omega.r$  بر حسب  $z/s$  در  $\alpha=0.7$ ،  $Re_0=1.25e+6$ ،  $a/b=0.06$

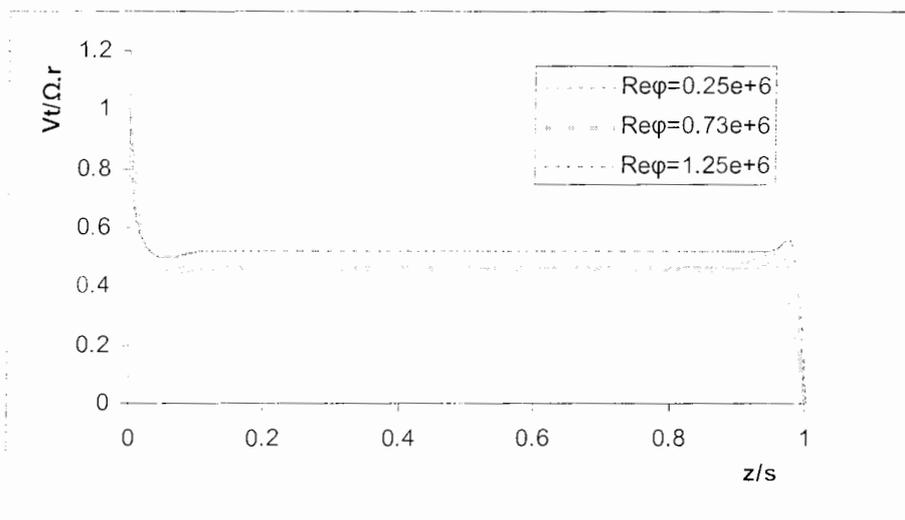
با توجه به اشکال نشان داده شده میتوان نتایج زیر را استخراج نمود. چنانکه از شکل ۴-۵ مشاهده می‌شود در ناحیه میانی مقدار سرعت شعاعی صفر بوده و تمام جریان جرمی عبوری از درون لایه مرزی تشکیل شده بر روی دیسک چرخان می‌گذرد و به جزء برای مقدار  $x = 0.6$  ،  $V_r/\Omega.r$  مقداری برابر با صفر دارد (نمودار مربوطه در پیوست آمده است). که نشان دهنده شروع ناحیه میانی از این مقدار می باشد. با افزایش سرعت دورانی روتور (افزایش  $Re_0$ ) ضخامت لایه مرزی بر روی دیسک گردان اندکی کاهش می یابد همچنین تغییر اندکی در حداکثر سرعت محوری در این لایه مرزی صورت می گیرد. این مطلب در شکل ۴-۶ دیده می‌شود. بطور کلی می توان از اثر سرعت دورانی روتور بر روی سرعت بی بعد شده شعاعی صرف نظر کرد. همانطور که در شکل ۴-۷ می‌بینیم افزایش مقدار  $a/b$  تغییری در مقدار سرعت شعاعی ایجاد نمی‌کند ولی با افزایش میزان  $s/b$  لایه مرزی تشکیل شده روی استاتور رشد اندکی دارد که شکل ۴-۸ گویای این نتیجه است.

#### ۴-۲-۲-۲ مولفه سرعت بی بعد شده مماسی

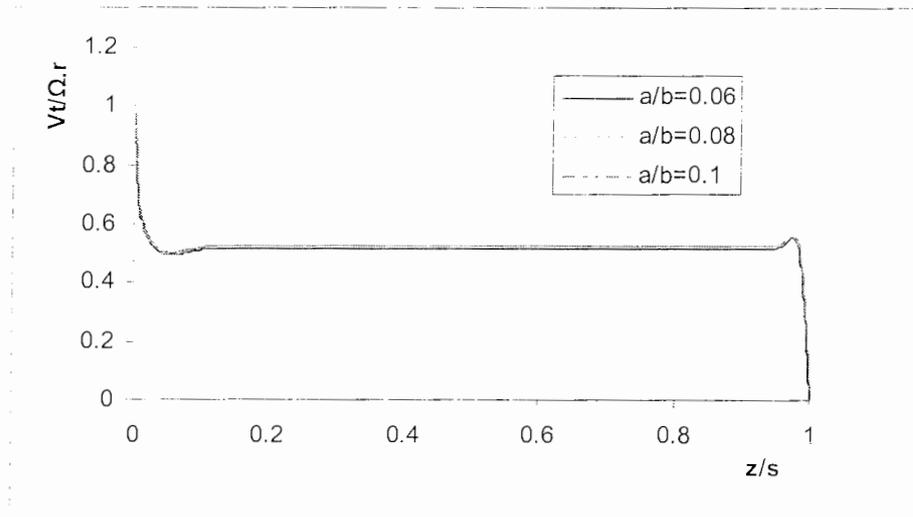
در اینجا نتایج بدست آمده برای مولفه سرعت بی بعد شده مماسی یا همان  $V_t/\Omega.r$  برای چهار حالت  $Re_0 = 1.25e+6$  ،  $a/b=0.06$  ،  $s/b=0.12$  ،  $(@x=0.7)$  ،  $a/b=0.06$  ،  $s/b=0.12$  ،  $Re_0 = 1.25e+6$  و  $(@x=0.7)$  ،  $a/b=0.06$  ،  $s/b=0.12$  آورده شده‌اند و سایر نمودارها نیز در پیوست ارائه می‌گردند. شکل ۴-۹، ۴-۱۰، ۴-۱۱ و ۴-۱۲ به ترتیب حالت‌های فوق‌الذکر را نشان می‌دهند.



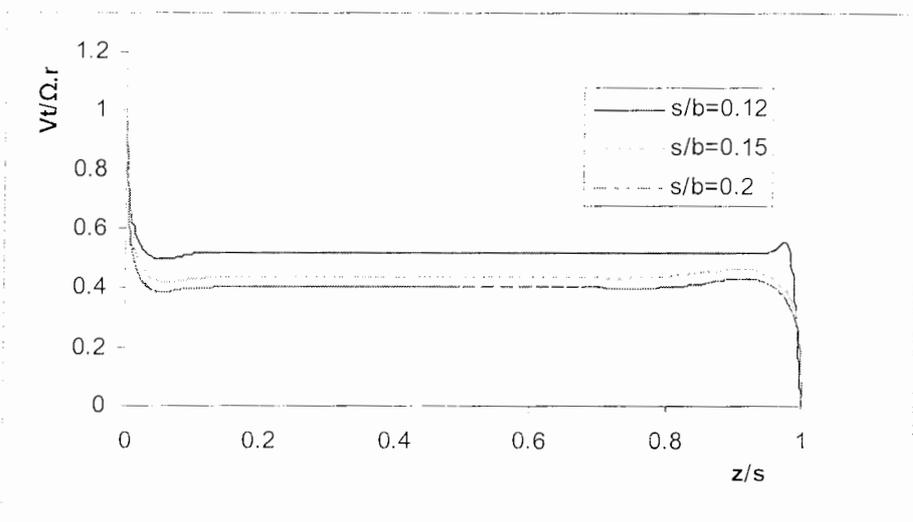
شکل ۹-۴ نمودار  $V_t/\Omega.r$  بر حسب  $z/s$  در  $Re_0 = 1.25e+6$  .  $a/b=0.06$  .  $s/b=0.12$



شکل ۱۰-۴ نمودار  $V_t/\Omega.r$  بر حسب  $z/s$  در  $x=0.7$  .  $a/b=0.06$  .  $s/b=0.12$



شکل ۴-۱۱ نمودار  $V_t/\Omega.r$  بر حسب  $z/s$  در  $x=0.7$  ,  $Re_0 = 1.25e+6$  ,  $s/b=0.12$



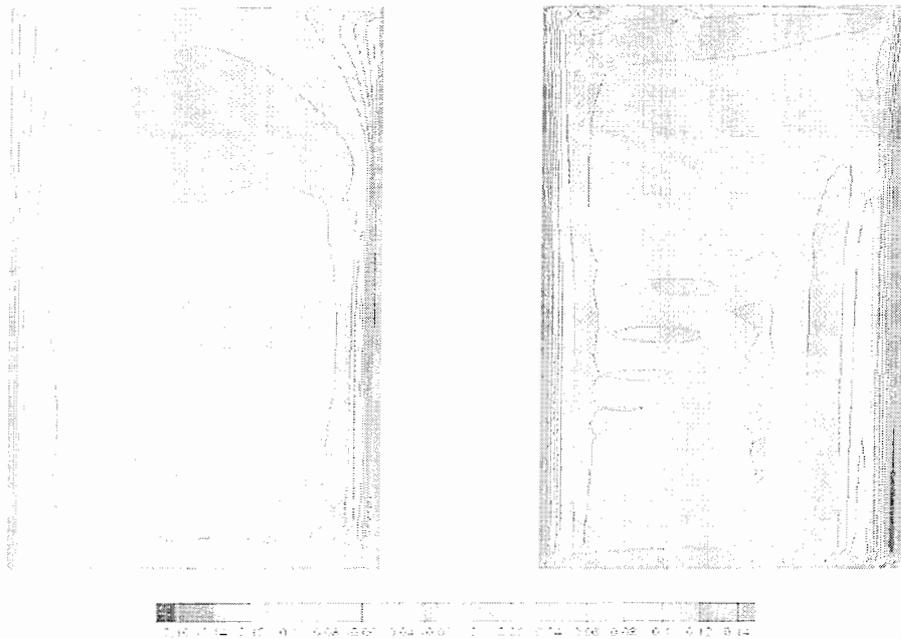
شکل ۴-۱۲ نمودار  $V_t/\Omega.r$  بر حسب  $z/s$  در  $x=0.7$  ,  $Re_0 = 1.25e+6$  ,  $a/b=0.06$

با توجه به اشکال نشان داده شده میتوان به نتایج زیر دست یافت. چنانکه از شکل ۴-۹ مشاهده می‌شود در ناحیه میانی و دور از دیسکها  $V_t/\Omega r$  تقریباً ثابت است و این در حقیقت نشان دهنده وجود یک جریان چرخش آزاد در این ناحیه است. چنانکه مشخص است با افزایش شعاع میزان  $V_t/\Omega r$  افزایش می‌یابد. چنانچه در شکل ۴-۱۰ مشخص است اثر قابل ملاحظه افزایش  $Re_0$ ، افزایش میزان  $V_t/\Omega r$  در خارج لایه مرزی است. همانطور که در شکل ۴-۱۱ می‌بینیم افزایش مقدار  $a/b$  تغییری در مقدار سرعت بی‌بعد شده مماسی ایجاد نمی‌کند ولی با افزایش میزان  $s/b$  میزان  $V_t/\Omega r$  کاهش می‌یابد که شکل ۴-۱۲ گویای این نتیجه است.

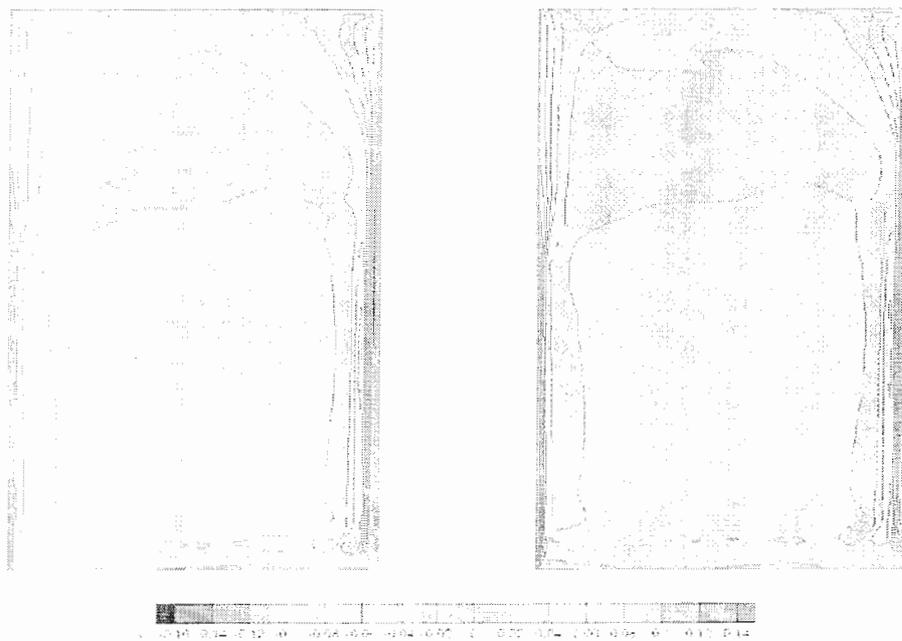
#### ۴-۲-۳ کانتورهای سرعت مماسی

در اینجا کانتورهای سرعت مماسی بدست آمده برای سه حالت آورده شده‌اند که با کمک آن بتوان اثرات تغییر  $Re_0$ ،  $a/b$  و  $s/b$  را بررسی نمود. سایر کانتورهای مربوطه در پیوست ارائه می‌گردند. شکل ۴-۱۳، ۴-۱۴ و ۴-۱۵ کانتورهای  $V_t$  را در حالات مورد نظر نمایش می‌دهند.

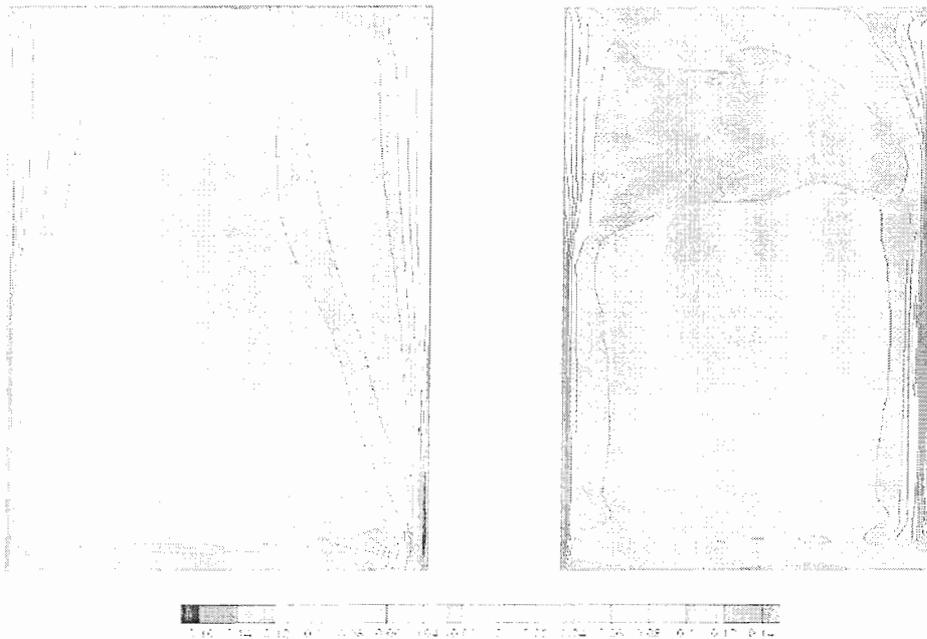
با توجه به اشکال زیر می‌توان دریافت که تغییرات محوری  $V_t$  بسیار ناچیز است ولی با افزایش  $Re_0$  بر شدت این تغییرات تا حدودی افزوده می‌گردد. نتیجه کلی که می‌توان از این کانتورها گرفت این است که فقط تغییرات رینولدز چرخشی و نسبت  $s/b$  بر شکل بدست آمده تاثیر می‌گذارد و تغییر مقدار  $a/b$  عملاً هیچگونه اثری بر توزیع سرعت در محفظه ندارد.

شکل ۴-۱۳ ب  $Re_0=1.25e+6$ شکل ۴-۱۳ الف  $Re_0=0.25e+6$ 

شکل ۴-۱۳ کانتورهای  $V_t$  بدست آمده در حالت  $s/b=0.12$  .  $a/b=0.06$

شکل ۴-۱۴ ب  $a/b=0.1$ شکل ۴-۱۴ الف  $a/b=0.06$ 

شکل ۴-۱۴ کانتورهای  $V_t$  بدست آمده در حالت  $s/b=0.12$  .  $Re_0=1.25e+6$

شکل ۴-۱۵-ب  $s/b=0.2$ شکل ۴-۱۵-الف  $s/b=0.12$ 

شکل ۴-۱۵ کانتورهای  $V_t$  بدست آمده در حالت  $Re_D=1.25 \times 10^6$ ,  $a/b=0.06$

#### ۴-۲-۴ ضریب مومنتوم کلی روتور

ضریب مومنتوم کلی روتور توسط رابطه زیر محاسبه می شود.

$$C_M = -2\pi \int_{r_1}^{r_2} r^2 \tau_{\theta,r} dr / \frac{1}{2} \rho \Omega^2 b^3 \quad (۱-۴)$$

وقتی

$$\tau_{\theta,r} = \alpha \frac{\partial V_{\theta}}{\partial z} \quad (۲-۴)$$

بخاطر استفاده از مدل آشفته رینولدز پایین و شرط استفاده شده  $y^+ < 0.5$ ، می توان مطمئن بود که نقطه اولی همیشه در ناحیه زیر لایه آرام قرار می گیرد بنابراین استفاده از رابطه ۲-۴ برای محاسبه تنش برشی معتبر می باشد.

برای مقایسه نتایج بدست آمده از حل عددی از رابطه که مرجع [۱۲] بر اساس مقادیر تجربی ارائه داده است استفاده می شود. بر اساس این مرجع مقدار ضریب مومنتوم کلی توسط رابطه زیر قابل محاسبه می باشد.

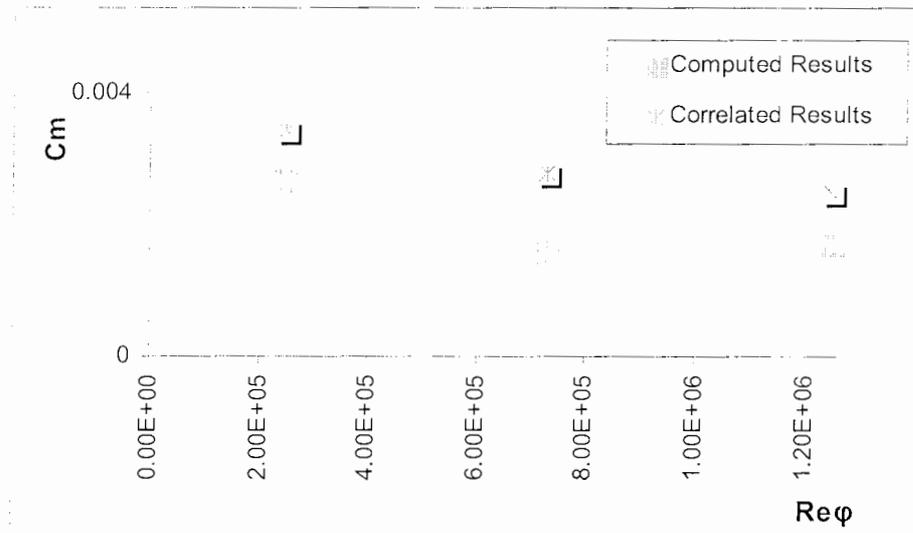
$$C_{1/2} = C_{1/2}^* (1 + 13.9 \beta^* \lambda_r G^{-1/8}) \quad (3-4)$$

وقتی که  $C_{1/2}^*$  و  $\beta^*$  مقدار ضریب مومنتوم کلی و نسبت چرخش ناحیه میانی برای سیستمی مشابه بدون جریان جرمی می باشد و توسط رابطه زیر ارائه می شوند.

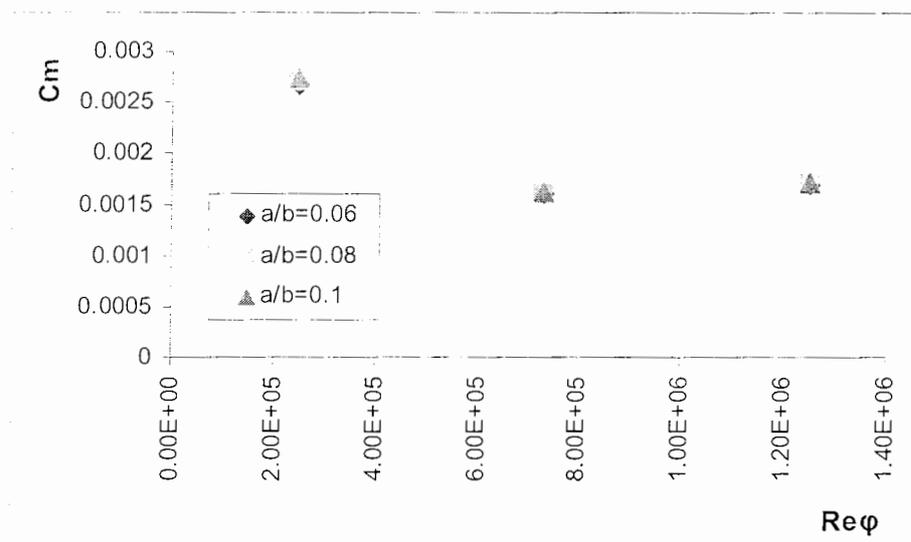
$$C_{1/2}^* = 0.0510 G^{1/4} Re_\phi^{-0.2} \quad (4-4)$$

و در اینجا  $\beta^* = 0.43$  می باشد.

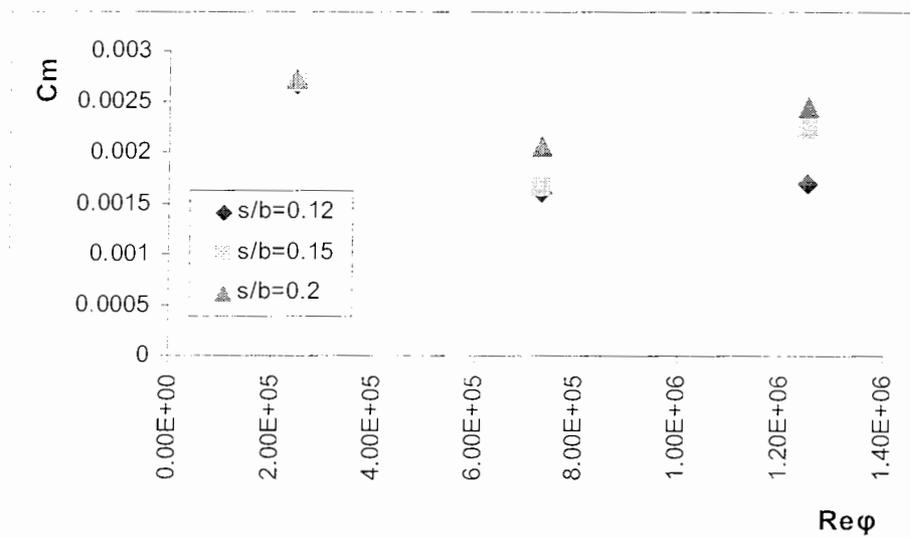
مقادیر بدست آمده توسط رابطه تجربی ۳-۴ با نتایج عددی مقایسه شده اند که شکل ۴-۱۶ این مورد را نمایش می دهد. همچنین تغییرات ضریب مومنتوم کلی بر حسب  $Re_0$  در  $a/b$  ثابت و  $s/b$  ثابت نیز به ترتیب در اشکال ۴-۱۷ و ۴-۱۸ آورده شده است. سایر نتایج مربوطه در پیوست ارائه گردیده است.



شکل ۴-۱۶ مقایسه نتایج عددی و نتایج بدست آمده از رابطه تجربی برای  $C_m$  در  $a/b=0.06$  و  $s/b=0.12$



شکل ۴-۱۷ تغییرات  $C_m$  بر حسب  $Re_0$  در  $s/b=0.12$



شکل ۴-۱۸ تغییرات  $C_m$  بر حسب  $Re_0$  در  $a/b=0.06$

چنانکه در شکل ۴-۱۶ مشخص است نتایج عددی با رابطه تجربی همخوانی نسبتاً خوبی را نشان می‌دهد. از اشکال ۴-۱۷ و ۴-۱۸ نیز مشاهده می‌کنیم که مقدار ضریب مومنتوم کلی با تغییر مقدار  $a/b$  بدون تغییر مانده و با افزایش نسبت  $s/b$  افزایش می‌یابد که این موضوع را با توجه به بیشتر شدن تنش برشی براحتی میتوان نتیجه گرفت.

### ۴-۳ انتقال حرارت

انتقال حرارت را با بدست آوردن اعداد ناسلت مورد بررسی قرار می‌دهیم. ولی قبل از آن کانتورهای

فشار بی‌بعد محفظه را بدست می‌آوریم.

### ۵-۳-۱ کانتورهای فشار بی‌بعد

ابتدا دمای درون محفظه مورد بررسی،  $P$ ، را به شکل زیر بی‌بعد کرده و نام آن رانسیبت فشار<sup>۱</sup>،  $P^*$ ،

می‌گذاریم:

$$P^* = \frac{P}{P_{ref}} \quad (۵-۴)$$

که  $P_{ref}$ ، فشار مرجع در چگالی<sup>۲</sup> و لزجت هوا و میزان آن برابر 1.05Bar می‌باشد.

در اینجا کانتورهای فشار بی‌بعد بدست آمده برای سه حالت آورده شده‌اند که با کمک آن بتوان اثرات

تغییر  $Re_D$ ،  $a/b$  و  $s/b$  را بررسی نمود. شکل ۴-۱۹، ۴-۲۰ و ۴-۲۱ کانتورهای  $P^*$  را در حالت‌های سه‌گانه

نمایش می‌دهند.

با توجه به اشکال زیر می‌توان دریافت که تغییرات محوری نسبت فشار عملاً وجود ندارد. ضمناً

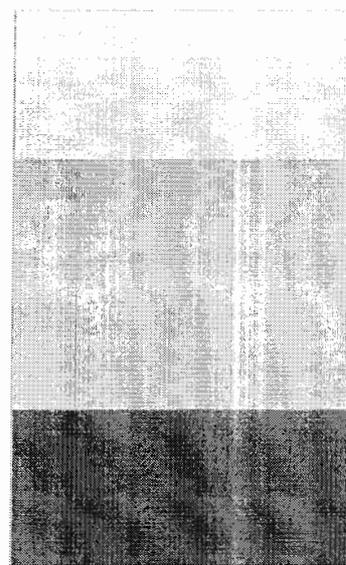
مشاهده می‌شود که با افزایش سرعت روتور میزان نسبت فشار افزایش می‌یابد. از آنجا که جریان جرمی،

$C_w$ ، وجود ندارد، تغییرات  $a/b$  و  $s/b$  تاثیری در  $P^*$  ندارند.

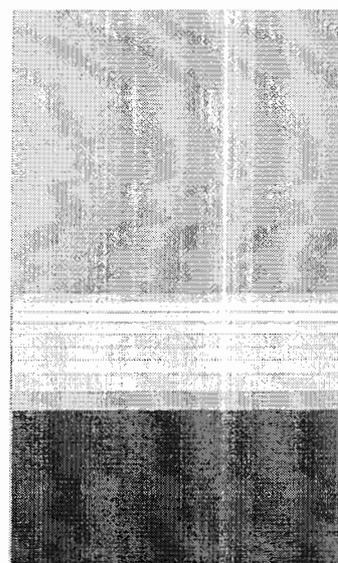
می‌توان نشان داد که در این حالت معادلات بصورت  $-\rho \frac{V_\phi^2}{r} = -\frac{\partial P}{\partial r}$  درمی‌آیند.

<sup>۱</sup> Pressure Ratio

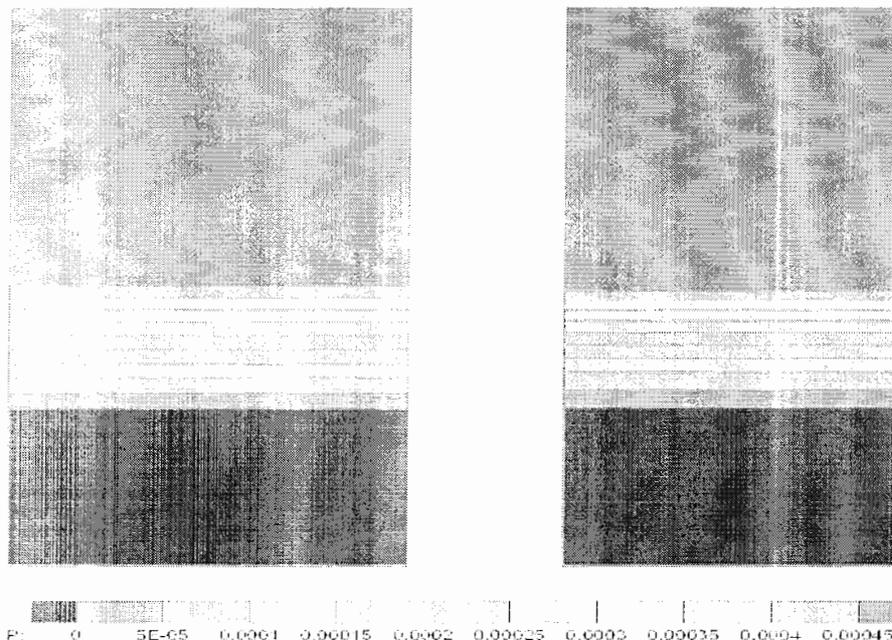
<sup>۲</sup> Density

شکل ۴-۱۹-ب  $Re_0=1.25e+6$ شکل ۴-۱۹-الف  $Re_0=0.25e+6$ 

شکل ۴-۱۹ کانتورهای نسبت فشار بدست آمده در حالت  $s/b=0.12$  .  $a/b=0.06$  .

شکل ۴-۲۰-ب  $a/b=0.1$ شکل ۴-۲۰-الف  $a/b=0.06$ 

شکل ۴-۲۰ کانتورهای نسبت فشار بدست آمده در حالت  $s/b=0.12$  .  $Re_0=1.25e+6$  .



شکل ۴-۲۱-ب  $s/b=0.2$       شکل ۴-۲۱-الف  $s/b=0.12$   
 شکل ۴-۲۱ کانتورهای نسبت فشار بدست آمده در حالت  $a/b=0.06$ ،  $Re_0=1.25e+6$

#### ۴-۳-۲ عدد ناسلت

#### ۴-۳-۲-۱ عدد ناسلت محلی<sup>۱</sup>

عدد ناسلت محلی به شکل زیر تعریف می‌شود:

$$Nu = \frac{q''}{k \Delta T_{ref}} = \frac{q''}{k(T_{s,ad} - T_s)} \quad (۴-۶)$$

که:

$$q = k \left. \frac{\partial T}{\partial z} \right|_{z=s} \quad (۴-۷)$$

و  $T_s$  و  $T_{s,ad}$  دمای سطح روتور و دمای نظری دیسک آدیاباتیک می‌باشد. در نهایت  $\Delta T_{ref}$  از رابطه

زیر به دست می‌آید:

<sup>۱</sup> Local Nusselt Number

$$\Delta T = T_s - T_{s,ad} = \frac{1}{2c_p} (R(\Omega r - V_{\phi,s})^2 - V_{\phi,s}^2) \quad (۸-۴)$$

که با برخی ساده‌سازی‌ها به رابطه زیر می‌رسیم:

$$\Delta T = T_s - T_{inlet} = \frac{1}{2c_p} \text{Pr}^{1/3} (\Omega r)^2 \quad (۹-۴)$$

که  $T_{inlet} = T_{ref}$  و عدد پرانتل هوا که برابر 0.72 می‌باشد و  $c_p$  حرارت مخصوص هوا در فشار ثابت و

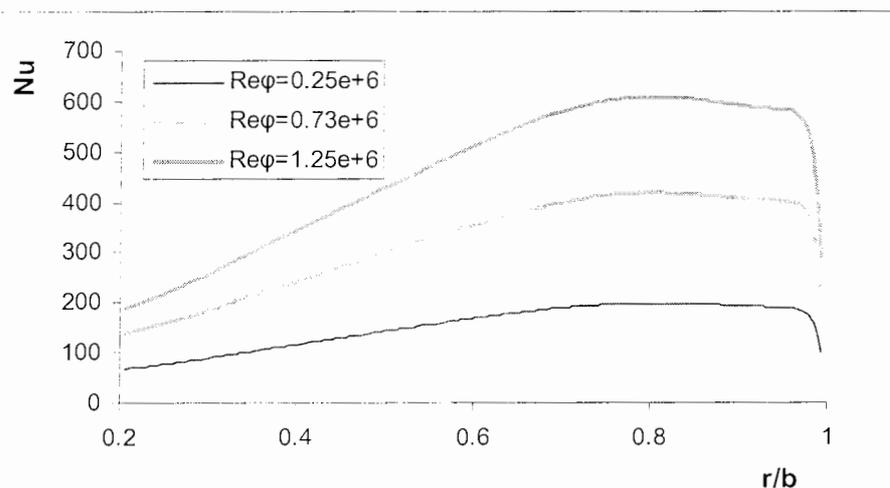
1003 J/Kg.K است.

در اینجا ابتدا نتایج بدست آمده برای عدد ناسلت برای سه حالت؛  $s/b=0.12$ ،  $a/b=0.06$  و برای

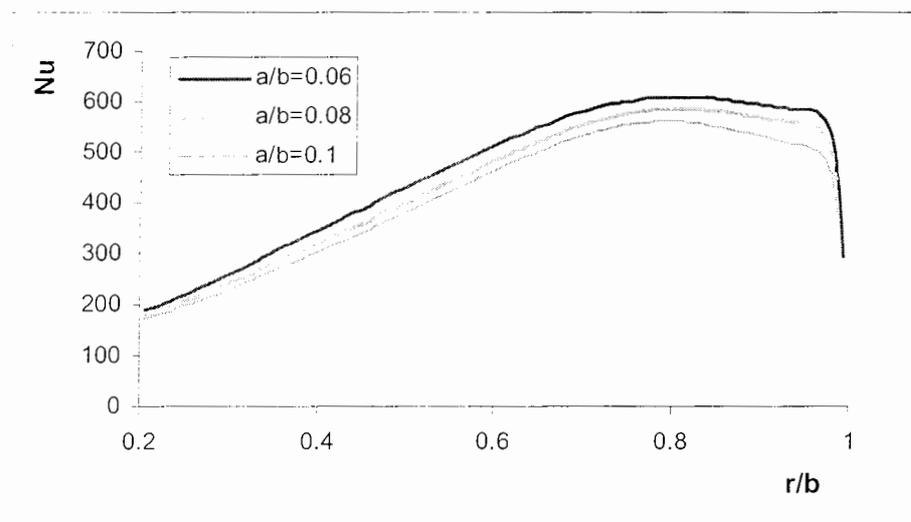
سه مقدار  $Re_0$ ،  $Re_0=1.25e+6$ ،  $s/b=0.12$  و برای سه مقدار  $a/b$  و سرانجام  $Re_0=1.25e+6$ ،  $a/b=0.12$ .

و برای سه مقدار  $s/b$ ، نمودارهای  $Nu$  بر حسب  $r/b$  آورده شده‌اند و سایر نمودارها نیز در پیوست

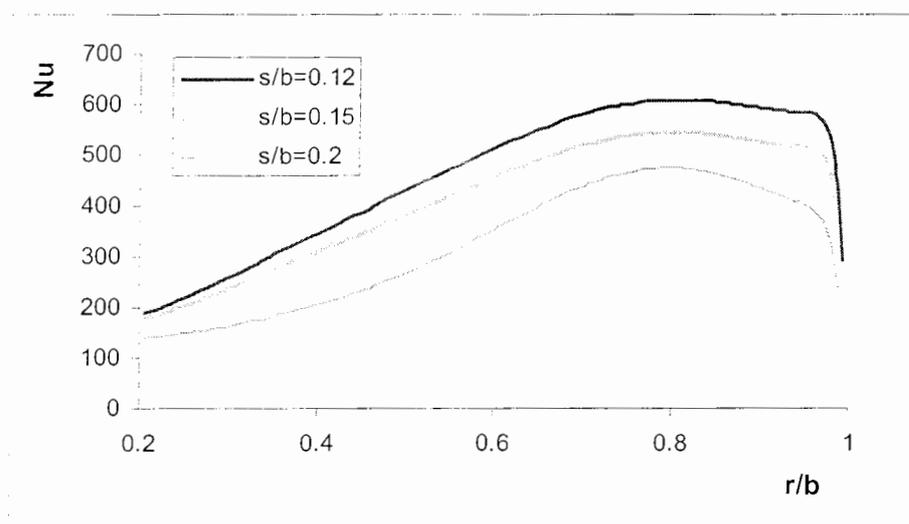
ارائه می‌گردند. شکل ۲۲-۴، ۲۳-۴ و ۲۴-۴ به ترتیب حالت‌های فوق‌الذکر را نشان می‌دهند.



شکل ۲۲-۴ نمودار  $Nu$  بر حسب  $r/b$  در  $a/b=0.06$ ،  $s/b=0.12$



شکل ۴-۲۳ نمودار  $Nu$  برحسب  $r/b$  در  $Re_0 = 1.25e+6$  .  $s/b = 0.12$



شکل ۴-۲۴ نمودار  $Nu$  برحسب  $r/b$  در  $Re_0 = 1.25e+6$  .  $a/b = 0.06$

همانطور که مشاهده می‌گردد با زیاد شدن رینولدز چرخشی میزان  $Nu$  افزایش می‌یابد. افزایش نسبت

$a/b$  کاهش نامحسوس عدد ناسلت را در پی دارد و با بیشتر شدن میزان  $s/b$  از مقدار  $Nu$  کاسته می‌شود که

علت هر دوی آنها کمتر شدن شار حرارتی روتور می‌باشد.

۴-۳-۲-۲ عدد ناسلت متوسط<sup>۱</sup>

عدد ناسلت متوسط به شکل زیر تعریف می‌شود:

$$Nu_{av} = \frac{q_{w,av} b}{k \Delta T_{ref,av}} = \frac{qr}{k(T_{s,ad} - T_s)} \quad (10-4)$$

که  $q_{w,av}$  و  $\Delta T_{ref,av}$  میانگین وزنی شعاعی<sup>۲</sup> بوده و به شکل زیر محاسبه می‌شوند:

$$q_{w,av} = \frac{Q_{ab}}{\pi(b^2 - a^2)} \quad (11-4)$$

$$\Delta T_{ref,av} = \frac{\int_a^b \frac{1}{2c_p} (R(\Omega r - V_{\phi,\infty})^2 - V_{\phi,\infty}^2) r dr}{\int_a^b r dr} \quad (12-4)$$

که  $a$  و  $b$  به ترتیب شعاعهای درونی و بیرونی دیسک حرارت داده شده بوده و  $Q_{ab}$  نرخ انتقال حرارت

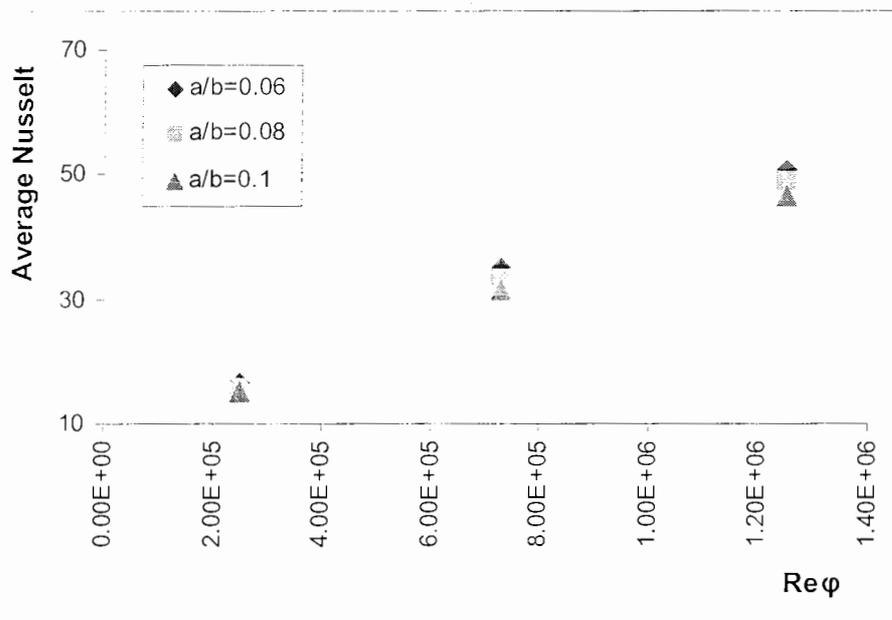
کل می باشد.

شکلهای ۴-۲۵ و ۴-۲۶ به ترتیب تغییرات عدد ناسلت متوسط را بر حسب  $Re_0$  در  $s/b=0.12$  و

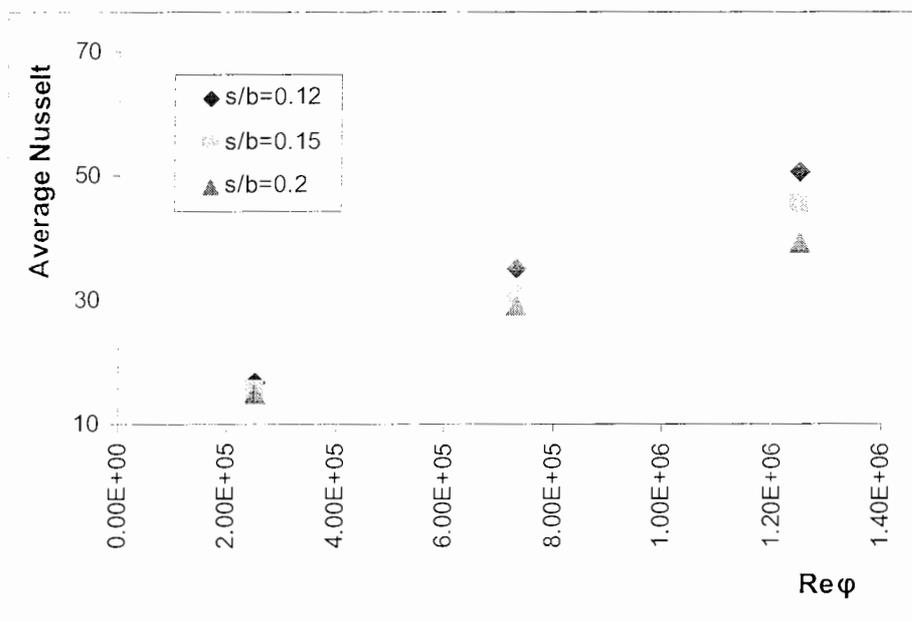
$a/b=0.06$  نمایش می دهند.

<sup>۱</sup> Average Nusselt Number

<sup>۲</sup> Radially-Weighted average



شکل ۲۵-۴ نمودار  $Nu_{av}$  بر حسب  $Re_0$  در  $s/b=0.12$



شکل ۲۶-۴ نمودار  $Nu_{av}$  بر حسب  $Re_0$  در  $a/b=0.06$

چنانکه در اشکال ۴-۲۵ و ۴-۲۶ مشاهده می‌کنیم که مقدار ناسلت متوسط با افزایش مقادیر  $a/b$  و

$s/b$  کاهش می‌یابد.

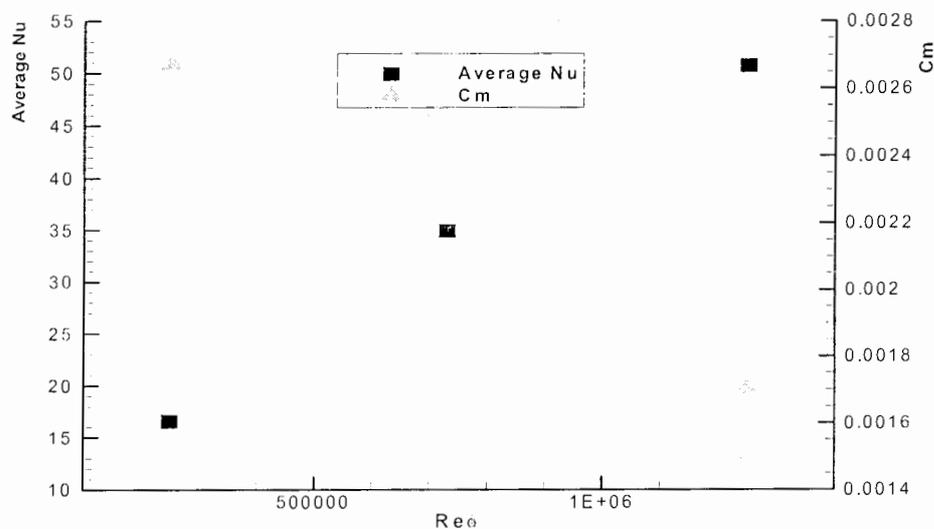
#### ۴-۴ آنالیز تشابهی رینولدز میان $Nu_{av}$ و $C_m$

ما در اینجا برای پیدا کردن ارتباط میان  $Nu_{av}$  و  $C_m$  نمودار این دو پارامتر را در حالت  $a/b=0.06$  و

$s/b=0.12$ ، بر حسب رینولدز چرخشی در دستگاه مشترک می‌آوریم. از آنجا که نمودارهای فوق کاملاً بی‌بعد

هستند می‌توان از آنها برای آنالیز تشابهی رینولدز استفاده کرد. سایر نمودارهای مرتبط در پیوست ارائه

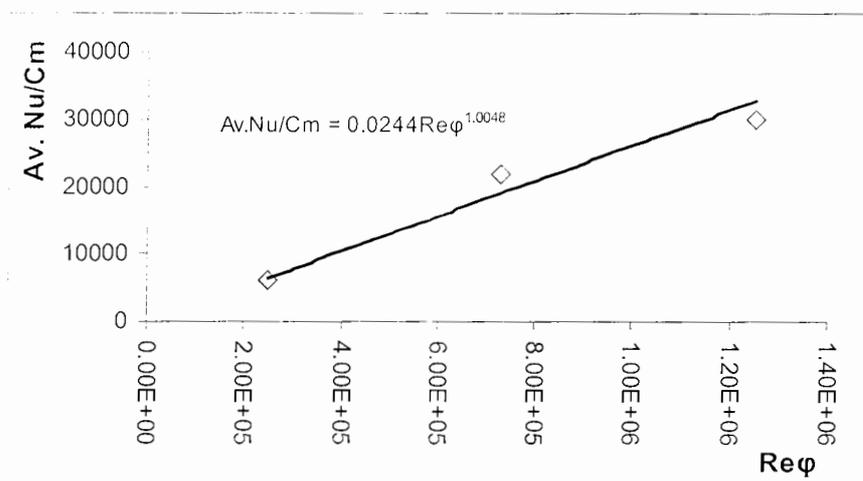
می‌گردند. شکل ۴-۲۷ در همین رابطه است.



شکل ۴-۲۷ نمودار  $Nu_{av}$  و  $C_m$  بر حسب  $Re_\theta$  در  $a/b=0.06$ ،  $s/b=0.12$

با تقسیم مقدار ناسلت متوسط بر ضریب مومنتوم کلی در شکل ۴-۲۷ و رسم آن بر حسب  $Re_{\phi}$  به

نمودار دیگری می‌رسیم که در شکل ۴-۲۸ نشان داده شده است.



شکل ۴-۲۸ نمودار  $Nu_{av}/C_m$  بر حسب  $Re_{\phi}$  در  $s/b=0.12$ ،  $a/b=0.06$

همانطور که مشاهده می‌کنیم برای حالت  $s/b=0.12$ ،  $a/b=0.06$  به رابطه زیر بین  $Nu_{av}$ ،  $C_m$  و  $Re_{\phi}$

دست می‌یابیم:

$$Nu_{av} / C_m = 0.024 Re_{\phi}^{1.005} \quad (13-4)$$

در نهایت داریم:

$$Nu_{av} = 0.024 C_m Re_{\phi}^{1.005} \quad (14-4)$$

از رابطه فوق با داشتن سرعت چرخش روتور و محاسبه  $C_m$  می‌توان به راحتی مقدار ناسلت متوسط را

در حالت  $s/b=0.12$ ،  $a/b=0.06$  بدست آورد. برای وضعیتهای دیگر می‌بایست حالات بیشتری بررسی گردد.

#### ۴-۵ بررسی خودتشابهی<sup>۱</sup> در نتایج بدست آمده

برای بررسی خودتشابهی نتایج بدست آمده ، می بایست ابتدا آنها را با نزدیکترین تابع در هر حالت و در فواصلی که شکل نمودارها از یک قاعده تبعیت می کند تخمین بزنیم. سپس چنانچه با حذف ثوابت به یک نمودار برسیم می توان نتیجه گرفت که خودتشابهی وجود داشته و پارامتر تشابهی برای حالات مفروض قابل دستیابی می باشد.

ما در اینجا برای نمونه نمودارهای سرعت بی بعد شده مماسی شکل ۴-۵ را مورد بررسی قرار می دهیم.

با بررسی شکل ۴-۵ درمی یابیم که برای رسیدن به نتایج دقیقتر بهتر است که نمودارهای مربوطه را در چهار قسمت (فاصله محوری) مورد مطالعه قرار دهیم:

$$0.00032 \leq z/s \leq 0.00805 \quad \text{قسمت اول:}$$

$$0.0095 \leq z/s \leq 0.09054 \quad \text{قسمت دوم:}$$

$$0.09724 \leq z/s \leq 0.81072 \quad \text{قسمت سوم:}$$

$$0.82177 \leq z/s \leq 1 \quad \text{و قسمت چهارم:}$$

قسمت اول:

می توان با عبور دادن تابع واحدی از مجموعه توابع نمایی<sup>۲</sup> به فرم  $y=A(1-e^{-Bx})$  در فاصله محوری

$0.00032 \leq z/s \leq 0.00805$  از آنها و حذف ضرایب  $A$  و  $B$  خودتشابهی حل بدست آمده را در این فاصله

مشاهده کرد. جدول ۴-۲ ثابتهای  $A$  و  $B$  بدست آمده را نشان می دهد.

<sup>۱</sup> Self Similarity

<sup>۲</sup> Exponential Functions

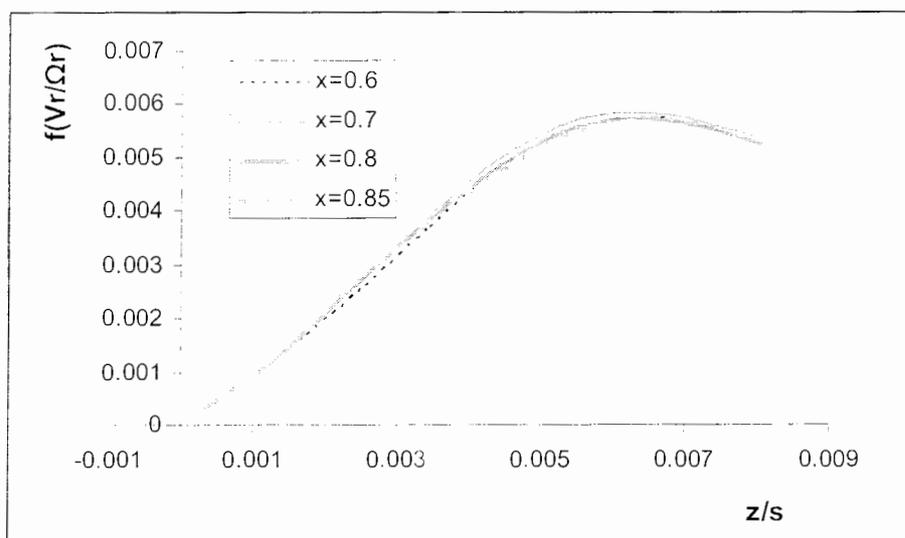
جدول ۲-۴ ضرایب A و B در معادله منطبق شده بر قسمت اول نمودارهای شکل ۵-۴

برچسب <sup>۱</sup> نمودار	A	B
x=0.6	0.13513349	446.1563
x=0.7	0.088881102	615.09472
x=0.8	0.077460677	675.97268
x=0.85	0.075474638	692.91489

با از بین بردن ثوابت فوق به تابعی به فرم  $x=f(y)$  می‌رسیم که در زیر آمده است:

$$z/s = -\frac{LH(1 - \frac{V_r/\Omega_r}{A})}{B} = f(\frac{V_r/\Omega_r}{A}) \quad (۱۵-۴)$$

بر این اساس به نمودار شکل ۲۹-۴ می‌رسیم که در زیر آمده است:



شکل ۲۹-۴ نمودار نشانگر خودتشابهی حل  $V_r/\Omega_r$  بدست آمده در شکل ۵-۴ برحسب  $z/s$  در قسمت اول

همانطور که می‌بینیم در این فاصله خودتشابهی حل بدست آمده کاملاً ملاحظه می‌گردد.

<sup>1</sup> Label

## قسمت دوم:

در این قسمت با گذراندن تابعی از خانواده توابع مدل گوسی<sup>۱</sup> به فرم  $i = Ae^{-\frac{(t-B)^2}{2C^2}}$  و حذف ضرایب

A، B و C خودتشابهی حل بدست آمده را بررسی می‌کنیم. جدول ۳-۴ ضرایب A، B و C بدست آمده را

نشان می‌دهد.

جدول ۳-۴ ضرایب A، B و C در معادله منطبق شده بر قسمت دوم نمودارهای شکل ۴-۵

C	B	A	برچسب نمودار
0.014472199	0.004490158	0.12496661	x=0.6
0.031184064	-0.002915987	0.090359161	x=0.7
0.034982752	-0.005749994	0.080987058	x=0.8
0.037563244	-0.007061992	0.079667296	x=0.85

با از بین بردن ثوابت فوق به تابعی به فرم  $x=f(y)$  می‌رسیم که در زیر آمده است:

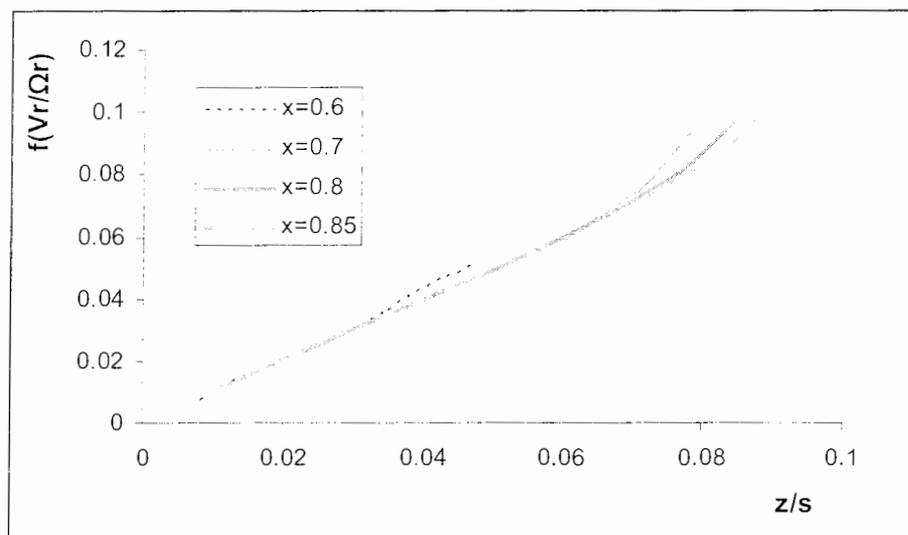
$$i = B + \sqrt{\frac{-2C^2}{A}} \frac{V_r}{\Omega_r} = f\left(\frac{V_r}{\Omega_r}\right) \quad (۴-۱۶)$$

با این نتیجه به نمودار شکل ۴-۲۹ می‌رسیم که در زیر آمده است.

مشاهده می‌کنیم که تا فاصله محوری 0.07 نمودارهای بدست آمده تقریباً یکی هستند و از این فاصله

به تدریج واگرا می‌شوند که علت آن شاید تابع انتخابی باشد.

<sup>۱</sup>Gaussian Model



شکل ۴-۲۹ نمودار نشانگر خودتشابهی حل  $Vr/\Omega.r$  بدست آمده در شکل ۴-۵ برحسب  $z/s$  در قسمت دوم

#### قسمت سوم:

در این قسمت مشاهده می‌کنیم که بدون هیچگونه عملیات خاصی نمودارها تقریباً روی هم قرار دارند و از آنجا می‌توان به این نتیجه دست یافت که در این ناحیه خودتشابهی حل بیشتر می‌باشد.

#### قسمت چهارم:

در اینجا چندین تابع جهت انطباق نمودارها استفاده گردید ولی هیچکدام بطور کامل تمام آنها را تحت پوشش قرار نداد. بیشترین بی‌نظمی در نمودار مربوط به  $x=0.85$  می‌باشد. با این حال احتمال وجود تابعی برای در برگرفتن نتایج در این ناحیه به هیچ عنوان رد نمی‌شود.

فصل پنجم

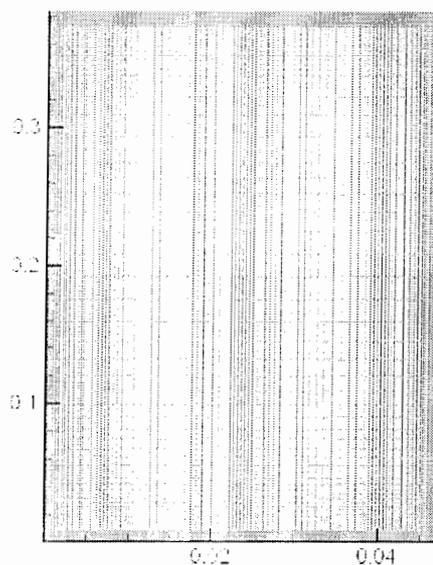
بررسی سیستم

روتور-استاتور باز

در این فصل جریان سیال و انتقال حرارت در درون محفظه‌های روتور- استاتور باز ( $Cw \neq 0$ ) با خروجی جریان شعاعی بصورت عددی مورد بررسی قرار گرفته و با داده‌های تجربی مقایسه شده است. جریان سیال بصورت محوری وارد محفظه شده و بعد از برخورد با روتور بسمت فضای موجود بین روتور و استاتور هدایت می‌شود و بعد از چرخش در فضای موجود بین دو دیسک بصورت شعاعی در شعاع ماکزیمم از محفظه خارج می‌شود. معادلات ناویر- استوکس و انرژی سه بعدی برای جریان پایدار و سیال تراکم ناپذیر در مختصات استوانه‌ای حل شده‌اند. از مدل  $k-\epsilon$  رینولدز پایین برای تحلیل عددی استفاده شده است. جواب عددی و داده‌های تجربی برای مولفه‌های سرعت و عدد نوسلت مقایسه شده است. با تغییر اندازه شبکه‌بندی تاثیر آن بر روی برخی از پارامترهای جریان نشان داده شده است.

## ۵-۱ مدل استفاده شده و شرایط مرزی

شکل ۵-۱ شماتیکی از مدل استفاده شده در حل عددی را نمایش می‌دهد. ابعاد و اندازه‌ها با مدل استفاده شده در مرجع [۴۹] یعنی  $a=0.1\text{mm}$ ،  $b=383\text{mm}$  و  $s=47\text{mm}$ ، یکسان می‌باشد. از یک شبکه‌بندی شطرنجی  $129 \times 129$  در جهت‌های محوری و شعاعی با ضریب انبساط ۱.۱ استفاده شده است در شکل ۵-۱ نمایش داده شده است.



شکل ۵-۱ شبکه بندی ۱۲۹×۱۲۹ استفاده شده در حل عددی (s=47mm b=383mm)

شرایط مرزی که به این سیستم اعمال گردیده در جدول ۵-۱ ارائه گردیده است.

جدول ۵-۱ شرایط مرزی اعمال شده بر سیستم روتور- استاتور باز

$V_r$	$V_\phi$	$V_z$	$k$	$\varepsilon$	$T$	ناحیه
0	$\Omega r$	0	0	0	fitted	$z=0, a < r < b$
0	0	$\frac{m}{\rho\pi}$	$\frac{V_z^2 + V_\phi^2}{100^4}$	$\frac{k}{100\nu}$	Tref	$z=s, a < r < b$
0	0	$\frac{\partial V_z}{\partial r} = 0$	$\frac{\partial k}{\partial r} = 0$	$\frac{\partial \varepsilon}{\partial r} = 0$	$\frac{\partial T}{\partial z} = 0$	$r=a, 0 < z < s$
0	$\Omega b$	0	$\frac{\partial k}{\partial r} = 0$	$\frac{\partial \varepsilon}{\partial r} = 0$	$\frac{\partial T}{\partial z} = 0$	$r=b, 0 < z < s_1$
$\frac{m}{2\rho\pi\Delta z b}$	$\Omega z b$	0	0	0	$\frac{\partial T}{\partial z}$	$r=b, s_1 < z < s_2$
0	0	0	0	0	$\frac{\partial T}{\partial z}$	$r=b, s_2 < z < s$

که  $T_{fitted}$  دمای منطبق شده بر اطلاعات تجربی مرجع [۴۷]،  $s_1$  فاصله محوری از روتور تا شکاف

خروجی و  $s_2$  فاصله محوری از شکاف خروجی تا استاتور می باشد.

مقادیر پارامترهای بی بعد جریان جرمی،  $C_w$ ، و عدد رینولدز چرخشی،  $Re_0$ ، برای حل عددی به گونه ای انتخاب شده است که بتوان اثرات جریان ورودی و سرعت دورانی روتور را بر روی میدان جریان در درون محفظه را بطور مستقل بررسی کرد و بتوان نتایج بدست آمده را نیز با اطلاعات تجربی موجود مقایسه نمود.

$$C_w = 2530, 3920, 6100, 9700 \quad \text{گروه 1}$$

$$Re_0 E+6 = 0.14, 0.25, 0.42, 0.73, 1.25 \quad \text{گروه 2}$$

هرچه مقدار  $Re_0$  استفاده شده در حل عددی با آنچه در توربینهای گازی مورد استفاده قرار می گیرد کاملاً تطابق ندارد، ولی عقیده بر این است که میدانهای جریان بدست آمده می تواند نشان دهنده آنچه عملاً در توربینهای گازی اتفاق می افتد، باشد.

در این قسمت تاثیر پارامترهای مختلف مانند  $Re_0$  و  $C_w$  را بر روی ساختار جریان و انتقال حرارت بررسی می کنیم. همچنین به نحوه تغییرات برخی از خواص جریان و مشخصه های انتقال حرارتی سیستم در موقعیت های مختلف محوری می پردازیم.

## ۵-۲ ساختار جریان

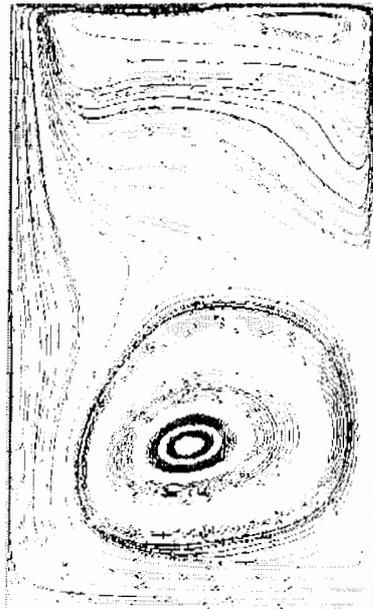
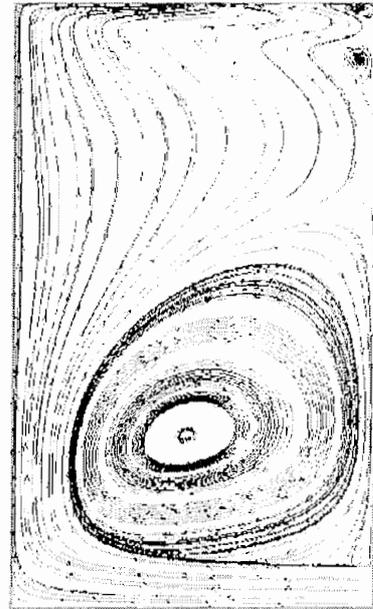
ساختار جریان را می شود با بدست آوردن خطوط جریان، مولفه های سرعت بی بعد شده شعاعی  $(V_r/\Omega r)$  و مماسی  $(V_t/\Omega R)$ ، کانتورهای سرعت مماسی  $(V_t)$  و ضریب مومنوم کلی روتور مورد بررسی قرار داد.

### ۵-۲-۱ خطوط جریان

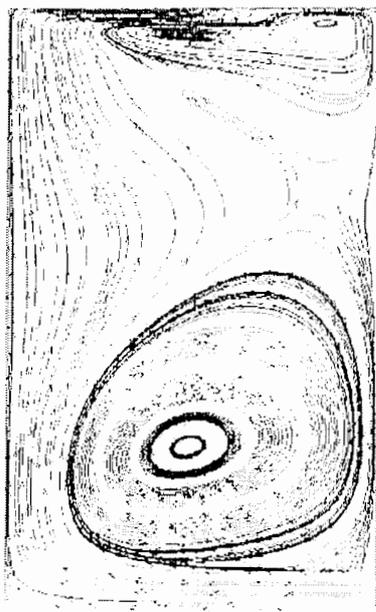
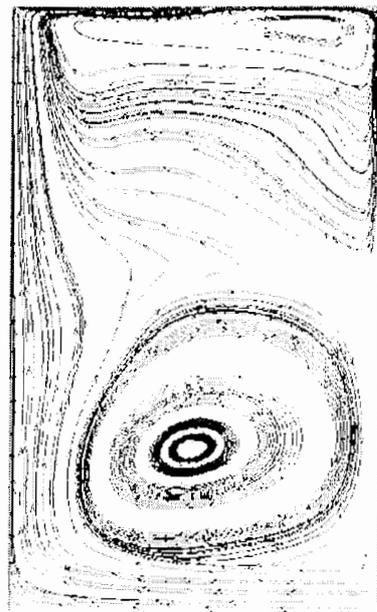
در اینجا خطوط جریان بدست آمده برای دو حالت  $Cw=3920$  ( $Re_0 = 0.25e+6$ ,  $1.25e+6$ ) و  $Re_0 = 1.25e+6$  ( $Cw=3920, 9700$ ) آورده شده‌اند و سایر خطوط جریان‌ها در پیوست ارائه می‌گردند. شکل ۵-۲ و ۵-۳ خطوط جریان را در حالت‌های اول و دوم نمایش می‌دهند.

با توجه به اشکال زیر می‌توان دریافت که جریان ورودی بعد از برخورد بر روی سطح روتور به سمت خروجی در شعاع حداکثر جریان می‌یابد. حوزه جریان را می‌توان به سه قسمت ورودی برای  $x < 0.6$  و ناحیه میانه هسته ای<sup>۱</sup>،  $0.6 < x < 0.9$  و ناحیه خروجی  $x > 0.9$  تقسیم بندی کرد. بنابراین سه ناحیه بازگردش اصلی در اینگونه محفظه‌ها تمیز داده می‌شود. این ساختار مشابه با ساختاری می‌باشد که در اکثر سیستم‌های روتور- استاتور کلاسیک مشاهده شده است. همچنین باید به این نکته اشاره کرد که در ناحیه میانی و دور از دیسکها اثر نیروی لزجت ناچیز بوده و ساختار جریان مانند یک جریان چرخش آزاد می‌شود. با افزایش  $Re_0$  در  $Cw=cte$  خطوط جریان بازتر شده و ناحیه بازگردش بالایی در مساحت بیشتری دیده می‌شود و با افزایش  $Cw$  در  $Re_0 = cte$  به هم پیچیدگی خطوط جریان در خروجی محفظه تشدید می‌گردد در حالیکه در ناحیه میانی به نوعی خلأ جریان احساس می‌شود.

<sup>۱</sup> Interior Core

شکل ۵-۲ ب  $Re_0=1.25e+6$  و  $C_w=3920$ شکل ۵-۲ الف  $Re_0=0.25e+6$  و  $C_w=3920$ 

شکل ۵-۲ خطوط جریان بدست آمده در حالت  $C_w=3920=cte$

شکل ۵-۳ ب  $Re_0=1.25e+6$  و  $C_w=9700$ شکل ۵-۳ الف  $Re_0=1.25e+6$  و  $C_w=3920$ 

شکل ۵-۳ خطوط جریان بدست آمده در حالت  $Re_0=1.25e+6=cte$

## ۵-۲-۲ مولفه های سرعت بی بعد شده شعاعی و مماسی

### ۵-۲-۲-۱ مولفه سرعت بی بعد شده شعاعی

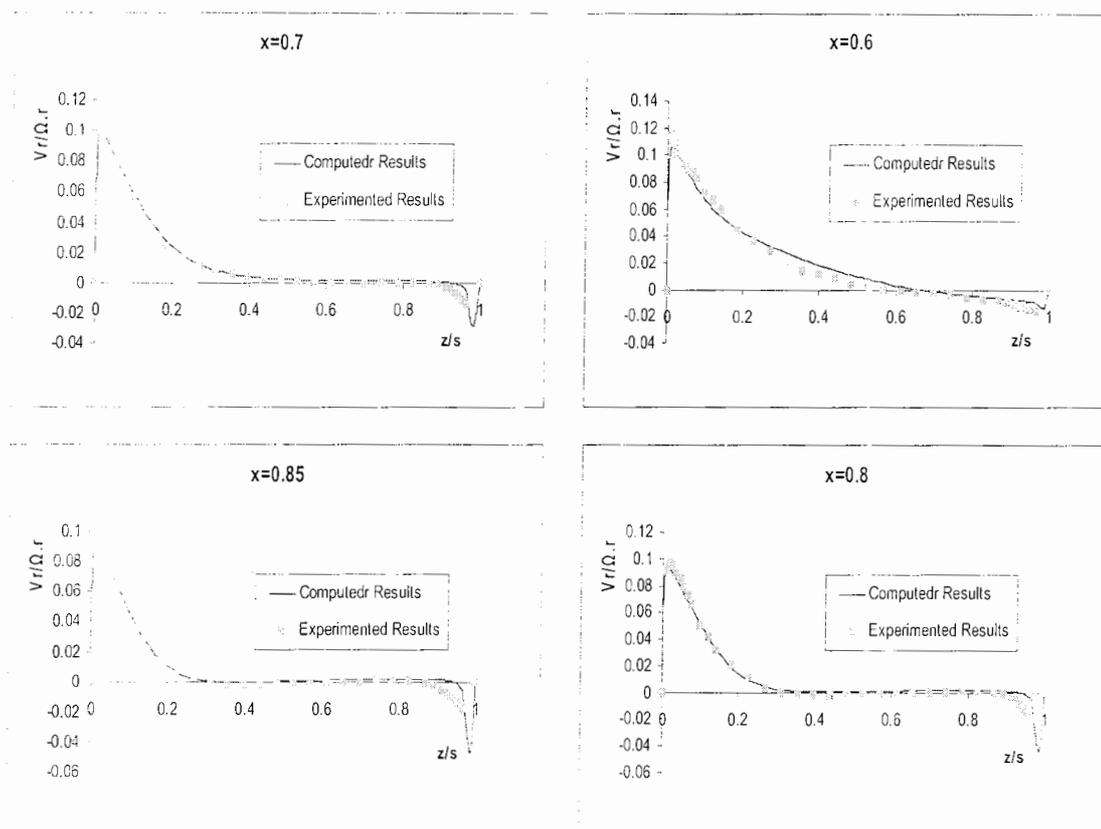
در اینجا ابتدا نتایج بدست آمده برای مولفه سرعت بی بعد شده شعاعی یا همان  $V_r/\Omega r$  برای حالت  $C_w=6100$  &  $Re_0=1.25e+6$  با نتایج تجربی مرجع [۴۷] مقایسه شده‌اند که همخوانی نسبتاً خوبی را نشان می‌دهد. در ادامه برای سه حالت  $C_w=9700$  ( $Re_0=1.25e+6$ ) و برای چهار موقعیت محوری  $(x=r/b)$ ،  $Re_0=1.25e+6$  ( $@x=0.7$ ) و برای چهار مقدار  $C_w$  و نیز  $C_w=9700$  ( $@x=0.7$ ) و برای سه مقدار  $Re_0$  نمودارهای مولفه سرعت بی بعد شده شعاعی بر حسب  $z/s$  آورده شده‌اند و سایر نمودارها نیز در پیوست ارائه می‌گردند. شکل ۴-۵، ۵-۵، ۶-۵ و ۷-۵ به ترتیب حالت‌های فوق‌الذکر را نشان می‌دهند.

با توجه به اشکال نشان داده شده می‌توان دو لایه مرزی را که در روی دو دیسک شکل می‌گیرند، مشاهده نمود. لایه مرزی که بر روی دیسک چرخان شکل می‌گیرد به لایه مرزی نوع اکمان<sup>۱</sup> مشهور می‌باشد و لایه مرزی که بر روی دیسک ثابت شکل می‌گیرد به لایه مرزی بودوات<sup>۲</sup> مشهور می‌باشد. چنان که از شکل ۶-۵ مشاهده می‌شود در ناحیه میانی مقدار سرعت شعاعی صفر بوده و تمام جریان جرمی عبوری از درون لایه مرزی نوع اکمان می‌گذرد و به جزء برای مقدار  $x=0.6$ ،  $V_r/\Omega r$  مقداری برابر با صفر دارد که نشان دهنده شروع ناحیه میانی از این مقدار می‌باشد. با افزایش جریان جرمی (افزایش  $C_w$ ) بر ضخامت لایه مرزی بر روی دیسک گردان افزوده می‌شود ولی تغییر چندانی در حداکثر سرعت محوری در این لایه مرزی صورت نمی‌گیرد در حالی که ضخامت لایه مرزی بر روی دیسک ثابت تغییر نکرده بلکه حداکثر سرعت محوری در این لایه مرزی افزایش می‌یابد. با افزایش سرعت دورانی روتور (افزایش  $Re_0$ ) ضخامت لایه

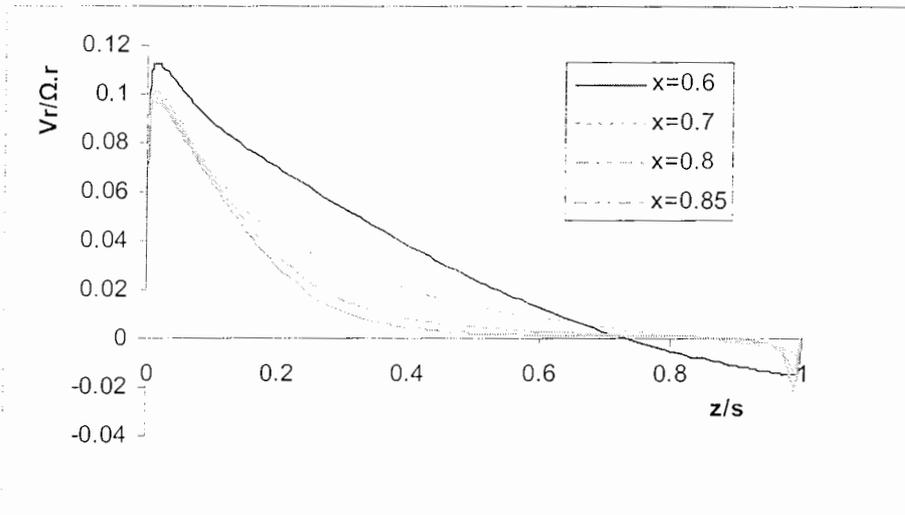
<sup>۱</sup>Ekman Type Boundary Layer

<sup>۲</sup>Bodewadt Boundary Layer

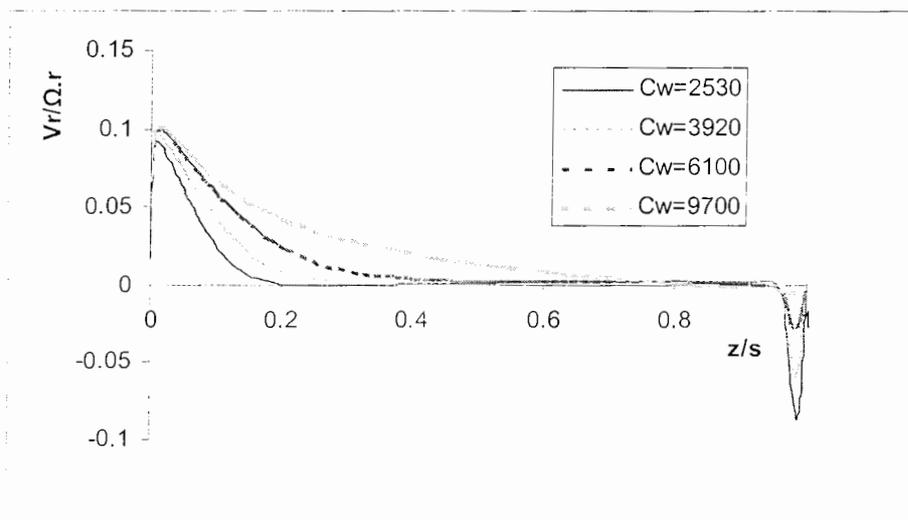
مرزی بر روی دیسک گردان اندکی کاهش می یابد همچنین تغییر اندکی در حداکثر سرعت محوری در این لایه مرزی صورت می گیرد. بطور کلی می توان از اثر سرعت دورانی روتور بر روی سرعت بی بعد شده شعاعی صرف نظر کرد.



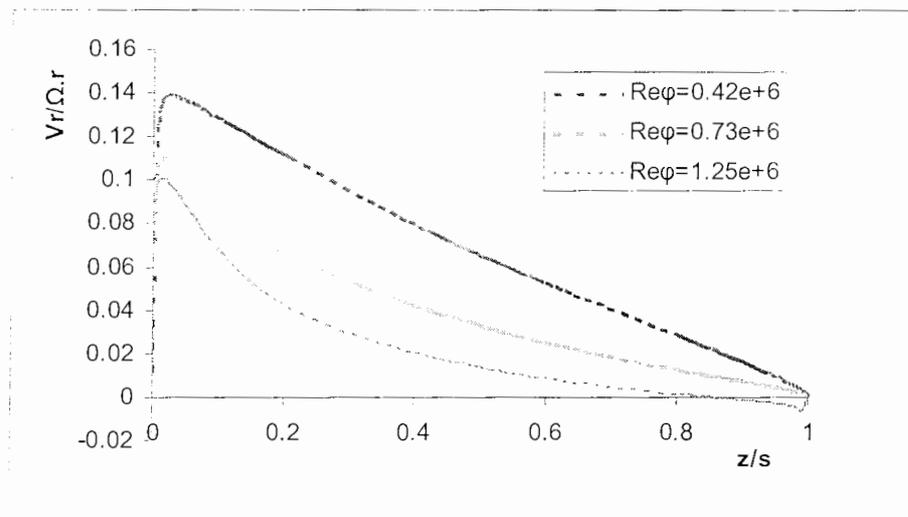
شکل ۴-۵ مقایسه نتایج حل عددی با نتایج تجربی برای  $V_r/\Omega.r$  در  $Re_0 = 1.25e+6$ ،  $C_w = 6100$



شکل ۵-۵ نمودار  $V_r/\Omega.r$  بر حسب  $z/s$  در  $Re_0=1.25e+6$ ,  $C_w=9700$



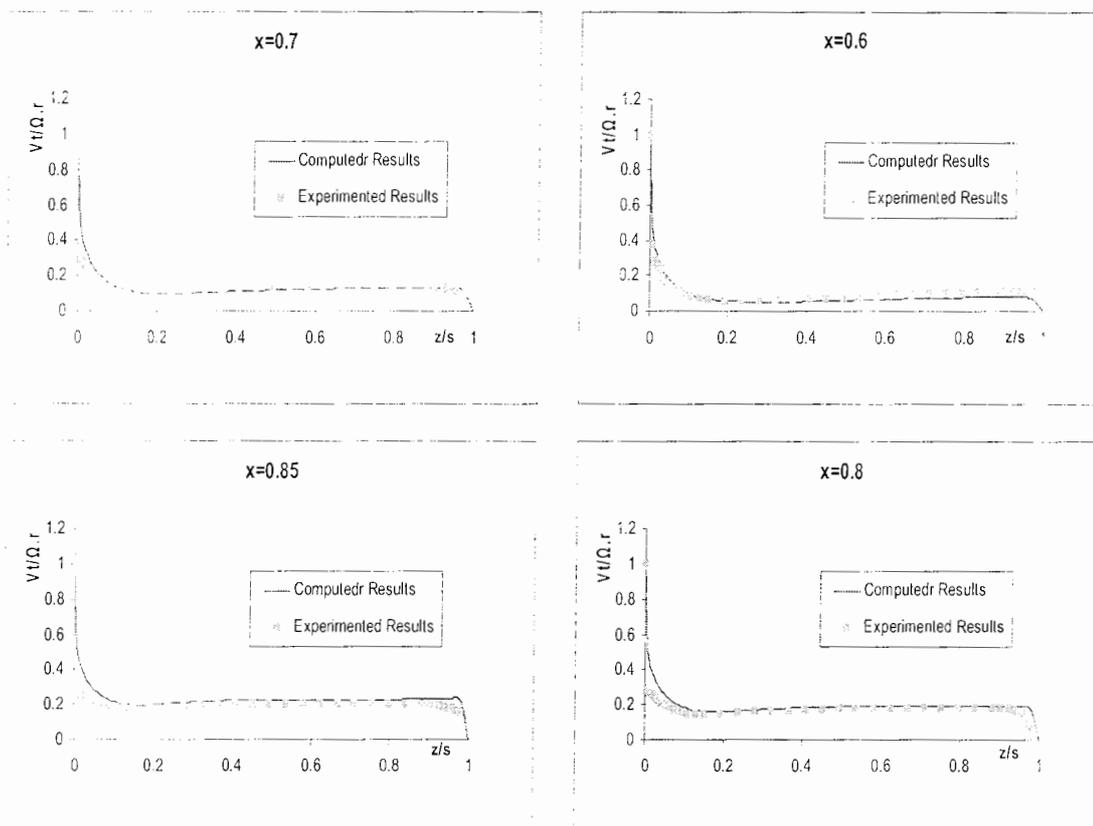
شکل ۵-۶ نمودار  $V_r/\Omega.r$  بر حسب  $z/s$  در  $Re_0=1.25e+6$ ,  $x=0.7$



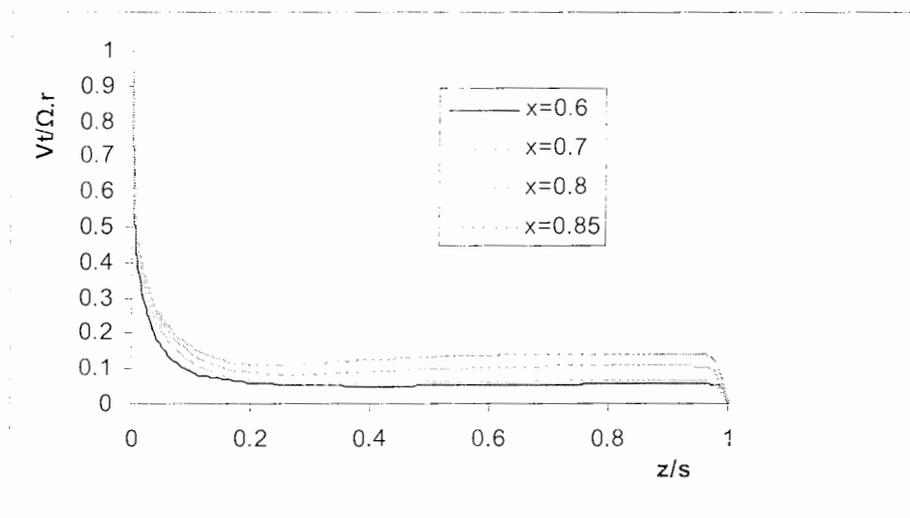
شکل ۵-۷ نمودار  $V_r/\Omega r$  بر حسب  $z/s$  در  $C_w=9700$ ،  $x=0.7$

#### ۵-۲-۲-۲ مولفه سرعت بی بعد شده مماسی

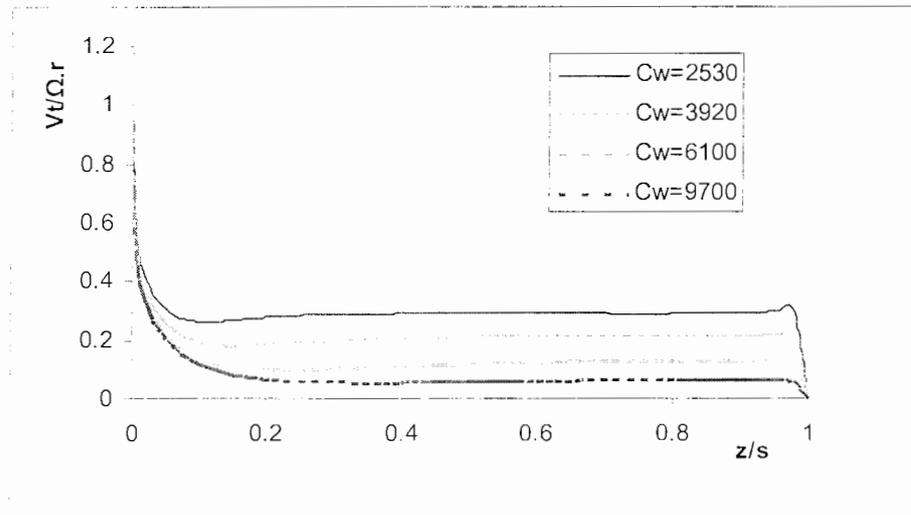
در اینجا ابتدا نتایج بدست آمده برای مولفه سرعت بی بعد شده مماسی یا همان  $V_t/\Omega r$  برای حالت  $C_w=6100$  &  $Re_0=1.25e+6$  با نتایج تجربی مرجع [۴۷] مقایسه شده‌اند که همخوانی نسبتاً خوبی را نشان می‌دهد. در ادامه برای سه حالت  $C_w=9700$  ( $Re_0=1.25e+6$ ) و برای چهار موقعیت محوری  $(x=r/b)$ ،  $Re_0=1.25e+6$  ( $@x=0.7$ ) و برای چهار مقدار  $C_w$  و نیز  $C_w=9700$  ( $@x=0.7$ ) و برای سه مقدار  $Re_0$  نمودارهای مولفه سرعت بی بعد شده مماسی بر حسب  $z/s$  آورده شده‌اند و سایر نمودارها نیز در پیوست ارائه می‌گردند. شکل ۵-۸، ۵-۹، ۵-۱۰ و ۵-۱۱ به ترتیب حالت‌های فوق‌الذکر را نشان می‌دهند.



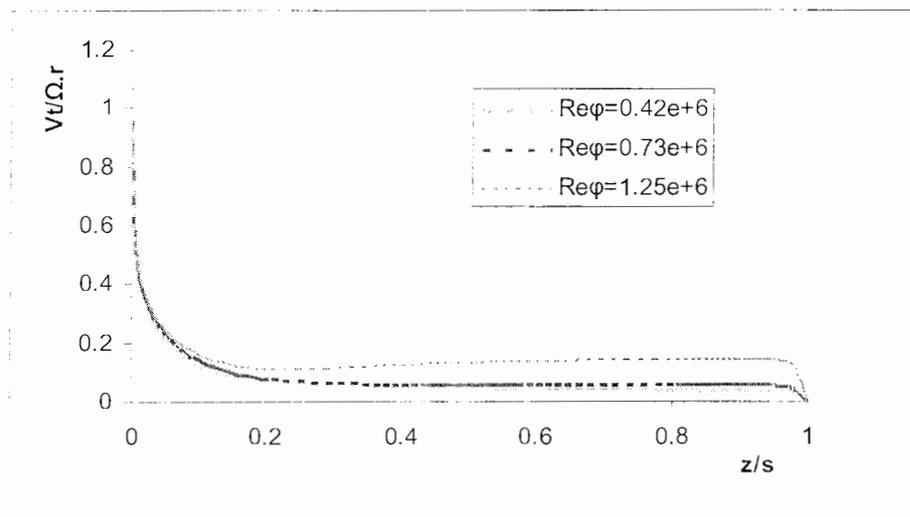
شکل ۵-۸ مقایسه نتایج حل عددی با نتایج تجربی برای  $V_t/\Omega.r$  در  $Re_0 = 1.25e+6$ ،  $C_w = 6100$



شکل ۵-۹ نمودار  $V_t/\Omega.r$  بر حسب  $z/s$  در  $Re_0 = 1.25e+6$ ،  $C_w = 9700$



شکل ۵-۱۰ نمودار  $V_t/\Omega.r$  بر حسب  $z/s$  در  $Re_0 = 1.25e+6$ ،  $\chi = 0.7$



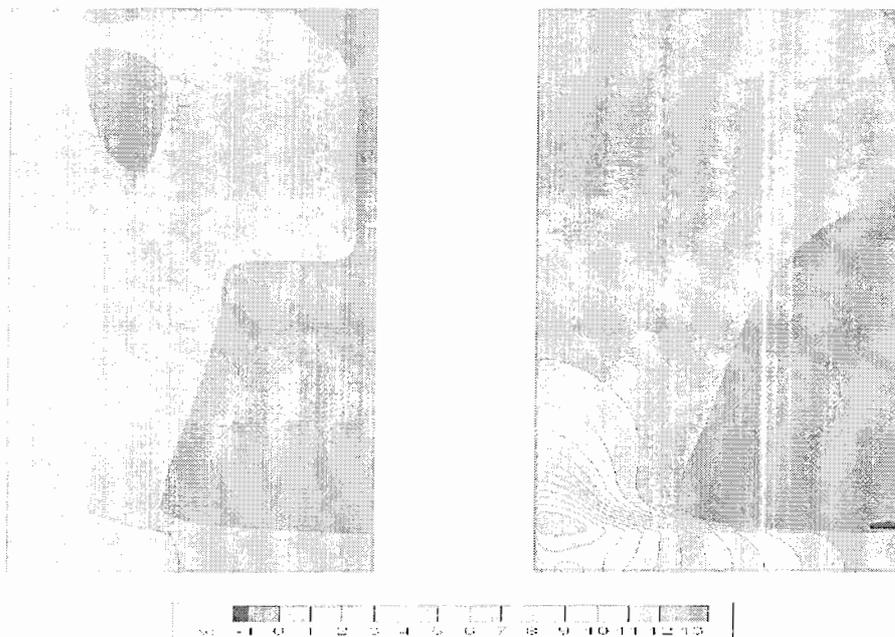
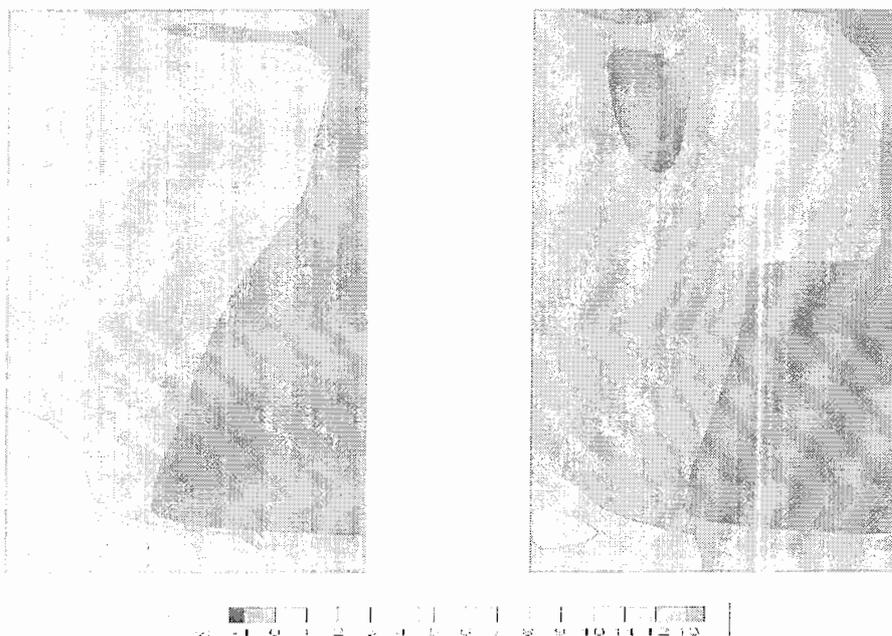
شکل ۵-۱۱ نمودار  $V_t/\Omega.r$  بر حسب  $z/s$  در  $C_w = 9700$ ،  $\chi = 0.85$

با توجه به این شکلها به راحتی می توان نتیجه گرفت که در ناحیه میانی و دور از دیسکها  $V_t = \beta_r \Omega r$  (که  $\beta_r$  مقداری ثابت است) تقریباً یکسان است و این در حقیقت نشان دهنده وجود یک جریان چرخش آزاد در این ناحیه است. چنانکه از شکل ۵-۹ مشخص است با افزایش شعاع میزان سرعت بی بعد شده مماسی افزایش می یابد. با توجه به شکل ۵-۱۰ مشخص می شود که با افزایش جریان جرمی (افزایش  $C_w$ ) میزان  $V_t/\Omega r$  افزایش می یابد. چنانچه در شکل ۵-۱۱ مشخص است در این موقعیت شعاعی اثر قابل ملاحظه افزایش سرعت دورانی روتور بر روی سرعت بی بعد شده مماسی افزایش میزان مولفه سرعت بی بعد شده مماسی در خارج لایه مرزی است.

### ۵-۲-۳ کانتورهای سرعت مماسی

در اینجا کانتورهای سرعت مماسی بدست آمده برای دو حالت  $C_w = 3920$  ( $0.25e+6$ ,  $1.25e+6$ ) و  $Re_0 = 1.25e+6$  ( $C_w = 3920$ ,  $9700$ ) آورده شده اند و سایر کانتورهای مربوطه در پیوست ارائه می گردند. شکل ۵-۱۲ و ۵-۱۳ کانتورهای  $V_t$  را در حالت های اول و دوم نمایش می دهند.

با توجه به اشکال زیر می توان دریافت که تغییرات محوری  $V_t$  بسیار ناچیز است ولی با افزایش  $Re_0$  بردشت این تغییرات تا حدودی افزوده می گردد. همانگونه که انتظار می رفت سرعت مماسی با افزایش  $x$  در حدفصل ورودی پیش-چرخش و خروجی بر روی روتور کاهش می یابد.

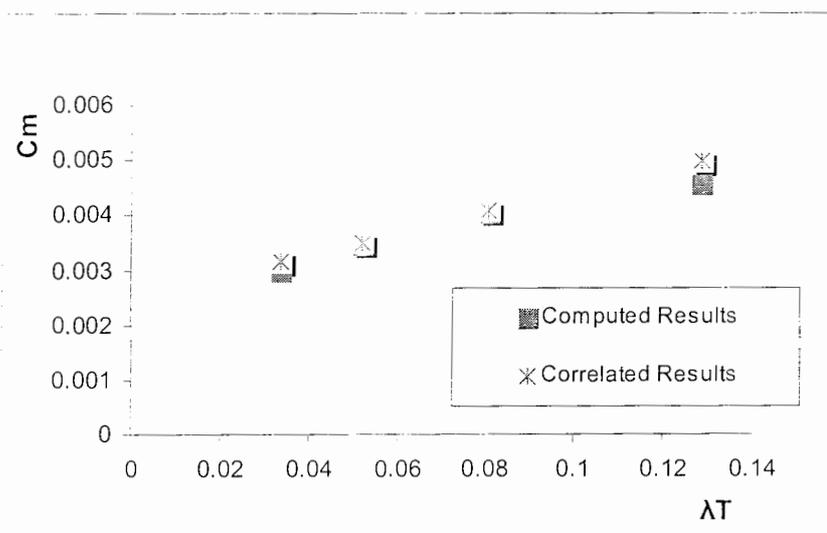
شکل ۵-۱۲ ب-  $Re_0=1.25e+6$  و  $Cw=3920$ شکل ۵-۱۲ الف-  $Re_0=0.25e+6$  و  $Cw=3920$ شکل ۵-۱۲ کانتورهای  $V_t$  بدست آمده در حالت  $Cw=3920=cte$ شکل ۵-۱۳ ب-  $Re_0=1.25e+6$  و  $Cw=9700$ شکل ۵-۱۳ الف-  $Re_0=1.25e+6$  و  $Cw=3920$ شکل ۵-۱۳ کانتورهای  $V_t$  بدست آمده در حالت  $Re_0=1.25e+6=cte$

## ۴-۲-۵ ضریب مومنتوم کلی روتور

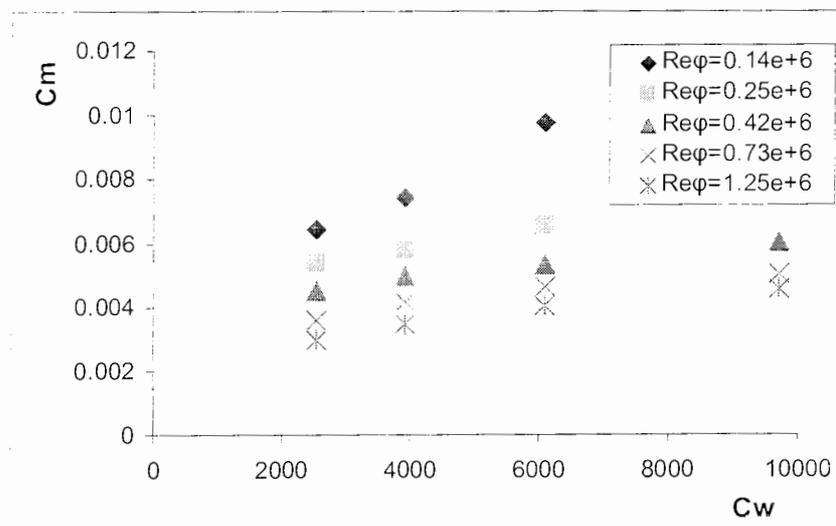
مقادیر بدست آمده توسط رابطه تجربی ۳-۴ در شکل ۱۴-۵ با نتایج عددی مقایسه شده‌اند. همچنین

تغییرات ضریب  $C_M$  بر حسب جریان جرمی در  $Re_{(i)} = cte$ . تغییرات ضریب مومنتوم کلی بر حسب  $Re_{(i)}$

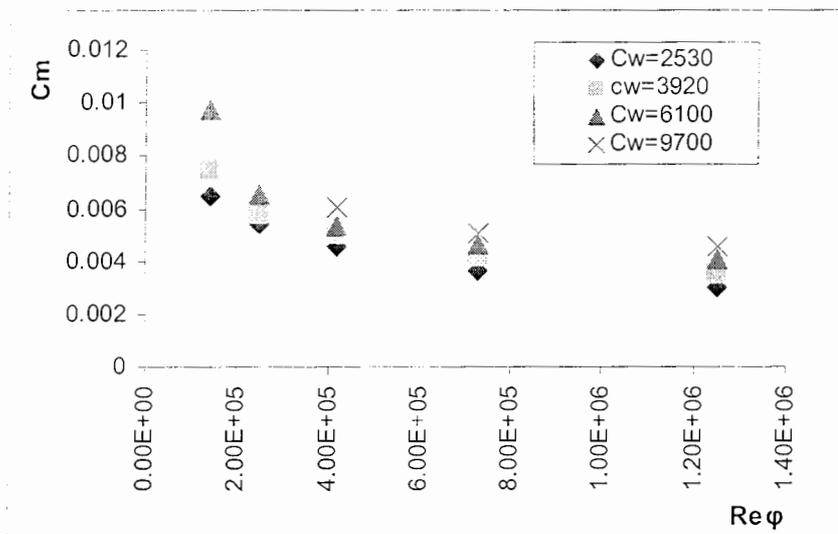
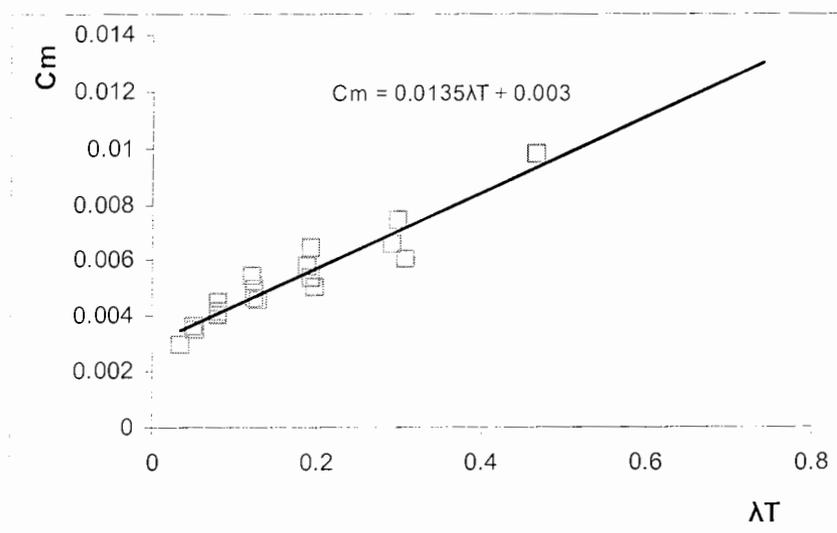
در  $C_w = cte$  و تغییرات  $C_M$  بر حسب  $\lambda_T$ ، به ترتیب در اشکال ۱۵-۵، ۱۶-۵ و ۱۷-۵ آورده شده است.



شکل ۱۴-۵ مقایسه نتایج عددی و نتایج بدست آمده از رابطه تجربی برای  $C_m$  در  $Re_{(i)} = 1.25e+6$



شکل ۱۵-۵ تغییرات  $C_m$  بر حسب  $C_w$

شکل ۵-۱۶ تغییرات  $C_m$  بر حسب  $Re\phi$ شکل ۵-۱۷ تغییرات  $C_m$  بر حسب  $\lambda T$ 

چنانکه در شکل ۵-۱۴ مشخص است نتایج عددی با رابطه تجربی همخوانی خوبی را نمایش می‌دهد.

از اشکال ۵-۱۵ و ۵-۱۶ نیز مشاهده می‌کنیم که مقدار ضریب مومنتوم کلی با افزایش جریان جرمی، افزایش

و با افزایش سرعت دورانی دیسک کاهش می یابد که این موضوع را با توجه به اینکه  $\lambda_T = C_{M'} / Re_{\delta}^{0.8}$  براحتی میتوان نتیجه گرفت.

همچنین رابطه زیر از برازش تعداد بیشتری از نتایج عددی که در شکل ۱۷-۵ نشان داده شده است بدست آمده است:

$$C_{M'} = 0.0135\lambda_T + 0.003 \quad (۱-۵)$$

همچنین از شکل ۱۷-۵ درمی یابیم که بدون در نظر گرفتن فاصله بین روتور و استاتور، رابطه ساده ۱-۵ تخمین بسیار خوبی از مقدار ضریب مومنتم کلی را ارائه خواهد داد.

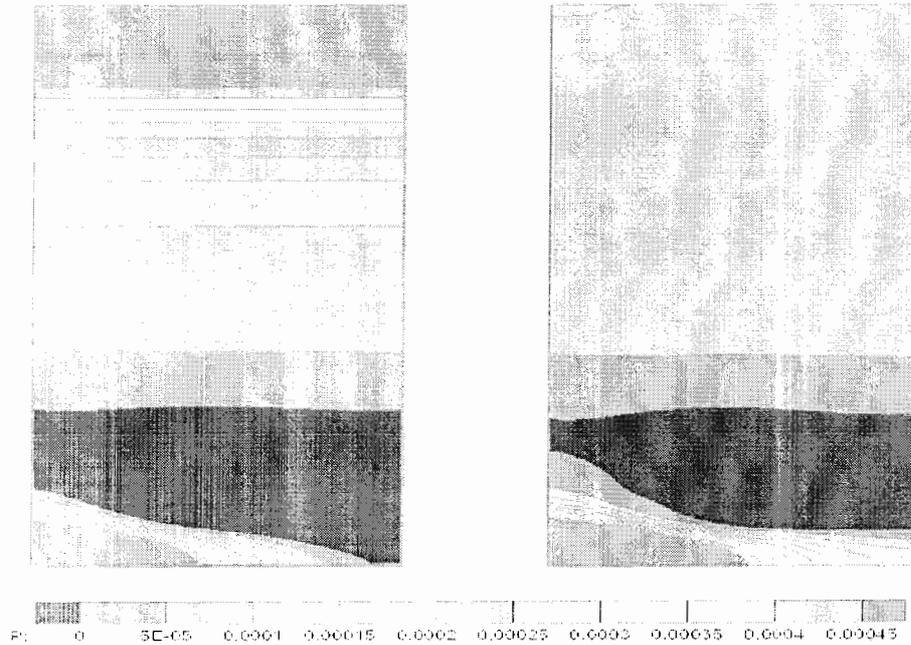
### ۳-۵ انتقال حرارت

انتقال حرارت را می شود با بدست آوردن کانتورهای دمای بی بعد و اعداد ناسلت مورد بررسی قرار داد. ولی بهتر است قبل از یافتن کانتورهای بی بعد دما، در مورد فشار محفظه بحث نمود و کانتورهای فشار بی بعد را بدست آورد.

### ۱-۳-۵ کانتورهای فشار بی بعد

در اینجا کانتورهای نسبت فشار تعریف شده در بخش ۱-۳-۴ برای دو حالت  $Cw=3920$  و  $0.25e+6$  ( $Re_0=1.25e+6$ ) و  $Re_0=1.25e+6$  ( $Cw=3920, 9700$ ) آورده شده اند و سایر کانتورهای مربوطه در پیوست ارائه می گردند. شکل ۱۸-۵ و ۱۹-۵ کانتورهای  $P^*$  را در حالت های اول و دوم نمایش می دهند.

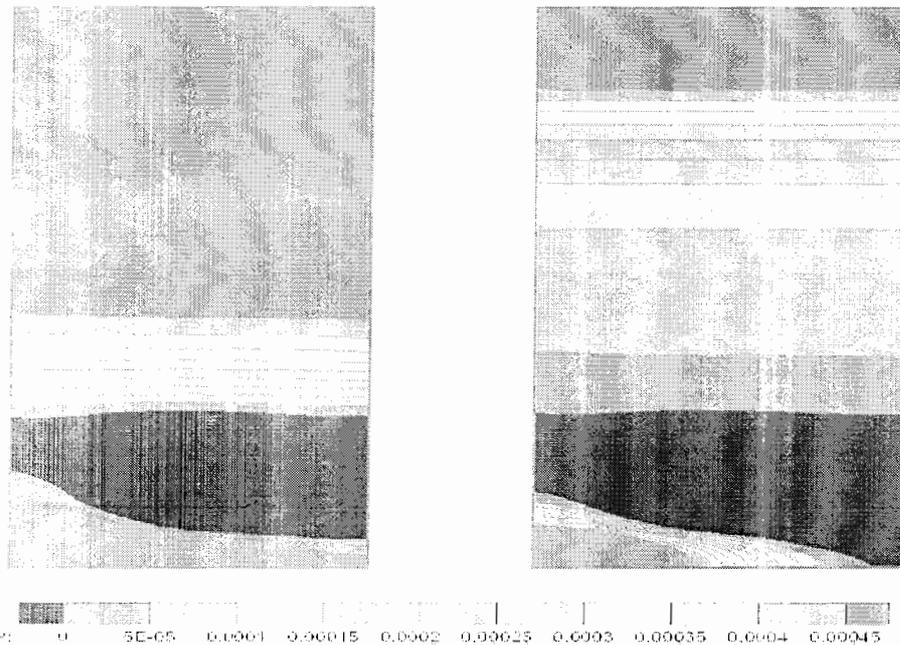
با توجه به اشکال زیر می توان دریافت که تغییرات محوری نسبت فشار بسیار ناچیز است. ضمناً مشاهده می شود که با افزایش نرخ جریان جرمی و سرعت روتور میزان نسبت فشار با افزایش  $x$  در حدفاصل ورودی پیش- چرخش و خروجی بر روی روتور ابتدا کاهش می یابد و سپس با غلبه فشار استاتیکی محفظه بر فشار دینامیکی ، افزایش می یابد.



شکل ۵-۱۸-ب  $Re_n=1.25e+6$  و  $C_n=3920$

شکل ۵-۱۸-الف  $Re_n=0.25e+6$  و  $C_n=3920$

شکل ۵-۱۸-کانتورهای نسبت فشار بدست آمده در حالت  $C_n=3920=c_t c$

شکل ۱۹-۵ ب -  $C_w=9700$  و  $Re_0=1.25e+6$ شکل ۱۹-۵ الف -  $C_w=3920$  و  $Re_0=1.25e+6$ 

شکل ۱۹-۵ کانتورهای نسبت فشار بدست آمده در حالت  $Re_0=1.25e+6=c/c$

### ۵-۳-۲ کانتورهای دمای بی بعد

ابتدا دمای درون محفظه مورد بررسی،  $T$ ، را به شکل زیر بی بعد کرده و نام آن را دمای بی بعد<sup>۱</sup>،  $\Theta$ ،

می گذاریم:

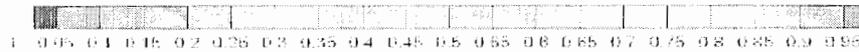
$$\Theta = \frac{T - T_{ref.}}{T_0 - T_{ref.}} \quad (۲-۵)$$

که  $T_{ref.}$  دمای مرجع در ورودی و میزان آن برابر 302.5K می باشد و  $T_0$  دمای روتور است که

آدیباتیک در نظر گرفته شده است.

<sup>۱</sup> Non-Dimensional Temperature

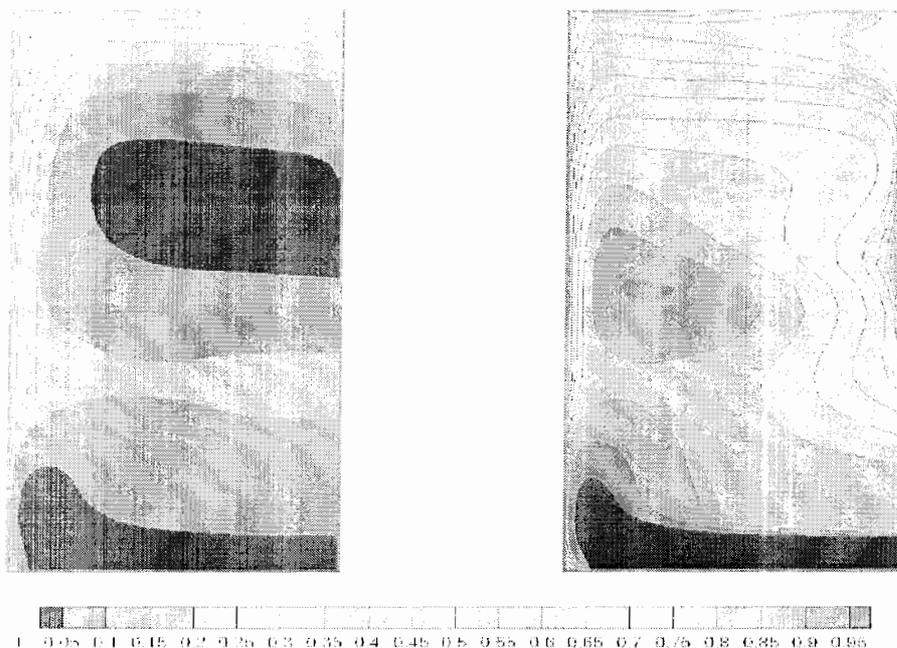
در اینجا کانتورهای دمای بی بعد برای دو حالت  $Cw=3920$  ( $Re_t = 0.25e+6, 1.25e+6$ ) و  $Re_t$  می گردند. شکل ۲۰-۵ و ۲۱-۵ کانتورهای  $\Theta$  را در حالت های اول و دوم نمایش می دهند.



شکل ۲۰-۵ ب  $Cw=3920$  و  $Re_t=1.25e+6$

شکل ۲۰-۵ الف  $Cw=3920$  و  $Re_t=0.25e+6$

شکل ۲۰-۵ کانتورهای دمای بی بعد در حالت  $Cw=3920=cte$

شکل ۵-۲۱ ب-  $C_w=9700$  و  $Re_0=1.25e+6$ شکل ۵-۲۱ الف-  $C_w=3920$  و  $Re_0=1.25e+6$ 

شکل ۵-۲۱ کانتورهای دمای بی بعد بدست آمده در حالت  $Re_0=1.25e+6=Cte$

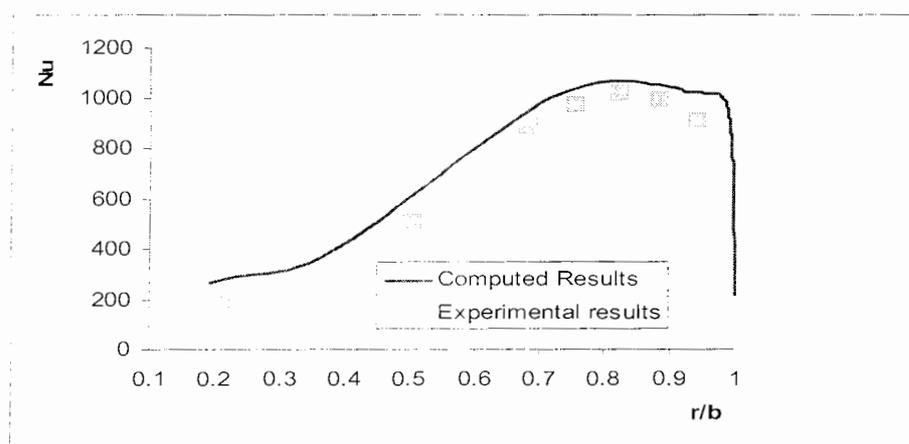
با توجه به اشکال فوق می توان دریافت که تغییرات محوری دمای بی بعد با افزایش  $Re_0$  شدت می یابد و نیز با افزایش نرخ جریان جرمی از میزان تغییرات محوری دمای بی بعد کاسته می شود. همچنین اینطور برمی آید که با افزایش فاصله شعاعی ، افزایش سرعت روتور سبب افزایش در میزان  $\Theta$  می شود در حالیکه هرچه  $C_w$  بیشتر می شود دمای بی بعد کاهش می یابد.

### ۵-۳-۳ عدد ناسلت

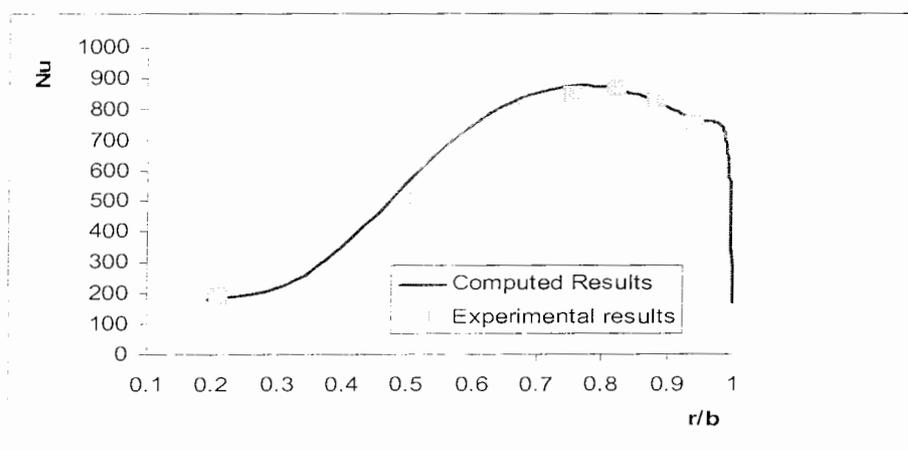
#### ۵-۳-۳-۱ عدد ناسلت محلی

در اینجا ابتدا نتایج بدست آمده برای عدد ناسلت (بخش ۴-۳-۳ را ببینید) برای حالات  $C_w=6100$  &  $Re_0=1.25e+6$  و  $C_w=3920$  &  $Re_0=1.25e+6$  با نتایج تجربی ، بدست آمده توسط گان و

همکاران [۴۷]، مقایسه شده‌اند که همخوانی خیلی خوبی را نشان می‌دهد. در ادامه برای دو حالت؛  $Re_0$  همکاران  $= 1.25e+6$  و برای چهار مقدار  $C_w$  و نیز  $C_w=6100$  و برای سه مقدار  $Re_0$ ، نمودارهای  $Nu$  بر حسب  $r/b$  آورده شده‌اند و سایر نمودارها نیز در پیوست ارائه می‌گردند. شکل ۲۲-۵، ۲۳-۵، ۲۴-۵ و ۲۵-۵ به ترتیب حالت‌های فوق‌الذکر را نشان می‌دهند.

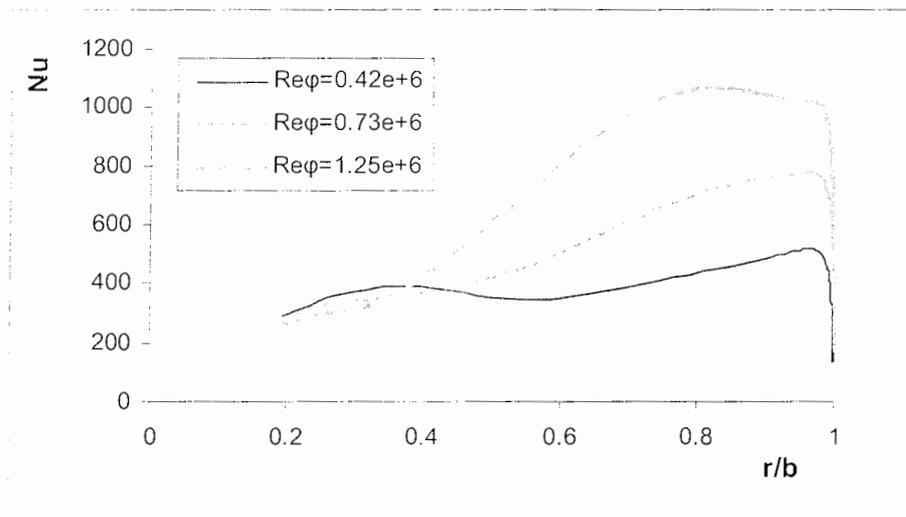


شکل ۲۲-۵ ب-  $C_w=6100$  و  $Re_0=1.25e+6$

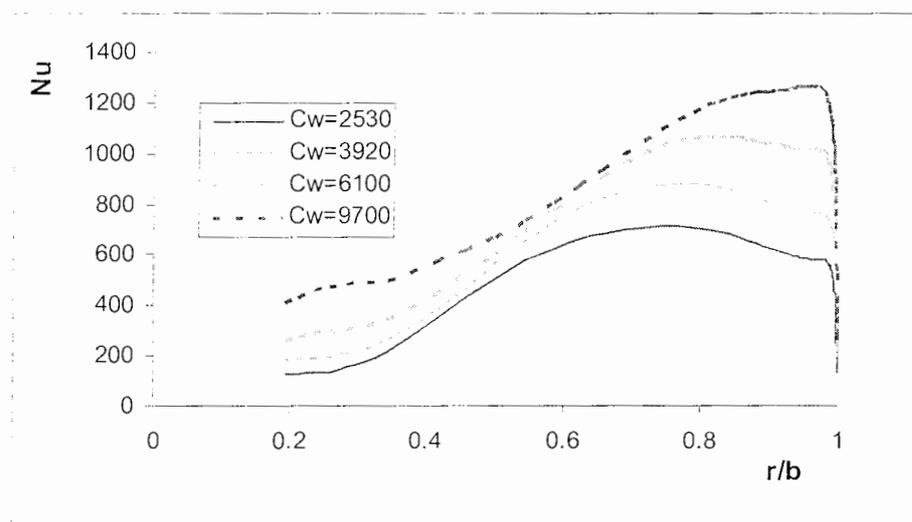


شکل ۲۲-۵ الف-  $C_w=3920$  و  $Re_0=1.25e+6$

شکل ۲۲-۵ مقایسه نتایج حل عددی با نتایج تجربی برای  $Nu$



شکل ۵-۲۳ نمودار  $Nu$  برحسب  $r/b$  در  $C_w=6100$



شکل ۵-۲۴ نمودار  $Nu$  برحسب  $r/b$  در  $Re_0 = 1.25e+6$

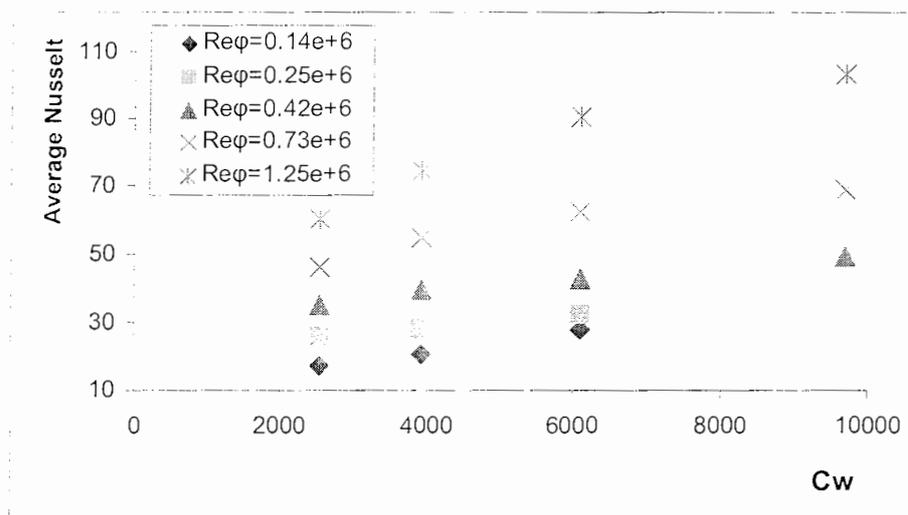
همانطور که مشاهده می گردد با افزایش جریان جرمی بر مقدار عدد ناسلت محلی افزوده می گردد و

نیز با زیاد شدن رینولدز چرخشی هم میزان  $Nu$  افزایش می یابد نکته قابل ذکر در نمودارهای فوق این است

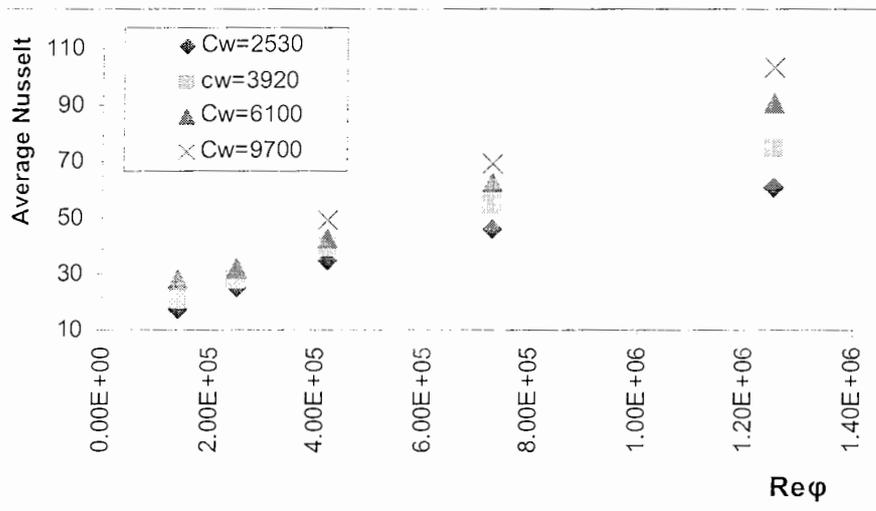
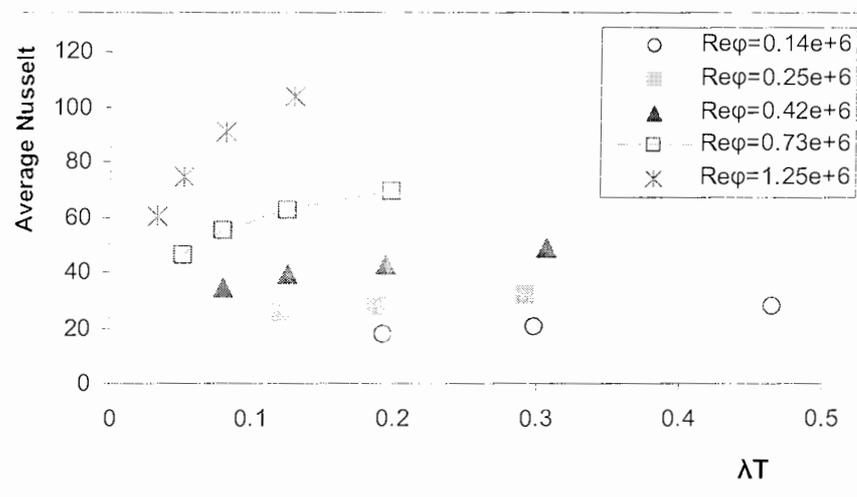
که بدلیل برخورد جریان در ورودی یک پرش در مقدار عدد ناسلت (به علت رفتار مدل آشفته رینولدز پایین) بوجود می‌آید که به همین دلیل دیاگرامهای ارائه شده در شکل ۵-۲۳ تا فاصله شعاعی 0.4 از نظم مشخصی برخوردار نمی‌باشند. لاندر و همکاران در سال ۱۹۹۲ نیز به این مورد اشاره نمودند [۱].

### ۵-۳-۱ عدد ناسلت متوسط

عدد ناسلت متوسط در اینجا به همان شکل معرفی شده در بخش ۴-۳-۱-۳ تعریف می‌شود. شکل ۵-۲۵ تغییرات عدد ناسلت متوسط را بر حسب  $C_w$  در  $Re_O = cte$  نمایش می‌دهد. تغییرات  $Nu_{av}$  بر حسب  $Re_O$  در  $C_w = cte$  و تغییرات  $Nu_{av}$  بر حسب  $\lambda_T$ ، به ترتیب در اشکال ۵-۲۶ و ۵-۲۷ آورده شده است.



شکل ۵-۲۵ نمودار  $Nu_{av}$  بر حسب  $C_w$

شکل ۲۶-۵ نمودار  $Nu_{av}$  بر حسب  $Re_\phi$ شکل ۲۷-۵ نمودار  $Nu_{av}$  بر حسب  $\lambda_T$ 

چنانکه در اشکال ۲۵-۵ و ۲۶-۵ مشاهده می‌کنیم که مقدار ناسلت متوسط با افزایش جریان جرمی و

سرعت دورانی دیسک افزایش می‌یابد.

### ۴-۵ آنالیز تشابهی رینولدز میان $C_m$ و $Nu_{av}$

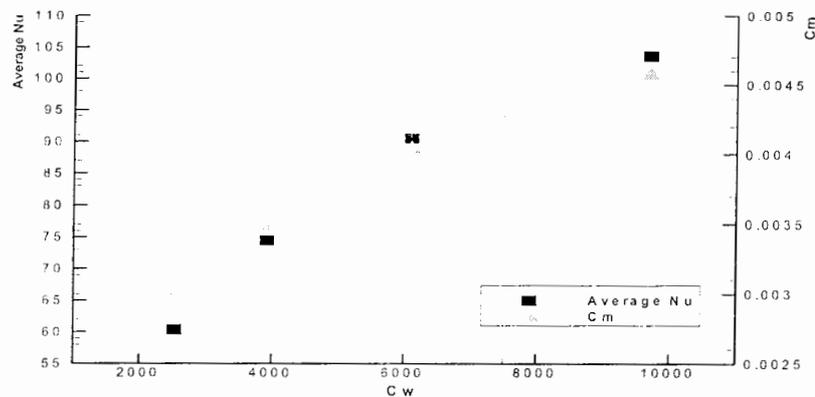
ما در اینجا برای یافتن ارتباط میان  $Nu_{av}$  و  $C_m$  ابتدا چند مورد از نمودارهای این دو پارامتر را در

حالت‌های جریان جرمی ثابت، رینولدز چرخشی ثابت و نیز بر حسب ضریب جریان آشفته در دستگاه‌های

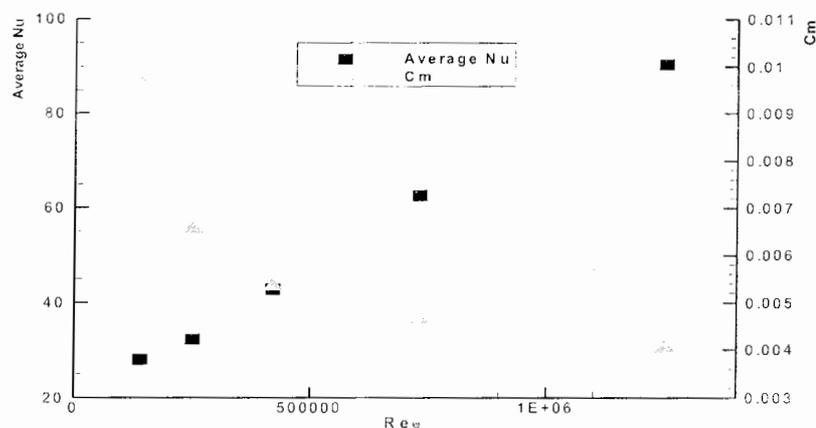
مشترک می‌آوریم. از آنجا که نمودارهای فوق کاملاً بی‌بعد هستند می‌توان از آنها برای آنالیز تشابهی رینولدز

استفاده کرد. سایر نمودارهای مرتبط در پیوست ارائه می‌گردند. اشکال ۵-۲۸، ۵-۲۹ و ۵-۳۰ گویای موارد

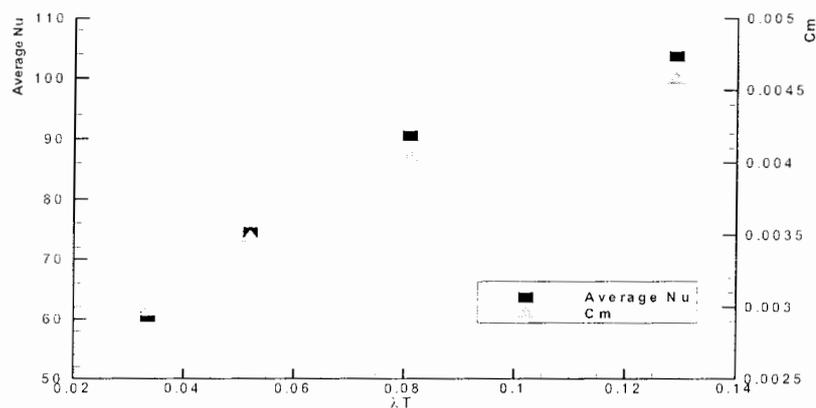
فوق می‌باشند.



شکل ۵-۲۸ نمودار  $Nu_{av}$  و  $C_m$  بر حسب  $C_w$  در  $Re_0 = 1.25e+6$



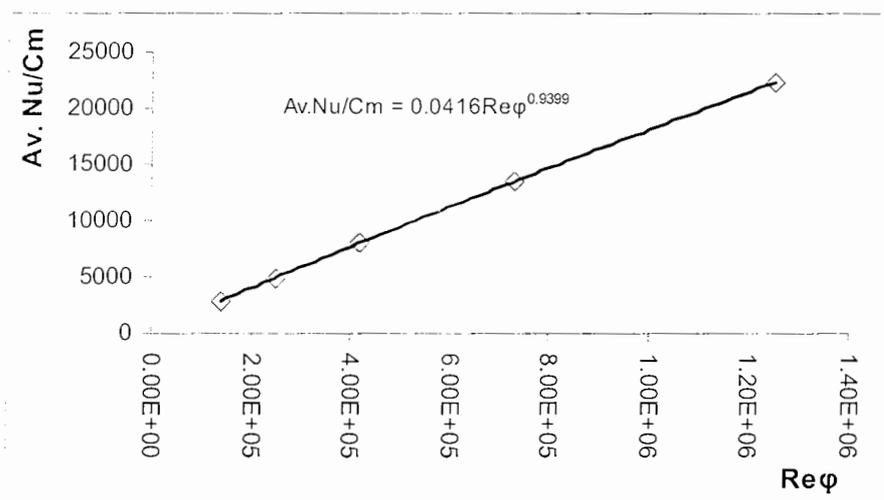
شکل ۵-۲۹ نمودار  $Nu_{av}$  و  $C_m$  بر حسب  $Re_0$  در  $C_w = 6100$



شکل ۳۰-۵ نمودار  $Nu_{av}$  و  $C_m$  بر حسب  $\lambda T$  در  $Re_0 = 1.25e+6$

با تقسیم مقدار ناسلت متوسط بر ضریب مومنتوم کلی در شکل ۲۹-۵ و رسم آن بر حسب  $Re_0$  به

نمودار دیگری می‌رسیم که در شکل ۳۱-۵ نشان داده شده است.



شکل ۳۱-۵ نمودار  $Nu_{av}/C_m$  بر حسب  $Re_0$  در  $C_w=6100$

همانطور که مشاهده می‌کنیم برای حالت  $C_w=6100$  به رابطه زیر بین  $Nu_{av}$ ،  $C_m$  و  $Re_0$  دست

می‌یابیم:

$$Nu_{av} / C_m = 0.042 Re_{\phi}^{0.94} \quad (3-5)$$

در نهایت داریم:

$$Nu_{av} = 0.042 C_m Re_{\phi}^{0.94} \quad (4-5)$$

از رابطه فوق با داشتن سرعت چرخش روتور و محاسبه  $C_m$  می‌توان به راحتی مقدار ناسلت متوسط را بدست آورد. البته رابطه فوق فقط برای حالت  $C_w=6100$  بدست آمده و برای رسیدن به یک نتیجه کلی و جامع می‌بایست حالات بیشتری بررسی گردد.

از نمودار ۳۱-۵ نیز می‌توان با برازش کردن منحنی از ناسلت متوسط و ضریب مومنوم کلی به یک رابطه بین آنها دست یافت.

معادله منحنی مربوط به  $Nu_{av}$  به شکل زیر استخراج می‌گردد:

$$Nu_{av} = 242.52 \lambda_T^{0.4038} \quad (5-5)$$

معادله مربوط به  $C_m$  نیز عبارتست از:

$$C_M = 0.0089 \lambda_T^{0.3211} \quad (6-5)$$

از ترکیب معادلات فوق رابطه زیر حاصل می‌شود:

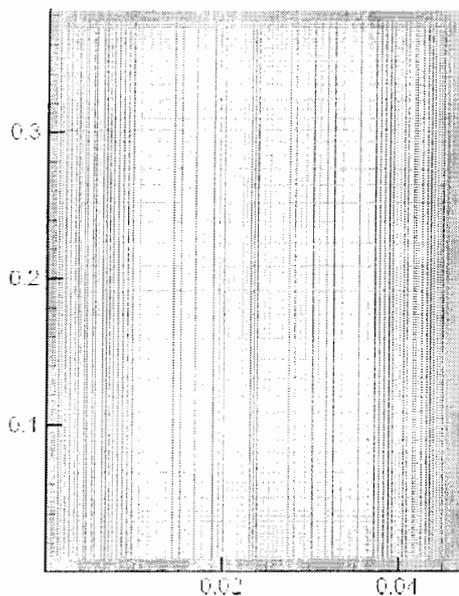
$$Nu_{av} = 9.2 \cdot 10^4 C_M^{1.2575} \quad (7-5)$$

البته رابطه فوق فقط برای حالت  $Re_0 = 1.25e+6$  بدست آمده و برای رسیدن به یک نتیجه کلی و

جامع می‌بایست حالات زیادی بررسی گردد.

## ۵-۵ بررسی تاثیر اندازه شبکه بندی

ما در اینجا برای یافتن تاثیر اندازه شبکه بندی بر پارامترهای جریان با حل میدان جریان برای شبکه  $143 \times 143$  در  $Re_0 = 1.25e+6$  و  $C_w = 6100$  به مقایسه نتایج بدست آمده با نتایج حاصله از حل میدان برای شبکه  $129 \times 129$  و در همین  $Re_0$  و  $C_w$  می پردازیم. ابتدا شبکه بندی شطرنجی  $143 \times 143$  که در جهت های محوری و شعاعی با ضریب انبساط ۱.۱ بدست آمده است در شکل ۵-۳۲ نمایش داده شده است. مواردی از خواص جریان که مورد بررسی قرار می گیرند عبارتند از خطوط جریان و مولفه های سرعت بی بعد شده شعاعی و مماسی .

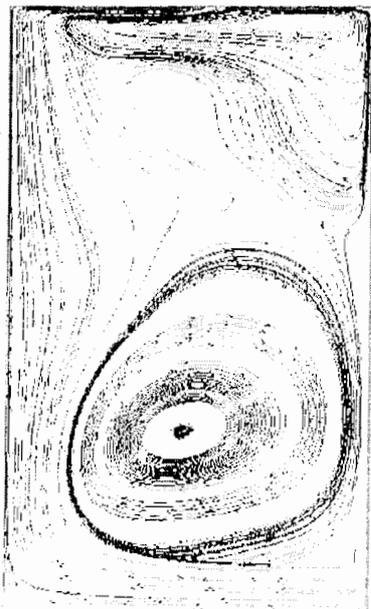


شکل ۵-۳۲ شبکه بندی  $143 \times 143$  استفاده شده در حل عددی ( $s=47mm$   $b=383mm$ )

## ۵-۵-۱ خطوط جریان

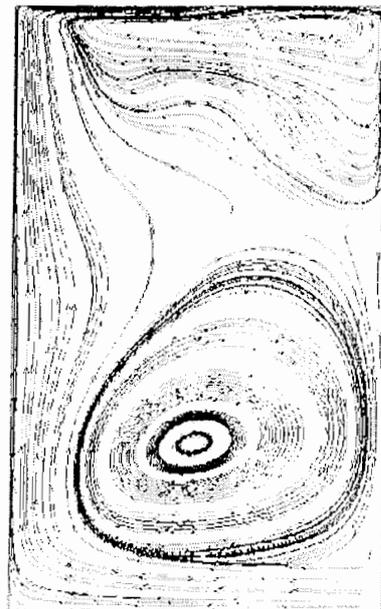
خطوط جریان بدست آمده برای دو حالت شبکه‌بندی  $129 \times 129$  و  $143 \times 143$  در شکل ۵-۳۳ جهت

مقایسه آورده شده‌اند.



شکل ۵-۳۳ ب-  $Re_{\tau} = 1.25e+6$  و  $Cw = 6100$

برای شبکه  $143 \times 143$



شکل ۵-۳۳ الف-  $Re_{\tau} = 1.25e+6$  و  $Cw = 6100$

برای شبکه  $129 \times 129$

شکل ۵-۳۳ خطوط جریان بدست آمده برای دو اندازه شبکه‌بندی

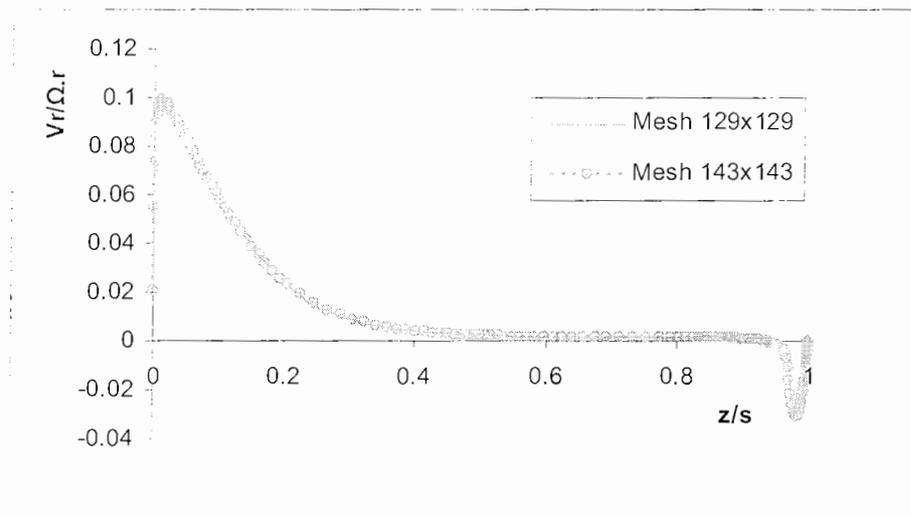
تنها موردی که در شکل فوق می‌توان به آن توجه کرد این است که با ریزتر کردن شبکه دقت نمایش

خطوط جریان بیشتر می‌شود.

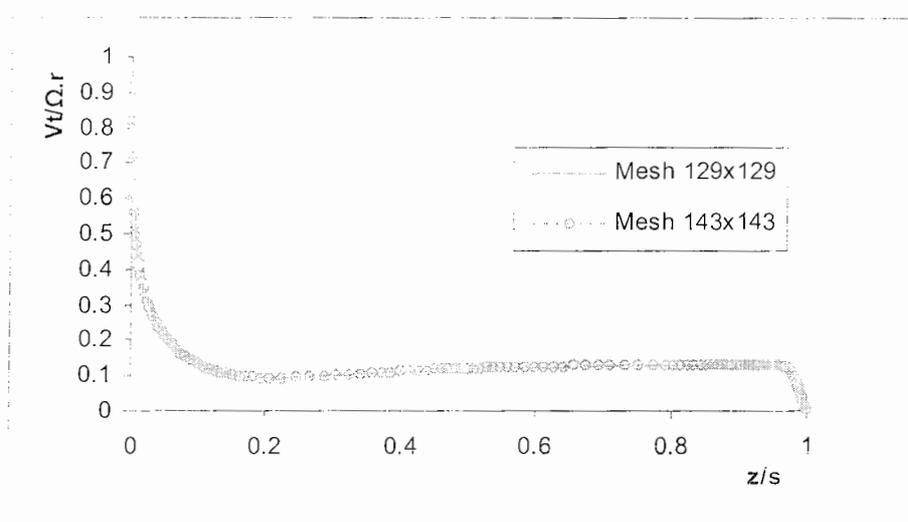
## ۲-۵-۵ مولفه‌های سرعت بی بعد شده شعاعی و مماسی

نمودارهای بدست آمده برای دو حالت شبکه‌بندی  $129 \times 129$  و  $143 \times 143$  جهت مقایسه در شکل ۵-۵-

۳۴ و ۳۵-۵ آورده شده‌اند.



شکل ۳۴-۵ نمودار  $V_r/\Omega.r$  برحسب  $z/s$  در  $Re_0 = 1.25e+6$ ,  $C_w = 6100$ ،  $\alpha = 0.7$  برای دو اندازه شبکه بندی



شکل ۳۵-۵ نمودار  $V_t/\Omega.r$  برحسب  $z/s$  در  $Re_0 = 1.25e+6$ ,  $C_w = 6100$ ،  $\alpha = 0.7$  برای دو اندازه شبکه بندی

مشاهده می‌گردد که کوچک‌تر کردن شبکه از محدوده مشخصی به بعد تاثیر چندانی در دقت محاسبات ندارد در حالیکه میزان محاسبات را افزایش می‌داد به همین خاطر اندازه بهینه‌ای برای اندازه شبکه‌بندی تعیین گردید تا برای محاسبات و مدلسازی‌های اصلی مورد استفاده قرار گیرد. محاسبات برای ناحیه در نظر گرفته شده با شبکه‌بندی متغیر انجام شده است و شبکه بهینه برای مسأله بدست آمده است بطوریکه حالت بهینه‌ای بین اندازه شبکه‌بندی و دقت نتایج و سرعت اجرا بدست آمده است.

## ۵-۶ بررسی خودتشابهی در نتایج بدست آمده

همانطور که در بخش ۴-۵ توضیح داده شد، برای بررسی خودتشابهی نتایج بدست آمده، می‌بایست ابتدا آنها را با نزدیکترین تابع در هر حالت و در فواصلی که شکل نمودارها از یک قاعده تبعیت می‌کند تخمین بزنیم. سپس چنانچه با حذف ثوابت به یک نمودار برسیم می‌توان نتیجه گرفت که خودتشابهی وجود داشته و پارامتر تشابهی برای حالات مفروض قابل دستیابی می‌باشد.

برای نمونه نمودارهای عدد ناسلت محلی شکل ۵-۲۳ را مورد بررسی قرار می‌دهیم.

با بررسی شکل ۵-۲۳ درمی‌یابیم که برای رسیدن به نتایج دقیقتر بهتر است که نمودارهای مربوطه را

در چهار قسمت (فاصله شعاعی) مورد مطالعه قرار دهیم:

$$0.1937 \leq r/b \leq 0.585951 \quad \text{قسمت اول:}$$

$$0.623765 \leq r/b \leq 0.902329 \quad \text{قسمت دوم:}$$

$$0.911381 \leq r/b \leq 0.970177 \quad \text{قسمت سوم:}$$

$$0.973061 \leq r/b \leq 0.999905 \quad \text{و قسمت چهارم:}$$

لازم به یادآوری است که تا فاصله شعاعی 0.2 اثرات برخورد جریان به روتور سبب پرش و بی‌نظمی در

نمودارها شده که به همین دلیل تمرکز اصلی ما بر روی ناسلت از این شعاع به بعد می‌باشد.

### قسمت اول:

در این قسمت با گذراندن تابعی از خانواده توابع گوسی به فرم  $y = Ae^{-\frac{(x-B)^2}{2C^2}}$  و حذف ضرایب A، B و

و C خودتشابهی حل بدست آمده را بررسی می‌کنیم. جدول ۲-۵ ضرایب A، B و C بدست آمده را نشان

می‌دهد.

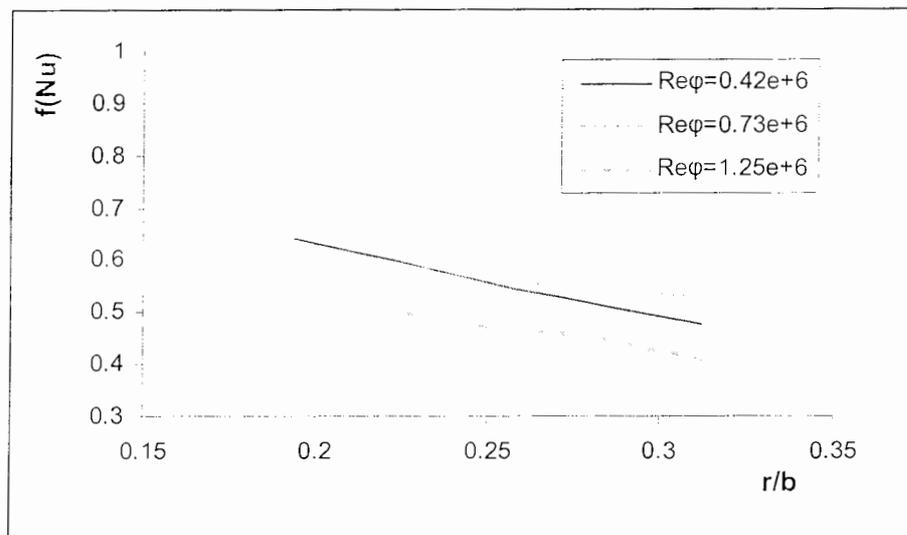
جدول ۲-۵ ضرایب A، B و C در معادله منطبق شده بر قسمت اول نمودارهای شکل ۲۳-۵

C	B	A	برچسب نمودار
0.2964239	0.4078563	388.55242	$Re_0 = 0.42e+6$
0.3240008	0.4162025	361.99085	$Re_0 = 0.73e+6$
0.2712714	0.3621474	321.82322	$Re_0 = 1.25e+6$

با از بین بردن ثوابت فوق به تابعی به فرم  $x=f(y)$  می‌رسیم که در زیر آمده است:

$$r/b = B + \sqrt{\frac{-2C^2}{A} Nu} = f(Nu) \quad (7-5)$$

در نتیجه به نمودار شکل ۳۶-۵ می‌رسیم که در زیر آمده است:



شکل ۵-۳۶ نمودار نشانگر خودتشابهی حل  $Nu$  بدست آمده در شکل ۵-۲۳ بر حسب  $r/b$  در قسمت اول

با بررسی دقیقتر در این بازه مشاهده می‌کنیم که در فاصله  $0.1937 \leq r/b \leq 0.32$  و با توجه به تابع

انتخابی خودتشابهی نسبتاً خوبی وجود دارد که این موضوع در شکل ۵-۳۶ دیده می‌شود.

#### قسمت دوم:

می‌توان با عبور دادن تابع واحدی از مجموعه توابع مدل وایبول<sup>۱</sup> به فرم  $y = A - Be^{-Cx^D}$  در فاصله

شعاعی  $0.623765 \leq r/b \leq 0.902329$  از آنها وحذف ضرایب  $A$ ،  $B$ ،  $C$  و  $D$  خودتشابهی حل بدست آمده

را در این فاصله مشاهده کرد. جدول ۵-۳ ثابتهای مذکور بدست آمده را نشان می‌دهد.

جدول ۵-۳ ضرایب  $A$ ،  $B$ ،  $C$  و  $D$  در معادله منطبق شده بر قسمت دوم نمودارهای شکل ۵-۲۳

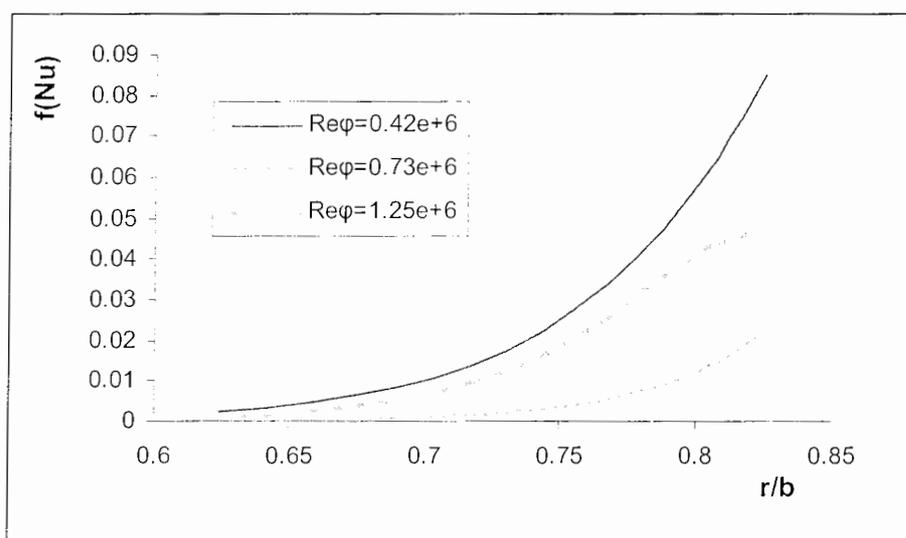
D	C	B	A	برچسب نمودار
3.5869386	1.5764526	312.82169	589.98511	$Re_{\phi} = 0.42e+6$
4.4836154	4.5697094	450.9002	783.33426	$Re_{\phi} = 0.73e+6$
3.779251	7.4643664	859.0582	1097.9382	$Re_{\phi} = 1.25e+6$

<sup>۱</sup> Weibull Model

با از بین بردن ثوابت فوق به تابعی به فرم  $x=f(y)$  می‌رسیم که در زیر آمده است:

$$r/b = \sqrt{\frac{\ln\left(\frac{A-Nu}{B}\right)}{C}} = f(Nu) \quad (۸-۵)$$

از آنجا به نمودار شکل ۳۷-۵ می‌رسیم که در زیر آمده است:



شکل ۳۷-۵ نمودار نشانگر خودتشابهی حل  $Nu$  بدست آمده در شکل ۲۳-۵ برحسب  $r/b$  در قسمت دوم

مشاهده می‌شود که تا فاصله شعاعی 0.7 نمودارهای بدست آمده به هم نزدیک هستند و از این

فاصله به تدریج واگرا می‌شوند. با این حال خودتشابهی حل در این فاصله قابل قبول است.

قسمت سوم:

در این قسمت با انتخاب تابع سینوسی<sup>۱</sup> به شکل  $y=A+B\cos(Cx+D)$  و گذراندن آن از نمودارهای

مورد نظر ضرایب  $A$  تا  $D$  مطابق جدول ۴-۵ که در زیر آورده شده است بدست می‌آید.

<sup>۱</sup> Sinusoidal Function

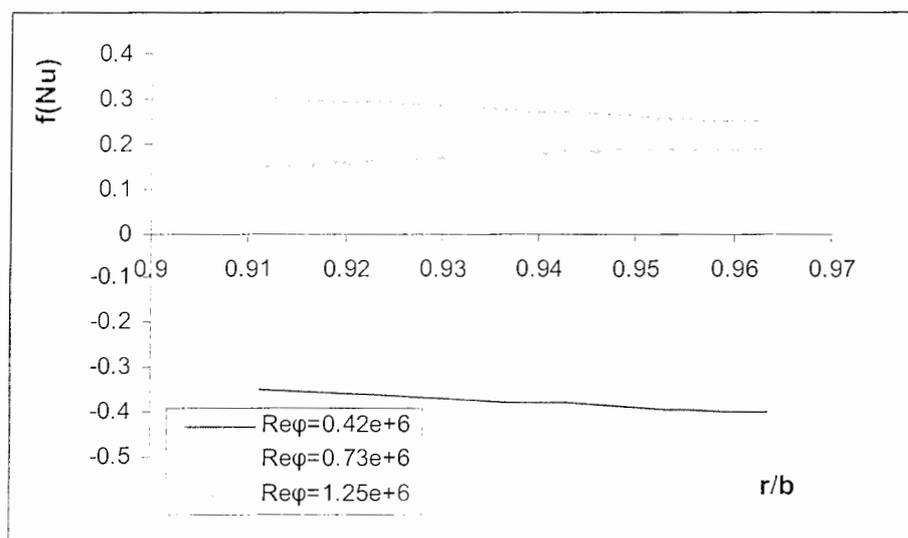
جدول ۴-۵ ضرایب A، B، C و D در معادله منطبق شده بر قسمت سوم نمودارهای شکل ۲۳-۵

D	C	B	A	برچسب نمودار
16.730688	41.139092	15.697791	501.40628	$Re_{\phi}=0.42e+6$
-5.4833919	24.618216	15.664817	760.74475	$Re_{\phi}=0.73e+6$
-1.734465	24.712341	24.000099	1042.0021	$Re_{\phi}=1.25e+6$

با حذف ثوابت فوق به تابعی به فرم  $x=f(y)$  می‌رسیم که در زیر آمده است:

$$r/b = \frac{\cos^{-1}\left(\frac{Nu - A}{B}\right) - D}{C} = f(Nu) \quad (۹-۵)$$

شکل ۳۸-۵ نمودار بدست آمده را نشان می‌دهد:



شکل ۳۸-۵ نمودار نشانگر خودتشابهی حل  $Nu$  بدست آمده در شکل ۲۳-۵ برحسب  $r/b$  در قسمت سوم

با نگاه اجمالی به شکل ۳۸-۵ میتوان به یک نتیجه جالب دست یافت و آن این است که نتایج بدست

آمده در سرعتهای بالای دورانی روتور خودتشابهی بیشتری نشان می‌دهند.

## قسمت چهارم:

در اینجا چندین تابع جهت انطباق نمودارها استفاده گردید و با بررسی آنها مجدداً از یکی از توابع

مدل گوسی به فرم  $y = A - B e^{-Cx^D}$  استفاده شد. ضرایب مربوطه در جدول ۵-۵ آورده شده است.

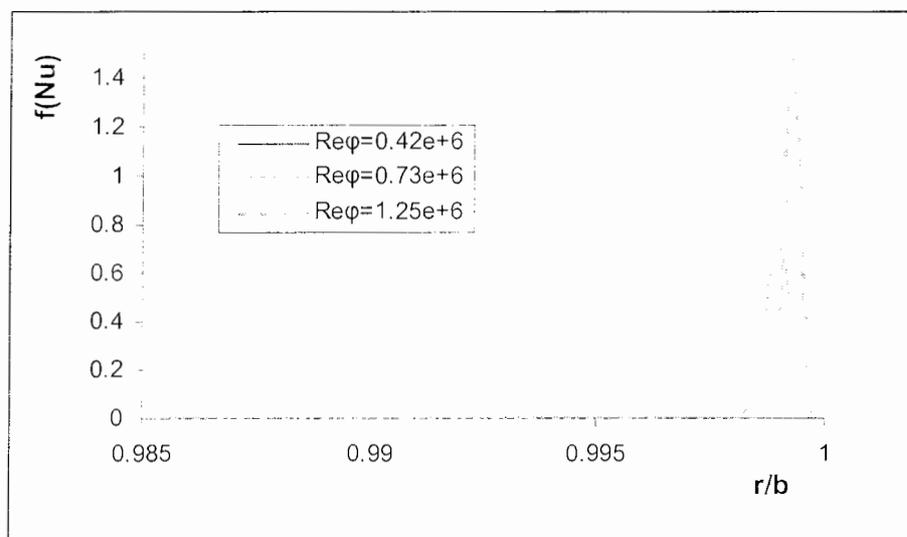
جدول ۵-۵ ضرایب A، B، C و D در معادله منطبق شده بر قسمت چهارم نمودارهای شکل ۲۳-۵

بر حسب نمودار	A	B	C	D
$Re_{\phi} = 0.42e+6$	495.46915	969.76397	0.93026869	-136.01887
$Re_{\phi} = 0.73e+6$	748.23429	21792.586	3.6230095	-54.437879
$Re_{\phi} = 1.25e+6$	974.83261	11335.235	2.7183355	-88.348364

با حذف ضرایب A تا D میان معادلات به تابعی به فرم  $x=f(y)$  می‌رسیم که در زیر آمده است:

$$r/b = \sqrt[D]{\frac{\ln\left(\frac{A - Nu}{B}\right)}{C}} = f(Nu) \quad (۱۰-۵)$$

نمودار بدست آمده مربوطه در شکل ۳۹-۵ نمایش داده شده است:



شکل ۳۹-۵ نمودار نشانگر خودتشابهی حل Nu بدست آمده در شکل ۲۳-۵ بر حسب  $r/b$  در قسمت چهارم

چنانکه مشاهده می‌گردد تا فاصله شعاعی 0.999 خودتشابهی حل بدست آمده و از آنجا به بعد به علت نزدیک شدن به خروجی محفظه و اثرات اغتشاش ایجاد شده دیگر نتایج خود تشابه نیستند. نکته‌ای که باز هم در این قسمت تا حدودی دیده می‌شود وجود خودتشابهی در  $Re_0$  های بیشتر برای نتایج استخراج شده است.

فصل ششم

**نتیجه گیری و پیشنهاد  
برای کارهای آینده**

در این فصل ابتدا نتایج بدست آمده به صورت فهرست‌گونه آورده شده و سپس پیشنهاداتی برای کارهای آینده در این زمینه ارائه می‌گردد.

## ۶-۱ نتیجه‌گیری

در این تحقیق جریان سیال و انتقال حرارت در درون یک محفظه پیش-چرخش روتور-استاتور به صورت عددی مورد بررسی قرار گرفت. جریان سیال با استفاده از یک حل عددی که از مدل توربلانس  $k-\epsilon$  رینولدز پایین استفاده می‌کند مدل و حل شده است. نتایج عددی مولفه‌های سرعت با نتایج تجربی یک نمونه موجود ( $C_w=6100$   $Re_0=1.25e+6$ ) مقایسه و همخوانی خوبی را نمایش می‌دهد. همچنین اعداد ناسلت محلی بدست آمده از حل عددی با نتایج تجربی مقایسه گشته که تطابق خوبی بین آنها دیده می‌شود. ساختار جریان وجود سه ناحیه متفاوت ورودی، میانی و خروجی را نمایش می‌دهد. در ناحیه میانی دو لایه مرزی جداگانه بر روی دیسکهای ثابت و متحرک شکل می‌گیرد. نتایج عددی همچنین نشان داد در ناحیه میانی، میزان ضریب چرخش با افزایش شعاع، جریان جرمی و سرعت دورانی دیسک افزایش می‌یابد. با بررسی‌های به عمل آمده مشخص گردید که مشاهده می‌گردد که کوچک‌تر کردن شبکه از محدوده مشخصی به بعد تاثیر چندانی در دقت محاسبات ندارد.

با توجه به مطالعات و بررسی‌های عددی انجام گرفته در این تحقیق، اهم نتایج حاصل را می‌توان در

دو قسمت مربوط به ساختار جریان و انتقال حرارت به صورت زیر ارائه نمود:

## ۶-۱-۱ ساختار جریان

### ۶-۱-۱-۱ سیستم روتور استاتور بسته

#### ● اثر پارامترهای کلیدی بر خطوط جریان :

➤ با افزایش رینولدز جریان کمتر دچار بازگردش شده و بیشتر به سمت روتور حرکت می‌کند و بخاطر لایه مرزی بزرگتر ایجاد شده بر روی روتور بطور مماسی بر روتور به سمت خروجی حرکت می‌کند در صورتیکه در  $Re_0$  کمتر دو ناحیه بازگردش قابل تشخیص بوده و در خروج از محفظه بی‌نظمی بیشتری دیده می‌شود.

➤ افزایش مقدار  $a/b$  در شکل خطوط جریان تغییر آنچنانی ایجاد نمی‌کند و فقط اختلاف کمی در ناحیه با  $x < 0.2$  دیده مشاهده می‌گردد.

➤ با افزایش نسبت  $s/b$  تراکم خطوط جریان بیشتر معطوف به ناحیه با  $x > 0.6$  می‌گردد.

#### ● اثر پارامترهای کلیدی بر مولفه سرعت شعاعی:

➤ در ناحیه میانی مقدار سرعت شعاعی صفر بوده و تمام جریان جرمی عبوری از درون لایه مرزی تشکیل شده بر روی دیسک چرخان می‌گذرد و به جزء برای مقدار  $x = 0.6$  ،  $Vr/\Omega.r$  مقداری برابر با صفر دارد که نشان دهنده شروع ناحیه میانی از این مقدار می‌باشد.

➤ با افزایش سرعت دورانی روتور (افزایش  $Re_0$ ) ضخامت لایه مرزی بر روی دیسک گردان اندکی کاهش می‌یابد همچنین تغییر اندکی در حداکثر سرعت محوری در این لایه مرزی صورت می‌گیرد. بطور کلی می‌توان از اثر سرعت دورانی روتور بر روی سرعت بی بعد شده شعاعی صرف‌نظر کرد.

➤ افزایش مقدار  $a/b$  تغییری در مقدار سرعت شعاعی ایجاد نمی‌کند

✦ با افزایش میزان  $s/b$  لایه مرزی تشکیل شده روی استاتور رشد اندکی دارد. که موجب افزایش کمی در سرعت شعاعی می‌گردد.

✦ با بررسی‌های به عمل آمده در مورد خودتشابهی حل‌های بدست آمده برای سرعت بی‌بعد شده شعاعی بر حسب فاصله محوری در فواصل شعاعی مختلف مشاهده می‌گردد که نتایج تا فاصله محوری 0.07 و نیز در بازه  $0.09724 \leq z/s \leq 0.81072$  از خودتشابهی خیلی خوبی برخوردارند.

#### ● اثر پارامترهای کلیدی بر مولفه سرعت مماسی:

✦ در ناحیه میانی و دور از دیسکها  $V_t/\Omega r$  تقریباً ثابت است و این در حقیقت نشان دهنده وجود یک جریان چرخش آزاد در این ناحیه است. چنانکه مشخص است با افزایش شعاع میزان  $V_t/\Omega r$  افزایش می‌یابد.

✦ اثر قابل ملاحظه افزایش  $Re_0$ ، افزایش میزان  $V_t/\Omega r$  در خارج لایه مرزی است.

✦ افزایش مقدار  $a/b$  تغییری در مقدار سرعت بی‌بعد شده مماسی ایجاد نمی‌کند.

✦ با افزایش میزان  $s/b$  میزان  $V_t/\Omega r$  کاهش می‌یابد.

#### ● اثر پارامترهای کلیدی بر چگونگی توزیع سرعت مماسی:

✦ تغییرات محوری  $V_t$  بسیار ناچیز است ولی با افزایش  $Re_0$  بر شدت این تغییرات تا حدودی افزوده می‌گردد.

✦ فقط تغییرات رینولدز چرخشی و نسبت  $s/b$  بر شکل بدست آمده تاثیر می‌گذارد.

✦ تغییر مقدار  $a/b$  عملاً هیچگونه اثری بر توزیع سرعت در محفظه ندارد.

### ● اثر پارامترهای کلیدی بر ضریب مومنتوم کلی روتور:

- ✦ مقدار ضریب مومنتوم کلی با تغییر مقدار  $a/b$  بدون تغییر می‌ماند.
- ✦ با افزایش نسبت  $s/b$  افزایش می‌یابد که این موضوع را با توجه به بیشتر شدن تنش برشی براحتی میتوان نتیجه گرفت.
- ✦ نتایج عددی با رابطه تجربی همخوانی نسبتاً خوبی را نشان می‌دهد.

### ۶-۱-۱-۲ سیستم روتور استاتور باز

#### ● اثر پارامترهای کلیدی بر خطوط جریان :

- ✦ حوزه جریان را می‌توان به سه قسمت ورودی برای  $x < 0.6$  و ناحیه میانه هسته ای ،  $0.6 < x < 0.9$  و ناحیه خروجی  $x > 0.9$  تقسیم بندی کرد. بنابراین سه ناحیه بازگردش اصلی در اینگونه محفظه‌ها تمیز داده می‌شود.
- ✦ در ناحیه میانی و دور از دیسکها اثر نیروی لزجت ناچیز بوده و ساختار جریان مانند یک جریان چرخش آزاد می‌شود.
- ✦ با افزایش  $Re_0$  در  $C_w = cte$  خطوط جریان بازتر شده و ناحیه بازگردش بالایی در مساحت بیشتری دیده می‌شود.
- ✦ با افزایش  $C_w$  در  $Re_0 = cte$  به هم پیچیدگی خطوط جریان در خروجی محفظه تشدید می‌گردد در حالیکه در ناحیه میانی به نوعی خلأ جریان احساس می‌شود.

### ○ اثر پارامترهای کلیدی بر مولفه سرعت شعاعی:

➤ میتوان دو لایه مرزی را که در روی دو دیسک شکل می‌گیرند، مشاهده نمود. لایه مرزی که بر روی دیسک چرخان شکل می‌گیرد به لایه مرزی نوع اکمان مشهور میباشد و لایه مرزی که بر روی دیسک ثابت شکل می‌گیرد به لایه مرزی بودوات مشهور می‌باشد.

➤ در ناحیه میانی مقدار سرعت شعاعی صفر بوده و تمام جریان جرمی عبوری از درون لایه مرزی نوع اکمان می‌گذرد و به جزء برای مقدار  $x = 0.6$ ،  $V_r/\Omega r$  مقداری برابر با صفر دارد که نشان دهنده شروع ناحیه میانی از این مقدار می‌باشد.

➤ با افزایش جریان جرمی (افزایش  $C_w$ ) بر ضخامت لایه مرزی بر روی دیسک گردان افزوده می‌شود ولی تغییر چندانی در حداکثر سرعت محوری در این لایه مرزی صورت نمی‌گیرد در حالی که ضخامت لایه مرزی بر روی دیسک ثابت تغییر نکرده بلکه حداکثر سرعت محوری در این لایه مرزی افزایش می‌یابد.

➤ با افزایش سرعت دورانی روتور (افزایش  $Re_0$ ) ضخامت لایه مرزی بر روی دیسک گردان اندکی کاهش می‌یابد همچنین تغییر اندکی در حداکثر سرعت محوری در این لایه مرزی صورت می‌گیرد. بطور کلی می‌توان از اثر سرعت دورانی روتور بر روی سرعت بی بعد شده شعاعی صرف‌نظر کرد.

➤ در مقایسه نتایج بدست آمده برای مولفه سرعت بی بعد شده شعاعی یا همان  $V_r/\Omega r$  برای حالت  $C_w=6100$  &  $Re_0=1.25e+6$  با نتایج تجربی همخوانی نسبتاً خوبی مشاهده می‌گردد.

### ○ اثر پارامترهای کلیدی بر مولفه سرعت مماسی:

- در ناحیه میانی و دور از دیسکها  $V_t = \beta_m \Omega r$  (که  $\beta_m$  مقداری ثابت است) تقریباً یکسان است و این در حقیقت نشان دهنده وجود یک جریان چرخش آزاد در این ناحیه است.
- با افزایش شعاع میزان سرعت بی بعد شده مماسی افزایش می‌یابد.
- با افزایش جریان جرمی (افزایش  $C_w$ ) میزان  $V_t / \Omega r$  افزایش می‌یابد.
- اثر قابل ملاحظه افزایش  $Re_0$ ، افزایش میزان مولفه سرعت بی بعد شده مماسی در خارج لایه مرزی است.

- در مقایسه نتایج بدست آمده برای مولفه سرعت بی بعد شده مماسی برای حالت  $C_w = 6100$  و  $Re_0 = 1.25e+6$  با نتایج تجربی همخوانی نسبتاً خوبی مشاهده می‌گردد.

### ○ اثر پارامترهای کلیدی بر چگونگی توزیع سرعت مماسی:

- تغییرات محوری  $V_t$  بسیار ناچیز است ولی با افزایش  $Re_0$  بر شدت این تغییرات تا حدودی افزوده می‌گردد.
- سرعت مماسی با افزایش  $x$  در حدفاصل ورودی پیش-چرخش و خروجی بر روی روتور کاهش می‌یابد.

### ○ اثر پارامترهای کلیدی بر ضریب مومنتوم کلی روتور:

- نتایج عددی با رابطه تجربی همخوانی خوبی را نمایش می‌دهد.
- مقدار ضریب مومنتوم کلی با افزایش جریان جرمی، افزایش می‌یابد.
- مقدار ضریب مومنتوم کلی با افزایش سرعت دورانی دیسک کاهش می‌یابد.

↘ یک رابطه خطی که با برازش نتایج عددی بدست آمده ارائه شده است که با دقت بسیار بالایی قادر به محاسبه ضریب اصطکاک کلی بر روی دیسک گردان می باشد.

## ۶-۱-۲ انتقال حرارت

### ۶-۱-۲-۱ سیستم روتور استاتور بسته

⊙ اثر پارامترهای کلیدی بر چگونگی توزیع نسبت فشار :

- ↘ تغییرات محوری نسبت فشار عملاً وجود ندارد.
- ↘ با افزایش سرعت روتور میزان نسبت فشار افزایش می‌یابد.
- ↘ تغییرات  $a/b$  و  $s/b$  تاثیری در  $P^*$  ندارند.

⊙ اثر پارامترهای کلیدی بر چگونگی توزیع دمای بی‌بعد:

- ↘ تغییرات محوری دمای بی بعد با افزایش  $Re(r)$  شدت می‌یابد. همچنین با افزایش فاصله شعاعی افزایش سرعت روتور سبب افزایش در میزان  $\Theta$  می شود.
- ↘ افزایش  $a/b$  تغییرات محوری و تا حدودی تغییرات شعاعی دمای بی بعد را تشدید می‌کند.
- ↘ افزایش نسبت  $s/b$  تا یک فاصله شعاعی تغییرات  $\Theta$  را در جهت  $Z$  و  $r$  کاهش می‌دهد و از آن فاصله به بعد تاثیر وارون دارد.

⊙ اثر پارامترهای کلیدی بر عدد ناسلت محلی:

- ↘ با زیاد شدن رینولدز چرخشی میزان  $Nu$  افزایش می‌یابد.
- ↘ افزایش نسبت  $a/b$  کاهش نامحسوس عدد ناسلت را در پی دارد.

➤ با بیشتر شدن میزان  $s/b$  از مقدار  $Nu$  کاسته می‌شود که علت آن کمتر شدن شار حرارتی روتور می‌باشد.

#### ● اثر پارامترهای کلیدی بر عدد ناسلت متوسط:

➤ مقدار ناسلت متوسط با افزایش مقادیر  $a/b$  و  $s/b$  کاهش می‌یابد

#### ● آنالیز تشابهی رینولدز میان ناسلت متوسط و ضریب مومنتوم کلی روتور:

➤ با بدست آوردن رابطه‌ای میان ناسلت متوسط، رینولدز چرخشی و ضریب مومنتوم کلی روتور، با داشتن سرعت چرخش روتور و محاسبه  $C_m$  می‌توان به راحتی مقدار ناسلت متوسط را بدست آورد.

➤ با حذف  $Re_D$  میان  $Nu_{av}$  و  $C_m$  به رابطه مستقلی بین این دو پارامتر بدست آمد.

#### ۶-۱-۲-۲ سیستم روتور استاتور باز

#### ● اثر پارامترهای کلیدی بر چگونگی توزیع نسبت فشار:

➤ تغییرات محوری نسبت فشار بسیار ناچیز است.

➤ با افزایش نرخ جریان جرمی و سرعت روتور میزان نسبت فشار با افزایش  $x$  در حدفصل ورودی پیش-چرخش و خروجی بر روی روتور ابتدا کاهش می‌یابد و سپس با غلبه فشار استاتیکی محفظه بر فشار دینامیکی، افزایش می‌یابد.

### ● اثر پارامترهای کلیدی بر چگونگی توزیع دمای بی‌بعد:

- ✦ تغییرات محوری دمای بی‌بعد با افزایش  $Re_0$  شدت می‌یابد و نیز با افزایش نرخ جریان جرمی از میزان تغییرات محوری دمای بی‌بعد کاسته می‌شود.
- ✦ با افزایش فاصله شعاعی، افزایش سرعت روتور سبب افزایش در میزان  $\Theta$  می‌شود در حالیکه هرچه  $Cw$  بیشتر می‌شود دمای بی‌بعد کاهش می‌یابد.

### ● اثر پارامترهای کلیدی بر عدد ناسلت محلی:

- ✦ نتایج بدست آمده برای عدد ناسلت برای حالات  $Re_0 = 1.25e+6$  و  $Cw = 6100$  و  $Cw = 3920$  و  $Re_0 = 1.25e+6$  با نتایج تجربی مقایسه شده‌اند که همخوانی خیلی خوبی را نشان می‌دهد.
- ✦ با افزایش جریان جرمی بر مقدار عدد ناسلت محلی افزوده می‌گردد و نیز با زیاد شدن رینولدز چرخشی هم میزان  $Nu$  افزایش می‌یابد.
- ✦ بدلیل برخورد جریان به روتور در ورودی یک پرش در مقدار عدد ناسلت (به علت رفتار مدل آشفته رینولدز پایین) بوجود می‌آید که به همین دلیل نتایج بدست آمده تا فاصله شعاعی 0.4 از نظم مشخصی برخوردار نمی‌باشند.
- ✦ با بررسی‌های به عمل آمده در مورد خودتشابهی حل‌های بدست آمده برای ناسلت محلی بر حسب فاصله شعاعی در رینولدزهای چرخشی مختلف مشاهده می‌گردد که نتایج در بیشتر فواصل از خودتشابهی خیلی خوبی برخوردارند. نکته‌ای که این قسمت تا حدودی دیده می‌شود وجود خودتشابهی بهتر در سرعت‌های دورانی بیشتر روتور برای نتایج استخراج شده است.

### ● اثر پارامترهای کلیدی بر عدد ناسلت متوسط:

➤ مقدار ناسلت متوسط با افزایش جریان جرمی و سرعت دورانی دیسک افزایش می‌یابد.

### ● آنالیز تشابهی رینولدز میان ناسلت متوسط و ضریب مومنوم کلی روتور:

➤ با بدست آوردن رابطه‌ای میان ناسلت متوسط، رینولدز چرخشی و ضریب مومنوم کلی روتور،

با داشتن سرعت چرخش روتور و محاسبه  $Cm$  می‌توان به راحتی مقدار ناسلت متوسط را بدست

آورد.

➤ با حذف  $Re_D$  میان  $Nu_{av}$  و  $Cm$  رابطه مستقلی بین این دو پارامتر بدست آمد.

## ۶-۲ پیشنهادات

برای بهبود نتایج انجام تحقیقات بیشتر ضروری به نظر می‌رسد. از این‌رو برای ادامه روند تحقیقات در

این زمینه، موارد زیر پیشنهاد می‌گردد:

● از آنجا که مدل توربولانس رینولدز پایین در مورد برخی از پارامترها (مانند  $Nu$  در

ورودی جریان به محفظه) جواب درستی نمی‌دهد پیشنهاد می‌گردد در زمینه بررسی مدل‌های

توربولانس دیگر کارهای تحقیقاتی بیشتری صورت پذیرد.

● با مشاهده خودتشابهی در برخی از حل‌های بدست آمده توصیه می‌شود ضمن

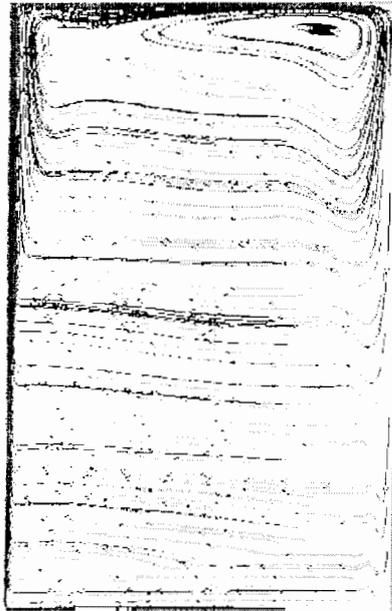
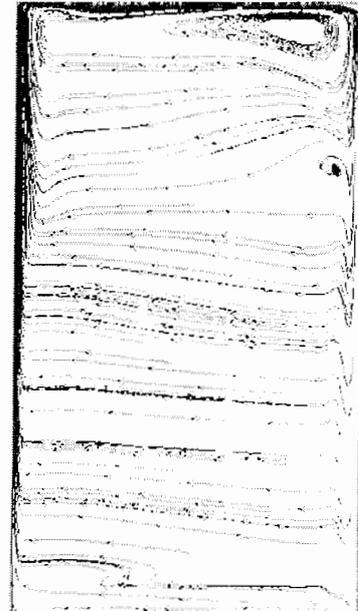
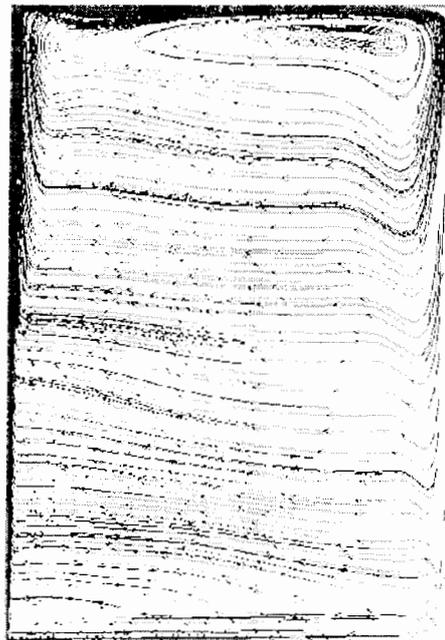
بررسی سایر موارد، پارامتر تشابهی برای مدل استفاده شده جستجو گردد.

# فهرست مراجع

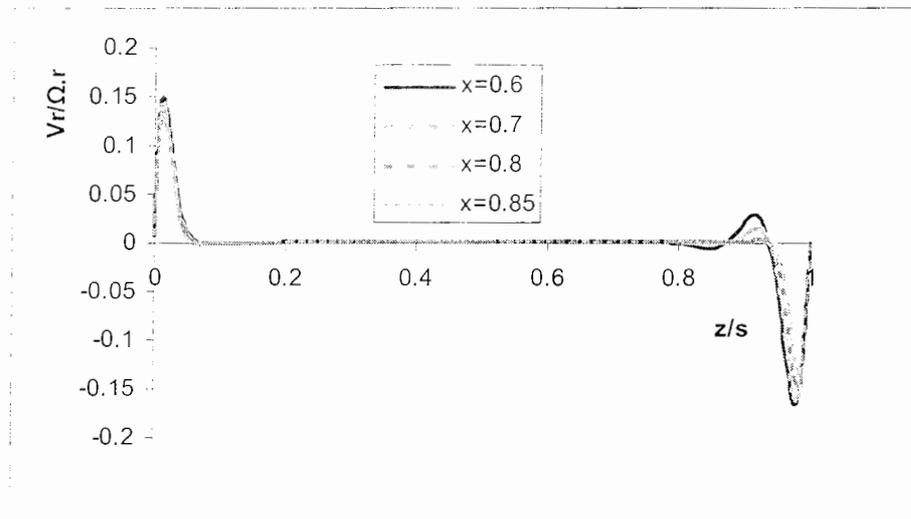
1. Farzaneh. M. "Flow and Heat Transfer in a Pre-Swirl Rotor-Stator System", PhD Thesis. Uni. Bath, UK, (2003).
۲. فرزانه گرد، محمود و مغربی، محمد جواد، "جریان سیال در درون محفظه روتور- استاتور با خروجی جریان شعاعی"، ششمین کنفرانس سراسری انجمن هوا فضای ایران، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی، تهران، ایران، (۱۳۸۵).
3. Karman. Th Von., "Uber Laminare und Turbulent Reibung", Z. Angew. Math. Mech, 1, (2004), 233-252.
4. Cochran. W. G.. "The Flow Due to a Rotating Disc", Proc. Camb. Phil. Soc., 30, (1934), 365\_375.
5. Theodorsen. T., and Reigier, A., "Experiments on Drag of Revolving Disks, Cylinders, and Streamline Rods at High Speeds", NACA Report, No.793, (1944).
6. Owen. J. M.. and Rogers. R. H.. "Flow and Heat Transfer in Rotating Disc Systems", Vol.2-Rotating Cavities, Research Studies Press, Taunton, (1995).
7. Owen, J. M.. and Rogers, R. H., "Flow and Heat Transfer in Rotating Disc Systems", Rotor Stator Systems, Research Studies Press, 1, (1989) Taunton, U.K.
8. Farzaneh. M., "Axisymmetric Study of Flow in Pre-Swirl Rotor-Stator System", 14<sup>th</sup> International Mechanical Engineering Conf. (2006), Isfahan University of Technology, Isfahan. Iran.
9. Farzaneh. M.. "Axisymmetric Study of Heat Transfer in Pre-Swirl Rotor-Stator System", 14<sup>th</sup> International Mechanical Engineering Conf, (2006), Isfahan University of Technology, Isfahan, Iran.
10. Daily, J. W.. and Nece, R. E., "Chamber Dimension Effects on Induced Flow and Frictional Resistance of Enclosed Rotating Disks", J. Basic Eng., 82, (1960), 217-228.
11. Cooper. R., and Reshotko, E., "Turbulent Flow Between a Rotating Disc and a Parallel Wall". AIAA. J., 13, (1975), 573-589
12. Wagner. C.. "Heat Transfer from a Rotating Disk to Ambient Air", J. Appl. Phys., 19, (1948), 837-839.
13. Kreith. F., Taylor, J. H., and Chong, J. P., "Heat and Mass Transfer from a Rotating Disk", ASME J. Heat Transfer, 81, (1959), 95-104

14. Prakash, C., Powel, U. S., and Suryanarayana, N. V., "Analysis of Laminar Flow and Heat Transfer Between a Stationary and a Rotating Disk", *AIAA. J.*, 23, (1985), 1666-1667
15. Batchelor, G. K., "Note on a Class of Solution of the Navier-Stokes Equations Representing Steady Rotationally-Symmetric Flow", *Quart. J. Mech. Appl. Math.*, 4, (1951), 29-41.
16. Stewartson, K., "On the Flow Between Two Rotating Coaxial Discs", *Proc. Camb. Phil. Soc.*, 49, (1953), 333-341.
17. Grohne, D. "Über Die Laminare Strömung in Einer Kreiszyklindrischen Dose Mit Rotierendem Deckel", *Nachr. Akad. Wiss. Gottingen., Math. Phys. Kl.*, 263-282
18. Picha, K. G., and Eckert, E. R. G., "Study on the Air Flow Between Coaxial Discs Rotating with Arbitrary Velocities in an Open or Enclosed Space", *Proc. 3<sup>rd</sup> U. S. Nat. Cong. Appl. Mech.*, (1958), 791-798.
19. Lance, G. N., and Rogers, M. H., "The Axially Symmetric Flow of a Viscous Fluid Between Two Infinite Rotating Discs", *Proc. Roy. Soc A*, 266, (1962), 109-121
20. Pearson, C. E., "Numerical Solutions for the Time-Dependent Viscous Flow Between Two Rotating Coaxial Discs". *J. Fluid Mech*, 21, (1965), 623-633
21. Daily, J. W., Ernest, W. D., and Asbedian, V. V., "Enclosed Rotating Discs with Superimposed Throughflow", *Dept. Civil Engng. Hydrodyn. Lab. MIT., B Rep.*, No. 64.
22. Millward, I. J., and Robinson, P. H., "Experimental Investigation into the Effects of Rotating and Static Bolts on Both Windage Heating and Local Heat Transfer Coefficients in a Rotor-Stator Cavity", 89-GT-177., *ASME Int. Gas Turbine Conf.*, (1989), Toronto.
23. Dibelius, G. H., and Heinen, M., "Heat Transfer from a Rotating Disc", Paper 90-GT-219., *ASME Int. Gas Turbine Conf.*, Brussels.
24. Chen, JX., Gan, X., and Owen, J. M., "Heat Transfer in an Air-Cooled Rotor-Stator System", 94-GT-55, *ASME Paper*, (1994).
25. Owen, J. M., and Wilson, M., "Some Current Research in Rotating-Disc Systems", *Turbine 2000 Int. Symp. On Heat Transfer in Gas Turbine Systems*, (2000), Turkey, in *Heat Transfer in Gas Turbine Systems*, *Annals of the New York Academy of Sciences*, 934, 206-221

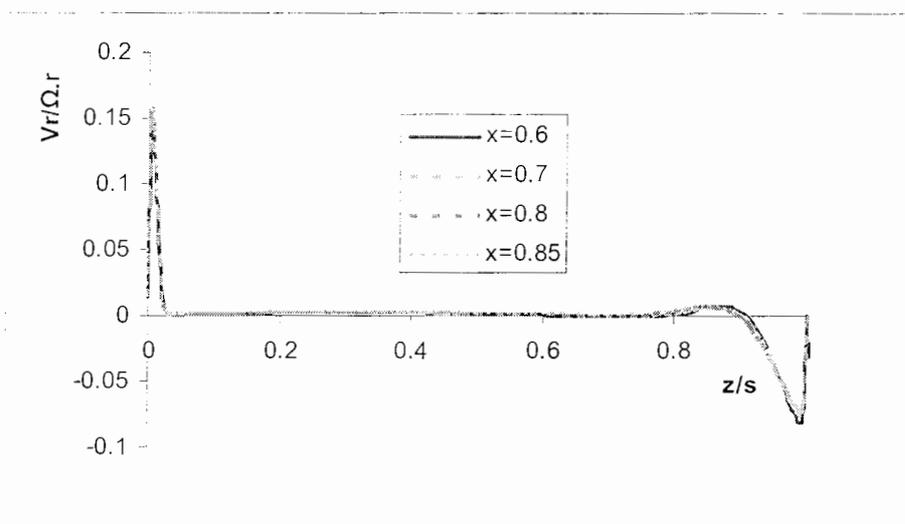
26. Iacovides. H.. and Toumpanakis, P., "Turbulence Modeling of axisymmetric Flow inside Rotor-Stator System", 5<sup>th</sup>. Int. Symp. On refined Flow Modeling and Turbulence Measurements. (1993), Paris.
27. Yan. Y.. Farzaneh-Gord, M., Lock, G. D., Wilson, M., and Owen, J. M., "Fluid Dynamics of a Pre-Swirl Rotor-Stator System", *J. Turbomachinery*, 125, (2003), 641-647
28. Benim. A. C.. Brillert. D.. and Cagan. M.. "Investigation into the Computational Analysis of Direct Transfer Preswirl Systems for Gas Turbine Cooling", GT2004-54151, ASME Paper, (2004).
29. Gan. X.. Kilic. M., and Owen, J. M., "Flow Between Contra-Rotating Discs", 93-GT-286., ASME Int. Gas Turbine Conf., (1993), Cincinnati.
30. Gan. X.. Kilic. M., and Owen, J. M., "Superposed Flow Between Two Discs Contra-Rotating at Differential Speeds", *Int. J. Heat and Fluid Flow*, 15, (1994), 438\_446.
31. Gan. X.. Kilic. M., and Owen, J. M.. "Flow Between Contra-Rotating Discs", *J. Turbomachinery*, 117, 299\_305 (Formerly ASME Paper 93-GT-286).
32. Kilic, M., "Flow Between Contra-Rotating Discs", PhD Thesis, Uni. Bath, UK, (1993).
33. Geis. T., Dittmann, M., and Dullenkopf, K., "Cooling Air Temperature Reduction in a Direct Transfer Preswirl System", GT2003-38231, ASME Paper, (2003).
34. Popp. O.. Zimmermann, H., and Kutz, J., "CFD Analysis of Coverplate Receiver Flow", 96-GT-357.. ASME Int. Gas Turbine and Aeroengine Cong., (1996), Birmingham, UK.
35. Karabay. H.. "Flow and Heat Transfer in a Cover-Plate Pre-Swirl Rotor-Stator System". PhD Thesis. Uni. Bath, UK, (1998).
36. Karabay. H.. Chen, J. X., Pilbrow, R., Wilson, M., and Owen, J. M., "Flow in a Cover-Plate Pre-Swirl Rotor-Stator System", *J. Turbomachinery*, 121, (1999), 160-166
37. Karabay. H.. Wilson, M., and Owen, J. M., "Predictions of Effect of Swirl on Flow and Heat Transfer in a Rotating Cavity", *Int. J. Heat and Fluid Flow*, 22, (2001), 143-155
38. Meierhofer, B., and Franklin, C. J., "An Investigation of a Preswirlled Cooling Airflow to a Turbine Disc by Measuring the Air Temperature in the Rotating Channels", 81-GT-132.. ASME Int. Gas Turbine Conf., (1981), Houston.
39. El-Oun, Z.. and Owen, J. M., "Pre-Swirl Blade-Cooling Effectiveness in an Adiabatic Rotor-Stator System", *J. Turbomachinery*, 111, (1989), 522\_529

 $s/b=0.15$  $s/b=0.12$  $s/b=0.2$ 

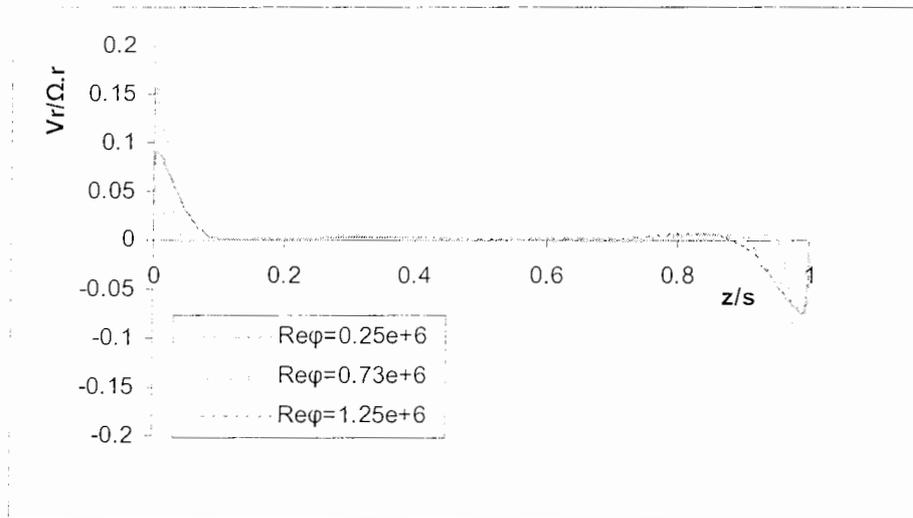
خطوط جریان بدست آمده در حالت  $a/b=0.08$ ,  $Re_0=1.25e+6$ ,  $C_w=0$



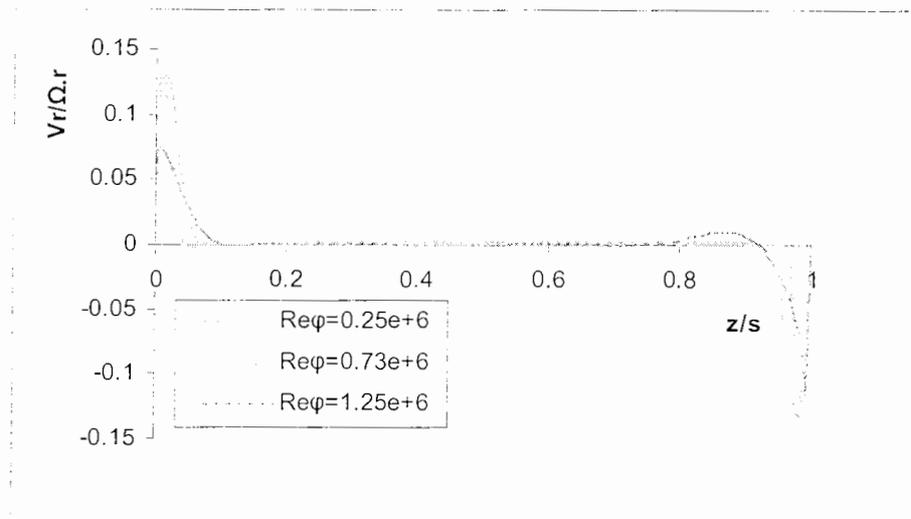
نمودار  $Vr/\Omega.r$  بر حسب  $z/s$  در  $(C_w=0)$   $Re_0 = 0.25e+6$ ,  $a/b=0.08$ ,  $s/b=0.15$



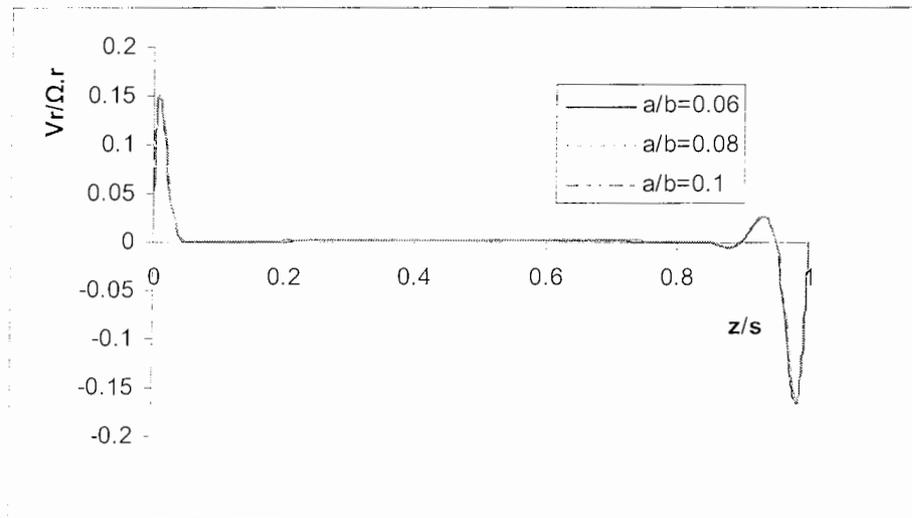
نمودار  $Vr/\Omega.r$  بر حسب  $z/s$  در  $(C_w=0)$   $Re_0 = 0.73e+6$ ,  $a/b=0.1$ ,  $s/b=0.2$



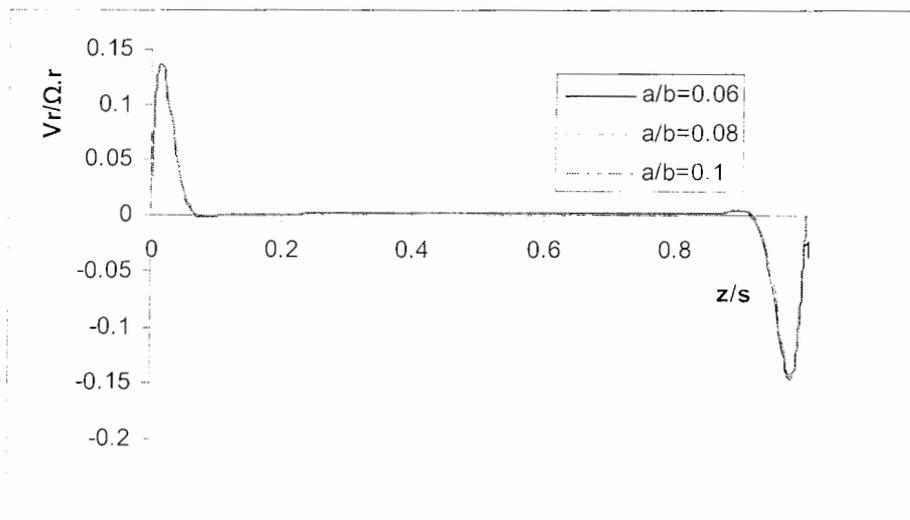
نمودار  $V_r/\Omega.r$  بر حسب  $z/s$  در  $(C_w=0)$   $x=0.8$ ,  $a/b=0.06$ ,  $s/b=0.2$



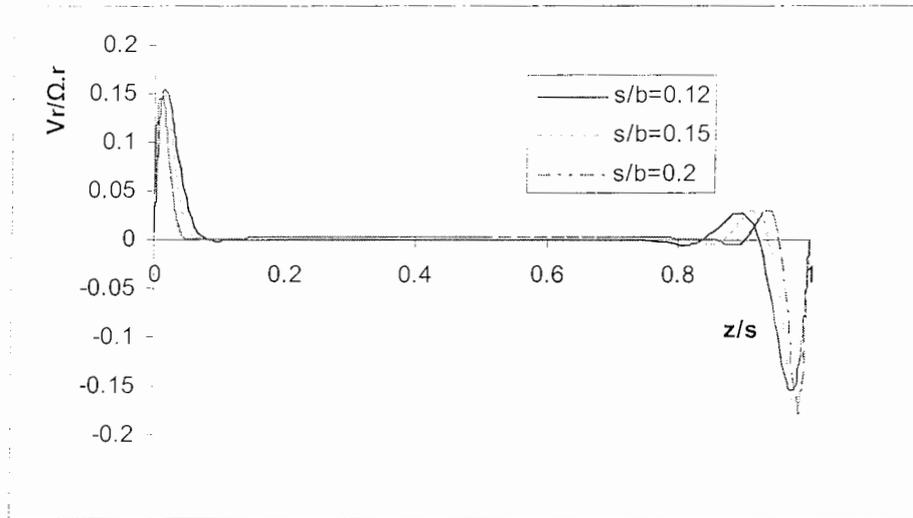
نمودار  $V_r/\Omega.r$  بر حسب  $z/s$  در  $(C_w=0)$   $x=0.85$ ,  $a/b=0.1$ ,  $s/b=0.12$



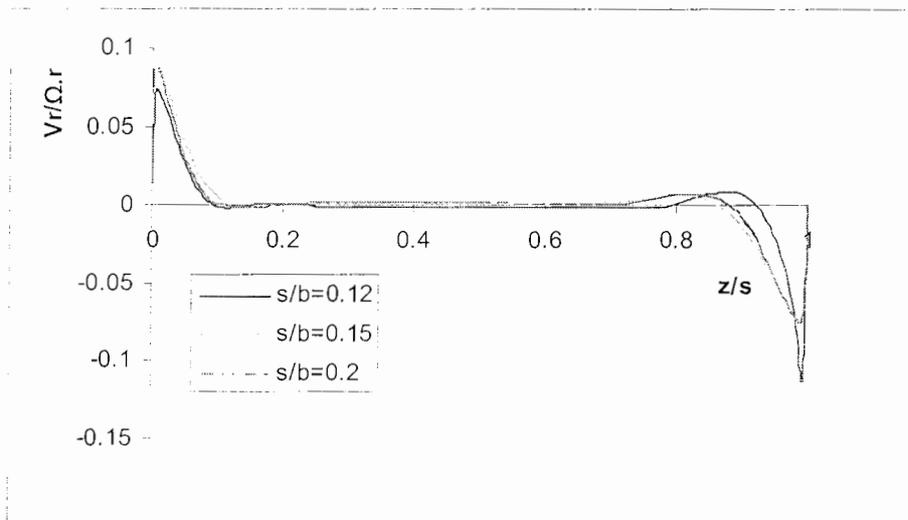
نمودار  $V_r/\Omega.r$  بر حسب  $z/s$  در  $(C_w=0)$   $x=0.6$ ,  $Re_0=0.73e+6$ ,  $s/b=0.12$



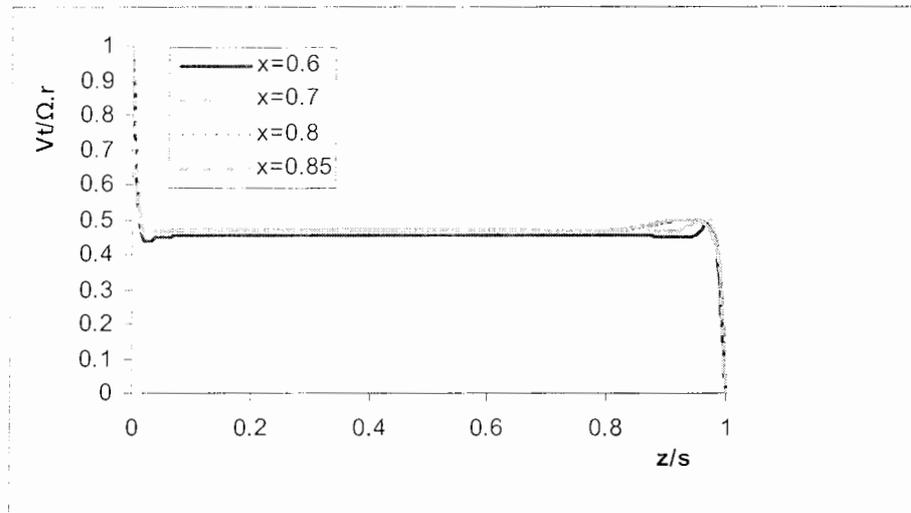
نمودار  $V_r/\Omega.r$  بر حسب  $z/s$  در  $(C_w=0)$   $x=0.8$ ,  $Re_0=0.25e+6$ ,  $s/b=0.12$



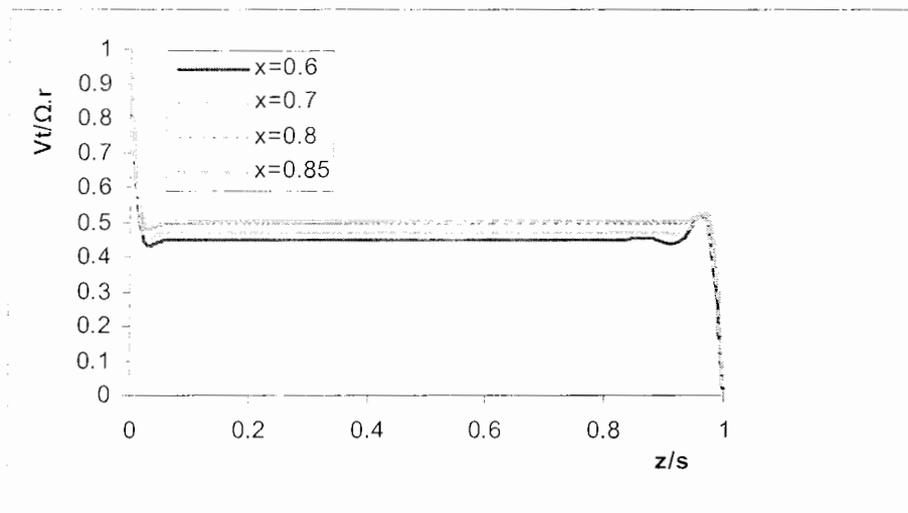
نمودار  $V_r/\Omega.r$  بر حسب  $z/s$  در  $(C_w=0)$   $x=0.6$  ,  $Re_0=0.25e+6$  ,  $a/b=0.06$



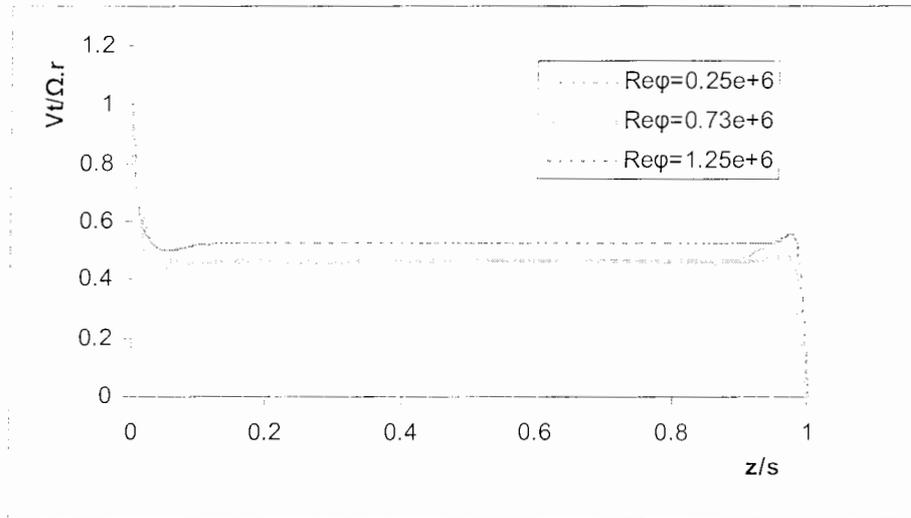
نمودار  $V_r/\Omega.r$  بر حسب  $z/s$  در  $(C_w=0)$   $x=0.85$  ,  $Re_0=1.25e+6$  ,  $a/b=0.06$



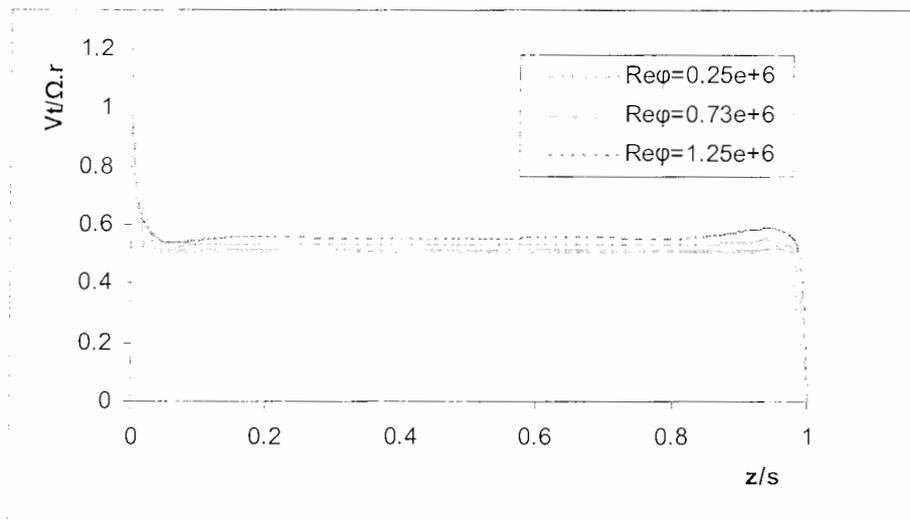
نمودار  $V_t/\Omega.r$  بر حسب  $z/s$  در  $Re_0 = 0.73e+6$ ,  $a/b = 0.1$ ,  $s/b = 0.15$  در  $C_w = 0$



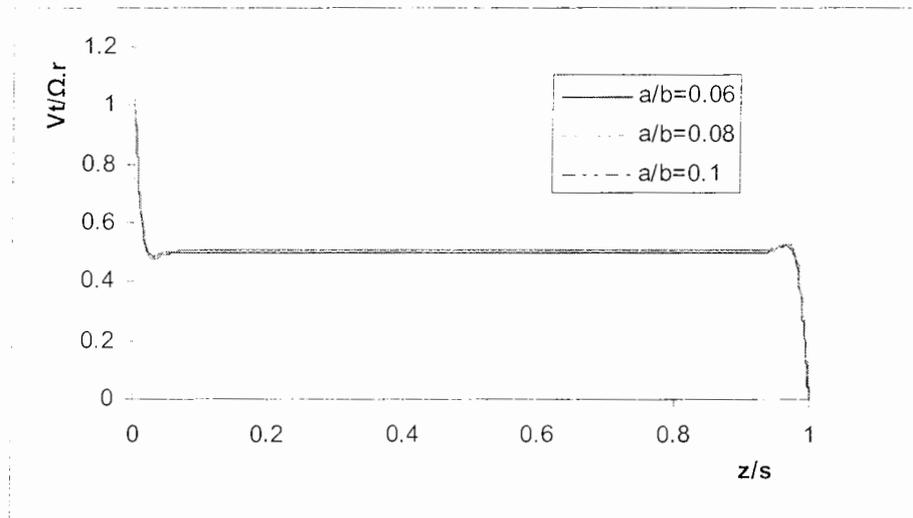
نمودار  $V_t/\Omega.r$  بر حسب  $z/s$  در  $Re_0 = 0.25e+6$ ,  $a/b = 0.06$ ,  $s/b = 0.2$  در  $C_w = 0$



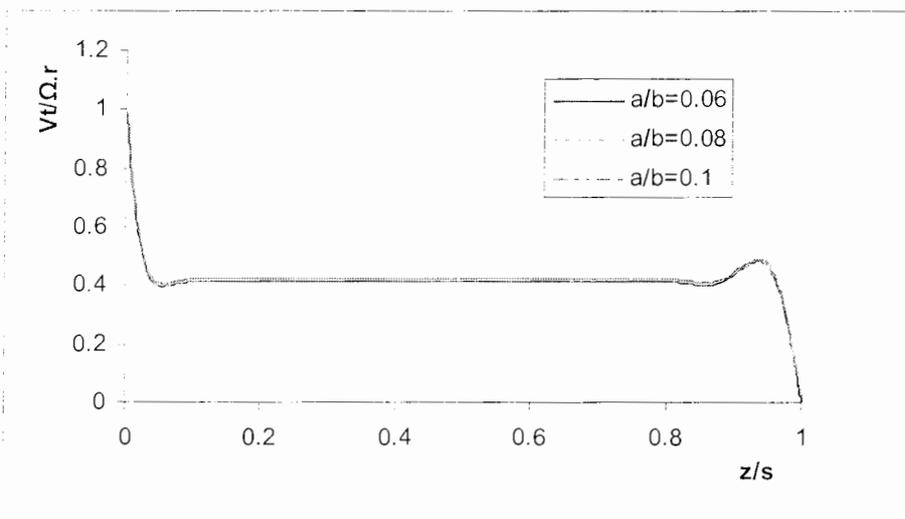
نمودار  $V_t/\Omega.r$  بر حسب  $z/s$  در  $(C_w=0)$   $x=0.7$ ,  $a/b=0.08$ ,  $s/b=0.12$



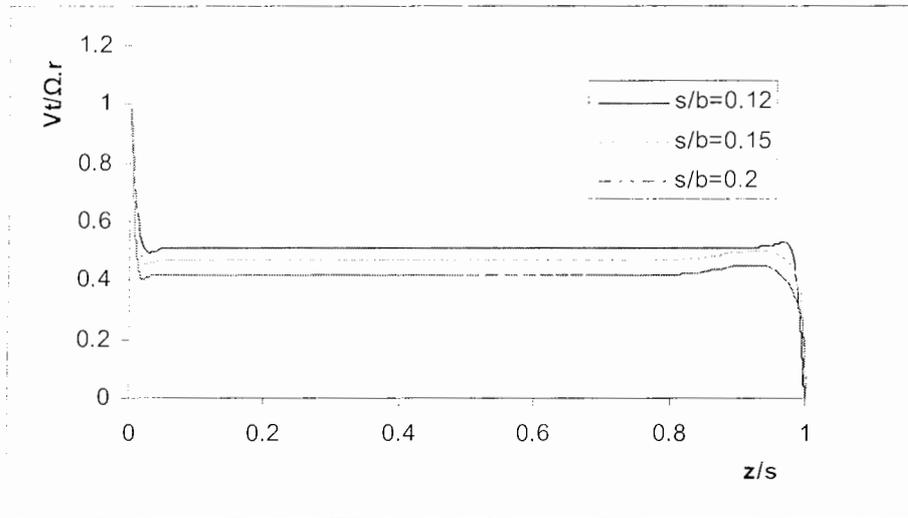
نمودار  $V_t/\Omega.r$  بر حسب  $z/s$  در  $(C_w=0)$   $x=0.85$ ,  $a/b=0.06$ ,  $s/b=0.12$



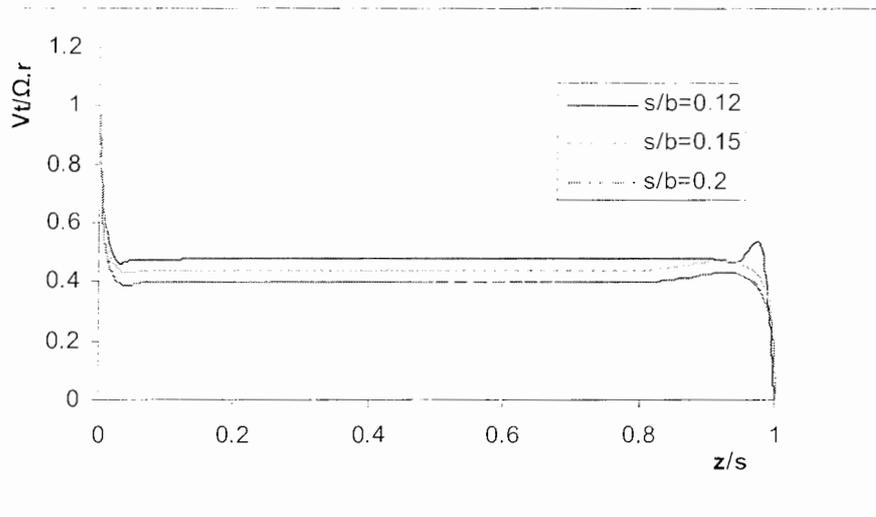
نمودار  $V_t/\Omega.r$  بر حسب  $z/s$  در  $(C_w=0)$   $x=0.8$ ,  $Re_0=0.73$ ,  $s/b=0.12$



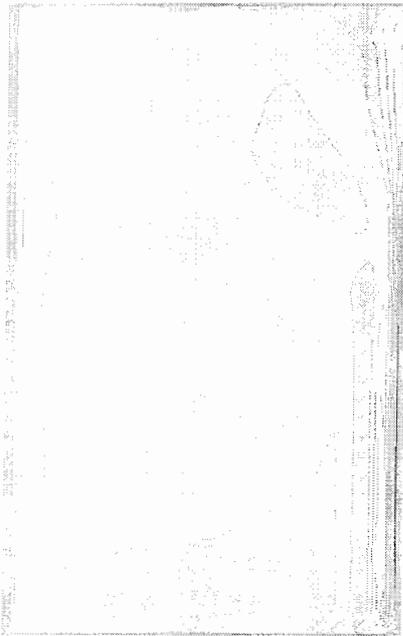
نمودار  $V_t/\Omega.r$  بر حسب  $z/s$  در  $(C_w=0)$   $x=0.6$ ,  $Re_0=0.25e+6$ ,  $s/b=0.12$



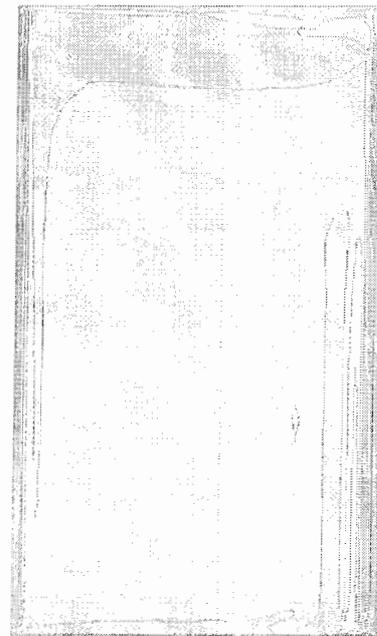
نمودار  $V_t/\Omega.r$  بر حسب  $z/s$  در  $(C_w=0) x=0.85, Re_\theta=0.73e+6, a/b=0.06$



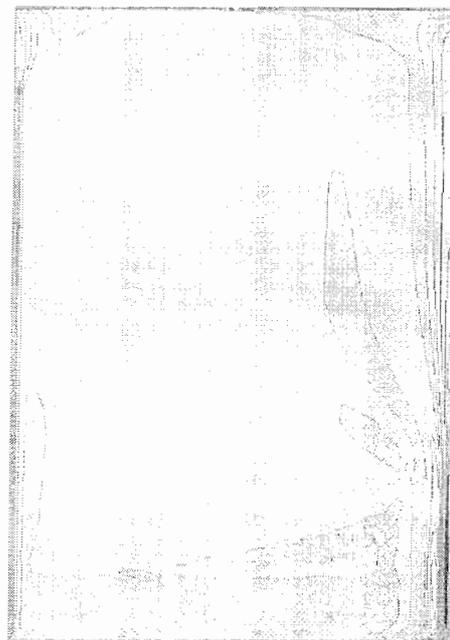
نمودار  $V_t/\Omega.r$  بر حسب  $z/s$  در  $(C_w=0) x=0.6, Re_\theta=1.25e+6, a/b=0.06$



$s/b=0.15$



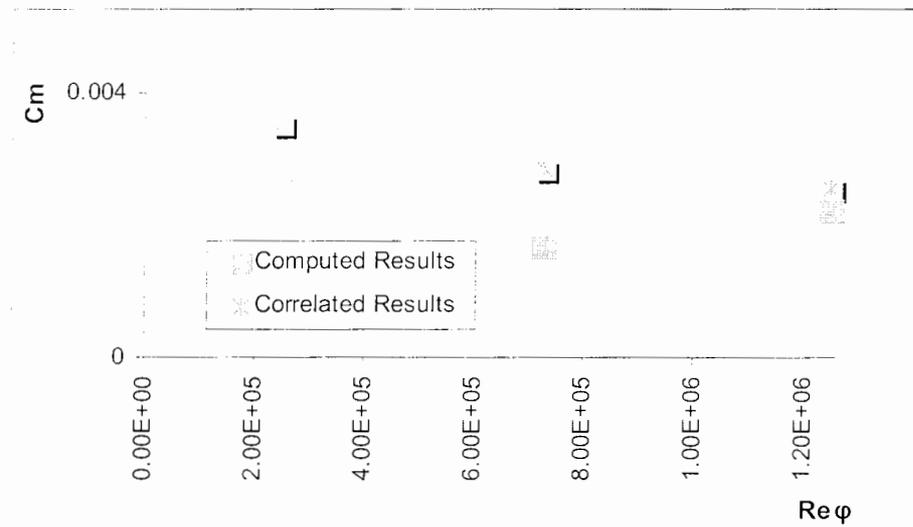
$s/b=0.12$



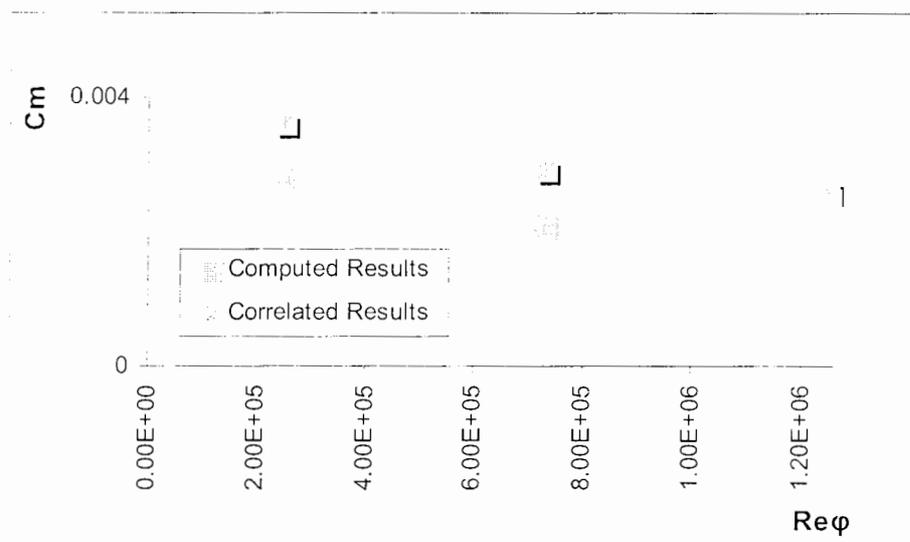
$s/b=0.2$



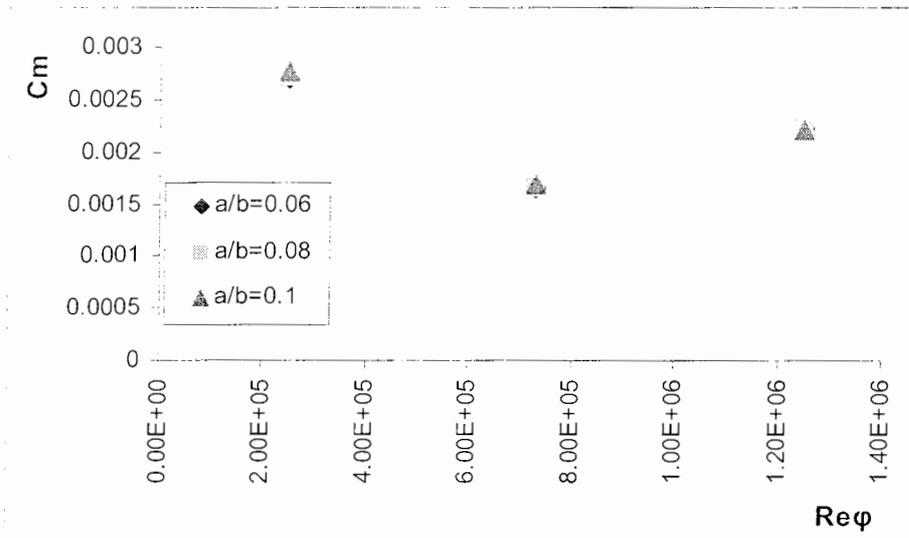
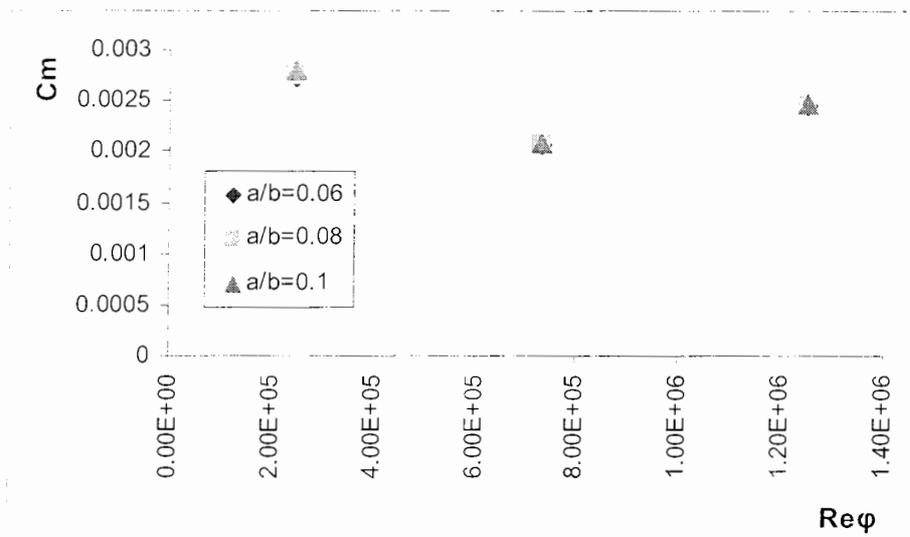
کانتورهای سرعت مماسی بدست آمده در حالت  $a/b=0.08, Re_0=0.73e+6, Cw=0$

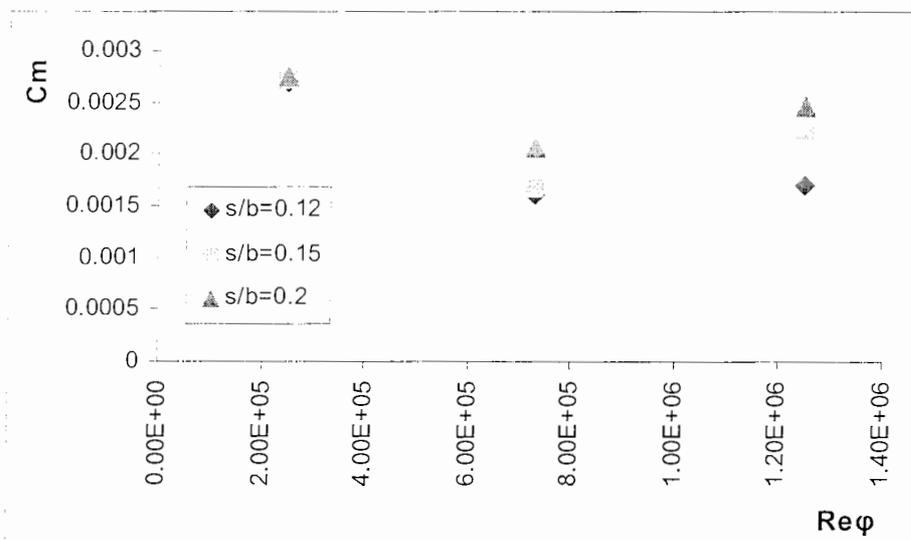


مقایسه نتایج عددی و نتایج بدست آمده از رابطه تجربی برای  $C_m$  در  $a/b=0.08$  و  $s/b=0.15$  و  $C_w=0$

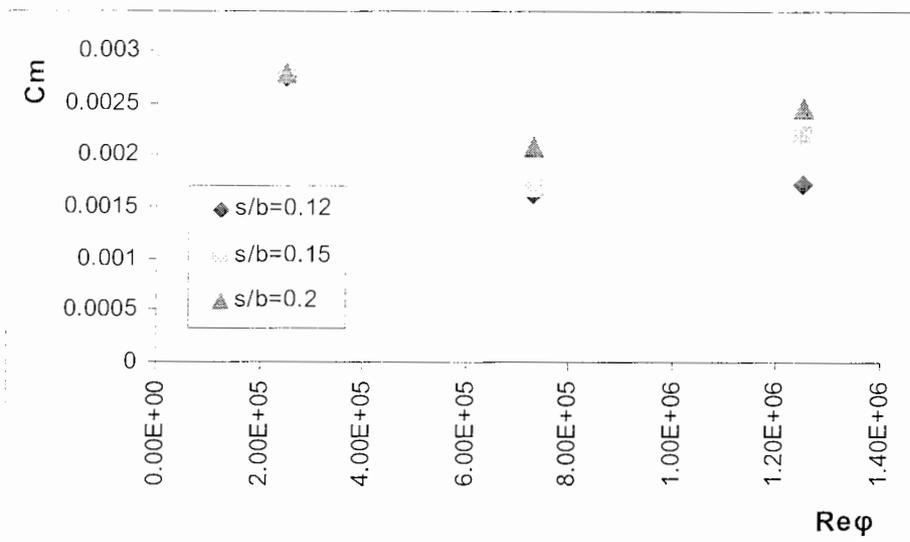


مقایسه نتایج عددی و نتایج بدست آمده از رابطه تجربی برای  $C_m$  در  $a/b=0.1$  و  $s/b=0.2$  و  $C_w=0$

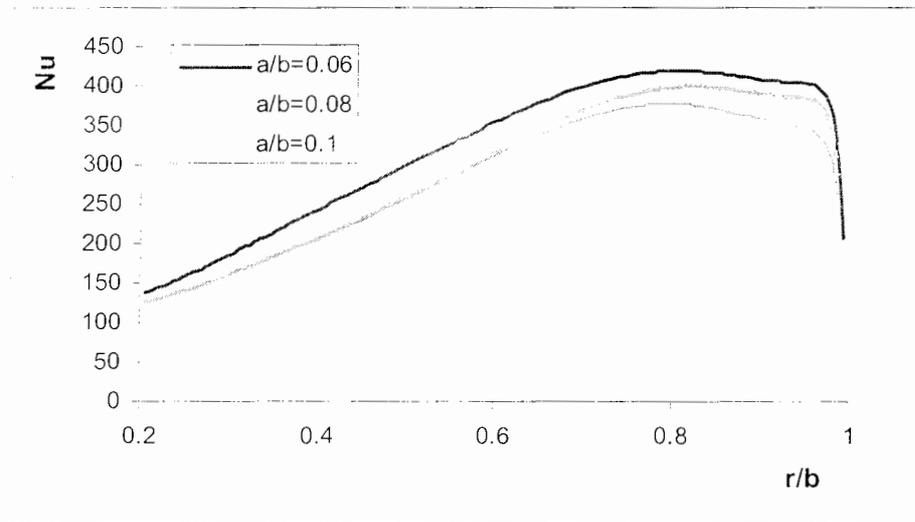
تغییرات  $C_m$  بر حسب  $Re_\phi$  در  $s/b=0.15$  ( $C_w=0$ )تغییرات  $C_m$  بر حسب  $Re_\phi$  در  $s/b=0.2$  ( $C_w=0$ )



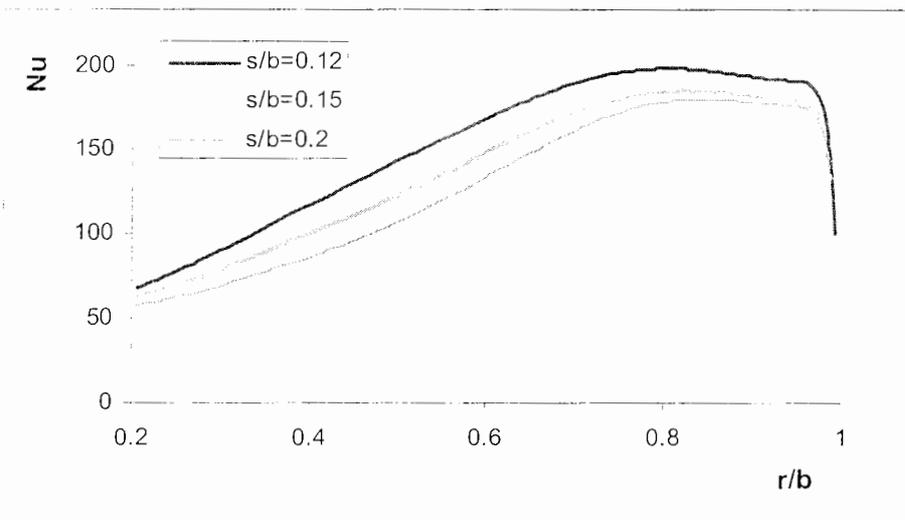
تغییرات  $C_m$  بر حسب  $Re_\phi$  در  $a/b=0.08$  ( $C_w=0$ )



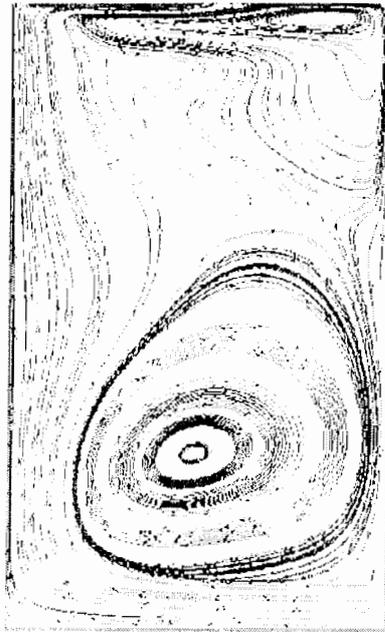
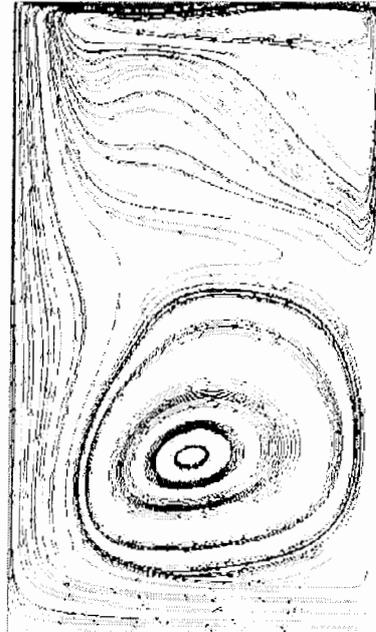
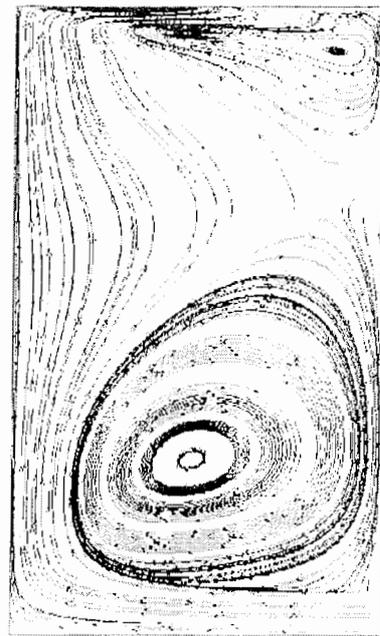
تغییرات  $C_m$  بر حسب  $Re_\phi$  در  $a/b=0.1$  ( $C_w=0$ )



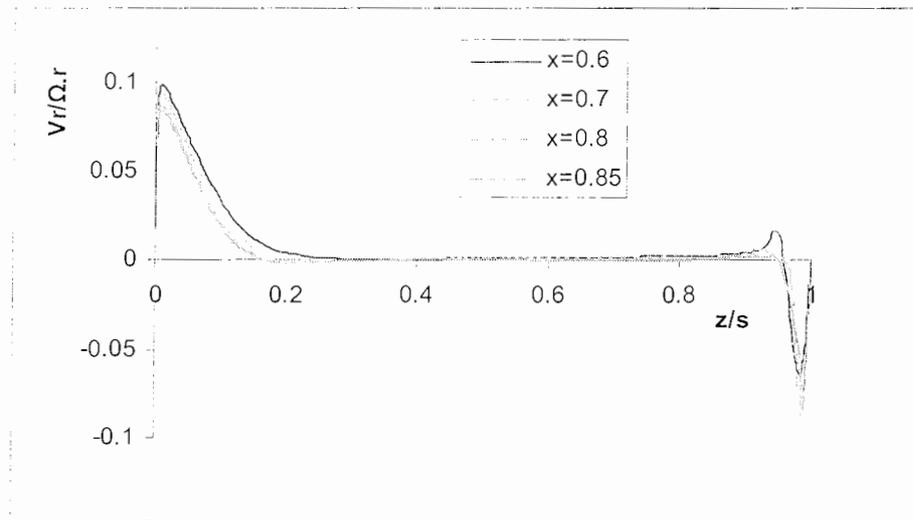
نمودار Nu بر حسب  $r/b$  در  $(C_w=0)$   $Re_0 = 0.73e+6$ ,  $s/b=0.12$



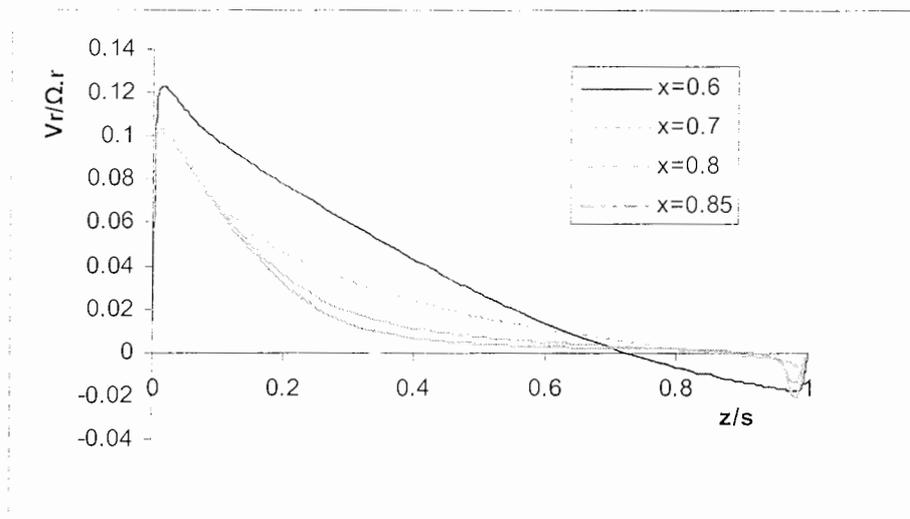
نمودار Nu بر حسب  $r/b$  در  $(C_w=0)$   $Re_0 = 0.25e+6$ ,  $a/b=0.06$

 $C_w=3920$  $C_w=2530$  $C_w=9700$  $C_w=6100$ 

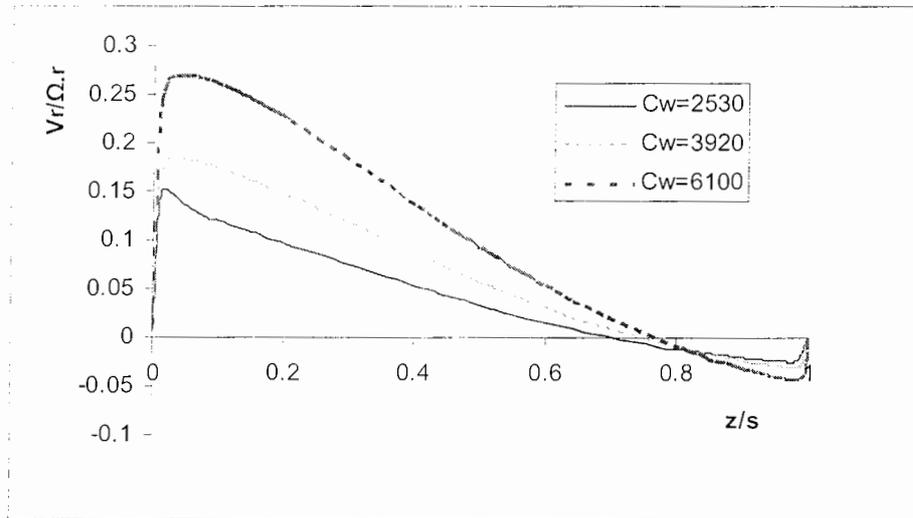
خطوط جریان بدست آمده در حالت  $Re_D=0.73e+6$



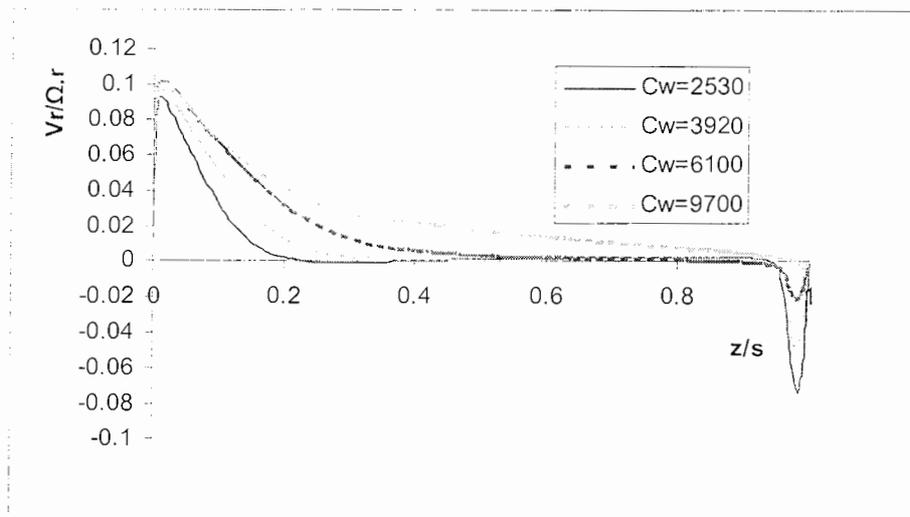
نمودار  $V_r/\Omega.r$  بر حسب  $z/s$  در  $Re_0=1.25e+6$ ,  $C_w=2530$



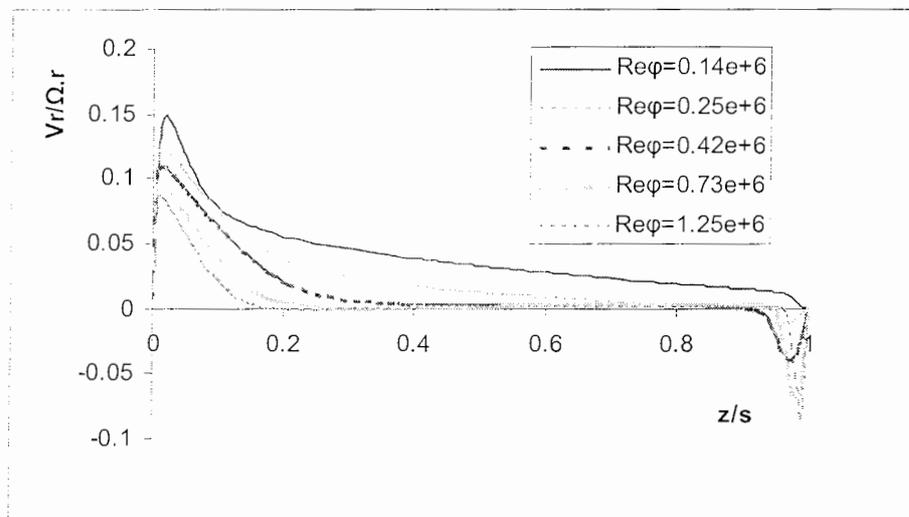
نمودار  $V_r/\Omega.r$  بر حسب  $z/s$  در  $Re_0=0.73e+6$ ,  $C_w=6100$



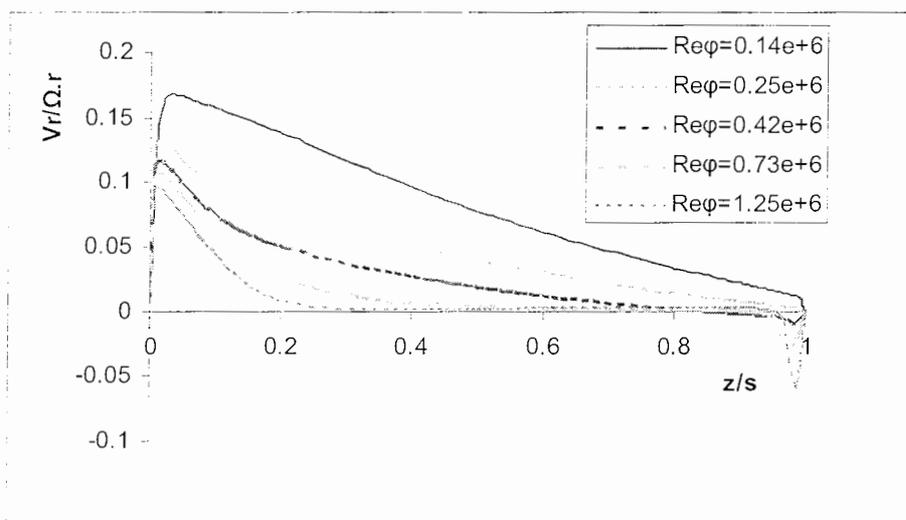
نمودار  $V_r/\Omega.r$  بر حسب  $z/s$  در  $Re_0 = 0.25e+6$ ,  $x=0.6$



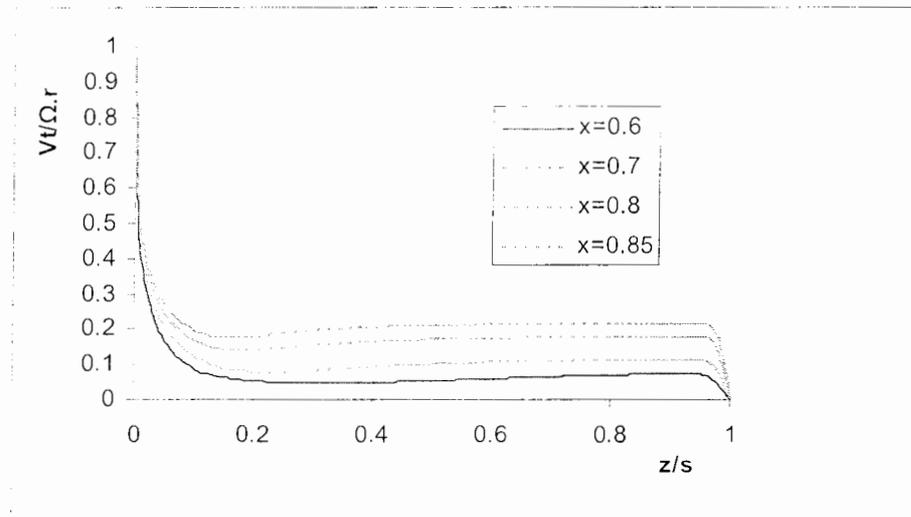
نمودار  $V_r/\Omega.r$  بر حسب  $z/s$  در  $Re_0 = 0.73e+6$ ,  $x=0.85$



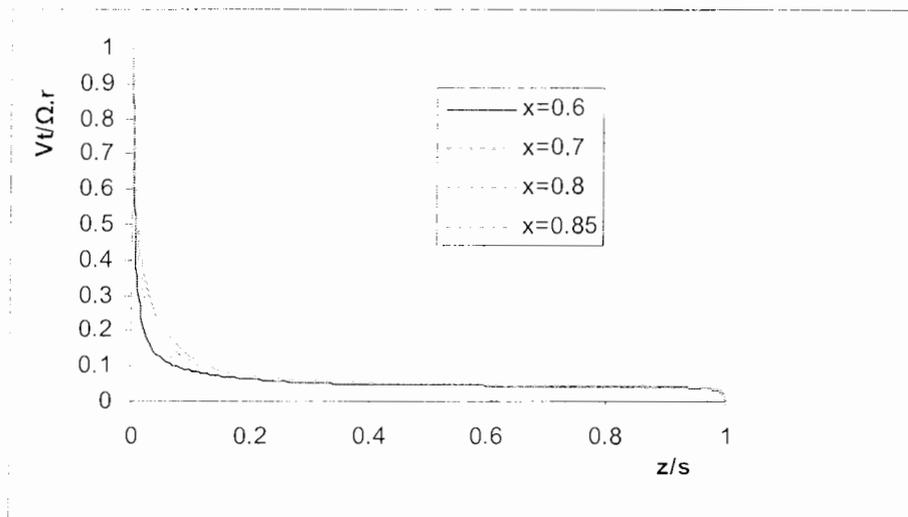
نمودار  $V_r/\Omega.r$  بر حسب  $z/s$  در  $C_w=2530$ ,  $x=0.8$



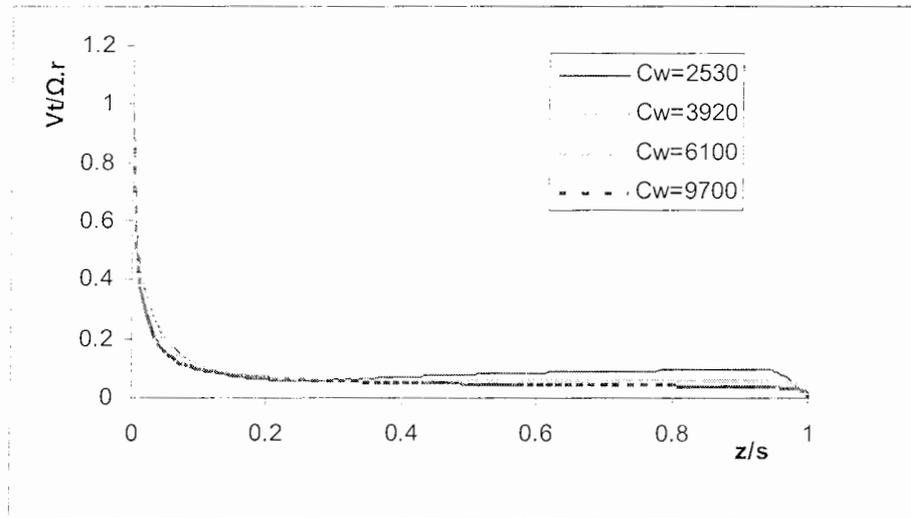
نمودار  $V_r/\Omega.r$  بر حسب  $z/s$  در  $C_w=3920$ ,  $x=0.7$



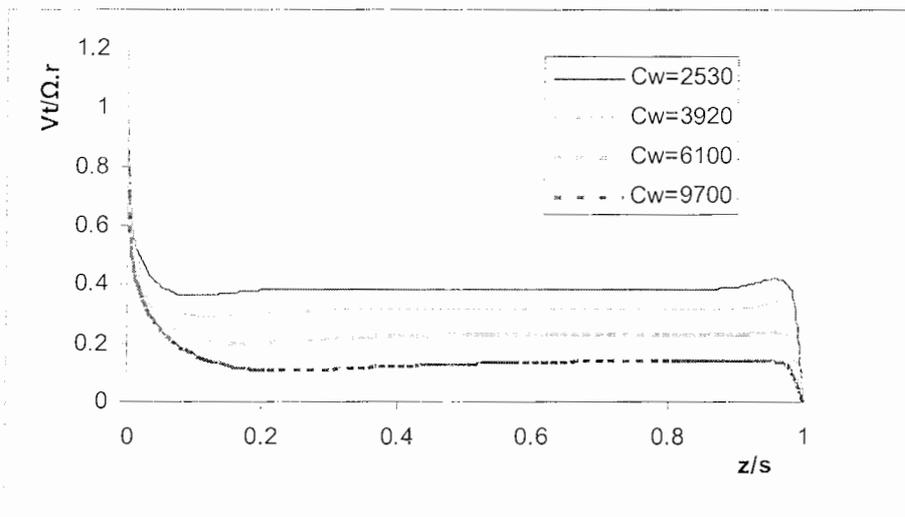
نمودار  $V_t/\Omega.r$  بر حسب  $z/s$  در  $Re_0 = 0.73e+6$ ,  $C_w = 3920$



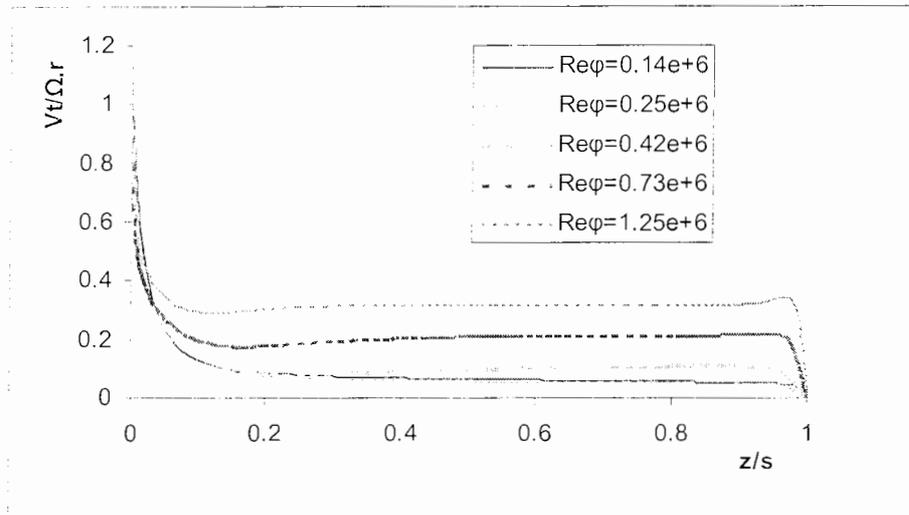
نمودار  $V_t/\Omega.r$  بر حسب  $z/s$  در  $Re_0 = 0.42e+6$ ,  $C_w = 9700$



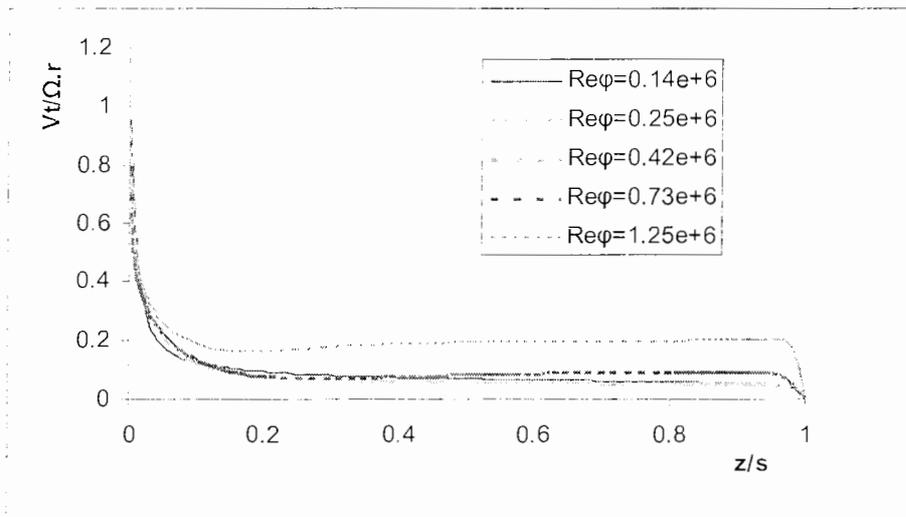
نمودار  $Vt/\Omega.r$  بر حسب  $z/s$  در  $Re_0 = 0.42e6$  ,  $x = 0.7$



نمودار  $Vt/\Omega.r$  بر حسب  $z/s$  در  $Re_0 = 1.25e6$  ,  $x = 0.85$



نمودار  $V_t/\Omega.r$  بر حسب  $z/s$  در  $C_w=3920$ ,  $x=0.85$



نمودار  $V_t/\Omega.r$  بر حسب  $z/s$  در  $C_w=6100$ ,  $x=0.8$



$C_w=3920$



$C_w=2530$



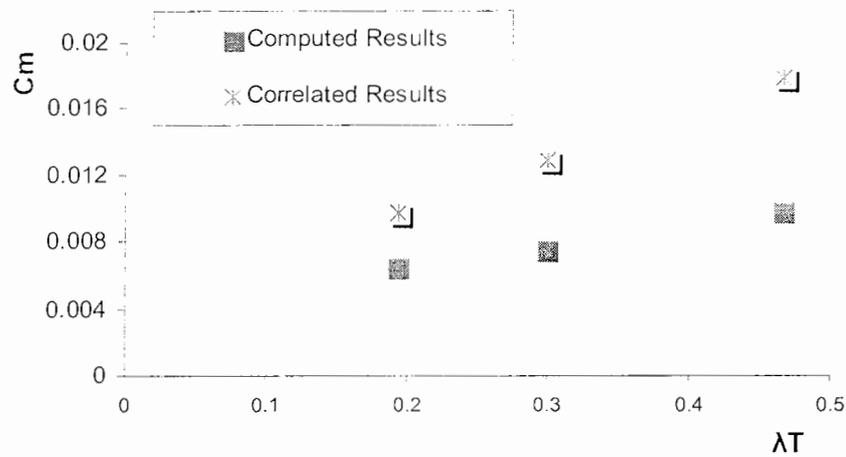
$C_w=9700$



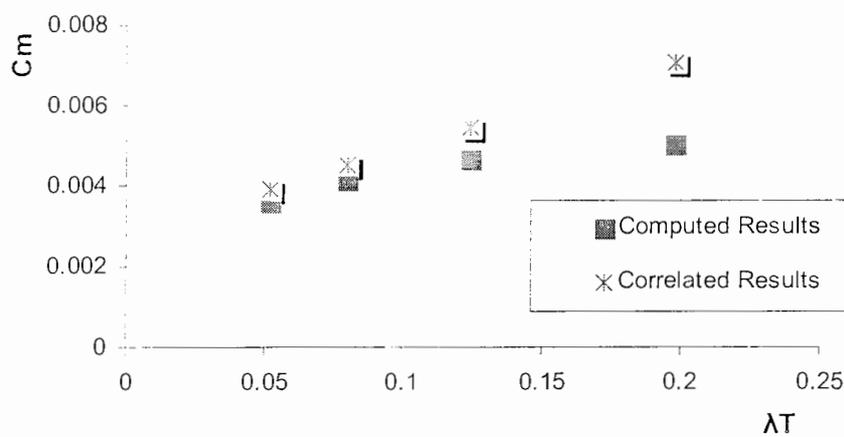
$C_w=6100$



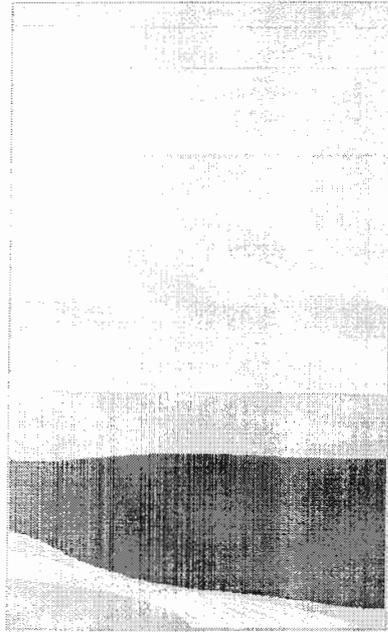
کانتورهای سرعت مماسی بدست آمده در حالت  $Re_0=0.42e+6$



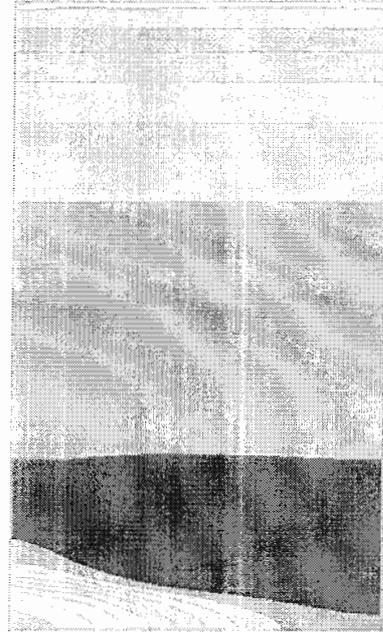
مقایسه نتایج عددی و نتایج بدست آمده از رابطه تجربی برای  $C_m$  در  $Re_0 = 0.14 \times 10^6$



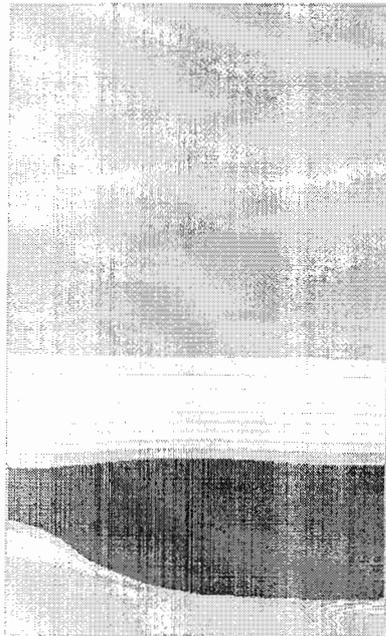
مقایسه نتایج عددی و نتایج بدست آمده از رابطه تجربی برای  $C_m$  در  $Re_0 = 0.73 \times 10^6$



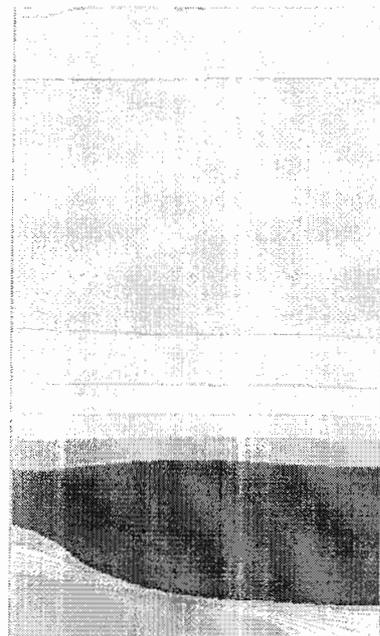
Cw=3920



Cw=2530



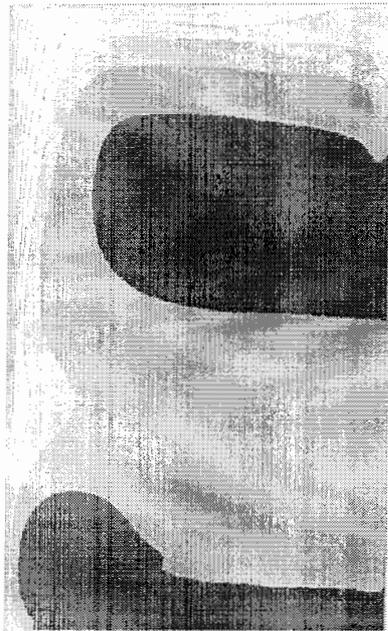
Cw=9700



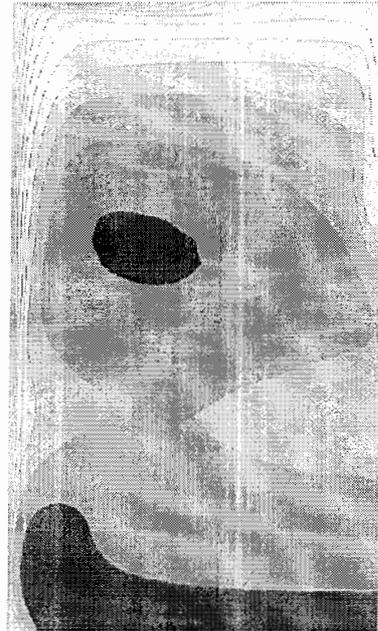
Cw=6100



کانتورهای فشار بی بعد بدست آمده در حالت  $Re_0=0.73e+6$



$C_w=3920$



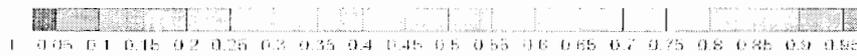
$C_w=2530$



$C_w=9700$

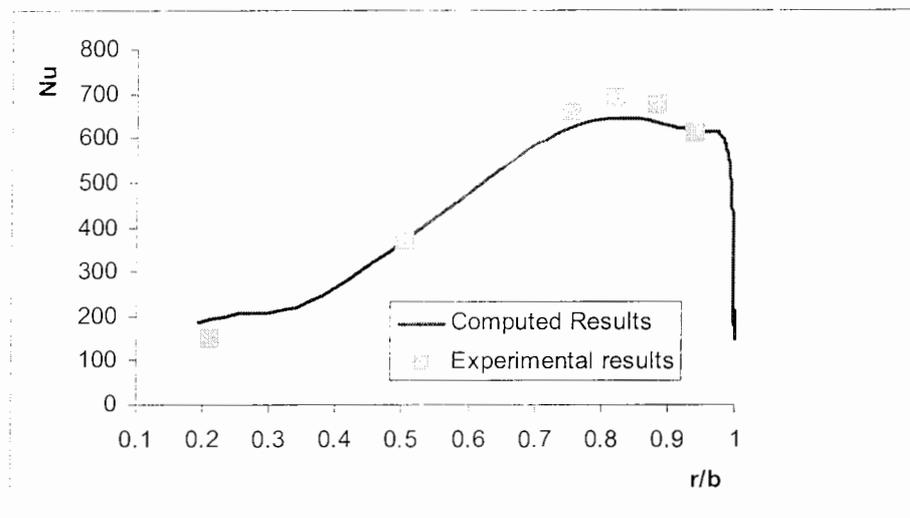


$C_w=6100$

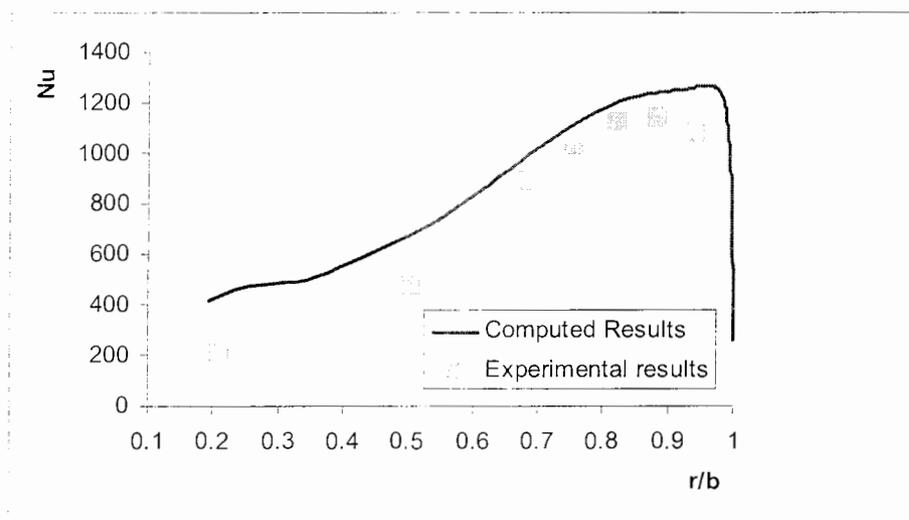


1 0.05 0.1 0.15 0.2 0.25 0.3 0.35 0.4 0.45 0.5 0.55 0.6 0.65 0.7 0.75 0.8 0.85 0.9 0.95

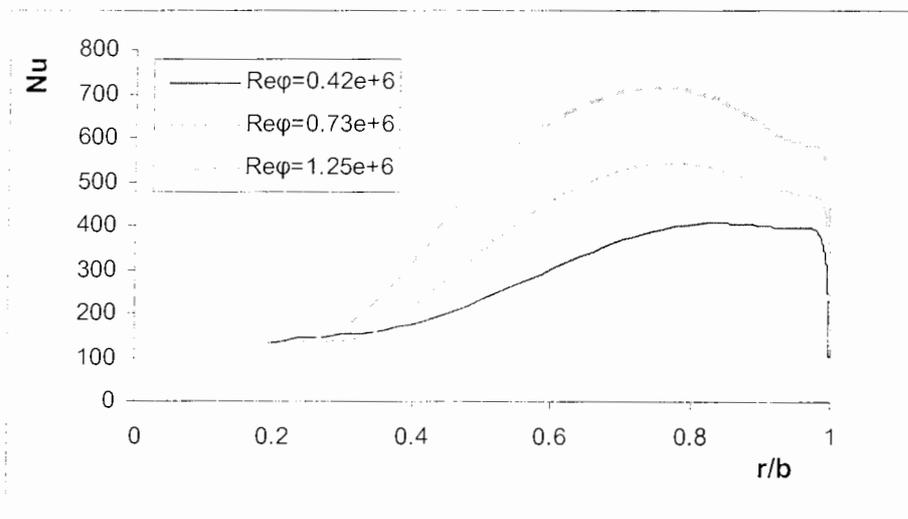
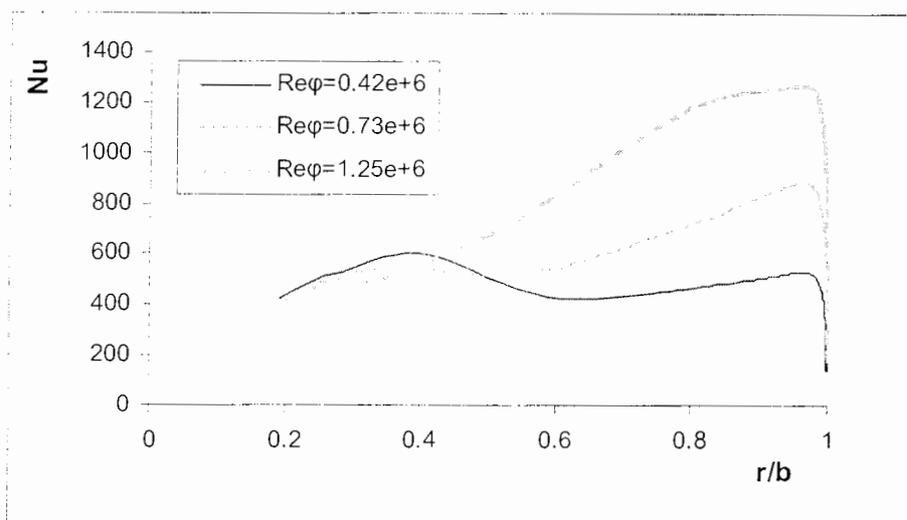
کانتورهای دمای بی‌بعد بدست آمده در حالت  $Re_0=0.42e+6$

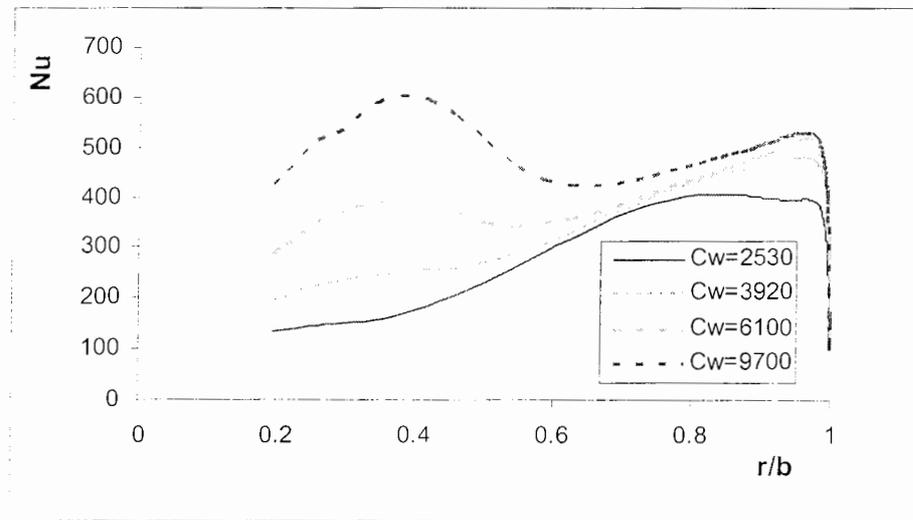


مقایسه نتایج حل عددی با نتایج تجربی برای  $Nu$  در حالت  $Re_0=0.73e+6$  و  $C_w=3920$

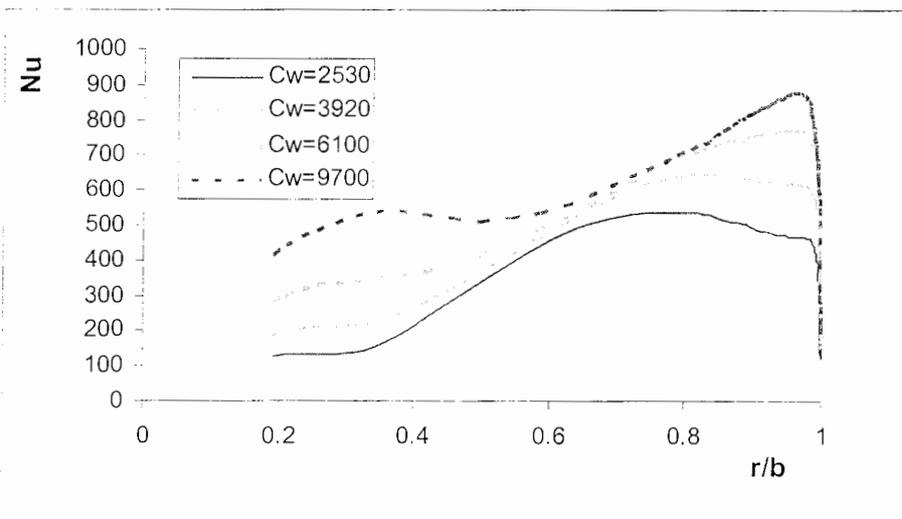


مقایسه نتایج حل عددی با نتایج تجربی برای  $Nu$  در حالت  $Re_0=1.25e+6$  و  $C_w=9700$

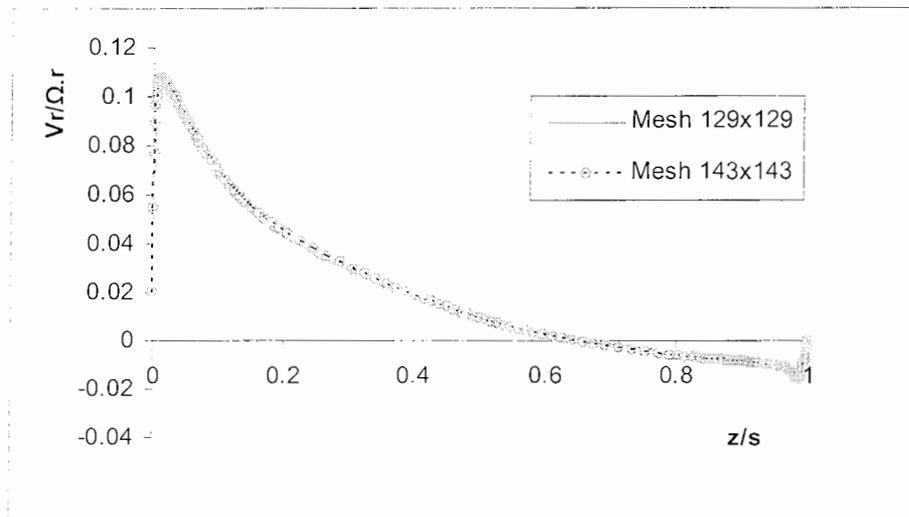
نمودار Nu بر حسب r/b در  $C_w=2530$ نمودار Nu بر حسب r/b در  $C_w=9700$



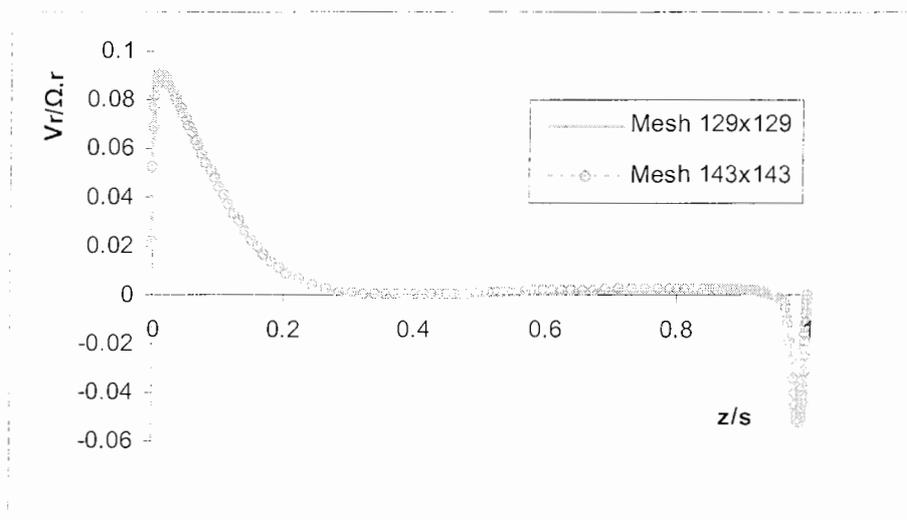
نمودار Nu بر حسب r/b در  $Re_0 = 0.42e+6$



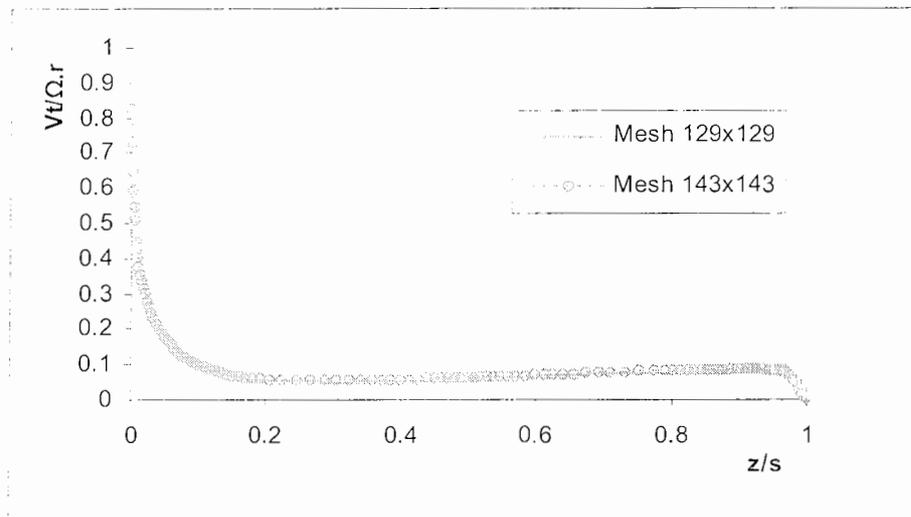
نمودار Nu بر حسب r/b در  $Re_0 = 0.73e+6$



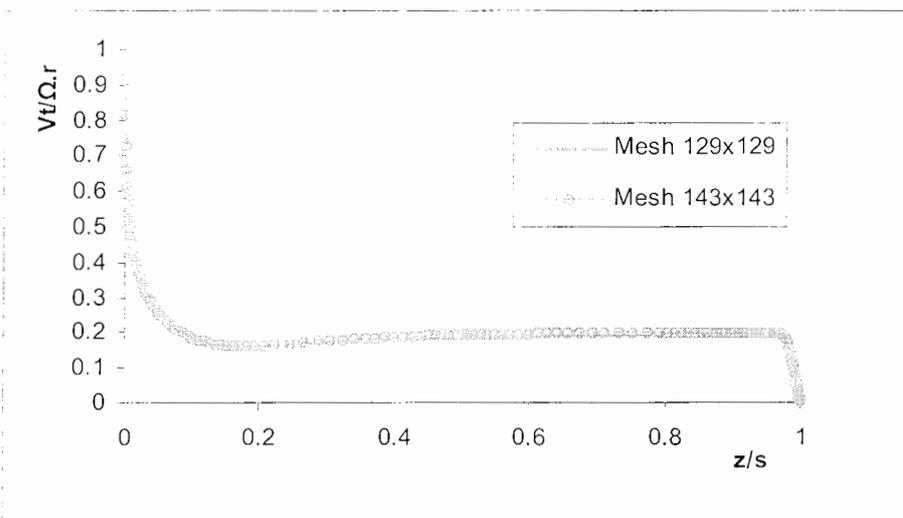
نمودار  $V_r/\Omega.r$  بر حسب  $z/s$  در  $C_w=6100$ ,  $Re_0=1.25e+6$ , برای دو اندازه شبکه بندی



نمودار  $V_r/\Omega.r$  بر حسب  $z/s$  در  $C_w=6100$ ,  $Re_0=1.25e+6$ , برای دو اندازه شبکه بندی



نمودار  $Vt/\Omega.r$  بر حسب  $z/s$  در  $Cw=6100$ ,  $Re_0=1.25e+6$ , برای دو اندازه شبکه بندی



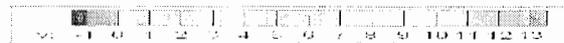
نمودار  $Vt/\Omega.r$  بر حسب  $z/s$  در  $Cw=6100$ ,  $Re_0=1.25e+6$ , برای دو اندازه شبکه بندی



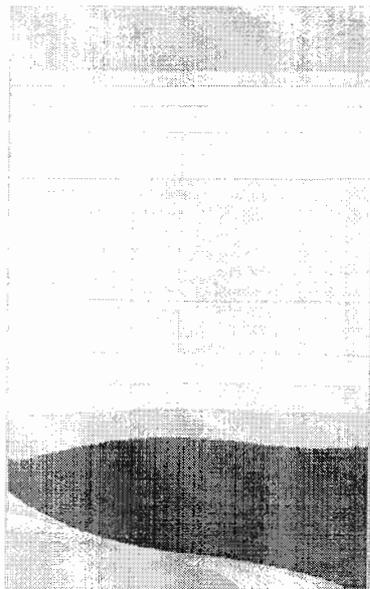
شبکه بندی 143x143



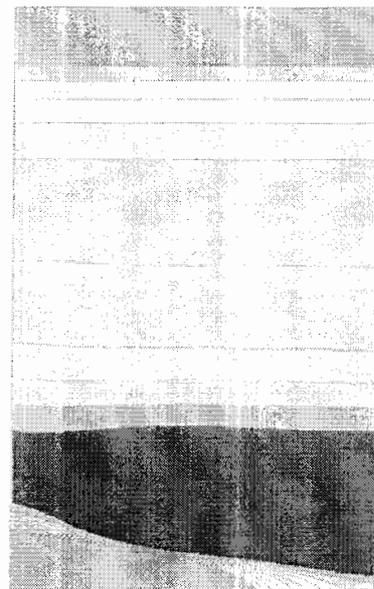
شبکه بندی 129x129



کانتورهای سرعت مماسی بدست آمده در حالت  $Re_0 = 1.25e+6$ ,  $C_w = 6100$  برای دو اندازه شبکه بندی



شبکه بندی 143x143



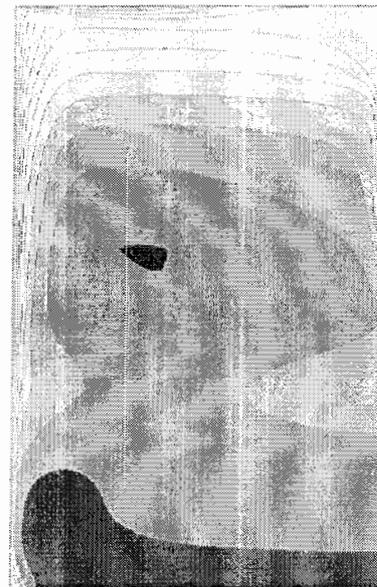
شبکه بندی 129x129



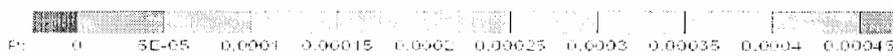
کانتورهای فشار بی بعد بدست آمده در حالت  $Re_0 = 1.25e+6$ ,  $C_w = 6100$  برای دو اندازه شبکه بندی



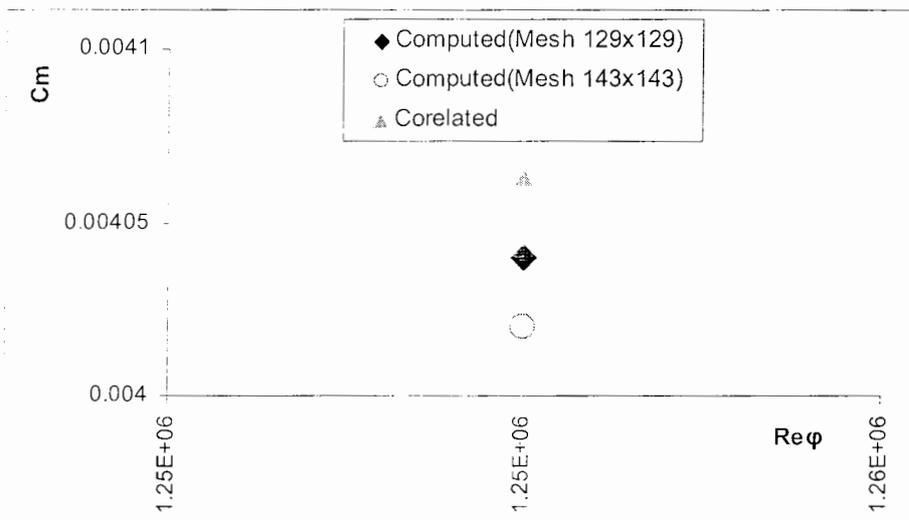
شبکه بندی 143x143



شبکه بندی 129x129



کانتورهای دمای بی بعد بدست آمده در حالت  $Re_0 = 1.25e+6$ ,  $C_w = 6100$  برای دو اندازه شبکه بندی



مقایسه نتایج عددی  $C_m$  برای دو اندازه شبکه بندی در  $Re_0 = 1.25e+6$ ,  $C_w = 6100$  و نتیجه بدست آمده از

رابطه تجربی

**Abstract**

**A Numerical Study of Self Similar Solution in Rotor-Stator System  
with Radial Outflow**

By  
**Mohammad Fakharian**

Mechanical Engineering Department  
Shahrood University of Technology ,Shahrood, Iran

In this thesis, the fluid flow and heat transfer through a rotor-stator system with radial outflow has been studied numerically. Also, the experimental data of the previous study has been presented and compared with numerical results. The system is considered as a part of the Gas Turbine cooling system in which the cooling air leave the gas turbine compressor. The air is rotated through these kind of system before it is used to cool the turbine blades. This rotation causes the static temperature of the cooling air to decrease which leads to higher efficiency of the cooling system. Air (as the subject fluid) enters the system axially and lead through the space between rotor and stator after colliding the rotor. After running through the mentioned path and rotating in the space between the two discs , the air finally leaves the system radially in the maximum radius. The Navier-Stokes equations have been solved for a steady state flow of an incompressible fluid in cylindrical coordinates. The low Reynolds  $k-\epsilon$  model has been used for numerical analysis. The numerical results and the experimental data have been compared for tangential and radial velocity terms as well as the local Nusselt numbers. The results reveals a good agreement between the data. The flow structure in the system proves the existence of the boundary layer on each individual discs which demonstrates the existence of Batchlor flow in the system. Good results have been achieved performing Reynolds analogy between rotor's total moment coefficient and average Nusselt number. Also, self similarity of the numerical results have been studied which is almost observed for the higher rotational velocities of the rotor and in the vicinity of the system core.

**Key words:** Gas-Turbine cooling system, Rotor-stator system, rotating flow, numerical analysis, self similarity

**In the Name of God**

**A Numerical Study of Self Similar Solution in Rotor-Stator System  
with Radial Outflow**

**By:**  
**Mohammad Fakharian**

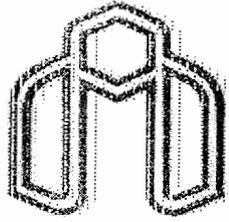
**Thesis**  
**Submitted to the Faculty of Mechanical Engineering**  
**in Partial Fulfillment of The Requirements for the Degree of Master of**  
**Science (M.Sc)**

**In**  
**Mechanical Engineering Department**  
**Shahrood University of Technology**  
**Shahrood, Iran**

**Evaluated and approved by the thesis committee as:**

<b>Dr. M. Farzaneh Gord (Principal Advisor)</b>	<b>...</b>	<b>...</b>
<b>Dr. M. J. Maghrebi (Principal Advisor)</b>	<b>...</b>	<b>.</b>
<b>Dr. F. Saghravani (External Examiner)</b>	<b>...</b>	<b>..</b>
<b>M. M. Shahmardan (Internal Examiner)</b>		<b>.</b>

**September 2007**



**Shahrood University of Technology**  
**Mechanical Engineering Department**

## **M. Sc. Thesis**

# **A Numerical Study of Self Similar Solution in Rotor-Stator System with Radial Outflow**

By

**Mohammad Fakharian**

Supervisors

**Dr. Mahmood Farzaneh Gord**

**Dr. Mohammad Javad Maghrebi**

**September 2007**